

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO  
EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**Regulador Automático de Tensão: Influência  
do Ganho no Sistema Elétrico de Potência**

**Pablo Cravo Fernandes**

Itajubá, Agosto de 2011

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO  
EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**Pablo Cravo Fernandes**

**Regulador Automático de Tensão: Influência  
do Ganho no Sistema Elétrico de Potência**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Ciências em Engenharia Elétrica.

Área de Concentração:

Sistemas Elétricos de Potência.

Orientador:

Antonio Carlos Zambroni de Souza.

Agosto de 2011.

Itajubá – MG.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Mauá –  
Bibliotecária Margareth Ribeiro- CRB\_6/1700

F363r

Fernandes, Pablo Cravo

Regulador automático de tensão: influência do ganho no sistema elétrico de potência / Pablo Cravo Fernandes. -- Itajubá, (MG) : [s.n.], 2011.

86 p. : il.

Orientador: Prof. Dr. Antonio Carlos Zambroni de Souza.  
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Itajubá.

1. Regulador automático de tensão. 2. Sistema elétrico de potência. 3. Método da continuação quase dinâmico. 4. Análise quase dinâmica. I. Souza, Antonio Carlos Zambroni de, orient. II. Universidade Federal de Itajubá. III. Título.

## BANCA EXAMINADORA

Julio Cesar Stacchini de Souza.  
Universidade Federal Fluminense.

Antonio Carlos Zambroni de Souza.  
Universidade Federal de Itajubá.

Benedito Isaías de Lima Lopes.  
Universidade Federal de Itajubá.

Carlos Alberto Murari Pinheiro.  
Universidade Federal de Itajubá.

“Rapadura é doce, mas não é mole não.”

Dito popular nordestino.

# Agradecimentos

A Deus.

Meus Pais e Irmãos.

Meus orientadores Zambroni, Isaías e Pinheiro, por todo o conhecimento e tempo dispensados a essa pesquisa.

Ao professor Julio Cesar Stacchini de Souza, pelas correções e sugestões dadas.

A Adriano Batista, por me ajudar com algumas correções no software.

A CAPES, pelo apoio financeiro.

Aos Amigos de Itajubá.

A mim, pela perseverança.

# Sumário

<b>LISTA DE FIGURAS.....</b>	<b>I</b>
------------------------------	----------

<b>LISTA DE TABELAS.....</b>	<b>III</b>
------------------------------	------------

<b>RESUMO.....</b>	<b>IV</b>
--------------------	-----------

<b>ABSTRACT .....</b>	<b>V</b>
-----------------------	----------

## **CAPÍTULO 1**

<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
-------------------------	----------

1.1. ESTABILIDADE ANGULAR.....	2
--------------------------------	---

1.2. ESTABILIDADE DE TENSÃO .....	4
-----------------------------------	---

1.3. ANÁLISE DE SISTEMAS ELÉTRICOS .....	6
--	---

1.4. OBJETIVO .....	9
---------------------	---

## **CAPÍTULO 2**

<b>GERADOR SÍNCRONO E SISTEMA DE EXCITAÇÃO .....</b>	<b>11</b>
--	-----------

2.1. ESTRUTURA GERAL DE UM SISTEMA DE EXCITAÇÃO.....	11
--	----

2.2. GERADOR SÍNCRONO.....	12
----------------------------	----

2.2.1. Gerador sem Carga.....	13
-------------------------------	----

2.2.2. Gerador com Carga.....	14
-------------------------------	----

2.2.3. Estado Subtransitório, Transitório e de Regime Permanente .....	15
--	----

2.2.4. Potência de Sincronização e Torque de Amortecimento .....	17
--	----

2.3. SISTEMA DE EXCITAÇÃO.....	18
--------------------------------	----

2.3.1. Excitador .....	19
------------------------	----

2.3.2. Regulador Automático de Tensão (AVR) .....	21
---	----

2.3.3. Power System Stabilizer (PSS) .....	24
--	----

## **CAPÍTULO 3**

<b>MODELO MATEMÁTICO DO SISTEMA ELÉTRICO.....</b>	<b>26</b>
3.1. FLUXO DE CARGA.....	26
3.1.1. Linha de Transmissão (LT).....	26
3.1.2. Transformador.....	27
3.1.3. Capacitor shunt.....	28
3.1.4. Matriz de Susceptância.....	28
3.1.5. Equações do Fluxo de Carga.....	29
3.1.6. Método Iterativo de Newton-Raphson para o Fluxo de Carga.....	31
3.2. GERADOR SÍNCRONO E SISTEMA DE EXCITAÇÃO.....	32
3.3. FLUXO DE CARGA CONTINUADO.....	41
3.4. MÉTODO DA CONTINUAÇÃO QUASE DINÂMICO.....	43
3.4.1. Limite da Tensão de Saída do Regulador.....	45
3.5. O SOFTWARE.....	46

## **CAPÍTULO 4**

<b>RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES.....</b>	<b>47</b>
4.1. ATUAÇÃO DO REGULADOR DE TENSÃO COM O INCREMENTO DE CARGA.....	47
4.2. SISTEMA DE 2 BARRAS.....	48
4.3. SISTEMA DE 9 BARRAS.....	52

<b>CONCLUSÃO.....</b>	<b>55</b>
-----------------------	-----------

<b>BIBLIOGRAFIA.....</b>	<b>59</b>
--------------------------	-----------

## **APÊNDICE A**

<b>BIFURCAÇÃO EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA.....</b>	<b>63</b>
A.1. BIFURCAÇÃO.....	63
A.2. BIFURCAÇÃO SELA-NÓ.....	64
A.2.1. Condições de Transversalidade.....	65
A.2.2. Bifurcação Sela-Nó em Sistemas Elétricos de Potência.....	66
A.3. BIFURCAÇÃO DE HOPF.....	69
A.3.1. Condições de Transversalidade.....	71
A.3.2. Bifurcação de Hopf em Sistemas Elétricos de Potência.....	72



## **APÊNDICE B**

### **REPRESENTAÇÃO DO SISTEMA ELÉTRICO NA FORMA MATRICIAL..... 75**

- B.1. SISTEMA ELÉTRICO EM VARIÁVEIS DE ESTADO..... 75
- B.2. MATRIZ JACOBIANA ESTENDIDA ..... 79

## **APÊNDICE C**

### **SISTEMAS TESTE ..... 83**

- C.1. CONFIGURAÇÃO DO SISTEMA DE 2 BARRAS ..... 83
- C.2. CONFIGURAÇÃO DO SISTEMA DE 9 BARRAS ..... 84

## **APÊNDICE D**

### **FLUXOGRAMA DO SOFTWARE DE SIMULAÇÃO ..... 86**

# Lista de Figuras

<b>Figura 2.1.</b> Sistema de Excitação de um Gerador Síncrono .....	12
<b>Figura 2.2.</b> Esquema de um Gerador Síncrono sem Carga e os Fluxos Envolvidos .....	13
<b>Figura 2.3.</b> Fluxo Resultante em um Gerador com Carga .....	15
<b>Figura 2.4.</b> Resposta da Corrente Seguindo um Curto-Circuito no Estator .....	16
<b>Figura 2.5.</b> Caminhos do Fluxo de Armadura .....	17
<b>Figura 2.6.</b> Tipos de Excitadores .....	20
<b>Figura 2.7.</b> Regulador Automático de Tensão .....	22
<b>Figura 2.8.</b> Compensação de Carga .....	23
<b>Figura 2.9.</b> Diagrama de Blocos do PSS .....	25
<b>Figura 3.1.</b> Linha de Transmissão .....	26
<b>Figura 3.2.</b> Transformador .....	27
<b>Figura 3.3.</b> Capacitor Shunt .....	28
<b>Figura 3.4.</b> Representação da Rede .....	29
<b>Figura 3.5.</b> Conjunto de Enrolamentos Representando uma Máquina Síncrona .....	33
<b>Figura 3.6.</b> Diagrama de Blocos do AVR IEEE Type 1 .....	33
<b>Figura 3.7.</b> Método da Continuação .....	41
<b>Figura 4.1.</b> Perfil de Tensão com Variação de $K_a$ no Caso Base – 2 Barras .....	48
<b>Figura 4.2.</b> Autovalor Crítico com Variação de $K_a$ no Caso Base – 2 Barras .....	48
<b>Figura 4.3.</b> Perfil de Tensão com Variação de $K_a$ no Colapso – 2 Barras .....	49
<b>Figura 4.4.</b> Autovalor Crítico com Variação de $K_a$ no Colapso – 2 Barras .....	49
<b>Figura 4.5.</b> Curva $P \times V$ sem Atuação do AVR – 2 Barras .....	50
<b>Figura 4.6.</b> Autovalor Crítico sem Atuação do AVR – 2 Barras .....	50
<b>Figura 4.7.</b> Curva $P \times V$ com Atuação do AVR – 2 Barras .....	51
<b>Figura 4.8.</b> Autovalor Crítico sem Atuação do AVR – 2 Barras .....	51
<b>Figura 4.9.</b> Curva $P \times V$ sem Atuação do AVR – 9 Barras .....	52
<b>Figura 4.10.</b> Autovalor Crítico sem Atuação do AVR – 9 Barras .....	53
<b>Figura 4.11.</b> Curva $P \times V$ com Atuação do AVR – 9 Barras .....	53
<b>Figura 4.12.</b> Autovalor Crítico sem Atuação do AVR – 9 Barras .....	54

<b>Figura A.1.</b> Bifurcação Sela-Nó .....	65
<b>Figura A.2.</b> Curva $P \times V$ .....	67
<b>Figura A.3.</b> Autovalor Crítico de $JLF$ .....	68
<b>Figura A.4.</b> Curva $P \times V$ para o Método Continuado Quase Dinâmico .....	68
<b>Figura A.5.</b> Bifurcação de Hopf Supercrítica .....	71
<b>Figura A.6.</b> Diagrama de Bifurcação de Hopf Supercrítica .....	71
<b>Figura A.7.</b> Lugar das Raízes do Autovalor Crítico .....	73
<b>Figura A.8.</b> Parte Real do Autovalor Crítico .....	73
<b>Figura C.1.</b> Sistema de 2 Barras .....	83
<b>Figura C.2.</b> Sistema de 9 Barras .....	84
<b>Figura D.1.</b> Fluxograma do Software .....	86

# Lista de Tabelas

<b>Tabela C.1.</b> Dados das Barras – Sistema de 2 Barras.....	83
<b>Tabela C.2.</b> Dados da Linha – Sistema de 2 Barras .....	83
<b>Tabela C.3.</b> Parâmetros do Gerador – Sistema de 2 Barras .....	83
<b>Tabela C.4.</b> Dados das Barras – Sistema de 9 Barras.....	84
<b>Tabela C.5.</b> Dados das Linhas – Sistema de 9 Barras .....	84
<b>Tabela C.6.</b> Parâmetros dos Geradores – Sistema de 9 Barras.....	85

# Resumo

AVR (Automatic Voltage Regulator) ou *Regulador Automático de Tensão* faz parte integrante de sistemas de excitação de geradores elétricos. O objetivo desta dissertação é investigar a influência do ganho de AVRs no *Sistema Elétrico de Potência (SEP)*, do ponto de vista da estabilidade de tensão e da margem de carga.

Um programa foi desenvolvido com esta finalidade nesta dissertação. Este software tem por característica a *análise quase dinâmica*.

O parâmetro utilizado para levar um determinado sistema sob estudo, de um ponto de operação a outro, é o incremento de carga do mesmo. O AVR atuará continuamente, à medida que o sistema for sendo carregado. Ou seja, para cada aumento de carga, o ganho correspondente à regulação do sistema será aumentado, simulando a atuação do regulador automático.

Dois sistemas teste serão utilizados para o estudo: 2-barras e 9-barras. O *método da continuação* para o sistema dinâmico correspondente será utilizado para ir do ponto de operação no caso base até o ponto de colapso de tensão. Os resultados, com a atuação do AVR e sem a atuação do mesmo, serão comparados para verificar se realmente a atuação do regulador garante a maior margem de carga e o melhor perfil de tensão.

**Palavras-Chave:** *regulador automático de tensão; AVR; sistema elétrico de potência; SEP; análise quase dinâmica; método da continuação quase dinâmico.*

# Abstract

The *Automatic Voltage Regulator* (AVR) is an integral part of the generators excitation systems. The goal of this dissertation is to investigate the influence of AVRs gain in the *Electrical Power System* (EPS), from the viewpoint of voltage stability and load margin.

A program was developed with this purpose in this dissertation. This software has the characteristics of *quasi dynamic analysis*.

The parameter used to take the system under study, from one operating point to another, is the increased load. The AVR will operate continuously as the system is being loaded. That is, for each load increase, the gain corresponding to the system regulation is increased, simulating the action of the AVR.

Two test systems will be used for the study: 2-bus and 9-bus. The *continuation method* for the corresponding dynamic system will be used to take the system from base operating point to the point of voltage collapse. The results, with the action of the AVR and without the actions of it, shall be compared to verify if the actions of the regulator really guarantees the largest load margin and better voltage profile.

**Keywords:** *automatic voltage regulator; AVR; electrical power system; EPS; quasi dynamic analysis; quasi dynamic continuation method.*

# CAPÍTULO 1

## Introdução

Nos primeiros anos da utilização da energia elétrica, o sistema de geração, transmissão e distribuição de energia por corrente contínua (CC), desenvolvido por Thomas Edison, era o padrão. Todo o sistema tinha de operar na mesma tensão, ou seja, geração e consumo deviam ter a mesma voltagem. Devido às altas perdas elétricas nas linhas de transmissão em corrente contínua, as usinas geradoras tinham de se localizar próximas aos centros consumidores (menos de 3 km). Além disso, a tensão contínua não era facilmente alterada para valores maiores ou menores, o que implicava em instalações de linhas elétricas separadamente, a fim de alimentar aparelhos com tensões diferentes. Todos esses infortúnios tornavam o sistema CC muito dispendioso.

A partir de estudos com campos elétricos rotacionais, Nikola Tesla desenvolveu um sistema de geração, transmissão e distribuição de energia por corrente alternada (CA). A corrente alternada podia ser conduzida por longas distâncias, em altas tensões e baixas correntes, utilizando fios de bitolas menores, e ter os níveis de tensão facilmente aumentados ou diminuídos com a utilização de transformadores. Isto permitia que a mesma rede de distribuição fosse utilizada para alimentar cargas pequenas (como residências) ou de grande porte (como indústrias).

A Feira Mundial de Chicago, em 1893, apresentou um sistema de geração e distribuição de energia polifásicos, instalado por Westinghouse, baseado no sistema CA de Tesla. Como resultado da exposição, a Westinghouse Electric Corporation ganhou o contrato da Comissão das Cataratas do Niágara para gerar e transmitir energia das cataratas até a cidade de Buffalo (a cerca de 40 km). Desde então, a eletricidade passou a ser gerada e transmitida via corrente alternada [1] e [2].

Hoje em dia, corrente contínua em alta tensão (HVDC) é utilizada como uma alternativa aos sistemas CA. O sistema HVDC foi possível graças ao desenvolvimento tecnológico

da eletrônica de potência e tem a vantagem, sobre o sistema CA, de transportar uma potência maior para uma determinada linha, além de permitir um melhor controle dos fluxos de energia.

Com a crescente demanda de energia, as usinas geradoras tendem a trabalhar próximo ao limite máximo. Quando o sistema não consegue suprir as quantidades de potência ativa e reativa exigidas pelas cargas, pode ocorrer o chamado blecaute. A seguir será visto, de forma geral, o fenômeno da estabilidade em SEP.

## **1.1. Estabilidade Angular**

Segundo Kundur [3] “a estabilidade angular é a capacidade de máquinas síncronas interconectadas permanecerem em sincronismo”. Aqui, as oscilações eletromecânicas são o objeto de estudo. Para entender como as máquinas se mantêm em sincronismo, é necessário conhecer seus mecanismos básicos de funcionamento, os quais serão vistos aqui brevemente e explorados com mais detalhes no *Capítulo 2*.

A máquina síncrona é composta basicamente pelo rotor, que contém o enrolamento de campo, que deve ser alimentado com corrente contínua para produzir o fluxo magnético principal que é posto em movimento giratório por uma máquina primária (turbina hidráulica, eólica, etc.); e pelo estator, onde estão os enrolamentos estatóricos nos quais serão induzidas tensões e correntes, devido ao campo magnético girante do rotor, cujas frequências estão em sincronismo com a velocidade mecânica do eixo da máquina. O campo magnético induzido no estator reage com o campo do rotor produzindo um torque eletromagnético que tende alinhar os dois campos.

Em um gerador, o torque eletromagnético se opõe a rotação do rotor, de forma que um torque mecânico de entrada (máquina primária) deve ser fornecido para manter a rotação. Qualquer variação no torque mecânico irá provocar mudanças no torque elétrico de saída. Assim, quando o torque mecânico de entrada aumenta, o campo do rotor se adianta em relação ao campo do estator aumentando a diferença angular entre eles; quando o torque de entrada diminui, essa diferença angular diminui. Esse mesmo



efeito pode ser visto por outro ângulo: se a carga elétrica aumentar, o campo do estator sofrerá um atraso em relação ao campo do rotor aumentando a diferença angular entre eles; caso contrário o ângulo diminui. Por essa razão, a diferença angular entre os campos magnéticos da máquina também é chamada de ângulo de carga do gerador ou ângulo interno da máquina. Observe que torque e potência estão intimamente relacionados, de sorte que o aumento da potência mecânica acarreta em um aumento do torque de entrada que, por sua vez, provoca um aumento no torque elétrico de saída ocasionando um aumento da potência gerada.

Para o caso de um motor síncrono, as relações entre os torques são inversas, ou seja, o torque elétrico de entrada faz o motor girar, enquanto o torque mecânico de saída se opõe a rotação.

Do que foi explicado acima, fica evidente que a potência gerada e o ângulo de carga (ou ângulo interno) têm alguma relação. De fato, *Anderson et al.* [4] mostra que, para um gerador conectado a uma barra infinita<sup>1</sup> e em regime permanente, a *Equação* (1.1) é uma aproximação válida.

$$P = \frac{EV}{X} \sin \delta \quad (1.1)$$

onde  $V$  é a tensão terminal do gerador;  $E$  é a tensão de excitação da máquina que está ao longo do eixo em quadratura (será melhor explicado no *Capítulo 2*);  $X$  é a reatância da máquina síncrona;  $\delta$  é o ângulo de carga; e  $P$  é a potência elétrica real. Observe que a relação entre  $P$  e  $\delta$  é senoidal.

Um sistema de potência é composto por vários geradores que precisam estar em sincronismo para atender as especificações de frequência do sistema. Quando dois geradores conectados em um SEP estão dessincronizados, um deles (o mais lento) acaba funcionando como carga (um motor, neste caso), absorvendo potência do outro, a fim de aumentar sua velocidade até que os dois entrem em sincronia. Isso acarreta em perdas para o sistema, uma vez que um dos geradores perde a sua função de fornecer potência e

---

<sup>1</sup> Barra infinita é um sistema com uma inércia infinita e reatância interna nula. Desta forma, a frequência ( $d\delta/dt$ ) e a tensão da barra infinita permanecem constantes independentemente da potência que o sistema gera ou absorve ou das perturbações aplicadas.

passa a consumi-la até que o sincronismo ser reestabelecido. Observe, na *Equação* (1.1), que o ângulo de carga deve estar situado entre  $0^\circ$  e  $90^\circ$  para que o sistema seja estável ( $P$  aumenta com o aumento de  $\delta$ ). Se  $\delta > 90^\circ$ , quando o gerador mais lento absorver potência do sistema, ao invés de sua velocidade aumentar, ela diminuirá ainda mais, forçando o gerador a consumir mais potência, acarretando em mais diminuição da velocidade e assim por diante, configurando, portanto, uma situação de instabilidade em frequência do SEP.

*Costa et al.* [5] mostra que um distúrbio sofrido por um SEP altera o torque elétrico das máquinas síncronas, o qual pode ser dividido em duas partes: um torque de sincronização e outro de amortecimento, como mostra a *Equação* (1.2).

$$\Delta T_e = T_S \Delta \delta + T_D \Delta \omega \quad (1.2)$$

onde  $\Delta T_e$ ,  $\Delta \delta$  e  $\Delta \omega$  são variações ocorridas no torque elétrico, no ângulo de carga e na velocidade angular da máquina, respectivamente, devido ao distúrbio;  $T_S$  e  $T_D$  são os coeficientes de torque de sincronização e amortecimento, respectivamente.

Se houver pouco torque de sincronização, a máquina sofrerá instabilidade no ângulo do rotor, e se houver baixo torque de amortecimento, a mesma provará instabilidade oscilatória. No *Apêndice A*, será estudado um caso de estabilidade oscilatória que acontece devido às condições de carregamento do sistema.

## 1.2. Estabilidade de Tensão

A estabilidade de tensão é definida em *Kundur* [3] como “a capacidade do sistema em manter níveis de tensões aceitáveis, em regime, em todas as barras sob condições normais de operação e após ser submetido a um distúrbio”. Quando uma perturbação qualquer provoca sucessivas quedas de tensões em uma barra do sistema (ou algumas delas), e as ações de controle não conseguem parar esta diminuição de tensão, tem-se uma instabilidade de tensão que levará o sistema ao colapso. Vários fatores podem contribuir para a instabilidade, como será visto na *Seção 1.3*.

O colapso de tensão é uma consequência da instabilidade de tensão, mas não é a mesma coisa: o colapso é caracterizado pela ausência de um ponto de equilíbrio do sistema. A matriz jacobiana que modela o sistema torna-se singular neste ponto, e a matemática é insuficiente para explicar o que ocorre com o sistema na singularidade. Em muitos estudos, a teoria das bifurcações é utilizada para analisar o fenômeno do colapso de tensão (ver *Apêndice A*).

O nível de tensão ( $V$ ) em uma barra está intimamente ligado com a potência reativa ( $Q$ ): em uma operação estável, se há injeção de potência reativa a tensão na barra deve aumentar; caso contrário, deve diminuir. Se um aumento em  $Q$  provocar um decréscimo em  $V$ , o sistema é instável. *Machowski et al.* [6] mostra que, para um gerador alimentando uma carga através de uma linha de transmissão, há uma relação entre  $V$  e  $Q$  dada por:

$$Q = \sqrt{\left(\frac{EV}{X}\right)^2 - P^2} - \frac{V^2}{X} \quad (1.3)$$

onde  $E$  é a tensão interna da máquina;  $V$  é a tensão na barra de carga;  $X$  é a reatância da linha de transmissão;  $P$  é a potência ativa gerada; e  $Q$  é a potência reativa gerada.

Observe, na *Equação* (1.3), que a curva  $Q \times V$  é uma parábola e que, para operar em uma região estável, a sensibilidade de  $Q \times V$  deve ser positiva ( $\frac{dQ}{dV} > 0$ ), ou seja, um aumento em  $Q$  provoca um aumento em  $V$ .

Existem outras maneiras de se analisar a estabilidade de tensão. Uma delas é a curva  $V \times \theta$ : traça-se uma curva  $V \times \theta$  para uma potência ativa específica e outra para a potência reativa; onde essas duas curvas se tocam são os pontos de equilíbrio do sistema, se existir. No ponto de máximo carregamento, as curvas se tangenciam e o sistema está no ponto de colapso de tensão. Vale ressaltar que  $\theta$  é o ângulo da tensão  $V$  com relação a uma referência angular.

Outra abordagem amplamente utilizada na literatura é a curva  $P \times V$ . Ela serve para traçar o caminho ao colapso de tensão à medida que a demanda de potência ativa aumenta. Esta curva será utilizada no *Apêndice A* para estudar o colapso de tensão.

### 1.3. Análise de Sistemas Elétricos

O estudo de um SEP passa, necessariamente, pela criação de um modelo matemático para representá-lo. Se o interesse da análise for observar os fluxos de potência do SEP, sem se preocupar com a resposta dinâmica dos equipamentos do sistema, um modelo algébrico é suficiente para estudar o problema e, então, tem-se uma *análise estática* do SEP. Monticelli [7] dedica toda uma literatura a este tipo de análise. Caso o comportamento dinâmico do SEP seja o objeto de estudo, um modelo algébrico-diferencial deve ser realizado, onde as equações diferenciais representam as dinâmicas dos elementos do sistema e as equações algébricas modelam o fluxo de potência (leis de Kirchhoff). Este estudo é conhecido como *análise dinâmica* e as equações diferenciais que modelam o sistema podem ser encontradas em [3] – [6].

Os distúrbios ocorridos em SEP têm natureza bastante diversificada podendo ser de intensidade pequena ou grande, e ter efeito de curta ou longa duração sobre o sistema. Desta forma, os modelos matemáticos de SEP, criados para realizar simulações computacionais, podem tornar-se bastante complexos. Com toda essa diversidade, o estudo de SEP é dividido em grupos, com o intuito de simplificar a análise feita e os modelos computacionais adotados. A seguir, será feita uma breve discussão sobre os tipos de análise de sistemas elétricos.

Um estudo a ser feito é a *análise de pequenos sinais* ou *pequeno distúrbio*. Neste caso, as perturbações são tão pequenas que as equações dinâmicas do sistema podem ser linearizadas ao redor de um ponto de equilíbrio, de modo que um método iterativo pode ser utilizado para simular o sistema, como, por exemplo, o método de Newton-Raphson. Distúrbios desse tipo são causados, por exemplo, por variações lentas de carga (as quais ocorrem naturalmente), atuações de sistemas de controle, etc. A estabilidade frente a pequenos sinais depende das condições iniciais do sistema: pode acontecer de o sistema estar tão carregado, operando em condições limites, que um pequeno distúrbio é capaz de levá-lo ao colapso.

O sistema também pode sofrer uma *grande perturbação* como, por exemplo, uma perda de uma unidade geradora, um curto-circuito em um elemento do sistema,

uma saída de uma linha de transmissão, etc. Em tal situação ocorre grande excursão de tensão, frequência e fluxo de potência. Uma análise não linear do problema deve ser feita e por um tempo suficiente, de modo a contemplar os elementos de dinâmica mais lenta como, por exemplo, transformadores comutados sobre carga (LTCs), limitadores de corrente de campo do gerador, etc. Após a ocorrência de um *grande distúrbio*, o SEP passa por um estado transitório até atingir uma nova condição de equilíbrio, se o sistema permanecer estável, é claro. Portanto, quando da ocorrência de uma grande perturbação, a estabilidade do SEP deve ser estudada em escalas de tempo diferente, para ser capaz de analisar as dinâmicas rápidas e lentas do sistema.

Quando o interesse do estudo é avaliar o que acontece com os elementos do sistema durante a transição de um estado de equilíbrio a outro, após a ocorrência de um grande distúrbio, deve-se analisar a *estabilidade transitória* ou *estabilidade de curto prazo*. Este tipo de estudo é o mais complexo, pois as equações diferenciais que modelam o sistema não podem ser linearizadas ao redor de um ponto, requerendo, portanto, que um método de integração numérica seja utilizado para a simulação, tornando o programa pesado do ponto de vista computacional. A estabilidade vai depender das condições iniciais e da severidade do distúrbio.

Caso o interesse de análise seja o período após o tempo transitório, deve-se estudar a *estabilidade de médio prazo* ou, então, a *estabilidade de longo prazo*. Considera-se que o período transitório terminou e o sistema já atingiu um novo ponto de operação. Neste estudo, os elementos de dinâmica rápida são representados por equações algébricas no ponto de equilíbrio alcançado, de modo que as equações diferenciais possam ser linearizadas ao redor do novo ponto de operação. Um método iterativo pode ser utilizado para a solução do sistema algébrico-diferencial, tornando o processamento mais leve. Este tipo de estudo é conhecido como *análise quase dinâmica* ou *quase estática*.

Uma avaliação das várias ferramentas existentes na análise da estabilidade de tensão foi feita por *Francisco* [8]. Para análise estática são utilizados os métodos do *determinante do jacobiano reduzido*, *decomposição em valores singulares* e em

*autovalores da matriz jacobiana e o vetor tangente para identificar a barra crítica<sup>2</sup> do sistema; o autor utiliza o método da continuação e a técnica da extrapolação do vetor tangente para localizar o ponto de colapso; e estuda também outros métodos como função energia, método direto, partição de redes, família de funções teste e técnicas de otimização para análise de estabilidade. Para o caso dinâmico, Francisco usa o método de integração e a análise quase dinâmica para estudo de SEPs.*

*Lopes, em [9] e [10], propõe um método baseado no vetor tangente para identificar o melhor instante de bloqueio do LTC para retardar o colapso de tensão, permitindo que operador do sistema tenha tempo de tomar alguma medida corretiva para evitar um blecaute. O problema é que, quando o nível de tensão em uma barra (ou área) diminui, o LTC atua tentando aumentar a tensão daquela região. Porém, se o motivo da queda de tensão for insuficiência de potência reativa, a atuação do transformador não irá resolver o problema (pois transformador não é gerador), e o sistema irá operar na região de sensibilidade negativa da curva  $Q \times V$ , de forma que a atuação do LTC para aumentar a tensão, irá piorar a condição de estabilidade do sistema, ao invés de melhorá-la. Por isso, bloquear a atuação do LTC no instante adequado pode retardar o colapso e ao mesmo tempo manter o nível de tensão no barramento em um valor não muito baixo.*

*Lopes, em sua tese de doutorado [11], desenvolve um programa que unifica a análise dinâmica e quase dinâmica para simular um SEP. Neste programa, ele identifica o melhor instante para migrar da simulação dinâmica (período transitório) para a simulação quase dinâmica (longo prazo), utilizando técnica de inteligência artificial. Com isso, ele ganha tempo de processamento sem perder a informação do período transitório (o que aconteceria se fosse feita apenas a simulação quase dinâmica). Em [12] e [13] Lopes et al. utiliza esta ferramenta para a análise de estabilidade de SEPs.*

*Lopes et al. em [14] utiliza o modelo quase dinâmico para estudar os efeitos de algumas ações de controle na estabilidade de longo prazo do sistema, dentre elas: chaveamento de capacitor, instante de bloqueio do tap do LTC, ajuste do set point do AVR e o corte de carga.*

---

<sup>2</sup> Barra crítica é aquela que primeiro alcançará o colapso de tensão. Sua identificação é de muita

Leme em [15] estuda o problema da *recomposição de SEP*. Para isto, o autor utiliza o *autovetor à esquerda*<sup>3</sup> do autovalor crítico, baseado no vetor tangente durante o método da continuação, para *identificar as ações de controle* que melhorem a estabilidade do sistema. Em [15] e [16] Leme et al. também estuda o controle da defasagem angular (SPA), entre duas barras do sistema, através do redespacho de potência ativa.

Kuru et al. [17], Cui et al. [18] e Yixin et al. [19] utilizam as *teorias das bifurcações* e do *caos* para prever o comportamento dinâmico do sistema elétrico de potência frente a um distúrbio.

## 1.4. Objetivo

Como visto nas seções anteriores, dependendo da intensidade, da duração do distúrbio e das condições iniciais do sistema pré-falta, um SEP pode alcançar um novo estado de equilíbrio ou se tornar instável. Essa instabilidade pode ser tanto angular quanto de tensão. Se o sistema se tornar bastante carregado, ele pode não mais conseguir manter o nível de tensão nas barras de carga e o SEP entra em colapso; por outro lado se o torque de amortecimento for insuficiente, o gerador em questão sofrerá instabilidade oscilatória. Os dois tipos de instabilidade são nocivos ao sistema: o primeiro tem como consequência o blecaute operacional do sistema e o segundo pode danificar as máquinas devido às oscilações crescentes do ângulo de carga, frequência de oscilação, etc.

Um elemento do sistema que tem uma grande influência na margem de carga é o AVR (será estudado em detalhes nos *Capítulo 2* e *Capítulo 3*): se o regulador possuir um ganho muito pequeno, o sistema ficará subexcitado e a margem de carga será pequena, de forma que o colapso de tensão é atingido mesmo para condições de baixo carregamento; por outro lado, se o ganho do AVR for alto, o limite de tensão do regulador poderá ser excedido, não podendo ser realizado na prática para não

---

<sup>3</sup> O autovetor à esquerda representa a sensibilidade das variáveis de controle em relação a um parâmetro, enquanto o autovetor à direita mostra a sensibilidade das variáveis de estado em relação a um parâmetro.

comprometer a isolação do gerador. O objetivo deste trabalho é estudar a influência do regulador de tensão no sistema de potência. Para isto, o ganho do AVR será aumentado continuamente, à medida que o sistema for carregado. A ideia é simular a atuação do AVR com o incremento de carga e analisar o comportamento do sistema do ponto de vista da margem de carga e estabilidade de tensão.

Antes de mostrar os resultados da pesquisa, é preciso ter alguns conceitos básicos revisados. Por isso, no *Capítulo 2* apresentar-se-ão os fundamentos teóricos de *geradores síncronos e sistema de excitação* dos mesmos. O *modelo matemático do sistema elétrico* será deixado para o *Capítulo 3*.

No *Capítulo 4*, os conceitos fornecidos serão utilizados para fazer o estudo de caso. Os *resultados das simulações* sem atuação dos AVRs e com a atuação dos mesmos serão utilizados para comparação. A técnica do lugar das raízes servirá para analisar a estabilidade do sistema. Os sistemas de 2 e 9 barras serão empregados nos testes.

Por fim, apresentar-se-á a *Conclusão* dos resultados obtidos.

No *Apêndice A*, será vista a teoria das *bifurcações em SEPs*; no *Apêndice B*, a *representação do sistema elétrico na forma matricial*; no *Apêndice C*, as configurações e características dos *sistemas teste* serão apresentadas; e no *Apêndice D*, o *fluxograma do software de simulação* será mostrado.



# CAPÍTULO 2

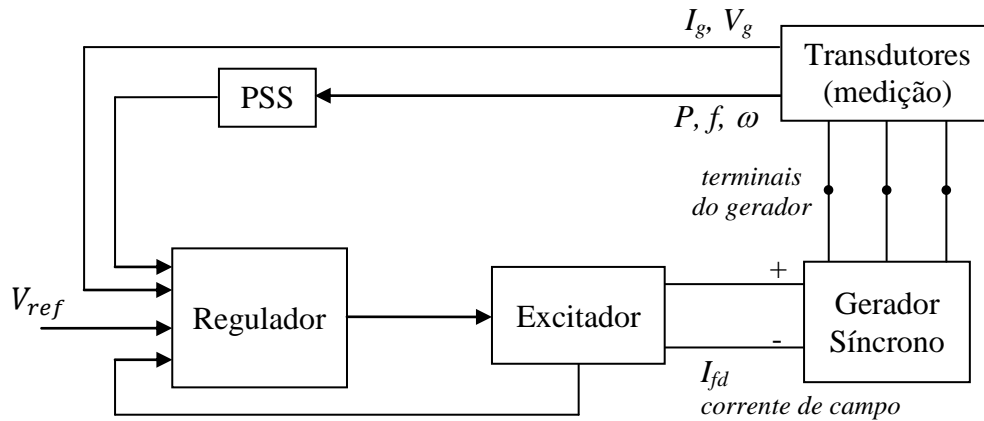
## Gerador Síncrono e Sistema de Excitação

A maior parte da geração de energia elétrica é proveniente de usinas hidrelétricas, em que a força da queda d'água impulsiona turbinas (máquina primária) que estão acopladas aos eixos dos geradores, fazendo os mesmos fornecerem energia para o sistema. A energia produzida deve obedecer a critérios rigorosos de tensão e frequência, de modo que o sistema opere em condições de estabilidade aceitáveis. Os geradores síncronos são utilizados para produzir a energia elétrica; porém, como o gerador é basicamente um eletroímã giratório induzindo correntes em enrolamentos estáticos, para que a energia gerada esteja dentro dos padrões de qualidade exigidos, é necessário um sistema de controle para manter a tensão e frequência dentro de uma faixa de valores específicos. O sistema de excitação é responsável por manter a tensão do gerador sob controle e, também, evita que o sistema se torne instável quando ocorre um distúrbio, dependendo da duração e características do mesmo. Neste capítulo serão estudados os princípios dos geradores síncronos e seu sistema de excitação [3] – [6].

### 2.1. Estrutura Geral de um Sistema de Excitação

A *Figura 2.1* mostra o esquema geral de um sistema de excitação de um gerador síncrono. O objetivo do sistema é controlar a tensão terminal do gerador em um valor definido.

O *gerador síncrono* precisa de uma corrente de excitação contínua no enrolamento de campo (rotor) para produzir um campo magnético e induzir tensão trifásica no enrolamento de armadura (estator). Essa é a tensão de saída da máquina que será fornecida ao sistema de potência e, como discutido anteriormente, deve estar em um determinado valor operacional.



**Figura 2.1.** Sistema de Excitação de um Gerador Síncrono.

O *excitador* é o elemento responsável por fornecer a corrente de campo necessária ao gerador a fim de controlar a tensão terminal do mesmo. Existem vários tipos de excitadores: desde geradores CC (mais antigos) até circuitos retificadores controlados (mais modernos) estáticos ou giratórios.

Os *transdutores* medem os sinais de saída da máquina (tensão, corrente, velocidade angular e potência) os quais são processados pelo *regulador* que fornece em sua saída um sinal para controle do *excitador*. Um controle adicional pode ser fornecido pelo PSS (*Power System Stabilizer*) a fim de reduzir as oscilações na frequência de saída do gerador.

O sistema de controle de um *gerador síncrono* (apresentado brevemente aqui) é conhecido como AVR (*Automatic Voltage Regulator*). Na *Seção 2.3*, o AVR será explorado com mais detalhes.

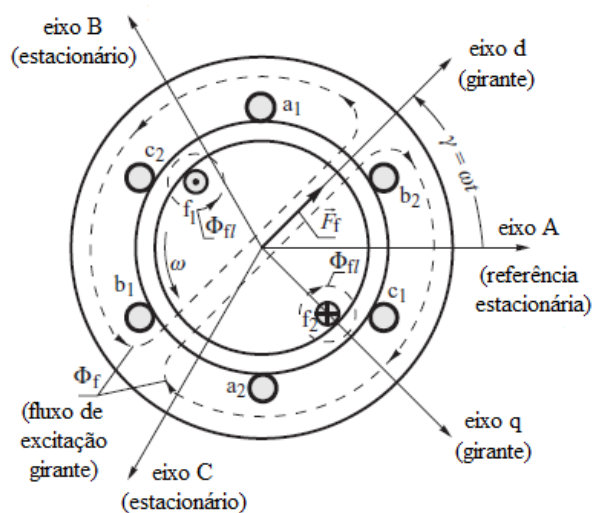
## 2.2. Gerador Síncrono

O objetivo desta seção é focar nos conceitos físicos que regem o funcionamento de um gerador, sem se preocupar com a matemática envolvida, que será abordada no *Capítulo 3*. O estudo será desenvolvido com base em um gerador síncrono de rotor liso. No caso de máquinas com polos salientes, os fundamentos teóricos são os mesmos, porém, as equações são um pouco diferentes.

Todo gerador elétrico é composto por duas partes magnéticas: um rotor, que contém o enrolamento de campo, onde é gerado o fluxo principal da máquina; e um estator, que contém o enrolamento de armadura, onde é gerada, por indução, a energia elétrica fornecida ao sistema. No rotor da máquina é comum ter um enrolamento adicional para amortecer oscilações mecânicas, conhecido como enrolamento de amortecimento.

### 2.2.1. Gerador sem Carga

A Figura 2.2 representa o esquema de um gerador síncrono com dois polos, sem carga, e os fluxos magnéticos envolvidos.  $f_1$  e  $f_2$  representam o início e o fim do enrolamento de campo, respectivamente;  $\phi_f$  é o fluxo magnético produzido pela corrente de campo;  $\phi_{fl}$  é o fluxo de enlace de campo;  $\vec{F}_f$  mostra a direção da força magnetomotriz (f.m.m.) produzida pela corrente de campo;  $a$ ,  $b$  e  $c$  são os enrolamentos de armadura (trifásico);  $A$ ,  $B$  e  $C$  são os eixos do estator, cada um correspondendo a uma fase, sendo a fase  $A$  tomado como referência;  $d$  e  $q$  são os eixos do rotor, que estão defasado de  $\pi/2$  radianos elétrico um do outro, e giram a uma velocidade angular de  $\omega$  rad/s, sendo  $d$  o eixo direto e  $q$  o eixo em quadratura;  $\gamma$  é a posição angular do eixo  $d$  em relação ao eixo de referência  $A$ .



**Figura 2.2.** Esquema de um Gerador Síncrono sem Carga e os Fluxos Envolvidos<sup>4</sup>.

<sup>4</sup> Figura extraída de *Machowski* [6], com tradução dos textos explicativos.

Os enrolamentos de armadura da máquina estão senoidalmente distribuídos ao redor do entreferro e estão defasados de  $120^\circ$  elétricos um do outro. Quando o gerador é excitado com uma corrente de campo contínua ( $i_f$ ), uma força magnetomotriz ( $F_f$ ) é distribuída ao redor do estator e tem uma forma senoidal, devido à distribuição do mesmo. Como, neste caso, o gerador não está carregado, não há corrente elétrica nos enrolamentos estatórico; porém, uma tensão é induzida em cada uma das fases do estator e é conhecida como tensão interna do gerador.

A f.m.m.  $F_f$  está na direção do eixo  $d$  e conduz o fluxo magnético de campo  $\phi_f$  criado por  $i_f$ . Como o rotor gira a uma velocidade angular  $\omega$ , o fluxo de excitação ( $\phi_f$ ) gira com ele, de forma a produzir um fluxo de enlace senoidal variante no tempo em cada fase do enrolamento de armadura ( $\psi_A, \psi_B, \psi_C$ ). Esse fluxo de enlace atinge o valor de pico quando o eixo  $d$  está alinhado com eixo da respectiva fase ( $A, B, C$ ). O fluxo de enlace variante no tempo induz tensões senoidais nas fases do gerador ( $e_A, e_B, e_C$ ), também chamadas de tensão interna da máquina.

### 2.2.2. Gerador com Carga

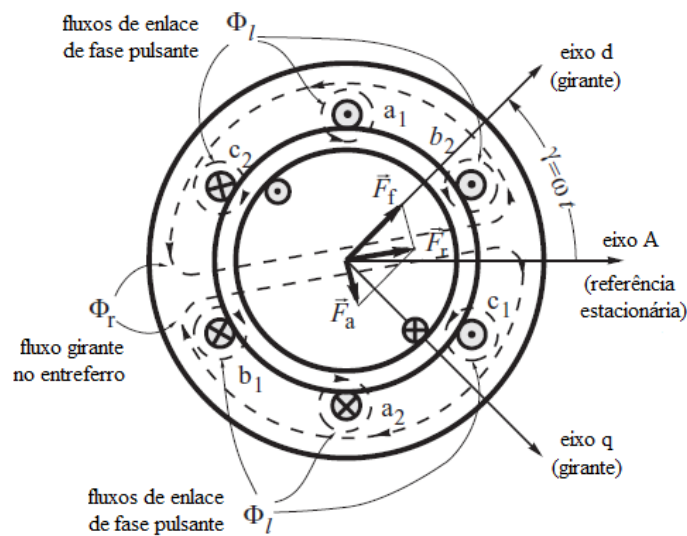
Quando o gerador está alimentando uma carga, correntes elétricas alternadas aparecem nos enrolamentos do estator, devido às forças eletromotrizes (f.e.m.) existentes no mesmo ( $e_A, e_B, e_C$ ). O efeito combinado destas correntes de fase é o de criar seu próprio fluxo magnético nos enrolamentos de armadura, conhecido como reação de armadura.

Cada corrente de fase ( $i_A, i_B, i_C$ ) cria uma f.m.m. de fase pulsante ( $F_A, F_B, F_C$ ) em cada polo do rotor. A combinação destas f.m.m. produz uma força resultante de magnitude constante, que gira à velocidade angular  $\omega$ , conhecida como f.m.m. de reação de armadura  $\vec{F}_a$ .

A f.m.m.  $\vec{F}_a$  está defasada de um ângulo  $\kappa$  da força  $\vec{F}_f$  (f.m.m. produzida pela corrente de campo) e gira a mesma velocidade. Ou seja, estas forças são estacionárias entre si e geram uma força magnetomotriz resultante  $\vec{F}_r$  em sincronismo com a máquina.

Observe que o fluxo de reação de armadura desmagnetiza o gerador, de forma que a f.m.m. resultante é menor que a força de excitação sozinha (gerador sem carga). Como a força  $\vec{F}_r$  gira em relação ao estator, este deve ser laminado (axialmente) para evitar correntes de Foucault; contudo, pelo fato de a f.m.m. resultante ser estática do ponto de vista do rotor, o mesmo pode ser fabricado em um núcleo sólido.

A Figura 2.3 mostra o fluxo resultante em um gerador com carga. Observe que  $\vec{F}_r$  conduz o fluxo no entreferro  $\phi_r$  que tem um valor de pico na mesma direção de  $\vec{F}_r$ .



**Figura 2.3.** Fluxo Resultante em um Gerador com Carga<sup>5</sup>.

### 2.2.3. Estado Subtransitório, Transitório e de Regime Permanente

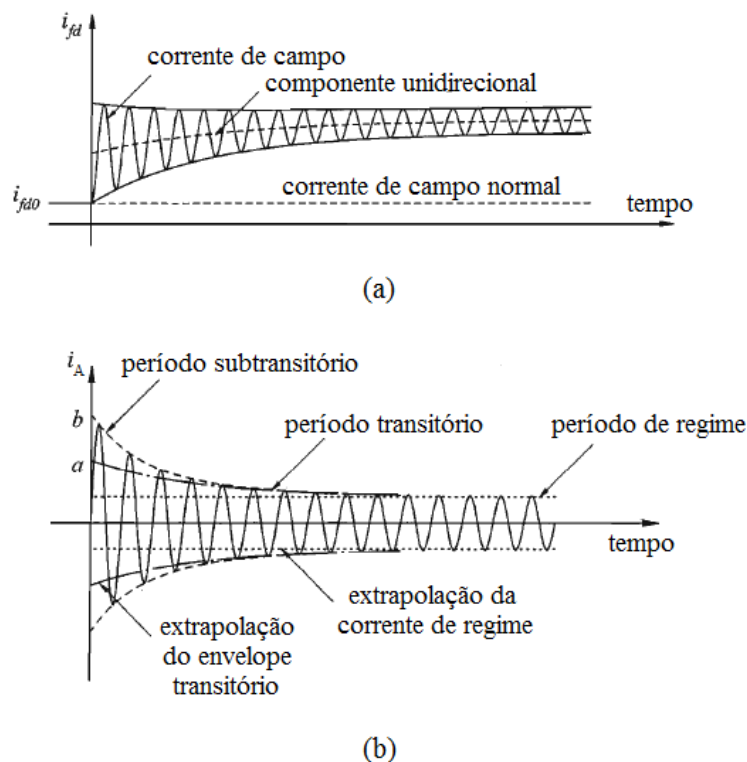
Vamos considerar que, inicialmente, a máquina está operando em condições normais sem carga e, então, ocorre um curto-circuito trifásico nos enrolamentos de armadura. Antes do curto, não há corrente no estator e, portanto, não há fluxo de reação de armadura. Imediatamente após o curto, as correntes na armadura aumentam subitamente, produzindo um fluxo de reação de armadura. Como o fluxo de enlace no rotor não pode variar instantaneamente (pois violaria o princípio da conservação de energia), as correntes nos enrolamentos do rotor crescem abruptamente, criando uma condição que força o fluxo de reação de armadura a passar por fora do rotor.

<sup>5</sup> Figura extraída de *Machowski* [6], com tradução dos textos explicativos.

Ou seja, logo após a falta, são induzidas correntes nos enrolamentos de campo e amortecimento do rotor, blindando-o do fluxo de reação de armadura; nesta situação, a máquina estará no estado subtransitário. No caso de um gerador de rotor liso, em que o rotor é feito de núcleo sólido, aparecerão correntes de Foucault no núcleo, produzindo o mesmo efeito de um enrolamento de amortecimento no eixo em quadratura.

A corrente no enrolamento de amortecimento tem um decaimento rápido e após sua extinção, apenas a corrente no enrolamento de campo oferece oposição ao fluxo de reação de armadura. Neste momento, a máquina está no período transitório. A corrente de campo continua caindo, mas diferentemente da corrente de amortecimento, ela não vai a zero, e após o transitório, a corrente se estabiliza e o gerador entra em estado de regime permanente.

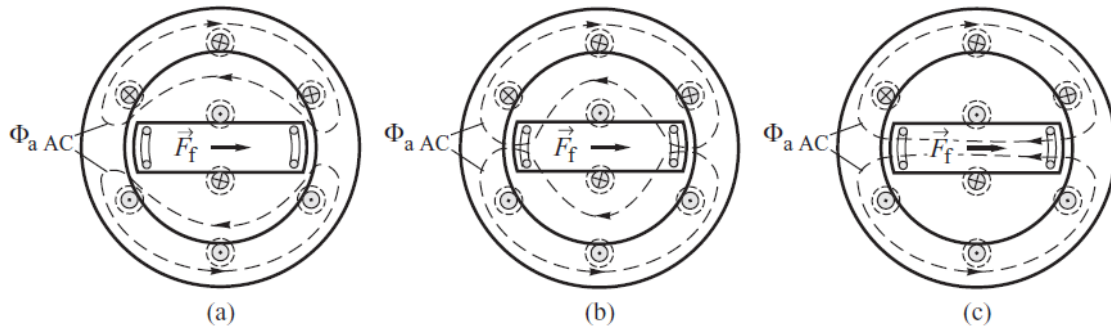
A *Figura 2.4* mostra a evolução da corrente de campo e da corrente de armadura no eixo A após um curto-circuito trifásico no estator.



**Figura 2.4.** Resposta da Corrente Seguindo um Curto-Circuito no Estator:  
(a) corrente de campo; (b) corrente de armadura<sup>6</sup>.

<sup>6</sup> Figura extraída de Kundur [3], com tradução dos textos explicativos.

Vale ressaltar que apesar de o fluxo de enlace no rotor não variar instantaneamente, ele varia conforme as correntes no rotor variam e à medida que elas diminuem, a blindagem do rotor fica enfraquecida permitindo que o fluxo penetre aos poucos com o passar dos estados subtransitório, transitório e de regime, conforme mostra a *Figura 2.5*.



**Figura 2.5.** Caminhos do Fluxo de Armadura: (a) subtransitório; (b) transitório; (c) regime<sup>7</sup>.

#### 2.2.4. Potência de Sincronização e Torque de Amortecimento

Nesta seção será feita uma breve discussão sobre potência de sincronização e torque de amortecimento para entendermos como eles influenciam na estabilidade do sistema. Suponha que, devido a um pequeno distúrbio no sistema elétrico, a potência mecânica de entrada do gerador sofra uma variação  $\Delta P_m$ . Isso acarretará em uma variação no ângulo do rotor de  $\Delta \delta$  e, conseqüentemente, uma variação na potência elétrica de saída de  $\Delta P_e$ . Essa variação de potência elétrica é composta por uma parcela denominada coeficiente de potência de sincronização e pode ser representada pela série de Taylor truncada no termo linear (pequena perturbação) como mostra a *Equação (2.1)*.

$$P_e = P_{e0} + P_s \Delta \delta \tag{2.1}$$

onde  $P_{e0}$  é a potência elétrica em regime permanente antes do distúrbio,  $P_e$  a potência elétrica e  $P_s$  a potência de sincronização.

<sup>7</sup> Figura extraída de *Machowski* [6].

Costa [5] trás a seguinte interpretação física para o coeficiente de potência de sincronização: se o ângulo  $\delta$  aumenta ( $\Delta\delta > 0$ ), a potência elétrica gerada deve aumentar, de modo que o rotor da máquina desacelere e  $\delta$  diminua. Por outro lado, se  $\delta$  diminuir ( $\Delta\delta < 0$ ),  $P_e$  deve diminuir para que o rotor acelere e  $\delta$  tenda a aumentar. Observe que  $P_s$  deve ser maior que zero para o sistema ser estável.

Além do torque de sincronização também existe o torque de amortecimento (em fase com  $\dot{\delta}$ ) que é intrínseco à máquina. A alta velocidade de resposta dos sistemas de excitação atuais tem o efeito de cancelar o amortecimento inerente ao sistema, de modo a provocar oscilações significativas dos fluxos de potência das linhas, podendo levar o sistema à instabilidade. Para evitar este problema utiliza-se um PSS a fim de produzir torque de amortecimento para absorver as oscilações provocadas por uma contingência.

### 2.3. Sistema de Excitação

O sistema de excitação de uma máquina síncrona é composto pelo *excitador*, que é uma fonte de corrente contínua (gerador CC, circuitos retificadores, etc.), e um *Regulador Automático de Tensão (AVR)*, que realiza as funções de controle e proteção, de forma a garantir que a tensão de saída do gerador esteja no nível desejado e que os valores limites (tensão e corrente) dos componentes do sistema não sejam violados.

Uma característica importante de um sistema de excitação é a sua velocidade de resposta. Obviamente, com o desenvolvimento tecnológico, principalmente da eletrônica de potência, a resposta do sistema frente a um distúrbio se tornou muito rápida, de sorte que à variação da excitação de campo da máquina é quase instantânea, tendendo a reduzir o efeito da contingência. Além disso, para amortecer as oscilações de campo do gerador, é comum utilizar um circuito estabilizador adicional conhecido como *Power System Stabilizer (PSS)*. A seguir, serão analisados os componentes de um sistema de excitação.



### 2.3.1. Excitador

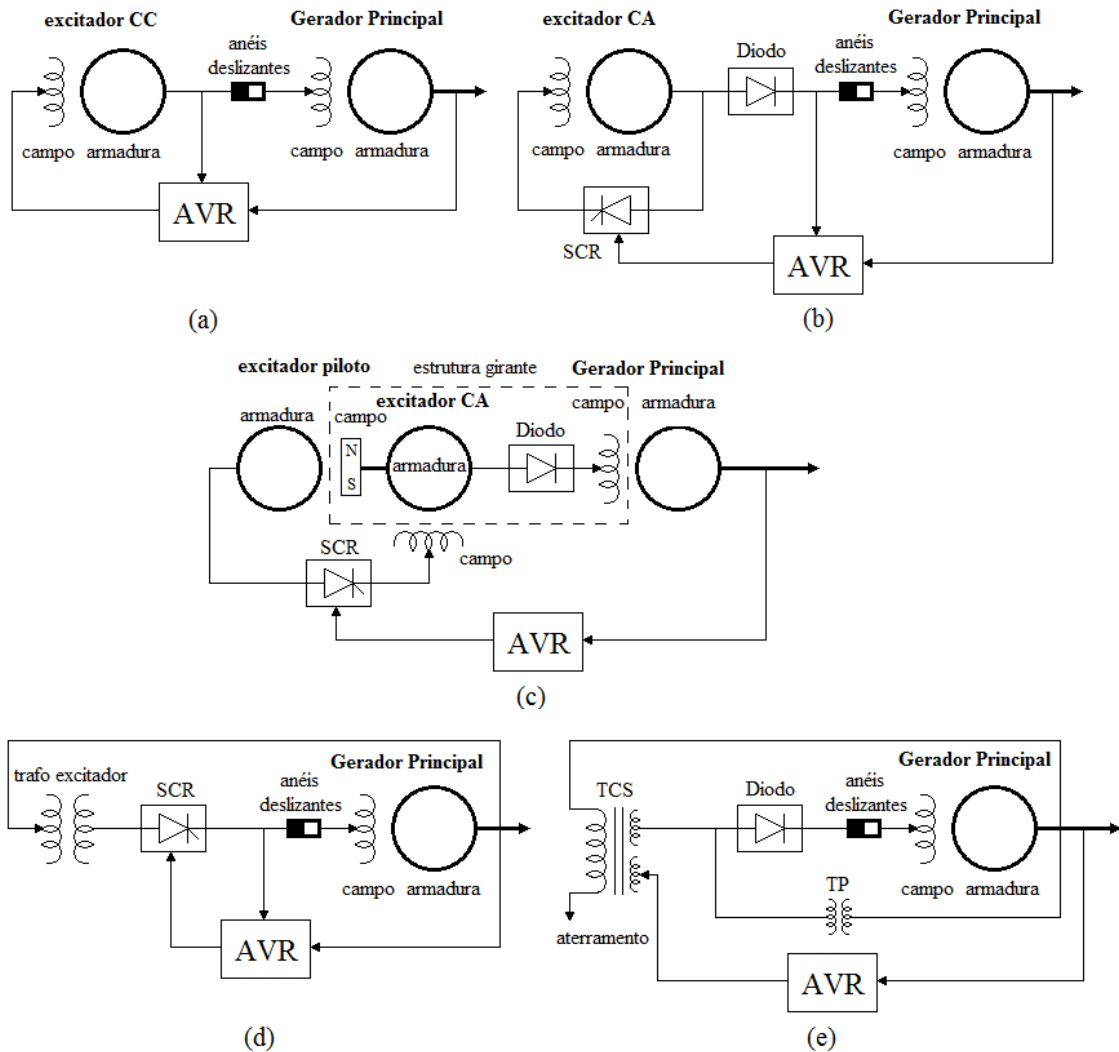
A função do excitador é fornecer corrente contínua ao enrolamento de campo do gerador para produzir um fluxo magnético no rotor que, então, induzirá tensão nos enrolamentos de armadura da máquina, que será entregue ao sistema de potência. Os excitadores podem ser do tipo CC ou CA, estáticos ou giratórios.

A *Figura 2.6a* mostra um excitador CC. Ele consiste de um gerador CC que fornece corrente contínua ao campo da máquina principal através de anéis deslizantes. A corrente de saída do excitador depende da tensão de campo do mesmo. Um AVR faz o controle necessário da tensão de campo do gerador CC, de modo que o gerador principal seja excitado adequadamente para fornecer a saída desejada. O gerador CC não consegue entregar uma grande potência ao campo da máquina principal, tornando-se necessário o uso de excitadores em cascata para alimentar geradores de grande porte. Porém, com o aumento no número de excitadores, a constante de tempo associada ao sistema de excitação aumenta. Hoje em dia esse tipo de estrutura é pouco usado, sendo substituídos por excitadores CA ou estáticos (baseado em eletrônica de potência).

A *Figura 2.6b* traz o esquema de um sistema de excitação CA. Neste caso, um alternador gera corrente alternada que é, então, retificada por diodos estacionários e, através de anéis deslizantes, entregue ao gerador síncrono. O regulador de tensão (AVR) controla a corrente de campo do excitador através do ângulo de disparo do retificador controlado de silício (SCR). Como mostra a *Figura 2.6b*, o alternador é autoexcitado. Esse tipo de sistema de excitação tem a capacidade de fornecer corrente de campo suficiente para geradores de alta potência. O diodo usado para retificar a corrente alternada do excitador CA pode ser substituído por um retificador controlado, possibilitando que o AVR ajuste a corrente de campo entregue ao gerador principal; neste caso, um regulador de tensão independente é usado para manter a tensão de saída do alternador.

A *Figura 2.6c* mostra um sistema de excitação CA com retificador girante. Aqui, o excitador é um gerador CA que tem o enrolamento de armadura no rotor e o enrolamento de campo no estator. O retificador a diodos é montado no rotor do excitador CA. O sistema é ligado no mesmo eixo do gerador principal, girando com

este. Desta forma, a saída CC do retificador a diodos pode ser ligada diretamente ao enrolamento de campo do gerador síncrono, eliminando a necessidade de anéis deslizantes e escovas. Isto diminui problemas elétricos devido à comutação das escovas (como centelhamento) e os custos com manutenção. Um gerador de ímã permanente é usado como excitador piloto para o sistema de excitação, e o AVR regula a tensão de campo do excitador CA, mantendo a saída da máquina principal no valor desejado.



**Figura 2.6.** Tipos de Excitadores: (a) excitador CC; (b) excitador CA de campo controlado; (c) excitador CA sem escovas; (d) excitador estático com fonte de tensão; (e) excitador estático com fonte composta<sup>8</sup>.

A Figura 2.6d apresenta um sistema de excitação estático. Neste esquema, não há geradores de excitação. O excitador é formado por retificador estático controlado. A

<sup>8</sup> A Figura 2.6 foi baseada em figuras de Kundur [3].

tensão de saída do gerador síncrono é abaixada por um transformado de excitação e retificada por um SCR para alimentar o campo da máquina, através de anéis deslizantes. O regulador de tensão comanda o disparo dos SCRs, possibilitando o controle da tensão de saída do gerador. Uma desvantagem desse sistema é que a tensão de campo do gerador depende da tensão de saída do mesmo, de forma que se ocorrer um curto-circuito nos terminais de saída do gerador, a tensão da máquina vai cair abruptamente e, conseqüentemente, haverá perda de excitação do sistema. Alternativamente, a fonte de excitação pode vir de barramento auxiliar da estação de geração de energia elétrica.

Na *Figura 2.6e* tem-se uma alternativa ao sistema de excitação mostrado na *Figura 2.6d*. Neste caso, ao invés de a fonte de excitação ser a tensão de saída do gerador, ela é composta pela tensão e corrente de saída da máquina. Para isto, são utilizados transformadores de tensão (TP) e de corrente saturável (TCS) para fornecer a potência de excitação ao gerador principal, depois de retificada por diodos. Há necessidade do uso de anéis e escovas em sistemas de excitação estáticos. O AVR controla o nível de saturação do TCS, mantendo a tensão de saída do gerador próximo ao valor de referência. Quando ocorre um curto nos terminais da máquina síncrona, a excitação do sistema pode ser mantida pela corrente do gerador. Sistemas de excitação baseados em eletrônica de potência têm uma constante de tempo praticamente desprezível, devido à alta velocidade de resposta dos retificadores.

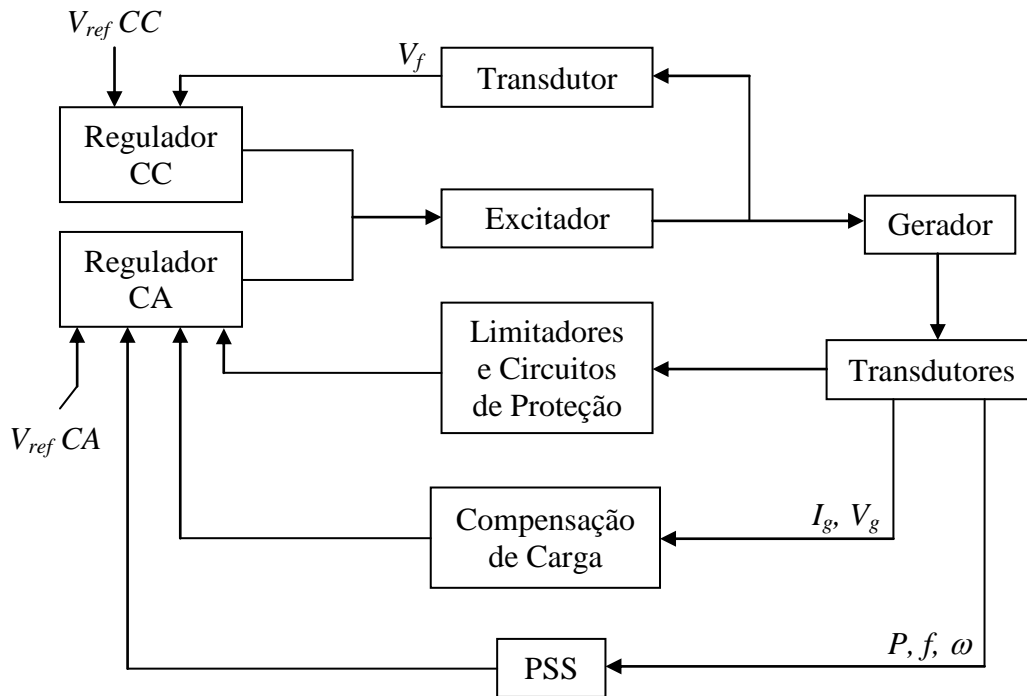
### **2.3.2. Regulador Automático de Tensão (AVR)**

O *Regulador Automático de Tensão* é a parte de controle do sistema. Ele é responsável por manter a tensão terminal de saída do gerador no nível desejado, bem como a geração de potência reativa<sup>9</sup>. Antigamente o processo era manual, com o operador ajustando o reostato de campo da máquina para fazer o controle da tensão. Hoje em dia, uma série de sensores observa as condições do sistema e, através de medidas corretivas, o AVR varia a corrente de campo do gerador para controlar a tensão do mesmo. Também são realizadas funções de proteção do sistema.

---

<sup>9</sup> Vale ressaltar que existe uma relação intrínseca entre tensão de saída e potência reativa, ângulo de carga e potência ativa, como mostram as *referências* [3] – [7].

A Figura 2.7 mostra o diagrama esquemático de um AVR.



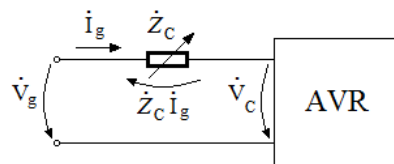
**Figura 2.7.** Regador Automático de Tensão.

Os *transdutores* (sensores) medem todas as variáveis de interesse do sistema, como a tensão, corrente, potência, frequência, entre outros. Esses valores lidos são tratados em blocos específicos para serem entregues aos reguladores.

O *regulador CA* é o principal responsável por manter a tensão de saída da máquina no nível adequado. Ele recebe vários sinais de entrada e compara-os com uma tensão de referência CA (tensão terminal desejada) gerando um sinal de erro. Esse erro é amplificado e usado para alterar a saída do excitador. Dependendo da configuração do sistema de excitação, é possível que após uma falta o regulador CA perca a capacidade de controlar de tensão terminal do gerador. Neste caso entra em cena o *regulador CC*. Ele funciona controlando a tensão de saída do excitador que é comparada com uma tensão de referência CC desejada. Isso garante a excitação do gerador, embora a saída do mesmo possa não estar no valor desejado devido à falta.

A *compensação de carga* é usada quando se quer manter a tensão em um ponto remoto da rede em um valor constante. Ou seja, a tensão de saída do gerador não é mais

a variável de controle, mas sim a tensão em outro ponto do sistema. O compensador é basicamente um elemento com resistência ( $R_C$ ) e reatância indutiva ( $X_C$ ) variáveis. Os valores de  $R_C$  e  $X_C$  são ajustados para simular a impedância entre o terminal de saída da máquina e o ponto onde se quer controlar a tensão. A queda de tensão na impedância de compensação ( $\dot{Z}_C \dot{I}_g$ ) é adicionada à tensão terminal do gerador ( $\dot{V}_g$ ) para formar a tensão compensada ( $\dot{V}_C$ ) que será entregue ao regulador, para ser tomada a ação de controle necessária. A *Figura 2.8* mostra o bloco de compensação de carga.



**Figura 2.8.** Compensação de Carga.

O AVR possui uma série de limitadores cuja função é proteger o regulador, o excitador e o gerador de valores excessivos de corrente e tensão, bem como garantir níveis mínimos de excitação. Os principais componentes de proteção do sistema são [3]: o *limitador de subexcitação*, cuja função é manter uma excitação mínima no gerador para prevenir instabilidade ou o aquecimento da região final do núcleo do estator; o *limitador de sobre-excitação*, que tem por objetivo evitar sobrecorrente de excitação da máquina por um tempo excessivo, protegendo-a de sobreaquecimento; e o *limitador Volt/Hetz* usado para proteger o gerador de um fluxo magnético excessivo devido à baixa frequência ou sobretensão. Há ainda um elemento de proteção contra curto-circuito de campo: ele basicamente fornece um caminho para que a corrente negativa de campo (devido ao curto-circuito do sistema ou deslizamento dos polos do gerador) possa fluir.

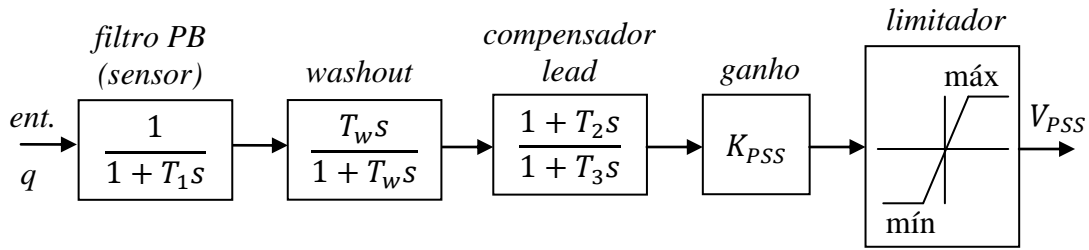
*Kundur* [3] e *Machowski* [6] trazem a modelagem detalhada do gerador síncrono e seu sistema de excitação, apresentando a função de transferência de cada elemento do sistema. É importante ressaltar que a representação é feita no sistema por unidade (PU) para facilitar os cálculos e que, por conveniência, a base do sistema PU do gerador síncrono e do sistema de excitação são diferentes: para este usa-se o sistema PU não recíproco e para aquele, o sistema PU recíproco, lembrando que há uma relação direta entre esses dois sistemas uma vez que a saída do AVR é a entrada do gerador.

### 2.3.3. Power System Stabilizer (PSS)

Na *Seção 2.2.4*, foram vistos os conceitos de torque de sincronização e de torque de amortecimento. A inclusão do AVR altera os torques desenvolvidos pela máquina; em certas situações, por exemplo, em sistemas com impedância externa de moderada a alta e com grande carregamento (situação comum), o regulador de tensão ajuda a fornecer torque de sincronização, mas diminui o torque de amortecimento, podendo torná-lo negativo, não amortecendo as oscilações eletromecânicas do gerador devido a uma grande perturbação (curto-circuito, por exemplo). *Kundur* [3], *Costa* [5] e *Machowski* [6] trazem uma descrição matemática da influência do AVR na estabilidade transitória e de pequenos sinais.

Para contornar esse problema é necessário o uso de um compensador adicional a fim de fornecer, ao gerador, torque de amortecimento em fase com o desvio de velocidade angular do rotor ( $\Delta\dot{\delta} = \Delta\omega$ ). Esse controlador é conhecido como *Estabilizador do Sistema de Potência (Power System Stabilizer – PSS)*.

Para ter um controle efetivo, o PSS deve ser capaz de compensar o atraso de fase e o ganho entre o sinal de entrada do excitador e o torque elétrico do gerador, adicionando amortecimento às oscilações do rotor. Ou seja, a função de transferência do PSS deve ter uma característica de ganho e fase que é exatamente o inverso da função de transferência do excitador e gerador a ser compensado, resultando em um torque de amortecimento puro em todas as faixas de frequência. Um PSS com essas características é impraticável porque, para compensar o atraso de fase do sistema excitador-gerador, é necessário derivadores puros, o que introduz altos ganhos em altas frequências. O que se faz na prática é utilizar blocos de *avanço de fase* (lead) para compensar o atraso do sistema excitador-gerador em uma faixa de frequência de interesse; um filtro passa-baixas é utilizado para limitar o efeito do ruído de alta frequência e as oscilações torcionais; é usado um bloco *washout*, que é um filtro passa-altas, para impedir que desvio permanente de frequência altere a tensão de campo da máquina; um *bloco de ganho* ajusta o torque de amortecimento fornecido ao sistema; e limitadores evitam uma interferência excessiva do PSS no controle de tensão. A *Figura 2.9* apresenta o diagrama de blocos de um PSS.



**Figura 2.9.** Diagrama de Blocos do PSS.

Os principais tipos de PSS são [3]: baseados em informações de  $\Delta\omega$ ,  $\Delta\omega$  e  $P_e$ , e  $f$ . Para projetar um PSS é necessário o conhecimento da estrutura e parâmetros do regulador de tensão. Se for mal projetado, o estabilizador pode adicionar oscilações indesejadas ao sistema.

O estabilizador também pode ser aplicado ao regulador de velocidade da turbina (máquina primária), como mostram as *referências* [6] e [20]. A ideia desta aplicação do PSS é similar ao PSS no sistema de excitação, ou seja, o estabilizador deve compensar o deslocamento de fase entre o desvio de velocidade  $\Delta\omega$  e a potência mecânica de saída da turbina. O sinal de entrada é o desvio de velocidade do eixo da turbina, de forma que o estabilizador irá forçar variações na potência mecânica  $\Delta P_m$  em fase com  $\Delta\omega$ .

*Furini* [21] usa dispositivos FACTS (*Flexible Alternating Current Transmission System*) para amortecer as oscilações de baixa frequência do sistema elétrico de potência. Ele inclui, aos dispositivos FACTS, controladores POD (*Power Oscillation Damping*) e PSS para fazer a análise da estabilidade de pequenos sinais. A teoria de controle clássico fornece os procedimentos para o projeto dos parâmetros do compensador de fase.

No *Capítulo 3*, o modelo matemático do gerador síncrono e do AVR serão mostrados. Desse modo, a representação do sistema de potência em variáveis de estado será apresentada. Além disso, as equações do fluxo de carga, que representam as *leis de Kirchhoff* do SEP, serão vistas. A partir daí, pode-se criar um programa para simulação do sistema elétrico de potência e analisar, através do lugar das raízes do autovalor crítico e da curva  $P \times V$ , a influência do ganho do AVR na estabilidade de tensão do sistema, que é o propósito desse trabalho.

# CAPÍTULO 3

## Modelo Matemático do Sistema Elétrico

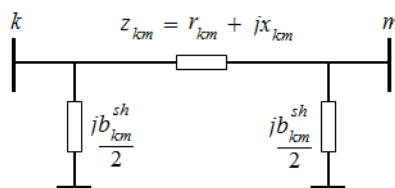
A modelagem do SEP depende da análise a ser feita: se o interesse é o estado de operação da rede, o fluxo de carga [7] é suficiente para o estudo; caso a dinâmica do sistema seja importante para a análise, as equações diferenciais que modelam o sistema devem ser utilizadas [3] – [6]. Neste trabalho, a análise quase dinâmica será útil para o desenvolvimento da pesquisa: neste caso, as equações dinâmicas do SEP são importantes, porém, considera-se que o sistema já atingiu o equilíbrio e, portanto, o período transitório pode ser desprezado de forma que as equações diferenciais podem ser linearizadas ao redor do ponto de equilíbrio. Neste capítulo serão mostradas todas as equações matemáticas necessárias para criar o programa de simulação do SEP utilizado nesta dissertação.

### 3.1. Fluxo de Carga

Serão apresentados brevemente os elementos da rede e a descrição matemática dos mesmos: linhas de transmissão, transformadores e capacitor shunt conectados a uma barra. A partir daí, mostrar-se-ão as equações do fluxo de carga (ou fluxo de potência).

#### 3.1.1. Linha de Transmissão (LT)

A *Figura 3.1* representa o modelo equivalente  $\Pi$  (pi) da LT.



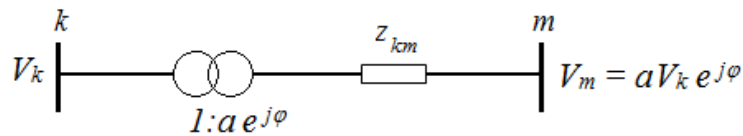
**Figura 3.1.** Linha de Transmissão.



onde  $km$  é o índice que representa a barra de origem  $k$  para a barra de destino  $m$ ;  $z_{km}$  é a impedância série da LT;  $r_{km}$  é a resistência série da linha;  $x_{km}$  é a reatância série da LT; e  $b_{km}^{sh}$  é susceptância da linha.

### 3.1.2. Transformador

Os principais tipos de transformadores (trafo) são: trafo em fase, defasadores e comutados sob carga (LTC); neste trabalho, será mostrado o modelo dos dois primeiros. A *Figura 3.2* representa um trafo.



**Figura 3.2.** Transformador.

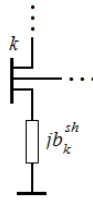
onde  $a$  é a relação de transformação do trafo;  $\varphi$  é a defasagem angular;  $z_{km}$  é a impedância da LT;  $V_k$  e  $V_m$  são as tensões terminais das barras  $k$  e  $m$ , respectivamente.

Aqui, o trafo da barra  $k$  para a barra  $m$  será mostrado por uma impedância chamada de  $z_{km}^{trafo} = ae^{j\varphi}$ . Observa-se que se  $\varphi = 0$ , tem-se um transformador em fase; se  $a = 1$ , tem-se um defasador puro. Os transformadores defasadores servem para controlar o fluxo de potência reativa na linha, não influenciando, portanto, na relação de transformação.

Existe outro tipo de trafo utilizado em muitas análises de SEP's: os transformadores comutados sob carga (LTC). O *tap* (derivação central) deste trafo varia automaticamente tentando manter a tensão em um nível desejado. Para representá-lo, deve-se acrescentar uma nova linha e coluna na matriz jacobiana do sistema para incorporar as equações de comutação do LTC [9] e [15]. Geralmente considera-se operação de comutação discreta.

### 3.1.3. Capacitor shunt

Serve como um compensador de potência reativa, encurtando a LT. Como a potência do capacitor é proporcional ao quadrado da tensão, em condições de nível de tensão muito baixo, a compensação fornecida pelo capacitor é insuficiente. Um modelo de elemento shunt conectado a uma barra  $k$  está mostrado na *Figura 3.3*.



**Figura 3.3.** Capacitor Shunt.

onde  $b_k^{sh}$  representa o capacitor shunt (ou paralelo) da barra  $k$ .

### 3.1.4. Matriz de Susceptância

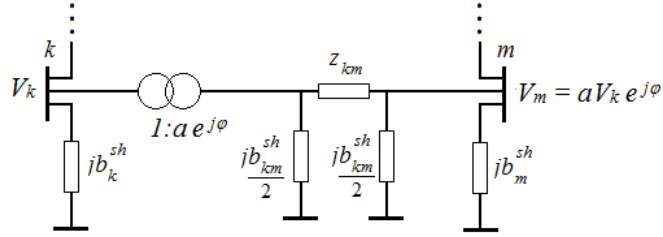
Com o conhecimento dos modelos dos elementos da rede, vistos anteriormente, pode-se calcular a matriz de admitância que representa o SEP pela *Equação (3.1)*.

$$\left\{ \begin{array}{l} Y_{km} = -\frac{1}{z_{km} \times z_{km}^{trafo}} \\ Y_{mk} = -\frac{1}{z_{km} \times conj(z_{km}^{trafo})} \\ Y_{kk} = jb_k^{sh} + \sum_{\Omega_k} \left( \frac{jb_{km}}{2} + \frac{1}{z_{km}} \right) \\ Y_{mm} = jb_m^{sh} + \sum_{\Omega_m} \left( \frac{jb_{km}}{2} + \frac{1}{|z_{km}^{trafo}|^2 \times z_{km}} \right) \end{array} \right. \quad (3.1)$$

onde  $\Omega_k$  e  $\Omega_m$  são o conjunto das barras conectadas à barra  $k$  e  $m$ , respectivamente;  $Y_{km}$  e  $Y_{mk}$  são os elementos fora da diagonal principal da matriz  $Y$  (matriz de admitância da rede);  $Y_{kk}$  são os elementos da diagonal principal de  $Y$  para a barra  $k$ . Para linhas com trafo,  $Y_{kk}$  refere-se às barras  $k$  do lado primário do transformador e

$Y_{mm}$ , às barras  $m$  do secundário do trafo. Observa-se que para LT sem trafo  $Y_{mm}$  é calculado da mesma forma que  $Y_{kk}$  e, para transformador em fase,  $Y_{km} = Y_{mk}$ .  $\text{conj}(z_{km}^{\text{trafo}})$  significa o complexo conjugado de  $z_{km}^{\text{trafo}}$ .

A Figura 3.4 mostra um sistema com todos os elementos apresentados.



**Figura 3.4.** Representação da Rede.

### 3.1.5. Equações do Fluxo de Carga

O cálculo do fluxo de carga é dividido em dois subsistemas: um para determinar os  $\theta$ 's desconhecidos das barras  $PV$ 's e  $PQ$ 's e os  $V$ 's das barras  $PQ$ 's; e o outro para calcular o  $P$  e  $Q$  da barra swing e os  $Q$ 's das barras  $PV$ 's.

O cálculo das potências ativas e reativas na barra  $k$  é dado por:

$$\begin{cases} P_k = V_k \sum_{m \in \Omega} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \\ Q_k = V_k \sum_{m \in \Omega} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \end{cases} \quad (3.2)$$

$$k = 1, \dots, \text{nb}$$

onde  $P_k$  e  $Q_k$  são as injeções de potências ativa e reativa na barra  $k$ , respectivamente;  $V_k$  e  $V_m$  são as tensões nas barras  $k$  e  $m$ , respectivamente;  $G_{km}$  e  $B_{km}$  são os elementos das matrizes de condutância (parte real de  $Y_{km}$ ) e susceptância (parte imaginária de  $Y_{km}$ ) entre as barras  $k$  e  $m$ , respectivamente;  $\theta_{km}$  é a diferença angular entre as tensões nas barras  $k$  e  $m$  ( $\theta_k - \theta_m$ );  $\Omega$  representa a barra  $k$  mais as barras conectadas a ela; e  $\text{nb}$  é o número de barras do sistema.

- Subsistema 1 – determinar  $\theta$  e  $V$  desconhecidos:

$$\begin{cases} \theta, V \rightarrow \text{barras } PQ \end{cases} (2npq + 1npv) \text{ incógnitas}$$

$$\begin{cases} \theta \rightarrow \text{barras } PV \\ P^{esp}, Q^{esp} \rightarrow \text{barras } PQ \end{cases} (2npq + 1npv) \text{ dados}$$

$$\begin{cases} P^{esp} \rightarrow \text{barras } PV \end{cases}$$

onde  $P^{esp}$  e  $Q^{esp}$  são as potências ativas e reativas especificadas, respectivamente;  $npq$  é o número de barras  $PQ$ ; e  $npv$  é o número de barras  $PV$ .

As equações do fluxo de potência são:

$$\begin{cases} \Delta P_k = P_k^{esp} - P_k^{calc}(\theta, V) = 0 \rightarrow \text{barras } PQ \text{ e } PV \\ \Delta Q_k = Q_k^{esp} - Q_k^{calc}(\theta, V) = 0 \rightarrow \text{barras } PQ \end{cases} \quad (3.3)$$

sendo

$$\begin{cases} P_k^{esp} = P_k^g - P_k^l \\ Q_k^{esp} = Q_k^g - Q_k^l \end{cases}$$

onde  $P_k^g$  e  $Q_k^g$  são as potências ativa e reativa gerada na barra  $k$ , respectivamente; e  $P_k^l$  e  $Q_k^l$ , as potências ativa e reativa consumida na barra  $k$ , respectivamente;  $P_k^{calc}$  e  $Q_k^{calc}$  são as potências ativa e reativa calculadas pela *Equação* (3.2).

Quando a *Equação* (3.3) for satisfeita, diz-se que o fluxo de carga convergiu, ou seja, os valores de  $\theta$  e  $V$ , obtidos iterativamente, estão corretos. Porém, obter  $\Delta P_k, \Delta Q_k = 0$  é quase impossível, de modo que uma pequena tolerância é admitida para o cálculo da *Equação* (3.3). Essa tolerância equivale a uma violação das *leis de Kirchhoff*.

- Subsistema 2 – determinar  $P$  e  $Q$  desconhecidas:

$$\begin{cases} P, Q \rightarrow \text{barra swing} \\ Q \rightarrow \text{barras } PV \end{cases}$$

Com o fluxo de carga convergido, podem-se calcular as potências ativa e reativa desconhecidas, através da *Equação* (3.2).

### 3.1.6. Método Iterativo de Newton-Raphson para o Fluxo de Carga

Aqui, será utilizado o método iterativo de Newton-Raphson – [22] e [23] – para o cálculo do fluxo de carga. A seguinte convenção será utilizada:

$x = \begin{bmatrix} \theta \\ V \end{bmatrix}_{\rightarrow npq}^{\rightarrow npv+npq}$ , são as incógnitas;

$g(x) = \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}_{\rightarrow npq}^{\rightarrow npv+npq}$ , representa a *Equação* (3.3) na forma vetorial.

A resolução de  $g(x) = 0$ , pelo método de Newton-Raphson, consiste na atualização dos vetores de estados  $\Delta x$  a cada iteração  $v$ , através da *Equação* (3.4).

$$g(x^v) = -J_{LF}(x^v)\Delta x^v \quad (3.4)$$

onde  $\Delta x = [\Delta\theta \quad \Delta V]^T$ ; e  $J_{LF}(x^v)$  é a matriz jacobiana do fluxo de carga dada pela *Equação* (3.5).

$$J_{LF}(x^v) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta P}{\partial \theta} & \frac{\partial \Delta P}{\partial V} \\ \frac{\partial \Delta Q}{\partial \theta} & \frac{\partial \Delta Q}{\partial V} \end{bmatrix}_{\rightarrow npq}^{\rightarrow npv+npq} \quad (3.5)$$

Como  $\Delta P = P^{esp} - P^{calc}$  e  $\Delta Q = Q^{esp} - Q^{calc}$ , e  $P^{esp}$  e  $Q^{esp}$  são constantes, a *Equação* (3.5) pode ser reescrita como:

$$J_{LF}(x^v) = - \begin{bmatrix} \frac{\partial P^{calc}}{\partial \theta} & \frac{\partial P^{calc}}{\partial V} \\ \frac{\partial Q^{calc}}{\partial \theta} & \frac{\partial Q^{calc}}{\partial V} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix}_{\rightarrow npq}^{\rightarrow npv+npq} \quad (3.6)$$

sendo

$$H = \begin{cases} H_{km} = \frac{\partial P_k^{calc}}{\partial \theta_m} = V_k V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \\ H_{kk} = \frac{\partial P_k^{calc}}{\partial \theta_k} = -B_{kk} V_k^2 - Q_k \end{cases} \quad (3.7)$$

$$N = \begin{cases} N_{km} = \frac{\partial P_k^{calc}}{\partial V_m} = V_k(G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \\ N_{kk} = \frac{\partial P_k^{calc}}{\partial V_k} = \frac{(G_{kk}V_k^2 + P_k)}{V_k} \end{cases} \quad (3.9)$$

$$M = \begin{cases} M_{km} = \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial \theta_m} = -V_k V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \\ M_{kk} = \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial \theta_k} = -G_{kk}V_k^2 + P_k \end{cases} \quad (3.8)$$

$$L = \begin{cases} L_{km} = \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial V_m} = V_k(G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \\ L_{kk} = \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial V_k} = \frac{(-B_{kk}V_k^2 + Q_k)}{V_k} \end{cases} \quad (3.10)$$

Substituindo a Equação (3.6) em (3.4), obtemos:

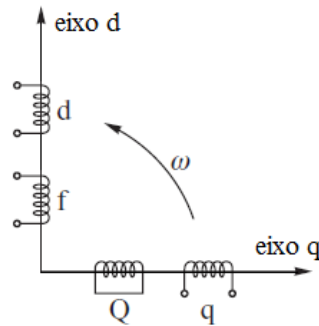
$$g(x^v) = \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix}^v \Delta x^v \quad (3.11)$$

Alguns limites operacionais podem ser incorporados ao algoritmo básico do fluxo de carga como, por exemplo, o limite de potência reativa que o gerador (barra  $PV$ ) consegue fornecer. O algoritmo é simples: ao final de cada iteração  $v$ , verificar se  $Q_k^{cal} < Q_k^{min}$  ou  $Q_k^{calc} > Q_k^{max}$ ; em caso afirmativo, a barra  $k$  vira  $PQ$  com  $Q_k^{esp} = Q_k^{lim}$ . Executar o fluxo de carga novamente com a barra  $k$  como  $PQ$  e ao final de cada iteração testar (ou não) se a barra  $k$  pode voltar a ser  $PV$ :  $Q_k^{esp} = Q_k^{max}$  e  $V_k^{calc} > V_k^{esp}$ ; ou  $Q_k^{esp} = Q_k^{min}$  e  $V_k^{calc} < V_k^{esp}$ . Monticelli [7] aborda com detalhes essas e outras considerações a respeito do fluxo de potência.

### 3.2. Gerador Síncrono e Sistema de Excitação

A partir das equações de Park [3] e [24], pode-se obter modelos dinâmicos para as máquinas síncronas. O modelo de dois eixos (quatro enrolamentos) será utilizado para análise do SEP. A Figura 3.5 serve como auxílio para modelagem. Nela  $Q$

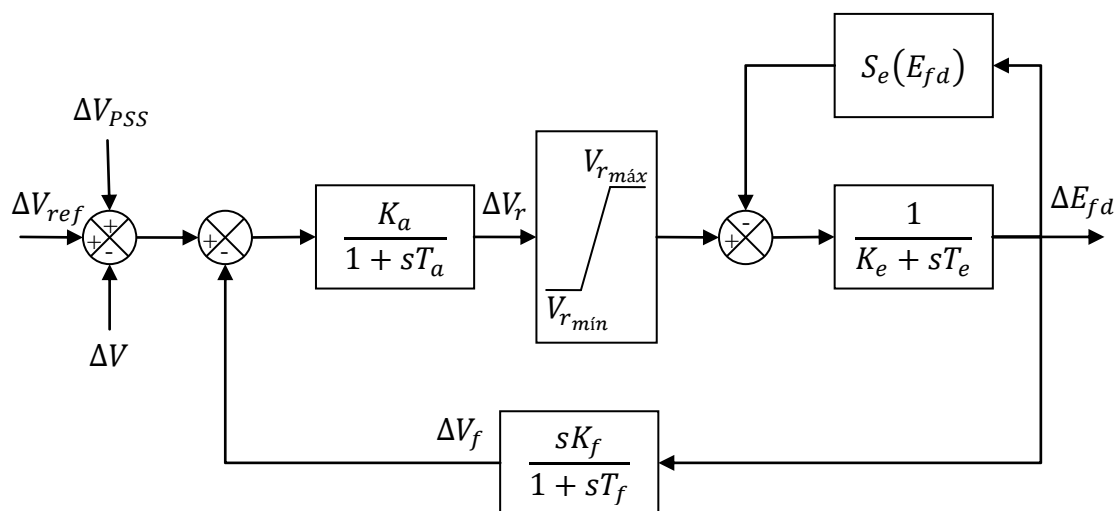
representa o enrolamento de amortecimento do eixo em quadratura;  $f$  é o enrolamento de campo;  $d$  e  $q$  são enrolamentos fictícios que representam o efeito dos enrolamentos trifásicos do estator nos eixos  $d$  e  $q$ , respectivamente; e  $\omega$  é a velocidade angular.



**Figura 3.5.** Conjunto de Enrolamentos Representando uma Máquina Síncrona.

Neste trabalho serão feitas as seguintes considerações: as resistências do estator são nulas ( $R_s = 0$ ) e o gerador está em operação balanceada (desprezar a sequência zero). Outros modelos de máquina podem ser encontrados em [6] e [11].

O modelo de regulador de tensão adotado é o IEEE Type 1 de terceira ordem [15] e [11]. A comparação e modelagem desse e outros tipos de AVR é feita por Rudnick et al. [25]. A Figura 3.6 mostra o diagrama de blocos do AVR IEEE Type 1.



**Figura 3.6.** Diagrama de Blocos do AVR IEEE Type 1.

Na Figura 3.6,  $V$  é a tensão terminal do gerador onde está instalado o AVR;  $V_{ref}$  é a tensão de referência do regulador;  $V_r$ ,  $V_{r_{máx}}$  e  $V_{r_{mín}}$  são a tensão de saída do AVR, e

os limites superior e inferior de  $V_r$ , respectivamente;  $V_{PSS}$  é o sinal adicional do PSS;  $E_{fd}$  é a tensão de campo do gerador;  $S_e(E_{fd})$  é a função de saturação da excitatriz e depende de  $E_{fd}$ ;  $K_a$  é o ganho do AVR (objeto de estudo dessa dissertação);  $T_a$  é a constante de tempo do AVR;  $K_e$  é o ganho da excitatriz;  $T_e$  é a constante de tempo da excitatriz;  $K_f$  é o ganho da malha de estabilização do regulador;  $T_f$  é a constante de tempo da malha de estabilização; e  $V_f$  é a tensão de saída da malha de estabilização. Aqui,  $R_f$  será utilizado no lugar de  $V_f$  por ser mais adequado para representar os modos de oscilação [26], onde  $R_f$  é dado pela *Equação* (3.12).

$$R_f \triangleq \frac{k_f}{T_f} E_{fd} - V_f \quad (3.12)$$

Neste trabalho será desconsiderado o PSS, de modo que  $V_{PSS} = 0$ . As equações dinâmicas do gerador com o AVR são [26]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\delta_i}{dt} = \omega_i - \omega_{s_i} \\ \frac{d\omega_i}{dt} = \frac{1}{M_i} [T_{m_i} - (E'_{q_i} - X_{d_i} I_{d_i}) I_{q_i} - (E'_{d_i} + X_{q_i} I_{q_i}) I_{d_i} - D_i (\omega_i - \omega_{s_i})] \\ \frac{dE'_{q_i}}{dt} = \frac{1}{T'_{d0_i}} [-E'_{q_i} - (X_{d_i} - X'_{d_i}) I_{d_i} + E_{fd_i}] \\ \frac{dE'_{d_i}}{dt} = \frac{1}{T'_{q0_i}} [-E'_{d_i} + (X_{q_i} - X'_{q_i}) I_{q_i}] \\ \frac{dE_{fd_i}}{dt} = \frac{1}{T_{e_i}} [- (K_{e_i} + S_e(E_{fd_i})) E_{fd_i} + V_{r_i}] \\ \frac{dV_{r_i}}{dt} = \frac{1}{T_{a_i}} \left[ -V_{r_i} + K_{a_i} R_{f_i} - \frac{K_{a_i} K_{f_i}}{T_{f_i}} E_{fd_i} + K_{a_i} (V_{ref_i} - V_i) \right] \\ \frac{dR_{f_i}}{dt} = \frac{1}{T_{f_i}} \left[ -R_{f_i} + \frac{K_{f_i}}{T_{f_i}} E_{fd_i} \right] \end{array} \right. \quad (3.13)$$

onde  $i = 1, \dots, ng$  representa o índice do gerador;  $\delta_i$  é a posição angular do rotor em relação a referência;  $\omega_i$  é a velocidade angular elétrica e  $\omega_{s_i}$ , a velocidade angular síncrona (1 p.u.);  $M_i$  é a constante de inércia do gerador;  $D_i$  é o coeficiente de amortecimento;  $E'_{d_i}$ ,  $E'_{q_i}$ ,  $I_{d_i}$  e  $I_{q_i}$  são as tensões transitórias e correntes de eixo direto e em quadratura, respectivamente;  $T_{m_i}$  é o torque mecânico;  $X_{d_i}$ ,  $X_{q_i}$ ,  $X'_{d_i}$  e  $X'_{q_i}$  são as



reatâncias síncronas e transitórias de eixo direto e em quadratura, respectivamente;  $T'_{d0_i}$  e  $T'_{q0_i}$  são as constantes de tempo transitórias de eixo direto e em quadratura, respectivamente.

As equações algébricas do estator são:

$$\begin{cases} I_{d_i} = \frac{E'_{q_i} - V_i \cos(\delta_i - \theta_i)}{X'_{d_i}} \\ I_{q_i} = \frac{V_i \sin(\delta_i - \theta_i) - E'_{d_i}}{X'_{q_i}} \end{cases} \quad (3.14)$$

onde  $\theta_i$  é o ângulo da tensão  $V_i$  com relação a referência.

As equações da rede, para as barras de geração, são:

$$\begin{cases} P_i = V_i [I_{d_i} \sin(\delta_i - \theta_i) + I_{q_i} \cos(\delta_i - \theta_i)] \\ Q_i = V_i [I_{d_i} \cos(\delta_i - \theta_i) - I_{q_i} \sin(\delta_i - \theta_i)] \end{cases} \quad (3.15)$$

Vale ressaltar que as *Equações* (3.15) representam as potências ativas e reativas injetadas na barra  $i$ . Na verdade,  $P_i^g$  e  $Q_i^g$  agora são calculadas pela *Equação* (3.15), de modo que a *Equação* (3.3) ainda continua válida.

Como o interesse deste trabalho é a análise quase dinâmica, as equações podem ser linearizadas em torno do ponto de equilíbrio.

Linearizando as *Equações* (3.14), tem-se:

$$\Delta I_{d_i} = \frac{\partial I_{d_i}}{\partial E'_{q_i}} \Delta E'_{q_i} + \frac{\partial I_{d_i}}{\partial V_i} \Delta V_i + \frac{\partial I_{d_i}}{\partial \delta_i} \Delta \delta_i + \frac{\partial I_{d_i}}{\partial \theta_i} \Delta \theta_i \quad (3.16)$$

sendo

$$\begin{cases} \frac{\partial I_{d_i}}{\partial \delta_i} = \frac{V_i \sin(\delta_i - \theta_i)}{X'_{d_i}} \\ \frac{\partial I_{d_i}}{\partial E'_{q_i}} = \frac{1}{X'_{d_i}} \\ \frac{\partial I_{d_i}}{\partial \theta_i} = -\frac{V_i \sin(\delta_i - \theta_i)}{X'_{d_i}} \\ \frac{\partial I_{d_i}}{\partial V_i} = -\frac{\cos(\delta_i - \theta_i)}{X'_{d_i}} \end{cases}$$

$$\Delta I_{q_i} = \frac{\partial I_{q_i}}{\partial E'_{d_i}} \Delta E'_{d_i} + \frac{\partial I_{q_i}}{\partial V_i} \Delta V_i + \frac{\partial I_{q_i}}{\partial \delta_i} \Delta \delta_i + \frac{\partial I_{q_i}}{\partial \theta_i} \Delta \theta_i \quad (3.17)$$

sendo

$$\begin{cases} \frac{\partial I_{q_i}}{\partial \delta_i} = \frac{V_i \cos(\delta_i - \theta_i)}{X'_{q_i}} \\ \frac{\partial I_{q_i}}{\partial E'_{d_i}} = -\frac{1}{X'_{q_i}} \\ \frac{\partial I_{q_i}}{\partial \theta_i} = -\frac{V_i \cos(\delta_i - \theta_i)}{X'_{q_i}} \\ \frac{\partial I_{q_i}}{\partial V_i} = \frac{\sin(\delta_i - \theta_i)}{X'_{q_i}} \end{cases}$$

Linearizando as *Equações* (3.13) do gerador, tem-se:

$$\Delta \dot{\delta}_i = \frac{\partial \dot{\delta}_i}{\partial \omega_i} \Delta \omega_i \quad (3.18)$$

sendo

$$\begin{cases} \frac{\partial \dot{\delta}_i}{\partial \omega_i} = 1 \end{cases}$$

$$\Delta \dot{\omega}_i = \frac{\partial \dot{\omega}_i}{\partial E'_{q_i}} \Delta E'_{q_i} + \frac{\partial \dot{\omega}_i}{\partial E'_{d_i}} \Delta E'_{d_i} + \frac{\partial \dot{\omega}_i}{\partial I_{d_i}} \Delta I_{d_i} + \frac{\partial \dot{\omega}_i}{\partial I_{q_i}} \Delta I_{q_i} + \frac{\partial \dot{\omega}_i}{\partial \omega_i} \Delta \omega_i \quad (3.19)$$

Substituindo as *Equações* (3.16) e (3.17) em (3.19), tem-se:

$$\begin{aligned} \Delta\dot{\omega}_i &= \left( \frac{\partial\dot{\omega}_i}{\partial I_{d_i}} \frac{\partial I_{d_i}}{\partial \delta_i} + \frac{\partial\dot{\omega}_i}{\partial I_{q_i}} \frac{\partial I_{q_i}}{\partial \delta_i} \right) \Delta\delta_i + \left( \frac{\partial\dot{\omega}_i}{\partial E'_{q_i}} + \frac{\partial\dot{\omega}_i}{\partial I_{d_i}} \frac{\partial I_{d_i}}{\partial E'_{q_i}} \right) \Delta E'_{q_i} + \left( \frac{\partial\dot{\omega}_i}{\partial E'_{d_i}} + \frac{\partial\dot{\omega}_i}{\partial I_{q_i}} \frac{\partial I_{q_i}}{\partial E'_{d_i}} \right) \Delta E'_{d_i} + \\ \frac{\partial\dot{\omega}_i}{\partial \omega_i} \Delta\omega_i &+ \left( \frac{\partial\dot{\omega}_i}{\partial I_{d_i}} \frac{\partial I_{d_i}}{\partial \theta_i} + \frac{\partial\dot{\omega}_i}{\partial I_{q_i}} \frac{\partial I_{q_i}}{\partial \theta_i} \right) \Delta\theta_i + \left( \frac{\partial\dot{\omega}_i}{\partial I_{d_i}} \frac{\partial I_{d_i}}{\partial V_i} + \frac{\partial\dot{\omega}_i}{\partial I_{q_i}} \frac{\partial I_{q_i}}{\partial V_i} \right) \Delta V_i \end{aligned} \quad (3.20)$$

sendo

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial\dot{\omega}_i}{\partial \omega_i} &= -\frac{D_i}{M_i} \\ \frac{\partial\dot{\omega}_i}{\partial E'_{q_i}} &= -\frac{I_{q_i}}{M_i} \\ \frac{\partial\dot{\omega}_i}{\partial E'_{d_i}} &= -\frac{I_{d_i}}{M_i} \\ \frac{\partial\dot{\omega}_i}{\partial I_{d_i}} &= \frac{(X'_{d_i} - X'_{q_i})I_{q_i} - E'_{d_i}}{M_i} \\ \frac{\partial\dot{\omega}_i}{\partial I_{q_i}} &= \frac{(X'_{d_i} - X'_{q_i})I_{d_i} - E'_{q_i}}{M_i} \end{aligned} \right.$$

$$\Delta\dot{E}'_{q_i} = \frac{\partial\dot{E}'_{q_i}}{\partial E'_{q_i}} \Delta E'_{q_i} + \frac{\partial\dot{E}'_{q_i}}{\partial E_{fd_i}} \Delta E_{fd_i} + \frac{\partial\dot{E}'_{q_i}}{\partial I_{d_i}} \Delta I_{d_i} \quad (3.21)$$

Substituindo a Equação (3.16) em (3.21), tem-se:

$$\begin{aligned} \Delta\dot{E}'_{q_i} &= \left( \frac{\partial\dot{E}'_{q_i}}{\partial I_{d_i}} \frac{\partial I_{d_i}}{\partial \delta_i} \right) \Delta\delta_i + \left( \frac{\partial\dot{E}'_{q_i}}{\partial E'_{q_i}} + \frac{\partial\dot{E}'_{q_i}}{\partial I_{d_i}} \frac{\partial I_{d_i}}{\partial E'_{q_i}} \right) \Delta E'_{q_i} + \frac{\partial\dot{E}'_{q_i}}{\partial E_{fd_i}} \Delta E_{fd_i} + \left( \frac{\partial\dot{E}'_{q_i}}{\partial I_{d_i}} \frac{\partial I_{d_i}}{\partial \theta_i} \right) \Delta\theta_i + \\ &\left( \frac{\partial\dot{E}'_{q_i}}{\partial I_{d_i}} \frac{\partial I_{d_i}}{\partial V_i} \right) \Delta V_i \end{aligned} \quad (3.22)$$

sendo

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial\dot{E}'_{q_i}}{\partial E'_{q_i}} &= -\frac{1}{T'_{d0_i}} \\ \frac{\partial\dot{E}'_{q_i}}{\partial E_{fd_i}} &= \frac{1}{T'_{d0_i}} \\ \frac{\partial\dot{E}'_{q_i}}{\partial I_{d_i}} &= \frac{-X_{d_i} + X'_{d_i}}{T'_{d0_i}} \end{aligned} \right.$$

$$\Delta \dot{E}'_{d_i} = \frac{\partial \dot{E}'_{d_i}}{\partial E'_{d_i}} \Delta E'_{d_i} + \frac{\partial \dot{E}'_{d_i}}{\partial I_{q_i}} \Delta I_{q_i} \quad (3.23)$$

Substituindo a *Equação* (3.17) em (3.23), tem-se:

$$\Delta \dot{E}'_{d_i} = \left( \frac{\partial \dot{E}'_{d_i}}{\partial I_{q_i}} \frac{\partial I_{q_i}}{\partial \delta_i} \right) \Delta \delta_i + \left( \frac{\partial \dot{E}'_{d_i}}{\partial E'_{d_i}} + \frac{\partial \dot{E}'_{d_i}}{\partial I_{q_i}} \frac{\partial I_{q_i}}{\partial E'_{d_i}} \right) \Delta E'_{d_i} + \left( \frac{\partial \dot{E}'_{d_i}}{\partial I_{q_i}} \frac{\partial I_{q_i}}{\partial \theta_i} \right) \Delta \theta_i + \left( \frac{\partial \dot{E}'_{d_i}}{\partial I_{q_i}} \frac{\partial I_{q_i}}{\partial V_i} \right) \Delta V_i \quad (3.24)$$

sendo

$$\begin{cases} \frac{\partial \dot{E}'_{d_i}}{\partial E'_{d_i}} = -\frac{1}{T'_{q0_i}} \\ \frac{\partial \dot{E}'_{d_i}}{\partial I_{q_i}} = \frac{X_{q_i} - X'_{q_i}}{T'_{q0_i}} \end{cases}$$

$$\Delta \dot{E}'_{f d_i} = \frac{\partial \dot{E}'_{f d_i}}{\partial E_{f d_i}} \Delta E_{f d_i} + \frac{\partial \dot{E}'_{f d_i}}{\partial V_{r_i}} \Delta V_{r_i} \quad (3.25)$$

sendo<sup>10</sup>

$$\begin{cases} \frac{\partial \dot{E}'_{f d_i}}{\partial E_{f d_i}} = \frac{-K_{e_i} - S_{e_i}(E_{f d_i}) - E_{f d_i} \frac{dS_{e_i}(E_{f d_i})}{dE_{f d_i}}}{T_{e_i}} \\ \frac{\partial \dot{E}'_{f d_i}}{\partial V_{r_i}} = \frac{1}{T_{e_i}} \end{cases}$$

$$\Delta \dot{V}_{r_i} = \frac{\partial \dot{V}_{r_i}}{\partial E_{f d_i}} \Delta E_{f d_i} + \frac{\partial \dot{V}_{r_i}}{\partial V_{r_i}} \Delta V_{r_i} + \frac{\partial \dot{V}_{r_i}}{\partial R_{f_i}} \Delta R_{f_i} + \frac{\partial \dot{V}_{r_i}}{\partial V_i} \Delta V_i \quad (3.26)$$

sendo

$$\begin{cases} \frac{\partial \dot{V}_{r_i}}{\partial E_{f d_i}} = -\frac{K_{a_i} K_{f_i}}{T_{a_i} T_{f_i}} \\ \frac{\partial \dot{V}_{r_i}}{\partial V_{r_i}} = -\frac{1}{T_{a_i}} \\ \frac{\partial \dot{V}_{r_i}}{\partial R_{f_i}} = \frac{K_{a_i}}{T_{a_i}} \\ \frac{\partial \dot{V}_{r_i}}{\partial V_i} = -\frac{K_{a_i}}{T_{a_i}} \end{cases}$$

<sup>10</sup> Aqui considerar-se-á  $S_e(E_{fd}) = S_e E_{fd}$ , sendo  $S_e$  uma constante; portanto,  $\frac{\partial E_{fd}}{\partial E_{fd}} = \frac{-K_e - 2S_e E_{fd}}{T_e}$ .

$$\Delta \dot{R}_{f_i} = \frac{\partial \dot{R}_{f_i}}{\partial E_{fd_i}} \Delta E_{fd_i} + \frac{\partial \dot{R}_{f_i}}{\partial R_{f_i}} \Delta R_{f_i} \quad (3.27)$$

sendo

$$\begin{cases} \frac{\partial \dot{R}_{f_i}}{\partial E_{fd_i}} = \frac{K_{f_i}}{T_{f_i}^2} \\ \frac{\partial \dot{R}_{f_i}}{\partial R_{f_i}} = -\frac{1}{T_{f_i}} \end{cases}$$

Linearizando as *Equações* (3.15), da rede, tem-se:

$$\Delta P_i = \frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} \Delta \delta_i + \frac{\partial P_i}{\partial I_{d_i}} \Delta I_{d_i} + \frac{\partial P_i}{\partial I_{q_i}} \Delta I_{q_i} + \frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} \Delta \theta_i + \frac{\partial P_i}{\partial V_i} \Delta V_i \quad (3.28)$$

Substituindo as *Equações* (3.16) e (3.17) em (3.28), tem-se:

$$\begin{aligned} \Delta P_i = & \left( \frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} + \frac{\partial P_i}{\partial I_{d_i}} \frac{\partial I_{d_i}}{\partial \delta_i} + \frac{\partial P_i}{\partial I_{q_i}} \frac{\partial I_{q_i}}{\partial \delta_i} \right) \Delta \delta_i + \left( \frac{\partial P_i}{\partial I_{d_i}} \frac{\partial I_{d_i}}{\partial E'_{q_i}} \right) \Delta E'_{q_i} + \left( \frac{\partial P_i}{\partial I_{q_i}} \frac{\partial I_{q_i}}{\partial E'_{d_i}} \right) \Delta E'_{d_i} + \\ & \left( \frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} + \frac{\partial P_i}{\partial I_{d_i}} \frac{\partial I_{d_i}}{\partial \theta_i} + \frac{\partial P_i}{\partial I_{q_i}} \frac{\partial I_{q_i}}{\partial \theta_i} \right) \Delta \theta_i + \left( \frac{\partial P_i}{\partial V_i} + \frac{\partial P_i}{\partial I_{d_i}} \frac{\partial I_{d_i}}{\partial V_i} + \frac{\partial P_i}{\partial I_{q_i}} \frac{\partial I_{q_i}}{\partial V_i} \right) \Delta V_i \end{aligned} \quad (3.29)$$

sendo

$$\begin{cases} \frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = V_i [I_{d_i} \cos(\delta_i - \theta_i) - I_{q_i} \sin(\delta_i - \theta_i)] \\ \frac{\partial P_i}{\partial I_{d_i}} = V_i \sin(\delta_i - \theta_i) \\ \frac{\partial P_i}{\partial I_{q_i}} = V_i \cos(\delta_i - \theta_i) \\ \frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} = V_i [-I_{d_i} \cos(\delta_i - \theta_i) + I_{q_i} \sin(\delta_i - \theta_i)] \\ \frac{\partial P_i}{\partial V_i} = I_{d_i} \sin(\delta_i - \theta_i) + I_{q_i} \cos(\delta_i - \theta_i) \end{cases}$$

$$\Delta Q_i = \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} \Delta \delta_i + \frac{\partial Q_i}{\partial I_{d_i}} \Delta I_{d_i} + \frac{\partial Q_i}{\partial I_{q_i}} \Delta I_{q_i} + \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} \Delta \theta_i + \frac{\partial Q_i}{\partial V_i} \Delta V_i \quad (3.30)$$

Substituindo as *Equações* (3.16) e (3.17) em (3.30), tem-se:

$$\begin{aligned} \Delta Q_i &= \left( \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} + \frac{\partial Q_i}{\partial I_{d_i}} \frac{\partial I_{d_i}}{\partial \delta_i} + \frac{\partial Q_i}{\partial I_{q_i}} \frac{\partial I_{q_i}}{\partial \delta_i} \right) \Delta \delta_i + \left( \frac{\partial Q_i}{\partial I_{d_i}} \frac{\partial I_{d_i}}{\partial E'_{q_i}} \right) \Delta E'_{q_i} + \left( \frac{\partial Q_i}{\partial I_{q_i}} \frac{\partial I_{q_i}}{\partial E'_{d_i}} \right) \Delta E'_{d_i} + \\ &\left( \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} + \frac{\partial Q_i}{\partial I_{d_i}} \frac{\partial I_{d_i}}{\partial \theta_i} + \frac{\partial Q_i}{\partial I_{q_i}} \frac{\partial I_{q_i}}{\partial \theta_i} \right) \Delta \theta_i + \left( \frac{\partial Q_i}{\partial V_i} + \frac{\partial Q_i}{\partial I_{d_i}} \frac{\partial I_{d_i}}{\partial V_i} + \frac{\partial Q_i}{\partial I_{q_i}} \frac{\partial I_{q_i}}{\partial V_i} \right) \Delta V_i \end{aligned} \quad (3.31)$$

sendo

$$\begin{cases} \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} = V_i [-I_{d_i} \sin(\delta_i - \theta_i) - I_{q_i} \cos(\delta_i - \theta_i)] \\ \frac{\partial Q_i}{\partial I_{d_i}} = V_i \cos(\delta_i - \theta_i) \\ \frac{\partial Q_i}{\partial I_{q_i}} = -V_i \sin(\delta_i - \theta_i) \\ \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} = V_i [I_{d_i} \sin(\delta_i - \theta_i) + I_{q_i} \cos(\delta_i - \theta_i)] \\ \frac{\partial Q_i}{\partial V_i} = I_{d_i} \cos(\delta_i - \theta_i) - I_{q_i} \sin(\delta_i - \theta_i) \end{cases}$$

As condições de operação do gerador, para o ponto de equilíbrio, são dadas por:

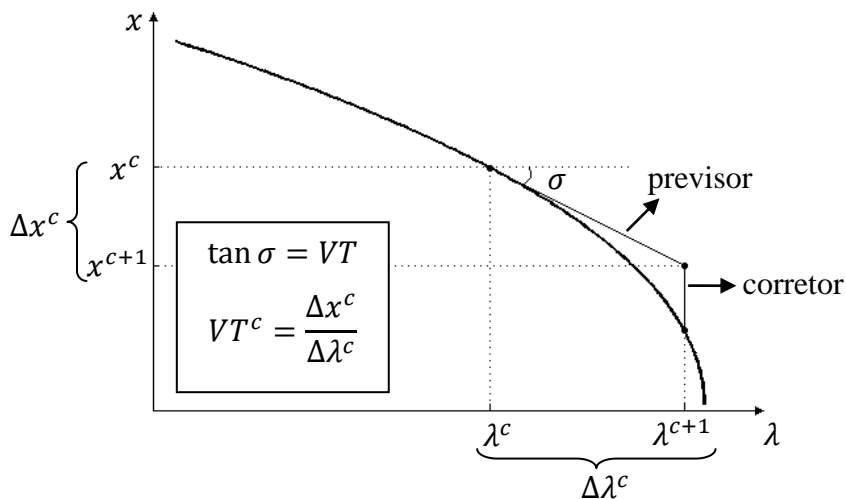
$$\begin{cases} E_{q_{d_i}}(0) = \sqrt{\left( V_i(0) + \frac{X_{q_i} Q_i(0)}{V_i(0)} \right)^2 + \left( \frac{X_{q_i} P_i(0)}{V_i(0)} \right)^2} \\ \delta_i(0) = \theta_i(0) + \tan^{-1} \left( \frac{X_{q_i} P_i(0)}{V_i(0)^2 + X_{q_i} Q_i(0)} \right) \\ I_i(0) = \sqrt{\left( \frac{P_i(0)}{V_i(0)} \right)^2 + \left( \frac{Q_i(0)}{V_i(0)} \right)^2} \\ \beta_i(0) = \theta_i(0) - \tan^{-1} \left( \frac{Q_i(0)}{P_i(0)} \right) \\ I_{d_i}(0) = I_i(0) \sin(\delta_i(0) - \beta_i(0)) \\ I_{q_i}(0) = I_i(0) \cos(\delta_i(0) - \beta_i(0)) \\ E_{f_{d_i}}(0) = E_{q_{d_i}}(0) + (X_{d_i} - X_{q_i}) I_{d_i}(0) \\ V_{r_i}(0) = K_{e_i} E_{f_{d_i}}(0) \\ R_{f_i}(0) = \frac{K_{f_i}}{T_{f_i}} E_{f_{d_i}}(0) \\ V_{ref_i}(0) = V_i(0) + \frac{V_{r_i}(0)}{K_{a_i}} \\ E'_{q_i}(0) = E_{f_{d_i}}(0) - (X_{d_i} - X'_{d_i}) I_{d_i}(0) \\ E'_{d_i}(0) = (X_{q_i} - X'_{q_i}) I_{q_i}(0) \\ E'_i(0) = \sqrt{E'_{d_i}(0)^2 + E'_{q_i}(0)^2} \\ T_{m_i}(0) = (E'_{q_i}(0) - X'_{d_i} I_{d_i}(0)) I_{q_i}(0) + (E'_{d_i}(0) + X'_{q_i} I_{q_i}(0)) I_{d_i}(0) \\ \omega_i(0) = \omega_{s_i} = 1 \end{cases} \quad (3.32)$$

onde (0) indica condição de equilíbrio; e  $\beta_i$  é o ângulo de fase da corrente do estator  $I_i$ .

### 3.3. Fluxo de Carga Continuado

Para se traçar a curva  $P \times V$  do caso base até o ponto de bifurcação sela-nó, um método baseado na variação de um parâmetro, para alterar o ponto de equilíbrio do sistema, deve ser utilizado. Neste trabalho, o parâmetro que altera o estado atual do SEP é a variação de carga. Ou seja, aqui, o sistema sofrerá pequenos incrementos de carga, e para cada valor de carga, o novo ponto de equilíbrio será calculado (fluxo de carga), até que o SEP chegue muito próximo à perda total de equilíbrio (bifurcação). Esse método é chamado de fluxo de carga continuado (FCC), ou método da continuação.

Neste trabalho, o FCC será baseado na matriz jacobiana do fluxo de carga. O método da continuação é dividido em dois passos: um previsor, em que uma variação do parâmetro é feita e as variáveis são estimadas; e um corretor, em que os valores estimados são corrigidos. A variação do parâmetro pelo FCC é feita pelo vetor tangente; a correção do valor estimado é feita pelo método iterativo de Newton-Raphson. A *Figura 3.7* ilustra o processo.



**Figura 3.7.** Método da Continuação.

Em sistemas elétricos, para a *Figura 3.7*, tem-se:

$$\begin{cases} x = \begin{bmatrix} \theta \\ V \end{bmatrix} \rightarrow npv + npq \\ \lambda = \text{fator de carregamento} \end{cases}$$

Considere um incremento de carga como segue:

$$\begin{cases} P = P_0(1 + \Delta\lambda) \\ Q = Q_0(1 + \Delta\lambda) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P - P_0 = \Delta P = P_0\Delta\lambda \\ Q - Q_0 = \Delta Q = Q_0\Delta\lambda \end{cases} \quad (3.33)$$

onde  $P_0$  e  $Q_0$  são as potências ativa e reativa no caso base, respectivamente; e  $\Delta\lambda$  é o incremento de carga.

Do fluxo de potência, *Equação* (3.11), tem-se:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \therefore \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V \end{bmatrix} = J^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \therefore \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V \end{bmatrix} = J^{-1} \begin{bmatrix} P_0 \\ Q_0 \end{bmatrix} \Delta\lambda$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V \end{bmatrix}}_{VT} \frac{1}{\Delta\lambda} = J^{-1} \begin{bmatrix} P_0 \\ Q_0 \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

onde  $J = \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix} \rightarrow \begin{matrix} npv + npq \\ npq \end{matrix}$ , calculada pelas *Equações* (3.7) – (3.10).

- Passo Previsor:

$\Delta\lambda = \frac{\kappa}{\|VT\|}$ , tamanho do incremento de carga.

$\begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V \end{bmatrix} = VT \times \Delta\lambda$ , estimativa.

Ponto estimado pelo passo previsor:  $(x^c + \Delta x^c, \lambda^c + \Delta\lambda^c)$ .

onde  $\|VT\|$  é a norma do vetor tangente  $VT$ ;  $\kappa$  é uma constante que controla o tamanho do passo; e  $c$  é o ponto de operação atual.

- Passo corretor:

Uma forma simples de corrigir o ponto estimado pelo passo previsor é executar o fluxo de carga para o ponto estimado.



Uma aproximação, utilizada na literatura, para considerar as variáveis dinâmicas é calculá-las a cada passo do FCC, através do conjunto de *Equações* (3.32), após obter os valores de  $\theta$  e  $V$  convergidos.

Vale lembrar que o método utilizado aqui não permite traçar a curva  $P \times V$  até o ponto de colapso, onde a matriz  $J$  se torna singular. O critério de parada utilizado para o FCC é o cálculo do autovalor crítico ( $\mu_{crit}$ ) de  $J$ , *Equação* (3.35), que é zero no ponto de sela-nó. Como o ponto de colapso não pode ser alcançado por esta formulação do FCC, uma tolerância para  $\mu_{crit}$  é dada e o processo termina quando  $\mu_{crit}$  é menor que este valor (ou quando Newton-Raphson diverge). O cálculo de  $\mu_{crit}$  é válido sobretudo próximo ao ponto de colapso, onde  $VT \approx v$ , sendo  $v$  o autovetor à direita [27].

$$\mu_{crit} = (VT_n)^T \times J \times VT_n \quad (3.35)$$

onde  $VT_n = \frac{VT}{\|VT\|}$  é o vetor tangente normalizado;  $(VT_n)^T$  é o  $VT_n$  transposto.

Uma forma de se conseguir traçar a curva  $P \times V$  até o ponto de sela-nó, inclusive, é através da parametrização do sistema. Neste caso, uma linha e coluna são inseridas na matriz  $J$  referentes à equação do parâmetro que leva o SEP ao colapso. O procedimento é simples, e pode ser visto em [28], [29] e [30]. O FCC exige um alto esforço computacional. *Mohn* [31] utiliza alguns métodos desacoplados com o intuito de diminuir o tempo de simulação, dentre eles o método CRIC. *Mohn* também apresenta um método da continuação para traçar a curva  $Q \times V$ . Além da carga, outro parâmetro pode levar o sistema ao colapso como, por exemplo, a variação do *tap* do LTC [9].

### 3.4. Método da Continuação Quase Dinâmico

Os métodos de FCC baseados no fluxo de carga partem do pressuposto de que os geradores são providos de reguladores de tensão capazes de manter a tensão de saída em um valor constante, independentemente das condições de carga ou de outra perturbação. Uma maneira mais realista de obter a curva  $P \times V$  é considerar simultaneamente as equações dinâmicas e algébricas: neste caso, o regulador não consegue manter a tensão

de saída da máquina, que diminui à medida que o sistema é carregado, ou seja, as tensões nas barras  $PV$  e  $swing$  não são mais constantes e a margem de carga no método continuado quase dinâmico é menor que no FCC convencional. *Leme*, em [15], ilustra a diferença entre os métodos.

O procedimento é simples: usa-se o fluxo de carga convencional e, com os valores convergidos de  $\theta$  e  $V$ , obtém-se o ponto de operação inicial do sistema (*Equação (3.32)*). A partir daí (caso base), outro ponto de operação pode ser obtido considerando o incremento de carga e geração nas barras  $PQ$ 's – passo predictor; então, utiliza-se Newton-Raphson como passo corretor. Porém, agora, a matriz jacobiana estendida, dada pelas *Equações (B.10) – (B.15)*, é usada tanto no passo predictor quanto no corretor. Uma barra deve ser liberada para fazer o balanço das perdas (barra swing).

O VT para o caso completo (quase dinâmico) é dado pela *Equação (3.36)*. O autovalor crítico é calculado da mesma forma que na *Equação (3.35)*, porém, utiliza-se a matriz jacobiana estendida.

$$VT = \begin{bmatrix} [\Delta\delta]_{(ng-1) \times 1} \\ [\Delta\omega]_{ng \times 1} \\ [\Delta E'_q]_{ng \times 1} \\ [\Delta E'_d]_{ng \times 1} \\ [\Delta E'_{fd}]_{ng \times 1} \\ [\Delta V_r]_{ng \times 1} \\ [\Delta R_f]_{ng \times 1} \\ [\Delta I_d]_{ng \times 1} \\ [\Delta I_q]_{ng \times 1} \\ [\Delta P_g]_{ng \times 1} \\ [\Delta Q_g]_{ng \times 1} \\ [\Delta\theta]_{nb \times 1} \\ [\Delta V]_{nb \times 1} \end{bmatrix} \frac{1}{\Delta\lambda} = J_{estendida}^{-1} \begin{bmatrix} [0]_{(11ng-1) \times 1} \\ [P_0]_{nb \times 1} \\ [Q_0]_{nb \times 1} \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

O método de Newton-Raphson atualiza as variáveis dinâmicas e da rede,  $x = [\delta \ \omega \ E'_q \ E'_d \ E_{fd} \ V_r \ R_f]^T$  e  $z = [\theta \ V]^T$ , através de um procedimento semelhante ao visto na *Secção 3.1.6*. O vetor de atualização é dado pela *Equação (3.37)*, onde  $\Delta P$  e  $\Delta Q$  é dado pela *Equação (3.3)*. A matriz  $J_r$  é a redução da jacobiana estendida, *Equação (B.10)*, para as variáveis dinâmicas e da rede, com o sinal de  $J_D$

trocado em  $J_4$  (ver *Equações* (B.7) e (B.15)). Neste caso, usa-se  $-J_D$  por se tratar do método de Newton-Raphson e a *Equação* (3.37) já possuir sinal negativo (ver *Seção 3.1.6*) e pelo fato de o operador  $\Delta$  do método iterativo não ter o mesmo significado do  $\Delta$  que representa a linearização do sistema ao redor de um ponto de equilíbrio. Por isso, em  $J_4$ , tem-se  $J_D$  para representar do sistema e  $-J_D$  para o método de Newton-Raphson.

$$\begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta z \end{bmatrix} = -J_r^{-1} \begin{bmatrix} \Delta \dot{x} \\ \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

O processo termina quando os valores estiverem dentro da tolerância ou houver divergência. Calcula-se o erro pelo lado direito da *Equação* (3.13) e pela *Equação* (3.3). As outras variáveis necessárias são calculadas a cada iteração pela *Equação* (3.32).

### 3.4.1. Limite da Tensão de Saída do Regulador

Na *Seção 3.2*, foi visto que o AVR possui um bloco que limita a tensão de saída entre  $V_{r_{min}}$  e  $V_{r_{max}}$  (ver *Figura 3.6*). Quando o método continuado completo é utilizado, à medida que o sistema é carregado, a tensão do regulador ( $V_r$ ) aumenta, ocasionando um crescimento na tensão de campo da máquina ( $E_{fd}$ ), que consegue suprir uma maior demanda de potência reativa ( $Q_g$ ), tentando manter um relativo controle da tensão de saída ( $V$ ) da barra a qual está instalada. A partir de um determinado ponto de operação o gerador atinge o limite máximo de tensão que ele pode fornecer sem danificar o gerador. Também se considera o limite mínimo, para evitar a subexcitação da máquina.

A tensão do regulador é obtida durante o passo previsor do método da continuação (e corrigida no passo corretor). Quando a tensão do AVR  $i$  atinge um dos limites, a equação referente ao  $V_{r_i}$  na *Equação* (3.13) é substituída pela *Equação* (3.38).

$$\frac{dV_{r_i}}{dt} = \frac{1}{T_{a_i}} \left[ -V_{r_i}^{lim} + K_{a_i} R_{f_i} - \frac{K_{a_i} K_{f_i}}{T_{F_i}} E_{fd_i} + K_{a_i} (V_{ref_i} - V_i) \right] \quad (3.38)$$

Desta forma, o AVR  $i$  mantém sua tensão no limite violado durante o ponto de operação atual e nos pontos posteriores. Na matriz jacobiana do modelo do sistema,  $\partial \dot{V}_{r_i} / \partial V_{r_i} = \infty$  (na prática, um valor muito grande como, por exemplo,  $1 \times 10^{15}$ ).

### 3.5. O Software

Com base no conhecimento teórico apresentado neste capítulo, pode-se criar um programa de simulação do sistema elétrico de potência para análise estática e, também, para análise quase dinâmica. Este último é de particular interesse nesta dissertação.

A ideia do software é simples: primeiramente é necessário informar os dados e a configuração do sistema teste, de acordo com o *Apêndice C*; depois é preciso obter o estado do sistema no caso base; e a partir daí, executar o método da continuação quase dinâmico, visto na *Seção 3.4*, até próximo ao ponto de colapso de tensão.

O caso base reflete o estado estático da rede para o ponto de operação inicial do sistema. Para obtê-lo, basta calcular o fluxo de carga (*Seção 3.1*) e, com os valores convergidos dos ângulos e tensões de todas as barras, calcular as condições iniciais (*Equação (3.32)*) e montar a matriz jacobiana estendida (*Seção B.2*).

O método da continuação quase dinâmico é, então, utilizado para traçar a curva  $P \times V$  do caso base até o ponto de colapso de tensão. O passo predictor é usado para estimar o próximo ponto de operação, através do incremento de carga (ver *Seção 3.3* e *Equação (3.36)*). Este ponto estimado não é solução do sistema de *Equações (3.13)* linearizadas. O método de Newton-Raphson (ver *Seção 3.1.6* e *Equação (3.37)*) é utilizado para corrigir esta estimativa. A cada ponto de operação obtido, os valores de tensão e do fator de carregamento devem ser obtidos para traçar a curva  $P \times V$ ; também, os autovalores da matriz jacobiana reduzida (*Equação (B.16)*) devem ser calculados para traçar o lugar das raízes do autovalor dinâmico crítico. Este processo é feito até que o autovalor crítico calculado pela *Equação (3.35)* esteja próximo de zero, ou seja, a matriz jacobiana seja quase singular. Para simular a atuação do AVR, o ganho do mesmo é variado a cada novo ponto de operação, na mesma proporção do incremento de carga.

O fluxograma do software desenvolvido está mostrado no *Apêndice D*. No *Capítulo 4*, são apresentados os resultados das simulações realizadas.

# CAPÍTULO 4

## Resultados das Simulações

A base teórica para análise quase dinâmica de sistemas elétricos de potência foi apresentada nos capítulos precedentes. Com a modelagem matemática vista no *Capítulo 3* foi desenvolvido um software para simulações do SEP sob estudo. Vale lembrar que o interesse é avaliar o efeito da atuação do AVR à medida que o sistema é carregado. Neste capítulo serão mostrados os resultados obtidos com as simulações realizadas para os sistemas de 2 barras e de 9 barras. Antes disso, porém, o método utilizado, para representar a atuação do AVR, será explicado.

### 4.1. Atuação do Regulador de Tensão com o Incremento de Carga

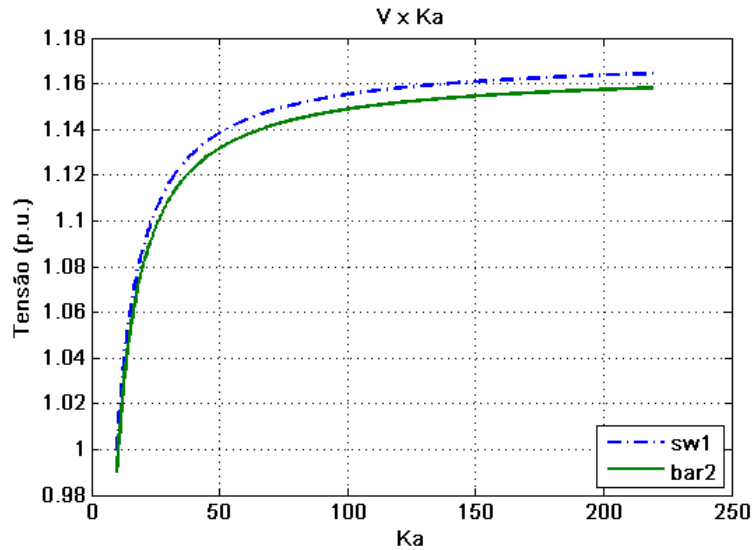
O procedimento para simular a atuação do AVR no sistema é simples: o valor do ganho do AVR é aumentado a cada incremento de carga, dado pelo passo previsor no método da continuação (*Seção 3.4*). Neste trabalho, o ganho do AVR é aumentado na mesma proporção do aumento de carga, ou seja,  $K_a = K_{a_0}(1 + \Delta\lambda)$ , sendo  $K_{a_0}$  o valor de  $K_a$  para o caso base e  $\Delta\lambda$  o tamanho do passo previsor.

Os testes feitos serão os seguintes: para o caso base será variado o ganho do AVR para analisar o comportamento dos autovalores críticos, obtidos da *Equação (B.16)*, e do nível de tensão das barras; este procedimento será feito, também, no ponto de bifurcação; a curva  $P \times V$ , sem a atuação do AVR ( $K_a$  constante), será obtida e analisada do ponto de vista da estabilidade de tensão e margem de carga, e comparada com a mesma curva com a atuação do AVR.

O método da continuação completo (*Seção 3.4*) será utilizado para realizar as simulações, mostradas a seguir. Os dados e configurações dos sistemas testados estão no *Apêndice C*.

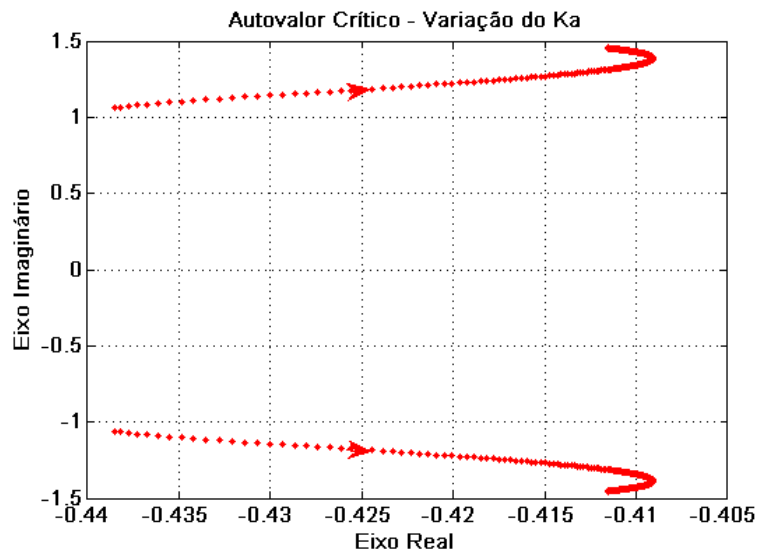
## 4.2. Sistema de 2 Barras

A *Figura 4.1* mostra o que acontece com o nível de tensão nas barras quando o ganho  $K_a$  é aumentado, para o caso base (sem variação de carga). Na legenda, *sw* indica a barra swing e *bar* a barra de carga, com o número da respectiva barra ao lado.



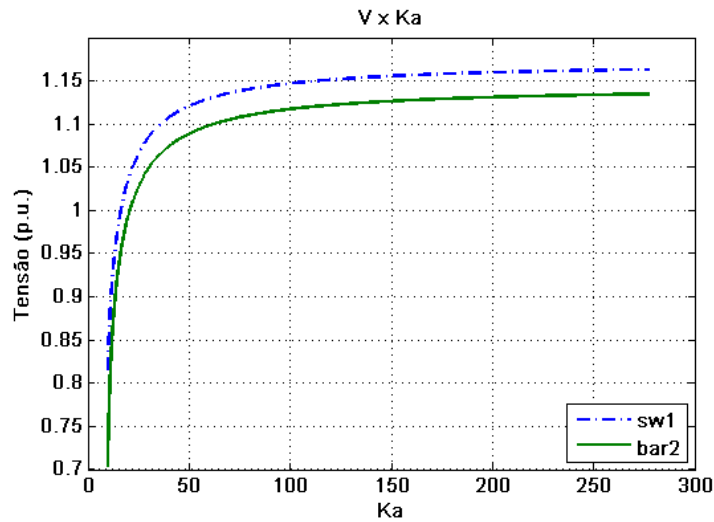
**Figura 4.1.** Perfil de Tensão com Variação de  $K_a$  no Caso Base – 2 Barras.

Como pode ser visto, o nível de tensão aumenta e tende a um valor limite. A estabilidade do sistema não foi prejudicada, de acordo com a *Figura 4.2* que mostra o autovalor crítico do sistema quando o ganho do AVR varia (caso base).

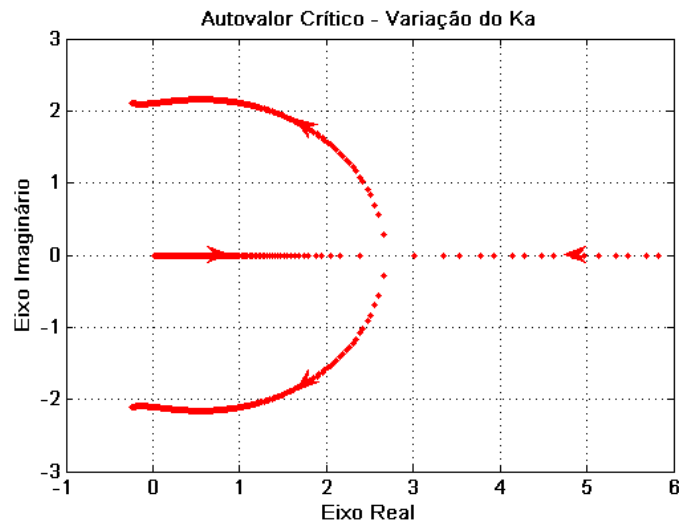


**Figura 4.2.** Autovalor Crítico com Variação de  $K_a$  no Caso Base – 2 Barras.

Os mesmos testes foram realizados no ponto de colapso de tensão e os resultados estão mostrados nas *Figura 4.3* e *Figura 4.4*.



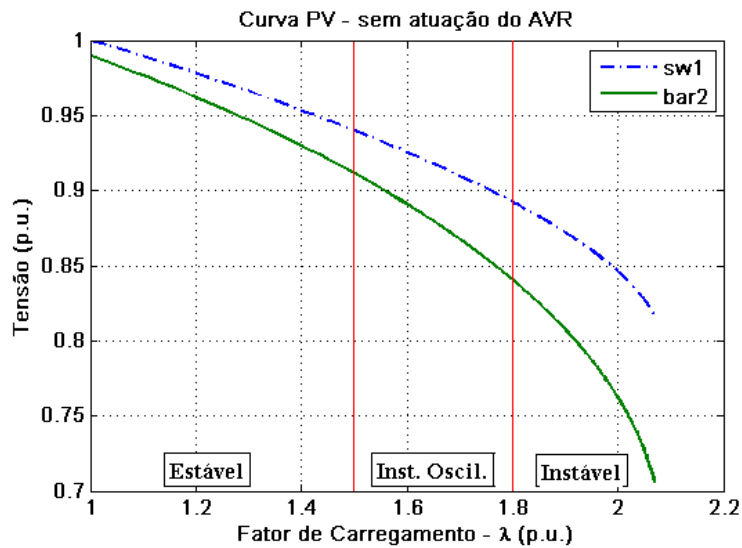
**Figura 4.3.** Perfil de Tensão com Variação de  $K_a$  no Colapso – 2 Barras.



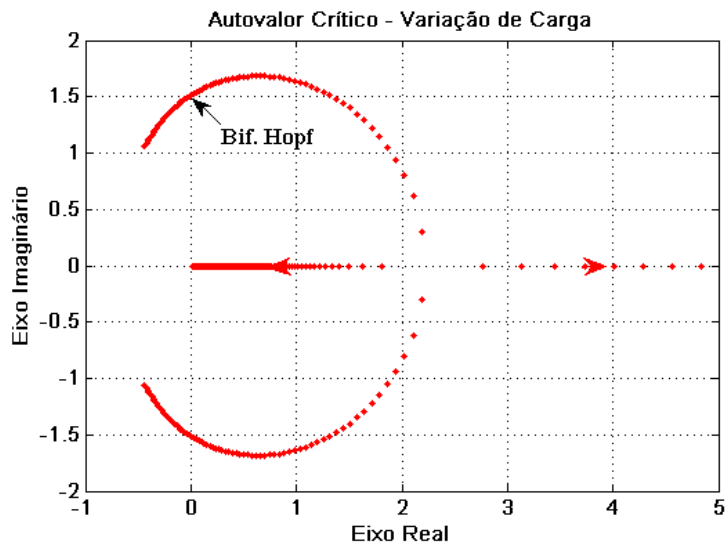
**Figura 4.4.** Autovalor Crítico com Variação de  $K_a$  no Colapso – 2 Barras.

A *Figura 4.4* trás um resultado muito interessante: o aumento do ganho  $K_a$  tende a estabilizar o sistema. A matriz jacobiana, que é singular no ponto de colapso, tem seu autovalor crítico tendendo a retornar ao semiplano esquerdo (região de estabilidade).

Agora será estudado o comportamento da curva  $P \times V$ . No primeiro momento, apenas a carga será aumentada continuamente até o ponto de sela-nó, como mostrado na *Figura 4.5* com o autovalor crítico associado mostrado na *Figura 4.6*.



**Figura 4.5.** Curva  $P \times V$  sem Atuação do AVR – 2 Barras.



**Figura 4.6.** Autovalor Crítico sem Atuação do AVR – 2 Barras.

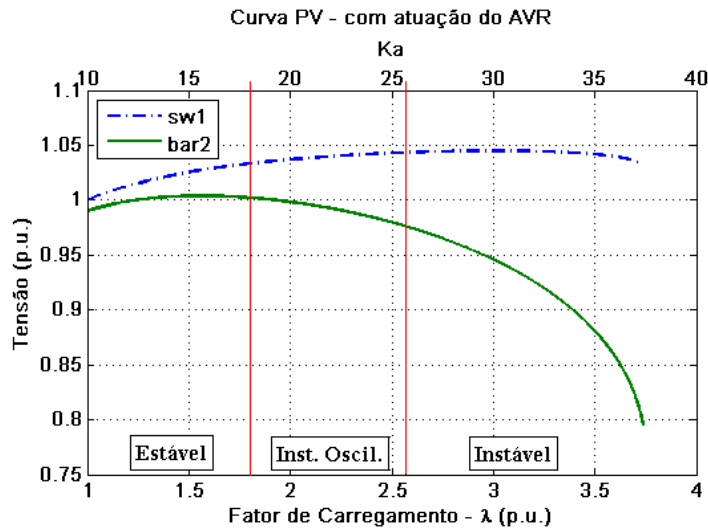
O fator de carregamento ( $\lambda_{m\acute{a}x}$ ) foi de  $2,07 p.u.$ , ou seja, a margem de carga ( $MC$ ) foi  $P_0^l \times \lambda_{m\acute{a}x} = 1,40 \times 2,07 = 2,90 p.u.$  Porém, o incremento de carga leva o sistema à instabilidade, como pode ser visto pelo do autovalor crítico – *Figura 4.6.*

Observando a curva  $P \times V$ , vê-se que o sistema adquire instabilidade oscilatória (bifurcação de Hopf) para  $\lambda \cong 1,50 p.u.$  e permanece com oscilação crescente até  $\lambda \cong 1,80 p.u.$  Além deste ponto o sistema continua instável, porém, sem oscilações. Ou seja, o sistema consegue operar com segurança (sem instabilidade) para um fator de carregamento de até  $\lambda \cong 1,50 p.u.$

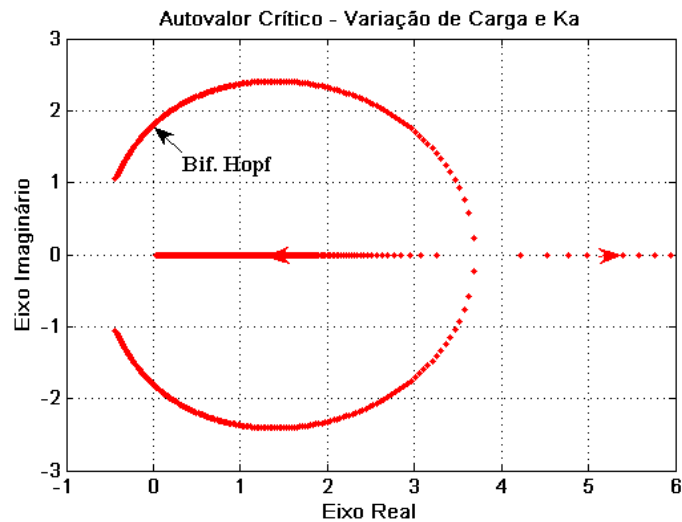


Apenas para comparação, o FCC estático apresenta  $\lambda_{m\acute{a}x}^{FCC} \cong 3,57 p.u.$  e instabilidade oscilatória para  $1,70 \leq \lambda_{osc} < 2,25 p.u.$  (ver Figura A.2).

Nas Figura 4.7 e Figura 4.8, mostra-se o que acontece com o sistema quando o AVR atua, à medida que o sistema é carregado.



**Figura 4.7.** Curva  $P \times V$  com Atuação do AVR – 2 Barras.



**Figura 4.8.** Autovalor Crítico sem Atuação do AVR – 2 Barras.

A margem de carga aumentou,  $\lambda_{m\acute{a}x} \cong 3,74 p.u.$  e  $MC \cong 5,24 p.u.$  O sistema continua alcançando a instabilidade, porém, a margem de segurança é maior, ou seja, ele pode operar na região estável para  $\lambda$  até  $1,80 p.u.$  (contra  $\lambda \cong 1,50 p.u.$  obtido sem a atuação do AVR). As oscilações instáveis acontecem para  $1,80 \leq \lambda_{osc} < 2,57 p.u.$

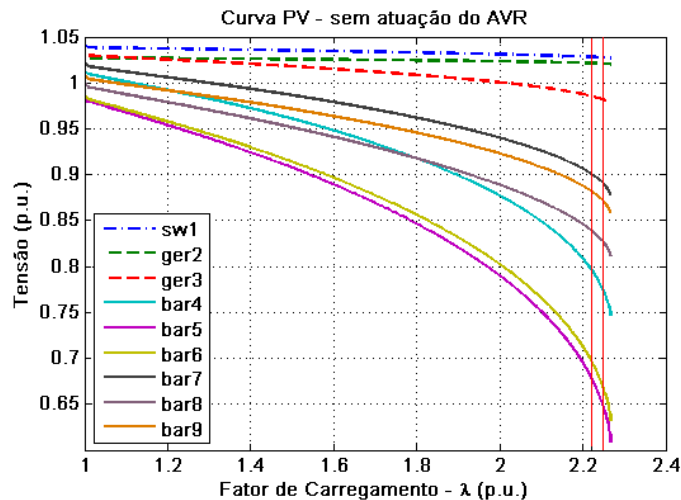
Observa-se, neste caso, que o máximo fator de carregamento se aproxima de  $\lambda_{m\acute{a}x}$  do FCC estático com a tensão da barra swing em  $V_1 = 1,045 p.u.$  (valor máximo de  $V_1$  na *Figura 4.7*), em que  $\lambda_{m\acute{a}x}^{FCC} \cong 3,90 p.u.$

### 4.3. Sistema de 9 Barras

Para o sistema de 9 barras foram realizados os mesmos testes feitos no sistema de 2 barras. Neste caso, as três cargas do sistema e o ganho dos reguladores das três máquinas, quando da simulação da atuação do AVR, aumentaram simultaneamente, de acordo com o método da continuação.

Da mesma forma que no sistema anterior, no caso base e no ponto de bifurcação, o perfil de tensão das barras aumentou com o incremento do ganho dos AVRs. Também, o autovalor crítico não se desestabiliza com a atuação do regulador.

Na *Figura 4.9*, a seguir, tem-se o resultado da simulação do sistema sem a atuação dos AVRs: o sistema opera na região estável para  $\lambda < 2,22 p.u.$ ; na região entre  $2,22 \leq \lambda_{osc} < 2,25 p.u.$  (região entre as linhas vermelhas do gráfico), o sistema apresenta instabilidade oscilatória; para  $\lambda \geq 2,25 p.u.$ , o sistema continua instável, mas sem oscilações; o máximo fator de carregamento foi de  $\lambda_{m\acute{a}x} = 2,27 p.u.$ <sup>11</sup>



**Figura 4.9.** Curva  $P \times V$  sem Atuação do AVR – 9 Barras.

<sup>11</sup> FCC estático:  $\lambda_{m\acute{a}x}^{FCC} = 2,72 p.u.$  e instabilidade oscilatória para  $2,45 \leq \lambda_{osc} < 2,61 p.u.$

A Figura 4.10 mostra o lugar das raízes do autovalor crítico.

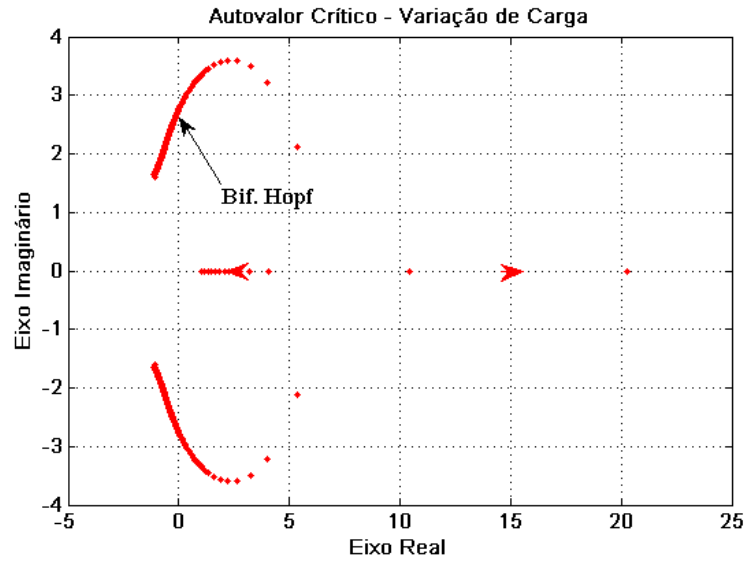


Figura 4.10. Autovalor Crítico sem Atuação do AVR – 9 Barras.

Os resultados da simulação com a atuação dos AVRs é mostrada adiante. Na Figura 4.11, tem-se a curva  $P \times V$ : como no sistema de 2 barras, a margem de segurança (operação estável) aumentou ( $\lambda \cong 2,36 p.u.$ ); as oscilações danosas às máquinas ocorrem para  $2,36 \leq \lambda_{osc} < 2,40 p.u.$ ; e a partir desse valor de carregamento o sistema permanece instável e sem oscilações; neste caso,  $\lambda_{máx} = 2,42 p.u.$  Os valores máximos de  $K_{a_1}$ ,  $K_{a_2}$  e  $K_{a_3}$  foram, respectivamente, 48, 97 e 72.

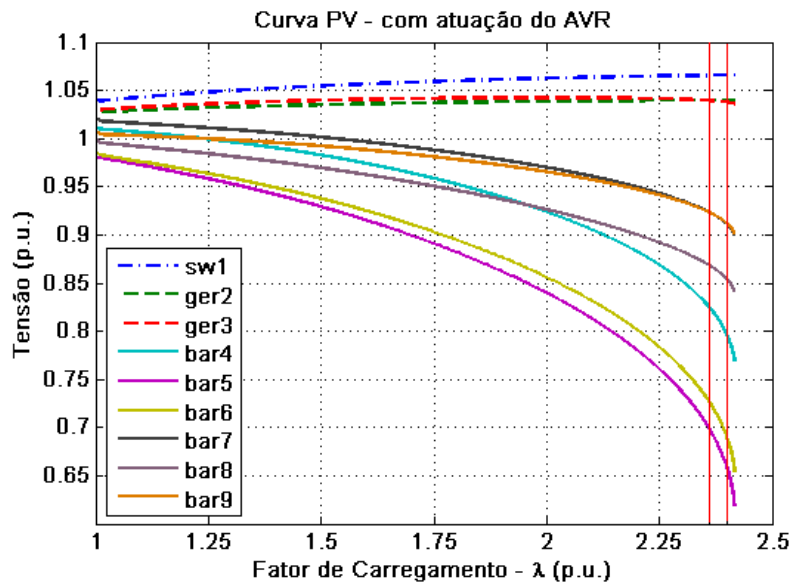
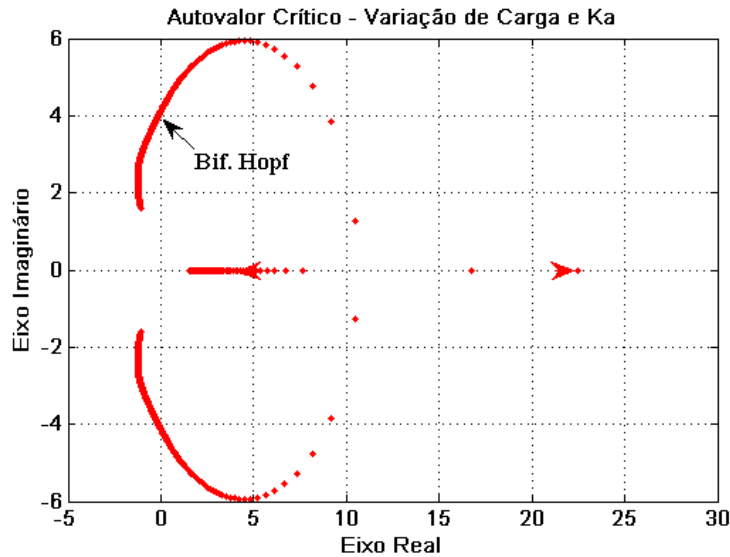


Figura 4.11. Curva  $P \times V$  com Atuação do AVR – 9 Barras.

Na legenda apresentada, *sw* identifica a barra swing, *ger* as barras de geração e *bar* as barras de carga, com os respectivos números das barras mostrados ao lado.

O autovalor crítico está mostrado na *Figura 4.12*.



**Figura 4.12.** Autovalor Crítico sem Atuação do AVR – 9 Barras.

O FCC estático, considerando as tensões nas barras de geração iguais aos valores máximos obtidos com a atuação dos AVRs ( $V_1 = 1,065 p.u.$ ,  $V_2 = 1,042 p.u.$  e  $V_3 = 1,040 p.u.$ ), fornece  $\lambda_{máx}^{FCC} = 2,83 p.u.$

Observa-se que para o sistema de 9 barras, simulação quase dinâmica, a região de instabilidade oscilatória é muito pequena. Isto se deve aos parâmetros das máquinas utilizados para as simulações (*Tabela C.6*).

## Conclusão

O estudo de sistemas elétricos de potência requer uma modelagem matemática do problema a ser abordado. Vários modelos são propostos na literatura, dependendo da análise de interesse. A representação mais amplamente utilizada é a modelagem estática que representa o estado de equilíbrio da rede (*leis de Kirchhoff*). Este é um modelo puramente algébrico. Por este método, os efeitos dinâmicos dos componentes do sistema são desprezados, e o fluxo de carga é a ferramenta utilizada na análise. Apesar de ser uma representação estática, algumas restrições podem ser incorporadas ao sistema para reproduzir mais realisticamente o estudo feito.

Em determinados casos, a modelagem estática do problema não é satisfatória. Nestas situações, as equações diferenciais que modelam a dinâmica dos elementos do sistema devem ser levadas em consideração. Este tipo de estudo é particularmente importante quando se quer analisar o período transitório das máquinas do sistema, a fim de observar a estabilidade angular e de tensão. As equações algébricas continuam a fazer parte do modelo, pois elas representam as ligações entre todos os componentes da rede elétrica, uma vez que as equações dinâmicas representam isoladamente um elemento do sistema. Portanto, o modelo completo é um conjunto de equações algébrico-diferenciais, que devem ser resolvidos simultaneamente por métodos de integração numérica de alto esforço computacional, já que sistemas elétricos possuem dimensões elevadas e a resolução analítica do problema é inviável.

Um meio termo entre a análise estática e a dinâmica é o modelo quase dinâmico: nesse tipo de estudo, o mesmo conjunto de equações algébrico-diferenciais, da análise dinâmica, é utilizado, porém, o período transitório é desprezado. Ou seja, é assumido que o sistema encontra-se em equilíbrio dinâmico, de forma que um método iterativo pode ser utilizado para resolução do problema. Este procedimento tem a grande vantagem de diminuir o esforço computacional e representar os efeitos dinâmicos das máquinas no ponto de equilíbrio.

O estudo de estabilidade de tensão com o incremento de carga requer a análise da curva  $P \times V$ : nela, o sistema é carregado continuamente do caso base até o ponto de colapso, num processo chamado método da continuação. No método continuado estático é assumido que as máquinas do sistema são dotadas de reguladores capazes de manter a tensão em seus barramentos constante. Se o modelo quase dinâmico for utilizado, a influência do regulador no controle de tensão se torna aparente: o AVR não é capaz de excitar a máquina infinitamente e a tensão nos barramentos dos geradores cai com o carregamento do sistema; além disso, modos de oscilação podem ser observados.

Como visto nesta dissertação, o regulador automático de tensão é uma parte importante dos geradores do sistema elétrico e tem influência na estabilidade de tensão do mesmo. Para estudar seus efeitos no sistema é necessário ter o modelo diferencial do gerador ao qual o AVR está ligado e o próprio equacionamento dinâmico do regulador. Vários modelos de geradores e reguladores de tensão são propostos na literatura. O modelo do AVR adotado neste trabalho representa um bloco de controle, a excitatriz do gerador e um bloco de estabilização. O bloco de controle pode ser representado basicamente por um ganho cujo efeito na malha de compensação correspondente apresenta uma demora de atuação no sistema. O efeito deste ganho, com a condição de aumento de carga no sistema, foi a parte de interesse em no estudo realizado.

Como visto, o incremento de carga (a perturbação provocada no sistema, neste trabalho) leva o sistema à instabilidade tanto oscilatória quanto à condição de colapso, provocando uma degradação no perfil de tensão do sistema. Isto se torna mais evidente se o modelo algébrico-diferencial for usado no estudo, pois, como dito anteriormente, o AVR não consegue excitar a máquina com o que for exigido e sim com o que ele pode fornecer. Porém, pode-se melhorar consideravelmente o perfil de tensão das máquinas se o ganho do AVR for aumentado em função do nível de carregamento, pois desta forma, será permitido ao regulador fornecer uma tensão de campo maior ao gerador que, por sua vez, entregará mais potência reativa ao sistema, tendendo a manter a tensão nas barras de carga.

Para comprovar este fato, um software de simulação quase dinâmica foi desenvolvido e os testes foram realizados no sistema de 2 barras, para verificação da metodologia proposta, e no sistema de 9 barras, para validação do método. É importante frisar que a

análise estática não consegue captar a influência do ganho do AVR na curva  $P \times V$ , por isso a análise quase dinâmica é necessária.

Os resultados obtidos foram interessantes e comprovaram as suspeitas iniciais: o ganho do AVR, de fato, melhora o perfil de tensão do sistema, aumentando a margem de carga do mesmo. O sistema continua alcançando instabilidade oscilatória e o colapso de tensão; porém, a região de operação estável aumentou em aproximadamente  $0,30 p.u.$  no sistema de 2 barras, passando de um fator de carregamento estável de  $\lambda \cong 1,50 p.u.$  para  $\lambda \cong 1,80 p.u.$ , e  $0,14 p.u.$  no modelo de 9 barras, passando de  $\lambda \cong 2,22 p.u.$  para um valor de  $\lambda \cong 2,36 p.u.$  A margem de carga, com a atuação do AVR, tende a se aproximar do valor obtido pelo método continuado estático com os valores de tensão das barras PV e swing no nível máximo alcançado pelas respectivas tensões com a atuação do AVR.

A influência do AVR também foi testada no caso base e na bifurcação sela-nó: nestes casos, o nível de tensão dos barramentos aumentou e o autovalor crítico tendeu a se tornar mais estável; para o ponto de colapso, o autovalor saiu do ponto de singularidade e retornou ao semiplano esquerdo do plano complexo. Em outras palavras, o AVR não desestabiliza o sistema. O que provoca instabilidade, tanto oscilatória quanto de tensão, é o aumento de carga; o regulador tem o efeito de estabilizar o sistema. Na verdade, esta melhoria do nível de tensão acontece para qualquer ponto de operação, com a atuação do AVR. Por isso, o perfil de tensão do sistema, durante o carregamento melhora.

Os limites de tensão do AVR não foram considerados nas simulações feitas, de forma que o ganho do regulador pôde variar livremente. De fato, como o AVR não desestabiliza o sistema, quem restringe seu ganho são os limites inferior e superior de tensão que o regulador pode fornecer ao gerador. Na verdade, quando o limite superior de tensão é alcançado, por exemplo, o aumento do ganho não tem mais influência na excitação do gerador, uma vez que o AVR estará saturado.

Um estudo futuro seria a análise cuidadosa da influência do ganho do AVR nos sistemas multimáquinas. Como visto na *Seção 4.3*, ao aumentar o ganho dos reguladores de todas as máquinas ao mesmo tempo, o perfil de tensão melhorou; mas pode acontecer que ao variar o ganho dos AVRs, o perfil de tensão melhore em umas

regiões e piore em outras, o que seria indesejável. Uma proposta para verificar este problema seria estudar a sensibilidade das barras do sistema às variações do ganho dos AVRs através de um vetor tangente tendo como parâmetro o ganho do regulador ao invés do fator de carregamento ( $\lambda$ ).

Como complemento ao estudo da sensibilidade das barras do sistema ao ganho dos AVRs, poder-se-ia determinar qual a melhor configuração dos ganhos dos reguladores para determinado fator de carregamento. Ou seja, ao invés de se aumentar o ganho dos AVRs na mesma proporção de  $\lambda$ , o ganho de cada AVR seria calculado de forma que o nível de tensão em todas as barras do sistema fosse o melhor possível, considerando os limites máximo e mínimo de tensão nas barras de carga.

Para a análise do problema ficar mais precisa, seria necessário considerar os limites de tensão dos reguladores. Como explicado, quando o sistema de excitação atinge o limite superior, a potência reativa que o gerador consegue entregar ao sistema alcança o seu valor máximo, de modo que o perfil de tensão do sistema será menor do que no caso em que os limites estão em aberto. Outra consequência disto é que a não consideração do limite máximo de tensão do AVR significa permitir que o gerador trabalhe sobreexcitado, o que pode ocasionar dano à máquina por sobreaquecimento no enrolamento de campo. Também, se o limite inferior de tensão do AVR for violado, o gerador trabalhará subexcitado, podendo provocar instabilidade no sistema e sobreaquecimento no núcleo do estator.



# Bibliografia

1. WIKIPÉDIA. "*Guerra das Correntes*". Wikipédia, a enciclopédia livre. Disponível em: <[http://pt.wikipedia.org/wiki/Guerra\\_das\\_Correntes](http://pt.wikipedia.org/wiki/Guerra_das_Correntes)>. Acesso em: jan. 2011.
2. PIROPO, B. "*Nicola Tesla V: vencendo a guerra*". Fórum PCs. Disponível em: <<http://www.bpiropo.com.br/fpc20090105.htm>>. Acesso em: jan. 2011.
3. KUNDUR, P. "*Power System Stability and Control*". Electric Power Research Institute. ed. [S.l.]: McGraw-Hill, 1994. Power System Engineering Series.
4. ANDERSON, P. M.; FOUAD, A. A. "*Power System Control and Stability*". First Edition. ed. Iowa: The Iowa State University Press, v. 1, 1977.
5. COSTA, A. J. A. S.; SILVA, A. S. "*Controle e Estabilidade de Sistemas Elétricos de Potência*". Florianópolis. 2002. (Apostila).
6. MACHOWSKI, J.; BIALEK, J. W.; BUMBY, J. R. "*Power System Dynamics: Stability and Control*". Second Edition. ed. Great Britain: Wiley, 2008.
7. MONTICELLI, A. J. "*Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica*". São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda., 1983.
8. FRANCISCO, G. S. "*Avaliação de Ferramentas de Análise de Estabilidade de Tensão*". Universidade Federal de Itajubá. Minas Gerais, p. 163. 2005. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica).
9. LOPES, B. I. L. "*Análise de Bloqueio de LTCs no Fenômeno de Colapso de Tensão*". Universidade Federal de Itajubá. Minas Gerais, p. 119. 2001. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica).
10. LOPES, B. I. L.; ZAMBRONI DE SOUZA, A. C. "*On Multiple Tap Blocking to Avoid Voltage Collapse*". Electric Power System Research, v. 67, p. 225-231, 2003.
11. LOPES, B. I. L. "*Estabilidade de Sistemas Elétricos de Potência no Horizonte de Curto e Longo Prazos*". Universidade Federal de Itajubá. Minas Gerais, p. 209. 2004. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica).
12. LOPES, B. I. L.; ZAMBRONI DE SOUZA, A. C. "*Unified Computational Tool for Transient and Long-term Stability Studies*". IET Gener. Transm. Distrib., v. 3, p. 173-181, 2009.

13. LOPES, B. I. L.; ZAMBRONI DE SOUZA, A. C.; ROSA JÚNIOR, C. B.; LEME, R. C.; CARPINTEIRO, O. A. S. "*Non-iterative Load-flow Method as a Tool for Voltage Stability Studies*". IET Gener. Transm. Distrib., v. 1, p. 499-505, 2007.
14. LOPES, B. I. L.; ZAMBRONI DE SOUZA, A. C. "*Quasi-dynamic Model and Strategy for Control Actions*". Electric Power Components and Systems, v. 33, p. 1057-1070, 2005.
15. LEME, R. C. "*Uma Proposta de Aproximação do Autovetor à Esquerda para a Análise de Estabilidade Durante a Recomposição de Sistemas Elétricos de Potência*". Universidade Federal de Itajubá. Minas Gerais, p. 131. 2008. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica).
16. LEME, R. C.; ZAMBRONI DE SOUZA, A. C.; LOPES, B. I. L.; FERREIRA, L. C. A. "*Using Redispatch Generators to Reduce the Standing Phase Angle During System Restoration*". IEE Proc. – Gener. Transm. Distrib., v. 153, p. 531-539, 2006.
17. KURU, L.; KURU, E.; YALÇIN, M. A. "*An Application of Chaos and Bifurcation in Nonlinear Dynamical Power Systems*". Second IEEE International Conference on Intelligent, June 2004.
18. CUI, H.; SONG, X. "*An Empirical Research on Short Term Power Load Forecasting Based on Chaos Theory*". IEEE Computer Society, 2008.
19. YIXIN, Y.; HONGJIE, J.; LI, P.; SU, J. "*Power System Instability and Chaos*". 14th PCSS, Sevilla, June 2004.
20. CALDEIRA, N. S.; MEDES, P. P. C.; FERREIRA, C. "*Aplicação de Estabilizadores de Sistemas de Potência Através dos Reguladores de Velocidade de Turbinas Térmicas*". Argentina, Puerto Iguazú, 2009.
21. FURINI, M. A. "*Estudo da Estabilidade a Pequenas Perturbações de Sistemas Elétricos de Potência Multimáquinas sob a Ação dos Controladores FACTS TCSC e UPFC*". Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. São Paulo, p. 156. 2008. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica).
22. NICOLAU. "*Cálculo Numérico*". Universidade Braz Cubas. [S.l.]. Notas de Aula.
23. LOBÃO, D. C. "*Introdução aos Métodos Numéricos*". Universidade Federal Fluminense. Volta Redonda, RJ. Apostila.
24. "*Eletrônica de Potência II*". UNIFEI/IESTI, GPEPA, FUPAI. [S.l.]. (Apostila).

25. RUDNICK, H.; GÓMEZ, E.; RIOS, S.; LUCERO, E. *"Model Identification of Automatic Voltage Regulators"*. IASTED International Conference Power High Tech'91. Tainan, Taiwan: ACTA Press, Calgary Alta, Canada. 1991. p. 364-368.
26. RAJAGOPALAN, C.; LESIEUTRE, B.; SAUER, P. W.; PAI, M. A. *"Dynamic Aspects of Voltage/Power Characteristics"*. v. 7, August 1992. 990-1000.
27. ZAMBRONI DE SOUZA, A. C. *"Discussion on Some Voltage Collapse Indices"*. v. 53, p. 53-58, 2000.
28. TAKADA, I. R. S. *"Procedimento Computacional para Avaliação do Problema de Colapso de Tensão em Sistemas de Potência"*. Universidade de Brasília. Brasília, p. 77. 2006. Trabalho de Graduação (Engenharia Elétrica).
29. GARBELINI, E. *"Proposição de uma Técnica de Parametrização Geométrica para o Fluxo de Carga Continuado"*. Universidade Estadual Paulista. Ilha Solteira, São Paulo, p. 107. 2008. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica).
30. SILVEIRA, C. S. *"Estudo de Máximo Carregamento em Sistemas de Energia Elétrica"*. Universidade de São Paulo. São Carlos, p. 100. 2003. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica).
31. MOHN, F. W. *"Uso de Modelos Desacoplados em Estudos de Estabilidade de Tensão"*. Universidade Federal de Itajubá. Itajubá, MG, p. 168. 2005. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica).
32. KUZNETSOV, Y. A. *"Elements of Applied Bifurcation Theory"*. Second Edition. ed. New York: Springer, v. 112, 1998.
33. GLENDINNING, P. *"Stability, Instability and Chaos: an introduction to the theory of non linear differential equations"*. Cambridge Text in Applied Mathematics. ed. [S.I.]: Cambridge University Press, 1994.
34. VILLATE, J. E. *"Introdução aos Sistemas Dinâmicos: uma abordagem prática com máxima"*. Universidade do Porto. Porto, p. 222. 2007.
35. MELLO, L. F.; ZAMBRONI DE SOUZA, A. C.; YOSHINARI JR., G. H.; SCHNEIDER, C. V. *"Voltage Collapse in Power Systems: Dynamical Studies from a Static Formulation"*. v. 2006, p. 1-11, 2006.
36. ZAMBRONI DE SOUZA, A. C.. *"Tangent Vector Applied to Voltage Collapse and Loss Sensitivity Studies"*. v. 47, p. 65-70, 1998.

37. MITHULANANTHAN, N.; CAÑIZARES, C. A.; REEVE, J. *"Indices to Detect Hopf Bifurcations in Power Systems"*. Canada, 2000.
38. ZAMBRONI DE SOUZA, A. C.; LOPES, B. I. L.; GUEDES, R. B. L.; BRETAS, N. G.; MARTINS, A. C. P.; MELLO, L. F. *"Saddle-node Index as Bounding Value for Hopf Bifurcation Detection"*. v. 152, p. 737-742, 2005.
39. OLIVEIRA, K. R. C. *"Método Rápido para Avaliação da Margem de Estabilidade de Tensão Devido a Bifurcação de Hopf"*. Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos. São Paulo, p. 118. 2009. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica).
40. OGATA, K. *"Engenharia de Controle Moderno"*. Rio de Janeiro: Prentice/Hall do Brasil, 1982.
41. KUO, B. C. *"Sistemas de Control Automático"*. Séptima. ed. [S.l.]: Prentice-Hall Hispanoamericana, S.A., 1996.
42. DORF, R. C.; BISHOP, R. H. *"Sistemas de Controle Moderno"*. Oitava. ed. Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 2001.
43. BIEZUNER, R. J. *"Álgebra Linear"*. Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, MG, p. 119. 2006. Notas de Aula.
44. ROMMES, J.; MARTINS, N.; FREITAS, F. D. *"Computing Rightmost Eigenvalues for Small-Signal Stability Assessment of Large-Scale Power Systems"*. IEEE Trans. Power Syst., v. 25, p. 929 - 938, May 2010. No. 2.

# APÊNDICE A

## Bifurcação em Sistemas Elétricos de Potência

Para estudar a estabilidade de tensão frente à variação de um parâmetro de interesse, é comum traçar o caminho da tensão de um caso base até um ponto em que o sistema se torne instável. Em sistemas elétricos de potência (SEP) este ponto de instabilidade geralmente coincide com uma bifurcação. Este apêndice tem como objetivo oferecer os fundamentos da teoria das *bifurcações sela-nó e Hopf* (referências [32], [33] e [34]) e como elas aparecem em um SEP.

### A.1. Bifurcação

Considere um sistema dinâmico autônomo contínuo dependente de parâmetros. Pode-se escrever esse sistema como:

$$\dot{x} = f(x, \alpha) \tag{A.1}$$

onde  $x \in \mathbb{R}^n$  são as variáveis de estado e  $\alpha \in \mathbb{R}^m$  são os parâmetros.

Considere, também, o retrato de fase do sistema, que é o conjunto das várias trajetórias (órbitas) do sistema no espaço de estado.

Com a variação dos parâmetros  $\alpha$ , o retrato de fase varia. Desta forma, o sistema obtido pode permanecer topologicamente equivalente ao original – o retrato de fase de um pode ser obtido do outro por uma transformação contínua –, ou a topologia do sistema muda – fato conhecido como bifurcação.

Assim, a bifurcação é a mudança do tipo topológico do sistema quando seus parâmetros passam através de um valor crítico.

## A.2. Bifurcação Sela-Nó

Considere o seguinte sistema, modelado pela *Equação* (A.2), dependente do parâmetro  $\alpha$ .

$$\begin{cases} \dot{x} = \alpha - x^2 \\ \dot{y} = -y \end{cases}, x, y, \alpha \in \mathbb{R} \quad (\text{A.2})$$

A solução dessa equação diferencial pode ser obtida calculando-se  $\dot{x} = 0$  e  $\dot{y} = 0$ . Desta forma, tem-se:

$$x = \pm\sqrt{\alpha} \text{ e } y = 0 \quad (\text{A.3})$$

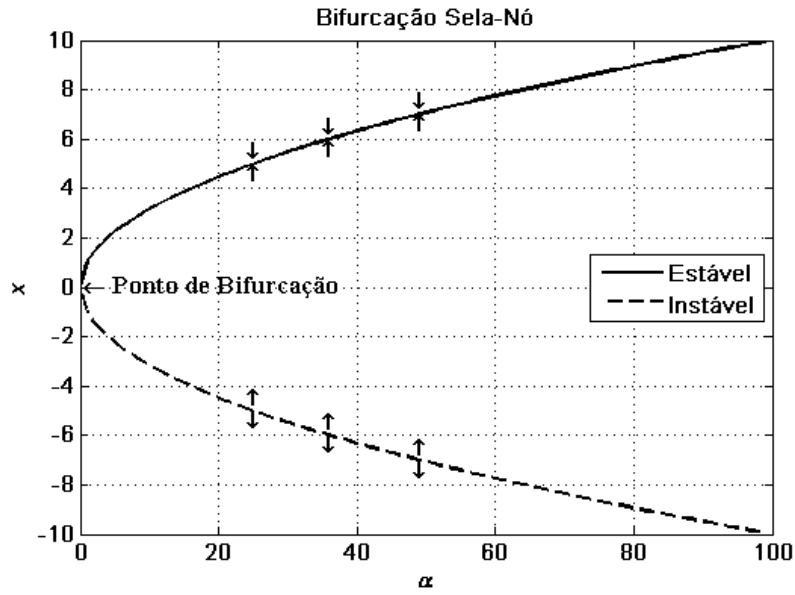
Observa-se que, para  $\alpha > 0$ , o sistema possui duas soluções; com  $\alpha = 0$ , a *Equação* (A.2) possui apenas uma solução; e se  $\alpha < 0$ , o sistema não possui solução real. Ou seja, para  $\alpha > 0$  o sistema possui dois pontos de equilíbrio, que vão se aproximando à medida que  $\alpha$  diminui; no valor crítico de  $\alpha = 0$  (bifurcação), esses pontos se tornam único; e diminuindo o valor do parâmetro ainda mais ( $\alpha < 0$ ), o sistema não possui ponto de equilíbrio. A bifurcação descrita acima é conhecida como *bifurcação sela-nó*.

Pode-se analisar a estabilidade dos pontos de equilíbrio da *Equação* (A.2) observando os autovalores da matriz jacobiana ao redor desses pontos.

$$J = \begin{bmatrix} -2x & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

Para o ponto  $x = +\sqrt{\alpha}$  e  $\alpha > 0$ , os autovalores da jacobiana são reais negativos ( $\mu_1 = -2\sqrt{\alpha}$ ,  $\mu_2 = -1$ ), sendo  $x$  como um ponto de nó estável – para pequenas perturbações, o sistema tende a retornar a este ponto. Para  $x = -\sqrt{\alpha}$  e  $\alpha > 0$ , tem-se que um autovalor é real positivo ( $\mu_1 = 2\sqrt{\alpha}$ ) e o outro é real negativo ( $\mu_2 = -1$ ) sendo  $x$  uma sela (instável) – para pequenas perturbações, o sistema tende a se afastar do ponto de equilíbrio. No ponto de bifurcação ( $\alpha = 0$ ), o jacobiano torna-se singular ( $\mu_1 = 0$ ), com um ponto de equilíbrio sela-nó.

A Figura A.1 representa a bifurcação sela-nó descrita acima.



**Figura A.1.** Bifurcação Sela-Nó.

A seguir, serão apresentadas as condições de transversalidade da bifurcação sela-nó. Condições de transversalidade são as condições que identificam uma bifurcação específica e não outra.

### A.2.1. Condições de Transversalidade

- Um ponto de equilíbrio deve existir

$$f_1(x_0, \alpha_0) = 0$$

- A Equação (A.2) tem um autovalor nulo com autovetor à direita  $v$  e à esquerda  $w$ , tal que

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x} \Big|_0 \end{bmatrix}^T w = \frac{\partial f_1}{\partial x} \Big|_0 v = 0$$

- $w^T \frac{\partial f_1}{\partial \alpha} \Big|_0 \neq 0$ , uma vez que  $\frac{\partial f_1}{\partial \alpha} \Big|_0 = 1$

- $w^T \left[ \frac{\partial^2 f_1}{\partial x^2} \Big|_0 v \right] v \neq 0$ , uma vez que  $\frac{\partial^2 f_1}{\partial x^2} \Big|_0 = -2$

sendo  $f_1 = \alpha - x^2$ .

A segunda condição representa a singularidade da matriz jacobiana no ponto de bifurcação. As outras duas, identificam uma bifurcação sela-nó.

### A.2.2. Bifurcação Sela-Nó em Sistemas Elétricos de Potência

Para estudar a bifurcação sela-nó em sistemas de potência, considere um exemplo de duas barras mostrado na *Figura C.1*. Aqui, a carga é modelada como sendo potência constante. Não há limites de geração, ou seja, as perdas elétricas na linha de transmissão são o único fator limitante. Os dados do sistema estão mostrados nas *Tabela C.1* e *Tabela C.2*.

Para este sistema, e considerando os dados da *Tabela C.2*, as *Equações (3.2)*, do fluxo de carga, podem ser escritas como:

$$\begin{cases} P_2 = \frac{V_2 \sin(\theta_2)}{X} \\ Q_2 = -\frac{V_2 \cos(\theta_2)}{X} + \frac{V_2^2}{X} \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

Considere o carregamento do sistema como o parâmetro que o leva de um ponto de equilíbrio a outro. Fazendo as substituições de variáveis dadas pelas *Equações (A.6)*

$$\begin{cases} XP_2 = XQ_2 = \alpha \\ V_2 = x \\ \theta_2 = y \end{cases} \quad (\text{A.6})$$

obtem-se o modelo mostrado nas *Equações (A.7)*.

$$\begin{cases} x \sin(y) + \alpha = 0 \\ -x \cos(y) + x^2 + \alpha = 0 \end{cases} \quad (\text{A.7})$$



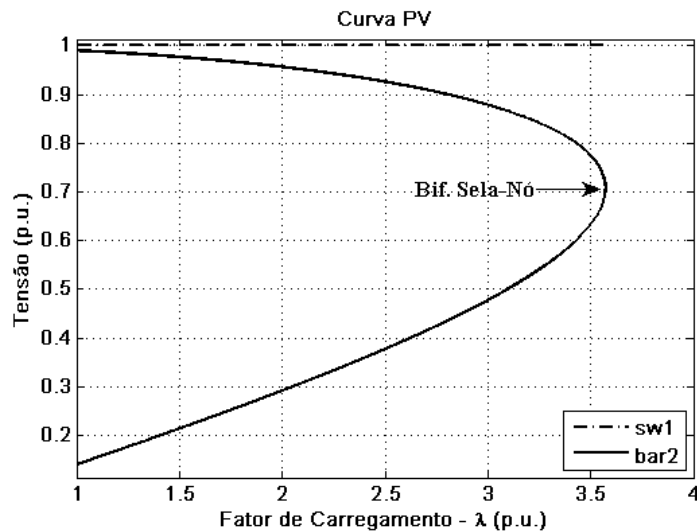
As *Equações* (A.7) são, na verdade, pontos de equilíbrios do sistema dinâmico dado pelas *Equações* (A.8).

$$\begin{cases} \dot{x} = x \sin(y) + \alpha \\ \dot{y} = -x \cos(y) + x^2 + \alpha \end{cases} \quad (\text{A.8})$$

*Mello et al.* [35] prova que as *Equações* (A.8) têm uma bifurcação sela-nó, assumindo que as condições de transversalidades (*Seção* A.2.1), sejam satisfeitas.

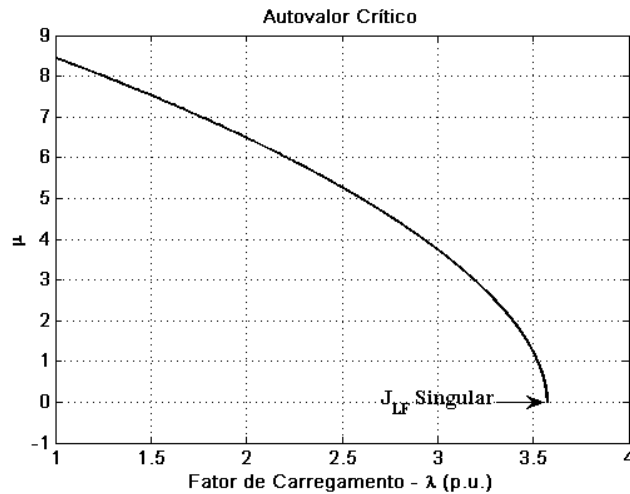
A bifurcação sela-nó ocorre, em sistemas de potência, essencialmente devido às perdas elétricas, que se tornam maiores à medida que a carga aumenta. Devido a esta característica, uma carga infinita não pode ser suprida pelo gerador (aqui, não se está considerando os limites de geração de potência). Ou seja, apesar de o gerador poder fornecer uma potência infinita, as perdas na linha de transmissão limitam a carga máxima que pode ser alimentada. Esse ponto de máximo carregamento é caracterizado por uma bifurcação sela-nó, fenômeno conhecido como colapso de tensão.

Vale ressaltar que antes do ponto de colapso o sistema apresenta dois pontos de equilíbrio: um *nó* estável e uma *sela* (instável). Esses dois pontos se tornam único no ponto de bifurcação e para um carregamento superior ao máximo, o sistema não apresenta pontos de equilíbrio. Essas características são as mesmas apresentadas por uma bifurcação sela-nó. A *Figura* A.2 mostra a curva  $P \times V$  para o sistema de duas barras com os dados da *Tabela* C.1.



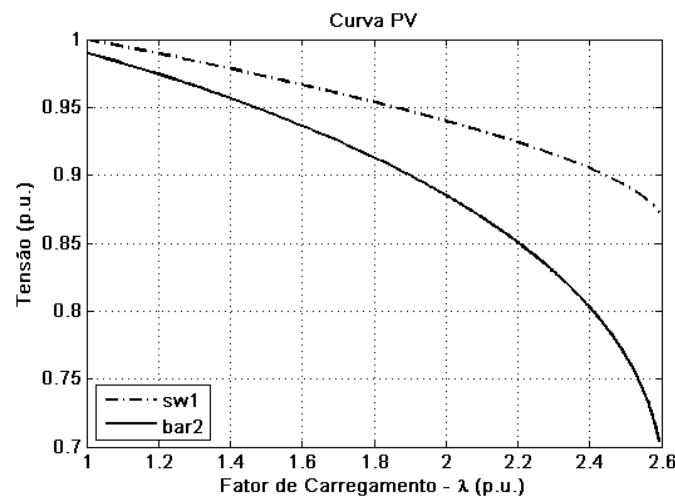
**Figura A.2.** Curva  $P \times V$ .

A parte de cima da curva  $P \times V$  é uma região estável: uma pequena perturbação no sistema não afeta a estabilidade do mesmo. A parte de baixo é instável e apresenta níveis de tensão muito baixos. No ponto de máximo carregamento, a matriz jacobiana do fluxo de carga ( $J_{LF}$ ) torna-se singular, como pode ser visto na *Figura A.3*.



**Figura A.3.** Autovalor Crítico de  $J_{LF}$ .

A curva  $P \times V$  da *Figura A.2* foi traçada pelo método da continuação baseado no fluxo de carga (*Seção 3.3*). O fator de carregamento ( $\lambda_{m\acute{a}x}$ ) foi de  $3,57 p.u.$ , ou seja, a margem de carga ( $MC$ ) foi  $P_0^l \times \lambda_{m\acute{a}x} = 5,0 p.u.$  Como dito na *Seção 3.4*, considerando o modelo completo do sistema, a margem de carga diminuiu, como pode ser visto na *Figura A.4*, em que  $\lambda_{m\acute{a}x} = 2,59 p.u.$  ( $MC = 3,63 p.u.$ ).



**Figura A.4.** Curva  $P \times V$  para o Método Continuado Quase Dinâmico<sup>12</sup>.

<sup>12</sup> A curva da *Figura A.4* foi obtida para  $K_a = 20$ . Observe que  $\lambda_{m\acute{a}x}$ , neste caso, foi maior do que o obtido na *Figura 4.5*, em que  $K_a = 10$ . Para  $K_a \rightarrow \infty$ , a curva é igual a *Figura A.2* (FCC convencional).

*Zambroni* em [27] discute alguns índices para detecção do colapso de tensão: decomposição por valores singulares da matriz jacobiana; decomposição por autovalores – *Figura A.3*; determinante do jacobiano reduzido; família de funções teste e vetor tangente. Em seu trabalho, ele mostra que todos esses índices apresentam o mesmo comportamento (quadrático). Porém, o vetor tangente é o único que consegue detectar com antecedência a barra crítica (aquela que atinge o colapso primeiro). *Zambroni* em [36] utiliza o vetor tangente para determinar o ponto de bifurcação sela-nó pela técnica da extrapolação quadrática e para estudar a sensibilidade das perdas elétricas do sistema.

### A.3. Bifurcação de Hopf

Considere o seguinte sistema de duas equações diferenciais dependente do parâmetro  $\alpha$ .

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \alpha x_1 - x_2 - (x_1^2 + x_2^2)x_1 \\ \dot{x}_2 = x_1 + \alpha x_2 - (x_1^2 + x_2^2)x_2 \end{cases} \quad (\text{A.9})$$

Esse sistema tem o ponto de equilíbrio  $(x_1, x_2) = (0,0)$  para todo  $\alpha$ .

Linearizando o sistema na origem (ponto de equilíbrio), tem-se a matriz jacobiana:

$$J(0,0) = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \right|_{(0,0)} = \alpha - (3x_1^2 + x_2^2) = \alpha & \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \right|_{(0,0)} = -1 - 2x_1x_2 = -1 \\ \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_1} \right|_{(0,0)} = 1 - 2x_1x_2 = 1 & \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \right|_{(0,0)} = \alpha - (x_1^2 + 3x_2^2) = \alpha \end{bmatrix}$$

$$J(0,0) = \begin{bmatrix} \alpha & -1 \\ 1 & \alpha \end{bmatrix} \quad (\text{A.10})$$

a qual já está na Forma Canônica de Jordan. Daí, os autovalores são  $\mu_{1,2} = \alpha \pm i$ .

A linearização sobre a origem  $(x_1, x_2) = (0,0)$  mostra que esta é um *foco estável* ( $Re(\mu) < 0$ ) se  $\alpha < 0$  e um *foco instável* ( $Re(\mu) > 0$ ) se  $\alpha > 0$ . Para  $\alpha = 0$  a origem é um ponto de equilíbrio não hiperbólico ( $Re(\mu) = 0$ ), com autovalores linearizados em  $\pm i$ .

Colocando as *Equações* (A.9) na forma polar, tem-se:

$$\begin{cases} \dot{\rho} = \rho(\alpha - \rho^2) \\ \dot{\phi} = 1 \end{cases} \quad (\text{A.11})$$

Desta forma, o retrato de fase do sistema pode ser mais facilmente analisado.

A segunda *Equação* de (A.11) –  $\dot{\phi} = 1$  – descreve um movimento com velocidade angular constante. Assim, o único ponto estacionário é a origem  $\rho = 0$ .

Da primeira *Equação* de (A.11) percebe-se que se  $\alpha \leq 0$ ,  $\dot{\rho} < 0$ . Portanto, as trajetórias são focos estáveis.

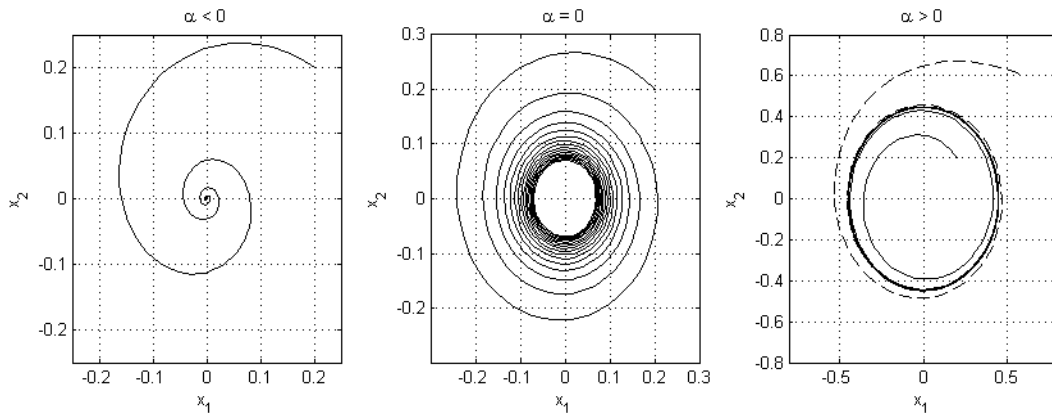
Entretanto,  $\dot{\rho} = 0$  se  $\rho = 0$  ou  $\rho = \sqrt{\alpha}$  ( $\rho \geq 0$ , *raio*). Daí, se  $\alpha > 0$ , existe uma órbita periódica estável em  $\rho = \sqrt{\alpha}$  (ciclo limite) para a qual se  $\rho < \sqrt{\alpha}$ ,  $\dot{\rho} > 0$  e a trajetória é um foco instável que tende ao ciclo limite quando  $t \rightarrow \infty$ ; para  $\rho > \sqrt{\alpha}$ ,  $\dot{\rho} < 0$ , a trajetória é um foco estável que tende ao ciclo limite quando  $t \rightarrow \infty$ .

Resumindo, o sistema de *Equações* (A.11) sempre tem um ponto de equilíbrio na origem. Este ponto é um foco estável para  $\alpha < 0$  e instável para  $\alpha > 0$ . No valor crítico  $\alpha = 0$ , o equilíbrio é estável não linearmente (a solução converge para zero, mas não exponencialmente) e topologicamente equivalente a um foco. Este ponto de equilíbrio é cercado por uma órbita fechada isolada de raio  $\rho = \sqrt{\alpha}$  (ciclo limite) para  $\alpha > 0$ , que é única e estável<sup>13</sup>.

A *Figura A.5* mostra o que foi discutido acima.

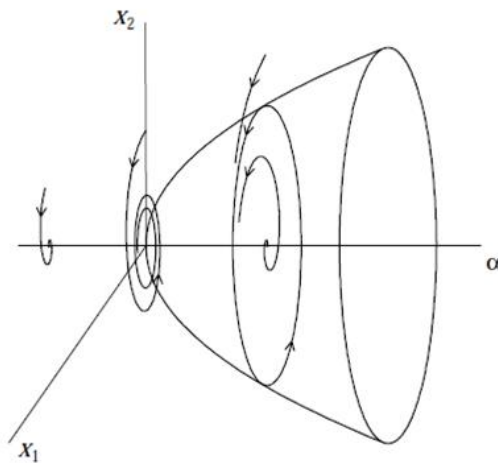
---

<sup>13</sup> Por ser estável, essa bifurcação é supercrítica, caso contrário, seria subcrítica.



**Figura A.5.** Bifurcação de Hopf Supercrítica.

O diagrama de bifurcação de *Hopf*, do sistema de *Equações* (A.11), está mostrado na *Figura A.6*.



**Figura A.6.** Diagrama de Bifurcação de Hopf Supercrítica<sup>14</sup>.

Todas as órbitas iniciando fora ou dentro do ciclo limite, exceto na origem, tendem ao ciclo quando  $t \rightarrow \infty$ . Esta é uma *Bifurcação de Andronov-Hopf*.

### A.3.1. Condições de Transversalidade

- Existe um ponto de equilíbrio tal que

$$[f_1(x_0, \alpha_0) \quad f_2(x_0, \alpha_0)]^T = 0$$

<sup>14</sup> Figura extraída de *Kuznetsov* [32].

- A matriz jacobiana no ponto de equilíbrio  $J = \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_0$  apresenta um único par de autovalores imaginários puros (autovalor crítico)

$$Re(\mu) = 0$$

- A taxa de variação da parte real do autovalor crítico em  $(x_0, y_0)$ , com respeito ao parâmetro do sistema, é diferente de zero

$$\frac{d}{d\alpha} Re(\mu) \Big|_0 \neq 0$$

### A.3.2. Bifurcação de Hopf em Sistemas Elétricos de Potência

Na *Seção A.2.2* foi visto que a bifurcação sela-nó em sistemas elétricos está relacionada com fenômenos estáticos do fluxo de potência como, por exemplo, carregamento do sistema. A bifurcação de Hopf em SEP está intimamente ligada a fenômenos dinâmicos, de modo que as equações algébricas do fluxo de carga não são suficientes para descrever o comportamento de tal bifurcação. Para este propósito, um conjunto de equações algébrico-diferencial deve ser utilizado para representar o sistema.

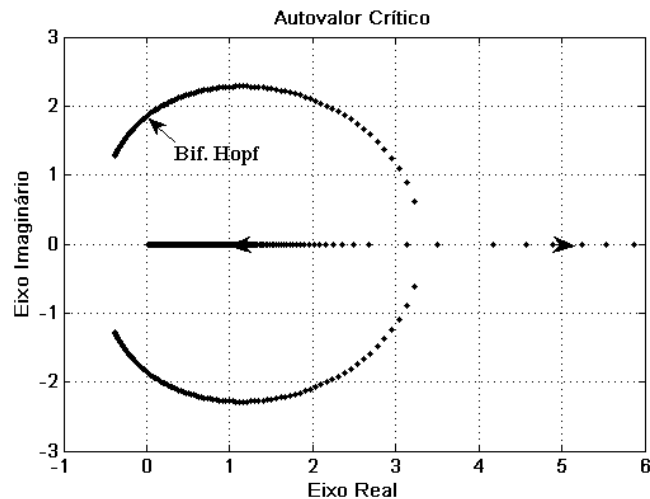
De modo geral, as equações algébrico-diferenciais que modelam um sistema elétrico de potência são dadas pelas *Equações (A.12)*.

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, y, \alpha) \\ 0 = g(x, y, \alpha) \end{cases} \quad (\text{A.12})$$

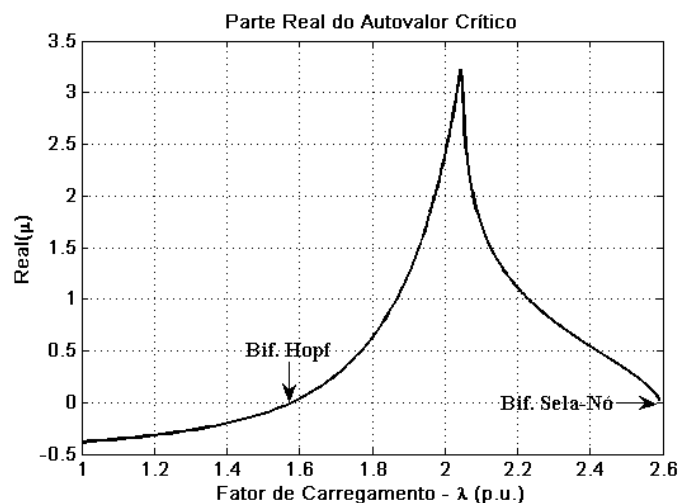
em que  $x \in \mathbb{R}^n$ , são as variáveis de estado associadas as dinâmicas das máquinas, cargas, controles, etc.;  $y \in \mathbb{R}^m$ , são as variáveis de controle associadas ao estado de regime permanente do sistema; e  $\alpha \in \mathbb{R}^l$ , são os parâmetros não controlados que levam o sistema a bifurcação como, por exemplo, as variações de potência ativa e reativa das cargas.

Para o estudo da bifurcação de Hopf em sistemas elétricos, utilizar-se-á o modelo de duas barras mostrado na *Figura C.1*. Só que, agora, considerar-se-á a dinâmica da máquina (barra 1) representada pelas *Equações* (3.13) a (3.31). Para a simulação, os dados das *Tabela C.1* (exceto  $K_a = 20$ ) a *Tabela C.3* são utilizados.

Na simulação, a matriz jacobiana do sistema foi reduzida, *Equação* (B.16), e os autovalores foram obtidos. A *Figura A.7* mostra o lugar das raízes do autovalor dinâmico crítico que leva o sistema à instabilidade. Quando o ponto de bifurcação de Hopf é alcançado, a máquina entra oscilação constante, o que é indesejável em sistemas elétricos. Quando o sistema ultrapassa o ponto de bifurcação de Hopf (a parte real dos autovalores se torna positiva) as oscilações se tornam crescentes, podendo danificar seriamente a máquina. A simulação foi feita para o método continuado completo.



**Figura A.7.** Lugar das Raízes do Autovalor Crítico.



**Figura A.8.** Parte Real do Autovalor Crítico.

Na *Figura A.8* pode-se ver que a bifurcação de Hopf é alcançada antes da sela-nó. Isso é um resultado óbvio, pois após o ponto de colapso de tensão o sistema não possui pontos de equilíbrio, ou seja, o ponto de sela-nó é o último ponto de equilíbrio do sistema.

*Sauer et al.* [26] estuda os aspectos dinâmicos de uma curva  $P \times V$  típica: em seus resultados ele mostra que, se modelos realísticos das máquinas forem considerados, pode acontecer que toda a parte de baixo da curva  $P \times V$  seja estável (porém, com níveis de tensão proibitivamente baixos para operação) e que a parte de cima apresente regiões de instabilidade.

*Cañizares* [37] propõe dois índices para detectar bifurcação de Hopf em sistemas de potência: primeiro ele modifica a matriz jacobiana reduzida de modo que, no ponto de bifurcação de Hopf, o menor valor singular se torne nulo (isso também acontece na bifurcação sela-nó); como a matriz reduzida não é esparsa, dificultando os cálculos computacionais, *Cañizares* propõe outro índice, baseado em uma modificação na matriz jacobiana completa, de forma que na bifurcação o menor valor singular de  $J_{modif}$  se torne nulo. *Zambroni et al.* em [38] utiliza o vetor tangente modificado para detectar as bifurcações sela-nó e de Hopf em sistemas de potência. *Oliveira* [39] propõe um método rápido para calcular a margem de estabilidade de tensão devido a Hopf, baseado no método de Newton-Raphson e utilizando método de otimização para diminuir o esforço computacional.



# APÊNDICE B

## Representação do Sistema Elétrico na Forma Matricial

Em estudo de sistemas dinâmicos, existem duas formas principais de representá-los: diagrama de blocos, em que se utilizam blocos com função de transferência (FT), na variável  $s$  de Laplace, modelando cada parte do sistema; e variáveis de estado (VE), nas quais as equações do sistema são representadas na forma matricial [40], [41] e [42]. Para sistemas de dimensão muito grande, a formulação do problema em VE é a mais viável, por ser mais fácil. As técnicas de controle clássico permitem passar de VE para FT e vice-versa. Neste apêndice, será utilizado o equacionamento do sistema elétrico, visto no *Capítulo 3*, para representa o SEP na forma matricial.

### B.1. Sistema Elétrico em Variáveis de Estado

Na forma padrão<sup>15</sup>, um sistema dinâmico é modelado em VE como:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

onde  $x \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  é o vetor de estados e  $\dot{x}$  sua derivada;  $u \in \mathbb{R}^{p \times 1}$  é o vetor de entradas;  $y \in \mathbb{R}^{l \times 1}$  é o vetor de saída;  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B \in \mathbb{R}^{n \times p}$ ,  $C \in \mathbb{R}^{l \times n}$  e  $D \in \mathbb{R}^{l \times p}$  são as matrizes de estados (matriz jacobiana), controle, saída e feedforward, respectivamente.

Aqui  $D = [0]_{l \times p}$ , pois, geralmente, a saída não depende de derivadas da entrada. Se  $p = l$ , tem-se um sistema SISO (uma entrada – uma saída), caso contrário é um sistema MIMO e a entrada e saída de interesse deve ser escolhida.

---

<sup>15</sup> A forma geral de representar o problema é:  $E\dot{x} = Ax + Bu$ . Quando  $E = I$ , tem-se a forma padrão [44].

Para sistemas elétricos de potência, além das equações dinâmicas das máquinas e das excitações do sistema (entradas), também se tem a rede, *leis de Kirchhoff*, que devem ser levadas em consideração. O sistema, então, pode ser representado num ponto de equilíbrio (análise quase dinâmica), pela *Equação* (B.2).

$$\begin{cases} [\Delta \dot{x}] = A [\Delta x] + B \Delta u \\ 0 \\ \Delta y = C \Delta x \end{cases} \quad (\text{B.2})$$

onde  $z \in \mathbb{R}^{m \times 1}$  é o vetor das variáveis algébricas da rede;  $\Delta$  significa uma variação muito pequena ao redor de um ponto, ou seja, a análise é feita nas vizinhanças do ponto de equilíbrio.

Agora será estudada a primeira *Equação* de (B.2). Considerando as *Equações* (3.2), (3.7) – (3.10) e (3.13) – (3.31), a modelagem de SEP em VE é dada por:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} [\Delta \delta]_{ng \times 1} \\ [\Delta \omega]_{ng \times 1} \\ [\Delta \dot{E}'_q]_{ng \times 1} \\ [\Delta \dot{E}'_d]_{ng \times 1} \\ [\Delta \dot{E}'_{fd}]_{ng \times 1} \\ [\Delta \dot{V}_r]_{ng \times 1} \\ [\Delta \dot{R}_f]_{ng \times 1} \\ \hline [0]_{2nb \times 1} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} [J_A]_{7ng \times 7ng} & \vdots & [J_B]_{7ng \times 2nb} \\ \hline [J_C]_{2nb \times 7ng} & \vdots & [J_D]_{2nb \times 2nb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\Delta \delta]_{ng \times 1} \\ [\Delta \omega]_{ng \times 1} \\ [\Delta E'_q]_{ng \times 1} \\ [\Delta E'_d]_{ng \times 1} \\ [\Delta E'_{fd}]_{ng \times 1} \\ [\Delta V_r]_{ng \times 1} \\ [\Delta R_f]_{ng \times 1} \\ \hline [\Delta \theta]_{nb \times 1} \\ [\Delta V]_{nb \times 1} \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} [B_A]_{7ng \times (2ng+2nb)} \\ \hline [B_B]_{2nb \times (2ng+2nb)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\Delta T_m]_{ng \times 1} \\ [\Delta V_{ref}]_{ng \times 1} \\ [\Delta P_l]_{nb \times 1} \\ [\Delta Q_l]_{nb \times 1} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

onde  $ng$  e  $nb$  são o número de geradores e de barras do sistema, respectivamente;  $P_l$  e  $Q_l$  são as potências ativa e reativa líquidas, respectivamente.

As matrizes  $J_A$ ,  $J_B$ ,  $J_C$ ,  $J_D$ ,  $B_A$  e  $B_B$  são calculadas como segue:

$$J_A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial \delta}{\partial \omega} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial \dot{\omega}}{\partial I_d} \frac{\partial I_d}{\partial \delta} + \frac{\partial \dot{\omega}}{\partial I_q} \frac{\partial I_q}{\partial \delta} & \frac{\partial \dot{\omega}}{\partial \omega} & \frac{\partial \dot{\omega}}{\partial E'_q} + \frac{\partial \dot{\omega}}{\partial I_d} \frac{\partial I_d}{\partial E'_q} & \frac{\partial \dot{\omega}}{\partial E'_d} + \frac{\partial \dot{\omega}}{\partial I_q} \frac{\partial I_q}{\partial E'_d} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial \dot{E}'_q}{\partial I_d} \frac{\partial I_d}{\partial \delta} & 0 & \frac{\partial \dot{E}'_q}{\partial E'_q} + \frac{\partial \dot{E}'_q}{\partial I_d} \frac{\partial I_d}{\partial E'_q} & 0 & \frac{\partial \dot{E}'_q}{\partial E_{fd}} & 0 & 0 \\ \frac{\partial \dot{E}'_d}{\partial I_q} \frac{\partial I_q}{\partial \delta} & 0 & 0 & \frac{\partial \dot{E}'_d}{\partial E'_d} + \frac{\partial \dot{E}'_d}{\partial I_q} \frac{\partial I_q}{\partial E'_d} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial \dot{E}_{fd}}{\partial E_{fd}} & \frac{\partial \dot{E}_{fd}}{\partial V_R} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial \dot{V}_r}{\partial E_{fd}} & \frac{\partial \dot{V}_r}{\partial V_r} & \frac{\partial \dot{V}_r}{\partial R_f} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial \dot{R}_f}{\partial E_{fd}} & 0 & \frac{\partial \dot{R}_f}{\partial R_f} \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

Observação:  $J_A$  é formada por submatrizes diagonais de dimensão  $ng \times ng$  cujos elementos da diagonal principal referem-se a cada gerador, e é dado pela fórmula correspondente mostrada na matriz. Ou seja,  $\frac{\partial \delta}{\partial \omega}$  na verdade é

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \delta}{\partial \omega}\right)_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \left(\frac{\partial \delta}{\partial \omega}\right)_{ng} \end{bmatrix}. \text{ Isto vale para todos os componentes de } J_A.$$

$$J_B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \left[ \frac{\partial \dot{\omega}}{\partial I_d} \frac{\partial I_d}{\partial \theta} + \frac{\partial \dot{\omega}}{\partial I_q} \frac{\partial I_q}{\partial \theta} \right] & \left[ \frac{\partial \dot{\omega}}{\partial I_d} \frac{\partial I_d}{\partial V} + \frac{\partial \dot{\omega}}{\partial I_q} \frac{\partial I_q}{\partial V} \right] \\ \left[ \frac{\partial \dot{E}'_q}{\partial I_d} \frac{\partial I_d}{\partial \theta} \right] & \left[ \frac{\partial \dot{E}'_q}{\partial I_d} \frac{\partial I_d}{\partial V} \right] \\ \left[ \frac{\partial \dot{E}'_d}{\partial I_q} \frac{\partial I_q}{\partial \theta} \right] & \left[ \frac{\partial \dot{E}'_d}{\partial I_q} \frac{\partial I_q}{\partial V} \right] \\ 0 & 0 \\ 0 & \left[ \frac{\partial \dot{V}_r}{\partial V} \right] \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.5})$$

Observação:  $J_B$  é formada por submatrizes de dimensão  $ng \times nb$ . Neste caso, as componentes diferentes de zeros são matrizes diagonais  $ng \times ng$  cuja diagonal principal é referente a cada gerador, e é calculado pela fórmula mostrada na matriz. Ou seja,

$$\left[ \frac{\partial \dot{E}'_q}{\partial I_d} \frac{\partial I_d}{\partial \theta} \right] = \begin{bmatrix} \left[ \left( \frac{\partial \dot{E}'_q}{\partial I_d} \frac{\partial I_d}{\partial \theta} \right)_1 \right] & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \left[ \left( \frac{\partial \dot{E}'_q}{\partial I_d} \frac{\partial I_d}{\partial \theta} \right)_{ng} \right] \end{bmatrix} [0]_{ng \times (nb-ng)}. \text{ Isto vale para todos.}$$

$$J_C = \begin{bmatrix} \left[ \frac{\partial P}{\partial \delta} + \frac{\partial P}{\partial I_d} \frac{\partial I_d}{\partial \delta} + \frac{\partial P}{\partial I_q} \frac{\partial I_q}{\partial \delta} \right] & 0 & \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial I_d} \frac{\partial I_d}{\partial E'_q} \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial I_q} \frac{\partial I_q}{\partial E'_d} \\ 0 \end{bmatrix} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & & & & & & \\ \left[ \frac{\partial Q}{\partial \delta} + \frac{\partial Q}{\partial I_d} \frac{\partial I_d}{\partial \delta} + \frac{\partial Q}{\partial I_q} \frac{\partial I_q}{\partial \delta} \right] & 0 & \begin{bmatrix} \frac{\partial Q}{\partial I_d} \frac{\partial I_d}{\partial E'_q} \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \frac{\partial Q}{\partial I_q} \frac{\partial I_q}{\partial E'_d} \\ 0 \end{bmatrix} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & & & & & & \end{bmatrix} \quad (\text{B.6})$$

Observação:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial I_d} \frac{\partial I_d}{\partial E'_q} \\ 0 \end{bmatrix}_{\text{nb} \times \text{ng}} = \begin{bmatrix} \left[ \left( \frac{\partial P}{\partial I_d} \frac{\partial I_d}{\partial E'_q} \right)_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \left( \frac{\partial P}{\partial I_d} \frac{\partial I_d}{\partial E'_q} \right)_{\text{ng}} \right] \\ & & & & & & [0]_{(\text{nb}-\text{ng}) \times \text{ng}} \end{bmatrix}_{\text{nb} \times \text{ng}} \quad . \text{ Vale para todos.}$$

A matriz  $J_D$  representa a rede, ou seja, contém as derivadas de todos os  $P$ 's e  $Q$ 's com relação a todos os  $\theta$ 's e  $V$ 's. Por isso, ela pode ser calculada utilizando as Equações (3.7) – (3.10).

$$J_D = \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix} \quad (\text{B.7})$$

$$B_A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & | & 0 & 0 \\ \frac{1}{M} & 0 & | & 0 & 0 \\ 0 & 0 & | & 0 & 0 \\ 0 & 0 & | & 0 & 0 \\ 0 & 0 & | & 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_a}{T_a} & | & 0 & 0 \\ 0 & 0 & | & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.8})$$

Observação: do lado esquerdo à linha pontilhada, as matrizes nulas têm dimensão  $\text{ng} \times \text{ng}$ ; do lado direito, dimensão  $\text{ng} \times \text{nb}$ . Também

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{M} \\ 0 \end{bmatrix}_{\text{ng} \times \text{ng}} = \begin{bmatrix} \left( \frac{1}{M} \right)_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \left( \frac{1}{M} \right)_{\text{ng}} \end{bmatrix}. \text{ O mesmo vale para } \frac{K_a}{T_a}.$$

onde  $M$  é a constante de inércia do gerador;  $K_a$  e  $T_a$  são o ganho e constante de tempo do AVR, respectivamente.

$$B_B = \left[ \begin{array}{cc|cc} [0]_{\text{nbxng}} & [0]_{\text{nbxng}} & \begin{bmatrix} -1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & -1 \end{bmatrix}_{\text{nbxnb}} & [0]_{\text{nbxnb}} \\ [0]_{\text{nbxng}} & [0]_{\text{nbxng}} & [0]_{\text{nbxnb}} & \begin{bmatrix} -1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & -1 \end{bmatrix}_{\text{nbxnb}} \end{array} \right] \quad (\text{B.9})$$

Observação: o elementos  $-1$  vêm da *Equação* (3.2) escrita na forma

$$\begin{cases} 0 = -P_k + V_k \sum_{m \in \Omega} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \\ 0 = -Q_k + V_k \sum_{m \in \Omega} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \end{cases}, k = 1, \dots, \text{nb}.$$

## B.2. Matriz Jacobiana Estendida

A representação do sistema pela *Equação* (B.3), não permite a redução às variáveis dinâmicas da forma  $\Delta \dot{x} = (J_A - J_B \times J_D^{-1} \times J_C) \Delta x + (B_A - J_B \times J_D^{-1} \times B_B) \Delta u$ , pois  $J_D$  é singular, por conter a referência angular ( $\theta_1$ ).

Para analisar os autovalores da matriz jacobiana reduzida às variáveis dinâmicas, deve-se representar o SEP de outra maneira. Neste caso, a jacobiana estendida, em que todas as variáveis (dinâmicas e algébricas) estão explícitas na formulação, deve ser utilizada. O SEP passa a ser representado por uma única matriz – *Equação* (B.10).

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{x} \\ \Delta y \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & | & J_2 \\ \hline J_3 & | & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} \quad (\text{B.10})$$

onde  $\Delta x = \left[ [\Delta \delta]_{1 \times \text{ng}} \quad [\Delta \omega]_{1 \times \text{ng}} \quad [\Delta E'_q]_{1 \times \text{ng}} \quad [\Delta E'_d]_{1 \times \text{ng}} \quad [\Delta E_{fd}]_{1 \times \text{ng}} \quad [\Delta V_r]_{1 \times \text{ng}} \quad [\Delta R_f]_{1 \times \text{ng}} \right]^T$ ;  
 $\Delta y = \left[ [\Delta I_d]_{1 \times \text{ng}} \quad [\Delta I_q]_{1 \times \text{ng}} \quad [\Delta P_g]_{1 \times \text{ng}} \quad [\Delta Q_g]_{1 \times \text{ng}} \right]^T$ ; e  $\Delta z = \left[ [\Delta \theta]_{1 \times \text{nb}} \quad [\Delta V]_{1 \times \text{nb}} \right]$ .  $\Delta P_g$  e  $\Delta Q_g$  referem-se apenas aos  $\Delta P$  e  $\Delta Q$  das barras de geração (*Equações* (3.28) e (3.30)).

As matrizes  $J_1, J_2, J_3$  e  $J_4$  são calculadas utilizando as equações linearizadas do *Capítulo 3*. Neste caso, as substituições das equações algébricas nas dinâmicas – *Equação* (3.20), por exemplo – não são necessárias, uma vez que a matriz jacobiana

estendida contém uma linha e coluna para as variáveis algébricas explicitamente. A montagem das matrizes é mostrada a seguir:

$$J_1 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial \delta}{\partial \omega} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial \dot{\omega}}{\partial \omega} & \frac{\partial \dot{\omega}}{\partial E'_q} & \frac{\partial \dot{\omega}}{\partial E'_d} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial \dot{E}'_q}{\partial E'_q} & 0 & \frac{\partial \dot{E}'_q}{\partial E_{fd}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial \dot{E}'_d}{\partial E'_d} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial \dot{E}_{fd}}{\partial E_{fd}} & \frac{\partial \dot{E}_{fd}}{\partial V_r} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial \dot{V}_r}{\partial E_{fd}} & \frac{\partial \dot{V}_r}{\partial V_r} & \frac{\partial \dot{V}_r}{\partial R_f} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial \dot{R}_f}{\partial E_{fd}} & 0 & \frac{\partial \dot{R}_f}{\partial R_f} \end{bmatrix} \quad (\text{B.11})$$

Observação:  $J_1$  é formada por submatrizes diagonais de dimensão  $ng \times ng$  cujos elementos da diagonal principal referem-se a cada gerador, e é dado pela fórmula correspondente mostrada na matriz. Ou seja,  $\frac{\partial \delta}{\partial \omega}$  na verdade é

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \delta}{\partial \omega}\right)_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \left(\frac{\partial \delta}{\partial \omega}\right)_{ng} \end{bmatrix}. \text{ Isto vale para todos os componentes de } J_1.$$

$$J_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 & 0 \\ \frac{\partial \dot{\omega}}{\partial I_d} & \frac{\partial \dot{\omega}}{\partial I_q} & 0 & 0 & | & 0 & 0 \\ \frac{\partial \dot{E}'_q}{\partial I_d} & 0 & 0 & 0 & | & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial \dot{E}'_d}{\partial I_q} & 0 & 0 & | & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & \left[ \frac{\partial \dot{V}_r}{\partial V} \right] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.12})$$

Observação: do lado esquerdo à linha pontilhada, as matrizes têm dimensão  $ng \times ng$ ; do lado direito, dimensão  $ng \times nb$ . Também

$$\left[ \frac{\partial \dot{V}_r}{\partial V} \right]_{\text{ng} \times \text{ng}} = \begin{bmatrix} \left( \frac{\partial \dot{V}_r}{\partial V} \right)_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \left( \frac{\partial \dot{V}_r}{\partial V} \right)_{\text{ng}} \end{bmatrix}. \text{ O mesmo vale para os outros elementos.}$$

Para a montagem da matriz  $J_3$  e  $J_4$ , as *Equações* (3.2), (3.14) e (3.15) (algébricas) devem ser reescritas na forma:

$$\begin{cases} a = 0 = -I_{d_i} + \frac{E'_{q_i} - V_i \cos(\delta_i - \theta_i)}{X'_{d_i}} \\ b = 0 = -I_{q_i} + \frac{V_i \sin(\delta_i - \theta_i) - E'_{d_i}}{X'_{q_i}} \\ c = 0 = -P_i + V_i [I_{d_i} \sin(\delta_i - \theta_i) + I_{q_i} \cos(\delta_i - \theta_i)] \\ d = 0 = -Q_i + V_i [I_{d_i} \cos(\delta_i - \theta_i) - I_{q_i} \sin(\delta_i - \theta_i)] \\ e = 0 = -P_k + V_k \sum_{m \in \Omega} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \\ f = 0 = -Q_k + V_k \sum_{m \in \Omega} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \end{cases} \quad (\text{B.13})$$

$$i = 1, \dots, \text{ng} \text{ e } k = 1, \dots, \text{nb}.$$

A linearização das *Equações* (B.13) é feita como as *Equações* (3.7) – (3.10), (3.16) e (3.17), (3.28) e (3.30), com o acréscimo das seguintes derivadas parciais:

$$\frac{\partial a}{\partial I_{d_i}} = -1; \frac{\partial b}{\partial I_{q_i}} = -1; \frac{\partial c}{\partial P_i} = -1; \frac{\partial d}{\partial Q_i} = -1; \frac{\partial e}{\partial P_i} = -1; \frac{\partial f}{\partial Q_i} = -1.$$

Ou seja,  $\frac{\partial a}{\partial \delta_i} = \frac{\partial I_{d_i}}{\partial \delta_i}$ . O mesmo vale para as outras derivadas.

$$J_3 = \begin{bmatrix} \frac{\partial a}{\partial \delta} & 0 & \frac{\partial a}{\partial E'_q} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial b}{\partial \delta} & 0 & 0 & \frac{\partial b}{\partial E'_d} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial c}{\partial \delta} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial d}{\partial \delta} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.14})$$

Observação: acima da linha pontilhada, as matrizes têm dimensão  $ng \times ng$ ; abaixo, dimensão  $nb \times ng$ . Também

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial a}{\partial \delta} \end{bmatrix}_{ng \times ng} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial a}{\partial \delta}\right)_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \left(\frac{\partial a}{\partial \delta}\right)_{ng} \end{bmatrix}. \text{ O mesmo vale para os demais elementos.}$$

$$J_4 = \left[ \begin{array}{cccc|cc} \frac{\partial a}{\partial I_d} & 0 & 0 & 0 & \left[\frac{\partial a}{\partial \theta} \ 0\right] & \left[\frac{\partial a}{\partial v} \ 0\right] \\ 0 & \frac{\partial b}{\partial I_q} & 0 & 0 & \left[\frac{\partial b}{\partial \theta} \ 0\right] & \left[\frac{\partial b}{\partial v} \ 0\right] \\ \frac{\partial c}{\partial I_d} & \frac{\partial c}{\partial I_q} & \frac{\partial c}{\partial P} & 0 & \left[\frac{\partial c}{\partial \theta} \ 0\right] & \left[\frac{\partial c}{\partial v} \ 0\right] \\ \frac{\partial d}{\partial I_d} & \frac{\partial d}{\partial I_q} & 0 & \frac{\partial d}{\partial Q} & \left[\frac{\partial d}{\partial \theta} \ 0\right] & \left[\frac{\partial d}{\partial v} \ 0\right] \\ \hline 0 & 0 & \frac{\partial e}{\partial P} & 0 & H & N \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial f}{\partial Q} & M & L \end{array} \right] \quad (\text{B.15})$$

Observação: acima e à esquerda da linha pontilhada, as submatrizes têm dimensão  $ng \times ng$ ; acima e à direita, as matrizes não nulas têm dimensão  $ng \times ng$  e as nulas,  $ng \times (nb - ng)$ ; abaixo e à esquerda, as submatrizes têm dimensão  $nb \times ng$  com os elementos não nulos iguais a  $-1$  nas linhas correspondentes às barras de geração; e abaixo e à direita as submatrizes  $H$ ,  $N$ ,  $M$  e  $L$ , de dimensão  $nb \times nb$  são as equações do fluxo de carga para todas as barras do sistema (*Equações (3.7) – (3.10)*).

A matriz jacobiana estendida é singular por conter a referência angular ( $\delta_1$ ) da barra swing. Por isso, as primeiras linha e coluna dessa matriz devem ser removidas. Também, se o coeficiente de amortecimento  $D$  de algum gerador for zero, a jacobiana será singular, e a linha e coluna, referentes a esse elemento, deverão ser removidas [21].

A redução da *Equação (B.10)* às variáveis dinâmicas é feita pela *Equação (B.16)*.

$$\Delta \dot{x} = \underbrace{(J_1 - J_2 \times J_4^{-1} \times J_3)}_{J_{reduz}} \Delta x \quad (\text{B.16})$$

Os autovalores [43] e [44] de  $J_{reduz}$  podem ser calculados para analisar a estabilidade do sistema elétrico de potência.

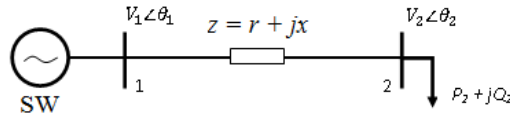


# Apêndice C

## Sistemas Teste

Neste apêndice será apresentada a configuração dos sistemas teste utilizados para as simulações utilizadas nesta dissertação, bem como os parâmetros dos geradores. Os valores tabelados estão em p.u., salvo indicação contrária.

### C.1. Configuração do Sistema de 2 Barras



**Figura C.1.** Sistema de 2 Barras.

**Tabela C.1.** Dados das Barras – Sistema de 2 Barras.

Nº	Tipo	V	$\theta$ (rad)	$P_1$	$Q_1$	$P_g$	$Q_g$	$Q_{m\acute{a}x}$	$Q_{m\acute{i}n}$	$b^{sh}$
1	SW	1.000	0	0	0	0	2.1	10	-10	0
2	PQ	1.000	0	1.4	0	0	0	0	0	0

**Tabela C.2.** Dados da Linha – Sistema de 2 Barras.

de	para	r	x	$b_{km}$	1:a (trafo)	ang (trafo)
1	2	0	0.1	0	1	0

**Tabela C.3.** Parâmetros do Gerador – Sistema de 2 Barras.

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
$X_{d_1}$	0.8958	$D_1$	0.2000	$T_{a_1}$ (seg)	0.200
$X_{q_1}$	0.8645	$M_1$ (seg <sup>2</sup> /rad)	0.0637	$K_{f_1}$	0.063
$X'_{d_1}$	0.1198	$S_{e_1}$	0.0000	$T_{f_1}$ (seg)	0.350
$X'_{q_1}$	0.1198	$K_{e_1}$	1.0000	$V_{r_{1m\acute{i}n}}$	0.000
$T'_{d0_1}$ (seg)	6.0000	$T_{e_1}$ (seg)	0.3140	$V_{r_{1m\acute{a}x}}$	10.00
$T'_{q0_1}$ (seg)	0.5350	$K_{a_1}$	10.000		

## C.2. Configuração do Sistema de 9 Barras

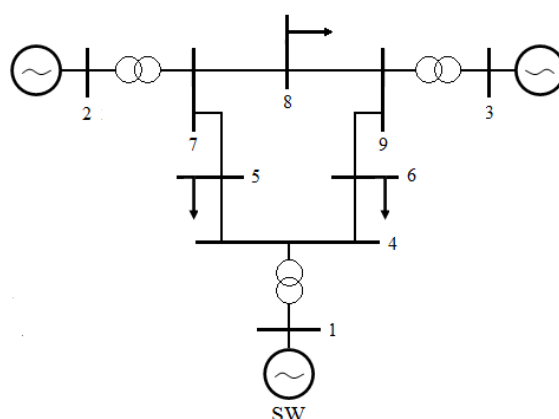


Figura C.2. Sistema de 9 Barras.

Tabela C.4. Dados das Barras – Sistema de 9 Barras.

Nº	Tipo	V	$\theta$ (rad)	$P_1$	$Q_1$	$P_g$	$Q_g$	$Q_{\max}$	$Q_{\min}$	$b^{sh}$
1	SW	1.040	0	0	0	0.108	0	10	-10	0
2	PV	1.025	0	0	0	0.163	0	10	-10	0
3	PV	1.025	0	0	0	0.085	0	10	-10	0
4	PQ	1.000	0	0	0	0	0	0	0	0
5	PQ	1.000	0	0.100	0.050	0	0	0	0	0
6	PQ	1.000	0	0.090	0.030	0	0	0	0	0
7	PQ	1.000	0	0	0	0	0	0	0	0
8	PQ	1.000	0	0.100	0.035	0	0	0	0	0
9	PQ	1.000	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabela C.5. Dados das Linhas – Sistema de 9 Barras.

de	para	r	x	$b_{km}$	1:a (trafo)	ang (trafo)
1	4	0	0.0576	0	1	0
4	5	0.0100	0.0850	0.0880	1	0
5	7	0.0320	0.1610	0.1530	1	0
2	7	0	0.0625	0	1	0
7	8	0.0085	0.0720	0.0745	0.978	0
8	9	0.0119	0.1008	0.1045	0.969	0
3	9	0	0.0586	0	1	0
6	9	0.0390	0.1700	0.1790	1	0
4	6	0.0170	0.0920	0.0790	1	0

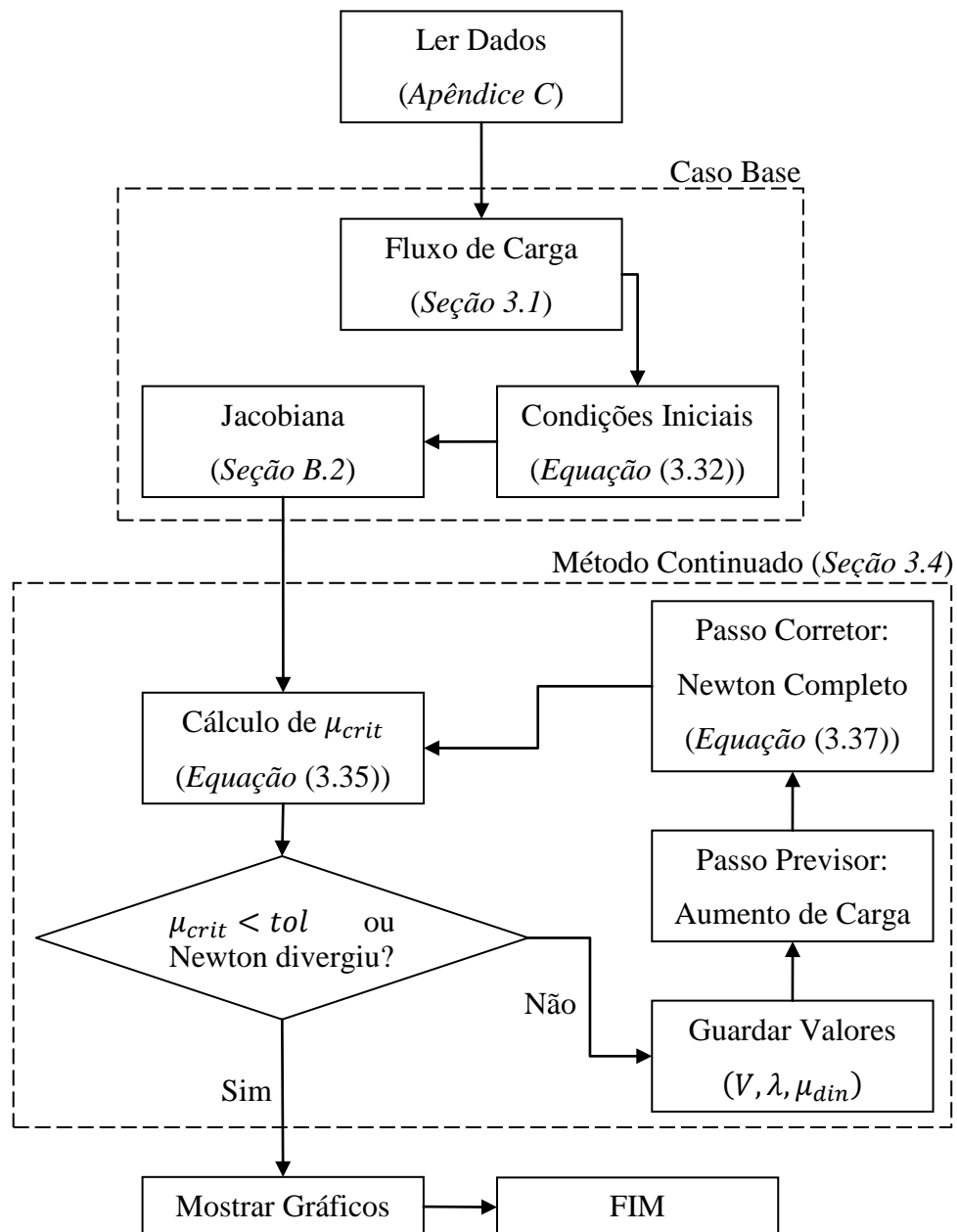
**Tabela C.6.** Parâmetros dos Geradores – Sistema de 9 Barras.

<b>Parâmetro</b>	<b>Gerador 1</b>	<b>Gerador 2</b>	<b>Gerador 3</b>
$X_d$	0.1000	0.2590	1.3130
$X_q$	0.0690	0.2820	1.2580
$X'_d$	0.0310	0.0700	0.1813
$X'_q$	0.0690	0.1700	0.2500
$T'_{d0}$ (seg)	10.200	6.5600	5.8900
$T'_{q0}$ (seg)	0.0100	1.5000	0.6000
$D$	5.00	5.00	5.00
$M$ (seg <sup>2</sup> /rad)	16.8	4.12	3.10
$S_e$	0.00	0.00	0.00
$K_e$	1.00	1.00	1.00
$T_e$ (seg)	0.25	0.41	0.79
$K_a$	20.0	40.0	30.0
$T_a$ (seg)	0.60	0.50	0.20
$K_f$	0.04	0.06	0.03
$T_f$ (seg)	1.00	0.50	1.00
$V_{r_{\min}}$	0.00	0.00	0.00
$V_{r_{\max}}$	10.0	10.0	10.0

# APÊNDICE D

## Fluxograma do Software de Simulação

Caro leitor, se você chegou até aqui, meus parabéns: estamos no final! O fluxograma do software desenvolvido para as simulações feitas está mostrado na *Figura D.1*.



**Figura D.1.** Fluxograma do Software.