

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

**OTIMIZAÇÃO ROBUSTA MULTI-OBJETIVO DO
PROCESSO DE FRESAMENTO HELICOIDAL DO
AÇO AISI H13 ENDURECIDO PELO MÉTODO DA
RESTRIÇÃO NORMAL**

Robson Bruno Dutra Pereira

Itajubá
Dezembro de 2017

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

Robson Bruno Dutra Pereira

**OTIMIZAÇÃO ROBUSTA MULTI-OBJETIVO DO
PROCESSO DE FRESAMENTO HELICOIDAL DO
AÇO AISI H13 ENDURECIDO PELO MÉTODO DA
RESTRICÇÃO NORMAL**

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção como requisito à obtenção do título de *Doutor em Ciências em Engenharia de Produção*.

Área de concentração: Engenharia de Produção

Orientadores:

Prof. João Roberto Ferreira, Dr. (Universidade Federal de Itajubá- Brasil)

Prof. Anderson Paulo de Paiva, Dr. (Universidade Federal de Itajubá- Brasil)

Prof. João Paulo Davim Tavares da Silva, Dr. (Universidade de Aveiro- Portugal)

Dezembro de 2017

Itajubá

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

Robson Bruno Dutra Pereira

**OTIMIZAÇÃO ROBUSTA MULTI-OBJETIVO DO
PROCESSO DE FRESAMENTO HELICOIDAL DO
AÇO AISI H13 ENDURECIDO PELO MÉTODO DA
RESTRICÇÃO NORMAL**

Tese aprovada por banca examinadora em 14 de
Dezembro de 2017, conferindo ao autor o título de
Doutor em ciências em Engenharia de Produção.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. João Roberto Ferreira (Orientador)
Prof. Dr. Anderson Paulo de Paiva (Orientador)
Prof. Dr. Paulo Henrique da Silva Campos (UNIFEI)
Prof. Dr. Rafael Coradi Leme (UNIFEI)
Prof. Dr. Lincoln Cardoso Brandão (UFSJ)
Prof. Dr. Márcio Bacci da Silva (UFU)

Dezembro de 2017

Itajubá

DEDICATÓRIA

À Deus, princípio(A) e fim(Ω) de todas as coisas, à minha esposa Ana Laura, aos meus pais Maria e Walter e aos meus irmãos Sara e Ronilson.

AGRADECIMENTOS

À Deus pelo dom da vida e por dar a ela sentido. Pela motivação diária para trabalhar e estudar e pelas virtudes da fé, esperança e amor. Por me dar o entendimento de que os frutos maiores desta Tese são os benefícios colhidos por todos que participaram ou não deste trabalho.

À minha amada esposa Ana Laura pelo amor, carinho e compreensão neste longo tempo de dedicação a esta Tese. Te amo e serei sempre grato por cada renúncia que fizestes comigo para que pudéssemos juntos conquistar este sonho.

Aos meus pais Maria e Walter pelo amor, carinho e incentivo em minha formação acadêmica. Ao meu irmão Eng. Ronilson pela amizade, cumplicidade e auxílio na escolha do tema fresamento helicoidal. À minha irmã Sara pelo carinho e pela partilha de vida. À minha sogra Leninha pelo exemplo de vida e carinho.

Aos familiares, afilhados e amigos pela amizade, orações, apoio e suporte.

Ao meu orientador João Roberto pela acolhida como aluno e orientado. Obrigado por ter acreditado em meu trabalho, no tema fresamento helicoidal, pelas experiências e ensinamentos partilhados, por me motivar durante a realização de cada etapa e sobretudo pelo respeito e confiança durante todo percurso de execução desta Tese.

Ao meu orientador no exterior João Paulo Davim pela acolhida na Universidade de Aveiro, pelas experiências e ensinamentos partilhados, pela preocupação com nosso bem estar e sobretudo pelo respeito e prontidão em responder aos meus e-mails e questionamentos.

Ao meu coorientador Anderson Paulo pela orientação efetiva no início da Tese, auxílio nos primeiros artigos e pela inspiração e didática nas disciplinas ministradas.

À CAPES pela bolsa de doutorado sanduíche do programa PDSE, processo número 88881.133263/2016-01. Ao CNPq e FAPEMIG pelo financiamento deste trabalho.

Ao professor Rogério Peruchi pela amizade e auxílio na escrita do primeiro artigo que publiquei como aluno do programa. Ao professor Paulo H. Campos por ter conduzido os ensaios de confirmação do meu segundo artigo como aluno do programa. Aos professores Pedro Paulo, Sebastião Carlos, Carlos Mello, Rafael Coradi, Carlos Sanches, José Leonardo e demais pelos ensinamentos, incentivo e experiências partilhadas. Ao técnico Veríssimo pelas experiências partilhadas.

Ao amigo e colega professor Wilson Trigueiro pela amizade, dedicação ao curso de Eng. de Produção/UFSJ e pela “divisão do volante” durante o período das disciplinas obrigatórias. Ao amigo e colega professor Lincoln pela amizade, confiança, respeito, experiências e

ensinamentos. Aos professores do curso de Engenharia de Produção da UFSJ Flávio, Marcos Sávio, Guilherme, Leandro, Kívia, Allexandre e Roberta pela dedicação ao curso e amizade. Aos amigos/colegas Durval, Arthur e Geraldo e demais professores do DEMEC pela amizade.

Ao amigo Rodrigo Reis pela amizade, estudos realizados, pelo auxílio na escrita de dois artigos internacionais e pelo profissionalismo e parceria em todos os progressos feitos.

Ao técnico Camilo, do laboratório de fabricação da UFSJ, pelo auxílio na condução dos experimentos planejados e de confirmação e pela amizade. Ao técnico Antônio Festas, do laboratório de fabricação da Universidade de Aveiro, pelo auxílio na condução dos experimentos de vida, pela amizade, dicas e apoio em Aveiro. À técnica Luizymari do laboratório de ciências dos materiais da UFSJ pelas análises de MEV/EDS.

Aos amigos Laila e Otávio pelo auxílio nas medições realizadas no laboratório de metrologia, pela amizade, dedicação e profissionalismo nesta etapa. À aluna/amiga Rafaela pelo tratamento das medições, agilidade e profissionalismo nesta etapa.

À amiga Aline pelo primeiro trabalho sobre fresamento helicoidal que certamente marcou nossas trajetórias acadêmicas. Aos demais alunos de iniciação científica que contribuíram indiretamente para realização deste trabalho.

Ao amigo Carlos Lauro pela amizade, experiências compartilhadas, dicas sobre Aveiro, por me indicar ao prof. Davim e pelo auxílio sobre os equipamentos do MACTRIB.

Aos colegas de doutorado Tarcício, Taynara, Carlos Hincapie, Wesley, Rodrigo Cerqueira, Fabiano Naves, Étory, Vinícius e demais pelo apoio.

A Dra. Ana Horovistiz pela convivência no MACTRIB, dicas sobre Portugal e amizade durante o PDSE em Aveiro. Ao aluno João Marques do MACTRIB pela amizade e por ter conseguido junto à empresa Cormol o corte das fresas por EDM para análises de MEV/EDS. Ao aluno José Ferreira e ao Eng. Fernando Berzosa do MACTRIB pelas experiências compartilhadas e amizade.

Aos professores do departamento de Engenharia mecânica da UA Robertt Valente, Gabriela Vincze, Ricardo Alves e Antônio Bastos pelas experiências compartilhadas.

Aos amigos brasileiros que conheci em Aveiro: Jurandir pela amizade, apoio e convivência; Doane, Fernando, Lívia, Elaine, Anderson e demais pela amizade e apoio.

À UNIFEI pelo programa de pós-graduação em Engenharia de produção. À UA e ao DEM pela acolhida durante o estágio de doutorado sanduíche. Ao DEMEC/UFSJ pelo afastamento e pelos laboratórios utilizados durante os ensaios. À empresa Metaltemper (Contagem/MG) pelo tratamento térmico gratuito dos corpos de prova. À empresa Cormol (Portugal) pelo corte das fresas por EDM.

EPÍGRAFE

“Vida só há de ter

Quem a dividir!

Ser alguém

Por fazer mais!”

(Djavan)

RESUMO

O fresamento helicoidal consiste em um processo de usinagem para obtenção de furos e abertura de cavidades no qual a fresa realiza avanço helicoidal concomitante à rotação em torno do próprio eixo. Este processo apresenta vários benefícios como obtenção de furos de diâmetros distintos com a mesma fresa, menores esforços de corte, facilidade na evacuação de cavacos e na lubri-refrigeração, furos acabados em uma operação, etc. O fresamento helicoidal pode ser aplicado na furação de materiais de difícil usinabilidade, como os materiais endurecidos da indústria de moldes e matrizes. Para avaliar este processo experimentalmente é importante empregar métodos de modelagem robusta e otimização multi-objetivo com a finalidade de obter os melhores resultados do processo. A presente tese apresenta a otimização robusta multi-objetivo do fresamento helicoidal do aço AISI H13 endurecido. Ensaios foram realizados seguindo um planejamento composto central combinando variáveis de processo, os avanços axial e tangencial por dente, além da velocidade de corte, e variáveis de ruído, comprimento em balanço, dureza do material e altura medida na superfície do furo. Foram aplicados a metodologia de superfície de resposta, o projeto de parâmetro robusto, a otimização do erro quadrático médio e o método da restrição normal normalizado. Foram discutidos os efeitos das variáveis de controle e ruído nas respostas de força, rugosidade e forma. Foram obtidos modelos para média e variância em função das variáveis de processo. Para as respostas de forças, foram obtidos modelos no sistema de coordenadas da ferramenta e da peça. A otimização de média e variância foi realizada, além da otimização do erro quadrático médio para minimizar o viés e variância. A resposta taxa de remoção de material também foi avaliada para garantir a produtividade do processo. A otimização multi-objetivo foi realizada considerando respostas de força, forma, rugosidade e produtividade. Nos casos para três e quatro objetivos o método da restrição normal normalizado com a matriz *pay-off* transformada foi aplicado para garantir uma melhor exploração do *trade-off* entre as respostas. Soluções Pareto ótimas filtradas foram obtidas e as fronteiras de Pareto plotadas. Ensaios de confirmação foram realizados para testar a robustez das respostas. Ensaios de vida foram conduzidos para avaliar os mecanismos de desgaste e a formação de rebarba na saída dos furos.

Palavras-chave: fresamento helicoidal, aço AISI H13 endurecido, metodologia de superfície de resposta, projeto de parâmetro robusto, método da restrição normal normalizado

ABSTRACT

Helical milling is a machining process for hole-making and cavities machining. In helical milling the tool follows a helical path while rotates around its own axis. This process presents several advantages such as boreholes with varied diameter obtained with the same tool, low cutting forces, good chip evacuation and lubricating conditions, finished boreholes in one operation, among others. Helical milling may be applied in difficult-to-cut materials, such as the hardened materials from moulds and dies industry. It is important to apply robust modelling techniques and multi-objective optimization to achieve the best results of the process. This Thesis presents the multi-objective robust optimization of the helical milling process of the AISI H13 hardened steel. Cutting tests were carried out following a central composite design combining process variables, the feeds in axial and tangential direction, besides the cutting velocity, and the noise variables, tool overhang, work material hardness, and borehole width. Response surface methodology, robust parameter design, mean square error optimization and normalized normal constraint method were applied. The effects of process and noise variables were discussed in the outcomes of cutting force, roughness and geometrical error. Models for mean and variance were achieved in function of process variables. Cutting force models were obtained in tool and workpiece coordinate systems. Mean and variance optimization was realized, besides mean square error optimization to minimize bias and variance. Material removal rate was also evaluated to guarantee the process productivity. Multi-objective optimization was realized considering cutting force, geometrical error, roughness and productivity outcomes. In cases for three and four outcomes the enhanced normalized normal constraint was applied to guarantee a better exploitation of the Pareto frontier. Confirmation runs were carried out to evaluate the robustness of the outcomes. Tool life tests were carried out to assess the wear mechanisms and burr formation in the borehole exit.

Keywords: helical milling, AISI H13 hardened steel, response surface methodology, robust parameter design, normalized normal constraint method

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1. Características do processo de fresamento helicoidal.....	3
Figura 1.2. Otimização de experimentos: (a) Visão geral; (b) Otimização convencional; (c) Otimização robusta.....	6
Figura 2.1. Cinemática do fresamento helicoidal.....	18
Figura 2.2. Dimensões do cavaco não deformado.....	20
Figura 2.3. Cavaco não deformado.....	20
Figura 2.4. Relações geométricas para definir a geometria do cavaco não deformado no fresamento helicoidal.....	21
Figura 2.5. Dependência das zonas de corte ($a_{p(1i)^*}$, $a_{p(2i)^*}$) do raio de inspeção arbitrário (R_i) no caminho helicoidal.....	23
Figura 2.6. Volume dos cortes frontal e periférico.....	23
Figura 2.7. Influência da razão entre os diâmetros k na razão entre os volumes K	24
Figura 2.8. Componentes de força no: (a) sistema de coordenadas da peça; (b) no sistema de coordenadas da ferramenta.....	26
Figura 2.9. Força axial causando delaminação na saída do furo (a) furação convencional; (b) furação orbital.....	28
Figura 2.10. Forças de corte medidas e simuladas no fresamento helicoidal (a) $n = 3200$ voltas/min, $f_z = 0,05$ mm/tooth and $a_p^* = 0,2$ mm/volta; (b) $n = 3700$ voltas/min, $f_z = 0,065$ mm/tooth and $a_p^* = 0,1$ mm/volta.....	29
Figura 3.1. (a) Fatorial 2^2 ; (b) Fatorial 2^3	44
Figura 3.2. Efeito linear.....	45
Figura 3.3. (a) ausência; e (b) presença de interação.....	46
Figura 3.4. (a) Distribuição χ^2 ; (b) distribuição F	48
Figura 3.5. Teste da significância dos efeitos.....	48
Figura 3.6. Distribuição t	49
Figura 3.7. Hierarquia e esparcidade dos efeitos.....	60
Figura 3.8. Relação de definição e confundimento no Fatorial 2^{3-1}	61
Figura 3.9. Projeção do fatorial 2^{3-1} em um fatorial 2^2	62
Figura 3.10. Experimentação sequencial com o fatorial fracionado. (a) fração principal; (b) fração secundária; e (c) fatorial completo resultante.....	62
Figura 3.11. Planejamentos fatoriais 2^{k-p}	63
Figura 3.12. Planejamento composto central (a) $k = 2$; (b) $k = 3$	65

Figura 3.13. Superfície de resposta com eixos principais com orientação diferente dos eixos das variáveis de controle.....	67
Figura 3.14. Forma geral da matriz de momentos $\mathbf{X}^T\mathbf{X}/N$ para um planejamento de segunda ordem com k variáveis de controle.....	70
Figura 3.15. Matriz de momentos para um CCD rotacionável.....	71
Figura 3.16. VDG para um CCD, $k = 3$ com $n_f = 2^3$	73
Figura 3.17. análise de tipo de superfície de resposta e ponto estacionário segundo os autovalores de $\hat{\mathbf{B}}$	77
Figura 4.1. (a) nível de $x_1 = 0,5$ torna o processo robusto a z_1 ; (b) nível de $x_1 = -1,3$ torna o processo robusto a z_1 ; (c) interação processo \times ruído, $x_1 \times z_3$ não significativa.....	84
Figura 4.2. Estrutura das submatrizes de \mathbf{C}^*	86
Figura 4.3. Função perda (a) Tradicional; (b) de Taguchi.....	90
Figura 5.1. Espaço de solução bi-objetivo (a) nas unidades originais; (b) normalizado.....	100
Figura 5.2. NBI bi-objetivo.....	103
Figura 5.3. Planejamento simplex-lattice $\{3,10\}$	106
Figura 5.4. NNC bi-objetivo.....	107
Figura 5.5. Soluções de Pareto não alcançáveis (região hachurada) pelo método NNC.....	108
Figura 5.6. – Plano de utopia normalizado para o ENNC, $m = 3$	110
Figura 6.1. Fluxograma do método MMSE- ENNC.....	126
Figura 7.1. (a) <i>Setup</i> experimental dos experimentos planejados com (i) mandril hidráulico, (ii) fresa, (iii) corpo de prova, (iv) dispositivo de fixação, (v) placa retificada para fixação, (vi) dinamômetro piezoelétrico e (vii) sistema de refrigeração por ar comprimido; (b) Experimento em execução.....	134
Figura 7.2. Fresa <i>Coromill Plura</i> código ISO/ANSI R215.H4-10050DAC03H 1610 da <i>Sandvik®</i> (a) medidas; (b) detalhe duplo raio de ponta; (c) foto periferia; (d) foto frontal.....	135
Figura 7.3. Corpos de prova de aço H13 endurecido.....	136
Figura 7.4. (a) Medição de rugosidade; (b) detalhe: (i) apoios, (ii) fixação, (iii) corpo de prova, (iv) apalpador, (v) <i>pick-up</i> para rugosidade e (vi) perfilômetro.....	136
Figura 7.5. (a) Medição de circularidade e cilindridade; (b) detalhe: (i) braço do circularímetro, (ii) apalpador na orientação vertical, (iii) corpo de prova, (iv) placa com castanhas e (v) mesa hidráulica com mecanismos para centragem e nivelamento.....	137
Figura 7.6. <i>Setup</i> experimental dos experimentos de vida com (i) porta-ferramentas, (ii) fresa, (iii) corpo de prova, (iv) dispositivo de fixação, (v) sistema de refrigeração por ar comprimido.....	138

Figura 7.7. (a) Medição de rebarba, (i) corpo de prova, (ii) apalpador cônico, (iii) <i>pick-up</i> de alta gama (b) detalhe, (iv) rebarba.....	139
Figura 7.8. Monitoramento de força, (a) sinal adquirido pelo dinamômetro; (b) Amostra da posição do meio.....	139
Figura 7.9. Posições de medição de (a) rugosidade e (b) circularidade.....	140
Figura 7.10. Medição e cálculo da cilindridade total.....	143
Figura 7.11. Posições de medição de rebarba.....	144
Figura 8.1. (a) Entrada e (b) saída dos furos obtidos pro fresamento helicoidal no aço AISI H13.....	148
Figura 8.2. Forças monitoradas no fresamento helicoidal (a) antes da filtragem: 1200 Hz; (b) após filtragem: 20 Hz.....	149
Figura 8.3. Gráficos de efeito linear e quadrático para F_a	150
Figura 8.4. Gráficos de interação para F_a	150
Figura 8.5. Superfícies de resposta para F_a , $\mathbf{x}_{fixo} = \mathbf{x}_{CtPt}$	154
Figura 8.6. Fronteira de Pareto para $E[F_a] \times Var[F_a]$	156
Figura 8.7. Espaço experimental para a otimização $E[F_a] \times Var[F_a]$	157
Figura 8.8. Superfícies de resposta para MSE_{F_a} , $\mathbf{x}_{fixo} = \mathbf{x}_{CtPt}$	157
Figura 8.9. Gráficos de efeito linear e quadrático para F_r	159
Figura 8.10. Gráficos de interação para F_r	159
Figura 8.11. Superfícies de resposta para F_r , $\mathbf{x}_{fixo} = \mathbf{x}_{CtPt}$	162
Figura 8.12. Fronteira de Pareto para $E[F_r] \times Var[F_r]$	163
Figura 8.13. Espaço experimental para a otimização $E[F_r] \times Var[F_r]$	164
Figura 8.14. Superfícies de resposta para MSE_{F_r} , $\mathbf{x}_{fixo} = \mathbf{x}_{CtPt}$	165
Figura 8.15. Modelos de forças no sistema de coordenadas da peça, $\mathbf{x}_0 = [0,15 \mu\text{m/dente}; 0,15 \text{ mm/dente}; 60 \text{ m/min}]$ (a) modelo; (b) experimental.....	168
Figura 8.16. Medição de circularidade para o ensaio 36.....	169
Figura 8.17. Circularidade com erro devido folgas dos eixos do centro de usinagem.....	169
Figura 8.18. Gráficos de efeito linear e quadrático para Ron_t	171
Figura 8.19. Gráficos de interação para Ron_t	171
Figura 8.20. Superfícies de resposta para $E[Ron_t]$ e $Var[Ron_t]$, $\mathbf{x}_{fixo} = \mathbf{x}_{CtPt}$	173
Figura 8.21. Fronteira de Pareto para $E[Ron_t] \times Var[Ron_t]$	174
Figura 8.22. Espaço experimental para a otimização $E[Ron_t] \times Var[Ron_t]$	175
Figura 8.23. Superfícies de resposta para MSE_{Ron_t} , $\mathbf{x}_{fixo} = \mathbf{x}_{CtPt}$	176
Figura 8.24. Medição de cilindridade para o ensaio 36.....	177

Figura 8.25. Gráficos de efeito linear e quadrático para Cyl_t	179
Figura 8.26. Gráficos de interação para Cyl_t	179
Figura 8.27. Superfícies de resposta para $E[Cyl_t]$ e $Var[Cyl_t]$, $\mathbf{x}_{fixo} = \mathbf{x}_{CtPt}$	181
Figura 8.28. Fronteira de Pareto para $E[Cyl_t] \times Var[Cyl_t]$	184
Figura 8.29. Espaço experimental para a otimização $E[Cyl_t] \times Var[Cyl_t]$	185
Figura 8.30. Superfícies de resposta para MSE_{Cyl_t} , $\mathbf{x}_{fixo} = \mathbf{x}_{CtPt}$	185
Figura 8.31. Medição de rugosidade para o ensaio 6.....	187
Figura 8.32. Gráficos de efeito linear e quadrático para R_a	188
Figura 8.33. Gráficos de interação para R_a	189
Figura 8.34. Superfícies de resposta para $E[R_a]$ e $Var[R_a]$, $\mathbf{x}_{fixo} = \mathbf{x}_{CtPt}$	191
Figura 8.35. Fronteira de Pareto para $E[R_a] \times Var[R_a]$	192
Figura 8.36. Espaço experimental para a otimização $E[R_a] \times Var[R_a]$	194
Figura 8.37. Superfícies de resposta para MSE_{R_a} , $\mathbf{x}_{fixo} = \mathbf{x}_{CtPt}$	194
Figura 8.38. Gráficos de efeito linear e quadrático para R_z	195
Figura 8.39. Gráficos de interação para R_z	197
Figura 8.40. Superfícies de resposta para $E[R_z]$ e $Var[R_z]$, $\mathbf{x}_{fixo} = \mathbf{x}_{CtPt}$	198
Figura 8.41. Fronteira de Pareto para $E[R_z] \times Var[R_z]$	199
Figura 8.42. Superfícies de resposta para MSE_{R_z} , $\mathbf{x}_{fixo} = \mathbf{x}_{CtPt}$	200
Figura 8.43. Função MRR no espaço experimental codificado, $\mathbf{x}_{fixo} = \mathbf{x}_{CtPt}$	202
Figura 8.44. Dendograma de Ward para F_a , F_r , R_{ont} , Cyl_t , R_a , R_z e MRR	204
Figura 8.45. Fronteira de Pareto para $MSE_{F_a} \times MSE_{R_{ont}}$	207
Figura 8.46. Fronteira de Pareto para $MSE_{F_a} \times MSE_{R_a}$	209
Figura 8.47. Fronteira de Pareto para $MSE_{F_a} \times MRR$	210
Figura 8.48. Fronteira de Pareto para $MSE_{R_{ont}} \times MSE_{R_a}$	211
Figura 8.49. Fronteira de Pareto para $MSE_{R_{ont}} \times MRR$	213
Figura 8.50. Fronteira de Pareto $MSE_{R_a} \times MRR$	215
Figura 8.51. Fronteiras de Pareto para $MSE_{R_{ont}}$, MSE_{R_a} e MRR obtidas pelo método NNC (a) espaço normalizado; (b) espaço objetivo original.....	216
Figura 8.52. Pontos no hiperplano de utopia no espaço normalizado NNC.....	217
Figura 8.53. Pontos no hiperplano de utopia no espaço normalizado transformado ENNC...	218
Figura 8.54. Fronteiras de Pareto para $MSE_{R_{ont}}$, MSE_{R_a} e MRR obtidas pelo método ENNC (a) espaço normalizado; (b) espaço objetivo original.....	218
Figura 8.55. Fronteiras de Pareto obtidas pelos métodos NNC e ENNC sobrepostas.....	219
Figura 8.56. Fronteiras de Pareto filtradas (a) NNC; (b) ENNC.....	219

Figura 8.57. Fronteiras de Pareto filtradas para MSE_{Fa} , MSE_{Ra} e MRR (a) espaço normalizado; (b) espaço objetivo.....	221
Figura 8.58. Fronteiras de Pareto filtradas para MSE_{Fa} , MSE_{Ront} e MRR (a) espaço normalizado; (b) espaço objetivo.....	224
Figura 8.59. Fronteiras de Pareto filtradas para MSE_{Fa} , MSE_{Ront} e MSE_{Ra} (a) espaço normalizado; (b) espaço objetivo.....	226
Figura 8.60. Fronteira de Pareto normalizada para MSE_{Fa} , MSE_{Ront} e MSE_{Ra} MRR	229
Figura 8.61. Fronteiras de Pareto normalizada com (a) MRR ; (b) MSE_{Ra} ; (c) MSE_{Ront} e (d) MSE_{Fa} na escala de cor.....	230
Figura 8.62. Fronteiras de Pareto (a) MRR ; (b) MSE_{Ra} ; (c) MSE_{Ront} e (d) MSE_{Fa} em cor.....	230
Figura 8.63. Fronteiras de Pareto com $\delta = 0.2$	231
Figura 8.64. Testes de hipóteses para média dos ensaios de confirmação em relação aos valores dos modelos de média.....	240
Figura 8.65. Curvas de desgaste fresa Sandvik® Coromill Plura código ISO/ANSI R215.H4-10050DAC03H 1610 no fresamento helicoidal do aço AISI H13 com 55 HRC.....	241
Figura 8.66. Desgaste de flanco, $v_c = 60$ m/min (a) MEV, (b) microscopia óptica.....	243
Figura 8.67. Desgaste de flanco, $v_c = 175$ m/min (a) MEV, (b) microscopia óptica.....	243
Figura 8.68. (a) MEV da área (i) da Figura 8.86; (b) EDS da área (iv).....	244
Figura 8.69. (a) MEV da área (ii) da Figura 8.66; (b) EDS da área (v); (c) EDS da área (vi)....	245
Figura 8.70. (a) MEV da área (iii) da Figura 8.67; (b) EDS da área (vii).....	245
Figura 8.71. (a) MEV da aresta periférica, $v_c = 60$ m/min; (b) detalhe da área (ix).....	246
Figura 8.72. (a) EDS da área (xi) da Figura 8.71; (b) EDS da área (xii) da Figura 8.72.....	247
Figura 8.73. (a) MEV da aresta periférica, $v_c = 175$ m/min; (b) detalhe da área (xiii).....	247
Figura 8.74. (a) EDS da área (xiv) da Figura 8.73(a); (b) EDS da área (xvi) da Figura 8.73(b).....	248
Figura 8.75. Medição de rebarba, corpo de prova 30, $v_c = 60$ m/min.....	249
Figura 8.76. Intervalos de confiança para rebarba (a) $v_c = 60$ m/min, (b) $v_c = 175$ m/min....	251
Figura 8.77. Tampa gerada na saída do furo nos ensaios de vida.....	252

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1. Comparação dos diferentes modelos de cálculo da razão entre o corte periférico e frontal.....	25
Tabela 2.2. Desgaste da ferramenta no fresamento helicoidal.....	32
Tabela 2.3. Tolerância dimensional no fresamento helicoidal.....	35
Tabela 2.4. Erro de circularidade no fresamento helicoidal.....	35
Tabela 2.5. Rugosidade superficial no fresamento helicoidal.....	36
Tabela 2.6. Fresamento helicoidal em materiais endurecidos.....	40
Tabela 3.1. Ordem padrão dos ensaios no fatorial 2^k	44
Tabela 3.2. ANOVA para o fatorial 2^2	47
Tabela 3.3. Planejamento fatorial fracionado 2^{3-1}	60
Tabela 3.4. Arranjo CCD genérico.....	65
Tabela 4.1. Arranjo CCD combinado.....	81
Tabela 7.1. Ângulos da fresa ISO/ANSI R215.H4-10050DAC03H 1610.....	135
Tabela 7.2. Composição química (%) do aço AISI H13 fornecido pela <i>Proaços®</i>	136
Tabela 7.3. Composição química (%) do aço AISI H13 fornecido pela <i>Ramada®</i>	138
Tabela 7.4. Variáveis de controle, ruído e níveis.....	141
Tabela 7.5. Condições dos ensaios de vida.....	144
Tabela 8.1. Planejamento experimental com respostas.....	147
Tabela 8.2. ANOVA para F_a	152
Tabela 8.3. Matriz <i>pay-off</i> para $E[F_a] \times Var[F_a]$	155
Tabela 8.4. Resultados da otimização entre $E[F_a]$ e $Var[F_a]$ pelo método NNC.....	156
Tabela 8.5. Otimização de MSE_{F_a}	158
Tabela 8.6. ANOVA para F_r	160
Tabela 8.7. Matriz <i>pay-off</i> para $E[F_r] \times Var[F_r]$	163
Tabela 8.8. Resultados da otimização entre $E[F_r]$ e $Var[F_r]$ pelo método NNC.....	164
Tabela 8.9. Otimização de MSE_{F_r}	165
Tabela 8.10. Anova para Ron_t	170
Tabela 8.11. Matriz <i>pay-off</i> para $E[Ron_t] \times Var[Ron_t]$	173
Tabela 8.12. Resultados da otimização entre $E[Ron_t]$ e $Var[Ron_t]$ pelo método NNC.....	175
Tabela 8.13. Otimização de MSE_{Ron_t}	176
Tabela 8.14. ANOVA para Cyl_t	178
Tabela 8.15. Matriz <i>pay-off</i> para $E[Cyl_t] \times Var[Cyl_t]$	182

Tabela 8.16. Resultados da otimização entre $E[Cyl_t]$ e $Var[Cyl_t]$ pelo método NNC.....	183
Tabela 8.17. Otimização de MSE_{Cyl_t}	186
Tabela 8.18. ANOVA para R_a	188
Tabela 8.19. Matriz <i>pay-off</i> para $E[R_a] \times Var[R_a]$	192
Tabela 8.20. Resultados da otimização entre $E[R_a]$ e $Var[R_a]$ pelo método NNC.....	193
Tabela 8.21. Otimização de MSE_{R_a}	195
Tabela 8.22. ANOVA para R_z	196
Tabela 8.23. Matriz <i>pay-off</i> para $E[R_z] \times Var[R_z]$	199
Tabela 8.24. Resultados da otimização entre $E[R_z]$ e $Var[R_z]$ pelo método NNC.....	200
Tabela 8.25. Otimização de MSE_{R_a}	201
Tabela 8.26. Taxa de remoção de material calculada.....	201
Tabela 8.27. Otimização de MRR	203
Tabela 8.28. Matriz de correlação.....	204
Tabela 8.29. Matriz <i>pay-off</i> para $MSE_{Fa} \times MSE_{Ront}$	207
Tabela 8.30. Resultados da otimização entre MSE_{Fa} e MSE_{Ront} pelo método NNC.....	207
Tabela 8.31. Matriz <i>pay-off</i> para $MSE_{Fa} \times MSE_{R_a}$	208
Tabela 8.32. Resultados da otimização entre MSE_{Fa} e MSE_{R_a} pelo método NNC.....	208
Tabela 8.33. Matriz <i>pay-off</i> para $MSE_{Fa} \times MRR$	209
Tabela 8.34. Resultados da otimização entre MSE_{Fa} e MRR pelo método NNC.....	210
Tabela 8.35. Matriz <i>pay-off</i> para $MSE_{Ront} \times MSE_{R_a}$	211
Tabela 8.36. Resultados da otimização entre MSE_{Ront} e MSE_{R_a} pelo método NNC.....	212
Tabela 8.37. Matriz <i>pay-off</i> para $MSE_{Ront} \times MRR$	212
Tabela 8.38. Resultados da otimização entre MSE_{Ront} e MRR pelo método NNC.....	213
Tabela 8.39. Matriz <i>pay-off</i> para $MSE_{R_a} \times MRR$	214
Tabela 8.40. Resultados da otimização entre MSE_{R_a} e MRR pelo método NNC.....	214
Tabela 8.41. Matriz <i>pay-off</i> para MSE_{Ront} , MSE_{R_a} e MRR	216
Tabela 8.42. Matriz <i>pay-off</i> normalizada para MSE_{Ront} , MSE_{R_a} e MRR	216
Tabela 8.43. Matriz T para transformação linear da <i>pay-off</i> de MSE_{Ront} , MSE_{R_a} e MRR	218
Tabela 8.44. Matriz <i>pay-off</i> normalizada transformada, $m = 3$	218
Tabela 8.45. Resultados da otimização de MSE_{Ront} , MSE_{R_a} e MRR pelo método ENNC.....	220
Tabela 8.46. Matriz <i>pay-off</i> para MSE_{Fa} , MSE_{R_a} e MRR	221
Tabela 8.47. Matriz <i>pay-off</i> normalizada para MSE_{Fa} , MSE_{R_a} e MRR	221
Tabela 8.48. Matriz T para transformação linear da <i>pay-off</i> de MSE_{Fa} , MSE_{R_a} e MRR	221
Tabela 8.49. Resultados da otimização de MSE_{Ront} , MSE_{R_a} e MRR pelo método ENNC.....	222

Tabela 8.50. Matriz <i>pay-off</i> para MSE_{Fa} , MSE_{Ront} e MRR	223
Tabela 8.51. Matriz <i>pay-off</i> normalizada para MSE_{Fa} , MSE_{Ront} e MRR	223
Tabela 8.52. Matriz T para transformação linear da <i>pay-off</i> de MSE_{Fa} , MSE_{Ront} e MRR	223
Tabela 8.53. Resultados da otimização de MSE_{Fa} , MSE_{Ront} e MRR pelo método ENNC.....	224
Tabela 8.54. Matriz <i>pay-off</i> para MSE_{Fa} , MSE_{Ront} e MSE_{Ra}	225
Tabela 8.55. Matriz <i>pay-off</i> normalizada para MSE_{Fa} , MSE_{Ront} e MSE_{Ra}	225
Tabela 8.56. Matriz T para transformação linear da <i>pay-off</i> de MSE_{Fa} , MSE_{Ront} e MSE_{Ra}	227
Tabela 8.57. Resultados da otimização de MSE_{Ront} , MSE_{Ront} e MSE_{Ra} pelo método ENNC....	227
Tabela 8.58. Matriz <i>pay-off</i> para MSE_{Fa} , MSE_{Ront} , MSE_{Ra} e MRR	227
Tabela 8.59. Matriz <i>pay-off</i> normalizada para MSE_{Fa} , MSE_{Ront} , MSE_{Ra} e MRR	228
Tabela 8.60. Matriz T para MSE_{Fa} , MSE_{Ront} , MSE_{Ra} e MRR	228
Tabela 8.61. Resultados para otimização de MSE_{Fa} , MSE_{Ront} , MSE_{Ra} e MRR pelo método ENNC.....	231
Tabela 8.62. Solução com maior razão entropia/EPG.....	237
Tabela 8.63. Ensaios de confirmação.....	238
Tabela 8.64. Significância das variáveis de ruído nos ensaios de confirmação pelas ANOVAs.....	239
Tabela 8.65. v_c e T no critério de fim de vida $VB = 0,15$ mm.....	242
Tabela 8.66. Elementos identificados por EDS na área (iv).....	244
Tabela 8.67. Elementos identificados por EDS nas áreas (v) e (vi).....	245
Tabela 8.68. Elementos identificados por EDS na área (vii).....	245
Tabela 8.69. Elementos identificados por EDS nas áreas (xi) e (xii).....	247
Tabela 8.70. Elementos identificados por EDS nas áreas (xiv) e (xvi).....	248
Tabela 8.71. Resultados médios das medições de Rebarba.....	250
Tabela 8.72. ANCOVA para Rebarba.....	251

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

- ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas
- AENNC - *augmented-enhanced normalized normal constraint* (método da restrição normal normalizado aumentado e melhorado)
- AISI - *American Iron and Steel Institute* (instituto americano do ferro e do aço)
- ANNC - *augmented normalized normal constraint* (método da restrição normal normalizado aumentado)
- ANOVA - análise de variância
- CAD - *computer aided manufacturing* (desenho/projeto auxiliada por computador)
- CAM - *computer aided manufacturing* (manufatura auxiliada por computador)
- CCD - *central composite design* (planejamento composto central)
- CFRP - *carbon fiber reinforced plastic* (plástico reforçado por fibra de carbono)
- CNC - controle numérico computadorizado
- DEM – Departamento de engenharia mecânica da UA
- DEMEC - Departamento de Engenharia Mecânica da UFSJ
- DOE - *design of experiments* (planejamento de experimentos)
- EDM - *electrical discharge machining* (usinagem eletroquímica)
- ENNC - *enhanced normalized normal constraint* (método da restrição normal normalizado melhorado)
- EPG - erro percentual global
- GA - *genetic algorithm* (algoritmo genético)
- GC - *global criterion* (critério global)
- GRG - *generalized reduced gradient* (gradiente reduzido generalizado)
- ISO - *International Organization for Standardization* (organização internacional para padronização)
- KKT - *Karush-Kuhn-Tucker*
- MACTRIB - *Machining & Tribology Research Group* (grupo de pesquisa em usinagem e tribologia)
- MMSE - *multivariate mean square error* (erro quadrático médio multivariado)
- MQL - mínima quantidade de fluído
- MRR - *material removal rate* (taxa de remoção de material)
- MSE - *mean square error* (erro quadrático médio)
- NBI - *normal boundary intersection* (método da interseção normal à fronteira)

NBR – Norma Brasileira

NID - normalmente e identicamente distribuído

NNC - *normalized normal constraint* (método da restrição normal normalizado)

RPD - *robust parameter design* (projeto de parâmetro robusto)

RSM - *response surface methodology* (metodologia de superfície de resposta)

OLS - *ordinary least squares* (mínimos quadrados ordinários)

PDSE - Programa de Doutorado Sanduíche no Exterior

PNNC - *piecewise normalized normal constraint* (método da restrição normal normalizado por partes)

PRESS - *prediction error sum of squares* (soma dos quadrados dos erros de previsão)

SNNC - *smart normalized normal constraint* (método da restrição normal normalizado inteligente)

SPV - *scaled variance prediction* (variância escalonada de previsão)

VDG - *variance dispersion graphs* (gráficos de dispersão de variância)

WLS - *weighted least squares* (mínimos quadrados ponderados)

WMMSE - *weighted multivariate mean square error* (erro quadrático médio multivariado ponderado)

WS - *weighted sum* (método das somas ponderadas)

TEMA - Centro de Tecnologia Mecânica e Automação da UA

UA - Universidade de Aveiro

UNIFEI – Universidade Federal de Itajubá

UFSJ – Universidade Federal de São João del-Rei

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos do processo de fresamento helicoidal:

- a_e - profundidade de corte radial em [mm]
- a_p - profundidade de corte axial em [mm]
- a_p^* - máxima profundidade de corte axial [mm/rev]
- $a_{p(1i)}$ - profundidade de corte axial do corte periférico
- $a_{p(2i)}$ - profundidade de corte axial do corte frontal
- b_{ax} - a largura do cavaco no corte axial
- D_b - relacionada ao diâmetro do furo em [mm]
- D_h - diâmetro da hélice em [mm]
- D_t - diâmetro da fresa em [mm]
- D_0 - diâmetros inicial do furo no alargamento em [mm]
- e - excentricidade entre a fresa e o furo em [mm]
- f_{za} - avanço axial por dente em [mm/tooth]
- f_{zt} - avanço tangencial por dente em [mm/tooth]
- F_a - força axial no sistema de coordenadas da ferramenta
- F_r - força radial no sistema de coordenadas da ferramenta
- F_t - força tangencial no sistema de coordenadas da ferramenta
- F_x - força no eixo x no sistema de coordenadas da peça
- F_y - força no eixo y no sistema de coordenadas da peça
- F_z - força no eixo z no sistema de coordenadas da peça
- G - razão entre os volumes V_{tan} e V_{ax} (abordagem de Brinksmeier *et al.* (2008))
- h_{tan} - espessura do cavaco não deformado
- k - razão entre os diâmetros da ferramenta e do furo
- K - razão entre os volumes V_{tan} e V_{ax} (abordagem de Denkena *et al.* (2008a))
- MRR – taxa de remoção de material em [mm³/min]
- n - rotação do *spindle* em [RPM]
- n_o - rotação orbital em [RPM]
- R_i - raio de inspeção arbitrário
- v_f - velocidade de avanço helicoidal da hélice em [mm/min]
- v_{fha} - velocidade de avanço axial da hélice em [mm/min]
- v_{fht} - velocidade de avanço tangencial da hélice em [mm/min]
- v_{fp} - velocidade de avanço helicoidal da periferia da fresa em [mm/min]

v_{ft} - velocidade tangencial em [mm/min]

V_{ax} - volume do corte axial

VB - desgaste de flanco em [mm]

V_{tan} - volume do corte tangencial

z - número de dentes da fresa

α - ângulo da hélice em [°]

ζ - ângulo de rotação da hélice

φ - ângulo de contato no corte periférico

ψ - ângulo auxiliar

ω - velocidade angular relacionada à rotação da fresa em [rad/s]

ω_o - velocidade angular relacionada à revolução orbital em [rad/s]

Símbolos da metodologia de superfície de resposta:

$\hat{\mathbf{b}}$ - vetor de coeficientes lineares de ordem $k \times 1$

$\hat{\mathbf{B}}$ - matriz com termos quadráticos e de interação de ordem $k \times k$

C_{ii} - elemento diagonal da matriz de covariância do planejamento

DF - graus de liberdade

\mathbf{e} - vetor de erro de ordem $N \times 1$

F - estatística F

\mathbf{H} - matriz de alavancagem

h_{ii} - ponto de alavancagem

$\hat{\mathbf{H}}$ - matriz hessiana

k - número de variáveis de controle

L - estimador de mínimos quadrados

MS - média dos quadrados

N - número de experimentos em um planejamento

n - número de replicações em um planejamento fatorial

n_a - número de pontos axiais

n_c - número de pontos centrais

n_f - número de pontos fatoriais

$PRESS$ - *prediction error sum of squares*

r - número de coeficientes de regressão

R - resolução de um planejamento fatorial fracionado

R^2 - coeficiente de determinação

- R^2_{adj} - coeficiente de determinação ajustado
 R^2_{pred} - coeficiente de determinação para a previsão
 SE - erro padrão
 SS - soma dos quadrados
 t - estatística t
 \mathbf{w} - vetor de autovetores de \mathbf{B} de ordem k
 x_1, x_2, \dots, x_k - variáveis de controle
 \mathbf{X} - matriz do planejamento de ordem $N \times r$
 \mathbf{x}_0 - ponto de interesse no espaço experimental
 \mathbf{x}^* - ponto estacionário
 y - resposta de interesse
 \hat{y} - valor predito pelo modelo para a resposta y
 \mathbf{y} - vetor de respostas de ordem $N \times 1$
 α - nível de significância
 β - coeficiente de regressão
 $\boldsymbol{\beta}$ - vetor de coeficientes de ordem $r \times 1$
 ε - erro experimental
 $\boldsymbol{\varepsilon}$ - vetor de erro de ordem $N \times 1$
 Λ - matriz diagonal de autovalores
 λ - autovalor
 σ^2 - variância
 Σ - matriz de covariância
 ρ - raio da região experimental de um CCD
 Ω - região experimental
Símbolos do RPD e MSE:
 \mathbf{C}^* - matriz de covariância do planejamento combinado
 \mathbf{l} - vetor de derivadas parciais
 $MMSE$ - erro quadrático médio multivariado
 MSE - erro quadrático médio
 r - número de variáveis de ruído
 T - alvo
 \mathbf{V} - matriz de covariância de \mathbf{z}
 \mathbf{X}^* - matriz do planejamento combinado
 \mathbf{z} - vetor de variáveis de ruído de ordem $r \times 1$

\mathbf{W}^* - matriz de pesos para regressão por WLS

$\boldsymbol{\gamma}$ - vetor de coeficientes lineares para as variáveis de ruído de ordem $r \times 1$

Δ - matriz de coeficientes de interação processo×ruído de ordem $k \times r$

γ_j - coeficiente linear da variável de ruído

δ_{ij} - coeficiente de interação processo×ruído

$\boldsymbol{\beta}^*$ - vetor de coeficientes do planejamento combinado

Símbolos da otimização multi-objetivo/nnc:

EPG - erro percentual global

\mathbf{f} - vetor de funções objetivos

\bar{f} - vetor de funções objetivo normalizadas

f_1^*, \dots, f_m^* - funções objetivo

f^U - ponto de utopia

f^N - ponto de nadir

f^{PN} - ponto de pseudo-nadir

m - número de funções objetivos

\bar{N}_r - vetor linha de utopia

n_{sub} - número de subproblemas

\mathbf{T} - matriz para transformação linear da *pay-off*

w_{ij} - peso \bar{Q}_{ij} - ponto no hiperplano de utopia

w_{ij}^l - limite inferior do peso para o método ANNC

w_{ij}^u - limite superior do peso para o método ANNC

\mathbf{w} - vetor de pesos

δ_r - incremento normalizado

η_r - número de soluções Pareto ótimas na direção prescrita

\bar{E} - entropia

Φ - matriz *pay-off*

$\bar{\Phi}$ - matriz *pay-off* normalizada

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1. Objetivos	8
1.2. Justificativa.....	9
1.3. Delimitações.....	10
1.4. Estrutura do trabalho	10
2. FRESAMENTO HELICOIDAL	12
2.1. Vantagens do fresamento helicoidal	13
2.2. Cinemática do fresamento helicoidal	15
2.3. Forças de corte no fresamento helicoidal.....	25
2.4. Desgaste e vida da ferramenta no fresamento helicoidal	30
2.5. Qualidade do furo no fresamento helicoidal	34
2.5.1. Qualidade dimensional	34
2.5.2. Circularidade	35
2.5.3. Rugosidade superficial	36
2.6. Produtividade no fresamento helicoidal.....	37
2.7. Aplicações do fresamento helicoidal.....	38
2.8. Considerações finais do capítulo.....	40
3. METODOLOGIA DE SUPERFÍCIE DE RESPOSTA	41
3.1. Planejamentos para superfície de resposta	42
3.1.1. Planejamento fatorial 2^k e modelagem de primeira ordem com interação.....	43
3.1.2. Planejamento fatorial fracionado 2^{k-p}	59
3.1.3. Planejamento composto central, modelagem de segunda ordem e otimização...	64
3.2. Considerações finais do capítulo.....	79
4. PROJETO DE PARÂMETRO ROBUSTO E MINIMIZAÇÃO DO ERRO QUADRÁTICO MÉDIO.....	80
4.1. Projeto de parâmetro robusto	80
4.2. Minimização do erro quadrático médio	88
4.3. Considerações finais do capítulo.....	96
5. OTIMIZAÇÃO MULTI-OBJETIVO.....	98
5.1. Terminologia matemática para otimização multi-objetivo	98
5.2. Método das somas ponderadas	101
5.3. Método do critério global	102
5.4. Método da intercessão normal à fronteira	103
5.5. Método normalizado da restrição normal.....	104
5.5.1. Desenvolvimentos do método NNC.....	107
5.5.2. Desenvolvimento algébrico do método ENNC	114
5.5.3. Condições de otimalidade para o método NNC	122
5.6. Critérios de preferência entre as solução Pareto ótimas.....	123
5.6.1. Erro percentual global e entropia	123
5.7. Considerações finais do capítulo.....	124

6. OTIMIZAÇÃO ROBUSTA MULTI-OBJETIVO ATRAVÉS DO MÉTODO DA RESTRIÇÃO NORMAL	125
6.1. Considerações finais do capítulo.....	131
7. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL	133
7.1. Equipamentos e materiais para os ensaios de modelagem e otimização robusta do fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 endurecido	133
7.2. Equipamentos e materiais para os ensaios de vida no fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 endurecido	137
7.3. Procedimentos de medição, variáveis de controle e ruído e respostas avaliadas	139
7.4. Planejamento, métodos estatísticos e de otimização multi-objetivo utilizados	145
7.5. Considerações finais do capítulo.....	146
8. RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	147
8.1. Forças no fresamento helicoidal do aço H13 endurecido	149
8.1.1. Modelos de força no sistema de coordenadas da peça	166
8.2. Erro de forma no fresamento helicoidal do aço H13 endurecido.....	168
8.3. Rugosidade dos furos no fresamento helicoidal no aço H13 endurecido	186
8.4. Produtividade no fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 endurecido.	201
8.5. Otimização robusta multi-objetivo do fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 pelo método da restrição normal normalizado	203
8.5.1. Seleção das resposta para otimização multi-objetivo.....	203
8.5.2. Otimizações bi-objetivo	206
8.5.3. Otimizações para três objetivos.....	215
8.5.4. Otimização multi-objetivo de MSE_{Fa} , MSE_{Ront} , MSE_{Ra} e MRR	227
8.5.5. Ensaios de confirmação.....	238
8.6. Vida da ferramenta no fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 endurecido	240
8.7. Considerações finais do capítulo.....	252
9. CONCLUSÕES.....	254
9.1. Contribuições do trabalho	257
9.2. Sugestões para trabalhos futuros	257
REFERÊNCIAS.....	259
APÊNDICES	277
APÊNDICE A. Desenhos do setup experimental	277
APÊNDICE B. Agrupamento hierárquico de Ward	282
APÊNDICE C. Testes de normalidade e homocedasticidade para as respostas	285
APÊNDICE D. Programa CNC para o fresamento helicoidal	287
APÊNDICE E. ANCOVA	289
APÊNDICE F. Artigos publicados pelo autor da Tese durante o doutorado.....	292

1. INTRODUÇÃO

Os moldes e matrizes representam um componente importante na manufatura metal-mecânica influenciando de maneira significativa a produtividade e os custos de fabricação. A demanda por moldes e matrizes geralmente evolui solicitando produtos com melhor acabamento e maior complexidade, exigindo a redução do tempo de resposta ao mercado e de custos (FIORENTINO, 2014). Exige-se cada vez mais o emprego de novas tecnologias por parte do fornecedor de moldes. A produção de moldes e matrizes é demorada, tecnicamente difícil, requer processos de fabricação dispendiosos, materiais, mão-de-obra e técnicas de manufatura especializadas (MORROW *et al.*, 2007). Neste sentido, a indústria de moldes e matrizes apresenta considerável impacto na competitividade dos processos de manufatura. Por exemplo, um molde pode significar 45% do custo de uma peça da carroceria de um automóvel (ALTAN *et al.*, 2001).

Na fabricação de um molde, estima-se que 65% dos custos são devido aos processos de acabamento e semi-acabamento por usinagem (DINIZ *et al.*, 2004; BRANDÃO *et al.*, 2011). Dentre os processos de usinagem empregados, a furação consome 25% a 50 % do tempo de ciclo e 33% do número total de operações de uma peça obtida por usinagem, além de consistir em uma das últimas etapas de fabricação, exigindo confiabilidade devido o alto valor agregado da peça em processamento (TONSHOFF *et al.*, 1994; WANG *et al.*, 2015).

Apesar da importância deste processo na indústria de moldes e matrizes, há na literatura pouca informação disponível sobre o processo de furação convencional de materiais endurecidos em comparação com as operações torneamento e fresamento. Entre as dificuldades que justificam a escassez de estudos deste processo pode-se destacar a variação da velocidade de corte tendendo a zero no centro da broca, resultando em extrusão do material nesta região, altos níveis de esforços axiais, limitando a produtividade e acarretando quebra do material na saída do furo, dificuldade na evacuação dos cavacos e pequena área de seção transversal da broca, acarretando rigidez torsional insuficiente para usinar materiais duros (IYER *et al.*, 2007; ABRÃO *et al.*, 2011).

Em relação aos materiais usinados, materiais com boa usinabilidade podem ser usinados com baixa potência de corte, sem desgaste excessivo da ferramenta e obtendo-se boa rugosidade. Materiais que não apresentam tais características são chamados de materiais de difícil usinabilidade (*hard-to-cut or difficult-to-cut materials*). Apesar de apresentarem baixa usinabilidade estes materiais são extensivamente usados na indústria devido suas propriedades

superiores, especialmente onde a segurança e confiabilidade em condições de trabalho severas são requeridas. Estes materiais incluem as ligas de titânio, superligas a base de níquel e os aços endurecidos aplicados na indústria de moldes e matrizes (HOSSEINI *et al.*, 2015).

O fresamento de materiais endurecidos chamou a atenção da indústria de moldes e matrizes, onde materiais como os aços ABNT/AISI P20, ABNT/AISI H13 são usinados. O núcleo e as cavidades destes materiais eram comumente fabricados no estado endurecido através de usinagem por descarga elétrica (*electrical discharge machining* - EDM). Entretanto, novas tecnologias foram desenvolvidas de forma que estes materiais podem atualmente ser fresados no estado endurecido, com dureza de 45 a 64 HRC, usando novas técnicas de trajetórias de ferramenta (*toolpath*) para fresamento duro. Fabricantes avançados de moldes perceberam que a adoção de novas tecnologias pode ser uma das chaves para a competitividade global deste setor (ASTAKHOV, 2011).

Para viabilizar a adoção de novas tecnologias de fresamento de moldes e matrizes, fabricantes de *softwares* de manufatura auxiliada por computador (*computer aided manufacturing* – CAM) tem desenvolvido programação de trajetórias especiais (ALTAN, 2001). Um dos caminhos possíveis de programar, no que tange a obtenção de furos e a abertura de cavidades, é o fresamento helicoidal (*helical milling*) - também conhecido como fresamento por interpolação helicoidal, fresamento em rampa circular e furação orbital (*orbital drilling*) - aliando as vantagens do fresamento, em detrimento das dificuldades da furação, na difícil tarefa de obtenção de furos em materiais endurecidos.

Devido a trajetória helicoidal e a utilização de uma fresa ao invés de uma broca, o fresamento helicoidal apresenta diversas vantagens em relação à furação convencional. No fresamento helicoidal pode-se utilizar a mesma fresa para obter furos de diâmetros diferentes através do ajuste do diâmetro da hélice, viabilizando a economia de inventário de ferramentas e redução dos tempos de *setups*. Neste processo a remoção de material é realizada pelas arestas de corte frontais e periféricas da fresa, de forma contínua e intermitente respectivamente, enquanto na furação com broca a remoção de material é contínua pelas arestas frontais. Menores níveis de força na direção axial são, portanto, desenvolvidos devido a trajetória helicoidal e devido a geometria da fresa. Maior facilidade na evacuação de cavacos e facilidade de aplicação de fluido por mínima quantidade de fluído (MQL) e refrigeração por ar comprimido são viabilizados no fresamento helicoidal devido a folga lateral entre a ferramenta e o furo em usinagem, dada a diferença entre os diâmetros do furo e da hélice.

Melhor acabamento dimensional, geométrico e microgeométrico são obtidos no fresamento helicoidal devido a trajetória helicoidal, aos baixos níveis dos esforços de corte, a

remoção de material intermitente no corte periférico e a facilidade de evacuação de cavacos. A correção de desvios dimensionais pode ser realizada a partir do ajuste diâmetro da hélice e realização do fresamento helicoidal para alargamento e calibração do furo. O desgaste pode ser monitorado por ocorrer de maneira progressiva, viabilizando a minimização dos malefícios advindos do desgaste da ferramenta e viabilizando a previsão do fim da vida e do momento de substituição da ferramenta. Maior qualidade na entrada e saída do furo são obtidos, com menores níveis de rebarba e de quebra de material nestas regiões e menores níveis de delaminação da fibra na obtenção de furos em compósitos reforçados por fibra de carbono (*carbon fiber reinforced plastic – CFRP*). Com o fresamento helicoidal é possível obter furos acabados em uma única operação. Por estas características o fresamento helicoidal vem se consolidando como um processo de usinagem sustentável para obtenção de furos. Todas estas vantagens serão referenciadas no capítulo 2 considerando resultados da literatura atual. As vantagens do fresamento helicoidal são ilustradas esquematicamente na Figura 1.1.

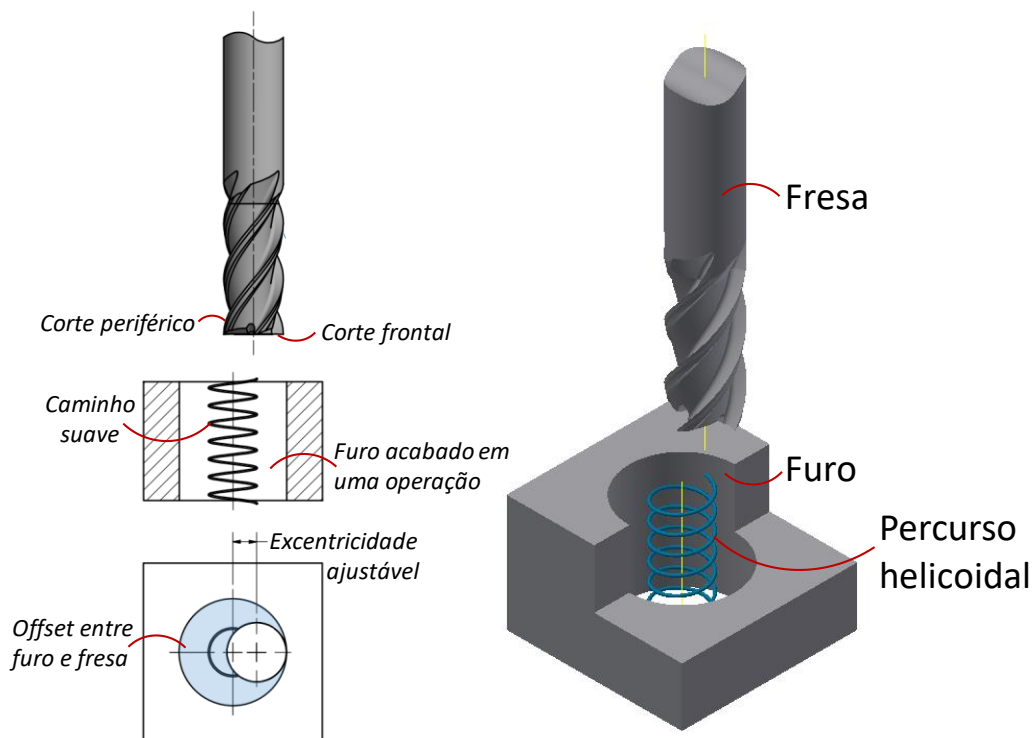


Figura 1.1. Características do processo de fresamento helicoidal

O fresamento helicoidal pode ser realizado em centros de usinagem através da interpolação dos eixos x e y , resultando no movimento circular, em sincronia com o movimento axial do eixo z (FANG *et al.*, 2015), resultando no percurso helicoidal. Este processo tem sido amplamente aplicado para obtenção de furos em materiais de difícil usinabilidade,

especialmente em ligas de titânio e CFRP (PEREIRA *et al.*, 2017a). Na usinagem de materiais endurecidos há ainda poucos estudos experimentais sobre o fresamento helicoidal, sendo divulgados, por exemplo, os casos do aço ABNT/AISI D2 com 60 HRC (IYER *et al.*, 2007), aço ABNT/AISI D3 com 55 HRC (WANG e QIN *et al.*, 2013) e aço ABNT/AISI 4340 com dureza de 34 a 45 HRC (SAADATBAKHSI *et al.*, 2017).

Estudar o fresamento helicoidal em materiais endurecidos apresenta-se como possibilidade de garantir a competitividade da indústria de moldes e matrizes dada as dificuldades de furar estes materiais. Conforme salienta Iyer *et al.* (2007), a vantagem de fabricar moldes e matrizes com o material de partida (*stock*) já endurecido, - ao invés de desbastar o material em seu estado macio, seguido de tratamento térmico e acabamento por retificação e EDM - advém da economia das operações de acabamento com mão de obra e necessidades logísticas intensivas, além de garantir um produto com mais qualidade devido a eliminação de erros associados ao tratamento térmico e múltiplos *setups*.

Dada a escassez de estudos experimentais sobre o fresamento helicoidal em materiais endurecidos há ainda muitos aspectos científicos pouco explorados. Investigar de maneira aprofundada tais lacunas apresenta-se como possibilidade de indicar caminhos à indústria de moldes e matrizes de garantir a sustentabilidade de seus processos. Por suas características o fresamento helicoidal se apresenta como um processo sustentável para obtenção de furos. Ademais, ao aplicar métodos estatísticos, matemáticos e computacionais para modelagem e otimização deste processo, pretende-se garantir a obtenção de furos com mais qualidade e produtividade, trazendo benefícios econômicos, sociais e ambientais a toda cadeia produtiva que envolve a indústria de moldes.

A modelagem de processos por experimentos planejados tem a finalidade de encontrar uma aproximação para uma determinada resposta ou variável independente em relação às variáveis controláveis ou preditoras deste processo. Uma das metodologias de projeto de experimentos (*design of experiments*) mais contundentes utilizadas com este objetivo consiste na metodologia de superfície de resposta (*response surface methodology* - RSM) que abrange um conjunto de ferramentas de construção e exploração de modelos empíricos (BOX e DRAPER, 2007). Para alcançar o objetivo final deste método, de modelar a resposta em função das variáveis de processo em uma determinada região de interesse e encontrar níveis ótimos operacionais, experimentos planejados devem ser conduzidos. Dentre as opções disponíveis, o planejamento composto central apresenta-se como alternativa interessante por possibilitar a experimentação sequencial, busca de região de curvatura, economia na experimentação,

possibilidade de obtenção de modelos de primeira e segunda ordem com interação, além de baixa variância de previsão (BOX e WILSON, 1957).

No caso específico do fresamento helicoidal as variáveis controláveis estão relacionadas à cinemática do processo. A cinemática deste processo, descrita detalhadamente na seção 2.2, pode ser abordada considerando, por exemplo, os avanços na direção axial e tangencial, além da velocidade de corte (PEREIRA *et al.*, 2017a), ou um destes avanços e a profundidade axial máxima de corte (SAADATBAKHSH *et al.*, 2017), visto que neste processo a profundidade máxima de corte axial é função dos avanços. Logo, o experimentador pode estudar este processo sob diferentes perspectivas. Entretanto, a possibilidade de estudar o processo considerando a decomposição da velocidade de avanço nas direções axial e tangencial é considerada uma boa alternativa científica com a finalidade de descrever os efeitos do corte tangencial e frontal nas respostas de interesse (DENKENA *et al.*, 2008a; PEREIRA *et al.*, 2017b).

Em relação às respostas específicas de interesse no fresamento helicoidal as respostas de força devem ser consideradas por estarem relacionadas à vida da ferramenta, ao consumo de energia e qualidade do furo (WANG *et al.*, 2012; VENTURA *et al.*, 2013). Respostas de qualidade de forma e rugosidade também são importantes para viabilizar a obtenção de furos acabados por este processo (OLVERA *et al.*, 2012). Estas respostas podem ser modeladas através da metodologia de superfície de resposta. A taxa de remoção de material, avaliada por uma função determinística, também pode ser avaliada com a finalidade de garantir a produtividade e competitividade deste processo na tarefa de obtenção de furos.

Um dos problemas de encontrar níveis ótimos das variáveis controláveis que otimizam a resposta de interesse está relacionado à sensibilidade da solução ótima obtida em relação às variáveis de ruído que influenciam o processo na região experimental de interesse. No contexto do projeto de parâmetro robusto e da Engenharia de Produção, por variáveis de ruído entende-se aquelas variáveis que influenciam a resposta do processo e não podem ser controladas pelo engenheiro (WELCH *et al.*, 1990). O projeto de parâmetro robusto (*robust parameter design - RPD*) tem a finalidade de encontrar níveis das variáveis de processo que garantam que o nível ótimo da resposta de interesse seja insensitivo à variação das variáveis difíceis de controlar chamadas de variáveis de ruído (SHOEMAKER *et al.*, 1991; NAIR *et al.*, 1992). A justificativa para tal objetivo está relacionado ao custo mais alto de controlar causas de variação relativas às variáveis de ruído do que tornar o processo insensitivo à estas variações (KACKAR, 1985).

O projeto de parâmetro robusto aliado à metodologia de superfície de resposta utilizando a estratégia de arranjo combinado tem sido aplicado com sucesso, uma vez que possibilita a economia na experimentação, o estudo da interação entre variáveis de ruído e processo e

obtenção de modelos de média e variância para a resposta de interesse a partir da propagação do erro em relação às variáveis de ruído (MYERS *et al.*, 1992). Aliado ao projeto de parâmetro robusto, a minimização do erro quadrático médio (*mean square error* - MSE) tem a finalidade de aproximar do alvo a média modelada de uma resposta de interesse e concomitantemente minimizar a variância desta mesma resposta (BOX e JONES, 1992).

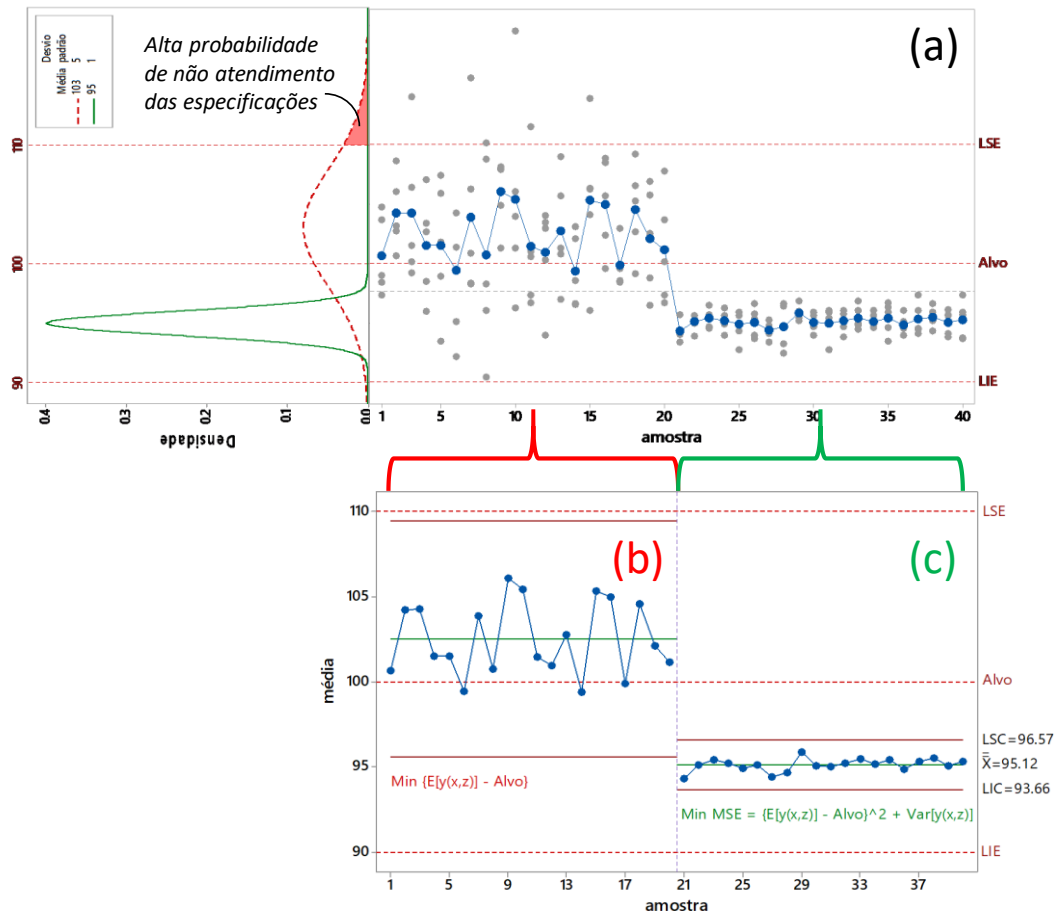


Figura 1.2. Otimização de experimentos: (a) Visão geral; (b) Otimização convencional; (c) Otimização robusta

A Figura 1.2 destaca as diferenças entre a otimização convencional e a otimização robusta. Basicamente, pode-se observar que na otimização convencional, Figura 1.2(b), geralmente há uma preocupação maior em aproximar a média do alvo, geralmente definido considerando os limites de especificação projetados para o produto. Porém, ocasionalmente a média mais próxima do alvo para a resposta de interesse pode apresentar alta variabilidade em relação às variáveis de ruído, acarretando alta probabilidade de não atendimento das especificações. Já a otimização robusta, Figura 1.2(c), a partir da abordagem da minimização

do erro quadrático médio, trabalha o conflito entre viés e variância. Apesar de nesta abordagem a média poder ficar mais distante do alvo, pode-se viabilizar o alcance da robustez, isto é, da minimização da variância do processo em relação às variáveis de ruído, garantindo maior probabilidade de atendimento das especificações. Na prática pode ser mais econômico e viável encontrar níveis das variáveis de processo que geram um nível de resposta com mínima sensibilidade em relação às variáveis de ruído do que controlar as causas de variação relativas às variáveis de ruído.

Uma variável de ruído importante na usinagem de moldes e matrizes é o comprimento em balanço. O comprimento em balanço da fresa é definido não pela preferência do engenheiro, mas considerando a geometria da peça usinada. Na usinagem de cavidades são necessários altos níveis desta variável com a finalidade de evitar colisões. Sabe-se que o comprimento em balanço pode acarretar deflexão da fresa, influenciar na estabilidade do processo e, conseqüentemente, na rugosidade, forma e produtividade do processo (SMITH *et al.*, 1998; KULL NETO *et al.*, 2016). Logo, deve-se tentar encontrar níveis das variáveis de processo que tornam o processo insensitivo à variação do comprimento em balanço (MISHRA *et al.*, 2014).

A dureza do material pode apresentar variação segundo o tratamento térmico e segundo as características metalúrgicas do material. Esta variável foi estudada no fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI 4340 (SAADATBAKHSI *et al.*, 2017), porém não foi abordada como variável de ruído. Pode-se controlar esta variável a nível experimental com a finalidade de encontrar níveis das respostas de interesse insensitivos à sua variação. Outro exemplo de variável de ruído no fresamento helicoidal seria a altura medida no furo. Obter um furo com níveis de qualidade estável em relação à profundidade do furo é uma tarefa difícil no fresamento helicoidal, uma vez que no final do furo a área de contato entre fresa e superfície do furo é maior, podendo aumentar a deflexão e esforços radiais (DENKINA *et al.*, 2008) acarretando variação dimensional, de forma e rugosidade (URBICAIN *et al.*, 2009; OLVERA *et al.*, 2012). Além disso como a fresa realiza mais revoluções orbitais no início do furo, esta região tende a apresentar uma rugosidade mais baixa (LI e LIU, 2013).

Conforme já mencionado, respostas de força, qualidade e produtividade são importantes no processo de fresamento helicoidal para garantir a competitividade e corroborar a sustentabilidade deste processo. Procedimentos de otimização envolvendo múltiplas respostas de interesse são chamados de multi-objetivo. Neste tipo de abordagem geralmente é impossível obter de maneira concomitante os ótimos individuais para todas as respostas avaliadas. Portanto, a solução ótima não é única, mas consiste em um conjunto de soluções chamadas de soluções ótimas de Pareto. Uma solução é dita ótima de Pareto quando ela melhora uma das

funções objetivos em detrimento da piora de ao menos uma das demais funções objetivos de interesse. A partir de tais respostas explora-se a região denominada de fronteira de Pareto e o conflito entre as respostas consideradas (HOSSEINI *et al.*, 2016).

Existem na literatura diversos métodos de otimização multi-objetivo disponíveis. No caso da otimização de três ou mais objetivos de maneira simultânea os desafios são maiores, dada a dificuldade de encontrar soluções que estejam localizadas além das fronteiras definidas pelos ótimos individuais (DAS e DENNIS, 1998; MESSAC *et al.*, 2003). O método da restrição normal normalizado (*normalized normal constraint* - NNC) (MESSAC *et al.*, 2003), com a melhoria implementada por SANCHIS *et al.* (2008) (*enhanced normalized normal constraint* - ENNC), apresenta-se como boa alternativa, garantindo boa exploração da fronteira de Pareto e, conseqüentemente, do *trade-off* entre as respostas.

1.1. Objetivos

A finalidade geral da presente tese é a análise, modelagem e otimização robusta multi-objetivo do processo de fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 endurecido. Para alcançar este objetivo serão utilizados a metodologia de superfície de resposta, o projeto de parâmetro robusto, a minimização do erro quadrático médio e o método da restrição normal normalizado.

Como objetivos específicos podem ser elencados:

- Análise e modelagem de variáveis de força, rugosidade e erros de forma no processo de fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 endurecido;
- Exploração do *trade-off* entre viés e variância das respostas utilizando-se o método NNC bi-objetivo;
- Otimização do erro quadrático médio das respostas de força, rugosidade e forma, avaliadas com a finalidade de minimizar viés e variância simultaneamente;
- Análise e otimização da produtividade do processo de fresamento helicoidal;
- Escolha das respostas mais representativas e não-correlacionadas do processo de fresamento helicoidal para otimização multi-objetivo;
- Realização da otimização multi-objetivo para conjuntos de três respostas utilizando-se o método ENNC, viabilizando uma melhor exploração da fronteira de Pareto;
- Realização da otimização multi-objetivo para as quatro respostas, considerando objetivos de força, rugosidade, forma e produtividade, através do método ENNC;

- Plotagem da fronteira de Pareto no espaço 4D para visualizar o *trade-off* entre as quatro respostas do processo de fresamento helicoidal;
- Escolha de uma solução Pareto ótima para os ensaios de confirmação;
- Realização de ensaios de confirmação para avaliar a robustez da solução Pareto ótima testada;
- Determinação da vida da ferramenta no fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 endurecido e estudo dos mecanismos de desgaste.

1.2. Justificativa

O fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 endurecido é um processo pouco estudado experimentalmente. O aço ABNT/AISI H13 é amplamente empregado na indústria na fabricação de moldes e matrizes de forjamento à quente, fundição, extrusão e injeção plástica. A obtenção de furos por esse processo sustentável neste material pode garantir a redução de custos e vantagem competitiva na indústria de moldes e matrizes.

Estudar os efeitos das variáveis de processo nas respostas de interesse é fundamental para viabilizar a correta escolha dos níveis dos parâmetros. A modelagem possibilita a previsão dos níveis de qualidade e esforços de corte no processo, garantindo ao engenheiro antecipar as características do processo e do furo obtido, de forma a bem atender as especificações projetadas para o furo.

Estudar a robustez do processo de fresamento helicoidal do aço H13 endurecido viabilizará a obtenção de níveis das variáveis de processo com mínima sensibilidade em relação às variáveis de ruído. O esquema de arranjo combinado possibilita a redução do número de ensaios, além de estudar as interações entre variáveis de processo e ruído. A modelagem e minimização do erro quadrático médio viabiliza a minimização do viés e da variância da resposta, de forma a garantir atendimento às especificações com mínima probabilidade de não atendimento às tolerâncias.

Com a finalidade de otimizar respostas de força, forma, rugosidade e produtividade simultaneamente, o emprego de técnicas triviais de otimização pode não apresentar resultados satisfatórios para o processo de fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 endurecido. O método ENNC viabiliza uma melhor exploração do conflito entre as respostas e permite ao engenheiro explorar cenários diversificados e escolher o mais adequado para atender a cada situação de planejamento.

O estudo de desgaste e vida na usinagem dura é importante para averiguar a durabilidade da fresa neste processo e avaliar os mecanismos de desgaste e sua relação com os níveis de velocidade de corte. O desgaste também pode estar correlacionado ao aparecimento de níveis significativos de rebarba na saída do furo.

1.3. Delimitações

A presente tese é limitada a análise, modelagem e otimização do fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 endurecido. Entretanto, pode fornecer um escopo de possibilidades para estudar o fresamento helicoidal em outros materiais endurecidos. Foi utilizada apenas uma fresa inteiriça, sem mudar o material, geometria e diâmetro. Foram estudados os esforços de corte, rugosidade, forma geométrica e taxa de remoção de material como respostas, não sendo avaliada a tolerância dimensional, os custos do processo, entre outras respostas. As variáveis de ruído consideradas são o comprimento em balanço, a dureza e a altura medida na superfície do furo, de forma que a variabilidade modelada diz respeito apenas a estas variáveis de ruído.

Em relação aos métodos aplicados a análise multivariada não foi utilizada, em detrimento da seleção de respostas não correlacionadas e com boa capacidade de previsão para otimização multi-objetivo. Os métodos NNC e ENNC são os únicos métodos aplicados na otimização multi-objetivo, sendo bem descritos na forma matricial e algébrica, além de serem demonstradas as condições de otimalidade. Os resultados não foram comparados com outros métodos. O arranjo combinado é utilizado para garantir economia na experimentação. Estudos futuros envolvendo o arranjo cruzado podem ser interessantes com a finalidade de estudar a robustez do processo de fresamento helicoidal utilizando-se um arranjo externo de variáveis ruído.

1.4. Estrutura do trabalho

Este trabalho é composto de 9 capítulos. O capítulo 1 tem por fim apresentar as necessidades da indústria de moldes e matrizes, a importância da obtenção de furos nesta indústria e as dificuldades da furação convencional dos materiais aplicados neste indústria. Apresenta-se o processo de fresamento helicoidal como possibilidade sustentável à obtenção de furos em materiais endurecidos. Em seguida, são introduzidos os métodos de modelagem e otimização utilizados. Finalmente são elencados os objetivos, justificativa e limitações da tese.

O capítulo 2 versa sobre o processo de fresamento helicoidal, abordando as vantagens do processo, descrição detalhada da cinemática, parâmetros de corte e da geometria do cavaco não deformado, forças, desgaste e vida da ferramenta, respostas de qualidade, produtividade e aplicações do processo de fresamento helicoidal.

O capítulo 3 resume a metodologia de superfície de resposta, apresentando os planejamentos de primeira e segunda ordem, modelos, técnicas de estimativa e propriedades dos planejamentos e modelos obtidos, além das medidas de ajuste para avaliar os modelos.

O capítulo 4 apresenta o projeto de parâmetro robusto com foco no arranjo combinado e a otimização do erro quadrático médio, considerando diferentes estratégias de otimização robusta a partir de tais metodologias.

O capítulo 5 aborda a otimização multi-objetivo com breve descrição inicial da terminologia e maior foco no método da restrição normal normalizado e seus desenvolvimentos. O método é desenvolvido de maneira algébrica e as condições de otimalidade são matematicamente descritas. Diversas propostas recentes encontradas na literatura em relação a este método são citadas e algumas aplicações são mencionadas.

O capítulo 6 apresenta a proposta de otimização robusta multi-objetivo através do método da restrição normal normalizado. Considerando o estudo do processo de fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 endurecido, o método aplicado é descrito matematicamente e a partir de um fluxograma, com a finalidade de obter os melhores resultados deste processo, apesar de sua aplicação poder ser estendida a outros processos.

O capítulo 7 descreve o procedimento experimental considerando os equipamentos, ferramentas e materiais utilizados nos experimentos e medições. Também são descritas as variáveis de processo e ruído consideradas, além das respostas avaliadas.

O capítulo 8 apresenta os resultados e discussão. Inicialmente são discutidas as respostas e a modelagem de forma individual, com a finalidade de tentar confrontar os resultados com a literatura. O *trade-off* entre média e variância também é avaliado para as respostas individuais. Posteriormente, a otimização multi-objetivo é realizada com a finalidade de obter soluções Pareto ótimas para três e quatro respostas de força, rugosidade, forma e produtividade do processo de fresamento helicoidal. Os resultados dos ensaios de vida são avaliados com o objetivo de averiguar o efeito da velocidade de corte na vida da fresa, além de confrontar a evolução do desgaste com a formação de rebarba na saída do furo.

Finalmente, o capítulo 9 apresenta as conclusões e oportunidades para desenvolver trabalhos futuros advindas das limitações deste trabalho e dos resultados obtidos.

2. FRESAMENTO HELICOIDAL

Este capítulo descreve o estado da arte atual do processo de fresamento helicoidal considerando os aspectos importantes à presente Tese e foi desenvolvido em similaridade com a referência exposta na íntegra a seguir. Neste artigo, a maioria dos estudos abordados são relacionados ao fresamento helicoidal de materiais da indústria aeronáutica, não intencionalmente, mas justamente por comporem maior parte da literatura atualmente disponível. Como na presente Tese o material usinado foi o aço H13 endurecido, boa parte do texto será suprimida. Portanto, para mais detalhes acerca do fresamento helicoidal recomenda-se a leitura do artigo referenciado a seguir.

PEREIRA, Robson Bruno Dutra, Lincoln Cardoso Brandão, Anderson Paulo de Paiva, João Roberto Ferreira, J. Paulo Davim. A review of helical milling process. **International Journal of Machine Tools and Manufacture**, Volume 120, 2017a, Pages 27-48.

O fresamento helicoidal é um processo de usinagem para obtenção de furos no qual a fresa realiza uma trajetória helicoidal concomitante ao movimento de rotação em torno do seu próprio eixo. O percurso de avanço deste processo pode ser decomposto nas direções tangencial e axial, combinando corte periférico e frontal, respectivamente. O processo de fresamento helicoidal possibilita o uso de diferentes estratégias que viabilizam a obtenção de furos com geometrias complexas, incluindo a possibilidade de variação do diâmetro, realização de operações de acabamento sem trocar a ferramenta, correção de desvio dimensional através do ajuste da excentricidade do centro da ferramenta em relação ao centro do furo (BRINKSMEIER *et al.*, 2008). O processo de fresamento helicoidal tem sido aplicado na furação de materiais de difícil usinabilidade, tais como polímeros reforçados por fibra de carbono (*carbon fiber reinforced plastic* - CFRP), ligas de titânio, materiais endurecidos e outras ligas da indústria aeroespacial (HAIYAN e XUDA, 2016; IYER *et al.*, 2007; LIU *et al.*, 2012a; LIU *et al.*, 2014; WANG *et al.*, 2012, 2016a; WANG *et al.*, 2015). Através do fresamento helicoidal, resultados satisfatórios tem sido obtidos em termos de qualidade dimensional, de forma e de acabamento superficial (IYER *et al.*, 2007; SHAN *et al.*, 2013). O processo de fresamento helicoidal quando realizado com dispositivos específicos acoplados a robôs industriais é geralmente denominado furação orbital (EGUTI e TRABASSO, 2014).

2.1. Vantagens do fresamento helicoidal

O processo de furação é o processo de usinagem mais importante para obtenção de furos (COLDWELL *et al.*, 2003; HERBERT *et al.*, 2011; KIM e RAMULU, 2004, 2007; RAMULU *et al.*, 2001; WANG *et al.*, 2016a). De acordo com Tonshoff *et al.* (1994), a furação compreende 25% do tempo de ciclo e 33% do número total de operações de uma peça obtida por usinagem. Já Wang *et al.* (2015) afirmam que as operações para obtenção de furo são responsáveis por 50% do tempo de processamento total no escopo da usinagem, além de ser uma das últimas operações na manufatura de uma peça, demandando confiabilidade dado o alto valor agregado à peça em processamento devido às operações anteriores.

Entretanto, o processo de furação apresenta diversas limitações, tais como altos esforços na direção axial, altos níveis de força de avanço, formação de rebarba, quebra de material na saída do furo, deformação da periferia do furo, dificuldade na evacuação dos cavacos e na dissipação de calor, acabamento dimensional, geométrico e microgeométrico limitado, falha catastrófica da broca, entre outras (EGUTI e TRABASSO, 2014; IYER *et al.*, 2007; JI *et al.*, 2015; OLVERA *et al.*, 2012). Logo, o processo de furação convencional quando destinado a obtenção de furos acabados, é associado ao retrabalho, baixa capacidade de processamento e dificuldade no acoplamento das peças (LIANG e BI, 2010). Estes problemas, de acordo com Iyer *et al.* (2007), estão relacionados ao processo de remoção de material da furação com broca, no qual a velocidade de corte se aproxima de zero na proximidade do centro da broca, ocasionando a remoção de material neste domínio por extrusão ao invés de cisalhamento. A evacuação de cavacos também é um fator limitante na furação com broca, uma vez que os cavacos são removidos lateralmente antes de serem evacuados através dos canais helicoidais.

A furação convencional ainda é referenciada como uma operação tradicional para obtenção de furos em CFRP, Ti-6Al-4V e compósitos sanduíche de CFRP/Ti (LIU *et al.*, 2012b; QIN *et al.*, 2014a; ZHANG *et al.*, 2008). No caso dos materiais compósitos, a furação convencional pode acarretar defeitos específicos como a delaminação (SADEK *et al.*, 2012). Considerando tais problemas, a furação convencional não é uma operação competitiva na indústria aeronáutica (QIN *et al.*, 2012a). Ademais, é difícil utilizar robôs industriais para automatizar a furação na indústria aeroespacial. A rigidez dos dispositivos robóticos não é suficiente para resistir a deflexão causada devido aos altos níveis de força de corte resultantes do processo de furação com broca, dificultando a obtenção de tolerâncias apertadas (KIHLMAN *et al.*, 2002). Levando em consideração a tendência atual de usinar o material após o tratamento térmico, na usinagem dura as limitações da furação convencional são exacerbadas

(IYER *et al.*, 2007), uma vez que furar com broca materiais com níveis de dureza próximos de 60 HRC é uma tarefa desafiadora (COLDWELL *et al.*, 2003).

O fresamento helicoidal é um processo de usinagem inovador para obtenção de furos, o qual pode ser usado como alternativa à furação convencional (LI *et al.*, 2014a, 2010; LI e LIU, 2013; LIU *et al.*, 2014; WANG *et al.*, 2012). Considerando o avanço helicoidal em adição à rotação da fresa, a remoção de material próxima ao centro do furo ocorre por cisalhamento, diferentemente da furação, acarretando baixos níveis de força de corte (IYER *et al.*, 2007; ZHAO *et al.*, 2015). A cinemática do processo permite a obtenção de furos de diâmetros diferentes sem trocar a fresa, viabilizando a redução de tempo de ciclo (DENKENA *et al.*, 2008a; EGUTI e TRABASSO, 2014; FANG *et al.*, 2015a; LI *et al.*, 2010; QIN *et al.*, 2012a), e evitando operações de acabamento adicionais como furação de acabamento, alargamento e escareamento (OLVERA *et al.*, 2012). Com uma pequena mudança no diâmetro da hélice, há a possibilidade de correção *on-line* de desvios dimensional e de forma do furo (SHAN *et al.*, 2011). Esta é uma vantagem importante do fresamento helicoidal, uma vez que na furação convencional, à medida que a broca se aproxima do fim de vida, erros dimensional e de forma são obtidos, tal como averiguado por Coldwell *et al.* (2003). Considerando as vantagens relativas à cinemática flexível do fresamento helicoidal, este é um processo de obtenção de furos mais limpo e, portanto, menos prejudicial ao meio ambiente (PEREIRA *et al.*, 2017b). A furação orbital de estruturas de aeronaves não requer desmontagem para rebarbamento, remoção de cavacos ou limpeza para remover contaminação devido uso de fluido lubri-refrigerante (WHINNEM *et al.*, 2008). A furação orbital acarreta níveis mais baixos de força de corte se comparado à furação convencional e, conseqüentemente, permite o uso de robôs industriais de baixo custo disponíveis no mercado para obter furos dentro das especificações de tolerância projetadas (KIHLMAN *et al.*, 2002).

A evacuação de cavacos é um benefício do processo de fresamento helicoidal, uma vez que os cavacos são removidos da região de corte através da folga radial entre a fresa e furo, enquanto na furação eles são evacuados pelos canais helicoidais (IYER *et al.*, 2007). Conseqüentemente, ar comprimido pode ser usado para auxiliar no transporte de cavacos (IYER *et al.*, 2007). Mínima quantidade de lubri-refrigerante (MQL) pode melhorar a qualidade geométrica, reduzir temperatura e esforços de corte (QIN *et al.*, 2012a; SASAHARA *et al.*, 2008). Rebaixo e escareamento de furos também são facilitados no fresamento helicoidal através da programação adequada do caminho da ferramenta (IYER *et al.*, 2007). Boas condições de lubri-refrigeração também são atestadas no fresamento helicoidal (FANGMANN *et al.*, 2011; LI *et al.*, 2014b; SASAHARA *et al.*, 2008).

Em contraste com a furação convencional, onde em materiais de difícil usinabilidade a falha da ferramenta é predominantemente catastrófica, no fresamento helicoidal a evolução do desgaste da fresa pode ser monitorada e o mecanismo de desgaste pode ser melhor compreendido (HE *et al.*, 2009; IYER *et al.*, 2007). No fresamento helicoidal o desgaste pode ser monitorado nas arestas de corte periféricas onde, o contato entre ferramenta e peça é intermitente, e nas arestas de corte frontais, onde o corte é contínuo e níveis mais severos de desgaste podem ser obtidos, geralmente definindo o critério de fim de vida da ferramenta (HE *et al.*, 2009; QIN *et al.*, 2012a). Pelo ajuste da excentricidade da fresa, o caminho da ferramenta pode ser corrigido para compensar o desgaste da fresa, prevenindo desvios dimensionais do diâmetro do furo (CHEN *et al.*, 2010; FANGMANN *et al.*, 2011). Estudos sobre o fresamento helicoidal tem sido realizados para obtenção de condições de corte para alcançar um processo livre de vibrações (LI *et al.*, 2014b). O processo de fresamento helicoidal apresenta um grande potencial na usinagem de compósitos devido a redução de temperatura e esforços de usinagem (BRINKSMEIER *et al.*, 2008; DENKENA *et al.*, 2008a; SADEK *et al.*, 2012). Conseqüentemente, o fresamento helicoidal apresenta níveis baixos de delaminação e de dano nas fibras na usinagem de CFRP (DENKENA *et al.*, 2008a; SADEK *et al.*, 2012; VOSS *et al.*, 2016).

2.2. Cinemática do fresamento helicoidal

Apesar do confundimento entre os termos furação orbital e fresamento helicoidal (FANG *et al.*, 2015a; LI *et al.*, 2010), estes processos não são exatamente iguais em relação ao equipamento utilizado (TANAKA *et al.*, 2012). No processo de furação orbital, a fresa é fixada excentricamente para realizar uma rotação planetária enquanto gira de forma independente (TANAKA *et al.*, 2012). A furação orbital pode ser executada por robôs e unidades de furação orbital (EGUTI e TRABASSO, 2014; FANG *et al.*, 2015a; KIHLMAN, 2005; SHAN *et al.*, 2013). Já no fresamento helicoidal, executado por centros de usinagem, o passo helicoidal é realizado pelo avanço linear do eixo z do CNC sincronizado com o movimento circular gerado pela interpolação dos eixos x e y , além da rotação da fresa em torno do próprio eixo (FANG *et al.*, 2015a; TANAKA *et al.*, 2012). O movimento circular do centro da fresa, realizado pela interpolação de dois dos eixos lineares, demanda alta aceleração da unidade de avanço e rigidez da máquina ferramenta (DENKENA *et al.*, 2008a; SHAN *et al.*, 2013). O fresamento helicoidal é mais difícil de ser empregado nas estruturas de montagem de aeronaves devido a dificuldade

de acesso e complexidade de tais estruturas (FANG *et al.*, 2015a; KIHLMAN, 2005). Entretanto, os furos usinados por furação orbital apresentam circularidade maior que os furos usinados por fresamento helicoidal (ISHIBASHI *et al.*, 2009; TANAKA *et al.*, 2012). Há diversos estudos sobre desenvolvimento e teste de unidades de furação orbital (QIN *et al.*, 2011, 2012b; WANG *et al.*, 2016b; WANG e QIN, 2013). Como não há um consenso geral sobre tal nomenclatura, neste texto os dois termos serão usados, fresamento helicoidal e furação orbital, de acordo com a escolha do autor do artigo citado. Um novo processo variante do fresamento helicoidal chamado de fresamento helicoidal inclinado tem sido estudado (TANAKA *et al.*, 2012; WANG *et al.*, 2017). Neste processo a fresa realiza o movimento helicoidal com seu eixo inclinado em relação ao eixo do furo obtido (WANG *et al.*, 2017).

Para descrever a cinemática do processo de fresamento helicoidal, é importante padronizar a nomenclatura dos parâmetros do processo. Há diversas definições dos parâmetros do processo disponíveis na literatura, dificultando o cálculo correto e a aplicação de níveis ótimos encontrados em diversas pesquisas experimentais. Neste sentido, é importante que os pesquisadores, engenheiros e técnicos tenham a mesma perspectiva, facilitando o entendimento do processo e a construção de conhecimento no campo do fresamento helicoidal.

É importante definir dois sistemas de coordenadas: o sistema de coordenadas da peça e o sistema de coordenadas da ferramenta (DENKENA *et al.*, 2008a; DENKENA *et al.*, 2008b; HAIYAN e XUDA, 2016; LIU *et al.*, 2012; SHAN *et al.*, 2011). O sistema de coordenadas da peça apresenta direção fixa dos eixos x , y e z , enquanto o sistema de coordenadas da ferramenta muda segundo a rotação e revolução orbital da fresa. O sistema de coordenadas da peça é referência para descrever a cinemática do fresamento helicoidal.

A cinemática do fresamento helicoidal pode ser descrita a partir da decomposição do passo helicoidal (BRINKSMEIER *et al.*, 2008; DENKENA *et al.*, 2008a; DENKENA *et al.*, 2008b; LI *et al.*, 2014b; LI e LIU, 2013). A velocidade de avanço helicoidal da hélice (v_f) em [mm/min] pode ser decomposta vetorialmente considerando a velocidade de avanço tangencial da hélice (v_{fht}) em [mm/min] e a velocidade de avanço axial da hélice (v_{fha}) em [mm/min], as quais, respectivamente, descrevem um movimento circular no plano xy do CNC e um movimento linear na direção do eixo z . Esta soma vetorial é expressa na Equação 2.1. Na trajetória linear, a velocidade de avanço axial da hélice pode ser descrita considerando o avanço axial por dente (f_{za}) em [mm/dente], o número de dentes da fresa (z) e a rotação do *spindle* (n) em [RPM], como expresso na Equação 2.2. Na trajetória circular, a velocidade de avanço tangencial da hélice (v_{fht}), que consiste na velocidade do centro da fresa durante o movimento circular do centro da fresa em relação ao diâmetro da hélice (D_h) em [mm], pode ser descrita

considerando a velocidade tangencial (v_{ft}) em [mm/min], relacionada ao diâmetro do furo (D_b) em [mm], conforme a Equação 2.3. A velocidade tangencial (v_{ft}) é matematicamente expressa em função do avanço tangencial por dente (f_{zt}) em [mm/tooth], o número de dentes (z) e a velocidade de rotação do *spindle* (n), conforme Equação 2.4. O diâmetro da hélice (D_h) consiste na diferença entre os diâmetros do furo (D_b) e da fresa (D_t) em [mm].

$$v_f = \sqrt{v_{fha}^2 + v_{fht}^2} \quad (2.1)$$

$$v_{fha} = f_{za} \cdot z \cdot n \quad (2.2)$$

$$v_{fht} = v_{ft} \frac{D_h}{D_b} \quad (2.3)$$

$$v_{ft} = f_{zt} \cdot z \cdot n \quad (2.4)$$

Como v_f é a velocidade de avanço helicoidal do centro da fresa, relacionada a D_h , geralmente usada para definir a programação CNC, é importante calcular a velocidade de avanço helicoidal da periferia da fresa v_{fp} em [mm/min], aplicada quando é utilizada a compensação de raio na programação e, também, para saber a carga máxima na aresta de corte da fresa, isto é, o valor máximo do avanço por dente, que no fresamento helicoidal varia segundo o diâmetro do ponto e referência na aresta de corte. A velocidade de avanço helicoidal da periferia (v_{fp}) pode ser expressa considerando a velocidade de avanço helicoidal, conforme Equação 2.5, e considerando o avanço por dente, conforme Equação 2.6.

$$v_{fp} = \frac{D_b}{D_h} \cdot v_f \quad (2.5)$$

$$v_{fp} = f_z \cdot z \cdot n \quad (2.6)$$

A profundidade de corte axial (a_p) em [mm] no processo de fresamento helicoidal é matematicamente dependente das velocidades de avanço tangencial e axial da hélice. Primeiramente, pode-se expressar o ângulo da hélice (α) conforme a Equação 2.7 e, subsequentemente, a máxima profundidade de corte axial (a_p^*) em [mm/rev], a qual consiste no passo da hélice. A máxima profundidade de corte axial (a_p^*) também pode ser descrita considerando os avanços tangencial e axial por dente, f_{za} e f_{zt} . A Figura 2.1 ilustra a cinemática do processo. De acordo com Iyer (2006), no fresamento helicoidal para obtenção de um furo

em cheio, a profundidade de corte radial (a_e) em [mm] é medida no plano xy como sendo a razão entre a área total a ser removida e o comprimento do passo circular, conforme exposto na Equação 2.9, dependendo somente dos diâmetros do furo e da hélice. Entretanto, outros autores consideram que a_e aproxima do diâmetro da fresa no fresamento helicoidal em cheio (COSTA *et al.*, 2015; LI *et al.*, 2014b; LIU *et al.*, 2012a). Considerando que o fresamento helicoidal pode ser aplicado para obtenção de furo em cheio e para alargamento de furos (COSTA *et al.*, 2015; LIU *et al.*, 2012a), neste caso, a_e é expresso conforme a Equação 2.10, como o comprimento do arco de contato entre a ferramenta e a peça, levando em consideração os diâmetros inicial (D_0) e final (D_b) do furo, além do diâmetro da hélice (IYER, 2006).

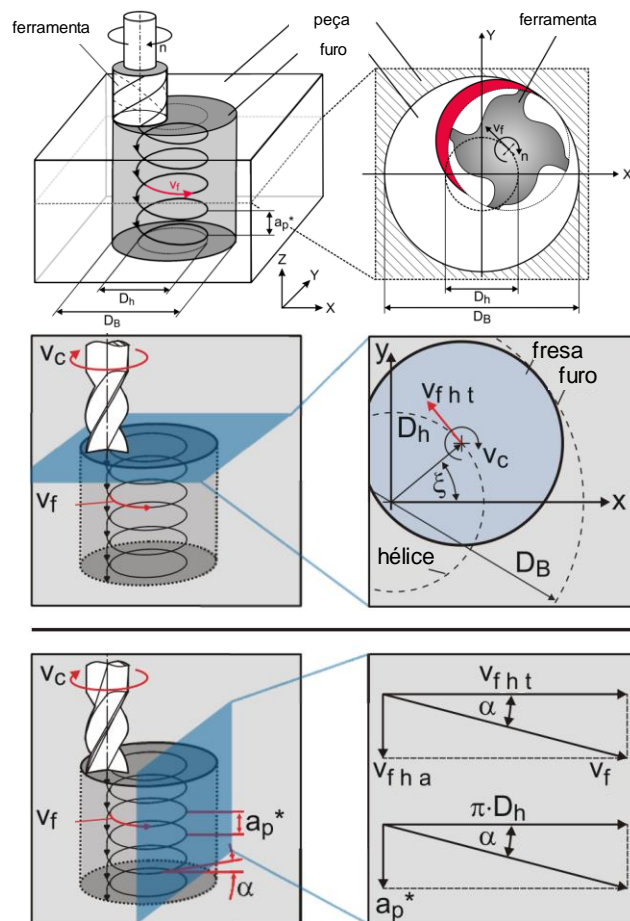


Figura 2.1. Cinemática do fresamento helicoidal (DENKENA *et al.*, 2008; DENKENA, *et al.*, 2011)

$$\alpha = \arctan \left(\frac{v_{fha}}{v_{fht}} \right) \quad (2.7)$$

$$a_p^* = \tan(\alpha) \cdot \pi \cdot D_h = \frac{f_{za} \cdot \pi \cdot D_b}{f_z} \quad (2.8)$$

$$a_e = \frac{\pi \cdot D_b^2}{4} \cdot \frac{1}{\pi \cdot D_h} = \frac{D_b^2}{4 \cdot D_h} \quad (2.9)$$

$$a_e = \frac{D_b^2 - D_0^2}{4 \cdot D_h} \quad (2.10)$$

Outra perspectiva para descrever a cinemática do fresamento helicoidal é em relação ao movimento circular, considerando as velocidades angulares (LI *et al.*, 2014a; WANG *et al.*, 2012; SHAN *et al.*, 2011). Considerando a rotação do *spindle* (n), e a rotação orbital (n_o) também em [RPM], pode-se definir a velocidade angular relacionada à rotação da fresa (ω) e a velocidade angular relacionada à revolução orbital (ω_o), ambas em [rad/s], conforme as Equações 2.11 e 2.12, respectivamente. A velocidade de revolução orbital (n_o) pode ser obtida considerando a velocidade de avanço axial (v_{fha}) e a profundidade de corte axial (a_p^*), ou considerando a velocidade de avanço tangencial (v_{fht}) e o diâmetro da hélice (D_h), segundo a Equação 2.13. Outra característica importante a ser definida para descrever o diâmetro da hélice e, conseqüentemente, os outros parâmetros envolvidos, é a excentricidade (e) em [mm], que consiste na distância entre o centro do furo e o centro da fresa, conforme Equação 2.14.

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} \quad (2.11)$$

$$\omega_o = \frac{2\pi n_o}{60} \quad (2.12)$$

$$n_o = \frac{v_{fha}}{a_p^*} = \frac{v_{fht}}{\pi \cdot D_h} \quad (2.13)$$

$$e = \frac{D_b - D_t}{2} \quad (2.14)$$

O fresamento helicoidal consiste simultaneamente no corte periférico, considerando as arestas de corte periféricas, as quais realizam corte descontínuo, e um corte frontal, com as arestas de corte axiais, que realizam corte contínuo, o qual é similar à furação convencional ou fresamento em mergulho (DENKENA *et al.*, 2008a; DENKENA *et al.*, 2008b; DENKENA, *et al.*, 2011). Dada esta descrição, considerando o ângulo de contato φ no corte periférico, a profundidade de corte axial aumenta (diminui) de 0 a a_p^* (de a_p^* a 0) no corte concordante

(discordante). A espessura do cavaco não deformado h_{tan} apresenta um comportamento sinusoidal com valor máximo igual a f_{zt} , em relação ao ângulo de contato φ , conforme ilustrado na Figura 2.2. A geometria do cavaco é ilustrada na Figura 2.3. Considerando o corte axial, a secção transversal permanece constante em relação ao ângulo de contato φ , a espessura do cavaco não deformado h_{ax} é igual ao avanço axial por dente, conforme a Figura 2.2. Estas relações geométricas são descritas nas Equações 2.15 a 2.17, onde b_{ax} é a largura do cavaco no corte axial e D_t é o diâmetro da fresa em [mm].

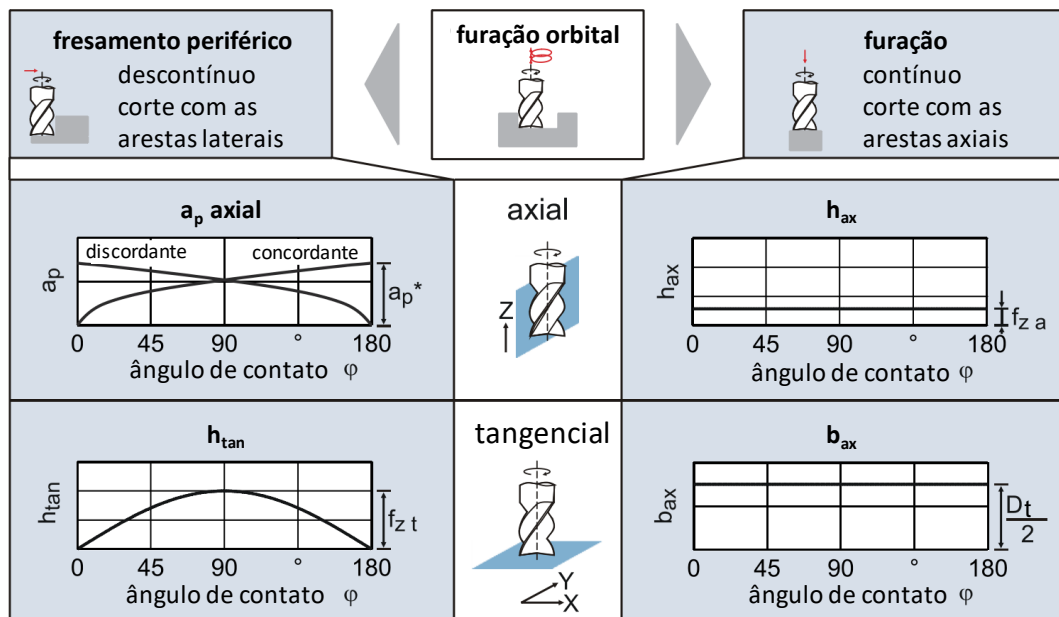


Figura 2.2. Dimensões do cavaco não deformado (DENKENA *et al.*, 2008a; DENKENA, *et al.*, 2011)

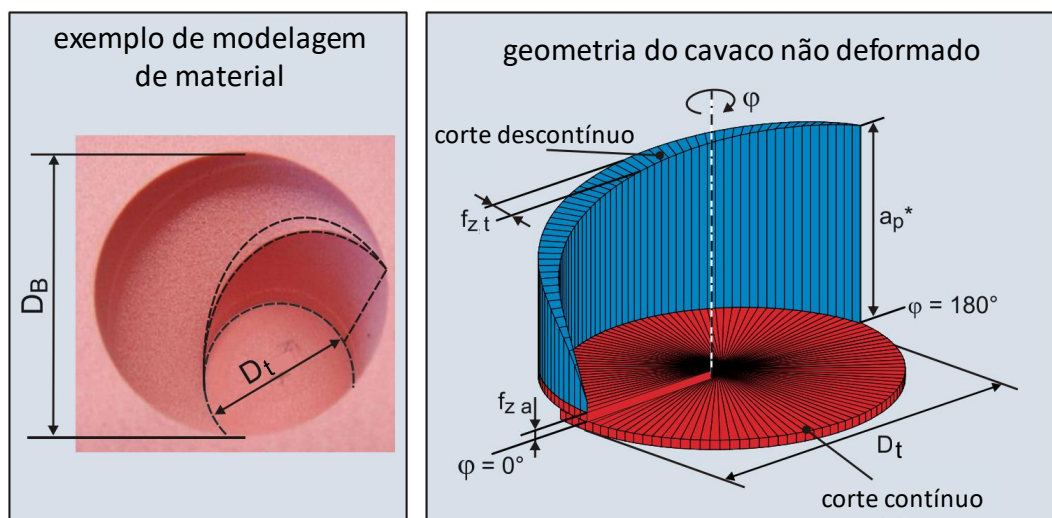


Figura 2.3. Cavaco não deformado (DENKENA *et al.*, 2008a; DENKENA *et al.*, 2011)

$$h_{\tan} = f_z \sin(\varphi) \quad (2.15)$$

$$h_{ax} = f_{za} \quad (2.16)$$

$$b_{ax} = \frac{D_t}{2} \quad (2.17)$$

A seção transversal do cavaco não deformado também foi calculada (DENKENA *et al.*, 2008a; DENKENA *et al.*, 2008b; DENKENA *et al.*, 2011) considerando altas razões entre os diâmetros da ferramenta e do furo ($k = D_t/D_b$), em relação ao ângulo de contato (φ). A seção transversal depende da profundidade de corte axial $a_p(\varphi)$, calculada em função do ângulo de contato (φ), conforme a Equação 2.18.

$$a_p(\varphi) = \frac{a_p^*}{180^\circ} \varphi \quad (2.18)$$

Os mesmos autores (DENKENA *et al.*, 2008a; DENKENA *et al.*, 2008b; DENKENA, *et al.*, 2011) derivaram um modelo para calcular a_p para baixas razões D_t/D_b . Considerando este caso, para $0 \leq D_t/D_b \leq 0.5$, o fresamento helicoidal consiste em uma operação de alargamento, enquanto que para $0.5 \leq D_t/D_b \leq 1$, o fresamento helicoidal para obtenção de um furo em uma única operação, isto é, sem pré-furo, é realizado. Para baixas razões D_t/D_b , a profundidade de corte é dividida e calculada considerando o ângulo auxiliar (ψ) e o ângulo de rotação da hélice (ζ). Então, estes cálculos podem ser resumidos através da Equação 2.19. Os ângulos ψ e ζ são dependentes da rota $P_s M_b$ e do ângulo de contato (φ). Estas quantidades podem ser obtidas baseadas nas relações geométricas observadas na Figura 2.4 (DENKENA *et al.*, 2008b).

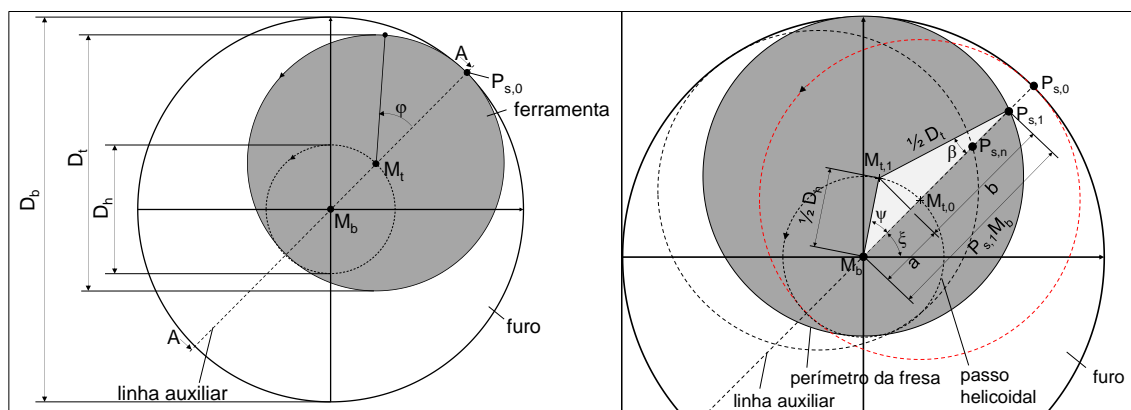


Figura 2.4. Relações geométricas para definir a geometria do cavaco não deformado no fresamento helicoidal (Adaptado de DENKENA *et al.*, 2008b)

$$a_p = a_{p,0}(\xi) + a_p(\psi) = a_p^* \frac{\xi}{360^\circ} + a_p^* \frac{\psi}{360^\circ} = a_p^* \frac{\xi + \psi}{360^\circ} \quad (2.19)$$

Considerando estas definições geométricas e a geometria do cavaco não deformado, os volumes de corte tangencial (V_{tan}) e axial (V_{ax}), bem como a razão entre estes volumes (K) foi definida. Estas definições são resumidas na Equação 2.20. Pode-se observar que a relação final para K é dependente somente dos diâmetros do furo e da ferramenta (DENKENA *et al.*, 2008b).

$$K = \frac{V_{tan}}{V_{ax}} = \frac{\frac{1}{2} a_p^* f_{za} D_t}{\frac{1}{4} D_t^2 f_{za}} = \frac{2 a_p^* f_{za}}{\pi D_t f_{za}} = \frac{2(D_b - D_t)}{D_t} \quad (2.20)$$

A relação entre a zona de corte periférica e frontal foi descrita considerando um raio de inspeção arbitrário R_i (BRINKSMEIER *et al.*, 2008). A partir desta abordagem pode-se determinar a profundidade de corte axial relativa ao corte periférico $a_{p(1i)}$ e a profundidade de corte axial do corte frontal $a_{p(2i)}$ e a profundidade de corte axial total, que consiste na soma das duas porções anteriores $a_p^* = a_{p(1i)} + a_{p(2i)}$. Considerando o sistema de coordenadas da peça, o raio de inspeção arbitrário R_i , o qual varia de 0 até $D_b/2$, descreve uma circunferência U_i com 2π rad e compreende apenas uma parte do perímetro da ferramenta com uma circunferência U_{ti} e 2β rad. Há uma região delimitada pelo raio $R_{pfc} = D_t/2 - e$, na qual o corte frontal puro ocorre analogamente à furação convencional e ao fresamento em mergulho, com um movimento excêntrico. Com $R_i < R_{pfc}$, $a_{p(1i)} = 0$ e $a_{p(2i)} = a_p^*$. Há um ponto com $R = 0$ no qual $v_c = 0$ como ocorre na furação convencional, devido ao corte frontal. Portanto, extrusão ao invés de corte ocorre nesta região. O raio de inspeção arbitrário R_i varia de 0 até $D_t/2$ e o cálculo das profundidades de corte axial relativas ao corte frontal e periférico, $a_{p(1i)}$ e $a_{p(2i)}$, depende dos valores de D_b , D_t , a_p^* , e R_i , conforme as Equações 2.21 e 2.22. A Figura 2.5 apresenta a representação geométrica desta abordagem.

$$a_{p(1i)}^* = a_p^* \left(1 - \frac{\beta_i}{\pi} \right) = a_p^* \left(1 - \frac{1}{\pi} \arcsin \left(\frac{\sqrt{\left(\frac{D_t}{2} \right)^2 - \left(\frac{R_i^2 - \left(\frac{D_t}{2} \right)^2 - \left(\frac{D_b - D_t}{2} \right)^2}{D_b - D_t} \right)^2}}{R_i} \right) \right) \quad (2.21)$$

$$a_{p(2i)}^* = a_p^* \cdot \frac{\beta_i}{\pi} = \frac{a_p^*}{\pi} \cdot \arcsin \left(\frac{\sqrt{\left(\frac{D_t}{2} \right)^2 - \left(\frac{R_i^2 - \left(\frac{D_t}{2} \right)^2 - \left(\frac{D_b - D_t}{2} \right)^2}{D_b - D_t} \right)^2}}{R_i} \right) \quad (2.22)$$

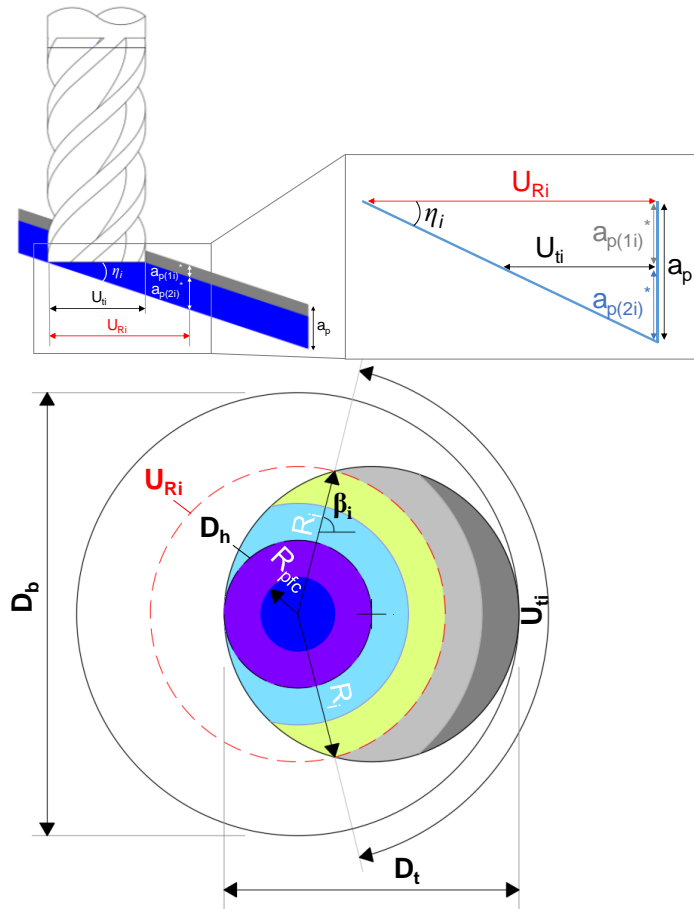


Figura 2.5. Dependência das zonas de corte ($a_{p(1i)^*}$, $a_{p(2i)^*}$) do raio de inspeção arbitrário (R_i) no caminho helicoidal (Adaptado de BRINKSMEIER *et al.*, 2008)

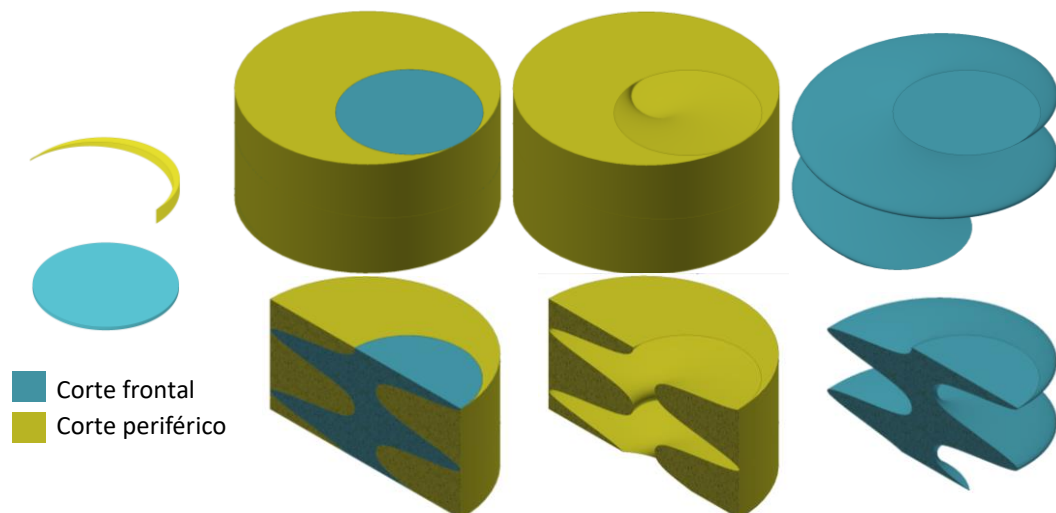


Figura 2.6. Volume dos cortes frontal e periférico (baseado em BRINKSMEIER *et al.*, 2008)

A razão entre o corte frontal e o corte periférico (G) também foi calculada considerando a abordagem do raio de inspeção arbitrário R_i . A Figura 2.6 apresenta os volumes do corte

frontal e periférico. A razão G entre os volumes removidos pelas arestas de corte periféricas e pelas arestas de core frontais é independente das velocidades de processo e depende somente dos diâmetros da ferramenta e do furo, conforme a Equação 2.23 (BRINKSMEIER *et al.*, 2008).

$$G = \frac{V_{\tan}}{V_{ax}} = \frac{\pi \cdot \left(\frac{D_b^2 - D_t^2}{2^2} \right) \cdot a_p^*}{\pi \cdot \left(\frac{D_t}{2} \right)^2 \cdot a_p^*} = \frac{D_b^2 - D_t^2}{D_t^2} \quad (2.23)$$

As razões entre os volumes removidos pelo corte periférico e frontal, considerando a abordagem do ângulo de contato (φ) - K , e a abordagem do raio de inspeção arbitrário (R_i) - G , foram comparadas (FANGMANN *et al.*, 2011). Os resultados são resumidos na Tabela 2.1 e na Figura 2.7, além disso, a relação linear da Equação 2.18, foi considerada nesta comparação. O modelo analítico de Brinksmeyer *et al.* (BRINKSMEIER *et al.*, 2008; FANGMANN *et al.*, 2011) reportou os mesmos resultados da solução exata de Denkena *et al.* (DENKENA *et al.*, 2008b), enquanto que a abordagem analítica proposta por Denkena *et al.* (DENKENA *et al.*, 2008b) reportou erro significativo em baixas razão entre os diâmetros da fresa e do furo k . Os resultados corretos, conforme as Equações 2.23 e 2.18, podem ser verificados através da modelagem CAD dos volumes removidos pelo corte frontal e periférico. Como estes modelos não dependem das velocidades do processo, mas somente dos diâmetros, a seleção da ferramenta apresenta papel importante na eficiência do processo.

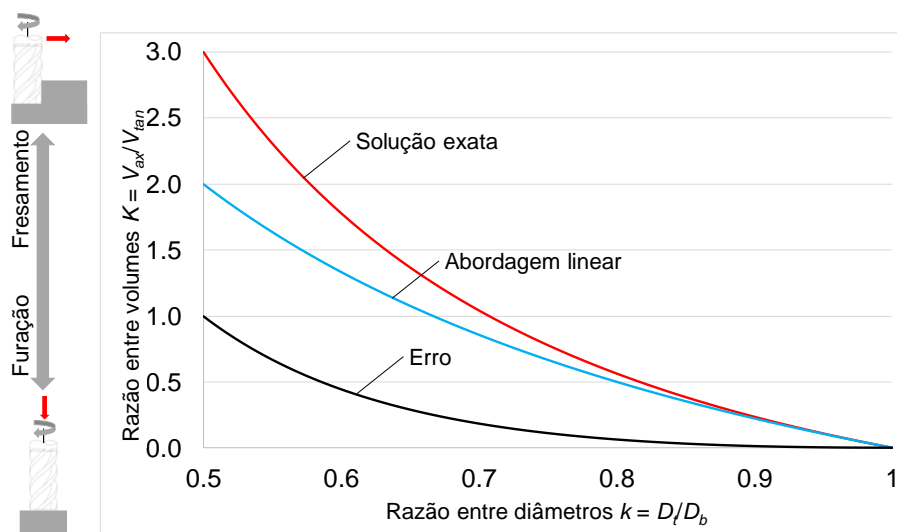


Figura 2.7. Influência da razão entre os diâmetros k na razão entre os volumes K (Adaptado de DENKENA *et al.*, 2008b)

Tabela 2.1. Comparação dos diferentes modelos de cálculo da razão entre o corte periférico e frontal (FANGMANN *et al.*, 2011)

Razão k	Razão entre os volumes K ou G		
	Eq. 23	Eq. 20	Eq. 18
0.5	3.00	2.00	3.00
0.6	1.78	1.33	1.78
0.7	1.04	0.86	1.04
0.8	0.56	0.50	0.56
0.9	0.23	0.22	0.23
1	0.00	0.00	0.00

2.3. Forças de corte no fresamento helicoidal

O conhecimento do comportamento e magnitude das forças de corte é muito importante para estimar potência, aumentar a vida ferramenta e obter tolerâncias apertadas. A previsão correta das componentes da força de usinagem colabora com a escolha dos parâmetros de corte, de forma a evitar vibrações, melhorar a qualidade superficial, melhorar a acuracidade de forma, garantir a estabilidade do processo de corte entre outros fatores (WANG *et al.*, 2012; VENTURA *et al.*, 2013).

A geometria do cavaco não deformado do processo de fresamento helicoidal pode ser considerada para explicar o impacto dos avanços axial e tangencial por dente nas forças do processo e, também, para modelar as forças de corte usando abordagens semi-analíticas (DENKENA *et al.*, 2011a; REY *et al.*, 2016). As arestas de corte periféricas produzem principalmente os esforços de corte radiais enquanto as arestas frontais acarretam não somente nos esforços radiais, mas também nos esforços axiais. As forças de corte radiais podem acarretar a deflexão da fresa e causar vibrações, enquanto que as forças de corte axiais podem fletir a peça na direção axial, acarretando em um acabamento superficial pobre (TIAN *et al.*, 2016).

A influência do gradiente da velocidade de corte ao longo das arestas de corte não pode ser levada em consideração na modelagem analítica das forças de corte, apesar de ser importante em operações de acabamento como furação e fresamento helicoidal. Ademais, os mecanismos de corte do fresamento helicoidal não podem ser assumidos a partir do corte ortogonal. Logo, abordagens semi-analíticas, também chamadas de mecanicísticas, tem sido desenvolvidas (REY *et al.*, 2016). Características geométricas da ferramenta e a interação ferramenta-peça quando levadas em consideração nos modelos de força de corte podem ser usuais para modelagem de vibração (LIU *et al.*, 2014).

Estudos sobre forças de usinagem no fresamento helicoidal são geralmente realizados considerando dois sistemas de coordenadas: o sistema de coordenadas da peça, o qual é fixo com origem no centro do furo, e o sistema de coordenadas da ferramenta que se desloca ao longo do passo helicoidal (HAIYAN e XUDA, 2016; DENKENA *et al.*, 2008a; VENTURA e HASSUI, 2013; SHEN *et al.*, 2012; HAIYAN *et al.*, 2012). As componentes ortogonais da força de usinagem no sistema de coordenadas da peça são F_x , F_y e F_z e podem ser monitoradas com um dinamômetro estacionário (LI *et al.*, 2010; SHAN *et al.*, 2011). No sistema de coordenadas da ferramenta, diferentes abordagens podem ser aplicadas. Alguns autores consideram a força tangencial (F_t) na direção oposta da direção de corte, a força radial (F_r) atuando na direção do centro da fresa e a força axial ao longo do eixo z, como ilustrado na Figura 2.8 (HAIYAN e XUDA, 2016; VENTURA e HASSUI, 2013). A força axial é igual à componente F_z do sistema de coordenadas da peça, $F_a = F_z$, e a força radial, também chamada de força resultante, pode ter seu módulo obtido como a resultante das componentes F_x e F_y do sistema de coordenadas da peça, $F_r = (F_x^2 + F_y^2)^{1/2}$ (WANG *et al.* 2016a; SHAN *et al.*, 2011, HE *et al.*, 2015). A força tangencial e a força radial também podem ser chamadas de força de avanço (F_f) e força normal (F_{fN}) (DENKENA *et al.*, 2008a; DENKENA *et al.*, 2011).

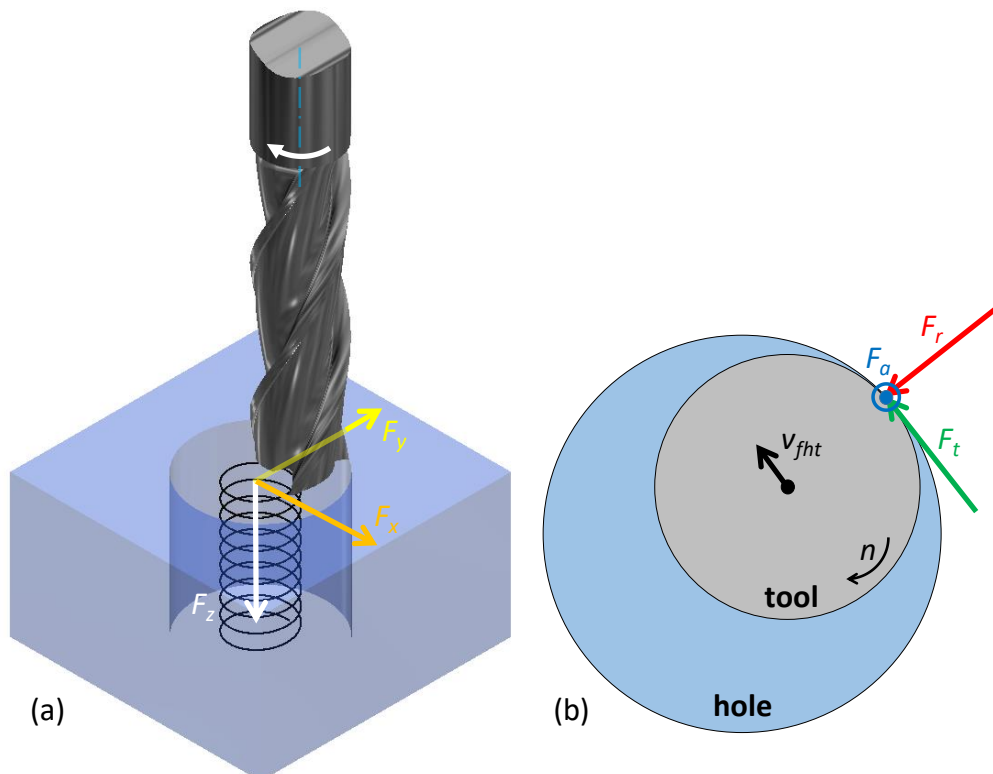


Figura 2.8. Componentes de força no: (a) sistema de coordenadas da peça; (b) no sistema de coordenadas da ferramenta (adaptado de LIU *et al.*, 2014; REY *et al.*, 2016)

Diversos modelos de força para o fresamento helicoidal tem sido propostos. Por exemplo, um modelo de forças mecanicístico para o fresamento helicoidal do CFRP considerando o ângulo da fibra foi proposto. Coeficientes de força não lineares foram obtidos usando a metodologia de superfície de resposta. O modelo apresentou erro de 15 % em relação aos testes de validação (HAIYAN e XUDA, 2016). Um modelo de forças dinâmico foi proposto para o fresamento helicoidal, no qual o mecanismo de corte e as arestas de corte frontais e periféricas são levadas em consideração simultaneamente. Simulações e testes em diferentes condições de corte na liga de alumínio Al 7075-T6 foram conduzidas para revelar o impacto dos avanços por dente f_{za} e f_{zt} nas componentes de força no sistema de coordenadas da peça (LI *et al.*, 2010; LI *et al.*, 2014b).

Um modelo de forças de corte foi estabelecido para previsão das forças e torque no fresamento helicoidal em função do avanço helicoidal, velocidade do *spindle*, profundidades de corte axial e radial, além da geometria da fresa. As forças nas arestas laterais e frontais ao longo do passo helicoidal foram descritas considerando o movimento tangencial e axial. A periodicidade, a qual é causada pela rotação do *spindle*, e o período do avanço helicoidal da fresa foram incluídos. Ensaios de confirmação foram realizados na liga de titânio Ti-6Al-4V e erro em torno de 10% foi obtido considerando os resultados simulados (LIU *et al.*, 2012a).

A previsão de forças na furação orbital foi realizada considerando o corte frontal e periférico. Estas porções de corte foram simuladas individualmente considerando dois modelos distintos de força usando um conjunto de testes de fresamento e furação para obter os coeficientes de força específica e a superimposição dos modelos resultou no modelo de previsão de forças para a furação orbital. A deflexão da fresa devido a força normal foi verificada causando desvio dimensional do diâmetro do furo. Os modelos foram propostos para compensar este erro (DENKENA *et al.*, 2008a). Um modelo de forças mecanicístico foi desenvolvido considerando a geometria da ferramenta e os parâmetros de corte do fresamento helicoidal. O modelo considera a forma do cavaco instantânea a qual é dependente da geometria da fresa e dos parâmetros de corte, de forma que a carga do cavaco pode ser controlada para melhorar a qualidade do furo (REY *et al.*, 2016).

Um modelo baseado na mecânica da fratura foi apresentado para prever a força axial crítica responsável pelo início da propagação de trinca e delaminação no fresamento helicoidal de CFRP. Os principais fatores que reduzem o risco de delaminação na saída do furo no CFRP foram explicados em termos da carga axial excentricamente distribuída aplicada pela fresa, e o papel do corte tangencial na maior parte do trabalho realizado (SADEK *et al.*, 2012). A Figura 2.9 ilustra a carga pontual atuando no centro do furo no caso da furação convencional, contra a

carga excentricamente distribuída atuando ao longo das arestas de corte da fresa de topo no caso da furação orbital (SADEK *et al.*, 2012; LI *et al.*, 2015).

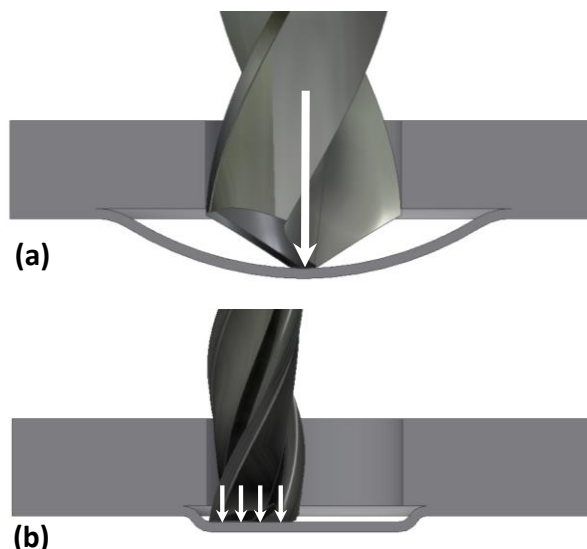


Figura 2.9. Força axial causando delaminação na saída do furo (a) furação convencional; (b) furação orbital (Adaptado de SADEK *et al.*, 2012; LI *et al.*, 2015)

A otimização das forças de corte e seus efeitos na delaminação durante a furação orbital de CFRP foi realizada mostrando que o dano e o comprimento rompido aumentaram com o aumento da força axial. A força axial foi reduzida em 26% e, enquanto foi observado delaminação e ruptura de fibra na saída antes da otimização, baixo dano foi obtido com os parâmetros otimizados. Entretanto, os autores não detalharam o método de otimização (CHEN *et al.*, 2014a).

A Figura 2.10 ilustra resultados simulados e medidos das forças de corte no fresamento helicoidal da liga Ti-6Al-4V. Neste caso os modelos mecanicísticos apresentaram erro de aproximadamente 10%, devido a ruído nas medições, as aproximações realizadas de rigidez da fresa, de não haver deflexão e vibração e o efeito do batimento radial os quais não foram considerados na modelagem (WANG *et al.*, 2012).

Um modelo de força sem sensoriamento foi proposto para monitorar a força de corte e identificar o material furado durante a furação de compósito sanduíche de CFRP-Ti. O modelo de força, que combina um controlador adaptativo e um modelo de força de atrito, é usado para estimar a força axial. Um algoritmo que atua durante o processo foi desenvolvido para monitorar a variação da força axial e detectar a interface entre as camadas de CFRP e a liga de

titânio. Experimentos de furação orbital foram conduzidos para endossar os resultados (FANG *et al.*, 2015b).

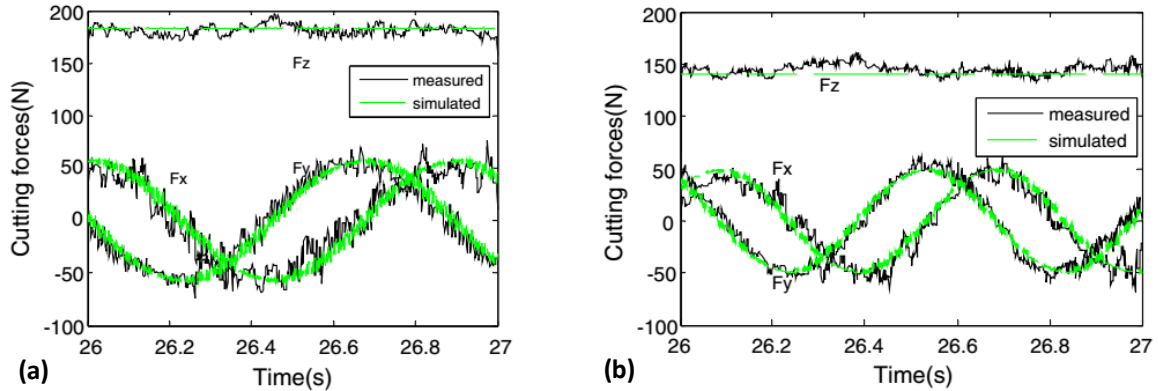


Figura 2.10. Forças de corte medidas e simuladas no fresamento helicoidal (a) $n = 3200$ voltas/min, $f_z = 0,05$ mm/tooth and $a_p^* = 0,2$ mm/volta; (b) $n = 3700$ voltas/min, $f_z = 0,065$ mm/tooth and $a_p^* = 0,1$ mm/volta (WANG *et al.*, 2012)

Diferentes estratégias de lubri-refrigeração no fresamento helicoidal de CFRP foram avaliadas. Mostrou-se que a progressão do desgaste implica no aumento da força axial. Aplicando vibração ultrassônica a força axial foi reduzida em comparação ao fresamento helicoidal convencional dada a redução no atrito entre ferramenta e peça. Os níveis da força de avanço no fresamento helicoidal a seco foram mais baixos em relação a outras estratégias de lubri-refrigeração devido ao amolecimento da resina epoxy pela alta temperatura de corte. A força axial também foi reduzida pela aplicação de refrigeração criogênica (ISHIDA *et al.*, 2014).

Apesar da diversidade dos estudos sobre modelagem de forças no fresamento helicoidal, ainda há na literatura escassez destes trabalhos voltados à usinagem dura. Uma vez que na usinagem dura os esforços de usinagem são demasiadamente altos, a modelagem de forças de corte no fresamento helicoidal destes materiais é imprescindível, para viabilizar a obtenção de furos com baixo consumo de energia, baixos níveis de desgaste da fresa e boa acuracidade dos furos obtidos.

Um modelo de forças para o fresamento helicoidal foi estabelecido considerando a variação na espessura do cavaco não deformado com a calibração dos coeficientes realizada por abertura de canal. A capacidade de previsão do modelo é atestada no fresamento da liga de titânio aeronáutico Ti-6Al-4V (SHANG *et al.*, 2017). Outro modelo baseado na geometria

instantânea do cavaco no fresamento helicoidal foi obtido, porém calibrado com o método das forças de corte médias. O modelo foi testado na liga TC4 (ZHOU *et al.*, 2017a).

2.4. Desgaste e vida da ferramenta no fresamento helicoidal

O entendimento dos mecanismos de desgaste é essencial para aumentar a produtividade e reduzir custos relacionados às ferramentas (SADEK, *et al.*, 2013). O desgaste da ferramenta acarreta na redução da eficiência do processo dado o aumento nas forças de corte e temperatura. Com o aumento do desgaste, vibrações tendem a aparecer e aumentar gradativamente reduzindo a qualidade superficial dos furos obtidos (SAADATBAKHSH *et al.*, 2015). A maior parte dos estudos de desgaste no fresamento helicoidal tem foco principalmente nas liga de titânio Ti-6Al-4V (QIN *et al.*, 2012a; LI *et al.*, 2014a; ZHAO *et al.*, 2015; SADEK *et al.*, 2013; SAADATBAKHSH *et al.*, 2015) e CFRP (WANG *et al.*, 2015; VOSS *et al.*, 2016, ISHIDA *et al.*, 2014). As ligas de titânio são ranqueadas como materiais de difícil usinabilidade devido a baixa condutividade térmica, alta reatividade química, baixo módulo de elasticidade e severo encruamento. Velocidades de corte para ligas de titânio são baixas e a vida da ferramenta é curta (SADEK *et al.*, 2013; QIN *et al.*, 2010). Na usinagem de CFRP o desgaste da ferramenta devido a alta dureza das fibras de carbono deve ser levado em consideração (ISHIDA *et al.*, 2015).

A Tabela 2.2 resume alguns estudos recentes sobre desgaste no fresamento helicoidal em relação ao material usinado, material e cobertura da fresa, técnica de medição de desgaste utilizada, arestas de corte consideradas – uma vez que no fresamento helicoidal o desgaste pode ocorrer nas arestas frontais e/ou nas periféricas, tipos de desgaste, mecanismos de desgaste, critério de fim de vida e número de furos usinados.

O fresamento helicoidal e a furação no aço ABNT/AISI D2 endurecido foram comparados em relação à vida da ferramenta. A evolução do desgaste de flanco no fresamento helicoidal foi progressiva e robusta com atrito e microfratura como mecanismos de desgaste predominantes, enquanto na furação a falha catastrófica foi predominante. Enquanto no fresamento helicoidal foram obtidos 10 furos com a fresa com insertos indexáveis de metal duro com cobertura de TiCN e 16 furos com os insertos com cobertura de TiAlN, enquanto na furação três das quatro brocas testadas com diferentes geometrias e coberturas apresentaram falha catastrófica no primeiro furo e apenas uma das brocas não apresentou quebra no primeiro furo, mas apresentou desgaste de flanco acima de 0,3 mm (IYER *et al.*, 2007). Pode-se observar pela Tabela 2.2 que de maneira geral há poucos estudos de vida da ferramenta no fresamento

helicoidal de materiais endurecidos. Logo, são necessários mais estudos abordando outros materiais que são comumente usinados no estado endurecido e apresentam necessidade de aplicação de processos de furação, podendo ser empregado o fresamento helicoidal.

Tabela 2.2. Desgaste da ferramenta no fresamento helicoidal

Artigo	Material usinado/ material da fresa/ cobertura	Técnica de medição do desgaste	Arestas de corte investigadas	Tipo de desgaste	Mecanismo de desgaste	Critério de fim de vida	Número de furos usinados
Qin et al. [68]	Ti-6Al-4V/ Metal duro/ TiAlN; Diamante	Microscópio eletrônico de varredura (MEV), microscópio digital (MD) e Espectroscopia de raios X por dispersão em energia (EDX)	-	Flanco	Adesão, oxidação, remoção da cobertura e lascamento	VB = 0,2 mm	88 furos (TiAlN); 70 furos (diamante)
Li et al. [30]	Ti-6Al-4V/ Metal duro/ TiAlN	Microscópio óptico (MO), MEV e EDS	Frontal e periféricas e ponta	Flanco (frontal, periférico e ponta), cratera (periferia) e falha catastrófica (ponta)	lascamento/fratura, difusão e oxidação (arestas frontais); difusão, adesão, quebra (ponta)	VB(médio) = 0,2 mm, VB(máx) = 0,3 mm, lascamento excessivo/descação ou falha catastrófica.	12 furos ($v_c = 120$ m/min); 40 furos ($v_c = 100$ m/min); 50 furos ($v_c = 80$ m/min); 85 furos ($v_c = 60$ m/min)
Fernández-Vidala et al. [69]	Ti-6Al-4V/-/-	Microscopia óptica estereoscópica (MOE), MEV e EDS	Frontal e periféricas	Flanco	Adesão, difusão (ponta)	-	10 furos
Ishida et al. [61]	CFRP/ Metal duro (esférica)/-	MEV e microscopia	Frontal	Flanco	-	-	40 furos

Voss et al. [40]	CFRP/Metal duro/Diamante	3D	Frontal e periféricas	Flanco	Remoção da cobertura (arestas periféricas)	-	1000 furos
Wang et al. [7]	CFRP/ Metal duro/TiAlN	MEV e EDS	Frontal e periféricas	Flanco	Abrasão e remoção da cobertura (arestas frontais); adesão (arestas periféricas)	-	80 furos
Qin et al. [26]	Ti-6Al-4V/ Metal duro/CrN	MD, MEV e EDS	Frontal e periféricas	Flanco e ponta	Micro lascamento, trincas térmicas, abrasão, adesão, erosão química e descamação	VB(médio) = 0,2 mm, VB(máx) = 0,3 mm, desgaste na ponta = 0,2 mm, lascamento ou falha catastrófica = 0,2 mm	40 furos (a seco), 145 furos (em jorro) e 160 furos (MQL)
Zhao et al. [31]	Ti-6Al-4V/ Metal duro (grãos ultra finos)/ TiAlN	Câmera digital, MO, MEV e EDS	Frontal e periféricas	Flanco e cratera	Adesão e lascamento (arestas frontais); Descamação (arestas periféricas)	VB(médio) = 0,2 mm, VB(máx) = 0,3 mm, lascamento excessivo/descamação ou falha catastrófica.	110 furos
Iyer et al. [3]	ABNT/AISI D2 endurecido/ metal duro (insertos e fresa sólida)/ TiCN; TiN and TiAlN	-	-	Flanco	Abrasão e micro lascamento	VB = 0,3 mm	10 furos (TiCN); 16 furos (TiAlN)

2.5. Qualidade do furo no fresamento helicoidal

Com o fresamento helicoidal, furos podem ser obtidos em apenas uma operação, eliminando operações subsequentes de acabamento, como furação de acabamento, alargamento, entre outras (OLVERA *et al.*, 2012). A análise da qualidade de furos inclui a avaliação dimensional de forma e acabamento. Ademais, rebarba, delaminação em CFRP e outras características consituem aspectos importantes a serem observados em furos usinados. Nesta seção serão abordados diferentes trabalhos em relação a características de qualidade de furos usinados por fresamento helicoidal.

2.5.1. Qualidade dimensional

Tabela 2.3. Tolerância dimensional no fresamento helicoidal

Artigo	Sistema de medição	Material usinado	D_b – nominal [mm]	Desvio dimensional [μ m]	Tolerância resultante
Wang e Qin (2014); Wang et al. (2015)	Micrômetro	CFRP	10	± 10	IT6
Qin et al. (2012b)	Micrômetro interno	Ti-6Al-4V	10	Entrada: 4 a 18; Meio: 10 a 32	IT6 - IT8
Voss et al. (2016)	Medidor de coordenadas 3D	CFRP	6,35	14,6 (primeiros 800 furos); 39,1 (a partir de 1000 furos)	IT7 - IT10
Sultanaa et al. (2016)	Medidor de coordenadas 3D	CFRP	12	27 a 43	IT8 - IT9
Wang et al. (2016a)	Medidor de coordenadas 3D	CFRP/Ti	10	Única camada: 5 a 25 (Ti), -10 a 9 (CFRP); sanduíche: -50 a -15 (Ti), -30 a 10 (CFRP)	IT9 - IT10 (sanduíche)
Iyer et al. (2007)	-	Aço ABNT/AISI D2 endurecido	16	-	IT7
Olvera et al. (2012)	Medidor de coordenadas 3D	Ti-6Al-4V	9	Entrada: 21 (BHM), 53 (CBHM); saída: 35 (BHM), 79 (CBHM)	IT8 - IT11
Eguti and Trabasso (2014)	Medidor de coordenadas 3D	Al7075-T6	4,77	Entrada: -2,5 a 2,1; saída: -4 a -1	IT5

A Tabela 2.3 apresenta os resultados de alguns estudos sobre tolerância dimensional no fresamento helicoidal. Alguns destes trabalhos já apresentaram resultados diretos da tolerância dimensional obtida e outros apresentaram os valores médios medidos dos diâmetros do furo, de forma que, a partir do diâmetro nominal programado foi possível obter o desvio dimensional e a tolerância relacionada. Estes trabalhos constituem aplicações do fresamento helicoidal em CFRP (WANG et al., 2015; VOSS et al., 2016; WANG et al., 2014, SULTANA et al., 2016), liga Ti-6Al-4V (OLVERA et al., 2012, QIN et al., 2012b), compósito CFRP-Ti (WANG et al., 2016a) e aço ABNT/AISI D2 endurecido com 60 HRC (IYER et al., 2007).

2.5.2. Circularidade

Tabela 2.4. Erro de circularidade no fresamento helicoidal

Artigo	Sistema de medição	Material usinado	D_b - nominal [mm]	Circularidade [μm]
Zhou et al. (2017b)	-	Liga de Ti TC4	15	Entrada do furo: 7; saída do furo: 67
Fang et al. (2015a)	-	CFRP	13	7
Iyer et al. (2007)	-	Aço ABNT/AISI D2 endurecido	16	25 (ferramenta indexável); 10 (fresa inteiraça)
He et al. (2015)	Máquina de medir por coordenadas	CFRP-Ti	10	CFRP: 21,4 a 25; Ti-6Al-4V: 17,8 a 19,4
Haiyan e Xuda (2014)	Máquina de medir por coordenadas	CFRP	10	12 a 22
Costa e Marques (2015)	Sistema rotativo de medição de circularidade	Aço ABNT/AISI 1045	35	15 a 23 (em cheio); 13.5 a 16 (alargamento)
Li et al. (2014a)	Máquina de medir por coordenadas	Ti-6Al-4V	10	11 a 25
Wang et al. (2015)	Máquina de medir por coordenadas	CFRP	10	10 a 20
Sultanaa et al. (2016)	Máquina de medir por coordenadas	CFRP	12	20 a 30
Eguti e Trabasso (2014)	Máquina de medir por coordenadas	Al7075-T6	4,77	Entrada: 11 a 30; saída: 15 a 42
Saadatbakhsh et al. (2017)	Máquina de medir por coordenadas	Aço ABNT/AISI 4340	8	15 a 32

O desvio de circularidade juntamente com desvios dimensionais e de posição podem dificultar a montagem de componentes. Diversos trabalhos em diferentes materiais foram realizados para avaliar a circularidade obtida em furos usinados por fresamento helicoidal. A Tabela 2.4 resume diferentes trabalhos que relacionados a tolerância de forma circular de furos obtidos por fresamento helicoidal.

No fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI D2 endurecido foram realizados ensaios com fresas com insertos intercambiáveis e fresas inteiriças. Pode-se observar, conforme resume-se na Tabela 2.4, que a fresa inteiriça apresentou circularidade mais baixa. Segundo o autor este resultado deve-se a maior rigidez da ferramenta inteiriça (IYER *et al.*, 2007).

Um aspecto significativo observado na medição de circularidade de furos obtidos por fresamento helicoidal foi o erro devido a folga dos eixos x e y do centro de usinagem CNC devido à mudança do sentido de movimento dos eixos durante a interpolação circular (COSTA *et al.*, 2015).

2.5.3. Rugosidade superficial

Tabela 2.5. Rugosidade superficial no fresamento helicoidal

Artigo	Sistema de medição	Material usinado	Rugosidade - R_a [μm]
Qin et al. (2014b)	Medidor de rugosidade e perfil	Aço ferramenta D3 (35 HRC)	0,40 a 1,56
Zhao et al. (2015)	Rugosímetro	Ti-6Al-4V	0,71 to 2,69 (com evolução do desgaste)
Sultanaa et al. (2016)	Perfilômetro	CFRP	13 to 16,6 (ferramenta de diamante superabrasiva)
Rahim et al. (2012)	Rugosímetro	CFRP	1 a 3
Qin et al. (2012a)	Perfilômetro	Ti-6Al-4V	0,2 a 0,7
Iyer et al. (2007)	-	Aço ABNT/AISI D2 endurecido	0,3
Costa e Marques (2015)	Perfilômetro	Aço ABNT/AISI 1045	0.43 a 2,12
Saadatbakhsh et al. (2017)	Perfilômetro	Aço ABNT/AISI 4340	0,27 a 1,45

A rugosidade da superfície usinada compõe um dos aspectos de qualidade determinantes em uma peça. A vida de fadiga de produtos que são submetidos a cargas cíclicas é altamente afetada pela qualidade superficial. Os processos de usinagem afetam a peça no que tange a resistência a fadiga e corrosão (LI et al., 2013). Níveis de rugosidade superficial obtidos em experimentos de fresamento helicoidal são resumidos na Tabela 2.5.

Juntamente com o material da peça, muitos parâmetros apresentam influência na rugosidade superficial, como a acuracidade e geometria da ferramenta, dureza do material e parâmetros de usinagem (QIN *et al.*, 2014b). Em relação aos estudos sobre acabamento superficial na usinagem de materiais endurecidos, no aço ABNT/AISI D2 reportou-se níveis de rugosidade média de 0,3 μm . Já no caso do aço Cr12 (ABNT/AISI D3) para moldes com 35 HRC foram obtidos níveis de rugosidade média de 0,4 a 1,56 μm . O aço ABNT/AISI H13 endurecido ainda não foi estudado.

2.6. Produtividade no fresamento helicoidal

A taxa de remoção de material (*material removal rate* - MRR) é uma resposta de produtividade avaliada através de um modelo determinístico em função dos parâmetros de usinagem (PEREIRA *et al.*, 2017b). Esta resposta pode ser avaliada simultaneamente com respostas probabilísticas em um cenário multi-objetivo (Yan and Li, 2013). De maneira geral para o processo de fresamento o valor de MRR em [mm^3/min] pode ser avaliado através da Equação 2.24 (IYER, 2006). Entretanto, considerando a cinemática do fresamento helicoidal e os parâmetros de avanço axial e tangencial por dente, f_{za} e f_{zt} , além da velocidade de corte, v_c , os quais apresentam efeitos importantes a serem estudados nas respostas de qualidade e forças do processo, pode-se deduzir um modelo para MRR em função de tais parâmetros.

$$MRR = a_p^* \cdot a_e \cdot v_f \quad (2.24)$$

Considerando a Equação 2.24, cada um destes parâmetros pode ser substituído em termos de parâmetros mais específicos do fresamento helicoidal. As Equações 2.1 a 2.4 que descrevem a decomposição da velocidade de avanço helicoidal v_f , podem ser trabalhadas conforme a seguir (PEREIRA, 2017b).

$$v_f = \sqrt{(v_{fha}^2 + v_{fht}^2)}$$

$$\begin{aligned}
v_f &= \sqrt{(f_{za} \cdot z \cdot n)^2 + (f_{zt} \cdot z \cdot n \cdot D_h / D_B)^2} \\
v_f &= \sqrt{(z \cdot n)^2 \cdot [f_{za}^2 + (f_{zt} \cdot D_h / D_B)^2]} \\
v_f &= z \cdot n \cdot \sqrt{f_{za}^2 + (f_{zt} \cdot D_h / D_B)^2} \\
v_f &= z \cdot \frac{1000 \cdot v_c}{\pi \cdot D_t} \cdot \sqrt{f_{za}^2 + (f_{zt} \cdot D_h / D_B)^2} \tag{2.25}
\end{aligned}$$

Tomando as Equações 2.8 e 2.9, que determinam as profundidades de corte axial e tangencial no fresamento helicoidal, a_p^* e a_e , respectivamente, juntamente com a Equação 2.25 e substituindo-as na Equação 2.24, obtém-se o resultado simplificado na Equação 2.26.

$$\begin{aligned}
MRR &= \left(\frac{f_{za}}{f_{zt}} \cdot \pi \cdot D_B \right) \cdot \left(\frac{D_B^2}{4 \cdot D_h} \right) \cdot \left(z \cdot \frac{1000 \cdot v_c}{\pi \cdot D_t} \right) \cdot \sqrt{f_{za}^2 + \left(f_{zt} \cdot \frac{D_h}{D_B} \right)^2} \\
MRR &= 250 \cdot z \cdot \frac{D_B^3}{D_h \cdot D_t} \cdot v_c \cdot \frac{f_{za}}{f_{zt}} \cdot \sqrt{f_{za}^2 + \left(f_{zt} \cdot \frac{D_h}{D_B} \right)^2} \tag{2.26}
\end{aligned}$$

2.7. Aplicações do fresamento helicoidal

O fresamento helicoidal apresenta uma ampla gama de aplicação na indústria aeroespacial (WANG *et al.*, 2015; WHINNEM *et al.*, 2008, VOSS *et al.*, 2016; WANG *et al.*, 2014, WANG e QIN, 2014), na indústria automotiva (ZHAO *et al.*, 2015, ISHIDA *et al.*, 2014, SAKAMOTO *et al.*, 2012; SADEK *et al.*, 2013), na indústria naval (LI e LIU, 2012; LI *et al.*, 2014b; WANG *et al.*, 2014), em materiais de difícil usinabilidade (LUI *et al.*, 2012a; WANG *et al.*, 2016a; HAIYAN e XUDA, 2016; QIN *et al.*, 2014a; HAIYAN *et al.*, 2012), em aços ferramenta (IYER *et al.*, 2007; CHEN *et al.*, 2010; LI *et al.*, 2014c; QIN *et al.*, 2014b) e em outros campos sempre para obter furos com alta acuracidade. Nestas áreas os materiais encontrados na literatura atual em artigos sobre fresamento helicoidal para obtenção de furos são os plásticos reforçados com fibra de carbono – CFRP (LIU *et al.*, 2014; HAIYAN e XUDA, 2016; QIN *et al.*, 2014a; SADEK *et al.*, 2012; FANG *et al.*, 2015a; VOSS *et al.*, 2016; CHEN *et al.*, 2014, SAKAMOTO *et al.*, 2012; HAIYAN e XUDA, 2013; WANG e QIN, 2014; RAHIM *et al.*, 2012; CHEN *et al.*, 2014a), ligas de titânio (OLVERA *et al.*, 2012; JI *et al.*, 2015; ZHAO *et al.*, 2015; REY *et al.*, 2016; URBICAIN *et al.*, 2009), compósitos sanduíche

de CFRP-Ti (WANG *et al.*, 2016a; DENKENA *et al.*, 2008a; ZHOU *et al.*, 2017b), ligas de alumínio (EGUTI e TRABASSO, 2014; LI *et al.*, 2013; SHAN *et al.*, 2011; SASAHARA *et al.*, 2008; BRINKSMEIER *et al.*, 2010; CHEN *et al.*, 2014b; ZHANG *et al.*, 2012], compósitos de Al/CFRP/Ti (BRINKSMEIER *et al.*, 2011), liga 2Al2-T4 (SHEN *et al.*, 2012), Aço ABNT/AISI D2 endurecido (IYER *et al.*, 2007), aço ABNT/AISI D3 endurecido (QIN *et al.*, 2014b), aços A3, aço 20CrMnTi endurecido e aço D2 endurecido (CHEN *et al.*, 2010), aço 1045, cerâmica reforçada com fibra de quartzo (GAO *et al.*, 2014), entre outros.

No artigo de Pereira *et al.* (2017b) foram resumidos diversos trabalhos sobre fresamento helicoidal e furação orbital considerando as máquinas utilizadas, ferramentas, condições de lubri-refrigeração, entre outros aspectos para os materiais supracitados. As condições de corte e diâmetros do furo e da fresa também foram resumidas para diferentes materiais segundo diferentes autores. Entretanto, a maioria dos artigos são voltados para CFRP, ligas de titânio, alumínio, entre outros materiais. Uma vez que o foco da presente Tese é a modelagem e otimização do fresamento helicoidal do aço H13 endurecido, serão citados aqui apenas os trabalhos em aços ferramenta, por fazerem parte do mesmo escopo de materiais que o aço H13, aplicados à indústria de moldes e matrizes.

Em relação aos equipamentos e ferramentas, no fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI D2 endurecido com 60 HRC foi utilizado um centro de usinagem, fresas intercambiáveis e fresas inteiriças. Utilizou-se ar comprimido para auxiliar o transporte dos cavacos (IYER *et al.*, 2017). No fresamento helicoidal do aço D3 endurecido com 55 HRC, também foi utilizado um centro de usinagem, entretanto as condições de lubri-refrigeração não foram detalhadas (WANG e QIN, 2013). No fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI 4340 foi utilizado um centro de usinagem com lubrificação a seco e MQL com óleo mineral e vegetal.

A seleção correta dos parâmetros de usinagem garante boa acuracidade dimensional, minimiza vibrações, prolonga a vida da ferramenta e aumenta a produtividade (WANG *et al.*, 2012). Aplicar o processo de fresamento helicoidal em diferentes materiais demanda a difícil tarefa de seleção de parâmetros de corte. Devido à diversidade de operações de usinagem e materiais de trabalho, os fabricantes de ferramentas não podem sugerir parâmetros específicos para processos singulares como o fresamento helicoidal. No caso de alguns materiais para moldes e matrizes, usinados após o tratamento térmico, a tarefa é mais difícil, pois ainda há poucos trabalhos na literatura que poderiam servir de guia inicial. Consequentemente, é necessário testar experimentalmente, respeitando as restrições da ferramenta e da máquina.

A Tabela 2.6 resume os parâmetros de corte utilizados em dois trabalhos de fresamento helicoidal aplicados em materiais endurecidos. Os parâmetros de corte apresentados na Tabela

2.6 não são condições otimizadas, apesar de terem sido aplicadas experimentalmente com sucesso em relação aos objetivos propostos nestes trabalhos. Para obter níveis ótimos dos parâmetros de corte para o processo de fresamento helicoidal técnicas de modelagem e otimização devem ser aplicadas. Na presente Tese apresenta-se a modelagem e otimização robusta multi-objetivo do fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13.

Tabela 2.6. Fresamento helicoidal em materiais endurecidos

Artigo	Material usinado	Diâmetros			Parâmetros do fresamento helicoidal			
		D_b [mm]	D_t [mm]	$D_h (e)$ [mm]	z -	f_{za} [$\mu\text{m}/\text{dente}$]	f_{zt}	v_c [m/min]
Iyer et al. (2007)	ABNT/AISI D2 (60 HRC)	16,0	12,0	4,0 (2,0)	2	1,3* / 0,43**	100* / 33**	30 - 47* / 66**
Wang e Qin (2013)	ABNT/AISI D3 (55 HRC)	10,0	6,0	4,0 (2,0)	4	0,67 - 0,86	106 - 148	70 - 120
Saadatbakhsh et al. (2017)	ABNT/AISI I 4340 (34-45 HRC)	8,0	6,0	2,0	4	0,02 - 0,42	10 - 70	10 - 70

*fresa indexável; **fresa inteiriça

2.8. Considerações finais do capítulo

Este capítulo apresentou o estado da arte do processo de fresamento helicoidal apresentando as vantagens, cinemática, forças, vida da ferramenta, qualidade e produtividade do processo. O capítulo 3 aborda a metodologia de superfície de resposta que será utilizada com a finalidade de análise, modelagem e otimização do processo de fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 endurecido juntamente com outros métodos posteriormente abordados.

3. METODOLOGIA DE SUPERFÍCIE DE RESPOSTA

A metodologia de superfície de resposta (*response surface methodology* - RSM) foi apresentada por Box e Wilson (1951) como uma proposta metodológica para modelagem e otimização, sendo inicialmente aplicada em experimentos químicos. Atualmente a RSM é aplicada em diversas áreas onde deseja-se modelar e otimizar uma determinada resposta y em função de k variáveis de controle x_1, x_2, \dots, x_k . A RSM é um dos planejamentos de experimentos (*design of experiments* - DOE) mais usados para otimização em engenharia. As variáveis de controle são, portanto, independentes e podem ser na literatura referenciadas como variáveis preditoras, variáveis de controle ou variáveis de processo. Na presente tese será utilizado o termo variável ao invés de fator para se referir aos parâmetros de processo.

Considerando uma resposta y dependente dos níveis de k variáveis independentes e quantitativas, passíveis de controle e mensuração, dada a observação de N combinações dos níveis das k variáveis de controle, pode-se estimar um modelo de resposta de y em função de x_1, \dots, x_k , como o exposto na Equação 3.1:

$$y = f(\mathbf{x}) + \varepsilon = f(x_1, x_2, \dots, x_k) + \varepsilon \quad (3.1)$$

com o erro experimental normalmente distribuído com média zero e variância σ^2 , $\varepsilon \sim NID(0, \sigma^2)$.

Logo, espera-se:

$$\begin{aligned} E[y] &= \hat{y} = E[f(x_1, x_2, \dots, x_k)] + E[\varepsilon] \\ E[y] &= f(x_1, x_2, \dots, x_k) \end{aligned} \quad (3.2)$$

O erro experimental, dada a existência de variáveis de ruído, faz com que o modelo de superfície de resposta $\hat{y} = f(x_1, x_2, \dots, x_k)$ seja uma aproximação para a resposta na região experimental k dimensional Ω . A motivação para a aproximação de uma função desconhecida em uma determinada região é baseada na expansão da série de Taylor em torno do ponto $x_{1u}, x_{2u}, \dots, x_{ku}$, $u = 1, \dots, N$ (BOX e WILSON, 1951; MYERS, *et al.*, 2016). Por exemplo, considerando que uma aproximação de segunda ordem seja razoável para a região de interesse, um modelo de aproximação seria:

$$\begin{aligned}
f \cong & f(x_{1u}, \dots, x_{ku}) + \frac{1}{1!} \frac{\partial f}{\partial x_1}(x_{1u}, \dots, x_{ku})(x_1 - \mu_x) + \dots + \frac{1}{1!} \frac{\partial f}{\partial x_k}(x_{1u}, \dots, x_{ku})(x_k - \mu_x) \\
& + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}(x_{1u}, \dots, x_{ku})(x_1 - \mu_x) + \dots + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 f}{\partial x_k^2}(x_{1u}, \dots, x_{ku})(x_k - \mu_x)
\end{aligned} \tag{3.3}$$

$$\text{onde: } \beta_0 = f(x_{1u}, \dots, x_{ku}), \beta_1 = \frac{1}{1!} \frac{\partial f}{\partial x_1}(x_{1u}, \dots, x_{ku})(x_1 - \mu_x), \dots, \beta_k = \frac{1}{1!} \frac{\partial f}{\partial x_k}(x_{1u}, \dots, x_{ku})(x_k - \mu_x),$$

$$\beta_{11} = \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}(x_{1u}, \dots, x_{ku})(x_1 - \mu_x), \dots, \beta_{kk} = \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 f}{\partial x_k^2}(x_{1u}, \dots, x_{ku})(x_k - \mu_x).$$

Deste modo, o modelo a ser ajustado pode ser expresso pela Equação 3.4.

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \tag{3.4}$$

O procedimento para encontrar a superfície de resposta da Equação 3.4 apresenta natureza sequencial, envolvendo experimentos iniciais de varredura, busca da região de curvatura, estimativa de um modelo de superfície de resposta, encontro das condições ótimas operacionais e realização de ensaios de confirmação (BOX e WILSON, 1951; MYERS, *et al.*, 2016). Portanto, a metodologia de superfície de resposta é um planejamento de experimentos moderno e sistemático com a finalidade de otimizar processos. Logicamente, o procedimento empregado pode variar de acordo com restrições operacionais do processo estudado, limites orçamentários para o estudo e segundo o planejamento experimental escolhido.

3.1. Planejamentos para superfície de resposta

Para estimar o modelo da equação 3.4, um planejamento experimental considerando k variáveis independentes, que consiste em um conjunto de N pontos no espaço k -dimensional, conforme salientam Box e Hunter (1957), deve ser realizado, sendo o valor da resposta y observado em cada ponto do planejamento.

Existem diversos tipos de planejamentos para superfície de resposta. A escolha do planejamento correto para cada aplicação implicará na qualidade de previsão do modelo de superfície de resposta obtido. O trabalho de Box e Hunter (1957) inaugurou o ciclo de diversos trabalhos com a finalidade de estudar e comparar arranjos experimentais para superfície de

resposta. Geralmente as comparações são baseadas em medidas de variância do arranjo, em critérios de otimalidade do arranjo e utilizando-se de ferramentas gráficas (BOX e HUNTER, 1957; LUCAS, 1976; DRAPER e GUTTMAN, 1988; GIOVANNITTI-JENSEN e MYERS, 1989; DRAPPER e LIN, 1996; MORRIS, 2000; MEE, 2001; CHIGBU *et al.*, 2009; ANDERSON-COOK *et al.*, 2009; MYERS *et al.*, 2009; UKAEGBU E CHIGBU, 2014; OYEJOLA e NWANYA, 2015).

Uma vez que além dos objetivos de modelagem, a RSM envolve a obtenção de condições operacionais ótimas de um processo, geralmente é requerida a obtenção de uma superfície de resposta de segunda ordem, conforme a Equação 3.4 (BOX e WILSON, 1951; MYERS, *et al.*, 2016). Entretanto, dada a natureza sequencial da metodologia, pode-se inicialmente requerer um planejamento para um modelo linear para testar curvatura, ou para buscar uma região de curvatura, ou em alguns casos como modelo final, por não haver curvatura na região experimental considerada para o processo estudado.

3.1.1. Planejamento fatorial 2^k e modelagem de primeira ordem com interação

Um planejamento fatorial consiste em um arranjo experimental no qual todas as combinações dos níveis dos variáveis de controle estudados são testadas (MONTGOMERY, 2013). Os planejamentos fatoriais podem ser realizados com número de níveis iguais ou distintos para cada variável estudado. Entretanto, os planejamentos fatoriais 2^k apresentam considerável importância dentro da estratégia sequencial da RSM (BOX e WILSON, 1951). O planejamento fatorial no qual todas as variáveis de controle apresentam dois níveis são chamados de fatorial de base dois, ou fatorial 2^k , onde k é o número de variáveis de controle considerados, x_1, \dots, x_k , e 2^k é o número de combinações a serem testadas.

A partir de um planejamento fatorial 2^k pode-se obter uma superfície de resposta da forma da Equação 3.5, contendo efeitos lineares e interações de segunda ordem. Com a finalidade de minimizar efeitos de escala e de unidade de medida, os níveis dos planejamentos fatoriais 2^k são geralmente codificados em -1 e +1, para os níveis baixo e alto do variável, respectivamente, de forma que um arranjo fatorial 2^k pode ser ilustrado no espaço k -dimensional como sendo um hipercubo com centro na origem $(0, 0, \dots, 0)$ e dimensão das arestas do cubo igual a 2, sendo as 2^k combinações a serem testadas os vértices do cubo (BOX e WILSON, 1951), conforme ilustrado na Figura 3.1, para os casos 2^2 e 2^3 .

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \quad (3.5)$$

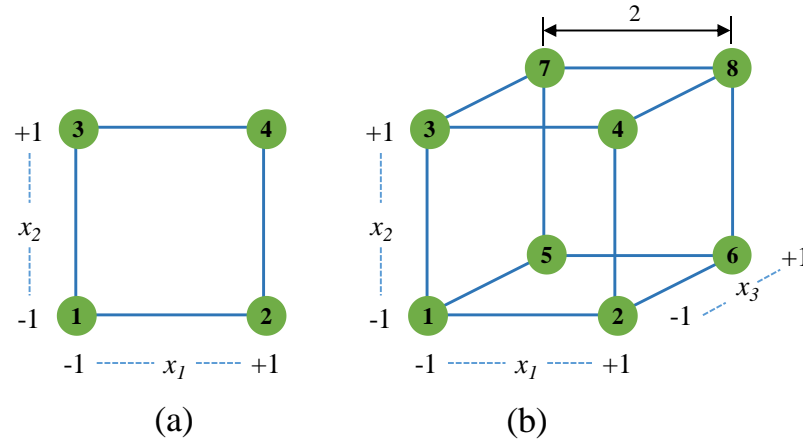


Figura 3.1. (a) Fatorial 2^2 ; (b) Fatorial 2^3

Uma forma de definir a ordem padrão dos 2^k ensaios a serem realizados é apresentada na Tabela 3.1, também representada na Figura 3.1. Para o variável x_1 muda-se o nível a cada $2^0 = 1$ linha. Para o variável x_2 muda-se o nível a cada $2^1 = 2$ linhas. Para o variável x_k muda-se de nível a cada 2^{k-1} linhas. Cada replicação deve ser empilhada seguindo este ordenamento. Entretanto, a realização dos ensaios deve ser feita em ordem aleatória, de forma a garantir que o erro experimental seja normalmente e identicamente distribuído (MONTGOMERY, 2013).

Tabela 3.1. Ordem padrão dos ensaios no fatorial 2^k

mudança no nível	2^0	2^1	2^2	...	2^{k-1}
ordem padrão	x_1	x_2	x_3	...	x_k
1	-1	-1	-1	...	-1
2	+1	-1	-1	...	-1
3	-1	+1	-1
4	+1	+1	-1
5	-1	-1	+1
6	+1	-1	+1
7	-1	+1	+1
8	+1	+1	+1
...
2^k	+1	+1	+1	...	+1

Seja um fatorial de base 2 com $k = 2$ variáveis de controle A e B com n replicações, totalizando $n2^k$ ensaios, com variáveis de controle codificados x_1 e x_2 , respectivamente. O efeito

de A é definido como a diferença na resposta produzida pela mudança nos níveis desta variável. Deste modo, no fatorial 2^k , pode-se calcular o efeito como a diferença entre médias da resposta medida nos níveis $+1$ e -1 , conforme a Equação 3.6, para o variável A . O efeito do variável B é calculado de maneira análoga. Já o coeficiente linear consiste na inclinação da reta, que é definida pela tangente do ângulo de inclinação, ou seja, é a razão entre o efeito e a distância entre os níveis fatoriais ($+1 - (-1) = 2$), conforme a Equação 3.7 para o coeficiente β_1 do variável A . A Figura 3.2 ilustra um gráfico de efeito principal ou linear (MONTGOMERY, 2013).

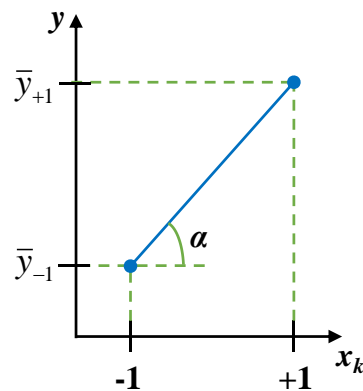


Figura 3.2. Efeito linear

$$A = \bar{y}_{A(+)} - \bar{y}_{A(-)} \quad (3.6)$$

$$\beta_1 = \tan \alpha = \frac{\bar{y}_{A(+)} - \bar{y}_{A(-)}}{2} \quad (3.7)$$

Quando o efeito de um variável de controle varia segundo o nível de outro variável de controle em estudo, há entre estas variáveis de controle uma interação. O efeito AB da interação entre duas variáveis de controle A e B é calculado como a média dos efeitos de A avaliado nos dois níveis de B , enquanto o coeficiente é calculado como a inclinação deste efeito médio, conforme Equações 3.8 e 3.9. A Figura 3.3 apresenta gráficos de interação. Na Figura 3.3(a) a interação não é significativa, de forma que o efeito de uma variável permanece constante independente do nível da outra variável. Já na Figura 3.3(b), o efeito da variável x_1 é positivo se a variável x_2 está no nível baixo e negativo se a variável x_2 está no nível alto, havendo portanto significância na interação. Logicamente, a significância não depende apenas da inclinação mas do erro experimental, conforme será discutido posteriormente (MONTGOMERY, 2013).

$$AB = \frac{(\bar{y}_{+-} - \bar{y}_{--}) + (\bar{y}_{++} - \bar{y}_{-+})}{2} \quad (3.8)$$

$$\beta_{12} = \frac{AB}{2} \quad (3.9)$$

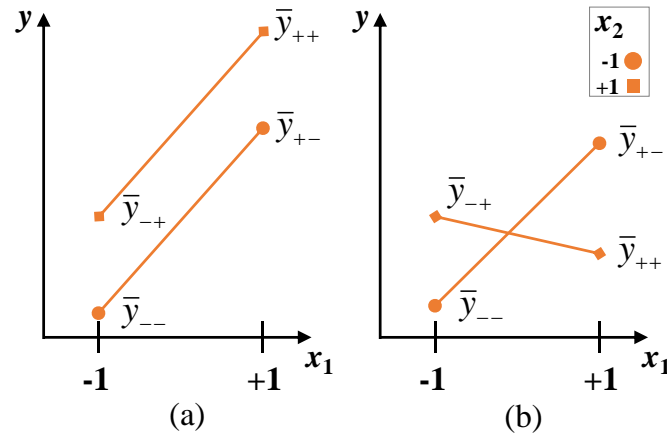


Figura 3.3. Gráficos de interação com: (a) ausência; e (b) presença de interação

O planejamento fatorial 2^k apresenta uma forma simples de avaliar os efeitos das variáveis de controle através da análise de variância (ANOVA) por contrastes (MYERS *et al.*, 2016), facilitando o particionamento da soma dos quadrados totais. A soma dos quadrados para cada termo estimado no modelo de regressão da forma da Equação 3.5 pode ser calculada considerando-se o quadrado da diferença entre os totais dos níveis alto e baixo, conforme as Equações 3.10 a 3.12.

$$SS_A = \frac{\left[\sum_{i=1}^{N/2} y_{A(+)} - \sum_{i=1}^{N/2} y_{A(-)} \right]^2}{n2^k} \quad (3.10)$$

$$SS_B = \frac{\left[\sum_{i=1}^{N/2} y_{B(+)} - \sum_{i=1}^{N/2} y_{B(-)} \right]^2}{n2^k} \quad (3.11)$$

$$SS_{AB} = \frac{\left[\sum_{i=1}^{N/2} y_{AB(+)} - \sum_{i=1}^{N/2} y_{AB(-)} \right]^2}{n2^k} \quad (3.12)$$

A soma dos quadrados totais é calculada conforme a Equação 3.13, onde y_{ijk} representa cada uma das observações, $i, j = 1, 2$ e $k = 1, \dots, n$, e y_{\dots} é a soma total das N observações realizadas. Já a soma dos quadrados dos erros é calculada como a subtração do total pelos efeitos considerados nos ensaios, segundo a Equação 3.14 (MYERS *et al.*, 2016).

$$SS_T = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^n y_{ijk}^2 - \frac{y_{\dots}^2}{n2^k} \quad (3.13)$$

$$SS_E = SS_T - SS_A - SS_B - SS_{AB} \quad (3.14)$$

Como no fatorial 2^k cada variável apresenta dois níveis, os efeitos principais apresentam um grau de liberdade, $DF_A = DF_B = 2 - 1 = 1$, da mesma forma para a interação, $DF_{AB} = DF_A \times DF_B = 1 \times 1 = 1$. O grau de liberdade total é calculado por $DF_T = n2^k - 1$, enquanto que para o erro $DF_E = 2^k(n - 1)$ (MYERS *et al.*, 2016). Deste modo, pode-se inferir que as replicações são necessárias para avaliar a significância do efeito das variáveis de controle, para obter $DF_E > 0$, possibilitando a estimativa do erro experimental.

Tabela 3.2. ANOVA para o fatorial 2^2

Fonte de variação	Soma dos quadrados	Graus de liberdade	Média dos quadrados	F_0	p-valor
<i>A</i>	SS_A	DF_A	SS_A/DF_A	MS_A/MS_E	p_A
<i>B</i>	SS_B	DF_B	SS_B/DF_B	MS_B/MS_E	p_B
<i>AB</i>	SS_{AB}	DF_{AB}	SS_{AB}/DF_{AB}	MS_{AB}/MS_E	p_{AB}
Erro	SS_E	DF_E	SS_E/DF_E		
Total	SS_T	DF_T			

A ANOVA para o fatorial 2^2 pode ser resumida conforme a Tabela 3.2, onde a média dos quadrados dos erros consiste na razão entre a soma dos quadrados e os graus de liberdade para cada fonte de variação. A soma de quadrados consiste em um somatório de elementos que seguem a distribuição normal-padrão elevados ao quadrado. Logo, a média dos quadrados consiste na variância respectiva à sua fonte de variação e segue por definição a distribuição qui-quadrado. Já a razão entre duas variáveis aleatórias independentes que seguem a distribuição qui-quadrado segue a distribuição F , $F_{u,v} \sim \chi_u^2/\chi_v^2$. A estatística F testa quantas vezes a variância entre (*between*) os níveis da variável de controle, $MS_{VARIÁVEL}$, é maior que a variância dentro (*within*) do erro experimental, MS_E . O MS_E consiste na estimativa da variância experimental e um procedimento experimental de qualidade deve garantir baixo erro experimental para

possibilitar o cálculo da significância dos efeitos investigados. As funções densidade de probabilidade destas distribuições são ilustradas na Figura 3.4 (MONTGOMERY, 2013).

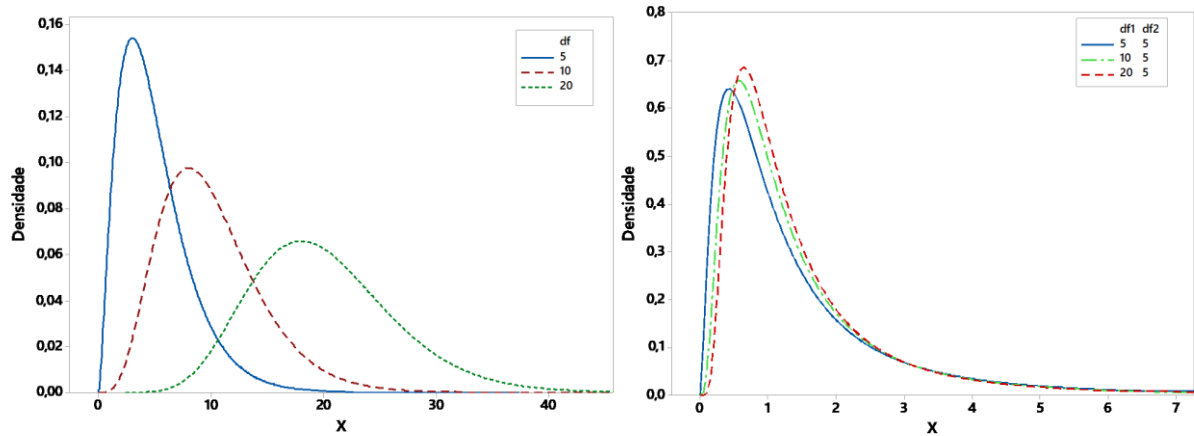


Figura 3.4. (a) Distribuição χ^2 ; (b) distribuição F

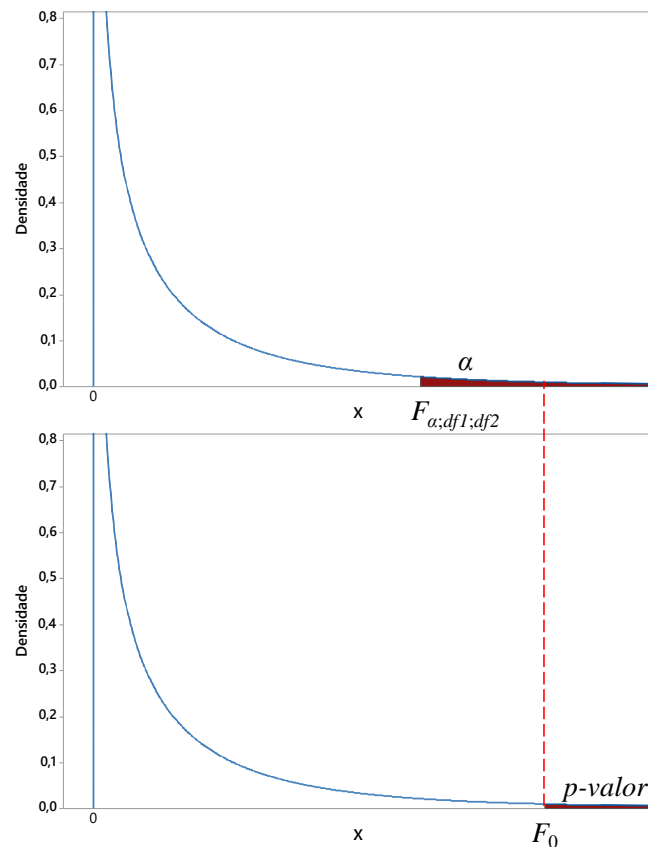


Figura 3.5. Teste da significância dos efeitos

O p-valor consiste na probabilidade associada ao valor calculado da estatística F_0 para cada fonte de variação considerada. Para um nível de significância α considerado, há um valor da distribuição F com os devidos graus de liberdade em relação à fonte de variação avaliada, $F_{\alpha; df1; df2}$. O valor calculado F_0 com o p-valor associado deve ser comparado ao valor $F_{\alpha; df1; df2}$

associado ao nível de significância α adotado. Se $F_0 > F_{\alpha;df1;df2}$ ou p-valor $> \alpha$, conforme ilustra a Figura 3.5, há significância no efeito testado.

Outra forma intuitiva de testar os efeitos considerados no fatorial 2^k é pelo teste t para os coeficientes de regressão. A razão entre uma variável aleatória que segue a distribuição normal padrão pelo erro padrão, que consiste na raiz quadrada de uma variável aleatória qui-quadrado dividida pelo número de observações, segue a distribuição t . Para os coeficientes, a estatística calculada t consiste na razão entre o coeficiente e o erro padrão do coeficiente, que consiste na raiz da razão entre MS_E e o número de observações realizadas, conforme Equação 3.15. A estatística calculada t_{β_i} para o coeficiente deve ser comparada com a estatística com graus de liberdade do erro experimental e nível de significância considerado, $t_{\alpha;dfE}$. Se $|t_{\beta_i}| > t_{\alpha;dfE}$, rejeita-se a hipótese nula, $H_0: \beta_i = 0$, em favor da hipótese alternativa, $H_1: \beta_i \neq 0$ (MONTGOMERY, 2013; MYERS *et al.*, 2016). A Figura 3.6 ilustra a função densidade de probabilidade da distribuição t com distintos graus de liberdade.

$$t_{\beta_i} = \frac{\beta_i}{SE(\beta_i)} = \frac{\beta_i}{\sqrt{MS_E/n2^k}} \quad (3.15)$$

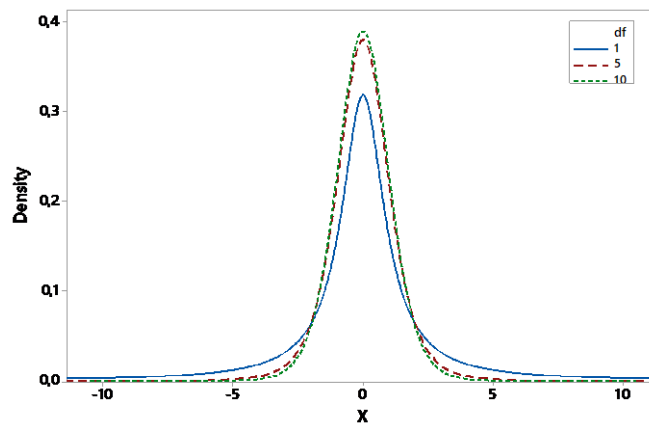


Figura 3.6. Distribuição t

O cálculo da soma dos quadrados para os efeitos das variáveis de controle no fatorial 2^k , conforme Equações 3.10 a 3.12, pode ser simplificado de maneira geral considerando o efeito, isto é, $N(Efeito)^2/4$. O experimentador usa esta soma dos quadrados em uma ANOVA com um grau de liberdade para cada variável no denominador do cálculo da estatística F . Box e Hunter (2005) salientam que para o experimentador é importante saber o efeito, o erro padrão associado e a estatística t associada $t = Efeito/SE(Efeito)$. E pode-se também averiguar que, considerando

o teste F com um grau de liberdade no numerador, $\sqrt{F_{1,v}} = t_v$. Logo, pensar no efeito, isto é, no contraste entre os níveis considerados, no erro associado e na estatística t pode ser mais intuitivo para o experimentador. Além disso, o p -value obtido para o nível de significância adotado não pode ser usado mecanicamente. A informação sobre tamanho amostral, efeito e erro experimental devem interagir com o conhecimento do experimentador acerca do processo estudado (BOX e HUNTER, 2005).

Um intervalo de confiança para cada coeficiente de regressão pode ser obtido conforme a Equação 3.16.

$$\hat{\beta}_j - t_{\alpha/2, N-r} SE(\hat{\beta}) \leq \hat{\beta}_j \leq \hat{\beta}_j + t_{\alpha/2, N-r} SE(\hat{\beta}_j) \quad (3.16)$$

A estimativa dos coeficientes de regressão no fatorial 2^k pode ser abordada a partir das equações normais de mínimos quadrados ordinários (*ordinary least squares* - OLS) por notação matricial. A Equação 3.17 pode ser escrita em notação matricial conforme a Equação 3.17 (MONTGOMERY, 2013; MYERS *et al.*, 2016):

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3.17)$$

onde:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix}; \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{1(-)} & x_{2(-)} & \cdots & x_{k(-)} & x_{1(-)}x_{2(-)} & \cdots & x_{k-1(-)}x_{k(-)} \\ 1 & x_{1(+)} & x_{2(-)} & \cdots & x_{k(-)} & x_{1(+)}x_{2(-)} & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{1(+)} & x_{2(+)} & \cdots & x_{k(+)} & x_{1(+)}x_{2(+)} & \cdots & x_{k-1(+)}x_{k(+)} \end{bmatrix};$$

$$\boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \\ \beta_{12} \\ \vdots \\ \beta_{(k-1)(k)} \end{bmatrix}; \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_N \end{bmatrix}.$$

O vetor de respostas \mathbf{y} é da ordem $N \times 1$, a matriz do planejamento \mathbf{X} é da ordem $N \times r$, o vetor de coeficientes $\boldsymbol{\beta}$ é da ordem $r \times 1$ e o vetor do erro aleatório é da ordem $N \times 1$, onde $N = n2^k$ e $r = 1 + k + k(k - 1)/2$ para o fatorial 2^k . As mesmas considerações feitas no modelo algébrico da Equação 3.5 podem ser feitas em relação ao modelo matricial da Equação 3.17, de forma que $E(\boldsymbol{\varepsilon}) = \mathbf{0}$ ou $E(\mathbf{y}) = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}$; $cov(\boldsymbol{\varepsilon}) = \sigma^2\mathbf{I}$ ou $cov(\mathbf{y}) = \sigma^2\mathbf{I}$ (RENCHEER e SCHAALJE, 2007). Os coeficientes $\boldsymbol{\beta}$ estimados pelo método dos mínimos quadrados, minimizam o somatório do quadrado dos erros, isto é, $\sum_{i=1}^N \varepsilon_i = \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon}$ em respeito a $\boldsymbol{\beta}$ (MONTGOMERY, 2013; MYERS *et al.*, 2016; SEBER e LEE, 2003), isto é:

$$\begin{aligned} L &= \sum_{i=1}^N \varepsilon_i = \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon} = (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})^T (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \\ L &= \mathbf{y}^T \mathbf{y} - \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}^T \mathbf{y} - \mathbf{y}^T \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}^T \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \\ L &= \mathbf{y}^T \mathbf{y} - 2\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}^T \mathbf{y} + \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}^T \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \end{aligned} \quad (3.18)$$

É fácil averiguar que $\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}^T \mathbf{y} = (\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}^T \mathbf{y})^T = \mathbf{y}^T \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}$ é um escalar. Então, diferenciando L em relação a $\boldsymbol{\beta}$ e igualando a zero, isto é, $\partial L / \partial \boldsymbol{\beta} = 0$ (MONTGOMERY, 2013; MYERS *et al.*, 2016; SEBER e LEE, 2003):

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{\beta}} &= -2\mathbf{X}^T \mathbf{y} + 2\mathbf{X}^T \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} = 0 \\ \mathbf{X}^T \mathbf{y} &= \mathbf{X}^T \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} \end{aligned} \quad (3.19)$$

Portanto, os estimadores de mínimos quadrados para $\boldsymbol{\beta}$ são obtidos multiplicando as Equações normais na Equação 3.19 por $(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1}$ (MONTGOMERY, 2013; MYERS *et al.*, 2016):

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y} \quad (3.20)$$

Deve-se averiguar que os estimadores de mínimos quadrados para $\boldsymbol{\beta}$ são não viésados (MONTGOMERY, 2013; MYERS *et al.*, 2016; RENCHEER e SCHAALJE, 2008):

$$\begin{aligned}
E(\hat{\boldsymbol{\beta}}) &= E\left[(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y}\right] \\
E(\hat{\boldsymbol{\beta}}) &= E\left[(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T (\mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon})\right] \\
E(\hat{\boldsymbol{\beta}}) &= E\left[(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \boldsymbol{\varepsilon}\right] \\
E(\hat{\boldsymbol{\beta}}) &= E\left[\boldsymbol{\beta} + (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \boldsymbol{\varepsilon}\right] \\
E(\hat{\boldsymbol{\beta}}) &= \boldsymbol{\beta}
\end{aligned} \tag{3.21}$$

Pois, $(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{X} = \mathbf{I}$, sendo \mathbf{I} uma matriz identidade de ordem $N \times N$, e $E(\boldsymbol{\varepsilon}) = \mathbf{0}$. Portanto, $\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y}$ é um estimador não viésado para $\boldsymbol{\beta}$. É igualmente possível avaliar a variância dos coeficientes de regressão aplicando o operador de variância, sabendo-se que ao aplicar o operador de variância, as constantes saem do operador elevadas ao quadrado, o que em notação matricial equivale a multiplicar uma matriz de constantes por sua transposta (MONTGOMERY, 2013; MYERS *et al.*, 2016; RENCHER e SCHAALJE, 2008):

$$\begin{aligned}
Cov(\hat{\boldsymbol{\beta}}) &= Cov\left[(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y}\right] \\
Cov(\hat{\boldsymbol{\beta}}) &= (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T Cov[\mathbf{y}] \left[(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T\right]^T \\
Cov(\hat{\boldsymbol{\beta}}) &= (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{X} (\sigma^2 \mathbf{I}) \left[(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1}\right] \\
Cov(\hat{\boldsymbol{\beta}}) &= \sigma^2 (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1}
\end{aligned} \tag{3.22}$$

Pois $Cov[\mathbf{y}] = \sigma^2 \mathbf{I}$. Logo, a matriz $(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1}$ é a matriz de covariância dos estimadores de mínimos quadrados. Nos planejamentos fatoriais pode-se facilmente averiguar que $\mathbf{X}^T \mathbf{X} = N \mathbf{I}$ e, portanto, $(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} = (1/N) \times \mathbf{I}$, ou seja, a matriz de covariância é uma matriz diagonal e a variância dos coeficientes é menor quanto maior for N . Os planejamentos fatoriais são, portanto, ortogonais uma vez que $\mathbf{X}^T \mathbf{X} = N \mathbf{I}$ (MONTGOMERY, 2013; MYERS *et al.*, 2016; BOX e WILSON, 1951).

Pode-se averiguar que os momentos de segunda ordem mistos, que consistem na soma, $u = 1, \dots, N$, do produto dos elementos das colunas relativas a dois diferentes variáveis de controle, $i, j = 1, \dots, k$, $i \neq j$, dividido pelo número de ensaios é nula, $(1/N) \sum_{u=1}^N x_{iu} x_{ju} = 0$, e que os momentos de segunda ordem puros, que consistem na soma dos quadrados de cada coluna

dos efeitos principais dividida pelo número de ensaios, são unitários, $(1/N)\sum_{i=1}^N x_{iu}^2 = 1$. Isto implica na independência das variáveis de controle variadas na matriz \mathbf{X} (Box e Hunter, 1957).

Para um fatorial 2^k com n replicações e, portanto, $N = n2^k$ ensaios, a matriz \mathbf{X} é da ordem $N \times r$ e a matriz $\mathbf{X}^T\mathbf{X}$ genérica fica conforme a Equação 3.23 (WEISBERG, 2005). Logo, $\mathbf{X}^T\mathbf{X}$ e $(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}$ são diagonais para o fatorial 2^k (para os outros fatoriais também, entretanto neste trabalho o foco é o fatorial 2^k , visando a RSM). Assim, prova-se também a independência dos coeficientes de regressão pelas Equações 3.22 e 3.23. Pode-se, afinal, constatar que $Cov(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = \sigma^2(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1} = \sigma^2\mathbf{I}/N$.

$$\mathbf{X}^T\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N 1^2 & \sum_{i=1}^N x_1x_2 & \cdots & \sum_{i=1}^N x_1x_r \\ \sum_{i=1}^N x_2x_1 & \sum_{i=1}^N x_1^2 & \cdots & \sum_{i=1}^N x_2x_r \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^N x_rx_1 & \sum_{i=1}^N x_rx_2 & \cdots & \sum_{i=1}^N x_r^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & N & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & N \end{bmatrix} = N\mathbf{I} \quad (3.23)$$

Pode-se prever a variância do modelo de resposta usando a Equação 3.22, resultando na Equação 3.24 (MONTGOMERY, 2013; MYERS *et al.*, 2016).

$$\begin{aligned} Var[\hat{y}(\mathbf{x})] &= Var[\mathbf{x}_0^T\hat{\boldsymbol{\beta}}] \\ Var[\hat{y}(\mathbf{x})] &= \mathbf{x}_0^T Var[\hat{\boldsymbol{\beta}}] \mathbf{x}_0 \\ Var[\hat{y}(\mathbf{x})] &= \mathbf{x}_0^T [\sigma^2(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}] \mathbf{x}_0 \\ Var[\hat{y}(\mathbf{x})] &= \sigma^2 \mathbf{x}_0^T (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1} \mathbf{x}_0 \end{aligned} \quad (3.24)$$

Onde o vetor \mathbf{x}_0 corresponde a uma linha de interesse da matriz \mathbf{X} ou a algum ponto de interesse do espaço experimental, sendo no fatorial 2^k da forma $\mathbf{x}_0^T = [1, x_1, x_2, \dots, x_k, x_1x_2, \dots, x_{k-1}x_k]$. Portanto, a variância do modelo de superfície de resposta na Equação 3.24 só depende do ponto no espaço experimental considerado \mathbf{x} , do planejamento utilizado com sua matriz de covariância associada $(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}$ e do erro experimental σ^2 .

Os resíduos são obtidos a partir da diferença entre os valores observados experimentalmente pelos previstos, conforme o vetor de resíduos \mathbf{e} , de ordem $N \times 1$, na Equação 3.25 (MONTGOMERY, 2013; MYERS *et al.*, 2016).

$$\mathbf{e} = \mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}} \quad (3.25)$$

É importante estimar o erro experimental σ^2 considerando a notação matricial. De maneira explícita a soma dos quadrados dos erros considerando as $N = n2^k$ observações (MONTGOMERY, 2013; MYERS *et al.*, 2016):

$$SS_E = \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^N e_i^2 = \mathbf{e}^T \mathbf{e} \quad (3.26)$$

Como $\mathbf{e} = \mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}} = \mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}$ (MONTGOMERY, 2013; MYERS *et al.*, 2016),

$$\begin{aligned} SS_E &= (\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}})^T (\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}) \\ SS_E &= \mathbf{y}^T \mathbf{y} - 2\hat{\boldsymbol{\beta}}^T \mathbf{X}^T \mathbf{y} + \hat{\boldsymbol{\beta}}^T \mathbf{X}^T \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}} \end{aligned} \quad (3.27)$$

Pelas Equações normais em 3.19, sabe-se que $\mathbf{X}^T \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{X}^T \mathbf{y}$, viabilizando a obtenção da soma dos quadrados dos erros na Equação 3.28, com $N - r$ graus de liberdade (MONTGOMERY, 2013; MYERS *et al.*, 2016).

$$SS_E = \mathbf{y}^T \mathbf{y} - \hat{\boldsymbol{\beta}}^T \mathbf{X}^T \mathbf{y} \quad (3.28)$$

Logo, pode-se estimar o erro experimental através da Equação 3.29 (MONTGOMERY, 2013; MYERS *et al.*, 2016). Pode-se mostrar que $E(SS_E) = \sigma^2(N - r)$ e que $E(\hat{\sigma}^2) = E(MS_E) = \sigma^2$ (RENCHE e SCHAALJE, 2008).

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= E[y_i - E(y_i)]^2, \quad i = 1, \dots, N \\ \sigma^2 &= E[y_i - \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}]^2 \end{aligned} \quad (3.29)$$

Estima-se σ^2 pelo MS_E :

$$\hat{\sigma}^2 = MS_E = \frac{1}{N - r} \sum_{i=1}^N (y_i - \mathbf{x}_i^T \hat{\boldsymbol{\beta}})^2$$

$$\hat{\sigma}^2 = MS_E = \frac{1}{N-r} (\mathbf{y} - \mathbf{X}^T \hat{\boldsymbol{\beta}})^T (\mathbf{y} - \mathbf{X}^T \hat{\boldsymbol{\beta}}) = \frac{\mathbf{y}^T \mathbf{y} - \hat{\boldsymbol{\beta}}^T \mathbf{X}^T \mathbf{y}}{N-r}$$

$$\hat{\sigma}^2 = MS_E = \frac{SS_E}{N-r} \quad (3.30)$$

Prova de $E(\hat{\sigma}^2) = E(MS_E) = \sigma^2$ (RENCHEER e SCHAALJE, 2008). Substituindo 3.20 em 3.28:

$$SS_E = \mathbf{y}^T \mathbf{y} - \mathbf{y}^T \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y}$$

$$SS_E = \mathbf{y}^T \left[\mathbf{I} - \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \right] \mathbf{y} \quad (3.31)$$

É necessário antes provar que $E(\mathbf{y}^T \mathbf{A} \mathbf{y}) = \text{tr}(\mathbf{A} \boldsymbol{\Sigma}) + \boldsymbol{\mu}^T \mathbf{A} \boldsymbol{\mu}$, onde \mathbf{y} é um vetor aleatório com vetor de médias $\boldsymbol{\mu}$ e matriz de covariância $\boldsymbol{\Sigma}$, e \mathbf{A} é uma matriz simétrica de constantes. Como $\mathbf{y}^T \mathbf{A} \mathbf{y}$ é um escalar, $\mathbf{y}^T \mathbf{A} \mathbf{y} = \text{tr}(\mathbf{y}^T \mathbf{A} \mathbf{y})$. Logo (RENCHEER e SCHAALJE, 2008),

$$E(\mathbf{y}^T \mathbf{A} \mathbf{y}) = E[\text{tr}(\mathbf{y}^T \mathbf{A} \mathbf{y})]$$

$$E(\mathbf{y}^T \mathbf{A} \mathbf{y}) = E[\text{tr}(\mathbf{A} \mathbf{y} \mathbf{y}^T)]$$

$$E(\mathbf{y}^T \mathbf{A} \mathbf{y}) = \text{tr}[\mathbf{A} E(\mathbf{y} \mathbf{y}^T)]$$

$$E(\mathbf{y}^T \mathbf{A} \mathbf{y}) = \text{tr}[\mathbf{A} (\boldsymbol{\Sigma} + \boldsymbol{\mu} \boldsymbol{\mu}^T)]$$

$$E(\mathbf{y}^T \mathbf{A} \mathbf{y}) = \text{tr}(\mathbf{A} \boldsymbol{\Sigma} + \mathbf{A} \boldsymbol{\mu} \boldsymbol{\mu}^T)$$

$$E(\mathbf{y}^T \mathbf{A} \mathbf{y}) = \text{tr}(\mathbf{A} \boldsymbol{\Sigma}) + \boldsymbol{\mu}^T \mathbf{A} \boldsymbol{\mu} \quad (3.32)$$

Pois $\boldsymbol{\Sigma} = E[(\mathbf{y} - \boldsymbol{\mu})(\mathbf{y} - \boldsymbol{\mu})^T]$, logo $\boldsymbol{\Sigma} = E[\mathbf{y} \mathbf{y}^T] - \boldsymbol{\mu} \boldsymbol{\mu}^T$. Portanto, $E[\mathbf{y} \mathbf{y}^T] = \boldsymbol{\Sigma} + \boldsymbol{\mu} \boldsymbol{\mu}^T$. Como $\mathbf{y}^T [\mathbf{I} - \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T]$ é um escalar, sabe-se que $\mathbf{y}^T [\mathbf{I} - \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T] = \text{tr}\{\mathbf{y}^T [\mathbf{I} - \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T]\}$. Logo, aplicando as propriedades da Equação 3.32 na Equação 3.31, tem-se (RENCHEER e SCHAALJE, 2008):

$$\begin{aligned}
E(SS_E) &= E\left\{\mathbf{y}^T \left[\mathbf{I} - \mathbf{X}(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T\right] \mathbf{y}\right\} \\
E(SS_E) &= tr\left\{\left[\mathbf{I} - \mathbf{X}(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T\right] \sigma^2 \mathbf{I}\right\} + E(\mathbf{y}^T) \left[\mathbf{I} - \mathbf{X}(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T\right] E(\mathbf{y}) \\
E(SS_E) &= tr\left\{\left[\mathbf{I} - \mathbf{X}(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T\right] \sigma^2 \mathbf{I}\right\} + E(\mathbf{y}^T) \left[\mathbf{I} - \mathbf{X}(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T\right] E(\mathbf{y}) \\
E(SS_E) &= \sigma^2 tr\left[\mathbf{I} - \mathbf{X}(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T\right] + \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}^T \left[\mathbf{I} - \mathbf{X}(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T\right] \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} \\
E(SS_E) &= \sigma^2 \left\{N - tr\left[\mathbf{X}(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T\right]\right\} + \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}^T \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}^T \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} \\
E(SS_E) &= \sigma^2 \left\{N - tr\left[\mathbf{X}(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T\right]\right\} + \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}^T \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}^T \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} \\
E(SS_E) &= \sigma^2 \left\{N - tr\left[\mathbf{X}(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T\right]\right\} \tag{3.33}
\end{aligned}$$

Como $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$ é de ordem $r \times r$, a Equação 3.33 pode ser simplificada (RENCHEER e SCHAALJE, 2008):

$$\begin{aligned}
E(SS_E) &= \sigma^2 [N - tr(\mathbf{I}_r)] \\
E(SS_E) &= \sigma^2 (N - r) \tag{3.34}
\end{aligned}$$

Portanto, uma estimativa não-viesada de σ^2 é exposta na Equação 3.35 (MONTGOMERY, 2013; MYERS *et al.*, 2016; RENCHER e SCHAALJE, 2008).

$$\hat{\sigma}^2 = MS_E = \frac{SS_E}{N - r} \tag{3.35}$$

A soma dos quadrados do modelo de regressão SS_R pode ser abordada com a finalidade de averiguar o ajuste do modelo de regressão. Para o fatorial 2^k , $SS_R = SS_A + SS_B + \dots + SS_k + SS_{AB} + \dots + SS_{(k-1)(k)}$, logo $SS_R = SS_T - SS_E$. O coeficiente de determinação múltipla R^2 , $0 \leq R^2 \leq 1$ é uma medida da proporção da variabilidade de y explicada pelo modelo com as variáveis regressoras $x_1, x_2, \dots, x_k, x_1x_2, \dots, x_{k-1}x_k$. Este coeficiente é calculado conforme a Equação 3.36 (MONTGOMERY, 2013; MYERS *et al.*, 2016).

$$R^2 = \frac{SS_R}{SS_T} = 1 - \frac{SS_E}{SS_T} \tag{3.36}$$

Como R^2 aumenta com a adição de coeficientes ao modelo independente da significância estatística destes, uma medida ajustada R^2_{adj} considerando o número de coeficientes r considerados é preferível, conforme expõe a Equação 3.37 (MONTGOMERY, 2013; MYERS *et al.*, 2016).

$$R^2_{adj} = 1 - \frac{SS_E/N - r}{SS_T/N - 1} = 1 - \frac{N - 1}{N - r} (1 - R^2) \quad (3.37)$$

Outro coeficiente de determinação pode ser calculado para refletir o ajuste do modelo de regressão. Seja o vetor de valores preditos $\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}$ (MONTGOMERY, 2013; MYERS *et al.*, 2016).

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{y}} &= \mathbf{X}(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{y} \\ \hat{\mathbf{y}} &= \mathbf{H}\mathbf{y} \end{aligned} \quad (3.38)$$

$\mathbf{H} = \mathbf{X}(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T$ é a matriz chapéu ou matriz de alavancagem, com i -ésimo ponto de alavancagem $h_{ii} = \mathbf{x}_i(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{x}_i^T$. Para calcular uma medida importante chamada de soma dos quadrados dos erros de previsão (*prediction error sum of squares* - PRESS) proposta por Allen (1974), deve-se selecionar uma observação i do DOE, estimar o modelo de regressão considerando as $N - i$ observações remanescentes e realizar a previsão com a Equação obtida no ponto removido y_i . A previsão pode ser denotada como $\hat{y}_{(i)}$ e o erro associado como $e_{(i)} = y_i - \hat{y}_{(i)}$. Este procedimento é repetido para todas as observações $i = 1, \dots, N$. Usando o ponto de alavancagem h_{ii} pode-se calcular o erro residual PRESS como $e_{(i)} = e_i / (1 - h_{ii})$, evitando o cálculo de N modelos de regressão. A estatística PRESS é então calculada conforme a Equação 3.39 (ALLEN, 1974; MONTGOMERY, 2013).

$$\begin{aligned} PRESS &= \sum_{i=1}^N e_{(i)}^2 = \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_{(i)})^2 \\ PRESS &= \sum_{i=1}^N \left(\frac{e_i}{1 - h_{ii}} \right)^2 \end{aligned} \quad (3.39)$$

O coeficiente de determinação para a previsão pode ser calculado utilizando-se a estatística PRESS, conforme a Equação 3.40.

$$R_{pred}^2 = 1 - \frac{PRESS}{SS_T} \quad (3.40)$$

A Equação 3.15 que define o teste t para os coeficientes de regressão pode ser calculada considerando a matriz de covariância do planejamento $(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}$, conforme a Equação 3.41, onde C_{ii} é o elemento diagonal de $(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}$ correspondente a β_i (MONTGOMERY, 2013; MYERS *et al.*, 2016).

$$t_{\beta_i} = \frac{\beta_i}{SE(\beta_i)} = \frac{\beta_i}{\sqrt{\hat{\sigma}^2 \times C_{ii}}} \quad (3.41)$$

Supondo um ponto de interesse $\mathbf{x}_0^T = [1, x_1, x_2, \dots, x_k, x_1x_2, \dots, x_{k-1}x_k]$, a resposta média neste ponto é (MONTGOMERY, 2013; MYERS *et al.*, 2016):

$$\mu_{y|\mathbf{x}_0} = \beta_0 + \beta_1x_1 + \dots + \beta_kx_k + \dots + \beta_{12}x_1x_2 + \dots + \beta_{(k-1)(k)}x_{(k-1)}x_{(k)} = \mathbf{x}_0^T\boldsymbol{\beta} \quad (3.42)$$

A resposta estimada neste ponto é $\hat{y}(\mathbf{x}_0) = \mathbf{x}_0^T\hat{\boldsymbol{\beta}}$. Pela Equação 3.24, a variância para um ponto de interesse \mathbf{x}_0 é $Var[\hat{y}(\mathbf{x})] = \sigma^2\mathbf{x}_0^T(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{x}_0$. Logo, um intervalo de confiança para a média da resposta avaliada em um ponto \mathbf{x}_0 é exposto na Equação 3.43 (MONTGOMERY, 2013; MYERS *et al.*, 2016).

$$\hat{y}(\mathbf{x}_0) - t_{\alpha/2, N-r} \sqrt{\sigma^2\mathbf{x}_0^T(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{x}_0} \leq \mu_{y|\mathbf{x}_0} \leq \hat{y}(\mathbf{x}_0) + t_{\alpha/2, N-r} \sqrt{\sigma^2\mathbf{x}_0^T(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{x}_0} \quad (3.43)$$

Podemos ser de interesse do investigador obter um intervalo de confiança para uma observação futura y_0 . Para estimar tal intervalo é importante calcular o erro de previsão. Seja o erro de previsão de uma observação futura y_0 no ponto \mathbf{x}_0 (MONTGOMERY, 2013; MYERS *et al.*, 2016):

$$e_p = y_0 - \hat{y}(\mathbf{x}_0) \quad (3.44)$$

A variância do erro de previsão e_p pode ser obtida aplicando-se o operador de variâncias (MONTGOMERY, 2013; MYERS *et al.*, 2016):

$$\begin{aligned} \text{Var}[e_p] &= \text{Var}[y_0 - \hat{y}(\mathbf{x}_0)] \\ \text{Var}[e_p] &= \text{Var}[y_0] + \text{Var}[\hat{y}(\mathbf{x}_0)] \\ \text{Var}[e_p] &= \sigma^2 + \sigma^2 \mathbf{x}_0^T (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{x}_0 \\ \text{Var}[e_p] &= \sigma^2 \left(1 + \mathbf{x}_0^T (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{x}_0 \right) \end{aligned} \quad (3.45)$$

Logo, um intervalo de confiança para uma observação futura fica conforme a Equação 3.46 (MONTGOMERY, 2013; MYERS *et al.*, 2016).

$$\hat{y}(\mathbf{x}_0) - t_{\alpha/2, N-r} \sqrt{\sigma^2 \left(1 + \mathbf{x}_0^T (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{x}_0 \right)} \leq y_0 \leq \hat{y}(\mathbf{x}_0) + t_{\alpha/2, N-r} \sqrt{\sigma^2 \left(1 + \mathbf{x}_0^T (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{x}_0 \right)} \quad (3.46)$$

3.1.2. Planejamento fatorial fracionado 2^{k-p}

Os planejamentos fatoriais apresentam um custo elevado em relação ao número de ensaios à medida que o número de variáveis de controle k aumenta. No caso específico do fatorial 2^k obtém-se estimativas dos 2^{k-1} efeitos com variância mínima. Com estes planejamentos podem ser estimados k efeitos principais, $k(k-1)$ interações de segunda ordem, $k(k-1)(k-2)/(2 \times 3)$ interações de terceira ordem, ..., $k(k-1)(k-2)(k-h-1)/(h!)$ interações de ordem h e também uma única interação entre todas as k variáveis de controle consideradas. As interações de ordem igual ou maior a três são comumente negligenciadas, de forma que frações do planejamento fatorial podem ser suficientes para estimar os efeitos principais e as interações de segunda ordem, com um número menor de ensaios, entretanto com confundimento entre as interações dos efeitos de menor ordem com os de maior ordem (BOX e HUNTER, 1961).

Os fatoriais fracionados 2^{k-p} podem ser úteis na metodologia de superfície de resposta. Em um modelo de superfície de resposta conforme a Equação 3.4 há interações de segunda ordem e efeitos principais. Os planejamentos de superfície de resposta foram concebidos para otimização e ao final de um estudo apenas poucas variáveis de controle mais influentes

constituirão o modelo de superfície de resposta estimado. Portanto, em um estudo inicial de varredura pode-se dar maior atenção aos efeitos de menor ordem, afim de remover do arranjo as variáveis de controle não significativas. As interações de terceira ou maior ordem são negligenciadas por na prática geralmente apresentarem efeito menor. Uma vez que a RSM apresenta uma estratégia de experimentação sequencial, pode-se também realizar uma fração do fatorial inicialmente e, posteriormente, se necessário, completar o fatorial com a outra fração remanescente, afim de estimar os efeitos confundidos. No caso de não haver efeito de um dos variáveis de controle considerados no fatorial fracionado, pode-se realizar a projeção deste arranjo em um fatorial considerando as variáveis de controle significativas. A Figura 3.7 ilustra a esparsidade e hierarquia dos efeitos, de forma que os efeitos de menor ordem contam com grande proporção da explicação da variabilidade de y sendo hierarquicamente mais importantes.

Esparsidade dos efeitos

$$y = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_j + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j + \sum_{i < j < l} \beta_{ijl} x_i x_j x_l + \sum_{i < j < l < q} \beta_{ijkl} x_i x_j x_l x_q + \dots$$

Hierarquia dos efeitos

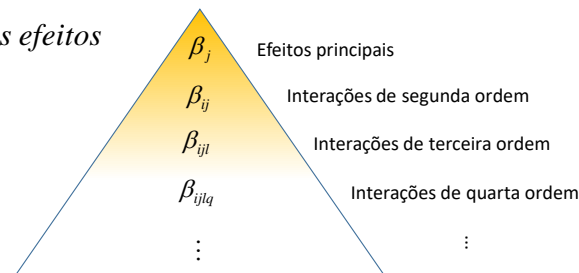


Figura 3.7. Hierarquia e esparsidade dos efeitos

Tabela 3.3. Planejamento fatorial fracionado 2^{3-1}

ordem padrão	x_1	x_2	$x_3 = x_1 x_2$
1	-1	-1	+1
2	+1	-1	-1
3	-1	+1	-1
4	+1	+1	+1

Partindo de um fatorial 2^3 para ilustrar no espaço tri-dimensional algumas propriedades do fatorial fracionado 2^{k-p} , suponha que o experimentador inicialmente dispõe de recursos para realizar apenas metade das oito corridas necessárias para realizar um fatorial completo. As variáveis de controle são A , B e C codificadas em x_1 , x_2 e x_3 . Deste modo, o experimentador faz

inicialmente apenas metade do planejamento pensando na possibilidade de experimentação sequencial e projeção. Este planejamento é criado conforme a Tabela 3.3.

Percebe-se que as 2^{3-1} corridas são estabelecidas considerando um fatorial completo para as duas primeiras variáveis de controle em estudo, x_1 e x_2 , seguindo a ordem padrão, sendo os níveis da terceira variável definidos pelo produto dos níveis das duas primeiras, isto é, $x_3 = x_1x_2$. Como a combinação usada para estimar o efeito de x_3 é a mesma usada para estimar o efeito da interação x_1x_2 , diz-se que estes efeitos estão confundidos. Da mesma forma, pode-se averiguar pela Tabela 3.3, fazendo os produtos entre as colunas, que $x_1 = x_2x_3$ e $x_2 = x_1x_3$. Pode-se dizer que para este caso específico os efeitos de primeira ordem estão confundidos com os efeitos das interações de segunda ordem (BOX e HUNTER, 1961; MONTGOMERY, 2013; MYERS *et al.*, 2016).

Para cada tipo de planejamento fatorial fracionado, há uma estrutura de confundimento, com o gerador e relação de definição do planejamento associados. Partindo do confundimento da variável C com a interação entre A e B , tem-se que o gerador deste planejamento é $C = AB$. Multiplicando-se uma coluna por ela mesma obtém-se uma coluna unitária definida por I (BOX e HUNTER, 1961; MONTGOMERY, 2013; MYERS *et al.*, 2016). Logo,

$$\begin{aligned} C &= AB \\ CC &= ABC \\ I &= ABC \end{aligned} \tag{3.47}$$

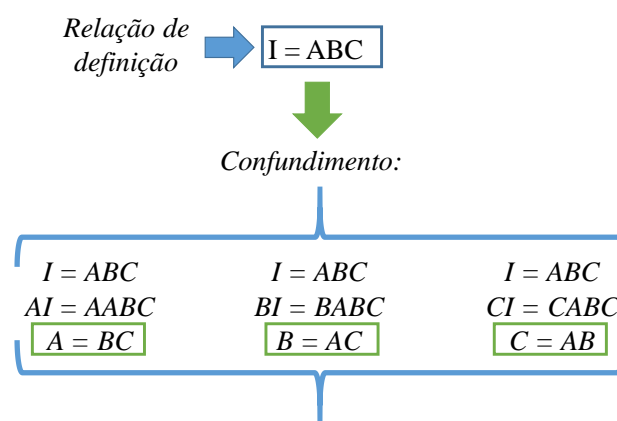


Figura 3.8. Relação de definição e confundimento no Fatorial 2^{3-1}

A relação de definição para o planejamento 2^{3-1} é, portanto, $I = ABC$ e serve de base para gerar toda a estrutura de confundimento do planejamento, conforme ilustra a Figura 3.8. Portanto, os efeitos principais estão confundidos com as interações de segunda ordem e a

constante está confundida com a interação de terceira ordem. Outra propriedade importante nos fatoriais fracionados é a resolução R , comumente representada por algarismos romanos. Um planejamento apresenta resolução R se os efeitos de ordem p não são confundidos com uma interação contendo menos que $R - p$ variáveis de controle. Logo, o fatorial 2^{3-1} com relação de definição $I = ABC$ é planejamento de resolução III, 2^{3-1}_{III} (BOX e HUNTER, 1961; MONTGOMERY, 2013; MYERS *et al.*, 2016).

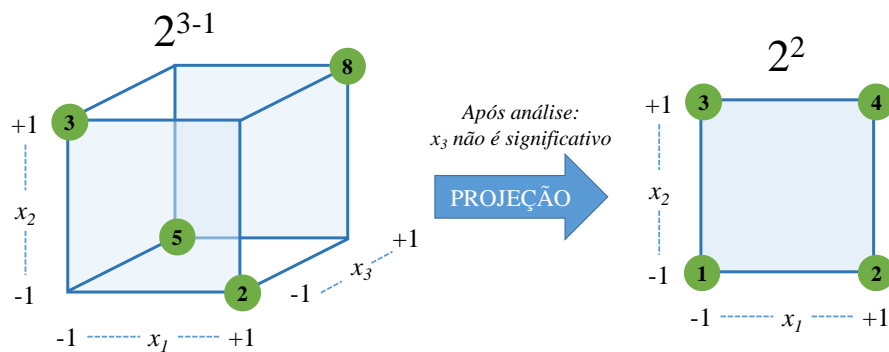


Figura 3.9. Projeção do fatorial 2^{3-1} em um fatorial 2^2 (adaptado de BOX e HUNTER, 1961)

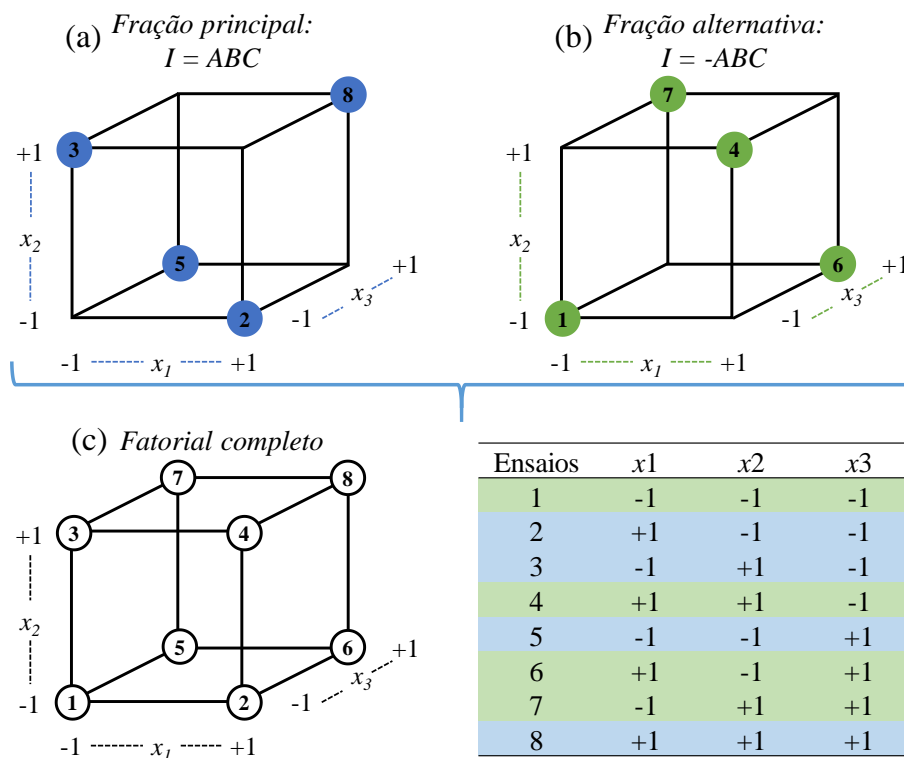


Figura 3.10. Experimentação sequencial com o fatorial fracionado. (a) fração principal; (b) fração secundária; e (c) fatorial completo resultante

Após análise dos efeitos, supondo que o efeito de $x_3 = x_1x_2$ seja não significativo, pode-se eliminar a variável x_3 do estudo obtendo-se um fatorial completo 2^2 . Esta propriedade é chamada de projeção e é ilustrada na Figura 3.9 (BOX e HUNTER, 1961; MONTGOMERY, 2013; MYERS *et al.*, 2016).

Outra propriedade importante é a possibilidade de realizar a outra fração do fatorial 2^{3-1} , em caso de significância de todos os efeitos, de forma a remover o confundimento. Esta estratégia está contemplada nos princípios de experimentação sequencial da metodologia de superfície de resposta. A Figura 3.10 ilustra esta propriedade, de forma que ao unir as frações principal, $I = ABC$, e a secundária, $I = -ABC$, obtém-se o fatorial 2^3 (BOX e HUNTER, 1961; MONTGOMERY, 2013; MYERS *et al.*, 2016). Pode-se blocar as duas frações ao realizar o fatorial completo, uma vez que possivelmente as duas frações foram realizadas em períodos diferentes, ou com matérias-primas diferentes, entre outras fontes de variabilidade.

		Aumento da informação $\xrightarrow{\text{Número de fatores, } k}$					
		3	4	5	6	7	8
Número de ensaios, N	4	2^{3-1}_{III} ±C=AB					
	8	2^3 Completo	2^{4-1}_{IV} ±D=ABC	2^{5-2}_{III} ±D=AB ±E=AC	2^{6-3}_{III} ±D=AB ±E=AC ±F=BC	2^{7-4}_{III} ±D=AB ±E=AC ±F=BC ±G=ABC	
	16	2^3 n = 2	2^4 Completo	2^{5-1}_{V} ±E=ABCD	2^{6-2}_{IV} ±E=ABC ±F=BCD	2^{7-3}_{IV} ±E=ABC ±F=BCD ±G=ACD	2^{8-4}_{IV} ±E=BCD ±F=ACD ±G=ABC ±H=ABD
	32	2^3 n = 4	2^4 n = 2	2^5 Completo	2^{6-1}_{VI} ±F=ABCDE	2^{7-2}_{IV} ±F=ABCD ±G=ABDE	2^{8-3}_{IV} ±F=ABC ±G=ABD ±H=BCDE
	64	2^3 n = 8	2^4 n = 4	2^5 n = 2	2^6 Completo	2^{7-1}_{VII} ±G=ABCDEF	2^{8-2}_{V} ±G=ABCD ±H=ABEF

Figura 3.11. Planejamentos fatoriais 2^{k-p} (adaptado de DUNN, 2010)

Planejamentos fatoriais fracionados nos quais os efeitos principais não estão confundidos entre si, mas estão confundidos com interações de segunda ordem são de resolução III. Planejamentos que apresentam confundimento entre os efeitos de segunda ordem entre si, e os efeitos principais com interações de terceira ordem são de resolução IV. Já os planejamentos nos quais as interações de segunda ordem se confundem com as de terceira ordem, enquanto as de primeira ordem se confundem com as interações de quarta ordem são de resolução V. Os fatoriais fracionados 2^{k-p} com resolução IV e V são importantes, uma vez que

os efeitos principais e os efeitos das interações de segunda ordem, contidos em um modelo na forma da Equação 3.5, não estão confundidos entre si (BOX e HUNTER, 1961; MONTGOMERY, 2013; MYERS *et al.*, 2016). A Figura 3.11 apresenta alguns fatoriais fracionados 2^{k-p} com a resolução e gerador, mostrando possibilidades econômicas para obter modelos com interações de segunda ordem sem confundimentos de resolução III.

3.1.3. Planejamento composto central, modelagem de segunda ordem e otimização

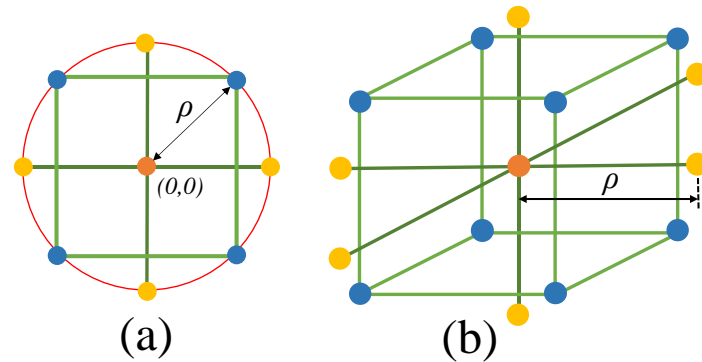
O planejamento composto central (*central composite design* - CCD) foi proposto por Box e Wilson (1951) com o objetivo de estimar modelos de segunda ordem. O planejamento fatorial 2^k é adequado para obter modelos da forma da Equação 3.5, devido a propriedade de ortogonalidade e consequente matriz de covariância $(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}$ não correlacionada. Entretanto, quando deseja-se obter modelos de segunda ordem, da forma da Equação 3.4, o planejamento composto central apresenta boas propriedades de variância e tem sido extensivamente usado para obter modelos de superfície de resposta.

O planejamento composto central, conforme exposto por Box e Wilson (1951) e Box e Hunter (1957), prevê a estratégia de experimentação sequencial de forma a garantir economia na experimentação e busca de região de curvatura e máximo crescimento da função estimada. Logo, métodos como fatorial fracionado, blocagem do fatorial com pontos centrais para estimativa de curvatura, método da escalada acentuada são comumente utilizados. Entretanto, em alguns problemas, devido a restrições de região experimental, não é necessário utilizar o método da escalada acentuada para encontrar a região de otimização. Ademais, a estratégia sequencial de realização do fatorial com pontos centrais para estimar o erro experimental e testar curvatura não é geralmente realizada quando um CCD é utilizado em uma estratégia de arranjo combinado para o projeto de parâmetro robusto.

Como na presente Tese não foi realizada a experimentação sequencial pelo método da escalada acentuada, iniciando-se com o fatorial com pontos centrais, tais métodos não serão aqui abordados, sendo a função dos pontos centrais descrita no contexto dos arranjos CCD.

A Figura 3.12 ilustra o planejamento CCD para $k = 2$ e $k = 3$ variáveis de controle. Pode-se observar que o planejamento é composto de 2^k pontos fatoriais (ou 2^{k-p} pontos de um fatorial fracionado com resolução V de preferência) $2k$ pontos axiais e n_c pontos centrais. Este planejamento pode ser usado para obter um modelo na forma da Equação 3.3. A Tabela 3.4

apresenta um arranjo CCD genérico, com $n_f = 2^k$ pontos fatoriais, $n_a = 2k$ pontos axiais e n_c pontos centrais. A distância dos pontos axiais ρ e o número de pontos centrais devem ser definidos visando propriedades ótimas do planejamento e de previsão.



- Pontos fatoriais: $n_f = 2^k$ (ou fracionado com resolução V);
- Pontos centrais: n_c ;
- Pontos axiais: $n_a = 2k$.

Figura 3.12. Planejamento composto central (a) $k = 2$; (b) $k = 3$

Tabela 3.4. Arranjo CCD genérico

ordem padrão	x_1	x_2	...	x_k
1	-1	-1	...	-1
⋮	1	-1	...	-1
⋮	-1	1	...	-1
⋮	1	1	...	-1
⋮	⋮	⋮	...	⋮
$n_f = 2^k$	1	1	...	1
1	$-\rho$	0	...	0
⋮	ρ	0	...	0
⋮	0	$-\rho$...	0
⋮	0	ρ	...	0
⋮	⋮	⋮	...	⋮
⋮	0	0	...	$-\rho$
$n_a = 2k$	0	0	...	ρ
1	0	0	...	0
⋮	⋮	⋮	...	⋮
n_c	0	0	...	0

No CCD os pontos fatoriais ou fracionados são usados para estimar os efeitos lineares e interações de segunda ordem. Os pontos centrais são usados para estimar o erro experimental de maneira independente e contribuem para estimar os termos quadráticos. Os pontos axiais tem grande contribuição na estimativa dos termos quadráticos, de forma que sem eles somente

o somatório dos termos quadráticos, $\sum_{i=1}^k \beta_{ii}$, seria obtido (MONTGOMERY, 2013; MYERS *et al.*, 2016).

Nos planejamentos fatoriais a ortogonalidade do planejamento é uma propriedade que garante independência das variáveis de controle, baixa variância dos coeficientes, independência dos coeficientes e boa capacidade de previsão do modelo de resposta. Entretanto, Box e Hunter (1957) demonstraram que em planejamentos de segunda ordem a ortogonalidade não é uma propriedade presente de forma a garantir a total independência dos coeficientes de regressão.

Seja um modelo de superfície de resposta de segunda ordem na forma da Equação 3.3. Este modelo pode ser escrito de maneira explícita conforme a Equação 3.48.

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \quad (3.48)$$

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_k x_k + \beta_{11} x_1^2 + \dots + \beta_{kk} x_k^2 + \beta_{12} x_1 x_2 + \dots + \beta_{(k-1)(k)} x_{(k-1)} x_{(k)} + \varepsilon$$

Em notação matricial, para facilitar a obtenção das estimativas de mínimos quadrados para os coeficientes, o modelo na forma das Equações 3.4 e 3.48 também pode ser representado conforme a Equação 3.17, $\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$, com os devidos ajustes nas matrizes e vetores:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix}; \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{1(-)} & \cdots & x_{k(-)} & x_1^2 & \cdots & x_k^2 & x_{1(-)}x_{2(-)} & \cdots & x_{k-1(-)}x_{k(-)} \\ 1 & x_{1(+)} & \cdots & x_{k(-)} & x_1^2 & \cdots & x_k^2 & x_{1(+)}x_{2(-)} & \cdots & x_{k-1(-)}x_{k(-)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{1(+)} & \cdots & x_{k(+)} & x_1^2 & \cdots & x_k^2 & x_{1(+)}x_{2(+)} & \cdots & x_{k-1(-)}x_{k(-)} \end{bmatrix};$$

$$\boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \\ \beta_{11} \\ \vdots \\ \beta_{kk} \\ \beta_{12} \\ \vdots \\ \beta_{(k-1)(k)} \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_N \end{bmatrix}.$$

Onde o vetor de respostas \mathbf{y} é da ordem $N \times 1$, a matriz do planejamento \mathbf{X} é da ordem $N \times r$, o vetor de coeficientes $\boldsymbol{\beta}$ é da ordem $r \times 1$ e o vetor do erro aleatório é da ordem $N \times 1$, sendo $N = n2^k$ e $r = 1 + 2k + k(k - 1)/2$ para um modelo de resposta correspondente na forma da Equação 3.48. Os coeficientes podem ser estimados pelo método dos mínimos quadrados, $\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y}$. A variância do modelo de superfície de resposta $\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$ depende da matriz do planejamento \mathbf{X} , com covariância $(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1}$, do ponto avaliado, que em um modelo quadrático completo é da forma $\mathbf{x}_0^T = [1, x_1, \dots, x_k, x_{11}, \dots, x_{kk}, x_{1x_2}, \dots, x_{k-1x_k}]$, e do erro experimental $\hat{\sigma}^2 = \sqrt{MS_E}$, isto é, $Var[\hat{y}(\mathbf{x})] = \hat{\sigma}^2 \mathbf{x}_0^T (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{x}_0$.

Nos arranjos de segunda ordem, deseja-se que a variância estimada do modelo de segunda ordem seja constante em dois ou mais pontos distintos equidistantes à distância ρ do centro do arranjo ou de maneira análoga, que a variância e covariância dos efeitos não seja alterada pela rotação. Esta propriedade é chamada de rotacionalidade do arranjo, sendo desejável para um planejamento de segunda ordem (BOX e DRAPER, 2007; BOX e HUNTER, 1957).

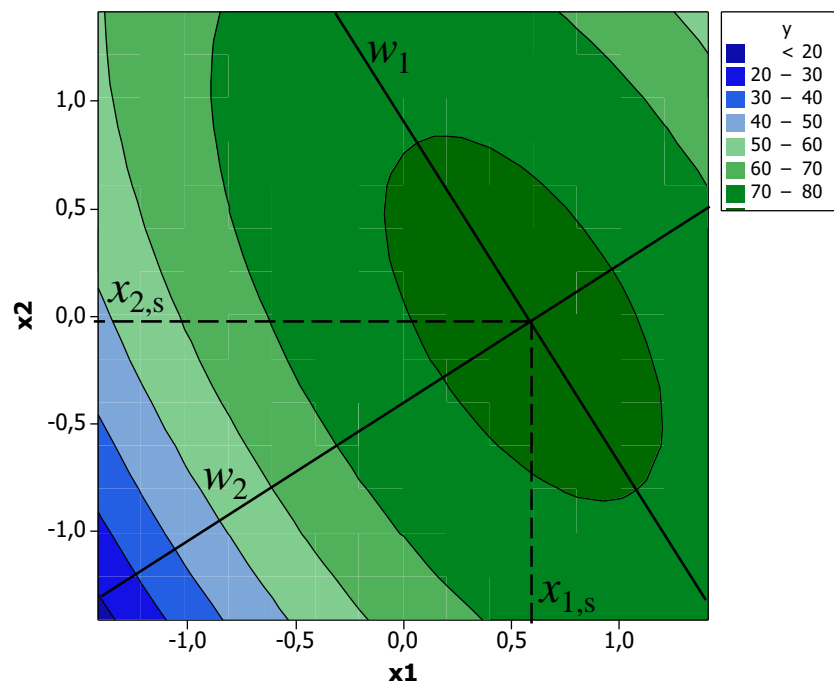


Figura 3.13. Superfície de resposta com eixos principais com orientação diferente dos eixos das variáveis de controle (adaptado de MYERS *et al.*, 2016)

Supondo um modelo superfície de resposta representado pela curva de contorno na Figura 3.13. Pode-se observar que a orientação dos eixos principais das cônicas que definem a

superfície, w_1 e w_2 é diferente da orientação das variáveis de controle x_1 e x_2 . Pode ser de interesse de um investigador saber como as variâncias e covariâncias dos coeficientes mudam quando o planejamento é rotacionado. Para o fatorial 3^2 , o qual pode ser usado para obter um modelo de segunda ordem para $k = 2$, provou-se que os coeficientes quadráticos e das interações de segunda ordem apresentam mudança significativa na variância, além de correlação entre si, segundo diferentes ângulos de rotação do arranjo (BOX e HUNTER, 1957).

Nos planejamentos de primeira ordem a rotacionalidade corresponde à ortogonalidade (BOX; DRAPER, 2007). Para demonstrar é preciso definir uma função de variância de previsão dependente apenas do planejamento. A variância escalonada de previsão (*scaled variance prediction* - SPV), que foi inicialmente chamada de função de variância do planejamento (BOX e HUNTER, 1957), é definida conforme a Equação 3.49, como sendo o produto da variância do modelo de resposta pela razão entre o número de ensaios e a estimativa da variância experimental, sendo, portanto, uma medida de variância padronizada, dependente do planejamento, do ponto avaliado e penalizada pelo tamanho amostral.

$$SPV = \frac{N \times Var[\hat{y}(\mathbf{x})]}{\sigma^2} = N \mathbf{x}_0^T (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{x}_0 \quad (3.49)$$

Para um fatorial 2^k com matriz de covariância $(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} = \mathbf{I}/N$, a variância escalonada de previsão fica:

$$SPV = N \mathbf{x}_0^T (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{x}_0 = N \begin{bmatrix} 1, x_1, \dots, x_k, x_1 x_2, \dots, x_{k-1} x_k \end{bmatrix} (\mathbf{I} / N) \begin{bmatrix} 1 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_k \\ x_1 x_2 \\ \vdots \\ x_{k-1} x_k \end{bmatrix}$$

$$SPV = \begin{bmatrix} 1, x_1, \dots, x_k, x_1 x_2, \dots, x_{k-1} x_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_k \\ x_1 x_2 \\ \vdots \\ x_{k-1} x_k \end{bmatrix} = 1 + x_1^2 + \dots + x_k^2 + x_1^2 x_2^2 + \dots + x_{k-1}^2 x_k^2$$

$$SPV = 1 + \rho_x^2 \quad (3.50)$$

Portanto, a variância escalonada de previsão é função apenas do raio do planejamento, $\rho_x^2 = x_1^2 + \dots + x_k^2 + x_1^2 x_2^2 + \dots + x_{k-1}^2 x_k^2$, nos fatoriais 2^k , sendo constante nas esferas, o que caracteriza tais arranjos como rotacionáveis. Planejamentos de primeira ordem como os fatoriais 2^k são ortogonais e quando rotacionados permanecem com variância constante nos pontos ρ equidistantes do centro do arranjo (BOX, 1952). Logo, nestes planejamentos há uma equivalência entre tais propriedades.

Para os planejamentos de segunda ordem a rotacionalidade não é tão trivial de ser alcançada. Seja uma matriz ortogonal \mathbf{R} de ordem $r \times r$, contendo uma primeira coluna $\mathbf{u}^T = (1, 0, 0, \dots, 0)$ e primeira linha \mathbf{u} e uma matriz ortogonal arbitrária \mathbf{H} de ordem $(r-1)(r-1)$. Para que a variância seja constante nos círculos, $k = 2$, nas esferas, $k = 3$, ou nas hiperesferas, $k \geq 4$, deve-se satisfazer a igualdade da Equação 3.51, para todo \mathbf{x}_0 e toda \mathbf{R} (BOX e HUNTER, 1957).

$$Var[\hat{y}(\mathbf{x})] = \sigma^2 \mathbf{x}_0^T (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{x}_0 = \sigma^2 \mathbf{x}_0^T (\mathbf{R}^T \mathbf{X}^T \mathbf{X} \mathbf{R})^{-1} \mathbf{x}_0 \quad (3.51)$$

A variância é constante para cada ponto à distância ρ se e somente se a matriz de momentos é invariante ao ser rotacionada, isto é, $\mathbf{X}^T \mathbf{X} = \mathbf{R}^T \mathbf{X}^T \mathbf{X} \mathbf{R}$. Deve-se, portanto encontrar a forma da matriz de momentos $\mathbf{X}^T \mathbf{X}/N$ que satisfaça esta condição (BOX e HUNTER, 1957). Os elementos da matriz $\mathbf{X}^T \mathbf{X}/N$ são denominados de momentos do planejamento (BOX e HUNTER, 1957; KHURI, 1988). Para um planejamento de ordem d os momentos logicamente são de ordem até $\delta = 2d$. Logo, para planejamentos de segunda ordem, os momentos são de até quarta ordem. De maneira geral, uma matriz de momentos para um planejamento de segunda ordem com k variáveis de controle fica conforme a Figura 3.14.

De maneira geral, portanto, um momento pode ser escrito como $\frac{1}{N} \sum_{u=1}^N x_{1u}^{\delta_1} x_{2u}^{\delta_2} \dots x_{ku}^{\delta_k}$, com $\delta_1, \dots, \delta_{2d}$ e $\sum_{i=1}^k \delta_i = \delta$. Box e Hunter (1957) demonstraram que, para um planejamento ser rotacionável, os momentos devem satisfazer (BOX e HUNTER, 1957; KHURI, 1988):

$$\frac{1}{N} \sum_{u=1}^N x_{1u}^{\delta_1} x_{2u}^{\delta_2} \dots x_{ku}^{\delta_k} = 0, \text{ se algum momento tem potência ímpar,} \tag{3.59}$$

$$\frac{1}{N} \sum_{u=1}^N x_{1u}^{\delta_1} x_{2u}^{\delta_2} \dots x_{ku}^{\delta_k} = \theta_\delta \frac{\prod_{j=1}^k \delta_j!}{2^{\delta/2} \prod_{j=1}^k (\delta_j/2)!}, \text{ caso contrário.} \tag{3.60}$$

onde θ_δ é dependente de d, δ e N , ver Box e Hunter (1957). Para um planejamento rotacionável de segunda ordem com k variáveis de controle, a matriz de momentos exposta na Figura 3.14 pode ser simplificada e exposta na Figura 3.15. Pode-se averiguar que há dependência entre a constante e os termos quadráticos, e entre os termos quadráticos tomados aos pares.

$$\frac{\mathbf{X}^T \mathbf{X}}{N} = \begin{array}{c} \begin{array}{c} 1 \quad x_1 \quad \dots \quad x_k \quad x_1^2 \quad \dots \quad x_k^2 \quad x_1 x_2 \quad \dots \quad x_{k-1} x_k \\ \left[\begin{array}{c|c|c|c|c} 1 & \mathbf{0}^T & \mathbf{1}^T & \mathbf{0}^T & \\ \hline 1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ & & 1 & \ddots & \vdots \\ & & & \ddots & 0 \\ & & & & 1 \\ \hline & & & & 3\theta_4 & \theta_4 & \dots & \theta_4 \\ & & & & & 3\theta_4 & \ddots & \vdots \\ & & & & & & \ddots & \theta_4 \\ & & & & & & & 3\theta_4 \\ \hline & & & & & & & \theta_4 & 0 & \dots & 0 \\ & & & & & & & & \theta_4 & \ddots & \vdots \\ & & & & & & & & & \ddots & 0 \\ & & & & & & & & & & \theta_4 \end{array} \right] \end{array} \end{array} \begin{array}{c} 1 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_k \\ x_1^2 \\ \vdots \\ x_k^2 \\ x_1 x_2 \\ \vdots \\ x_{k-1} x_k \end{array}$$

Figura 3.15. Matriz de momentos para um CCD rotacionável (BOX e HUNTER, 1957)

Tomando um planejamento de segunda ordem, os momentos $[i] = [ij] = [iii] = [ijj] = [ijl] = [iiij] = [iiijl] = 0$, por conterem ao menos uma potência ímpar. Para os momentos apenas com potências pares, isto é, os momentos de segunda ordem puros, $[ii]$, de quarta ordem puros, $[iiii]$, e o de quarta ordem sem potência ímpar, $[iiij]$:

$$[ii] = \theta_2 \frac{2!}{2^{2/2} \times 1!} = \theta_2 \quad (3.61)$$

$$[ijjj] = \theta_4 \frac{2!2!}{2^{4/2} \times 1!} = \theta_4 \quad (3.62)$$

$$[iiii] = \theta_4 \frac{4!}{2^{4/2} \times 2!} = 3\theta_4 \quad (3.63)$$

Dada a codificação das variáveis de controle, igualando as Equações 3.53 e 3.61, o momento de segunda ordem par é unitário, $[ii] = 1/N \sum_{u=1}^N x_{iu}^2 = \theta_2 = 1$. Já para os momentos de quarta ordem não nulos, afim de garantir a rotacionalidade, usando as Equações 3.62 e 3.63:

$$[iiii] = 3\theta_4$$

$$[ijjj] = \theta_4$$

$$\text{Logo, } [iiii] = 3[ijjj] \quad (3.64)$$

Para um CCD genérico com $n_f = 2^{k-p}$ pontos fatoriais ($p = 0$, fatorial completo), com distância ρ dos pontos axiais, pode-se facilmente averiguar que os momentos de quarta ordem não nulos ficam:

$$[iiii] = \frac{1}{N} \sum_{u=1}^N x_{iu}^4 = \frac{1}{N} (n_f + 2\rho^4) \quad (3.65)$$

$$[ijjj] = \frac{1}{N} \sum_{u=1}^N x_{iu}^2 x_{ju}^2 = \frac{1}{N} (n_f) \quad (3.66)$$

Substituindo-se as Equações 3.65 e 3.66 em 3.64, tem-se que $\rho = \sqrt[4]{n_f}$. Logo, a escolha da distância dos pontos axiais, feita em relação aos pontos fatoriais, garante a rotacionalidade do planejamento CCD. Apesar desta escolha não levar em conta o número de pontos centrais, isto é, a adição ou não de pontos centrais não influenciar na rotacionalidade, os pontos centrais são importantes para garantir baixa variabilidade de previsão. Uma matriz de planejamento \mathbf{X} deve garantir que $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$ seja não-singular, ou seja, admita inversa. Caso contrário SPV tende ao infinito (BOX e DRAPER, 1975; MYERS *et al.*, 2009; BOX e HUNTER, 1957).

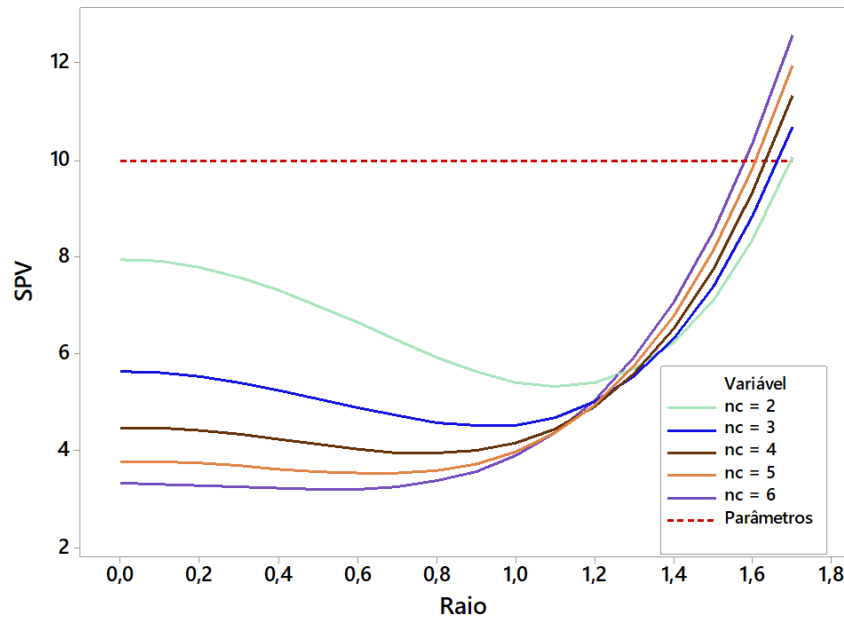


Figura 3.16. VDG para um CCD, $k = 3$ com $n_f = 2^3$

Um método gráfico para comparar planejamentos são os gráficos de dispersão de variância (*variance dispersion graphs* - VDG) (GIOVANNITTI-JENSEN; MYERS, 2014). A Figura 3.16 ilustra um VDG comparando arranjos CCD para três variáveis de controle com número de pontos centrais diferentes. Pode-se observar que a variância do arranjo é altíssima na origem do arranjo para n_c baixo, sendo um pouco mais baixa na extremidade do arranjo, uma vez que SPV leva em consideração a dimensão do planejamento N . Logo, arranjos com poucos pontos centrais apresentam capacidade de previsão limitada na região próxima à origem.

A rotacionalidade do arranjo, apesar de garantir propriedades ótimas de previsão em arranjos de segunda ordem, pode ser violada, caso outra propriedade seja desejada, como por exemplo a blocagem ortogonal (BOX e HUNTER, 1957). Para este e outros casos há estudos que propõem índices de rotacionalidade, de forma a avaliar a perda de rotacionalidade e a capacidade de previsão arranjo, ver por exemplo Khuri (1988); Draper e Guttman, (1988).

Após apresentação do planejamento composto central e suas propriedades, convém expor uma forma analítica para possibilitar a obtenção do ponto estacionário e a avaliação da convexidade da superfície de resposta, uma vez que tais arranjos são voltados para otimização. Seja o modelo de resposta de segunda ordem exposto na Equação 3.48. Uma estimativa para este modelo pode ser reescrita conforme a Equação 3.67.

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \mathbf{x}^T \hat{\mathbf{b}} + \mathbf{x}^T \hat{\mathbf{B}} \mathbf{x} \quad (3.67)$$

onde $\hat{\beta}_0$ é a estimativa da constante, \mathbf{x} é o vetor das k variáveis de controle, $\hat{\mathbf{b}}$ é o vetor de coeficientes lineares de ordem $k \times 1$ e $\hat{\mathbf{B}}$ é a matriz simétrica que contém os termos quadráticos e de interação de ordem $k \times k$, conforme abaixo. Pode-se averiguar que os elementos da diagonal principal de $\hat{\mathbf{B}}$ são responsáveis pelos efeitos quadráticos, enquanto os outros elementos contribuem para a obtenção dos termos de interação.

$$\hat{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \vdots \\ \hat{\beta}_k \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_k \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_{11} & \hat{\beta}_{12}/2 & \cdots & \hat{\beta}_{1k}/2 \\ & \hat{\beta}_{22} & \cdots & \hat{\beta}_{2k}/2 \\ & & \ddots & \vdots \\ sim. & & & \hat{\beta}_{kk} \end{bmatrix}$$

Assumindo que \mathbf{x}^* é um ponto estacionário de \hat{y} , segundo a forma quadrática na Equação 3.67, sabe-se pela teoria geral de otimização que a condição necessária ou de primeira ordem é que $\nabla \hat{y}(\mathbf{x}^*) = \mathbf{0}$, sendo o gradiente de \hat{y} definido na Equação 3.68 (NOCEDAL e WRIGHT, 2006). Pode-se averiguar que $\nabla \hat{y}(\mathbf{x}^*) = \mathbf{0}$ é um sistema de equações lineares com k equações e k incógnitas.

$$\nabla \hat{y}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{y}(\mathbf{x})}{\partial x_1} \\ \frac{\partial \hat{y}(\mathbf{x})}{\partial x_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial \hat{y}(\mathbf{x})}{\partial x_k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_1 + 2\beta_{11}x_1 + \beta_{12}x_2 + \cdots + \beta_{1k}x_k \\ \beta_2 + 2\beta_{22}x_2 + \beta_{12}x_1 + \cdots + \beta_{2k}x_k \\ \vdots \\ \beta_k + 2\beta_{kk}x_k + \beta_{1k}x_1 + \cdots + \beta_{(k-1)k}x_{k-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.68)$$

Como condições suficientes ou de segunda ordem, sabe-se que \mathbf{x}^* é um ponto estacionário estrito se $\nabla \hat{y}(\mathbf{x}^*) = \mathbf{0}$ e $\hat{\mathbf{H}} = \nabla^2 \hat{y}(\mathbf{x}^*)$ é positiva definida (NOCEDAL e WRIGHT, 2006). A hessiana de \hat{y} , $\hat{\mathbf{H}}$, é calculada segundo a Equação 3.69. Se $\hat{\mathbf{H}}$ é positiva semi-definida, as condições são necessárias, de forma que pode haver uma região no espaço experimental que forneça a mesma solução ótima $\nabla \hat{y}(\mathbf{x}^*)$.

$$\hat{\mathbf{H}} = \nabla^2 \hat{y}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \hat{y}(\mathbf{x})}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 \hat{y}(\mathbf{x})}{\partial x_1 \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 \hat{y}(\mathbf{x})}{\partial x_1 \partial x_k} \\ \frac{\partial^2 \hat{y}(\mathbf{x})}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 \hat{y}(\mathbf{x})}{\partial x_2^2} & \cdots & \frac{\partial^2 \hat{y}(\mathbf{x})}{\partial x_2 \partial x_k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 \hat{y}(\mathbf{x})}{\partial x_k \partial x_1} & \frac{\partial^2 \hat{y}(\mathbf{x})}{\partial x_k \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 \hat{y}(\mathbf{x})}{\partial x_k^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\hat{\beta}_{11} & \hat{\beta}_{12} & \cdots & \hat{\beta}_{1k} \\ & 2\hat{\beta}_{22} & \cdots & \hat{\beta}_{2k} \\ & & \ddots & \vdots \\ sim. & & & 2\hat{\beta}_{kk} \end{bmatrix} = 2\hat{\mathbf{B}} \quad (3.69)$$

Logo, usando a Equação 3.69, o modelo de resposta na Equação 3.67 pode ser reescrito como a Equação 3.70 (RAO, 2009).

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \mathbf{x}^T \hat{\mathbf{b}} + \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \hat{\mathbf{H}} \mathbf{x} \quad (3.70)$$

Resolvendo $\nabla \hat{y}(\mathbf{x}^*) = \mathbf{0}$ para \mathbf{x}^* , obtém-se o ponto estacionário:

$$\mathbf{x}^* = -\frac{1}{2} \hat{\mathbf{B}}^{-1} \hat{\mathbf{b}} = -\frac{1}{4} \hat{\mathbf{H}}^{-1} \hat{\mathbf{b}} \quad (3.71)$$

Há alguns casos onde o ponto estacionário não apresenta interesse. Se a superfície de resposta possui formato de sela o ponto estacionário não maximiza nem minimiza a superfície de resposta na região experimental. Se o ponto estacionário está fora da região experimental, esta região pode não ser uma região operacional para o processo e, também, o modelo de resposta não apresentará capacidade de previsão neste ponto. Por fim, se o ponto estacionário é de máximo (ou de mínimo) mas a superfície de resposta é de mínimo (ou de máximo), encontrar o ponto estacionário não otimiza a função (MYERS *et al.*, 2016). Deste modo, pode-se aplicar a análise rígida proposta por A. Hoerl (1959) *apud* R. Hoerl (1985) com o objetivo de encontrar um ótimo restrito em relação à região experimental. Entretanto, antes de entender a análise rígida é importante realizar a análise canônica para caracterizar a superfície de resposta e o ponto estacionário.

Sabendo que a matriz $\hat{\mathbf{B}}$ é simétrica de ordem $k \times k$, pelo teorema da decomposição espectral, existe uma matriz ortogonal \mathbf{P} , $k \times k$, tal que $\mathbf{P}^T \hat{\mathbf{B}} \mathbf{P} = \mathbf{\Lambda}$, que contém em cada coluna os autovetores $\mathbf{w} = [w_1, w_2, \dots, w_k]$ associados aos autovalores de $\hat{\mathbf{B}}$. A matriz $\mathbf{\Lambda}$ é a matriz diagonal de autovalores λ_i , $i = 1, \dots, k$, de $\hat{\mathbf{B}}$. A Figura 3.13 ilustra tal transformação para $k = 2$, no contexto da importância do arranjo ser rotacionável. Para mudar o centro do sistema de

coordenadas para o ponto estacionário e rotacionar seus eixos para coincidir com os autovetores, tem-se (MYERS *et al.*, 2016):

$$\mathbf{z} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_s, \quad (3.72)$$

$$\mathbf{w} = \mathbf{P}^T \mathbf{z} \quad (3.73)$$

Substituindo a Equação 3.72 na Equação 3.67, tem-se (MYERS *et al.*, 2016):

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + (\mathbf{x}_s + \mathbf{z})^T \hat{\mathbf{b}} + (\mathbf{x}_s + \mathbf{z})^T \hat{\mathbf{B}}(\mathbf{x}_s + \mathbf{z}) \quad (3.74)$$

$$\hat{y} = \left[\hat{\beta}_0 + \mathbf{x}_s^T \hat{\mathbf{b}} + \mathbf{x}_s^T \hat{\mathbf{B}} \mathbf{x}_s \right] + \mathbf{z}^T \hat{\mathbf{b}} + \mathbf{z}^T \hat{\mathbf{B}} \mathbf{z} + 2\mathbf{x}_s^T \hat{\mathbf{B}} \mathbf{z}$$

Pela Equação 3.71, $-\mathbf{z}^T \hat{\mathbf{b}} = 2\mathbf{x}_s^T \hat{\mathbf{B}} \mathbf{z}$. Logo, a Equação 3.74 pode ser simplificada (MYERS *et al.*, 2016).

$$\hat{y} = \hat{y}_s + \mathbf{z}^T \hat{\mathbf{B}} \mathbf{z} \quad (3.75)$$

Substituindo a Equação 3.73 em 3.75, tem-se (MYERS *et al.*, 2016):

$$\hat{y} = \hat{y}_s + \mathbf{w}^T \mathbf{P}^T \hat{\mathbf{B}} \mathbf{P} \mathbf{w}$$

$$\hat{y} = \hat{y}_s + \mathbf{w}^T \mathbf{\Lambda} \mathbf{w}$$

$$\hat{y} = \hat{y}_s + \sum_{i=1}^k \lambda_i w_i^2 \quad (3.76)$$

Os sinais dos autovalores, λ_i , $i = 1, \dots, k$, de $\hat{\mathbf{B}}$ determinam a natureza do ponto estacionário e o tipo de superfície de resposta (MYERS *et al.*, 2016, LUENBERGER E YE, 2008):

- Se $\lambda_1, \dots, \lambda_k$ são negativos, $\hat{\mathbf{B}}$ é negativa definida, \hat{y} tem convexidade para baixo e o ponto estacionário é de máximo;
- Se $\lambda_1, \dots, \lambda_k$ são positivos, $\hat{\mathbf{B}}$ é positiva definida, \hat{y} tem convexidade para cima e o ponto estacionário é de mínimo;
- Se $\lambda_1, \dots, \lambda_k$ são mistos, $\hat{\mathbf{B}}$ é indefinida e o ponto estacionário é de sela.

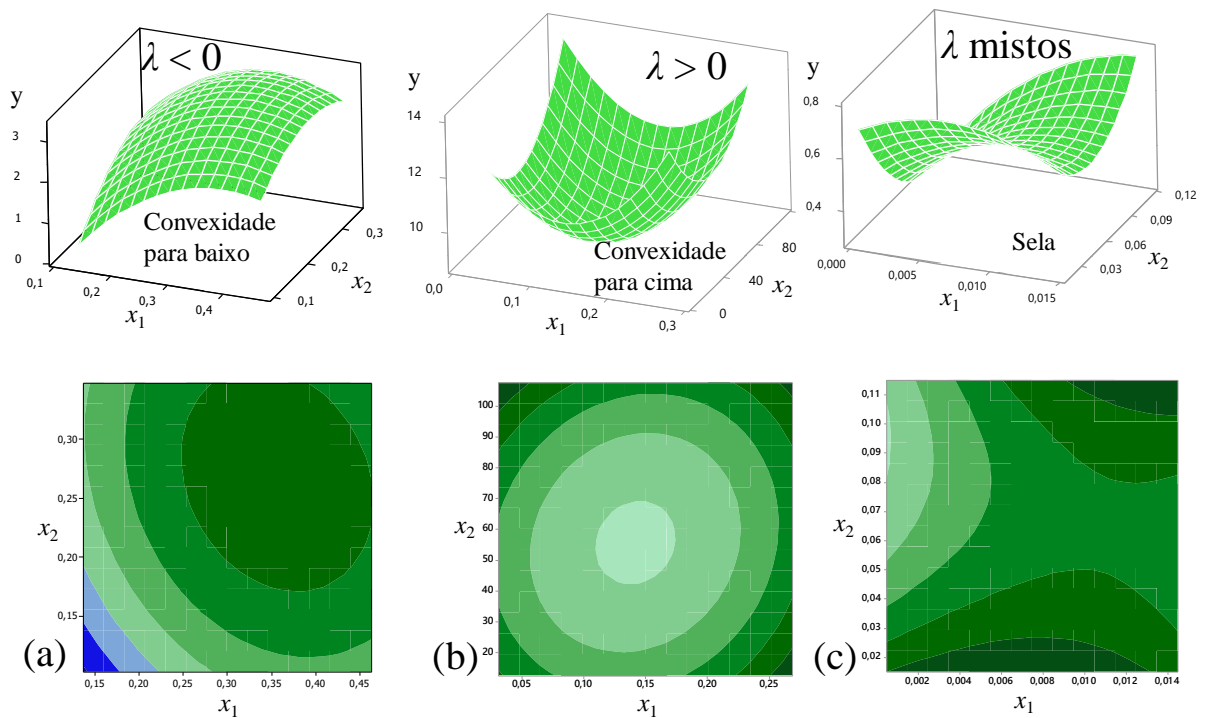


Figura 3.17. análise de tipo de superfície de resposta e ponto estacionário segundo os autovalores de $\hat{\mathbf{B}}$

Para obter os autovalores de $\hat{\mathbf{B}}$ deve-se resolver o autoproblema $|\hat{\mathbf{B}} - \lambda \mathbf{I}| = 0$, resultando em uma equação polinomial de ordem k cujas raízes λ são os autovalores de $\hat{\mathbf{B}}$ (LUENBERGER e YE, 2008). A Figura 3.17 ilustra os três tipos de superfície de resposta que podem ser obtidas de acordo com os autovalores de $\hat{\mathbf{B}}$. Pode-se observar que no caso da Figura 3.17(a), o ponto de inflexão é de máximo, na Figura 3.17(b) o ponto de inflexão é de mínimo, enquanto na Figura 3.17(c) o ponto de inflexão não é de máximo nem de mínimo.

No caso de o ponto estacionário não representar a otimização da função modelada, procede-se à análise rígida. Hoerl (1964) *apud* del Castillo (2007) propôs a utilização de uma restrição esférica e realizar a otimização não-linear restrita da superfície de resposta obtida com a formulação proposta na Equação 3.77.

$$\begin{aligned}
 & \text{Min} \{ \hat{y} = \hat{\beta}_0 + \mathbf{x}^T \hat{\mathbf{b}} + \mathbf{x}^T \hat{\mathbf{B}} \mathbf{x} \} \\
 & \text{sujeito a :} \\
 & \mathbf{x}^T \mathbf{x} \leq \rho^2
 \end{aligned}
 \tag{3.77}$$

A restrição $\mathbf{x}^T \mathbf{x} = x_1^2 + \dots + x_k^2 \leq \rho^2$ define uma esfera (ou hipersfera) relacionada ao espaço experimental do CCD. Logicamente deve-se conduzir a otimização no espaço experimental codificado de forma que a restrição seja realmente esférica e, também para facilitar o trabalho computacional. A abordagem de Hoerl (1964) *apud* del Castillo (2007) busca o multiplicador de Lagrange γ relacionado a restrição esférica. A função Lagrangeana $L(\mathbf{x}, \gamma)$ fica:

$$\begin{aligned} L &= \hat{y} - \gamma(\mathbf{x}^T \mathbf{x} - \rho^2) \\ L &= \hat{\beta}_0 + \mathbf{x}^T \hat{\mathbf{b}} + \mathbf{x}^T \hat{\mathbf{B}} \mathbf{x} - \gamma(\mathbf{x}^T \mathbf{x} - \rho^2) \end{aligned} \quad (3.78)$$

Obtendo-se as condições necessárias de primeira ordem para $L(\mathbf{x}, \gamma)$, $\nabla L(\mathbf{x}, \gamma) = \mathbf{0}$:

$$\begin{aligned} \nabla_{\mathbf{x}} L &= \hat{\mathbf{b}} + 2\hat{\mathbf{B}}\mathbf{x} - 2\gamma\mathbf{x} = \mathbf{0} \\ \nabla_{\mathbf{x}} L &= \begin{bmatrix} \beta_1 + 2\beta_{11}x_1 + \beta_{12}x_2 + \dots + \beta_{1k}x_k - 2\gamma x_1 \\ \beta_2 + 2\beta_{22}x_2 + \beta_{12}x_1 + \dots + \beta_{2k}x_k - 2\gamma x_2 \\ \vdots \\ \beta_k + 2\beta_{kk}x_k + \beta_{1k}x_1 + \dots + \beta_{(k-1)k}x_{k-1} - 2\gamma x_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.79)$$

Deve-se agregar a derivada da própria restrição esférica ao problema, isto é, $\nabla_{\gamma} L = \mathbf{0}$, a qual fica, $\mathbf{x}^T \mathbf{x} - \rho^2 = 0$ ou $x_1^2 + \dots + x_k^2 = \rho^2$. Agregando-se esta derivada, ter-se-á um sistema de Equações factível com $k + 1$ variáveis e $k + 1$ incógnitas. Logo, sabendo que $\rho = (\mathbf{x}^T \mathbf{x})^{1/2}$ e que o ponto ótimo restrito é $\mathbf{x}_0 = -\frac{1}{2}(\hat{\mathbf{B}} - \gamma \mathbf{I})^{-1} \hat{\mathbf{b}}$, tem-se (DEL CASTILLO, 2007):

$$\rho = \sqrt{\mathbf{x}^T \mathbf{x}} = \sqrt{-\frac{1}{4} \left[(\hat{\mathbf{B}} - \gamma \mathbf{I})^{-1} \hat{\mathbf{b}} \right]^T \left[(\hat{\mathbf{B}} - \gamma \mathbf{I})^{-1} \hat{\mathbf{b}} \right]} \quad (3.80)$$

A hessiana de L é importante para estabelecer as condições suficientes ou de segunda ordem (DEL CASTILLO, 2007):

$$\hat{\mathbf{H}} = \nabla^2 \hat{y}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 L(\mathbf{x}, \gamma)}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 L(\mathbf{x}, \gamma)}{\partial x_1 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 L(\mathbf{x}, \gamma)}{\partial x_1 \partial x_k} \\ \frac{\partial^2 L(\mathbf{x}, \gamma)}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 L(\mathbf{x}, \gamma)}{\partial x_2^2} & \dots & \frac{\partial^2 L(\mathbf{x}, \gamma)}{\partial x_2 \partial x_k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 L(\mathbf{x}, \gamma)}{\partial x_k \partial x_1} & \frac{\partial^2 L(\mathbf{x}, \gamma)}{\partial x_k \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 L(\mathbf{x}, \gamma)}{\partial x_k^2} \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{H}} = \begin{bmatrix} 2\hat{\beta}_{11} - 2\gamma & \hat{\beta}_{12} & \dots & \hat{\beta}_{1k} \\ & 2\hat{\beta}_{22} - 2\gamma & \dots & \hat{\beta}_{2k} \\ & & \ddots & \vdots \\ \text{sim.} & & & 2\hat{\beta}_{kk} - 2\gamma \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{H}} = 2(\hat{\mathbf{B}} - \gamma \mathbf{I}) \quad (3.81)$$

Da mesma forma que na otimização irrestrita, pode-se obter os autovalores que caracterizam o ponto ótimo restrito relacionado a γ . Fazendo $\mathbf{P}^T(\hat{\mathbf{B}} - \gamma \mathbf{I})\mathbf{P} = \mathbf{\Lambda} - \gamma \mathbf{I}$. De acordo com o valor escolhido de γ obtém-se um máximo ou um mínimo na fronteira (DEL CASTILLO, 2007; MYERS *et al.*, 2016):

- Se $\gamma > \max(\lambda_i)$, $(\hat{\mathbf{B}} - \gamma \mathbf{I})$ é negativa definida e o ponto na fronteira $\rho = (\mathbf{x}^T \mathbf{x})^{1/2}$ é o máximo restrito,
- Se $\gamma < \min(\lambda_i)$, $(\hat{\mathbf{B}} - \gamma \mathbf{I})$ é positiva definida e o ponto na fronteira $\rho = (\mathbf{x}^T \mathbf{x})^{1/2}$ é o mínimo restrito.

3.2. Considerações finais do capítulo

Este capítulo abordou a metodologia de superfície de resposta com os planejamentos, modelagem, otimização, além de propriedades e demonstrações importantes que caracterizam esta metodologia como técnica de modelagem e otimização em engenharia. Com a finalidade de abordar também a robustez do processo, o projeto de parâmetro robusto e a otimização do erro quadrático médio serão abordados no capítulo 4 e, juntamente com a metodologia de superfície de resposta serão utilizados para análise, modelagem e otimização do fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 endurecido.

4. PROJETO DE PARÂMETRO ROBUSTO E MINIMIZAÇÃO DO ERRO QUADRÁTICO MÉDIO

4.1. Projeto de parâmetro robusto

O projeto de parâmetro robusto (*robust parameter design* - RPD) consiste em uma metodologia com a finalidade de encontrar níveis de parâmetros de processo para obter processos e produtos robustos à variação de fatores “incontroláveis”, denominados de fatores de ruído ou variáveis ambientais (WELCH *et al.*, 1990). Como as variáveis de ruído são variáveis difíceis de controlar (SHOEMAKER *et al.*, 1991; NAIR *et al.*, 1992), o RPD é apresentado como uma metodologia economicamente efetiva para melhoria de qualidade, uma vez que é mais caro controlar causas de variação relativas às variáveis de ruído do que tornar o processo insensitivo à variação destas (KACKAR, 1985).

As ideias de Genichi Taguchi deram origem ao RPD. O princípio básico é realizar o controle de qualidade *off-line* por meio do DOE para obtenção de produtos e processos robustos, reduzindo a variabilidade advinda de fatores incontroláveis. Box (1985) enumerou algumas ideias importantes inauguradas por Taguchi no campo da engenharia de qualidade:

- (i) uso da função perda e da busca à proximidade ao alvo (*target*) ao invés de buscar o atendimento das especificações (*within specification*);
- (ii) uso do DOE para projetar um produto/processo que opera no alvo com mínima variabilidade;
- (iii) uso do DOE para projetar um produto/processo insensitivo a distúrbios ambientais; e
- (iv) uso do DOE para projetar um produto que transmita a mínima variação de componentes a mínimo custo.

Entretanto Box (1985) cita algumas ineficiências dos métodos estatísticos empregados por Taguchi:

- (i) natureza sequencial da experimentação não é explorada;
- (ii) planejamentos limitados nos quais a interação não é avaliada;
- (iii) arranjos cruzados complicados são recomendados para otimização, enquanto procedimentos de otimização restrita são mais simples e rápidos;
- (iv) o uso da métrica razão sinal-ruído para escolha do critério não é convincente; entre outras inconsistências.

À medida que a controvérsia em torno das técnicas de Taguchi amadurece, vários pesquisadores adotaram aspectos importantes quanto à filosofia do projeto de parâmetro robusto, sendo o resultado uma coleção de alternativas para a sua abordagem. Algumas destas alternativas destacam o uso de procedimentos de superfície de resposta, onde a modelagem da média e variância é considerada simultaneamente (MYERS *et al.*, 1992). Welch *et al.* (1990) propuseram um planejamento experimental único contendo variáveis de controle e ruído, o qual requer um número menor de experimentos que os arranjos cruzados. Shoemaker *et al.* (1991) nomearam tal proposta para realizar o RPD de arranjo combinado, chamando a atenção para a importância da análise das interações entre variáveis de processo e ruído.

A Tabela 4.1 apresenta um arranjo CCD combinado. Este arranjo contém na parte superior $n_f = 2^{k+r}$ pontos fatoriais com a finalidade de garantir a estimativa de efeitos lineares das variáveis de processo e ruído, de interação entre as variáveis de processo e de interação entre as variáveis de processo e ruído, sendo estas últimas essenciais no estudo da robustez. Na segunda parte o arranjo é composto de $n_a = 2k$ pontos axiais relativos apenas às variáveis de processo. Por fim o arranjo também contém n_c pontos centrais. Os pontos centrais servem para estimar o erro experimental de forma independente e auxiliar na estimativa dos efeitos de curvatura para as variáveis de processo, a qual só é possível com a realização de ensaios nos pontos axiais.

Tabela 4.1. Arranjo CCD combinado

ordem padrão	x_1	x_2	...	x_k	z_1	z_2	...	z_k
1	-1	-1	...	-1	-1	-1	...	-1
⋮	1	-1	...	-1	-1	-1	...	-1
⋮	-1	1	...	-1	-1	-1	...	-1
⋮	1	1	...	-1	-1	-1	...	-1
⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮	...	⋮
$n_f = 2^{k+r}$	1	1	...	1	1	1	...	1
1	$-\rho$	0	...	0	0	0	...	0
⋮	ρ	0	...	0	0	0	...	0
⋮	0	$-\rho$...	0	0	0	...	0
⋮	0	ρ	...	0	0	0	...	0
⋮	⋮	⋮	...	⋮	0	0	...	0
⋮	0	0	...	$-\rho$
$n_a = 2k$	0	0	...	ρ	0	0	...	0
1	0	0	...	0	0	0	0	0
⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n_c	0	0	...	0	0	0	0	0

Seguindo a linha de Welch *et al.* (1990) e Shoemaker *et al.* (1991), Myers *et al.* (1992) propuseram o uso de superfície de resposta em alternativa à proposta de Taguchi para o RPD. Em uma situação tradicional, variáveis de ruído não são observados, mas acomodados através do processo de randomização. Quando estas variáveis são tomados como efeitos fixos no planejamento experimental, superfícies de resposta para média e variância do processo podem ser obtidas utilizando-se um arranjo cruzado (VINING e MYERS, 1990), ou um arranjo combinado (MYERS *et al.*, 1992).

A primeira vantagem advinda da utilização de um único arranjo contendo variáveis de controle e ruído para realizar o RPD consiste no número de ensaios necessários ser consideravelmente menor para estimar os efeitos de primeira e segunda ordem importantes ao RPD (WELCH *et al.*, 1990). Como as interações entre variáveis de processo e ruído são geralmente desprezadas em outras abordagens para o RPD advindas da proposta de arranjos cruzados de Taguchi, visando a redução no número de ensaios, outra vantagem importante dos arranjos combinados para o RPD é a possibilidade de estudar as interações entre variáveis de ruído e processo, as quais tem papel importante na propagação do erro e no estudo da robustez do processo (SHOEMAKER *et al.*, 1991).

Box e Jones (1992) descreveram um modelo de resposta em função de variáveis de processo, $\mathbf{x}^T = (x_1, x_2, \dots, x_k)$, e ruído, $\mathbf{z}^T = (z_1, z_2, \dots, z_r)$, que pode ser representado em forma matricial conforme a Equação 4.1 a seguir:

$$y(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = \beta_0 + \mathbf{x}^T \boldsymbol{\beta} + \mathbf{x}^T \mathbf{B} \mathbf{x} + \mathbf{z}^T \boldsymbol{\gamma} + \mathbf{x}^T \boldsymbol{\Delta} \mathbf{z} + \varepsilon \quad (4.1)$$

onde β_0 é uma constante ou intercepto, $\boldsymbol{\beta}$ é o vetor de coeficientes lineares das variáveis de processo, \mathbf{B} é a matriz de coeficientes quadráticos e de interação para as variáveis de processo, $\boldsymbol{\gamma}$ é o vetor de coeficientes lineares para as variáveis de ruído e $\boldsymbol{\Delta}$ é a matriz de termos de interação entre variáveis de processo e ruído (KUHN, 2003), isto é:

$$\boldsymbol{\beta}_{k \times 1} = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_{k \times k} = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12}/2 & \cdots & \beta_{1k}/2 \\ & \beta_{22} & \cdots & \beta_{2k}/2 \\ & & \ddots & \vdots \\ sym & & & \beta_{kk} \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{\gamma}_{r \times 1} = \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \vdots \\ \gamma_r \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{\Delta}_{k \times r} = \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \cdots & \delta_{1r} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \cdots & \delta_{2r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{k1} & \delta_{k2} & \cdots & \delta_{kr} \end{bmatrix}$$

Este modelo pode ser escrito de maneira algébrica como segue:

$$y(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j + \sum_{j=1}^r \gamma_j z_j + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^r \delta_{ij} x_i z_j + \varepsilon \quad (4.2)$$

Pode-se constatar que na Equação 4.1 não estão presentes termos de segunda ordem para as variáveis de ruído, isto é, interações de segunda ordem entre as variáveis de ruído e termos quadráticos destas variáveis. Isto pode ser justificado uma vez que tais efeitos não são importantes para tornar o processo robusto (BOX e JONES, 1992). Apesar do modelo de resposta proposto na Equação 4.2 ser o mais usual, há possibilidade de estimar os termos de segunda ordem para as variáveis de ruído (GRIFFITHS, 1995; BOX e JONES, 1992).

Assume-se para o modelo proposto na Equação 4.1 que o erro experimental ε é independente e identicamente distribuído $NID(0, \sigma_\varepsilon^2)$. O modelo leva em consideração uma superfície de resposta de segunda ordem em função das variáveis de controle, $\beta_0 + \mathbf{x}^T \boldsymbol{\beta} + \mathbf{x}^T \mathbf{B} \mathbf{x}$, efeitos lineares em função das variáveis de ruído, $\mathbf{z}^T \boldsymbol{\gamma}$, além das importantes interações entre variáveis de ruído e processo, $\mathbf{x}^T \boldsymbol{\Delta} \mathbf{z}$. Assume-se que as variáveis de controle e ruído são contínuos (MYERS *et al.*, 1997).

Considerando um planejamento codificado com variáveis de ruído segundo o vetor \mathbf{z} contínuos e aleatórios, pode-se assumir que $E(\mathbf{z}) = 0$ e $Var(\mathbf{z}) = \mathbf{V}$, onde $\mathbf{V}_{r \times r}$, é matriz de variância-covariância de \mathbf{z} , simétrica positiva definida, geralmente assumida diagonal, com elementos $\sigma_{z_j}^2 = \sigma_z^2, j = 1, \dots, r$. \mathbf{V} é assumida diagonal, pois considera-se que as variáveis de ruído são assumidas não-correlacionados entre si (BORROR *et al.*, 2002; MYERS *et al.*, 1997).

Com base nas propriedades anteriormente expostas, tomando o operador de média condicional em relação a \mathbf{z} na Equação 4.1, obtém-se (MYERS *et al.*, 1992):

$$E_{\mathbf{z}, \varepsilon}[y(\mathbf{x}, \mathbf{z})] = \hat{\beta}_0 + \mathbf{x}^T \hat{\boldsymbol{\beta}} + \mathbf{x}^T \hat{\mathbf{B}} \mathbf{x} \quad (4.3)$$

De maneira análoga obtém-se o modelo de variância a partir do operador de variância condicional em relação a \mathbf{z} na Equação 4.1 (MYERS *et al.*, 1992):

$$Var_{\mathbf{z}, \varepsilon}[y(\mathbf{x}, \mathbf{z})] = (\hat{\boldsymbol{\gamma}} + \mathbf{x}^T \hat{\boldsymbol{\Delta}})^T \mathbf{V} (\hat{\boldsymbol{\gamma}} + \mathbf{x}^T \hat{\boldsymbol{\Delta}}) + \hat{\sigma}_\varepsilon^2 \quad (4.4)$$

Algebricamente tais modelos ficam conforme as Equações 4.5 e 4.6, respectivamente, pois $E[z_j] = 0$ e a variância devido às variáveis de ruído pode ser propagada para as variáveis de processo dada a significância das interações processo×ruído.

$$E[y(\mathbf{x}, \mathbf{z})] = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j \quad (4.5)$$

$$Var_{\mathbf{z}, \varepsilon}[y(\mathbf{x}, \mathbf{z})] = \sigma_z^2 \left\{ \sum_{j=1}^r \left[\frac{\partial y(\mathbf{x}, \mathbf{z})}{\partial z_j} \right]^2 \right\} + \hat{\sigma}_\varepsilon^2 \quad (4.6)$$

A correta interpretação dos gráficos de interação entre variáveis de processo e ruído pode auxiliar a encontrar os níveis dos parâmetros que tornam o processo robusto em relação às variáveis de ruído considerados (SHOEMAKER *et al.*, 1991). A Figura 4.1 apresenta exemplos de gráficos de interação entre variáveis de ruído e processo. Nas Figuras 4.1(a) e 4.1(b) pode-se observar níveis do fator de controle x_1 , destacados por linhas de referência, que fazem o processo robusto à variação das variáveis de ruído z_1 e z_2 , isto é, tornam a resposta insensível em relação à variação dos ruídos. Já na Figura 4.1(c), pode-se observar que é mais difícil encontrar um nível de x_1 que torne o processo robusto em relação a z_3 , uma vez que a diferença de inclinação para os diferentes níveis de z_3 é mínima, isto é, não há significância estatística na interação entre x_1 e z_3 .

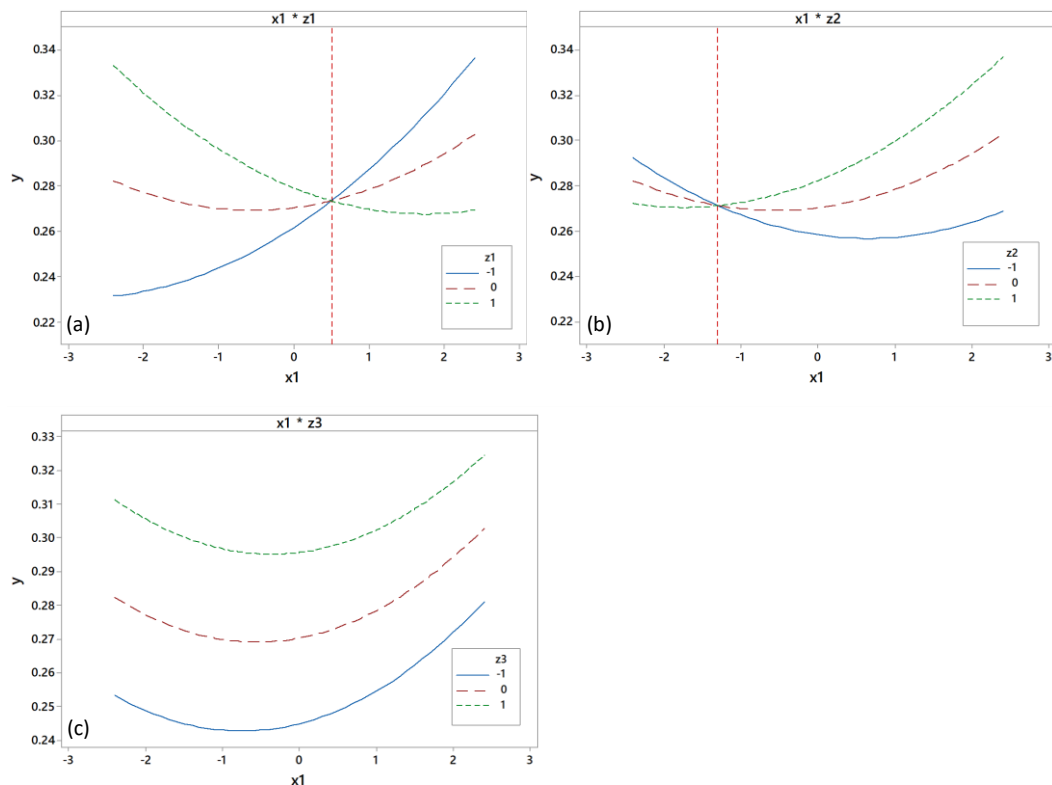


Figura 4.1. Gráficos de interação (a) nível de $x_1 = 0,5$ torna o processo robusto a z_1 ; (b) nível de $x_1 = -1,3$ torna o processo robusto a z_2 ; (c) interação processo \times ruído, $x_1 \times z_3$ não significativa (adaptado de SHOEMAKER *et al.*, 1991, com dados do próprio autor)

As derivadas parciais na direção das variáveis de ruído na Equação 4.1 contém informações importantes sobre a variância do processo. O vetor de derivadas parciais do modelo de resposta na direção das variáveis de ruído é obtido pelas derivadas parciais do modelo de resposta em relação às variáveis de ruído (BORROR *et al.*, 2002; MYERS *et al.*, 1997; MYERS *et al.*, 1992):

$$\hat{\mathbf{I}}(\mathbf{x}) = \frac{\partial \hat{y}}{\partial \mathbf{z}} = \hat{\boldsymbol{\gamma}} + \mathbf{x}^T \hat{\boldsymbol{\Delta}} \quad (4.7)$$

Os parâmetros contidos em $\hat{\boldsymbol{\gamma}}$ e $\hat{\boldsymbol{\Delta}}$ determinam o efeito das variáveis de ruído no modelo de variância em função dos parâmetros de processo. Uma vez que $\hat{\boldsymbol{\Delta}}$ está diretamente ligado às variáveis de controle, a variância causada pelas variáveis de ruído só pode ser controlada quando as interações entre variáveis de controle e ruído são não nulas (KUHN, 2003). Como as derivadas parciais são funções lineares das variáveis de controle, é fácil encontrar condições operacionais desejáveis em \mathbf{x} . Para obter tais condições deve-se fazer $\hat{\mathbf{I}}(\mathbf{x}) = \partial \hat{y} / \partial \mathbf{z} = 0$ (MYERS *et al.*, 1997).

Além de \mathbf{V} ser assumida como sendo uma matriz diagonal, pode-se assumir que $\sigma_{z_j}^2 = \sigma_z^2 = 1$, dada a codificação das variáveis de ruído em ± 1 , sendo independentes e identicamente distribuídas, de forma que pode-se assumir a matriz de variância-covariância de \mathbf{z} , como uma matriz identidade, $\mathbf{V} = \mathbf{I}$. Logo, pode-se reescrever a Equação 4.4 conforme segue (GRIFFITHS, 1995):

$$Var_{\mathbf{z}, \varepsilon}[y(\mathbf{x}, \mathbf{z})] = (\hat{\boldsymbol{\gamma}} + \mathbf{x}^T \hat{\boldsymbol{\Delta}})^T (\hat{\boldsymbol{\gamma}} + \mathbf{x}^T \hat{\boldsymbol{\Delta}}) + \hat{\boldsymbol{\sigma}}_\varepsilon^2 = \hat{\mathbf{I}}^T \hat{\mathbf{I}} + \hat{\boldsymbol{\sigma}}_\varepsilon^2 \quad (4.8)$$

O modelo de variância para o RPD para arranjo combinado na forma da Equação 4.8 é intrinsecamente uma forma quadrática considerando as derivadas na direção de \mathbf{z} em função de \mathbf{x} (GRIFFITHS, 1995).

Tomando o modelo de resposta matricial exposto na Equação 4.1 de uma forma mais geral, a fim de facilitar o entendimento das estimativas de mínimos quadrados para o modelo de resposta, pode-se escrever (BORROR *et al.*, 2002):

$$\mathbf{y}(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = \mathbf{X}^* \boldsymbol{\beta}^* + \varepsilon \tag{4.9}$$

Onde a matriz \mathbf{X}^* apresenta $1 + 2k + k(k - 1) + r + rk$ colunas representando o intercepto, os efeitos lineares e quadráticos das variáveis de processo, os efeitos lineares das variáveis de ruído e as interações processo×ruído, respectivamente. Similarmente $\boldsymbol{\beta}^*$ contém os parâmetros do modelo de resposta $\beta_0, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{B}, \boldsymbol{\gamma}$ e $\boldsymbol{\Delta}$. A estimativa de mínimos quadrados ordinários para $\boldsymbol{\beta}^*$ é encontrada na Equação 4.10 (BORROR *et al.*, 2002).

$$\boldsymbol{\beta}^* = (\mathbf{X}^{*\top} \mathbf{X}^*)^{-1} \mathbf{X}^{*\top} \mathbf{y} \tag{4.10}$$

$$\mathbf{C}^* = (\mathbf{X}^{*\top} \mathbf{X}^*)^{-1} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & x_1 \dots x_k & x_1^2 \dots x_k^2 & x_1 x_2 \dots x_{k-1} x_k & z_1 \dots z_k & x_1 z_1 \dots x_k z_r \end{matrix} \\ \begin{matrix} \mathbf{C}^{11} & & & & & \\ & \mathbf{C}^{21} & & & & \\ & & \mathbf{C}^{31} & & & \end{matrix} & \begin{matrix} \mathbf{C}^{12} & & \\ & \mathbf{C}^{22} & \\ & & \mathbf{C}^{32} \end{matrix} & \begin{matrix} \mathbf{C}^{13} & & \\ & \mathbf{C}^{23} & \\ & & \mathbf{C}^{33} \end{matrix} & \begin{matrix} 1 \\ x_1 \\ \dots \\ x_k \\ x_1^2 \\ \dots \\ x_k^2 \\ x_1 x_2 \\ \dots \\ x_{k-1} x_k \\ z_1 \\ \dots \\ z_k \\ x_1 z_1 \\ 1 \\ \dots \\ x_k z_r \end{matrix} \end{matrix}$$

Figura 4.2. Estrutura das submatrizes de \mathbf{C}^* (adaptado de BORROR *et al.*, 2002)

A matriz $\mathbf{C}^* = (\mathbf{X}^{*\top} \mathbf{X}^*)^{-1}$ contém várias submatrizes importantes, sendo representada conforme a Figura 4.2. As submatrizes $\mathbf{C}^{*kl}, k, l = 1, 2, 3$, são matrizes de variância-covariância para vários subconjuntos dos parâmetros do modelo de resposta, conforme ilustra a Figura 4.2 (BORROR *et al.*, 2002).

Na utilização de arranjo combinado, devido a presença de variáveis de ruído no arranjo, a pressuposição de homocedasticidade, isto é, homogeneidade das variâncias, pode não ser atendida. Nestes casos, o modelo de resposta obtido por OLS pode não apresentar bom ajuste.

Para estes casos onde a variância é heterocedástica, pode-se utilizar o método de mínimos quadrados ponderados (*weighted least squares* - WLS).

A matriz \mathbf{C}^* pode ser considerada no caso da estimativa de mínimos quadrados ponderados, com a finalidade de tratar a heterodasticidade, de forma que, $\mathbf{C}^* = (\mathbf{X}^{*\text{T}} \mathbf{W}^* \mathbf{X}^*)^{-1}$, e os coeficientes obtidos por $\boldsymbol{\beta}^* = (\mathbf{X}^{*\text{T}} \mathbf{W}^* \mathbf{X}^*)^{-1} \mathbf{X}^{*\text{T}} \mathbf{W}^* \mathbf{y}$ sendo \mathbf{W}^* a matriz diagonal contendo os pesos relacionados às variâncias das observações. Esta consideração é importante pois, o método dos mínimos quadrados ordinários apresenta a premissa $\text{Cov}(\varepsilon) = \sigma^2 \mathbf{I}$, implica na independência dos y_i e na constância da variância σ^2 , $i = 1, \dots, N$, o que não é fácil de garantir no RPD. No caso de variância heterocedástica, o modelo $\mathbf{y}(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = \mathbf{X}^* \boldsymbol{\beta}^* + \varepsilon$ apresenta $\varepsilon \sim (0, \sigma^2 \mathbf{W})$ (YAN e SU, 2009 e WEISBERG, 2009).

O erro de previsão do modelo de média na Equação 4.3 pode ser tomado em relação às previsões do modelo de resposta, Equação 4.1, conforme a expressão desenvolvida a seguir (BORROR *et al.*, 2002):

$$\begin{aligned} & y(\mathbf{x}, \mathbf{z}) - E_{\mathbf{z}, \varepsilon}[y(\mathbf{x}, \mathbf{z})] \\ & y(\mathbf{x}, \mathbf{z}) - \beta_0 + \mathbf{x}^T \boldsymbol{\beta} + \mathbf{x}^T \mathbf{B} \mathbf{x} \end{aligned} \quad (4.11)$$

Aplicando-se o operador de variância na Equação 4.11 com o intuito de obter o erro de previsão (BORROR *et al.*, 2002; MYERS *et al.*, 1997):

$$\begin{aligned} \text{Var}_{\mathbf{z}, \varepsilon} \left[y(\mathbf{x}, \mathbf{z}) - E_{\mathbf{z}, \varepsilon} \right] &= \text{Var}_{\mathbf{z}, \varepsilon} [y(\mathbf{x}, \mathbf{z})] + \text{Var}_{\mathbf{z}, \varepsilon} [E] \\ \text{Var}_{\mathbf{z}, \varepsilon} \left[y(\mathbf{x}, \mathbf{z}) - E_{\mathbf{z}, \varepsilon} \right] &= \hat{\mathbf{I}}^T \hat{\mathbf{I}} + \hat{\sigma}_\varepsilon^2 + \hat{\sigma}_\varepsilon^2 [\mathbf{x}_0^T \mathbf{C}^{*11} \mathbf{x}_0] \\ \text{Var}_{\mathbf{z}, \varepsilon} \left[y(\mathbf{x}, \mathbf{z}) - E_{\mathbf{z}, \varepsilon} \right] &= (\hat{\boldsymbol{\gamma}} + \mathbf{x}^T \hat{\boldsymbol{\Delta}})^T (\hat{\boldsymbol{\gamma}} + \mathbf{x}^T \hat{\boldsymbol{\Delta}}) + \hat{\sigma}_\varepsilon^2 + \hat{\sigma}_\varepsilon^2 [\mathbf{x}_0^T \mathbf{C}^{*11} \mathbf{x}_0] \\ \text{Var}_{\mathbf{z}, \varepsilon} \left[y(\mathbf{x}, \mathbf{z}) - E_{\mathbf{z}, \varepsilon} \right] &= \hat{\boldsymbol{\gamma}}^T \hat{\boldsymbol{\gamma}} + 2\mathbf{x}^T \boldsymbol{\gamma} \boldsymbol{\Delta} + \mathbf{x}^T \boldsymbol{\Delta} \boldsymbol{\Delta}^T \mathbf{x} + \hat{\sigma}_\varepsilon^2 + \hat{\sigma}_\varepsilon^2 [\mathbf{x}_0^T \mathbf{C}^{*11} \mathbf{x}_0] \end{aligned} \quad (4.12)$$

Pode-se também obter um modelo para a variância escalonada de previsão, afim de avaliar a variância do arranjo combinado utilizado, multiplicando-se a Equação 4.12 por $N/\hat{\sigma}_\varepsilon^2$ (BORROR *et al.*, 2002):

$$\frac{N \text{Var}_{z,\varepsilon} \left[y(\mathbf{x}, \mathbf{z}) - E_{z,\varepsilon} \right]}{\hat{\sigma}_{\varepsilon}^2} = N \left[\hat{\mathbf{I}}^T \hat{\mathbf{I}} \right] + N \left[1 + \mathbf{x}_0^T \mathbf{C}^{*11} \mathbf{x}_0 \right] \quad (4.12)$$

4.2. Minimização do erro quadrático médio

O conceito de erro quadrático médio (*mean square error* - MSE) é usado na estatística para medir a esperança dos desvios quadráticos de um estimador. O MSE é, portanto, uma medida de aproximação ou ajuste de um valor estimado. O erro quadrático médio pode ser definido segundo a Equação 4.13, onde $\hat{y}(\mathbf{x})$ é um estimador do parâmetro y no ponto $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_k]$, com função densidade de probabilidade $f(\mathbf{x})$ (Mood, 1974).

$$MSE = E \left\{ [\hat{y}(\mathbf{x}) - y]^2 \right\} = \int (\hat{y}(\mathbf{x}) - y)^2 f(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (4.13)$$

O MSE também é utilizado como uma medida de risco para avaliar estimadores (Lehmann e Casella, 1998). Pode-se demonstrar que o MSE pode ser escrito em termos do viés e da variância do estimador, conforme provado a seguir (Mood, 1974). Pode-se observar que o MSE consiste no desvio do estimador \hat{y} em relação ao parâmetro estimado y :

$$\begin{aligned} MSE &= E \left\{ (\hat{y} - y)^2 \right\} \\ MSE &= E \left\{ [\hat{y} - E(\hat{y}) + E(\hat{y}) - y]^2 \right\} \\ MSE &= E \left\{ [\hat{y} - E(\hat{y})]^2 + 2[\hat{y} - E(\hat{y})] [E(\hat{y}) - y] + [E(\hat{y}) - y]^2 \right\} \\ MSE &= E \left\{ [\hat{y} - E(\hat{y})]^2 \right\} + E \left\{ 2[\hat{y} - E(\hat{y})] [E(\hat{y}) - y] \right\} + E \left\{ [E(\hat{y}) - y]^2 \right\} \\ MSE &= E \left\{ [\hat{y} - E(\hat{y})]^2 \right\} + 2 \underbrace{\left\{ [E(\hat{y}) - E(\hat{y})] [E(\hat{y}) - y] \right\}}_0 + [E(\hat{y}) - y]^2 \\ MSE &= E \left\{ [\hat{y} - E(\hat{y})]^2 \right\} + [E(\hat{y}) - y]^2 \\ MSE &= \text{Var}(\hat{y}) + \text{Viés}^2(\hat{y}, y) \end{aligned} \quad (4.14)$$

No caso do planejamento de experimentos, especialmente nas abordagens voltadas para modelagem, otimização e estudo da robustez do processo, o MSE apresenta algumas aplicações que devem ser mencionadas.

Box e Draper (1959) apresentaram as condições básicas para seleção de um planejamento de superfície de resposta de forma que o polinômio $\hat{y}(\mathbf{x})$ obtido de ordem d_1 seja suficiente para aproximar uma função $\eta(\mathbf{x})$ de ordem maior $d_2 > d_1$ na região de interesse R . A função $\eta(\mathbf{x})$ representa de maneira exata o fenômeno observado em toda região de operação O . Seja $\hat{y}(\mathbf{x})$ o valor estimado no ponto \mathbf{x} obtido pela estimativa de mínimos quadrados do polinômio de grau d_1 usando um planejamento com N experimentos. O planejamento ideal para tal aproximação deve ser aquele que minimiza o erro quadrático médio em relação à resposta verdadeira na região de interesse normalizado segundo o tamanho amostral e a variância experimental. Neste caso específico, Box e Draper (1959) escreveram matematicamente o MSE conforme a Equação 4.15, avaliado considerando a média na região experimental R e normalizado considerando o tamanho amostral N e a variância experimental σ^2 .

$$J = \frac{N}{\sigma^2} \int_R E\{[\hat{y}(\mathbf{x})] - \eta(\mathbf{x})\}^2 d\mathbf{x} \Big/ \int_R d\mathbf{x} \quad (4.15)$$

Logicamente, Box e Draper (1959) escreveram a Equação 4.15 em termos do viés e da variância, conforme Equação 4.16. A Variância $Var[\hat{y}(\mathbf{x})]$ pode ser substituída pela função de variância do arranjo (Equação 4.24 do capítulo 4) (Box e Hunter, 1957). Por isso Box e Draper (1959) explicam que esta função J é o MSE a ser minimizado para encontrar o planejamento ideal de superfície de resposta.

$J = \text{viés} + \text{variância}$

$$J = \frac{N\Omega}{\sigma^2} \int \{E[\hat{y}(\mathbf{x})] - \eta(\mathbf{x})\}^2 d\mathbf{x} + \frac{N\Omega}{\sigma^2} \int Var[\hat{y}(\mathbf{x})] d\mathbf{x} \quad (4.16)$$

Outra aplicação do MSE em DOE aparece nos métodos de Taguchi com a chamada função perda de Taguchi. Na abordagem tradicional a qualidade do produto é avaliada considerando os limites de especificação com as possibilidades do produto atendê-las ou não. Taguchi propôs medir o desvio da característica de qualidade de um valor alvo (*target* - T) almejado. A função perda de Taguchi $L[\hat{y}, T]$ é definida conforme a Equação 4.17, considerando o valor $\hat{y}(\mathbf{x})$ da resposta medida e T o valor almejado para tal característica de qualidade, sendo k uma constante. Já na abordagem tradicional a função perda consiste em uma

prova sucesso ou fracasso, sendo exposta na Equação 4.18 (Ramachandran e Tsokos, 2009; Deming, 1993). As duas abordagens são ilustradas na Figura 4.2.

$$L[\hat{y}, T] = k(\hat{y} - T)^2 \quad (4.17)$$

$$L = \begin{cases} 0, & \text{se } LIC < \hat{y} < LSC \\ L, & \text{se } \hat{y} < LIC \text{ ou } \hat{y} > LSC \end{cases} \quad (4.18)$$

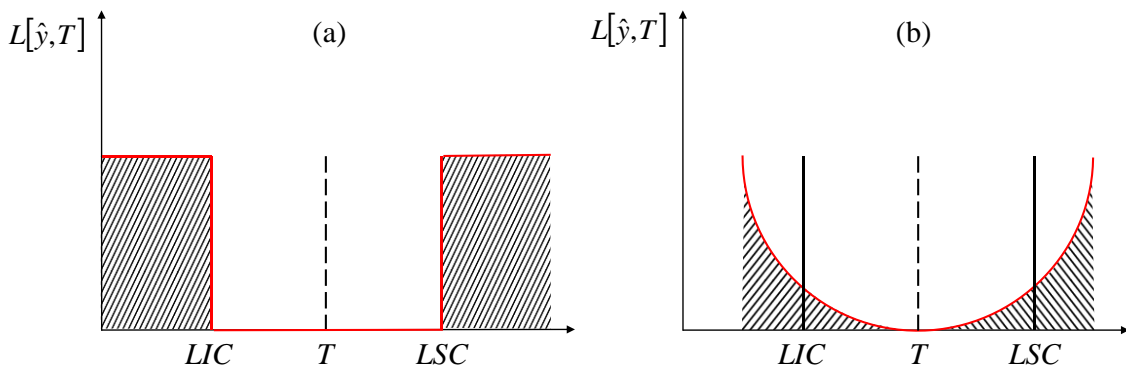


Figura 4.3. Função perda (a) Tradicional; (b) de Taguchi (Adaptado de Ramachandran e Tsokos, 2009; Deming, 1993)

Assim como a função MSE genérica, pode-se descrever a função perda de Taguchi em função do viés e da variância aplicando-se o operador de esperança, conforme Equação 4.19 (Ramachandran e Tsokos, 2009).

$$E[L(\hat{y}, T)] = k[E(\hat{y}) - T]^2 + \sigma_{\hat{y}}^2 \quad (4.19)$$

Vining (1998) apresentou a função perda para o caso multivariado, isto é, para os casos onde considera-se a perda para múltiplas respostas correlacionadas, conforme a Equação 4.20, com valor esperado obtido segundo a Equação 4.21, sendo $\hat{\mathbf{y}}$ o vetor de funções, \mathbf{T} o vetor de alvos, \mathbf{C} uma matriz de constantes de custos e $\Sigma_{\mathbf{y}}$ a matriz de covariâncias relacionada a $\hat{\mathbf{y}}$. Esta proposta tem por objetivo levar em consideração a correlação entre as respostas em um cenário multivariado, de forma obter resultados ótimos confiáveis.

$$L[\hat{\mathbf{y}}, \mathbf{T}] = (\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{T})^T \mathbf{C} (\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{T})^T \quad (4.20)$$

$$E[L[\hat{\mathbf{y}}, \mathbf{T}]] = (E(\hat{\mathbf{y}}) - \mathbf{T})^T \mathbf{C} (E(\hat{\mathbf{y}}) - \mathbf{T})^T + tr(\mathbf{C}\Sigma_{\mathbf{y}}) \quad (4.21)$$

Na presente Tese as metodologias de Taguchi não são utilizadas, devido suas controvérsias estatísticas, em detrimento das abordagens de superfície de resposta para estudo da robustez do processo, as quais são baseadas na filosofia de Taguchi de obter condições operacionais insensíveis às variáveis ambientais, porém com desenvolvimento estatístico mais elaborado. Deste modo, convém apresentar aqui a abordagem do erro quadrático médio para o projeto de parâmetro robusto, bem como seus desenvolvimentos recentes.

Antes de abordar o MSE para o RPD, é importante citar algumas abordagens anteriores para otimização da média e variância do processo. Vinning e Myers (1990) propuseram uma abordagem de otimização dual colocando uma das funções no objetivo e a remanescente em uma restrição de igualdade considerando um alvo desejado. Uma primeira possibilidade desta abordagem seria a formulação da Equação 4.22, com a minimização da variância, considerando a média igual a um alvo almejado e a restrição de espaço amostral.

$$\begin{aligned} & \text{Min} \left\{ \underset{\mathbf{z}, \varepsilon}{\text{Var}}[y(\mathbf{x}, \mathbf{z})] \right\} \\ & \text{Sujeito a :} \\ & \underset{\mathbf{z}, \varepsilon}{E}[y(\mathbf{x}, \mathbf{z})] = T \\ & \mathbf{x}^T \mathbf{x} \leq \rho^2 \end{aligned} \tag{4.22}$$

Estando a restrição de espaço amostral ativa com multiplicador de Lagrange γ sendo ς o multiplicador de Lagrange da restrição de igualdade, a função de Lagrange $L(\mathbf{x}, \varsigma, \gamma)$ associada ao problema de otimização não linear formulado na Equação 4.22 fica (VINNING e MYERS, 1990):

$$L(\mathbf{x}, \varsigma, \gamma) = \underset{\mathbf{z}, \varepsilon}{\text{Var}}[y(\mathbf{x}, \mathbf{z})] - \varsigma \left\{ \underset{\mathbf{z}, \varepsilon}{E}[y(\mathbf{x}, \mathbf{z})] - T \right\} - \gamma (\mathbf{x}^T \mathbf{x} - \rho^2) \tag{4.23}$$

Outra possibilidade é abordar a média na função objetivo restringindo a variância a um nível desejado (VINNING e MYERS, 1990). Del Castillo e Montgomery (1993) demonstraram com vários exemplos como resolver este tipo de problema de otimização dual proposto por Vinning e Myers (1990) utilizando técnicas padrão de otimização não linear, especialmente o algoritmo do gradiente reduzido generalizado (*generalized reduced gradient* - GRG).

Box e Jones (1992) propuseram um critério singular de performance robusta $R(\mathbf{x})$ para considerar o viés e a variância juntos na otimização. Este critério é exposto na Equação 4.24, com $0 \leq w \leq 1$. Shoemaker *et al.* (1991) também propuseram utilizar a função perda como

critério para um projeto de parâmetro robusto através de arranjo combinado. Myers *et al.* (1992) afirmam que este critério da Equação 4.24 baseado em Equações de média e variância obtidas pelo RPD é mais interessante que as abordagens de Taguchi que podem implicar na maximização do ruído, uma vez que matematicamente equivalem a encontrar a melhor condição operacional na presença do pior nível de variabilidade. Além disso, Myers *et al.* (1992) consideram que o modelo da Equação 4.24 é mais adequado quando utilizado o esquema econômico de arranjo combinado para RPD.

$$R(\mathbf{x}) = w \underset{\mathbf{z}, \varepsilon}{Var}[y(\mathbf{x}, \mathbf{z})] + (1 - w) \{ \underset{\mathbf{z}, \varepsilon}{E}[y(\mathbf{x}, \mathbf{z})] - T \}^2 \quad (4.24)$$

Lin e Tu (1995) propuseram o mesmo critério de Box e Jones (1992) para otimização dual de superfície de resposta. Além de propor a mesma função objetivo da Equação 4.24 de Box e Jones (1992), eles propuseram inicialmente uma soma do viés e variância sem ponderação como proposta inicial conforme Equação 4.25 e, posteriormente, a ponderação para possibilitar a avaliação de diferentes cenários. Uma vez que tal abordagem considera o viés e a variância em um único critério, esta proposta logicamente consiste na otimização do erro quadrático médio, podendo ser escrita conforme Equação 4.26, com $\hat{\mu} = \underset{\mathbf{z}, \varepsilon}{E}[y(\mathbf{x}, \mathbf{z})]$, $\hat{\sigma}^2 = \underset{\mathbf{z}, \varepsilon}{Var}[y(\mathbf{x}, \mathbf{z})]$, $w_1 + w_2 = 1$ e $0 \leq w_i \leq 1$, $i = 1, 2$.

$$MSE_w = (\hat{\mu} - T)^2 + \hat{\sigma}^2 \quad (4.25)$$

$$MSE_w = [w_1(\hat{\mu} - T)^2 + w_2\hat{\sigma}^2] \quad (4.26)$$

Como critério de otimização o MSE deve sempre ser minimizado de forma a aproximar a média do valor almejado e, concomitantemente, minimizar a variância. Deste modo, considerando a restrição esférica de espaço experimental devido a utilização de um arranjo CCD, a otimização do MSE pode ser escrita conforme a formulação na Equação 4.27.

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \left\{ MSE_w = [w_1(\hat{\mu} - T)^2 + w_2\hat{\sigma}^2] \right\} \\ \text{sujeito a :} \quad & \mathbf{x}^T \mathbf{x} \leq \rho^2 \end{aligned} \quad (4.27)$$

Köksoy (2006) estendeu o critério do MSE propondo uma estratégia de aglutinação para otimizar o erro quadrático médio de múltiplas respostas usando uma soma ponderada ou escolhendo o MSE da resposta mais importante e colocando os outros como restrições. A abordagem de Köksoy (2006) é uma soma ponderada e pode, portanto, apresentar as deficiências próprias deste método de otimização multi-objetivo. A estratégia aglutinada proposta fica:

$$MSE_T = \sum_{i=1}^m w_i MSE_i \quad (4.28)$$

Os processos de fabricação geralmente são governados por variáveis de controle, influenciados por variáveis de ruído e apresentam múltiplas respostas de interesse a serem avaliadas. Quando o processo multivariado apresenta estrutura de correlação estatisticamente significativa, as abordagens univariadas para o RPD e MSE podem ser ineficientes. Para estes casos, estudos recentes tem apontado novos caminhos no que tange o projeto de parâmetro robusto e a otimização do erro quadrático médio.

Govindaluri e Cho (2007) propuseram um método multivariado de otimização do erro quadrático médio, de forma a levar em consideração a estrutura de correlação entre as respostas avaliadas, conforme expresso na Equação 4.29. Esta proposta infelizmente só pode ser aplicada a esquemas experimentais de arranjo cruzado ou de replicação do planejamento as quais apresentam alto custo experimental, devido o número de ensaios elevado.

$$MSE_T = \sum_{i=1}^m \left[(\hat{\mu}_i(\mathbf{x}) - T_i)^2 - \hat{\sigma}_i^2(\mathbf{x}) \right] + \sum_{i=2}^m \sum_{j=1}^{i-1} \sigma_{ij}(\mathbf{x}) + (\hat{\mu}_i(\mathbf{x}) - T_i)(\hat{\mu}_j(\mathbf{x}) - T_j) \quad (4.29)$$

Paiva *et al.* (2009) propuseram a otimização do erro quadrático médio multivariado (*multivariate mean square error* - MMSE). Considerando que a maioria dos trabalhos de otimização multi-objetivo despreza a presença de correlação entre as respostas, os autores propuseram utilizar a análise de componentes principais para descrever as p respostas correlacionadas em termos de m componentes principais não correlacionadas, $m < p$. Esta estratégia é formulada na Equação 4.30, onde PC_i consiste na i -ésima componente principal, a qual tem alvo igual a ζ_{PC_i} e autovalor λ_i associado. Os m componentes principais considerados devem satisfazer $\lambda_i \geq 1$. Tal abordagem multivariada para o MSE utiliza o autovalor como medida de variância no MSE, uma vez que o autovalor mede a variabilidade explicada pela

componente principal associada. Logo, esta proposta não foi aplicada com o RPD, sendo utilizado um planejamento experimental contendo apenas variáveis de processo do torneamento do aço ABNT/AISI 52100 endurecido. Outros exemplos de aplicação do método são a otimização do processo de soldagem a arco elétrico com arames tubulares (PAIVA *et al.*, 2012a) e no processo de fresamento de acabamento do aço ABNT/AISI 1045 (PEREIRA *et al.*, 2016).

$$\underset{\mathbf{x} \in \Omega}{Min} \quad MMSE_T = \left\{ \prod_{i=1}^m \left[(PC_i - \zeta_{PC_i})^2 + \lambda_i \mid \lambda_i \geq 1 \right] \right\}^{(1/m)} \quad (4.30)$$

Costa *et al.* (2010) propuseram a utilização do método do critério global de forma a minimizar o desvio da média e do desvio padrão de seus respectivos alvos. A formulação proposta é apresentada na Equação 4.31, onde $\hat{\mu} = E_{\mathbf{z}, \mathbf{e}}[y(\mathbf{x}, \mathbf{z})]$, $\hat{\sigma} = \sqrt{Var_{\mathbf{z}, \mathbf{e}}[y(\mathbf{x}, \mathbf{z})]}$, U e L representam os limites para a média e desvio-padrão e w os pesos atribuídos a ambas respostas.

$$\underset{\mathbf{x} \in \Omega}{Min} \quad \left\{ \left(\frac{|\hat{\mu} - T_\mu|}{U_\mu - L_\mu} \right)^{w_\mu} + \left(\frac{|\hat{\sigma} - T_\sigma|}{U_\sigma - L_\sigma} \right)^{w_\sigma} \right\} \quad (4.31)$$

Paiva *et al.* (2012b) propuseram aplicar o método MMSE considerando um arranjo cruzado possibilitando a modelagem da média, variância e do MSE para as respostas individuais e, posteriormente realizando a análise de componentes principais dos MSEs correlacionados e obtendo o MMSE utilizando novamente a formulação da Equação 4.30. O método foi aplicado ao torneamento do aço ABNT/AISI 52100 endurecido com ferramentas de cerâmica com duplo raio de ponta, considerando como variáveis de ruído o desgaste da ferramenta e a dureza do material.

Gomes *et al.* (2013) propuseram um método de otimização do erro quadrático médio multivariado com ponderação das respostas anteriormente à análise de componentes principais. O método erro quadrático médio multivariado ponderado (*weighted multivariate mean square error* - WMMSE) usa o somatório em detrimento do produtório da Equação 4.30, uma vez que este transforma os pesos atribuídos às respostas em um único multiplicador. A abordagem WMMSE é formulada segundo a Equação 4.32 considerando as m componentes principais

significativas e grau de explicação da i -ésima componente v_i com $\sum v_i = v_T$. O método foi aplicado na soldagem de revestimento de aço inoxidável por arco elétrico com arames tubulares.

$$\underset{\mathbf{x} \in \Omega}{\text{Min}} \quad MMSE_T = \sum_{i=1}^m \left\{ \frac{v_i}{v_T} \left[(PC_i - \zeta_{PC_i})^2 + \lambda_i |\lambda_i \geq 1| \right] \right\} \quad (4.32)$$

Paiva *et al.* (2014) propuseram outra abordagem para o erro quadrático médio multivariado a partir de um arranjo combinado, possibilitando uma experimentação mais econômica, além da possibilidade de avaliar as interações ruído-processo. Com este esquema após a obtenção das equações de média e variância pela propagação de erro do RPD, propôs-se a aglutinação das m componentes principais mais importantes de acordo com a Equação 4.33. O método foi aplicado no torneamento duro do aço ABNT/AISI 52100 com ferramentas de cerâmica com duplo raio de ponta.

$$\underset{\mathbf{x} \in \Omega}{\text{Min}} \quad MMSE(\mathbf{x}) = \left\{ \prod_{i=1}^m \left[\omega (E_z [P_c(\mathbf{x}, \mathbf{z})_i] - \zeta_{PC_i})^2 + (1 - \omega) \left[\sigma_z^2 \sum_{j=1}^r \left(\frac{\partial P_c(\mathbf{x}, \mathbf{z})_i}{\partial z_j} \right)^2 + \sigma^2 \right] \right] \right\}^{\left(\frac{1}{m}\right)}$$

(4.33)

Brito *et al.* (2014) apresentaram uma proposta de otimização bi-objetivo do erro quadrático médio de duas respostas utilizando um arranjo combinado e o método de otimização multi-objetivo da interseção normal à fronteira. Esta proposta pode ser formulada conforme a Equação 4.34, onde o MSE_i , $i = 1, 2$, consiste no erro quadrático médio normalizado obtido segundo a Equação 4.30, com pesos $w_1 = w_2$, e \bar{MSE}_i consiste no erro quadrático médio normalizado obtido segundo a Equação 4.35 com $MSE_i^{\max} = \max_{\mathbf{x} \in \Omega} \{MSE_i\}$ e $MSE_i^{\min} = \min_{\mathbf{x} \in \Omega} \{MSE_i\}$. Esta proposta foi apresentada para corrigir as deficiências do método proposto por Köksoy (2006) de somas ponderadas dos MSE_i , Equação 4.28, o qual é incapaz de gerar uma fronteira de Pareto bem distribuída, dificultando a exploração do *trade-off* entre os erros quadráticos médios das respostas avaliadas. A proposta foi aplicada no processo de fresamento de acabamento do aço ABNT/AISI 1045 considerando como variáveis de ruído o desgaste de flanco, a concentração de fluido e a taxa de dispersão do fluido em MQL. Entretanto, tal proposta apresenta a desvantagem de contemplar apenas dois objetivos.

$$\begin{aligned}
& \underset{\mathbf{x} \in \Omega}{\text{Min}} \quad \overline{MSE}_1 \\
& \text{Sujeito a :} \\
& \overline{MSE}_1 - \overline{MSE}_2 + 2w - 1 = 0
\end{aligned} \tag{4.34}$$

$$\overline{MSE}_i = \frac{MSE_i - MSE_i^{\min}}{MSE_i^{\max} - MSE_i^{\min}} \tag{4.35}$$

Uma proposta que vai de encontro às deficiências da proposta de Costa *et al.* (2010) a qual apresenta-se como uma soma ponderada dos desvios da média e variância em relação aos seus respectivos alvos foi elaborada por Lopes *et al.* (2016) a qual também utiliza o método da interseção normal à fronteira, porém não aplicado inicialmente ao MMSE, mas à otimização da média e variância em um cenário multivariado para, posteriormente, calcular os MMSEs e das componentes principais mais importantes e os MSEs das respostas originais. Esta abordagem pode ser implementada segundo a Equação 4.36, onde $\bar{f}_{(\mu)}(\mathbf{x})$ e $\bar{f}_{(\sigma^2)}(\mathbf{x})$ são as funções de média e variância multivariadas obtidas segundo as Equações 4.37 e 4.38 e normalizadas considerando a utopia e nadir. Para não ser redundante os conceitos de normalização, nadir e utopia, serão melhor explicados no capítulo 5 sobre otimização multi-objetivo.

$$\begin{aligned}
& \underset{\mathbf{x}}{\text{Min}} \quad \bar{f}_{(\mu)}(\mathbf{x}) \\
& \text{Sujeito a :} \\
& \bar{f}_{(\mu)}(\mathbf{x}) - \bar{f}_{(\sigma^2)}(\mathbf{x}) + 2w - 1 = 0
\end{aligned} \tag{4.36}$$

$$f_{(\mu)} = \left[\sum_{i=1}^m \lambda_i \left(\frac{PC_{\mu_i} - \zeta_{PC_{\mu_i}}}{\zeta_{PC_{\mu_i}}} \right)^2 \right], \quad \lambda_i \geq 1 \cup \frac{\lambda_i}{\sum \lambda_i} \geq \xi \tag{4.37}$$

$$f_{(\sigma^2)} = \left[\sum_{i=1}^m \lambda_i \left(\frac{PC_{\sigma^2_i} - \zeta_{PC_{\sigma^2_i}}}{\zeta_{PC_{\sigma^2_i}}} \right)^2 \right], \quad \lambda_i \geq 1 \cup \frac{\lambda_i}{\sum \lambda_i} \geq \xi \tag{4.38}$$

4.3. Considerações finais do capítulo

Para estudar a robustez do processo e minimizar o viés e variância de maneira concomitante, este capítulo abordou o projeto de parâmetro robusto e a otimização do erro

quadrático médio a serem aplicados no processo de fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 endurecido. Uma vez que serão estudadas múltiplas respostas, o capítulo 5 versa sobre a otimização multi-objetivo com foco principal no método da restrição normal normalizado e seus desenvolvimentos, o qual será utilizado juntamente com as metodologias anteriormente abordadas na otimização do processo de fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 endurecido.

5. OTIMIZAÇÃO MULTI-OBJETIVO

Um problema de otimização multi-objetivo, conforme o próprio nome, refere-se à otimização conjunta de m funções objetivos de interesse. Nestes problemas, a solução ótima não é única, mas consiste em um conjunto de soluções chamadas de soluções ótimas de Pareto. Na prática, o desempenho- de qualquer uma das m funções objetivo consideradas não pode ser melhorada sem piorar o resultado de ao menos uma das $m - 1$ funções remanescentes (HOSSEINI *et al.*, 2016). O conjunto de tais soluções é encontrado em uma região denominada de fronteira de Pareto. A otimização multi-objetivo de processos de fabricação demanda excessivo esforço para explorar bem o conflito (*trade-off*) entre as diferentes respostas observadas.

Diversas alternativas são apresentadas na literatura para resolver problemas de otimização multi-objetivo. As limitações do método das somas ponderadas (*weighted sum - WS*) foram reportadas em respeito a encontrar soluções não-dominadas e equispaçadas em fronteiras de Pareto não-convexas (DAS e DENNIS, 1997). O método da interseção normal à fronteira (*normal boundary intersection - NBI*) foi proposto para superar tais dificuldades (DAS e DENNIS, 1998). Entretanto, para casos com $m \geq 3$ funções objetivos, o método não explora completamente a fronteira de Pareto (DAS e DENNIS, 1998; MESSAC *et al.*, 2003). Posteriormente, o método da restrição normal normalizado (*normalized normal constraint - NNC*) (DAS e DENNIS, 1998; MESSAC *et al.*, 2003), em sua segunda versão (MESSAC; MATTSON, 2004), foi proposto afim de garantir uma exploração completa e equispaçada da fronteira de Pareto.

5.1. Terminologia matemática para otimização multi-objetivo

De maneira genérica, um problema de otimização multiobjetivo pode ser definido conforme segue:

$$\text{Min}_{(\mathbf{x} \in \Omega)} \mathbf{f}(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x})] \quad (5.1)$$

onde f_i representa a i -ésima função objetivo, $i = 1, \dots, m$, $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_k]$ é o vetor de variáveis de decisão, Ω consiste no espaço experimental ou região viável e $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x})]$ é o vetor de funções objetivo. Para casos bi-objetivo, o espaço viável é ilustrado na Figura 5.1(a).

Os pontos de âncora definem os ótimos (mínimos) individuais para cada função objetivo, f_1^* , ..., f_m^* , $i = 1, \dots, m$, resultando no vetor ótimo \mathbf{x}_i^* , sendo o ponto de âncora relativo à i -ésima função objetivo definido como $[f_1(\mathbf{x}_1^*), \dots, f_i^*(\mathbf{x}_i^*), \dots, f_m(\mathbf{x}_i^*)]$. O ponto de utopia consiste no vetor $f^U = [f_1^*, \dots, f_m^*]$. O ponto de utopia também pode ser definido de maneira explícita como $f^U = [f_1(\mathbf{x}_1^*), \dots, f_m(\mathbf{x}_m^*)]$, de modo que $f_i^* = f_i(\mathbf{x}_i^*)$. O hiperplano de utopia, p -dimensional consiste no plano que contém todos os pontos de âncora. No caso bi-objetivo, ilustrado na Figura 5.1(a), tem-se a linha de utopia.

O ponto de nadir $f^N = [f_1^N, \dots, f_m^N]^T$, que contempla as maximizações das funções objetivos individuais, $f^N = [\text{Max}_{(x \in \Omega)} f_1(\mathbf{x}), \dots, \text{Max}_{(x \in \Omega)} f_m(\mathbf{x})]^T$, consiste na combinação dos piores resultados das funções objetivos avaliadas. Assim como o ponto de utopia, f^U , o ponto de nadir, f^N , não está na região viável. O ponto de pseudo nadir combina o pior resultado de cada função no espaço viável, sendo definido como $f^{PN} = [f_1^{PN}, \dots, f_m^{PN}]$. Deste modo, para a i -ésima função objetivo, o ponto de pseudo nadir é definido como $f_i^{PN} = \text{Max}_{(x \in \Omega)} \{f_i(\mathbf{x}_1^*), \dots, f_i(\mathbf{x}_m^*)\}$, $i = 1, \dots, m$. Estas definições podem ser visualizadas no espaço bi-objetivo na Figura 5.1(a).

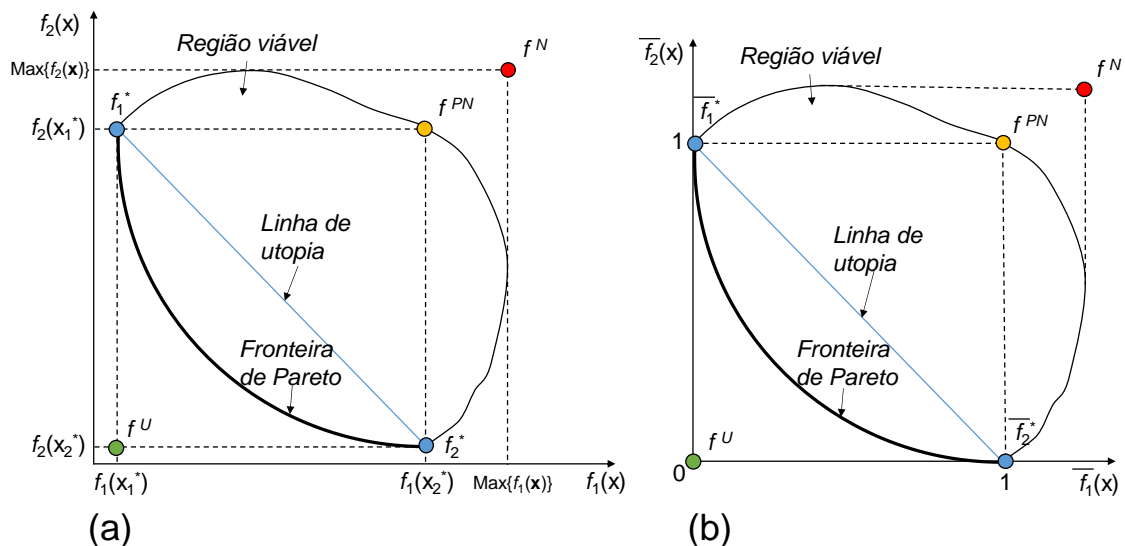


Figura 5.1. Espaço de solução bi-objetivo (a) nas unidades originais; (b) normalizado

Com a finalidade de minimizar efeitos de escala e de unidades de medida, na otimização multi-objetivo, recomenda-se a normalização das funções avaliadas e, conseqüentemente do espaço objetivo, como ilustrado na Figura 5.1(b). No espaço objetivo normalizado, os pontos de âncora estão a uma unidade do ponto de utopia, o qual encontra-se na origem do sistema de

coordenadas (MESSAC *et al.*, 2003). Logo, $\bar{f}^U = [0, \dots, 0]$ e $\bar{f}^{PN} = [1, \dots, 1]$. A normalização da i -ésima função objetivo é definida considerando os pontos de utopia e nadir, conforme a Equação 5.2, de forma que o vetor de funções objetivo normalizadas é $\bar{f} = [\bar{f}_1, \dots, \bar{f}_m]^T$.

$$\bar{f}_i = \frac{f_i - f_i^*}{f_i^{PN} - f_i^*} \quad (5.2)$$

Um conceito importante na otimização multi-objetivo é a matriz *pay-off* que tem a finalidade de avaliar os conflitos entre as m funções objetivos avaliadas. A matriz *pay-off* contempla todas as m funções objetivo avaliadas nos m ótimos individuais, conforme Equação 5.3. Pode-se observar que na diagonal principal da matriz *pay-off* tem-se os ótimos individuais que compõem o vetor utopia f^U . Já o vetor de pseudo nadir deve ser encontrado na matriz *pay-off* a partir da maximização dos valores que compõem cada linha, isto é, a partir da escolha do pior resultado de cada função avaliada nos ótimos individuais das funções remanescentes. Além disso, pode-se observar que cada coluna da *pay-off* consiste em um ponto de âncora.

$$\Phi = \begin{bmatrix} f_1^*(\mathbf{x}_1^*) & \dots & f_1(\mathbf{x}_i^*) & \dots & f_1(\mathbf{x}_m^*) \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ f_i(\mathbf{x}_1^*) & \dots & f_i^*(\mathbf{x}_i^*) & \dots & f_i(\mathbf{x}_m^*) \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_m(\mathbf{x}_1^*) & \dots & f_m(\mathbf{x}_i^*) & \dots & f_m^*(\mathbf{x}_m^*) \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

Assim como as m funções objetivos a matriz *pay-off* também pode ser normalizada, conforme expresso na Equação 5.4.

$$\bar{\Phi} = \begin{bmatrix} \frac{f_1^*(\mathbf{x}_1^*) - f_1^*}{f_1^{PN} - f_1^*} & \dots & \frac{f_1(\mathbf{x}_i^*) - f_1^*}{f_1^{PN} - f_1^*} & \dots & \frac{f_1(\mathbf{x}_m^*) - f_1^*}{f_1^{PN} - f_1^*} \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ \frac{f_i(\mathbf{x}_1^*) - f_i^*}{f_i^{PN} - f_i^*} & \dots & \frac{f_i^*(\mathbf{x}_i^*) - f_i^*}{f_i^{PN} - f_i^*} & \dots & \frac{f_i(\mathbf{x}_m^*) - f_i^*}{f_i^{PN} - f_i^*} \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{f_m(\mathbf{x}_1^*) - f_m^*}{f_m^{PN} - f_m^*} & \dots & \frac{f_m(\mathbf{x}_i^*) - f_m^*}{f_m^{PN} - f_m^*} & \dots & \frac{f_m^*(\mathbf{x}_m^*) - f_m^*}{f_m^{PN} - f_m^*} \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

Em uma situação ideal a matriz *pay-off* normalizada seria conforme a Equação 5.5, com 0 nos elementos da diagonal principal e 1 nos demais elementos da matriz. Entretanto, na prática a *pay-off* terá a diagonal principal nula, mas com alguns elementos fora da diagonal principal que não alcançam a unidade. Isto acontece devido a possível variação da distância entre as funções no espaço objetivo normalizado. Quando duas funções objetivo são correlacionadas o *trade-off* entre elas pode ser baixo, em relação a um par de funções objetivos não correlacionadas. Este problema pode acarretar em resultados inconsistentes ou uma exploração incompleta da fronteira de Pareto. Para o método normalizado da restrição normal melhorado, que será apresentado na 5.5, em uma de suas implementações conforme apresentado na seção 5.5.1, propõe-se uma transformação na matriz *pay-off*, de modo que ela alcance a forma ideal da Equação 5.4.

$$\bar{\Phi} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 1 & \dots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ 1 & \dots & 0 & \dots & 1 \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \dots & 1 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

As seguintes seções tem a finalidade de ilustrar alguns métodos de otimização multi-objetivos frequentemente utilizados na prática.

5.2. Método das somas ponderadas

O método das somas ponderadas (*weighted sum* - WS) é um dos métodos de otimização multi-objetivo mais utilizados dada a simplicidade de sua implementação. A função objetivo do método de somas ponderadas consiste em uma combinação linear ponderada das m funções objetivos consideradas na otimização. O método pode ser formulado conforme a Equação 5.5, sujeito à restrição de espaço amostral da Equação 5.6, onde w_i consiste no peso ou grau de importância atribuído à i -ésima função objetivo, que deve satisfazer $0 \leq w_i \leq 1$ e $\sum_{i=1}^m w_i = 1$, sendo $\mathbf{w} = [w_1, \dots, w_m]$ o vetor dos m pesos atribuídos às m funções objetivos (DEB *et al.*, 2016; MESSAC, 2015; RAO, 2009).

$$\text{Min}_{\mathbf{x} \in \Omega} \sum_{i=1}^m w_i f_i(\mathbf{x}) \quad (5.5)$$

Sujeito a:

$$g_j(\mathbf{x}) \leq 0 \quad (5.6)$$

A solução obtida \mathbf{x}^* pela otimização da Equação 5.5 é Pareto ótima se não existe alguma solução viável \mathbf{x} que melhora todas as m funções objetivos de maneira consecutiva acarretando em um valor menor da função objetivo na Equação 5.5 (DAS e DENNIS, 1997). Na prática pode-se implementar o método das somas ponderadas da Equação 5.5 sujeito a restrição na Equação 5.6 variando os pesos w_i atribuídos às funções objetivos consideradas de maneira a obter diferentes cenários e construir a fronteira de Pareto.

Entretanto, o método WS apresenta algumas inconsistências conhecidas. Estes problemas foram resumidos por Das e Dennis (1997) de forma que o método WS não é capaz de produzir soluções ótimas de Pareto na parte não convexa da fronteira de Pareto e mesmo para um conjunto de pesos equispaçados não é possível obter um conjunto de soluções equispaçadas, de forma que os pesos escolhidos para refletir a preferência do experimentador não necessariamente refletem esta preferência na prática (DEB *et al.*, 2016).

5.3. Método do critério global

O método do critério global (*global criterion* - GC) apresenta o objetivo de aproximar as m funções objetivos consideradas das m soluções ideais. Geralmente as m soluções ideais são encontradas no vetor utopia f^U que contém os resultados das otimizações individuais das m funções objetivo. O método do critério global pode ser formulado conforme a Equação 5.7, sujeito à restrição de espaço amostral da Equação 5.6 (RAO, 2009).

$$\text{Min}_{\mathbf{x} \in \Omega} \sum_{i=1}^m \left\{ \frac{f_i(\mathbf{x}_i^*) - f_i(\mathbf{x})}{f_i(\mathbf{x}_i^*)} \right\}^2 \quad (5.7)$$

O método do critério global também pode ser formulado considerando diferentes pesos w_i para as m funções objetivo em questão, conforme a Equação 5.8.

$$\underset{\mathbf{x} \in \Omega}{\text{Min}} \sum_{i=1}^m w_i \left\{ \frac{f_i(\mathbf{x}_i^*) - f_i(\mathbf{x})}{f_i(\mathbf{x}_i^*)} \right\}^2 \quad (5.8)$$

5.4. Método da intercessão normal à fronteira

O método da intercessão normal à fronteira (*normal boundary intersection* - NBI) foi proposto por Das e Dennis (1998) para resolução de problemas de otimização multi-objetivo com funções não lineares. O método NBI fornece conjunto de soluções ótimas de Pareto bem distribuídas segundo o conjunto de pesos que define a importância das funções objetivo consideradas, ao contrário do método das somas ponderadas.

O método NBI pode ser formulado conforme a Equação 5.9, onde $\hat{\mathbf{n}}$ denota um vetor normal à linha de utopia, t representa um conjunto de pontos nesta normal, $\bar{\Phi}$ é a matriz *pay-off* normalizada, \mathbf{w} é o vetor de pesos atribuídos às funções objetivo consideradas e $\bar{f}(\mathbf{x})$ é o vetor de funções objetivo (DAS e DENNIS, 1998).

$$\underset{x,t}{\text{Max}} \quad t$$

sujeito a :

$$\bar{\Phi} \mathbf{w} + t \hat{\mathbf{n}} = \bar{f}(\mathbf{x}) \quad (5.9)$$

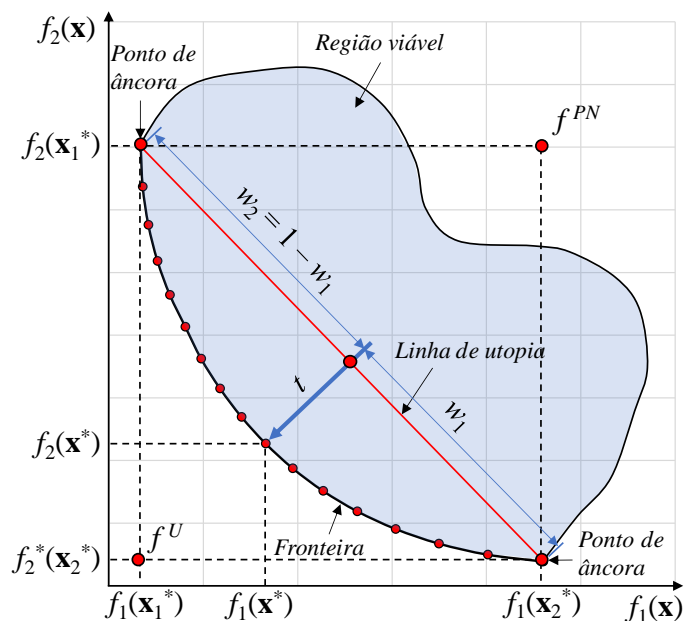


Figura 5.2. NBI bi-objetivo

Para o caso bi-objetivo o método NBI pode ser implementado conforme a Equação 5.10, sendo w_2 o peso associado à segunda função objetivo, de modo que $w_1 + w_2 = 1$ e $0 \leq w_i \leq 1$, $i = 1, 2$ (LIM *et al.*, 2001). A Figura 5.2 ilustra o método NBI para o caso bi-objetivo.

$$\begin{aligned} & \underset{(\mathbf{x} \in \Omega)}{\text{Min}} \quad f_2(\mathbf{x}) \\ & \text{sujeito a :} \\ & \quad f_2(\mathbf{x}) - f_1(\mathbf{x}) + 2w_1 - 1 = 0 \end{aligned} \tag{5.10}$$

Para $m \geq 3$ funções objetivos Das e Dennis (1998) demonstraram que o método NBI não apresenta uma exploração completa da fronteira de Pareto, uma vez que podem haver soluções ótimas de Pareto os quais não satisfazem $0 \leq w_i \leq 1$. O método normalizado da restrição normal de Messac e Mattson (2003), o qual será apresentado na 5.5, também apresenta o mesmo problema. Entretanto, Messac e Mattson (2004) propuseram uma forma de encontrar tais soluções Pareto ótimas a partir da relaxação da restrição $0 \leq w_i \leq 1$, de forma que possam ser atribuídos pesos negativos ou maiores que 1 para as funções objetivo avaliadas na otimização multi-objetivo. Esta proposta será apresentada na 5.5.1.

5.5. Método normalizado da restrição normal

O método normalizado da restrição normal (*normalized normal constraint* - NNC), proposto por Messac *et al.* (2003), é o principal método de otimização multi-objetivo utilizado na presente Tese. Logo, ele será descrito com mais detalhes em relação aos demais. Inicialmente é necessário definir os vetores do hiperplano de utopia. Para o r -ésimo ponto de âncora, $r = 1, \dots, m - 1$, o r -ésimo vetor do hiperplano de utopia consiste no vetor que liga este ponto de âncora, \bar{f}_r^* , até o m -ésimo ponto de âncora \bar{f}_m^* , conforme Equação 5.11.

$$\bar{N}_r = \bar{f}_m^* - \bar{f}_r^* \tag{5.11}$$

Posteriormente, define-se o incremento normalizado δ_r , conforme a Equação 5.12, particionando a linha ao longo do vetor \bar{N}_r em $\eta_r - 1$ segmentos, gerando η_r soluções Pareto ótimas na direção prescrita.

$$\delta_r = \frac{1}{\eta_r - 1} \quad (5.12)$$

Para garantir uma distribuição equidistante de pontos no hiperplano de utopia m -dimensional, dado um desejado número de pontos, η_r , ao longo do vetor \bar{N}_1 , η_r é calculado segundo a Equação 5.13. Este cálculo é importante quando considerado o método NNC em sua versão mais simples, uma vez que para diferentes funções objetivos o *trade-off* entre as variáveis pode variar, de modo que as distâncias entre os pontos de âncora seja diferente, isto é, os comprimentos $\|N_r\|$, $r = 1, \dots, m - 1$, dos $m - 1$ vetores do plano de utopia são diferentes. Posteriormente será apresentado o método normalizado da restrição normal melhorado (*enhanced normalized normal constraint* - ENNC) de Sanchis *et al.* (2008), que propõe uma transformação dos pontos de âncora e, conseqüentemente, da matriz *payoff* para obter uma melhor exploração da fronteira de Pareto.

$$\eta_r = \frac{\eta_1 \|\bar{N}_r\|}{\|\bar{N}_1\|} \quad (5.13)$$

Para definir os pontos no hiperplano de utopia, a combinação linear dos pontos de âncora normalizados e o vetor de pesos w_{ij} , que define a importância atribuída a cada função objetivo, é aplicada, conforme a Equação 5.14, considerando as restrições nas Equações 5.15 e 5.16.

$$\bar{Q}_{ij} = \sum_{i=1}^m w_{ij} \cdot \bar{f}_i^* \quad (5.14)$$

$$0 \leq w_{ij} \leq 1 \quad (5.15)$$

$$\sum_{i=1}^m w_{ij} = 1 \quad (5.16)$$

Das & Dennis (1998) demonstraram que em um problema de otimização multi-objetivo o número de soluções ótimas de Pareto n_{sub} é calculado conforme a Equação 5.17, onde m é o número de funções objetivos e $\eta_r - 1$ é o inverso do espaçamento δ_r entre dois pesos consecutivos.

$$n_{sub} = \binom{m + \eta_r - 2}{\eta_r - 1} \quad (5.17)$$

Para gerar cada vetor de peso w_{ij} , $j = 1, \dots, n_{sub}$, para m funções objetivos, considerando um espaçamento uniforme δ_r e η pontos associados ao longo do vetor linha de utopia, pode ser usado um planejamento de misturas *simplex-lattice* com parâmetros $\{m, \eta_r - 1\}$. Um planejamento de misturas consiste em um planejamento experimental no qual as variáveis do planejamento obedecem às restrições das Equações 5.15 e 5.15. Especificamente, os planejamentos *simplex-lattice*, propostos por Scheffe (1958), dividem a região simplex em pontos equispaçados. O termo *lattice*, que em português significa “rede”, refere-se à distribuição equidistante de pontos, tal qual uma rede (CORNELL, 2011). Este planejamento pode ser aqui aplicado apenas com o propósito de obter o conjunto de pesos para resolver os subproblemas multi-objetivo considerando diferentes cenários, $j = 1, \dots, n_{sub}$. A vantagem de utilizar tal planejamento aqui advém da possibilidade de obter rapidamente o conjunto de pesos a partir de algum *software* estatístico que possibilite a criação de experimentos de mistura. A Figura 5.3 ilustra o planejamento *simplex-lattice* $\{3,10\}$, gerando 66 pontos equidistantes.

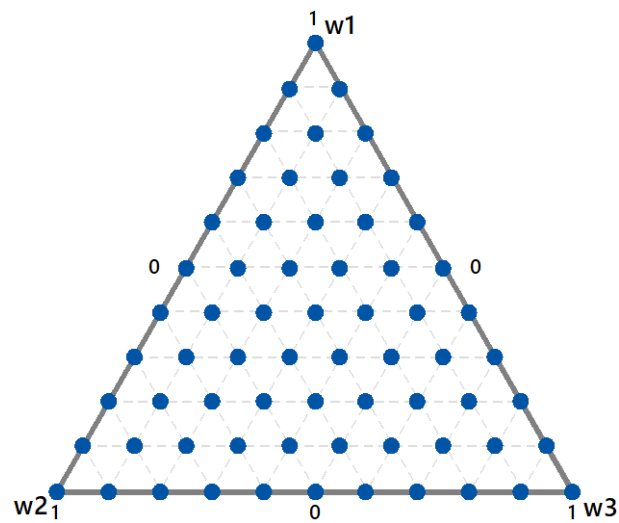


Figura 5.3. Planejamento simplex-lattice $\{3,10\}$

O método NNC (MESSAC *et al.*, 2003), considerando cada ponto no plano (ou hiperplano) de utopia \bar{Q}_{ij} , $j = 1, \dots, n_{sub}$, pode finalmente ser resolvido para obter um ponto ótimo de Pareto associado, conforme a formulação a seguir:

$$\underset{(x \in \Omega)}{\text{Min}} \quad \{\bar{f}_m\} \quad (5.18)$$

Sujeito a:

$$\bar{N}_r^T (\bar{f} - \bar{Q}_{ij}) \leq 0 \quad (5.19)$$

A restrição na Equação 5.19 é a restrição “normal” normalizada que consiste no produto interno entre os vetores do hiperplano de utopia \bar{N}_r e o vetor $\bar{f} - \bar{Q}_{ij}$, o qual liga o ponto \bar{Q}_{ij} no hiperplano de utopia e uma solução na fronteira de Pareto. Logo a restrição normal é na verdade um conjunto de r restrições $r = 1, \dots, m - 1$. Apesar dos autores Messac e Mattson (2003) do método chamarem a restrição de normal, na verdade, o vetor não é necessariamente ortogonal ao plano de utopia, uma vez que o produto interno entre o vetor linha (ou plano, ou hiperplano) de utopia \bar{N}_r e o vetor $\bar{f} - \bar{Q}_{ij}$, o qual liga o ponto da linha de utopia ao ponto procurado na fronteira, não é igualado a zero, mas feito menor ou igual a zero (≤ 0). Mesmo assim a restrição será neste trabalho chamada de restrição normal em respeito aos autores que assim nomearam o método. Esta restrição reduz o espaço viável, segundo o ponto \bar{Q}_{ij} . Para o caso bi-objetivo, esta redução é ilustrada na Figura 5.4. Pode-se observar que à medida que o ponto Q_{ij} no plano de utopia é variado, o espaço restrito é atualizado e um novo ponto na fronteira de Pareto é obtido.

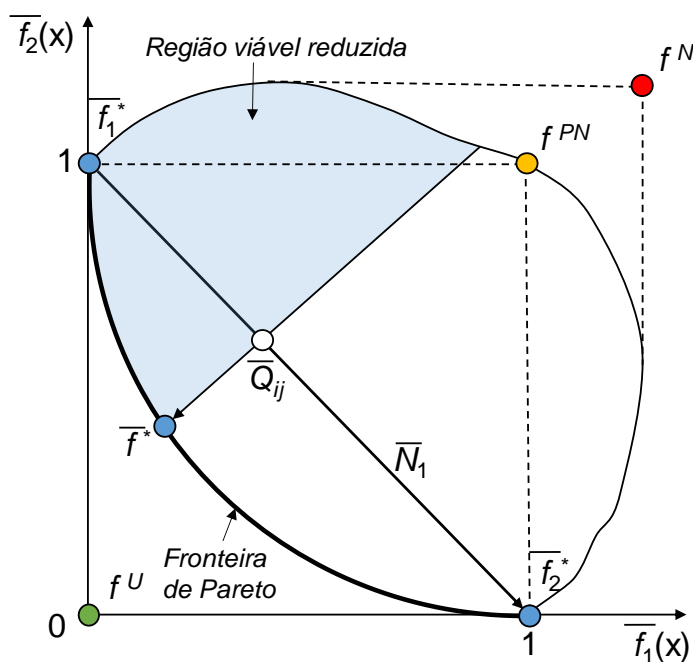


Figura 5.4. NNC bi-objetivo

5.5.1. Desenvolvimentos do método NNC

A formulação do método NNC nas Equações 5.18 a 5.19, com as restrições 5.14 a 5.16 relacionadas aos pesos, não garante que o conjunto de pontos gerados representarão a fronteira

de Pareto completa, para $m \geq 3$ funções objetivos (MESSAC; MATTSON, 2004). O mesmo problema ocorre com o método NBI (DENNIS, 1998; MESSAC; MATTSON, 2004). A Figura 5.5 ilustra esta dificuldade para $m = 3$, onde a região hachurada é não-factível, como consequência da definição dos pontos de âncora considerando os pontos de pseudo nadir (MESSAC; MATTSON, 2004; SANCHIS et al., 2008). Claramente, os vetores normais ao plano de utopia, considerando a restrição 5.19, não alcançarão os pontos nestas regiões externas ao espaço simplex. Para resolver tal limitação, o método NNC foi melhorado garantindo uma exploração aumentada da fronteira de Pareto (MESSAC; MATTSON, 2004). Para isto a restrição 5.15 deve ser relaxada, sendo substituída por $w_{ij}^l \leq w_{ij} \leq w_{ij}^u$, com os limites w_{ij}^l e w_{ij}^u obtidos na otimização formulada na Equação 5.20, sujeito às restrições das Equações 5.14, 5.16, 5.19 e 5.21. Este procedimento tem a finalidade de aumentar o plano (ou hiperplano) de utopia, afim de conseguir explorar a região hachurada da Figura 5.5. Neste caso, \bar{f} na restrição 5.21 é considerada uma variável adicional, independente de \mathbf{x} e a restrição 5.19 é feita estritamente normal, isto é, $\bar{N}_r^T (\bar{f} - \bar{Q}_{ij}) = 0$ (MESSAC; MATTSON, 2004).

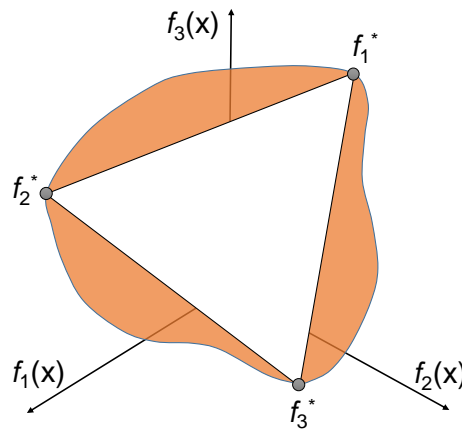


Figura 5.5. Soluções de Pareto não alcançáveis (região hachurada) pelo método NNC (Messac et al., 2003) e NBI (Das e Dennis, 1998)

$$w_{ij}^l = \min_{(w,f)} \{w_{ij}\} \quad (5.20)$$

sujeito a:

$$\bar{f}^* \leq \bar{f} \leq \bar{f}^N \quad (5.21)$$

Do mesmo modo, para obter w_{ij}^u , a maximização da formulação 5.20 deve ser realizada. Depois de obter os limites w_{ij}^l e w_{ij}^u , um novo conjunto de pontos \bar{Q}_{ij} , na extensão do hiperplano de utopia, considerando o mesmo espaçamento uniforme δ , deve ser obtido. Deste modo, o problema NNC na formulação da Equação 5.18, sujeito à restrição na Equação 5.19, deve ser realizado para cada novo ponto. Posteriormente à otimização, deve-se filtrar os pontos obtidos de forma que cada ponto Pareto ótimo não seja pior que o ponto de pseudo-nadir e nenhum ponto Pareto ótimo seja dominado por outro ou seja dominado por algum ponto de âncora (MESSAC; MATTSON, 2004). Este procedimento estendido pode ser nomeado como método normalizado da restrição normal aumentado (*augmented normalized normal constraint – ANNC*).

Outra limitação do NNC original (MESSAC *et al.*, 2003) está relacionada à definição do hiperplano de utopia (SANCHIS *et al.*, 2008). Considerando escalas distintas das funções objetivo, para o caso $m = 3$, a condição a seguir não é satisfeita:

$$\begin{aligned}\bar{f}_1(x_2^*) &= \bar{f}_1(x_3^*) \\ \bar{f}_2(x_1^*) &= \bar{f}_2(x_3^*) \\ \bar{f}_3(x_1^*) &= \bar{f}_3(x_2^*)\end{aligned}\tag{5.22}$$

Consequentemente, para $m = 3$, os pontos de âncora serão:

$$\begin{aligned}\bar{f}_1^* &= [\bar{f}_1(x_1^*), \bar{f}_2(x_1^*), \bar{f}_3(x_1^*)] \\ \bar{f}_2^* &= [\bar{f}_1(x_2^*), \bar{f}_2(x_2^*), \bar{f}_3(x_2^*)] \\ \bar{f}_3^* &= [\bar{f}_1(x_3^*), \bar{f}_2(x_3^*), \bar{f}_3(x_3^*)]\end{aligned}\tag{5.23}$$

A matriz *pay-off* na forma ideal da Equação 5.4 não é alcançada para $m \geq 3$, uma vez que nem todas as variáveis apresentam a mesma relação de *trade-off* aos pares e, portanto, os pontos de âncora não são equidistantes.

Se a condição da Equação M é satisfeita, então, os três pontos de âncora que correspondem às três colunas da matriz *pay-off* do caso $m = 3$, normalizados resultarão em $\bar{f}_1^* = [0, 1, 1]^T$, $\bar{f}_2^* = [1, 0, 1]^T$ e $\bar{f}_3^* = [1, 1, 0]^T$, conforme ilustrado na Figura 5.6. De maneira explícita, tem-se:

$$\begin{aligned}
\bar{f}_1^* &= [\bar{f}_1(x_1^*), \max\{\bar{f}_2(x_1^*), \bar{f}_3(x_1^*)\}, \max\{\bar{f}_2(x_1^*), \bar{f}_3(x_1^*)\}]^T = [0, 1, 1]^T \\
\bar{f}_2^* &= [\max\{\bar{f}_1(x_2^*), \bar{f}_3(x_2^*)\}, \bar{f}_2(x_2^*), \max\{\bar{f}_1(x_2^*), \bar{f}_3(x_2^*)\}]^T = [1, 0, 1]^T \\
\bar{f}_3^* &= [\max\{\bar{f}_1(x_3^*), \bar{f}_2(x_3^*)\}, \max\{\bar{f}_1(x_3^*), \bar{f}_2(x_3^*)\}, \bar{f}_3(x_3^*)]^T = [1, 1, 0]^T
\end{aligned} \tag{5.24}$$

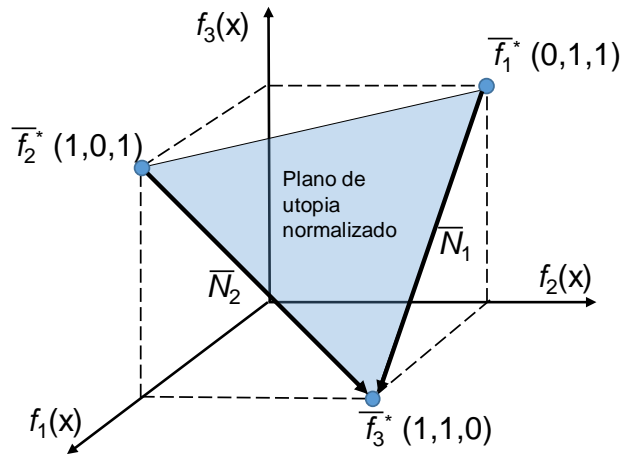


Figura 5.6. Plano de utopia normalizado para o ENNC, $m = 3$ (adaptado de SANCHIS, et al., 2008)

Para alcançar os pontos de âncora da Equação 5.24, considerando inicialmente os pontos de âncora da Equação 5.23, a seguinte transformação linear deve ser realizada (SANCHIS *et al.*, 2008):

$$\bar{f}_i^* = \mathbf{T}(f_i^* - f^U) \tag{5.25}$$

Para o caso $m = 3$ esta transformação é realizada conforme a seguir:

$$\begin{bmatrix} \bar{f}_1^* \\ \bar{f}_2^* \\ \bar{f}_3^* \end{bmatrix}_{9 \times 1} = \begin{bmatrix} \mathbf{T} & [0] & [0] \\ [0] & \mathbf{T} & [0] \\ [0] & [0] & \mathbf{T} \end{bmatrix}_{9 \times 9} \begin{bmatrix} f_1^* - f^U \\ f_2^* - f^U \\ f_3^* - f^U \end{bmatrix}_{9 \times 1} \tag{5.26}$$

Deste modo, o espaço objetivo normalizado, para $m = 3$, com $\|\bar{N}_1\| = \|\bar{N}_2\|$ e, conseqüentemente, $\eta_1 = \eta_2$, é ilustrado na Figura 5.6. A transformação proposta resulta no designado método normalizado da restrição normal melhorado (*enhanced normalized normal*

constraint - ENNC) (SANCHIS et al., 2008). O mesmo princípio pode ser aplicado ao método NBI (LOGIST; VAN IMPE, 2012). O método ENNC garante uma exploração melhor da fronteira de Pareto, mas a consequência da normalização considerando a pseudo nadir persiste (SANCHIS et al., 2008).

Martínez *et al.* (2007) discutiram algumas possibilidades de melhoria em relação à utilização do método NNC bi-objetivo. Foi avaliada a dependência em relação ao ponto inicial no espaço viável utilizado na otimização para alguns algoritmos numéricos, a dependência em relação à função que é selecionada para colocar no objetivo, a falta de memória do método em relação a pontos já encontrados. Os autores propõem a adição de uma nova restrição de forma que o método é forçado a melhorar a função que está na restrição e a utilização de algoritmo genético (*genetic algorithm* - GA) em detrimento de um algoritmo para otimização não-linear, visto que o último pode ser dependente do ponto inicial no espaço experimental e da função colocada no objetivo, de forma a não garantir que a solução seja Pareto ótima, enquanto que o GA por utilizar múltiplos pontos aleatórios na busca pode eliminar a necessidade de filtragem posteriormente à otimização. Entretanto, as modificações são restritas ao caso bi-objetivo.

Em outro trabalho com foco no algoritmo para resolução do método multi-objetivo NNC, Martinez *et al.* (2009) confirmaram a melhoria relacionada à utilização de GA em detrimento de algoritmos para otimização não-linear baseados no método de Gauss-Newton, mostrando que ao utilizar GA viabiliza-se a obtenção da fronteira equispaçada sem a necessidade de filtragem das soluções dominadas posteriormente. Porém, novamente os autores só fizeram a implementação para o caso bi-objetivo.

Boyce e Mattson (2008) observaram que o método NNC para o caso de fronteiras de Pareto não convexas acarreta algumas soluções iguais para pesos distintos, de forma que alguns subproblemas não resultam em informação nova sobre a fronteira de Pareto e *trade-off* entre as respostas avaliadas. Basicamente, enquanto no NNC original o espaço viável é aumentado a cada subproblema, a partir do deslocamento da restrição normal, na nova proposta os autores propõem partir inicialmente de todo o espaço viável e ir diminuindo-o a cada subproblema resolvido proporcionando a cada subproblema uma prova ou filtro, de forma que o próximo ponto será comparado com o obtido anteriormente e excluído caso não providencie uma solução Pareto ótima distinta. A proposta é uma forma diferente de solucionar o que Martínez *et al.* (2007) chamaram de falta de memória e resolveram adicionando uma nova restrição de melhoria da função da restrição em relação ao resultado do subproblema anterior.

Mueller-Gritschneider *et al.* (2009) propuseram uma abordagem sucessiva para obter a fronteira de Pareto. A ideia é obter a fronteira sucessivamente começando dos pontos de âncora,

das otimizações bi-objetivo e assim sucessivamente, preenchendo a fronteira ao final com as soluções com pesos diferentes de zero para todas as funções consideradas. Os autores mostram que, por exemplo para o caso $m = 3$, as três fronteiras bi-objetivo representam os limites do *trade-off* das três funções. Para cada otimização bi-objetivo realizada deve-se avaliar cada solução Pareto ótima na função remanescente e plotar as fronteiras limites no espaço $m = 3$. Posteriormente preenche-se a fronteira com as soluções considerando as três funções. O autor mostra que a proposta garante uma exploração maior em relação ao método NBI.

Motta *et al.* (2012) propuseram uma modificação nos métodos NBI e NNC para os casos $m \geq 3$ e superar a deficiência destes métodos na exploração do *trade-off* entre as funções nestes casos. A abordagem dos autores é similar a de Mueller-Gritschneider *et al.* (2009), porém utiliza os métodos NNC e NBI sucessivamente para preencher a fronteira de Pareto e obter as soluções Pareto ótimas associadas. O método é comparado com as abordagens originais do NBI e NNC e com a proposta de Messac e Mattson (2004) que também propõem uma exploração aumentada do espaço multi-objetivo, porém a alto custo computacional e com geração de muitas soluções não Pareto ótimas ou duplicadas, de forma que após a filtragem muitos subproblemas resolvidos são desconsiderados, conforme afirmam Vallerio *et al.* (2015). A proposta de Motta *et al.* (2012) apresentou resultados superiores em relação às abordagens anteriores comparadas.

Logist e Van Impe (2012) estudaram os métodos NBI, NNC e ENNC teoricamente, mostrando a equivalência entre os métodos NBI e ENNC, exceto no sinal da restrição normal e considerando a utilização da matriz *pay-off* transformada, conforme Equação 5.4 segundo a transformação proposta na Equação 5.25 para ambos os métodos. Logicamente, sem esta transformação o NBI não consegue a mesma exploração do ENNC. Os autores mostraram a equivalência dos métodos no espaço normalizado a partir das condições de otimalidade de *karush-kuhn-tucker* (KKT). Os autores concluíram que, enquanto o NBI é invariável em relação à função escolhida para o objetivo, o ENNC pode apresentar pontos diferentes dependendo da função colocada no objetivo. Todos os métodos podem apresentar soluções não ótimas, mas o NNC e o ENNC irão produzir um número menor de soluções dominadas devido a restrição ser de desigualdade, enquanto o NBI é de igualdade. Baseado em tais considerações os autores recomendam o método ENNC como método para resolução de problemas multi-objetivo, lembrando da necessidade de filtrar as soluções candidatas a Pareto ótimas.

Hancock e Mattson (2013) propuseram o método NNC inteligente (*smart normalized normal constraint* - SNNC), com a finalidade de fornecer o número de soluções Pareto ótimas suficientes para representar o *trade-off* das funções consideradas. Os autores propõem uma formulação que obtém de maneira direta um conjunto de soluções Pareto ótimas inteligentes,

isto é, que de fato representam o *trade-off*, com mudança significativa nas soluções. A busca direta é realizada considerando regiões do espaço multi-objetivo que de fato podem produzir soluções Pareto ótimas, isto é, que de fato representam alto *trade-off* entre as respostas. Apesar de discutir teoricamente o caso $m \geq 3$, não implementam algum caso desta ordem nos exemplos numéricos considerados.

Li *et al.* (2015) propuseram o método NNC por partes (*piecewise normalized normal constraint* - PNNC). O método propõem a divisão da fronteira de Pareto em quatro partes e nestas quatro partes são considerados os pontos de âncora como os extremos destas quatro partes e a partir destes são definidas as linhas de utopia reduzidas, de forma a minimizar a inclinação entre a linha tangente de cada solução na fronteira e a linha de utopia. Os autores comparam o método PNNC com o NNC e WS mostrando as vantagens da nova implementação, porém apenas no caso bi-objetivo.

Vallerio *et al.* (2015) propuseram os métodos NBI e ENNC iterativos baseados em considerações geométricas. Os autores criticam a abordagem ANNC de Messac e Mattson (2004) para expandir o hiperplano de utopia e obter uma exploração completa da fronteira de Pareto devido ao alto custo computacional para completar a fronteira sendo necessária a resolução de diversos subproblemas que retornarão diversas soluções não factíveis. Os autores propõem a extensão da região do plano de utopia - espaço simplex, a partir do método denominado de extensão geométrica iterativa. Os autores aplicaram o método em exemplos com $m = 3$ e $m = 4$ funções objetivos e enfatizam que o método não garante a exploração completa da fronteira de Pareto e não tem este objetivo, mas gradualmente estende a exploração da fronteira com custo computacional baixo.

Ghane-Kanafi e Khorram (2015) afirmaram que o método NBI tem por fim a obtenção de pontos na fronteira e não soluções Pareto ótimas. Os autores propuseram um método baseado na mudança iterativa da linha (plano) de utopia, parecido com o PNNC. Os autores demonstraram a efetividade do método em obter soluções equispaçadas em fronteiras convexas e não convexas excluindo as regiões dominadas.

Os métodos ANNC e ENNC podem ser mesclados para garantir uma exploração completa da Fronteira de Pareto. O método foi denominado de método normalizado da restrição normal aumentado e melhorado (*augmented-enhanced normalized normal constraint* - AENNC) e consiste na utilização do ENNC inicialmente com posterior aumento da região do hiperplano de utopia, ANNC (PEREIRA *et al.*, 2017b).

Em relação às aplicações dos métodos, em muitos casos os métodos são aplicados aos mesmos problemas multi-objetivos com a finalidade de comparação com estudos anteriores.

Porém, em alguns estudos novos problemas teóricos ou experimentais são abordados. Sanchis *et al.* (2008) aplicaram o método ENNC ao problema teórico de otimização da caixa de velocidade, com o objetivo de minimizar o volume do redutor de velocidade e a tensão nos eixos 1 e 2, e ao problema teórico de armadura de três barras, amplamente usado como exemplo em otimização multi-objetivo, similar ao otimizado por Messac e Mattson (2004) pelo método ANNC. Martínez *et al.* (2009) propuseram a resolução do problema de armadura de quatro barras porém para casos bi-objetivos, conjugando pares de objetivos diferentes, de forma a obter fronteiras convexas e não convexas e comparar o método proposto GA-NNC com o NNC original. Logist e Van Impe (2012) aplicaram os métodos NBI, NNC e ENNC nos mesmos exemplos teóricos estudados por Messac e Mattson (2003) e por Das e Dennis (1998), além da otimização teórica do reator tubular revestido em condições estacionárias.

O método NNC foi aplicado na otimização do controlador PI descentralizado do gasificador de carvão por Kotteeswaran e Sivakumar (2013), na otimização da simulação de futebol de robôs por Haris (2014) e no problema de congestionamento de transmissão de energia por Hosseini *et al.* (2016). Li *et al.* (2015) aplicaram o método PNNC no problema de minimização do desvio de tensão e perda de energia ativa em um sistema de energia híbrido AC-DC. Pereira *et al.* (2017b) aplicaram o método AENNC na otimização do fresamento helicoidal da liga de alumínio aeronáutico 7075.

5.5.2. Desenvolvimento algébrico do método ENNC

O método ENNC pode ser desenvolvido de maneira algébrica para facilitar o entendimento da restrição normal. Deste modo, pode-se fazer o desenvolvimento do método para os casos, $m = 2$, $m = 3$ e $m > 3$, de modo a generalizar o método de maneira algébrica. É importante enfatizar que para o caso bi-objetivo o método NNC, assim como o NBI, não apresenta problema de exploração da fronteira de Pareto, sendo desnecessárias as implementações do ENNC, ANNC e AENNC. Portanto, considerando a formulação nas Equações 5.18 e 5.19, o método NNC para o caso bi-objetivo pode ser formulado conforme segue.

$$\begin{aligned} & \underset{(x \in \Omega)}{\text{Min}} \quad \{\bar{f}_2\} \\ & \text{Sujeito a :} \\ & \quad \bar{N}_1^T (\bar{f} - \bar{Q}_{ij}) \leq 0 \end{aligned} \tag{5.27}$$

Como no caso bi-objetivo, isto é, $m = 2$, há apenas uma restrição normal, $r = 1$. De maneira explícita o vetor linha de utopia \bar{N}_1 , utilizando a Equação 5.11, pode ser desenvolvido conforme segue.

$$\begin{aligned}\bar{N}_1 &= \bar{f}_2^* - \bar{f}_1^* \\ \bar{N}_1 &= \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ \bar{N}_1 &= \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}\end{aligned}\tag{5.28}$$

O vetor que liga o ponto na linha de utopia até o ponto procurado na fronteira, $\bar{f} - \bar{Q}_{ij}$, para $m = 2$, sabendo que \bar{f} é o vetor de funções objetivo normalizadas e \bar{Q}_{ij} é o ponto na linha de utopia que define a importância atribuída a cada função objetivo, segundo a Equação 5.14, pode ser descrito algebricamente de acordo com o desenvolvimento a seguir.

$$\begin{aligned}\bar{f} - \bar{Q}_{ij} &= \begin{bmatrix} \bar{f}_1 \\ \bar{f}_2 \end{bmatrix} - \sum_{i=1}^2 w_{ij} \cdot \bar{f}_i^* = \begin{bmatrix} \bar{f}_1 \\ \bar{f}_2 \end{bmatrix} - (w_{1j} \times \bar{f}_1^* + w_{2j} \times \bar{f}_2^*) \\ \bar{f} - \bar{Q}_{ij} &= \begin{bmatrix} \bar{f}_1 \\ \bar{f}_2 \end{bmatrix} - \left(w_{1j} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + w_{2j} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} \bar{f}_1 \\ \bar{f}_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 + w_{2j} \\ w_{1j} + 0 \end{bmatrix} \\ \bar{f} - \bar{Q}_{ij} &= \begin{bmatrix} \bar{f}_1 - w_{2j} \\ \bar{f}_2 - w_{1j} \end{bmatrix}\end{aligned}\tag{5.29}$$

Portanto, usando os resultados das Equações 5.28 e 5.29, a restrição normal para $m = 2$ tem-se:

$$\begin{aligned}\bar{N}_1^T (\bar{f} - \bar{Q}_{ij}) &\leq 0 \\ \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{f}_1 - w_{2j} \\ \bar{f}_2 - w_{1j} \end{bmatrix} &\leq 0 \\ (\bar{f}_1 - w_{2j}) - (\bar{f}_2 - w_{1j}) &\leq 0 \\ \bar{f}_1 - \bar{f}_2 + w_{1j} - w_{2j} &\leq 0\end{aligned}\tag{5.30}$$

Sabendo que a soma dos pesos é unitária, $w_{1j} + w_{2j} = 1$, de modo que, $w_{2j} = 1 - w_{1j}$, pode-se reescrever a restrição da Equação 5.30 conforme segue na Equação 5.31, mostrando que o método NNC bi-objetivo é uma relaxação do método NBI bi-objetivo. A generalização da equivalência dos métodos NBI e ENNC foi feita por Logist e Van Impe (2012), mostrando que os dois métodos correspondem e fornecem as mesmas soluções se realizada a transformação da *pay-off* também para o NBI e se a restrição do ENNC está ativa, porém esta demonstração não será aqui detalhada, uma vez que na presente tese o NNC e suas variações serão utilizados como método de otimização multi-objetivo.

$$\begin{aligned} \bar{f}_1 - \bar{f}_2 + w_{1j} - (1 - w_{1j}) &\leq 0 \\ \bar{f}_1 - \bar{f} + 2w_{1j} - 1 &\leq 0 \end{aligned} \quad (5.31)$$

Deste modo, o método NNC bi-objetivo pode ser formulado de maneira explícita conforme segue.

$$\begin{aligned} \underset{(x \in \Omega)}{\text{Min}} \quad & \{\bar{f}_2\} \\ \text{Sujeito a :} & \\ & \bar{f}_1 - \bar{f}_2 + w_{1j} - w_{2j} \leq 0 \end{aligned} \quad (5.32)$$

Para o caso $m = 3$ há dois vetores linha de utopia no plano de utopia, pois $m - 1 = 2$, logo $r = 1, 2$, conforme ilustrado na Figura 5.5. Logo, considerando-se a transformação na matriz *pay-off* proposta por Sanchis *et al.* (2008) segundo a Equação 5.25, o vetor \bar{N}_1 pode ser expresso de maneira algébrica conforme expõem-se a seguir.

$$\begin{aligned} \bar{N}_1 &= \bar{f}_3^* - \bar{f}_1^* \\ \bar{N}_1 &= \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \\ \bar{N}_1 &= \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.33)$$

De maneira similar, o vetor linha de utopia \bar{N}_2 é expresso conforme segue.

$$\begin{aligned}\bar{N}_2 &= \bar{f}_3^* - \bar{f}_2^* \\ \bar{N}_2 &= \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ \bar{N}_2 &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}\end{aligned}\tag{5.34}$$

O vetor $\bar{f} - \bar{Q}_{ij}$, para o caso $m = 3$, é expresso de maneira explícita a seguir.

$$\begin{aligned}\bar{f} - \bar{Q}_{ij} &= \begin{bmatrix} \bar{f}_1 \\ \bar{f}_2 \end{bmatrix} - \sum_{i=1}^2 w_{ij} \cdot \bar{f}_i^* = \begin{bmatrix} \bar{f}_1 \\ \bar{f}_2 \end{bmatrix} - (w_{1j} \times \bar{f}_1^* + w_{2j} \times \bar{f}_2^* + w_{3j} \times \bar{f}_3^*) \\ \bar{f} - \bar{Q}_{ij} &= \begin{bmatrix} \bar{f}_1 \\ \bar{f}_2 \\ \bar{f}_3 \end{bmatrix} - \left(w_{1j} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + w_{2j} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + w_{3j} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} \bar{f}_1 \\ \bar{f}_2 \\ \bar{f}_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 + w_{2j} + w_{3j} \\ w_{1j} + 0 + w_{3j} \\ w_{1j} + w_{2j} + 0 \end{bmatrix} \\ \bar{f} - \bar{Q}_{ij} &= \begin{bmatrix} \bar{f}_1 - w_{2j} - w_{3j} \\ \bar{f}_2 - w_{1j} - w_{3j} \\ \bar{f}_3 - w_{1j} - w_{2j} \end{bmatrix}\end{aligned}\tag{5.35}$$

A primeira restrição normal pode ser desenvolvida considerando os resultados das Equações 5.33 e 5.35, sendo expressa na Equação 5.36.

$$\begin{aligned}\bar{N}_1^T (\bar{f} - \bar{Q}_{ij}) &\leq 0 \\ [1 \quad 0 \quad -1] \begin{bmatrix} \bar{f}_1 - w_{2j} - w_{3j} \\ \bar{f}_2 - w_{1j} - w_{3j} \\ \bar{f}_3 - w_{1j} - w_{2j} \end{bmatrix} &\leq 0 \\ (\bar{f}_1 - w_{2j} - w_{3j}) - (\bar{f}_3 - w_{1j} - w_{2j}) &\leq 0 \\ \bar{f}_1 - \bar{f}_3 + w_{1j} - w_{3j} &\leq 0\end{aligned}\tag{5.36}$$

A segunda restrição normal pode ser desenvolvida considerando os resultados das Equações 5.34 e 5.35, sendo expressa na Equação 5.37.

$$\begin{aligned}
\bar{N}_2^T (\bar{f} - \bar{Q}_{ij}) &\leq 0 \\
\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} &\begin{bmatrix} \bar{f}_1 - w_{2j} - w_{3j} \\ \bar{f}_2 - w_{1j} - w_{3j} \\ \bar{f}_3 - w_{1j} - w_{2j} \end{bmatrix} \leq 0 \\
(\bar{f}_2 - w_{1j} - w_{3j}) - (\bar{f}_3 - w_{1j} - w_{2j}) &\leq 0 \\
\bar{f}_2 - \bar{f}_3 + w_{2j} - w_{3j} &\leq 0
\end{aligned} \tag{5.37}$$

Portanto, o método ENNC para $m = 3$, pode ser formulado conforme segue. Logicamente tal formulação pode ser aplicada ao AENNC, bastando apenas relaxar a restrição dos pesos, de forma que os pesos se encontrem no intervalo $w_{ij}^l \leq w_{ij} \leq w_{ij}^u$, sendo tais limites encontrados através da otimização proposta na Equação 5.20.

$$\begin{aligned}
&\underset{(x \in \Omega)}{\text{Min}} \quad \{\bar{f}_3\} \\
&\text{Sujeito a :} \\
&\quad \bar{f}_1 - \bar{f}_3 + w_{1j} - w_{3j} \leq 0 \\
&\quad \bar{f}_2 - \bar{f}_3 + w_{2j} - w_{3j} \leq 0
\end{aligned} \tag{5.38}$$

Para generalizar a formulação do método ENNC/AENNC, seja o vetor genérico \bar{N}_1 , de ordem m , conforme segue.

$$\begin{aligned}
\bar{N}_1 &= \bar{f}_m^* - \bar{f}_1^* \\
\bar{N}_1 &= \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\bar{N}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (5.39)$$

De maneira genérica, portanto, o vetor \bar{N}_r , $r = 1, \dots, m - 1$, pode ser expresso a seguir:

$$\bar{N}_r = \bar{f}_m^* - \bar{f}_r^*$$

$$\bar{N}_r = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\bar{N}_r = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (5.40)$$

Pode-se observar, portanto, que o vetor linha de utopia genérico \bar{N}_r , tem valor 1 no r -ésimo elemento, -1 no m -ésimo e último elemento e 0 nos demais elementos. Da mesma forma, pode-se generalizar o vetor $\bar{f} - \bar{Q}_{ij}$ para um problema de otimização multi-objetivo genérico com m funções, conforme segue.

$$\begin{aligned}
\bar{f} - \bar{Q}_{ij} &= \begin{bmatrix} \bar{f}_1 \\ \bar{f}_2 \\ \vdots \\ \bar{f}_i \\ \vdots \\ \bar{f}_{m-1} \\ \bar{f}_m \end{bmatrix} - \sum_{i=1}^2 w_{ij} \cdot \bar{f}_i^* \\
\bar{f} - \bar{Q}_{ij} &= \begin{bmatrix} \bar{f}_1 \\ \bar{f}_2 \\ \vdots \\ \bar{f}_i \\ \vdots \\ \bar{f}_{m-1} \\ \bar{f}_m \end{bmatrix} - (w_{1j} \times \bar{f}_1^* + w_{2j} \times \bar{f}_2^* + \cdots + w_{ij} \times \bar{f}_i^* \cdots + w_{(m-1)j} \times \bar{f}_{(m-1)}^* + w_{mj} \times \bar{f}_m^*) \\
\bar{f} - \bar{Q}_{ij} &= \begin{bmatrix} \bar{f}_1 \\ \bar{f}_2 \\ \vdots \\ \bar{f}_r \\ \vdots \\ \bar{f}_{m-1} \\ \bar{f}_m \end{bmatrix} - \left(w_{1j} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + w_{2j} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \cdots + w_{ij} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \cdots + w_{(m-1)j} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + w_{mj} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right) \\
\bar{f} - \bar{Q}_{ij} &= \begin{bmatrix} \bar{f}_1 \\ \bar{f}_2 \\ \vdots \\ \bar{f}_i \\ \vdots \\ \bar{f}_{m-1} \\ \bar{f}_m \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 + w_{2j} + \cdots + w_{ij} + \cdots + w_{(m-1)j} + w_{mj} \\ w_{1j} + 0 + \cdots + w_{ij} + \cdots + w_{(m-1)j} + w_{mj} \\ \vdots \\ w_{1j} + w_{2j} + \cdots + 0 + \cdots + w_{(m-1)j} + w_{mj} \\ \vdots \\ w_{1j} + w_{2j} + \cdots + w_{ij} + \cdots + 0 + w_{mj} \\ w_{1j} + w_{2j} + \cdots + w_{ij} + \cdots + w_{(m-1)j} + 0 \end{bmatrix} \\
\bar{f} - \bar{Q}_{ij} &= \begin{bmatrix} \bar{f}_1 - (0 + w_{2j} + \cdots + w_{ij} + \cdots + w_{(m-1)j} + w_{mj}) \\ \bar{f}_2 - (w_{1j} + 0 + \cdots + w_{ij} + \cdots + w_{(m-1)j} + w_{mj}) \\ \vdots \\ \bar{f}_i - (w_{1j} + w_{2j} + \cdots + 0 + \cdots + w_{(m-1)j} + w_{mj}) \\ \vdots \\ \bar{f}_{m-1} - (w_{1j} + w_{2j} + \cdots + w_{ij} + \cdots + 0 + w_{mj}) \\ \bar{f}_m - (w_{1j} + w_{2j} + \cdots + w_{ij} + \cdots + w_{(m-1)j} + 0) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{5.41}$$

Tomando os resultados das Equações 5.40 e 5.41 pode-se obter algebricamente o r -ésimo vetor normal a seguir:

$$\begin{aligned}
\bar{N}_r^T (\bar{f} - \bar{Q}_{ij}) &\leq 0 \\
[0 \quad 0 \quad \dots \quad 1 \quad \dots \quad 0 \quad -1] &\begin{bmatrix} \bar{f}_1 - (0 + w_{2j} + \dots + w_{ij} + \dots + w_{(m-1)j} + w_{mj}) \\ \bar{f}_2 - (w_{1j} + 0 + \dots + w_{ij} + \dots + w_{(m-1)j} + w_{mj}) \\ \vdots \\ \bar{f}_i - (w_{1j} + w_{2j} + \dots + 0 + \dots + w_{(m-1)j} + w_{mj}) \\ \vdots \\ \bar{f}_{m-1} - (w_{1j} + w_{2j} + \dots + w_{ij} + \dots + 0 + w_{mj}) \\ \bar{f}_m - (w_{1j} + w_{2j} + \dots + w_{ij} + \dots + w_{(m-1)j} + 0) \end{bmatrix} \leq 0 \\
[\bar{f}_r - (w_{1j} + w_{2j} + \dots + 0 + \dots + w_{(m-1)j} + w_{mj})] - & \\
[\bar{f}_m - (w_{1j} + w_{2j} + \dots + w_{ij} + \dots + w_{(m-1)j} + 0)] &\leq 0 \\
\bar{f}_r - \bar{f}_m + w_{rj} - w_{mj} &\leq 0
\end{aligned} \tag{5.42}$$

Convém explicar que os vetores \bar{N}_r e $\bar{f} - \bar{Q}_{ij}$ são de ordem m , $i = 1, \dots, m$. Porém, não há m vetores linha de utopia, mas apenas $m - 1$, $r = 1, \dots, m - 1$, uma vez que estes $m - 1$ vetores apontam para o m -ésimo ponto de âncora. Logo, apesar do desenvolvimento geral para o vetor normal exposto acima ter usado inicialmente o contador i , dado as dimensões dos vetores \bar{N}_r e $\bar{f} - \bar{Q}_{ij}$, no final da demonstração realizou-se a troca para r , uma vez que tal vetor para a m -ésima função objetivo é nulo, isto é, $\bar{N}_m = \bar{f}_m^* - \bar{f}_m^*$ é, logicamente, um vetor nulo.

Dada a transformação dos pontos de âncora segundo a Equação 5.25 e, consequentemente, da matriz *pay-off* de forma que esta ao ser normalizada se apresente na forma da Equação 5.4, é prudente ao utilizar-se os métodos ENNC e AENNC obter os pontos de âncora a partir das otimizações das m funções objetivo consideradas de maneira individual e usar os pontos de âncora transformados para obter as demais soluções ótimas de Pareto.

Logo, de maneira genérica, o método ENNC pode ser expresso algebricamente conforme a Equação 5.43. Logicamente, aumentando-se a região do plano ou hiperplano de utopia aplica-se a mesma formulação para o método AENNC.

$$\begin{aligned}
& \underset{(x \in \Omega)}{\text{Min}} \quad \{\bar{f}_m\} \\
& \text{Sujeito a :} \\
& \quad \bar{f}_r - \bar{f}_m + w_{rj} - w_{mj} \leq 0, r = 1, \dots, m-1
\end{aligned} \tag{5.43}$$

De maneira explícita a formulação algébrica do ENNC genérico fica:

$$\begin{aligned}
& \underset{(x \in \Omega)}{\text{Min}} \quad \{\bar{f}_m\} \\
& \text{Sujeito a :} \\
& \quad \bar{f}_1 - \bar{f}_m + w_{1j} - w_{mj} \leq 0 \\
& \quad \vdots \\
& \quad \bar{f}_r - \bar{f}_m + w_{rj} - w_{mj} \leq 0 \\
& \quad \vdots \\
& \quad \bar{f}_{m-1} - \bar{f}_m + w_{(m-1)j} - w_{mj} \leq 0
\end{aligned} \tag{5.44}$$

5.5.3. Condições de otimalidade para o método NNC

Um ponto estacionário restrito, o qual consiste em uma solução ótima de Pareto, para o método ENNC deve satisfazer as condições de otimalidade de primeira ordem ou condições de otimalidade KKT. Considerando a formulação do NNC na Equação 5.18 sujeito à restrição normal da Equação 5.19 e os avanços que resultam no método ENNC, pode-se desenvolver a função lagrangeana considerando a restrição normal do método. Considerando que a restrição de espaço amostral $\mathbf{x} \in \Omega$ pode ser descrita considerando um conjunto de restrições de igualdade $h(\mathbf{x}) = 0, l = 1, \dots, s$, e de desigualdade $g(\mathbf{x}) \leq 0, q = 1, \dots, t$, pode-se implementar o lagrangeano levando em consideração tais restrições particulares a problemas específicos.

A função lagrangeana para o método ENNC pode ser descrita conforme a Equação 5.45, onde \mathbf{v} , $\boldsymbol{\tau}$ e $\boldsymbol{\zeta}$ são os vetores de multiplicadores de Lagrange para as restrições de igualdade, desigualdade e para a restrição normal, respectivamente (LOGIST e VAN IMPE, 2012). Para encontrar a solução ótima \mathbf{x}^* com os multiplicadores de Lagrange ótimos associados \mathbf{v}^* , $\boldsymbol{\tau}^*$ e $\boldsymbol{\zeta}^*$, deve-se satisfazer as condições KKT da Equação 5.45.

$$L(\mathbf{x}, \mathbf{v}, \boldsymbol{\tau}, \boldsymbol{\zeta}) = \bar{f}_m(\mathbf{x}) + \sum_{l=1}^s v_l h_l(\mathbf{x}) + \sum_{q=1}^t \tau_q g(\mathbf{x}) + \sum_{r=1}^{m-1} \zeta_r \bar{N}_r^T (\bar{f} - \bar{Q}_{ij}) \tag{5.45}$$

$$\begin{aligned}
\nabla_{\mathbf{x}} L(\mathbf{x}^*, \mathbf{v}^*, \boldsymbol{\tau}^*, \boldsymbol{\zeta}^*) &= \nabla \bar{f}_m(\mathbf{x}^*) + \sum_{l=1}^s v_l^* \nabla h_l(\mathbf{x}^*) + \sum_{q=1}^t \tau_q^* \nabla g_q(\mathbf{x}^*) + \sum_{r=1}^{m-1} \zeta_r^* \nabla \bar{N}_r^T(\bar{f} - \bar{Q}_{ij}) = \mathbf{0} \\
\mathbf{h}(\mathbf{x}^*) &= \mathbf{0} \\
\mathbf{g}(\mathbf{x}^*) &\leq \mathbf{0} \\
\boldsymbol{\tau}^* &\geq \mathbf{0} \\
\boldsymbol{\tau}^{*T} \mathbf{g}(\mathbf{x}^*) &= 0 \\
\bar{N}_r^T(\bar{f} - \bar{Q}_{ij}) &= 0, r=1, \dots, m-1
\end{aligned} \tag{5.46}$$

5.6. Critérios de preferência entre as solução Pareto ótimas

Em otimização multi-objetivo, depois de obter e filtrar o conjunto de soluções ótimas de Pareto, é importante ranquear as soluções de forma a escolher aquela que mais se aproxima dos requisitos desejados. Diferentes critérios matemáticos podem ser empregados para ranquear as soluções Pareto ótimas. Entretanto, é importante enfatizar que para cada situação de planejamento a preferência do experimentador pode ser refletida por uma solução Pareto ótima diferente, segundo o peso atribuído às respostas na otimização multi-objetivo ou segundo os valores obtidos das respostas na otimização multi-objetivo.

5.6.1. Erro percentual global e entropia

O erro percentual global (EPG) é uma medida que mede a soma dos erros percentuais das respostas consideradas em relação aos ótimos individuais, conforme a Equação 5.57. Certamente, deseja-se minimizar o erro percentual global em relação às m respostas consideradas na otimização multi-objetivo.

$$GPE = \sum_{i=1}^m \left| \frac{y_i^*}{T_i} - 1 \right| \tag{5.57}$$

A entropia proposta por Shannon (1948) é uma medida de diversificação podendo ser aplicada para ranquear soluções Pareto ótimas. A entropia, Ξ , é calculada conforme a Equação 5.58, considerando para cada subproblema os pesos das m funções objetivos otimizadas.

$$\Xi = - \sum_{i=1}^m w_i \ln(w_i) \tag{5.58}$$

Com a finalidade de simultaneamente minimizar o erro percentual e maximizar a entropia, Campos (2015) propôs a utilização de um novo critério baseado em ambas, e maximização da razão entre entropia e EPG, conforme Equação 5.59.

$$\Xi/EPG = \frac{-\sum_{i=1}^m w_i \ln(w_i)}{\sum_{i=1}^m \left| \frac{y_i^*}{T_i} - 1 \right|} \quad (5.59)$$

5.7. Considerações finais do capítulo

Este capítulo abordou o tema otimização multi-objetivo, o método NNC na forma matricial e algébrica, seus desenvolvimentos, além das condições de otimalidade. O capítulo seguinte propõe o método utilizado neste Tese para otimizar o aço ABNT/AISI H13 endurecido considerando as metodologias apresentadas neste capítulo e nos anteriores.

6. OTIMIZAÇÃO ROBUSTA MULTI-OBJETIVO ATRAVÉS DO MÉTODO DA RESTRIÇÃO NORMAL

A presente tese tem o propósito de estudar e otimizar o processo de fresamento helicoidal para obtenção de furos no aço H13 endurecido. Entretanto, a metodologia sugerida pode ser aplicada a outros trabalhos de otimização experimentais com características similares.

O processo de fresamento helicoidal é controlado por parâmetros de corte específicos e influenciado por variáveis de ruído. Com a finalidade de garantir economia na experimentação um arranjo CCD combinado é utilizado contendo variáveis de controle e ruído. Modelos de resposta são obtidos para as respostas originais de força, forma e rugosidade. A resposta determinística taxa de remoção de material também é considerada. A partir do modelo de resposta as equações de média e variância são obtidas e a função do erro quadrático médio é modelada. A otimização do erro quadrático médio das respostas originais é realizada. A otimização da resposta determinística também é realizada. Com a finalidade de selecionar respostas com menor similaridade entre si a análise hierárquica e avaliação do ajuste estatístico dos modelos de resposta é realizada. O método de otimização multi-objetivo normalizado da restrição normal é aplicado nas respostas consideradas, com a finalidade de obter uma fronteira de Pareto bem distribuída.

Com a finalidade de obter uma solução mais diversa e com menor erro percentual global, a razão entre entropia e EPG é maximizada. Por fim experimentos de confirmação são realizados para confirmar o método e garantir níveis ótimos para as respostas avaliadas do processo de fresamento helicoidal.

A Figura 6.1 ilustra o fluxograma do método de modelagem e otimização robusta multi-objetivo proposto para otimizar o processo de fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 no estado endurecido. O fluxograma foi dividido em 7 etapas identificadas pelas letras de A até F. Cada uma das etapas consta de uma ou mais atividades identificadas pela letra minúscula correspondente à etapa seguida de um número de identificação da atividade.

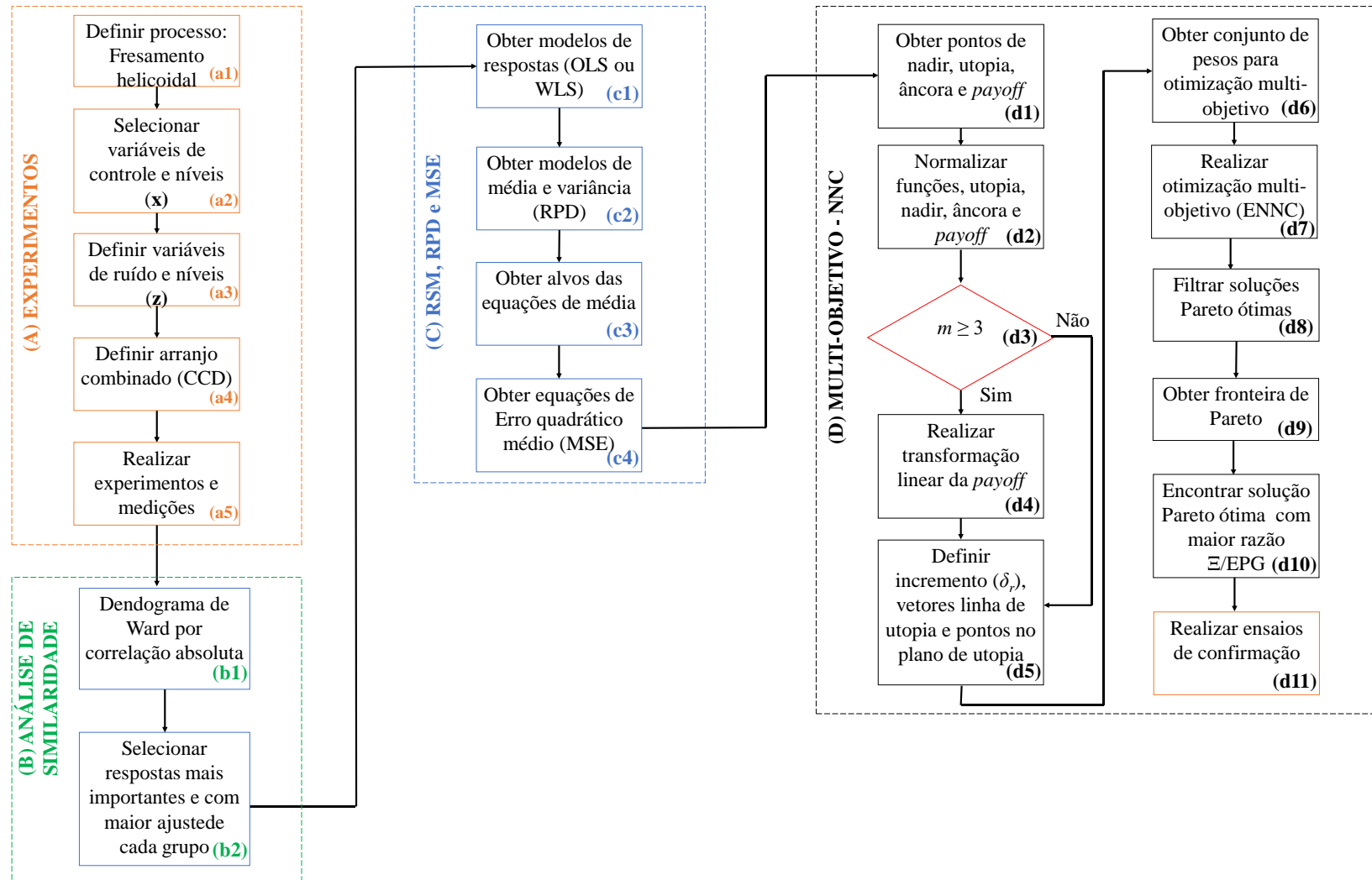


Figura 6.1. Fluxograma do método MMSE- ENNC

A etapa A consiste na realização dos experimentos. A atividade a1 consiste na definição do processo de fabricação estudado, o fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 endurecido. Este processo foi escolhido dada a possibilidade de obter furos acabados em um material de difícil usinabilidade em uma única operação. A atividade a2 consiste na seleção das variáveis de controle e os níveis de variação destes parâmetros. Os parâmetros selecionados foram a velocidade de corte (v_c) e os avanços axial (f_{za}) e tangencial (f_{zt}) por dente. A velocidade de corte é uma variável de controle importante na usinagem e tem influência na produtividade, temperatura, vida da ferramenta, entre outras respostas. A escolha de controlar os avanços derivados da decomposição da velocidade de avanço helicoidal reside na possibilidade de viabilizar a avaliação do efeito do corte tangencial e do corte frontal no fresamento helicoidal. Os níveis das variáveis de controle foram definidos considerando ensaios preliminares e respeitando a restrição da fresa de profundidade de corte máxima $a_{p(max)}$.

A atividade a3 consiste na seleção das variáveis de ruído. As variáveis de ruído foram selecionadas considerando a tarefa de obtenção de furos por fresamento helicoidal em aços endurecidos. O comprimento em balanço (*tool overhang length*) l_{to} foi considerado um fator de ruído por não depender da escolha do experimentador, mas da geometria usinada, de forma a evitar colisões. O comprimento em balanço pode influenciar na vibração da ferramenta, deflexão e, conseqüentemente, acarretar desvios de forma e acabamento. É imprescindível buscar níveis das variáveis de controle que minimizem a influência da variação do comprimento em balanço nas respostas estudadas.

A dureza do material (*hardness*) h_d foi considerada como fator de ruído por ser um fator que pode variar devido às características metalúrgicas do material e devido ao tratamento térmico realizado. O aço ABNT/AISI H13 é temperado e o objetivo é tentar tornar o processo robusto à variação desta variável considerando a faixa de dureza da usinagem dura. A altura medida no furo (*borehole height*) l_b foi considerada uma variável de ruído dadas as características do processo de fresamento helicoidal. No processo de fresamento helicoidal a força radial pode causar a deflexão da fresa e, conseqüentemente, estar correlacionada com desvios de forma e dimensão. A deflexão pode aumentar à medida que a área de contato entre a fresa e o furo aumenta. O objetivo de fixar a altura a ser medida na superfície do furo como fator de ruído é obter um furo homogêneo do início ao fim, com níveis das variáveis de controle que possibilitem um furo com mínima variação de qualidade.

A atividade a4 consiste na definição do planejamento experimental. O arranjo utilizado foi um CCD combinando variáveis de controle e ruído visando economia na experimentação e ótimas propriedades de previsão. Foi utilizado um CCD contendo um fatorial fracionado com

resolução V para as variáveis de controle e ruído, níveis axiais para as variáveis de controle e pontos centrais para obter uma estimativa livre do erro experimental. A última atividade da etapa a5 consiste na realização dos experimentos de fresamento helicoidal e as medições das respostas consideradas. Os ensaios foram conduzidos em ordem aleatória de forma a minimizar o erro experimental decorrente de outras variáveis de ruído desconsiderados por serem desconhecidos ou por impossibilidade de serem controlados. Durante cada ensaio foram adquiridas as componentes ortogonais da força de usinagem no sistema de coordenadas da peça. A rugosidade, circularidade e cilindricidade foram medidas após os ensaios. Mais detalhes sobre a etapa A serão dados no capítulo 8 sobre o procedimento experimental.

A etapa B versa sobre a análise de similaridade entre as respostas com a finalidade de escolher as respostas mais representativas de cada grupo para realizar a otimização multi-objetivo. Utilizando o dendograma de Ward com a correlação absoluta como medida de distância, as respostas são agrupadas hierarquicamente segundo as correlações medidas aos pares. Para cada grupo de variáveis altamente correlacionadas elecandas pelo dendograma seleciona-se a resposta mais importante do processo de fresamento helicoidal e/ou com maior ajuste do modelo de resposta. Espera-se que o dendograma agrupe as respostas em grupos segundo as características medidas: força, forma, rugosidade e produtividade.

A etapa C consiste na modelagem das respostas. Os modelos também são obtidos para as respostas originais com a finalidade de confirmação experimental após a otimização. Na atividade c1 são obtidos modelos de respostas em função das variáveis de processo e ruído. Um modelo de resposta genérico para o i -ésima resposta, $i = 1, \dots, m$, pode ser descrito segundo a Equação 6.1 em forma matricial, ou segundo a Equação 6.2 na forma algébrica.

$$\hat{y}_i(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = \beta_0 + \mathbf{x}^T \boldsymbol{\beta} + \mathbf{x}^T \mathbf{B} \mathbf{x} + \mathbf{z}^T \boldsymbol{\gamma} + \mathbf{x}^T \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{z} \quad (6.1)$$

$$\hat{y}_i(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^r \gamma_i z_i + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^r \delta_{ij} x_i z_j \quad (6.2)$$

A atividade c2 visa a obtenção dos modelos de média e variância para as respostas consideradas. Estes modelos podem ser escritos em forma matricial conforme as Equações 6.3 e 6.4 e na forma algébrica segundo as Equações 6.5 e 6.6.

$$E_{z,\varepsilon}[y_i(\mathbf{x}, \mathbf{z})] = \hat{\beta}_0 + \mathbf{x}^T \hat{\boldsymbol{\beta}} + \mathbf{x}^T \hat{\mathbf{B}} \mathbf{x} \quad (6.3)$$

$$Var_{\mathbf{z}, \varepsilon}[y_i(\mathbf{x}, \mathbf{z})] = (\hat{\boldsymbol{\gamma}} + \mathbf{x}^T \hat{\boldsymbol{\Delta}})^T (\hat{\boldsymbol{\gamma}} + \mathbf{x}^T \hat{\boldsymbol{\Delta}}) + \hat{\sigma}_\varepsilon^2 \quad (6.4)$$

$$E_{\mathbf{z}, \varepsilon}[y_i(\mathbf{x}, \mathbf{z})] = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j \quad (6.5)$$

$$Var_{\mathbf{z}, \varepsilon}[y_i(\mathbf{x}, \mathbf{z})] = \sigma_z^2 \left\{ \sum_{j=1}^r \left[\frac{\partial y(\mathbf{x}, \mathbf{z})}{\partial z_j} \right]^2 \right\} + \hat{\sigma}_\varepsilon^2 \quad (6.6)$$

Na atividade c3 são obtidos os alvos para as Equações de média. Os alvos T_l são obtidos a partir da minimização da Equação de média (se o objetivo for de minimização), isto é, $T_{y_i} = \underset{\mathbf{x} \in \Omega}{\text{Min}} \{E_{\mathbf{z}, \varepsilon}[y_i(\mathbf{x}, \mathbf{z})]\}$. Posteriormente, na atividade c4 são obtidas as Equações de erro quadrático médio multivariado conforme exposto na Equação 6.7 para o l -ésimo fator. O objetivo é, portanto, minimizar de forma conjunta o viés e a variância das respostas.

$$MSE_{y_i} = \{E_{\mathbf{z}, \varepsilon}[y_i(\mathbf{x}, \mathbf{z})] - T_{y_i}\}^2 + Var_{\mathbf{z}, \varepsilon}[y_i(\mathbf{x}, \mathbf{z})] \quad (6.7)$$

A etapa D é a última da metodologia proposta na presente Tese e consiste na otimização robusta multi-objetivo das m respostas consideradas utilizando o método normalizado da restrição normal proposto por Messac *et al.* (2003) com o desenvolvimento proposto por Sanchis *et al.* (2008), para garantir uma maior exploração da fronteira de Pareto. O método é aplicado tomando como respostas o erro quadrático médio das respostas probabilísticas e a função determinística consideradas. A atividade d1 versa sobre a obtenção dos pontos de nadir, utopia e pontos de âncora. Adiantando os resultados com a finalidade de melhor descrever matematicamente o método proposto, as $m = 4$ respostas consideradas após as análises anteriores serão o erro quadrático médio de F_a , R_{ont} e R_a , além da resposta determinística MRR . Para estas respostas o ponto de utopia pode ser definido como $f^U = [MSE_{F_a}^*, MSE_{R_{ont}}^*, MSE_{R_a}^*, MRR]$, onde $\hat{y}_i^* = \underset{\mathbf{x} \in \Omega}{\text{Min}} \hat{y}_i = \hat{y}_i(\mathbf{x}_1^*)$. Ao invés de se obter o ponto de nadir, é recomendada a obtenção do ponto de pseudo nadir expresso como $f^{PN} = [MSE_{F_a}^{PN}, MSE_{R_{ont}}^{PN}, MSE_{R_a}^{PN}, MRR^{PN}]$, com $\hat{y}_i^{PN} = \underset{\mathbf{x} \in \Omega}{\text{Max}} \{\hat{y}_i(\mathbf{x}_1^*), \dots, \hat{y}_i(\mathbf{x}_m^*)\}$, $i = 1, \dots, m$. A matriz *pay-off* é exposta a seguir:

$$\Phi = \begin{bmatrix} MSE_{Fa}^*(\mathbf{x}_{Fa}^*) & MSE_{Fa}(\mathbf{x}_{Ront}^*) & MSE_{Fa}(\mathbf{x}_{Ra}^*) & MSE_{Fa}(\mathbf{x}_{MRR}^*) \\ MSE_{Ront}^*(\mathbf{x}_{Fa}^*) & MSE_{Ront}^*(\mathbf{x}_{Ront}^*) & MSE_{Ront}^*(\mathbf{x}_{Ra}^*) & MSE_{Ront}^*(\mathbf{x}_{MRR}^*) \\ MSE_{Ra}^*(\mathbf{x}_{Fa}^*) & MSE_{Ra}(\mathbf{x}_{Ront}^*) & MSE_{Ra}^*(\mathbf{x}_{Ra}^*) & MSE_{Ra}(\mathbf{x}_{MRR}^*) \\ MRR(\mathbf{x}_{Fa}^*) & MRR(\mathbf{x}_{Ront}^*) & MRR(\mathbf{x}_{Ra}^*) & MRR(\mathbf{x}_{MRR}^*) \end{bmatrix} \quad (6.8)$$

A atividade d2 consiste na normalização dos vetores de nadir, utopia e da matriz *payoff*. Conforme já explicado na seção 6.1 a normalização dos vetores de utopia e nadir resulta em $\bar{f}^U = [0, \dots, 0]$ e $\bar{f}^{PN} = [1, \dots, 1]$. Já a normalização da *pay-off* é expressa a seguir:

$$\bar{\Phi} = \begin{bmatrix} \frac{MSE_{Fa}^*(\mathbf{x}_{Fa}^*) - MSE_{Fa}^*}{MSE_{Fa}^{PN} - MSE_{Fa}^*} & \frac{MSE_{Fa}(\mathbf{x}_{Ront}^*) - MSE_{Fa}^*}{MSE_{Fa}^{PN} - MSE_{Fa}^*} & \frac{MSE_{Fa}(\mathbf{x}_{Ra}^*) - MSE_{Fa}^*}{MSE_{Fa}^{PN} - MSE_{Fa}^*} & \frac{MSE_{Fa}(\mathbf{x}_{MRR}^*) - MSE_{Fa}^*}{MSE_{Fa}^{PN} - MSE_{Fa}^*} \\ \frac{MSE_{Ront}^*(\mathbf{x}_{Fa}^*) - MSE_{Ront}^*}{MSE_{Ront}^{PN} - MSE_{Ront}^*} & \frac{MSE_{Ront}^*(\mathbf{x}_{Ront}^*) - MSE_{Ront}^*}{MSE_{Ront}^{PN} - MSE_{Ront}^*} & \frac{MSE_{Ront}^*(\mathbf{x}_{Ra}^*) - MSE_{Ront}^*}{MSE_{Ront}^{PN} - MSE_{Ront}^*} & \frac{MSE_{Ront}^*(\mathbf{x}_{MRR}^*) - MSE_{Ront}^*}{MSE_{Ront}^{PN} - MSE_{Ront}^*} \\ \frac{MSE_{Ra}^*(\mathbf{x}_{Fa}^*) - MSE_{Ra}^*}{MSE_{Ra}^{PN} - MSE_{Ra}^*} & \frac{MSE_{Ra}(\mathbf{x}_{Ront}^*) - MSE_{Ra}^*}{MSE_{Ra}^{PN} - MSE_{Ra}^*} & \frac{MSE_{Ra}^*(\mathbf{x}_{Ra}^*) - MSE_{Ra}^*}{MSE_{Ra}^{PN} - MSE_{Ra}^*} & \frac{MSE_{Ra}(\mathbf{x}_{MRR}^*) - MSE_{Ra}^*}{MSE_{Ra}^{PN} - MSE_{Ra}^*} \\ \frac{MRR(\mathbf{x}_{Fa}^*) - MRR^*}{MRR^{PN} - MRR^*} & \frac{MRR(\mathbf{x}_{Ront}^*) - MRR^*}{MRR^{PN} - MRR^*} & \frac{MRR(\mathbf{x}_{Ra}^*) - MRR^*}{MRR^{PN} - MRR^*} & \frac{MRR(\mathbf{x}_{MRR}^*) - MRR^*}{MRR^{PN} - MRR^*} \end{bmatrix} \quad (6.9)$$

A atividade d3 é uma decisão e consiste em avaliar se há mais de duas funções objetivo ou não. Isto devido a formulação do método para o caso bi-objetivo ser mais simples e não necessitar de transformação da matriz *pay-off*. Já para o caso $m \geq 3$, conforme indica o fluxograma da Figura 6.1, deve-se realizar a atividade d4, que consiste na transformação linear da matriz *payoff* de forma que ela alcance a forma da Equação 6.4, conforme proposto por Sanchis *et al.* (2008). Esta transformação é definida pela Equação 6.25 e garantirá uma melhor exploração da fronteira de Pareto.

Posteriormente, a atividade d5 consiste em algumas definições básicas da otimização multi-objetivo pelo método NNC, sendo a primeira a definição dos vetores linha de utopia, $\bar{N}_r = \hat{y}_m^* - \hat{y}_r^*$, $r = 1, \dots, m - 1$. Posteriormente, define-se o incremento desejado entre os pesos, δ_r , Equação 5.12, segundo o número de pontos desejados na direção do vetor linha de utopia, η_r , o que definirá o espaçamento dos pontos Pareto ótimos obtidos na fronteira de Pareto. Finalizando esta atividade deve-se definir os pontos no hiperplano de utopia, conforme procedimento explicitado na seção 6.5, Equações 5.13 a 5.16.

A atividade d6 consiste na obtenção do conjunto de pesos para a otimização multi-objetivo podendo ser utilizado um planejamento simplex-lattice conforme explicado no na

seção 5.5. A atividade d7 é a otimização multi-objetivo através do método ENNC (no caso bi-objetivo NNC). A formulação do método considerando as respostas selecionadas do processo de fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 endurecido é exposta na Equação 6.10 na forma matricial e na Equação 6.11 na forma algébrica. Apesar de MRR ser uma resposta de maximização considerando as funções normalizadas ela foi minimizada, uma vez que a máxima produtividade consiste no valor 0 enquanto a mínima é igual a 1 no espaço normalizado.

$$\text{Min}_{(x \in \Omega)} \{\overline{MRR}\} \quad (6.10)$$

Sujeito a:

$$\overline{\mathbf{N}}_r^T (\overline{\mathbf{MSE}} - \overline{\mathbf{Q}}_{ij}) \leq 0$$

$$\text{Min}_{(x \in \Omega)} \{\overline{MRR}\}$$

Sujeito a :

$$\overline{MSE}_{Fa} - \overline{MRR} + w_{1j} - w_{4j} \leq 0 \quad (6.11)$$

$$\overline{MSE}_{Ront} - \overline{MRR} + w_{2j} - w_{4j} \leq 0$$

$$\overline{MMSE}_{Ra} - \overline{MRR} + w_{3j} - w_{4j} \leq 0$$

Após a obtenção das soluções ainda é imprescindível a filtragem das soluções ótimas de Pareto, removendo soluções duplicadas, soluções piores que o ponto de pseudo-nadir e as soluções dominadas, caso existam. A etapa d8 consiste na filtragem da fronteira de Pareto. Este procedimento pode gerar uma fronteira de Pareto com descontinuidades, o que é natural uma vez que as descontinuidades representam regiões com soluções dominadas. Este procedimento nem sempre é considerado em otimização multi-objetivo, porém é essencial para entregar ao experimentador apenas as soluções que são de fato Pareto ótimas. A etapa d9 consiste na plotagem da fronteira de Pareto. Já a etapa d10 consiste na obtenção da solução Pareto ótima que apresenta maior razão entropia/EPG, conforme seção 5.6. Finalmente, a etapa d11 consiste na realização de ensaios de confirmação.

6.1. Considerações finais do capítulo

Este capítulo resumiu o procedimento metodológico aplicado à modelagem e otimização do aço ABNT/AISI H13 endurecido não se limitando, entretanto, a este processo.

Uma vez que esta Tese aborda o fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 endurecido experimentalmente, o capítulo 7 apresenta o procedimento experimental.

7. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

A presente Tese apresenta duas etapas experimentais de desenvolvimento para investigação do processo de fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 endurecido. A primeira etapa, realizada nos laboratórios de fabricação e metrologia do Departamento de Engenharia Mecânica (DEMEC) da Universidade Federal de São João del-Rei (UFSJ), em São João del-Rei, Minas Gerais, consistiu nos experimentos planejados para modelagem e otimização robusta do fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 endurecido. Os equipamentos e materiais desta etapa são descritos na seção 7.1 deste capítulo.

A segunda etapa, realizada no *Machining & Tribology Research Group* – MACTRIB, integrado ao Centro de Tecnologia Mecânica e Automação (TEMA) do Departamento de Engenharia Mecânica (DEM) da Universidade de Aveiro (UA), Aveiro/Portugal, consistiu nos experimentos de vida no fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 endurecido. Os equipamentos desta etapa são descritos na seção 7.2. O proponente desta Tese foi financiado pelo Programa de Doutorado Sanduíche no Exterior (PDSE) da CAPES, processo número 88881.133263/2016-01.

7.1. Equipamentos e materiais para os ensaios de modelagem e otimização robusta do fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 endurecido

Os experimentos planejados de fresamento helicoidal no aço H13 endurecido foram realizados no laboratório de processos de fabricação do DEMEC/UFSJ em um centro de usinagem *ROMI® Discovery 560*, com curso da mesa de 560 mm longitudinal (eixo X), 406 mm latitudinal (eixo Y) e 508 mm no curso do cabeçote (eixo Z). O Centro de Usinagem possui potência máxima no eixo-árvore de 15 kW e rotação máxima de 10.000 RPM e é equipado com comando numérico *Siemens®* modelo *Sinumerik 810D*. A Figura 7.1 expõe o setup experimental. Foi utilizado um mandril hidráulico BT-40 norma DIN 1835-A/B modelo 34.90.010. A ferramenta utilizada foi a fresa inteiriça da linha *Coromill Plura* código ISO/ANSI R215.H410050DAC03H 1610 da *Sandvik®* com 10 mm de diâmetro, $z = 4$ dentes, $a_{p(\text{máx})} = 0,3$ mm, mostrada em detalhe na Figura 7.2. Para medição das forças de corte e de avanço foi utilizado um dinamômetro piezoelétrico estacionário com três componentes modelo 9257BA,

com amplificador de sinais 5233A e software *Dynoware* ambos da *Kistler*® todos da UNIFEI. O desenho detalhado do setup experimental encontra-se no Apêndice A.

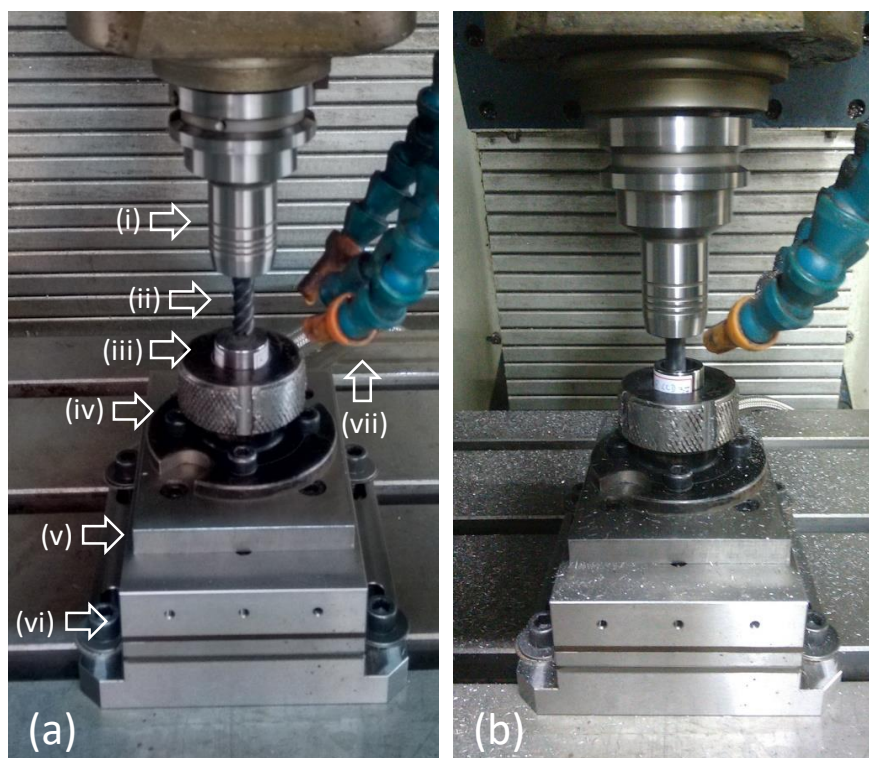


Figura 7.1. (a) *Setup* experimental dos experimentos planejados com (i) mandril hidráulico, (ii) fresa, (iii) corpo de prova, (iv) dispositivo de fixação, (v) placa retificada para fixação, (vi) dinamômetro piezoelétrico e (vii) sistema de refrigeração por ar comprimido; (b) Experimento em execução

A Figura 7.2 ilustra a fresa utilizada nos ensaios com código ISO/ANSI R215.H4-10050DAC03H 1610. Esta fresa foi escolhida para garantir alto avanço na direção tangencial, devido a dificuldade de avançar axialmente na usinagem dura. A fresa apresenta 10 mm de diâmetro e duplo raio de ponta, o que garante esta possibilidade de alto avanço tangencial no fresamento helicoidal. Porém, apresenta uma restrição de $a_{p(max)} = 0,3$ mm e ângulo máximo de usinagem em rampa de 3° , respeitados em todos os ensaios, a partir da correta escolha dos níveis das variáveis de controle f_{za} e f_{zt} , que determinam a profundidade de corte axial máxima e o ângulo de hélice, conforme a Equação 2.7. A fresa, indicada para fresamento duro, é da classe GC 1610 da sandvik, classe ISO H, é de metal duro, com cobertura de $(Ti,Al)N_2$ depositada por PVD. O substrato apresenta distribuição de grãos em gradiente com a finalidade de aliar resistência elevada à deformação plástica e tenacidade da aresta de corte. Os ensaios foram realizados com ar comprimido para refrigeração e remoção dos cavacos da zona de corte.

O sentido de corte foi concordante. A fresa não apresenta quebra-cavacos e os seus ângulos são apresentados na Tabela 7.1.

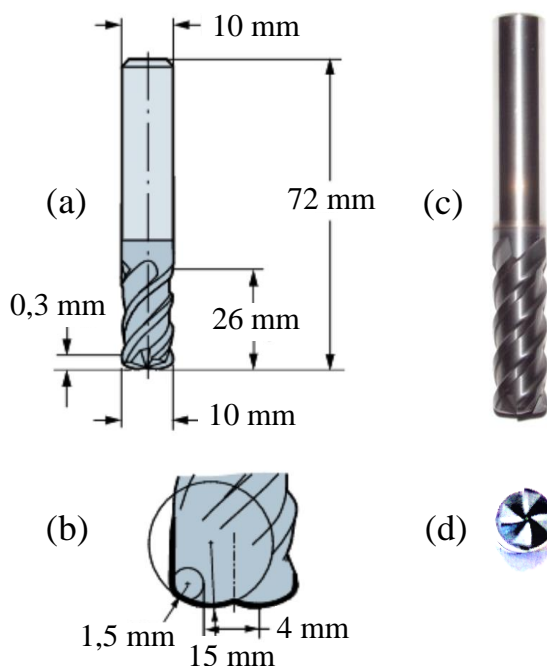


Figura 7.2. Fresa *Coromill Plura* código ISO/ANSI R215.H4-10050DAC03H 1610 da *Sandvik*® (a) medidas; (b) detalhe duplo raio de ponta; (c) foto periferia; (d) foto frontal

Tabela 7.1. Ângulos da fresa ISO/ANSI R215.H4-10050DAC03H 1610

β_h (hélice)	χ_R	γ_f	γ_p
50°	32,69°	-18°	6°

Os corpos de prova utilizados são de aço ABNT/AISI H13 temperados, com dureza variando de 45 a 55 HRC, mostrados na Figura 7.3. O aço ABNT/AISI H13 é um material amplamente utilizado para trabalho a quente em insertos, núcleos e cavidades para moldes e matrizes de forjamento à quente, fundição, extrusão e injeção plástica. Este aço pode suportar temperaturas de trabalho relativamente altas de 315 a 650 °C e são temperados para aumentar a dureza e resistência mecânica e revenidos para corrigir a fragilidade e aliviar as tensões devido a têmpera. Ao final do tratamento o aço pode ficar com dureza de 45 até 56 HRC (PROAÇOS, n.d.; COLDWELL *et al.*, 2003). O material foi adquirido da empresa *Proaçcos*® e temperado e revenido pela empresa *Metaltemper*®, com resfriamento pós têmpera a óleo. Os desenhos dos corpos de prova com dimensões são expostos no Apêndice A.



Figura 7.3. Corpos de prova de aço H13 endurecido

Tabela 7.2. Composição química (%) do aço ABNT/AISI H13 fornecido pela *Proaços®*

C	Mn	Si	Cr	Mo	V
0,4	0,4	1,0	5,3	1,4	1,0

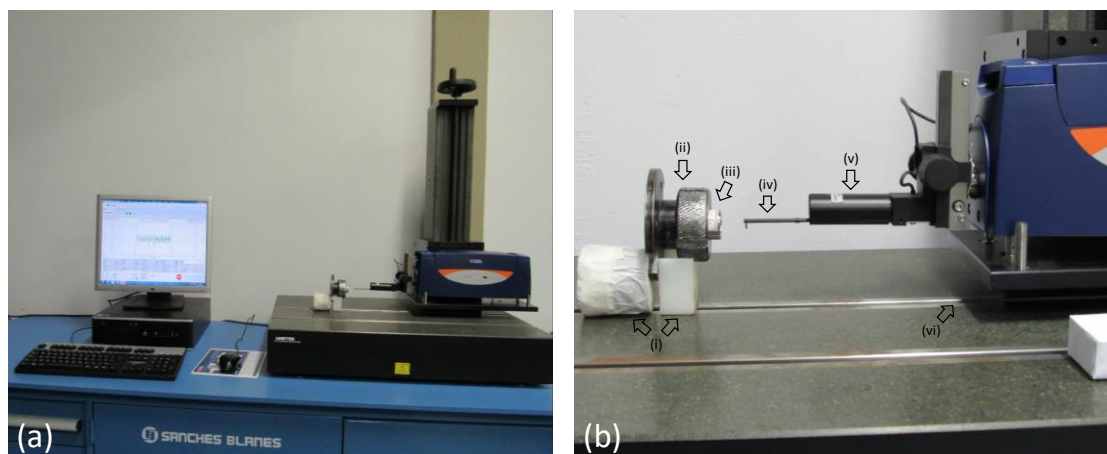


Figura 7.4. (a) Medição de rugosidade; (b) detalhe: (i) apoios, (ii) fixação, (iii) corpo de prova, (iv) apalpador, (v) *pick-up* para rugosidade e (vi) perfilômetro

As medições de rugosidade e circularidade foram realizadas no laboratório de metrologia do DEMEC/UFSJ. Para medição das respostas de rugosidade dos corpos de prova usinados, foi utilizado um medidor de rugosidade e perfil *Form Talysurf Intra* da *Taylor Hobson®* com deslocamento transversal de 50 mm, campo de medição de $\pm 0,5$ mm, velocidade de deslocamento de até 10 mm/s, velocidade de medição de até 0,5 mm/s, velocidade de retorno de até 10 mm/s e mede parâmetros de rugosidade e ondulação. O medidor é auxiliado por um computador e pelo *software ultra* também da *Taylor Hobson®*. Foi considerado um *cut-off* de 0,25 mm para as medições de rugosidade. Para avaliação da circularidade/cilindricidade foi utilizado um medidor de forma *Talyround 131* da *Taylor Hobson®* com apalpador de rubi, alta gama de 2 mm, resolução normal de 30 nm e alta resolução de 6 nm. O medidor de forma

também é auxiliado por um computador e pelo *software ultra* da *Taylor Hobson*®. A Figura 7.4 expõe o setup de medição de rugosidade enquanto a Figura 7.5 expõe o setup de medição de circularidade.

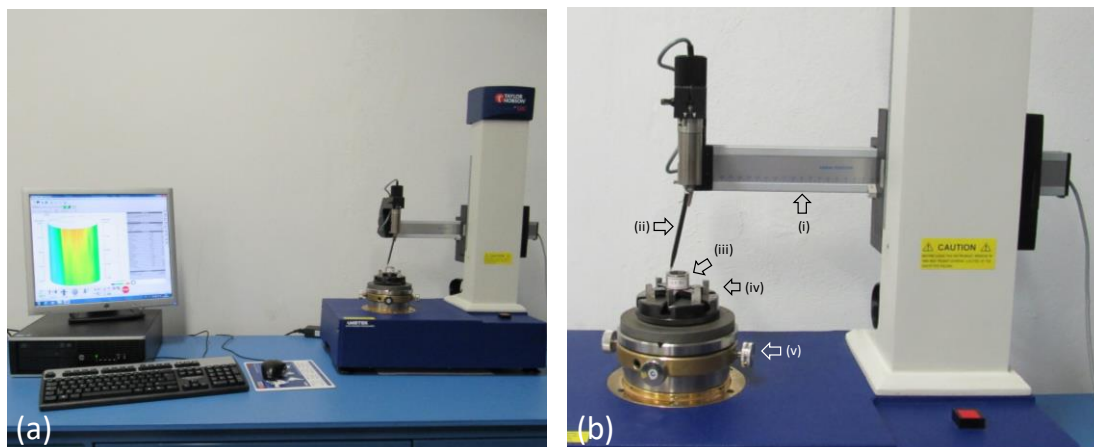


Figura 7.5. (a) Medição de circularidade e cilindricidade; (b) detalhe: (i) braço do circularímetro, (ii) apalpador na orientação vertical, (iii) corpo de prova, (iv) placa com castanhas e (v) mesa hidráulica com mecanismos para centragem e nivelamento

7.2. Equipamentos e materiais para os ensaios de vida no fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 endurecido

Os ensaios de vida foram realizados no laboratório de fabricação do grupo de pesquisa MACTRIB coordenado pelo professor Davim na Universidade de Aveiro. A Figura 7.6 expõe o setup experimental dos ensaios de vida. Os ensaios foram realizados em um centro de usinagem modelo VCE500 da Mikron®, com potência de 11kW e velocidade máxima do spindle igual a 7500 RPM. Para monitorar a progressão do desgaste foi utilizado um microscópio óptico TM 510 da Mitutoyo® com câmara *Moticam 2* e *software* de aquisição e medição de imagens *Images Plus 2.0 ML* ambos da *Motic*®.

As fresas utilizadas são iguais às utilizadas nos ensaios com experimentos planejados com 10 mm de diâmetro, *Coromill Plura* código ISO/ANSI R215.H4-10050DAC03H 1610 da *Sandvik*®, Figura 7.2. O porta ferramentas foi um cone com pinça para fresa de 10 mm. Os corpos de prova para os ensaios de desgaste foram de aço ABNT/AISI H13 temperados com

55HRC de dureza. O material foi fornecido e tratado pela empresa portuguesa *Ramada Aços*® com resfriamento realizado em forno à vácuo.

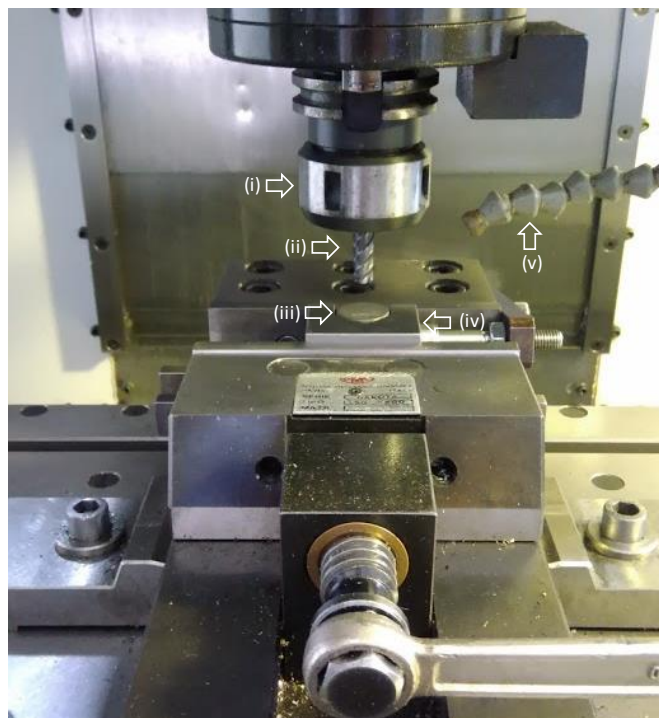


Figura 7.6. *Setup* experimental dos experimentos de vida com (i) porta-ferramentas, (ii) fresa, (iii) corpo de prova, (iv) dispositivo de fixação, (v) sistema de refrigeração por ar comprimido

Tabela 7.3. Composição química (%) do aço ABNT/AISI H13 fornecido pela *Ramada*®

C	Mn	Si	Cr	Mo	V
0,4	0,4	1,0	5,2	1,3	1,0

Após a realização dos ensaios de desgaste as fresas foram cortadas por eletroerosão a fio na empresa portuguesa *Cormol*® em Portugal para caberem na câmara do microscópio de varredura eletrônica. Para avaliação dos mecanismos de desgaste foi utilizado um microscópio eletrônico de varredura *TM3000* da *Hitachi*® com o dispersor de energia de espectrometria (*spectrometry energy dispersive* - EDS) modelo *Xflash Minsve* da *Bruker*® do laboratório de ciências dos materiais da UFSJ.

Para avaliação dos mecanismos de desgaste foi referenciada a norma ISO 8688-1 de 1989. Os critérios de fim de vida e parâmetros recomendados não foram seguidos uma vez que não se adequam ao processo e materiais da fresa e ferramenta utilizados.

Foram selecionados corpos de prova usinados com a fresa no início, meio e fim da fresa, três em cada fase para as duas velocidades de corte e foi avaliada a rebarba na saída do furo.

No início dos furos a rebarba observada não foi significativa. Para medição de rebarba foi utilizado o medidor de rugosidade e perfil *Form Talysurf Intra* da *Taylor Hobson®* da UFSJ. O *setup* é apresentado na Figura 7.7. A medição foi realizada no sentido de recuo do apalpador.

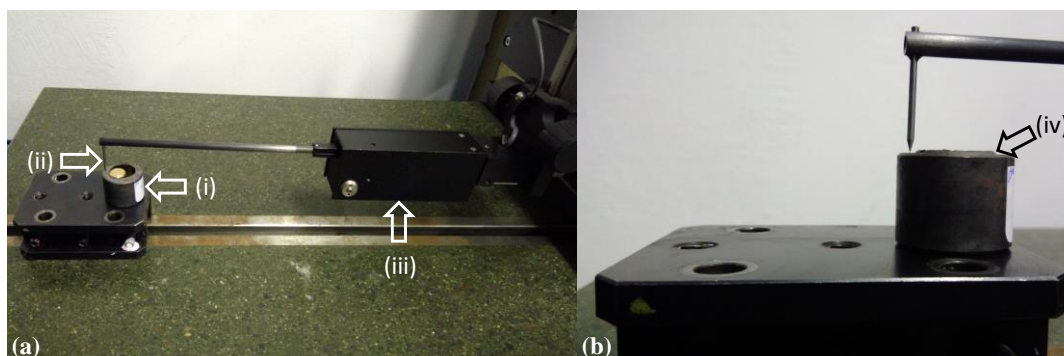


Figura 7.7. (a) Medição de rebarba, (i) corpo de prova, (ii) apalpador cônico, (iii) *pick-up* de alta gama (b) detalhe, (iv) rebarba

7.3. Procedimentos de medição, variáveis de controle e ruído e respostas avaliadas

As medições de força foram realizadas a uma frequência de 1200 Hz e, posteriormente foi selecionada apenas a região de interesse relativa à posição do furo para cada experimento, uma vez que foi considerado como fator de ruído a altura a ser medida na superfície do furo. Para filtragem foi utilizado um filtro passa-baixa de Butterworth com dupla passagem. Uma vez que com tal frequência de amostragem foram obtidos muitos pontos, para filtragem foi considerada apenas uma pequena amostra de cada posição, conforme ilustra a Figura 7.8.

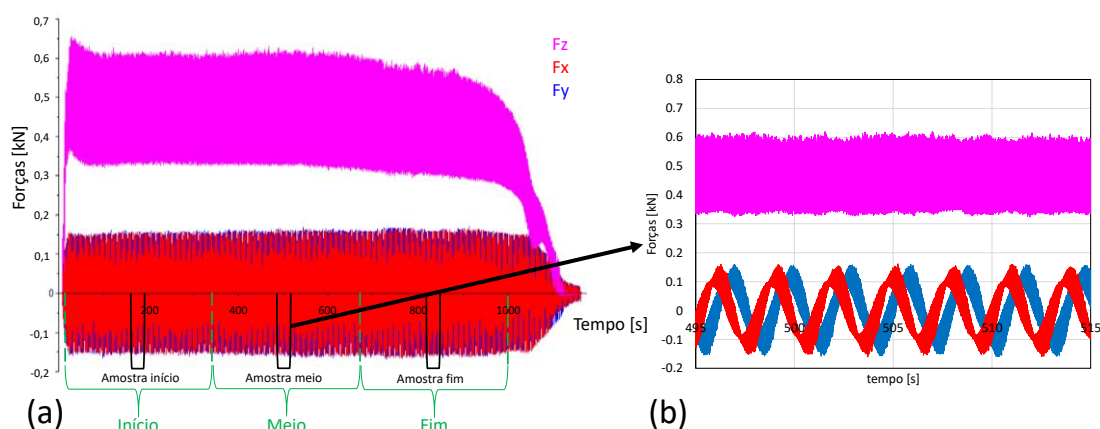


Figura 7.8. Monitoramento de força, (a) sinal adquirido pelo dinamômetro; (b) Amostra da posição do meio

A Figura 7.9 ilustra as posições de medição de rugosidade e de circularidade. Para realização das medições de rugosidade e circularidade/cilindricidade foram considerados três operadores, cada um realizando duas medições. As medições de rugosidade foram realizadas em três posições radiais equidistantes de 120° e três posições no sentido da altura medida no furo de 4 mm cada uma e com espaçamento entre as posições de 2 mm, conforme a Figura 7.9(a). De acordo com o nível do fator de ruído altura medida no furo para cada experimento as medições de rugosidade nesta posição foram consideradas, sendo o resultado médio tomado para análise.

Já para a realização das medições de circularidade foram considerados 15 planos de medição equidistantes de 1,2 mm. Estas posições foram divididas considerando as posições de início, meio e fim do fator de ruído altura medida no furo. De cima para baixo, do primeiro ao quinto plano tem-se a posição inicial, do sexto ao décimo a posição do meio e do décimo primeiro ao décimo quinto a posição final, conforme a Figura 7.9(b). A cilindridade foi medida considerando os cinco planos de cada posição, sendo o parâmetro calculado automaticamente pelo *software ultra* da *Taylor Hobson*®. Em cada ensaio foram consideradas as medições relativas ao nível fixo do fator de ruído altura medida no furo.

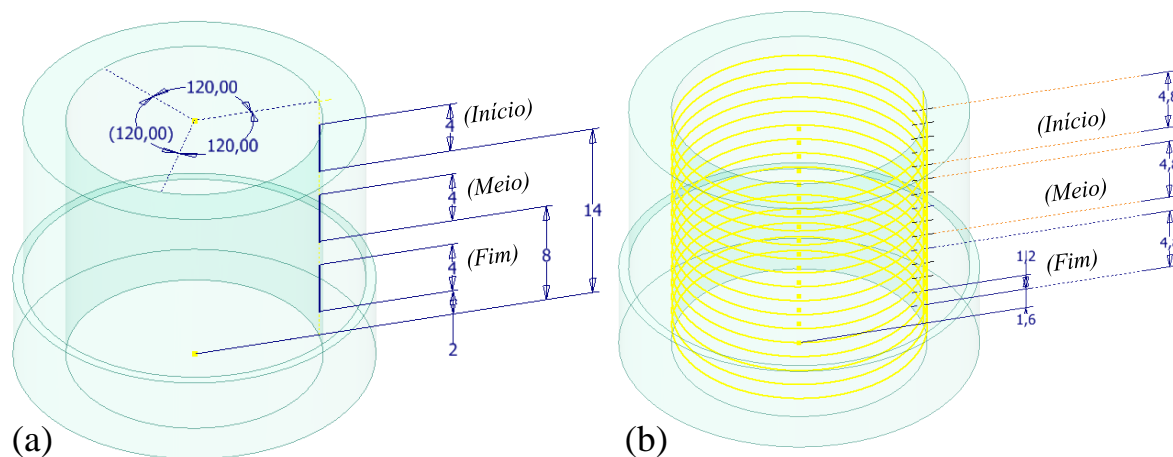


Figura 7.9. Posições de medição de (a) rugosidade e (b) circularidade

As variáveis de controle (**X**) avaliados foram a velocidade de corte (v_c), avanço axial (f_{za}) e avanço tangencial (f_{zt}). A velocidade de corte é uma variável de controle importante na usinagem e tem influência na produtividade, temperatura, vida da ferramenta, entre outras respostas. A escolha de controlar os avanços derivados da decomposição da velocidade de avanço helicoidal reside na possibilidade de viabilizar a avaliação do efeito do corte tangencial e do corte frontal no fresamento helicoidal. Os níveis das variáveis de controle foram definidos

considerando ensaios preliminares e respeitando a restrição da fresa de profundidade de corte máxima $a_{p(max)}$. Os níveis das variáveis de controle adotados foram escolhidos considerando dados da literatura, pré-testes realizados e recomendações do fabricante da ferramenta, conforme Tabela 7.4.

Além das variáveis de controle, variáveis de ruído (**Z**) foram considerados, a saber: dureza do material (h_d), comprimento em balanço da fresa (l_{to}) e altura medida no furo (l_b). O objetivo de realizar um planejamento combinando variáveis de controle e ruído é principalmente tornar o processo robusto à variação do ruído. Variáveis de ruído são variáveis que não podem ser mantidas constantes a nível industrial, ou há dificuldade de controlá-las, mas experimentalmente pode-se controlá-las e averiguar seu efeito e interação com as variáveis de processo.

Tabela 7.4. Variáveis de controle, ruído e níveis

Variáveis de controle		níveis					Unidade
		-2,378	-1	0	1	2,378	
x_1	f_{za}	0,03	0,10	0,15	0,20	0,27	μm/dente
x_2	f_{zt}	0,03	0,10	0,15	0,20	0,27	mm/dente
x_3	v_c	12,4	40,0	60,0	80,0	107,6	m/min
Variáveis de ruído							Unidade
z_1	l_{to}	-	31	33	35	-	mm
z_2	h_d	-	45	50	55	-	HRC
z_3	l_b	-	Início	Meio	Fim	-	mm

As variáveis de ruído foram selecionadas considerando a tarefa de obtenção de furos por fresamento helicoidal em aços endurecidos. O comprimento em balanço (*tool overhang length*) l_{to} foi considerado um fator de ruído por não depender da escolha do experimentador, mas da geometria usinada, de forma a evitar colisões. O comprimento em balanço pode influenciar na vibração da ferramenta, deflexão e desvios de forma e acabamento. É imprescindível buscar níveis das variáveis de controle que minimizem a influência da variação do comprimento em balanço nas respostas estudadas. Alguns trabalhos apresentaram o efeito do comprimento em balanço nos processos de usinagem (SMITH *et al.*, 1998; KULL NETO *et al.*, 2016). Schmitz *et al.* (2004) apresentam uma abordagem para maximizar a estabilidade e produtividade no fresamento, a partir da definição do nível ótimo do comprimento em balanço. Entretanto, como a geometria da peça usinada pode determinar o comprimento em balanço, defende-se que é mais importante tentar minimizar seus efeitos a partir da correta seleção das variáveis de controle, ou seja, selecionar níveis adequados das condições de corte que minimizem a

influência da variação do comprimento em balanço nas respostas do processo. Alguns trabalhos já consideraram esta variável como ruído, ver Mishra *et al.* (2014) e Pereira *et al.* (2017b).

A dureza do material (*hardness*) h_d foi considerado como fator de ruído por ser um fator que pode variar devido às características metalúrgicas do material e devido ao tratamento térmico realizado. O aço ABNT/AISI H13 é temperado e o objetivo é tentar tornar o processo robusto à variação desta variável considerando a faixa de dureza da usinagem dura. Um exemplo de trabalho onde a dureza também foi considerada variável de ruído é o realizado por Paiva *et al.* (2012b). No caso do fresamento helicoidal esta variável já foi estudada na obtenção de furos no aço ABNT/AISI 4340, porém não foi abordada como variável de ruído (SAADATBAKHSI *et al.*, 2017). A altura medida no furo (*borehole width*) l_b foi considerada uma variável de ruído dadas as características do processo de fresamento helicoidal. No processo de fresamento helicoidal a força radial pode causar a deflexão da fresa e, conseqüentemente, desvios de forma e dimensão (URBICAIN *et al.*, 2009; OLVERA *et al.*, 2012). A deflexão pode aumentar à medida que a área de contato entre a fresa e o furo aumenta. O objetivo de fixar a altura medida no furo como fator de ruído é obter um furo homogêneo do início ao fim, com níveis das variáveis de controle que possibilitem um furo com mínima variação. Apesar desta variável não ter sido expressa numericamente na Tabela 7.4, pode-se afirmar que ela é contínua, pois as posições de medição são equidistantes, conforme ilustra a Figura 7.9.

Uma vez que foram obtidos furos com $D_b = 18$ mm de diâmetro, o diâmetro da hélice foi de $D_h = 8$ mm e a excentricidade, isto é, a distância entre o eixo da ferramenta e o centro do furo, medida no plano xy do CNC, foi $e = 4$ mm. Como só foram obtidos furos em cheio, sem pré-furo, a profundidade de corte radial a_e foi mantida constante igual a $a_e = (D_b^2/4 \times D_h) = 18^2/4 \times 8 = 10,125$. O diâmetro de 18 mm foi escolhido para favorecer o corte periférico, isto é, obter maior volume no corte tangencial, minimizando os efeitos negativos do corte frontal. Deste modo, a razão entre o volume removido pelo corte periférico e frontal foi igual a $(D_b^2 - D_f^2)/D_f^2 = (18^2 - 10^2)/10^2 = 2,24$.

As respostas (Y) avaliadas nos resultados preliminares da tese em desenvolvimento são as respostas de rugosidade R_a , R_z , respostas de circularidade Ron_t , e cilindricidade Cyl_t , além das componentes da força de usinagem avaliadas no sistema de coordenadas da ferramenta considerando as componentes de força axial, $F_a = F_z$, e força radial $F_r = (F_x^2 + F_y^2)^{1/2}$.

Em relação às respostas de rugosidade, R_a , que consiste no desvio aritmético médio do perfil de rugosidade, foi escolhida por ser a resposta de rugosidade definida pela norma ABNT/NBR 8404 (1984) para indicar o estado de superfícies em desenhos técnicos. Entretanto,

uma vez que R_a consiste na média dos valores absolutos dos valores amostrados do perfil, consistindo em uma medida de tendência central da superfície, uma outra medida de rugosidade é importante para avaliar a dispersão do perfil de rugosidade medido dentro do comprimento de avaliação, sendo neste trabalho adotado R_z que é definida como rugosidade máxima, consistindo na média da soma entre picos e vales mais altos nos comprimentos de amostragem.

As respostas de forma circular foram escolhidas não somente para avaliar o erro circular do furo, mas também o erro de posição. Enquanto a média da circularidade total Ron_t nos cinco planos considerados em cada altura medida no furo fornece uma medida de desvio circular total, a cilindricidade total Cyl_t fornece uma medida de desvio de forma e de excentricidade. Isto ocorre pois Cyl_t é calculada considerando os cilindros mínimo e máximo, inscrito e circunscrito, respectivamente, considerando como linha central do cilindro a linha teórica obtida por mínimos quadrados em relação ao centro de cada perfil amostrado. O cilindro mínimo considera o menor círculo inscrito entre os amostrados, enquanto o cilindro máximo considera o círculo maior entre os amostrados. Deste modo, conforme ilustrado na Figura 7.10 a cilindricidade total, Cyl_t , segundo o método de medição e cálculo do equipamento e *software* empregados, agrega o erro de forma circular e de excentricidade, de forma que para uma mesma peça os resultados de Cyl_t são sempre maiores que Ron_t .

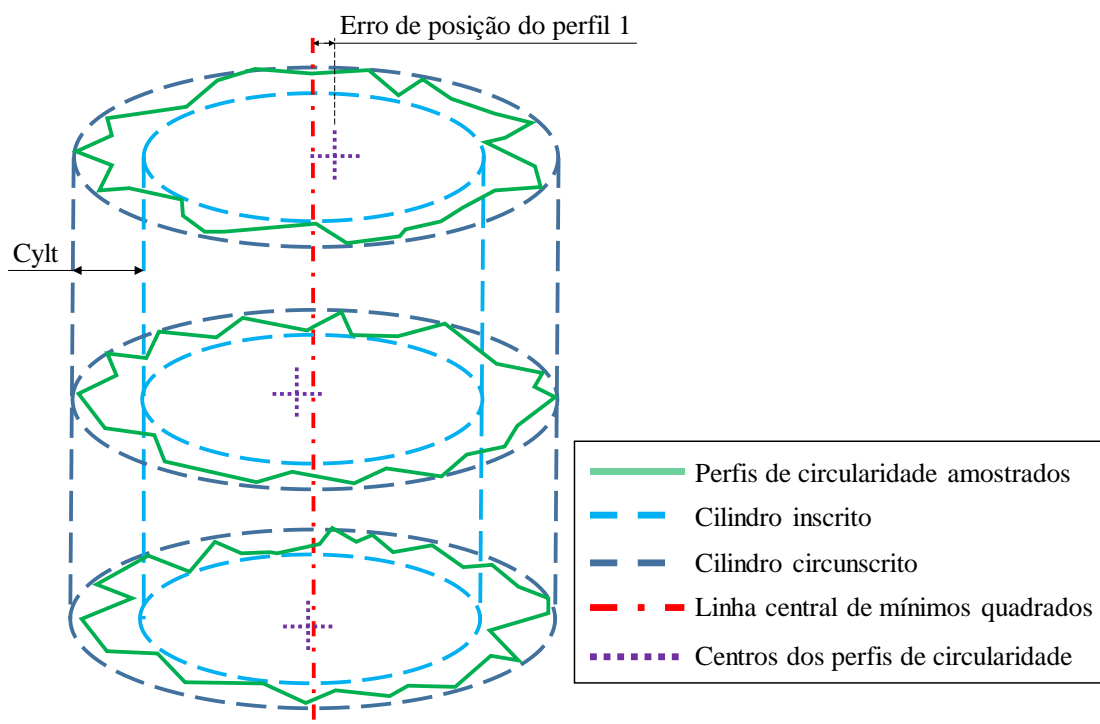


Figura 7.10. Medição e cálculo da cilindricidade total (adaptado de TAYLOR HOBSON, n.d.)

Nos ensaios de desgaste o desgaste de flanco médio das arestas de corte frontais foi medido progressivamente, sendo adotado como critério de fim de vida o desgaste de flanco médio $VB = 0,15$ mm. Para os ensaios de vida foram utilizadas duas fresas desgastadas até o fim da vida em velocidades distintas. Os outros parâmetros foram mantidos constantes. A Tabela 7.5 resume os parâmetros de corte dos ensaios de vida. A condição 1 foi realizada para testar uma condição central de velocidade em relação ao planeamento experimental proposto segundo os níveis da Tabela 7.2. Já a condição 2 foi definida com a finalidade de testar a velocidade em um nível extremo, maior que os considerados no planeamento da Tabela 7.2, com a finalidade de verificar a influência da velocidade de corte nos mecanismos de desgaste no processo de fresamento helicoidal.

Tabela 7.5. Condições dos ensaios de vida

Ensaio	f_{za}	f_{zt}	v_c
	$\mu\text{m/rot}$	mm/rot	m/min
condição 1	0,15	0,15	60
condição 2	0,15	0,15	175

Como foi observado o aparecimento de rebarba com a progressão do desgaste, esta resposta foi medida em corpos de prova usinados no início, no meio e no fim da vida da ferramenta, três em cada etapa, para cada uma das condições segundo a Tabela 7.5. Para cada corpo de prova a rebarba foi medida em três posições equidistantes angularmente de 120° , conforme a Figura 7.11.

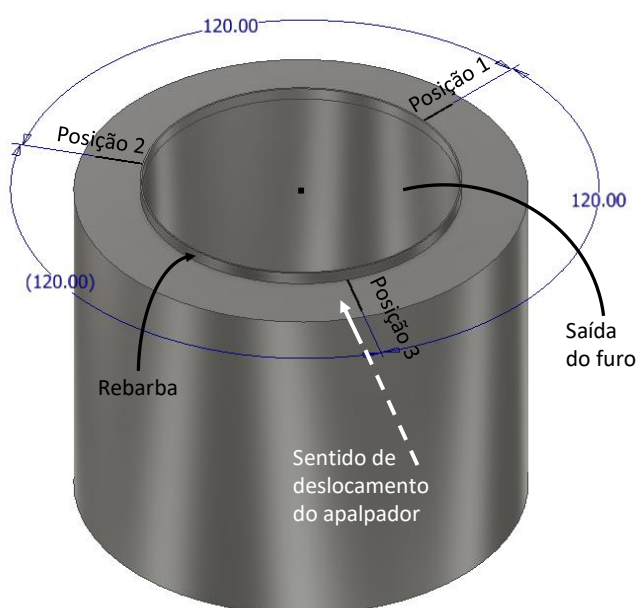


Figura 7.11. Posições de medição de rebarba

7.4. Planejamento, métodos estatísticos e de otimização multi-objetivo utilizados

Os experimentos conduzidos foram planejados para viabilizar a obtenção de superfícies de resposta de segunda ordem. Foi utilizado um Planejamento Composto Central (PPC) totalizando 50 ensaios. O planejamento contém trinta e dois ensaios segundo um fatorial meia fração com resolução V ($n_f = 2^{k-p} = 2^{6-1}$), doze pontos centrais e seis pontos axiais ($n_a = 2k = 2 \times 3$), desconsiderando os seis pontos axiais das variáveis de ruído. Todos os experimentos foram realizados em ordem aleatória.

Foram obtidos modelos de resposta pelo método dos mínimos quadrados ponderados afim de avaliar a significância de cada fator de controle e ruído, bem como as interações processo×processo e processo×ruído, além dos efeitos quadráticos das variáveis de processo segundo o esquema de arranjo combinado. Além dos modelos, foram obtidas ANOVAS para testar a significância dos efeitos das variáveis de controle consideradas nas respostas originais. Posteriormente, foram obtidos os modelos para média e variância considerando o esquema do RPD para arranjo combinado utilizado nesta tese. Foram obtidas as equações de MSE para cada resposta original.

Posteriormente foram aplicados métodos de otimização multi-objetivo. O método de otimização multi-objetivo normalizado normal restrito (NNC) foi utilizado para minimizar o erro quadrático médio multivariado. Este método está sendo utilizado em sua forma original nas otimizações bi-objetivo em sua forma melhorada (ENNC) considerando os casos $m \geq 3$. Para selecionar as respostas para otimização multi-objetivo foi realizada uma análise de similaridade com agrupamento hierárquico pelo método de Ward ou método do incremento das somas de quadrados, utilizando como medida de similaridade a correlação absoluta. Para mais detalhes sobre o agrupamento hierárquico de Ward ver apêndice B.

Para os ensaios de vida os experimentos foram conduzidos inicialmente para a condição 1 da Tabela 7.5, sendo a ferramenta retirada do centro de usinagem periodicamente para medição de desgaste até o alcance do fim de vida. Posteriormente, foi realizado o ensaio de vida para a condição 2 da Tabela 7.5.

Para realizar as análises os *softwares* utilizados foram o Minitab®, MS-excel®, Matlab® e o R®. O Minitab foi utilizado para realizar as análises dos modelos de resposta através de WLS. O projeto de parâmetro robusto e as otimizações foram realizadas no MS-excel. Foi utilizado o algoritmo de programação não-linear GRG do solver. O Matlab foi utilizado para obtenção dos gráficos de superfície de resposta. Para obtenção dos gráficos de

fronteira de Pareto para quatro respostas foi utilizado o pacote *plotly* (SIEVERT *et al.*, 2017) do R®.

7.5. Considerações finais do capítulo

Este capítulo apresentou os equipamentos, ferramentas, materiais, *softwares*, procedimentos de medição, variáveis de controle, variáveis de ruído, respostas, entre outras características importantes no que tange a realização dos experimentos de fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 endurecido. No capítulo 8 serão apresentados os resultados obtidos na presente Tese.

8. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na Tabela 8.1 são apresentados os resultados dos experimentos de fresamento helicoidal no aço H13 no estado endurecido. Estes ensaios foram realizados no laboratório de processos de fabricação e medidos no laboratório de metrologia ambos do Departamento de Engenharia Mecânica (DEMEC) da Universidade Federal de São João del-Rei (UFSJ). Os experimentos foram realizados considerando-se um planejamento composto central combinando variáveis de processo e ruído.

Tabela 8.1. Planejamento experimental com respostas

Std	f_{za}	f_{zt}	v_c	l_{to}	h_d	l_b	F_a	F_r	Ron_t	Cyl_t	R_a	R_z
Ord	[$\mu\text{m}/\text{dente}$]	[mm/dente]	[m/min]	[mm]	HRc	-	[kN]	[kN]	[μm]	[μm]	[μm]	[μm]
1	0,1	0,1	40	31	45	-1	0,56	0,11	7,37	10,76	0,22	1,38
2	0,2	0,1	40	31	45	1	0,46	0,13	7,53	9,46	0,27	1,66
3	0,1	0,2	40	31	45	1	0,34	0,10	8,05	11,87	0,23	1,41
4	0,2	0,2	40	31	45	-1	0,29	0,10	7,70	10,50	0,26	1,65
5	0,1	0,1	80	31	45	1	0,38	0,08	9,04	12,82	0,29	1,68
6	0,2	0,1	80	31	45	-1	0,32	0,09	10,02	11,77	0,23	1,40
7	0,1	0,2	80	31	45	-1	0,38	0,10	8,87	10,44	0,23	1,44
8	0,2	0,2	80	31	45	1	0,45	0,11	7,86	9,74	0,26	1,45
9	0,1	0,1	40	35	45	1	0,56	0,14	11,04	12,62	0,27	1,62
10	0,2	0,1	40	35	45	-1	0,58	0,16	12,94	15,53	0,27	1,70
11	0,1	0,2	40	35	45	-1	0,08	0,05	9,86	12,22	0,31	1,88
12	0,2	0,2	40	35	45	1	0,48	0,16	9,04	11,89	0,30	1,83
13	0,1	0,1	80	35	45	-1	0,38	0,08	10,76	12,46	0,31	1,74
14	0,2	0,1	80	35	45	1	0,51	0,13	12,48	14,86	0,35	1,96
15	0,1	0,2	80	35	45	1	0,38	0,09	10,18	12,82	0,36	1,95
16	0,2	0,2	80	35	45	-1	0,29	0,08	6,95	8,90	0,25	1,53
17	0,1	0,1	40	31	55	1	0,45	0,13	8,50	13,65	0,22	1,29
18	0,2	0,1	40	31	55	-1	0,53	0,12	7,65	11,40	0,25	1,55
19	0,1	0,2	40	31	55	-1	0,34	0,09	8,37	11,19	0,21	1,32
20	0,2	0,2	40	31	55	1	0,45	0,13	15,12	21,01	0,24	1,44
21	0,1	0,1	80	31	55	-1	0,44	0,09	6,90	8,38	0,22	1,35
22	0,2	0,1	80	31	55	1	0,52	0,12	13,74	18,35	0,26	1,52
23	0,1	0,2	80	31	55	1	0,47	0,08	8,06	11,74	0,25	1,49
24	0,2	0,2	80	31	55	-1	0,46	0,09	8,04	11,72	0,23	1,42
25	0,1	0,1	40	35	55	-1	0,57	0,11	12,26	14,41	0,21	1,34
26	0,2	0,1	40	35	55	1	0,69	0,15	7,98	10,90	0,22	1,34
27	0,1	0,2	40	35	55	1	0,33	0,09	7,39	11,89	0,27	1,56
28	0,2	0,2	40	35	55	-1	0,47	0,13	5,55	12,06	0,28	1,64
29	0,1	0,1	80	35	55	1	0,46	0,11	16,86	20,68	0,36	1,95
30	0,2	0,1	80	35	55	-1	0,68	0,15	9,83	14,05	0,23	1,37
31	0,1	0,2	80	35	55	-1	0,50	0,08	10,60	13,41	0,26	1,58
32	0,2	0,2	80	35	55	1	0,52	0,13	7,59	19,29	0,26	1,59

33	0,031	0,15	60	33	50	0	0,29	0,04	9,22	10,30	0,19	1,28
34	0,269	0,15	60	33	50	0	0,52	0,13	11,99	13,10	0,27	1,62
35	0,15	0,031	60	33	50	0	0,56	0,14	8,78	10,24	0,44	2,45
36	0,15	0,269	60	33	50	0	0,49	0,10	6,06	6,92	0,22	1,32
37	0,15	0,15	12,43	33	50	0	0,12	0,07	11,42	12,80	0,22	1,46
38	0,15	0,15	107,57	33	50	0	0,43	0,09	9,27	10,87	0,34	1,77
39	0,15	0,15	60	33	50	0	0,46	0,11	6,57	8,49	0,30	1,72
40	0,15	0,15	60	33	50	0	0,45	0,11	13,40	14,23	0,24	1,47
41	0,15	0,15	60	33	50	0	0,45	0,11	12,57	14,19	0,28	1,64
42	0,15	0,15	60	33	50	0	0,53	0,11	6,60	7,41	0,23	1,34
43	0,15	0,15	60	33	50	0	0,53	0,12	8,33	10,10	0,22	1,29
44	0,15	0,15	60	33	50	0	0,48	0,11	8,94	10,64	0,22	1,27
45	0,15	0,15	60	33	50	0	0,37	0,09	5,28	7,03	0,28	1,70
46	0,15	0,15	60	33	50	0	0,38	0,10	8,07	9,04	0,28	1,69
47	0,15	0,15	60	33	50	0	0,43	0,09	6,34	7,44	0,26	1,57
48	0,15	0,15	60	33	50	0	0,39	0,09	15,09	16,41	0,29	1,69
49	0,15	0,15	60	33	50	0	0,48	0,10	5,88	7,28	0,28	1,59
50	0,15	0,15	60	33	50	0	0,46	0,11	6,66	7,89	0,31	1,78

Em relação às respostas de força axial F_a apresentou maior magnitude variando de 120 a 680 N, enquanto a força radial F_r variou de 40 a 160 N. Sabe-se pela literatura que no fresamento helicoidal a força axial é a mais importante em termos de magnitude (Wang *et al.*, 2012), enquanto a força radial pode apresentar relação com desvio de forma e dimensão (Denkena *et al.*, 2008a). Os níveis de força encontrados neste trabalho são baixos considerando a furação de material endurecido.

Quanto às respostas de forma geométrica do furo, a circularidade Ron_t , que consiste no desvio de forma circular total, apresentou variação de 5,28 a 16,86 μm . Já a cilindridade, devido ao instrumento e método de medição utilizados, pode ser considerada como uma característica de qualidade que contempla os desvios de forma e de excentricidade, teve valores médios medidos de 6,92 a 21,01 μm . Um resultado conhecido na literatura de circularidade no fresamento helicoidal de aço endurecido, especificamente no aço D2 com 60 HRC, reportou $Ron_t = 10 \mu\text{m}$ quando utilizada uma fresa inteiriça (Iyer *et al.*, 2006).

A qualidade superficial do furo foi avaliada a partir da rugosidade medida na direção axial da superfície dos furos. Foram considerados as respostas de rugosidade média R_a e rugosidade máxima R_z para contemplar uma medida de tendência central e uma de dispersão no acabamento da superfície do furo fresado. A rugosidade média R_a apresentou níveis de 0,18 a 0,44 μm , enquanto a rugosidade máxima R_z variou de 1,28 a 2,08 μm . Logo, os níveis mais baixos obtidos são equivalentes aos de superfícies acabadas por retificação.

A Figura 8.1 apresenta fotos da entrada e saída de alguns dos furos obtidos por fresamento helicoidal no aço ABNT/AISI H13 endurecido. Foi obtido ótimo acabamento na

entrada e na saída dos furos. Em alguns trabalhos já foram reportados a evolução da rebarba com o desgaste da fresa no fresamento helicoidal. Entretanto, como neste planejamento experimental as fresas foram utilizadas até atingirem apenas 0,10 μm de desgaste de flanco, os níveis de rebarba foram pequenos e, portanto, desconsiderados.

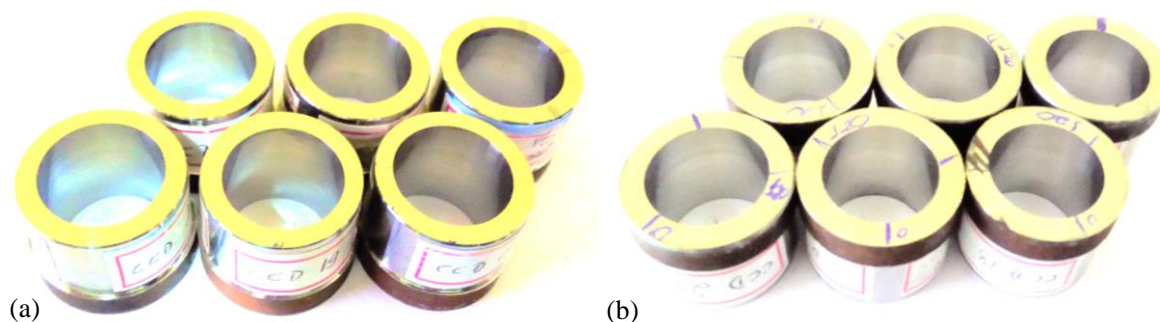


Figura 8.1. (a) Entrada e (b) saída dos furos obtidos por fresamento helicoidal no aço ABNT/AISI H13

Antes de realizar a otimização multi-objetivo das respostas consideradas, será apresentada a análise individual das respostas, não com a finalidade de traçar conclusões definitivas, mas para entender os efeitos das variáveis de controle e ruído nas respostas, se possível confrontar os resultados com a literatura e realizar a modelagem e otimização individual. Por uma questão de simplicidade as análises de normalidade e homogeneidade de variâncias (homocedasticidade) não serão apresentadas nos tópicos subsequentes, mas no Apêndice C. De maneira direta, pode-se resumir aqui que inicialmente ao realizar a modelagem das respostas por OLS obteve-se normalidade dos resíduos para todas as seis respostas. Entretanto, não obteve-se homocedasticidade. Foi então realizada a modelagem por WLS para todos os casos de forma a minimizar a influência da heterocedasticidade, ponderando a regressão com pesos inversamente proporcionais ao quadrado dos resíduos.

8.1. Forças no fresamento helicoidal do aço H13 endurecido

Inicialmente são apresentados os modelos de força no sistema de coordenadas da ferramenta para as componentes axial F_a e radial F_r . A partir do modelo de resposta com os efeitos das variáveis de controle e ruído são derivados os modelos de média e variância obtidos a partir da propagação do erro em relação às variáveis de ruído. Posteriormente são apresentados os modelos de força no sistema de coordenadas da peça com domínio no tempo.

Para ilustrar o padrão de forças no fresamento helicoidal a Figura 8.2 apresenta o resultado de um dos experimentos no ponto central, o ensaio 39, com $\mathbf{x}_0 = [f_{za} = 0,15 \mu\text{m/dente}; f_{zt} = 0,15 \text{ mm/dente}; v_c = 60 \text{ m/min}]$, antes e após filtragem. Pode-se confirmar que F_z é maior em magnitude que F_x e F_y , mesmo neste caso com f_{za} mil vezes menor que f_{zt} .

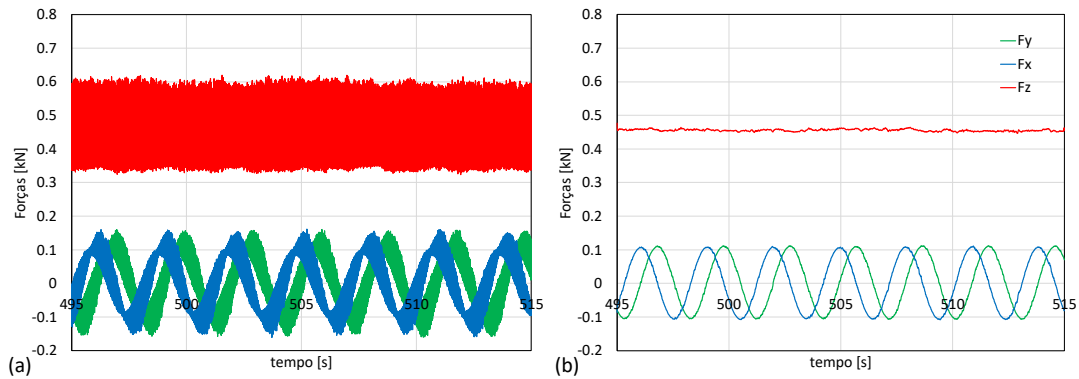


Figura 8.2. Forças monitoradas no fresamento helicoidal (a) antes da filtragem: 1200 Hz; (b) após filtragem: 20 Hz

A Figura 8.3 apresenta os gráficos de efeitos principais para a resposta F_a . Pode-se observar os efeitos lineares e de curvatura em relação às variáveis de processo e os efeitos lineares em relação às variáveis de ruído. Já a Figura 8.4 apresenta os gráficos de interação para a resposta F_a . O modelo de resposta para F_a , na forma da Equação 5.2, obtido por WLS, é apresentado na Equação 8.1. O modelo de resposta para F_a apresentou erro experimental $\hat{\sigma}_{F_a}^2 = 1,008$, coeficientes de determinação $R_{aj}^2 = 99,15\%$ e $R_{prev}^2 = 85,67\%$ e p-valor para o teste para falta de ajuste igual a 0,425 confirmando o bom ajuste dos dados e a boa capacidade de previsão do modelo de resposta.

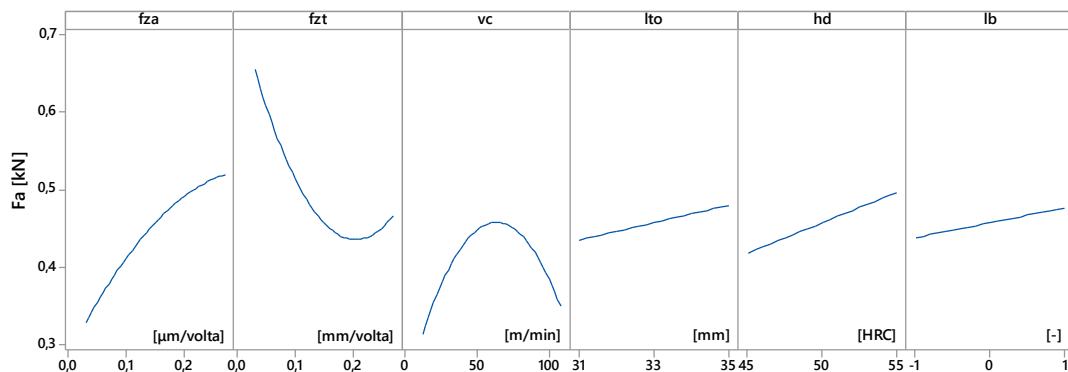


Figura 8.3. Gráficos de efeito linear e quadrático para F_a

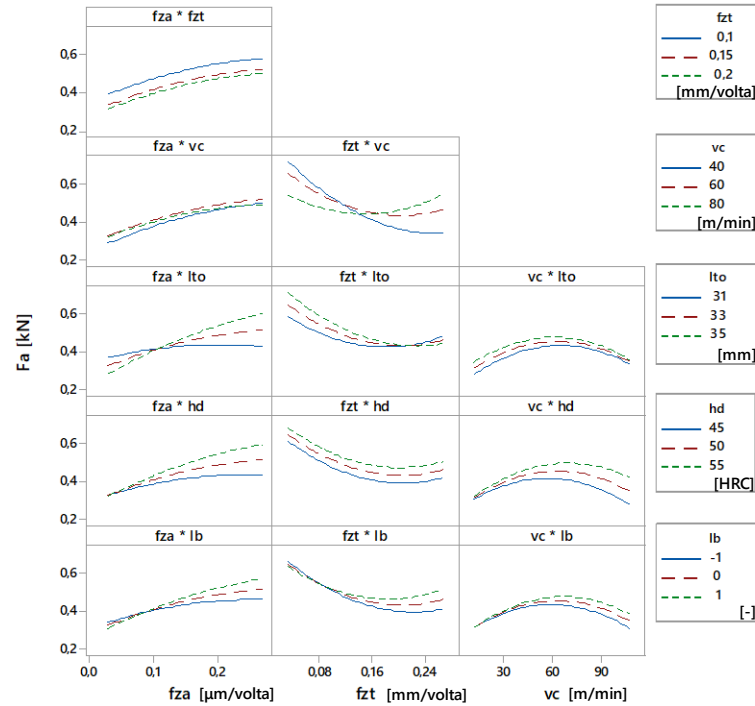


Figura 8.4. Gráficos de interação para F_a

$$\begin{aligned}
 F_a(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = & 0,4582 + 0,0396 \times f_{za} - 0,0394 \times f_{zt} + 0,0074 \times v_c - 0,0058 \times f_{za}^2 + 0,0178 \times f_{zt}^2 \\
 & - 0,0218 \times v_c^2 - 0,0001 \times f_{za} \times f_{zt} - 0,0040 \times f_{za} \times v_c + 0,0397 \times f_{zt} \times v_c + 0,0224 \times l_{to} \\
 & + 0,0391 \times h_d + 0,0192 \times l_b + 0,0272 \times f_{za} \times l_{to} + 0,0170 \times f_{za} \times h_d + 0,0149 \times f_{za} \times l_b \\
 & - 0,0172 \times f_{zt} \times l_{to} + 0,0015 \times f_{zt} \times h_d + 0,0141 \times f_{zt} \times l_b - 0,0042 \times v_c \times l_{to} \\
 & + 0,0135 \times v_c \times h_d + 0,0081 \times v_c \times l_b
 \end{aligned} \quad (8.1)$$

A Tabela 8.2 apresenta a ANOVA para a resposta F_a . Segundo o nível de significância adotado, $\alpha = 0,05$, os efeitos lineares de f_{za} e f_{zt} foram significativos – p-valor $< \alpha$, sendo o primeiro positivo e o segundo negativo. O efeito linear positivo de f_{za} em F_a , conforme coeficiente da Equação 8.1 e gráfico da Figura 8.3, deve-se ao fato de o aumento do avanço axial acarretar um aumento na profundidade de corte axial a_p^* , conforme Equação 2.8, medida na mesma direção da força axial, F_a . Este efeito linear positivo já foi reportado experimentalmente no trabalho de Denkena, *et al.* (2011), por exemplo. Já o efeito linear negativo de f_{zt} deve-se a esta variável ser inversamente proporcional ao aumento de a_p^* , conforme Equação 2.8, de forma que ao aumentar esta variável, diminui-se a penetração axial por revolução orbital, acarretando a diminuição dos esforços na direção axial.

Em relação aos efeitos quadráticos das variáveis de processo, os três foram significativos conforme pode-se observar na ANOVA da Tabela 8.2, sendo o efeito de v_c o mais

preponderante. A variável f_{za} apresentou convexidade voltada para baixo, f_{zt} apresentou convexidade voltada para cima e v_c apresentou convexidade para baixo. No caso de v_c pode-se observar que os níveis extremos produzem esforços de corte mais baixos, possivelmente por estabilizarem o processo. Em relação às interações processo×processo, apenas $f_{zt} \times v_c$ foi significativa, podendo ser constatado graficamente que à medida que a velocidade de corte aumenta o efeito linear negativo de f_{zt} é mais notável. Avaliando sobre outra perspectiva, o aumento de v_c com f_{zt} em níveis baixos diminui F_a , enquanto o aumento de v_c com f_{zt} em níveis altos acarreta um aumento em F_a .

Tabela 8.2. ANOVA para F_a

FV	GL	SQ	MQ	F	P-valor
Modelo	21	5807,02	276,525	274,35	0,000
Linear	6	1999,64	333,274	330,65	0,000
f_{za}	1	54,97	54,974	54,54	0,000
f_{zt}	1	40,12	40,117	39,80	0,000
v_c	1	1,43	1,434	1,42	0,243
l_{to}	1	12,83	12,828	12,73	0,001
h_d	1	41,14	41,136	40,81	0,000
l_b	1	11,91	11,913	11,82	0,002
Quadrático	3	14,53	4,842	4,80	0,008
$f_{za} \times f_{za}$	1	6,45	6,449	6,40	0,017
$f_{zt} \times f_{zt}$	1	5,35	5,348	5,31	0,029
$v_c \times v_c$	1	5,63	5,632	5,59	0,025
Interações	12	332,13	27,677	27,68	0,000
$f_{za} \times f_{zt}$	1	0,00	0,000	0,00	0,990
$f_{za} \times v_c$	1	0,44	0,443	0,44	0,513
$f_{zt} \times v_c$	1	59,00	59,004	58,54	0,000
$f_{za} \times l_{to}$	1	22,19	22,191	22,02	0,000
$f_{za} \times h_d$	1	7,38	7,378	7,32	0,011
$f_{za} \times l_b$	1	6,38	6,380	6,33	0,018
$f_{zt} \times l_{to}$	1	8,23	8,229	8,16	0,008
$f_{zt} \times h_d$	1	0,08	0,084	0,08	0,776
$f_{zt} \times l_b$	1	7,74	7,742	7,68	0,010
$v_c \times l_{to}$	1	0,67	0,674	0,67	0,420
$v_c \times h_d$	1	6,75	6,750	6,70	0,015
$v_c \times l_b$	1	2,34	2,344	2,33	0,138
Erro	28	28,22	1,008		
Falta de ajuste	17	17,99	1,058	1,14	0,425
Erro Puro	11	10,23	0,930		
Total	49	5835,24			
S	R^2	R_{aj}^2	R_{prev}^2		
1,00396	99,52%	99,15%	85,67%		

Os efeitos lineares das três variáveis de ruído foram estatisticamente significativos e positivos. Pode-se concluir, portanto, que em média o aumento do comprimento em balanço, da dureza do material e da altura medida no furo aumentam a força axial F_a . Pensando na robustez do processo é imprescindível avaliar as interações processo×ruído e de forma a encontrar níveis das variáveis de processo insensíveis à variação das variáveis de ruído. Sem significância nestas interações não seria possível tornar o processo robusto. A variável de controle f_{za} interagiu significativamente com as três variáveis de ruído. Por exemplo, pode-se observar graficamente que $f_{za} \sim 0,12 \mu\text{m/dente}$ torna o processo robusto a l_{to} na resposta F_a , entretanto, este nível é diferente para a interação $f_{za} \times h_d$ de forma que f_{za} mais baixo possibilita a robustez em relação a F_a . Logicamente, o nível ideal de f_{za} para tornar o processo robusto em relação às três variáveis de ruído é obtido por otimização, pois gerenciar este *trade-off* entre as diferentes interações processo×ruído para uma variável de processo fixa avaliando os gráficos de interação, conforme proposto por Shoemaker *et al.* (1991), é uma tarefa difícil.

Em relação a f_{zt} o problema de obter a robustez é maior, pois o nível de f_{zt} que torna o processo mais estável em relação à variável de ruído l_{to} seria acima do nível fatorial positivo, 0,24 mm/dente, enquanto que o nível de f_{zt} que torna o processo insensível a l_b seria um nível mais baixo, próximo de 0,08 mm/dente. Possivelmente f_{zt} mais alto minimiza o efeito do comprimento em balanço uma vez que em níveis mais altos de f_{zt} os esforços de corte são menores e, portanto, a fresa apresenta mais estabilidade, mesmo com comprimento em balanço mais alto. A variável v_c só interagiu de maneira significativa com a variável de ruído h_d , sendo possível tornar o processo robusto à variação da dureza utilizando-se velocidades de corte mais baixas.

Para obter níveis robustos de f_{za} , f_{zt} e v_c em relação a l_{to} , h_d e l_b na resposta F_a de maneira efetiva, deve-se realizar o projeto de parâmetro robusto. As Equações de média e variância para F_a em função das variáveis de processo, na forma das Equações 5.5 e 5.6, são apresentadas nas Equações 8.2 e 8.3. As superfícies de resposta são apresentadas graficamente na Figura 8.5, com níveis das variáveis de controle codificados e nível da variável não plotada em cada caso fixo no ponto central. Para avaliar a convexidade dos modelos, deve-se analisar os autovalores da matriz $\mathbf{B} = 2\mathbf{H}$, conforme Equação 4.68. Os autovalores associados a $E[F_a]$ são $\lambda_{E[F_a]} = [-0,0302; 0,0261; -0,0057]$ tem sinais mistos, portanto, a função de média da resposta F_a é uma sela e apresenta um ponto estacionário de sela. Logo, para minimizá-la deve-se realizar a otimização restrita. Já para a função de variância os autovalores são $\lambda_{Var[F_a]} = [0,0013; 0,0006121; 0,0001]$ tem sinais positivos, e $Var[F_a]$ apresenta convexidade voltada para cima, com ponto de mínimo, conforme visualiza-se graficamente na Figura 8.5.

$$E[F_a(\mathbf{x}, \mathbf{z})] = 0,4582 + 0,0396 \times f_{za} - 0,0394 \times f_{zt} + 0,0074 \times v_c - 0,0058 \times f_{za}^2 + 0,0178 \times f_{zt}^2 - 0,0218 \times v_c^2 - 0,0001 \times f_{za} \times f_{zt} - 0,0040 \times f_{za} \times v_c + 0,0397 \times f_{zt} \times v_c \quad (8.2)$$

$$\text{Var}[F_a(\mathbf{x}, \mathbf{z})] = 1,0104 + 0,0031 \times f_{za} - 0,0001 \times f_{zt} + 0,0012 \times v_c + 0,0012 \times f_{za}^2 + 0,0005 \times f_{zt}^2 + 0,0003 \times v_c^2 - 0,0005 \times f_{za} \times f_{zt} + 0,0005 \times f_{za} \times v_c + 0,004 \times f_{zt} \times v_c \quad (8.3)$$

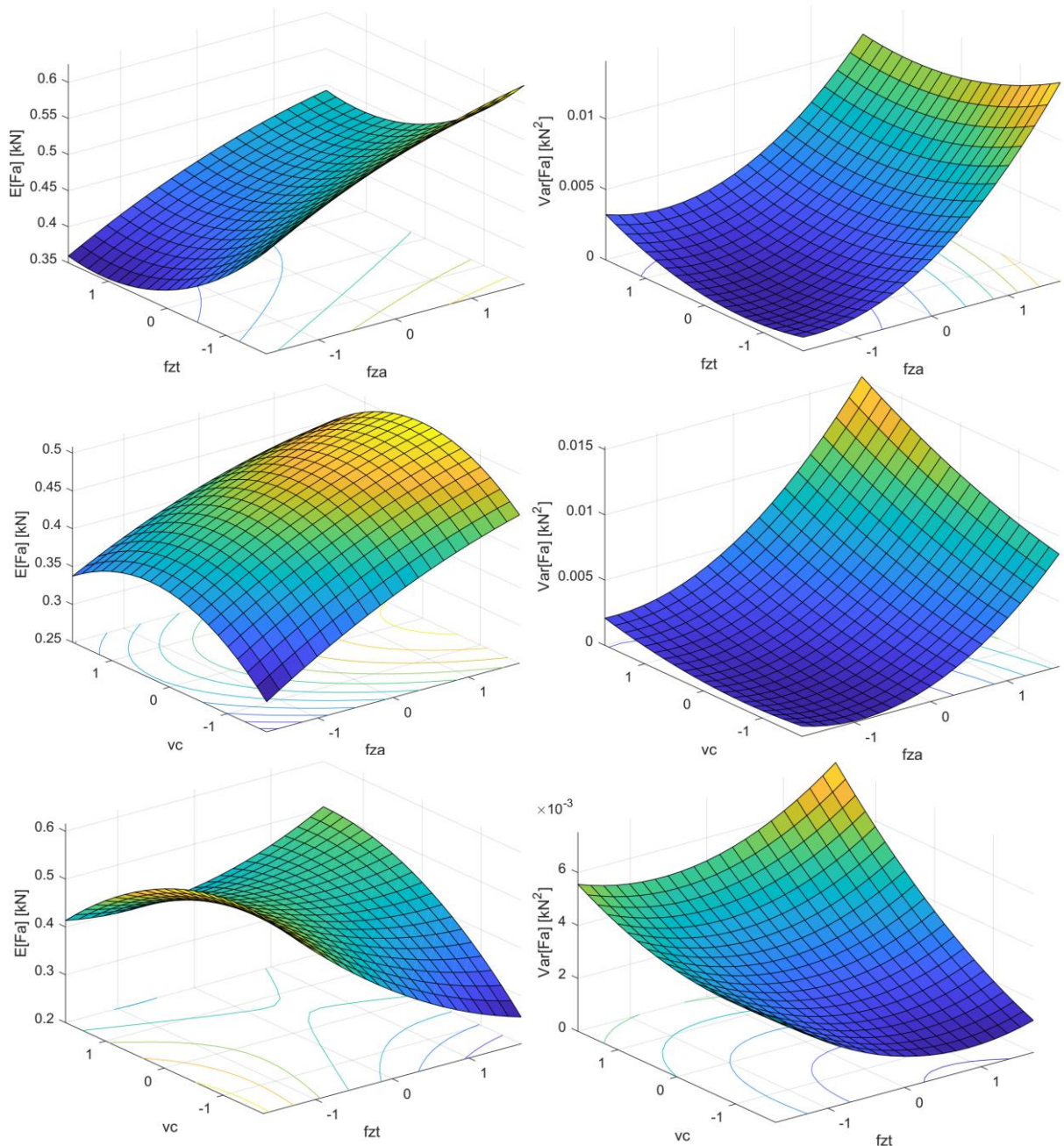


Figura 8.5. Superfícies de resposta para F_a , $\mathbf{x}_{\text{fixo}} = \mathbf{x}_{\text{CiPt}}$

Para realizar a otimização bi-objetivo pelo método NNC e avaliar o conflito entre a média e variância da resposta F_a , deve-se inicialmente obter a matriz *pay-off*. A matriz *pay-off*

é apresentada na Tabela 8.3, considerando as otimizações individuais das funções envolvidas respeitando a restrição de espaço amostral do espaço codificado $\mathbf{x}^T \mathbf{x} = f_{za}^2 + f_{zt}^2 + v_c^2 \leq 2,828 = \rho^2$, para os casos que o ponto estacionário não resolve o problema. Cada coluna da matriz *pay-off* corresponde a um ponto de âncora. Pode-se observar na diagonal principal da matriz *pay-off* os ótimos individuais e na antidiagonal os valores de pseudo nadir.

Tabela 8.3. Matriz *pay-off* para $E[F_a] \times Var[F_a]$

$E[F_r]$	0,316	0,337
$Var[F_r]$	1,0082	1,0080

Pode-se constatar que a diferença na variância é relativamente pequena da utopia para nadir. Entretanto, o erro experimental estimado pelo MS_E da ANOVA foi relativamente alto em relação à magnitude dos coeficientes de regressão, de forma que a constante da função de variância também fosse elevada. O erro experimental observado é relativo a variáveis de ruído não consideradas no planejamento experimental, dada dificuldade de controle, impossibilidade de medição, entre outros fatores. Por exemplo, no caso estudado do fresamento helicoidal duro foi observado o desgaste da ferramenta durante os ensaios. Sendo a fresa substituída após um desgaste de flanco médio de 0,1 mm. Acredita-se que o desgaste de flanco aleatorizado em todas as corridas pode ter acarretado o alto erro experimental para F_a .

Posteriormente foi definido o incremento $\delta = 0,05$, gerando $\eta_r = 21$ soluções Pareto ótimas. Foi realizada a normalização das funções objetivo, da matriz *pay-off* e foi definido o vetor linha de utopia N_1 conforme a Equação 6.28 no espaço normalizado. Procedendo-se à otimização bi-objetivo conforme a formulação da Equação 6.32 com $f_2 = Var[F_a]$ e $f_1 = E[F_a]$, obteve-se a fronteira de Pareto plotada na Figura 8.6.

A Tabela 8.4 apresenta os resultados das 21 otimizações desta fronteira de Pareto, com os níveis ótimos das variáveis de controle \mathbf{x}^* codificados e decodificados, os valores de $E[F_a]$ e $Var[F_a]$, além do desvio-padrão $S(F_a) = Var(F_a)^{1/2}$. Em termos práticos, pode-se observar que os níveis robustos para o avanço axial estão no intervalo de $f_{za} \sim [0,10; 0,12]$ $\mu\text{m}/\text{dente}$, enquanto que para o avanço tangencial $f_{zt} \sim [0,16; 0,19]$ mm/dente e a velocidade de corte $v_c \sim [32,1; 34]$ m/min . Estes níveis garantem a robustez em relação às variáveis de ruído l_{to} , h_d e l_b na resposta F_a e são plotados no espaço experimental na Figura 8.7, juntamente com os pontos do planejamento experimental.

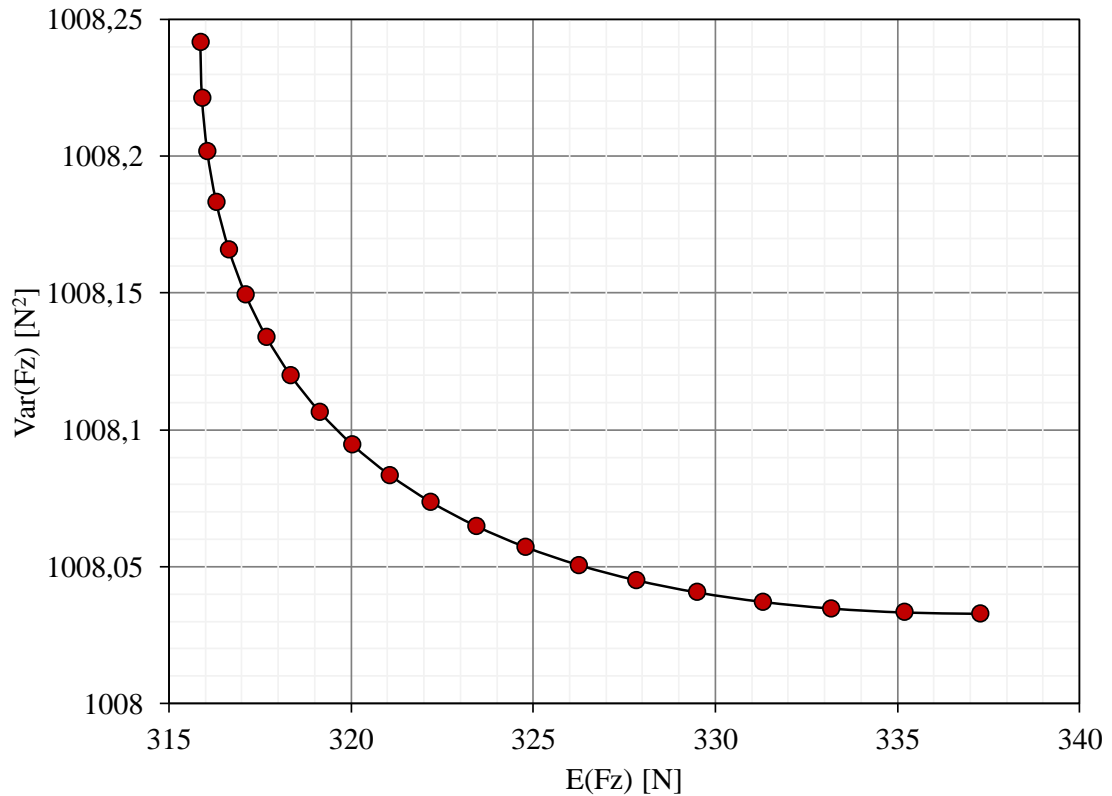


Figura 8.6. Fronteira de Pareto para $E[F_a] \times Var[F_a]$

Tabela 8.4. Resultados da otimização entre $E[F_a]$ e $Var[F_a]$ pelo método NNC

w_1	codificado			Decodificado			Respostas		
	f_{za}	f_{zt}	v_c	f_{za}	f_{zt}	v_c	$E(F_a)$	$Var(F_a)$	$S(F_a)$
				$\mu\text{m/dente}$	mm/dente	m/min	kN	kN^2	kN
0,00	-0,910	0,249	-1,392	0,10	0,16	32,2	0,337	1,0080	1,0040
0,05	-0,900	0,280	-1,393	0,10	0,16	32,1	0,335	1,0080	1,0040
0,10	-0,891	0,310	-1,392	0,11	0,17	32,2	0,333	1,0080	1,0040
0,15	-0,882	0,340	-1,391	0,11	0,17	32,2	0,331	1,0080	1,0040
0,20	-0,873	0,370	-1,389	0,11	0,17	32,2	0,330	1,0080	1,0040
0,25	-0,864	0,400	-1,387	0,11	0,17	32,3	0,328	1,0080	1,0040
0,30	-0,854	0,430	-1,383	0,11	0,17	32,3	0,326	1,0081	1,0040
0,35	-0,845	0,459	-1,380	0,11	0,17	32,4	0,325	1,0081	1,0040
0,40	-0,836	0,488	-1,375	0,11	0,17	32,5	0,323	1,0081	1,0040
0,45	-0,827	0,518	-1,370	0,11	0,18	32,6	0,322	1,0081	1,0040
0,50	-0,817	0,546	-1,365	0,11	0,18	32,7	0,321	1,0081	1,0040
0,55	-0,807	0,575	-1,359	0,11	0,18	32,8	0,320	1,0081	1,0040
0,60	-0,797	0,603	-1,352	0,11	0,18	33,0	0,319	1,0081	1,0040
0,65	-0,787	0,631	-1,346	0,11	0,18	33,1	0,318	1,0081	1,0041
0,70	-0,776	0,659	-1,339	0,11	0,18	33,2	0,318	1,0081	1,0041
0,75	-0,765	0,686	-1,332	0,11	0,18	33,4	0,317	1,0081	1,0041
0,80	-0,753	0,712	-1,325	0,11	0,19	33,5	0,317	1,0082	1,0041
0,85	-0,740	0,739	-1,318	0,11	0,19	33,6	0,316	1,0082	1,0041
0,90	-0,726	0,764	-1,311	0,11	0,19	33,8	0,316	1,0082	1,0041
0,95	-0,710	0,789	-1,304	0,11	0,19	33,9	0,316	1,0082	1,0041
1,00	-0,693	0,813	-1,299	0,12	0,19	34,0	0,316	1,0082	1,0041

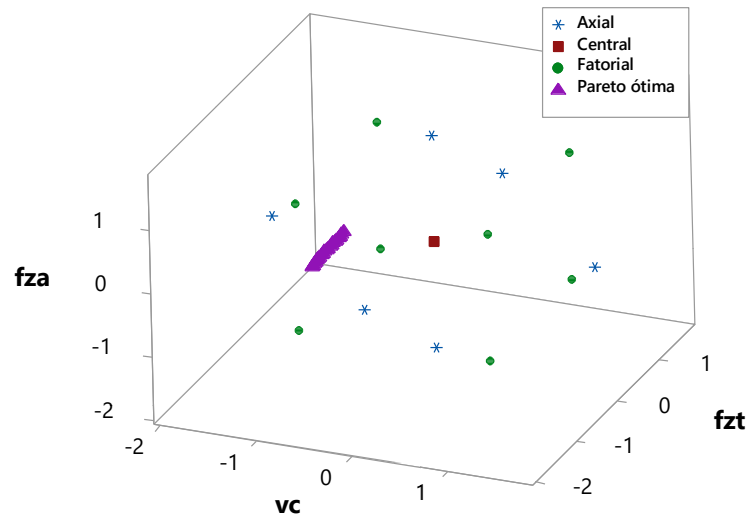


Figura 8.7. Espaço experimental para a otimização $E[F_a] \times Var[F_a]$

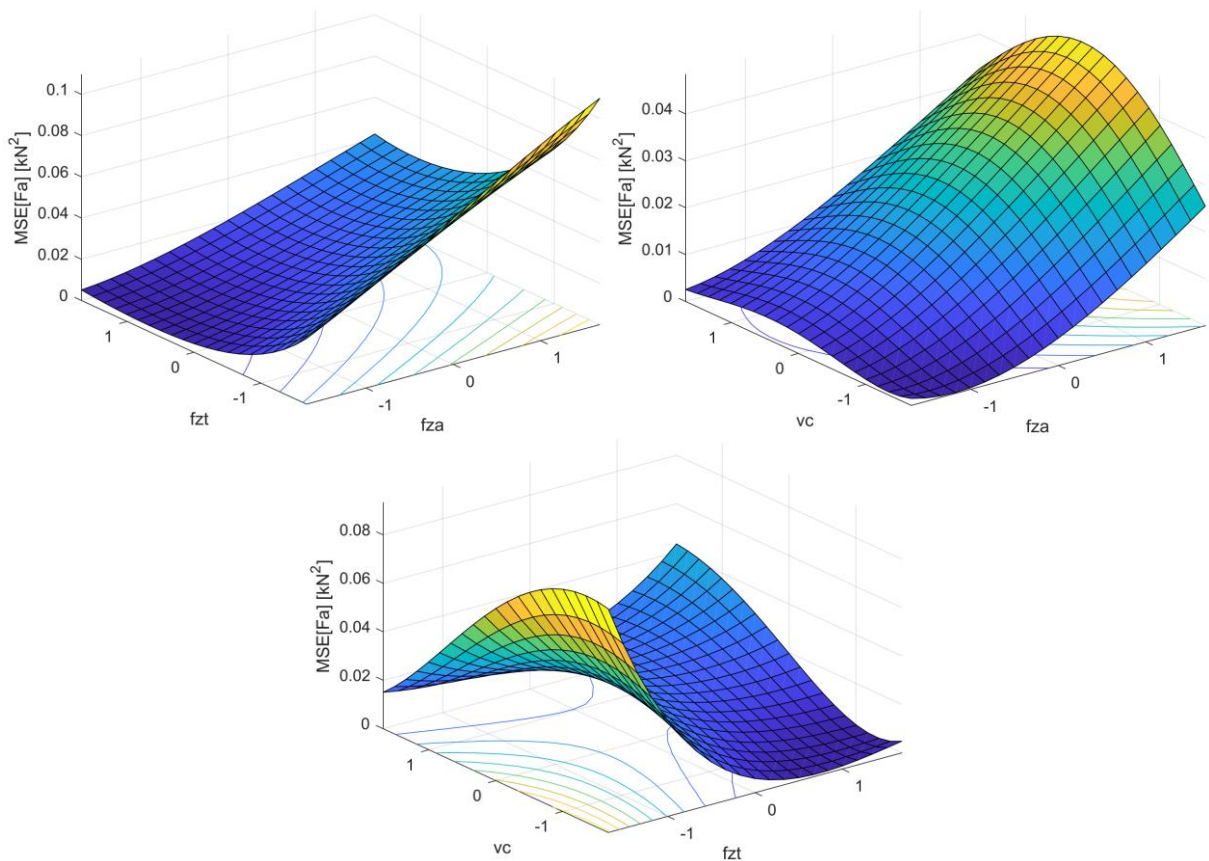


Figura 8.8. Superfícies de resposta para MSE_{F_a} , $\mathbf{x}_{fixo} = \mathbf{x}_{CIPI}$

Com a finalidade de minimizar o viés e a variância da força de corte axial F_a também foi modelado e erro quadrático médio, conforme Equação 5.25 que, de maneira explícita fica $MSE_{F_a} = [E(F_a) - T_{F_a}]^2 + Var(F_a)$, considerando as Equações 8.2 e 8.3 de média e variância de

F_a e o alvo da média $T_{F_a} = 0,316$ kN. Esta função é plotada na Figura 8.8 sob diferentes perspectivas. Uma vez que esta função consiste no desvio quadrático da média em relação ao alvo, sendo a média uma função quadrática, além de ser somada da variância que neste caso também é uma função quadrática, o MSE é uma função que apresenta termos de até quarta ordem. Realizando-se a minimização de MSE_{F_a} com a restrição de espaço amostral, obteve-se os resultados resumidos na Tabela 8.5. Pode-se observar que os resultados foram próximos da otimização da média, $w_1 = 1$ na Tabela 8.4, de forma que na soma das funções viés e variância sem ponderação o viés apresentou resultados melhores de forma que a média aproximou-se muito do alvo da otimização.

Tabela 8.5. Otimização de MSE_{F_a}

codificado			decodificado			Respostas			
f_{za}	f_{zt}	v_c	f_{za}	f_{zt}	v_c	$E(F_a)$	$Var(F_a)$	$S(F_a)$	MSE_{F_a}
			$\mu\text{m/dente}$	mm/dente	m/min	kN	kN^2	kN	kN^2
-0,678	0,810	-1,308	0,116	0,190	33,8	0,316	1,008	1,004	1,008

A análise da força radial F_r é importante para entender o efeito desta componente no sistema de coordenadas da ferramenta no processo e a qualidade do furo. A Figura 8.9 apresenta os gráficos de efeitos principais para a componente de força radial, F_r . Os gráficos de interação para F_r são apresentados na Figura 8.10. O modelo de resposta é apresentado na Equação 8.4. A variância experimental estimada pela ANOVA para o modelo de resposta de F_r foi $\hat{\sigma}_{F_r}^2 = 1,229$, com coeficientes de determinação $R_{aj}^2 = 97\%$ e $R_{prev}^2 = 55,39\%$, com p-valor para o teste de falta de ajuste igual a 0,381. Apesar da excelente explicação da variabilidade dos dados e não apresentar falta de ajuste, o modelo de resposta apresenta capacidade de previsão razoável, abaixo de 60%.

A Tabela 8.6 apresenta a ANOVA para a resposta F_r . Em relação aos efeitos lineares em F_r , a variável f_{za} se comportou de maneira similar a F_a , apresentando significância estatística e efeito positivo. Logo, o aumento de f_{za} acarretou um aumento na força radial, em consonância com os resultados de Denkena *et al.* (2011). Portanto, conforme elucidam tais autores, o avanço axial por dente apresenta um efeito linear significativo tanto em F_a quanto em F_r . Ao aumentar f_{za} aumenta-se a profundidade de corte axial por revolução orbital a_p^* e a espessura do cavaco não deformado na direção axial h_{ax} , o que acarreta um aumento nos esforços axiais, F_a . Além disso, ao aumentar f_{za} aumenta-se a_p^* , mantém-se a espessura do cavaco não deformado na direção tangencial, h_{tan} , constante, porém aumenta-se a largura tangencial do cavaco não deformado b_{tan} , de forma que a seção transversal do cavaco aumenta, acarretando um aumento

em F_r . Outro trabalho que confirma o efeito linear positivo de f_{za} em ambas componentes de força é o de Zhou *et al.* (2017).

$$\begin{aligned}
 F_r(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = & 0,1082 + 0,0159 \times f_{za} - 0,0082 \times f_{zt} - 0,0059 \times v_c - 0,0032 \times f_{za}^2 + 0,0015 \times f_{zt}^2 \\
 & - 0,0014 \times v_c^2 + 0,0015 \times f_{za} \times f_{zt} - 0,0015 \times f_{za} \times v_c + 0,0035 \times f_{zt} \times v_c + 0,0058 \times l_{to} \\
 & + 0,0035 \times h_d + 0,0082 \times l_b + 0,0056 \times f_{za} \times l_{to} - 0,0009 \times f_{za} \times h_d + 0,0001 \times f_{za} \times l_b \\
 & - 0,0038 \times f_{zt} \times l_{to} - 0,0007 \times f_{zt} \times h_d + 0,0040 \times f_{zt} \times l_b - 0,0012 \times v_c \times l_{to} \\
 & + 0,0030 \times v_c \times h_d - 0,0017 \times v_c \times l_b
 \end{aligned}
 \tag{8.4}$$

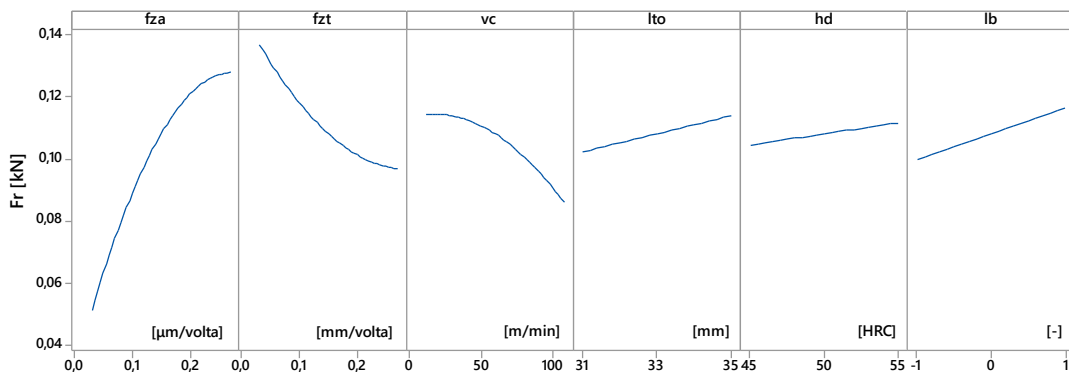


Figura 8.9. Gráficos de efeito linear e quadrático para F_r

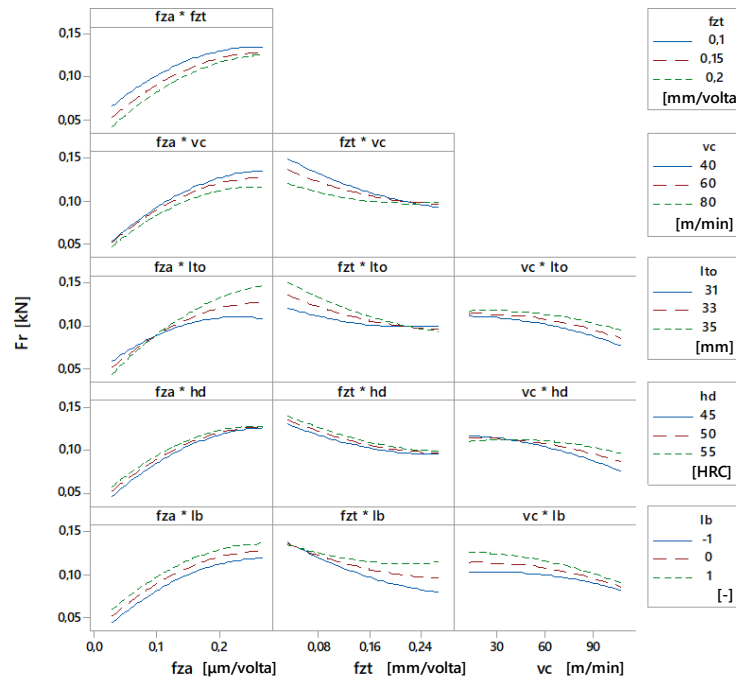


Figura 8.10. Gráficos de interação para F_r

Tabela 8.6. ANOVA para F_r

FV	GL	SQ	MQ	F	P-valor
Modelo	21	1969,74	93,797	76,33	0,000
Linear	6	232,89	38,815	31,59	0,000
f_{za}	1	121,66	121,663	99,01	0,000
f_{zt}	1	47,35	47,347	38,53	0,000
v_c	1	23,32	23,323	18,98	0,000
l_{to}	1	10,83	10,833	8,82	0,006
h_d	1	5,22	5,216	4,24	0,049
l_b	1	33,74	33,742	27,46	0,000
Quadrático	3	24,81	8,269	6,73	0,001
$f_{za} \times f_{za}$	1	21,02	21,025	17,11	0,000
$f_{zt} \times f_{zt}$	1	1,84	1,84	1,50	0,231
$v_c \times v_c$	1	0,81	0,81	0,66	0,424
Interações	12	52,28	4,357	3,55	0,003
$f_{za} \times f_{zt}$	1	0,8	0,803	0,65	0,426
$f_{za} \times v_c$	1	0,74	0,742	0,60	0,444
$f_{zt} \times v_c$	1	7,17	7,168	5,83	0,023
$f_{za} \times l_{to}$	1	10,51	10,51	8,55	0,007
$f_{za} \times h_d$	1	0,34	0,339	0,28	0,604
$f_{za} \times l_b$	1	0,01	0,007	0,01	0,941
$f_{zt} \times l_{to}$	1	5,53	5,532	4,50	0,043
$f_{zt} \times h_d$	1	0,14	0,139	0,11	0,739
$f_{zt} \times l_b$	1	5,48	5,48	4,46	0,044
$v_c \times l_{to}$	1	0,45	0,452	0,37	0,549
$v_c \times h_d$	1	3,47	3,475	2,83	0,104
$v_c \times l_b$	1	0,94	0,944	0,77	0,388
Erro	28	34,41	1,229		
Falta de ajuste	17	22,43	1,319	1,21	0,381
Erro Puro	11	11,98	1,089		
Total	49	2004,15			
	S	R^2	R_{aj}^2	R_{prev}^2	
	1,10853	98,28%	97,00%	55,39%	

O efeito linear de f_{zt} foi negativo e significativo em F_r , conforme ocorrido em F_a , desta vez contrariando as simulações de Zhou *et al.* (2017), porém em consonância com Denkena *et al.* (2008a) e Denkena *et al.* (2011). Conforme explicado por Denkena *et al.* (2011), ao aumentar f_{zt} diminui-se a_p^* e a largura do cavaco na direção tangencial, b_{tan} , porém, aumenta-se a espessura do cavaco na direção tangencial, h_{tan} . Esta mudança na geometria do cavaco não deformado diminui a área a ser removida para uma pressão específica de corte constante diminuindo, portanto, a força radial F_r (DENKENA *et al.*, 2011). A velocidade de corte v_c apresentou efeito linear significativo em F_r , ao contrário de F_a , e este efeito foi negativo em média. O único efeito quadrático significativos em F_r foi de f_{za} com leve convexidade voltada para baixo, conforme pode-se observar na Figura 8.9.

Os efeitos lineares das variáveis de ruído foram estatisticamente significativos em F_r . Conforme esperado, o aumento da variável dureza h_d acarreta o aumento da resistência mecânica e, conseqüentemente, aumento nos esforços de corte radiais. Com o aumento da altura medida no furo l_b a área de contato entre ferramenta e superfície do furo aumenta, o que pode acarretar aumento da força radial, conforme já reportado na literatura por Urbicain *et al.* (2009) e Olvera *et al.* (2012). O aumento do comprimento em balanço também acarretou um aumento na força radial, uma vez que este fator de ruído é diretamente proporcional à deflexão da ferramenta, conforme afirmam Trent e Wright (2000), o que pode contribuir para o aumento da força radial.

A interação processo×processo $f_{zt} \times v_c$ foi estatisticamente significativa, de forma que com f_{zt} mais baixo v_c apresenta efeito linear negativo, enquanto em valores altos de f_{zt} não há diferença em F_r devido a mudança em v_c . Em relação às interações processo×ruído, os dois avanços f_{za} e f_{zt} interagiram com o comprimento em balanço l_{to} . Porém, graficamente na Figura 8.10 em tais interações os níveis mais baixos de f_{za} e mais altos de f_{zt} são robustos à variação de l_{to} na resposta F_r . O avanço tangencial f_{zt} também interagiu com a altura medida no furo l_b , de forma que níveis mais baixos de f_{zt} são insensíveis à variação da altura medida no furo, porém com nível médio de F_r mais alto. Para obter robustez em relação a l_{to} deve-se selecionar níveis mais altos de f_{zt} . Entretanto, no caso da robustez em relação a l_b , f_{zt} deve ser baixo. Logo, projetar níveis robustos das variáveis de processo em função de diferentes variáveis de ruído é uma tarefa difícil, uma vez que a robustez pode apresentar conflito entre as diferentes variáveis de ruído. Outro problema é em relação ao conflito entre viés e variância observado, por exemplo, na interação processo×ruído $f_{zt} \times l_b$ onde observa-se níveis de força mais altos no nível de f_{zt} robusto em relação a altura medida no furo l_b , enquanto em níveis extremos de f_{zt} pode-se observar que não há robustez em relação à variável de ruído l_b , porém em média obtém-se menores esforços de corte radiais.

As Equações de média e variância para F_r são apresentadas nas Equações 8.5 e 8.6 para facilitar o estudo da robustez para esta resposta. As superfícies de resposta para $E[F_r]$ e $Var[F_r]$ são ilustradas na Figura 8.11. Pode-se observar que a magnitude do erro experimental elevada em relação aos coeficientes da Equação de variância. Entretanto, apesar do alto erro experimental, pode-se encontrar níveis que minimizam a variância propagada em relação às variáveis de ruído e encontrar níveis robustos das variáveis de controle. Em relação à convexidade de tais funções, os autovalores associados a $E[F_r]$ são $\lambda_{E[F_r]} = [-0,0038; 0,0024; -0,0016]$, com sinais mistos, sendo a função em formato de sela e o ponto estacionário, portanto, não corresponde a um ponto de mínimo e também não é um ponto de máximo. Já para a função

$Var[F_r]$ os autovalores são $\lambda_{Var[F_r]} = [0,00005; 0,00002; 0,000004]$, todos positivos. Logo, a função apresenta convexidade voltada para cima e o ponto estacionário é de mínimo.

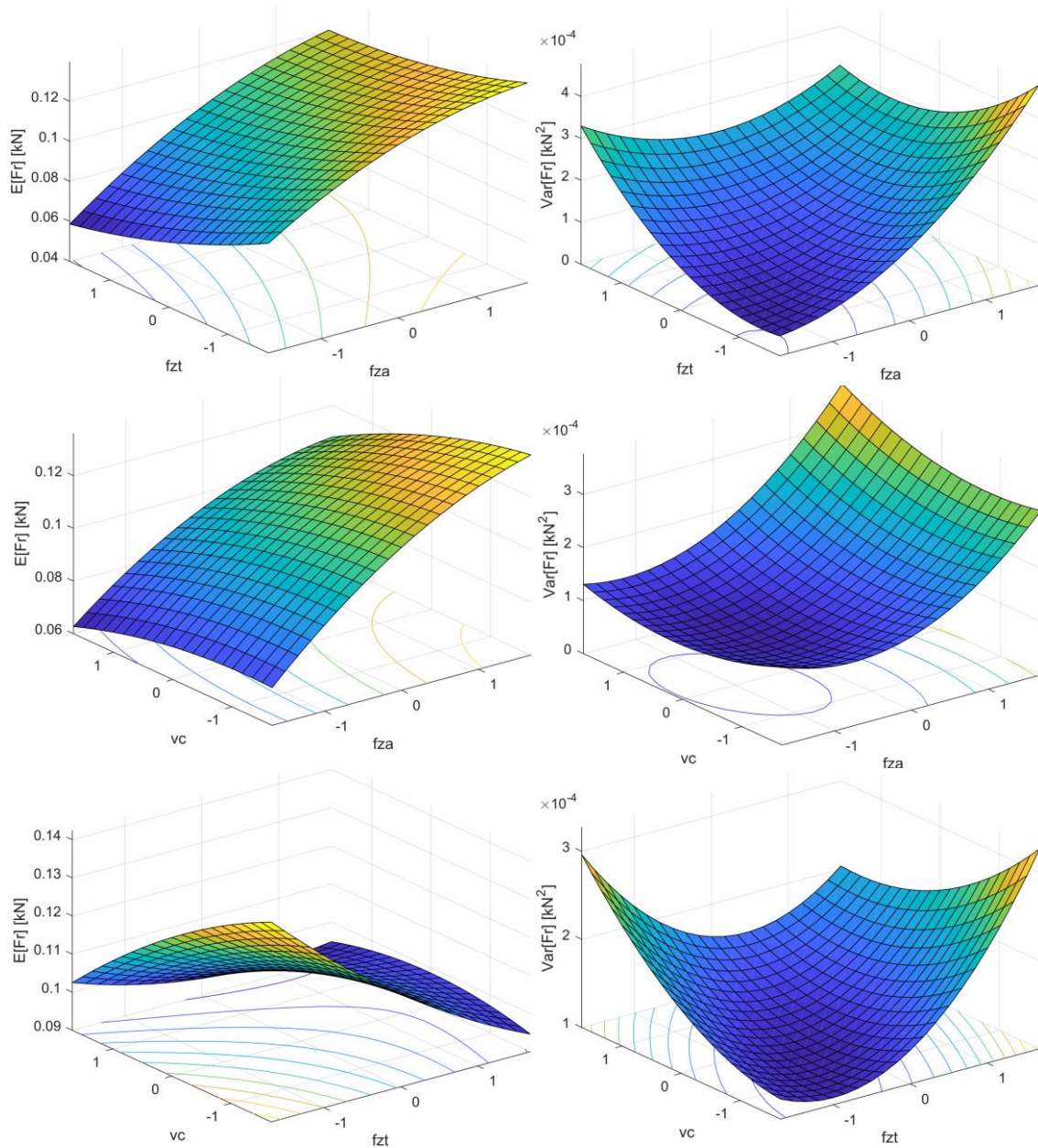


Figura 8.11. Superfícies de resposta para F_r , $\mathbf{x}_{fixo} = \mathbf{x}_{CtPt}$

$$E[F_r(\mathbf{x}, \mathbf{z})] = 0,1082 + 0,0159 \times f_{zd} - 0,0082 \times f_{zt} - 0,0059 \times v_c - 0,0032 \times f_{zd}^2 + 0,0015 \times f_{zt}^2 - 0,0014 \times v_c^2 + 0,0015 \times f_{zd} \times f_{zt} - 0,0015 \times f_{zd} \times v_c + 0,0035 \times f_{zt} \times v_c \quad (8.5)$$

$$Var[F_r(\mathbf{x}, \mathbf{z})] = 1,2291 + 6 \times 10^{-5} \times f_{zd} + 2 \times 10^{-5} \times f_{zt} + 7 \times 10^{-5} \times v_c + 3 \times 10^{-5} \times f_{zd}^2 + 3 \times 10^{-5} \times f_{zt}^2 + 1 \times 10^{-5} \times v_c^2 - 4 \times 10^{-5} \times f_{zd} \times f_{zt} + 7 \times 10^{-5} \times f_{zd} \times v_c - 3 \times 10^{-5} \times f_{zt} \times v_c \quad (8.6)$$

A Tabela 8.7 apresenta a matriz *pay-off* para $E[F_r]$ e $Var[F_r]$. Pode-se observar que apesar de $E[F_r]$ ter apresentado uma variação significativa entre a nadir e utopia, de 69 a 100 N, o mesmo não aconteceu com a variância, devido a alta magnitude da constante desta função devido ao alto erro experimental. Entretanto, apesar desta variação pequena entre a utopia e a nadir de $Var[F_r]$, os resultados das otimizações fornecerão níveis robustos dado o *trade-off* entre média e variância para F_r , com variação considerável nos níveis dos parâmetros, permitindo ao experimentador optar entre diferentes cenários.

Tabela 8.7. Matriz *pay-off* para $E[F_r] \times Var[F_r]$

$E[F_r]$	0,069	0,100
$Var[F_r]$	1,2291	1,2290

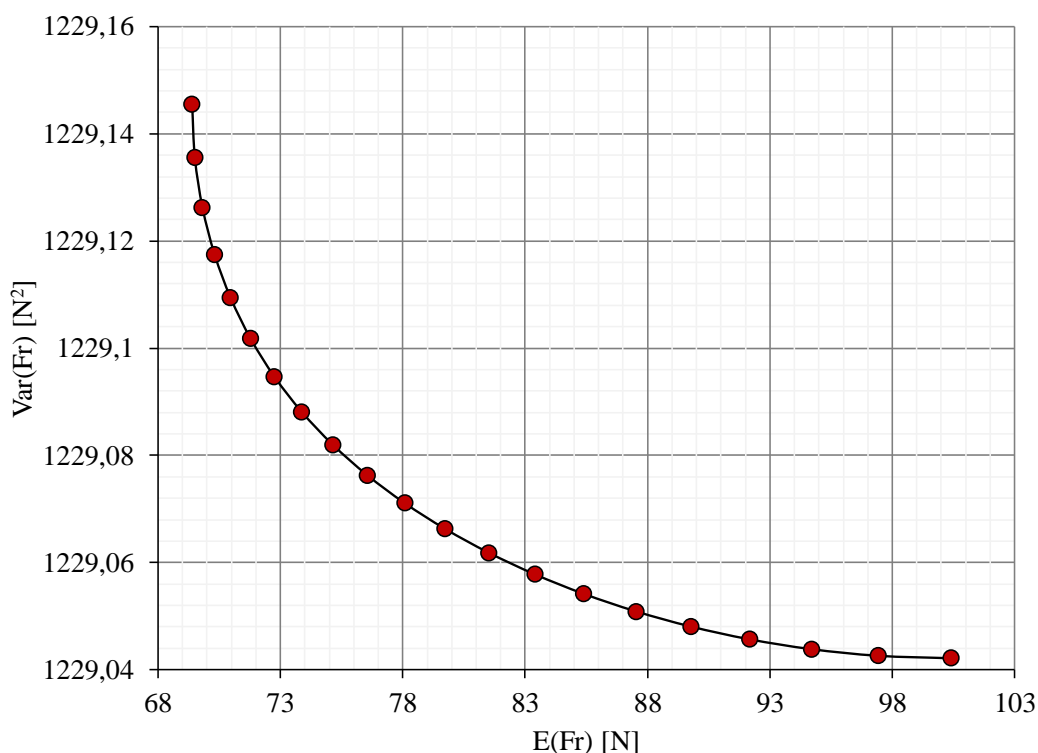


Figura 8.12. Fronteira de Pareto para $E[F_r] \times Var[F_r]$

A fronteira de Pareto para a otimização bi-objetivo de $E[F_r]$ e $Var[F_r]$ é apresentada na Figura 8.12 e os resultados das otimizações dos 21 subproblemas estão na Tabela 8.8. Os pares ordenados plotados na fronteira de Pareto consistem nas colunas $E[F_r]$ e $Var[F_r]$ da Tabela 8.8. Os níveis robustos ótimos do avanço axial por dente variaram no intervalo $f_{za} \sim [0,067; 0,090]$ $\mu\text{m}/\text{dente}$, enquanto para o avanço tangencial $f_{zt} \sim [0,099; 0,176]$ mm/dente e para a velocidade de corte $v_c \sim [48,3; 66,6]$ m/min . Estes níveis robusto ótimos são plotados no espaço

experimental na Figura 8.13. Neste gráfico, cada ponto consiste nos níveis ótimos de f_{za} , f_{zt} e v_c codificados, conforme Tabela 8.8, relacionados às soluções Pareto ótimas obtidas. Pode-se observar que a melhora em $Var[F_r]$ é relativamente pequena em relação à piora em $E[F_r]$, à medida que se aumenta a prioridade pela primeira função. Isto está relacionado ao alto erro experimental, o qual é somado à constante da Equação de variância, conforme Equação 5.8.

Tabela 8.8. Resultados da otimização entre $E[F_r]$ e $Var[F_r]$ pelo método NNC

w_1	codificado			decodificado			Respostas		
	f_{za}	f_{zt}	v_c	f_{za} μm/dente	f_{zt} mm/dente	v_c m/min	$E(F_r)$ kN	$Var(F_r)$ kN ²	$S(F_r)$ kN
0,00	-1,201	-1,022	-0,584	0,090	0,099	48,3	0,100	1,2290	1,1086
0,05	-1,276	-0,975	-0,500	0,086	0,101	50,0	0,097	1,2290	1,1086
0,10	-1,340	-0,926	-0,418	0,083	0,104	51,6	0,095	1,2290	1,1086
0,15	-1,396	-0,875	-0,337	0,080	0,106	53,3	0,092	1,2290	1,1086
0,20	-1,444	-0,822	-0,257	0,078	0,109	54,9	0,090	1,2290	1,1086
0,25	-1,486	-0,767	-0,179	0,076	0,112	56,4	0,088	1,2291	1,1086
0,30	-1,522	-0,708	-0,101	0,074	0,115	58,0	0,085	1,2291	1,1086
0,35	-1,553	-0,645	-0,026	0,072	0,118	59,5	0,083	1,2291	1,1086
0,40	-1,579	-0,578	0,046	0,071	0,121	61,0	0,082	1,2291	1,1086
0,45	-1,600	-0,507	0,114	0,070	0,125	62,3	0,080	1,2291	1,1086
0,50	-1,616	-0,430	0,176	0,069	0,129	63,5	0,078	1,2291	1,1086
0,55	-1,629	-0,348	0,230	0,069	0,133	64,6	0,077	1,2291	1,1086
0,60	-1,639	-0,261	0,272	0,068	0,137	65,5	0,075	1,2291	1,1086
0,65	-1,646	-0,169	0,301	0,068	0,142	66,0	0,074	1,2291	1,1086
0,70	-1,650	-0,075	0,315	0,067	0,146	66,3	0,073	1,2291	1,1086
0,75	-1,652	0,021	0,312	0,067	0,151	66,2	0,072	1,2291	1,1086
0,80	-1,651	0,119	0,296	0,067	0,156	65,9	0,071	1,2291	1,1087
0,85	-1,646	0,216	0,266	0,068	0,161	65,3	0,070	1,2291	1,1087
0,90	-1,637	0,314	0,227	0,068	0,166	64,5	0,070	1,2291	1,1087
0,95	-1,620	0,413	0,180	0,069	0,171	63,6	0,069	1,2291	1,1087
1,00	-1,596	0,515	0,125	0,070	0,176	62,5	0,069	1,2291	1,1087

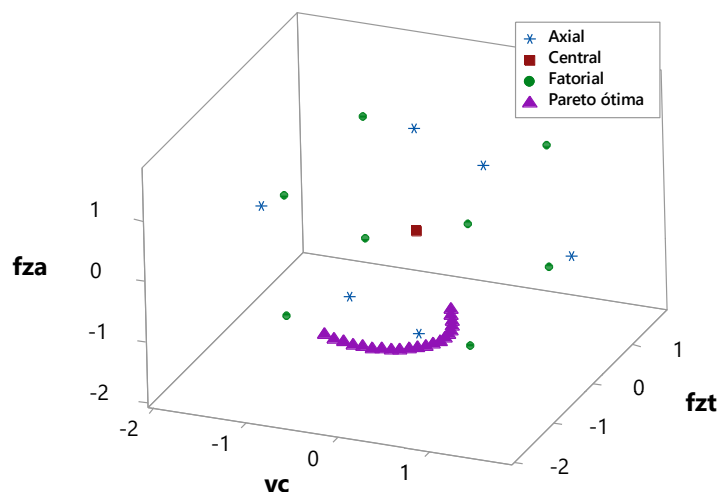


Figura 8.13. Espaço experimental para a otimização $E[F_r] \times Var[F_r]$

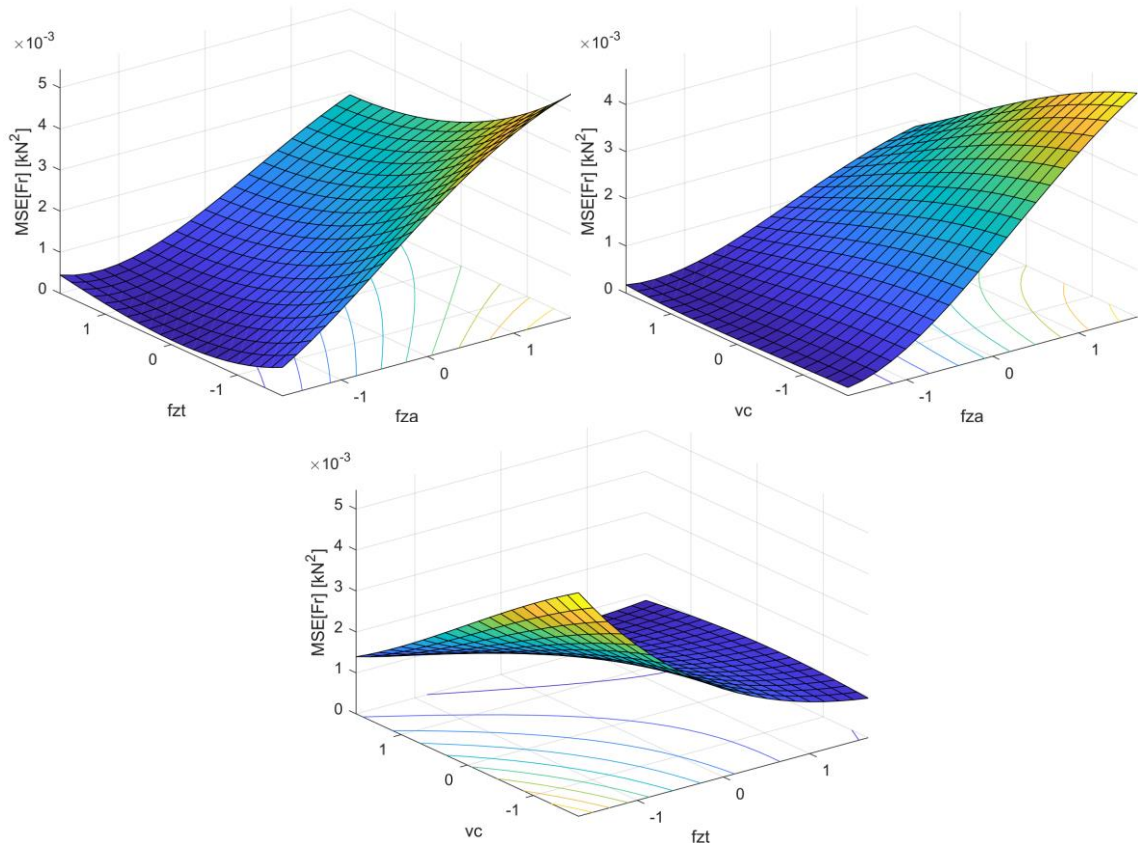


Figura 8.14. Superfícies de resposta para MSE_{Fr} , $\mathbf{x}_{fixo} = \mathbf{x}_{CtPt}$

A Figura 8.14 apresenta os gráficos de superfície de resposta para o MSE de F_r definido com a finalidade de otimizar o viés e a variância desta resposta. Realizando-se a otimização de MSE_{Fr} foram obtidos os resultados resumidos na Tabela 8.9. Foram obtidos valores de média e variância iguais a $E[F_r] = 0,073$ kN e $Var[F_r] = 1,2290$ kN. A título de comparação, tomando os resultados da otimização bi-objetivo apresentados na Tabela 8.8, com o peso $w_1 = 0,70$, o valor de média foi igual ao obtido na otimização de MSE_{Fr} , porém o valor da variância foi mais alto. Logicamente, os níveis ótimos das variáveis de controle nos dois casos diferiram, com $\mathbf{x}^*_{w_1=0,7} = [0,067 \mu\text{m/dente}; 0,146 \text{ mm/dente}; 66,3 \text{ m/min}]$ e $\mathbf{x}^*_{MSE_{Fr}} = [0,075 \mu\text{m/dente}; 0,155 \text{ mm/dente}; 75,1 \text{ m/min}]$, o que proporcionou uma maior robustez no segundo caso, isto é, uma menor variância para o mesmo viés, refletido no valor de $E[F_r]$.

Tabela 8.9. Otimização de MSE_{Fr}

codificado			Decodificado			Respostas			
f_{za}	f_{zt}	v_c	f_{za}	f_{zt}	v_c	$E(F_r)$	$Var(F_r)$	$S(F_r)$	MSE_{Fr}
			$\mu\text{m/dente}$	mm/dente	m/min	kN	kN^2	kN	kN^2
-1,500	0,096	0,754	0,075	0,155	75,1	0,073	1,2290	1,1086	1,2290

8.1.1. Modelos de força no sistema de coordenadas da peça

Com a finalidade de confrontar os modelos com os resultados monitorados de força com domínio no tempo foram estabelecidos modelos de força no sistema de coordenadas da peça. Em comparação com as abordagens analíticas de modelagem de forças a presente proposta fornece modelos para média e variância de cada componente de força, permitindo o estudo da robustez do processo em relação às variáveis de ruído avaliadas: o comprimento em balanço, a dureza do material e a altura medida no furo.

Como $|F_z| = |F_a|$ os modelos para média e variância de F_z são exatamente iguais às Equações 8.2 e 8.3 respectivamente, conforme apresentado nas Equações 8.7 e 8.8, a seguir.

$$E[F_z(\mathbf{x}, \mathbf{z})] = 0,4582 + 0,0396 \times f_{za} - 0,0394 \times f_{zt} + 0,0074 \times v_c - 0,0058 \times f_{za}^2 + 0,0178 \times f_{zt}^2 - 0,0218 \times v_c^2 - 0,0001 \times f_{za} \times f_{zt} - 0,0040 \times f_{za} \times v_c + 0,0397 \times f_{zt} \times v_c \quad (8.7)$$

$$Var[F_z(\mathbf{x}, \mathbf{z})] = 1,0104 + 0,0031 \times f_{za} - 0,0001 \times f_{zt} + 0,0012 \times v_c + 0,0012 \times f_{za}^2 + 0,0005 \times f_{zt}^2 + 0,0003 \times v_c^2 - 0,0005 \times f_{za} \times f_{zt} + 0,0005 \times f_{za} \times v_c + 0,004 \times f_{zt} \times v_c \quad (8.8)$$

Já os modelos de F_x e F_y são obtidos considerando os modelos de F_r . Como $F_r = (F_x^2 + F_y^2)^{1/2}$, desconsiderando a defasagem entre F_x e F_y obtém-se:

$$F_x = F_y = \frac{1}{\sqrt{2}} F_r \quad (8.9)$$

Aplicando o operador de média na Equação 8.9:

$$E[F_x] = E[F_y] = E\left[\frac{1}{\sqrt{2}} F_r\right] = \frac{1}{\sqrt{2}} E[F_r] \quad (8.10)$$

Os modelos de média para F_x e F_y no domínio do tempo são definidos nas Equações 8.11 e 8.12, onde ω_0 consiste na velocidade angular do movimento orbital da fresa em [rad/s], segundo Equação 2.12, e t é o instante de tempo em [s].

$$E[F_x] = \frac{1}{\sqrt{2}} E[F_r] \cos(\omega_o \cdot t) \quad (8.11)$$

$$E[F_y] = \frac{1}{\sqrt{2}} E[F_r] \text{sen}(\omega_o \cdot t) \quad (8.12)$$

Finalmente, substituindo o modelo de média da Equação 8.5 nas Equações 8.11 e 8.12 obtém-se os modelos de média para F_x e F_y com domínio no tempo e, também, em função das variáveis de controle, conforme apresentado a seguir nas Equações 8.13 e 8.14, respectivamente.

$$E[F_x] = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \begin{array}{l} 0,1082 + 0,0159 \times f_{za} - 0,0082 \times f_{zt} - 0,0059 \times v_c \\ - 0,0032 \times f_{za}^2 + 0,0015 \times f_{zt}^2 - 0,0014 \times v_c^2 \\ + 0,0015 \times f_{za} \times f_{zt} - 0,0015 \times f_{za} \times v_c + 0,0035 \times f_{zt} \times v_c \end{array} \right\} \cos(\omega_o \cdot t) \quad (8.13)$$

$$E[F_y] = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \begin{array}{l} 0,1082 + 0,0159 \times f_{za} - 0,0082 \times f_{zt} - 0,0059 \times v_c \\ - 0,0032 \times f_{za}^2 + 0,0015 \times f_{zt}^2 - 0,0014 \times v_c^2 \\ + 0,0015 \times f_{za} \times f_{zt} - 0,0015 \times f_{za} \times v_c + 0,0035 \times f_{zt} \times v_c \end{array} \right\} \text{sen}(\omega_o \cdot t) \quad (8.14)$$

Analogamente, o operador de variância pode ser aplicado na Equação 8.9, resultando na Equação 8.15. Logicamente a variância não pode assumir valores negativos. Logo, não é possível obter modelos para variância com domínio no tempo para a variância de F_x e F_y . De maneira explícita, os modelos para variância de F_x e F_y ficam conforme a Equação 8.16.

$$\text{Var}[F_x] = \text{Var}[F_y] = \text{Var}\left[\frac{1}{\sqrt{2}} F_r\right] = \frac{1}{2} \text{Var}[F_r] \quad (8.15)$$

$$\text{Var}[F_x] = \text{Var}[F_y] = \frac{1}{2} \left\{ \begin{array}{l} 0,1082 + 0,0159 \times f_{za} - 0,0082 \times f_{zt} - 0,0059 \times v_c \\ - 0,0032 \times f_{za}^2 + 0,0015 \times f_{zt}^2 - 0,0014 \times v_c^2 \\ + 0,0015 \times f_{za} \times f_{zt} - 0,0015 \times f_{za} \times v_c + 0,0035 \times f_{zt} \times v_c \end{array} \right\} \quad (8.16)$$

Os modelos para média de F_x , F_y e F_z com domínio no tempo são plotados na Figura 8.15(a) considerando os níveis das variáveis de controle no ponto central, $\mathbf{x}_0 = [0,15 \mu\text{m/dente}; 0,15 \text{ mm/dente}; 60 \text{ m/min}]$. Pode-se observar graficamente que o modelo apresentou erro significativo em relação ao experimental, Figura 8.15(b), uma vez que os modelos foram concebidos para estimar a média, não sendo portanto modelos de previsão de uma observação individual, mas da média. Ademais, os modelos apresentam variância a qual também foi estimada para os modelos no sistema de coordenadas da peça.

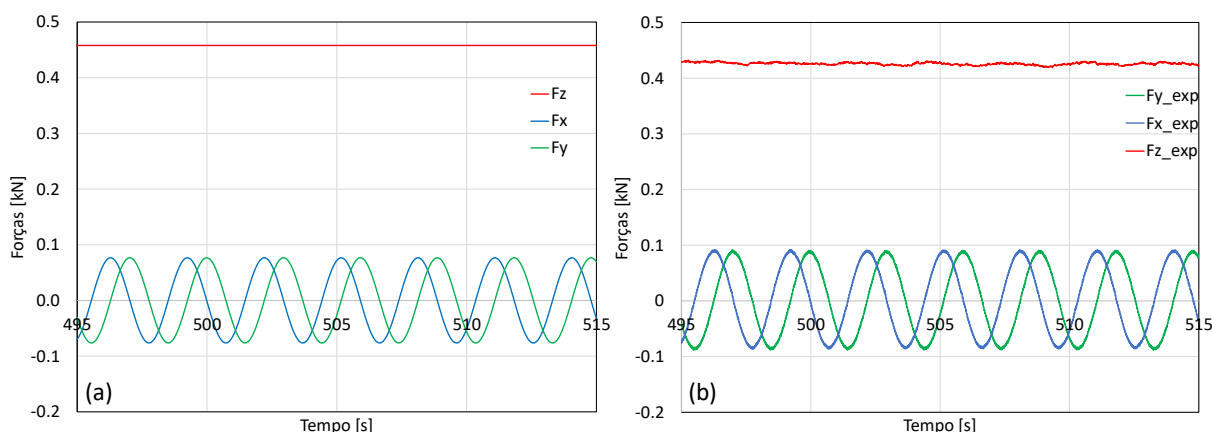


Figura 8.15. Modelos de forças no sistema de coordenadas da peça, $\mathbf{x}_0 = [0,15 \mu\text{m/dente}; 0,15 \text{ mm/dente}; 60 \text{ m/min}]$ (a) modelo; (b) experimental

8.2. Erro de forma no fresamento helicoidal do aço H13 endurecido

Para avaliar o erro de forma no fresamento helicoidal foram consideradas duas respostas, a circularidade total, Ron_t , e a cilindricidade total, Cyl_t . Conforme explicado no capítulo 8, a circularidade foi medida em 15 planos equidistanciados de 1,2 mm, Figura 8.6(b), sendo que os cinco planos superiores estão na posição inicial do furo, os cinco planos do meio são considerados a posição do meio e os últimos cinco planos do furo representam a posição final da variável de ruído altura medida no furo, l_b . Logo, para cada posição foram considerados cinco planos de medição, sendo as medições repetidas duas vezes por três operadores, totalizando seis medições com a média tratada nos resultados.

A Figura 8.16 expõe os resultados de uma das medições realizadas no corpo de prova do ensaio 36. Logo, neste ensaio foram utilizados os seguintes níveis das variáveis de controle $\mathbf{x}_{36} = [0,15 \mu\text{m/dente}; 0,269 \text{ mm/dente}; 60 \text{ m/min}]$, com níveis das variáveis de ruído fixadas em $\mathbf{z}_{36} = [33 \text{ mm}; 50 \text{ HRC}; 0]$. A posição $l_b = 0$ consiste nas posições do meio do corpo de prova, numeradas de 6 a 10, conforme ilustrado na Figura 8.16. Considerando as 5 medições em cada uma das posições 6 a 10, realizadas por cada um dos três operadores duas vezes, obteve-se o resultado médio para $Ron_{t(\text{CCD}=36)} = 6,06 \mu\text{m}$.

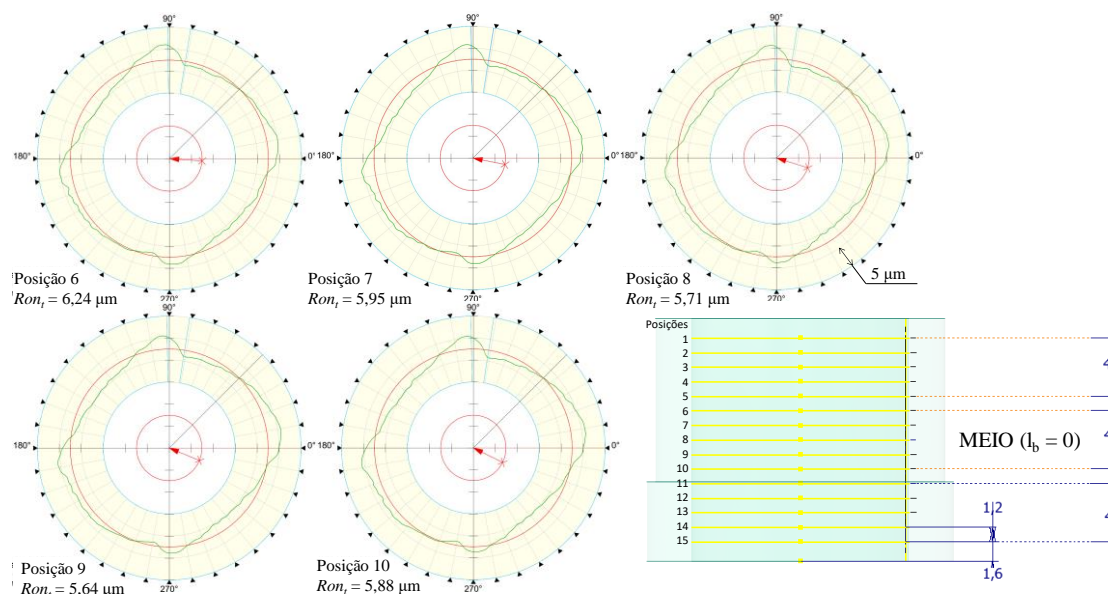


Figura 8.16. Medição de circularidade para o ensaio 36

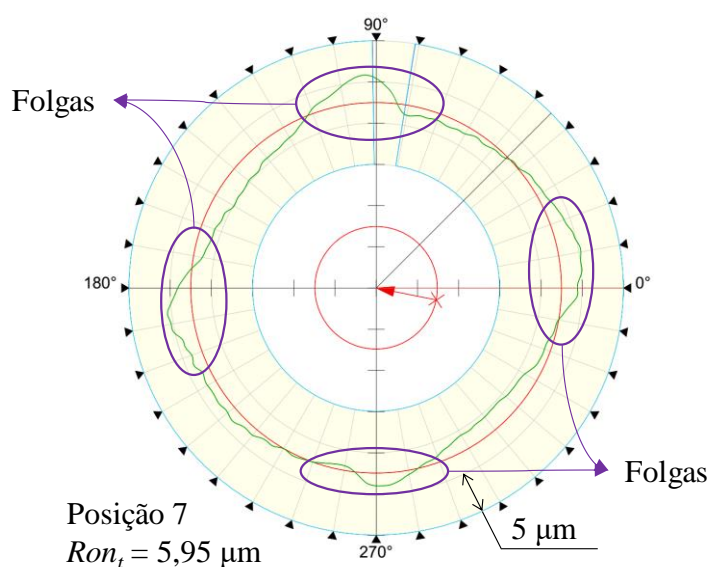


Figura 8.17. Circularidade com erro devido folgas dos eixos do centro de usinagem

Tomando arbitrariamente a medição da posição 7 em destaque na Figura 8.17 pode-se observar a presença de protuberâncias nos quadrantes dos perfis de circularidade. Estas protuberâncias, conforme confirmam Costa *et al.* (2015), são devido a folga nos eixos do centro de usinagem. O erro de forma em trajetórias circulares aparece devido a mudança de sentido no movimento da mesa da máquina ferramenta durante a interpolação dos eixos x e y (Tarng *et al.*, 1997). As folgas só foram claramente identificadas nos ensaios que apresentaram níveis mais baixos de circularidade, de forma que, a partir de ensaios com valores de circularidade igual ou maior a $11 \mu\text{m}$, a folga não apareceu. Isto ao mesmo tempo reflete a boa qualidade dos ensaios,

de forma que a ausência das folgas possibilitaria níveis mais baixos de circularidade, e o limite do centro de usinagem em apresentar resultados melhores de forma.

Tabela 8.10 Anova para Ron_t

FV	GL	SQ	MQ	F	P-valor
Modelo	21	229157	10912,2	8799,40	0,000
Linear	6	403	67,1	54,12	0,000
f_{za}	1	1	0,6	0,45	0,510
f_{zt}	1	31	31,1	25,05	0,000
v_c	1	1	1,1	0,87	0,359
l_{to}	1	9	9,3	7,50	0,011
h_d	1	1	1,1	0,90	0,351
l_b	1	4	4,3	3,47	0,073
Quadrático	3	49	16,3	13,14	0,000
$f_{za} \times f_{za}$	1	11	11,1	8,99	0,006
$f_{zt} \times f_{zt}$	1	18	17,9	14,43	0,001
$v_c \times v_c$	1	8	7,8	6,25	0,019
Interações	12	83	7,0	5,61	0,000
$f_{za} \times f_{zt}$	1	0	0,0	0,01	0,942
$f_{za} \times v_c$	1	0	0,2	0,16	0,697
$f_{zt} \times v_c$	1	2	2,5	2,00	0,168
$f_{za} \times l_{to}$	1	13	12,5	10,09	0,004
$f_{za} \times h_d$	1	2	1,7	1,38	0,250
$f_{za} \times l_b$	1	1	0,6	0,50	0,484
$f_{zt} \times l_{to}$	1	10	10,3	8,31	0,007
$f_{zt} \times h_d$	1	1	1,0	0,78	0,383
$f_{zt} \times l_b$	1	1	1,1	0,90	0,351
$v_c \times l_{to}$	1	1	0,5	0,43	0,518
$v_c \times h_d$	1	0	0,3	0,24	0,630
$v_c \times l_b$	1	3	3,3	2,63	0,116
Erro	28	35	1,2		
Falta de ajuste	17	23	1,3	1,25	0,362
Erro Puro	11	12	1,1		
Total	49	229191			
<i>S</i>	R^2	R_{aj}^2	R_{prev}^2		
1,1136	99,98%	99,97%	98,78%		

A Tabela 8.10 apresenta a ANOVA para Ron_t . A Figura 8.18 apresenta os gráficos de efeitos linear e quadrático para a resposta de circularidade total Ron_t . A única variável de processo que apresentou efeito linear significativo na circularidade foi o avanço tangencial por dente f_{zt} , sendo este efeito negativo. Observando graficamente este efeito, juntamente com o efeito quadrático com convexidade para baixo, pode-se observar que f_{zt} com níveis de até 0,1 mm/dente apresentou leve crescimento em Ron_t e, a partir deste valor, decresceu de forma que níveis mais baixos de circularidade foram obtidos com f_{zt} mais alto. As variáveis de controle f_{za}

e v_c também apresentaram curvatura estatisticamente significativa com convexidade para cima. Em relação aos efeitos lineares das variáveis de ruído, apenas o comprimento em balanço l_{to} apresentou significância estatística com efeito positivo, de forma que o aumento de l_{to} acarreta o aumento do desvio de forma circular.

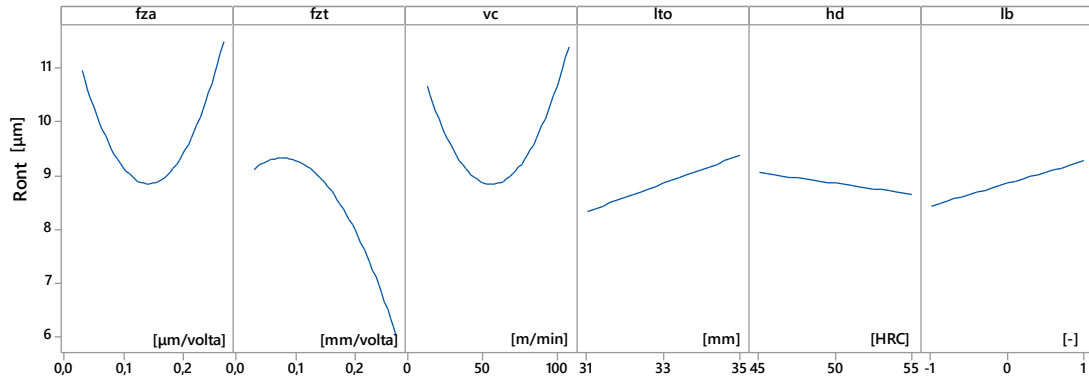


Figura 8.18. Gráficos de efeito linear e quadrático para Ron_t

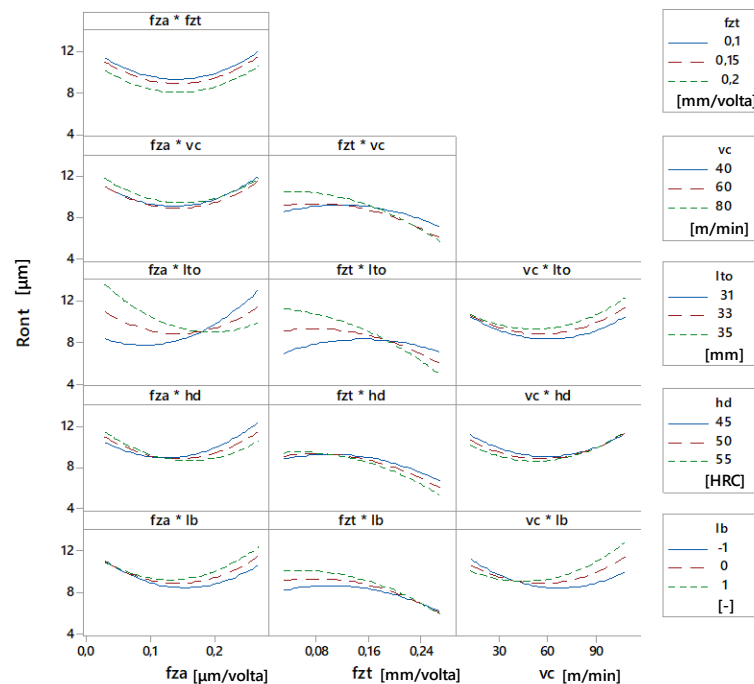


Figura 8.19. Gráficos de interação para Ron_t

A Figura 8.19 apresenta os gráficos de interação para a resposta Ron_t . Não houve significância nas interações processo×processo. Já as interações processo×ruído foram significativas entre $f_{za} \times l_{to}$ e $f_{zt} \times l_{to}$. Existem, portanto, níveis dos avanços axial e tangencial por dente robustos à variação do comprimento em balanço. Entretanto, apesar da significância estatística não ter sido observada em relação às outras interações, ao realizar a otimização, como

os modelos consideram todos os coeficientes, independente de significância, tais interações também vão influenciar no estudo da robustez do processo a partir da propagação do erro na modelagem da variância.

A Equação 8.17 apresenta o modelo de resposta para Ron_t . Este modelo apresentou erro experimental estimado pela ANOVA $\hat{\sigma}_{Ron_t} = 1,200$, com $R_{aj}^2 = 99,97\%$ e $R_{prev}^2 = 98,78\%$, confirmando a boa explicação da variabilidade dos dados e boa capacidade de previsão. O teste para falta de ajuste reportou p-valor igual a 0,362, confirmando o bom ajuste do modelo de resposta para Ron_t .

$$\begin{aligned}
 Ron_t(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = & 8,8570 + 0,1090 \times f_{za} - 0,6456 \times f_{zt} + 0,1534 \times v_c + 0,4097 \times f_{za}^2 - 0,2232 \times f_{zt}^2 \\
 & + 0,3756 \times v_c^2 - 0,0183 \times f_{za} \times f_{zt} - 0,0971 \times f_{za} \times v_c - 0,3514 \times f_{zt} \times v_c + 0,5178 \times l_{to} \\
 & - 0,1989 \times h_d + 0,4146 \times l_b - 0,8666 \times f_{za} \times l_{to} - 0,3000 \times f_{za} \times h_d + 0,1948 \times f_{za} \times l_b \\
 & - 0,6649 \times f_{zt} \times l_{to} - 0,2065 \times f_{zt} \times h_d - 0,2138 \times f_{zt} \times l_b + 0,1623 \times v_c \times l_{to} \\
 & + 0,1209 \times v_c \times h_d + 0,4097 \times v_c \times l_b
 \end{aligned} \tag{8.17}$$

Para realizar o estudo da robustez do processo, é importante obter os modelos de média e variância para Ron_t . Estes modelos são apresentados nas Equações 8.18 e 8.19. As superfícies de resposta para as funções de $E[Ron_t]$ e $Var[Ron_t]$, segundo as Equações 8.16 e 8.17, respectivamente, são plotadas na Figura 8.20 sob diferentes perspectivas, com nível da variável de processo não considerada em cada caso no ponto central.

$$\begin{aligned}
 E[Ron_t(\mathbf{x}, \mathbf{z})] = & 8,8570 + 0,1090 \times f_{za} - 0,6456 \times f_{zt} + 0,1534 \times v_c + 0,4097 \times f_{za}^2 \\
 & - 0,2232 \times f_{zt}^2 + 0,3756 \times v_c^2 - 0,0183 \times f_{za} \times f_{zt} - 0,0971 \times f_{za} \times v_c - 0,3514 \times f_{zt} \times v_c
 \end{aligned} \tag{8.18}$$

$$\begin{aligned}
 Var[Ron_t(\mathbf{x}, \mathbf{z})] = & 1,6796 - 0,6166 \times f_{za} - 7838 \times f_{zt} + 04597 \times v_c + 0,8790 \times f_{za}^2 + 0,5305 \times f_{zt}^2 \\
 & + 0,2088 \times v_c^2 + 1,1931 \times f_{za} \times f_{zt} - 0,1943 \times f_{za} \times v_c - 0,4410 \times f_{zt} \times v_c
 \end{aligned} \tag{8.19}$$

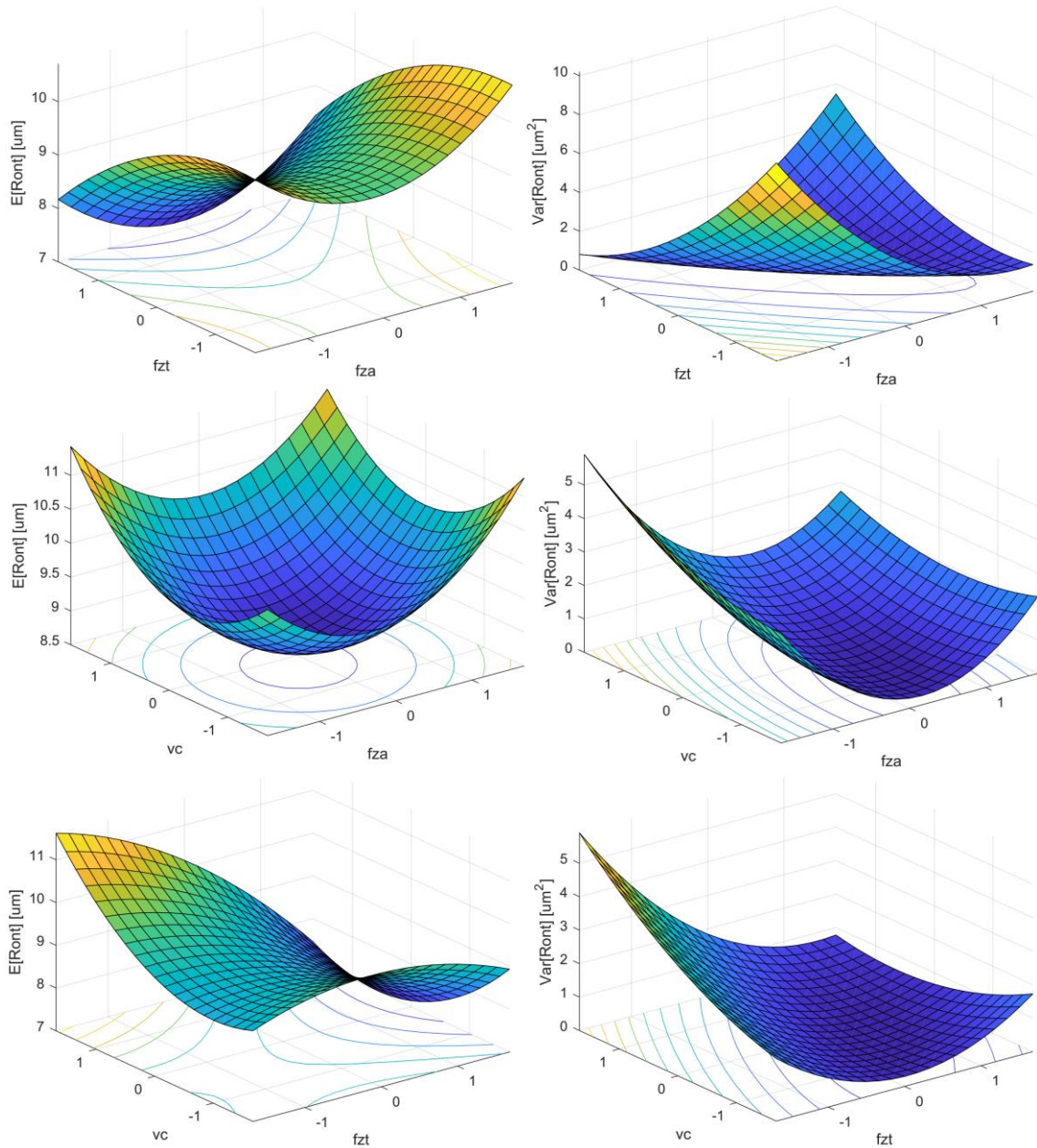


Figura 8.20. Superfícies de resposta para $E[Ron_t]$ e $Var[Ron_t]$, $\mathbf{x}_{fixo} = \mathbf{x}_{CtPt}$

Em relação à convexidade das funções, os autovalores associados a $E[Ron_t]$ são $\lambda_{E[Ron_t]} = [0,4617; 0,3719; -0,2716]$, com sinais mistos, de forma que a função $E[Ron_t]$ tem formato de sela e o ponto de inflexão não consiste em um ponto de mínimo nem de máximo. Já os autovalores associados a $Var[Ron_t]$ são $\lambda_{Var[Ron_t]} = [1,3648; 0,2510; 0,0025]$, todos com sinais positivos, confirmando o que pode-se visualizar graficamente na Figura 8.20, que a função $Var[Ron_t]$ apresenta convexidade voltada para cima e, portanto, o ponto estacionário é um ponto de mínimo.

A Tabela 8.11 apresenta a matriz *payoff* para proceder a otimização bi-objetivo com o método NNC e avaliar o *trade-off* entre média e variância da circularidade total de furos obtidos

por fresamento helicoidal interpolado. O nível ótimo para a média foi $E[Ron_t]^* = 7,08 \mu\text{m}$, com a nadir $E[Ron_t]^N = 7,42 \mu\text{m}$ de o que na prática reflete níveis excelentes, em relação ao já obtido na literatura, conforme os resultados resumidos na Tabela 2.4. Há estudos em materiais de difícil usinabilidade como o aço ABNT/AISI D2 e a liga Ti-6Al-4V, os quais podem servir de base para comparação. Entretanto, deve-se levar em consideração que o diâmetro usinado no presente trabalho é de 18 mm e o nível de tolerância geométrica é diretamente proporcional ao diâmetro, sendo na prática mais difícil obter tolerâncias apertadas em furos de diâmetro maior. Li *et al.* (2014a) alcançaram níveis de circularidade total de 11 a 25 μm em furos de 10 mm de diâmetro na liga de titânio aeronáutico Ti-6Al-4V. Em uma situação mais próxima da estudada na presente Tese, Iyer *et al.* (2007) obtiveram níveis de Ront de 10 μm em furos de 10 mm de diâmetro no aço ABNT/AISI D2 com 60 HRC. Logicamente, para os valores de $E[Ron_t]$ expostos na Tabela 8.11 há uma variância associada igual a $1,32 \mu\text{m}^2$, de forma que cada ponto de âncora exposto em cada coluna da matriz *payoff* representa um cenário extremo. Portanto, deve-se considerar a variância juntamente com a média, afim de prever também a variabilidade de cada solução.

Tabela 8.11. Matriz *pay-off* para $E[Ron_t] \times Var[Ron_t]$

$E[Ron_t]$	7,08	7,42
$Var[Ron_t]$	1,74	1,30

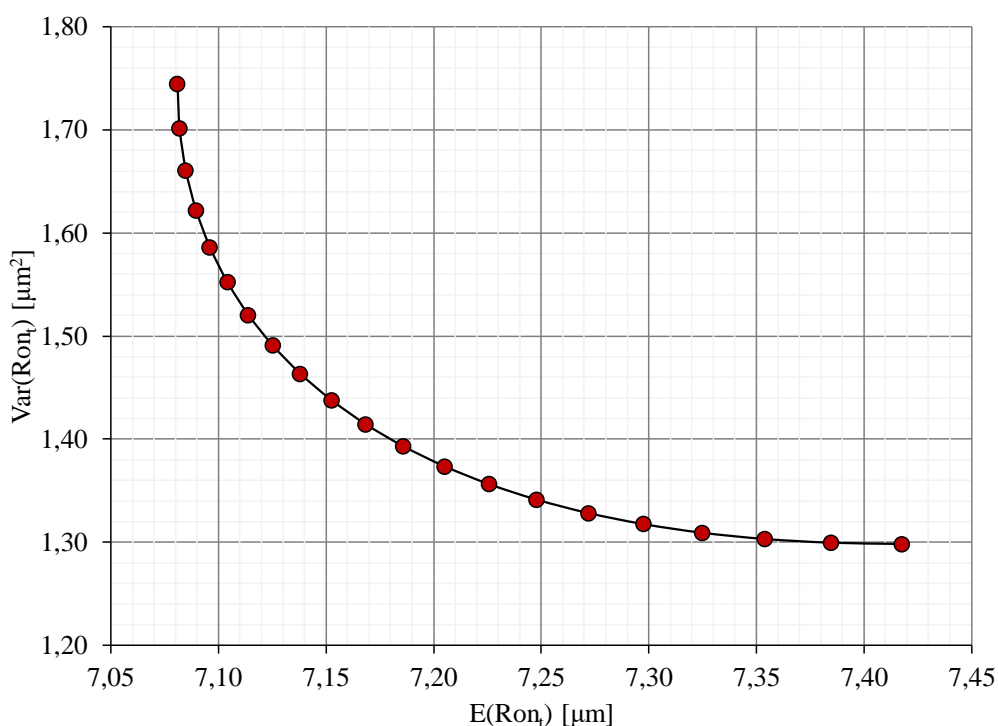


Figura 8.21. Fronteira de Pareto para $E[Ron_t] \times Var[Ron_t]$

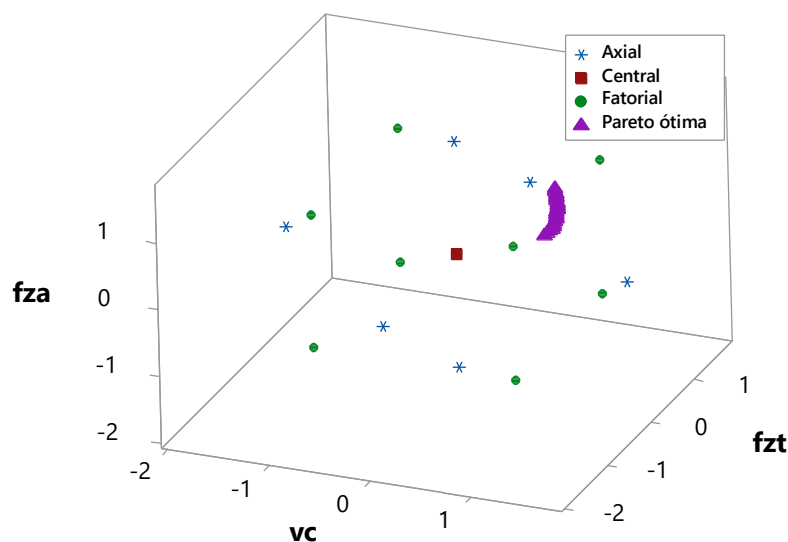


Figura 8.22. Espaço experimental para a otimização $E[Ron_i] \times Var[Ron_i]$

Tabela 8.12. Resultados da otimização entre $E[Ron_i]$ e $Var[Ron_i]$ pelo método NNC

w_1	Codificado			decodificado			Respostas		
	f_{za}	f_{zt}	v_c	f_{za}	f_{zt}	v_c	$E(Ron_i)$	$Var(Ron_i)$	$S(Ron_i)$
				$\mu\text{m/dente}$	mm/dente	m/min	μm	μm^2	μm
0,00	-0,660	1,534	0,201	0,117	0,227	64,0	7,42	1,30	1,14
0,05	-0,628	1,543	0,229	0,119	0,227	64,6	7,38	1,30	1,14
0,10	-0,596	1,553	0,248	0,120	0,228	65,0	7,35	1,30	1,14
0,15	-0,564	1,563	0,263	0,122	0,228	65,3	7,32	1,31	1,14
0,20	-0,532	1,572	0,273	0,123	0,229	65,5	7,30	1,32	1,15
0,25	-0,501	1,581	0,280	0,125	0,229	65,6	7,27	1,33	1,15
0,30	-0,470	1,589	0,285	0,127	0,229	65,7	7,25	1,34	1,16
0,35	-0,439	1,598	0,289	0,128	0,230	65,8	7,23	1,36	1,16
0,40	-0,408	1,605	0,291	0,130	0,230	65,8	7,20	1,37	1,17
0,45	-0,377	1,613	0,292	0,131	0,231	65,8	7,19	1,39	1,18
0,50	-0,347	1,620	0,292	0,133	0,231	65,8	7,17	1,41	1,19
0,55	-0,316	1,626	0,291	0,134	0,231	65,8	7,15	1,44	1,20
0,60	-0,286	1,632	0,290	0,136	0,232	65,8	7,14	1,46	1,21
0,65	-0,255	1,637	0,288	0,137	0,232	65,8	7,13	1,49	1,22
0,70	-0,224	1,642	0,285	0,139	0,232	65,7	7,11	1,52	1,23
0,75	-0,193	1,647	0,282	0,140	0,232	65,6	7,10	1,55	1,25
0,80	-0,161	1,651	0,279	0,142	0,233	65,6	7,10	1,59	1,26
0,85	-0,130	1,654	0,275	0,144	0,233	65,5	7,09	1,62	1,27
0,90	-0,097	1,657	0,271	0,145	0,233	65,4	7,08	1,66	1,29
0,95	-0,065	1,659	0,266	0,147	0,233	65,3	7,08	1,70	1,30
1,00	-0,031	1,661	0,260	0,148	0,233	65,2	7,08	1,74	1,32

A Figura 8.21 apresenta a fronteira de Pareto para a otimização bi-objetivo de $E[Ron_i]$ e $Var[Ron_i]$ pelo método NNC com os resultados desta otimização resumidos na Tabela 8.12. Pode-se observar que os níveis robustos ótimos variaram nos intervalos $f_{za} \sim [0,117; 0,148]$

$\mu\text{m/dente } f_{zt} \sim [0.227; 0.233]$ mm/dente e $v_c \sim [64,0; 65,2]$ m/min. Estes níveis robusto ótimos são plotados no espaço experimental na Figura 8.22.

A modelagem do erro quadrático médio de Ron_t também foi realizada, sendo as superfícies de resposta desta função plotadas na Figura 8.23. Procedendo a otimização restrita de MSE_{Ron_t} foram obtidos os resultados resumidos na Tabela 8.13. Este resultado é uma tentativa de minimizar o viés e a variância da resposta Ron_t . Os resultados da otimização de MSE_{Ron_t} foram próximos aos resultados da otimização bi-objetivo de $E[Ron_t]$ e $Var[Ron_t]$ com o peso $w_1 = 0,8$.

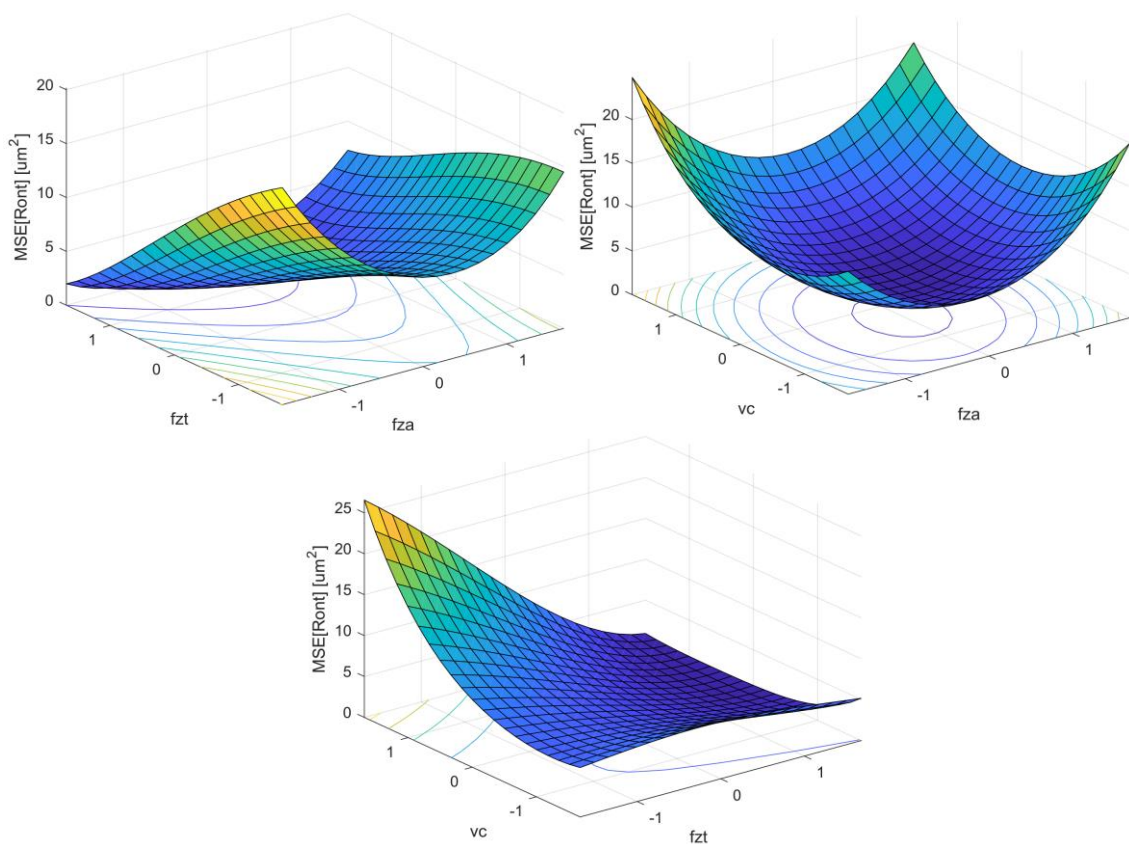


Figura 8.23. Superfícies de resposta para MSE_{Ron_t} , $\mathbf{x}_{fixo} = \mathbf{x}_{CtPt}$

Tabela 8.13. Otimização de MSE_{Ron_t}

codificado			decodificado			Respostas			
f_{za}	f_{zt}	v_c	f_{za}	f_{zt}	v_c	$E(Ron_t)$	$Var(Ron_t)$	$S(Ron_t)$	MSE_{Ron_t}
			$\mu\text{m/dente}$	mm/dente	m/min	μm	μm^2	μm	μm^2
-0,104	1,657	0,271	0,145	0,233	65,4	7,09	1,65	1,29	1,67

Além da circularidade total a cilíndricidade total dos furos obtidos por fresamento helicoidal no aço H13 também foi avaliada para avaliar o erro de forma cilíndrica dos furos. A

cilindricidade total também foi considerada uma vez que é uma resposta relacionada não somente ao erro de forma cilíndrica, mas também ao erro de excentricidade do furo, de forma que minimizar o desvio de cilindricidade total implicará em minimizar o erro de forma cilíndrica e a excentricidade entre os planos circulares amostrados.

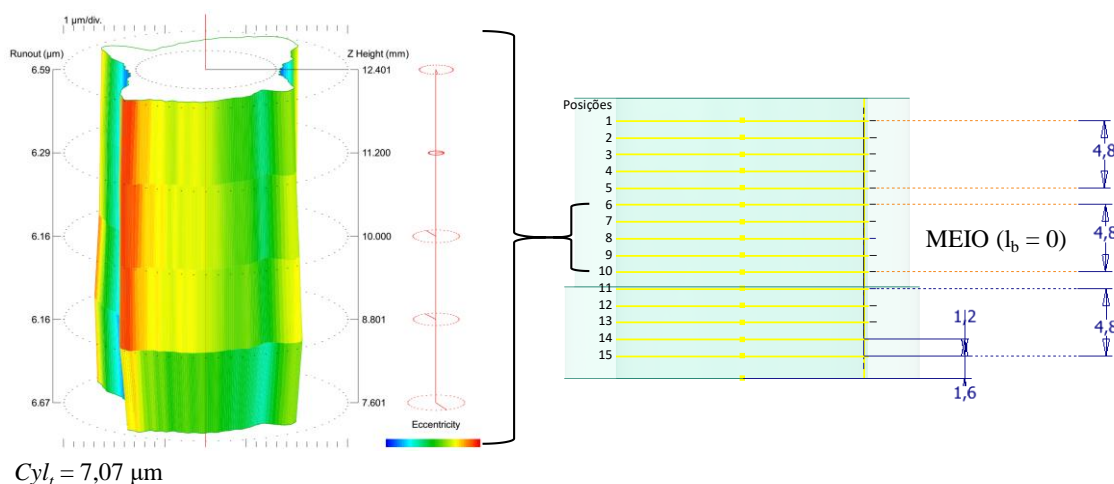


Figura 8.24. Medição de cilindridade para o ensaio 36

A Figura 8.24 ilustra o gráfico de uma das medições de cilindridade para o ensaio 36, sendo este perfil de cilindridade obtido considerando as medições de circularidade plotadas na Figura 8.15. Pode-se observar mais claramente as protuberâncias equidistanciadas angularmente de 90° resultantes da folga nos eixos do centro de usinagem, de forma que ao mudar o sentido de interpolação as folgas apareceram nos ensaios que reportaram níveis mais baixos de erro de forma.

A Tabela 8.14 apresenta a ANOVA para Cyl_t . Os gráficos de efeitos lineares e quadráticos na resposta Cyl_t são plotados na Figura 8.25. Em relação aos efeitos lineares, v_c foi a única variável de processo que apresentou significância, com efeito positivo na cilindridade total. O efeito quadrático desta variável também foi o único significativo entre as variáveis de processo, apresentando convexidade para cima, de forma que próximo ao nível central de v_c , isto é, 60 m/min, pode-se observar níveis mais baixos de cilindridade.

Apesar de f_{za} e f_{zt} não terem apresentado significância nos efeitos lineares e quadráticos, devido ao alto erro experimental, pode-se ver a graficamente que tais variáveis influenciam no processo. Conforme afirmam Box e Drapper (2007), conhecimento do processo e gráficos simples podem auxiliar no entendimento do fenômeno avaliado. Conforme já enfatizado, uma vez que as fresas foram utilizadas até um nível de médio desgaste, acarretando erro

experimental alto, esta variabilidade relativa a esta variável de ruído não considerada pode ter inflado os efeitos esperados dos avanços na resposta Cyl_t .

Tabela 8.14. ANOVA para Cyl_t

FV	GL	SQ	MQ	F	P-valor
Modelo	21	3727,12	177,482	155,71	0,000
Linear	6	123,03	20,505	17,99	0,000
f_{za}	1	1,55	1,553	1,36	0,253
f_{zt}	1	1,18	1,183	1,04	0,317
v_c	1	7,67	7,672	6,73	0,015
l_{to}	1	13,89	13,889	12,18	0,002
h_d	1	10,74	10,744	9,43	0,005
l_b	1	16,36	16,357	14,35	0,001
Quadrático	3	17,51	5,837	5,12	0,006
$f_{za} \times f_{za}$	1	4,76	4,756	4,17	0,051
$f_{zt} \times f_{zt}$	1	0,00	0,001	0,00	0,983
$v_c \times v_c$	1	11,48	11,480	10,07	0,004
Interações	12	45,79	3,816	3,35	0,004
$f_{za} \times f_{zt}$	1	1,42	1,419	1,25	0,274
$f_{za} \times v_c$	1	3,12	3,123	2,74	0,109
$f_{za} \times l_{to}$	1	4,05	4,048	3,55	0,070
$f_{za} \times h_d$	1	8,98	8,975	7,87	0,009
$f_{za} \times l_b$	1	0,80	0,798	0,70	0,410
$f_{zt} \times v_c$	1	9,22	9,223	8,09	0,008
$f_{zt} \times l_{to}$	1	0,77	0,768	0,67	0,419
$f_{zt} \times h_d$	1	0,62	0,618	0,54	0,468
$f_{zt} \times l_b$	1	0,13	0,130	0,11	0,738
$v_c \times l_{to}$	1	5,02	5,017	4,40	0,045
$v_c \times h_d$	1	4,98	4,982	4,37	0,046
$v_c \times l_b$	1	12,78	12,777	11,21	0,002
Erro	28	31,91	1,140		
Falta de ajuste	17	22,91	1,348	1,65	0,202
Erro Puro	11	9,00	0,818		
Total	49	3759,04			
<i>S</i>	R^2	R_{aj}^2	R_{prev}^2		
1,06762	99,15%	98,51%	58,29%		

Em relação aos efeitos lineares das variáveis de ruído, todos foram estatisticamente significativos e positivos. O aumento do comprimento em balanço, l_{to} , acarreta um aumento em Cyl_t , o qual pode estar relacionado ao aumento da deflexão da fresa decorrente do aumento desta variável de ruído. O aumento da dureza do material, h_d , também acarreta o aumento de Cyl_t , confirmando a dificuldade de obtenção de tolerâncias de forma apertadas na usinagem dura. Finalmente o aumento da altura medida no furo, l_b , também acarretou aumento na cilindricidade total, de forma que a tarefa de usinar furos profundos mantendo o nível de

qualidade de forma é desafiadora. O efeito significativo das variáveis de ruído viabiliza o projeto de parâmetro robusto. Entretanto, também é imprescindível a avaliação das interações processo×ruído de forma a viabilizar a busca por níveis das variáveis de processo robustos à variação das variáveis de ruído.

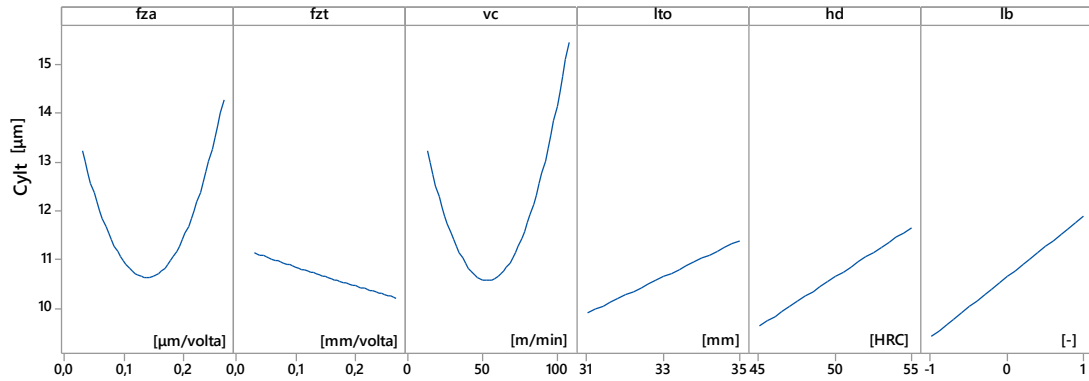


Figura 8.25. Gráficos de efeito linear e quadrático para Cyl_t

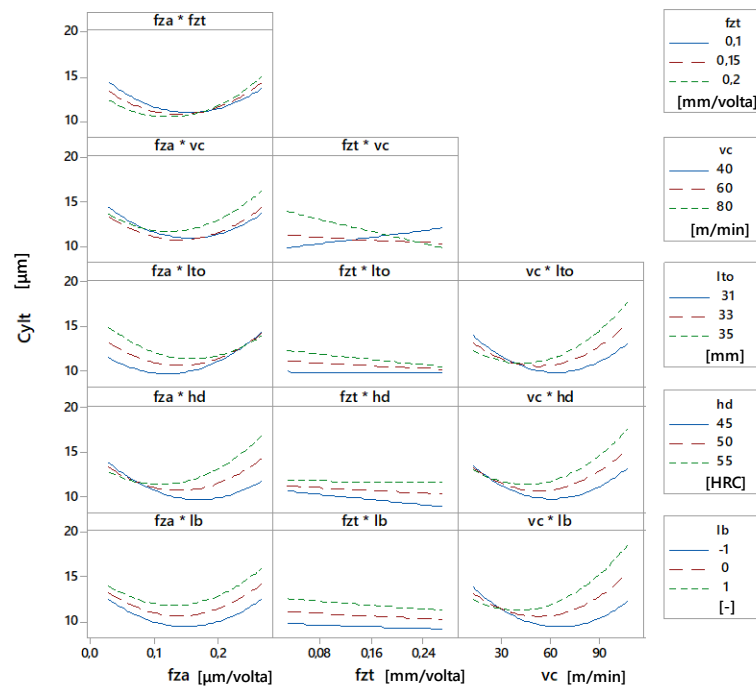


Figura 8.26. Gráficos de interação para Cyl_t

A Figura 8.26 apresenta os gráficos de interação entre as variáveis avaliadas. Em relação às interações processo×processo apenas a interação $f_{zt} \times v_c$ foi significativa. Pode-se observar que o efeito de f_{zt} é positivo quando v_c está no nível mais baixo. Entretanto, quando v_c aumenta o efeito de f_{zt} passa a ser negativo na resposta Cyl_t . Na maioria dos estudos sobre fresamento helicoidal a interação entre as variáveis de controle é negligenciada. Desta forma, os efeitos

individuais são estudados para níveis fixos das outras variáveis e depois generalizados. Entretanto, conforme observado no presente estudo, a partir da avaliação das combinações dos níveis das variáveis controladas nos experimentos, pode-se observar que o efeito de uma variável depende do nível das demais.

Em relação às interações processo×ruído houve significância nas interações $f_{za} \times l_{to}$, $f_{za} \times h_d$, $v_c \times l_{to}$, $v_c \times h_d$ e $v_c \times l_b$. Pode-se analisar graficamente tais interações com a finalidade de procurar níveis das variáveis de processo que tornam a resposta próximo de constância em relação às variáveis de ruído. Em relação à primeira interação, ao aumentar f_{za} alcança-se a insensibilidade da resposta Cyl_t em relação ao comprimento em balanço, l_{to} . Já em relação à interação $f_{za} \times h_d$, obtém-se a robustez para a resposta Cyl_t quanto à variação da dureza, quando o avanço axial está nos níveis mais baixos. Logo, projetar parâmetros robustos em relação a duas ou mais variáveis de ruído é uma tarefa complicada devido ao conflito existente entre as interações processo×ruído. A interação $f_{za} \times l_b$ não foi significativa, conforme observado graficamente. Deste modo, não é possível encontrar níveis robustos de f_{za} para l_b , ou seja, conforme pode ser observado graficamente nesta interação, independente do nível de f_{za} à medida que a altura medida no furo aumenta a cilindricidade aumenta. Outras interações processo×ruído não significativas são relacionadas à variável de processo f_{zt} . Shoemaker *et al.* (1991) destacaram a importância das interações processo×ruído, de forma a identificar níveis das variáveis de processo que minimizam o efeito das variáveis de ruído. Apesar de no caso estudado haver algumas interações processo×ruído não significativas, há outras que o são, de forma que se não é possível encontrar níveis de f_{za} e f_{zt} robustos ao efeito de l_b na resposta Cyl_t , é possível encontrar um nível robusto de v_c à variação de l_b , por exemplo, dada a significância desta interação. Todas as três interações de v_c com as variáveis de ruído indicam níveis de v_c mais baixos para minimizar o efeito dos ruídos na cilindricidade total.

A Equação 8.20 apresenta o modelo de resposta para Cyl_t em função das variáveis de processo e ruído. A magnitude e sinal dos efeitos discutidos anteriormente e visualizados graficamente nas Figuras 8.25 e 8.26 podem ser conferidos neste modelo. O erro experimental do modelo de resposta de Cyl_t estimado pela ANOVA foi $\hat{\sigma}_{Cyl_t}^2 = 1,140$, com coeficientes de determinação $R_{aj}^2 = 98,51\%$ e $R_{prev}^2 = 58,29\%$ confirmando a excelente proporção da variabilidade dos dados explicada, porém com capacidade moderada de previsão. Já o teste para falta de ajuste reportou p-valor igual a 0,202 de forma que não há indícios de falta de ajuste do modelo, considerando o nível de significância adotado, $\alpha = 0,05$.

$$\begin{aligned}
Cyl_t(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = & 10,6612 + 0,2169 \times f_{za} - 0,1925 \times f_{zt} + 0,4568 \times v_c + 0,5373 \times f_{za}^2 + 0,0054 \times f_{zt}^2 \\
& + 0,6384 \times v_c^2 + 0,3543 \times f_{za} \times f_{zt} + 0,3460 \times f_{za} \times v_c - 0,6489 \times f_{zt} \times v_c + 0,7425 \times l_{to} \\
& + 1,0039 \times h_d + 1,2281 \times l_b - 0,4071 \times f_{za} \times l_{to} + 0,6378 \times f_{za} \times h_d + 0,2079 \times f_{za} \times l_b \\
& - 0,1797 \times f_{zt} \times l_{to} - 0,1707 \times f_{zt} \times h_d - 0,0753 \times f_{zt} \times l_b + 0,6587 \times v_c \times l_{to} \\
& + 0,5090 \times v_c \times h_d + 0,8056 \times v_c \times l_b
\end{aligned} \tag{8.20}$$

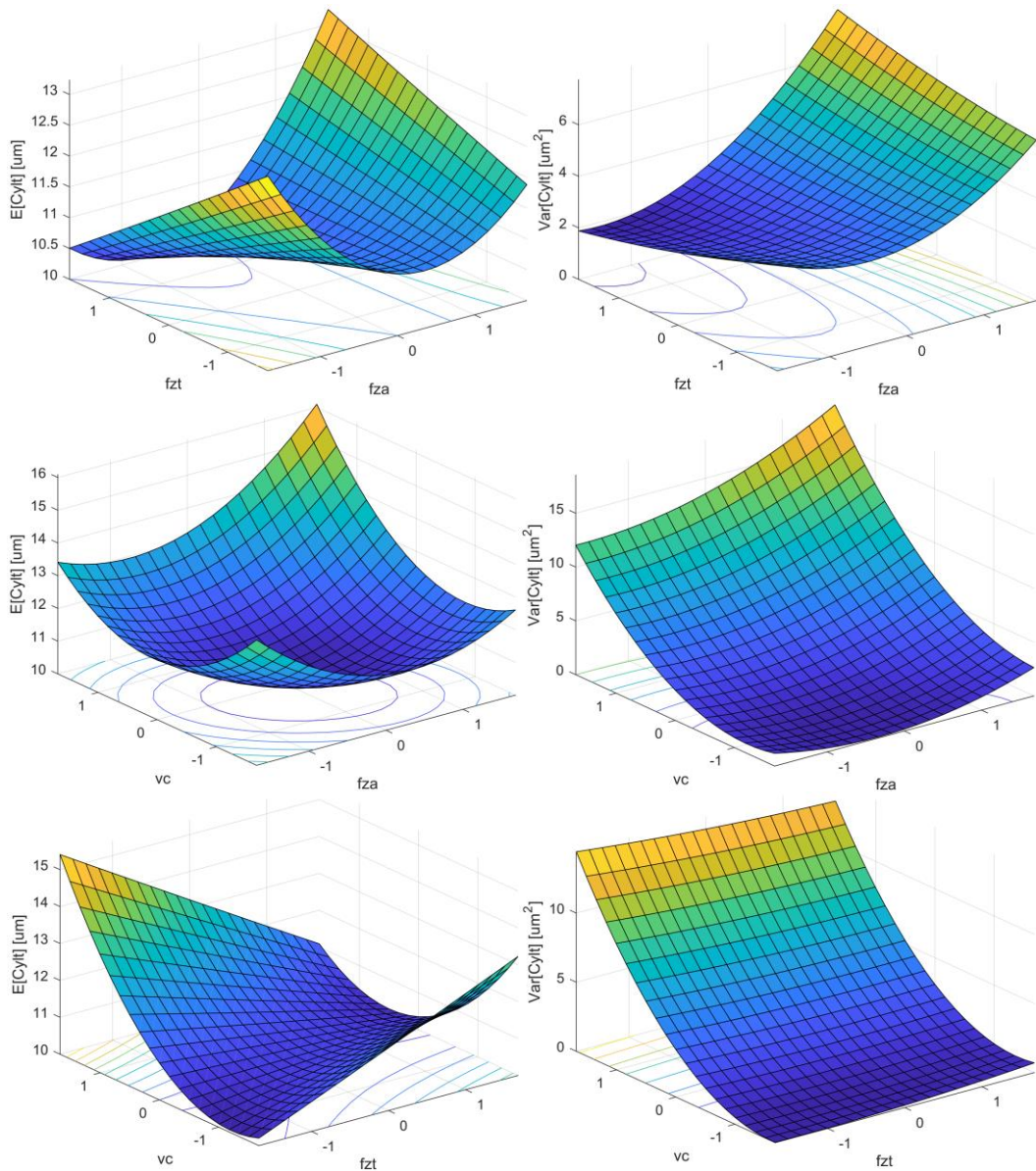


Figura 8.27. Superfícies de resposta para $E[Cyl_t]$ e $Var[Cyl_t]$, $\mathbf{x}_{fixo} = \mathbf{x}_{CtPt}$

Para obter modelos robustos às variáveis incontroláveis a nível operacional deve-se realizar o projeto de parâmetro robusto, considerando $E[z_j] = 0$ e realizando-se a propagação da variância devido às variáveis de ruído nas variáveis de processo. Portanto, as Equações 8.21 e 8.22 apresentam os modelos de média e variância para a resposta Cyl_t em função apenas das

variáveis controláveis. As superfícies de respostas relativas a estes modelos são apresentadas na Figura 8.27, sob diferentes perspectivas, com valor da variável não plotada fixada no ponto central.

$$E[Cyl_t(\mathbf{x}, \mathbf{z})] = 10,6612 + 0,2169 \times f_{za} - 0,1925 \times f_{zt} + 0,4568 \times v_c + 0,5373 \times f_{za}^2 + 0,0054 \times f_{zt}^2 + 0,6384 \times v_c^2 + 0,3543 \times f_{za} \times f_{zt} + 0,3460 \times f_{za} \times v_c - 0,6489 \times f_{zt} \times v_c \quad (8.21)$$

$$Var[Cyl_t(\mathbf{x}, \mathbf{z})] = 4,2073 + 1,1865 \times f_{za} - 0,1090 \times f_{zt} + 3,9786 \times v_c + 0,6157 \times f_{za}^2 + 0,0671 \times f_{zt}^2 + 1,3418 \times v_c^2 + 0,3328 \times f_{za} \times f_{zt} + 0,4478 \times f_{za} \times v_c - 0,1843 \times f_{zt} \times v_c \quad (8.21)$$

Os autovalores associados a $E[Cyl_t]$ são $\lambda_{E[Cyl_t]} = [0,8126; 0,5724; -0,2039]$, com sinais mistos, de forma que a função $E[Cyl_t]$ tem formato de sela e o ponto de inflexão não é um ponto de interesse, uma que vez não minimiza o erro de cilindridade. Já para a função $Var[Cyl_t]$ os autovalores são $\lambda_{Var[Cyl_t]} = [1,4067; 0,6146; 0,0033]$, todos positivos de forma que a função apresenta convexidade voltada para cima e, portanto, ponto de inflexão que a minimiza. Portanto, para encontrar a utopia da função $E[Cyl_t]$ deve-se realizar a otimização restrita, também chamada de análise rígida, conforme proposto por Hoerl (1959) *apud* Hoerl (1985), com o objetivo de encontrar o ótimo restrito à região experimental.

A Tabela 8.15 apresenta a matriz *payoff* para a otimização bi-objetivo entre média e variância da cilindridade total, $E[Cyl_t] \times Var[Cyl_t]$. Pode-se conferir nas colunas desta tabela os dois pontos de âncora, elucidando o conflito entre média e variância de Cyl_t . A média da cilindridade total variou de 9,93 a 11,52 μm , com variância de 1,14 a 5,12 μm^2 , ou desvio-padrão de 1,07 a 2,26 μm . Os valores médios de cilindridade são maiores que a circularidade uma vez que aquela considera também o erro de excentricidade entre os planos, enquanto esta consiste apenas a média das medições de desvio de forma circular nas posições do furo consideradas, conforme explicado na Figura 7.10 da metodologia. No caso da cilindridade houve uma diferença maior entre as variâncias da utopia e nadir no espaço bi-objetivo. Espera-se portanto, que a otimização bi-objetivo forneça opções interessantes ao experimentador para explorar o *trade-off* entre $E[Cyl_t] \times Var[Cyl_t]$.

Tabela 8.15. Matriz *pay-off* para $E[Cyl_t] \times Var[Cyl_t]$

$E[Cyl_t]$	9,93	11,52
$Var[Cyl_t]$	5,12	1,14

A Tabela 8.16 resume os resultados da otimização bi-objetivo pelo método NNC entre $E[Cyl_t]$ e $Var[Cyl_t]$, com os 21 sub-problemas considerados. Uma vez que o conceito de dominância de Pareto estabelece que, se uma solução não melhora ao menos uma das funções otimizadas esta solução é dominada, neste caso há três soluções dominadas, considerando subproblemas com os pesos w_1 de 0,55 a 0,65, todas dominadas pela solução com $w_1 = 0,50$. Portanto, na Fronteira de Pareto apresentada na Figura 8.28 estas soluções são destacadas, de forma que não servem para o experimentador, uma vez que a solução obtida no subproblema com peso $w_1 = 0,50$, domina as três, isto é, fornece melhores resultados para as duas funções consideradas na otimização, $E[Cyl_t]$ e $Var[Cyl_t]$. Portanto, foram obtidas 18 soluções não-dominadas para $E[Cyl_t]$ e $Var[Cyl_t]$.

Tabela 8.16. Resultados da otimização entre $E[Cyl_t]$ e $Var[Cyl_t]$ pelo método NNC

w_1	Codificado			decodificado			Respostas		
	f_{za}	f_{zt}	v_c	f_{za}	f_{zt}	v_c	$E(Cyl_t)$	$Var(Cyl_t)$	$S(Cyl_t)$
				$\mu\text{m/dente}$	mm/dente	m/min	μm	μm^2	μm
0,00	-0,456	0,015	-1,405	0,127	0,151	31,9	11,52	1,14	1,07
0,05	-0,379	-0,229	-1,434	0,131	0,139	31,3	11,36	1,14	1,07
0,10	-0,308	-0,451	-1,460	0,135	0,127	30,8	11,20	1,14	1,07
0,15	-0,242	-0,658	-1,485	0,138	0,117	30,3	11,05	1,14	1,07
0,20	-0,179	-0,796	-1,471	0,141	0,110	30,6	10,89	1,14	1,07
0,25	-0,113	-0,888	-1,424	0,144	0,106	31,5	10,73	1,16	1,08
0,30	-0,043	-0,975	-1,369	0,148	0,101	32,6	10,59	1,19	1,09
0,35	0,031	-1,059	-1,307	0,152	0,097	33,9	10,45	1,24	1,12
0,40	0,110	-1,138	-1,233	0,155	0,093	35,3	10,32	1,33	1,15
0,45	0,195	-1,215	-1,146	0,160	0,089	37,1	10,22	1,46	1,21
0,50	0,286	-1,289	-1,041	0,164	0,086	39,2	10,14	1,66	1,29
0,55 [#]	-0,730	1,497	-0,236	0,113	0,225	55,3	10,34	2,57	1,60
0,60 [#]	-0,721	1,510	-0,166	0,114	0,226	56,7	10,26	2,78	1,67
0,65 [#]	-0,711	1,521	-0,095	0,114	0,226	58,1	10,19	3,00	1,73
0,70	-0,699	1,529	-0,024	0,115	0,226	59,5	10,13	3,23	1,80
0,75	-0,686	1,535	0,048	0,116	0,227	61,0	10,07	3,49	1,87
0,80	-0,672	1,537	0,121	0,116	0,227	62,4	10,02	3,77	1,94
0,85	-0,656	1,536	0,195	0,117	0,227	63,9	9,98	4,06	2,02
0,90	-0,638	1,532	0,270	0,118	0,227	65,4	9,95	4,39	2,09
0,95	-0,618	1,525	0,347	0,119	0,226	66,9	9,93	4,74	2,18
1,00	-0,596	1,514	0,426	0,120	0,226	68,5	9,93	5,12	2,26

soluções dominadas

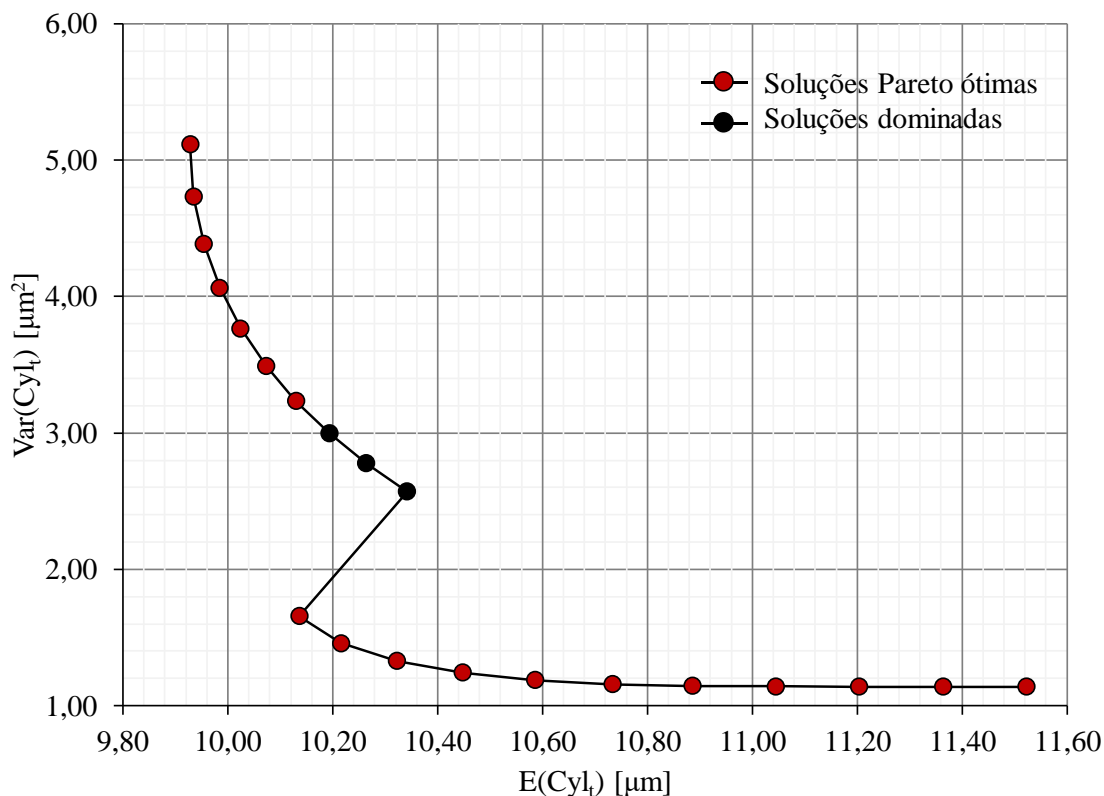


Figura 8.28. Fronteira de Pareto para $E[Cyl_t] \times Var[Cyl_t]$

Muitos trabalhos de otimização multi-objetivo atuais especialmente os que utilizam o método NBI não tem considerado a importância da filtragem das soluções obtidas, de forma a separar as soluções dominadas das não dominadas e fornecer de fato um cenário de soluções Pareto ótimas para o experimentador. Das e Dennis (1998) não mencionam a importância de filtrar as soluções dominadas após a otimização multi-objetivo, enquanto Messac *et al.* (2003) explicam a importância de usar um filtro de Pareto para selecionar as soluções não-dominadas dentro de um conjunto de soluções obtidas. Ghane-Kanafi e Khorram (2015) argumentam que o método NBI apresenta o objetivo de encontrar pontos equispaçados na fronteira e não somente soluções Pareto ótimas na fronteira. Os autores argumentam também que o NNC é uma proposta mais eficiente por se preocupar em separar as soluções não dominadas ao final da otimização. Logo, deve-se atentar para a aplicabilidade prática da solução em um cenário multi-objetivo, em detrimento de um cuidado estético com a fronteira de Pareto obtida. Pode-se argumentar que o filtro de Pareto, conforme explicam Messac *et al.* (2003), pode e deve ser aplicado após a utilização de qualquer método de otimização multi-objetivo, de forma que falta a alguns utilizadores do método NBI a filtragem das soluções para que esta proposta seja de fato eficiente no fornecimento de soluções Pareto ótimas.

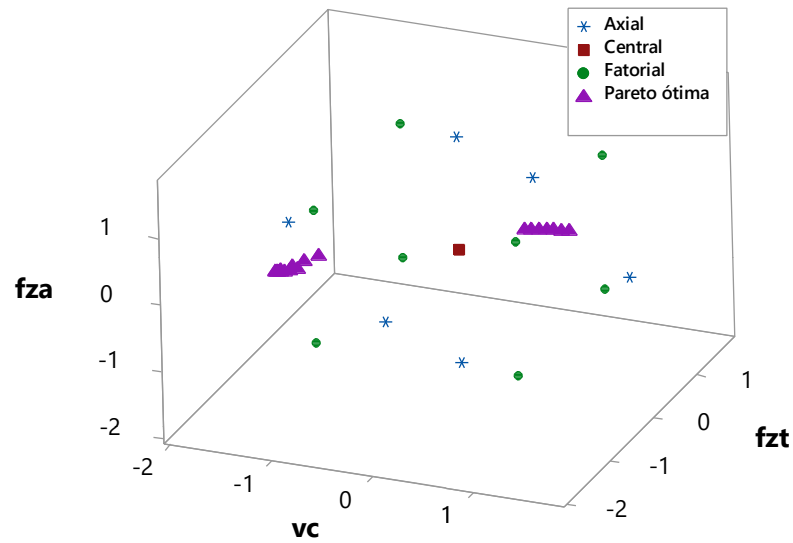


Figura 8.29. Espaço experimental para a otimização $E[Cyl_t] \times Var[Cyl_t]$

A Figura 8.29 apresenta as 18 soluções não-dominadas obtidas no espaço experimental ou espaço de busca, considerando as três variáveis controláveis, f_{za} , f_{zt} e v_c , com níveis codificados. A descontinuidade entre os pontos está relacionada a filtragem realizada das soluções dominadas.

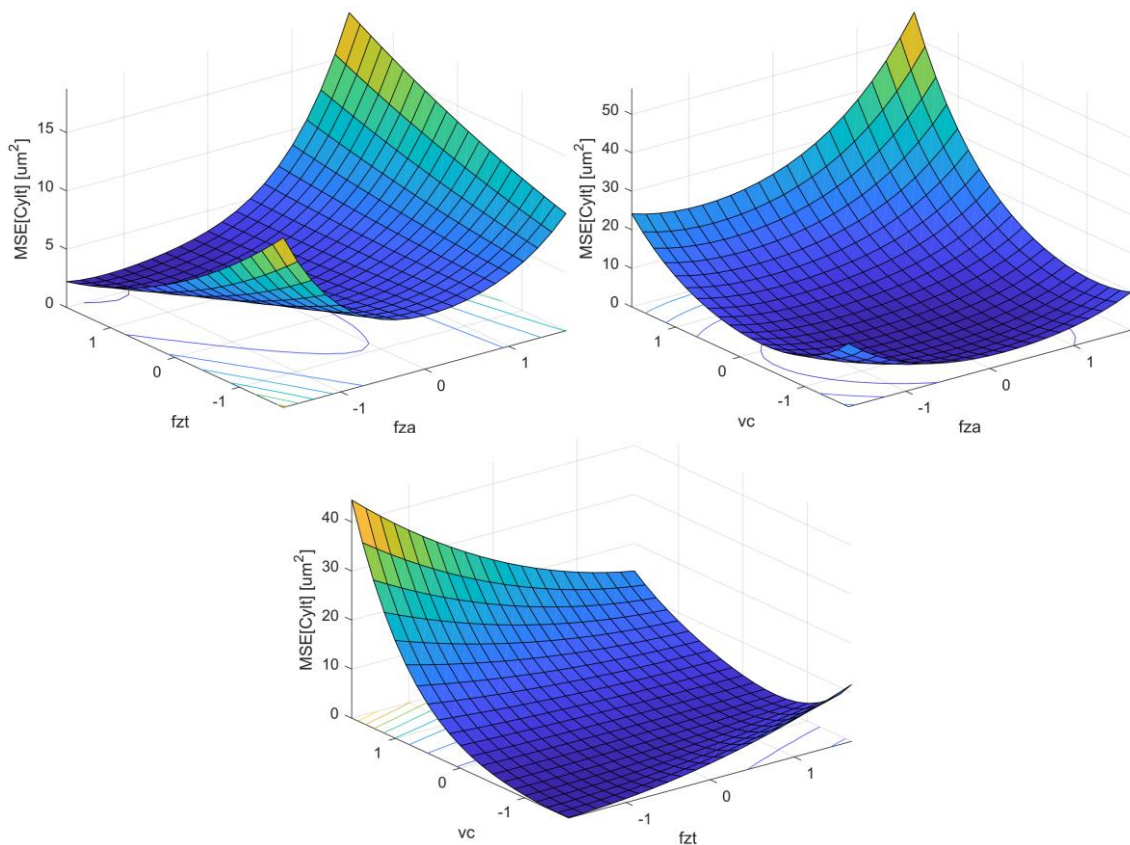


Figura 8.30. Superfícies de resposta para MSE_{Cyl_t} , $\mathbf{x}_{fixo} = \mathbf{x}_{CtPt}$

A otimização do erro quadrático médio da cilindridade total também foi realizada com a finalidade de se minimizar o viés e a variância de maneira consecutiva. A Figura 8.30 ilustra as superfícies de resposta para MSE_{Cyl_t} . O resultado da otimização de MSE_{Cyl_t} restrita à solução de espaço experimental é resumido na Tabela 8.17. Estes resultados são uma tentativa de otimizar o viés e a variância da cilindridade total, de forma a minimizar o erro de cilindridade do furo, que contempla o erro de forma cilíndrica e a excentricidade do furo, e alcançar a robustez em relação às variáveis de ruído. Em relação aos níveis obtidos de $E(Cyl_t)$ e $Var(Cyl_t)$, esta solução é intermediária entre as soluções com peso $w_1 = 0,90$ e $w_1 = 0,95$, apresentadas na Tabela 8.16, obtidas pela otimização bi-objetivo entre tais funções através do método NNC.

Tabela 8.17. Otimização de MSE_{Cyl_t}

codificado			Decodificado			Respostas			
f_{za}	f_{zt}	v_c	f_{za}	f_{zt}	v_c	$E(Cyl_t)$	$Var(Cyl_t)$	$S(Cyl_t)$	MSE_{Cyl_t}
			$\mu\text{m/dente}$	mm/dente	m/min	μm	μm^2	μm	μm^2
-0,623	1,527	0,327	0,119	0,226	66,5	9,94	4,64	2,15	4,76

8.3. Rugosidade dos furos no fresamento helicoidal no aço H13 endurecido

A rugosidade dos furos também foi avaliada, pois consiste em um requisito importante para avaliar a qualidade de superfícies usinadas, podendo afetar a lubrificação, atrito, resistência a corrosão, resistência a fadiga, entre outras características (BENARDOS e VOSNIAKOS, 2003; PEREIRA *et al.*, 2016; SUN *et al.*, 2017). Logo, a rugosidade dos furos obtidos por fresamento helicoidal no aço H13 endurecido foi avaliada, considerando as respostas de rugosidade média, R_a , e de rugosidade máxima, R_z . Enquanto a primeira medida consiste na média dos valores absolutos dos pontos amostrados do perfil filtrado, a segunda, definida como rugosidade máxima, consiste na média da amplitude máxima obtida nos comprimentos de amostragem considerados, de forma que a partir destas duas respostas, pode-se avaliar a tendência central e a dispersão do perfil de rugosidade amostrado.

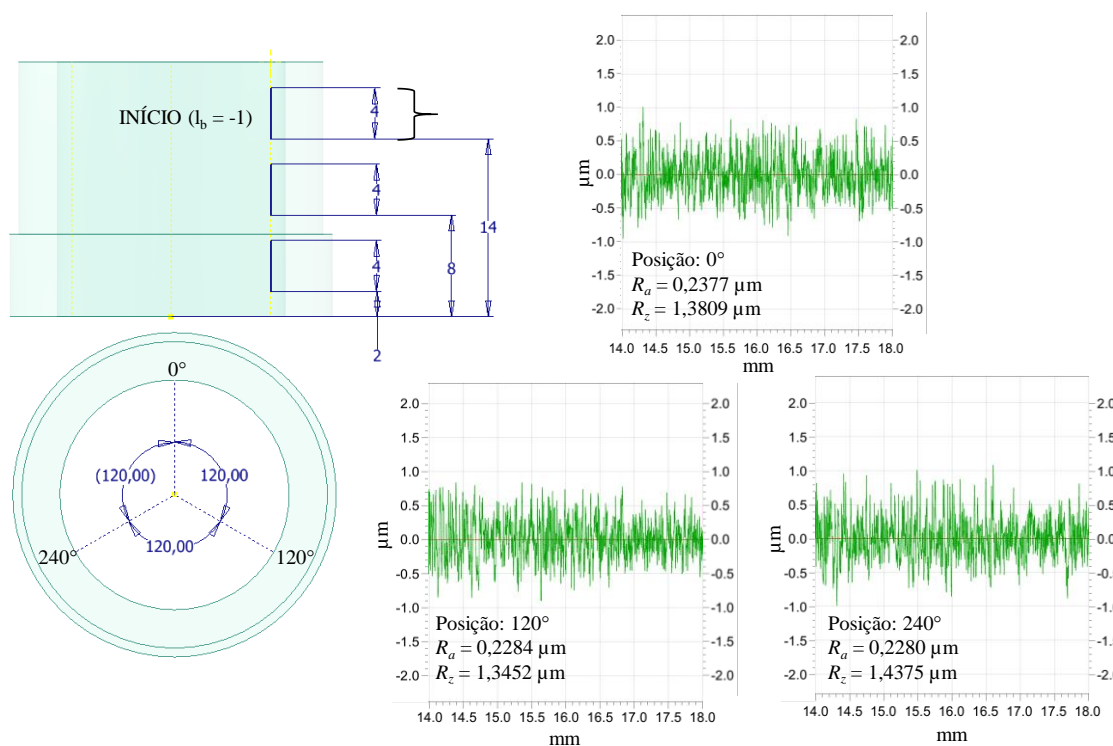


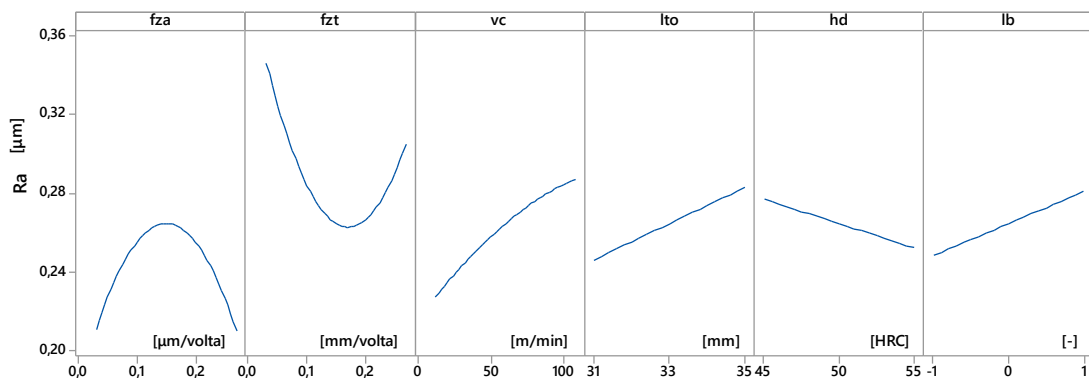
Figura 8.31. Medição de rugosidade para o ensaio 6

A Figura 8.31 expõe os perfis de rugosidade filtrados obtidos em uma das medições de rugosidade realizada no corpo de prova do ensaio 6. Pode-se observar na Tabela 8.1 que para este experimento a posição fixa de medição da rugosidade foi no início do furo, $l_b = -1$.

A Tabela 8.18 apresenta a ANOVA para R_a . A Figura 8.32 ilustra os gráficos de efeito linear e quadrático para a resposta R_a . Em relação aos efeitos lineares, apenas f_{zt} e v_c apresentaram significância estatística. Sem ainda avaliar o efeito quadrático, o efeito do avanço tangencial por dente foi negativo, de modo que o aumento de f_{zt} implica na redução de R_a . Considerando f_{za} constante, f_{zt} é inversamente proporcional a a_p^* , conforme Equação 2.8. Como a rugosidade é medida na direção axial da superfície do furo, a rugosidade tende a diminuir com o decréscimo de a_p^* . Logo, o processo de fresamento com um maior número de voltas para uma altura medida no furo constante favorece a obtenção de uma superfície com rugosidade mais baixa. Conforme explicado por Li e Liu (2013), se há defasagem entre a velocidade de corte e a velocidade orbital, de forma que ao final de uma revolução orbital, com a remoção de material na direção axial igual a a_p^* , ainda não tenha terminado a remoção de cavaco pela aresta em ação, o pico da superfície deixada pela aresta anterior pode ser removido pela aresta em ação na próxima volta pelas arestas periféricas. Logo, é natural que no início do furo a rugosidade seja mais baixa que no fim do furo. Entretanto, o RPD pode auxiliar na busca de níveis dos parâmetros de corte que minimizem esta variação em relação à altura medida no furo.

Tabela 8.18. ANOVA para R_a

FV	GL	SQ	MQ	F	P-valor
Modelo	21	9301,40	442,924	423,53	0,000
Linear	6	230,61	38,435	36,75	0,000
f_{za}	1	0,00	0,003	0,00	0,955
f_{zt}	1	20,68	20,680	18,77	0,000
v_c	1	22,70	22,698	21,70	0,000
l_{to}	1	44,19	44,188	42,25	0,000
h_d	1	23,42	23,419	22,39	0,000
l_b	1	42,72	42,720	40,85	0,000
Quadrático	3	8,33	2,778	2,66	0,068
$f_{za} \times f_{za}$	1	7,56	7,565	7,23	0,012
$f_{zt} \times f_{zt}$	1	5,29	5,285	5,05	0,033
$v_c \times v_c$	1	0,26	0,260	0,25	0,622
Interações	12	235,86	18,655	18,79	0,000
$f_{za} \times f_{zt}$	1	3,87	3,865	3,70	0,065
$f_{za} \times v_c$	1	18,19	18,194	18,35	0,000
$f_{zt} \times v_c$	1	25,64	25,638	24,52	0,000
$f_{za} \times l_{to}$	1	12,28	12,281	11,74	0,002
$f_{za} \times h_d$	1	0,02	0,023	0,02	0,883
$f_{za} \times l_b$	1	3,80	3,797	3,63	0,067
$f_{zt} \times l_{to}$	1	1,63	1,630	1,56	0,222
$f_{zt} \times h_d$	1	0,01	0,013	0,01	0,911
$f_{zt} \times l_b$	1	5,68	5,679	5,43	0,027
$v_c \times l_{to}$	1	7,04	7,037	6,73	0,015
$v_c \times h_d$	1	2,54	2,539	2,43	0,130
$v_c \times l_b$	1	60,74	60,738	58,08	0,000
Erro	28	28,28	1,046		
Falta de ajuste	17	18,13	1,125	1,22	0,377
Erro Puro	11	10,15	0,923		
Total	49	9330,68			
S	R^2	R_{aj}^2	R_{prev}^2		
1,02264	99,69%	99,45%	94,48%		

Figura 8.32. Gráficos de efeito linear e quadrático para R_a

A velocidade de corte apresentou efeito linear positivo em R_a . Em relação aos efeitos quadráticos das variáveis de processo, houve significância apenas no efeito de f_{za} com convexidade voltada para cima, de modo que dos níveis mais baixos até o nível central o aumento de f_{za} acarretou um aumento na rugosidade média R_a . Este efeito também está relacionado ao aumento de a_p^* , conforme Equação 2.8. Porém, com f_{za} aumentando a níveis acima do central, pode-se observar uma redução em R_a .

As três variáveis de ruído apresentaram significância nos efeitos lineares, com l_{to} e l_b positivos e h_d com efeito negativo. O aumento do comprimento em balanço pode provocar aumento da deflexão e, portanto, vibrações, acarretando instabilidades no corte e, possivelmente, uma superfície mais rugosa. O efeito da altura medida no furo no aumento da rugosidade já foi explicado sendo relacionado ao alisamento da superfície pelas arestas de corte tangenciais proporcionado por um maior número de voltas no início do furo, conforme explicam Li e Liu (2013). Com relação à dureza da peça, geralmente o seu aumento acarreta redução em R_a devido a menor deformação na superfície usinada. O mesmo efeito foi observado no fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI 4340 endurecido (SAADATBAKHSH *et al.*, 2017).

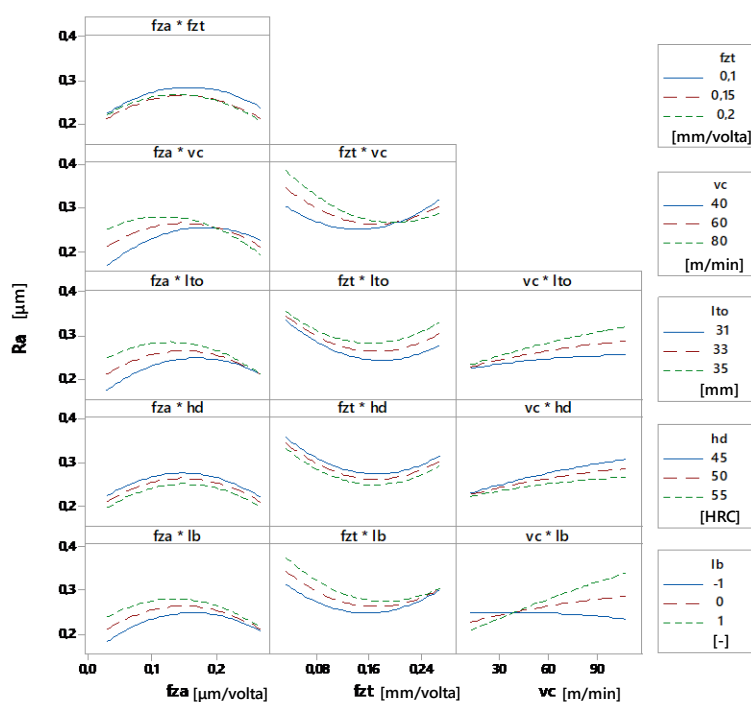


Figura 8.33. Gráficos de interação para R_a

A Figura 8.33 apresenta os gráficos de interação para a rugosidade média R_a , em relação às interações processo×processo, as três foram significativas. Em relação a interação $f_{za} \times v_c$, pode-se observar que o efeito de f_{za} apresentou inclinação maior com v_c no nível fatorial mais

baixo. Com o aumento de v_c , o efeito linear do avanço axial não apareceu graficamente, de modo que o aumento da velocidade de corte possibilitou aumentar o avanço sem prejuízo na rugosidade. Na interação $f_{zt} \times v_c$, com v_c em níveis mais baixos, o efeito negativo de f_{zt} em R_a não apareceu, podendo-se observar graficamente apenas uma curvatura com convexidade para cima – a qual não foi estatisticamente significativa. Já em velocidades de corte maiores o efeito negativo de f_{zt} pode ser graficamente visualizado.

As interações ruído×processo estatisticamente significativas foram $f_{za} \times l_{to}$, $f_{zt} \times l_b$, $v_c \times l_{to}$, $v_c \times l_b$. Pode-se observar que níveis mais altos de f_{za} proporcionam a robustez em relação à variação do comprimento em balanço na resposta R_a . Níveis mais altos de f_{zt} tornam o processo insensitivo à variação da altura medida no furo considerando a rugosidade obtida do furo. Quanto maior o avanço tangencial, maior o número de voltas, o que pode viabilizar o alisamento da superfície do furo. Velocidades de corte em nível mais baixo graficamente apontam rugosidades constantes independente do nível do comprimento em balanço. Já em relação à altura medida no furo, graficamente pode-se constatar que velocidades de corte próximas de 40 m/min possibilitam a robustez em relação à altura medida no furo para a resposta R_a .

A Equação 8.23 apresenta o modelo de resposta para R_a . Este modelo apresentou erro experimental estimado pela ANOVA $\hat{\sigma}_{R_a}^2 = 1,046$. Em relação ao ajuste, os coeficientes de determinação confirmam as excelentes proporções da variabilidade dos dados explicada e capacidade de previsão, com $R_{aj}^2 = 99,45\%$ e $R_{prev}^2 = 94,48\%$. Pelo teste para falta de ajuste, com p-valor igual a 0,377, confirmou-se não haver indícios de falta de ajuste do modelo de resposta. A partir deste modelo de resposta foi possível derivar os modelos de média e variância para R_a pelo RPD.

$$\begin{aligned}
 R_a(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = & 0,2648 - 0,0001 \times f_{za} - 0,0087 \times f_{zt} + 0,0124 \times v_c - 0,0093 \times f_{za}^2 + 0,0105 \times f_{zt}^2 \\
 & - 0,0013 \times v_c^2 - 0,0033 \times f_{za} \times f_{zt} - 0,0123 \times f_{za} \times v_c - 0,0118 \times f_{zt} \times v_c + 0,0184 \times l_{to} \\
 & - 0,0123 \times h_d + 0,0161 \times l_b - 0,0079 \times f_{za} \times l_{to} + 0,0004 \times f_{za} \times h_d - 0,0051 \times f_{za} \times l_b \\
 & + 0,0035 \times f_{zt} \times l_{to} + 0,0003 \times f_{zt} \times h_d - 0,0060 \times f_{zt} \times l_b + 0,0060 \times v_c \times l_{to} \\
 & - 0,0035 \times v_c \times h_d + 0,0154 \times v_c \times l_b
 \end{aligned} \tag{8.23}$$

As Equações 8.24 e 8.25 consistem nos modelos de média e variância para R_a , viabilizando o projeto de parâmetros de processo robustos em relação às variáveis de ruído consideradas. Considerando estas Equações, com a finalidade de explorar o espaço bi-objetivo a elas relacionado, apresenta-se a matriz *pay-off* na Tabela 8.19. Pode-se observar que na

fronteira de Pareto R_a varia de $0,22 \mu\text{m}$ na utopia a $0,26 \mu\text{m}$ na pseudo nadir. A variância de R_a apresentou variação de $1,0461$ a $1,0466 \mu\text{m}^2$. Novamente a pequena variação na variância pode ser justificada pela magnitude do erro experimental, que, conforme a Equação 5.8, irá compor parte da constante da Equação de variância, juntamente com a soma dos quadrados dos coeficientes lineares das variáveis de ruído do modelo de resposta. As Superfícies de resposta para $E[R_a]$ e $Var[R_a]$ são expostas na Figura 8.34.

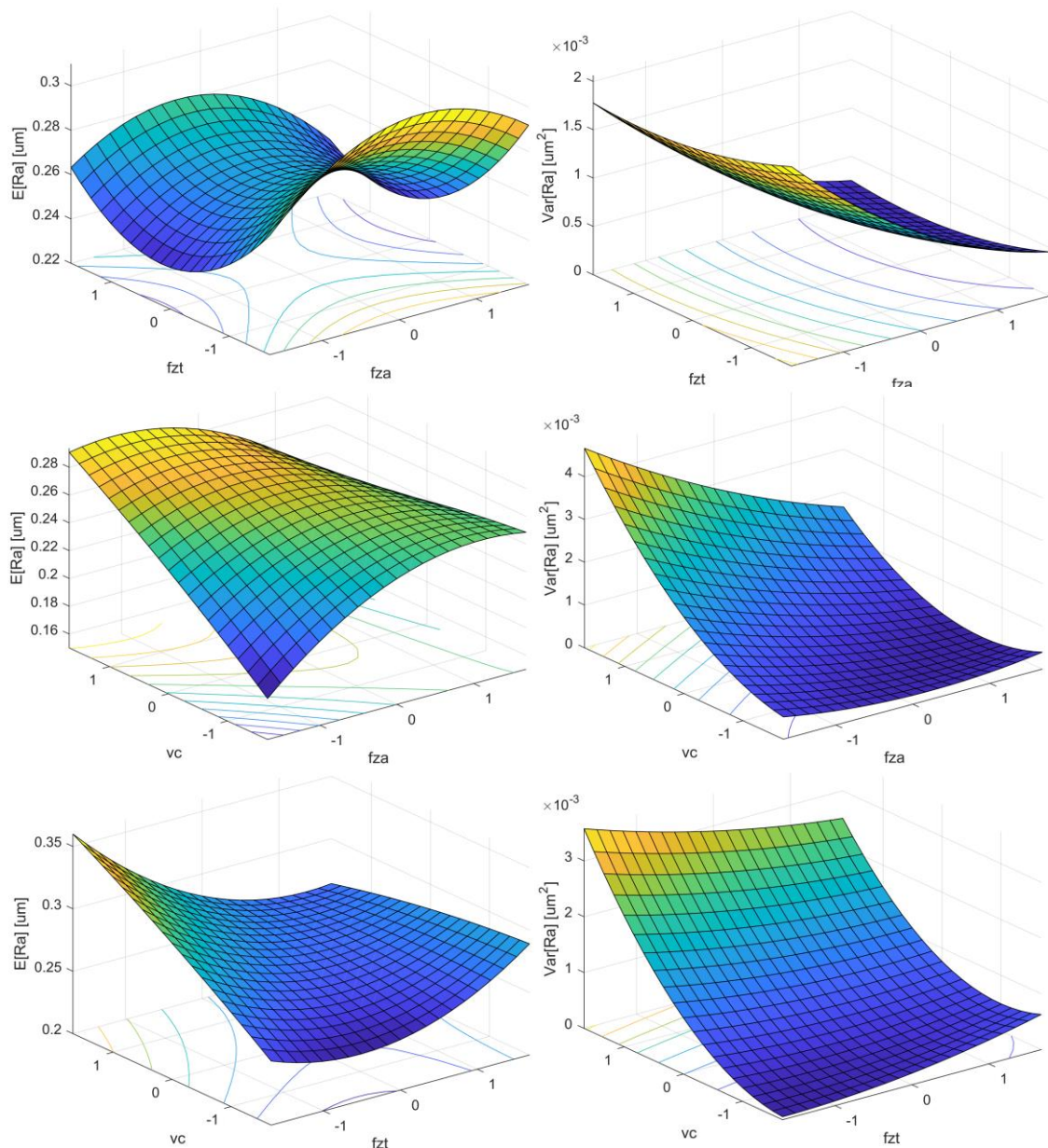


Figura 8.34. Superfícies de resposta para $E[R_a]$ e $Var[R_a]$, $\mathbf{x}_{fixo} = \mathbf{x}_{CtPt}$

Em relação à convexidade das funções $E[R_a]$ e $Var[R_a]$, os autovalores associados a $E[R_a]$ são $\lambda_{E[R_a]} = [-0,0134; 0,0130; 0,0004]$, confirmando o formato de sela observado

graficamente na Figura 8.34 com ponto estacionário de sela. Já os autovalores associados a $Var[R_a]$ são $\lambda_{Var[R_a]} = [0,0004; 0,00006; 0,000001]$, o que confirma a convexidade da superfície voltada para cima e o ponto estacionário de mínimo.

Tabela 8.19. Matriz *pay-off* para $E[R_a] \times Var[R_a]$

$E[R_a]$	0,22	0,26
$Var[R_a]$	1,0466	1,0461

$$E[R_a(\mathbf{x}, \mathbf{z})] = 0,2648 - 0,0001 \times f_{za} - 0,0087 \times f_{zt} + 0,0124 \times v_c - 0,0093 \times f_{za}^2 + 0,0105 \times f_{zt}^2 - 0,0013 \times v_c^2 - 0,0033 \times f_{za} \times f_{zt} - 0,0123 \times f_{za} \times v_c - 0,0118 \times f_{zt} \times v_c \quad (8.24)$$

$$Var[R_a(\mathbf{x}, \mathbf{z})] = 1,0467 - 0,0005 \times f_{za} - 0,0001 \times f_{zt} + 0,0008 \times v_c + 0,0001 \times f_{za}^2 + 0,00005 \times f_{zt}^2 + 0,0003 \times v_c^2 + 0,00001 \times f_{za} \times f_{zt} - 0,0003 \times f_{za} \times v_c - 0,0001 \times f_{zt} \times v_c \quad (8.25)$$

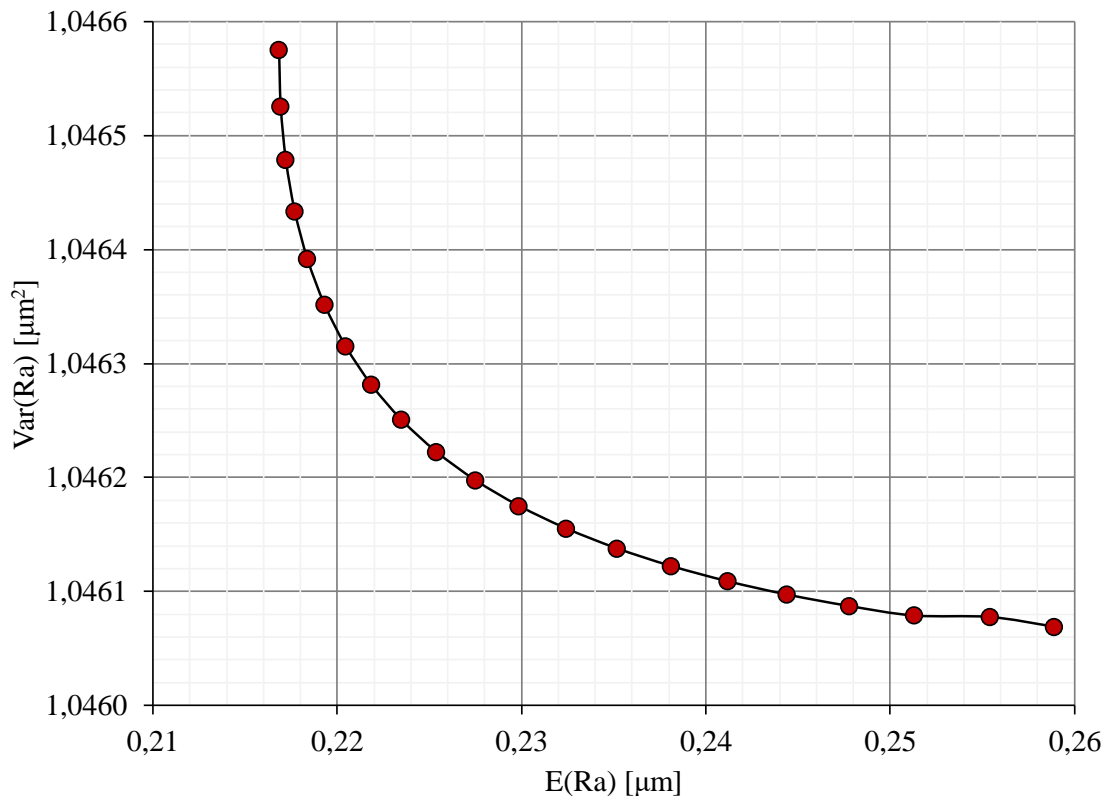


Figura 8.35. Fronteira de Pareto para $E[R_a] \times Var[R_a]$

Aplicando-se o método NNC para as Equações 8.24 e 8.25 considerando o espaço amostral CCD para as variáveis de processo, foi obtida a fronteira de Pareto da Figura 8.35. Os resultados da otimização associados a esta fronteira de Pareto são resumidos na Tabela 8.12.

Pode-se observar novamente a pequena dispersão na variância entre as soluções Pareto ótimas. Entretanto, se forem observados os níveis das variáveis de controle obtidos, plotados no espaço objetivo codificado na Figura 8.36 e expostos na unidade original na Tabela 8.20, pode-se presumir que há uma variação interessante nos níveis destas, devido ao *trade-off* entre média e variância de R_a . Para f_{za} pode-se observar que o nível de 0,087 $\mu\text{m}/\text{dente}$ consiste no avanço axial por dente da utopia de $E[R_a]$, $E[R_a]^*$, enquanto que para $\text{Var}[R_a]$, f_{za} apresentou nível ótimo igual a 0,189 $\mu\text{m}/\text{dente}$. O nível mais alto de f_{za} , entretanto, foi obtido no subproblema com $w_1 = 0,05$. Para f_{zt} os níveis Pareto ótimos para $E[R_a]^*$ e $\text{Var}[R_a]^*$ foram de 0,142 e 0,107 mm/dente, respectivamente. Por fim, v_c variou de 38 a 35,7 m/min, respectivamente, para $E[R_a]^*$ e $\text{Var}[R_a]^*$. Conforme pode-se observar na Tabela, há entretanto níveis mais altos/baixos para v_c nos subproblemas com $0 < w_1 < 1$.

Tabela 8.20. Resultados da otimização entre $E[R_a]$ e $\text{Var}[R_a]$ pelo método NNC

w_1	codificado			decodificado			Respostas		
	f_{za}	f_{zt}	v_c	f_{za} $\mu\text{m}/\text{dente}$	f_{zt} mm/dente	v_c m/min	$E(R_a)$ μm	$\text{Var}(R_a)$ μm^2	$S(R_a)$ μm
0,00	0,777	-0,864	-1,216	0,189	0,107	35,7	0,26	1,0461	1,0228
0,05	1,252	-0,537	-0,986	0,213	0,123	40,3	0,26	1,0461	1,0228
0,10	0,373	-0,821	-1,420	0,169	0,109	31,6	0,25	1,0461	1,0228
0,15	0,229	-0,786	-1,469	0,161	0,111	30,6	0,25	1,0461	1,0228
0,20	0,102	-0,745	-1,504	0,155	0,113	29,9	0,24	1,0461	1,0228
0,25	-0,014	-0,698	-1,530	0,149	0,115	29,4	0,24	1,0461	1,0228
0,30	-0,124	-0,649	-1,547	0,144	0,118	29,1	0,24	1,0461	1,0228
0,35	-0,229	-0,598	-1,555	0,139	0,120	28,9	0,24	1,0461	1,0228
0,40	-0,331	-0,545	-1,556	0,133	0,123	28,9	0,23	1,0462	1,0228
0,45	-0,430	-0,494	-1,549	0,128	0,125	29,0	0,23	1,0462	1,0228
0,50	-0,527	-0,445	-1,534	0,124	0,128	29,3	0,23	1,0462	1,0228
0,55	-0,621	-0,399	-1,511	0,119	0,130	29,8	0,23	1,0462	1,0229
0,60	-0,711	-0,358	-1,482	0,114	0,132	30,4	0,22	1,0463	1,0229
0,65	-0,797	-0,322	-1,446	0,110	0,134	31,1	0,22	1,0463	1,0229
0,70	-0,878	-0,290	-1,405	0,106	0,136	31,9	0,22	1,0463	1,0229
0,75	-0,954	-0,262	-1,360	0,102	0,137	32,8	0,22	1,0464	1,0229
0,80	-1,025	-0,238	-1,312	0,099	0,138	33,8	0,22	1,0464	1,0229
0,85	-1,091	-0,217	-1,261	0,095	0,139	34,8	0,22	1,0464	1,0230
0,90	-1,152	-0,199	-1,209	0,092	0,140	35,8	0,22	1,0465	1,0230
0,95	-1,209	-0,182	-1,155	0,090	0,141	36,9	0,22	1,0465	1,0230
1,00	-1,262	-0,167	-1,100	0,087	0,142	38,0	0,22	1,0466	1,0230

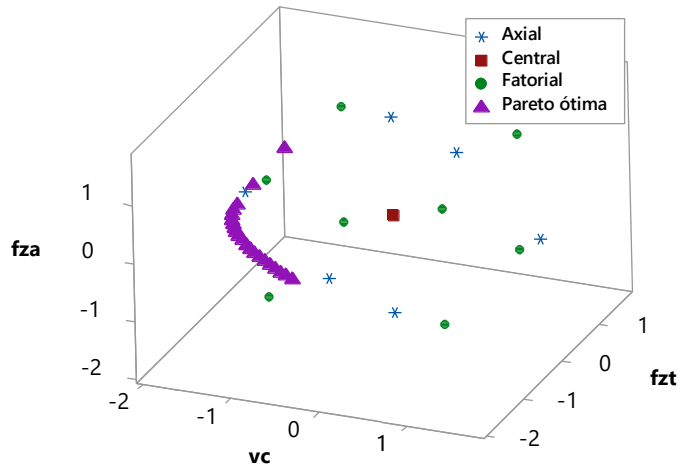


Figura 8.36. Espaço experimental para a otimização $E[R_a] \times Var[R_a]$

A otimização do erro quadrático médio de R_a foi realizada com a finalidade de minimizar o viés e variância desta resposta. A Figura 8.37 expõe as superfícies de resposta para MSE_{Ra} . Os resultados da otimização de MSE_{Ra} sujeito a restrição de espaço experimental são resumidos na Tabela 8.21. Os resultados são próximos ao da otimização bi-objetivo pelo método NNC entre $E[R_a]$ e $Var[R_a]$ com $w_1 = 0,95$, conforme pode-se constatar na Tabela 8.20.

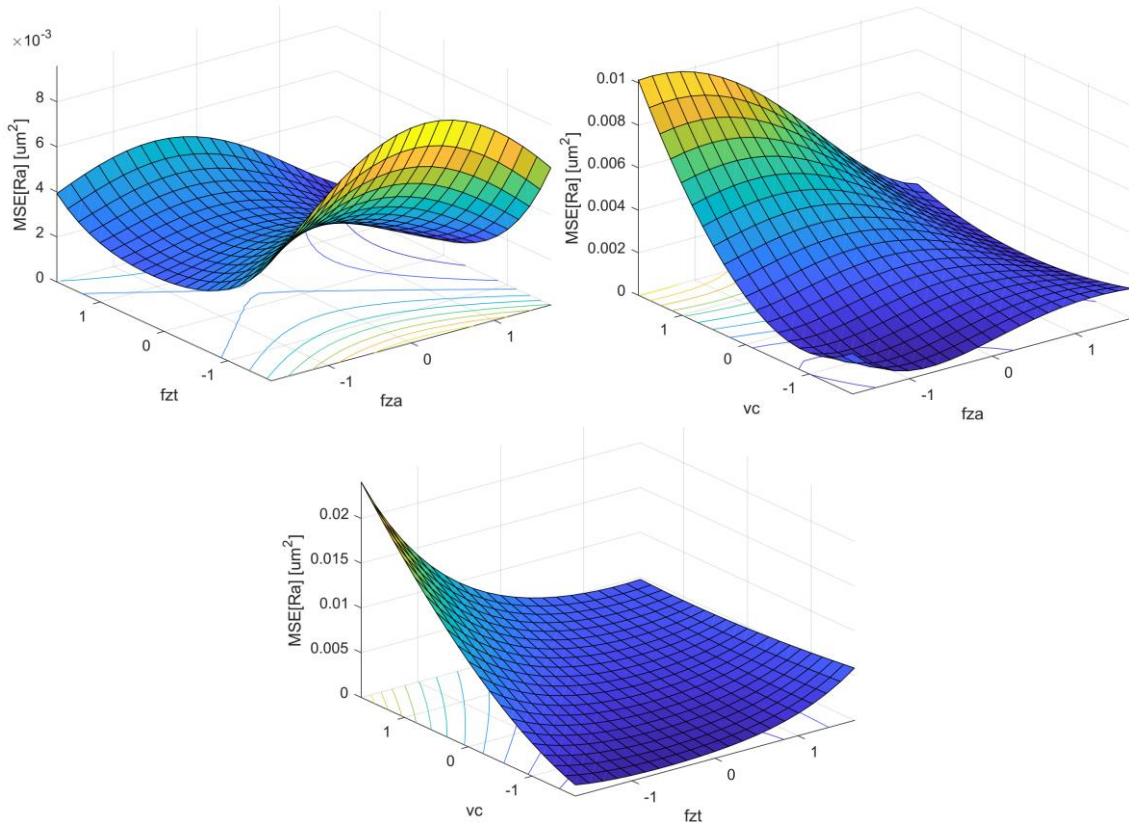
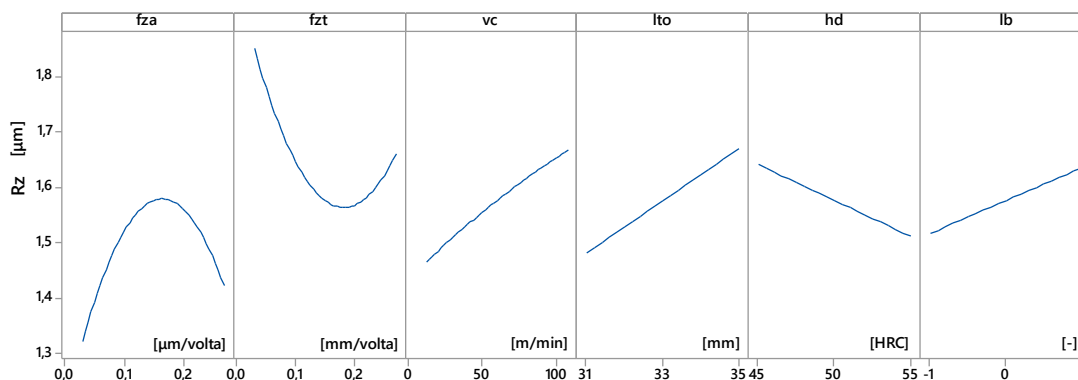


Figura 8.37. Superfícies de resposta para MSE_{Ra} , $\mathbf{x}_{fixo} = \mathbf{x}_{CtPt}$

Tabela 8.21. Otimização de MSE_{Ra}

Codificado			Decodificado			Respostas			
f_{za}	f_{zt}	v_c	f_{za}	f_{zt}	v_c	$E(Ra)$	$Var(Ra)$	$S(Ra)$	MSE_{Ra}
			$\mu\text{m}/\text{dente}$	mm/dente	m/min	μm	μm^2	μm	μm^2
-1,202	-0,184	-1,2	0,090	0,141	36,8	0,22	1,047	1,023	1,047

Figura 8.38. Gráficos de efeito linear e quadrático para R_z

A resposta de rugosidade máxima R_z também foi estudada no fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 endurecido. A ANOVA para R_z é apresentada na Tabela 8.22. A Figura 8.38 apresenta o gráfico de efeitos lineares e quadráticos para R_z . Pode-se observar que os efeitos são similares aos visualizados para a resposta R_a , Figura 8.32. Em relação aos efeitos lineares das variáveis de processo e ruído na resposta R_z apenas f_{za} não apresentou significância estatística. No caso dos efeitos quadráticos, apenas f_{za} apresentou significância. Os efeitos lineares e quadráticos são, portanto, similares aos já discutidos para a resposta R_a . Entretanto, é importante avaliar R_z com a finalidade de avaliar a dispersão do perfil de rugosidade, pois parâmetros de dispersão podem ser mais sensíveis às variáveis de ruído.

A Figura 8.39 apresenta os gráficos de interação para a resposta R_z . Em relação às interações processo×processo, as três apresentaram significância estatística. Pode-se averiguar graficamente a diferença na inclinação confirmando as três interações $f_{za} \times f_{zt}$, $f_{za} \times v_c$ e $f_{zt} \times v_c$. A interação $f_{za} \times f_{zt}$, não significativa em R_a , mas significativa em R_z , indica que quando f_{zt} está em níveis mais altos o efeito linear de f_{za} não aparece. Em outra perspectiva, quando f_{za} é mantido em níveis mais baixos o efeito negativo de f_{zt} na rugosidade é menor em relação ao efeito de f_{zt} com f_{za} em níveis mais altos.

Tabela 8.22. ANOVA para R_z

FV	GL	SQ	MQ	F	P-valor
Modelo	21	2258,00	107,524	10,51	0,000
Linear	6	329,78	54,964	56,49	0,000
f_{za}	1	3,56	3,557	3,66	0,066
f_{zt}	1	17,28	17,285	7,77	0,000
v_c	1	12,88	12,876	3,23	0,001
l_{to}	1	53,87	53,867	5,36	0,000
h_d	1	29,27	29,273	0,09	0,000
l_b	1	30,71	30,707	1,56	0,000
Quadrático	3	7,22	2,407	2,47	0,082
$f_{za} \times f_{za}$	1	6,89	6,885	7,08	0,013
$f_{zt} \times f_{zt}$	1	2,10	2,096	2,15	0,153
$v_c \times v_c$	1	0,06	0,057	0,06	0,810
Interações	12	462,98	38,581	9,65	0,000
$f_{za} \times f_{zt}$	1	7,66	7,657	7,87	0,009
$f_{za} \times v_c$	1	19,64	19,642	0,19	0,000
$f_{zt} \times v_c$	1	19,67	19,668	0,22	0,000
$f_{za} \times l_{to}$	1	7,40	7,404	7,61	0,010
$f_{za} \times h_d$	1	0,07	0,074	0,08	0,784
$f_{za} \times l_b$	1	1,96	1,963	2,02	0,167
$f_{zt} \times l_{to}$	1	2,33	2,325	2,39	0,133
$f_{zt} \times h_d$	1	0,11	0,110	0,11	0,739
$f_{zt} \times l_b$	1	4,33	4,328	4,45	0,044
$v_c \times l_{to}$	1	7,55	7,554	7,76	0,009
$v_c \times h_d$	1	0,47	0,466	0,48	0,495
$v_c \times l_b$	1	38,73	38,726	9,80	0,000
Erro	28	27,24	0,973		
Falta de ajuste	17	17,59	1,035	1,18	0,400
Erro Puro	11	9,65	0,878		
Total	49	2285,24			
S	R^2	R_{aj}^2	R_{prev}^2		
0,986384	98,81%	97,91%	84,81%		

No caso das interações processo×ruído na resposta R_z , observou-se significância estatística para as interações $f_{za} \times l_{to}$, $f_{zt} \times l_b$, $v_c \times l_{to}$ e $v_c \times l_b$, as mesmas que foram significativas e já discutidas para a resposta R_a . No projeto de parâmetro robusto tais interações são essenciais, pois garantem a propagação do erro para as variáveis de processo, a partir da soma dos quadrados das derivadas parciais em relação às variáveis de ruído. No caso das respostas R_a e R_z a única variável de ruído que não apresentou significância nas interações com as variáveis de processo foi a dureza, h_d . Pode-se observar graficamente na Figura 8.39 o paralelismo nas curvas das interações envolvendo esta variável, isto é, independente dos níveis das variáveis de controle o aumento da dureza acarreta o aumento da rugosidade máxima. Isto representa uma dificuldade no RPD impossibilitando alcançar a robustez das variáveis de controle em relação

à variação da dureza do material, uma vez que para quaisquer níveis das variáveis de processo f_{za} , f_{zt} e v_c há um efeito linear negativo da dureza na rugosidade.

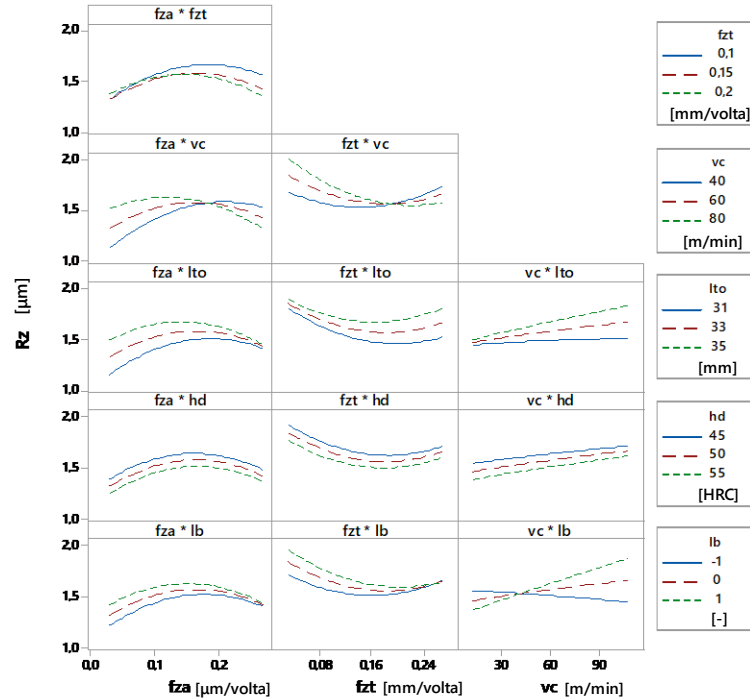


Figura 8.39. Gráficos de interação para R_z

A Equação 8.26 apresenta o modelo de resposta para R_z . Este modelo obtido por WLS apresentou erro experimental estimado pela ANOVA $\hat{\sigma}_{R_z} = 0,973$, com coeficientes de determinação $R_{aj}^2 = 97,91\%$ e $R_{prev}^2 = 84,81\%$, confirmando a excelente explicação da variabilidade dos dados e boa capacidade de previsão do modelo de resposta. O teste para falta de ajuste reportou p-valor igual a 0,400, o que significa que não há indícios para suspeitar de falta de ajuste deste modelo considerando o nível de significância adotado.

$$\begin{aligned}
 R_z(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = & 1,5764 + 0,0210 \times f_{za} - 0,0397 \times f_{zt} + 0,0419 \times v_c - 0,0355 \times f_{za}^2 + 0,0310 \times f_{zt}^2 \\
 & - 0,0018 \times v_c^2 - 0,0279 \times f_{za} \times f_{zt} - 0,0633 \times f_{za} \times v_c - 0,0513 \times f_{zt} \times v_c + 0,0935 \times l_{to} \\
 & - 0,0645 \times h_d + 0,0593 \times l_b - 0,0326 \times f_{za} \times l_{to} + 0,0035 \times f_{za} \times h_d - 0,0181 \times f_{za} \times l_b \\
 & + 0,0214 \times f_{zt} \times l_{to} + 0,0047 \times f_{zt} \times h_d - 0,0266 \times f_{zt} \times l_b + 0,0284 \times v_c \times l_{to} \\
 & + 0,0065 \times v_c \times h_d + 0,0656 \times v_c \times l_b
 \end{aligned} \quad (8.26)$$

As Equações 8.27 e 8.28 consistem nos modelos de média e variância para R_z . Utilizando estas Equações obtidas pelo RPD, pode-se estudar a robustez do processo em relação

às variáveis de ruído. Estes modelos são representados graficamente na Figura 8.40. Em relação à convexidade de tais modelos, analisando os autovalores da matriz $\mathbf{B} = 2\mathbf{H}$, obteve-se $\lambda_{E[R_z]} = [-0,0616; 0,0452; 0,0101]$, e $\lambda_{Var[R_z]} = [0,0063; 0,0014; 0,0001]$, para $E[R_z]$ e $Var[R_z]$, respectivamente, de forma que $E[R_z]$ tem formato de sela e $Var[R_z]$ apresenta convexidade para cima. Na otimização bi-objetivo envolvendo tais funções, logicamente é importante considerar a restrição de espaço experimental, conforme recomendado por Del Castillo e Montgomery (1993).

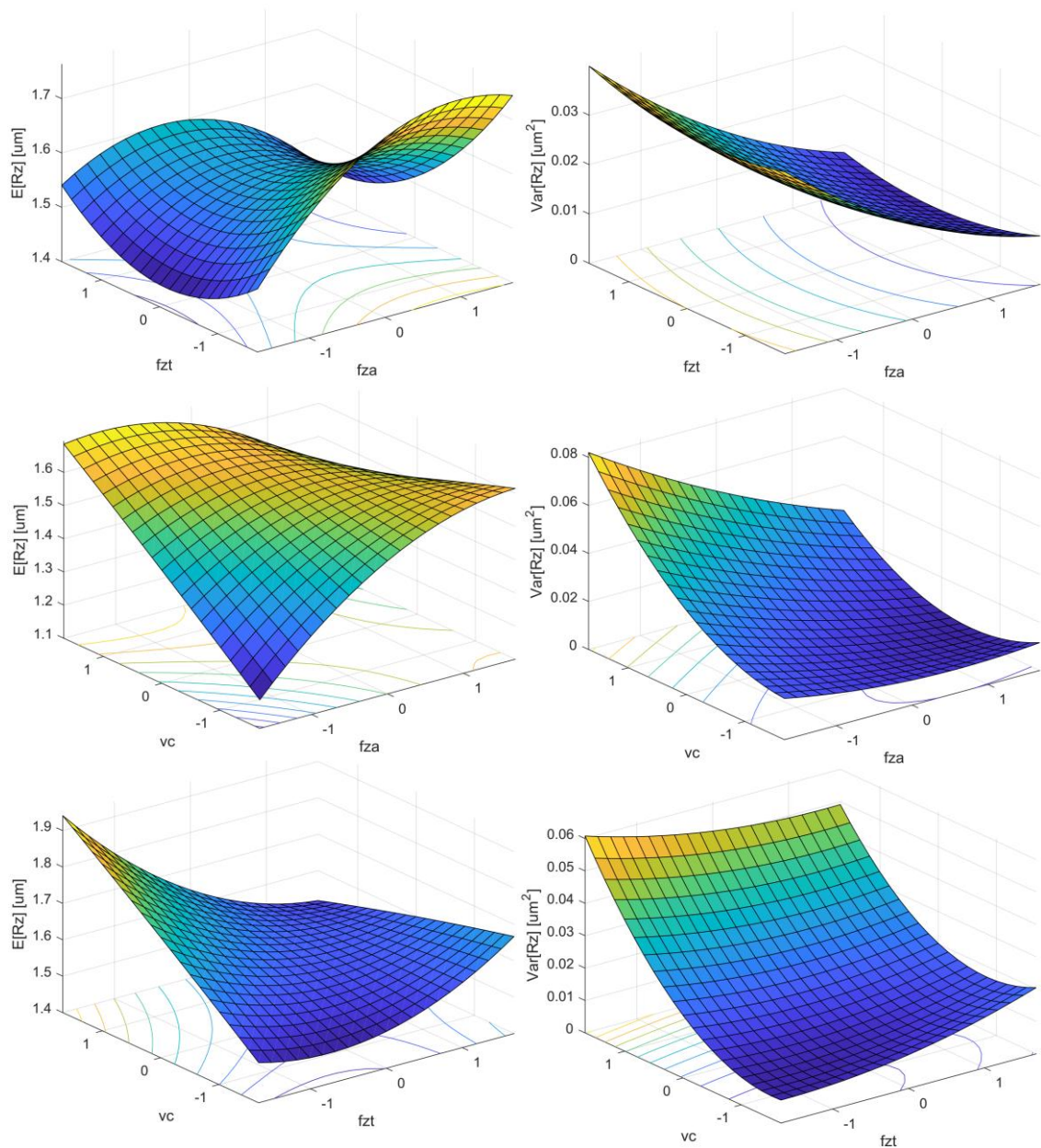


Figura 8.40. Superfícies de resposta para $E[R_z]$ e $Var[R_z]$, $\mathbf{x}_{fixo} = \mathbf{x}_{CtPt}$

$$E[R_z(\mathbf{x}, \mathbf{z})] = 1,5764 + 0,0210 \times f_{za} - 0,0397 \times f_{zt} + 0,0419 \times v_c - 0,0355 \times f_{za}^2 + 0,0310 \times f_{zt}^2 - 0,0018 \times v_c^2 - 0,0279 \times f_{za} \times f_{zt} - 0,0633 \times f_{za} \times v_c - 0,0513 \times f_{zt} \times v_c \quad (8.27)$$

$$Var[R_z(\mathbf{x}, \mathbf{z})] = 1,1064 - 0,0087 \times f_{za} + 0,0003 \times f_{zt} + 0,0122 \times v_c + 0,0014 \times f_{za}^2 + 0,0012 \times f_{zt}^2 + 0,0052 \times v_c^2 - 0,0004 \times f_{za} \times f_{zt} - 0,0042 \times f_{za} \times v_c - 0,0022 \times f_{zt} \times v_c \quad (8.28)$$

Tabela 8.23. Matriz *pay-off* para $E[R_z] \times Var[R_z]$

$E[R_z]$	1,35	1,57
$Var[R_z]$	1,1070	1,0945

Para proceder a otimização bi-objetivo de $E[R_z]$ e $Var[R_z]$, inicialmente foi realizada a otimização destas funções individualmente para obter os pontos de âncora e a matriz *pay-off*. A Tabela 8.23 apresenta a matriz *payoff*, composta pelos dois pontos de âncora nas colunas. Realizando a otimização bi-objetivo utilizando-se o método NNC, foram obtidos os resultados resumidos na Tabela 8.24, com a fronteira de Pareto associada apresentada na Figura 8.41. Pode-se observar que a fronteira de Pareto apresentou apenas um ponto dominado, sendo obtidas 20 soluções Pareto ótimas.

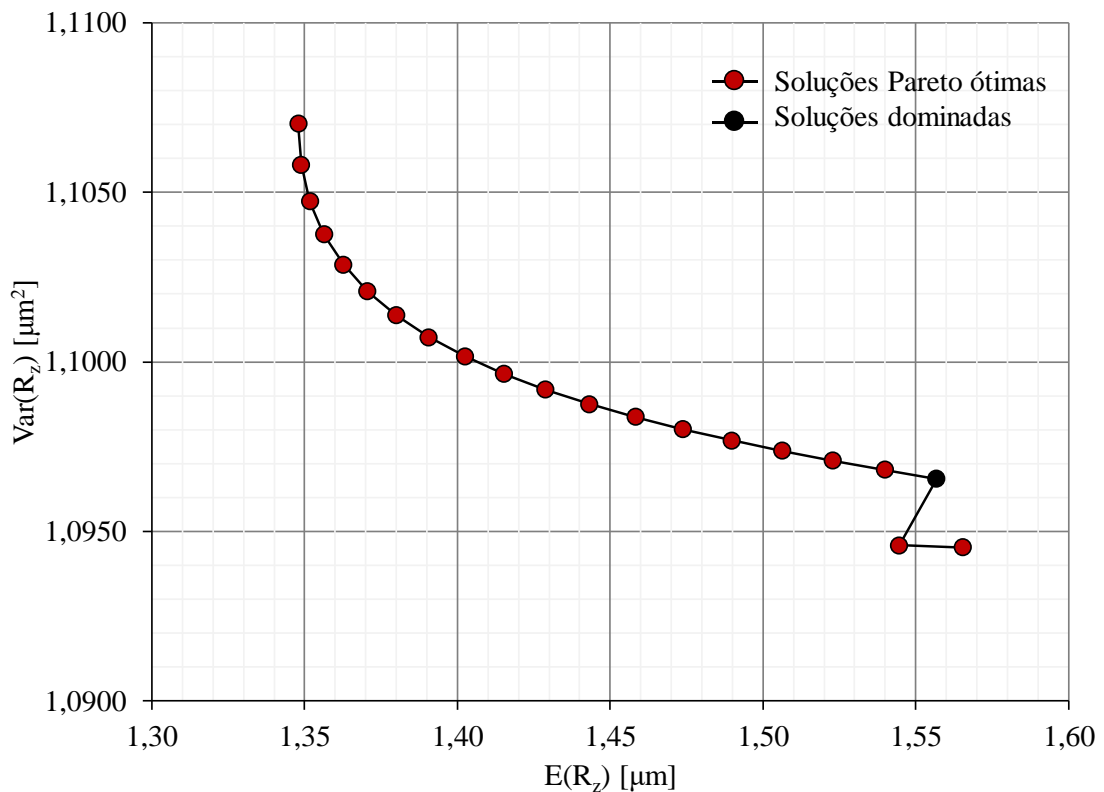
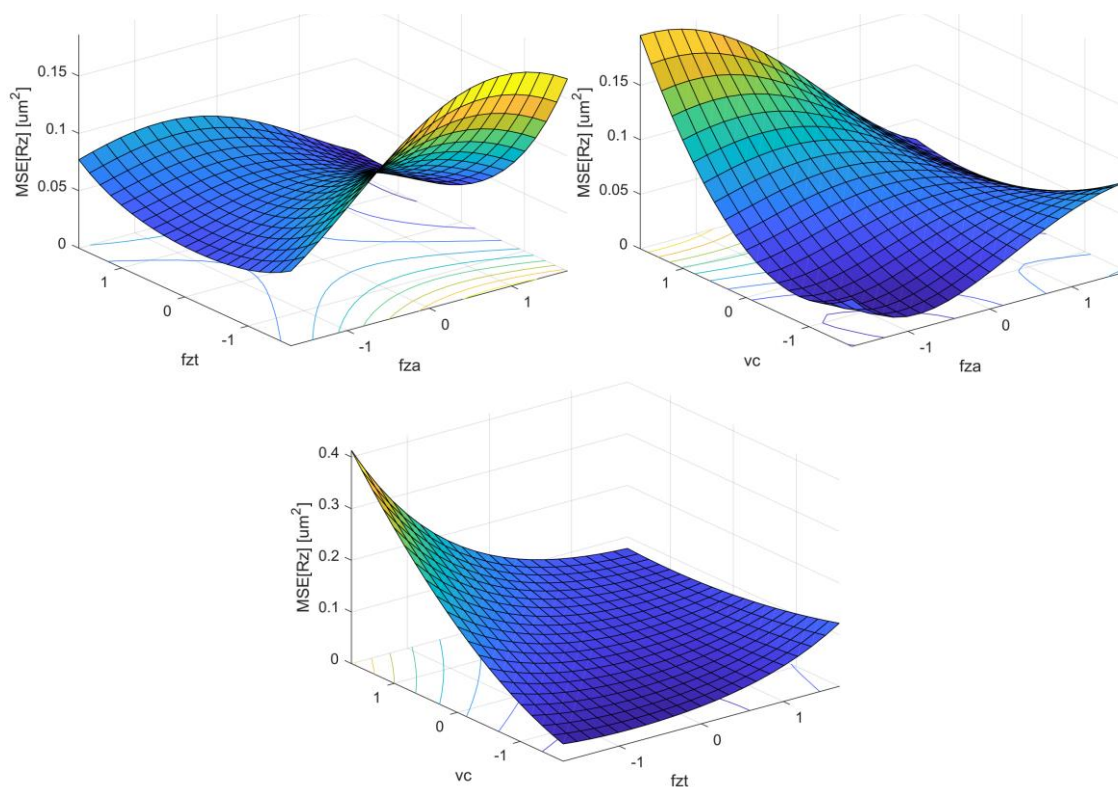
Figura 8.41. Fronteira de Pareto para $E[R_z] \times Var[R_z]$

Tabela 8.24. Resultados da otimização entre $E[R_z]$ e $Var[R_z]$ pelo método NNC

w_1	Codificado			decodificado			Respostas		
	f_{za}	f_{zt}	v_c	f_{za}	f_{zt}	v_c	$E(R_z)$	$Var(R_z)$	$S(R_z)$
				$\mu\text{m/dente}$	mm/dente	m/min	μm	μm^2	μm
0,00	1,581	-0,220	-0,530	0,229	0,139	49,4	1,57	1,0945	1,0462
0,05	1,626	-0,032	-0,428	0,231	0,148	51,4	1,54	1,0946	1,0462
0,10 [#]	0,327	-0,957	-1,344	0,166	0,102	33,1	1,56	1,0965	1,0472
0,15	0,203	-0,947	-1,375	0,160	0,103	32,5	1,54	1,0968	1,0473
0,20	0,089	-0,928	-1,400	0,154	0,104	32,0	1,52	1,0971	1,0474
0,25	-0,018	-0,901	-1,420	0,149	0,105	31,6	1,51	1,0974	1,0476
0,30	-0,119	-0,868	-1,435	0,144	0,107	31,3	1,49	1,0977	1,0477
0,35	-0,217	-0,831	-1,446	0,139	0,108	31,1	1,47	1,0980	1,0479
0,40	-0,311	-0,789	-1,452	0,134	0,111	31,0	1,46	1,0984	1,0480
0,45	-0,404	-0,744	-1,453	0,130	0,113	30,9	1,44	1,0988	1,0482
0,50	-0,495	-0,696	-1,449	0,125	0,115	31,0	1,43	1,0992	1,0484
0,55	-0,584	-0,646	-1,439	0,121	0,118	31,2	1,42	1,0996	1,0486
0,60	-0,673	-0,594	-1,422	0,116	0,120	31,6	1,40	1,1002	1,0489
0,65	-0,762	-0,542	-1,398	0,112	0,123	32,0	1,39	1,1007	1,0492
0,70	-0,849	-0,491	-1,366	0,108	0,125	32,7	1,38	1,1014	1,0495
0,75	-0,935	-0,442	-1,326	0,103	0,128	33,5	1,37	1,1021	1,0498
0,80	-1,019	-0,395	-1,278	0,099	0,130	34,4	1,36	1,1029	1,0502
0,85	-1,101	-0,351	-1,222	0,095	0,132	35,6	1,36	1,1038	1,0506
0,90	-1,179	-0,312	-1,158	0,091	0,134	36,8	1,35	1,1047	1,0511
0,95	-1,253	-0,275	-1,087	0,087	0,136	38,3	1,35	1,1058	1,0516
1,00	-1,323	-0,242	-1,010	0,084	0,138	39,8	1,35	1,1070	1,0521

solução dominada

Figura 8.42. Superfícies de resposta para MSE_{R_z} , $\mathbf{x}_{fixo} = \mathbf{x}_{CtPt}$

Com a finalidade de minimizar o viés e a variância das respostas a otimização do erro quadrático médio de R_z foi realizada. A Figura 8.42 apresenta as superfícies de resposta de MSE_{R_z} . Os resultados da otimização de MSE_{R_z} são resumidos na Tabela 8.25. Pode-se observar que os resultados da otimização de MSE_{R_z} são próximos aos resultados da otimização entre $E[R_z]$ e $Var[R_z]$ considerando o subproblema com peso $w_1 = 0,95$. Logo, na otimização da soma do viés e da variância o viés tem apresentado melhores resultados, por estar mais próximo da utopia que a variância.

Tabela 8.25. Otimização de MSE_{R_z}

Codificado			Decodificado			Respostas			
f_{za}	f_{zt}	v_c	f_{za}	f_{zt}	v_c	$E(R_z)$	$Var(R_z)$	$S(R_z)$	MSE_{R_z}
			$\mu\text{m/dente}$	mm/dente	m/min	μm	μm^2	μm	μm^2
-1,276	-0,263	-1,1	0,086	0,137	38,7	1,35	1,106	1,052	1,106

8.4. Produtividade no fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 endurecido

Tabela 8.26. Taxa de remoção de material calculada

Ensaio CCD	f_{za} [$\mu\text{m/dente}$]	f_{zt} [mm/dente]	v_c [m/min]	MRR [mm^3/min]
1, 9, 17, 25	0,10	0,10	40,0	129,600
2, 10, 18, 26	0,20	0,10	40,0	259,203
3, 11, 19, 27	0,10	0,20	40,0	129,600
4, 12, 20, 28	0,20	0,20	40,0	259,201
5, 13, 21, 29	0,10	0,10	80,0	259,201
6, 14, 22, 30	0,20	0,10	80,0	518,405
7, 15, 23, 31	0,10	0,20	80,0	259,200
8, 16, 24, 32	0,20	0,20	80,0	518,401
33	0,03	0,15	60,0	60,418
34	0,27	0,15	60,0	522,787
35	0,15	0,03	60,0	291,617
36	0,15	0,27	60,0	291,600
37	0,15	0,15	12,4	60,420
38	0,15	0,15	107,6	522,782
39, 40, ..., 49,				
50	0,15	0,15	60,0	291,601

Para avaliar a produtividade no fresamento helicoidal do aço H13 endurecido, a taxa de remoção de material foi calculada para todos os ensaios com a Equação 2.26 e esta função determinística foi otimizada considerando a restrição de espaço experimental. Uma vez que

MRR é determinística, portanto, independente das variáveis de ruído controladas no planejamento CCD, convém resumir estes resultados, em função apenas das variáveis de processo, conforme apresentado na Tabela 8.26.

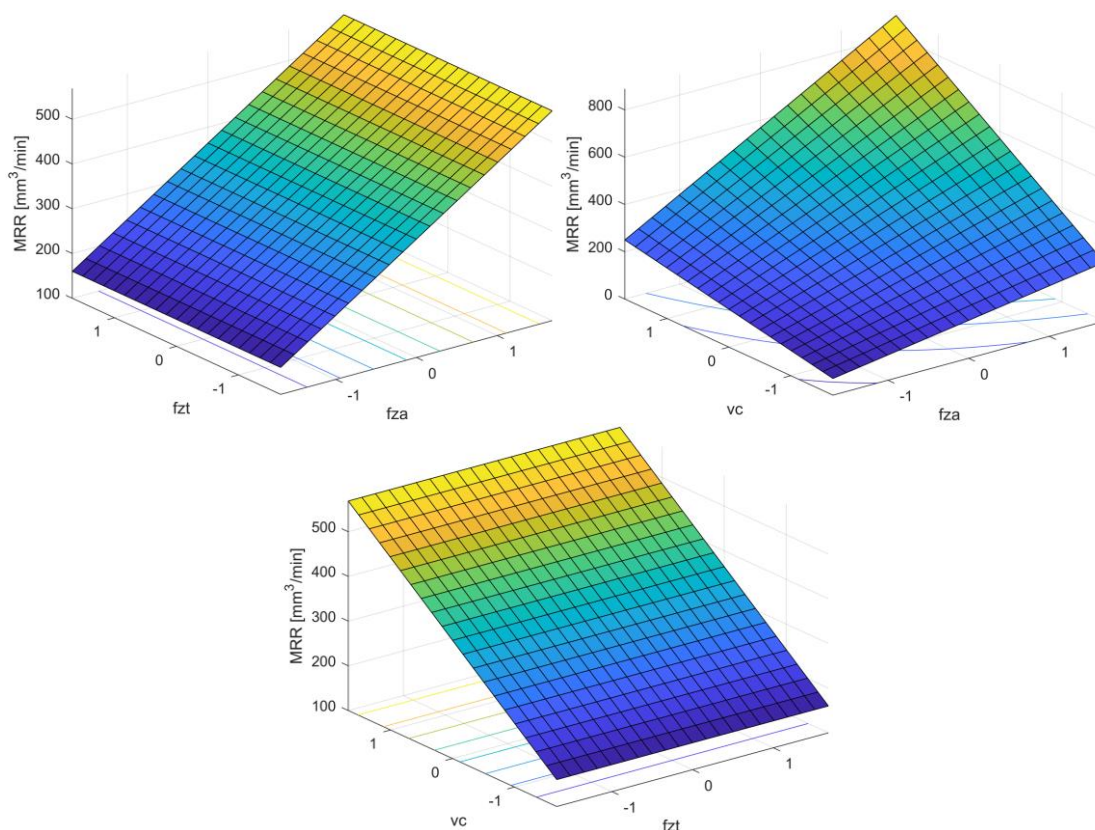


Figura 8.43. Função MRR no espaço experimental codificado, $\mathbf{x}_{fixo} = \mathbf{x}_{CtPt}$

O comportamento de MRR para o fresamento helicoidal na região experimental com as variáveis de controle com níveis codificados pode ser visualizado na Figura 8.43 e confirmado pela Tabela 8.26. Para os níveis das variáveis de controle considerados no fresamento helicoidal do aço H13 endurecido pode-se observar graficamente e confirmar pela Tabela 8.26 que MRR não apresentou variação em função de f_{zt} . Analisando-se a Equação 2.26 a qual define MRR , pode-se observar que f_{zt} está no denominador da primeira, além de aparecer no numerador do termo quadrático final da adição dentro da raiz quadrada. Os avanços f_{za} e f_{zt} foram definidos de maneira simétrica, porém em escalas diferentes, com o primeiro em [$\mu\text{m}/\text{dente}$] e o segundo em [mm/dente], com o avanço tangencial, portanto, mil vezes maior em média que o axial, de forma a maximizar o corte periférico e facilitar a remoção de material no corte endurecido, devido a dificuldade de furar H13 endurecido. O aumento de f_{zt} logicamente contribui para o aumento do avanço helicoidal, v_f , do centro da fresa, conforme a Equação 2.1, mas ao mesmo

tempo diminui proporcionalmente a máxima profundidade de corte axial, a_p^* , conforme a Equação 2.8.

Realizando a maximização de MRR sujeita à restrição de espaço experimental foi obtido o nível ótimo $MRR^* = 568,61 \text{ mm}^3/\text{min}$. Os níveis ótimos das variáveis de controle são resumidos na Tabela 8.27. O nível de f_{zt} no ponto central e f_{za} e f_{zt} com mesmo nível positivo codificado, o máximo possível concomitante para ambas respeitando a restrição de espaço experimental, confirmam a influência dos parâmetros de processo na taxa de remoção de material.

Tabela 8.27. Otimização de MRR

Codificado			Decodificado			Resposta
f_{za}	f_{zt}	v_c	f_{za} $\mu\text{m}/\text{dente}$	f_{zt} mm/dente	v_c m/min	MRR mm^3/min
1,189	0,000	1,189	0,209	0,15	83,8	568,61

8.5. Otimização robusta multi-objetivo do fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 pelo método da restrição normal normalizado

8.5.1. Seleção das resposta para otimização multi-objetivo

As avaliações individuais das respostas estudadas no processo de fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 endurecido pode dificultar a tarefa de otimizar este processo de maneira global, uma vez que a otimização individual de uma resposta poderá acarretar níveis indesejáveis para as respostas remanescentes. Até o momento foram estudadas respostas de esforços de usinagem, a saber, F_a e F_r , respostas de forma geométrica, Ron_t e Cyl_t , respostas de rugosidade, R_a e R_z , e uma resposta de produtividade, MRR . Para proceder a otimização multi-objetivo, entretanto, no presente trabalho optou-se por selecionar algumas respostas. Foi realizada uma análise hierárquica, afim de averiguar a distância e evitar respostas similares na otimização.

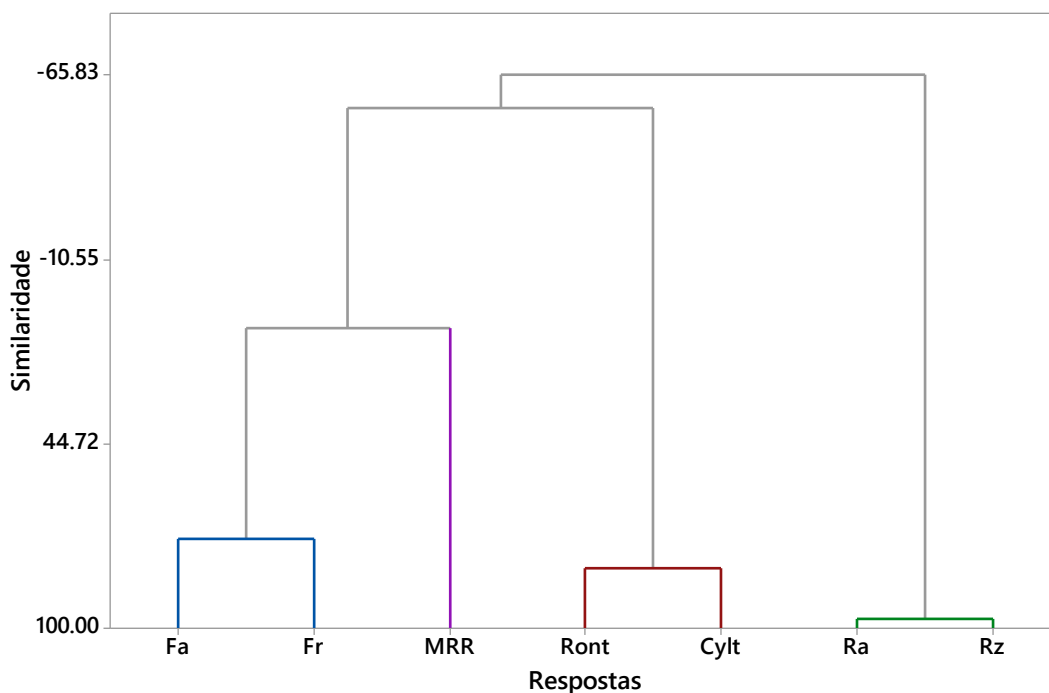
A Tabela 8.28 apresenta a matriz de correlação entre as sete respostas avaliadas. Houve correlação alta entre F_a e F_r , entre Ron_t e Cyl_t , entre R_a e R_z e correlação moderada entre MRR e F_a . As altas correlações logicamente são esperadas entre as variáveis de força, forma e circularidade, respectivamente. A correlação moderada entre MRR e F_a é justificada, uma vez

que MRR e F_a são ambas influenciadas por f_{za} . Obter uma alta taxa de remoção de material implica altos níveis de avanço na direção axial de que exerce alta influência nos esforços de corte na direção axial.

Tabela 8.28. Matriz de correlação

	F_a	F_r	R_{ont}	Cyl_t	R_a	R_z
F_r	0,731*					
R_{ont}	0,036	0,112				
Cyl_t	0,119	0,252	0,820			
R_a	0,003	0,113	0,189	0,117		
R_z	-0,069	0,114	0,185	0,122	0,971	
MRR	0,297	0,219	0,040	0,105	0,185	0,121
	0,036	0,127	0,785	0,470	0,199	0,404

**coeficiente de Pearson*
***p-valor*

Figura 8.44. Dendrograma de Ward para F_a , F_r , R_{ont} , Cyl_t , R_a , R_z e MRR

Considerando que entre as sete respostas há respostas de força, forma, integridade superficial e produtividade, foi realizada uma análise hierárquica com a finalidade de confirmar a similaridade entre algumas respostas e escolher respostas mais distintas destes quatro grupos, tomando as mais importantes para proceder à otimização multi-objetivo. A Figura 8.44

apresenta o dendograma obtido pelo método de Ward considerando como medida de distância a correlação absoluta. Foram definidos quatro grupos de variáveis. Pode-se observar que o grupo com maior similaridade foi o grupo com as respostas de rugosidade, com 97,13% de similaridade entre R_a e R_z , seguido do grupo de respostas de forma geométrica, com 82,05% de similaridade entre Ron_t e Cyl_t . Em um terceiro nível de similaridade, mas também importante, ficou o grupo de respostas de força, com 73,15% de similaridade, seguido da resposta MRR isolada em outro grupo, porém com maior similaridade com o grupo de respostas de força, 10,01%. Pode-se observar que as similaridade dentro dos grupos, as quais correspondem às correlações, são altas, definindo a hierarquia dos grupos, enquanto que a similaridade entre grupos apresentou valor positivo e relativamente mais alto apenas entre o grupo de produtividade e forças.

Em otimização multi-objetivo é importante levar em consideração os conceitos de dependência entre respostas. Respostas altamente correlacionadas apresentam dependência entre si o que pode interferir no processo de otimização. Logo, pode-se inferir que, otimizando uma resposta considerada mais importante dentro de um grupo de respostas similares, as respostas remanescentes deste grupo também apresentarão resultados interessantes. Outra possibilidade seria aplicar análise fatorial para descrever tais variáveis em termos de variáveis latentes não correlacionadas e otimizar estas ao invés das variáveis originais. Porém, no presente trabalho as respostas não cumpriram alguns requisitos da análise fatorial, sendo a matriz de dados multivariados inadequada à análise fatorial, de forma que não seriam obtidos bons resultados na modelagem e otimização.

Partindo da análise de agrupamentos realizada e das análises univariadas, as respostas escolhidas para a otimização multi-objetivo, por importância em relação ao processo, ajuste dos modelos matemáticos obtidos e com a finalidade de diminuir o número de respostas, foram F_a , Ron_t , R_a e MRR . Do grupo de respostas de forças F_a foi escolhida pois apresenta maior magnitude, possivelmente sendo mais influente no desgaste da ferramenta, que no fresamento helicoidal é desenvolvido principalmente nas arestas de corte frontal, além de ser a que mais contribui para o consumo de energia. Ademais, considerando os modelos de resposta obtidos, F_a apresentou maior capacidade de previsão, com $R_{prev}^2 = 85,67\%$, enquanto F_r apresentou $R_{prev}^2 = 55,39\%$.

Entre as respostas de forma Ron_t foi escolhida por ser amplamente utilizada como requisito de qualidade de forma de furos. Considerando os modelos de resposta obtidos, outra justificativa para a escolha de Ron_t foi a capacidade de previsão deste modelo, com $R_{prev}^2 = 98,78\%$, enquanto Cyl_t apresentou menor capacidade de previsão com $R_{prev}^2 = 58,29\%$. Por fim,

das respostas de rugosidade foi escolhida R_a , por ser o parâmetro de rugosidade mais importante para determinar o estado de acabamento de superfícies usinadas, além seu modelo de resposta ter apresentado maior capacidade de previsão que o modelo de R_z , 94,48% contra 84,41%.

As quatro respostas consideradas na otimização multi-objetivo do fresamento helicoidal englobam características de consumo de força do processo, forma geométrica do furo, integridade superficial do furo e produtividade do processo. Para uma melhor discussão da otimização e apresentação de diferentes cenários, optou-se por apresentar a otimização multi-objetivo partindo inicialmente de cenários bi-objetivo, três objetivos, para enfim apresentar a otimização para as quatro funções objetivos. Como três das respostas otimizadas foram modeladas, para estas respostas probabilísticas foram consideradas na otimização multi-objetivo a otimização do erro quadrático médio, MSE_{Fa} , MSE_{Ront} e MSE_{Ra} , com a finalidade de otimizar o viés e a variância de tais respostas e obter cenários robustos multi-objetivos para tais respostas. A otimização da resposta determinística taxa de remoção de material é essencial para possibilitar cenários interessantes de produtividade no fresamento helicoidal do aço H13 endurecido, uma vez que na usinagem dura, obter níveis satisfatórios de produtividade consiste em uma tarefa complexa.

8.5.2. Otimizações bi-objetivo

A Tabela 8.29 apresenta a matriz *pay-off* para proceder a otimização bi-objetivo através do método NNC para as respostas MSE_{Fa} e MSE_{Ront} . A otimização bi-objetivo entre tais funções foi realizada considerando um espaçamento entre os pesos $\delta = 0,1$, foi obtida a fronteira de Pareto apresentada na Figura 8.45, com os resultados das otimizações resumidos na Tabela 8.30.

Observando a fronteira de Pareto da Figura 8.45 e os resultados resumidos na Tabela 8.30, os pontos de âncora foram plotados juntamente à fronteira, uma vez que ao realizar a otimização pelo método NNC com peso $w_1 = 1$ não foi obtido o ponto de âncora MSE_{Fa}^* conforme esperado. Porém, o mesmo já havia sido obtido através da otimização individual de MSE_{Fa} . Além desta solução destacada como dominada, a otimização com peso $w_1 = 0,9$ foi filtrada por ser dominada pela solução com $w_1 = 0,8$. Tomando a média das funções, foram obtidos níveis de força axial de 361 a 435 N e circularidade total de 7,66 a 8,77 μm . A variação na média de F_a foi considerável, porém a de R_{ont} foi pequena. Porém, a otimização de MSE tem como intuito não somente aproximar a média do alvo, mas também de minimizar a variância.

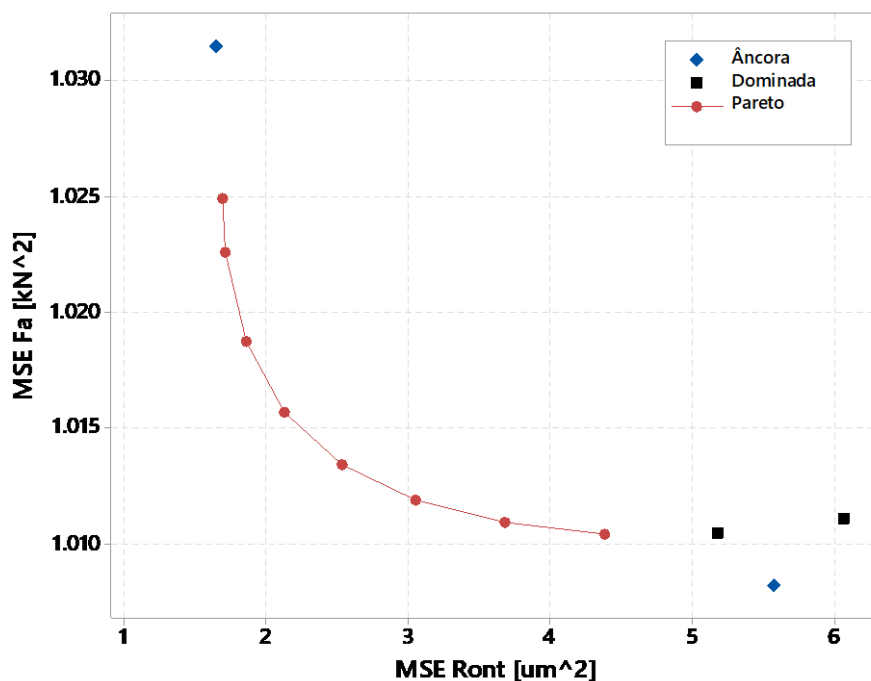


Figura 8.45. Fronteira de Pareto para $MSE_{Fa} \times MSE_{Ront}$

Tabela 8.29. Matriz *pay-off* para $MSE_{Fa} \times MSE_{Ront}$

MSE_{Fa}	1,008	1,031
MSE_{Ront}	5,58	1,65

Tabela 8.30. Resultados da otimização entre MSE_{Fa} e MSE_{Ront} pelo método NNC

w_1	f_{za} $\mu m/dente$	f_{zt} $mm/dente$	v_c m/min	MSE_{Fa} kN^2	MSE_{Ront} μm^2	$E(Fa)$ kN	$Var(Fa)$ kN^2	$E(Ront)$ μm	$Var(Ront)$ μm^2
f_1^*	0,114	0,189	33,9	1,008	5,583	0,316	1,0082	9,07	1,64
f_2^*	0,145	0,233	65,4	1,031	1,653	0,456	1,0119	7,09	1,65
1 [#]	0,102	0,166	43,6	1,011	6,075	0,370	1,0082	9,04	2,23
0,9 [#]	0,112	0,174	41,3	1,011	5,184	0,363	1,0083	8,93	1,78
0,8	0,118	0,183	41,8	1,010	4,390	0,361	1,0084	8,77	1,55
0,7	0,121	0,191	43,6	1,011	3,682	0,364	1,0086	8,58	1,45
0,6	0,123	0,198	46,1	1,012	3,059	0,371	1,0089	8,37	1,39
0,5	0,126	0,204	49,1	1,013	2,537	0,381	1,0092	8,17	1,35
0,4	0,128	0,208	52,7	1,016	2,134	0,394	1,0095	7,98	1,33
0,3	0,130	0,211	56,6	1,019	1,862	0,410	1,0100	7,81	1,33
0,2	0,134	0,213	60,8	1,023	1,719	0,426	1,0104	7,70	1,34
0,1	0,137	0,213	63,1	1,025	1,698	0,435	1,0107	7,66	1,36
0	0,137	0,213	63,1	1,025	1,698	0,435	1,0107	7,66	1,36

#soluções dominadas; f_1^* e f_2^* - pontos de âncora

A Tabela 8.31 apresenta a matriz *pay-off* para avaliar o conflito entre MSE_{Fa} e MSE_{Ra} . Apesar da pequena diferença no MSE de ambas funções entre os dois pontos de âncora da *pay-*

off, é importante realizar a otimização bi-objetivo e obter não somente os resultados de MSE, mas a média e variância de cada resposta, além dos níveis ótimos das variáveis de controle \mathbf{x}^* .

Tabela 8.31. Matriz *pay-off* para $MSE_{Fa} \times MSE_{Ra}$

MSE_{Fa}	1,008	1,012
MSE_{Ra}	1,0472	1,0465

A fronteira de Pareto para a otimização bi-objetivo entre MSE_{Fa} e MSE_{Ra} através do método NNC é exposta na Figura 8.46. Neste caso, os dois pontos de âncora não foram alcançados ao se realizar a otimização com os pesos extremos $w_1 = 0$ e $w_1 = 1$. Ademais, os pontos de âncora obtidos através da otimização individual dominaram vários pontos, os quais, portanto, não representam soluções ótimas de Pareto. Logo, apenas 4 soluções, além dos dois pontos de âncora servem ao experimentador como cenários interessantes para as respostas MSE_{Fa} e MSE_{Ra} .

A Tabela 8.32 resume os resultados obtidos na otimização através do método NNC, sendo que nesta Tabela só foram resumidas as soluções ótimas juntamente com os pontos de âncora, sendo as soluções dominadas filtradas. Avaliando-se os resultados obtidos pode-se constatar que não há diferença prática significativa entre os cenários obtidos com w_1 de 0,3 a 0,6. Pode-se observar que a variação na resposta é mínima e a diferença entre os níveis das variáveis de controle é pequena. Deste modo, os pontos de âncora podem apresentar opções mais interessantes. Além das soluções dominadas, o problema de não obter soluções distintas em termos práticos pode estar relacionado à otimização não ter alcançado os pontos de âncora.

Tabela 8.32. Resultados da otimização entre MSE_{Fa} e MSE_{Ra} pelo método NNC

w_1	f_{za}	f_{zt}	v_c	MSE_{Fa}	MSE_{Ra}	$E(Fa)$	$Var(Fa)$	$E(Ra)$	$Var(Ra)$
	$\mu\text{m/dente}$	mm/dente	m/min	kN^2	μm^2	kN	kN^2	μm	μm^2
f_1^*	0,114	0,189	33,9	1,0082	1,0472	0,316	1,0082	0,24	1,0464
f_2^*	0,090	0,141	36,8	1,0116	1,0465	0,375	1,0081	0,22	1,0465
0,6	0,113	0,172	40,4	1,0106	1,0471	0,365	1,0082	0,24	1,0465
0,5	0,113	0,168	40,0	1,0108	1,0470	0,367	1,0082	0,24	1,0465
0,4	0,113	0,165	39,6	1,0111	1,0470	0,370	1,0082	0,24	1,0465
0,3	0,113	0,162	39,2	1,0115	1,0469	0,374	1,0082	0,24	1,0464

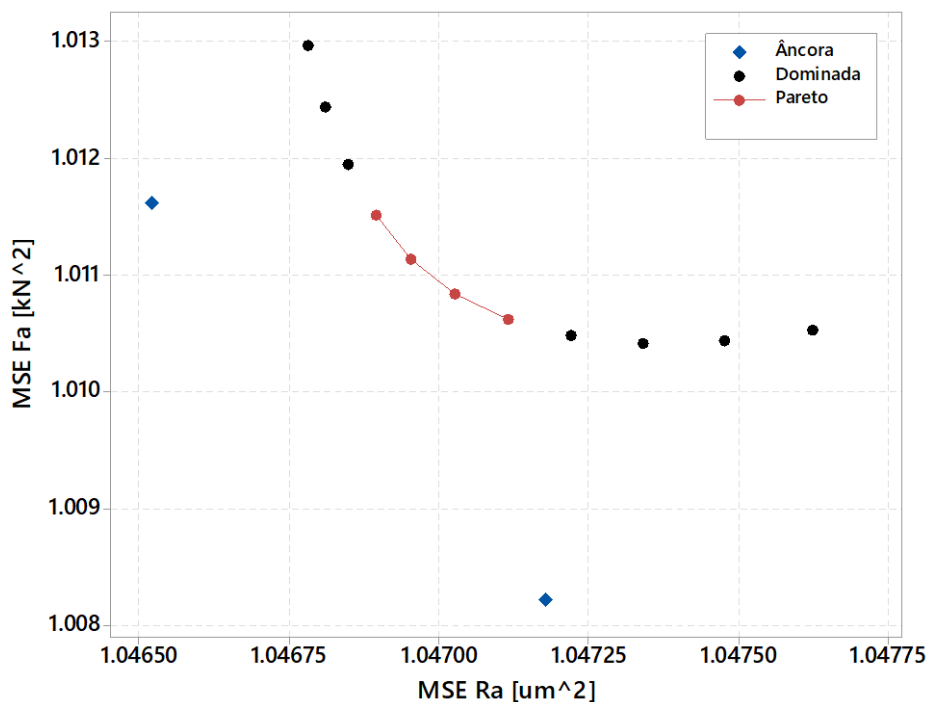


Figura 8.46. Fronteira de Pareto para $MSE_{Fa} \times MSE_{Ra}$

Tabela 8.33. Matriz *pay-off* para $MSE_{Fa} \times MRR$

MSE_{Fa}	1,008	1,042
MRR	125,39	568,61

A otimização bi-objetivo entre MSE_{Fa} e MRR foi realizada sendo inicialmente obtida a matriz *pay-off*, a partir da otimização individual das funções, exposta na Tabela 8.33. Tais respostas, conforme apresentado na Tabela 8.28, apresentam correlação moderada, entretanto, com sentidos de otimização diferentes, de forma que deseja-se maximizar a taxa de remoção de material, com a finalidade de maximizar a produtividade e minimizar os esforços de usinagem axiais. Minimizar os esforços de usinagem pode acarretar menor consumo de energia, maior tempo de vida da ferramenta, entre outros benefícios. Pode-se constatar que a produtividade no ponto de utopia $MRR^* = 568,61 \text{ mm}^3/\text{min}$ é 4,5 vezes maior que a produtividade no ponto de pseudo-nadir desta função, $MRR^{PN} = 125,39 \text{ mm}^3/\text{min}$.

A fronteira de Pareto para a otimização entre MSE_{Fa} e MRR é ilustrada na Figura 8.47. Apesar de não apresentar pontos dominados os pontos de âncora não foram alcançados pelo NNC, mas através das otimizações individuais. Enquanto para $w_1 = 1$, não foi possível obter uma solução viável, para $w_1 = 0$, o resultado foi diferente do ponto de âncora, porém não dominado. A Tabela 8.34 resume os resultados das otimizações. Apesar da diferença no MSE_{Fa} ser pequena, pode-se observar a variação considerável na média dos esforços de corte axiais no

conflito com a produtividade, variando de 316 N com a taxa de remoção de material mais baixa de $125 \text{ mm}^3/\text{min}$, contra 469 N quando MRR apresenta seu valor máximo igual a $568 \text{ mm}^3/\text{min}$.

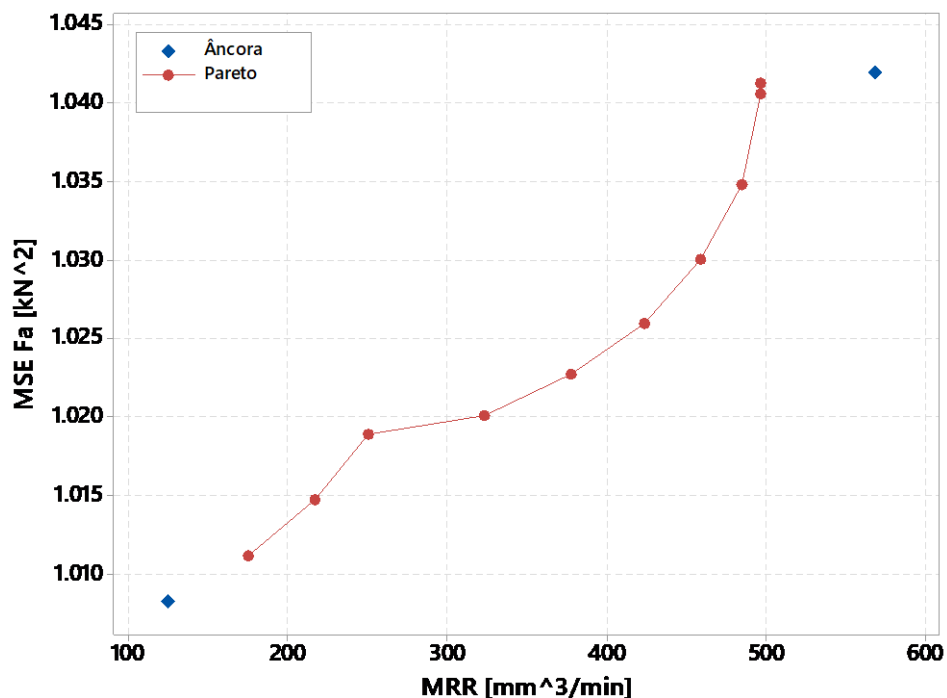


Figura 8.47. Fronteira de Pareto para $MSE_{Fa} \times MRR$

Tabela 8.34. Resultados da otimização entre MSE_{Fa} e MRR pelo método NNC

w1	f_{za} μm/dente	f_{zt} mm/dente	v_c m/min	MSE_{Fa} kN ²	$E(Fa)$ kN	$Var(Fa)$ kN ²	MRR mm ³ /min
f1*	0,114	0,189	33,9	1,0082	0,316	1,008	125,39
f2*	0,209	0,150	83,8	1,0419	0,469	1,018	568,61
0,9	0,128	0,192	42,3	1,0111	0,365	1,009	175,77
0,8	0,147	0,204	45,6	1,0147	0,387	1,010	217,38
0,7	0,160	0,207	48,5	1,0189	0,407	1,011	251,27
0,6	0,120	0,145	83,0	1,0201	0,415	1,010	323,82
0,5	0,137	0,143	85,3	1,0227	0,422	1,011	378,33
0,4	0,152	0,144	85,8	1,0260	0,432	1,012	423,64
0,3	0,167	0,145	85,0	1,0300	0,444	1,014	459,37
0,2	0,181	0,148	82,9	1,0348	0,457	1,015	484,82
0,1	0,194	0,150	78,9	1,0406	0,473	1,016	496,98
0	0,196	0,150	78,3	1,0412	0,475	1,016	497,11

Com a finalidade de avaliar o conflito entre rugosidade e forma circular a otimização bi-objetivo entre MSE_{Ront} e MSE_{Ra} foi realizada. A Tabela 8.35 expõe a matriz *pay-off* com os pontos de âncora obtidos por otimização individual das funções. Especialmente em MSE_{Ront} há uma diferença considerável entre os níveis obtidos nos pontos de utopia e pseudo nadir. A

fronteira de Pareto obtida é plotada na Figura 8.48, com as soluções Pareto ótimas resumidas na Tabela 8.36. Pode-se observar que o resultado da otimização com $w_1 = 1$ não foi obtido e os resultados das otimizações com pesos w_1 igual 0 e 0,1 foram iguais. O método NNC por apresentar a restrição de desigualdade pode apresentar este inconveniente, conforme explicado por Boyce e Mattson (2008). Entretanto, a restrição ser de desigualdade é também uma flexibilidade do método, de forma a facilitar o alcance de soluções que são de fato Pareto ótimas em regiões não convexas da fronteira de Pareto. No caso da utilização do NBI a restrição estritamente normal poderia acarretar uma solução na região não convexa que é dominada por outras.

Tabela 8.35. Matriz *pay-off* para $MSE_{Ront} \times MSE_{Ra}$

MSE_{Ront}	1,653	9,561
MSE_{Ra}	1,051	1,047

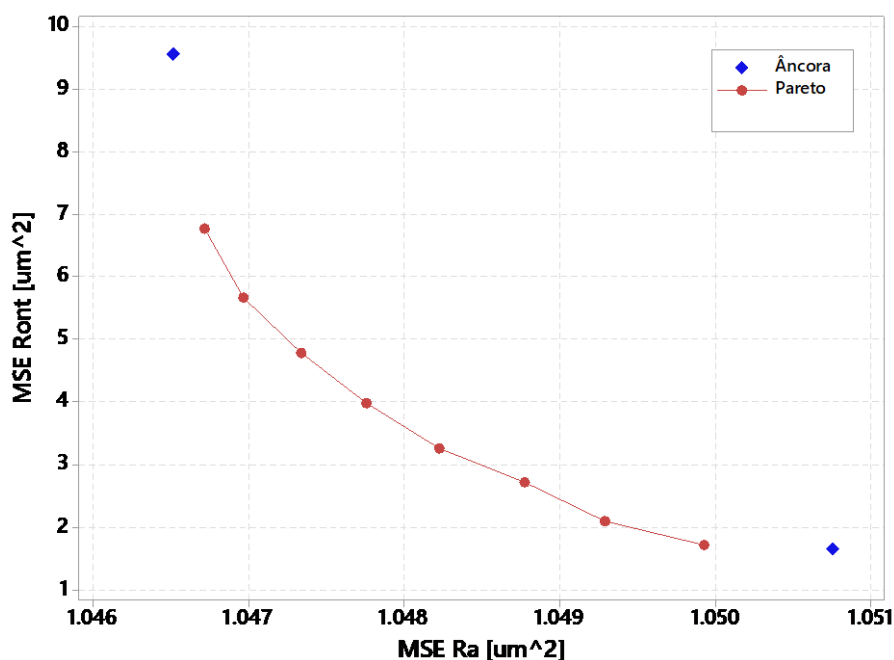


Figura 8.48. Fronteira de Pareto para $MSE_{Ront} \times MSE_{Ra}$

Observando-se as soluções Pareto ótimas obtidas resumidas na Tabela 8.36 juntamente com os dois pontos de âncora são apresentados cenários interessantes para a integridade superficial e a circularidade dos furos obtidos no fresamento helicoidal. Em média são apresentadas soluções com Ron_t variando de 7,1 a 9,5 μm e com rugosidades variando de 0,22 a 0,28 μm , logicamente em conflito, isto é, a melhora na rugosidade significa a perda na circularidade. Como a rugosidade foi medida na direção axial e circularidade na direção

tangencial, pode-se observar que o nível de f_{za} que acarreta o melhor resultado de rugosidade é o mais baixo, $f_{za}^* = 0,090 \mu\text{m/dente}$. O nível ótimo $f_{zt}^* = 0,141 \text{ mm/dente}$, próximo do central, favoreceram uma rugosidade mais baixa. Pode-se confirmar novamente pela Figura 8.31 o efeito quadrático de f_{zt} em R_a com convexidade voltada para cima com rugosidade mínima pouco acima do ponto central.

Tabela 8.36. Resultados da otimização entre MSE_{Ront} e MSE_{Ra} pelo método NNC

w1	f_{za} $\mu\text{m/dente}$	f_{zt} mm/dente	v_c m/min	MSE_{Ront} kN^2	MSE_{Ra} μm^2	$E(Ront)$ kN	$Var(Ront)$ kN^2	$E(Ra)$ μm	$Var(Ra)$ μm^2
f_1^*	0,145	0,233	65,4	1,653	1,051	7,086	1,6528	0,28	1,05
f_2^*	0,090	0,141	36,8	9,561	1,047	9,543	3,4991	0,22	1,05
0,9	0,137	0,213	63,2	1,698	1,050	7,659	1,3641	0,27	1,05
0,8	0,132	0,207	54,3	2,092	1,049	7,954	1,3294	0,27	1,05
0,7	0,174	0,207	67,0	2,711	1,049	7,904	2,0339	0,26	1,05
0,6	0,122	0,194	46,3	3,258	1,048	8,440	1,4098	0,26	1,05
0,5	0,119	0,187	43,2	3,971	1,048	8,654	1,4960	0,25	1,05
0,4	0,118	0,178	40,5	4,770	1,047	8,863	1,5940	0,25	1,05
0,3	0,120	0,166	37,8	5,664	1,047	9,067	1,7175	0,24	1,05
0,2	0,119	0,142	37,4	6,755	1,047	9,217	2,1941	0,24	1,05
0,1	0,119	0,142	37,4	6,756	1,047	9,217	2,1946	0,24	1,05
0	0,119	0,142	37,4	6,756	1,047	9,217	2,1946	0,24	1,05

A variância associada a cada solução Pareto ótima dada a propagação do erro em relação às variáveis de ruído quantifica a variação no erro aleatório em cada região do espaço viável, devido à variação das variáveis de ruído, ou seja, as variáveis de processo f_{za} , f_{zt} e v_c podem apresentar níveis menos sensíveis à variação dos ruídos, ocasionando menor variação nas respostas otimizadas.

Tabela 8.37. Matriz *pay-off* para $MSE_{Ront} \times MRR$

MSE_{Ront}	1,65	12,13
MRR	306,99	568,61

A Tabela 8.37 apresenta a matriz *pay-off* para a otimização entre MSE_{Ront} e MRR . Pode-se observar que o nível de pseudo-nadir obtido para MRR , isto é, quando esta função determinística é avaliada com os níveis ótimos das variáveis de controle obtidos na otimização de MSE_{Ront} , $MRR^{PN} = MRR(\mathbf{x}_{MSE_{Ront}^*}) = 307 \text{ mm}^3/\text{min}$, não é o mesmo que a pseudo-nadir obtida para esta função quando avaliado o conflito em relação a MSE_{Fa} , isto é, $MRR^{PN} = MRR(\mathbf{x}_{MSE_{Fa}^*}) = 125,4 \text{ mm}^3/\text{min}$, de forma que há um conflito maior entre alguns pares de funções que outros, ou geometricamente uma distância maior no espaço multi-objetivo entre alguns pares de

funções. Ao se otimizar mais de duas funções, isto pode ocasionar problemas na exploração da fronteira, caso não seja realizada uma transformação linear na matriz *pay-off*. Este problema e sua solução será melhor explicado quando forem avaliados os cenários a partir de três funções objetivo.

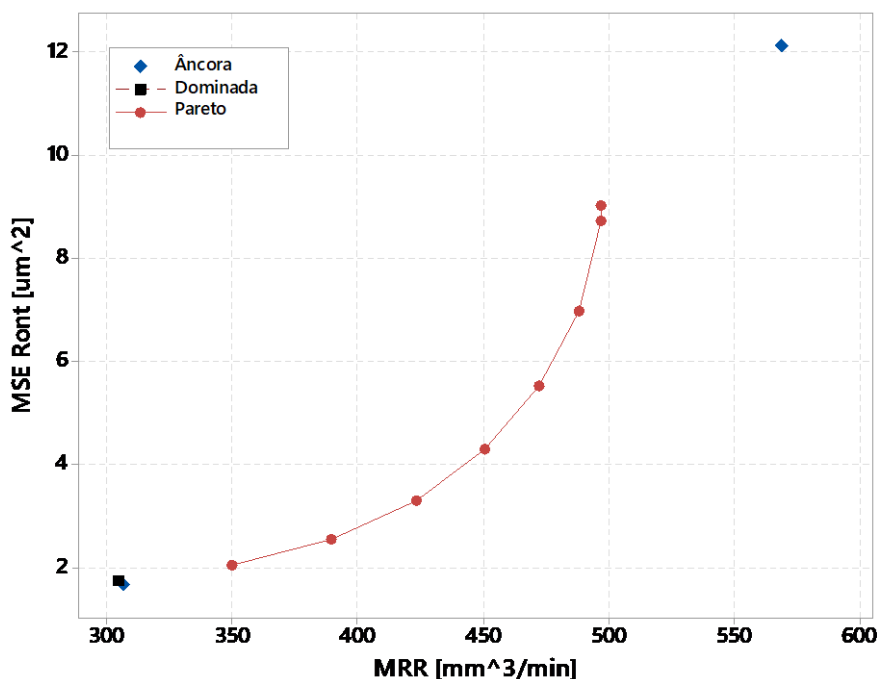


Figura 8.49. Fronteira de Pareto para $MSE_{Ront} \times MRR$

Tabela 8.38. Resultados da otimização entre MSE_{Ront} e MRR pelo método NNC

w_1	f_{za}	f_{zt}	v_c	MSE_{Ront}	$E(Ront)$	$Var(Ront)$	MRR
	$\mu\text{m/dente}$	mm/dente	m/min	μm^2	μm	μm^2	mm^3/min
f_1^*	0,145	0,233	65,4	1,65	7,09	1,653	306,99
f_2^*	0,209	0,150	83,8	12,13	10,14	2,757	568,61
0,9	0,154	0,209	70,3	2,02	7,74	1,58	350,22
0,8	0,164	0,204	73,2	2,53	7,96	1,76	389,81
0,7	0,174	0,197	75,2	3,28	8,24	1,93	423,37
0,6	0,182	0,188	76,6	4,27	8,56	2,08	450,85
0,5	0,188	0,179	77,6	5,50	8,90	2,18	472,50
0,4	0,193	0,168	78,2	6,96	9,25	2,24	488,35
0,3	0,196	0,153	78,4	8,72	9,62	2,28	496,88
0,2	0,196	0,150	78,3	9,02	9,68	2,29	497,11
0,1	0,196	0,150	78,3	9,02	9,68	2,29	497,11
0	0,196	0,150	78,3	9,02	9,68	2,29	497,11

A Figura 8.49 ilustra a fronteira de Pareto obtida a partir da otimização bi-objetivo de MSE_{Ront} e MRR utilizando-se o método NNC, com as soluções Pareto ótimas resumidas na Tabela 8.38. A solução $w_1 = 1$ não foi dominada pelo ponto de âncora e as soluções com w_1 de

0 a 0,2 apresentaram resultados iguais. Em média apresenta-se valores de circularidade de 7,1 a 10,1 μm , com produtividade de 307 a 569 mm^3/min . Logicamente, enquanto os resultados da taxa de remoção de material são exatos, os resultados da circularidade são probabilísticos, podendo variar considerando a variação das variáveis de ruído, segundo a variância de cada cenário otimizado.

O último caso bi-objetivo avaliado foi a otimização entre MSE_{Ra} e MRR . A Tabela 8.39 apresenta a matriz *pay-off* com a finalidade de avaliar os extremos deste conflito entre integridade superficial e produtividade. A fronteira de Pareto obtida utilizando-se o método NNC é plotada na Figura 8.50 e as soluções associadas são resumidas na Tabela 8.40. Os pontos de âncora foram alcançados apenas através das otimizações individuais e as otimizações com peso $w_1 = 0,6$ e $w_1 = 0,7$ acarretaram soluções dominadas.

Apesar de a produtividade ter apresentado alto *trade-off* com MSE_{Ra} , com pseudo nadir igual a 107 mm^3/min , enquanto a utopia foi de 569 mm^3/min , a rugosidade apresentou perda mais moderada em seu valor médio nos níveis das variáveis de processo que garantem a máxima MRR , aumentando de 0,22 μm para 0,25 μm entre estes cenários extremos. Porém, a função otimizada foi MSE_{Ra} e não $E(R_a)$, de modo que ao otimizar o erro quadrático médio, visa-se otimizar de maneira concomitante o viés, isto é, aproximar a média da função do alvo, $E(R_a)$ de $E(R_a)^*$, e minimizar a variância da resposta, $Var(R_a)$.

Tabela 8.39. Matriz *pay-off* para $MSE_{Ra} \times MRR$

MSE_{Ra}	1,047	1,048
MRR	107,09	568,61

Tabela 8.40. Resultados da otimização entre MSE_{Ra} e MRR pelo método NNC

w_1	f_{za} $\mu\text{m}/\text{dente}$	f_{zt} mm/dente	v_c m/min	MSE_{Ra} μm^2	$E(R_a)$ μm	$Var(R_a)$ μm^2	MRR mm^3/min
f_1^*	0,090	0,141	36,8	1,0465	0,22	1,047	107,09
f_2^*	0,209	0,150	83,8	1,0482	0,25	1,047	568,61
0,9	0,120	0,141	37,2	1,0467	0,24	1,0463	145,26
0,8	0,144	0,133	35,6	1,0470	0,25	1,0462	166,44
0,5	0,212	0,163	54,2	1,0473	0,25	1,0462	372,14
0,4	0,211	0,165	66,0	1,0473	0,25	1,0465	451,60
0,3	0,208	0,163	70,7	1,0476	0,25	1,0467	475,58
0,2	0,204	0,160	73,7	1,0479	0,25	1,0468	487,67
0,1	0,201	0,156	75,9	1,0482	0,25	1,0470	493,87

Observando-se os níveis das respostas obtidos nas soluções Pareto ótimas apresentadas na Tabela 8.40 pode-se averiguar a pequena variação entre algumas soluções na resposta de

rugosidade, porém com variação mais visível em MRR . Conforme já discutido anteriormente, a função MSE agrega a função de variância que, por sua vez foi derivada em relação às variáveis de ruído, segundo a teoria do RPD para arranjo combinado, e parte da constante desta função é devido ao erro experimental, enquanto a outra parte é devido aos efeitos lineares das variáveis de ruído. Como o erro experimental foi alto, devido as dificuldades relacionadas à usinagem dura já discutidas, esta constante aparentemente mascara a variação na Equação de variância, mas pode-se averiguar que há variação nos níveis das variáveis do processo de fresamento helicoidal, possibilitando a robustez em relação aos ruídos estudados.

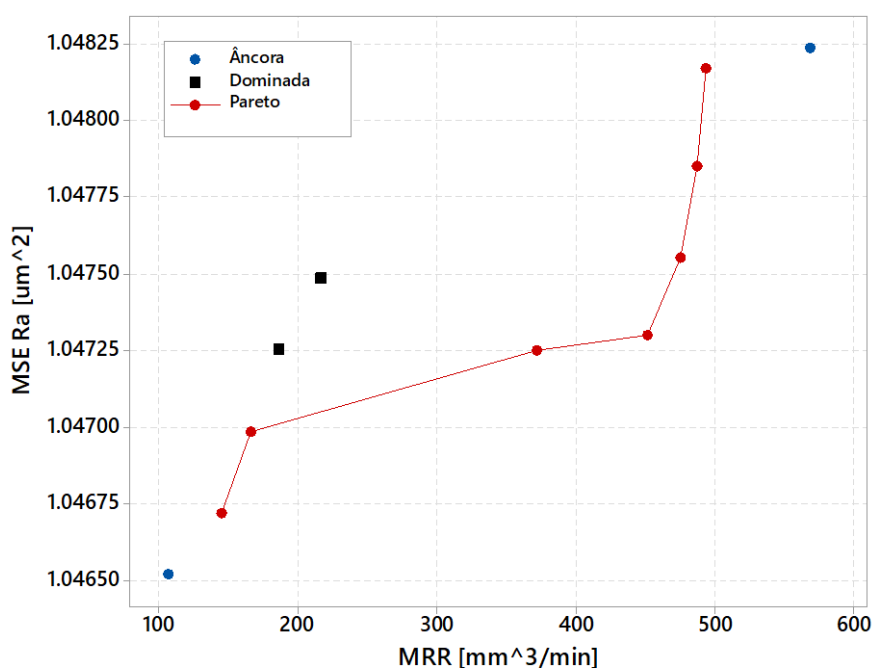


Figura 8.50. Fronteira de Pareto $MSE_{Ra} \times MRR$

8.5.3. Otimizações para três objetivos

Tomando as quatro funções objetivo consideradas com a finalidade de otimizar multi-objetivo o processo de fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 endurecido em combinações de três, quatro cenários podem ser explorados. Primeiramente será considerado o cenário com as funções MSE_{Ront} , MSE_{Ra} e MRR . A Tabela 8.41 apresenta a matriz *pay-off* obtida.

Na otimização multi-objetivo de três ou mais funções a exploração do conflito entre as funções pode não ser perfeita. Para evitar efeitos de escala e facilitar a análise do conflito entre as funções a matriz *pay-off* normalizada é apresentada na Tabela 8.42. Pode-se constatar que a

matriz não apresenta a forma ideal da Equação 6.4 e, logicamente, os pontos de âncora não alcançam naturalmente a forma da Equação 6.24. Isto na prática ocorre pois o conflito, ou geometricamente a distância, entre dois pares de funções avaliadas em seus extremos não é igual.

Tabela 8.41. Matriz *pay-off* para MSE_{Ront} , MSE_{Ra} e MRR

MSE_{Ront}	1,65	9,56	12,13
MSE_{Ra}	1,051	1,047	1,048
MRR	306,99	107,09	568,61

Tabela 8.42. Matriz *pay-off* normalizada para MSE_{Ront} , MSE_{Ra} e MRR

MSE_{Ront}	0,00	0,75	1,00
MSE_{Ra}	1,00	0,00	0,40
MRR	0,57	1,00	0,00

Procedendo-se a otimização multi-objetivo para MSE_{Ront} , MSE_{Ra} e MRR através do método NNC, com espaçamento entre os pesos $\delta = 0,1$, obtém-se a fronteira de Pareto plotada na Figura 8.51(a) no espaço normalizado e 8.51(b) no espaço original das respostas. Estas fronteiras ainda não foram filtradas, de forma a separar as soluções que são de fato Pareto ótimas.

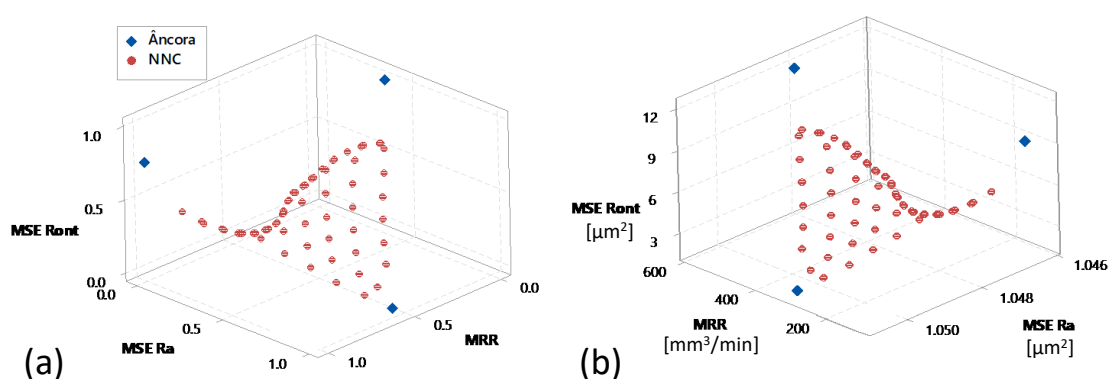


Figura 8.51. Fronteiras de Pareto para MSE_{Ront} , MSE_{Ra} e MRR obtidas pelo método NNC (a) espaço normalizado; (b) espaço objetivo original

A Figura 8.52 ilustra os pontos equispaçados no hiperplano de utopia que geraram as soluções plotadas na Figura 8.51. Estes pontos garantem apenas uma exploração restrita da fronteira de Pareto devido a matriz *pay-off* não alcançar a forma ideal da Equação 6.4. Com o

espaçamento $\delta = 0,1$ adotado são obtidos 66 pontos equispaçados no plano formado pela interseção entre os pontos de âncora.

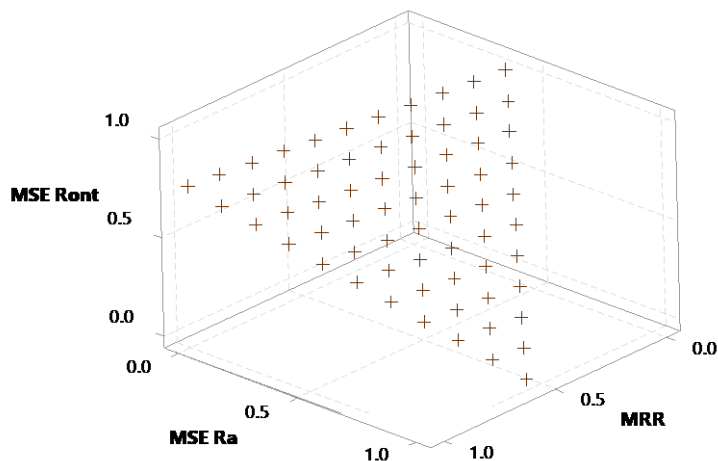


Figura 8.52. Pontos no hiperplano de utopia no espaço normalizado NNC

Com a finalidade de melhor explorar o espaço multi-objetivo, a transformação linear da matriz *pay-off*, conforme Equação 6.25, segundo proposta de Sanchis *et al.* (2008), pode ser aplicada. O objetivo desta transformação é encontrar a matriz \mathbf{T} de ordem $m \times m$ que transforme a matriz *pay-off* obtida a partir das otimizações individuais na matriz *pay-off* ideal da Equação 6.4. Essa transformação logicamente alterará as restrições do método, o plano de utopia e os pontos neste plano. Considerando esta transformação obtém-se uma exploração mais extensa da fronteira de Pareto pelo método ENNC em detrimento do NNC. A Tabela 8.43 expõe a matriz \mathbf{T} obtida através da resolução do sistema de Equações lineares da Equação 6.25 utilizando-se como entradas as matrizes *pay-off* do espaço objetivo original e normalizada apresentadas nas Tabelas 8.41 e 8.42, respectivamente, e o vetor utopia original que consiste no vetor de ordem $m = 3$ formado pelos elementos da diagonal principal da *pay-off*.

Tabela 8.43. Matriz \mathbf{T} para transformação linear da *pay-off* de MSE_{Ront} , MSE_{Ra} e MRR

100,03	-27940,49	0,45	
48,42	287148,94	-0,83	$\times 10^3$
-14,27	87103,97	2,41	

Considerando a transformação linear realizada a matriz *pay-off* fica conforme apresenta-se na Tabela 8.44. O hiperplano de utopia transformado é ilustrado na Figura 8.53. Espera-se que com o método ENNC, que utiliza a matriz *pay-off* e o hiperplano transformados, obtenha-se uma exploração mais extensa da fronteira de Pareto.

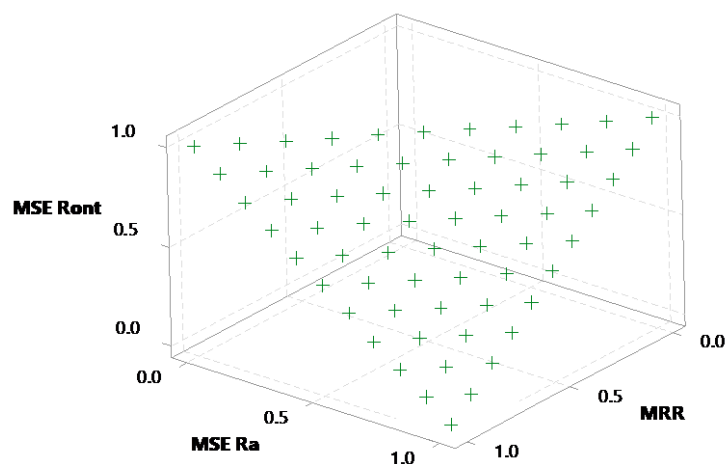


Figura 8.53. Pontos no hiperplano de utopia no espaço normalizado transformado ENNC

Tabela 8.44. Matriz *pay-off* normalizada transformada, $m = 3$

MSE_{Ront}	0,00	1,00	1,00
MSE_{Ra}	1,00	0,00	1,00
MRR	1,00	1,00	0,00

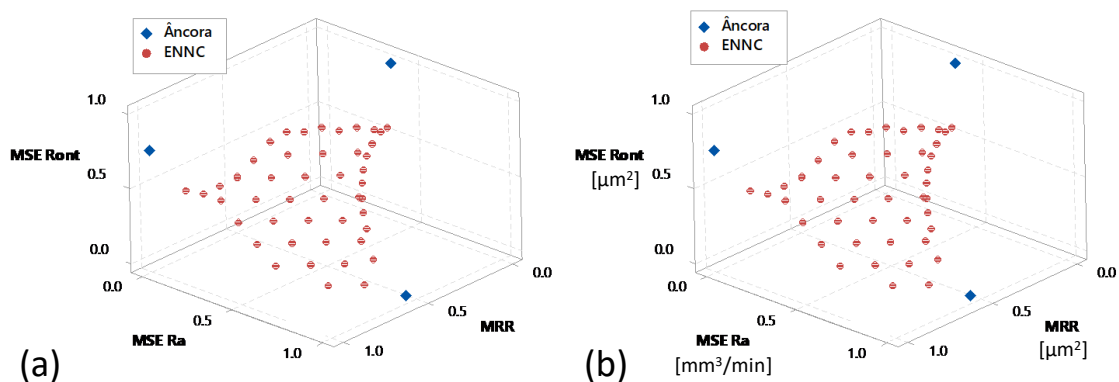


Figura 8.54. Fronteiras de Pareto para MSE_{Ront} , MSE_{Ra} e MRR obtidas pelo método ENNC (a) espaço normalizado; (b) espaço objetivo original

Realizando-se a otimização utilizando-se o método ENNC, obtém-se a fronteira de Pareto apresentada na Figura 8.54. Para ficar claro os benefícios de realizar a transformação linear da *pay-off* e de se utilizar o método ENNC em relação ao NNC, as soluções obtidas através dos dois métodos são plotadas de maneira sobreposta na Figura 8.55. Pode-se observar que o método ENNC consegue obter soluções em uma região mais ampla da fronteira de Pareto.

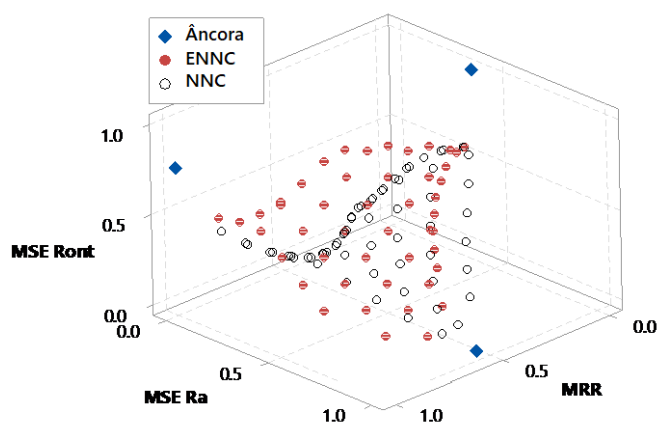


Figura 8.55. Fronteiras de Pareto obtidas pelos métodos NNC e ENNC sobrepostas

Após a otimização ainda é importante filtrar as soluções Pareto ótimas. Nas fronteiras plotadas nas Figuras 8.51, 8.54 e 8.55, as soluções com resultados acima da pseudo-nadir para ao menos algum dos objetivos já foi filtrada. Entretanto, ainda não foram filtradas as soluções dominadas por outros pontos da fronteira. Este procedimento é essencial na aplicação de qualquer método de otimização multi-objetivo. Apesar das fronteiras apresentarem aspecto interessante em termos de espaçamento das soluções, pode haver alguma região da fronteira que apresenta-se dominada por um ou mais pontos. As fronteiras filtradas são plotadas no espaço normalizado na Figura 8.56. As soluções Pareto ótimas obtidas através do método ENNC são resumidas na Tabela 8.45.

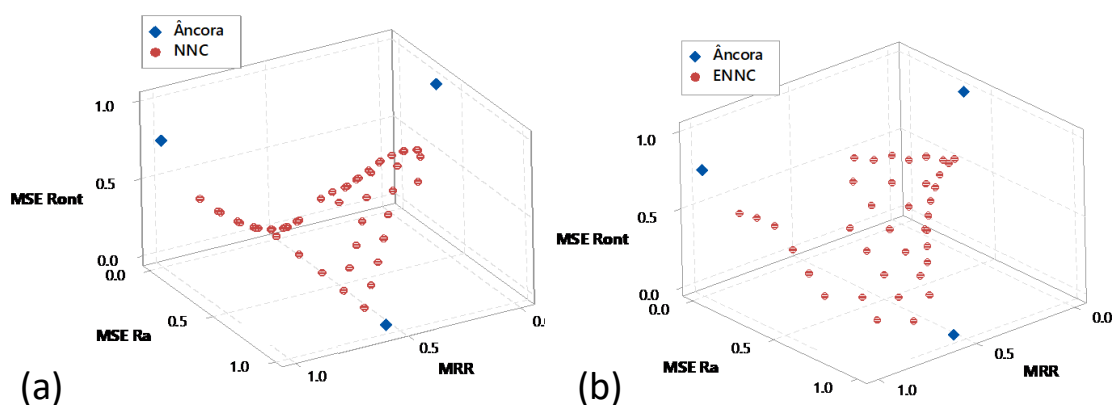


Figura 8.56. Fronteiras de Pareto filtradas (a) NNC; (b) ENNC

Tabela 8.45. Resultados da otimização de MSE_{Ront} , MSE_{Ra} e MRR pelo método ENNC

Nsub	w1j	w2j	w3j	fza	fzt	vc	MSE_{Ront}	MSE_{Ra}	MRR	E(Ront)	Var(Ront)	E(Ra)	Var(Ra)
f1*				0,14	0,23	65,4	1,65	1,051	306,99	7,09	1,65	0,28	1,05
f2*				0,09	0,14	36,8	9,56	1,047	107,09	9,54	3,50	0,22	1,05
f3*				0,21	0,15	83,8	12,13	1,048	568,61	10,14	2,76	0,25	1,05
5	0,8	0,1	0,1	0,13	0,21	56,6	1,90	1,050	234,77	7,84	1,32	0,27	1,05
6	0,8	0	0,2	0,14	0,21	63,9	1,70	1,050	289,43	7,64	1,39	0,27	1,05
7	0,7	0,3	0	0,12	0,20	49,1	2,73	1,049	198,16	8,25	1,36	0,26	1,05
8	0,7	0,2	0,1	0,15	0,20	54,5	2,46	1,049	256,30	8,12	1,37	0,27	1,05
9	0,7	0,1	0,2	0,16	0,21	61,9	2,18	1,049	314,44	7,86	1,58	0,27	1,05
10	0,7	0	0,3	0,16	0,21	71,3	2,14	1,050	362,43	7,80	1,63	0,27	1,05
11	0,6	0,4	0	0,14	0,18	47,1	3,53	1,048	208,97	8,55	1,36	0,26	1,05
14	0,6	0,1	0,3	0,17	0,21	71,2	2,57	1,049	389,56	7,93	1,86	0,26	1,05
15	0,6	0	0,4	0,17	0,20	74,7	3,05	1,049	414,82	8,16	1,89	0,26	1,05
16	0,5	0,5	0	0,15	0,16	43,8	4,59	1,048	208,30	8,87	1,39	0,25	1,05
18	0,5	0,3	0,2	0,18	0,19	56,9	3,85	1,048	333,38	8,47	1,92	0,26	1,05
20	0,5	0,1	0,4	0,18	0,19	75,8	3,64	1,049	434,89	8,36	1,99	0,26	1,05
21	0,5	0	0,5	0,18	0,19	76,6	4,31	1,049	451,62	8,57	2,08	0,25	1,05
22	0,4	0,6	0	0,16	0,14	38,7	5,89	1,047	197,12	9,20	1,42	0,25	1,05
24	0,4	0,4	0,2	0,19	0,18	53,1	5,07	1,048	325,67	8,83	2,02	0,26	1,05
25	0,4	0,3	0,3	0,19	0,20	66,6	4,11	1,048	414,02	8,38	2,43	0,25	1,05
27	0,4	0,1	0,5	0,19	0,18	77,3	5,04	1,048	465,50	8,78	2,14	0,25	1,05
28	0,4	0	0,6	0,19	0,18	77,8	5,83	1,048	476,85	8,99	2,20	0,25	1,05
29	0,3	0,7	0	0,15	0,13	35,9	6,35	1,047	177,66	9,28	1,52	0,25	1,05
32	0,3	0,4	0,3	0,20	0,19	62,8	5,27	1,048	409,04	8,71	2,63	0,25	1,05
33	0,3	0,3	0,4	0,19	0,18	73,5	5,14	1,048	460,93	8,76	2,32	0,25	1,05
34	0,3	0,2	0,5	0,19	0,18	77,8	5,83	1,048	476,85	8,99	2,20	0,25	1,05
37	0,2	0,8	0	0,14	0,13	35,5	6,51	1,047	159,68	9,25	1,81	0,24	1,05
40	0,2	0,5	0,3	0,21	0,18	57,7	6,78	1,047	388,79	9,11	2,66	0,25	1,05
41	0,2	0,4	0,4	0,20	0,18	69,8	6,23	1,048	459,31	9,01	2,51	0,25	1,05
42	0,2	0,3	0,5	0,20	0,17	76,7	6,69	1,048	485,18	9,18	2,28	0,25	1,05
43	0,2	0,2	0,6	0,19	0,16	78,3	7,57	1,048	492,57	9,39	2,26	0,25	1,05
44	0,2	0,1	0,7	0,20	0,15	78,4	8,53	1,049	496,53	9,58	2,28	0,26	1,05
50	0,1	0,5	0,4	0,21	0,17	64,6	7,66	1,047	442,40	9,33	2,58	0,25	1,05
51	0,1	0,4	0,5	0,20	0,16	72,9	7,78	1,048	483,40	9,40	2,40	0,25	1,05
52	0,1	0,3	0,6	0,20	0,15	77,5	8,53	1,048	496,24	9,58	2,29	0,25	1,05
53	0,1	0,2	0,7	0,20	0,15	78,3	9,02	1,049	-497,11	9,68	2,29	0,26	1,05
54	0,1	0,1	0,8	0,20	0,15	78,3	9,02	1,049	497,11	9,68	2,29	0,26	1,05
55	0,1	0	0,9	0,20	0,15	78,3	9,02	1,049	497,11	9,68	2,29	0,26	1,05
57	0	0,9	0,1	0,14	0,13	35,5	6,51	1,047	159,68	9,25	1,81	0,24	1,05
62	0	0,4	0,6	0,20	0,16	75,3	8,33	1,048	-492,36	9,53	2,33	0,25	1,05
63	0	0,3	0,7	0,20	0,15	78,3	9,02	1,049	497,11	9,68	2,29	0,26	1,05
64	0	0,2	0,8	0,20	0,15	78,3	9,02	1,049	497,11	9,68	2,29	0,26	1,05

Foram obtidas 41 soluções Pareto ótimas através do método ENNC para a otimização de MSE_{Ront} , MSE_{Ra} e MRR no fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 endurecido. Estas soluções possibilitam ao experimentador explorar diferentes cenários robustos em relação a estas respostas de qualidade e produtividade, de forma que o experimentador deve selecionar os níveis dos parâmetros ótimos $\mathbf{x}^* = [f_{za}^*, f_{zt}^*, v_c^*]$ para um determinado subproblema (n_{sub}) para obter os níveis otimizados das respostas. Algumas soluções com pesos próximos de zero, não foram obtidas, uma vez que com a extensão do hiperplano de utopia as restrições podem não alcançar a região da fronteira na região próxima aos pontos de âncora. Tanto pelo método NNC quanto pelo ENNC os pontos de âncora devem ser obtidos pela otimização individual das funções objetivo envolvidas. Como duas respostas otimizadas são probabilísticas, os resultados podem apresentar variação segundo a variância estimada relativa aos parâmetros de ruído considerados.

Após elucidar a melhoria na exploração do *trade-off* obtida pelo método ENNC em detrimento do NNC para as respostas MSE_{Ront} , MSE_{Ra} e MRR serão considerados outros cenários para $m = 3$ funções apenas pelo método ENNC. A Tabela 8.46 apresenta a matriz *pay-off* associada às funções MSE_{Fa} , MSE_{Ra} e MRR . A matriz *pay-off* normalizada é exposta na Tabela 8.47.

Tabela 8.46. Matriz *pay-off* para MSE_{Fa} , MSE_{Ra} e MRR

MSE_{Fa}	1,008	1,012	1,042
MSE_{Ra}	1,0472	1,0465	1,0482
MRR	125,39	107,09	568,61

Tabela 8.47. Matriz *pay-off* normalizada para MSE_{Fa} , MSE_{Ra} e MRR

MSE_{Fa}	0,00	0,10	1,00
MSE_{Ra}	0,38	0,00	1,00
MRR	0,96	1,00	0,00

Para realizar a otimização através do método ENNC deve-se transformar a matriz *pay-off* de forma que ela apresente valores nulos na diagonal principal e unitários nos demais elementos. Procedendo a transformação linear da Equação 6.24 foi obtida a matriz **T** exposta na Tabela 8.48, a partir da qual obtém-se a matriz *pay-off* normalizada ideal conforme a Tabela 8.44, a qual permitirá uma maior exploração do espaço multi-objetivo.

Tabela 8.48. Matriz **T** para transformação linear da *pay-off* de MSE_{Fa} , MSE_{Ra} e MRR

83100,53	-1048081,49	1,55	$\times 10^3$
-38156,77	1331496,59	0,28	
-2452,92	48136,60	2,18	

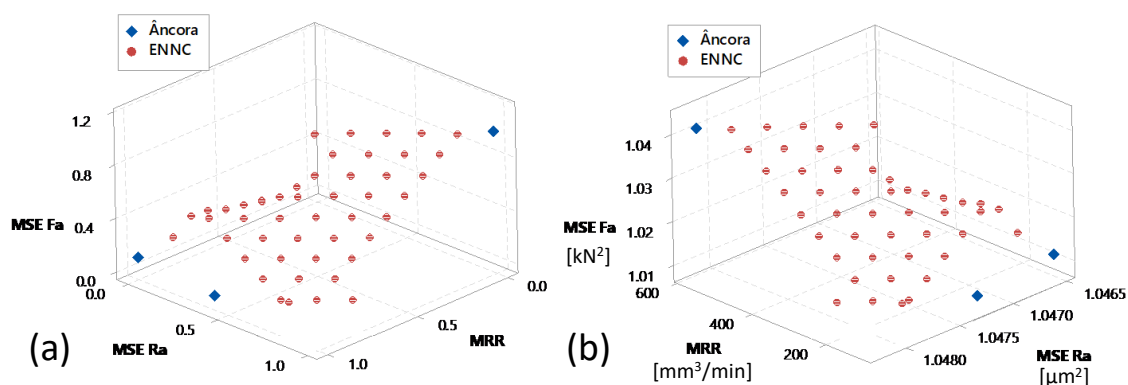


Figura 8.57. Fronteiras de Pareto filtradas para MSE_{Fa} , MSE_{Ra} e MRR (a) espaço normalizado; (b) espaço objetivo

Pela otimização utilizando o método ENNC foi obtida a fronteira de Pareto filtrada plotada na Figura 8.57 para MSE_{Fa} , MSE_{Ra} e MRR . As 57 soluções Pareto ótimas são resumidas na Tabela 8.49 sendo possibilidades para o experimentador obter resultados satisfatórios para as respostas de forma, rugosidade e produtividade, MSE_{Ront} , MSE_{Ra} e MRR , respectivamente, no fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 endurecido.

Tabela 8.49. Resultados da otimização de MSE_{Ront} , MSE_{Ra} e MRR pelo método ENNC

Nsub	w1j	w2j	w3j	fza	fzt	vc	MSE Fz	MSE Ra	MRR	E(Fz)	Var(Fz)	E(Ra)	Var(Ra)
f1*				0.11	0.19	33.87	1.008	1.047	-125.39	0.32	1.01	0.24	1.046
f2*				0.09	0.14	36.76	1.012	1.047	-107.09	0.37	1.01	0.22	1.047
f3*				0.21	0.15	83.78	1.042	1.048	-568.61	0.47	1.02	0.25	1.047
3	0.9	0	0.1	0.12	0.19	41.74	1.011	1.048	-166.04	0.36	1.01	0.25	1.046
4	0.8	0.2	0	0.13	0.19	40.24	1.011	1.048	-165.52	0.36	1.01	0.25	1.046
5	0.8	0.1	0.1	0.14	0.19	41.33	1.013	1.048	-185.05	0.38	1.01	0.26	1.046
6	0.8	0	0.2	0.15	0.19	42.45	1.015	1.048	-204.44	0.39	1.01	0.26	1.046
7	0.7	0.3	0	0.13	0.17	40.38	1.013	1.047	-174.62	0.38	1.01	0.25	1.046
8	0.7	0.2	0.1	0.14	0.17	41.66	1.015	1.048	-193.60	0.39	1.01	0.25	1.046
9	0.7	0.1	0.2	0.16	0.18	42.50	1.017	1.048	-213.81	0.40	1.01	0.26	1.046
11	0.6	0.4	0	0.14	0.16	39.37	1.017	1.047	-176.89	0.40	1.01	0.25	1.046
12	0.6	0.3	0.1	0.15	0.16	40.42	1.019	1.048	-196.51	0.41	1.01	0.25	1.046
13	0.6	0.2	0.2	0.16	0.17	40.99	1.020	1.048	-218.92	0.42	1.01	0.26	1.046
14	0.6	0.1	0.3	0.18	0.18	41.48	1.022	1.048	-245.10	0.42	1.01	0.26	1.046
16	0.5	0.5	0	0.14	0.15	37.70	1.020	1.047	-173.54	0.42	1.01	0.25	1.046
17	0.5	0.4	0.1	0.16	0.15	38.55	1.022	1.047	-193.76	0.43	1.01	0.25	1.046
18	0.5	0.3	0.2	0.18	0.16	38.55	1.024	1.048	-219.02	0.43	1.01	0.26	1.046
19	0.5	0.2	0.3	0.19	0.18	41.44	1.025	1.048	-252.01	0.43	1.01	0.26	1.046
20	0.5	0.1	0.4	0.19	0.19	46.07	1.026	1.048	-282.47	0.43	1.01	0.26	1.046
22	0.4	0.6	0	0.14	0.14	35.98	1.024	1.047	-166.31	0.44	1.01	0.24	1.046
23	0.4	0.5	0.1	0.16	0.14	36.72	1.026	1.047	-186.18	0.44	1.01	0.25	1.046
24	0.4	0.4	0.2	0.18	0.15	36.74	1.027	1.047	-212.75	0.44	1.01	0.25	1.046
25	0.4	0.3	0.3	0.19	0.17	40.95	1.028	1.048	-253.51	0.44	1.01	0.26	1.046
26	0.4	0.2	0.4	0.19	0.18	46.52	1.028	1.048	-292.92	0.44	1.01	0.26	1.046
27	0.4	0.1	0.5	0.19	0.20	51.61	1.030	1.048	-319.87	0.45	1.01	0.26	1.046
29	0.3	0.7	0	0.14	0.13	35.64	1.024	1.047	-157.20	0.44	1.01	0.24	1.046
30	0.3	0.6	0.1	0.15	0.13	35.91	1.027	1.047	-176.04	0.45	1.01	0.25	1.046
31	0.3	0.5	0.2	0.17	0.14	35.97	1.031	1.047	-199.54	0.46	1.01	0.25	1.046
32	0.3	0.4	0.3	0.19	0.15	39.36	1.032	1.048	-241.40	0.46	1.01	0.25	1.046
33	0.3	0.3	0.4	0.20	0.18	46.63	1.031	1.048	-300.39	0.45	1.01	0.26	1.046
34	0.3	0.2	0.5	0.20	0.19	52.53	1.032	1.048	-333.36	0.45	1.01	0.26	1.046
35	0.3	0.1	0.6	0.19	0.20	57.67	1.034	1.048	-354.70	0.46	1.01	0.26	1.046
37	0.2	0.8	0	0.12	0.14	37.21	1.017	1.047	-145.26	0.41	1.01	0.24	1.046
38	0.2	0.7	0.1	0.14	0.13	35.58	1.026	1.047	-166.44	0.44	1.01	0.25	1.046
39	0.2	0.6	0.2	0.16	0.14	35.76	1.029	1.047	-186.65	0.45	1.01	0.25	1.046
40	0.2	0.5	0.3	0.18	0.14	37.19	1.032	1.047	-216.58	0.46	1.01	0.25	1.046
41	0.2	0.4	0.4	0.20	0.16	45.47	1.035	1.048	-297.25	0.46	1.01	0.25	1.046
42	0.2	0.3	0.5	0.20	0.19	53.31	1.035	1.048	-346.00	0.46	1.01	0.25	1.046
43	0.2	0.2	0.6	0.19	0.20	58.91	1.036	1.048	-370.35	0.46	1.01	0.26	1.046
44	0.2	0.1	0.7	0.18	0.19	65.88	1.038	1.048	-393.59	0.47	1.01	0.26	1.047
47	0.1	0.8	0.1	0.14	0.13	35.64	1.024	1.047	-157.20	0.44	1.01	0.24	1.046
48	0.1	0.7	0.2	0.15	0.13	35.91	1.027	1.047	-176.04	0.45	1.01	0.25	1.046
49	0.1	0.6	0.3	0.17	0.14	35.97	1.031	1.047	-199.54	0.46	1.01	0.25	1.046
50	0.1	0.5	0.4	0.19	0.15	39.57	1.035	1.048	-243.37	0.46	1.01	0.25	1.046
51	0.1	0.4	0.5	0.20	0.18	53.67	1.037	1.047	-356.25	0.47	1.01	0.25	1.046
52	0.1	0.3	0.6	0.20	0.19	60.07	1.038	1.048	-386.11	0.47	1.01	0.25	1.046
53	0.1	0.2	0.7	0.19	0.19	66.61	1.040	1.048	-411.43	0.48	1.01	0.25	1.047
54	0.1	0.1	0.8	0.19	0.18	72.82	1.041	1.048	-445.71	0.48	1.01	0.25	1.047
57	0	0.9	0.1	0.12	0.14	37.21	1.017	1.047	-145.26	0.41	1.01	0.24	1.046
58	0	0.8	0.2	0.14	0.13	35.59	1.026	1.047	-166.44	0.44	1.01	0.25	1.046
59	0	0.7	0.3	0.16	0.14	35.76	1.029	1.047	-186.65	0.45	1.01	0.25	1.046
60	0	0.6	0.4	0.18	0.14	37.19	1.032	1.047	-216.58	0.46	1.01	0.25	1.046
61	0	0.5	0.5	0.21	0.17	52.13	1.041	1.047	-353.79	0.48	1.02	0.25	1.046
62	0	0.4	0.6	0.20	0.19	60.95	1.041	1.047	-401.26	0.48	1.02	0.25	1.046
63	0	0.3	0.7	0.20	0.19	67.43	1.042	1.048	-429.74	0.48	1.02	0.25	1.047
64	0	0.2	0.8	0.20	0.18	73.88	1.043	1.048	-467.18	0.48	1.02	0.25	1.047
65	0	0.1	0.9	0.20	0.16	75.86	1.044	1.048	-493.87	0.48	1.02	0.25	1.047

O terceiro conjunto de três respostas otimizado contém uma resposta de força, uma de forma e uma de produtividade, a saber, MSE_{Fa} , MSE_{Ront} e MRR , respectivamente. A matriz *pay-off* associada a estas funções é apresentada na Tabela 8.50 que na forma normalizada fica segundo a apresentada na Tabela 8.51. Constatou-se que a matriz *pay-off* normalizada não alcança os pontos de âncora ideais, uma vez que há diferença entre os conflitos avaliados aos pares. Por exemplo, pode-se constatar que MRR apresenta um conflito maior com MSE_{Fa} do que com MSE_{Ront} , pois $MRR^{PN} = MRR(\mathbf{x}^*_{MSE_{Fa}}) = 125.39 \text{ mm}^3/\text{min}$ e $MRR(\mathbf{x}^*_{MSE_{Ront}}) = 306.99 \text{ mm}^3/\text{min}$.

Tabela 8.50. Matriz *pay-off* para MSE_{Fa} , MSE_{Ront} e MRR

MSE_{Fa}	1,008	1,031	1,042
MSE_{Ront}	5,5827	1,6529	12,1289
MRR	125,39	306,99	568,61

Tabela 8.51. Matriz *pay-off* normalizada para MSE_{Fa} , MSE_{Ront} e MRR

MSE_{Fa}	0,00	0,69	1,00
MSE_{Ront}	0,38	0,00	1,00
MRR	1,00	0,59	0,00

Para melhor explorar o *trade-off* entre as respostas MSE_{Fa} , MSE_{Ront} e MRR deve-se realizar a transformação linear proposta por Sanchis *et al.* (2008) expressa matematicamente na Equação 6.24. Realizando-se a transformação obtém-se a matriz \mathbf{T} resumida na Tabela 8.52.

Tabela 8.52. Matriz \mathbf{T} para transformação linear da *pay-off* de MSE_{Fa} , MSE_{Ront} e MRR

39739,91	-32,30	0,29	
-12000,48	134,03	1,07	$\times 10^3$
13331,11	-42,86	2,64	

Considerando a *pay-off*, os vetores linhas de utopia N_1 e N_2 e as restrições transformados pode-se realizar a otimização através do método ENNC. A fronteira de Pareto filtrada obtida pelo método ENNC para MSE_{Fa} , MSE_{Ront} e MRR é ilustrada na Figura 8.58. As 60 soluções Pareto ótimas associadas apresentadas na Tabela 8.53 representam possibilidades para obter níveis interessantes de força, circularidade e taxa de remoção de material no fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 endurecido.

O experimentador pode selecionar a solução mais propícia para cada caso. Por exemplo, em uma situação de planejamento onde deseja-se produzir mais, obtendo-se furos com nível de circularidade de 8 μm em média, pode-se selecionar a solução Pareto ótima $N_{sub} = 59$, com

variáveis de controle nos níveis ótimos $\mathbf{x}^* = [0.15 \mu\text{m}/\text{dente}; 0.20 \text{ mm}/\text{dente}; 74.2 \text{ m}/\text{min}]$, obtendo-se média e variância para circularidade total respectivamente iguais a $E(Ron_t) = 7,92 \mu\text{m}$ e $Var(Ron_t) = 1,57 \mu\text{m}^2$, com taxa de remoção de material igual a $365 \text{ mm}^3/\text{min}$ e com média e variância da força axial respectivamente iguais a $E(F_a) = 0,46 \text{ kN}$ e $Var(F_a) = 1,01 \text{ kN}^2$.

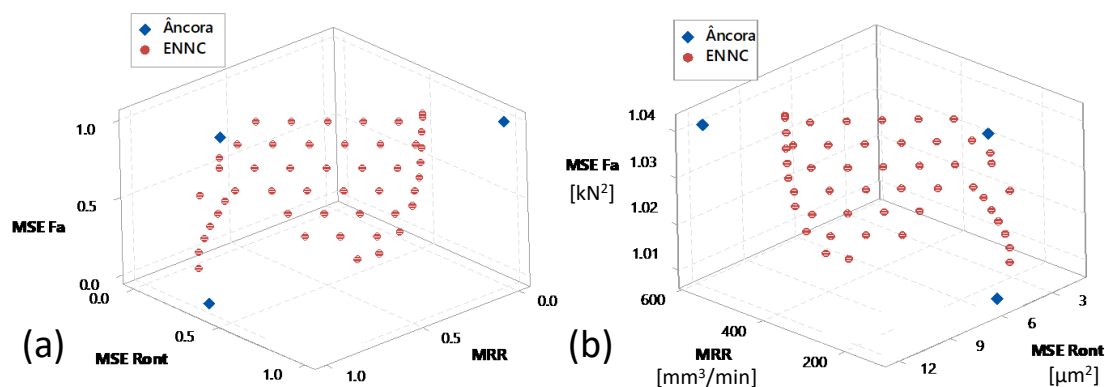


Figura 8.58. Fronteiras de Pareto filtradas para MSE_{Fa} , MSE_{Ront} e MRR (a) espaço normalizado; (b) espaço objetivo

Tabela 8.53. Resultados da otimização de MSE_{Fa} , MSE_{Ront} e MRR pelo método ENNC

Nsub	w1j	w2j	w3j	fza	fzt	vc	MSE Fa	MSE Ront	MRR	E(Fa)	Var(Fa)	E(Ront)	Var(Ront)
f1*				0,11	0,19	33,9	1,01	5,58	125,4	0,32	1,01	9,07	1,64
f2*				0,14	0,23	65,4	1,03	1,65	307,0	0,46	1,01	7,09	1,65
f3*				0,21	0,15	83,8	1,04	12,13	568,6	0,47	1,02	10,14	2,76
3	0,9	0	0,1	0,13	0,19	42,3	1,01	3,63	175,8	0,36	1,01	8,57	1,40
4	0,8	0,2	0	0,13	0,19	42,3	1,01	3,63	175,8	0,36	1,01	8,57	1,40
5	0,8	0,1	0,1	0,14	0,20	44,0	1,01	3,10	198,2	0,38	1,01	8,37	1,43
6	0,8	0	0,2	0,15	0,20	45,6	1,01	2,91	217,4	0,39	1,01	8,25	1,53
7	0,7	0,3	0	0,14	0,20	44,0	1,01	3,10	198,2	0,38	1,01	8,37	1,43
8	0,7	0,2	0,1	0,15	0,20	45,6	1,01	2,91	217,4	0,39	1,01	8,25	1,53
9	0,7	0,1	0,2	0,15	0,21	47,1	1,02	2,86	234,9	0,40	1,01	8,18	1,65
10	0,7	0	0,3	0,16	0,21	48,5	1,02	2,88	251,3	0,41	1,01	8,13	1,78
11	0,6	0,4	0	0,15	0,20	45,6	1,01	2,91	217,4	0,39	1,01	8,25	1,53
12	0,6	0,3	0,1	0,15	0,21	47,1	1,02	2,86	234,9	0,40	1,01	8,18	1,65
13	0,6	0,2	0,2	0,16	0,21	48,5	1,02	2,88	251,3	0,41	1,01	8,13	1,78
14	0,6	0,1	0,3	0,11	0,15	81,0	1,02	10,26	293,2	0,41	1,01	9,67	3,55
15	0,6	0	0,4	0,12	0,14	83,0	1,02	10,83	323,8	0,41	1,01	9,79	3,51
16	0,5	0,5	0	0,15	0,21	47,1	1,02	2,86	234,9	0,40	1,01	8,18	1,65
17	0,5	0,4	0,1	0,16	0,21	48,5	1,02	2,88	251,3	0,41	1,01	8,13	1,78
18	0,5	0,3	0,2	0,11	0,17	79,2	1,02	7,36	282,7	0,41	1,01	9,22	2,80
19	0,5	0,2	0,3	0,12	0,16	82,5	1,02	8,63	317,8	0,42	1,01	9,46	2,96
20	0,5	0,1	0,4	0,13	0,15	84,4	1,02	9,94	351,0	0,42	1,01	9,70	3,10
21	0,5	0	0,5	0,14	0,14	85,3	1,02	10,67	378,3	0,42	1,01	9,83	3,12
22	0,4	0,6	0	0,16	0,21	48,6	1,02	2,87	251,3	0,41	1,01	8,13	1,77
23	0,4	0,5	0,1	0,16	0,21	50,0	1,02	2,94	267,0	0,42	1,01	8,11	1,89
24	0,4	0,4	0,2	0,12	0,18	79,6	1,02	5,89	300,5	0,42	1,01	8,96	2,35
25	0,4	0,3	0,3	0,13	0,17	82,9	1,02	7,14	336,5	0,42	1,01	9,23	2,51
26	0,4	0,2	0,4	0,13	0,16	85,0	1,02	8,42	371,1	0,42	1,01	9,48	2,64
27	0,4	0,1	0,5	0,14	0,15	85,8	1,02	9,80	401,4	0,43	1,01	9,73	2,79
28	0,4	0	0,6	0,15	0,14	85,8	1,03	10,24	423,6	0,43	1,01	9,82	2,76
30	0,3	0,6	0,1	0,12	0,19	70,8	1,02	3,22	280,6	0,43	1,01	8,34	1,65
31	0,3	0,5	0,2	0,12	0,18	79,0	1,02	4,53	314,1	0,43	1,01	8,68	1,98
32	0,3	0,4	0,3	0,13	0,18	82,6	1,02	5,76	350,6	0,43	1,01	8,98	2,16
33	0,3	0,3	0,4	0,14	0,17	84,8	1,03	7,01	386,2	0,43	1,01	9,25	2,30
34	0,3	0,2	0,5	0,15	0,16	85,8	1,03	8,35	418,1	0,43	1,01	9,52	2,43
35	0,3	0,1	0,6	0,16	0,15	85,6	1,03	9,87	442,7	0,44	1,01	9,78	2,58
36	0,3	0	0,7	0,17	0,15	85,0	1,03	9,73	459,4	0,44	1,01	9,77	2,48
38	0,2	0,7	0,1	0,15	0,21	60,6	1,03	1,89	292,5	0,44	1,01	7,71	1,50

39	0,2	0,6	0,2	0,13	0,19	76,9	1,03	3,26	323,4	0,44	1,01	8,34	1,66
40	0,2	0,5	0,3	0,14	0,18	81,5	1,03	4,47	360,6	0,44	1,01	8,69	1,88
41	0,2	0,4	0,4	0,15	0,17	83,9	1,03	5,71	396,9	0,44	1,01	9,00	2,03
42	0,2	0,3	0,5	0,16	0,17	85,1	1,03	7,03	429,8	0,44	1,01	9,28	2,17
43	0,2	0,2	0,6	0,17	0,15	85,1	1,03	8,49	456,7	0,44	1,01	9,57	2,31
44	0,2	0,1	0,7	0,17	0,15	84,1	1,03	9,48	473,5	0,45	1,01	9,75	2,38
45	0,2	0	0,8	0,18	0,15	82,9	1,03	9,25	484,8	0,46	1,01	9,71	2,31
47	0,1	0,8	0,1	0,13	0,21	59,5	1,02	1,76	253,9	0,42	1,01	7,74	1,33
48	0,1	0,7	0,2	0,14	0,20	71,0	1,03	2,11	327,9	0,45	1,01	7,90	1,44
49	0,1	0,6	0,3	0,14	0,19	79,3	1,03	3,30	366,0	0,45	1,01	8,36	1,66
50	0,1	0,5	0,4	0,15	0,18	82,3	1,03	4,51	403,4	0,45	1,01	8,71	1,84
51	0,1	0,4	0,5	0,16	0,17	83,7	1,03	5,81	437,2	0,45	1,01	9,03	2,00
52	0,1	0,3	0,6	0,17	0,16	83,9	1,03	7,24	465,3	0,45	1,01	9,34	2,14
53	0,1	0,2	0,7	0,18	0,15	82,9	1,03	8,88	484,6	0,46	1,01	9,65	2,28
54	0,1	0,1	0,8	0,19	0,15	81,2	1,04	9,07	493,0	0,46	1,02	9,69	2,28
55	0,1	0	0,9	0,19	0,15	78,9	1,04	9,00	497,0	0,47	1,02	9,67	2,28
58	0	0,8	0,2	0,14	0,21	65,4	1,03	1,72	299,7	0,44	1,01	7,64	1,41
59	0	0,7	0,3	0,15	0,20	74,2	1,03	2,27	365,0	0,46	1,01	7,92	1,57
60	0	0,6	0,4	0,16	0,19	79,5	1,03	3,43	404,9	0,46	1,01	8,38	1,73
61	0	0,5	0,5	0,17	0,18	81,5	1,03	4,69	440,0	0,46	1,01	8,75	1,90
62	0	0,4	0,6	0,18	0,17	81,9	1,04	6,10	469,0	0,46	1,01	9,09	2,07
63	0	0,3	0,7	0,19	0,16	81,0	1,04	7,71	489,6	0,47	1,02	9,43	2,21
64	0	0,2	0,8	0,19	0,15	78,9	1,04	9,00	497,0	0,47	1,02	9,67	2,28
65	0	0,1	0,9	0,20	0,15	78,3	1,04	9,02	497,1	0,47	1,02	9,68	2,29

A última otimização com três funções objetivo leva em conta as três funções probabilísticas MSE_{Fa} , MSE_{Ront} e MSE_{Ra} , de força, forma e integridade superficial, respectivamente. A matriz *pay-off* para estas funções é apresentada na Tabela 8.54. Realizando-se a normalização da matriz *pay-off* obtém-se o resultado apresentado na Tabela 8.55. Analisando-se a matriz *pay-off* pode-se observar que neste caso além de não se alcançar zeros na diagonal principal e valores unitários nas outras células no espaço normalizado, o ponto de âncora relacionado a MSE_{Fa} está muito próximo do ponto de âncora relacionados a MSE_{Ra} . Esta proximidade pode representar um problema na otimização. Para tentar minimizar este problema uma possibilidade é estender o plano de utopia.

Tabela 8.54. Matriz *pay-off* para MSE_{Fa} , MSE_{Ront} e MSE_{Ra}

MSE_{Fa}	1,008	1,031	1,012
MSE_{Ront}	5,58	1,65	9,56
MSE_{Ra}	1,05	1,05	1,05

Tabela 8.55. Matriz *pay-off* normalizada para MSE_{Fa} , MSE_{Ront} e MSE_{Ra}

MSE_{Fa}	0,00	1,00	0,15
MSE_{Ront}	0,50	0,00	1,00
MSE_{Ra}	0,16	1,00	0,00

Para realizar a transformação linear da *pay-off* deve-se obter a matriz \mathbf{T} da Equação 6.24. Para a matriz *pay-off* exposta nas Tabelas 8.54 e 8.55 no espaço objetivo original e normalizado, respectivamente, a matriz \mathbf{T} é apresentada na Tabela 8.56. Realizando-se a otimização multi-objetivo através do método ENNC foi obtida a fronteira de Pareto plotada na Figura 8.59. Pode-

se observar que, mesmo utilizando o método ENNC com a finalidade de melhor explorar o espaço multi-objetivo, a fronteira de Pareto apresentou-se confinada devido a pequena distância entre os pontos de âncora e, conseqüentemente, entre as funções MSE_{Fa} e MSE_{Ra} . Devido este problema, apenas 35 soluções Pareto ótimas foram obtidas após filtragem, sendo resumidas na Tabela 8.57. Problemas práticos de engenharia com funções modeladas podem apresentar fronteiras com este formato, ver por exemplo, Ramesh *et al.* (2012) e Rocha *et al.* (2015). O importante é a funcionalidade das soluções obtidas, as quais representam cenários interessantes em relação às funções otimizadas.

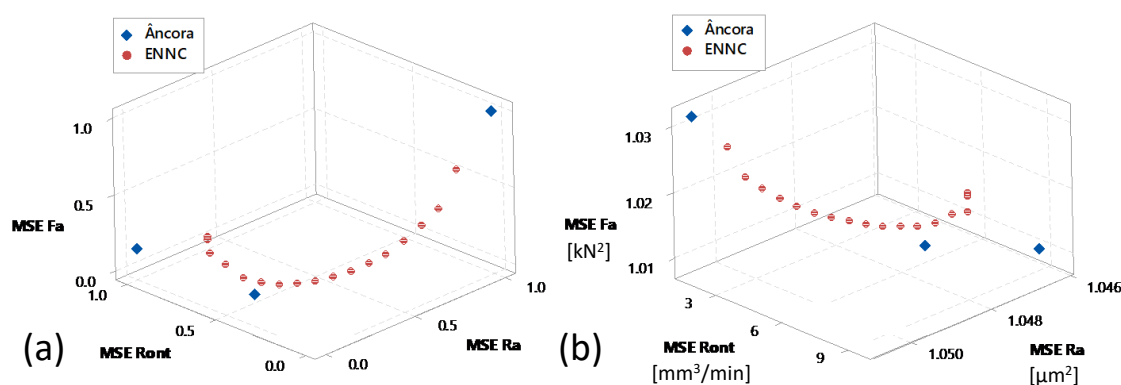


Figura 8.59. Fronteiras de Pareto filtradas para MSE_{Fa} , MSE_{Ront} e MSE_{Ra} (a) espaço normalizado; (b) espaço objetivo

Tabela 8.56. Matriz T para transformação linear da *pay-off* de MSE_{Fa} , MSE_{Ront} e MSE_{Ra}

123,03	0,07	-439,77
-94,92	0,17	521,32
-159,41	0,07	1111,45

Tabela 8.57. Resultados da otimização de MSE_{Ront} , MSE_{Ront} e MSE_{Ra} pelo método ENNC

Nsub	w1j	w2j	w3j	fza	fzt	vc	MSE Fz	MSE Ront	MSE Ra	E(Fa)	Var(Fa)	E(Ront)	Var(Ront)	E(Ra)	Var(Ra)
f1*				0,11	0,19	33,87	1,01	5,58	1,05	0,32	1,01	9,07	1,64	0,24	1,05
f2*				0,14	0,23	65,43	1,03	1,65	1,05	0,46	1,01	7,09	1,65	0,28	1,05
f3*				0,09	0,14	36,76	1,01	9,56	1,05	0,37	1,01	9,54	3,50	0,22	1,05
25	0,4	0,3	0,3	0,12	0,19	43,22	1,01	3,97	1,05	0,36	1,01	8,65	1,50	0,25	1,05
26	0,4	0,2	0,4	0,12	0,18	40,46	1,01	4,77	1,05	0,36	1,01	8,86	1,59	0,25	1,05
27	0,4	0,1	0,5	0,12	0,17	37,83	1,01	5,66	1,05	0,37	1,01	9,07	1,72	0,24	1,05
28	0,4	0	0,6	0,11	0,15	39,16	1,01	6,77	1,05	0,39	1,01	9,19	2,31	0,24	1,05
30	0,3	0,6	0,1	0,13	0,20	51,91	1,02	2,35	1,05	0,39	1,01	8,09	1,33	0,27	1,05
31	0,3	0,5	0,2	0,12	0,20	47,97	1,01	2,93	1,05	0,38	1,01	8,33	1,38	0,26	1,05
32	0,3	0,4	0,3	0,12	0,19	44,72	1,01	3,60	1,05	0,37	1,01	8,55	1,45	0,25	1,05
33	0,3	0,3	0,4	0,12	0,18	41,80	1,01	4,36	1,05	0,36	1,01	8,76	1,54	0,25	1,05
34	0,3	0,2	0,5	0,12	0,17	39,13	1,01	5,20	1,05	0,36	1,01	8,97	1,65	0,24	1,05
35	0,3	0,1	0,6	0,12	0,16	36,69	1,01	6,16	1,05	0,38	1,01	9,16	1,82	0,24	1,05
36	0,3	0	0,7	0,12	0,14	37,58	1,02	6,75	1,05	0,40	1,01	9,21	2,20	0,24	1,05
38	0,2	0,7	0,1	0,13	0,21	54,30	1,02	2,09	1,05	0,40	1,01	7,95	1,33	0,27	1,05
39	0,2	0,6	0,2	0,13	0,20	49,81	1,01	2,63	1,05	0,39	1,01	8,21	1,35	0,26	1,05
40	0,2	0,5	0,3	0,12	0,19	46,28	1,01	3,26	1,05	0,37	1,01	8,44	1,41	0,26	1,05
41	0,2	0,4	0,4	0,12	0,19	43,22	1,01	3,97	1,05	0,36	1,01	8,65	1,50	0,25	1,05

42	0,2	0,3	0,5	0,12	0,18	40,46	1,01	4,77	1,05	0,36	1,01	8,86	1,59	0,25	1,05
43	0,2	0,2	0,6	0,12	0,17	37,83	1,01	5,66	1,05	0,37	1,01	9,07	1,72	0,24	1,05
47	0,1	0,8	0,1	0,13	0,21	56,88	1,02	1,87	1,05	0,41	1,01	7,81	1,34	0,27	1,05
48	0,1	0,7	0,2	0,13	0,20	51,90	1,02	2,35	1,05	0,39	1,01	8,09	1,33	0,27	1,05
49	0,1	0,6	0,3	0,12	0,20	47,96	1,01	2,93	1,05	0,38	1,01	8,33	1,38	0,26	1,05
50	0,1	0,5	0,4	0,12	0,19	44,72	1,01	3,60	1,05	0,37	1,01	8,55	1,45	0,25	1,05
51	0,1	0,4	0,5	0,12	0,18	41,81	1,01	4,36	1,05	0,36	1,01	8,76	1,54	0,25	1,05
52	0,1	0,3	0,6	0,12	0,17	39,13	1,01	5,20	1,05	0,36	1,01	8,97	1,65	0,24	1,05
53	0,1	0,2	0,7	0,12	0,16	36,69	1,01	6,16	1,05	0,38	1,01	9,16	1,82	0,24	1,05
57	0	0,9	0,1	0,14	0,21	63,19	1,02	1,70	1,05	0,44	1,01	7,66	1,36	0,27	1,05
58	0	0,8	0,2	0,13	0,21	54,31	1,02	2,09	1,05	0,40	1,01	7,95	1,33	0,27	1,05
59	0	0,7	0,3	0,13	0,20	49,82	1,01	2,63	1,05	0,39	1,01	8,21	1,35	0,26	1,05
60	0	0,6	0,4	0,12	0,19	46,28	1,01	3,26	1,05	0,37	1,01	8,44	1,41	0,26	1,05
61	0	0,5	0,5	0,12	0,19	43,22	1,01	3,97	1,05	0,36	1,01	8,65	1,50	0,25	1,05
62	0	0,4	0,6	0,12	0,18	40,46	1,01	4,77	1,05	0,36	1,01	8,86	1,59	0,25	1,05
63	0	0,3	0,7	0,12	0,17	37,83	1,01	5,66	1,05	0,37	1,01	9,07	1,72	0,24	1,05
64	0	0,2	0,8	0,12	0,14	37,45	1,02	6,76	1,05	0,41	1,01	9,22	2,19	0,24	1,05

8.5.4. Otimização multi-objetivo de MSE_{Fa} , MSE_{Ront} , MSE_{Ra} e MRR

Após a avaliação dos cenários para $m = 2$ e $m = 3$ objetivos foi realizada a otimização envolvendo as quatro funções objetivos escolhidas para otimização do processo de fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 endurecido. Minimizar esforços de corte garante a redução do consumo de energia, redução da taxa de desgaste da ferramenta e pode apresentar benefícios na qualidade do furo obtido, uma vez que maiores esforços podem apresentar correlação positiva com erros dimensional, geométrico e microgeométrico. A qualidade de forma circular de furos é importante para possibilitar o acoplamento e devido funcionamento do componente. A integridade superficial ao ser minimizada pode proporcionar uma maior resistência a corrosão, a falha por fadiga, etc. No contexto da engenharia de produção além destas variáveis relacionadas à qualidade do produto a produtividade do processo é essencial para garantir a viabilidade econômica da fabricação.

Para iniciar a otimização multi-objetivo com $m = 4$ funções, a Tabela 8.58 apresenta a matriz *pay-off* para MSE_{Fa} , MSE_{Ront} , MSE_{Ra} e MRR . A matriz *pay-off* normalizada é apresentada na Tabela 8.59. Como a transformação linear proposta por Sanchis *et al.* (2008) destina-se a garantir uma melhor exploração em problemas de otimização multi-objetivo com $m \leq 3$, aplicou-se tal transformação considerando a matriz *pay-off* nas apresentadas nas Tabelas 8.58 e 8.59 unidades originais e normalizada, respectivamente. A matriz **T** resultante de tal transformação é apresentada na Tabela 8.60.

Tabela 8.58. Matriz *pay-off* para MSE_{Fa} , MSE_{Ront} , MSE_{Ra} e MRR

MSE_{Fa}	1,008	1,031	1,012	1,042
MSE_{Ront}	6,63	1,65	9,56	12,129
MSE_{Ra}	1,05	1,05	1,05	1,048
MRR	115,81	306,99	107,09	568,60

Tabela 8.59. Matriz *pay-off* normalizada para MSE_{Fa} , MSE_{Ront} , MSE_{Ra} e MRR

MSE_{Fa}	0,00	0,69	0,10	1,00
MSE_{Ront}	0,48	0,00	0,75	1,00
MSE_{Ra}	0,05	1,00	0,00	0,40
MRR	0,98	0,57	1,00	0,00

Tabela 8.60. Matriz **T** para MSE_{Fa} , MSE_{Ront} , MSE_{Ra} e MRR

-1223,53	2,57	8994,80	-0,03
445,62	-0,81	-3240,87	0,01
1576,65	-3,17	-11080,43	0,04
-58,32	0,10	507,56	0,00

A partir da transformação linear da *pay-off* esta fica em sua forma normalizada com valores nulos nos elementos da diagonal principal e unitários nos demais elementos. Desta forma, espera-se obter uma melhor exploração do *trade-off* entre as quatro funções do processo de fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 endurecido. Para realizar a otimização multi-objetivo foi considerado um espaçamento $\delta = 0,1$. Considerando $m = 4$ funções objetivo, foram considerados 286 subproblemas a serem resolvidos, conforme pode-se calcular pela Equação 6.17.

Dada a matriz *pay-off* e restrições transformadas realizou-se a otimização através do método ENNC. Após filtragem das soluções não viáveis, das soluções duplicadas e das soluções dominadas foram obtidas 208 soluções Pareto ótimas. Para possibilitar a visualização da fronteira de Pareto no espaço tetradimensional, foi plotada uma fronteira de Pareto com três respostas nos eixos cartesianos ortogonais e a quarta resposta em escala de cores. Considerando MSE_{Fa} , MSE_{Ront} e MSE_{Ra} nos eixos e MRR na escala de cor, a fronteira é plotada na Figura 8.60 em diferentes perspectivas no espaço normalizado.

Ao observar a fronteira de Pareto plotada na Figura 8.60 não é fácil discernir sobre dominância conforme comumente é feito nos casos $m = 2$ e $m = 3$. Para $m = 4$, uma ou mais soluções que aparentemente estão dominadas, por graficamente estarem posicionados à frente de um conjunto de pontos, na verdade podem não estar pois podem piorar as funções que estão nos eixos, mas apresentar um resultado melhor para a resposta que está na escala de cores. Logicamente nunca é recomendado que a filtragem seja feita graficamente, mesmo para $m = 2$ ou 3, mas computacionalmente a partir da comparação mútua das soluções.

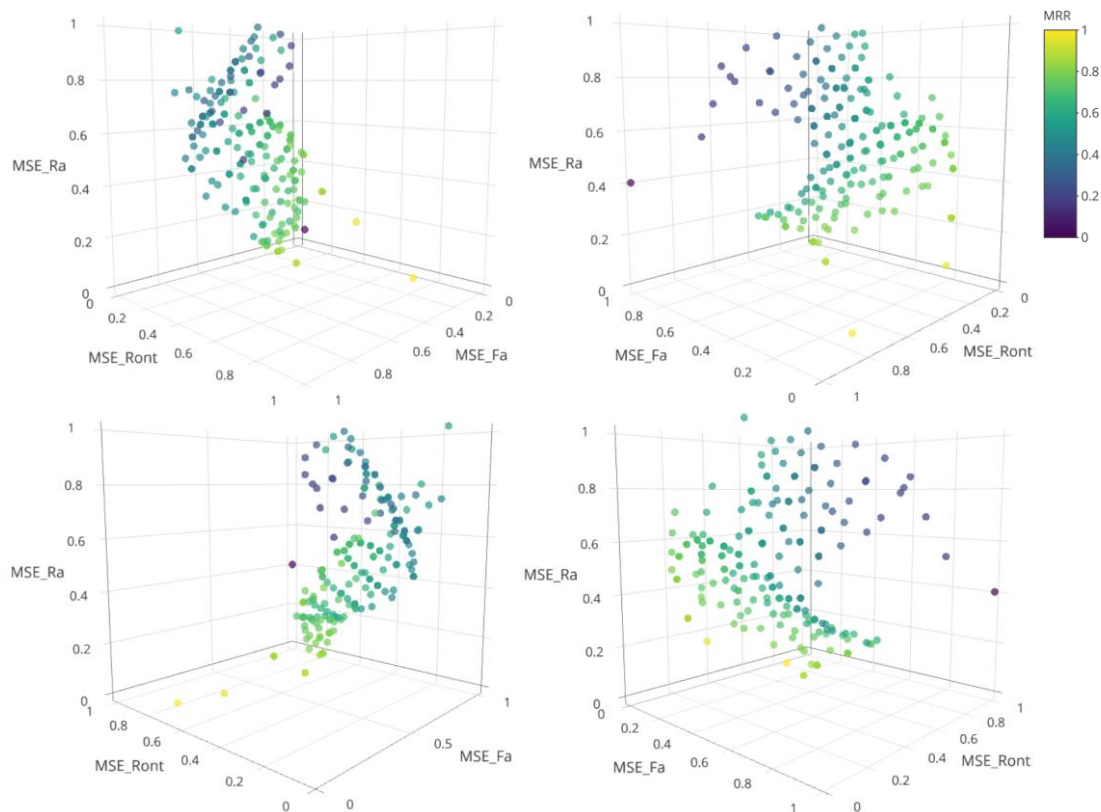


Figura 8.60. Fronteira de Pareto normalizada para MSE_{Fa} , MSE_{Ront} e MSE_{Ra} MRR

A Figura 8.61 ilustra a fronteira de Pareto no espaço normalizado para MSE_{Fa} , MSE_{Ront} , MSE_{Ra} e MRR para visualizar as outras respostas na escala de cores. Pode-se observar em diferentes perspectivas o comportamento do *trade-off* entre MSE_{Fa} , MSE_{Ront} , MSE_{Ra} e MRR no fresamento helicoidal do aço H13 endurecido. Estas 208 soluções Pareto ótimas pretendem oferecer cenários robustos em relação à variação das variáveis de ruído comprimento em balanço, dureza e altura medida no furo. Certamente a robustez é mais difícil de ser encontrada para algumas respostas, por exemplo para a resposta de força que pode ter uma variação significativa em relação à dureza do material. Entretanto, talvez seja possível obter um furo com qualidade de forma e rugosidade homogêneo dada a variação das variáveis de ruído.

Para visualizar as respostas nas unidades originais a fronteira de Pareto foi plotada no espaço original na Figura 8.62. Ao comparar as fronteiras das Figuras 8.61 e 8.62, pode-se observar que, para os casos b, c e d, nos quais MRR está em um dos eixos, o comportamento desta função fica invertido. Isto acontece por esta função ser a única entre as quatro de maximização. Como foi realizada a otimização de $-MRR$, sendo os resultados obtidos multiplicados por -1 , no espaço normalizado o ótimo individual, ou utopia, é sempre zero, enquanto a pseudo nadir é sempre 1. Pode-se observar nas Figuras 8.61(a) e 8.62(a) que as cores ficam invertidas devido a normalização.

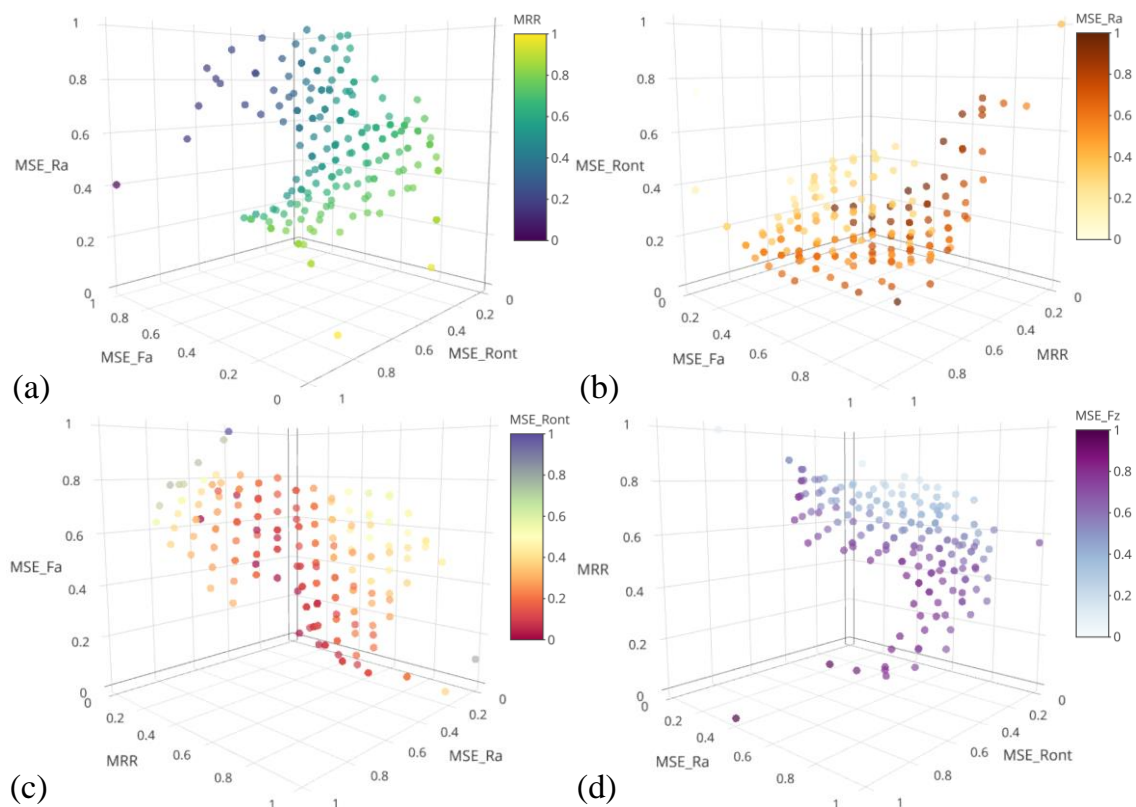


Figura 8.61. Fronteiras de Pareto normalizada com (a) MRR ; (b) MSE_{Ra} ; (c) MSE_{Ront} e (d) MSE_{Fa} na escala de cor

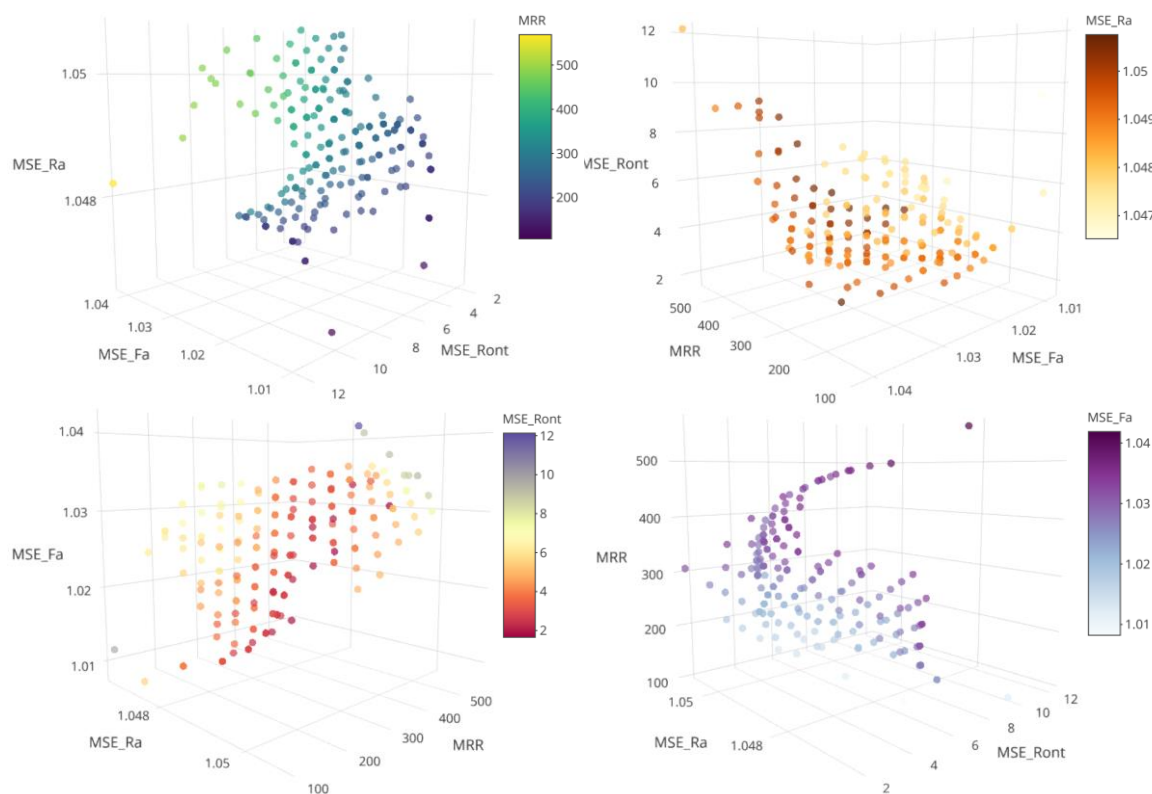


Figura 8.62. Fronteiras de Pareto (a) MRR ; (b) MSE_{Ra} ; (c) MSE_{Ront} e (d) MSE_{Fa} em cor

A Tabela 8.61 resume os resultados obtidos nas otimizações de MSE_{Fa} , MSE_{Ront} e MSE_{Ra} MRR para as 208 soluções filtradas. Considerando a unidade de medição de algumas respostas, bem como a precisão da máquina CNC utilizada logicamente muitas soluções apresentam diferença pequena. A diferença não aparece na tabela devido ao arredondamento que certamente deve ser realizado considerando as características práticas das respostas avaliadas e do processo estudado. Não adianta a variação entre os cenários apresentados ser refletida em algarismos significativos além da resolução dos parâmetros controláveis estudados e dos instrumentos de medição utilizados. Para refletir soluções que apresentem diferença prática no nível das variáveis de controle e nas respostas, pode-se por exemplo plotar a fronteira de Pareto considerando apenas as soluções filtradas com pesos com espaçamento $\delta = 0,2$, com 44 soluções Pareto ótimas, conforme pode-se observar na Figura 8.63.

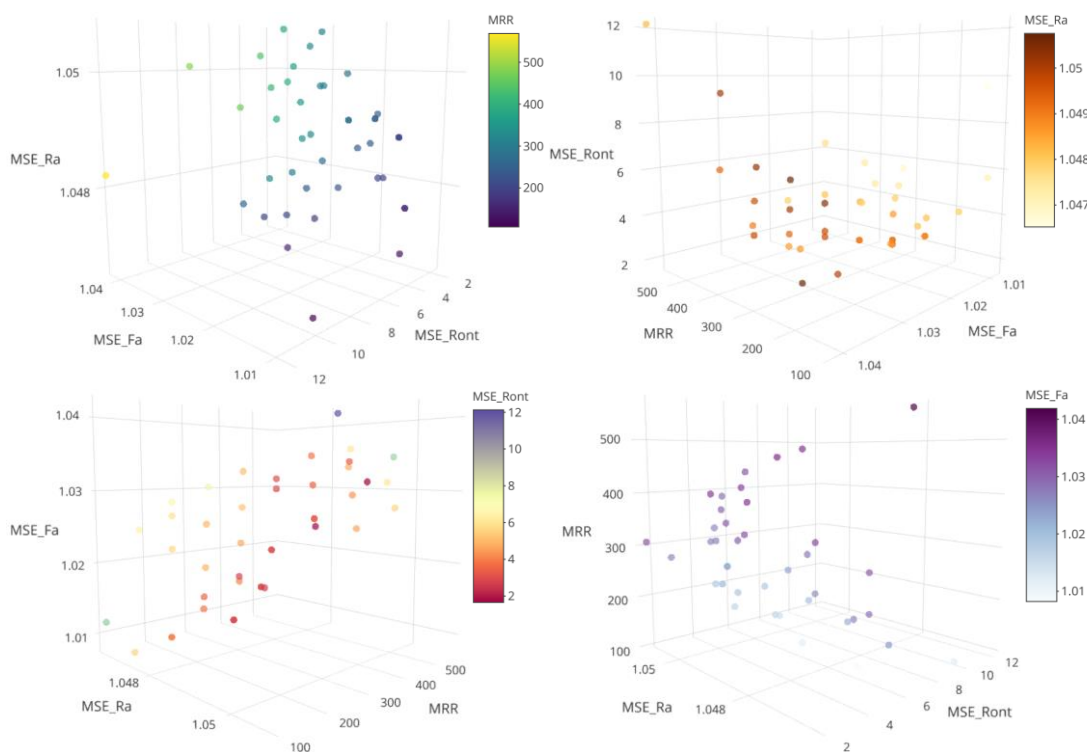


Figura 8.63. Fronteiras de Pareto com $\delta = 0,2$

Todas as soluções obtidas são robustas e Pareto ótimas para o processo de fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 endurecido. Para possibilitar a avaliação de uma das soluções experimentalmente e confirmar a capacidade dos modelos de resposta foi escolhida a solução que apresentou maior razão entre a entropia e o erro percentual global (EPG). Enquanto a primeira medida mede a diversificação do cenário multi-objetivo avaliado, a segunda mede o erro percentual global em relação à utopia. Deste modo, se a primeira deve ser maximizada e a

segunda minimizada, a razão entre ambas deve ser maximizada. Logo, a solução que apresentou maior razão entre a entropia e o erro percentual global foi escolhida para os ensaios de confirmação. Esta solução foi a $n_{sub} = 123$ e é resumida na Tabela 8.62.

Apesar desta escolha representar para alguns teóricos uma solução ótima global, aqui ela foi escolhida apenas com o propósito de realizar ensaios de confirmação para uma resposta, pois considerando o conceito de otimalidade de Pareto todas as soluções obtidas podem ser consideradas soluções ótimas e, logo, cenários interessantes. O experimentador deve escolher para cada situação de planejamento a mais propícia. Realizar um procedimento de otimização considerando vários subproblemas resolvidos iterativamente para depois selecionar apenas uma solução, dita por muitos global, parece um procedimento simplista e limitado, uma vez que critérios matemáticos para escolha da solução ótima global nem sempre refletirão a necessidade do experimentador em situações distintas.

Para facilitar a replicação deste trabalho, o código CNC utilizado com as devidas considerações é apresentado no apêndice D.

Tabela 8.61. Resultados para otimização de MSE_{Fa} , MSE_{Ront} , MSE_{Ra} e MRR pelo método ENNC

Nsub	w1j	w2j	w3j	w4j	fza	fzt	vc	MSE	MSE	MSE	MRR	E(Fz)	Var(Fz)	E(Ront)	Var(Ront)	E(Ra)	Var(Ra)
								Fz	Ront	Ra							
f1*	1,0	0,0	0,0	0,0	0,114	0,189	33,9	1,01	5,58	1,05	125,39	0,32	1,01	9,07	1,64	0,24	1,05
f2*	0,0	1,0	0,0	0,0	0,145	0,233	65,4	1,03	1,65	1,05	306,99	0,46	1,01	7,09	1,65	0,28	1,05
f3*	0,0	0,0	1,0	0,0	0,090	0,141	36,8	1,01	9,56	1,05	107,09	0,37	1,01	9,54	3,50	0,22	1,05
f4*	0,0	0,0	0,0	1,0	0,209	0,150	83,8	1,04	12,13	1,05	568,61	0,47	1,02	10,14	2,76	0,25	1,05
4	0,9	0,0	0,0	0,1	0,123	0,187	41,7	1,01	4,04	1,05	166,04	0,36	1,01	8,69	1,46	0,25	1,05
5	0,8	0,2	0,0	0,0	0,123	0,187	41,7	1,01	4,04	1,05	166,04	0,36	1,01	8,69	1,46	0,25	1,05
6	0,8	0,1	0,1	0,0	0,123	0,187	41,7	1,01	4,04	1,05	166,04	0,36	1,01	8,69	1,46	0,25	1,05
7	0,8	0,1	0,0	0,1	0,136	0,198	43,4	1,01	3,22	1,05	191,10	0,37	1,01	8,43	1,40	0,26	1,05
8	0,8	0,0	0,2	0,0	0,123	0,187	41,7	1,01	4,04	1,05	166,04	0,36	1,01	8,69	1,46	0,25	1,05
10	0,8	0,0	0,0	0,2	0,145	0,203	45,1	1,01	2,95	1,05	211,47	0,38	1,01	8,29	1,49	0,27	1,05
11	0,7	0,3	0,0	0,0	0,136	0,198	43,4	1,01	3,22	1,05	191,10	0,37	1,01	8,43	1,40	0,26	1,05
12	0,7	0,2	0,1	0,0	0,136	0,198	43,4	1,01	3,22	1,05	191,10	0,37	1,01	8,43	1,40	0,26	1,05
13	0,7	0,2	0,0	0,1	0,145	0,203	45,1	1,01	2,95	1,05	211,47	0,38	1,01	8,29	1,49	0,27	1,05
14	0,7	0,1	0,2	0,0	0,136	0,198	43,4	1,01	3,22	1,05	191,10	0,37	1,01	8,43	1,40	0,26	1,05
16	0,7	0,1	0,0	0,2	0,152	0,206	46,6	1,02	2,86	1,05	229,69	0,39	1,01	8,20	1,61	0,27	1,05
17	0,7	0,0	0,3	0,0	0,136	0,198	43,4	1,01	3,22	1,05	191,10	0,37	1,01	8,43	1,40	0,26	1,05
18	0,7	0,0	0,2	0,1	0,145	0,203	45,1	1,01	2,95	1,05	211,47	0,38	1,01	8,29	1,49	0,27	1,05
20	0,7	0,0	0,0	0,3	0,158	0,207	48,1	1,02	2,87	1,05	246,63	0,40	1,01	8,14	1,74	0,27	1,05
21	0,6	0,4	0,0	0,0	0,145	0,203	45,1	1,01	2,95	1,05	211,47	0,38	1,01	8,29	1,49	0,27	1,05
22	0,6	0,3	0,1	0,0	0,145	0,203	45,1	1,01	2,95	1,05	211,47	0,38	1,01	8,29	1,49	0,27	1,05
24	0,6	0,2	0,2	0,0	0,145	0,203	45,1	1,01	2,95	1,05	211,47	0,38	1,01	8,29	1,49	0,27	1,05
25	0,6	0,2	0,1	0,1	0,152	0,206	46,6	1,02	2,86	1,05	229,69	0,39	1,01	8,20	1,61	0,27	1,05
26	0,6	0,2	0,0	0,2	0,158	0,207	48,1	1,02	2,87	1,05	246,63	0,40	1,01	8,14	1,74	0,27	1,05
27	0,6	0,1	0,3	0,0	0,153	0,196	42,2	1,01	3,70	1,05	209,21	0,38	1,01	8,54	1,57	0,26	1,05
28	0,6	0,1	0,2	0,1	0,152	0,206	46,6	1,02	2,86	1,05	229,69	0,39	1,01	8,20	1,61	0,27	1,05
29	0,6	0,1	0,1	0,2	0,158	0,207	48,1	1,02	2,87	1,05	246,63	0,40	1,01	8,14	1,74	0,27	1,05
30	0,6	0,1	0,0	0,3	0,163	0,208	49,6	1,02	2,92	1,05	262,75	0,41	1,01	8,11	1,86	0,27	1,05
31	0,6	0,0	0,4	0,0	0,148	0,187	42,5	1,01	3,83	1,05	203,70	0,39	1,01	8,63	1,42	0,26	1,05
32	0,6	0,0	0,3	0,1	0,160	0,200	44,1	1,02	3,55	1,05	228,38	0,39	1,01	8,43	1,73	0,27	1,05
33	0,6	0,0	0,2	0,2	0,158	0,207	48,1	1,02	2,87	1,05	246,63	0,40	1,01	8,14	1,74	0,27	1,05
35	0,6	0,0	0,0	0,4	0,168	0,208	51,1	1,02	3,00	1,05	278,37	0,42	1,01	8,09	1,98	0,27	1,05
36	0,5	0,5	0,0	0,0	0,152	0,206	46,6	1,02	2,86	1,05	229,69	0,39	1,01	8,20	1,61	0,27	1,05
37	0,5	0,4	0,1	0,0	0,152	0,206	46,6	1,02	2,86	1,05	229,69	0,39	1,01	8,20	1,61	0,27	1,05
38	0,5	0,4	0,0	0,1	0,158	0,207	48,1	1,02	2,87	1,05	246,63	0,40	1,01	8,14	1,74	0,27	1,05
39	0,5	0,3	0,2	0,0	0,160	0,200	44,1	1,02	3,55	1,05	228,38	0,39	1,01	8,43	1,73	0,27	1,05
41	0,5	0,3	0,0	0,2	0,163	0,208	49,6	1,02	2,92	1,05	262,75	0,41	1,01	8,11	1,86	0,27	1,05
42	0,5	0,2	0,3	0,0	0,160	0,191	43,0	1,02	3,97	1,05	223,21	0,40	1,01	8,62	1,61	0,26	1,05
43	0,5	0,2	0,2	0,1	0,161	0,205	47,3	1,02	3,08	1,05	246,50	0,40	1,01	8,22	1,79	0,27	1,05
45	0,5	0,2	0,0	0,3	0,120	0,173	72,3	1,02	4,95	1,05	282,25	0,43	1,01	8,77	2,09	0,27	1,05
46	0,5	0,1	0,4	0,0	0,156	0,181	42,7	1,02	4,19	1,05	215,43	0,40	1,01	8,74	1,44	0,26	1,05
47	0,5	0,1	0,3	0,1	0,170	0,198	44,2	1,02	4,06	1,05	243,27	0,40	1,01	8,55	1,91	0,27	1,05
48	0,5	0,1	0,2	0,2	0,163	0,208	49,6	1,02	2,93	1,05	262,75	0,41	1,01	8,11	1,86	0,27	1,05
50	0,5	0,1	0,0	0,4	0,127	0,172	74,6	1,02	5,00	1,05	306,54	0,43	1,01	8,80	2,04	0,27	1,05
51	0,5	0,0	0,5	0,0	0,152	0,170	41,4	1,02	4,64	1,05	204,56	0,41	1,01	8,89	1,37	0,26	1,05

52	0,5	0,0	0,4	0,1	0,171	0,188	42,7	1,02	4,62	1,05	236,33	0,41	1,01	8,77	1,78	0,26	1,05
53	0,5	0,0	0,3	0,2	0,169	0,204	47,8	1,02	3,45	1,05	262,08	0,41	1,01	8,30	1,97	0,27	1,05
55	0,5	0,0	0,1	0,4	0,129	0,174	72,0	1,02	4,39	1,05	300,79	0,43	1,01	8,67	1,87	0,27	1,05
57	0,4	0,6	0,0	0,0	0,155	0,208	48,9	1,02	2,68	1,05	246,51	0,40	1,01	8,08	1,69	0,27	1,05
58	0,4	0,5	0,1	0,0	0,161	0,205	47,3	1,02	3,08	1,05	246,50	0,40	1,01	8,22	1,79	0,27	1,05
59	0,4	0,5	0,0	0,1	0,163	0,208	49,6	1,02	2,92	1,05	262,75	0,41	1,01	8,11	1,86	0,27	1,05
60	0,4	0,4	0,2	0,0	0,170	0,198	44,2	1,02	4,06	1,05	243,27	0,40	1,01	8,55	1,91	0,27	1,05
61	0,4	0,4	0,1	0,1	0,163	0,208	49,6	1,02	2,93	1,05	262,75	0,41	1,01	8,11	1,86	0,27	1,05
63	0,4	0,3	0,3	0,0	0,171	0,188	42,7	1,02	4,62	1,05	236,33	0,41	1,01	8,77	1,78	0,26	1,05
64	0,4	0,3	0,2	0,1	0,169	0,204	47,8	1,02	3,45	1,05	262,08	0,41	1,01	8,30	1,97	0,27	1,05
67	0,4	0,2	0,4	0,0	0,167	0,176	41,7	1,02	4,89	1,05	225,79	0,41	1,01	8,91	1,54	0,26	1,05
68	0,4	0,2	0,3	0,1	0,177	0,196	45,0	1,02	4,44	1,05	257,83	0,41	1,01	8,62	2,06	0,26	1,05
69	0,4	0,2	0,2	0,2	0,168	0,208	51,1	1,02	3,00	1,05	278,37	0,42	1,01	8,09	1,98	0,27	1,05
70	0,4	0,2	0,1	0,3	0,132	0,178	69,1	1,02	3,76	1,05	295,72	0,44	1,01	8,52	1,68	0,27	1,05
71	0,4	0,2	0,0	0,4	0,135	0,173	74,7	1,03	4,61	1,05	325,88	0,44	1,01	8,74	1,88	0,27	1,05
72	0,4	0,1	0,5	0,0	0,162	0,164	40,2	1,02	5,27	1,05	211,45	0,42	1,01	9,05	1,40	0,26	1,05
73	0,4	0,1	0,4	0,1	0,181	0,186	42,4	1,02	5,46	1,05	249,37	0,42	1,01	8,93	2,03	0,26	1,05
74	0,4	0,1	0,3	0,2	0,175	0,203	48,8	1,02	3,70	1,05	277,27	0,42	1,01	8,34	2,11	0,27	1,05
76	0,4	0,1	0,1	0,4	0,137	0,176	72,0	1,03	4,05	1,05	319,36	0,44	1,01	8,61	1,73	0,27	1,05
77	0,4	0,1	0,0	0,5	0,141	0,172	77,7	1,03	4,98	1,05	353,82	0,44	1,01	8,83	1,91	0,27	1,05
78	0,4	0,0	0,6	0,0	0,156	0,152	38,6	1,02	5,62	1,05	194,60	0,43	1,01	9,14	1,39	0,25	1,05
79	0,4	0,0	0,5	0,1	0,183	0,174	39,8	1,02	6,35	1,05	235,79	0,42	1,01	9,20	1,87	0,26	1,05
80	0,4	0,0	0,4	0,2	0,182	0,194	46,1	1,02	4,73	1,05	272,35	0,42	1,01	8,67	2,19	0,26	1,05
81	0,4	0,0	0,3	0,3	0,172	0,208	52,6	1,02	3,10	1,05	293,68	0,43	1,01	8,09	2,08	0,27	1,05
82	0,4	0,0	0,2	0,4	0,140	0,179	69,0	1,03	3,50	1,05	313,61	0,44	1,01	8,47	1,57	0,27	1,05
83	0,4	0,0	0,1	0,5	0,142	0,174	75,0	1,03	4,42	1,05	345,63	0,45	1,01	8,71	1,78	0,27	1,05
84	0,4	0,0	0,0	0,6	0,147	0,171	81,1	1,03	5,55	1,05	385,79	0,44	1,01	8,97	1,99	0,27	1,05
86	0,3	0,6	0,1	0,0	0,145	0,197	54,5	1,02	2,46	1,05	256,30	0,42	1,01	8,12	1,37	0,27	1,05
88	0,3	0,5	0,2	0,0	0,165	0,193	48,1	1,02	3,50	1,05	256,38	0,42	1,01	8,44	1,64	0,26	1,05
89	0,3	0,5	0,1	0,1	0,168	0,208	51,1	1,02	3,00	1,05	278,37	0,42	1,01	8,09	1,98	0,27	1,05
90	0,3	0,5	0,0	0,2	0,132	0,178	69,1	1,02	3,77	1,05	295,72	0,44	1,01	8,52	1,68	0,27	1,05
91	0,3	0,4	0,3	0,0	0,174	0,184	44,1	1,02	4,72	1,05	248,88	0,42	1,01	8,80	1,77	0,26	1,05
92	0,3	0,4	0,2	0,1	0,175	0,203	48,8	1,02	3,70	1,05	277,27	0,42	1,01	8,34	2,11	0,27	1,05
94	0,3	0,4	0,0	0,3	0,137	0,176	72,0	1,03	4,05	1,05	319,36	0,44	1,01	8,61	1,73	0,27	1,05
95	0,3	0,3	0,4	0,0	0,180	0,174	40,3	1,02	6,07	1,05	235,75	0,42	1,01	9,15	1,79	0,26	1,05
97	0,3	0,3	0,2	0,2	0,172	0,208	52,6	1,02	3,10	1,05	293,68	0,43	1,01	8,09	2,08	0,27	1,05
100	0,3	0,2	0,5	0,0	0,174	0,160	38,5	1,02	6,28	1,05	217,28	0,43	1,01	9,27	1,51	0,26	1,05
101	0,3	0,2	0,4	0,1	0,187	0,184	43,4	1,02	5,81	1,05	262,46	0,42	1,01	9,00	2,13	0,26	1,05
102	0,3	0,2	0,3	0,2	0,180	0,202	50,2	1,03	3,89	1,05	292,37	0,43	1,01	8,37	2,23	0,27	1,05
103	0,3	0,2	0,2	0,3	0,146	0,184	65,4	1,03	2,96	1,05	308,93	0,44	1,01	8,31	1,44	0,27	1,05
104	0,3	0,2	0,1	0,4	0,145	0,176	72,2	1,03	3,90	1,05	338,21	0,45	1,01	8,58	1,65	0,27	1,05
105	0,3	0,2	0,0	0,5	0,148	0,173	78,4	1,03	4,94	1,05	375,49	0,45	1,01	8,83	1,86	0,27	1,05
106	0,3	0,1	0,6	0,0	0,163	0,147	37,4	1,03	6,14	1,05	197,02	0,44	1,01	9,26	1,38	0,25	1,05
107	0,3	0,1	0,5	0,1	0,187	0,171	40,5	1,03	6,74	1,05	245,82	0,43	1,01	9,28	1,91	0,26	1,05
108	0,3	0,1	0,4	0,2	0,187	0,193	47,4	1,03	4,96	1,05	286,96	0,43	1,01	8,71	2,30	0,26	1,05
109	0,3	0,1	0,3	0,3	0,176	0,208	54,2	1,03	3,19	1,05	308,88	0,44	1,01	8,09	2,17	0,27	1,05
111	0,3	0,1	0,1	0,5	0,149	0,174	75,7	1,03	4,39	1,05	366,09	0,45	1,01	8,71	1,75	0,27	1,05
112	0,3	0,1	0,0	0,6	0,154	0,171	82,3	1,03	5,71	1,05	410,41	0,45	1,01	9,01	1,98	0,27	1,05
113	0,3	0,0	0,7	0,0	0,152	0,136	36,1	1,03	6,28	1,05	177,64	0,45	1,01	9,26	1,52	0,25	1,05

114	0,3	0,0	0,6	0,1	0,182	0,156	37,7	1,03	7,13	1,05	222,64	0,44	1,01	9,43	1,60	0,25	1,05
115	0,3	0,0	0,5	0,2	0,191	0,182	44,5	1,03	6,13	1,05	275,56	0,43	1,01	9,06	2,22	0,26	1,05
116	0,3	0,0	0,4	0,3	0,184	0,201	51,7	1,03	4,02	1,05	307,49	0,44	1,01	8,38	2,33	0,26	1,05
117	0,3	0,0	0,3	0,4	0,154	0,185	65,5	1,03	2,99	1,05	326,28	0,45	1,01	8,32	1,47	0,26	1,05
118	0,3	0,0	0,2	0,5	0,152	0,177	72,8	1,03	3,90	1,05	357,61	0,45	1,01	8,58	1,64	0,27	1,05
119	0,3	0,0	0,1	0,6	0,155	0,173	79,5	1,03	5,07	1,05	398,42	0,45	1,01	8,87	1,87	0,27	1,05
120	0,3	0,0	0,0	0,7	0,163	0,162	84,9	1,03	7,49	1,05	449,56	0,45	1,01	9,38	2,20	0,27	1,05
122	0,2	0,7	0,1	0,0	0,129	0,207	53,5	1,02	2,13	1,05	224,59	0,40	1,01	7,98	1,33	0,27	1,05
123	0,2	0,7	0,0	0,1	0,144	0,209	60,1	1,02	1,90	1,05	281,01	0,43	1,01	7,77	1,42	0,27	1,05
124	0,2	0,6	0,2	0,0	0,144	0,191	51,9	1,02	2,80	1,05	241,36	0,41	1,01	8,28	1,35	0,26	1,05
125	0,2	0,6	0,1	0,1	0,165	0,207	54,6	1,02	2,68	1,05	292,55	0,43	1,01	8,01	1,83	0,27	1,05
126	0,2	0,6	0,0	0,2	0,140	0,182	69,1	1,03	3,26	1,05	313,38	0,44	1,01	8,39	1,54	0,27	1,05
127	0,2	0,5	0,3	0,0	0,155	0,175	49,0	1,02	3,74	1,05	245,95	0,43	1,01	8,62	1,37	0,26	1,05
128	0,2	0,5	0,2	0,1	0,178	0,201	50,6	1,03	3,74	1,05	292,02	0,43	1,01	8,35	2,14	0,26	1,05
129	0,2	0,5	0,1	0,2	0,146	0,184	65,4	1,03	2,96	1,05	308,93	0,44	1,01	8,31	1,44	0,27	1,05
131	0,2	0,4	0,4	0,0	0,165	0,161	44,7	1,03	4,93	1,05	239,49	0,44	1,01	8,96	1,40	0,26	1,05
132	0,2	0,4	0,3	0,1	0,186	0,193	47,5	1,03	4,91	1,05	286,84	0,43	1,01	8,70	2,27	0,26	1,05
134	0,2	0,4	0,1	0,3	0,148	0,179	69,1	1,03	3,42	1,05	331,68	0,45	1,01	8,45	1,54	0,27	1,05
135	0,2	0,4	0,0	0,4	0,149	0,174	75,7	1,03	4,39	1,05	366,09	0,45	1,01	8,71	1,75	0,27	1,05
136	0,2	0,3	0,5	0,0	0,175	0,154	39,0	1,03	6,38	1,05	221,75	0,44	1,01	9,30	1,47	0,25	1,05
138	0,2	0,3	0,3	0,2	0,184	0,201	51,7	1,03	4,02	1,05	307,49	0,44	1,01	8,38	2,33	0,26	1,05
139	0,2	0,3	0,2	0,3	0,154	0,185	65,5	1,03	2,99	1,05	326,28	0,45	1,01	8,32	1,47	0,26	1,05
140	0,2	0,3	0,1	0,4	0,152	0,177	72,8	1,03	3,90	1,05	357,61	0,45	1,01	8,58	1,64	0,27	1,05
141	0,2	0,3	0,0	0,5	0,155	0,173	79,5	1,03	5,07	1,05	398,42	0,45	1,01	8,87	1,87	0,27	1,05
142	0,2	0,2	0,6	0,0	0,170	0,142	36,1	1,03	6,76	1,05	198,46	0,45	1,01	9,40	1,39	0,25	1,05
143	0,2	0,2	0,5	0,1	0,191	0,167	41,2	1,03	7,10	1,05	255,14	0,44	1,01	9,35	1,94	0,26	1,05
144	0,2	0,2	0,4	0,2	0,191	0,192	48,8	1,03	5,16	1,05	301,70	0,44	1,01	8,74	2,40	0,26	1,05
145	0,2	0,2	0,3	0,3	0,179	0,207	55,9	1,03	3,29	1,05	324,12	0,45	1,01	8,10	2,25	0,26	1,05
146	0,2	0,2	0,2	0,4	0,155	0,180	69,6	1,03	3,47	1,05	350,14	0,45	1,01	8,47	1,55	0,26	1,05
147	0,2	0,2	0,1	0,5	0,156	0,174	76,6	1,03	4,51	1,05	387,55	0,45	1,01	8,74	1,76	0,27	1,05
148	0,2	0,2	0,0	0,6	0,161	0,171	83,8	1,03	6,08	1,05	437,11	0,45	1,01	9,09	2,03	0,27	1,05
149	0,2	0,1	0,7	0,0	0,153	0,134	35,9	1,03	6,35	1,05	177,66	0,45	1,01	9,28	1,52	0,25	1,05
150	0,2	0,1	0,6	0,1	0,184	0,150	38,0	1,03	7,32	1,05	226,43	0,45	1,01	9,48	1,57	0,25	1,05
151	0,2	0,1	0,5	0,2	0,195	0,180	45,6	1,03	6,43	1,05	288,65	0,44	1,01	9,11	2,29	0,26	1,05
152	0,2	0,1	0,4	0,3	0,187	0,201	53,3	1,03	4,14	1,05	322,73	0,45	1,01	8,40	2,41	0,26	1,05
154	0,2	0,1	0,2	0,5	0,159	0,177	73,6	1,03	4,03	1,05	377,80	0,46	1,01	8,62	1,67	0,26	1,05
155	0,2	0,1	0,1	0,6	0,162	0,173	80,8	1,03	5,37	1,05	423,01	0,45	1,01	8,94	1,91	0,27	1,05
156	0,2	0,1	0,0	0,7	0,172	0,154	84,3	1,03	8,60	1,05	470,87	0,45	1,01	9,59	2,28	0,27	1,05
157	0,2	0,0	0,8	0,0	0,139	0,132	35,5	1,02	6,51	1,05	159,68	0,44	1,01	9,25	1,81	0,24	1,05
158	0,2	0,0	0,7	0,1	0,171	0,138	35,9	1,03	6,89	1,05	198,89	0,46	1,01	9,42	1,39	0,25	1,05
159	0,2	0,0	0,6	0,2	0,194	0,163	41,8	1,03	7,44	1,05	263,33	0,45	1,01	9,42	1,94	0,26	1,05
160	0,2	0,0	0,5	0,3	0,194	0,191	50,4	1,03	5,33	1,05	316,58	0,45	1,01	8,77	2,48	0,26	1,05
161	0,2	0,0	0,4	0,4	0,172	0,195	60,8	1,03	3,05	1,05	339,55	0,46	1,01	8,20	1,79	0,26	1,05
162	0,2	0,0	0,3	0,5	0,162	0,180	70,4	1,03	3,64	1,05	369,23	0,46	1,01	8,50	1,61	0,26	1,05
163	0,2	0,0	0,2	0,6	0,163	0,174	77,7	1,03	4,77	1,05	410,34	0,46	1,01	8,80	1,81	0,26	1,05
164	0,2	0,0	0,1	0,7	0,170	0,164	84,0	1,03	7,22	1,05	463,90	0,45	1,01	9,33	2,14	0,26	1,05
165	0,2	0,0	0,0	0,8	0,180	0,148	83,0	1,03	9,26	1,05	484,07	0,46	1,01	9,72	2,32	0,27	1,05
169	0,1	0,7	0,2	0,0	0,128	0,203	51,3	1,02	2,41	1,05	212,08	0,39	1,01	8,12	1,34	0,26	1,05
170	0,1	0,7	0,1	0,1	0,145	0,203	57,3	1,02	2,15	1,05	269,71	0,43	1,01	7,95	1,39	0,27	1,05

171	0,1	0,7	0,0	0,2	0,149	0,206	66,9	1,03	2,01	1,05	322,18	0,45	1,01	7,82	1,46	0,27	1,05
172	0,1	0,6	0,3	0,0	0,141	0,186	49,4	1,02	3,16	1,05	225,44	0,41	1,01	8,43	1,34	0,26	1,05
173	0,1	0,6	0,2	0,1	0,159	0,191	55,2	1,02	2,89	1,05	283,48	0,43	1,01	8,27	1,48	0,26	1,05
174	0,1	0,6	0,1	0,2	0,154	0,185	65,5	1,03	2,96	1,05	326,28	0,45	1,01	8,30	1,47	0,26	1,05
175	0,1	0,6	0,0	0,3	0,150	0,185	73,2	1,03	3,34	1,05	356,00	0,45	1,01	8,40	1,58	0,27	1,05
176	0,1	0,5	0,4	0,0	0,151	0,168	46,3	1,02	4,17	1,05	226,90	0,42	1,01	8,76	1,36	0,26	1,05
177	0,1	0,5	0,3	0,1	0,170	0,179	52,0	1,03	3,88	1,05	285,74	0,44	1,01	8,61	1,55	0,26	1,05
178	0,1	0,5	0,2	0,2	0,179	0,207	55,9	1,03	3,29	1,05	324,12	0,45	1,01	8,10	2,25	0,26	1,05
179	0,1	0,5	0,1	0,3	0,155	0,180	69,6	1,03	3,47	1,05	350,14	0,45	1,01	8,47	1,55	0,26	1,05
181	0,1	0,4	0,5	0,0	0,161	0,151	41,7	1,03	5,43	1,05	217,73	0,44	1,01	9,09	1,38	0,25	1,05
182	0,1	0,4	0,4	0,1	0,179	0,166	47,9	1,03	5,13	1,05	276,92	0,45	1,01	8,96	1,59	0,26	1,05
183	0,1	0,4	0,3	0,2	0,187	0,201	53,3	1,03	4,14	1,05	322,73	0,45	1,01	8,40	2,41	0,26	1,05
184	0,1	0,4	0,2	0,3	0,161	0,184	66,0	1,03	3,14	1,05	343,89	0,46	1,01	8,35	1,53	0,26	1,05
187	0,1	0,3	0,6	0,0	0,171	0,138	35,9	1,03	6,89	1,05	198,89	0,46	1,01	9,42	1,39	0,25	1,05
188	0,1	0,3	0,5	0,1	0,186	0,158	42,7	1,03	6,61	1,05	257,81	0,45	1,01	9,31	1,66	0,26	1,05
189	0,1	0,3	0,4	0,2	0,194	0,191	50,4	1,03	5,33	1,05	316,58	0,45	1,01	8,77	2,48	0,26	1,05
191	0,1	0,3	0,2	0,4	0,162	0,180	70,4	1,03	3,64	1,05	369,23	0,46	1,01	8,50	1,61	0,26	1,05
193	0,1	0,3	0,0	0,6	0,170	0,164	84,0	1,03	7,18	1,05	463,59	0,45	1,01	9,33	2,14	0,26	1,05
194	0,1	0,2	0,7	0,0	0,153	0,135	35,9	1,03	6,34	1,05	177,66	0,45	1,01	9,28	1,52	0,25	1,05
195	0,1	0,2	0,6	0,1	0,184	0,144	38,1	1,03	7,41	1,05	227,96	0,46	1,01	9,51	1,51	0,25	1,05
196	0,1	0,2	0,5	0,2	0,199	0,177	46,8	1,03	6,72	1,05	301,59	0,45	1,01	9,17	2,35	0,26	1,05
197	0,1	0,2	0,4	0,3	0,190	0,200	55,0	1,03	4,25	1,05	338,16	0,45	1,01	8,41	2,48	0,26	1,05
199	0,1	0,2	0,2	0,5	0,165	0,176	74,6	1,03	4,28	1,05	399,06	0,46	1,01	8,68	1,73	0,26	1,05
200	0,1	0,2	0,1	0,6	0,169	0,172	82,3	1,03	5,85	1,05	449,70	0,46	1,01	9,04	2,00	0,26	1,05
201	0,1	0,2	0,0	0,7	0,180	0,152	83,0	1,03	8,82	1,05	483,68	0,46	1,01	9,64	2,28	0,26	1,05
202	0,1	0,1	0,8	0,0	0,139	0,132	35,5	1,02	6,51	1,05	159,68	0,44	1,01	9,25	1,81	0,24	1,05
203	0,1	0,1	0,7	0,1	0,171	0,138	35,9	1,03	6,89	1,05	198,89	0,46	1,01	9,42	1,39	0,25	1,05
204	0,1	0,1	0,6	0,2	0,197	0,158	42,3	1,03	7,74	1,05	269,62	0,46	1,01	9,49	1,92	0,25	1,05
205	0,1	0,1	0,5	0,3	0,197	0,190	51,9	1,03	5,51	1,05	331,60	0,45	1,01	8,80	2,55	0,26	1,05
206	0,1	0,1	0,4	0,4	0,176	0,192	62,4	1,03	3,35	1,05	356,53	0,46	1,01	8,31	1,84	0,26	1,05
207	0,1	0,1	0,3	0,5	0,168	0,179	71,4	1,03	3,90	1,05	389,15	0,46	1,01	8,57	1,69	0,26	1,05
208	0,1	0,1	0,2	0,6	0,170	0,174	79,1	1,03	5,19	1,05	434,81	0,46	1,01	8,89	1,90	0,26	1,05
209	0,1	0,1	0,1	0,7	0,180	0,154	83,0	1,03	8,58	1,05	483,17	0,46	1,01	9,60	2,26	0,26	1,05
210	0,1	0,1	0,0	0,8	0,187	0,149	81,3	1,04	9,08	1,05	492,54	0,46	1,02	9,69	2,28	0,26	1,05
212	0,1	0,0	0,8	0,1	0,153	0,134	35,9	1,03	6,35	1,05	177,66	0,45	1,01	9,28	1,52	0,25	1,05
213	0,1	0,0	0,7	0,2	0,184	0,144	38,2	1,03	7,41	1,05	227,97	0,46	1,01	9,51	1,51	0,25	1,05
214	0,1	0,0	0,6	0,3	0,202	0,175	48,0	1,03	7,03	1,05	314,14	0,46	1,01	9,23	2,39	0,25	1,05
215	0,1	0,0	0,5	0,4	0,192	0,199	56,9	1,03	4,37	1,05	353,91	0,46	1,01	8,44	2,53	0,26	1,05
216	0,1	0,0	0,4	0,5	0,173	0,183	67,8	1,04	3,66	1,05	380,72	0,47	1,01	8,47	1,73	0,26	1,05
217	0,1	0,0	0,3	0,6	0,171	0,176	75,9	1,04	4,65	1,05	421,64	0,47	1,01	8,76	1,83	0,26	1,05
218	0,1	0,0	0,2	0,7	0,178	0,165	82,7	1,04	7,14	1,05	476,42	0,46	1,01	9,32	2,14	0,26	1,05
220	0,1	0,0	0,0	0,9	0,194	0,150	79,1	1,04	9,00	1,05	496,89	0,47	1,02	9,67	2,28	0,26	1,05
225	0,0	0,8	0,1	0,1	0,128	0,210	56,6	1,02	1,90	1,05	234,77	0,41	1,01	7,84	1,32	0,27	1,05
226	0,0	0,8	0,0	0,2	0,140	0,213	63,9	1,03	1,70	1,05	289,43	0,44	1,01	7,64	1,39	0,27	1,05
227	0,0	0,7	0,3	0,0	0,125	0,199	49,1	1,01	2,73	1,05	198,16	0,38	1,01	8,25	1,36	0,26	1,05
228	0,0	0,7	0,2	0,1	0,145	0,197	54,5	1,02	2,46	1,05	256,30	0,42	1,01	8,12	1,37	0,27	1,05
229	0,0	0,7	0,1	0,2	0,157	0,206	61,9	1,03	2,18	1,05	314,44	0,45	1,01	7,86	1,58	0,27	1,05
230	0,0	0,7	0,0	0,3	0,152	0,205	72,9	1,03	2,20	1,05	359,85	0,46	1,01	7,88	1,56	0,27	1,05
231	0,0	0,6	0,4	0,0	0,137	0,181	47,1	1,02	3,53	1,05	208,97	0,40	1,01	8,55	1,36	0,26	1,05

232	0,0	0,6	0,3	0,1	0,157	0,183	52,0	1,02	3,31	1,05	265,05	0,43	1,01	8,46	1,41	0,26	1,05
233	0,0	0,6	0,2	0,2	0,170	0,197	59,8	1,03	2,89	1,05	329,29	0,45	1,01	8,15	1,76	0,26	1,05
234	0,0	0,6	0,1	0,3	0,161	0,189	70,6	1,03	3,08	1,05	367,45	0,46	1,01	8,30	1,60	0,26	1,05
235	0,0	0,6	0,0	0,4	0,157	0,192	78,8	1,03	3,37	1,05	400,57	0,46	1,01	8,37	1,71	0,26	1,05
236	0,0	0,5	0,5	0,0	0,147	0,162	43,8	1,02	4,59	1,05	208,30	0,42	1,01	8,87	1,39	0,25	1,05
237	0,0	0,5	0,4	0,1	0,168	0,169	48,3	1,03	4,41	1,05	262,37	0,44	1,01	8,80	1,45	0,26	1,05
238	0,0	0,5	0,3	0,2	0,181	0,189	56,9	1,03	3,85	1,05	333,38	0,45	1,01	8,47	1,92	0,26	1,05
239	0,0	0,5	0,2	0,3	0,167	0,184	66,8	1,03	3,36	1,05	361,98	0,46	1,01	8,40	1,62	0,26	1,05
240	0,0	0,5	0,1	0,4	0,165	0,176	74,6	1,03	4,28	1,05	399,06	0,46	1,01	8,68	1,73	0,26	1,05
241	0,0	0,5	0,0	0,5	0,166	0,183	81,6	1,03	4,63	1,05	437,48	0,46	1,01	8,74	1,89	0,26	1,05
242	0,0	0,4	0,6	0,0	0,157	0,142	38,7	1,03	5,89	1,05	197,12	0,44	1,01	9,20	1,42	0,25	1,05
243	0,0	0,4	0,5	0,1	0,176	0,156	43,7	1,03	5,76	1,05	249,33	0,45	1,01	9,15	1,48	0,26	1,05
244	0,0	0,4	0,4	0,2	0,190	0,180	53,0	1,03	5,07	1,05	325,65	0,46	1,01	8,82	2,04	0,26	1,05
245	0,0	0,4	0,3	0,3	0,176	0,192	62,4	1,03	3,35	1,05	356,53	0,46	1,01	8,31	1,84	0,26	1,05
246	0,0	0,4	0,2	0,4	0,168	0,179	71,4	1,03	3,90	1,05	389,15	0,46	1,01	8,57	1,69	0,26	1,05
248	0,0	0,4	0,0	0,6	0,176	0,173	82,0	1,04	6,04	1,05	467,47	0,46	1,01	9,08	2,06	0,26	1,05
249	0,0	0,3	0,7	0,0	0,153	0,134	35,9	1,03	6,35	1,05	177,66	0,45	1,01	9,28	1,52	0,25	1,05

Tabela 8.62. Solução com maior razão entropia/EPG

Nsub	w _{1j}	w _{2j}	w _{3j}	w _{4j}	fza	fzt	vc	MSE Fa	MSE Ront	MSE Ra	MRR					
					codificado							normalizado				
123	0,2	0,7	0	0,1	-0,115	1,184	0,006	0,476	0,023	0,723	0,623					
fza	fzt	vc	MSE Fa	MSE Ront	MSE Ra	MRR	E(Fz)	Var(Fz)	E(Ront)	Var(Ront)	E(Ra)	Var(Ra)	EPG	Entropy	Entropy/EPG	
$\mu\text{m/dente}$	mm/dente	m/min	kN^2	μm^2	μm^2	mm^3/min	kN	kN^2	μm	μm^2	μm	μm^2				
0,144	0,209	60,1	1,024	1,895	1,050	281,010	0,432	1,011	7,774	1,415	0,270	1,047	0,671	0,802	1,194	

8.5.5. Ensaios de confirmação

Foram realizados ensaios de confirmação com a finalidade de avaliar a robustez em relação às variáveis de ruído fixadas experimentalmente. Foi escolhida a solução com maior razão entropia/EPG, sendo esta solução resumida na Tabela 8.61. Considerando esta solução foram realizados ensaios com os seguintes níveis ótimos dos parâmetros f_{za} , f_{zt} e v_c , $\mathbf{x}_{nsub=123}^* = [0,144 \mu\text{m/dente}; 0,209 \text{ mm/dente}; 60,1 \text{ m/min}]$. Já os parâmetros de ruído foram variados nos mesmos níveis do planejamento planejado exposto na Tabela 8.1, considerando um fatorial completo 2^3 não replicado com adição de um ponto central. O objetivo é testar a significância dos efeitos das variáveis de ruído nas respostas consideradas na otimização e averiguar a robustez da solução Pareto ótima escolhida para confirmação.

A Tabela 8.63 apresenta o planejamento dos ensaios de confirmação com os resultados experimentais das respostas avaliadas. O planejamento não replicado é suficiente para avaliar os efeitos principais das variáveis de ruído. A adição de um ponto central das variáveis de ruído foi realizada para testar uma condição de ruído que também foi fixada experimentalmente nos ensaios principais. Em relação à resposta determinística taxa de remoção de material foi obtido o valor calculado de $281,01 \text{ mm}^3/\text{min}$, invariável em relação às variáveis de ruído.

Tabela 8.63. Ensaios de confirmação

Ordem padrão	f_{za}	f_{zt}	v_c	l_{to}	h_d	l_b	F_a	R_a	R_{ont}
	$\mu\text{m/dente}$	mm/dente	m/min	mm	HRC	-	kN	μm	μm
1				31	45	-1	0,45	0,23	5,58
2				35	45	-1	0,48	0,19	6,18
3				31	55	-1	0,55	0,19	5,34
4				35	55	-1	0,54	0,22	3,97
5	0,14	0,21	60,1	31	45	1	0,33	0,24	6,09
6				35	45	1	0,32	0,28	4,89
7				31	55	1	0,38	0,23	6,62
8				35	55	1	0,41	0,24	7,54
9				33	50	0	0,45	0,25	5,29

Testou-se a correlação entre as respostas F_a , R_a e R_{ont} com a finalidade de escolher entre os testes univariados ou multivariados para testar a significância. Houve significância na correlação entre F_a , R_a com coeficiente de correlação de Pearson igual a -0,78 e p-valor do teste igual a 0,013. Deste modo, foi realizada a análise de componentes principais entre as duas respostas, sendo retida a primeira componente, $PC_{1(F_a, R_a)}$ com 0,89 de proporção de explicação da variabilidade das respostas e autovalor igual a 1,78.

A Tabela 8.64 resume os p-valores obtidos através das ANOVAS para as respostas F_a , R_a , R_{ont} e $PC_{1(F_a,R_a)}$ em relação às variáveis de ruído l_{to} , h_d e l_b . Foi utilizado o método de mínimos quadrados ordinários, uma vez que foi obtida variância homocedástica entre as condições experimentais para todas as respostas. Também foi obtida normalidade dos resíduos para todas as respostas avaliadas. Para a resposta F_a foi obtida robustez apenas em relação ao comprimento em balanço da fresa. Foi observada significância em relação às variáveis de ruído dureza e altura medida no furo. Especialmente em relação à dureza era esperada a sensibilidade da força axial, de forma que foi observado efeito linear positivo nos esforços axiais em relação à dureza. Já em relação à altura medida no furo foi observado a diminuição dos esforços de corte na saída do furo.

Para a resposta R_a avaliada de forma univariada não houve significância em relação às variáveis de ruído considerando o nível de significância adotado. Porém, pela ANOVA para $PC_{1(F_a,R_a)}$ que leva em consideração não só a variabilidade isolada de R_a , mas a covariância desta com F_a , observou-se significância para a altura medida no furo, uma vez que $p\text{-valor} = 0,009 < 0,05 = \alpha$. Pelos resultados pode-se observar que no início do furo a rugosidade é menor que no fim. Alcançar a robustez da rugosidade em relação à altura medida no furo é uma tarefa complexa, uma vez que no início do furo o corte periférico é realizado mais vezes, de forma a melhorar a rugosidade, conforme já discutido segundo os resultados de Li e Liu (2013). Para a circularidade total R_{ont} não foi observada significância das variáveis de ruído, de forma que foi possível obter um furo robusto em relação às variáveis de ruído consideradas.

Tabela 8.64. Significância das variáveis de ruído nos ensaios de confirmação pelas ANOVAs

	F_a	R_a	R_{ont}	$PC_{1(F_a,R_a)}$
	p-valores			
l_{to}	0,463	0,539	0,779	0,694
h_d	0,002	0,332	0,843	0,081
l_b	0,000	0,071	0,307	0,009
ponto central	0,250	0,517	0,727	0,741

A Figura 8.64 resume os testes de hipóteses realizados para comparar a média obtida nos ensaios de confirmação em relação ao valor médio obtido nos modelos de previsão para F_a , R_a e R_{ont} , segundo solução Pareto ótima resumida na Tabela 8.62. Para a resposta F_a , que não apresentou robustez em relação a h_d e l_b , a média dos ensaios de confirmação foi bem próxima em relação ao valor obtido pelo modelo de previsão, de forma que não foi rejeitada a hipótese nula, não havendo indícios para afirmar que a média dos ensaios de confirmação é diferente da obtida pelo modelo de média para esta resposta. Já para as respostas de qualidade do furo R_a e

Ron_t , pode-se notar que há diferença entre a média dos ensaios de confirmação e a obtida pelo modelo para ambas. O intervalo de confiança de ambas apresentou limite superior menor que o valor obtido pelo modelo de média destas respostas.

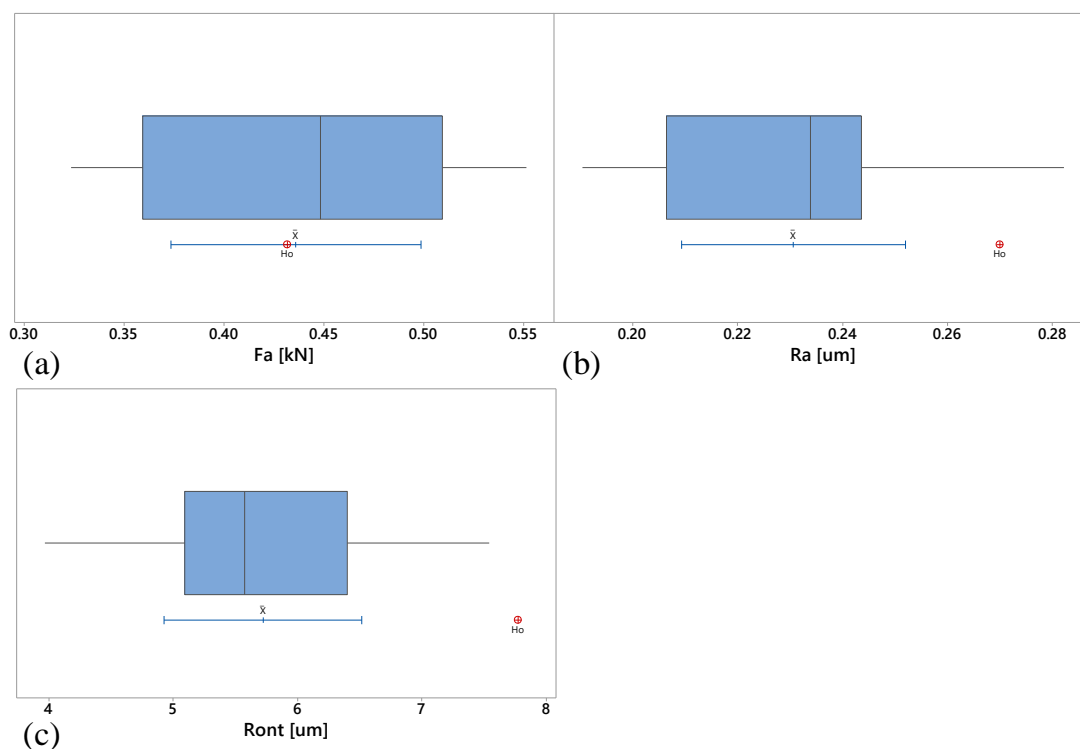


Figura 8.64. Testes de hipóteses para média dos ensaios de confirmação em relação aos valores dos modelos de média (a) F_a ; (b) R_a e (c) Ron_t

Pode-se concluir que nos ensaios de confirmação foram obtidos furos com qualidade superficial e de forma circular melhores do que os esperados segundo as estimativas dos modelos de média. O erro dos modelos de média pode estar relacionado ao tempo superior a um ano decorrido entre os ensaios principais e os de confirmação, dificultando a ratificação dos modelos estatísticos.

8.6. Vida da ferramenta no fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 endurecido

Foram conduzidos ensaios de vida da ferramenta com a finalidade de avaliar o tempo de vida da fresa utilizada no fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 endurecido com 55 HRC. Estes ensaios foram conduzidos na Universidade de Aveiro, no laboratório de usinagem

do grupo de pesquisa MACTRIB, integrado ao Centro de Tecnologia Mecânica e Automação (TEMA) do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Aveiro, como parte dos objetivos propostos para o estágio de doutorado pelo programa de doutorado sanduíche (PDSE) da CAPES, processo número 88881.133263/2016-01. Os ensaios foram realizados em duas condições de corte ambas com avanços por dente na condição de ponto central, a saber, $f_{za} = 0,15 \mu\text{m/dente}$ e $f_{zt} = 0,15 \text{ mm/dente}$ e com velocidades de corte distintas, sendo a inferior igual a $v_c = 60 \text{ m/min}$ e a superior igual a $v_c = 175 \text{ m/min}$. A primeira velocidade de corte consiste no nível central, enquanto a segunda consiste em uma condição que extrapola os níveis adotados no planejamento, Tabela 8.1, com a finalidade de testar o limite da fresa em relação à velocidade de corte, variável mais influente no desgaste da ferramenta uma vez que acelera os mecanismos de desgaste que envolvem atrito e temperatura.

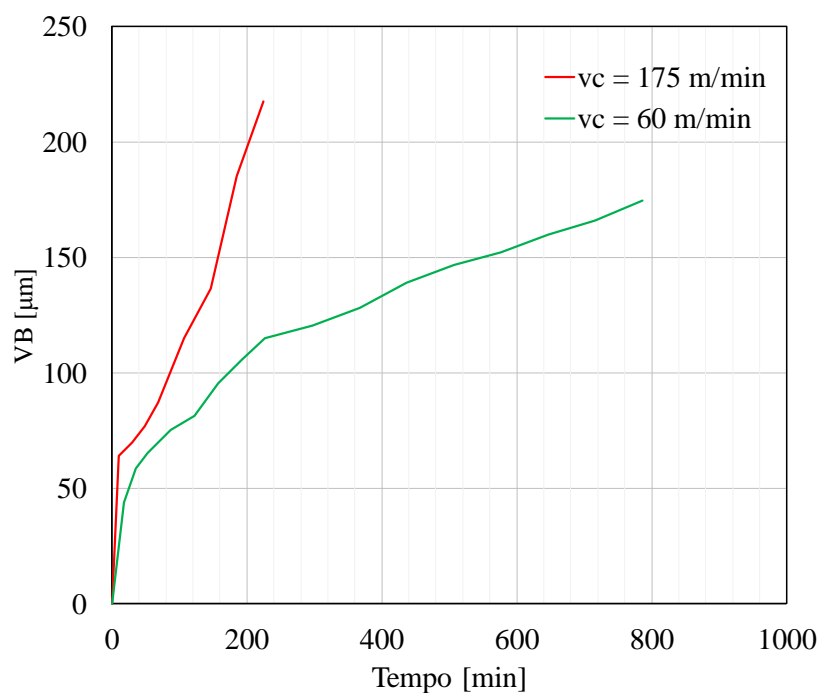


Figura 8.65. Curvas de desgaste fresa *Sandvik® Coromill Plura* código ISO/ANSI R215.H4-10050DAC03H 1610 no fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 com 55 HRC

A Figura 8.65 plota as curvas de desgaste para os ensaios de vida no fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 endurecido. Os resultados medidos são referentes ao desgaste de flanco médio das arestas frontais, uma vez que este tipo de desgaste ocorreu de maneira homogênea nas arestas frontais, definindo o fim da vida da fresa. Tomando como critério de fim de vida o desgaste de flanco médio $VB = 0,15 \text{ mm}$, com $v_c = 60 \text{ m/min}$, foram usinados 37 furos de 20 mm de profundidade, com tempo de usinagem total igual a 646 min,

enquanto para os testes com $v_c = 175$ m/min, foram obtidos 19 furos, com tempo total de 185,14 min. Dada a alta resistência da fresa nas velocidades testadas, pode-se avaliar a possibilidade de aumentar a velocidade de corte no processo de fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13.

Considerando o critério de fim de vida $VB = 0,15$ mm para as duas velocidades, o tempo de vida médio é resumido na Tabela 8.65. A partir destes resultados pode-se estabelecer a curva de vida da ferramenta de Taylor, $T \times v_c^x = k$. Considerando os dois pares v_c e T da Tabela 8.65, as constantes da Equação de vida são $x = 1,064$ e $k = 39059,61$. Logo, a Equação de vida fica, $T \times v_c^{1,064} = 39059,61$. Esta Equação é extremamente simplista, mas serve para avaliar o efeito da velocidade de corte na vida e dar ao experimentador uma referência para a resistência da fresa utilizada no fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13, considerando as condições experimentais adotadas nos ensaios de vida deste trabalho.

Tabela 8.65. v_c e T no critério de fim de vida $VB = 0,15$ mm

v_c [m/min]	T [min]
60	550
175	160

A Figura 8.66 expõe imagens de microscopia eletrônica por varredura, 8.66(a), e de microscopia óptica, 8.66(b), dos desgastes de flanco das arestas frontais para os ensaios de desgaste com a velocidade de corte de 60m/min. Para as outras arestas de corte medidas o desgaste foi similar à aresta considerada nas imagens da Figura 8.66. As áreas (i) e (ii) serão analisadas posteriormente com maior ampliação e EDS.

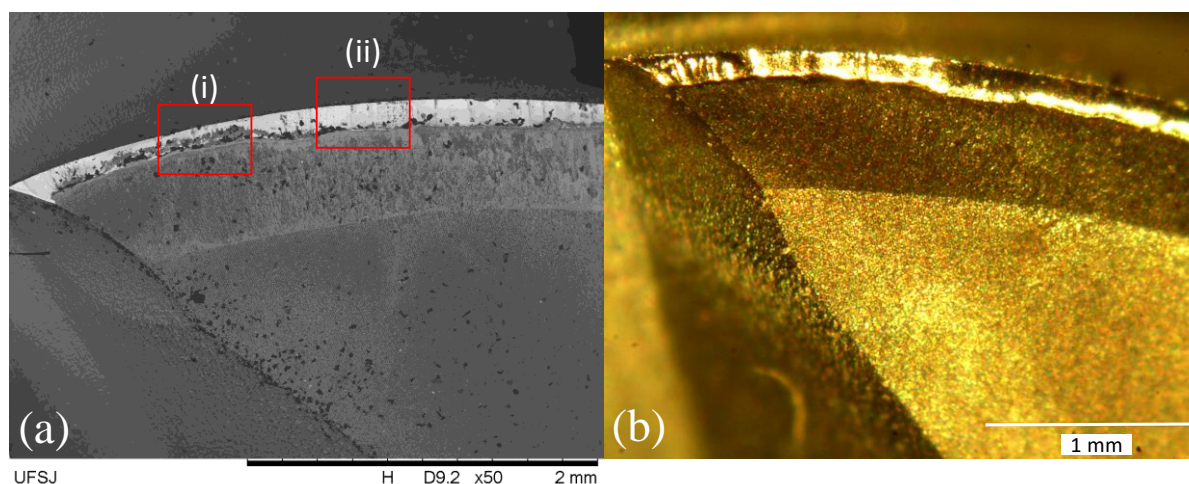


Figura 8.66. Desgaste de flanco, $v_c = 60$ m/min (a) MEV, (b) microscopia óptica

A microscopia óptica foi realizada para possibilitar a medição do desgaste de flanco e obter as curvas de desgaste. A microscopia eletrônica de varredura (MEV) foi realizada para facilitar a visualização e o entendimento dos mecanismos de desgaste, além de possibilitar a espectroscopia por dispersão de energia de raios X (EDS). Pode-se observar que o desgaste de flanco foi homogêneo na superfície de folga da fresa.

A Figura 8.67 expõe imagens do desgaste de flanco na aresta de corte frontal, para os ensaios de desgaste na velocidade de corte mais alta, igual a 175 m/min. Pode-se observar que neste caso o desgaste de flanco foi maior na região da superfície de folga mais próxima à extremidade central da aresta de corte, sendo menor e mais homogêneo após 1,5 mm de distância do centro da aresta de corte.

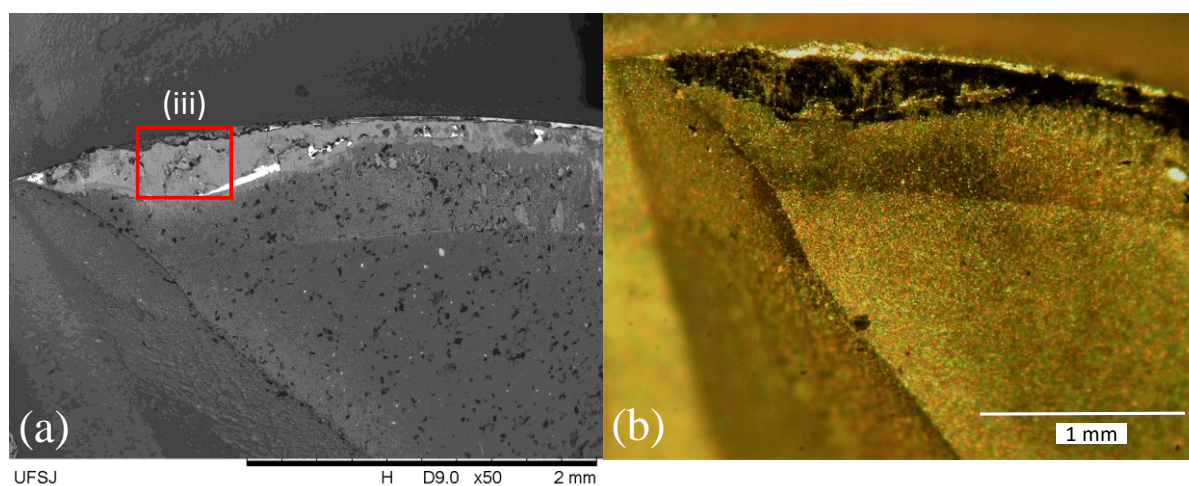


Figura 8.67. Desgaste de flanco, $v_c = 175$ m/min (a) MEV, (b) microscopia óptica

A Figura 8.68(a) apresenta a ampliação obtida por MEV da área (i) da Figura 8.67 ampliada com o espectro de EDS da área (iv) na Figura 8.68(b). Esta fresa foi desgastada com $v_c = 60$ m/min. Os elementos com os percentuais em massa e atômica são resumidos na Tabela 8.66. A presença de Fe e Cr, elementos encontrados na composição química do aço ABNT/AISI H13, na área (iv) indica que ocorreu adesão nesta região. A presença de oxigênio indica a formação de óxidos com os outros compostos resultante da perda de carbonetos, conforme explicam Qin *et al.* (2014b). Entretanto, a oxidação pode ter ocorrido após os ensaios, no intervalo de tempo entre os ensaios de vida e a avaliação por MEV/EDS.

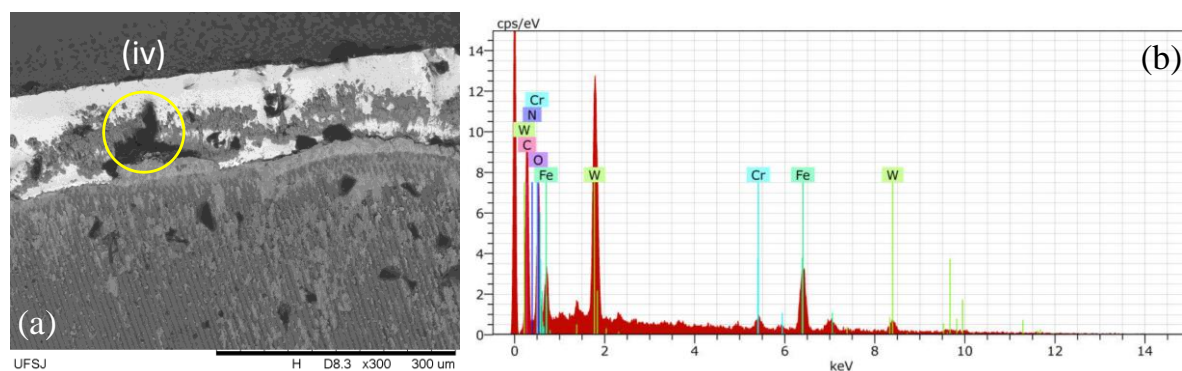


Figura 8.68. (a) MEV da área (i) da Figura 8.86; (b) EDS da área (iv)

Tabela 8.66. Elementos identificados por EDS na área (iv)

Elemento	C	O	Fe	W	N	Cr
% massa	33,35	22,13	21,48	15,20	5,39	2,46
% atômica	54,88	27,34	7,60	1,63	7,61	0,93

A Figura 8.69(a) apresenta a ampliação obtida por MEV da área (ii) da Figura 8.66. Foram realizadas análises EDS nas áreas (v) e (vi) com os espectros obtidos expostos nas Figuras 8.69(b) e (c), respectivamente. A Tabela 8.67 resume os percentuais dos elementos encontrados na análise por EDS. A maior porcentagem dos elementos W e C indicam nesta região a presença do carboneto de tungstênio, WC. Estes elementos, com maior presença na região (v) que na região (vi), apresentam a coloração branca observada na região desgastada do flanco da fresa na Figura 8.69(a). A presença de oxigênio ainda indica a ocorrência de oxidação. Por fim a presença de em pequena porcentagem N indica ainda um pouco da cobertura da fresa, e o Fe em pequena quantidade também indica adesão, em quantidade mínima.

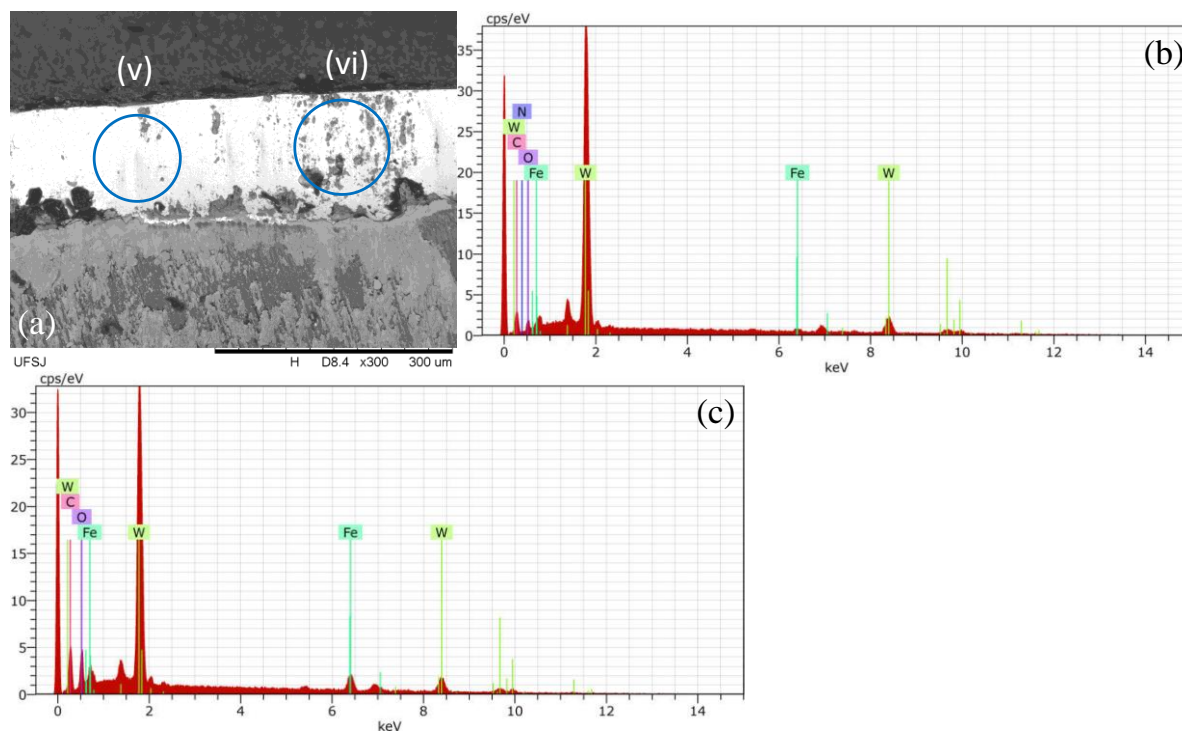


Figura 8.69. (a) MEV da área (ii) da Figura 8.66; (b) EDS da área (v); (c) EDS da área (vi)

Tabela 8.67. Elementos identificados por EDS nas áreas (v) e (vi)

	Elemento	W	C	O	N	Fe
v	% massa	76,66	14,64	5,11	1,92	1,66
	% atômica	19,65	57,43	15,05	6,47	1,40
vi	% massa	58,29	20,96	12,15	-	8,61
	% atômica	10,65	58,65	25,52	-	5,18

A Figura 8.70(a) apresenta a ampliação da área (iii) da Figura 8.67, com a análise EDS da área (vii) na Figura 8.70(b). A Tabela 8.68 apresenta os percentuais em massa e atômico dos elementos químicos presentes na região (vii). O pico de Fe nesta fresa, desgastada com $v_c = 175$ m/min, pelo aspecto quebradiço observado, em ampliação menor na Figura 8.67(a) e em detalhe na Figura 8.70(a), caracteriza adesão do material da peça na superfície de folga da ferramenta.

Tabela 8.68. Elementos identificados por EDS na área (vii)

Elemento	Fe	O	C	Cr
% massa	53,14	25,48	18,42	2,95
% atômica	23,01	38,52	37,10	1,37

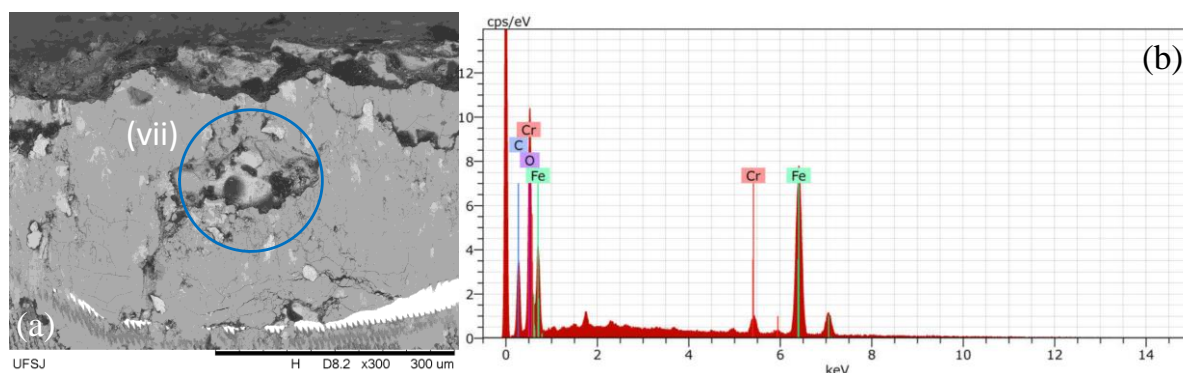


Figura 8.70. (a) MEV da área (vii) da Figura 8.67; (b) EDS da área (vii)

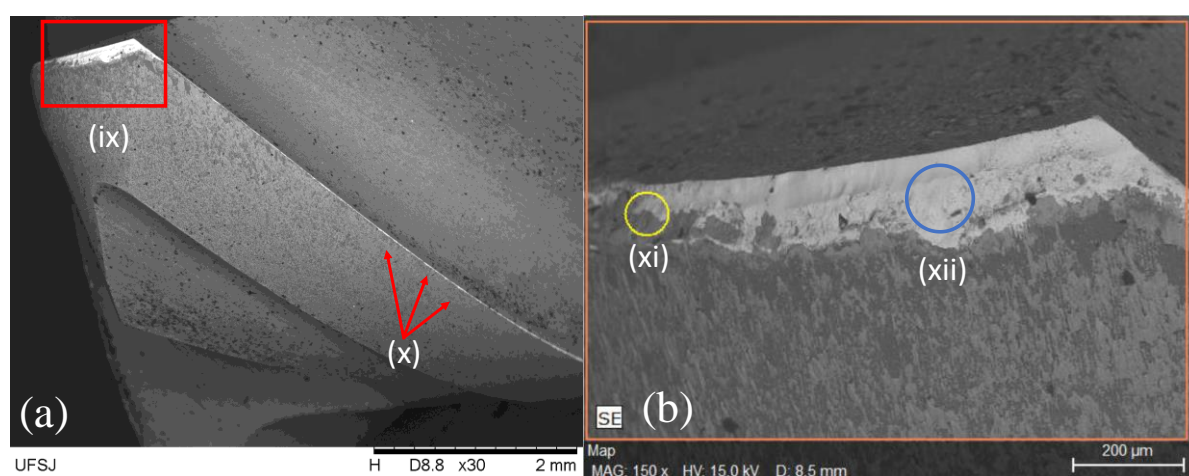


Figura 8.71. (a) MEV da aresta periférica, $v_c = 60$ m/min; (b) detalhe da área (ix)

A Figura 8.71 apresenta imagens obtidas por MEV da periferia da fresa desgastada com $v_c = 60$ m/min. A região apontada (x) apresenta leve remoção da cobertura no flanco da fresa. Na Figura 8.71(b) apresenta-se a área (xi) ampliada que consiste na superfície de folga da ponta da fresa. A coloração é similar à observada no flanco do centro da aresta de corte da Figura 8.69(a). Foram destacadas duas áreas, (xi) e (xii), sendo realizado análise EDS com os respectivos espectros na Figura 8.72(a) e 8.72(b).

A Tabela 8.69 apresenta os percentuais em massa e atômico obtidos através das análises de EDS das áreas (xi) e (xii). A área (xi), com coloração mais escura, apresentou além dos elementos do substrato W e C, a presença de Fe, que indica adesão e O, que indica a formação de óxidos com estes elementos metálicos. Já a área (xii) praticamente toda com área mais clara, apresentou maior porcentagem dos elementos do substrato W e C, porém também com um pouco de Fe e O, dadas as pequenas manchas escuras que podem ser observadas. A presença de Co caracteriza a fase ligante do metal duro conferindo plasticidade e tenacidade conforme explicam Mao *et al.* (2015) e Wang *et al.* (2013). Entretanto, não se pode afirmar com certeza

que os únicos carbonetos que compõem a fase dura da fresa utilizada são de WC. Geralmente na usinagem de aços outros carbonetos são adicionados conferindo maior dureza a quente e resistência à deformação.

Tabela 8.69. Elementos identificados por EDS nas áreas (xi) e (xii)

Elemento		Fe	W	O	C	Co
xi	% massa	31,40	28,84	25,39	13,07	1,30
	% atômica	16,46	4,59	46,46	31,84	0,64
xii	% massa	2,30	76,21	4,96	12,82	3,76
	% atômica	2,18	21,86	16,36	56,30	3,31

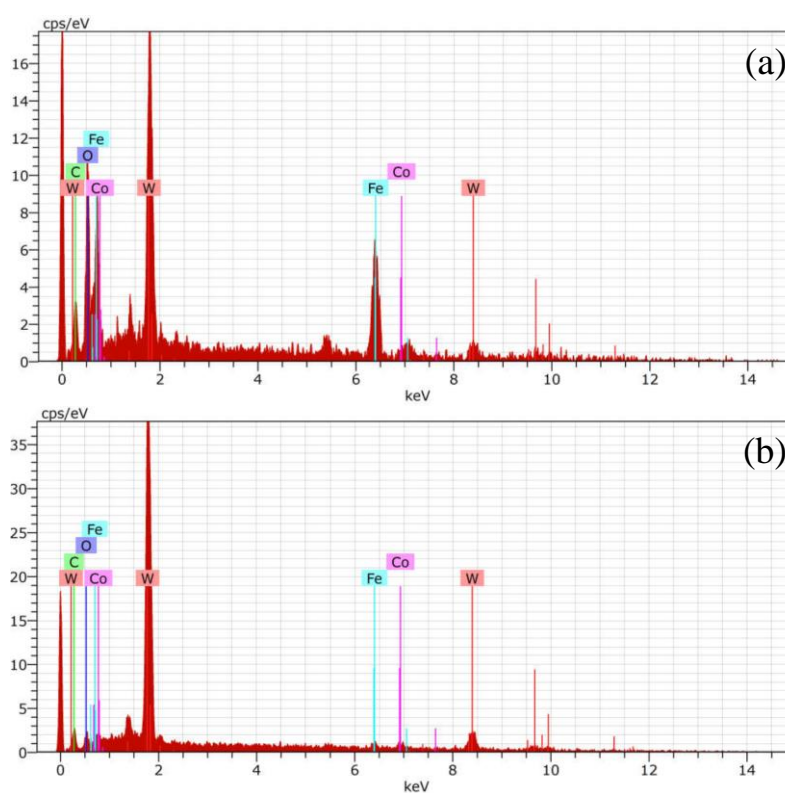


Figura 8.72. (a) EDS da área (xi) da Figura 8.71; (b) EDS da área (xii) da Figura 8.72

A Figura 8.73 apresenta imagens obtidas por MEV da periferia da fresa desgastada com $v_c = 175$ m/min. A área (xiii) da Figura 8.73(a) é ampliada na Figura 8.73(b). Na Figura 8.73(a) foi selecionada a área (xiv) do flanco periférico da fresa para realizar EDS. A região apontada (xv) apresentou mais remoção da cobertura em relação à fresa observada na Figura 8.71(a), devido o aumento da velocidade de corte. Na ampliação exposta na Figura 8.73(b) é destacada a área (xvi) para EDS e pode-se observar uma fratura no flanco da ponta da fresa. Esta fratura

pode ser efeito das condições de choques mecânicos no fresamento com a alta velocidade adotada.

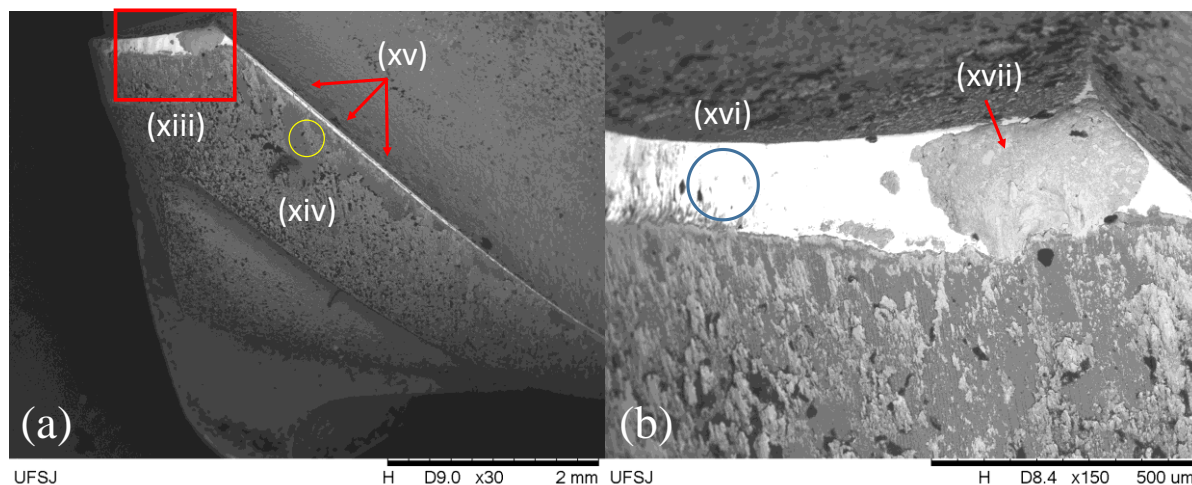


Figura 8.73. (a) MEV da aresta periferica, $v_c = 175$ m/min; (b) detalhe da área (xiii)

Tabela 8.70. Elementos identificados por EDS nas áreas (xiv) e (xvi)

	Elemento	Fe	O	Ti	Al	N
xiv	% massa	26,08	25,28	22,18	16,45	10,01
	% atômico	12,18	41,20	12,08	15,90	18,64
	Elemento	W	C	Fe	Co	
xvi	% massa	72,06	18,12	6,18	3,64	
	% atômico	18,90	72,78	5,34	2,98	

Os espectros das análises EDS das áreas (xiv) e (xvi) são ilustrados nas Figuras 8.74(a) e 8.74(b), respectivamente. Os elementos identificados com as porcentagens em massa e atômica nas análises das EDS são resumidos na Tabela 8.70. Para a área (xiv) pode-se observar a presença dos elementos que compõem a cobertura da fresa Ti, Al e N. Além destes elementos, que somam quase 50% em massa, pode-se observar Fe e O em grande quantidade, caracterizando a adesão de Fe seguida de oxidação, formando o composto FeO. Já na área (xvi) observou-se a presença em abundância do composto que compõe a fase dura do substrato de metal duro WC, além de Co que compõe a fase ligante em pequena quantidade e, também, Fe em pequena quantidade devido a adesão.

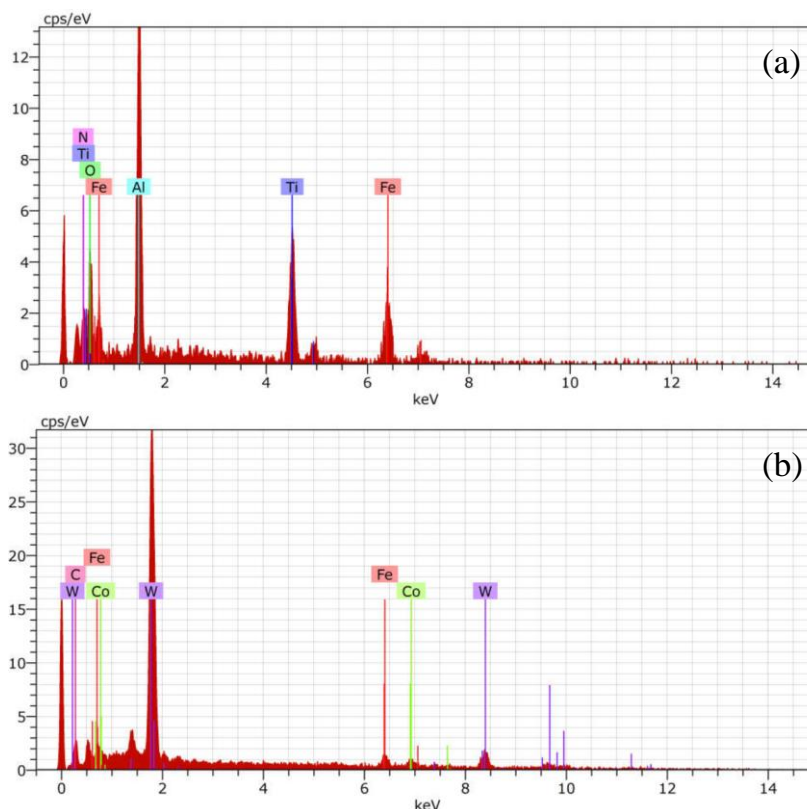


Figura 8.74. (a) EDS da área (xiv) da Figura 8.73(a); (b) EDS da área (xvi) da Figura 8.73(b)

Foi observada rebarba significativa na saída dos furos com a evolução do desgaste da fresa. Com desgaste de flanco na periferia da fresa, conforme observado nas imagens das áreas (xi) e (xiii) das Figuras 8.71(a) e 8.73(a), respectivamente, ocorre o arredondamento da aresta de corte e, conseqüentemente a perda de capacidade de remoção de material na saída do furo, gerando a rebarba. A Figura 8.75 ilustra uma medição de rebarba realizada com o perfilômetro para o corpo de prova 30 com $v_c = 60$ m/min. A Tabela 8.71 expõe os resultados médios das medições de rebarba em relação à velocidade de corte com o corpo de prova (CP) em três etapas da vida da fresa - início, meio e fim - como covariável.

Com a finalidade de avaliar o efeito de v_c na dimensão média da rebarba, colocando como covariável o número do corpo de prova (CP) usinado, uma vez que o tempo de vida variou de maneira concomitante com a rebarba, foi realizada a análise de covariância (ANCOVA) para a rebarba na saída do furo. Não foi considerado o desgaste como covariável, pois este não foi medido entre todos os corpos de prova usinados. Para detalhes sobre a ANCOVA ver o apêndice D. A Tabela 8.72 apresenta a ANCOVA para rebarba. Pelo teste de normalidade de Anderson Darling aplicado aos resíduos não houve indícios de desvio de normalidade com p-valor igual a 0,652. Também foi observado não haver desvio de homocedasticidade da resposta rebarba considerando a velocidade de corte pelo teste de Levene com p-valor igual a 0,356.

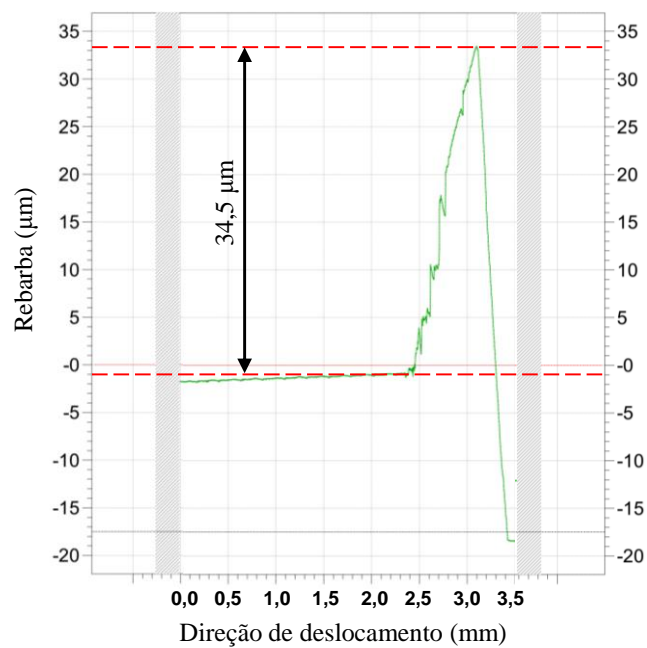


Figura 8.75. Medição de rebarba, corpo de prova 30, $v_c = 60$ m/min

Tabela 8.71. Resultados médios das medições de Rebarba

v_c [m/min]	Vida	CP	Rebarba [μm]
60	Início	2	0,5
60	Início	3	0,8
60	Início	4	1,5
60	Meio	16	21,5
60	Meio	17	16,5
60	Meio	18	27,8
60	Fim	30	33,8
60	Fim	31	33
60	Fim	32	34,8
175	Início	2	1,8
175	Início	3	2,0
175	Início	4	1,2
175	Meio	12	32,2
175	Meio	13	23,3
175	Meio	14	27,5
175	Fim	23	20,2
175	Fim	24	18,7
175	Fim	25	20,0

Tabela 8.72. ANCOVA para Rebarba

Fonte	GL	SQ	MQ	F	P-valor
Covariável					
CP	1	566,24	566,239	12,46	0,003
Fator					
v_c	1	1,16	1,163	0,03	0,875
Interação					
CP \times v_c	1	162,92	162,923	3,58	0,079
Erro	14	636,39	45,457		
Total	17	2873,14			

Para avaliar a formação de rebarba em relação às três etapas da vida da fresa - início, meio e fim - foram construídos intervalos de confiança para a média destas condições, sendo estes intervalos ilustrados na Figura 8.76. Pode-se observar a evolução da média da rebarba em relação a vida para as duas velocidades, entretanto, não de maneira linear. A variabilidade da rebarba nos corpos de prova do início e fim foi menor, uma vez que esta apresentou-se mais homogênea nestas condições. Já para o meio da vida a rebarba apresentou variabilidade maior em cada corpo de prova e entre eles, por apresentar-se mais quebradiça. Para a velocidade de 175 m/min, pode-se qualitativamente inferir que em média a rebarba no fim de vida foi menor, mas com a rebarba mais homogênea e robusta, de forma que possivelmente nesta condição de vida da fresa seria mais difícil o processo de remoção da rebarba.

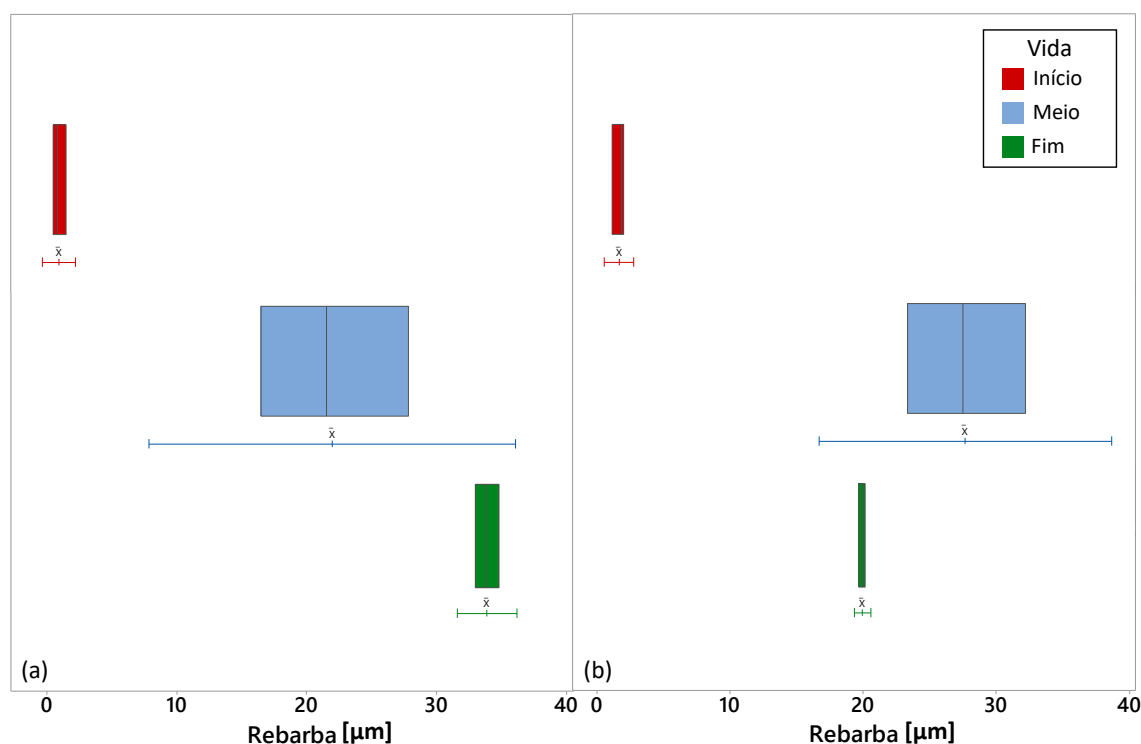


Figura 8.76. Intervalos de confiança para rebarba (a) $v_c = 60$ m/min, (b) $v_c = 175$ m/min

A Figura 8.77 ilustra a tampa - ou *cap* segundo Brinksmeier e Fangmann(2010), gerada na saída do furo nos ensaios de vida. A tampa gerada em todos os furos, tanto nos ensaios de vida quanto nos preliminares é resultado da deformação plástica do material da peça próximo à saída do furo causada pelas forças de corte (DIX *et al.*, 2007; BRINKSMEIER e FANGMANN, 2010). Pode-se observar qualitativamente a diferença na coloração das tampas segundo as condições de vida e segundo a velocidade de corte. A coloração azul indica o desenvolvimento de temperaturas mais altas, podendo-se notar esta coloração especialmente na velocidade mais alta, mas também sutilmente percebe-se que ao final da vida de ambas as fresas a cor da tampa apresenta mais tons da cor azul em relação ao início da vida da fresa.

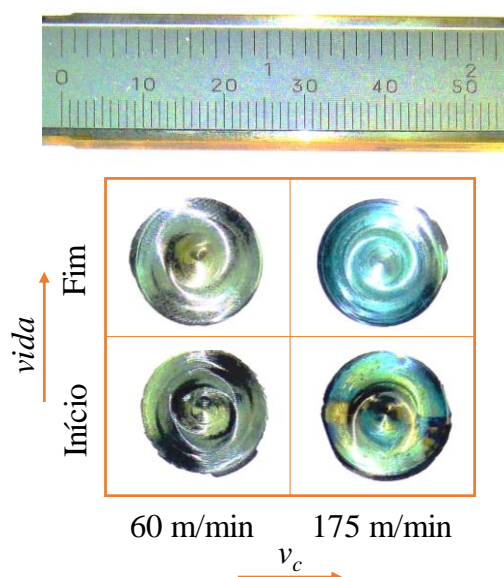


Figura 8.77. Tampa (*cap*) gerada na saída do furo nos ensaios de vida

8.7. Considerações finais do capítulo

Os resultados desta Tese, apresentados neste capítulo, propõem a análise, modelagem e otimização do fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 endurecido. Foram realizadas análises e otimizações das respostas de força, rugosidade e forma utilizando a metodologia de superfície de resposta, projeto de parâmetro robusto, otimização do erro quadrático médio e método NNC. Também foi avaliada a resposta determinística de produtividade *MRR*. Foi realizada análise de similaridade para seleção das respostas mais importantes à otimização multi-objetivo. O método ENNC foi aplicado a três e quatro respostas. Foram obtidas fronteiras de Pareto filtradas considerando diferentes cenários para otimizar o processo de fresamento

helicoidal do aço ABNT/AISI H13 endurecido. Também foi avaliada a vida da ferramenta no processo de fresamento helicoidal considerando os mecanismos de desgaste, além da covariação com a formação de rebarba. No capítulo seguinte são apresentadas as conclusões e contribuições do trabalho, além de sugestões para trabalhos futuros.

9. CONCLUSÕES

A presente Tese abordou a análise, modelagem e otimização robusta multi-objetivo do processo de fresamento helicoidal para obtenção de furos no aço endurecido ABNT/AISI H13 endurecido. Foram consideradas respostas de força, rugosidade, forma e produtividade deste processo em relação às variáveis de processo e considerando a minimização da variabilidade transmitida pelas variáveis de ruído. Também foram realizados ensaios de desgaste da ferramenta avaliando a progressão do desgaste em velocidades de corte distintas e a covariação da rebarba na saída do furo com a deterioração da fresa.

Em relação aos esforços de corte, inicialmente foram apresentados modelos de resposta no sistema de coordenadas da peça. Foram obtidos modelos de resposta com excelente capacidade para F_a e capacidade moderada para F_r . A otimização do erro quadrático médio de F_a , MSE_{F_a} , foi realizada com a finalidade de minimizar o viés e variância simultaneamente. Para este caso, foi obtido $E(F_a) = 0,316$ kN e $Var(F_a) = 1,008$ kN², com níveis robustos ótimos das variáveis de processos $f_{za} = 0,12$ µm/dente, $f_{zt} = 0,19$ mm/dente e $v_c = 33,8$ m/min. Para MSE_{F_r} foram obtidos $E(F_r) = 0,073$ kN e $Var(F_r) = 1,229$ kN², com níveis robustos ótimos das variáveis de processos $f_{za} = 0,08$ µm/dente, $f_{zt} = 0,16$ mm/dente e $v_c = 75,1$ m/min. Os efeitos das variáveis de processo, ruído e interações foram discutidos e, a partir das interações processo×ruído significativas, foi possível estudar a robustez do processo. A partir destes modelos foram obtidos modelos para média e variância destas respostas pela propagação de erro em relação às variáveis de ruído observadas. Foi realizada a otimização de média e variância destas respostas através do método NNC e foi realizada a otimização do erro quadrático médio destas variáveis com a finalidade de minimizar o viés e a variância das respostas avaliadas. Foram obtidos modelos de força no sistema de coordenadas da ferramenta, sendo os modelos de média obtidos com domínio no tempo. Também foram obtidos modelos de variância no sistema de coordenadas da ferramenta, de forma a garantir a robustez das forças neste sistema de coordenadas.

Em relação à geometria dos furos foram avaliadas as respostas Ron_t e Cyl_t . Para a primeira, que avalia o desvio de forma circular, foram obtidos modelos com ótima capacidade de previsão, enquanto para a segunda, que além do desvio de forma cilíndrica também considera a excentricidade do furo, o modelo de resposta apresentou capacidade de previsão regular. Na otimização de média e variância de Cyl_t foram verificadas soluções dominadas na fronteira e foi discutida a necessidade de filtrar as soluções Pareto ótimas. Para MSE_{Ron_t} foram obtidos

$E(Ron_t) = 7,09 \mu\text{m}$ e $Var(Ron_t) = 1,65 \mu\text{m}^2$, com níveis robustos ótimos das variáveis de processos $f_{za} = 0,15 \mu\text{m/dente}$, $f_{zt} = 0,23 \text{ mm/dente}$ e $v_c = 65,4 \text{ m/min}$. Já para MSE_{Cyl_t} foram obtidos $E(Cyl_t) = 9,94 \mu\text{m}$ e $Var(Cyl_t) = 4,64 \mu\text{m}^2$, com níveis robustos ótimos das variáveis de processos $f_{za} = 0,12 \mu\text{m/dente}$, $f_{zt} = 0,23 \text{ mm/dente}$ e $v_c = 66,5 \text{ m/min}$.

A rugosidade foi avaliada considerando as respostas R_a e R_z , sendo obtidos modelos com ótima capacidade de previsão para ambas respostas. Foi discutida a dificuldade de obter a robustez da rugosidade em relação à altura medida no furo devido a trajetória orbital ser realizada mais vezes na região inicial do furo. Para ambas respostas os modelos de resposta apresentaram capacidade satisfatória. Para MSE_{R_a} foram obtidos $E(R_a) = 0,22 \mu\text{m}$ e $Var(R_a) = 1,047 \mu\text{m}^2$, com níveis robustos ótimos das variáveis de processos $f_{za} = 0,09 \mu\text{m/dente}$, $f_{zt} = 0,14 \text{ mm/dente}$ e $v_c = 36,8 \text{ m/min}$. Já para MSE_{R_z} foram obtidos $E(R_z) = 1,35 \mu\text{m}$ e $Var(R_z) = 1,106 \mu\text{m}^2$, com níveis robustos ótimos das variáveis de processos $f_{za} = 0,09 \mu\text{m/dente}$, $f_{zt} = 0,14 \text{ mm/dente}$ e $v_c = 38,7 \text{ m/min}$.

A otimização da resposta determinística MRR também foi realizada com a finalidade de avaliar e otimizar a produtividade do processo de fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 endurecido. Foi destacado que as variáveis de processo f_{za} e v_c influenciam positivamente MRR , enquanto f_{zt} não influencia MRR uma vez que ao se aumentar f_{zt} aumenta-se a velocidade de avanço na direção tangencial, mas diminui-se a profundidade axial percorrida pela fresa por revolução orbital. A máxima taxa de remoção de material obtida foi $MRR = 568,6 \text{ mm}^3/\text{min}$, com $f_{za} = 0,21 \mu\text{m/dente}$, $f_{zt} = 0,15 \text{ mm/dente}$ e $v_c = 83,8 \text{ m/min}$.

Realizou-se a seleção das respostas mais importantes a partir da análise de similaridade e capacidade de previsão. Para cada grupo com correlação alta foi selecionada a resposta que apresentou modelo com maior capacidade de previsão. Para as características de força, forma, qualidade e produtividade, foram selecionadas, respectivamente, as respostas F_a , Ron_t , R_a e MRR .

Para as respostas selecionadas foi utilizado o método NNC para as otimizações bi-objetivos e o método ENNC para três e quatro objetivos. Foram discutidos aspectos importantes como a dificuldade de alcançar os pontos de âncora pelo método, a necessidade de filtrar as soluções e a transformação da matriz *pay-off* com a finalidade de melhor explorar o espaço multi-objetivo.

Para $m = 4$ objetivos foi plotada a fronteira de Pareto no espaço 4D considerando três respostas nos eixos cartesianos e uma em escala de cores. Do conjunto de soluções Pareto ótimas obtidas, considerando a filtragem das soluções inviáveis, dominadas e duplicadas, as

soluções foram ranqueadas considerando a maximização da razão entre entropia e erro percentual global. A solução com maior razão foi selecionada para os ensaios de confirmação.

As soluções individuais resumidas nas conclusões desta Tese representam valores de referência importantes, os quais podem ser utilizados em determinadas situações de planejamento. Entretanto, as otimizações robustas multi-objetivo através dos métodos NNC e ENNC possibilitam ao experimentador explorar diversos cenários os quais podem ser úteis em situações práticas de planejamento, de forma a explorar o conflito entre as respostas de força, forma, rugosidade e produtividade consideradas.

Os ensaios de confirmação foram realizados para a solução Pareto ótima escolhida e foi observada robustez em relação ao comprimento em balanço para todas as respostas. Para a variável de ruído dureza só foi obtida robustez na resposta R_{on_t} . Especialmente para F_a foi difícil de minimizar a variabilidade dos esforços axiais em relação à dureza da peça. Entretanto, demonstrou-se maior preocupação com a robustez em relação às respostas de qualidade. Sabe-se que a rugosidade pode diminuir com a dureza devido a menor deformação na superfície usinada em durezas mais altas. Para a altura medida no furo também não foi obtida robustez para F_a e R_a . Para esta última a dificuldade de obter um furo com rugosidade homogênea está relacionada ao alisamento proporcionado pelo corte tangencial realizado proporcionalmente em relação ao inverso da altura medida no furo. Logo, espera-se sempre no fresamento helicoidal obter um furo com rugosidade mais baixa próximo à entrada.

Em relação aos modelos de média apenas para F_a foram obtidos resultados próximos aos previstos. Para R_a e R_{on_t} , os resultados dos ensaios de confirmação foram melhores que os esperados devido, possivelmente, à mudança nas condições experimentais dado o longo intervalo de tempo decorrido entre os experimentos planejados e os de confirmação.

Nos ensaios de desgaste foram avaliados os mecanismos de desgaste nas velocidades de corte consideradas. Com $v_c = 60\text{m/min}$ foi observado abrasão, adesão, além de oxidação. Já com $v_c = 175\text{m/min}$ foi observada presença maior em massa de Fe, devido a adesão do material da peça na superfície de folga da fresa. Com a progressão do desgaste foi observado também o aparecimento de rebarba na saída do furo, sendo estatisticamente comprovado a significância da covariação entre estas respostas.

9.1. Contribuições do trabalho

A principal contribuição deste trabalho consiste na otimização robusta multi-objetivo do processo de fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 endurecido utilizando-se o método ENNC. Apesar das dificuldades encontradas, vários aspectos positivos e inovadores podem ser destacados:

- ✓ O estudo do fresamento helicoidal no aço ABNT/AISI H13 endurecido, considerando além das variáveis de processo, o comprimento em balanço, a dureza e a altura medida no furo como variáveis de ruído;
- ✓ A modelagem das forças no fresamento helicoidal com uma abordagem estatística e robusta em detrimento de outras determinísticas existentes na literatura;
- ✓ Estudo da qualidade do furo obtido por fresamento helicoidal no aço ABNT/AISI H13 considerando a forma geométrica e rugosidade;
- ✓ Otimização robusta multi-objetivo considerando aspectos importantes e negligenciados em muitos trabalhos, como a filtragem das soluções Pareto ótimas e uma melhor exploração do espaço multi-objetivo para os casos $m \geq 3$;
- ✓ Avaliação do desgaste e vida da ferramenta no fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13.

9.2. Sugestões para trabalhos futuros

As sugestões para trabalhos futuros propostas advém das limitações deste trabalho, das condições de contorno adotadas com a finalidade de delimitar o tema da Tese e dos resultados obtidos os quais podem possibilitar o aprofundamento de alguns fenômenos observados a partir de novos estudos. Em relação às possibilidades relativas ao processo de fresamento helicoidal surgiram as seguintes oportunidades futuras:

- ✓ Estudar o processo de fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 endurecido considerando furos de diâmetros menores;
- ✓ Estudar o alargamento por fresamento helicoidal com a finalidade de obter furos com diâmetro maior que o dobro do diâmetro da fresa;
- ✓ Avaliar como resposta a tolerância dimensional dos furos obtidos no fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 endurecido;
- ✓ Estudar o processo de fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 endurecido a altas velocidades de corte;

- ✓ Avaliar as propriedades metalúrgicas do furo obtido, tais como, microdureza do furo, resistência a fadiga, formação de microtrincas, resistência a oxidação, deformação plástica superficial, formação de camada branca, entre outras;
- ✓ Estudar a modelagem e otimização do processo de fresamento helicoidal em outros materiais de difícil usinabilidade, por exemplo as superligas a base de níquel.

Em relação às possibilidades no que tange aos métodos utilizados, algumas propostas são elencadas:

- ✓ Obtenção de modelos de resposta reduzidos para melhorar o ajuste dos modelos de F_r e Cyl_t para o fresamento helicoidal do aço ABNT/AISI H13 endurecido;
- ✓ Utilização da estatística multivariada para considerar todas as respostas na otimização multi-objetivo;
- ✓ Utilização de arranjo cruzado para viabilizar a obtenção de modelos de média e variância sem a necessidade de propagar o erro;
- ✓ Utilização do método AENNC para garantir uma exploração completa da fronteira de Pareto (PEREIRA *et al.*, 2017b);
- ✓ Propor uma nova abordagem multi-objetivo sequencial similar às propostas de Messac e Mattson (2004), Mueller-Gritschneider *et al.* (2009), MOTTA *et al.* (2012) e Vallerio *et al.* (2015), porém definindo os limites para exploração da fronteira de Pareto para os casos $m \geq 3$ a partir das fronteiras bi-objetivo. Esta proposta pretende também garantir uma exploração completa da fronteira de Pareto, porém com custo computacional menor que o do método AENNC.

REFERÊNCIAS

- Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT). **NBR 8404. Indicação do estado de superfícies em desenhos técnicos.** Rio de Janeiro, RJ: Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1984.
- ABRÃO, A. M.; RIBEIRO, J. L. S.; DAVIM, J. P. Surface integrity. In: DAVIM, J. P. (Org.) **Machining of Hard Materials.** Springer, London, 2011. p. 115-141.
- ALLEN, D. M. The relationship between variable selection and data augmentation and a method for prediction. **Technometrics**, v. 16, n. 1, p. 125-127, 1974.
- ALTAN, T.; LILLY, B.; YEN, Y. C. Manufacturing of dies and molds. **CIRP Annals-Manufacturing Technology**, v. 50, n. 2, p. 404-422, 2001.
- ANDERSON-COOK, C. M.; BORROR, C. M.; MONTGOMERY, D. C. Response surface design evaluation and comparison. **Journal of Statistical Planning and Inference**, v. 139, n. 2, p. 629-641, 2009.
- ASTAKHOV, V. P. Machining of hard materials—definitions and industrial applications. In: DAVIM, J. P. (Org.) **Machining of Hard Materials.** Springer, London, 2011. p. 1-32.
- BENARDOS, P. G.; VOSNIAKOS, G.-C. Predicting surface roughness in machining: a review. **International journal of machine tools and manufacture**, v. 43, n. 8, p. 833-844, 2003.
- BORROR, C. M.; MONTGOMERY, D. C.; MYERS, Raymond H. Evaluation of statistical designs for experiments involving noise variables. **Journal of Quality Technology**, v. 34, n. 1, p. 54, 2002.
- BOX, G. E. P.; WILSON, K. B. On the Experimental Attainment of Optimum Conditions. **Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)**, v. 13, n. 1, p. 1-45, 1951.
- BOX, G. E. P.; HUNTER, J. S. Multi-factor experimental designs for exploring response surfaces. **The Annals of Mathematical Statistics**, p. 195-241, 1957.
- BOX, G. E. P.; HUNTER, J. S.; HUNTER, William Gordon. **Statistics for experimenters: design, innovation, and discovery.** New York: Wiley-Interscience, 2005.
- BOX, G. E. P.; HUNTER, J. S. The 2k-p fractional factorial designs. **Technometrics**, v. 3, n. 3, p. 311-351, 1961.

- BOX, G. E. P.; DRAPER, N. R. **Response surfaces, mixtures, and ridge analyses**. New Jersey: John Wiley & Sons, 2007.
- BOX, G. E. P. Multi-factor designs of first order. **Biometrika**, v. 39, n. 1-2, p. 49-57, 1952.
- BOX, G. E. P.; DRAPER, N. R. Robust designs. **Biometrika**, v. 62, n. 2, p. 347-352, 1975.
- BOX, G. E. P. Off-line quality-control, parameter design, and the Taguchi method-discussion. **Journal of Quality Technology**, v. 17, n. 4, p. 189-190, 1985.
- BOX, G. E. P.; JONES, S. Designing products that are robust to the environment. **Total Quality Management**, v. 3, n. 3, p. 265-282, 1992.
- BOX, G. E. P.; DRAPER, N. R. A basis for the selection of a response surface design. **Journal of the American Statistical Association**, v. 54, n. 287, p. 622-654, 1959.
- BOYCE, N. O.; MATTSON, C. A. Reducing computational time of the normal constraint method by eliminating redundant optimization runs. In: **12th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference**. Victoria, 2008.
- BRANDÃO, L. C.; NEVES, F. O.; NOCELLI, G. C. Evaluation of hole quality in hardened steel with high-speed drilling using different cooling systems. **Advances in Mechanical Engineering**, v. 3, p. 1-7, 2011.
- BRINKSMEIER, E.; FANGMANN, S.; MEYER, I. Orbital drilling kinematics. **Production engineering**, v. 2, n. 3, p. 277-283, 2008.
- BRINKSMEIER, E.; FANGMANN, S. Burr and cap formation by orbital drilling of aluminum. In: Aurich, J. C., Dornfeld, D., Arrazola, P. J., Franke, V., Leitz, L., & Min, S. (Org.) **Burrs-Analysis, Control and Removal**. Springer, Berlin, 2010. p. 31-45.
- BRINKSMEIER, E.; FANGMANN, S.; RENTSCH, R. Drilling of composites and resulting surface integrity. **CIRP Annals-Manufacturing Technology**, v. 60, n. 1, p. 57-60, 2011.
- BRITO, T. G.; PAIVA, A. P.; FERREIRA, J. R.; GOMES, J. H. F.; BALESTRASSI, P. P. A normal boundary intersection approach to multiresponse robust optimization of the surface roughness in end milling process with combined arrays. **Precision Engineering**, v. 38, n. 3, p. 628-638, 2014.
- CAMPOS, P. H. S. **Metodologia DEA-OTS: Uma contribuição para a seleção ótima de ferramentas no Torneamento do Aço ABNT H13 Endurecido**. Tese (Doutorado em

Engenharia de Produção) – Programa de pós-graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá. 2015.

CHEN, S. F.; XIE, J.; ZHUO, Y. W.. Experimental study on deburring, form error and surface roughness in orbital drilling of hardened steel. **Advanced Materials Research**, v. 135, p. 331-336, 2010.

CHEN, X.; CHEN, Q.; HE, F.; FAN, X. Experimental study on orbital drilling force and machining quality of CFRP. **Advanced Materials Research**, v. 1061/1062, p. 542-549 2014a.

CHEN, Q.; CHEN, X.; DUAN, Z.; CUN, W. Research on helical milling specialized tool based on chip-splitting mechanism. **Advanced Materials Research**, v. 1061/1062, p. 497-506, 2014b.

CHIGBU, P. E.; UKAEGBU, E. C.; NWANYA, J. C. On comparing the prediction variances of some central composite designs in spherical regions: a review. **Statistica**, v. 69, n. 4, p. 285-298, 2009.

COLDWELL, H.; WOODS, R.; PAUL, M.; KOSHY, P.; DEWES, R.; ASPINWALL, D. Rapid machining of hardened AISI H13 and D2 moulds, dies and press tools. **Journal of materials processing technology**, v. 135, n. 2, p. 301-311, 2003.

CORNELL, J. A. **A Primer on Experiments with Mixtures**. New Jersey: John Wiley & Sons, 2011.

COSTA, D. D. Da; MARQUES, A.; AMORIM, F. L. Hole quality and cutting time evaluation in the interpolated helical milling. **International Journal of Manufacturing Research**, v. 10, n. 4, p. 313-327, 2015.

COSTA, N. R. P. Simultaneous optimization of mean and standard deviation. **Quality Engineering**, v. 22, n. 3, p. 140-149, 2010.

DAS, I.; DENNIS, J. E. A closer look at drawbacks of minimizing weighted sums of objectives for Pareto set generation in multicriteria optimization problems. **Structural and multidisciplinary optimization**, v. 14, n. 1, p. 63-69, 1997.

DAS, I.; DENNIS, J. E. Normal-boundary intersection: A new method for generating the Pareto surface in nonlinear multicriteria optimization problems. **SIAM Journal on Optimization**, v. 8, n. 3, p. 631-657, 1998.

- DEB, K.; SINDHYA, K.; HAKANEN, J. Multi-Objective Optimization. In: SENGUPTA, R. N., GUPTA, A. DUTTA, J. (Org.) *Decision Sciences: Theory and Practice*. CRC PRESS, 2016.
- DEL CASTILLO, E. **Process optimization: a statistical approach**. New York: Springer, 2007.
- DEL CASTILLO, E.; MONTGOMERY, D. C. A nonlinear programming solution to the dual response problem. **Journal of Quality Technology**, v. 25, n. 3, p. 199-204, 1993.
- DEMING, W. E. **The new economics: for industry, government, education**. MIT press, 1993.
- DENKENA, B.; BOEHNKE, D.; DEGE, J. H. Helical milling of CFRP–titanium layer compounds. **CIRP Journal of manufacturing Science and Technology**, v. 1, n. 2, p. 64-69, 2008a.
- DENKENA, B.; DE LEON, L.; DEGE, J. H. Kinematik und Spanungsformen beim Zirkularfräsen. **Materialwissenschaft und Werkstofftechnik**, v. 39, n. 9, p. 610-615, 2008b.
- DENKENA, B.; NESPOR, D.; REHE, M., DEGE, J. H. Process force prediction in orbital drilling of TiAl6V4. In: **9th International Conference on Advanced Manufacturing Systems and Technology**. 2011. p. 16-17.
- DINIZ, A. E.; FERREIRA, J. R.; SILVEIRA, J. F. Toroidal milling of hardened SAE H13 steel. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, v. 26, n. 1, p. 17-21, 2004.
- DIX, M.; LEOPOLD, J.; NEUGEBAUER, Reimund. Modelling, simulations and experimental verification of size effects in burr formation. In: **International conference on new forming technology**. Bremen. 2007. p. 471-480.
- DRAPER, N. R.; GUTTMAN, I. An index of rotatability. **Technometrics**, v. 30, n. 1, p. 105-111, 1988.
- DRAPER, N. R.; LIN, D. K. J. Small response-surface designs. **Technometrics**, v. 32, n. 2, p. 187-194, 1990.
- DUNN, K. **Process Improvement Using Data**. Disponível em: <http://learnche.org/pid>, 2010. Acesso em: 07/2017.

- EGUTI, C. C. A.; TRABASSO, L. G. Design of a robotic orbital driller for assembling aircraft structures. **Mechatronics**, v. 24, n. 5, p. 533-545, 2014.
- ETGHANI, M. M.; SHOJAEEFARD, M. H.; KHALKHALI, A.; AKBARI, M. A hybrid method of modified NSGA-II and TOPSIS to optimize performance and emissions of a diesel engine using biodiesel. **Applied Thermal Engineering**, v. 59, n. 1, p. 309-315, 2013.
- FANG, Q.; PAN, Z.; FEI, S.; XIE, X.; KE, Y. A Novel Helical Milling End-Effector and Its Application. **IEEE/ASME Transactions on Mechatronics**, v. 20, n. 6, p. 3112-3122, 2015a.
- FANG, Q.; PAN, Z. M.; HAN, B.; FEI, S. H.; XU, G. H.; KE, Y. L. A force sensorless method for CFRP/Ti stack interface detection during robotic orbital drilling operations. **Mathematical Problems in Engineering**, v. 2015, 2015b.
- FANGMANN, S.; MEYER, I.; BRINKSMEIER, E. Erweiterte Theorie zum Orbitalbohren (helikales Bohrfräsen). **Materialwissenschaft und Werkstofftechnik**, v. 42, n. 6, p. 506-518, 2011.
- FIorentino, A. Cost drivers-based method for machining and assembly cost estimations in mould manufacturing. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 70, n. 5-8, p. 1437-1444, 2014.
- GAO, H.; ZHAO, T.; BAO, Y. J.; SUN, C.; LU, S. X. Blind Hole Machining of Quartz Fiber Reinforced Ceramic Matrix Composites by Helical Milling with Electroplated Diamond Tool. **Advanced Materials Research**, v. 1017, p. 222-227, 2014.
- GHANE-KANAFI, A.; KHORRAM, E. A new scalarization method for finding the efficient frontier in non-convex multi-objective problems. **Applied Mathematical Modelling**, v. 39, n. 23, p. 7483-7498, 2015.
- GIOVANNITTI-JENSEN, A.; MYERS, R. H. Graphical assessment of the prediction capability of response surface designs. **Technometrics**, v. 31, n. 2, p. 159-171, 1989.
- GOMES, J. H. F.; PAIVA, A. P.; COSTA, S. C.; BALESTRASSI, P. P.; PAIVA, E. J. Weighted Multivariate Mean Square Error for processes optimization: A case study on flux-cored arc welding for stainless steel claddings. **European journal of operational research**, v. 226, n. 3, p. 522-535, 2013.

- GOVINDALURI, S. M.; CHO, B. R. Robust design modeling with correlated quality characteristics using a multicriteria decision framework. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 32, n. 5, p. 423-433, 2007.
- GRIFFITHS, K. L. **Model selection and analysis tools in response surface modeling of the process mean and variance**. Tese (Doutorado em Estatística). Virginia Tech. 1995.
- HAIYAN, W.; Hole quality analysis in helical milling of CFRP. **Applied Mechanics and Materials**. v. 556-562, p. 515-518, 2014.
- HAIYAN, W.; XUDA, Q. A mechanistic model for cutting force in helical milling of carbon fiber-reinforced polymers. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 82, n. 9-12, p. 1485-1494, 2016.
- HAIYAN, W.; XUDA, Q.; HAO, L.; CHENGZU, R. Analysis of cutting forces in helical milling of carbon fiber-reinforced plastics. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture**, v. 227, n. 1, p. 62-74, 2013.
- HANCOCK, B. J.; MATTSON, C. A. The smart normal constraint method for directly generating a smart Pareto set. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 48, n. 4, p. 763-775, 2013.
- HARIS, D. A. Pareto frontier optimization in soccer simulation using normalized normal constraint. In: **Advanced Computer Science and Information Systems (ICACSIS)**, International Conference. IEEE, 2014. p. 442-449.
- HE, G.; LI, H.; JIANG, Y.; QIN, X.; ZHANG, X.; GUAN, Y. Helical milling of CFRP/Ti-6Al-4V stacks with varying machining parameters. **Transactions of Tianjin University**, v. 21, n. 1, p. 56-63, 2015.
- HERBERT, C.; AXINTE, D.; HARDY, M.; BROWN, P. D. Investigation into the characteristics of white layers produced in a nickel-based superalloy from drilling operations. **Procedia Engineering**, v. 19, p. 138-143, 2011.
- HOERL, R. W. Ridge analysis 25 years later. **The American Statistician**, v. 39, n. 3, p. 186-192, 1985.
- HOSSEINI, A.; HUSSEIN, H. M.; KISHAWY, H. A. On the machinability of die/mold D2 steel material. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 85, n. 1-4, p. 735-740, 2016.

- HOSSEINI, S. A.; AMJADY, N.; SHAFIE-KHAH, M.; CATALÃO, J. P. A new multi-objective solution approach to solve transmission congestion management problem of energy markets. **Applied Energy**, v. 165, p. 462-471, 2016.
- ISHIBASHI, Ta.; TANAKA, H.; YANAGI, K. An analytical model for orbital drilling and its applicability to. In: **Proceedings of the Twenty-Fourth Annual Meeting of the American society for Precision Engineering**. Monterey, 2009.
- ISHIDA, T.; NOMA, K.; KAKINUMA, Y.; AOYAMA, T.; HAMADA, S.; OGAWA, H.; HIGAINO, T. Helical milling of carbon fiber reinforced plastics using ultrasonic vibration and liquid nitrogen. **Procedia CIRP**, v. 24, p. 13-18, 2014.
- IYER, R.; KOSHY, P.; NG, E. Helical milling: an enabling technology for hard machining precision holes in AISI D2 tool steel. **International Journal of Machine Tools and Manufacture**, v. 47, n. 2, p. 205-210, 2007.
- INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. **International Standard– ISO 8688** – Tool Life Testing in Milling. 1st ed. Genève, Switzerland, 1989.
- JI, C., LI, Y.; QIN, X.; ZHAO, Q.; SUN, D.; JIN, Y. 3D FEM simulation of helical milling hole process for titanium alloy Ti-6Al-4V. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 81, n. 9-12, p. 1733-1742, 2015.
- KACKAR, R. N. Off-line quality control, parameter design, and the Taguchi method. **Journal of quality technology**. v. 17, n. 4, p. 176-188, 1985.
- KHURI, A. I. A measure of rotatability for response-surface designs. **Technometrics**, v. 30, n. 1, p. 95-104, 1988.
- KIHLMAN, H.; ERIKSSON, I.; ENNIS, M. Robotic orbital drilling of structures for aerospace applications. **SAE Technical Paper** 2002-01-2636, 2002.
- KIHLMAN, H. **Affordable automation for airframe assembly: developing of key enabling technologies**. 2005. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica). Linköping University, Suécia, 2005.
- KIM, D.; RAMULU, M. Drilling process optimization for graphite/bismaleimide–titanium alloy stacks. **Composite structures**, v. 63, n. 1, p. 101-114, 2004.
- KIM, D.; RAMULU, M. Study on the drilling of titanium/graphite hybrid composites. **Journal of Engineering Materials and Technology**, v. 129, n. 3, p. 390-396, 2007.

- KÖKSOY, O. Multiresponse robust design: Mean square error (MSE) criterion. **Applied Mathematics and Computation**, v. 175, n. 2, p. 1716-1729, 2006.
- KOTTEESWARAN, R.; SIVAKUMAR, L. Normalized Normal Constraint Algorithm Based Multi-objective Optimal Tuning of Decentralised PI Controller of Nonlinear Multivariable Process–Coal Gasifier. In: **International Conference on Swarm, Evolutionary, and Memetic Computing**. Springer, Cham, 2013. p. 333-344.
- KUHN, A. M. Optimizing response surface experiments with noise factors using confidence regions. **Quality Engineering**, v. 15, n. 3, p. 419-426, 2003.
- KULL NETO, H.; DINIZ, A. E.; PEDERIVA, R. Influence of tooth passing frequency, feed direction, and tool overhang on the surface roughness of curved surfaces of hardened steel. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 82, n. 1-4, p. 753-764, 2016.
- LEHMANN, E. L.; CASELLA, G. **Theory of point estimation**. New York: Springer, 1998.
- LI, Z.; LIU, Q.; PENG, C.; SUN, X. Cutting force modeling and simulation for hole-making process by helical milling. In: **Fourth International Seminar on Modern Cutting and Measuring Engineering**. International Society for Optics and Photonics, 2010. p. 799703-799703-6.
- LI, H.; HE, G.; QIN, X.; WANG, G.; LU, C.; GUI, L. Tool wear and hole quality investigation in dry helical milling of Ti-6Al-4V alloy. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 71, n. 5-8, p. 1511-1523, 2014a.
- LI, Z.; LIU, Q. Surface topography and roughness in hole-making by helical milling. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 66, n. 9-12, p. 1415-1425, 2013.
- LI, Z.; LIU, Q.; MING, X.; WANG, X.; DONG, Y. Cutting force prediction and analytical solution of regenerative chatter stability for helical milling operation. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 73, n. 1-4, p. 433-442, 2014b.
- LI, N., LI, Y., ZHOU, J., HE, Y., HAO, X. Drilling delamination and thermal damage of carbon nanotube/carbon fiber reinforced epoxy composites processed by microwave curing. **International Journal of Machine Tools and Manufacture**, v. 97, p. 11-17, 2015.

- LI, Z.; WANG, X.; DONG, Y. F. ACO-Based Holes Machining Path Optimization Using Helical Milling Operation. **Advanced Materials Research**. v. 834-836, p. 1386-1390, 2014c.
- LI, Q.; LIU, M.; LIU, H. Piecewise normalized normal constraint method applied to minimization of voltage deviation and active power loss in an AC–DC hybrid power system. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 30, n. 3, p. 1243-1251, 2015.
- LIANG, J.; BI, S. Design and experimental study of an end effector for robotic drilling. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 50, n. 1-4, p. 399-407, 2010.
- LIM, Y. I.; FLOQUET, P.; JOULIA, X. Efficient implementation of the normal boundary intersection (NBI) method on multiobjective optimization problems. **Industrial & engineering chemistry research**, 2001, 40.2: 648-655.
- LIN, D. K. J.; TU, W. Dual response surface optimization. **Journal of Quality Technology**, v. 27, n. 1, p. 34-39, 1995.
- LIU, C.; WANG, G.; DARGUSCH, M. S. Modelling, simulation and experimental investigation of cutting forces during helical milling operations. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 63, n. 9, p. 839-850, 2012a.
- LIU, D.; TANG, Y.; CONG, W. L. A review of mechanical drilling for composite laminates. **Composite Structures**, v. 94, n. 4, p. 1265-1279, 2012b.
- LIU, J.; CHEN, G.; JI, C.; QIN, X.; LI, H.; REN, C. An investigation of workpiece temperature variation of helical milling for carbon fiber reinforced plastics (CFRP). **International Journal of Machine Tools and Manufacture**, v. 86, p. 89-103, 2014.
- LIU, C.; WANG, G.; DARGUSCH, M. S. Mechanics and dynamics of helical milling operations. **Strojniški vestnik-Journal of Mechanical Engineering**, v. 60, n. 11, p. 716-724, 2014.
- LOGIST, F.; VAN IMPE, J. Novel insights for multi-objective optimisation in engineering using normal boundary intersection and (enhanced) normalised normal constraint. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 45, n. 3, p. 417-431, 2012.
- LOPES, L. G. D.; BRITO, T. G.; PAIVA, A. P.; PERUCHI, R. S.; BALESTRASSI, P. P. Robust parameter optimization based on multivariate normal boundary intersection. **Computers & Industrial Engineering**, v. 93, p. 55-66, 2016.

- LUCAS, J. M. Which response surface design is best: a performance comparison of several types of quadratic response surface designs in symmetric regions. **Technometrics**, v. 18, n. 4, p. 411-417, 1976.
- LUENBERGER, D. G.; YE, Y. **Linear and nonlinear programming**. New York: Springer, 2008.
- MAO, C.; REN, Y.; GAN, H.; ZHANG, M.; ZHANG, J.; TANG, K. Microstructure and mechanical properties of cBN-WC-Co composites used for cutting tools. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 76, n. 9-12, p. 2043-2049, 2015.
- MARTÍNEZ, M.; SANCHIS, J.; BLASCO, X. Global and well-distributed Pareto frontier by modified normalized normal constraint methods for bicriterion problems. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 34, n. 3, p. 197-209, 2007.
- MARTÍNEZ, M.; GARCÍA-NIETO, S.; SANCHIS, J.; & BLASCO, X. Genetic algorithms optimization for normalized normal constraint method under Pareto construction. **Advances in engineering software**, v. 40, n. 4, p. 260-267, 2009.
- MEE, R. Noncentral composite designs. **Technometrics**, v. 43, n. 1, p. 34-43, 2001.
- MESSAC, A.; ISMAIL-YAHAYA, A.; MATTSON, C. A. The normalized normal constraint method for generating the Pareto frontier. **Structural and multidisciplinary optimization**, v. 25, n. 2, p. 86-98, 2003.
- MESSAC, A.; MATTSON, C. A. Normal constraint method with guarantee of even representation of complete Pareto frontier. **AIAA journal**, v. 42, n. 10, p. 2101-2111, 2004.
- MESSAC, A. **Optimization in practice with MATLAB®: for engineering students and professionals**. New York: Cambridge University Press, 2015.
- MONTGOMERY, D. C. **Design and analysis of experiments**. John Wiley & Sons, 2013.
- MOOD, A. M. **Introduction to the Theory of Statistics**. McGraw-Hill, 1974.
- MORRIS, M. D. A class of three-level experimental designs for response surface modeling. **Technometrics**, v. 42, n. 2, p. 111-121, 2000.

- MORROW, W. R.; QI, H.; KIM, I.; MAZUMDER, J.; SKERLOS, S. J. Environmental aspects of laser-based and conventional tool and die manufacturing. **Journal of Cleaner Production**, v. 15, n. 10, p. 932-943, 2007.
- MOTTA, R. S.; AFONSO, S. M. B.; LYRA, P. R. M. A modified NBI and NC method for the solution of N-multiobjective optimization problems. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 46, n. 2, p. 239-259, 2012.
- MUELLER-GRITSCHNEDER, D.; GRAEB, H.; SCHLICHTMANN, Ulf. A successive approach to compute the bounded Pareto front of practical multiobjective optimization problems. **SIAM Journal on Optimization**, v. 20, n. 2, p. 915-934, 2009.
- MYERS, R. H.; MONTGOMERY, D. C.; ANDERSON-COOK, C. M. **Response surface methodology: process and product optimization using designed experiments**. John Wiley & Sons, 2016.
- MYERS, R. H.; KHURI, A. I.; VINING, G. Response surface alternatives to the Taguchi robust parameter design approach. **The American Statistician**, v. 46, n. 2, p. 131-139, 1992.
- MYERS, R. H.; YOON, K.; GRIFFITHS, K. L. Response surface methods and the use of noise variables. **Journal of Quality Technology**, v. 29, n. 4, p. 429, 1997.
- NAIR, V. N.; ABRAHAM, B.; MACKAY, J.; BOX, G.; KACKER, R. N.; LORENZEN, T. J.; ... & PHADKE, M. S. Taguchi's parameter design: a panel discussion. **Technometrics**, v. 34, n. 2, p. 127-161, 1992.
- NOCEDAL, J.; WRIGHT, S. J. **Numerical optimization**. Springer Science, v. 35, n. 67-68, p. 7, 2006.
- OLVERA, D.; DE LACALLE, L. N. L.; URBIKAIN, G.; LAMIKIZ, A.; RODAL, P., & ZAMAKONA, I. Hole making using ball helical milling on titanium alloys. **Machining Science and Technology**, v. 16, n. 2, p. 173-188, 2012.
- OYEJOLA, B. A.; NWANYA, J. C. Selecting the right Central Composite Design. **International Journal of Statistics and Applications**, v. 5, n. 1, p. 21-30, 2015.
- PAIVA, A. P.; PAIVA, E. J.; FERREIRA, J. R.; BALESTRASSI, P. P.; COSTA, S. C. A multivariate mean square error optimization of AISI 52100 hardened steel turning. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 43, n. 7, p. 631-643, 2009.

- PAIVA, E. J.; RODRIGUES, L. D. O.; COSTA, S. C.; PAIVA, A. P., BALESTRASSI, P. P. FCAW process optimization using the multivariate mean square error. **Welding International**, v. 26, n. 2, p. 79-86, 2012a.
- PAIVA, A. P.; CAMPOS, P. H.; FERREIRA, J. R.; LOPES, L. G. D.; PAIVA, E. J.; BALESTRASSI, P. P. A multivariate robust parameter design approach for optimization of AISI 52100 hardened steel turning with wiper mixed ceramic tool. **International Journal of Refractory Metals and Hard Materials**, v. 30, n. 1, p. 152-163, 2012b.
- PAIVA, A. P.; GOMES, J. H. F.; PERUCHI, R. S.; LEME, R. C.; BALESTRASSI, P. P. A multivariate robust parameter optimization approach based on Principal Component Analysis with combined arrays. **Computers & Industrial Engineering**, v. 74, p. 186-198, 2014.
- PEREIRA, R. B. D.; BRANDÃO, L. C.; PAIVA, A. P.; FERREIRA, J. R.; DAVIM, J. P. A review of helical milling process. **International Journal of Machine Tools and Manufacture**, v. 120, 2017a, Pages 27-48.
- PEREIRA, R. B. D.; LEITE, R. R.; ALVIM, A. C.; PAIVA, A. P.; FERREIRA, J. R., DAVIM, J. P. Multi-objective robust optimization of the sustainable helical milling process of the aluminum alloy Al 7075 using the augmented-enhanced normalized normal constraint method. **Journal of Cleaner Production**, v. 152, p. 474-496, 2017b.
- PEREIRA, R. B. D.; HINCAPIE, C. A. A.; CAMPOS, P. H. S.; PAIVA, A. P.; FERREIRA, J. R. Multivariate global index and multivariate mean square error optimization of AISI 1045 end milling. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 87, n. 9-12, p. 3195-3209, 2016.
- Proaços. **Thermodur 2344 EFS: Aço para trabalho à quente**. (n.d.) Disponível em: http://www.proacos.com.br/index.php?option=com_zoo&task=item&item_id=8&category_id=2&Itemid=57. Acesso em: 10/2017.
- QIN, X.; GUI, L.; LI, H.; RONG, B.; WANG, D.; ZHANG, H.; ZUO, G. Feasibility study on the minimum quantity lubrication in high-speed helical milling of Ti-6Al-4V. **Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing**, v. 6, n. 7, p. 1222-1233, 2012a.
- QIN, X.; WANG, B.; WANG, G.; LI, H.; JIANG, Y.; ZHANG, X. Delamination analysis of the helical milling of carbon fiber-reinforced plastics by using the artificial neural

- network model. **Journal of Mechanical Science and Technology**, v. 28, n. 2, p. 713-719, 2014a.
- QIN, X. D.; WANG, Q.; WANG, H. Y.; HUA, S. Dynamic analysis of helical milling unit based on virtual machine tool. **Advanced Materials Research**. v. 188, p. 463-468, 2011.
- QIN, X. D.; LU, C.; WANG, Q.; LI, H.; GUI, L. J. Modal Analysis of Helical Milling Unit. **Advanced Materials Research**. v. 482-484, p. 2454-2459, 2012a.
- QIN, X. D.; HUA, S.; JI, X. L.; CHEN, S. M.; NI, W. Y. Surface Roughness Model for Helical Milling of Die-Steel Based on Response Surface Methodology. **Key Engineering Materials**. v. 431-432, p. 346-350, 2010.
- QIN, X. D.; SUN, X. T.; WANG, Q.; CHEN, S. M.; LI, H. Comparative study on helical milling and drilling of Ti-6Al-4V. **Key Engineering Materials**. v. 499, p. 200-204, 2012b.
- QIN, X.; ZHANG, X.; LI, H.; RONG, B.; WANG, D.; ZHANG, H.; ZUO, G. Comparative analyses on tool wear in helical milling of Ti-6Al-4V using diamond-coated tool and TiAlN-coated tool. **Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing**, v. 8, n. 1, p. 1-14, 2014b.
- RAHIM, E. A.; MOHID, Z.; JAMIL, M. F. M.; MAT, K. C.; KOYASU, R.; SASAHARA, H. Experimental Study of Helical Milling on CFRP (Carbon Fibre Reinforced Polymer) for the Hole Making Process. **Advanced Materials Research**. v. 576, p. 68-71, 2012.
- RAMACHANDRAN, K. M.; TSOKOS, C. P. **Mathematical statistics with applications**. Burlington: Elsevier Academic Press, 2009.
- RAMESH, S.; KANNAN, S.; BASKAR, S. Application of modified NSGA-II algorithm to multi-objective reactive power planning. **Applied Soft Computing**, v. 12, n. 2, p. 741-753, 2012.
- RAMULU, M.; BRANSON, T.; KIM, D. A study on the drilling of composite and titanium stacks. **Composite Structures**, v. 54, n. 1, p. 67-77, 2001.
- RAO, S. S.; **Engineering optimization: theory and practice**. John Wiley & Sons, 2009.
- RENCHER, A. C.; SCHAALJE, G. B. **Linear models in statistics**. John Wiley & Sons, 2008.
- REY, P. A.; LEDREF, J.; SENATORE, J.; LANDON, Y. Modelling of cutting forces in orbital drilling of titanium alloy Ti-6Al-4V. **International Journal of Machine Tools and Manufacture**, v. 106, p. 75-88, 2016.

- ROCHA, L. C. S.; PAIVA, A. P.; BALESTRASSI, P. P.; SEVERINO, G.; ROTELA JUNIOR, P. Entropy-based weighting for multiobjective optimization: an application on vertical turning. **Mathematical Problems in Engineering**, v. 2015, p. 1-11, 2015.
- SAADATBAKHSI, MOHAMMAD HOSEIN et al. **Empirical study of dimensional and geometrical tolerances in helical milling of aisi 4340 steel**. v. 14 , n. 15, p. 119-126, 2015.
- SAADATBAKHSI, Mohammad Hossein et al. Experimental study of surface roughness and geometrical and dimensional tolerances in helical milling of AISI 4340 alloy steel. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, p. 1-12, 2017.
- SADEK, A.; MESHREKI, M.; ATTIA, M. H. Characterization and optimization of orbital drilling of woven carbon fiber reinforced epoxy laminates. **CIRP Annals-Manufacturing Technology**, v. 61, n. 1, p. 123-126, 2012.
- SADEK, A.; NASSEF, A. O.; MESHREKI, M.; ATTIA, M. H. Experimental characterization and multi-objective optimization of the orbital drilling process of CFRP. In: **ASME 2013 International Mechanical Engineering Congress and Exposition**. San Diego: American Society of Mechanical Engineers, 2013. p. 1-8.
- SAKAMOTO, S.; IWASA, H. Effect of cutting revolution speed on cutting temperature in helical milling of CFRP composite laminates. **Key Engineering Materials**. v. 523-524, p. 58-63, 2012.
- SANCHIS, J.; MARTINEZ, M.; BLASCO, X.; SALCEDO, J. V. A new perspective on multiobjective optimization by enhanced normalized normal constraint method. **Structural and multidisciplinary optimization**, v. 36, n. 5, p. 537-546, 2008.
- SASAHARA, H.; KAWASAKI, M.; TSUTSUMI, M. Helical feed milling with MQL for boring of aluminum alloy. **Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing**, v. 2, n. 6, p. 1030-1040, 2008.
- SEBER, G. A. F.; LEE, A. J. **Linear regression analysis**. John Wiley & Sons, 2003.
- SHAN, Y.; HE, N.; LI, L.; ZHAO, W.; Qin, X. Orbital milling hole of aerospace Al-alloy with big pitch. **Transactions of Tianjin University**, v. 17, n. 5, p. 329-335, 2011.
- SHAN, Y. C.; HE, N.; LI, L.; ZHAO, W.; YANG, Y. F. Vector modeling of robotic helical milling hole movement and theoretical analysis on roughness of hole surface. **Journal of Central South University**, v. 20, n. 7, p. 1818-1824, 2013.

- SHANG, S.; QIN, X. D.; LI, J. H.; LI, S. P.; LI, H.; HUANG, T.; ... SUN, D. Modelling of cutting forces and researching calibration method in helical milling. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, p. 1-12, 2017.
- SHANNON, C. E. A mathematical theory of communication. **ACM SIGMOBILE Mobile Computing and Communications Review**, v. 5, n. 1, p. 3-55, 2001.
- SCHEFFÉ, H. Experiments with mixtures. **Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)**, p. 344-360, 1958.
- SHEN, J. L.; LIU, Q.; YUAN, S. M.; YANG, Y. Q. Research on a Generalized Simulation Algorithm for Cutting Forces Prediction of Helical Milling and its Implementation. **Advanced Materials Research**. v. 562-564, p. 793-798, 2012.
- SCHMITZ, T. L.; BURNS, T. J.; ZIEGERT, J. C.; DUTTERER, B.; WINFOUGH, W. R. Tool length-dependent stability surfaces. **Machining Science and Technology**, v. 8, n. 3, p. 377-397, 2004.
- SHOEMAKER, A. C.; TSUI, K.-L.; WU, C. F. J. Economical experimentation methods for robust design. **Technometrics**, v. 33, n. 4, p. 415-427, 1991.
- SIEVERT, C.; PARMER, C.; HOCKING, T.; CHAMBERLAIN, S.; RAM, K.; CORVELLEC, M.; DESPOUY, P. **Plotly: Create Interactive Web Graphics via plotly.js**. R package version 4.7.1. 2017.
- SMITH, S.; WINFOUGH, W. R.; HALLEY, J. The effect of tool length on stable metal removal rate in high speed milling. **CIRP Annals-Manufacturing Technology**, v. 47, n. 1, p. 307-310, 1998.
- SULTANA, I.; SHI, Z.; ATTIA, M. H.; THOMSON, V. Surface Integrity of Holes Machined by Orbital Drilling of Composites with Single Layer Diamond Tools. **Procedia CIRP**, v. 45, p. 23-26, 2016.
- SUN, D.; LEMOINE, P.; KEYS, D.; DOYLE, P.; MALINOV, S.; ZHAO, Q.; JIN, Y. Hole-making processes and their impacts on the microstructure and fatigue response of aircraft alloys. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, p. 1-8, 2016.
- TANAKA, H.; OHTA, K.; TAKIZAWA, R.; YANAGI, K. Experimental study on tilted planetary motion drilling for CFRP. **Procedia CIRP**, v. 1, p. 443-448, 2012.

- TARNG, Y. S.; KAO, J. Y.; LIN, Y. S. Identification of and compensation for backlash on the contouring accuracy of CNC machining centres. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 13, n. 2, p. 77-85, 1997.
- Taylor Hobson. **Cylindricity**. (n.d.) Disponível em: <http://www.taylorhobsonserviceusa.com/uploads/2/5/7/5/25756172/cylindricity.pdf>. Acesso em: 10/2017.
- TIAN, Y.; LIU, Y.; WANG, F.; JING, X.; ZHANG, D.; LIU, X. Modeling and analyses of helical milling process. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 90, n. 1-4, p. 1003-1022, 2017.
- TÖNSHOFF, H. K.; SPINTIG, W.; KÖNIG, W.; NEISES, A. Machining of holes developments in drilling technology. **CIRP Annals-Manufacturing Technology**, v. 43, n. 2, p. 551-561, 1994.
- TRENT, E. M.; WRIGHT, P. K. **Metal cutting**. Butterworth-Heinemann, 2000.
- UKAEGBU, E. C.; CHIGBU, P. E. Graphical evaluation of the prediction capabilities of partially replicated orthogonal central composite designs. **Quality and Reliability Engineering International**, v. 31, n. 4, p. 707-717, 2015.
- URBICAIN, G.; OLVERA, D.; DE LACALLE, L. L.; ZAMAKONA, I.; RODAL, P. New Strategies For Hole Making In Ti-6Al-4V. In: **AIP Conference Proceedings**. AIP, 2009. p. 361-369.
- VALLERIO, M.; VERCAMMEN, D.; VAN IMPE, J.; LOGIST, F. Interactive NBI and (E) NNC methods for the progressive exploration of the criteria space in multi-objective optimization and optimal control. **Computers & Chemical Engineering**, v. 82, p. 186-201, 2015.
- VENTURA, C. E. H.; HASSUI, A. Modeling of cutting forces in helical milling by analysis of tool contact angle and respective depths of cut. **International Journal Of Advanced Manufacturing Technology**, v. 68, 2013.
- VINING, G.; MYERS, R. Combining Taguchi and response surface philosophies- A dual response approach. **Journal of quality technology**, v. 22, p. 38-45, 1990.
- VINING, G. G. A compromise approach to multiresponse optimization. **Journal of Quality Technology**, v. 30, n. 4, p. 309-313, 1998.

- VOSS, R.; HENERICHS, M.; KUSTER, F. Comparison of conventional drilling and orbital drilling in machining carbon fibre reinforced plastics (CFRP). **CIRP Annals-Manufacturing Technology**, v. 65, n. 1, p. 137-140, 2016.
- WANG, H.; QIN, X.; REN, C.; WANG, Q. Prediction of cutting forces in helical milling process. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 58, n. 9, p. 849-859, 2012.
- WANG, H.; QIN, X.; LI, H.; TAN, Y. A comparative study on helical milling of CFRP/Ti stacks and its individual layers. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 86, n. 5-8, p. 1973-1983, 2016a.
- WANG, H.; QIN, X.; LI, H. Machinability analysis on helical milling of carbon fiber reinforced polymer. **Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing**, v. 9, n. 5, p. 1-11, 2015.
- WANG, H.; QIN, X.; WANG, Q.; LI, Q. Dynamic Design and Analysis on Helical Milling Spindle Unit Using Modified Whole Transfer Matrix Method. **Journal of Computational and Theoretical Nanoscience**, v. 13, n. 4, p. 2601-2607, 2016b.
- WANG, H.; QIN, X. Hole quality analysis in helical milling of CFRP. **Applied Mechanics and Materials**. v. 556-562, p. 515-518, 2014.
- WANG, B.; GAO, H.; CAO, B.; ZHUANG, Y.; ZHAO, Z. Mechanism of damage generation during drilling of carbon/epoxy composites and titanium alloy stacks. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture**, v. 228, n. 7, p. 698-706, 2014.
- WANG, H. Y.; QIN, X. D. Research on the relation between cutting parameters and axial cutting force in helical milling process. **Advanced Materials Research**. v. 690-693, p. 2480-2483, 2013.
- WANG, Q.; WU, Y.; BITOU, T.; NOMURA, M.; FUJII, T. Proposal of a tilted helical milling technique for high quality hole drilling of CFRP: kinetic analysis of hole formation and material removal. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, p. 1-15, 2017.
- WANG, X.; HWANG, K. S.; KOOPMAN, M.; FANG, Z. Z.; ZHANG, L. Mechanical properties and wear resistance of functionally graded WC-Co. **International Journal of Refractory Metals and Hard Materials**, v. 36, p. 46-51, 2013.

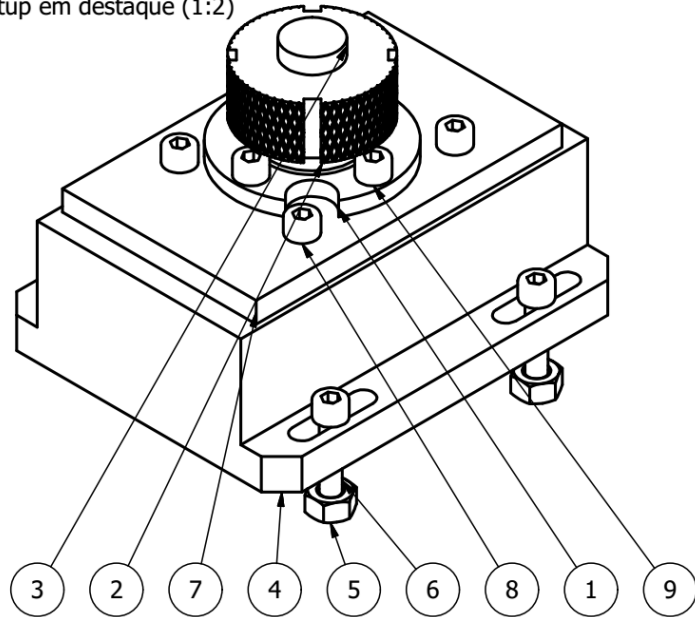
- WEISBERG, S. **Applied linear regression**. John Wiley & Sons, 2005.
- WELCH, W.; YU, T.; KANG, S. M.; SACKS, J. Computer experiments for quality control by parameter design. **Journal of Quality Technology**, v. 22, n. 1, p. 15-22, 1990.
- WHINNEM, E.; LIPCZYNSKI, G.; ERIKSSON, I. Development of orbital drilling for the Boeing 787. **SAE International Journal of Aerospace**, v. 1, n. 2008-01-2317, p. 811-816, 2008.
- YAN, X.; SU, X. G. **Linear regression analysis: theory and computing**. World Scientific, 2009.
- ZHANG, P. F.; CHURI, N. J.; PEI, Z. J.; TREADWELL, C. Mechanical drilling processes for titanium alloys: a literature review. **Machining Science and Technology**, v. 12, n. 4, p. 417-444, 2008.
- ZHANG, S.; SHI, R. H.; LIANG, X. G.; HU, Y. X.; YAO, Z. Q.; ZHANG, H. Z. The Effect of Axial Cutting Edge Angle on the Axial Milling Force of Helical Milling. **Applied Mechanics and Materials**. v. 217-219, p. 1723-1728, 2012.
- ZHAO, Q.; QIN, X.; JI, C.; LI, Y.; SUN, D.; JIN, Y. Tool life and hole surface integrity studies for hole-making of Ti6Al4V alloy. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 79, n. 5-8, p. 1017-1026, 2015.
- ZHOU, L.; DONG, H.; KE, Y.; CHEN, G. Modeling of non-linear cutting forces for dry orbital drilling process based on undeformed chip geometry. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, p. 1-14, 2017a.
- ZHOU, L.; DONG, H.; KE, Y.; CHEN, G. Analysis of the chip-splitting performance of a dedicated cutting tool in dry orbital drilling process. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 90, n. 5-8, p. 1809-1823, 2017b.

APÊNDICES

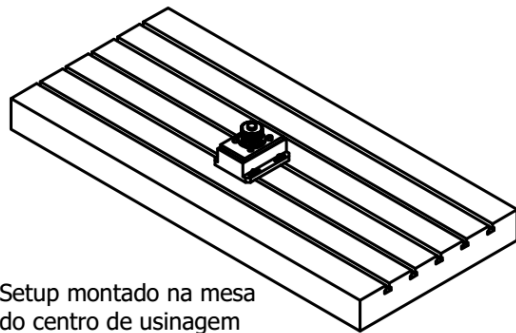
APÊNDICE A. Desenhos do *setup* experimental

Nas páginas seguintes são apresentados os desenhos do *setup* experimental, considerando o dinamômetro, fixação e corpo de prova com detalhamentos e dimensões necessárias.

Setup em destaque (1:2)

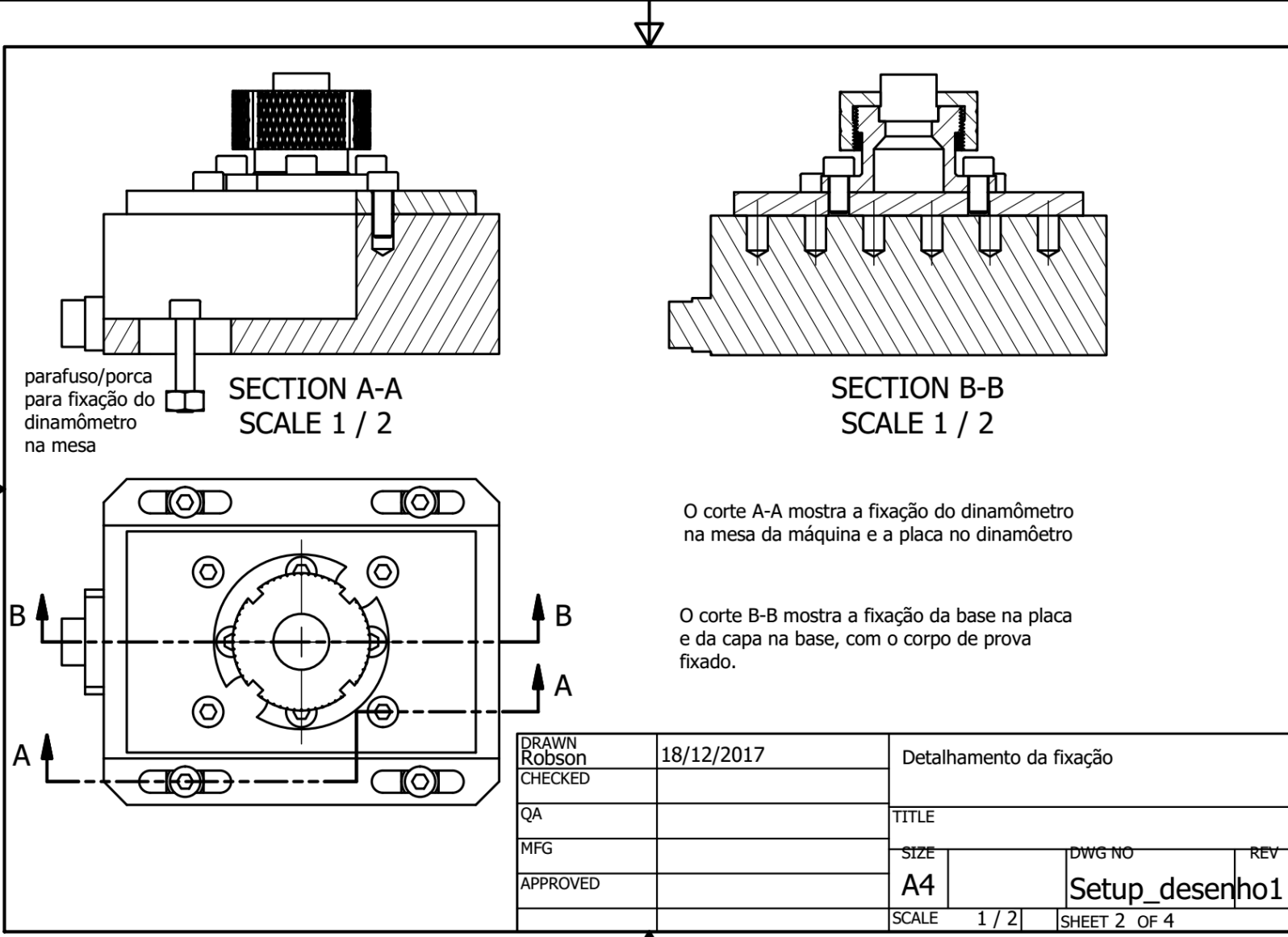


PARTS LIST			
ITEM	QTY	PART NUMBER	DESCRIPTION
1	1	base	
2	1	capa	
3	1	Corpo de prova	
4	1	dinamômetro	
5	4	AS 1112 - M10 Type 5	ISO metric hexagon nuts, including thin nuts, slotted nuts and castle nuts
6	4	AS 1420 - 1973 - M8 x 40	ISO metric hexagon socket head cap screws
7	1	placa	
8	4	AS 1420 - 1973 - M8 x 20	ISO metric hexagon socket head cap screws
9	4	AS 1420 - 1973 - M8 x 16	ISO metric hexagon socket head cap screws

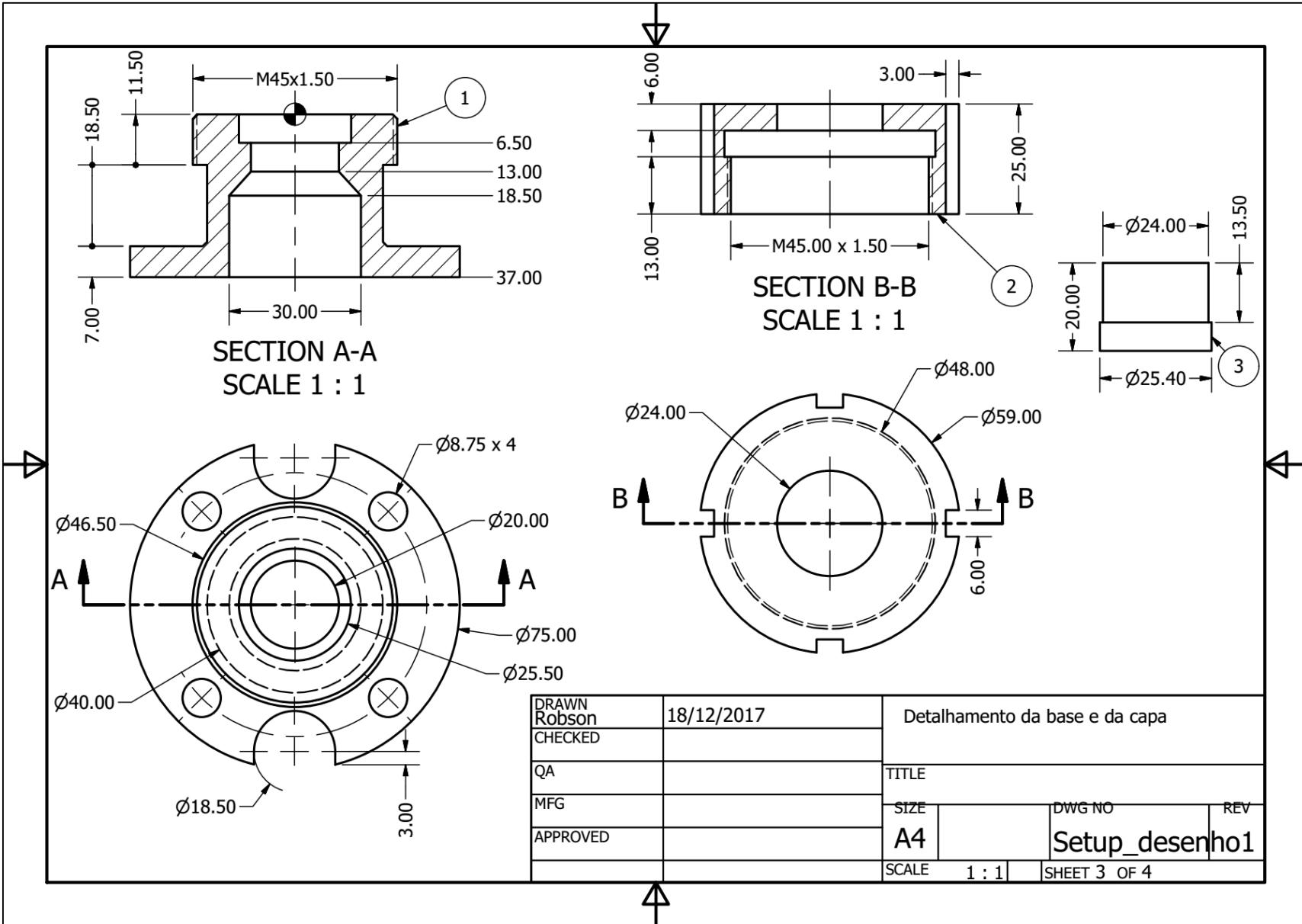


Setup montado na mesa do centro de usinagem

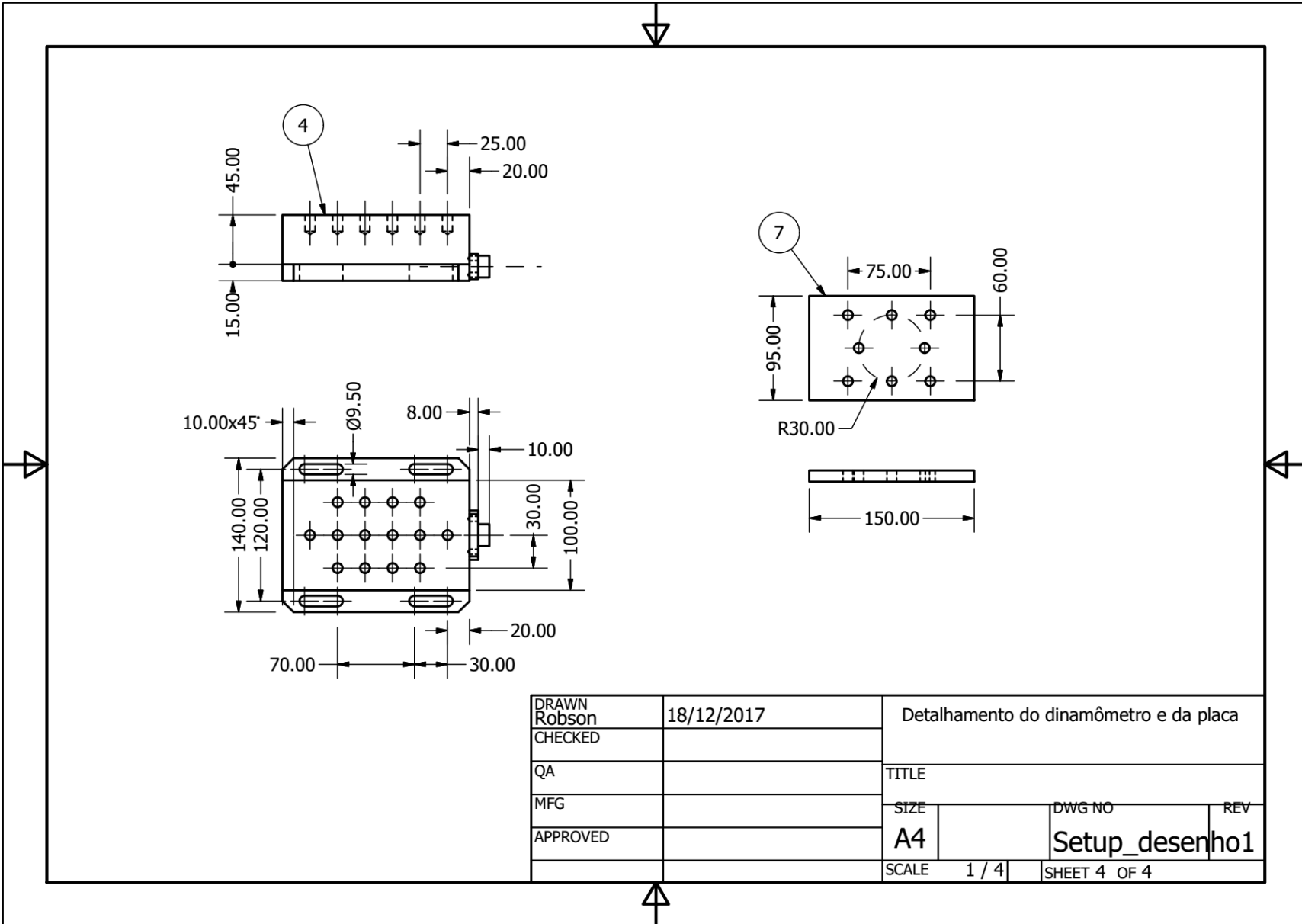
DRAWN Robson	18/12/2017	Visão geral do setup experimental	
CHECKED		TITLE	
QA		SIZE	DWG NO
MFG		A4	Setup_desenho1
APPROVED		SCALE	REV
		1 / 16	SHEET 1 OF 4



DRAWN Robson	18/12/2017	Detalhamento da fixação		
CHECKED		TITLE		
QA		SIZE	DWG NO	REV
MFG		A4	Setup_desenho1	
APPROVED		SCALE	1 / 2	SHEET 2 OF 4



DRAWN Robson	18/12/2017	Detalhamento da base e da capa		
CHECKED		TITLE		
QA		SIZE	DWG NO	REV
MFG		A4	Setup_desenho1	
APPROVED		SCALE	SHEET 3 OF 4	
		1 : 1		



DRAWN Robson	18/12/2017	Detalhamento do dinamômetro e da placa		
CHECKED		TITLE		
QA		SIZE	DWG NO	REV
MFG		A4	Setup_desenho1	
APPROVED		SCALE	1 / 4	SHEET 4 OF 4

APÊNDICE B. Agrupamento hierárquico de Ward

Este apêndice tem como referência o seguinte livro:

FERREIRA, D. F. **Estatística multivariada**. Editora UFLA, Lavras: 2011.

A análise de agrupamentos basicamente tem por fim agrupar objetos similares em um mesmo grupo e objetos dissimilares em grupos distintos. Para m variáveis a serem agrupadas um agrupamento hierárquico inicia-se com m grupos cada um contendo uma variável e termina com um grupo com todas as variáveis. Em cada passo as variáveis são reunidas segundo alguma medida de similaridade adotada.

Geralmente pode-se utilizar a análise de agrupamentos para agrupar as N observações de m variáveis ou agrupar as m variáveis com N observações. No presente estudo o objetivo era agrupar as sete respostas de interesse. Os dados observados em N observações relativos às p variáveis são representados na matriz \mathbf{Y} a seguir.

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1j} & \cdots & y_{1p} \\ y_{21} & y_{22} & \cdots & y_{2j} & \cdots & y_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ y_{i1} & y_{i2} & \cdots & y_{ij} & \cdots & y_{ip} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ y_{N1} & y_{N2} & \cdots & y_{Nj} & \cdots & y_{Np} \end{bmatrix} \quad (\text{B.1})$$

Para iniciar análise hierárquica é necessária uma matriz de proximidades, sendo a proximidade uma medida utilizada para indicar a similaridade ou a dissimilaridade entre as variáveis. Um exemplo de medida de similaridade é a correlação e um exemplo de medida de dissimilaridade é a distância. A matriz de proximidade \mathbf{P} de ordem $m \times m$ consiste em uma matriz de coeficientes de proximidade p_{rs} entre as variáveis r e s , com $m(m - 1)$ medidas de proximidade, conforme a seguir. Logicamente a matriz \mathbf{P} é simétrica, de forma que $p_{rs} = p_{sr}$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1m} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{m1} & p_{m2} & \cdots & p_{mm} \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

Um exemplo de medida de dissimilaridade é a distância quadrática entre duas variáveis \mathbf{y}_r e \mathbf{y}_s , expressa a seguir:

$$d_{rs}^2 = (\mathbf{y}_r - \mathbf{y}_s)^T \Psi (\mathbf{y}_r - \mathbf{y}_s) \quad (\text{B.3})$$

sendo Ψ uma métrica de interesse. Quando $\Psi = \mathbf{I}$, sendo \mathbf{I} uma matriz identidade, essa distância quadrática consiste na distância euclidiana, que é sugestiva para os casos nos quais as variáveis apresentam escalas similares. Já quando $\Psi = \text{diag}(1/s_{ii})$, com $i = 1, \dots, N$ e s_{ii} a variância da i -ésima variável, tem-se a matriz de distância euclidiana quadrática, sendo esta medida adequada para variáveis de escalas distintas, entretanto não-correlacionadas. Para contemplar a correlação e a diferença de escala, deve-se fazer $\Psi = \mathbf{s}^{-1}$, sendo \mathbf{s} a matriz de variâncias-covariâncias amostral, de forma que d_{rs}^2 consista na distância generalizada de Mahalanobis.

Considerando os valores de variáveis \mathbf{y}_r e \mathbf{y}_s no espaço N -dimensional das variáveis r e s uma medida de similaridade $s_{rs} = s_{sr}$ tem domínio $[0; 1]$. Se $s_{rs} = 1$, as variáveis tem similaridade perfeita, isto é, $\mathbf{y}_r = \mathbf{y}_s$. Pode-se obter a dissimilaridade a partir da similaridade, por exemplo, utilizando a função monótona $d_{rs} = 1 - s_{rs}$. Entretanto, o contrário não é possível, pois as distâncias não possuem limite superior, variando de 0 a ∞ . O coeficiente de correlação r_{rs} , é utilizado como medida de similaridade, entretanto, de maneira controversa, pois r_{rs} tem domínio $[-1; 1]$ e, quando $r_{rs} = 1$, não significa que a similaridade é perfeita, mas que há um relacionamento linear perfeito entre as variáveis. Sugere-se a utilização de $|r_{rs}|$ como medida de similaridade, entretanto, o problema da similaridade perfeita ainda persiste. No caso do agrupamento de variáveis geralmente utiliza-se como medidas de similaridade a correlação absoluta $|r_{rs}|$ e como medida de dissimilaridade $d_{rs} = 1 - |r_{rs}|$.

Os agrupamentos hierárquicos classificam as respostas em diferentes etapas, de maneira hierárquica. Um agrupamento hierárquico pode ser representado por gráficos chamados de dendogramas. Nestes gráficos as variáveis são apresentadas e unidas por pontos de junção. O algoritmo geral para agrupar m variáveis pode ser descrito como segue:

- a. Obter a matriz de \mathbf{P} proximidades considerando as dissimilaridades (ou de similaridades) \mathbf{D} de ordem $m \times m$ entre as variáveis. NO método de Ward a medida de proximidade considerada é $[p_{ij}] = [0,5d_{ij}^2]$;
- b. Iniciar a análise com m grupos cada um com uma variável;
- c. Identificar na matriz \mathbf{P} o par de grupos r e s com maior similaridade (ou menor distância) e representar a distância destes por p_{rs} ;

- d. Fundir os grupos r e s formando um novo grupo rs . Recalcular a matriz \mathbf{P} eliminando as linhas relativas às variáveis r e s e criar uma nova linha e uma nova coluna rs . No caso do método de Ward a fórmula utilizada para calcular a distância entre rs e um grupo t qualquer é exposta a seguir:

$$p_{(rs)t} = \frac{1}{m_t + m_{rs}} [(n_t + n_r)p_{rt} + (n_t + n_s)p_{st} - n_t p_{rs}] \quad (\text{B.4})$$

Com m_t , sendo o número de variáveis do grupo t e $m_{rs} = m_r + m_s$, o número de variáveis no grupo s ;

- e. Repetir $(m - 1)$ vezes os passos c e d até agrupar todos os objetos hierarquicamente. Em cada iteração a matriz simétrica \mathbf{P} reduz sua dimensão em uma unidade. Deve-se anotar a identidade dos grupos e as distâncias que definem as junções.

Para mais informações sobre o método de Ward consultar FERREIRA (2011).

APÊNDICE C. Testes de normalidade e homocedasticidade para as respostas

Para utilizar os métodos de estatística paramétrica ANOVA e regressão devem ser cumpridas as premissas de normalidade dos resíduos e de homocedasticidade. No caso de rejeição da hipótese de normalidade deve optar por métodos não paramétricos, enquanto que no caso de rejeição da hipótese de homocedasticidade, o que implica na heterocedasticidade dos dados, deve utilizar a regressão por WLS.

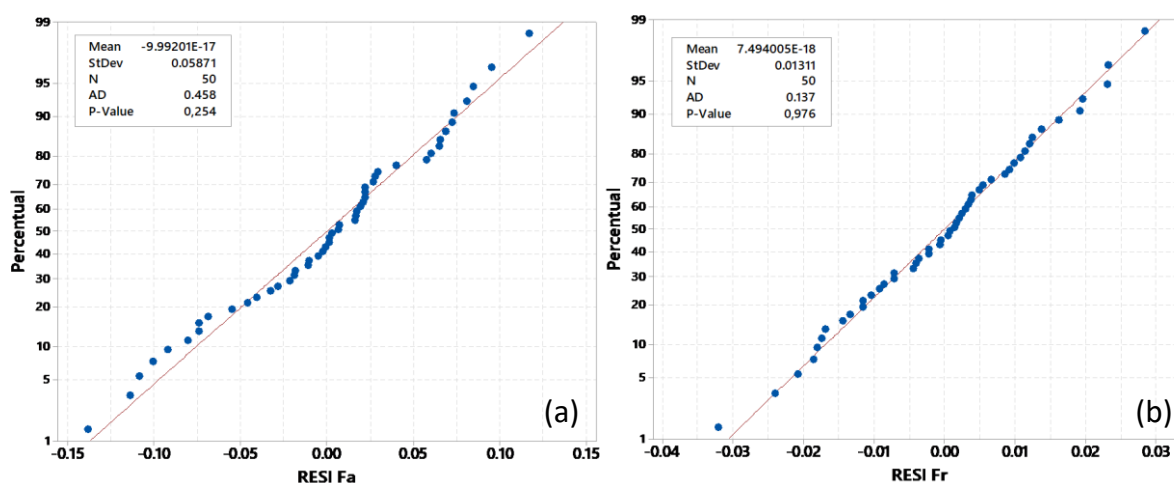


Figura C.1. Teste de normalidade dos resíduos para (a) F_a e (b) F_r

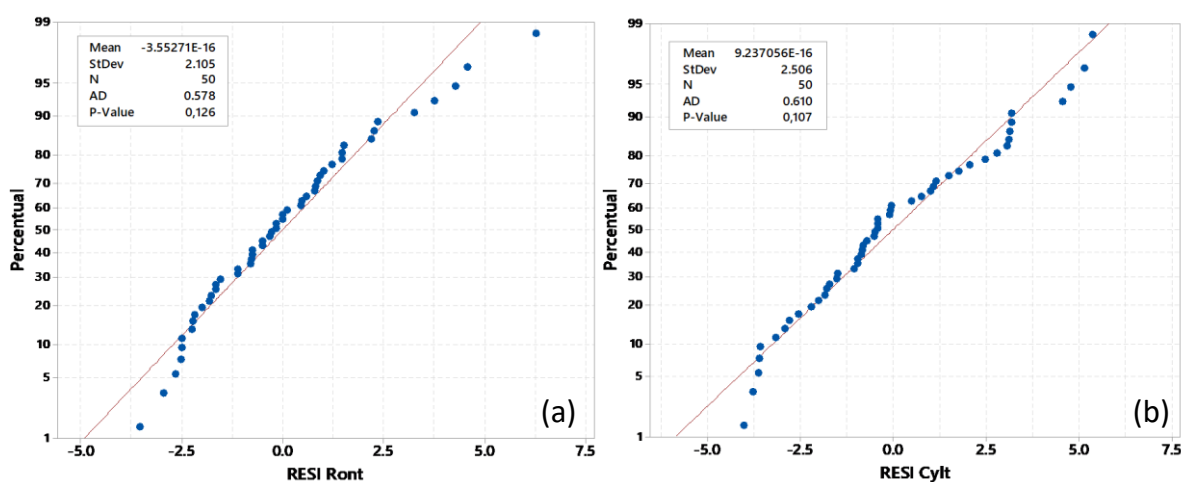


Figura C.2. Teste de normalidade dos resíduos para (a) Ron_t e (b) Cyl_t

Para atender a presunção de normalidade dos resíduos o teste de normalidade de Anderson-Darling foi realizado. Entretanto, os resultados aqui expostos são para os resíduos da primeira análise por OLS, uma vez que por WLS a regressão é ponderada considerando pesos

como sendo o inverso dos quadrados dos resíduos. As Figura C.1 a C.3 ilustram os gráficos de probabilidade dos resíduos. Os p-valores (*p-value* nos painéis dos gráficos) maiores que o nível de significância, $\alpha = 0,05$, apontam que não há indícios de rejeição da hipótese nula para as seis respostas.

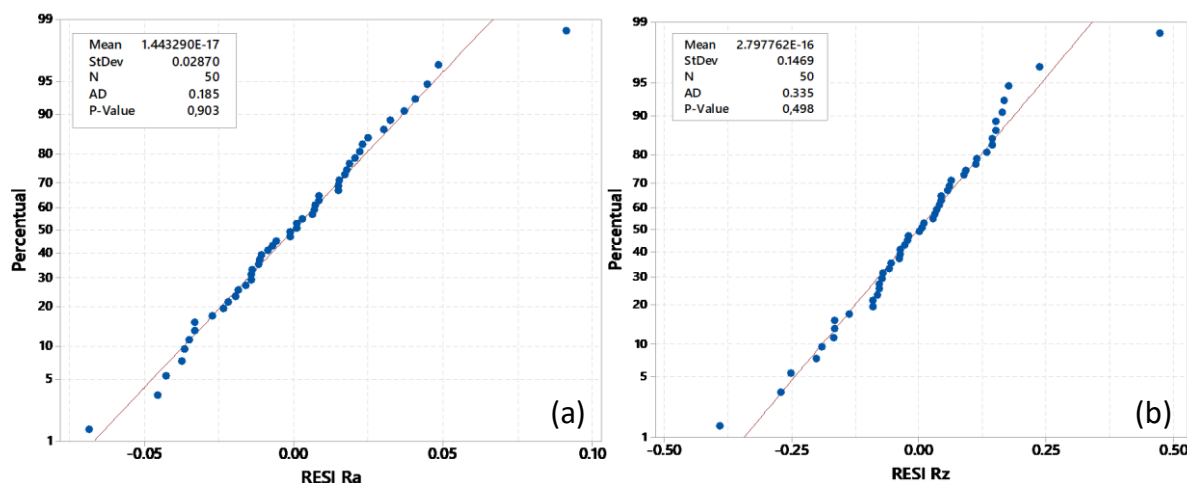


Figura C.3. Teste de normalidade dos resíduos para (a) R_a e (b) R_z

Para verificar a homocedasticidade, que designa a constância da variância do erro experimental em todas as parcelas, foram realizados os testes de comparações múltiplas e o teste de Levene. Entretanto, como no planejamento experimental utilizado um CCD contendo um fatorial fracionado, não é possível realizar o teste de normalidade considerando todas as variáveis de processo e ruído. Deste modo, o teste foi feito em grupos de quatro variáveis, considerando três de processo e uma de ruído por vez. A Tabela C.1 resume os resultados.

Tabela C.1. Teste de homocedasticidade para as respostas avaliadas

	$f_{za}, f_{zb}, v_c, l_{to}$	f_{za}, f_{zb}, v_c, h_d	f_{za}, f_{zb}, v_c, h_d
F_a	0.000*	0.000	0.00
	0.000**	0.000	0.00
F_r	0.000	0.000	0.00
	0.000	0.000	0.00
Cyl_t	0.019	0.165	0.06
	0.262	0.081	0.27
Ron_t	0.018	0.000	0.00
	0.013	0.010	0.08
R_a	0.000	0.000	0.00
	0.022	0.000	0.01
R_z	0.000	0.000	0.00
	0.028	0.003	0.01

*p-valor comparações múltiplas; **p-valor Levene

APÊNDICE D. Programa CNC para o fresamento helicoidal

Para exemplificar o cálculo dos parâmetros necessários à programação CNC e operacionalização do processo foi selecionada a solução Pareto ótima $j = 123$, resumida na Tabela 8.62. Esta solução tem os seguintes níveis codificados das variáveis de controle $\mathbf{x}^*_{123} = [-0,115; 1,184; 0,006]$. Para decodificar os níveis dos parâmetros deve-se levar em consideração os níveis fatoriais, x_+ e x_- , e central, x_0 , do planejamento conforme a seguir:

$$x_{decod} = x_{cod} \times \frac{(x_+ - x_-)}{2} + x_0 \quad (D.1)$$

Os níveis decodificados são $\mathbf{x}^*_{123} = [0,144 \mu\text{m/dente}; 0,209 \text{ mm/dente}; 60,1 \text{ m/min}]$. Para programar estes níveis deve-se entender o código CNC para o fresamento helicoidal de cada sistema de controle numérico. No caso do sistema Siemens SINUMERIK® a programação utiliza a velocidade de avanço helicoidal do centro da fresa, v_f , e considera a excentricidade, e , da ferramenta em relação ao centro do furo, definindo o diâmetro da hélice e , também, o diâmetro do furo desejado. Além disso, o passo helicoidal, que consiste na profundidade de corte axial máxima, a_p^* , é definido a partir da programação da profundidade total do furo e do número de voltas. Para garantir a completa remoção de material deve-se programar uma profundidade máxima um pouco maior que a altura medida no furo. Além disso, ao final deve-se recuar a ferramenta para o centro do furo nos eixos x e y antes de recuá-la em z , para não danificar a superfície do furo.

Em todos os furos obtidos nos experimentos desta Tese a fresa tinha diâmetro $D_t = 10$ mm, e $z = 4$ dentes e os furos obtidos foram de diâmetro $D_b = 18$ mm com 20 mm de profundidade. Recomenda-se que os cálculos sejam feitos em uma planilha. De maneira direta seguem os cálculos dos parâmetros necessários:

$$n = \frac{1000 \times v_c}{\pi \times D_t} = \frac{1000 \times 60,1}{\pi \times 10} = 1913,719 \text{ RPM}$$

$$e = \frac{D_b - D_t}{2} = \frac{18 - 10}{2} = 4 \text{ mm}$$

$$v_{fha} = f_{za} \cdot z \cdot n = 0,144 \times 10^{-3} \times 4 \times 1913,719 = 1,10 \text{ mm/min}$$

$$v_{ft} = f_{zt} \cdot z \cdot n = 0,209 \times 4 \times 1913,719 = 1601,4 \text{ mm/min}$$

$$v_{fht} = v_{ft} \frac{D_h}{D_b} = 1601,4 \times \frac{8}{18} = 712 \text{ mm/min}$$

$$v_f = \sqrt{v_{fha}^2 + v_{fht}^2} = \sqrt{1,10^2 + 712^2} = 711,716 \text{ mm/min}$$

$$a_p^* = \frac{f_{za} \cdot \pi \cdot D_b}{f_{zt}} = \frac{0,144 \times 10^{-3} \times \pi \times 18}{0,209} = 0,039 \text{ mm/volta}$$

O parâmetro de programação *TURN* consiste no número de voltas. Neste caso, como o furo é de 22 mm, optou-se por programar 2 mm a mais para garantir a remoção de material completa e melhorar a rugosidade no final do furo.

$TURN = 22 / a_p^* = 22 / 0,039 = 564,16$, deve-se garantir que a volta seja completa. Logo,

TURN = 565 voltas

A profundidade em *z* no final do processo de interpolação será:

$$z = 565 \times 0,039 = 22,033 \text{ mm}$$

O programa com os parâmetros calculados em cores segue abaixo.

Tabela D.1. Programa CNC Siemens SINUMERIK® para fresamento helicoidal

```

O1001
G17 G94 G90
G53 G00 Z-110 D0
T01
M6
G54 D1
S1913.719 M3
G01 Z0 F711.716
G03 X4 Y0 Z-22.033 I=AC(0) J=AC(0) TURN=565
G01 X0 Y0
G53 G00 Z-110 D0
M30

```

APÊNDICE E. ANCOVA

Nos ensaios de vida foi verificada a evolução da formação de rebarba na saída do furo com o desgaste. Uma vez que no estudo realizado ambas são respostas do processo, ao invés de realizar a ANOVA para a rebarba considerando como fonte de variação a velocidade de corte, foi realizada a análise de covariância (ANCOVA) colocando o corpo de prova usinado como covariável. A ANCOVA é uma forma de minimizar o erro experimental devido a variáveis concomitantes de interesse que não podem ser controladas, mas medidas.

Assumindo um relacionamento linear entre a resposta de interesse y e a covariável x , o modelo estatístico apropriado é apresentado na Equação E.1.

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta(x_{ij} - \bar{x}_{..}) + \varepsilon_{ij}, \quad \begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, a \\ j = 1, 2, \dots, n \end{array} \quad (\text{E.1})$$

onde y_{ij} é a j -ésima observação na variável de resposta tomada no i -ésimo tratamento ou nível da variável controlável, x_{ij} é a medição realizada na covariável correspondente a y_{ij} , \bar{x} é a média dos valores x_{ij} , μ é a média geral, τ_i é o efeito do i -ésimo tratamento, β é o coeficiente de regressão linear de x_{ij} em y_{ij} , e ε_{ij} é a componente de erro aleatório. Assume-se que os erros são NID $(0, \sigma^2)$, que $\beta \neq 0$, que o relacionamento entre y_{ij} e x_{ij} é linear, que os coeficientes de regressão para cada tratamento são idênticos, que os efeitos dos tratamentos somam zero ($\sum_{i=1}^a \tau_i = 0$), e que a covariância x_{ij} não é afetada pelos tratamentos.

A notação apresentada nas Equações E2 a E10 irá auxiliar na análise.

$$S_{yy} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2 = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{an} \quad (\text{E.2})$$

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_{..})^2 = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n x_{ij}^2 - \frac{x_{..}^2}{an} \quad (\text{E.3})$$

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_{..})(y_{ij} - \bar{y}_{..}) = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n x_{ij} y_{ij} - \frac{(x_{..})(y_{..})}{an} \quad (\text{E.4})$$

$$T_{yy} = n \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (\bar{y}_i - \bar{y}_{..})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n y_i^2 - \frac{y_{..}^2}{an} \quad (\text{E.5})$$

$$T_{xx} = n \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (\bar{x}_i - \bar{x}_{..})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n x_i^2 - \frac{x_{..}^2}{an} \quad (\text{E.6})$$

$$T_{xy} = n \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (\bar{x}_i - \bar{x}_{..})(\bar{y}_i - \bar{y}_{..}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n x_{ij} y_{ij} - \frac{(x_{..})(y_{..})}{an} \quad (\text{E.7})$$

$$E_{yy} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_i)^2 = S_{yy} - T_{yy} \quad (\text{E.8})$$

$$E_{xx} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_i)^2 = S_{xx} - T_{xx} \quad (\text{E.9})$$

$$E_{xy} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_i)(y_{ij} - \bar{y}_i) = S_{xy} - T_{xy} \quad (\text{E.10})$$

Os símbolos S , T e E São usados para denotar as somas dos quadrados e os produtos cruzados para o total, os tratamentos e o erro, respectivamente, e $S = T + E$. A soma dos quadrados para x e y deve ser não negativa; entretanto, a soma dos produtos cruzados (xy) pode ser negativa.

A ANCOVA ajusta a resposta considerando o efeito da covariável. Considerando o modelo estatístico da Equação E.1, os estimadores de mínimos quadrados para μ , τ_i e β são $\hat{\mu} = \bar{y}_{..}$, $\hat{\tau}_i = \bar{y}_i - \bar{y}_{..} - \beta(\bar{x}_i - \bar{x}_{..})$ e $\hat{\beta} = E_{xy}/E_{xx}$. A soma dos quadrados dos erros é $SS_E = E_{yy} - (E_{xy})^2/E_{xx}$ com $a(n-1) - 1$ graus de liberdade. A Equação E.11 estima a variância experimental.

$$MS_E = \frac{SS_E}{a(n-1) - 1} \quad (\text{CE.11})$$

Se não há efeito dos tratamentos, o modelo da Equação E.1 pode ser substituído pela Equação E.12, com estimadores de mínimos quadrados de μ e β sendo $\hat{\mu} = \bar{y}_{..}$ e $\hat{\beta} = S_{xy}/S_{xx}$.

$$y_{ij} = \mu + \beta(x_{ij} - \bar{x}_{..}) + \varepsilon_{ij} \quad (\text{E.12})$$

A soma dos quadrados neste caso é apresentada na Equação E.13, com $an - 2$ graus de liberdade.

$$SS'_E = S_{yy} - (S_{xy})^2/S_{xx} \quad (\text{E.13})$$

$SS'_E - SS_E$ provê a soma dos quadrados devido a τ_i com $a - 1$ graus de liberdade para testar a hipótese de não haver efeito dos tratamentos. A Equação E.14 testa a hipótese $H_0: \tau_i = 0$.

$$F_0 = \frac{(SS'_E - SS_E)/(a-1)}{MS_E} \quad (\text{E.14})$$

A Tabela E.1 resume a Tabela de cálculos para a ANCOVA. Para mais detalhes sobre o método ver Montgomery (2013).

Tabela E1. ANCOVA

Fonte	SS	DF	MS	F₀
Regressão	$(S_{xy})^2/S_{xx}$	1	-	-
Trat/fator	$SS'_E - SS_E = S_{yy} - (S_{xy})^2/S_{xx} - [E_{yy} - (E_{xy})^2/E_{xx}]$	$a - 1$	$\frac{SS'_E - SS_E}{a - 1}$	$\frac{(SS'_E - SS_E)/(a - 1)}{MS_E}$
Erro	$SS_E = E_{yy} - (E_{xy})^2/E_{xx}]$	$a(n - 1) - 1$	$\frac{SS_E}{a(n - 1) - 1}$	-
Total	S_{yy}	$an - 1$	-	-

APÊNDICE F. Artigos publicados pelo autor da Tese durante o doutorado

Pereira, R. B. D.; Peruchi, R. S.; de Paiva, A. P.; da Costa, S. C.; Ferreira, J. R. Combining Scott-Knott and GR&R methods to identify special causes of variation. *Measurement*, v. 82, p. 135-144, 2016.

Measurement 82 (2016) 135–144



Contents lists available at [ScienceDirect](http://www.sciencedirect.com)

Measurement

journal homepage: www.elsevier.com/locate/measurement



Combining Scott-Knott and GR&R methods to identify special causes of variation



Robson Bruno Dutra Pereira^{a,*}, Rogério Santana Peruchi^b, Anderson Paulo de Paiva^c,
Sebastião Carlos da Costa^c, João Roberto Ferreira^c

^a Department of Mechanical Engineering, Federal University of São João del-Rei, 170 Frei Orlando Square, São João del-Rei, MG 36880-000, Brazil

^b College of Engineering and Management, Federal University of Goiás, 1120 Dr. Lamartine Pinto de Avelar Avenue, Catalão, GO 75704-020, Brazil

^c Institute of Industrial Engineering and Management, Federal University of Itajubá, 1303 BPS Avenue, Itajubá, MG 37500-903, Brazil

ARTICLE INFO

Article history:

Received 22 March 2015

Received in revised form 10 December 2015

Accepted 23 December 2015

Available online 31 December 2015

Keywords:

Repeatability and reproducibility

Measurement system analysis

Welding

Scott-Knott test

ABSTRACT

Measurement error is an unavoidable source of variation in any decision-making process based on experimental research. Components of variation due to measurement system and manufacturing process must be estimated and special causes of variation should be reduced whenever possible. GR&R (gage repeatability and reproducibility) studies quantify these sources of variation by using analysis of variance. The main contribution of this paper is to conjoin GR&R and the multiple comparisons method of Scott-Knott in order to help practitioners identifying special causes of variation in empirical studies. Stainless steel cladding process has been evaluated to validate the proposed procedure. The experimental findings have shown that the well-structured method based on Scott-Knott test was effective in indicating the source of error due to reproducibility.

© 2015 Elsevier Ltd. All rights reserved.

1. Introduction

In any decision-making process involving measurements, the observed variation can be divided into two main sources: measurement system and manufacturing process [1–5]. Measurement error is an undesirable source of variation and must be eliminated. Hence, these sources of variation are estimated in order to determine whether the measurement system's variability is less than the true manufacturing process variation [6,3,7–9].

Abbreviations: GR&R, gage repeatability and reproducibility; MSA, measurement system analysis; PTR, precision-to-tolerance ratio; SNR, signal-to-noise; DR, discrimination ratio; Cp, process capability; Cpk, process capability for the effect of non-centered distribution; DMAIC, define, measure, analyze, improve and control. Improvement cycle for Six Sigma projects; ndc, number of distinct categories; ANOVA, analysis of variance; PCA, principal components analysis.

* Corresponding author. Tel.: +55 32 99140 9788.

E-mail address: robsondutra@ufsj.edu.br (R.B.D. Pereira).

GR&R (gage repeatability and reproducibility) is a particular study of MSA (measurement system analysis) employed to estimate how much variation is due to the gage and to assess whether the gage is suitable for a specific application [10]. Based on analysis of variance, repeatability is the within or common cause variation represented by multiple measurements of one operator using one measuring instrument assessing one quality characteristic on one part. Reproducibility is the between or special cause variation related to the mean of distinct operators (or other measurement system factors such as gage, setups or time periods) while measuring one quality characteristic using the same gage on one part, as illustrated in Fig. 1 [11,12,10,3,7,13–15].

In quality improvement projects, a theoretical goal of zero-defect production is usually pursued by reducing process variability. As a matter of fact, analysts must be able to discern the source of variation and to set properly

Pereira, R. B. D.; Hincapie, C. A. A.; da Silva Campos, P. H.; de Paiva, A. P.; Ferreira, J. R. Multivariate global index and multivariate mean square error optimization of AISI 1045 end milling. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, v. 87, n. 9-12, p. 3195-3209, 2016.

Int J Adv Manuf Technol
DOI 10.1007/s00170-016-8703-4



ORIGINAL ARTICLE

Multivariate global index and multivariate mean square error optimization of AISI 1045 end milling

Robson Bruno Dutra Pereira¹ · Carlos Andrés Arango Hincapie² · Paulo Henrique da Silva Campos² · Anderson Paulo de Paiva² · João Roberto Ferreira²

Received: 12 January 2016 / Accepted: 27 March 2016
© Springer-Verlag London 2016

Abstract Surface roughness is used as a product quality index and technical requirement of machined parts. Consequently, it is important to know the relationship between process parameters and roughness outcomes. Considering that there are different outcomes for measuring roughness, the present works aim the modelling and optimization of surface roughness based on principal component analysis using the multivariate mean square error and the multivariate global index methods. This paper presents a sequential methodology on roughness surface multivariate modelling and optimization. Initially, a complete factorial design was used with centre points, and the hardness of machined surfaces as a covariate was taken into account. On the second part, the axial points were supplied to complete the central composite design and fit a second-order model. Principal component analysis was applied to represent the set of roughness responses and fit a unique response surface regression model in terms of cutting data. The different non-linear programming methods were applied and compared through the global percentage error criteria, considering the outcomes targets. Confirmation runs on multivariate global index optimal point achieved original responses means within the confidence interval of optimal point and very near to the fitted value.

Keywords Roughness surface · Principal component analysis · Analysis of covariance · Response surface methodology · Multivariate mean square error · Multivariate global index

1 Introduction

Engineering surfaces, generated by machining processes, exhibit characteristic topographies which play a fundamental role in functional performance by affecting lubrication, friction, etc. Surface roughness is widely used as a product quality index and as a technical requirement for mechanical products [1, 2].

A surface obtained by machining processes consists of inherent irregularities left by a tool which is commonly defined as surface roughness [3]. Each cutting tool type will leave unique marks on the machined surface. The direction of the dominating surface pattern, lay, will be affected by a number of different factors in the processes related to the cutting tool, such as stability, overhang, cutting geometry, tool wear; the machinery aspects as machining environment, coolant application, machine conditions, power and rigidity; and the work-piece material structure, quality, design, clamping, previous machining process and other factors [4].

There are several theoretical models relating cutting parameters to surface roughness. According to Grzesik [3], which resumed these models for turning operations, mathematical models which can predict approximately the magnitude of the surface roughness under given cutting conditions are of practical interest. These models consider mainly cutting tool geometry and cutting conditions as feed rate per tooth f_z .

In milling operations, a number of additional factors affect the surface roughness due to differences in tooling construction and process kinematics [4]. It is a consensus that feed per tooth

✉ Robson Bruno Dutra Pereira
robsondutra@ufsj.edu.br

¹ Department of Mechanical Engineering, Federal University of São João Del-Rei, 170 Frei Orlando Square, São João del Rei, MG 36880000, Brazil

² Institute of Industrial Engineering and Management, Federal University of Itajubá, 1303 BPS Avenue, Itajubá, MG 37500-903, Brazil

Pereira, R. B. D.; Leite, R. R.; Alvim, A. C.; de Paiva, A. P.; Ferreira, J. R.; Davim, J. P. Multi-objective robust optimization of the sustainable helical milling process of the aluminum alloy Al 7075 using the augmented-enhanced normalized normal constraint method. **Journal of Cleaner Production**, v. 152, p. 474-496, 2017.

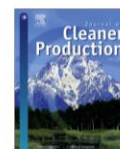
Journal of Cleaner Production 152 (2017) 474–496



Contents lists available at ScienceDirect

Journal of Cleaner Production

journal homepage: www.elsevier.com/locate/jclepro



Multi-objective robust optimization of the sustainable helical milling process of the aluminum alloy Al 7075 using the augmented-enhanced normalized normal constraint method



Robson Bruno Dutra Pereira^{a,*}, Rodrigo Reis Leite^b, Aline Cunha Alvim^b, Anderson Paulo de Paiva^b, João Roberto Ferreira^b, J. Paulo Davim^c

^a Department of Mechanical Engineering, Federal University of São João Del-Rei, 170 Frei Orlando Square, São João del Rei, MG, 36880-000, Brazil

^b Institute of Industrial Engineering and Management, Federal University of Itajubá, 1303 BPS Avenue, Itajubá, MG, 37500-903, Brazil

^c Department of Mechanical Engineering, University of Aveiro, Campus Santiago, 3810-193, Aveiro, Portugal

ARTICLE INFO

Article history:

Received 12 October 2016

Received in revised form

17 March 2017

Accepted 18 March 2017

Available online 21 March 2017

Keywords:

Helical milling

Sustainable manufacturing

Multi-objective robust optimization

Mean square error

Augmented-enhanced normalized normal constraint

ABSTRACT

Helical milling is an eco-friendly hole-making process considering energy economy, tool inventory reduction, tool life cycle increase, set-up and non-productive times reduction due to tools changes and better borehole quality. In order to achieve the best results in terms of the sustainable manufacturing aspects energy, quality, and productivity, the present paper proposes to optimize the multi-objective helical milling process of the aluminum alloy Al 7075. With consideration to sustainable objectives, the axial cutting force component, related to energy consumption, the total roundness, related to borehole geometrical quality, and the material removal rate, related to productivity, were taken into account. The process factors axial and tangential feed per tooth and cutting velocity were selected, besides the noise factor tool overhang length, allowing to optimize bias and variance of cutting force and roundness together with the deterministic response material removal rate. In order to achieve a complete exploitation of the Pareto frontier, the new multi-objective optimization method augmented-enhanced normalized normal constraint method was proposed. It was obtained a set of Pareto optimal solutions for the mean square error of the axial cutting force, mean square error of the total roundness, and material removal rate, achieving the trade-off among energy, quality, and productivity. Therefore, different optimization scenarios were obtained, allowing to the experimenter the possibility of choice, guaranteeing a sustainable hole-making process. Furthermore, besides allowing the possibility of choosing different solutions, the TOPSIS decision-making approach was performed so that the best compromise solution was found among the Pareto optimal solutions. The helical milling of the aluminum alloy Al 7075 is presented as a green machining process.

© 2017 Elsevier Ltd. All rights reserved.

1. Introduction

Sustainable manufacturing accounts environmental, social, and economic aspects, and also the conscious use of natural resources (Mathew and Vijayaraghavan, 2016). In the scope of machining, the research on alternative processes have been important to enhance process performance and reduce damage to the environment (Pusavec et al., 2015). The conventional drilling is one of the most

important hole-making processes (Tönshoff et al., 1994) and the most performed machining operation for the assembling process (Rey et al., 2016). However, this process has some drawbacks. The cutting velocity in the vicinity of the tool center point is close to zero, leading to an increase of the thrust force due to the fact that the material removal in this region is similar to an extrusion process (Iyer et al., 2007). Others disadvantages are the difficulty of the heat dissipation and chip evacuation, high cutting efforts, and poor surface quality due to friction among tool, chip, and workpiece (Olvera et al., 2012). This process may affect the machining properties of the workpiece, generate burrs on the exit of the holes and poor borehole surface roughness (Besseris and Kremmydas, 2014). As these inconveniences may lead to losses and damage to the environment, it is necessary to apply a more sustainable

* Corresponding author.

E-mail address: robsondutra@ufsj.edu.br (R.B.D. Pereira).

Pereira, R. B. D.; Brandão, L. C.; de Paiva, A. P.; Ferreira, J. R.; Davim, J. P. A review of helical milling process. **International Journal of Machine Tools and Manufacture**, v. 120, p. 27-48, 2017.

International Journal of Machine Tools & Manufacture 120 (2017) 27–48



Contents lists available at ScienceDirect

International Journal of Machine Tools & Manufacture

journal homepage: www.elsevier.com/locate/ijmactool



A review of helical milling process



Robson Bruno Dutra Pereira^{a,*}, Lincoln Cardoso Brandão^a, Anderson Paulo de Paiva^b, João Roberto Ferreira^b, J. Paulo Davim^c

^a Department of Mechanical Engineering, Federal University of São João Del-Rei, 170 Frei Orlando Square, São João del Rei, MG 36880-000, Brazil

^b Institute of Industrial Engineering and Management, Federal University of Itajubá, 1303 BPS Avenue, Itajubá, MG 37500-903, Brazil

^c Department of Mechanical Engineering, University of Aveiro, Campus Santiago, 3810-193 Aveiro, Portugal

ARTICLE INFO

Keywords:
Helical milling
Orbital drilling
Hole-making
Borehole quality

ABSTRACT

Helical milling is an alternative hole-making machining process which presents several advantages when compared to conventional drilling. In the helical milling process, the tool proceeds a helical path while rotates around its own axis. Due to its flexible kinematics, low cutting forces, tool wear, and improved borehole quality may be achieved. This paper presents a review of the helical milling process. As a first paper aiming to describe the current state of the art of helical milling process, the recent works about this process were summarized to point out the future trends in this field. Initially, the advantages of the helical milling were presented with regard to conventional drilling. Subsequently, the kinematics of the process was presented to standardize the nomenclature and to provide knowledge about the movements and parameters of helical milling. It was demonstrated the feed velocity decomposition in frontal and peripheral directions. Undeformed chip and cutting volumes of frontal and peripheral cut were described, and the ratio between the cutting volumes removed by frontal and peripheral cut was demonstrated to be dependent only of the borehole and tool diameters. Cutting forces and temperature studies were also summarized, corroborating that the helical milling is a smooth hole-making process. Afterward, tool life and wear studies in helical milling were summarized, testifying that the tool wear evolution can be monitored in frontal and peripheral cutting edges, with frontal cutting edges, in most cases, defining the tool life. Some statistical and soft computing applications on helical milling were also mentioned. To provide initial guidelines for applying helical milling, a screening of the current literature was performed summarizing equipment and cooling techniques used, and the levels of cutting conditions of helical milling applied for hole-making different materials. The quality of boreholes obtained by helical milling was assessed in terms of dimensional, geometrical, and microgeometrical deviations, besides burr and delamination levels, assuring that it can be obtained finished boreholes with helical milling. In the conclusions, future possibilities on research about helical milling were pointed out. This general review of helical milling may be referenced as a summary of the current results obtained in experimental and theoretical studies and to provide future research needs and opportunities.

1. Introduction

Helical milling is a hole-making process in which the milling tool proceeds a helical path while rotates around its own axis, presenting several advantages in relation to conventional drilling. The helical path can be decomposed into axial and tangential directions, combining frontal and peripheral cutting. Helical milling offers many different strategies that allow to create complex borehole geometries including the production of different borehole diameters, conical holes, complex tapered holes, perform finishing operations without changing the tool, due to the possibility of adjusting the eccentricity of the tool centre point to borehole centre [1]. Helical milling process has been applied

for borehole generation in difficult-to-cut materials, such as Carbon Fiber reinforced Plastic (CFRP), Ti-alloys, hard materials, and other aerospace materials [2–8]. Throughout the helical milling hole-making process, satisfactory results have been obtained in terms of borehole dimension, geometry, and roughness [3,9,10]. The helical milling was labelled as a sustainable hole-making process [11]. Helical milling when performed with specific devices and industrial robots is generally referred as orbital drilling [12].

This paper describes the state of the art of helical milling process, covering a discussion about advantages and drawbacks of the process to justify its importance, besides elucidating recent applications and performance considering different outcomes. Initially, the advantages

* Corresponding author.

E-mail address: robsondutra@ufsj.edu.br (R.B.D. Pereira).

<http://dx.doi.org/10.1016/j.ijmactools.2017.05.002>

Received 6 January 2017; Received in revised form 28 April 2017; Accepted 5 May 2017

Available online 09 May 2017

0890-6955/© 2017 Elsevier Ltd. All rights reserved.

Pereira, R. B. D.; Leite, R. R.; Alvim, A. C.; de Paiva, A. P.; Balestrassi, P. P.; Ferreira, J. R.; Davim, J. P. Multivariate robust modeling and optimization of cutting forces of the helical milling process of the aluminum alloy Al 7075. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, 1-25, 2017.

The International Journal of Advanced Manufacturing Technology
<https://doi.org/10.1007/s00170-017-1398-3>

ORIGINAL ARTICLE



Multivariate robust modeling and optimization of cutting forces of the helical milling process of the aluminum alloy Al 7075

Robson Bruno Dutra Pereira^{1,2} · Rodrigo Reis Leite³ · Aline Cunha Alvim³ · Anderson Paulo de Paiva³ · Pedro Paulo Balestrassi³ · João Roberto Ferreira³ · J. Paulo Davim²

Received: 27 July 2017 / Accepted: 13 November 2017
 © Springer-Verlag London Ltd., part of Springer Nature 2017

Abstract

Helical milling is an advanced hole-making process and different approaches considering controllable variables have been presented addressing modeling and optimization of machining forces in helical milling. None of them considers the importance of the noise variables and the fact that machining forces components are usually correlated. Exploring this issue, this paper presents a multivariate robust modeling and optimization of cutting forces of the helical milling of the aluminum alloy Al 7075. For the study, the tool overhang length was defined as noise variable since in cavities machining, there are specific workpiece geometries that constrain this variable; the controllable variables were axial feed per tooth, tangential feed per tooth, and cutting speed. The cutting forces in the workpiece coordinate system were measured and the components in the tool coordinate system, i.e., the axial and radial forces, were evaluated. Since these two outcomes are correlated, the weighted principal component analysis was performed together with the robust parameter design to allow the multivariate robust modeling of the mean and variance equations. The normal boundary intersection method was used to obtain a set of Pareto robust optimal solutions related to the mean and variance equations of the weighted principal component. The optimization of the weighted principal component through the normal boundary intersection method was performed and the results evaluated in the axial and radial cutting force components. Confirmation runs were carried out and it was possible to conclude that the models presented good fit with experimental data and that the Pareto optimal point chosen for performing the confirmation runs is robust to the tool overhang length variation. Finally, the cutting force models were also presented for mean and variance in the workpiece coordinate system in the time domain, presenting low error regarding the experimental test, endorsing the results.

Keywords Helical milling · Cutting forces · Robust parameter design · Multivariate mean square error · Weighted principal component · Normal boundary intersection

1 Introduction

Machining of holes is a complex task when manufacturing a part. The conventional drilling process presents challenges such as the work material breakouts at hole exit, chip

removal, heat dissipation difficulties, and the increasing of thrust forces, which happen due to the extrusion process of material near the tool center point where the cutting velocity is close to zero. Burr on both entry and exit side of the hole, poor dimensional, geometrical, and microgeometrical accuracy are likewise significant due to friction between tool, workpiece, and chip [1–3].

Helical milling has a field of application in aerospace materials, such as aluminum, titanium alloys, and carbon fiber-reinforced polymers (CFRP) materials, and is nowadays widely applied in industry for machining holes with high precision [4–7]. This process presents several benefits regarding the conventional drilling. Because of the helical milling kinematics, cylindrical holes of different diameters can be machined with the same tool. According to Iyer et al. [1], material removal at and near the hole center occurs by cutting rather than

✉ Rodrigo Reis Leite
 rodrigo_rl12@hotmail.com

¹ Department of Mechanical Engineering–Industrial Engineering, Federal University of São João del Rei, 170 Frei Orlando Square, São João del Rei, MG 36880000, Brazil

² Department of Mechanical Engineering, University of Aveiro, Campus Santiago, 3810-193 Aveiro, Portugal

³ Institute of Industrial Engineering and Management, Federal University of Itajubá, 1303 BPS Avenue, Itajubá, MG 37500-903, Brazil