

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ**  
**INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**Efeitos de Interferência entre Dois Corpos  
Idênticos Alinhados com o Escoamento**

Autor: **Paulo Guimarães de Moraes**

Orientador: **Prof. Dr. Luiz Antonio Alcântara Pereira**

Itajubá, Dezembro de 2011

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ**  
**INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

# **Efeitos de Interferência entre Dois Corpos Idênticos Alinhados com o escoamento**

**Autor: Paulo Guimarães de Moraes**

**Orientador: Prof. Dr. Luiz Antonio Alcântara Pereira**

**Curso: Mestrado em Engenharia Mecânica**

**Área de Concentração: Dinâmica dos Fluidos e Máquinas de Fluxo**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Itajubá, Dezembro de 2011  
MG – Brasil

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Mauá ó  
Bibliotecária Cristiane Carpinteiro- CRB\_6/1702

M791f

Moraes, Paulo Guimarães de

Efeitos de interferência entre dois corpos idênticos alinhados com o escoamento. / por Paulo Guimarães de Moraes. -- Itajubá (MG) : [s.n.], 2011.

154 p.: il.

Orientador: Prof. Dr. Luiz Antonio Alcântara Pereira.

Dissertação (Mestrado) ó Universidade Federal de Itajubá.

1. Método de vórtices discretos. 2. Interação fluido-estrutura. 3. Vibrações por interferência de esteira. 4. Cargas aerodinâmicas. 5. Corpos rombudos. I. Pereira, Luiz Antonio Alcântara, orient. II. Universidade Federal de Itajubá. III. Título.

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ**  
**INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**Efeitos de Interferência entre Dois Corpos  
Idênticos Alinhados com o escoamento**

Autor: **Paulo Guimarães de Moraes**

Orientador: **Prof. Dr. Luiz Antonio Alcântara Pereira**

Composição da Banca Examinadora:

**Prof. Dr. Oscar Maurício Hernandez Rodriguez – USP/São Carlos**

**Prof. Dr. Erick de Moraes Franklin – UNIFEI**

**Prof. Dr. Marcelo José Pirani – UNIFEI**

**Prof. Dr. Luiz Antonio Alcântara Pereira (Orientador) – UNIFEI**

## **Dedicatória**

Dedico este trabalho à minha mãe, Mary Elizabeth, e aos meus avós, Inácia e Paulo (*in memoriam*), que com sabedoria, discernimento, bom senso e dedicação estiveram ao meu lado me encorajando nas horas difíceis e me aplaudindo nos momentos de glória. Obrigado por serem meus pais, corretos e competentes, fonte de inspiração, apoio e ensino diário.

## Agradecimentos

Agradeço à Deus, por me amparar nos momentos difíceis e me dar força interior para superar as dificuldades.

Agradeço à minha família e amigos aos quais tenho um carinho muito grande.

Agradeço ao meu orientador, Professor Dr. Luiz Antonio Alcântara Pereira pela paciência que teve comigo, pelos ensinamentos e dicas de pesquisa. Sua dedicação e seu comprometimento me possibilitaram concluir este trabalho.

Agradeço ao autor Jan Novaes Recicar por ter gentilmente cedido o código computacional da sua Dissertação de Mestrado para a obtenção de resultados que auxiliaram nas interpretações dos fenômenos associados ao caso do cilindro circular isolado e oscilando.

Agradeço ao autor Md. Mahbud Alam por, também, ter gentilmente cedido os dados experimentais do caso de dois cilindros fixos alinhados *in tandem*.

Por fim, agradeço à CAPES pela bolsa de estudos que me foi concedida durante o período em que desenvolvi esta Dissertação de Mestrado.

“Não tenha medo de dar um grande passo, caso ele seja recomendável. É impossível atravessar um abismo com dois saltos pequenos.”

David Lloyd George

## Resumo

As investigações da interação entre um par de cilindros alinhados em relação a uma corrente incidente são o ponto de partida para responder várias questões de interação fluido-estrutura em diferentes elementos estruturais cilíndricos encontrados nos projetos de engenharia naval, civil e mecânica. As interações entre o campo de vorticidades e este simples arranjo de dois cilindros ocorrem em regime não-permanente apresentando fenômenos bastante complexos de interferência. Estas estruturas, quando submetidas à passagem de uma corrente de água ou de vento, são susceptíveis ao fenômeno de Vibrações Induzidas pelo escoamento (V.I.E.). Vibrações Induzidas por Vórtices (V.I.V.) é o exemplo mais comum de V.I.E., que acontece quando a frequência de emissão de vórtices se encontra sincronizada com a frequência de excitação da própria estrutura (em inglês este fenômeno é conhecido como *lock-in*). Por outro lado, as Vibrações por Interferência de Esteira (W.I.V.) encontradas em um cilindro à jusante de outro são excitadas pelas interações entre o campo de vorticidades à montante e o cilindro. O mecanismo de W.I.V. é sustentado por esta interação à medida que o cilindro à jusante oscila transversalmente à esteira. No presente trabalho utiliza-se um Método de Vórtices Discretos (M.V.D.) puramente Lagrangiano para a simulação numérica do escoamento bidimensional, incompressível e em regime não-permanente ao redor de um par de cilindros alinhados com um escoamento com número de Reynolds alto. As características do escoamento ao redor do par de cilindros imóveis mostram um salto descontínuo nos valores do coeficiente de arrasto e do número de Strouhal para determinado espaçamento crítico entre os centros dos corpos. A descontinuidade é atribuída a um regime bi-estável do escoamento. Os estudos do escoamento ao redor de um cilindro oscilando forçadamente à jusante de outro fixo indicam que o mecanismo de W.I.V. não é um fenômeno puro de ressonância.

**Palavras-chaves:** Corpos rombudos, Interação fluido-estrutura, Vibrações por interferência de esteira, Cargas aerodinâmicas, Método de Vórtices Discretos

## Abstract

Investigations of the interaction between a pair of cylinders aligned to the incident flow have been the starting point to elucidate several questions of flow-structure interaction in different devices in mechanical, civil and naval engineering, where circular-cylindrical structures are used. The unsteady vortex-structure interactions for this simple arrangement show complex interference phenomena. Under the effect of the sea or wind currents these structures are especially susceptible to flow-induced vibrations (F.I.V.). Vortex Induced Vibrations (V.I.V.), a typical type of F.I.V., has its origin when the vortex shedding frequency is locked to structural vibration frequency. On the other hand, the mechanism of Wake-Induced Vibrations (W.I.V.) of the downstream cylinder is excited by the unsteady vortex-structure interactions between the structure and the upstream wake. The mechanism of W.I.V. is sustained by unsteady vortex-structure interactions that input energy into the system as the downstream cylinder oscillates across the wake. In this work a purely Lagrangian Vortex Method is used to simulate numerically the two-dimensional, incompressible, unsteady flow around two circular cylinders in a tandem arrangement at high Reynolds number. The characteristics of the flow around a pair of immovable circular cylinders reveal a discontinuous jump on drag coefficient and Strouhal number at a critical spacing. The discontinuity is interpreted as the result of an abrupt change from one stable flow pattern to another at the critical spacing, that is, a bi-stable regime. The studies on the flow around two circular cylinders, where the upstream cylinder is fixed and the downstream cylinder vibrate forcedly in the transverse incident flow direction, indicate that W.I.V. is not a purely resonant phenomenon.

**Keywords:** Bluff bodies, Fluid-structure interaction, Wake induced vibrations, Aerodynamic Loads, Discrete Vortex Method.

## SUMÁRIO

SUMÁRIO	i
LISTA DE FIGURAS	iv
LISTA DE TABELAS	ix
SIMBOLOGIA	x
LETRAS LATINAS	x
LETRAS GREGAS	xii
SOBRESCRITOS	xiii
SUBSCRITOS	xiii
ABREVIATURAS	xiv
SIGLAS	xiv
CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO	1
1.1 – MOTIVAÇÕES	1
1.2 – OBJETIVOS DESTE TRABALHO	7
1.3 – METODOLOGIA	9
1.4 – ESTRUTURA DO TRABALHO	11
CAPÍTULO 2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	14
2.1 – INTRODUÇÃO	14
2.2 – OS VÓRTICES, O MECANISMO DE EMISSÃO DE VÓRTICES EM CORPOS ROMBUDOS E A CLASSIFICAÇÃO DOS ESCOAMENTOS	15
2.3 – ESCOAMENTO AO REDOR DE UM CILINDRO CIRCULAR OSCILANDO TRANSVERSALMENTE	25
2.4 – ESCOAMENTO AO REDOR DE DOIS CILINDROS CIRCULARES DE MESMO TAMANHO ALINHADOS	31

2.5 – O MÉTODO DE VÓRTICES DISCRETOS	38
CAPÍTULO 3 – FORMULAÇÃO GERAL DO PROBLEMA	46
3.1 – INTRODUÇÃO	46
3.2 – GEOMETRIA DO PROBLEMA E DEFINIÇÕES	47
3.3 – HIPÓTESES SIMPLIFICADORAS	49
3.4 – EQUAÇÕES GOVERNANTES E CONDIÇÕES DE CONTORNO	51
3.5 – ADIMENSIONALIZAÇÃO DO PROBLEMA	52
3.6 – EQUAÇÃO DO TRANSPORTE DA VORTICIDADE	54
CAPÍTULO 4 – O MÉTODO DE SOLUÇÃO: MÉTODO DE VÓRTICES DISCRETOS (M.V.D.)	56
4.1 – INTRODUÇÃO	56
4.2 – VANTAGENS E DESVANTAGENS DO MÉTODO DE VÓRTICES DISCRETOS	57
4.3 – CONVECÇÃO DA NUVEM DE VÓRTICES DISCRETOS	59
4.4 – DIFUSÃO DA VORTICIDADE	66
4.5 – GERAÇÃO DE VORTICIDADE	67
4.6 – CONSERVAÇÃO DA MASSA E DA CIRCULAÇÃO GLOBAL	71
4.7 – CARGAS AERODINÂMICAS	72
CAPÍTULO 5 – ANÁLISE DE RESULTADOS	76
5.1 – INTRODUÇÃO	76
5.2 – CILINDRO CIRCULAR ESTACIONÁRIO	81
5.3 – DOIS CILINDROS CIRCULARES ESTACIONÁRIOS <i>IN TANDEM</i>	91
5.4 – CILINDRO CIRCULAR ISOLADO E OSCILANDO	103
5.5 – CILINDRO CIRCULAR OSCILANDO À JUSANTE DE OUTRO FIXO	109
CAPÍTULO 6 – CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	119
6.1 – INTRODUÇÃO	119
6.2 – AS CONCLUSÕES MAIS IMPORTANTES	120
6.3 – AS SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	124
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	126
APÊNDICE A: DEDUÇÃO DA EQUAÇÃO DO TRANSPORTE DE VORTICIDADE	136

APÊNDICE B: ALGORITMO ACELERADOR DA LEI DE BIOT-SAVART	139
APÊNDICE C: O ALGORITMO DO MÉTODO DE VÓRTICES DISCRETOS	146
C.1 – INTRODUÇÃO	146
C.2 – ESTRUTURA DO PROGRAMA COMPUTACIONAL	
<i>TWO_BODIES_INTERFERENCE.FOR</i>	146
C.3 – FUNÇÃO DAS ROTINAS NO ALGORITMO	148

## Lista de Figuras

Figura 1.1 – Esquema de um sistema oceânico flutuante para produção “ <i>offshore</i> ” de petróleo com destaque para os <i>risers</i> . (Fonte: <a href="http://www">http://www</a> )	3
Figura 1.2 – Modelos de estruturas cilíndricas sujeitas a V.I.V. (Fonte: <a href="http://www">http://www</a> )	4
Figura 1.3 – Sistema de compensação do movimento vertical em <i>risers</i> de configuração em catenária. (Fonte: <a href="http://www">http://www</a> )	5
Figura 1.4 – Esquema do modelo estrutural para a investigação do fenômeno de W.I.V. no cilindro à jusante	8
Figura 2.1 – O encontro dos heróis retornando à Grécia com Charybdis. (Fonte: <a href="http://www">http://www</a> )	15
Figura 2.2 – Desenhos de Leonardo da Vinci. (Reproduzida de Meneghini (2002) e Lugt (1983))	16
Figura 2.3 – Mecanismo de formação de vórtices. (Reproduzida de Gerrard (1966))	18
Figura 2.4 – Escoamento ao redor de um cilindro estacionário para $Re < 1$ . (Reproduzida de Van Dyke (1982))	19
Figura 2.5 – Vórtices estacionários a jusante do cilindro para $5 \leq Re \leq 50$ . (Reproduzida de Van Dyke (1982))	20
Figura 2.6 – Esteira de vórtices oscilatória a jusante do cilindro para $32 \leq Re \leq 161$ . (Reproduzida de Batchelor (1967))	20
Figura 2.7 – Formação e desprendimento de vórtices laminares no escoamento a jusante do cilindro para $70 < Re \leq 200$ . (Reproduzida de Meneghini (2002) e Perry et al (1982)).	21
Figura 2.8 – Formação e desprendimento de vórtices laminares no escoamento a jusante do cilindro para $70 < Re \leq 200$ . (Reproduzida de Van Dyke (1982))	21
Figura 2.9 – Variação do número de Strouhal com o número de Reynolds no regime laminar e no regime de transição para esteira turbulenta. (Reproduzida de Williamson (1991) e Meneghini (2002))	23
Figura 2.10 – Visualização dos modos A ( $Re=200$ ) e B ( $Re=270$ ). (Reproduzida de Williamson (1996))	23
Figura 2.11 – Representação dos modos A e B do escoamento tridimensional ao	

redor de um cilindro circular estacionário (Reproduzida de Williamson (1996))	24
Figura 2.12 – Principais regimes de desprendimento de vórtices através de um cilindro circular oscilando na direção transversal. (Adaptada de Williamson & Rohsko (1988))	27
Figura 2.13 – Contornos de vorticidade para os modos padrões de desprendimentos de vórtices: 2S, 2P, P+S e o novo 2P <sub>0</sub> (Reproduzida de Bearman, (2009))	28
Figura 2.14 – Montagem de <i>Strakes</i> para minimizar o efeito de sincronização das forças fluidas ao longo do comprimento da estrutura cilíndrica (Fonte: <a href="http://www.">http://www.</a> )	30
Figura 2.15 – Nomenclatura para definir o espaçamento entre dois cilindros <i>in tandem</i>	31
Figura 2.16 – Classificação dos regimes de interferência entre dois cilindros <i>in tandem</i> . (Reproduzida de Igarashi (1981))	33
Figura 2.17 – Variação do coeficiente de arrasto para dois cilindros <i>in tandem</i> . (Adaptada de Igarashi (1981))	34
Figura 2.18 – Análise numérica de instabilidade em uma camada cisalhante usando vórtices potenciais. (Retirada de Rosenhead (1931))	38
Figura 2.19 – Aplicações do Método de Vórtices Discretos de interesse tecnológico	39
Figura 3.1 – Modelo estrutural e definições	47
Figura 4.1 – escoamento passando nas proximidades de dois corpos alinhados, onde o segundo corpo apresenta movimento de vibração forçada transversal	61
Figura 4.2 – Distribuição de fontes com densidade uniforme. (Reproduzida de Katz & Plotkin (1991))	62
Figura 4.3 – Representação dos componentes da velocidade induzida por um painel qualquer do corpo. (Reproduzida de Katz & Plotkin (1991))	62
Figura 4.4 – Representação da vorticidade nascente a partir de uma fronteira sólida por vórtices discretos de Lamb	68
Figura 5.1 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro circular estacionário ( $t=50$ , $\Delta t=0,05$ , $\sigma_0=\epsilon=0,001$ , $Re=10^5$ )	82
Figura 5.2 – Evolução temporal do comportamento do componente horizontal da velocidade total induzida no ponto P(x,y) para o cilindro estacionário e $Re=10^5$	83
Figura 5.3 – Espectro da série temporal de $C_L$ para cilindro estacionário e $Re=10^5$	84
Figura 5.4 – Orientação do ângulo $\theta$ para a distribuição do coeficiente de pressão ao	

longo da superfície discretizada do cilindro circular	85
Figura 5.5 – Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular estacionário ( $\Delta t=0,05$ , $\sigma_0=\epsilon=0,001$ , $Re=10^5$ )	86
Figura 5.6 – Detalhes do desprendimento alternado de um par de estruturas vorticosas contra-rotativas entre os instantes de tempo $t=31,3$ e $t=36,45$ ( $Re=10^5$ )	87
Figura 5.7 – Formação da estrutura da esteira de Von Kármán entre os instantes de tempo $t=31,3$ e $t=36,45$ ( $Re=10^5$ )	88
Figura 5.8 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final $t=50$ do caso do cilindro circular estacionário ( $M=300$ , $\Delta t=0,05$ , $\sigma_0=\epsilon=0,001$ , $Re=10^5$ )	90
Figura 5.9 – Comparação entre o resultado da distribuição do coeficiente de pressão experimental (Blevins, 1984) e o resultado da presente simulação para o caso do cilindro circular estacionário ( $Re=10^5$ )	90
Figura 5.10 – Variação do coeficiente de arrasto em função do espaçamento $g/d$ para dois cilindros fixos <i>in tandem</i> com $Re=6,5 \times 10^4$ . (Adaptada de Alam <i>et al.</i> (2003))	92
Figura 5.11 – Variação do número de Strouhal em função do espaçamento $g/d$ para dois cilindros fixos <i>in tandem</i> com $Re=6,5 \times 10^4$ . (Adaptada de Alam <i>et al.</i> (2003))	94
Figura 5.12 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o dois cilindros fixos <i>in tandem</i> ( $g/d=1,1$ , $\Delta t=0,05$ , $\sigma_0=\epsilon=0,001$ , $Re=6,5 \times 10^4$ )	95
Figura 5.13 – Detalhes do desprendimento alternado de um par de estruturas vorticosas contra-rotativas entre os instantes de tempo $t=31,3$ e $t=36,45$ ( $g/d=1,1$ , e $Re=6,5 \times 10^4$ )	96
Figura 5.14 – Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada dos cilindros fixos <i>in tandem</i> ( $g/d=1,1$ , $\Delta t=0,05$ , $\sigma_0=\epsilon=0,001$ , $Re=10^5$ , $Re=6,5 \times 10^4$ )	97
Figura 5.15 – Detalhes do desprendimento alternado de um par de estruturas vorticosas contra-rotativas entre os instantes de tempo $t=32,1$ e $t=35,5$ ( $g/d=1,1$ , e $Re=6,5 \times 10^4$ )	98
Figura 5.16 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final $t=50$ do caso de dois cilindros circular fixos <i>in tandem</i> ( $M=600$ , $N=600.000$ , $\Delta t=0,05$ , $\sigma_0=\epsilon=0,001$ , $Re=6,5 \times 10^4$ )	99

Figura 5.17 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final $t=75$ do caso de dois cilindros circular fixos <i>in tandem</i> ( $M=600$ , $N=900.000$ , $\Delta t=0,05$ , $\sigma_0=\text{eps}=0,001$ , $\text{Re}=6,5 \times 10^4$ )	99
Figura 5.18 – Formação da estrutura da esteira binária à jusante do segundo cilindro entre os instantes de tempo $t=56,65$ e $t=61,85$ ( $\text{Re}=6,5 \times 10^4$ )	100
Figura 5.19 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o dois cilindros fixos <i>in tandem</i> ( $g/d=4,5$ , $\Delta t=0,05$ , $\sigma_0=\text{eps}=0,001$ , $\text{Re}=6,5 \times 10^4$ )	101
Figura 5.20 – Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada dos cilindros fixos <i>in tandem</i> ( $g/d=4,5$ , $\Delta t=0,05$ , $\sigma_0=\text{eps}=0,001$ , $\text{Re}=6,5 \times 10^4$ )	102
Figura 5.21 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro isolado oscilando na direção transversal ( $M=300$ , $\Delta t=0,05$ , $\sigma_0=\text{eps}=0,001$ , $\text{Re}=6,5 \times 10^4$ )	105
Figura 5.22 – Detalhes da formação de estruturas vorticosas para o cilindro isolado oscilando na direção transversal ( $\text{Re}=6,5 \times 10^4$ )	106
Figura 5.23 – Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície dscretizada do cilindro isolado oscilando na direção transversal ( $\Delta t=0,05$ , $\sigma_0=\text{eps}=0,001$ , $\text{Re}=6,5 \times 10^4$ )	107
Figura 5.24 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final $t=50$ do caso do cilindro isolado oscilando na direção transversal ( $M=300$ , $n=300.000$ , $\Delta t=0,05$ , $\sigma_0=\text{eps}=0,001$ , $\text{Re}=6,5 \times 10^4$ )	107
Figura 5.25 – Mapa dos modos de emissão de vórtices para um cilindro isolado sob oscilação forçada (Reproduzida de Williamson & Roshko, 1988)	108
Figura 5.26 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro isolado oscilando na direção transversal ( $M=300$ , $\Delta t=0,05$ , $\sigma_0=\text{eps}=0,001$ , $\text{Re}=6,5 \times 10^4$ )	109
Figura 5.27 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro oscilando à jusante de outro fixo ( $M=600$ , $\Delta t=0,05$ , $\sigma_0=\text{eps}=0,001$ , $\text{Re}=6,5 \times 10^4$ )	111
Figura 5.28 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro oscilando à jusante de outro fixo ( $M=600$ , $\Delta t=0,05$ , $\sigma_0=\text{eps}=0,001$ , $\text{Re}=6,5 \times 10^4$ )	112
Figura 5.29 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro oscilando à jusante de outro fixo ( $M=600$ , $\Delta t=0,05$ , $\sigma_0=\text{eps}=0,001$ , $\text{Re}=6,5 \times 10^4$ )	114
Figura 5.30 – Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a	

superfície discretizada do cilindro oscilando à jusante (caso 6: $A/d=0,15$ , $V_R=5$ , $f_0=f_{s0}=f_s=0,20$ )	115
Figura 5.31 – Detalhes da formação de uma estrutura vorticosa na parte inferior do cilindro que oscila à jusante de outro fixo ( <u>Ponto P</u> : $t=25$ , $Re=6,5 \times 10^4$ )	115
Figura 5.32 – Detalhes da formação de uma estrutura vorticosa na parte inferior do cilindro que oscila à jusante de outro fixo ( <u>Ponto R</u> : $t=27,5$ , $Re=6,5 \times 10^4$ )	116
Figura 5.33 – Detalhes da incorporação de um par de estruturas vorticosas contra-rotativas na esteira binária formada à jusante do cilindro oscilante ( $A/d=0,15$ , $V_R=5$ , $Re=6,5 \times 10^4$ )	117
Figura 5.34 – Posição final dos vórtices formando a esteira binária à jusante do cilindro oscilante ( $t=50$ , $A/d=0,15$ , $V_R=5$ , $Re=6,5 \times 10^4$ )	118
Figura 5.35 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro oscilando à jusante de outro fixo ( $M=600$ , $\Delta t=0,05$ , $\sigma_0=eps=0,001$ , $Re=6,5 \times 10^4$ )	118
Figura 6.1 – Região de <i>lock-in</i> para cilindros circulares que apresentam oscilação Transversal, $100 \leq Re \leq 9.200$ . (Adaptada de (Blevins, 1990))	121
Figura B.1 – Distribuições gaussianas de vorticidade no interior do núcleo de vórtices Discretos (Reproduzida de Barba (2004))	140
Figura B.2 – Comportamento da vorticidade e da velocidade tangencial no interior do raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb	145
Figura C.1 – Estrutura do programa <i>TWO_BODIES_INTERFERENCE.FOR</i>	147

## Lista de Tabelas

Tabela 5.1 – Comparação dos valores do coeficiente de arrasto e do número de Strouhal com os resultados experimentais para o cilindro circular estacionário	81
Tabela 5.2 – Comparação entre os resultados numéricos e experimentais do coeficiente de arrasto para dois cilindros fixos <i>in tandem</i> com $Re=6,5 \times 10^4$	92
Tabela 5.3 – Comparação entre os resultados numéricos e experimentais do número de Strouhal para dois cilindros fixos <i>in tandem</i> com $Re=6,5 \times 10^4$	93
Tabela 5.4 – Parâmetros numéricos para a vibração forçada transversal do cilindro circular ( $A=0,15$ , $A=0,50$ , $f_s = 0,20^*$ e $Re=6,5 \times 10^4$ )	104
Tabela 5.5 – Resultados numéricos dos coeficientes de forças para o cilindro oscilando à jusante de outro fixo ( $g/d=4,5$ , $A/d=0,15$ , $Re=6,5 \times 10^4$ )	110
Tabela 5.6 – Resultados numéricos do número de Strouhal para o cilindro oscilando à jusante de outro fixo ( $g/d=4,5$ , $A/d=0,15$ , $Re=6,5 \times 10^4$ )	110
Tabela 5.7 – Resultados numéricos dos coeficientes de forças para o cilindro oscilando à jusante de outro fixo ( $g/d=4,5$ , $A/d=0,5$ , $Re=6,5 \times 10^4$ )	112
Tabela 5.8 – Resultados numéricos do número de Strouhal para o cilindro oscilando à jusante de outro fixo ( $g/d=4,5$ , $A/d=0,5$ , $Re=6,5 \times 10^4$ )	113

## Simbologia

### LETRAS LATINAS

A	Amplitude de oscilação do corpo
$A_d$	Vetor coluna lado direito de pressão
$A_p$	Matriz de influência de pressão
b	Comprimento característico do problema
$C_d$	Coefficiente de arrasto
$C_D$	Coefficiente de arrasto
$C_l$	Coefficiente de sustentação
$C_L$	Coefficiente de sustentação
$C_P$	Coefficiente de pressão
d	Diâmetro do cilindro circular
D	Força de arrasto
<b>ds</b>	Elemento orientado de uma superfície sólida
<b>n</b>	Vetor unitário na direção normal à superfície sólida
$\tau$	Vetor unitário na direção tangencial à superfície sólida
eps	Referente à posição de geração dos vórtices discretos novos
$f_{CD}$	Frequência de emissão de vórtices retirada da curva do coeficiente de arrasto
$f_{CL}$	Frequência de emissão de vórtices retirada da curva do coeficiente de sustentação
$f_0$	Frequência de vibração forçada imposta ao corpo
$f_s$	Frequência de emissão de vórtices para o corpo isolado e fixo
$f_{s0}$	Frequência de emissão de vórtices para o corpo oscilando

$g$	Espaçamento entre os centros dos dois corpos
$G$	Solução fundamental da equação de Laplace
$H$	Constante da formulação integral para o cálculo do campo de pressões
$L$	Força de sustentação
$L_d$	Vetor coluna lado direito de pressão
$M$	Número total de painéis planos utilizados
$Ma$	Número de Mach
$n$	Referente à direção normal
$n_x$	Representa a função co-seno
$n_y$	Representa a função seno
$N$	Número total de vórtices discretos
$NM$	Número de pontos da malha
$p$	Campo de pressões
$P$	Número randômico entre 0 e 1
$Q$	Número randômico entre 0 e 1
$R_0$	Raio do cilindro circular
$Re$	Número de Reynolds
$r_1,$	Relativo à distância radial (fig. 4.3)
$r_2$	Relativo à distância radial (fig. 4.3)
$S$	Define o contorno da fronteira que delimita a região fluida bidimensional
$S_c$	Referente à composição das superfícies dos dois corpos
$S_1$	Relativo ao contorno da superfície do corpo à montante
$S_2$	Relativo ao contorno da superfície do corpo à jusante
$St$	Número de Strouhal
$S_\infty$	Relativo ao contorno da fronteira no infinito e que delimita o domínio fluido
$t$	Tempo adimensional
$th_p$	Ângulo de orientação de um painel plano
$T_{CD}$	Período de oscilação da curva do coeficiente de arrasto
$T_{CL}$	Período de oscilação da curva do coeficiente de sustentação
$T_0$	Tempo característico
$U$	Velocidade do escoamento incidente
$\mathbf{u}$	Campo de velocidades
$u$	Componente horizontal da velocidade total induzida em cada vórtice discreto
$u_i$	Componente horizontal da velocidade do escoamento incidente

$v$	Componente vertical da velocidade total induzida em cada vórtice discreto
$v_i$	Componente vertical da velocidade do escoamento incidente
$v_{osc}$	Velocidade de oscilação transversal do corpo
$V$	Referente à velocidade da superfície do corpo
$V_R$	Velocidade reduzida
$V_x$	Velocidade de oscilação do corpo na direção longitudinal
$V_y$	Velocidade de oscilação do corpo na direção transversal
$x$	Coordenada de posição horizontal
$\mathbf{x}$	Vetor posição
$y$	Coordenada de posição vertical
$Y$	Trabalho específico total
$y_0$	Função harmônica que define a posição de um ponto da superfície do corpo oscilante
$\dot{y}_0$	Velocidade de oscilação transversal do corpo
$Y_{osc}$	Função harmônica que define a posição de um ponto da superfície do corpo oscilante
$Z_D$	Vetor que define o avanço randômico de cada vórtice discreto durante cada incremento de tempo discreto

## LETRAS GREGAS

$\alpha$	Ângulo de ataque relativo ao escoamento incidente
$\Gamma$	Intensidade de um vórtice discreto de Lamb
$\Gamma_\Omega$	Circulação total na região fluida
$\Delta s$	Relativo ao comprimento de cada painel plano
$\Delta t$	Relativo ao incremento de tempo discreto
$\varepsilon$	Referente à posição de geração dos vórtices discretos novos
$\theta$	Referente a um ângulo de orientação
$\ell$	Espaçamento entre os dois corpos dado por $g-d$
$\lambda$	Frequência angular de oscilação do corpo
$\lambda_0$	Comprimento de onda do movimento oscilatório

$\mu$	Coeficiente de viscosidade dinâmica
$\nu$	Viscosidade cinemática
$\pi$	3,14159265359
$\rho$	Massa específica do fluido
$\Sigma$	Representa um somatório
$\tau$	Referente à direção tangencial
$\sigma_0$	Raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb
$\sigma(x)$	Densidade uniforme de uma distribuição de fontes sobre um painel plano
$\Omega$	Define o domínio fluido
$\omega$	Campo de vorticidades
$\omega$	Único componente não-nulo do vetor vorticidade no plano

## **SOBRESCRITOS**

$\nu$	Referente à nuvem de vórtices discretos de Lamb
$\cup$	Designa composição de superfícies para definir o domínio fluido
$\infty$	Referente ao comportamento do fluido no infinito
*	Designa grandeza adimensional

## **SUBSCRITOS**

osc	Referente à oscilação do corpo
$\tau$	Referente à direção tangencial
n	Referente à direção normal
p	Referente ao deslocamento randômico de cada vórtice discreto de Lamb

## ABREVIATURAS

CFD	Computacional Fluid Dynamics
D.V.M.	<i>Discrete Vortex Method</i>
COUPS	Matriz de influência de fontes
COUPV	Matriz de influência de vórtices discretos
E.T.V.	Equação do Transporte da Vorticidade
FFT	<i>Fast Fourier Transform</i>
GAMMA	Vetor incógnita de vórtices discretos nascentes
M.V.D.	Método de Vórtices Discretos
P.C.M.	Princípio de conservação da Massa
P.C.Q.M.L.	Princípio de conservação da Quantidade de Movimento Linear
PIV	<i>Particle Image Velocimetry</i>
RHSS	Vetor coluna lado direito de fontes
RHSV	Vetor coluna lado direito de vórtices
SIGMA	Vetor coluna incógnita de fontes
V.I.E.	Vibrações induzidas pelo escoamento
V.I.V.	Vibrações induzidas por vórtices
W.I.V.	<i>Wake-Induced Vibrations</i>

## SIGLAS

CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CNPq	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
FAPEMIG	Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais
FAPERJ	Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro
IEM	Instituto de Engenharia Mecânica
PETROBRÁS	Petróleo Brasileiro S.A.
UNIFEI	Universidade Federal de Itajubá

# Capítulo 1

## INTRODUÇÃO

### 1.1 – MOTIVAÇÕES

A compreensão de fenômenos físicos da hidrodinâmica não-linear decorrentes do movimento de um fluido viscoso nas vizinhanças de um corpo ou de um arranjo de corpos ainda está longe de ser totalmente esclarecida no meio científico. Listar exemplos de fenômenos decorrentes da passagem de um escoamento ao redor de corpos, que necessitam da atenção dos pesquisadores, não é uma tarefa fácil. Apenas para que se tenha idéia, citam-se os casos típicos de camada limite instável, separação, “bolhas” de recirculação, esteira de Von Kármán, turbulência, rugosidade, ressonância, interferência, entre outros.

Uma das áreas mais importantes para a engenharia, devido a sua relevância tecnológica e a necessidade de modelagem matemática completa de problemas, é a Dinâmica dos Fluidos. A realização de experimentos através de testes em túneis de vento ou em canais fluidodinâmicos tem contribuído de maneira decisiva para a evolução da ciência. Neste enfoque uma outra área que vem ganhando espaço respeitável no meio científico é a Dinâmica dos Fluidos Computacional (do inglês, *Computational Fluid Dynamics, CFD*). O objetivo primordial da *C.F.D.* é o de modelar física e matematicamente meios contínuos usando Equações Diferenciais Parciais e depois discretizá-las em sistemas de equações algébricas. Estes sistemas de equações devem ser resolvidos para validar as equações e,

assim, resolver um projeto baseado em simulações numéricas ao invés de se construir e testar modelos. O uso de computadores de alto desempenho é importante, por exemplo, para a simulação numérica refinada de fenômenos físicos de fluidos que são difíceis de serem mensurados por experimentos, a saber: simulações em escala (navios e aeronaves em escala real), situações de risco (explosões, radiações, poluição), física (previsão do tempo, camada limite planetária, evolução estelar), etc.

Os resultados experimentais continuam sendo a única fonte de geração de informações capaz de comprovar a validade de previsões de modelos teóricos ou de experimentos numéricos no contexto dos resultados apresentados neste trabalho.

Os problemas de interação fluido-estrutura são aqueles que têm merecido grande parcela da atenção dos pesquisadores em renomados centros universitários ao redor do mundo. Dentre estes centros citam-se *University of Cornell*, *MIT*, *CALTEC*, *Imperial College*, *Universidade de São Paulo*, entre outros. Nesta linha de pesquisa, as estruturas cilíndricas, embora possuidoras de uma geometria simples, são os corpos mais estudados. O escoamento de um fluido viscoso ao redor de um cilindro circular é um problema clássico da Mecânica dos Fluidos e que ainda está longe de ser completamente entendido.

O fenômeno de Vibrações Induzidas pelo Escoamento (V.I.E.) se manifesta principalmente quando uma estrutura cilíndrica fica exposta a uma passagem de escoamento, que interage com a estrutura e provoca vibrações transversais e paralelas em relação a direção do próprio escoamento. Um caso particular de vibração é identificado quando a força hidrodinâmica responsável pela vibração origina-se da distribuição de pressão ao redor da superfície do corpo devido à geração e desprendimento de estruturas vorticosas contra-rotativas (é comum chamar as regiões do domínio fluido com vorticidade concentrada simplesmente de vórtices). Este caso particular é conhecido como Vibrações Induzidas por Vórtices (V.I.V.) e está presente, por exemplo, nos *risers*, nos trocadores de calor do tipo casco e tubos e em cabos de torre de transmissão de eletricidade. Outro fenômeno é uma instabilidade hidroelástica conhecida por *galloping*, que ocorre em corpos rombudos com ponto de separação fixo ou em corpos rombudos onde há o desenvolvimento das forças hidrodinâmicas em fase com o movimento da estrutura. Combinações entre estes dois fenômenos também podem ser identificadas.

Uma das grandes motivações para a apresentação deste trabalho são os *risers* e os efeitos de V.I.E sobre eles. Na engenharia *offshore* (abrange os sistemas oceânicos que estão afastados da costa) adota-se a nomenclatura *riser* para o trecho do duto que fica suspenso e a nomenclatura duto submarino (*pipeline, flowline*) para o trecho que fica em contato com o solo marinho. Geralmente os *risers* são compostos por mais de 40 tubos juntos, cada um possuindo de 20 a 50 cm de diâmetro. Estes tubos comportam-se como linhas flexíveis quando atingem águas mais profundas. A Fig. 1.1 mostra o exemplo de *risers* e de dutos submarinos. Na Fig. 1.2 há exemplos de trocadores de calor do tipo casco e tubos e de cabos de torre de transmissão de eletricidade, onde o fenômeno de V.I.V., também, se manifesta.

Para as estruturas cilíndricas, mesmo quando analisadas isoladamente, há estudos clássicos encontrados na literatura com o único objetivo de esclarecer problemas relacionados com a movimentação do corpo por uma força transversal externa (oriunda da distribuição de pressão) que provoca o fenômeno chamado de Arelagem Síncrona (do inglês, *Lock-in Phenomenon*). Este fenômeno acontece devido à sincronização entre a frequência de excitação da estrutura,  $f_0$ , e a frequência natural de desprendimento de vórtices da mesma estrutura quando esta se encontra oscilando,  $f_{s0}$ . Essa vibração causa tensões cíclicas que podem, eventualmente, romper por fadiga a estrutura mecânica do corpo. Um conjunto de *risers* pode, desta maneira, ter a sua vida de operação reduzida quando os tubos forem danificados por choques entre seus vizinhos ou se fraturarem por fadiga estrutural.

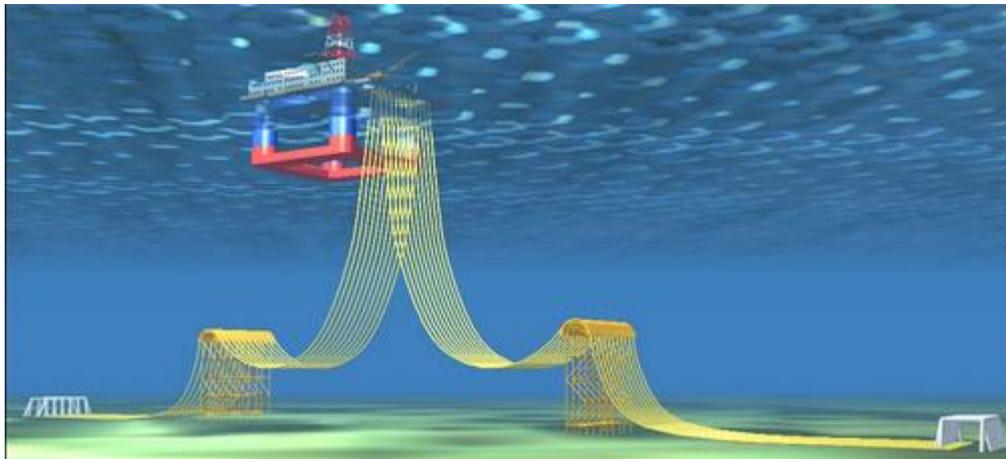


Figura 1.1 – Esquema de um sistema oceânico flutuante para produção “*offshore*” de petróleo com destaque para os *risers* (Fonte: <http://www>).

V.I.E. podem ocorrer, também, devido à proximidade entre corpos rombudos e existem situações de geração e desprendimento de vórtices de um corpo atingindo um segundo corpo e fazendo-o entrar em movimento de vibração e posteriormente de ressonância. Um novo fenômeno de V.I.E., conhecido por Vibrações por Interferência de Esteira (W.I.V.), vem sendo investigado na literatura (Assi, 2009). Um corpo rombudo é aquele que quando sujeito a uma corrente de fluido irá apresentar considerável proporção de sua superfície submersa exposta ao fenômeno da separação do escoamento (Bearman, 1984). Por este ponto de vista, V.I.E. em *risers* e agrupamento dos mesmos passam a ser um problema de bastante complexidade e com muitas dificuldades para a definição de parâmetros de projeto.

É do conhecimento da comunidade científica, principalmente do Brasil, que a Petrobrás tem concentrando seus esforços na bacia de Campos/RJ para a exploração de reservas de petróleo sob grandes lâminas de água. Nesta região da costa litorânea brasileira existe uma corrente marítima persistente e relativamente intensa e o estudo de V.I.V. é uma etapa necessária na estimativa da vida útil de oleodutos e *risers*. Estes *risers* possuem comprimento suspenso da ordem de 1000-2000 m (quando se pensa na exploração das reservas recém descobertas no Brasil, este comprimento pode ser elevado para 5000-6000 m) e a frequência de excitação, relacionada à geração e desprendimento de vórtices, é capaz de sincronizar simultaneamente diferentes modos naturais destes elementos estruturais.

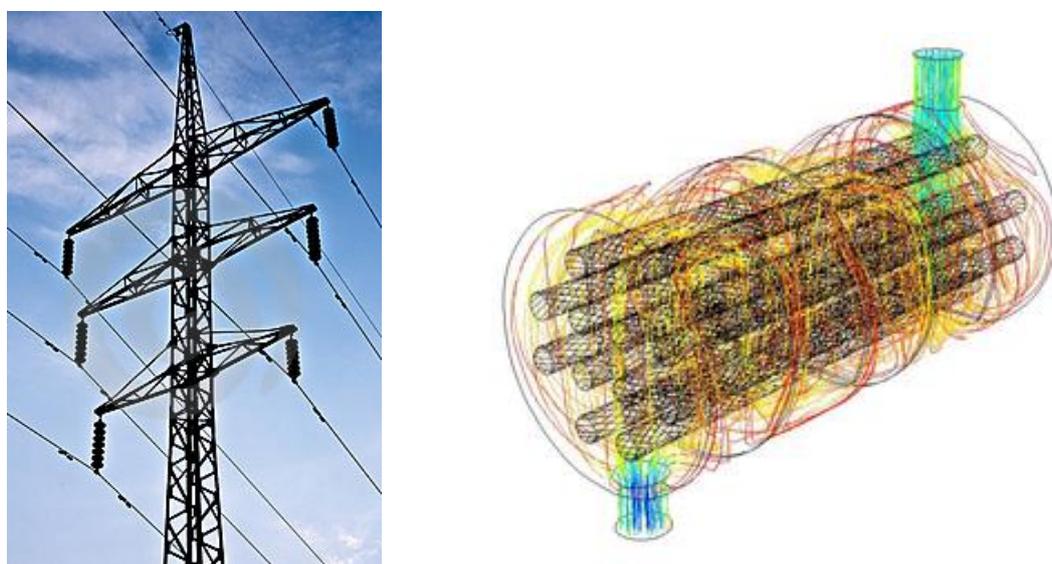


Figura 1.2 – Modelos de estruturas cilíndricas sujeitas a V.I.V. (Fonte: <http://www>).

Ainda com relação aos *risers*, as análises de V.I.E. se tornam cada vez mais indispensáveis à medida que a exploração e a produção de petróleo alcançam níveis de perfuração em águas mais profundas. Este fenômeno se torna crucial em lâminas de água ultra-profundas (acima de 2000 m), uma vez que não é possível a utilização de *risers* flexíveis, restando como única opção a utilização de *risers* rígidos em catenária (veja um exemplo na Fig. 1.3), *risers* rígidos verticais ou sistemas de *risers* alternativos. O problema que acontece com estes *risers* rígidos é que eles são muito mais vulneráveis à fadiga causada pelas V.I.E. do que as linhas flexíveis.

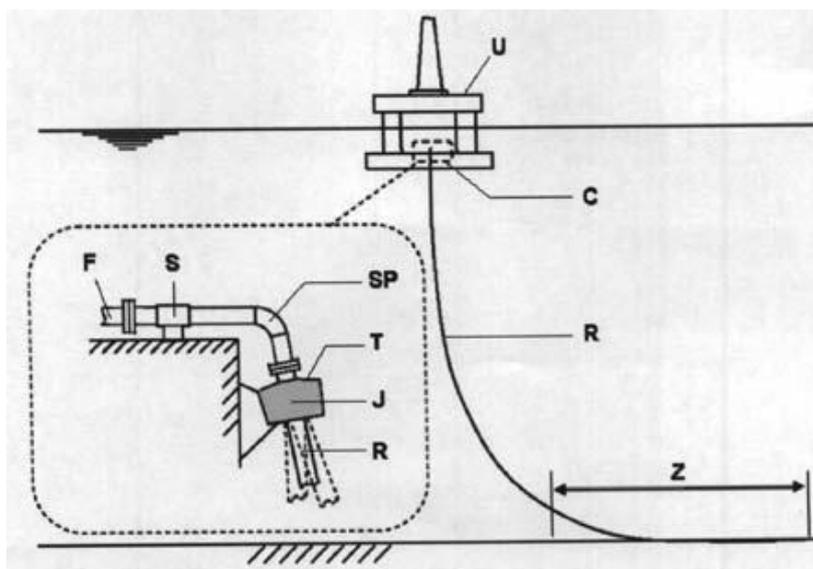


Figura 1.3 – Sistema de compensação do movimento vertical em *risers* de configuração em catenária. (Fonte: <http://www>).

O modelo estrutural proposto nesta Dissertação de Mestrado trata W.I.V. de um arranjo de dois cilindros circulares alinhados sob a hipótese de escoamento bidimensional e com um cilindro oscilando forçadamente na direção transversal e posicionado à jusante de outro fixo para um número de Reynolds de  $Re=6,5 \times 10^4$ . A geração e o desprendimento de vórtices (*vortex shedding*) presentes na esteira do cilindro à montante conduzem a grandes flutuações da força hidrodinâmica que atua na direção transversal ao escoamento causando vibrações no cilindro à jusante. Espera-se que as discussões apresentadas neste trabalho, envolvendo casos mais simples, possam servir de preparação para análises futuras de modelos estruturais mais abrangentes e aplicáveis na prática. Pretende-se mostrar através de

experimentos numéricos que não há oscilação induzida no cilindro à jusante puramente por efeito de V.I.V.

Na prática um *riser* apresenta pelo menos dois graus de liberdade relevantes ao efeito de V.I.V. e o escoamento apresenta efeitos tridimensionais importantes. Todavia, a situação proposta para o modelo estrutural deste trabalho já se constitui em um avanço. Vale lembrar que os poucos modelos estruturais de dois corpos alinhados com inclusão de osciladores estudados em laboratórios experimentais ou códigos numéricos são utilizados para valores de número de Reynolds baixo, em geral,  $10^2 < Re < 10^4$ . Ainda que seja possível medir o campo de escoamento através de dispositivos a laser ou de simular numericamente as equações governantes discretizadas até  $Re \approx 10^3$ , o conhecimento dos mecanismos de descolamento da camada limite, as suas instabilidades e o comportamento das generosas esteiras viscosas para a faixa de  $10^4 < Re < 10^6$  ainda se encontram em fase embrionária.

No caso das estruturas *offshore* submetidas a V.I.V., o número de Reynolds é da ordem de  $10^5$ , o que implica em uma frequência adimensional de despreendimento de vórtices adotada próxima de 0,2 (número de Strouhal próximo de  $St = 0,2$ ). Para que um duto não venha a romper por fadiga, o valor da frequência de emissão de vórtices deve estar o mais afastado possível dos valores de frequências naturais do duto.

Na apresentação deste item deu-se um enfoque aos problemas de V.I.V. da engenharia de sistemas *offshore*, entretanto, os resultados numéricos apresentados na Dissertação de Mestrado são válidos para uso geral em estruturas cilíndricas, mesmo que sendo bastante restritos dada a complexidade dos fenômenos de V.I.E.

Cabe enfatizar, que o assunto abordado neste trabalho se insere no contexto das atividades de pesquisa que vêm sendo desenvolvidas pelo Grupo de Método de Vórtices no IEM/UNIFEI. Além das muitas motivações de ordem tecnológica existem também aquelas que desafiam a argúcia dos pesquisadores e que possuem motivação científica. Nesta última classe de motivações identificam-se duas linhas que andam paralelamente e que são partes integrantes do desenvolvimento deste trabalho:

- A análise e o entendimento dos fenômenos físicos presentes nos resultados numéricos obtidos;

- O desenvolvimento de uma biblioteca de rotinas computacionais que permitam a realização destas análises de maneira eficiente permitindo que mesmo não especialistas possam utilizá-las nas suas atividades do dia a dia nos escritórios de projeto.

Aliás, o auxílio concedido pelos órgãos de fomento CNPq, FAPEMIG e FAPERJ tem sido fundamental para a aquisição de uma infra-estrutura computacional apropriada que possibilite a redução do tempo de simulação numérica destes escoamentos no Grupo de Método de Vórtices do IEM/UNIFEI. Processamento paralelo vem sendo empregado dentro do Grupo de Método de Vórtices para melhorar o desempenho do Método de Vórtices. As simulações numéricas são realizadas através de algoritmos, desenvolvidos em linguagem de programação FORTRAN/LINUX, paralelizados e que utilizam o padrão OPEN MP, o qual permite a criação de programas paralelos com compartilhamento de memória.

## 1.2 – OBJETIVOS DESTE TRABALHO

A partir dos argumentos discutidos na seção anterior, esta Dissertação de Mestrado utiliza a ferramenta numérica chamada Método de Vórtices Discretos (M.V.D.) e apresenta os seguintes objetivos:

Explicação física do mecanismo de formação de vórtices que acontece à jusante de um cilindro circular estacionário através da história temporal dos coeficientes de arrasto, de sustentação e de pressão. Visualização do mecanismo de formação de vórtices nas vizinhanças do corpo para auxiliar no entendimento dos resultados gráficos. Comparação dos resultados obtidos com resultados experimentais disponíveis na literatura (Blevins, 1984) para  $Re=10^5$  e identificação de erros numéricos possivelmente associados à ausência de efeitos tridimensionais nas simulações numéricas.

Investigação das características do efeito de interferência entre dois cilindros circulares idênticos, imóveis e montados *in tandem*, através da variação do espaçamento entre eles. Comparação dos resultados numéricos obtidos com os resultados experimentais encontrados na literatura, especialmente os resultados de Alam *et al.* (2003) para  $Re=6,5 \times 10^4$ .

Obtenção de resultados numéricos para a resposta dinâmica de um cilindro circular oscilando forçadamente na direção transversal ao escoamento incidente. Este cilindro se

encontra inicialmente isolado (Recicar, 2007) e em seguida imerso na esteira de outro cilindro estacionário e alinhado com ele. Na Fig. 1.4 tem-se a representação esquemática do modelo, onde é imposto um movimento cosenoidal forçado ao cilindro à jusante na direção transversal ao escoamento incidente  $U$ . A oscilação da estrutura cilíndrica imersa na esteira viscosa do cilindro à montante, na maioria dos casos práticos, altera significativamente o fenômeno da formação e desprendimento de vórtices. A sincronização entre a frequência de vibração forçada do cilindro à jusante,  $f_0$ , e a frequência de emissão de vórtices deste mesmo corpo oscilando,  $f_{s0}$ , é investigada, interpretada e depois associada com o fenômeno de W.I.V.

Utilização de um dos principais parâmetros que associam as condições ambientais com o comportamento estrutural do cilindro, isto é, da velocidade reduzida para a variação de frequência de excitação do corpo. Nenhuma tentativa de se incluir o efeito de onda, que teria uma contribuição na velocidade final do perfil de velocidades, principalmente em dutos localizados em águas rasas, é apresentada neste trabalho. Desta forma, a velocidade reduzida é definida como:

$$V_R = \frac{U}{f_0 d}, \quad (1.1)$$

onde  $f_0$  é a frequência de oscilação forçada para o cilindro a jusante,  $U$  é a velocidade da corrente incidente e  $d$  é o diâmetro externo do duto. A velocidade reduzida é um parâmetro adimensional que representa uma relação entre o comprimento de onda para oscilações na frequência natural do corpo e a dimensão transversal característica do corpo.

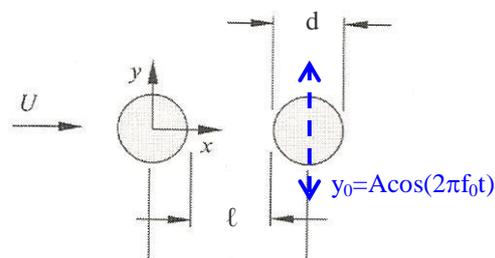


Figura 1.4 – Esquema do modelo estrutural para a investigação do fenômeno de W.I.V. no cilindro à jusante.

Utilização dos seguintes parâmetros variáveis do movimento harmônico a ser imposto ao cilindro circular de jusante são: amplitude reduzida ( $A/d=0,15$  e  $A/d=0,50$ , sendo  $d$  o diâmetro do cilindro) e velocidade reduzida  $5 \leq V_R \leq 50$ .

Identificação da ocorrência do fenômeno da ressonância (se a frequência de desprendimento de vórtices e a frequência natural da estrutura estiverem sincronizadas) e as consequências da sincronização nos resultados temporais das cargas aerodinâmicas para o cilindro isolado. Os resultados disponíveis na literatura são apresentados para baixos valores do número de Reynolds. De acordo com o trabalho de Koopman (1967), a sincronização somente ocorre acima de um determinado valor limite de amplitude e o número de Reynolds do escoamento pouco influencia. Para o cilindro oscilando *in tandem* objetiva-se identificar o fenômeno de W.I.V. Todas as análises numéricas são feitas para um alto valor do número de Reynolds, isto é  $Re=6,5 \times 10^4$ .

### 1.3 – METODOLOGIA

A técnica numérica utilizada para a obtenção dos resultados pretendidos dentro dos objetivos deste trabalho é o Método de Vórtices Discretos (M.V.D.). O M.V.D. é um método puramente Lagrangiano (sendo o representante mais conhecido dos Métodos de Partículas) e que tem como característica a discretização do campo de vorticidades presente no domínio fluido por uma nuvem de vórtices discretos. Cada vórtice discreto que compõe a nuvem tem a sua trajetória acompanhada individualmente e ao longo de toda a simulação numérica caracterizando-se, assim, uma descrição como puramente Lagrangiana.

Os vórtices discretos são submetidos aos processos de convecção e de difusão da vorticidade (para os problemas bidimensionais os efeitos de deformação dos tubos de vorticidade não se fazem presentes). Na solução do problema puramente convectivo identifica-se uma das principais características (vantagem) do M.V.D., isto é, o campo de velocidades do escoamento deve ser calculado apenas nas posições onde se encontram os vórtices discretos, sendo esta velocidade a própria velocidade induzida no fluido.

O cálculo da velocidade total induzida em cada vórtice discreto é feito durante cada incremento de tempo da simulação numérica levando-se em conta as seguintes contribuições:

escoamento incidente, fronteiras sólidas e nuvem de vórtices discretos. O cálculo da contribuição da nuvem de vórtices discretos (do inglês, *vortex-vortex interaction*) é o responsável pelo consumo do maior tempo de processamento durante a simulação numérica. O contador do número de operações realizadas por um único processador é proporcional ao quadrado do número total de vórtices discretos, quando se utiliza a Lei de Biot-Savart.

Uma ferramenta da teoria potencial muito útil para ser associada com o M. V. D. é o Método dos Painéis (Katz & Plotkin, 1991). Este método é utilizado para a discretização da superfície de corpos de forma qualquer e conhecida em segmentos planos ou curvos e a subsequente distribuição de singularidades sobre elas. A distribuição de singularidades do tipo fontes, vórtices ou dipólos garante as condições de contorno no ponto de controle dos painéis. Para a representação da superfície discretizada dos dois cilindros são usados painéis planos sobre os quais se distribuem singularidades do tipo fontes com densidade uniforme para, assim, garantirem a condição de impenetrabilidade (condição de Neumann). Outras características do Método dos Painéis estão apresentadas no Capítulo 4.

A condição de contorno de escorregamento-nulo é satisfeita sobre o ponto de controle de cada painel plano distribuindo-se nas vizinhanças dos mesmos vórtices discretos de Lamb. Estes vórtices discretos simulam a presença da camada limite e da esteira viscosa que se desenvolve a jusante dos dois corpos.

A região da esteira viscosa é a parte do escoamento perturbado que necessita de muita atenção, pois grandes estruturas vorticosas contra-rotativas são formadas na porção desta região mais próxima dos corpos, também conhecida como região de esteira próxima. Além de serem convectadas, as estruturas vorticosas ao mesmo tempo decaem de intensidade por efeitos viscosos. A inclusão dos efeitos viscosos no M.V.D. é considerada na solução do problema puramente difusivo. Há métodos que utilizam técnicas probabilísticas (Método de Avanço Randômico (Lewis, 1991)) e outros métodos que utilizam técnicas determinísticas (Rossi, 1996, 1997). A simulação do processo de difusão da vorticidade é realizada neste trabalho utilizando-se o Método de Avanço Randômico, isto é, aos vórtices discretos são impostos movimentos brownianos (Einstein, 1956) durante cada incremento de tempo.

No cálculo das cargas aerodinâmicas distribuídas (somente a pressão, pois a contribuição do componente tangente é desprezada nas simulações numéricas) e das cargas aerodinâmicas integradas (força de arrasto de forma e força de sustentação) é utilizada uma

formulação integral apresentada por Shintani & Akamatsu (1994). A formulação é originária de uma equação de Poisson para a pressão e possui, como vantagem, a possibilidade de se levar em conta a contribuição de todos os vórtices discretos presentes na esteira viscosa.

O cálculo das matrizes de influência das fontes, dos vórtices discretos nascentes e da pressão é feito em cada instante de tempo, quando o cilindro oscila à jusante de outro fixo.

Atualmente o uso de paralelismo em computadores com processadores *multicore*, ou entre computadores diferentes, se torna cada vez mais obrigatório, visto que a grande maioria dos computadores possui mais de um núcleo ou utiliza-se de *clusters*. A exploração do paralelismo pode ser feita pelos próprios compiladores, que automaticamente detectam e exploraram o paralelismo entre vários núcleos ou entre diferentes computadores de maneira eficiente. No entanto, na maioria dos casos, o programador precisa instruir o compilador quando e onde utilizar ações paralelas. Para simplificar a tarefa dos programadores, alguns modelos de programação paralela foram desenvolvidos. No presente trabalho, o modelo escolhido foi o OPEN MP; este consiste em um modelo de programação paralela baseada no conceito de *Data Parallel Programming*, ou seja, ele utiliza memória compartilhada permitindo que todas as tarefas tenham acesso a estrutura de dados na memória global. O trabalho paralelo é executado em um conjunto de dados, que devem estar organizados na forma de conjuntos (*loops*), onde cada tarefa irá trabalhar com partições diferentes dessa estrutura de dados e efetuar a mesma operação em sua partição da estrutura de dados. A paralelização foi feita apenas na rotina que calcula a interação vórtice-vórtice, o que permite um ganho importante no tempo final de processamento de cada simulação.

## 1.4 – ESTRUTURA DO TRABALHO

O Capítulo 2 tem como primeiro objetivo a apresentação de uma descrição sobre a influência do número de Reynolds no escoamento ao redor de um cilindro circular isolado, estacionário e de superfície não-rugosa. Em seguida são apresentados os principais trabalhos, que foram importantes para o estudo dos efeitos de interferência entre dois cilindros circulares imóveis e posicionados *in tandem*. As publicações científicas clássicas referentes aos efeitos de vibração transversal de um cilindro circular nas condições isolado e depois oscilando à jusante de outro fixo e estacionário são apresentadas e discutidas na sequência do Capítulo 2.

Apresenta-se finalmente uma revisão bibliográfica sobre a evolução do Método de Vórtices Discretos com exemplos de aplicação de interesse prático.

No Capítulo 3 encontra-se a formulação geral do escoamento incompressível de um fluido viscoso ao redor de um par de cilindros circulares alinhados *in tandem*. O cilindro à montante se encontra imóvel e o cilindro à jusante oscila forçadamente imerso na esteira do cilindro à montante. As hipóteses simplificadoras do problema, as equações governantes, as condições de contorno e a adimensionalização das equações e das condições de contorno são apresentadas. As idéias fundamentais do algoritmo de separação da parte viscosa da equação do transporte da vorticidade (E.T.V.), proposto por Chorin (1973), são discutidas.

O Capítulo 4 descreve as principais características do M.V.D., que se constitui na base para o desenvolvimento teórico do modelo fluidodinâmico utilizado para a solução numérica do problema formulado no Capítulo 2. O objetivo deste modelo fluidodinâmico é a obtenção das forças hidrodinâmicas causadas pela geração e desprendimentos de vórtices na superfície dos dois cilindros circulares alinhados *in-tandem*. A atenção especial é dada ao cilindro à jusante, que oscila forçadamente para a investigação do fenômeno da W.I.V.

No Capítulo 5 estão apresentados os principais resultados das simulações numéricas, todos acompanhados das discussões associadas a cada caso analisado.

O Capítulo 6 traz as conclusões mais importantes e as sugestões para a seqüência dos estudos na linha de V.I.E. dentro do Grupo de Método de Vórtices do IEM/UNIFEI.

As referências bibliográficas mais importantes utilizadas para a preparação desta Dissertação de Mestrado se encontram listadas no final do texto.

O Apêndice A apresenta a dedução da Equação do Transporte da Vorticidade para escoamentos tridimensionais e mostra a sua simplificação para escoamentos no plano.

O Apêndice B é dedicado para as informações mais relevantes sobre o modelo do vórtice discreto de Lamb e sobre o algoritmo acelerador da Lei de Biot-Savart Modificada.

O programa computacional *TWO\_BODIES\_INTERFERENCE.FOR*, desenvolvido em linguagem de programação FORTRAN, tem a sua estrutura apresentada no Apêndice C. Uma descrição da função de cada rotina é feita para auxiliar na montagem do programa

computacional. O programa principal é montado fazendo-se uso da biblioteca de rotinas disponibilizada aos alunos do Grupo de Método de Vórtices do IEM/UNIFEI.

Os principais resultados obtidos nas simulações numéricas serão submetidos para publicação em um periódico indexado pela CAPES no início do ano de 2012.

## Capítulo 2

### REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

#### 2.1 - INTRODUÇÃO

O primeiro objetivo do Capítulo 2 é a descrição física do comportamento do escoamento de um fluido ao redor de um corpo rombudo (um cilindro de seção circular e de parede lisa) para diferentes valores do número de Reynolds. O conhecimento do mecanismo de emissão de vórtices em corpos rombudos é necessário para a aferição do código computacional, quando aplicado ao caso do cilindro circular estacionário. Em seguida são apresentadas as principais referências bibliográficas sobre o tema cilindro circular oscilando na direção transversal à corrente uniforme e com um grau de liberdade. A revisão bibliográfica seguinte refere-se ao caso de dois cilindros de mesmo diâmetro alinhados. Nesta configuração, um cilindro está posicionado exatamente na linha de centro do cilindro à montante e esta configuração é denominada na literatura inglesa como *(in) tandem*. No primeiro caso os dois cilindros são imóveis e no outro, o cilindro à montante continua imóvel e o cilindro à jusante oscila na direção transversal ao escoamento uniforme. No final do Capítulo 2 encontra-se uma revisão bibliográfica referente aos trabalhos mais conhecidos da literatura, que mostra a evolução do Método de Vórtices Discretos; e são apresentados, também, alguns exemplos de aplicações de interesse tecnológico.

## 2.2 – OS VÓRTICES, O MECANISMO DE EMISSÃO DE VÓRTICES EM CORPOS ROMBUDOS E A CLASSIFICAÇÃO DOS ESCOAMENTOS

As primeiras evidências sobre a existência dos vórtices datam do período paleolítico, que durou de cerca de 2,5 milhões a.C., quando os antepassados do homem começaram a produzir os primeiros artefatos em pedra lascada, até cerca de 20.000 a.C. Nesta época o símbolo mágico e religioso referente à vida possuía uma forma espiralada, mesmo que apresentando uma forma estática e relacionada a uma cavidade.

O labirinto de Creta (século XXX a.C.), que foi inventado pelo brilhante arquiteto Dédalo a pedido do Rei Minos para prender o Minotauro, é um símbolo na forma espiralada da entrada do lugar mitológico habitado pelos mortos. Os relatos da história antiga creditam que a lenda do labirinto tenha surgido a partir do Palácio de Knossos; as ruínas do Palácio de Knossos existem até hoje, sendo uma das atrações da ilha grega de Creta.

Na Odisséia (provavelmente escrita no século VIII a.C.), Homero descreve o encontro dos heróis retornando à Grécia com Charybdis, que nada mais era do que um gigante rodado (veja a ilustração da Fig. 2.1).



Figura 2.1 – O encontro dos heróis retornando à Grécia com Charybdis. (Fonte: <http://www>).

Na escola milesiana pré-socrática de filosofia (iniciada no século VI a.C. na vila Jônia de Mileto, na costa da Anatólia e representada, principalmente, pelos filósofos Tales de Mileto, Anaximander e Anaxímenes), Anaximander respondeu à questão de como a matéria se formou no início do mundo através de um vórtice.

Anaxágoras (viveu entre 500 e 428 a.C.), o primeiro homem a introduzir a filosofia aos atenienses, acreditava que a Terra era mantida no centro do universo através de um turbilhão cósmico.

Os atomistas, através de Demócrito (viveu entre 460 e 370 a.C.), acreditavam que o movimento de um vórtice era uma entidade fundamental em que estava incluída a lei geral da natureza. A partir deste momento histórico os antigos passaram a analisar o problema com uma visão racional.

Os gregos foram um dos primeiros povos a relacionar a existência dos vórtices com o efeito do som emitido por vibrações de cordas de harpas expostas ao vento; este efeito era descrito como os “*Aeolian Tones*”, que derivam de *Aeolius*, o deus grego dos ventos.

Sêneca (viveu entre 4 a.C. e 65 d.C.), no início da era cristã, observou o escoamento de rios e o papel de obstruções na geração de vórtices para explicar a presença dos redemoinhos. Esta é, talvez, a primeira evidência sobre o estudo da separação.

Leonardo da Vinci (viveu entre 1452 e 1519) no século XV deixou registrado em manuscritos esboços feitos por ele, onde se pode perceber a formação de vórtices para diferentes situações. Porém, apesar de sua extrema capacidade de observação, Leonardo da Vinci errou ao desenhar vórtices simétricos em formação de esteira, veja na Fig. 2.2.

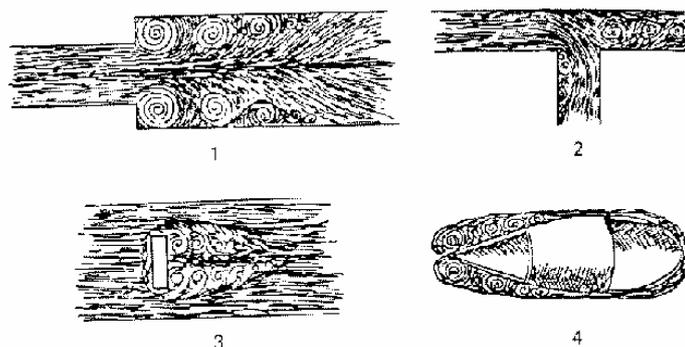


Figura 2.2 – Desenhos de Leonardo da Vinci. (Reproduzida de Meneghini (2002) e Lugt (1983)).

No período que percorreu os séculos XVII e XVIII tornou-se possível estudar o desprendimento de vórtices de acordo com o que se conhece hoje usando-se ferramentas da mecânica clássica. Os destaques na história são feitos para Rayleigh (1896) e Von Kármán (1911). Foi, historicamente, em 1878 que Strouhal mostrou em seus estudos uma proporcionalidade do som emitido pela corda (o estudo foi motivado pelo efeito do som emitido nos cabos telegráficos), observado pelos gregos, com a velocidade do vento dividida pelo diâmetro da corda. Inicialmente se achava que a oscilação ocorria na mesma direção do escoamento incidente. Ainda, quando a frequência do som coincidia com uma das frequências naturais da corda (livre para oscilar), o som era amplificado, definindo-se uma constante de proporcionalidade com valor 0,185. Esta observação deu origem à definição da frequência de desprendimento de vórtices ( $f_s$ ), isto é:

$$f_s = 0,185 \frac{U}{d}, \quad (2.1)$$

onde  $U$  é a velocidade do ar que passa pelas cordas e  $d$  representa uma dimensão característica, neste caso, o diâmetro da corda.

Rayleigh (1896) publicou resultados observados por ele em 1879 que explicavam o efeito da corda do violino vibrando transversalmente ao escoamento do ar que passava ao redor dela, e, com isto, definiu um parâmetro adimensional, hoje conhecido por número de Strouhal ( $St$ ), que relaciona frequência de emissão de vórtices e velocidade do escoamento:

$$St = f_s \frac{d}{U}. \quad (2.2)$$

No início do século XX, Von Kármán (1911) provou hidrodinamicamente que o modo de desprendimento de vórtices está diretamente ligado com a periodicidade da emissão dos vórtices que formam a esteira. É interessante notar que as análises feitas por Von Kármán desconsideraram a presença de um corpo, os efeitos da viscosidade e o fenômeno da turbulência. Von Kármán (1911) tinha como única finalidade explicar as propriedades de estabilidade da esteira formada a jusante de um corpo, a qual foi apresentada fazendo-se uso de uma representação por vórtices da teoria do escoamento potencial.

As discussões, a seguir, permitem que se concretize uma idéia sobre o fenômeno dos vórtices, a sua visualização, a frequência de emissão e uma possível configuração estável.

Gerrard (1966) propôs um mecanismo para a geração e emissão de vórtices devido a passagem de uma corrente uniforme sobre um corpo rombudo; este mecanismo tem como sustentação física a interação entre duas camadas cisalhantes com vorticidades de sinais opostos formadas ao redor do corpo.

A passagem de uma corrente uniforme sobre um corpo rombudo acarreta sobre a sua superfície a formação de uma camada limite, que vai se descolar do corpo em um determinado ponto. Este ponto é denominado ponto de separação do escoamento (e a separação ocorre quando o escoamento em torno do corpo encontra uma região de gradiente adverso, neste ponto as partículas fluidas perdem energia cinética e pode haver tanto anulação da velocidade quanto inversão do sentido do fluxo). A partir daí são originadas as duas camadas cisalhantes com vorticidades de sinais opostos, que enrolam em torno delas mesmas, formando os vórtices da esteira. Estas duas camadas cisalhantes comportam-se como um sistema instável na presença de perturbações.

A mecânica do processo de formação dos vórtices a partir das duas camadas cisalhantes se dá da seguinte maneira (acompanhe os caminhos possíveis a, b e c na Fig. 2.3): a estrutura vorticiosa cresce a partir da camada cisalhante, onde está ligada, com o ganho de circulação. Quando a intensidade atinge determinado valor ela atrai a camada cisalhante presente no lado oposto do corpo e esta circulação de sinal oposto tende a:

- a) Fundir-se com o vórtice que está se formando no lado oposto da esteira diminuindo a intensidade deste vórtice,
- b) Cortar a alimentação do vórtice liberando-o para a formação da esteira viscosa,
- c) Voltar na direção da região próxima ao corpo e iniciar a formação de um novo vórtice.

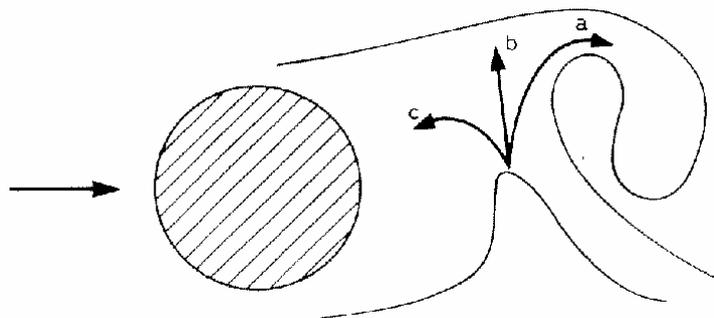


Figura 2.3 – Mecanismo de formação de vórtices. (Reproduzida de Gerrard (1966)).

Osborne Reynolds, em 1883, enquanto estudava o comportamento dos fluidos viscosos para aplicação como lubrificante de máquinas, estabeleceu uma das contribuições mais relevantes para a Mecânica dos Fluidos ao apresentar uma classificação dos escoamentos como laminar e turbulento. Reynolds (1883) apresentou uma conclusão muito importante por meio de experimentos mostrando que a viscosidade mede uma propriedade física do fluido, que é independente do escoamento. A relação estabelecida entre as forças inerciais e as forças viscosas deu origem mais tarde ao parâmetro adimensional conhecido como número de Reynolds:

$$\text{Re} = \frac{\rho U b}{\mu}, \quad (2.3)$$

onde  $\rho$  é a massa específica do fluido,  $\mu$  é o coeficiente de viscosidade dinâmica,  $b$  é um comprimento representativo e  $U$  uma velocidade representativa do escoamento.

O escoamento de um fluido viscoso ao redor de um corpo rombudo altera o comportamento do campo de velocidades ao redor do corpo à medida que o número de Reynolds se modifica. Portanto, é o número de Reynolds que define o tipo de escoamento que ocorre através do cilindro circular de parede lisa.

Para valores do número de Reynolds bem menores que a unidade ( $\text{Re} < 1$ ), o escoamento ao redor do cilindro é altamente viscoso (as forças inerciais são fracas) e chamado de *creeping flow*. Este apresenta um perfil simétrico, tanto a montante quanto a jusante do corpo, e não se observa o fenômeno da separação do escoamento, veja na Fig. 2.4.

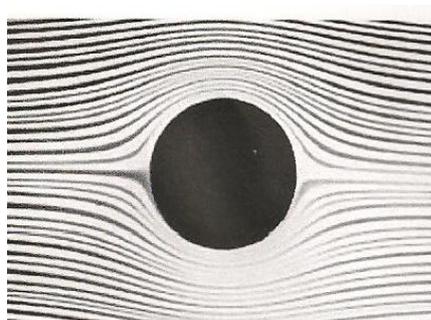


Figura 2.4 – Escoamento ao redor de um cilindro estacionário para  $\text{Re} < 1$ . (Reproduzida de Van Dyke (1982)).

Quando o número de Reynolds atinge valores superiores a 5, já é possível notar a ocorrência do fenômeno da separação da camada limite na parte posterior do cilindro e a

formação, nesta região, de um par de vórtices estacionários. Embora haja a formação deste par de vórtices, o escoamento nesta região ainda possui características de regime permanente, veja na Fig. 2.5.

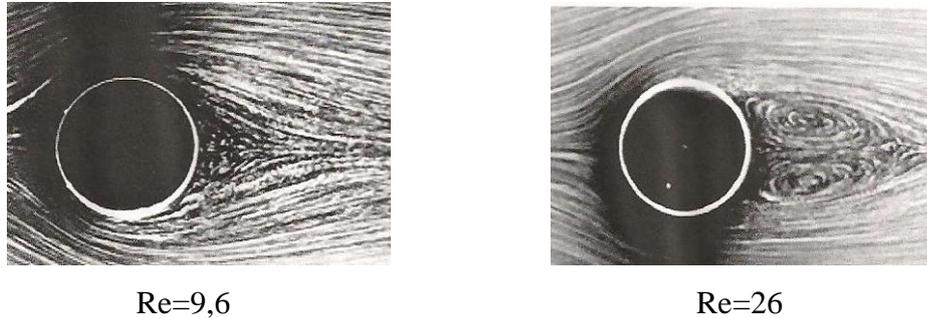


Figura 2.5 – Vórtices estacionários a jusante do cilindro para  $5 \leq Re \leq 50$ . (Reproduzida de Van Dyke (1982)).

Quando o número de Reynolds do escoamento ao redor do cilindro estacionário se encontra numa faixa compreendida aproximadamente entre  $50 \leq Re \leq 70$  pode-se observar a formação de uma esteira oscilatória no escoamento à jusante do corpo. Nesta região encontram-se vórtices desprendidos e não mais vórtices estacionários, como mostra a Fig. 2.6.

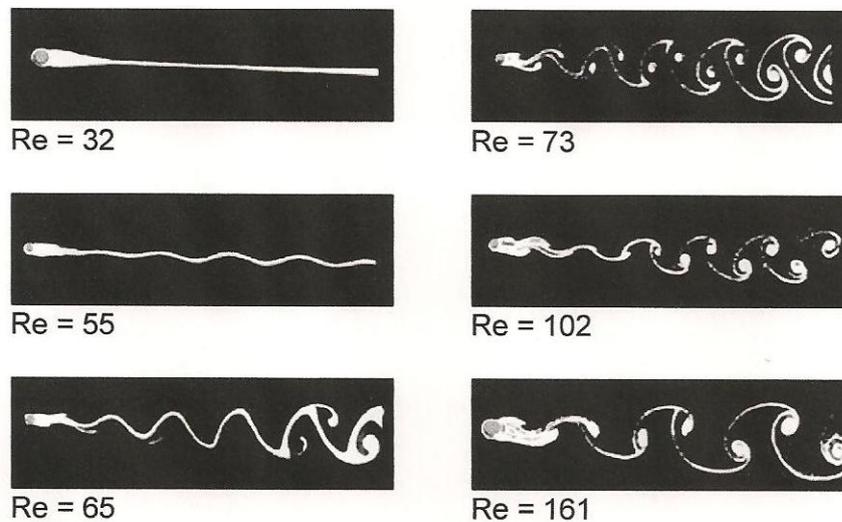
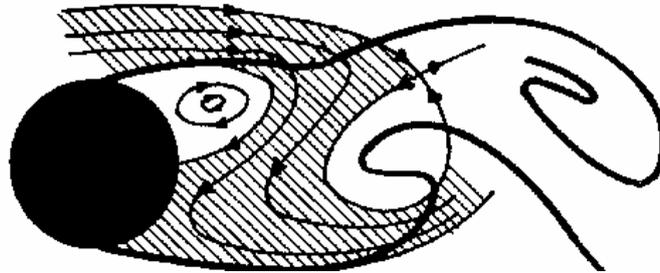


Figura 2.6 – Esteira de vórtices oscilatória a jusante do cilindro para  $32 \leq Re \leq 161$ . (Reproduzida de Batchelor (1967)).

Aumentando-se o número de Reynolds para um valor em torno de  $Re=90$ , os vórtices passam a se desprenderem de maneira alternada (como pode ser visto na Fig. 2.6), caracterizando-se desta maneira a formação da esteira de Von Kármán, em homenagem ao seu descobridor. Este regime é definido como regime laminar com as linhas de corrente instantâneas mostradas na Fig. 2.7.

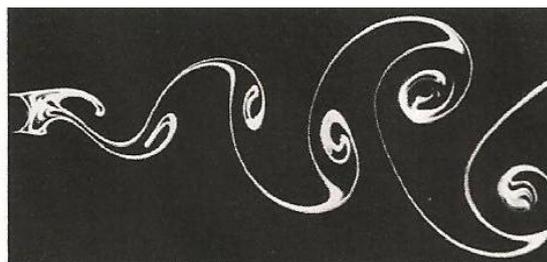


$Re=90$

Figura 2.7 – Formação e desprendimento de vórtices laminares no escoamento a jusante do cilindro para  $70 < Re \leq 200$ . (Reproduzida de Meneghini (2002) e Perry et al (1982)).

A esteira de Von Kármán desempenha um papel fundamental nas instabilidades que causam o fenômeno de V.I.E. em estruturas cilíndricas. Na Fig. 2.8, os vórtices são identificados como as estruturas vorticosas presentes no escoamento e que têm grande concentração de circulação. A circulação global presente neste domínio fluido  $\Omega$  é expressa por (Batchelor, 1967) (onde  $\mathbf{u}$  é o vetor velocidade e  $d\mathbf{S}$  é um elemento de integração):

$$\Gamma_{\Omega} = \oint_C \mathbf{u} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (2.4)$$



$Re=140$

Figura 2.8 – Formação e desprendimento de vórtices laminares no escoamento a jusante do cilindro para  $70 < Re \leq 200$ . (Reproduzida de Van Dyke (1982)).

A interação entre as duas camadas cisalhantes opostas, que se separam do corpo, é a responsável pela origem dos vórtices na região conhecida como esteira próxima. Estes vórtices são convectados alternadamente para jusante do corpo formando a esteira viscosa. Como estas estruturas vorticosas possuem alta circulação concentrada, elas se difundem ao longo da esteira e perduram até cerca de 250 diâmetros de distância à jusante do corpo (Cimbala *et al.*, 1988).

A frequência característica de emissão alternada das estruturas vorticosas contrarotativas é chamada de frequência de emissão de vórtices (do inglês, *vortex shedding frequency*), sendo representada pelo parâmetro adimensional número de Strouhal. Roshko (1954) investigou a variação do número de Strouhal em função do número de Reynolds na faixa compreendida entre  $50 \leq Re \leq 70$ , sendo que, mais tarde, Williamson (1991) confirmou a existência de uma descontinuidade na curva de Roshko (1954) para um valor de  $Re \approx 64$ , veja também na Fig. 2.9. Esta descontinuidade é causada pela transição entre o modo paralelo e o modo oblíquo de geração e desprendimento de vórtices.

O modo de desprendimento de vórtices com linhas paralelas ao eixo do cilindro circular foi reproduzido por Williamson (1991) até no máximo  $Re \approx 200$  através da utilização de placas planas inclinadas nas extremidades do cilindro. Estas placas tinham a finalidade de causar regiões de baixa pressão nas extremidades. Esta condição de contorno induz a um desprendimento de vórtices paralelos em relação ao eixo do corpo. A obtenção de modos paralelos de desprendimento oferece as condições ideais para a comparação dos resultados experimentais com resultados numéricos bidimensionais.

Segundo Meneghini (2002), para números de Reynolds mais elevados, instabilidades na camada cisalhante formada a partir da separação causam uma transição para a turbulência, antes da formação dos vórtices, o que resulta em flutuações turbulentas da pressão na esteira e da frequência de desprendimento de vórtices. Surgem, ainda, tridimensionalidades de grande escala. Williamson (1991) explicou estas observações experimentais através da proposição do surgimento de tubos fechados de vórtices alinhados na direção do escoamento, os quais eram os responsáveis pela transição de uma esteira bidimensional para uma esteira tridimensional. Em última instância era a presença intermitente destes tubos a explicação da descontinuidade na curva de  $St$  versus  $Re$  para um valor de  $Re \approx 180$ , onde os tubos de vorticidade se deformam até formarem laços, gerando, em seguida, pares de vórtices visualizados no plano

do escoamento. Na Fig. 2.10 (vista de topo) define-se o modo A como sendo aquele em que as estruturas vorticosas formadas estão associadas à primeira descontinuidade da curva  $St$  versus  $Re$  apresentada na Fig. 2.11.

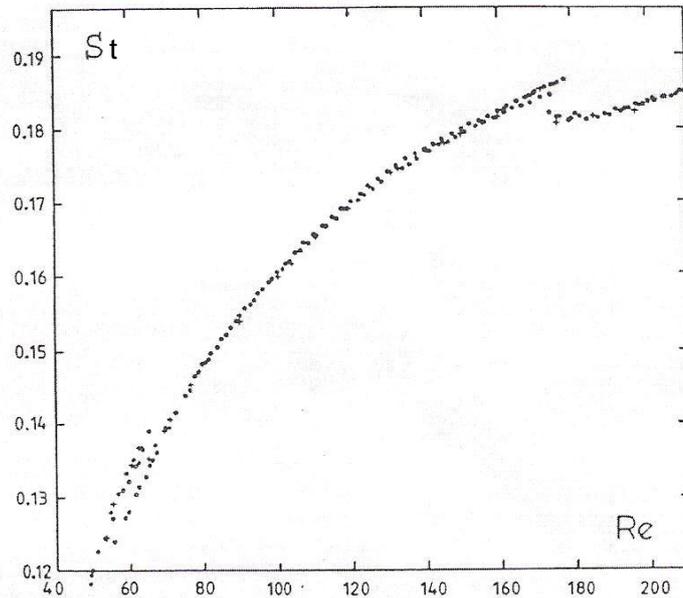


Figura 2.9 – Variação do número de Strouhal com o número de Reynolds no regime laminar e no regime de transição para esteira turbulenta. (Reproduzida de Williamson (1991) e Meneghini (2002)).

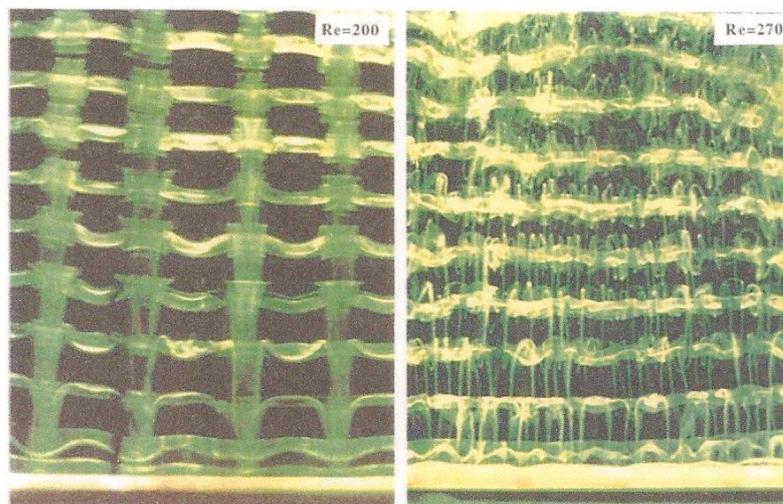


Figura 2.10 – Visualização dos modos A ( $Re=200$ ) e B ( $Re=270$ ). (Reproduzida de Williamson (1996)).

A ocorrência do modo A é devida a uma instabilidade nos núcleos das estruturas vorticosas primárias da esteira próxima. Segundo Williamson (1996), o crescimento de maneira não-linear subsequente de um laço de vórtice acontece por ação do laço anterior, o que explica o efeito da deformação periódica na direção do eixo do tubo de vorticidade principal. Na Fig. 2.10 pode-se observar os pares de vórtices representativos do modo A ( $Re=200$ ) e que possuem comprimento de periodicidade na direção do eixo entre três e quatro diâmetros do cilindro.

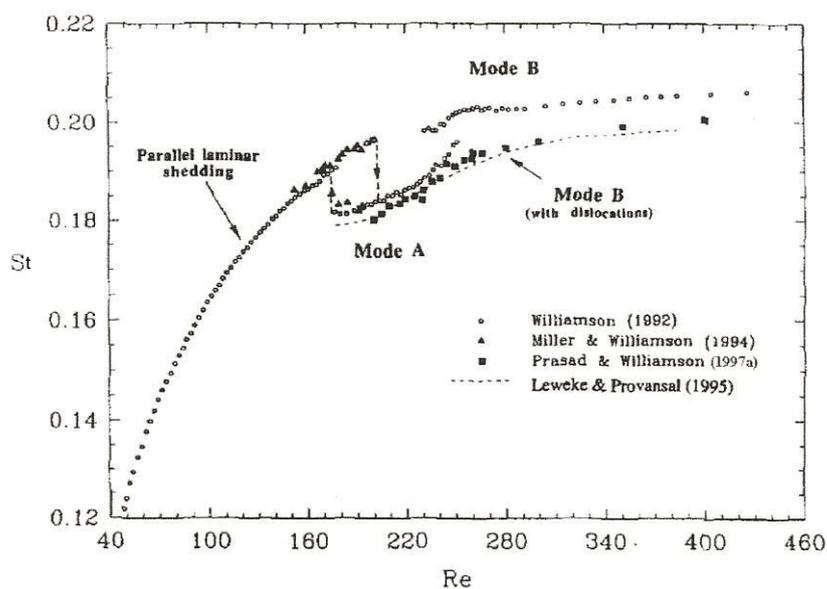


Figura 2.11 – Representação dos modos A e B do escoamento tridimensional ao redor de um cilindro circular estacionário. (Reproduzida de Williamson (1996)).

Na Fig. 2.11 há a identificação de uma segunda descontinuidade na curva de  $St$  versus  $Re$  correspondente a uma transição para o modo B. Neste segundo modo, há pares de vórtices em menor escala alinhados com a corrente uniforme e com comprimento periódico na direção do eixo do cilindro igual a aproximadamente um diâmetro. Estes vórtices, originários das camadas cisalhantes livres, são mais uniformes ao longo do eixo do cilindro quando comparados com as estruturas vorticosas do modo A.

## 2.3 – ESCOAMENTO AO REDOR DE UM CILINDRO CIRCULAR OSCILANDO TRANSVERSALMENTE

A inclusão de efeitos de oscilação em um corpo imerso num meio fluido pode ser feita de uma maneira mais simples quando o corpo fica imóvel e o escoamento incidente oscila, como apresentado no trabalho de Bodstein (2005). Esta abordagem, no entanto, impõe a toda massa fluida um efeito de oscilação com mesmas frequência e amplitude. Nos escoamentos reais, principalmente na região da esteira do corpo, esta situação não reflete a realidade com um grau de satisfação aceitável.

Na literatura há trabalhos que, para determinados intervalos de amplitude e de frequência de oscilação, tratam este tema ou atribuindo movimento oscilatório ao escoamento ou impondo-se movimento oscilatório a um corpo (a situação é mais realista). Estas duas abordagens são capazes de controlar os mecanismos de instabilidade, que levam ao fenômeno da geração e desprendimento de estruturas vorticosas contra-rotativas. A imposição efetiva de movimento de oscilação a um corpo pode ser feita de duas maneiras, oscilação forçada ou oscilação em base elástica, sendo que há vantagens e desvantagens de uma sobre a outra (Parkinson, 1989).

A primeira maneira para que o movimento oscilatório de um corpo interfira no fenômeno da geração de vórtices consiste na aplicação de oscilações forçadas a este corpo dentro de um túnel de vento ou de um canal fluidodinâmico. A vantagem prática deste tipo de experimento está na fácil alteração dos valores de frequência e de amplitude de oscilação e, ainda, não há a necessidade da medição de muitos parâmetros físicos. Todavia, algumas das características observadas em problemas práticos de vibração induzida por vórtices não são reproduzidas. Em geral, nos testes de movimento harmônico forçado imposto aos cilindros obtém-se as mesmas características observadas no fenômeno de V.I.V., mesmo que não se estabeleça nenhum emparelhamento entre a dinâmica da estrutura e a esteira de vórtices. Os resultados experimentais de vibração forçada têm comprovado esta observação na medida em que são realizados e analisados.

Na segunda maneira de se estudar os efeitos de oscilação de um corpo procura-se realizar uma investigação de maneira direta montando-o em um sistema de suporte externo. Este modelo estrutural é constituído por molas ajustáveis e um sistema de amortecimento de

forma a permitir a movimentação do corpo na direção transversal e/ou na mesma direção do escoamento. Os experimentos para o corpo montado em base elástica permitem que o experimentalista obtenha evidências diretas das interações não-lineares, que ocorrem entre excitação e resposta. Como desvantagem, o número de parâmetros a serem medidos é maior do que no primeiro caso, o que pode dificultar a interpretação dos resultados experimentais.

Quando a transferência de energia em uma oscilação forçada imposta ao corpo, com dada amplitude e frequência, ocorre do fluido para a estrutura, então este corpo provavelmente oscilaria se estivesse montado numa base elástica apresentando uma frequência natural próxima daquela da oscilação. É importante destacar que os experimentos com cilindro circular montado em base elástica somente verificam a oscilação deste corpo, quando a transferência de energia mecânica acontece do fluido para o corpo. No trabalho de Meneghini (2002) é mostrado que a energia está diretamente relacionada ao ângulo de fase entre a força hidrodinâmica resultante da emissão de vórtices e o deslocamento do corpo.

Bishop & Hassan (1964) e Feng (1968) foram os precursores da era moderna no estudo de V.I.V. através da introdução de experimentos com vibração forçada ou com vibração livre em túneis de vento e canais de recirculação de água fazendo-se uso de sensores eletrônicos e controle do movimento da estrutura.

No trabalho de Bishop & Hassan (1964) foi investigado o efeito sobre a frequência de emissão de vórtices de um cilindro circular oscilando forçadamente na direção transversal ao escoamento. A grande contribuição dos autores foi a descoberta de que a aproximação entre a frequência de vibração do corpo e a frequência do número de Strouhal resultava numa sincronização entre a frequência de oscilação do corpo e a frequência de oscilação do coeficiente de sustentação. A sincronização persistia em uma faixa de frequências para um dado valor de amplitude de oscilação. O segundo aspecto relevante observado pelos autores referiu-se à ocorrência de uma variação brusca do ângulo de fase entre a força transversal e o deslocamento do corpo, quando a frequência de oscilação do corpo variava em torno da frequência de emissão de vórtices. Juntamente com esta variação ocorria um súbito aumento da amplitude de oscilação do coeficiente de sustentação. E por fim, foi observado que a frequência forçada, na qual ocorria uma variação repentina do ângulo de fase, era modificada segundo o sentido no qual esta frequência aumentava ou diminuía.

Ongoren & Rockwell (1988) conduziram experimentos com vibração controlada do cilindro circular para número de Reynolds  $Re=855$ . O trabalho apresentou visualizações experimentais, obtidas em ensaios num canal de recirculação de água, sobre a influência dos efeitos fundamentais da sincronização entre as frequências no regime de formação de vórtices na região de esteira próxima. O artigo técnico é bastante rico em informações físicas, no entanto, nenhum resultado de história temporal das forças hidrodinâmicas foi apresentado pelos autores. Além do cilindro de seção circular foram apresentadas análises para cilindros de seção triangular e de seção quadrada.

Williamson & Roshko (1988) classificaram diferentes padrões de formação de vórtices relacionando-os com o comprimento de onda do movimento oscilatório ( $\lambda_0$ ) e com a amplitude de oscilação transversal ( $A$ ) imposta a um cilindro circular rígido. Estes padrões de formação de vórtices foram observados experimentalmente e classificados em conformidade com a maneira em que os vórtices eram emitidos durante um ciclo de oscilação forçada do corpo. A classificação dos padrões de esteira envolveu: dois agrupamentos simples (2S), dois pares de agrupamentos (2P), um par de agrupamentos e um agrupamento simples (P+S), e etc. (ver a Fig. 2.12). Os principais experimentos descritos pelos autores no artigo foram efetuados com número de Reynolds baixo, mais precisamente  $Re = 392$ . Na nomenclatura dos autores, S se refere a um simples vórtice e P a um par contra-rotativo de vórtices.

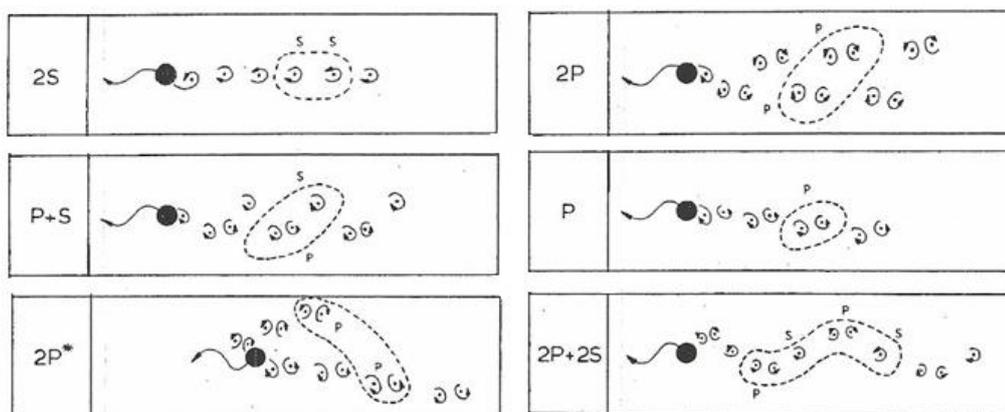


Figura 2.12 – Principais regimes de desprendimento de vórtices através de um cilindro circular oscilando na direção transversal. (Adaptada de Williamson & Roshko (1988)).

Os diferentes padrões de emissão de vórtices podem ser observados experimentalmente para um cilindro circular isolado e oscilando forçadamente na direção transversal ao escoamento incidente. No entanto, quando o cilindro circular estiver livre para

oscilar transversalmente ao escoamento apenas alguns destes modos podem ser observados, em particular, os modos de emissão 2S e 2P.

Bearman (2009) fez uma apresentação do trabalho de Morse & Williamson (2009), este último resultado de extensivas análises experimentais de vibração forçada de um cilindro circular. O autor observa que quando a vibração livre acontece, pequenos aumentos na velocidade do escoamento uniforme podem causar variações grandes na amplitude de oscilação do cilindro circular, muito possivelmente, acompanhada por mudanças no regime de formação de vórtices. Saltos inesperados acompanhados de variações bruscas nos parâmetros de controle da vibração dificultam as investigações experimentais para vibração em base elástica. Por outro lado, Bearman (2009) contra-argumenta que um grande número de ciclos de oscilação do corpo tem que ser cumprido, quando a este se impõe movimento de vibração forçada. A Fig. 2.13 mostra contornos de vorticidade (usando a técnica do PIV – *Particle Image Velocimetry*) resultantes dos experimentos de Morse & Williamson (2009) indicando o aparecimento, pela primeira vez na literatura, de um novo modo de emissão de vórtices definido como  $2P_0$ . De maneira similar, estes modos foram classificados de acordo com o desprendimento dos vórtices em cada ciclo de emissão no cilindro circular.

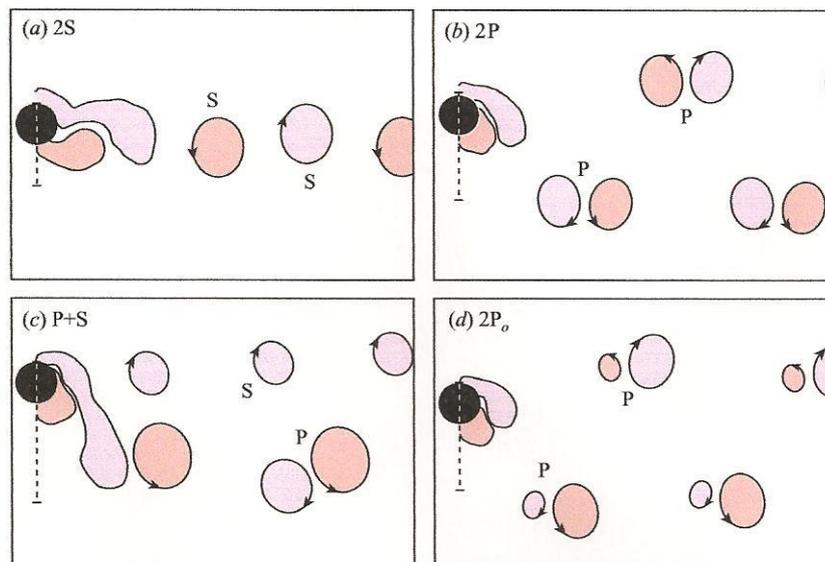


Figura 2.13 – Contornos de vorticidade para os modos padrões de desprendimento de vórtices: 2S, 2P, P+S e o novo  $2P_0$ . (Reproduzida de Bearman (2009)).

Morse & Williamson (2009) conduziram os seus experimentos impondo 5.860 ciclos de vibração forçada para o cilindro circular. A amplitude e a frequência de oscilação foram

variáveis e o número de Reynolds foi investigado para dois valores,  $Re=4.000$  e  $Re=12.000$ , totalizando 2.000 horas de experimentos. O novo modo  $2P_0$  é bastante parecido estruturalmente com o modo  $2P$ , exceto que os vórtices que se emparelham na esteira têm intensidades bastante diferentes. Com exceção do modo  $2P_0$ , o mapa dos regimes de desprendimento de vórtices é o mesmo apresentado por Williamson & Roshko (1988). Finalmente, o trabalho de Morse & Williamson (2009) mostra que sob determinadas condições de controle da vibração forçada, os resultados obtidos podem ser aproximadamente comparados com aqueles da vibração em base elástica, trazendo uma nova visão para os ensaios de V.I.V. A variação do número de Reynolds merece investigação mais detalhada.

Na parte de experimentos numéricos, Silva (2004) estudou o escoamento sobre um aerofólio NACA 0012 oscilando forçadamente via Método de Vórtices Discretos ficando restrita a condição de pequenas amplitudes de oscilação do corpo. Como a relação entre a amplitude de oscilação e o comprimento característico do corpo tendia a zero, as condições de contorno impostas sobre a superfície do corpo foram transferidas para uma posição média da superfície discretizada do corpo facilitando a implementação numérica do problema. O número de Reynolds foi fixado em  $Re=10^5$ .

Outro trabalho numérico na mesma linha do anterior foi apresentado por Recicar (2007) utilizando o Método de Vórtices Discretos associado com a técnica de mudança de coordenadas do corpo durante a simulação numérica para simular o efeito de oscilação transversal forçada de um cilindro circular. Ao contrário do trabalho de Silva (2004), não havia restrições para se adotar o valor para a amplitude de oscilação. Três tipos de regimes de escoamento foram identificados durante um aumento na frequência de oscilação do corpo considerando-se um valor de amplitude fixa. O primeiro tipo foi observado para baixas frequências de oscilação do corpo; nesta situação o número de Strouhal permaneceu quase constante correspondendo ao número de Strouhal de um corpo sem oscilação. O segundo tipo correspondeu a um regime de transição, onde aparentemente a frequência de emissão de vórtices não correlacionava com a frequência de oscilação do corpo. Finalmente para altas frequências de oscilação do corpo, a frequência de emissão de vórtices coincidiu com a frequência de oscilação do corpo denominada de frequência de *lock-in*. Os principais resultados foram apresentados no artigo de Hirata *et al.* (2008), no entanto, nenhum dos dois trabalhos classificou os modos de desprendimento de vórtices obtidos numericamente de acordo com o mapa de regimes de formação de vórtices apresentado por Williamson & Rosko (1988).

O código numérico desenvolvido por Recicar (2007) foi gentilmente cedido para auxiliar na parte de análise de resultados desta Dissertação de Mestrado. O objetivo é o de identificar diferenças encontradas quando o cilindro oscila isoladamente e quando ele oscila à jusante de outro fixo. Esta comparação é necessária para que os fenômenos da sincronização e de W.I.V. sejam entendidos no primeiro e no segundo casos, respectivamente.

Uma observação importante é que o cilindro quando oscila na faixa de sincronização apresenta efeitos de tridimensionalidade menos intensos. O escoamento, neste caso, fica sincronizado ao longo do comprimento do cilindro. Conseqüentemente, o movimento do cilindro durante a emissão de vórtices causa um aumento da força fluida. Há estudos sobre desenvolvimentos de supressores de vórtices, os quais têm como finalidade uma redução das forças fluidas de excitação. Em suma, as estruturas supressoras atuam impondo uma tridimensionalidade ao escoamento evitando que as forças fluidas fiquem sincronizadas ao longo do comprimento da estrutura cilíndrica. Entre os exemplos conhecidos de estruturas supressoras citam-se: *Strakes* (veja na Fig. 2.14), *bumps*, *splitter plates* e fitas supressoras. Outros detalhes sobre os supressores passivos são encontrados em Brankovic (2004).

Não há dúvidas quanto às discrepâncias encontradas nos resultados produzidos pelos diferentes tipos de ensaios com cilindro circular oscilando e que se devem às simplificações assumidas, às técnicas experimentais empregadas e, não de outra forma, às incertezas nos resultados numéricos de um modelo estrutural de interação fluido-estrutura.



Figura 2.14 – Montagem de *Strakes* para minimizar o efeito de sincronização das forças fluidas ao longo do comprimento de uma estrutura cilíndrica. (Fonte: <http://www>).

## 2.4 – ESCOAMENTO AO REDOR DE DOIS CILINDROS CIRCULARES DE MESMO TAMANHO ALINHADOS

O interesse principal deste item para aplicações práticas futuras está no entendimento dos efeitos do escoamento ao redor de agrupamento de *risers*. Os *risers* são formados por tubos metálicos que conectam os pontos de perfuração no fundo do oceano às plataformas utilizadas para a exploração e refino de óleo. Estes tubos, por exemplo, são localizados em pontos da costa litorânea brasileira, onde a profundidade varia entre 1000 m e 2000 m. A presença de escoamentos oscilatórios e não uniformes deve ser entendida para que fenômenos de V.I.E. não causem danos na parte estrutural da plataforma.

Nos trocadores de calor presentes na engenharia nuclear, por outro lado, o escoamento se encontra confinado e em grande parte das situações o fenômeno de geração e desprendimento de vórtices não se faz presente. A fonte principal de vibração induzida pelo escoamento está relacionada com a *turbulence buffeting* (Blevins, 1990). A ocorrência deste fenômeno tem como fonte de vibração as flutuações no campo de velocidades ocorridas devido à turbulência. A força que excita o sistema é independente do movimento da estrutura.

Na Fig. 2.15 define-se o espaçamento entre os centros dos dois cilindros de diâmetro  $d$  alinhados *in tandem* por  $g$  (do inglês, *gap*). Os resultados experimentais disponíveis na literatura para as cargas fluidodinâmicas atuantes e para o número de Strouhal são apresentados ou em termos de  $g$  ou em termos de  $\ell = g - d$ . Na presente Dissertação de Mestrado adota-se a nomenclatura  $g$  para definir o espaçamento entre os dois cilindros.

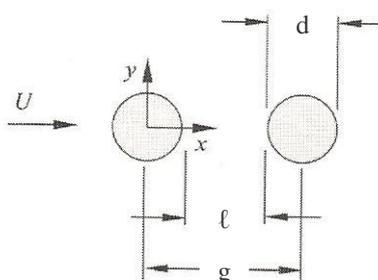


Figura 2.15 – Nomenclatura para definir o espaçamento entre dois cilindros *in tandem*.

Os efeitos de interferência entre dois cilindros são identificados quando os cilindros são agrupados próximos um do outro, de modo que o escoamento de um corpo é perturbado

pelo escoamento do outro. O efeito de interferência se configura quando um cilindro se encontra imerso em determinadas regiões do escoamento perturbado pelo outro corpo.

As duas revisões bibliográficas de destaque referentes ao problema de interferência entre dois cilindros circulares imóveis e posicionados nas situações lado-a-lado (do inglês, *side-by-side*), alinhados na direção da corrente incidente (do inglês, *in tandem*), dispostos em uma direção inclinada em relação a corrente incidente (do inglês, *staggered*) foram apresentadas por Zdravkovich (1977), que revisou mais de 40 artigos técnicos, e por Sumner (2010). No espaço de tempo de 33 anos entre estas duas revisões bibliográficas foram levantadas várias questões que necessitam da atenção dos pesquisadores no que se refere à interação entre as cargas aerodinâmicas atuantes e ao escoamento nas proximidades dos dois cilindros.

Em especial, para a configuração *in tandem*, que é a de interesse neste trabalho, existem particularidades sobre o fenômeno de interação fluido-estrutura ainda não esclarecidas e que são controversas. Os estudos que merecem maiores investigações são referentes às condições para o recolamento da camada limite no cilindro à jusante quando posicionado muito próximo ao outro cilindro, à variação do número de Reynolds e os seus efeitos sobre as forças fluidodinâmicas e sobre o número de Strouhal para os dois corpos.

Os resultados importantes para efeitos de comparação entre experimentos são aqueles das curvas do coeficiente de arrasto e do número de Strouhal em função do espaçamento entre os dois cilindros. Igarashi (1981) apresentou uma classificação dos regimes de interferência entre os dois cilindros em função do comportamento do escoamento na região localizada entre os dois cilindros. De acordo com as observações de Igarashi (1981) a região que fica compreendida entre os dois cilindros é caracterizada pela presença de duas camadas cisalhantes instáveis. Sob certas condições de espaçamento entre os dois cilindros e do valor do número de Reynolds as duas camadas cisalhantes podem enrolar formando zonas de recirculação ou até mesmo formar uma esteira de vórtices no espaçamento entre os dois cilindros. O ponto de maior relevância é referente ao regime de sincronização do escoamento, onde a formação de vórtices entre os dois cilindros e na esteira próxima do cilindro à jusante está associada à aderência da camada cisalhante na superfície do cilindro à jusante. Apresenta-se na Fig. 2.16 o esquema dos regimes de interferência quando um cilindro se encontra posicionado exatamente na linha de centro do cilindro de montante apresentada no artigo científico de Igarashi (1981).

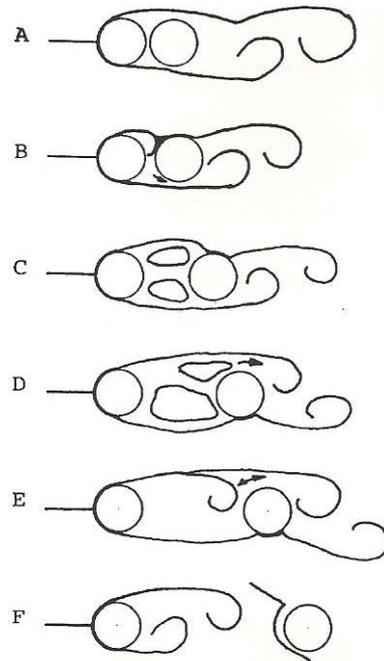


Figura 2.16 – Classificação dos regimes de interferência entre dois cilindros *in tandem*.  
(Reproduzida de Igarashi (1981)).

No regime identificado como A na Fig. 2.16 não há o recolamento sobre a superfície do cilindro à jusante das duas camadas cisalhantes livres oriundas da separação na superfície do cilindro à montante. Há, sim, a formação de uma única esteira de vórtices.

No regime identificado como B na Fig. 2.16 não existe formação de vórtices entre os dois cilindros, embora as camadas cisalhantes do cilindro à montante sejam capturadas pelo cilindro à jusante. Novamente, uma única esteira de vórtices é formada.

No regime identificado como C na Fig. 2.16 há a formação de vórtices simétricos no espaço confinado entre os dois cilindros circulares.

No regime identificado como D na Fig. 2.16 há duas observações apresentadas sobre os vórtices simétricos: eles tornam-se instáveis e passam a crescer e a diminuir de forma alternada nas proximidades do cilindro à jusante.

No regime identificado como E na Fig. 2.16 observa-se que a camada cisalhante oriunda do cilindro à montante se enrola próximo do cilindro à jusante. Este regime é classificado como biestável na transição entre os regimes D e F.

No regime identificado como F na Fig. 2.16 há um desprendimento alternado de vórtices contra-rotativos no espaçamento entre os dois cilindros. A esteira de vórtices formada após o cilindro à jusante é classificada como esteira binária, uma vez que cada vórtice é formado devido à combinação entre um vórtice emitido pelo cilindro à montante e um vórtice emitido pelo cilindro à jusante.

Nos regimes de A até D (esquematizados na Fig. 2.16) o cilindro à jusante fica totalmente envolvido pela esteira em formação originária do cilindro à montante. Nestas situações o cilindro à jusante está imerso numa região fluida de baixa pressão e, conseqüentemente, o valor médio do coeficiente de arrasto se apresenta com valores menores do que os encontrados para os regimes E e F. É possível, ainda, encontrar valores negativos para o coeficiente de arrasto, o que implica em uma força de sucção (contrária ao movimento do escoamento uniforme) atuante sobre a superfície do cilindro à jusante.

Na Fig 2.17 encontram-se resultados experimentais de Igarashi (1981) para a variação do coeficiente de arrasto do cilindro à montante ( $C_{D1}$ ) e do cilindro à jusante ( $C_{D2}$ ) em função do aumento do espaçamento  $g/d$  ( $d$  é o diâmetro dos cilindros) entre os dois cilindros.

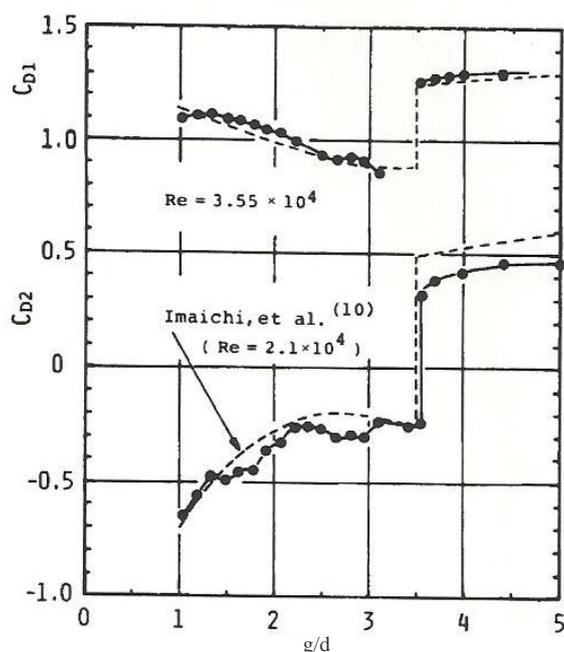


Figura 2.17 – Variação do coeficiente de arrasto para dois cilindros *in tandem*.

(Adaptada de Igarashi (1981)).

Os resultados de Igarashi (1981) foram apresentados para número de Reynolds  $Re=3,55 \times 10^4$  juntamente com os resultados de Imaichi *et al.* (1974) para  $Re=2,1 \times 10^4$ . O

resultado importante da Fig. 2.17 é uma descontinuidade que aparece na curva do coeficiente de arrasto; quando o espaçamento aumenta ultrapassando o valor crítico  $g/d = 3,5$  para  $Re=3,55 \times 10^4$  o coeficiente de arrasto do cilindro à jusante ( $C_{D2}$ ) passa de um valor negativo para um valor positivo. A conclusão apresentada pelo autor é que para espaçamentos menores que o valor crítico,  $g / d < 3,5$ , não se identificam formações de vórtices entre os dois cilindros. Em outro trabalho, Ljungkrona *et al.*(1991) concluíram que o valor do espaçamento crítico diminui com o aumento da intensidade da turbulência no escoamento incidente. Este assunto é discutido novamente durante a apresentação dos resultados no Capítulo 5 juntamente com os dados experimentais de Alam *et al.* (2003).

Outro ponto importante de discussão no Capítulo 5 é o caso do cilindro à jusante oscilando na esteira do cilindro imóvel à montante, onde há fenômenos ainda mais desafiadores encontrados nos experimentos e que necessitam de muitos esclarecimentos. Há uma complexa interação entre as forças hidrodinâmicas e a resposta das estruturas; estas forças não são facilmente previstas sem que se recorra à realização de experimentos ou às simulações numéricas completas do escoamento fazendo o seu acoplamento com a resposta dinâmica da estrutura. O fenômeno do acoplamento escoamento-excitação da estrutura é um tema de pesquisas atualmente em fase embrionária. Em muitos casos, estas incertezas fazem com que estruturas de engenharia sejam superdimensionadas para que se evite o risco do colapso das mesmas.

A esteira formada após o cilindro que oscila à jusante apresenta forte dependência do campo de vorticidades gerado pelo cilindro imóvel à montante. O espaçamento entre os dois cilindros é outro fator que altera a dinâmica do escoamento desenvolvido. A descontinuidade na curva do coeficiente de arrasto, presente para o modelo estrutural de dois cilindros imóveis, em geral, não é observada nos experimentos com dois cilindros livres para oscilar; como está comentado no trabalho de King & Johns (1976).

Um resultado importante observado para a situação de cilindro circular oscilando à jusante de outro fixo acontece para espaçamentos na faixa de  $2,5 < g/d < 7$ . Nesta faixa, o cilindro à jusante continua a oscilar com grandes amplitudes após o término da faixa de sincronização dos vórtices. Este fenômeno é conhecido na literatura inglesa como galope (do inglês, *galloping*). Bokaian & Geoola (1984) explicam que um cilindro circular pode apresentar comportamentos puramente de ressonância por emissão de vórtices (V.I.V.), ressonância de vórtices e *galloping* combinados e ressonância de vórtices e *galloping* em

faixas diferentes. O fenômeno de ressonância por emissões de vórtices foi observado para espaçamentos maiores do que  $g / d = 3,0$  e as outras condições foram identificadas para distâncias mais próximas entre os centros dos cilindros. Em suma, *galloping* é um segundo exemplo de V.I.E. e que tem a sua causa explicada pela oscilação da força de sustentação resultante da variação do ângulo de ataque do escoamento em relação à estrutura. Este fenômeno é geralmente associado à sistemas com um grau de liberdade.

Blevins (1990) comenta que a diferença entre as terminologias *galloping* e *flutter* é mais de caráter histórico. *Gallopings* foi associado às instabilidades de estruturas com geometria transversal não circular da engenharia civil com um grau de liberdade. Já a terminologia *flutter* foi associada às instabilidades de estruturas da engenharia aeroespacial, as quais envolvem mais de um grau de liberdade (em geral, flexão e torção). Nos dois casos, se a força fluida tende a aumentar as oscilações, então esta estrutura é fluidodinamicamente instável e apresenta este fenômeno de excitação.

O fenômeno do *galloping* ocorre para um cilindro de seção transversal cilíndrica e simétrica quando este corpo se encontra imerso na esteira de outro cilindro localizado à montante. Nesta situação a corrente incidente sobre o cilindro à jusante não é uniforme, mas sim, representa um campo de velocidades ciclicamente variável e com efeito de *shear flow* (do inglês, escoamento cisalhante). Estas variações cíclicas do escoamento incidente é que causam os efeitos de excitação nas forças fluidas de *galloping* surgidas no cilindro de jusante.

Além do efeito de interferência, outros fatores de importância nas análises do fenômeno de *galloping* são: as características do escoamento incidente, as características da forma geométrica da estrutura e o tipo de parâmetro de amortecimento estrutural. Um cilindro circular, por exemplo, pode apresentar comportamento típico de V.I.V. para velocidade reduzida da ordem de  $V_R \approx 5$  e pode apresentar comportamento típico do fenômeno de *galloping* para  $V_R > 20$ .

Assi (2005) realizou experimentos em dois canais de água circulante para estudar os efeitos de interferência das V.I.E. ao redor de dois cilindros circulares rígidos livres para oscilar transversalmente ao escoamento uniforme. Os espaçamentos entre os centros dos cilindros alinhados *in tandem* variaram de  $2 < g / d < 5,6$  e a faixa de velocidade reduzida compreendeu  $0 < V_R < 13$ . Um cilindro isolado representou resposta típica de V.I.V. sendo identificados os modos de emissão de vórtices 2S e 2P através da técnica de PIV. O

comportamento de um cilindro oscilando em base elástica à montante de outro fixo, também, apresentou comportamento típico de V.I.V. e, assim, conclui-se que o primeiro cilindro não sofria interferência do cilindro à jusante para os espaçamentos e velocidades analisados.

Os principais resultados do trabalho de Assi (2005) foram produzidos para a configuração do cilindro oscilando à jusante de outro fixo. Nesta configuração não se identificou resposta típica de V.I.V., porque a amplitude apresentava um ramo crescente após a faixa típica de sincronização. Da mesma forma, não houve resposta típica de excitação pura por *galloping*, por que a força fluida não se encontrou em fase com a velocidade do cilindro. O trabalho, desta forma, determinou um novo fenômeno responsável por estas excitações que combina: captura da frequência de emissão e faixa de sincronização de V.I.V. com amplitude assintoticamente crescente típica da resposta de *galloping*. Este fenômeno foi definido como Vibrações por Interferência de Esteira (do inglês, W.I.V.: *Wake-Induced Vibrations*). Quando os dois cilindros ficaram livres para oscilar, o cilindro à montante continuou apresentado resposta típica de V.I.V. e o cilindro à jusante respondeu com ramos descontínuos também excitados por W.I.V. As visualizações por PIV foram importantes para que se verificasse a redução do comprimento de formação de vórtices com o aumento do número de Reynolds, o que mostrou a necessidade de experimentos de interferência com Reynolds constante.

Assi (2009) sugeriu que W.I.V. para um cilindro à jusante é excitada pelas interações em regime não permanente entre o corpo e a esteira à sua jusante.

A presente Dissertação de Mestrado utiliza o Método de Vórtices Discretos com a finalidade de se investigar os efeitos de interferência em um cilindro imóvel ou oscilando forçadamente posicionado à jusante de outro fixo para um alto valor do número de Reynolds de  $Re=6,5 \times 10^4$  na faixa de  $g/d > 4$ . A formulação integral utilizada para o cálculo das cargas aerodinâmicas (Shintani & Akamatsu, 1994) permite que se leve em conta a presença da esteira de vórtices formada; aspecto fundamental no estudo da interação fluido-estrutura. Os resultados obtidos são comparados qualitativamente com resultados experimentais disponíveis na literatura. A realização das simulações numéricas em duas dimensões não leva em conta o efeito de deformação dos tubos de vorticidade na direção transversal ao plano do escoamento. Informações retiradas de experimentos práticos têm mostrado que as diferenças não são significativas quando a emissão de vórtices se encontra sincronizada ao longo de todo o comprimento da estrutura, o que pode atribuir aos resultados algum caráter bidimensional.

## 2.5 – O MÉTODO DE VÓRTICES DISCRETOS

A Fig. 2.18 é um resultado pioneiro na linha de evolução do Método de Vórtices Discretos (M.V.D.) publicado por Rosenhead (1931). Neste trabalho foram utilizados vórtices discretos potenciais para o cálculo de folhas de vorticidade (buscando simular o efeito das instabilidades do tipo Kelvin-Helmholtz) e o resultado, embora simples, representou um grande avanço para o desenvolvimento do M.V.D. moderno.

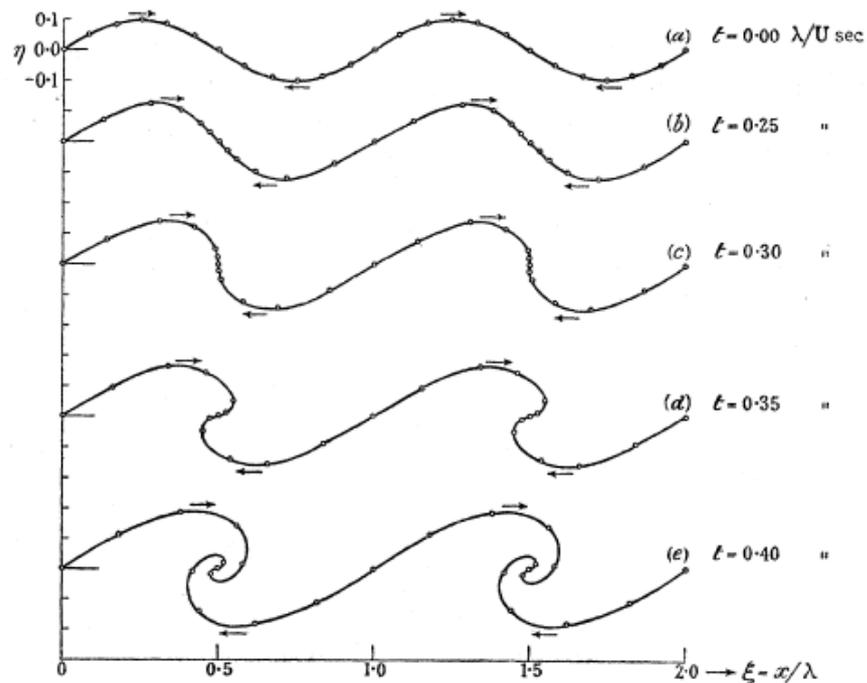
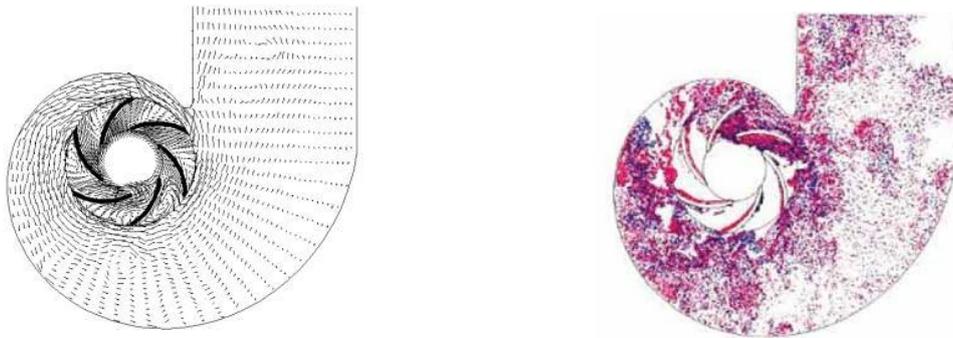


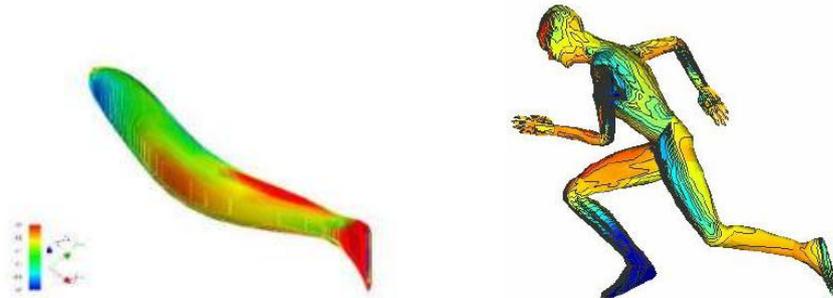
Figura 2.18 – Análise numérica de instabilidade em uma camada cisalhante usando vórtices potenciais. (Retirada de Rosenhead (1931)).

Para exemplificar a evolução do M.V.D. nas últimas três décadas, a Fig. 2.19 apresenta três casos de interesse tecnológico de aplicações para escoamentos não-permanentes na presença de campos de vorticidades e a altos números de Reynolds. Na Fig. 2.19 (a) tem-se um campo instantâneo de velocidades e sua esteira de vórtices no interior da voluta de uma bomba centrífuga. Nesta simulação as pás e o rotor são discretizadas e não há nenhum tipo de simplificação nas condições de contorno do problema, como por exemplo, considerar a periodicidade do escoamento (Alcântara Pereira, 2002). Na Fig. 2.19 (b) há dois exemplos para distribuição instantânea do campo de pressões sobre a superfície de geometrias consideradas complexas (Kamemoto, 2009a, 2009b). E na Fig. 2.19 (c) há o exemplo de uma associação do M.V.D. com partículas fluidas para simular um escoamento interno multi-

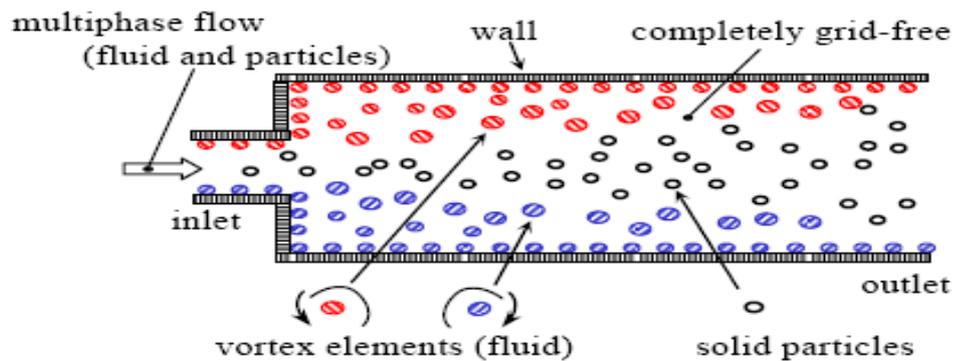
fásico líquido-sólido. O campo de vorticidades, discretizado na forma de vórtices discretos, e as partículas fluidas são tratados de maneira puramente Lagrangiana. O movimento destas partículas é simulado diretamente considerando-se a velocidade induzida pelos vórtices discretos e a integração da equação do movimento das partículas considerando-se termos de massa aparente, arrasto estacionário, arrasto não-estacionário (forças de Boussinesq/Basset) e forças de sustentação, efeito Magnus e efeito Saffman (Iso & Kamemoto, 2005).



(a) escoamento não-permanente no interior de voluta de bomba centrífuga



(b) campo de pressões ao redor do peixe em movimento e do corredor de 100 m



(c) análise puramente Lagrangiana do escoamento multi-fásico líquido-sólido

Figura 2.19 – Aplicações do Método de Vórtices Discretos de interesse tecnológico.

Existe uma classe geral de Métodos de Partículas (descrição puramente Lagrangiana) que vem sendo desenvolvida em diferentes centros de pesquisas internacionais para a solução das equações diferenciais, as quais definem os modelos que simulam os problemas da Mecânica dos Fluidos com ou sem a presença de transporte de massa. Os métodos Lagrangianos possuem características que os tornam atrativos em relação aos métodos Eulerianos para a simulação numérica de certas categorias de problemas. Em geral, as simulações numéricas são realizadas com um alto nível de refinamento envolvendo escoamentos viscosos, em regime não-permanente e com altos valores de números de Reynolds ao redor de fronteiras sólidas consideradas móveis e/ou deformáveis ao longo do tempo (Kamemoto, 2009a).

Entre os métodos Lagrangianos destaca-se o M.V.D., ferramenta numérica utilizada nesta Dissertação de Mestrado e que está, também, em fase de desenvolvimento no Grupo de Método de Vórtices do IEM/UNIFEI.

O M.V.D. moderno teve seu impulso de desenvolvimento na década de 1970 por Alexander Chorin e Anthony Leonard nos Estados Unidos e por Conrad Rehbach na França.

No início dos anos de 1980, os desenvolvimentos do M.V.D. ficaram voltados para aspectos matemáticos como, por exemplo, as propriedades de convergência (Hald & Mauceri 1978; Hald, 1979; Beale & Majda, 1981, 1982a, 1982b, 1985).

Nos métodos numéricos tradicionais (Elementos Finitos, Volumes Finitos, etc.) é feita uma discretização de todo o domínio fluido através de uma malha, no M.V.D. a discretização acontece somente para o campo de vorticidades. Apenas nas regiões onde atividades importantes do escoamento acontecem é que se concentram os esforços computacionais; as regiões irrotacionais, onde pouca ou nenhuma atividade importante do escoamento se manifesta, não são resolvidas. A discretização de forma Lagrangiana do campo de vorticidades satisfaz as condições de contorno no infinito automaticamente, o que ocorre devido à característica que os vórtices discretos possuem de marchar no tempo simulando a dinâmica da vorticidade. Este avanço temporal dos vórtices discretos é bem simples, pois estas partículas não possuem massa. Os métodos que não trabalham com malhas de discretização do domínio fluido, portanto, mostram-se mais vantajosos em relação aos métodos Eulerianos. Os métodos de malha, inevitavelmente, apresentam algum tipo de problema com a dissipação numérica devido ao termo não-linear contido nas equações de

Navier-Stokes. A necessidade da geração de uma malha nos métodos tradicionais é um processo que sempre necessita de cuidados especiais nas regiões do escoamento que passam pelos maiores gradientes de velocidades e de pressões, por exemplo.

A utilização do M.V.D. para a simulação numérica de escoamentos de fluidos viscosos se baseia, portanto, na discretização do campo de vorticidades representando-o por uma superposição de vórtices discretos de Lamb (Panton, 1984). As três características fundamentais relacionadas com a técnica numérica que utiliza o M.V.D. são:

- i. As Equações de Navier-Stokes são formuladas em termos do campo de vorticidades e não do campo de velocidades;
- ii. Trabalha-se com um dos teoremas de Helmholtz (Batchelor, 1967 e Sherman, 1990), que mostra a correspondência entre os elementos de vorticidade (elementos computacionais ou de vórtices discretos) e o campo de velocidade das partículas materiais de fluido; com esta característica, os vórtices discretos podem ser submetidos a um processo convectivo com a mesma velocidade das partículas fluidas, concedendo-se ao método uma característica puramente Lagrangiana.
- iii. Na obtenção da velocidade do fluido, define-se a vorticidade por  $\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u}$ ; assim, integrando-se o campo de vorticidades, determina-se o campo de velocidades  $\mathbf{u}$ . Esta é a Lei de Biot-Savart, que descreve completamente o escoamento através do acompanhamento dos vórtices discretos de Lamb (Batchelor, 1967 e Safman, 1992).

A análise numérica de escoamentos de fluidos viscosos via campo de vorticidades se mostra bastante atrativa, uma vez que se obtém uma melhor visualização dos fenômenos que ocorrem durante a análise do problema, principalmente, nos escoamentos não-permanentes com presença marcante de um campo de vorticidades. A equação que governa o transporte da vorticidade na forma bidimensional é escalar.

Outra característica associada ao M.V.D. é o desaparecimento do termo de pressão das Equações de Navier-Stokes, quando se aplica o operador rotacional sobre ela para se obter a equação do transporte da vorticidade (E.T.V.); no Apêndice A está deduzida a forma tridimensional da E.T.V. Uma metodologia bastante precisa (utilizada nesta Dissertação de

Mestrado) consiste em se tomar o divergente das Equações de Navier-Stokes recuperando, via formulação integral oriunda de uma equação de Poisson para a pressão, o cálculo das cargas aerodinâmicas e levando-se em conta a presença do campo de vorticidades (Shintani & Akamatsu, 1994).

A evolução da área computacional vem permitindo o avanço constante das pesquisas tornando-se possível a inclusão correta de efeitos viscosos, o tratamento das condições de contorno sobre as fronteiras sólidas e a redução do tempo computacional das simulações numéricas nos algoritmos do M.V.D.

Na literatura encontram-se trabalhos de relevância contendo revisões bibliográficas abrangentes com relação aos desenvolvimentos do M.V.D. e das suas aplicações. Citam-se, como exemplos de destaque, os trabalhos de Leonard (1980, 1985), Sarpkaya (1989) e Puckett (1993). Outros dois trabalhos importantes e que merecem citação são: Anderson & Greengard (1991), onde se encontra uma coleção de artigos que revelam a conjuntura do assunto no início dos anos de 1990 e Cottet & Koumoutsakos (2000), que consiste em um livro dedicado ao assunto, contendo muitas considerações práticas com relação à implementação do M.V.D.

A adaptação do M.V.D. para a inclusão de modelagem de turbulência usando Simulações de Grandes Escalas é a mais utilizada, porque torna desnecessário utilizar modelos baseados em simulação via Equações Médias de Reynolds. Neste aspecto, Kamemoto *et al.* (2000) fizeram uma revisão do M.V.D. descrevendo a importância do desenvolvimento de modelos de turbulência para os métodos Lagrangianos.

Alcântara Pereira *et al.* (2002) propuseram uma modelagem sub-malha de turbulência utilizando um modelo de Função Estrutura de Velocidade de Segunda Ordem adaptada ao M.V.D. e o desenvolvimento e implementação de um algoritmo numérico, para incluir, no contexto do M.V.D. a modelagem de turbulência. As devidas adaptações para escoamentos no plano foram consideradas, mesmo sabendo que a turbulência na sua essência é um fenômeno tridimensional. As estruturas turbulentas que transportam a quantidade de movimento e a energia são resolvidas diretamente das equações filtradas. As escalas sub-malha do escoamento (dissipadoras de energia) foram consideradas homogêneas e isotrópicas.

Entre os aspectos importantes e atuais que vêm sendo atacados pelos pesquisadores para o desenvolvimento do M.V.D. destacam-se:

- (i) A redução do tempo de processamento devido ao cálculo da velocidade induzida na nuvem de vórtices discretos usando a lei de Biot-Savart, que requer  $N^2$  operações do processador para  $N$  vórtices discretos;
- (ii) A inclusão dos efeitos viscosos em uma formulação Lagrangiana via métodos estatísticos ou métodos determinísticos, uma vez que a difusão é bem mais facilmente computada nos métodos de malha;
- (iii) O efeito da evolução Lagrangiana no tempo, pois os resultados serão tão precisos quanto menores forem os incrementos de tempo utilizados; entretanto, quanto menores os incrementos de tempo, mais onerosas serão as simulações, no que diz respeito ao tempo de CPU.

O primeiro aspecto de importância para o desenvolvimento do M.V.D. mencionado anteriormente vem sendo superado com bastante sucesso através do uso do Método de Expansão em Multipólos (Greengard & Rokhlin, 1987). No cálculo do campo de velocidades, induzido sobre cada vórtice discreto durante cada instante de tempo, devem ser levadas em conta três contribuições: escoamento uniforme, fronteiras sólidas e nuvem de vórtices discretos (interação vórtice-vórtice). E para o cálculo da interação vórtice-vórtice, o Método de Expansão em Multipolos torna-se uma alternativa interessante à lei de Biot-Savart para a redução dos esforços computacionais. Este método possibilita que um processador faça  $N \log N$  operações (interação vórtice-caixa) ou até mesmo  $N$  operações para  $N$  vórtices da nuvem (interação caixa-caixa), conforme discutido por Komoutsakos (1993).

A aplicação do Método de Expansão em Multipólos tem sido muito estudada e implementações eficientes têm sido desenvolvidas (Salmon *et al.*, 1994), mas devem-se ressaltar os grandes esforços despendidos na programação do método. Rossi (1996, 1997) desenvolveu um algoritmo em linguagem de programação C++ para o cálculo da interação vórtice-caixa. Este algoritmo, gentilmente cedido pelo autor, está atualmente em fase de adaptação para ser utilizado no Grupo de Método de Vórtices do IEM/UNIFEI visando uma maior redução do tempo final de processamento de cada caso investigado.

No que se refere à maior precisão das simulações é essencial destacar a necessidade de um grande número de vórtices discretos representando o campo de vorticidades, o que torna o tempo de CPU bastante demorado. E a tendência atual é a procura por algoritmos que tornem as simulações menos demoradas, como o apresentado por Mustto *et al.* (1998) (Lei de Biot-

Savart Modificada), além da utilização do Método de Expansão em Multipólos para o cálculo da interação vórtice-vórtice, e da expectativa de desenvolvimento de técnicas de computação paralela para que vários processadores possam trabalhar em conjunto durante a simulação. Nesta Dissertação de Mestrado o algoritmo acelerador apresentado por Mustto *et al.* (1998) está implementado no ambientado FORTRAN/LINUX com o padrão OPEN MP de programação e paralelização. Mais detalhes do algoritmo da Lei de Biot-Savart modificada se encontram no Apêndice B. A associação entre o Método de Expansão em Multipólos e o processamento paralelo no ambiente de programação LINUX/FORTRAN com o padrão OPEN MP é uma das metas a ser atingida brevemente pelo Grupo de Método de Vórtices do IEM/UNIFEI.

O segundo aspecto mencionado anteriormente, e que se referiu a correta inclusão dos efeitos da difusão viscosa, apresenta na literatura, especialmente nas últimas três décadas, uma grande quantidade de pesquisas sobre esse assunto. Foram desenvolvidos pelo menos seis esquemas diferentes para a adição dos efeitos da difusão da vorticidade (onde os efeitos viscosos são incluídos) nos cálculos do M.V.D. Citam-se os três de maior destaque: o Método de Avanço Randômico (Lewis, 1991), o Método do Crescimento do Raio do Núcleo do Vórtice Modificado (Leonard (1980), Kamemoto (1994), Rossi (1996, 1997, 2005, 2006)) e o Método da Velocidade de Difusão (Ogami & Akamatsu, 1991).

O Método de Avanço Randômico foi a primeira técnica numérica desenvolvida para ser associada ao M.V.D. (Chorin, 1973) para a inclusão dos efeitos da difusão viscosa; este método é de simples implementação e de rápida execução, porém, possui uma taxa de convergência baixa ( $1/\sqrt{N}$ ), sendo N o número total de vórtices discretos presentes na nuvem. Para os fins desta Dissertação de Mestrado utiliza-se o Método de Avanço Randômico (Lewis, 1991).

O Método do Crescimento do Raio do Núcleo do Vórtice foi proposto por Leonard (1980) e utilizado com bastante êxito por Kamemoto (1994). No entanto, o método foi questionado quando Greengard (1985) provou que esta técnica não convergia para as equações de Navier-Stokes. Rossi (1996) corrigiu o Método de Crescimento do Raio do Núcleo fazendo com que o raio do núcleo dos vórtices discretos crescesse até um valor máximo e a partir de um valor crítico os vórtices devem ser divididos (partição) dando origem a novos vórtices, cujos raios podem novamente se expandir. Posteriormente, Rossi (2006)

promoveu modificações para melhorar o Método do Crescimento do Raio do Núcleo do Vórtice através do uso de Funções de Base Radial (Barba, 2004).

O Método da Velocidade de Difusão foi historicamente proposto por Ogami & Akamatsu (1991) com a finalidade de simular o processo de difusão da vorticidade através da inserção de uma velocidade extra no processo convectivo associada à difusão. Esta velocidade está relacionada com o coeficiente de viscosidade cinemática do fluido, com o campo de vorticidades e com o gradiente do campo de vorticidades. Este método necessitou de correção do raio do núcleo dos vórtices para que convergisse para as equações e Navier-Stokes depois de questionado por Kempka & Strickland (1993).

O terceiro aspecto destacado anteriormente, apresenta como resultados importantes na literatura trabalhos visando a resolução do efeito da evolução Lagrangiana no tempo pela aplicação de esquemas que calculam as velocidades dos vórtices discretos através de uma malha em cada instante de tempo. Estes esquemas utilizam “kernels” de interpolação de alta ordem em uma formulação cartesiana de produtos tensoriais; e têm sido utilizados há bastante tempo possibilitando o cálculo preciso de escoamentos complexos, no entanto, existem controvérsias pelo fato de se adicionar uma malha em um método caracterizado por não utilizar malhas. Há, também, inclusão de alguns erros de interpolação, mas que são geralmente toleráveis, a menos que se queira simular escoamentos com números de Reynolds mais altos, quando tais erros podem tornar-se uma limitação. Buscando solucionar tais inconvenientes, Barba (2004) utilizou o Método do Crescimento do Raio do Núcleo do Vórtice em associação com Funções de Base Radial para eliminar a necessidade de utilização de malha; o controle do crescimento do raio do núcleo dos vórtices discretos é feito automaticamente e esta técnica se mostrou eficiente quanto à precisão dos resultados obtidos.

Esta Revisão Bibliográfica se encerra fazendo menção sobre a existência de técnicas numéricas baseadas em uma descrição híbrida (Euleriano-Lagrangiano) do escoamento, o chamado Método de Vórtices em Célula (Christiansen (1973), Cottet (1987), Smith & Stansby (1988), Brecht & Ferrante (1990), Ebiana & Bartholomew (1996), Liu & Doorly (2000), e Cottet & Poncet (2004)), o qual tem o ônus de adicionar erros de interpolação e possuir um tempo de CPU maior do que o Método de Expansão em Multipolos ( $N + NM \log NM$ , sendo  $N$  o número total de vórtices discretos e  $NM$  o número de pontos da malha).

## Capítulo 3

# FORMULAÇÃO GERAL DO PROBLEMA

## 3.1 – INTRODUÇÃO

O Capítulo 3 apresenta a formulação geral para o estudo dos efeitos das Vibrações Induzidas pelo Escoamento ao redor de dois cilindros idênticos alinhados *in tandem*. O primeiro cilindro se encontra imóvel e o segundo cilindro oscila forçadamente na direção transversal à jusante do outro em um domínio fluido bidimensional e de grandes dimensões. O movimento do corpo à jusante é composto de um movimento retilíneo com velocidade constante  $-U-$  sobre o qual é superposto um movimento oscilatório transversal de amplitude finita  $-A-$  e frequência angular de oscilação  $-\lambda-$ , ver o modelo estrutural que se encontra esquematizado na Fig. 3.1. Esta formulação é um exemplo típico de problema envolvendo o efeito de uma fronteira sólida se movimentando em relação a outra, sendo válida para corpos de forma qualquer e conhecida.

O problema tratado nesta Dissertação de Mestrado apresenta fenômenos de interferência fluidodinâmica quando o par de cilindros estiver alinhado um próximo do outro; a correta descrição do movimento do cilindro à jusante torna-se fundamental para a determinação das cargas aerodinâmicas. Um sistema de coordenadas fixo é solidário ao cilindro à montante e o segundo sistema de coordenadas está fixo no cilindro à jusante para acompanhar o

movimento de oscilação da estrutura. Estes dois referenciais são necessários para o cálculo das cargas aerodinâmicas atuantes sobre a superfície dos dois corpos; estas cargas aerodinâmicas são resultado do acoplamento entre o modelo estrutural, discutido neste capítulo, e o modelo fluidodinâmico, que será abordado no próximo capítulo. Os fenômenos que induzem vibrações no corpo à jusante estão relacionados com o mecanismo de geração e desprendimento de vórtices e com o efeito de interferência de esteira (Assi, 2005, 2009).

### 3.2 – GEOMETRIA DO PROBLEMA E DEFINIÇÕES

Na Fig. 3.1 identificam-se dois sistemas de coordenadas, sendo o sistema de coordenadas  $(x,o,y)$  fixo ao cilindro à montante e o sistema de coordenadas  $(x,o,y)$  fixo ao cilindro à jusante. O segundo sistema de coordenadas se move junto com o cilindro durante a sua vibração transversal à direção da corrente incidente  $U$ . Os dois cilindros têm diâmetro igual a  $d$ , encontram-se alinhados e distantes centro a centro por um espaçamento  $g$ .

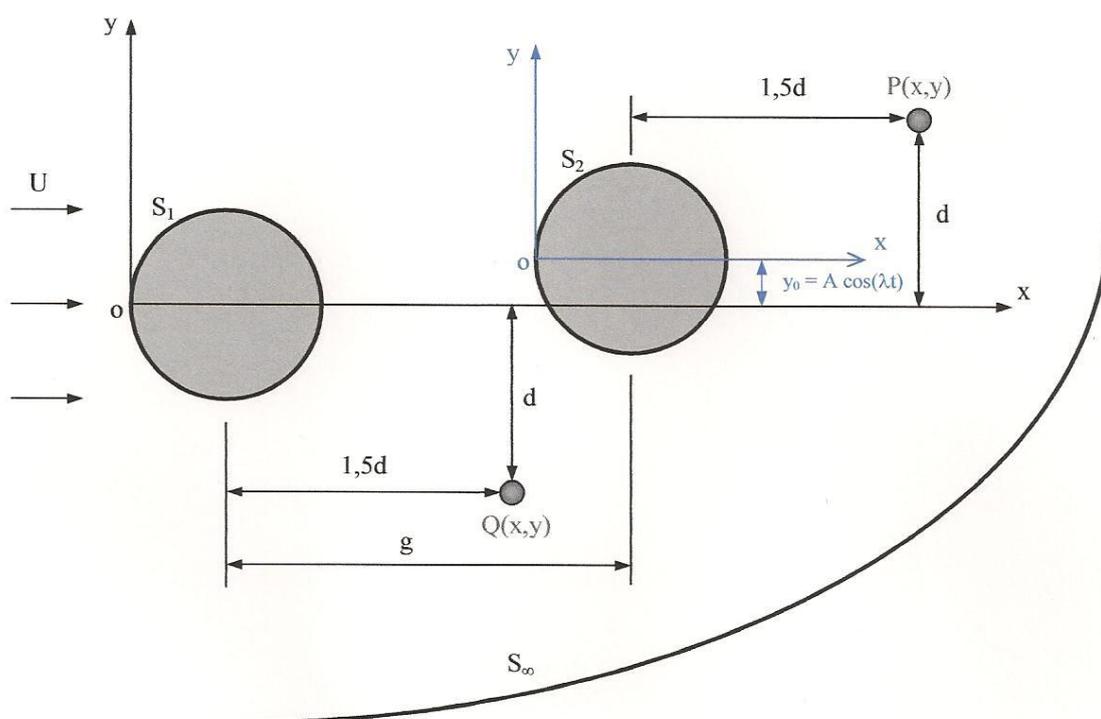


Figura 3.1 – Modelo estrutural e definições.

A superfície do corpo à montante,  $S_1$ , é definida pela equação escalar:

$$F_1(x, y) = 0. \quad (3.1)$$

E a superfície do corpo à jusante,  $S_2$ , é definida pela equação escalar horária:

$$F_2(x, y, t) = 0 \quad (3.2)$$

O domínio fluido  $\Omega$  é composto pela união das fronteiras, tal que,  $S : S_1 \cup S_2 \cup S_\infty$ . Esta metodologia tem a vantagem de se impor facilmente à superfície do corpo à jusante outros movimentos de vibração linear ou mesmo movimento de rotação. No entanto, um cuidado especial deve ser dado ao sistema não-inercial  $(x, o, y)$ , que acompanha o movimento da fronteira  $S_2$ , pois ela se move com o tempo. Para as finalidades desta formulação e para simplificar os desenvolvimentos e a implementação numérica, assume-se que a fronteira  $S_2$  oscila forçadamente na direção transversal à velocidade do escoamento incidente, tal que:

$$y_o = A \cos(\lambda t), \quad (3.3a)$$

$$\lambda = 2 \pi f_o, \quad (3.3b)$$

onde  $f_o$  é a frequência de vibração forçada imposta ao corpo à jusante.

Um observador fixo no sistema  $(x, o, y)$  observa que o corpo à jusante oscila com os seguintes componentes para a sua velocidade  $\mathbf{V}$ :

$$V_x = 0 \quad (3.4)$$

$$V_y = \dot{y}_o = -A \lambda \sin(\lambda t) \quad (3.5)$$

A grande distância, a montante dos dois corpos ( $x \rightarrow -\infty$ ), o fluido move-se tal que:

$$u = U \quad (3.6)$$

$$v = 0 \quad (3.7)$$

A grande distância, transversalmente aos dois corpos ( $x = 0$  e  $y \rightarrow \pm\infty$ ) o movimento do fluido causado pela oscilação do corpo à jusante deve decair em intensidade e deve-se verificar praticamente:

$$u \rightarrow U \quad (3.8)$$

$$v \rightarrow 0 \quad (3.9)$$

A grande distância, a jusante dos dois corpos ( $x \rightarrow +\infty$ ), encontra-se a esteira viscosa sob a influência do movimento oscilatório do segundo corpo. Nas vizinhanças dos corpos a influência da oscilação do segundo corpo se faz sentir, principalmente, na direção do escoamento incidente. A energia transferida ao fluido, pelo movimento oscilatório do corpo, é sentida pela velocidade induzida nas partículas fluidas. Mesmo desprezando os efeitos da compressibilidade, a intensidade da velocidade induzida deve decair com a distância, porque se observa o “espalhamento” da energia transferida em todas as direções. A jusante do segundo corpo espera-se que os efeitos causados pela sua oscilação sejam somados aos efeitos convectivos associados à velocidade do escoamento não-perturbado  $U$  (Recicar, 2007).

Os pontos  $P(x,y)$  e  $Q(x,y)$  identificados na Fig. 3.1 correspondem às duas posições utilizadas no trabalho experimental de Xu & Zhou (2004) para o cálculo da frequência de emissão de vórtices a partir da superfície dos dois cilindros usando a técnica de anemometria. Sobre estes dois pontos fixos são calculadas as histórias temporais do componente da velocidade total induzida pelo escoamento na direção do eixo dos  $x$ . Os resultados numéricos para a frequência de emissão de vórtices calculados nesta Dissertação de Mestrado são obtidos através de uma análise de Transformada Rápida de Fourier (*F.F.T.*) nos gráficos que registram a evolução temporal deste componente da velocidade total induzida.

### 3.3 – HIPÓTESES SIMPLIFICADORAS

Devem ser assumidas algumas hipóteses simplificadoras para a solução do problema, estas hipóteses simplificadoras se relacionam com a geometria do problema, com as propriedades dos fluidos e com as propriedades do escoamento. As seguintes hipóteses são

estabelecidas para que se estude o escoamento não-permanente que se desenvolve a partir dos dois corpos alinhados:

$H_1$  : Escoamento bidimensional, ou seja, escoamento que se realiza no plano  $(x,y)$  que contém a região fluida infinita de contorno  $S_\infty$ , como mostrado na Fig. 3.1.

$H_2$  : Comportamento reológico do fluido é assumido como sendo o de um fluido Newtoniano com as suas propriedades constantes (massa específica  $\rho$  e coeficiente de viscosidade dinâmica  $\mu$ ).

$H_3$ : Desprezam-se os efeitos da compressibilidade, isto é, assume-se que o número de Mach apresenta valores bem menores que a unidade (em geral,  $Ma < 0,3$ ), o que caracteriza escoamento incompressível.

$H_4$  : Na esteira o escoamento é assumido viscoso com alto número de Reynolds. Embora as análises que são feitas considerem número de Reynolds elevado, nenhuma modelagem de turbulência é incorporada à modelagem matemática do problema. O modelo da Função Estrutura de Velocidade de Segunda Ordem poderá ser incorporado à formulação deste problema futuramente; para mais detalhes ver o trabalho de Alcântara Pereira *et al.* (2002).

$H_5$  : Análise restrita para o escoamento ao redor de dois cilindros circulares idênticos montados na configuração *in tandem* e com superfície não-rugosa. O cilindro à jusante oscila de maneira forçada e transversalmente a direção do escoamento incidente e se encontra imerso na esteira viscosa oriunda do cilindro à montante imóvel. Qualquer outra forma de geometria conhecida pode ser investigada nesta formulação.

$H_6$  : Os efeitos de troca de calor entre a superfície dos corpos e o meio fluido são desprezados, isto é, o escoamento é considerado isotérmico.

As hipóteses simplificadoras apresentadas anteriormente propiciam o desenvolvimento da camada limite e, desde que haja condições apropriadas, o escoamento descola e há a formação da esteira viscosa. A equação do movimento, que exprime o Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento Linear (P.C.Q.M.L.), é representada pelas equações de Navier-Stokes. A condição de contorno especificada sobre a superfície dos dois corpos é a condição de aderência que, por sua vez, pode ser desmembrada na condição de impenetrabilidade e na condição de escorregamento-nulo.

### 3.4 – EQUAÇÕES GOVERNANTES E CONDIÇÕES DE CONTORNO

O fenômeno físico descrito nos itens anteriores é governado pelas expressões matemáticas que representam os Princípios e Conservação. Com as hipóteses simplificadoras, o Princípio da Conservação da Massa, P.C.M. (Equação da Continuidade) e o Princípio de Conservação da Quantidade de Movimento Linear, P.C.Q.M.L. (Equações de Navier-Stokes) assumem as seguintes formas, respectivamente:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u}, \quad (3.11)$$

onde  $\mathbf{u} \equiv (u, v)$  é o vetor velocidade do fluido,  $p$  representa o campo de pressões,  $\rho$  é a massa específica e  $\nu$  o coeficiente de viscosidade cinemática.

Na superfície dos corpos,  $S_1$  e  $S_2$ , deve ser verificada a condição de aderência. Esta condição é estabelecida fazendo-se a seguinte divisão: (i) condição de impenetrabilidade, que exige componente normal da velocidade da partícula fluida igual ao componente normal da velocidade de cada superfície sólida e (ii) condição de escorregamento-nulo, que impõe a mesma situação para os componentes tangenciais destas velocidades. Assim:

$$(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) = (\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) \text{ sobre } S_1 \text{ e } S_2, \text{ representando a condição de impenetrabilidade,} \quad (3.12)$$

$$(\mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\tau}) = (\mathbf{V} \cdot \boldsymbol{\tau}) \text{ sobre } S_1 \text{ e } S_2, \text{ representando a condição de escorregamento-nulo,} \quad (3.13)$$

onde  $\mathbf{n}$  e  $\boldsymbol{\tau}$  são, respectivamente, os versores normal e tangencial às superfícies  $S_1$  e  $S_2$  em cada ponto e o vetor  $\mathbf{V} \equiv (V_x, V_y)$  refere-se à velocidade da superfície de cada corpo. A velocidade da superfície  $S_1$  (cilindro à montante) é igual a zero e a velocidade da superfície  $S_2$  (cilindro à jusante) é dada pelas Eq. (3.4) e Eq. (3.5). A condição de contorno dada pelas Eq. (3.12) e Eq. (3.13) para o corpo à jusante caracteriza a formulação geral como a de um problema envolvendo a presença de fronteira móvel.

À grandes distâncias dos dois corpos, em  $S_\infty$ , assume-se que o escoamento analisado tende para o escoamento não-perturbado, ou seja:

$$|\mathbf{u}| \rightarrow U. \quad (3.14)$$

### 3.5 – ADIMENSIONALIZAÇÃO DO PROBLEMA

É imprescindível a adimensionalização das equações governantes e das condições de contorno do problema para que se tenha um ganho de generalidade na apresentação da solução do modelo. Como consequência, torna-se possível a identificação da dependência entre grandezas e a sugestão de como elas devem ser relacionadas entre si e, também, a preparação da apresentação dos resultados com a presença fundamental dos parâmetros adimensionais da Mecânica dos Fluidos.

Inicialmente, definem-se as grandezas representativas do fenômeno estudado. Neste trabalho e, em geral, nos problemas de Mecânica dos Fluidos, tem-se que:

- $b$  é o comprimento característico; adota-se o diâmetro do cilindro circular  $d$ .
- $U$  é a velocidade característica; adota-se a velocidade do escoamento não-perturbado.
- $T_0$  é o tempo característico, onde  $T_0 = \frac{b}{U}$ .

Com a utilização das grandezas características, as equações e as suas condições de contorno podem ser adimensionalizadas. As grandezas adimensionalizadas tornam-se:

$$x^* = \frac{x}{b} \quad : \text{coordenada na direção do eixo dos } x,$$

$$y^* = \frac{y}{b} \quad : \text{coordenada na direção do eixo dos } y,$$

$$T_0^* = \frac{UT_0}{b} \quad : \text{tempo},$$

$$\Delta t^* = \frac{U\Delta t}{b} \quad : \text{incremento de tempo},$$

$$u^* = \frac{u}{U} \quad : \text{componente do vetor velocidade na direção dos } x,$$

$$v^* = \frac{v}{U} \quad : \text{componente do vetor velocidade na direção dos } y,$$

$$p^* = \frac{p}{\rho U^2} \quad : \text{campo de pressões},$$

$$\omega^* = \frac{b\omega}{U} \quad : \text{único componente não-nulo do vetor vorticidade no plano},$$

$$\Gamma^* = \frac{\Gamma}{bU} \quad : \text{intensidade de um vórtice discreto},$$

$$\sigma_0^* = \frac{\sigma_0}{b} \quad : \text{raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb},$$

$$A^* = \frac{A}{b} \quad : \text{amplitude reduzida},$$

$$\lambda^* = \frac{b\lambda}{U} \quad : \text{freqüência angular de oscilação do cilindro de jusante},$$

$$V_R = \frac{U}{f_0 b} \quad : \text{velocidade reduzida do corpo, sendo } f_0 \text{ a freqüência de oscilação do corpo},$$

$$\lambda_o^* = \frac{\lambda_o}{b} = V_R = \frac{U}{f_o b} \quad : \text{comprimento de onda da oscilação transversal do corpo},$$

$$St = f_s \frac{b}{U} \quad : \text{número de Strouhal para a freqüência de emissão de vórtices } f_s \text{ do corpo fixo},$$

$$Re = \frac{\rho U b}{\mu} \quad : \text{número de Reynolds do escoamento},$$

Os operadores do cálculo vetorial na forma adimensional tornam-se:

$$\nabla^* = b\nabla \quad : \text{operador Nabla},$$

$$\nabla^{*2} = b^2\nabla^2 \quad : \text{operador Laplaciano}.$$

O significado de algumas grandezas é mais bem entendido com o desenvolvimento do texto.

Com as definições anteriores, as equações governantes e as suas condições de contorno tomam as seguintes formas adimensionais:

$$\nabla^* \cdot \mathbf{u}^* = 0, \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial t} + \mathbf{u}^* \cdot \nabla^* \mathbf{u}^* = -\nabla^* p^* + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^{*2} \mathbf{u}^*, \quad (3.16)$$

$$(\mathbf{u}^* \cdot \mathbf{n}) = (\mathbf{V}^* \cdot \mathbf{n}) \text{ sobre } S_1 \text{ e } S_2, \quad (3.17)$$

$$(\mathbf{u}^* \cdot \boldsymbol{\tau}) = (\mathbf{V}^* \cdot \boldsymbol{\tau}) \text{ sobre } S_1 \text{ e } S_2, \quad (3.18)$$

$$|\mathbf{u}^*| \rightarrow 1 \text{ em } S_\infty. \quad (3.19)$$

O asterisco (\*), que denota grandeza adimensionalizada, é omitido deste ponto em diante apenas por comodidade de digitação e apresentação das equações.

### 3.6 – A EQUAÇÃO DO TRANSPORTE DA VORTICIDADE

As expressões matemáticas adimensionalizadas que governam o fenômeno em estudo são estabelecidas na forma da equação da continuidade (Eq. 3.15) e das equações de Navier-Stokes (Eq. 3.16). A análise das equações de Navier-Stokes mostra a presença do termo de pressão, que apresenta certas dificuldades para a manipulação das equações, quando se tenta obter uma solução. Aplicando-se o operador rotacional ( $\nabla \times$ ) em ambos os lados da Eq. (3.16) tem-se como primeira vantagem que  $\nabla \times (\nabla p) = 0$ ; utilizando-se da definição matemática da vorticidade ( $\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u}$ ) e considerando-se as hipóteses  $H_1$  (escoamento bidimensional) e  $H_3$  (escoamento incompressível) e a Eq.(3.15) obtém-se a versão bidimensional para a equação do transporte da vorticidade (Batchelor, 1967):

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \omega = \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \omega, \quad (3.20)$$

onde  $\mathbf{u}$  é o vetor velocidade do fluido,  $Re$  é o número de Reynolds baseado no diâmetro do cilindro e  $\omega$  representa o único componente não-nulo do vetor vorticidade no plano  $(x,y)$ .

A segunda vantagem (relativa ao procedimento de se analisar o escoamento no plano) é que na Eq. (3.20) não se faz presente o termo correspondente à variação da vorticidade devido à deformação dos tubos de vorticidade. No Apêndice A encontram-se outros detalhes sobre a obtenção da equação do transporte da vorticidade para problemas tridimensionais e bidimensionais e a interpretação física de cada termo da equação.

A evolução do campo de vorticidades é governada pela Eq. (3.20). O lado esquerdo da equação representa a variação temporal da vorticidade e contém os termos que representam o fenômeno da convecção da vorticidade, enquanto que o lado direito contém os termos necessários para descrever a difusão da vorticidade. A inclusão dos efeitos da viscosidade no problema fica concentrada apenas no lado direito da equação.

Chorin (1973), através do Algoritmo de Separação da Parte Viscosa (do inglês, *Viscous Splitting Algorithm*) da Eq. (3.20), assume que, dentro de um mesmo incremento de tempo  $\Delta t$ , a difusão da vorticidade pode ser aproximadamente calculada independentemente do problema da convecção. Com esta aproximação, a implementação numérica do M.V.D. passa a ser bastante simplificada, se a posição e intensidade dos vórtices discretos forem conhecidas.

O algoritmo proposto por Chorin (1973) estabelece que o fenômeno da convecção da vorticidade é governado pela equação:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \omega = 0, \quad (3.21)$$

enquanto que o fenômeno da difusão da vorticidade é governado pela equação:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{1}{Re} \nabla^2 \omega. \quad (3.22)$$

Ainda de acordo com o algoritmo, os processos de convecção e de difusão realizam-se sucessivamente, dentro de um mesmo intervalo de tempo  $\Delta t$  e no limite, quando  $\Delta t \rightarrow 0$ , ambos convergem para a equação original Eq. (3.20).

## Capítulo 4

# O MÉTODO DE SOLUÇÃO: MÉTODO DE VÓRTICES DISCRETOS (M.V.D.)

## 4.1 – INTRODUÇÃO

O Capítulo 4 apresenta os fundamentos do Método de Vórtices Discretos, a ferramenta numérica utilizada para resolver o modelo fluidodinâmico desta Dissertação de Mestrado. Este modelo fluidodinâmico é necessário para o cálculo das cargas aerodinâmicas atuantes sobre a superfície de cada cilindro circular. A presença constante do mecanismo de formação de vórtices a partir da superfície dos corpos e a consequente formação de uma esteira viscosa impossibilitam que o problema formulado no Capítulo 3 apresente solução analítica. O cálculo da evolução temporal das forças aerodinâmicas é necessário, pois sem ele, não se pode identificar os possíveis tipos de Vibrações Induzidas pelo Escoamento que se desenvolve ao redor especialmente do cilindro à jusante. Estes tipos de V.I.E. podem estar associados a um fenômeno fluido específico ou a uma composição destes fenômenos (Assi, 2009).

O modelo fluidodinâmico é, portanto, o elo entre o escoamento e a força de excitação que leva uma estrutura à vibrar. Este mecanismo de interação entre o fluido e a estrutura nada mais representa do que a força exercida pelo fluido sobre a estrutura e a resposta desta

estrutura exercendo uma força oposta sobre o fluido. Esta força fluida aplicada sobre a estrutura é originária do campo de pressões exercido pelo escoamento sobre a parede de um corpo. O comportamento cíclico deste fenômeno fluido implica em uma distribuição de pressões que atua e oscila, também, de maneira cíclica na parede de um corpo resultando nas cargas aerodinâmicas integradas periódicas.

## **4.2 – VANTAGENS E DESVANTAGENS DO MÉTODO DE VÓRTICES DISCRETOS**

O M.V.D. envolve a simulação numérica bidimensional do processo de geração de vórtices discretos e dos mecanismos de convecção e difusão da vorticidade para que seja possível o cálculo das cargas aerodinâmicas atuantes sobre a superfície dos corpos. A vorticidade presente no meio fluido, originária da superfície de cada corpo, é discretizada e representada por uma nuvem de vórtices discretos de Lamb (Panton, 1984). À cada um destes vórtices discretos devem ser associados um vetor posição, um vetor velocidade total induzida, um escalar de intensidade de vórtice e um escalar do raio do núcleo viscoso de cada vórtice discreto, quando se faz simulações bidimensionais (mais detalhes no Apêndice B).

O cálculo do campo de velocidades é realizado apenas nas posições onde se encontram os vórtices discretos distribuídos. Para efetuar o cálculo do campo de velocidades sobre cada vórtice discreto devem ser levadas em conta as contribuições do escoamento incidente, das duas fronteiras sólidas e da nuvem de vórtices discretos de Lamb (interação vórtice-vórtice). O algoritmo desenvolvido neste trabalho faz uso do Método de Painéis para a representação das duas fronteiras sólidas. Os painéis são do tipo planos e sobre cada um deles se distribuem singularidades do tipo fontes com densidade uniforme (Katz & Plotkin, 1991). Um esquema de avanço de Euler de primeira ordem (Ferziger, 1981) simula a convecção da nuvem de vórtices discretos, ao passo que o Método de Avanço Randômico (Lewis, 1991) é a técnica escolhida para simular a difusão da vorticidade e, assim, levar em conta os efeitos da viscosidade do fluido. No cálculo das cargas aerodinâmicas distribuídas e integradas é empregada uma formulação integral oriunda de uma equação de Poisson para a pressão

(Shintani & Akamatsu, 1994), a qual permite que se leve em consideração a contribuição de todos os vórtices discretos presentes na esteira viscosa.

Entre as características marcantes do M.V.D. citam-se: (a) a não necessidade da criação de uma malha de discretização do domínio fluido, (b) a descrição do escoamento apenas nas regiões de interesse, ou seja, onde a vorticidade se encontra concentrada (na camada limite e na esteira viscosa) e (c) a verificação automática das condições de contorno a grandes distâncias das fronteiras sólidas do problema, ou seja, na fronteira fluida no infinito, onde a vorticidade não é gerada.

Estas características se constituem nas principais vantagens do M.V.D. e se devem especificamente ao fato de que cada partícula (vórtice discreto, que não possui massa) é seguida individualmente ao longo de toda a simulação numérica.

Esta Dissertação de Mestrado mostra que não há maiores dificuldades para a análise do escoamento de um fluido viscoso em torno de corpos rombudos ao se utilizar o M.V.D. A característica puramente Lagrangiana associada ao M.V.D. não requer a discretização do domínio fluido, mas sim do campo de vorticidades. Nos métodos numéricos clássicos (descrição Euleriana ou descrição Euleriana-Lagrangiana) é inevitável o uso de uma malha para a discretização de todo o domínio fluido. Além do mais, cuidados muito especiais devem ser tomados para a especificação das condições de contorno nas fronteiras a grandes distâncias dos corpos, onde não há geração de vorticidade.

No M.V.D. não há, também, maiores dificuldades para a inclusão de vários corpos com geometrias arbitrárias, podendo estas geometrias apresentar movimento umas em relação às outras ou até mesmo serem deformáveis. Diferentemente dos métodos numéricos tradicionais, o M.V.D. não apresenta problemas com difusão numérica para simulações com altos valores do número de Reynolds.

O tempo de processamento das simulações numéricas pode ser demasiadamente elevado à medida que se exige um grau maior de refinamento do campo de vorticidades. A demora no tempo de processamento é devida, principalmente, ao cálculo da velocidade induzida pela nuvem de vórtices discretos nela mesma (interação vórtice-vórtice), ou seja, o número de operações realizadas por um processador é proporcional ao quadrado do número total de vórtices discretos quando se utiliza a Lei de Biot-Savart. O uso de técnicas numéricas que acelerem este cálculo associadas ao processamento paralelo são imprescindíveis para a

redução do tempo de processamento de cada caso simulado de modo que eles fiquem dentro de limites aceitáveis.

### 4.3 – CONVECÇÃO DA NUVEM DE VÓRTICES DISCRETOS

Uma análise mais minuciosa da Eq. (3.21), que governa a convecção da vorticidade, possibilita uma interpretação Lagrangiana para a convecção da vorticidade, isto é, cada vórtice discreto presente na nuvem pode ser transportado por convecção como se fosse uma partícula material de fluido (Helmholtz, 1858), isto é:

$$\frac{D\omega}{Dt} = \frac{\partial\omega}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla\omega = 0. \quad (4.1)$$

A forma Lagrangiana da Eq. (4.1) é:

$$\frac{D\omega}{Dt} = 0. \quad (4.2)$$

Como comentado anteriormente, para a solução do problema puramente convectivo da nuvem de vórtices discretos é necessário apenas o cálculo do campo de velocidades induzido em cada vórtice discreto (i). Esta velocidade representa a própria velocidade induzida no fluido naquela posição ocupada pelo vórtice discreto em um instante de tempo t. O deslocamento de cada vórtice discreto é, então, calculado integrando-se a equação para a sua trajetória. Logo, o transporte convectivo da vorticidade é escrito de maneira Lagrangiana como:

$$\frac{d\mathbf{x}^{(i)}}{dt} = \mathbf{u}^{(i)}(\mathbf{x}^{(i)}, t), \quad (4.3)$$

onde  $\mathbf{x}^{(i)}$  representa o vetor posição do vórtice discreto arbitrário (i) no instante de tempo t e  $\mathbf{u}^{(i)}(\mathbf{x}^{(i)}, t)$  representa a velocidade total induzida na posição  $\mathbf{x}^{(i)}$  ocupada pelo vórtice neste instante. Tem-se  $i = 1, N$ , sendo N o número total de vórtices presentes na nuvem no instante de tempo t.

O cálculo do campo de velocidades sobre cada vórtice discreto, também já comentado, é composto pelas contribuições do escoamento incidente, da velocidade induzida pelos corpos (com a inclusão do efeito de oscilação forçada no corpo à jusante) e da velocidade induzida pela nuvem de vórtices discretos. A partir do cálculo da velocidade total  $\mathbf{u}^{(i)}(\mathbf{x}^{(i)}, t)$ , a solução numérica da Eq. (4.3) é obtida, neste trabalho, utilizando-se um esquema de avanço de primeira ordem de Euler. Este esquema corresponde a uma primeira aproximação para a solução da equação do avanço convectivo, o que resulta:

$$\mathbf{x}^{(i)}(t + \Delta t) = \mathbf{x}^{(i)}(t) + \mathbf{u}^{(i)}(\mathbf{x}^{(i)}, t)\Delta t, \quad (4.4)$$

onde a velocidade total induzida em cada vórtice discreto,  $\mathbf{u}$ , é assim formada pelas contribuições do escoamento incidente,  $\mathbf{u}_i$ , da velocidade induzida pelos corpos,  $\mathbf{u}_c$ , e da velocidade induzida pela nuvem de vórtices discretos,  $\mathbf{u}_v$ . Matematicamente:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_i + \mathbf{u}_c + \mathbf{u}_v. \quad (4.5)$$

Sem a presença do ângulo de ataque  $\alpha$  o escoamento incidente,  $\mathbf{u}_i$ , é representado pelo escoamento uniforme na direção do eixo  $x$ . E em termos de componentes, tem-se:

$$u_i = 1 \text{ e} \quad (4.6a)$$

$$v_i = 0. \quad (4.6b)$$

A contribuição das duas fronteiras sólidas é calculada pelo Método dos Painéis (Katz & Plotkin, 1991), onde se pode considerar a superfície de corpos como sendo de forma qualquer e conhecida. O Método dos Painéis consiste na discretização da superfície de um corpo (ou de mais de um corpo) utilizando-se segmentos (ou painéis) retos ou curvos, sobre os quais são distribuídas singularidades.

Nesta Dissertação de Mestrado a superfície dos dois cilindros é discretizada e representada por um conjunto de painéis planos sobre os quais se distribuem fontes com densidade uniforme,  $\sigma(\mathbf{x})$ , através da imposição da condição de contorno de Neumann.

A Fig. 4.1 mostra dois corpos idênticos e discretizados em painéis planos de tal maneira que o corpo número 1 se encontra estacionário e fixo ao referencial inercial  $(x,0,y)$ . O corpo número 2 está alinhado com o corpo número 1, fixo ao referencial não-inercial  $(x,0,y)$  e oscila

forçadamente na direção transversal à corrente uniforme com uma velocidade de oscilação dada pela Eq. (3.5):

$$V_y = \dot{y}_0 = v_{osc} = -A\lambda \sin(\lambda t) \quad (4.7)$$

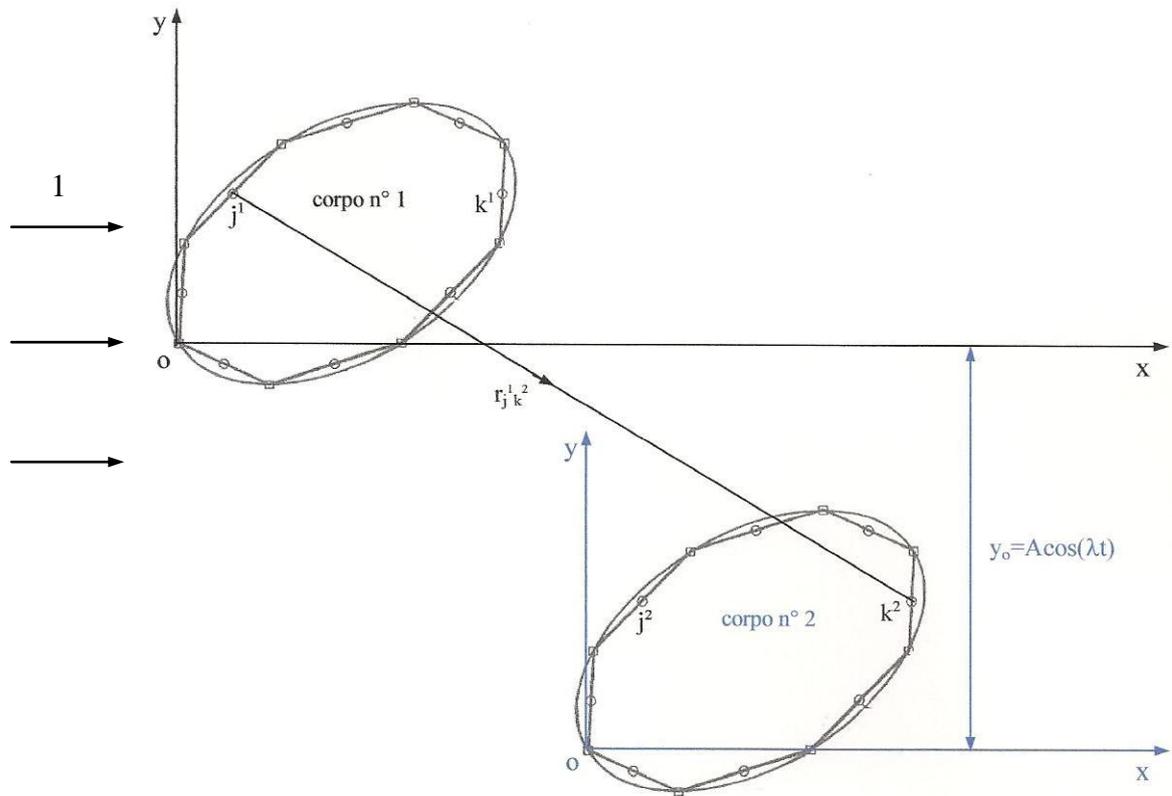


Figura 4.1 – Escoamento passando nas proximidades de dois corpos alinhados, onde o segundo corpo apresenta movimento de vibração forçada transversal.

Na Fig. 4.2 representa-se um dos painéis planos da Fig. 4.1, onde estão distribuídas fontes com densidade uniforme,  $\sigma(x)$ , para satisfazer a condição de contorno de Neumann (Katz & Plotkin, 1991).

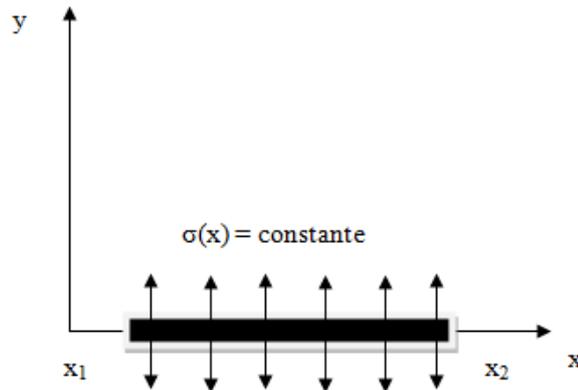


Figura 4.2 – Distribuição de fontes com densidade uniforme. (Reproduzida de Katz & Plotkin (1991)).

Considerando-se um sistema de coordenadas fixo num painel, como representado na Fig. 4.2, os componentes  $u$  e  $v$  da velocidade induzida por uma distribuição uniforme de fontes sobre um ponto  $P$ , localizado nas suas vizinhanças, são dados por, respectivamente:

$$u = \frac{\sigma}{2\pi} \ln \frac{r_1}{r_2} = \frac{\sigma}{4\pi} \ln \frac{r_1^2}{r_2^2}, \quad (4.8a)$$

$$v = \frac{\sigma}{2\pi} (\theta_2 - \theta_1) \quad (4.8b)$$

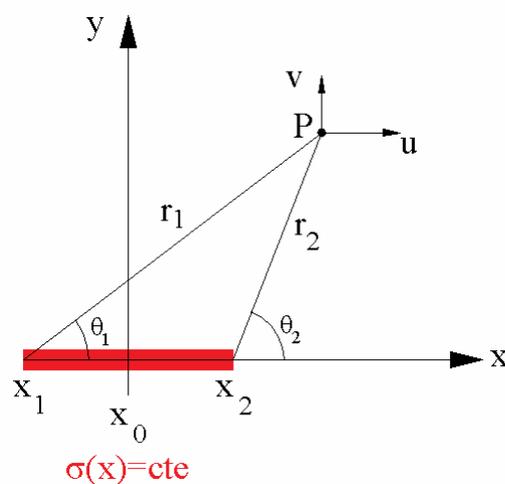


Figura 4.3 – Representação dos componentes da velocidade induzida por um painel qualquer do corpo. (Reproduzida de Katz & Plotkin (1991)).

Os componentes da velocidade induzida por um painel de fontes, dados pela Eq. (4.8a) e pela Eq. (4.8b) são calculados no referencial localizado sobre o painel. Em seguida estes componentes de velocidade são projetados na direção normal ao ponto de controle do painel para a imposição da condição de impenetrabilidade (veja a Eq. 3.17). A velocidade normal obtida, após a projeção dos componentes da velocidade, deve ser escrita no referencial inercial (x,o,y).

Cada painel de fontes, portanto, induz uma velocidade normal sobre o ponto de controle dos outros painéis. Deste modo, a seguinte equação matricial é montada, sendo que cada linha desta equação está relacionada com a imposição da condição de contorno de velocidade normal igual a zero sobre cada ponto de controle (Katz & Plotkin, 1991):

$$\begin{bmatrix} 0,5 & \dots & K_{1^1j^1} & \dots & K_{1^1k^1} & \dots & K_{1^1j^2} & \dots & K_{1^1k^2} & \dots & K_{1^1M} \\ & & & \dots & & & & & & & \\ K_{j^11^1} & \dots & 0,5 & \dots & K_{j^1k^1} & \dots & K_{j^1j^2} & \dots & K_{j^1k^2} & \dots & K_{j^1M} \\ & & & \dots & & & & & & & \\ K_{k^11^1} & \dots & K_{k^1j^1} & \dots & 0,5 & \dots & K_{k^1j^2} & \dots & K_{k^1k^2} & \dots & K_{k^1M} \\ & & & \dots & & & & & & & \\ K_{j^21^1} & \dots & K_{j^2j^1} & \dots & K_{j^2k^1} & \dots & 0,5 & \dots & K_{j^2k^2} & \dots & K_{j^2M} \\ & & & \dots & & & & & & & \\ K_{k^21^1} & \dots & K_{k^2j^1} & \dots & K_{k^2k^1} & \dots & K_{k^2j^2} & \dots & 0,5 & \dots & K_{k^2M} \\ & & & \dots & & & & & & & \\ K_{M1^1} & \dots & K_{Mj^1} & \dots & K_{Mk^1} & \dots & K_{Mj^2} & \dots & K_{Mk^2} & \dots & 0,5 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \dots \\ \sigma_{j^1} \\ \dots \\ \sigma_{k^1} \\ \dots \\ \sigma_{j^2} \\ \dots \\ \sigma_{k^2} \\ \dots \\ \sigma_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{RHSS}_1 \\ \dots \\ \text{RHSS}_{j^1} \\ \dots \\ \text{RHSS}_{k^1} \\ \dots \\ \text{RHSS}_{j^2} \\ \dots \\ \text{RHSS}_{k^2} \\ \dots \\ \text{RHSS}_M \end{pmatrix}. \quad (4.9)$$

Esta equação matricial constitui um sistema linear de equações algébricas, cuja incógnita representa a densidade uniforme de fontes; outra forma para se escrever a Eq. (4.9) é:

$$[\text{COUPS}]\{\text{SIGMA}\} = \{\text{RHSS}\}, \quad (4.9a)$$

sendo:

$[\text{COUPS}]$  a matriz de influência de fontes;

{SIGMA} o vetor incógnita de fontes;

{RHSS} o vetor coluna lado direito de fontes (*Right Hand Sides Sources*).

Os coeficientes da matriz de influência de fontes não podem ser calculados uma única vez quando o corpo à jusante apresentar movimento oscilatório em relação ao sistema inercial (x,o,y), onde se encontra fixo o corpo à montante (veja na Fig. 4.1).

Seja considerado que dois corpos idênticos foram discretizados em um mesmo número de painéis planos sendo a soma do número total de painéis igual a M. Na situação do corpo a jusante apresentar movimento de oscilação há, portanto, coeficientes constantes e coeficientes variáveis na matriz de influência (Eq. 4.9). Os coeficientes da forma  $K_{j^1k^1}$ ,  $K_{k^1j^1}$ ,  $K_{j^2k^2}$  e  $K_{k^2j^2}$  são constantes, pois representam indução entre painéis de um mesmo corpo. Já os coeficientes da forma  $K_{j^1j^2}$ ,  $K_{j^2j^1}$ ,  $K_{j^1k^2}$ ,  $K_{k^2j^1}$ ,  $K_{k^1j^2}$ ,  $K_{j^2k^1}$ ,  $K_{k^1k^2}$ ,  $K_{k^2k^1}$  variam de acordo com o movimento oscilatório do corpo à jusante. O índice  $j^1$  refere-se ao painel número j do corpo número 1 e o índice  $k^2$  refere-se ao painel número k do corpo número dois, por exemplo.

Esta condição necessária para a montagem dos coeficientes da equação matricial de fontes caracteriza um problema de fronteira móvel. O M.V.D. é facilmente adaptado a esta situação.

O cálculo do vetor coluna lado direito fontes para o ponto de controle do painel plano genérico  $k^1$ , pertencente ao corpo imóvel, é calculado como:

$$RHSS(k^1) = \left\{ (u_i) \sin(th_{p_{k^1}}) - (v_i) \cos(th_{p_{k^1}}) + u_{k^1,j} \sin(th_{p_{k^1}}) - v_{k^1,j} \cos(th_{p_{k^1}}) \right\}, \quad (4.10a)$$

e para o ponto de controle do painel plano genérico  $k^2$ , pertencente ao corpo que oscila à jusante, é calculado como:

$$RHSS(k^2) = \left\{ \begin{array}{l} (u_i) \sin(th_{p_{k^2}}) - (v_i - v_{osc}) \cos(th_{p_{k^2}}) + u_{k^2,j} \sin(th_{p_{k^2}}) + \\ - (v_{k^2,j} - v_{osc}) \cos(th_{p_{k^2}}) \end{array} \right\} \quad (4.10b)$$

sendo  $u_i$  e  $v_i$  os componentes do vetor velocidade do escoamento não-perturbado;  $v_{osc}$  o componente da velocidade de vibração forçada transversal do corpo à montante (a Eq. 3.5);  $u_{k^1,j}$  e  $v_{k^1,j}$  os componentes da velocidade total induzida pela nuvem de vórtices discretos

( $j=1,N$ ) no ponto de controle  $k^1$ ;  $u_k^2$  e  $v_k^2$  os componentes da velocidade total induzida pela nuvem de vórtices discretos ( $j=1,N$ ) no ponto de controle  $k^2$ ;  $th_{pk}^1$  o ângulo de orientação do painel  $k^1$  e  $th_{pk}^2$  o ângulo de orientação do painel  $k^2$ .

O cálculo da velocidade induzida pelos dois corpos é feito no sistema de coordenadas fixo no corpo à montante ( $x,o,y$ ).

A Eq. (4.10b) mostra que o efeito da vibração transversal do corpo à jusante, que está representado por  $v_{osc}$ , provoca uma distribuição de singularidades adicional sobre a superfície discretizada deste corpo. O que permite concluir que as velocidades induzidas devido a estas novas singularidades, também influenciam no cálculo dos efeitos convectivos e das cargas aerodinâmicas.

O cálculo da velocidade total induzida pela nuvem de vórtices discretos presente na região fluida (interação vórtice-vórtice) é a etapa que consome maior tempo de CPU, uma vez que o número de operações realizadas por um processador é proporcional ao quadrado do número total  $N$  de vórtices discretos presentes no domínio. Este cálculo é efetuado no sistema de coordenadas inercial ( $x,o,y$ ). Desta maneira, os componentes nas direções  $x$  e  $y$  da velocidade total, induzida no vórtice  $k$  pelos demais vórtices são calculados pelas expressões, respectivamente:

$$u_{k_{NV}} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^N \Gamma_j U_{V_{k,j}}, \quad (4.11)$$

$$v_{k_{NV}} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^N \Gamma_j V_{V_{k,j}}. \quad (4.12)$$

Ver no Apêndice B maiores detalhes sobre o cálculo do campo de velocidades devido a contribuição da velocidade induzida por uma nuvem de vórtices discretos de Lamb usando a Lei de Biot-Savart Modificada. No Apêndice B há, também, detalhes importantes referentes ao algoritmo acelerador da Lei de Biot-Savart. Este algoritmo é utilizado no cálculo da velocidade induzida em cada vórtice discreto devido à interação vórtice-vórtice. O referido algoritmo é a parte do programa que consome o maior tempo de processamento durante uma simulação numérica e está paralelizado no ambiente de programação FORTRAN/LINUX com o padrão OPEN/MP.

## 4.4 – DIFUSÃO DA VORTICIDADE

Na etapa do processo de difusão da vorticidade é que deve ser levada em conta a manifestação dos efeitos da viscosidade do fluido. Na Eq. (3.22) este fato está implícito através da presença do número de Reynolds do escoamento. A solução da equação que governa a difusão da vorticidade é obtida através de um esquema puramente Lagrangiano via Método de Avanço Randômico. Este método representa uma técnica probabilística e foi proposto inicialmente por Einstein (1956) com a finalidade de simular o movimento browniano de partículas. O método foi utilizado e se tornou popular por intermédio de vários pesquisadores como, por exemplo, Lewis (1991). Neste método o processo de difusão da vorticidade não é rigorosamente determinístico; esta é, aliás, uma característica dos escoamentos com número de Reynolds elevado. Outros detalhes sobre o Método de Avanço Randômico são encontrados no trabalho de Ghoniem & Sherman (1985).

Seja considerado um vórtice discreto e arbitrário (i) pertencente a uma nuvem de vórtices discretos, que no instante (t), encontra-se localizado em  $\mathbf{x}^{(i)}(t)$ . O Método de Avanço Randômico impõe a cada vórtice discreto da nuvem um avanço randômico definido por  $\mathbf{Z}_d \equiv (x_d, y_d)$ . Se o avanço convectivo for calculado utilizando-se o esquema de avanço de primeira ordem de Euler dado pela Eq. (4.4), então o vórtice discreto (i) deve ser posicionado de acordo com:

$$\mathbf{x}^{(i)}(t + \Delta t) = \mathbf{x}^{(i)}(t) + \mathbf{u}^{(i)}(\mathbf{x}^{(i)}, t)\Delta t + \mathbf{Z}_d. \quad (4.13)$$

Os componentes  $x_d$  e  $y_d$  do vetor avanço randômico  $\mathbf{Z}_d$ , na forma adimensional, são definidos como:

$$x_d^{(i)} = \sqrt{\frac{4\Delta t}{\text{Re}} \ln\left(\frac{1}{P}\right)} [\cos(2\pi Q)], \quad (4.14a)$$

$$y_d^{(i)} = \sqrt{\frac{4\Delta t}{\text{Re}} \ln\left(\frac{1}{P}\right)} [\sin(2\pi Q)], \quad (4.14b)$$

onde P e Q são números randômicos pertencentes ao intervalo entre 0 e 1.

## 4.5 – GERAÇÃO DE VORTICIDADE

Quando um fluido viscoso incide sobre a superfície de um corpo rombudo, as partículas fluidas contornam esta superfície e vão perdendo energia devido ao atrito. Na situação onde o campo de pressões é incapaz de forçar a camada limite, estas partículas se desprendem da superfície do corpo aproximadamente na região de maior largura. Neste caso a velocidade na parte interna da camada limite é mais lenta que na parte externa e o movimento se torna circular ao se separar do corpo, originando os vórtices.

A vorticidade é gerada a partir da superfície de um corpo sempre que um fluido viscoso se movimenta junto a esta fronteira sólida; especificamente no interior da camada limite, onde as partículas fluidas sofrem efeitos de rotação.

A seguir, é apresentada uma idéia do mecanismo de geração de vorticidade a partir de uma fronteira sólida. Inicialmente, as equações de Navier-Stokes (Eq. 3.11) podem ser escritas na seguinte forma vetorial:

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p - \frac{1}{Re} \nabla \times \boldsymbol{\omega}. \quad (4.15)$$

O escoamento estudado nesta formulação se realiza no plano (hipótese  $H_1$  apresentada no Capítulo 3) e, assim, para fins de ilustração seja considerado a passagem deste escoamento por um comprimento elementar sobre a superfície de um dos corpos. Seja considerado, ainda, que o escoamento realiza-se num semi-plano em que o eixo real representa esta superfície sólida elementar localizada sobre o contorno do corpo (em  $y=0$ ), onde a condição de aderência deve ser verificada. Com estas considerações a Eq. (4.15) é simplificada e resulta em:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{1}{Re} \frac{\partial \omega}{\partial y} \quad (4.16)$$

A Eq. (4.16) é a responsável pela interpretação matemática do mecanismo de geração da vorticidade numa superfície sólida coincidente com o eixo dos  $x$ . A derivada do lado direito da equação representa o fluxo de vorticidade que atravessa a fronteira sólida simbolizada pelo eixo dos  $x$ , onde  $y=0$ . Como não existe passagem de escoamento para  $y < 0$ , este fluxo de vorticidade representa a quantidade de vorticidade gerada a partir da superfície. O lado

esquerdo da Eq. (4.16) permite a quantificação do fluxo de geração da vorticidade, de maneira que, se o gradiente de pressão for favorável haverá uma geração de vorticidade, já que o fluxo passa a ser positivo. Alternativamente, se o gradiente de pressão for adverso (desfavorável) haverá uma destruição de vorticidade, já que o fluxo passa a ser negativo.

O processo descrito anteriormente deve ser implementado numericamente. Nesta Dissertação de Mestrado, o único termo fonte de geração de vorticidade (dado pela Eq. 4.16) é implementado utilizando-se da condição de escorregamento-nulo sobre a superfície discretizada do corpo (especificamente o ponto de controle de cada painel plano) dada pela Eq. (3.18).

A estratégia numérica para garantir a condição de escorregamento-nulo sobre o ponto de controle de cada painel plano consiste numa distribuição de vórtices discretos de Lamb nascentes nas vizinhanças de cada painel, veja o esquema mostrado na Fig. 4.4.

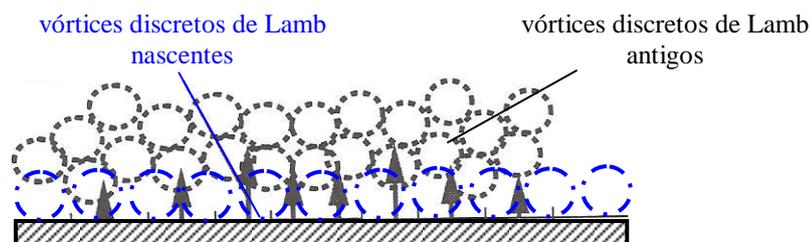


Figura 4.4 – Representação da vorticidade nascente a partir de uma fronteira sólida por vórtices discretos de Lamb. (Fonte: <http://www>).

Os vórtices discretos nascentes são posicionados de tal maneira que tangenciem o ponto de controle de cada painel. Além desta posição de geração dos vórtices, outras variáveis importantes são: a camada protetora e o percentual de deslocamento da posição de geração dos vórtices em relação à superfície discretizada.

A camada protetora foi proposta no trabalho de Ricci (2002) e consistia em se envolver o corpo de forma a determinar uma região muito próxima da superfície do corpo e dentro da qual não era permitida a permanência de vórtices discretos. O cálculo da velocidade induzida pelos painéis de fontes sobre os vórtices discretos localizados nesta região apresenta um erro característico do Método dos Painéis.

Como estratégia numérica, Ricci (2002) considerou que esta camada protetora era localizada dentro de uma região retangular e, qualquer vórtice discreto que ultrapasse esta região teria a sua posição investigada com a finalidade de averiguar se o mesmo se encontrava no interior da camada protetora ou não; em caso positivo, o vórtice discreto era deslocado para fora do corpo ficando em uma posição pré-determinada.

Bimbato (2008) verificou que o uso desta camada protetora era desnecessário para um número de vórtices discretos nascentes igual ou maior que  $M=300$ . Anteriormente, por limitações computacionais, Ricci (2002) havia utilizado  $M=90$  vórtices discretos nascentes durante cada incremento de tempo. Nos presentes resultados se confirmam as observações de Bimbato (2008).

Alguns autores, como Ricci (2002) e Bimbato (2008), utilizam-se do artifício de refletir os vórtices discretos que migrarem para o interior do corpo após os avanços de convecção e de difusão. Outros autores preferem eliminar os vórtices e utilizar a Lei de Conservação da Circulação Global, presente no domínio fluido (ver item 4.6), para compensar a vorticidade perdida (Alcântara Pereira, 2002).

A alternativa adotada para a obtenção dos resultados numéricos apresentados no Capítulo 5 consiste no uso da abordagem que considera a camada protetora e a reflexão dos vórtices discretos que migrarem para o interior do corpo de volta ao domínio fluido e fora da camada protetora.

Qualquer uma das abordagens não pode violar o Princípio da Conservação da Circulação Global. O balanço da circulação global na região fluida deve ser constante durante toda a simulação numérica (veja o item 4.6, a seguir).

De maneira análoga à montagem da equação matricial de fontes, obtém-se a seguinte equação matricial para a geração dos vórtices discretos novos:

$$\begin{bmatrix}
K_{1^1 1^1} & \dots & K_{1^1 j^1} & \dots & K_{1^1 k^1} & \dots & K_{1^1 j^2} & \dots & K_{1^1 k^2} & \dots & K_{1^1 M} \\
& & & & & & & & & & \\
& & & & & & & & & & \\
K_{j^1 1^1} & \dots & K_{j^1 j^1} & \dots & K_{j^1 k^1} & \dots & K_{j^1 j^2} & \dots & K_{j^1 k^2} & \dots & K_{j^1 M} \\
& & & & & & & & & & \\
& & & & & & & & & & \\
K_{k^1 1^1} & \dots & K_{k^1 j^1} & \dots & K_{k^1 k^1} & \dots & K_{k^1 j^2} & \dots & K_{k^1 k^2} & \dots & K_{k^1 M} \\
& & & & & & & & & & \\
& & & & & & & & & & \\
K_{j^2 1^1} & \dots & K_{j^2 j^1} & \dots & K_{j^2 k^1} & \dots & K_{j^2 j^2} & \dots & K_{j^2 k^2} & \dots & K_{j^2 M} \\
& & & & & & & & & & \\
& & & & & & & & & & \\
K_{k^2 1^1} & \dots & K_{k^2 j^1} & \dots & K_{k^2 k^1} & \dots & K_{k^2 j^2} & \dots & K_{k^2 k^2} & \dots & K_{k^2 M} \\
& & & & & & & & & & \\
& & & & & & & & & & \\
K_{M 1^1} & \dots & K_{M j^1} & \dots & K_{M k^1} & \dots & K_{M j^2} & \dots & K_{M k^2} & \dots & K_{M M}
\end{bmatrix}
\begin{Bmatrix}
\Gamma_1 \\
\dots \\
\Gamma_{j^1} \\
\dots \\
\Gamma_{k^1} \\
\dots \\
\Gamma_{j^2} \\
\dots \\
\Gamma_{k^2} \\
\dots \\
\Gamma_M
\end{Bmatrix}
=
\begin{Bmatrix}
\text{RHSV}_1 \\
\dots \\
\text{RHSV}_{j^1} \\
\dots \\
\text{RHSV}_{k^1} \\
\dots \\
\text{RHSV}_{j^2} \\
\dots \\
\text{RHSV}_{k^2} \\
\dots \\
\text{RHSV}_M
\end{Bmatrix}
\quad (4.17)$$

e que se constitui em um sistema linear de equações algébricas, cuja incógnita representa a intensidade dos vórtices discretos de Lamb nascentes; uma outra forma para a Eq. (4.17) é:

$$[\text{COUPV}]\{\text{GAMMA}\} = \{\text{RHSV}\}, \quad (4.17a)$$

sendo:

$[\text{COUPV}]$  a matriz de influência de vórtices discretos nascentes. Cada coeficiente da matriz de influência representa a velocidade tangencial induzida no ponto de controle de um painel por um vórtice discreto de Lamb com intensidade unitária localizado nas proximidades de outro painel;

$\{\text{GAMMA}\}$  o vetor incógnita de vórtices discretos nascentes;

$\{\text{RHSV}\}$  o vetor coluna lado direito de vórtices discretos nascentes (*Right Hand Sides Vortices*).

O cálculo do vetor coluna lado direito vórtices para o ponto de controle do painel plano genérico  $k^1$ , pertencente ao corpo imóvel, é calculado como:

$$\text{RHSV}(k^1) = \left\{ - (u_i) \cos(\text{th}_{p_{k^1}}) - (v_i) \sin(\text{th}_{p_{k^1}}) - u_{k^1, j} \cos(\text{th}_{p_{k^1}}) - v_{k^1, j} \sin(\text{th}_{p_{k^1}}) \right\}, \quad (4.18a)$$

e para o ponto de controle do painel plano genérico  $k^2$ , pertencente ao corpo que oscila à jusante, ele é calculado como:

$$\text{RHSV}(k^2) = \left\{ \begin{array}{l} -(\mathbf{u}_i) \cos(\text{th}_{pk^2}) - (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_{\text{osc}}) \sin(\text{th}_{pk^2}) - \mathbf{u}_{k^2,j} \cos(\text{th}_{pk^2}) + \\ -(\mathbf{v}_{k^2,j} - \mathbf{v}_{\text{osc}}) \sin(\text{th}_{pk^2}) \end{array} \right\} \quad (4.18b)$$

sendo  $u_i$  e  $v_i$  os componentes do vetor velocidade do escoamento não-perturbado;  $v_{\text{osc}}$  o componente da velocidade de vibração forçada transversal do corpo à montante (a Eq. 3.5);  $u_{k^1,j}$  e  $v_{k^1,j}$  os componentes da velocidade total induzida pela nuvem de vórtices discretos ( $j=1,N$ ) no ponto de controle  $k^1$ ;  $u_{k^2,j}$  e  $v_{k^2,j}$  os componentes da velocidade total induzida pela nuvem de vórtices discretos ( $j=1,Z$ ) no ponto de controle  $k^2$ ;  $\text{th}_{pk^1}$  o ângulo de orientação do painel  $k^1$  e  $\text{th}_{pk^2}$  o ângulo de orientação do painel  $k^2$ .

## 4.6 – CONSERVAÇÃO DA MASSA E CONSERVAÇÃO DA CIRCULAÇÃO GLOBAL

O sistema linear correspondente à equação matricial de fontes (Eq. 4.9) deve ser aumentado de mais duas equações para que se verifique a conservação da massa durante toda a simulação numérica. A equação do balanço total de massa em cada instante de tempo da simulação numérica é dada por:

$$\sum_{j=1}^M (\sigma_j) = 0, \quad (4.19)$$

sendo  $M$  o número total de painéis utilizados para a discretização da superfície dos dois corpos. As duas novas linhas são necessárias porque a conservação da massa é imposta separadamente para cada corpo.

Considerando a nuvem de vórtices discretos, a conservação da circulação global deve ser verificada em qualquer instante da simulação numérica através do seguinte balanço:

$$\sum_{j=1}^M (\Gamma_j)_{\text{vórtices nascentes}} + \sum_{k=1}^N (\Gamma_k)_{\text{vórtices antigos}} = 0. \quad (4.20)$$

De forma análoga à imposição da conservação da massa, o sistema linear correspondente à equação matricial de vórtices discretos nascentes (Eq. 4.17) deve ser

aumentado de mais duas equações para que se verifique a conservação da circulação global durante toda a simulação numérica. A equação que verifica o balanço de circulação em cada instante de tempo é dada por:

$$\sum_{j=1}^M (\Gamma_j)_{\text{vórtices nascentes}} = 0, \quad (4.21)$$

uma vez que no primeiro instante de tempo da simulação numérica ainda não existem vórtices discretos no domínio fluido. As duas novas linhas são necessárias porque a conservação da circulação é imposta separadamente para cada corpo.

## 4.7 – CARGAS AERODINÂMICAS

As cargas aerodinâmicas são resultantes da ação que um fluido em movimento exerce sobre a superfície de um corpo de forma qualquer e conhecida. As cargas aerodinâmicas são divididas em cargas aerodinâmicas distribuídas (tensão cisalhante e pressão) e em cargas aerodinâmicas integradas (sendo as de interesse, força de arrasto de forma e força de sustentação). A formulação apresentada a seguir foi retirada do trabalho de Ricci (2002).

O desenvolvimento geral apresentados no Capítulo 4 deve ser associados com uma metodologia que permita a obtenção das forças aerodinâmicas causadas pela geração e desprendimento de vórtices. Uma inspeção feita na equação do transporte da vorticidade (ver a Eq. 3.20) mostra a ausência do termo de pressões. Este termo foi excluído porque o rotacional do campo de pressões é igual a zero, conforme já foi discutido.

O cálculo do campo de pressões pode ser feito considerando-se a abordagem apresentada por Kamemoto (1994). A primeira providência consiste na aplicação do operador divergente sobre as equações de Navier-Stokes com o auxílio da equação da continuidade (hipótese de escoamento incompressível) e obtenção subsequente de uma equação de Poisson para a pressão, a qual pode ser resolvida utilizando-se um esquema de diferenças finitas.

Este procedimento permite o cálculo do campo de pressões em qualquer ponto do domínio fluido. Este campo é calculado integrando-se a função de Bernoulli, definida por Uhlman (1992) como:

$$Y = p + \rho \frac{u^2}{2}, \mathbf{u} = |\mathbf{u}|. \quad (4.22)$$

Shintani & Akamatsu (1994) apresentaram outra formulação que possui a vantagem de ser melhor combinada com o M.V.D., uma vez que se torna necessário conhecer apenas o campo de velocidades e o campo de vorticidades. A mesma abordagem é adotada neste trabalho sendo a equação integral definida por:

$$H\bar{Y}_i - \int_{S_c} Y \nabla G_i \cdot \mathbf{n} dS = \iint_{\Omega} \nabla G_i \cdot (\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega}) d\Omega - \frac{1}{\text{Re}} \int_{S_c} (\nabla G_i \times \boldsymbol{\omega}) \cdot \mathbf{n} dS, \quad (4.23)$$

onde:

$H = 1$  em  $\Omega$  (no domínio do escoamento) ou

$H = 0,5$  em  $S_c$ , dada pela composição de  $S_1$  e  $S_2$  e

$G$  corresponde à solução fundamental da equação de Laplace.

As integrais presentes na Eq. (4.23) são resolvidas numericamente. No trabalho de Ricci (2002) pode-se encontrar a dedução completa da seguinte equação que permite determinar o valor da pressão no ponto  $i$ :

$$\begin{aligned} H\bar{Y}_i + \int_S \frac{1}{2\pi} \frac{n_x(x-x_i) + n_y(y-y_i)}{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} Y dS = - \int_{\Omega} \frac{1}{\pi} \frac{v(x-x_i) - u(y-y_i)}{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} \boldsymbol{\omega} d\Omega + \\ - \frac{1}{\text{Re}} \int_S \frac{1}{\pi} \frac{n_y(x-x_i) - n_x(y-y_i)}{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} \boldsymbol{\omega} dS, \end{aligned} \quad (4.24)$$

a qual ao ser discretizada, para ser resolvida numericamente, assume a seguinte forma:

$$\begin{aligned} H\bar{Y}_i + \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1; j \neq i}^M \frac{n_{xj}(x_j - x_i) + n_{yj}(y_j - y_i)}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \Delta S_j Y_j = \\ \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^N \frac{v_j(x_j - x_i) - u_j(y_j - y_i)}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \Gamma_j + \frac{1}{\pi \text{Re}} \sum_{j=1; j \neq i}^M \frac{n_{yj}(x - x_i) - n_{xj}(y - y_i)}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \Delta S_j \gamma_j. \end{aligned} \quad (4.25)$$

A Eq. (4.25) pode ser resolvida pelo Método de Painéis, de maneira que se agrupe o primeiro somatório numa matriz de influência de pressão, chamada  $Ap$ , e os dois últimos somatórios num vetor coluna lado direito de pressão, chamado  $Ld$ , respectivamente. Assim, a Eq. (4.25) é escrita na seguinte forma discretizada:

$$\frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^M Ap_{i,j} Y_j = \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^N \frac{v_j(x_j - x_i) - u_j(y_j - y_i)}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \Gamma_j + \sum_{j=1}^M Ad_{i,j} \gamma_j. \quad (4.26)$$

O vetor coluna lado direito da equação anterior, por sua vez, pode ser escrito da seguinte forma:

$$Ld_i = \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^N \frac{v_j(x_j - x_i) - u_j(y_j - y_i)}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \Gamma_j + \sum_{j=1}^M Ad_{i,j} \gamma_j. \quad (4.27)$$

A aplicação da Eq. (4.27) nos  $M$  painéis que discretizam a superfície dos dois corpos resulta na seguinte forma de uma equação matricial para a pressão:

$$[Ap]\{Y\} = \{Ld\}. \quad (4.28)$$

A matriz de influência  $Ap$  deve ser calculada durante cada intervalo de tempo da simulação numérica pelas mesmas explicações dadas para o cálculo das matrizes de influência de fontes e de vórtices. Ao se resolver a equação matricial para a pressão, determinam-se os valores do vetor incógnita  $Y$  para os  $M$  painéis e, então, pode-se obter os valores para o coeficiente de pressão associado a cada painel plano:

$$C_{p_i} = Y_i + 1, \quad (4.29)$$

As forças hidrodinâmicas são obtidas pela integração da pressão ao longo do corpo. A força de arrasto atua em cada painel na direção do escoamento incidente, ao passo que a força de sustentação atua em cada painel na direção normal ao escoamento incidente. Somando-se todas as contribuições elementares de arrasto e de sustentação para cada corpo isoladamente tem-se, respectivamente:

$$D = \sum_{j=1}^M (p_j - p_\infty) \Delta S_j \sin(\theta_{pj}), \quad (4.30)$$

$$L = -\sum_{j=1}^M (p_j - p_\infty) \Delta S_j \cos(\theta_{pj}). \quad (4.31)$$

sendo  $p_j$  o valor correspondente à pressão no ponto de controle do painel  $j$ ,  $p_\infty$  a pressão adotada como de referência,  $\Delta S_j$  o comprimento do painel  $j$  e  $\theta_p$  o ângulo de orientação do painel  $j$ .

Finalmente, a adimensionalização das duas equações anteriores permite que se encontrem os resultados para os coeficientes de arrasto de forma e de sustentação de cada corpo, respectivamente:

$$C_D = \sum_{j=1}^M 2(p_j - p_\infty) \Delta S_j \sin(\theta_{pj}) = \sum_{j=1}^M C_P \Delta S_j \sin(\theta_{pj}), \quad (4.32)$$

$$C_L = -\sum_{j=1}^M 2(p_j - p_\infty) \Delta S_j \cos(\theta_{pj}) = -\sum_{j=1}^M C_P \Delta S_j \cos(\theta_{pj}). \quad (4.33)$$

## Capítulo 5

### ANÁLISE DE RESULTADOS

#### 5.1 – INTRODUÇÃO

O programa *TWO\_BODIES\_OSCILLATION.FOR*, implementado em linguagem de programação FORTRAN para a obtenção dos resultados numéricos deste trabalho, apresenta três opções. A primeira opção deve ser escolhida para simular o caso do cilindro circular estacionário. A segunda opção deve ser escolhida para a simulação numérica dos dois cilindros imóveis e alinhados *in tandem*. A escolha da terceira opção simula a natureza dos fenômenos responsáveis pela vibração transversal induzida no cilindro localizado à jusante de outro fixo, especialmente, quando o par alinhado com o escoamento apresenta fenômenos de interferência fluidodinâmica.

As análises numéricas iniciais do Capítulo 5 são destinadas à aferição do código computacional para o caso de cilindro de seção circular estacionário. As finalidades desta análise são: (a) definição e aferição dos parâmetros numéricos variáveis nas simulações numéricas utilizando o algoritmo implementado do M.V.D. (para maiores detalhes consulte o Apêndice C); (b) cálculo das séries temporais dos coeficientes das forças e do coeficiente de pressão para a apresentação de uma discussão física sobre o comportamento do regime de formação de vórtices a partir da superfície do corpo, especialmente na região envolvida pelas duas camadas cisalhantes de sinal oposto; (c) comparação dos resultados numéricos obtidos

na simulação numérica com os valores experimentais de Blevins (1984) para alto número de Reynolds, isto é,  $Re=10^5$ . Os resultados experimentais apresentados por Blevins (1984) são referentes ao coeficiente de arrasto e ao número de Strouhal apresentando uma incerteza experimental de  $\pm 10\%$ .

As simulações seguintes são apresentadas para as análises dos efeitos de interferência entre dois cilindros circulares de mesmo diâmetro imóveis e alinhados com o escoamento incidente. Um cilindro se encontra posicionado em relação a linha de centro do cilindro à montante na típica configuração denominada na literatura como *in tandem*. A configuração de dois cilindros imóveis *in tandem* mostra que, especialmente, os parâmetros fluidodinâmicos coeficiente de arrasto e número de Strouhal são fortemente afetados pelo espaçamento entre os dois cilindros. Os resultados experimentais de Alam *et al.* (2003) para número de Reynolds  $Re=6,5 \times 10^4$  são utilizados para comparações e discussões. O principal objetivo é identificar uma possível descontinuidade nas curvas do coeficiente de arrasto e do número de Strouhal dos resultados numéricos para certo valor de espaçamento (espaçamento crítico) entre os dois cilindros. Este comportamento é conhecido na literatura como regime bi-estável. Os resultados experimentais de Igarashi (1981), também, identificaram esta descontinuidade. Na apresentação dos resultados numéricos, os espaçamentos entre os centros dos cilindros alinhados variam no intervalo entre  $1,1 \leq g/d \leq 7$ .

A terceira parte da apresentação dos resultados é referente ao caso do cilindro circular oscilando forçadamente na direção transversal em relação ao cilindro imóvel à montante. O número de Reynolds escolhido para as análises é igual a  $Re=6,5 \times 10^4$ . Dois valores de amplitude reduzida foram escolhidos, isto é  $A/d = 0,15$  e  $A/d = 0,50$ . A faixa de velocidade reduzida analisada está entre  $5 \leq V_R \leq 50$ .

Estes parâmetros foram inicialmente analisados para o caso do cilindro circular isolado e oscilando transversalmente a direção do escoamento incidente. O programa desenvolvido por Recicar (2007) foi gentilmente cedido pelo autor para a obtenção dos resultados deste caso. Estes resultados são apresentados com a finalidade de comparar as diferenças existentes entre esta situação e aquela do cilindro oscilando à jusante de outro fixo. O caso do cilindro oscilando isoladamente foi investigado por Recicar (2007) e mostrou resposta típica de V.I.V. O outro objetivo para a inclusão desta análise é identificar o modo de emissão de vórtices (Williamson & Roshko, 1988) correspondente aos resultados de Recicar (2007), pois esta classificação não foi apresentada na Dissertação de Mestrado deste autor.

Finalmente procura-se identificar os efeitos de interferência que ocorrem para o cilindro oscilando à jusante de outro fixo e, também, o comportamento do cilindro imóvel posicionado à montante. Nestas análises o valor de espaçamento entre os dois corpos está fixado apenas em  $g/d=4,5$ .

A análise dos resultados necessita da definição dos parâmetros numéricos envolvidos nas simulações numéricas. Estes parâmetros estão divididos em duas classes: a primeira classe está relacionada com o fenômeno físico e segunda classe está relacionada com o método numérico. Os parâmetros relacionados com o fenômeno físico são os seguintes:

a) Número de Reynolds: (Re)

Simulações numéricas com altos valores para o número de Reynolds compreendem a faixa de interesse prático. Valores da ordem de  $10^4 < Re < 10^6$  mostram-se apropriados para atenderem a um dos objetivos deste trabalho, ou seja, o de realizar simulações numéricas com um alto valor do número de Reynolds. Assim, é feita uma escolha apropriada para a solução da difusão da vorticidade através do Método de Avanço Randômico objetivando mostrar as potencialidades do M.V.D. em simular escoamentos não-permanentes a altos valores de número de Reynolds. Para o caso simulado do cilindro isolado e estacionário adota-se  $Re=10^5$  e para todos os outros casos adota-se  $Re=6,5 \times 10^4$ .

b) Ângulo de ataque para o escoamento incidente: ( $\alpha$ )

Não é adotado ângulo de ataque diferente de  $\alpha=0^\circ$  para o escoamento incidente na análises dos resultados.

c) Raio do Núcleo do Vórtice Discreto de Lamb: ( $\sigma_0$ )

O valor do raio para o núcleo do vórtice discreto de Lamb é adotado como igual ao valor da posição de nascimento dos vórtices discretos ( $\epsilon$ ), ao longo da superfície discretizada dos dois cilindros circulares. Esta escolha estabelece que o centro do núcleo do vórtice discreto nascente se localize a uma pequena distância ( $\epsilon$ ) sobre uma normal que passa pelo ponto de controle do painel, de maneira que o vórtice discreto sempre tangencie este ponto de controle. Há um valor nominal para o raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb estimado pela seguinte relação (Mustto *et al.*, 1998):

$$\sigma_0 = 4,48364 \sqrt{\frac{\Delta t}{Re}} . \quad (5.1)$$

Nas simulações numéricas adota-se o incremento de tempo  $\Delta t = 0,05$  e  $Re = 10^5$  para fixar o valor do raio do núcleo do vórtice de Lamb e aferir os resultados. Sendo assim, o valor do raio do núcleo dos vórtices discretos é assumido como  $\sigma_0 = 0,0010$ . Outros detalhes do cálculo do valor nominal do raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb estão no Apêndice B.

d) Espaçamento entre os dois corpos (g/d)

O espaçamento entre os centros dos cilindros circulares é adotado na faixa  $1,1 \leq g/d \leq 7$ . A nomenclatura para o espaçamento está definida na Fig. 2.15.

e) Amplitude de oscilação do corpo: (A/d)

Conforme comentado no início do Capítulo 5 são escolhidos dois valores para a amplitude de oscilação do cilindro circular isolado e posicionado à jusante de outro corpo fixo, isto é,  $A=0,15$  e  $A=0,50$ . De acordo com o trabalho de Recicar (2007) o valor de amplitude  $A=0,15$  é suficiente para o controle da estrutura de formação de vórtices na esteira do cilindro. A escolha para o maior valor de amplitude,  $A=0,50$ , tem como finalidade mostrar as potencialidades do presente código computacional para a análise de vibração forçada com qualquer valor de amplitude de oscilação.

f) Freqüência de oscilação: ( $f_0$ )

Para cada um dos valores de amplitude de oscilação para o corpo ( $A=0,15$  ou  $A=0,50$ ), a sua freqüência de oscilação assume diferentes valores para que se identifiquem os efeitos de V.I.E.. A freqüência de excitação é adotada na faixa  $0,1 \leq f_0 / f_s \leq 1,0$ , sendo  $f_0$  a freqüência de vibração do corpo e  $f_s$  a freqüência de emissão de vórtices para o corpo isolado fixo. Em termos de velocidade reduzida, é escolhido o seguinte intervalo de valores para a faixa de variação da freqüência de oscilação do corpo:  $5 < V_R < 50$ .

Os parâmetros relacionados com a simulação numérica são:

a) Número de painéis planos: (M)

A superfície dos dois cilindros circulares é discretizada e representada por um mesmo número de painéis planos. A soma total dos painéis é igual a  $M$ ; e sobre estes painéis se distribuem singularidades do tipo fontes com densidade uniforme. Em todos os casos analisados utilizam-se  $M=600$  painéis planos, que se encontram inscritos para a discretização da superfície dos corpos; todos os painéis possuem comprimentos iguais. Este valor foi aferido depois de algumas simulações numéricas realizadas com o cilindro circular estacionário e  $M=300$ .

b) Incremento de tempo: ( $\Delta t$ )

O valor do incremento de tempo é fixado de modo que ele seja compatível com a ordem de grandeza do esquema de avanço de primeira ordem de Euler utilizado no processo da convecção da nuvem de vórtices discretos. O valor adotado é  $\Delta t = 0,05$ . O incremento de tempo é estimado de acordo com a seguinte expressão, também, apresentada no trabalho de Mustto *et al.* (1998):

$$\Delta t = \frac{4k\pi}{M}, \quad (5.2)$$

onde  $0 \leq k \leq 1$  e  $M$  é o número total de painéis que discretizam a superfície dos dois cilindros circulares.

As simulações numéricas são realizadas com 1.000 ou com 1.500 avanços no tempo, resultando nos tempos adimensionais finais iguais a  $t = 1000 \times 0,05 = 50$  e  $t = 1500 \times 0,05 = 75$ , respectivamente. O maior tempo de processamento se faz necessário para os casos onde há os maiores espaçamentos entre os dois cilindros circulares para que se atinja um regime de desprendimento alternado de estruturas vorticosas que permita o cálculo das cargas aerodinâmicas e da frequência de emissão de vórtices.

c) Posição de desprendimento dos vórtices discretos nascentes: ( $\varepsilon$ )

A posição de geração dos vórtices discretos ( $\varepsilon$ ) apresenta o mesmo valor numérico do raio do núcleo do vórtice de Lamb ( $\sigma_0$ ), o que estabelece que os vórtices nascentes sempre sejam posicionados tangenciando o ponto de controle dos painéis planos. Desta forma, em todas as simulações numéricas adota-se  $\varepsilon = \sigma_0 = 0,0010$ .

## 5.2 – CILINDRO CIRCULAR ESTACIONÁRIO

Na Tab. 5.1 é feita uma comparação entre os resultados numéricos obtidos para o coeficiente de arrasto e para o número de Strouhal com os respectivos resultados experimentais de Blevins (1984). Os valores numéricos representam médias calculadas entre o intervalo de tempo adimensional  $t=21,7$  e  $t=41,55$ , como está indicado na Fig. 5.1.

Tabela 5.1 – Comparação dos valores do coeficiente de arrasto e do número da Strouhal com os resultados experimentais para o cilindro circular estacionário.

$Re = 10^5$	$C_D$	St	$St_{FFT}^*$
Blevins (1984)	$1,20 \pm 10\%$	$0,19 \pm 10\%$	-
Presente Simulação	1,24	0,20	0,20

\* Valor obtido via Transformada Rápida de Fourier aplicada na curva da história temporal do coeficiente de sustentação  $C_L$ .

A comparação entre os resultados mostra pequenas diferenças entre eles. O valor numérico do coeficiente de arrasto apresenta o resultado um pouco acima do valor experimental, pois esta é uma característica de simulações numéricas bidimensionais.

A Fig. 5.1 apresenta as séries temporais dos coeficientes de forças para o escoamento com  $Re=10^5$  ao redor do cilindro circular estacionário. Identifica-se um transiente numérico que vai até o tempo aproximadamente igual a  $t=12,5$ . Após este transiente numérico o coeficiente de arrasto e o coeficiente de sustentação passam a oscilar. Outra resposta gráfica que valida o resultado é que para cada período de oscilação do coeficiente de sustentação há dois períodos de oscilação do coeficiente de arrasto. Isto acontece, porque a cada período de oscilação do coeficiente de arrasto há o desprendimento de uma estrutura vorticosa ou no lado superior ou no lado inferior do cilindro; já o coeficiente de sustentação oscila para cada duas estruturas vorticosas contra-rotativas alternadamente desprendidas da superfície do cilindro. Estas são características intrínsecas do escoamento ao redor do cilindro circular estacionário para  $Re=10^5$ , que estão explicadas fisicamente a seguir.

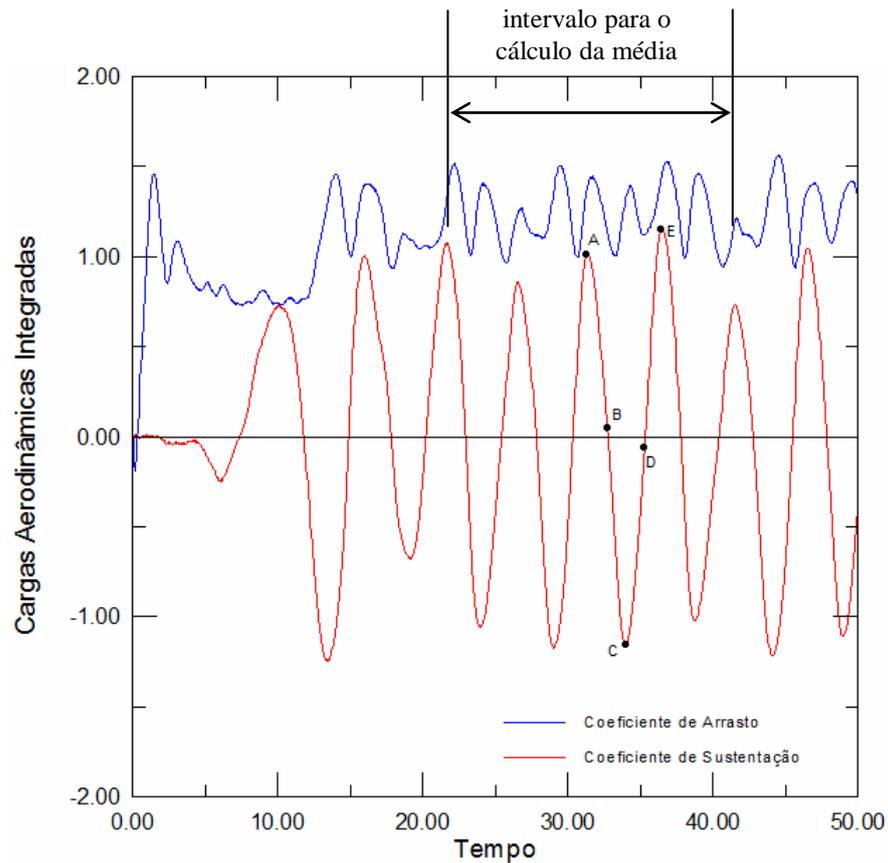
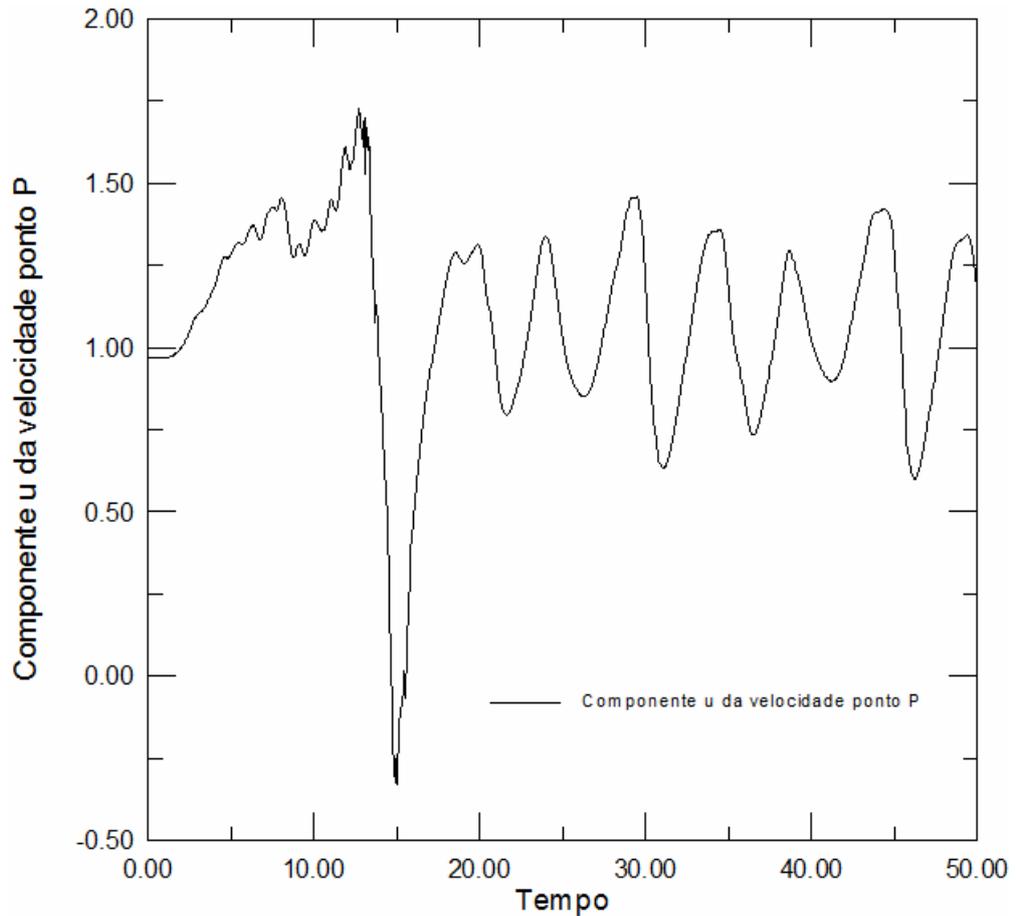


Figura 5.1 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro circular estacionário ( $t=50$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=\text{eps}=0,001$ ,  $\text{Re}=10^5$ ).

O procedimento utilizado para o cálculo do número de Strouhal do caso do cilindro circular estacionário é feito de três maneiras. Na primeira maneira o resultado médio é obtido através da leitura direta entre os intervalos de tempo correspondentes aos picos máximos do coeficiente de sustentação. Esta leitura é feita no arquivo de saída das forças aerodinâmicas e está indicada na Tab. 5.1 por  $St$ . Na segunda maneira o número de Strouhal é calculado via Transformada Rápida de Fourier (F.F.T.) aplicada na curva da evolução temporal do componente horizontal da velocidade total induzida pelo escoamento no ponto  $P(x,y)$  ao longo do tempo. O ponto  $P(x,y)$  está definido na Fig. (3.1) e o comportamento temporal da velocidade total induzida deste caso está apresentado na Fig. 5.2. Finalmente, na terceira maneira o número de Strouhal é, também, calculado via F.F.T. aplicada diretamente na curva temporal do coeficiente de sustentação, este resultado é indicado por  $St_{\text{FFT}}^*$  na Tab. 5.1. O espectro da curva do coeficiente de sustentação deste caso está apresentado na Fig. 5.3.

Os valores numéricos indicados para o número de Strouhal na Tab. 5.1 são praticamente insensíveis à ausência dos efeitos tridimensionais. Os resultados numéricos obtidos para o número de Strouhal através das três maneiras comentadas são os mesmos.



O Ponto P(x,y) está definido na Fig. 3.1

Figura 5.2 – Evolução temporal do componente horizontal da velocidade total induzida no ponto P(x,y) para o cilindro estacionário e  $Re=10^5$ .

O espectro mostrado na Fig. 5.3 é obtido através do *software ORIGIN PRO 8.0*. O valor indicado na *Data Display* como  $X=0,20$  corresponde ao número de Strouhal referente à curva da evolução temporal do coeficiente de sustentação mostrada na Fig. 5.1.

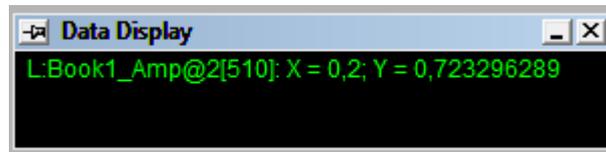
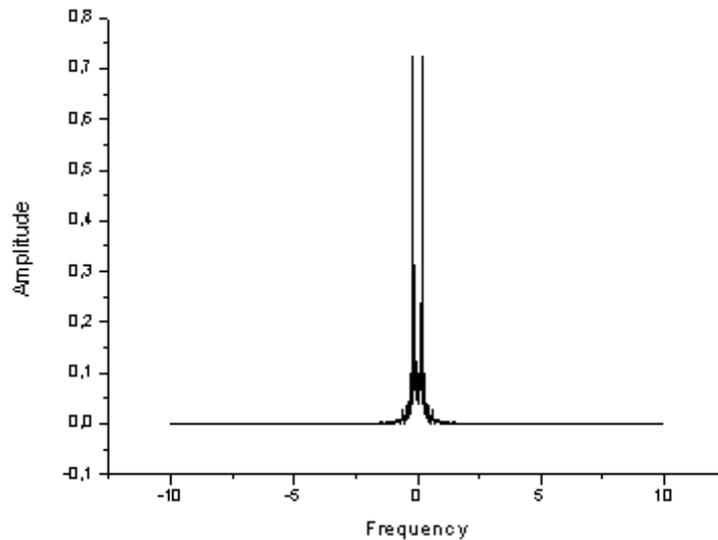


Figura 5.3 – Espectro da série temporal de  $C_L$  para cilindro estacionário e  $Re=10^5$ .

Identifica-se, também, na Fig. 5.1 que para o coeficiente de sustentação há uma amplitude máxima negativa de 1,11 e uma amplitude máxima positiva de 1,13. Estes dois valores resultam em um valor de amplitude média igual 0,01, o que comprova que não há sustentação líquida atuante sobre a superfície do cilindro circular estacionário. Este valor médio de amplitude não é nulo, devido a erros numéricos de aproximação.

Os pontos indicados na Fig. 5.1 correspondem aos seguintes instantes de tempo: Ponto A ( $t=31,3$ ), Ponto B ( $t=32,7$ ), Ponto C ( $t=33,95$ ), Ponto D ( $t=35,3$ ) e Ponto E ( $t=36,45$ ). A descrição do mecanismo de formação de vórtices a partir da superfície do corpo, interpretada de acordo com o modelo proposto por Gerrard (1966), é feita, a seguir, com base nestes pontos.

Outra informação importante, para a completa explicação do fenômeno da formação de vórtices a partir da superfície do cilindro circular, refere-se ao sentido de orientação do ângulo  $\theta$  correspondente à posição do ponto de controle de cada painel plano. Este ângulo indica a posição angular relativamente à superfície discretizada do corpo, onde o valor do coeficiente de pressão é calculado. A Fig. 5.4 auxilia no entendimento.

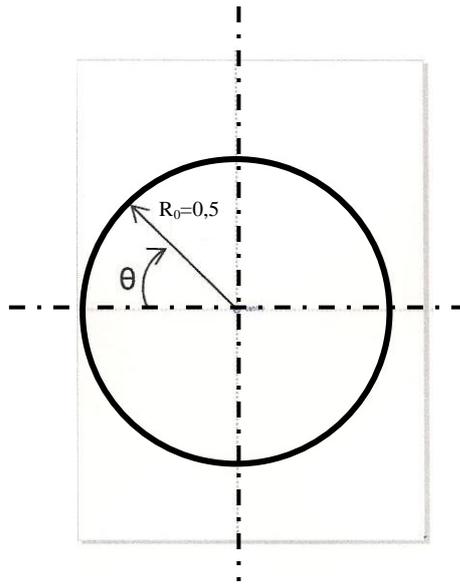


Figura 5.4 – Orientação do ângulo  $\theta$  para a distribuição do coeficiente de pressão ao redor da superfície discretizada do cilindro circular.

Os pontos temporais indicados por A, B, C, D e E na Fig. 5.1 são os mesmos pontos de distribuições instantâneas do coeficiente de pressão (ver Eq. 4.29) ao longo da superfície discretizada do cilindro circular indicados na Fig. 5.5. Nesta mesma figura, a curva identificada como MÉDIA representa a distribuição do coeficiente de pressão médio, que é calculada entre  $t=21,7$  e  $t=41,55$ .

O instante de tempo correspondente ao Ponto A indica que uma estrutura vorticosa horária está se desprendendo na parte superior do cilindro (veja a Fig. 5.6a), onde atua uma força de sustentação máxima positiva e uma a força de arrasto que ainda está aumentando, veja a Fig. 5.1. E o valor da força de arrasto irá aumentar até o instante em que a estrutura vorticosa horária começará a ser incorporada pela esteira viscosa (Ponto B). Identifica-se na Fig. 5.5 uma zona de baixa pressão compreendida aproximadamente entre  $\theta=68^\circ$  e  $\theta=165^\circ$ . Neste instante da simulação numérica encontram-se distribuídos no domínio fluido 187.800 vórtices discretos de Lamb formando a esteira viscosa, como indicada na Fig. 5.7a.

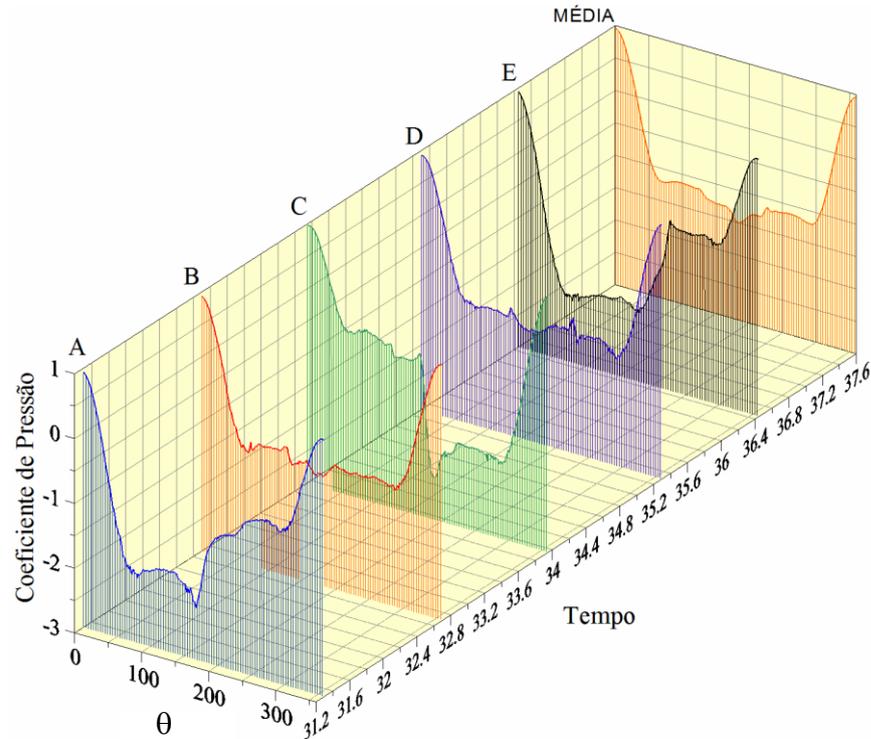


Figura 5.5 – Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular estacionário ( $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=\text{eps}=0,001$ ,  $\text{Re}=10^5$ ).

O instante representado pelo Ponto B na Fig. 5.1 indica a iminência de uma inversão no valor do coeficiente de sustentação passando de um valor positivo para um valor negativo. Esta inversão significa que a estrutura vorticosa horária desprendida da superfície do cilindro circular no Ponto A começa a ser incorporada pela esteira viscosa formada à jusante do corpo (veja a Fig. 5.6b). Identifica-se na Fig. 5.5 uma zona de baixa pressão aproximadamente constante e compreendida entre  $\theta=62^\circ$  e  $\theta=279^\circ$ . Neste instante da simulação numérica encontram-se distribuídos no domínio fluido 196.200 vórtices discretos de Lamb formando a esteira viscosa apresentada na Fig. 5.7b.

O Ponto C explica o desprendimento de uma estrutura vorticosa anti-horária na parte inferior do cilindro (veja a Fig. 5.6c), onde atua uma força de sustentação máxima negativa e uma a força de arrasto que ainda está aumentando, como pode ser comprovado na Fig. 5.1. Este valor de força de arrasto irá aumentar até o instante em que a estrutura vorticosa começará a ser incorporada pela esteira viscosa (Ponto D). Identifica-se na Fig. 5.5 uma zona de baixa pressão compreendida entre  $\theta=186^\circ$  e  $\theta=289^\circ$ , aproximadamente.

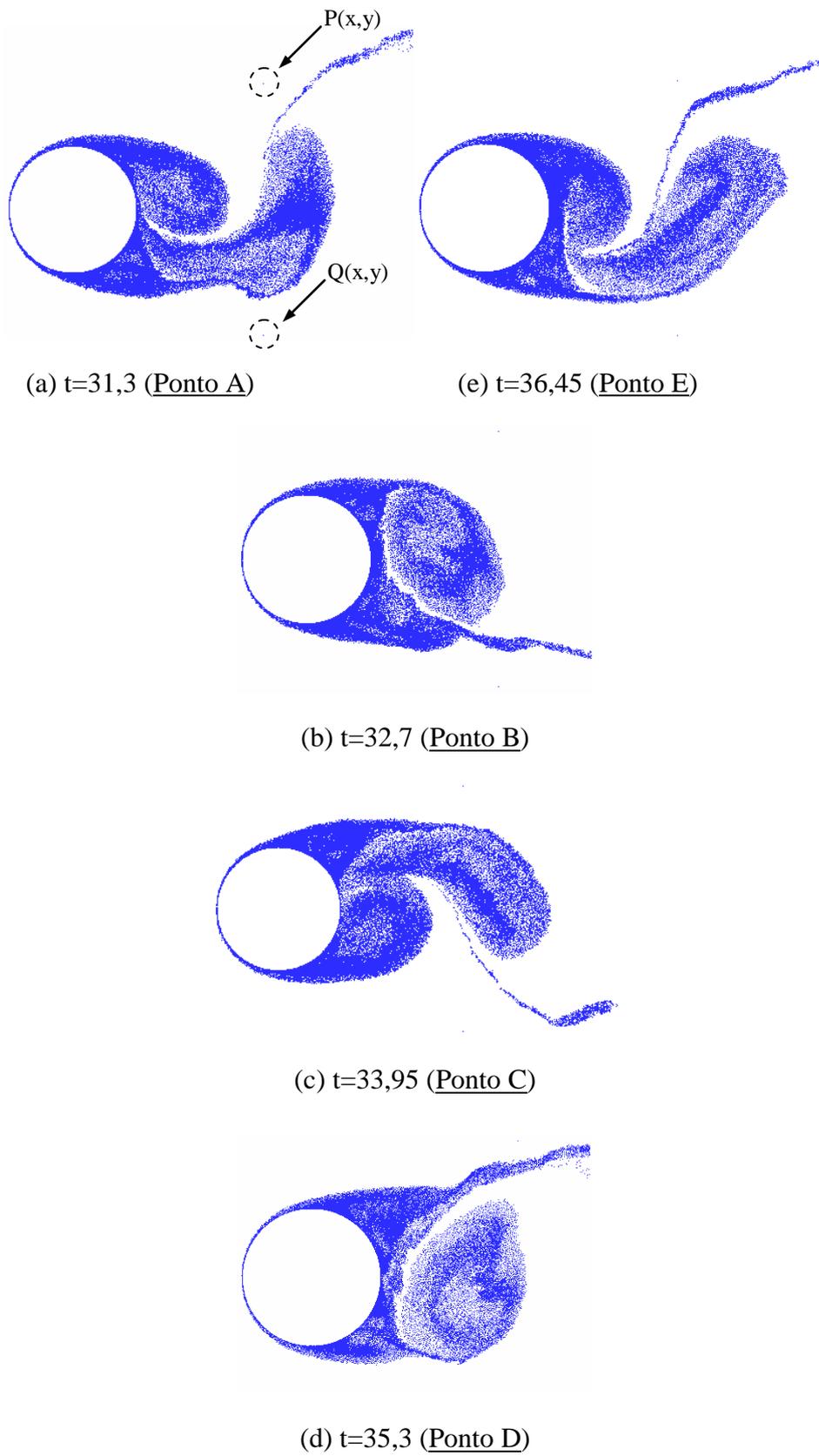
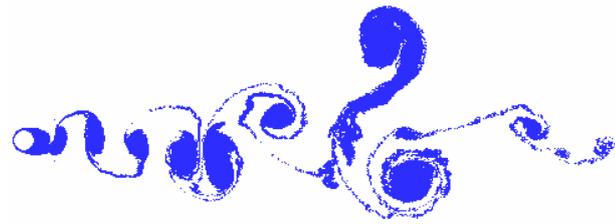
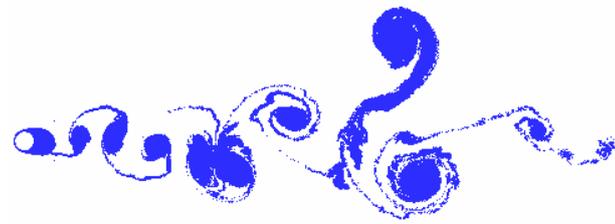


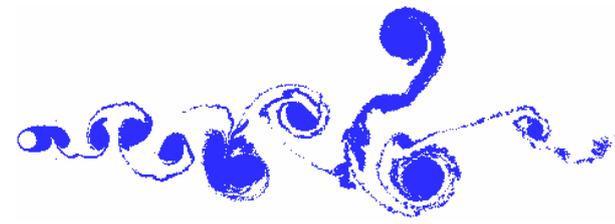
Figura 5.6 – Detalhes do desprendimento alternado de um par de estruturas vorticosas contra-rotativas entre os instantes de tempo  $t=31,3$  e  $t=36,45$  ( $Re=10^5$ ).



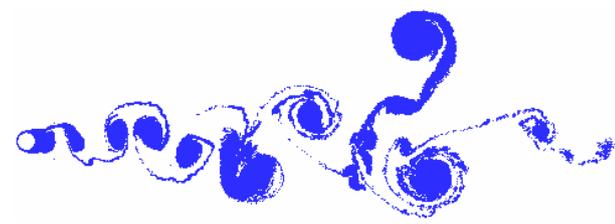
(a)  $t=31,3$  (Ponto A)



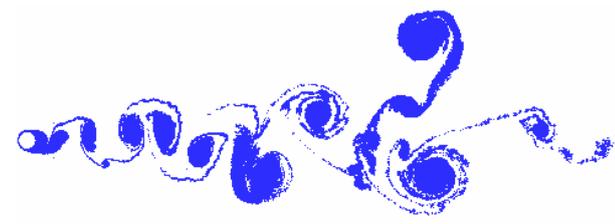
(b)  $t=32,7$  (Ponto B)



(c)  $t=33,95$  (Ponto C)



(d)  $t=35,3$  (Ponto D)



(e)  $t=36,45$  (Ponto E)

Figura 5.7 – Formação da estrutura da esteira de Von Kármán entre os instantes de tempo  $t=31,3$  e  $t=36,45$  ( $Re=10^5$ ).

Na Fig. 5.7c identifica-se a formação da esteira de Von Kármán, onde os três primeiros pares contra-rotativos de estruturas vorticosas, unidos por folhas de vorticidade, definem a correta formação da generosa esteira pulsante. Encontram-se distribuídos no domínio fluido 203.700 vórtices discretos de Lamb.

O instante de tempo identificado pelo Ponto D mostra que na Fig. 5.1 há novamente a iminência de uma inversão no valor do coeficiente de sustentação, o qual passará agora de um valor negativo para um valor positivo. Esta inversão indica que a estrutura vorticosa anti-horária desprendida da superfície do cilindro circular no Ponto C começa a ser incorporada pela esteira viscosa formada a jusante do corpo (veja a Fig. 5.6d). Identifica-se na Fig. 5.5 uma zona de baixa pressão aproximadamente constante e compreendida entre  $\theta=72^\circ$  e  $\theta=282^\circ$ . Neste instante da simulação numérica encontram-se distribuídos no domínio fluido 211.800 vórtices discretos de Lamb formando a esteira viscosa com mostrado na Fig. 5.7d.

No instante de tempo  $t=36,45$ , correspondente ao Ponto E, identificam-se na Fig. 5.1 uma força de sustentação máxima positiva e uma zona de baixa pressão compreendida aproximadamente entre  $\theta=58^\circ$  e  $\theta=169^\circ$ . Este instante, de maneira análoga ao acontecido para o instante representado pelo Ponto A, indica que uma estrutura vorticosa horária se desprende na parte superior do cilindro como indica a Fig. 5.6e. Neste instante da simulação numérica encontram-se distribuídos no domínio fluido 218.700 vórtices discretos de Lamb formando a esteira viscosa apresentada na Fig. 5.7e.

E desta maneira, o período de oscilação do coeficiente de sustentação (iniciado em  $t=31,3$ ) se completa no instante de tempo  $t=36,45$ . Durante este período a frequência de emissão de vórtices é igual a  $St=0,1942$ , validando mais uma vez os resultados para o cilindro circular estacionário.

A posição final ( $t=50$ ) da esteira de vórtices para o cilindro circular estacionário está apresentada na Fig. 5.8. O tempo de processamento necessário para o término da simulação numérica, sem o uso de processamento paralelo, é de aproximadamente 132 horas usando um processador INTEL CORE I7 - 2.8GHZ (BOX) 8MB CACHE (i7-860), MB INTEL DH55TC, 8GB RAM DDR3 1333 MHZ.

A paralelização apenas da rotina que calcula a interação vórtice-vórtice reduz o tempo final de processamento para aproximadamente 18 h. Este ganho no tempo final de processamento é fundamental para as simulações de dois cilindros alinhados *in tandem*.

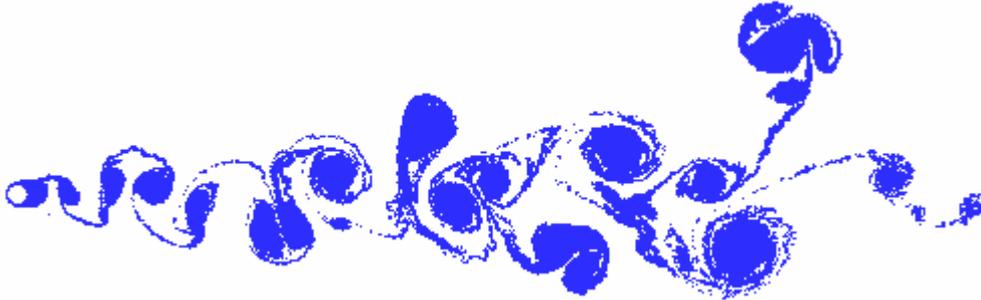


Figura 5.8 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final  $t=50$  do caso do cilindro circular estacionário ( $M=300$ ,  $N=300.000$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=\text{eps}=0,001$ ,  $\text{Re}=10^5$ ).

Este item se encerra mostrando a Fig. 5.9, onde se faz uma comparação entre o resultado experimental da distribuição do coeficiente de pressão sobre a superfície do cilindro circular estacionário (Blevins, 1984) [indicado por Experimental] e o resultado médio (calculado entre  $t=31,3$  e  $t=36,45$ ) da presente simulação numérica [indicado por MÉDIA].

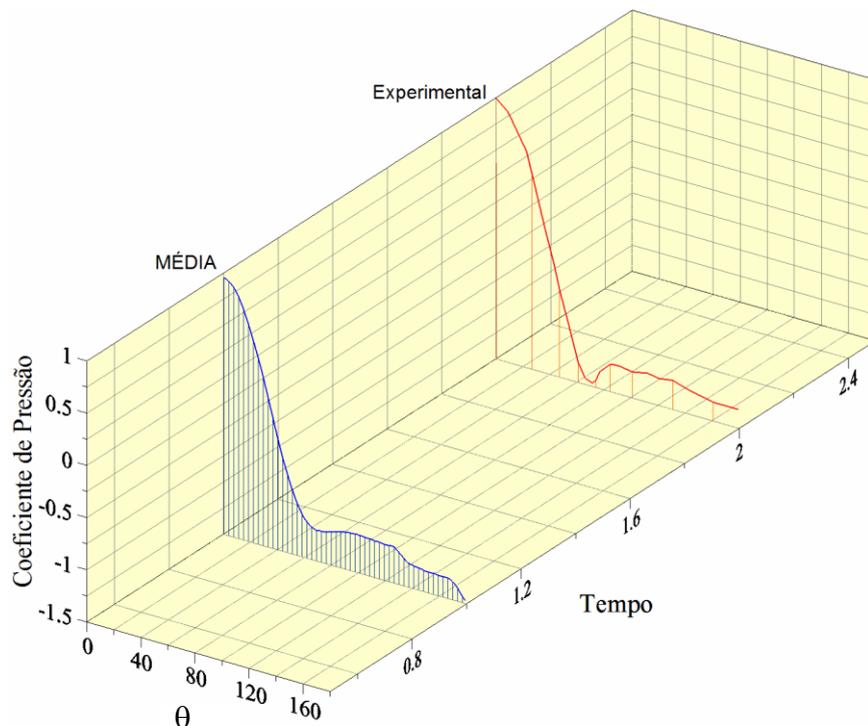


Figura 5.9 – Comparação entre o resultado da distribuição do coeficiente de pressão experimental (Blevins, 1984) e o resultado da presente simulação para o caso do cilindro circular estacionário ( $\text{Re}=10^5$ ).

Na Fig. 5.9 pode-se notar que o ângulo para a separação do escoamento na presente simulação ocorre quando  $\theta \approx 72^\circ$ , enquanto o valor experimental é de  $\theta \approx 82^\circ \pm 10\%$ . O critério estabelecido para a apresentação dos resultados numéricos instantâneos do coeficiente de pressão se mostra mais explicativo (e mais informativo) do que o simples resultado médio.

O cilindro isolado e estacionário apresentou resposta típica da formação da esteira de Von Kármán no modo tradicional 2S de emissão de estruturas vorticosas contra-rotativas. Os resultados instantâneos para as forças aerodinâmicas apresentam uma boa concordância com os dados experimentais para o alto valor do número de Reynolds adotado,  $Re=10^5$ .

Portanto, considera-se que o código computacional está aferido, apropriado e validado para um cilindro circular estacionário podendo, assim, ser utilizado para a simulação numérica do escoamento ao redor de dois cilindros alinhados. Os parâmetros da simulação numérica referentes ao fenômeno físico e aqueles referentes ao método numérico desta seção são os mesmos utilizados para a apresentação dos resultados das próximas seções.

### **5.3 – DOIS CILINDROS CIRCULARES ESTACIONÁRIOS *IN TANDEM***

Este item traz análises referentes ao caso dos dois cilindros circulares imóveis e alinhados. O resumo dos resultados das simulações numéricas obtidos para o coeficiente de arrasto dos dois cilindros está mostrado na Tab. 5.2. Estes resultados são comparados com os dados experimentais de Alam *et al.* (2003). Os experimentos de Alam *et al.* (2003) foram realizados em um túnel de vento de circuito fechado com seção de teste de 60 cm de altura por 40 cm de profundidade e por 5,4 m de comprimento. O número de Reynolds dos experimentos foi fixado em  $Re=6,5 \times 10^4$  e o nível de turbulência informado pelos autores foi de 0,19%. Os cilindros utilizados durante os testes foram construídos de latão com diâmetro igual a 49 mm. Os resultados experimentais não foram corrigidos para a razão de bloqueio do túnel de vento.

Embora existam resultados experimentais na literatura para o caso de dois cilindros imóveis *in tandem*, o que se encontra com raridade são trabalhos com medições das flutuações das forças aerodinâmicas atuantes sobre a superfície dos dois corpos; desta forma, ainda

permanecem muitos pontos discrepantes a serem esclarecidos. Esta observação está mais uma vez comprovada na análise dos resultados da Tab. 5.2 para determinados espaçamentos entre os centros dos dois cilindros.

Tabela 5.2 – Comparação entre resultados numéricos e experimentais do coeficiente de arrasto para dois cilindros fixos *in tandem* com  $Re=6,5 \times 10^4$

Casos	g/d	Cilindro à Montante		Cilindro à Jusante	
		$C_D^+$	$C_D^*$	$C_D^+$	$C_D^*$
1	1,1	1,0953	0,9112	-0,5697	-0,0427
2	1,5	-	0,9095	-0,3884	-0,2683
3	2,0	1,0531	0,8473	-0,2363	-0,4021
4	2,5	-	0,8075	0,0019	-0,2376
5	3,0	0,9866	0,8744	-0,1346	0,2164
6	3,5	0,8912	1,0047	-0,2212	0,5796
7	4,0	0,8800	1,0285	-0,2485	0,5654
8	4,5	1,2612	1,0542	0,2766	0,4937
9	7,0	1,2130	1,1039	0,3084	0,5132

<sup>+</sup> Resultado experimental (Alam *et al.*, 2003)

<sup>\*</sup> Presente simulação: valor médio calculado entre todos os instantes de tempo

Alam *et al.* (2003) compararam os seus dados experimentais com outros resultados experimentais; é de interesse comparar os presentes resultados com as Ref. 1 e 4 da Fig. 5.10.

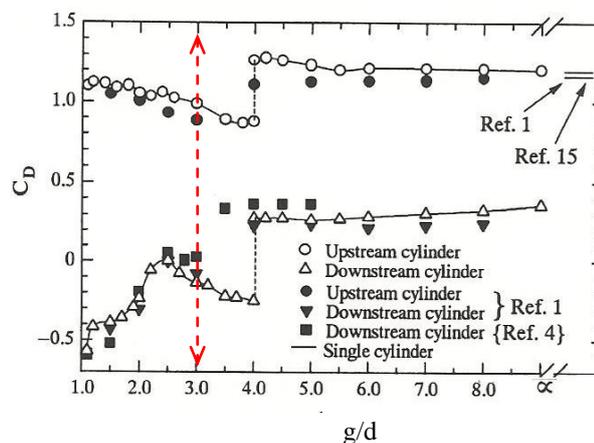


Figura 5.10 – Variação do coeficiente de arrasto em função do espaçamento  $g/d$  para dois cilindros fixos *in tandem* com  $Re=6,5 \times 10^4$ . (Adaptada de Alam *et al.* (2003)).

Os dados experimentais referidos como Ref. 1 são resultados pioneiros publicados por Biermann & Herrstein (1933) e os dados referidos como Ref. 4 foram publicados por Zdravkovich & Pridden (1977).

Os dados experimentais de Alam *et al.* (2003) indicam que para o cilindro à montante (do inglês, *upstream cylinder*) há uma queda gradual do coeficiente de arrasto até  $g/d \approx 4$ . Este comportamento é atribuído ao efeito de interferência do cilindro à montante. O coeficiente de arrasto para o cilindro à jusante (do inglês, *downstream cylinder*), por outro lado, apresenta-se com um valor negativo até  $g/d \approx 4$  passando para um pico máximo em torno de  $g/d = 2,4$  (ver Fig. 5.10). Ainda, de acordo com os autores, o regime de escoamento bi-estável acontece para  $g/d = 4$  (espaçamento crítico). Este regime caracteriza-se pela existência de dois valores diferentes para o coeficiente de arrasto, sendo um associado à condição de recolamento do escoamento e o outro à condição de salto do escoamento. Os dados experimentais para o número de Strouhal apresentados pelos autores também apresenta comportamento de escoamento bi-estável, veja na Tab. 5.3 e na Fig. 5.11.

Tabela 5.3 – Comparação entre resultados numéricos e experimentais do número de Strouhal para dois cilindros fixos *in-tandem* com  $Re = 6,5 \times 10^4$

Casos	g/d	Cilindro a Montante		Cilindro a Jusante	
		St <sup>+</sup>	St* : Q(x,y)	St <sup>+</sup>	St* : P(x,y)
1	1,1	0,1365	0,1400	0,1360	0,1400
2	1,5	0,1387	0,1564	0,1365	0,1787
3	2,0	0,1411	0,1333	0,1411	0,1282
4	2,5	0,1387	0,1800	0,1411	0,1800
5	3,0	0,1365	0,1600	0,1387	0,2000
6	3,5	0,1350	0,1800	0,1365	0,1800
7	4,0	0,1818	0,1800	0,1818	0,1800
8	4,5	0,1867	0,2000	-	0,2000
9	7,0	0,1938	0,2000	0,1962	0,2000

<sup>+</sup> Resultado experimental (Alam *et al.*, 2003)

<sup>\*</sup> Presente simulação, valores médios calculados pelos pontos P(x,y) e Q(x,y), conforme a definição na Fig. 3.1

Uma comparação entre os resultados numéricos da presente Dissertação de Mestrado e os resultados experimentais de Alam *et al.* (2003) a partir da Tab. 5.2 mostra que ambos apresentam o salto no valor do coeficiente de arrasto para o cilindro à jusante. No entanto, este salto acontece para os resultados numéricos em  $g/d \approx 3$ . Observa-se que na Fig. 5.10 o salto do coeficiente de arrasto do cilindro à jusante para os dados experimentais de Biermann & Herrnstein (1933) e Zdravkovich & Pridden (1977) acontece para  $g/d \approx 3$  e se assemelha com o comportamento do presente resultado numérico.

Os resultados numéricos para o coeficiente de arrasto do cilindro à montante listados na Tab. 5.2 apresentam uma queda gradual do seu valor em função do espaçamento entre os cilindros até  $g/d \approx 3$ ; este comportamento, mais uma vez, se assemelha com o comportamento do resultado de Biermann & Herrnstein (1933), visualizado na Fig. 5.10 como Ref. 1.

O comportamento dos resultados numéricos do número de Strouhal para os dois cilindros circulares listados na Tab. 5.3 mostram a tendência do salto para  $g/d \approx 3$ . Na Fig. 5.11 o salto nos dados experimentais de Alam *et al.* (2003) acontece para  $g/d=4$ .

As diferenças encontradas, mais uma vez, mostram quão contraditórios podem se apresentar os resultados disponíveis na literatura para forças aerodinâmicas e para o número de Strouhal do caso de dois cilindros imóveis *in tandem*.

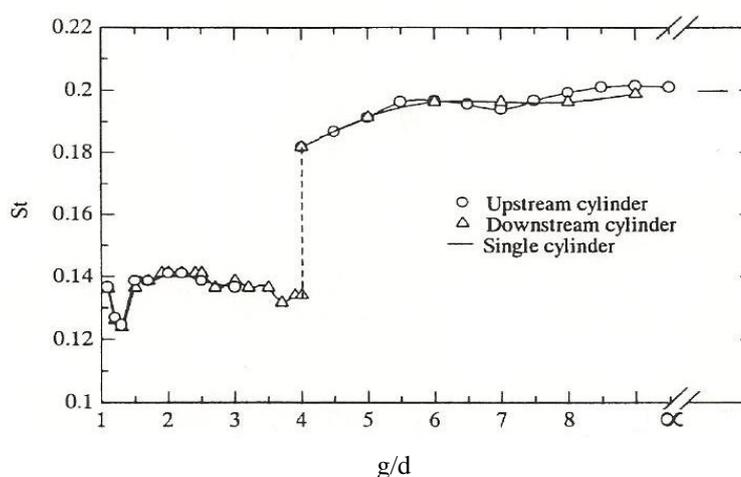
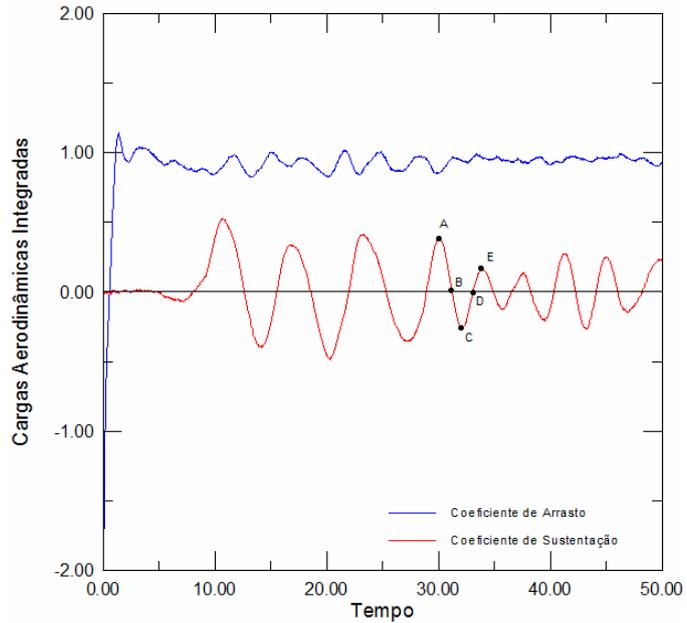
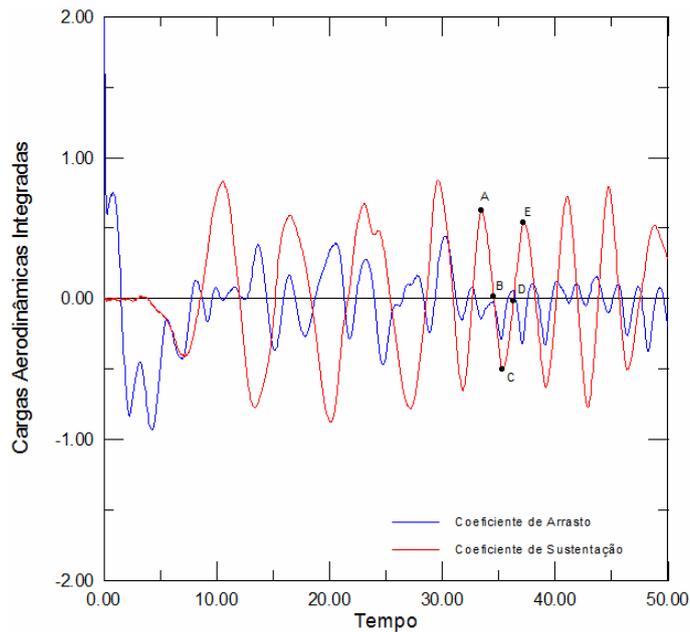


Figura 5.11 – Variação do número de Strouhal em função do espaçamento  $g/d$  para dois cilindros fixos *in tandem* com  $Re=6,5 \times 10^4$ . (Adaptada de Alam *et al.* (2003)).

A Fig. 5.12 apresenta a história temporal para os coeficientes de forças do caso 1 da Tab. 5.3, onde o espaçamento entre os dois cilindros é igual a  $g/d=1,1$ .



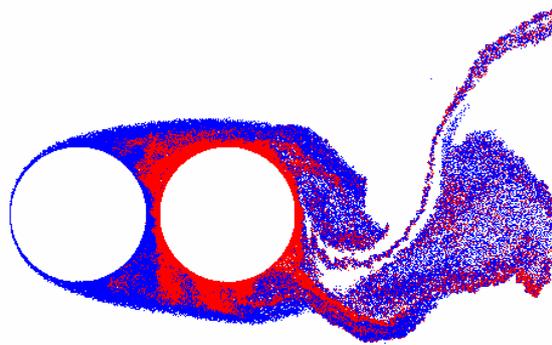
(a) cilindro à montante



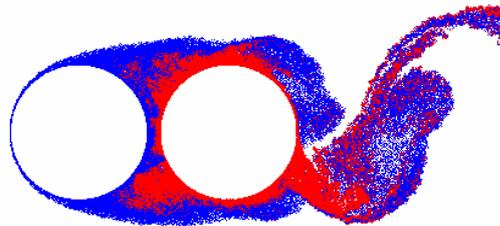
(b) cilindro à jusante

Figura 5.12 – Séries temporais dos coeficientes de forças para dois cilindros fixos *in tandem* ( $g/d=1,1$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=\text{eps}=0,001$ ,  $Re=6,5\times 10^4$ ).

O Ponto A da Fig. 5.12a e o Ponto A da Fig. 5.12b correspondem aos instantes de tempo  $t=30,05$  e  $t=33,05$ , respectivamente. Estes dois pontos indicam um valor máximo do coeficiente de sustentação. Para o caso do cilindro à montante, uma interpretação do Ponto A representado na Fig. 5.13a e na Fig. 5.14a permite concluir que há uma zona de baixa pressão no lado superior do corpo. Esta zona de baixa pressão é mais intensa no cilindro à jusante, no entanto, acontece somente no tempo  $t=33,05$ . Observando-se os detalhes na Fig. 5.13b e na Fig. 5.14b entende-se o comportamento das cargas aerodinâmicas.



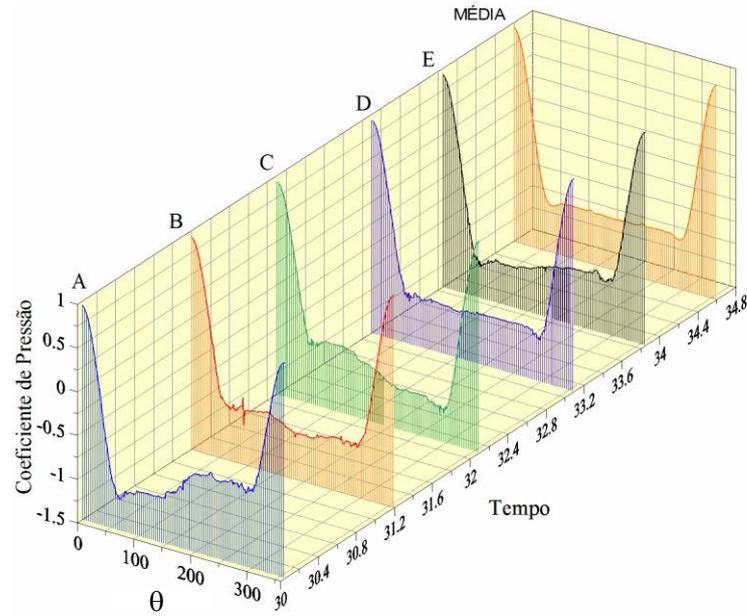
(a) cilindro à montante (Ponto A:  $t=30,05$ )



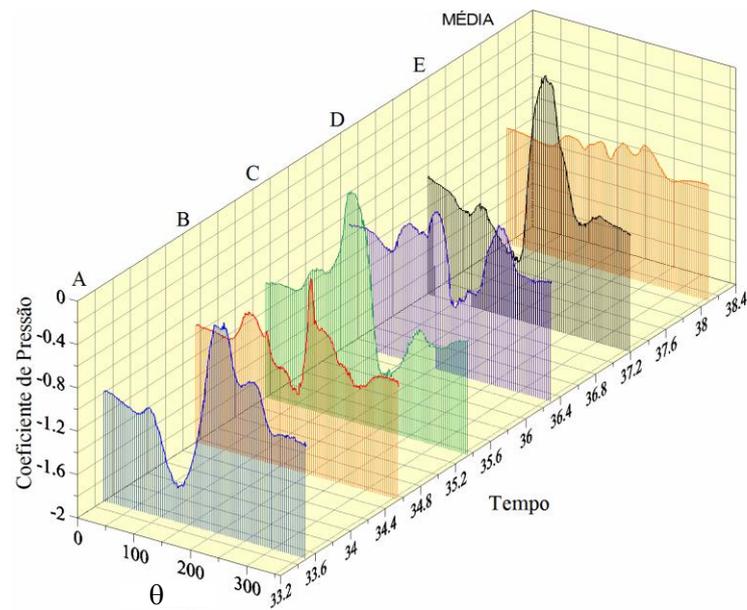
(b) cilindro à jusante (Ponto A:  $t=33,05$ )

Figura 5.13 – Detalhes do desprendimento alternado de um par de estruturas vorticosas contra-rotativas entre os instantes de tempo  $t=31,3$  e  $t=36,45$  ( $g/d=1,1$  e  $Re=6,5 \times 10^4$ ).

De maneira similar, o Ponto C da Fig. 5.12a e o Ponto C da Fig. 5.12b são correspondentes aos instantes de tempo  $t=32,1$  e  $t=35,5$ , respectivamente. Estes dois pontos indicam um valor mínimo do coeficiente de sustentação. A Fig. 5.14 confirma as análises para o Ponto C indicando uma zona de baixa pressão no lado inferior do cilindro à montante ( $t=32,1$ ) e outra zona de baixa pressão mais intensa para o cilindro à jusante ( $t=35,5$ ).



(a) cilindro à montante



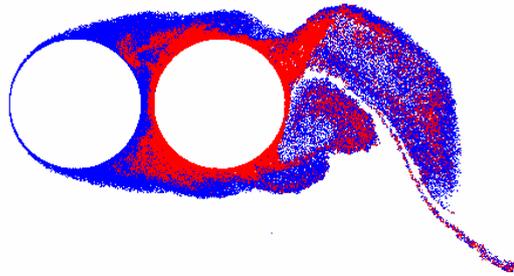
(b) cilindro à jusante

Figura 5.14 – Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada dos cilindros fixos *in tandem* ( $g/d=1,1$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=\text{eps}=0,001$ ,  $Re=6,5\times 10^4$ ).

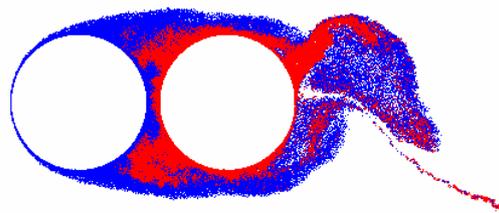
Na Fig. 5.15 encontram-se os detalhes do desprendimento das estruturas vorticosas correspondentes ao Ponto C da Fig. 5.12a e ao Ponto C da Fig. 5.12b.

A posição final da esteira de vórtices, após 1000 avanços no tempo, é mostrada na Fig. 5.16, comprovando o comportamento de esteira única formada para os dois cilindros com espaçamento mínimo de  $g/d=1,1$ , conforme a classificação de Igarashi (1981) na Fig. 2.16a.

Foram necessárias 72h horas de tempo de CPU para atingir a configuração final usando o algoritmo da Lei de Biot-Savart paralelizado e o processador INTEL CORE I7 - 2.8GHZ (BOX) 8MB CACHE (i7-860), MB INTEL DH55TC, 8GB RAM DDR3 1333 MHZ. Para se atingir  $N=600.000$  vórtices discretos, o uso do código computacional sem a paralelização da referida rotina resulta em um tempo final de processamento superior a 15 dias. Portanto, o ganho que se obteve com a paralelização da rotina fica bastante evidente.

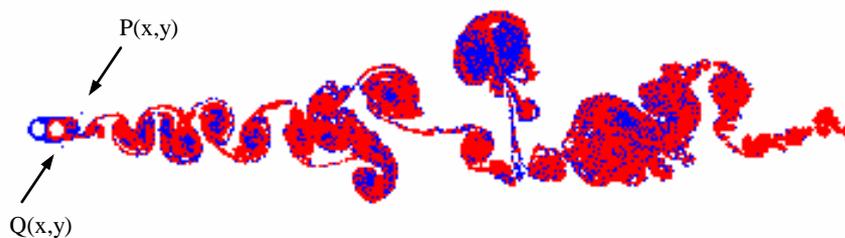


(a) cilindro à montante (Ponto C:  $t=32,1$ )



(b) cilindro à jusante (Ponto C:  $t=35,5$ )

Figura 5.15 – Detalhes do desprendimento alternado de um par de estruturas vorticosas contra-rotativas entre os instantes de tempo  $t=32,1$  e  $t=35,5$  ( $g/d=1,1$  e  $Re=6,5 \times 10^4$ ).



$g/d=1,1$ : apenas uma esteira é formada à jusante do dois cilindros

Figura 5.16 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final  $t=50$  do caso de dois cilindros fixos *in tandem* ( $M=600$ ,  $N=600.000$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=eps=0,001$ ,  $Re=6,5 \times 10^4$ ).

O caso 8 da Tab. 5.2 é o escolhido para a análise dos resultados quando o cilindro oscilar à jusante de outro fixo. Este caso desperta o interesse porque para o espaçamento  $g/d=4,5$  a região de esteira próxima do corpo à montante termina antes do segundo corpo e as estruturas vorticosas são formadas e desprendidas nesta região de maneira regular. Outro ponto que desperta interesse está relacionado ao caráter binário da esteira formada a jusante do segundo corpo, onde cada estrutura vorticosa é formada pela combinação entre uma estrutura desprendida do cilindro à montante com outra desprendida do cilindro à jusante. A posição final da esteira de vórtices do caso 8 está mostrada na Fig. 5.17. O tempo final de processamento paralelo foi de 251 horas, porque foram necessários 1.500 avanços no tempo.



$g/d=4,5$ : uma esteira binária é formada à jusante dos dois cilindros

Figura 5.17 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final  $t=75$  do caso de dois cilindros fixos *in tandem* ( $M=600$ ,  $N=900.000$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=eps=0,001$ ,  $Re=6,5 \times 10^4$ ).

A seqüência apresentada na Fig. 5.18 identifica o desprendimento alternado de estruturas vorticosas contra-rotativas na região de esteira próxima do cilindro à jusante, caracterizando-se, desta forma, a esteira como sendo binária. Esta é mais uma validação importante para o código desenvolvido.

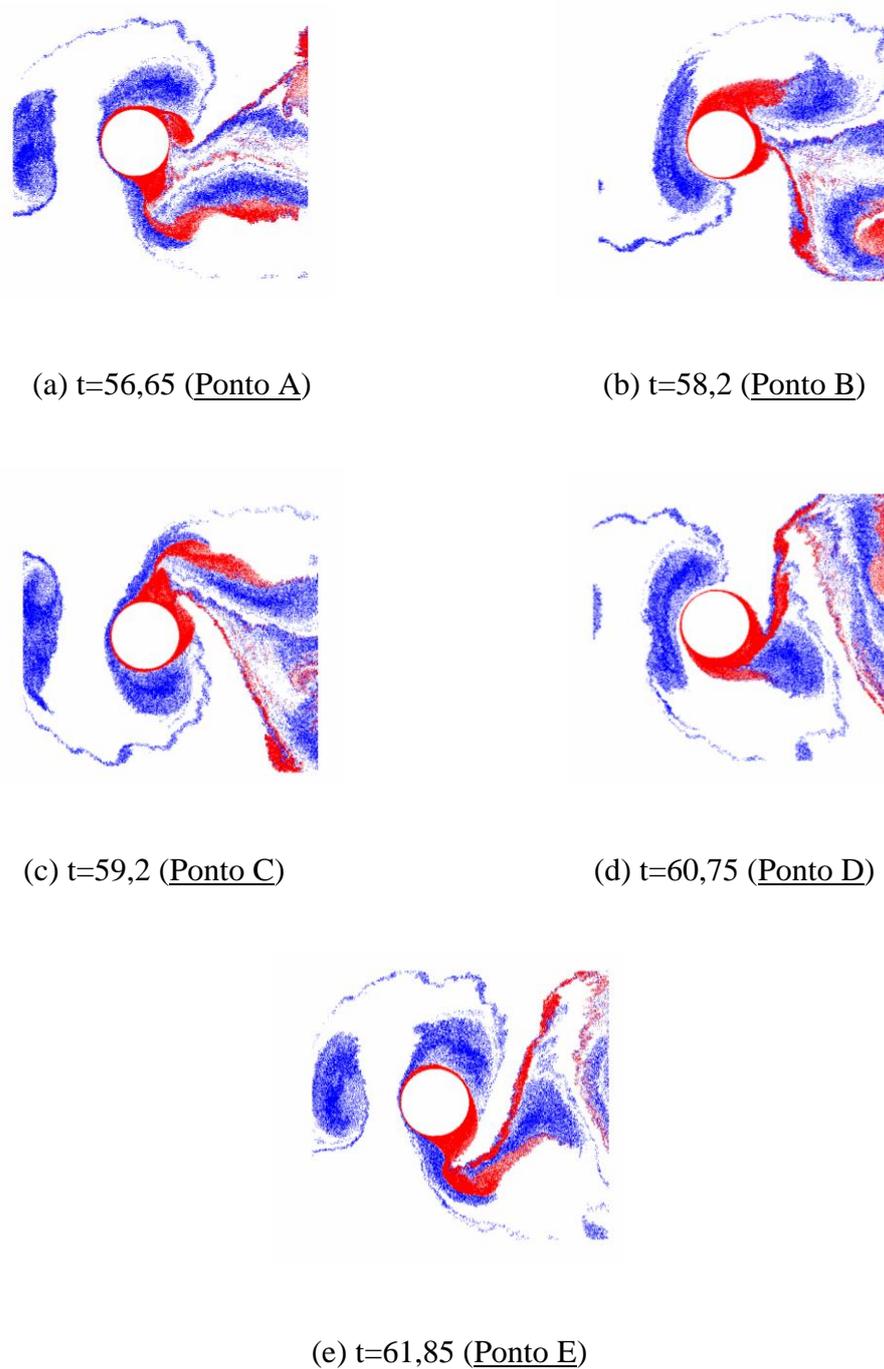
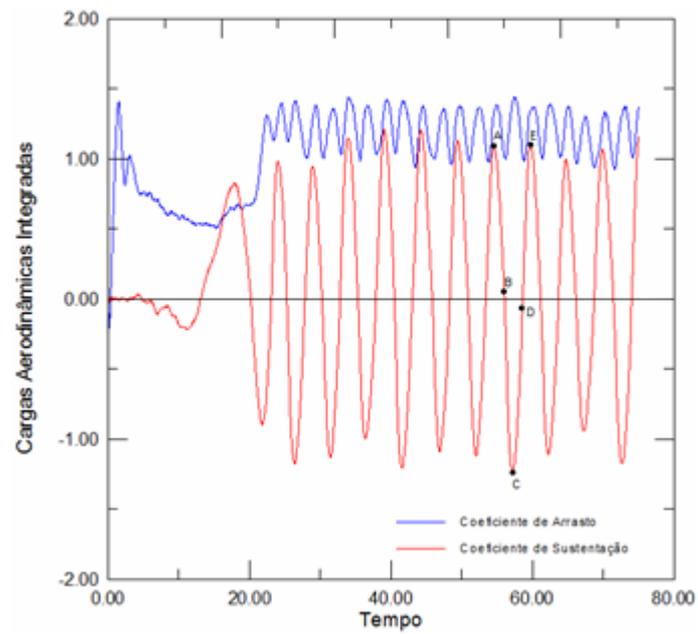
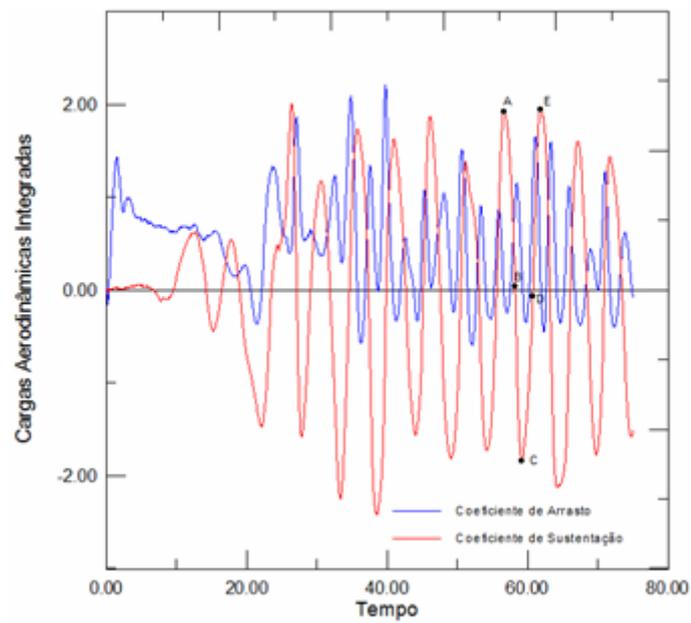


Figura 5.18 – Formação da estrutura da esteira binária à jusante do segundo cilindro entre os instantes de tempo  $t=56,65$  e  $t=61,85$  ( $Re=6,5 \times 10^4$ ).

A história temporal dos coeficientes de forças para os dois cilindros imóveis *in tandem* e espaçados de  $g/d=4,5$  é apresentada na Fig. 5.19. Os pontos definidos por A, B, C, D e E na Fig. 5.19b correspondem aos mesmos instantes destacados na Fig. 5.18 pelos outros pontos.



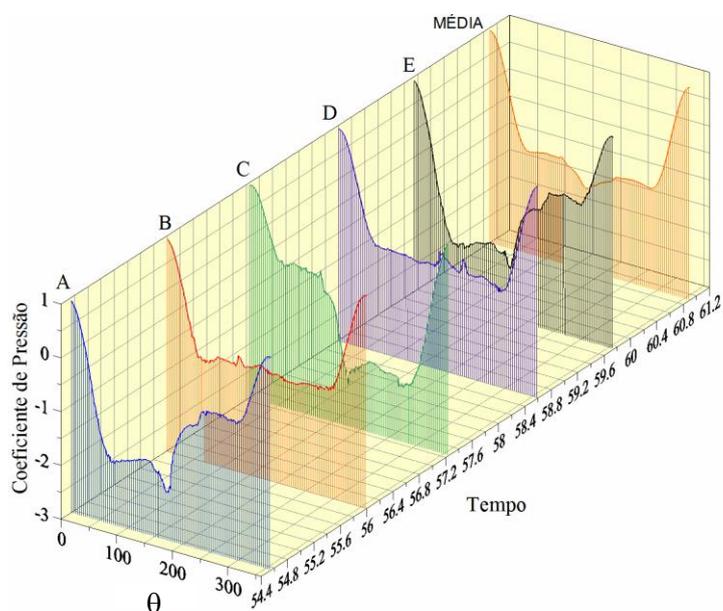
(a) cilindro à montante



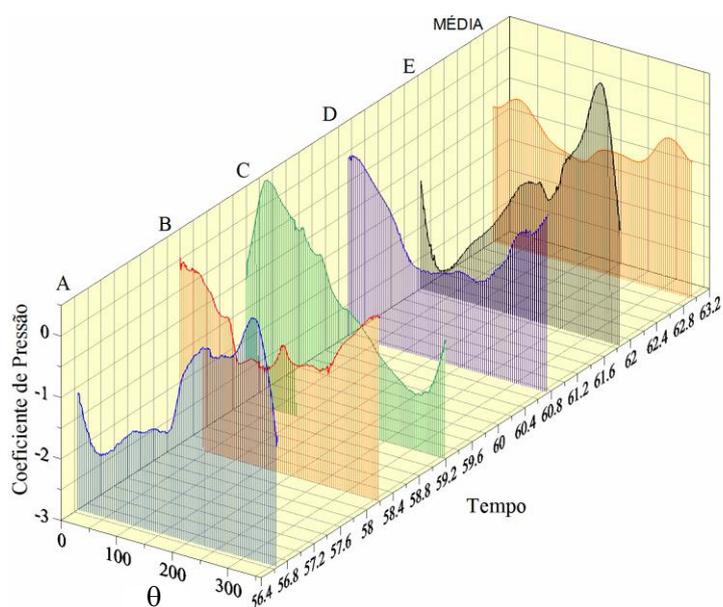
(b) cilindro à jusante

Figura 5.19 – Séries temporais dos coeficientes de forças para dois cilindros fixos *in tandem* ( $g/d=4,5$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=\text{eps}=0,001$ ,  $Re=6,5\times 10^4$ ).

O comportamento do cilindro à montante é praticamente o comportamento de um corpo isolado, uma vez que os efeitos de interferência da região perturbada pelo cilindro à jusante são pouco sentidos por este corpo devido ao espaçamento, veja pela Fig. 5.20a.



(a) cilindro à montante



(b) cilindro à jusante

Figura 5.20 – Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada dos cilindros fixos *in tandem* ( $g/d=4,5$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=\text{eps}=0,001$ ,  $Re=6,5 \times 10^4$ ).

Na Fig. 5.20b, todavia, o Ponto A indica uma zona de mais baixa pressão no lado superior da superfície do cilindro à jusante, que é devida a passagem da estrutura vorticiosa despreendida do cilindro à montante. A estrutura vorticiosa tem somado à sua circulação a circulação do vórtice nascente na superfície de cima do cilindro à jusante (ver na Fig. 5.18a).

O comportamento binário é mais uma vez confirmado pelo Ponto C da Fig. 5.20b. Este ponto indica uma zona de baixa pressão no lado inferior da superfície do cilindro à jusante, sendo que esta pressão é devida a passagem da estrutura vorticiosa despreendida do cilindro à montante. A estrutura vorticiosa tem somado à sua circulação a circulação do vórtice nascente na superfície de baixo do cilindro à jusante (ver este detalhe na Fig. 5.18c).

Assim, conclui-se que o comportamento dos dois cilindros imóveis *in tandem* para o espaçamento de  $g/d=4,5$  é governado pelo regime de esteira binária. Este espaçamento é o escolhido para as análises do item 5.5, pelas justificativas apresentadas anteriormente.

## 5.4 – CILINDRO CIRCULAR ISOLADO E OSCILANDO

Na Tab. 5.4 está apresentado um resumo das combinações entre os parâmetros numéricos utilizados para a simulação numérica do escoamento ao redor de um cilindro circular isolado e que oscila forçadamente na direção transversal ao escoamento incidente.

Estas mesmas combinações são utilizadas para as simulações numéricas do arranjo onde o cilindro circular oscila à jusante de outro fixo para o espaçamento entre os seus centros igual a  $g/d=4,5$ . As simulações numéricas para este arranjo estão apresentadas no item 5.5. Os casos numerados na Tab. 5.4 de 1 até 6 são simulados para a amplitude de oscilação do corpo assumida como  $A=0,15$  e os casos numerados de 6 até 12 são simulados para a amplitude de oscilação do corpo assumida como  $A=0,50$ .

Define-se a frequência de vibração forçada do corpo como (Eq. 3.3b):

$$\lambda = 2 \pi f_o . \quad (5.3)$$

sendo  $f_o$  a frequência de vibração forçada transversal do corpo.

Tabela 5.4 – Parâmetros numéricos para a vibração forçada transversal do cilindro circular

$$(A=0,15, A=0,50, f_s = 0,20^* \text{ e } Re=6,5 \times 10^4)$$

Casos	$\lambda$	$f_0$	$V_R$	$f_0 / f_s$
1 e 7	0,1257	0,02	50,00	0,1
2 e 8	0,2513	0,04	25,00	0,2
3 e 9	0,5027	0,08	12,50	0,4
4 e 10	0,7540	0,12	8,33	0,6
5 e 11	1,0053	0,16	6,25	0,8
6 e 12	1,2566	0,20	5,00	1,0

\* Valor obtido da Tab. 5.1

A velocidade reduzida do corpo (d é o diâmetro) é dada por (Eq. 1.1):

$$V_R = \frac{U}{f_0 d}. \quad (5.4)$$

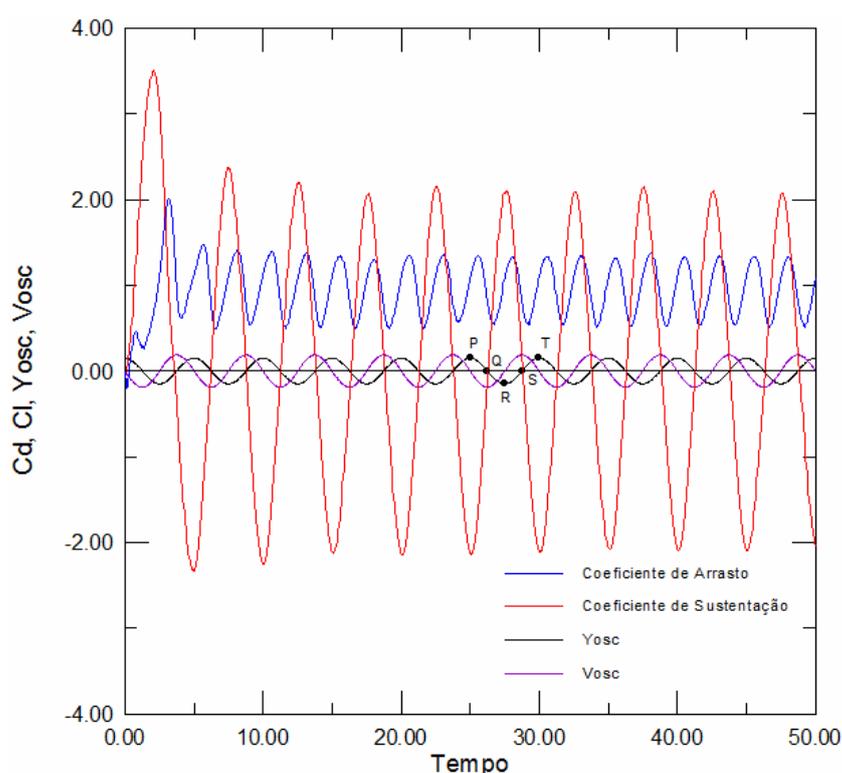
Em termos de velocidade reduzida, e para a identificação dos fenômenos associados à vibração do corpo, adota-se  $5 \leq V_R \leq 50$ . A faixa de excitação do corpo é adotada no intervalo entre  $0,1 \leq f_0 / f_s \leq 1,0$ , sendo  $f_s = St = 0,20$  a frequência de emissão de vórtices para o corpo estacionário. O valor de  $f_s$  é retirado da Tab. 5.1 e as frequências de emissão de vórtices, que podem ser obtidas a partir do gráfico das histórias temporais dos coeficientes de arrasto e de sustentação, são definidas, respectivamente, como:

$$f_{c_d} = \frac{1}{T_{C_d}}, \quad (5.5)$$

$$f_{c_L} = \frac{1}{T_{C_L}}. \quad (5.6)$$

Utilizando-se o código computacional cedido por Recicar (2007) identifica-se que a frequência de emissão de vórtices do cilindro isolado e oscilando transversalmente é capturada pela frequência de oscilação do corpo nos casos 6 e 12 da Tab. 5.4. Na literatura, o fenômeno de V.I.V. excita a vibração do cilindro nas duas direções: transversal e longitudinal ao escoamento. Entretanto, a flutuação das forças na direção transversal é maior do que na direção longitudinal, porque a força de arrasto não muda de direção enquanto a força de sustentação varia sua magnitude e sua direção.

Assim, a fonte dos efeitos de V.I.V. está na interação entre o cilindro e os campos de pressões, que são alterados pelo mecanismo de emissão de vórtices. A Fig. 5.21 mostra o fenômeno clássico de sincronização (do inglês, *lock-in*) reproduzido pelo código de Recicar (2007) para a amplitude reduzida  $A=0,15$ . Os valores médios para o coeficiente de arrasto e para o coeficiente de sustentação, calculados entre  $t=7,45$  e  $t=50$ , são iguais a 0,9608 e 0,0111, respectivamente. A frequência de emissão de vórtices é dada por  $f_{s0}=0,2$ , sendo calculada via Transformada Rápida de Fourier (F.F.T.) aplicada na curva da evolução temporal do coeficiente de sustentação da Fig. 5.21.

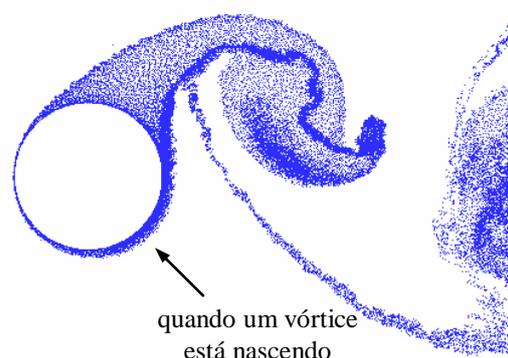


$$A/d=0,15 \text{ e } lock-in: f_0 / f_{s0} = 1$$

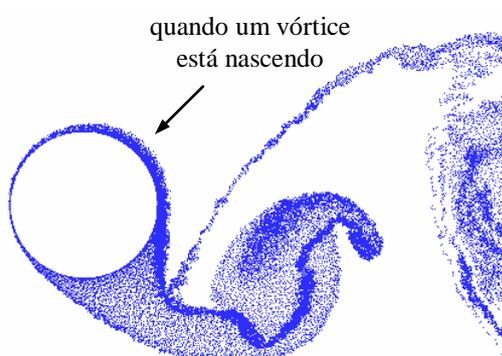
Figura 5.21 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro isolado oscilando na direção transversal ( $M=300$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=eps=0,001$ ,  $Re=6,5 \times 10^4$ ).

Na Fig. 5.21, o Ponto P ( $t=25$ ) e o Ponto R ( $t=27,5$ ) marcados sobre a curva do movimento de vibração forçada do cilindro (identificada como  $Y_{osc}$ ) indicam as posições de inversão do movimento do corpo. O Ponto P representa o instante onde o cilindro começa a descer a partir da sua maior elevação e o Ponto R representa o instante onde o cilindro começa a subir a partir da sua posição mais inferior. Como se pode notar na Fig. 5.22, estes pontos

indicam os instantes em que estruturas vorticosas começam a formar nas partes inferior e superior da superfície do corpo, respectivamente.



(a)  $t=25$  (Ponto P)



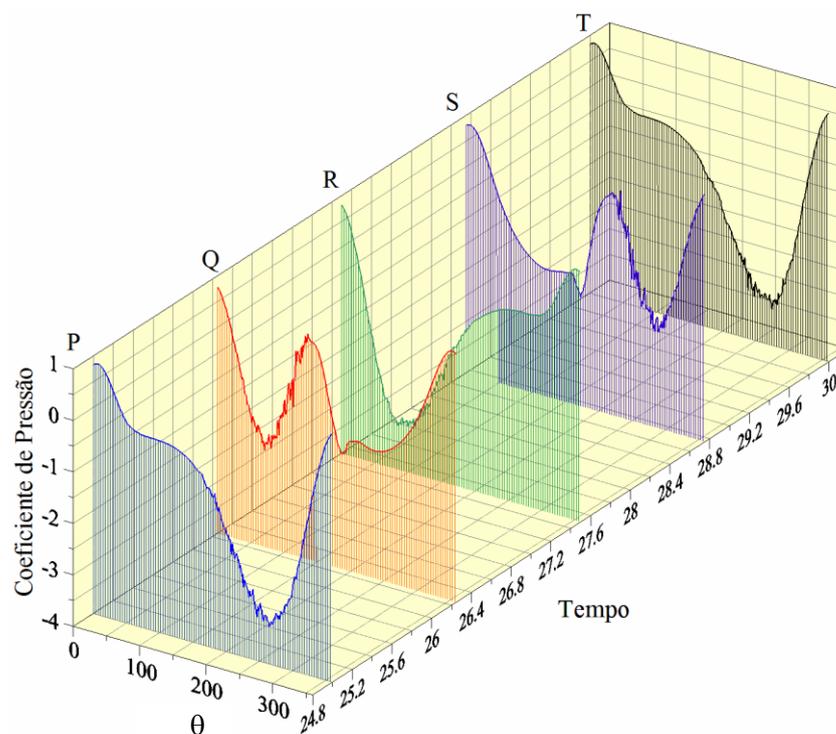
(b)  $t=27,5$  (Ponto R)

$$A/d=0,15 \text{ e } lock-in: f_0 / f_{s0} = 1$$

Figura 5.22 – Detalhes da formação de estruturas vorticosas para cilindro isolado oscilando na direção transversal ( $Re=6,5 \times 10^4$ ).

Na Fig. 5.23 o Ponto P representa um pico de menor valor para o coeficiente de pressão no lado inferior do cilindro e, portanto, um valor negativo para o coeficiente de sustentação como está indicado na Fig. 5.21.

Completando a explicação, na Fig. 5.23 o Ponto R representa um pico de menor valor para o coeficiente de pressão no lado superior do cilindro e, portanto, um valor positivo para o coeficiente de sustentação como está indicado na Fig. 5.21.



$$A/d=0,15 \text{ e } lock-in: f_0 / f_{s0} = 1$$

Figura 5.23 – Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro isolado oscilando na direção transversal ( $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=\epsilon_s=0,001$ ,  $Re=6,5 \times 10^4$ ).

A estrutura da esteira de vórtices para o tempo final  $t=50$  é apresentada na Fig. 5.24.



$$A/d=0,15, V_R=5 \text{ e } lock-in: f_0 / f_{s0} = 1$$

Figura 5.24 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final  $t=50$  do caso do cilindro isolado oscilando na direção transversal ( $M=300$ ,  $N=300.000$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=\epsilon_s=0,001$ ,  $Re=6,5 \times 10^4$ ).

A estrutura da esteira de vórtices da Fig. 5.24 apresenta amplitude reduzida  $A/d=0,15$  e velocidade reduzida  $V_R=5$ . De acordo com o mapa dos modos de emissão para cilindro isolado sob oscilação forçada apresentado por Williamson & Roshko (1988), este padrão de esteira é classificado como modo 2S (do inglês, *two single*). A Fig. 5.25 auxilia nesta interpretação, sendo que na nomenclatura dos autores  $A/D=A/d$  e  $\lambda/D=V_R$ .

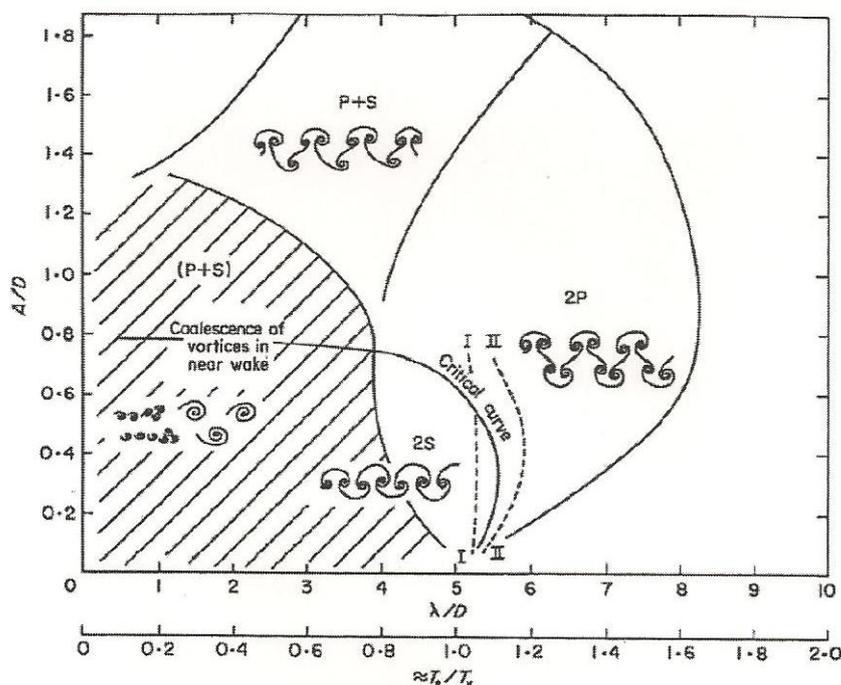
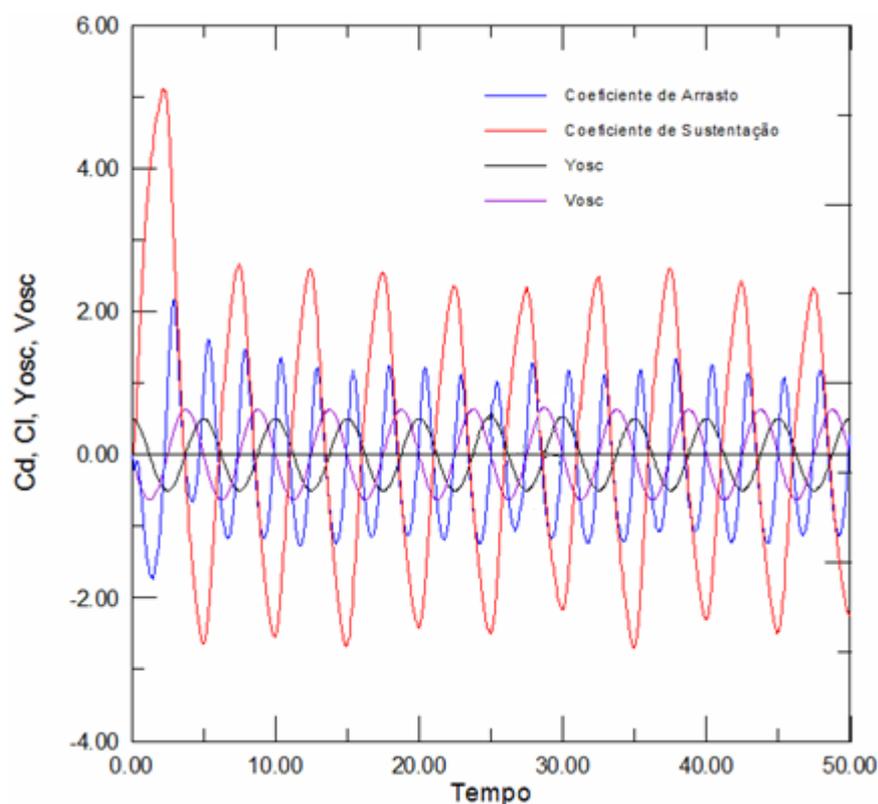


Figura 5.25 – Mapa dos modos de emissão para um cilindro isolado sob oscilação forçada. (Reproduzida de Williamson & Roshko, 1988).

Na Fig. 5.26 está apresentada a evolução temporal dos coeficientes de forças para o cilindro isolado oscilando forçadamente na direção transversal ao escoamento incidente para o valor de amplitude reduzida  $A/d=0,5$ . Conclui-se que existe sincronização entre a frequência de oscilação da estrutura (definida por  $Y_{osc}$ ) e a curva do coeficiente de sustentação. Os valores médios para o coeficiente de arrasto e para o coeficiente de sustentação, calculados entre  $t=7,5$  e  $t=50$ , são iguais a  $-0,1413$  e  $-0,0047$ , respectivamente. A frequência de emissão de vórtices é dada por  $f_{s0}=0,2$  sendo calculada via Transformada Rápida de Fourier (F.F.T.) aplicada na curva da evolução temporal do coeficiente de sustentação da Fig. 5.26.

Os resultados deste item mostram que a resposta do cilindro oscilando transversalmente à corrente incidente apresenta comportamento típico de V.I.V.



$$A/d=0,5 \text{ e lock-in: } f_0 / f_{s0} = 1$$

Figura 5.26 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro isolado oscilando na direção transversal ( $M=300$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=\epsilon_s=0,001$ ,  $Re=6,5 \times 10^4$ ).

## 5.5 – CILINDRO CIRCULAR OSCILANDO À JUSANTE DE OUTRO FIXO

Os estudos experimentais encontrados na literatura apontam que cilindros circulares imersos na esteira de outros cilindros podem apresentar respostas dinâmicas dos tipos: ressonância por emissão de vórtices, ressonância de vórtices combinada com *galloping* e ressonância de vórtices seguida por *galloping* em faixas distintas. A ocorrência de cada um destes fenômenos tem dependência com as características do escoamento incidente, com as características geométricas e com os parâmetros do modelo estrutural. Um cilindro, por

exemplo, pode apresentar comportamento típico de V.I.V. para velocidade reduzida  $V_R \approx 5$  e o fenômeno de *galloping* para  $V_R > 20$  (Bokaian, 1989).

A Tab. 5.5 apresenta os resultados numéricos médios (calculados entre  $t=0$  e  $t=50$ ) para os coeficientes de arrasto e de sustentação do arranjo de um cilindro oscilando à jusante de outro fixo estando espaçados centro a centro de  $g/d=4,5$  e amplitude reduzida  $A=0,15$ .

O caso 6, onde  $V_R=5$  é o resultado de maior interesse (pois,  $f_0/f_{s0}=1$  e  $f_0/f_s=1$ ). Conforme indica a Tab. 5.6, a frequência de emissão de vórtices para o cilindro à jusante ( $f_{s0}$ ) está sincronizada com a frequência de vibração do próprio corpo ( $f_0$ ) para os casos 4, 5 e 6.

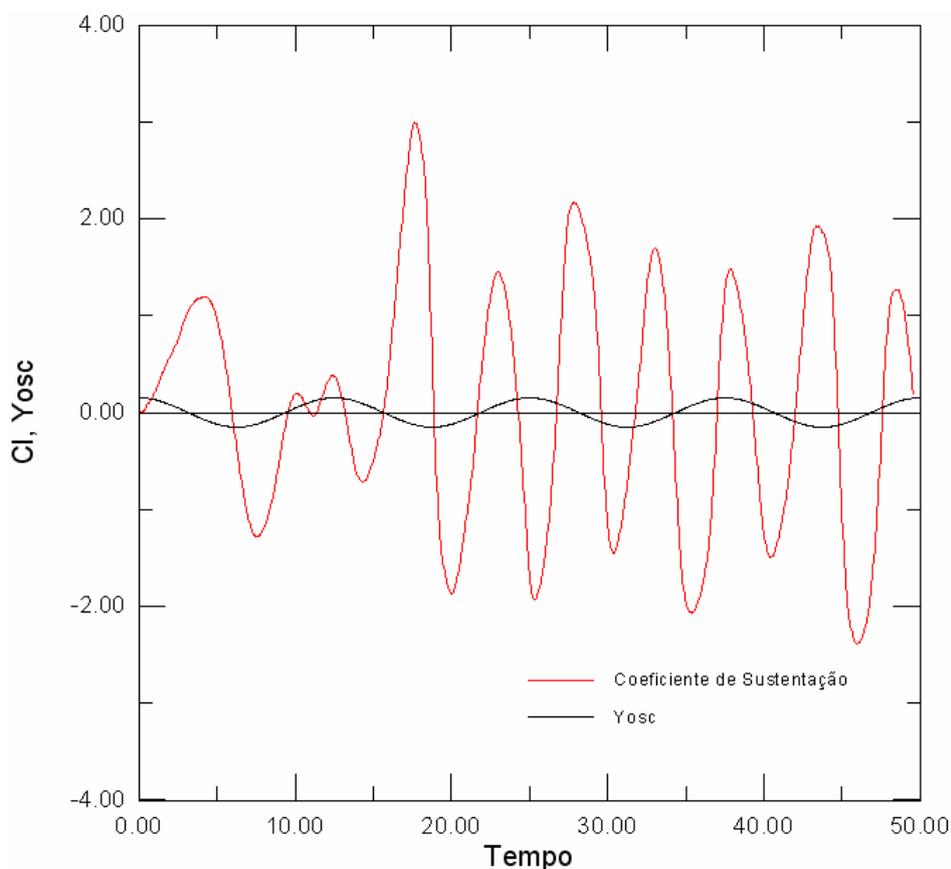
Tabela 5.5 – Resultados numéricos dos coeficientes de forças para o cilindro oscilando à jusante de outro fixo ( $g/d=4,5$ ,  $A/d=0,15$ ,  $Re=6,5 \times 10^4$ )

Casos	$V_R$	Cilindro à Montante		Cilindro à Jusante	
		$C_D$	$C_L$	$C_D$	$C_L$
1	50	1,0495	-0,0246	0,4673	0,0798
2	25	1,0054	0,0387	0,5121	0,0107
3	12,5	1,1352	-0,0067	0,3906	0,0662
4	8,33	1,0645	-0,0026	0,5785	-0,0649
5	6,25	1,0725	0,0157	0,5964	0,0743
6	5	1,0918	0,0326	0,8344	0,2664

Tabela 5.6 – Resultados numéricos do número de Strouhal para o cilindro oscilando à jusante de outro fixo ( $g/d=4,5$ ,  $A/d=0,15$ ,  $Re=6,5 \times 10^4$ )

Casos	$V_R$	Cilindro à Montante		Cilindro à Jusante	
		$f_s : Q(x,y)$	$f_0 / f_s$	$f_{s0} : P(x,y)$	$f_0 / f_{s0}$
1	50	0,18	0,0	0,20	0,10
2	25	0,19	0,0	0,19	0,21
3	12,5	0,19	0,0	0,20	0,40
4	8,33	0,20	0,0	0,12	1
5	6,25	0,20	0,0	0,16	1
6	5	0,20	0,0	0,20	1

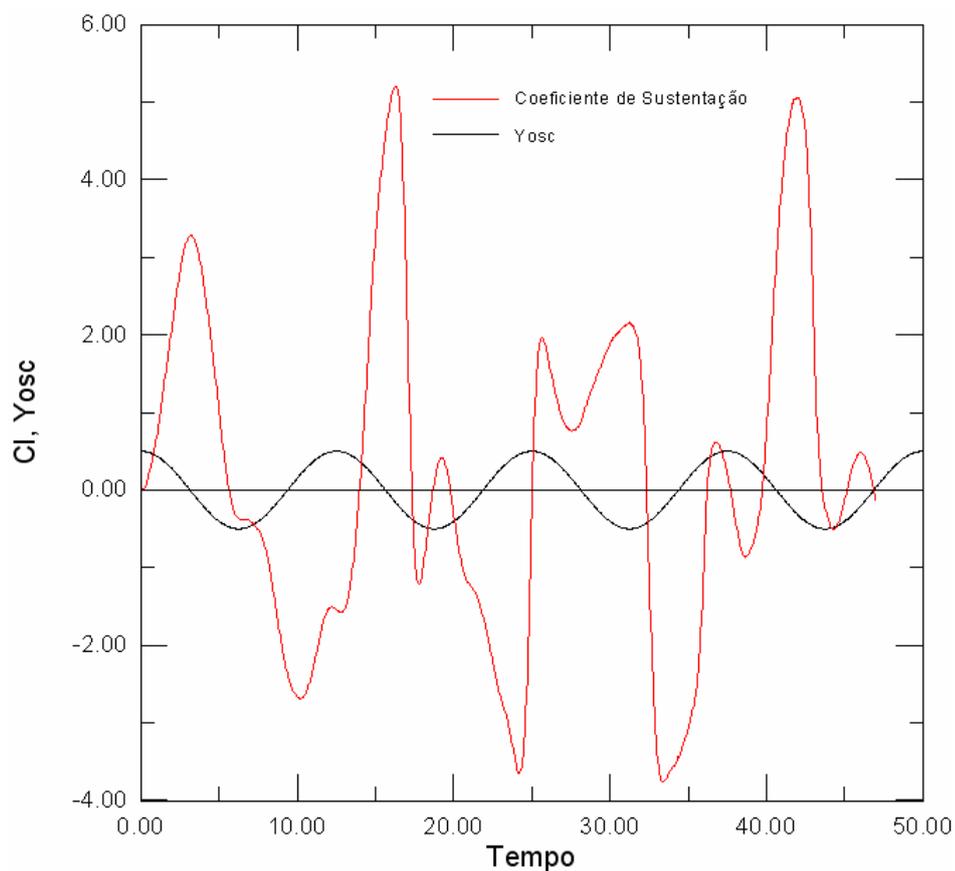
A história temporal dos coeficientes de forças para o caso 3 da Tab. 5.6 ( $f_0/f_{s0} = 0,40$ ) está apresentada na Fig. 5.27, onde se pode perceber que não existe sincronização entre a curva do movimento vibratório do corpo ( $Y_{osc}$ ) e a curva do coeficiente de sustentação.



Caso 3:  $A/d=0,15$  e  $f_0 / f_{s0} = 0,40$  e  $f_0 / f_s = 0,4$

Figura 5.27 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro oscilando à jusante de outro fixo ( $M=600$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=eps=0,001$ ,  $Re=6,5 \times 10^4$ ).

A Fig. 5.28, de maneira análoga, apresenta a evolução dos coeficientes de forças para o cilindro oscilando à jusante do outro fixo com amplitude reduzida  $A=0,50$ . Esta situação corresponde ao caso 9 da Tab. 5.7 e Tab. 5.8. Nestas duas tabelas, o caso 12, onde  $V_R=5$  é o resultado de maior interesse novamente, pois,  $f_0/f_{s0}=1$  e  $f_0/f_s=1$ . A frequência de emissão de vórtices para o cilindro à jusante ( $f_{s0}$ ) está sincronizada com a frequência de vibração do próprio corpo ( $f_0$ ), também, para os casos 9, 10 e 11.



Caso 9:  $A/d=0,5$  e  $f_0 / f_{s0} = 1$  e  $f_0 / f_s = 0,4$

Figura 5.28 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro oscilando à jusante de outro fixo ( $M=600$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=\text{eps}=0,001$ ,  $Re=6,5 \times 10^4$ ).

Tabela 5.7 – Resultados numéricos dos coeficientes de forças para o cilindro oscilando à jusante de outro fixo ( $g/d=4,5$ ,  $A/d=0,5$ ,  $Re=6,5 \times 10^4$ )

Casos	$V_R$	Cilindro à Montante		Cilindro à Jusante	
		$C_D$	$C_L$	$C_D$	$C_L$
7	50	1,0979	0,0345	0,4580	-0,1387
8	25	1,0942	0,0174	0,4802	0,1972
9	12,5	1,1343	0,0539	0,0526	0,1967
10	8,33	1,1445	0,0644	-0,3844	-0,0192
11	6,25	1,1638	-0,0164	-0,4356	0,2575
12	5	1,1687	-0,0266	-1,0412	0,0824

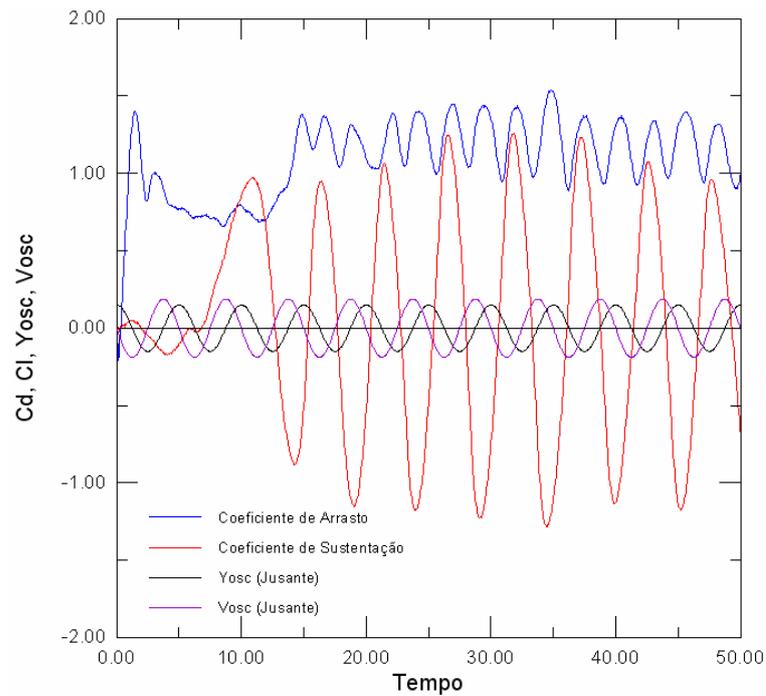
Tabela 5.8 – Resultados numéricos do número de Strouhal para o cilindro oscilando à jusante de outro fixo ( $g/d=4,5$ ,  $A/d=0,5$ ,  $Re=6,5 \times 10^4$ )

Casos	$V_R$	Cilindro a Montante		Cilindro a Jusante	
		$f_s : Q(x,y)$	$f_0 / f_s$	$f_{s0} : P(x,y)$	$f_0 / f_{s0}$
7	50	0,18	0,0	0,20	0,10
8	25	0,19	0,0	0,19	0,21
9	12,5	0,19	0,0	0,08	1
10	8,33	0,20	0,0	0,12	1
11	6,25	0,20	0,0	0,16	1
12	5	0,20	0,0	0,20	1

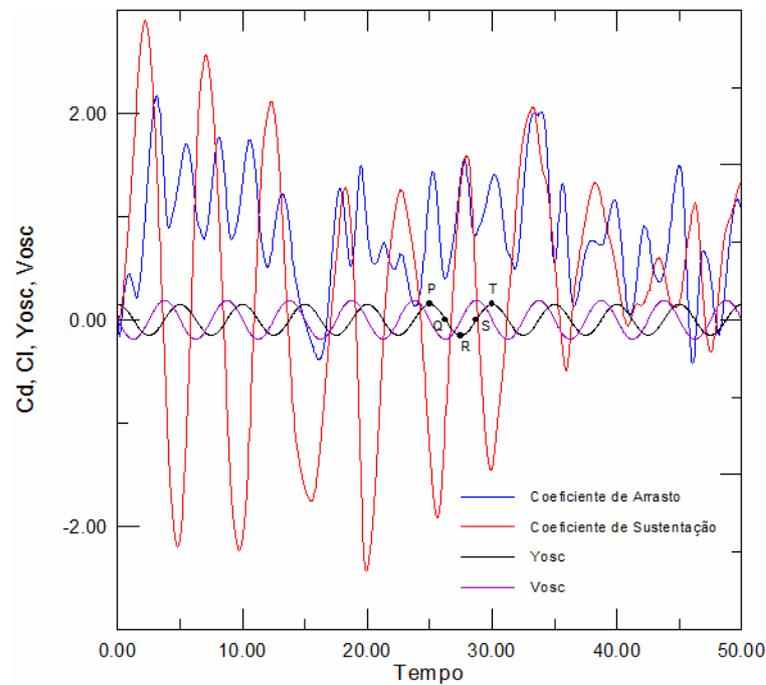
A seguir, o caso 6 da Tab. 5.5 ( $A/d=0,15$ ,  $V_R=5$ ,  $f_0=f_{s0}=f_s=0,20$ ) é discutido com maiores detalhes para explicar os principais efeitos de interferência deste arranjo.

A evolução temporal dos coeficientes de forças pode ser visualizada na Fig. 5.29. Esta evolução temporal para o cilindro à montante apresenta praticamente o mesmo comportamento daquelas forças aerodinâmicas quando o cilindro se encontra isolado e estacionário (comparar a Fig. 5.29a com a Fig. 5.1). A frequência de emissão de vórtices do cilindro à montante tem o mesmo valor da frequência apresentada na Tab. 5.1, o que ratifica o comportamento deste corpo como praticamente de um corpo isolado. O valor médio do coeficiente de arrasto na Tab. 5.5 para o cilindro à montante igual a 1,0918 é calculado entre os instantes de tempo  $t=0$  e  $t=50$ . A diferença encontrada em relação ao valor do coeficiente de arrasto para corpo isolado e estacionário apresentado na Tab. 5.2 é devida aos intervalos de tempo diferentes adotados para o cálculo da média. As curvas do movimento e da velocidade de oscilação do cilindro à jusante estão apresentadas na Fig. 5.29a para que se verifique que a curva do coeficiente de sustentação do corpo à montante não está sincronizada com a curva do movimento oscilatório do cilindro à jusante.

Na Fig. 5.29b encontra-se a história temporal dos coeficientes de forças para o cilindro à jusante. O valor médio do coeficiente de arrasto (obtido entre  $t=0$  e  $t=50$ ) igual a 0,8344 está sob a influência de dois efeitos combinados: o efeito de oscilação forçada imposto à este corpo e o efeito da interferência da esteira oscilatória emitida a partir da superfície do corpo estacionário localizado a sua montante. Compare com a Fig. 5.21, onde há sincronização.



(a) caso 6: cilindro à montante ( $A/d=0$ ,  $V_R=0$ ,  $f_0=f_{s0}=0$  e  $f_s=0,20$ )



(b) caso 6: cilindro à jusante ( $A/d=0,15$ ,  $V_R=5$ ,  $f_0=f_{s0}=f_s=0,20$ )

Figura 5.29 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro oscilando à jusante de outro fixo ( $M=600$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=\epsilon=0,001$ ,  $Re=6,5 \times 10^4$ ).

O Ponto P da Fig. 5.29b corresponde ao instante de tempo  $t=25$ , onde o cilindro à jusante se encontra na sua posição de oscilação mais elevada e o coeficiente de sustentação está quase atingindo o seu valor mais negativo. Este ponto indica que há uma zona de baixa pressão no lado inferior da superfície do cilindro à jusante (ver na Fig. 5.30) devido a passagem da estrutura vorticiosa desprendida do cilindro à montante, que tem a sua circulação somada com a circulação do vórtice nascente na superfície do cilindro à jusante (veja os detalhes desta emissão de vórtices correspondente a  $t=25$  na Fig. 5.31).

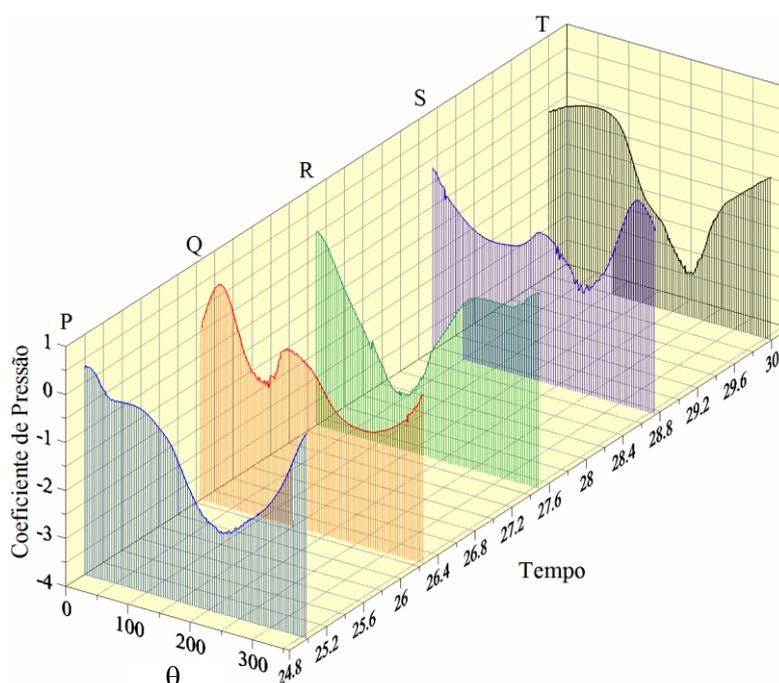


Figura 5.30 – Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro oscilando à jusante (caso 6:  $A/d=0,15$ ,  $V_R=5$ ,  $f_0=f_{s0}=f_s=0,20$ )

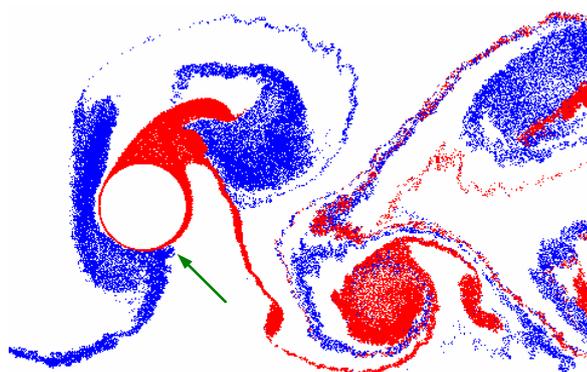


Figura 5.31 – Detalhes da formação de uma estrutura vorticiosa na parte inferior do cilindro que oscila à jusante de outro fixo (Ponto P:  $t=25$ ,  $Re=6,5 \times 10^4$ ).

A primeira conclusão importante que se pode obter sobre esta configuração indica que, novamente, o comportamento de esteira binária é confirmado pelo Ponto R identificado na Fig. 5.29, na Fig. 5.30 e na Fig. 5.32. O Ponto R corresponde ao instante de tempo  $t=27,5$ , onde o cilindro à jusante se encontra na sua posição de oscilação mais inferior e o coeficiente de sustentação está quase atingindo o seu maior valor positivo. Este ponto indica, também, uma zona de baixa pressão no lado superior da superfície do cilindro à jusante (veja na Fig. 5.30) devido a passagem da estrutura vorticosa despreendida do cilindro estacionário à montante. Esta estrutura vorticosa tem a sua circulação somada à circulação do vórtice nascente na superfície superior do cilindro à jusante.

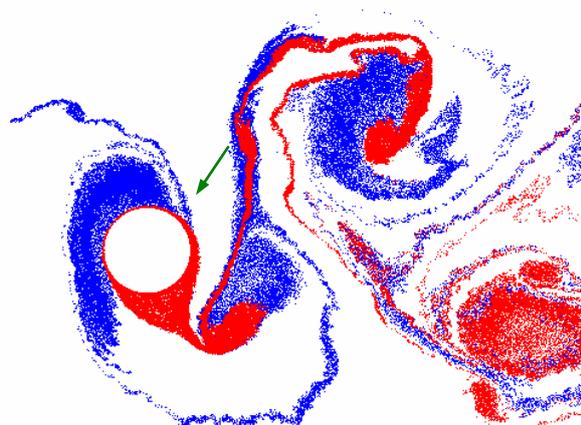


Figura 5.32 – Detalhes da formação de uma estrutura vorticosa na parte superior do cilindro que oscila à jusante de outro fixo (Ponto R:  $t=27,5$ ,  $Re=6,5 \times 10^4$ ).

O Ponto Q da Fig. 5.29b corresponde à passagem do cilindro à jusante pela sua posição média de oscilação no sentido descendente. Na Fig. 5.33a este instante de tempo corresponde à incorporação de uma estrutura vorticosa horária na esteira binária formada à jusante do segundo cilindro.

De maneira correspondente, o Ponto S da Fig. 5.29(b) corresponde à passagem do cilindro à jusante pela sua posição média de oscilação no sentido ascendente. Na Fig. 5.33b este instante de tempo corresponde à incorporação de uma estrutura vorticosa anti-horária na esteira binária formada à jusante do segundo cilindro.

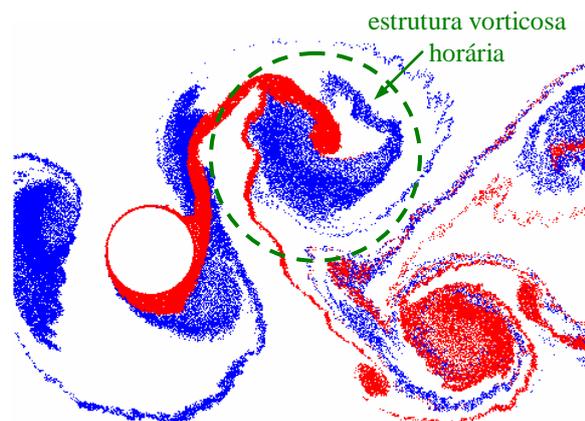
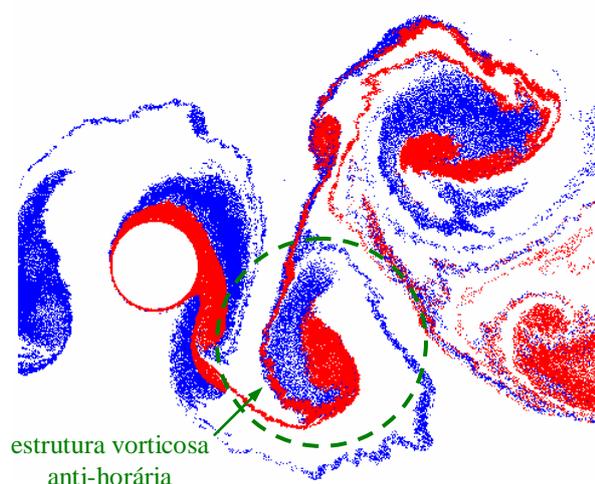
(a) Ponto Q:  $t=26,25$ (b) Ponto S:  $t=28,75$ 

Figura 5.33 – Detalhes da incorporação de um par de estruturas vorticosas contra-rotativas na esteira binária formada à jusante do cilindro oscilante ( $A/d=0,15$ ,  $V_R=5$ ,  $Re=6,5 \times 10^4$ ).

A posição final dos vórtices discretos que formam a esteira binária do caso 6 da Tab. 5.5 está apresentada na Fig.5.34. A análise dos resultados do caso 6 mostra que o cilindro à montante não sofre efeito de interferência do cilindro que oscila à sua jusante para o espaçamento e velocidade reduzida analisados, isto é,  $g/d=4,5$  e  $V_R=5$ . Já o cilindro oscilando à jusante apresenta comportamento de V.I.V., onde a frequência de emissão de vórtices é capturada pela frequência de vibração do corpo. No entanto, uma análise visual da evolução temporal do coeficiente de sustentação na Fig. 5.29, mostra que a partir de  $t=35$  há outras interferências modificando a amplitude de oscilação do corpo, o que descaracteriza o fenômeno como efeito puro de V.I.V. A amplitude de oscilação do coeficiente de sustentação da Fig. 5.29b se apresenta com ramos crescentes e decrescentes alternadamente.

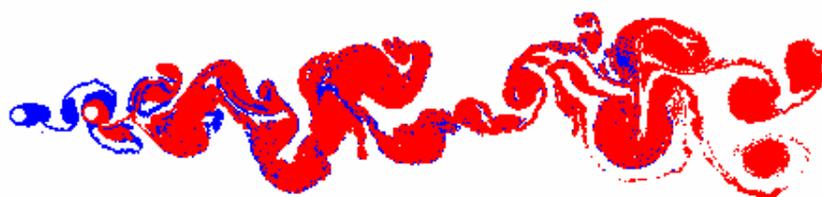
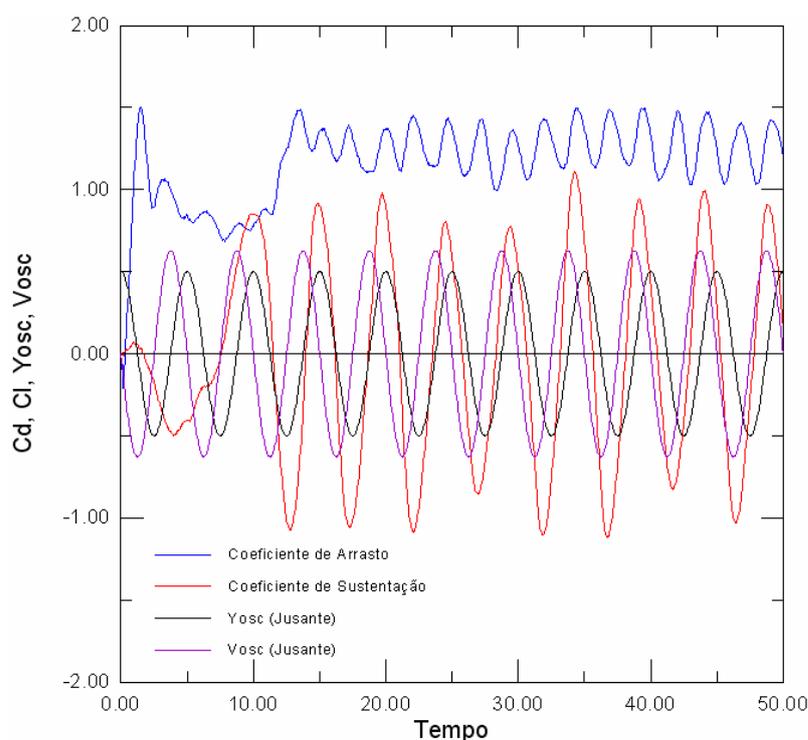


Figura 5.34 – Posição final dos vórtices formando a esteira binária à jusante do cilindro oscilante ( $t=50$ ,  $A/d=0,15$ ,  $V_R=5$ ,  $Re=6,5 \times 10^4$ ).

A história temporal dos coeficientes de forças na Fig. 5.35 é para o caso 12 da Tab. 5.7. Nota-se que a força fluida não se encontra em fase com a velocidade de oscilação do corpo ( $V_{osc}$ ), no entanto, a frequência de emissão de vórtices é capturada pela frequência do corpo.

Assim, denomina-se neste item, o efeito responsável pelas excitações como Vibrações por Interferência de Esteira (Assi, 2005), o que combina captura da frequência de emissão e faixa de sincronização de V.I.V., e amplitude assintoticamente crescente típica de resposta de *galloping*.



caso 12: cilindro à jusante ( $A/d=0,5$ ,  $V_R=5$ ,  $f_0=f_{s0}=f_s=0,20$ )

Figura 5.35 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro oscilando à jusante de outro fixo ( $M=600$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=eps=0,001$ ,  $Re=6,5 \times 10^4$ ).

## Capítulo 6

# CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

## 6.1 – INTRODUÇÃO

Na primeira parte do Capítulo 6 são apresentadas as conclusões mais importantes referentes aos efeitos de interferência entre dois corpos para as duas configurações estudadas neste trabalho. O Método de Vórtices Discretos (M.V.D.) é a ferramenta numérica utilizada para o acoplamento fluidodinâmico com o modelo estrutural proposto no Capítulo 3. Através do M.V.D. tornou-se possível a obtenção das forças hidrodinâmicas causadas pela geração e desprendimento de vórtices na superfície de um cilindro circular isolado nas condições imóvel ou oscilando transversalmente. Também, através do M.V.D., tornou-se possível a obtenção destas mesmas forças causadas pela geração e desprendimento de vórtices e pelos efeitos de interferência de esteira sobre um cilindro circular oscilando à jusante de outro imóvel.

Na segunda parte do Capítulo 6 estão listadas algumas sugestões para a continuidade dos estudos na linha de Vibrações Induzidas pelo Escoamento (V.I.E.) e suas naturezas.

## 6.2 – AS CONCLUSÕES MAIS IMPORTANTES

O código computacional desenvolvido foi aferido inicialmente para a descrição do mecanismo de formação de vórtices em um cilindro circular imóvel e isolado. Verificou-se uma sincronização entre o campo de pressões atuante na superfície do cilindro e a formação de estruturas vorticosas na esteira próxima do corpo.

Quando uma estrutura vorticosa está se formando há uma queda de pressão no mesmo lado (de cima ou de baixo) do cilindro imóvel e isolado originando-se uma força de sustentação nesta direção. Durante um ciclo de emissão de duas estruturas vorticosas contra-rotativas, a força de sustentação sai do seu máximo valor positivo, atinge seu máximo valor negativo (neste instante uma estrutura vorticosa começa a formar no lado oposto) e retorna para o seu valor máximo positivo inicial. O período da flutuação da força de sustentação é o mesmo período da emissão do par de estruturas vorticosas contra-rotativas para a esteira. A força de arrasto, por sua vez, tem o dobro da frequência de emissão do par de estruturas vorticosas contra-rotativas para a esteira. Diferentemente da força de sustentação, a força de arrasto não muda a sua direção, mas sim sofre uma flutuação na sua magnitude sempre apontando na direção do escoamento. Durante um ciclo da força de arrasto apenas uma estrutura vorticosa é emitida (no lado de cima ou no lado de baixo do cilindro) modificando o campo de pressões que causa esta força.

O fenômeno de V.I.E. se faz presente na maioria dos projetos de engenharia que apresentam estruturas rombudas submetidas aos efeitos do escoamento de água ou de vento ao seu redor. Existem diferentes tipos de V.I.E., cada um podendo estar atrelado a um fenômeno específico ou a combinações de fenômenos, e que se classificam quanto à sua natureza. Os dois tipos mais conhecidos de V.I.E. são Vibrações Induzidas por Vórtices (V.I.V.) e *galloping*.

O fenômeno de V.I.V. é causado pela interação entre a dinâmica de uma estrutura e a excitação cíclica das forças hidrodinâmicas oriundas da modificação do campo de pressões atuante na superfície do corpo. Este comportamento das cargas hidrodinâmicas é uma consequência da emissão de estruturas vorticosas na esteira próxima do corpo. Durante a manifestação de V.I.V., a frequência de emissão de vórtices se iguala a frequência de vibração natural da estrutura causando, assim, uma amplificação da resposta e gerando mais esforços

na estrutura; este fenômeno é conhecido como *lock-in*. A Fig. 6.1 mostra o intervalo de *lock-in* proposto por Blevins (1990) tomando-se como referência os resultados experimentais de Koopman (1967) e de Stansby (1976) para cilindro circular oscilando transversalmente à direção do escoamento incidente na faixa de número de Reynolds  $100 \leq Re \leq 9.200$ .

Através do código computacional desenvolvido no trabalho de Recicar (2007) verificou-se que o cilindro circular apresentou sincronização entre as frequências de vibração e de emissão de vórtices para valores de amplitude  $A/d=0,15$  e  $A/D=0,50$ , velocidade reduzida  $V_R=5$  e número de Reynolds  $Re=6,5 \times 10^4$ . Para estas duas situações, identificou-se o regime de formação de vórtices como sendo o modo 2S no mapa dos modos de emissão para um cilindro isolado sob oscilação forçada (Williamson & Roshko, 1988) da Fig. 5.25.

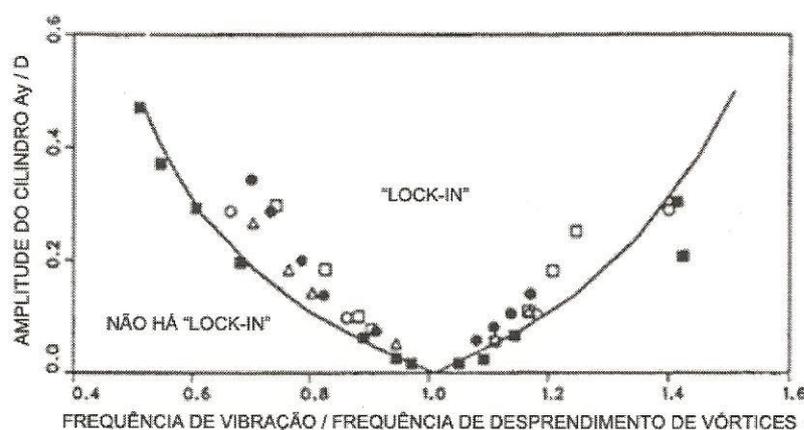


Figura 6.1 – Região de *lock-in* para cilindros circulares que apresentam oscilação transversal,  $100 \leq Re \leq 9.200$  (Adaptada de Blevins (1990)).

Os esforços cíclicos decorrentes das V.I.V., portanto, podem degradar a estrutura mecânica em um processo de fadiga. Nos projetos de engenharia, as estruturas críticas são projetadas com altos coeficientes de segurança para que se evitem desastres naturais e/ou interrupções de produção. Entre estas estruturas citam-se, por exemplo: pilares de pontes, cabos de torre de transmissão de eletricidade e plataformas e dutos submarinos da engenharia do petróleo.

Desta maneira, o caso do cilindro isolado estudado nesta Dissertação de Mestrado apresenta resposta típica de V.I.V. para um valor alto de número de Reynolds.

Os efeitos de interferência devido à proximidade entre dois cilindros imóveis foram investigados para a configuração cilindros circulares de mesmo diâmetro  $d$  alinhados com a direção do escoamento incidente (ou *in tandem*). O espaçamento entre os dois corpos medido centro a centro variou na faixa compreendida entre  $1,1 \leq g/d \leq 7$ . O número de Reynolds das análises foi  $Re=6,5 \times 10^4$  para comparações com os dados experimentais de Alam *et al.* (2003). Para o espaçamento mínimo  $g/d = 1,1$  verificou-se que as camadas cisalhantes livres oriundas do cilindro à montante não recolaram na superfície do cilindro à jusante e apenas uma esteira foi formada. As análises para o espaçamento  $g/d=4,5$  mostraram a formação de uma esteira binária depois do corpo à jusante. Esta esteira se identifica quando uma estrutura vorticosa é formada pela combinação de uma estrutura emitida pelo cilindro à montante e outra emitida pelo cilindro à jusante. Outra constatação da formação desta esteira foi que a região da esteira próxima do cilindro à montante termina antes do cilindro à jusante e estruturas vorticosas contra-rotativas são formadas nesta região (Fig. 5.17).

Uma descontinuidade também foi notada na curva do coeficiente de arrasto do cilindro à jusante em função da variação do espaçamento. Quando o espaçamento entre os cilindros ultrapassou o valor crítico  $g/d=3$  (veja na Tab. 5.2) o valor do coeficiente de arrasto passou de negativo para positivo. Os resultados experimentais de Alam *et al.* (2003) para o mesmo valor de número de Reynolds mostram esta mudança para  $g/d \approx 4$ . Observações na Fig. 5.10, mostram que o salto do coeficiente de arrasto do cilindro à jusante para os dados experimentais de Biermann & Herrnstein (1933) e Zdravkovich & Pridden (1977) acontece, também, para  $g/d \approx 3$ , se assemelhando com o comportamento do presente resultado numérico. Ljungkrona *et al.* (1991) verificaram que este espaçamento crítico diminui com o aumento da intensidade da turbulência no escoamento incidente. Alam *et al.* (2003) informam no trabalho que o nível de turbulência dos experimentos foi de 0,19%.

Este comportamento de regime de escoamento bi-estável (descontinuidade) é atribuído ao efeito de interferência do cilindro à jusante. O comportamento é caracterizado pela existência de dois valores diferentes para o coeficiente de arrasto, sendo um associado à condição de recolamento do escoamento e o outro à condição de salto do escoamento. Os dados experimentais para o número de Strouhal apresentados por Alam *et al.* (2003) apresentam de mesma forma o regime bi-estável, ver na Tab. 5.3 e na Fig. 5.11. Os dados do presente trabalho, também, seguiram a mesma tendência.

O comportamento do cilindro oscilando transversalmente à jusante de outro fixo é reconhecido na literatura como a configuração que apresenta os principais efeitos de interferência. Este arranjo foi investigado numericamente na parte final dos resultados apenas para o espaçamento  $g/d=4,5$ . O cilindro oscilando à jusante não apresentou resposta típica de V.I.V., como no caso onde ele se encontrava isolado (item 5.4). O fenômeno de excitação pura de *galloping* não foi identificado, porque não se verificou atrelagem entre a força fluida e a velocidade do cilindro (Fig. 5.29b e Fig. 5.35).

De acordo com o trabalho de Assi (2009), denomina-se um novo fenômeno responsável por estas excitações no cilindro à jusante combinando: captura da frequência de emissão e faixa de sincronização de V.I.V.; e amplitude assintoticamente crescente típica de resposta de *galloping*. Este fenômeno é conhecido como W.I.V., Vibrações por Interferência de Esteira. Assi (2009) sugeriu que o fenômeno de W.I.V. do cilindro à jusante é excitado pelas interações não-permanentes entre a estrutura e o campo de vorticidades originário do cilindro à jusante. Os resultados numéricos mostraram que a esteira formada à jusante dos dois cilindros continua sendo binária.

Os resultados numéricos foram obtidos via Método de Vórtices Discretos (M.V.D.). Neste método o campo de vorticidades é discretizado e representado por uma nuvem de vórtices discretos de Lamb. Estes vórtices discretos são gerados à partir de fronteiras sólidas, no caso deste trabalho, a partir da superfície discretizada dos dois cilindros circulares. Os vórtices discretos compõem uma nuvem e são convectados com velocidades calculadas levando-se em conta as contribuições do escoamento uniforme, dos corpos (com/sem efeito de oscilação do corpo à jusante) e da nuvem de vórtices discretos. As simulações numéricas realizadas para o caso do cilindro oscilando à jusante de outro fixo caracterizam um problema de fronteira móvel. O M.V.D. se adapta com muita facilidade para esta situação. Outra situação de fácil adaptação é o caso de fronteiras deformáveis para escoamentos não-permanentes a alto valor do número de Reynolds.

O cálculo da interação vórtice-vórtice é realizado através da Lei de Biot-Savart Modificada. A paralelização da rotina que calcula a contribuição da nuvem de vórtices discretos no cálculo do campo de velocidades foi feita no ambiente FORTRAN/LINUX com o padrão OPEN/MP, que permite a criação de programas paralelos com compartilhamento de memória. Esta paralelização reduziu o tempo de processamento final para o caso de cilindro isolado de aproximadamente 132 horas para 18 h ao se utilizar um processador INTEL CORE

I7 - 2.8GHZ (BOX) 8MB CACHE (i7-860), MB INTEL DH55TC, 8GB RAM DDR3 1333 MHZ. A redução do tempo de processamento para a configuração de dois corpos foi de 15 dias para 275 horas, o que representou um ganho considerável. A paralelização foi feita com sucesso.

### 6.3 – AS SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

O código computacional se mostrou bastante sensível aos diferentes arranjos de cilindros. O caso de dois cilindros imóveis *in tandem* merece outras investigações, especialmente para espaçamentos entre os centros dos cilindros menores que  $g/d=3$ . Há muitos fenômenos de interferência a serem esclarecidos usando a história temporal das flutuações das cargas hidrodinâmicas, principalmente, porque estes resultados ainda são insipientes e contraditórios na literatura.

A configuração de dois cilindros *in tandem* com um cilindro oscilando à jusante de outro fixo merecem outras investigações, novamente, variando-se o espaçamento entre os centros dos cilindros. O cilindro à montante pode oscilar com o cilindro à jusante imóvel. Outros movimentos de oscilação podem ser atribuídos no modelo estrutural proposto, como vibração estrutural na mesma direção do escoamento incidente (do inglês, *in-line*), movimento de rotação e combinações entre elas gerando-se situações de dois graus de liberdade. A inclusão de efeitos de dois graus de liberdade pode ser incorporada no presente código computacional sem maiores dificuldades.

Novas investigações podem ser feitas para o problema de dois cilindros incluindo-se: simulações para valores diferentes de amplitude de oscilação e de número Reynolds na tentativa de se identificar os fenômenos de V.I.E.

A inclusão de uma modelagem de turbulência sub-malha deve ser feita na formulação matemática para que se possam investigar os efeitos de dissipação de energia e de superfície rugosa na formação de vórtices. O modelo da Função Estrutura de Velocidade de Segunda Ordem adaptada por Alcântara Pereira *et al.* (2002) para o M.V.D. é a opção mais indicada. A

inclusão dos efeitos tridimensionais no presente código numérico é uma etapa para mais adiante.

O algoritmo do Método de Expansão em Multipólos é a técnica numérica indicada para substituir a Lei de Biot-Savart Modificada a fim de se acelerarem os cálculos numéricos da etapa mais onerosa do algoritmo: a interação vórtice-vórtice. O cálculo da interação vórtice-vórtice consome o maior tempo de CPU durante uma simulação numérica. Este cálculo é proporcional ao quadrado do número total de vórtices discretos ( $N$ ), quando se utiliza a Lei de Biot-Savart. A técnica do Método de Expansão em Multipólos acelera os cálculos reduzindo o número de operações de um processador para a ordem de  $N \log(N)$  ou até mesmo  $N$  (Greengard & Rohklin, 1987). Um algoritmo deste nível, desenvolvido por Rossi (1996, 1997), está em fase final de implementação e paralelização dentro do Grupo de Método de Vórtices do IEM/UNIFEI. A associação do presente código computacional com o método de Expansão em Multipólos paralelizado no ambiente FORTRAN/LINUX permitirá a realização de simulações numéricas com um alto nível de refinamento no campo de vorticidades.

A etapa da difusão da vorticidade pode ser resolvida utilizando-se uma técnica determinística conhecida como Método do Crescimento do Raio do Núcleo do Vórtice Modificado. O Método do Crescimento do Raio do Núcleo do Vórtice Modificado (Rossi, 1996) está, também, sendo implementado dentro do Grupo de Método de Vórtices do IEM/UNIFEI com os seguintes objetivos: estabelecimento de um critério de taxa crítica de crescimento do raio do núcleo do vórtice de Lamb, partição do núcleo do vórtice e coalescência de vórtices discretos.

Finalmente, os efeitos de transferência de calor mista podem ser incorporados no presente código computacional (Moni *et al.*, 2011) associados com estudos dos mecanismos do efeito solo (Bimbato *et al.*, 2011) e inclusão do efeito de interferência entre mais de dois corpos (Alcântara Pereira *et al.*, 2006).

## Referências Bibliográficas

- ALAM, M.M., MORIYA, M., TAKAY, K., SAKAMOTO, H., (2003)**, “Fluctuating Fluid Forces on Two Circular Cylinders in a Tandem Arrangement as a Sub critical Reynolds Number”. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol. 91, pp. 139-154.
- ALCÂNTARA PEREIRA, L.A., RICCI, J.E.R., HIRATA, M.H., SILVEIRA- NETO, A., (2002)**, “Simulation of Vortex-Shedding Flow about a Circular Cylinder with Turbulence Modeling”. *Intern’l Society of CFD*, Vol. 11, n° 3, October, 315-322p.
- ALCÂNTARA PEREIRA, L.A., (2002)**, “Simulação Numérica do escoamento ao Redor de Perfis Aerodinâmicos Montados em Grades Lineares de Turbomáquinas Utilizando o Método de Vórtices Discretos”. Tese de Doutorado, IEM/UNIFEI.
- ALCÂNTARA PEREIRA, L.A., HIRATA, M.H., (2006)**, “On Interference between Circular Cylinders in Cross Flow at High Reynolds Number using Surface Vorticity Method”. *Proceedings of the 11th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering -- ENCIT 2006. Braz. Soc. of Mechanical Sciences and Engineering -- ABCM, Curitiba, Brazil, Dec.5-8.*
- ANDERSON, C. R., GREENGARD, C., (1991)**, “Vortex Dynamics and Vortex Methods”, *AMS Lectures in Appl. Math.*, Vol. 28.
- ASSI, G.R.S., (2005)**, “Estudo Experimental do Efeito de Interferência no Escoamento ao Redor de Cilindros Alinhados”. Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica da USP.

- ASSI, G.R.S., (2009)**, “Mechanisms for Flow-Induced Vibration of Interfering Bluff Bodies”. PhD Thesis, Imperial College London, U.K.
- BARBA, L. A., (2004)**, “Vortex Method for Computing High-Reynolds Number Flows: Increased Accuracy with a Fully Mesh-Less Formulation”. PhD Thesis, California Institute of Technology.
- BATCHELOR, G.K., (1967)**, “An Introduction to Fluid Dynamics”. Cambridge University Press.
- BEALE, J. T., MAJDA, A., (1981)**, “Rates of Convergence for Viscous Splitting of the Navier-Stokes Equations”. *Math. Comp.*, 37:243-259.
- BEALE, J. T., MAJDA, A., (1982a)**, “Vortex Methods I: Convergence in Three Dimensions”. *Math. Comp.*, 39:1-27.
- BEALE, J. T., MAJDA, A., (1982b)**, “Vortex Methods II: High-Order Accuracy in Two and Three Dimensions”. *Math. Comp.*, 39:29-52.
- BEALE, J. T., MAJDA, A., (1985)**, “High-Order Accurate Vortex Methods with Explicit Velocity Kernels”. *J. Comp. Phys.*, 58:188-208.
- BEARMAN P.W., (1984)**, “Vortex Shedding from Oscillating Bluff-Bodies”. *Annu Rev Fluid Mech*, Vol.16, pp.195-222.
- BEARMAN P.W., (2009)**, “Understanding and Predicting Vortex-Induced Vibrations”. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 634, pp.1-4.
- BIERMANN, D., HERRNSTEIN, J., (1933)**, “The Interference between Struts in Various Combinations”. National Advisory Committee for Aeronautics, Technical Report 468.
- BIMBATO, A. M. (2008)**, “Análise do Comportamento Aerodinâmico de um Corpo na Presença de uma Superfície Plana Móvel”. Dissertação de Mestrado, IEM/UNIFEI.

- BIMBATO, A. M., ALCÂNTARA PEREIRA, L.A., HIRATA, M.H. (2011)**, “Study of the Vortex Shedding Flow around a Body near a Moving Ground”. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol. 99, Issue: 1, pp. 7-17.
- BISHOP, R.E.D., HASSAN, A.Y., (1964)**, “The Lift and Drag Forces on a Circular Cylinder Oscillating in a Flowing Fluid”. *Proceedings Royal Society*, 227, pp. 51-75, Series A.
- BLEVINS, R.D., (1984)**, “Applied Fluid Dynamics Handbook”. Van Nostrand Reinhold, Co.
- BLEVINS, R.D., (1990)**, “Flow Induced Vibrations”. New York: Van Nostrand Reinhold.
- BODSTEIN, G.C.R., (2005)**, “Simulação Numérica do escoamento em torno de um Perfil Aerodinâmico de uma Pá de Turbina Eólica”. COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, Relatório de descrição dos resultados das simulações numéricas.
- BOKAIAN, A., GEOOLA, F., (1984)**, “Wake-Induce Galloping of Two Interference Circular Cylinders”. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 146, pp. 383-415.
- BOKAIAN, A., (1989)**, “Galloping of a Circular in the Wake of another”. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 128, pp. 71-85.
- BRANKOVIC, M., (2004)**, “Vortex-Induced Vibration Attenuation of Circular Cylinders with Low Mass and Damping”. PhD Thesis, Imperial College, University of London.
- BRECHT, S. H., FERRANTE, J. R., (1990)**, “Vortex-In-Cell Calculations in Three Dimensions”. *Comp. Phys. Comm.*, 58:25-54.
- CHORIN, A.J., (1973)**, “Numerical Study of Slightly Viscous Flow”. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 57, pp.785-796
- CHRISTIANSEN, J.P., (1973)**, “Numerical Simulation of Hydrodynamics by the Method of Point Vortices”. *J. Comp. Phys.*, Vol. 13, pp. 363-79.

- CIMBALA, J.M., NAGIB, H.M., ROSHKO, A., (1988)**, “Large Structure in the Far Wakes of Two Dimensional Bluff Bodies”. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 190, pp. 265-298.
- COTTET, G. H., (1987)**, “Convergence of a Vortex-In-Cell Method for the Two-Dimensional Euler Equations”. *Math. Comp.*, 49(180):407-425.
- COTTET, G. H., KOUMOUTSAKOS, P., (2000)**, “Vortex Methods: Theory and Practice”, Cambridge University Press.
- COTTET, G. H., PONCET, P., (2004)**, “Advances in Direct Numerical Simulations of 3D Wall-Bounded Flows by Vortex-In-Cell Methods”. *J. Comp. Phys.*, 193(1): 136-158.
- EBIANA, A. B., BARTHOLOMEW, R.W., (1996)**, “Design Considerations for Numerical Filters Used in Vortex-In-Cell Algorithms”. *Comp. & Fluids*, 25(1): 61-75.
- EINSTEIN, A., (1956)**, “Investigations on the theory of Brownian motion”. Dover, New York.
- FENG, C.C., (1968)**, “The Measurements of Vortex-Induced Effects in Flow past a Stationary and Oscillating Circular and D-Section Cylinders”. MSc Thesis, University of British Columbia Vancouver, Canada.
- FERZIGER, J.H., (1981)**, “Numerical Methods for Engineering Application”. John Wiley & Sons, Inc.
- GERRARD, J.H., (1966)**, “The Mechanisms of the Formation Region of Vortices behind Bluff Bodies”. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 25, n° Part 3, pp. 401-413.
- GHONIEM, A.F., SHERMAN, F.S., (1985)**, “Grid-free Simulation of Diffusion Using Random Walk Methods”, *J. of Comput. Physics*, 61, 1-37, pp 1-35.
- GREENGARD, C., (1985)**, “The Core Spreading Vortex Method Approximates the Wrong Equation”. *Journal of Computational Physics*, Vol. 61, pp. 345-348.

- GREENGARD, L., ROKHLIN, V., (1987)**, “A Fast Algorithm for Particles Simulations”. J. Comp. Phys. Vol. 61, pp 345-358.
- HALD, O., MAUCERI DEL PRETE, V., (1978)**, “Convergence of Vortex Methods for Euler’s Equations”. Math. Comp., 32:791-801.
- HALD, O., (1979)**, “Convergence of Vortex Methods for Euler’s Equations II”. SIAM J. Num. Anal., 16:726-755.
- HELMHOLTZ, H., (1858)**, “On Integrals of the Hydrodynamics Equations which Express Vortex Motion Translation”. P.G., Tait, in Phil. Mag (4)1867, Vol 33, pp. 485-512.
- HIRATA, M. H., ALCÂNTARA PEREIRA, L. A., RECICAR, J. N., MOURA, W. H., (2008)**, “High Reynolds Number Oscillations of a Circular Cylinder”, J. of the Braz. Soc. of Mech. Sci. & Eng., Vol. XXX, No. 4, pp. 300-308.
- IGARASHI, T., (1981)**, “Characteristics of the Flow around Two Circular Cylinders Arranged in Tandem”. Bulletin of the JSME, Vol. 24, n°188, pp. 323-331.
- IMAICHI, K., et al., (1974)**, Preprint of Japan Soc. Mech. Engrs. (in Japanese), n° 735-5, pp. 104.
- ISO, Y., KAMEMOTO, K., (2005)**, “Vortex Method and Particle Trajectory Tracking Method for Lagrangian-Lagrangian Simulation Applied to Internal Liquid-Solid Two-Phase Flows”. Proceedings of the 3<sup>rd</sup> International Conference on Vortex Flows and Vortex Models (ICVFM 2005), Yokohama, Japan, November 21-23.
- KAMEMOTO, K., (1994)**, “Development of Vortex Methods for grid-free Lagrangian Direct Numerical Simulation”. Proceedings of the 3th, JSME-KSME: Fluids Engineering Conference, July, pp. 25-27, Sendai, Japan.
- KAMEMOTO, K., ZHU, B., OJIMA, A., (2000)**, “Attractive Features of an Advanced Vortex Method and its Subjects as a Tool of Lagrangian LES”. 14<sup>th</sup> Japan Society of CFD Symposium, Tokyo, December, pp 1-10.

- KAMEMOTO, K., (2009a)**, “Prospective Characteristics of a Lagrangian Vortex Method in Application into Vortex Flows of Moving Boundary Problems”. Workshop – From fast cars to slow flows over bluff bodies. 29-30 June 2009, Imperial College, London, UK.
- KAMEMOTO, K., (2009b)**, “Progressive Application of a Lagrangian Vortex Method into Fluid Engineering and Possibility of the Concept of Discrete Element Methods in Vortex Dynamics (Mathematical Analysis of the Euler Equations: 150 Years of Vortex Dynamics)”. Departmental Bulletin Paper, Yokohama National University, Japan.
- KATZ, J., PLOTKIN, A., (1991)**, “Low Speed Aerodynamics: From Wing Theory to Panel Methods”. McGraw Hill, Inc.
- KEMPKA, S. N., STRICKLAND, J.H., (1993)**, “A Method to Simulate Viscous Diffusion of Vorticity by Convective Transport of Vortices at a Non Solenoidal Velocity”. Sandia Laboratory Report, SAND93-1763.
- KING, R., JOHNS, D.J., (1976)**, “Wake Interaction Experiments with Two Flexible Circular Cylinders in Flowing Water”. Journal of Sound and Vibration, Vol. 45, pp. 259-283.
- KOOPMAN, G.H., (1967)**, “The Vortex Wakes of Vibrating Cylinders at Low Reynolds Number”. Journal of Fluid Mechanics, Vol. 28, n° Part 3, pp. 501-512.
- KOUMOUTSAKOS, P. D., (1993)**, “Direct Numerical Simulations of Unsteady Separated Flows Using Vortex Methods”. Ph. D. Thesis, California Institute of Technology.
- LEONARD, A. (1980)**, “Vortex Methods for Flow Simulation”. J. Comp. Phys., 37:289-335.
- LEONARD, A. (1985)**, “Computing Three-Dimensional Incompressible Flows with Vortex Elements”. Ann. Rev. Fluid Mech., 17:523-559.
- LEWIS, R.I., (1991)**, “Vortex Element Method for Fluid Dynamic Analysis of Engineering Systems”. Cambridge Univ. Press, Cambridge, England, U.K.

- LIU, C. H., DOORLY, D. J., (2000)**, “Vortex Particle-In-Cell Method for Three-Dimensional Viscous Unbounded Flow Computations”. *Int. J. Num. Meth. In Fluids*, 32:29-50.
- LJUNGKRONA, L., NORBERG, C.H., SUNDÉN, B., (1991)**, “Free-Stream Turbulence and Tube Spacing Effects on Surface Pressure Fluctuations for Two Tubes in an in Line Arrangement”. *Journal of Fluid and Structures*, Vol. 5, pp. 701-727.
- LUGT, H.J. (1983)**, “Vortex Flow in Nature and Technology”. John Wiley & Sons.
- MENEGHINI, J.R., (2002)**, “Projeto de Pesquisa no Tópico de Geração e Desprendimento de Vórtices no escoamento ao Redor de Cilindros”. Resenha apresentada à Escola Politécnica da USP para obtenção de título de Livre-Docência em Engenharia.
- MONI, A., ALCÂNTARA PEREIRA, L.A., HIRATA, M.H., (2011)**, “Airplane Wake near the Ground with Natural Convection”. *Proceedings of COBEM 2011: 21th International Congress of Mechanical Engineering*. October 24-28, Natal, RN, Brazil
- MORSE, T.L., WILLIAMSON, C.H.K., (2009)**, “Prediction of Vortex-Induced Vibrations response by Employing Controlled Motion”. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 634, pp. 5-39.
- MUSTTO, A. A., HIRATA, M. H., BODSTEIN, G. C. R., (1998)**, “Discrete Vortex Method Simulation of the Flow around a Circular Cylinder with and without Rotation”. A.I.A.A. Paper 98-2409, *Proceedings of the 16th A.I.A.A. Applied Aerodynamics Conference*, Albuquerque, NM, USA, June.
- OGAMI, Y., AKAMATSU, T., (1991)**, “Viscous Flow Simulation Using the Discrete Vortex Model – The Diffusion Velocity Method”. *Computers & Fluids*, Vol. 19, pp. 433-441.
- ONGOREN, A., ROCKWELL, (1988)**, “Flow Structure from an Oscillating Cylinder – Part 1: Mechanisms of Phase Shift and Recovery in the near Wake”. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 191, pp. 197-223.

- PANTON, R.L., (1984)**, “Incompressible flow”. John Wiley & Sons.
- PARKINSON, G., (1989)**, “Phenomena and Modelling of Flow-Induced Vibration of Bluff Bodies”. Progress in Aerospace Sciences, 26, pp. 169-224
- PERRY, A.E., CHONG, L.S., LIM, T.T. (1982)**, “A vortex shedding process behind two-dimensional bluff bodies”. Journal of Fluid Mechanics 116, pp. 77-90.
- PUCKETT, E. G., (1993)**, “An Introduction and Survey of Selected Research Topics”. In M. D. Gunzburger and R. A. Nicolaides, editors, Incompressible Computational Fluid Dynamics: Trends and Advances. Cambridge University Press, pages 335-408.
- RAYLEIGH, J.W.S., (1896)**, “The Theory of Sound”. Vol. I and II.
- RECICAR, J.N., (2007)**, “Oscilações de Grandes Amplitudes num Corpo que se Move com Velocidade Constante”. Dissertação de Mestrado, IEM/UNIFEI.
- REYNOLDS, O., (1883)**, “An Experimental Investigation of the Circumstances which Determine Whether the Motion of Water Shall Be Direct or Sinuous and of the Law of Resistance in Parallel Channels”. Phill. Trans. Roy. Soc., Vol. 174, Part III, pp. 935-982.
- RICCI, J.E.R., (2002)**, “Simulação Numérica do escoamento ao Redor de um Corpo de Forma Arbitrária Estacionado nas Imediações de uma Superfície Plana, com o Emprego do Método de Vórtices”. Tese de Doutorado, IEM/UNIFEI.
- ROSENHAD, L., (1931)**, “The Formation of Vortices from a Surface of Discontinuity”. Proc. R. Soc. Lond. A, A134:170-192.
- ROSHKO, A., (1954)**, “On the Drag and Shedding Frequency of Two Dimensional Bluff Bodies”. Tech. Report 3169.
- ROSSI, L. F., (1996)**, “Resurrecting Core Spreading Vortex Methods: A New Scheme that is both Deterministic and Convergent”. SIAM J. Sci. Comput., 17:370-397.

- ROSSI, L.F., (1997)**, “Merging Computational Elements in Vortex Simulations”. *SIAM J. Sci. Comput.*, 18:1014-1027.
- ROSSI, L. F., 2005**, “Achieving High Order Convergence Rates with Deforming Basis Functions”. *SIAM J. Sci. Comput.*, Vol. 26, n° 3, pp. 885-906.
- ROSSI, L. F., (2006)**, “A Comparative Study of Lagrangian Methods Using Axisymmetric and Deforming Blobs”. *SIAM J. Sci. Comput.*, Vol. 27, n° 4, pp. 1168-1180.
- SAFMAN, P.G., (1992)**, “Vortex Dynamics”, Cambridge University Press
- SALMON, J. K., WARREN, M. S., WINCKELMANS, G. S., (1994)**, “Fast Parallel Tree Codes for Gravitational and Fluid Dynamical N-Body Problems”, *Intl. J. Supercomput. Appl. High Perf. Comp.*, 8(2):129-142.
- SARPKAYA, T., (1989)**, “Computational Methods with Vortices”. *J. Fluids Eng.*, 11:5-52.
- SHERMAN, F. S., (1990)**, “Viscous Flow”. McGraw Hill, International Editions Mechanical Engineering Series.
- SHINTANI, M., AKAMATSU, T., (1994)**, “Investigation of Two Dimensional Discrete Vortex Method with Viscous Diffusion Model”. *Computational Fluid Dynamics Journal*, Vol. 3, n° 2, pp. 237-254.
- SILVA, H., (2004)**, “Análise do escoamento ao Redor de um Corpo Oscilante que se Desloca com Velocidade Constante”. Dissertação de Mestrado, IEM/UNIFEI.
- SMITH, P. A., STANSBY, P. K., (1988)**, “Impulsively Started Flow around a Circular Cylinder by the Vortex Method”. *J. Fluid Mech.*, 194:45-77.
- STANSBY, P.K., (1976)**, “The Locking-on of Vortex Shedding due to the Cross-Stream Vibration of Circular Cylinders in Uniform and Shear Flows”. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 74, pp. 641-665.

- SUMNER, D., (2010)**, “Two Circular Cylinders in Cross-Flow: A Review”. *Journal of Fluid and Structures*, Vol. 26, pp. 849-899.
- UHLMAN, J.S., (1992)**, “An Integral Equation Formulation of the Equation of an Incompressible Fluid”. Naval Undersea Warfare Center, T.R. 10-086.
- VAN DYKE, M., (1982)**, “An Album of Fluid Motion”. Stanford: Parabolic Press.
- VON KÁRMÁN, T., (1911)**, “Über den Mechanismus des Widerstandes den ein Bewegter Körper in einer Flüssigkeit erfährt”. *Gottinger Nachrichten Math-Phys. Klasse*, 509-517.
- WILLIAMSON, C.H.K., ROSHKO, A., (1988)**, “Vortex Formation in the Wake of an Oscillating Cylinder”. *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 2, pp. 355-381.
- WILLIAMSON, C.H.K., (1991)**, “2-D and 3-D Aspects of the Wake of a Cylinder, and their Relation to Wake Computations”. *Vortex Dynamics and Vortex Methods, AMS-SIAM Lectures in Applied Mathematics*, Vol. 28, pp. 719-751.
- WILLIAMSON, C.H.K., (1996)**, “Three Dimensional Wake Transition”. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 328, pp. 345-407.
- XU, G., ZHOU, Y., (2004)**, “Strouhal Numbers in the Wake of Two inline Cylinders”. *Experiments in Fluids*, pp. 248-256.
- YOUNG, J.A., (1989)**, “Viscous Flow around Vortex Shedding Flowmeters: A Discrete Vortex Model”. Ph.D. Thesis.
- ZDRAVKOVICH, M.M., PRIDDEN, D.L., (1977)**, “Interference between Two Circular Cylinders; Series of Unexpected Discontinuities”, *J. Ind. Aerodyn.* 2, pp. 225-270.
- ZDRAVKOVICH, M.M., (1977)**, “Review of Flow Interference between two Circular Cylinders in Various Arrangement”. *ASME Journal of Fluid Engineering*, Vol. 99, pp. 618-633.

## Apêndice A

# DEDUÇÃO DA EQUAÇÃO DO TRANSPORTE DE VORTICIDADE

Para a obtenção da versão tridimensional da equação de transporte de vorticidade parte-se das equações de Navier-Stokes:

$$\frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial t^*} + \mathbf{u}^* \cdot \nabla^* \mathbf{u}^* = -\frac{1}{\rho} \nabla^* p^* + \nu \nabla^{*2} \mathbf{u}^*. \quad (\text{A.1})$$

A seguir, considera-se a seguinte identidade vetorial:

$$\mathbf{u}^* \times (\nabla^* \times \mathbf{u}^*) = \frac{1}{2} \nabla^* (\mathbf{u}^* \cdot \mathbf{u}^*) - \mathbf{u}^* \cdot \nabla^* \mathbf{u}^*. \quad (\text{A.2})$$

Isolando-se a segunda parcela do segundo membro da Eq. (A.2) e substituindo-a na segunda parcela do primeiro membro da Eq. (A.1) resulta:

$$\frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial t^*} + \frac{1}{2} \nabla^* (\mathbf{u}^* \cdot \mathbf{u}^*) - \mathbf{u}^* \times (\nabla^* \times \mathbf{u}^*) = -\frac{1}{\rho} \nabla^* p^* + \nu \nabla^{*2} \mathbf{u}^*, \quad (\text{A.3})$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial t^*} - \mathbf{u}^* \times (\nabla^* \times \mathbf{u}^*) = -\frac{1}{\rho} \nabla^* p^* - \frac{1}{2} \nabla^* (\mathbf{u}^* \cdot \mathbf{u}^*) + \nu \nabla^{*2} \mathbf{u}^*, \quad (\text{A.4})$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial t^*} - \mathbf{u}^* \times \boldsymbol{\omega}^* = -\nabla^* \left( \frac{p^*}{\rho} + \frac{\mathbf{u}^* \cdot \mathbf{u}^*}{2} \right) + \nu \nabla^{*2} \mathbf{u}^*. \quad (\text{A.5})$$

Aplicando-se o operador rotacional ( $\nabla \times$ ), membro a membro, na Eq. (A.5) vem:

$$\nabla^* \times \left( \frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial t^*} \right) - \nabla^* \times (\mathbf{u}^* \times \boldsymbol{\omega}^*) = -\nabla^* \times \left[ \nabla^* \left( \frac{\mathbf{p}^*}{\rho} + \frac{\mathbf{u}^* \cdot \mathbf{u}^*}{2} \right) \right] + \nabla^* \times (\mathbf{v} \nabla^{*2} \mathbf{u}^*), \quad (\text{A.6})$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{\omega}^*}{\partial t^*} - \nabla^* \times (\mathbf{u}^* \times \boldsymbol{\omega}^*) = 0 + \mathbf{v} \nabla^{*2} \boldsymbol{\omega}^*, \quad (\text{A.7})$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{\omega}^*}{\partial t^*} - \nabla^* \times (\mathbf{u}^* \times \boldsymbol{\omega}^*) = \mathbf{v} \nabla^{*2} \boldsymbol{\omega}^*. \quad (\text{A.8})$$

Recorrendo à notação indicial, mostra-se que:

$$\begin{aligned} \nabla^* \times (\mathbf{u}^* \times \boldsymbol{\omega}^*) &= \mathbf{e}_1 \frac{\partial}{\partial X_1^*} \times \varepsilon_{ijk} \mathbf{e}_k (\mathbf{u}_i^* \omega_j^*) \\ &= \frac{\partial}{\partial X_1^*} \mathbf{u}_i^* \omega_j^* \varepsilon_{ijk} \varepsilon_{lkm} \mathbf{e}_m \\ &= \frac{\partial}{\partial X_1^*} \mathbf{u}_i^* \omega_j^* \varepsilon_{ijk} \varepsilon_{mlk} \mathbf{e}_m \\ &= \frac{\partial}{\partial X_1^*} \mathbf{u}_i^* \omega_j^* \mathbf{e}_m (\delta_{im} \delta_{jl} - \delta_{il} \delta_{jm}) \\ &= \frac{\partial}{\partial X_1^*} \mathbf{u}_i^* \omega_j^* \mathbf{e}_m \delta_{im} \delta_{jl} - \frac{\partial}{\partial X_1^*} \mathbf{u}_i^* \omega_j^* \mathbf{e}_m \delta_{il} \delta_{jm} \\ &= \frac{\partial}{\partial X_1^*} \mathbf{u}_i^* \omega_j^* \mathbf{e}_i \delta_{jl} - \frac{\partial}{\partial X_1^*} \mathbf{u}_i^* \omega_j^* \mathbf{e}_j \delta_{il} \\ &= \omega_j^* \frac{\partial}{\partial X_1^*} \mathbf{u}_i^* \mathbf{e}_i - \mathbf{u}_i^* \frac{\partial}{\partial X_1^*} \omega_j^* \mathbf{e}_j \\ &= \omega_j^* \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i \frac{\partial}{\partial X_1^*} \mathbf{u}_i^* - \mathbf{u}_i^* \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i \frac{\partial}{\partial X_1^*} \omega_j^* \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

$$\nabla^* \times (\mathbf{u}^* \times \boldsymbol{\omega}^*) = \boldsymbol{\omega}^* \cdot \nabla^* \mathbf{u}^* - \mathbf{u}^* \cdot \nabla^* \boldsymbol{\omega}^* . \quad (\text{A.10})$$

Substituindo-se a Eq. (A.10) na Eq. (A.8) resulta:

$$\frac{\partial \boldsymbol{\omega}^*}{\partial t^*} - \boldsymbol{\omega}^* \cdot \nabla^* \mathbf{u}^* + \mathbf{u}^* \cdot \nabla^* \boldsymbol{\omega}^* = \nu \nabla^{*2} \boldsymbol{\omega}^* ,$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{\omega}^*}{\partial t^*} + \mathbf{u}^* \cdot \nabla^* \boldsymbol{\omega}^* = \boldsymbol{\omega}^* \cdot \nabla^* \mathbf{u}^* + \nu \nabla^{*2} \boldsymbol{\omega}^* . \quad (\text{A.11})$$

Adimensionalizado-se a Eq. (A.11), chega-se a forma desejada da equação do transporte da vorticidade, válida para escoamentos tridimensionais:

$$\frac{\partial \boldsymbol{\omega}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega} \cdot \nabla \mathbf{u} + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \boldsymbol{\omega} . \quad (\text{A.12})$$

Para escoamentos bidimensionais,  $\boldsymbol{\omega} \cdot \nabla \mathbf{u} = 0$ . Esta parcela representa o termo de deformação dos tubos de vorticidade.

A forma final da equação de transporte de vorticidade e que é utilizada nesta Dissertação de Mestrado é:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \omega = \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \omega . \quad (\text{A.13})$$

Observe que  $\omega$  é o único componente não-nulo do vetor vorticidade  $\boldsymbol{\omega}$  e sua direção é normal ao plano do escoamento.

O termo  $\frac{\partial \omega}{\partial t}$  representa a taxa de variação local da vorticidade.

A taxa de variação da vorticidade devido à convecção é interpretada através do termo  $\mathbf{u} \cdot \nabla \omega$ .

A taxa de transporte de vorticidade devido a difusão molecular é representada pelo termo  $\frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \omega$ .

## Apêndice B

# ALGORITMO ACELERADOR DA LEI DE BIOT-SAVART

No Método de Vórtices Discretos (M.V.D.) a vorticidade é discretizada e representada por vórtices discretos, os quais irão compor uma nuvem de vórtices (caso bidimensional) ou um conjunto de tubos de vorticidade (caso tridimensional). No problema tridimensional, cada vórtice discreto é definido por um vetor posição  $\mathbf{x}_i$ , um vetor intensidade de vórtice (vorticidade x volume)  $\Gamma_i$  e por um raio do núcleo  $\sigma_i$ . O campo de vorticidades é representado na sua forma discreta por um somatório de elementos discretos de vorticidade (Cottet e Koumoutsakos, 2000):

$$\boldsymbol{\omega}(\mathbf{x}, t) \approx \boldsymbol{\omega}^h(\mathbf{x}, t) = \sum_{i=1}^Z \Gamma_i(t) \zeta_{\sigma_i}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i(t)). \quad (\text{B.1})$$

O vetor  $\Gamma_i$  na Eq. (B.1) se torna um escalar para o caso de problemas bidimensionais. No interior do núcleo  $\sigma_i$  de cada vórtice discreto há uma distribuição de vorticidade dada por  $\zeta_{\sigma_i}$ , comumente chamada de função corte do raio do núcleo. Esta função corte é frequentemente representada por uma distribuição gaussiana e o tamanho do raio dos núcleos é uniforme ( $\sigma_i = \sigma$ ), resultando para problemas bidimensionais em:

$$\zeta_{\sigma}(\mathbf{x}) = \frac{1}{k \pi \sigma^2} \exp\left(-\frac{|\mathbf{x}|^2}{k \sigma^2}\right), \quad (\text{B.2})$$

onde a constante  $k$  determina o tamanho do corte e é escolhida por diferentes autores na literatura como 1, 2 ou 4. Por exemplo, no trabalho de revisão de Leonard (1980), o núcleo com distribuição gaussiana é representado com  $k=1$ . As três versões de distribuições gaussianas de vórtices no interior do núcleo de vórtices estão apresentadas na Fig. B.1. Nesta Dissertação de Mestrado utiliza-se a distribuição gaussiana para  $k=1$  durante as simulações numéricas.

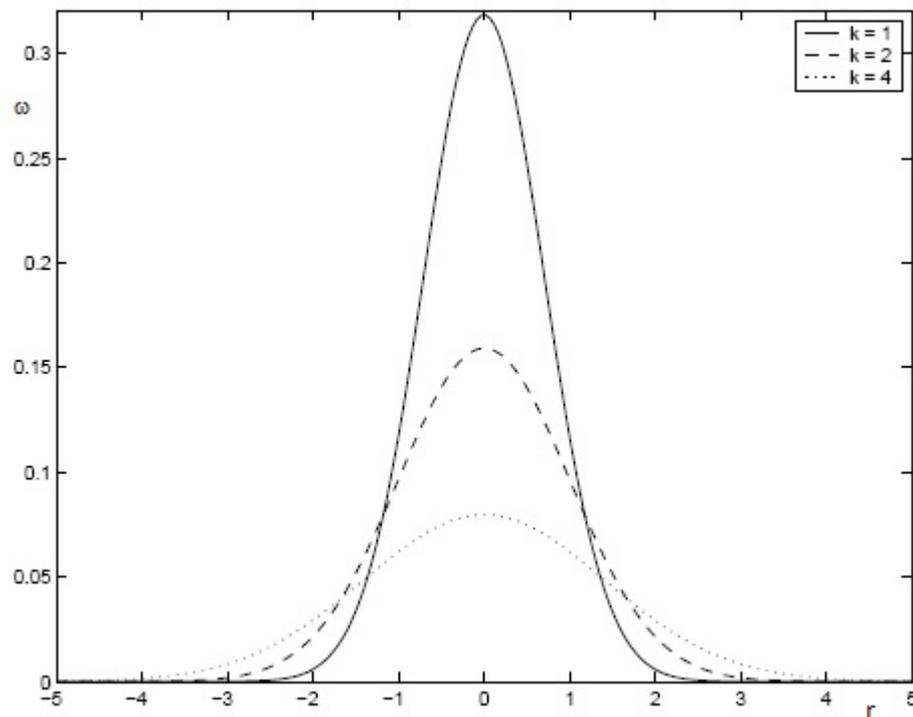


Figura B.1 – Distribuições gaussianas de vorticidade no interior do núcleo de vórtices discretos (Reproduzida de Barba, 2004).

A velocidade devida a interação vórtice-vórtice é obtida a partir da lei de Biot-Savart:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \int (\nabla \times \mathbf{G})(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \omega(\mathbf{x}', t) d\mathbf{x}' = \int \mathbf{K}(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \omega(\mathbf{x}', t) d\mathbf{x}' = (\mathbf{K} * \omega)(\mathbf{x}, t), \quad (\text{B.3})$$

onde  $\mathbf{K} = \nabla \times \mathbf{G}$  é conhecido como “Kernel” de Biot-Savart,  $\mathbf{G}$  é a função de Green para a equação de Poisson e  $*$  representa convolução. Em duas dimensões, a fórmula discreta para a lei de Biot-Savart que permite o cálculo da velocidade, é dada por:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = - \sum_{j=1}^Z \Gamma_j \mathbf{K}_\sigma(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j). \quad (\text{B.4})$$

Na convecção da nuvem de vórtices discretos (ver o item 4.3) torna-se necessário o cálculo dos componentes da velocidade induzida em cada vórtice discreto pelos demais vórtices discretos da nuvem. A partir da Eq. (B.4), o componente na direção dos  $x$  da velocidade induzida em cada vórtice arbitrário  $k$  pelos outros vórtices discretos da nuvem é:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{v_1} &= U_{v_{1,1}} \Gamma_1 + U_{v_{1,2}} \Gamma_2 + U_{v_{1,3}} \Gamma_3 + U_{v_{1,4}} \Gamma_4 + \cdots + U_{v_{1,N_V}} \Gamma_{N_V} \\ \mathbf{u}_{v_2} &= -U_{v_{2,1}} \Gamma_1 + U_{v_{2,2}} \Gamma_2 + U_{v_{2,3}} \Gamma_3 + U_{v_{2,4}} \Gamma_4 + \cdots + U_{v_{2,N_V}} \Gamma_{N_V} \\ \mathbf{u}_{v_3} &= -U_{v_{3,1}} \Gamma_1 - U_{v_{3,2}} \Gamma_2 + U_{v_{3,3}} \Gamma_3 + U_{v_{3,4}} \Gamma_4 + \cdots + U_{v_{3,N_V}} \Gamma_{N_V} \\ \mathbf{u}_{v_4} &= -U_{v_{4,1}} \Gamma_1 - U_{v_{4,2}} \Gamma_2 - U_{v_{4,3}} \Gamma_3 + U_{v_{4,4}} \Gamma_4 + \cdots + U_{v_{4,N_V}} \Gamma_{N_V} \\ &\cdot \\ &\cdot \\ &\cdot \\ \mathbf{u}_{v_{N_V}} &= -U_{v_{N_V,1}} \Gamma_1 - U_{v_{N_V,2}} \Gamma_2 - U_{v_{N_V,3}} \Gamma_3 - U_{v_{N_V,4}} \Gamma_4 + \cdots + U_{v_{N_V,N_V}} \Gamma_{N_V} \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

E o correspondente componente na direção dos  $y$  vale:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{v_1} &= V_{v_{1,1}} \Gamma_1 + V_{v_{1,2}} \Gamma_2 + V_{v_{1,3}} \Gamma_3 + V_{v_{1,4}} \Gamma_4 + \cdots + V_{v_{1,N_V}} \Gamma_{N_V} \\ \mathbf{v}_{v_2} &= -V_{v_{2,1}} \Gamma_1 + V_{v_{2,2}} \Gamma_2 + V_{v_{2,3}} \Gamma_3 + V_{v_{2,4}} \Gamma_4 + \cdots + V_{v_{2,N_V}} \Gamma_{N_V} \\ \mathbf{v}_{v_3} &= -V_{v_{3,1}} \Gamma_1 - V_{v_{3,2}} \Gamma_2 + V_{v_{3,3}} \Gamma_3 + V_{v_{3,4}} \Gamma_4 + \cdots + V_{v_{3,N_V}} \Gamma_{N_V} \\ \mathbf{v}_{v_4} &= -V_{v_{4,1}} \Gamma_1 - V_{v_{4,2}} \Gamma_2 - V_{v_{4,3}} \Gamma_3 + V_{v_{4,4}} \Gamma_4 + \cdots + V_{v_{4,N_V}} \Gamma_{N_V} \\ &\cdot \\ &\cdot \\ &\cdot \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

$$\mathbf{v}_{V_{NV}} = -\mathbf{V}_{V_{1,NV}} \Gamma_1 - \mathbf{V}_{V_{2,NV}} \Gamma_2 - \mathbf{V}_{V_{3,NV}} \Gamma_3 - \mathbf{V}_{V_{4,NV}} \Gamma_4 + \dots + \mathbf{V}_{V_{NV,NV}} \Gamma_{NV}$$

Destes dois conjuntos de N equações sabe-se que (Mustto et al., 1998):

a)  $U_{V_{k,j}}$  é o componente x da velocidade induzida no vórtice k pelo vórtice j, se este último possuir intensidade unitária. Para o modelo do vórtice potencial, considerando que  $r_{kj} \geq \sigma_0$ , tem-se:

$$U_{V_{k,j}} = \frac{1}{2\pi} \frac{[y_k - y_j]}{[x_k - x_j]^2 + [y_k - y_j]^2} \quad . \quad (B.7)$$

Quando a distância entre dois vórtices discretos for menor que o raio do núcleo do vórtice de Lamb ( $r_{kj} < \sigma_0$ ), usa-se:

$$U_{V_{k,j}} = \frac{1}{2\pi} \frac{[y_k - y_j]}{[x_k - x_j]^2 + [y_k - y_j]^2} \left[ 1 - \exp\left(-5,02572 \frac{r_{kj}^2}{\sigma_0^2}\right) \right] \quad (B.8)$$

b)  $V_{V_{k,j}}$  é o componente y da velocidade induzida no vórtice k pelo vórtice j, se este último possuir intensidade unitária. Para o modelo do vórtice potencial, considerando que  $r_{kj} \geq \sigma_0$ , tem-se:

$$V_{V_{k,j}} = -\frac{1}{2\pi} \frac{[x_k - x_j]}{[x_k - x_j]^2 + [y_k - y_j]^2} \quad (B.9)$$

Quando a distância entre dois vórtices discretos for menor que o raio do núcleo do vórtice de Lamb ( $r_{kj} < \sigma_0$ ), usa-se:

$$V_{V_{k,j}} = -\frac{1}{2\pi} \frac{[x_k - x_j]}{[x_k - x_j]^2 + [y_k - y_j]^2} \left[ 1 - \exp\left(-5,02572 \frac{r_{kj}^2}{\sigma_0^2}\right) \right] \quad (B.10)$$

c) o vórtice arbitrário k não induz velocidade sobre ele mesmo, portanto:  $U_{V_{k,k}} = 0$  e  $V_{V_{k,k}} = 0$ ;

d) o componente  $x$  da velocidade total induzida no vórtice  $k$  pelos demais vórtices é calculada pelo seguinte somatório:

$$u_{k_{NV}} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^{N_V} \Gamma_j U_{V_{k,j}} \quad (\text{B.11})$$

e) o componente  $y$  da velocidade total induzida no vórtice  $k$  pelos demais vórtices é calculada pelo seguinte somatório:

$$v_{k_{NV}} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^{N_V} \Gamma_j V_{V_{k,j}} \quad (\text{B.12})$$

f) o componente  $x$  da velocidade induzida no vórtice  $k$  pelo vórtice  $j$ , se este último possuir intensidade unitária, é igual e com sinal contrário à componente  $x$  da velocidade induzida no vórtice  $j$  pelo vórtice  $k$ ;

g) o componente  $y$  da velocidade induzida no vórtice  $k$  pelo vórtice  $j$ , se este último possuir intensidade unitária, é igual e com sinal contrário à componente  $y$  da velocidade induzida no vórtice  $j$  pelo vórtice  $k$ ;

O algoritmo desenvolvido para acelerar a Lei de Biot-Savart calcula somente os componentes  $x$  e  $y$  das velocidades induzidas no vórtice  $k$  pelo vórtice  $j$ . Os componentes induzidos pelo vórtice  $j$  no vórtice  $k$  não precisam ser calculados. A rotina COMPUVVV.FOR, descrita no Apêndice C, calcula  $U_{V_{k,j}}$  e  $V_{V_{k,j}}$  fazendo  $U_{V_{j,k}} = -U_{V_{k,j}}$  e  $V_{V_{j,k}} = -V_{V_{k,j}}$ .

Como se pode notar estes cálculos, a cada incremento de tempo  $\Delta t$ , ficam cada vez mais demorados. O artifício apresentado é de grande validade. Neste artifício não se leva em consideração a intensidade de cada vórtice indutor.

Assim, no cálculo final da velocidade total induzida em um vórtice arbitrário  $k$  pelos outros vórtices livres da nuvem entra o valor da intensidade de cada vórtice livre indutor. Na direção do eixo dos  $x$ , por exemplo, obtém-se:

$$\begin{aligned}
\mathbf{u}_{v_1} &= 0 \Gamma_1 + U_{v_{1,2}} \Gamma_2 + U_{v_{1,3}} \Gamma_3 + U_{v_{1,4}} \Gamma_4 + \dots \\
\mathbf{u}_{v_2} &= -U_{v_{1,2}} \Gamma_1 + 0 \Gamma_2 + U_{v_{2,3}} \Gamma_3 + U_{v_{2,4}} \Gamma_4 + \dots \\
\mathbf{u}_{v_3} &= -U_{v_{1,3}} \Gamma_1 - U_{v_{2,3}} \Gamma_2 + 0 \Gamma_3 + \dots \\
\mathbf{u}_{v_4} &= -U_{v_{1,4}} \Gamma_1 - U_{v_{2,4}} \Gamma_2 - \dots \\
&\dots
\end{aligned} \tag{B.13}$$

Como observação final, o raio do núcleo do vórtice de Lamb foi definido por Mustto *et al.* (1998) de modo que a diferença entre as velocidades induzidas calculadas pelo vórtice de Lamb e pelo vórtice pontual seja pequena. O valor adotado foi:

$$\sigma_0 \equiv 2r_{\max} \tag{B.14}$$

e nesta situação a diferença entre a velocidade induzida pelo vórtice discreto de Lamb e pelo vórtice potencial é de 0,6%. O ponto  $r_{\max}$ , onde a velocidade tangencial induzida pelo vórtice discreto de Lamb é máxima, é definido por Mustto *et al.* (1998) como sendo :

$$\frac{r_{kj}}{\sigma} = 1,12091 \Rightarrow r_{\max} = 1,12091 \sigma \tag{B.15}$$

A Fig. B.2 apresenta o comportamento das distribuições da vorticidade e da velocidade tangencial induzida por um vórtice discreto de Lamb nas vizinhanças do centro do seu núcleo.

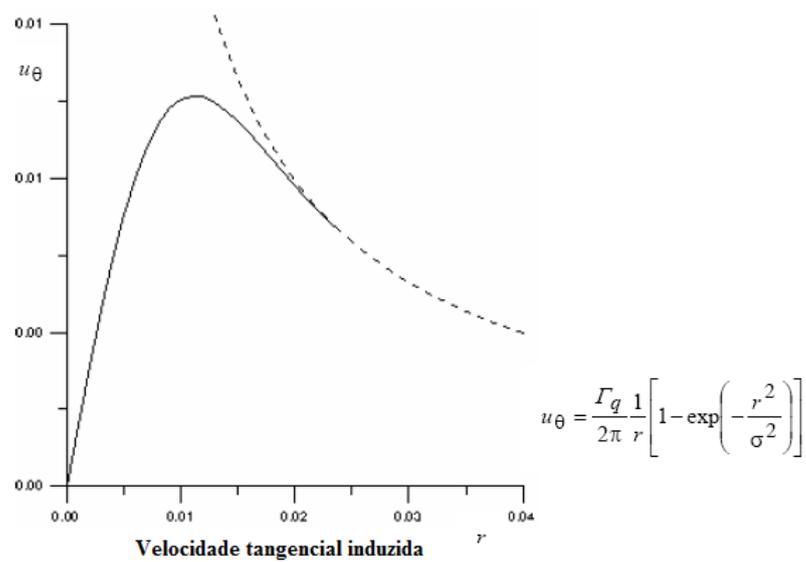
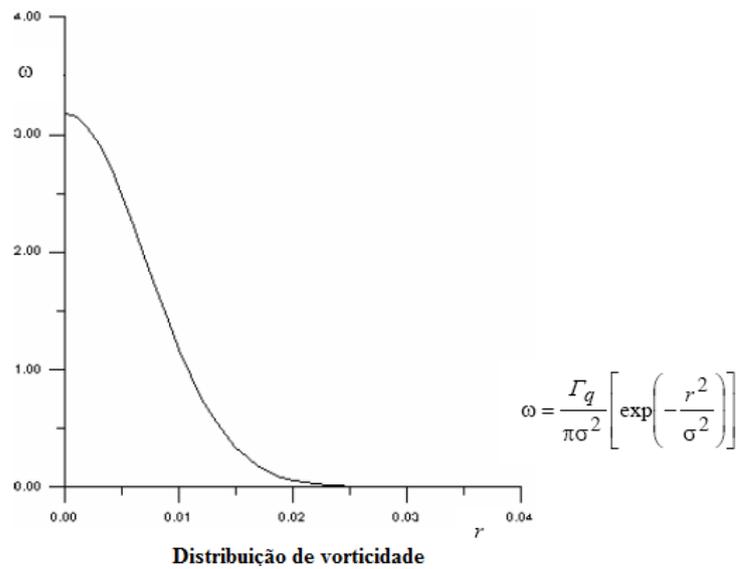


Figura B.2 – Comportamento da vorticidade e da velocidade tangencial no interior do raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb.

## **Apêndice C**

# **O ALGORITMO DO MÉTODO DE VÓRTICES DISCRETOS**

## **C.1 – INTRODUÇÃO**

O Apêndice C apresenta o algoritmo de implementação do Método de Vórtices Discretos utilizado para a simulação numérica do escoamento bidimensional, incompressível e em regime não-permanente de um fluido Newtoniano, com propriedades constantes ao redor de uma configuração de dois cilindros, sendo o primeiro fixo e o segundo oscilante. Apresenta-se, também, a estrutura do programa computacional *TWO\_BODIES\_INTERFERENCE.FOR* desenvolvido em linguagem de programação FORTRAN e a descrição da função de cada rotina.

## **C.2 – ESTRUTURA DO PROGRAMA COMPUTACIONAL *TWO\_BODIES\_INTERFERENCE.FOR***

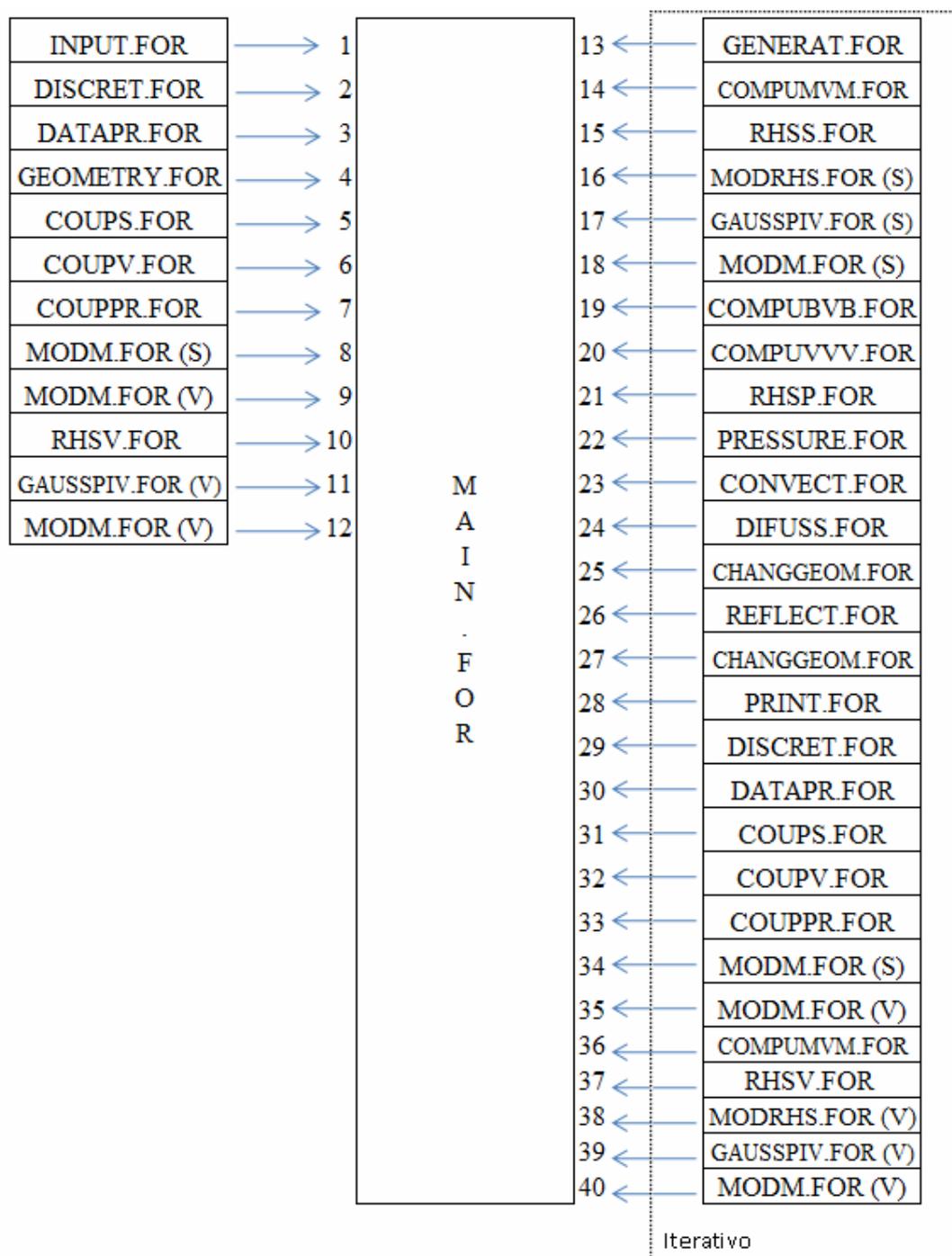


Figura C.1 – Estrutura do programa *TWO\_BODIES\_INTERFERENCE.FOR*

## C.3 – FUNÇÃO DAS ROTINAS NO ALGORITMO

### • Rotina **INPUT.FOR**

Esta rotina tem como finalidade a leitura de todos os dados necessários para a simulação numérica. Ela é a responsável pela abertura do arquivo INPUT.DAT e leitura dos seguintes parâmetros:

*option*: a constante *option* pode receber três valores: 1 (para cilindro fixo isolado); 2 (para dois cilindros imóveis alinhados *in tandem*); 3 (para dois cilindros alinhados *in tandem* com cilindro oscilando à jusante de outro fixo)

*stop*: número de incrementos de tempo

*delt*: valor do incremento de tempo

*nb*: número de corpos presentes na simulação. Sendo igual a 1 quando *option* é igual a 1, para um corpo estacionário, e igual a 2 para *option* igual a 2 ou 3, para dois corpos, respectivamente, nas configurações imóveis e com o cilindro à jusante oscilando.

*mb1*: número de painéis para discretizar a superfície do corpo à montante

*mb2*: número de painéis para discretizar a superfície do corpo à jusante

*inline*: espaçamento entre os dois corpos

*ay*: amplitude reduzida

*wy*: frequência angular de oscilação do corpo

*eps*: posição de desprendimento dos vórtices discretos de Lamb

*core*: raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb

*pro*: espessura da camada protetora (Ricci, 2002)

*gap*: deslocamento do ponto de controle (Ricci, 2002)

*re*: número de Reynolds

Além da leitura de dados de entrada a rotina INPUT.FOR atribui o valor da velocidade do escoamento incidente igual a unidade e zera todas as matrizes e vetores. É, também, nesta rotina que são definidas as coordenadas dos pontos P e Q (Figura 3.1), que são utilizados para cálculo do Strouhal.

- Rotina **DISCRET.FOR**

Rotina que discretiza a superfície dos dois corpos em painéis planos com comprimentos iguais. O número total de painéis planos é calculado como  $M=mb_1+mb_2$ .

- Rotina **DATAPREP.FOR**

Esta rotina recebe o valor dos pontos extremos de cada painel e a partir destes ela calcula, para cada painel plano, o valor do ponto de controle, do ângulo de orientação, do comprimento do painel e do ponto de desprendimento dos vórtices discretos de Lamb.

- Rotina **GEOMETRY.FOR**

Esta rotina imprime no arquivo de saída chamado DISCRET.DAT os dados referentes à geometria discretizada (via painéis planos) dos dois corpos.

- Rotina **COUPS.FOR**

A rotina calcula os coeficientes da matriz de influencia K para fontes (veja a Eq. 4.9). Para cumprir esta finalidade, os seguintes passos são seguidos dentro da rotina:

- Cálculo dos componentes da velocidade nas direções x e y que dependem da distribuição de fontes no sistema de coordenadas local (veja a Eq. 4.8a e a Eq. 4.8b);
- Passagem desses componentes do sistema de coordenadas local do painel para o sistema de coordenadas global (x,o,y), veja na Fig. 4.1.
- Decomposição desses componentes na direção normal de cada ponto de controle para a imposição da condição de contorno de Neumann dada pela Eq. 3.17.

É importante lembrar que os coeficientes da matriz de influência de fontes dependem apenas da geometria do problema. No caso da configuração com o corpo oscilando à jusante de outro fixo estes coeficientes devem ser calculados depois de cada deslocamento deste corpo.

- Rotina **COUPV.FOR**

Esta rotina calcula os coeficientes da matriz de influencia  $K$  para os vórtices (veja na Eq. 4.17). O mesmo procedimento descrito para a montagem da matriz de influência de fontes é seguido, no entanto, a condição de contorno imposta sobre o ponto de controle de cada painel plano é a condição de escorregamento-nulo dada pela Eq. 3.18.

- Rotina **COUPPR.FOR**

Esta rotina calcula os coeficientes da matriz de influência de pressão  $A_p$  encontrada na equação matricial dada pela Eq. 4.28.

- Rotina **MODCOUP.FOR**

Esta rotina acrescenta uma linha e uma coluna nas matrizes de influência de fontes e de vórtices para cada corpo discretizado a fim de satisfazer as condições de conservação de massa e da circulação global, dadas pela Eq. 4.19 e pela Eq. 4.21, respectivamente.

- Rotina **RHSV.FOR**

Esta rotina calcula o vetor coluna lado direito vórtices nascentes definido pela Eq. 4.18a e pela Eq. 4.18b.

- Rotina **MODRHS.FOR**

A rotina adiciona ao  $n_b$  ao valor de  $M$  para a resolução das equações matriciais de fontes (S) e de vórtices discretos novos (V) garantindo-se a conservação da massa e da circulação global.

- Rotina **GAUSSPIV.FOR**

Esta rotina resolve os sistemas lineares de fontes (S), de vórtices (S) e de pressão utilizando o Método de Eliminação de Gauss com Condensação Pivotal.

- Rotina **MODM.FOR**

A rotina tem como finalidades imprimir no arquivo de saída CONTROL.DAT os valores do instante de tempo ( $t = \text{step} \times \text{delt}$ ) e os valores extras obtidos na resolução da equação matricial de fontes (S) e de vórtices discretos nascentes (V) devido às imposições de conservação da massa e da circulação global. A rotina M para o valor original  $M = M - nb$ .

- Rotina **GENERAT.FOR**

Esta rotina posiciona os vórtices discretos novos na posição de geração de modo que estes vórtices discretos tangenciem o ponto de controle de cada painel plano.

- Rotina **COMP\_UM\_VM.FOR**

Rotina que calcula os componentes na direção x e y da velocidade total induzida no ponto de controle de cada painel plano devido a presença da nuvem de vórtices discretos.

Na parte iterativa do programa, esta rotina é chamada imediatamente antes das rotinas RHSS.FOR e RHSV.FOR, pois este cálculo, juntamente com a velocidade de oscilação do corpo, são os responsáveis pela atualização dos vetores coluna lado direito vórtices nascentes, RHSS, e lado direito fontes, RHSV.

- Rotina **RHSS.FOR**

Esta rotina calcula o vetor coluna lado direito fontes definido pela Eq. 4.10a e pela Eq. 4.10b.

- Rotina **COMP\_UB\_VB.FOR**

Rotina que calcula a velocidade total induzida em cada vórtice discreto de Lamb devidas as contribuições do escoamento incidente e das duas fronteiras sólidas discretizadas em painéis de fontes com densidade uniforme. O velocidade total induzida é calculada, também, sobre os pontos  $P(x,y)$  e  $Q(x,y)$  definidos na Fig. 3.1 para o cálculo do número de Strouhal utilizando uma transformada rápida de Fourier (F.F.T.).

- Rotina **COMP\_UV\_VV.FOR**

Rotina que calcula o campo de velocidades levando-se em consideração a contribuição da nuvem de vórtices discretos (iteração vórtice-vórtice). Esta rotina foi paralelizada no ambiente LINUX/FORTRAN com o padrão OPEN MP para a aceleração dos cálculos da interação vórtice-vórtice. O velocidade total é calculada, também, sobre os pontos  $P(x,y)$  e  $Q(x,y)$  definidos na Fig. 3.1 para o cálculo do número de Strouhal.

- Rotina **RHSP.FOR**

Calcula o vetor coluna lado direito de pressão  $L_d$  dado pela Eq. 4.27

- Rotina **PRESSURE.FOR**

Calcula a distribuição de pressão instantânea sobre a superfície discretizada dos dois corpos (exatamente sobre cada ponto de controle) e os coeficientes instantâneos de arrasto de forma e de sustentação. A equação matricial de pressão (Eq. 4.28) é resolvida dentro desta rotina.

- Rotina **CONVEC.FOR**

Realiza a convecção da nuvem de vórtices discretos através do esquema de avanço de primeira ordem de Euler (Eq. 4.4).

- Rotina **DIFFUS.FOR**

Simula o processo de difusão da vorticidade utilizando o Método do Avanço Randômico (Eq. 4.14a e Eq. 4.14b)

- Rotina **CHANGGEOM.FOR**

Esta rotina desloca os dois corpos mais a nuvem de vórtices discretos para uma posição pré-estabelecida a fim de realizar a reflexão de vórtices discretos que migrarem para o interior de um dos dois corpos após os deslocamentos de convecção e de difusão.

- Rotina **REFLECT.FOR**

Esta rotina, auxiliada pela rotina **REFLEC.FOR**, realiza a reflexão dos vórtices discretos, os quais são posicionados e protegidos pela camada protetora definida ao redor das duas fronteiras sólidas (Ricci, 2002). A rotina REFLECT.FOR imprime no arquivo de saída OSCILLA.DAT as coordenadas dos movimentos harmônicos de deslocamento e de velocidade do corpo oscilante, definidos pela Eq. 3.3a e pela Eq.3.5, respectivamente.

- Rotina **PRINT.FOR**

Esta rotina imprime nos arquivos de saída tipo MOVXXXX.DAT: a posição, intensidade, velocidade e o valor do raio do núcleo para cada vórtice discreto que compõe a nuvem.

Imprime também nos arquivos tipo CPYXXXX.DAT os valores instantâneos da distribuição de pressão ao longo da superfície discretizada do corpo. O símbolo XXXX se refere a um instante de tempo arbitrário da simulação. Por exemplo, em  $t=30$ , e com  $\text{delt}=0,05$ , tem-se  $\text{XXXX}=0600$  (a função **CONVERT.FOR** determina o valor de XXXX), logo tem-se MOV0600.DAT. A letra Y refere-se a fronteira sólida quando existem mais de uma. Nas opções 2 e 3, Y é igual a 1 para o cilindro a montante e 2 para o cilindro a jusante. No exemplo dado, para o campo de pressões tem-se CP10600.DAT e CP20600.DAT.

No arquivo FORC.DAT é impresso os resultados instantâneos das coeficientes de arrasto e de sustentação.

Esta rotina também imprime no arquivo VELOPOINTS.DAT o valor da velocidade total induzida nas direções x e y sobre os pontos P(x,y) e Q(x,y) definidos na Fig. 3.1. e onde mais tarde se calculará o número de Strouhal utilizando-se uma transformada rápida de Fourier (FFT).

**• Comentário Final:**

Na Fig. C.1, antes da chamada 29, a superfície discretizada do corpo à jusante é deslocada de acordo com o movimento oscilatório definido pela Eq. 3.3a.

**FIM.**