

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ  
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**TESE DE DOUTORADO**

**Erro Quadrático Médio Multivariado na  
otimização do torneamento do aço ABNT 52100  
endurecido**

**Autor: EMERSON JOSÉ DE PAIVA  
Orientador: Prof. Dr. João Roberto Ferreira  
Co-orientador: Prof. Dr. Anderson Paulo de Paiva**

Itajubá, abril de 2012

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ  
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**TESE DE DOUTORADO**

**Erro Quadrático Médio Multivariado na  
otimização do torneamento do aço ABNT 52100  
endurecido**

**Autor: EMERSON JOSÉ DE PAIVA  
Orientador: Prof. Dr. João Roberto Ferreira  
Co-orientador: Prof. Dr. Anderson Paulo de Paiva**

**Curso: Doutorado em Engenharia Mecânica  
Área de Concentração: Projeto e Fabricação**

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica como parte dos requisitos para a obtenção do Título de Doutor em Engenharia Mecânica

Itajubá, abril de 2012  
M.G. – Brasil

## **Dedicatória**

À minha esposa Kênia e à minha filha Lara, que souberam transformar os diversos momentos de ausência em apoio, incentivo, carinho e amor.

## **Agradecimentos**

Àquele a quem sempre recorremos nas horas difíceis, a quem devemos nossas vidas e que sempre nos atende. Deus, obrigado pelo dom da vida, pela linda família que me confiastes, pelos amigos que me destes, pela força e perseverança, tão indispensáveis.

À minha esposa Kênia e minha filha Lara, principais motivadoras deste trabalho.

Aos meus pais, pelos exemplos, atenção, carinho, incentivo e orações.

Aos meus irmãos, Anderson e Weverson, à Dona Terezinha, sogra querida, aos cunhados, sobrinhos e afilhados queridos.

Aos amigos Fabrício, Ronã, Paulo Roberto, Alexandre, Marcelo Alonso, Renata Santos, Maria Elizabeth e Celme.

Aos parceiros de trabalho, Pedro Paulo, Sebastião Carlos, José Henrique, Aluízio, Paulo Henrique, Luiz Gustavo e Geremias.

Ao coordenador do curso de pós-graduação em Engenharia Mecânica e a todos os professores deste instituto.

À CAPES, pelo apoio financeiro.

Ao grande amigo, conselheiro, mestre e orientador João Roberto Ferreira, pelos ensinamentos, competência, atenção, dedicação, paciência e amizade.

E, finalmente, ao saudoso amigo José Roberto, a quem agradeço os intensos anos de convivência.

## Resumo

PAIVA, E. J. *Erro Quadrático Médio Multivariado na otimização do torneamento do aço ABNT 52100 endurecido*, Itajubá, 194 p., Tese (Doutorado em Projeto e Fabricação) - Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá, 2012.

A melhoria da qualidade dos processos de fabricação é eminentemente um problema de otimização multiobjetivo. É comum que as múltiplas características de qualidade ( $Y$ ) sejam dependentes de um mesmo conjunto de variáveis de processo ( $x$ ), o que pode originar uma estrutura de correlação capaz de alterar o valor e a precisão dos coeficientes de  $x$  nestas funções de transferência. Neste sentido, esta tese apresenta uma proposta de otimização não-linear multiobjetivo para problemas do tipo nominal, denominada Erro Quadrático Médio Multivariado (EQMM), capaz de considerar a estrutura de correlação entre as múltiplas características de qualidade, seus respectivos valores alvo, a importância individual de cada característica e a possível influência dos fatores de ruído sobre o desempenho das mesmas. Três procedimentos experimentais envolvendo as variáveis de processo Velocidade de Corte ( $V_c$ ), Avanço ( $f$ ) e Profundidade de Usinagem ( $a_p$ ) foram utilizados para ilustrar a aplicação do método na otimização do acabamento de peças usinadas, da produtividade e do custo do processo de torneamento do aço ABNT 52100 endurecido. O primeiro, utilizando-se pastilhas de cerâmica mista e geometria convencional, em peças com dureza de 55 HRC; o segundo, utilizando-se pastilhas de cerâmica mista e geometria alisadora, em peças com dureza de 50 HRC; e o terceiro, utilizando-se um arranjo cruzado, constituído de um arranjo interno, com os parâmetros do processo, e um arranjo externo, formado por um fatorial completo dos fatores incontroláveis desgaste e dureza (40 e 50 HRC). Os resultados simulados e experimentais obtidos indicam a boa adequação da proposta. Ensaio de confirmação e

simulações computacionais corroboram os bons resultados obtidos, principalmente quando comparados a modelos de otimização tradicionais.

***Palavras-chave***

Planejamento e Análise de Experimentos (DOE), Metodologia de Superfície de Resposta (MSR), Análise de Componentes Principais (ACP), Erro Quadrático Médio Multivariado (EQMM), Torneamento do aço ABNT 52100 endurecido.

## Abstract

PAIVA, E. J., Multivariate Mean Square Error in optimization of AISI 52100 hardened steel turning, Itajubá, 194 p., Thesis – Mechanical Engineering Institute, Federal University of Itajubá, 2012.

Improving the quality of manufacturing processes is essentially a multiobjective optimization problem. It is common for multiple quality characteristics ( $Y$ ) are dependent on a given set of process variables ( $\mathbf{x}$ ), which can lead to a correlation structure capable of changing the amount and precision of the coefficients  $\mathbf{x}$  of these transfer functions. In this sense, this thesis proposes a nonlinear multiobjective optimization for the nominal problems type, called Multivariate Mean Square Error (EQMM), capable of considering the correlation structure among the multiple quality characteristics, their respective target values, the importance each individual feature and the possible influence of noise on the performance of same. Three experimental procedures involving the process variables cutting speed ( $V_c$ ), feed rate ( $f$ ) and depth of cut ( $a_p$ ) were used to illustrate the application of the method in the optimization of the finish of machined parts, productivity and cost of process turning of hardened AISI 52100. The first, using mixed ceramic inserts and conventional geometry, in parts with a hardness of 55 HRC; the second, using mixed ceramic inserts and wiper geometry, in parts with a hardness of 50 HRC; and third, using a crossed array, consisting of an inner array with the process parameters, and an outer array, consisting of a full factorial of uncontrollable factors wear and hardness (HRC 40 and 50). The simulated and experimental results obtained indicate the good adequacy of the proposal. Confirmation tests and computer simulations confirm the good results obtained, especially when compared to traditional optimization models.

***Keywords***

Design of Experiments (DOE), Response Surface Methodology (RSM), Principal Components Analysis (PCA), Multivariate Mean Square Error (MMSE), AISI 52100 hardened steel turning.



## Sumário

Sumário .....	i
Índice de Figuras.....	iv
Índice de Quadros .....	vi
Índice de Tabelas .....	vii
Simbologia .....	ix
Capítulo 1 .....	1
1 Introdução.....	1
1.1. Justificativas.....	6
1.2. Objetivos.....	8
1.3. Limitações.....	9
1.4. Estrutura do Trabalho.....	10
Capítulo 2 .....	12
2 Revisão Bibliográfica.....	12
2.1. Considerações Iniciais .....	12
2.2. Metodologias Matemáticas e Estatísticas .....	12
2.3. Planejamento e Análise de Experimentos.....	13
2.3.1. Arranjo Composto Central .....	16
2.4. Metodologia de Superfície de Resposta .....	19
2.4.1. Superfície de Resposta Dual.....	21
2.5. Otimização de Múltiplas Respostas .....	23
2.5.1. Considerações Gerais.....	24
2.5.2. O Método <i>Desirability</i> .....	26
2.5.3. Método da Métrica Ponderada.....	29
2.5.4. Erro Quadrático Médio .....	30

2.5.5. Fronteira de Pareto.....	31
2.5.6. Teoria da Propagação de Erro .....	33
2.5.7. Método do Critério Global (MCG).....	34
2.5.8. Análise de Componentes Principais .....	35
2.5.9. Distância de Mahalanobis .....	42
2.6. Gradiente Reduzido Generalizado .....	44
2.7. Usinagem de Aços Endurecidos.....	46
2.7.1. Ferramentas de Corte Usadas no Torneamento de Aços Endurecidos .....	47
2.7.2. Materiais Cerâmicos .....	47
2.7.3. Características Geométricas das Ferramentas de Corte .....	50
2.7.4. Geometria Alisadora ( <i>Wiper</i> ) .....	51
2.8. Considerações Finais do Capítulo .....	52
Capítulo 3 .....	53
3 Método de Otimização .....	53
3.1. Método I – Problemas de Alvo .....	55
3.2. Método II – Ponderação de Respostas.....	59
3.3. Método III – Projeto de Parâmetros Robustos Multivariados .....	63
3.4. Resumo dos Métodos Propostos .....	67
Capítulo 4 .....	68
4 Aplicação dos Métodos Propostos .....	68
4.1. Método I – Problemas de Alvo .....	71
4.2. Método II – Ponderação de Respostas.....	86
4.2.1. Ponderação Simultânea das Respostas.....	92
4.3. Método III – Projeto de Parâmetros Robustos Multivariados .....	97
4.3.1. Ensaios de Confirmação.....	109
4.3.2. Comparação entre Resultados Experimentais e Otimizados.....	112
Capítulo 5 .....	114
5 Simulações.....	114
5.1. Primeiro Caso Simulado.....	115
5.2. Segundo Caso Simulado.....	120
5.3. Considerações Finais do Capítulo .....	125
6 Conclusões.....	126
6.1. Sugestões para Trabalhos Futuros.....	128

7	Referências Bibliográficas.....	129
Anexos	.....	142
	Anexo A – Metodologia para Obtenção da Fronteira de Pareto.....	142
	Anexo B – Decomp. Espectral da Matriz de Variância-Covariância ou Correlação.....	144
	Anexo C – Produção Científica Resultante da Pesquisa .....	148
	Anexo D – Tabelas Diversas .....	161

## Índice de Figuras

Figura 2.1 – (a) Rotacionalidade do CCD; (b) CCD para dois fatores .....	17
Figura 2.2 – Tipos de CCD.....	18
Figura 2.3 – Resíduos deixados por um modelo linear.....	20
Figura 2.4 – Fronteira de Pareto Convexa.....	32
Figura 2.5 – Interpretação geométrica da ACP. Adaptado de Gabrielsson <i>et al.</i> (2003)..	38
Figura 2.6 – <i>Outlier</i> detectado pelo método da distância de Mahalanobis .....	43
Figura 2.7 – Ferramentas de PCBN produzidas pela Mitsubishi Materials .....	50
Figura 2.8 – (a) Geometria da ponta de corte; (b) relação entre o avanço e a rugosidade para ferramentas alisadora e convencional (Sandvik-Coromant, 2011).....	51
Figura 3.1 – Fluxo de procedimentos para obtenção do EQMM .....	58
Figura 4.1 – (a) Torno CNC utilizado; (b) Fixação do corpo de prova .....	69
Figura 4.2 – Superfície de Resposta para $CP_1$ (a) e $CP_2$ (b) .....	76
Figura 4.3 – Gráfico de Efeitos Principais: $CP_1 \times a_p$ .....	77
Figura 4.4 – Gráfico de Efeitos Principais: $CP_1 \times f$ .....	77
Figura 4.5 – Fronteira de Pareto para $T \times K_p$ baseado no $L_p$ .....	84
Figura 4.6 – Fronteira de Pareto para $T \times TRM$ baseado no $L_p$ .....	85
Figura 4.7 – Resultados da otimização ponderada de EQMM.....	89
Figura 4.8 – Fronteira de Pareto para $T \times K_p$ baseado no EQMM .....	89
Figura 4.9 – Fronteira de Pareto para as demais respostas.....	90
Figura 4.10 – Fronteira de Pareto para $CP_1$ e $CP_2$ .....	90
Figura 4.11 – Pontos de inflexão de $CP_1$ , $CP_2$ , $T$ e $K_p$ em função de $w$ . .....	91
Figura 4.12 – Processo de torneamento do aço endurecido ABNT 52100 .....	97

Figura 4.13 – Posições de medições da rugosidade.....	99
Figura 4.14 – Gráfico de contorno para $R_a$ (unidades codificadas).....	101
Figura 4.15 – Superfícies de resposta para $R_a$ e $R_q$ .....	101
Figura 4.16 – Gráfico de contorno para cada EQM individual. ....	108
Figura 4.17 – ANOVA <i>One-Way</i> : $R_a$ versus condições de ruído.....	110
Figura 4.18 – Comparação entre as variâncias das medidas de rugosidade.....	111
Figura 4.19 – Simulações para condições normais e otimizadas.....	113
Figura 5.1 – Comparativo entre os vieses de cada método .....	117
Figura 5.2 – ANOVA para os 4 métodos .....	117
Figura 5.3 – ANOVA para dados maiores que 2,75 (distância de Mahalanobis) .....	118
Figura 5.4 – ANOVA para dados menores que 1,5 (distância de Mahalanobis) .....	119
Figura 5.5 – Comparativo entre EQMM (2 CPs) e $MCG_1$ .....	119
Figura 5.6 – Comparativo entre EQMM (3 CPs) e $MCG_1$ .....	120
Figura 5.7 – Comparativo entre os vieses de $MCG_1$ e EQMM .....	122
Figura 5.8 – ANOVA para o viés dos dois métodos.....	122
Figura 5.9 – Gráfico de dispersão dos vieses de $MCG_1$ e EQMM.....	123
Figura 5.10 – ANOVA para previsões entre $MCG_1$ e EQMM.....	124
Figura C.1 – Int. J. Refract. Met. and Hard Materials .....	150
Figura C.2 – Welding International .....	151
Figura C.3 – Advanced Materials Research.....	152
Figura C.4 – Int.J.Adv.Manufacturing Technology.....	153
Figura C.5 – Int.J.Adv.Manufacturing Technology, 2009 .....	154
Figura C.6 – Revista Soldagem e Inspeção, 2010 .....	155
Figura C.7 – XVII SIMPEP, 2010.....	156
Figura C.8 – V COBEF, 2009 .....	157
Figura C.9 – V COBEF, 2009 .....	158
Figura C.10 – V CONEM, 2008.....	159
Figura C.11 – XXVIII ENEGEP, 2008.....	160

## Índice de Quadros

Quadro 2.1 – Objetivos de otimização no Método de Derringer.....	27
Quadro 2.2 – Grupos e subgrupos das ferramentas cerâmicas .....	48
Quadro 3.1 – Estratégia de ponderação das respostas proposta para o EQMM.....	62
Quadro 3.2 – Resumo dos modelos matemáticos desenvolvidos .....	67
Quadro C.1 – Resumo dos trabalhos publicados .....	149

## Índice de Tabelas

Tabela 2.1 – Propriedades relativas: materiais cerâmicos X metal duro.....	49
Tabela 3.1 – Arranjo cruzado .....	64
Tabela 4.1 – Composição química do aço ABNT 52100.....	69
Tabela 4.2 – Parâmetros de usinagem do aço ABNT 52100.....	71
Tabela 4.3 – Condições experimentais no torneamento do aço ABNT 52100 .....	72
Tabela 4.4 – Dados experimentais para o torneamento do ABNT 52100.....	73
Tabela 4.5 – Análise de correlação entre as respostas .....	74
Tabela 4.6 – Análise de Componentes Principais (ACP).....	74
Tabela 4.7 – Superfícies de resposta para $CP_1$ e $CP_2$ .....	75
Tabela 4.8 – Modelos quadráticos completos para cada resposta .....	78
Tabela 4.9 – ANOVA para o primeiro componente principal – $CP_1$ .....	79
Tabela 4.10 – ANOVA para o segundo componente principal – $CP_2$ .....	79
Tabela 4.11 – Resultados comparativos entre EQMM e o <i>Desirability</i> .....	81
Tabela 4.12 – Rodadas de confirmação .....	81
Tabela 4.13 – Comparativo entre os diversos métodos.....	82
Tabela 4.14 – Dados padronizados .....	87
Tabela 4.15 – Ponderação dos dados padronizados.....	88
Tabela 4.16 – Matriz de Possibilidades ou <i>Payoff</i> .....	92
Tabela 4.17 – Ponderação dos dados padronizados.....	92
Tabela 4.18 – ACP da matriz de covariância sobre as respostas ponderadas .....	93
Tabela 4.19 – Dados para cálculo dos alvos.....	95

Tabela 4.20 – Resultados comparativos entre EQMM e o MCG.....	95
Tabela 4.21 – Variáveis de controle.....	98
Tabela 4.22 – Fatores de ruído e respectivos níveis .....	99
Tabela 4.23 – Superfície de resposta do arranjo cruzado para $R_a$ .....	100
Tabela 4.24 – Médias e variâncias obtidas no experimento.....	102
Tabela 4.25 – Coeficientes de Regressão e ajustes.....	103
Tabela 4.26 – EQM para cada resposta e para os componentes principais.....	104
Tabela 4.27 – Coeficientes de regressão e ajustes .....	105
Tabela 4.28 – Resultados das otimizações individuais .....	106
Tabela 4.29 – Análise de autovetores e autovalores para $EQM_i$ .....	106
Tabela 4.30 – Resultado da otimização pelo EQMM .....	108
Tabela 4.31 – Valores previstos versus valores reais para rugosidade no ótimo .....	110
Tabela 4.32 – ANOVA <i>One-Way</i> .....	111
Tabela 4.33 – Testes de hipótese para médias e variâncias.....	112
Tabela 5.1 – Superfície de resposta para simulações.....	115
Tabela 5.2 – Dados complementares para respostas estudadas.....	121
Tabela 5.3 – Análise de correlação entre os resíduos das respostas .....	121
Tabela 5.4 – Resultados da ANOVA para previsão .....	124
Tabela D.1 – Dados para Fronteira de Pareto das variáveis $T$ e $TRM$ – Método I.....	161
Tabela D.2 – Dados para Fronteira de Pareto das variáveis $T$ e $TRM$ – Método II.....	163
Tabela D.3 – Dados para Fronteira de Pareto das variáveis $T$ e $K_p$ – Método II.....	165
Tabela D.4 – Resultados das simulações com os 4 métodos.....	167
Tabela D.5 – Resultados das simulações com os 4 métodos.....	171



## Simbologia

### LETRAS GREGAS

$\alpha$	Raio experimental, distância axial
$\beta$	Coefficiente
$\gamma$	Variável artificial de resposta ponderada
$\delta$	Viés
$\theta$	Alvo
$\lambda$	Peso, autovalores
$\mu$	Média populacional
$\mu m$	Micrometro
$\Pi$	Produtório
$\pi$	Constante circular igual a 3,1416
$\rho$	Raio experimental, matriz de correlação
$\Sigma$	Somatória, matriz de médias, matriz de variância-covariância
$\sigma$	Desvio padrão populacional
$\sigma^2$	Variância
$\kappa_r$	Ângulo de posição da ferramenta
$\chi^2$	Estatística de teste Qui-quadrado
$\omega$	Peso ou importância da resposta

## LETRAS LATINAS

[D]	Matriz de desvios
[E]	Matriz de autovetores
[Z]	Matriz padronizada
$a_p$	Profundidade de usinagem por passo
$b_0$	Constante de regressão
$Cov$	Covariância
$CV$	Cavalo de potência
$d$	Diâmetro final da peça
$D$	Índice <i>Desirability</i> Global, diâmetro inicial da peça
DF	Graus de Liberdade
$d_i$	Função <i>Desirability</i> Individual
$D_m$	Diâmetro médio da peça
$\hat{e}$	Erro estimado
$e$	Autovetor, erro
$F$	Estatística de teste de Fisher, Função
$f$	Função, avanço da ferramenta de corte
$F_0$	Valor observado de EQM
$g$	Restrição
GPa	GigaPascal
HRC	Dureza Rockwell C
$k$	Número de fatores de um experimento
kgf	Quilograma força
$K_p$	Custo de usinagem
$K_{pi}$	Custo do inserto
$l$	Limite inferior
$l_f$	Comprimento da peça
Lp	Método da Métrica Ponderada
m/min	Metro por minuto
mm	Milímetros
mm/v ou mm/rev	Milímetro por volta ou revolução
MPa	MegaPascal
MS	Média Quadrática, Microsoft®
$N$	Número de experimentos
$n$	Número de observações

$N/mm^2$	Newton por milímetro ao quadrado
$N_{fp}$	Vida Média do porta-ferramenta
$N_s$	Número de arestas de corte no inserto
$^{\circ}C$	Graus centígrados
$p$	Número de respostas
$P\text{-Value}$	Valor P ou probabilidade estimada
$R$	Matriz de correlação amostral
$r$	Gradiente reduzido
$R^2$	Coefficiente de determinação
$R^2 (adj.)$	Coefficiente de determinação ajustado
$R_a$	Rugosidade média
$R_q$	Desvio máximo quadráticos das rugosidades
$R_t$	Rugosidade total
$R_y$	Máxima distância pico-vale de rugosidade
$R_z$	Média dos cinco valores de rugosidade parcial
$S^{-1}$	Inverso da matriz de variância-covariância amostral
$S$	Matriz de variância-covariância amostral
$S_h$	Custo operador
$S_m$	Custo máquina
$SS$	Soma dos Quadrados
$T$	Vida da Ferramenta, matriz transposta
$t_a$	Tempo de aproximação e afastamento da ferramenta
$T_c$	Tempo de corte
$t_{ft}$	Tempo de troca de inserto
$t_p$	Tempo de preparo da máquina
$t_s$	Tempo secundário
$T_t$	Tempo total do processo
$u$	Limite superior
$Var$	Variância
$VB$ ou $VBB$	Desgaste de Flanco
$V_c$	Velocidade de corte
$V_{si}$	Custo do porta-ferramenta
$w$	Peso ou importância
$\mathbf{x}$	Vetor de $n$ variáveis
$\mathbf{x}^B$	Vetor de variáveis básicas
$\mathbf{x}^N$	Vetor de variáveis não básicas
$Y$	Vetor de dados
$\bar{Y}$	Vetor de médias
$Z$	Tamanho do lote

# SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ANOVA	Análise de Variância
CBN	Nitreto de Boro Cúbico
CCC	Arranjo Circunscrito
CCD	<i>Central Composite Design</i>
CCF	Arranjo de Face Centrada
CCI	Arranjo Inscrito
CNC	Comando Numérico Computadorizado
CP	Componente Principal
DEA	Análise Envoltória de Dados
DOE	<i>Design of Experiments</i> ou Planejamento e Análise de Experimentos
EQM	Erro Quadrático Médio
EQMM	Erro Quadrático Médio Multivariado
FPQ	Função de Perda de Qualidade
GRG	<i>Generalized Reduced Gradient</i> , Gradiente Reduzido Generalizado
ISO	<i>International Organization for Standardization</i>
LAM	Laboratório de Automação da Manufatura
LTB	<i>Large-The-Better</i>
MCG	Método do Critério Global
MQL	Mínima Quantidade de Lubrificante
MSR	Metodologia de Superfície de Respostas
MVN	Multivariada Normal
NLP	<i>Nonlinear Programming</i>
NTB	<i>Nominal-The-Best</i>
OLS	<i>Ordinary Least Squares</i>
PC	<i>Principal Component</i>
PCA	<i>Principal Component Analysis</i>
PCBN	Nitreto de Boro Cúbico Policristalino
PCD	Diamante Policristalino
PPRM	Projeto de Parâmetros Robustos Multivariados

QLF	<i>Quality Loss Function</i>
RPM	Rotações por minuto
RSM	<i>Response Surface Methodology</i>
SNR	<i>Signal-to-Noise Ratio</i>
SOP	Solução Ótima de Pareto
STB	<i>Smaller-The-Better</i>
TDM	Tomada de Decisão Multiobjetivo
TRM	Taxa de Remoção de Material

## OUTROS SÍMBOLOS

$\partial$	Derivada parcial
$\nabla$	Gradiente

## Capítulo 1

# 1 INTRODUÇÃO

A qualidade dos produtos obtidos a partir de processos de fabricação como a usinagem, a conformação ou a soldagem, está intrinsecamente relacionada à maneira como as múltiplas características do produto atendem às especificações impostas pelos clientes para as mesmas. Considerando que todo processo pode ser entendido como uma relação entre variáveis de entrada ( $x$ ) – ou variáveis de processo – e as variáveis de saída ou características de qualidade ( $Y$ ), tal que  $Y=f(x)$ , é razoável se admitir que a melhoria da qualidade só possa ser atingida com a definição do melhor conjunto de parâmetros de processo ( $x$ ) capaz de tornar as características de saída ( $Y$ ) compatíveis com as especificações impostas, com médias próximas aos alvos estabelecidos e com mínima variação. Muitas vezes, estas funções são conflitantes e a otimização individual de cada uma delas raramente conduz a uma solução global ótima que seja adequada para todas. Verifica-se, portanto, que uma solução adequada só pode ser obtida a partir de uma estratégia de otimização multiobjetivo (CH'NG *et al.*, 2005).

O processo de otimização de múltiplos objetivos contempla três etapas: (a) a modelagem das funções objetivo e restrições, (b) a estratégia de combinação entre os múltiplos objetivos (aglutinação ou priorização) e, (c), o algoritmo capaz de determinar o ponto de ótimo que atenda ao sistema como um todo. Em relação à fase de modelagem das funções de transferência, observa-se que, na maioria dos processos de fabricação, é comum escrever as múltiplas características de qualidade em termos do mesmo conjunto de variáveis

de entrada ( $\mathbf{x}$ ), o que pode originar uma estrutura de correlação entre estas diversas características capaz de alterar o valor e a precisão dos coeficientes dos seus termos independentes (CHIAO e HAMADA, 2001; KHURI, 2003; KHURI e CONLON, 1981). Neste sentido, a correlação entre respostas, quando negligenciada, compromete muito a qualidade das soluções obtidas. Se é fato que a correlação altera os regressores dos modelos (PAIVA, 2006; BOX *et al.*, 1978), então, modelos que consideram a correlação na estimação dos coeficientes e aqueles que a negligenciam podem conduzir a pontos de ótimo ( $\mathbf{x}^*$ ) diferentes. Além disto, a presença de correlação pode causar instabilidade nos modelos, sua falta de ajuste e o aumento dos erros de previsão (BOX *et al.*, 1978). Em outras palavras, negligenciar a presença de correlação entre as variáveis pode levar as equações de regressão a não representar adequadamente as funções objetivo.

Khuri e Conlon (1981) e Bratchell (1989) alertam que a negligência da estrutura de correlação entre as respostas ou a utilização de métodos de otimização que não a considerem, podem conduzir o processo a ótimos inapropriados. O método *Desirability* proposto por Derringer e Suich (1980), o Método de **Otimização de Múltiplas Respostas** baseado no Erro Quadrático Médio (EQM) proposto por Köksoy (2006), além dos chamados **Métodos Duais**, como o proposto por Vining e Myers (1990), que também são considerados métodos de múltiplas respostas por buscar a otimização simultânea da média e da variância, são exemplos de métodos de otimização para múltiplas características de qualidade, mas que, na maioria das vezes, apresentam resultados distorcidos da realidade, nos casos multivariados (KHURI e CONLON, 1981; ORTIZ *et al.*, 2004).

Algumas diferentes abordagens têm sido sugeridas para considerar adequadamente a estrutura de variância-covariância das múltiplas funções objetivo. Chiao e Hamada (2001), por exemplo, reconhecendo as limitações do método *Desirability* em termos da influência da correlação sobre a otimização, apresentam um método baseado na maximização da probabilidade normal multivariada, o que conduz à localização de soluções que posicionam todas as características de qualidade de maneira satisfatória dentro do hiper-espço das especificações. Embora seja uma proposta muito adequada, o método não contempla os valores de alvo das características (muito importante se os processos estiverem descentralizados) e apresenta certa dificuldade de implementação para se resolver a maximização da integral da função multivariada normal, que representa a probabilidade das múltiplas respostas pertencerem ao espaço das especificações. Diferentemente da estratégia

de Chiao e Hamada (2001), Khuri e Conlon (1981) propuseram a minimização da distância generalizada entre as respostas e seus respectivos alvos, obtidos a partir da matriz de variância-covariância estimada. A principal característica deste método é que os alvos são fixados a partir da otimização individual de cada característica. Estes alvos são considerados variáveis aleatórias, podendo assumir valores diversos a cada iteração. A proposta é, de certa maneira, um procedimento de otimização estocástica.

Tentando simplificar a utilização da matriz de variância-covariância de Khuri e Conlon (1981), Bratchell (1989) utilizou uma superfície de resposta para escores obtidos a partir da Análise de Componentes Principais (ACP). Apesar de conseguir representar adequadamente o conjunto de respostas original em poucas variáveis latentes, essa abordagem não apresenta alternativas para os casos em que o maior dos componentes principais não é suficiente para explicar a maior parte da matriz de variância, bem como não indicou como os limites de especificação e os alvos de cada resposta poderiam ser transformados em termos de componentes principais. Pozo *et al.* (2012) afirmaram que uma das principais limitações dos métodos existentes para a solução de problemas multivariados, é que sua carga computacional tende a crescer rapidamente, com um elevado número de objetivos simultâneos. Eles utilizaram, então, a ACP para identificar elementos redundantes que poderiam ser omitidos sem prejuízo das características principais do problema, reduzindo assim a complexidade associada.

A otimização baseada na ACP é bastante intuitiva. Por exemplo, se a correlação entre o escore do componente principal e as variáveis originais é positiva e se for necessário que as respostas originais sejam todas minimizadas, basta que a superfície de resposta do escore do componente seja também minimizado (PAIVA *et al.*, 2010). Se esta correlação for negativa, basta que a superfície de resposta do escore seja maximizado. Porém, a principal dificuldade na utilização da ACP como método de aglutinação de funções objetivo multivariadas é o ocasional conflito que pode surgir quando o sentido de correlação entre o escore do componente principal (que é a função de aglutinação dos múltiplos objetivos) com uma das respostas originais é diferente da correlação entre este escore e as demais respostas (PAIVA *et al.*, 2010a; BRATCHELL, 1989). Para contornar este problema, Paiva *et al.* (2010a), sugeriram a estratégia de inversão de respostas, aplicando-se pesos negativos (-1) para a resposta conflitante.



Uma constatação interessante observada nos trabalhos anteriores é que inadequações da ACP podem ser eficazmente contornadas se todos os problemas de otimização forem convertidos em problemas de alvo (NTB - *Nominal the Best*), independentemente da correlação observada entre os escores de componentes e as respostas originais. Assim como sugerido pelo método de Utopia (SHIN *et al.*, 2011) e pela distância generalizada de Khuri e Conlon (1981), suponha que cada resposta possa ser otimizada individualmente, tal que  $f_i(\mathbf{x}^*)$  seja este valor ótimo individual. Se estes valores forem fixados como alvos para cada característica de qualidade, então o problema se converte na minimização da distância entre uma dada resposta e o seu alvo (PAIVA *et al.*, 2009a; 2012a).

Assim, na tentativa de se estabelecer um método de otimização multivariada que considere adequadamente a estrutura de correlação e os alvos estabelecidos para cada função objetivo, apresenta-se nesta tese a proposição do **Erro Quadrático Médio Multivariado** (EQMM), que busca uma solução de compromisso entre as variáveis de resposta estudadas, por meio do uso combinado da Metodologia de Superfície de Respostas (MSR) e da Análise de Componentes Principais (ACP).

Procedendo-se a uma adaptação do método EQMM, tenta-se extrapolar o contexto das estruturas de correlação, adicionando-se ao modelo, variáveis não controláveis (ou variáveis de ruído), resultando numa abordagem denominada EQMM Dual (EQMM para médias e variâncias de  $\mathbf{Y}$ ). O objetivo dessa abordagem é apresentar um método capaz de determinar o ponto ótimo, conduzindo as variáveis de resposta a valores próximos de seus alvos, com mínima variação, independentemente da condição de ruído a que o processo com múltiplas características correlacionadas possa estar submetido.

Em um processo com múltiplas características, é pertinente imaginar que ao menos uma delas possa ser mais importante do que as outras. Assim, é também pertinente ponderá-la adequadamente para que sua contribuição nas funções de transferências aglutinadas não seja equalizada com as demais características, comprometendo a obtenção de parâmetros ótimos.

A discussão feita até o momento refere-se a funções  $f_i(\mathbf{x})$  genéricas, mas reflete de maneira muito fidedigna aquilo que acontece com processos de fabricação, principalmente os processos de usinagem por torneamento. É bastante comum que características de saída destes processos como as medidas de rugosidade das peças ( $R_a$ ,  $R_y$ ,  $R_z$ ,  $R_q$ ,  $R_t$ ), a vida das ferramentas, o custo do processo, a taxa de remoção de material (ou produtividade), os tempos

de operação e as forças de corte sejam funções escritas em termos das mesmas variáveis ( $V_c$ ,  $f$  e  $a_p$ ) e que apresentem estruturas de correlação extremamente fortes e estatisticamente significativas (YOUSSEF *et al.*, 1994; CHOU *et al.*, 2002; DINIZ *et al.*, 2003; NOORDIN *et al.*, 2004; OKTEM *et al.*, 2005; AGGARWAL *et al.*, 2008). Esta constatação é ainda mais proeminente quando se trata da usinagem por processo de torneamento de aços endurecidos, como é o caso do aço ABNT 52100 que será estudado nesta tese (BENGA e ABRÃO, 2003; SINGH e RAO, 2007; PAIVA *et al.*, 2007; PAIVA *et al.*, 2009a; BOUACHA *et al.*, 2010; GOMES *et al.*, 2011; SINGH, 2012; e PAIVA *et al.*, 2012a).

A usinagem de aços endurecidos – designação atribuída ao processo de usinagem para materiais com dureza superior aos 45 HRC – vem sendo bastante utilizada ao longo dos últimos anos, devido ao crescente aumento da demanda de componentes mecânicos de elevada resistência ao desgaste, tais como roletes, anéis e esferas para rolamentos, mancais e eixos. Alie-se a esta tendência a necessidade de redução dos custos de fabricação, oriundos da exigência cada vez maior das novas tecnologias empregadas nos processos industriais, tais como a eliminação de fluidos lubri-refrigerantes, alta flexibilidade e complexidade das geometrias das peças a serem usinadas.

Devido à constante evolução dos materiais para ferramentas, também caracterizadas pela elevada dureza e resistência ao desgaste em altas temperaturas, aliados ao surgimento de máquinas ferramentas mais rígidas e precisas é possível obter nestes novos processos de torneamento (desbaste) peças com qualidade semelhante às obtidas no processo de retificação (acabamento), com rugosidades ( $R_a$ ) da ordem de 0,2 a 0,3  $\mu\text{m}$  (SALES, 2004), utilizando-se para isto, tornos CNC de alta precisão, parâmetros otimizados de corte e geometrias especiais de ferramentas. A substituição do processo de retificação pelo torneamento possibilita o trabalho sem fluido de corte, a eliminação de etapas no processo de fabricação, maior produtividade, baixo consumo de energia por volume de material usinado, máquinas-ferramenta de menor custo, a fabricação de peças de geometrias complexas e a realização de várias operações numa mesma fixação, o que garante as características geométricas da peça e reduz o tempo de usinagem (BOUACHA *et al.*, 2010; HASHIMOTO *et al.*, 2009; KLOCKE *et al.*, 2005; POULACHON *et al.*, 2004). Porém, sem o correto *setup* dos parâmetros de processo definidos através de métodos de otimização, dificilmente os benefícios proporcionados pelas novas tecnologias de fabricação, ferramentas e materiais podem ser usufruídos (PAIVA *et al.*, 2012a). É por isto que os métodos de otimização são importantes para estes processos.

## 1.1. JUSTIFICATIVAS

O caráter multivariado que envolve os processos de manufatura é inconteste, e raramente o modelo multivariado é adequadamente tratado pelos métodos de otimização convencionais. Resultante do complexo tratamento que deve ser dado ao grande número de variáveis (dependentes e independentes) às quais os modelos dos processos de manufatura estão submetidos, a otimização multivariada apresenta diversas oportunidades de pesquisa. Equacionar devidamente os relacionamentos entre estas variáveis exige esforços de implementação de metodologias matemáticas e estatísticas. Dentre essas metodologias, destacam-se o DOE, utilizada para investigar sistematicamente as variáveis de processos que podem exercer influência nas características de qualidade; a MSR, utilizada para modelar e analisar problemas para os quais se desejam respostas que podem sofrer influência de um grande número de variáveis; a ACP, utilizada na explicação da estrutura de variância-covariância existente em um conjunto de dados; e, finalmente, os algoritmos de Otimização de Múltiplos Objetivos.

A partir dessas metodologias, pesquisas têm sido realizadas e inúmeras abordagens sugeridas, havendo, entretanto, escassos trabalhos envolvendo a integração dessas ferramentas na determinação de parâmetros ótimos de processo. Paiva (2006) levantou, em sua pesquisa, vários exemplos da literatura envolvendo experimentos com múltiplas respostas por meio de combinações entre a Metodologia de Projetos de Experimentos (DOE) e outros procedimentos de otimização, denominados *abordagem híbrida*, apontando lacunas que representariam oportunidades de pesquisa e ampliação da base de conhecimento acerca dessas metodologias.

Dentre estas lacunas, destacam-se:

- a) a habitual negligência das estruturas de dependência entre as funções de transferências, caracterizadas por estruturas de correlação ou covariância (KHURI, 2003; CHIAO e HAMADA, 2001, KHURI e CONLON, 1981);

- b) a falta de um procedimento de otimização multiobjetiva, capaz de tratar adequadamente a estrutura de correlação, baseado nas técnicas estatísticas de redução de dimensionalidade (Análise de Componentes Principais) das funções de transferências individuais;
- c) inexistência de estudos referentes ao tratamento adequado a ser dado à harmonização dos sentidos de otimização das respostas que demonstrem correlação inversa durante sua análise;
- d) inexistência de um método de determinação de um conjunto ótimo de parâmetros de processo que considere o respectivo grau de importância de cada uma das respostas de interesse;
- e) escassos estudos referentes ao comportamento dos métodos de otimização robusta multivariada quando sujeitos a fatores incontroláveis (ruídos), do processo de torneamento duro.

De acordo com Paiva (2006), a chamada *abordagem híbrida* envolvendo a combinação das técnicas de planejamento de experimentos e estatísticas multivariadas, apresentaria maior facilidade de implementação a partir dos arranjos ortogonais de Taguchi, seguido pelos arranjos fatoriais (completos e fracionários), sendo raríssimos, entretanto, os trabalhos com aplicação da MSR. Mesmo nas publicações relacionadas, em que a MSR foi identificada, faltaram ou inexistiram indícios de uma fusão dos métodos. A ACP, por sua vez, foi encontrada apenas na demonstração de agrupamentos de variáveis, o que, de certa forma, pode ser considerado de bastante valia nas tentativas de otimização dos processos. Escassos também são os trabalhos que usam a ACP em problemas do tipo NTB.

Em resumo, raros são os trabalhos direcionados à otimização de múltiplos parâmetros de processos que consideram adequadamente a estrutura de interdependência entre eles. Além disso, a utilização combinada das técnicas estatísticas multivariadas, com a MSR e a ACP, dependem, ainda, de pesquisas mais aprofundadas para que se consolidem como metodologias acessíveis à otimização de parâmetros de processo. A proposta de Paiva (2006), baseada na integração da MSR com a ACP, demonstrou como o ponto ótimo para os processos com múltiplas respostas pode ser encontrado, substituindo-se as respostas originais por um índice multivariado, formado por uma soma ponderada de seus componentes principais

significativos. Entretanto, algumas questões ainda permaneceram sem respostas em relação a esta abordagem multivariada.

## 1.2. OBJETIVOS

Tentando, pois, responder a algumas das questões identificadas na revisão da literatura, esta tese propõe como objetivos:

- a) Desenvolver o método de otimização multivariada, denominado Erro Quadrático Médio Multivariado (EQMM), baseado na ACP, capaz de tratar adequadamente a estrutura de correlação apresentada pelas respostas de interesse em problemas multivariados de otimização nominal (aqueles em que se tentam atingir alvos predeterminados de respostas correlacionadas), reduzindo sua dimensionalidade;
- b) Desenvolver soluções para tratar adequadamente problemas de ponderação de respostas multivariadas com diferentes graus de importância, utilizando o método EQMM;
- c) Desenvolver um procedimento de EQMM para problemas multivariados duais (múltiplas médias e variâncias correlacionadas);
- d) Demonstrar como o método sugerido pode ser aplicado, juntamente com suas variações, para otimização dos parâmetros característicos do processo de torneamento do aço ABNT 52100 endurecido;
- e) com auxílio dos casos apresentados, investigar e analisar o comportamento das variáveis velocidade de corte ( $V_c$ ), avanço ( $f$ ) e profundidade de usinagem ( $a_p$ ), parâmetros de entrada, e as respostas vida da ferramenta ( $T$ ), tempo de corte ( $T_c$ ), tempo total do processo ( $T_t$ ), custo de usinagem ( $K_p$ ), taxa de remoção de material ( $TRM$ ), além das características de rugosidade: rugosidade média ( $R_a$ ), média das rugosidades parciais ( $R_z$ ), rugosidade total ( $R_t$ ), máxima distância pico-vale ( $R_y$ ) e desvio máximo quadrático das rugosidades ( $R_q$ ). Essas respostas foram agrupadas segundo os objetivos específicos de cada caso.

### 1.3. LIMITAÇÕES

Este trabalho investigará questões referentes à otimização de múltiplas respostas e seu escopo se limitará a:

- a) investigar, exclusivamente, o torneamento do aço ABNT 52100 endurecido, utilizando-se apenas cerâmica mista, não se extrapolando as análises a nenhum outro processo de fabricação;
- b) o processo investigado se limitará à capacidade de operação do torno utilizado, disponível no Laboratório de Automação da Manufatura (LAM), da Unifei. A replicação do trabalho por outros pesquisadores pode conduzir a resultados diferentes devido à utilização de máquinas-ferramentas diversas;
- c) Utilizar somente o arranjo de superfície de resposta do tipo “Composto Central” (CCD);
- d) Como o CCD é um arranjo projetado para ter variáveis de entrada independentes (MONTGOMERY, 2001), não serão utilizados métodos de regressão múltipla multivariada ou mínimos quadrados parciais (PLS);
- e) estudar apenas problemas do tipo NTB (*nominal-the-best*), ou seja, aqueles em que se desejam atingir valores-alvo;
- f) desenvolver modelos de otimização somente por meio dos métodos de aglutinação de funções objetivo;
- g) empregar apenas funções objetivo e restrições quadráticas, obtidas com os arranjos experimentais do tipo CCD;

- h) utilizar, como algoritmo de solução, exclusivamente, o GRG (Gradiente Reduzido Generalizado), disponível no software MS Excel Solver, da suíte de aplicativos MS Office;
- i) executar todas as análises estatísticas e gráficas com auxílio do software Minitab 16;
- j) não desenvolver softwares específicos para a resolução dos casos apresentados;
- k) utilizar, na medida do possível, apenas restrições quanto ao espaço experimental.

## **1.4. ESTRUTURA DO TRABALHO**

Esta tese está dividida em seis capítulos. Neste primeiro capítulo, procurou-se apontar a importância dos métodos de otimização multivariada para a definição dos parâmetros de torneamento de aço endurecido e a escassez de estudos direcionados à solução de problemas desse porte. Com base nisso, listaram-se as justificativas que motivaram a execução desse trabalho e a sua relevância, os objetivos gerais a serem alcançados, as delimitações do trabalho, fechando-se com essa breve apresentação da estrutura de organização do texto.

O Capítulo 2 apresentará uma breve revisão sobre as metodologias matemáticas e estatísticas abordadas, especialmente, o Planejamento e Análise de Experimentos (DOE), a Metodologia de Superfície de Resposta (MSR) e a Análise de Componentes Principais (ACP); uma discussão sucinta sobre alguns métodos de otimização disponíveis na literatura; sobre o algoritmo denominado Gradiente Reduzido Generalizado (GRG) utilizado na resolução dos modelos matemáticos propostos e uma breve revisão sobre o torneamento duro.

O Capítulo 3 apresentará as propostas de contribuição do presente trabalho, tentando preencher as lacunas identificadas pelo levantamento bibliográfico referente à otimização multivariada. Destaca-se o método para solução de problemas nominais (com alvos); o método para solução de problemas de múltiplas médias e variâncias (denominados duais); e o método para adequada ponderação das respostas de interesse.

O Capítulo 4 apresentará exemplos de aplicação dos métodos propostos e suas variações, a processos de torneamento do aço ABNT 52100 endurecido.

O Capítulo 5 é dedicado a apresentar uma série de simulações realizadas a partir dos diversos métodos de otimização elencados no levantamento bibliográfico, com o intuito de comparar o método de otimização multivariada proposto, com alguns dos principais métodos disponíveis na literatura.

O Capítulo 6 apresentará as conclusões do presente trabalho e as oportunidades de pesquisa para trabalhos futuros.



## Capítulo 2

# 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

## 2.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Na proposta apresentada neste trabalho, presume-se que uma solução de compromisso entre as variáveis de resposta de um processo de torneamento de aço endurecido possa ser obtida, combinando-se metodologias matemáticas e estatísticas. Visando à devida compreensão dessas metodologias, às razões de sua escolha, à utilização e a sua importância na obtenção da solução ótima, este capítulo servirá para apresentá-las, por meio de uma revisão bibliográfica dos conceitos e abordagens específicos de cada uma.

## 2.2. METODOLOGIAS MATEMÁTICAS E ESTATÍSTICAS

Para melhor aproveitar as condições de usabilidade e as propriedades dos novos materiais, os parâmetros de processo devem estar balanceados e otimizados. Para isso, metodologias matemáticas e estatísticas podem ser adotadas. Dentre estas, destacam-se o Planejamento e Análise de Experimentos (*Design of Experiments – DOE*), utilizada para investigar sistematicamente o rol de variáveis de processo que podem interferir na qualidade

ou desempenho dos produtos; a Metodologia de Superfície de Respostas (*Response Surface Methodology* – RSM), utilizada para modelar e analisar problemas para os quais se desejam respostas que podem sofrer influência de um grande número de variáveis; a Análise de Componentes Principais (ACP), utilizada na explicação da estrutura de variância-covariância existente em um conjunto de dados; e, finalmente, a Otimização de Múltiplas Respostas, todas, sucintamente, apresentadas a seguir.

## 2.3. PLANEJAMENTO E ANÁLISE DE EXPERIMENTOS

Segundo Montgomery (2001), técnicas estatísticas podem ser úteis em todo o ciclo produtivo, principalmente para análise, tratamento, redução ou eliminação da variabilidade do processo. A variabilidade avalia a uniformidade das variáveis de saída, podendo ser tratada como natural ou inerente ao processo, dita “instantânea”, ou uma variabilidade surgida no decorrer do tempo.

Para Montgomery (2001), o Planejamento e Análise de Experimentos, ou simplesmente DOE (do inglês, *Design of Experiments*), pode ser utilizado no estudo dessa variabilidade, por meio da modificação sistemática, simultânea e planejada das variáveis de entrada controladas no processo e analisando-se os efeitos destas sobre as variáveis de resposta. Uma considerável vantagem da utilização do DOE, é que este método pode ser útil na descoberta do conjunto de variáveis significativas no processo, em que níveis essas variáveis podem otimizá-lo, além de permitir o isolamento e estimativa de suas fontes de variabilidade.

Grine *et al.* (2010) e Haridy *et al.* (2011) afirmam que o DOE é um método estruturado e organizado, utilizado na determinação do relacionamento entre os diferentes fatores de entrada e saídas do processo, envolvendo a definição do conjunto de experimentos, nos quais todos os fatores relevantes são variados sistematicamente. Quando os resultados desses experimentos são analisados, ajudam a identificar aqueles fatores que mais influenciam os resultados, as interações e as sinergias entre eles e as condições ótimas.

DOE é uma metodologia relativamente antiga, desenvolvida por Sir Ronald A. Fisher, tido como um inovador no uso dos métodos estatísticos e da análise de dados, desenvolvendo pesquisas no *Rothamsted Agricultural Experiment Station*, em Londres, entre os anos de 1920

e 1930, sendo posteriormente aperfeiçoada por outros importantes pesquisadores como Box, Hunter e Taguchi, dentre outros. Em 1933, o DOE foi aplicado em experimentos agrícolas e em ciências biológicas, tendo alcançado enorme sucesso e expandindo seu alcance ao ser introduzida na indústria química e nos processos industriais de empresas nos Estados Unidos e Europa depois da Segunda Guerra mundial. Sua notória eficácia fez dela uma das principais metodologias de melhoria de processos.

Muitos pesquisadores da área de processos de fabricação têm utilizado o DOE como estratégia experimental em seus trabalhos. Çaydas e Ekici (2010) utilizaram um arranjo fatorial completo para determinar a rugosidade de peças em uma operação de torneamento. Mehrban *et al.* (2008) investigaram a modelagem da vida da ferramenta num processo de torneamento sob diferentes condições de corte, aplicando-se um CCD para três fatores. Mahagaonkar *et al.* (2008) estudaram os efeitos dos parâmetros do processo de trabalho a frio na formação de tensões residuais de compressão da microdureza dos aços ABNT 1045 e 316L, por meio de um arranjo fatorial completo, considerando quatro fatores, em dois níveis. Lela *et al.* (2008) utilizaram um CCD para estabelecer um modelo entre a velocidade de corte, o avanço, a profundidade de usinagem e a rugosidade média da peça usinada num processo de fresamento. Para investigar as tensões residuais provocadas no torneamento duro e suas correlações com as forças de corte, Batalha *et al.* (2007) utilizaram um arranjo fatorial completo com quatro fatores, dois níveis e uma réplica. Noordin *et al.* (2004) utilizaram um CCD de face centrada para descrever o desempenho de ferramentas de metal duro no torneamento do aço ABNT 1045.

Uma justificativa bem plausível para o grande número de aplicações de arranjos de DOE em otimização de manufatura está na possibilidade de análise sistematizada de problemas que esta metodologia proporciona. Segundo Montgomery (2001), uma maneira sistemática de se analisar e avaliar a magnitude de várias fontes de variação que influenciam um processo deve iniciar-se com a identificação e seleção dos fatores que possam contribuir para a variação, procedendo-se, em seguida, à seleção de um modelo que inclua os fatores escolhidos e planejando experimentos eficientes para estimar seus efeitos. Ainda na fase de planejamento do experimento, três aspectos devem ser abordados: a viabilidade do estudo; os experimentos exploratórios ou levantamento de dados históricos para se avaliar o número de níveis adotados para cada fator; e a aleatorização do experimento, elemento importante e

desejável para garantir que a variação incontrolável seja diluída pelo arranjo proposto, reduzindo a chance de má interpretação dos resultados.

Executar o procedimento experimental de acordo com o planejado, detectar, documentar e analisar as anormalidades que ocorrerem na sua condução é vital para garantir o sucesso do estudo. Os experimentos podem ser conduzidos utilizando-se as réplicas (para criar uma variação para a variável de resposta), a aleatorização (para aumentar a chance dos efeitos desconhecidos serem distribuídos pelos níveis dos fatores) e a blocagem (que permite avaliar se a falta de homogeneidade interfere nos resultados). Uma vez realizados os experimentos, realiza-se a análise para se estimarem os efeitos dos fatores incluídos no modelo, utilizando-se métodos estatísticos adequados. No final, interpretam-se e discutem-se os resultados, recomendando-se melhorias, se necessário.

Uma vez selecionados os fatores e seus respectivos níveis, passa-se à fase de execução dos experimentos. Como todos os fatores podem ser alterados simultaneamente, existem diversas maneiras de combiná-los. A ordem-padrão utilizada pelos arranjos DOE gera condições experimentais balanceadas e ortogonais, de modo que os fatores investigados sejam experimentados uniformemente em cada um dos seus níveis.

O arranjo experimental mais comum é o fatorial completo, para o qual o número de experimentos é igual ao número de níveis experimentais, elevado ao número de fatores. No caso típico de fatoriais em dois níveis, o número de experimentos ( $N$ ) para se avaliar os  $k$  fatores é dado por  $N = 2^k$ . Os arranjos fatoriais completos podem ser gerados para qualquer quantidade de fatores e os níveis de cada fator se alternam nas colunas segundo uma mesma ordem tal que, para a primeira coluna, os níveis se alteram a cada experimento ( $2^0$ ); para a segunda coluna, os níveis se alteram a cada  $2^1$ ; para a terceira coluna, os níveis se alteram a cada  $2^2$  e assim por diante. O procedimento se repete para tantas colunas quantos forem os  $k$  fatores, até a  $k$ -ésima coluna.

Fatoriais Completos cobrem todo o espaço experimental; porém, enquanto o número de fatores cresce linearmente, o número de experimentos cresce exponencialmente. Uma quantidade muito grande de fatores pode tornar um processo de experimentação inviável. Montgomery e Runger (2003) mencionam que, se houver pouco interesse nas interações, essas podem ser negligenciadas. Neste caso, uma quantidade menor de experimentos seria suficiente para avaliar apenas os efeitos principais ou as interações de baixa ordem.

Assumindo-se, portanto, a hipótese da esparsidade dos efeitos, frações do experimento completo podem ser suficientes para se detectar a presença de fatores influentes. Uma meia-fração de um experimento  $2^k$ , por exemplo, contém  $2^{k-1}$  experimentos. Para compor este arranjo, constrói-se um fatorial completo  $2^{k-1}$ , igualando-se a coluna representativa do fator remanescente com os fatores que fazem parte do fatorial completo  $2^{k-1}$  (BOX *et al.*, 1978). Um arranjo  $2^{3-1}$ , por exemplo, possui uma parte  $2^2$  completa. Assim, para três fatores originais A, B e C, toma-se A e B para compor um fatorial completo e admite-se C=AB. Tal relação é chamada de gerador de confundimento. Esta particularidade dos fatoriais fracionados utiliza uma identidade entre os fatores, fazendo com que não seja mais possível estimar-se o efeito do fator isoladamente, mas apenas da combinação linear formada. Hwang e Lee (2010), por exemplo, valeram-se do arranjo fatorial fracionário, com cinco fatores, escolhidos previamente, em dois níveis, totalizando  $2^{5-1}$  experimentos, para estudar o processo de torneamento do aço AISI 1045 com fluido de corte, utilizando-se a técnica da quantidade mínima de lubrificação (MQL – Mínima quantidade de lubrificante).

Embora os arranjos fatoriais sejam muito eficazes para a identificação de variáveis significativas presentes nos processos, o número de combinações experimentais diferentes que estes arranjos possuem não é compatível com o número de coeficientes presentes nos modelos quadráticos completos, sendo capazes, porém, de apenas estimar os coeficientes de termos lineares e interações. Para modelos quadráticos, portanto, existem os chamados arranjos de superfície de resposta, dentre os quais se destaca o “Arranjo Composto Central”, ou CCD (*Central Composite Design*) como é mais comum. Os detalhes deste arranjo serão discutidos no próximo item.

### 2.3.1. Arranjo Composto Central

A otimização dos parâmetros de processo de manufatura pode ser obtida por meio da modelagem empírica do relacionamento dos parâmetros de entrada ou saída, ou pela utilização de ferramentas e técnicas de otimização (MUKERJEE e PRADIP, 2006). Segundo Lee e Kwon (2010) e Raissi e Farsani (2009), o DOE é uma das mais conhecidas técnicas para otimização, permitindo a utilização dos arranjos de Taguchi (PHADKE, 1989; SHAJI e RADHAKRISNAN, 2003), os arranjos fatoriais (YOUSSEF *et al.*, 1994) e a MSR (FUH e CHANG, 1997).

O arranjo composto central (CCD) é um arranjo largamente utilizado para ajustar um modelo de superfície de resposta de segunda ordem devido à sua relativa eficiência com respeito ao número de experimentos necessários.

O *CCD* é uma matriz formada por três grupos distintos de elementos experimentais: um fatorial completo ou fracionado; um conjunto de pontos centrais (*Center Points*) e, adicionalmente, um grupo de níveis extras denominados *Pontos Axiais*. Se a distância entre o centro do arranjo e o ponto fatorial (+1; -1) for aproximadamente 1 (em módulo), a distância do centro ao ponto axial será maior que a unidade. Esta distância, comumente representada por  $\alpha$  (Figuras 2.1 (a) e (b)), confere ao arranjo experimental a propriedade da “Rotacionalidade”.

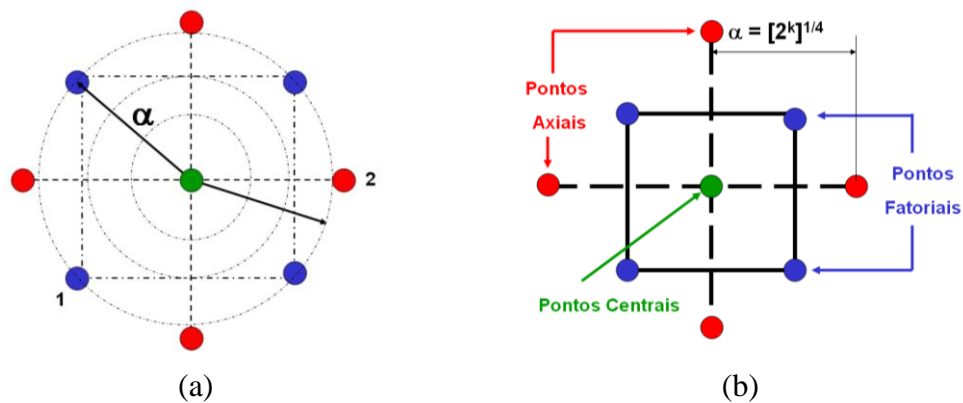


Figura 2.1 – (a) Rotacionalidade do CCD; (b) CCD para dois fatores

Segundo Montgomery (2001), rotacionalidade é a capacidade que os arranjos de superfície de resposta têm de apresentar a mesma variância para a resposta prevista  $\{Var[y(x)]\}$  para todos os pontos presentes em uma circunferência de raio  $\alpha$ . Quanto mais afastado do centro do arranjo um ponto estiver, maior será o erro de previsão do modelo associado a ele.

O número de pontos axiais em um *CCD* é igual ao dobro do número de fatores e representam seus valores extremos. Em função de sua localização, podem ser circunscritos, inscritos ou de face centrada. A Figura 2.2 representa os diferentes tipos de um *CCD*.

O Arranjo Circunscrito (*CCC*) é o *CCD* original. Nele, os pontos axiais estão a uma distância  $\alpha$  do centro, baseado nas propriedades desejadas do projeto. Este arranjo requer 5 (cinco) níveis para cada fator.

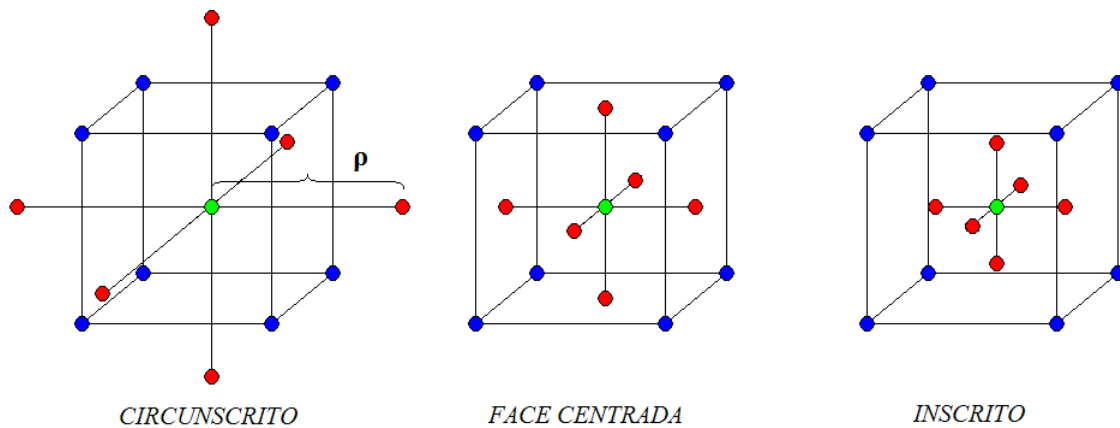


Figura 2.2 – Tipos de CCD

O Arranjo de Face Centrada (*CCF*) caracteriza-se por dispor os pontos axiais sobre o centro de cada face do espaço fatorial, ou seja,  $\alpha = +1$  ou  $-1$ . Requer três níveis para cada fator. O Arranjo Inscrito (*CCI*) é adequado às situações nas quais os limites especificados não podem ser extrapolados, quer por medida de segurança, quer por incapacidade física de realização. Neste caso, o *CCI* utiliza os níveis dos fatores como pontos axiais e cria um fatorial completo ou fracionado dentro desses limites. Um *CCI* requer cinco níveis.

Um *CCC* explora o maior espaço fatorial possível, enquanto que um *CCI* explora o menor. Ambos, *CCC* e *CCI*, são rotacionáveis. O mesmo não se aplica ao *CCF*.

Para manter a rotacionalidade de um arranjo, o valor de  $\alpha$  depende do número de experimentos ( $k$ ) da porção fatorial do *CCD*. Segundo Box e Drapper (1987):

$$\alpha = (\text{número de experimentos})^{1/4} = (2^k)^{1/4} \quad (2.1)$$

O *CCD* ajusta-se, quando necessário, em um modelo polinomial de segunda ordem (MONTGOMERY, 2001).

Geralmente, um *CCD* com  $k$  fatores requer  $2^k$  corridas fatoriais,  $2 \times k$  corridas axiais e, no mínimo, um ponto central. Três a cinco pontos centrais são recomendados na literatura (MONTGOMERY, 2001). Este modelo é adequado, uma vez que muitos processos podem ser aproximados por uma expansão em série de Taylor, truncada em um termo quadrático.

## 2.4. METODOLOGIA DE SUPERFÍCIE DE RESPOSTA

A Metodologia de Superfície de Resposta (MSR) é um conjunto de técnicas estatísticas e matemáticas que são utilizadas para modelar e analisar problemas para os quais, a priori, não existam modelos determinísticos conhecidos (MONTGOMERY, 2001). Assim, como a MSR utiliza arranjos para modelos quadráticos, a metodologia utiliza os teste de hipótese, a Anova e a Regressão (Mínimos Quadrados Ordinários) para criar os modelos e o cálculo de Gradientes, Lagrangeanas e Hessianas das funções geradas, para a localização de pontos estacionários. A idéia de usar arranjos quadráticos está associada à reconhecida capacidade que a Expansão em Série de Taylor tem de aproximar funções (MONTGOMERY, 2001). Apesar de eficaz, a maioria dos trabalhos em MSR têm utilizado a metodologia para a modelagem e a otimização de uma única característica (KOKSOY, 2008), solução esta que raramente é suficiente para atender a várias respostas simultaneamente. Singh e Rao (2007), afirmam que a MSR é uma metodologia prática, econômica e relativamente fácil de implementar. Para Alaeddini e Yang (2009), a MSR pode ser empregada para: *i*) encontrar um conjunto de fatores (condições operacionais) que produzam as melhores respostas; *ii*) encontrar um conjunto de fatores que satisfaçam a operação ou as especificações de processo; *iii*) identificar novas condições de operação que produzam demonstráveis melhorias sobre as condições correntes; e *iv*) modelar o relacionamento entre os fatores e as respostas.

Como exemplos de utilização da MSR no estudo de processos de usinagem, Mandal *et al.* (2011) empregaram a metodologia para investigar a influência dos parâmetros de corte no desgaste de flanco da ferramenta; Campos *et al.* (2011) utilizaram-se da MSR para estudar a influência dos fatores de processo sobre a vida da ferramenta e rugosidade das superfícies usinadas, no torneamento do aço ABNT 52100 endurecido, com ferramenta de cerâmica mista e geometria alisadora *Wiper*; Bouacha *et al.* (2010) construíram, por meio da MSR, modelos quadráticos para rugosidade e forças de corte no estudo do relacionamento entre os parâmetros de corte sobre essas respostas; Öktem *et al.* (2005) utilizaram a MSR para criar um modelo analítico eficiente para rugosidade da peça em termos de velocidade de corte, avanço, profundidade de usinagem radial e axial e tolerância da máquina. Benga e Abrão (2003) estudaram a vida da ferramenta e o acabamento do aço 100Cr6, utilizando-se pastilhas de cerâmica e PCBN, com auxílio da MSR.



Na MSR, geralmente, o relacionamento entre as variáveis dependentes e independentes é desconhecido. Portanto, a primeira etapa da metodologia é encontrar uma razoável aproximação do relacionamento real entre as respostas ( $\mathbf{y}$ ) e o conjunto de variáveis independentes ( $\mathbf{x}$ ). Usualmente, um polinômio de baixa ordem para qualquer região de interesse é empregado. Se a resposta for bem modelada por uma função linear das variáveis independentes, então a função de aproximação será o modelo de primeira ordem, conforme a Equação 2.2.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon \quad (2.2)$$

onde  $\beta$  é o coeficiente polinomial,  $K=p$  (número de parâmetros) e  $\varepsilon$  é o erro.

Entretanto, se existir curvatura no sistema, então a função de aproximação mais usada é um polinômio de segunda ordem, tal como apresentado pela Equação 2.3.

$$\hat{Y} = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \quad (2.3)$$

Segundo Box e Draper (1987) os dois modelos referidos, de primeira ordem, para sistemas sem curvatura, e de segunda ordem, para sistemas com curvatura, conseguem representar quase todos os problemas relacionados à superfície de respostas. Embora seja improvável que estes modelos representem bem todo o espaço experimental possível, em uma região específica do espaço de solução ela será adequada (MONTGOMERY, 2001).

Para qualquer um dos modelos polinomiais utilizados, os parâmetros (ou regressores)  $\beta$  podem ser estimados utilizando-se o método dos mínimos quadrados ordinários (*Ordinary Least Squares – OLS*), por meio do qual, a minimização da soma dos quadrados dos resíduos, conduzem a uma boa aproximação do modelo teórico escolhido (Figura 2.3).

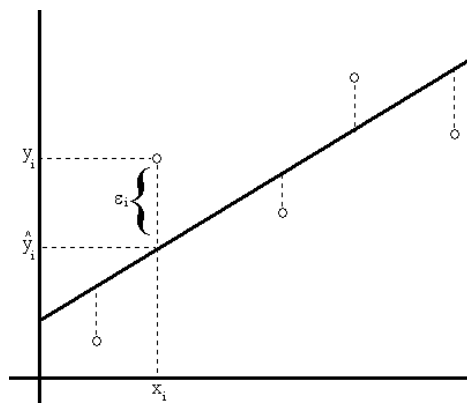


Figura 2.3 – Resíduos deixados por um modelo linear.

De acordo com a Figura 2.3, o resíduo deixado pelo modelo é representado pela Equação 2.4.

$$e_i = y_i - \hat{y}_i \quad (2.4)$$

Em forma matricial, os mínimos quadrados ordinários podem ser representados como:

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (2.5)$$

Onde:  $X$  é a matriz de fatores codificados e  $Y$  é a resposta.

Geralmente, quando se está num ponto do espaço experimental, distante do ótimo, a curvatura tende a se apresentar pequena, evidenciando que um modelo de primeira ordem pode ser utilizado para representar o sistema. O objetivo experimental, nesse caso, é caminhar em direção à região do ponto de ótimo, onde um modelo mais elaborado, como o modelo polinomial de segunda ordem (modelo quadrático) deve ser empregado. A validação da presença da curvatura no modelo é baseada na análise dos pontos centrais para os fatores codificados.

A Metodologia de Superfície de Respostas pode ser usada para modelar, analisar e otimizar tanto a média ( $\mu$ ) quanto a variância ( $\sigma^2$ ) de uma característica  $y$ . Quando estes objetivos são desenvolvidos simultaneamente, tem-se o que se denomina “Superfície de Resposta Dual”, como tratado a seguir.

### 2.4.1. Superfície de Resposta Dual

Da própria natureza dos processos, dois objetivos principais devem ser avaliados quando se busca sua melhoria: a distância entre um valor real e um valor desejado (alvo –  $\theta$ ) para uma dada característica de qualidade, e sua variância ( $\sigma^2$ ). Vining e Myers (1990) afirmaram que a otimização simultânea das médias e das variâncias pode ser realizada via metodologia de superfície de resposta dual. Especificamente, supondo a resposta variável como sendo  $Y$  e as variáveis experimentais controladas como sendo  $x_1, \dots, x_k$ ; Vining e Myers (1990), primeiramente, propuseram o ajuste de dois modelos polinomiais de segunda ordem, tanto a média ( $\mu$ ) quanto a variância ( $\sigma^2$ ) ou o desvio padrão.

$$\mu = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j}^k \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon_\mu \quad (2.6)$$

$$\sigma = \gamma_0 + \sum_{i=1}^k \gamma_i x_i + \sum_{i=1}^k \gamma_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j}^k \gamma_{ij} x_i x_j + \varepsilon_\sigma \quad (2.7)$$

Em seguida, um determinado sistema de equações é escolhido, dependendo do objetivo desejado para o problema, sendo  $\theta$  o alvo para a característica abordada.

Caso 1 – Minimização (STB – *Smaller-the-better*) – Minimizar a média ( $\mu$ ), mantendo o desvio padrão ( $\sigma$ ) em um valor desejado.

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } \mu \\ & \text{Sujeito a : } \sigma = \theta \end{aligned} \quad (2.8)$$

Caso 2 – Normalização (NTB – *Nominal-the-best*) – Minimizar o desvio padrão ( $\sigma$ ), mantendo a média ( $\mu$ ) em um valor específico.

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } \sigma \\ & \text{Sujeito a : } \mu = \theta \end{aligned} \quad (2.9)$$

Caso 3 – Maximização (LTB – *Larger-the-better*) – Maximizar a média ( $\mu$ ), mantendo o desvio padrão ( $\sigma$ ) em um valor desejado.

$$\begin{aligned} & \text{Maximizar } \mu \\ & \text{Sujeito a : } \sigma = \theta \end{aligned} \quad (2.10)$$

Procede-se, então, a localização do ponto ótimo (estacionário) igualando-se o gradiente da função Lagrangeana a zero, tal que  $\nabla[L(\mu(\mathbf{x}), \sigma(\mathbf{x}), \lambda)] = 0$ , onde  $(L(\mu(\mathbf{x}), \sigma(\mathbf{x}), \lambda) = \mu(\mathbf{x}) + \lambda\sigma(\mathbf{x}))$   $\lambda$  é o multiplicador de Lagrange. Comumente, uma restrição adicional de rotacionalidade  $g(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{x} - \alpha^2 \leq 0$  pode ser adicionada ao sistema para se evitar soluções que caiam fora da região experimental. Vining e Myers (1990) notaram que seu procedimento era mais bem ajustado para o caso de normalização. Para os casos de minimização e maximização, um valor aceitável para a resposta secundária (restrição) é normalmente desconhecido. A superfície de resposta para o desvio padrão pode ser obtida utilizando várias estratégias, tais como replicação pura (SHIN *et al.*, 2011), arranjos cruzados (PAIVA *et al.*, 2012a), arranjos combinados (MYERS e MONTGOMERY, 1995) ou a teoria de propagação de erro (PLANTE, 2001). Usando alguma destas estratégias, as funções de média e variância podem ser obtidas usando o algoritmo OLS.

Na otimização do tipo NTB (*Nominal-the-best*), onde o algoritmo de otimização precisa atingir alvos determinados ( $\theta$ ), as equações de média e variância podem ser combinadas,

formando a minimização do Erro Quadrático Médio (EQM) (VINING e MYERS, 1990; LIN e TU, 1995), que pode ser escrito como:

$$\text{Minimizar EQM} = (\mu(x) - \theta)^2 + \sigma^2(x) \quad (2.11)$$

Tal combinação permitiu introduzir o desvio padrão (ou variância) das respostas de  $p$  características de qualidade durante a otimização. Neste caso, uma forma geral do projeto de experimentos para uma abordagem de superfície de resposta dual é formada pelas  $n$  replicações de cada condição experimental  $m$ , para cada resposta de interesse  $p$ . A partir das réplicas, pode-se calcular a média e o desvio padrão para cada experimento e, em seguida, levantar as funções de transferência de cada característica (resposta), aplicando-se o algoritmo de mínimos quadrados ordinários (OLS). A formulação da Equação (2.11) pode ser estendida para o caso de múltiplas respostas também (CH'NG *et al.*, 2005; RIBEIRO *et al.*, 2001).

Köksoy (2006) e Köksoy e Yalcinoz (2006) também estenderam o critério do EQM como forma de se otimizar múltiplas respostas, propondo duas estratégias: *i*) a aglutinação das equações do erro quadrático médio da cada resposta utilizando sua soma ponderada; *ii*) a escolha do EQM da resposta de maior importância como função objetivo imputando às demais respostas o caráter de restrições.

No próximo item, serão discutidas algumas formulações para múltiplas respostas e múltiplos EQM's usando, preponderantemente, técnicas de aglutinação de funções objetivo.

## 2.5. OTIMIZAÇÃO DE MÚLTIPLAS RESPOSTAS

A obtenção da qualidade nos produtos manufaturados pode ser entendida como um problema de natureza multivariada, uma vez que cada uma das  $p$  características ( $\mathbf{Y}_p$ ) desejáveis para o produto pode ser escrita como função de um vetor de variáveis de processo ( $\mathbf{x}$ ). Neste contexto, qualidade significa então descobrir o vetor ótimo ( $\mathbf{x}^*$ ) capaz de tornar o vetor  $\mathbf{Y}_p$  adequado às exigências dos clientes. Embora seja um problema eminentemente multiobjetivo, as abordagens de otimização utilizadas em passado recente, geralmente empregam a otimização de uma única resposta, gerando um conjunto de parâmetros que não é necessariamente compatível com as demais (KÖKSOY, 2008; NIAN *et al.*, 1999). Assim, diversas pesquisas têm sido realizadas na tentativa de se obter a otimização de múltiplas

respostas. A seguir, alguns dos métodos de otimização de múltiplas respostas, com suas principais características, bem como o algoritmo de solução, serão apresentados e discutidos.

### 2.5.1. Considerações Gerais

Para otimização experimental de sistemas com uma única variável de resposta, segundo Box e Wilson (1951), deve-se proceder a uma sequência de procura linear na direção de máximo, repetindo-a até que haja evidência de que a direção escolhida não resulta em melhorias adicionais para o modelo, ou, enquanto não houver evidências de falta de ajuste para o modelo de primeira ordem. Sendo detectada falta de ajuste no modelo de primeira ordem, uma segunda fase deve ser iniciada (LIN e CHOU, 2002).

O objetivo da experimentação é manter-se ao longo da direção de máxima ascensão (*Path of Steepest Ascent*) até que a resposta do experimento não apresente melhorias adicionais. Para se determinar a direção de busca, o método do Vetor Gradiente pode ser empregado. Segundo Forster e Barthe (1990), o método do Vetor Gradiente indica a direção na qual a resposta aumenta mais rapidamente. Esta direção é paralela a uma reta normal traçada sobre as superfícies de respostas ajustadas, passando pelo centro da região de interesse, a partir do modelo ajustado de primeira ordem. O comprimento dos passos ao longo desse caminho de melhoria é proporcional aos coeficientes de regressão.

Atingindo-se o ponto de não se aferir melhorias adicionais à resposta, um novo experimento fatorial com pontos centrais deve ser aplicado para se determinar a nova direção. Este processo deve ser repetido até que alguma curvatura seja detectada. A curvatura ou a falta de ajuste considerável do modelo linear indica que os parâmetros do experimento estão próximos da região de máximo.

Entretanto, deve-se salientar que a qualidade não pode ser avaliada por apenas uma característica funcional do produto ou processo (MYERS e MONTGOMERY, 1995) e a análise individual de um experimento com múltiplas respostas podem conduzi-la a conclusões sem sentido (WU, 2005; KHURI e CORNELL, 1996). Até pouco tempo, a quase totalidade das pesquisas em otimização que utilizavam alguma metodologia experimental para múltiplas respostas, tratavam-nas de forma isolada na fase de construção dos modelos de regressão. Este

processo poderia se mostrar bastante ineficiente, especialmente se as respostas apresentassem forte correlação.

Box *et al.* (1973) chamam a atenção sobre a possível existência de dependências em dados multivariados. Como é usual em análise de regressão, supõe-se que cada observação possa ser expressa por dois termos: o valor esperado e o erro aleatório. Desse modo, três tipos de dependência podem surgir: (i) entre valores dos erros individuais – que parece ser o caso mais geral, (ii) entre os valores esperados das respostas ou (iii) entre as respostas.

Sobre a dependência entre os valores esperados das respostas, Box *et al.* (1973) citam estudos onde se esperava alguns relacionamentos teóricos em cada ensaio. Estes relacionamentos esperados das respostas induzem dependências nos dados observados. Este tipo de dependência não deveria ser funcional devido à presença dos erros aleatórios. Contudo, se a análise for realizada sem se levar em conta tal relação, pode-se chegar a resultados sem sentido prático. Na construção dos modelos de regressão, os autores recomendam eliminar respostas que sejam (aproximadamente) combinações lineares de outras e sugerem um estudo prévio sobre os autovalores e autovetores da matriz de variâncias e covariâncias das respostas, para se identificarem possíveis relações lineares entre os valores esperados das respostas. Esta relação de dependência linear pode ser identificada com a análise de autovalores e autovetores da matriz da soma de quadrados de resíduos dos dados  $Sq = DD^T$  (BOX *et al.*, 1973; KHURI e CONLON, 1981). A matriz [D] é formada pelos desvios (resíduos) das observações em relação à média. Se o conjunto multivariado possuir  $p$  respostas com  $n$  observações cada, pode-se escrever que:

$$D = \sum_{r=1}^p \sum_{i=1}^n (x_{ir} - \bar{x}_r)(x_{ir} - \bar{x}_r)^T \quad (2.12)$$

Considerando-se a matriz de variância-covariância  $\Sigma$ , nota-se que:

$$\Sigma = D(n_r - I)^{-1} \quad (2.13)$$

Para dados medidos em escalas diferentes, Johnson e Wichern (2002) recomendam a utilização da matriz de correlação  $R$  no lugar de  $\Sigma$ . Assim, pode-se adaptar a proposta de Box *et al.* (1973), utilizando-se a análise de componentes principais (PAIVA, 2006).

A segunda maneira de se identificar as relações de dependência citadas é avaliar a estrutura de correlação entre elas.

## 2.5.2. O Método Desirability

O Método *Desirability* – expressão não traduzida por entender-se não ser apropriado – é um algoritmo criado originalmente por Harrington (1965) e, posteriormente aprimorado por Derringer e Suich (1980), para tratar da otimização simultânea dos modelos de múltiplas respostas a partir de uma função global de aglutinação das funções originais transformadas.

Para Köksoy (2008), o *Desirability* é a mais popular abordagem otimização simultânea de múltiplas respostas. Segundo Van Gysegem *et al.* (2004), o *Desirability* é um método multicritério capaz de avaliar um conjunto de respostas simultaneamente, e que permite a determinação do conjunto de condições mais desejável para as propriedades estudadas. Utilizando-se MSR e OLS, estabelece-se um relacionamento entre as respostas e as variáveis independentes e, utilizando-se a formulação unilateral ou bilateral de Harrington (1965) e Derringer e Suich (1980), cada uma das respostas do conjunto original é transformada, tal que  $d_i$  pertença ao intervalo  $0 \leq d_i \leq 1$ . O valor de  $d_i$  aumenta quando a  $i$ -ésima resposta se aproxima dos limites impostos.

A Equação 2.14 a seguir, é utilizada para se encontrar o índice global  $D$ , a partir da combinação de cada uma das respostas transformadas por meio de uma média geométrica.

$$D = (d_1(Y_1) \times d_2(Y_2) \times \dots \times d_k(Y_k))^{\frac{1}{k}} \quad (2.14)$$

Como resultante da média geométrica representada pela Equação 2.14, o valor de  $D$  avalia de maneira geral os níveis do conjunto combinado de respostas. É um índice também pertencente ao intervalo  $[0, 1]$  e será maximizado quando todas as respostas se aproximarem o máximo possível de suas especificações. Osborne *et al.* (1997) e Rossi (2001) afirmaram que, quanto mais próximo de um (1) estiver  $D$ , mais próximas as respostas originais estarão dos seus respectivos limites de especificação. O ponto de ótimo geral do sistema é o ponto de ótimo alcançado pela maximização da média geométrica (Equação 2.15), calculada a partir das funções *desirability* individuais (KÖKSOY, 2008).

A utilização da média geométrica tem a vantagem de fazer com que a solução global seja alcançada de maneira balanceada, permitindo que todas as respostas atinjam os valores esperados e forçando o algoritmo a se aproximar das especificações impostas. Caso isto não seja possível, o algoritmo retorna uma solução inviável (e indesejável) para o problema.

O algoritmo de Derringer e Suich (1980) depende do tipo de otimização desejada para a resposta (maximização, normalização ou minimização), dos limites (valores desejados) e das respectivas importâncias de cada resposta. O Quadro 2.1 apresenta as principais características dos diferentes tipos de otimização utilizando-se este método.

Quadro 2.1 – Objetivos de otimização no Método de Derringer

Objetivo	Características	Representação Esquemática
Minimizar	O valor da função <i>desirability</i> aumenta enquanto que o valor da resposta original se aproxima de um valor alvo mínimo. Abaixo do alvo, $d=1$ ; acima do limite superior, $d=0$ .	
Normalizar	Quando a resposta se move em direção ao alvo, o valor da função <i>desirability</i> aumenta. Acima ou abaixo dos limites, $d=0$ ; no alvo $d=1$ .	
Maximizar	O valor da função <i>desirability</i> aumenta quando o valor da resposta aumenta. Abaixo do limite inferior, $d=0$ ; acima do alvo, $d=1$ .	

Fonte: Paiva (2006)

O método permite incluir as importâncias individuais  $\omega_i$  de cada resposta  $\hat{Y}_i$ . Embora o método não tenha sido desenvolvido para problemas de superfícies de resposta duais, a formulação NTB pode ser utilizada com esta conotação.

Em casos em que o objetivo é atingir um valor alvo (NTB), a formulação de transformação deixa de ser unilateral e passa a ser bilateral. A formulação bilateral, representada pela Equação 2.15, ocorre quando a resposta de interesse possui duas restrições: uma de máximo e outra de mínimo.



$$d_i[f_i(\mathbf{x})] = \begin{cases} 0 & \text{se } f_i(\mathbf{x}) \leq f_i^{\min} \text{ ou } f_i(\mathbf{x}) > f_i^{\max} \\ \frac{f_i(\mathbf{x}) - f_i^{\min}}{\theta_i - f_i^{\min}} & \text{se } f_i^{\min} < f_i(\mathbf{x}) \leq \theta \\ \frac{f_i^{\max} - f_i(\mathbf{x})}{f_i^{\max} - \theta_i} & \text{se } \theta_i < f_i(\mathbf{x}) \leq f_i^{\max} \end{cases} \quad (2.15)$$

Nessa formulação,  $f_i(\mathbf{x})$ ,  $f_i^{\min}$  e  $f_i^{\max}$  são, respectivamente, o valor de  $f_i(\mathbf{x})$  no ótimo, os valores mínimo e máximo aceitáveis para a  $i$ -ésima resposta. As transformações STB (*Smaller-the-better*) e LTB (*Large-the-better*) podem ser encontradas em diversos estudos. Os valores das transformações individuais são combinados utilizando uma média geométrica ( $D$ ), tal como:

$$D = \left[ \prod_{i=1}^n d_i^{w_i}(\hat{Y}_i) \right]^{\frac{1}{W}} \quad (2.16)$$

O *Desirability* global ( $D$ ) é restrito ao intervalo 0 e 1.  $D$  é 1 quando as respostas atingirem suas especificações. O tipo de transformação depende da direção de otimização desejada. Na Equação 2.16,  $W = \sum w_i$ .

Na essência, este método condensa um problema de otimização multivariada em um problema univariado. A desvantagem, segundo Khuri e Conlon (1981), é que nesta transformação, a estrutura de variância-covariância das respostas é totalmente ignorada. Outra desvantagem do método segundo Ortiz *et al.* (2004), é o aumento da não linearidade de  $D$  à medida que se considera um número maior de variáveis de respostas, caso em que o método poderá conduzir à localização de ótimos apenas locais.

Deve-se considerar, entretanto, que, apesar de bastante difundida, principalmente no ambiente acadêmico, e se tratar de um método simples e de fácil aplicabilidade, o método *Desirability*, tal como proposto por Derringer e Suich (1980), possui algumas limitações e inconsistências, quando implementado para otimização de processos com múltiplas respostas, podendo-se destacar:

- i) a dependência do método por uma escolha subjetiva das funções  $d_i$  individuais;
- ii) assim como destacam Ko *et al.* (2005) e Wu (2005), o método não leva em consideração a variância das respostas, bem como a estrutura de correlação

entre elas. Ignorando essas correlações toda a estrutura da função pode estar comprometida, comprometendo-se, por consequência, as condições ótimas do processo.

### 2.5.3. Método da Métrica Ponderada

Além do método *Desirability*, existem outros métodos de otimização disponíveis no âmbito da Tomada de Decisão Multiobjetivo (TDM) que podem ser considerados para resolver problemas de otimização sem, necessariamente, envolver a transformação das respostas originais. Entre eles, destaca-se o Método  $L_p$  (Método da Métrica Ponderada). Esse método não necessita de nenhuma informação do tomador de decisão e sua aplicação é relativamente fácil, se comparado a outros métodos. Esse método está entre aqueles que combinam múltiplos objetivos numa função objetivo singular usando, adicionalmente, o conceito de “Solução Ótima de Pareto” (SOP).

Uma “Solução Ótima de Pareto” (SOP)  $\tilde{\mathbf{x}}$  será, por definição, uma solução eficiente, que somente será eficiente se, e somente se, não existir nenhum outro  $\mathbf{x}$  tal que  $f_i(\mathbf{x}) \geq f_i(\tilde{\mathbf{x}})$ , para todo  $i=1, \dots, k$  e  $f_j(\mathbf{x}) > f_j(\tilde{\mathbf{x}})$  para pelo menos um  $j=1, \dots, k$ , onde  $f_i$  (a  $i$ -ésima função objetivo) deva ser maximizada (RANGAIAH, 2009; ARDAKANI e NOOROSSANA, 2008). Em outras palavras, SOP é a solução em que uma função objetivo não pode ser melhorada a não ser à custa das outras funções objetivo.

Suponha que  $\mathbf{x}^{\max_i}$  seja uma solução do tipo SOP. A distância ponderada  $L_p$  entre qualquer solução  $f_i(\mathbf{x})$  e esta solução ideal  $f_i(\mathbf{x}^{\max_i})$ , pode ser minimizada a partir da seguinte formulação:

$$L_p = \left\{ \sum_{i=1}^k \gamma_i (f_i(\mathbf{x}^{\max_i}) - f_i(\mathbf{x}))^p \right\}^{1/p} \quad (2.17)$$

Onde  $\gamma_i$  é um peso não negativo atribuído à  $i$ -ésima função objetivo pelo tomador de decisão e  $p$  indica a importância de cada função objetivo em relação ao desvio do valor ideal. Quando  $p=1$  é utilizado, o resultado da equação é a sua redução à soma ponderada dos desvios. Quando  $p=2$  é utilizado, a distância Euclidiana ponderada de qualquer ponto na

região viável do ponto ideal é minimizado. Quando  $p=\infty$  o maior desvio  $\gamma_i(f_i(\mathbf{x}^{max_i}) - f_i(\mathbf{x}))$  é minimizado.

Na Equação 2.17 assume-se que as funções objetivo tem a mesma escala. Se as  $f_i(\mathbf{x})$ s não tiverem a mesma escala, então cada função objetivo poderia ser construída de maneira adimensional, a partir da seguinte equação (ARDAKANI e NOOROSSANA, 2008):

$$L_p = \left\{ \sum_{i=1}^k \gamma_i \left( \frac{f_i(\mathbf{x}^{max_i}) - f_i(\mathbf{x})}{f_i(\mathbf{x}^{max_i}) - f_i(\mathbf{x}^{min_i})} \right)^p \right\}^{1/p} \quad (2.18)$$

#### 2.5.4. Erro Quadrático Médio

Como discutido anteriormente, o Erro Quadrático Médio também pode ser entendido como uma função global de aglutinação, no qual  $f_i(\mathbf{x}^{max_i})$  é entendido como o alvo ( $\theta$ ) de  $f_i(\mathbf{x})$ , cuja média e variância também podem ser consideradas. Na mesma linha da métrica  $L_p$ , Köksoy (2006) sugeriu que o critério EQM pode também ser definido para otimização de múltiplas respostas, usando um somatório como mecanismo de aglutinação.

Segundo Köksoy (2006), dependendo da situação, uma resposta em particular ( $y_i$ ) pode ser maximizada, minimizada, ou direcionada a atingir um valor alvo, definindo-se uma função de EQM para cada caso. Se uma resposta é do tipo “nominal é melhor” e essa deve ser minimizada, então a função que otimiza a resposta é a representada pela Equação 2.11. A mesma equação pode ser adaptada para o caso de maximização de uma determinada resposta. Assim, obtêm-se funções EQM individuais para cada resposta.

Depois de calculadas as funções EQM individuais para cada resposta ( $EQM_i, i=1, \dots, p$ ) um somatório ponderado de EQM's é utilizado para aglutinar as diversas funções EQM's numa função objetivo singular. O objetivo é encontrar um conjunto de variáveis de entrada que possa otimizar simultaneamente todas as funções EQM individuais. Nesse caso, uma única restrição que define a região de interesse deve ser inserida no sistema. Essa restrição pode ser do tipo cuboidal ( $-1 \leq x_i \leq 1, i = 1, \dots, k$ , onde  $k$  é o número de variáveis de controle) ou esférica ( $\mathbf{x}^T \mathbf{x} \leq \rho^2$ , onde  $\rho$  é o raio do espaço experimental).

Assim o sistema que otimiza diversas funções EQM individuais é dado por:

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar} \left( \sum_{i=1}^p \omega_i EQM_i \right) \\ & \text{Sujeito a } \mathbf{x}^T \mathbf{x} \leq \rho^2 \end{aligned} \quad (2.19)$$

Neste sistema,  $\omega_i$  representa os pesos atribuídos a cada função EQM individual. Na prática, a escolha dos pesos apropriados a cada função apresenta certa dificuldade e vários métodos de ponderação podem ser utilizados. Como exemplos, Ch'ng *et al.* (2005) sugerem que a soma dos pesos atribuídos seja igual a um; Jeong *et al.* (2005) sugerem que os pesos possam ser dinamicamente selecionados por meio de um procedimento de otimização de múltiplas respostas iterativo; e Köksoy (2006) afirma que os pesos podem ser selecionados arbitrariamente para as funções de interesse.

Seja qual for a estratégia de ponderação adotada, repetindo-se o sistema de otimização das Equações (2.19) para diversos pesos diferentes, pode-se construir uma fronteira de soluções eficientes denominada “Fronteira de Pareto”, sucintamente descrita a seguir.

### 2.5.5. Fronteira de Pareto

Segundo Martínez *et al.* (2009), a solução de um problema de otimização multiobjetivo é usualmente associado à construção da fronteira de Pareto. Uma fronteira de Pareto é um conjunto de soluções em que uma melhora em um objetivo só pode existir se, em pelo menos um dos demais objetivos houver uma piora. Portanto, cada ponto desta fronteira representa uma solução da função objetivo. Para qualquer par de soluções dado como vetores de valores da função objetivo, uma melhoria em um de seus componentes envolverá piora nos demais.

A fronteira de Pareto é construída a partir de dois importantes fundamentos: os pontos de ancoragem, que definem os extremos da fronteira e são obtidos quando o  $i$ -ésimo objetivo é minimizado independentemente; e a linha de utopia, que descreve a linha que liga dois pontos extremos de ancoragem, em casos bi-objetivos, e, em casos multiobjetivos, um plano que compreende todos os pontos de ancoragem (hiperplano de utopia). A Figura 2.4, adaptada de Utyuzhnikov *et al.* (2009), ilustra o caso bi-objetivo. Nesta figura, **D** representa a região de busca da solução eficiente para o  $i$ -ésimo ponto de utopia. O Anexo A desta tese apresenta uma sugestão de metodologia para obtenção da fronteira de Pareto.

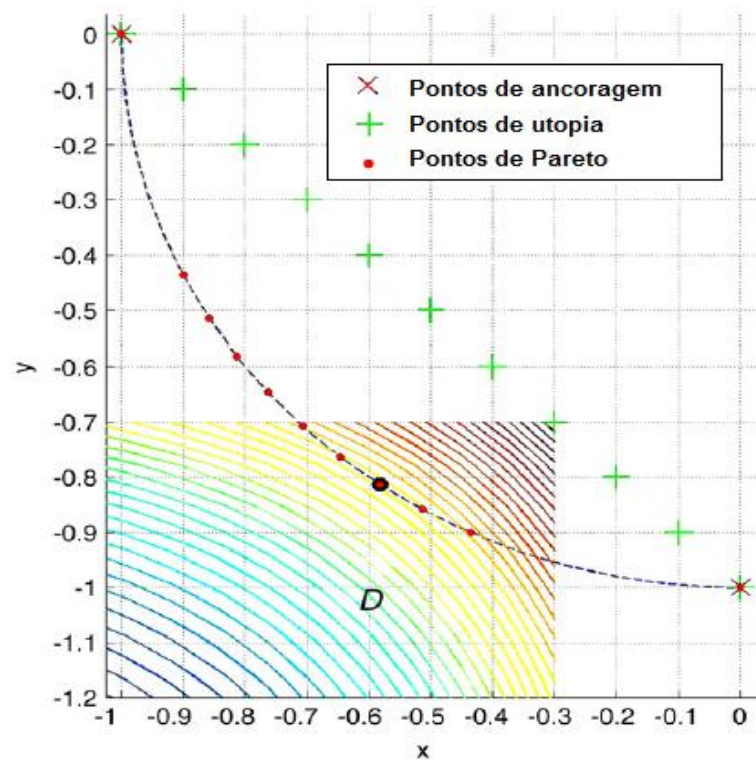


Figura 2.4 – Fronteira de Pareto Convexa

É importante observar que o problema multiobjetivo será considerado convexo se o conjunto viável  $X$  e as funções EQM individuais forem convexas (SHIN *et al.*, 2011). É sabido que o conjunto de soluções viáveis de um problema multiobjetivo convexo é, também, convexo e que a Fronteira de Pareto resultará em uma curva convexa. Quando o conjunto viável  $X$  não é convexo, ou pelo menos uma das funções objetivo for não convexa, o problema será considerado não convexo. Conjuntos de soluções viáveis convexas para problemas multiobjetivos não convexas podem ocorrer, porém, são situações de difícil detecção analiticamente.

Em geral, para problemas multiobjetivos não convexas, a curva de Pareto pode ser não convexa e sempre desconectada. Determinar a forma da curva geral de Pareto é crucial para a aproximação deste conjunto.

A abordagem do somatório ponderado (Equação 2.19) tem sido frequentemente utilizada para gerar soluções para problemas multiobjetivos (SHIN *et al.*, 2011; KÖKSOY e DOGANAKSOY, 2003; TANG e XU, 2002; LIN e TU, 1995). Entretanto, tal abordagem não é recomendada para problemas não convexas. Somente as soluções que se encontram sobre a curva convexa de Pareto podem ser encontradas pelo método.

Utyuzhnikov *et al.* (2009) propõem uma alternativa capaz de gerar a fronteira de Pareto, tanto para problemas convexos, quanto não convexos. Além desses, Köksoy e Yalcinoz (2008) apresentam uma interessante solução para obtenção da fronteira de Pareto, utilizando-se Algoritmos Genéticos.

## 2.5.6. Teoria da Propagação de Erro

Muitos estudos para otimização de problemas com múltiplas respostas propõem, além da otimização da média de  $\mathbf{Y}_p$ , a minimização de suas respectivas variâncias (SHIN *et al.*, 2011; PAIVA *et al.*, 2008a; KÖKSOY, 2008; ARDAKANI e NOOROSSANA, 2008; AGGARWAL *et al.*, 2008; KÖKSOY e YALCINOZ, 2006). E como este é um problema de otimização bi-objetivo, é natural que exista um rol de soluções possíveis ao longo da fronteira de Pareto de  $\mu(\mathbf{x}) \times \sigma^2(\mathbf{x})$ . Porém, nem sempre as réplicas necessárias para o cálculo da variância estão disponíveis (Köksoy e Yalcinoz, 2006). Em função disto, Plante (2001) e Köksalan e Plante (2003) sugeriram que, mesmo não havendo réplicas explícitas ou arranjos externos presentes, a variância experimental pode ser deduzida a partir da partição das fontes de erro identificadas pela análise de variância (ANOVA). Basicamente, essas fontes representam a variação explicada e não explicada presentes nos modelos de regressão ajustados, tal como o CCD.

A derivação, portanto, da equação de variância pode ser obtida com os seguintes passos:

- 1) Criar o modelo quadrático completo (ou um fatorial, se for o caso) baseado no CCD para cada resposta;
- 2) Armazenar os resíduos  $e_i$  (esses resíduos são resultantes da diferença entre o valor previsto pelo modelo de regressão e os dados observados);
- 3) Criar o modelo quadrático completo baseado nos resíduos absolutos ( $|\hat{e}_i|$ ) obtidos tal como descreve o item 2;
- 4) Observar a partição das fontes de erro (explicada e não explicada), tal que:

$$\sigma_{Pi}^2 \cong \sigma_{ei}^2(\mu_x) + (I - R_i^2)\sigma_{\varepsilon_i}^2 \quad (2.20)$$

Onde:

$\sigma_{ei}^2(\mu_x)$  é a equação do modelo quadrático completo baseado no CCD para  $|\hat{e}_i|$ ;

$\sigma_{\varepsilon_i}^2$  é a variância experimental da resposta  $Y_i$  (*residual error* na Tabela de ANOVA);

$R_i^2$  é o  $R^2$  do modelo quadrático completo baseado no CCD para  $|\hat{e}_i|$ .

A Equação 2.20, segundo Plante (2001), fornece uma efetiva aproximação da partição das fontes de erro. Essa aproximação resultará, no mínimo, em uma razoável dedução da variância do processo, quando otimizada.

### 2.5.7. Método do Critério Global (MCG)

Um problema de otimização multi-objetivo é aquele que, considerando restrições de desigualdade, pode ser declarado como a Equação 2.21.

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \quad & f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_p(\mathbf{x}) \\ \text{Sujeito a:} \quad & g_j(\mathbf{x}) \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (2.21)$$

onde:  $f_i(\mathbf{x})$  – Funções objetivo

$g_j(\mathbf{x})$  – Restrições

Contudo, sob várias circunstâncias, as múltiplas respostas consideradas no processo apresentam conflitos de objetivos, levando a otimização individual de cada resposta a determinar diferentes conjuntos de soluções. Focando nesse tipo de problema, Rao (1996) caracterizou o Método do Critério Global (MCG) como uma estratégia onde a solução ótima é encontrada pela minimização de um critério global pré-selecionado  $F(\mathbf{x})$ , uma soma dos quadrados dos desvios relativos das funções objetivo individuais e as soluções ideais viáveis. A formulação para o MCG é dada por:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \quad & F(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^p \left\{ \frac{\theta_i - f_i(\mathbf{x})}{\theta_i} \right\}^2 \\ \text{Sujeito a:} \quad & g_j(\mathbf{x}) \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (2.22)$$

Onde:  $F(\mathbf{x})$  – Critério global;

$\theta_i$  – Alvo definido para o  $i$ -ésimo objetivo;

$f_i(\mathbf{x})$  – Funções objetivo;

$g_j(\mathbf{x})$  – Restrições;

$p$  – Número de objetivos.

Assim, com os alvos fixados para cada resposta de interesse, os múltiplos objetivos são combinados numa função única, resultando na função global para o processo.

Ames *et al.* (1997), por sua vez, apesar de não considerarem a influência da variância, propuseram a função de perda de qualidade (FPQ, ou, do inglês, *Quality Loss Function - QLF*), como função MCG, que pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar } F(\mathbf{x}) &= \sum_{i=1}^p [\theta_i - f_i(\mathbf{x})]^2 \\ \text{Sujeito a: } g_j(\mathbf{x}) &\leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (2.23)$$

Todos os métodos apresentados até o momento que apresentam propostas de solução para as múltiplas respostas (médias e variâncias inclusive) tratam as funções objetivos como funções independentes. No próximo item, serão discutidos aspectos dos métodos que tentam avaliar a influência das correlações nos resultados dos métodos de otimização.

### 2.5.8. Análise de Componentes Principais

A existência de correlações entre as várias respostas de um conjunto exerce uma forte influência sobre as funções de transferência utilizadas. Como o modelo matemático é extremamente importante para a determinação do ponto de ótimo, a negligência da estrutura de correlação pode conduzir a pontos de ótimo inapropriados, fruto de uma inadequação do método dos mínimos quadrados ordinários (KHURI e CONLON, 1981; BRATCHELL, 1989).

Ao longo dos últimos anos, vários pesquisadores têm se preocupado em tratar adequadamente este tipo de problema, considerando as estruturas de correlação entre as respostas anteriormente à construção dos modelos dos processos. Muitos destes têm utilizado a abordagem baseada na Análise de Componentes Principais (LIAO, 2005; FUNG e KANG, 2005; PAIVA *et al.*, 2007; PAIVA *et al.*, 2009).



A Análise de Componentes Principais (ACP) (*Principal Component Analysis – PCA*) é uma técnica estatística multivariada criada por Hotelling (1933) e que se dedica à explicação da estrutura de variância-covariância existente em um conjunto de dados, utilizando-se combinações lineares das variáveis originais. Segundo Johnson e Wichern (2002), Rencher (2002) e Datta *et al.* (2009), seus objetivos principais são: (1) a redução de dimensionalidade, e (2) a interpretação de dados. Datta *et al.* (2009) afirmam que a ACP tem sido utilizada sistematicamente na conversão de múltiplos objetivos do problema de otimização numa função objetivo singular.

Num processo normal, embora  $p$  componentes sejam necessários para se reproduzir a variabilidade total de um sistema de interesse, geralmente, a maior parte desta variabilidade pode ser representada por um pequeno número  $k$  de componentes principais. Isto significa que existe quase tanta informação em  $k$  componentes principais do que nas  $p$  variáveis originais. A idéia geral da ACP é, portanto, que  $k$  componentes principais podem substituir, sem perda considerável de informação, as  $p$  variáveis originais. O conjunto original de dados, consistindo de  $n$  medições das  $p$  variáveis, é reduzido para um conjunto posterior formado por  $n$  medições de  $k$  componentes principais.

De acordo com Rencher (2002), a ACP geralmente revela relacionamentos que não seriam previamente identificados com o conjunto original, o que resulta em uma interpretação mais abrangente do fenômeno. Segundo Johnson e Wichern (2002), a análise de componentes principais serve como um passo intermediário na análise dos dados.

A ACP tem uma extensa gama de aplicações. Basicamente, sua utilidade está na redução de dimensionalidade de vetores de entradas ou de saídas em determinados equacionamentos. Shinde e Khadse (2009) apresentaram algumas abordagens para utilização da ACP como forma de se obter um Índice Multivariado de Capacidade de Processo, destacando os trabalhos de Wang e Chen (1998), que se utilizaram dos Componentes Principais (CPs) como base para proposição dos índices multivariados  $MC_p$ ,  $MC_{pk}$ ,  $MC_{pm}$  e  $MC_{pmk}$ , Wang e Du (2000) que propuseram os estimadores de intervalo para os índices  $MC_p$  e  $MC_{pk}$  para dados normais multivariados, sugerindo um novo índice denominado  $MC_{PC}$  e Veevers (1999) que sugeriu um índice de capacidade multivariado baseado no primeiro CP. Paiva (2008) também se baseou nos índices de capacidade multivariados supracitados, no conceito de Erro Quadrático Médio (VINING e MYERS, 1990; LIN e TU, 1995) e na ACP, para também sugerir um índice de capacidade multivariado denominado EQMM. Hejazi *et al.*

(2010) utilizaram a ACP para obter informações de um conjunto de dados correlacionados, gerados a partir de um CCD construído com três replicações. Datta *et al.* (2009) desenvolveram um método para tentar solucionar problemas de otimização com dados correlacionados num processo de soldagem por arco submerso, onde a correlação existente entre as respostas (penetração, reforço, largura do cordão e diluição) foram eliminadas pela utilização da ACP.

Os componentes principais dependem somente da matriz de variância-covariância  $\Sigma$  ou da matriz de correlação  $\rho$  das variáveis  $X_1, X_2, \dots, X_p$  e seu desenvolvimento não requer o pressuposto de normalidade multivariada. Por outro lado, os componentes principais derivados de uma população normal multivariada, conduzem a interpretações úteis em termos de elipsóides de densidade constante. Adicionalmente, inferências podem ser feitas a partir de componentes amostrais, quando a população é multivariada normal.

De acordo com Johnson e Wichern (2002) e Rencher (2002), algebricamente, a ACP é uma combinação linear particular das  $p$  variáveis aleatórias  $X_1, X_2, \dots, X_p$ . Geometricamente, estas combinações lineares representam a seleção de um novo sistema de coordenadas, obtido a partir da rotação do sistema original, tendo como ordenadas as variáveis  $X_1, X_2, \dots, X_p$ . Os novos eixos representam as direções com máxima variabilidade e fornecem uma maneira mais simples e parcimoniosa de descrever a estrutura de covariância.

Conforme descrevem Gabrielsson *et al.* (2003), a ACP corresponde a um ajuste por mínimos quadrados de uma linha reta ( $N=1$ ) ou um plano/hiperplano  $N$ -dimensional para os dados em um espaço  $K$ -dimensional de componentes principais. No caso apresentado pela Figura 2.5, os dados são centrados na média, e três variáveis originais são descritas por apenas dois componentes principais. O objeto é projetado no plano matemático descrito pelos componentes, e o valor do escore em cada componente é obtido por meio da determinação das distâncias entre a origem e o objeto projetado. Os autovetores, também chamados de “Carregamentos”, representam os coeficientes da direção do plano ajustado. A distância perpendicular entre o objeto e o plano é a distância para o modelo.

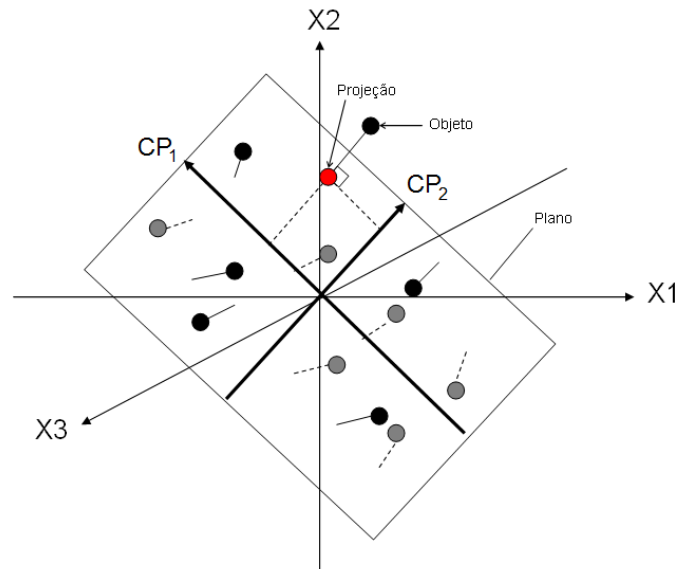


Figura 2.5 – Interpretação geométrica da ACP. Adaptado de Gabrielsson *et al.* (2003).

Segundo Rencher (2002), uma outra forma de interpretar geometricamente os componentes principais, é por meio da decomposição espectral da matriz de variância-covariância  $\Sigma$  ou da matriz de correlação  $\rho$  (vide Anexo B).

A decomposição espectral de  $CP_i$  é obtida pela ACP – uma das mais difundidas ferramentas de sumarização de padrões de variação em torno das variáveis. Esta técnica estatística é também capaz de reter significativas informações dos eixos ACP. Assumindo que  $\Sigma$  é a matriz de covariância associada ao vetor aleatório  $Y^T = [Y_1, Y_2, \dots, Y_p]$  e que esta matriz possui pares de autovalores e autovetores  $(\lambda_1, e_1), \dots, (\lambda_p, e_p)$ , onde  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_p \geq 0$ , então o *i-ésimo* componente principal é obtido por uma combinação linear não correlacionada  $CP_i = e_i^T Y = e_{1i} Y_1 + e_{2i} Y_2 + \dots + e_{pi} Y_p$  com  $i=1, 2, \dots, p$ . O *i-ésimo* componente principal pode ser obtido pela maximização desta combinação linear. A maioria dos pacotes estatísticos possuem esse algoritmo implementado.

O primeiro componente principal ( $CP_1$ ), segundo a definição de Johnson e Wichern (2002), é a combinação linear que possui a máxima variância. Genericamente, o *i-ésimo* componente principal será a combinação linear  $\ell_i^T X$  que resultar do sistema de Equação 2.24, a seguir:

$$\begin{aligned}
& \text{Maximizar} \quad \text{Var}(\ell_i^T X) \\
& \text{Sujeito a:} \quad \ell_i^T \ell_i = 1 \\
& \quad \quad \quad \text{Cov}(\ell_i^T X, \ell_k^T X) = 0 \quad \text{para } k < i
\end{aligned} \tag{2.24}$$

Na maioria das vezes, não se tem conhecimento dos parâmetros populacionais de variância-covariância e correlação, respectivamente,  $\Sigma$  e  $\rho$ . Neste caso, adota-se a matriz de variância-covariância amostral  $\mathbf{S}$  no lugar de  $\Sigma$  e a matriz de correlação amostral  $\mathbf{R}$  no lugar de  $\rho$ . Assim, tem-se que:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (x_{1j} - \bar{x}_1)^2 & \cdots & \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (x_{1j} - \bar{x}_1)(x_{pj} - \bar{x}_p) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (x_{1j} - \bar{x}_1)(x_{pj} - \bar{x}_p) & \cdots & \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (x_{pj} - \bar{x}_p)^2 \end{bmatrix} \tag{2.25}$$

Desta forma, os componentes principais amostrais são escritos em termos de  $\mathbf{S}$  e  $\mathbf{R}$ , tal que:

$$\sum_{i=1}^p s_{ii} = \hat{\lambda}_1 + \hat{\lambda}_2 + \dots + \hat{\lambda}_p \tag{2.26}$$

$$r_{(\hat{y}_i, x_k)} = \frac{\text{Cov}(x_k, \hat{y}_i)}{\sqrt{\text{Var}(\hat{y}_i) \cdot \text{Var}(x_k)}} = \frac{\hat{e}_{ki} \sqrt{\hat{\lambda}_i}}{\sqrt{s_{kk}}}, \quad i, k = 1, 2, \dots, p \tag{2.27}$$

Por vezes é útil escrever as combinações lineares na forma de escores dos componentes principais. Em muitas aplicações, a matriz de variáveis padronizadas está representada pelas  $p$  colunas das características estudadas, em cada uma das suas  $n$  observações. Assim, na prática é mais comumente empregada a matriz transposta de  $Z$ .

Para se encontrar uma expressão adequada a esta realidade que represente a mesma informação que  $Y_i = e_i^T Z$ ,  $i = 1, 2, \dots, p$ , utiliza-se a entidade estatística denominada de escore de componentes principais ( $CP_k$ ), que pode ser representada tal como a Equação 2.28.

$$CP_k = Z^T e = \begin{bmatrix} \left( \frac{x_{11} - \bar{x}_1}{\sqrt{s_{11}}} \right) & \left( \frac{x_{21} - \bar{x}_2}{\sqrt{s_{22}}} \right) & \dots & \left( \frac{x_{p1} - \bar{x}_p}{\sqrt{s_{pp}}} \right) \\ \left( \frac{x_{12} - \bar{x}_1}{\sqrt{s_{11}}} \right) & \left( \frac{x_{22} - \bar{x}_2}{\sqrt{s_{22}}} \right) & \dots & \left( \frac{x_{p2} - \bar{x}_p}{\sqrt{s_{pp}}} \right) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \left( \frac{x_{1n} - \bar{x}_1}{\sqrt{s_{11}}} \right) & \left( \frac{x_{2n} - \bar{x}_2}{\sqrt{s_{22}}} \right) & \dots & \left( \frac{x_{pn} - \bar{x}_p}{\sqrt{s_{pp}}} \right) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & \dots & e_{1p} \\ e_{21} & e_{22} & \dots & e_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e_{1p} & e_{2p} & \dots & e_{pp} \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

A ACP é capaz de preservar significativas informações de um eixo enquanto sumariza as variações de outro eixo associados com o erro experimental, medindo a ineficiência, e rodadas. De acordo com Johnson e Wichern (2002), o método ACP é uma combinação algébrica linear de  $p$  variáveis aleatórias  $X_1, X_2, \dots, X_p$ . Geometricamente, esta combinação representa uma seleção de um novo sistema de coordenadas obtidas de um sistema original. O eixo coordenado tem agora as variáveis  $X_1, X_2, \dots, X_p$ . O novo eixo representa a direção de máximo. Os componentes principais são não correlacionados e dependentes apenas na matriz de covariância  $\Sigma$  (ou na matriz de correlação  $\rho$ ) das variáveis  $X_1, X_2, \dots, X_p$  e o desenvolvimento não requer que se admita a normalidade multivariada.

Os métodos mais utilizados para se estimar o número de componentes principais significantes, são aqueles baseados nos critérios de Kaiser (JOHNSON e WICHERN, 2002). De acordo com esses critérios, o autovalor do componente principal deve ser maior que um ( $\lambda_p > 1$ ) para representar o conjunto original. Além disso, a variância acumulada explicada deve ser superior a 80%. Estes critérios são adequados quando utilizados com uma matriz de correlação. Caso contrário, a matriz de covariância somente poderá ser utilizada para um conjunto original de repostas escritas em alguma escala. Nesta tese, estes serão os critérios utilizados na seleção do número de funções objetivo multivariadas que serão consideradas na otimização.

Diversas dificuldades podem surgir quando se trabalha com repostas multivariadas. Independentemente do modelo, a negligência da correlação podem conduzir a interpretações equivocadas do problema multiobjetivo. A questão fundamental é se ajustar os modelos multivariados desprezando a dependência entre os erros, ou a dependência linear entre os valores esperados e as repostas, ou a dependência linear entre os dados originais, que podem ocorrer. Quando estas dependências ocorrem, o correto seria modelar as funções usando

“Regressão Múltipla Multivariada” (RMM) (RENCHEER, 2002), “Mínimos Quadrados Parciais” (PLS – do inglês, *Partial Least Squares*) ou “Regressão por Componentes Principais” (PCR). Nestas três proposições, porém, pressupõe-se que exista correlação entre as variáveis do conjunto de entrada e os dados de saída. No caso dos arranjos de superfície de resposta, entretanto, o conjunto de entrada é projetado para ter valores independentes, o que elimina a possibilidade de multicolinearidade dos modelos de regressão (MONTGOMERY, 2001). Como forma de se contornar o problema de correlação existente apenas no conjunto de saída, uma estratégia híbrida baseada na ACP pode ser empregada (BOX *et al.*, 1973). Além de eliminar o problema da correlação nos coeficientes dos regressores, a ACP reduz a dimensão do problema multiobjetivo. Nesta abordagem, os dados multivariados são fatorizados em um número de variáveis independentes, trocando as variáveis de resposta pelo escore do componente principal a partir da decomposição espectral da matriz de variância-covariância ou correlação das variáveis originais. Aplicando-se o algoritmo OLS às combinações experimentais do CCD, tendo os escores como resposta, criam-se as funções objetivo independentes. Para forçar a solução do problema para o interior da região experimental, um modelo de programação não linear é gerado em termos de componentes principais, podendo ser representado pelo sistema de Equações (2.29) proposto por Bratchell (1989).

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \quad PC_1 &= \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j \\ \text{Sujeito a :} \quad \mathbf{x}^T \mathbf{x} &\leq \rho^2 \end{aligned} \quad (2.29)$$

Valores ótimos podem ser obtidos pela localização do ponto estacionário da superfície multivariada ajustada. O objetivo é encontrar um conjunto de  $x$ 's que possam otimizar a função objetivo multivariada ( $CP_1$ ), sujeito a uma única restrição que define a região de interesse. Existem duas diferentes regiões experimentais de interesse na otimização: esférica e cuboidal. Para regiões cuboidais, a restrição é escrita como  $-1 \leq x_i \leq 1, i = 1, 2, \dots, k$  ( $k$  é o número de variáveis de controle), e para regiões esféricas a restrição é definida por  $\mathbf{x}^T \mathbf{x} \leq \rho^2$ , onde  $\rho$  é o raio. O valor de  $\rho$  pode ser selecionado para se evitar soluções que estão muito fora da região experimental. Para o arranjo composto central, a escolha lógica é  $\rho = \alpha$ , onde  $\alpha$  é a distância axial. No caso de regiões cuboidais (tais como aquelas geradas pelos arranjos de Box-Behnken, fatoriais ou fatoriais fracionários), a escolha natural para as fronteiras

inferiores e superiores dos  $x$ 's são os baixos e altos níveis experimentais codificados, respectivamente.

Embora bastante eficiente, essa proposta não apresentou soluções para problemas de natureza nominal (aqueles em que se pretende alcançar valores alvo) e nem soluções para conflitos entre respostas e escores de componentes.

### 2.5.9. Distância de Mahalanobis

A presença de dados extremos (*outliers*) nos conjuntos  $x$  e  $Y$  influencia muito a qualidade das equações de regressão, aumentando significativamente o erro de previsão dos modelos (MONTGOMERY e RUNGER, 2003), as correlações entre as variáveis e a própria extração do componentes principais (JOHNSON e WHICHERN, 2002). No caso multivariado, a identificação de um vetor de valores extremos pode ser feita utilizando-se a distância de Mahalanobis, que denota a distância entre um ponto qualquer do conjunto de dados e o centróide do espaço multivariado.

Em um conjunto de dados univariado, a distância entre dois pontos é simplesmente a diferença (ou valor absoluto) entre seus valores. Para se obter a distância entre dois pontos em um conjunto multivariado, entretanto, deve-se considerar, não somente as variâncias das variáveis, mas também suas covariâncias e correlações (RENCHEER, 2002). A distância Euclidiana entre dois vetores univariados  $Y_1$  e  $Y_2$  é dada por  $(Y_1 - Y_2)(Y_1 - Y_2)$  e não é uma medida adequada de distância para conjuntos correlacionados uma vez que negligencia a informação contida na matriz de variância-covariância dos dados destes vetores. Para contornar esse problema, utiliza-se a sua padronização pela inserção do inverso da matriz de covariância.

Assim, a distância de Mahalanobis é obtida a partir da seguinte formulação:

$$Y_i = \sqrt{(Y_i - \bar{Y})' S^{-1} (Y_i - \bar{Y})} \quad (2.30)$$

Onde:  $Y_i$  = vetor de dados da linha  $i$ ;

$\bar{Y}$  = vetor de médias;

$S^{-1}$  = inverso da matriz de variância-covariância amostral.

De acordo com a Equação 2.30, se uma variável aleatória tiver uma variância maior que outra, ela receberá peso relativamente menor. Similarmente, duas variáveis altamente correlacionadas não contribuem tanto quanto duas variáveis que são menos correlacionadas. Em essência, o uso do inverso da matriz de covariância no cálculo da distância de Mahalanobis padroniza todas as variáveis para a mesma variância e elimina as correlações.

O método avalia uma variável por vez, considerando as diferentes escalas entre elas e as correlações existentes.

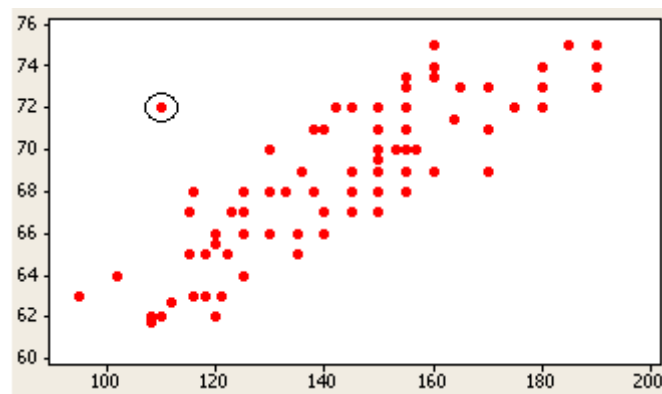


Figura 2.6 – *Outlier* detectado pelo método da distância de Mahalanobis

Observando-se o gráfico de dispersão representado pela Figura 2.6, percebe-se, claramente, que o ponto marcado não se encaixa adequadamente à estrutura de correlação existente entre as variáveis  $X$  e  $Y$ . Analisados individualmente, nem o valor de  $X$ , nem o de  $Y$ , podem ser considerados incomuns. Entretanto, a distância de Mahalanobis para esse ponto é bastante grande.

Segundo Rencher (2002), será considerado um *outlier* o ponto cuja distância de Mahalanobis for maior que o valor  $x$  em uma distribuição  $F$ , tal que  $P(X < x) = 0.95$ , onde  $X$  segue uma distribuição  $F(k, n-k-1)$ , com  $k$  variáveis e  $n$  elementos (linhas).

Nesta tese, a distância de Mahalanobis também será usada para se determinar valores extremos para os alvos multivariados que serão estabelecidos no capítulo de simulação de modelos.



## 2.6. GRADIENTE REDUZIDO GENERALIZADO

A discussão feita até o momento reflete os aspectos de formação das funções objetivo e do sistema de otimização. Em resumo, pode-se dizer que até este ponto se discutiu como gerar e aglutinar funções objetivo independentes que representem as médias e variâncias de características de qualidade. Porém, para se encontrar uma solução viável para o sistema de otimização, um algoritmo é necessário. Para resolver problemas de otimização Não-Lineares (*Nonlinear Programming* – NLP), diversos métodos são conhecidos. Köksoy (2008) afirma que, na prática, o problema de múltiplas respostas frequentemente é formulado como sendo um problema de otimização com restrições. Em geral, uma resposta é escolhida como a “resposta primária”, que será otimizada, sujeita às demais respostas, ditas “respostas secundárias”, como restrições. A maioria dos softwares de otimização disponíveis, tratam os problemas de otimização não-lineares desta maneira.

De acordo com Köksoy e Doganaksoy (2003), o algoritmo denominado Gradiente Reduzido Generalizado (*Generalized Reduced Gradient* – GRG) é o que apresenta maior robustez, visto que é apropriado para resolução de uma vasta variedade de problemas, e com maior eficiência entre os métodos de otimização de restrições não lineares disponíveis. Köksoy (2008) afirma que o algoritmo GRG é a escolha mais popular, pois pode ser aplicado a diversos tipos de problemas não-lineares com restrições de igualdade, além de estar disponível comercialmente, principalmente no popular software de planilha eletrônica, Microsoft Excel®.

O método GRG é conhecido como um método *primal* (KÖKSOY, 2008), e frequentemente chamado de *método da direção viável*, apresentando, segundo Luenberger (1989), três significantes vantagens: (i) se o processo termina antes da confirmação do ótimo, o último ponto encontrado é viável devido ao fato de que cada ponto gerado no processo de pesquisa é viável e provavelmente próximo do ótimo; (ii) se o método gera uma sequência convergente, o ponto limite garante, pelo menos, um mínimo local; (iii) a maioria dos métodos primais são geralmente absolutos, não dependendo de uma estrutura especial, tais como a convexidade.

O método atinge uma base teórica geral, e assegura resultados empíricos para solução de problemas não lineares em geral. Como característica essencial, o método também

apresenta uma adequada convergência global, principalmente quando inicializado suficientemente próximo à solução (LASDON *et al.*, 1978). A expressão “gradiente reduzido” vem da substituição das restrições na função objetivo, diminuindo, então, o número de variáveis e, conseqüentemente, reduzindo o número de gradientes presentes (NASH e SOFER, 1996). Uma forma geral para a programação não linear pode ser descrito como sugerido por Lasdon *et al.* (1978).

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar} && f(\mathbf{x}) \\ & \text{Sujeito a :} && g_i(\mathbf{x}) = 0, \quad i = 1, \dots, m \\ & && l_j \leq x_j \leq u_j, \quad j = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (2.31)$$

Onde:  $\mathbf{x}$  é um vetor de  $n$  variáveis de processo  $(x_1, \dots, x_n)$ ,  $f$  é a função objetivo, e  $g_i$  são as restrições. Os  $l_j$  e  $u_j$  representam, respectivamente, os limites inferiores e superiores do processo. Algumas formulações também incluem inequações como restrições, que, para o método GRG deverão ser convertidas em equações pela introdução de variáveis de folga. A Equação 2.31, acima, representa um problema não linear, se uma ou mais funções  $f, g_1, \dots, g_n$  forem não lineares.

O modelo geral do método GRG é baseado na conversão das restrições do problema para uma irrestrrição, usando substituição direta (LASDON *et al.*, 1978). Neste caso, o vetor da variável de processo  $\mathbf{x}$  pode ser particionado em dois subvetores  $\mathbf{x} = (\mathbf{x}^B, \mathbf{x}^N)^T$ , onde  $\mathbf{x}^B$  é o  $m$  vetor das variáveis básicas (dependentes) e  $\mathbf{x}^N$  é o  $n-m$  vetor das variáveis não básicas (independentes). Reescrevendo o problema de NLP, a maneira reduzida poderia ser descrita como (LASDON *et al.*, 1978; CHEN e FAN, 2002):

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar} && F(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}^B(\mathbf{x}^N), \mathbf{x}^N) \\ & \text{Sujeito a :} && l_N \leq \mathbf{x}^N \leq u_N \end{aligned} \quad (2.32)$$

Onde  $l_N$  e  $u_N$  são os vetores dos limites para  $\mathbf{x}^N$ .

Iniciando-se com um ponto viável  $\mathbf{x}^k$ , o algoritmo GRG tenta encontrar uma direção de movimento para otimizar a função objetivo. A direção do movimento pode ser obtida pelo gradiente reduzido, conforme a Equação 2.33.

$$r^k(\mathbf{x}_N) = \left[ \frac{\partial f^k}{\partial \mathbf{x}_N^k} \right]^T - \left[ \frac{\partial f^k}{\partial \mathbf{x}_B^k} \right]^T \left[ \frac{\partial g^k}{\partial \mathbf{x}_B^k} \right]^{-1} \left[ \frac{\partial g^k}{\partial \mathbf{x}_N^k} \right] \quad (2.33)$$

De acordo com Lasdon *et al.* (1978), o algoritmo é interrompido quando a magnitude do gradiente reduzido no ponto corrente é tão pequeno quanto o desejado. De outro modo, um procedimento de pesquisa é executado para localizar um novo ponto na direção do gradiente reduzido. Este procedimento é executado repetidamente até que a melhor solução viável seja encontrada.

Apesar de haver muitos outros algoritmos e métodos, o GRG foi escolhido nesta tese por ser um algoritmo confiável, rápido e acessível a maior parte dos usuários a partir de sua implementação como o suplemento SOLVER do MS Excel.

## 2.7. USINAGEM DE AÇOS ENDURECIDOS

Todas as funções objetivos apresentadas nesta revisão estão associadas a funções matemáticas genéricas. No contexto desta tese, entretanto, este item discutirá as características intrínsecas dos modelos de superfície de resposta desenvolvidos especificamente para a otimização de processos de torneamento de aços endurecidos, suas variáveis independentes, as principais respostas e a região de soluções viáveis.

Toda esta preocupação fundamenta-se na importância que a usinagem de aços endurecidos tem adquirido nos últimos anos para a indústria metal-mecânica (MANDAL *et al.*, 2011; BOUACHA *et al.*, 2010; GAITONDE *et al.*, 2009; GRZESIK, 2009; MANDAL *et al.*, 2009; SINGH e RAO, 2008). Impulsionada pelas revoluções tecnológicas e principalmente pela necessidade da indústria de se adequar a um novo contexto, no qual é preciso diminuir tempos de produção, aumentar a qualidade, diminuir os impactos ambientais produzidos e reduzir custos, a usinagem deste tipo de material tem sido amplamente estudada (MANDAL *et al.*, 2011; GAITONDE *et al.*, 2009; OZEL e KARPAT, 2007; PAIVA *et al.*, 2007). O processo de usinagem em aços endurecidos tem sido possível graças ao desenvolvimento de materiais de ferramentas como a cerâmica e o nitreto de boro cúbico policristalino (PCBN), com excelentes propriedades, em especial, a resistência ao desgaste a altas temperaturas e alta dureza com relativa tenacidade. Outro aspecto também muito importante para esse processo de usinagem é o desenvolvimento de máquinas-ferramentas muito rígidas com potências elevadas, altíssimas rotações e excelente precisão. A seguir, apresentam-se algumas particularidades destes materiais, geometrias e desgastes, bem como,

o processo de formação do cavaco, forças de corte e outras peculiaridades que regem o processo de torneamento de aços endurecidos.

### **2.7.1. Ferramentas de Corte Usadas no Torneamento de Aços Endurecidos**

As ferramentas de corte utilizadas no torneamento de aços endurecidos devem possuir algumas propriedades especiais em relação às ferramentas de corte convencionais, como a de metal duro e o aço rápido com ou sem cobertura, usadas para usinar aços dúcteis ou de dureza inferior a 50 HRC. Segundo König *et al.* (1984 *apud* Matsumoto, 1998), dentre essas propriedades especiais, as mais importantes são:

- a) alta dureza à temperatura ambiente e à quente (temperatura aproximada de 800 °C) e alta resistência à ruptura transversal (maior que 390 N/mm<sup>2</sup>);
- b) alta tenacidade à fratura ( $K_{IC} > 5 \text{ MPa.m}^{1/2}$ ) e alta resistência à compressão;
- c) alta resistência ao choque térmico;
- d) alta resistência a reações químicas.

Dentre os materiais existentes, os que apresentam todas essas propriedades, portanto, indicados para o torneamento de aços endurecidos são os materiais cerâmicos e o PCBN. Para esse trabalho, será utilizada, exclusivamente, a cerâmica mista, em função de ser um material adequado para o corte de peças com durezas entre 40 e 55 HRC. Além disso, ela é indicada nos processos em que se têm boas condições de usinagem dos corpos de prova (corte contínuo) e apresenta menor custo em relação ao PCBN.

### **2.7.2. Materiais Cerâmicos**

Basicamente, as ferramentas cerâmicas são utilizadas na usinagem de ferros fundidos, de aços endurecidos e de ligas de titânio e níquel resistentes ao calor. Para uma mesma composição química, as ferramentas cerâmicas diferem entre si pelo processo de produção e,

consequentemente, pelas suas propriedades. Estas ferramentas podem ser agrupadas conforme o Quadro 2.2.

Quadro 2.2 – Grupos e subgrupos das ferramentas cerâmicas

<b>Ferramentas cerâmicas para usinagem</b>		
A base de alumina ( $Al_2O_3$ )	Cerâmica pura, óxida ou branca	Compostos alumina-zircônia ( $Al_2O_3 + ZrO_2$ ); agregam maior tenacidade; usinagem de acabamento em aços e ferros fundidos ( $V_c \sim 900$ m/min); também utilizados em desbastes, quando apresentar altos teores de zircônia.
	Cerâmica reforçada c/ <i>whiskers</i>	Alumina reforçada com cilindros monocristalinos de carboneto de silício (os “whiskers”) ( $Al_2O_3 + SiC$ ). Possuem maior tenacidade à fratura e alta resistência ao choque térmico.
	Cerâmica mista (TiN ou TiC)	Matriz de alumina com uma segunda fase dispersa, formada por carboneto de titânio ( $Al_2O_3 + TiC$ ). Apresenta maior resistência à ruptura transversal, dureza e condutividade térmica.
A base de nitreto de silício ( $Si_3N_4$ )	Sialon	Solução sólida de nitreto de silício, alumínio e oxigênio, apresenta menor custo, maior resistência à oxidação, às reações químicas, à abrasão, ao choque térmico e com boa tenacidade. É indicado para desbastes leves em ferros fundidos.
	$Si_3N_4$ puro	Requer um processamento termoquímico complexo, apresentando elevada dureza e rigidez, mesmo em altas temperaturas, com excelente tenacidade. Recomendada para desbaste e semi-acabamento de ferros fundidos.

O processo de produção varia conforme a composição química e os objetivos a serem atendidos. Atualmente são produzidas por sinterização convencional, prensagem a quente, prensagem isostática a quente e, também, por prensagem a frio.

A Tabela 2.1 apresenta uma comparação entre algumas propriedades dos materiais cerâmicos e do metal duro, cuja escala varia de 1 (ruim) a 5 (excelente) (DINIZ *et al.*, 2008).

Tabela 2.1 – Propriedades relativas: materiais cerâmicos X metal duro (DINIZ *et al.*, 2008)

	Tenacidade	Dureza a quente	Resistência ao choque térmico	Estabilidade química (Fe)	Estabilidade química (Ni)
<b>Cerâmica pura</b>	2	2	1	5	5
<b>Cerâmica mista</b>	1	3	2	4	4
<b>Cerâmica c/ <i>whiskers</i></b>	4	3	3	2	3
<b>Sialon</b>	3	5	4	1	2
<b>Metal duro</b>	5	1	5	3	1

Utilizada em operações em que não se precisa de muita tenacidade, como o acabamento de peças endurecidas ou em ferro fundido, ou ainda, quando a tendência ao desgaste por difusão é grande, exigindo-se estabilidade química, a cerâmica pura, de acordo com a Tabela 2.1, é ótima com relação à estabilidade química, é sofrível com relação à tenacidade e dureza a quente e é péssima com relação à resistência ao choque térmico.

Diferentemente da cerâmica pura, a cerâmica mista apresenta estabilidade química e tenacidade um pouco piores, e dureza a quente um pouco melhor. Assim, essas ferramentas são recomendadas para o torneamento em acabamento de aços endurecidos, em que se necessita tanto dureza a quente quanto estabilidade química.

As cerâmicas reforçadas com *whiskers* têm todas as suas propriedades em um nível intermediário. Uma de suas aplicações é o torneamento de aço endurecido com superfícies interrompidas. Neste tipo de operação, a estabilidade química não é tão importante devido à menor temperatura da ferramenta causada pelo corte interrompido. Por outro lado, dureza (devido à dureza do material usinado) e tenacidade (devido à interrupção do corte) são propriedades desejáveis na ferramenta.

Os Sialons, por sua vez, são ótimos em termos de dureza a quente e resistência ao choque térmico, são bons com relação à tenacidade, porém são péssimos com relação à estabilidade química. Sua aplicação é indicada na usinagem de ferro fundido, principalmente em desbaste, onde dureza a quente, resistência ao choque térmico e tenacidade são fundamentais, ou em fresamento, que necessita resistência ao choque térmico e tenacidade.

### 2.7.3. Características Geométricas das Ferramentas de Corte

A maioria dos trabalhos publicados sobre torneamento de aços endurecidos recomenda o uso de ângulo de saída negativo (valor que oscila de  $-5^\circ$  a  $-7^\circ$ ), independentemente se a operação é de desbaste ou de acabamento. Porém, em acabamento contínuo (boas condições de corte), pode-se utilizar ângulo de saída neutro. Segundo Matsumoto (1998), é aconselhável o uso de arestas de corte chanfradas com o objetivo de direcionar os esforços de corte para o centro da ferramenta, reduzindo assim a possibilidade de quebra da aresta de corte. Daumen (2001), em um estudo sobre ferramentas de PCBN, ao destacar a microgeometria (chanframento das arestas), também cita a importância da rugosidade da ferramenta sobre a rugosidade da peça usinada e sua vida. Constatou-se que devido à superfície espelhada, durante a usinagem aparecem menos pontos de ataque para microtrincas prematuras na aresta de corte. Dependendo do processo de acabamento consegue-se uma rugosidade ( $R_a$ ) da ferramenta de 0,2 a 1,4  $\mu\text{m}$ . A Figura 2.7 mostra alguns dos chanfros das arestas de ferramentas de PCBN produzidas pela Mitsubishi Materials (versões *standard*).

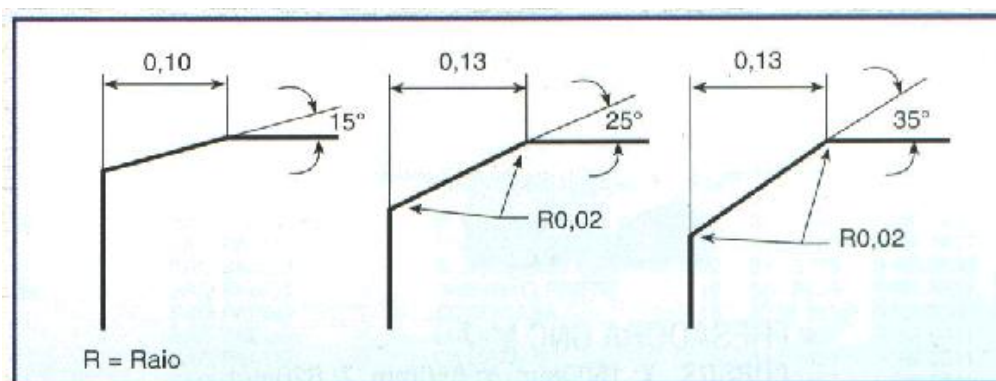


Figura 2.7 – Ferramentas de PCBN produzidas pela Mitsubishi Materials

O ângulo de folga é muito importante quando o desgaste predominante da ferramenta de corte é o desgaste de flanco (VBB), por isso ele deve ser razoavelmente grande para se evitar o atrito, porém não muito exagerado para não fragilizar a aresta de corte da ferramenta (EZUGWU e WALLBANK, 1987).

O que limita essa característica é a geometria da peça a ser usinada, mas segundo König (1984), sempre que possível deve-se usar ângulos de ponta grandes e ferramentas de forma quadrada ou redonda para tornar esta mais robusta. Comercialmente são encontradas ferramentas com ângulos de posição que variam de 45 a 107°.

O ângulo de inclinação é uma característica fixa da ferramenta de corte, ou seja, podem-se fabricar ferramentas com ângulos de inclinação positivo ou negativo, porém, quando montado no conjunto suporte-ferramenta, uma ferramenta que tem o ângulo positivo ou nulo pode passar a ter um ângulo negativo, o que se consegue devido às características geométricas do suporte e calços.

#### 2.7.4. Geometria Alisadora (*Wiper*)

A geometria alisadora *wiper* foi desenvolvida pela empresa Sandvik-Coromant, em 1999. Esta geometria está fundamentada na concordância de três círculos circunscritos na ponta da ferramenta, conforme mostrado na Figura 2.8 (a), que acrescenta à ferramenta o efeito alisador, a partir do qual uma mesma condição de corte pode melhorar em duas vezes o acabamento superficial, quando comparado com ferramentas convencionais.

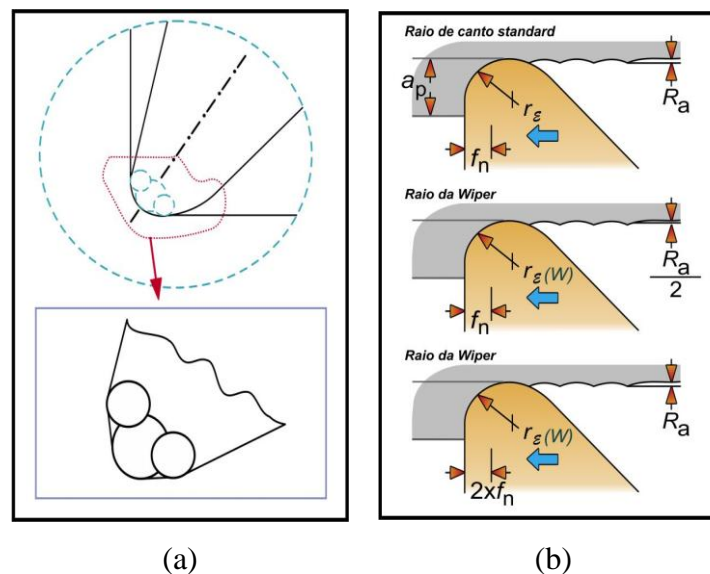


Figura 2.8 – (a) Geometria da ponta de corte; (b) relação entre o avanço e a rugosidade para ferramentas alisadora e convencional (Sandvik-Coromant, 2011)

De outra forma, é possível manter o mesmo acabamento superficial enquanto se dobra a taxa de avanço, conforme mostrado na Figura 2.8 (b).

Essa nova geometria associada às ferramentas das classes cerâmicas e PCBN, proporciona um aumento na substituição do processo de retificação em peças endurecidas pelo processo de torneamento duro, uma vez que possibilita atingir rugosidades da ordem de  $0,3 \mu\text{m}$  (com perspectivas de valores menores). Esta substituição traz rapidez, economia e



versatilidade, sem impactos significativos de degradação do meio ambiente, pois não é necessário o uso de fluido refrigerante ou lubrificante. A geometria das ferramentas de corte alisadoras (*wiper*) proporciona os seguintes benefícios:

- Diminuição dos custos de usinagem, devido ao menor tempo de corte e maior produtividade;
- Melhor qualidade superficial, devido ao baixo nível de rugosidade conseguido.

## **2.8. CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO**

Neste capítulo, vários aspectos relacionados à modelagem e otimização de múltiplas respostas foram apresentados e discutidos à luz da literatura mais recente sobre o assunto.

Toda a teoria apresentada trata de conceitos considerados essenciais para a construção de uma “abordagem híbrida” para a otimização de múltiplas respostas correlacionadas e dos métodos multivariados concernentes, utilizados para fins de simulação e comparação dos resultados da aplicação da proposta desta tese ao processo de torneamento do aço ABNT 52100 endurecido com diversas durezas (de 40 a 55 HRC), com ferramentas de cerâmica mista, com geometria convencional ou alisadora (Wiper).

Para obtenção das soluções apresentadas nos capítulos posteriores, serão empregados os softwares Minitab 16, para tratamento e análise estatísticos dos dados, Microsoft Excel, para a construção das planilhas de otimização e MS Solver®, para a efetiva otimização dos dados, utilizando o algoritmo GRG discutido neste capítulo.

Observando-se as principais lacunas da literatura no tocante à otimização multiobjetivo com múltiplas respostas correlacionadas, o capítulo 3 apresentará uma proposta de tese visando atender a algumas delas.

## Capítulo 3

### 3 MÉTODO DE OTIMIZAÇÃO

Os escassos trabalhos em “abordagens híbridas” para a otimização de múltiplas respostas correlacionadas no processo de torneamento de aços endurecidos, para problemas nominais (NTB), com respostas ponderadas ou não, e na presença ou ausência de fatores incontroláveis, são motivação suficiente para a execução deste trabalho.

Nele, tenta-se abordar o aspecto da otimização multivariada, determinando-se modelos que considerem as estruturas de variância-covariância entre as respostas e que sejam capazes de ponderá-las adequadamente, aplicando-se, para isso, abordagens sugeridas na literatura e o método de otimização proposto, fundamental contribuição deste trabalho.

Considerando que diversas são as situações em que a otimização multivariada deva ser empregada, e que, para cada caso, adaptações do modelo original devem ser efetuadas, este trabalho apresenta como propostas:

- a. Um método de otimização multiobjetivo para problemas nominais (MÉTODO I): entende-se por problemas nominais, aqueles em que se deseja atingir um alvo especificado, para cada resposta de interesse. Neste caso, o modelo busca minimizar a variância, enquanto tenta aproximar a média a um valor especificado (VINING e MYERS, 1990).

- b. Um método capaz de tratar todas as respostas correlacionadas com ponderação (MÉTODO II): neste método, o que se pretende, é atribuir a cada resposta um determinado grau de importância, possibilitando a construção de “Fronteiras de Pareto” multivariadas.
  
- c. Um método de otimização de parâmetros robustos multivariados duais (MÉTODO III): neste caso, a otimização dual ocorre quando se tratam média e variância, simultaneamente. Nesta tese, optou-se por utilizar arranjos cruzados (MYERS e MONTGOMERY, 1995) para a obtenção dos duais.

### 3.1. MÉTODO I – PROBLEMAS DE ALVO

Como visto anteriormente, embora muitos processos de manufatura sejam caracterizados por múltiplos indicadores de desempenho ou qualidade (WU, 2005), a negligência e o desconhecimento da influência das estruturas de correlação sobre a determinação de uma condição ótima, ou a incapacidade dos métodos de otimização múltipla existentes considerarem a existência de correlação entre as várias respostas de um conjunto qualquer, podem conduzir a ótimos inapropriados.

Assim sendo, e baseado na abordagem empregada por K oksoy e Yalcinoz (2006), Lin e Tu (1995) para utilização do Erro Quadrático Médio (EQM) na otimização simultânea de m dia e variância, propõe-se aqui uma adaptação ao EQM, capaz de considerar adequadamente a estrutura de correlação existente entre as respostas de interesse: a otimização do torneamento do aço endurecido baseado no Erro Quadrático Médio Multivariado (EQMM).

A partir de combinações entre a Metodologia de Projeto de Experimentos (DOE), Metodologia de Superfície de Resposta (MSR) e outros procedimentos como a Análise de Componentes Principais (ACP), chega-se a uma superfície de resposta ajustada para os escores dos componentes principais, sobre os quais se aplica, então, o Erro Quadrático Médio Multivariado.

Conforme item 2.5.4, a otimização baseada no EQM é representada pela Equação 2.11. Esta pode ser utilizada como ponto de partida para o desenvolvimento da abordagem de otimização multivariada de múltiplas respostas. Considerando que a maioria dos métodos de otimização multiobjetiva ignora a correlação entre as respostas, a variância e a média descritas na Equação 2.11 podem ser substituídas pelos escores dos componentes principais e seus respectivos autovalores. Essa nova abordagem é capaz de agregar diversas respostas num único  ndice, enquanto trata das estruturas de variância-covariância e os desvios individuais de cada valor alvo. Esta proposta promove a independência numérica e a integração computacional das funções de integração multivariadas, necessárias na *quadratura Gaussiana* ou na simulação de Monte Carlo, enquanto emprega a Metodologia de Superfície de

Respostas na estimação das equações de regressão multivariadas com dados experimentais do processo. O conjunto original de respostas pode ser transformado num conjunto não correlacionado de variáveis, utilizando uma fatorização multivariada denominada Análise de Componentes Principais (ACP). Utilizando-se um modelo de segunda ordem apropriado para cada variável não correlacionada, as funções objetivo podem ser agregadas por meio de uma média geométrica. Geralmente, o número de equações obtidas em substituição ao conjunto original é menor que o inicial, dependendo, obviamente, da força da estrutura de variância-covariância. Os alvos do conjunto de dados inicial podem também ser transformados por meio de fatorização das variáveis. Além disso, a média geométrica com um adequado número de componentes principais gerará uma função multiobjetiva que manterá o relacionamento das respostas originais. Pela associação de algumas restrições, o sistema de otimização não linear estará completo e poderá ser inicializado.

O EQM, conforme demonstra a Equação 2.11, combina o desvio da média estimada em relação ao seu alvo, com a sua variância estimada. Dessa forma, o EQM só é capaz de tratar uma única resposta. O Erro Quadrático Médio Multivariado (EQMM), por sua vez, pode ser estabelecido por meio de uma superfície de resposta multivariada dual, obtida a partir da ACP das superfícies de cada uma das respostas de interesse, matematicamente representadas como:

$$EQMM_i = (CP_i - \theta_{CR})^2 + \lambda_i \quad (3.1)$$

Quando a superfície de resposta é utilizada,  $CP_i$  é definido como um polinômio de segunda ordem.

Com a obtenção dos escores multivariados, aplicando-se a Equação 2.28, que também pode ser representada pela expressão  $CP_{score} = [Z].[E]$ , onde  $[Z]$  é a matriz padronizada e  $[E]$  a matriz de autovetores, um polinômio de segunda ordem pode ser estabelecido aplicando-se o método dos mínimos quadrados ordinários (*ordinay least squares – OLS*) para definir os parâmetros independentes do processo ( $x_i$ ) e o escore do componente principal ( $CP_i$ ), como representado pela Equação 3.2.

$$CP_i = b_0 + [\nabla f(\mathbf{x})^T] + \left\{ \frac{1}{2} \mathbf{x}^T [\nabla^2 f(\mathbf{x})] \mathbf{x} \right\} \quad (3.2)$$

Onde  $\mathbf{x}$  é o vetor de parâmetros,  $b_0$  é a constante de regressão,  $\nabla f(\mathbf{x})^T$  é o gradiente da função objetivo correspondente ao coeficiente de regressão de primeira ordem e  $\nabla^2 f(\mathbf{x})^T$  é a matriz Hessiana, formada pelos termos quadráticos e interativos do modelo estimado de  $Y$ .

$\theta_{CP_i}$  é o valor alvo do  $i$ -ésimo componente principal que mantém uma relação direta com os alvos do conjunto de dados original. Para estabelecer esse relacionamento, utiliza-se a Equação 3.3. Esta transformação foi proposta por Wang e Du (2000) para obter um índice de capacidade multivariado. A forma geral do  $\theta_{CP_i}$  é escrita como:

$$\theta_{CP_i} = e_i^T \left[ Z(Y_p | \theta_{Y_p}) \right] = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q e_{ij} \left[ Z(Y_p | \theta_{Y_p}) \right] \quad (3.3)$$

$$i = 1, 2, \dots, p; j = 1, 2, \dots, q$$

Onde  $e_i$  representa o autovetor do conjunto associado ao  $i$ -ésimo componente principal e  $\theta_{Y_p}$  é o valor alvo para cada uma das  $p$  respostas originais. Com esta transformação, estabelece-se um valor para o alvo do  $i$ -ésimo componente principal que é função dos valores alvo das variáveis originais.

Na maioria das aplicações da ACP, uma ou duas equações são suficientes para representar o sistema original de  $p$  funções objetivo, desde que as respostas tenham algum grau de correlação. O número de equações utilizadas dependerá do número de componentes principais significativos, selecionados a partir da aplicação dos critérios de Kaiser, onde somente aqueles componentes principais cujos autovalores sejam maiores que um (1) poderão ser selecionados para representar o conjunto de dados original e a variância acumulada explicada deve ser superior a 80% (JOHNSON e WICHERN, 2002).

Para se evitar o problema de descontinuidade da “Fronteira de Pareto”, o operador de aglutinação das funções de EQMM será um produtório ( $\prod_{i=1}^k [\cdot]$ ). Portanto, considerando a rotina de otimização formada pelas funções EQMM cujos autovalores são iguais ou maiores que a unidade (1), o seguinte modelo de otimização é proposto:

$$\begin{aligned} \text{Min}_{\mathbf{x}} \quad & \left\{ \prod_{i=1}^k [(CP_i - \theta_{CP_i})^2 + \lambda_i |\lambda_i \geq 1|] \right\}^{\left(\frac{1}{k}\right)} \\ & i = 1, 2, \dots, k; \quad k \leq p \\ \text{sujeito a : } & \mathbf{x}^T \mathbf{x} \leq \rho^2 \end{aligned} \quad (3.4)$$

Onde  $k$  é o número de funções de EQMM necessárias, de acordo com os componentes principais julgados significativos.

A Figura 3.1 mostra o fluxo de procedimentos adotados para se obter o EQMM.

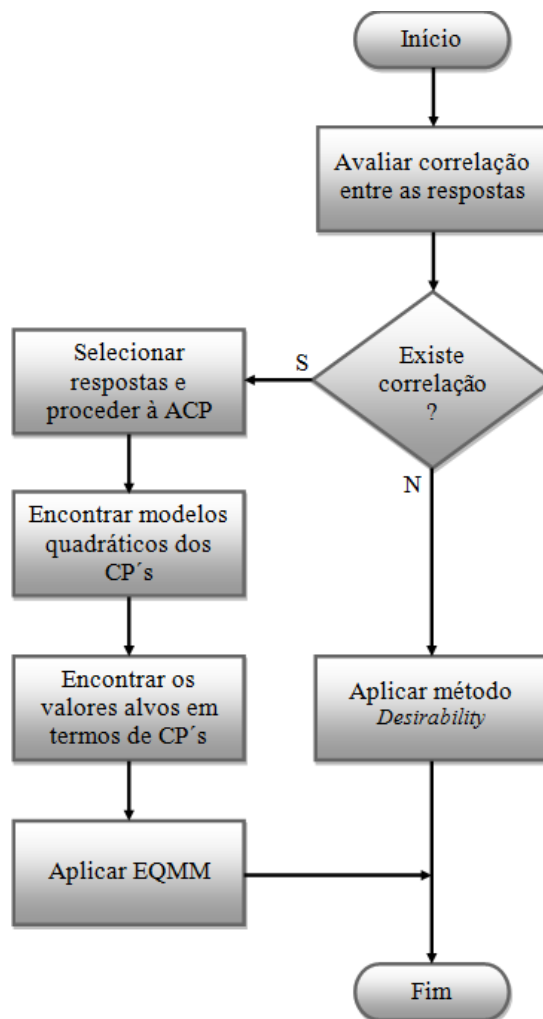


Figura 3.1 – Fluxo de procedimentos para obtenção do EQMM

## 3.2. MÉTODO II – PONDERAÇÃO DE RESPOSTAS

De acordo com o exposto anteriormente, o método EQMM apresenta como principal vantagem frente aos métodos tradicionais de otimização multivariada, a capacidade de tratar as estruturas de correlação existente entre as respostas de interesse, uma vez que a negligência dessa estrutura de correlação pode conduzir o processo a pontos de ótimo inadequados, além de reduzir o número de funções objetivo para o problema multiobjetivo (PAIVA, 2008).

Entretanto, em problemas de otimização, não há evidências de que os graus de importância entre as respostas devam ser iguais, dado que uma determinada característica pode ser mais importante para o decisor do que as demais. Dessa forma, quando se deseja a otimização de múltiplas respostas correlacionadas com graus de importância diferentes, a otimização da resposta mais importante pode ser prejudicada em favor da otimização da resposta menos importante, já que o método EQMM as considera igualmente importantes. Sendo assim, uma estratégia de ponderação das respostas deve ser considerada antes da implementação do EQMM.

No caso dos métodos tradicionais, a atribuição de pesos às respostas é feita diretamente nas funções objetivo, por meio da multiplicação das respostas pelas respectivas ponderações. O mesmo procedimento, entretanto, não pode ser atribuído ao EQMM. Considerando que a função objetivo do EQMM, expressa pela Equação 3.1, é escrita em função dos componentes principais e que estes se caracterizam como uma combinação linear das respostas que serão otimizadas, a atribuição de pesos diretamente na função fará com que os pesos sejam atribuídos aos componentes principais utilizados, o que não garante a ponderação das respostas de interesse.

Portanto, para o EQMM, propõe-se que a atribuição dos pesos às respostas seja realizada antes da Análise de Componentes Principais e que esta última seja desenvolvida levando em consideração a matriz de variância-covariância. Vale lembrar que o EQMM proposto por Paiva (2008) desenvolve a Análise de Componentes Principais considerando a matriz de correlação. Além disso, é necessário que as respostas sejam padronizadas antes da ponderação.



Dessa forma, é realizada inicialmente a padronização das respostas, segundo a Equação (3.5).

$$Z(y) = \frac{y - \mu_y}{\sigma_y} \quad (3.5)$$

Onde:  $Z(y)$  é o valor padronizado da resposta;

$y$  é o valor experimental obtido para a resposta;

$\mu_y$  é a média experimental da resposta;

$\sigma_y$  é o desvio-padrão experimental da resposta.

Em seguida, as respostas padronizadas são multiplicadas pelas respectivas ponderações. Várias formas de ponderação podem ser utilizadas. Entre elas, Ch'ng *et al.* (2005) sugerem que os pesos sejam atribuídos de forma que a soma entre eles seja igual a um, ou seja:

$$\sum_{i=1}^k \omega_i = 1 \quad (3.6)$$

Onde:  $\omega_i$  – Pesos atribuídos para as respostas;

$k$  – Número de respostas consideradas.

Seguindo, portanto, o que sugerem Ch'ng *et al.* (2005), determina-se a razão entre o percentual de explicação de cada componente principal significativo, pelo somatório da explicação de todos os componentes utilizados.

Outra forma de ponderação é a utilização da razão entre o viés individual e o viés total. Esse pode ser considerado como um método de ponderação iterativa, pois consiste em se adotar como pesos ótimos para as respostas originais, os resultados de uma primeira rodada de otimização (com qualquer método) executada sem pesos. O viés individual da resposta  $i$  é denotado como  $\delta_i = |\hat{y}_i - \theta_i|$ , onde  $\theta_i$  é o resultado obtido pela otimização individual de cada resposta, na iteração anterior. O viés total é a somatória dos vieses individuais ( $\sum_{i=1}^p \delta_i$ ). Dessa forma, essa razão é obtida de acordo com a Equação 3.7.

$$\omega_i = \frac{\delta_i}{\sum_{i=1}^p \delta_i} = \frac{|\hat{y}_i - \theta_i|}{\sum_{i=1}^p |\hat{y}_i - \theta_i|} \quad (3.7)$$

Após a padronização e ponderação das respostas, procede-se a Análise de Componentes Principais, de forma que os componentes sejam extraídos levando em consideração a matriz de variância-covariância. Os passos seguintes consistem no desenvolvimento de modelos quadráticos para os componentes principais e cálculo dos alvos em termos dos componentes. Tais procedimentos são idênticos aos realizados pelo EQMM sem ponderação.

Finalmente, chega-se à formulação para o EQMM ponderado, propondo-se que a otimização de múltiplas respostas correlacionadas considerando níveis de importância diferentes entre as respostas seja realizada a partir do seguinte equacionamento:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar } EQMM_p &= \prod_{i=1}^k \left[ \left( CP_i^*(\gamma) - \theta_{CP_i}^*(\gamma) \right)^2 + \lambda_{CP_i}^*(\gamma) \right] \\ \text{Sujeito a : } \mathbf{x}^T \mathbf{x} &\leq \rho^2 \end{aligned} \quad (3.8)$$

Onde:  $EQMM_p$  – Erro Quadrático Médio Multivariado Ponderado;

$k$  – Número de componentes principais utilizados;

$CP_i^*(\gamma)$  – Modelos de superfície de resposta desenvolvidos para os escores dos componentes principais das respostas ponderadas;

$\theta_{CP_i}^*(\gamma)$  – Alvos em termos dos componentes principais das respostas ponderadas;

$\lambda_{CP_i}^*(\gamma)$  – Autovalores dos componentes principais das respostas ponderadas;

$\mathbf{x}^T \mathbf{x} \leq \rho^2$  – Restrição do espaço experimental para regiões esféricas (no caso de se utilizar um arranjo CCD),  $\rho = \alpha$ .

Semelhantemente ao que ocorre no EQMM sem ponderação, a formulação definida pelo sistema de Equações 3.8 pode ser resolvida com o emprego do algoritmo GRG (Köksoy, 2008).

O Quadro 3.1 apresenta o fluxo de procedimentos necessários para a ponderação das respostas no EQMM e as respectivas formulações adotadas em cada uma das etapas.

Quadro 3.1 – Estratégia de ponderação das respostas proposta para o EQMM

Procedimentos	Formulações
<pre> graph TD     Inicio([Início]) --&gt; Avaliar[Avaliar correlação entre as respostas]     Avaliar --&gt; Existe{Existe correlação?}     Existe -- S --&gt; Padronizar[Padronizar as respostas selecionadas]     Padronizar --&gt; Determinar[Determinar os pesos adequados (wi)]     Determinar --&gt; Multiplicar[Multiplicar Z(y) pelos respectivos pesos (wi)]     Multiplicar --&gt; ACP[ACP pela matriz de variância-covariância]     ACP --&gt; Modelos[Obter os modelos quadráticos dos CP's]     Modelos --&gt; Alvos[Calcular os alvos em termos dos CP's]     Alvos --&gt; Formulação[Obter formulação do EQMM Ponderado]     Existe -- N --&gt; Tradicional[Aplicar método Tradicional]     Tradicional --&gt; Otimizacao[Executar otimização]     Formulação --&gt; Otimizacao     Otimizacao --&gt; Fim([Fim])   </pre>	$Z(y) = \frac{y - \mu_y}{\sigma_y}$ $\sum_{i=1}^k \omega_i = 1 \quad \text{ou} \quad \omega_i = \frac{\delta_i}{\sum_{i=1}^p \delta_i} = \frac{ \hat{y}_i - \theta_i }{\sum_{i=1}^p  \hat{y}_i - \theta_i }$ $\gamma = \omega_i Z_i(y)$ $CP_i = b_0 + [\nabla f(\mathbf{x})^T] + \left\{ \frac{1}{2} \mathbf{x}^T [\nabla^2 f(\mathbf{x})] \mathbf{x} \right\}$ $\theta_{CP_i} = e_i^T [Z(Y_p   \theta_{Y_p})] = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q e_{ij} [Z(Y_p   \theta_{Y_p})]$ $i = 1, 2, \dots, p; j = 1, 2, \dots, q$ $\text{Min EQMM}_p = \prod_{i=1}^k \left[ (CP_i^*(\gamma) - \theta_{CP_i}^*(\gamma))^2 + \lambda_{CP_i(\gamma)}^* \right]$ $\text{Sujeito a : } \mathbf{x}^T \mathbf{x} \leq \rho^2$

### **3.3. MÉTODO III – PROJETO DE PARÂMETROS ROBUSTOS MULTIVARIADOS**

O método de Projeto de Parâmetros Robustos Multivariados (PPRM) é um método de otimização de múltiplas respostas que utiliza o conceito original de arranjo cruzado proposto por Taguchi, trocando-se os arranjos ortogonais por arranjos de superfície, aplicando-se posteriormente a ACP e o EQMM. Este método é capaz de determinar o ponto ótimo do sistema que leve as variáveis de resposta correlacionadas a assumirem valores próximos dos valores alvos, com mínima variação. Este método pode ser entendido como uma adaptação do método EQMM discutido anteriormente para o caso de otimização robusta.

O projeto de parâmetro robusto é essencialmente um princípio que enfatiza a escolha apropriada dos níveis das variáveis de controle de um sistema (processo ou produto) focada em grande parte na variabilidade acerca de um alvo pré-definido para a variável de resposta (MYERS e MONTGOMERY, 1995). Seu objetivo é atingir os requerimentos para as características de qualidade por meio da determinação adequada de valores para as variáveis de controle, minimizando a variabilidade transmitida pelas variáveis de ruído (CHEN, 2008).

Em meados dos anos 80, Dr. Genichi Taguchi propôs uma inovadora abordagem para reduzir a variabilidade dos processos. Nesta abordagem, Taguchi classificou as variáveis significativas que influenciavam um sistema como “variável de controle” e “variável de ruído”. As variáveis de controle, como o próprio nome diz, exercem forte influência sobre o processo e são aquelas facilmente controladas ou medidas em um processo normal. Já as variáveis de ruído, também influenciam um processo normal de operação, porém, são incontroláveis. No entanto, as variáveis de ruído podem ser identificadas e controladas no âmbito de pesquisa e desenvolvimento. As variáveis de ruído estão relacionadas, por exemplo, às condições ambientais, às condições de utilização dos produtos e às alterações de características físicas de partes integrantes do processo durante sua realização.

Taguchi assumiu que a maior parte da variabilidade da resposta em relação ao alvo era causada pela presença de variáveis de ruído. Desta forma, o objetivo da abordagem proposta por Taguchi era encontrar um conjunto de variáveis de controle (parâmetros do processo) que

gerasse uma variável de resposta muito próxima do valor alvo definido e que minimizasse sua variação, tornando assim o sistema insensível à ação das variações incontrolláveis (ruído).

Taguchi utilizou um arranjo cruzado entre as variáveis de controle (arranjo interno) e as variáveis de ruído (arranjo externo). Neste tipo de arranjo, cada condição experimental é repetida nas diversas condições de ruído. Então, a razão Sinal-Ruído (S/N – do inglês *signal-to-noise ratio* - *SNR*) é calculada, fornecendo informação a respeito da média e da variância. A Tabela 3.1 exemplifica o formato de um arranjo cruzado composto de um arranjo interno  $2^{4-1}$  e de um arranjo externo  $2^2$ .

Tabela 3.1 – Arranjo cruzado

				<b>Arranjo Externo</b>				
				E	-1	-1	+1	+1
				F	-1	+1	-1	+1
				D	$y_{i1}$	$y_{i2}$	$y_{i3}$	$y_{i4}$
<b>Arranjo Interno</b>				A	B	C	D	
	-1	-1	-1	-1				
	-1	-1	+1	+1				
	-1	+1	-1	+1				
	-1	+1	+1	-1				
	+1	-1	-1	+1				
	+1	-1	+1	-1				
	+1	+1	-1	-1				
	+1	+1	+1	+1				

O conjunto de variáveis de entrada definido no processo de otimização impõe uma condição de estabilidade (mínima variação) ao processo, mesmo com a presença de um conjunto de variáveis aleatórias de ruído.

Diversos autores demonstraram interesse em adaptar as idéias de projeto robusto sugerido por Taguchi a um método cuja análise estatística seja mais apurada. Chiao e Hamada (2001) e Quesada e Del Castillo (2004), por exemplo, discutem a aplicação de técnicas como a MSR para o projeto de parâmetro robusto multivariado. Assim, uma ampla variedade de métodos está disponível para modelar e analisar dados, auxiliando na determinação de parâmetros de projeto robusto. A correta escolha do método depende do projeto estudado e da natureza dos dados disponíveis. É insensato forçar um método simples como a análise de Sinal/Ruído de Taguchi para todas as situações (NAIR *et al.*, 2002).

Neste sentido, propõe-se a utilização do EQMM como método de otimização de parâmetros robustos. Para sua aplicação, inicialmente devem ser eleitas as variáveis de

resposta de interesse. Um adequado planejamento do experimento deve ser feito de maneira que a medição das variáveis de resposta seja repetida para o mesmo conjunto de variáveis de controle nas diversas condições de ruído. Desta forma, será possível calcular o valor médio das variáveis de resposta nas diversas condições de ruído, bem como suas variâncias.

Executando-se a modelagem e a conseguinte otimização individual de cada  $\hat{y}_p$ , obtêm-se os alvos para as médias,  $\theta_p$ . Com estes alvos, uma nova variável de resposta  $EQM_p$  passa a ser escrita como  $EQM_p = (\hat{y}_p - \theta_p)^2 + \hat{\sigma}_p^2$ , com  $i=1,2,\dots,p$ . Em seguida, ajusta-se um modelo quadrático para cada  $EQM_p$ , seguido da respectiva otimização individual. Os valores mínimos de  $EQM_p$  em cada otimização individual serão então os novos alvos  $(\theta_p^*)$ .

A seguir, verifica-se a existência da estrutura de correlação entre os  $EQM_p$ , partindo-se para a execução da ACP dos  $EQM_p$ . Segue-se o critério de Kaiser para a seleção do número correto de componentes principais. Sobre os escores de componentes principais das variáveis  $EQM_p$  aplica-se o algoritmo OLS, gerando-se os seus respectivos modelos quadráticos,  $CP_i$ .

Após a análise de autovalores-autovetores, os alvos  $(\theta_p^*)$  são escritos em termos de componentes principais, da mesma maneira como nos casos anteriores.

Se somente um componente principal for selecionado, o cálculo de seu respectivo EQMM deve seguir a formulação dada pela Equação 3.9.

$$EQMM = [CP_1 - \theta^*(CP_1)]^2 + \lambda_1 \quad (3.9)$$

Caso um maior número de componentes principais seja necessário para explicar a variação dos dados, então o cálculo de EQMM deve seguir a formulação dada pela Equação 3.10:

$$EQMM = \left[ \prod_{j=1}^p EQMM_{CP_j} \mid \lambda_j \geq 1 \right]^{\frac{1}{p}} \quad (3.10)$$

Considerando que o cálculo do EQMM obedece à Equação 3.10, um sistema de otimização pode ser estruturado como:

$$\begin{aligned}
\text{Minimizar } EQMM_T &= \left[ \prod_{i=1}^k (EQMM_i | \lambda_i \geq 1) \right]^{\left(\frac{1}{k}\right)} \\
&= \left\{ \prod_{i=1}^k \left[ (CP_i - \theta_{CP_i})^2 + \lambda_i | \lambda_i \geq 1 \right] \right\}^{\left(\frac{1}{k}\right)} \\
&\quad i = 1, 2, \dots, k; \quad k \leq p \\
\text{Sujeito a : } \mathbf{x}^T \mathbf{x} &\leq \rho^2
\end{aligned} \tag{3.11}$$

### 3.4. RESUMO DOS MÉTODOS PROPOSTOS

O Quadro 3.2 a seguir, apresenta uma síntese dos modelos matemáticos para os quatro métodos propostos:

Quadro 3.2 – Resumo dos modelos matemáticos desenvolvidos

Método	Descrição	Modelo Matemático
I	Problemas de Alvo <i>EQMM</i>	$\text{Minimizar } EQMM = \left[ \prod_{i=1}^k EQMM_{CP_i} \mid \lambda_i \geq 1 \right]^{\frac{1}{k}}$ $\text{Sujeito a : } \mathbf{x}^T \mathbf{x} \leq \rho^2$
II	Ponderação de Respostas <i>EQMM</i> Ponderado	$\text{Minimizar } EQMM_P = \prod_{i=1}^n \left[ (CP_i^* - T_{CP_i}^*)^2 + \lambda_{CP_i}^* \right]$ $\text{Sujeito a : } \mathbf{x}^T \mathbf{x} \leq \rho^2$
III	Otimização de múltiplas médias e variâncias (DUAIS)	$\text{Minimizar } EQMM_T = \left[ \prod_{i=1}^k (EQMM_i \mid \lambda_i \geq 1) \right]^{\left(\frac{1}{k}\right)}$ $= \left\{ \prod_{i=1}^k \left[ (CP_i - \theta_{CP_i}^*)^2 + \lambda_i \mid \lambda_i \geq 1 \right] \right\}^{\left(\frac{1}{k}\right)}$ $i = 1, 2, \dots, k; \quad k \leq p$ $\text{Sujeito a : } \mathbf{x}^T \mathbf{x} \leq \rho^2$ <p style="text-align: center;">Com:</p> $\begin{cases} \theta_p = \text{Min}(\hat{Y}_p) \\ \text{s.a. : } \mathbf{x}^T \mathbf{x} \leq \rho^2 \end{cases} \quad \begin{cases} \theta_p^* = \text{Min}(EQM_p) \\ \text{s.a. : } \mathbf{x}^T \mathbf{x} \leq \rho^2 \end{cases}$ $EQM_p = (\hat{y}_p - \theta_p)^2 + \hat{\sigma}_p^2$ $\theta_{CP_i}^* = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q e_{ij} [Z(EQM_p \mid \theta_p^*)]$ $\hat{Y}_p = b_{0i} + [\nabla f(\mathbf{x})^T]_i + \left\{ \frac{1}{2} \mathbf{x}^T [\nabla^2 f(\mathbf{x})] \mathbf{x} \right\}_i \quad i = 1, 2, \dots, p.$



## Capítulo 4

# 4 APLICAÇÃO DOS MÉTODOS PROPOSTOS

Para avaliar a aplicabilidade e a eficiência dos métodos propostos nesta tese, duas estratégias serão utilizadas: uma experimental – utilizando-se três casos distintos de arranjos CCD para o processo de torneamento do aço ABNT 52100, e outra, por simulação computacional. Especificamente neste capítulo, empregar-se-ão três casos de aplicação, a saber:

- a) CCD padrão para o torneamento do aço ABNT 52100, com dureza de 55 HRC, utilizando-se pastilhas de cerâmica mista e geometria convencional, com respostas medidas no fim de vida da ferramenta;
- b) CCD padrão para o torneamento do aço ABNT 52100, com dureza de 50 HRC, utilizando-se pastilhas de cerâmica mista e geometria alisadora (WIPER), com respostas medidas no fim de vida da ferramenta;
- c) Um arranjo cruzado, composto por um arranjo interno (CCD) e um arranjo externo (Fatorial completo), sendo esse último construído para duas variáveis de ruído (Desgaste e Dureza (40 e 50 HRC)), com respostas medidas no primeiro passe.

Todos os ensaios foram executados no Laboratório de Automação da Manufatura (LAM) da Unifei. Tais ensaios foram conduzidos utilizando-se o aço ABNT 52100 endurecido, cuja composição química está descrita na Tabela 4.1.

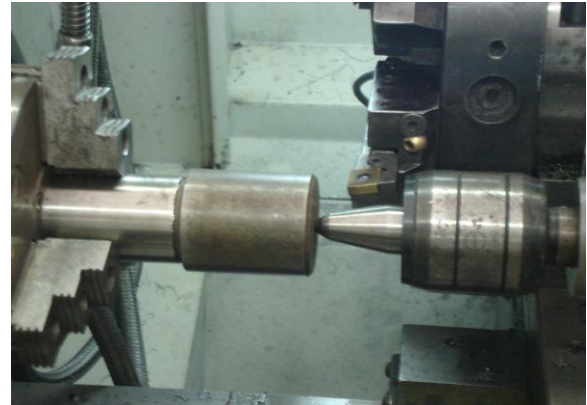
Tabela 4.1 – Composição química do aço ABNT 52100

<b>Elemento</b>	<b>C</b> <i>Carbono</i>	<b>Si</b> <i>Silício</i>	<b>Mn</b> <i>Manganês</i>	<b>Cr</b> <i>Crômio</i>	<b>Mo</b> <i>Molibdênio</i>	<b>Ni</b> <i>Níquel</i>	<b>S</b> <i>Enxofre</i>	<b>P</b> <i>Fósforo</i>
<b>Teor (%)</b>	0,98 a 1,10	0,15 a 0,35	0,25 a 0,45	1,30 a 1,60	0,04	0,11	0,025 máx.	0,025 máx.

O torneamento foi realizado utilizando-se de um Torno CNC Nardini Logic 175 (Figura 4.1 (a)), com as seguintes características: potência máxima no eixo de 7,5 CV; rotação máxima de 4000 rpm; torre com oito posições; torque máximo de 200 kgf.m.



(a)



(b)

Figura 4.1 – (a) Torno CNC utilizado; (b) Fixação do corpo de prova

Os corpos de prova (Figura 4.1 (b)) foram usinados a partir dos parâmetros sugeridos pelo catálogo do fabricante Sandvik-Coromant (2011), para cada tipo de ferramenta de corte utilizado.

Em todos os casos apresentados foram gerados arranjos experimentais CCD, cuja sequência dos experimentos seguiram sua ordem padrão e os parâmetros de entrada adotados foram, velocidade de corte ( $V_c$ ), avanço ( $f$ ) e profundidade de usinagem ( $a_p$ ). Tais parâmetros assim se definem: velocidade de corte é a velocidade tangencial instantânea resultante da rotação da peça em relação à ferramenta para a operação de torneamento, cujos movimentos de avanço e corte ocorrem simultaneamente; a velocidade de avanço é o produto da taxa de avanço pela rotação da peça; e profundidade de usinagem é a profundidade ou largura de

penetração da ferramenta em relação à peça, medida perpendicularmente ao plano de trabalho (DINIZ *et al.*, 2008, *apud* FERRARESI, 1977).

No caso (a), os corpos de prova utilizados apresentavam dimensões de  $\Phi 49 \times 50$  mm, os quais foram previamente temperados e revenidos, apresentando após o tratamento térmico, valores de durezas entre 53 e 55 HC, até uma profundidade de 3 mm abaixo da superfície. As respostas medidas no fim de vida da ferramenta para esse procedimento foram: vida da ferramenta, tempos de corte, custo, taxa de remoção de material e rugosidade média ( $R_a$ ). No caso (b), que também será utilizado durante as simulações descritas no capítulo 5, as respostas medidas foram as mesmas do caso (a), incluindo-se a medição da rugosidade  $R_t$ .

No caso (c), os corpos de prova apresentavam as mesmas dimensões daqueles utilizados no caso (a), os quais sofreram os mesmos tratamentos térmicos, atingindo valores de dureza de 40 e 50 HRC. As cinco formas de medição de rugosidade foram consideradas como respostas:  $R_a$ ,  $R_q$ ,  $R_t$ ,  $R_y$  e  $R_z$ .

As rugosidades dos corpos de prova foram obtidas com o auxílio de um rugosímetro da marca MITUTOYO, modelo *Surftest* SJ-201P. Os valores medidos para as variáveis de resposta  $R_a$ ,  $R_y$ ,  $R_z$ ,  $R_q$  e  $R_t$  foram obtidos simultaneamente.

## 4.1. MÉTODO I – PROBLEMAS DE ALVO

Para ilustrar a aplicação do método de otimização para problemas de alvo, um procedimento experimental de torneamento do aço endurecido ABNT 52100, foi realizado, utilizando-se insertos de cerâmica mista ( $Al_2O_3 + TiC$ ), classe Sandvik-Coromant GC6050, recoberta por uma fina camada de Nitreto de Titânio (TiN) e geometria ISO CNGA 120408 S01525. Utilizou-se um suporte com geometria negativa ISO, código DCLNL 1616H12 e ângulo de posição  $\chi_r = 95^\circ$ .

Os corpos de prova utilizados na condução do procedimento experimental, com dureza de 55 HRC, foram usinados adotando-se os parâmetros sugeridos pelo catálogo do fabricante Sandvik-Coromant (2011), conforme descritos pela Tabela 4.2.

Tabela 4.2 – Parâmetros de usinagem do aço ABNT 52100

Parâmetros	Símbolo	Unidade	Níveis (Codificados)				
			-1,633	-1	0	+1	+1,633
Velocidade de corte	$V_c$	$m/min$	187,34	200	220	240	252,66
Avanço	$f$	$mm/v$	0,0342	0,050	0,075	0,100	0,1158
Profundidade de usinagem	$a_p$	$mm$	0,1025	0,150	0,225	0,300	0,3475

Para os três parâmetros estudados – velocidade de corte ( $V_c$ ), avanço ( $f$ ) e profundidade de usinagem ( $a_p$ ) – seis características foram observadas: (i) a vida da ferramenta ( $T$ ); (ii) o tempo de corte ( $T_c$ ); (iii) o tempo total do processo ( $T_t$ ); (iv) o custo de usinagem ( $K_p$ ); (v) a taxa de remoção de material ( $TRM$ ); e, (vi) a rugosidade média da peça ( $R_a$ ). Nesse conjunto de seis respostas para o experimento, três características foram medidas – vida da ferramenta ( $T$ ), rugosidade média ( $R_a$ ) e tempo de corte ( $T_c$ ) – a taxa de remoção de material ( $TRM$ ) foi obtida diretamente, pelo produto  $V_c \times f \times a_p$ ; já o tempo total de usinagem e o custo de usinagem ( $K_p$ ) foram calculados segundo as Equações 4.2 e 4.3, apresentadas a seguir, descritas em Diniz *et al.*, (2008, *apud* FERRARESI, 1977), utilizando-se os dados complementares descritos pela Tabela 4.3.

Tabela 4.3 – Condições experimentais no torneamento do aço ABNT 52100

Parâmetro	Símbolo	Valor
Tamanho do lote (unidade)	$Z$	1.000
Tempo secundário (min)	$t_s$	0,5
Tempo de aproximação e afastamento da ferramenta (min)	$t_a$	0,1
Tempo de preparo da máquina (min)	$t_p$	60
Tempo de troca de inserto (min)	$t_{ft}$	1
Custo máquina + operador (US\$)	$S_m + S_h$	80
Custo do porta-ferramenta (US\$)	$V_{si}$	200
Vida média do porta-ferramenta (número de arestas)	$N_{fp}$	1.000
Custo do inserto (US\$)	$K_{pi}$	50
Número de arestas de corte no inserto	$N_s$	4
Comprimento da peça (mm)	$l_f$	50
Diâmetro inicial (mm)	$D$	49
Diâmetro final (mm)	$d$	46
Diâmetro médio (mm)	$D_m$	47,5

De acordo com Diniz *et al.* (2008, *apud* FERRARESI, 1977), o tempo de corte ( $T_c$ ) pode ser descrito em torneamento cilíndrico como:

$$T_c = \frac{l_f \pi D_m}{1000 f V_c} \quad (4.1)$$

Onde  $l_f$  é o comprimento da peça,  $D_m$  é o diâmetro médio da peça trabalhada,  $f$  é a taxa de avanço e  $V_c$  é a velocidade de corte adotada. O tempo total de torneamento ( $T_t$ ), em minutos, pode ser determinado pela Equação 4.2.

$$T_t = \left(1 + \frac{t_{ft}}{T}\right) \left(\frac{l_f \cdot \pi \cdot d}{1000 \cdot f \cdot V_c}\right) + \left(t_s + t_a + \frac{t_p}{Z} - \frac{l}{Z} \cdot t_{ft}\right) \quad (4.2)$$

Os mesmos autores definem que o custo total do processo de torneamento ( $K_p$ ), considerando insertos intercambiáveis, pode ser calculado utilizando a Equação 4.3, tal que:

$$K_p = \left(\frac{T_t}{60} - \frac{1}{Z}\right) \cdot (S_h + S_m) + \frac{T_c}{60} (S_h + S_m) + \frac{T_c}{T} \left[ \left(\frac{V_{si}}{N_{fp}} + \frac{K_{pi}}{N_s}\right) + t_{ft} (S_h + S_m) \right] \quad (4.3)$$

Os significados dos símbolos utilizados nas Equações 4.1, 4.2 e 4.3, bem como os valores adotados, são aqueles apresentados na Tabela 4.3. Ensaios experimentais foram estabelecidos utilizando um CCD com blocagem, construído de acordo com o arranjo de superfície de resposta apresentado na Tabela 4.4.

Tabela 4.4 – Dados experimentais para o torneamento do ABNT 52100

Nº	B	$V_c$	$f$	$a_p$	$T$	$T_c$	$T_t$	$K_p$	$TRM$	$R_a$
1	1	200,00	0,0500	0,1500	16,75	7,70	8,82	17,59	1,50	0,33
2	1	240,00	0,0500	0,1500	11,50	6,41	7,63	17,26	1,80	0,28
3	1	200,00	0,1000	0,1500	9,85	3,85	4,90	11,49	3,00	0,70
4	1	240,00	0,1000	0,1500	8,50	3,21	4,24	10,45	3,60	0,57
5	1	200,00	0,0500	0,3000	11,50	3,85	4,84	10,71	3,00	0,25
6	1	240,00	0,0500	0,3000	7,45	3,21	4,30	11,20	3,60	0,42
7	1	200,00	0,1000	0,3000	8,20	1,92	2,82	6,74	6,00	0,57
8	1	240,00	0,1000	0,3000	6,25	1,60	2,52	6,62	7,20	0,61
9	1	220,00	0,0750	0,2250	8,60	3,11	4,13	10,10	3,71	0,36
10	1	220,00	0,0750	0,2250	6,80	3,10	4,23	11,44	3,71	0,42
11	2	187,34	0,0750	0,2250	10,10	3,65	4,67	10,82	3,16	0,34
12	2	252,66	0,0750	0,2250	7,60	2,71	3,72	9,49	4,26	0,45
13	2	220,00	0,0342	0,2250	17,50	6,82	7,87	15,45	1,69	0,32
14	2	220,00	0,1158	0,2250	7,20	2,01	2,95	7,49	5,73	0,72
15	2	220,00	0,0750	0,1025	12,00	6,82	8,05	17,96	1,69	0,36
16	2	220,00	0,0750	0,3475	6,70	2,01	2,97	7,78	5,73	0,31
17	2	220,00	0,0750	0,2250	7,20	3,09	4,20	11,09	3,71	0,37
18	2	220,00	0,0750	0,2250	9,10	3,11	4,11	9,82	3,71	0,29
Média:					9,60	3,79	4,83	11,31	3,71	0,42
Variância:					3,24	1,86	1,93	3,55	1,61	0,14
Alvo ( $\theta_{Y_i}$ ):					6,50	1,60	2,60	7,30	6,30	0,40
Variável padronizada $Z(Y_i \theta_{Y_i})$ :					-0,97	-1,17	-1,16	-1,13	1,61	-0,17

O modelo de superfície de resposta foi aplicado, por meio de um CCD, com quatro *center points*, dois blocos e uma distância axial de projeto,  $\rho = 1,633$ , coletando-se, assim, os dados das seis características investigadas. Utilizando-se o software Minitab, com nível de

significância de 5%, verificou-se que os dados suportariam uma fatorização multivariada, segundo a Tabela 4.5, dado que as correlações entre as respostas eram fortes e significativas.

Tabela 4.5 – Análise de correlação entre as respostas

	<i>T</i>	<i>T<sub>c</sub></i>	<i>T<sub>t</sub></i>	<i>K<sub>p</sub></i>	<i>TRM</i>
<i>T<sub>c</sub></i>	0,899 <sup>a</sup> 0,000 <sup>b</sup>				
<i>T<sub>t</sub></i>	0,885 0,000	0,999 0,000			
<i>K<sub>p</sub></i>	0,776 0,000	0,971 0,000	0,979 0,000		
<i>TRM</i>	-0,772 0,000	-0,894 0,000	-0,900 0,000	-0,917 0,000	
<i>R<sub>a</sub></i>	-0,420 0,082	-0,471 0,048	-0,475 0,047	-0,483 0,042	0,540 0,021

Na tabela 4.5, os dados superiores (a) representam o Coeficiente de Pearson e os inferiores (b), *P-Value*.

Assim, uma ACP foi realizada, a partir das seis respostas de interesse, cujos resultados compõe a Tabela 4.6.

Tabela 4.6 – Análise de Componentes Principais (ACP)

<b>Variáveis</b>	<i>CP<sub>1</sub></i>	<i>CP<sub>2</sub></i>	<i>CP<sub>3</sub></i>	<i>CP<sub>4</sub></i>	<i>CP<sub>5</sub></i>	<i>CP<sub>6</sub></i>
Autovalores	4,897	0,720	0,267	0,116	0,001	0,000
Proporção	0,816	0,120	0,044	0,019	0,000	0,000
Acumulado	0,816	0,936	0,981	1,000	1,000	1,000
<b>Autovetores</b>						
<i>T</i>	0,403	-0,180	-0,806	0,233	0,317	-0,015
<i>T<sub>c</sub></i>	0,445	-0,160	-0,028	-0,284	-0,548	-0,627
<i>T<sub>t</sub></i>	0,446	-0,154	0,032	-0,296	-0,319	0,767
<i>K<sub>p</sub></i>	0,436	-0,107	0,419	-0,344	0,697	-0,135
<i>TRM</i>	-0,424	-0,018	-0,400	-0,805	0,105	-0,007
<i>R<sub>a</sub></i>	-0,265	-0,952	0,112	0,105	0,003	0,000

Na Tabela 4.6, *CP<sub>1</sub>* é a combinação linear com máxima variância, *CP<sub>2</sub>* é a combinação linear com máxima variância na direção ortogonal do primeiro componente, e assim por diante (RENCHEER, 2002); os valores apresentados em “Proporção” correspondem à variância

atribuída a cada componente, os quais, quando somados, resultam nos valores “Acumulados”. Por fim, os autovetores representam os coeficientes da direção do plano ajustado.

De acordo com a Tabela 4.6, corroborada pelos resultados da análise de correlação apresentados na Tabela 4.5, o primeiro componente principal ( $CP_1$ ), por si só, representa 81,6% da variabilidade acumulada, explicação suficiente da variância-covariância, constituindo-se em excelente opção de representação da função multiobjetiva. Além disso, os autovetores mostram que existe uma forte correlação positiva entre  $CP_1$  e  $T$ ,  $T_c$ ,  $T_t$  e  $K_p$ , enquanto que uma correlação negativa pode ser observada entre  $CP_1$  e as respostas  $TRM$  e  $R_a$ . Esse tipo de relacionamento indica que a minimização de EQMM (construído a partir e somente com  $CP_1$ ) conduz para a normalização global, ou seja, todas as respostas são capazes de atingir seus respectivos alvos. A Tabela 4.7 apresenta os escores de  $CP_1$  e  $CP_2$ .

Tabela 4.7 – Superfícies de resposta para  $CP_1$  e  $CP_2$

Nº	B	$V_c$	$f$	$a_p$	$CP_1$	$CP_2$
1	1	200,00	0,0500	0,1500	4,27	-0,59
2	1	240,00	0,0500	0,1500	3,01	0,24
3	1	200,00	0,1000	0,1500	-0,22	-1,79
4	1	240,00	0,1000	0,1500	-0,74	-0,73
5	1	200,00	0,0500	0,3000	0,70	1,10
6	1	240,00	0,0500	0,3000	-0,50	0,25
7	1	200,00	0,1000	0,3000	-2,50	-0,41
8	1	240,00	0,1000	0,3000	-3,31	-0,55
9	1	220,00	0,0750	0,2250	-0,48	0,63
10	1	220,00	0,0750	0,2250	-0,63	0,29
11	2	187,34	0,0750	0,2250	0,23	0,58
12	2	252,66	0,0750	0,2250	-1,18	0,18
13	2	220,00	0,0342	0,2250	3,64	-0,36
14	2	220,00	0,1158	0,2250	-2,70	-1,41
15	2	220,00	0,0750	0,1025	3,24	-0,40
16	2	220,00	0,0750	0,3475	-1,97	1,30
17	2	220,00	0,0750	0,2250	-0,54	0,61
18	2	220,00	0,0750	0,2250	-0,33	1,07
Média:					0,00	0,00
Variância:					2,21	0,85
Alvo ( $\theta_{y_i}$ ):					<b>-2,56</b>	<b>0,79</b>



Na Tabela 4.7, os dados em negrito foram obtidos aplicando-se a Equação 3.3.

Apesar da boa explicação da variância-covariância com o primeiro componente principal, existe uma pobre correlação entre  $CP_1$  e a rugosidade ( $R_a$ ) e uma forte e negativa correlação entre  $CP_2$  e  $R_a$ , que sugerem que  $CP_2$  também deva ser considerado. Assim, a escolha pelos dois primeiros componentes principais para compor o erro quadrático médio multivariado total pode ser responsável pela explicação de 93,60% da estrutura de variação das seis respostas investigadas. Neste caso ( $k=2$  componentes principais), a média geométrica utilizada no EQMM se transformará numa raiz quadrada.

Realizada a ACP, foram determinados os escores dos componentes principais por meio da Equação 2.29, e, em seguida, utilizando-se o algoritmo dos Mínimos Quadrados Ordinários,  $CP_1$  e  $CP_2$  foram fixados.

As Figuras 4.2 (a) e (b) representam, graficamente, as superfícies de  $CP_1$  e  $CP_2$ , respectivamente.

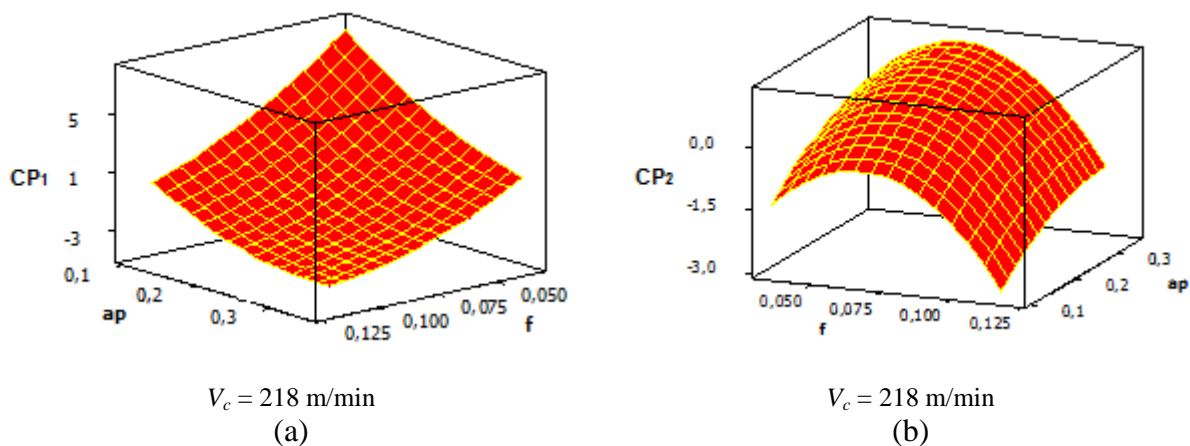


Figura 4.2 – Superfície de Resposta para  $CP_1$  (a) e  $CP_2$  (b)

A Figura 4.2 (a) representa o comportamento de  $CP_1$  em relação a  $a_p$  e a  $f$ . Já a Figura 4.2 (b) representa o comportamento de  $CP_2$  em relação aos mesmos fatores.

De acordo com a Tabela 4.6, a resposta  $T$  apresenta uma correlação positiva com  $CP_1$ . De acordo com a superfície de  $CP_1$ , representada na Figura 4.2 (a), e considerando a correlação existente, pode-se dizer que o valor de  $T$  decresce, à medida que  $a_p$  aumenta. A Figura 4.3, para a qual somente os escores de  $CP_1$  e o fator  $a_p$  da superfície foram selecionados, demonstra essa situação.

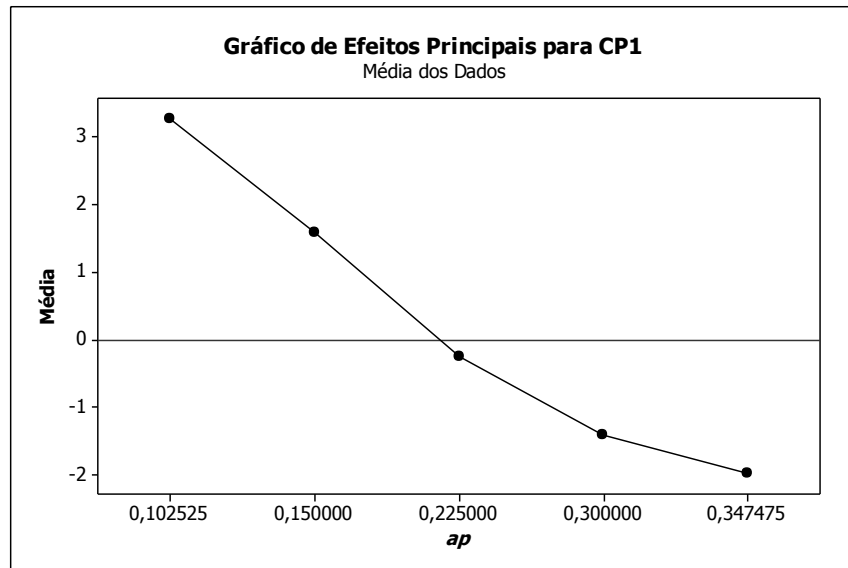


Figura 4.3 – Gráfico de Efeitos Principais:  $CP_1$  x  $a_p$

Da mesma forma,  $T$  decresce, à medida que  $f$  aumenta. A Figura 4.4 demonstra essa nova situação.

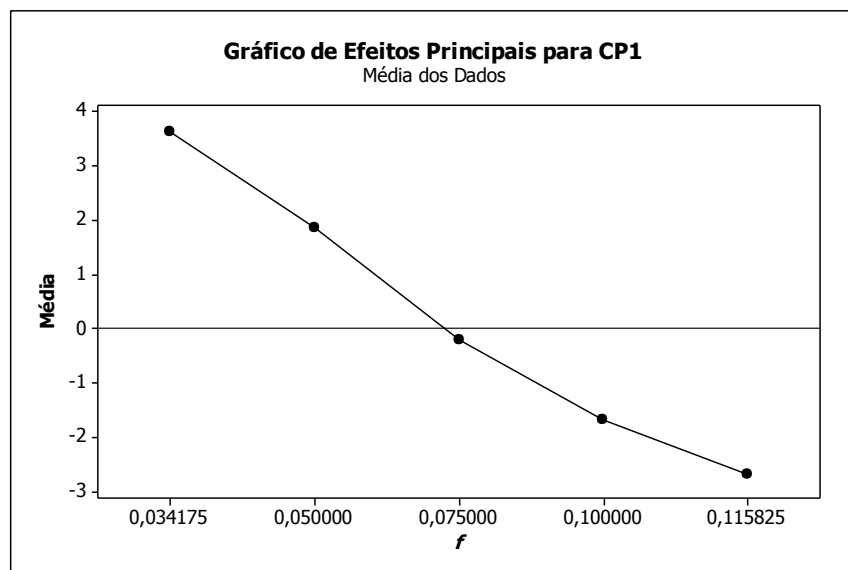


Figura 4.4 – Gráfico de Efeitos Principais:  $CP_1$  x  $f$

Além disso, existindo correlação entre os componentes e as respostas, a superfície convexa (Figura 4.2 (a)) indica que se existe um ponto de mínimo para a superfície, existe, também, um ponto de mínimo para a resposta, na mesma região. A análise pode ser realizada, também, para a superfície côncava, indicando a existência de um ponto de máximo (Figura 4.2 (b)), com respectivo máximo para a resposta, na mesma região.

A Tabela 4.8 apresenta o modelo quadrático completo para cada resposta e sua respectiva significância.

Tabela 4.8 – Modelos quadráticos completos para cada resposta

<i>Termo</i>	$CP_1$	$CP_2$	$T$	$T_c$	$T_t$	$K_p$	$TRM$	$R_a$
$b_0$	<b>-0,4758<sup>(1)</sup></b>	<b>0,672</b>	<b>7,9680</b>	<b>3,1160</b>	<b>4,1800</b>	<b>10,6220</b>	<b>3,7130</b>	<b>0,3560</b>
$V_c$	<b>-0,4569</b>	0,019	<b>-1,2510</b>	<b>-0,3320</b>	<b>-0,3180</b>	-0,2380	<b>0,3380</b>	0,0160
$f$	<b>-1,8452</b>	<b>-0,465</b>	<b>-2,3410</b>	<b>-1,3830</b>	<b>-1,4360</b>	<b>-2,5840</b>	<b>1,2380</b>	<b>0,1360</b>
$a_p$	<b>-1,5328</b>	<b>0,454</b>	<b>-1,6390</b>	<b>-1,3830</b>	<b>-1,4550</b>	<b>-2,8610</b>	<b>1,2380</b>	-0,0080
$V_c^2$	-0,0430	-0,154	0,2340	<b>-0,0060</b>	-0,0230	-0,1960	0,0000	0,0230
$f^2$	<b>0,3113</b>	<b>-0,626</b>	<b>1,5470</b>	<b>0,4570</b>	<b>0,4330</b>	0,2970	0,0000	<b>0,0700</b>
$a_p^2$	<b>0,3732</b>	-0,127	0,4220	0,4570	<b>0,4700</b>	<b>0,8220</b>	0,0000	0,0000
$V_c \times f$	0,1413	0,116	0,7500	0,1210	0,0960	-0,1650	<b>0,1130</b>	-0,0260
$V_c \times a_p$	-0,0288	<b>-0,361</b>	<b>0,0750</b>	0,1210	0,1260	0,2180	<b>0,1130</b>	<b>0,0500</b>
$f \times a_p$	<b>0,2788</b>	-0,016	0,6750	<b>0,4390</b>	<b>0,4390</b>	<b>0,5450</b>	<b>0,4130</b>	-0,0180
$R^2 \text{ adj.}$	99,20%	85,00%	85,00%	99,10%	99,30%	97,20%	99,90%	89,10%

(1) – Os valores em negrito representam os termos significativos individuais (P-value<5%).

As Tabelas 4.9 e 4.10 apresentam a análise de variância (ANOVA) para os modelos quadráticos completos de  $CP_1$  e  $CP_2$ . Esses modelos foram utilizados para todas as respostas, pois não se detectou falta de ajuste nos mesmos.

A análise foi completada utilizando-se unidades codificadas para eliminar quaisquer resultados estatísticos equivocados devido a diferentes escalas de medidas dos fatores. Unidades não codificadas frequentemente conduzem os termos do modelo para a colinearidade que aumenta a variabilidade na estimação dos coeficientes, resultando em interpretações equivocadas (MONTGOMERY, 2001).

Tabela 4.9 – ANOVA para o primeiro componente principal –  $CP_1$ 

<b>Fonte</b>	<b>DF</b>	<b>SS</b>	<b>MS</b>	<b><math>F_0</math></b>	<b>P-Value</b>
<b>Regressão</b>	9	82,912	9,212	234,62	0,000
Linear	3	79,511	26,503	674,97	0,000
Quadrática	3	2,614	0,871	22,19	0,000
Interação	3	0,788	0,263	6,69	0,014
<b>Erro Residual</b>	8	0,3141	0,039		
Falta de ajuste	5	0,266	0,0533	3,35	0,174
Erro Puro	3	0,0477	0,0159		
<b>Total</b>	17	83,226			

Tabela 4.10 – ANOVA para o segundo componente principal –  $CP_2$ 

<b>Fonte</b>	<b>DF</b>	<b>SS</b>	<b>MS</b>	<b><math>F_0</math></b>	<b>P-Value</b>
<b>Regressão</b>	9	11,356	1,262	11,9	0,001
Linear	3	5,615	1,872	17,33	0,001
Quadrática	3	4,592	1,530	14,17	0,001
Interação	3	1,149	0,383	3,55	0,067
<b>Erro Residual</b>	8	0,864	0,108		
Falta de ajuste	5	0,556	0,111	1,08	0,506
Erro Puro	3	0,308	0,103		
<b>Total</b>	17	12,220			

Para o caso investigado do aço endurecido ABNT 52100, tipo NTB, as distâncias entre as respostas fixadas e seus respectivos valores alvos devem ser minimizadas, ao mesmo tempo em que a influência da estrutura de variância-covariância é considerada. Adotando esses critérios de minimização, um sistema de otimização não linear pode ser definido em termos do erro quadrático médio multivariado, utilizando-se, adicionalmente, uma restrição de esfericidade para os níveis dos fatores. Esta restrição,  $\rho^2 = 2,667$  forçará a solução a permanecer dentro da região experimental. Depois de coletadas as informações prévias no sistema de otimização, torna-se possível descrever o modelo como se segue:

$$\text{Minimizar } EQMM_T = \sqrt{\left[ (CP_1 - \theta_{C_R})^2 + \lambda_1 \right] \cdot \left[ (CP_2 - \theta_{C_B})^2 + \lambda_2 \right]} \quad (4.4)$$

$$\text{Subjeito a: } \mathbf{x}^T \mathbf{x} \leq \rho^2 = V_c^2 + f^2 + a_p^2 \quad (4.5)$$

$$\text{com } \theta_{PC_i} = e_{1i} [Z(T|\theta_T)] + e_{2i} [Z(C_i|\theta_{C_i})] + e_{3i} [Z(T_i|\theta_{T_i})] + e_{4i} [Z(K_p|\theta_{K_p})] + e_{5i} [Z(MRR|\theta_{TRM})] + e_{6i} [Z(R_a|\theta_{R_a})] \quad (4.6)$$

$$PC_i = b_{0i} + [\nabla f(\mathbf{x})^T]_i + \left\{ \frac{1}{2} \mathbf{x}^T [\nabla^2 f(\mathbf{x})] \mathbf{x} \right\}_i \quad (4.7)$$

$$i = 1, 2, \dots, p.$$

Onde  $\mathbf{x} = [V_c, f, a_p]$ . O termo  $Z$  representa o valor padronizado da  $i$ -ésima resposta considerando os valores alvos  $\theta_{Y_i}$  tal que  $Z(Y_i|\theta_{Y_i}) = \frac{[(\theta_{Y_i}) - \mu_{Y_i}]}{(\sigma_{Y_i})^{-1}}$ . Os valores numéricos dos alvos padronizados  $Z(Y_i|\theta_{Y_i})$  no presente caso foram citados na última linha da Tabela 4.7. Na Equação 4.6, oriunda da Equação 3.3,  $e_{ij}$  representam os autovetores associados aos respectivos componentes principais, e os valores numéricos são descritos na Tabela 4.7. Utilizando-se o relacionamento determinado pela Equação 4.6, os alvos dos componentes principais foram calculados como  $\theta_{PC_1} = -2,56$  e  $\theta_{PC_2} = 0,786$ . Da Tabela 4.6, os dois autovalores foram  $\lambda_1 = 4,897$  e  $\lambda_2 = 0,720$ . A minimização das distâncias entre os componentes principais e seus respectivos alvos podem levar à solução de compromisso que atende aos alvos de todas as seis respostas correlacionadas.

Para resolver o sistema de otimização não linear descrito pelas Equações 4.4 a 4.7, uma planilha foi desenvolvida em MS Excel, utilizando-se a rotina do Solver para implementação do algoritmo GRG. Depois de devidamente configurado, os parâmetros de otimização do Solver foram escolhidos considerando uma precisão de  $10^{-6}$ ; 100 iterações, com estimativa quadrática, derivadas adiante e método de Newton com opção de busca.

A Tabela 4.11 mostra os resultados comparativos entre a abordagem do EQMM e o método *Desirability*. Os parâmetros obtidos com o método EQMM, depois de 12 iterações, utilizando-se GRG Solver foram  $V_c = 217,736 \text{ m/min}$ ,  $f = 0,0863 \text{ mm/v}$  e  $a_p = 0,3424 \text{ mm}$ , os quais mantêm as repostas dentro dos limites impostos e próximos aos alvos estabelecidos.

Tabela 4.11 – Resultados comparativos entre EQMM e o *Desirability*

	$T$	$T_c$	$T_t$	$K_p$	$TRM$	$R_a$	$V_c$	$f$	$a_p$	$D^1$
	<i>min</i>	<i>min</i>	<i>min</i>	\$/peça	$cm^3/s$	$\mu m$	<i>m/min</i>	<i>mm/v</i>	<i>mm</i>	-
<i>EQMM</i>	6,270	1,860	2,810	7,430	6,430	0,400	217,736	0,0863	0,3424	0,601
<i>Desirability</i>	6,961	1,866	2,789	7,031	6,403	0,392	203,250	0,0910	0,3440	0,242
<i>Limite superior</i>	7,000	2,000	3,000	8,000	7,000	0,410	252,660	0,1158	0,3475	-
<i>Alvo</i>	6,500	1,600	2,600	7,300	6,300	0,400	220,000	0,0750	0,2250	-
<i>Limite inferior</i>	6,000	1,500	2,500	7,000	6,000	0,390	187,340	0,0342	0,1025	-

(1) -  $D$  indica o índice *Desirability* global da Equação 2.16.

Para confirmação dos parâmetros determinados pelo método EQMM, quatro rodadas de confirmação foram conduzidas, utilizando esses parâmetros de corte. Como pode ser observado na Tabela 4.12, os erros entre os valores previstos para as seis respostas são consideravelmente pequenos. Utilizando o *Desirability* como parâmetro de comparação o EQMM apresentou os melhores resultados. Embora os dois métodos confrontados tenham apresentado soluções diferentes, os parâmetros sugeridos pela abordagem do EQMM levaram a uma solução a qual conseguiu atingir os valores alvos. Esta melhoria no desempenho pode ser atribuída pela correta consideração da estrutura de correlação entre as respostas, as quais não são reconhecidas pelo método *Desirability*.

Tabela 4.12 – Rodadas de confirmação

Resposta	Aresta de corte				Média	EQMM (Valores previstos)	Erro %
	1 <sup>a</sup> .	2 <sup>a</sup> .	3 <sup>a</sup> .	4 <sup>a</sup> .			
$T$	6,300	6,400	6,160	5,800	6,165	6,270	1,7%
$T_c$	1,756	1,756	1,756	1,756	1,756	1,860	5,6%
$T_t$	2,693	2,689	2,700	2,718	2,700	2,810	3,9%
$K_p$	7,131	7,070	7,220	7,468	7,222	7,430	2,8%
$TRM$	6,374	6,374	6,374	6,374	6,374	6,430	0,9%
$R_a$	0,435	0,430	0,430	0,420	0,429	0,400	-7,2%

A partir do momento em que os resultados se mostram compatíveis com os valores esperados e com a literatura referente ao torneamento duro, pode-se considerar o erro quadrático médio multivariado um método adequado, capaz de agregar melhorias a esse processo, principalmente frente a um grande conjunto de respostas correlacionadas, no

contexto NTB. Embora o primeiro componente principal tenha sido considerado insuficiente para representar adequadamente o conjunto das variáveis, a inclusão do segundo componente principal permitiu a devida representação da rugosidade, não contemplada pelo primeiro componente principal.

Para efeito de comparação, os dados experimentais foram também submetidos a variações do EQMM e a outros métodos, como o da Teoria de Propagação de Erro (derivação da variância) de Plante (2001), o *Desirability* (DERRINGER e SUICH, 1980) e a Métrica Lp (ARDAKANI e NOOROSSANA, 2008). Para esse comparativo, os alvos fixados foram adaptados a partir dos valores de média obtidos nas rodadas de confirmação (Tabela 4.12).

Tabela 4.13 – Comparativo entre os diversos métodos

<b>Método</b>	<b><math>T</math></b>	<b><math>T_c</math></b>	<b><math>T_t</math></b>	<b><math>K_p</math></b>	<b><math>TRM</math></b>	<b><math>R_a</math></b>	
<b>Alvo</b>	<b>6,2000</b>	<b>1,7500</b>	<b>2,7000</b>	<b>7,2000</b>	<b>6,4300</b>	<b>0,4300</b>	
EQMM - 1 CP (s/Ra)	6,2359	1,7181	2,6709	7,2024	6,2992	0,4792	
EQMM - 1 CP (c/Ra)	6,4678	1,7339	2,6848	7,1991	6,1014	0,5232	
EQMM - 2 CP	6,2610	1,8583	2,8126	7,4338	6,4344	0,3980	
EQMM - 3 CP	6,4171	1,8494	2,7983	7,3456	6,3776	0,3958	
Plante	6,4136	1,8480	2,7968	7,3413	6,3856	0,3967	
<i>Desirability</i>	6,9600	1,8700	2,7900	7,0300	6,4000	0,3900	
LP 1	6,4394	1,7580	2,7062	7,1906	6,2582	0,4516	
<b>Método</b>	<b>Análise de Viés</b>						<b>Total</b>
Viés EQMM 1 s/ Ra	0,0359	0,0319	0,0291	0,0024	0,1308	0,0492	0,2792
Viés EQMM 1 c/Ra	0,2678	0,0161	0,0152	0,0009	0,3286	0,0932	0,7218
Viés EQMM 2	0,0610	0,1083	0,1126	0,2338	0,0044	0,0320	0,5521
Viés EQMM 3	0,2171	0,0994	0,0983	0,1456	0,0524	0,0342	0,6470
Viés Plante	0,2136	0,0980	0,0968	0,1413	0,0444	0,0333	0,6276
Viés <i>Desirability</i>	0,7600	0,1200	0,0900	0,1700	0,0300	0,0400	1,2100
Viés LP 1	0,2394	0,0080	0,0062	0,0094	0,1718	0,0216	0,4564

A Tabela 4.13 compara o EQMM de quatro formas distintas: a primeira, negligenciando-se a resposta  $R_a$  – como forma de minimizar uma situação de conflito, devido ao fato de ser uma resposta que apresenta correlações mais baixas – e assumindo-se o uso de apenas um componente principal (EQMM 1 s/  $R_a$ ); a segunda, analisando-se todas as respostas,  $R_a$ , inclusive (EQMM 1 c/  $R_a$ ); a terceira, analisando-se todas as respostas a partir

de dois componentes principais (EQMM 2); e a última, a partir da análise de três componentes principais (EQMM 3).

No segundo bloco de resultados da Tabela 4.13, foi adotada a estratégia da análise pelo viés de cada método (Equação 3.7). Por este, a primeira análise de EQMM (sem  $R_a$ ) demonstrou ser a melhor solução, pois apresenta o menor viés total. Considerando-se  $R_a$ , o método da Métrica  $L_p$  (ver item 2.5.3) apresentou melhor resultado. Entretanto, deve-se salientar que esse método realiza um somatório da distância ponderada da uma determinada solução e a solução considerada ideal. O EQMM, por sua vez, realiza um produtório, o que aumenta significativamente a não linearidade do problema, dificultando o localização de uma solução ótima multivariada.

Em resumo, desconsiderando-se  $R_a$  (correlações mais baixas), a explicação de  $CP_I$  aumenta (de 81,6% para 92,1%). Consequentemente, EQMM conduz a um viés menor que os demais métodos. Por outro lado, à medida que se incorporam componentes, o EQMM começa a privilegiar também a variância, oriunda dos ruídos experimentais. Com menos componentes, o EQMM tende a aproximar-se das médias. Acredita-se, portanto, que o EQMM é capaz de detectar e avaliar a influência de ruídos, mesmo que implícitos no processo. Suspeita-se também que a diferença entre o EQMM e LP1 advenha da influência da própria correlação e variância entre as respostas, que é desconsiderada pelo método LP1.

Segundo Ardakani e Noorossana (2008), a fronteira de Pareto pode ser utilizada para se visualizar o comportamento de diversas funções objetivo, otimizadas simultaneamente. Lembrando-se do Capítulo 2, uma solução será eficiente (pertencente à Fronteira de Pareto) se, e somente se, não existir nenhum outro  $\mathbf{x}$  tal que  $f_i(\mathbf{x}) \geq f_i(\tilde{\mathbf{x}})$ .

Para o estudo de caso em questão, uma fronteira de Pareto para  $T \times K_p$  foi gerada, adotando-se uma série de pesos para  $T$  compreendidos entre 0,05 e 0,95 (Tabela D.1). Os pesos de  $K_p$  na fronteira são complementares aos escolhidos para  $T$ , tal como descreve a Equação 3.6. A nuvem de pontos que pode ser verificada na Figura 4.5 foi gerada a partir de uma distribuição multivariada normal, utilizando-se o vetor de médias e a matriz de variância-covariância dos pontos de ótimo obtidos para fronteira. Ressalte-se que todos os pontos da nuvem foram obtidos a partir de soluções viáveis, com restrição inativa ( $g_i(\mathbf{x}) - \mathbf{x}^T \mathbf{x} < 0$ ).



A Figura 4.5 apresenta uma fronteira descontínua, resultante da aplicação da métrica  $L_p$  (somatório), para as respostas Vida da Ferramenta ( $T$ ) e Custo ( $K_p$ ).

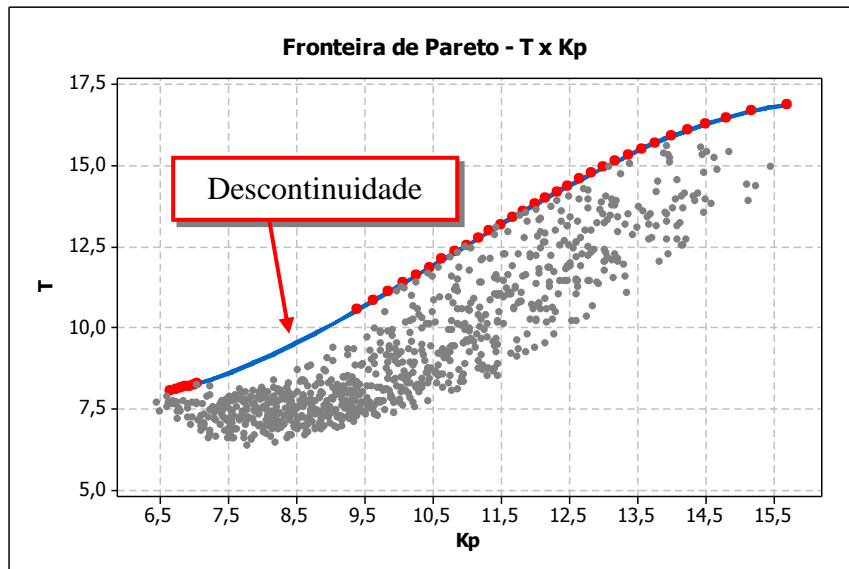


Figura 4.5 – Fronteira de Pareto para  $T$  x  $K_p$  baseado no  $L_p$

Na Figura 4.5, observa-se que a maximização da variável  $T$  implica no aumento dos custos ( $K_p$ ). De fato, pela análise da Tabela 4.5, verifica-se que há correlação positiva entre essas duas variáveis e correlação negativa entre as variáveis  $T$  e  $TRM$ . Portanto, se ocorre a maximização de  $T$ , há uma minimização de  $TRM$  e a conseqüente queda da produtividade, elevando-se os custos.

A nuvem de pontos no gráfico de Pareto da Figura 4.5 foi utilizada apenas para ilustrar que a região é mesmo não convexa. Segundo Shin *et al.* (2011), um problema bi-objetivo é convexo se o conjunto de pontos viáveis  $X$  for convexo e ambas as funções objetivos forem convexas. É fácil mostrar que a região de pontos viáveis determinada pela restrição  $g(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{x} - \rho^2$  é uma função convexa, pois representa geometricamente uma esfera (região fechada) com todos os coeficientes positivos ( $\mathbf{x}^T \mathbf{x} = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ ). Assim, os autovalores da matriz Hessiana dessa função  $[\nabla^2(\mathbf{x}^T \mathbf{x})]$  também são todos positivos (2, 2, 2) e a função  $g(\mathbf{x})$  é convexa (RAO, 1996). Do mesmo modo, calculando-se os autovalores da matriz Hessiana das superfícies de resposta de  $T$  e  $K_p$  descritas na Tabela 4.8, observa-se que eles são positivos e negativos, o que caracteriza que as funções objetivo são não-convexas (funções de sela). Os autovalores de  $T$  são (-1,68254; 1,68205; 0,33049); os autovalores de  $K_p$  são (0,942002; -0,233831; 0,214829).

De maneira similar, a Figura 4.6 apresenta uma nova fronteira, gerada para as variáveis Vida da Ferramenta ( $T$ ) e Taxa de Remoção de Material ( $TRM$ ), utilizando-se também a métrica  $L_p$  e o mesmo rol de pesos (0,05 a 0,95). Analisando-se essa fronteira, fica evidente que, à medida que a variável  $T$  decresce, há o aumento de  $TRM$ , conforme mencionado no parágrafo anterior.

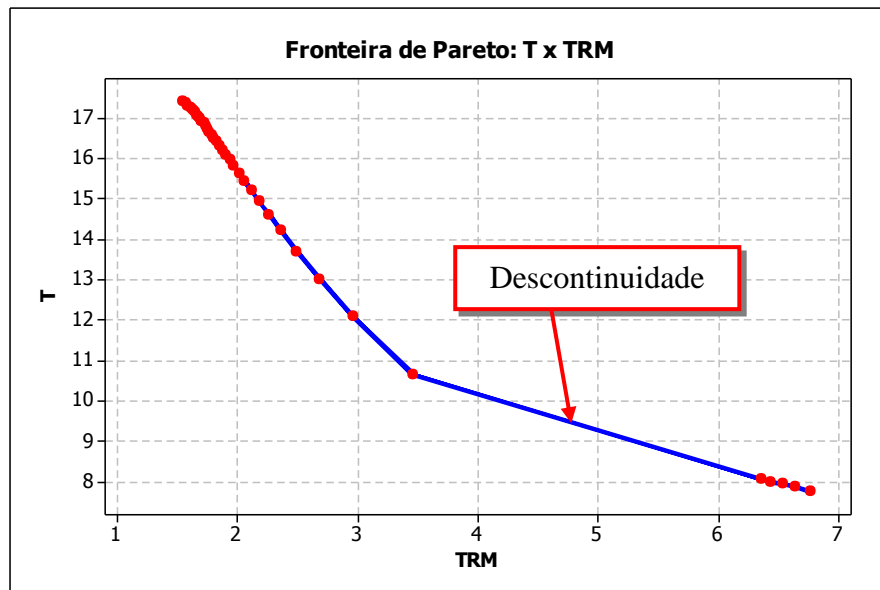


Figura 4.6 – Fronteira de Pareto para  $T \times TRM$  baseado no  $L_p$

Como esperado, assim como observado na Figura 4.5, também para essas duas variáveis a fronteira se apresentou descontínua e pelos mesmos motivos.

De acordo com Shin *et al.* (2011), as Fronteiras de Pareto se mostram descontínuas para os problemas de otimização multiobjetivo que utilizam somatórios como operadores de aglutinação das múltiplas respostas. Desse modo, no próximo capítulo, será apresentada uma estratégia de ponderação de componentes principais capazes de gerar Fronteiras de Pareto contínuas em todo o seu domínio.

## 4.2. MÉTODO II – PONDERAÇÃO DE RESPOSTAS

Conforme se verificou no item 4.1, anterior, o EQMM é um método de otimização multivariada, no qual as respostas são substituídas por combinações lineares não correlacionadas, denominadas Componentes Principais.

É oportuno ressaltar que o EQMM, como proposto originalmente por Paiva (2008), não considera a ponderação das respostas originais (Figura 3.1), podendo favorecer a otimização de determinada resposta em detrimento à outra, além de dificultar a construção da Fronteira de Pareto.

Desta forma, o método II sugere uma adaptação EQMM, levando em consideração que as respostas correlacionadas originais podem receber pesos diferentes, de acordo com a necessidade do decisor. Para que a ponderação das respostas seja efetiva, sugere-se o fluxograma de procedimentos do Quadro 3.1. A matriz experimental representada pela Tabela 4.4, oriunda de um procedimento experimental de torneamento do aço ABNT 52100 endurecido, com dureza igual a 50 HRC, será replicada, como exemplo de aplicação.

Como já demonstrado na Tabela 4.5, as seis respostas do processo de torneamento apresentam-se bem correlacionadas, suportando, assim, uma otimização multivariada pelo método EQMM.

Para a realização da otimização ponderada das respostas pelo método EQMM, as seguintes adaptações devem ser realizadas: (a) a padronização das respostas (Equação 3.5), como forma de normalizá-las; (b) a escolha do critério de ponderação e os respectivos pesos de cada função; (c) a multiplicação de cada resposta pelo peso respectivo; (d) a extração dos componentes da matriz de covariância. Este procedimento simples garante que os pesos das respostas originais seja transmitido para os escores dos componentes.

Com base nos dados originais (Tabela 4.4), portanto, procedeu-se, inicialmente à sua padronização, resultando nos dados apresentados pela Tabela 4.14.

Apesar da Tabela 4.14 apresentar a padronização de todas as respostas, a análise foi gerada, inicialmente, apenas com as respostas Vida da Ferramenta ( $T$ ) e Taxa de Remoção de Material ( $TRM$ ). Em seguida, uma nova análise foi realizada com as respostas Vida da Ferramenta ( $T$ ) e Rugosidade ( $R_a$ ).

Tabela 4.14 – Dados padronizados

$Z(T)$	$Z(T_c)$	$Z(T_t)$	$Z(K_p)$	$Z(TRM)$	$Z(R_a)$
2,204	2,102	2,065	1,769	-1,376	-0,655
0,586	1,409	1,449	1,676	-1,189	-1,000
0,077	0,033	0,035	0,052	-0,442	1,861
-0,339	-0,310	-0,306	-0,241	-0,069	0,965
0,586	0,033	0,004	-0,168	-0,442	-1,241
-0,663	-0,310	-0,275	-0,030	-0,069	-0,034
-0,432	-1,003	-1,042	-1,285	1,424	0,965
-1,033	-1,175	-1,197	-1,319	2,171	1,275
-0,308	-0,364	-0,363	-0,339	-0,001	-0,448
-0,863	-0,369	-0,312	0,038	-0,001	-0,034
0,154	-0,074	-0,084	-0,137	-0,343	-0,586
-0,617	-0,579	-0,576	-0,511	0,342	0,172
2,436	1,629	1,573	1,167	-1,257	-0,724
-0,740	-0,955	-0,974	-1,074	1,256	2,034
0,740	1,629	1,667	1,873	-1,257	-0,448
-0,894	-0,955	-0,964	-0,992	1,256	-0,793
-0,740	-0,375	-0,327	-0,061	-0,001	-0,379
-0,154	-0,364	-0,374	-0,418	-0,001	-0,931

Para esse caso, o critério de ponderação utilizado foi aquele proposto por Ch'ng *et al.* (2005), o qual sugere que os pesos devam ser distribuídos entre as respostas, na proporção desejada, sendo que o somatório dos pesos deve ser igual a um (Equação 3.6). Para esse exemplo, os valores para os pesos foram variados de 0,050 a 0,975. A Tabela 4.15 apresenta, como exemplo, o resultado da ponderação dos dados padronizados, no valor de 0,975 ( $w$ ) e 0,025 ( $1-w$ ) para  $T$  e  $TRM$ , respectivamente.

Depois de devidamente ponderados, os dados foram submetidos à ACP, utilizando-se a matriz de variância-covariância, e não mais a matriz de correlação, como no método original.

Esse procedimento é necessário para se garantir que os pesos atribuídos a cada resposta sejam transmitidos para os escores de componentes principais. Em seguida, foram obtidos os modelos quadráticos para os componentes principais de interesse (Equação 3.2) e os alvos também foram transformados (Equação 3.3) como no caso original. Por fim, a otimização pelo EQMM ponderado foi repetida para cada par de pesos fixados a priori. Os resultados dessas iterações são apresentados na Tabela D.2 da seção de anexos. Esse procedimento foi realizado reiteradamente até o limite  $w=0,975$ .

Tabela 4.15 – Ponderação dos dados padronizados

<b>Pesos</b>		<b>W</b>	<b>1-W</b>
		<b>0,975</b>	<b>0,025</b>
<b>Z(T)</b>	<b>Z(TRM)</b>	<b>wZ(T)</b>	<b>(1-w)Z(TRM)</b>
2,204	-1,376	2,149	-0,034
0,586	-1,189	0,571	-0,030
0,077	-0,442	0,075	-0,011
-0,339	-0,069	-0,331	-0,002
0,586	-0,442	0,571	-0,011
-0,663	-0,069	-0,646	-0,002
-0,432	1,424	-0,421	0,036
-1,033	2,171	-1,007	0,054
-0,308	-0,001	-0,301	0,000
-0,863	-0,001	-0,842	0,000
0,154	-0,343	0,150	-0,009
-0,617	0,342	-0,601	0,009
2,436	-1,257	2,375	-0,031
-0,740	1,256	-0,721	0,031
0,740	-1,257	0,721	-0,031
-0,894	1,256	-0,872	0,031
-0,740	-0,001	-0,721	0,000
-0,154	-0,001	-0,150	0,000

A Figura 4.7 apresenta a Fronteira de Pareto gerada a partir dos dados da Tabela D.2, para as variáveis  $T$  e  $TRM$ .

O mesmo procedimento foi realizado para as variáveis  $T$  e  $Kp$ , resultando nos dados apresentados pela Tabela D.3 e a Figura 4.8 apresenta a Fronteira de Pareto gerada.

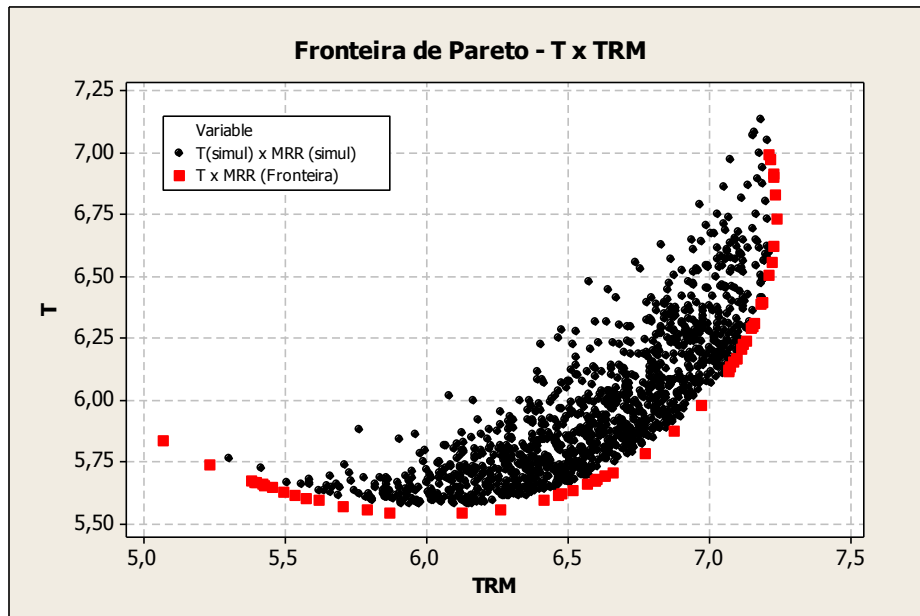


Figura 4.7 – Resultados da otimização ponderada de EQMM

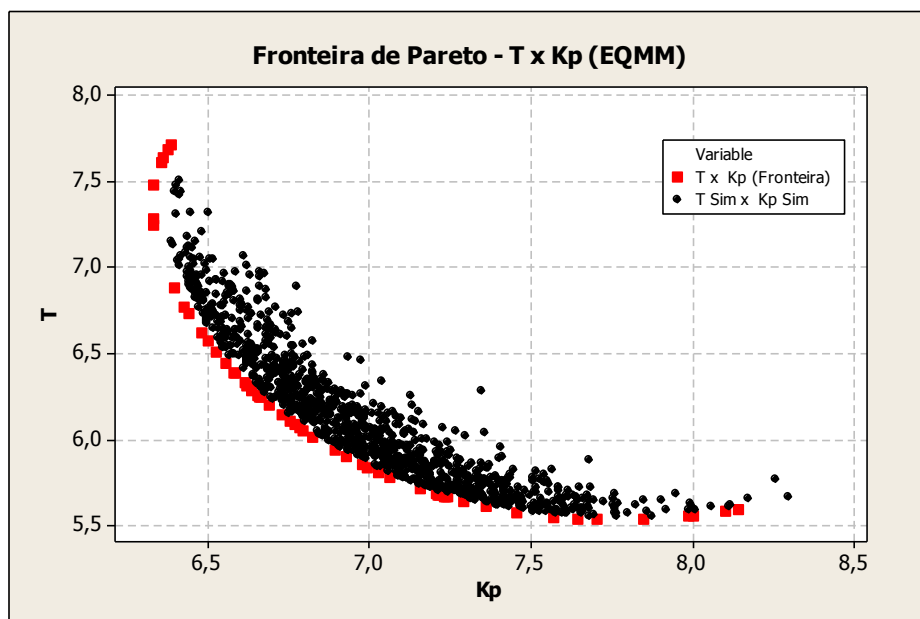


Figura 4.8 – Fronteira de Pareto para  $T \times Kp$  baseado no EQMM

Como esperado, as Fronteiras de Pareto resultantes se mostraram mais contínuas com o emprego do EQMM Ponderado.

A Figura 4.9 apresenta a Fronteira de Pareto para todas as demais respostas simuladas, tomadas duas a duas.

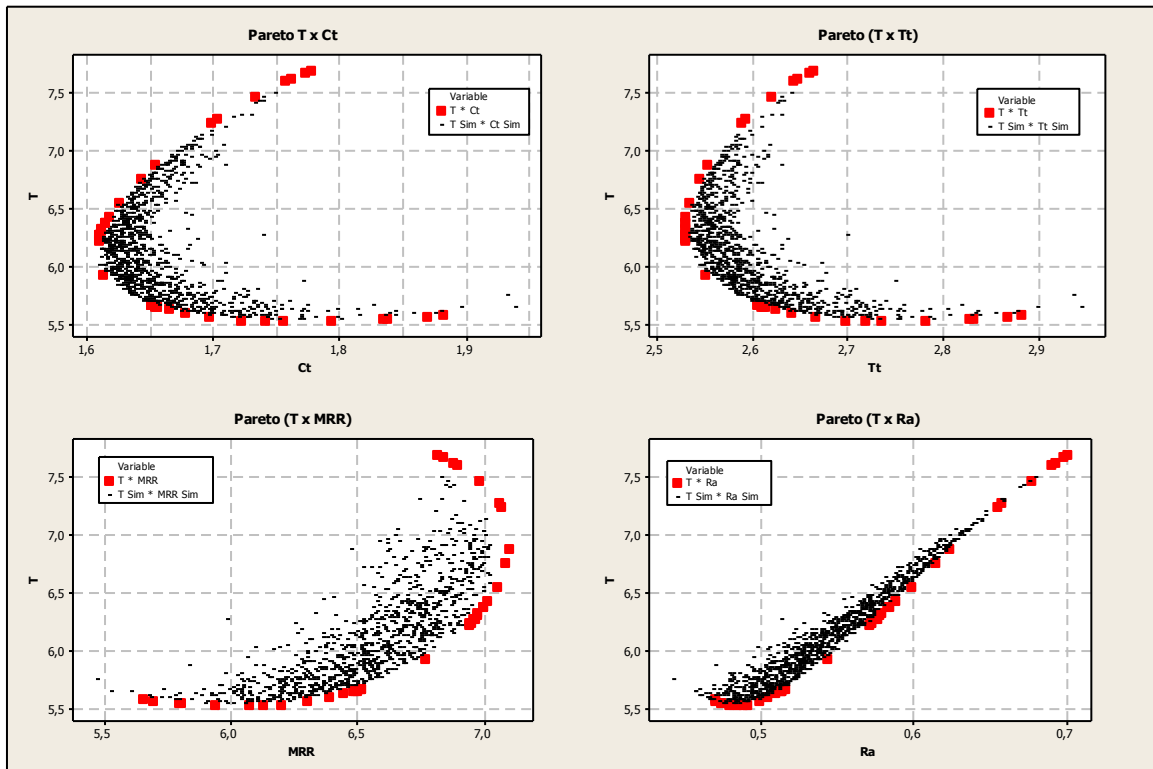


Figura 4.9 – Fronteira de Pareto para as demais respostas

Finalmente, foram geradas as Fronteiras de Pareto para  $CP_1$  e  $CP_2$  (Figura 4.10). O objetivo aqui era avaliar e certificar se os componentes representariam as variáveis originais.

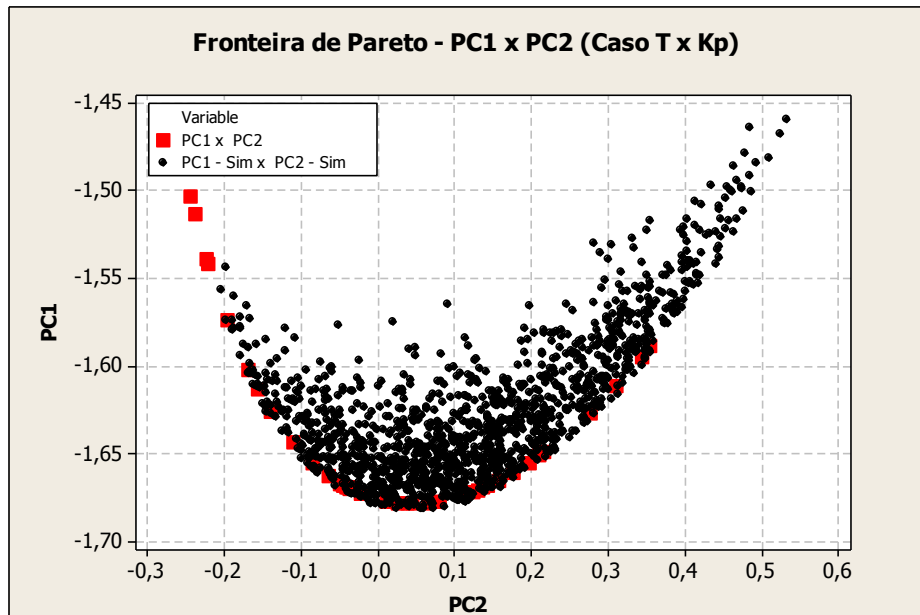


Figura 4.10 – Fronteira de Pareto para  $CP_1$  e  $CP_2$

Observa-se pela Figura 4.10, uma fronteira contínua, cuja nuvem de pontos gerada se mantém ao longo da mesma, jamais extrapolando seus limites. Observa-se, também, que a Fronteira de Pareto gerada para  $CP_1$  x  $CP_2$  é uma função convexa.

A Figura 4.11 apresenta os pontos de inflexão das curvas de  $CP_1$ ,  $T$ ,  $CP_2$  e  $K_p$  em função dos pesos ( $w$ ) atribuídos às funções originais ( $T$  e  $K_p$ ).

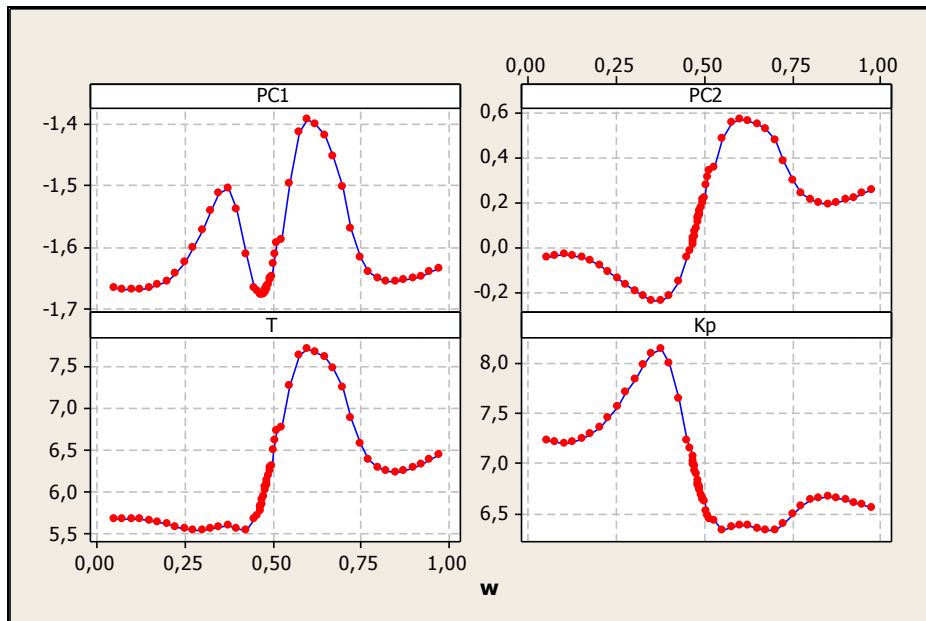


Figura 4.11 – Pontos de inflexão de  $CP_1$ ,  $CP_2$ ,  $T$  e  $K_p$  em função de  $w$ .

Na Figura 4.11, observa-se que o ponto de mínimo da Fronteira de Pareto para  $CP_1$  x  $CP_2$  coincide com os pontos de mínimo de  $T$  e  $K_p$ , obtidas com os mesmos pesos. Também se pode observar que, sobrepondo-se as curvas de  $T$  e  $K_p$ , obtêm-se uma curva similar à de  $CP_1$ . Pela análise de seus autovetores (Tabela 4.6), verifica-se uma correlação positiva entre  $CP_1$  e  $T$ , justificando as coincidências entre seus pontos de mínimo e máximo. Já entre  $CP_2$  e  $K_p$ , percebe-se uma correlação negativa, justificando, também, a relação entre o mínimo de  $CP_2$  e o máximo de  $K_p$ .

Isto demonstra a adequação da utilização da Análise de Componentes Principais na otimização simultânea de características correlacionadas.



### 4.2.1. Ponderação simultânea das respostas

A estratégia de ponderação utilizada anteriormente pode ser estendida para otimização simultânea de várias respostas. Para escolha dos alvos, uma estratégia conhecida como “utopia” foi utilizada (SHIN *et al.*, 2011). Nesta, procede-se a uma rodada de otimização, sem ponderação, para cada resposta, e os resultados da otimização individual de cada resposta são fixados como alvos para a otimização ponderada. A matriz formada por todos os resultados possíveis obtidos na otimização individual é conhecida como Matriz de Possibilidades ou *Payoff*.

A Tabela 4.16 apresenta os resultados da otimização individual de cada resposta, sob forma de uma matriz “*payoff*”.

Tabela 4.16 – Matriz de Possibilidades ou *Payoff*

<i>T</i>	<i>T<sub>c</sub></i>	<i>T<sub>t</sub></i>	<i>K<sub>p</sub></i>	<i>TRM</i>	<i>R<sub>a</sub></i>
<b>17,468</b>	7,700	8,810	17,441	1,494	0,288
6,164	<b>1,594</b>	2,522	6,752	6,681	0,570
6,356	1,599	<b>2,517</b>	6,629	6,783	0,586
7,354	1,714	2,602	<b>6,327</b>	7,030	0,664
6,742	1,691	2,596	6,509	<b>7,235</b>	0,585
11,011	3,504	4,479	10,039	3,299	<b>0,233</b>

Os alvos também podem ser estabelecidos por geração de valores aleatórios, seguindo uma distribuição multivariada normal, com vetor de médias  $\mu$  e matriz de variância-covariância  $\Sigma$ , de acordo com a estrutura de correlação dos dados.

A Tabela 4.17 apresenta os dados resultantes do procedimento de ponderação das variáveis padronizadas.

Tabela 4.17 – Ponderação dos dados padronizados

$wZ_{(T)}=0,25$	$wZ_{(Tc)}=0,15$	$wZ_{(Ti)}=0,15$	$wZ_{(Kp)}=0,15$	$wZ_{(TRM)}=0,15$	$wZ_{(Ra)}=0,15$
0,551	0,315	0,310	0,265	-0,206	-0,098
0,146	0,211	0,217	0,251	-0,178	-0,150
0,019	0,005	0,005	0,008	-0,066	0,279
-0,085	-0,047	-0,046	-0,036	-0,010	0,145
0,146	0,005	0,001	-0,025	-0,066	-0,186
-0,166	-0,047	-0,041	-0,004	-0,010	-0,005
-0,108	-0,151	-0,156	-0,193	0,214	0,145
-0,258	-0,176	-0,180	-0,198	0,326	0,191
-0,077	-0,055	-0,055	-0,051	0,000	-0,067
-0,216	-0,055	-0,047	0,006	0,000	-0,005
0,039	-0,011	-0,013	-0,021	-0,051	-0,088
-0,154	-0,087	-0,086	-0,077	0,051	0,026
0,609	0,244	0,236	0,175	-0,189	-0,109
-0,185	-0,143	-0,146	-0,161	0,188	0,305
0,185	0,244	0,250	0,281	-0,189	-0,067
-0,224	-0,143	-0,145	-0,149	0,188	-0,119
-0,185	-0,056	-0,049	-0,009	0,000	-0,057
-0,039	-0,055	-0,056	-0,063	0,000	-0,140

Realizadas a padronização e ponderação das respostas, seguindo o que determina o fluxo de procedimentos (Quadro 3.1), foi executada uma ACP, baseada na matriz de variância-covariância, conforme demonstra a Tabela 4.18.

Pelos resultados obtidos pela ACP, conforme a Tabela 4.18, e aplicando-se novamente os critérios de Kaiser (Johnson e Wichern, 2002), observou-se que um único componente explicaria 82,3% da variabilidade acumulada das respostas, porém, estaria bem próximo ao limite de explicação, que é de 80%. Por esse motivo, e devido ao fato de que, juntamente com o segundo componente principal, a variabilidade acumulada explicada seria 92,3%, optou-se por adotar dois componentes principais.

Tabela 4.18 – ACP da matriz de covariância sobre as respostas ponderadas

	$CP_1$	$CP_2$	$CP_3$	$CP_4$	$CP_5$	$CP_6$
Autovalores	0,144	0,017	0,011	0,003	0,000	0,000
Proporção	0,823	0,100	0,061	0,015	0,000	0,000
Acumulado	0,823	0,923	0,985	1,000	1,000	1,000
Respostas	Autovetores					
$wZ(T)$	0,620	-0,381	-0,648	0,111	0,196	-0,009
$wZ(T_c)$	0,389	-0,060	0,192	-0,309	-0,565	-0,627
$wZ(T_t)$	0,387	-0,044	0,233	-0,310	-0,332	0,767
$wZ(K_p)$	0,369	0,064	0,487	-0,289	0,721	-0,135
$wZ(TRM)$	-0,361	-0,154	-0,365	-0,837	0,109	-0,007
$wZ(R_a)$	-0,218	-0,906	0,345	0,111	0,003	0,000
$R^2Adj$	97,54%	81,09%	48,86%	89,24%	0,00%	44,77%

Sobre esses dois componentes principais, desenvolveu-se, portanto, os modelos matemáticos das Equações 4.8 e 4.9, tal que:

$$\begin{aligned}
 CP_1 = & -0,1138 - 0,0986V_c - 0,3111f - 0,2499a_p + \\
 & 0,0021V_c^2 + 0,0902f^2 + 0,0614a_p^2 + \\
 & 0,0421V_c f - 0,0005V_c a_p + 0,0577 f a_p
 \end{aligned} \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned}
 CP_2 = & 0,1159 + 0,0185V_c - 0,0720f + 0,0421a_p - \\
 & 0,0287V_c^2 - 0,1136f^2 - 0,0143a_p^2 - \\
 & 0,0004V_c f - 0,0511V_c a_p - 0,0115 f a_p
 \end{aligned} \quad (4.9)$$

Embora os autovalores fossem menores que um, resultado já esperado, uma vez que a análise foi realizada sobre a matriz de variância-covariância dos dados padronizados, os dois primeiros componentes foram selecionados devido ao seu percentual de explicação da variância.

Em seguida, realizou-se a determinação dos alvos em termos de componentes principais, de acordo com os dados da Tabela 4.19, cujos resultados foram **-0,439** e **-0,028** para  $CP_1$  e  $CP_2$ , respectivamente.

Tabela 4.19 – Dados para cálculo dos alvos

	$T$	$T_c$	$T_t$	$K_p$	$TRM$	$R_a$
Média	9,600	3,788	4,832	11,306	3,711	0,426
Desvio-padrão	3,244	1,861	1,931	3,553	1,607	0,146
Alvo	17,468	1,594	2,517	6,327	7,235	0,233
Escore	2,426	-1,179	-1,199	-1,401	2,192	-1,324
Autovetor $CP_1$	0,620	0,389	0,387	0,369	-0,361	-0,218
Autovetor $CP_2$	-0,381	0,060	-0,044	0,064	-0,154	-0,906

Para a determinação do alvo de  $CP_1$ , por exemplo, conforme Equação 3.3, calcula-se o somatório dos produtos entre os escores e os autovetores de  $CP_1$ .

A formulação resultante para o EQMM Ponderado apresenta uma ligeira diferença em relação à proposta original, pois a média geométrica original foi transformada na raiz quadrada do produtório dos EQMM's, ponderados. Desta forma, obtém-se o modelo matemático representado pelo sistema de Equações 4.10.

$$\text{Minimizar EQMM} = \sqrt{\left[ \left( CP_1^* + 0,439 \right)^2 + 0,144 \right] \times \left[ \left( CP_2^* + 0,028 \right)^2 + 0,017 \right]} \quad (4.10)$$

$$\text{Sujeito a : } x^T x \leq \rho^2$$

Empregando-se o algoritmo GRG, presente no Microsoft Excel® Solver, uma nova condição otimizada para os dados em estudo foi obtida. Para fins de comparação, a estratégia do Método do Critério Global (MCG), sugerida por RAO (1996), foi empregada. A Tabela 4.20 apresenta os resultados pelos dois métodos.

Tabela 4.20 – Resultados comparativos entre EQMM e o MCG

	$T$	$T_c$	$T_t$	$K_p$	$TRM$	$R_a$	$V_c$	$f$	$a_p$	Viés
	<i>min</i>	<i>min</i>	<i>min</i>	$\$/peça$	$cm^3/s$	$\mu m$	$m/min$	$mm/v$	$mm$	Total
<i>Alvos</i>	17,468	1,594	2,517	6,327	7,235	0,233				
<i>EQMM</i>	6,488	1,752	2,707	7,269	6,007	0,523	<b>0,230</b>	<b>0,887</b>	<b>0,674</b>	
<i>Viés EQMM</i>	0,629	0,099	0,075	0,149	0,170	1,245				2,367
<i>MCG</i>	7,368	2,085	3,040	7,786	5,275	0,311	<b>-0,847</b>	<b>0,154</b>	<b>1,387</b>	
<i>Viés MCG</i>	0,578	0,308	0,208	0,231	0,271	0,336				1,932

Pelos resultados apontados pela Tabela 4.20, observa-se que o MCG apresentou Viés Total menor que o EQMM. Entretanto, analisando individualmente as respostas, percebe-se

que o EQMM superou o MCG em quatro das seis respostas:  $T_c$ ,  $T_t$ ,  $K_p$  e  $TRM$ . Os resultados para as respostas Vida da Ferramenta ( $T$ ) e Taxa de Remoção de Material ( $TRM$ ) apontam para uma relativa equivalência entre o EQMM e o MCG (conforme será visto no Capítulo 5, Simulações).

Comparando-se EQMM e MCG, observa-se a influência da correlação negativa (de sentido contrário) das respostas  $T$  e  $TRM$ : pelo EQMM, o menor valor para  $T$ , implica em maior valor para  $TRM$ ; já para o MCG, o maior valor para  $T$ , implica em um valor menor para  $TRM$ .

### 4.3. MÉTODO III – PROJETO DE PARÂMETROS ROBUSTOS MULTIVARIADOS

Para demonstrar a eficácia do EQMM frente à otimização de parâmetros robustos multivariados (PPRM), o método foi aplicado aos dados resultantes de um procedimento de torneamento do aço ABNT 52100 endurecido.

Durante o procedimento experimental foram utilizadas ferramentas de corte de cerâmica mista ( $\text{Al}_2\text{O}_3 + \text{TiC}$ ) com geometria alisadora, código ISO CNGA 120408 S01525WH, recobertas com uma fina camada de Nitreto de Titânio (TiN) (Sandvik-Coromant classe GC 6050). As peças utilizadas foram preparadas com dimensões de  $\phi 49 \text{ mm} \times 50 \text{ mm}$ , além de previamente temperadas e revenidas. Após este tratamento térmico, suas durezas ficaram entre 40 e 50 HRC, respectivamente. Utilizou-se um suporte com geometria negativa código ISO DCLNL 1616H12 e ângulo de posição  $\chi_r = 95^\circ$ .

Para este modelo, uma nova condição foi adicionada: o comportamento da otimização frente à possível presença de fatores de ruído, demonstrando ser possível estimar seus efeitos e, ainda assim, obter parâmetros adequados de usinagem. A Figura 4.12 apresenta o diagrama de processo para o sistema investigado.

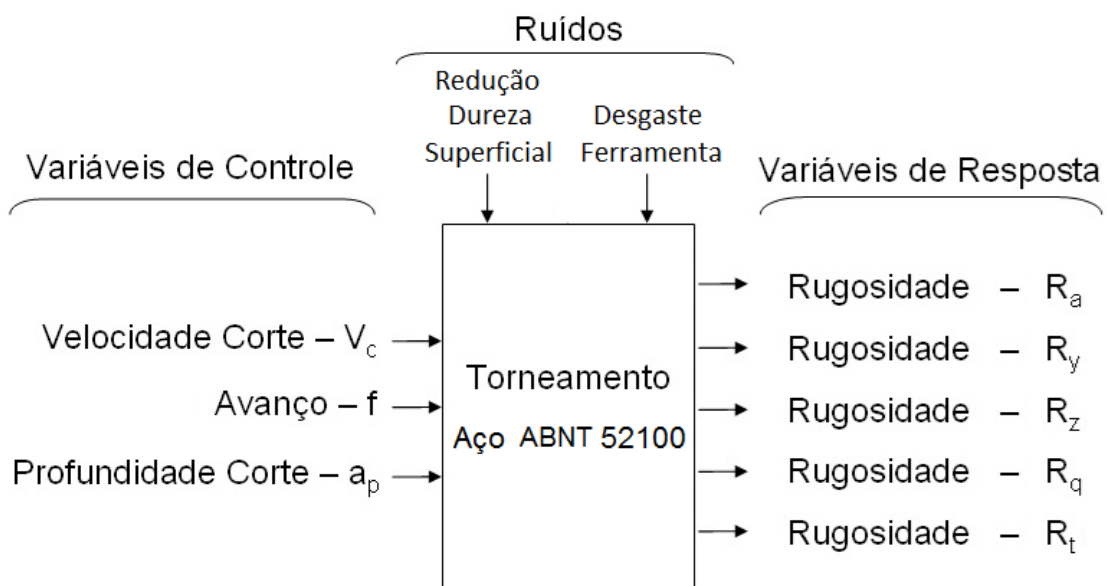


Figura 4.12 – Processo de torneamento do aço endurecido ABNT 52100

As variáveis de controle adotadas para esse procedimento foram velocidade de corte ( $V_c$ ), avanço da ferramenta ( $f$ ) e profundidade de usinagem ( $a_p$ ). Estas variáveis influenciam fortemente o torneamento duro, principalmente o acabamento superficial da peça e o desgaste de ferramenta (BOUACHA *et al.*, 2010).

A escolha da faixa a ser utilizada para os parâmetros de usinagem depende de diversos fatores como tipo de material a ser usinado, máquina disponível e ferramenta de corte selecionada. Para esse procedimento foram fixados os parâmetros de usinagem segundo especificações do catálogo do fabricante, descritos na Tabela 4.21.

Tabela 4.21 – Variáveis de controle

Parâmetros	Símbolo	Unidade	Níveis (Codificados)				
			-1,682	-1	0	+1	+1,682
Velocidade de corte	$V_c$	<i>m/min</i>	186,4	200	220	240	253,6
Avanço	$f$	<i>mm/v</i>	0,132	0,20	0,30	0,40	0,468
Profundidade de usinagem	$a_p$	<i>mm</i>	0,099	0,150	0,225	0,30	0,351

Para a determinação dos valores de rugosidade de cada corpo de prova, após o torneamento, foi utilizado um rugosímetro. Os valores medidos para as variáveis de resposta  $R_a$ ,  $R_y$ ,  $R_z$ ,  $R_q$  e  $R_t$  foram obtidos simultaneamente.

O experimento planejado para a execução deste trabalho foi uma adaptação à estratégia sugerida por Taguchi para projeto de parâmetro robusto. Trata-se de um arranjo cruzado composto por um arranjo interno, utilizando-se as variáveis de controle, e outro arranjo externo, utilizando-se as variáveis de ruído. Entretanto, o arranjo ortogonal de Taguchi, proposto para ser utilizado como arranjo interno, foi substituído por um CCD composto por oito pontos fatoriais, seis pontos axiais e cinco pontos centrais. Assim, considerando-se  $k = 3$  (variáveis de controle), obtêm-se  $\rho = 1,682$  e a razão Sinal/Ruído foi desconsiderada por não se tratar de um arranjo ortogonal. O arranjo externo utilizado, com os fatores escolhidos para as condições de ruído, foi um fatorial completo  $2^2$ , cujos níveis estão descritos na Tabela 4.22.

Tabela 4.22 – Fatores de ruído e respectivos níveis

Parâmetros	Símbolo	Unidade	Níveis codificados	
			-1	+1
Dureza da Peça	$Z_1$	HRC	40	50
Desgaste de Flanco ( $VB_{Max}$ )	$Z_2$	mm	0	0,30

Para se estudar a influência dos dois fatores de ruído ( $Z_1$ : dureza da peça;  $Z_2$ : desgaste de flanco) como apresentado na Tabela 4.22, cada experimento com os fatores controláveis do CCD foram executados em diferentes cenários. Estes cenários foram representados pelo CCD com os fatores de ruído.

A primeira condição experimental do arranjo externo foi conduzida com diâmetros reduzidos, oriundos dos diversos passes de torneamento realizado. Nesta condição, a dureza do material diminui significativamente, atingindo uma dureza média de 40 HRC, aproximadamente. As peças foram, então, torneadas com uma ferramenta nova de corte ( $VB_{max} = 0.00mm$ ). A segunda condição de ruído foi conduzida em corpos de prova de diâmetro total, com ferramentas de corte novas, cuja rugosidade foi medida ao final de cada passe. As demais condições foram conduzidas utilizando-se ferramentas usadas ( $VB_{max} = 0.30mm$ ) e peças com diâmetro total e diâmetro reduzido. O desgaste de flanco das peças foi medido com o auxílio de um microscópio óptico, com ampliação de 40 X. Essas condições de ruído foram utilizadas para simular fenômenos que ocorrem em operações de torneamento duro, reproduzindo, de certa forma, a perda de dureza do material da peça, simultaneamente ao desgaste da ferramenta com o tempo de usinagem.

O arranjo experimental foi gerado com dezenove experimentos, quatro pontos centrais e distância axial de  $\rho = 1,633$ . A rugosidade foi medida três vezes em quatro diferentes posições do meio da peça usinada, conforme demonstra a Figura 4.13.

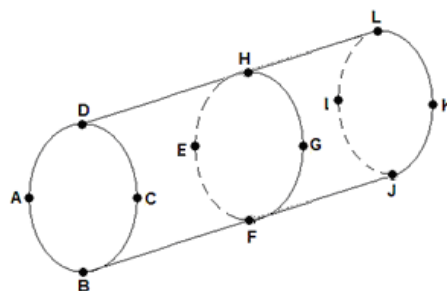


Figura 4.13 – Posições de medições da rugosidade.



Com essas medições, média e variância foram obtidas, conforme demonstram a Tabela 4.23, que apresenta as medições realizadas para  $R_a$  para cada um dos fatores de ruído do arranjo externo e a Tabela 4.24, que resume os valores de média e variância de cada uma das grandezas de rugosidade investigadas.

Os dados de variância são fundamentais para o tratamento de modelos duais. Nesse caso, as variâncias foram calculadas a partir dos ensaios experimentais realizados. Köksoy e Yalcinoz (2006) afirmaram que as superfícies de respostas para as variâncias podem ser obtidas pela mera replicação experimental (como esse caso) ou, na ausência desta, pela aplicação da fórmula da propagação de erro de Plante (2001).

Tabela 4.23 – Superfície de resposta do arranjo cruzado para  $R_a$

<i>Fatores Controláveis</i>			-1	1	-1	1	$Z_1$	<i>Fatores de ruído</i>	
			-1	-1	1	1	$Z_2$		
			<i>Replicações</i>				<i>Propriedades</i>		
$V_c$	$f$	$a_p$	$R_{a1}$	$R_{a2}$	$R_{a3}$	$R_{a4}$	Média	Variância	EQM
-1,000	-1,000	-1,000	0,225	0,153	0,288	0,243	0,227	0,003194	0,003493
1,000	-1,000	-1,000	0,233	0,219	0,383	0,292	0,281	0,005530	0,010637
-1,000	1,000	-1,000	0,485	0,388	0,432	0,320	0,406	0,004879	0,043312
1,000	1,000	-1,000	0,463	0,382	0,465	0,236	0,386	0,011554	0,042618
-1,000	-1,000	1,000	0,252	0,177	0,339	0,252	0,255	0,004414	0,006420
1,000	-1,000	1,000	0,252	0,173	0,260	0,260	0,236	0,001775	0,002464
-1,000	1,000	1,000	0,526	0,357	0,408	0,327	0,404	0,007692	0,045393
1,000	1,000	1,000	0,445	0,412	0,383	0,303	0,386	0,003662	0,034506
-1,682	0,000	0,000	0,338	0,373	0,289	0,290	0,322	0,001631	0,014240
1,682	0,000	0,000	0,369	0,358	0,256	0,266	0,312	0,003567	0,014030
0,000	-1,682	0,000	0,167	0,095	0,365	0,219	0,211	0,013068	0,013070
0,000	1,682	0,000	0,508	0,534	0,445	0,396	0,471	0,003903	0,071937
0,000	0,000	-1,682	0,378	0,349	0,283	0,311	0,330	0,001749	0,016249
0,000	0,000	1,682	0,413	0,416	0,259	0,318	0,351	0,005847	0,025799
0,000	0,000	0,000	0,348	0,298	0,355	0,285	0,321	0,001222	0,013645
0,000	0,000	0,000	0,378	0,294	0,296	0,273	0,310	0,002138	0,012138
0,000	0,000	0,000	0,321	0,308	0,293	0,267	0,297	0,000543	0,008163
0,000	0,000	0,000	0,339	0,290	0,273	0,263	0,291	0,001159	0,007726
0,000	0,000	0,000	0,343	0,322	0,306	0,229	0,300	0,002466	0,010566

Foram gerados os modelos quadráticos completos para cada parâmetro de rugosidade. A Figura 4.14, por exemplo, apresenta a superfície de resposta para  $R_a$ .

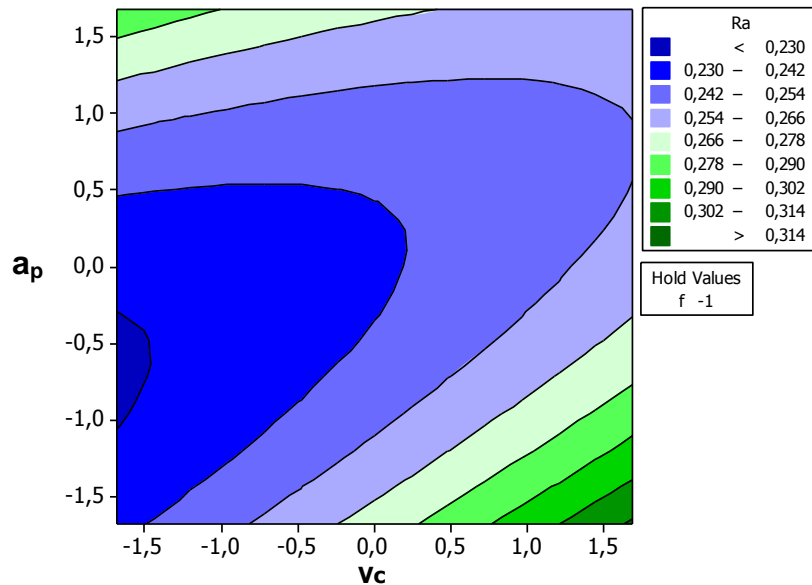


Figura 4.14 – Gráfico de contorno para  $R_a$  (unidades codificadas)

O gráfico representado na Figura 4.14, apresenta linhas de contorno para os valores de  $R_a$ , em função dos fatores  $a_p$  e  $V_c$ . Nota-se que, para uma taxa de avanço fixa (no caso -1, em unidades codificadas), baixas rugosidades são obtidas à medida que  $a_p$  e  $V_c$  são reduzidos. O mesmo pode ser verificado para  $R_q$ .

A Figura 4.15 ilustra os modelos quadráticos para as superfícies de respostas de  $R_a$  (a) e  $R_q$  (b), nos quais se observa o comportamento de  $R_a$  e  $R_q$ , em função de  $a_p$  e  $V_c$ , conforme já mencionado.

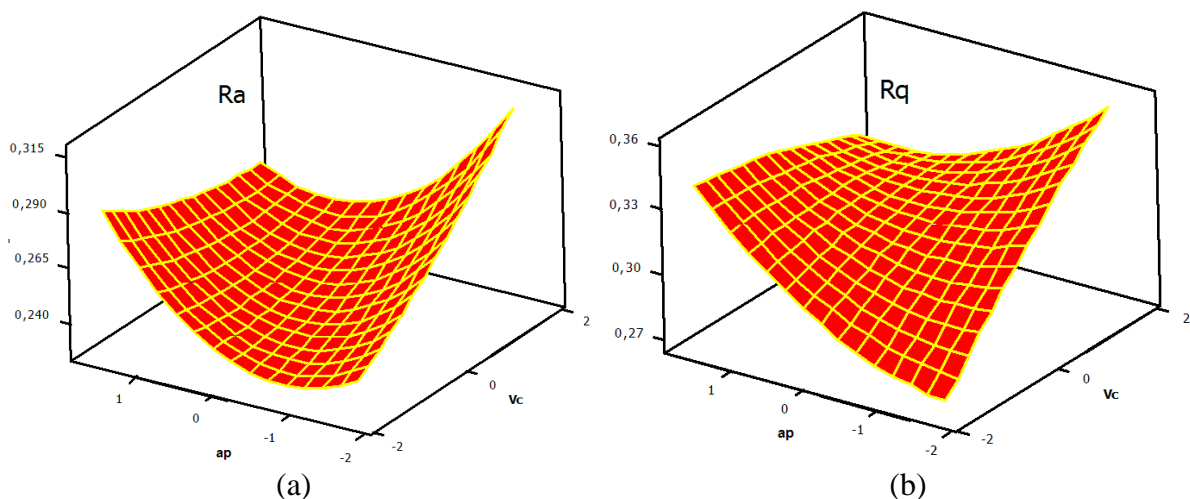


Figura 4.15 – Superfícies de resposta para  $R_a$  e  $R_q$

Tabela 4.24 – Médias e variâncias obtidas no experimento

	$R_a$	$R_z$	$R_t$	$R_y$	$R_q$	$s^2R_a$	$s^2R_z$	$s^2R_t$	$s^2R_y$	$s^2R_q$
1	0,227	1,254	1,455	1,406	0,278	0,00319	0,08517	0,14810	0,12287	0,00461
2	0,281	1,446	1,641	1,595	0,340	0,00553	0,13040	0,27502	0,23783	0,00784
3	0,406	2,306	3,131	3,077	0,553	0,00488	0,28340	1,01157	1,06995	0,01258
4	0,386	2,273	2,987	2,924	0,535	0,01155	0,71028	1,55357	1,52239	0,03301
5	0,255	1,336	1,557	1,530	0,312	0,00441	0,08466	0,21176	0,20534	0,00529
6	0,236	1,396	1,667	1,639	0,295	0,00177	0,09067	0,26055	0,27348	0,00278
7	0,404	2,044	2,657	2,539	0,523	0,00769	0,12102	0,28317	0,30485	0,01382
8	0,386	2,008	2,623	2,538	0,503	0,00366	0,07121	0,12672	0,12148	0,00652
9	0,322	1,744	2,034	1,989	0,412	0,00163	0,02488	0,02585	0,03769	0,00262
10	0,312	1,802	2,140	2,013	0,405	0,00357	0,04420	0,05074	0,04230	0,00511
11	0,211	1,378	1,685	1,597	0,270	0,01307	0,50613	0,74832	0,66784	0,02167
12	0,471	2,498	3,553	3,482	0,629	0,00390	0,09345	0,39983	0,43979	0,00479
13	0,330	1,835	2,148	2,118	0,417	0,00175	0,03747	0,02465	0,02915	0,00246
14	0,351	1,854	2,254	2,177	0,438	0,00585	0,09854	0,11829	0,11222	0,00776
15	0,321	2,142	2,644	2,591	0,434	0,00122	0,47660	1,42732	1,28338	0,00500
16	0,310	1,785	2,212	2,159	0,397	0,00214	0,04715	0,10425	0,10190	0,00346
17	0,297	1,727	1,919	1,906	0,433	0,00054	0,06307	0,09264	0,08931	0,01331
18	0,291	1,700	2,027	1,965	0,373	0,00116	0,04538	0,08940	0,07843	0,00254
19	0,300	1,759	2,163	2,102	0,389	0,00247	0,09263	0,23882	0,21077	0,00508

A Tabela 4.25 apresenta os coeficientes e  $R^2$  ajustados para cada uma das equações, podendo-se observar que a taxa de avanço é o fator mais importante na explicação do comportamento médio da rugosidade da peça. Embora os termos remanescentes se apresentem como não significativos, eles foram mantidos no modelo pelo fato de que sua exclusão não impactaria na redução da variância prevista.

Considerando, então, os modelos quadráticos completos  $\hat{y}_i$ , um sistema de otimização não linear restrita pôde ser implementado, utilizando-se, como algoritmo de solução o GRG, disponível no pacote Microsoft Excel Solver.

Tabela 4.25 – Coeficientes de Regressão e ajustes

Coeficiente	$R_a$	$R_z$	$R_t$	$R_y$	$R_q$
Constante	<b>0,3044</b>	<b>1,8265</b>	<b>2,1963</b>	<b>2,1476</b>	<b>0,4055</b>
$V_c$	-0,0014	0,0204	0,0218	0,0136	-0,0005
$f$	<b>0,0746</b>	<b>0,3722</b>	<b>0,6018</b>	<b>0,5914</b>	<b>0,1092</b>
$a_p$	0,0011	-0,0338	-0,0390	-0,0480	-0,0028
$V_c^2$	0,0021	-0,0380	-0,0575	-0,0675	-0,0015
$f^2$	<b>0,0106</b>	0,0203	<b>0,1305</b>	<b>0,1229</b>	0,0131
$a_p^2$	<b>0,0105</b>	-0,0128	-0,0171	-0,0157	0,0051
$V_c \times f$	-0,0092	-0,0401	-0,0593	-0,0566	-0,0102
$V_c \times a_p$	-0,0089	-0,0170	0,0042	0,0091	-0,0101
$f \times a_p$	0,0019	-0,0698	-0,1208	-0,1364	-0,0064
$S$	0,0151	0,1464	0,2133	0,2022	0,0238
$R^2$ (ajustado)	94,98%	82,39%	86,01%	87,02%	94,10%

Valores em negrito representam os termos significantes no modelo (P-Value <5%).

Nesta etapa, estabelecem-se alvos para a rugosidade, utilizando-se esse sistema de otimização restrita para cada equação de superfície individualmente, conforme descrito pelas Equações 4.11 e 4.12.

$$\text{Minimizar } \hat{y}_i \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} \text{Sujeito a : } \mathbf{x}^T \mathbf{x} &\leq \rho^2 \\ \hat{\sigma}_i^2 &\geq 0.001 \end{aligned} \quad (4.12)$$

Na modelagem do *EQM*, os alvos ( $\theta_i$ ) gerados segundo a minimização de cada superfície  $\hat{y}_i$ , foram utilizados para cálculo de cada  $EQM_i$ , tal como  $EQM_{ij} = (\hat{y}_{ij} - \theta_i)^2 + \hat{\sigma}_{ij}^2$  (Tabela 4.26) e os coeficientes do modelo quadrático completo foram determinados segundo o algoritmo dos Mínimos Quadrados Ordinários (Tabela 4.27).

Tabela 4.26 – EQM para cada resposta e para os componentes principais

<b>Rodada</b>	<b><math>EQM_1</math></b>	<b><math>EQM_2</math></b>	<b><math>EQM_3</math></b>	<b><math>EQM_4</math></b>	<b><math>EQM_5</math></b>	<b><math>CP_1</math></b>	<b><math>CP_2</math></b>
1	0,0035	0,0871	0,1493	0,1242	0,0054	-2,0267	0,1235
2	0,0106	0,1860	0,3241	0,2884	0,0159	-1,5600	-0,0974
3	0,0433	1,4838	3,9392	3,9827	0,1043	3,4790	0,3475
4	0,0426	1,8396	4,0093	3,9359	0,1140	3,8627	0,5421
5	0,0064	0,1006	0,2306	0,2308	0,0092	-1,8479	0,0290
6	0,0025	0,1251	0,3217	0,3460	0,0048	-1,9056	0,2813
7	0,0454	0,8172	1,8130	1,6713	0,0882	1,4446	-1,0186
8	0,0345	0,7072	1,5737	1,4855	0,0705	0,7750	-0,6133
9	0,0142	0,3100	0,4025	0,4209	0,0289	-1,1672	-0,2256
10	0,0140	0,3945	0,5691	0,4562	0,0291	-1,0400	-0,1132
11	0,0131	0,5342	0,8183	0,7195	0,0221	-0,8690	0,2092
12	0,0719	1,7527	4,9483	4,9007	0,1482	5,4441	-0,5302
13	0,0162	0,4276	0,5551	0,5891	0,0302	-0,9117	-0,1555
14	0,0258	0,5135	0,8138	0,7639	0,0429	-0,3456	-0,4761
15	0,0136	1,3454	2,9249	2,7738	0,0388	1,2651	1,5200
16	0,0121	0,3778	0,7313	0,7244	0,0251	-1,0087	0,0777
17	0,0082	0,3302	0,3414	0,3771	0,0467	-1,1295	-0,1974
18	0,0077	0,2859	0,4574	0,4320	0,0177	-1,4427	0,1241
19	0,0106	0,3944	0,7901	0,7464	0,0243	-1,0161	0,1730
<b>Média</b>	<b>0,0209</b>	<b>0,6323</b>	<b>1,3533</b>	<b>1,3141</b>	<b>0,0456</b>	<b>0,0000</b>	<b>0,0000</b>
<b>D.P.</b>	<b>0,0184</b>	<b>0,5568</b>	<b>1,4812</b>	<b>1,4676</b>	<b>0,0406</b>	<b>2,1614</b>	<b>0,5256</b>
<b>Z</b>	-1,0277	-0,9631	-0,9130	-0,8948	-1,0474	-	-
<b>Alvos</b>	<b>0,0020</b>	<b>0,0959</b>	<b>0,0010</b>	<b>0,0010</b>	<b>0,0031</b>	<b>-2,1652</b>	<b>0,1502</b>

Tabela 4.27 – Coeficientes de regressão e ajustes

Coeficiente	$EQM_1$	$EQM_2$	$EQM_3$	$EQM_4$	$EQM_5$	$CP_{1(EQM)}$	$CP_{2(EQM)}$
Constante	0,0106	0,5465	1,0422	1,0037	0,0305	-0,6679	0,3318
$V_c$	-0,0006	0,0375	0,0276	0,0078	-0,0001	0,0247	0,0601
$f$	0,0177	0,4685	1,2635	1,2534	0,0406	2,0150	-0,1700
$a_p$	0,0004	-0,1246	-0,2964	-0,3151	-0,0033	-0,3176	-0,2033
$V_c^2$	0,0006	-0,0674	-0,1617	-0,1636	-0,0005	-0,1459	-0,1377
$f^2$	0,0106	0,2123	0,6860	0,6749	0,0193	1,0531	-0,1345
$a_p^2$	0,0031	-0,0256	-0,0915	-0,0794	0,0022	0,0221	-0,1894
$V_c \times f$	-0,0018	0,0153	-0,0544	-0,0640	-0,0018	-0,0869	0,0710
$V_c \times a_p$	-0,0027	-0,0675	-0,0491	-0,0235	-0,0053	-0,1972	0,0855
$f \times a_p$	-0,0001	-0,2189	-0,5801	-0,6158	-0,0065	-0,6194	-0,3507
$S$	0,0037	0,3577	0,8168	0,7749	0,0113	0,9002	0,4832
$R^2(\text{ajustado})$	95,98%	58,72%	70,00%	72,11%	92,15%	82,65%	15,50%

Em seguida, um procedimento de otimização restrita dos EQMs foi iniciado estabelecendo-se os alvos para cada valor do EQM ( $\theta_i^*$ ), os quais foram obtidos a partir da minimização restrita descrita pelas Equações 4.14 e 4.15. Nestas equações, cada EQM é minimizado sob uma restrição esférica e uma restrição de não negatividade para o EQM. Estes alvos são necessários à abordagem multivariada.

$$\text{Minimizar } EQM_i \quad (4.14)$$

$$\begin{aligned} \text{Sujeito a: } \mathbf{x}^T \mathbf{x} &\leq \rho^2 \\ EQM_j &\geq 0.001 \quad i \neq j \end{aligned} \quad (4.15)$$

Obtidos os valores otimizados para todos os EQMs, procedeu-se a uma Análise de Componentes Principais, utilizando-se a matriz de correlação dos  $EQM_i$ , armazenando-se os escores dos componentes principais (que devem explicar, pelo menos, 80% da variância), seus autovalores e autovetores.

Pela análise de correlação gerada para a matriz dos  $EQM_i$ , todas as respostas investigadas se mostraram extremamente correlacionadas e com correlações positivas. Apesar disso, a minimização de um EQM específico não foi capaz de minimizar os demais, conforme

o que se observa na Tabela 4.28. Nela, os valores em negrito representam os resultados da otimização individual de cada EQM.

Tabela 4.28 – Resultados das otimizações individuais

$EQM_1$	$EQM_2$	$EQM_3$	$EQM_4$	$EQM_5$	$V_c$	$f$	$a_p$	$Viés$
<b>0,001957</b>	0,110286	0,019328	0,001000	0,003922	-1,132	-0,896	-0,461	0,1286
0,004809	<b>0,095941</b>	0,044117	0,001000	0,003872	-0,748	-1,360	-0,649	0,3300
0,005283	0,121449	<b>0,001001</b>	0,001001	0,007108	-0,640	-0,755	-1,273	0,1308
0,004980	0,116888	0,044109	<b>0,001000</b>	0,004791	-0,409	-1,215	-0,815	0,1668
0,002730	0,106169	0,032001	0,001000	<b>0,003088</b>	-0,939	-1,151	-0,511	0,1344

Para considerar a correlação entre os vários  $EQM_i$  e promover a aglutinação das funções objetivo das equações de EQM, a ACP foi executada, chegando-se aos resultados da fatorização multivariada, conforme a Tabela 4.29.

Tabela 4.29 – Análise de autovetores e autovalores para  $EQM_i$

Autovalores	4,67190	0,27630	0,03230	0,01910	0,00040
Proporção	0,93400	0,05500	0,00600	0,00400	0,00000
Acumulado	0,93400	0,99000	0,99600	1,00000	1,00000
Autovetores					
$EQM_1$	0,431	-0,668	0,410	0,443	0,057
$EQM_2$	0,448	0,414	-0,481	0,623	0,093
$EQM_3$	0,455	0,321	0,334	-0,172	-0,741
$EQM_4$	0,455	0,319	0,348	-0,369	0,659
$EQM_5$	0,447	-0,421	-0,606	-0,500	-0,065

A partir da Tabela 4.29, pode-se observar que os dois primeiros componentes principais conseguem explicar 99% da variância acumulada de todos os  $EQMs$  cujos autovalores são, respectivamente,  $\lambda_1 = 4,672$  e  $\lambda_2 = 0,276$ .

A otimização multivariada visa transformar todas as respostas correlacionadas em escores dos componentes principais não correlacionados. De acordo com a teoria, estes componentes são capazes de substituir o conjunto de dados original por algumas variáveis latentes, utilizadas para gerar um modelo quadrático completo que aglutina todos os  $EQMs$  individuais. Essa transformação é realizada a partir da Equação 3.2, cujos resultados estão

apresentados na Tabela 4.27, e os escores dos componentes principais, apresentados na Tabela 4.26, foram obtidos pela aplicação do algoritmo dos mínimos quadrados ordinários.

Utilizando-se o relacionamento  $\theta_{CP_i} = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q e_{ij} \left[ Z(EQM_p | \theta_{Y_p}) \right]$  e os valores mínimos da otimização individual de cada  $EQM$  (Tabela 4.28), os alvos dos componentes principais foram calculados como  $\theta_{CP_1} = -2,1652$  e  $\theta_{CP_2} = 0,1502$ . A hipótese avaliada neste procedimento é que a minimização das distâncias entre cada componente principal e seus respectivos valores alvos pode levar a uma solução de compromisso que se aproxima razoavelmente a todos os cinco alvos das respostas correlacionadas. Adotando-se estes aspectos e o critério de minimização, um sistema de otimização não linear pôde ser desenvolvido, em termos do erro quadrático médio multivariado, utilizando-se, adicionalmente, uma restrição esférica para os níveis dos fatores. Esta restrição ( $\rho^2 = 2.667$ ) força a solução a cair dentro da região de solução. O sistema de equações para otimização multivariada é representado pelas Equações 4.16, 4.17, 4.18 e 4.19.

$$\text{Minimizar } EQMM_T = \sqrt{\left[ (CP_1 - \zeta_{CP_1})^2 + \lambda_1 \right] \times \left[ (CP_2 - \zeta_{CP_2})^2 + \lambda_2 \right]} \quad (4.16)$$

$$\text{Sujeito a: } \mathbf{x}^T \mathbf{x} \leq \rho^2 = V_c^2 + f_n^2 + a_p^2 \leq 2.667 \quad (4.17)$$

$$\text{Com } \theta_{CP_i} = e_{1i} \left[ Z(EQM_1 | \theta_{EQM_1}) \right] + e_{2i} \left[ Z(EQM_2 | \theta_{EQM_2}) \right] + e_{3i} \left[ Z(EQM_3 | \theta_{EQM_3}) \right] + e_{4i} \left[ Z(EQM_4 | \theta_{EQM_4}) \right] + e_{5i} \left[ Z(EQM_5 | \theta_{EQM_5}) \right] \quad (4.18)$$

$$CP_i = b_{0i} + \left[ \nabla f(\mathbf{x})^T \right]_i + \left\{ \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \left[ \nabla^2 f(\mathbf{x}) \right] \mathbf{x} \right\}_i \quad (4.19)$$

$i = 1, 2, \dots, p.$

Uma vez gerado o sistema de equações para a otimização multivariada, o mesmo foi devidamente implementado em uma planilha do Microsoft Excel, e o algoritmo GRG Solver, disponível neste pacote, foi utilizado para se chegar à solução do problema, conforme demonstra a Tabela 4.30.



Tabela 4.30 – Resultado da otimização pelo EQMM

Método	$EQM_1$	$EQM_2$	$EQM_3$	$EQM_4$	$EQM_5$	$V_c$	$f$	$a_p$
1	0,00201	0,11017	0,02082	0,00100	0,00359	-1,052	-0,934	-0,518
2	0,00236	0,10843	0,02883	0,00100	0,00316	-1,005	-1,087	-0,469
Método	$R_a$	$R_z$	$R_t$	$R_y$	$R_q$	$V_c$	$f$	$a_p$
1	0,237	1,365	1,563	1,518	0,298	199,0	0,207	0,186
2	0,228	1,312	1,507	1,460	0,285	199,9	0,191	0,190
Método	$Var(R_a)$	$Var(R_z)$	$Var(R_t)$	$Var(R_y)$	$Var(R_q)$	Método	Viés	
1	0,003	0,1147	0,1609	0,1240	0,0050	1	0,03461	
2	0,004	0,1435	0,1890	0,1456	0,0062	2	0,04080	

Na Tabela 4.30, Método 1 representa a solução obtida com um único componente principal, enquanto que Método 2 representa a solução obtida com dois componentes principais. A Figura 4.16 demonstra a solução ótima encontrada por meio do Projeto de Parâmetros Robustos Multivariados (PPRM), a qual atende a todas as restrições impostas pelos  $EQMs$  individuais.

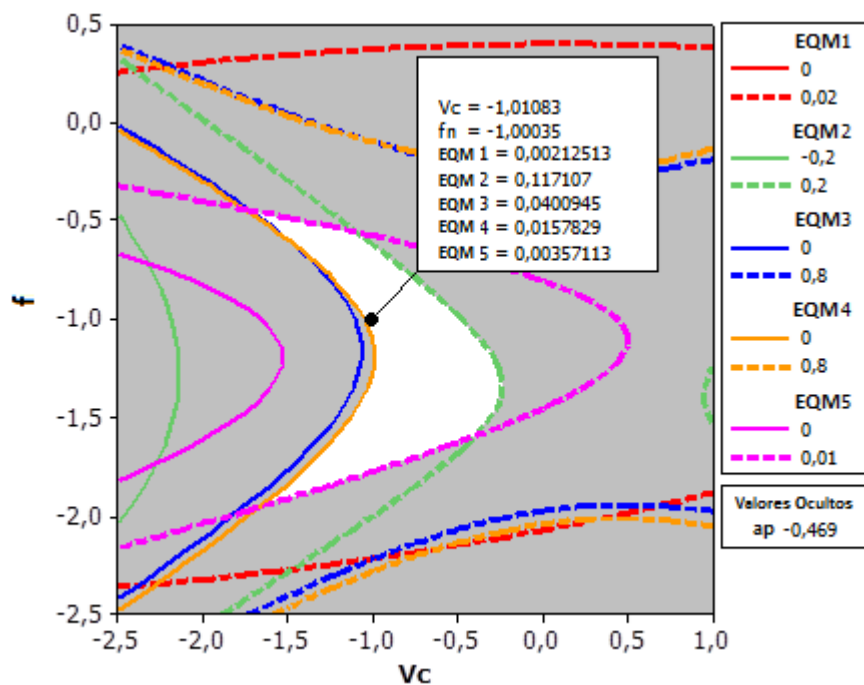


Figura 4.16 – Gráfico de contorno para cada EQM individual.

A solução apresentada foi  $V_c = -1,005$ ,  $f = -1,087$  e  $a_p = -0,469$  em unidades codificadas, ou  $V_c = 199,9$  m/min,  $f = 0,191$  mm/rev e  $a_p = 0,190$  mm em unidades decodificadas. Tais resultados indicam que a utilização dessa abordagem de projeto de parâmetros robustos

multivariados conduziu a um valor ótimo para cada resposta bem próximo aos valores alvos estipulados.

A rugosidade é a grandeza que quantifica o nível de acabamento das peças. Ela está diretamente relacionada à geometria da ferramenta e aos parâmetros de usinagem. Aumentando o raio de ponta da ferramenta, por exemplo, pode-se reduzir essa rugosidade. Isto ocorre até certo ponto, uma vez que o aumento do raio pode causar vibrações, as quais contribuem para a piora do acabamento. A taxa de avanço é também uma variável que influencia diretamente os valores de rugosidade teórica, já que quanto menor é o seu valor, menores serão as chances de se obter marcas sobre a superfície da peça pela passagem da ferramenta. Na prática, o acabamento superficial é ainda influenciado pelo ângulo de saída, o desgaste da ferramenta e a rigidez de fixação do sistema peça-ferramenta. Alheio à geometria de corte, o acabamento superficial sofre uma pequena influência da velocidade de corte.

Comparativamente no torneamento duro, a influência da profundidade de usinagem é maior que a observada com o aumento da velocidade de corte. Quando a profundidade de usinagem é incrementada, uma maior capacidade de remoção de material, devido ao uso de uma porção maior da aresta de corte, será observada, provocando, porém, o aumento da força passiva e da vibração da peça e, conseqüentemente, piorando as condições da rugosidade. Portanto, considerando as conseqüências de um processo otimizado, obtido pela abordagem PPRM, acredita-se que os parâmetros obtidos são adequados para o planejamento do processo de torneamento do aço ABNT 52100 endurecido.

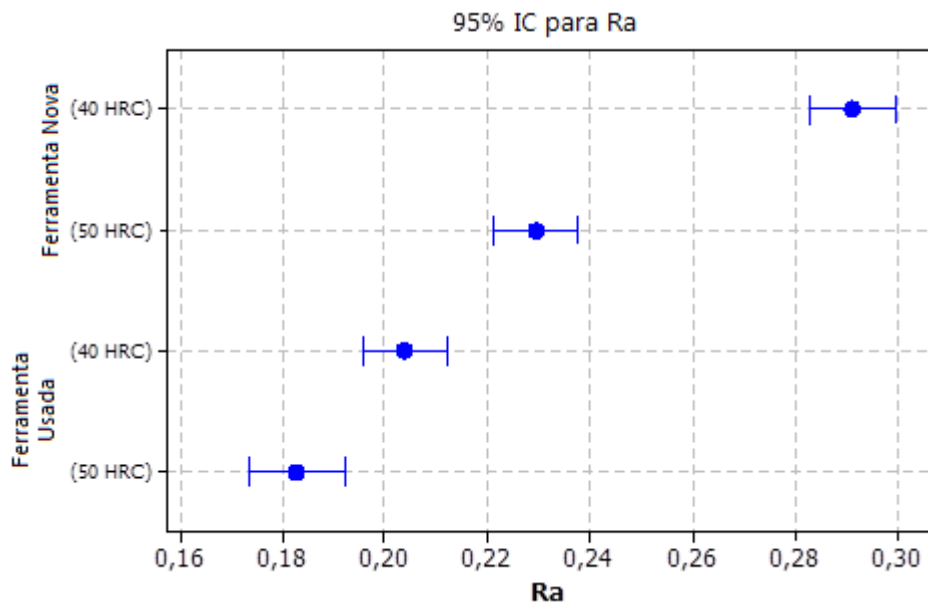
#### **4.3.1. Ensaios de confirmação**

Para analisar a efetividade dos parâmetros ótimos encontrados por meio da abordagem PPRM e para confirmar os resultados da simulação em estudo, um conjunto de testes de confirmação foi executado, procedendo-se ao torneamento de quatro peças para cada uma das quatro condições de ruído. As cinco respostas de rugosidade foram medidas vinte vezes na região central das peças, resultando em um conjunto de dados de 192 observações para cada estado de acabamento superficial. O principal objetivo dos ensaios de confirmação foi verificar se a variância da rugosidade era mínima com seus valores médios próximos dos alvos estabelecidos. A Tabela 4.31 apresenta a ANOVA *One-Way* para rugosidade média ( $R_a$ ) obtida sob as quatro condições de ruído.

Tabela 4.31 – Valores previstos versus valores reais para rugosidade no ótimo

	$R_a$	$R_z$	$R_t$	$R_y$	$R_q$
Média Prevista	0.228	1.312	1.507	1.460	0.285
Média Real	0.227	1.340	1.215	1.377	0.276
D.P. Previsto	0.063	0.379	0.435	0.382	0.079
D.P. Real	0.050	0.359	0.288	0.369	0.061
Q1	0.190	1.053	0.980	1.080	0.230
Mediana	0.220	1.310	1.180	1.315	0.260
Q3	0.260	1.580	1.420	1.705	0.320

A Figura 4.17 apresenta um intervalo de confiança de 95% para cada rugosidade média obtida, também, nas quatro condições de ruído.

Figura 4.17 – ANOVA *One-Way*:  $R_a$  versus condições de ruído

Apesar de diferentes ( $P$ -value < 5%), as rugosidades medidas para as quatro condições de ruído apresentaram médias muito pequenas. Esta variação observada entre as quatro amostras, destaca que a influência do ruído não foi totalmente removida do processo com o *setup* ótimo. Mesmo assim, as variâncias (e o desvio padrão) são notadamente menores com a solução otimizada do que aquelas observadas na experimentação com os valores mínimos para a rugosidade. Pode-se notar, também, pela Tabela 4.32 que a média e o desvio padrão para as 192 rodadas de confirmação para cada uma das respostas de rugosidade ficaram muito próximos aos valores previstos.

Tabela 4.32 – ANOVA *One-Way*

Fonte	DF	SS	MS	F	P-Value
Ruído	3	0.315893	0.105298	120.66	0.000
Erro	188	0.164069	0.000873		
Total	191	0.479962			

Nível	N	Média	D.Padrão
Ferramenta Nova (40 HRC)	48	0.29104	0.02890
Ferramenta Nova (50 HRC)	48	0.22938	0.02794
Ferramenta Usada (40 HRC)	48	0.20396	0.02893
Ferramenta Usada (50 HRC)	48	0.18292	0.03222

A Figura 4.18 mostra uma comparação entre as respostas obtidas experimentalmente (*Exp*) e após o ótimo (*Opt*). Para esse propósito foram escolhidos os resultados da rodada experimental 11, por ser a rodada que apresentou a menor média para  $R_a$ . Pode-se observar pelos *box-plots*, que as variâncias obtidas com os parâmetros ótimos são muito menores do que aqueles observados com a rodada experimental número 11.

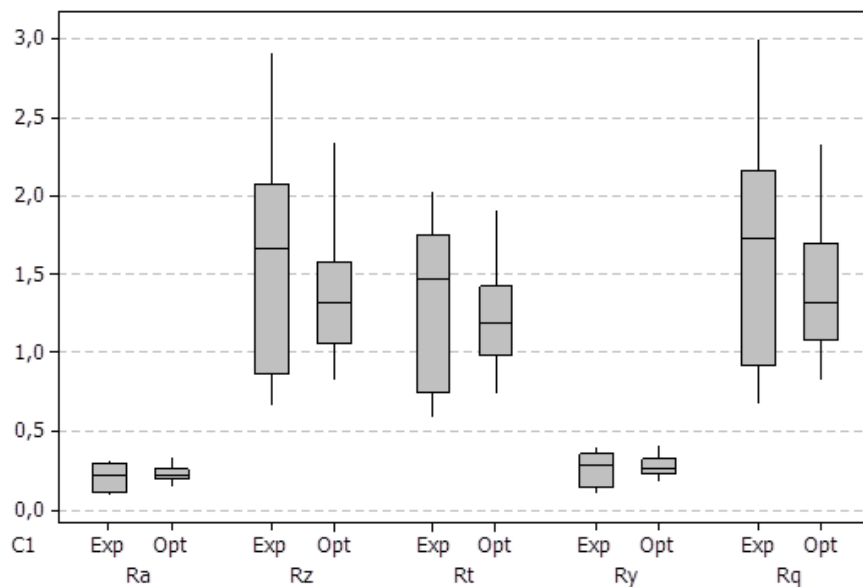


Figura 4.18 – Comparação entre as variâncias das medidas de rugosidade

Utilizando-se um nível de significância de 5%, um teste de hipótese para duas amostras (2 *sample-t*) foi conduzido para se verificar a igualdade entre as médias e variâncias dessa rodada experimental. A Tabela 4.33 sintetiza os resultados.

Tabela 4.33 – Testes de hipótese para médias e variâncias

<b>Resposta</b>	<b>Média</b>	<b>Teste T</b>	<b><i>P-Value</i></b>	<b>Teste F</b>	<b><i>P-Value</i></b>	<b>Teste Levene</b>	<b><i>P-Value</i></b>
$R_a$	Opt	0,227	1,540	0,129	0,360	0,000	54,430
	Ext	0,208					
$R_z$	Opt	1,340	-2,530	0,014	0,330	0,000	28,150
	Ext	1,579					
$R_t$	Opt	1,215	-1,670	0,101	0,350	0,000	32,520
	Ext	1,337					
$R_y$	Opt	0,276	0,670	0,506	0,330	0,000	50,830
	Ext	0,265					
$R_q$	Opt	1,377	-2,730	0,009	0,330	0,000	30,420
	Ext	1,640					

O “Teste T” compara as médias, o “Teste F” compara as variâncias da distribuição normal e o “Teste Levene” compara as variâncias de quaisquer distribuições contínuas.

De acordo com a Tabela 4.33, para  $R_a$ ,  $R_t$  e  $R_y$ , existe uma igualdade entre as médias ( $P\text{-Value} > 5\%$ ), sugerindo que a otimização foi capaz de alcançar os valores mínimos. Para  $R_z$  e  $R_q$ , entretanto, os parâmetros ótimos conduziram para médias menores do que aquelas observadas nas rodadas experimentais. Quanto às variâncias, os testes de hipótese apontam  $P\text{-Values}$  sempre menores que o nível de significância, indicando que as mesmas são estatisticamente diferentes, como sugerido pela Figura 4.18.

### 4.3.2. Comparação entre resultados experimentais e otimizados

De posse dos resultados experimentais, foram realizadas simulações para comparar a qualidade da solução robusta. A Figura 4.19 apresenta a simulação de  $R_a$  antes e depois de executada a rotina de otimização.

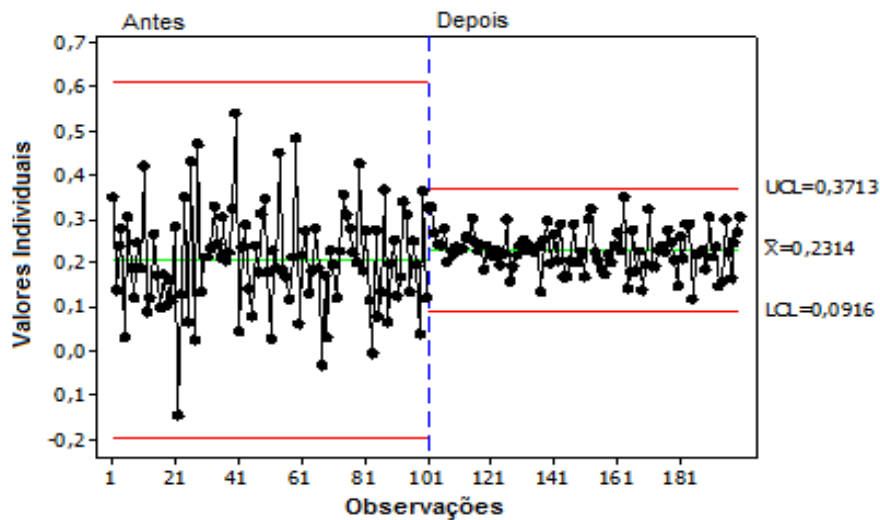


Figura 4.19 – Simulações para condições normais e otimizadas

O cenário denominado “Antes” foi simulado utilizando-se uma distribuição normal para  $R_a$ , com parâmetros 0,211 e 0,013, representando, respectivamente, os menores valores de média e variância obtidas durante os ensaios experimentais. É importante dizer que, sob essas condições, a correspondente  $TRM$  foi de  $6,52 \text{ cm}^3/\text{s}$ , obtidos com  $V_c=220 \text{ m/min}$ ,  $f=0,132 \text{ mm/v}$  e  $a_p=0,225 \text{ mm}$ .

O cenário denominado “Depois” representa uma distribuição normal para  $R_a$  sob as condições otimizadas. Pode-se verificar que a variância é extremamente reduzida, enquanto que  $R_a$  atinge valores bem próximos do menor valor obtido experimentalmente. Além disso, a respectiva  $TRM$  superou aquela obtida pelo cenário anterior ( $7,34 \text{ cm}^3/\text{s}$ ).

A presente simulação mostrou que a abordagem proposta foi adequada para o tratamento de média e variância das múltiplas respostas correlacionadas deste caso. Acredita-se que os resultados robustos obtidos estão mais próximos de valores reais do que se fossem utilizadas abordagem voltadas somente para a explicação e otimização das principais características.

## Capítulo 5

# 5 SIMULAÇÕES

Para avaliar a eficácia e a consistência do método EQMM, que apresentou resultados satisfatórios quando comparado aos outros métodos tradicionais, neste capítulo será apresentada uma estratégia de simulação, por meio da qual os alvos para as características correlacionadas serão gerados a partir de uma distribuição normal multivariada ( $\mu, \Sigma$ ), com médias e variâncias originadas dos dados experimentais utilizados anteriormente. Como esta geração pode conduzir a alvos extremos (muito distantes do centróide do conjunto de múltiplas respostas), para cada alvo simulado será calculada a distância de Mahalanobis, conforme Equação 2.30. Com esses valores de alvos, o método EQMM será comparado com os métodos  $MCG_1$  (RAO, 1996) e  $MCG_2$  (AMES, 1997). Deve-se ressaltar que os métodos  $MCG_1$  e  $MCG_2$  não são usualmente utilizados com alvos correlacionados. A principal diferença entre  $MCG_1$  e  $MCG_2$  é a padronização das funções objetivo, que deve ser utilizada quando as múltiplas características forem definidas em unidades diferentes. Como os escores de componentes principais também são padronizados, espera-se que os resultados das simulações de MCG e EQMM sejam similares.

Dois casos serão simulados: o primeiro, de um conjunto em que existe correlação entre as respostas, porém, não existe correlação entre os resíduos das mesmas, enquanto que no segundo, existem correlações elevadas, com dependência entre os resíduos e entre os valores experimentais.

## 5.1. PRIMEIRO CASO SIMULADO

As simulações foram realizadas utilizando-se como base os dados resultantes do ensaio experimental de torneamento do aço endurecido ABNT 52100, com ferramenta de cerâmica mista e geometria Wiper, na condição de fim de vida. Para as simulações, todas as seis respostas,  $T$ ,  $T_c$ ,  $T_t$ ,  $K_p$ ,  $R_a$  e  $R_t$  serão analisadas, conforme Tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Superfície de resposta para simulações

$V_c$	$f$	$a_p$	$T$	$T_c$	$T_t$	$K_p$	$R_a$	$R_t$	
-1,000	-1,000	-1,000	17,210	0,190	0,860	0,760	0,252	1,414	
1,000	-1,000	-1,000	11,370	0,160	0,830	0,760	0,279	1,721	
-1,000	1,000	-1,000	5,960	0,100	0,770	0,720	0,316	2,124	
1,000	1,000	-1,000	4,480	0,080	0,760	0,720	0,301	2,156	
-1,000	-1,000	1,000	9,420	0,190	0,870	0,840	0,254	1,454	
1,000	-1,000	1,000	7,370	0,160	0,840	0,820	0,256	1,582	
-1,000	1,000	1,000	4,030	0,100	0,780	0,790	0,349	2,011	
1,000	1,000	1,000	6,100	0,080	0,750	0,680	0,296	1,992	
-1,682	0,000	0,000	9,510	0,140	0,810	0,740	0,290	1,690	
1,682	0,000	0,000	6,860	0,100	0,770	0,710	0,266	1,816	
0,000	-1,682	0,000	14,180	0,270	0,950	0,890	0,219	1,548	
0,000	1,682	0,000	4,120	0,070	0,750	0,720	0,317	2,546	
0,000	0,000	-1,682	9,420	0,120	0,790	0,700	0,311	1,946	
0,000	0,000	1,682	4,920	0,120	0,800	0,800	0,318	1,743	
0,000	0,000	0,000	4,890	0,120	0,800	0,810	0,263	1,814	
0,000	0,000	0,000	5,000	0,120	0,800	0,800	0,263	1,712	
0,000	0,000	0,000	4,770	0,120	0,800	0,810	0,267	1,713	
0,000	0,000	0,000	5,010	0,120	0,800	0,800	0,263	1,714	
0,000	0,000	0,000	5,120	0,120	0,800	0,800	0,264	1,714	
			$\mu$	7,355	0,131	0,807	0,772	0,281	1,811
			$\sigma$	3,661	0,048	0,048	0,055	0,031	0,271
			$\theta$	10,561	0,172	0,849	0,794	0,255	1,715
			$Z$	0,876	0,880	0,879	0,404	-0,843	-0,353



As variáveis de resposta deste CCD apresentam matriz de variância-covariância ( $\Sigma_y$ ) e vetor de médias ( $\mu_y$ ) respectivamente iguais a:

$$\Sigma_y = \begin{bmatrix} 13.4042 & & & & & & \\ 0.1385 & 0.0022 & & & & & \\ 0.1302 & 0.0022 & 0.0023 & & & & \\ 0.0325 & 0.0018 & 0.0020 & 0.0030 & & & \\ -0.0577 & -0.0011 & -0.0011 & -0.0010 & 0.0009 & & \\ -0.5780 & -0.0097 & -0.0097 & -0.0092 & 0.0062 & 0.0734 & \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mu_y = \begin{bmatrix} 7.3547 \\ 0.1305 \\ 0.8068 \\ 0.7721 \\ 0.2813 \\ 1.8110 \end{bmatrix}$$

Deste modo, foram simulados cem (100) conjuntos de alvos para as respostas utilizando uma distribuição multivariada normal MVN ( $\mu_y, \Sigma_y$ ).

Quatro métodos de otimização foram utilizados para a simulação, a saber: o método MCG<sub>1</sub>, proposto por Rao (1996); o método MCG<sub>2</sub>, proposto por Ames (1997); o EQMM, otimizado a partir de dois componentes principais; e o EQMM, otimizado a partir de três componentes principais.

Deve-se observar que os métodos MCG<sub>1</sub> e MCG<sub>2</sub> são caracterizados por funções quadráticas, resultando em superfícies estritamente convexas. O mesmo não acontece com o EQMM, por se tratar de uma média geométrica de PCs. Por isso, nas simulações, o ponto inicial do EQMM foi variado a cada simulação, sendo fixado o ponto inicial de uma rodada segundo o ótimo obtido na rodada anterior.

Para cada um dos cem conjuntos foram calculados os vieses correspondentes. O resultado das cem rodadas simuladas estão dispostas na Tabela D.4, dos Anexos.

A Figura 5.1 apresenta um gráfico comparativo entre os quatro métodos utilizados no procedimento de simulação, gerado a partir dos vieses de cada um dos quatro métodos.

Verifica-se, pela Figura 5.1, a evidente proximidade entre os vieses obtidos pelos métodos MCG<sub>1</sub> e EQMM (2 CPs), um viés um pouco mais acentuado resultante do método EQMM (3 CPs) e uma significativa diferença do resultado de viés para o método MCG<sub>2</sub>.

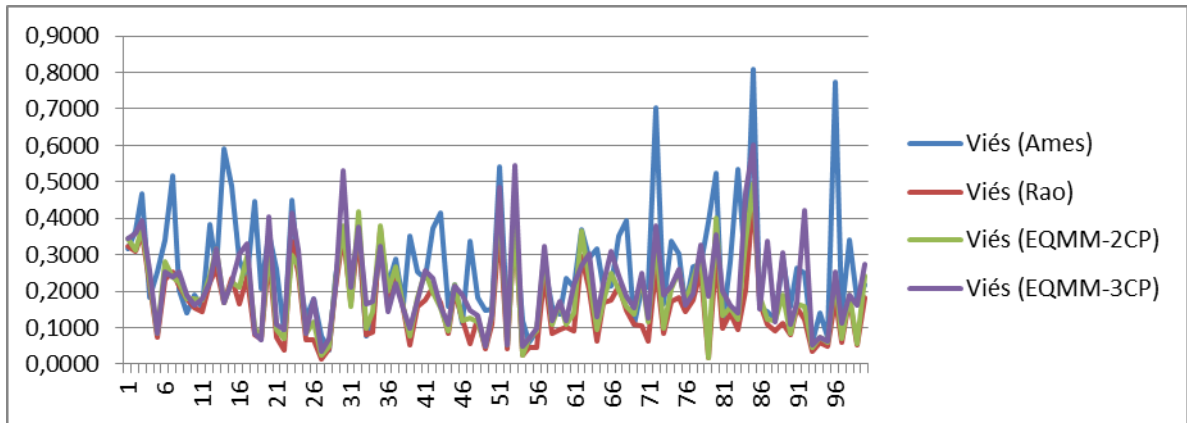


Figura 5.1 – Comparativo entre os vieses de cada método

Para todas as rodadas simuladas, a distância de Mahalanobis foi calculada e, a partir de seus resultados, análises foram realizadas.

Três diferentes cenários foram construídos para efeito de comparação. Primeiramente, um ANOVA foi gerada independentemente do valor do alvo, ou seja, independentemente da ordem de grandeza da distância de Mahalanobis em relação ao centroide do conjunto de dados. Nesse caso, todas as rodadas simuladas foram consideradas para a análise e a Figura 5.2 apresenta os resultados.

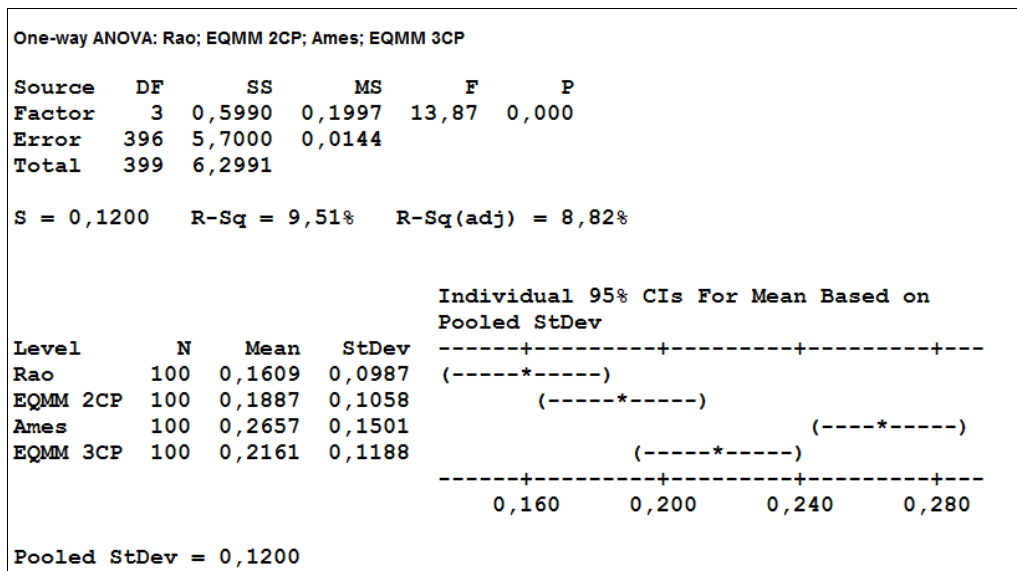


Figura 5.2 – ANOVA para os 4 métodos

Percebe-se, pela Figura 5.2, que os métodos  $MCG_1$  e EQMM (2 CPs) possuem médias bem próximas entre si, para um intervalo de confiança de 95% (0,16 e 0,19, respectivamente). Mais uma vez, o  $MCG_2$  é o que apresenta a maior distorção entre os métodos.

Em seguida, uma ANOVA foi gerada somente com os dados simulados cuja distância de Mahalanobis fosse maior que 2,75, totalizando uma amostra com dezessete simulações. A Figura 5.3 apresenta os resultados dessa nova análise.

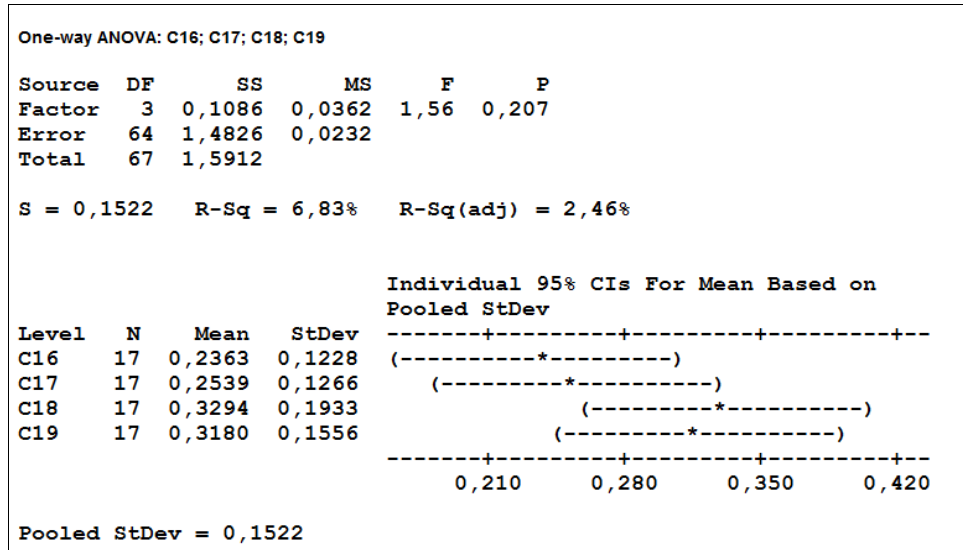


Figura 5.3 – ANOVA para dados maiores que 2,75 (distância de Mahalanobis)

Na Figura 5.3, C16 equivale ao método  $MCG_1$ , C17 equivale ao método EQMM (2 CPs), C18 equivale ao método  $MCG_2$  e C19 equivale ao método EQMM (3 CPs). Observa-se que, quando se filtram os dados com vieses maiores, as médias se aproximam para os quatro métodos. Comparando-se os métodos EQMM (2 CPs) e  $MCG_1$ , o que se percebe é que as médias são praticamente iguais. Como quanto maior a distância de Mahalanobis, menor a correlação do alvo com o conjunto, pode-se dizer que quando os alvos são escolhidos de maneira independente, os dois métodos ( $MCG_1$  e EQMM) se aproximam, embora o viés de ambos seja maior.

Uma terceira análise de variância foi realizada, agora para os dados cuja distância de Mahalanobis fosse menor que 1,5 (dados muito próximos ao centróide do conjunto simulado). Nesse caso, do total de cem simulações, vinte e uma foram selecionadas. A Figura 5.4 apresenta a ANOVA para essa nova condição.

Percebe-se, nesse último caso, que para alvos muito próximos do centróide do conjunto, o EQMM (2 CPs) se aproxima do método  $MCG_1$  com valores de viés bem menores.

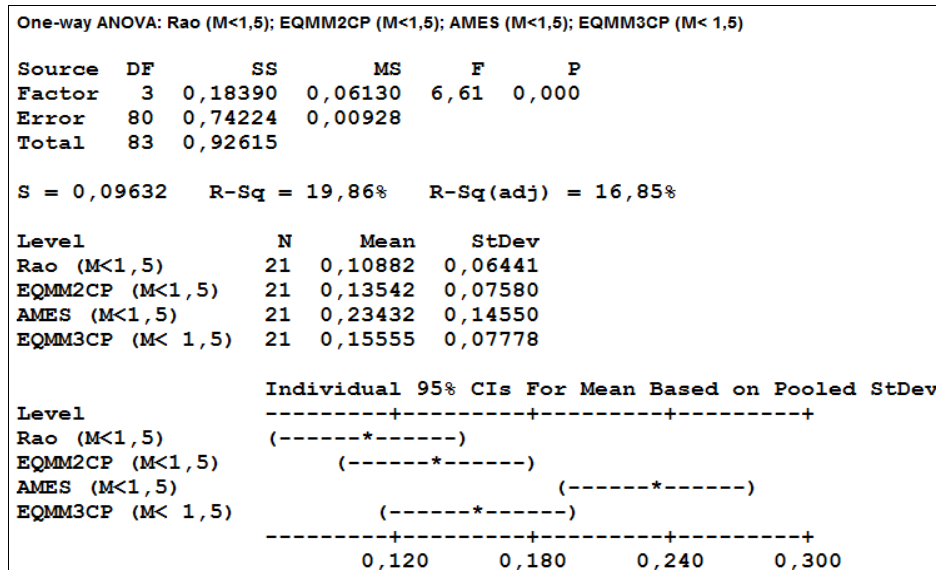


Figura 5.4 – ANOVA para dados menores que 1,5 (distância de Mahalanobis)

Pelos resultados das três análises de variância, a primeira com o conjunto todo, a segunda apenas com vieses elevados e a última, com vieses baixos, percebe-se que a eficiência dos métodos depende dos valores estabelecidos para os alvos. Entretanto, para qualquer uma das três análises,  $MCG_1$  e EQMM (2 CPs) se mostraram ser melhores que os métodos  $MCG_2$  e EQMM (3 CPs). As Figuras 5.5 e 5.6 ilustram o comportamento dos métodos EQMM (2 e 3 CPs) em relação à soma ponderado efetuada pelo método  $MCG_1$ .

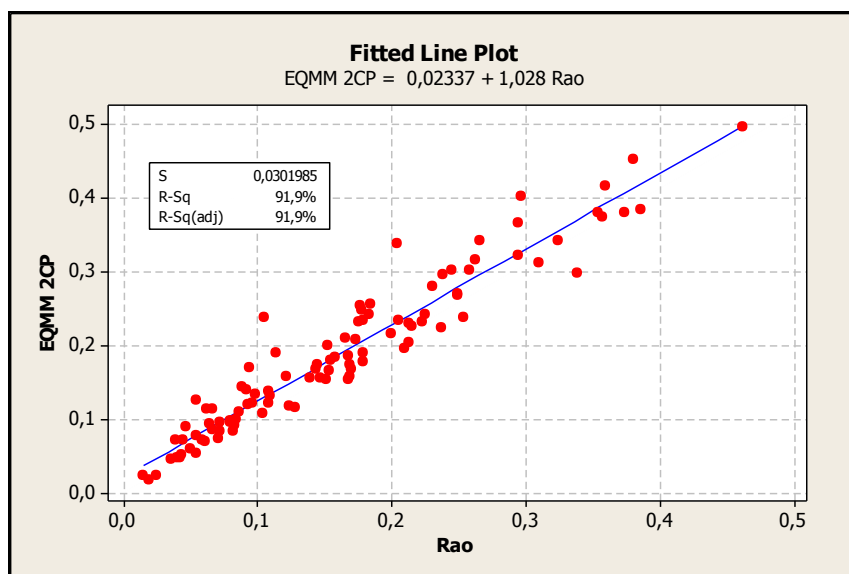


Figura 5.5 – Comparativo entre EQMM (2 CPs) e  $MCG_1$

Como o coeficiente angular da regressão EQMM 2 *versus*  $MCG_1$  é praticamente igual à unidade, pode-se dizer que existe um erro sistemático no viés absoluto dos dois métodos de

0,02337 (2,3% aproximadamente). Ao longo do estudo não foi possível se estabelecer qual é a origem deste erro sistemático, mas suspeita-se que ele esteja relacionado à influência da estrutura de correlação.

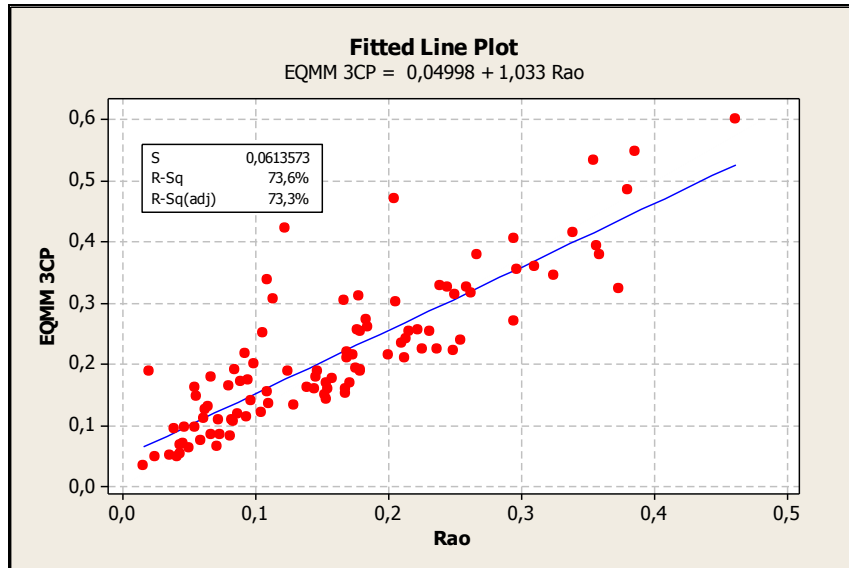


Figura 5.6 – Comparativo entre EQMM (3 CPs) e  $MCG_1$

Nota-se uma maior dispersão entre o EQMM (3 CPs) e o  $MCG_1$ , sugerindo que os resultados desses dois métodos estão mais distantes entre si. De fato, pelas equações de regressão geradas para os dois gráficos, o valor ajustado de EQMM (2 CPs) está bem próximo ao valor do  $MCG_1$ . Diferentemente do caso EQMM (2CPs), neste caso o erro sistemático do viés absoluto dos dois métodos é igual a 0,04998 (aproximadamente 5%). Também se desconhece a origem desta diferença sistemática.

## 5.2. SEGUNDO CASO SIMULADO

Seguindo com o procedimento de simulação, um segundo conjunto de dados com correlações bem mais altas que as observadas no primeiro caso, foi submetido a condições similares de otimização.

Para esse caso, os dados utilizados para a demonstração do Método III, onde um arranjo cruzado foi adaptado para tratar adequadamente os ruídos do processo, foi avaliado. As superfícies para as respostas investigadas,  $R_a$ ,  $R_z$ ,  $R_t$ ,  $R_y$  e  $R_q$ , foram apresentadas na Tabela

4.32 e os valores para média, desvio padrão, alvos e variáveis padronizadas estão dispostas na Tabela 5.2.

Característica importante a ressaltar, é que esses dados apresentavam elevadas correlações entre as respostas, apresentando, também, dependência entre os resíduos, conforme se observa Tabela 5.3.

Tabela 5.2 – Dados complementares para respostas estudadas

	$R_a$	$R_z$	$R_t$	$R_y$	$R_q$
$\mu$	0,321	1,805	2,237	2,176	0,418
$\sigma$	0,068	0,349	0,570	0,561	0,098
$\theta$	0,228	1,312	1,507	1,460	0,285
$Z$	-1,374	-1,412	-1,280	-1,276	-1,353

Tabela 5.3 – Análise de correlação entre os resíduos das respostas

	$R_a$	$R_z$	$R_t$	$R_y$
$R_z$	0,683			
	0,001			
$R_t$	0,671	0,952		
	0,002	0,000		
$R_y$	0,711	0,854	0,991	
	0,001	0,000	0,000	
$R_q$	0,721	0,682	0,520	0,567
	0,000	0,001	0,023	0,011

Para essa simulação o EQMM foi otimizado selecionando-se somente o primeiro componente principal. De fato,  $CP_1$  era o único a apresentar autovalor maior que um (Tabela 4.37) e, sozinho, era capaz de explicar 93,4% da variância entre as respostas.

A Figura 5.7 apresenta o gráfico comparativo entre os vieses resultantes dos dois métodos utilizados neste caso simulado:  $MCG_1$ , representado pela “Série 1” e EQMM, representado pela “Série 2”.

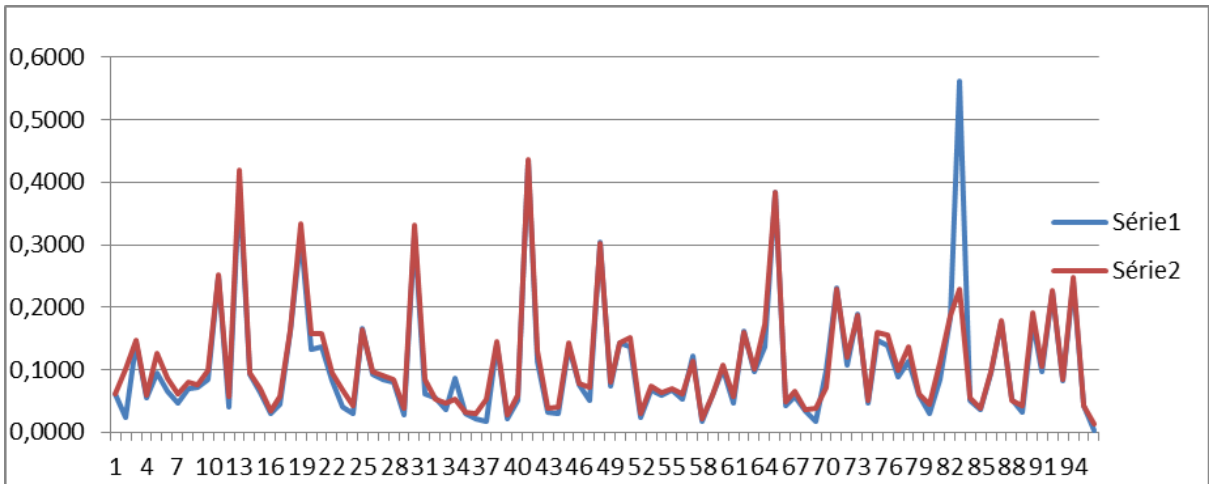


Figura 5.7 – Comparativo entre os vieses de  $MCG_1$  e EQMM

Pela Figura 5.7 fica evidente a proximidade entre os vieses dos dois métodos. Além disso, a ANOVA gerada sobre os resultados das noventa e seis rodas simuladas (Figura 5.8) corrobora a hipótese de igualdade entre as médias e de similaridade entre os métodos.

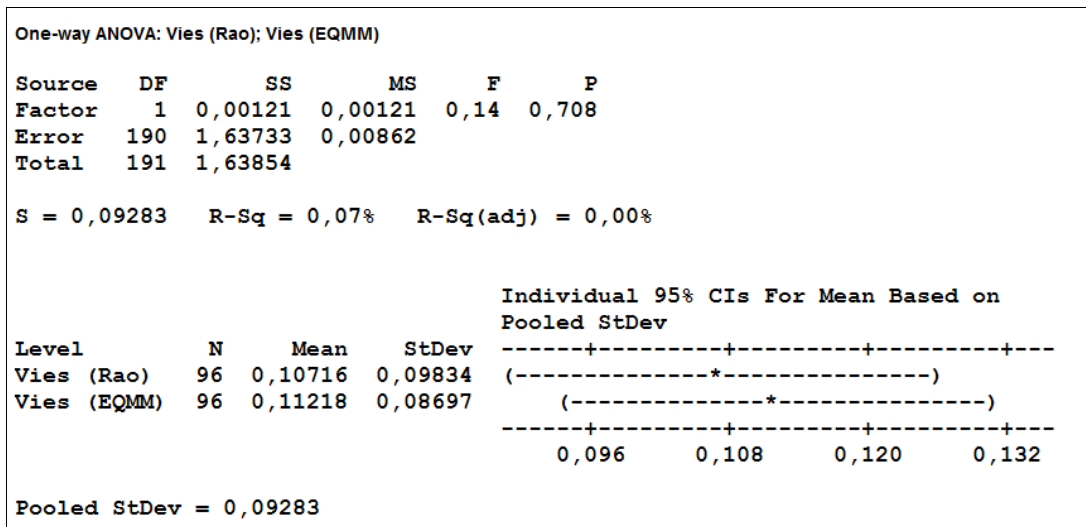


Figura 5.8 – ANOVA para o viés dos dois métodos

Assim como no primeiro caso simulado, os dois métodos ( $MCG_1$  e EQMM) foram comparados. Pela equação de regressão apresentada na Figura 5.9 percebe-se, efetivamente, sua proximidade.

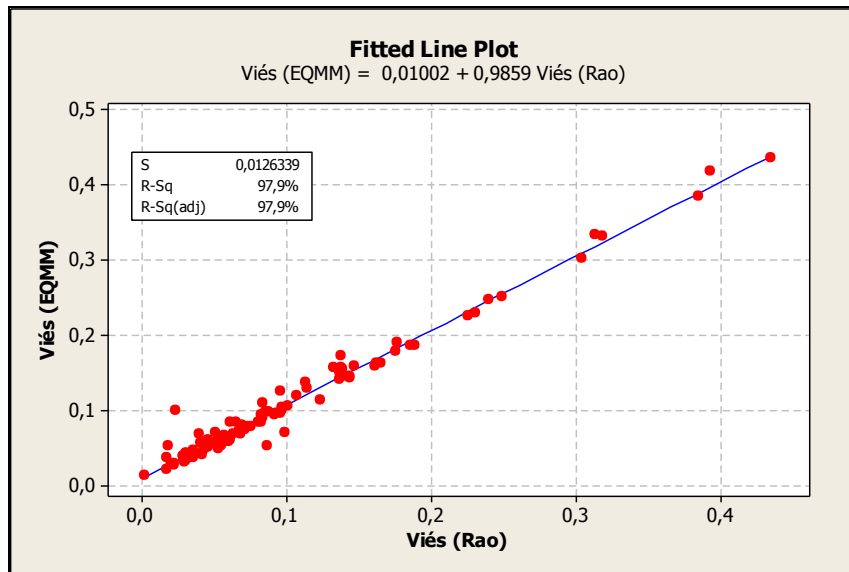


Figura 5.9 – Gráfico de dispersão dos vieses de  $\text{MCG}_1$  e EQMM

Além de apresentarem bons resultados de otimização, é desejável que os métodos utilizados sejam também eficientes para previsões. Previsões constituem um meio de fornecer informações e subsídios para uma consequente tomada de decisão (MORETTIN e TOLOI, 1981). Quanto menor as suas estatísticas, melhor será a habilidade do modelo de fazer previsões.

Nessa simulação, para a qual os métodos se restringiram ao  $\text{MCG}_1$  e ao EQMM (1 CP), essa investigação foi realizada, confrontando-se uma mesma resposta pelos dois métodos.

A partir dos resultados das simulações inseridos no software Minitab, modelos de previsão foram gerados, identificando-se o erro padrão de cada método. O erro padrão da previsão é o valor que dá a largura do intervalo de confiança para previsão. Quanto menor essa largura, mais precisa será a previsão. A Figura 5.10 apresenta a ANOVA para previsão da resposta  $R_a$  dos métodos  $\text{MCG}_1$  e EQMM.



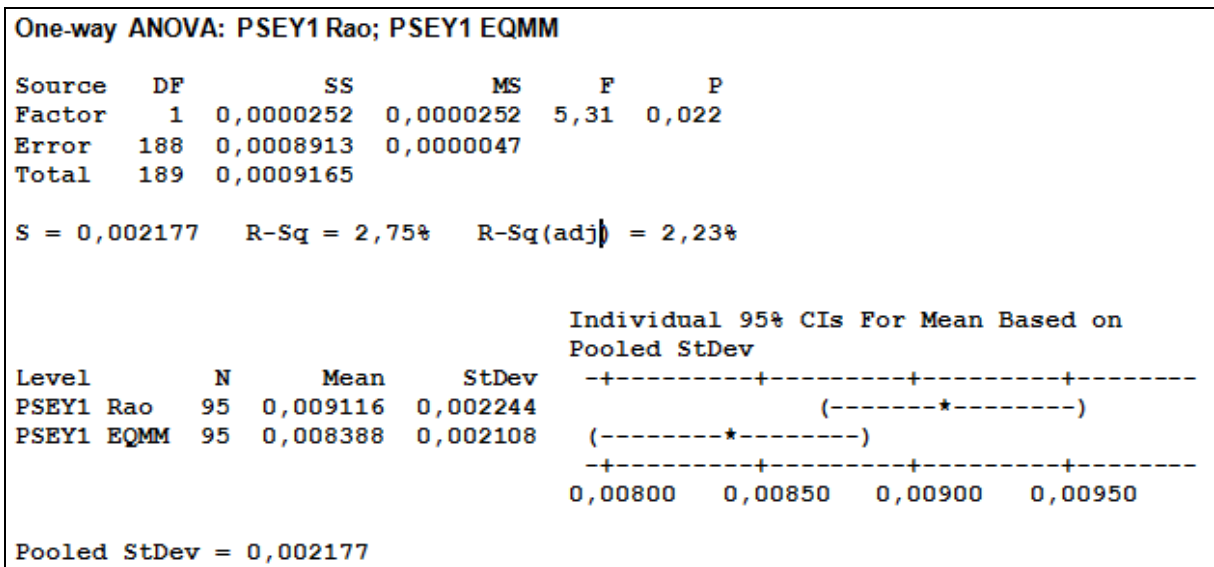


Figura 5.10 – ANOVA para previsões entre MCG<sub>1</sub> e EQMM

Analisando-se os resultados, observa-se um *P-Value* igual a 0,022, ou seja, as médias entre MCG<sub>1</sub> e EQMM são estatisticamente diferentes, sendo que a média obtida pelo EQMM é menor que a obtida pelo MCG<sub>1</sub>. A Tabela 5.4 sintetiza os resultados para todas as respostas.

Tabela 5.4 – Resultados da ANOVA para previsão

	$\mu$ MCG <sub>1</sub>	$\mu$ EQMM	<i>P-Value</i>
$R_a$	0,009	0,008	0,022
$R_z$	0,088	0,081	0,022
$R_t$	0,129	0,118	0,022
$R_y$	0,122	0,112	0,022
$R_q$	0,014	0,013	0,022

Como se observa pelos resultados das ANOVA dos erros, as médias são diferentes para os dois métodos (*P-Value* < 0,05). Em todos os casos testados, o erro padrão do método EQMM é menor do que aqueles obtidos através do método de Rao (1996). Apesar de haver um erro sistemático entre as duas abordagens, o método EQMM fornece previsões mais precisas (com intervalos de confiança para valores previstos mais estreitos).

### 5.3. CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Esse capítulo apresentou o resultado dos procedimentos de simulação realizado sobre os dados colhidos em dois ensaios experimentais distintos, com o objetivo de avaliar a eficácia do método de otimização multivobjetiva EQMM, frente a diversos outros métodos disponíveis na literatura.

Pela análise das simulações, pode-se concluir que a eficiência dos métodos depende dos valores estabelecidos para os alvos, que, para os dois casos simulados, eram fixados a cada rodada, pelos valores ótimos obtidos da rodada anterior de simulação.

No primeiro caso simulado, apesar da diferença entre as médias,  $MCG_1$  e EQMM apresentaram resultados bem próximos entre si. No segundo caso, entretanto, que apresentava altas correlações entre as respostas com dependência entre seus resíduos, as médias se mostraram iguais, com valores de viés bem menores. Quando se analisou o erro padrão das respostas, entretanto, as médias se mostraram diferentes, sendo que a média obtida pelo EQMM foi menor para todas as respostas. Isto sugere que o EQMM conseguiu atingir valores compatíveis ao  $MCG_1$ , sendo mais preciso para previsões.

Como já mencionado, a eficiência dos métodos depende dos valores estabelecidos para os alvos. Entretanto, se as respostas são correlacionadas, os alvos também devem ser. Como é incomum utilizar alvos correlacionados para  $MCG_1$  e  $MCG_2$ , o EQMM pode ser considerado a opção mais adequada.

Com os resultados, pode-se verificar que as soluções do método EQMM são equivalentes aos dos demais métodos, já consagrados na literatura, demonstrando ser, portanto, uma alternativa viável para otimização de múltiplos objetivos.

## 6 CONCLUSÕES

Encontrar alternativas viáveis que complementassem o estudo realizado por PAIVA (2006), foi o grande desafio proposto para esse trabalho. Partindo, pois, das lacunas identificadas no mesmo trabalho, algumas abordagens de otimização de múltiplos objetivos foram investigadas, na tentativa de se apresentar uma solução capaz de atender à maioria delas.

Baseado na abordagem do Erro Quadrático Médio (EQM), já discutido por diversos pesquisadores, uma alternativa de melhoria para o tratamento de múltiplas respostas correlacionadas, devidamente ponderadas, foi proposta, resultando numa metodologia denominada de Erro Quadrático Médio Multivariado (EQMM).

A partir de alguns casos que apresentavam conjuntos de múltiplas respostas correlacionadas, o método proposto, bem como suas adaptações, foram implementados, e, segundo os resultados obtidos, pode-se afirmar que o EQMM é capaz de encontrar condições ótimas para os parâmetros de processo, principalmente naquelas situações em que as respostas se apresentam fortemente correlacionadas.

Os resultados obtidos nos ensaios de confirmação do Método I apresentaram, em sua maioria, erros de previsão abaixo de 5%. Com resultados melhores ou próximos a outros métodos investigados da literatura, pode-se dizer que o EQMM é o mais adequado, por considerar essa correlação na determinação dos parâmetros.

Independentemente da estratégia de ponderação adotada, o modelo proposto, que diverge minimamente da proposta inicial, também conseguiu atingir valores considerados adequados aos parâmetros e a resultados satisfatórios. Reitera-se que, o método, nesse caso, proporciona otimizar respostas que apresentam fortes correlações, além de estabelecer graus de importância entre elas.

A estratégia adaptada de Taguchi para projeto de parâmetros robustos, adotada para otimizar os parâmetros de processo, buscando-se controlar alguns fatores apontados como ruídos, também se mostrou adequado para encontrar parâmetros que conduzisse as respostas a valores próximos dos alvos pré-estabelecidos. Importante salientar que, a partir dos resultados do Método I, foi levantada a hipótese de que o EQMM é capaz de detectar a influência de fatores de ruído, mesmo que implícitos ao processo.

Além dessas, algumas outras importantes conclusões puderam ser formuladas:

- a) a ACP é uma alternativa bastante eficaz para a redução de dimensionalidade e normalização dos dados;
- b) em certos casos em que, obedecendo aos critérios de Kaiser, o primeiro componente se mostra suficiente para explicar a estrutura de variância existente, um segundo componente pode ser selecionado como forma de se garantir que os resultados correspondam adequadamente aos dados originais;
- c) os resultados obtidos pela utilização do EQMM apresentaram considerável melhora, quando comparados a outros métodos da literatura, em especial, aqueles utilizados durante as rodadas de simulação (Rao e Ames).
- d) de acordo com as simulações realizadas, a eficiência dos métodos depende dos valores estabelecidos para os alvos e, caso as múltiplas respostas sejam correlacionadas, os alvos também devem ser;
- e) a construção da matriz “*pay-off*”, com base nas otimizações individuais de cada uma das respostas do conjunto, é uma alternativa adequada para obtenção de seus respectivos alvos;
- f) em comparação às metodologias estudadas e já consagradas da literatura, os resultados obtidos a partir da abordagem EQMM não divergiram consideravelmente. Ainda assim, as pequenas diferenças existentes foram meramente matemáticas, não se mostrando significativas em termos práticos;
- g) o critério de ponderação por meio dos vieses das respostas, obtidos a partir de uma primeira iteração do método EQMM, conduz a resultados bastante satisfatórios;

- h) a estratégia de ponderação das respostas pela razão entre o viés individual de cada uma e seu viés total, contribui para a mitigação/eliminação da situação de conflito apresentada pela presença de correlações negativas.

Os resultados obtidos pelos casos investigados, bem como pelas simulações realizadas, apontam para a eficácia do método EQMM, suficiente para o tratamento de múltiplas respostas correlacionadas e adequado para a devida ponderação das mesmas. Portanto, pode-se considerar que esse método pode ser recomendado como alternativa de otimização multivariada. Entretanto, observando-se as limitações desta pesquisa, as conclusões apontadas não devem ser extrapoladas a dados relacionados a outras operações de usinagem, tampouco a ferramentas e materiais diversos.

## 6.1. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A partir dos resultados da pesquisa, e estendendo-se seu conteúdo, pode-se recomendar para trabalhos futuros:

- a) a utilização de outros algoritmos – como o Algoritmo Genético, por exemplo – como algoritmo de solução, procurando-se contornar problemas de ponto de ótimo estacionário, comuns quando se utiliza o GRG;
- b) a extrapolação do método multivariado, proposto inicialmente a problemas do tipo NTB, a problemas do tipo STB e LTB;
- c) utilizar arranjos de misturas como estratégia para determinação dos pesos de cada resposta;
- d) estender a aplicação do método a outros processos de manufatura, ampliando-se e aprofundando-se a investigação já iniciada por Paiva (2008).

## 7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AGGARWAL, A., SINGH, H., KUMAR, P., SINGH, M. Multicharacteristic optimization of CNC turned parts using principal component analysis. *Int. J. Machining and Machinability of Material*, v. 3, n. 1/2, pp. 208-223, 2008.
- ALLAEDDINI, A., YANG, K. Adaptive sequential experiment methodology for response surface optimisation. *Int. J. Quality Engineering and Technology*, v. 1, n. 1, p. 40-61, 2009.
- AMES, A., MATTUCCI, N., McDONALD, S., SZONYI, G., HAWKINS, D., Quality loss function for optimization across multiple response surfaces, *Journal of Quality Technology*, n. 29 , pp. 339–346, 1997.
- ARDAKANI, M. K., NOOROSSANA, R. A new optimization criterion for robust parameter design – the case of target is best. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, v. 38, pp. 851-859, 2008.
- BATALHA, G. F., DELIJAICOV, S., AGUIAR, J. B., BORDINASSI, E. C., STIPKOVIC FILHO, M. Residual stress modelling in hard turning and its correlation with the cutting forces. *Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering*, v. 24, issue 1, 2007.
- BENGA, G, C., ABRÃO, A. M. Turning of hardened 100Cr6 bearing steel with ceramic and PCBN cutting tools. *Journal of Materials Processing Technology*, n. 143, pp. 241-237, 2003.
- BOUACHA, K., YALLESE, M. A., MABROUKI, T., RIGAL, J. F. Statistical analysis of surface roughness and cutting forces using response surface methodology in hard turning of ABNT 52100 bearing steel with CBN tool, *International Journal of Refractory Metal and Hard Materials*, v. 28, pp. 349-361, 2010.

- BOX, G. E. P., DRAPER, N. R. Empirical Model-Building and Response Surfaces. John Wiley e Sons, 1 ed., 650p., 1987.
- BOX, G. E. P., HUNTER, W. G., HUNTER, J. S. Statistics for Experimenters. John Wiley e Sons, 1 ed., p. 690, 1978.
- BOX, G. E. P., HUNTER, W. G., MacGREGOR, J. F., ERJAVEC, J. Some Problems Associated with the Analysis of Multiresponse Data. *Technometrics*, v 15, n 1, pp.33-51, 1973.
- BOX, G. E. P., WILSON, K. B. On the Experimental Attainment of Optimum Conditions. *Journal of the Royal Statistical Society*, XIII, v 1, Série B, pp. 1-45, 1951.
- BRATCHELL, N. Multivariate Response Surface Modelling by Principal Components Analysis. *Journal of Chemometrics*, v 3, pp. 579-588, 1989.
- CAMPOS, P. H. S., FERREIRA, J. R., PAIVA, A. P., BALESTRASSI, P. P. Modelagem da vida da ferramenta e da rugosidade no torneamento do aço duro ABNT 52100 com cerâmica mista *wiper* utilizando metodologia de superfície de resposta. Anais do 10º CIBEM, Porto, Portugal, 2011.
- ÇAYDAS, U., EKICI, S. Support vector machines models for surface roughness prediction in CNC turning of ABNT 304 austenitic stainless steel. *Journal of Intelligence Manufacturing*, DOI 10.1007/s10845-010-0415-2, 2010.
- CH'NG, C. K., QUAH, S. H., LOW, H. C. Index Cpm in Multiple Response Optimization. *Quality Engineering*, n. 17, p. 165-171, 2005.
- CHEN, L. Integrated robust design using response surface methodology and constrained optimization. Waterloo, Ontario, Canada, 129p. Master of Applied Science in Systems Design Engineering. University of Waterloo, 2008.
- CHEN, M. C., FAN, S. S. Tolerance evaluation of minimum zone straightness using non-linear programming techniques: a spreadsheet approach. *Comp. Ind. Eng.* 43 (3), pg. 437-453, 2002.
- CHIAO, C. H., HAMADA, M. Analyzing experiments with correlated multiple responses. *Journal of Quality Technology*, v. 33, n. 4, pp. 451-465, 2001.

- CHOU, Y. K., EVANS, C. J., BARASH, M. M. Experimental investigation on CBN turning of hardened ABNT 52100 steel. *Journal of Materials Processing Technology*, v. 124, pp. 274-283, 2002.
- DATTA, S., NANDI, G., BANDYOPADHYAY, A., PAL, P. K. Application of PCA-based hybrid Taguchi method for correlated multicriteria optimization of submerged arc weld: a case study. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, v. 45, p. 276-286, 2009.
- DAUMEN, J. Nitreto cúbico de boro policristalino para usinar materiais endurecidos. *Máquinas e Metais*, nº 423, p. 30-7, 2001.
- DERRINGER, G., SUICH, R. Simultaneous Optimization of Several Response Variables. *Journal of Quality Technology*, v 12, n 4, pp.214-219, 1980.
- DINIZ, A. E., FERREIRA, J. R., FILHO, F. T. Influence of refrigeration/lubrication condition on SAE 52100 hardened steel turning at several cutting speeds. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, v. 43, pp. 317-326, 2003.
- DINIZ, A. E., MARCONDES, F. C., COPPINI, N. L. *Tecnologia da Usinagem dos Materiais*, São Paulo, Artliber Editora Ltda, 2008.
- EZUGWU, E. O.; WALLBANK, J. Manufacture e properties of ceramic cutting tools: a review. *Materials Science and Technology*, v. 3, p. 881-7, 1987.
- FERRARESI, D. *Fundamentos da usinagem dos metais*. 3ª ed., São Paulo, Ed. Edgard Blücher Ltda, 1977.
- FORSTER, E., BARTHE, R. V. Avoiding Possible Confusion in Usual Methods of Steepest Ascent Calculation. *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, v 9, pp. 207-215, 1990.
- FUH, K., CHANG, H. An accuracy model for the peripheral milling of aluminum alloys using response surface design. *Journal of Materials Processing Technology*, v. 72, p. 42-47, 1997.



- FUNG, C. P., KANG, P. C. Multi-response optimization in friction properties of PBT composites using Taguchi method and principal component analysis. *Journal of Materials Processing Technology*, v. 170, issue 3. p. 602-610, 2005.
- GABRIELSSON, J., LINDBERT, N. O., PÅLSSON, M., NICKLASSON, F., SJÖSTRÖM, M., LUNDSTEDT, T. Multivariate Methods in the Development of a New Tablet Formulation. *Drug Development and Industrial Pharmacy*, v 29, n 10, pp. 1053-1075, 2003.
- GAITONDE, V. N., KARNIK, S. R., FIGUEIRA, L. DAVIM, J. P. Machinability investigations in hard turning of AISI D2 cold work tool steel with conventional and wiper ceramic inserts. *International Journal of Refractory Metal and Hard Materials*, v. 27, p. 754-763, 2009.
- GOMES, L. H. F., PAIVA, A. P., FERREIRA, J. R., COSTA, S. C., PAIVA, E. J. Modeling and optimization of multiple characteristics in the ABNT 52100 hardened steel turning. *Advanced Materials Research*, v. 223, p. 545-553, 2011.
- GRINE, K., ATTAR, A., AOUBED, A., BREYSSE, D. Using the design of experiment to model the effect of silica sand and cement on crushing properties of carbonate sand. *Materials and Structures*, v. 44, p. 195-203, 2010.
- GRZESIK, W. Wear development on wiper Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-TiC mixed ceramic tools in hard machining of high strength steel. *Wear*, v. 266, p. 1021-1028, 2009.
- HARIDY, S., GOUDA, S. A., WU, Z. An integrated framework of statistical process control and design of experiments for optimizing wire electrochemical turning process. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, v.53, p. 191-207, 2011.
- HARRINGTON, E. C. The Desirability Function. *Industrial Quality Control*, n 21, pp. 494-498, 1965.
- HASHIMOTO, F., MELKOTE, S. N., SINGH, R., KALIL, R. Effect of finishing methods on surface characteristics and performance of precision components in rolling/sliding contact. *International Journal Machining and Machinability of Materials*, v. 6, pp. 3-15, 2009.

- HEJAZI, T. H., BASHIRI, M., NOGHONDARIAN, K., ATKINSON, A. C. Multiresponse optimization with consideration of probabilistic covariates. *Quality and Reliability Engineering International*, DOI: 10.1002/qre.1133, 2010.
- HOTELLING, H. Analysis of a complex of statistical variables into principal components. *Journal of Educational Psychology*, v. 24, pp. 417-441, 1933.
- HWANG, Y. K., LEE, C. M. Surface roughness and cutting force prediction in MQL and wet turning process of ABNT 1045 using design of experiments. *Journal of Mechanical Science and Technology*, v.24, p.1669-1677, 2010.
- JEONG, T., KIM, K. J., CHANG, S. Y. Optimal weighting of bias and variance in dual responses surface optimization. *Journal of Quality Technology*, n. 37, pp. 236-247, 2005.
- JOHNSON, R. A., WICHERN, D. W. *Applied multivariate statistical analysis*, New Jersey: Prentice-Hall Inc., 5 ed., p. 797, 2002.
- KHURI, A. I. *An introduction to set theory, in advanced calculus with applications in statistics*, 2 ed, John Wiley e Sons, Inc., Hoboken, NJ, USA. doi: 10.1002/0471394882.ch1, 2003.
- KHURI, A. I., CONLON, M. Simultaneous optimization of multiple responses represented by polynomial regression functions. *Technometrics*, v 23, n 4, pp. 363-375, 1981.
- KHURI, A. I., CORNELL, J. A. *Response surfaces: designs and analyze*. Marcel Dekker Inc, 2 ed, New York, USA, 510p., 1996.
- KLOCKE, F., BRINKSMEIER, E., WEINERT, K. Capability profile of hard cutting and grinding processes, *Annals of CIRP* 54, n. 2, pp. 22-45, 2005.
- KO, Y. H., KIM, K. J., JUN, C. H. A new loss function-based method for multiresponse optimization, *Journal of Quality Technology*, v 37, n 1, pp. 50-59, 2005.
- KÖKSALAN, M., PLANTE, R. D. Interactive Multicriteria Optimization for Multiple-Response Product and Process Design. *Manufacturing & Services Operations Management*, v. 5, n. 4, pp. 334-347, 2003.

- KÖKSOY, O. Multiresponse robust design: Mean square error (MSE) criterion. *Applied Mathematics and Computation*, n.175, pp. 1716-1729, 2006.
- KÖKSOY, O. A nonlinear programming solution to robust multi-response quality problem. *Applied Mathematics and Computation*, v. 196, p. 603-612, 2008.
- KÖKSOY, O., DOGANAKSOY, N. Joint Optimization of Mean and Standard Deviation Using Response Surface Methods. *Journal of Quality Technology*, v. 35, n. 3, pp. 237-334, 2003
- KÖKSOY, O., YALCINOZ, T. Mean square error criteria to multiresponse process optimization by a new genetic algorithm. *Applied Mathematics and Computation.*, n. 175, pp. 1657-1674, 2006.
- KÖKSOY, O., YALCINOZ, T. Robust design using Pareto type optimization: A genetic algorithm with arithmetic crossover. *Computers e Industrial Engineering*, n. 55, pp. 208-218, 2008.
- KÖNIG, W. Machining of hard materials. *Annals of the CIRP*, v. 33/2, p. 417-27, 1984.
- LASDON, L. S., JAIN, A. D. A., RATNER, M. Design and testing of a Generalized Reduced Gradient Code for nonlinear programming. *ACM Trans. Math. Soft.*, 4 (1) 34-50, 1978.
- LEE, H. W., KWON, W. T. Determination of the minute range for RSM to select the optimum cutting conditions during turning on CNC lathe. *Journal of Mechanical Science and Technology*, v. 24 (8), p. 1637-1645, 2010.
- LELA, B., BAJIC, D., JOSIC, S. Regression analysis, support vector machines, and Bayesian neural network approaches to modeling surface roughness in face milling. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, v. 42, n. 11-12, p. 1082-1088, 2008.
- LIAO, H. C. Multi-response optimization using weighted principal componente. *International Journal Adv. Manuf. Technol*, n. 27, pp. 720-725, 2005.
- LIN, D. K. J., TU, W. Dual response surface optimization. *Journal of Quality Technology* n. 27, pp. 34-39, 1995.

- LIN, J. F., CHOU, C. C. The response surface method and the analysis of mild oxidational wear. *Tribology International*, v 35, pp. 771–785, 2002.
- LUENBERGER, D. G. Linear and nonlinear programming. Second Ed., Addison-Wesley, Reading, MA, 1989.
- MAHAGAONKAR, S. B., BRAHMANKAR, P. K., SEEMIKERI, C. Y. Effect of shot peening parameters on microhardness of ABNT 1045 and 316l material: an analysis using design of experiment, v. 38, p. 563-574, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2008.
- MANDAL, N., DOLOI, B., MONDAL B. Development of flank wear prediction model of Zirconia Toughened Alumina (ZTA) cutting tool using response surface methodology. *International Journal of Refractory Metals and Hard Materials*, n. 29, pp. 280-273, 2011.
- MARTÍNEZ, M., GARCÍA-NETO, S., SANCHIS, J., BLASCO, X. Genetic algorithms optimization for normalized normal constraint method under Pareto construction. *Advances in Engineering Software*, n. 40, pp. 260-267, 2009.
- MATSUMOTO, Hidekasu. Uma contribuição ao estudo do processo de torneamento de aços endurecidos, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, UNICAMP, 148 p., Tese de doutorado, 1998.
- MEHRBAN, M., NADERI, D., PANAHAZADEH, V., NAEINI, H. M. Modeling of tool life in turning process using experimental method. *International Journal Mater Form*, suppl.1, p. 559-562, 2008.
- MONTGOMERY, D. C. Design and analysis of experiments. Fourth ed., Wiley, New York, 2001.
- MONTGOMERY, D. C., RUNGER, G. C. Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros. LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 2 ed., p. 570, 2003.
- MORETTIN, P. A., TOLOI, C. M. C. Modelos para Previsão de Séries Temporais. In : 13º Colóquio Brasileiro de Matemática. Rio de Janeiro : [s.n.], 1981.

- MUKHERJEE, I., PRADIP, K. R. A review of optimization techniques in metal cutting processes. *Computers e Industrial Engineering*, v. 50 p. 15-34, 2006.
- MYERS, R. H., MONTGOMERY, D. C. *Response Surface Methodology: process and product optimization using design of experiments*. 2 ed, Wiley – Interscience, New York, USA, 700p., 1995.
- NAIR, V. N., TAAM, W., YE, K. Q. Analysis of functional responses from robust design studies. *Journal of Quality Technology*, v. 34, n. 4, pp. 355-370, 2002.
- NASH, S. G., SOFER, A. *Linear and nonlinear programming*. First ed., McGraw-Hill Companies Inc., p. 692., 1996.
- NIAN, C. Y., YANG, W. H., TARNG, Y. S. Optimization of turning operations with multiple performance characteristics. *Journal of Material Processing Technology*, v. 95, pp. 90-96, 1999.
- NOORDIN, M. Y., VENKATESH, V. C., SHARIF, S., ELTING, S., ABDULLAH, A. Application of response surface methodology in describe the performance of coated carbide tools when turning AISI 1045 steel. *Journal of Materials Processing Technology*, n. 145, pp. 46-58, 2004.
- ÖKTEM, H., ERZURUMLU, T., KURTARAN, H. Application of response surface methodology in the optimization of cutting conditions for surface roughness. *Journal of Materials Processing Technology*, v. 170, p. 11-16, 2005.
- OLIVEIRA, A. J., DINIZ, A. E., URSOLINO, D. J. Hard turning in continuous and interrupted cut with PCBN and whisker-reinforced cutting tools. *Journal of Materials Processing Technology*, v. 209, pp. 5262-5270, 2009.
- ORTIZ, F. Jr., SIMPSON, J. R., PIGNATIELLO, J. J. Jr., HEREDIA-LANGNER, A. A Genetic Algorithm approach to multiple-response optimization. *Journal of Quality Technology*, v 36, n 4, pp. 432-450, 2004.
- OSBORNE, D. M., ARMACOST, R. L., PET-EDWARDS, J. State of the art in multiple response surface methodology. *IEEE International Conference on Computational Cybernetics and Simulation*, v 4, pp. 3833-3838, 1997.

- OZEL, T., KARPAT, Y., FIGUEIRA, L, DAVIM, J. P. Modeling of surface finish and tool flank wear in turning of AISI D2 steel with ceramic wiper inserts. *Journal of Material Processing Technology*, v. 189, p. 192-198, 2007.
- PAIVA, A. P. Metodologia de Superfície de Resposta e Análise de Componentes Principais em otimização de processos de manufatura com múltiplas respostas correlacionadas. Tese de Doutorado – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, UNIFEI, Itajubá, 2006.
- PAIVA, A. P., CAMPOS, P. H., FERREIRA, J. R., LOPES, L. G. D., PAIVA, E. J., BALESTRASSI, P. P. A multivariate robust parameter design approach for optimization of ABNT 52100 hardened steel turning with wiper mixed ceramic tool. *International Journal of Refractory Metals and Hard Materials*, n. 30, pp. 152-163, 2012a.
- PAIVA, A. P., COSTA, S. C., PAIVA, E. J., BALESTRASSI, P. P., FERREIRA, J. R. Multi-objective optimization of pulsed gas metal arc welding process based on weighted principal component scores. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, v. 50, p. 113-125, 2010a.
- PAIVA, A. P., FERREIRA, J. R., BALESTRASSI, P. P. A multivariate hybrid approach applied to ABNT 52100 hardened steel turning optimization. *Journal of Material Processing Technology*, n. 189, pp. 26-35, 2007.
- PAIVA, A. P., PAIVA, E. J., FERREIRA, J. R., BALESTRASSI, P. P., COSTA, S. C. A multiresponse optimization of ABNT 52100 hardened steel turning based on Multivariate Mean Square Error. In: *Anais do V Congresso Nacional de Engenharia Mecânica – CONEM*, 2008a.
- PAIVA, A. P., PAIVA, E. J., FERREIRA, J. R., BALESTRASSI, P. P., COSTA, S. C. A multivariate mean square error optimization of AISI 52100 hardened steel turning. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, v. 43, p. 631-643, 2009a.

- PAIVA, A. P., PAIVA, E. J., FERREIRA, J. R., BALESTRASSI, P. P., COSTA, S. C. Uma metodologia para aproveitar melhor a usinabilidade do aço endurecido. *Revista Máquinas e Metais*, v. 543, p. 216-239, 2011a.
- PAIVA, E. J. Otimização de processos de manufatura com múltiplas respostas baseada em índices de capacidade. Itajubá, 119p. Dissertação de Mestrado – UNIFEI, Itajubá, 2008.
- PAIVA, E. J., COSTA, S. C., PAIVA, A. P., RODRIGUES, L. O. Otimização do Processo de Soldagem FCAW usando o Erro Quadrático Médio Multivariado. In: 5º Congresso Brasileiro de Engenharia de Fabricação – COBEF, Belo Horizonte, 2009b.
- PAIVA, E. J., FERREIRA, J. R., PAIVA, A. P., BALESTRASSI, P. P. Otimização Robusta Multivariada no processo de torneamento do aço endurecido ABNT 52100 In: 5º Congresso Brasileiro de Engenharia de Fabricação – COBEF, Belo Horizonte, 2009c.
- PAIVA, E. J., PAIVA, A. P., BALESTRASSI, P. P., SALGADO JUNIOR, A. R. Otimização Robusta Multivariada. In: XVII Simpósio de Engenharia de Produção – SIMPEP, 2010b.
- PAIVA, E. J., PAIVA, A. P., FERREIRA, J. R., BALESTRASSI, P. P. Otimização de múltiplas respostas baseada no Erro Quadrático Médio Multivariado. In: XXVIII Encontro Nacional de Engenharia de Produção, Rio de Janeiro, 2008b.
- PAIVA, E. J., RODRIGUES, L. O., COSTA, S. C., PAIVA, A. P., BALESTRASSI, P. P. Otimização do processo de soldagem FCAW usando o Erro Quadrático Médio Multivariado. *Revista Soldagem e Inspeção*, v. 15, p. 031-040, 2010c.
- PAIVA, E. J., RODRIGUES, L. O., COSTA, S. C., PAIVA, A. P., BALESTRASSI, P. P. FCAW process optimization using the multivariate mean square error. *Welding International*, v. 26, n. 2, pp. 79-86, 2012b.
- PAIVA, E. J., SALGADO JUNIOR, A. R., FERREIRA, J. R., PAIVA, A. P., BALESTRASSI, P. P. Projeto de parâmetros robustos multivariados baseado na análise de componentes principais. In: 6º Congresso Brasileiro de Engenharia de Fabricação – COBEF, Caxias do Sul, 2011b.

- PAIVA, E. J., GOMES, J. H. F., PAIVA, A. P., COSTA, S. C. Otimização do processo de soldagem baseada no conceito do Erro Quadrático Médio Multivariado Ponderado. In: 6º Congresso Brasileiro de Engenharia de Fabricação – COBEF, Caxias do Sul, 2011c.
- PHADKE, M. S. Quality engineering using robust design, New Jersey, AT&T Bells Laboratory/Prentice Hall, 1989.
- PLANTE, R. D. Process capability: a criteria for optimizing multiple response product and process design. IIE Transactions, v. 33, n. 5, pp. 497-509, 2001.
- POULACHON, G., BANDYOPADHYAY, B. P., JAWAHIR, I. S., PHEULPIN, S., SEGUIN, E. Wear behavior of CBN tools while turning various hardened steels, Wear, n. 256, pp. 302-310, 2004.
- POZO, C., RUÍZ-FEMENIA, R., CABALLERO, J., GUILLÉN-GOSÁLBEZ, G., JIMÉNEZ, L. On the use of Principal Component Analysis for reducing the number of environmental objectives in multi-objective optimization: Application to the design of chemical supply chains. Chemical Engineering Science, v. 69, issue 1, pp. 146-258, 2012.
- QUESADA, G. M., DEL CASTILLO, E. A dual-response approach to the multivariate robust parameter design problem. Technometrics, v. 46, n. 2, pp. 176-187, 2004.
- RAISSI, S., FARSANI, R. E. Statistical Process Optimization through multi-response surface methodology. World Academy of Science, Engineering and Technology, v. 51, p. 267-271, 2009.
- RANGAIAH, G. P. Multi-Objective Optimization – Techniques an applications in chemical engineering. World Scientific Publishing, Singapore, p.435, 2009.
- RAO, S.S. Engineering optimization: theory and practice. 3ed. USA: John Wiley & Sons, 903 p., 1996.
- RENCHER, A.C. Methods of Multivariate Analysis. John Wiley and Sons, 2 ed., 740p., 2002.
- RIBEIRO, J. L. D., FOGLIATTO, F. S., CATEN, C. S. Minimizing manufacturing and quality costs in multiresponse optimization. Quality Engineering n.13, pp. 191-201, 2001.



- ROSSI, F. Blending Response Surface Methodology and Principal Components Analysis to Match a Target Product. *Food Quality and Preference*, v 12, pp. 457-465, 2001.
- SALES, G. T. Torneamento do aço ASTM 300M endurecido com ferramentas de cerâmica e PCBN com geometria “Wiper”. Dissertação de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Itajubá. 2004.
- SANDVIK-COROMANT. Manual técnico de usinagem. Sandvik, Suécia, 2011.
- SHAJI, S., RADHAKRISNAN, V. Analysis of process parameters in surface grinding with graphite as lubricant based on Taguchi method. *Journal of Material Process Technology*, pp. 1-9, 2003.
- SHIN, S., SAMANLIOGLU, F., CHO, B. R., WIECEK, M. M. Computing trade-offs in robust design: Perspectives of the mean square error. *Computers and Industrial Engineering*, n. 60, pp. 248-255, 2011.
- SHINDE, R. L., KHADSE, K. G. Multivariate process capability using Principal Components Analysis. *Quality and Reliability Engineering International*, v. 25, p. 69-77, 2009.
- SINGH, D., RAO, P. V. A surface roughness prediction model for hard turning process. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, v. 32, p. 1115-1124, 2007.
- SINGH, D., RAO, P. V. Performance improvement of hard turning with solid lubricants. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, v. 38, p. 529-535, 2008.
- TANG, L. C., XU, K. A unified approach for dual response surface optimization. *Journal of Quality Technology*, v. 34, n. 4, pp. 437-447, 2002.
- UTYUZHNIKOV, S. V., FANTINI, P., GUENOV, M. D. A method for generating a well-distributed Pareto set in nonlinear multiobjective optimization. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, n. 223, pp. 820-841, 2009.
- VAN GYSEGHEM, E., JIMIDAR, M., SNEYERS, R., REDLICH, D., VERHOEVEN, E., MASSART, D. L., VANDER HEYDEN, Y. Selection of Reversed-Phase Liquid Chromatographic Columns with Diverse Selectivity Towards the Potential Separation of Impurities in Drugs. *Journal of Chromatography A*, n 1042, pp. 69-80, 2004.

- VEEVERS, A. Viability and capability indices for multiresponse process. *Statistical Process Monitoring and Optimization*, PARK, S. H., VINING, G. G. (eds.). Marcel Decker: New York, NY, p. 241-256, 1999.
- VINING, G. G., MYERS, R. H. Combining Taguchi and response surface philosophies: a dual response approach. *Journal of Quality Technology* 22:38-45, 1990.
- WANG, F. K., CHEN, J. C. Capability index using principal components analysis. *Quality Engineering*, v. 11, p. 21-27, 1998.
- WANG, F. K., DU, T. C. T. Using principal components analysis in process performance for multivariate data. *Omega*, v. 28, p. 185-194, 2000.
- WU, F. C. Optimization of correlated multiple quality characteristics using desirability function. *Quality Engineering*, v. 17, n. 1, pp. 119-126, 2005.
- YOUSSEF, A. Y., BEAUCHAMP, Y., THOMAS, M. Comparison of a full factorial experiment to fractional and Taguchi's method in a lathe dry turning operation. *Computer and Industrial Engineering*, v. 27 p. 59-62, 1994.

## Anexos

# ANEXO A – METODOLOGIA PARA OBTENÇÃO DA FRONTEIRA DE PARETO

Nas aplicações de projeto robusto, fatoriais e arranjo composto central (CCD) são frequentemente utilizados. Nesses casos, o conjunto viável  $X$  é sempre convexo. De fato, a convexidade do problema de projeto robusto multiobjetivo está relacionada com a convexidade das funções objetivo. A metodologia proposta por Shin *et al.* (2011) para obtenção da fronteira de Pareto em problemas de projeto robusto independe da forma do espaço objetivo. O procedimento de otimização é dada pelos seguintes passos:

- 1) Estimar as funções de resposta dos parâmetros de processo;
- 2) Converter as funções objetivo para formulações de minimização. Observar a convexidade das funções objetivo, segundo o conjunto de pontos viáveis, com os gráficos de contorno e de superfície;
- 3) Depois de avaliados os gráficos, se as funções objetivo forem convexas, utilizar o método do somatório ponderado;
- 4) Se ao menos uma das funções for não convexa, sugere-se utilizar um método Lexicográfico ponderado de Tchebycheff (LWT). Veja mais sobre o método LWT em Shin *et al.* (2011).

Um exemplo numérico para construção da fronteira de Pareto pode ser encontrado em Shin *et al.* (2011). Alternativas de construção da fronteira de Pareto, tanto para funções convexas, quanto não convexas, com exemplo numérico, podem ser encontradas em Martínez *et al.* (2009) e em Utyuzhnikov *et al.* (2009).

## ANEXO B – DECOMPOSIÇÃO ESPECTRAL DA MATRIZ DE VARIÂNCIA-COVARIÂNCIA OU CORRELAÇÃO

Por definição, de acordo com o disposto em Johnson e Wichern (2002), a decomposição espectral de uma matriz simétrica  $\mathbf{A}$  ( $k \times k$ ) é dada por:

$$\underset{(k \times k)}{\mathbf{A}} = \lambda_1 \underset{(k \times 1)}{e_1} \underset{(1 \times k)}{e_1^T} + \lambda_2 \underset{(k \times 1)}{e_2} \underset{(1 \times k)}{e_2^T} + \dots + \lambda_k \underset{(k \times 1)}{e_k} \underset{(1 \times k)}{e_k^T} \quad (\text{B.1})$$

Onde  $\lambda_i$  são os autovalores de  $\mathbf{A}$  e  $e_i$ , seus respectivos autovetores normalizados.

De acordo com Johnson e Wichern (2002), o produto interno de dois vetores pode ser encontrado considerando-se seu comprimento e o ângulo formado entre eles, tal que:

$$L_x = \sqrt{x^T x} \quad (\text{B.2})$$

$$\cos \theta = \frac{x^T y}{\sqrt{x^T x} \sqrt{y^T y}} \quad (\text{B.3})$$

Assim, tem-se que:

$$e_i^T e_i = 1, \quad i = 1, 2, \dots, k \quad \text{e} \quad e_i^T e_j = 0, \quad i \neq j \quad (\text{B.4})$$

Supondo que  $k = 2$  pode-se escrever que:

$$x^T \mathbf{A} x = a_{11} x_1^2 + a_{22} x_2^2 + 2a_{12} x_1 x_2 = c^2 \quad (\text{B.5})$$

E, aplicando-se a decomposição espectral como descrito anteriormente, tem-se:

$$x^T \mathbf{A} x = \lambda_1 (x^T e_1)^2 + \lambda_2 (x^T e_2)^2 \quad (\text{B.6})$$

Quando  $\mathbf{A}$  é uma matriz positiva e definida, os autovalores são maiores que zero e  $c^2$  é uma elipse cujos eixos são  $y_1 = (x^T e_1)$  e  $y_2 = (x^T e_2)$ , tal que  $c^2 = \lambda_1 (y_1)^2 + \lambda_2 (y_2)^2$ . É fácil se verificar que  $x = c \lambda_1^{-1/2} (e_1)$  satisfaz  $x^T \mathbf{A} x = \lambda_1 (c \lambda_1^{-1/2} e_1^T e_1)^2 = c^2$ , e que  $x = c \lambda_2^{-1/2} (e_2)$  fornece a apropriada distância na direção de  $(e_2)$ .

Portanto, os pontos que caem a uma distância  $c$  em uma elipse cujos eixos são dados pelos autovetores de  $A$  com comprimento proporcional ao inverso da raiz quadrada dos autovalores, tal como mostra a Figura A.1.

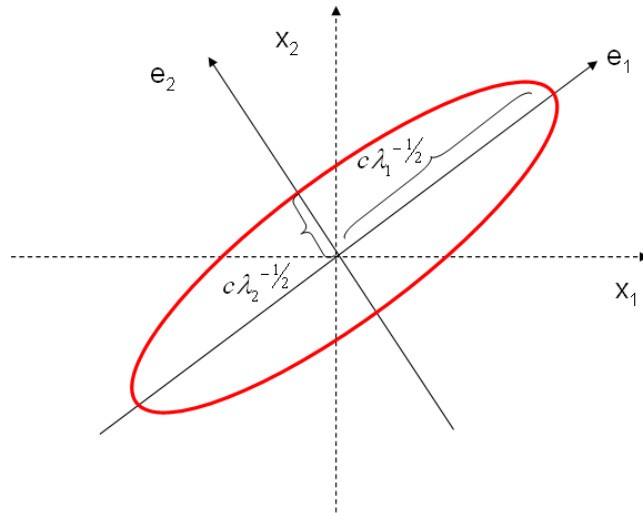


Figura B.1 – Interpretação geométrica da ACP. Adaptado de Johnson e Wichern (2002).

Seja o vetor aleatório  $X^T = [X_1, X_2, \dots, X_p]$ , cuja matriz de variância-covariância  $\Sigma$  possua autovalores  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_p \geq 0$ .

Sejam consideradas as seguintes combinações lineares:

$$\begin{aligned} Y_1 &= \ell_1^T X = \ell_{11}X_1 + \ell_{21}X_2 + \dots + \ell_{p1}X_p \\ Y_2 &= \ell_2^T X = \ell_{12}X_1 + \ell_{22}X_2 + \dots + \ell_{p2}X_p \\ &\vdots \\ Y_p &= \ell_p^T X = \ell_{1p}X_1 + \ell_{2p}X_2 + \dots + \ell_{pp}X_p \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

Os componentes principais serão, portanto, todas as combinações lineares não correlacionadas  $Y_1, Y_2, \dots, Y_p$  cujas variâncias sejam tão grandes quanto possível.

Considere-se ainda que uma variável aleatória simples,  $X_1$ , seja multiplicada por uma constante  $c$ . Então, o valor esperado e a variância de  $X_1$ , serão dados, respectivamente por:

$$E(kX_1) = k.E(X_1) = k\mu_1 \quad (\text{B.8})$$

$$\text{Var}(kX_1) = E(kX_1 - k\mu_1)^2 = k^2\text{Var}(X_1) = k^2\sigma_{11} \quad (\text{B.9})$$

Se  $X_2$  é uma segunda variável aleatória e se  $a$  e  $b$  são constantes, então, usando a propriedade da adição na expectância, vem que:

$$\begin{aligned}
Cov(aX_1, bX_2) &= E(aX_1 - a\mu_1)(bX_2 - b\mu_2) \\
&= abE(X_1 - \mu_1)(X_2 - \mu_2) \\
&= abCov(X_1, X_2) \\
&= ab\sigma_{12}
\end{aligned} \tag{B.10}$$

Os valores esperados para  $aX_1$  e  $aX_2$  são representados como:

$$\begin{aligned}
E(aX_1) &= aE(X_1) = a\mu_1 \\
E(bX_2) &= bE(X_2) = b\mu_2
\end{aligned} \tag{B.11}$$

Então, pode-se escrever para a combinação linear  $aX_1 + bX_2$ , que:

$$E(aX_1 + bX_2) = aE(X_1) + bE(X_2) = a\mu_1 + b\mu_2 \tag{B.12}$$

$$Var(aX_1 + bX_2) = E[(aX_1 + bX_2) - (a\mu_1 + b\mu_2)]^2 \tag{B.13}$$

$$\begin{aligned}
&= E[(aX_1 - a\mu_1) + (bX_2 - b\mu_2)]^2 \\
&= E[a^2(X_1 - \mu_1)^2 + b^2(X_2 - \mu_2)^2 + 2ab(X_1 - \mu_1)(X_2 - \mu_2)] \\
&= [a^2Var(X_1) + b^2Var(X_2) + 2abCov(X_1, X_2)]
\end{aligned}$$

$$Var(aX_1 + bX_2) = a^2\sigma_{11} + b^2\sigma_{22} + 2ab\sigma_{12} \tag{B.14}$$

Com  $c^T = [a, b]$ ,  $(aX_1 + bX_2)$  pode ser escrito como:

$$[a \quad b] \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = c^T X \tag{B.15}$$

Analogamente,  $E(aX_1 + bX_2) = a\mu_1 + b\mu_2$ , se torna:

$$[a \quad b] \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix} = c^T \mu \tag{B.16}$$

E considerando-se a matriz de variância-covariância de  $X$  igual a:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} \end{bmatrix} \tag{B.17}$$

Então, a variância da combinação linear poderá ser escrita como:

$$Var(aX_1 + bX_2) = Var(c^T X) = c^T \Sigma c \tag{B.18}$$

Segundo o descrito pela Equação B.14, obtêm-se:

$$[a \quad b] \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = a^2\sigma_{11} + 2ab\sigma_{12} + b^2\sigma_{22} \tag{B.19}$$

Os resultados anteriores podem ser estendidos para uma combinação linear de  $p$  variáveis aleatórias. Assim, para uma dada combinação linear, pode-se escrever:

$$\begin{aligned} c^T X &= c_1 X_1 + c_2 X_2 + \dots + c_p X_p \\ \text{média} &= E(c^T X) = c^T \mu \\ \text{Variância} &= \text{Var}(c^T X) = c^T \Sigma c \end{aligned} \tag{B.20}$$

Aplicando os resultados de (B.20) em (B.7), obtêm-se:

$$\begin{aligned} \text{Var}(Y_i) &= \ell_i^T \Sigma \ell_i \quad i = 1, 2, \dots, p \\ \text{Cov}(Y_i, Y_k) &= \ell_i^T \Sigma \ell_k \quad i, k = 1, 2, \dots, p \end{aligned} \tag{B.21}$$

Assim, os componentes principais serão, portanto, todas as combinações lineares não correlacionadas  $Y_1, Y_2, \dots, Y_p$  cujas variâncias em B.21 sejam tão grandes quanto possível.



## **ANEXO C – PRODUÇÃO CIENTÍFICA RESULTANTE DA PESQUISA**

Dos métodos propostos derivaram diversos trabalhos, publicados em revistas nacionais (Revista Soldagem e Inspeção, Revista Máquinas e Metais), internacionais (*International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, *International Journal of Refractory Metals and Hard Materials*, *Welding International* e *Advanced Materials Research*) e em anais de eventos nacionais e internacionais (Congresso Brasileiro de Engenharia de Fabricação – COBEF, Congresso Nacional de Engenharia Mecânica – CONEM, Encontro Nacional de Engenharia de Produção – ENEGEP, e Simpósio de Engenharia de Produção – SIMPEP), como demonstra o Quadro C.1.

Tais trabalhos demonstraram os resultados obtidos, aplicando-se os métodos propostos, não só ao torneamento do aço endurecido ABNT 52100, foco principal desta tese, como também a outros processos de manufatura, como torneamento de aços de corte fácil (12L14) e soldagem (FCAW e GMAW).

Na sequência serão apresentados todos os artigos (somente página inicial) publicados nos referidos periódicos e eventos de engenharia.

Quadro C.1 – Resumo dos trabalhos publicados

Ano	Journal/Evento	Título	Referências
<b>Periódicos Internacionais</b>			
2012	Int. Journal of Refractory Metals and Hard Materials	A multivariate robust parameter design approach for optimization of ABNT 52100 hardened steel turning with wiper mixed ceramic tool	PAIVA <i>et al.</i> (2012a)
	Welding International	FCAW process optimization using the multivariate mean square error	PAIVA <i>et al.</i> (2012b)
2011	Advanced Materials Research	Modeling and optimization of multiple characteristics in the ABNT 52100 hardened steel turning	GOMES <i>et al.</i> (2011)
2010	Int. Journal Adv. Manuf. Tech.	Multi-objective optimization of pulsed gas metal arc welding process based on weighted principal component scores	PAIVA <i>et al.</i> (2010a)
2009	Int. Journal Adv. Manuf. Tech.	A multivariate mean square error optimization of ABNT 52100 hardened steel turning	PAIVA <i>et al.</i> (2009a)
<b>Periódicos Nacionais</b>			
2011	Máquinas e Metais	Uma metodologia para aproveitar melhor a usinabilidade do aço endurecido.	PAIVA <i>et al.</i> (2011a)
2010	Revista Soldagem e Inspeção	Otimização do processo de soldagem FCAW utilizando o Erro Quadrático Médio Multivariado	PAIVA <i>et al.</i> (2010c)
<b>Anais de Congressos Nacionais</b>			
2011	VI COBEF	Projeto de parâmetros robustos multivariados baseado na Análise de Componentes Principais	PAIVA <i>et al.</i> (2011b)
2011	VI COBEF	Otimização de processos de soldagem baseada no conceito do Erro Quadrático Médio Multivariado Ponderado	PAIVA <i>et al.</i> (2011c)
2010	XVII SIMPEP	Otimização Robusta Multivariada	PAIVA <i>et al.</i> (2010b)
2009	V COBEF	Otimização do Processo de Soldagem FCAW usando o Erro Quadrático Médio Multivariado	PAIVA <i>et al.</i> (2009b)
2009	V COBEF	Otimização Robusta Multivariada no processo de torneamento do aço endurecido ABNT 52100	PAIVA <i>et al.</i> (2009c)
2008	V CONEM	A multiresponse optimization of ABNT 52100 hardened steel turning based on Multivariate Mean Square Error	PAIVA <i>et al.</i> (2008a)
2008	XXVII ENEGEP	Otimização de múltiplas respostas baseada no Erro Quadrático Médio Multivariado	PAIVA <i>et al.</i> (2008b)

- C.1. PAIVA, A. P., CAMPOS, P. H., FERREIRA, J. R., LOPES, L. G. D., PAIVA, E. J., BALESTRASSI, P. P.** A multivariate robust parameter design approach for optimization of ABNT 52100 hardened steel turning with wiper mixed ceramic tool. *Int. Journal of Refractory Metals and Hard Materials*, n. 30, pp 152-163, 2012a.

Int. Journal of Refractory Metals and Hard Materials 30 (2012) 152–163



**ELSEVIER**

Contents lists available at [SciVerse ScienceDirect](http://SciVerse ScienceDirect)

**Int. Journal of Refractory Metals and Hard Materials**

journal homepage: [www.elsevier.com/locate/IJRMHM](http://www.elsevier.com/locate/IJRMHM)



---

## A multivariate robust parameter design approach for optimization of AISI 52100 hardened steel turning with wiper mixed ceramic tool

A.P. Paiva, P.H. Campos, J.R. Ferreira, L.G.D. Lopes, E.J. Paiva, P.P. Balestrassi \*

*Industrial Engineering Institute, Federal University of Itajuba, Minas Gerais, Brazil*

---

**ARTICLE INFO**

---

*Article history:*  
Received 1 March 2011  
Accepted 3 August 2011

---

*Keywords:*  
Hard turning  
Wiper ceramic tool  
Multivariate Robust Parameter Design (MRPD)  
Principal Component Analysis (PCA)

**ABSTRACT**

---

This paper presents an experimental study of AISI 52100 hardened steel turned with wiper mixed ceramic ( $Al_2O_3 + TiC$ ) inserts coated with TiN, using Multivariate Robust Parameter Design (MRPD). The main characteristic of this new optimization approach consists of considering both controllable ( $x_i$ ) and noise ( $z_i$ ) variables of the hard turning process to find out the parameter levels which minimize the distance of each response ( $y_i$ ) from its respective targets ( $T_i$ ) while keeps each variance caused by the noise variables as low as possible. Using a crossed array, a response surface design formed by cutting speed ( $V_c$ ), feed rate ( $f$ ) and depth of cut ( $d$ ) is submitted to the influence of four scenarios built with an  $2^2$  full factorial design of two noise factors – workpiece hardness decreasing ( $Z_1$ ) and tool flank wear ( $Z_2$ ). This experimental arrangement allows the generating of mean, variance and mean square error (MSE) of five surface roughness parameters ( $R_a$ ,  $R_z$ ,  $R_y$ ,  $R_t$  and  $R_q$ ). As these responses are highly correlated, to extract and employ this information, Principal Component Analysis (PCA) was used. Adopting the Multivariate Mean Square Error (MMSE) as optimization criteria, a robust solution could be found. Theoretical and experimental results were convergent and confirmed. With  $V_c = 199.9$  m/min,  $f = 0.191$  mm/rev and  $d = 0.190$  mm, the five surface roughness parameters and respective variances were minimal, with better results than those obtained with individual optimization.

© 2011 Elsevier Ltd. All rights reserved.

---

### 1. Introduction

Considerable attention has been given recently to the understanding of hardened steel machining [1–17]. The hard turning process shows several potential benefits over traditional grinding – mainly considering its efficiency in the reduction of processing time consumed in each operation – such as, production costs [6], setup time [3,4], coolant elimination and reduced energy consumption [2], improvement of material properties, and capacity to promote low values for surface finish while removing much more workpiece material in a single cut rather than a lengthy grinding operation [4]. These benefits, however, can only be achieved with adequate values for the process parameters as also the correct choice of tool material and geometry [4].

Related to the contribution of the tool geometry for the improvement of hard turning process, several works present the use of wiper inserts as a machining tool [2,4,5]. This kind of insert allows the utilization of a much higher feed rate on the turning process when compared with traditional tools, due to its three radii geometry [4], with two of them being disposed adjacent to the nose radius with little or no clearance angle. This characteristic improves the finishing by the greater burnishing of the machined surface. With this

modification in the tool nose geometry it is possible to double the feed rate, increasing the productivity and also keeping the surface roughness as low as possible. Gaitonde et al. [2], studying the effects of cutting parameters in a hard turning operation, confirmed that wiper mixed ceramic inserts presented better surface roughness and tool wear performance when compared with traditional turning operation of high chromium AISI D2 cold work tool steel. Also in the AISI D2 steels with 60 HRC, Ozel et al. [4] indicate that the average surface roughness ( $R_a$ ) is attainable with wiper tools, with values around  $0.20 \mu m$ .

The potential benefits promoted by hard turning for surface quality and the increasing of productivity rate depend intrinsically on an optimal setup for the process parameters such as cutting speed ( $V_c$ ), feed rate ( $f$ ) and depth of cut ( $d$ ). These parameters are directly responsible for many of machining predictable properties like tool wear, tool life, surface finishing and amount of material removed [4]. In this sense, trying to achieve a better hard turning process comprehension, several works has been done recently [1–24]. Some works have studied the effect of cutting conditions ( $V_c$ ,  $f$ ,  $d$ ) [1–4,6,7], the influence of workpiece hardness [1], the tool geometry on surface roughness and cutting forces [1,4,10,11], the effects of cutting fluids [12–14], the wear and tribochemical mechanisms [8], the tool flank wear and its influence to the geometric error as the influence of solid lubricants [17], the surface integrity (surface roughness, residual stress and thermal damage layer) [18], the cooling effects [19] and the

---

\* Corresponding author. Tel.: +55 865 978 8385.  
E-mail addresses: [pedro@unifei.edu.br](mailto:pedro@unifei.edu.br), [balestrassi@tennessee.edu](mailto:balestrassi@tennessee.edu) (P.P. Balestrassi).

0263-4368/\$ – see front matter © 2011 Elsevier Ltd. All rights reserved.  
doi:10.1016/j.ijrmhm.2011.08.001

Figura C.1 – Int. J. Refract. Met. and Hard Materials

- C.2. PAIVA, E. J., RODRIGUES, L. O., COSTA, S. C., PAIVA, A. P., BALESTRASSI, P. P. FCAW process optimization using the multivariate mean square error. *Welding International*, v. 26, n. 2, pp. 79-86, 2012b.

<p><i>Welding International</i> Vol. 26, No. 2, February 2012, 79–86 Selected from <i>Soldagem &amp; Inspeção</i> 2010 15(1) 31–40</p>	 Taylor & Francis Taylor & Francis Group
<p><b>FCAW process optimization using the multivariate mean square error<sup>†</sup></b></p> <p>Emerson Jose de Paiva*, Lucilene de Oliveira Rodrigues, Sebastiao Carlos da Costa, Anderson Paulo de Paiva and Pedro Paulo Balestrassi</p> <p><i>Federal University of Itajuba, UNIFEI, Itajuba, State of Minas Gerais (MG), Brazil</i></p> <p><i>(Received 29 July 2009; final version received 19 March 2010)</i></p>	
<p>Optimization of welding processes is not a trivial task, mainly due to the great number of required and desirable characteristics that must be analysed. Moreover, the optimization of a welding process with multiple characteristics without considering the variance–covariance structure may lead to inadequate optimum. To help with this task, a method of multi-objective optimization based on the multivariate mean square error applied in the study of multiple correlated characteristics of a flux-cored arc welding process is presented. This method characterized by a combined approach based on the response surface methodology, design of experiments, and principal components analysis consisted of an attempt to achieve the nearest values to specific targets, for each characteristic (penetration, deposition rate, deposition efficiency, convexity index of the weld bead, and dilution), considering the welding variables expressed as a result of welding voltage (<math>V</math>), wire feed speed (<math>V_a</math>), and contact tip to workpiece distance (<math>d</math>). The results point, to a good adequacy of the proposed method.</p> <p><b>Keywords:</b> multivariate mean square error; FCAW; design of experiments; response surface methodology</p>	
<p><b>1. Introduction</b></p> <p>In a welding process, it is desirable to specify parameters appropriately in order to carry this out with the maximum degree of accuracy possible. The search for these parameters, however, involves an optimization process of multiple variables, representing multiple quality characteristics, either required or desirable, for a given process or product, comprising a task which is difficult to implement and of improbable efficacy. According to Wu<sup>1</sup> and Khuri and Cornell<sup>2</sup>, the presence of possible relations of dependency (or correlation) between these various output characteristics of the processes may interfere with the specification of these parameters and conduct the process to inappropriate optimums resulting in equivocal and meaningless conclusions. According to Khuri and Conlon<sup>3</sup> and Bratchell<sup>4</sup>, this inappropriateness is associated with the insufficiency of the method of ordinary square minimums at estimating the coefficients of multiple answers correlated simultaneously as a result of the strong influence of correlation structures on the transfer functions used.</p> <p>In this respect, this paper presents the application of an approach employed by Paiva<sup>5</sup> based on a multivariate extrapolation of the method proposed by K�oksoy and Yalcinoz<sup>6</sup> and Lin and Tu<sup>7</sup> for use of the mean square error (MSE) method in the simultaneous optimization of mean and variance, with the aim of determining ideal parameters for manufacturing processes. With the adaptations proposed, the so-called multivariate MSE (MMSE) is capable of constructing a mathematical model with an adequate set of optimum parameters, generated from the correlation structures existing between the</p>	<p>responses, identifying these structures before this model is constructed.</p> <p>The MMSE method proposed by Paiva<sup>5</sup> presents a framework for the application of a range of techniques and methodologies attempting to minimize efforts in the search for appropriate parameters for manufacturing processes.</p> <p>According to Paiva<sup>5</sup>, the multivariate optimization of these parameters includes the combined application of different methodologies such as planning and analysis of experiments (design of experiments (DOE)), the response surface methodology (RSM), and principal components analysis (PCA) in the problems of the nominal-the-best (NTB) type. In this case, DOE is used to study the behaviour of variables; RSM to model the approximation functions of optimum points, generally found in curvature areas according to their convexity and PCA in the construction of the MMSE index, with the aim of minimizing distances between responses and their respective goals and variances.</p> <p>With the aim of discussing the efficiency of the application of this methodology and taking into account that such characteristics are typical of welding processes, a case of multi-objective optimization of multiple characteristics correlated with the flux cored arc welding (FCAW) process is investigated. It is worth pointing out that the results obtained did not aim to show the technological advance of the process but the possibility of the method being applied in other similar manufacturing processes. Both the methodology proposed and the case investigated are described in the following sections of this paper.</p>
<p><sup>†</sup>Published with permission from ABCM – Brazilian Association of Engineering and Mechanical Sciences – Article originally presented at the 5th COBEF, Belo Horizonte, State of Minas Gerais (MG), April 2009</p> <p>*Corresponding author. Email: emersonjpaiva@gmail.com</p>	

Figura C.2 – Welding International

- C.3. GOMES, J. H. F., PAIVA, A. P., FERREIRA, J. R., COSTA, S. C., PAIVA, E. J.** Modeling and optimization of multiple characteristics in the ABNT 52100 hardened steel turning. *Advanced Materials Research*, v. 223, pp. 545-553, 2011.

*Advanced Materials Research Vol. 223 (2011) pp 545-553*  
 © (2011) Trans Tech Publications, Switzerland  
 doi:10.4028/www.scientific.net/AMR.223.545

### **Modeling and Optimization of Multiple Characteristics in the AISI 52100 Hardened Steel Turning**

José Henrique de Freitas Gomes<sup>1, a</sup>, Anderson Paulo de Paiva<sup>1, b</sup>, João Roberto Ferreira<sup>1, c</sup>, Sebastião Carlos da Costa<sup>1, d</sup> and Emerson José de Paiva<sup>1, e</sup>

<sup>1</sup>Federal University of Itajuba, Industrial Engineering Institute, Itajuba, Minas Gerais, Brazil

<sup>a</sup>ze\_henriquefg@yahoo.com.br, <sup>b</sup>andersonppaiva@unifei.edu.br, <sup>c</sup>jorofe@unifei.edu.br, <sup>d</sup>sccosta@unifei.edu.br, <sup>e</sup>emersonjpaiva@gmail.com.br

**Keywords:** Multi-objective optimization, Hardened steel turning, Response Surface Methodology, Global Criterion Method, Genetic Algorithm.

**Abstract.** This work aimed to develop a multiple response optimization procedure for the AISI 52100 hardened steel turning process. Optimizing this turning operation is important so that multiple quality characteristics are achieved simultaneously. The considered responses are: total cost, cutting time, total turning cycle time, tool life, material removal rate, and surface roughness. The adjusted process parameters were cutting speed, feed rate and depth of cut. A multi-objective optimization technique based on the Global Criterion Method and Genetic Algorithm were employed to identify the optimal settings for parameters with objective functions built through Response Surface Methodology. This two-fold approach lead up to optimized responses settled near the desired values were obtained with cutting speed = 214 m/min, feed rate = 0.088 mm/rev and depth of cut = 0.33 mm.

#### **Introduction**

The hard turning is a machining process that offers a number of potential benefits over traditional grinding. In some applications, it has several unique characteristics, as segmented chip formation and favorable micro-structural alterations at the machined surfaces, which are fundamentally different from conventional turning [1]. According to Tamizharasan *et al.* [2], hard turning is a profitable alternative to finish grinding. Considering that the ultimate aim of this operation is to remove work piece material in a single cut rather than a lengthy grinding operation, a great deal of improvements can be obtained. This machining process may to reduce processing time, the production cost, and setup time, besides an adequate surface roughness. Furthermore, many of its properties are predictable as tool wear, tool life, quality of surface turned, and amount of material removed [2]. Trying to achieve the best hard turning process comprehension, several works have been done recently [1-8].

So that the advantages offered by hard turning can be reached, it is necessary the turning operation is well adjusted and controlled. In this context, the looking for the best process performance is important to guarantee that several requirements are satisfied at the same time.

Thus, the objective of this work is the multiple characteristics optimization for the AISI 52100 hardened steel turning. Taking cutting speed, feed rate and depth of cut as the input process parameters, it is desirable to find an optimal setting of these variables that gives the best results related to cost, productivity, quality and tool consumption.

The optimization strategy was based on a combination of Response Surface Methodology (RSM), Global Criterion Method (GCM) and Genetic Algorithm (GA) techniques. The employed method is described in more details in the next section.

Figura C.3 – Advanced Materials Research

- C.4. PAIVA, A. P., COSTA, S. C., PAIVA, E. J., BALESTRASSI, P. P., FERREIRA, J. R.** Multi-objective optimization of pulsed gas metal arc welding process based on weighted principal component scores. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, DOI 10.1007/s00170-009-2504-y, 2010a.

Int J Adv Manuf Technol  
DOI 10.1007/s00170-009-2504-y

ORIGINAL ARTICLE

## Multi-objective optimization of pulsed gas metal arc welding process based on weighted principal component scores

Anderson P. Paiva · Sebastião C. Costa ·  
Emerson J. Paiva · Pedro Paulo Balestrassi ·  
João R. Ferreira

Received: 11 September 2008 / Accepted: 22 December 2009  
© Springer-Verlag London Limited 2010

**Abstract** Most welding processes present large sets of correlated quality characteristics. With this particularity in mind, we present a multi-objective optimization technique based on Principal Component Analysis (PCA) and response surface methodology (RSM). This two-fold technique utilizes PCA to factorize the original welding responses. The original responses—obtained through a Central Composite Design—are then replaced by the resulting principal component scores. The technique's advantage is that it reduces the data set and still considers the correlation among the responses. Quite often, however, the first principal component alone cannot explain the amount of variance—covariance structure of the welding responses. In this paper, we remedy this shortfall by proposing an objective function established in terms of the most significant principal component scores (weighted by their respective eigenvalues). Experimental results were obtained with a multiresponse pulsed gas metal arc welding process. These results, when compared with other strategies of multiresponse combination, verify the adequacy of our proposed approach.

**Keywords** Multi-objective optimization · Response surface methodology (RSM) · Principal Component Analysis (PCA) · Pulsed gas metal arc welding (P-GMAW)

**Abbreviations and symbols**

CCD	Central composite design
WMI	Weighted multivariate index
$A$	Weld bead area
$H$	Weld bead height
$W$	Weld bead width
$R$	Weld bead reinforcement
$\xi$	CCD design radius or axial distance
$\Sigma$	Covariance matrix of response random vector $Y^T = [Y_1, Y_2, \dots, Y_p]$
$P$	Weld bead penetration
$p$	Number of responses in a multivariate design
$Y_p$	$p$ -th response of a multivariate data set
$\beta$	Model coefficient
$PC_i$	$i$ -th principal component
$e_i^T$	Eigenvectors related to the $i$ -th eigenvalue
$Z$	Standardized response data matrix
$E$	Matrix of the eigenvectors for the multivariate data set
$\lambda_p$	$p$ -th eigenvalue of a data set
$\Lambda_j$	$j$ -th Lagrange multiplier
$R$	Correlation matrix
$n$	sample size or number of experiments in a respective design
$\chi^2$	Chi-square distribution
$\alpha$	Significance level
$r_{ij}$	Pearson's correlation coefficient between response variables $i$ and $j$
$\bar{r}$	Mean of the $r_{ij}$ Pearson's correlation coefficients
$\mu$	Gamma function
$\bar{r}_\omega$	Mean of each line formed with the off-diagonal elements of $R$

---

A. P. Paiva · S. C. Costa · E. J. Paiva · P. P. Balestrassi (✉) · J. R. Ferreira  
Industrial Engineering Institute, Federal University of Itajuba, Itajuba, Minas Gerais, Brazil  
e-mail: pedro@unifei.edu.br

A. P. Paiva  
e-mail: andersonppaiva@unifei.com.br

S. C. Costa  
e-mail: sccosta@unifei.edu.br

E. J. Paiva  
e-mail: emersonjpaiva@gmail.com.br

J. R. Ferreira  
e-mail: jorofo@unifei.edu.br

Published online: 02 February 2010

Springer

Figura C.4 – Int.J.Adv.Manufacturing Technology

**C.5. PAIVA, A. P., PAIVA, E. J., FERREIRA, J. R., BALESTRASSI, P. P., COSTA, S. C. A** multivariate mean square error optimization of ABNT 52100 hardened steel turning. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, DOI 10.1007/s00170-008-1745-5, 2009a.

Int J Adv Manuf Technol  
DOI 10.1007/s00170-008-1745-5

ORIGINAL ARTICLE

## A multivariate mean square error optimization of AISI 52100 hardened steel turning

A. P. Paiva · E. J. Paiva · J. R. Ferreira ·  
P. P. Balestrassi · S. C. Costa

Received: 4 March 2008 / Accepted: 3 September 2008  
© Springer-Verlag London Limited 2008

**Abstract** Hardened steel turning has received special attention in recent years due to its many applications in modern industries. The characteristics that define its machinability—expressed in terms of multiple response problems—are usually represented by experimental model building strategies like response surface methodology (RSM). Such strategies, however, have a particular drawback when multiple correlated regression functions are present. The optimization of multiple process characteristics without considering the variance-covariance structure among the responses may lead to an inadequate optimum. To deal with this constraint, this paper presents a novel multiobjective optimization method; it correctly focuses the multiple correlated characteristics of the AISI 52100 hardened steel, based on the concept of multivariate mean square error. This novel approach combines principal component analysis with RSM focusing a multidimensional nominal-the-best problem. In this kind of optimization, all the characteristics (tool life, cutting time, cost, material removal rate, and surface roughness) have a specific target

while maintaining a strong correlation structure. Transforming the original responses and respective targets to the plane of a multivariate principal component scores, an optimization routine is capable of finding out a compromise solution that attends all the established targets. The following AISI 52100 turning process variables were considered in this study: cutting speed, feed rate, and depth of cut. Theoretical and experimental results were convergent and confirmed in a case study.

**Keywords** Hard turning · Multivariate mean square error (MMSE) · Response surface methodology (RSM) · Principal component analysis (PCA)

### 1 Introduction

In recent years, considerable attention has been focused on the understanding of hardened steel machinability [1–10]. The hard turning is a machining process that offers a number of potential benefits over traditional grinding in some applications and has, nonetheless, several unique characteristics, as segmented chip formation and microstructural alterations at the machined surfaces, fundamentally different from conventional turning [1]. According to Tamizharasan et al. [2], hard turning is a profitable alternative to finish grinding. Considering that the ultimate aim of hard turning is to remove work piece material in a single cut rather than a lengthy grinding operation, a great deal of improvements can be obtained, since this machining process may reduce processing time, the production cost, and setup time, besides an adequate surface roughness. Furthermore, many of its properties are predictable as tool wear, tool life, quality of surface turned, and amount of material removed [2]. Trying to achieve the best hard

A. P. Paiva · E. J. Paiva · J. R. Ferreira · P. P. Balestrassi (✉) ·  
S. C. Costa  
Industrial Engineering Institute, Federal University of Itajuba,  
Itajuba, Minas Gerais, Brazil  
e-mail: pedro@unifei.edu.br

A. P. Paiva  
e-mail: andersonpaiva@unifei.com.br

E. J. Paiva  
e-mail: emersonjpaiva@gmail.com.br

J. R. Ferreira  
e-mail: jorofe@unifei.edu.br

S. C. Costa  
e-mail: sccosta@unifei.edu.br

 Springer

**C.6. PAIVA, E. J., RODRIGUES, L. O., COSTA, S. C., PAIVA, A. P., BELSTRASSI, P. P.**  
**Otimização do processo de soldagem FCAW usando o Erro Quadrático Médio**  
**Multivariado. Revista Soldagem e Inspeção, v. 15, pp. 031-040, 2010c.**

**Otimização do Processo de Soldagem FCAW Usando o Erro Quadrático Médio Multivariado**

(FCAW Welding Process Optimization Using the Multivariate Mean Square Error)

Emerson José de Paiva<sup>1</sup>, Lucilene de Oliveira Rodrigues<sup>1</sup>, Sebastião Carlos da Costa<sup>1</sup>, Anderson Paulo de Paiva<sup>1</sup>, Pedro Paulo Balestrassi<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal de Itajubá – UNIFEI, – Itajubá, MG, Brasil; emersonjpaiva@gmail.com

**Resumo**

Encontrar um conjunto ótimo de parâmetros para um processo de soldagem é uma tarefa pouco trivial, face às múltiplas características exigíveis ou desejáveis que devem ser analisadas. Além disso, a negligência da estrutura de variância-covariância destas características na otimização pode conduzir a ótimos inadequados. Com o intuito de auxiliar na busca desses parâmetros, um método para otimização multiobjetiva, desenvolvido para o estudo do processo de soldagem FCAW (do inglês Flux Cored Arc Welding), utilizando-se arames tubulares, baseado no conceito de Erro Quadrático Médio Multivariado, será apresentado. Trata-se de uma abordagem combinada da Metodologia de Superfície de Resposta, Projeto de Experimentos e Análise de Componentes Principais, na tentativa de localizar valores próximos a alvos especificados, para cada uma das características estudadas (Penetração, Taxa de deposição, Rendimento, Índice de convexidade e Diluição), considerando-se as variáveis de processo expressas em função da tensão (V), velocidade de alimentação do arame (Va) e da distância do bico de contato-peça (d). Os resultados obtidos apontam para uma boa adequação desta proposta.

**Palavras-chave:** Erro Quadrático Médio Multivariado (EQMM). FCAW. Projeto e Análise de Experimentos. Metodologia de Superfície de Respostas.

**Abstract:** The optimization of welding processes is not a trivial task, mainly due to the great number of exigible and desirable characteristics that must be analyzed. Moreover, the optimization of a welding process with multiple characteristics without to consider the variance-covariance structure, may lead to inadequate optimum. To help in this task, a method of multiobjective optimization based in the Multivariate Mean Square Error applied in the study of multiple correlated characteristics of a FCAW (Flux Cored Arc Welding) welding process will be presented. This method characterized by a combined approach based in the Response Surface Methodology, Design of Experiments and Principal Components Analysis consisted in an attempt to achieve the nearest values to specific targets, for each studied characteristic (penetration, deposition rate, deposition efficiency, convexity index of the weld bead and dilution) considering the welding variables expressed in function of welding voltage (V), wire feed speed (Va) and the contact tip to workpiece distance (d). The results point out a good adequacy of the proposed method.

**Key-words:** Multivariate Mean Square Error (MMSE); FCAW; Design of Experiments; Response Surface Methodology (RSM).

**1. Introdução**

Num processo de soldagem é desejável que se determinem parâmetros adequados para sua realização, com a máxima acurácia possível. A busca por esses parâmetros, entretanto, passa por um processo de otimização de múltiplas variáveis, representando múltiplas características de qualidade, exigíveis ou desejáveis, para um determinado processo ou produto, constituindo-se em uma tarefa de difícil execução e de eficácia improvável. Segundo Wu [1] e Khuri e Cornell [2], a presença de possíveis


relacionamentos de dependência (ou correlação) entre essas várias características de saída dos processos, podem interferir na determinação desses parâmetros e conduzir o processo a ótimos inapropriados, resultando em conclusões equivocadas e sem sentido. Segundo Khuri e Conlon [3] e Bratchell [4] esta inadequação está associada à insuficiência do método dos mínimos quadrados ordinários em estimar os coeficientes das múltiplas respostas correlacionadas simultaneamente em função da forte influência das estruturas de correlação sobre as funções de transferência utilizadas.

Nesse sentido, o presente trabalho apresenta a aplicação de uma abordagem empregada por Paiva [7] a partir de uma extrapolação multivariada do método proposto por Köksoy e Yalcinoz [5], Lin e Tu [6] para utilização do Erro Quadrático Médio (EQM) na otimização simultânea de média e variância, com o objetivo de se determinar parâmetros ideais para os processos de manufatura. Com as adaptações propostas, o método

(Recebido em 29/07/2009; Texto Final em 19/03/2010).  
 Publicado com permissão da ABCM - Associação Brasileira de Engenharia e Ciências Mecânicas – Artigo originalmente apresentado no 5º COBEF, Belo Horizonte, MG, Abril de 2009



- C.7. PAIVA, E. J., PAIVA, A. P., BALESTRASSI, P. P., SALGADO JUNIOR, A. R. Otimização Robusta Multivariada. In: XVII Simpósio de Engenharia de Produção – SIMPEP, 2010b.



**OTIMIZAÇÃO ROBUSTA  
MULTIVARIADA**

**EMERSON JOSÉ DE PAIVA (UNIFEI)**  
emersonpaiva@unifei.edu.br

**ANDERSON PAULO PAIVA (UNIFEI)**  
andersonppaiva@yahoo.com.br

**PEDRO PAULO BALESTRASSI (UNIFEI)**  
ppbalestrassi@gmail.com


**ALUIZIO RAMOS SALGADO JUNIOR (UNIFEI)**  
aluizio.salgado@thyssenkrupp.com

**Resumo:** *A CRESCENTE CONCORRÊNCIA ENTRE AS ORGANIZAÇÕES TORNA MAIS FREQUENTE E IMPORTANTE A BUSCA CONTÍNUA POR MELHORIAS DOS PROCESSOS PRODUTIVOS. TAIS PROCESSOS SOFREM INFLUÊNCIA DE UM GRANDE NÚMERO DE VARIÁVEIS, GERALMENTE, CORRELACIONADAS. TRATARR ADEQUADAMENTE ESSAS VARIÁVEIS, CONSIDERANDO SUA PROVÁVEL CORRELAÇÃO É O OBJETIVO DO MÉTODO DE OTIMIZAÇÃO ROBUSTA BASEADA NA ANÁLISE DE COMPONENTES PRINCIPAIS, PROPOSTO POR ESTE TRABALHO. DENOMINADO DE ERRO QUADRÁTICO MÉDIO MULTIVARIADO DUAL (EQMM DUAL), UTILIZANDO UM ARRANJO CRUZADO NA DETERMINAÇÃO DE UMA SOLUÇÃO DE COMPROMISSO ENTRE AS VARIÁVEIS DE RESPOSTA, O MÉTODO É CAPAZ DE DETERMINAR O PONTO ÓTIMO GLOBAL DO SISTEMA QUE LEVE AS VARIÁVEIS DE RESPOSTAS CORRELACIONADAS A ASSUMIREM VALORES PRÓXIMOS DE ALVOS PRÉ-ESTABELECIDOS, COM MÍNIMA VARIAÇÃO, INDEPENDENTEMENTE DA CONDIÇÃO DE RUÍDO A QUE O PROCESSO ESTEJA SUBMETIDO. PARA DEMONSTRAR SUA APLICAÇÃO, UM PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL DE TORNEAMENTO DO AÇO DE CORTE FÁCIL ABNT 12L14 FOI DESENVOLVIDO, VISANDO A OTIMIZAÇÃO DE MÚLTIPLAS CARACTERÍSTICAS DE QUALIDADE QUE CARACTERIZAM O ACABAMENTO SUPERFICIAL DA PEÇA, BEM COMO A PRODUTIVIDADE DO PROCESSO, ENVOLVENDO 3 VARIÁVEIS DE CONTROLE (X), 6 VARIÁVEIS DE RESPOSTA (Y) E 3 VARIÁVEIS DE RUÍDO (Z). OS RESULTADOS OBTIDOS EM DOIS GRUPOS DE ANÁLISE DISTINTOS FORAM SATISFATÓRIOS, DEMONSTRANDO A VIABILIDADE DO MÉTODO PROPOSTO.*


**Palavras-chaves:** *OTIMIZAÇÃO ROBUSTA, ERRO QUADRÁTICO MÉDIO MULTIVARIADO DUAL (EQMM DUAL), ANÁLISE DE COMPONENTES PRINCIPAIS*

Figura C.7 – XVII SIMPEP, 2010

- C.8. PAIVA, E. J., COSTA, S. C., PAIVA, A. P., RODRIGUES, L. O. Otimização do Processo de Soldagem FCAW usando o Erro Quadrático Médio Multivariado. In: 5º Congresso Brasileiro de Engenharia de Fabricação – COBEF, Belo Horizonte, 2009b.



**5º COBEF**  
Congresso Brasileiro de  
Engenharia de Fabricação



**ABGM** COMPROMETIDA COM A PROMOÇÃO DO DESENVOLVIMENTO  
DA ENGENHARIA E DAS CIÊNCIAS MECÂNICAS

**V CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA DE FABRICAÇÃO**  
14 a 17 de abril de 2009 - Belo Horizonte - Minas Gerais - Brasil

## **OTIMIZAÇÃO DO PROCESSO DE SOLDAGEM FCAW USANDO O ERRO QUADRÁTICO MÉDIO MULTIVARIADO**

**Emerson José de Paiva, emersonjpaiva@gmail.com**  
**Lucilene de Oliveira Rodrigues**  
**Sebastião Carlos da Costa, sccosta@unifei.edu.br**  
**Anderson Paulo de Paiva, andersonppaiva@yahoo.com.br**

Universidade Federal de Itajubá – UNIFEI, Caixa Postal 50 – CEP 37500-903 – Itajubá, MG

***Resumo:** Encontrar um conjunto ótimo de parâmetros de processo de soldagem é uma tarefa pouco trivial, face às múltiplas características a serem analisadas. Além disso, a otimização de um processo de múltiplas características sem considerar a estrutura de variância-covariância, pode conduzir a ótimos inadequados. Com o intuito de auxiliar na busca desses parâmetros, um método para otimização multiobjetiva, desenvolvido para o estudo de múltiplas características correlacionadas do processo de soldagem FCAW (do inglês Flux Cored Arc Welding), utilizando-se eletrodos tubulares, baseado no conceito de Erro Quadrático Médio Multivariado, será apresentado. Trata-se de uma abordagem combinada da Metodologia de Superfície de Respostas, Projeto de Experimentos e Análise de Componentes Principais, na tentativa de localizar valores próximos a alvos especificados, para cada uma das características estudadas (Penetração, Taxa de deposição, Rendimento, Índice de convexidade e Diluição), considerando-se as variáveis de processo expressas em função da tensão (V), velocidade de alimentação do arame (Va) e da distância do bico de contato-peça (d). Os resultados apontam para uma boa adequação da proposta.*

***Palavras-chave:** Erro Quadrático Médio Multivariado (EQMM); FCAW; Projeto e Análise de Experimentos; Metodologia de Superfície de Respostas.*

### **1. INTRODUÇÃO**

Num processo de soldagem é desejável que se determine parâmetros adequados para sua realização, com a máxima acurácia possível. A busca por esses parâmetros, entretanto, passa por um processo de otimização de múltiplas variáveis, representando múltiplas características de qualidade, exigíveis ou necessárias, para um determinado processo ou produto, constituindo-se em uma tarefa de difícil execução e de eficácia improvável. Segundo Wu (2005) e Khuri e Cornell (1996), a presença de possíveis relacionamentos entre essas várias características, podem interferir na determinação desses parâmetros e conduzir o processo a ótimos inapropriados, resultando em conclusões equivocadas e sem sentido. A inobservância desses relacionamentos, segundo Khuri e Conlon (1981) e Bratchell (1989) podem conduzir a pontos de ótimo inapropriados, devido a uma inadequação do método dos mínimos quadrados ordinários. Soma-se a isso, a construção de um modelo matemático inconsistente, uma vez que, variáveis correlacionadas exercem forte influência sobre as funções de transferência utilizadas.

Nesse sentido, o presente trabalho demonstra a implementação de uma abordagem empregada por Kóksoy e Yalcinoz (2006), Lin e Tu (1995) para utilização do Erro Quadrático Médio (EQM) na otimização simultânea de média e variância. Com as adaptações propostas por Paiva (2008), o método é capaz de construir um modelo matemático que busque um conjunto adequado de parâmetros ótimos, gerado a partir do adequado tratamento das estruturas de correlação existentes entre as respostas, identificando essas estruturas antes que se construa tal modelo.


Segundo Paiva (2008), a otimização multivariada de tais parâmetros passa pela aplicação combinada de diferentes metodologias, como o Projeto e Análise de Experimentos (DOE – *Design of Experiments*), a Metodologia de Superfície de Resposta (MSR) e o conceito de Erro Quadrático Médio Multivariado (EQMM) em problemas do tipo NTB (*Nominal-the-best*). Dentre essas metodologias, o Projeto e Análise de Experimentos é responsável por criar os modelos matemáticos dos processos; a Metodologia de Superfície de Respostas é utilizada para modelar as funções de aproximação de pontos de ótimo, geralmente encontrados em regiões dotadas de curvatura, de acordo com sua convexidade; e o Erro Quadrático Médio Multivariado busca minimizar as distâncias entre as respostas e seus respectivos alvos e variâncias.

Com o objetivo de discutir a eficiência da aplicação da metodologia proposta por Paiva (2008), um caso de otimização multiobjetivo de múltiplas características correlacionadas do processo de soldagem FCAW (Flux Cored Arc Welding), com transferência por *spray*, será investigado.


Tanto a metodologia proposta, quanto o caso investigado serão descritos nas próximas seções desse trabalho.

Figura C.8 – V COBEF, 2009

**C.9. PAIVA, E. J., FERREIRA, J. R., PAIVA, A. P., BALESTRASSI, P. P. Otimização Robusta Multivariada no processo de torneamento do aço endurecido ABNT 52100 In: 5º Congresso Brasileiro de Engenharia de Fabricação – COBEF, Belo Horizonte, 2009c.**



**5º COBEF**  
Congresso Brasileiro de  
Engenharia de Fabricação



**ABCM** COMPROMETIDA COM A PROMOÇÃO DO DESENVOLVIMENTO  
DA ENGENHARIA E DAS CIÊNCIAS MECÂNICAS

**V CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA DE FABRICAÇÃO**  
14 a 17 de abril de 2009 - Belo Horizonte - Minas Gerais - Brasil

**OTIMIZAÇÃO ROBUSTA MULTIVARIADA NO PROCESSO DE TORNEAMENTO DO AÇO ENDURECIDO AISI 52100**

Emerson José de Paiva, emersonjpaiva@gmail.com  
 João Roberto Ferreira, jorofe@unifei.edu.br  
 Anderson Paulo de Paiva, andersonppaiva@yahoo.com.br  
 Pedro Paulo Balestrassi, pedro@unifei.edu.br

Universidade Federal de Itajubá – UNIFEI, Caixa Postal 50 – CEP 37500-903 – Itajubá, MG

***Resumo:** O processo de torneamento de aço endurecido tem recebido especial atenção nos últimos anos, graças à sua ampla aplicação na indústria moderna. Contudo, alguns aspectos mecânicos – expressos em termos de múltiplas características – podem ser representados por múltiplas respostas correlacionadas que apresentam entaves para o uso da Metodologia de Superfície de Respostas tradicional. Além disso, a otimização de processo de múltiplas características sem considerar a estrutura de variância-covariância entre as respostas podem levar a ótimos inadequados. Para tratar esta particularidade, este trabalho apresenta um método de otimização multiobjetivo desenvolvido para estudar as múltiplas características correlacionadas do aço endurecido AISI 52100, baseado no conceito do Erro Quadrático Médio Multivariado. Este conceito é desenvolvido combinando a Análise de Componentes Principais com a Metodologia de Superfície de Respostas, focando problemas do tipo NTB (Nominal-the-best). Neste tipo de otimização, todas as características estudadas (Vida da Ferramenta, Tempo de Corte, Custos, Taxa de Remoção de Material e Rugosidade) têm um alvo específico enquanto mantém uma forte estrutura de correlação. Como variáveis de processo foram consideradas a Velocidade de Corte ( $V_c$ ), Taxa de Avanço ( $f_n$ ) e Profundidade de Corte ( $a_p$ ). Os ótimos obtidos foram  $V_c=128$  m/min,  $f_n=0,086$  mm/rot e  $a_p=0,3434$  mm. Experimentos de confirmação corroboram os resultados teóricos.*

***Palavras-chave:** Erro Quadrático Médio Multivariado (EQMM), Metodologia de Superfície de Respostas (MSR), torneamento de aço endurecido, Análise de Componentes Principais (ACP).*

**1. INTRODUÇÃO**

Encontrar uma condição ótima para operação de um processo que o viabilize ou que produza resultados com consideráveis melhorias é o objetivo dos métodos de otimização. Através de algoritmos de modelagem, aliados a ferramentas e metodologias estatísticas diversas, busca-se estabelecer funções de transferência entre os dados e as variáveis de controle, viabilizando a determinação do ponto ótimo.

Box e Wilson (1951) afirmam que, para otimização de sistemas com uma única variável de resposta, deve-se proceder a uma seqüência de procura linear na direção da máxima otimização, repetindo-a até que não se encontre melhorias adicionais para o modelo, ou, enquanto não houver evidências de falta de ajuste para o modelo de primeira ordem. Sendo detectada falta de ajuste no modelo de primeira ordem, uma segunda fase deve ser iniciada (LIN e CHOU, 2002), onde deverá ser determinada uma nova direção de busca de melhorias do modelo.

Entretanto, em grande parte dos processos, a qualidade não pode ser avaliada por apenas uma característica funcional (MYERS e MONTGOMERY, 1995) e a análise individual de um experimento com múltiplas respostas podem conduzir a análise univariada a conclusões sem sentido (KHURI e CORNELL, 1996).

A quase totalidade das pesquisas em otimização que utilizam alguma metodologia experimental para múltiplas respostas, trata as respostas de forma isolada na fase de construção dos modelos de regressão. Este processo pode ser ineficiente, especialmente se as respostas forem fortemente correlacionadas.


Para tratamento adequado destes relacionamentos, uma abordagem combinada entre o Projeto e Análise de Experimentos (DOE), a Metodologia de Superfície de Respostas (MSR) e o conceito de Erro Quadrático Médio Multivariado (EQMM) foi proposta por Paiva (2008). A idéia principal é a de buscar a minimização das distâncias entre as respostas e seus respectivos alvos e variâncias, em problemas do tipo NTB (Nominal-the-best).

Baseado nessas ferramentas, este trabalho apresenta a otimização multiobjetivo de múltiplas características correlacionadas do processo de torneamento do aço endurecido AISI 52100, segundo o método proposto por Paiva (2008).


A seguir, será apresentada a proposta do Erro Quadrático Médio Multivariado, com todas as metodologias envolvidas, o caso investigado, os resultados e conclusões.

Figura C.9 – V COBEF, 2009

- C.10.** PAIVA, A. P., PAIVA, E. J., FERREIRA, J. R., BALESTRASSI, P. P., COSTA, S. C. A multiresponse optimization of ABNT 52100 hardened steel turning based on Multivariate Mean Square Error. In: Anais do V Congresso Nacional de Engenharia Mecânica – CONEM, 2008a.



**CONEM**  
2008  
V Congresso Nacional de Engenharia Mecânica



**ABCM** COMPROMETIDA COM A PROMOÇÃO DO DESENVOLVIMENTO DA ENGENHARIA E DAS CIÊNCIAS MECÂNICAS  
ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE ENGENHARIA E CIÊNCIAS MECÂNICAS

**V CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA**  
**V NATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING**  
**18 a 22 de agosto de 2008 – Salvador – Bahia - Brasil**  
August 18 – 21, 2008 - Salvador – Bahia – Brazil.

**A MULTIRESPONSE OPTIMIZATION OF AISI 52100 HARDENED STEEL TURNING BASED ON MULTIVARIATE MEAN SQUARE ERROR**

**CON08-1349**

***Abstract.** Hardened steel turning have received special attention in the recent years thanks to its large set of applications in the modern industry. However, some aspects of its machinability - expressed in terms of its multiple characteristics – may be represented by multiple correlated responses which is a particular drawback to the use of traditional Response Surface Methodology (RSM). Moreover, the optimization of multiple process characteristics without to consider the variance-covariance structure among the responses may lead to an inadequate optimum. To treat this particularity, this paper presents a multiobjective optimization method developed to study the multiple correlated characteristics of the AISI 52100 hardened steel, based on the concept of Multivariate Mean Square Error. This concept is developed combining the Principal Component Analysis (PCA) with the Response Surface Methodology (RSM), to focuses a multidimensional Nominal-the-best (NTB) problem. In this kind of optimization, all the studied characteristics (Tool life, Cutting Time, Cost, Material Removal Rate, and Surface Roughness) have a specific target while keep a strong correlation structure. As process variables were considered the cutting speed ( $V$ ), feed rate ( $f$ ) and depth of cut ( $d$ ). The achieved optimum was  $V= 218$  m/min,  $f=0,086$  mm/rot and  $d=0,3434$  mm. Further experimental runs have confirmed the theoretical results.*

**Keywords:** Hard turning, Multivariate Mean Square Error (MMSE), Response Surface Methodology (RSM), Principal Component Analysis (PCA).

**1. INTRODUCTION**

In recent years considerable attention has been focused on understanding of the hardened steel machinability (Diniz et al., 2003; Özel and Karpaz, 2005). In this context, the materials machinability can be viewed as a function of product quality and process productivity. These two sets of characteristics are generally conflicting in nature (Yuan et al, 2008). So, in a competitive manufacturing environment, the simultaneously achievement of both is required and desirable. Nonetheless, its attainment is not an easy task.

The multiresponse optimization requires sometimes, the employment of several mathematical techniques involving the model building and optimization. Whereas the behavior of the cutting parameters as well as their relationship with the process performance indexes is generally unknown, it is necessary to establish reliable equations to be used as objective or constraint functions. Sometimes, the large number of experiments necessary to establish this relationship between the observed responses and the cutting parameters makes the experimentation cost-prohibitive. To accomplish with the model building task, many researchers have been used the response surface methodology (RSM) (Iqbal et al., 2008; Özel and Karpaz, 2005). In this methodology, the effects of the cutting parameters on the machining outputs are obtained using experiments capable of to generate the appropriate data for efficient statistical analysis, which in turn produces valid conclusions and models (Montgomery, 2001). Many examples of RSM in the study of hardened steel machining are also found in the literature (Sahin and Motorcu, 2008; Al-Ahmari, 2007; Benga and Abrão, 2003). After establishing the machining output models, the multiobjective optimization methods are employed to find out the best level for the process parameters. In the hardened steel machining, several approaches like the desirability (Iqbal et al., 2008) are generally used.

When handling with multiresponse problems, the most important task is the choice of a structure capable to express the original set in a simplified equation system. This can be made using an (i) weighted aggregation of all the targets into a single objective function or (ii), considering the optimization of the most important target keeping the other functions as constraints (Yuan et al., 2008; Busacca et al., 2001).

Focusing on the weighted aggregation approach, Lin and Tu (1995) and Köksoy (2006) proposed the Mean Square Error (MSE) as optimization concept where the distance among all the responses and their respective targets and


Figura C.10 – V CONEM, 2008

- C.11. PAIVA, E. J., PAIVA, A. P., FERREIRA, J. R., BALESTRASSI, P. P.** Otimização de múltiplas respostas baseada no Erro Quadrático Médio Multivariado. In: XXVIII Encontro Nacional de Engenharia de Produção, Rio de Janeiro, 2008b.

**XXVIII ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**  
A integração de cadeias produtivas com a abordagem da manufatura sustentável.  
Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 13 a 16 de outubro de 2008

## **OTIMIZAÇÃO DE MÚLTIPLAS RESPOSTAS BASEADA NO ERRO QUADRÁTICO MÉDIO MULTIVARIADO**

**Emerson José de Paiva (UNIFEI)**  
emersonjpaiva@gmail.com  
**Anderson Paulo de Paiva (UNIFEI)**  
andersonppaiva@yahoo.com.br  
**João Roberto Ferreira (UNIFEI)**  
jorofe@unifei.edu.br  
**Pedro Paulo Balestrassi (UNIFEI)**  
pedro\_brazil@me.utexas.edu



*A otimização de processos de manufatura com múltiplas respostas é uma prática que precisa se tornar mais acessível aos gestores. Além disso, as estruturas de correlação (variância-covariância) existente entre as respostas são desconhecidas e geralmente negligenciadas pelos métodos de otimização tradicionais, conduzindo, na maioria das vezes, a ótimos inadequados. Para tratar destas particularidades, este trabalho apresenta um método de otimização multiobjetivo, desenvolvido para estudar as múltiplas características do torneamento do aço endurecido AISI 52100, baseado no conceito do Erro Quadrático Médio Multivariado. Este conceito é desenvolvido combinando a Análise de Componentes Principais (ACP) com a Metodologia de Superfície de Respostas (MSR), com foco em problemas multidimensionais do tipo NTB (Nominal-the-best). Como variáveis do processo, foram selecionadas a velocidade de corte (V), o avanço (f) e a profundidade de corte (d). Os valores ótimos obtidos foram  $V=218$  m/min,  $f=0,086$  mm/rev e  $d=0,3424$  mm. Rodadas experimentais sob as condições ótimas obtidas foram realizadas para confirmar os resultados teóricos, apontando para uma boa adequação do método proposto.*

*Palavras-chaves: Otimização, ACP, MSR, EQMM, múltiplas respostas*

Figura C.11 – XXVIII ENEGEP, 2008

## ANEXO D - Tabelas Diversas

Tabela D.1 – Dados para Fronteira de Pareto das variáveis  $T$  e  $TRM$  – Método I

$\omega$	$1-\omega$	$V_c$	$f$	$a_p$	$T$	$TRM$
0,050	0,950	0,985	0,368	1,249	5,596	7,454
0,075	0,925	0,958	0,394	1,262	5,615	7,412
0,100	0,900	0,932	0,420	1,274	5,636	7,371
0,125	0,875	0,908	0,444	1,283	5,657	7,335
0,150	0,850	0,887	0,465	1,290	5,676	7,304
0,175	0,825	0,874	0,479	1,294	5,689	7,285
0,200	0,800	0,873	0,480	1,294	5,691	7,283
0,225	0,775	0,892	0,460	1,288	5,671	7,312
0,250	0,750	0,953	0,399	1,265	5,619	7,404
0,275	0,725	1,115	0,243	1,168	5,540	7,675
0,300	0,700	1,424	-0,040	0,798	5,740	8,470
0,325	0,675	1,468	-0,079	0,712	5,832	8,652
0,350	0,650	1,369	0,010	0,891	5,654	8,275
0,375	0,625	1,218	0,147	1,077	5,544	7,881
0,400	0,600	1,056	0,300	1,209	5,558	7,570
0,425	0,575	0,892	0,461	1,288	5,672	7,310
0,450	0,550	0,729	0,634	1,317	5,873	7,071
0,475	0,525	0,571	0,825	1,288	6,166	6,832
0,500	0,500	0,431	1,034	1,188	6,555	6,597
0,525	0,475	0,344	1,193	1,061	6,898	6,448
0,550	0,450	0,323	1,233	1,021	6,992	6,418
0,575	0,425	0,328	1,224	1,030	6,972	6,424

0,600	0,400	0,341	1,198	1,056	6,910	6,444
0,625	0,375	0,360	1,161	1,090	6,827	6,475
0,650	0,350	0,384	1,117	1,128	6,728	6,515
0,675	0,325	0,412	1,064	1,168	6,617	6,566
0,700	0,300	0,446	1,007	1,206	6,501	6,626
0,725	0,275	0,484	0,948	1,238	6,387	6,690
0,750	0,250	0,521	0,894	1,263	6,287	6,751
0,775	0,225	0,553	0,849	1,280	6,207	6,804
0,800	0,200	0,577	0,817	1,291	6,152	6,842
0,825	0,175	0,591	0,799	1,296	6,121	6,864
0,850	0,150	0,595	0,794	1,297	6,114	6,869
0,875	0,125	0,588	0,804	1,294	6,130	6,858
0,900	0,100	0,572	0,825	1,288	6,166	6,832
0,925	0,075	0,547	0,857	1,278	6,222	6,794
0,950	0,050	0,517	0,899	1,261	6,296	6,745
0,975	0,025	0,483	0,949	1,238	6,389	6,688

---

Tabela D.2 – Dados para Fronteira de Pareto das variáveis  $T$  e  $TRM$  – Método II

$\omega$	$I-\omega$	$V_c$	$f$	$a_p$	$T$	$TRM$
0,0500	0,9500	0,985	0,368	1,249	5,596	6,414
0,0750	0,9250	0,958	0,394	1,262	5,615	6,468
0,1000	0,9000	0,932	0,420	1,274	5,636	6,520
0,1250	0,8750	0,908	0,444	1,283	5,657	6,566
0,1500	0,8500	0,887	0,465	1,290	5,676	6,604
0,1750	0,8250	0,874	0,479	1,294	5,689	6,629
0,2000	0,8000	0,873	0,480	1,294	5,691	6,631
0,2250	0,7750	0,892	0,460	1,288	5,671	6,595
0,2500	0,7500	0,953	0,399	1,265	5,619	6,478
0,2750	0,7250	1,115	0,243	1,168	5,540	6,127
0,2850	0,7150	1,248	0,120	1,047	5,555	5,791
0,2870	0,7130	1,278	0,093	1,013	5,570	5,707
0,2890	0,7110	1,307	0,065	0,976	5,591	5,621
0,2900	0,7100	1,321	0,053	0,958	5,603	5,578
0,2910	0,7090	1,335	0,040	0,940	5,616	5,537
0,2920	0,7080	1,348	0,029	0,922	5,629	5,496
0,2930	0,7070	1,360	0,018	0,904	5,643	5,457
0,2940	0,7060	1,371	0,007	0,886	5,658	5,420
0,2945	0,7055	1,377	0,002	0,878	5,665	5,402
0,2947	0,7053	1,379	0,000	0,875	5,668	5,395
0,2950	0,7050	1,382	-0,002	0,870	5,672	5,385
0,3000	0,7000	1,424	-0,040	0,798	5,740	5,236
0,3250	0,6750	1,468	-0,079	0,712	5,832	5,071
0,3500	0,6500	1,369	0,010	0,891	5,654	5,429
0,3750	0,6250	1,218	0,147	1,077	5,544	5,871
0,4000	0,6000	1,056	0,300	1,209	5,558	6,263
0,4250	0,5750	0,892	0,461	1,288	5,672	6,596
0,4300	0,5700	0,859	0,494	1,298	5,705	6,657
0,4400	0,5600	0,793	0,563	1,312	5,782	6,770
0,4500	0,5500	0,729	0,634	1,317	5,873	6,875



0,4600	0,5400	0,664	0,708	1,313	5,979	6,971
0,4750	0,5250	0,571	0,825	1,288	6,166	7,093
0,4800	0,5200	0,541	0,866	1,274	6,237	7,128
0,4850	0,5150	0,512	0,908	1,257	6,311	7,158
0,4900	0,5100	0,483	0,950	1,237	6,390	7,184
0,5000	0,5000	0,431	1,034	1,188	6,555	7,221
0,5250	0,4750	0,344	1,193	1,061	6,898	7,225
0,5500	0,4500	0,323	1,233	1,021	6,992	7,210
0,5750	0,4250	0,328	1,224	1,030	6,972	7,214
0,6000	0,4000	0,341	1,198	1,056	6,910	7,224
0,6250	0,3750	0,360	1,161	1,090	6,827	7,232
0,6500	0,3500	0,384	1,117	1,128	6,728	7,235
0,6750	0,3250	0,412	1,064	1,168	6,617	7,229
0,7000	0,3000	0,446	1,007	1,206	6,501	7,211
0,7250	0,2750	0,484	0,948	1,238	6,387	7,183
0,7500	0,2500	0,521	0,894	1,263	6,287	7,149
0,7750	0,2250	0,553	0,849	1,280	6,207	7,114
0,8000	0,2000	0,577	0,817	1,291	6,152	7,086
0,8250	0,1750	0,591	0,799	1,296	6,121	7,068
0,8500	0,1500	0,595	0,794	1,297	6,114	7,064
0,8750	0,1250	0,588	0,804	1,294	6,130	7,073
0,9000	0,1000	0,572	0,825	1,288	6,166	7,093
0,9250	0,0750	0,547	0,857	1,278	6,222	7,121
0,9500	0,0500	0,517	0,899	1,261	6,296	7,152
0,9750	0,0250	0,483	0,949	1,238	6,389	7,184

---

Tabela D.3 – Dados para Fronteira de Pareto das variáveis  $T$  e  $K_p$  – Método II

$\omega$	$1-\omega$	$V_c$	$f$	$a_p$	$T$	$K_p$
0,050	0,950	1,088	0,498	1,111	5,672	7,229
0,075	0,925	1,086	0,509	1,108	5,682	7,211
0,100	0,900	1,085	0,512	1,108	5,685	7,205
0,125	0,875	1,086	0,506	1,109	5,680	7,215
0,150	0,850	1,091	0,490	1,112	5,665	7,242
0,175	0,825	1,097	0,461	1,118	5,641	7,290
0,200	0,800	1,107	0,419	1,125	5,610	7,361
0,225	0,775	1,120	0,365	1,132	5,578	7,455
0,250	0,750	1,134	0,300	1,136	5,552	7,572
0,275	0,725	1,152	0,229	1,135	5,537	7,706
0,300	0,700	1,172	0,157	1,126	5,540	7,848
0,325	0,675	1,195	0,091	1,110	5,557	7,988
0,350	0,650	1,215	0,040	1,090	5,583	8,103
0,375	0,625	1,222	0,023	1,083	5,593	8,141
0,400	0,600	1,197	0,085	1,108	5,560	8,001
0,425	0,575	1,144	0,260	1,136	5,542	7,646
0,450	0,550	1,090	0,493	1,112	5,668	7,237
0,475	0,525	1,020	0,722	1,052	5,939	6,891
0,500	0,500	0,911	0,937	0,979	6,313	6,622
0,525	0,475	0,744	1,146	0,895	6,767	6,427
0,550	0,450	0,504	1,347	0,774	7,275	6,330
0,575	0,425	0,326	1,473	0,625	7,630	6,361
0,600	0,400	0,292	1,498	0,581	7,704	6,385
0,625	0,375	0,303	1,490	0,596	7,680	6,376
0,650	0,350	0,337	1,465	0,637	7,607	6,355
0,675	0,325	0,401	1,420	0,700	7,476	6,333
0,700	0,300	0,520	1,335	0,783	7,245	6,332
0,725	0,275	0,695	1,193	0,872	6,881	6,394
0,750	0,250	0,822	1,059	0,932	6,569	6,498
0,775	0,225	0,887	0,974	0,965	6,388	6,582

0,800	0,200	0,918	0,927	0,983	6,293	6,633
0,825	0,175	0,931	0,905	0,991	6,250	6,658
0,850	0,150	0,934	0,900	0,992	6,241	6,664
0,875	0,125	0,930	0,907	0,990	6,256	6,655
0,900	0,100	0,920	0,924	0,984	6,286	6,637
0,925	0,075	0,906	0,945	0,976	6,330	6,613
0,950	0,050	0,889	0,971	0,966	6,381	6,585
0,975	0,025	0,870	0,999	0,956	6,438	6,556

---

Tabela D.4 – Resultados das simulações com os 4 métodos

	<b>Viés (Rao)</b>	<b>Viés (Ames)</b>	<b>Viés (EQMM- 2CP)</b>	<b>Viés (EQMM- 3CP)</b>
1	0,3243	0,3158	0,3429	0,3436
2	0,3098	0,3664	0,3114	0,3591
3	0,3569	0,4664	0,3742	0,3932
4	0,2220	0,1832	0,2320	0,2553
5	0,0720	0,2517	0,0838	0,0839
6	0,2307	0,3409	0,2807	0,2543
7	0,2538	0,5167	0,2385	0,2398
8	0,2147	0,2024	0,2261	0,2532
9	0,1783	0,1393	0,1785	0,1884
10	0,1537	0,1883	0,1792	0,1603
11	0,1446	0,1546	0,1743	0,1776
12	0,2246	0,3836	0,2415	0,2245
13	0,2618	0,2604	0,3159	0,3159
14	0,1700	0,5898	0,1687	0,1687
15	0,2367	0,4871	0,2239	0,2239
16	0,1656	0,2840	0,2103	0,3030
17	0,2380	0,2342	0,2969	0,3292
18	0,0798	0,4456	0,0979	0,0830
19	0,0701	0,2058	0,0741	0,0663
20	0,2941	0,3574	0,3228	0,4042
21	0,0719	0,2601	0,0963	0,1081
22	0,0382	0,0851	0,0711	0,0952
23	0,3386	0,4516	0,2982	0,4136
24	0,2493	0,2561	0,2708	0,3145
25	0,0664	0,1249	0,0853	0,0853
26	0,0662	0,1789	0,1149	0,1789
27	0,0147	0,0772	0,0238	0,0351
28	0,0422	0,0384	0,0480	0,0687
29	0,2122	0,2403	0,2291	0,2103
30	0,3539	0,3765	0,3792	0,5323

31	0,1688	0,2197	0,1574	0,2105
32	0,3592	0,3503	0,4170	0,3776
33	0,0791	0,0757	0,0965	0,1643
34	0,0884	0,1189	0,1436	0,1714
35	0,3731	0,3421	0,3800	0,3235
36	0,1523	0,2186	0,1994	0,1425
37	0,2485	0,2872	0,2685	0,2226
39	0,1513	0,1643	0,1541	0,1502
40	0,0535	0,3522	0,0775	0,0972
41	0,1570	0,2522	0,1837	0,1765
42	0,1758	0,2369	0,2544	0,2555
43	0,2096	0,3725	0,1964	0,2339
44	0,1674	0,4136	0,1550	0,1597
45	0,0830	0,1566	0,0915	0,1071
46	0,1994	0,2189	0,2163	0,2141
47	0,1235	0,1114	0,1188	0,1894
48	0,0543	0,3359	0,1261	0,1480
49	0,1277	0,1835	0,1170	0,1328
50	0,0401	0,1480	0,0481	0,0488
51	0,1093	0,1524	0,1319	0,1354
52	0,3797	0,5424	0,4518	0,4851
53	0,0425	0,1229	0,0526	0,0541
54	0,3854	0,3801	0,3831	0,5461
55	0,0238	0,1200	0,0245	0,0483
56	0,0444	0,0589	0,0717	0,0712
57	0,0458	0,0914	0,0894	0,0969
58	0,2444	0,2654	0,3029	0,3245
59	0,0855	0,1580	0,1104	0,1181
60	0,0932	0,1352	0,1702	0,1737
61	0,1034	0,2344	0,1072	0,1201
62	0,0918	0,2109	0,1392	0,2174
63	0,2940	0,3678	0,3659	0,2701
64	0,2051	0,2930	0,2334	0,3019

65	0,0639	0,3178	0,0933	0,1310
66	0,1687	0,2101	0,1732	0,2202
67	0,1773	0,2160	0,2489	0,3109
68	0,2126	0,3525	0,2049	0,2423
69	0,1465	0,3940	0,1566	0,1873
70	0,1081	0,1087	0,1383	0,1537
71	0,1045	0,2072	0,2386	0,2507
72	0,0615	0,2104	0,1151	0,1259
73	0,2658	0,7034	0,3427	0,3794
74	0,0839	0,1659	0,0998	0,1901
75	0,1729	0,3375	0,2071	0,2143
76	0,1839	0,3030	0,2569	0,2613
77	0,1433	0,1562	0,1675	0,1604
78	0,1748	0,2660	0,2313	0,1937
79	0,2580	0,2724	0,3020	0,3263
80	0,0189	0,3904	0,0188	0,1875
81	0,2967	0,5232	0,4022	0,3548
82	0,0976	0,1052	0,1335	0,2001
83	0,1387	0,2797	0,1555	0,1614
84	0,0956	0,5349	0,1220	0,1392
85	0,2039	0,2555	0,3376	0,4709
86	0,4612	0,8075	0,4962	0,5997
87	0,1670	0,1555	0,1869	0,1525
88	0,1082	0,1451	0,1228	0,3369
89	0,0923	0,1222	0,1209	0,1146
90	0,1132	0,2887	0,1898	0,3064
91	0,0818	0,1565	0,0836	0,1081
92	0,1530	0,2621	0,1666	0,1702
93	0,1210	0,2491	0,1589	0,4229
94	0,0348	0,0582	0,0468	0,0520
95	0,0581	0,1391	0,0722	0,0750
96	0,0496	0,0734	0,0611	0,0631
97	0,1782	0,7721	0,2339	0,2526

98	0,0603	0,1411	0,0708	0,1105
99	0,1784	0,3424	0,1902	0,1903
100	0,0535	0,1761	0,0548	0,1618
101	0,1824	0,2166	0,2415	0,2727

---

Tabela D.5 – Resultados das simulações com os 4 métodos

Viés (Rao)	Viés (EQMM)	Mahalanobis
0,0615	0,0618	1,5942
0,0238	0,1002	1,9036
0,1436	0,1464	2,4679
0,0559	0,0600	1,8938
0,0953	0,1258	2,1371
0,0652	0,0855	2,1221
0,0461	0,0607	1,8347
0,0692	0,0806	2,3900
0,0711	0,0751	2,1702
0,0852	0,0982	3,1011
0,2492	0,2517	1,9576
0,0407	0,0574	1,9894
0,3929	0,4186	2,8862
0,0919	0,0952	1,4892
0,0627	0,0697	1,5152
0,0304	0,0347	1,2010
0,0451	0,0565	1,5833
0,1626	0,1633	3,1448
0,3134	0,3333	3,9883
0,1329	0,1574	3,0917
0,1376	0,1571	2,6319
0,0820	0,0939	2,9010
0,0397	0,0682	1,8386
0,0300	0,0433	1,7876
0,1657	0,1629	3,3507
0,0928	0,0968	2,1416
0,0839	0,0906	2,7449
0,0809	0,0849	2,2967
0,0286	0,0388	1,5979
0,3183	0,3322	2,9837



0,0616	0,0842	1,8783
0,0546	0,0534	2,1617
0,0357	0,0468	1,6153
0,0867	0,0528	2,1308
0,0292	0,0321	2,7043
0,0204	0,0304	0,9449
0,0179	0,0531	1,2982
0,1416	0,1447	1,2454
0,0222	0,0279	1,1609
0,0517	0,0587	1,8093
0,4345	0,4358	2,9462
0,1146	0,1300	2,8242
0,0328	0,0372	2,0173
0,0306	0,0392	1,0957
0,1370	0,1420	2,2666
0,0751	0,0789	1,2206
0,0513	0,0716	1,7750
0,3045	0,3027	2,7459
0,0737	0,0798	2,2438
0,1436	0,1437	1,8768
0,1364	0,1516	3,0965
0,0227	0,0297	1,6692
0,0667	0,0735	1,9905
0,0582	0,0633	2,2995
0,0684	0,0687	1,4004
0,0530	0,0617	1,7582
0,1229	0,1140	2,1589
0,0171	0,0217	1,3153
0,0601	0,0586	3,0127
0,1011	0,1068	1,0245
0,0471	0,0565	1,7691
0,1610	0,1595	2,0360
0,0967	0,1000	1,1318

0,1374	0,1729	3,1699
0,3844	0,3840	3,3405
0,0432	0,0476	3,1994
0,0571	0,0663	2,5402
0,0338	0,0368	2,2883
0,0169	0,0378	1,0412
0,0987	0,0714	1,9082
0,2307	0,2292	3,1709
0,1070	0,1207	2,0737
0,1887	0,1872	1,9615
0,0456	0,0513	1,5835
0,1466	0,1596	2,3119
0,1387	0,1554	2,1351
0,0875	0,0989	2,3425
0,1133	0,1375	2,2142
0,0601	0,0602	1,0031
0,0299	0,0439	1,4330
0,0836	0,1105	2,3945
0,1858	0,1868	1,9399
0,5620	0,2293	1,6110
0,0506	0,0554	2,0220
0,0352	0,0377	1,6392
0,0953	0,0964	2,1631
0,1756	0,1784	2,2850
0,0527	0,0497	2,0355
0,0327	0,0424	1,5527
0,1764	0,1911	3,7362
0,0965	0,1052	2,5409
0,2253	0,2265	2,3880
0,0823	0,0846	2,4575
0,2401	0,2485	2,1690
0,0416	0,0414	2,5349
0,0022	0,0135	1,8037

---