

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ**  
**INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**TESE DE DOUTORADO**

**Modelagem de problema inverso de detecção  
de danos por técnicas de identificação de  
parâmetros e de otimização**

**Autor(a): Patricia da Silva Lopes**

**Orientador: Prof. Dr. Ariosto Bretanha Jorge**

**Co-orientador: Prof. Dr. Sebastião Simões da Cunha Jr.**

Itajubá, Dezembro de 2010

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ**  
**INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**TESE DE DOUTORADO**

**Modelagem de problema inverso de detecção  
de danos por técnicas de identificação de  
parâmetros e de otimização**

Autor(a): **Patricia da Silva Lopes**

Orientador: **Prof. Dr. Ariosto Bretanha Jorge**

Co-orientador: **Prof. Dr. Sebastião Simões da Cunha Jr.**

Curso: **Doutorado em Engenharia Mecânica**

Área de Concentração: **Projeto e Fabricação**

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica como parte dos requisitos para a obtenção do Título de Doutor em Engenharia Mecânica

Itajubá, Dezembro de 2010

M.G. – Brasil

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Mauá –  
Bibliotecária Cristiane N. C. Carpinteiro- CRB\_6/1702

L864m

Lopes, Patrícia da Silva

Modelagem de problema inverso de detecção de danos por técnicas  
de identificação de parâmetros e de otimização / por Patrícia da Silva

Lopes. -- Itajubá (MG) : [s.n.], 2010.

135 p.: il.

Orientador: Prof. Dr. Ariosto Bretanha Jorge.

Co-orientador: Prof. Dr. Sebastião Simões da Cunha Júnior.

Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Itajubá.

1. Detecção de danos. 2. Método de elementos de contorno. 3.  
Identificação de parâmetros. 4. Otimização. I. Jorge, Ariosto Bretanha,  
orient. II. Cunha Júnior, Sebastião Simões da, co-orient. III. Universida-  
de Federal de Itajubá. IV. Título.

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ**  
**INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**TESE DE DOUTORADO**

**Modelagem de problema inverso de detecção  
de danos por técnicas de identificação de  
parâmetros e de otimização**

Autor(a): **Patricia da Silva Lopes**

Orientador: **Prof. Dr. Ariosto Bretanha Jorge**

Co-orientador: **Prof. Dr. Sebastião Simões da Cunha Jr.**

Composição da Banca Examinadora:

**Prof. Dr. Paulo Sollero - FEM/UNICAMP**

**Prof. Dr. Webe João Mansur - COPPE/UFRJ**

**Prof. Dr. Wlamir Carlos de Oliveira - IEM/UNIFEI**

**Prof. Dr. André Garcia Chiarello - IEM/UNIFEI**

**Prof. Dr. Ariosto Bretanha Jorge, Orientador - IEM/UNIFEI**

**Prof. Dr. José Célio Dias, Presidente - IEM/UNIFEI**

## **Agradecimentos**

Agradeço acima de tudo, a Deus, pela vida que me foi dada, pela capacidade de pensar e agir, e pelo amparo nos momentos de fraqueza e desânimo.

Aos meus pais, Pedro e Ester, pelo incentivo e apoio dados em todos os momentos.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Ariosto Bretanha Jorge, e meu co-orientador, Prof. Dr. Sebastião Simões da Cunha Jr., pelo apoio, amizade e orientação.

Aos professores da Universidade Federal de Itajubá, principalmente aos professores do Instituto de Engenharia Mecânica, pelo apoio contínuo no desenvolvimento deste trabalho, e pelos conhecimentos transmitidos.

A todos os funcionários desta instituição, pelo auxílio prestado inúmeras vezes.

Aos pesquisadores do Grupo de Mecânica Computacional - GEMEC, pelo companheirismo, incentivo, e, pelos agradáveis momentos de descontração.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais – FAPEMIG, pelo apoio financeiro.

*“Comece fazendo o que é necessário, depois o que é possível,  
e de repente você estará fazendo o impossível.”*

*São Francisco de Assis*

## Resumo

**LOPES, P. S. (2010)**, *Modelagem de problema inverso de detecção de danos por técnicas de identificação de parâmetros e de otimização*, Itajubá, 135p. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá.

Diferentes tipos de danos estruturais podem ser causados por diversos tipos de carregamentos e pelo processo de deterioração estrutural. Um furo numa estrutura é um exemplo de dano que modifica os campos de temperatura e tensão existente. Neste trabalho, um dado problema inverso para localizar e identificar um furo na estrutura é resolvido por meio de duas metodologias diferentes e independentes, uma por meio da otimização (usando o algoritmo genético) e outra por meio da identificação de parâmetros (usando a rede neural artificial). Com relação ao algoritmo genético, o problema inverso é inicialmente modelado como um problema mono-objetivo, onde um dado funcional é minimizado. Depois, o problema inverso é modelado como um problema multiobjetivo, onde tanto um funcional mínimo (valor ótimo) quanto variações mínimas em torno deste ótimo, são considerados, tornando um problema de otimização robusta. O método de elementos de contorno é utilizado na coleta de informação a respeito das quantidades de interesse para os problemas de potencial e elastostático. O uso de diferentes metodologias, todas independentes, permite a validação dos resultados de detecção de danos.

### ***Palavras-chave***

Detecção de Danos, Método de Elementos de Contorno, Identificação de Parâmetros, Otimização.

## **Abstract**

**LOPES, P. S. (2010)**, *Inverse problem modeling of damage detection through parameter identification and optimization techniques*, Itajubá, 135p. PhD. Thesis - Mechanical Engineering Institute, Federal University of Itajubá.

Different types of structural damages can be caused by several types of loads and the structural deterioration process. A hole in a structure is an example of damage that modifies existing temperature and stress fields. In this work, a given inverse problem to localize and to identify damage in a structure is solved by two different and independent approaches, one approach by means of optimization (using genetic algorithm) and other one by means of parameter identification (using neural network). In relation to genetic algorithm, the inverse problem is initially modeled as a monobjective problem, where a functional is minimized. After, the inverse problem é modeled as a multiobjective problem, where the optimum value as small variations about this optimum value, are considered, being a robust optimization problem. Boundary element method is utilized to obtain information about quantities to potential and elastostatic problems. Validation of the damage detection results can be done by using of different and independent approaches.

### ***Keywords***

Damage Detection, Boundary Element Method, Parameter Identification, Optimization.



## SUMÁRIO

<b>SUMÁRIO</b> .....	<b>viii</b>
<b>Lista de Figuras</b> .....	<b>xii</b>
<b>Lista de Tabelas</b> .....	<b>xv</b>
<b>Simbologia</b>	
<b>Letras Latinas</b> .....	<b>xvii</b>
<b>Letras Gregas</b> .....	<b>xviii</b>
<b>Siglas e Abreviaturas</b> .....	<b>xix</b>
<b>Capítulo 1</b>	
<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>1</b>
1.1 REVISÃO DA LITERATURA .....	4
1.2 MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS .....	9
1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO .....	10
<b>Capítulo 2</b>	
<b>PROBLEMA INVERSO DE DETECÇÃO DE DANOS</b> .....	<b>11</b>
2.1 – PROBLEMA DIRETO: O MÉTODO DE ELEMENTOS DE CONTORNO .....	13
2.1.1 – Equação Integral de Contorno para Problemas de Potencial e Elastostático .....	14
2.1.2 – Discretização do Elemento de Contorno .....	15
2.1.3 – Invariantes de Tensão .....	18
2.2 – PROBLEMA INVERSO: TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO E DE IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS .....	18
2.2.1 – Otimização usando o Algoritmo Genético .....	20
2.2.2 – Identificação de Parâmetros usando a Rede Neural Artificial .....	23

### Capítulo 3

<b>TRATAMENTO DE INCERTEZAS .....</b>	<b>26</b>
3.1 – OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO .....	28
3.2 – ALGUMAS TÉCNICAS CLÁSSICAS PARA A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO.....	29
3.2.1 – Método da Ponderação dos Objetivos .....	29
3.2.2 – Método do Critério Global .....	30
3.3 – DETERMINAÇÃO DE UM CONJUNTO ÓTIMO DE PARETO .....	31
3.3.1 – Conjunto Ótimo de Pareto ou Frente de Pareto.....	31
3.3.2 – Algoritmos Evolucionários para a Resolução de Problemas de Otimização Multiobjetivo .....	32
3.3.2.1 – NSGA-II .....	33
3.4 – TÉCNICAS DE TOMADA DE DECISÃO .....	36
3.4.1 – Mecanismo de Decisão baseado na Teoria dos Conjuntos <i>Fuzzy</i> .....	37
3.4.1.1 – Qualificadores ou modificadores <i>fuzzy</i> .....	39

### Capítulo 4

<b>RESULTADOS NUMÉRICOS E DISCUSSÕES.....</b>	<b>41</b>
4.1 – CONSIDERAÇÕES INICIAIS .....	42
4.1.1 – Montagem dos Dados para o GA e para a ANN .....	43
4.1.2 – Formulação dos Problemas de Otimização e de Identificação de Parâmetros .....	45
4.1.2.1 – Fluxogramas para o problema mono-objetivo.....	45
4.1.2.2 – Fluxogramas para o problema multiobjetivo.....	47
4.2 – ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS PELO ALGORITMO GENÉTICO.....	51
4.2.1 – Resultados para a Formulação Potencial do BEM .....	51
4.2.2 – Resultados para a Formulação Elastostática do BEM.....	53
4.2.2 – Uma Análise de Ruído ou Erro de Medida nos Dados.....	57
4.2.3 – Proposta de GA para a Identificação de Dano: Uma Comparação com os Resultados da Literatura .....	60
4.3 – ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS PELA REDE NEURAL ARTIFICIAL .....	61
4.4 – ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO.....	66

4.4.1 – Determinação da Função Variância do Funcional $J$ .....	66
4.4.2 – Análise dos Resultados obtidos por meio de Técnicas Clássicas para a Resolução de Problemas de Otimização Multiobjetivo .....	68
4.4.2.1 – Resultados obtidos pelo método da ponderação dos objetivos onde a informação dos sensores faz parte da população do GA.....	68
4.4.2.2 – Resultados obtidos pelo método do critério global onde a informação dos sensores faz parte da população do GA.....	72
4.4.2.3 – Resultados obtidos pelo método da ponderação dos objetivos onde a informação dos sensores não fazia parte da população do GA .....	73
4.4.3 – Análise dos Resultados Multiobjetivos por meio de uma Tomada de Decisão via <i>Fuzzy</i> .....	75
4.4.3.1 - Com a informação dos sensores (diferença na tensão média) na população do GA .....	75
4.4.3.2 - Sem a informação dos sensores (diferença na tensão média) na população do GA .....	78
4.5 – PROCEDIMENTO SISTEMÁTICO PARA A IMPLEMENTAÇÃO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO E DE IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS .....	79

## Capítulo 5

<b>CONCLUSÕES.....</b>	<b>86</b>
<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>89</b>

## Apêndice A

<b>PROJETO DE EXPERIMENTOS .....</b>	<b>95</b>
A.1 - INTRODUÇÃO .....	95
A.1.1 - Projeto Fatorial com Dois Níveis .....	98
A.1.1.1 - Projeto fatorial $2^2$ .....	99
A.1.1.2 - Projeto fatorial $2^3$ .....	102
A.1.2 - Projeto Fatorial Fracionado.....	104
A.1.3 - Projeto Fatorial com Três Níveis.....	105
A.2 - SUPERFÍCIE DE RESPOSTA .....	106
A.2.1 - Projeto Composto Central .....	109

A.2.2 - Projeto Box-Behnken .....	113
A.3 – ALGUMAS DEFINIÇÕES .....	114
A.3.1 - Coeficiente de Variação .....	114
A.3.2 - Coeficiente de Determinação .....	115

## Lista de Figuras

Figura 2.1 – Placa sem dano com quatro sensores. ....	19
Figura 2.2 – Exemplos de possíveis configurações para representar o dano na placa. ....	20
Figura 2.3 – Operadores genéticos. ....	21
Figura 2.4 – Estrutura de um neurônio artificial. ....	23
Figura 2.5 – Um exemplo de rede neural <i>feedforward</i> . ....	24
Figura 3.1 – Problema de maximização com um ótimo robusto. ....	27
Figura 3.2 – Frente de Pareto para a minimização de $f_1$ e $f_2$ . ....	31
Figura 3.3 – Ordenação por dominância. ....	33
Figura 3.4 – Cálculo das soluções intermediárias para o operador <i>crowding distance</i> (adaptado de Deb <i>et al.</i> , 2000). ....	34
Figura 3.5 – Funcionamento do algoritmo NSGA-II (adaptado de Deb <i>et al.</i> , 2000). ....	35
Figura 3.6 – Representação de um conjunto “idade” na lógica tradicional. ....	36
Figura 3.7 – Representação de um conjunto “idade” na lógica <i>fuzzy</i> . ....	37
Figura 3.8 – Representação das relações fuzzy: (a) $\lesssim$ ; (b) $\gtrsim$ ; (c) $\cong$ . ....	38
Figura 3.9 – Representação <i>fuzzy</i> do conjunto “idade”. ....	39
Figura 4.1 – Modelo da placa para o problema potencial: (a) dimensões, carregamentos e condições de contorno; (b) discretização do contorno em 12 elementos constantes e localização dos 49 sensores. ....	42
Figura 4.2 – Modelo da placa para o problema elastostático: (a) dimensões, carregamentos e condições de contorno; (b) discretização do contorno (malha “fina” com 48 elementos constantes) e localização dos 9 sensores. A área ampliada mostra a discretização do furo com 12 elementos constantes. ....	43
Figura 4.3 – Distribuição dos sensores na placa para a ANN: (a) 25; (b) 15, (c) 9 e (d) 5 sensores. ....	44

Figura 4.4 – Fluxograma para o procedimento de otimização usando GA. ....	46
Figura 4.5 – Fluxograma para o procedimento de identificação de danos usando ANN. ....	47
Figura 4.6 – Fluxograma para o procedimento de otimização multiobjetivo usando GA simples, sem a informação dos sensores na população. ....	48
Figura 4.7 – Fluxograma para o procedimento de otimização usando o GA multiobjetivo, com a informação dos sensores na população. ....	49
Figura 4.8 – Fluxograma para o procedimento de otimização usando o GA multiobjetivo, sem a informação dos sensores na população. ....	50
Figura 4.9 – Furo “real” e simulado para o potencial: (a) para um furo central com elitismo igual a 2; (b) para um furo central com elitismo igual a 10; (c) para um furo na posição (4,0;5,0) cm. As áreas ampliadas mostram a região do furo em detalhes. ....	52
Figura 4.10 – Comparação entre os resultados para a localização da coordenada $y$ de identificação do furo (valores médios e incertezas) usando uma quantidade escalar ( $\sigma_m$ ) e o vetor de components ( $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ ) como variáveis no procedimento de otimização. ....	54
Figura 4.11 – Localização do furo usando: (a) $\sigma_m$ ; e, (b) $\sigma_x$ ....	54
Figura 4.12 – Valores médios para o erro na localização e no tamanho de um furo central. ....	55
Figura 4.13 – Furo real e simulado para a tensão média: (a) para um furo central; (b) para um furo localizado em (2,0;2,0) cm; (c) para um furo localizado em (5,0;3,0) cm. ....	56
Figura 4.14 – Fluxograma para a análise do erro de medida. ....	57
Figura 4.15 – Problema potencial: resultados da ANN para 5 sensores para um furo nas posições: (a) (3,0;3,0) cm; (b) (1,0;1,0) cm; e, (c) (5,0;5,0) cm. ....	63
Figura 4.16 – Problema elastostático: resultados obtidos da ANN para um furo nas posições: (a) (3,0;3,0) cm; (b) (1,0;1,0) cm; e, (c) (5,0;5,0) cm. ....	65
Figura 4.17 – Representação gráfica para os resultados do método da ponderação dos objetivos com a informação dos sensores na população do GA. ....	71
Figura 4.18 – Resultado para os pesos 0,9 para $J$ e 0,1 para $\sqrt{J_{\text{var}}}$ ....	71
Figura 4.19 – Resultado encontrado pelo método do critério global para a métrica- $L_2$ ....	72
Figura 4.20 – Resultado encontrado pelo método do critério global para a métrica- $L_1$ ....	73
Figura 4.21 – Representação gráfica para os resultados do método da ponderação dos objetivos sem a informação dos sensores na população do GA. ....	75
Figura 4.22 – Frente de Pareto obtida pelo GA multiobjetivo. ....	76

Figura 4.23 – Representação gráfica dos 126 pontos da frente de Pareto, do furo real e dos resultados encontrados pela tomada de decisão <i>fuzzy</i> . A área ampliada mostra a região próxima ao furo. ....	77
Figura 4.24 - Representação gráfica dos 5 pontos da frente de Pareto e do furo real. ....	79
Figura 4.25 – Placa utilizada na formulação elastostática do BEM com a localização dos 4 sensores.....	80
Figura 4.26 – Placa ilustrativa representando as 4 regiões de localização dos sensores (regiões escuras) e as 21 regiões de varredura (regiões claras).....	81
Figura 4.27 – Resultados obtidos pela varredura na placa, considerando um furo nas posições: (a) (4,0;3,0) <i>cm</i> e raio igual a 0,14 <i>cm</i> ; (b) (3,0;5,0) <i>cm</i> e raio igual a 0,08 <i>cm</i> ; (c) (4,5;1,5) <i>cm</i> e raio igual a 0,07 <i>cm</i> ; (d) (1,5;1,5) <i>cm</i> e raio igual a 0,07 <i>cm</i> .....	84
Figura 4.28 – Resultados obtidos pela varredura na placa, considerando um furo nas posições: (a) (5,0;3,0) <i>cm</i> e raio igual a 0,10 <i>cm</i> ; (b) (2,0;2,0) <i>cm</i> e raio igual a 0,12 <i>cm</i> . ....	85
Figura A.1 – Modelo geral de um processo ou sistema (adaptado de Montgomery, 2001).....	95
Figura A.2 – Projeto fatorial: (a) com interação; (b) sem interação.....	97
Figura A.3 – Representação gráfica do projeto fatorial $2^2$ . ....	99
Figura A.4 – Representação gráfica do projeto fatorial $2^3$ . ....	102
Figura A.5 – CCD para 2 fatores. ....	110
Figura A.6 – Tipos de CCD para dois fatores: (a) CCC; (b) CCI; (c) CCF. ....	111
Figura A.7 – CCD para 3 fatores. ....	112
Figura A.8 – Projeto Box-Behnken para 3 fatores. ....	113

## Lista de Tabelas

Tabela 3.1 – Representação de alguns qualificadores <i>fuzzy</i> .	40
Tabela 4.1 – Resultados do GA com 5% de ruídos aleatórios nos dados medidos.	58
Tabela 4.2 – Resultados do GA com 10% de ruídos aleatórios nos dados medidos.	58
Tabela 4.3 – Comparação dos resultados do GA usando a tensão média, com e sem a transformação logarítmica (casos B e A, respectivamente).	59
Tabela 4.4 – Comparação dos resultados do GA para a tensão média com transformação logarítmica (caso B), com e sem 10% ruído aleatório nos dados medidos.	59
Tabela 4.5 – Metodologia GA: comparação com os resultados da literatura.	60
Tabela 4.6 – Influência na redução do número de sensores para um furo central.	62
Tabela 4.7 – Influência na redução do número de sensores para um furo não-central.	62
Tabela 4.8 - Resultados para o método da ponderação dos objetivos com a informação dos sensores na população do GA.	69
Tabela 4.9 - Resultados para o método da ponderação dos objetivos sem a informação dos sensores na população do GA.	74
Tabela 4.10 – Resultados para o GA multiobjetivo com a tomada de decisão <i>fuzzy</i> sem a informação dos sensores na população do GA.	79
Tabela 4.11 – Níveis máximo e mínimo para um furo na posição (3,0;3,0) <i>cm</i> e com um raio igual a 0,10 <i>cm</i> .	82
Tabela 4.12 – CCD para um furo na posição (3,0;3,0) <i>cm</i> .	83
Tabela A.1 – Projeto fatorial com dois fatores.	96
Tabela A.2 – Representação do projeto fatorial com dois fatores e dois níveis cada.	99
Tabela A.3 – Representação do projeto fatorial com três fatores e dois níveis cada.	103
Tabela A.4 – Representação do projeto fatorial com dois fatores e três níveis cada.	105
Tabela A.5 – Outra representação do projeto fatorial com dois fatores e três níveis cada.	106



Tabela A.6 – Número de pontos fatoriais, pontos axiais e o valor de $\alpha$ dependendo do número de fatores. ....	110
Tabela A.7 – Fatores codificados para um CCD com dois fatores.....	111
Tabela A.8 – Fatores codificados para um CCD com três fatores. ....	112
Tabela A.9 – Fatores codificados para um CCD com três fatores. ....	113

## Simbologia

### Letras Latinas

$a, b$	Representação dos níveis dos fatores em um experimento;
$A, B$	Representação do efeito dos fatores em um experimento;
$[A]$	Matriz com os coeficientes de integração relacionados às variáveis desconhecidas do contorno;
$c$	Vetor de representação de um cromossomo ou indivíduo;
$c_k^i$	Termo livre dependente da posição do ponto de colocação;
$E$	Módulo de Young ou módulo de elasticidade longitudinal;
$f$	Representação de uma função;
$f_i^0$	Solução ideal (valor mínimo) para um problema de minimização;
$\{f\}$	Vetor de termos independentes do sistema linear de equações;
$F$	Número de pontos fatoriais;
$F_k$	Representação da frente de Pareto $k$ ;
$g$	Representação de cada gene no algoritmo genético;
$[H], [G]$	Matriz de coeficientes do método de elementos de contorno;
$i$	Representação dos pontos internos;
$j$	Representação do dano;
$J$	Valor do funcional; ou, número de restrições de desigualdade;
$k$	Agrupamento de conjunto de dados; número de fatores num experimento;
$K$	Número de restrições de igualdade; ou, quantidade de subpopulações;
$m$	Número de saídas de uma rede neural; número de repetições de um ponto central em um experimento;
$n$	Número de sensores ou pontos internos; ou, número de entradas de uma rede neural; ou, número de ensaios; ou, número de observações; ou, número de variáveis de decisão; ou, número de equações;
$n_j$	Componente na direção $j$ do vetor normal;
$n_n$	Número de níveis de um experimento;
$n_r$	Número de réplicas de um experimento;
$N$	Número de indivíduos;
$p$	Número de variáveis incluídas no modelo de regressão;
$q$	Fluxo na direção normal;

$\bar{q}$	Fluxo prescrito;
$q_k$	Vetor força de superfície ou tração ( <i>traction</i> ) em um ponto do contorno;
$q_k^i$	Vetor tração ( <i>traction</i> ) da solução fundamental;
$\bar{q}_i$	Tração ( <i>traction</i> ) prescrita;
$\{q\}$	Valores nodais do vetor tração ( <i>traction</i> ) ou do vetor fluxo;
$r_i$	Derivadas de $r$ na direção $i$ ;
$r$	Distância entre o ponto de colocação e o ponto de integração; ou, raio do furo [ $m$ ];
$R^2$	Coefficiente de determinação;
$R^2_{ajust}$	Coefficiente de determinação ajustado;
$u$	Potencial ou temperatura no contorno;
$\bar{u}$	Potencial prescrito;
$u_k$	Vetor deslocamento;
$u_k^i$	Vetor deslocamento da solução fundamental;
$\bar{u}_i$	Deslocamento prescrito;
$w$	Peso ou importância de cada função objetivo.
$x$	Ponto de integração; ou, abscissa do furo; ou, variável de entrada; ou, vetor de variáveis de decisão;
$\{x\}$	Vetor de quantidades desconhecidas do contorno;
$x_i^L$	Limite inferior das variáveis de decisão;
$x_i^U$	Limite superior das variáveis de decisão;
$y$	Ponto de colocação; ou, ordenada do furo; ou, variável resposta;

## Letras Gregas

$\Gamma$	Contorno;
$\Gamma_u ; \Gamma_q$	Parcelas não sobrepostas do contorno;
$\psi$	Solução fundamental para a equação de Laplace;
$\alpha$	Distância entre o ponto central e os pontos axiais;
$\beta$	Coefficiente de regressão;
$\delta$	Desvio padrão;
$\varepsilon$	Erro aleatório;
$\kappa$	Módulo de elasticidade transversal ou módulo de cisalhamento;
$\mu$	Média ou valor esperado;
$\nu$	Coefficiente de Poisson;
$\sigma$	Tensão normal;
$\sigma_m$	Tensão média;
$\sigma_x$	Tensão normal na direção do eixo $x$ ;
$\sigma_y$	Tensão normal na direção do eixo $y$ ;
$\tau$	Tensão cisalhante;
$\tau_{oct}$	Tensão octaédrica cisalhante;

## Siglas e Abreviaturas

AE	<i>Acoustic Emission</i> (Emissão Acústica);
ANN	<i>Artificial Neural Network</i> (Rede Neural Artificial);
BEM	<i>Boundary Element Method</i> (Método de Elementos de Contorno);
BIE	<i>Boundary Integral Equation</i> (Equação Integral de Contorno);
BPN	<i>Backpropagation Neural Network</i> (Rede Neural Backpropagation);
CCC	<i>CCD Circumscribed</i> (Projeto Composto Central Circunscrito);
CCD	<i>Central Composite Design</i> (Projeto Composto Central);
CCF	<i>CCD Faced</i> (Projeto Composto Central Face Centrado);
CCI	<i>CCD Inscribed</i> (Projeto Composto Central Inscrito);
COV	<i>Coefficient of Variation</i> (Coeficiente de Variação);
DOE	<i>Design of Experiments</i> (Projeto de Experimentos);
EA	<i>Evolutionary Algorithm</i> (Algoritmos Evolucionários);
FE	<i>Finite Elements</i> (Elementos Finitos);
FEM	<i>Finite Element Method</i> (Método de Elementos Finitos);
GA	<i>Genetic Algorithm</i> (Algoritmo Genético);
KF	<i>Kalman Filter</i> (Filtro de Kalman);
K-S	<i>Kolmogorov-Smirnov goodness-of-fit</i> ;
MCDM	<i>Multiple Criterion Decision-making</i> (Tomada de Decisão Multicritério);
MCS	<i>Monte Carlo Simulation</i> (Simulação de Monte Carlo);
MOGA	<i>Multiobjective Genetic Algorithm</i> ;
MOOP	<i>Multiobjective Optimization Problem</i> (Problema de Otimização Multiobjetivo);
NPGA	<i>Niched Pareto Genetic Algorithm</i> ;
NSGA	<i>Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm</i> ;
NSGA-II	<i>Fast Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm</i> ;
PESA-II	<i>Region-based Selection in Evolutionary Multiobjective Optimization</i> .
RSM	<i>Response Surface Methodology</i> (Metodologia de Superfície de Resposta);
SA	<i>Simulated Annealing</i> (Recozimento Simulado);
SPEA	<i>Strength Pareto Evolutionary Algorithm</i> ;
SPEA-2	SPEA melhorado
SQ	Soma Quadrática;
SQP	<i>Sequential Quadratic Programming</i> (Programação Sequencial Quadrática);
SRF	<i>Stiffness Reduction Factor</i> (Fator de Redução de Rigidez);
VEGA	<i>Vector-Evaluated Genetic Algorithm</i> ;

## Capítulo 1

# INTRODUÇÃO

Diversos tipos de carregamentos estáticos e dinâmicos, e o processo de deterioração estrutural podem causar diferentes tipos de danos estruturais. O dano pode ser caracterizado por uma mudança na estrutura, tal qual a presença de furos e trincas. O conhecimento da mudança nas propriedades do material correspondente ao dano depende do tipo de material e da configuração estrutural. Uma avaliação apropriada do dano em uma estrutura pode ser útil para inferir sobre a vida útil remanescente da estrutura. Esta avaliação do dano estrutural pode ser realizada por meio de uma comparação entre dados medidos e simulados. Para fornecer os dados simulados, um código numérico é necessário no qual um modelo do problema é usado por um algoritmo de problema inverso. Para o problema direto, um modelo é necessário para se obter informações sobre a distribuição da quantidade de interesse em toda estrutura com dano, para isto, as condições de contorno e o posicionamento do dano são considerados. Para o problema inverso, um modelo é requerido para o procedimento de localizar o dano na estrutura, fornecendo algumas informações (parciais) sobre a quantidade de interesse em algumas localizações específicas (por exemplo, no local onde alguns sensores são colocados na placa sob estudo). Neste trabalho, uma placa é definida como uma chapa de espessura fina cujo estado de tensão e deformação pode ser considerado o estado plano de tensão.

Métodos numéricos, tais como o método de elementos de contorno (BEM – *Boundary Element Method*) e o método de elementos finitos (FEM – *Finite Element Method*) podem ser usados para a modelagem numérica do problema direto. O estudo ou análise do dano em uma

placa pode ser feito por meio da modelagem térmica ou da distribuição de tensões. Neste trabalho, duas formulações do BEM foram usadas para os problemas potencial e elastostático, respectivamente. Para a formulação potencial, os valores de potencial são simulados na superfície externa da placa em determinados pontos. Estes valores de potencial representam a distribuição de temperatura na placa. O uso de técnicas térmicas mostra que a distribuição de temperatura em uma placa muda devido à variação nas propriedades mecânicas da placa, o que poderia estar relacionado à presença de um dado dano. Para a formulação elastostática, as quantidades de interesse são os deslocamentos e tensões nos pontos interiores da placa. A formulação potencial para a detecção de danos usando o BEM está detalhada em Lopes (2007), cujos resultados foram comparados, neste trabalho, com a formulação elastostática do modelo direto usando BEM. O BEM foi escolhido neste trabalho devido a duas razões principais: *i*) a dimensão do problema sob estudo é reduzida por uma unidade, ou seja, se o problema é 3D (tridimensional) com o uso do BEM se torna 2D (bidimensional), se é 2D vira 1D (unidimensional), e somente a discretização (*meshing*) do contorno é necessária, simplificando o processo de refinamento da malha (*re-meshing*) para vários danos sendo simulados; *ii*) a representação integral é uma formulação exata, e os erros numéricos somente são devidos à discretização do contorno em elementos de contorno.

O problema de detecção de dano pode ser considerado como um problema de identificação de sistemas ou um problema inverso. O problema inverso de identificar a presença, localização e tamanho de danos (tais como trincas e furos) em uma placa, pode ser modelado usando técnicas de otimização e identificação de parâmetros. Neste trabalho, o algoritmo genético (GA – *Genetic Algorithm*) é usado como o procedimento de otimização, por duas razões: *i*) o algoritmo procura por um ótimo global e não fica preso em um ótimo local, possibilitando localizar apropriadamente o dano; *ii*) não há necessidade de avaliar derivadas da função objetivo. Além disso, neste trabalho, a rede neural artificial (ANN – *Artificial Neural Network*) é usada como uma técnica de identificação de parâmetros, por três razões: *i*) a ANN não requer *a priori* a presença de um ruído branco Gaussiano, como no caso do filtro de Kalman (KF – *Kalman Filter*), por exemplo; *ii*) a ANN é capaz de representar problemas não-lineares; *iii*) a ANN fornece flexibilidade em termos do número de camadas internas a serem usadas. Pela resolução do problema inverso por estas duas técnicas independentes (GA e ANN), uma informação mais confiável nos parâmetros do dano pode ser obtida, ao passo que uma comparação dos resultados de ambas as metodologias pode ser fornecida por meio da verificação desses resultados. Além disso, o projeto ou planejamento de experimentos (DOE – *Design of Experiments*) pode ser utilizado numa busca direta

sistemática para efetuar uma varredura ou inspeção sobre a placa, possibilitando identificar um possível dano. Neste tipo de modelagem do problema inverso, apenas a formulação elastostática do BEM foi utilizada e será explicada posteriormente.

Na modelagem das incertezas, tanto o problema direto quanto o inverso são estocásticos e necessitam receber algum tipo de tratamento da aleatoriedade das variáveis. O tratamento estocástico pode ser realizado por meio de procedimentos de identificação de parâmetros (por exemplo, o KF) e otimização estocástica (por exemplo, ou pela metodologia de superfície de resposta, RSM – *Response Surface Methodology*; ou pela Simulação de Monte Carlo, MCS – *Monte Carlo Simulation*). Procedimentos para se obter a superfície de resposta podem incluir projeto de experimentos combinado com regressão, ou o aprendizado do comportamento estrutural por meio de um procedimento de rede neural. Na otimização estocástica surge ainda o conceito de otimização robusta. O objetivo da otimização robusta é encontrar valores ótimos para as funções objetivo e variações mínimas dessas funções na vizinhança do ponto de ótimo. Neste caso, a otimização robusta também constitui um problema de otimização multiobjetivo (MOOP - *Multiobjective Optimization Problem*). Técnicas de otimização multiobjetivos tais como, as técnicas clássicas e as técnicas de algoritmos evolucionários multiobjetivos, podem ser utilizadas para resolver o MOOP. As técnicas clássicas (ponderação dos objetivos; método de critério global) convertem um MOOP em um problema de otimização simples que pode ser resolvido normalmente. As técnicas de algoritmos evolucionários multiobjetivos permitem que múltiplas soluções sejam encontradas simultaneamente (soluções ótimas ou soluções não-dominadas). Como múltiplas soluções são encontradas, métodos de tomada de decisão (por exemplo, um mecanismo baseado na teoria de conjuntos *fuzzy*) podem ser utilizados para determinar a melhor solução de compromisso para o problema.

Então, a resolução do problema inverso de detecção de danos pode ser realizada por meio de duas metodologias diferentes e independentes (otimização usando GA, e identificação de parâmetros usando ANN), cuja comparação dos resultados permite uma validação do procedimento inverso. Uma redundância nos resultados, ou seja, resultados similares na identificação e na localização do dano, das duas técnicas inversas diferentes e independentes, fornecerão uma boa indicação da precisão deste procedimento. Em ambos os casos, a modelagem numérica do problema direto também pode ser realizada por meio de duas metodologias diferentes para o BEM (formulações potencial e elastostática). Todas as

subrotinas utilizadas para desenvolver este trabalho foram escritas usando a plataforma MATLAB<sup>®</sup>.

Em um primeiro estágio da modelagem do problema inverso de detecção de danos, a consideração de apenas furos circulares na placa é válida. Quando a modelagem do problema direto for aprimorada para melhor representar o problema real, furos circulares, elípticos e trincas devem ser considerados. Uma trinca pode ser modelada aproximadamente por meio de uma elipse que seja fina o suficiente, ou seja, uma elipse onde o eixo menor é muito pequeno em relação ao eixo maior, ou por meio de uma formulação de BEM especializado em mecânica da fratura, como a formulação Dual-BEM. Logo, será necessário migrar a formulação elastostática do BEM para um BEM especializado em mecânica da fratura. Para a formulação Dual-BEM, ver os trabalhos de Portela (1992) e Aliabadi (2002). Para a formulação baseada em descontinuidade do deslocamento (*displacement discontinuity*) e deslocamento de abertura da trinca (*crack opening displacement*), ver os trabalhos de Cruse (1978) e Cruse (1987).

## 1.1 REVISÃO DA LITERATURA

Segundo Lemaitre (1984) e Lemaitre & Dufailly (1987), o dano em um metal é essencialmente o processo de iniciação e crescimento de descontinuidades no meio sólido, tais como, microtrincas e cavidades (vazios). Na mecânica do dano em meios contínuos, o dano de materiais é uma propriedade que reduz a resistência (*strength*) do material até a falha. O dano pode surgir em algum ponto de uma descontinuidade geométrica, como por exemplo, um furo ou uma trinca. A distribuição de tensões é não uniforme na seção onde há uma descontinuidade geométrica, ou seja, na proximidade da descontinuidade, o valor da tensão é maior do que em relação a pontos mais afastados na estrutura. De modo simplificado, um furo é tratado como um dano no trabalho aqui desenvolvido.

Em Martin & Dulikravich (1994), um novo método foi desenvolvido para encontrar as temperaturas e fluxos de calor de contorno, onde ambas as quantidades podem ser desconhecidas em algumas partes do contorno. Esta técnica requer que ambas as condições de contorno para temperaturas e fluxos de calor sejam especificados em outras partes do contorno. Neste caso, o BEM foi usado para o modelo direto, e o programa realizou a



determinação automática não-iterativa das condições de contorno térmicas (temperatura e fluxo de contorno) em partes dos contornos interiores e exteriores onde ambas as quantidades são desconhecidas. Esta metodologia não-iterativa foi estendida no trabalho de Martin *et al.* (1995) para o problema elastostático usando o BEM, para encontrar deformações e forças de superfícies ou trações (*tractions*) em partes do contorno onde estas quantidades não estão disponíveis. Novamente, ambas as condições de contorno para deslocamentos e trações necessitam ser especificados em outras partes do contorno.

A presença do dano pode induzir mudanças rápidas no campo de variáveis do problema, e, igualmente, descontinuidades na equação que rege o domínio desse problema. Métodos de otimização clássicos baseado em cálculo requerem avaliação de derivadas da função objetivo, que não sejam possíveis de ser obtidas, ou que sejam obtidas numericamente, com imprecisão inaceitável. Além disso, estes problemas podem ter vários mínimos locais (soluções múltiplas), e assim, métodos de otimização global (tais como GA) são melhores escolhas para a solução numérica (Stravoulakis & Antes, 1998; Engelhardt *et al.*, 2006). No trabalho de Stravoulakis & Antes (1998), o problema mecânico direto é modelado numericamente por meio do BEM, e o problema inverso, para minimizar o erro (diferença entre o valor medido e o calculado), é modelado de dois modos: um modo usando a programação seqüencial quadrática (SQP – *Sequential Quadratic Programming*) para obter um ótimo local, e outro modo usando GA para obter um ótimo global da mesma função objetivo. O SQP é um método de otimização baseado em cálculo, no qual a segunda derivada da função objetivo é necessária para obter a matriz Hessiana. Em Stravoulakis & Antes (1998), a matriz Hessiana foi aproximada por meio do esquema de diferenças finitas. Além disso, este método (SQP) depende da escolha do ponto inicial, então o algoritmo pode parar em um mínimo local da função, podendo não representar apropriadamente os parâmetros do dano para o problema. Por outro lado, o GA usa múltiplos pontos para pesquisar a solução, deste modo, um ótimo global possui melhores chances de ser obtido. Em adição, como o GA não requer qualquer avaliação de derivadas, nenhum erro é incluído na solução devido a aproximações dessas derivadas.

Liang & Hwu (2001) e Burczynski & Beluch (2001) também utilizam o BEM na modelagem numérica do problema mecânico direto. Uma rede do tipo BPN (*Backpropagation Neural Network*) para a identificação *online* de furos ou trincas em estruturas compósitas é aplicada por Liang & Hwu (2001). No trabalho de Burczynski & Beluch (2001) são usados algoritmos evolucionários na identificação de trincas, e o problema é formulado com sendo a

minimização da diferença entre os valores medidos e os valores de deslocamentos ou tensões computados em nós selecionados do contorno.

O trabalho apresentado por Liu *et al.* (2002) propõe uma BPN para a análise inversa e um modelo numérico para o método direto. Este modelo direto é baseado na união do FEM com o método da equação integral de contorno (BIE – *Boundary Integral Equation*), da qual a forma discretizada é também conhecida como BEM. A BPN usa uma regra de aprendizado do tipo *backpropagation* onde o ajuste dos pesos da camada de entrada à camada intermediária é feito retro-propagando os erros obtidos pelos neurônios da camada de saída para as camadas intermediárias. No artigo, a BPN e a mecânica computacional simulam um teste ultra-sônico não destrutivo *A-scan*. No problema direto, respostas em frequência de uma trinca média sob impacto são calculadas pela mecânica computacional. No problema inverso, a BPN pode aprender o mapeamento entre as entradas e as saídas por meio de um conjunto de dados simples e determinar a classe de novos dados baseada no conhecimento prévio. Em geral, o sucesso de qualquer ANN depende da escolha das entradas. Para construir a base de dados com dados experimentais para o treino da rede, muitos experimentos devem ser realizados. Portanto, simulações numéricas por meio da mecânica computacional são mais flexíveis e mais rápidas do que a experimentação para fins práticos.

O trabalho de Bakhary *et al.* (2007) apresenta um método estatístico para a ANN, uma vez que erros na modelagem do modelo de elementos finitos (FE – *Finite Elements*) e ruídos na medida estão presentes e podem conduzir a resultados falsos ou não confiáveis. A influência da incerteza na identificação de danos foi estudada usando uma combinação de frequência e modos de vibração (*mode shape*) nas variáveis de entrada, obtendo como saída da ANN, o módulo de Young ( $E$ ). No trabalho, a probabilidade da existência de danos pode ser estimada pela comparação da distribuição de probabilidade dos modelos sem e com dano. Os erros na modelagem e ruídos nas medidas foram assumidos como sendo normalmente distribuídos, com média zero e variância específica. As propriedades estatísticas (média e desvio padrão) do  $E$  foram obtidas pelo método do ponto de estimação de *Rosenblueth* e verificadas pela simulação de Monte Carlo. Um teste K-S (*Kolmogorov-Smirnov Goodness-of-fit Test*) foi aplicado para verificar o tipo da distribuição do valor de  $E$ . As mudanças nos parâmetros da rigidez são descritas pela redução do valor de  $E$ . Com isso, um fator de redução de rigidez (SRF – *Stiffness Reduction Factor*), definido como sendo igual à razão entre a mudança no valor de  $E$  e o seu valor inicial ( $E_0$ ), é usado como um indicador do

dano. De modo geral, uma abordagem estatística providencia uma predição mais confiável da ocorrência do dano do que um modelo de ANN determinístico.

Na identificação de danos estruturais, grande parte dos métodos é implementada com base em poucos dados medidos e um grande número de dados simulados a partir de respostas de vibração estrutural. Na modelagem utilizando FEM, softwares comerciais para análise dinâmica estrutural podem criar uma malha com muitos elementos, considerando uma estrutura com pequenos danos. Além disso, erros numéricos podem surgir a partir de diferentes malhas para diferentes tamanhos de danos. Um dano em uma estrutura sempre causa a redução da rigidez estrutural local, então Yan *et al.* (2006) apresenta um método de modelagem melhorado para malhar uma estrutura com dano, baseado na matriz de rigidez do elemento modificada na posição do dano estrutural, usando um coeficiente de modificação. O método é estudado em dois passos: primeiro, ignorando a existência do dano, uma malha direta é feita na estrutura; segundo, para os elementos na posição do dano estrutural, a matriz de rigidez do elemento é ajustada para simular o dano estrutural. Deste modo, o modelo melhorado para malhar a estrutura com dano irá conter menos elementos e cada elemento será proporcional. O coeficiente de modificação é obtido pelo princípio equivalente ótimo da dinâmica estrutural, onde diferentes valores para o coeficiente são tentados até que o menor erro estatístico de diversas frequências naturais entre os dois tipos de modelos dinâmicos (malha direta e variação simulada da rigidez do elemento) é alcançado. O método de modelagem proposto pode ser aplicado para estabelecer modelos dinâmicos de diferentes estruturas com múltiplos danos e diferentes condições de contorno.

A partir de medidas obtidas por sensores distribuídos numa dada estrutura, um defeito pode ser deduzido. Worden & Burrows (2001) usam uma ANN e métodos de otimização combinatória (como GA e o recozimento simulado, SA – *Simulated Annealing*) para detecção e classificação de falhas. Além disso, diferentes métodos (métodos heurísticos para localização de sensores baseados em estratégias de inserção/anulação seqüencial de sensores, GA, SA) são aplicados para determinar uma distribuição ótima de sensores. O método usando SA mostrou ser aplicável a uma distribuição geral de  $n$ -sensores, diferentemente do método usando GA que somente funcionou para o número de sensores em torno de 10.

A maioria dos métodos de testes não destrutivos são *offline*, ou seja, a operação normal dos sistemas tem que ser interrompida e os componentes do sistema frequentemente têm que ser desmontados para efetuar as análises, implicando altos custos. Harri *et al.* (2008) propõe um método *online* baseado na variação da transmissão de uma onda ultra-sônica durante a

abertura e fechamento de uma trinca superficial. Como o método deve ser robusto (menos sensível a ruídos e a condições variadas) e a detecção de danos deve ser efetuada nos primeiros estágios do método, o método ultra-sônico a ser utilizado é baseado em propagação de ondas *Rayleigh* e ondas *Lamb*. A transmissão das ondas depende do estado de tensão da estrutura, ou seja, enquanto a trinca está fechada, a onda é quase completamente transmitida, já quando a trinca está aberta, parte da onda transmitida é perdida. Então, a variabilidade do sinal recebido é medida. Na presença da trinca, esta variabilidade começa a crescer devido a abertura e fechamento da trinca durante o carregamento. A desvantagem do método proposto está no fato de que a área de ocorrência da trinca tem que ser conhecida previamente.

Oliveira & Marques (2008) propõem um procedimento para identificação e discriminação de danos em materiais compósitos, baseado em agrupamento (*clustering*) de sinais de emissão acústica (AE – *Acoustic Emission*), usando ANN. A AE é uma técnica não destrutiva que detecta os defeitos progressivos em uma estrutura enquanto esta está sendo utilizada. A energia de deformação elástica armazenada numa estrutura está associada com a deformação da mesma. Parte desta energia é liberada na forma de ondas elásticas cuja análise permite o monitoramento da integridade estrutural e o controle, em tempo real, da estrutura utilizando poucos sensores. O maior problema encontrado pelo método utilizado é a interpretação dos sinais AE e a separação das fontes “verdadeiras” de dano em relação aos ruídos. No trabalho é implementado um processo híbrido de sinais AE baseado em sinais transientes e análise de frequência. A ANN é utilizada pela capacidade de processar uma imensa quantidade de dados em um curto espaço de tempo. O agrupamento dos dados é feito em dois níveis: primeiro, o conjunto de dados AE é agrupado usando o mapa auto-organizado de *Kohonen* que constitui o mais popular algoritmo da ANN na categoria de aprendizado não supervisionado; depois, o mapa é agrupado usando *k-means* que é um método de divisão em seções, dividindo o conjunto de dados em *k* agrupamentos pela tentativa de minimizar uma função erro.

Em seu trabalho, Konak *et al.* (2006) apresentou uma visão geral e um tutorial a respeito de métodos de otimização multiobjetivo usando GA. Naquele trabalho, a formulação da otimização multiobjetivo, o GA e o GA multiobjetivo são apresentados. Em adição, as principais características e cada uma das metodologias existentes para o GA multiobjetivo são descritas, ressaltando as vantagens e desvantagens de cada técnica. A otimização multiobjetivo consta de duas metodologias: uma que consiste em combinar todos os objetivos em um único objetivo, ou manter um objetivo como a função a ser otimizada e mover os

demais objetivos para o conjunto de restrições, para então resolver o problema como se fosse uma otimização mono-objetivo; outra metodologia que consiste em determinar um conjunto de soluções ótimas de Pareto (conjunto de soluções não-dominadas) ou um subconjunto representativo.

Um método de otimização multiobjetivo pode obter como resultado uma série de soluções, no qual as soluções ótimas são conhecidas como soluções não-dominadas (ou soluções que estejam na primeira frente de Pareto ou, simplesmente, na frente de Pareto). Em seu trabalho, Abido (2006) discute a respeito da eficácia de alguns algoritmos evolucionários multiobjetivos baseados em Pareto (NSGA – *Nondominated Sorted Genetic Algorithm*, NPGA – *Niched Pareto Genetic Algorithm*, e SPEA – *Strength Pareto Evolutionary Algorithm*) para resolver um problema de otimização não-linear multiobjetivo de um sistema de potência. Além disso, no artigo é apresentado um mecanismo de decisão baseado na teoria de conjuntos *fuzzy*, para extrair a melhor solução de compromisso da frente de Pareto.

Os trabalhos apresentados nos parágrafos anteriores serviram como base para o desenvolvimento do tema de tese proposto, cuja motivação e principais objetivos estão citados na seção seguinte.

## 1.2 MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS

A correta avaliação ou determinação do dano permite inferir sobre a vida útil remanescente de qualquer estrutura. Os resultados encontrados por técnicas independentes, como técnicas de otimização ou de identificação de parâmetros, podem ser comparados, possibilitando determinar qual técnica seria mais adequada ao problema de detecção de danos sob estudo.

O objetivo da pesquisa é estudar e desenvolver modelos numéricos de problemas inversos para a detecção de danos, especificamente a detecção de um furo numa placa fina (que neste contexto corresponde a uma chapa de espessura fina). Para que estes modelos melhor se aproximem do problema real, o tratamento da estocasticidade das variáveis e parâmetros do problema é um fator importante que pode ser considerado.

## 1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

A tese está dividida em cinco capítulos. No Capítulo 1, é feita uma introdução a respeito do trabalho desenvolvido, situando o trabalho no contexto de detecção de danos e listando os principais métodos que podem ser utilizados na modelagem de problemas relacionados à detecção de danos. Além disso, uma revisão da literatura é apresentada. Por fim, tanto a motivação para o estudo do tema de detecção de danos quanto o objetivo principal da pesquisa são apresentados neste capítulo. No Capítulo 2, o problema inverso de detecção de danos é discutido, apresentando o problema direto, por meio da modelagem do BEM, e o problema inverso, por meio da modelagem de técnicas de otimização e de identificação de danos. O capítulo 3 descreve o tratamento das incertezas na forma da modelagem estocástica dos problemas direto e inverso. Neste capítulo também são apresentadas a otimização multiobjetivo e as técnicas que podem ser utilizadas para resolver um MOOP. No Capítulo 4 são apresentadas a modelagem (ou formulação) do problema de detecção de danos e a análise dos resultados obtidos para a localização do dano, utilizando diferentes técnicas. Finalmente, nas conclusões e propostas (Capítulo 5) são destacadas as principais metas atingidas pelo estudo realizado e algumas sugestões são dadas para trabalhos futuros. A bibliografia lista os trabalhos e livros pesquisados durante o desenvolvimento deste trabalho. E o Apêndice complementa a teoria a respeito do DOE.

## Capítulo 2

# PROBLEMA INVERSO DE DETECÇÃO DE DANOS

O problema inverso de detecção de danos envolve a modelagem de três problemas, a saber: a modelagem de um problema direto para o levantamento dos parâmetros e variáveis do problema, a modelagem de um problema inverso para resolver o problema de detecção de danos, e a modelagem de incertezas (modelagem estocástica) presentes em cada um dos problemas (na peça sob estudo, nos defeitos presentes e na própria modelagem numérica). Neste capítulo são detalhados os modelos do problema direto e inverso. A discussão relativa à modelagem de incertezas é apresentada no Capítulo 3.

Com relação ao modelo direto, neste trabalho, dois problemas são modelados usando a metodologia do método de elementos de contorno (BEM) em 2D: *i*) um problema potencial de transferência de calor (condução) em um domínio; e *ii*) um problema elastostático. Em ambos os casos, um dano é simulado pela presença de um furo dentro do domínio. Para cada execução do modelo direto, a informação sobre a localização e raio do furo, e também sobre as condições de contorno, carregamento e discretização da placa e do furo, é também fornecida. Depois de avaliar a solução de contorno, o código do BEM avalia, como um pós-processamento, algumas quantidades de interesse em pontos interiores selecionados. Os pontos interiores selecionados são candidatos a serem a localização dos sensores, para uma configuração experimental futura, e as quantidades de interesse nestes pontos podem ser as quantidades que estes sensores são capazes de medir. Cada execução do método direto usando a formulação potencial fornece uma parte de informação (o potencial, ou seja, a temperatura)

em pontos interiores selecionados. Por outro lado, a formulação elastostática do BEM fornece três partes de informação em um ponto interior (as componentes do tensor de tensões, ou seja, duas tensões normais e uma tensão cisalhante).

Com relação à formulação elastostática do BEM, os valores da tensão normal e da tensão cisalhante dependem do sistema de coordenadas em uso, ou da direção normal do plano de corte que passa pelo ponto de interesse. Como o objetivo do método inverso é identificar e localizar o furo, e não identificar qualquer propriedade que seja dependente da direção, as quantidades desejadas a serem fornecidas ao modelo inverso deveriam ser quantidades escalares obtidas em pontos interiores selecionados, e não quantidades dependentes da direção. As quantidades escalares de interesse podem ser obtidas como invariantes do tensor de tensões – em 2D, a tensão média e a tensão octaédrica – em pontos interiores selecionados. A tensão média e a tensão octaédrica são campos escalares independentes, e qualquer uma delas pode ser usada como a variável de interesse em pontos interiores selecionados.

As condições de contorno para o contorno externo da placa podem ser configuradas como temperatura ou fluxo prescrito, para a formulação potencial, ou deslocamento ou forças de superfície (tração) prescrita, para a formulação elastostática. As condições de contorno para o contorno interno da placa (o furo) foram configuradas assumindo fluxo zero, para a formulação potencial, e tração zero, para a formulação elastostática. Para o problema inverso, o modelo direto do BEM primeiro avalia as diferenças na quantidade de interesse (o potencial ou a tensão média, dependendo do problema) entre a placa sem dano e a placa com dano, para todos os pontos internos selecionados. Estas diferenças são então fornecidas como entrada para as sub-rotinas de otimização (algoritmo genético, GA) ou de identificação (rede neural artificial, ANN). A idéia principal em passar somente as diferenças das quantidades de interesse é evitar qualquer tendência possível relacionada à magnitude destas quantidades, pois somente suas mudanças (devido à presença do furo) são importantes para o problema inverso.

A informação fornecida pelo modelo direto é utilizada para comparação com informação similar, que deve estar disponível, para uma placa com um furo, cujo tamanho e localização são desconhecidos. Geralmente, a informação da placa “real” está disponível por meio de um equipamento experimental, no qual sensores deveriam ser colocados em todas as localizações selecionadas dos pontos interiores. Para o propósito de validar esta metodologia, a placa com o furo “real” também é simulado por meio do modelo do BEM, então o algoritmo



do problema inverso tentará identificar e localizar este furo “real” simulado. As sub-rotinas de otimização (GA) e identificação (ANN) são metodologias independentes para a localização (obtendo as coordenadas de centro) e a identificação (obtendo o raio) de um dado furo “real” simulado.

Neste capítulo estão apresentadas as discussões a respeito do BEM para a formulação potencial e para a formulação elastostática. Com relação à formulação elastostática, também é dada uma breve explicação a respeito de invariantes de tensão (tensão média e tensão octaédrica). Aqui também é apresentado o GA, como uma técnica de otimização global utilizado na detecção de danos, e a ANN, como uma técnica de identificação de parâmetros.

## 2.1 – PROBLEMA DIRETO: O MÉTODO DE ELEMENTOS DE CONTORNO

Métodos numéricos, tais como o BEM ou o método de elementos finitos (FEM) podem ser usados para modelar o problema direto. No FEM, o domínio do problema é subdividido em diversos subdomínios (ou elementos finitos) com a conectividade entre os elementos proporcionada por meio de pontos nodais. No BEM, a equação diferencial parcial de um domínio é transformada em um conjunto de equações integrais, que relacionam as variáveis do contorno (ambas conhecidas e desconhecidas) (Basu *et al.*, 2003; Brebbia & Dominguez, 1992). O BEM possui algumas vantagens com relação ao FEM (Basu *et al.*, 2003): *i*) a discretização do BEM é realizada somente no contorno do domínio, enquanto o FEM requer a discretização do domínio inteiro; *ii*) o número de equações associadas com o BEM é menor do que na aproximação pelo FEM, para o mesmo grau de precisão; *iii*) o BEM é bem adaptado para problemas com singularidade, tais como na mecânica da fratura linear elástica.

O BEM é um procedimento numérico bem adaptado para a modelagem de uma estrutura com dano. Neste método, a distribuição das quantidades de interesse no domínio é obtida da informação da distribuição de certas quantidades no contorno. Deste modo, o problema é descrito baseado no que acontece no seu contorno, reduzindo a dimensão do problema e simplificando numericamente o tratamento. Neste trabalho, os modelos investigados incluem as formulações potencial e elastostática (veja Brebbia & Dominguez, 1992; e Paris & Cañas, 1997, para ambas as formulações). Um método direto simples para um problema de condução

de calor é modelado, onde a distribuição de temperatura na superfície externa de uma placa fina é analisada. Na ausência de furos, a distribuição do potencial é conhecida *a priori*. Se um pequeno furo é incluído na placa, a distribuição de potencial é desconhecida e deve ser obtida numericamente da solução do BEM. Aumentando a complexidade do problema, um modelo do BEM para o problema elastostático pode ser usado. Similarmente, a distribuição dos deslocamentos e tensões na ausência de furos é conhecida *a priori*. Se um pequeno furo é incluído, essa informação é desconhecida e deve ser obtida numericamente da solução do BEM. Quando a modelagem do problema de detecção danos é feita por meio de uma análise da resposta elástica da estrutura sob excitação, perturbações na resposta esperada implicam na presença do dano. Deste modo, o dano na estrutura será caracterizado por seu comportamento, estático ou dinâmico.

### 2.1.1 – Equação Integral de Contorno para Problemas de Potencial e Elastostático

Para o problema elastostático, o comportamento elástico de um corpo sob carregamento estático é regido pelas equações de equilíbrio, compatibilidade e constitutivas (Paris & Cañas, 1997). Considerando  $\Gamma$  como o contorno de um corpo, uma representação integral dessas equações pode ser escrita como mostrado na Equação (2.1), desconsiderando as forças de volume

$$c_k^i(y)u_k(y) = \int_{\Gamma} [u_k^i(x; y)q_k(x) - q_k^i(x; y)u_k(x)]d\Gamma(x) \quad (2.1)$$

onde:  $q_k$  é o vetor tração em um ponto do contorno cuja normal é  $n_j$ ;  $u_k$  é o vetor deslocamento;  $u_k^i$  e  $q_k^i$  são os vetores deslocamento e tração da solução fundamental, respectivamente (A formulação integral para o problema de elasticidade é bem conhecida na literatura. Para mais detalhes, ver Rus & Gallego, 2002; Martin *et al.*, 1995; Brebbia & Dominguez, 1992; Paris & Cañas, 1997; Cruse, 1969; Rizzo, 1967). Quando o limite para o contorno é tomado para o ponto de colocação  $y$ , a equação é chamada uma equação integral de contorno (BIE). O coeficiente  $c_k^i$  é o termo livre, que depende da posição do ponto de colocação, relativo ao contorno. Desta forma, para um ponto interior,  $c_k^i = 1$ ; para um ponto exterior,  $c_k^i = 0$ ; para um ponto em uma seção suave do contorno,  $c_k^i = 1/2$ . Para pontos não

suaves do contorno, o termo livre depende do ângulo de varredura neste ponto, que vai da região do contorno antes do ponto para a região do contorno depois do ponto, seguindo o domínio interior. Colocando o ponto de colocação em diferentes nós do contorno, um conjunto de equações é obtido, que pode ser discretizado para obter um sistema de equações algébricas a ser resolvido. O conjunto de equações é completado pelas condições de contorno,  $u_i(x) = \bar{u}_i$  em  $\Gamma_u$  e  $q_i(x) = \bar{q}_i$  em  $\Gamma_q$ , onde  $\Gamma_u$  e  $\Gamma_q$  são seções não sobrepostas do contorno  $\Gamma$  (ou seja,  $\Gamma_u \cup \Gamma_q = \Gamma$  e  $\Gamma_u \cap \Gamma_q = \emptyset$ ) (Rus & Gallego, 2002; Gallego & Suárez, 2000). Quando o ponto de colocação e o ponto de integração coincidem, a solução fundamental e suas derivadas conduzem a integrais fracamente singulares e singulares, respectivamente. Esquemas de integração especial são incorporados no código BEM para considerar a avaliação destas integrais singulares.

A Equação (2.1) é uma componente de uma equação vetorial, em  $k$ -direções ( $k = 1, 2$ , no caso 2D). Uma equação integral de contorno escalar para o problema potencial pode ser obtida como uma representação integral, similar à Equação (2.1), para o caso onde não existem fontes de calor no domínio. Neste caso, devido à natureza escalar do campo potencial, o símbolo  $k$  pode ser descartado, como mostrado na Equação (2.2).

$$c(y)u(y) = \int_{\Gamma} \left[ \psi(x; y)q(x) - \frac{\partial \psi}{\partial n}(x; y)u(x) \right] d\Gamma(x) \quad (2.2)$$

onde:  $c(y)$  é o coeficiente do termo livre;  $u$  é o potencial;  $q$  é o fluxo na direção normal;  $\psi = (1/2\pi)\ln(1/r)$  é a solução fundamental para a equação de Laplace;  $r = |x - y|$  é a distância entre o ponto de colocação  $y$  e o ponto de integração  $x$ ; e,  $\partial \psi / \partial n = -(1/2\pi r)(\partial r / \partial n)$  é o fluxo associado ao potencial  $\psi$ . As condições de contorno são similares ao caso anterior, com  $\bar{u}$  e  $\bar{q}$  agora representando valores conhecidos do potencial e do fluxo em  $\Gamma_u$  e  $\Gamma_q$ , respectivamente (Gallego & Suárez, 2000).

### 2.1.2 – Discretização do Elemento de Contorno

Pela avaliação da Equação (2.1) nos pontos de colocação  $y$ , pelo uso apropriado das funções de forma no contorno discretizado (neste trabalho foram utilizados elementos de contorno constantes, onde os valores de  $u$  e  $p$  são assumidos ser constantes em cada

elemento e iguais ao valor do nó no meio do elemento), e pela aplicação adequada das fórmulas de quadratura para a integração numérica (neste trabalho, foi utilizada uma fórmula de integração Gaussiana com 4 pontos de integração (Brebbia & Dominguez, 1992)), um sistema de equações lineares é obtido como mostrado na Equação (2.3)

$$[H]\{u\} = [G]\{q\} \quad (2.3)$$

onde  $\{u\}$  e  $\{q\}$  possuem os valores nodais dos vetores deslocamento e tração, para o problema elastostático, ou os valores nodais dos vetores potencial e fluxo, para o problema potencial.

Quando as condições de contorno para cada problema são levadas em consideração apropriadamente, depois da manipulação algébrica, quantidades conhecidas e desconhecidas são separadas, e um sistema de equações lineares, que pode ser resolvido pelo método da eliminação de Gauss para as quantidades desconhecidas do contorno, é obtido como na Equação (2.4)

$$[A]\{x\} = \{f\} \quad (2.4)$$

onde  $\{x\}$  é o vetor de ( $n$ ) quantidades desconhecidas do contorno;  $\{f\}$  é o vetor de termos independentes do sistema linear de equações, obtido depois de manipular as quantidades conhecidas do contorno com os coeficientes de integração numérica apropriados; e  $[A]$  é a matriz com os coeficientes de integração relacionados às variáveis desconhecidas do contorno. Essa matriz  $[A]$  é uma matriz quadrada de tamanho ( $n \times n$ ), que ao contrário do FEM, corresponde a uma matriz cheia e não-simétrica.

Com relação a formulação potencial, o BEM é considerado uma formulação “mista”, pois as quantidades desconhecidas correspondem a uma mistura tanto das variáveis (potencial) quanto de suas derivadas (fluxo). Já no FEM, as quantidades desconhecidas são apenas os valores para o potencial (Brebbia & Dominguez, 1992).

Depois que a solução do contorno é obtida, por pós-processamento, a solução para o deslocamento (problema elastostático) e para a temperatura (problema potencial) em pontos internos selecionados é obtida por meio de um caso particular da Equação (2.1), onde  $c_k^i$  é igual a 1 (Paris & Cañas, 1997). Como a equação integral para pontos internos não contém

integrais singulares, esquemas especiais de integração não são necessários no código BEM, para este caso.

Considerando o problema elastostático, as tensões internas  $\sigma_{ij}$  podem ser computadas por meio da derivação dos deslocamentos em pontos internos e introduzindo as deformações correspondentes na relação tensão-deformação, conforme mostrado na Equação (2.5) (Brebbia & Dominguez, 1992; e Paris & Cañas, 1997).

$$\sigma_{ij} = \frac{2\mu\nu}{1-2\nu} \delta_{ij} \frac{\partial u_m}{\partial x_m} + \kappa \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.5)$$

onde:  $\kappa$  é o módulo de elasticidade transversal (ou módulo de cisalhamento) e  $\nu$  é o coeficiente de Poisson.

Após uma substituição apropriada do valor de  $u_k$  na Equação (2.5), as tensões internas podem ser representadas na forma compacta mostrada na Equação (2.6)

$$\sigma_{ij} = \int_{\Gamma} D_{kij} q_k d\Gamma - \int_{\Gamma} S_{kij} u_k d\Gamma \quad (2.6)$$

onde:

$$\begin{aligned} D_{kij} &= \frac{1}{4\alpha\pi(1-\nu)r^\alpha} \left\{ (1-2\nu)(\delta_{ki}r_{,j} + \delta_{kj}r_{,i} - \delta_{ij}r_{,k}) + \beta r_{,i}r_{,j}r_{,k} \right\} \\ S_{kij} &= \frac{2\kappa}{4\alpha\pi(1-\nu)r^\beta} \left\{ \beta \frac{\partial r}{\partial n} \left[ (1-2\nu)\delta_{ij}r_{,k} + \nu(\delta_{ik}r_{,j} + \delta_{jk}r_{,i}) - \gamma r_{,i}r_{,j}r_{,k} \right] + \right. \\ &\quad \left. + \beta\nu(n_i r_{,j}r_{,k} + n_j r_{,i}r_{,k}) + (1-2\nu)(\beta n_k r_{,i}r_{,j} + n_j \delta_{ik} + n_i \delta_{jk}) - (1-4\nu)n_k \delta_{ij} \right\} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Na Equação (2.7),  $\alpha = 1$ ,  $\beta = 2$ , e  $\gamma = 4$  para o caso bi-dimensional. As derivadas indicadas pela vírgula são tomadas num ponto do contorno  $x_i^B$  de acordo com a Equação (2.8)

$$r_{,i} = \frac{\partial r}{\partial x_i} = \frac{r_i^B}{r^B} \quad (2.8)$$

com  $r_i^B = x_i^B - x_i^I$ , sendo  $x_i^I$  um ponto interno e  $r^B = |r|$ . A derivada mostrada na Equação (2.8) é igual e oposta no sinal para aquelas derivadas tomadas num ponto interno (Brebbia & Dominguez, 1992).

### 2.1.3 – Invariantes de Tensão

Considerando a formulação elastostática, as tensões normais e de cisalhamento não são utilizadas diretamente no procedimento de otimização para a detecção do dano numa estrutura. Estas tensões dependem do sistema de coordenadas que está sendo usado, ou da direção normal do plano de corte que passa pelo ponto de interesse. Neste trabalho, os invariantes de tensão do tensor de tensões no ponto de interesse, adotados como o campo escalar, que podem ser utilizados no problema 2D, são a tensão média e a tensão octaédrica.

A tensão média é conhecida como tensão normal média ou tensão octaédrica normal (Ortigão, 2007). Esta tensão média em duas dimensões é definida pela Equação (2.9):

$$\sigma_m = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \quad (2.9)$$

Com  $\sigma_x$  sendo a tensão normal na direção do eixo  $x$ ; e,  $\sigma_y$  sendo a tensão normal na direção do eixo  $y$ .

A tensão octaédrica é conhecida como tensão octaédrica cisalhante e esta tensão é dada pela Equação (2.10)

$$\tau_{oct} = \sqrt{\frac{2}{9} \left[ (\sigma_x + \sigma_y)^2 - 3\sigma_x\sigma_y \right]} \quad (2.10)$$

## 2.2 – PROBLEMA INVERSO: TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO E DE IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS

O problema inverso pode ser modelado por meio de técnicas de otimização e de identificação de parâmetros. O dano é simulado pela presença de um pequeno furo no domínio, e o objetivo é obter o tamanho e a localização do dano. Nesta seção é apresentada de forma sucinta a otimização usando o GA e, também, a identificação de parâmetros usando a ANN.

Com relação à modelagem do problema inverso de detecção de danos por meio do GA, um funcional pode ser formulado para resolver o problema. A minimização deste funcional

possibilita que os parâmetros desconhecidos (tamanho e localização) do dano sejam encontrados. Considerando a formulação potencial para o BEM, o funcional pode ser definido como a diferença entre os valores medidos (simulados) das diferenças locais no potencial (entre a placa sem dano e placa com dano) e os valores das mesmas diferenças no potencial calculados nos mesmos pontos pelo programa de detecção de danos. Na formulação elastostática do BEM, o funcional é definido como a diferença entre os valores medidos (simulados) das diferenças locais na tensão média (entre a placa sem dano e placa com dano) e os valores, das mesmas diferenças na tensão média, calculados nos mesmos pontos (assumindo diversas localizações e tamanhos diferentes para o dano “numérico”). A formulação para o funcional está apresentada na Equação (2.11):

$$J_j = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (\text{medido}_i - \text{calculado}_{ji})^2 \quad (2.11)$$

onde:

$n$  – número de pontos internos  $i$  (“sensores” colocados na placa) onde as diferenças são avaliadas;

$\text{medido}_i$  - vetor de valores simulados para as diferenças obtidas para um dado dano, usando uma das duas formulações do BEM;

$\text{calculado}_{ji}$  - vetor de valores para as diferenças no potencial ou temperatura (formulação potencial), ou tensão média (formulação elastostática) calculados pelo programa de detecção de danos para cada representação de dano  $j$ .

A Figura 2.1 representa uma placa fina sem dano, com quatro sensores indicando os pontos internos onde é possível obter a medida das quantidades de interesse (diferenças na temperatura na formulação potencial, ou na tensão média na formulação elastostática).

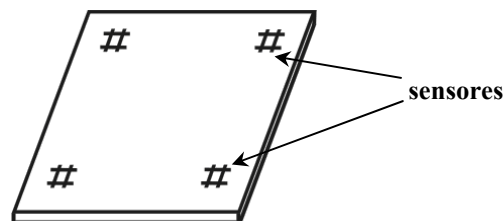


Figura 2.1 – Placa sem dano com quatro sensores.

A Figura 2.2 representa três possíveis configurações para um dano (no caso do GA, cada configuração representa um cromossomo ou indivíduo). Enquanto a localização e o tamanho dos furos variam, o número e localização dos sensores permanecem inalterados para todas as representações do dano. A informação na quantidade de interesse é coletada nestas localizações dos sensores para todos os casos.

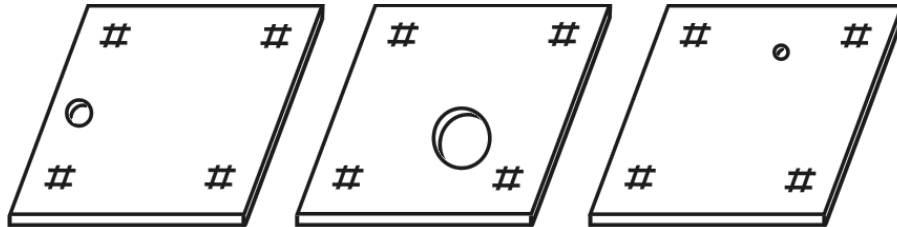


Figura 2.2 – Exemplos de possíveis configurações para representar o dano na placa.

### 2.2.1 – Otimização usando o Algoritmo Genético

O GA é um método de busca baseado no processo de evolução natural. Este método trabalha com um conjunto de soluções possíveis para um dado problema, compondo a população inicial. O GA usa múltiplos pontos para pesquisar pela solução no lugar de usar um único ponto como é feito tradicionalmente no método de otimização baseado em gradiente (Chou & Ghaboussi, 2001). Em outras palavras, o GA é um método que não depende da escolha do ponto inicial, aumentando as chances de se obter o ótimo global do sistema (Burczynski & Beluch, 2001). Neste algoritmo, as variáveis do problema são representadas como genes em um cromossomo (cada cromossomo também é conhecido como um indivíduo da população). Começando por uma população inicial, os indivíduos com as características genéticas melhor adaptadas possuem maiores chances de sobreviverem e se reproduzirem.

Para que a população se diversifique e mantenha determinadas características de adaptação adquiridas pelas gerações anteriores, os operadores genéticos (seleção, cruzamento e mutação) são utilizados. Estes operadores transformam a população através de sucessivas gerações, estendendo a busca até chegar a um resultado satisfatório.

O operador seleção é uma versão artificial do processo de seleção natural (Goldberg, 1998). Neste tipo de operador há a seleção dos indivíduos mais aptos da geração atual que são escolhidos para a próxima geração. A seleção do tipo roleta e a seleção estocástica uniforme são exemplos de técnicas de seleção utilizadas. Associado ao processo de seleção há a



estratégia de elitismo que melhora a convergência do GA, passando diretamente à próxima geração, sem sofrer a ação dos operadores genéticos, certo número de indivíduos em cada geração (Mitchell, 1999; Spall, 2003).

O operador cruzamento é usado para formar uma nova população por meio da recombinação de soluções (cromossomos). Neste operador, um par de indivíduos é dividido em lugares aleatoriamente escolhidos e o material genético desses indivíduos podem ser recombinados, possibilitando formar novos indivíduos. Estes novos indivíduos são novamente avaliados e, então, recebem um novo valor de aptidão individual. Dentre as técnicas de cruzamento, podem ser citados o cruzamento de um ponto, o de múltiplos pontos, o espalhado (*scattered*) e o de heurísticas.

Finalmente, o operador mutação promove a diversidade genética, uma vez que a população inicial pode ser insuficiente de informação para encontrar a solução (Spall, 2003). Com o uso deste operador, uma maior varredura do espaço de busca é realizada, evitando que o GA convirja para mínimos locais. Técnicas como mutação uniforme e mutação Gaussiana podem ser usadas. Maiores detalhes a respeito dos tipos de seleção, cruzamento e mutação são discutidos nas referências Lopes (2007), Mitchell (1999) e Spall (2003).

Na Figura 2.3 está uma representação do uso dos operadores genéticos onde dois indivíduos da população são selecionados (processo de seleção) e seus materiais genéticos são trocados (processo de cruzamento, como por exemplo, o cruzamento de um ponto), formando novos indivíduos (na Figura 2.3, apenas um indivíduo está representado). Quando um gene é alterado, o processo de mutação é realizado.

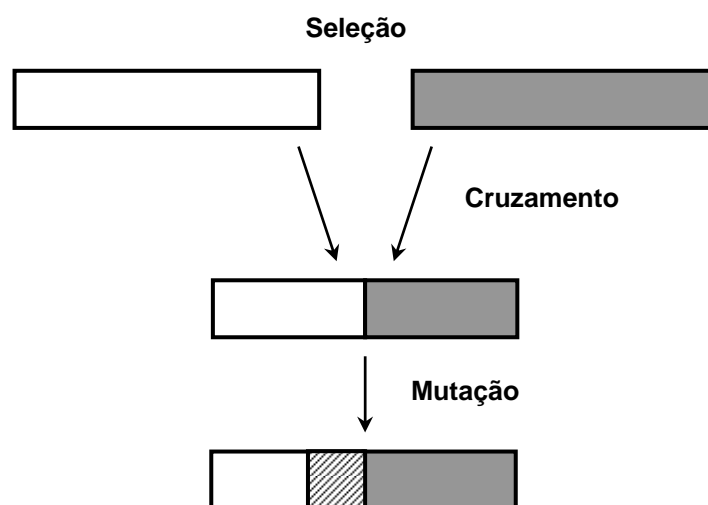


Figura 2.3 – Operadores genéticos.

O comportamento do GA pode ser influenciado por diversos parâmetros, tais como, o tamanho da população, o número de gerações, a probabilidade de cruzamento e a probabilidade de mutação. A escolha da melhor configuração para os parâmetros do GA é uma tarefa difícil e, além de depender do tipo de problema a ser tratado, dependerá da realização de um grande número de experimentos e testes. O tamanho da população influencia no desempenho global do GA. Este parâmetro indica o número de cromossomos que há em cada população, definindo o espaço de busca do problema. Quando este parâmetro é alto, grande parte do espaço de busca do problema é varrida, entretanto, um alto custo computacional é obtido para executar muitas avaliações da função de aptidão. Por outro lado, quando o tamanho da população é pequeno, o desempenho do algoritmo piora. O número de gerações corresponde ao número de iterações que são realizadas antes do GA parar. A probabilidade de cruzamento corresponde à fração da população na próxima geração que é criada pela função de cruzamento. A probabilidade de mutação (ou fração de mutação) corresponde à probabilidade de mudança das propriedades de um gene. Geralmente o valor desta fração é muito pequeno, assim, o novo cromossomo formado não será muito diferente do cromossomo original (Konak *et al.*, 2006).

Existe ainda um outro parâmetro do GA que pode ser manipulado, conhecido como migração. A migração representa como os indivíduos se movem entre subpopulações. Neste caso, os melhores indivíduos de uma subpopulação trocam de lugar com os piores indivíduos de uma outra subpopulação. Os indivíduos da subpopulação fonte são apenas copiados para a subpopulação receptora, não sendo removidos da subpopulação de origem.

Como mencionado, o GA começa com uma população inicial, representando um conjunto de possíveis soluções para um dado problema. Para resolver o problema de detecção de danos, cada cromossomo (indivíduo) da população pode ser formado de acordo com o vetor apresentado na Equação (2.12)

$$c = [g_1 \ g_2 \ g_3 \ g_4 \ \cdots \ g_{n+3}] \quad (2.12)$$

Na equação acima,  $g_1$  é o primeiro gene que representa a coordenada  $x$  do centro do furo;  $g_2$  é o segundo gene que representa a coordenada  $y$  do centro do furo;  $g_3$  é o terceiro gene que representa o raio do furo; e,  $g_4 \cdots g_{n+3}$  são o quarto gene e os genes subsequentes que representam as medidas da diferença de potencial (formulação potencial) ou da diferença na tensão média (formulação elastostática) entre a placa sem dano e a placa com dano.

## 2.2.2 – Identificação de Parâmetros usando a Rede Neural Artificial

As ANN's são técnicas computacionais que apresentam um modelo matemático para representar o cérebro humano e para tentar simular o seu processo de aprendizagem. As redes são formadas por pequenas unidades chamadas neurônios. Um neurônio biológico possui várias ramificações de entrada conhecidas como dendritos (terminais de entrada), um corpo celular (soma) onde o núcleo com a informação genética está localizado, e um axônio (terminal de saída). A comunicação entre neurônios (sinapse) é feita na região de contato entre dois neurônios por meio da transmissão de impulsos nervosos.

Um modelo simplificado do neurônio biológico é representado por um neurônio artificial na Figura 2.4. De acordo com a Figura 2.4,  $x_1$  a  $x_n$  representam os  $n$  terminais de entrada (dendritos),  $y_1$  a  $y_m$ , os  $m$  terminais de saída,  $w_{1j}$  a  $w_{nj}$  são os pesos ou as ponderações nas entradas representando as sinapses entre os neurônios, e a função de ativação (*threshold function*) representa a função na saída do neurônio. Cada sinal de entrada é multiplicado por um peso, indicando a influência destes sinais na saída do neurônio. Então, uma soma ponderada é feita, produzindo um nível de atividade ( $net_j$ ), se este nível exceder um dado limite (*threshold*), a informação ( $f(net_j)$ ) é passada para outros neurônios. Neste caso, o neurônio está ativo.

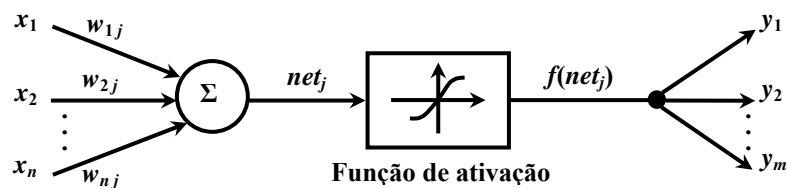


Figura 2.4 – Estrutura de um neurônio artificial.

Uma ANN é formada por neurônios interconectados cujas entradas podem ser obtidas das saídas de outros neurônios ou de nós de entrada. Diferentes configurações do neurônio artificial podem ser feitas para desenvolver diferentes configurações ou topologias das redes (Rao *et al.*, 2006). As topologias de redes podem ser definidas pelo número de camadas, quantidade de neurônios nas camadas e pelo tipo de conexão entre os neurônios. Dentre as configurações existentes, a ANN pode ser do tipo *feedforward* (direta) ou *feedback* (recorrente). Nas redes neurais *feedforward*, os neurônios são interconectados em camadas, mas o fluxo de dados ocorre em apenas uma direção (Chong & Zak, 2001). Nas redes neurais

*feedback*, há pelo menos um ciclo de realimentação, ou seja, um neurônio recebe a informação de neurônios da camada anterior e de uma camada posterior.

A primeira camada na rede é a camada de entrada, a última camada é a camada de saída e as camadas entre estas duas camadas, são as camadas intermediárias. As camadas intermediárias possibilitam que problemas mais complexos possam ser implementados, entretanto o aprendizado da rede torna-se mais difícil. Uma rede neural *feedforward* está ilustrada na Figura 2.5. Neste exemplo, a rede neural possui uma camada de entrada com três neurônios, duas camadas intermediárias, e uma camada de saída com dois neurônios.

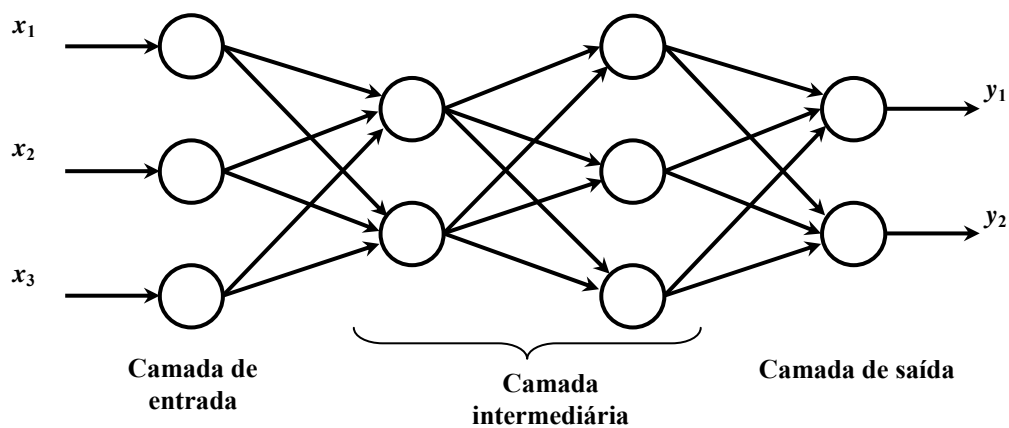


Figura 2.5 – Um exemplo de rede neural *feedforward*.

Depois de definir a estrutura da ANN, um processo iterativo para o ajuste dos pesos dessa rede é feito. Este processo é conhecido como treinamento da rede, onde a ANN aprende como se deve proceder para obter novos resultados, tendo disponível outros dados de entrada no domínio do problema. Uma ANN aprende quando uma solução generalizada para uma classe de problemas é alcançada, ou seja, quando uma dada entrada conduz a um valor de saída especificado. O algoritmo de treinamento ou aprendizagem difere na maneira como os pesos são modificados. Quando um agente externo é usado para indicar para a rede uma solução aceitável do problema, o aprendizado é dito ser supervisionado. Neste tipo de treinamento, os vetores de entrada e saída são conhecidos no problema. A falta de um agente externo conduz a um aprendizado não-supervisionado.

Neste trabalho uma rede neural *backpropagation* (BPN – *backpropagation network*) é usada, por meio de uma configuração *feedforward* e um algoritmo de aprendizagem *backpropagation*. O algoritmo *backpropagation* executa um aprendizado supervisionado quando as saídas desejadas são dadas como parte de um vetor de treinamento. No estágio de

treinamento, esse algoritmo opera em uma seqüência de dois passos. Primeiro, um sinal é apresentado para a camada de entrada da rede e este sinal é propagado pela rede até que uma resposta seja produzida pela camada de saída. No segundo passo, o estágio de adaptação da rede é iniciado. Neste estágio, a saída obtida é comparada com a saída desejada para o sinal de entrada, produzindo um erro. Finalmente, o erro é retornado pela rede para o ajuste dos pesos para produzir a saída correta (Bigus, 1996).

A maneira mais simples de programar o algoritmo *backpropagation* é considerar as atualizações dos pesos da rede na direção em que a função de desempenho diminui mais rapidamente, ou seja, na direção negativa do gradiente da função de desempenho. Como padrão, o erro quadrático médio (entre as saídas obtidas na rede e as saídas desejadas) é utilizado como função de desempenho nas redes *feedforward*. Para uma convergência mais rápida do algoritmo *steepest descent* (Rao, 1996), o uso de um parâmetro conhecido como momento e uma taxa de aprendizado adaptativa durante o treinamento da rede, podem ser utilizados. Uma função que utiliza o algoritmo *steepest descent* com estes dois parâmetros (momento e taxa adaptativa de aprendizado) pode ser encontrada no *Toolbox “Neural Network”* do MATLAB<sup>®</sup>. Essa função é uma função de treinamento *backpropagation* que atualiza os pesos da rede somente depois que o conjunto inteiro de treinamento tenha sido aplicado à rede (ou seja, em *batch mode*). Uma taxa de aprendizado adaptativa permite que o desempenho do algoritmo *steepest descent* seja melhorado, tentando manter o tamanho do passo da aprendizagem tão grande quanto possível enquanto mantém a aprendizagem estável. Além disso, o *momentum training* permite a rede responder não somente para o gradiente local, mas também às tendências (inclinações) recentes na superfície de erro. Sem esse momento, a rede poderia ficar presa em um mínimo local.

## Capítulo 3

# TRATAMENTO DE INCERTEZAS

Na modelagem das incertezas, tanto o problema direto quanto o problema inverso são estocásticos e necessitam receber algum tipo de tratamento da aleatoriedade das variáveis. O tratamento estocástico pode ser realizado por meio de procedimentos de identificação de parâmetros (filtro de Kalman, KF) ou por meio da otimização estocástica (a metodologia de superfície de resposta, RSM; Simulação de Monte Carlo, MCS).

Na otimização estocástica, um projeto de experimentos (DOE) pode ser utilizado para a coleta de dados. O DOE é uma técnica de planejamento que possibilita gerar um metamodelo por meio de regressão. Com esta regressão, uma superfície de resposta gerada pode ser utilizada no algoritmo de otimização. Por meio do DOE é possível determinar quais variáveis possuam maior influência no desempenho de um dado processo, proporcionando a redução do número de ensaios necessários. Além disso, uma melhora na precisão dos resultados é obtida por meio da detecção das interações entre fatores e a detecção dos níveis ótimos dos mesmos (Montgomery & Runger, 2003).

Quando mais de uma função objetivo é gerada via regressão, procedimentos de tomada de decisão deverão ser efetuados em relação aos multiobjetivos formados. Técnicas de otimização multiobjetivos, tais como, a ponderação ou atribuição de pesos, o uso de funções objetivo como equações de restrição, a determinação da frente de Pareto (uso de soluções dominadas e não dominadas para a obtenção de curvas), podem ser utilizadas para resolver o problema de otimização. Para o caso onde a superfície de resposta gerada envolver uma

função objetivo e as demais equações como restrições no problema, o problema de otimização pode ser resolvido por meio de uma programação sequencial quadrática (SQP). No caso da regressão gerar duas funções objetivo, a técnica de atribuição de pesos pode ser utilizada. Logo, a decisão de como montar os multiobjetivos deve ser realizada antes da resolução do problema de otimização.

Além de utilizar um procedimento, considerando o uso de um DOE em conjunto com uma superfície de resposta e SQP, para resolver o problema de otimização estocástica, outro procedimento pode ser feito por meio de uma simulação de Monte Carlo em conjunto com uma técnica de otimização global. Com relação a este último procedimento, à medida que as propriedades do material e os parâmetros do modelo formado variam, a otimização global necessita ser executada diversas vezes. Os resultados obtidos por este procedimento de “força bruta” podem ser comparados com os resultados obtidos pelo procedimento descrito anteriormente.

Na otimização estocástica surge ainda o conceito de otimização robusta. O objetivo da otimização robusta é encontrar valores ótimos para as funções objetivo e variações mínimas dessas funções na vizinhança do ponto de ótimo. Neste caso, a otimização robusta também constitui um problema de múltiplos objetivos. Os ótimos encontrados na otimização robusta são ótimos robustos, pois são pontos na região viável onde os valores das funções objetivo são insensíveis às variações em torno desses pontos. A Figura 3.1 mostra um exemplo de função utilizada em um problema de maximização, onde o ótimo global não é robusto, pois é sensível a pequenas variações em torno do ponto de ótimo. Na mesma figura pode ser visualizado que existe um outro ponto de máximo que representa um ótimo robusto para o problema.

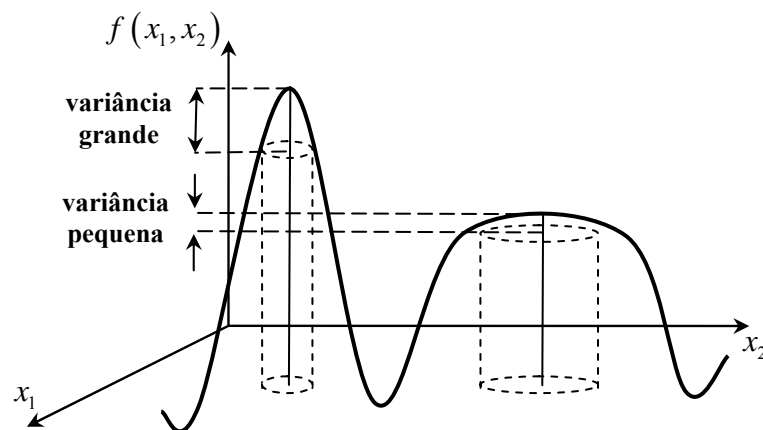


Figura 3.1 – Problema de maximização com um ótimo robusto.

### 3.1 – OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO

Em diversas áreas das ciências, assim como na engenharia, vários problemas possuem múltiplos objetivos que necessitam ser tratados. Esses problemas são conhecidos como problemas de otimização multiobjetivo (MOOP) ou problemas de tomada de decisão multicritério (MCDM – *Multiple Criterion Decision-making*).

Nos MOOP, as funções objetivo podem ser tanto maximizadas quanto minimizadas. Considerando um problema de minimização, as funções de maximização necessitam primeiramente ser multiplicadas por menos 1 (um), transformando-as em funções de minimização. A formulação matemática geral para o problema pode ser feita conforme mostrada na Equação (3.1) (Deb, 2001):

$$\begin{aligned}
 & \max_{x \in \mathfrak{R}^n} \text{ ou } \min_{x \in \mathfrak{R}^n} [f_1(x), f_2(x), \dots, f_M(x)] \\
 & \text{s.t. } g_j(x) \geq 0, \quad j = 1, \dots, J \\
 & \quad h_k(x) = 0, \quad k = 1, \dots, K \\
 & \quad x_i^L \leq x_i \leq x_i^U, \quad i = 1, \dots, n
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

com  $f_i(\cdot) : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$ ,  $g_j(\cdot) : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$  e  $h_k(\cdot) : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$ . O vetor  $x \in \mathfrak{R}^n$  representa o vetor de variáveis de decisão,  $x_i^L$  e  $x_i^U$  representam, respectivamente, os limites inferior e superior das variáveis de decisão. A variável  $n$  representa o número de variáveis de decisão,  $J$  representa o número de restrições de desigualdade e  $K$  representa o número de restrições de igualdade.

Como os objetivos são geralmente conflitantes nos MOOP's, a otimização simultânea dos objetivos é necessária. Essa otimização multiobjetivo pode ser realizada de duas maneiras: *i*) combinar as múltiplas funções objetivo em uma única função objetivo (ou, considerar uma das funções do problema como uma função objetivo e as demais funções como restrições) e resolver problema como se fosse um problema de otimização simples; ou, *ii*) fazer a otimização simultânea das múltiplas funções objetivo via algum algoritmo de otimização multiobjetivo e utilizar métodos de tomado de decisão para encontrar a melhor solução de compromisso para o problema.

Um MOOP pode ser convertido em um problema de otimização simples por meio de técnicas clássicas, como o método da ponderação dos objetivos, o método de critério global, etc. Na resolução do problema de otimização simples, apenas uma solução é encontrada em



uma única execução do método. Já na resolução de MOOP's por algumas técnicas de algoritmos evolucionários multiobjetivos, múltiplas soluções podem ser encontradas simultaneamente. Então um problema resolvido por meio dessas técnicas não apresenta apenas uma única solução, mas um conjunto de soluções ótimas, conhecido como Pareto-ótimo ou frente de Pareto.

## 3.2 – ALGUMAS TÉCNICAS CLÁSSICAS PARA A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO

### 3.2.1 – Método da Ponderação dos Objetivos

No método da ponderação dos objetivos, as funções objetivo são adicionadas umas as outras usando diferentes coeficientes para cada objetivo. A Equação (3.2) apresenta como o MOOP é transformado em problema de otimização escalar

$$f(x) = \sum_{i=1}^k w_i f_i(x) \quad (3.2)$$

onde  $\sum_{i=1}^k w_i = 1$ , e  $0 \leq w_i \leq 1$ , corresponde aos pesos ou à importância de cada função objetivo  $i$ .

Quando diferentes valores de  $w_i$  são escolhidos, diferentes aproximações ou soluções para o mesmo problema são obtidas. A comparação destas soluções possibilita determinar qual a melhor solução e, como consequência, o melhor conjunto de valores  $w_i$ . A principal desvantagem deste método está em encontrar os valores adequados para esses pesos  $w_i$ .

Quando as funções objetivo não estão expressas na mesma unidade, o lado direito da Equação (3.2) pode ser multiplicado por uma constante  $1/f_i^0$ , sendo  $f_i^0$  uma solução ideal (valor mínimo para um problema de minimização) obtida separadamente para cada função

objetivo  $i$ . Então, a nova função formada é adimensional e pode ser visualizada na Equação (3.3)

$$f(x) = \sum_{i=1}^k w_i f_i(x) \frac{1}{f_i^0} \quad (3.3)$$

### 3.2.2 – Método do Critério Global

Diferentemente do método da ponderação dos objetivos, onde os pesos são escolhidos para cada objetivo de acordo com os resultados obtidos, no método do critério global, pesos iguais são implicitamente alocados para todas as funções. A função global pode ser definida por meio de uma família de métrica- $L_p$  que representa a distância entre a solução ideal (o valor mínimo num problema de minimização) e a solução ótima. Neste caso, o problema de otimização multiobjetivo também é substituído por uma função escalar. A Equação (3.4) mostra uma medida da distância entre o valor da função e a solução ideal.

$$L_p(f) = \left[ \sum_{i=1}^k |f_i^0 - f_i(x)|^s \right]^{1/s}, \quad 1 \leq s \leq \infty \quad (3.4)$$

Na Equação (3.4), O valor de  $s$  deve ser escolhido de modo a encontrar a solução mais satisfatória para o problema de otimização. Normalmente, valores de  $s=1$  ou  $s=2$  são utilizados (Proos *et al.*, 2001).

Considerando as distâncias relativas, a Equação (3.4) pode ser reescrita na forma apresentada pela Equação (3.5). Novamente, a divisão pela solução ideal  $f_i^0$  torna a função adimensional, permitindo que funções em unidades diferentes sejam somadas.

$$L_p(f) = \left[ \sum_{i=1}^k \left| \frac{f_i^0 - f_i(x)}{f_i^0} \right|^s \right]^{1/s}, \quad 1 \leq s \leq \infty \quad (3.5)$$

## 3.3 – DETERMINAÇÃO DE UM CONJUNTO ÓTIMO DE PARETO

### 3.3.1 – Conjunto Ótimo de Pareto ou Frente de Pareto

Nos MOOP's, as soluções são comparadas entre si por meio da relação de dominância de Pareto. Uma dada solução  $x_1$  domina uma dada solução  $x_2$  se as seguintes condições forem satisfeitas (Deb, 2001):

- quando a solução  $x_1$  for pelo menos igual a solução  $x_2$  em todos os objetivos, ou seja, (“não é menor que” ou “não é pior do que” em nenhum dos objetivos)  $f_m(x_1) \leq f_m(x_2)$  para todo  $m = 1, \dots, M$  ;
- quando a solução  $x_1$  for superior a  $x_2$  em pelo menos um objetivo, ou seja, (“é estritamente melhor do que” em pelo menos um objetivo)  $f_m(x_1) < f_m(x_2)$  para algum  $m \in \{1, \dots, M\}$ .

A frente de Pareto é formada pelo conjunto de soluções não-dominadas (conjunto de soluções ótimas) para o problema multiobjetivo. A Figura 3.2 mostra uma representação para uma frente de Pareto (curva em destaque), onde ambas as funções  $f_1$  e  $f_2$  são minimizadas. Quando não há diferença na importância relativa entre os objetivos a serem atendidos, todos os pontos na frente de Pareto são equivalentes.

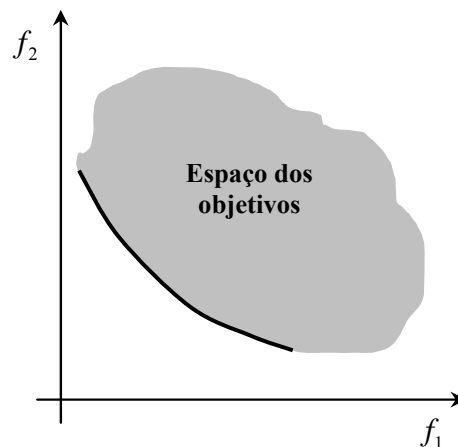


Figura 3.2 – Frente de Pareto para a minimização de  $f_1$  e  $f_2$ .

### 3.3.2 – Algoritmos Evolucionários para a Resolução de Problemas de Otimização Multiobjetivo

Os algoritmos evolucionários (EA - *Evolutionary Algorithm*) são utilizados em MOOP's, pois permitem que um conjunto de soluções ótimas de Pareto possa ser encontrado em apenas uma execução do algoritmo. Além disso, os EA's são menos susceptíveis às características como descontinuidades, região não convexa, etc., da frente de Pareto (Ticona, 2003).

Schaffer (1984) desenvolveu um algoritmo conhecido como VEGA (*Vector-Evaluated Genetic Algorithm*), considerando os conceitos de algoritmos genéticos e de otimização multiobjetivo. Este primeiro GA multiobjetivo não apresentava mecanismos de diversidade, nem elitismo, e cada subpopulação era avaliada com relação a um objetivo diferente. No VEGA, uma população com  $N$  indivíduos é dividida em  $K$  subpopulações de igual tamanho de onde são selecionadas soluções, permitindo aplicar os operadores de cruzamento e mutação. A principal desvantagem apresentada por este algoritmo é que o VEGA tende a convergir para o extremo de cada objetivo (Konak *et al.*, 2006).

Após o surgimento do VEGA, diversos outros algoritmos evolucionários foram desenvolvidos, destacando-se o MOGA - *Multiobjective Genetic Algorithm* (Fonseca & Fleming, 1993), o NPGA - *Niched Pareto Genetic Algorithm* (Horn, 1994), o NSGA - *Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm* (Srinivas & Deb, 1994), o NSGA-II - *Fast Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm* (Deb *et al.*, 2000 e 2002), o SPEA - *Strength Pareto Evolutionary Algorithm* (Zitzler & Thiele, 1999), o SPEA-2 - SPEA melhorado (Zitzler *et al.*, 2001), o PESA-II - *Region-based Selection in Evolutionary Multiobjective Optimization* (Corne, 2001), etc. As diferenças presentes nesses algoritmos estão na forma de atribuição (aos indivíduos da população) do valor da função de avaliação, no elitismo ou no mecanismo de diversificação.

O NSGA foi um dos primeiros algoritmos evolucionários utilizados para resolver MOOP's. Este algoritmo varia do GA simples somente no modo como o operador seleção trabalha. Segundo Deb *et al.* (2000), o NSGA apresentava problemas de alta complexidade computacional, falta de elitismo (que auxilia no aumento da performance do GA e previne a perda de soluções boas), e necessidade de especificar um parâmetro de compartilhamento

(*sharing parameter*). Com o tratamento ou resolução dos problemas, o NSGA foi modificado, surgindo uma versão melhorada conhecida como NSGA-II.

### 3.3.2.1 – NSGA-II

O NSGA-II é um algoritmo multiobjetivo baseado em GA, proposto por Deb *et al.* (2000). Este algoritmo ordena as soluções por ranking elitista baseado em dominância de Pareto, ou simplesmente conhecida como ordenação por dominância (*Nondominated Sorting technique*). Esta ordenação por dominância foi primeiramente proposta por Goldberg (1989) e, posteriormente, utilizada por Srinivas e Deb (1994) e Deb *et al.* (2000). Nesta técnica, a população é ordenada de acordo com a relação de dominância das soluções, classificando a população em  $K$  subconjuntos de frente  $F_k$ , para  $k = 1, \dots, K$ , ou seja, a população é dividida em grupos de indivíduos (ou frentes) de acordo com o grau de dominância. Em cada subconjunto, nenhum indivíduo ou solução domina ninguém.

Os indivíduos da primeira frente correspondem às melhores soluções para geração atual, enquanto que os indivíduos da última frente correspondem às piores soluções. Logo, na primeira frente estão presentes os indivíduos que não são dominados por nenhum outro indivíduo da geração e estão próximos à linha de Pareto, sendo estas soluções conhecidas como soluções não-dominadas. A Figura 3.3 mostra um exemplo de minimização de um problema com duas funções objetivo  $f_1$  e  $f_2$  com  $K = 3$  fronteiras ( $F_1, F_2$  e  $F_3$ ).

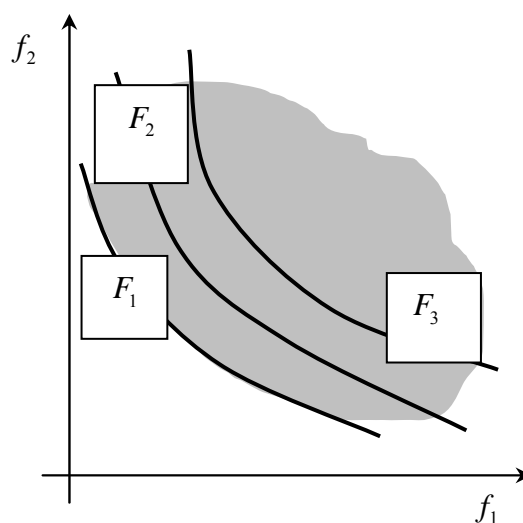


Figura 3.3 – Ordenação por dominância.

Para estimar a densidade de soluções ao redor de um dado ponto ou indivíduo, no NSGA-II foi proposto um operador de diversidade conhecido como *crowding distance* (ou distância de multidão). Esse operador serve para garantir um espalhamento uniforme das soluções ao longo da linha de Pareto, evitando que as soluções se concentrem em pontos próximos entre si.

O operador *crowding distance* ordenará cada indivíduo de acordo com a sua distância em relação aos pontos vizinhos na mesma frente (em relação a cada objetivo). As soluções extremas da frente recebem um valor arbitrariamente grande. As soluções intermediárias correspondem à distância entre um indivíduo central  $i$  e dois indivíduos adjacentes,  $(i-1)$  e  $(i+1)$ , localizados em cada lado do indivíduo central (Figura 3.4). A idéia é dar prioridade aos pontos mais distantes durante o processo de seleção a fim de espalhar os resultados ao longo da linha de Pareto. Sendo assim, uma solução com a melhor classificação numa frente é aquela que apresenta um maior valor desta medida de distância.

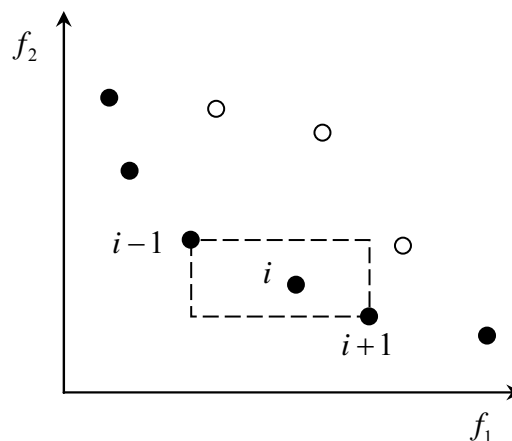


Figura 3.4 – Cálculo das soluções intermediárias para o operador *crowding distance* (adaptado de Deb *et al.*, 2000).

A Figura 3.5 mostra como o algoritmo NSGA-II funciona. Inicialmente, uma população  $R_t = P_t \cup Q_t$  é formada, onde  $P_t$  é a população pai de tamanho  $N$ , e  $Q_t$  é a população filha de tamanho  $N$ . Esta nova população  $R_t$  formada terá o dobro do tamanho ( $2N$ ) das outras duas populações originais. Após ser formada, a população  $R_t$  é ordenada de acordo com a não-dominância, sendo escolhidos os melhores indivíduos ou soluções para formar a nova população  $P_{t+1}$ . Esta nova população  $P_{t+1}$  obtida é usada para formar uma outra população  $Q_{t+1}$  por meio dos operadores genéticos de seleção, cruzamento e mutação.

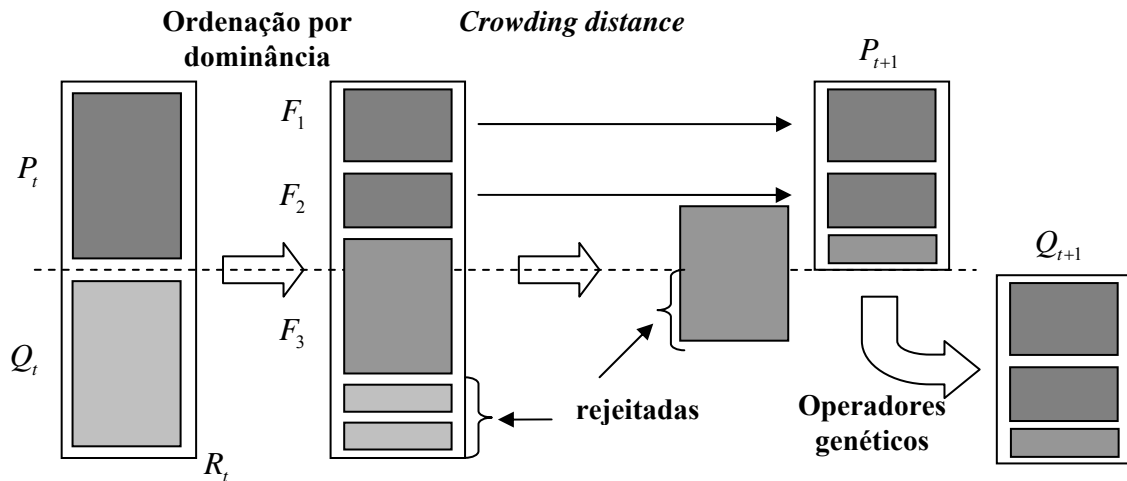


Figura 3.5 – Funcionamento do algoritmo NSGA-II (adaptado de Deb *et al.*, 2000).

De acordo com a ordenação por dominância, o conjunto  $F_1$  conterá as melhores soluções da população combinada. Quando o tamanho de  $F_1$  é menor do que  $N$ , todos os indivíduos deste conjunto são escolhidos para formar a nova população  $P_{t+1}$ , seguidos pelas frentes subseqüentes dadas pela ordem de dominância (por exemplo,  $F_2$  e  $F_3$ ), até completar os  $N$  indivíduos da nova população. Caso o tamanho de  $F_1$  seja maior do que  $N$ , as melhores soluções são escolhidas baseadas num sorteio usando um operador de comparação de multidão (*crowding comparison operator*). Este operador necessita tanto da ordenação por não-dominância quanto do operador *crowding distance* de cada solução na população. Entre duas soluções, a solução escolhida é aquela que apresenta o menor (melhor) valor de ordenação. No caso das duas soluções apresentarem a mesma ordenação de não-dominância (ou seja, pertencerem à mesma frente), a solução escolhida é aquela que está localizada na região menos densa de soluções.

No software MATLAB<sup>®</sup> (a partir da versão R2008a), há uma função que é utilizada para encontrar uma frente de Pareto por meio do GA, conhecida como *gamultiobj*. Esta função corresponde a uma variação do NSGA-II, pois usa um GA elitista controlado. A diferença entre um GA elitista e um GA elitista controlado está no fato de que, além de favorecer indivíduos com um alto valor de aptidão, o GA elitista controlado também favorece indivíduos que possam ajudar a aumentar a diversidade da população mesmo que eles possuam um baixo valor de aptidão. O elitismo é controlado por meio de dois parâmetros, a saber, *ParetoFraction* que limita o número de indivíduos da população na frente de Pareto, e *DistanceFcn* que evita indivíduos que estejam relativamente longe desta frente, mantendo a

diversidade na mesma. Além disso, uma função poderia ser escrita para calcular a medida de distância de um indivíduo, ou utilizar uma função disponível no software, conhecida como *distancecrowding*. Esta função apresenta um parâmetro extra que indica se a distância é calculada no espaço da função (*phenotype*) ou no espaço de projeto (*genotype*).

### 3.4 – TÉCNICAS DE TOMADA DE DECISÃO

Após um conjunto de soluções não-dominadas, pertencentes à frente de Pareto, ser obtido por algum algoritmo evolucionário multiobjetivo, métodos de tomada de decisão podem ser utilizados para determinar a melhor solução de compromisso para o problema. Como mencionado anteriormente, todas as soluções presentes na frente de Pareto são equivalentes (com mesmo grau de dominância). Então, um mecanismo baseado na teoria de conjuntos *fuzzy*, por exemplo, pode ser utilizado para realizar a tarefa de decisão.

Diferentemente da lógica tradicional que aceita apenas verdadeiro ou falso, a lógica *fuzzy* (conjuntos *fuzzy*) permite trabalhar com uma grande variedade de informações imprecisas. Esta lógica permite mapear expressões tais como: “mais ou menos”, “talvez”, “a maioria”, etc. Portanto, a lógica *fuzzy* não impõe limites bruscos, mas apresenta uma idéia vaga a respeito dos limites (uso de limites graduais).

A Figura 3.6 mostra a representação de um conjunto “idade” na lógica tradicional, onde “pessoas adultas” são aquelas que têm a idade entre 30 e 60 anos. Abaixo de 30 anos e acima de 60 anos não são consideradas adultas, excluindo inclusive idades muito próximas a estes limites, ou seja, excluindo uma pessoa que tenha 60 anos e um dia.

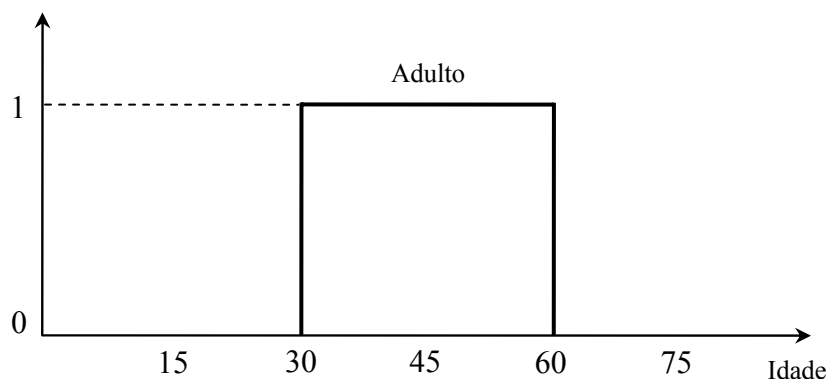


Figura 3.6 – Representação de um conjunto “idade” na lógica tradicional.



Na Figura 3.7 está a representação de um conjunto “idade” na lógica *fuzzy*, onde é possível visualizar a imprecisão na determinação de quando realmente uma pessoa passa a ser considerada adulta ou deixa de ser adulta.

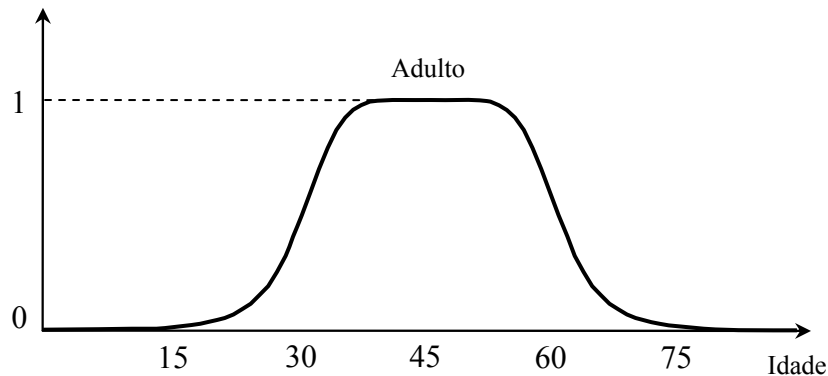


Figura 3.7 – Representação de um conjunto “idade” na lógica *fuzzy*.

### 3.4.1 – Mecanismo de Decisão baseado na Teoria dos Conjuntos *Fuzzy*

A teoria de conjuntos *fuzzy* foi introduzida em problemas de tomada de decisão, envolvendo incertezas e imprecisão, por Zadeh e Bellman em 1970 (*apud* Li & Hu, 2009). Em um meio *fuzzy*, a decisão é frequentemente definida de acordo com a Equação (3.6).

$$\begin{aligned} &\text{encontre } x \text{ que satisfaça } f_i(x) \begin{pmatrix} \lesseqgtr \\ \cong \\ \gtrless \end{pmatrix} f_i^*, i = 1, \dots, k & (3.6) \\ &\text{sujeito a } x \in G \end{aligned}$$

com  $f_i^*$  sendo a solução ideal da função objetivo e  $G \subset R^n$  envolve as restrições do problema.

Na tomada de decisão, frequentemente são usados os três tipos de relações *fuzzy* ‘ $\lesseqgtr$ ’, ‘ $\cong$ ’ e ‘ $\gtrless$ ’ que, respectivamente, denotam que o  $i$ -ésimo objetivo *fuzzy* é aproximadamente menor ou igual, aproximadamente maior ou igual, e na vizinhança de  $f_i^*$ . O gráfico para cada relação *fuzzy* está ilustrado na Figura 3.8.

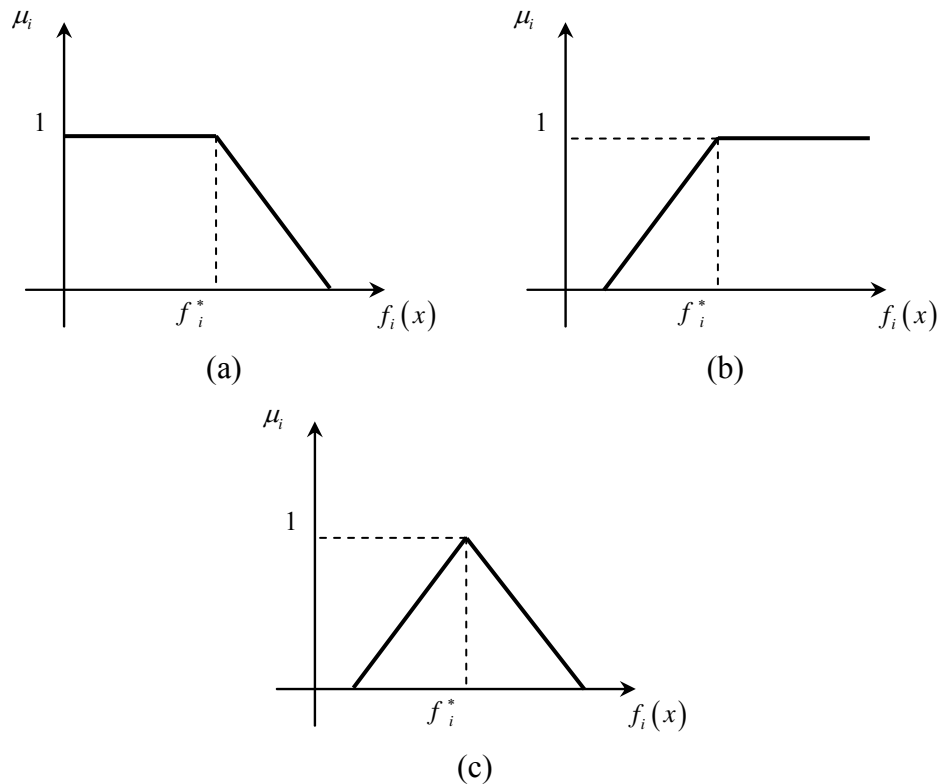


Figura 3.8 – Representação das relações fuzzy: (a)  $\tilde{\leq}$ ; (b)  $\tilde{\geq}$ ; (c)  $\tilde{=}$ .

Abido (2006) afirma que devido à natureza imprecisa do julgamento do operador de decisão, a  $i$ -ésima função objetivo  $f_i$  de uma solução no conjunto Pareto-ótimo (frente de Pareto) é representada por uma função de pertinência  $\mu_i$ . Os valores da função de pertinência indicam o grau de satisfação das funções objetivo do problema, estando estes valores entre 0 e 1. Existem vários tipos de funções de pertinência como, por exemplo, a linear, a triangular, a trapezoidal, a exponencial, etc. (Sakawa *et al.*, 1987). A função de pertinência, cuja relação *fuzzy* é do tipo ' $\tilde{\leq}$ ', está apresentada na Equação (3.7).

$$\mu_i = \begin{cases} 1; & f_i \leq f_i^{\min} \\ 0; & f_i \geq f_i^{\max} \\ \frac{f_i^{\max} - f_i}{f_i^{\max} - f_i^{\min}}; & f_i^{\min} < f_i < f_i^{\max} \end{cases} \quad (3.7)$$

onde  $f_i^{\min}$  e  $f_i^{\max}$  são os valores mínimo e máximo da  $i$ -ésima função objetivo, respectivamente.

Para cada solução não-dominada  $k$  e considerando  $N_{dom}$  como sendo o número de soluções não-dominadas da frente de Pareto, a função de pertinência é normalizada de acordo com a Equação (3.8).

$$\mu^k = \frac{\sum_{i=1}^{N_{obj}} \mu_i^k}{\sum_{k=1}^{N_{dom}} \sum_{i=1}^{N_{obj}} \mu_i^k} \quad (3.8)$$

A melhor solução de compromisso é encontrada por meio do valor máximo de  $\mu^k$ , conforme a Equação (3.9).

$$\gamma = \max(\mu_k); \quad k = 1, 2, \dots, N_{dom} \quad (3.9)$$

Após as soluções não-dominadas na frente de Pareto serem ordenadas, os valores de  $f_i^{\min}$  e  $f_i^{\max}$  podem ser estabelecidos. A pior solução para a  $i$ -ésima função objetivo é denominada  $f_i^{\max}$  (Amorim *et al.*, 2009).

#### 3.4.1.1 – Qualificadores ou modificadores *fuzzy*

Um conjunto “idade” (também conhecido como variável lingüística) pode ser dividido em conjuntos *fuzzy* “jovem”, “adulto” e “velho” (conhecidos como valores lingüísticos). Estes subconjuntos estão representados graficamente na Figura 3.9, onde o eixo das ordenadas indica o grau de pertinência e no eixo das abscissas está o conjunto “idade”.

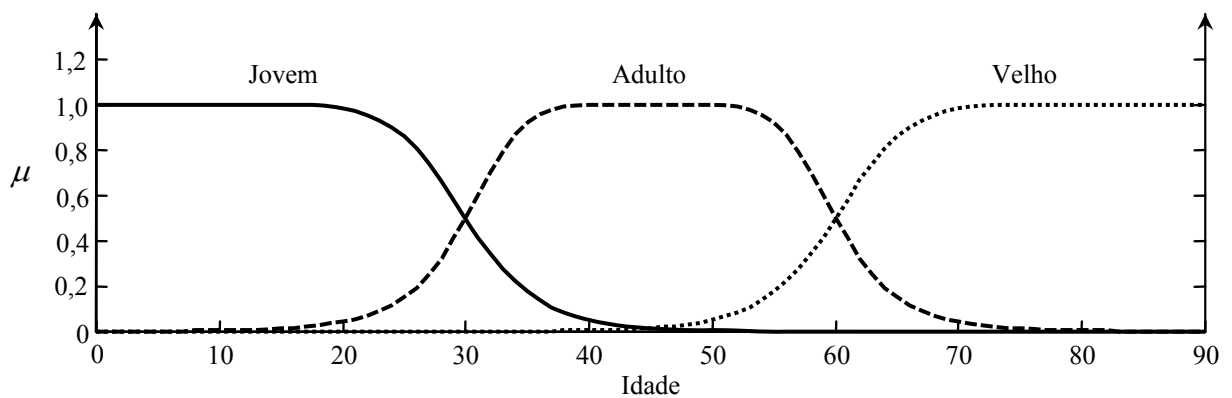





Figura 3.9 – Representação *fuzzy* do conjunto “idade”.

Os qualificadores ou modificadores são termos que são utilizados para alterar a forma dos conjuntos *fuzzy*. Como exemplo, tem-se os qualificadores: “muito”, “pouco”, “mais ou menos”, etc. Os qualificadores são úteis porque permitem mapear em valores *fuzzy* a linguagem humana que é cheia de termos vagos e imprecisos. Como exemplo, considere que a expressão “João é jovem” pode ser determinada por “ $A(x)$ ”. Na representação da expressão “João é muito jovem”, o modificador “muito” pode ser dado por  $\mu_A(x)^2$ ; ou ainda, na expressão “João é mais ou menos jovem”, o modificador “mais ou menos” pode ser dado por  $\sqrt{\mu_A(x)}$  ou  $[\mu(x)^{0,5}]$ .

A Tabela 3.1 mostra alguns dos qualificadores *fuzzy*. A primeira coluna indica o qualificador, na segunda coluna está uma representação matemática, e na terceira coluna está a representação gráfica para uma função de pertinência triangular, onde a linha contínua é a função antes de usar o qualificador, e a linha tracejada é a função após usar o qualificador.

Tabela 3.1 – Representação de alguns qualificadores *fuzzy*.

Qualificador	Representação	Representação gráfica
Mais ou menos	$[\mu(x)^{0,5}]$	
Um pouco	$[\mu(x)^{1,3}]$	
Muito	$[\mu(x)^2]$	

## Capítulo 4

# RESULTADOS NUMÉRICOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo estão apresentados os resultados obtidos pelo programa de detecção de danos. Na primeira parte são expostos os modelos das placas para o problema potencial e para o problema elastostático. Em seguida a montagem dos dados para o algoritmo genético (GA) e para a rede neural artificial (ANN) é apresentada. Então, os fluxogramas para os procedimentos de otimização usando GA e de identificação de danos usando ANN são descritos. Por fim, a análise dos resultados é realizada.

Na análise dos resultados, inicialmente o estudo é feito para o GA, considerando ambas as formulações para o método do elemento de contorno (BEM), potencial e elastostática. Então, somente para a formulação elastostática, a influência da presença de ruído ou erro de medida é avaliada nos dados. Além disso, como meio de validar a proposta desenvolvida, uma comparação com resultados obtidos da literatura é realizada para esta formulação, desconsiderando, neste caso, a presença do ruído. No estudo da ANN, ambas as formulações para o BEM também são utilizadas para efetuar a análise dos resultados. Uma terceira análise é feita para os resultados obtidos por meio da técnica de busca direta sistemática, utilizando o projeto de experimentos (DOE). Por último, um problema de otimização multiobjetivo (MOOP) é formulado. A resolução do MOOP é feita por meio de duas metodologias, uma usando técnicas clássicas e outra usando um GA multiobjetivo, cuja melhor solução de compromisso é obtida por uma tomada de decisão via *fuzzy*.

## 4.1 – CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Para o caso do problema potencial, os resultados obtidos pelo programa de detecção de danos foram analisados para o problema de fluxo de calor em uma placa fina. Inicialmente, uma placa sem danos e com as dimensões  $(0,06 \times 0,06) m$  foi simulada por meio do BEM, como ilustrado na Figura 4.1. As condições de contorno para o problema estão apresentadas na Figura 4.1(a), onde  $q$  representa o fluxo de calor e  $u$  representa a temperatura no contorno. O contorno da placa foi discretizado por 12 elementos constantes (as extremidades de cada elemento são indicadas pelos pontos nodais) e o valor do potencial foi avaliado em 49 pontos internos que seriam possíveis localizações dos sensores (Figura 4.1(b)). Então, uma placa com um furo central de raio igual a  $0,06 cm$ , com as mesmas dimensões e condições de contorno, foi também simulada, e os resultados obtidos para o potencial foram comparados com a placa sem dano. Em outras palavras, o modelo direto do BEM inicialmente avalia as diferenças no potencial entre a placa sem dano e a placa com dano, para todos os pontos internos selecionados, para depois utilizar estas diferenças na resolução do problema inverso. Como já mencionado, a idéia principal em passar somente as diferenças do potencial é evitar qualquer tendência possível relacionada à magnitude desta quantidade, pois somente suas mudanças (devido à presença do furo) são importantes para o problema inverso.

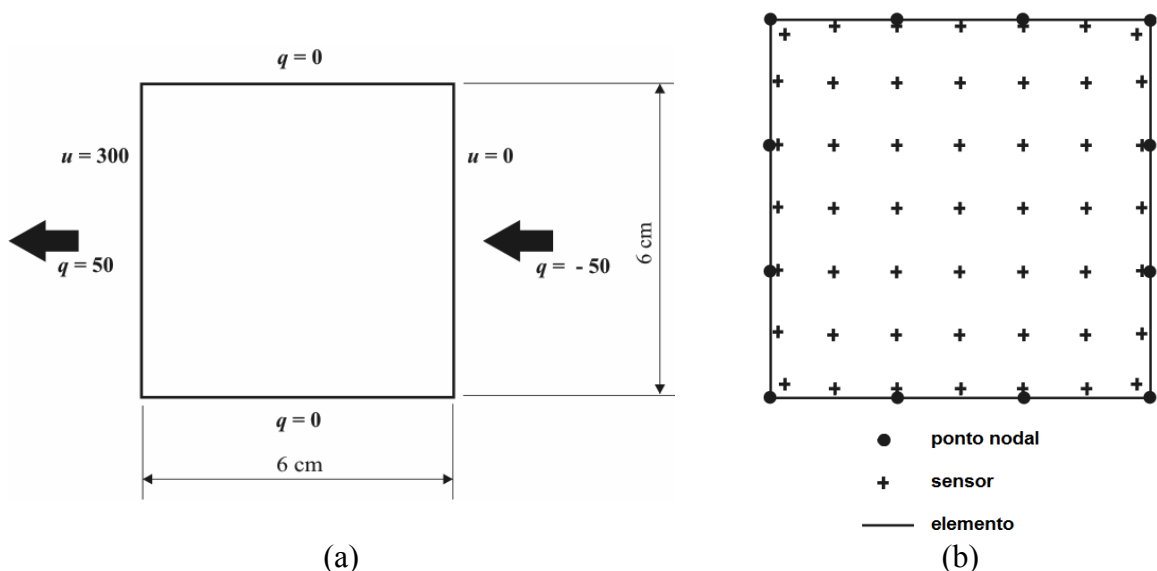


Figura 4.1 – Modelo da placa para o problema potencial: (a) dimensões, carregamentos e condições de contorno; (b) discretização do contorno em 12 elementos constantes e localização dos 49 sensores.

Para o problema elastostático, um modelo para o BEM foi construído para a placa com um furo de raio igual a  $0,12\text{ cm}$ , cujas condições de contorno estão ilustradas na Figura 4.2(a). Duas discretizações foram implementadas para o contorno externo, uma malha “grosseira” com 12 elementos constantes e uma malha “fina” com 48 elementos constantes. A Figura 4.2(b) mostra a discretização para o caso de 48 elementos constantes no contorno externo e 12 elementos constantes no furo, além das 9 posições dos sensores na placa. No presente trabalho, os sensores foram uniformemente distribuídos na placa e nenhum estudo sobre o posicionamento dos sensores foi realizado. A placa foi simulada considerando um módulo de elasticidade de  $94,5\text{ GPa}$  e um coeficiente de Poisson para deformação plana igual a  $0,1$  (Brebbia & Dominguez, 1992).

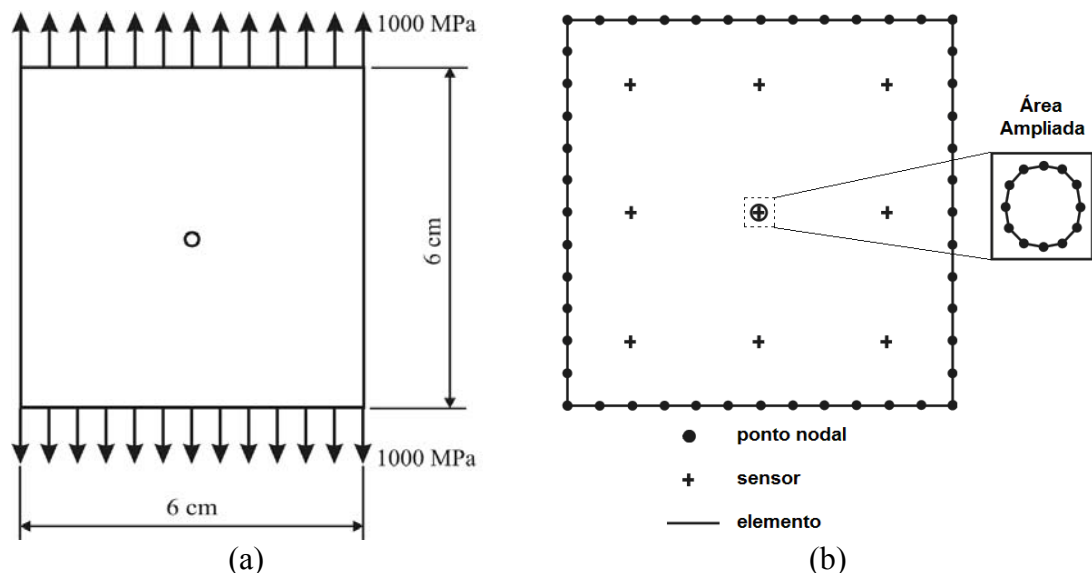


Figura 4.2 – Modelo da placa para o problema elastostático: (a) dimensões, carregamentos e condições de contorno; (b) discretização do contorno (malha “fina” com 48 elementos constantes) e localização dos 9 sensores. A área ampliada mostra a discretização do furo com 12 elementos constantes.

#### 4.1.1 – Montagem dos Dados para o GA e para a ANN

Na formulação potencial do BEM, furos com raio igual a  $0,15\text{ cm}$ ,  $0,03\text{ cm}$  e  $0,09\text{ cm}$  foram considerados para formar a população inicial do GA. Para cada um destes raios, a coordenada  $x$  do centro do furo foi variada de  $0,5\text{ cm}$  a  $5,0\text{ cm}$  e a coordenada  $y$  do centro do mesmo furo foi variada de  $0,5\text{ cm}$  a  $5,5\text{ cm}$ , ambas as coordenadas com um passo de  $0,5\text{ cm}$ . Então, 110 posições diferentes para cada raio na placa foram simuladas e os respectivos

valores da diferença de potencial (encontrados pela formulação potencial do BEM) foram armazenados para um processamento posterior.

Para a ANN, inicialmente 25 pontos internos, representando os sensores na placa, foram considerados na montagem dos dados de entrada desta rede. Então, o número de sensores foi subseqüentemente reduzido para 15, 9 e 5 sensores. A distribuição destes sensores na placa está mostrada na Figura 4.3(a) (25 sensores), Figura 4.3(b) (15 sensores), Figura 4.3(c) (9 sensores) e Figura 4.3(d) (5 sensores), respectivamente. A numeração interna na placa indica o sentido anti-horário de numeração dos 12 nós dos elementos de contorno constantes.

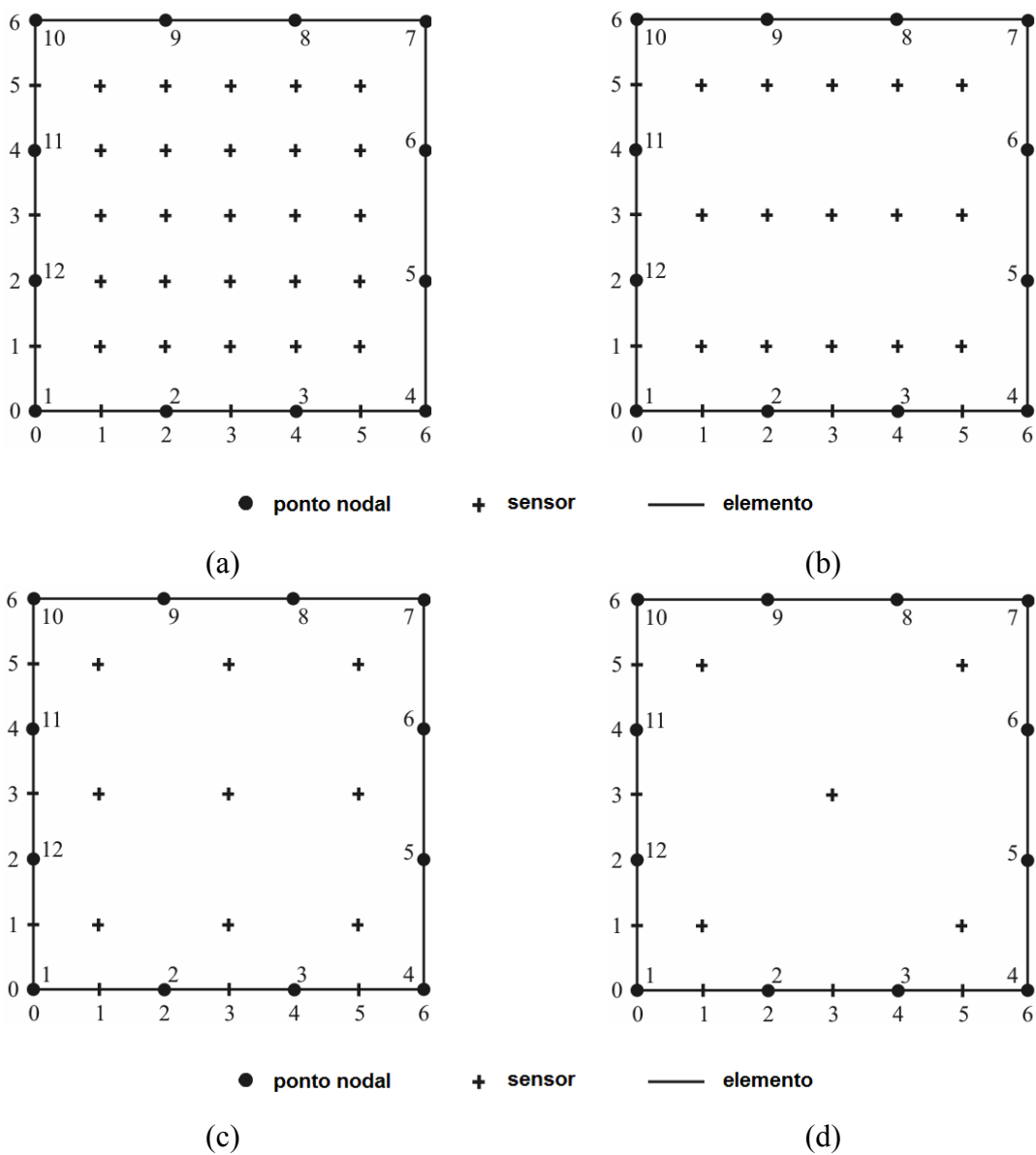


Figura 4.3 – Distribuição dos sensores na placa para a ANN: (a) 25; (b) 15, (c) 9 e (d) 5 sensores.



Como pode ser verificado pela Figura 4.3, os sensores foram uniformemente distribuídos na placa e nenhum estudo a respeito do seu posicionamento foi realizado neste trabalho, apenas o estudo considerando a redução no número de sensores foi feito para a ANN.

Nesta formulação potencial, um único furo com um raio igual a  $0,15\text{ cm}$  em nove posições diferentes foi considerado para a montagem dos dados de entrada e saída da ANN (posições iguais a  $(0,5;0,5)\text{ cm}$ ,  $(0,5;3,0)\text{ cm}$ ,  $(0,5;5,5)\text{ cm}$ ,  $(3,0;0,5)\text{ cm}$ ,  $(3,0;3,0)\text{ cm}$ ,  $(3,0;5,5)\text{ cm}$ ,  $(5,5;0,5)\text{ cm}$ ,  $(5,5;3,0)\text{ cm}$  e  $(5,5;5,5)\text{ cm}$ ). Então, outro furo de raio igual a  $0,05\text{ cm}$  foi também analisado em cada uma das posições mencionadas.

Para a formulação elastostática, furos com raio igual a  $0,05\text{ cm}$ ,  $0,10\text{ cm}$  e  $0,15\text{ cm}$  foram considerados para montar os dados do GA e da ANN. Para cada raio, as coordenadas  $x$  e  $y$  do centro do furo foram variadas de  $0,5\text{ cm}$  a  $5,5\text{ cm}$  com um passo de  $0,5\text{ cm}$ . Então, 121 posições diferentes para cada raio na placa foram simuladas e os respectivos valores da diferença na tensão média em 9 pontos internos (mostrado como a localização dos sensores na Figura 4.2(b)) foram encontrados por meio do BEM e estes valores foram armazenados para um processamento posterior.

## 4.1.2 – Formulação dos Problemas de Otimização e de Identificação de Parâmetros

### 4.1.2.1 – Fluxogramas para o problema mono-objetivo

O problema de detecção de danos em uma placa fina pode ser formulado como um problema de otimização (usando GA) de acordo com o fluxograma apresentado na Figura 4.4, ou pode ser formulado como um problema de identificação de parâmetros (usando ANN) de acordo com o fluxograma da Figura 4.5.

Considerando a Figura 4.4, a população inicial para a metodologia do GA é formada pela informação geométrica de um furo numérico (coordenada  $x$  e  $y$  do seu centro, e também seu raio) e também pelas diferenças nas quantidades de interesse, calculadas em pontos interiores selecionados, aqui chamadas “Diferença 1”. “Diferença 1” pode ser a diferença local no potencial ou a diferença local na tensão média entre a placa sem dano e a placa com dano, para as formulações potencial e elastostática, respectivamente. Similarmente,

um conjunto chamado “Diferença 2” pode ser avaliado nos mesmos pontos interiores, representando as diferenças “medidas” para a quantidade de interesse nestes pontos, para o furo “real”.

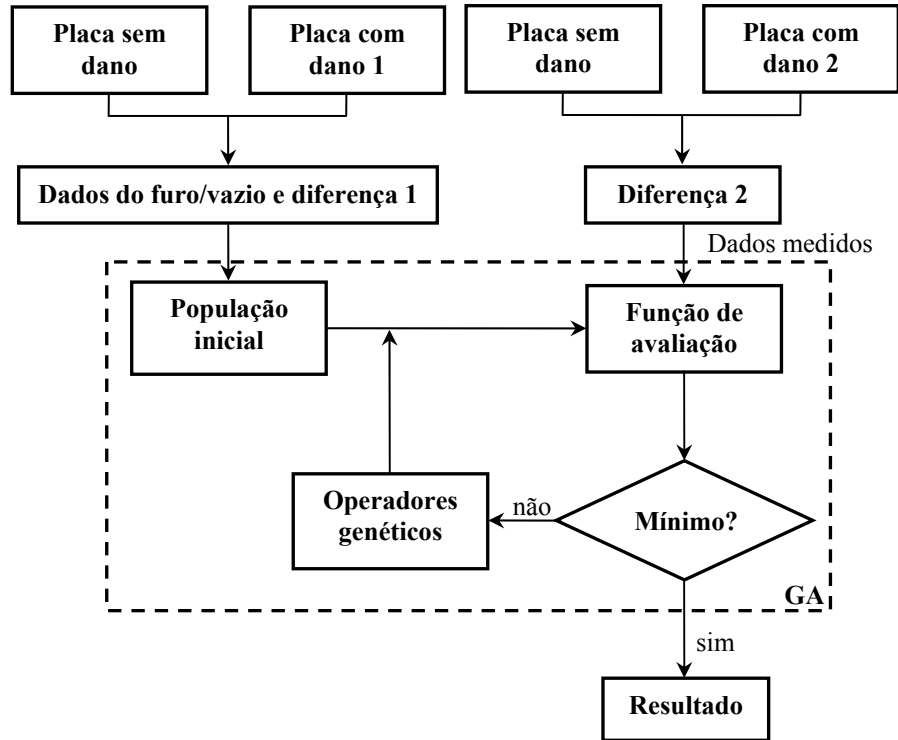


Figura 4.4 – Fluxograma para o procedimento de otimização usando GA.

Neste trabalho, o furo “real” é também simulado. Como meio de validação da metodologia de detecção de danos, o valor de “Diferença 2” não poderia estar na população inicial do GA. A população inicial e também o valor de “Diferença 2” são empregados na função de avaliação (*fitness function*), apresentada na Equação (2.11). O objetivo da metodologia do GA é procurar por um valor mínimo desta função de avaliação. Para isso, o algoritmo usa operadores genéticos (seleção, cruzamento e mutação) para modificar a população e reavaliar a função de avaliação para a nova população. Critérios de convergência podem se configurados, incluindo o número de iterações, as diferenças na função de avaliação (o valor ótimo) entre duas populações subseqüentes, ou as diferenças entre os parâmetros de localização e tamanho do furo (o otimizador) entre duas populações. Quando o critério de convergência é encontrado, furos numéricos alcançam a vizinhança do furo “real”, e assim, a informação sobre a localização e tamanho do furo “real” é obtida. Neste trabalho, um critério de convergência para o número máximo de gerações (não exceder 75 no problema potencial e não exceder 100 no problema elástico) foi assumido, juntamente com um critério *default* para a tolerância (diferença entre duas funções de avaliação menor ou igual a  $1 \times 10^{-6}$ ).

De acordo com a Figura 4.5, uma rede é criada, considerando “Diferença 1” (a mesma “Diferença 1” como na metodologia do GA) como o dado de entrada e a informação geométrica para o furo (coordenadas  $x$  e  $y$  do centro do furo, e seu raio) como o dado de saída. O próximo passo é treinar a rede criada, obtendo como um resultado, uma NET que contém informações sobre como proceder para outros dados de entrada no domínio do problema. Finalmente, a rede treinada é simulada para “Diferença 2” (a mesma “Diferença 2” como na metodologia do GA).

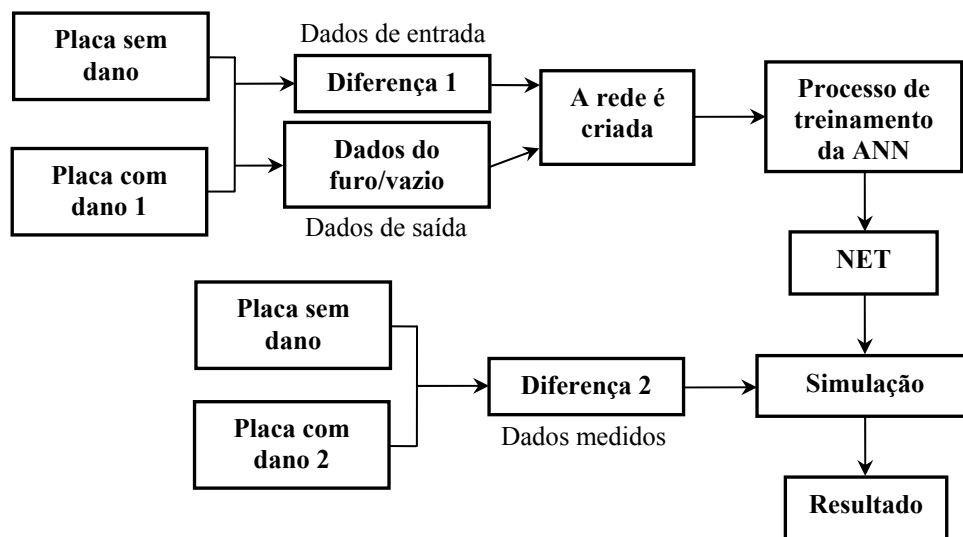


Figura 4.5 – Fluxograma para o procedimento de identificação de danos usando ANN.

Similarmente ao algoritmo de otimização, critérios de convergência precisam ser configurados para esta metodologia usando a ANN. Neste trabalho, o erro máximo foi assumido não exceder  $1 \times 10^{-5}$  para o problema potencial e  $1 \times 10^{-2}$  para o problema elástico. A ordem da magnitude desse erro segue a ordem de magnitude nas diferenças das quantidades de interesse, a saber, o potencial e a tensão média. Um critério de convergência em termos do número máximo de iterações (não exceder 5000 épocas) também foi assumido. Quando o critério de convergência é encontrado, a ANN identifica o furo “real”, fornecendo a informação sobre sua localização e tamanho.

#### 4.1.2.2 – Fluxogramas para o problema multiobjetivo

Na Figura 4.6 está o fluxograma para o procedimento de otimização multiobjetivo usando o GA simples. Neste procedimento, a população inicial para a metodologia do GA é formada apenas pela informação geométrica de um furo numérico (coordenada  $x$  e  $y$  do seu centro, e também seu raio). Esta população inicial é utilizada pela função de avaliação,

juntamente com um conjunto chamado “Diferença 2” (diferença local na tensão média entre a placa sem dano e a placa com dano, para a formulação elastostática), representando as diferenças “medidas” para a quantidade de interesse nos pontos interiores para o furo “real”. Como o valor de “Diferença 2” não está presente na população inicial do GA, o procedimento adotado (metodologia de detecção de danos) pode ser validado.

Diferentemente do procedimento apresentado anteriormente na Fig 4.4, a função de avaliação consiste de uma combinação da função para o funcional  $J$  e uma função para o desvio padrão deste funcional (que será apresentada em outra seção). A função para o funcional  $J$  é dada pela Equação (2.11), onde o vetor “medidas” é o conjunto “Diferença 2” e o vetor “calculado” corresponde a uma função de chamada do BEM para encontrar as diferenças na tensão média (“Diferença 3”) para cada indivíduo da população em cada geração. A maneira na qual as funções são combinadas está descrita na Seção 3.2 onde as técnicas clássicas para resolver um MOOP são explicadas.

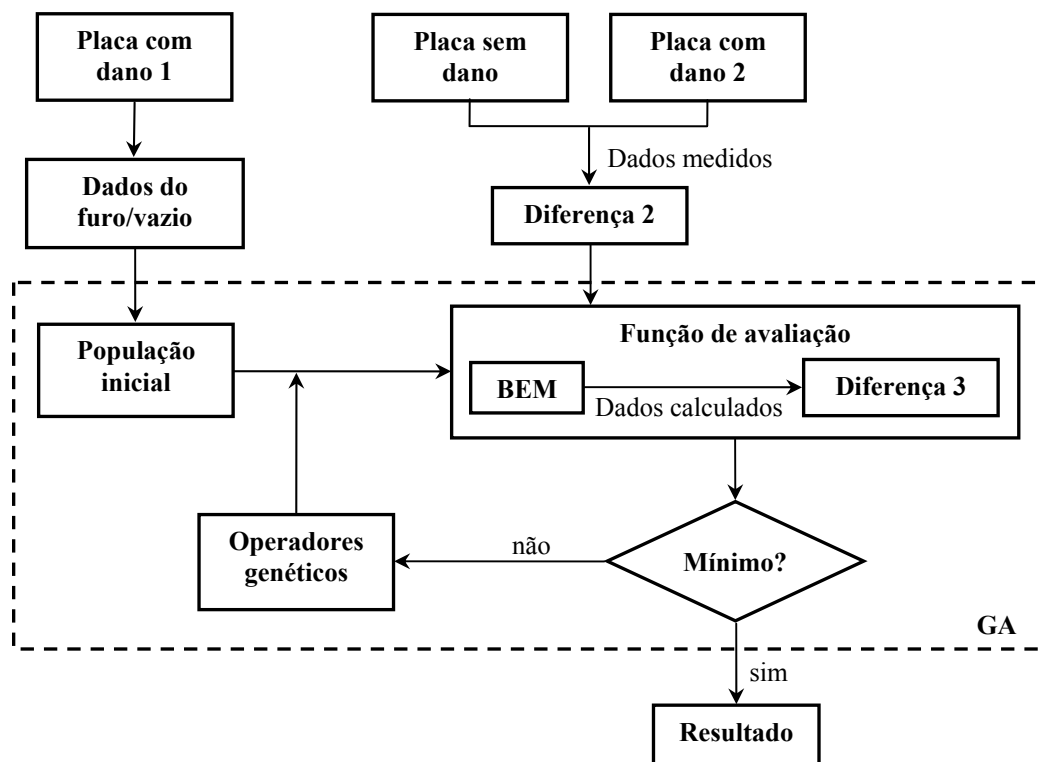


Figura 4.6 – Fluxograma para o procedimento de otimização multiobjetivo usando GA simples, sem a informação dos sensores na população.

Na Figura 4.6, novamente, a metodologia do GA procura por um valor mínimo da função de avaliação, utilizando operadores genéticos para modificar a população e reavaliar a

função de avaliação para a nova população. Novamente, critérios de convergência podem se configurados.

Para o caso onde a população inicial é composta tanto pela informação geométrica de um furo numérico (coordenada  $x$  e  $y$  do seu centro, e também seu raio) e também pelas diferenças nas quantidades de interesse, calculadas em pontos interiores selecionados (aqui chamadas “Diferença 1” e considerando apenas a formulação elastostática), o procedimento de otimização é semelhante ao apresentado na Figura 4.4. A diferença entre este novo procedimento e o procedimento dado na Figura 4.4 é que a função de avaliação corresponde à combinação da função para o funcional  $J$  e uma função para o desvio padrão deste funcional, anteriormente mencionadas.

A Figura 4.7 apresenta o fluxograma para o procedimento de otimização usando o GA multiobjetivo, com a informação dos sensores presente na população.

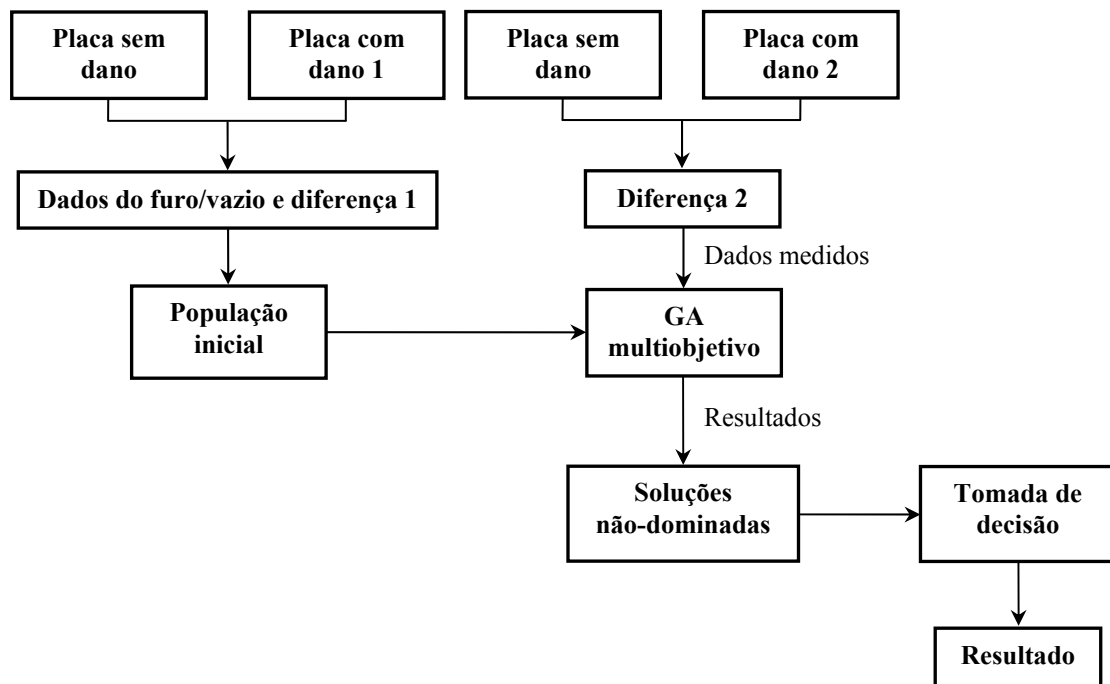


Figura 4.7 – Fluxograma para o procedimento de otimização usando o GA multiobjetivo, com a informação dos sensores na população.

Na Figura 4.7, o processo para a resolução do problema multiobjetivo é similar ao apresentado na Figura 4.4, com a diferença que o resultado apresentado pelo GA multiobjetivo não é apenas um ponto (solução final) como no GA simples, mas um conjunto de pontos conhecido como soluções não-dominadas (pontos da frente de Pareto). A função de avaliação consiste agora de duas funções, uma função para o funcional  $J$  (Equação (2.11)) e

uma função para o desvio padrão deste funcional, ou seja, não há mais uma combinação dessas funções. Por fim, a melhor solução de compromisso (resultado final) é determinada por um método de tomada de decisão, que neste trabalho consiste de um mecanismo baseado na teoria de conjuntos *fuzzy*.

A Figura 4.8 apresenta o fluxograma para o procedimento de otimização usando o GA multiobjetivo, sem que a informação dos sensores esteja presente na população.

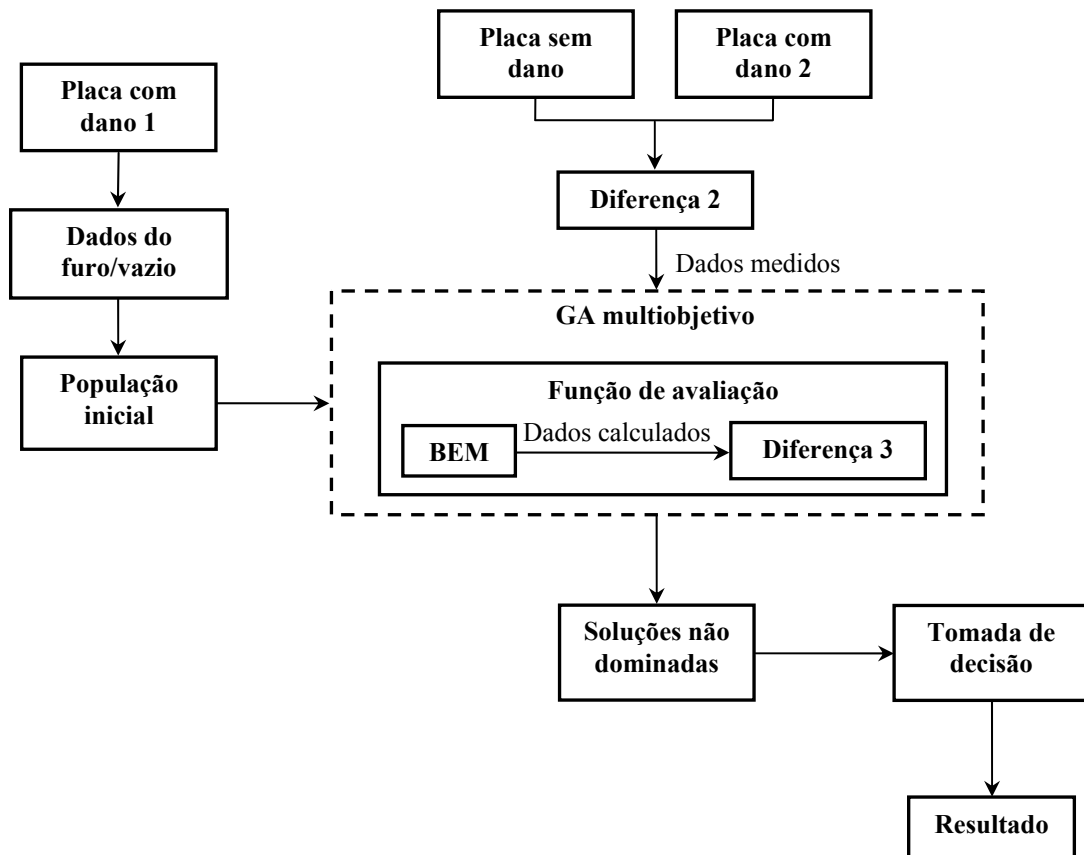


Figura 4.8 – Fluxograma para o procedimento de otimização usando o GA multiobjetivo, sem a informação dos sensores na população.

Assim como na Figura 4.6, na Figura 4.8, a população inicial é formada apenas pela informação geométrica de um furo numérico (coordenada  $x$  e  $y$  o seu centro, e também seu raio). Novamente, esta população inicial, juntamente com o conjunto “Diferença 2” (representando as diferenças “medidas” para a tensão média nos pontos interiores para o furo “real”), são utilizados pela função de avaliação. Além disso, a função de avaliação consiste também de duas funções e não da combinação delas. A função para o funcional  $J$  (Equação (2.11)) é formada de acordo com o procedimento descrito para o fluxograma da Figura 4.6, onde “medidas” é o conjunto “Diferença 2” e o vetor “calculado” corresponde a uma função

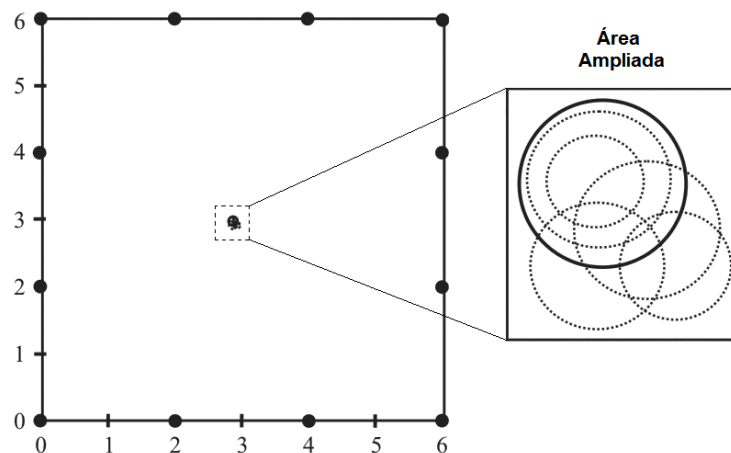
que calcula as diferenças na tensão média (“Diferença 3”), para cada indivíduo da população em cada geração, por meio do BEM.

## 4.2 – ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS PELO ALGORITMO GENÉTICO

### 4.2.1 – Resultados para a Formulação Potencial do BEM

Para a formulação potencial, na população inicial do GA, os valores da diferença no potencial foram normalizados antes de serem utilizados na resolução do problema inverso, levando em consideração o valor máximo desta diferença. Após a normalização, uma população inicial com 330 indivíduos foi formada para o GA. Como os valores de potencial próximos à borda direita da placa é praticamente zero (pois a temperatura no contorno é igual a zero nesta borda), a diferença de potencial é usada ao invés do uso direto do valor do potencial.

O funcional apresentado pela Equação (2.11) foi utilizado na formulação da função de avaliação (função *fitness*) do GA. Os resultados gráficos da localização e tamanho dos furos obtidos em 5 execuções (corridas) diferentes do GA estão apresentados na Figura 4.9. O programa de detecção de danos foi executado somente 5 vezes, pois não foram observadas diferenças significativas na variação deste número.



(a)

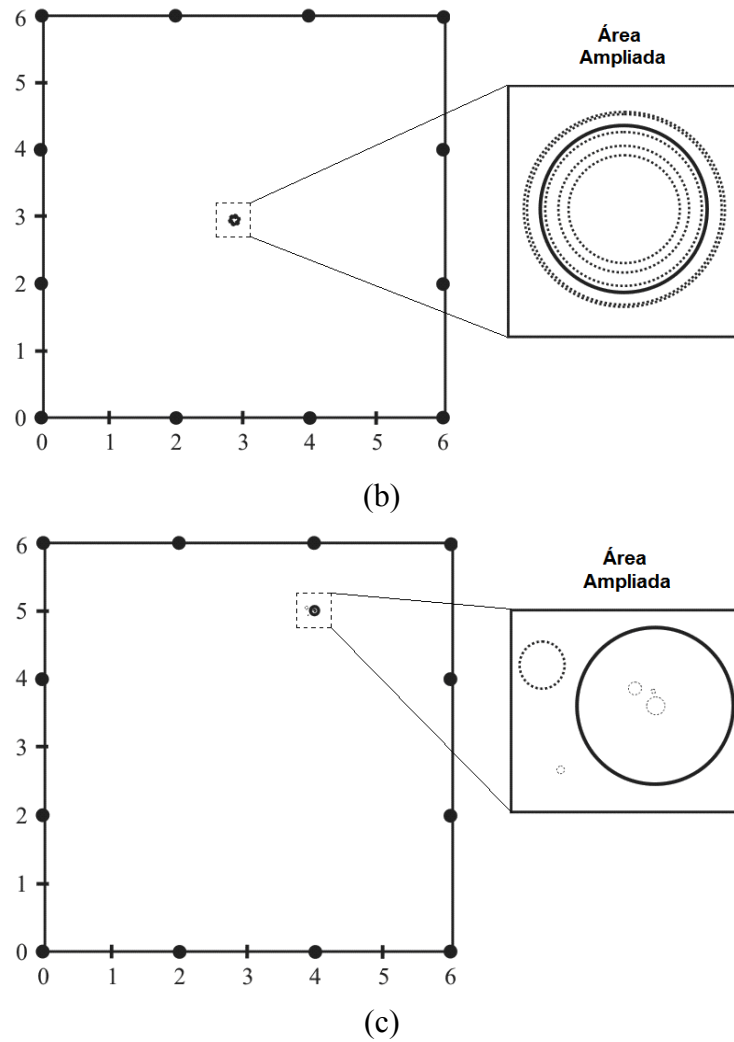


Figura 4.9 – Furo “real” e simulado para o potencial: (a) para um furo central com elitismo igual a 2; (b) para um furo central com elitismo igual a 10; (c) para um furo na posição  $(4,0;5,0)$  *cm*. As áreas ampliadas mostram a região do furo em detalhes.

Nesta Figura 4.9, a área ampliada possibilita mostrar a posição “real” do furo representada em linha contínua e os resultados obtidos por cada execução do GA em linhas tracejadas. A Figura 4.9(a) e 4.9(b) mostram um furo na posição  $(3,0;3,0)$  *cm*, e a Figura 4.9(c) mostra um furo na posição  $(4,0;5,0)$  *cm*, em todos os casos, considerando um raio igual a  $0,06$  *cm*. O valor do elitismo era igual a 2 na Figura 4.9(a), já nas Figuras 4.9(b) e 4.9(c), o valor do elitismo foi alterado de 2 para 10, garantindo que 10 indivíduos sobrevivessem na próxima geração. Com a mudança do valor do elitismo (Figura 4.9(b)), os furos foram concêntricos e a posição do furo apresentou uma pequena incerteza. Além do mais, o raio, em todas as simulações, não foi muito sensível em relação à variação dos parâmetros do GA.

Novamente, um critério de parada foi assumido para o número de gerações não exceder 75 no problema potencial, e um critério de parada para a tolerância (diferença entre duas



funções de avaliação menor ou igual a  $1 \times 10^{-6}$ ). Nos resultados obtidos, a tolerância do problema foi alcançada, ou seja, não houve melhoramento na função objetivo (função de avaliação), e o número máximo de gerações não foi alcançado, mostrando uma boa convergência do algoritmo. A probabilidade de cruzamento foi configurada como sendo igual a 0,8 (80%), e a probabilidade de mutação foi configurada como sendo igual a 0,2 (20%). A função de cruzamento utilizada foi uma função de cruzamento heurística, disponível no MATLAB<sup>®</sup>, configurada com um valor de razão de 1,3 (este valor representa quão longe um filho está do melhor pai). Nesta função de cruzamento heurística, um indivíduo filho é obtido pela soma entre o indivíduo pai que possua o pior valor de aptidão entre os dois indivíduos escolhidos como pais, e o resultado da multiplicação do valor de razão pela diferença entre o indivíduo pai com o melhor valor de aptidão e o outro indivíduo pai. Além disso, a função de mutação adotada foi a função Gaussiana que adiciona um número aleatório, escolhido de uma distribuição normal (Gaussiana), a cada entrada do vetor pai e esta quantidade de mutação vai diminuindo a cada nova geração.

Como pode ser visto pela Figura 4.9, os resultados apresentados são diferentes em cada execução da metodologia do GA, pois existe uma pequena presença de mutação e uma função de cruzamento que é diferente em cada execução do algoritmo, ou seja, existe uma probabilidade de ocorrência associada. Deste modo, a metodologia do GA possibilita encontrar uma região provável de ocorrência do dano e não um local exato de ocorrência.

#### **4.2.2 – Resultados para a Formulação Elastostática do BEM**

Na formulação elastostática do BEM, antes que os resultados de localização do furo sejam apresentados, uma análise com relação ao tipo de variável a ser considerado no problema direto é utilizada. Além disso, a influência de erros numéricos, devido à discretização do BEM nos resultados de otimização também é analisada.

O uso de campos escalares independentes, como a tensão média e a tensão octaédrica, como variáveis de interesse para o procedimento de otimização, evita a comparação de derivadas obtidas em diferentes planos e direções em um ponto interior particular. O problema elastostático mostrado na Figura 4.2 foi resolvido para a tensão média em pontos interiores da placa com dano, e também para os componentes de tensão nas direções  $x$  e  $y$ .

A Figura 4.10 mostra uma comparação entre resultados “bons” (neste caso, localização da coordenada  $y$  do centro do furo) usando a tensão média, e resultados “pobres” (ambos em termos de valor médio e incerteza) para a identificação quando alguns elementos do tensor de tensão original (tensões normal e de cisalhamento nas direções  $x$  e  $y$ ) são usados como variáveis no procedimento de otimização.

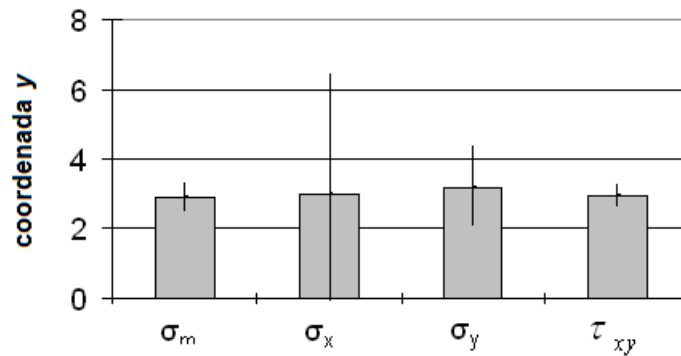


Figura 4.10 – Comparação entre os resultados para a localização da coordenada  $y$  de identificação do furo (valores médios e incertezas) usando uma quantidade escalar ( $\sigma_m$ ) e o vetor de components ( $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ ) como variáveis no procedimento de otimização.

A Figura 4.11 mostra a posição e tamanho do furo “real” em linha contínua e os resultados de identificação em 10 execuções do GA para a tensão média (Figura 4.11(a)) e para a tensão normal na direção  $x$  (Figura 4.11(b)) em linha tracejada.

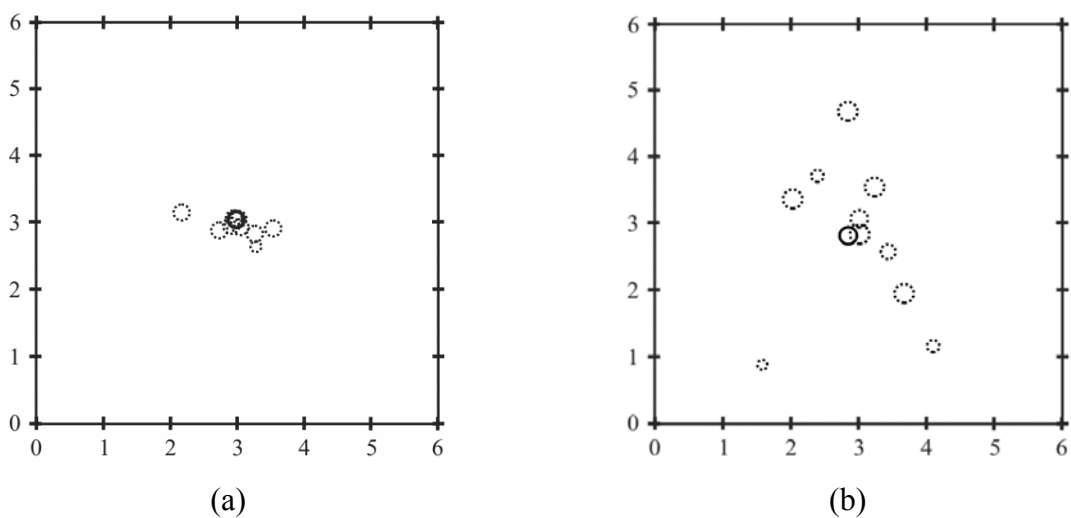


Figura 4.11 – Localização do furo usando: (a)  $\sigma_m$ ; e, (b)  $\sigma_x$ .

Os resultados usando a tensão média apresentam uma tendência de se concentrarem mais perto do furo “real” do que quando o GA usa outras variáveis. Além disso, os resultados

obtidos quando são usados os componentes originais do tensor de tensões podem ser completamente diferentes quando uma simples rotação do eixo é feita.

A influência de erros numéricos devido à discretização do BEM nos resultados de otimização pode ser vista na Figura 4.12. Uma comparação é feita entre os resultados da otimização (usando 10 execuções ou corridas da metodologia do GA) para as duas malhas (uma malha grosseira e uma malha fina) usando a formulação elastostática para a placa mostrada na Figura 4.2(a). A Figura 4.12 apresenta um resultado ilustrativo para os valores médios do erro na localização (coordenadas  $x$  e  $y$ ) e no tamanho (raio  $r$ ) de um furo central (Jorge *et al.*, 2008).

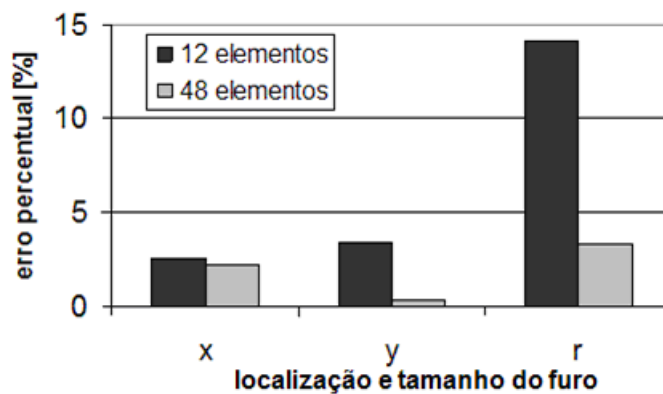


Figura 4.12 – Valores médios para o erro na localização e no tamanho de um furo central.

Os resultados apresentados na Figura 4.12 indicam a influência do refinamento da malha, mostrando uma tendência na qual a malha fina conduz a melhores resultados de identificação, ambos em termos de valores médios e incertezas, como esperado.

Após feita a análise com relação ao tipo de variável  $e$ , considerando o refinamento da malha na formulação elastostática do BEM, os valores da diferença na tensão média (entre a placa com dano e a placa sem dano) foram normalizados, levando em consideração o valor máximo desta diferença, antes de serem utilizados no problema inverso. Os valores das coordenadas  $x$  e  $y$  do centro do furo e o raio também foram normalizados, considerando os respectivos valores máximos. Depois da normalização, uma população com 363 indivíduos foi formada para o GA.

Os resultados gráficos da localização e tamanho dos furos obtidos em 10 corridas (execuções) diferentes do GA estão apresentados na Figura 4.13. O GA, devido sua própria aleatoriedade, garante uma solução ótima diferente cada vez que é executado; entretanto os

resultados do GA apresentam uma tendência de se concentrarem próximos ao furo “real”. A Figura 4.13(a) mostra os resultados para um furo central, ou seja, um furo na posição  $(3,0;3,0)$  *cm*. A Figura 4.13(b) mostra um furo localizado em  $(2,0;2,0)$  *cm*; a Figura 4.13(c) mostra um furo localizado em  $(5,0;3,0)$  *cm*. O raio para cada exemplo foi considerado igual a  $0,12$  *cm*. A posição real do furo está representada em linhas contínuas e os resultados encontrados pelo GA em linhas tracejadas.

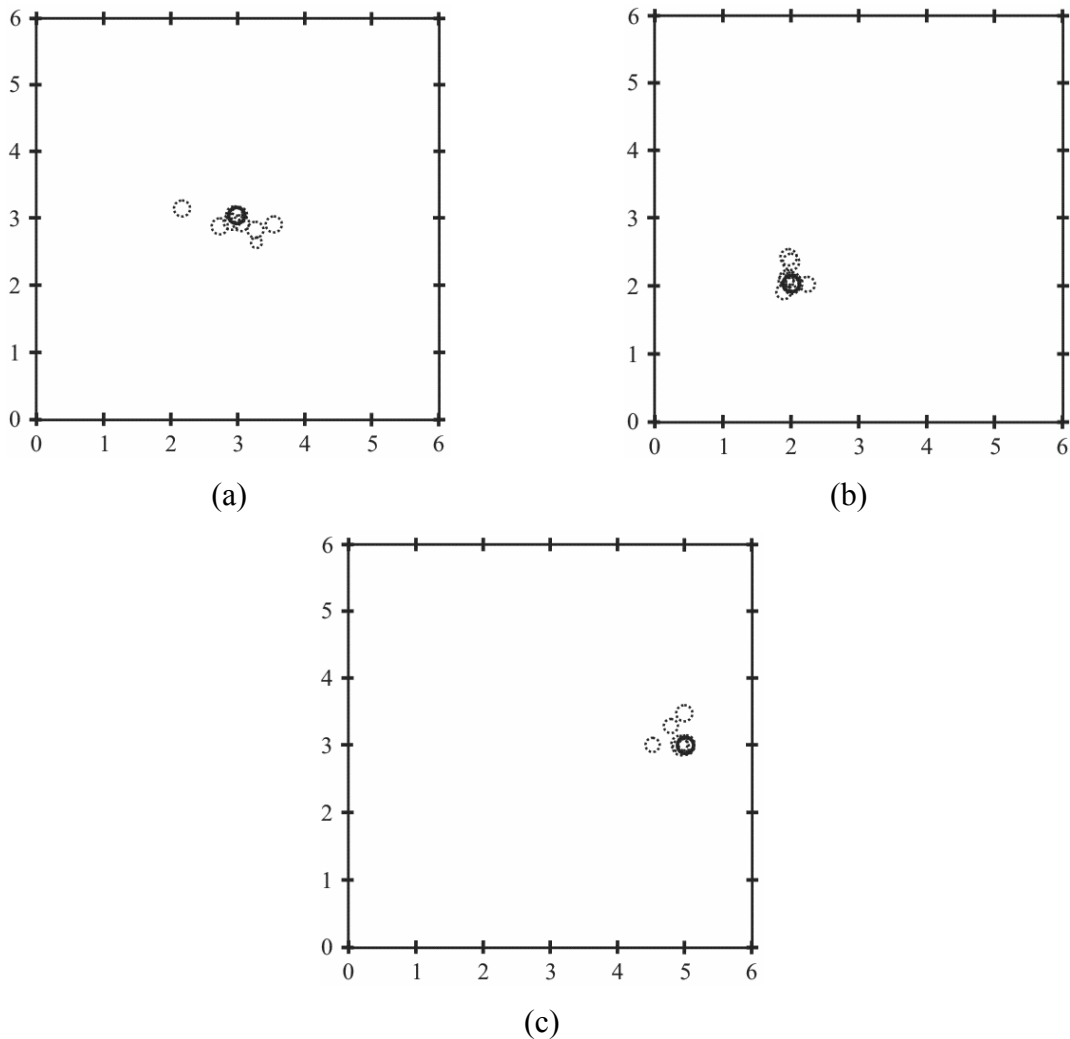


Figura 4.13 – Furo real e simulado para a tensão média: (a) para um furo central; (b) para um furo localizado em  $(2,0;2,0)$  *cm*; (c) para um furo localizado em  $(5,0;3,0)$  *cm*.

Cr terios de parada foram assumidos na formula o elastost tica, considerando o n mero de gera es (n o exceder 100) e a toler ncia (diferen a entre duas fun es de avalia o sendo menor ou igual a  $1 \times 10^{-6}$ ). A fra o ou probabilidade de cruzamento foi configurada como sendo igual a 0,95 (95%) e, deste modo, a probabilidade de muta o era igual a 0,05 (5%) para a metodologia do GA. O elitismo considerava que 10 indiv duos sobrevivessem na pr xima gera o. A fun o de cruzamento utilizada foi a do tipo heur stica

com um valor de razão igual a 0,9. A função de mutação foi a função uniforme, onde cada gene possuía a probabilidade de 0,03 de ser alterado. Outro parâmetro do GA configurado foi a migração. Neste trabalho, a fração de migração foi configurada como sendo igual a 0,20 (20%), a direção de migração foi configurada como sendo “ambas” as direções (ou seja, a  $n$ -ésima subpopulação migra tanto em direção à subpopulação  $(n - 1)$  quanto em direção à subpopulação  $(n + 1)$ ) e 20 gerações eram passadas entre as migrações de indivíduos nas subpopulações. Finalmente, a função de seleção do tipo roleta foi utilizada nesta simulação. Neste tipo de seleção, uma das seções da roleta (correspondendo a um indivíduo) é selecionada com uma probabilidade igual à área da seção.

A técnica do GA requer algum cuidado extra para sua implementação, devido à escolha necessária para a configuração dos parâmetros do algoritmo, que pode ser diferente em cada tipo de problema. A escolha depende da realização de um grande número de experimentos e testes. Além disso, o GA também apresenta um alto custo computacional devido a várias avaliações da função de avaliação. O código de detecção de danos usando GA pode encontrar uma região de probabilidade de ocorrência do furo, já que este algoritmo gera uma solução ótima diferente cada vez que é executado. Assim, um intervalo de confiança, para diferentes parâmetros sendo identificados, pode ser obtido.

#### 4.2.2 – Uma Análise de Ruído ou Erro de Medida nos Dados

Para examinar como o método inverso usando GA responde aos erros de medida, ruídos aleatórios foram introduzidos nos dados medidos. O fluxograma apresentado na Figura 4.14 mostra esta metodologia (Lopes *et al.*, 2010).

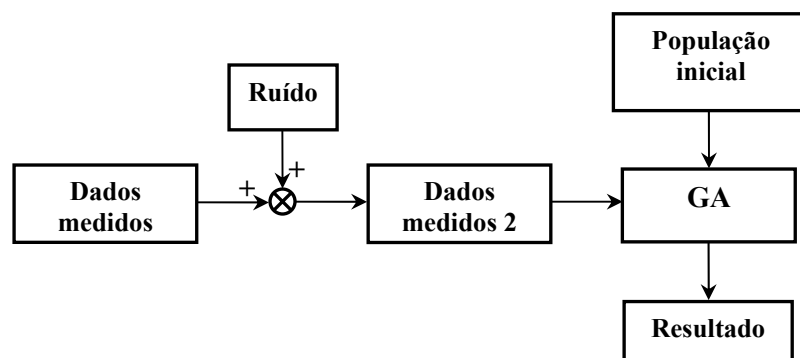


Figura 4.14 – Fluxograma para a análise do erro de medida.

O ruído aleatório é um sinal formado por um conjunto de números aleatórios retirados de uma distribuição normal com média zero (ruído branco) e com o coeficiente de variação (COV – *coefficient of variation*) dado como uma porcentagem (5% ou 10%) do valor medido na localização do sensor. Este ruído é adicionado ao dado medido para criar um conjunto chamado “Dados medidos 2”. Este novo dado medido foi normalizado (como discutido na seção 4.2.1) e, então, usado na metodologia do GA para o problema elastostático. A metodologia do GA foi executada 10 vezes, para cada caso (considerando 5% e 10% de ruído de cada vez), sempre considerando a mesma configuração dos parâmetros como no caso sem ruído. Em cada execução do GA, um sinal de ruído diferente foi gerado, com apropriado COV.

Um furo na posição (3,0;3,0) *cm* com um raio igual a 0,12 *cm* foi simulado para o problema elastostático, considerando um ruído aleatório com 5% (e depois 10%) introduzido nos dados medidos. Os resultados estão resumidos na Tabela 4.1 e Tabela 4.2.

Tabela 4.1 – Resultados do GA com 5% de ruídos aleatórios nos dados medidos.

Resultado	Sem ruído	Erro (sem ruído) [%]	Com ruído de 5%	Erro (com ruído) [%]
<i>x</i>	3,069	2,30	3,063	2,10
<i>y</i>	2,731	8,97	2,901	3,30
<i>r</i>	0,127	5,83	0,125	4,17

Tabela 4.2 – Resultados do GA com 10% de ruídos aleatórios nos dados medidos.

Resultado	Sem ruído	Erro (sem ruído) [%]	Com ruído de 10%	Erro (com ruído) [%]
<i>x</i>	3,069	2,30	3,006	0,20
<i>y</i>	2,731	8,97	2,933	2,23
<i>r</i>	0,127	5,83	0,129	7,50

A Tabela 4.1 mostra os resultados médios obtidos em 10 execuções do GA com 5% de ruído aleatório nos dados medidos, onde erros em torno de 2,10%, 3,30% e 4,17% são obtidos nas coordenadas *x*, *y* e no raio, respectivamente, que são comparados com os erros para os resultados sem ruído. Estes erros foram pequenos e nenhuma regularização é necessária neste caso. Além disso, como mencionado anteriormente, o GA gera uma solução ótima diferente cada vez que é executado.

Quando o GA foi analisado com um ruído aleatório de 10% (Tabela 4.2), o erro no valor do raio foi em torno de 7,50%, e os erros nas coordenadas *x* e *y* foram similares aos erros para o caso onde o ruído aleatório era de 5%. Estes resultados mostram que o processo de

otimização via GA, para identificação e localização do furo na estrutura, apresenta pequena sensibilidade a mudanças nos valores medidos nos sensores, provando a robustez do algoritmo.

Se uma transformação logarítmica  $J'_j = \log(J_j + \varepsilon)$  (com  $\varepsilon = 0.1 \times 10^{-5}$  para prevenir o aparecimento de um valor  $-\infty$  na função (Stravoulakis & Antes, 1998)) é feita na formulação do funcional (Equação (2.11)), o resultado para um furo central é levemente melhorado. A Tabela 4.3 mostra a comparação entre os resultados sem a transformação logarítmica (caso A) e com esta transformação (caso B) para um furo na posição (3,0;3,0) cm e um raio igual a 0,12 cm, e erros de simulação com relação ao furo “real”. A Tabela 4.4 mostra os resultados médios obtidos em 10 execuções (rodadas) do GA com 10% de ruído aleatório nos dados medidos, onde um erro em torno de 0,57%, 2,23% e 7,50% foram obtidos nas coordenadas  $x$  e  $y$ , e no raio, respectivamente, que são comparados com os erros para o resultado sem ruído, considerando uma transformação logarítmica.

Tabela 4.3 – Comparação dos resultados do GA usando a tensão média, com e sem a transformação logarítmica (casos B e A, respectivamente).

Resultado	Caso A	Erro (caso A) [%]	Caso B	Erro (caso B) [%]
$x$	3,069	2,30	2,918	2,73
$y$	2,731	8,97	2,909	3,03
$r$	0,127	5,83	0,122	1,67

Tabela 4.4 – Comparação dos resultados do GA para a tensão média com transformação logarítmica (caso B), com e sem 10% ruído aleatório nos dados medidos.

Resultado	Caso B	Erro (caso B) [%]	Com ruído de 10%	Erro (com ruído) [%]
$x$	2,918	2,73	3,017	0,57
$y$	2,909	3,03	2,933	2,23
$r$	0,122	1,67	0,129	7,50

Os resultados da Tabela 4.3 ilustram o fato de que, na maioria dos casos, o uso da transformação logarítmica tende a reduzir o erro percentual na identificação dos parâmetros do dano. De acordo com a Tabela 4.3, o erro na coordenada  $y$  para ambos os casos, A e B, foi maior do que o erro na coordenada  $x$ . Uma possível razão para a diferença nestes resultados é que somente um furo central foi simulado para o modelo de placa apresentado na Figura 4.2, e considerando as condições de contorno dadas onde a placa é tracionada apenas na direção  $y$ , sendo mais sensível nesta direção para o caso apresentado.

Da Tabela 4.4, pode ser visto que nenhuma mudança significativa ocorreu nos resultados quando um ruído de 10% (caso mais crítico) foi adicionado nos dados medidos. A metodologia do GA apresentada neste trabalho é robusta em relação ao erro de medida, já que somente pequenos erros foram obtidos nos resultados (raio, coordenadas  $x$  e  $y$ ) quando um erro de 10% foi adicionado nos dados medidos. A placa simulada é quadrada e simétrica, como pode ser vista na Figura 4.2; entretanto, as condições de contorno induzem uma assimetria no modelo.

### 4.2.3 – Proposta de GA para a Identificação de Dano: Uma Comparação com os Resultados da Literatura

O método aqui contido (que usa medidas de diferenças na tensão média) foi comparado com um resultado apresentado em (Stravoulakis & Antes, 1998) (que usa medidas de deslocamentos e trações do contorno). Em ambos os os exemplos que foram comparados, uma placa com as dimensões externas  $(0.10 \times 0.10)$  m foi simulada, e o carregamento foi aplicado no lado esquerdo do contorno externo desta placa. As constantes do material foram consideradas iguais a 100 *GPa* para o módulo de cisalhamento e 0,3 para o coeficiente do Poisson.

A Tabela 4.5 mostra os resultados para o GA encontrados por Stravoulakis & Antes (1998) e os resultados apresentados neste trabalho.

Tabela 4.5 – Metodologia GA: comparação com os resultados da literatura.

Teste	Furo “real”	Resultados dados em Stravoulakis & Antes (1998)			Resultados neste trabalho		
		Melhor elemento calculado	Média para 1000 soluções	Erro [%]	Melhor elemento calculado	Média para 20 soluções	Erro [%]
$x$	4,0	3,9606	5,59	38,75	3,7336	3,52	12,00
$y$	4,0	4,0236	4,74	18,50	3,9578	3,95	1,25
<i>diâmetro</i>	0,5	0,4968	0,52	4,00	0,5000	0,53	6,00

Neste trabalho, os resultados de comparação foram alcançados para um carregamento estático de 1000 *MPa* em ambas as direções vertical e horizontal, no lado esquerdo do contorno externo, e o lado direito foi fixado. No trabalho de Stravoulakis & Antes (1998), a



placa estava sujeita a um carregamento dinâmico harmônico em ambas as direções no lado esquerdo, e o lado direito também estava fixado.

Além disso, no trabalho de Stravoulakis & Antes (1998), os resultados foram obtidos depois de executar o GA com 200 gerações e uma população igual a 5 (cinco), porém nenhuma informação é dada naquele texto a respeito de como os indivíduos da população foram colocados na placa. Já, neste trabalho, os parâmetros do GA foram configurados de acordo com aqueles parâmetros apresentados na Seção 4.2.1 para o problema elastostático, considerando 200 gerações e uma população de 49 indivíduos.

Para efetuar um teste, somente um furo com diâmetro igual a 0,5 foi considerado em algumas posições onde o caso teste (furo “real”) não estava incluído na população inicial (as coordenadas  $x$  e  $y$  do centro do furo foram variadas de 0,5 *cm* a 9,5 *cm*, com um passo de 1,5 *cm*), assim, validando os resultados obtidos neste trabalho. Para um problema geral, mais indivíduos devem ser considerados na população inicial do GA para poder considerar mais tipos e quantidades de danos.

Como mostrado na Tabela 4.5, a metodologia do GA usada neste trabalho tem apresentado, para a maioria dos casos, resultados mais precisos na identificação das dimensões do furo “real”, com relação à metodologia do GA usado em Stravoulakis & Antes (1998). No exemplo da literatura, uma média de 1000 soluções foi computada, enquanto, neste trabalho, somente uma média para 20 soluções foi realizada. Além disso, para cada solução, somente poucos segundos foram necessários para executar o programa inverso usando GA em um PC. Estas características ilustram a precisão e o baixo custo computacional da metodologia atual.

### **4.3 – ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS PELA REDE NEURAL ARTIFICIAL**

Para a formulação potencial, considerando o problema de fluxo de calor, inicialmente a presença de um único furo na estrutura foi estudada. Então, o número de sensores na placa foi diminuído (25, 15, 9 e 5 sensores) e a influência nos resultados, ocasionada por essa diminuição dos sensores, foi verificada. Entretanto, como já mencionado anteriormente,

nenhum estudo considerando o posicionamento de sensores foi realizado neste trabalho. Os valores usados para testar a rede foram montados seguindo o esquema de distribuição de sensores na placa, mostrado na Seção 4.1.1 para os dados de entrada.

Um furo de raio igual a 0,10 *cm* em diferentes posições ((1,0;1,0) *cm*, (2,0;4,0) *cm*, (3,0;3,0) *cm*, (4,0;2,0) *cm* e (5,0;5,0) *cm*) foi considerado para o teste da rede. A melhor escolha para os parâmetros da rede neural *backpropagation* (BPN) foi usar 50 neurônios na camada de entrada, 4 neurônios na camada intermediária e 4 neurônios na camada de saída. Como função de ativação, foi utilizada a função de transferência tangente-sigmoidal nas camadas de entrada e intermediária, e a função de transferência linear na camada de saída. A função de treinamento utilizada foi a *steepest descent* com momento e taxa adaptativa de aprendizado. O erro máximo foi configurado como sendo igual a  $1 \times 10^{-5}$ , e o número de épocas foi configurado como sendo igual a 5000. Por fim, a taxa de aprendizado foi configurada como sendo igual a 5%.

A Tabela 4.6 mostra os resultados obtidos pela ANN após a redução do número de sensores, considerando um furo na posição (3,0;3,0) *cm* e raio igual a 0,10 *cm*.

Tabela 4.6 – Influência na redução do número de sensores para um furo central.

Furo real				Furo simulado		
Número de sensores	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>r</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>r</i>
25	3,00	3,00	0,10	3,0035	3,0003	0,0992
15	3,00	3,00	0,10	2,9949	2,9977	0,1009
9	3,00	3,00	0,10	2,9998	2,9973	0,1002
5	3,00	3,00	0,10	3,0010	2,9959	0,1000

Os resultados apresentados pela redução do número de sensores, para um furo na posição (4,0;2,0) *cm* e de mesmo raio (0,10 *cm*), são mostrados na Tabela 4.7.

Tabela 4.7 – Influência na redução do número de sensores para um furo não-central.

Furo real				Furo simulado		
Número de sensores	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>r</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>r</i>
25	4,00	2,00	0,10	3,4568	0,5676	0,0994
15	4,00	2,00	0,10	2,1225	0,5135	0,0994
9	4,00	2,00	0,10	2,4224	0,4355	0,0224
5	4,00	2,00	0,10	1,4138	0,9774	0,1000

Considerando a diminuição do número de sensores na placa, o domínio do problema é reduzido, pois menos dados são fornecidos à rede. Além disso, os resultados obtidos dependem tanto da distribuição dos sensores na placa e quanto da qualidade dos dados de entrada.

Os resultados mostrados na Figura 4.15 foram obtidos para um furo de raio  $0,10\text{ cm}$  nas posições  $(3,0;3,0)\text{ cm}$  (Figura 4.15(a)),  $(1,0;1,0)\text{ cm}$  (Figura 4.15(b)), e  $(5,0;5,0)\text{ cm}$  (Figura 4.15(c)). Estes resultados foram obtidos considerando apenas 5 sensores na placa.

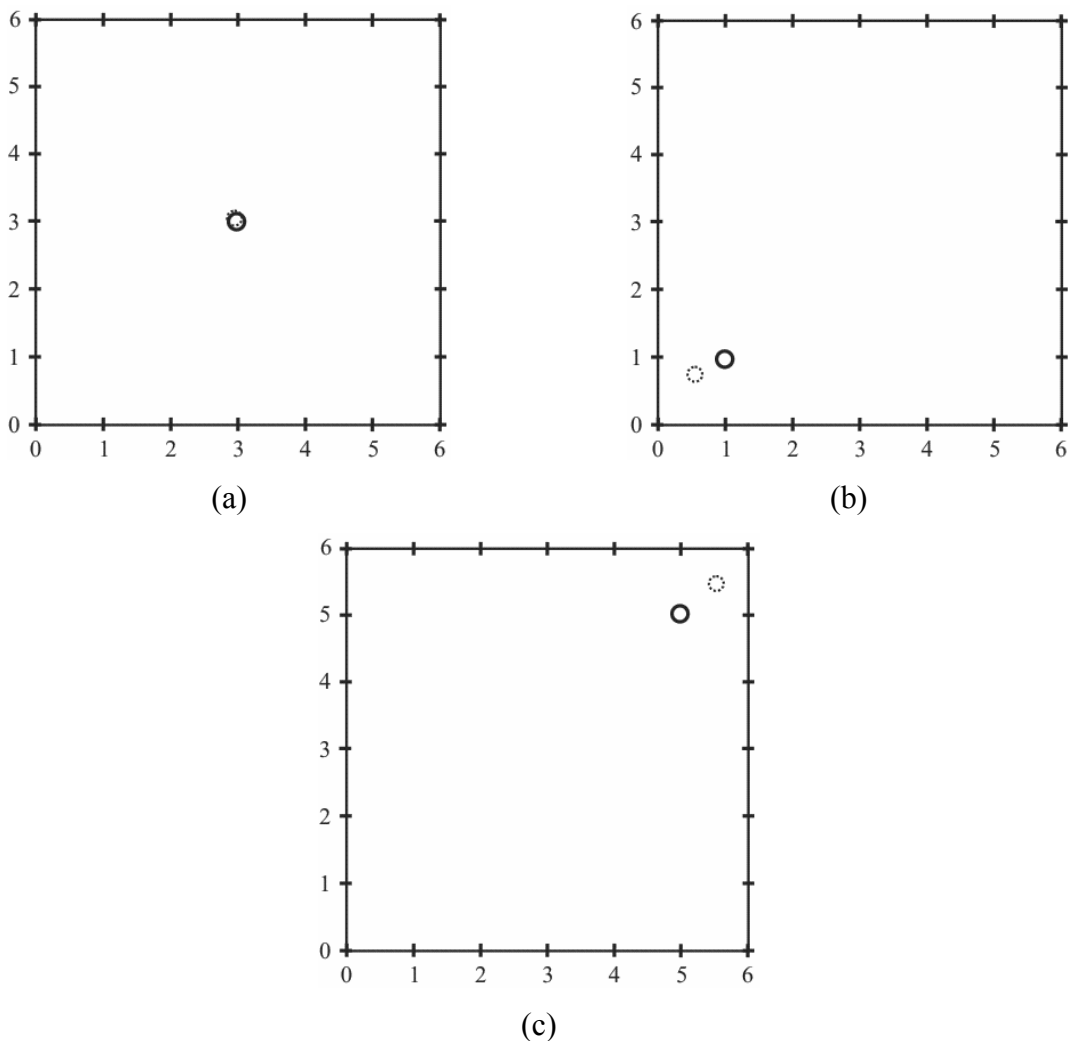


Figura 4.15 – Problema potencial: resultados da ANN para 5 sensores para um furo nas posições: (a)  $(3,0;3,0)\text{ cm}$ ; (b)  $(1,0;1,0)\text{ cm}$ ; e, (c)  $(5,0;5,0)\text{ cm}$ .

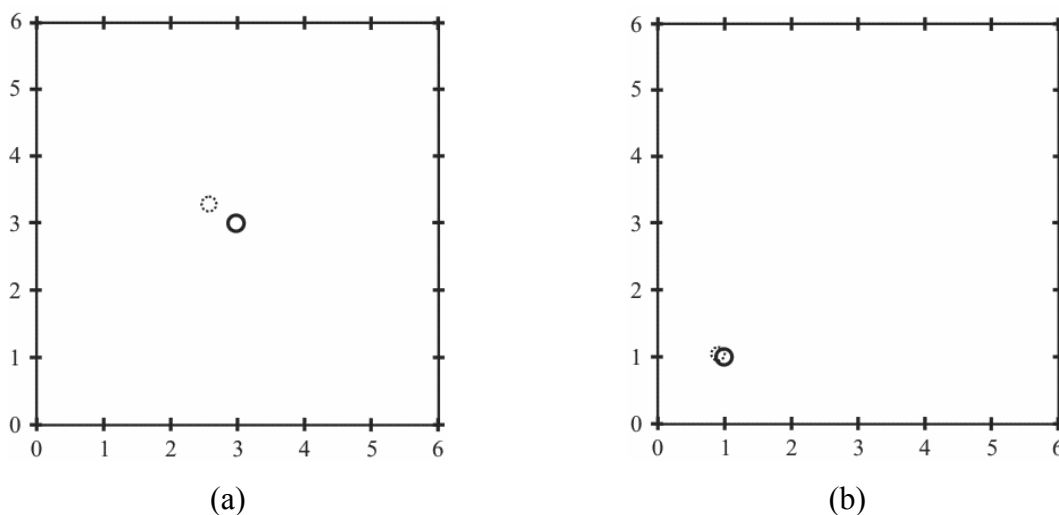
A detecção de dois furos numa placa fina foi estudada em Lopes (2007) para a formulação potencial. Durante o estudo, os resultados dependeram da qualidade dos dados de entrada da ANN e da escolha adequada dos parâmetros de configuração da mesma. Para prosseguir com a detecção de mais de um furo na placa por meio da ANN, o problema direto

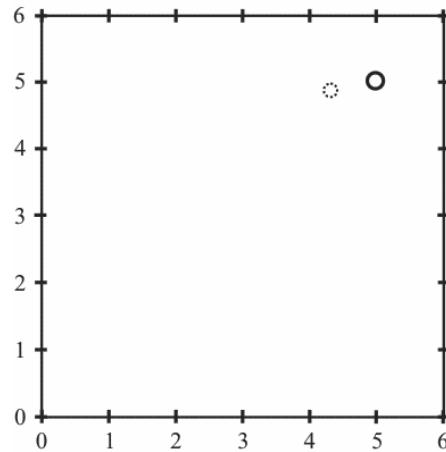
(os dados obtidos pelo BEM) deve ser melhorado. Novos carregamentos na placa e um novo BEM deveriam ser considerados, permitindo identificar não apenas furos circulares, mas também, elípticos e trincas nas estruturas.

Para a formulação elastostática, a ANN simula o comportamento não linear entre os valores da diferença local na tensão média (entra a placa sem dano e a placa com dano) e os parâmetros do furo (localização e tamanho). Informações considerando a diferença na tensão média são fornecidas na entrada da rede, além disso, os parâmetros do furo são fornecidos na saída da mesma rede. Furos de diferentes tamanhos e em diferentes localizações podem fazer parte dos dados fornecidos à rede. Após ter definido os dados de entrada e saída da ANN, o próximo passo é construir a rede e, então, após sua construção a rede poderá ser treinada. Por fim, a rede poderá ser testada para outros dados da diferença na tensão média, obtendo como resposta, a localização e o tamanho do furo.

De acordo com a população inicial do GA, os valores da diferença na tensão média e os parâmetros do furo foram normalizados, antes de utilizar estes valores diretamente. Depois de treinar a ANN com estes dados, a rede foi testada para um furo de raio  $0,12 \text{ cm}$  em diferentes posições ( $(3,0;3,0) \text{ cm}$ ,  $(1,0;1,0) \text{ cm}$  e  $(5,0;5,0) \text{ cm}$ ). A rede foi configurada com 100 neurônios na camada de entrada, 50 neurônios na camada intermediária e 3 neurônios na camada de saída. Diferentemente da configuração dos parâmetros da ANN para a formulação potencial, o erro máximo permitido foi configurado como sendo igual a  $1 \times 10^{-2}$ , e a taxa de aprendizado foi configurada como sendo igual a  $0,01$ .

A Figura 4.16 mostra alguns dos resultados obtidos, considerando 9 sensores na placa e, cuja distribuição está apresentada na Figura 4.2(b).





(c)

Figura 4.16 – Problema elastostático: resultados obtidos da ANN para um furo nas posições:

(a)  $(3,0;3,0)$  cm; (b)  $(1,0;1,0)$  cm; e, (c)  $(5,0;5,0)$  cm.

Como visto pela Figura 4.16, a localização do furo foi dada por uma área razoavelmente pequena de incerteza próxima ao furo “real”, para os vários casos testados. Além disso, o tamanho do furo foi obtido com boa precisão. Estes resultados foram similares aos resultados apresentados na Figura 4.15, para o problema potencial, e eles foram obtidos mais rapidamente do que no caso usando GA (como uma técnica de otimização global). Por esta razão, a solução de um programa de detecção de danos por meio da ANN (como uma técnica de identificação de parâmetros) também é conhecida como uma identificação *online*, ou seja, em tempo real. Uma das vantagens do uso da ANN em relação ao GA é que, depois do treinamento da rede, furos com diferentes tamanhos e em diferentes localizações podem ser testados sem haver a necessidade de executar o programa de detecção de danos novamente.

Em parte, dificuldades em encontrar a região exata de ocorrência do dano são devidas a problemas de treinamento da rede, ou à escolha dos parâmetros de configuração da rede ou à escolha dos dados de entrada e saída. Levando em consideração as vantagens de cada técnica (detecção de danos usando GA ou ANN), uma região de ocorrência do dano poderia ser encontrada. Nesta metodologia, o GA poderia ser usado para encontrar a região de ocorrência do dano, e então, a partir da região de ocorrência encontrada, a ANN poderia encontrar o tamanho exato deste dano, reduzindo o tempo de pesquisa pelo resultado ótimo. Esta análise não foi efetuada neste trabalho e é deixada como sugestão para um trabalho futuro.

O presente trabalho está limitado a uma placa fina simples com um furo circular. Para um problema mais geral, múltiplos danos e/ou trincas podem ser tratados, necessitando uma nova montagem dos cromossomos (Equação (2.12)) do GA e também mudanças nos dados de

entrada da ANN, para considerar estes danos. As trincas também podem ser modeladas, em uma primeira aproximação, como furos elípticos. Neste caso, a formulação elastostática do BEM, apresentada neste trabalho, poderia ser utilizada. Depois que esta primeira aproximação para a trinca for implementada, uma formulação mais precisa para o modelo direto do BEM deveria ser considerada, para modelar adequadamente a presença da trinca (por exemplo, uso de uma formulação específica do BEM para mecânica da fratura, tal como o método de elementos de contorno dual (Portela *et al.*, 1992)).

## 4.4 – ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO

### 4.4.1 – Determinação da Função Variância do Funcional $J$

A função variância do funcional  $J$  foi determinada por meio de uma regressão multivariada com termos até a terceira ordem. Os dados de entrada consistiam de furos com raios entre 0,10 e 0,15, com incrementos ou passo de 0,005, cujos centros foram considerados nas posições de 1 a 5, com incremento de 1, em ambas as coordenadas  $x$  e  $y$ . O resultado foi uma matriz com 3 colunas (raio,  $x$  e  $y$ ) e 275 linhas.

Os elementos presentes em cada linha da matriz foram considerados como sendo os valores médios de uma distribuição, inicialmente uniforme e depois normal. Para cada uma das posições dadas do furo, um desvio padrão igual a 10% de um terço da unidade foi considerado (ou seja,  $3\sigma_r = 0,10$ ). O desvio padrão para cada valor de raio dado foi considerado como sendo igual a 10% de um terço do valor médio ( $\sigma_r = 0,10\mu_r/3$ , ou seja,  $3\sigma_r = 0,10\mu_r$ ).

O próximo passo foi determinar um intervalo ou uma região próxima aos valores médios dados, onde 100 números aleatórios foram distribuídos uniformemente (a análise também foi feita para dados distribuídos normalmente) nesta região, para cada uma das variáveis  $x$ ,  $y$  e  $r$ . Para determinar esta região próxima ao valor médio, inicialmente uma amplitude (intervalo

de valores) foi determinada como sendo a diferença entre o valor médio mais 3 vezes o desvio padrão e o valor médio menos três vezes o desvio padrão, resultando em  $6\sigma$ , de acordo com a Equação (4.1).

$$amplitude = (\mu + 3\sigma) - (\mu - 3\sigma) = 6\sigma \quad (4.1)$$

Com a definição desta amplitude, o limite inferior (*inf*) foi estimado como sendo igual ao valor médio menos 10% do valor da amplitude e o limite superior (*sup*), como sendo igual ao valor médio mais 10% do valor da amplitude, conforme a Equação (4.2). Ou seja, foi estipulado um pequeno intervalo em torno do valor médio com uma variação de 10% da amplitude total dos dados.

$$\begin{aligned} inf &= \mu - 0,10amplitude = \mu - 0,60\sigma \\ sup &= \mu + 0,10amplitude = \mu + 0,60\sigma \end{aligned} \quad (4.2)$$

Os limites inferior e superior deste pequeno intervalo foram utilizados para encontrar números aleatórios, gerados conforme mostrado pela Equação (4.3), para cada uma das variáveis  $x$ ,  $y$  e  $r$ .

$$variável = inf + (sup - inf) \text{rand}(100,1) \quad (4.3)$$

Onde, *inf* representa o limite inferior da região próxima ao valor médio; e, *sup* representa o limite superior da região próxima ao valor médio. A função  $\text{rand}(100,1)$  (MATLAB<sup>®</sup>, versão R2008a) na Equação (4.3) é uma função que gera 100 números pseudoaleatórios, distribuídos uniformemente no intervalo  $[0,1]$ . Para o caso de uma distribuição normal, a função  $\text{randn}(100,1)$  é utilizada para gerar 100 números pseudoaleatórios distribuídos normalmente, com média zero e desvio padrão 1.

Em seguida, para cada um dos furos (valores médios dados antes da distribuição dos dados), um valor simulado de tensão média (representando o valor “medido” de tensão média para um furo “real” na placa) foi determinado por meio de uma rotina que utiliza o BEM. Estes valores de tensão média foram determinados em 9 pontos interiores da placa (sensores nas posições  $(1,0;1,0)$  cm,  $(1,0;3,0)$  cm,  $(1,0;5,0)$  cm,  $(3,0;1,0)$  cm,  $(3,0;3,0)$  cm,  $(3,0;5,0)$  cm,  $(5,0;1,0)$  cm,  $(5,0;3,0)$  cm e  $(5,0;5,0)$  cm). Os correspondentes 100 valores de tensão média para os furos da distribuição também foram encontrados. Estes valores de tensão média dos furos da distribuição constituíam os valores calculados de tensão média. Então, o valor

simulado e os valores calculados foram utilizados no cálculo do funcional  $J$ , dado pela Equação (2.11). Com isto, a variância do funcional  $J$  pôde ser encontrada para cada furo dado, considerando o logaritmo natural dos valores para mudança de escala.

Com os valores de variância do funcional  $J$  determinados, uma regressão multivariada foi realizada com relação às variáveis  $x$ ,  $y$  e  $r$ , considerando um nível de confiança igual a 95% (ou,  $\alpha = 0,05$ ). Os dados que coincidiam com as localizações dos sensores foram desconsiderados para evitar possíveis descontinuidades na função. Para uma distribuição uniforme, a regressão multivariada dos dados apresentou um valor de  $R^2$  igual a 72,8 %, e o valor  $p$ -value igual a 0. Já a regressão para a distribuição normal apresentou o valor de  $R^2$  igual a 83,9%, e o valor  $p$ -value igual a 0. Então, como a regressão para a distribuição normal apresentou um valor maior de  $R^2$ , ela foi considerada como sendo a função que melhor representava a variância do funcional  $J$ .

A Equação (4.4) apresenta a regressão obtida para os dados da distribuição normal. Nesta equação, todos os termos da regressão foram considerados, ou seja, os termos não significativos (valor  $p$ -value maior do que 0,5) foram mantidos uma vez que não interferem no resultado final.

$$\begin{aligned}
 J_{\text{var}} = & -1,553 \times 10^{-5} + 9,857 \times 10^1 r - 1,829x - 1,070y - 9,339 \times 10^2 r^2 + \\
 & + 2,610 \times 10^{-1} x^2 + 6,083 \times 10^{-2} y^2 + 8,038rx + 3,733ry + 2,421 \times 10^{-1} xy + \\
 & + 2,696 \times 10^3 r^3 - 2,503 \times 10^{-2} x^3 + 1,703 \times 10^{-2} y^3 - 1,296 \times 10^1 r^2 x + \quad (4.4) \\
 & - 2,361 \times 10^1 r^2 y - 6,689 \times 10^{-1} x^2 r + 4,175 \times 10^{-2} x^2 y + 3,838 \times 10^{-1} y^2 r + \\
 & - 7,355 \times 10^{-2} y^2 x - 1,458 \times 10^{-1} x y r
 \end{aligned}$$

## 4.4.2 – Análise dos Resultados obtidos por meio de Técnicas Clássicas para a Resolução de Problemas de Otimização Multiobjetivo

### 4.4.2.1 – Resultados obtidos pelo método da ponderação dos objetivos onde a informação dos sensores faz parte da população do GA

Como o problema a ser resolvido possui dois objetivos (um objetivo sendo a função para o funcional com unidade de tensão e o outro objetivo sendo a função variância do funcional



com unidade de tensão ao quadrado), as duas funções objetivo necessitam estar na mesma unidade para que a otimização possa ser realizada. Então, a função *fitness* do GA foi formada pela soma ponderada entre o funcional  $J$  e o seu desvio padrão (raiz quadrada da função variância do funcional), de acordo com a Equação (4.5).

$$f = w_1 J + w_2 \sqrt{J_{\text{var}}} [Pa] \quad (4.5)$$

As variáveis  $w_1$  e  $w_2$  representam as ponderações ou pesos do funcional  $J$  e do seu desvio padrão  $\sqrt{J_{\text{var}}}$ , respectivamente. A soma entre as duas variáveis  $w_1$  e  $w_2$  é igual a 1. Quando  $w_1$  for igual a 1 e  $w_2$  for igual a zero, o problema terá um único objetivo a ser tratado, ou seja, apenas o funcional  $J$  estará presente. Para valores de  $w_1$  e  $w_2$  diferentes de zero, o problema terá dois objetivos a serem tratados. Este método corresponde ao método de ponderação dos objetivos.

Caso a variância fosse usada no método ao invés de usar o desvio padrão, as funções não estariam expressas na mesma unidade, portanto, ambas as funções deveriam ser divididas pelo respectivo valor mínimo, obtido separadamente para cada função. Como uma mudança de escala foi efetuada por meio de um logaritmo natural, o valor mínimo obtido para a variância foi igual a zero, não sendo possível realizar a divisão por este valor.

A Tabela 4.8 mostra os resultados ( $\mu \pm 3\sigma$ ) para o valor do funcional  $J$ , seu desvio padrão  $\sqrt{J_{\text{var}}}$ , o valor da ponderação dos objetivos  $f$ , e a localização do furo ( $x, y$ ) e seu tamanho de raio  $r$ , obtidos para um furo na posição (1,2;3,3) cm e raio 0,11 cm, considerando diferentes configurações dos parâmetros  $w_1$  e  $w_2$ .

Tabela 4.8 - Resultados para o método da ponderação dos objetivos com a informação dos sensores na população do GA.

$w_1$	$w_2$	$J$	$\sqrt{J_{\text{var}}}$	$f$	$x$	$y$	$r$
1,00	0,00	5,970 ± 2,647	0,872 ± 0,119	5,970 ± 2,647	1,307 ± 0,667	3,072 ± 0,337	0,107 ± 0,007
0,90	0,10	5,213 ± 5,730	0,866 ± 0,075	4,778 ± 5,153	1,312 ± 0,359	3,058 ± 0,232	0,108 ± 0,007
0,80	0,20	6,149 ± 3,452	0,849 ± 0,157	5,089 ± 2,745	1,453 ± 1,010	3,001 ± 0,594	0,109 ± 0,016
0,70	0,30	5,614 ± 2,764	0,851 ± 0,049	4,185 ± 1,930	1,386 ± 0,295	3,021 ± 0,263	0,108 ± 0,004
0,60	0,40	6,677 ± 3,557	0,839 ± 0,167	4,342 ± 2,071	1,564 ± 1,291	2,948 ± 0,641	0,108 ± 0,016

0,50	0,50	6,135 ± 2,296	0,842 ± 0,065	3,488 ± 1,123	1,432 ± 0,384	3,004 ± 0,242	0,107 ± 0,011
0,40	0,60	7,469 ± 1,750	0,795 ± 0,092	3,464 ± 0,660	1,815 ± 0,761	2,808 ± 0,357	0,109 ± 0,020
0,30	0,70	6,957 ± 1,611	0,811 ± 0,078	2,655 ± 0,447	1,724 ± 0,819	2,843 ± 0,371	0,107 ± 0,010
0,20	0,80	7,704 ± 1,987	0,728 ± 0,117	2,123 ± 0,405	2,085 ± 0,428	2,684 ± 0,347	0,126 ± 0,040
0,10	0,90	9,632 ± 12,844	0,538 ± 0,853	1,448 ± 0,552	2,618 ± 3,251	2,286 ± 2,733	0,142 ± 0,013
0,00	1,00	18,759 ± 0,820	0,000 ± 0,000	0,000 ± 0,000	5,055 ± 0,623	0,911 ± 0,564	0,131 ± 0,041

Além disso, os resultados apresentados na Tabela 4.8 consideravam que as informações dos sensores faziam parte da população e estes resultados foram obtidos em 10 iterações do GA para a otimização mono-objetivo. A população era composta de 363 indivíduos, que foram selecionados via função do tipo roleta para compor a nova geração. Depois de selecionados, os indivíduos sofriam cruzamento via função do tipo heurística (com um valor de razão de 0,9), a uma fração (probabilidade) de 0,95. O indivíduo formado sofria uma pequena mutação via função Gaussiana, cuja fração era de 0,05. Além disso, a migração dos indivíduos era considerada em ambas as direções, e o elitismo considerava que 10 indivíduos sobrevivessem na próxima geração sem sofrer a ação dos operadores genéticos. Como critério de parada foi assumido um número de gerações igual a 100, e um critério de parada para a tolerância (diferença entre duas funções de avaliação menor ou igual a  $1 \times 10^{-6}$ ).

Pelos resultados apresentados na Tabela 4.8, a exatidão dos resultados (principalmente com relação a variável  $x$ ) piora à medida que o peso da função que representa o desvio padrão aumenta e o peso do funcional diminui. O valor mínimo da Equação (4.5), dado na quinta coluna da Tabela 4.8 para determinadas ponderações  $w_1$  e  $w_2$ , não garante as melhores soluções para o problema multiobjetivo. Além disso, com relação ao raio do furo, somente os pesos abaixo de 20% para o funcional apresentaram mudanças significativas. Portanto, a escolha dos pesos para as funções (funcional e o desvio padrão) depende não apenas dos valores mínimos destas funções, mas também da análise dos resultados obtidos para as variáveis do problema ( $x$ ,  $y$  e  $r$ ).

Na Figura 4.17 estão representados, pelo asterisco, os resultados dados na Tabela 4.8, considerando o funcional  $J$  em função do desvio padrão  $\sqrt{J_{\text{var}}}$  (ou  $\text{std}(J)$ ). Com relação a estes resultados, não há garantias que sejam as soluções não-dominadas (pontos na frente de Pareto), pois outras soluções são possíveis para um problema multiobjetivo. O resultado determinístico (ou seja, o resultado considerando os pesos de 1 para o funcional  $J$  e 0 para o

desvio padrão  $\sqrt{J_{\text{var}}}$ ) está circulado na figura. O resultado representado pela estrela corresponde às ponderações 0,9 e 0,1 para o funcional  $J$  e para o desvio padrão  $\sqrt{J_{\text{var}}}$ , respectivamente. Este resultado apresenta um valor mínimo para o funcional, mas o valor apresentado para o desvio padrão não corresponde ao menor valor possível. Isto ocorre porque a importância (valor do peso da função) dada à primeira função é mais significativa do que à segunda função.

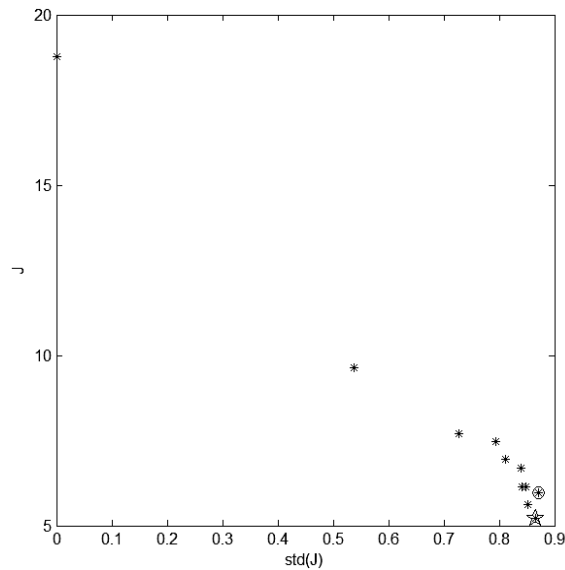


Figura 4.17 – Representação gráfica para os resultados do método da ponderação dos objetivos com a informação dos sensores na população do GA.

A Figura 4.18 mostra os resultados, considerando as ponderações de 0,9 para o funcional  $J$  e 0,1 para o desvio padrão  $\sqrt{J_{\text{var}}}$ .

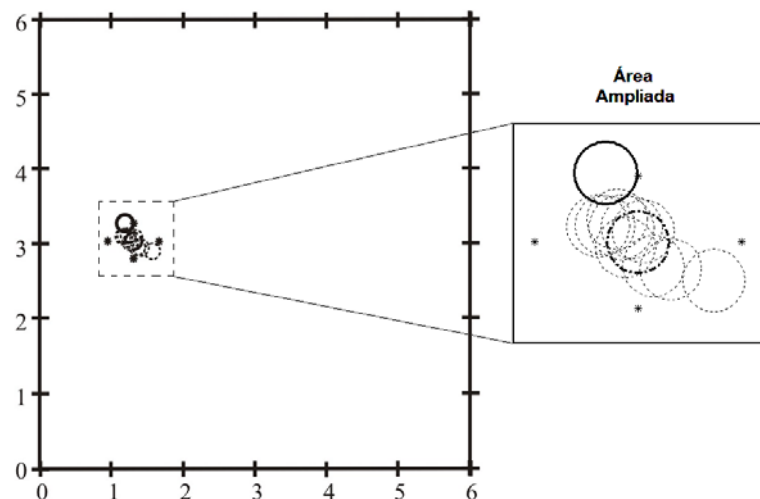


Figura 4.18 – Resultado para os pesos 0,9 para  $J$  e 0,1 para  $\sqrt{J_{\text{var}}}$ .

Na Figura 4.18, o furo “real” está representado pelo círculo em linha contínua, os furos encontrados em cada uma das 10 execuções do GA estão representados por linhas tracejadas, e o resultado médio (para os 10 resultados encontrados) está representado pelo furo em linha traço-ponto. Os limites do intervalo de incerteza são representados pelos asteriscos. A área ampliada mostra o furo e os resultados encontrados em maior detalhe.

#### 4.4.2.2 – Resultados obtidos pelo método do critério global onde a informação dos sensores faz parte da população do GA

Por meio do método do critério global, outra função foi formada para a métrica- $L_2$ , conforme mostrado na Equação (4.6).

$$f = \sqrt{\left( (J^0 - J)^2 + \left( \sqrt{J_{\text{var}}^0} - \sqrt{J_{\text{var}}} \right)^2 \right)} \quad (4.6)$$

Esta função foi utilizada para encontrar um furo “real” na mesma posição (1,2;3,3) *cm* e raio 0,11 *cm*, considerando a configuração dos parâmetros do GA apresentada anteriormente. O resultado obtido foi um furo na posição  $x = 1,348$  *cm* e incerteza  $3\sigma = 0,681$  *cm*,  $y = 3,039$  *cm* e incerteza  $3\sigma = 0,336$  *cm*, e raio  $r = 0,108$  *cm* e incerteza  $3\sigma = 0,010$  *cm*.

A Figura 4.19 mostra os resultados encontrados pelo uso da Equação (4.6).

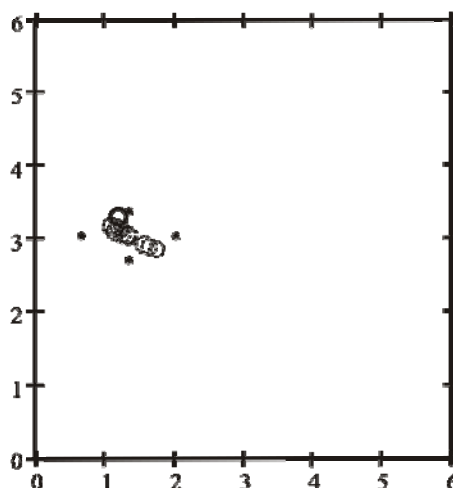


Figura 4.19 – Resultado encontrado pelo método do critério global para a métrica- $L_2$ .

Nesta Figura 4.19, o furo “real” está representado em linha contínua, o furo encontrado (valor médio) em linha traço-ponto (e os respectivos intervalos de incerteza, cujos limites são

apresentados pelos asteriscos), e cada um dos 10 furos determinados em cada execução do algoritmo, representados em linha tracejada.

Considerando a métrica- $L_1$ , a Equação (4.7) foi formada:

$$f = |J^0 - J| + \left| \sqrt{J_{\text{var}}^0} - \sqrt{J_{\text{var}}} \right| \quad (4.7)$$

O resultado obtido para o furo “real” já apresentado (posição (1,2;3,3) *cm* e raio 0,11 *cm*) foi um furo na posição  $x = 1,792$  *cm* e incerteza  $3\sigma = 1,033$  *cm*,  $y = 2,814$  *cm* e incerteza  $3\sigma = 0,579$  *cm*, e raio  $r = 0,111$  *cm* e incerteza  $3\sigma = 0,030$  *cm*.

A Figura 4.20 mostra os resultados encontrados pelo uso da Equação (4.7).

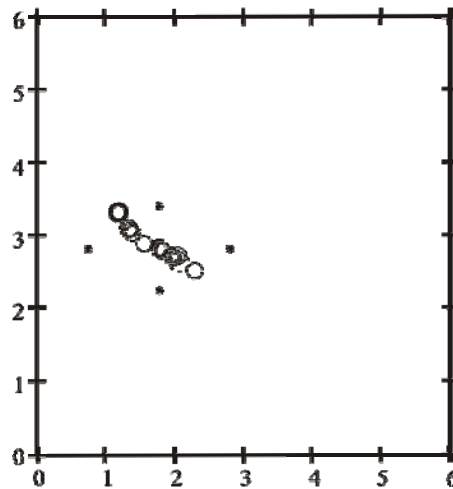


Figura 4.20 – Resultado encontrado pelo método do critério global para a métrica- $L_1$ .

Nesta Figura 4.20, o furo “real” também está representado em linha contínua, o furo encontrado em linha traço-ponto e cada um dos 10 furos (obtidos em cada execução do algoritmo) em linha tracejada. Como pode ser verificado pela Figura 4.20, a exatidão (localização do furo) e a precisão (incerteza) do resultado piorou um pouco em relação à métrica- $L_2$  (Figura 4.19).

#### 4.4.2.3 – Resultados obtidos pelo método da ponderação dos objetivos onde a informação dos sensores não fazia parte da população do GA

A Tabela 4.9 mostra os resultados para um furo na posição (1;2) e raio 0,12 onde as informações dos sensores não faziam parte da população, que continha apenas as informações

do furo (sua posição  $x$  e  $y$ , e raio  $r$ ). Neste caso, para cada nova geração formada pelo GA, o programa que executa o BEM deve ser chamado para encontrar as informações dos sensores. Estes resultados foram obtidos em 10 iterações do GA para a otimização mono-objetivo, cuja população inicial possuía 10 indivíduos (1 1 0,10; 1 3 0,14; 1 4 0,12; 1 5 0,11; 3 1 0,10; 3 3 0,13; 4 2 0,12; 4 4 0,10; 5 1 0,13; 5 5 0,15).

Tabela 4.9 - Resultados para o método da ponderação dos objetivos sem a informação dos sensores na população do GA.

$w_1$	$w_2$	$J$	$\sqrt{J_{\text{var}}}$	$f$	$x$	$y$	$r$
1,00	0,00	16,242 ± 1,028	1,192 ± 0,054	16,241 ± 1,028	1,180 ± 0,486	1,150 ± 0,354	0,102 ± 0,003
0,90	0,10	16,046 ± 0,914	1,184 ± 0,074	14,560 ± 0,830	1,256 ± 0,425	1,113 ± 0,318	0,102 ± 0,003
0,80	0,20	16,053 ± 0,442	1,178 ± 0,025	13,078 ± 0,355	1,216 ± 0,534	1,164 ± 0,467	0,104 ± 0,007
0,70	0,30	16,053 ± 0,442	1,178 ± 0,025	11,591 ± 0,312	1,216 ± 0,534	1,164 ± 0,467	0,104 ± 0,007
0,60	0,40	16,033 ± 0,879	1,182 ± 0,064	10,093 ± 0,553	1,241 ± 0,392	1,135 ± 0,314	0,102 ± 0,004
0,50	0,50	16,000 ± 0,7317	1,1747 ± 0,0453	8,587 ± 0,384	1,205 ± 0,507	1,194 ± 0,447	0,103 ± 0,007
0,40	0,60	15,8187 ± 1,3638	1,1524 ± 0,0791	7,019 ± 0,590	1,223 ± 0,375	1,273 ± 0,485	0,105 ± 0,005
0,30	0,70	16,0334 ± 1,4062	1,0766 ± 0,4351	5,564 ± 0,318	1,278 ± 0,339	1,530 ± 1,651	0,110 ± 0,035
0,20	0,80	18,0821 ± 4,3967	0,5639 ± 0,8770	4,068 ± 0,194	3,334 ± 5,296	1,656 ± 2,371	0,130 ± 0,027
0,10	0,90	19,3843 ± 0,000	0,3114 ± 0,000	2,219 ± 0,000	5,000 ± 0,000	1,000 ± 0,000	0,130 ± 0,000
0,00	1,00	19,3843 ± 0,000	0,3114 ± 0,000	0,311 ± 0,000	5,000 ± 0,000	1,000 ± 0,000	0,130 ± 0,000

A função de seleção configurada para o GA foi a seleção por torneio, onde o melhor indivíduo (definido por meio de sua avaliação) foi escolhido de um subconjunto formado por indivíduos (jogadores ou competidores) selecionados aleatoriamente dentro da população. Para realizar o torneio, a quantidade mínima de indivíduos considerada é igual a 2 (valor este que corresponde ao tamanho do torneio), mas na implementação foi considerado um torneio entre 4 indivíduos (valor padrão da função utilizada). Uma quantidade maior de indivíduos que irão disputar o torneio pode acarretar numa convergência prematura do algoritmo. A função de cruzamento heurística (com um valor de razão igual a 0,9) e a função de mutação Gaussiana foram utilizadas. Na simulação foram consideradas 20 gerações. Além disso, a migração considerou ambas as direções de migração. A probabilidade de cruzamento foi

configurada como sendo igual a 95%, resultando numa taxa de mutação de 5%. O elitismo foi considerado igual a 1. A Tabela 4.9 está representada graficamente pela Figura 4.21.

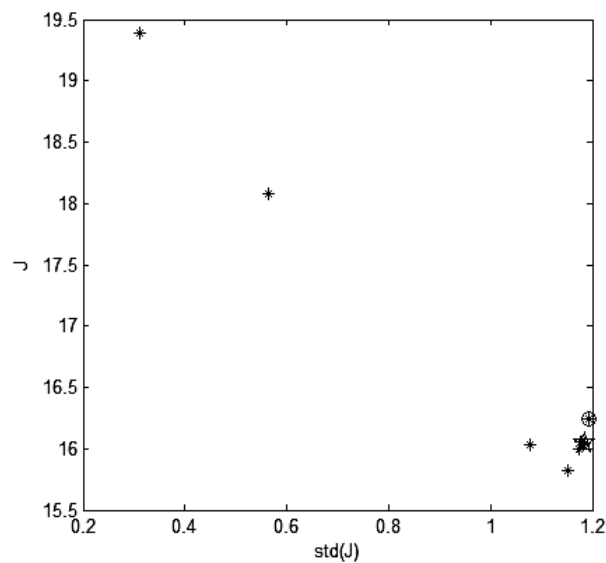


Figura 4.21 – Representação gráfica para os resultados do método da ponderação dos objetivos sem a informação dos sensores na população do GA.

Assim como no caso anterior (quando a informação dos sensores estava presente na população do GA), não há garantias que estes resultados dados na Figura 4.21 sejam as soluções não-dominadas (pontos na frente de Pareto), mas apenas soluções possíveis para o problema. Novamente, o resultado determinístico está representado pelo círculo, e o resultado para as ponderações 0,9 para o funcional  $J$  e 0,1 para o desvio padrão  $\sqrt{J_{\text{var}}}$ , está representado pela estrela. Como pode ser verificado, o resultado dado pela estrela na Figura 4.21 não corresponde ao valor mínimo possível para as duas funções (funcional e seu desvio padrão).

### 4.4.3 – Análise dos Resultados Multiobjetivos por meio de uma Tomada de Decisão via *Fuzzy*

#### 4.4.3.1 - Com a informação dos sensores (diferença na tensão média) na população do GA

Considerando a presença da informação das medidas dos sensores (diferença na tensão média, para a formulação elastostática) na população do GA, uma população inicial com 168 indivíduos foi formada. Os furos desta população possuíam raios iguais a 0,10 cm, 0,125 cm e

0,15 cm, e as coordenadas  $x$  e  $y$  do centro do furo foram variadas de 1,0 cm a 5,0 cm com um passo de 0,5 cm. As localizações que coincidiam com a posição dos sensores foram desconsideradas na população inicial.

A frente de Pareto para um furo em (1,2) cm e raio igual a 0,12 cm está mostrada na Figura 4.22 e foi obtida no final da geração 106.

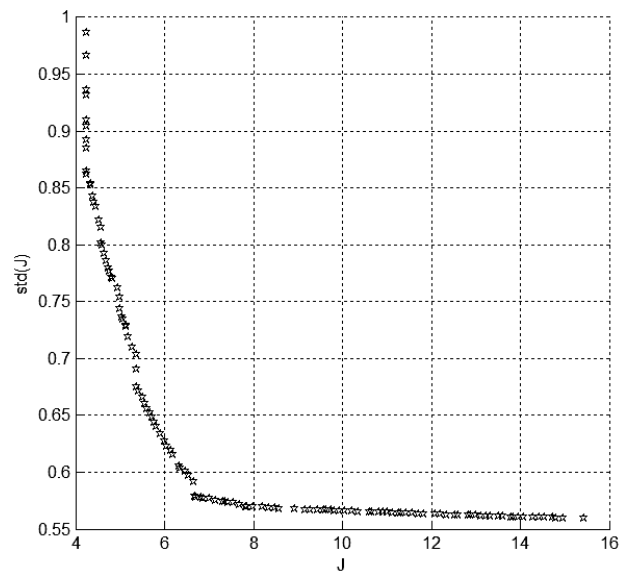


Figura 4.22 – Frente de Pareto obtida pelo GA multiobjetivo.

Como critério de parada foi assumido um número de gerações igual a 200, e um critério de parada para a tolerância (diferença entre duas funções de avaliação menor ou igual a  $1 \times 10^{-6}$ ). Os indivíduos (pais) para a próxima geração foram selecionados por meio de um torneio e a função de cruzamento considerada foi a função heurística com um valor de razão de 0,9 (este valor representa quão longe um filho está do melhor pai). A função de mutação adotada foi a função “viável adaptativa” (“*adaptive feasible*”) do MATLAB<sup>®</sup> (versão R2008a) que aleatoriamente gera direções que são adaptativas com relação à última geração bem ou mal sucedida. A probabilidade de cruzamento foi configurada igual a 0,95 (95%), sendo assim, a probabilidade de mutação considerada foi igual a 0,05 (5%). A migração considerou ambos os lados, com uma fração igual a 0,05. Um elitismo igual a 1 foi considerado, ou seja, apenas um indivíduo passou diretamente para a próxima geração sem sofrer cruzamento ou mutação. A fração de Pareto foi considerada igual a 0,75. Esta fração indica 75% dos indivíduos são mantidos na primeira frente de Pareto enquanto indivíduos das frentes superiores são selecionados. A função que calcula a medida de distância de um indivíduo foi a *distancecrowding*, calculada no espaço da função (*phenotype*).



O número de pontos encontrados nesta frente de Pareto foi igual a 126. Após determinar a pertinência para cada solução não-dominada (Equação (3.7)) e normalizá-la (Equação (3.8)), a melhor solução de compromisso foi determinada por meio da Equação (3.9). Então, com o valor da melhor solução de compromisso, a localização e o raio do furo podem ser determinados.

Na Figura 4.23 está a representação dos 126 pontos da frente de Pareto em linha tracejada, obtidos pelo GA multiobjetivo, o furo real em linha contínua, e os resultados (Resultado 1, Resultado 2 e Resultado 3) obtidos pela tomada de decisão *fuzzy*, considerando diferentes modificadores (ou qualificadores) *fuzzy*, em linha traço-ponto. A área ampliada mostra o furo real e o Resultado 1 em maior detalhe, bem como alguns dos resultados obtidos pelo algoritmo multiobjetivo.

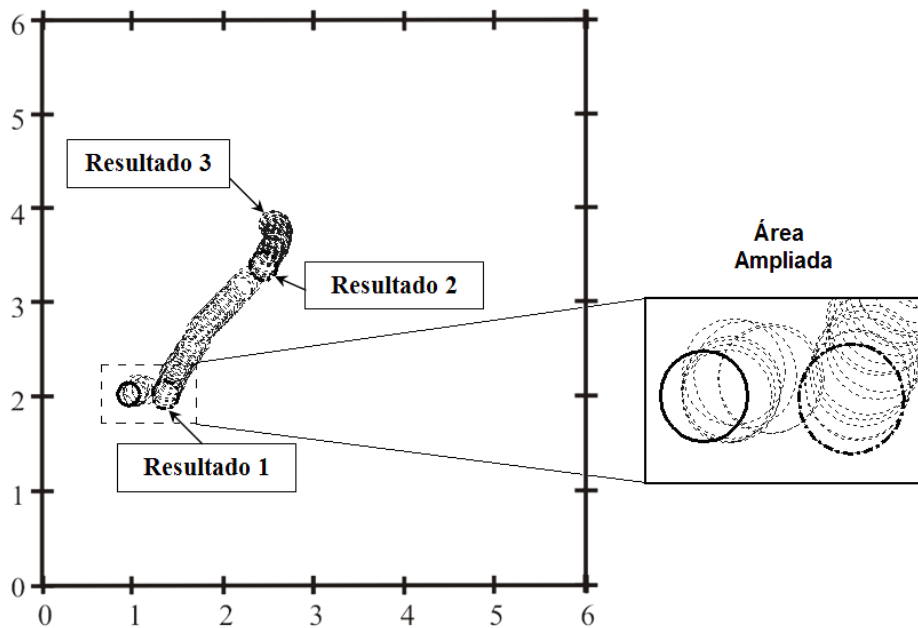


Figura 4.23 – Representação gráfica dos 126 pontos da frente de Pareto, do furo real e dos resultados encontrados pela tomada de decisão *fuzzy*. A área ampliada mostra a região próxima ao furo.

Com relação ao Resultado 1, uma importância maior foi dada para a função do funcional  $J$  em relação ao seu desvio padrão ( $\sqrt{J_{\text{var}}}$ ), ou seja,  $J$  é “mais importante” ( $0,8\mu_J$  ou  $0,9\mu_J$ ), e o seu desvio padrão é “menos importante” ( $(1-0,8)\mu_{\text{std}(J)}$  ou  $(1-0,9)\mu_{\text{std}(J)}$ ). Deste modo, um furo foi encontrado na localização  $x$  igual a 1,40 cm e  $y$  igual a 1,99 cm; e raio  $r$  igual a 0,15 cm. O Resultado 2 foi obtido quando as duas funções não apresentaram importância, ou seja, o modificador *fuzzy* não foi utilizado. O Resultado 3 apresenta o caso

onde apenas a função desvio padrão do funcional está presente ( $0\mu_j$  e  $1\mu_{std(J)}$ ), correspondendo ao furo mais distante do furo real. Finalmente, o caso onde apenas a função do funcional está presente, os resultados encontrados foram iguais a  $1,06\text{ cm}$  para a localização  $x$ ,  $2,00\text{ cm}$  para a localização  $y$ , e raio  $r$  igual a  $0,12\text{ cm}$ , correspondendo ao furo mais próximo ao furo real.

#### 4.4.3.2 - Sem a informação dos sensores (diferença na tensão média) na população do GA

Uma população inicial com apenas 6 indivíduos (1 1 0,10; 1 2 0,14; 1 4 0,12; 3 2 0,11; 3 4 0,13; 5 5 0,10) foi considerada para o GA multiobjetivo (função *gamultiobj*, MATLAB® R2008a), sem levar em conta a informação da diferença na tensão média (para a formulação elastostática) presente nesta população.

Como critério de parada foi assumido um número de gerações igual a 15, e um critério de parada para a tolerância sendo menor ou igual a  $1 \times 10^{-6}$ . A probabilidade de cruzamento foi configurada igual a 0,75 (75%), sendo assim, a probabilidade de mutação considerada foi igual a 0,25 (25%). Nenhum elitismo foi considerado, ou seja, nenhum indivíduo passou diretamente para a próxima geração sem sofrer cruzamento ou mutação. Os demais parâmetros foram configurados conforme o caso quando a informações dos sensores estava presente na população do GA.

Os resultados encontrados pelo GA multiobjetivo para um furo em  $(1,2)\text{ cm}$  e raio igual a  $0,12\text{ cm}$  estão mostrado na Tabela 4.10. Nesta tabela, os valores para  $J$  e  $\sqrt{J_{\text{var}}}$  correspondem às soluções não-dominadas do problema. Estes valores são utilizados para determinar a pertinência dada pela Equação (3.7), que é normalizada (Equação (3.8)), resultando nos valores de  $\mu^k$  apresentados na sexta coluna da tabela. Então, a melhor solução de compromisso pode ser encontrada pela Equação (3.9) como sendo igual a 0,328, que corresponde ao valor apresentado na segunda ou na quarta linha da tabela. Então, o programa irá ordenar as soluções de compromisso em ordem decrescente e utilizará o índice (pois as soluções de compromisso são armazenadas pelo MATLAB® na forma vetorial) obtido na maior resposta (índice 2) para determinar a localização e tamanho do furo. Sendo assim a resposta obtida, pela metodologia do GA multiobjetivo com uma tomada de decisão *fuzzy*, foi um furo na posição  $(1,00; 2,00)\text{ cm}$  e raio igual a  $0,11\text{ cm}$ .

Tabela 4.10 – Resultados para o GA multiobjetivo com a tomada de decisão *fuzzy* sem a informação dos sensores na população do GA.

$J$	$\sqrt{J_{\text{var}}}$	$x$	$y$	$r$	$\mu^k$
19,467	0,640	2,969	4,000	0,130	0,050
7,002	1,048	1,000	2,000	0,109	0,328
10,654	0,938	1,031	2,012	0,138	0,245
7,002	1,048	1,000	2,000	0,109	0,328
19,467	0,640	2,969	4,000	0,130	0,050

A Figura 4.24 representa graficamente os resultados dados na Tabela 4.10. O número de pontos encontrados na frente de Pareto foi igual a 5. A resposta obtida, pela metodologia do GA multiobjetivo com uma tomada de decisão *fuzzy* mostra que, com uma população com 6 indivíduos, a localização exata do furo “medido” foi encontrada, e que o raio apresentou apenas uma pequena diferença.

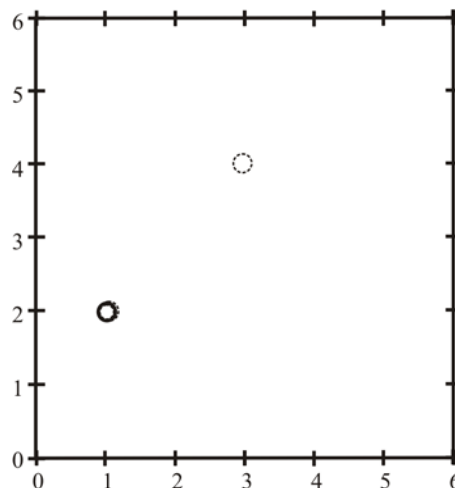


Figura 4.24 - Representação gráfica dos 5 pontos da frente de Pareto e do furo real.

## 4.5 – PROCEDIMENTO SISTEMÁTICO PARA A IMPLEMENTAÇÃO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO E DE IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS

Os algoritmos de otimização e de identificação de parâmetros apresentados neste trabalho (GA e ANN, respectivamente), poderiam ser implementados como parte de um

sistema especialista (*expert system*). O sistema especialista poderia primeiramente encontrar uma região de interesse ou de busca de um funcional mínimo, depois, este sistema especialista chamaria o GA ou a ANN para resolver o problema de detecção de danos. A idéia em utilizar o sistema especialista é reduzir o domínio do problema em um subdomínio menor e utilizar técnicas de otimização e de identificação de danos para resolver o problema para este subdomínio, reduzindo o custo computacional.

O sistema especialista pode efetuar uma busca direta sistemática sobre a placa de duas maneiras, uma realizando uma varredura sobre a placa por pequenos domínios e outra começando por um domínio maior e reduzindo-o apropriadamente. Neste trabalho, a busca direta sistemática foi realizada pelas duas maneiras, como está descrito nos parágrafos seguintes, porém o uso de técnicas de otimização e de identificação de parâmetros após um subdomínio ser encontrado é deixada como sugestão para trabalhos futuros.

Nesta Seção 4.5, a formulação elastostática do BEM foi utilizada como método direto na coleta de informações a respeito da diferença na tensão média em 4 sensores na placa nas localizações  $(1,0;1,0)$  cm,  $(1,0;5,0)$  cm,  $(5,0;1,0)$  cm e  $(5,0;5,0)$  cm (Figura 4.25).

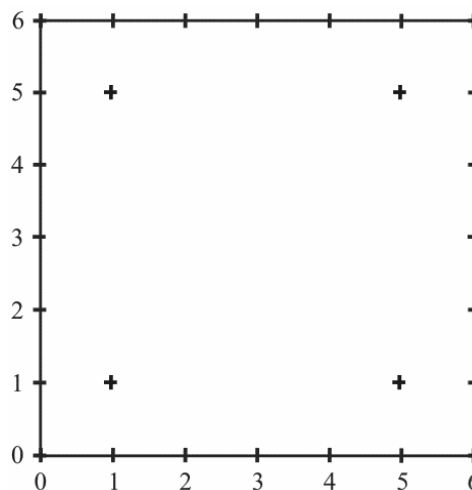


Figura 4.25 – Placa utilizada na formulação elastostática do BEM com a localização dos 4 sensores.

O projeto composto central (CCD - *Central Composite Design*) foi utilizado como uma ferramenta para o DOE, realizando uma varredura sobre placa. Em outras palavras, o CCD foi utilizado como meio de variação da localização e do tamanho do furo na placa, podendo então encontrar os valores da diferença na tensão média nos 4 sensores. Uma explicação a respeito de como o CCD trabalha, bem como a teoria a respeito do DOE, são dadas no Apêndice A.

Uma variação da localização e do tamanho de um furo qualquer em relação a um dado furo “medido” foi realizada por meio de um CCD. O ponto central do CCD era dado pelas coordenadas  $x$  e  $y$  do furo que foram percorridas de 1,0 *cm* até 5,0 *cm* (com passo de 1,0 *cm*), desconsiderando o par de coordenadas onde estavam localizados os sensores (evitando possíveis descontinuidades). A Figura 4.26 mostra as 25 regiões formadas na placa. As regiões escuras (4 regiões) correspondem à região onde os sensores estão localizados e as 21 regiões claras correspondem à região onde foram feitas as varreduras.

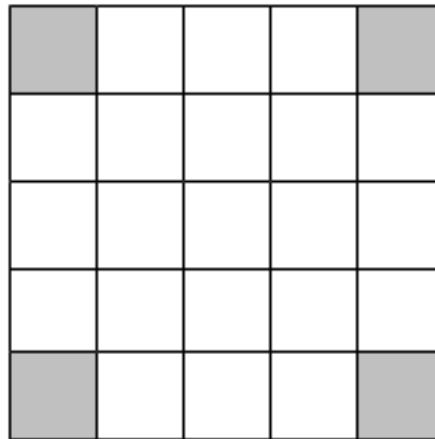


Figura 4.26 – Placa ilustrativa representando as 4 regiões de localização dos sensores (regiões escuras) e as 21 regiões de varredura (regiões claras).

Então, o valor do funcional dado pela Equação (2.11) (que relaciona a diferença da tensão média nos 4 sensores para um furo “medido” em relação a um dado furo do experimento) pôde ser calculado em cada experimento formado. Deste modo, dados a respeito da varredura foram levantados e o valor mínimo do funcional pôde ser encontrado, possibilitando identificar qual localização e tamanho do furo representavam este funcional. Esta localização e tamanho do furo, obtidos para o funcional mínimo, foram utilizados como ponto central para um novo CCD. Então, um novo funcional mínimo foi encontrado para este novo CCD, identificando novos valores de localização e tamanho de furo, e o processo se repetia até que não houvesse variação no valor do funcional. Por fim, o programa de varredura retornava a localização e o tamanho do furo que melhor representava o furo “medido”.

O programa que realiza a varredura da placa foi desenvolvido considerando um COV igual a 5% (0,05) para as coordenadas  $x$  e  $y$  da localização do furo, e um COV igual a 10% (0,10) para o raio do furo. Considerando o domínio da placa, foram realizados 21 DOE. As variáveis (coordenadas  $x$  e  $y$ , e o raio do furo) foram consideradas normais, cujo desvio padrão foi calculado de acordo com a Equação (4.8)

$$\delta = \text{COV } \mu \quad (4.8)$$

sendo,  $\mu$  o valor esperado ou valor médio para cada variável; e, COV o coeficiente de variação para cada variável.

Tendo encontrado o valor do desvio padrão pela Equação (4.8), a incerteza presente em cada variável foi calculada considerando um intervalo de confiança onde estariam presentes 98,7% dos dados. Para o caso da coordenada  $x$ , este intervalo de confiança possuía como limites os valores definidos pela Equação (4.9):

$$x = \mu_x \pm 3\delta_x \quad (4.9)$$

com  $\mu_x$  sendo o valor médio de  $x$ ; e  $\delta_x$  sendo o desvio padrão de  $x$ .

A idéia é utilizar como ponto central as coordenadas fornecidas ao programa de varredura (furo “medido”) e realizar o experimento em torno deste ponto central. Como exemplo, para um furo “medido” na posição (3,0;3,0) *cm* e com um raio igual a 0,10 *cm*, a Tabela 4.11 mostra os níveis máximo e mínimo de cada variável para o CCD. Nesta tabela, o valor de  $\alpha$  é igual a 1,682, pois são utilizados 3 fatores ou variáveis ( $\alpha = 2^{3/4}$ ).

Tabela 4.11 – Níveis máximo e mínimo para um furo na posição (3,0;3,0) *cm* e com um raio igual a 0,10 *cm*.

	Níveis				
Parâmetro	-1,682	-1	0	+1	+1,682
$x$	1,49	2,10	3	3,90	4,51
$y$	1,49	2,10	3	3,90	4,51
$r$	0,05	0,07	0,10	0,13	0,15

Como o problema em estudo utiliza 3 fatores ( $x$ ,  $y$  e  $r$ , ou seja,  $k = 3$ ), o número de pontos fatoriais é igual a 8 pontos ( $2^k = 2^3 = 8$ ). Além disso, apenas 1 ponto central é necessário, pois os resultados são apenas simulados (no caso de dados experimentais, o valor de  $J$  encontrado para o ponto central poderia variar, havendo a necessidade de mais pontos centrais). Finalmente, o número de pontos axiais é igual a 6 ( $2k = 2 \times 3 = 6$ ), que somados com os pontos fatoriais e o ponto central totalizam 15 experimentos.

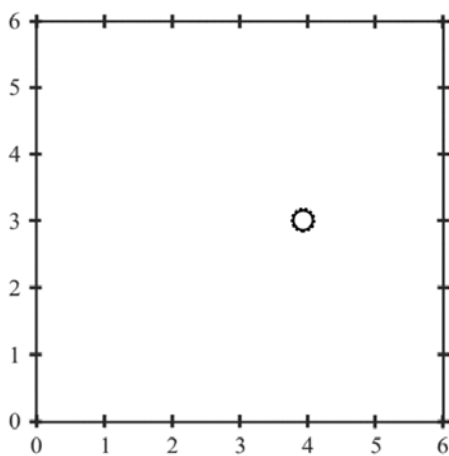
A Tabela 4.12 mostra o CCD completo para o furo do exemplo (um furo “medido” na posição (3,0;3,0) *cm* e com um raio igual a 0,10 *cm*). Nesta tabela, da terceira à quinta coluna

estão representados os valores das variáveis codificadas, da sexta à oitava coluna, os valores das variáveis descodificadas ou naturais, e na nona e última coluna está a resposta ou resultado obtido para o funcional  $J$ .

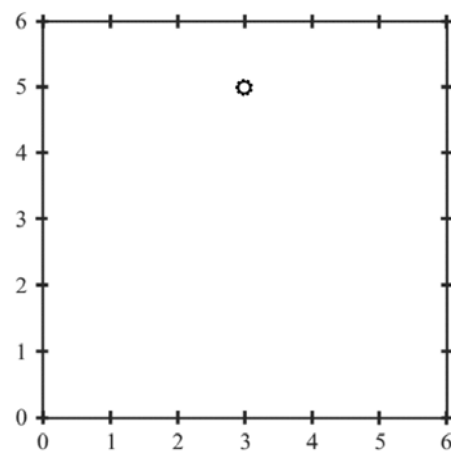
Tabela 4.12 – CCD para um furo na posição (3,0;3,0) cm.

Experimento		Variáveis codificadas			Variáveis naturais			Resposta
		$x$	$y$	$r$	$x$	$y$	$r$	$J$
Pontos fatoriais	01	-1	-1	-1	2,10	2,10	0,07	$8,6172 \times 10^8$
	02	1	-1	-1	3,90	2,10	0,07	$4,4732 \times 10^8$
	03	-1	1	-1	2,10	3,90	0,07	$5,6253 \times 10^8$
	04	1	1	-1	3,90	3,90	0,07	$7,2835 \times 10^8$
	05	-1	-1	1	2,10	2,10	0,13	$8,4176 \times 10^8$
	06	1	-1	1	3,90	2,10	0,13	$4,5235 \times 10^8$
	07	-1	1	1	2,10	3,90	0,13	$5,4852 \times 10^8$
	08	1	1	1	3,90	3,90	0,13	$7,1932 \times 10^8$
Ponto central	09	0	0	0	3,00	3,00	0,10	0
Pontos axiais	10	-1,682	0	0	1,4864	3,00	0,10	$8,1152 \times 10^8$
	11	1,682	0	0	4,5136	3,00	0,10	$5,7380 \times 10^8$
	12	0	-1,682	0	3,00	1,4864	0,10	$6,0754 \times 10^8$
	13	0	1,682	0	3,00	4,5136	0,10	$5,5118 \times 10^8$
	14	0	0	-1,682	3,00	3,00	0,049546	$8,0465 \times 10^8$
	15	0	0	1,682	3,00	3,00	0,15045	$6,9296 \times 10^8$

A Figura 4.27 mostra os resultados obtidos pela primeira abordagem de varredura da placa.



(a)



(b)

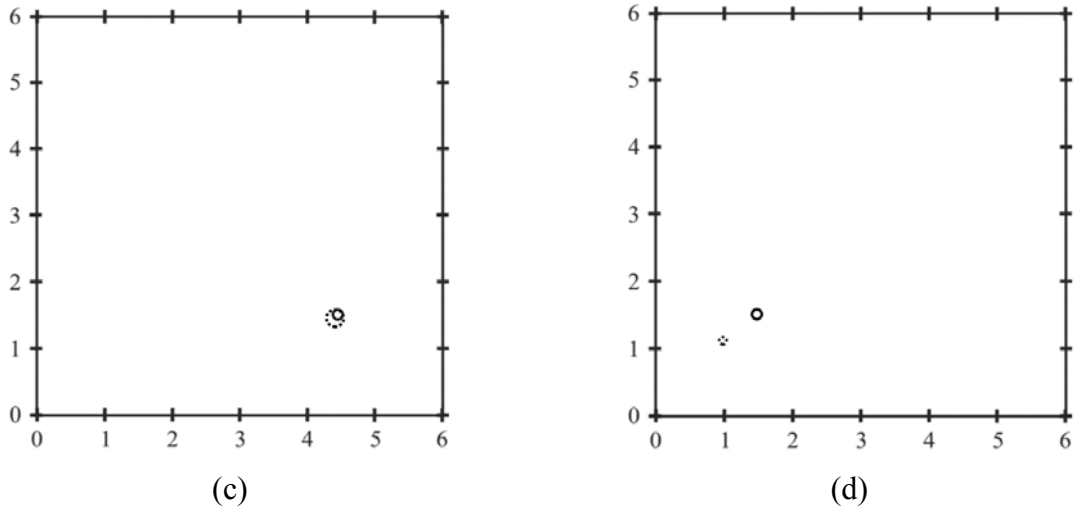


Figura 4.27 – Resultados obtidos pela varredura na placa, considerando um furo nas posições: (a) (4,0;3,0) *cm* e raio igual a 0,14 *cm*; (b) (3,0;5,0) *cm* e raio igual a 0,08 *cm*; (c) (4,5;1,5) *cm* e raio igual a 0,07 *cm*; (d) (1,5;1,5) *cm* e raio igual a 0,07 *cm*.

A Figura 4.27(a) considera um furo “real” (ou medido) na posição (4,00;3,00) *cm* com um raio de 0,14 *cm*. O programa que realiza a varredura encontrou um furo na mesma posição, mas com um raio de 0,15 *cm*. A Figura 4.27(b) mostra que tanto o furo “real” quanto o furo calculado (encontrado pelo programa) foram determinados na mesma posição (3,00;5,00) *cm*; o furo “real” com um raio de 0,08 *cm* e o medido com um raio de 0,10 *cm*. A Figura 4.27(c) mostra o furo “real”, com 0,07 *cm* de raio na posição (4,50;1,50) *cm*, e o furo calculado, com 0,13 *cm* de raio na posição (4,45;1,45) *cm*. Por fim, a Figura 4.27(d) mostra o furo “real” na posição (1,50;1,50) *cm* e raio 0,07 *cm*, e o furo encontrado pelo programa na posição (1,00;1,10) *cm* e raio 0,05 *cm*. A razoável proximidade entre os furos, “real” e numérico, para os casos testados, com uma quantidade pequena de iterações, indica que esse algoritmo de busca localiza uma região provável para o dano com um custo computacional baixo.

Outra abordagem consiste em considerar todo o domínio da placa para realizar o DOE, ou seja, o centro da placa foi considerado como sendo o ponto central para a realização do DOE. Em seguida, uma região cujo valor da função funcional era mínimo foi determinada, reduzindo o domínio da placa para realizar um novo DOE. O furo “real” poderia estar em uma das 4 regiões da placa (quando a placa era dividida em 4 regiões iguais ou 4 quadrantes), ou em um dos 5 pontos onde  $x$  e/ou  $y$  era igual a 3 para uma placa de  $6 \times 6$ , por exemplo. Quando o valor do funcional mínimo for determinado em uma das 4 regiões, o ponto central do novo DOE era considerado como sendo o centro da região (por exemplo, os centros das 4



regiões poderiam ser os pontos  $(1,5;1,5)$ ,  $(1,5;4,5)$ ,  $(4,5;1,5)$ , ou  $(4,5;4,5)$ ). Quando o valor do funcional mínimo for determinado em um dos 5 pontos, o ponto central do novo DOE era considerado como sendo um dos pontos  $(1,5;3,0)$ ,  $(3,0;1,5)$ ,  $(4,5;3,0)$ ,  $(3,0;4,5)$ , ou  $(3,0;3,0)$ , de acordo com o local cujo funcional era mínimo. Então um novo ponto de funcional mínimo foi determinado e utilizado como o centro de outro CCD. Este processo final foi repetido até que a localização e tamanho do dano encontradas apresentassem uma incerteza desprezível.

A Figura 4.28 mostra os resultados obtidos pela segunda abordagem de varredura da placa.

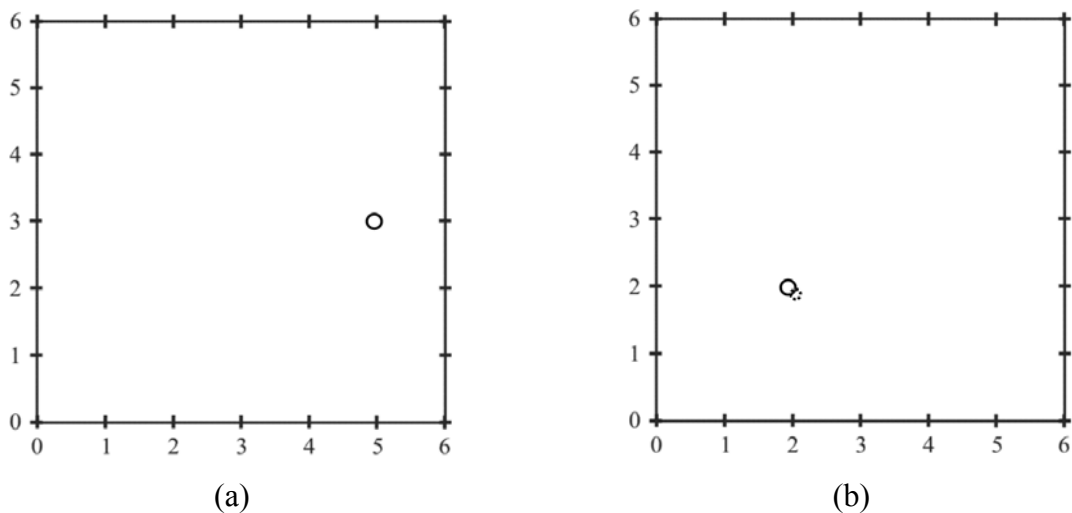


Figura 4.28 – Resultados obtidos pela varredura na placa, considerando um furo nas posições:  
 (a)  $(5,0;3,0)$  cm e raio igual a 0,10 cm; (b)  $(2,0;2,0)$  cm e raio igual a 0,12 cm.

A Figura 4.28(a) mostra um furo “real” (ou medido) na posição  $(5,0;3,0)$  cm com um raio de 0,10 cm e a Figura 4.28(b) mostra um furo “real” (ou medido) na posição  $(2,0;2,0)$  cm com um raio de 0,12 cm. No primeiro caso, o resultado encontrado pelo programa foi exatamente igual ao furo “real”. Já no segundo caso, o furo foi encontrado na posição  $(2,09;1,91)$  cm, com um raio de 0,07 cm. Este procedimento sistemático de varredura apresenta resultados similares ao procedimento anterior, logo ambos os procedimentos são considerados satisfatórios para a localização de uma região provável de dano, e poderiam ser utilizados como algoritmo de inicialização ou pré-busca, para limitar a região de busca pelos algoritmos GA ou ANN.

## Capítulo 5

### CONCLUSÕES

O problema inverso foi resolvido, utilizando duas metodologias diferentes e independentes: uma técnica de otimização global (usando o algoritmo genético – GA) e uma técnica de identificação de parâmetros (usando a rede neural artificial – ANN). Com relação ao GA, um problema mono-objetivo (um valor mínimo para o funcional) e um problema multiobjetivo (valor mínimo ou ótimo para o funcional e variações mínimas em torno do valor ótimo) foram formulados e resolvidos. Além disso, um procedimento sistemático, onde o GA e a ANN poderiam ser implementados como parte de um sistema especialista, foi apresentado. Neste procedimento, uma técnica de busca direta sistemática (usando o projeto de experimentos – DOE) foi utilizada para resolver o problema inverso de detecção de danos.

Em adição, dois modelos para o problema direto também foram investigados, um considerando um problema de fluxo de calor (método de elementos de contorno (BEM) para a formulação potencial) e outro considerando um problema elastostático (BEM para a formulação elastostática). O BEM para o potencial fornece a informação necessária (valores de potencial em pontos internos da placa) para o programa de detecção de danos. No problema elastostático, o uso de invariantes de tensão é analisado. Com relação a este último problema, a análise do refinamento da malha para o modelo direto do BEM mostrou desempenhar um importante papel, melhorando a precisão nos resultados de identificação do dano quando uma malha mais fina era usada.

A análise dos resultados indica que o código de detecção de dano usando GA somente pode encontrar uma região para a provável ocorrência do furo, pois este algoritmo gera uma solução ótima diferente cada vez que é executado. A função fitness da metodologia do GA presente neste trabalho tem convergido para uma tolerância especificada, antes de o algoritmo alcançar o número máximo de gerações. Além disso, esta metodologia do GA foi robusta com relação a erros de medidas, pois somente um pequeno erro foi obtido quando um ruído de 10% foi adicionado aos dados de medida.

Os resultados apresentados por meio das duas técnicas (GA e ANN) foram similares, possibilitando uma validação da metodologia desenvolvida neste trabalho. Além disso, o trabalho aqui desenvolvido para o GA (para o problema mono-objetivo) compara bem em precisão e custo computacional em relação a uma metodologia similar do GA presente na literatura para a identificação do dano. A solução para o problema por meio da ANN também apresentou bons resultados para vários parâmetros sendo identificados. Uma importante observação é que furos muito pequenos são difíceis de serem observados pelo programa de detecção de danos, principalmente quando estes furos estão perto dos cantos da placa.

Com relação à resolução do problema multiobjetivo por meio do GA, diferentes técnicas e diferentes populações foram empregadas, possibilitando realizar uma comparação entre os resultados encontrados. Quando as informações dos sensores não faziam parte da população do GA, o custo computacional para resolver o problema aumentava um pouco em relação ao programa onde a informação dos sensores fazia parte da população. Em parte, o aumento no custo computacional era devido à necessidade de obter as informações dos sensores por meio de várias chamadas da função que executa o BEM (específico para cada problema), durante a execução do programa de detecção de danos. Em todos os casos apresentados, os resultados médios encontrados foram satisfatórios e obtidos de modo independente uns dos outros, mostrando uma validação das técnicas empregadas.

As técnicas de otimização e de identificação de danos, adotadas neste problema inverso, podem ser usadas simultaneamente como procedimentos independentes para identificar a presença de um furo na placa. Deste modo, os resultados numéricos obtidos para a localização e tamanho do dano na estrutura podem ser verificados, aumentando a confiança nos resultados de identificação do dano.

Como sugestões para trabalhos futuros, podem ser citadas as seguintes linhas:

- O estudo do posicionamento dos sensores na placa;
- Uso de outras técnicas independentes, como exemplo, o Filtro de Kalman;
- Considerar outras incertezas associadas ao problema, como exemplo, as incertezas presentes nos parâmetros (carregamento, etc.);
- O uso do GA ou da ANN como parte de um sistema especialista;
- O uso da modelagem para a mecânica da fratura e da modelagem acústica do método de elementos de contorno (BEM) no problema direto de detecção de danos;
- Uso do método de elementos finitos (FEM) na modelagem do problema direto;
- A identificação de outros tipos de danos na placa, tais como, trincas;
- Considerar a identificação de múltiplos danos (furos, trincas, etc.) na placa;
- O estudo da influência da incerteza ou dos erros do modelo direto (erros do modelo, de arredondamento, de discretização) na incerteza ou no erro da localização do dano;
- Considerar modelos probabilísticos de dano acumulado;
- Fazer análise visando prognóstico de falhas, em contraposição a diagnóstico de falhas;
- Realizar comparações dos modelos numéricos com modelos experimentais e em estruturas reais;
- Considerar modelos de danos em materiais não homogêneos ou não isotrópicos, como os materiais compósitos.

## BIBLIOGRAFIA

- ABIDO, M. A. (2006);** *Multiobjective Evolutionary Algorithms for Electric power Dispatch Problem*; IEEE Transactions on Evolutionary Computation, v. 10, num. 3, pp. 315-329.
- ALIABADI, M. H. (2002);** “The boundary element method”, v. 2: applications in solids and structures, Wiley
- AMORIM, E. A.; ROMERO, R.; MANTOVANI, J. R. S. (2009);** *Fluxo de potência ótimo descentralizado utilizando algoritmos evolutivos multiobjetivo*, Revista Controle & Automação, v. 20, num. 2, pp. 217-232.
- BAKHARY, N.; HAO, H.; DEEKS, A. J. (2007);** *Damage detection using artificial neural networks with consideration of uncertainties*, Engineering Structures, v. 29, pp. 2806-2815.
- BASU, P. K.; JORGE, A. B.; BADRI, S.; LIN, J. (2003);** *Higher-Order Modeling of Continua by Finite-Element, Boundary-Element, Meshless, and Wavelet Methods*, Computers and Mathematics with Applications, v. 46, pp. 15-33.
- BESKOS, D. E. (1991);** “Boundary Element Method in Mechanics”, v. 3 in Computational Methods in Mechanics, North-Holland.
- BIGUS, J. P. (1996);** “Data Mining with Neural Networks: Solving Business Problems from Application Development to Decision Support”, McGraw-Hill.
- BREBBIA, C. A.; DOMINGUEZ, J. (1992);** “Boundary elements-an introductory course”, 2nd ed., McGraw-Hill.

- BURCZYNSKI, T.; BELUCH, W. (2001);** *The identification of crack using boundary elements and evolutionary algorithms*, Engineering Analysis with Boundary Elements, v. 25, pp. 313-322.
- CHONG, E. K. P.; ZAK, S. H. (2001);** “An Introduction to optimization”, 2nd Edition, John Wiley & Sons, Inc.
- CHOU, J. H.; GHABOUSSI, J. (2001);** *Genetic algorithm in structural damage detection*, Computers and Structures, v. 79, pp. 1335-1353.
- CORNE, D.; JERRAM, N. R.; KNOWLES, J.; OATES, J. (2001);** *PESA-II: Region-based Selection in Evolutionary Multiobjective Optimization*. In: Proceeding of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO - 2001), San Francisco, CA.
- COX, D. R.; REID, N. (2000);** “The Theory of the Design of Experiments”, Chapman & Hall/CRC.
- CRUSE, T. A. (1969);** *Numerical solutions in three-dimensional elastostatics*, International Journal of Solids and Structures, v. 5, pp. 1259-1274.
- CRUSE, T. A. (1978);** *Two dimensional BIE fracture mechanics analysis*, Applied Mathematical Modelling, v. 2, pp. 287-293.
- CRUSE, T. A. (1987);** “Fracture mechanics. Chapter 7”. In Boundary Element Methods in Mechanics, Computational Methods in Mechanics, Beskos DE (ed.), vol. 3. North-Holland: Amsterdam.
- DEB, K.; AGRAWAL, S.; PRATAB, A.; MEYARIVAN, T. (2000);** *A Fast Elitist Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm for Multi-Objective Optimization: NSGA-II*, Lecture Notes in Computer Science, 2000, v. 1917, pp. 849-858.
- DEB, K. (2001),** “Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms”, John Wiley & Sons, Inc., New York, NY.
- DEB, K.; PRATAP, A.; AGARWAL, S.; MEYARIVAN, T. (2002);** *A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II*. IEEE Transactions on Evolutionary Computation; v. 6, num. 2, pp. 182-197.

- ENGELHARDT, M.; STAVROULAKIS, G. E.; ANTES, H. (2006);** *Crack and flaw identification in elastodynamics using Kalman filter techniques*, Computational Mechanics, v. 37, pp. 249-265.
- FONSECA, C. M.; FLEMING, P. J. (1993);** *Multiobjective Genetic Algorithms*. In: IEE Colloquium on ‘Genetic Algorithms for Controls Systems Engineering’ (Digest No. 1993/130), 28 May 1993. London, UK: IEE.
- GALLEGO, R.; SUÁREZ, J. (2000);** *Solution of inverse problems by boundary integral equations without residual minimization*, International Journal of Solids and Structures, v. 37, pp. 5629-5652.
- GOLDBERG, D. E. (1998);** “Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning”, Massachusetts: Addison-Wesley Co.
- HARRI, K.; GUILLAUME, P.; VANLANDUIT, S. (2008);** *On-line damage detection on a wing panel using transmission of multisine ultrasonic waves*, NDT&E International, v. 41, pp. 312-317.
- HORN, J.; NAFPLIOTS, N.; GOLDBERG, D. E. (1994);** *A Niche Pareto Genetic Algorithm for Multiobjective Optimization*. In: Proceedings of the First IEEE Conference on Evolutionary Computation. IEEE World Congress on Computational Intelligence, 27-29 June 1994. Orlando, FL, USA: IEEE.
- JORGE, A. B.; LOPES, P. S.; LOPES, M. E. (2008);** *On the use of boundary element methods for inverse problems of damage detection in structures*. In: Advances in Boundary Element Techniques IX (BETEQ 2008), R.A.A. García and M.H. Aliabadi, eds., EC Ltd, UK, pp. 301-307.
- KONAK, A.; COIT, D. W.; SMITH, A. E. (2006);** *Multi-objective optimization using genetic algorithms: A tutorial*, Reliability Engineering & System Safety, v. 91, pp. 992-1007.
- LEMAITRE, J. (1984);** *How to Use Damage Mechanics*, Nuclear Engineering and Design, v. 80, pp. 233-245.
- LEMAITRE, J.; DUFAILY, J. (1987);** *Damage Measurements*, Engineering Fracture Mechanics, v. 28, num. 5/6, pp. 643-661.

- LI, S.; HU, C. (2009);** *Satisfying optimization method based on goal programming for fuzzy multiple objective optimization problem*, European Journal of Operational Research, v. 197, pp. 675-684.
- LIANG, Y. C.; HWU, C. (2001);** *On-line identification of holes/cracks in composite structures*, Institute of Physics Publishing, Smart Materials and Structures, v. 10, pp. 599-609.
- LIU, S. W.; HUANG, J. H.; SUNG, J. C.; LEE, C. C. (2002);** *Detection of cracks using neural networks and computational mechanics*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, v. 191, pp. 2831-2845.
- LOPES, P. S. (2007);** “Detecção de danos em estruturas por meio de técnicas de redes neurais artificiais e de algoritmos genéticos”, Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica (Projeto e Fabricação), Unifei - Universidade Federal de Itajubá.
- LOPES, P. S.; JORGE, A. B.; CUNHA Jr, S. S. (2010);** *Detection of holes in a plate using global optimization and parameter identification techniques*, Inverse Problems in Science and Engineering, v. 18, num. 4, pp. 439-463.
- MARTIN, T. J.; DULIKRAVICH, G. S. (1994);** *Finding unknown surface temperatures and heat fluxes in steady heat conduction*, In: 4th InterSociety Conf: Thermal Phenomena in Electronic Systems (I-THERM IV), A. Ortega and D. Agonafer, eds., Washington, DC, pp. 214-221.
- MARTIN, T. J.; HALDERMAN, J. D.; DULIKRAVICH, G. S. (1995);** *An inverse method for finding unknown surface tractions and deformations in elastostatics*, Computers & Structures, v. 56, num. 5, pp. 825-835.
- MITCHELL, M. (1999);** “An Introduction to Genetic Algorithms”, 5th Edition, MIT Press, Cambridge, Massachusetts-London, England.
- MONTGOMERY, D. C. (2001);** “Design and Analysis of Experiments”, 5th Edition, John Wiley & Sons, Inc.
- MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C. (2003);** “Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros”, 2ª Edição, LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A.



- OLIVEIRA, R. de; MARQUES, A. T. (2008);** *Health monitoring of FRP using acoustic emission and artificial neural network*, Computers & Structures, v. 86, pp. 367-373.
- ORTIGÃO, J. A. R. (2007);** “Introdução à Mecânica dos Solos dos Estados Críticos”. 3ª ed., Terratek, Brasil.
- PAIVA, A. (2006);** “Metodologia de Superfície de Resposta e Análise de Componentes Principais em Otimização de Processos de Manufatura com Múltiplas Respostas Correlacionadas”, Tese de Doutorado em Engenharia Mecânica (Projeto e Fabricação), Unifei - Universidade Federal de Itajubá, Itajubá.
- PARIS, F.; CAÑAS, J. (1997);** “Boundary element method - fundamentals & applications”, Oxford Univ. Press.
- PORTELA, A. (1992);** “Dual Boundary Element Incremental Analysis of Crack Growth”, PhD Dissertation, Wessex Institute of Technology, Damage Tolerance Division, Southampton.
- PORTELA, A.; ALIABADI, M. H.; ROOKE, D. P. (1992);** *The dual boundary element method: Effective implementation for crack problems*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, v. 33, pp. 1269-1287.
- PROOS, K. A.; STEVEN, G. P.; QUERIN, O. M.; XIE, Y. M. (2001);** *Multicriterion Evolutionary Structural Optimization Using the Weighting and the Global Criterion Methods*, AIAA Journal, v. 39, num. 10, pp. 2006-2012.
- RAO, S. S. (1996);** “Engineering optimization - Theory and Practice”, 3rd Edition, Wiley.
- RAO, H. S.; GHORPADE, V. G.; MUKHERJEE, A. (2006);** *A genetic algorithm based back propagation network for simulation of stress-strain response of ceramic-matrix-composites*, Computers and Structures, v. 84, pp. 330-339.
- RIZZO, F. J. (1967);** *An integral equation approach to boundary value problems of classical elastostatics*, Quarterly of Applied Mathematics, v. 25, pp. 83-95.
- RUS, G.; GALLEGO, R. (2002);** *Optimization algorithms for identification inverse problems with the boundary element method*, Engineering Analysis with Boundary elements, v. 26, pp. 315-327.

- SAKAWA, M.; YANO, H.; YUMINE, T. (1987);** *An interactive fuzzy satisficing method for multiobjective linear-programming problems and its application*, IEEE Transactions on SMC, v. 17, num. 4, 654-661.
- SCHAFFER, J. D. (1984);** “Some experiments in machine learning using vector evaluated genetic algorithms”. Ph. D. Thesis in Electrical Engineering, Vanderbilt University, Nashville.
- SPALL, J. C. (2003);** “Evolutionary Computation I: Genetic Algorithms, in Introduction to stochastic search and optimization: estimation, simulation, and control”, John Wiley & Sons, Inc.
- SRINIVAS, N.; DEB, K. (1994);** *Multiobjective Optimization Using Nondominated Sorting in Genetic Algorithms. Evolutionary Computation*, v. 2, num. 3, pp. 221-248.
- STRAVOULAKIS, G. E.; ANTES, H. (1998);** *Flaw identification in elastomechanics: BEM simulation with local and genetic optimization*, Structural Optimization, Springer-Verlag, v. 16, pp. 162-175.
- TICONA, W. G. C. (2003);** *Aplicação de Algoritmos Genéticos Multiobjetivo para Alinhamento de Sequências Biológicas*, Dissertação de Mestrado, USP - São Carlos.
- WORDEN, K.; BURROWS, A. P. (2001);** *Optimal sensor placement for fault detection*, Engineering Structures, v. 23, pp. 885-901.
- YAN, Y. J.; YAM, L. H.; CHENG, L.; YU, L. (2006);** *FEM modeling method of damage structures for structural damage detection*, Composite Structures, v. 72, pp. 193-199.
- ZITZLER, E.; THIELE, L. (1999);** *Multiobjective Evolutionary Algorithms: A Comparative Case Study and the Strength Pareto Approach*, IEEE Trans Evol Comput 1999; v. 3, num. 4, pp. 257-71.
- ZITZLER, E.; LAUMANN, M.; THIELE, L. (2001);** *SPEA2: Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithm*. Swiss Federal Institute Technology: Zurich, Switzerland.

## Apêndice A

# PROJETO DE EXPERIMENTOS

## A.1 - INTRODUÇÃO

Segundo Montgomery (2001), um experimento é um procedimento no qual alterações são feitas nas variáveis de entrada de um processo ou sistema, para então se observar e identificar as possíveis mudanças ocorridas nas variáveis respostas ou de saída. O processo ou sistema pode ser representado pelo modelo mostrado na Figura A.1 onde algumas das variáveis ( $x_1, x_2, \dots, x_p$ ) são controláveis, enquanto que outras variáveis ( $z_1, z_2, \dots, z_q$ ) são não-controláveis.

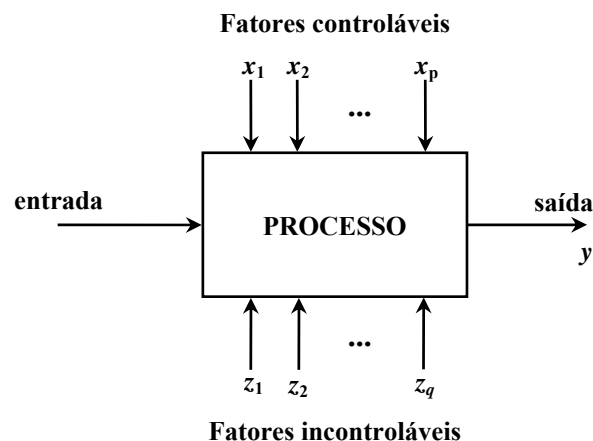


Figura A.1 – Modelo geral de um processo ou sistema (adaptado de Montgomery, 2001).

O DOE é uma ferramenta utilizada para determinar quais variáveis possuam maior influência no desempenho do processo. O DOE proporciona uma redução no número de ensaios realizados e, além disso, possibilita a detecção das interações entre fatores e a detecção dos níveis ótimos dos mesmos, melhorando a precisão dos resultados. Os resultados assim obtidos podem conduzir a um melhor rendimento e a uma redução na variabilidade do processo, a uma redução nos tempos e desenvolvimento de projeto e a uma redução nos custos de operação (Montgomery & Runger, 2003).

Um experimento pode ser realizado variando-se apenas o nível de um único fator por vez. Neste tipo de experimento todos os níveis de cada fator são testados enquanto os outros fatores são mantidos a nível nominal (constantes). No projeto de experimentos de “Um fator por Vez”, considerando  $k$  fatores com  $n_n$  níveis cada, o número de experimentos é igual a  $n_n k + 1$ . Neste tipo de experimento não há a garantia de que seja encontrada uma solução ótima para o modelo. Estratégias deste tipo são ineficientes em determinar quais fatores afetam com maior intensidade a resposta de interesse. Além disso, interações (interferência do efeito de um fator sobre o outro) nunca são reveladas em tais estratégias (Paiva, 2006).

Quando vários fatores são de interesse em um experimento, um projeto fatorial de experimentos pode ser utilizado. Um DOE fatorial permite o estudo simultâneo dos efeitos que vários fatores podem ter no processo e de suas interações. Neste tipo de projeto, cada fator é combinado com todos os níveis de todos os outros fatores.

De acordo com Montgomery e Runger (2003), o efeito de um fator corresponde à variação na resposta produzida por uma mudança no nível do fator. Por exemplo, para um experimento com três fatores ( $A$ ,  $B$  e  $C$ ), com dois níveis cada, os efeitos principais de cada fator são  $A$ ,  $B$  e  $C$ , os efeitos de interação de 2ª ordem entre os fatores são  $AB$ ,  $AC$  e  $BC$ , e, por fim, o efeito de interação de 3ª ordem é  $ABC$ . Como exemplo, considere apenas dois fatores  $A$  e  $B$ , com dois níveis cada (Tabela A.1).

Tabela A.1 – Projeto fatorial com dois fatores.

	<b>Fator B</b>	
<b>Fator A</b>	$B_{\text{baixo}}$	$B_{\text{alto}}$
$A_{\text{baixo}}$	20	30
$A_{\text{alto}}$	40	50

O efeito principal de  $A$  é calculado pela diferença entre a média do nível alto e a média do nível baixo conforme a Equação (A.1).

$$A = \frac{40+50}{2} - \frac{20+30}{2} = 20 \quad (\text{A.1})$$

Ou seja, passando do nível baixo para o nível alto de A causa um aumento médio de 20 unidades na resposta. De modo análogo, o efeito principal de B é calculado por meio da Equação (A.2).

$$B = \frac{30+50}{2} - \frac{20+40}{2} = 10 \quad (\text{A.2})$$

O efeito de interação  $AB$  é a média dos tratamentos da diagonal (da direita para a esquerda) menos a média dos tratamentos da diagonal (da esquerda para a direita). Quando esta diferença é igual a zero, não há interação entre os fatores, para valores diferentes de zero, há a presença da interação. Então, da Tabela A.1, o efeito de interação para o exemplo dado pode ser calculado de acordo com a Equação (A.3).

$$AB = \frac{30+40}{2} - \frac{20+50}{2} = 0 \quad (\text{A.3})$$

A Figura A.2 apresenta dois gráficos mostrando quando há a interação entre os fatores A e B. Na Figura A.2(a) há um efeito significativo de interação, devido às linhas de  $B_{\text{baixo}}$  e  $B_{\text{alto}}$  não estarem paralelas. Na Figura A.2(b), tal efeito não está presente.

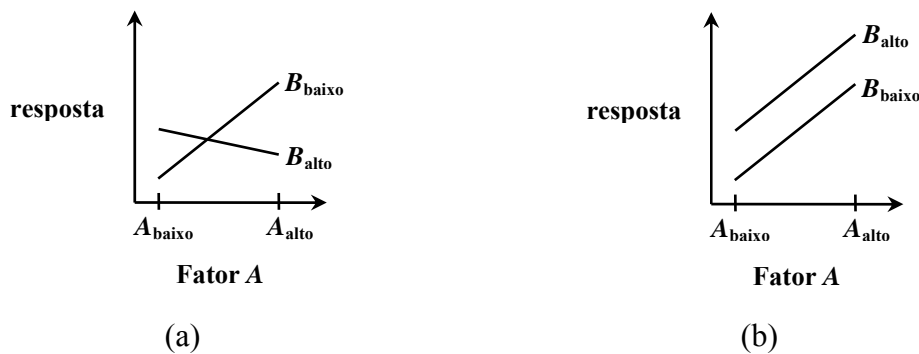


Figura A.2 – Projeto fatorial: (a) com interação; (b) sem interação.

O DOE fatorial pode ser do tipo completo (*full*) ou fracionado (*fractional*). De acordo com Cox & Reid (2000), um projeto fatorial completo permite estimar os efeitos principais dos fatores sob a variável em análise e as interações entre os fatores. Quando a complexidade do problema sob estudo aumenta, há a necessidade do uso de mais fatores no problema. Além disso, possíveis relações não lineares entre os fatores e a resposta podem surgir, dificultando o

uso de projetos fatoriais completos. Com o aumento do número de fatores, o número de interações entre eles aumenta rapidamente. Segundo Montgomery (2001), uma das soluções para este tipo de experimento é aplicar a técnica de projeto fatorial fracionado. Com essa técnica, é possível analisar os efeitos sobre uma resposta de interesse de  $2^k$  fatores em  $2^{k-p}$  combinações de teste, ou seja, somente uma fração de todas as possíveis combinações é experimentada. Esta solução é indicada somente quando os efeitos principais dos fatores e as interações de baixa ordem são considerados importantes.

No DOE existem ainda os conceitos de repetição (*replication*), aleatoriedade e blocagem. Repetição é o processo de repetir cada um dos tratamentos no experimento, possibilitando encontrar uma estimativa do erro experimental, que se transforma em uma unidade básica que determina se as diferenças observadas entre os dados são estatisticamente significativas. Na blocagem os dados são agrupados, possibilitando a eliminação de fontes de variabilidade no experimento. Existem muitas situações nas quais é impossível realizar todas as combinações de teste em um projeto fatorial  $2^k$  sob condições homogêneas (Montgomery, 2001). Com a blocagem é possível criar um experimento mais homogêneo e aumentar a precisão das variáveis de resposta que são analisadas. Por fim, Montgomery & Runger (2003) afirmam que a aleatoriedade é uma técnica de projeto usada para balancear o efeito de qualquer variável perturbadora que possa influenciar a resposta de um problema.

Nas seções seguintes são apresentados o DOE fatorial com dois níveis ( $2^k$ ), o DOE fracionado ( $2^{k-p}$ ) e o DOE fatorial com três níveis ( $3^k$ ). Em seguida, a superfície de resposta é apresentada como outro tipo de estratégia usada para examinar o relacionamento não-linear entre uma ou mais variáveis de resposta.

### **A.1.1 - Projeto Fatorial com Dois Níveis**

É o tipo de experimento ou projeto fatorial mais simples. Este tipo de projeto fatorial é geralmente utilizado nos estágios iniciais de um trabalho experimental, possibilitando obter uma idéia a respeito do comportamento do processo ou sistema. Em um projeto onde existam  $k$  fatores, com somente dois níveis (quantitativos ou qualitativos) uma repetição (ou réplica) completa de tal projeto necessita de  $2^k$  observações e é conhecido como projeto fatorial  $2^k$ . Como cada fator possui somente dois níveis, a resposta é assumida ser aproximadamente linear sobre a amplitude dos níveis dos fatores escolhidos (Montgomery, 2001).

### A.1.1.1 - Projeto fatorial $2^2$

No projeto fatorial  $2^2$ , há dois fatores  $A$  e  $B$  com dois níveis cada. Os níveis dos fatores podem ser chamados de nível baixo e nível alto, e representados pelos sinais ‘-’ e ‘+’, respectivamente. Esta representação em termos de sinais é conhecida como notação geométrica (Montgomery, 2001). Outra representação considera o nível baixo como -1 e o nível alto como +1.

Este projeto fatorial é usualmente representado por um quadrado, conforme mostrado na Figura A.3.

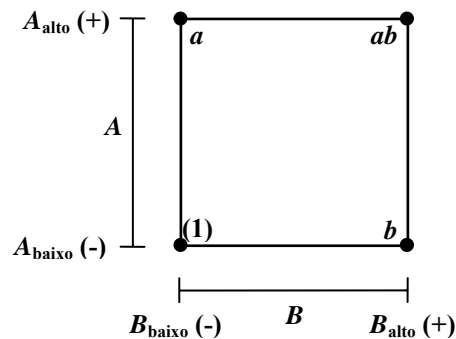


Figura A.3 – Representação gráfica do projeto fatorial  $2^2$ .

Na Figura A.3, os quatro tratamentos ( $2^2 = 4$  tratamentos) do projeto são representados por letras minúsculas: (1),  $a$ ,  $b$ ,  $ab$ . O tratamento que corresponde aos menores níveis de  $A$  e  $B$  é representado por (1), indicando a ausência das letras correspondentes. O tratamento representado por  $a$  indica o nível alto de  $A$  e baixo de  $B$ . O tratamento representado por  $b$ , corresponde ao nível alto de  $B$  e baixo de  $A$ . E o tratamento representado por  $ab$ , corresponde à combinação dos níveis altos de  $A$  e  $B$ .

Na Tabela A.2 está a representação em termos de -1 e +1 do projeto fatorial com dois fatores e dois níveis em cada fator.

Tabela A.2 – Representação do projeto fatorial com dois fatores e dois níveis cada.

Fator A	Fator B	Tratamento
-1	-1	(1) ( $A_{\text{baixo}}, B_{\text{baixo}}$ )
+1	-1	$a$ ( $A_{\text{alto}}, B_{\text{baixo}}$ )
-1	+1	$b$ ( $A_{\text{baixo}}, B_{\text{alto}}$ )
+1	+1	$ab$ ( $A_{\text{alto}}, B_{\text{alto}}$ )

**Efeitos principais de A, B e da interação AB:**

O efeito de A, B e AB podem ser determinados de modo genérico, considerando o quadrado apresentado na Figura A.3. O efeito de A está apresentado pela Equação (A.4),

$$A = \frac{ab+a}{2n_r} - \frac{b+(1)}{2n_r} = \frac{ab+a-b-(1)}{2n_r} \quad (\text{A.4})$$

o efeito de B, pela Equação (A.5),

$$B = \frac{ab+b}{2n_r} - \frac{a+(1)}{2n_r} = \frac{ab+b-a-(1)}{2n_r} \quad (\text{A.5})$$

e o efeito de interação AB, pela Equação (A.6),

$$AB = \frac{ab+(1)}{2n_r} - \frac{a+b}{2n_r} = \frac{ab+(1)-a-b}{2n_r} \quad (\text{A.6})$$

sendo  $n_r$  o número de réplicas ou repetições no experimento. Como exemplo, um efeito positivo sugere que um aumento no nível de um dado fator fornece um aumento na resposta. De outro modo, um efeito negativo sugere que um aumento no nível de um fator diminui a resposta. E, por fim, se o efeito da interação apresenta um valor pequeno em relação aos efeitos principais, este efeito de interação pode ser desprezado.

Segundo Montgomery (2001), o contraste é usado para estimar os efeitos de A, B e AB, e este contraste é conhecido como sendo o efeito total destes fatores. O numerador de cada uma das Equação (A.4), (A.5) e (A.6) fornece o contraste para os fatores A, B e AB, respectivamente.

**Análise de variância:**

O projeto fatorial, com dois fatores e  $abn_r$  observações totais, possui o modelo apresentado na Equação (A.7):

$$Y_{ijk} = \mu + A_i + B_j + (AB)_{ij} + \varepsilon_{ijk} \quad \left\{ \begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, a \\ j = 1, 2, \dots, b \\ k = 1, 2, \dots, n_r \end{array} \right. \quad (\text{A.7})$$



onde  $\mu$  corresponde ao efeito médio global;  $A_i$ , o efeito do  $i$ -ésimo nível do fator  $A$ ;  $B_i$ , o efeito do  $i$ -ésimo nível do fator  $B$ ;  $(AB)_{ij}$ , o efeito da interação entre  $A$  e  $B$ ;  $\varepsilon_{ijk}$ , o erro aleatório ( $N(0, \sigma^2)$  - distribuição normal, com média zero e variância  $\sigma^2$ );  $a$ , o número de níveis para o fator  $A$  ( $a = 2$ );  $b$ , o número de níveis para o fator  $B$  ( $b = 2$ ); e,  $n_r$ , o número de réplicas do experimento completo.

O interesse está em testar as hipóteses de nenhum efeito principal do fator  $A$ , nenhum efeito principal do fator  $B$  e nenhum efeito de interação para o fator  $AB$ . Neste caso, uma análise de variância bivariável é usada para testar essas hipóteses. A análise de variância testa as hipóteses pela decomposição da variabilidade total nos dados. Esta variabilidade total nos dados é descrita pela soma quadrática ( $SQ$ ) total das observações (Eq. (A.8)) (Montgomery & Runger, 2003).

$$SQ_{total} = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^{n_r} \left( y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{4n} \right) \quad (\text{A.8})$$

Onde:

$y_{ijk}$  - representa cada observação, ou seja, corresponde a  $k$ -ésima réplica submetida ao  $i$ -ésimo nível do fator  $A$  e  $j$ -ésimo nível do fator  $B$ ;

$y_{...}$  - representa o total global de todas as observações.

A soma quadrática apresentada pela Equação (A.8) pode ser descrita conforme a Equação (A.9):

$$SQ_{total} = SQ_A + SQ_B + SQ_{AB} + SQ_{erro} \quad (\text{A.9})$$

Da Equação (A.9), as somas quadráticas dos efeitos de  $A$  (Equação (A.10)),  $B$  (Equação (A.11)) e  $AB$  (Equação (A.12)) podem ser encontradas considerando o contraste. Estas somas quadráticas são obtidas elevando-se ao quadrado o contraste que estima o efeito de  $A$ ,  $B$  e  $AB$ , dividindo-se pelo produto entre o número de observações em cada total no contraste e a soma dos quadrados dos coeficientes do contraste.

$$SQ_A = \frac{[ab + a - b - (1)]^2}{4n} \quad (\text{A.10})$$

$$SQ_B = \frac{[ab + b - a - (1)]^2}{4n} \quad (\text{A.11})$$

$$SQ_{AB} = \frac{[ab + (1) - a - b]^2}{4n} \quad (\text{A.12})$$

A soma quadrática do erro (Equação (A.13)) é obtida da subtração de  $SQ_{total}$  pelas somas quadráticas dos efeitos de  $A$  (Equação (A.10)),  $B$  (Equação (A.11)) e  $AB$  (Equação (A.12)).

$$SQ_{erro} = SQ_{total} - SQ_A - SQ_B - SQ_{AB} \quad (\text{A.13})$$

Os resíduos de um projeto fatorial  $2^2$  podem ser obtidos pelo ajuste de um modelo de regressão aos dados, levando em consideração quais fatores foram significativos no experimento. A constante no modelo de regressão corresponde à média global e os coeficientes de regressão são estimados como sendo metade das estimativas dos efeitos correspondentes. Softwares ou ferramentas comerciais, como o *Minitab*<sup>®</sup>, possuem um módulo DOE onde vários tipos de projeto de experimentos podem ser analisados.

### A.1.1.2 - Projeto fatorial $2^3$

No projeto fatorial  $2^3$ , há três fatores  $A$ ,  $B$  e  $C$  com dois níveis cada. Agora há 8 tratamentos que usualmente são representados por um cubo, de acordo com a Figura A.4.

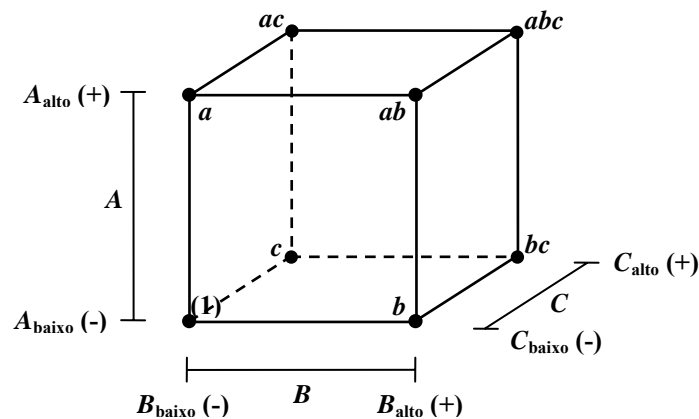


Figura A.4 – Representação gráfica do projeto fatorial  $2^3$ .

Todo o desenvolvimento realizado para o projeto fatorial  $2^2$  pode ser utilizado quando há mais de dois fatores ( $k \geq 3$ ). No caso da Figura A.4, para  $k = 3$  fatores, a representação em termos de -1 e +1 do projeto fatorial pode ser visualizado na Tabela A.3.

Tabela A.3 – Representação do projeto fatorial com três fatores e dois níveis cada.

Fator A	Fator B	Fator C	Tratamento
-1	-1	-1	(1) ( $A_{\text{baixo}}, B_{\text{baixo}}, C_{\text{baixo}}$ )
+1	-1	-1	$a$ ( $A_{\text{alto}}, B_{\text{baixo}}, C_{\text{baixo}}$ )
-1	+1	-1	$b$ ( $A_{\text{baixo}}, B_{\text{alto}}, C_{\text{baixo}}$ )
+1	+1	-1	$ab$ ( $A_{\text{alto}}, B_{\text{alto}}, C_{\text{baixo}}$ )
-1	-1	+1	$c$ ( $A_{\text{baixo}}, B_{\text{baixo}}, C_{\text{alto}}$ )
+1	-1	+1	$ac$ ( $A_{\text{alto}}, B_{\text{baixo}}, C_{\text{alto}}$ )
-1	+1	+1	$bc$ ( $A_{\text{baixo}}, B_{\text{alto}}, C_{\text{alto}}$ )
+1	+1	+1	$abc$ ( $A_{\text{alto}}, B_{\text{alto}}, C_{\text{alto}}$ )

### Efeitos principais e efeitos das interações:

Para o projeto fatorial  $2^3$  da Figura A.4 e considerando  $n_r$  réplicas ou repetições no experimento, o efeito principal de A é calculado conforme a Equação (A.14).

$$A = \frac{a + ab + ac + abc}{4n_r} - \frac{(1) + b + c + bc}{4n_r} \quad (\text{A.14})$$

O efeito de A é a subtração entre a média das quatro combinações de tratamentos na face superior do cubo (quando A está em nível alto) e a média das quatro combinações de tratamentos na face inferior do cubo (quando A está em nível baixo) (Montgomery & Runger, 2003). De modo similar, os efeitos de B e C são calculados pela Equação (A.15) e pela Equação (A.16), respectivamente.

$$B = \frac{b + ab + bc + abc}{4n_r} - \frac{(1) + a + c + ac}{4n_r} \quad (\text{A.15})$$

$$C = \frac{c + ac + bc + abc}{4n_r} - \frac{(1) + a + b + ab}{4n_r} \quad (\text{A.16})$$

O efeito de interação AB pode ser calculado pela metade da diferença entre os efeitos médios de A nos dois níveis de B (Equação (A.17)). De modo similar, o efeito de interação AC pode ser calculado pela metade da diferença entre os efeitos médios de A nos dois níveis de C (Equação (A.18)). E o efeito de interação BC pode ser calculado pela metade da diferença entre os efeitos médios de B nos dois níveis de C (Equação (A.19)).

$$AB = \frac{1}{2} \left\{ \frac{[(abc - bc) + (ab - b)]}{2n_r} - \frac{[(ac - c) + a - (1)]}{2n_r} \right\} \quad (\text{A.17})$$

$$AC = \frac{1}{2} \left\{ \frac{[(abc - bc) + (ac - c)]}{2n_r} - \frac{[(ab - b) + a - (1)]}{2n_r} \right\} \quad (\text{A.18})$$

$$BC = \frac{1}{2} \left\{ \frac{[(abc - ac) + (bc - c)]}{2n_r} - \frac{[(ab - a) + b - (1)]}{2n_r} \right\} \quad (\text{A.19})$$

A interação de terceira ordem  $ABC$  é calculada pela diferença média entre a interação  $AB$  para os diferentes níveis de  $C$  (Equação (A.20)).

$$ABC = \frac{1}{4n_r} [(abc - bc) - (ac - c) - (ab - b) + a - (1)] \quad (\text{A.20})$$

Desenvolvendo as equações de Equação (A.14) a Equação (A.20), os contrastes para cada efeito no projeto fatorial  $2^3$  podem ser encontrados como sendo iguais ao numerador de tais expressões. Novamente estes contrastes são usados para calcular a soma quadrática de qualquer efeito, considerando que a soma quadrática é encontrada elevando-se ao quadrado o contraste e dividindo o resultado obtido pela multiplicação do número de réplicas  $n_r$  por  $2^k$  (onde  $k = 3$ ). Do mesmo modo que para o projeto fatorial  $2^2$ , os resíduos podem ser obtidos pelo ajuste de um modelo de regressão aos dados, levando em consideração quais fatores foram significativos no experimento. As idéias desenvolvidas nesta seção podem ser aplicadas quando o número de fatores é superior a 3 fatores no experimento.

### A.1.2 - Projeto Fatorial Fracionado

O projeto fatorial fracionado é uma variação do projeto fatorial básico no qual apenas um subconjunto de todas as combinações de testes (ou corridas) de um projeto fatorial completo é utilizado. Em algumas situações onde o processo sob estudo envolver um pequeno número de fatores chaves, este tipo de projeto fatorial pode ser utilizado. Por exemplo, em aplicações onde há o interesse em considerar apenas os efeitos principais dos fatores e um pequeno número de interações de baixa ordem. Outra possibilidade é utilizá-lo somente quando um pequeno grupo de fatores e suas interações influenciarem a resposta (Cox & Reid, 2000).

Experimentos de seleção (*screening experiments*), onde são identificados os fatores mais importantes no processo, usam o projeto fatorial fracionado. Geralmente experimentos de

seleção são feitos nos estágios iniciais do projeto, quando provavelmente muitos dos fatores inicialmente considerados tenham pouco ou nenhum efeito na resposta. Deste modo, fatores que não são importantes são descartados do processo e os fatores considerados importantes são investigados mais profundamente em experimentos subseqüentes (Montgomery, 2001; Montgomery & Runger, 2003).

Uma meia-fração do planejamento  $2^k$  pode ser utilizada para reduzir o número de corridas de um experimento. Então, um experimento com  $2^{k-1}$  corridas é formado, e este experimento é conhecido como projeto fatorial fracionário  $2^{k-1}$ . Frequentemente frações menores podem ser usadas e estas frações fornecem informações suficientes para o projeto. Assim, um projeto  $2^k$  pode ser corrido em uma fração  $1/2^p$  (projeto fatorial fracionário  $2^{k-p}$ ). Quando a fração é igual a  $1/4$ , o projeto é chamado projeto fatorial fracionário  $2^{k-2}$ , uma fração  $1/8$ , o projeto é chamado projeto fatorial fracionário  $2^{k-3}$ , e assim por diante (Montgomery & Runger, 2003).

### A.1.3 - Projeto Fatorial com Três Níveis

Segundo Montgomery (2001), o projeto fatorial  $3^k$  consiste de um arranjo fatorial com  $k$  fatores onde cada fator possui três níveis cada (baixo, intermediário e alto). Quando os fatores são quantitativos, frequentemente os níveis baixo, intermediário e alto são denotados por -1, 0 e +1. Na representação usando 0, 1 e 2 (para os níveis baixo, intermediário e alto, respectivamente), cada tratamento é indicado por  $k$  dígitos, onde o primeiro dígito indica o nível do fator  $A$ , o segundo dígito indica o nível do fator  $B$ , e assim por diante. Então, considerando 2 fatores ( $k = 2$ ) haverá 9 tratamentos ( $3^2 = 9$ ), sendo o primeiro dígito e o segundo dígito a representação do fator  $A$  e  $B$ , respectivamente. A Tabela A.4 mostra esta representação do projeto fatorial  $3^2$ .

Tabela A.4 – Representação do projeto fatorial com dois fatores e três níveis cada.

Fator A	Fator B	Tratamento
0	0	00
0	1	01
0	2	02
1	0	10
1	1	11
1	2	12

2	0	20
2	1	21
2	2	22

Os nove tratamentos podem também ser representados por letras minúsculas: (1),  $a$ ,  $a^2$ ,  $b$ ,  $b^2$ ,  $ab$ ,  $ab^2$ ,  $a^2b$  e  $a^2b^2$ . Cada dígito (indicando o nível do fator) é a potência que é elevada cada letra como mostrado na Tabela A.5.

Tabela A.5 – Outra representação do projeto fatorial com dois fatores e três níveis cada.

Fator A	Fator B	Tratamento
0	0	$a^0b^0 = (1)$
0	1	$a^0b^1 = b$
0	2	$a^0b^2 = b^2$
1	0	$a^1b^0 = a$
1	1	$a^1b^1 = ab$
1	2	$a^1b^2 = ab^2$
2	0	$a^2b^0 = a^2$
2	1	$a^2b^1 = a^2b$
2	2	$a^2b^2$

O uso de três níveis implica na possibilidade do relacionamento não-linear entre os fatores sob estudo e a resposta. Ou seja, neste tipo de experimento o interesse está na curvatura presente na função resposta. Entretanto, um projeto  $3^k$  não é o modo mais eficiente para modelar um relacionamento quadrático. Além disso, o projeto  $2^k$  aumentado de pontos centrais também pode ser usado quando se deseja obter apenas uma indicação de curvatura. No caso onde a curvatura é importante, ou seja, quando se deseja conhecer o relacionamento não-linear entre os fatores e a resposta, um projeto  $2^k$  pode ser acrescido tanto de pontos centrais quanto de pontos axiais, constituindo um projeto central composto (Montgomery, 2001).

## A.2 - SUPERFÍCIE DE RESPOSTA

Montgomery & Runger (2003) citam que a RSM é uma coleção de técnicas matemáticas e estatísticas que são úteis para modelagem e análise de problemas nos quais a resposta de interesse seja influenciada por várias variáveis. O objetivo da RMS é otimizar a resposta

(variável de saída) que é influenciada por diversas variáveis de entrada do sistema (variáveis independentes).

Seja o modelo aproximado entre a resposta  $y$  e as variáveis independentes  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , apresentado na Equação (A.21).

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) + \varepsilon \quad (\text{A.21})$$

onde  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  representa o relacionamento entre a resposta e as variáveis independentes, ou seja, a superfície de resposta, e  $\varepsilon$  representa o ruído branco ou erro aleatório ( $N(0, \sigma^2)$ ) observado na função resposta  $y$ . As variáveis independentes  $x_1, x_2, \dots, x_n$  na Equação (A.21) normalmente são variáveis codificadas do problema que foram transformadas a partir das variáveis reais do mesmo.

De modo geral, o relacionamento entre a resposta e as variáveis independentes é desconhecido. Então, este relacionamento pode ser aproximado por polinômios de baixa ordem em algumas regiões relativamente pequenas do espaço definido pelas variáveis independentes. Em muitos casos, ou um modelo de primeira ordem (também conhecido como uma regressão linear), ou um modelo de segunda ordem (também conhecido como uma regressão não linear) é usado. O modelo de primeira ordem pode ser utilizado num ponto da superfície de resposta longe da região de ótimo, onde há pouca curvatura no sistema. Na região próxima ao ponto ótimo, um modelo de segunda ordem pode ser utilizado.

Para o caso de dois fatores (variáveis independentes), o modelo de primeira ordem da função resposta está apresentado na Equação (A.22):

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 \quad (\text{A.22})$$

sendo  $\beta_{ij}$  os coeficientes de regressão. Esta Equação (A.22) também é conhecida como modelo de efeitos principais, pois inclui somente os efeitos principais das variáveis  $x_1$  e  $x_2$ . Acrescentando a interação entre as duas variáveis  $x_1$  e  $x_2$ , o modelo de primeira ordem da função resposta deixa de ser linear e passa a ter uma indicação da curvatura, este modelo de primeira ordem com interação está apresentado na Equação (A.23):

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{12} x_1 x_2 \quad (\text{A.23})$$

O modelo de segunda ordem da função resposta para dois fatores está apresentado na Equação (A.24),

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{12} x_1 x_2 + \beta_{11} x_1^2 + \beta_{22} x_2^2 \quad (\text{A.24})$$

que constitui o modelo de primeira ordem apresentado na Equação (A.22) acrescido da interação  $x_1 x_2$  entre as duas variáveis e os termos quadráticos de cada uma das variáveis ( $x_1^2$  e  $x_2^2$ ).

Quando há diversos fatores ou variáveis independentes, o modelo de primeira ordem possui o formato apresentado na Equação (A.25),

$$\hat{y} = \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i x_i \quad (\text{A.25})$$

e o modelo de segunda ordem possui o formato apresentado na Equação (A.26).

$$\hat{y} = \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i x_i + \sum_{i=1}^n \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j=2}^n \sum \beta_{ij} x_i x_j \quad (\text{A.26})$$

Quando nem o modelo de primeira ordem, nem o modelo de segunda podem ser usados para aproximar a função  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , uma expansão em série de Taylor em torno do ponto de operação de cada variável ( $x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0}$ ) pode ser empregada.

Um modelo polinomial constitui uma boa aproximação para a função  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  real ou verdadeira numa região relativamente pequena do espaço das variáveis independentes. Os parâmetros nas aproximações polinomiais (por exemplo, os coeficientes  $\beta_{ij}$  de um modelo de regressão) são estimados por meio do método dos mínimos quadrados. Então, as superfícies formadas são superfícies ajustadas cuja análise pode ser aproximadamente equivalente à análise do sistema real (Montgomery & Runger, 2003).

Paiva (2006) cita que a RSM é uma combinação de técnicas de planejamento de experimentos. O projeto de experimentos serve como instrumento eficaz de coleta de dados que serão, posteriormente, ajustados segundo algum algoritmo de modelagem. Existem dois tipos principais de projetos ou arranjos experimentais para a coleta de dados na RSM: o



projeto composto central (CCD – *Central Composite Design*, também conhecido como *Box-Wilson Central Composite Design*) e o Box-Behnken.

### A.2.1 - Projeto Composto Central

Um CCD constitui um projeto de experimentos (DOE) utilizado para ajustar uma superfície de resposta de segunda ordem para a variável resposta sem ser necessário utilizar um DOE fatorial  $3^k$  completo. O CCD consiste de um DOE fatorial  $2^k$  acrescido de pontos centrais (*center points*) e pontos axiais.

Neste tipo de experimento, o número total de ensaios pode ser encontrado conforme a Equação (A.27)

$$n = 2^k + 2k + m \quad (\text{A.27})$$

Onde:  $2^k$  representa o número de pontos fatoriais;  $2k$  representa o número de pontos axiais; E,  $m$  representa o número de repetições (réplicas) do ponto central.

O número total de ensaios  $n$  para um CCD normalmente é menor que um DOE fatorial  $3^k$ . Por exemplo, quando há apenas dois fatores no problema sob estudo ( $k = 2$ ) e uma réplica do ponto central, o CCD possuirá 9 ensaios e o DOE fatorial  $3^k$  também possuirá 9 ensaios. Quando há três fatores ( $k = 3$ ), o CCD possuirá 15 ensaios e o DOE fatorial  $3^k$  possuirá 27 ensaios.

A distância do ponto central aos pontos fatoriais é igual a  $\pm 1$  unidades para cada fator, formando um espaço fatorial igual a  $[-1, +1]$ . O valor de  $\alpha$  corresponde à distância do ponto central aos pontos axiais. Segundo Montgomery & Runger (2003), a escolha de  $\alpha$  define se um CCD é rotacionável ou não. Quando o CCD é rotacionável, o desvio padrão da resposta prevista será constante em todos os pontos que estiverem à mesma distância do ponto central.

O valor de  $\alpha$  para rotabilidade depende do número de pontos fatoriais  $F$  do CCD, ou seja,  $\alpha = F^{1/4}$ . Num projeto fatorial completo com dois níveis,  $F = 2^k$ . Então,  $\alpha$  depende do número  $k$  de fatores da parte fatorial do projeto, ou seja,  $\alpha = 2^{k/4}$ . A Tabela A.6 mostra os valores de  $\alpha$  variando com o número de fatores  $k$ , além de mostrar o número de pontos fatoriais  $2^k$  e o número de pontos axiais  $2k$ .

Tabela A.6 – Número de pontos fatoriais, pontos axiais e o valor de  $\alpha$  dependendo do número de fatores.

Número de fatores, $k$	Número de pontos fatoriais, $2^k$	Número de pontos axiais, $2k$	Valor de $\alpha$ , $2^{k/4}$
2	4	4	1,414
3	8	6	1,682
4	16	8	2,000
5	32	10	2,378

A Figura A.5 mostra um CCD para 2 fatores ou variáveis independentes, portanto,  $k = 2$  e  $\alpha = 2^{2/4} = \sqrt{2}$ . Neste caso, todos os pontos axiais estão situados a uma distância de 1,414 do ponto central.

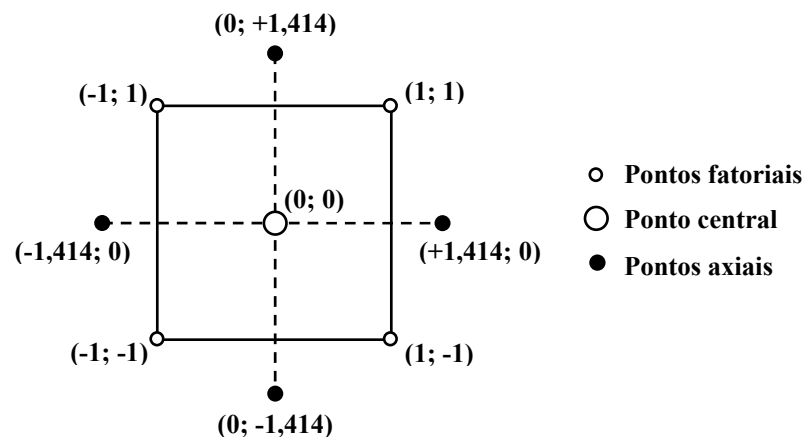


Figura A.5 – CCD para 2 fatores.

Dependendo da localização dos pontos axiais, o CCD pode ser de três tipos:

- **Circunscrito (CCC – CCD *Circumscribed*)**: os pontos axiais estão a uma distância  $\alpha$  do ponto central. Estes pontos fornecem novos extremos para os níveis alto e baixo dos fatores, ou seja, os limites  $([+1, -1])$  definidos pelos níveis dos fatores são extrapolados. Neste tipo de projeto cada fator requer 5 níveis. Este tipo de CCD para dois fatores pode ser visualizado tanto na Figura A.5 quanto na Figura A.6(a);
- **Inscrito (CCI – CCD *Inscribed*)**: neste tipo de projeto cada fator também possui 5 níveis. Os níveis dos fatores  $([+1, -1])$  são usados como pontos axiais e um DOE fatorial ou fracionado é criado dentro destes limites. Em outras palavras, este tipo de projeto usa os pontos dentro do domínio definido pelos níveis dos fatores

originalmente especificados. O CCD inscrito para dois fatores pode ser visualizado na Figura A.6(b);

- Face centrada (CCF – *CCD Faced*): os pontos axiais estão no centro de cada face do espaço fatorial, neste caso,  $\alpha = \pm 1$ . Então, neste tipo de projeto não é necessário usar pontos fora do domínio original definido pelos níveis dos fatores. Cada fator necessita de três níveis apenas. O CCF para dois fatores pode ser visualizado na Figura A.6(c).

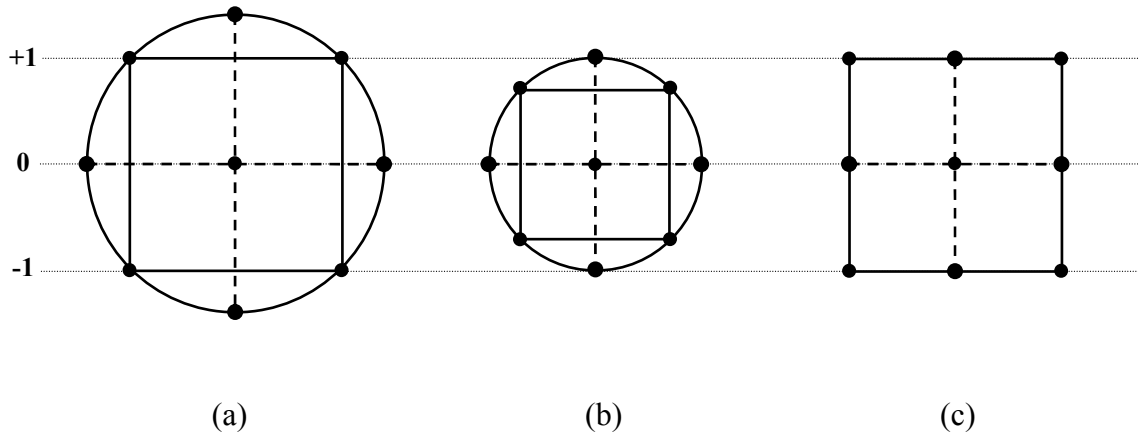


Figura A.6 – Tipos de CCD para dois fatores: (a) CCC; (b) CCI; (c) CCF.

Para o CCC, os cinco níveis para dois fatores codificados podem ser visualizados na Tabela A.7. Por meio desta tabela e considerando a Equação (A.27), pode ser verificado que há quatro pontos fatoriais ( $2^2 = 4$ ), quatro pontos axiais ( $2 \cdot 2 = 4$ ) e apenas uma réplica do ponto central ( $m = 1$ ), totalizando nove ensaios ou tratamentos.

Tabela A.7 – Fatores codificados para um CCD com dois fatores.

Pontos	Fator 1	Fator 2
fatoriais	-1	-1
	-1	+1
	+1	-1
	+1	+1
central	0	0
axiais	-1,414	0
	+1,414	0
	0	-1,414
	0	+1,414

De acordo com a Tabela A.6, o valor de  $\alpha$  é igual a 1,682 quando três fatores codificados são usados, e a combinação dos cinco níveis ( $-\alpha$ ;  $-1$ ;  $0$ ;  $+1$ ;  $+\alpha$ ) para os três fatores podem ser visualizados na Tabela A.8. Novamente, por meio da Tabela A.8 e

considerando a Equação (A.27), existem oito pontos fatoriais ( $2^3 = 8$ ), seis pontos axiais ( $2.3 = 6$ ) e apenas uma réplica do ponto central ( $m = 1$ ), totalizando quinze ensaios ou tratamentos.

Tabela A.8 – Fatores codificados para um CCD com três fatores.

Pontos	Fator 1	Fator 2	Fator 3
<b>fatoriais</b>	-1	-1	-1
	+1	-1	-1
	-1	+1	-1
	+1	+1	-1
	-1	-1	+1
	+1	-1	+1
	-1	+1	+1
	+1	+1	+1
<b>central</b>	0	0	0
<b>axiais</b>	-1,682	0	0
	+1,682	0	0
	0	-1,682	0
	0	+1,682	0
	0	0	-1,682
	0	0	+1,682

A Figura A.7 mostra um CCD para 3 fatores, logo,  $k = 3$  e  $\alpha = 2^{3/4}$ . Neste caso, todos os pontos axiais estão situados a uma distância de 1,682 do ponto central.

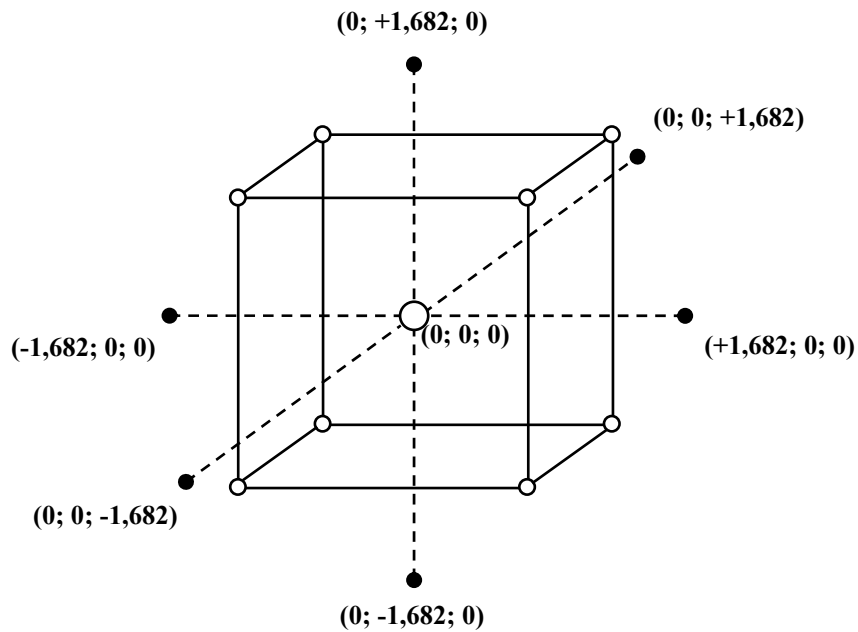


Figura A.7 – CCD para 3 fatores.

## A.2.2 - Projeto Box-Behnken

O projeto Box-Behnken é um modelo quadrático independente que não contém um projeto fatorial ou fracionário embutido. Os pontos médios das arestas das faces do espaço do processo correspondem às combinações de fatores (Paiva, 2006).

Neste tipo de projeto apenas três níveis para cada fator são utilizados. Projetos Box-Behnken podem ser efetuados para experimentos não-seqüenciais e usados quando os níveis dos fatores não puderem ser estendidos para além do domínio definido pelos pontos fatoriais. Além disso, considerando o mesmo número de fatores, projetos deste tipo possuem custo mais baixo para ser executado em relação a um CCD. Considerando três fatores, enquanto um CCD requer 15 tratamentos, um projeto Box-Behnken requer 13 tratamentos.

A Figura A.8 mostra um projeto Box-Behnken para três fatores. O projeto é representado como um cubo, mas os pontos experimentais estão nos pontos médios das arestas e não nos cantos desse cubo.

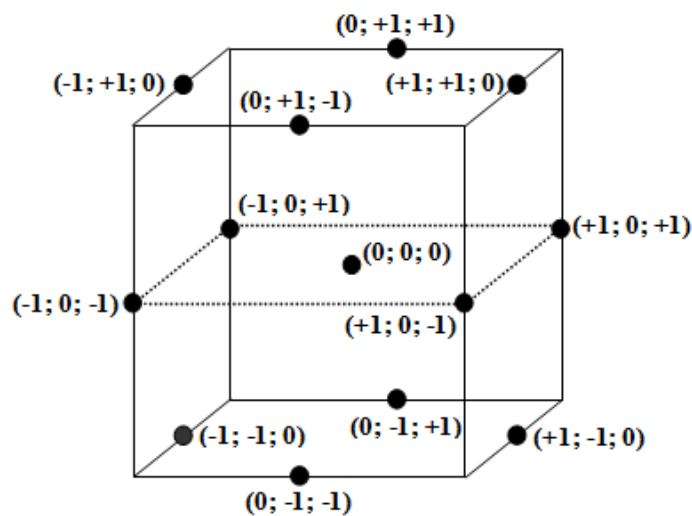


Figura A.8 – Projeto Box-Behnken para 3 fatores.

A Tabela A.9 mostra a combinação dos três níveis (-1; 0; +1) para os três fatores apenas.

Tabela A.9 – Fatores codificados para um CCD com três fatores.

Pontos	Fator 1	Fator 2	Fator 3
centrais	0	0	0
	-1	-1	0
	+1	-1	0
	-1	+1	0

	+1	+1	0
	-1	0	-1
	+1	0	-1
	-1	0	+1
	+1	0	+1
	0	-1	-1
	0	+1	-1
	0	-1	+1
	0	+1	+1

## A.3 – ALGUMAS DEFINIÇÕES

### A.3.1 - Coeficiente de Variação

A razão entre o desvio padrão e a média representa o coeficiente de variação (COV – *Coefficient of Variation*) que é definido somente para valores médios diferentes de zero. O COV é uma medida da dispersão relativa dos dados, o que difere do desvio padrão que corresponde a uma dispersão absoluta.

Este valor é útil quando se deseja encontrar o grau de dispersão de um determinado conjunto ou série de dados em relação a outro conjunto de dados. Sendo uma medida adimensional, conjuntos de dados expressos em unidades diferentes podem ser comparados. Porém o desvio padrão é expresso na mesma unidade dos dados, o que inviabiliza esse tipo de comparação.

Como exemplo, considere um desvio padrão de 2 unidades. Este valor de desvio padrão pode ser considerado pequeno para uma série de valores cujo valor médio seja 200, porém, o valor de 2 unidades é representativo para uma série de valores cujo valor médio seja 20.

A Equação (A.28) apresenta o cálculo do COV.

$$\text{COV} = \frac{\delta}{\mu} \quad (\text{A.28})$$

Onde,  $\delta$  representa o desvio padrão dos dados; e,  $\mu$  representa a média ou valor esperado dos dados.

Uma desvantagem do uso do COV aparece quando o valor médio do conjunto de dados é próximo de zero. Neste caso, pequenas mudanças na média tornam o valor do COV sensível. Por fim, diferentemente do desvio padrão, o COV não pode ser usado na construção de intervalos de confiança para a média.

### A.3.2 - Coeficiente de Determinação

A adequação de um modelo de regressão pode ser verificada por meio do coeficiente de determinação ( $R^2$ ). Este coeficiente de determinação explica a variabilidade nos resultados devido às entradas apresentadas no modelo de regressão construído. Mas há um problema em relação ao uso deste coeficiente, ou seja, o valor de  $R^2$  aumenta com a adição de mais termos no modelo de regressão, sem haver, necessariamente, a melhoria da informação na resposta. Sendo assim, o  $R^2$  ajustado ( $R^2_{ajust}$ ) é utilizado no lugar de usar apenas o  $R^2$ . O  $R^2$  ajustado é mais apropriado na comparação de modelos de diferentes quantidades de termos (Paiva, 2006).

O valor de  $R^2$  pode ser calculado de acordo com a Equação (A.29):

$$R^2 = 1 - \frac{SQ_{erro}}{SQ_{total}} \quad (\text{A.29})$$

Com:

$SQ_{total}$  - soma quadrática total das observações;

$SQ_{erro}$  - soma quadrática do erro.

O coeficiente  $R^2_{ajust}$  considera o número  $p$  de variáveis incluídas no modelo. Quando o número de variáveis  $p$  no problema aumenta, o valor de  $R^2_{ajust}$  diminui. O  $R^2_{ajust}$  pode ser calculado de acordo com a Equação (A.30):

$$R^2_{ajust} = 1 - \left( \frac{n-1}{n-p} \right) (1 - R^2) \quad (\text{A.30})$$

Sendo  $n$  o número de observações da variável de resposta.

Como exemplo, considere um  $R^2 = 0,9712$ . Este valor indica que 97,12% da variabilidade nos resultados de um dado problema podem ser devidas às variáveis estudadas e suas possíveis interações, ao passo que apenas 2,88% da variabilidade nos resultados são devidos a outros fatores que não foram considerados no experimento.