

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
EM ENSINO DE CIÊNCIAS – MESTRADO PROFISSIONAL

**O USO DO *SOFTWARE* GEOGEBRA NO ENSINO DE FUNÇÃO
POLINOMIAL DO 1º GRAU: UMA INVESTIGAÇÃO DIDÁTICA COM
LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA**

Laila de Souza Assis

Itajubá
2017

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
EM ENSINO DE CIÊNCIAS – MESTRADO PROFISSIONAL

Laila de Souza Assis

**O USO DO *SOFTWARE* GEOGEBRA NO ENSINO DE FUNÇÃO
POLINOMIAL DO 1º GRAU: UMA INVESTIGAÇÃO DIDÁTICA COM
LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências – Mestrado Profissional – como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Ensino de Ciências. Área de Concentração: Tecnologias da Informação e Comunicação no Ensino de Ciências.
Orientador: Prof. Dr. Mikael Frank Rezende Junior

Itajubá

2017

AGRADECIMENTOS

Gostaria primeiramente de agradecer a Deus por permitir que tudo isso acontecesse, que ao longo de minha vida me deu forças e não me deixou desanimar perante os obstáculos deparados no decorrer desse mestrado.

Ao Professor Doutor Mikael Rezende Junior, por toda gentileza, colaboração e paciência para a orientação deste trabalho. Sem seu apoio e seu incentivo nada disso seria possível. Só me resta, mais uma vez, dizer-lhe muito obrigada.

À minha mãe e minha avó, que mesmo distantes, sempre estiveram presentes nesta caminhada, com muito carinho e apoio e não mediram esforços para que eu chegasse até esta etapa de minha vida.

Ao meu esposo, Marcelo, que de forma especial e carinhosa me deu coragem para batalhar por meus objetivos, me apoiando nos momentos de dificuldades e me fortalecendo dia após dia.

Àqueles que não foram aqui mencionados, mas que não deixam de ser importantes, que acreditaram em minha capacidade e se orgulharam de mim, meu sincero agradecimento!

RESUMO

Pesquisas em educação em Ciências têm apontado a importância da incorporação das Tecnologias de Informação e Comunicação – TIC no âmbito escolar de uma sociedade repleta de inovações e avanços tecnológicos. Dessa forma, despertar o interesse do aluno e facilitar o processo de ensino e aprendizagem de Matemática com uso de *softwares* educativos pode ser uma poderosa ferramenta a ser utilizada pelos professores. Com esse intuito, essa pesquisa teve como objetivo principal estudar que contribuições e limitações a utilização do GeoGebra em atividades com abordagem investigativa relativas ao conteúdo de funções polinomiais do 1º grau pode trazer para a formação inicial de professores de Matemática. A partir da abordagem qualitativa de pesquisa, foram analisadas as reflexões feitas pelos alunos de Licenciatura em Matemática sobre o potencial educativo desse *software*. Foi possível concluir que os licenciandos se demonstram suscetíveis à utilização do *software* GeoGebra em suas aulas, e apontaram ser de suma importância a experiência vivenciada, visto que ambientes onde o futuro docente pode discutir sobre aspectos de dimensão prática, como potencialidades desse *software*, são fundamentais para que os professores se sintam preparados e mais seguros a utilizar esse tipo de tecnologia em suas aulas. Quanto às contribuições do uso do *software*, o seu dinamismo, proporcionado pelo “arrastar”, a realização de atividades investigativas, e a exploração e visualização de propriedades, foram apontados pelos licenciandos como fator motivador aos alunos.

Palavras-chave: *Softwares* educativos; GeoGebra; Abordagem investigativa; Licenciandos em Matemática.

ABSTRACT

Researches in Science education have pointed out the importance of the incorporation of Information and Communication Technologies - ICT in the school context of a society full of innovations and technological advances. Thus, to arouse the interest of the student and to facilitate the process of teaching and learning of Mathematics with the use of educative softwares, it can be a powerful tool to be used by teachers. With this intention, this research had as main objective to study the pedagogical possibilities of the software GeoGebra, for Mathematics licenciandos, in the teaching of polynomial function of the first degree. By pedagogical possibilities, the contributions and possible difficulties of the use of GeoGebra as a technological resource were considered for the realization of a proposal of work with exploratory activities of polynomial functions of the first degree, with the character of a research approach. From the qualitative research approach, the reflections made by the licenciando students in Mathematics on the educational potential of this software were analyzed. It was possible to conclude that the licenciandos demonstrated to be susceptible to the use of the software GeoGebra in their classes, and pointed out to be of paramount importance the lived experience, since environments where the future teacher can discuss aspects of practical dimension, as potentialities of this software, are fundamental for teachers to feel prepared and confident to use this type of technology in their classes. As the use contributions of the software, its dynamism, provided by the "drag", the carrying out of investigative activities, and the exploration and visualization of properties, were pointed out by the licenciandos as a motivating factor for the students.

Key-words: Educative software; GeoGebra; Investigative approach; Graduated in Mathematics.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Interface do <i>software</i> GRAPHEQUATION	24
Figura 2 – Interface do <i>software</i> GRAPHMATICA	24
Figura 3 – Interface do <i>software</i> MATHGV	25
Figura 4 – Interface do <i>software</i> ARCHIM.....	25
Figura 5 – Interface do <i>software</i> KMPLLOT	26
Figura 6 – Interface do <i>software</i> ZGRAPHER.....	26
Figura 7 – Interface do <i>software</i> WINPLOT.....	27
Figura 8 – Interface do <i>software</i> GeoGebra, com as ferramentas de " controle deslizante " e " habilitar rastro " ativadas	27
Figura 9 – Interface do <i>software</i> GeoGebra	49
Figura 10 – Comportamento gráfico das 24 funções propostas na atividade 1.....	51
Figura 11 – Esboços dos 24 gráficos	52
Figura 12 – Interface do GeoGebra com o gráfico da função identidade na malha quadriculada.....	58
Figura 13 – Interface do GeoGebra com as construções solicitadas na atividade 3.....	60

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Momentos na realização de uma investigação	32
Quadro 2 – Conteúdos de função polinomiais do 1º grau abordados no pré teste.....	38
Quadro 3 - Comparativo de respostas obtidas no pré-teste e na Atividade 2 propostos na pesquisa	66
Quadro 4 - Comparativo de respostas obtidas no pré-teste e na Atividade 2 propostos na pesquisa	68

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	6
1 AS TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO E SEUS IMPACTOS NA SOCIEDADE E NA EDUCAÇÃO	9
1.1 Os documentos oficiais e as TIC	10
1.2 A tecnologia da informação e comunicação na formação inicial do professor de Matemática ...	12
2 AS FUNÇÕES NA MATEMÁTICA	17
2.1 O conceito de função em livros didáticos do Ensino Médio	17
2.2 O ensino de funções em documentos oficiais	18
2.3 Dificuldades na compreensão do conceito de função	20
2.4 Os <i>softwares</i> educativos: aliados do processo de ensino e aprendizagem	21
2.5 <i>Softwares</i> educativos de Matemática para o ensino de função.....	23
2.6 O <i>software</i> GeoGebra para o ensino de funções	28
2.7 O estudo da função polinomial do 1º grau aliado às Investigações Matemáticas	30
2.7.1 Características de uma Investigação Matemática – Possibilidades teóricas.....	31
2.7.2 Investigar para Ponte, Brocardo e Oliveira	31
2.7.3 O cenário investigativo de Alrø e Skovsmose.....	32
3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	34
3.1 A Escolha dos Sujeitos da Pesquisa	35
3.2 O Pré-teste e as Atividades Propostas	37
3.3 Procedimento de análise de dados.....	40
4 O QUE AS LENTES DA PESQUISA CONSEGUIRAM CAPTAR	43
4.1 O Primeiro Contato com a Turma do 3º Período do Curso de Licenciatura em Matemática	43
4.2 Exploração do GeoGebra e Realização da Atividade 1.....	48
4.3 Realização da Atividade 2.....	55
4.4 Realização da Atividade 3.....	58
4.5. Refletindo sobre os dados coletados	60
4.5.1 EIXO 1: A interação estabelecida com o <i>software</i> GeoGebra frente às suas potencialidades	62
4.5.2 EIXO 2: Contribuições da utilização do <i>software</i> GeoGebra no avanço do conhecimento matemático sobre função polinomial do 1º grau.....	65
4.5.3 EIXO 3: O papel motivador do <i>software</i> GeoGebra ao ser utilizado na aula de Matemática	69
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	72
REFERÊNCIAS	74
APÊNDICE A – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.....	77
APÊNDICE B – Pré-teste aplicado com a turma do 3º período do curso de Licenciatura em Matemática.....	79

APÊNDICE C – Explorando o GeoGebra	82
APÊNDICE D – Atividade 1 proposta aos licenciandos	85
APÊNDICE E – Atividade 2 proposta aos licenciandos	88
APÊNDICE F – Atividade 3 proposta aos licenciandos	92
ANEXO A – Estrutura curricular do curso de Matemática – Licenciatura presente no Projeto Pedagógico	96
ANEXO B – Ementa da disciplina de Modelagem Matemática ofertada em 2016.1 apresentada no Projeto Pedagógico Exatas: Matemática Licenciatura	98

INTRODUÇÃO

Atualmente, o estudo das funções é tido como um tópico bastante relevante no Ensino Médio. Esse tema, que é indicado nas orientações curriculares para os primeiros anos do Ensino Médio, é citado nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (Brasil, 2000, p. 43-44), com argumentação de que: “[...] o conceito de função desempenha também papel importante para descrever e estudar, através da leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos tanto do cotidiano, como de outras áreas do conhecimento [...]”.

No conteúdo de funções utiliza-se, frequentemente, uma ou mais representações, como por exemplo, a representação algébrica e a representação gráfica. Por esse motivo, é razoável que os alunos demonstrem sentir dificuldades quando passam de uma representação para outra.

No entanto, não se pode negar que o uso das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) cresce velozmente em toda nossa sociedade, e que devido a este fato, o cenário da Educação tem mudado, possibilitando que as diferentes disciplinas do currículo possam ser trabalhadas com o auxílio das TIC.

Diante disso, uma estratégia que visa sanar algumas das dificuldades supracitadas, despertar o interesse e facilitar o processo de ensino e aprendizagem de Matemática é o uso de *softwares* educativos, que auxiliem na visualização gráfica, interpretação de propriedades e definições de funções. Dentre os *softwares* disponíveis, o GeoGebra se destaca por reunir geometria e álgebra; possibilitar o estudo gráfico de funções em geral; oferecer uma interface agradável; ter vários recursos para a análise gráfica; associar lei de formação e gráfico de cada função; ser em português e possuir *download* gratuito.

Embora sejam muitas as potencialidades que a inserção dos recursos tecnológicos oferece para a Educação, a literatura ressalva que a qualidade de sua utilização depende muito da forma como as propostas são interpretadas e colocadas em prática pelos professores.

Por esse motivo, é importante salientar que, é fundamental que o professor se sinta preparado ao utilizar o recurso tecnológico, uma vez que pode resultar apenas na troca de mídia, na qual o lápis e o papel é substituído pelo computador, como um caderno eletrônico, sem qualquer mudança ou reorganização na forma como tradicionalmente vem sendo feito ou, em outra hipótese, os computadores nem serão utilizados (Borba, 1996).

Nesta perspectiva, é plausível uma preocupação dos pesquisadores sobre como os professores podem inserir as TIC em suas práticas. Nóvoa (1995) defende que “é preciso fazer um esforço de troca e de partilha de experiências de formação, realizadas pelas escolas e pelas

instituições de Ensino Superior, criando progressivamente uma nova cultura de formação de professores” (p.30). Já Ponte (1997), enfatiza que o professor é um mediador no processo de construção do conhecimento. Como tal, ele pode fazer uso de um novo instrumento, as TIC, e sua preocupação centra forças na “criação, condução e contínuo aperfeiçoamento de situações de aprendizagem” (p.7). Para Penteado (2004), muitas vezes, o professor não está familiarizado com o computador, e o que ocorre são fenômenos relacionados com medo, incerteza e insegurança. Afinal, com a presença do computador, a aula passa a ter um novo cenário, exigindo que o docente elabore estratégias variadas para desenvolver seu trabalho. Situações em que o professor tem que responder ‘não sei’ ao aluno, e momentos em que um aluno terá mais conhecimento sobre determinado *software* ou instrumento computacional passam a ser mais frequentes nesse novo cenário, pois será ele quem conduzirá os alunos no sentido de explorar determinados conceitos.

Assim, é importante que os licenciandos vivenciem diferentes formas de trabalhar o conteúdo matemático, principalmente aquelas que utilizam o computador como aliado na aprendizagem, para que se sintam preparados ao utilizá-lo em suas aulas. Sobre esse ponto repousa a importância do nosso olhar para a formação inicial dos professores de Matemática.

Na experiência docente da pesquisadora sempre houve questionamentos e reflexões acerca da maneira mais adequada de mediar o processo de ensino e aprendizagem. O estudo de Matemática ligado ao uso de recursos tecnológicos esteve presente em boa parte do seu curso de Licenciatura em Matemática. No ano de 2012, desenvolveu um Projeto de Iniciação Científica que tinha como principal objetivo investigar quais as contribuições, tanto aos alunos quanto ao próprio professor, de atividades investigativas para o ensino do conteúdo de função polinomial do 1º grau, utilizando calculadoras gráficas como aliadas nesse ensino. A pesquisa, desenvolvida com uma turma do 1º ano do Ensino Médio, apontou uma motivação e envolvimento dos alunos ao participar das atividades propostas, além de uma boa interação destes com o artefato tecnológico.

Já em 2014, optou por utilizar ainda a abordagem investigativa, porém envolvendo agora o uso do computador, mais precisamente, do *software* GeoGebra, para analisar se a utilização deste tipo de abordagem e o *software* GeoGebra promoveria uma aprendizagem mais significativa, envolvendo mais os alunos, visto que a utilização desta ferramenta proporciona a eles um olhar mais dinâmico, possibilitando que aprendam a partir da exploração e da investigação de forma interativa. Com esta pesquisa, pode-se perceber que é possível envolver

os alunos com o cenário para investigação e que nesse envolvimento eles estabelecem diversas interações com a tecnologia do *software*.

Os resultados desses estudos e a partir de contatos com outros professores durante a carreira docente da pesquisadora, contribuíram para a sua convicção de realizar uma pesquisa, em nível de mestrado, com licenciandos em Matemática, para o estudo das funções polinomiais do 1º grau com o auxílio do GeoGebra.

Assim, foi construída a proposta desta investigação e delimitado o seu objetivo: estudar que contribuições e limitações a utilização do GeoGebra em atividades com abordagem investigativa relativas ao conteúdo de funções polinomiais do 1º grau pode trazer para a formação inicial de professores de Matemática. Especificamente buscamos:

- Elaborar e observar o desenvolvimento de uma proposta de trabalho com atividades exploratórias, com uma abordagem investigativa, de funções polinomiais do 1º grau, realizada com o auxílio do *software* GeoGebra, por estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática;
- Identificar as contribuições e possíveis dificuldades do uso do GeoGebra e da abordagem investigativa para o ensino do conteúdo de funções polinomiais do 1º grau desses futuros professores;
- Analisar as reflexões feitas por alunos de Licenciatura em Matemática, no movimento de resolução e discussão das atividades propostas com o auxílio do GeoGebra, para o ensino de funções polinomiais do 1º grau;
- Identificar se a utilização do *software* GeoGebra potencializa as Investigações Matemáticas e facilita o levantamento e o teste de conjecturas durante a realização das atividades;

Em vista de tais objetivos propostos nesse trabalho, nos próximos itens serão apresentados o referencial teórico que o norteia, o contexto da pesquisa de campo, assim como a discussão e análise dos dados.

1 AS TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO E SEUS IMPACTOS NA SOCIEDADE E NA EDUCAÇÃO

Não se pode negar que com o advento da tecnologia digital muita coisa mudou na vida das pessoas, já que são visíveis as inúmeras inovações e a presença constante de avanços tecnológicos que transformaram a sociedade contemporânea, sobretudo nas duas últimas décadas. Tais avanços causaram profundas transformações na forma de pensar, de ver, de viver e de sentir o mundo, caracterizando uma verdadeira revolução, não apenas no modo das pessoas terem acesso e compartilharem informação, mas na maneira de se relacionarem e agirem em um mundo que se virtualiza cada vez mais.

Entretanto, apesar de uma aparente imersão na era digital, não se deve deixar de identificar as preocupações decorrentes desse novo paradigma da informação. Uma delas se refere ao fato da adaptação dos integrantes dessa sociedade, visto que diante da evolução tecnológica, que está em constante mutação e em constante desenvolvimento, as relações humanas têm sido transformadas em todas as suas dimensões, sejam elas sociais, econômicas ou educacionais.

Nesta perspectiva, o uso das tecnologias, em especial da internet e dos computadores, quando aliada ao processo educativo, pode vir a ser um meio de integralização do indivíduo, que inserido em uma sociedade cada vez mais tecnológica, necessita de competências e habilidades para habitar esse ambiente. Segundo Mercado (2002):

Na chamada sociedade da informação, processos de aquisição do conhecimento assumem um papel de destaque e passam a exigir um profissional crítico, criativo, com capacidade de pensar, de aprender a aprender, de trabalhar em grupo e de se conhecer como indivíduo. Cabe à educação formar esse profissional para isso [...], no desenvolvimento de novas competências, como: capacidade de inovar, criar o novo a partir do conhecido, adaptabilidade ao novo, criatividade, autonomia e comunicação.
(p. 12)

No âmbito educacional, diversas pesquisas apontam que educadores têm se mobilizado no sentido de definir as melhores formas de apropriação das Tecnologia da Informação e Comunicação (TIC) e, ainda, concordam que a educação, por ser amplamente influenciada pela revolução tecnológica, deve concentrar estratégias educacionais que não se desvinculem do uso dos recursos tecnológicos, seja no seu planejamento ou na sua execução.

Nesse sentido VALENTE (2003) defende que:

A tecnologia na educação não é simplesmente um moldar de equipamentos com programas específicos, ou para transmitir conteúdos didáticos ou para deixá-la sob a dependência de um ensino mediado por máquinas, ao contrário, requer novas estratégias, metodologias e atitudes que superem o trabalho educativo tradicional ou mecânico. (p. 58)

No entanto, atenção maior deve ser dada à escola, já que a apropriação das tecnologias da informação e comunicação nesse ambiente tem ocorrido de forma lenta ao ser comparada com a velocidade que estas invadiram as diversas instâncias sociais. Assim, sendo a escola um dos espaços de formação social, esta precisa manter-se atualizada em relação às novas TIC, já que fazem parte do cotidiano da sociedade da informação. D'Ambrósio (2008) trata dessa questão de forma incisiva, quando afirma que:

A escola não se justifica pela apresentação de conhecimentos obsoletos e ultrapassados e muitas vezes morto, sobretudo ao se falar em ciência e tecnologia. Será essencial para a escola estimular a aquisição, a organização, a geração e a difusão do conhecimento vivo, integrado nos valores e expectativas da sociedade. Isso será impossível de se atingir sem a ampla utilização de tecnologia na educação. Informática e comunicação dominarão a tecnologia educativa do futuro. (p. 80)

Em pesquisa mais recente Borges e Valente (2014) salientam a importância de uma efetiva apropriação das TIC no ambiente escolar ao afirmarem que:

Acreditamos que as Tecnologias da Informação e Comunicação-TIC serão utilizadas nas escolas de maneira mais efetiva a partir do momento em que houver uma apropriação dessas tecnologias por aqueles que lá trabalham. Uma apropriação que, a priori, resultaria em processos mais efetivos de gestão, de ensino e de aprendizagem, capazes de fazer do espaço da escola um lugar mais prazeroso para a aquisição do conhecimento; de potencializar um currículo mais aberto à vida, ao que acontece no mundo, ao entorno e dirigido à solução criativa dos problemas, de reconhecer a relevância das circunstâncias, dos ambientes e dos climas nos processos de aprendizagem. Porém o desafio se configura quando se trata do uso das novas tecnologias a favor dos processos de gestão, de ensino e de aprendizagem. (p. 674)

Nesta vertente, quando refletimos sobre as inovações tecnológicas que podem se efetivar como oportunidades de recursos na educação básica, sem dúvida nos deparamos com diversos desafios, sejam eles estruturais ou de capacitação dos profissionais da educação. Por essa razão, são tratados, nos documentos oficiais, aspectos relevantes para o ensino de maneira geral, entre eles o uso apropriado dos recursos tecnológicos.

1.1 Os documentos oficiais e as TIC

Atualmente a educação brasileira utiliza documentos básicos que norteiam os processos de reflexão, planejamento e prática pedagógica em todas as escolas do país. Entre os principais documentos oficiais nos ataremos aos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio

(BRASIL, 2000), as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006) e a atual proposta da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), visto que estes defendem de forma enfática a utilização das TIC para os processos de ensino e de aprendizagem de diferentes áreas do conhecimento, dentre elas a Matemática.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM), que são a referência básica para a elaboração das matrizes de referência e foram elaborados para difundir os princípios da reforma curricular e orientar os professores na busca de novas abordagens e metodologias; a Biologia, a Física, a Química e a Matemática integram uma mesma área do conhecimento, denominada de área das Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Neste documento, três grandes competências, destacam-se, dentro de cada disciplina, como metas a serem perseguidas durante a etapa da escolaridade básica e complementar do ensino para todos os brasileiros, e especificamente na terceira competência, chamada de contextualização sociocultural, onde as TIC têm um papel fundamental. Dessa forma, são destacadas as seguintes competências que os alunos devem adquirir:

Reconhecer e avaliar o desenvolvimento tecnológico contemporâneo, suas relações com as ciências, seu papel na vida humana, sua presença no mundo cotidiano e seus impactos na vida social. Acompanhar criticamente o desenvolvimento tecnológico contemporâneo, tomando contato com os avanços das novas tecnologias nas diferentes áreas do conhecimento para se posicionar frente às questões de nossa atualidade. E em relação à área de Matemática, devem utilizar o conhecimento matemático como apoio para compreender e julgar as aplicações tecnológicas dos diferentes campos científicos. (BRASIL, 2000, p. 118)

Já nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio, que tem como objetivo principal contribuir para o diálogo entre professor e escola sobre a prática docente, é frisado que:

Uma forma de se tentar alcançar a autonomia intelectual é justamente não se prender a um modelo fechado, mas sim buscar alternativas que contribuam para o processo educativo, inclusive as diversificadas fontes de recursos para o ensino. É necessário material para desenvolver práticas experimentais indispensáveis para a construção da competência investigativa. E o uso adequado dos produtos das novas tecnologias é imprescindível, quando se pensa num ensino de qualidade e eficiente para todos. (BRASIL, 2006, p. 56-57)

Mais recentemente e ainda em caráter de discussão, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) apresenta os Direitos e Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento que devem orientar a elaboração de currículos para as diferentes etapas de escolarização, onde defende-se que:

Em um mundo cada vez mais tecnologicamente organizado, em que o acesso à informação é imediato para uma parcela significativa da população, a escola é chamada a considerar as potencialidades desses recursos tecnológicos para o alcance de suas metas. Uma parcela considerável de crianças, adolescentes e jovens brasileiros e brasileiras estão imersos, desde muito cedo, na cultura digital, explorando suas

possibilidades. A escola tem o importante papel de não apenas considerar essa cultura em suas práticas, mas, também, de orientar os/ as estudantes a utilizá-las de forma reflexiva e ética. (BRASIL, 2016, p. 50)

Nesse documento, as tecnologias da informação e comunicação são tratadas como instrumentos de mediação da aprendizagem, e as escolas, especialmente os professores, são aqueles que devem contribuir para que o estudante aprenda a obter, transmitir, analisar e selecionar informações.

As novas tecnologias de informação e comunicação vêm incorporadas aos campos de atuação, abrangendo múltiplos usos que delas fazem crianças, adolescentes e jovens, reconhecendo-se a necessidade de atenção especial a esse campo, na escola, como fator de inclusão no mundo digital. (BRASIL, 2016, p. 92)

Em suma, nos documentos supracitados são apresentadas inúmeras vantagens decorrentes da utilização das novas TIC na educação, como a criação de ambientes de aprendizagem em que a problematização, a atividade reflexiva, atitude crítica, capacidade decisória e a autonomia sejam privilegiados.

Entretanto, apesar da ênfase apontada nesses documentos e de existirem programas nas várias esferas governamentais que estão atingindo as escolas, sabe-se que ainda esse processo é feito muito timidamente. Afinal, o uso dos recursos tecnológicos traz também desafios de diferentes ordens, que são mais profundamente discutidos em diversos autores, como a aquisição de computadores e outros materiais para utilização eficaz destas tecnologias; manutenção contínua destes recursos, que muito rapidamente evolui em termos tecnológicos; contratação de profissionais capacitados que estejam disponíveis na escolas com suporte para o desenvolvimento de um trabalho pedagógico pautado na utilização de novas mídias e novos recursos didáticos; e a necessidade de reaver os conteúdos, metodologias e práticas que devem ser potencializadas com os instrumentos digitais (GUERREIRO, 2014, p. 299).

1.2 A tecnologia da informação e comunicação na formação inicial do professor de Matemática

Com o intuito de aliar a tecnologia ao ensino de Matemática, uma preocupação plausível nos remete à formação docente, visto que para a utilização de recursos tecnológicos, de maneira eficaz e com resultados significativos, o professor deve estar capacitado a trabalhar com estes artefatos.

A importância desta pesquisa está na temática das TIC na formação de professores de Matemática, em especial na sua formação inicial, tendo em vista a dificuldade que muitos desses profissionais enfrentam ao ministrarem suas aulas com o auxílio das TIC.

Discussões sobre a inserção da informática na prática docente e aspectos que a envolvem são tratados por diversas pesquisas na área de Educação Matemática. Diversos grupos de pesquisa se dedicam atualmente ao estudo das TIC no contexto da Educação Matemática, dentre eles o Grupo de Pesquisa em Tecnologias Digitais na Educação Matemática (TecDEM) da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP); o Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática (GEPIMEM) da Universidade Estadual Paulista (UNESP); o Grupo de Pesquisa Matemática, Computação, Tecnologias e Educação da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (UFRRJ); o Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática e Novas Tecnologias (GPEMNT), ligado à Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG); O Grupo de pesquisa em Matemática Aplicada a Computação da Universidade Federal do Tocantins (UFT).

Assim, nesse contexto de inserção do ambiente educacional na era tecnológica, uma discussão que merece destaque é a relação ao papel do professor nesse novo cenário. Valente (2003) enfatiza a sua preocupação com a capacitação dos professores no que se refere às estratégias educativas possibilitadas com uso das TIC na Educação, ao afirmar que “o problema da formação de professores para o uso pedagógico da informática é um dos maiores desafios a sua incorporação nas escolas. A formação deve coadunar a apropriação e o domínio adequado dessa tecnologia aos fundamentos necessários à renovação da cultura escolar”. (p. 65).

Apesar de o autor supracitado ter apontado sua preocupação com as TIC e a capacitação dos professores há mais de uma década, um outro estudo realizado por esse mesmo autor ainda evidencia que sua preocupação está se perpetuando, ao afirmar que

Somente implantar as TIC nas escolas não significa que elas serão integradas às atividades curriculares. Para tanto é necessário formar os professores e gestores das escolas para que possam realizar as mudanças necessárias em diferentes aspectos do processo educacional, como os espaços da escola, o tempo da aula, bem como as atividades curriculares. (VALENTE, MARTINS, 2011, p.134)

No que tange a essa formação inicial do professor de Matemática, em tempos de disseminação digital, parece-nos importante que enquanto discente em formação, esse futuro professor vivencie práticas pedagógicas coerentes com as que se esperam que venham a praticar, para que possa se sentir seguro ao incorporá-las à sua prática docente.

Mello (2004) reforça a importância de o futuro professor vivenciar, em sua formação inicial, experiências de aprendizagem envolvendo as TIC ao afirmar que:

[...] a aceitação e o uso pertinente das TIC devem passar primeiro pela experiência que o professor deverá ter como aluno que aprende com elas. É nessa situação de aprendizagem que o professor poderá perceber a riqueza e a facilidade que as mídias interativas permitem, como também as amplas possibilidades de construção coletiva de conhecimento e de aprendizagens colaboradas. (p. 178)

No entanto, o uso das TIC no ensino de Matemática pode ser observado diante de duas perspectivas extremistas: de um lado, há professores que tendem a supervalorizar a tecnologia, como se a sua utilização em sala de aula pudesse resolver todos os problemas de aprendizagem; por outro lado, existem professores que resistem em utilizá-las, já que tais artefatos podem fazer com que os alunos se reduzam a um simples repetidor de tarefas (BORBA; PENTEADO, 2012). Diante disso, é bastante plausível que as TIC não sejam encaradas como rivais ou libertadoras do ensino de Matemática, mas que atuem como facilitadores do processo de ensino e aprendizagem.

Nesta perspectiva, ao atuar em uma sociedade permeada pelas TIC, é importante que professor esteja preparado na inserção destas em suas aulas. Assim, em sua formação inicial, experiências que o permita contemplar essas tecnologias no ensino de Matemática, podem fazer com que esse futuro docente se sinta confiante ao incorporá-las em sua prática docente.

D'Ambrosio (2008) é enfático ao defender a importância do professor no processo educativo, porém aqueles que estiverem fechados às inovações não terão espaço na educação:

Não há dúvida quanto à importância do professor no processo educativo. Fala-se e propõe-se tanto educação a distância quanto outras utilizações de tecnologia na educação, mas nada substitui o professor. Todos esses serão meios auxiliares para o professor. Mas o professor, incapaz de utilizar desses meios, não terá espaço na educação. O professor que insistir no seu papel de fonte e transmissor de conhecimento está fadado a ser dispensado pelos alunos, pela escola e pela sociedade em geral. (D'AMBROSIO, 2008, p. 79-80)

De acordo ainda com esse autor, a educação enfrenta grandes problemas, e um dos quais ele considera o mais grave, que afeta particularmente a Educação Matemática “é a maneira deficiente como se forma o professor”.

Há inúmeros pontos críticos na atuação do professor, que se prendem a deficiências na sua formação. Esses pontos são essencialmente concentrados em dois setores: falta de capacitação para conhecer o aluno e obsolescência dos conteúdos adquiridos nas licenciaturas. (D'AMBROSIO, 2008, p. 83)

Neste sentido, é importante que nos cursos de formação inicial o currículo de formação do educador seja pensado com aplicabilidade imediata no âmbito da sala de aula, como podemos aferir nas Diretrizes Curriculares Nacionais para os cursos de Matemática (bacharelado e licenciatura) ao preverem que:

Desde o início do curso o licenciando deve adquirir familiaridade com o uso do computador como instrumento de trabalho, incentivando-se sua utilização para o ensino de Matemática, em especial para a formulação e solução de problemas. É importante também a familiarização do licenciando, ao longo do curso, com outras tecnologias que possam contribuir para o ensino de Matemática”. (BRASIL, 2003, p.6)

Em uma pesquisa que apresentou um estudo sobre a frequência e a finalidade do uso das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) nos cursos de licenciatura em Matemática, Martini e Bueno (2014) defenderam que a postura docente ao utilizar esses recursos tecnológicos não pode ser a de reproduzir os paradigmas tradicionais de ensino, cujo foco principal está no professor e na transmissão de conhecimentos, pois “não basta que a escola incorpore as tecnologias sem que haja uma mudança no modo de conceber o processo educativo. É preciso aproveitar tais recursos para desenvolver o senso crítico e a autonomia dos alunos na condução do conhecimento, pois essas características são indispensáveis para o cidadão contemporâneo” (p.395).

Com este intuito, esses autores realizaram um levantamento bibliográfico de estudos que apontaram o papel importante que as TIC desempenham na formação do professor de Matemática, onde se destacam os estudos realizados por:

- Costa e Lins (2010) que apresentam uma discussão teórica acerca da importância do professor de Matemática vivenciar na formação inicial momentos de reflexão e estudo coletivo sobre o uso das TIC no ensino dos conteúdos matemáticos;
- Sant'ana, Amaral e Borba (2012) que realizaram um estudo sobre cursos online de formação continuada para professores de Matemática realizados por meio de uma parceria entre a UNESP e uma rede nacional de escolas de ensino básico. O objetivo dos cursos foi familiarizar os professores com os recursos da tecnologia informática. A pesquisa permitiu traçar um mapa das diferentes escolhas dos professores com relação ao uso de tal tecnologia em sala de aula, tais como: o uso ou não, as semelhanças (ou não) das atividades realizadas por eles e o uso interdisciplinar;
- Azevedo, Puggian e Friedmann (2013) que trazem em seu estudo uma proposta integrada para a formação continuada de professores de Matemática, que associa o desenvolvimento de um site para a construção de WebQuests, oficinas interativas e um guia de apoio para o uso das TIC nas aulas de Matemática;
- Silva e Penteado (2013) que apresentam os resultados de uma pesquisa realizada com licenciandos em Matemática, com o objetivo de analisar suas reflexões acerca dos momentos imprevistos que surgiram durante o desenvolvimento de atividades de

geometria dinâmica, com o uso do *software* GeoGebra, para alunos do ensino médio. Os autores defendem a ideia de que “aulas de Matemática com uso de *softwares* de geometria dinâmica são mais propícias para ocorrerem imprevistos do que as que utilizam recursos tradicionais, caracterizando, assim, o que a literatura denomina de uma zona de risco” (SILVA; PENTEADO, 2013, p. 289). No entanto, consideram que é o movimento entre uma zona de conforto e uma zona de risco que traz maior possibilidade de aprendizagem tanto para os alunos como para os professores.

Em suma, a familiarização do licenciando com os recursos tecnológicos desde a sua graduação, pode contribuir com uma futura ampliação das possibilidades de suas utilizações como facilitadores da aprendizagem, desde que essa incorporação das novas tecnologias ao ensino seja adequada e com intencionalidade.

Dessa forma, diante da vasta possibilidade de conteúdos matemáticos a serem explorados, com o auxílio das TIC, na formação inicial de professores de Matemática, houve a necessidade que fizéssemos um recorte mais específico, no qual o conteúdo de funções Matemáticas, mais precisamente, as funções polinomiais do 1º grau, foi o tema escolhido. Por se tratar de um conteúdo que pode envolver diversos artefatos tecnológicos para o seu estudo, como, por exemplo, as planilhas eletrônicas, as calculadoras gráficas e os *softwares*, outro recorte foi necessário e, nesse caso, nossa opção foi a utilização do *software* GeoGebra para o desenvolvimento das atividades propostas aos licenciandos em Matemática.

Assim, o próximo capítulo tem como finalidade apresentar, dentre os diversos saberes de Matemática, as funções, em especial, a função polinomial do 1º grau, e também apresentar alguns *softwares* matemáticos que auxiliam nas Investigações Matemáticas desse conceito propostas aqui.

2 AS FUNÇÕES NA MATEMÁTICA

A compreensão e a formação do conceito de função pelo aluno são fundamentais, além de apresentar grande aplicabilidade em outras ciências, entretanto, a formação desse conceito é considerado longo e tumultuado. Rossini (2006) afirma que, o conceito de função, até alcançar o século XX, passa por diversos obstáculos: problemas relacionados à utilização do conceito na prática, problemas numéricos, algébricos e geométricos.

Nas antigas definições de função, as noções centrais eram de variação e de dependência; a noção de correspondência estava presente, mas de maneira implícita. Com o passar do tempo, houve um gradual desaparecimento das noções de variação, de dependência, até a chegada da correspondência arbitrária. (ROSSINI, 2006, p. 57)

Para Zuffi e Pacca (2000) tema de funções é considerado amplo, visto que:

[...] engloba tanto o conceito matemático de função, quanto as várias ideias que o circundam (como variável, conjunto, domínio, imagem, gráficos, equações, expressões analíticas, tabelas, etc.) e também as diversas situações-problema que possam estar relacionadas a este conceito. (ZUFFI; PACCA, 2000, p.10).

Nesta perspectiva, os elementos mediadores presentes na sala de aula devem ser considerados, uma vez que as autoras supracitadas entendem que “dentro da realidade escolar, não se podem desprezar a forte influência de elementos mediadores entre o aluno e o objeto de conhecimento, que passam pela linguagem do professor e do livro didático” (ZUFFI; PACCA, 2000, p.12). Dessa forma, parece-nos pertinente destacar o conceito de função e de função polinomial do 1º grau no âmbito de um livro didático do Ensino Médio, visto que para muitos professores, ele é o único material de que dispõem para preparar suas aulas.

2.1 O conceito de função em livros didáticos do Ensino Médio

O ensino de funções nas escolas brasileiras, sejam elas públicas ou privadas, se alicerça basicamente no 1º ano do Ensino Médio. A definição de função presente no livro didático de Dante (2005), por exemplo, consiste em uma variação de uma grandeza associada à variação de outra grandeza (por exemplo, número de litros de gasolina e preço a pagar: o preço a pagar é dado em *função* da quantidade de litros de gasolina que se coloca no carro) e não como subconjunto do produto cartesiano.

Nesse contexto, o autor introduz o ensino de funções com uma exploração intuitiva por meio de exemplos familiares aos alunos, para que eles possam associar o conteúdo a ser ministrado com a sua experiência de vida. Em seguida, a noção de função é feita por meio de conjuntos, na qual são definidos os conceitos de domínio, contradomínio, imagem,

representação algébrica através de fórmulas Matemáticas e representação gráfica com uma comparação com os conceitos citados anteriormente. Assim, como na maioria dos livros didáticos, segue-se definindo os tipos de funções e fazendo estudo das funções: polinomial do 1º grau (ou afim), polinomial do 2º grau (ou quadrática), modular, exponencial, logarítmica e trigonométrica.

No que tange a definição de função presente em seu livro, Matemática-Volume Único, Dante (2005) afirma que:

Dados dois conjuntos não-vazios A e B, uma função de A em B é uma regra que diz como associar cada elemento $x \in A$ a um único elemento $y \in B$. (p.34)

Já a função polinomial do 1º grau, é definida pelo mesmo autor da seguinte maneira:

Uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ chama-se função afim quando existem dois números reais a e b tal que $f(x) = ax + b$, para todo $x \in \mathbb{R}$. (p. 54)

Menna Barreto (2008) enfatiza que o ensino de todas as funções existentes não deve ser feito desvinculado uma das outras e alerta a importância da interpretação gráfica e manipulação algébrica na aprendizagem do aluno:

O estudo deste tópico no currículo médio brasileiro segue uma ordenação ainda tradicional e ditada, na maioria das vezes, pela sequência sugerida pelos livros didáticos. Os temas geralmente são tratados de forma independente e sem conexão alguma entre eles. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil 2002, 2006) mostram esta preocupação e fazem sugestões quanto ao tratamento deste conteúdo, sugerindo o vínculo do conceito de funções com a álgebra, alertando, porém, que a ênfase deve estar no conceito, suas propriedades, interpretação gráfica e aplicações, ao invés, do enfoque tradicional que privilegia as manipulações algébricas e uma linguagem excessivamente formal. (p. 1-2)

Dessa forma, torna-se de suma importância que o estudo das funções matemáticas sejam conectadas e priorizem a visualização gráfica e algébrica de seus conceitos, para que os alunos tenham uma aprendizagem significativa e compreendam de fato a relação existente entre o comportamento gráfico das funções e suas respectivas leis de formação.

2.2 O ensino de funções em documentos oficiais

Muito se indaga sobre como aplicar, no dia-a-dia dos alunos, o que é aprendido nas aulas de Matemática sobre o conteúdo de função. Por isso que no momento de ensinar funções é muito importante que o professor apresente para o aluno a importância desse conteúdo e como este poderá ser útil na sua vida.

A relevância que esse conceito desempenha decorre de sua conexão tanto com o cotidiano, como com outras áreas do conhecimento, tais como a Física, Geografia ou Economia, visto que os comportamentos de certos fenômenos dessas áreas são descritos através de funções.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) do Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental:

No trabalho com a Álgebra é fundamental a compreensão de conceitos como o de variável e de função; a representação de fenômenos na forma algébrica e na forma gráfica; a formulação e a resolução de problemas por meio de equações (ao identificar parâmetros, incógnitas, variáveis) e o conhecimento da sintaxe (regras para resolução) de uma equação. Para apoiar a compreensão desses conceitos pode-se lançar mão da construção e interpretação de planilhas, utilizando recursos tecnológicos como a calculadora e o computador. (BRASIL, 1998, p.84)

Nesse documento, dentre as orientações didáticas para esses ciclos, relativas ao ensino e aprendizagem do conteúdo de função, destacam-se basicamente:

- Não fazer uma abordagem excessivamente formal nesse nível de ensino (visto que tal conteúdo será ampliado e consolidado no 1º ano do Ensino Médio);
- Utilizar gráficos para o desenvolvimento de conceitos e procedimentos algébricos e para mostrar a variedade de relações possíveis entre duas variáveis;
- Propor situações-problema sobre variação de grandezas para que o aluno possa desenvolver a noção de função;
- Utilizar *software* educativo, que apresentam planilhas ou gráficos.

Já em relação as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (2006), função é um conteúdo importante da Matemática, pois:

O estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria Matemática. Assim, a ênfase do estudo das diferentes funções deve estar no conceito de função e em suas propriedades em relação às operações, na interpretação de seus gráficos e nas aplicações dessas funções. (BRASIL, 2006, p. 121)

Nesse sentido, ao aprender o conceito de função, o aluno deverá ser capaz de associar diferentes funções a gráficos correspondentes, além de saber ler as diferentes linguagens e representações de variação de grandezas. Dessa forma, descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos são habilidades imprescindíveis ao discente do 1º ano do Ensino Médio, segundo o documento supracitado.

No que diz respeito a Base Nacional Comum Curricular, especial destaque deve ser dado ao estudo das funções “por seu papel como modelo matemático para analisar e interpretar relações de dependência entre variáveis de duas grandezas em fenômenos do mundo natural ou social”. (BRASIL, 2016, p. 576)

Especificamente no estudo das funções polinomiais do 1º grau (função afim), esse documento aborda que os objetivos de aprendizagem, citados na unidade de conhecimento matemático – Álgebra e Funções, referem-se a reconhecer função afim e suas representações algébrica e gráfica, identificar o modelo de variação e a taxa de variação, incluindo os casos em que a variação é proporcional (linear):

O trabalho com função afim deve ser realizado de modo a proporcionar ao estudante compreender o modelo de variação que se estabelece entre as variáveis envolvidas e perceber aspectos importantes como taxa de variação, crescimento e decréscimo, incluindo os casos em que a relação entre as variáveis envolvidas é proporcional, o caso da função linear. (BRASIL, 2016, p. 576)

Em suma, nas orientações curriculares nacionais, podemos encontrar destaque dado à representação algébrica e gráfica de uma função polinomial do 1º grau, à taxa de variação desse tipo de função, assim como ao caso particular de função polinomial do 1º grau, a função linear. Todos os conceitos supracitados são propostos na exploração a ser desenvolvida, nesta pesquisa, com os licenciandos em Matemática.

2.3 Dificuldades na compreensão do conceito de função

Conforme descrito anteriormente, o tema de função possui uma ampla abordagem de conceitos. Nessa perspectiva, parece-nos razoável que alunos da Educação Básica, da Educação Superior e até mesmo professores de Matemática vivenciem algumas dificuldades referentes a esse conteúdo matemático.

Estudos têm relatado que são inúmeras as dificuldades que essas três classes se deparam em relação ao conceito matemático de função, como: a sua representação, seja ela na forma gráfica ou algébrica, bem como as suas respectivas interpretações, além da transformação de uma função apresentada na forma gráfica para a forma algébrica e vice-versa.

Um desses estudos, realizado por Lima (2008), dispõem ainda de pesquisas que apresentam sugestões que objetivam possíveis soluções capazes de minimizar os problemas dos licenciandos em Matemática (nossa classe de maior interesse) ao superar as dificuldades na aprendizagem do conceito de função.

As sugestões reunidas e classificadas pelas suas características básicas buscam auxiliar na compreensão do que está sendo pesquisado e aplicado na prática, em relação à aprendizagem do conceito de função. O estudo dos gráficos como representação e significação do conceito de função é o conhecimento mais abordado pelos pesquisadores. (LIMA, 2008, p. 53)

Dentre essas pesquisas se destacam os estudos realizados por:

- Trindade e Moretti (2000), que defendem que o estudo analítico de funções deve surgir diante de atividades realizadas pelas representações numéricas e gráficas, com a finalidade de auxiliar o aluno a compreender as transformações e regularidades dos fenômenos; que explorar o significado de variável, dependência, regularidade e generalização pode fazer com que os licenciandos compreendam de fato o conceito e finalmente, acrescentam que o trabalho com gráficos deve ser realizado de forma diferenciada a fim de que o professor em formação possa visualizar padrões algébricos, além de perceber que existem gráficos não definidos algebricamente.
- Para Rêgo (2000), analisar experimento de decrescimento de variável dependente, como variável independente, com dados gerados, registrados e analisados pelo próprio aluno, pode causar impacto significativo e positivo nas estruturas mentais sobre o conceito de função.

Podemos notar que para alcançar as sugestões acima, uma possibilidade para o ensino de funções é a utilização de um *software* que potencialize esse estudo, auxiliando dessa forma a investigação das regularidades presentes no conceito.

2.4 Os *softwares* educativos: aliados do processo de ensino e aprendizagem

O uso de recursos tecnológicos que auxiliam na aprendizagem dos alunos está cada vez mais presente no cotidiano escolar. No que tange o ensino de Matemática, a incorporação de ferramentas digitais nas aulas representa uma alternativa para torná-las mais interessantes, onde uma estratégia que visa sanar algumas dificuldades e facilitar o processo de ensino e aprendizagem é a utilização de *softwares* educativos. O uso deste recurso evidencia uma forma de dinamização no ensino e motivação pela aprendizagem da Matemática, visto que os conceitos são construídos a partir da informática, que está presente na realidade da maioria dos alunos.

Assim, com a finalidade de levar o aluno a construir um determinado conhecimento referente a um conteúdo didático, o *software* educativo surge como uma opção a ser utilizada pelo professor em suas aulas. De acordo com Sancho (1998), “o *software* educativo é um

conjunto de recursos informáticos projetados com a intenção de serem usados em contexto de ensino e aprendizagem”. (p. 169)

De acordo com Borba (1996) fazendo-se “uma análise dentro dos parâmetros da Educação Matemática, os ambientes de aprendizagem propiciados por *softwares* educativos podem aprimorar a didática em sala de aula dos conteúdos curriculares e potencializar o processo de ensino e aprendizagem, enfatizados pela Experimentação Matemática, o que acarreta novas possibilidades de conceituação, dentro de uma visão construtivista, onde o aluno não é mais ensinado, mas é o artífice do seu próprio conhecimento”.

Nesse contexto, Bona (2009) enfatiza que a utilização do computador e de *softwares* educativos propicia aos alunos um olhar diferenciado para o ensino, já que:

Os *softwares* educativos podem ser um notável auxiliar para o aluno adquirir conceitos em determinadas áreas do conhecimento, pois o conjunto de situações, procedimentos e representações simbólicas oferecidas por essas ferramentas é muito amplo e com um potencial que atende boa parte dos conteúdos das disciplinas. Estas ferramentas permitem auxiliar aos alunos para que deem novos significados às tarefas de ensino e ao professor a oportunidade para planejar, de forma inovadora, as atividades que atendem aos objetivos do ensino. (BONA, 2009, p.36)

É possível encontrar ainda, como em documentos oficiais, a importância da utilização de recursos tecnológicos para se trabalhar diversos conteúdos matemáticos, conforme ressaltam as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (2006):

Já se pensando na Tecnologia para a Matemática, há programas de computador (*softwares*) nos quais os alunos podem explorar e construir diferentes conceitos matemáticos. Estes programas apresentam recursos que provocam, de forma muito natural, o processo que caracteriza o “pensar matematicamente”, ou seja, os alunos fazem experimentos, testam hipóteses, esboçam conjecturas, criam estratégias para resolver problemas. (BRASIL, 2006, p.88)

Nesse documento, são mencionados diversos conteúdos matemáticos que podem ter o *software* como aliado no ensino, seguidos de sugestões que orientam o professor sobre a finalidade de utilizá-lo.

Para o estudo das funções, das equações e das desigualdades da geometria analítica (retas, círculos, cônicas, superfícies), tem-se uma grande variedade de *softwares*. Em muitos desses programas, pode-se trabalhar tanto com coordenadas cartesianas como com coordenadas polares. Os recursos neles disponibilizados facilitam a exploração algébrica e gráfica, de forma simultânea, e isso ajuda o aluno a entender o conceito de função, e o significado geométrico do conjunto-solução de uma equação – inequação. (BRASIL, 2006, p.89)

Todavia, é importante ressaltar que o computador e o *software* não podem ser usados apenas para encontrar respostas de forma rápida, mas sim como estimulador de ideias e

raciocínios. Afinal, tais recursos buscam que o próprio aluno construa o seu conhecimento. Daí a importância de um planejamento didático por parte do professor, que ao optar por um trabalho diferenciado, deverá estar preparado para lidar com situações inesperadas e dessa forma, contribuir para que o recurso tecnológico cumpra sua finalidade como ferramenta para entender a Matemática.

2.5 Softwares educativos de Matemática para o ensino de função

No que diz respeito especificamente ao conteúdo de funções, os *softwares* educativos visam potencializar a visualização gráfica, a interpretação de propriedades e a definição de função, por exemplo.

Segundo a Base Nacional Comum Curricular, o uso de *softwares* se constitui uma ferramenta fundamental para o estudo das funções, sobretudo para analisar variações quando se modificam parâmetros, ou seja, analisar a alteração de um comportamento gráfico decorrente da modificação do valor de um termo da função.

Entre os que oferecem possibilidade de trabalhar com gráficos de funções destacam-se *Cabri-Géomètre*, *Graphequation* (figura 1), *Graphmática* (figura 2), *Mathgv* (figura 3), *Archim* (figura 4), *Kmplot* (figura 5), *Zgrapher* (figura 6), *Winplot* (figura 7), *Aplusix*, *Winfun*, *Modelus*, *Régua e Compasso*, *Poly*, *Thales*, *WinMat*, *GeoGebra* (figura 8), e muitos outros.

Diante da realidade da maioria das escolas brasileiras, faz-se necessária a utilização do *software* gratuito, uma vez que o mesmo permite a redistribuição. Dessa forma, é possível trabalhar com a ferramenta em todos os locais. Nesse intuito, serão apresentados a seguir alguns *softwares* que, conforme descrito no manual do usuário, são de livre utilização e redistribuição. Uma coletânea desses programas está disponível no site Educação Matemática e Tecnologia Informática, em <http://www.edumatec.mat.ufrgs.br>¹, que tem como um dos objetivos a apresentação de material que trate do potencial da tecnologia informática no âmbito da Educação Matemática escolar, em especial a seleção de *software*. Tal site é citado nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio (2006) ao mencionar o uso da tecnologia no ensino de Matemática.

GRAPHEQUATION: É um *software* utilizado para a plotagem de gráficos de funções em coordenadas cartesianas e polares.

¹ Acesso em 12 de março de 2017.

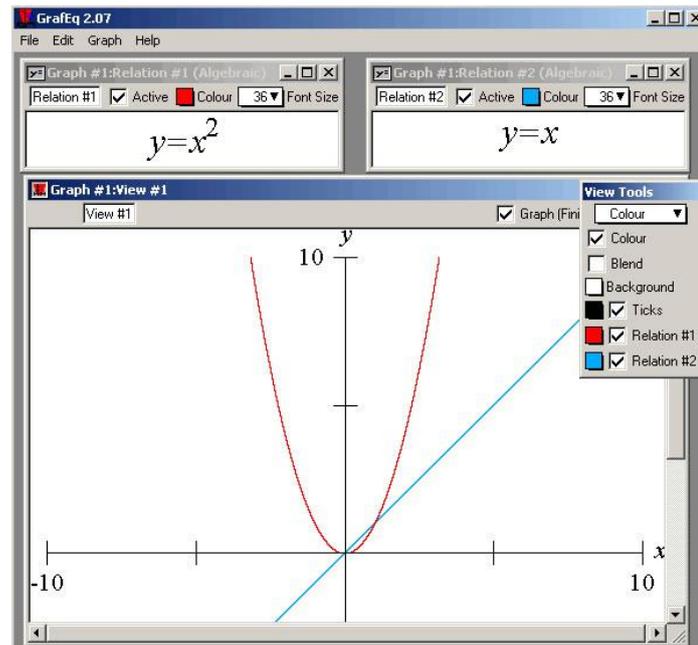


Figura 1 – Interface do *software* GRAPHEQUATION

Fonte: <http://www2.mat.ufrgs.br/edumatec/software/interfaces/graphequation.jpg>

GRAPHMATICA: *Software* que permite que se construa gráficos a partir de funções elementares. Possui ainda a opção de se trabalhar em coordenadas polares, cartesianas e em escalas logarítmicas. É uma criação de K. Hertzler.

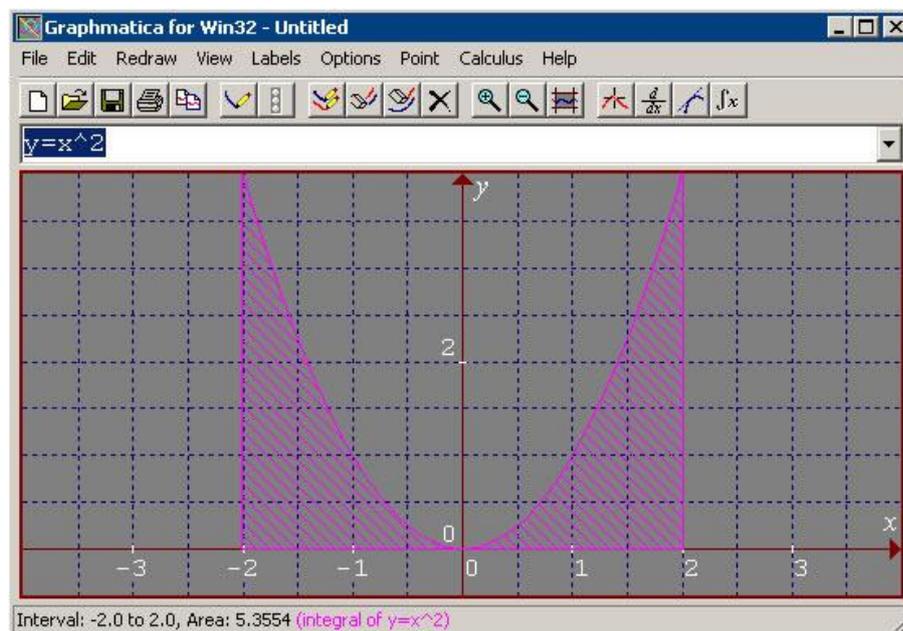


Figura 2 – Interface do *software* GRAPHMATICA

Fonte: <http://www2.mat.ufrgs.br/edumatec/software/interfaces/graphmatica.jpg>

MATHGV: *Software* que permite que se construa gráficos a partir de funções elementares. Possibilita que se construa gráficos em duas e três dimensões e em coordenadas polares.

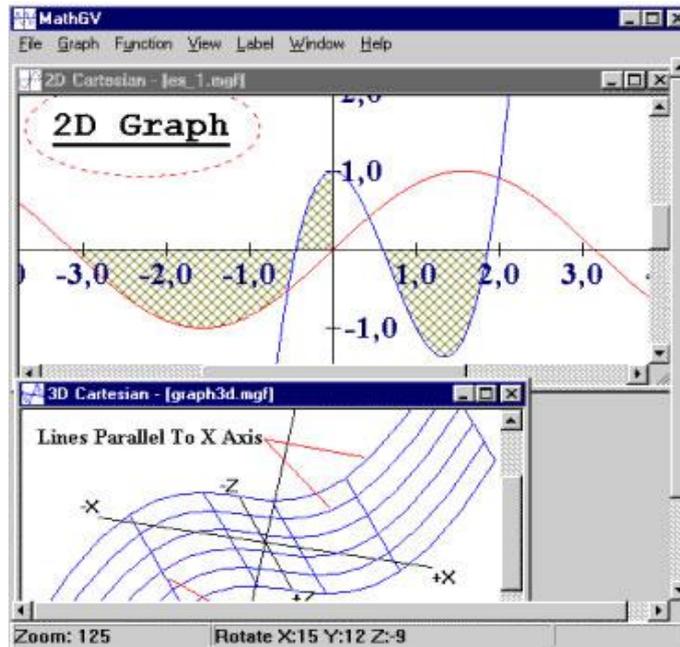


Figura 3 – Interface do *software* MATHGV

Fonte: <http://www2.mat.ufrgs.br/edumatec/software/interfaces/mathgv.jpg>

ARCHIM: é um programa que apresenta os grafos de todos os tipos de funções. É possível definir um grafo, em coordenadas polares e esféricas, explicitamente e parametricamente em um avião e em espaço (superfície).

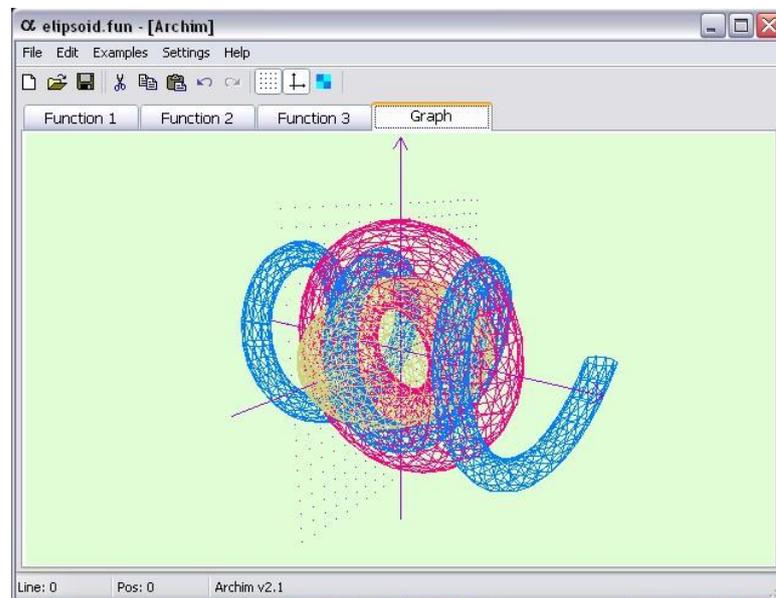


Figura 4 – Interface do *software* ARCHIM

Fonte: <http://www.baixaki.com.br/download/archim.htm>

KMPLOT: Pode ser usado para desenhar as funções cartesianas, paramétricas e as funções nas coordenadas polares. Aceita vários modos de grade e os desenhos podem ser impressos com

alta precisão na escala perfeita. Pode-se também desenhar várias funções simultaneamente e combiná-las para criar funções novas.

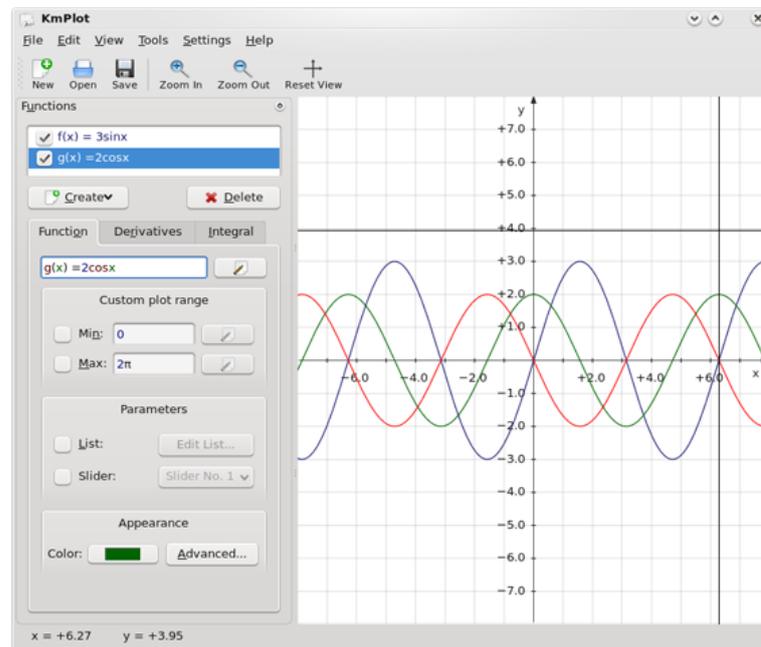


Figura 5 – Interface do *software* KMPLOT

Fonte: www.kde.org%2Fimages%2Fscreenshots%2Fkmplot.png&imgref

ZGRAPHER: é uma calculadora gráfica. É possível plotar funções $y(x)$, $x(y)$, polares, paramétricas e tabela de funções definidas. Pode também comentar seus gráficos utilizando rótulos e legenda, obter derivadas, tangentes, normais e calcular integrais.

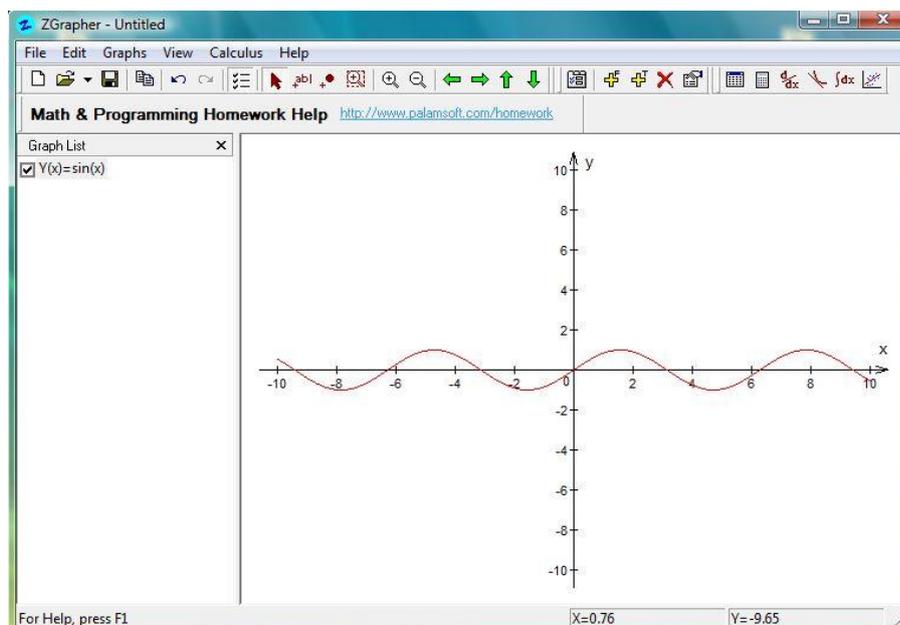


Figura 6 – Interface do *software* ZGRAPHER

Fonte: http://www.cienciamao.usp.br/dados/exe/_zgrapher.zoom.jpg

WINPLOT: *Software* que permite que se construa gráficos a partir de funções elementares. Possibilita que se construa gráficos em duas e três dimensões e ainda que se trabalhe com operações de funções.

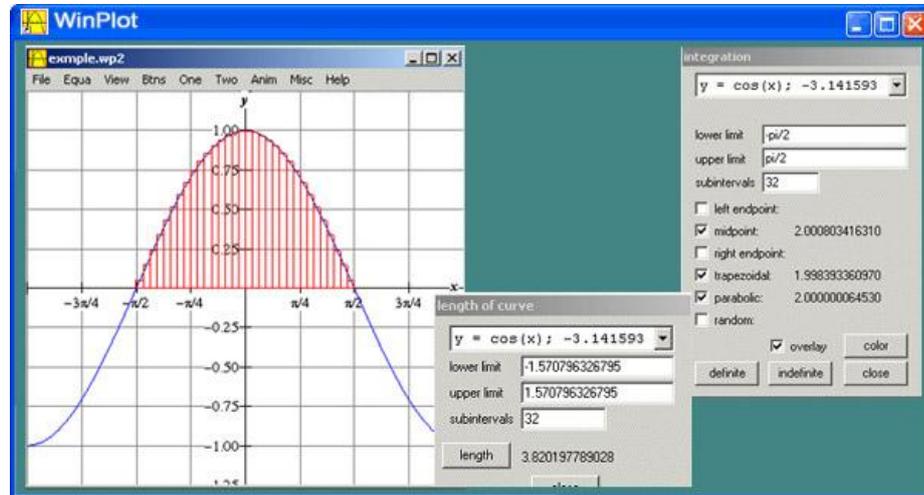


Figura 7 – Interface do *software* WINPLOT

Fonte: <http://www.ibilce.unesp.br/#!/departamentos/matematica/extensao/lab-mat/software-matematicos/>

GEOGEBRA: É um *software* de Geometria Algébrica que possibilita a construção de objetos geométricos com "manipulação" das figuras e exploração da expressão analítica das curvas. O programa permite realizar construções geométricas com a utilização de pontos, retas, segmentos de reta, polígonos etc., assim como permite inserir funções e alterar todos esses objetos dinamicamente, após a construção estar finalizada. Equações e coordenadas também podem ser diretamente inseridas.

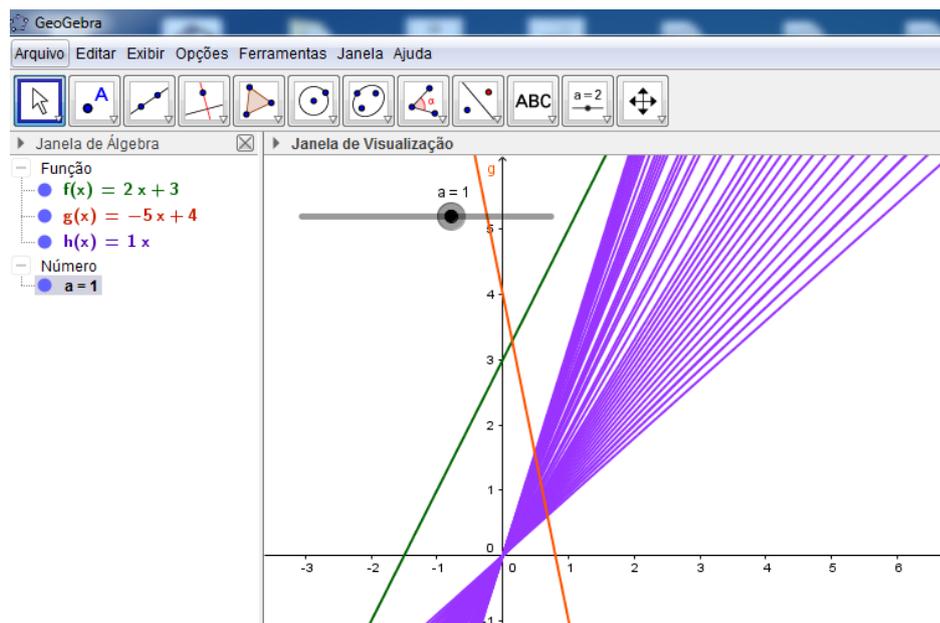


Figura 8 – Interface do *software* GeoGebra, com as ferramentas de " controle deslizante " e " habilitar rastro " ativas

Fonte: Elaborada pelo autor

Na pesquisa aqui proposta, optamos pela utilização do *software* GeoGebra devido a alguns fatores: sua licença é livre (gratuita), encontra-se disponível em português, não requer conexão à internet e conta com uma interface simples e diversos tutoriais, o que facilita a sua manipulação. Para a realização desta pesquisa foi utilizada a versão GeoGebra 5.0.255.0-3D.

2.6 O *software* GeoGebra para o ensino de funções

O GeoGebra (www.geogebra.org) foi criado por Markus Hohenwarter em 2001, que o denominou dessa maneira por se tratar de um *software* de geometria dinâmica desenvolvido para funcionar como recurso didático no ensino de Geometria e Álgebra. Trata-se de um *software* gratuito e multiplataforma (programa ou sistema que roda em mais de uma plataforma) para todos os níveis de ensino, que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo numa única aplicação.

Possui uma janela gráfica que permite visualizar e fazer uma conexão entre a fórmula algébrica e sua respectiva representação geométrica, simultaneamente. Assim, o GeoGebra tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, duas representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si. Este “trabalhar simultâneo” foi um dos aspectos que levou à opção pelo *software* GeoGebra para a realização das atividades para o ensino de funções polinomiais do 1º grau.

Para aprender os comandos básicos, o próprio programa dispõe de um tutorial, na opção “Ajuda”, simples e explicativo. Segundo Lopes (2013):

Entre suas funcionalidades, fáceis de aplicar, mesmo para os iniciantes, está a alternativa de mudar as cores, as formas e espessuras de linhas, escolhendo exibi-las ou não, trabalhar com geometria dinâmica e fazer animação. Além de possuir todas as características que outros *softwares* de geometria têm. Outra grande vantagem é que, além de agilizar os processos de construção gráfica, há precisão em sua construção, algo difícil de conseguir com apenas régua e compasso. (p.6)

Atualmente, o GeoGebra é usado em 190 países, traduzido para 55 idiomas, são mais de 300000 downloads mensais, 62 Institutos GeoGebra em 44 países para dar suporte para o seu uso. De acordo com o site da organização, 4 dos 62 institutos espalhados pelo mundo ficam em território brasileiro, sendo eles:

- Instituto GeoGebra no Rio de Janeiro tem sua sede no Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal Fluminense (UFF);
- Instituto GeoGebra de São Paulo, com sede na Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia da Pontifícia Universidade Católica São Paulo (PUC-SP);

- Instituto GeoGebra de Minas Gerais, do Campus do Mucuri da Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri (UFVJM);
- Instituto GeoGebra de Goiás, sob a responsabilidade da Universidade Federal de Goiás (UFG).

Ao utilizar o GeoGebra especificamente no estudo de funções polinomiais do 1º grau, ambicionou-se usufruir do benefício de construir instantânea e interativamente as representações gráficas a partir de expressões algébricas. Tal conveniência possibilitaria o estudo dos papéis desempenhados, no gráfico, pelos coeficientes angular e coeficiente linear, assim como a raiz ou zero da função, taxa de variação da função, equação da reta, entre outros.

A utilização do *software* GeoGebra como aliado no ensino de Matemática é um tema bastante recorrente, visto que há inúmeros relatos na literatura da Educação Matemática. A seguir, serão apresentadas algumas dessas pesquisas.

Diversos trabalhos sobre o ensino de funções mostram que de fato *softwares* educativos, como o GeoGebra, favorecem a aprendizagem por facilitarem a visualização de gráficos e sua interpretação, e a tradução do tipo de função, mas o aluno precisa ser capaz de associar seu conhecimento às informações fornecidas pelo programa (SOARES, 2012).

Bazzo (2009), com o objetivo de contribuir no processo do estudo da função afim e da função quadrática optou pelo uso do aplicativo Planilha de Cálculo e o *software* GeoGebra. Seu trabalho, que contou com atividades desenvolvidas no 1º ano do Ensino Médio, apontou esses recursos como promotores de uma aprendizagem significativa e prazerosa.

Lopes Júnior (2013) apresenta uma sugestão de estratégia didática sequencial com os conteúdos de funções afim, quadrática, exponencial, logarítmica e trigonométrica, que utiliza o *software* GeoGebra para a explanação de alguns de seus conceitos de forma interativa e dinâmica. No desenvolvimento do trabalho, o autor pode verificar que o uso do GeoGebra nas aulas de Matemática permitiu um grande avanço no ensino de funções por meio da manipulação de seus respectivos gráficos.

Lima (2013) propôs atividades com o *software* GeoGebra para o ensino de funções. Essas permitiriam a construção, visualização e exploração, além de possibilitarem experimentar e investigar situações, criar hipóteses e manipular dados.

Damasco Neto (2010) enfatiza que nesse ambiente informatizado os objetos matemáticos passam a ter representações mutáveis, diferente dos tradicionais ambientes "lápiz e papel" ou "giz e quadro-negro".

Tal dinamismo é permitido através da manipulação direta sobre os objetos presentes na tela do computador. Por exemplo: em geometria os elementos de um desenho são manipuláveis (o centro e o raio de uma circunferência, a reta e os pontos pelos quais ela fora definida); no estudo de funções de primeiro grau as suas respectivas representações gráficas são objetos manipuláveis permitindo descrever a relação de crescimento/decrescimento entre os coeficientes e suas respectivas representações algébricas. (DAMASCO NETO, p.69)

Em suma, podemos encontrar diversos autores, como os supracitados, que destacam o GeoGebra como um recurso capaz de enriquecer o ambiente de aprendizagem, e que para esse estudo é de relevante importância, pois apontam resultados expressivos acerca das potencialidades e contribuições desse *software*.

2.7 O estudo da função polinomial do 1º grau aliado às Investigações Matemáticas

A interatividade é um dos principais fatores que faz do *software* GeoGebra uma ferramenta expressiva, já que possibilita que o aluno deixe de ser passivo no seu processo de aprendizagem e atue ativamente nesse processo, vivenciando experiências únicas, fazendo conjecturas e análises, construindo o conhecimento através de atividades exploratórias e de investigação, criando sua própria autonomia. Nesta perspectiva, a utilização deste programa na realização de tais atividades pode ainda contribuir para que se crie um ambiente propício ao desenvolvimento da capacidade crítica e de comunicação Matemática dos alunos.

Por essa razão, um aspecto que merece ser destacado se refere à utilização da abordagem investigativa nas atividades de funções polinomiais do 1º grau propostas neste trabalho. Através de leituras sobre Investigações Matemáticas, percebe-se que trabalhar a metodologia de ensino de Matemática através de atividades investigativas, seria algo interessante para os alunos de um curso de formação de professores, pois estes, serão colocados diante de situações problematizadoras e cada vez mais serão instigados a descobrirem certas propriedades, tentar demonstrá-las, observar e relacionar padrões, sempre usando o princípio investigativo.

Dessa forma, ao realizar atividades desse tipo o licenciando estaria mais apto a trabalhá-las com seus alunos futuramente, podendo contribuir para o desenvolvimento destes em vários níveis: (i) na aprendizagem do que são e como se fazem investigações; (ii) na aprendizagem de conceitos, ideias e procedimento matemático; (iii) na aprendizagem de objetos curriculares transversais, como a capacidade de comunicação e o trabalho em grupo; e (iv) na formação de

novas concepções e atitudes em relação à Matemática (PONTE, BROCARDI e OLIVEIRA, 2013).

Nesse sentido, apresentar ao licenciando em Matemática uma abordagem investigativa que utiliza artefatos tecnológicos como o *software*, para que sua prática educativa também seja pautada num conhecimento teórico, prático, pedagógico e didático que visa trabalhar com ferramentas de ensino diferenciadas, pode vir a ser uma alternativa que potencializa o ensino, tornando o aluno um sujeito ativo em sua aprendizagem e possibilitando que a Matemática não seja vista como uma disciplina de difícil assimilação.

2.7.1 Características de uma Investigação Matemática – Possibilidades teóricas

Um estudo português (PONTE, 2002) mostrou que a realização de investigações Matemáticas nas aulas pode colaborar na promoção da aprendizagem dos alunos, já que os levam a desenvolver novas capacidades e a adquirir novos conhecimentos.

A seguir, a abordagem investigativa estará descrita sob o ponto de vista de conhecidos estudiosos dessa metodologia para o ensino de Matemática. No entanto, poderemos notar que a investigação assume algumas perspectivas distintas para os autores citados nesse trabalho. Enquanto para Ponte, Brocardo e Oliveira (2013) ela pode ser compreendida como uma simulação, na sala de aula, do trabalho dos matemáticos profissionais, para Alrø e Skovsmose (2010), o principal objetivo da investigação é criar uma contraposição ao paradigma do exercício através de uma proposta de exploração e justificação Matemática pelos alunos.

2.7.2 Investigar para Ponte, Brocardo e Oliveira

Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), a realização de uma investigação Matemática envolve quatro momentos principais. O primeiro abrange o reconhecimento da situação, a sua exploração e a formulação de questões. No segundo momento os dados obtidos são organizados de forma clara e as conjecturas são formuladas. O terceiro inclui a realização dos testes e refinamento das conjecturas. E, finalmente, o último momento refere-se à argumentação, à demonstração e à avaliação do trabalho realizado.

Cada etapa pode ser visualizada no quadro a seguir:

Quadro 1 – Momentos na realização de uma investigação

Exploração e formulação de questões	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Reconhecer uma situação problemática ▪ Explorar a situação problemática ▪ Formular questões
Conjecturas	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Organizar dados ▪ Formular conjecturas (e fazer afirmações sobre uma conjectura)
Testes e reformulação	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Realizar testes ▪ Refinar uma conjectura
Justificação e avaliação	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Justificar uma conjectura ▪ Avaliar o raciocínio ou o resultado do raciocínio

Fonte: PONTE, BROCARDO e OLIVEIRA (2013, p.21)

Os autores supracitados alertam que é importante o professor propor o desafio a seus alunos, incentivando-os a serem “pequenos exploradores”, pois dessa forma transmitirá a aula um caráter diferente do qual os alunos estão habituados. Torna-se imprescindível também que o aluno se sinta à vontade e que lhe seja dado tempo suficiente para pensar, explorar suas ideias, formular questões e exprimi-las tanto ao professor como aos seus colegas.

De acordo com os autores, neste tipo de atividade, o professor é chamado a desempenhar um conjunto de papéis bem diversos: desafiar os alunos, avaliar os seus progressos, raciocinar matematicamente e apoiar o trabalho de seus alunos. Também tem de manter o equilíbrio entre a autonomia necessária dada ao aluno, para não comprometer sua autoria na investigação, e garantir que o trabalho do aluno flua naturalmente e de maneira significativa. Assim, o papel do professor é determinante para que em cada uma dessas ações haja a garantia de que todos os alunos compreenderam bem as formas de desenvolvimento e execução da atividade.

2.7.3 O cenário investigativo de Alrø e Skovsmose

De acordo com Alrø e Shovsmose (2010), uma aula tradicional tem a seguinte organização: o professor apresenta conceitos e técnicas aos alunos, eles a aplicam de forma direta em exercícios que, em sua maioria, são de um livro didático, e o professor faz a correção. Os alunos passam a maior parte do tempo resolvendo exercícios que não são preparados por eles nem pelo professor, caracterizando um ensino preestabelecido. Essa organização coloca o exercício como uma parte fundamental da aula, por isso tal modelo é denominado pelos autores como paradigma do exercício.

Ainda segundo esses autores, há diversas maneiras de se desafiar o paradigma do exercício: pela resolução e proposição de problemas, através de abordagens temáticas, trabalho com projetos, etc. A expressão “abordagens investigativas” nomeia esse conjunto de metodologias. Neste contexto, um ambiente que pode dar suporte a um trabalho de investigação é denominado de cenário para investigação. É imprescindível frisar que o cenário somente se torna um cenário para investigação se os alunos aceitam o convite. A aceitação desse convite depende de três fatores, a saber: da natureza do convite, pois a proposta de investigação pode não ser atrativa para muitos alunos; do professor, já que ao se fazer o convite, este soe como um comando para alguns alunos e; certamente, depende dos alunos, afinal no momento do convite, eles podem ter outras prioridades.

De acordo com Skovsmose (2000):

Um cenário para investigação é aquele que convida os alunos a formularem questões e procurarem explicações. O convite é simbolizado pelo “O que acontece se ...” do professor. O aceite dos alunos ao convite é simbolizado por seus “Sim, o que acontece se ...”. Dessa forma, os alunos se envolvem no processo de exploração. O “Por que isto ...?” do professor representa um desafio e os “Sim, por que isto ...” dos alunos indica que eles estão encarando o desafio e que estão procurando explicações. Quando os alunos assumem o processo de exploração e explicação, o cenário para investigação passa a constituir um novo ambiente de aprendizagem. No cenário para investigação, os alunos são responsáveis pelo processo. (p. 73)

Dessa forma, ao se mover do paradigma do exercício em direção ao cenário para investigação, a autoridade do professor da sala de aula tradicional de Matemática pode ser substituída por um professor que atue como facilitador ao fazer perguntas com uma postura investigativa, tentando conhecer a forma com que o aluno interpreta o problema. Este tipo de abordagem pode despertar o desenvolvimento de novas habilidades e envolver os alunos ativamente no seu processo de ensino e aprendizagem, constituindo uma poderosa forma de construção do conhecimento.

Assim, o interesse de Alrø e Skovsmose (2010) pela investigação está na reflexão sobre a Matemática e como ela interfere em nossa sociedade, uma vez que ela faz parte de nossa cultura tecnológica, política e econômica, e não apenas como um assunto a ser ensinado e aprendido.

Neste trabalho, acreditamos que a utilização do *software* GeoGebra pode potencializar as Investigações Matemáticas, visto que, com uma linguagem simples, construções gráficas podem ser movimentadas e alteradas e ainda assim podem ser retornadas à posição e à forma iniciais.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Com o propósito de atender ao objetivo dessa pesquisa, de estudar que contribuições e limitações a utilização do GeoGebra em atividades com abordagem investigativa relativas ao conteúdo de funções polinomiais do 1º grau pode trazer para a formação inicial de professores de Matemática e responder as questões que a norteiam, esta pesquisa será de natureza qualitativa, pois esta possui características que melhor se adequam ao trabalho proposto.

Neste tipo de pesquisa, a fonte de dados é o próprio ambiente natural, e o principal instrumento da pesquisa é o próprio pesquisador, que é capaz de se envolver nas mais diferentes atividades e espaços de manifestação do fenômeno a ser observado, visto que é entendida como uma “modalidade de investigação na qual a coleta de dados é realizada diretamente no local em que o problema ou fenômeno acontece e pode se dar por amostragem, entrevista, observação participante, pesquisa-ação, aplicação de questionário, teste, entre outros” (FIORENTINI e LORENZATO, 2006, p. 106).

Bogdan e Bilken (1994) apresentam cinco características de pesquisas qualitativas, enfatizando que a falta de uma delas não descaracteriza esse tipo de abordagem: 1- O ambiente natural é a fonte direta dos dados e o investigador é o instrumento principal, fator este que pode contribuir para uma melhor compreensão das ações ali ocorridas; 2 - Os dados coletados são apresentados e analisados em forma de palavras ou imagens, sendo, então, uma pesquisa de caráter descritivo; 3 - O principal interesse do investigador é o processo e não o resultado ou o produto; 4 - A análise realizada pelo investigador é indutiva, ou seja, a partir de dados de casos particulares, são construídas hipóteses para compreender casos gerais; 5 - O significado tem extrema importância na pesquisa qualitativa e assim, os pesquisadores, inseridos no local natural de pesquisa, buscam apreender as perspectivas de seus participantes. (p. 47-50)

Dessa forma, para a realização dessa pesquisa, foram utilizados os seguintes instrumentos para a coleta de dados:

- a. Registros de observações diretas em diário de bordo e gravação em vídeo, na etapa de execução das atividades, a fim de analisar as reflexões dos licenciandos, no movimento de resolução e discussão das atividades propostas, e das suas possibilidades de utilização. Segundo ainda Bogdan e Biklen (1994), este registro é essencial para que um estudo qualitativo seja bem-sucedido e constitui-se como o instrumento onde o investigador registra os acontecimentos relevantes que vão

surgindo no decurso do trabalho, bem como as ideias e preocupações que lhe vão surgindo;

- b. Documentos escritos pelos licenciandos, com o intuito de que seja um relatório com suas expectativas, conteúdos aprendidos, dificuldades encontradas, sugestões e acréscimo de qualquer tipo de comentário a respeito do trabalho desenvolvido.
- c. Realização de um pré-teste acerca do tema em questão, com o objetivo de verificar em quais conceitos os licenciandos apresentam maior dificuldade.

Para a aplicação das atividades propostas nesta pesquisa, foram necessários quatro encontros com aulas duplas, cada aula com duração de 50 minutos. A seguir, será descrito quem são os sujeitos dessa pesquisa; como foi constituído o pré-teste e as atividades propostas; o primeiro contato com os sujeitos escolhidos e o detalhamento da realização das atividades propostas.

3.1 A Escolha dos Sujeitos da Pesquisa

Para estudar as possibilidades didático-pedagógicas do *software* GeoGebra no ensino de função polinomial do 1º grau, esta pesquisa foi realizada no 1º semestre de 2016 com alunos de um curso de Licenciatura em Matemática. O grupo de pessoas escolhido para representar a formação docente inicial em Matemática era composto pelos alunos do 3º período de Licenciatura em Matemática de uma Universidade Particular do Estado de São Paulo.

Este curso de licenciatura teve início no ano de 1967 com objetivo geral, de acordo com o seu projeto pedagógico, de formar professores para um mundo em profundas mudanças econômicas, sociais e culturais. Sua duração é de seis semestres, para integralização em no máximo 10 dez semestres, com uma carga horária total de 2.800 horas. As aulas do referido curso ocorrem no período noturno.

Pela análise de sua grade curricular (ver Anexo A), são ofertadas 46 disciplinas obrigatórias, como o Cálculo Diferencial e Integral, Geometria Analítica e Descritiva, Desenho Geométrico, Álgebra Linear, Cálculo Numérico, Física, História da Ciência, Língua Portuguesa, Tecnologias da Informação e Comunicação – TIC, História e Política Educacional, Gestão de Ensino, Instrumentação ao Ensino da Matemática, Psicologia/Sociologia/Filosofia da Educação e Didática e Orientação de Práticas – Ensino Fundamental/Médio, entre outras.

Ao solicitar junto à universidade a anuência para que a pesquisa fosse realizada com uma turma de licenciandos em Matemática, a coordenadora do curso, que já havia previamente

recebido o projeto dessa pesquisa relatou que apesar da disciplina de Tecnologias da Informação e Comunicação – TIC, do 1º período, apresentar um tópico semelhante ao da pesquisa, que diz respeito ao conhecimento de *softwares*, bem como suas funções e o emprego de aplicativos matemáticos para a resolução de problemas e construção de gráficos, a pesquisa não poderia ser desenvolvida em seu horário, devido a problemas enfrentados ao não encontrar professores capacitados a cumprirem o que é solicitado na ementa e por esse motivo, o docente responsável por tal disciplina ainda estava incerto. E outro agravante, ainda segundo a coordenadora, era a falta de comprometimento que a turma do 1º período vinha demonstrando, por se tratar de alunos muito jovens e imaturos.

Assim, restavam apenas as turmas do 3º e 5º período com possibilidades para o desenvolvimento da pesquisa. Entretanto, segundo a coordenadora, o 5º período contava com apenas dois alunos. Dessa forma, o mais viável era que a turma escolhida fosse a do 3º período, já que os alunos matriculados nesse período totalizam 7, sendo 3 mulheres e 4 homens.

Dessa forma, foi concedida a anuência da coordenadora no desenvolvimento da pesquisa com esta turma e a disciplina escolhida para esse trabalho seria a de Modelagem Matemática, que dispunha como docente ela própria.

As demais disciplinas do 3º período do curso de Licenciatura em Matemática da instituição são:

- Cálculo Diferencial e Integral – Limites e Derivadas
- Estruturas Algébricas I
- Física – Eletricidade
- Física Experimental – Eletricidade
- Gestão de Ensino
- Instrumentação ao Ensino da Matemática I
- Psicologia da Educação

Ao solicitar junto a coordenadora do curso a autorização para que a turma participasse dessa pesquisa, a mesma pontuou que tal experiência poderia ser enriquecedora, visto que essa turma de licenciandos do 3º período teriam a oportunidade de conhecer um *software* matemático. Segundo a coordenadora, no 1º período do curso esses alunos não tiveram tal oportunidade na disciplina de Tecnologias da Informação e Comunicação – TIC, pois aprenderam a trabalhar com o Word e o Excel. Uma outra possibilidade, vista pela coordenadora, foi a de que a participação dos licenciandos na pesquisa, poderia vir a suscitar

neles ideias para o trabalho final de graduação, afinal estes aparentavam estar bastante aflitos diante da escolha do tema.

Especificamente, a disciplina de Modelagem Matemática, com um total de 80 horas/aula, ministrada nas terças e quintas-feiras, entre 21h e 22h40min, tem como objetivos: aplicar os conhecimentos matemáticos, científicos, tecnológicos e instrumentais das diversas áreas do conhecimento; identificar, formular e resolver problemas; comunicar-se eficientemente nas formas escrita, oral e gráfica. Sua ementa (ver Anexo II) abrange os seguintes conteúdos: O que é modelagem? Modelagem como estratégia de ensino e aprendizagem. Modelo Matemático. Raízes do processo. Modelagem Matemática como método de ensino. Aprender para ensinar Modelagem. Processos de Modelagem. Como planejar e executar projetos?

Assim, para o desenvolvimento deste trabalho, foi definido com a professora responsável pela disciplina que seriam realizados quatro encontros de 100 minutos cada. As datas dos respectivos encontros com a turma foram:

- 1º encontro (14/04/2016): Apresentação dos objetivos e das fases da pesquisa, firmamento do termo de consentimento livre e esclarecido (Apêndice A) e aplicação de um pré-teste (Apêndice B);
- 2º encontro (26/04/2016): Realização da Exploração do GeoGebra (Apêndice C) e da Atividade 1 (Apêndice D);
- 3º encontro (28/04/2016): Realização da Atividade 2 (Apêndice E);
- 4º encontro (03/05/2016): Realização da Atividade 3 (Apêndice F).

Uma ponderação da docente foi que, no primeiro encontro, deveria ser solicitado aos licenciandos que cada um trouxesse o seu próprio notebook para a realização das atividades propostas, uma vez que o laboratório de informática da universidade é utilizado por vários cursos e por esse motivo, é bastante concorrido pelos docentes.

3.2 O Pré-teste e as Atividades Propostas

O pré-teste (ver Apêndice B) foi composto de questões do conteúdo de função polinomial do 1º grau. Este não tinha por objetivo avaliar ou dar notas e conceitos aos licenciandos, mas pretendia identificar quais eram os conhecimentos prévios que tais alunos possuíam sobre o conteúdo. Esse conteúdo já havia sido estudado pelos alunos no 2º período do curso, na disciplina de Fundamentos da Matemática – Funções, que prevê em sua ementa o

estudo de: funções, função polinomial do 1º grau, função polinomial do 2º grau, função exponencial, função logarítmica, função racional e trigonometria circular.

No quadro abaixo, será explicitado o conteúdo envolvido nas nove questões abertas presentes no pré-teste:

Quadro 2 – Conteúdos de função polinomiais do 1º grau abordados no pré teste

Questões	Conteúdo Abordado
1 e 2	Análise da lei de formação: coeficiente angular e coeficiente linear
3	Análise do gráfico
4 e 5	Funções crescentes e decrescentes
6, 7 e 8	Taxas de variação
9	Raiz da função

Fonte: Elaborado pelo autor

No que diz respeito às atividades com o conteúdo de função polinomial do 1º grau, que foram desenvolvidas com os licenciandos e realizadas com o auxílio do *software* dinâmico GeoGebra, estas foram propostas a partir da abordagem de “Investigações Matemáticas”, ou seja, uma abordagem de ensino que procura promover cenários para investigação (SKOVSMOSE, 2000). Com esse intuito, no primeiro encontro, pretendeu-se levantar uma discussão acerca desse tipo de abordagem, apontando as principais características e a vantagem ao utilizar essa metodologia de ensino nas aulas de Matemática.

Para a elaboração dessas atividades e a decisão de como elas seriam desenvolvidas em sala de aula, foi considerada a sequenciação descrito por Ponte, Brocardo e Oliveira (2013).

- a) Preparação, por parte do professor, de uma tarefa exploratória e inquiridora para os alunos, (b) introdução da tarefa e arranque da sua realização pelos alunos, (c) realização, em grupo, da tarefa e elaboração do relatório da atividade desenvolvida, (d) socialização e discussão coletiva dos resultados produzidos pelos grupos. (p. 20)

Nesse sentido, a pesquisadora elaborou três atividades para a coleta dos dados, nas quais eram contempladas questões do conceito de função polinomial do 1º grau, conforme abrange os objetivos descritos a seguir. A primeira atividade tinha como objetivo formar grupos de diversas funções que apresentam comportamentos gráficos semelhantes. Dessa forma, os licenciandos teriam a sua disposição uma visão geral de várias funções e seus respectivos comportamentos gráficos, possibilitando comparações entre eles, uma vez que nos livros

didáticos, tais funções são abordadas separadamente. Primeiramente, foram apresentadas em uma tabela 24 funções, sendo que seis delas são funções polinomiais do 1º grau, quatro são funções polinomiais do 2º grau, duas são funções logarítmicas, três são funções exponenciais, três funções racionais, duas funções irracionais², duas funções seno e duas funções cosseno. Cada uma dessas funções deveria ser plotadas no *software* GeoGebra, a fim de que os licenciandos observassem os diversos comportamentos gráficos obtidos, podendo assim associar a lei de uma função ao seu respectivo comportamento gráfico.

Já na segunda atividade, o objetivo era o de analisar a relação dos coeficientes de uma função polinomial do 1º grau, com o seu respectivo comportamento gráfico, podendo dessa forma, reconhecer funções crescentes e decrescentes. Nessa atividade foi solicitado que os licenciandos plotassem no GeoGebra oito funções polinomiais do 1º grau, das quais quatro tinham o coeficiente angular variando positivamente e coeficiente linear constante, e as outras quatro se diferenciavam apenas na variação negativa do coeficiente angular. Em seguida, outras quatro funções deveriam ser plotadas, mas agora os coeficientes angulares se mantinham constante e positivo e os coeficientes lineares variavam positiva e negativamente. Para que esse processo fosse otimizado, foi solicitado que os licenciandos utilizassem a ferramenta de controle deslizante e de animação do *software* GeoGebra, para que finalmente, tirassem suas conclusões acerca do papel que cada um dos coeficientes desempenha no gráfico de uma função polinomial do 1º grau. Dois tipos particulares de funções polinomiais do 1º grau que estavam presentes nessa atividade são a função linear e a função constante, já que são importantes nos estudos das funções e, portanto, merecem destaque. O último conceito abordado nessa atividade corresponde à raiz de uma função polinomial do 1º grau, que procura estabelecer a relação que tem a coordenada do ponto (x, y) em que o gráfico intercepta o eixo OX com o valor da raiz da função.

E finalmente, a última atividade tinha como objetivo a conclusão de que a taxa de variação de uma função polinomial do 1º grau é medida sobre um intervalo, é determinada por: $\frac{\text{variação em } y}{\text{variação em } x} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ e tem o mesmo valor do coeficiente angular. Tinha como objetivo ainda, que fosse feita a transgressão do gráfico de uma função polinomial do 1º grau para sua lei de formação. O primeiro passo da realização dessa atividade foi plotar no GeoGebra a função

² No ensino médio, as funções racionais e irracionais são abordadas somente ao se trabalhar com domínio de funções, entretanto não são nomeadas, apenas suas leis de formação são apresentadas para que se possa determinar o domínio de cada uma delas.

polinomial do 1º grau $f(x) = ax + b$ e criar controles deslizantes para os parâmetros a e b dessa função. Em seguida, deveria criar-se um ponto P que pertença à função $f(x)$, um ponto A que tenha as seguintes coordenadas: valor da abcissa igual ao do ponto P e valor da ordenada igual ao do ponto B, que seria criado justamente na intersecção de $f(x)$ com o eixo y. Feito isso, deveria criar ainda o segmento que liga o ponto A ao P (segmento AP) e o que liga o ponto A ao B (segmento AB). Tais segmentos deveriam conter seus respectivos comprimentos, que eram obtidos ao clicar na janela 8 do GeoGebra. Dessa forma, seria possível que se investigasse o que acontece com a lei da função ao alterar os comprimentos desses segmentos ao utilizar o recurso do GeoGebra de controle deslizante.

Entretanto, antes da realização das atividades supracitadas, era fundamental que os licenciandos conhecessem o *software* GeoGebra, para que os comandos mais importantes a serem utilizados fossem assimilados. Com esse intuito, a Exploração do GeoGebra (Apêndice C) teve como objetivo a familiarização dos licenciandos com o *software*. Além disso, em cada atividade proposta, havia instruções e imagens do GeoGebra para auxiliar o manuseio desse artefato.

3.3 Procedimento de análise de dados

As informações obtidas a partir dos desenvolvimentos das atividades propostas nesta pesquisa e a partir das considerações feitas pelos licenciandos serão analisadas de acordo com o que é conhecido na literatura específica por Análise de Conteúdo, que consiste em um conjunto de procedimentos para a análise, objetivando resultados relativos ao material pesquisado, como complementa Bardin (2009):

Um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) dessas mensagens (p. 48).

As diferentes fases da análise de conteúdo, organizam-se em torno de três polos cronológicos: a pré-análise, a exploração do material e o tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação (BARDIN, 2009, p. 125). Dentre as diferentes técnicas de análise de conteúdo, utilizaremos a análise categorial, que se organiza em redor de um processo de categorização.

A partir do momento em que a análise de conteúdo decide codificar o seu material, é preciso produzir um sistema de categorias. Tal análise categorial pretende tomar em consciência a totalidade de um “texto”, passando-o pelo crivo da classificação e do recenseamento, segundo a frequência ou presença (ou de ausência) de itens de sentido (BARDIN, 2009, p. 43)

No que diz respeito à pré-análise, esta será realizada a partir da escolha dos documentos a serem submetidos à análise, iniciando com a transcrição de todos os encontros com os licenciandos e suas reflexões acerca da experiência vivenciada durante a realização desta pesquisa. Em seguida será realizada uma leitura flutuante, no qual será definido o *corpus* documental, que é o conjunto dos documentos que serão submetidos aos processos analíticos.

Ainda na pré-análise, deve-se realizar a formulação de hipóteses: afirmação provisória que nos propomos verificar. “Não é obrigatório ter-se como guia um *corpus* de hipóteses, para se proceder à análise. Algumas análises efetuam-se às cegas e sem ideias pré-concebidas”. (BARDIN, 2009, p. 128). Esta pesquisa se guiará sem haver hipótese a priori.

Outra etapa importante é da codificação do material ou formação de agrupamentos a partir das unidades de sentido. Esta corresponde a uma transformação dos dados brutos do texto para a representação do conteúdo. Para isso, o processo se compreende por meio de três escolhas: o recorte (escolhas das unidades), a enumeração (escolhas da regra de contagem) e a classificação e agregação (escolhas das categorias) (BARDIN, 2009, p.133).

Durante a exploração do material, caminha-se no sentido de codificar o texto, agregar os dados em unidades de registro que permitem uma descrição das características presentes no texto. Esta consiste também em identificar quais os núcleos de sentido que compõem a mensagem. A presença ou frequência de aparição dos núcleos de sentido no texto podem possuir algum significado para o objetivo do trabalho. Esse trabalho se pautará pela escolha das unidades de registros e contextos, que devem ser fieis ao *corpus* documental.

Em seguida, ocorre a divisão dos temas em categorias segundo as suas características comuns. Os documentos serão agrupados por semelhanças, buscando frases e palavras que caracterizaram os agrupamentos.

Segundo Bardin (2009):

A categorização é uma operação de classificação de elementos constitutivos de um conjunto por diferenciação e, em seguida, por reagrupamento segundo o gênero (analogia), com critérios previamente definidos. (...) sob um título genérico, agrupamento esse efetuado em razão das características comuns destes elementos (p. 147)

Após o cumprimento das etapas destacadas, o último polo cronológico refere-se ao tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação. A inferência permite a passagem explícita e controlada entre a descrição e a interpretação, da pré-análise ao tratamento dos resultados (BARDIN, 2009). Então, os resultados serão transformados e tratados a fim de se tornarem significativos e válidos.

[...] O analista, tendo à sua disposição resultados significativos e fiéis, pode então (...) adiantar interpretações a propósito de objetivos previstos - ou que digam respeito a outras descobertas inesperadas (BARDIN, 2009, p.131).

Dessa forma, após perpassar por essas três fases da análise de conteúdo, os resultados poderão ser interpretados, tendo em vista os objetivos previstos na pesquisa.

Assim, tendo em vista a questão norteadora dessa investigação e o referencial metodológico utilizado para a análise de dados, na sessão a seguir será descrito como se deu o primeiro contato com a turma de licenciandos e o detalhamento da realização de cada atividade proposta, assim como a análise dos dados obtidos durante essa pesquisa.

4 O QUE AS LENTES DA PESQUISA CONSEGUIRAM CAPTAR

Nesse capítulo detalhamos os passos da realização do pré-teste e das três atividades propostas. Em seguida, refletimos sobre os dados coletados, analisando os aspectos mais relevantes para essa pesquisa.

4.1 O Primeiro Contato com a Turma do 3º Período do Curso de Licenciatura em Matemática

Conforme definido com a coordenadora/professora da turma de licenciandos, o primeiro contato com a turma deu-se em 14/04/16. Para que a pesquisadora ficasse mais à vontade com a turma, a professora sugeriu que a mesma não permanecesse na sala de aula e, assim, solicitou que ao término da explanação da pesquisa e da realização do pré-teste, os alunos fossem liberados.

Estavam matriculados naquela disciplina de Modelagem Matemática oito alunos, um a mais do que os alunos regularmente matriculados no 3º período. Tratava-se de uma aluna que havia retornado ao curso após um determinado tempo com sua matrícula trancada. Dessa forma, a sala de aula estava composta por quatro homens e quatro mulheres, que nessa pesquisa serão referenciados por L1, L2, L3, L4, L5, L6, L7 e L8, a fim de preservar a identidade desses licenciandos.

Nos momentos iniciais desse primeiro encontro, ao explicar os passos do desenvolvimento da pesquisa, a pesquisadora se deparou com licenciandos que demonstraram interesse e entusiasmo com a proposta de trabalho. Pode-se notar que a proposta de utilizar a abordagem de Investigação Matemática nas atividades despertou, nesses alunos, a curiosidade para conhecê-la, já que não haviam ainda estudado a seu respeito. Diante disso, a pesquisadora apresentou as principais concepções do trabalho com esse tipo de metodologia para o ensino de Matemática, e aproveitou para relatar algumas de suas experiências ao utilizar tais investigações.

Alguns alunos aproveitaram o momento para relatar angústias e apontamentos em relação ao curso, fazer questionamentos acerca do trabalho de conclusão de curso e de algumas disciplinas futuras que os causavam ansiedade. Houve também o consenso da turma a respeito da importância de sua participação na pesquisa, visto que segundo esses licenciandos, eles ficaram prejudicados ao não terem conhecido nenhum *software* matemático na disciplina que cursaram no 1º período do curso, de Tecnologias da Informação e Comunicação - TIC.

Dos oito alunos presentes, um licenciando atuava como monitor em uma escola estadual e outros dois eram alunos do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – PIBID e, por esse motivo, tinham contato com alunos da educação básica. Os demais licenciandos jamais haviam lecionado, entretanto, não escondiam a ansiedade que carregavam na espera do início de sua docência.

Assim, após essa conversa com a turma, foi questionada a disponibilidade de cada aluno para trazer seu próprio notebook³, já que este é fundamental no desenvolvimento das atividades que futuramente seriam propostas. Todos concordaram em trazê-lo e então, depois de assinar o termo de consentimento livre e esclarecido, foi aplicado o pré-teste.

A primeira questão desse instrumento estava relacionada com a identificação do coeficiente angular de uma função polinomial do 1º grau, a partir da análise de sua lei de formação, $f(x) = ax + b$. A resposta correta dessa questão referia-se ao fato do coeficiente angular ser justamente o valor dado a constante a na lei da função, ou seja, o valor que multiplica a variável x . Das nove respostas obtidas, seis estavam corretas. As outras duas respostas, de L1 e L2, estavam incorretas, já que consideraram o coeficiente angular da função polinomial do 1º grau como:

“O cruzamento da reta no gráfico”. (L1)

“A imagem, domínio e contradomínio”. (L2)

Já a segunda questão do pré-teste estava relacionada com a identificação do coeficiente linear da função polinomial do 1º grau, e nesse caso, a resposta deveria ser que tal coeficiente é o valor que a constante b assume na função. Somente as respostas de L1 e L2 estavam incorretas, visto que este escreveu que não sabia responder, enquanto aquele respondeu que esse coeficiente é obtido *“no segmento dos pontos no gráfico”*.

A questão 3 questionava a respeito do gráfico de uma função polinomial do 1º grau, de como ele era. Todas as respostas descreviam esse gráfico como uma reta, exceto a de L2 que respondeu:

“Deve ter a presença do eixo x e y para localizar os números”. (L2)

Na quarta questão, questionava sobre o papel desempenhado pelo coeficiente angular no comportamento gráfico de uma função polinomial do 1º grau. A resposta correta seria que

³ A coordenadora/professora já havia adiantado que todos os licenciandos possuíam notebook.

esse coeficiente é responsável pela inclinação do gráfico, ou seja, pela inclinação da reta em relação ao eixo horizontal OX. Quando o seu valor é positivo, a função é dita crescente e para todo $x \in \mathbb{R}$, $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$. Se o valor do coeficiente angular é negativo, então a função é decrescente e para todo $x \in \mathbb{R}$, $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$. E, finalmente, se o valor desse coeficiente é nulo, então essa função é constante. Cinco das respostas obtidas foram consideradas corretas, pois descreveram que o papel desempenhado pelo coeficiente angular é: “mostrar a inclinação da reta no plano”, “mostrar o sentido da reta, sendo ela crescente ou decrescente”, “o seu sinal negativo ou positivo diz se a reta é crescente ou decrescente”, “definirá o ângulo de inclinação da reta”, e “identificar o ângulo da reta”. As demais respostas, que estavam incorretas foram:

“Não lembro”. (L8)

“Tem o papel de determinar as raízes”. (L4)

“São os pontos onde passa a reta”. (L2)

Já a quinta questão indagava acerca do papel desempenhado pelo coeficiente linear, do ponto de vista geométrico, em uma função polinomial do 1º grau. A resposta dessa questão era que o valor desse coeficiente indica justamente o valor que o gráfico intercepta o eixo OY. Metade das respostas obtidas estavam de acordo com o esperado:

“Mostra onde a reta corta o eixo y”. (L5)

“Define onde a reta corta o eixo y”. (L6)

“Onde a reta corta o eixo y”. (L3)

“Mostra onde a reta corta o eixo y”. (L4)

Das quatro respostas restantes, a de L2 e L7 era “não lembro”, enquanto a de L1 e L8 descreviam incorretamente o papel do coeficiente linear como:

“Responsável por identificar a reta”. (L1)

“Distância dos pontos”. (L8)

As questões 6, 7 e 8 estavam relacionadas com a taxa de variação (ou taxa de crescimento) de uma função polinomial do 1º grau. Na sexta questão, que abordava o conceito teórico de taxa de variação, todos os licenciandos alegaram não lembrar ou não saber a respeito desse conceito. Nessa questão o licenciando deveria relacionar a taxa de variação com o coeficiente angular, uma vez que o coeficiente angular a pode ser escrito como:

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, \text{ com } x_1 \neq x_2,$$

onde (x_1, y_1) e (x_2, y_2) são dois pontos distintos quaisquer da reta que é o gráfico da função polinomial do 1º grau.

A taxa de crescimento de uma função polinomial do 1º grau também recebe o nome de inclinação ou coeficiente angular da reta que é o gráfico dessa função, pois o valor dessa taxa é a tangente trigonométrica do ângulo do eixo OX com a reta.

A sétima questão do pré-teste questionava se era possível encontrar o valor do coeficiente angular de uma função polinomial do 1º grau apenas com o esboço de seu gráfico e em seguida, solicitava que o licenciando determinasse o valor desse coeficiente. Nesse caso, o coeficiente a poderia ter sido encontrado utilizando fórmula supracitada, porém como os licenciandos não se recordavam dessa fórmula de taxa de variação, quatro deles solucionaram corretamente a questão utilizando sistema de equação do 1º grau. Já os licenciandos L1 e L2 alegaram não saber como resolver tal questão e os licenciandos L8 e L7 responderam que é possível encontrar o valor do coeficiente angular, entretanto não lembravam como.

Fato semelhante ocorreu com a oitava questão, que solicitava aos licenciandos o valor da taxa de variação a partir de um esboço de um gráfico de uma função polinomial do 1º grau. Tratava-se do mesmo procedimento utilizado na questão anterior, ou seja, poderia ser resolvido pela fórmula da taxa de variação ou por sistema de equação do 1º grau, porém como esse enunciado solicitava o valor da taxa de variação e não o valor do coeficiente angular, todos responderam que não lembravam ou não sabiam como resolver.

Finalmente, a última questão referia-se ao conceito de raiz de uma função polinomial do 1º grau, na qual questionava a respeito do seu aspecto geométrico e de como se deve proceder para determiná-la dispondo da lei da função. A resposta dessa questão relacionava a raiz de uma função polinomial do 1º grau ao ponto que intercepta o eixo OX, sendo nulo o valor de y na lei da função. Assim, o valor da raiz é determinado por:

$$y = ax + b$$

$$0 = ax + b$$

$$-b = ax$$

$$\frac{-b}{a} = x, \text{ com } a \neq 0$$

Os licenciandos L5, L6 e L8 responderam adequadamente a essa questão, visto que descreveram a raiz da função da seguinte forma:

“O papel da raiz é identificar quando a função é zero. Para achar a raiz basta usar o par ordenado $(x, 0)$ que chegaremos na fórmula $0 = ax + b \rightarrow -b = ax \rightarrow \frac{-b}{a} = x$ ”. (L5)

“Desempenha o papel de cortar o eixo x e para encontrarmos o seu valor, basta igualar a função a zero”. (L6)

“Tem o papel de localizar o ponto no gráfico no eixo x . A raiz é encontrada quando obtemos o valor de x .” (L8)

Os demais licenciandos, L1, L2, L3 e L7 alegaram não se lembrar de como responder tal questão e a resposta de L4 não estava de acordo com o esperado, pois considerou que:

“Podemos encontrar a raiz da função substituindo os pontos dados na lei da formação”. (L4)

Assim, o primeiro encontro com a turma terminou com alguns questionamentos dos licenciandos referentes às questões do pré-teste que eles não haviam conseguido responder. Entretanto, foi dito a eles que ao participarem do desenvolvimento da Atividade 1, Atividade 2 e Atividade 3, que seriam propostas nos próximos encontros, os conceitos abordados no pré-teste seriam trabalhados, possibilitando a esses licenciandos o esclarecimento de tais dúvidas.

As questões presentes no pré-teste buscaram, portanto, localizar alguma defasagem no conteúdo proposto e que pudesse evidenciar suas lacunas, porém sem perder o foco principal: a construção do conceito de função polinomial do 1º grau. Pode-se notar que tais questões denunciariam a dificuldade de parte desses licenciandos ao lidar com significados dos termos coeficiente angular, coeficiente linear e taxa de variação de uma função polinomial do 1º grau. Assim, com os resultados obtidos no pré-teste, ficou evidente que alguns dos conceitos mais simples em relação a função polinomial do 1º grau, como por exemplo, a forma gráfica desse tipo de função e a identificação do coeficiente angular e linear a partir da representação algébrica da função, também não haviam sido assimilados por alguns licenciandos. Tal fato aponta a limitação, em termos de conteúdos matemáticos, que esses licenciandos se deparam.

Pode ser constatado ainda que a metade dos licenciandos sabiam, a partir de um registro na forma gráfica, chegar ao registro algébrico do coeficiente angular da função. Entretanto, ao solicitar que encontrassem a taxa de variação da função polinomial do 1º grau, todos os

licenciandos alegaram não saber. O que motivou tal situação é a defasagem no conceito de taxa de variação de uma função, que é dada pelo coeficiente angular da reta, já que a turma não sabia dessa relação entre a taxa de variação e o coeficiente angular de uma função. Todavia, os mesmos quatro alunos que conseguiram responder corretamente a questão em que o coeficiente angular deveria ser encontrado a partir da representação gráfica de uma função (questão 7), teriam conseguido resolver a questão 8, na qual deveria encontrar a taxa de variação da função, caso soubessem da relação acima.

Já na última questão, pode ser constatado, em termos didáticos, que a maioria dos alunos não sabia, a partir de um registro na forma algébrica da lei de uma função polinomial do 1º grau, como determinar graficamente o valor da raiz ou zero dessa função. Isso decorre também da defasagem dos conceitos referentes ao tipo de função abordado, visto que não houve a assimilação desse conceito durante a disciplina de Fundamentos da Matemática – Funções que os licenciandos cursaram no período anterior.

4.2 Exploração do GeoGebra e Realização da Atividade 1

Para que fosse possível realizar as atividades propostas utilizando o *software* GeoGebra, era necessário que os licenciandos conhecessem e explorassem previamente as funcionalidades desse *software*, afinal tratava-se de uma turma que nunca havia trabalhado com o GeoGebra.

Pelo fato do local para a exploração do GeoGebra e da realização das demais atividades ser a própria sala de aula da turma do 3º período, local este que não tinha acesso à internet, a pesquisadora disponibilizou o programa GeoGebra em um pen drive e então solicitou que cada licenciando utilizasse em seu notebook. No entanto, a turma foi orientada em como proceder para baixar a última versão do *software* GeoGebra, visto que basta acessar a página oficial do programa: www.GeoGebra.org e fazer o *download*. Uma vez baixado o arquivo, basta seguir as instruções de instalação. Caso não consiga executar o programa, é necessário baixar a máquina virtual Java, a partir do sítio www.java.com/getjava.

Ao iniciar a exploração, os licenciandos conheceram a interface do *software* GeoGebra, que ao ser carregado apresenta a configuração padrão mostrada na figura 9:

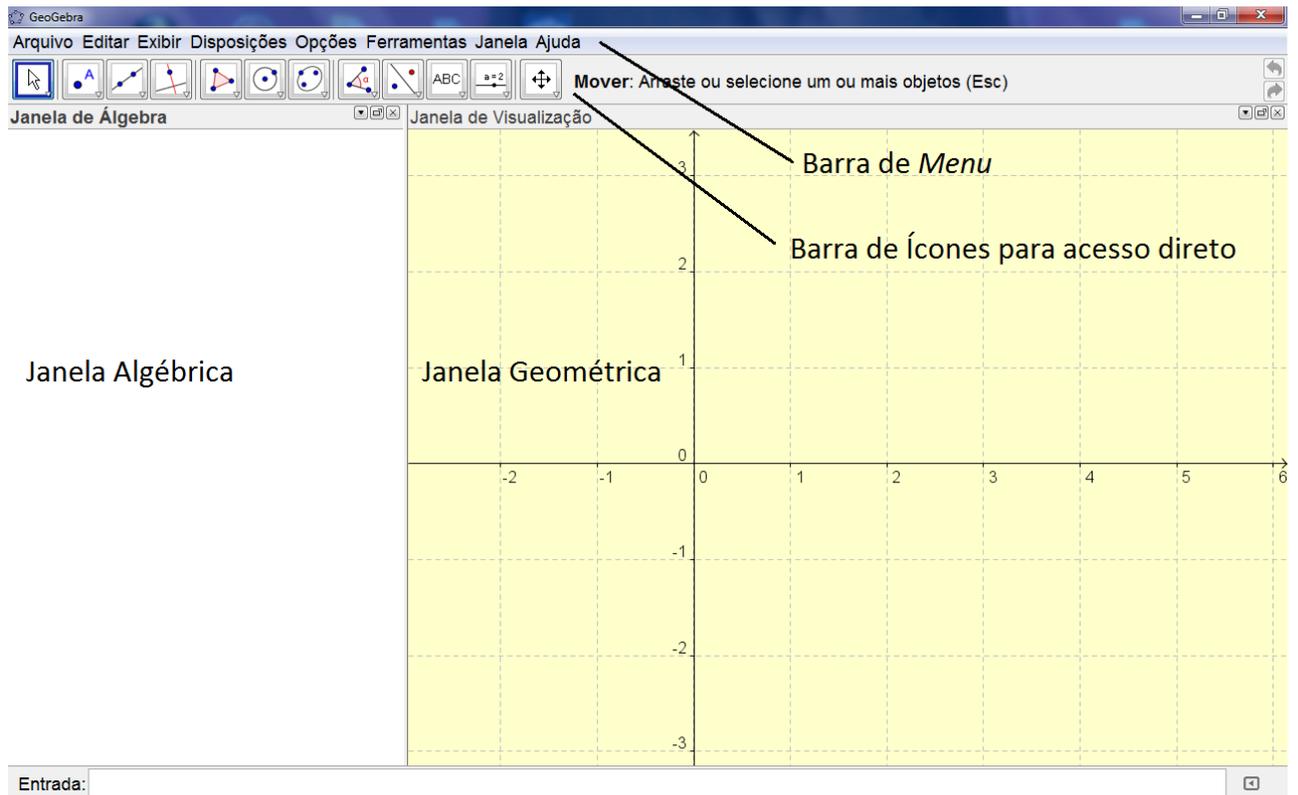


Figura 9 – Interface do *software* GeoGebra

Fonte: Elaborada pelo autor

No campo de *Entrada* são digitados os comandos que ao serem confirmados, aparecem na *Janela Algébrica*, área em que são exibidas as coordenadas, equações, funções, medidas e outros atributos dos objetos construídos. Caso haja um objeto geométrico correspondente a um determinado comando, este é apresentado na *Janela de Visualização*.

A barra de menu na parte superior da tela, disponibiliza opções para salvar o projeto em arquivo (.ggb) e para controlar configurações gerais. A barra de ícones ou de ferramentas concentra todas as ferramentas úteis para construir pontos, retas, figuras geométricas, obter medidas de objetos construídos, entre outros. Cada ícone dessa barra esconde outros ícones que podem ser acessados clicando com o mouse em seu canto inferior direito.

Após essa familiarização inicial com o programa, os licenciandos foram orientados a plotarem algumas funções no GeoGebra, e em seguida, foi pedido que os atributos como cor, espessura da linha, transparência/opacidade dos seus respectivos gráficos fossem alterados, pois quando um objeto é construído no GeoGebra, um polígono, uma reta, um ponto, por exemplo, esses atributos são predefinidos pelo *software*, podendo alterá-los caso houvesse necessidade.

Nesse momento, pode-se observar alguns alunos manifestando sua satisfação com as possibilidades do *software* GeoGebra.

Dos oito licenciandos presentes, apenas L2 teve dificuldade ao digitar as funções. Isso ocorreu por que a fim de identificar as teclas de seu notebook, a licencianda sobrepôs adesivos nessas teclas, entretanto tais adesivos também estavam desgastados, impossibilitando a identificação de algumas teclas. Para que esse problema fosse solucionado, a pesquisadora propôs a L2 que utilizasse o programa de teclado virtual, pois essa foi a única forma encontrada para que essa licencianda prosseguisse com a realização do trabalho proposto.

Pode-se afirmar que o item 3 da Exploração do GeoGebra foi o que causou a maior exaltação do programa por parte dos licenciandos, já que ao se depararem com a possibilidade de variar dinamicamente os coeficientes da função e ainda, poder habilitar o rastro deixado pela modificação gráfica que ocorre nessa variação, os licenciandos mostraram-se motivados para a utilização futura do *software*.

Finalmente, para que a exploração do programa fosse concluída, os licenciandos foram instruídos a digitar diversas funções e dessa forma, os principais comandos fossem assimilados. Apesar de não conter funções irracionais com raiz cúbica, somente com raiz quadrada, houve o questionamento da licencianda L4 referente a qual comando se deve utilizar para digitar esse tipo de raiz no GeoGebra. Assim, a pesquisadora recorreu ao manual oficial do GeoGebra de “Funções e Operadores Pré-Definidos” presentes no site https://www.geogebra.org/manual/pt/Fun%C3%A7%C3%B5es_e_Operadores_Pr%C3%A9-Definidos para responder à pergunta de L4, apresentando-o aos licenciandos, para que futuras dúvidas que surgissem, quanto a comandos do GeoGebra, pudessem ser sanadas com o auxílio desse manual.

No que tange à realização da primeira atividade proposta, os licenciandos demonstraram tranquilidade e interesse em realizá-la. A proposta nessa atividade era de que 24 gráficos de funções fossem plotadas no GeoGebra a fim de identificar aqueles que se assemelhavam. Entretanto, como a primeira questão solicitava que esses gráficos fossem separadas em diferentes grupos de acordo com características comuns que consigam identificá-los, os licenciandos questionaram como plotá-los em uma mesma tela para fazerem a análise. De fato, esse apontamento tinha fundamento, visto que o GeoGebra permite essa ação, porém a visualização de todos esses gráficos ficaria complicada, conforme se pode observar na figura 10:

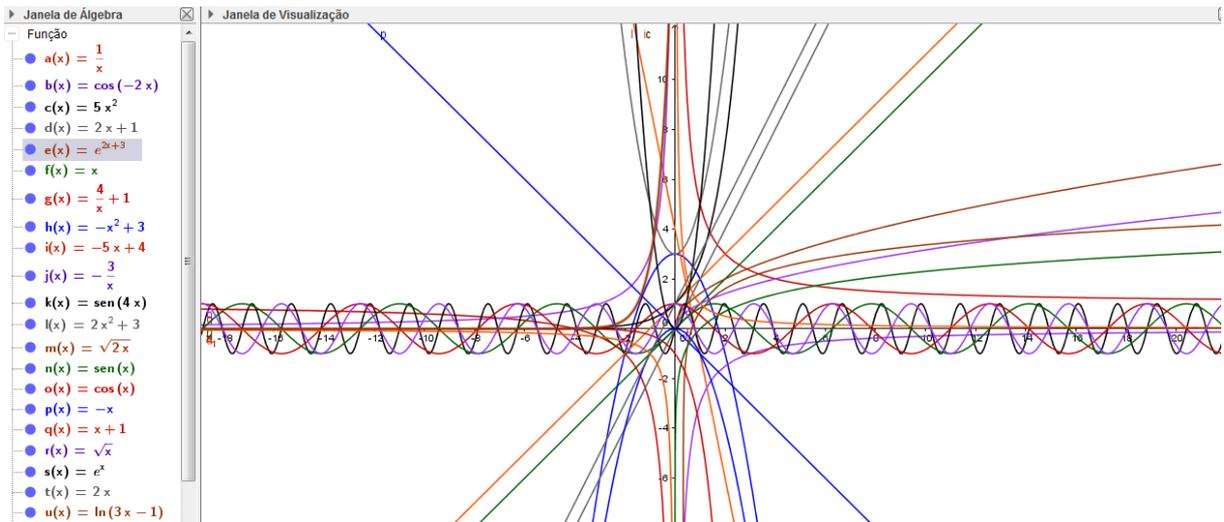


Figura 10 – Comportamento gráfico das 24 funções propostas na atividade 1

Fonte: Elaborada pelo autor

Dessa forma, a pesquisadora propôs à turma que digitassem individualmente cada função no programa e, em seguida, fizessem um esboço do gráfico obtido em uma folha de sulfite, juntamente com sua respectiva lei de formação. Foi sugerido ainda que cada esboço fosse recortado da folha de sulfite para depois agrupá-los, como se fosse peças de um jogo. Com isso, seria possível que os grupos de funções com comportamentos gráficos semelhantes fossem formados mais facilmente e as leis das funções comparadas. A figura 11 a seguir ilustra os esboços, já recortados, desses 24 gráficos:

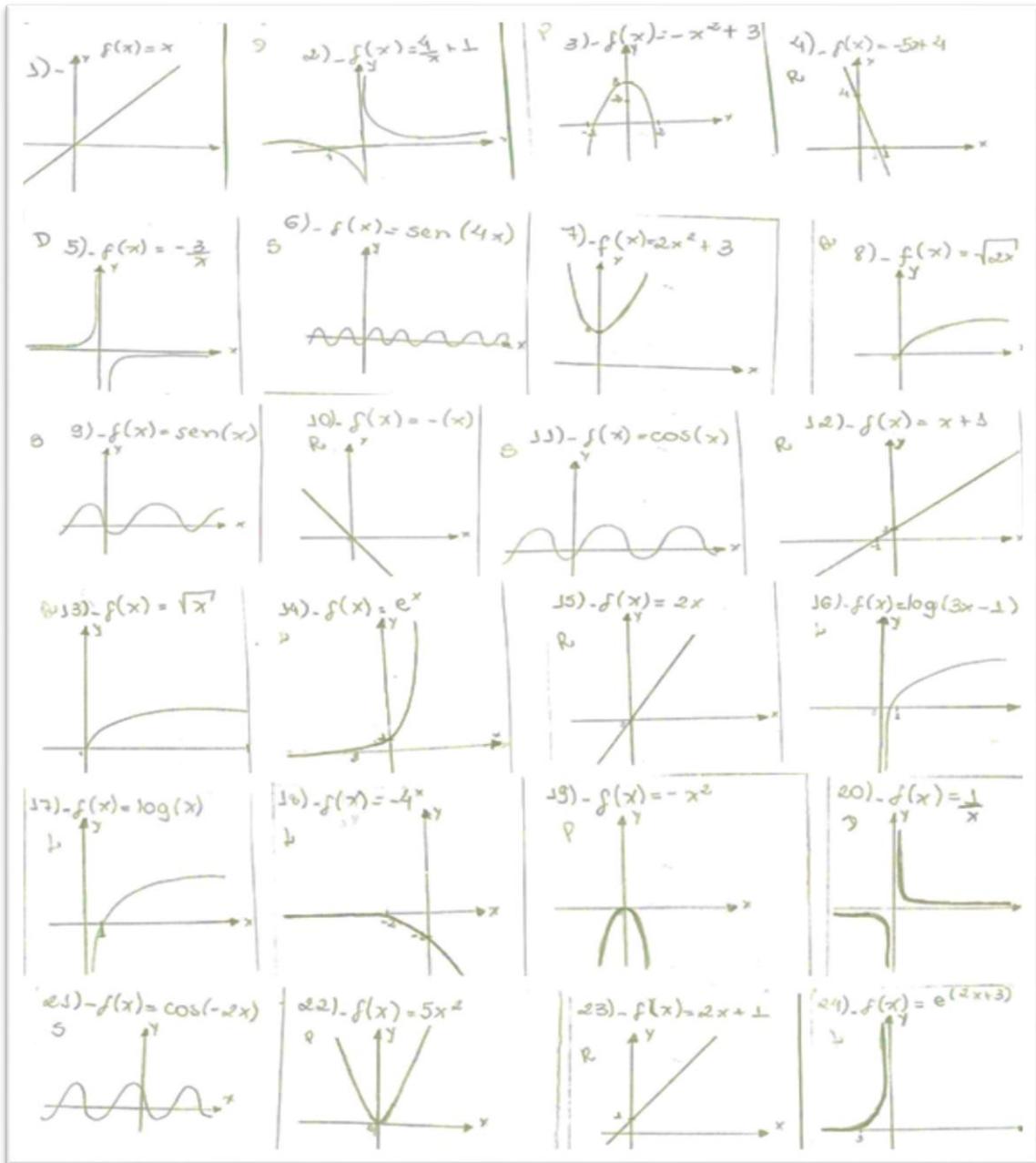


Figura 11 – Esboços dos 24 gráficos
Fonte: Elaborada pelo autor

Na última questão dessa atividade, na qual os licenciandos tinham que opinar a respeito do que foi proposto na Atividade 1, quanto aos aspectos positivos e negativos observados, a turma apontou como fundamental a utilização de um *software* como o GeoGebra que auxilie nas construções gráficas.

“O GeoGebra é muito importante ao ser utilizado no estudo das funções, pois mostra ao aluno o comportamento de cada função e assim esse aluno pode tirar algumas conclusões através de observações”. (L8)

“*Eu não conhecia o GeoGebra, contudo opino que este programa é muito interessante e prático, não precisa perder tempo elaborando gráficos no papel, o que é muito cansativo e não interessa o mínimo de interesse*”. (L4)

Entendemos que para que o professor possa utilizar os recursos tecnológicos presentes nas escolas, como o *software*, é preciso que ele conheça as possibilidades educacionais deste recurso, já que se torna inviável para este docente conseguir incorporar essas ferramentas nas suas aulas se não consegue interagir com elas.

A partir das considerações dos licenciandos L4 e L8, observamos que houve uma aceitação dos licenciandos em relação ao uso do *software* GeoGebra, evidenciando que eles podem ser suscetíveis ao uso desse tipo de recurso em suas futuras práticas pedagógicas. Entretanto, apesar de terem apresentado um fascínio pelo fato de poderem construir os gráficos das funções e de utilizar o *software* para ensinar esse conteúdo matemático, a turma levou em consideração que muitos professores podem não se sentir preparados para propor esse tipo de atividade aos seus alunos, seja pela insegurança diante do inesperado nesse tipo de aula ou por não saber manusear o computador e conseqüentemente utilizar o *software*.

Neste contexto, frisamos a importância de investir na formação inicial e continuada dos professores, para que tenham a oportunidade de discutir novas formas e instrumentos que podem auxiliar no processo de ensino e aprendizagem e concordamos com Ponte (1998), ao expor que:

Para responder aos desafios constantemente renovados que se colocam à escola pela evolução tecnológica, pelo progresso científico e pela mudança social, o professor tem de estar sempre a aprender. O desenvolvimento profissional ao longo de toda a carreira é, hoje em dia, um aspecto marcante da profissão docente. O desenvolvimento profissional permanente é uma necessidade incontornável, mas não deve ser visto como uma mera fatalidade. Pelo contrário, deve ser encarado de modo positivo: a finalidade do desenvolvimento profissional é tornar os professores mais aptos a conduzir um ensino da Matemática adaptado às necessidades e interesses de cada aluno e a contribuir para a melhoria das instituições educativas, realizando-se pessoal e profissionalmente (PONTE, 1998, p. 3-4).

Outras considerações feitas pelos licenciandos foram em relação à possibilidade de visualização conjunta de todos os gráficos das funções propostas na atividade e a motivação que esse tipo de atividade pode proporcionar aos alunos. Tais categorias fazem parte dos eixos temáticos de análise propostos nessa investigação e que serão detalhados posteriormente nesse trabalho.

“A oportunidade que os alunos terão de visualizar como é cada gráfico, podendo comparar suas semelhanças e diferenças, é algo muito atraente ao utilizar o GeoGebra. Em questão de instantes o gráfico aparece na tela”. (L6)

“Essa atividade é muito interessante, é uma forma do aluno visualizar todos os gráficos que são trabalhados em sala de aula, tornando as aulas de Matemática interessantes e atrativas. O aluno que não se motiva a aprender a Matemática, pode vir a interessar por ela ao vivenciar aulas que tem a tecnologia como aliada”. (L7)

Em relação aos aspectos negativos apontados pelos licenciandos, foram destacados os seguintes:

“É importante que as questões a serem trabalhadas com os alunos sejam o mais claras possível. Hoje um dos principais problemas dos alunos é a falta de leitura, portanto se ele não entender a pergunta não vai ter interesse de fazer”. (L8)

“A atividade pode ficar mais atrativa com mais imagens. Uma opção seria fazer uma apostila e disponibilizar ao aluno. Assim seriam realizadas as etapas de cada atividade, com as devidas observações. A motivação tem que estar presente sempre”. (L7)

“Para melhorar o resultado esperado na atividade, as questões podem ser mais especificadas, direcionando mais o aluno no que ele tem que fazer para responder as perguntas” (L4).

Pode-se notar a preocupação dos licenciandos L8 e L4 em relação a clareza das questões contidas atividades, visto que a interpretação por parte dos alunos está cada vez mais precária, devido a falta de leitura destes. Já o licenciando L7 ponderou que se faz necessário que as atividades tenham mais imagens, para que assim os alunos se sintam mais atraídos e motivados diante da realização de tais atividades, e ainda, ressaltou sobre a importância de disponibilizar uma apostila aos alunos, com cada atividade a ser realizada.

No entanto, reiteramos ser imprescindível que a proposta de uma atividade que utiliza o computador como recurso pedagógico, seja precedida de um bom planejamento do professor, para que este recurso seja utilizado como uma ferramenta para a construção do conhecimento, que colabora de forma significativa na aprendizagem dos conceitos envolvidos, e não apenas como um recurso para entretenimento dos alunos.

Contudo, o fechamento dessa primeira atividade foi feito com considerações acerca de algumas potencialidades do *software* GeoGebra, observadas pelos licenciandos.

4.3 Realização da Atividade 2

O encontro com a turma para a realização da segunda atividade proposta iniciou com a notícia de que dois dos licenciandos haviam trancado a matrícula do curso, restando agora apenas seis futuros professores de Matemática.

Conforme evidenciado pelo pré-teste, alguns licenciandos apresentaram considerável defasagem no conceito de funções polinomiais do 1º grau. Dessa forma, na Atividade 2, os licenciandos puderam observar, do ponto de vista geométrico, o papel desempenhado pelo coeficiente angular e linear, pela raiz da função, assim como as particularidades da função linear. Visto que o conteúdo de funções já havia sido estudado por todos no Ensino Médio e também no semestre passado, o intuito da atividade era propor àqueles futuros docentes uma proposta de ensino de funções polinomiais do 1º grau, diferente da tradicional, em que o recurso tecnológico do *software* é fundamental para sua realização. Esses licenciandos estavam diante de uma atividade em que o aluno pode formular suas próprias conjecturas e tentar verificar se elas são válidas. Ou seja, o próprio aluno realiza a verificação e validação da conjectura que formulou. Isso é possível devido aos recursos dos *softwares*, como por exemplo arrastar, criar controles deslizantes e animar as funções.

Ao utilizar o computador em suas aulas, o docente mostra-se com muitas dúvidas sobre como desenvolver sua prática, sobre o melhor caminho para conduzir as atividades, entre outras. Nesta perspectiva, o espaço utilizado para essa pesquisa visava contribuir para promover discussões e reflexões sobre estas questões, podendo auxiliar esses licenciandos na condução de atividades desse tipo.

Dessa forma pode-se notar que a turma discutiu em grupo os conceitos envolvidos nas nove questões de investigação sobre as funções polinomiais do 1º grau. Um fato importante a ser destacado é que nessa atividade, os licenciandos já demonstravam a familiarização com o GeoGebra, não havendo nenhuma dificuldade no manuseio do programa. As cores dos gráficos foram facilmente alteradas, assim como a criação do controle deslizante e da animação ocorreu sem problema algum. Podemos notar que a atual geração de jovens possui uma considerável facilidade de interação com as TIC, ou seja, as pessoas que já convivem em meio a estas novas tecnologias não encontram grande dificuldade em utilizá-la e aprendem rapidamente a manuseá-la. Nesta perspectiva, utilizar atividades que contemplam o uso de um *software* computacional como recurso tecnológico, pode contribuir para que os alunos se inteirem dessas

tecnologias que estão cada vez mais presentes em nossa sociedade, auxiliando no processo de inclusão digital dos alunos.

Nas cinco primeiras questões propostas, que tinham como objetivo analisar o comportamento gráfico das funções polinomiais do 1º grau, a partir da variação dos coeficientes angular e linear, os licenciandos que haviam respondido não saber ou não lembrar como responder algumas questões do pré-teste, referentes a esse conceito, demonstraram ter, com a realização dessa atividade, assimilado tais conceitos.

Entretanto, nessa atividade os licenciandos puderam associar as representações algébricas da função com as suas respectivas variações gráficas apresentadas na tela do computador. Tal característica presente no GeoGebra, possibilitou que os conceitos relativos aos coeficientes angular e linear da função polinomial do 1º grau pudessem ser observados em uma atividade dinâmica e interativa, proporcionando que os licenciandos levantassem conjecturas e as testassem para verificar sua validação, favorecendo o processo de investigação e abstração, assim como a construção de conceitos e relações do conteúdo em questão.

A licencianda L2, por exemplo, que não respondeu corretamente as questões do pré-teste que abordavam o conceito de coeficiente angular e coeficiente linear, respondeu a primeira e a segunda questão da seguinte maneira:

“Com a proposta, pude ver quem é o coeficiente angular e linear da função. Pude também observar o que os gráficos trazem em comum e no que eles diferem, por exemplo: se o coeficiente angular é positivo, a reta é crescente e está batendo no mesmo ponto 3 de corte por que o coeficiente linear não muda (Questão 1). Se o coeficiente angular é negativo, a reta é decrescente e ainda estão batendo no mesmo ponto de corte (Questão 2). Todas as retas têm inclinação diferente”. (L2)

Podemos notar que L2 fez o levantamento de algumas regularidades observadas por ela que irão embasar suas afirmações a respeito do papel desempenhado pelo coeficiente angular no que diz respeito ao comportamento gráfico da função polinomial do 1º grau. Podemos notar ainda que essa licencianda participa ativamente do processo de Investigação Matemática proposto neste trabalho.

Já os licenciandos L7 e L8, que nos pré-testes não haviam respondido adequadamente sobre o papel desempenhado pelo coeficiente linear em um gráfico de uma função polinomial do 1º grau, na terceira questão dessa atividade, também demonstraram ter atribuído o significado correto a esse conceito:

“A inclinação dos gráficos não mudou, pois o valor do coeficiente angular é o mesmo. Mas os gráficos cortam em lugares diferentes devido a variação do coeficiente linear, que define onde cortará no eixo y”. (L7)

“Pude observar que o coeficiente angular é igual em todas as funções e por isso as retas parecem estar paralelas uma a outra, pois suas inclinações não mudam. Como os coeficientes lineares são diferentes em todas as funções, pude ver que o seu valor corresponde a aquele por onde a reta cortará o eixo y”. (L8)

A sexta questão da atividade se referia a função linear, que é dada pela fórmula $f(x) = ax$. Nessa questão, os licenciandos deviam criar controles deslizantes para analisar o comportamento gráfico das funções propostas. Uma consideração importante levantada pelo licenciando L8, foi em relação ao comportamento da função linear quando o valor de “a” é igual a 1, ou seja, $f(x) = x$. Essa função é chamada de função identidade e o gráfico desse tipo de função bissecta os quadrantes I e III, por isso é chamada bissetriz dos quadrantes ímpares. A função identidade não havia sido destacada na Atividade 2, porém o licenciando se deteve em analisá-la, relatando que:

“Quando o valor de a é 1, a inclinação do gráfico é de 45° ”. (L8)

A pesquisadora indagou L8 sobre como ele conseguiu demonstrar no GeoGebra a sua conjectura. O licenciando respondeu ter utilizado a ferramenta de calcular ângulos contido na barra de ferramentas do GeoGebra. Apesar de não ter sido trabalhado o cálculo de ângulos no GeoGebra durante a pesquisa, esse programa é autoexplicativo e por esse motivo L8 não encontrou dificuldades em calculá-lo. Nesse contexto, a pesquisadora aproveitou a observação feita por L8 e instruiu a turma toda a como proceder para calcular o ângulo formado pelo gráfico da função com o eixo OX, visto que uma das maneiras é a criação de três pontos: um ponto qualquer sobre o gráfico da função $f(x) = x$, outro ponto sobre o eixo OX e o ponto de coordenada (0,0). Como o *software* Geogebra possui uma malha quadriculada perfeita, uma outra possibilidade de investigação proposta seria que essa malha fosse inserida para que o termo “bissetriz” fosse compreendido de maneira clara.

Neste contexto, parece-nos razoável afirmar que a utilização do *software* GeoGebra potencializou as Investigações Matemáticas, facilitando o levantamento e o teste de conjecturas durante a realização das atividades. Entretanto, apesar de ser um de nossos objetivos específicos e ter sido apontado aos licenciandos como uma metodologia que dispõe de atividades diferenciadas nas aulas e que busca promover a capacidade de argumentar sobre as explorações,

de elaborar justificativas acerca de conjecturas, de interagir com os colegas e professor sobre suas conclusões, as Investigações Matemáticas não tiveram seu papel de destaque nas considerações dos licenciandos. Afinal, a interação dos licenciandos com o *software* GeoGebra fez com que este tornasse o foco. Assim, ressaltamos que o trabalho com as atividades de cunho investigativo deve ser analisado em um outro contexto, contribuindo para os que buscam pela sua utilização e possa fomentar uma maior troca de experiências entre os profissionais da área.

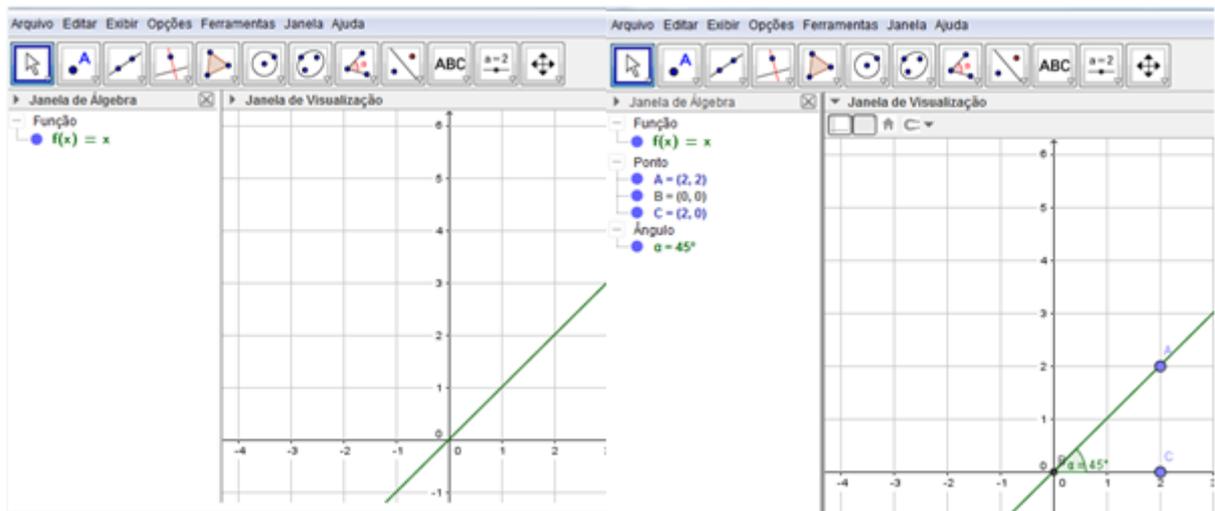


Figura 12 – Interface do GeoGebra com o gráfico da função identidade na malha quadriculada
Fonte: Elaborada pelo autor

Em suma, as demais questões foram respondidas de acordo com o que era esperado. Já que na sétima questão, os licenciandos tinham que descrever tudo o que haviam concluído em relação aos coeficientes angular e linear de uma função polinomial do 1º grau. Na oitava questão, o gráfico de uma função constante deveria ser analisado, e finalmente, a última questão estava relacionada à raiz da função, em como proceder para determiná-la. Assim, a Atividade 2 se encerrou com uma certa motivação demonstrada pela turma. Motivação decorrente da oportunidade de conhecer o GeoGebra, de descobrir suas potencialidades, e para alguns dos licenciandos, a contentação de poder rever o conteúdo de funções que fora estudado anteriormente, mas que não havia sido assimilado.

4.4 Realização da Atividade 3

A última atividade proposta à turma do 3º período do curso de Licenciatura em Matemática estava relacionada à ideia geométrica da taxa de variação. Conforme evidenciado pelo pré-teste, as questões que envolviam esse conceito não foram respondidas por nenhum dos licenciandos. Dessa forma, a realização dessa atividade teve a característica de descoberta

àquela turma, já que todos haviam afirmado nas questões do pré-teste que não sabiam o conceito relacionado à taxa de variação de uma função polinomial do 1º grau.

Assim, os licenciandos seguiram as seguintes instruções contidas na Atividade 3: construção de um gráfico de uma função polinomial do 1º grau; construção de um ponto P que percorreria essa função; construção de dois pontos auxiliares A e B, construção dois segmentos de reta e a inserção da ferramenta que apresenta o comprimento desses segmentos. Tais construções auxiliariam os licenciandos a observar uma relação importante nesse tipo de função, ou seja, a turma pôde concluir que o valor do coeficiente a observado na Janela de Álgebra do GeoGebra, variava conforme a variação do comprimento dos segmentos auxiliares construídos. Veja como o licenciando L6 descreveu sua observação:

“Se por exemplo, o comprimento do segmento AP é 8 e o do AB é 4, então o valor de a na função é 2. Mas se o valor do segmento AP é 6 e o do AB é 2, então o valor de a na função é 3. Logo, o valor de a é o quociente do comprimento de AP por AB”. (L6)

Dessa forma, os licenciandos puderam notar que a taxa de variação de uma função polinomial do 1º grau pode ser encontrada dividindo-se a variação na variável dependente (comprimento AP de um dos segmentos construídos), pela variação correspondente na variável independente x (comprimento AB do outro segmento construído) e que corresponde ao mesmo valor do coeficiente angular da função.

A pesquisadora pontuou que a taxa de variação de uma função do 1º grau é determinada na disciplina de Cálculo através do desenvolvimento da derivada de uma função. Contudo, nesta etapa do trabalho, foi possível perceber a satisfação dos licenciandos em terem compreendido tal conceito, mas com uma certa indignação de não o conhecerem antes dessa atividade, já que segundo eles, trata-se de um conceito muito fácil e importante a eles.

A pesquisadora acrescentou ainda que o símbolo Δ (delta) é regularmente usado para denotar uma mudança na variável correspondente. E que, se $y = f(x)$, a taxa de variação de f com respeito à variável x pode ser escrita como $\frac{\Delta y}{\Delta x}$. No caso de funções polinomiais do 1º grau, esta taxa de variação é a mesma qualquer que seja o intervalo considerado. Assim, para determinar a taxa de variação de uma função dada, basta considerar dois pontos quaisquer do gráfico (x_1, y_1) e (x_2, y_2) e calcular a razão $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

Assim, com o recurso de trabalhar com os pontos e as coordenadas cartesianas, pode-se corresponder visualmente o “triângulo dinâmico” (figura 13), com os correspondentes catetos

em diversas situações, dispondo, dessa forma, de uma atividade dinâmica que contempla a taxa de variação da função polinomial do 1º grau.

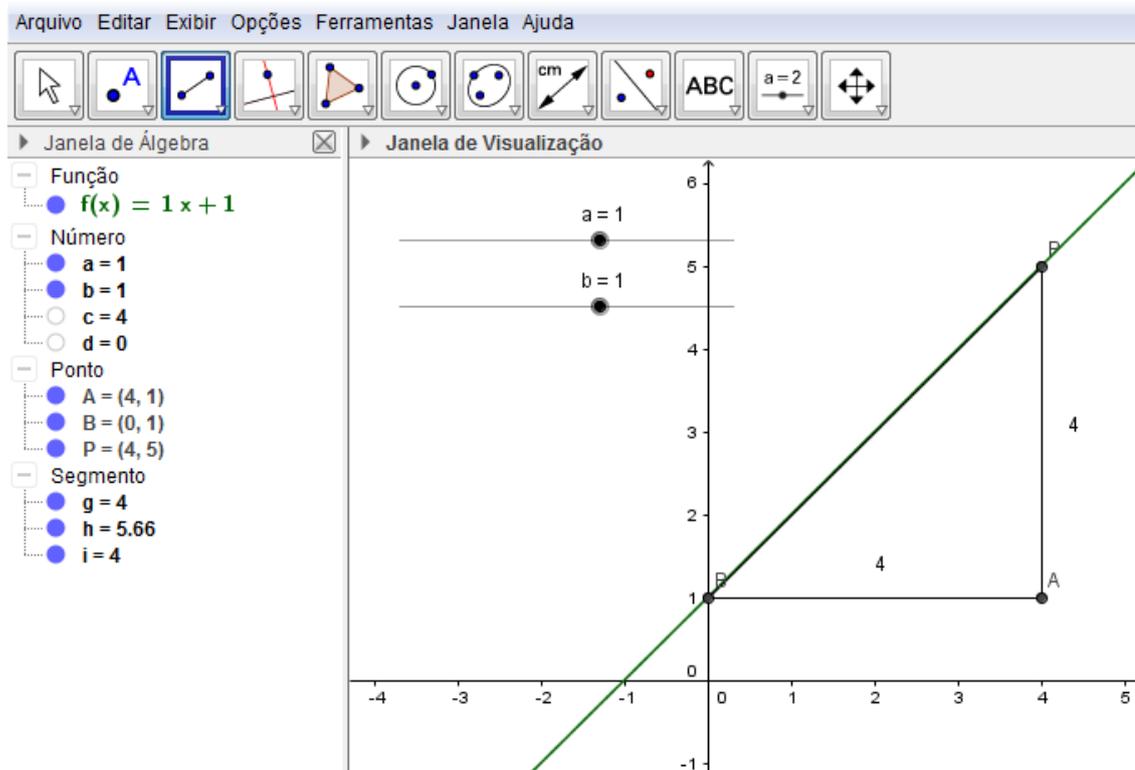


Figura 13 – Interface do GeoGebra com as construções solicitadas na atividade 3
Fonte: Elaborada pelo autor

Portanto, a terceira atividade foi encerrada e o último encontro com a turma ocorreu para que os licenciandos entregassem suas considerações e reflexões sobre a participação nessa pesquisa, as dificuldades encontradas, sugestões e acréscimo de qualquer tipo de comentário a respeito do trabalho desenvolvido.

A turma recebeu da pesquisadora um certificado de participação, com uma carga horária de 10 horas, que seria contabilizado para cada licenciando como horas de atividades complementares, nomeadas naquela instituição como Atividades Acadêmico-Científico-Culturais - AACC. A sugestão desse certificado foi proposta pela professora/coordenadora da turma no final da realização da última atividade proposta. Segundo a mesma, a turma está com dificuldades na obtenção das horas de AACC, que devem ser de um total de 200 horas até o final do curso.

4.5. Refletindo sobre os dados coletados

A partir da leitura dos dados, fizemos uma articulação interpretativa desses com a questão norteadora dessa pesquisa. A etapa da exploração do material consiste no momento de

codificação, em que os dados brutos são transformados de forma organizada e agregados em unidades, as quais permitem uma descrição das características pertinentes do conteúdo (BARDIN, 1977). Dessa forma, emergiram-se juntamente com essa exploração do material, os eixos temáticos de análise dessa investigação.

Atentos aos sentidos atribuído pelos licenciandos à utilização do *software* GeoGebra, para o ensino de função polinomial do 1º grau, foram estabelecidos três eixos temáticos de acordo com as similaridades encontradas durante a análise dos dados, ou seja, os eixos emergentes de análise, elaborados *posteriormente*.

EIXO 1: A interação estabelecida com o *software* GeoGebra frente às suas potencialidades

EIXO 2: Contribuições da utilização do *software* GeoGebra no avanço do conhecimento matemático sobre função polinomial do 1º grau

EIXO 3: O papel motivador do *software* GeoGebra ao ser utilizado na aula de Matemática

No primeiro eixo denominado “A interação estabelecida com o *software* GeoGebra frente às suas potencialidades” analisamos os aspectos em relação ao envolvimento do sujeito com o recurso tecnológico, no estudo das funções do 1º grau. Aspectos como a praticidade na elaboração e visualização dos gráficos, variação dinâmica dos coeficientes da função, e simultaneidade da disposição dos objetos gráficos e algébricos são essenciais para analisar como se deu a interação dos sujeitos com o *software*, no que tange o ensino do conteúdo proposto.

Já no segundo eixo, intitulado “Contribuições da utilização do *software* GeoGebra no avanço do conhecimento matemático sobre função polinomial do 1º grau” a análise será permeada pela identificação das contribuições que a utilização da tecnologia computacional teve frente ao conhecimento matemático, mais especificamente, ao conceito de função polinomial do 1º grau.

Finalmente, no terceiro e último eixo, “O papel motivador do *software* GeoGebra ao ser utilizado na aula de Matemática” a análise está centrada na motivação exercida nos sujeitos, na qual analisamos a atratividade e o despertar do interesse que tal ferramenta tecnológica propicia.

Vale ressaltar que a união desses três eixos é essencial para trazer reflexões sobre a potencialidade da aprendizagem em Matemática com o auxílio do *software* GeoGebra, bem como a busca por uma Matemática significativa para o licenciando, que o possibilite atuar como protagonista de sua formação crítica, capaz de ações transformadoras.

A seguir, apresentaremos as análises dos dados coletados nesta pesquisa. Para a apresentação das análises, lembramos que os licenciandos (sujeitos da pesquisa) serão identificados como L1, L2, L3, L4, L5, L6, L7 e L8.

4.5.1 EIXO 1: A interação estabelecida com o *software* GeoGebra frente às suas potencialidades

Esse eixo aborda a relação estabelecida pelos licenciandos com o recurso tecnológico, o *software* GeoGebra. Tal relação é caracterizada pelas potencialidades encontradas por esses futuros professores ao se deparar com a interface do *software* e todas as suas ferramentas.

Com os dados deste primeiro eixo, é possível compreender como a utilização da TIC, mais precisamente do *software* GeoGebra, possibilitou aos licenciandos desenvolver uma autonomia para experimentar e validar as suas conjecturas.

A licencianda L4 refletiu acerca da praticidade dinâmica propiciada pelo *software*, já que com esse recurso é possível visualizar a variação gráfica das funções de acordo com o valor de seus coeficientes. Mencionou ainda a dificuldade do ensino de funções apenas com o recurso da lousa, do giz e do papel:

“Com a utilização do GeoGebra, os alunos podem observar os movimentos que as funções realizam em diferentes situações, fato que se torna difícil quando este conceito era desenvolvido na sala de aula com lousa e giz. Eu não conhecia o GeoGebra e nem imaginava que podia existir um software tão fácil de mexer e que pudesse ser um facilitador no ensino de Matemática, contudo opino que este programa é muito interessante e prático, não precisa perder tempo elaborando gráficos no papel”. (L4)

A partir dessa reflexão, percebemos que esse licenciando fez uma comparação do tipo de proposta de ensino utilizando o *software* com o ensino tradicional de sala de aula. Isso é fundamental durante o processo de formação do professor e poder contar com tais recursos é fundamental no momento atual em que vivemos onde o professor precisa se colocar como um pesquisador, refletindo sua prática de diferentes formas.

Kenski (2007) afirma que as novas tecnologias de comunicação e informação trouxeram mudanças consideráveis e positivas para a educação, pois:

“Vídeos, programas educativos na televisão e no computador, sites educacionais, softwares diferenciados transformam a realidade da aula tradicional, dinamizam o espaço de ensino e aprendizagem, onde, anteriormente, predominava a lousa, o giz, o livro e a voz do professor”. (KENSKI, 2007, p.46).

Diante disso, podemos notar a importância de dispor de diferentes metodologias de ensino nas aulas de Matemática, visto que apesar de ter ciência de que as TIC não são a solução final dos problemas de ensino e aprendizagem, pois também possuem suas limitações. Assim, ao se propor um trabalho com o *software* de geometria dinâmica, podemos modificar o ambiente da aula e potencializar a criação de conjecturas durante o ensino e aprendizagem, conforme enfatiza Ponte (2006):

Comecemos pela utilização de programas de Geometria Dinâmica, uma opção curricular atualmente bastante enfatizada. Esse suporte tecnológico permite o desenho, a manipulação e a construção de objetos geométricos, facilita a exploração de conjecturas e a investigação de relações que precedem o uso do raciocínio formal. Vários estudos empíricos destacam também que, na realização de investigações, a utilização dessas ferramentas facilita a recolha de dados e o teste de conjecturas, apoiando, desse modo, explorações mais organizadas e completas e permitindo que os alunos se concentrem nas decisões em termos do processo. (PONTE et al. 2006, p.83)

Portanto, os recursos disponíveis no GeoGebra podem contribuir na constituição de cenários para investigação, nos quais o aluno é capaz de experimentar situações em um processo dinâmico, atuando ativamente na sua aprendizagem e sendo convidado a descobrir, formular questões, procurar respostas, levantar e verificar conjecturas.

Podemos notar na fala dos licenciandos L2 e L6 a interação propiciada com o GeoGebra, em vista de suas facilidades na construção e visualização gráfica:

“Esse programa facilita o desenvolvimento da aprendizagem do aluno e proporciona maior visualização do conteúdo, exigindo atenção do aluno para que observe cada detalhe, o que cada função sugere. O GeoGebra é de fácil manuseio, proporciona o uso de cores variadas no gráfico, para que se tenha uma melhor visualização. Agora conhecendo esse programa posso passar meus conhecimentos sobre função para outra pessoa, pois além de ser prático e eficiente, desperta a curiosidade no aluno pois, ali ele vê que os gráficos não necessariamente precisam ser construídos sobre um papel, mas em um programa também. Além de passar o conteúdo podemos analisar o desempenho do aluno diante de um computador, pois há muitos alunos que encontram a dificuldade em si ao manusear um computador, contudo depois de algumas análises e reflexões concluo que me deparei com diversas dificuldades em manusear o computador e em relação ao conteúdo, mas que foram superadas e o GeoGebra contribuiu muito para isso”. (L2)

“Fomos trabalhando a questão em que todos os gráficos eram crescentes, e ela (pesquisadora) nos questionou se notaríamos diferenças entre os gráficos, de onde falamos da parte da angulação deles, nesse momento percebi que o GeoGebra é uma grande ferramenta

porque possibilita ao professor mostrar como essa angulação interfere no gráfico e o que de fato significa, pois se fosse fazer isso na lousa precisaria desenhar várias vezes o mesmo gráfico, enquanto no software ele tem apenas o trabalho de mexer com o mouse e mostrar aos alunos. Da mesma forma, foi feito para quando todos os gráficos fossem decrescentes, no qual o GeoGebra de novo foi uma ferramenta importantíssima para que pudesses observar tal diferença. (L6)

Assim, a oportunidade que os alunos terão de visualizar como é cada gráfico, podendo comparar suas semelhanças e diferenças, é algo muito atraente ao utilizar o GeoGebra. Em questão de instantes o gráfico aparece na tela”.

As considerações de L2 e L6 destacam a facilidade de interação com o GeoGebra, visto que é de fácil manuseio. Em seus relatos, os licenciandos destacam ainda que devido a ferramentas contidas nesse programa, como alteração da cor dos gráficos e a opção de variar o valor dos coeficientes das funções, por exemplo, é possível observar algumas regularidades no comportamento gráfico de função polinomial do 1º grau.

A partir dessas considerações, observamos que um dos pontos fortes presentes na interação do sujeito com o *software* está na facilidade de seu manuseio. Podemos aferir ainda que tal interação é possível em decorrência dos recursos existentes no *software*, como por exemplo, o comando “arrastar” e “animar”, que possibilita a obtenção de diferentes situações para os gráficos, favorecendo para a agilidade na investigação dos conceitos. A licencianda L2, aponta que a inserção desses recursos tecnológicos pode ser tido como um fator contribuinte na alfabetização digital dos alunos, imprescindível em uma sociedade cada vez mais digital.

Com o desenvolvimento das tarefas propostas no decorrer dessa pesquisa, percebemos que a interface do *software* e todas as suas ferramentas encorajaram os licenciandos a desenvolver sua capacidade crítica e, como futuros professores, contribuiu no anseio de formular diferentes situações de aprendizagem, como podemos ver na reflexão de L6:

“Pelo software apresentado vimos o quão simples é mostrar aos alunos as funções, visto que através deles podemos mexer na inclinação e mostrar aos alunos o que isso significa de fato. De fato é um mecanismo que realmente facilita muito o trabalho do professor”. (L6)

No decorrer das atividades desenvolvidas na pesquisa houve a constante intencionalidade por fomentar um ambiente composto por interações e experimentações dos licenciandos com o GeoGebra.

“O trabalho com a tecnologia motivou a nossa turma a querer desvendar os caminhos para inserir essa tecnologia nas aulas que daremos futuramente”. (L5)

A reflexão de L5 apontou a utilização do recurso do *software* como um caminho que a turma quer desvendar, que enquanto futuros professores almejam inserir tal recurso tecnológico em suas aulas de Matemática. Isso nos remete ao fato da importância um professor perceber-se como um ser capaz de criar diferentes possibilidades no processo de ensino e aprendizagem, ciente de que está em constante formação, conforme defende Freire (1996):

Saber que ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para sua própria produção ou a sua construção. Quando entro em uma sala de aula devo estar sendo um ser aberto a indagações, à curiosidade, às perguntas dos alunos, a suas inibições; um ser crítico e inquiridor, inquieto em face da tarefa que tenho – a de ensinar e não a de transferir conhecimento (FREIRE, 1996, p.52).

Não podemos deixar de concordar também com D’Ambrósio (2008) ao frisar que a Matemática não é um produto acabado e que o processo de ensino deve contar com a participação ativa dos alunos, na busca por cidadãos participativos e estimulados:

É preciso substituir os processos de ensino que priorizam a exposição, que levam a um receber passivo do conteúdo, através de processos que não estimulem os alunos à participação. É preciso que eles deixem de ver a Matemática como um produto acabado, cuja transmissão de conteúdos é vista como um conjunto estático de conhecimentos e técnicas. (D’Ambrósio, 2002, p.19).

Em suma, torna-se fundamental promover discussões sobre as múltiplas facetas que se encontra ao lidar com os *softwares*, seus pontos fortes e limitações, a relação entre o professor e o aluno nesse ambiente, visto que estes são pontos importantes de reflexão a esses futuros professores.

4.5.2 EIXO 2: Contribuições da utilização do *software* GeoGebra no avanço do conhecimento matemático sobre função polinomial do 1º grau

Nesse eixo, buscamos identificar as contribuições que a utilização da tecnologia computacional, o GeoGebra, teve frente ao conhecimento matemático da função polinomial do 1º grau. Ao fazer um comparativo entre as respostas dos licenciandos obtidas no pré-teste e as respostas das atividades propostas com o auxílio do GeoGebra, podemos identificar o avanço, por parte dos licenciandos, do conhecimento referente ao conceito da função polinomial do 1º grau, como também a aquisição de tal conhecimento por alguns dos licenciandos, visto que alguns deles alegaram não saber ou terem esquecido o conceito desse tipo de função.

Um dos principais conceitos presentes no conteúdo de função polinomial do 1º grau refere-se ao papel desempenhado pelos coeficientes angular e linear no comportamento gráfico da função. Nesse sentido, como mencionado anteriormente, as questões 4 e 5 do Pré-teste abordaram esse conceito ao indagar: “Qual é o papel desempenhado pelo valor do coeficiente angular no que diz respeito ao comportamento gráfico de uma função polinomial do 1º grau?” e “Qual é o papel desempenhado pelo valor do coeficiente linear no que diz respeito ao comportamento gráfico de uma função polinomial do 1º grau?”. Já na Atividade 2 esse conceito foi trabalhado a partir das explorações de diversos gráficos de funções polinomiais do 1º grau, juntamente com a questão 8 que perguntava: “O que você pode concluir sobre a relação entre os valores dos parâmetros a (coeficiente angular) e b (coeficiente linear) e o gráfico da função $f(x) = ax + b$?”.

O quadro 3 abaixo, apresenta as respostas dadas pelos licenciandos L2 e L8 ao responderem questões, contidas no pré-teste e na Atividade 2, que abordavam a relação entre o valor do coeficiente angular com o comportamento gráfico de uma função polinomial do 1º grau:

Quadro 3 - Comparativo de respostas obtidas no pré-teste e na Atividade 2 propostos na pesquisa

Respostas obtidas pelos licenciandos L2 e L8 nas questões que se referiam ao papel desempenhado pelo coeficiente angular de uma função polinomial do 1º grau	
No Pré-teste	Na Atividade 2
“São os pontos onde passa a reta”. (L2)	“Com a proposta, pude ver quem é o coeficiente angular e linear da função. Pude também observar o que os gráficos trazem em comum e no que eles diferem, por exemplo: se o coeficiente angular é positivo, a reta é crescente e está batendo no mesmo ponto 3 de corte por que o coeficiente linear não muda (Questão 1). Se o coeficiente angular é negativo, a reta é decrescente e ainda estão batendo no mesmo ponto de corte (Questão 2). Todas as retas tem inclinação diferente”. (L2)
“Não lembro”. (L8)	“Pude observar que o coeficiente angular é igual em todas as funções e por isso as retas

	<i>parecem estar paralelas uma a outra, pois suas inclinações não mudam</i> ". (L8)
--	---

Fonte: Elaborado pelo autor

Diante dessas respostas podemos constatar que o desenvolvimento da presente pesquisa contribuiu para sedimentar o ensino e aprendizagem de conceitos ligados a função polinomial do 1° grau. No transcorrer das interações vivenciadas entre o grupo de licenciandos e a pesquisadora, ficou nítido o avanço nos conhecimentos matemáticos que estavam sendo abordados. O relato da licencianda L2 evidencia tal fato:

“Quando fiz o pré-teste me senti mal por não saber responder quase nada, mas ao participar dessa pesquisa pude ver que o que faltava em mim era que eu tivesse realmente aprendido o conteúdo de funções, de um jeito diferente. Com essas atividades, conseguimos diferenciar uma função da outra, analisando onde a reta corta o eixo Y, se é crescente ou decrescente e podendo identificar que apenas um valor pode mudar o gráfico da função. Consegui aprender também com o GeoGebra o comportamento das funções do 1° grau e analisar seus coeficientes”. (L2)

No excerto acima, podemos notar a importância do auxílio do *software* GeoGebra no ensino das funções polinomiais do 1° grau, já que L2 considerou que foi possível compreender o comportamento desse tipo de função, como também associá-lo ao valor do coeficiente angular e linear da função.

Assim, concordamos com Ponte (2002) ao enfatizar que as TIC podem ter um impacto muito significativo no ensino de disciplinas específicas, como a Matemática: pois seu uso pode reforçar a importância da linguagem gráfica e de novas formas de representação, valorizar as possibilidades de realização de projetos e atividades de modelação, exploração e investigação. E ainda, acreditamos que ao incluir a TIC como parte das atividades em sala de aula, o aluno pode trilhar seus próprios caminhos rumo à compreensão, dando significado ao conhecimento matemático.

A seguir, o quadro 4 apresenta as respostas dadas pelos licenciandos L2 e L8 ao responderem questões, que abordavam a relação entre o valor do coeficiente linear com o comportamento gráfico de uma função polinomial do 1° grau:

Quadro 4 - Comparativo de respostas obtidas no pré-teste e na Atividade 2 propostos na pesquisa

Respostas obtidas pelos licenciandos L2 e L8 nas questões que se referiam ao papel desempenhado pelo coeficiente linear de uma função polinomial do 1° grau	
No Pré-teste	Na Atividade 2
<i>“Não lembro”</i> . (L2)	<i>“Quando o valor do coeficiente linear é 3, a reta corta no ponto 3, quando esse valor é 1 a reta corta no ponto 1. Ou seja, o valor do coeficiente linear é o ponto de corte no eixo y”</i> . (L2)
<i>“Distância dos pontos”</i> . (L8)	<i>“Como os coeficientes lineares são diferentes em todas as funções, pude ver que o seu valor corresponde aquele por onde a reta cortará o eixo y”</i> . (L8)

Fonte: Elaborado pelo autor

As respostas contidas no quadro acima evidenciam o que já havíamos constatado anteriormente, que “a presente pesquisa contribuiu para sedimentar o ensino e aprendizagem de conceitos ligados a função polinomial do 1° grau”.

No entanto, além dessa contribuição e atentos a um dos nossos objetivos específicos almejados nessa pesquisa, a saber: analisar as reflexões feitas por esses licenciandos, no movimento de resolução e discussão das atividades propostas para o ensino de funções polinomiais do 1° grau, podemos observar que o fato dos licenciandos estudarem esse tipo de função por meio de uma diferente abordagem e conhecerem uma tecnologia que os auxiliam no processo de ensino e aprendizagem, os fazem refletir na importância de dispor de variados métodos de ensino, como a inserção do recurso tecnológico do GeoGebra para observar regularidades em um conteúdo matemático. Tal reflexão está presente na consideração do licenciando L6, mostrada abaixo:

“Uma parte importante do trabalho foi quanto a taxa de variação de uma função, que na primeira abordagem ninguém do grupo conseguiu se lembrar, o qual ela nos explicou que identificamos isso também analisando apenas o valor de a . com as construções no GeoGebra, aprender sobre essa taxa foi muito fácil, pois ao arrastar os pontos do gráfico, poderíamos descobrir o valor da taxa de variação. Mais do que rever função vimos o quão importante é que o professor se empenhe para trazer uma boa aula para os alunos, porque muitas vezes não necessariamente precisamos de fórmulas para saber resolver tudo, basta que saibamos bem os

conceito e conseguiremos desenvolver todos o resto, deixando as fórmulas apenas para demonstrações quando estas forem necessárias. Ao se usar o GeoGebra conseguimos evidenciar tudo isso analisando apenas uma função Afim, podemos dizer se ela é crescente, decrescente, sua taxa de variação, seu ponto de corte em y e saber a sua inclinação”. (L6)

A inserção dos recursos computacionais é considerada uma potencial proposta que aborda novas estratégias metodológicas de ensino. Segundo Lorenzato (2006):

A mediação do professor desempenha um papel determinante, à medida que, ao trabalhar com a tecnologia, ele pode criar situações desafiantes, recortá-las em vários problemas intermediários que possibilitam aos alunos se deslocarem muitas vezes do problema principal, percebendo-o por outra perspectiva, possibilitando-lhes a busca de novos caminhos, a constante reavaliação de suas estratégias e objetivos. Envolvendo-se no processo de construção do conhecimento. (p. 195)

Nesse sentido, torna-se viável pontuar juntamente com esses futuros professores a necessidade de oportunizar aos educandos a construção da competência de utilizar adequadamente o computador, reconhecendo suas limitações e suas potencialidades, já que tais recomendações estão contidas nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM). Salientamos, mais uma vez, que a utilização do recurso tecnológico, como o *software* GeoGebra, é um aliado no processo de ensino e aprendizagem e não deve ser visto como indispensável, afinal não é exclusiva a aprendizagem mediada apenas por essas novas tecnologias. A exploração desse recurso, de forma crítica e consciente, pode contribuir para motivar o aluno, que na maioria das vezes acredita que a Matemática é difícil de ser aprendida e por esse motivo se torna desinteressante à ele.

4.5.3 EIXO 3: O papel motivador do *software* GeoGebra ao ser utilizado na aula de Matemática

No decorrer dessa pesquisa salientamos algumas das contribuições da utilização do *software* GeoGebra nas aulas de Matemática, já que trata-se de uma ferramenta que devido a seu dinamismo, pode ser capaz de motivar o aluno diante de seu processo de ensino. Além disso, aliar as atividades de investigação a um *software* de Geometria Dinâmica foi um dos nossos objetivos propostos aqui, o que evidenciou desde o início de nosso trabalho com os licenciandos, o fator motivacional que o recurso computacional pode provocar no aluno. As considerações abaixo evidenciam esse efeito motivador no ensino de Matemática.

O licenciando L6 menciona a importância do professor buscar novas ferramentas que tornem as aulas mais atrativas e produtivas para os alunos, uma vez que novas possibilidades

de reinventar a Matemática, tornando-a prazerosa e motivadora, devem ser almeçadas pelos docentes.

“Concluo que com toda certeza é necessário sempre estar buscando novas ferramentas para tornar as aulas mais interativas e produtivas para os alunos, e acerca deste trabalho vi novas possibilidades de se reinventar a Matemática tornando a prazerosa e motivadora para os alunos, e foi uma ótima experiência visto que nunca tinha visto nem mexido nesta ferramenta mas que com toda certeza a incluirei em minhas futuras aulas, sabendo de todas as possibilidades e maneiras que temos para aproveitar do conteúdo de uma maneira mais dinâmica”. (L6)

Mercado (2002) reforça esta questão quando afirma que a aula na sala informatizada pode colaborar tanto aos alunos como também ao professor e que o *software* educativo “pode contribuir para auxiliar os professores na sua tarefa de transmitir o conhecimento e adquirir uma nova maneira de ensinar cada vez mais criativa, dinâmica, auxiliando novas descobertas, investigações e levando sempre em conta o diálogo” (p. 131).

Entretanto, esse mesmo autor destaca a importância de um planejamento adequado para que este ambiente e o uso do *software* “possa ser um auxiliar para o aluno, tornando-o uma ferramenta que represente um diferencial, a busca de uma escola de qualidade. E a chave para a integração das tecnologias com o ensino é um bom planejamento” (MERCADO, 2002, p. 133). Isso nos remete ao fator de formação que abre possibilidades ao docente, já que ao se assumir em constante formação, este busca meios e maneiras de se capacitar, almejando aliar o recurso de uma nova ferramenta de ensino à um bom planejamento.

Já o licenciando L7 citou o *software* matemático como um recurso atrativo aos alunos que, no momento atual, estão inserido em uma sociedade cada vez mais digital.

“Nunca havia trabalhado com um software matemático e achei a experiência bem legal e atrativa, é uma forma de chamar a atenção do aluno, uma vez que hoje os mesmos estão mergulhados no ambiente tecnológico e muitas vezes os professores não conhecem o quanto programas desse tipo podem contribuir para o aprendizado. Assim, essa experiência com o GeoGebra foi de grande valia para mim, que quando for um professor poderei utilizar esse software como um aliado no ensino de Matemática”. (L7)

Podemos notar que esse licenciando estende o GeoGebra como um instrumento de apoio no processo ensino e aprendizagem. Mercado (2002) ratifica essa questão ao afirmar que ao utilizar os *softwares* nas aulas “os alunos podem adquirir uma melhor maneira de refletir,

manipular, questionar, construir, pesquisar, analisar, sintetizar, desenvolver atenção, raciocínio e criatividade nas atividades curriculares” (p. 134).

Ao propormos as atividades de investigação a um *software* de Geometria Dinâmica, os licenciandos apontaram a representação gráfica e a movimentação na tela, recursos disponíveis no GeoGebra, como aspectos potenciais no ensino de funções. Mencionaram ainda que com isso a Matemática havia se tornado mais motivadora, já que o interesse dos alunos poderia ser despertado ao estar diante do computador. Os relatos dos licenciandos L5 e L8 retratam tal questão:

“As aulas bem dinâmicas e divertidas atraem os alunos para quererem aprender mais, e esse trabalho proporcionou isso. Foram momentos bem interessantes, em que a Matemática era mais motivante”. (L5)

“Na minha opinião esse tipo de pesquisa é muito bom, pois desperta o interesse de pessoas que talvez nunca tenham usado um programa de computador ou tecnologia parecida. Também podemos destacar que pelo fato de que o GeoGebra trabalha Matemática, o aluno pode se interessar mais pela disciplina que para muitos é muito difícil, levando muitos alunos a nem ligarem para a Matemática, que é muito importante, pois ela está presente em todas as outras ciências”. (L8)

Dessa forma, a inserção do *software* nas aulas de Matemática pode ser visto como um “facilitador de uma aprendizagem com maior qualidade e permitindo um avanço pedagógico da escola. Esses ambientes irão favorecer a comunicação, a cooperação e colaboração entre professores e alunos, tornando esta nova maneira mais estimulante e divertida” (MERCADO, 2002, p. 134).

Em suma, ao buscar identificar as perspectivas dos licenciandos com relação às potencialidades do uso do *software* GeoGebra, assim como as contribuições da utilização desse *software* no avanço do conhecimento matemático sobre função polinomial do 1º grau, e a motivação proporcionada ao inserir tal recurso tecnológico nas aulas de Matemática, ambicionamos que as questões discutidas nesta pesquisa gerem reflexões por parte desses futuros professores e demais professores envolvidos no processo de inserção das TIC no âmbito escolar, de modo a auxiliá-los diante da utilização do GeoGebra para a realização de uma atividade com caráter investigativo.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa, de caráter qualitativo, almejou, através de atividades de cunho investigativo, estudar as possibilidades pedagógicas do *software* GeoGebra para o ensino de funções polinomiais do 1º grau. No transcorrer das interações vivenciadas entre o grupo de licenciandos em Matemática e a pesquisadora, observou-se que a maioria dos participantes considerando relevante na sua prática a utilização de um recurso tecnológico, no caso o GeoGebra, para auxiliar na construção do conceito de função matemática. A sequência de atividades propostas na pesquisa oportunizou aos licenciandos que os recursos do *software* GeoGebra fossem conhecidos, fomentando assim as experimentações e Investigações Matemáticas propostas em cada atividade.

Algumas reflexões apontam a gama de significados aos licenciandos, oriundos da experiência que contemplou atividades com uma abordagem investigativa, para serem realizadas com o auxílio do GeoGebra, conforme mostra os excertos abaixo:

“As atividades com o GeoGebra e investigação matemática foram muito legais. Participar dessa experiência foi importante para nós que seremos professores e precisamos cada vez mais buscar meios de preparar uma aula em que o aluno realmente aprenda”. (L4)

“Espero que este seja apenas um primeiro contato e que venham novas experiências, porque com toda a certeza a professora Laila tem muito a nos oferecer ainda, visto que gosta e conhece muito bem a área. Parabéns pelo empenho! ”. (L6)

“Para mim essa pesquisa está sendo muito interessante para alunos que demorarão a ter acesso a tecnologia, no caso um computador. Meu caso é um exemplo, sou do interior de São Paulo, zona rural de uma cidade pequena, onde só chega a energia elétrica, e a internet pouca gente tem. Por isso, estou feliz por ter participado dessa pesquisa e ter conhecido um software para ensinar Matemática. Esse tipo de trabalho pode ser considerado instrumentação nas salas de aula, nova disciplina presente nos currículos dos alunos que fazem licenciatura em Matemática”. (L8)

No campo das perspectivas dos licenciandos, com relação ao *software* GeoGebra, a partir das análises, algumas potencialidades puderam ser destacadas, como a facilidade e agilidade de obtenção dos gráficos das funções, que contribuem para a investigação dos conceitos envolvidos neste conteúdo, e o comando de animação, que ao variar os coeficientes da função polinomial do 1º grau, varia também o seu comportamento gráfico. Outro fator apontado como principal pelos licenciandos remete à motivação e o interesse despertados pela

utilização do computador nas aulas de Matemática, já que com esse tipo de atividade investigativa que envolve a tecnologia *do software*, os alunos são chamados a explorar propriedades, levantar conjecturas e fazer descobertas. Tornam-se então os principais atores do seu processo de ensino e aprendizagem e ao professor cabe mediar todo esse processo e formalizar posteriormente as conclusões obtidas por seus alunos.

Durante essa pesquisa ficou evidente a importância de proporcionar um suporte aos professores que almejam inserir atividades dessa natureza em suas aulas. Algumas das reflexões que surgiram no decorrer da realização das atividades, caracterizavam como essencial disponibilizar um ambiente ao licenciando, e também ao professor, que se possa discutir sobre potencialidades do *software*, seu manuseio, preparação de atividades, abordagens das mesmas, etc. Assim sendo, é importante que nos cursos de licenciatura haja oportunidades para que os futuros professores possam conhecer e discutir sobre as potencialidades e possíveis limitações dos *softwares* disponíveis para o ensino de Matemática.

Entretanto, não foram apenas aspectos positivos levantados pelos licenciandos com relação aos *softwares* e sua utilização. Algumas dificuldades de dimensão prática também foram apontadas, como o acesso dos alunos à sala de informática e quantidade disponível de computadores disponíveis nas escolas, e ainda a dificuldade de muitos alunos perante um computador. Todavia frisaram que ao possibilitar esse envolvimento, o professor também poderia contribuir para a alfabetização digital desses alunos.

Assim, nesta pesquisa, acreditamos ser fundamental o estímulo e preparação dos licenciandos em Matemática, durante a formação inicial, no sentido de utilizar as TIC como aliadas no processo de ensino e aprendizagem de seus alunos. Afinal, as práticas desenvolvidas durante os cursos de licenciatura podem refletir-se nas práticas de sala de aula do futuro professor.

Com isto, acreditamos ter alcançado o objetivo da presente pesquisa, ao estudar que contribuições e limitações a utilização do GeoGebra em atividades com abordagem investigativa relativas ao conteúdo de funções polinomiais do 1º grau pode trazer para a formação inicial de professores de Matemática, na qual conferiu à pesquisadora, aos licenciandos participantes e aos futuros leitores deste trabalho, uma experiência que dispõe de atividades que podem ser incorporadas à prática, com devidas reflexões por parte dos docentes, e ainda, que permite analisar os possíveis caminhos para a utilização de *softwares* de Geometria Dinâmica nas aulas de Matemática.

REFERÊNCIAS

- ALRØ, H. E SKOVSMOSE, O. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática**. Tradução de Orlando Figueiredo. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.
- BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. São Paulo: Martins Fontes, 1977.
- BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 2009.
- BAZZO, B. **O uso dos recursos das novas tecnologias, planilhas eletrônicas e o GeoGebra para o ensino de função no ensino médio**. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 2009, Curitiba. Anais. Curitiba: PUC-PR, 2009. CD-ROM
- BONA, B. O. **Análise de softwares educativos para o ensino de Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. Experiências em Ensino de Ciências**, Carazinho, RS, v.4, p. 35-55, maio. 2009.
- BORBA, M. C. **Informática trará mudanças na educação brasileira?** Revista Zetetiké, p. 123 – 134. 1996
- BORGES M. A. F.; Valente, J.A. **Contribuições do CHIC para revelar o processo de apropriação das tecnologias digitais**. Educação Matemática Pesquisa (Online), v. 16, p. 663-672, 2014.
- BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Proposta Preliminar, segunda versão, 2016.
- BRASIL, Ministério da Educação. **Diretrizes curriculares nacionais para os cursos de matemática (bacharelado e licenciatura)**, integrantes do Parecer CNE/CES 1302/2001 (BRASIL, 2001) e estabelecidas pela Resolução CNE/CES 3/2003 (BRASIL, 2003) disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CES13022.pdf>
- BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: MEC/SEB, 2006. v. 2.
- BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Parte III. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: Ministério da Educação, 2000.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- DAMASCO NETO, J. R. **Registros De Representação Semiótica e o GeoGebra: Um Ensaio Para O Ensino De Funções Trigonométricas**. 2010. 130 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação Em Educação Científica e Tecnológica, Centro De Ciências Físicas E Matemáticas, UFSC, Florianópolis, 2010.
- D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática da teoria à prática**. 16.ed. Campinas/SP: Papirus, 2008.
- D'AMBROSIO, U. **EtnoMatemática: Elo entre as tradições e a modernidade**. 2.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.
- DANTE, L. R. **Matemática, volume único**. São Paulo: Ática, 2005.
- GUERREIRO, J. R. G. **Novas Tecnologias na Educação Básica: Desafios ou Possibilidades?** Londrina/PR, 2014.

- LOPES JÚNIOR, G. **Geometria dinâmica no GeoGebra no ensino de algumas funções**. 2013a. 77 f. Dissertação (Mestrado profissional em Matemática) – Universidade Federal de Viçosa, Minas gerais, 2013
- KENSKI, V. M. **Educação e tecnologias: O novo ritmo da informação**. 6ª edição, Campinas: Papirus, 2007.
- LORENZATO, S. **Para aprender Matemática. Construindo laboratório de Matemática (LEM)**. Campinas – SP: Editora Autores Associados, 2006.
- MARTINI, C. M.; BUENO, J. L. P.; **O desafio das tecnologias de informação e comunicação na formação inicial dos professores de Matemática**. Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.16, n.2, pp. 385-406, 2014.
- MELLO, G. N. **Educação escolar brasileira: o que trouxemos do Século XX?** Porto Alegre/RS: Artes Médicas Sul, 2004.
- MENNA BARRETO; Artigo adaptado da dissertação de mestrado **Matemática e Educação Sexual: modelagem do fenômeno da absorção/eliminação de anticoncepcionais orais diários**, PPG-Ensino de Matemática, UFRGS, Porto Alegre. 2008.
- MERCADO, L. P. L. **Novas tecnologias na educação: reflexões sobre a prática**. Maceió: EDUFAL, 2002.
- NÓVOA, A. (Coord.). **Os professores e a sua formação**. 2 ed. Lisboa: Dom Quixote, 1995
- PENTEADO, M. G. **Redes de Trabalho: expansão das possibilidades da informática na Educação Matemática da escola básica**. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Orgs.). Educação Matemática: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortes Editora, 2004. p. 283-295.
- PONTE, J. P. **Da formação ao desenvolvimento profissional**. Encontro Nacional de Professores de Matemática ProfMat, Lisboa, 1998. Disponível em: http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos_pt.htm. Acesso em: 25 jul. 2017.
- PONTE, J. P. et al (orgs). **Actividades de investigação na aprendizagem da Matemática e na formação de professores**. Secção de Educação e Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação, 2002.
- PONTE, J. P., CANAVARRO. **Matemática e novas tecnologias**. Cap. 4, Lisboa: Universidade Aberta, 1997. (<http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/fdm/bibliografia.htm>)
- PONTE, J.P.; BROCARD, J.& OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.
- SKOVSMOSE, O. **Cenários para Investigação**. Revista Bolema, Ano 13, nº 14, p. 66-91, 2000.
- ROSSINI, R. **Saberes docentes sobre o tema função: uma investigação das praxeologias**. Tese (Doutorado em Educação Matemática), PUC, São Paulo, 2006.
- RÊGO, R. G. do **Um estudo sobre a construção do Conceito de Função**. 2000. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação. Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal.
- SANCHO, J.; **Para uma tecnologia educacional**. Porto Alegre: ArtMed, 1998.
- TRINDADE, J. A. de O.; MORETTI M. T. **Uma relação entre a teoria historicocultural e a epistemologia histórico-crítica no ensino de funções: a mediação**. Zetetiké, Campinas, v.8, no. 13/14, p. 29-50, 2000.

VALENTE, J.A. (Org.). **Formação de educadores para o uso da informática na escola.** Campinas, SP: UNICAMP/NIED, 2003.

VALENTE, J.A.; Martins, M. C. **O Programa Um Computador por Aluno e a Formação de Professores das Escolas Vinculadas à Unicamp.** REVISTA GEMInIS, v. 1, p. 116-136, 2011.

ZUFFI, E. M.; PACCA, J. L. A. **Sobre Funções e a Linguagem Matemática de Professores do Ensino Médio, Zetetiké – CEMPEM – FE/UNICAMP – v. 8 – n^o 13/14, p. 7-28 – Jan./Dez. de 2000.**

APÊNDICE A – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

EM ENSINO DE CIÊNCIAS

Você está sendo convidado(a) a participar de uma pesquisa como voluntário(a). Após receber os esclarecimentos e as informações a seguir, no caso de aceitar fazer parte do estudo, assine ao final deste documento (duas páginas), que está em duas vias. Uma delas é sua, e a outra dos pesquisadores. Em caso de recusa, você não será penalizado(a) de forma alguma. Em caso de dúvida, você poderá esclarecê-las com os pesquisadores relacionados abaixo.

INFORMAÇÕES SOBRE A PESQUISA:

Título do Projeto: O Uso do *Software* GeoGebra no Ensino de Função Polinomial do 1º Grau: Uma Experiência Didática com Licenciandos em Matemática

Pesquisador Responsável: Prof. Dr. Mikael Frank Rezende Junior – Instituto de Física e Química/UNIFEI

Contato: mikaeljr@gmail.com

Pesquisador participante: Laila de Souza Assis – Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências

Contato: (12) 98196-2977 – lailassis@hotmail.com

Descrição da pesquisa (conforme Res. CNS n.º196/96)

Com essa pesquisa, temos como objetivo principal estudar as possibilidades didático-pedagógicas do *software* GeoGebra para licenciandos em Matemática no ensino de função polinomial do 1º grau. Serão três atividades que deverão ser realizadas com o auxílio do *software* dinâmico GeoGebra, no contexto de sala de aula, de acordo com a seguinte descrição:

- A primeira atividade terá como objetivo formar grupos de diversas funções que apresentam comportamentos gráficos semelhantes;
- Na segunda e terceira atividade, o objetivo será o de analisar a relação dos coeficientes de uma função polinomial do 1º grau, com o seu respectivo comportamento gráfico;
- E finalmente, a última atividade irá propor aos licenciandos que façam a transgressão do gráfico de uma função polinomial do 1º grau para sua lei de formação.

O conteúdo das aulas não servirá para ser avaliada por nenhuma disciplina do 3º período do curso de Licenciatura em Matemática, sendo este de único e exclusivo uso desta pesquisa.

As aulas serão gravadas em forma de vídeo, não sendo obrigatória a aparição dos alunos.

IMPORTANTE: Em nenhum momento serão divulgados os nomes dos participantes e todo o material coletado será utilizado apenas com o propósito da pesquisa. Portanto, nenhuma imagem ou voz será divulgada. Apenas os pesquisadores terão acesso ao material. Nenhum dos participantes terá gastos financeiros com a pesquisa.

Essa pesquisa não oferece nenhum risco de ordem física aos participantes, entretanto, pelo fato de envolver gravações em áudio e vídeo, podem gerar desconfortos associados a esses meios. Por esse motivo, será garantida a liberdade do participante, de recusar a participar ou de retirar seu consentimento em qualquer fase da pesquisa sem penalização ou prejuízo algum. Após análise, a essência do material constituirá a dissertação de mestrado da pesquisadora Laila de Souza Assis, que se compromete trazer nesse trabalho contribuições concretas ao Ensino de Matemática e à formação de alunos de forma geral. O encerramento da pesquisa se dará após análise final do material coletado que será arquivado para possíveis análises futuras.

Caso necessitem de maiores explicações, os pesquisadores estarão à disposição para esclarecer as dúvidas, pelo correio eletrônico ou pessoalmente.

Prof. Dr. Mikael Frank Rezende Junior
Pesquisador Responsável

Laila de Souza Assis
Pesquisadora Participante

CONSENTIMENTO DA PARTICIPAÇÃO (assinado pelo(a) estudante)

Eu, _____, estudante da _____, abaixo assinado, concordo em participar da pesquisa. Fui devidamente informado(a) e esclarecido(a) pela pesquisadora Laila de Souza Assis e por meio desse termo sobre a pesquisa, os procedimentos nela envolvidos, assim como os possíveis riscos e benefícios decorrentes de minha participação. Foi-me garantido que posso retirar meu consentimento a qualquer momento, sem que isto me leve a qualquer penalidade ou prejuízo.

_____, _____ de _____ de 2016.

APÊNDICE B – Pré-teste aplicado com a turma do 3º período do curso de Licenciatura em Matemática

PRÉ-TESTE: As Funções Polinomiais do 1º Grau

Nome:

O estudo de função é importante porque não se restringe apenas aos interesses da Matemática, mas colocado em prática em outras ciências, como a física e a química.

Na Matemática, o estudo de funções é dividido basicamente em:

- Características, tipos e elementos de uma função;
- Função polinomial do 1º grau ou função afim;
- Função polinomial do 2º grau ou função quadrática;
- Função exponencial;
- Função logarítmica;
- Função seno;
- Função cosseno.

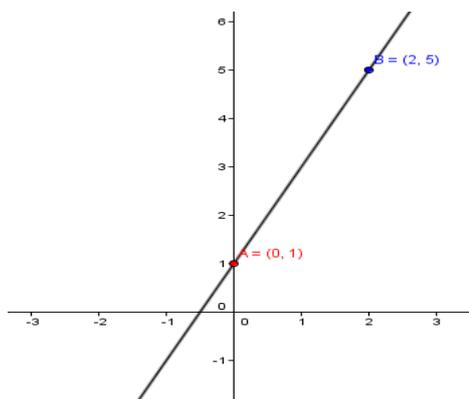
No entanto, nessa pesquisa, o foco de estudo é a função polinomial do 1º grau, definida por: qualquer função dada pela lei de formação $f(x) = ax + b$, com $a \neq 0$ e a e $b \in \mathbb{R}$.

No que tange as habilidades que devem ser desenvolvidas ao se trabalhar esse conteúdo, o docente deve deter-se a explicar: o conceito desse tipo de função, suas propriedades, linguagem algébrica e interpretação gráfica, bem como sua aplicação.

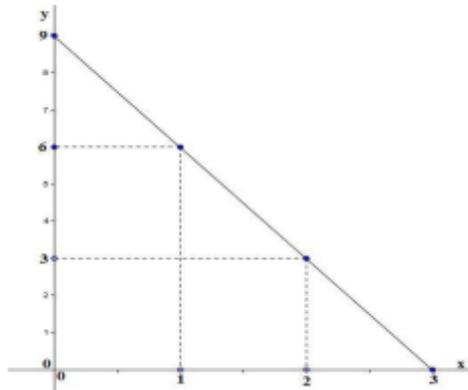
AVISO: É possível que você não saiba responder alguma(s) questão(es). Entretanto, buscamos apenas identificar seus conhecimentos prévios acerca do assunto abordado.

- 1) Como é identificado o coeficiente angular, a partir da lei de formação, de uma função polinomial do 1º grau?

- 2) Como é identificado o coeficiente linear, a partir da lei de formação, de uma função polinomial do 1º grau?
- 3) Como é o gráfico de uma função polinomial do 1º grau?
- 4) Qual é o papel desempenhado pelo valor do coeficiente angular no que diz respeito ao comportamento gráfico de uma função polinomial do 1º grau?
- 5) Qual é o papel desempenhado pelo valor do coeficiente linear no que diz respeito ao comportamento gráfico de uma função polinomial do 1º grau?
- 6) O que é a taxa de variação de uma função polinomial do 1º grau?
- 7) É possível encontrar o valor do coeficiente angular apenas com o esboço de um gráfico de uma função polinomial do 1º grau? Caso a resposta seja afirmativa, determine esse valor referente ao gráfico a seguir:



8) Identifique a taxa de variação do gráfico abaixo:



9) Qual é o papel desempenhado pela raiz de uma função polinomial do 1º grau? Como podemos encontrá-la dispondo apenas da lei de formação da função?

APÊNDICE C – Explorando o GeoGebra

1. Plotando Funções

No CAMPO DE ENTRADA , digite a função $f(x) = 2x + 1$ e pressione ENTER. Observe que a função digitada aparece na JANELA DE ÁLGEBRA  e o gráfico é rotulado automaticamente por uma letra minúscula do nosso alfabeto: f.

Agora, é a sua vez! Construa pelo menos cinco gráficos de funções. Seja criativos, inventando-as! Mas lembre-se, devem ser funções, ou seja, devem apresentar em sua lei de formação as variáveis $f(x)$ *ou* $g(x)$ *ou* $h(x)$, *etc* como mostradas na função acima. Exemplos:

$$g(x) = 4x + 5 \qquad h(x) = 6x^2 - 2x + 1 \qquad i(x) = 3x^3 + 4x^2 - 2$$

2. Modificando a cor de um gráfico

Clique com o botão direito do mouse sobre um dos gráficos plotados e, em seguida, selecione PROPRIEDADES. Clique em COR e escolha uma das opções de cores. Repita o processo para os demais gráficos construídos no item 1.

3. Variando os coeficientes

No CAMPO DE ENTRADA, digite $a = 1$ e $b = 1$ e em seguida, a função $f(x) = ax + b$. Para criar a opção de CONTROLES DESLIZANTES para os parâmetros **a** e **b**, clique com o botão do lado direito do mouse sobre a bolinha branca  **a = 1** situada ao lado de **a** e **b**. Observe que aparecerão dois segmentos de reta, na JANELA DE VISUALIZAÇÃO, com os coeficientes **a** e **b** que se movimentam sobre eles. Em seguida, clique na janela  e, então, deslize os coeficientes **a** e **b** sobre o segmento de reta para ver o que acontece com o gráfico.

Agora, iremos alterar o valor dos intervalos e do incremento dos coeficientes **a** e **b**. Clique com o botão direito sobre o coeficiente **a** que aparece na JANELA DE VISUALIZAÇÃO e selecione

a opção PROPRIEDADES. Em seguida, altere o valor dos intervalos em -10 e 10 e altere também o valor do incremento para 1 . Repita o processo para o coeficiente **b**.



Finalmente, clique na janela  e, então, deslize os coeficientes a e b sobre o segmento de reta para ver o que acontece com o gráfico.

Existe a possibilidade de habilitar o rastreo dessa variação de coeficientes ou animar automaticamente o gráfico de uma função plotada no GeoGebra, a partir dessa variação. Para que a primeira possibilidade ocorra, basta clicar com o botão direito do mouse sobre a função que você deseja habilitar rastreo e, em seguida, selecionar a opção “habilitar rastreo”. Já para que a animação seja feita, basta clicar com o botão direito do mouse sobre o coeficiente que você deseja animar e selecionar a opção animar.

4. Movendo a Janela de Visualização e Aumentando o Zoom da Imagem

Para mover o sistema de eixos situado na JANELA DE VISUALIZAÇÃO, basta clicar na janela



e, em seguida, clicar sobre a JANELA DE VISUALIZAÇÃO, arrastando os eixos. Já para aumentar (ou diminuir) o zoom da imagem, basta girar a bolinha do mouse.

5. Apagando Objetos

Para apagar um objeto qualquer da JANELA DE ÁLGEBRA ou VISUALIZAÇÃO, basta clicar com o botão direito do mouse sobre o objeto que se deseja excluir e selecionar a opção APAGAR.

6. Gravando o arquivo (salvar)

Clique em arquivo e selecionem GRAVAR. Escolha um nome para esse arquivo e salve na pasta GeoGebra localizada na área de trabalho.

A Vamos explorar o GeoGebra plotando alguns gráficos de funções para vermos como eles são?

Di Digite estas funções no campo de entrada do GeoGebra:

FUNÇÕES	COMO DIGITAR NO CAMPO DE ENTRADA
$f(x) = 7x + 3$	$f(x) = 7x + 3$
$g(x) = x^2 - 5x + 6$	$g(x) = x^2 - 5x + 6$
$h(x) = x^3 - 2x^2 + x$	$h(x) = x^3 - 2x^2 + x$
$i(x) = \frac{2}{x} - 4$	$i(x) = 2/x - 4$
$k(x) = \text{sen}(2x)$	$k(x) = \sin(2x)$
$l(x) = \text{cos}(x)$	$l(x) = \cos(x)$
$m(x) = \sqrt{3x}$	$m(x) = \text{sqrt}(3x)$
$n(x) = e^x$	$n(x) = e^x$
$o(x) = \text{log}(x)$	$o(x) = \text{log}(x)$

APÊNDICE D – Atividade 1 proposta aos licenciandos



Pesquisadora da Universidade Federal de Itajubá: Laila de Souza Assis



O ensino de funções polinomiais do 1º grau com o auxílio do GeoGebra

Atividade 1: Explorando Gráficos de Funções com o Uso do GeoGebra

Na atividade a seguir vamos analisar, com o auxílio do GeoGebra, os gráficos de algumas funções a fim de observar regularidades.

Para isso, abaixo estão indicadas as operações e as siglas mais importantes para a digitação das funções em questão.

- **As operações:**

a+b = adição entre os valores de a e b

a-b = subtração entre os valores de a e b

ab = multiplicação entre os valores de a e b

a/b = divisão entre os valores de a e b

a^b = a elevado a potência b

- **As siglas:**

sqrt(x) = raiz quadrada de x

log(x) = logaritmo de x na base 10

exp(x) = exponencial de x

sin(x) = seno de x

cos(x) = cosseno de x

Agora, vamos inserir no programa algumas funções para analisarmos seu gráfico:

$$f(x) = x$$

$$f(x) = \text{sen}(x)$$

$$f(x) = \log(x)$$

$$f(x) = \frac{4}{x} + 1$$

$$f(x) = -x$$

$$f(x) = -4^x$$

$$f(x) = -x^2 + 3$$

$$f(x) = \cos(x)$$

$$f(x) = -x^2$$

$$f(x) = -5x + 4$$

$$f(x) = x + 1$$

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

$$f(x) = -\frac{3}{x}$$

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$f(x) = \cos(-2x)$$

$$f(x) = \text{sen}(4x)$$

$$f(x) = e^x$$

$$f(x) = 5x^2$$

$$f(x) = 2x^2 + 3$$

$$f(x) = 2x$$

$$f(x) = 2x + 1$$

$$f(x) = \sqrt{2x}$$

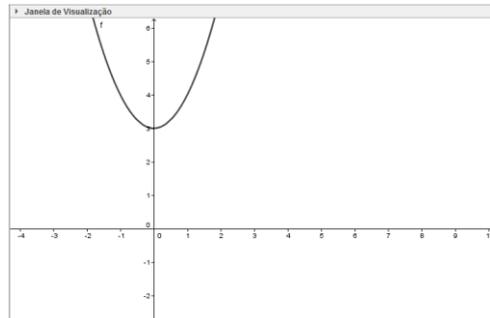
$$f(x) = \log(3x - 1)$$

$$f(x) = e^{(2x+3)}$$

Lembre-se que será necessário que você digite no campo de entrada cada função, por exemplo, vamos digitar a função $f(x) = x^2 + 3$. isto é:

Entrada: $f(x)=x^2+3$

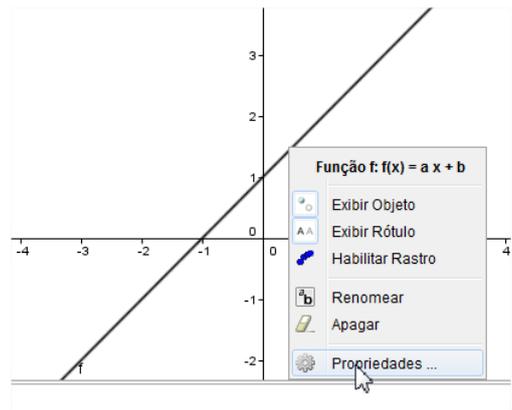
Pressione o ENTER do seu teclado. O gráfico aparecerá na Janela de Visualização:



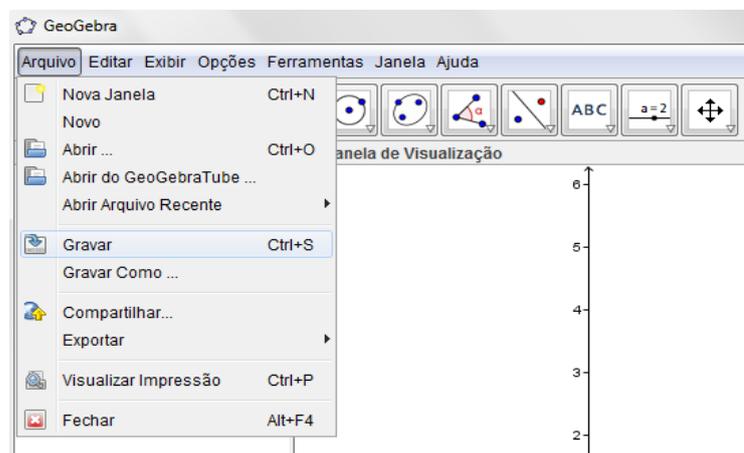
OBSERVAÇÕES:

Para que você analise os gráficos posteriormente e responda as questões propostas, será importante que faça um esboço, numa folha de papel, de cada um dos gráficos plotados no GeoGebra das respectivas funções.

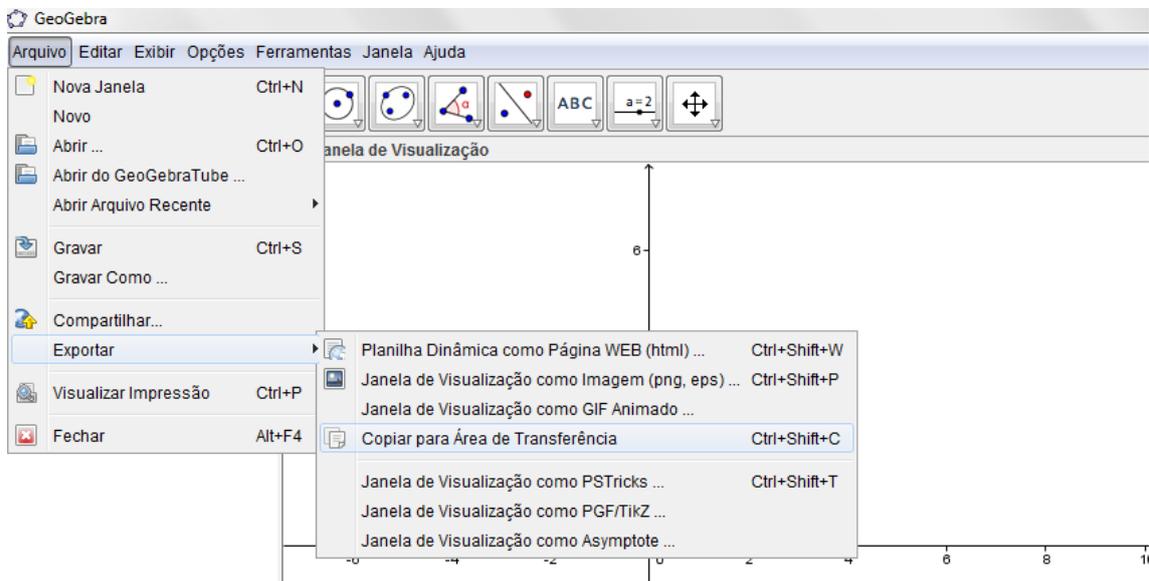
Se preferir fazer mais de uma função no mesmo plano cartesiano, mude a forma de identificar cada uma delas, colocando $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ e assim por diante. Para cada uma, escolha uma cor diferente. Isso pode ser feito clicando com o botão direito do mouse sobre o gráfico e, em seguida, clicando em propriedades e escolhendo a cor. No mesmo recurso é possível alterar espessura e formato de linha.



Dica: Para salvar um arquivo do GeoGebra, clique em arquivo e, em seguida, em gravar, isto é:



Para colar a imagem do GeoGebra em um outro local, basta clicar em: “**arquivo**”, “**exportar**” e então, “**copiar para área de transferência**”, ou seja:



QUESTÕES:

- 1) Observe os gráficos das diversas funções e separe em diferentes grupos de acordo com características comuns que consiga identificar, tanto no gráfico quanto nas leis das funções.
- 2) Explique quais critérios utilizou para formar cada um destes grupos.
- 3) Identifique a relação entre a lei de formação da função e a característica do gráfico que conseguiu perceber através dos diferentes grupos de funções.
- 4) O que você achou desta atividade, em relação ao seu aspecto positivo e negativo? Quais as dificuldades encontradas

APÊNDICE E – Atividade 2 proposta aos licenciandos



Pesquisadora da Universidade Federal de Itajubá: Laila de Souza Assis



O ensino de funções polinomiais do 1º grau com o auxílio do GeoGebra

Atividade 2: Agora vamos estudar um dos tipos de função vistas na primeira atividade. Trata-se da função polinomial do 1º grau, isto é, o grupo formado por todas as funções do tipo $f(x) = ax + b$. O termo a é chamado de coeficiente angular, enquanto o termo b é o coeficiente linear.

1) Usando o GeoGebra, digitem no campo de entrada as funções:

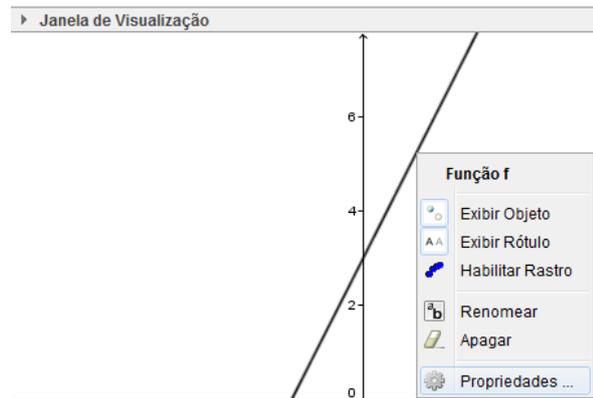
$$f(x) = 2x + 3$$

$$h(x) = x + 3$$

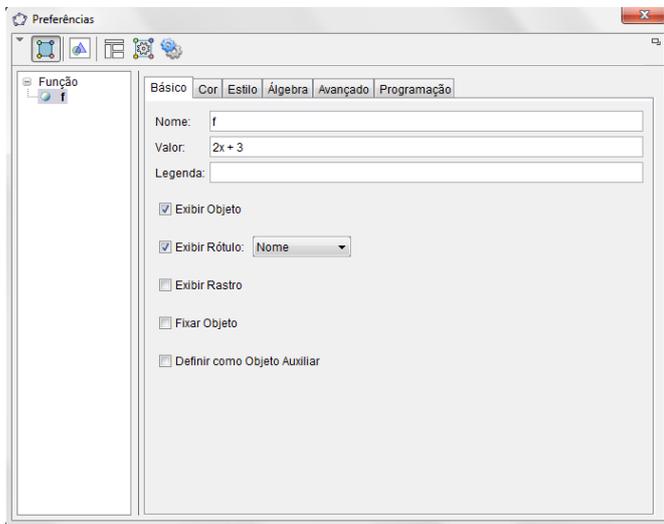
$$g(x) = 4x + 3$$

$$i(x) = 6x + 3$$

Use cores diferentes para cada gráfico, ou seja, clique com o botão direito do mouse sobre o gráfico e escolha a opção “propriedades”.



Assim, aparecerá a janela:



Cliquem em **Cor** e escolham a cor que quiserem para o gráfico.

Agora responda:

Que conclusões você pode tirar acerca dos gráficos construídos, o que eles têm em comum e no que eles diferem?

- 2) Repita o processo da questão anterior, agora inserindo no campo de entrada as seguintes funções:

$$f(x) = -2x + 3$$

$$h(x) = -x + 3$$

$$g(x) = -4x + 3$$

$$i(x) = -6x + 3$$

Responda:

O que você consegue concluir agora?

- 3) Digite no campo de entrada as funções:

$$f(x) = 2x + 1$$

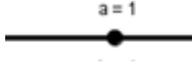
$$h(x) = 2x - 5$$

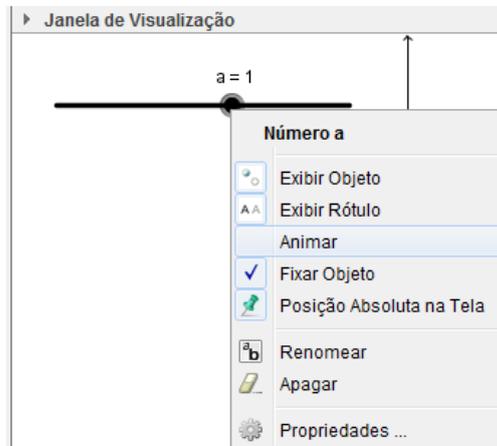
$$g(x) = 2x + 2$$

$$i(x) = 2x$$

Responda:

O que você pode concluir em relação às constantes “a” e “b”? Que relação elas têm com o comportamento dos gráficos das funções?

- 4) Vamos agora otimizar o processo inserindo um parâmetro que vai nos permitir fazer as mesmas construções acima, mas sem gastar tanto tempo. Digite no campo de entrada $a = 1$ e em seguida, a função $f(x) = ax + 3$. Vamos criar controle deslizante para o parâmetro “a”. Para isto, clique sobre a bolhinha branca situada ao lado de $a = 1$. Agora clique com o botão direito do mouse sobre , e selecione a opção “animar”, isto é:



Agora, responda:

O comportamento que você observou nas questões 1 e 2 ainda prevalece? Justifique sua resposta.

- 5) Agora, digite no campo de entrada $b = 1$ e depois a função $f(x) = 2x + b$. Crie controle deslizante para o parâmetro “b” e repita o processo realizado no item anterior, respondendo **se o comportamento dos gráficos extraído na questão 3 ainda prevalece. Justifique sua resposta.**
- 6) Usando o GeoGebra, digite $a = 1$ e depois a função $f(x) = ax$ (função linear, $b = 0$), crie controle deslizante para o parâmetro “a” e ative a função animar. Agora responda:
- O que você pode concluir sobre o gráfico de uma função linear?**
- 7) Usando o GeoGebra, digite $b = 1$ e depois a função $f(x) = b$ (função constante, $a = 0$), crie controle deslizante para o parâmetro “b” e ative a função animar. Agora responda:
- O que você pode concluir sobre o gráfico de uma função constante?**

8) Usando o GeoGebra, digitem $a = 1$, $b = 1$ e então a função $f(x) = ax + b$. Crie controles deslizantes para os parâmetros “a” e “b”. Anime **a**, em seguida anime **b**. Desligue a animação e responda:

O que você pode concluir sobre a relação entre os valores dos parâmetros “a” e “b” e o gráfico da função $f(x) = ax + b$?

9) Digite no campo de entrada a função $f(x) = 2x + 4$.

No ponto onde o gráfico corta o eixo x, qual é o valor de y? Diante disso, procure explicar como o ponto em que o gráfico corta o eixo x pode ser obtido. Esse ponto é chamado de raiz da função.

Explique, agora de forma generalizada, como podemos encontrar o valor da raiz de uma função $y = f(x) = ax + b$?

APÊNDICE F – Atividade 3 proposta aos licenciandos



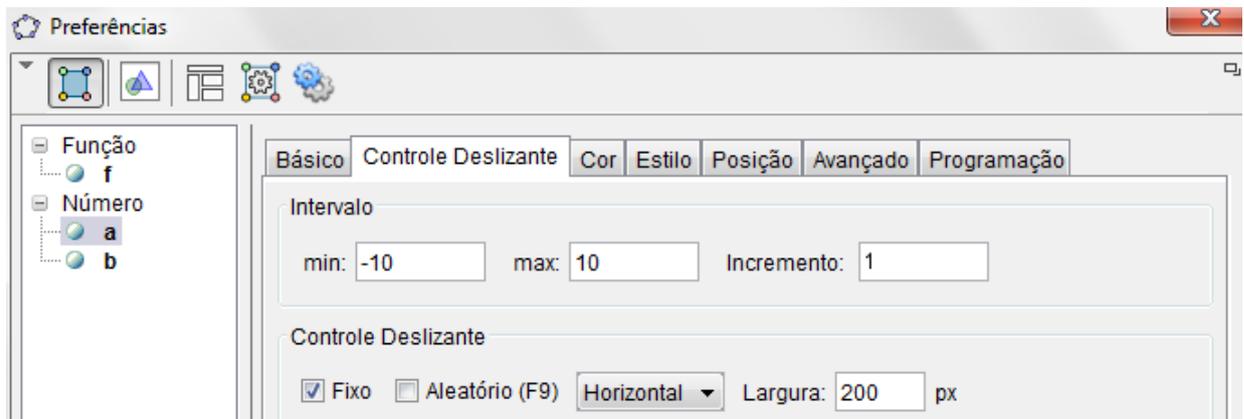
Pesquisadora da Universidade Federal de Itajubá: Laila de Souza Assis



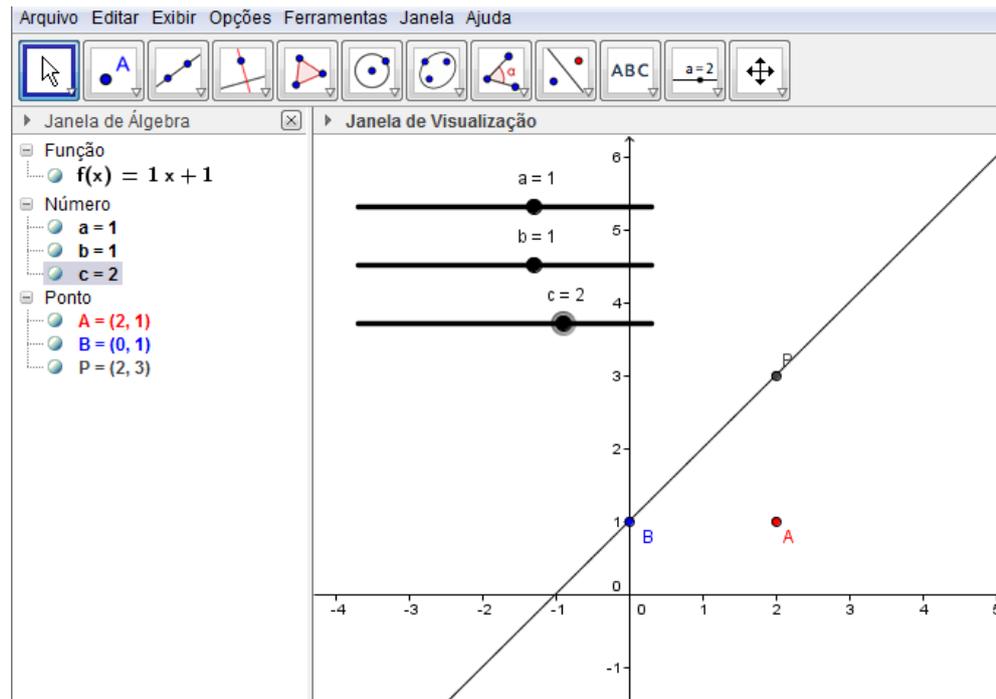
O ensino de funções polinomiais do 1º grau com o auxílio do GeoGebra

Atividade 3 – Explorando geometricamente a taxa de variação

- Digite no campo de entrada $a = 1$ e pressione ENTER, $b = 1$ e pressione ENTER e, finalmente, digite a função $f(x) = ax + b$ e pressione ENTER. Em seguida, crie controles deslizantes para os parâmetros **a** e **b**. Confira se o valor do incremento dos parâmetros é 1 (um). Para isso, clique com o botão direito do mouse sobre os parâmetros **a** e **b**, selecione a opção “propriedades” e, caso necessário, altere o valor do incremento. Altere também o valor do intervalo para min: -10 e max: 10.



- Agora você deverá inserir um ponto **P** que percorrerá a função acima. Para isso, no campo de entrada, digitem $c = 1$ e pressione ENTER e $P = (c, f(c))$ e pressione ENTER. Crie o controle deslizante para o parâmetro **c** e defina o incremento como 0,1.
- Vamos criar dois pontos auxiliares que os ajudarão a enxergar uma relação importante nas funções polinomiais do 1º grau. Digite no campo de entrada o ponto $A = (c, b)$ e pressione ENTER e o ponto $B = (0, b)$ e pressione ENTER. (Note que A e B devem estar em letras maiúsculas, pois referem-se a pontos). Clicando com o botão direito do mouse sobre cada um desses pontos, na opção propriedades, altere a cor deles.

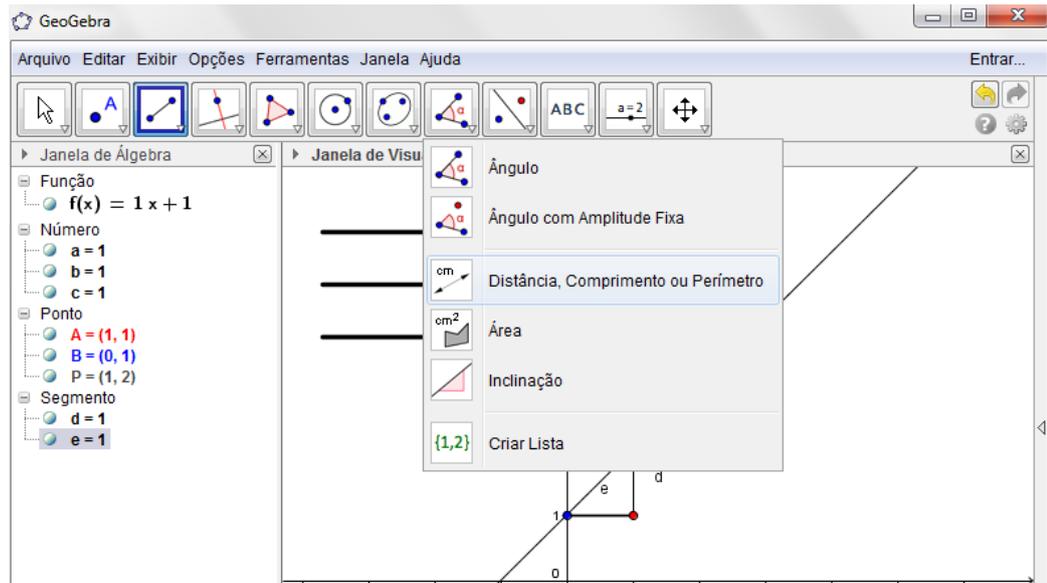


- O próximo passo é a criação de dois segmentos também auxiliares. Clicando na seta do

ícone , escolha a opção “segmento”.

- Clique no ponto A e no ponto P, criando o segmento AP. Em seguida, clique no ponto A e no ponto B, criando o segmento AB. Clicando com o botão direito do mouse sobre cada um desses segmentos, na opção propriedades, altere a cor deles. Clicando na seta

do ícone , escolha a opção “Distância, comprimento e perímetro”, em seguida clique em cada segmento para exibir suas medidas.



- Vamos analisar algumas relações:
 - a) Fixando em 1 (um) o valor dos parâmetros **a** e **b** (no controle deslizante), observe o que acontece com as medidas dos segmentos, conforme você varia o parâmetro **c**.
 - b) Variando o parâmetro **a**, uma unidade a cada vez, observe o que acontece com as medidas dos segmentos, conforme o parâmetro **c** varia.
 - c) Observe o que muda se você alterar o parâmetro **b** para 2, 3, 4 etc.

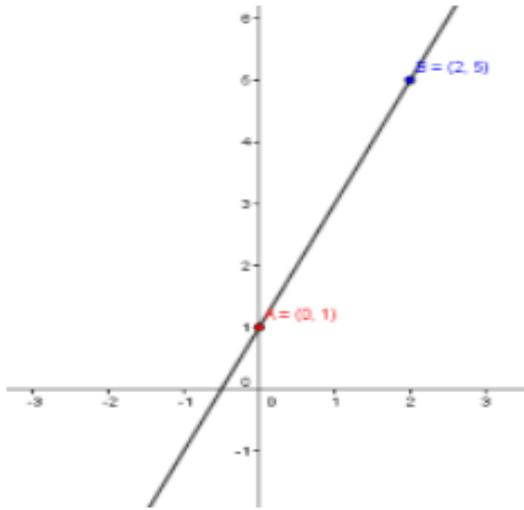
Agora responda:

- a) Os pontos B e P pertencem ao gráfico da função e suas coordenadas podem ser vistas na Janela de Álgebra. Observando essas coordenadas, tente descobrir como podemos calcular as medidas dos segmentos AP e AB, sem utilizar o GeoGebra para efetuar esses cálculos.
- b) Qual a relação entre as medidas desses segmentos e o valor de **a** na função $f(x) = ax + b$?

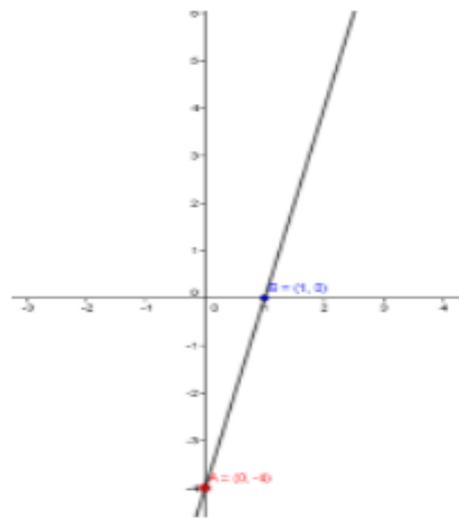
Desafio: Deduzindo leis de formação a partir do gráfico da função, sem recorrer ao uso de sistemas

Observe os gráficos abaixo e responda: você conseguiria dizer qual é a lei de uma função apenas observando seu gráfico? Explique por escrito como faria isso, utilizando os exemplos abaixo.

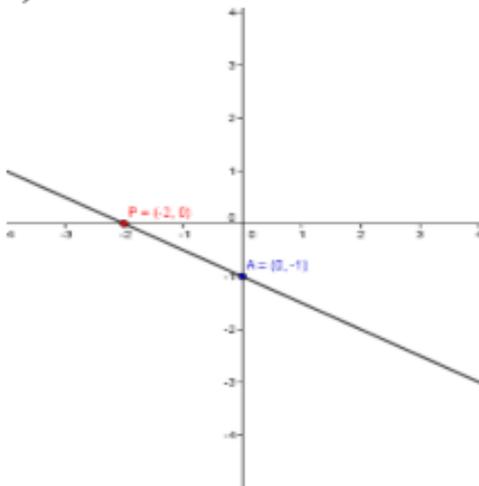
a)



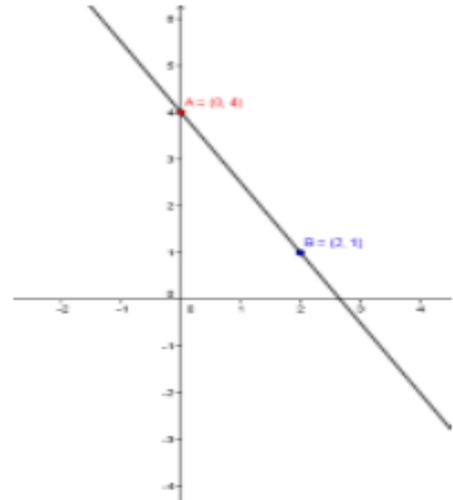
c)



b)



d)



ANEXO A – Estrutura curricular do curso de Matemática – Licenciatura presente no Projeto Pedagógico

Deliberação CONSEP nº 186/2012

Disciplina	C/H
1º PERÍODO	
Física – Cinemática e Dinâmica	080
Física Experimental – Medições e Tratamento de Dados	040
Fundamentos da Matemática – Conceitos e Operações	080
História da Ciência	040
Língua Portuguesa: Leitura e Escrita	040
Tecnologias da Informação e Comunicação – TIC	080
Geometria Analítica	040
TOTAL DO PERÍODO	400
2º PERÍODO	
Álgebra Linear	080
Física – Energia e Estática	080
Física Experimental – Medições e Gráficos	040
Fundamentos da Matemática – Funções	080
História e Política Educacional	080
Língua Portuguesa: Leitura e Produção de Textos	040
Sociologia da Educação	080
TOTAL DO PERÍODO	480
3º PERÍODO	
Cálculo Diferencial e Integral – Limites e Derivadas Estruturas Algébricas I	080
Física – Eletricidade	040
Física Experimental – Eletricidade	040
Gestão de Ensino	040
Instrumentação ao Ensino da Matemática I	040
Modelagem Matemática	040
Psicologia da Educação	040
TOTAL DO PERÍODO	400
4º PERÍODO	
Cálculo Diferencial e Integral – Integrais	080
Equações Diferenciais	040
Estruturas Algébricas II	040
Filosofia da Educação	040
Física – Eletromagnetismo e Ondulatória Física	080
Experimental - Eletromagnetismo Instrumentação ao Ensino da Matemática II Modelagem	040
Matemática - Aplicações	040
TOTAL DO PERÍODO	400

5º PERÍODO

Análise Matemática	040
Cálculo Diferencial e Integral – Funções de Várias Variáveis	080
Desenho Geométrico – Geometria Plana	120
Didática e Orientação de Práticas – Ensino Fundamental	040
Metodologia Científica	040
Métodos Numéricos – Erros e Aproximações/Ajustes de Curvas	040
Probabilidade e Estatística – Medidas e Técnicas Termodinâmica	040
Total do período	040
	400

6º PERÍODO

Análise Matemática (Complexa)	
Cálculo Diferencial e Integral – Integrais Múltiplas e Equações Diferenciais	040
Didática e Orientação de Práticas – Ensino Médio	040
Didática Específica	040
Geometria Descritiva – Geometria Espacial	040
Libras	120
Métodos Numéricos – Integração Numérica/Aplicações	040
Probabilidade e Estatística – Distribuição	040
TOTAL DO PERÍODO	040
	400

ANEXO B – Ementa da disciplina de Modelagem Matemática ofertada em 2016.1 apresentada no Projeto Pedagógico Exatas: Matemática Licenciatura

MODELAGEM MATEMÁTICA (80h/a)

OBJETIVOS:

Aplicar os conhecimentos matemáticos, científicos, tecnológicos e instrumentais das diversas áreas do conhecimento. Identificar, formular e resolver problemas.

Comunicar-se eficientemente nas formas escrita, oral e gráfica.

EMENTA:

O que é modelagem? Modelagem como estratégia de ensino e aprendizagem. Modelo Matemático. Raízes do processo. Modelagem Matemática como método de ensino. Aprender para ensinar Modelagem. Processos de Modelagem. Como planejar e executar projetos?

BIBLIOGRAFIA BÁSICA

BASSANEZI, R. C. **Ensino-Aprendizagem com modelagem**. São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no ensino**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2003.

ZILL, D. G. **Equações diferenciais com aplicações em modelagem**. São Paulo: Cengage Learning, 2003.

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnologia. **Orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio**. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/cienciasnatureza.pdf>> Acesso: 26 mar. 2011.

DELIZOICOV, D.; ANGOTTI, J. A. **A Metodologia do ensino de Ciências**. São Paulo: Cortez, 2001.

POLYA, G. A. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

Fonte: http://www.unitau.br/files/arquivos/category_153/PP_MATEMATICA__2015_SITE_1431438098.pdf