



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO  
EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**Aprimoramento da Técnica de Diferentes Intensidades de Fluxo de Calor para  
Estimação de Propriedades Térmicas**

**Fernando Bruno Dovichi Filho**

**Itajubá, Outubro de 2015**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO  
EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**Fernando Bruno Dovichi Filho**

**Aprimoramento da Técnica de Diferentes Intensidades de Fluxo de Calor para  
Estimação de Propriedades Térmicas**

**Dissertação submetida ao Programa de Pós-  
Graduação em Engenharia Mecânica como  
parte dos requisitos para obtenção do Título  
de Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica.**

**Área de Concentração: Conversão de Energia**

**Orientador: Prof. Dr. Sandro Metrevelle Marcondes de Lima e Silva**

Dovichí Filho, Fernando Bruno

Aprimoramento da Técnica de Diferentes Intensidades de Fluxo de Calor para  
Estimação de Propriedades Térmicas / Fernando Bruno Dovichí Filho– Itajubá:  
UNIFEI, 2015.

69p.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Itajubá, 2015.

Orientador: Prof. Dr. Sandro Metrevelle Marcondes de Lima e Silva

1. – Estimação de Propriedades Térmicas 2. – Otimização 3. – Condução de Calor

I. Lima e Silva, S. M. M. II. Universidade Federal de Itajubá Programa de Pós-graduação  
em Engenharia Mecânica.

**Outubro de 2015**  
**Itajubá**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO  
EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**Fernando Bruno Dovichi Filho**

**Aprimoramento da Técnica de Diferentes Intensidades de Fluxo de Calor para  
Estimação de Propriedades Térmicas**

Dissertação aprovada por banca examinadora em 13 de outubro de 2015, conferindo ao autor o título de **Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica**

**Banca Examinadora:**

Prof. Dr. Marcio de Oliveira - FEPI

Prof. Dr. Genésio José Menon - UNIFEI

Prof. Dr. Sandro Metrevelle M. de Lima e Silva - UNIFEI

Itajubá

2015

## **Dedicatória**

Dedico este trabalho em primeiro lugar à Deus pela oportunidade de crescimento pessoal durante esta caminhada.

Dedico também à memória de meu avô paterno Bruno Dovichi e à memória de meu avô materno Antônio de Lima Costa. Vocês permanecerão eternamente em minhas lembranças e principalmente em meu coração como exemplos de perseverança, dignidade e resignação.

# Agradecimentos

Este trabalho não poderia ser terminado sem a ajuda de diversas pessoas às quais presto minha homenagem:

Agradeço ao meu pai Fernando Bruno Dovichi e a minha mãe Geralda de Fátima Costa, pela dedicação, carinho, por me oferecem a oportunidade de estudar e estarem sempre presentes em minha vida.

A todos os meus familiares que estiveram presentes nessa caminhada e me encorajaram a não escolher os caminhos mais fáceis.

Ao meu orientador, professor Sandro Metrevelle Marcondes de Lima e Silva que me mostrou o caminho a ser seguido.

Aos coordenadores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica Sebastião Simões da Cunha e Edmilson Otoni Corrêa pelo apoio prestado

A todos meus amigos, pelo companheirismo que se estende das conversas descontraídas aos puxões de orelha, críticas e conselhos sempre bem-vindos e levados em conta.

Ao Instituto de Engenharia Mecânica da UNIFEI, pela oportunidade de realização deste trabalho. Aos dedicados Professores e Funcionários, e aos amigos desse Instituto, pelo convívio profissional.

Aos colegas do Laboratório de Transferência de Calor da UNIFEI (LabTC), Lorenzo Afonso Caliani de Neves Gomes, Vilson Altair Silva pelo companheirismo, e especialmente a Guilherme Vinicius Vargas Campanaro e Luís Felipe dos Santos Carollo pela colaboração e apoio durante a elaboração deste trabalho.

À CAPES, CNPq e FAPEMIG pelo o suporte financeiro.

Agradeço ao CNPq pela bolsa de mestrado concedida para o desenvolvimento do trabalho.

E a Deus por ter direcionado minhas escolhas até que eu concluísse o mestrado em Engenharia Mecânica na UNIFEI.

## **Epígrafe**

*“É graça divina começar bem. Graça maior persistir na caminhada certa. Mas graça das graças é não desistir nunca.”*

Dom Hélder Câmara,  
Pernambuco, 1909-1999.

## Resumo

**Dovich, F. B. F. (2015)**, *Aprimoramento da Técnica de Diferentes Intensidades de Fluxo de Calor para Estimação de Propriedades Térmicas*, 69p. Dissertação do Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá.

Neste trabalho apresenta-se o aprimoramento de um método para estimar simultaneamente a condutividade térmica,  $\lambda$ , e a capacidade de calor volumétrica,  $\rho c_p$ , de uma amostra de Aço AISI 304. O modelo térmico utilizado é baseado na equação da difusão unidimensional transiente considerando propriedades térmicas constantes. Para garantir a unidimensionalidade, a amostra foi completamente isolada, a espessura da amostra considerada é muito menor do que as dimensões laterais e o tempo de experimento é pequeno. Duas intensidades de fluxo de calor foram utilizadas no mesmo experimento com o propósito de incrementar significativamente a sensibilidade para as propriedades termofísicas a serem estimadas. A maior intensidade foi aplicada no começo do experimento para aumentar a sensibilidade para estimar  $\lambda$ , e a menor intensidade no restante do experimento para garantir sensibilidade para a estimação do  $\rho c_p$ . Para determinar as propriedades, uma função objetivo, definida pela diferença ao quadrado das temperaturas experimental e numérica, é minimizada pela aplicação da técnica de otimização BFGS (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno). A temperatura numérica é obtida pela solução da equação para o modelo proposto utilizando-se o Método das Diferenças Finitas com formulação implícita. Assim, a análise é feita em um experimento unidimensional em uma montagem simétrica. Um programa em Matlab foi desenvolvido para realizar toda a análise necessária para a estimação de  $\lambda$  e  $\rho c_p$ . A amostra está localizada entre um aquecedor resistivo e o isolamento. Resultados satisfatórios foram obtidos por esta análise, porque estas influências resultam numa diferença de temperatura de cerca de 0,1 °C, que é igual a incerteza do termopar.

### Palavras-chave

Propriedades termofísicas, otimização, condução de calor, coeficientes de sensibilidade, transferência de calor, capacidade de calor volumétrica.

# Abstract

**Dovichi, F. B. F. (2015)**, *Improvements on the Different Heat Flux Intensity Method to Estimate Thermal Properties*, 69p. *Dissertation Pos - Graduate Program in Mechanical Engineering, Federal University of Itajubá.*

This paper presents a method for simultaneously estimating the thermal conductivity,  $\lambda$ , and the volumetric heat capacity,  $\rho c_p$ , of an AISI 304 Stainless Steel sample. The thermal model used is based on one-dimensional transient diffusion equation. To ensure the one-dimensionality, the sample was completely isolated, the thickness of the sample considered is much smaller than the lateral dimensions and the experiment time is short. Two intensities of heat flux were used in the same experiment in order to significantly increase the sensitivity of the thermophysical properties to be estimated. The higher intensity is applied at the beginning of the experiment to increase sensitivity to estimate  $\lambda$ , and lower intensity in the remainder of the experiment to ensure sensitivity for estimating  $\rho c_p$ . To determine the properties, an objective function, defined as the squared difference of the experimental and numerical temperature, is minimized by applying the BFGS optimization technique (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno). The temperature is obtained by the numerical equation of the solution to the model using the Finite Difference Method with implicit formulation. Thus, the analysis is done on a one-dimensional experiment in a symmetrical assembly. A Matlab program was developed to perform all the necessary analysis to estimate  $\lambda$  and  $\rho c_p$ . The sample is located between a resistive heater and the insulation. Satisfactory results were obtained by this analysis because these influences result in a temperature difference of about  $0.1 \text{ }^\circ\text{C}$ , which is equal to the uncertainty of the thermocouple.

## Keywords

Thermophysical properties, optimization, heat conduction, the sensitivity coefficients of heat transfer, volumetric heat capacity.

## Lista de Figuras

Figura 3.1 – Modelo térmico unidimensional. ....	26
Figura 3.2 – Visão da amostra em perspectiva. ....	27
Figura 3.3 – Comparação entre os coeficientes de sensibilidade calculados numericamente com o analítico para $\lambda$ e $\rho c_p$ . ....	29
Figura 3.4 – Diferença entre os coeficientes de sensibilidades calculadas numericamente e analiticamente para $\lambda$ . ....	30
Figura 3.5 – Diferença entre os coeficientes de sensibilidades calculadas numericamente e analiticamente para $\rho c_p$ . ....	30
Figura 3.6 – Esquema do balanço de energia. ....	31
Figura 3.7 – Nó 0 (zero) na superfície onde o fluxo de calor é imposto e nó adjacente 1. ....	32
Figura 3.8 – Representação dos nós intermediários. ....	33
Figura 3.9 – Nó $n_p$ na superfície onde é imposta a condição de isolamento e nó anterior $n_p - 1$ . ....	34
Figura 3.10 – Tela do programa desenvolvido para os cálculos da temperatura. ....	37
Figura 3.11 – Algoritmo utilizado para calcular a distribuição de temperatura na amostra. ....	39
Figura 3.12 – Temperaturas calculadas para todos os nós. ....	40
Figura 3.13 – Algoritmo utilizado para a validação do cálculo da função $f_{mincom}$ . ....	41
Figura 3.14 – Algoritmo utilizado para calcular os coeficientes de sensibilidade. ....	42
Figura 3.15 – Algoritmo com todos os procedimentos utilizados neste trabalho para estimativa de $\lambda$ e $\rho c_p$ . ....	43
Figura 4.1 – Esquema da montagem experimental utilizado na determinação das propriedades. ....	45
Figura 4.2 – Aquecedor Resistivo com medidas. ....	45
Figura 4.3 – Fonte de alimentação digital Instrutemp ST 305D-II. ....	46
Figura 4.4 – Multímetro Minipa ET-2042C. ....	47
Figura 4.5 – Equipamento de descarga capacitiva desenvolvido no LabTC. ....	47
Figura 4.6 – Equipamento de aquisição de dados Agilent 34980A. ....	48
Figura 4.7 – Esquema da montagem (corte vista lateral). ....	48
Figura 4.8 – Esquema da montagem (corte vista superior). ....	49
Figura 4.9 – Foto da pré-montagem. ....	49
Figura 4.10 – Imagem da parte interna da montagem. ....	50
Figura 4.11 – Posição do termopar na amostra. ....	50

Figura 4.12 – Detalhe de acabamento das amostras de aço Inox AISI 304. ....	51
Figura 4.13 – Detalhe de acabamento das amostras de aço Inox AISI 304. ....	51
Figura 5.1 – Coeficientes de sensibilidade calculados numericamente para $\lambda$ e $\rho_{cp}$ . ....	56
Figura 5.2 – Fluxo de calor imposto na superfície da amostra em $x=0$ . ....	57
Figura 5.3 – Temperaturas Experimental ( $Y$ ) e numérica ( $T$ ). ....	57
Figura 5.4 – Diferença das temperaturas $Y - T$ para a amostra de Aço Inox AISI 304. ....	58
Figura 5.5 – Comparação das temperaturas experimentais em $x = L$ para a amostra de Aço Inox AISI 304 de Carollo, Lima e Silva e Lima Silva (2012). ....	59
Figura 5.6 – Diferença entre temperatura $Y1$ e $Y2$ para a amostra de Aço Inox AISI 304. ....	59
Figura 5.7 – Comparação das temperaturas experimentais em $x = L$ para a amostra de Aço Inox AISI 304. ....	60
Figura 5.8 – Diferença de temperatura $Y1 - Y2$ para a amostra de Aço Inox AISI 304. ....	61

## Lista de Tabelas

Tabela 3.1 – Valores dos parâmetros utilizados para o cálculo da temperatura. ....	35
Tabela 5.1 – Valor dos parâmetros utilizados para o cálculo da temperatura. ....	53
Tabela 5.2 – Valores estatísticos obtidos para as amostras Aço Inox AISI 304. ....	53
Tabela 5.3 – Valores obtidos de $\lambda$ e $\rho c_p$ para as amostras de Aço Inox AISI 304. ....	54
Tabela 5.4 – Valor dos parâmetros utilizados para o cálculo da temperatura. ....	55
Tabela 5.5 – Valores estatísticos obtidos para as amostras Aço Inox AISI 304. ....	62
Tabela 5.6 – Valores obtidos para as amostras de Aço Inox AISI 304. ....	62

## Lista de Símbolos

### Letras Latinas

$A$	Área	$m^2$
$B$	Vetor das variáveis	
$c_p$	Calor específico	J/ (kgK)
$\dot{E}_{ac}$	Taxa de energia acumulada	W
$\dot{E}_e$	Taxa de energia de entrada	W
$\dot{E}_g$	Taxa de energia gerada	W
$\dot{E}_s$	Taxa de energia de saída	W
$F$	Função objetivo	$^{\circ}C$
$g$	Iteração	
$H$	Matriz Hessiana	
$\bar{H}$	Aproximação da inversa da matriz Hessiana durante o processo de otimização	
$L$	Espessura da amostra	m
$n_p$	Último ponto da malha	
$ntp$	Número total de pontos na malha	
$N$	Número de linhas e colunas da matriz quadrática	
$P$	Parâmetro a ser analisado	
$p$	Incremento de tempo	
$t$	Tempo	s
$T$	Temperatura numérica	$^{\circ}C$
$T_0$	Temperatura inicial	$^{\circ}C$
$T_0^j$	Temperatura do nó na superfície para o tempo atual	$^{\circ}C$
$T_1^j$	Temperatura no ponto 1 para o tempo atual	$^{\circ}C$
$T_1^{j-1}$	Temperatura no ponto 1 para o tempo anterior	$^{\circ}C$
$Th_1$	Termopar 1	
$Th_2$	Termopar 2	
$t_{max}$	Tempo máximo do experimento	s

$T_{Maxi}$	Temperatura Máxima	°C
$x, y, z$	Coordenadas cartesianas	m
$X_1$	Coeficiente de sensibilidade para o $\lambda$	°C
$X_2$	Coeficiente de sensibilidade para o $\rho c_p$	°C
$Y$	Temperatura experimental	°C
$\Delta t$	Intervalo de tempo	s
$\Delta x$	Incremento da malha	m
$q''_{cond}$	Fluxo de calor por condução	W/m <sup>2</sup>

## Letras Gregas

$\alpha$	Difusividade térmica	m/s <sup>2</sup>
$\partial$	Passo para a derivada numérica	
$\Delta$	Operador gradiente	
$\lambda$	Condutividade térmica	W/ (mK)
$\rho$	Massa específica	kg/m <sup>3</sup>
$\rho c_p$	Capacidade de calor volumétrica	J/ (m <sup>3</sup> K)
$\phi$	Fluxo de calor	W/m <sup>2</sup>
$\phi_1$	Fluxo de calor no intervalo de tempo 1	
$\phi_2$	Fluxo de calor no intervalo de tempo 2	

## Siglas

<i>AISI</i>	American Iron and Steel Institute
<i>BFGS</i>	Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno
<i>GHPA</i>	Guarded Hot Plate Apparatus
<i>IEAV</i>	Instituto de Estudos Avançados
<i>IEM</i>	Instituto de Engenharia Mecânica
<i>MDF</i>	Método das Diferenças Finitas
<i>UNIFEI</i>	Universidade Federal de Itajubá

## Sobrescritos

$q$	Incremento de tempo para a técnica BFGS
$\rightarrow$	Indica vetor
$=$	Indica matriz

## Subscritos

$i$	Contador para o número de parâmetros
$j$	Contador de número de pontos
$k$	Incremento dos autovalores
$m$	Incremento de posição
$n$	Número total de pontos

# Sumário

<b>Dedicatória</b> .....	<b>5</b>
<b>Agradecimentos</b> .....	<b>6</b>
<b>Epígrafe</b> .....	<b>7</b>
<b>Resumo</b> .....	<b>8</b>
<b>Abstract</b> .....	<b>9</b>
<b>Lista de Figuras</b> .....	<b>10</b>
<b>Lista de Tabelas</b> .....	<b>12</b>
<b>Lista de Símbolos</b> .....	<b>13</b>
Letras Latinas .....	13
Letras Gregas .....	14
Siglas .....	14
<b>Sumário</b> .....	<b>16</b>
<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>16</b>
1.1 Justificativas .....	16
<b>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	<b>19</b>
<b>3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	<b>26</b>
3.1 Modelo Térmico Unidimensional (1D) .....	26
3.2 Coeficientes de Sensibilidade .....	28
3.3 Solução do Modelo Unidimensional .....	31
3.4 O Método BFGS .....	35
3.5 Programa Desenvolvido para Estimação Simultânea de Propriedades Termofísicas .....	37
<b>4 ANÁLISE EXPERIMENTAL, MATERIAIS E MÉTODOS</b> .....	<b>44</b>
4.1 Procedimento Experimental .....	44
4.2 Detalhamento da Montagem das Amostras .....	48
<b>5 ANÁLISE DE RESULTADOS</b> .....	<b>52</b>
5.1 Aço Inox AISI 304 (40 experimentos) .....	52
5.2 Aço Inox AISI 304 (30 experimentos) .....	55
<b>6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS</b> .....	<b>63</b>
6.1 Conclusões .....	63
6.2 Sugestões para trabalhos futuros .....	64
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	<b>65</b>

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Justificativas

Na engenharia há uma constante busca para se desenvolver materiais que possuam melhores propriedades termofísicas aliadas à um custo relativamente menor do que materiais que já estejam em uso. Por isso é de suma importância que existam trabalhos como o aqui apresentado, no intuito de determinar de maneira concisa as propriedades termofísicas e colaborar de maneira significativa para o desenvolvimento de métodos mais eficazes dentro da área de transferência de calor, bem como na engenharia mecânica como um todo. Cita-se, por exemplo, um processo de soldagem onde é necessário que grande parte do calor aplicado à peça faz uma fusão localizada onde, após o resfriamento, aparece a união dos metais. Assim, faz-se necessário obter valores das propriedades térmicas com confiabilidade, pois estes valores serão de extrema importância na escolha adequada do material, ou seja, na otimização do projeto e no desenvolvimento de processos de fusão.

Uma outra análise importante é a situação econômica, pois quanto menor o custo para a determinação destas propriedades termofísicas com maior confiabilidade dos resultados obtidos gera-se a possibilidade de disputar mercados nacionais e até mesmo internacionais, devido ao baixo custo investido no desenvolvimento de novas técnicas.

Citam-se como propriedades importantes a serem estudadas dentro deste contexto: a condutividade térmica,  $\lambda$  e a capacidade calor volumétrica,  $\rho c_p$ . A condutividade térmica corresponde à quantidade de calor que é transmitida através da superfície de um material de espessura constante, pela diferença de temperatura entre as duas faces dessa superfície.

A capacidade de calor volumétrica, representa a capacidade de um material de armazenar energia térmica. Estas duas propriedades são de extrema importância nos problemas de condução de calor.

Deve-se então determinar de forma precisa estas propriedades termofísicas dos materiais para garantir que atendam aos requisitos mínimos de projeto e evitem o mau funcionamento e até mesmo a sua falha. Desta forma, o objetivo principal desse trabalho é desenvolver uma metodologia para determinar de forma simultânea a condutividade térmica,  $\lambda$ , e a capacidade de calor volumétrica,  $\rho c_p$  de materiais metálicos. Para alcançar esse objetivo, análises de sensibilidade foram realizadas com o intuito de definir as variáveis do experimento, como por

exemplo, a intensidade do fluxo de calor, o tempo de incidência desse fluxo, a localização do termopar, entre outros. Além disso, decidiu-se utilizar um modelo térmico unidimensional com condição de fluxo de calor prescrito na superfície superior e de isolamento na superfície inferior, onde a temperatura é medida. Por fim, a determinação das propriedades foi realizada através da minimização de uma função objetivo, definida pelo quadrado da diferença entre a temperatura experimental e numérica, aplicando-se a técnica de otimização BFGS. A temperatura numérica foi obtida resolvendo-se a equação da difusão através do método das diferenças finitas com formulação implícita.

Neste trabalho foram realizados o aprimoramento da técnica desenvolvida no laboratório de transferência de calor para a estimação simultânea da condutividade térmica,  $\lambda$  e da capacidade de calor volumétrica,  $\rho c_p$ , de materiais sólidos, metálicos como o Aço Inoxidável AISI 304 e a implementação no Matlab de toda a metodologia desenvolvida para estimação de  $\lambda$  e  $\rho c_p$  sendo estes os objetivos do trabalho.

Uma revisão de algumas técnicas existentes para a determinação das propriedades térmicas: condutividade térmica, capacidade de calor volumétrica, difusividade térmica e efusividade térmica é apresentada no Capítulo 2. Além disso, foram feitas melhorias em relação ao Trabalho do Carollo, Lima e Silva e Lima Silva (2012). O aquecedor agora é completamente simétrico (garantindo fluxo uniforme para ambos os sentidos) e as amostras metálicas passaram pelo o processo de retifica (melhorando a sua planicidade e ficando com a menor rugosidade possível)

No Capítulo 3 é apresentada a fundamentação teórica utilizada para a determinação das propriedades. Os principais aspectos abordados neste capítulo referem-se à definição do modelo térmico utilizado, à solução da equação de difusão do calor unidimensional pelo método das diferenças finitas com formulação implícita, à definição dos coeficientes de sensibilidade e da função objetivo aplicada para determinar as propriedades; e por último, o pacote computacional utilizado para minimizar a função objetivo.

No Capítulo 4 apresenta-se a montagem experimental desenvolvida para determinar as propriedades de forma simultânea, a exata função e descrição de cada componente desta bancada e o detalhamento do conjunto amostras-aquecedor-isolamento.

No Capítulo 5 encontra-se a análise de resultados para o Aço Inox AISI 304. Em cada seção foram aplicados os conceitos e definições realizados no Capítulo 3, buscando obter as

propriedades térmicas. Para todas análises encontrou-se resultados em acordo com os valores da literatura.

No Capítulo 6 encontram-se os comentários finais, conclusões e sugestões para trabalhos futuros com o intuito de aprimorar a técnica apresentada nesse trabalho.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Tem-se como objetivo neste capítulo apresentar algumas das técnicas existentes para a determinação das propriedades termofísicas: condutividade térmica,  $\lambda$ , capacidade de calor volumétrica,  $\rho c_p$ , difusividade térmica,  $\alpha$ , e efusividade térmica,  $b$ . A estimação destas propriedades pode ser realizada de forma independente ou simultânea. Para a determinação destas propriedades torna-se necessário a modelização de um processo, cuja a função principal é estabelecer e identificar um campo térmico na amostra ou meio investigado. As propriedades térmicas podem então, ser obtidas através da comparação de dados experimentais com os dados teóricos do modelo.

Dowding *et al.* (1995) desenvolveram um método para estimar as propriedades térmicas: condutividade térmica,  $\lambda$ , e capacidade de calor volumétrica,  $\rho c_p$  para um modelo bidimensional baseando-se numa amostra de carbono-carbono. A utilização desse método exige uma montagem simétrica, tendo em vista a dificuldade de posicionamento dos termopares na amostra de carbono-carbono. Além disso, deve ser feito um satisfatório alinhamento do aquecedor de mica junto com os termopares devido ao fato dos elementos de aquecimento não serem visíveis. De acordo com esse trabalho, quando soma-se ponto a ponto os coeficientes de sensibilidade de  $\lambda$  e  $\rho c_p$  normalizados e esta soma for igual ao gradiente de temperatura, considerando as condições de contorno de fluxo prescrito e isolamento, atingem-se as condições ideais de estimação das propriedades, ou seja, o experimento foi bem realizado. Para estimar as propriedades citadas, utilizou-se um forno com atmosfera controlada e variou-se a temperatura de 65 a 400 °C.

Guimarães, Philippi e Thery (1995) determinaram simultaneamente a difusividade térmica e a condutividade térmica de materiais isolantes. O modelo térmico usado baseia-se no princípio de um sistema dinâmico tipo entrada/saída. Neste método uma combinação entre as técnicas de tratamento de sinais no domínio da frequência e estimação de parâmetros, mostrou-se adequada para a medição simultânea de  $\alpha$  e  $\lambda$  de materiais não metálicos. Duas funções objetivo distintas são usadas para a determinação destas propriedades. Ambas baseadas na função chamada impedância generalizada que são definidas a partir dos sinais experimentais de temperatura e fluxo calor. Uma função objetivo de mínimos quadrados entre a fase experimental e a teórica é usada para a determinação de  $\alpha$ . Uma outra função objetivo baseada no quadrado

da diferença entre o módulo experimental e o teórico é usada para a determinação de  $\lambda$ . A determinação de  $\alpha$  e  $\lambda$ , de forma independente é a principal vantagem desta técnica.

Haji-Sheikh *et al.* (1998) determinaram propriedades termofísicas usando métodos periódicos a partir de análises de sensibilidade no domínio da frequência. Esta análise mostrou que somente a fase pode ser usada para fornecer a informação necessária para obtenção de  $\alpha$  e  $\lambda$ . Para um sinal de entrada de fluxo de calor em uma superfície a difusividade térmica é obtida se a temperatura apresentar uma resposta periódica em outra posição da amostra. Para obtenção da condutividade térmica foram usados valores médios de temperatura e fluxo de calor. A obtenção de  $\alpha$  e  $\lambda$  se dá em duas amostras diferentes: *Delrin* ou *poly (oxymethylene)* e o aço inoxidável AISI 304. Entretanto, neste trabalho somente a difusividade térmica foi obtida com precisão para estas amostras. Ressalta-se que em materiais metálicos (alta condutividade térmica), com pequenas espessuras torna-se necessário o uso de valores altos de fluxo de calor para provocar um gradiente de temperatura na amostra. Uma outra desvantagem desta técnica reside na geração do fluxo de calor periódico, o que exige uma montagem experimental complicada e de alto custo.

No trabalho de Aviles-Ramos *et al.* (2001) foi apresentada a avaliação de uma técnica espectral para a determinação de propriedades termofísicas  $\lambda$  e  $\rho c_p$ . Neste caso, um experimento virtual transiente foi construído, usando-se sinais periódicos. As soluções analíticas para a temperatura foram encontradas para um modelo bidimensional no domínio do tempo e no domínio espectral, com as propriedades  $\lambda$  e  $\rho c_p$  anisotrópicas. Sendo que no domínio espectral, o ângulo de fase, depende das posições relativas dos sensores de temperatura e também das propriedades termofísicas. As propriedades foram encontradas a partir da minimização de uma função objetivo de mínimos quadrados de fase que é definida pela diferença ao quadrado entre a fase experimental e a fase calculada pelo modelo. A técnica para o cálculo do ângulo de fase apresentada é analítica; quando isto não é possível, soluções numéricas são necessárias para a solução da temperatura e ângulo de fase. Entretanto, além dos resultados desse trabalho serem simulados, uma limitação desta técnica é a geração do fluxo de calor periódico, que exige uma montagem experimental complicada e de alto custo.

Lima e Silva, Ong e Guimarães (2003) descreveram uma técnica experimental para na determinação de  $\alpha$  e  $\lambda$  de polímeros. Essa técnica é especialmente adequada na medição de propriedades térmicas *in situ* (em campo), uma vez que os sinais adquiridos de temperatura e

fluxo de calor foram provenientes de somente uma superfície de acesso. Duas funções objetivos distintas foram usadas para a determinação destas propriedades. Uma função objetivo de fase definida a partir da correlação entre os sinais de temperatura experimental e teórico no domínio da frequência foi usada para a determinação de  $\alpha$ . Uma outra função objetivo de mínimos quadrados entre os sinais de temperatura experimental e teórico no domínio do tempo foi usada para a determinação de  $\lambda$ . Na minimização dessas duas funções foram usadas como procedimento de busca a técnica de otimização BFGS sem restrição juntamente com os métodos combinados de busca unidimensional da Seção Áurea e de aproximação polinomial. Uma comparação de resultados para a técnica proposta também foi feita a partir de resultados obtidos da determinação de  $\alpha$  e  $\lambda$  usando, respectivamente os métodos flash e da placa quente protegida para uma amostra de Policloreto de Vinila (PVC). Uma restrição para uso desta técnica é que Lima e Silva, Ong e Guimarães (2003) conseguiram determinar  $\alpha$  e  $\lambda$  somente de materiais isolantes.

Borges, Lima e Silva e Guimarães (2006) apresentaram um método para se obter de forma simultânea e independente  $\alpha$  e  $\lambda$  de materiais condutores e não condutores. Uma vantagem desta técnica se refere ao fato de obter as propriedades simultaneamente, porém, de forma independente, visto que se aplicam duas funções objetivos, uma no domínio da frequência e outra no domínio do tempo. As funções foram obtidas através do cálculo da fase da função resposta em frequência de um sistema dinâmico e a outra com base nas temperaturas conhecidas. Uma desvantagem desse trabalho é o número pequeno de pontos para estimar o  $\alpha$  e como ele é estimado primeiro, isso pode influenciar nos resultados de  $\lambda$ .

Jannot, Acem e Kanmogne (2006) desenvolveram o Método da Placa Quente Transiente para determinar simultaneamente a efusividade,  $b$ , e a condutividade térmica de materiais metálicos como alumínio, titânio e aço. O dispositivo proposto consistiu em um aquecedor localizado entre uma amostra plana do material a ser analisado e uma placa de material isolante. Para garantir o modelo unidimensional, utilizou-se um aquecedor e uma amostra com a mesma área, além de desprezar as perdas oriundas do fenômeno de convecção. Sensores de temperatura foram utilizados para que se pudessem estimar as propriedades através da minimização de uma função erro quadrática entre a temperatura experimental e numérica. Estudos de sensibilidade foram realizados para determinar a melhor região de análise das propriedades e a espessura

ideal da amostra. Uma desvantagem desse trabalho refere-se à grande espessura das amostras utilizadas, dificultando o manuseio das mesmas e elevando o custo da técnica.

Borges, Souza e Guimarães (2008) desenvolveram um método para estimar a condutividade e difusividade térmica de materiais condutores e não condutores de pequenas dimensões. Esse trabalho é similar ao apresentado por Borges, Lima e Silva e Guimarães (2006), porém, não foram utilizados transdutores para medir o fluxo de calor, uma vez que este foi obtido aplicando uma técnica inversa baseada nas funções de Green. O experimento foi realizado utilizando um aquecedor em parte da superfície superior da amostra, considerando todas as outras superfícies isoladas, caracterizando-se assim um modelo térmico tridimensional. Uma amostra de Aço Inox AISI 304 foi analisada encontrando-se resultados satisfatórios quando comparados aos valores da literatura.

Stankus *et al.* (2008) desenvolveram um método para determinar  $\lambda$  e  $\alpha$  para uma liga de Aço Inox variando a temperatura inicial. Para determinar a difusividade térmica utilizou-se o Método Flash buscando manter a diferença de temperatura menor que 3 K. O diferencial desse trabalho refere-se ao fato de se estimar a condutividade térmica através de dados da literatura, com o calor específico e a massa específica, e a partir do valor da difusividade térmica estimada. A análise foi realizada dessa maneira vista a dificuldade encontrada em se estimar a troca de calor entre a amostra e o ambiente quando se variava a temperatura inicial, gerando erros no cálculo da condutividade térmica. Assim, os resultados encontrados foram considerados confiáveis, já que apresentaram um erro menor que 0,1 %.

Jannot, Degiovanni e Payet (2009) apresentaram um método para estimar a condutividade térmica de materiais isolantes de baixa densidade. Uma modelagem tridimensional do sistema foi utilizada para uma análise de sensibilidade. O método da estimativa foi descrito e aplicado para mensurar experimentalmente a condutividade térmica, livre da pressão atmosférica, estando, portanto, no vácuo. Uma das vantagens do método é que o modelo não é sensibilizado pela transferência de calor na face aquecida. O método é baseado num sistema de três camadas cujas temperaturas de entrada e saída são medidas depois de um pequeno fluxo de calor a ser aplicado em uma camada. A função de transferência em 3D do sistema foi estimada pela aplicação de um método inverso para o produto da convolução. Vale ressaltar que o método possui satisfatória precisão na estimativa da condutividade térmica, menos de 5% para materiais de condutividade baixa ou muito baixa, isto é, materiais que possuem  $\lambda < 0,15$  W/m.K. É

possível também, com este método, estimar a difusividade térmica de materiais cuja capacidade térmica for superior a  $4 \times 10^4 \text{ W/m}^3$ . No caso da difusividade térmica a estimativa pode ser feita tanto quando o material estiver sujeito à pressão atmosférica quanto no vácuo. Entretanto, este método não é adequado para a estimativa da difusividade térmica em materiais superisolantes com densidade muito baixa.

Xamán, Lira e Arce (2009) apresentaram um aparato da placa quente protegida (GHPA) usado para medir a condutividade térmica de materiais isolantes. Este aparato usa uma fonte de calor circular e foram estudadas as aplicações deste tipo de fonte de calor. Este problema particular para a qual a solução foi desenvolvida diz respeito ao uso de um aquecedor integrado a uma placa central e um anel de guarda para gerar um fluxo de calor. Uma solução analítica de forma elegantemente fechada foi obtida para este problema. A formulação baseada em funções de Green foi usada para computar a distribuição de temperaturas na chapa central e na guarda. Os resultados analíticos foram comparados com medidas feitas em chapas de alumínio e foi descoberto que elas estão em boas concordância com dados experimentais com um desvio padrão de 3%. Estes resultados podem ser usados para obter a temperatura média nas chapas, que são usadas como a temperatura representativa. Do mesmo modo, a posição da região da temperatura principal foi determinada; esta posição é aquela onde os termopares devem ser colocados nas chapas do GHPA.

Jannot, Felix e Degiovanni (2010) apresentaram um método dedicado à medição da condutividade térmica de materiais isolantes ou super-isolantes (com poucos milímetros de espessura). O método é baseado na medição da temperatura no centro de um elemento aquecedor inserido entre duas amostras com as superfícies não aquecidas das amostras mantidas constantes. Um modelo 3D da transferência de calor no sistema é estabelecido e simulado para determinar as condições de validade de um modelo 1D para representar a temperatura central. Este modelo 1D foi utilizado então para produzir uma análise de sensibilidade da temperatura central para diferentes parâmetros. A conclusão é que a condutividade térmica pode ser estimada com uma boa precisão para todos os materiais isolantes de uma simples medida do estado de equilíbrio e que a capacidade de calor volumétrica pode também ser estimada do registro transitório da temperatura com a precisão aumentando com o valor da capacidade de calor volumétrica das amostras. Foi demonstrado que um dispositivo com duas amostras de espessuras diferentes melhora a precisão da estimativa da capacidade de calor volumétrica.

Estas conclusões são validadas por um estudo experimental em espuma de polietileno e amostras de PVC que produz uma estimativa de suas capacidades de calor volumétrica muito próximas aos valores das medidas obtidas por outros métodos clássicos (desvio < 5%).

Kravvaritis, Antonopoulos e Tzivanidis (2011), apresentaram um método de retardo térmico que é uma versão melhorada do bem conhecido método histórico-T, que é amplamente usado para medição das propriedades térmicas de materiais de mudança de fase (PCM). A mais importante diferença entre os métodos de retardo térmico e de histórico-T é que o primeiro é baseado no uso do atraso térmico (diferença de temperatura) entre o PCM e o fluido de referência em qualquer tempo especificado, enquanto o último faz uso de seus tempos de retardo em qualquer temperatura especificada. Medidas foram feitas dos valores conhecidos e incontestáveis da capacidade de calor volumétrica do álcool etílico e do calor latente da água duplamente destilada (WFI), que confirma a precisão do método. Comparações adicionais com valores fornecidos por companhias que produzem PCM mostraram discordâncias inferiores a 1,7%.

Carollo, Lima e Silva e Lima Silva (2012), apresentaram um método diferente para estimar simultaneamente a condutividade térmica e a capacidade de calor volumétrica de amostras metálicas. A contribuição deste trabalho consiste em como os autores obtiveram as condições ideais para tais estimativas. Este método utiliza diferentes intensidades de fluxo de calor no mesmo experimento, tudo de acordo com as análises dos coeficientes de sensibilidade. Estas análises foram realizadas juntamente com uma função objetivo para encontrar as melhores regiões a serem analisadas e a melhor configuração experimental para estimar essas propriedades. O método consiste em fornecer um fluxo de calor uniforme sobre a superfície de topo e isolamento na superfície inferior, onde é colocado um termopar. As propriedades termofísicas foram obtidas pela solução da equação de difusão de calor para o modelo unidimensional. Os valores estimados das propriedades térmicas para todos os materiais apresentaram uma diferença menor do que 2%, e uma análise de incerteza apresentou um resultado inferior a 3%, para todos os materiais.

Campanaro, Carollo, Lima e Silva (2014) estimaram as propriedades termofísicas condutividade térmica,  $\lambda$  e capacidade de calor volumétrica  $\rho c_p$  para a amostra de metal de Titânio ASTM B265. Neste trabalho foi também apresentada uma análise de incertezas e um estudo da resistência térmica de contato feitos por meio de um experimento para avaliar as

propriedades térmicas. O estudo da resistência térmica de contato contém a influência da camada de Kapton no aquecedor resistivo e a distância entre o aquecedor resistivo e a amostra.

Borges da Silva (2014) apresentou um novo método para determinação das propriedades térmicas do Aço ASTM A36, Nylon e Quartzo. Como faz uso de dois materiais distintos no momento da medição, trata-se de um instrumento diferencial. No método proposto é gerada uma onda térmica em uma extremidade do material e medida a temperatura de saída na outra extremidade. A partir da relação entre as ondas de entrada e saída é possível obter a condutividade térmica do material. A equação da condução de calor nos materiais foi deduzida e simulada, permitindo determinar a temperatura em qualquer ponto dos materiais.

Ferreira e Guimarães (2014) determinaram, em uma metodologia baseada no método da impedância generalizada, as propriedades térmicas de uma estrutura óssea. Uma vez determinadas as propriedades térmicas, é possível também por meio de técnicas inversas, encontrar o fluxo de calor que entra no domínio do tecido devido ao processo de furação. Assim, é possível determinar bem as condições de contorno do problema de maneira a controlar a temperatura no tecido tendo em vista as condições de corte.

Esta revisão bibliográfica teve como objetivo apresentar algumas técnicas desenvolvidas para a estimação de propriedades termofísicas. Analisando todas as técnicas citadas anteriormente, percebe-se que cada técnica possui uma ideia própria, gerando uma grande contribuição e possibilitando o desenvolvimento de novos trabalhos. A principal motivação para a realização deste trabalho é o aprimoramento da metodologia apresentada em Carollo, Lima e Silva e Lima Silva (2014) e Campanaro *et al.*, (2014).

### 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Apresenta-se neste capítulo o embasamento teórico necessário para o desenvolvimento da técnica que foi utilizada para determinar simultaneamente as propriedades térmicas  $\lambda$  e  $\rho c_p$  de materiais metálicos. A vantagem desta técnica refere-se ao fato das propriedades serem obtidas de forma simultânea no domínio do tempo.

Apresenta-se também de maneira exemplificada o algoritmo do programa desenvolvido usado em Matlab para estimar as propriedades térmicas.

#### 3.1 Modelo Térmico Unidimensional (1D)

Na Figura 3.1 é apresentado o modelo térmico unidimensional, que consiste em uma amostra localizada entre um aquecedor resistivo e um isolante. A amostra possui espessura muito menor do que as suas outras dimensões e todas as superfícies, exceto a superfície aquecida ( $x = 0$ ), foram isoladas para garantir o fluxo de calor unidirecional. Apresenta-se na Figura 3.2, a seguir, uma visão em perspectiva da amostra.

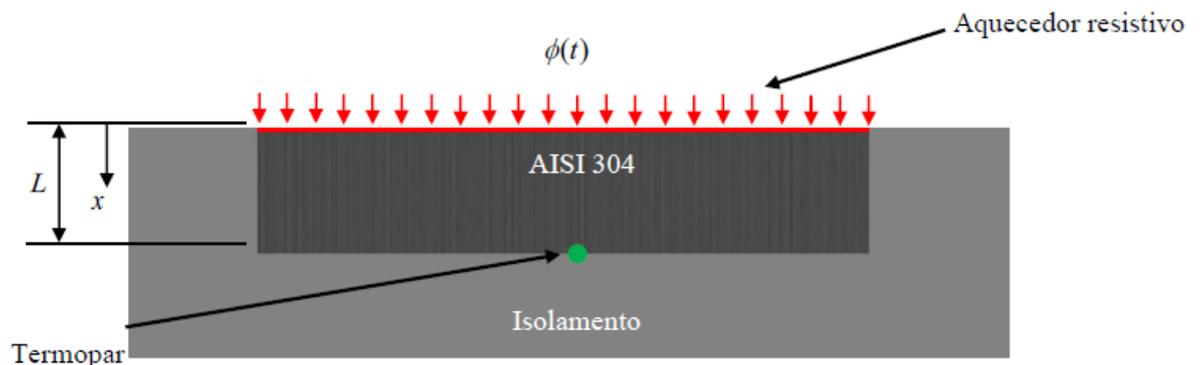


Figura 3.1 – Modelo térmico unidimensional.

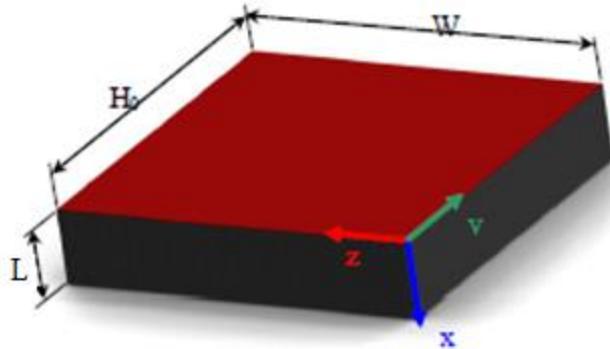


Figura 3.2 – Visão da amostra em perspectiva.

A equação da difusão de calor, que descreve o problema apresentado na Fig. 3.2, considerando constantes as propriedades termofísicas pode ser escrita como sendo:

$$\frac{\partial T^2}{\partial x^2} = \frac{\rho c_p}{\lambda} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.1)$$

sujeita às condições de contorno:

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = \phi(t) \text{ em } x = 0 \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0 \text{ em } x = L \quad (3.3)$$

sendo a condição inicial:

$$T(x, t) = T_0 \text{ em } t = 0 \quad (3.4)$$

Sendo  $x$  a coordenada cartesiana,  $t$  o tempo,  $\phi$  o fluxo de calor uniforme imposto,  $T_0$  a temperatura inicial da amostra e  $L$  a espessura.

Para obter a solução de temperatura das Eqs. (3.1-3.4) foi utilizado o método numérico de Diferentes Finitas com formulação implícita.

## 3.2 Coeficientes de Sensibilidade

No trabalho foi feito um estudo dos coeficientes de sensibilidade com intuito de delinear a região precisa para a estimativa das propriedades termofísicas e a melhor configuração da montagem experimental. Esta análise fornece informações tais como: o correto posicionamento dos termopares, o tempo experimental, e o intervalo de tempo do fluxo de calor aplicado. Quanto maior for o valor dos coeficientes, maior é a probabilidade de se obter as propriedades de forma confiável.

O coeficiente de sensibilidade normalizado é definido pela primeira derivada parcial da temperatura em relação ao parâmetro a ser analisado ( $\lambda$  ou  $\rho c_p$ ), sendo escrito como se segue:

$$X_{ij} = P_i \frac{\partial T_j}{\partial P_i} \quad (3.5)$$

sendo  $T$  a temperatura numérica,  $P$  o parâmetro a ser analisado ( $\lambda$  ou  $\rho c_p$ ),  $i$  o índice do parâmetro, e  $j$  o índice dos pontos. Como neste trabalho apenas duas propriedades serão analisadas,  $i = 1$  para  $\lambda$  e  $i = 2$  para  $\rho c_p$ .

Agora, apresenta-se o procedimento usado para a validação dos coeficientes de sensibilidade utilizados neste trabalho. Esses coeficientes foram calculados aplicando-se o conceito de derivada numérica. Desta forma, tem-se que:

$$X_{ij} = P_i \frac{T_j(P_i) - T_j(P_i + \delta)}{\delta} \quad (3.6)$$

sendo:  $\delta = (P_i \cdot 10^{-4})$ .

Com o intuito de realizar a validação dos coeficientes obtidos de forma numérica, uma comparação com os coeficientes obtidos através da formulação analítica usando funções de Green foi realizada. Sabe-se que a primeira derivada parcial da temperatura em função do parâmetro a ser estimado resulta no coeficiente de sensibilidade. Logo, derivando-se a equação a seguir extraída do trabalho de Beck *et al.* (1992), em relação as propriedades  $\lambda$  e  $\rho c_p$  e realizando algumas operações algébricas, obtém-se os coeficientes de forma analítica. A

solução analítica unidimensional usando funções de Green para o problema da Fig. 3.1 considerando o fluxo de calor constante pode ser escrita como:

$$T(L, t) = T_0 + \frac{\phi_1}{\rho c_p L} \int_0^t d\tau + \frac{2\phi_1}{\rho c_p L} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \int_0^t e^{\beta k^2 \frac{\lambda}{\rho c_p} (t-\tau)} d\tau \quad (3.7)$$

sendo  $\phi_1$  o fluxo de calor na posição  $x=0$ , e  $\beta = k\pi/L$ .

Derivando a Eq. (3.7) em relação à  $\lambda$  e  $\rho c_p$ , obtém-se:

$$X_1 = \lambda \frac{\partial T(L, t)}{\partial \lambda} = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \left[ \frac{2\phi_1 L}{k^2 \pi^2 \lambda^2} \left( e^{-\frac{k^2 \pi^2 \lambda}{\rho c_p L^2} t} - 1 \right) + \frac{2\phi_1 t}{\lambda \rho c_p L} \left( e^{-\frac{k^2 \pi^2 \lambda}{\rho c_p L^2} t} \right) \right] \quad (3.8)$$

$$X_2 = \rho c_p \frac{\partial T(L, t)}{\partial \rho c_p} = -\frac{\phi_1 t}{(\rho c_p)^2 L} \left[ 1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \left( e^{-\frac{k^2 \pi^2 \lambda}{\rho c_p L^2} t} \right) \right] \quad (3.9)$$

sendo  $k = 1, 2, \dots, \infty$ ; para ambas as equações. Deve-se ressaltar que o fluxo de calor ( $\phi_1$ ) tem sua intensidade alterada de acordo com o intervalo de tempo pré-definido, entretanto, dentro desses intervalos estabelecidos, o fluxo de calor aplicado é constante.

Na Figura 3.3 mostra-se a comparação dos coeficientes de sensibilidade para  $\lambda = X_1$  e  $\rho c_p = X_2$  obtidos através das análises analítica e numérica.

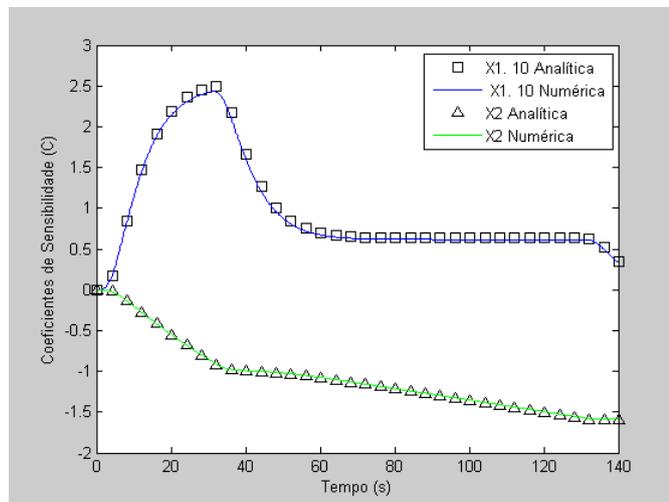


Figura 3.3 – Comparação entre os coeficientes de sensibilidade calculados numericamente com o analítico para  $\lambda$  e  $\rho c_p$ .

As Figuras 3.4 e 3.5 demonstram os desvios entre os coeficientes, ou seja, a diferença entre os resultados obtidos pelos dois métodos.

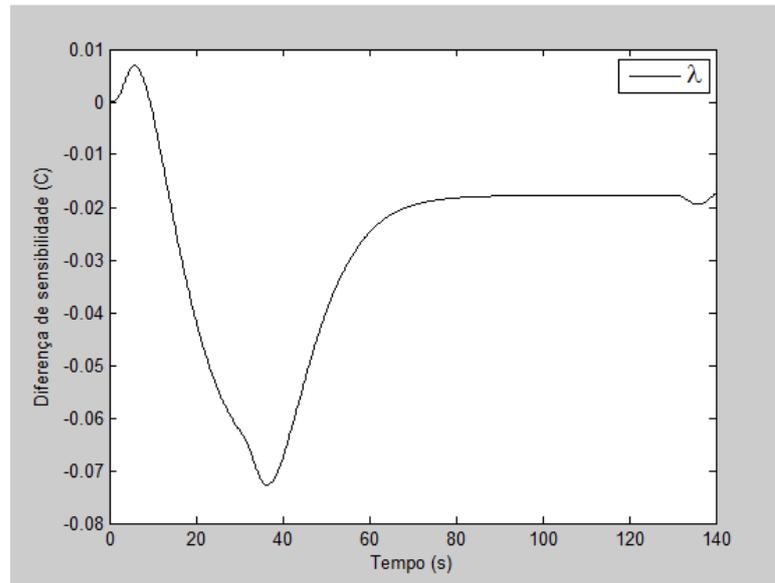


Figura 3.4 – Diferença entre os coeficientes de sensibilidades calculadas numericamente e analiticamente para  $\lambda$ .

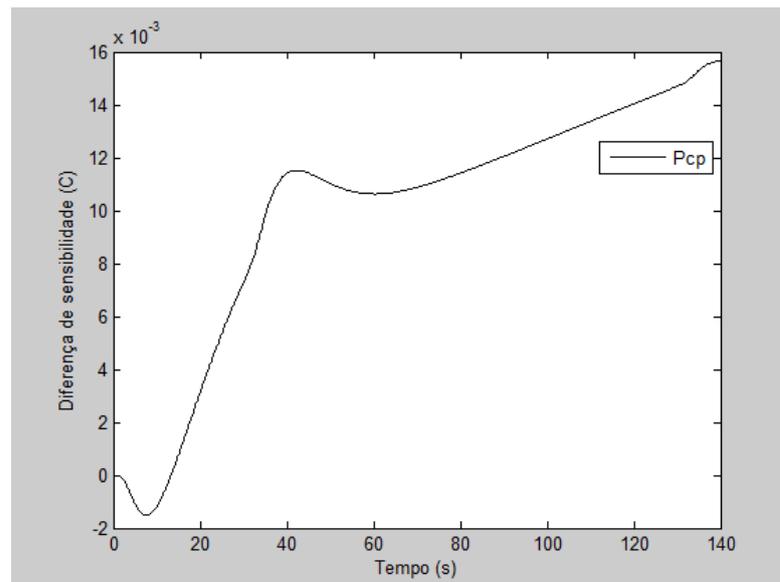


Figura 3.5 – Diferença entre os coeficientes de sensibilidades calculadas numericamente e analiticamente para  $\rho c_p$ .

### 3.3 Solução do Modelo Unidimensional

Nesta seção apresenta-se como foi desenvolvida a solução da temperatura para o problema das Eqs. (3.1-3.4). Como já mencionado esta solução foi obtida numericamente aplicando o Método das Diferenças Finitas (MDF) com formulação implícita. A utilização da formulação implícita teve como intuito de evitar o critério de estabilidade, permitindo a utilização de qualquer intervalo de tempo, com base nos experimentos, sem que ocorram erros no cálculo da temperatura. Com o desenvolvimento de uma linguagem computacional realizada no software Matlab os cálculos apresentaram redução no custo computacional. O método iterativo de resolução de sistemas lineares de Gauss-Seidel foi usado para a solução dos sistemas lineares obtidos. Sendo necessário ressaltar, que o número de nós igual a 10 ( $n_p = 10$ ) foi utilizado na solução do problema numérico, pois este valor apresentou resultados satisfatórios quando realizou-se o teste de refinamento da malha. O detalhamento da solução deste modelo será apresentado a seguir.

A solução foi obtida aplicando-se o balanço de energia para um volume de controle que pode ser representado como mostra a Fig 3.6. O ponto 0 indica o nó na superfície onde o fluxo é imposto, enquanto os pontos de 1 a  $n_p - 1$  indicam os nós intermediários e por fim, o nó  $n_p$  está posicionado na superfície com condição de isolamento.

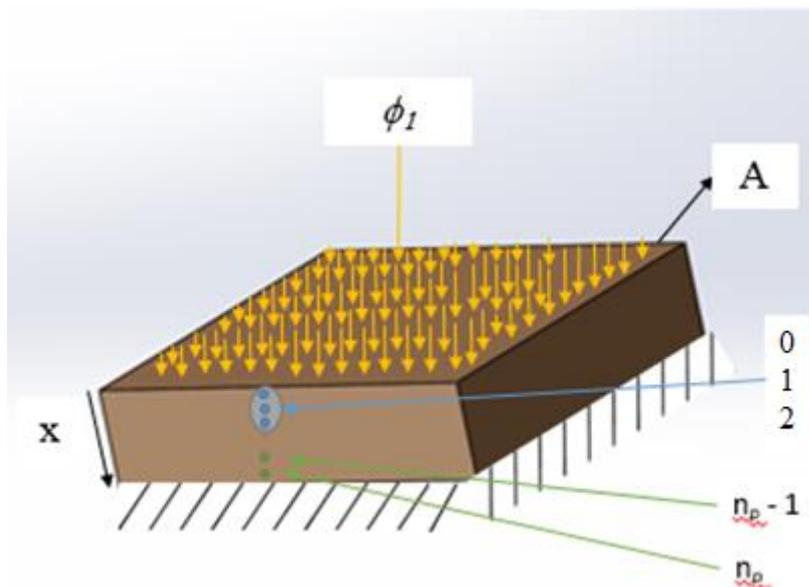


Figura 3.6 – Esquema do balanço de energia.

O balanço de energia para o caso proposto pode ser representado por:

$$\dot{E}_e - \dot{E}_s + \dot{E}_g = \dot{E}_{ac} \quad (3.10)$$

sendo  $\dot{E}_e$  a taxa de energia de entrada,  $\dot{E}_s$  a taxa de energia de saída,  $\dot{E}_g$  a taxa de energia gerada internamente e  $\dot{E}_{ac}$  a taxa de energia acumulada.

Como as taxas de energia referentes à saída e a geração interna são nulas, tem-se:

$$\dot{E}_e = \dot{E}_{ac} \quad (3.11)$$

Para facilitar a compreensão, a análise do balanço de energia foi dividida em 3 partes. Assim, a partir de um balanço de energia no volume de controle ao redor do nó na superfície, representado na Fig. 3.7 obtém-se:

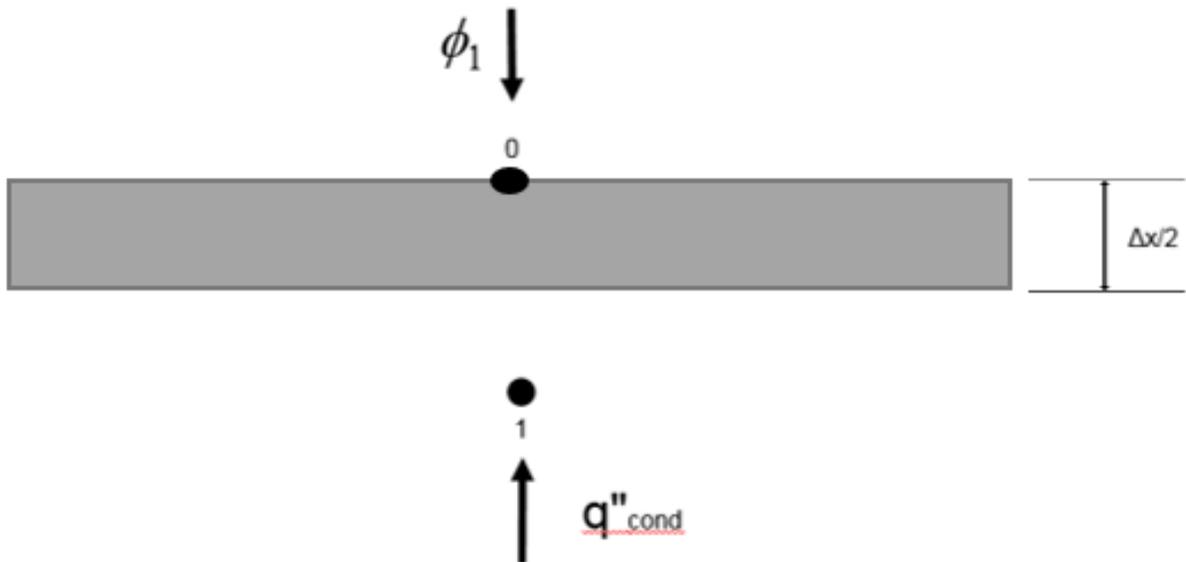


Figura 3.7 – Nó 0 (zero) na superfície onde o fluxo de calor é imposto e nó adjacente 1.

$$\phi_1 A + \lambda A \frac{T_1^j - T_0^j}{\Delta x} = \rho c_p A \frac{\Delta x}{2} \frac{T_0^j - T_0^{j-1}}{\Delta t} \quad (3.12)$$

Na qual  $A$  é a área perpendicular ao fluxo,  $j$  o instante de tempo atual,  $\Delta t$  o intervalo de tempo e  $\Delta x$  o incremento da malha.

Esta equação, após a realização de algumas operações matemáticas, pode ser apresentada da seguinte forma:

$$T_0^j = \left( 2F_0 \frac{\phi_1 \Delta x}{\lambda} + 2F_0 T_1^j + T_0^{j-1} \right) / (1 + 2F_0) \quad (3.13)$$

sendo  $F_0$  o número de Fourier.

O número de Fourier é definido como a razão entre a taxa de transferência de calor por condução e a taxa de armazenamento de energia do sistema e apresentado pela equação:

$$F_0 = \frac{\Delta t \alpha}{(\Delta x)^2} \quad (3.14)$$

Aplicando-se o mesmo procedimento para os nós intermediários, representados na Fig. 3.8, obtém-se:

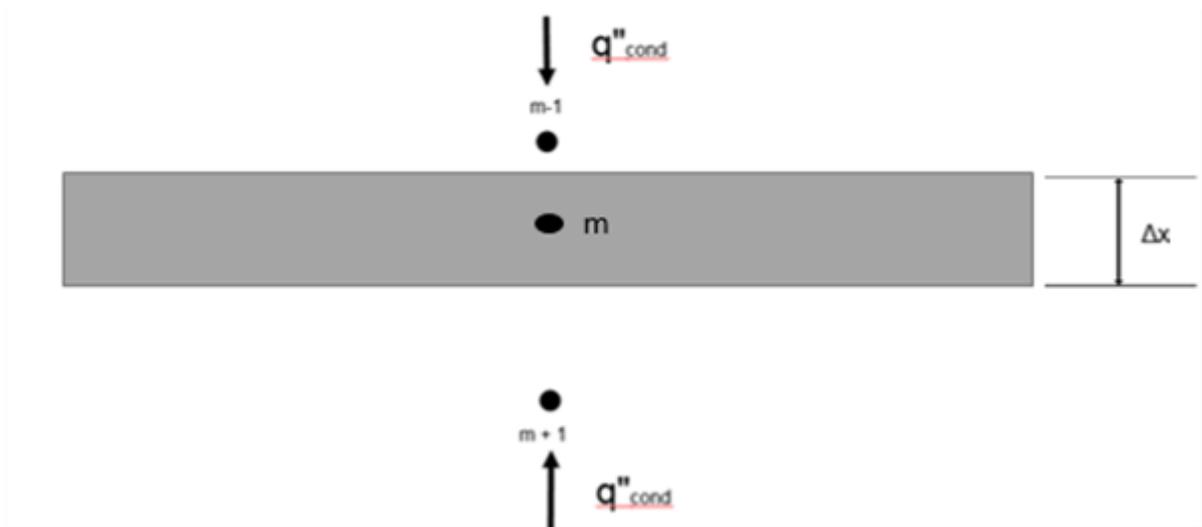


Figura 3.8 – Representação dos nós intermediários.

$$\lambda A \frac{(T_{m-1}^j - T_m^j)}{\Delta x} + \lambda A \frac{(T_{m+1}^j - T_m^j)}{\Delta x} = \rho c_p A \Delta x \frac{(T_m^j - T_m^{j-1})}{\Delta t} \quad (3.15)$$

Após algumas operações algébricas, apresenta-se a equação de temperatura para os nós intermediários:

$$T_m^j = \frac{(T_m^{j-1} + F_0(T_{m+1}^j + T_{m-1}^j))}{(1 + 2F_0)} \quad (3.16)$$

Finalmente, foi obtida a equação para o nó onde é imposta a condição de isolamento, mostrado na Fig. 3.9:

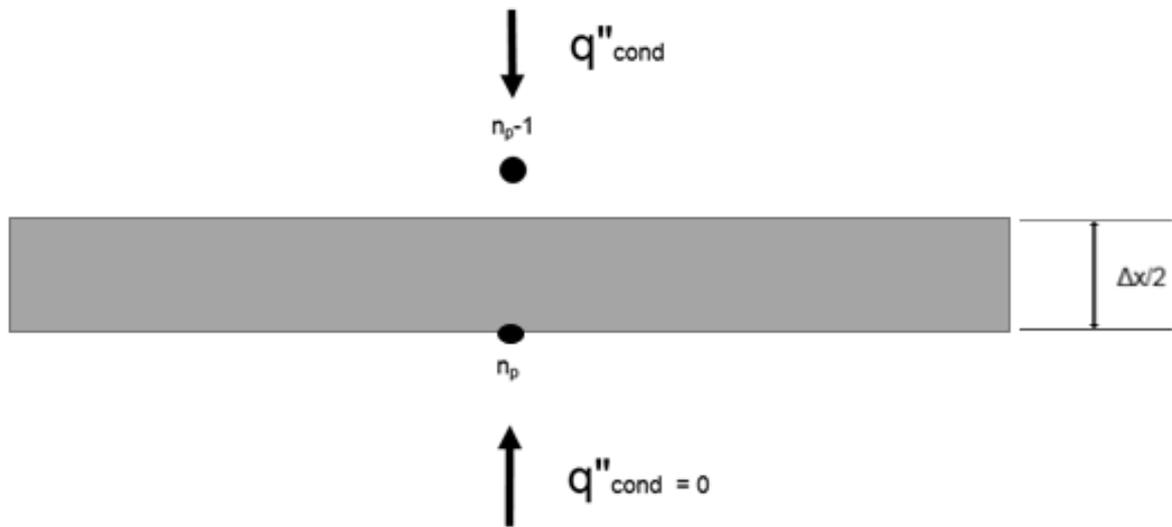


Figura 3.9 – Nó  $n_p$  na superfície onde é imposta a condição de isolamento e nó anterior  $n_{p-1}$ .

$$\lambda A \frac{(T_{n_{p-1}}^j - T_{n_p}^j)}{\Delta x} = \rho c_p A \frac{\Delta x}{2} \frac{(T_{n_p}^j - T_{n_p}^{j-1})}{\Delta t} \quad (3.17)$$

Novamente, após algumas simplificações, obtém-se:

$$T_{n_p}^j = \frac{(T_{n_p}^{j-1} + 2F_0(T_{n_{p-1}}^j))}{(1 + 2F_0)} \quad (3.18)$$

Conhecidos os dados de entrada, como o número de pontos da malha, espessura da amostra, condutividade térmica, capacidade de calor volumétrica, incremento de tempo, fluxo de calor aplicado, temperatura inicial e tempo do experimento, resolve-se o sistema linear constituído pelo conjunto de equações para cada ponto da malha. Como mencionado anteriormente, o Método de Gauss-Seidel foi escolhido para esse procedimento, pois ele possui a vantagem de utilizar as temperaturas do tempo anterior quando se depara com uma incógnita

no tempo atual. Por exemplo, na equação para calcular a temperatura do nó na superfície ( $T_0^j$ ) é necessário conhecer a temperatura do ponto seguinte para o mesmo incremento de tempo ( $T_1^j$ ) e como este valor não é conhecido, o método utiliza o valor da temperatura do incremento de tempo anterior ( $T_1^{j-1}$ ). Esta vantagem permite resolver o sistema equação por equação, não sendo necessário utilizar um solver baseado em matrizes que acarretaria em um tempo computacional maior. Entretanto, é necessário desenvolver um critério de convergência para o cálculo da temperatura, pois uma vez que o método utiliza temperaturas anteriores em algumas oportunidades, erros são gerados. Assim, o critério de convergência adotado foi: diferença =  $|T^{old} - T^j| < erro = 1 \times 10^{-10}$ .

Tabela 3.1 – Valores dos parâmetros utilizados para o cálculo da temperatura.

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
$n_p$	10 [-]	$\Delta t$	0,2 [s]	$t_{max}$	140 [s]
L	$10,25 \times 10^{-3}$ [m]	$\phi_1$	2310 [W/m <sup>2</sup> ]	$T_0$	22,0 [°C]
$\Delta x$	$1,21 \times 10^{-3}$ [m]	$\phi_2$	570 [W/m <sup>2</sup> ]	Tempo de processamento	0,21 [s]

### 3.4 O Método BFGS

Para realizar a estimativa das propriedades térmicas analisadas deve-se definir uma função objetivo que basicamente considera a temperatura experimental e a temperatura numérica. Desta forma, define-se essa função como sendo a diferença ao quadrado entre a temperatura experimental e a numérica. Logo, tem-se a seguinte equação:

$$F = \sum_{j=1}^{ntp} (Y_j - T_j)^2 \quad (3.19)$$

sendo  $ntp$  o número total de pontos e  $Y$  a temperatura experimental.

O chamado método de otimização de Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno ou BFGS (VANDERPLAATS AVRIEL, 2005) é um método de otimização não linear, obtido a partir de uma variação do método de Newton. O método de Newton assume que a função pode ser localmente aproximada como uma função quadrática e busca dessa forma, o ponto estacionário ou de derivada nula.

Nos métodos de Quase-Newton, a matriz Hessiana de derivadas de segunda ordem da função a ser minimizada não necessita ser calculada. Alternativamente, a Hessiana também é estimada partindo-se de uma matriz inicial, normalmente a identidade, e os seus elementos atualizados iterativamente a partir dos vetores gradiente locais.

A técnica de otimização BFGS é uma particularidade dos Métodos da Métrica Variável. As vantagens deste método são a rápida velocidade de convergência e a facilidade para se trabalhar com inúmeras variáveis de projeto. Por se tratar de um método de primeira ordem é necessário conhecer o gradiente da função objetivo. Para o cálculo do gradiente é utilizado neste trabalho a função `fmincom` do Toolbox<sup>TM</sup> de otimização do Matlab<sup>®</sup> que realiza buscas locais a partir de uma estimativa inicial, e é fundamental para a otimização e determinação de  $\lambda$  e  $\rho_{c_p}$ . Esse processo de otimização ocorre em conjunto com a função `fbfgs`.

Os métodos métricos variáveis têm a característica de utilizar informações de iterações anteriores, porém utilizam vetores para armazenar estas informações ao invés de utilizar um simples escalar. Assim, espera-se que esse método seja mais eficiente e confiável quando comparado aos outros que utilizam um escalar, visto que os vetores podem armazenar mais informações.

O conceito básico deste método é criar um vetor, que se aproxima do inverso de uma matriz Hessiana, com o decorrer da otimização. Nesse método, a direção de busca na iteração  $q$  é definida como sendo:

$$\vec{S}^q = -\vec{H} \vec{\nabla} F(\vec{B}^{q-1}) \quad (3.20)$$

onde  $\vec{H}$  é uma aproximação da inversa da matriz Hessiana durante o processo de otimização,  $\vec{B}$  é o vetor das variáveis e  $\vec{\nabla} F$  é o gradiente da função objetivo.

### 3.5 Programa Desenvolvido para Estimação Simultânea de Propriedades Termofísicas.

O ambiente usado para o desenvolvimento de todos os cálculos e o MatLab que foi escolhido por sua simplicidade em aplicar métodos numéricos além de conter diversos recursos Fig. 3.10.

```

Command Window
For loop calculations.....
Entre com o número de 1 a 2 para o Termopar desejado para o cálculo de X1 e X2 >2
tamanho_fluxo =
    1247
Ta_inicial =
    22.7440
T_inicial =
    22.7440
PROGRAMA PARA ESTIMATIVA SIMULTÂNEA DA CAPACIDADE DE CALOR VOLUMÉTRICA E DA CONDUTIVIDADE TÉRMICA
Digite o ponto inicial mínimo a partir de 1 para leitura do arquivo, em seguida pressione Enter >1
Digite o número de pontos máximo até 1252 desejado para o arquivo, em seguida pressione Enter >1247
Digite o ponto inicial do Fluxo (q) mínimo a partir de 1 para determinação de X1 e X2, em seguida pressione Enter >151
Digite o ponto Fluxo (q) máximo até 1252 para determinação de X1 e X2, em seguida pressione Enter >800
Digite o ponto final do grafico, em seguida pressione Enter>1247
INICIANDO A EXECUÇÃO
fx
  
```

Figura 3.10 – Tela do programa desenvolvido para os cálculos da temperatura.

O programa desenvolvido tem conceito básico na distribuição de temperatura numérica obtida através da solução da equação da difusão unidimensional utilizando o Método de Diferenças Finitas com formulação implícita. Este programa permite a utilização de qualquer intervalo de tempo, com base nos experimentos, sem que ocorram erros no cálculo da temperatura. Além disto, este procedimento apresentou baixo custo computacional, aplicando-se o método Gauss-Seidel para a solução do sistema linear.

O Programa consiste basicamente de 4 funções:

1. *fGauss\_Seidel*
2. *fmincon – Otimização*
3. *fbfgs*
4. *Coeficiente de sensibilidade*

Para o cálculo da temperatura para  $\lambda$  e  $\rho c_p$  estimados inicialmente utiliza-se a função *fGauss\_Seidel* que é uma aplicação do método Gauss Seidel ao sistema de equações representado pelas Eqs. (3.21) (INCROPERA *et al.*, 2007). Para um sistema composto por  $N$  equações de diferenças finitas correspondente a  $N$  temperaturas desconhecidas, tem-se:

$$\begin{aligned} a_{11}T_1 + a_{12}T_2 + a_{13}T_3 \cdots a_{1N}T_N &= C_1 \\ a_{21}T_1 + a_{22}T_2 + a_{23}T_3 \cdots a_{2N}T_N &= C_2 \\ a_{N1}T_1 + a_{N2}T_2 + a_{N3}T_3 \cdots a_{NN}T_N &= C_N \end{aligned} \quad (3.21)$$

Na medida do possível, as equações devem ser reordenadas de modo a fornecer elementos na diagonal principal cujos módulos sejam maiores do que os outros elementos na mesma linha. Identificando os nós por um único número inteiro subscrito, ao invés de um índice duplo ( $m$ ,  $n$ ), o procedimento para efetuar uma inversão de matriz. É desejável ordenar as equações de tal forma que:

$$|a_{11}| > |a_{12}|, |a_{13}| \cdots |a_{1N}|, |a_{21}| > |a_{22}|, |a_{23}| \cdots a_{2N} \quad (3.22)$$

Após a reordenação, cada uma das  $N$  equações deve ser escrita na forma explícita para a temperatura associada ao seu elemento na diagonal. Cada temperatura no vetor solução, teria, então, a forma:

$$T_w^{(r)} = \frac{(c_p)}{a_{ww}} - \sum_{g=i}^{w-1} \frac{a_{wg}}{a_{ww}} T_g^{(r)} - \sum_{g=w+1}^N \frac{a_{wg}}{a_{ww}} T_g^{(r-1)} \quad (3.23)$$

Na Figura 3.11 é apresentando o algoritmo do programa desenvolvido em Matlab utilizado para calcular a distribuição de temperatura na amostra.

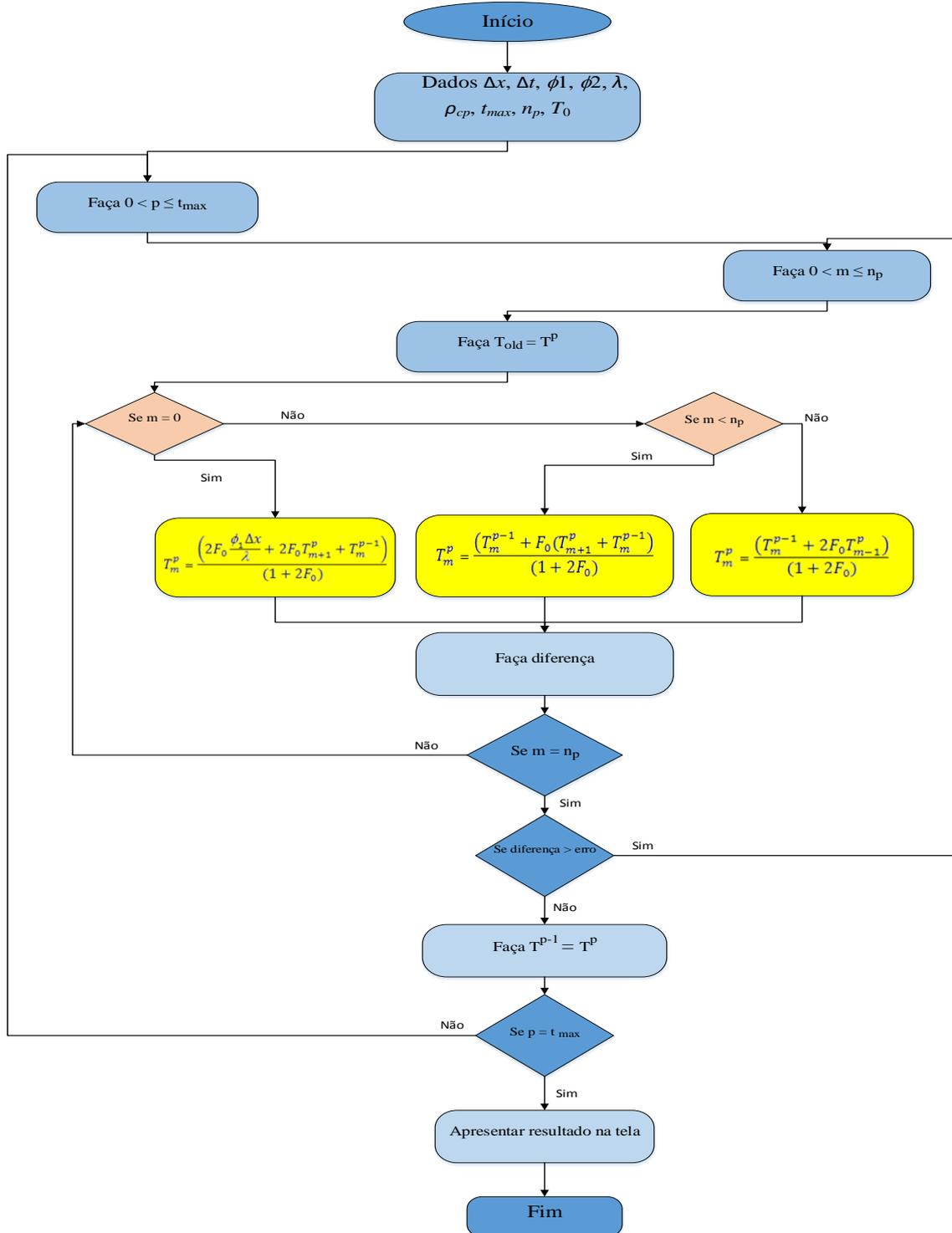
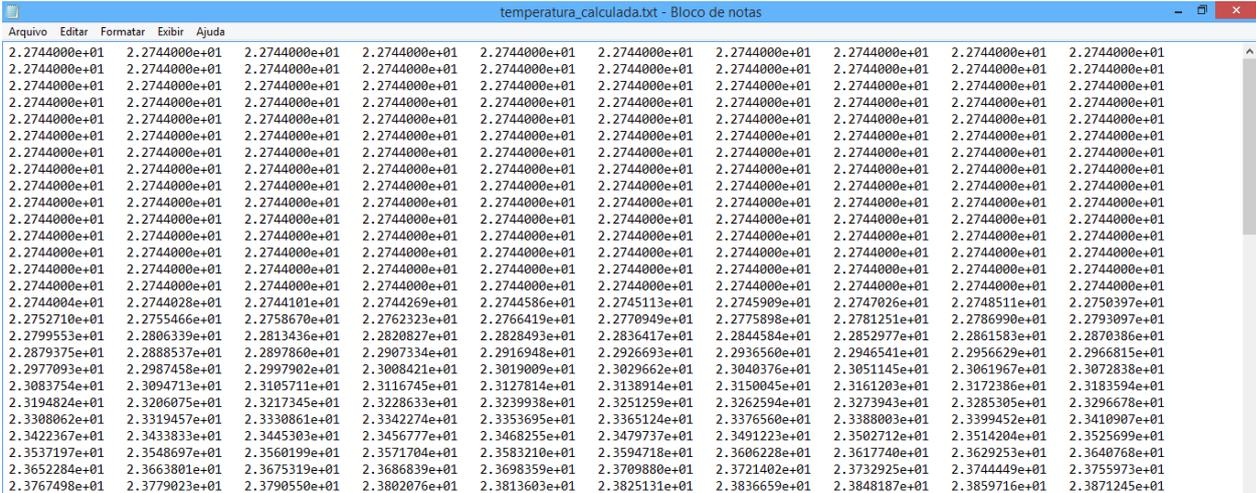


Figura 3.11 – Algoritmo usado para calcular a distribuição de temperatura na amostra.

Conhecidos os dados de entrada para o programa para o cálculo da distribuição de temperatura, como incremento de tempo, fluxo de calor prescrito, temperatura inicial e tempo do experimento, desenvolve-se o sistema linear constituído pelo conjunto de equações para cada ponto da malha. Como mencionado anteriormente, o Método de Gauss-Seidel foi escolhido para esse procedimento, pois ele possui a vantagem de utilizar as temperaturas do tempo anterior quando se depara com uma incógnita no tempo atual. Desta forma, quando o valor da diferença em módulo se torna menor que o valor do erro, o programa permite que a próxima iteração seja efetuada, caso contrário, atualiza-se a temperatura obtida e reinicia-se a iteração para dar sequência aos cálculos. Quando  $t$  se torna igual a  $t_{max}$ , o programa é finalizado e as temperaturas calculadas para os dez nós são impressas em um arquivo de texto (`temperatura_calculada.txt`) conforme o resultado apresentado na Fig. 3.11 para um dos termopares utilizado.



The screenshot shows a text editor window titled "temperatura\_calculada.txt - Bloco de notas". The window contains a grid of numerical data representing temperatures for 10 nodes over 30 time steps. The data is organized as follows:

Time Step	Node 1	Node 2	Node 3	Node 4	Node 5	Node 6	Node 7	Node 8	Node 9	Node 10
1	2.2744000e+01									
2	2.2744000e+01									
3	2.2744000e+01									
4	2.2744000e+01									
5	2.2744000e+01									
6	2.2744000e+01									
7	2.2744000e+01									
8	2.2744000e+01									
9	2.2744000e+01									
10	2.2744000e+01									
11	2.2744000e+01									
12	2.2744000e+01									
13	2.2744000e+01									
14	2.2744000e+01									
15	2.2744000e+01									
16	2.2744000e+01									
17	2.2744000e+01									
18	2.2744000e+01									
19	2.2744000e+01									
20	2.2744000e+01									
21	2.2744000e+01									
22	2.2744000e+01									
23	2.2744000e+01									
24	2.2744000e+01									
25	2.2744000e+01									
26	2.2744000e+01									
27	2.2744000e+01									
28	2.2744000e+01									
29	2.2744000e+01									
30	2.2744000e+01									

Figura 3.12 – Temperaturas calculadas para todos os nós.

A função de otimização `fmincom` do Toolbox<sup>TM</sup> do Matlab<sup>®</sup> é utilizada para a solução do problema de encontrar um ponto de minimizar a função objetivo de uma função de duas variáveis ( $\lambda$  e  $\rho c_p$  são os coeficientes de sensibilidade). Usando o método da programação quadrática sequencial, baseada numa aproximação Quasi-Newton da Hessiana que com a procura unidimensional, realiza buscas locais a partir de uma estimativa inicial, sendo fundamental para a otimização e determinação de  $\lambda$  e  $\rho c_p$ . Esse processo de otimização ocorre em conjunto com a função `fbfgs` que realiza o cálculo de temperatura e compara com a

temperatura experimental e retorna o valor do erro para a função *fmincon* em cada iteração realizada.

Na Figura 3.13 é mostrado como se realizou o procedimento da validação do cálculo da função *fbfgs*, apresentado neste trabalho.

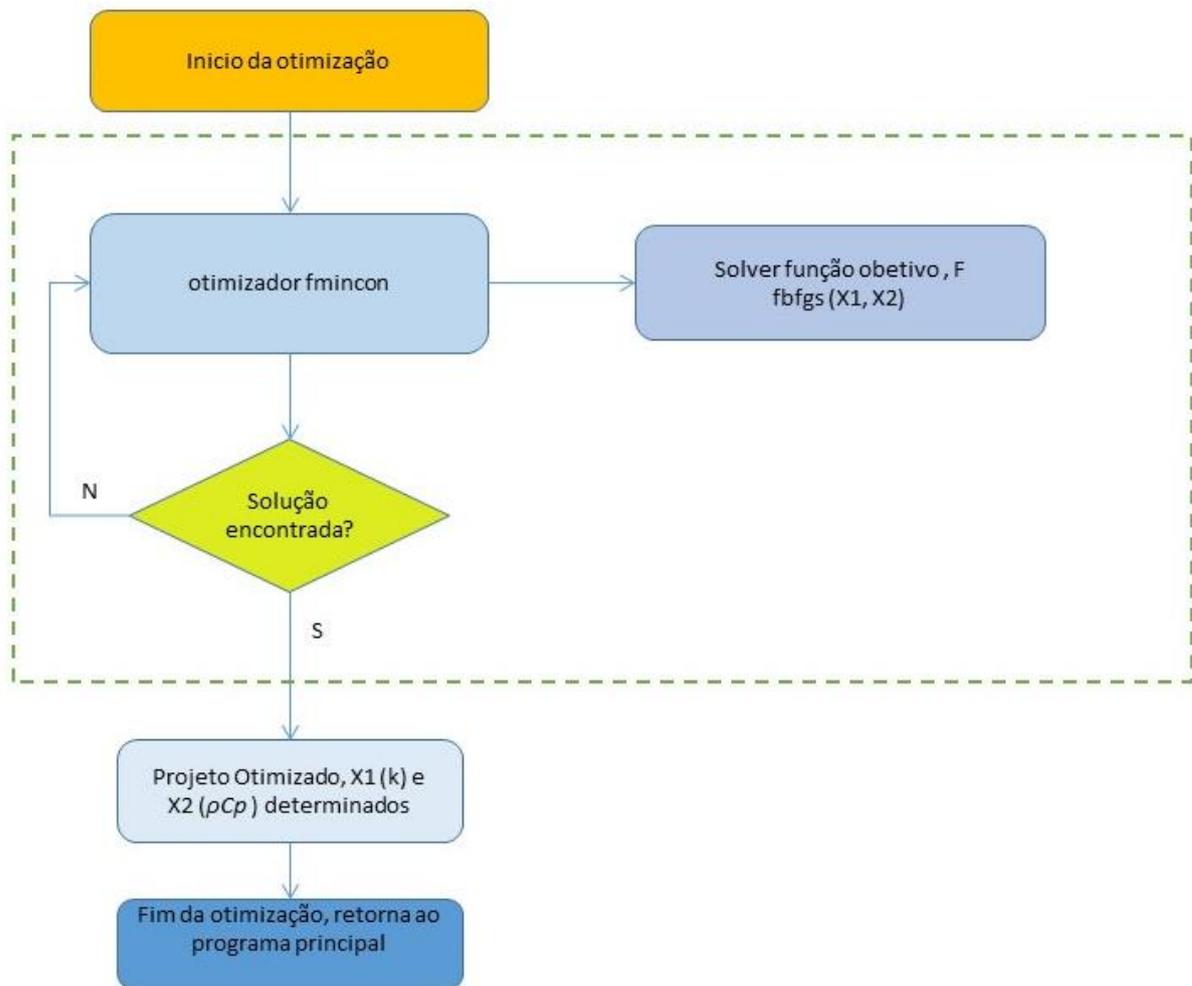


Figura 3.13 – Algoritmo utilizado para a validação do cálculo da função *fmincom*.

Na Figura 3.14 apresenta-se como se realizou a validação do cálculo do coeficiente de sensibilidade para  $\lambda$  e  $\rho C_p$ .

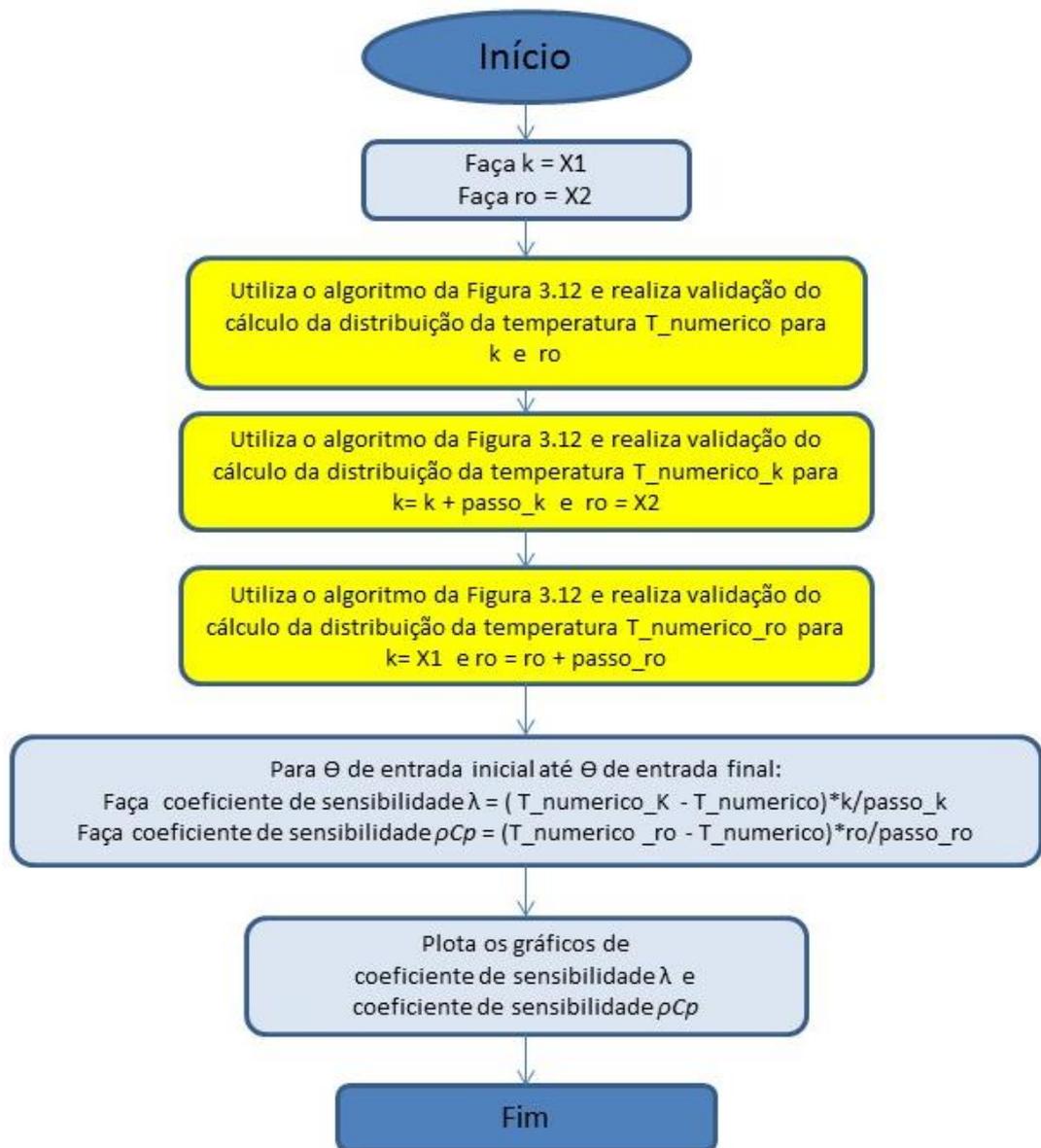


Figura 3.14 – Algoritmo utilizado para calcular os coeficientes de sensibilidade.

Na Figura 3.15 é apresentado o algoritmo com todo o procedimento utilizado para estimação de  $\lambda$  e  $\rho_{Cp}$ . Observa-se que os algoritmos das Figs. 3.12 a 3.14 são todas agrupados neste algoritmo.

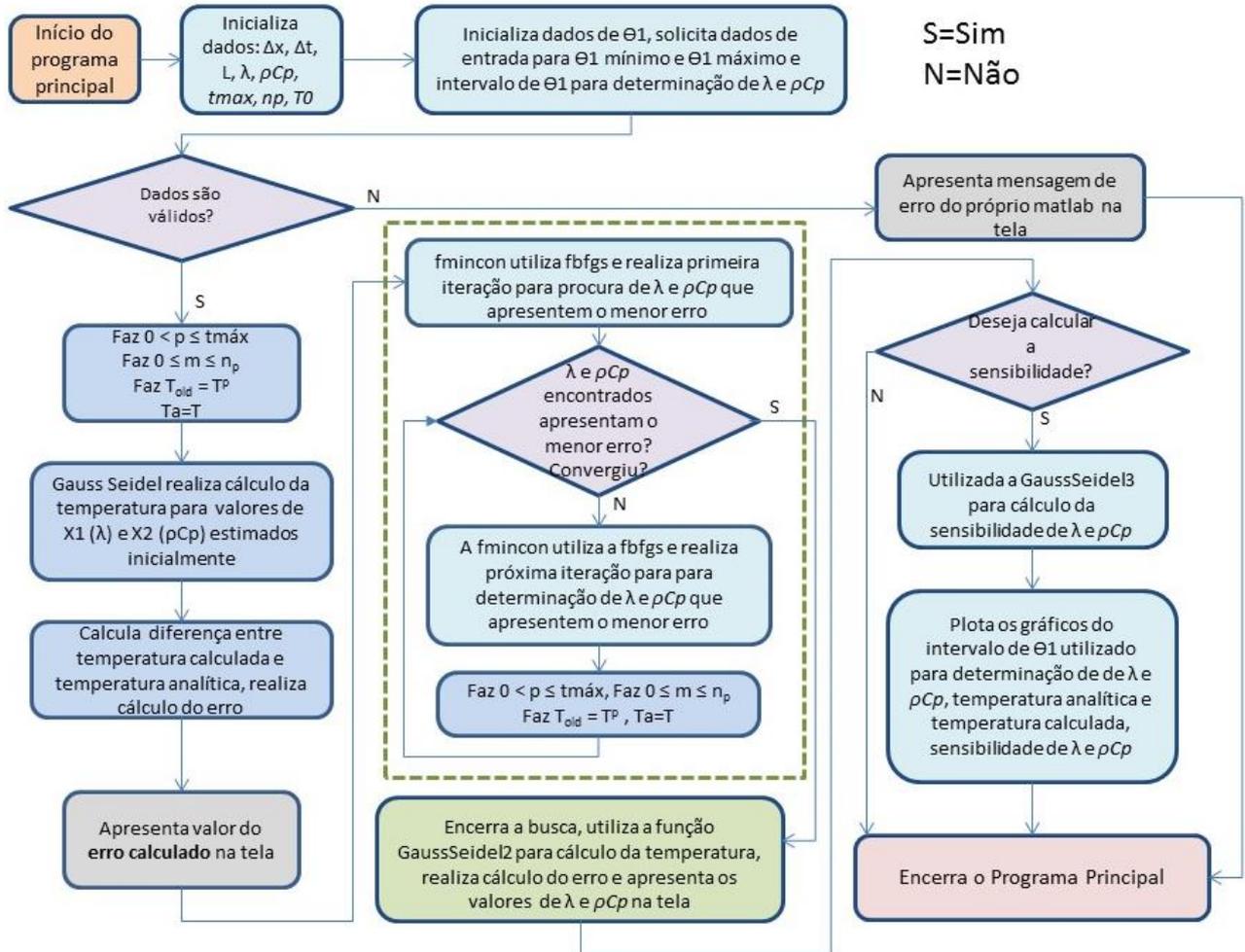


Figura 3.15 – Algoritmo com todos os procedimentos utilizados neste trabalho para estimativa de  $\lambda$  e  $\rho_{Cp}$ .

## 4 ANÁLISE EXPERIMENTAL, MATERIAIS E MÉTODOS

### 4.1 Procedimento Experimental

A montagem experimental utilizada para se determinar as propriedades do aço inoxidável AISI 304 é mostrada na Fig. 4.1. A amostra de aço inox AISI 304 tem dimensões de 49,89 x 49,98 x 10,25 mm. O aquecedor resistivo de Kapton tem resistência de 15  $\Omega$  e dimensões de 48,50 x 50,40 x 0,25 mm. O aquecedor resistivo de Kapton foi utilizado porque sua espessura é muito pequena, permitindo, um aquecimento mais rápido. Este aquecedor foi conectado a fonte de energia digital Instrutemp ST-305D-II para fornecer o fluxo de calor necessário. Neste trabalho, diferentes intensidades de fluxo de calor foram utilizadas no mesmo experimento com o intuito de se conseguir a melhor condição para estimar as propriedades termofísicas de maneira simultânea de acordo com a análise dos coeficientes de sensibilidade. Para atingir esta condição de fluxo de calor, a fonte de alimentação digital possui uma ligação que permite trabalhar em série ou em paralelo. A ligação em série foi usada para propiciar o maior fluxo de calor para o primeiro intervalo do experimento e a condição paralela foi utilizada para fornecer o menor fluxo de calor no segundo intervalo do experimento. Foi utilizada uma montagem simétrica para se minimizar os erros na medição do fluxo de calor a ser gerado na superfície da amostra. Além disso, o valor da corrente foi medido por um multímetro previamente calibrado (Minipa ET- 2042C). Adicionalmente, um grampo sargento foi utilizado para garantir aperto adequado na montagem, e pesos foram colocados sobre o isolamento acima das amostras para melhorar o contato entre os componentes. Para assegurar um fluxo de calor unidirecional e minimizar os efeitos da convecção causados pela circulação de ar no ambiente, o conjunto amostras-aquecedor foi isolado utilizando-se placas de isopor. As temperaturas foram medidas utilizando termopares do tipo K (30AWG) soldados por descarga capacitiva e calibrados por um banho calibrador Marconi MA 184 com resolução de  $\pm 0,01$  °C. Estes termopares foram conectados à aquisição de dados Agilent 34980A controlada por um microcomputador. Na tentativa de se obter resultados mais satisfatórios, todos os experimentos foram realizados à temperatura ambiente controlada por um equipamento de ar condicionado.

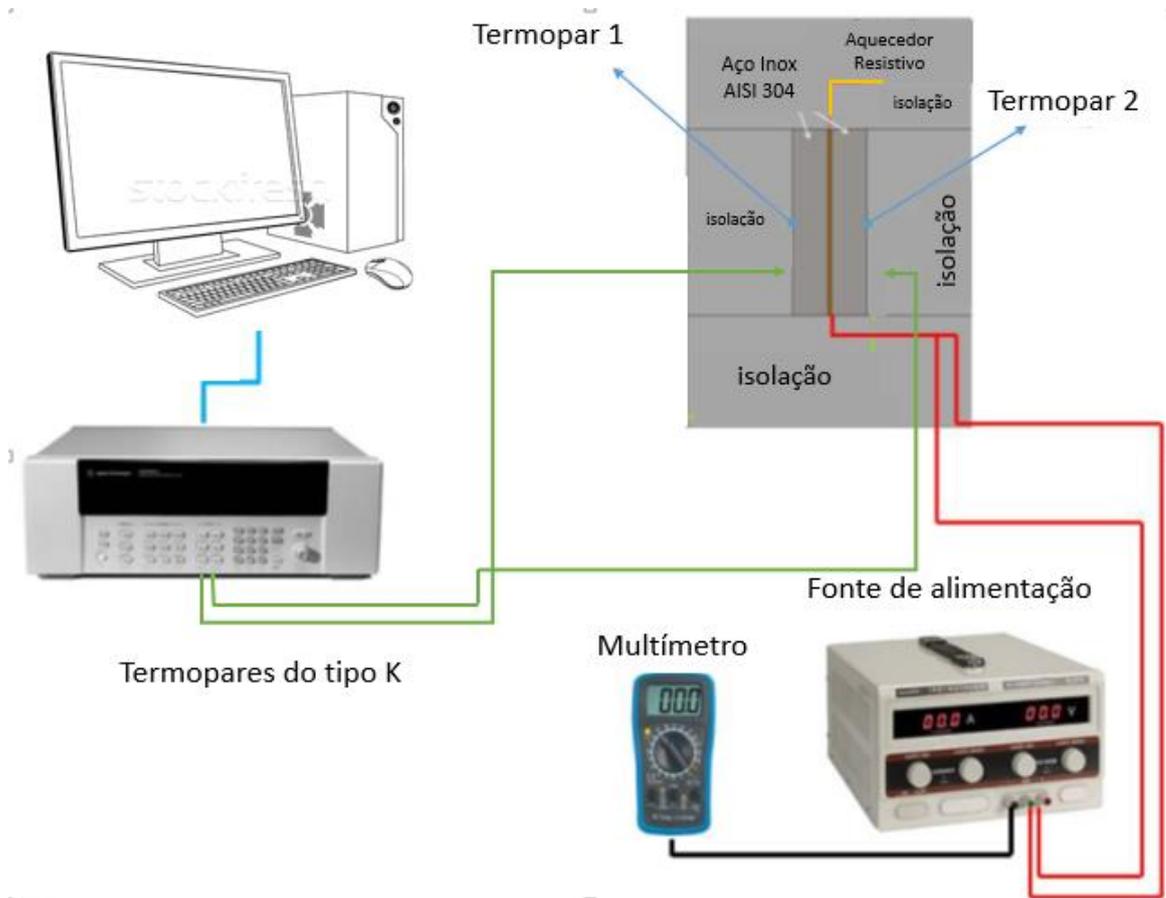


Figura 4.1 – Esquema da montagem experimental utilizado na determinação das propriedades.

Utilizou-se nos experimentos um aquecedor resistivo de kapton (Fig. 4.2), este aquecedor apresenta uma resistência de  $15 \Omega$  e possui as dimensões medidas em um espectrômetro de emissão óptica no qual forneceu as seguintes dimensões de  $50,0 \times 48,5 \times 0,2$  mm. Este aquecedor é usado pelo fato de possuir pequena espessura, o que permite aquecimento total com maior rapidez e de maneira uniforme por toda superfície (OMEGA, 2000).



Figura 4.2 – Aquecedor Resistivo com medidas.

O aquecedor é conectado a uma fonte de alimentação digital Instrutemp ST 305D-II, mostrada pela Fig. 4.3, para fornecer o fluxo de calor necessário. O diferencial desta fonte está no fato dela proporcionar três tipos de ajustes: independente, série e paralelo. Esta característica permite utilizar diferentes intensidades de fluxo de calor através da escolha correta do ajuste das resistências. Assim, duas intensidades de fluxo de calor foram utilizadas no mesmo experimento, no intuito de se atingir as melhores condições para determinar as propriedades termofísicas simultaneamente, de acordo com os coeficientes de sensibilidade.

Para isso, foi necessário realizar o seguinte procedimento: utilizar a condição em série para fornecer o maior fluxo de calor na primeira parte do experimento e a condição em paralelo para prover o menor fluxo de calor na segunda parte.



Figura 4.3 – Fonte de alimentação digital Instrutemp ST 305D-II.

Como tentativa de minimização de erros na medição do fluxo de calor utilizou-se de uma montagem simétrica, bem como a aferição do valor de corrente aplicado ao multímetro Minipa ET-2042C, previamente calibrado, retratado pela Fig. 4.4.



Figura 4.4 – Multímetro Minipa ET-2042C.

Isolou-se a montagem com placas de isopor de 50 mm de espessura para ajudar a garantir um fluxo de calor unidirecional e eliminar grande parte da convecção causada pelo ar circulando no ambiente. As temperaturas foram coletadas através de dois termopares do tipo K (Cromel/Alumel - 30AWG) soldados pela descarga capacitiva mostrada na Fig. 4.5 (LIMA E SILVA *et al.*, 2002) e calibrados usando um banho calibrador de temperatura Marconi MA 184 com resolução de  $\pm 0,01$  K. Este banho proporciona alta estabilidade, uniformidade e flexibilidade para calibrar uma variedade de sensores de temperatura. Na Figura 4.6 é mostrada uma foto do equipamento de aquisição de dados Agilent 34980A.



Figura 4.5 – Equipamento de descarga capacitiva desenvolvido no LabTC.



Figura 4.6 – Equipamento de aquisição de dados Agilent 34980A.

## 4.2 Detalhamento da Montagem das Amostras

O esquema de montagem do conjunto aquecedor-amostras-isolante será representado pelas Figuras 4.7 a 4.11 para determinar as propriedades do Aço Inox AISI 304. Além disso, encontra-se informações importantes como as dimensões em milímetros e a localização do termopar utilizado para estimar as propriedades do material escolhido. É importante ressaltar que a posição do termopar foi definida no centro da superfície oposta ao aquecimento. Esta posição foi escolhida com o objetivo de não permitir interstícios de ar entre o aquecedor e a amostra, uma vez que os interstícios são gerados pelo termopar alocado na superfície de aquecimento.

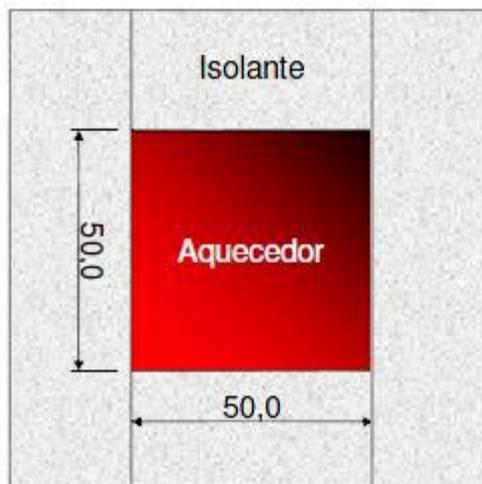


Figura 4.7 – Esquema da montagem (corte vista lateral).



Figura 4.8 – Esquema da montagem (corte vista superior).



Figura 4.9 – Foto da pré-montagem.

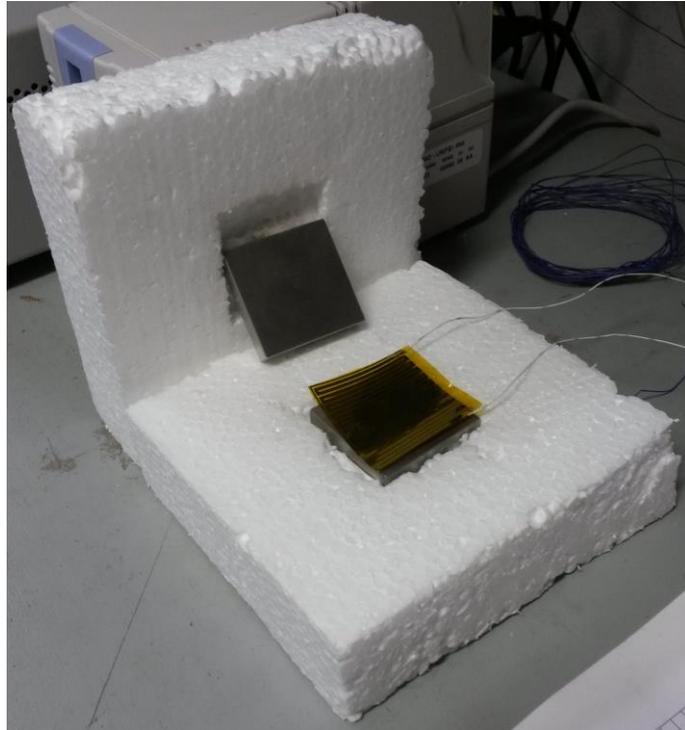


Figura 4.10 – Imagem da parte interna da montagem.



Figura 4.11 – Posição do termopar na amostra.

Conforme pôde ser visto pelas Figs 4.8 a 4.11 decidiu-se por realizar uma montagem simétrica com o termopar localizado no centro da superfície oposta ao aquecimento.

A fim de se obter resultados ainda mais precisos, realizou-se nas amostras o processo de usinagem por retificação. Pelas Figuras 4.12 e 4.13, à seguir, nota-se o excelente acabamento superficial das amostras já retificadas.



Figura 4.12 – Detalhe de acabamento das amostras de aço Inox AISI 304.



Figura 4.13 – Detalhe de acabamento das amostras de aço Inox AISI 304.

As amostras utilizadas neste trabalho foram retificadas pelo IEAV (Instituto de Estudos Avançados localizado em São José dos Campos – SP). A retificadora é amplamente utilizada nos dias de hoje e de vital importância para as linhas de produção. Geralmente, este tipo de usinagem é posterior ao torneamento e ao fresamento, para um melhor acabamento da superfície. O sobremetal deixado para o processo de retificação é a ordem de 0,2 a 0,5 mm. Os virabrequins de motor a explosão, por exemplo, depois de confeccionados, têm suas medidas de acabamento terminadas numa retificadora. O processo de retificação é executado por ferramentas chamadas de rebolos, que são ferramentas fabricadas com materiais abrasivos cujos formatos podem ser cilíndricos, ovalizados, esféricos e outros. Em geral, as ferramentas são fixadas a eixos e giram em altíssima rotação. Quando elas já vêm presas em um eixo são chamadas de ponta montada.

## 5 ANÁLISE DE RESULTADOS

Na primeira parte deste capítulo apresenta-se uma análise dos resultados das propriedades termofísicas para uma mostra Aço Inox AISI304 para os 40 experimentos realizados por Carollo, Lima e Silva e Lima Silva (2012). A seguir são apresentados uma análise de resultados para 30 experimentos realizados neste trabalho. Comparações entre os resultados obtidas das propriedades térmicas de Carollo, Lima e Silva e Lima Silva (2012) e deste trabalho também são apresentados.

### 5.1 Aço Inox AISI 304 (40 experimentos)

Apresenta-se nesta seção uma descrição resumida dos resultados de  $\lambda$  e  $\rho c_p$  obtidas por Carollo, Lima e Silva e Lima Silva (2012), onde para obter estas propriedades (40) experimentos foram realizados. Cada experimento teve a duração de 160 segundos com um fluxo de calor imposto de 0 a 140 segundos o aquecimento foi desligado para o tempo restante. No intervalo de 0 a 20 segundos o fluxo de calor aplicado foi de 2640 W/m<sup>2</sup>. No intervalo de 20,2 a 140 de segundos a intensidade do fluxo de calor imposto foi da ordem de 660 W/m<sup>2</sup>. Essas intensidades de fluxo de calor foram escolhidas para promover um gradiente de temperatura de no máximo 5 °C. Na tab. 5.1 apresentam-se os resultados estimados das propriedades  $\lambda$  e  $\rho c_p$  para todos os 40 experimentos realizados por (Carollo, Lima e Silva e Lima Silva (2012).). Na Tabela 5.1 apresenta-se os valores dos parâmetros utilizados para o cálculo da temperatura. Na tabela 5.2 apresenta-se o desvio padrão e a diferença percentual entre o valor médio estimado e o valor da literatura para  $\lambda$  e  $\rho c_p$  do Aço Inox AISI 304.

Uma comparação entre as propriedades estimadas  $\lambda$  e  $\rho c_p$  para os dois termopares também é apresentada na Tab. 5.3.

Tabela 5.1 – Valores dos parâmetros utilizados para o cálculo da temperatura.

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
$n_p$	10 [-]	$\Delta t$	0,1 [s]	$t_{max}$	160 [s]
$L$	$10,25 \times 10^{-3}$ [m]	$\phi_1$	2640 W/m <sup>2</sup>	$T_o$	21,0 [°C]
$\Delta x$	$1,21 \times 10^{-3}$ [m]	$\phi_2$	660 W/m <sup>2</sup>	$TM_{axi}$	25 [°C]

Fonte: Carollo, Lima e Silva e Lima Silva (2012).

Tabela 5.2 – Valores estatísticos obtidos para as amostras Aço Inox AISI 304.

Termopar	Propriedade	Carollo (2012)	Borges <i>et al.</i> (2006)	Desvio padrão	Diferença (%)
1	$\lambda$ (W/mK)	11,308	14,9	0,113244	24,10
	$\rho c_p \times 10^{-6}$ (J/m <sup>3</sup> K)	3,989	3,77	0,934599	5,81
2	$\lambda$ (W/mK)	15,342	14,9	0,04607	2,96
	$\rho c_p \times 10^{-6}$ (J/m <sup>3</sup> K)	3,783	3,77	1,367255	0,34

Fonte: Carollo, Lima e Silva e Lima Silva (2012).

Tabela 5.3 – Valores obtidos de  $\lambda$  e  $\rho c_p$  para as amostras de Aço Inox AISI 304.

Experimento	Dados do Termopar 1		Dados do Termopar 2	
	$\lambda$ (W/mK)	$\rho c_p \times 10^{-6}$ (J/m <sup>3</sup> K)	$\lambda$ (W/mK)	$\rho c_p \times 10^{-6}$ (J/m <sup>3</sup> K)
1	12,06	3,907	16,44	3,801
2	10,26	3,963	15,00	3,822
3	10,35	4,024	14,08	3,912
4	10,29	4,084	14,27	3,956
5	13,28	3,936	18,08	3,833
6	10,87	4,014	14,40	3,973
7	9,43	4,032	13,21	3,908
8	12,50	3,897	16,31	3,816
9	12,24	4,034	16,52	3,927
10	11,11	4,040	14,99	3,921
11	11,22	4,033	15,94	3,890
12	11,02	4,054	16,55	3,894
13	12,71	3,961	18,40	3,828
14	10,69	4,053	16,32	3,885
15	11,04	4,032	15,93	3,891
16	11,65	3,996	16,58	3,856
17	10,89	4,074	16,43	3,893
18	10,87	3,924	14,44	3,833
19	11,24	4,050	15,89	3,906
20	10,13	3,956	13,11	3,858
21	12,01	4,006	16,01	3,912
22	10,79	3,984	16,31	3,839
23	10,28	4,027	13,58	3,925
24	13,51	3,885	16,41	3,826
25	12,06	3,919	13,32	3,901
26	11,34	3,950	15,00	3,849
27	12,59	3,880	15,25	3,823
28	10,66	3,991	14,23	3,881
29	11,20	3,963	14,54	3,875
30	12,36	3,924	16,73	3,834
31	10,08	3,992	12,65	3,936
32	12,00	3,987	15,63	3,902
33	10,62	3,843	15,06	3,843
34	11,12	3,989	14,88	3,884
35	10,89	3,912	14,36	3,815
36	13,07	3,970	17,88	3,856
37	10,83	3,912	14,66	3,971
38	11,45	4,065	16,30	3,946
39	10,97	4,012	13,54	3,946
40	10,64	4,034	14,48	3,902

Fonte: Carollo, Lima e Silva e Lima Silva (2012).

## 5.2 Aço Inox AISI 304 (30 experimentos)

Com o objetivo de aprimorar os resultados obtidos por Carollo, Lima e Silva e Lima Silva (2012) novos experimentos foram realizados nesta pesquisa. Para isso foram realizados 30 experimentos para simultaneamente estimar a condutividade térmica e a capacidade de calor volumétrica da amostra Aço Inox AISI 304. Foi feito este número de experimentos no intuito de se obter dados confiáveis da média e desvio padrão dos valores das propriedades térmicas. Segundo Holman (2001) o número ideal de experimentos deve ser no mínimo 20. Cada experimento teve duração de 130 s, e o fluxo de calor foi imposto de 0 a 130 s. De 0 a 30 s, o fluxo de calor imposto foi aproximadamente 2310 W/m<sup>2</sup>. De 30 a 130 s, o fluxo de calor imposto foi cerca de 570 W/m<sup>2</sup>. O intervalo de tempo usado para monitorar a temperatura foi de 0,2 s. Para garantir a hipótese de propriedades térmicas constantes, esta configuração de fluxo de calor foi escolhida mantendo-se a diferença de temperatura abaixo de 5° C. Esta diferença de temperatura é baseada na diferença entre as temperaturas final e inicial as quais foram medidas tendo o termopar na mesma posição da amostra. A análise de sensibilidade foi feita para se determinar a melhor região para a estimativa das propriedades. Esta análise foi realizada utilizando os valores de  $\lambda$  e  $\rho c_p$ . Várias análises da função objetivo (Eq. 3.19) com análise do coeficiente de sensibilidade foram realizadas por Carollo, Lima e Silva e Lima Silva (2012) para se chegar na região escolhida. Esta região selecionada corresponde a um conjunto de pontos que fornece estimativas precisas para a estimativa das propriedades termofísicas. Uma vez que esta estimativa apresenta um resultado preciso, pode-se dizer que esta região de pontos exerce influência na determinação das propriedades termofísicas. Na Figura 5.1, mostra-se os coeficientes de sensibilidade e o fluxo de calor imposto em  $x = L$  para  $\lambda$  e  $\rho c_p$ . Na Tabela 5.4 apresenta-se os valores dos parâmetros utilizados para o cálculo da temperatura.

Tabela 5.4 – Valores dos parâmetros utilizados para o cálculo da temperatura.

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
$n_p$	10 [-]	$\Delta t$	0,2 [s]	$t_{max}$	140 [s]
$L$	$10,25 \times 10^{-3}$ [m]	$\phi_1$	2310 W/m <sup>2</sup>	$T_0$	22,0 [°C]
$\Delta x$	$1,21 \times 10^{-3}$ [m]	$\phi_2$	570 W/m <sup>2</sup>	$TM_{axi}$	25,7 [°C]

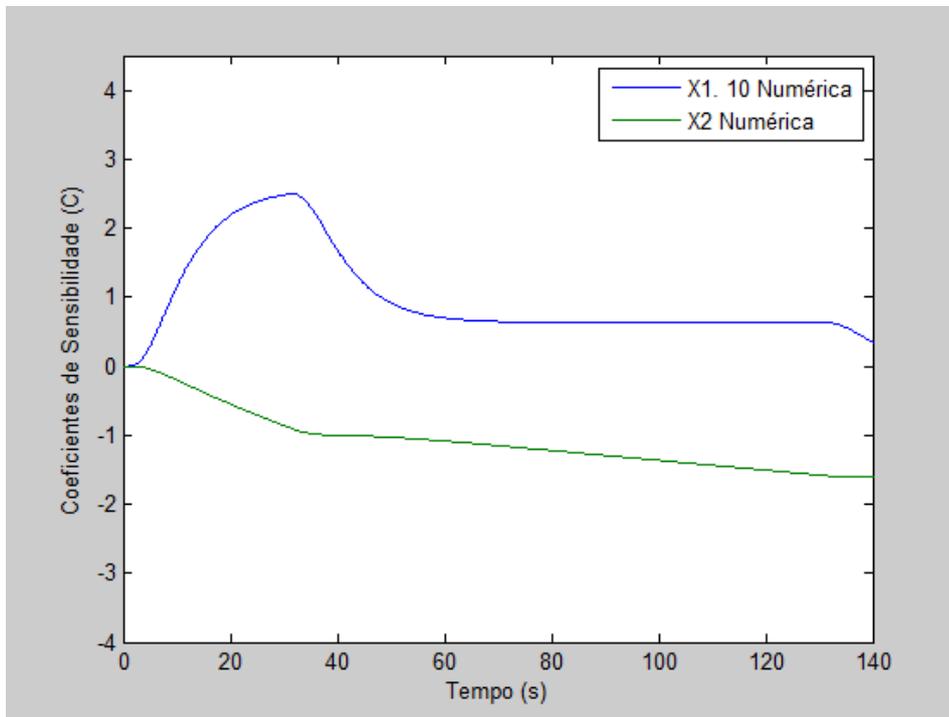


Figura 5.1 – Coeficientes de sensibilidade calculados numericamente para  $\lambda$  e  $\rho c_p$ .

$X_1$  representa o coeficiente para  $\lambda$  e  $X_2$  representa o coeficiente de sensibilidade para  $\rho c_p$ , ambos na superfície isolada.  $X_1$  é multiplicado por um fator para melhorar a visualização da curva. Na Figura 5.1, pode-se observar que  $X_1$  aumenta durante os primeiros 30 s e  $X_2$  aumenta proporcionalmente com a temperatura. Devido a este comportamento, o maior fluxo de calor foi imposto no primeiro período de tempo, resultando em uma sensibilidade maior para  $\lambda$ . O menor fluxo de calor foi imposto no segundo intervalo de tempo para incrementar a sensibilidade para  $\rho c_p$  e manter a sensibilidade para  $\lambda$ . Este procedimento foi feito porque é necessário controlar a relação de grandeza entre  $X_1$  e  $X_2$ , para garantir que a estimativa ocorra para ambas as propriedades. Isto é, se um coeficiente é muito maior do que o outro, a estimativa utilizando minimização, irá ocorrer apenas para aquela propriedade que apresentar o maior coeficiente.

Apresenta-se nas Fig 5.2 e 5.3, respectivamente, os sinais de fluxo de calor e a comparação entre as temperaturas experimental e numérica. A temperatura numérica é obtida empregando-se o valor das propriedades estimadas,  $\lambda$  e  $\rho c_p$ , a partir de um dos experimentos realizados. Estas temperaturas apresentam uma boa concordância, o que pode ser demonstrado através da análise dos resíduos de temperatura mostrados na Fig. 5.4. Estes resíduos foram

calculados pela diferença entre as temperaturas experimental e numérica. O máximo valor encontrado, aproximadamente  $0,06\text{ }^{\circ}\text{C}$ , é menor do que a incerteza do termopar.

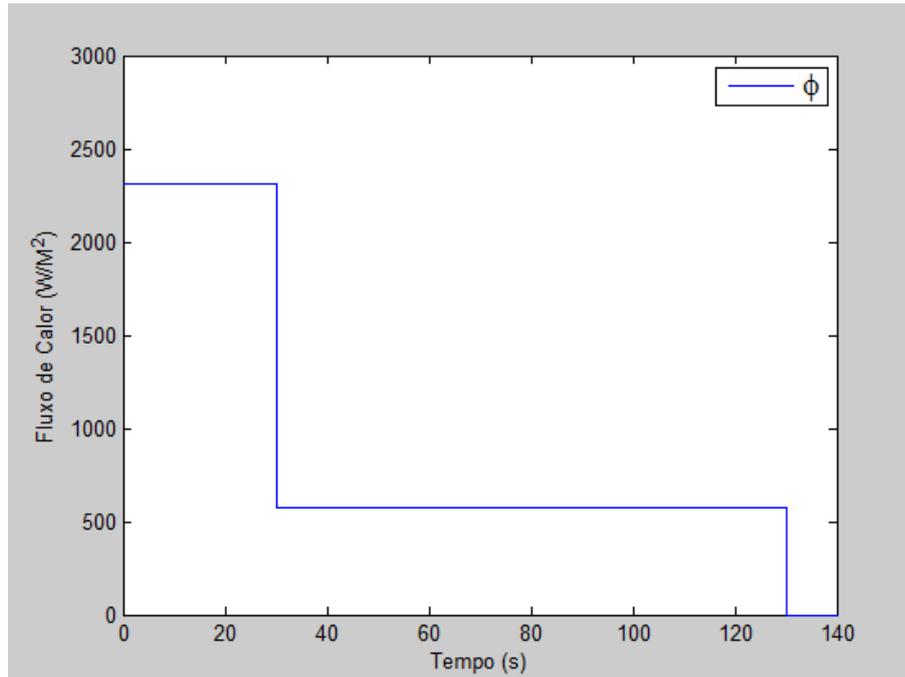


Figura 5.2 – Fluxo de calor imposto na superfície da amostra em  $x=0$ .

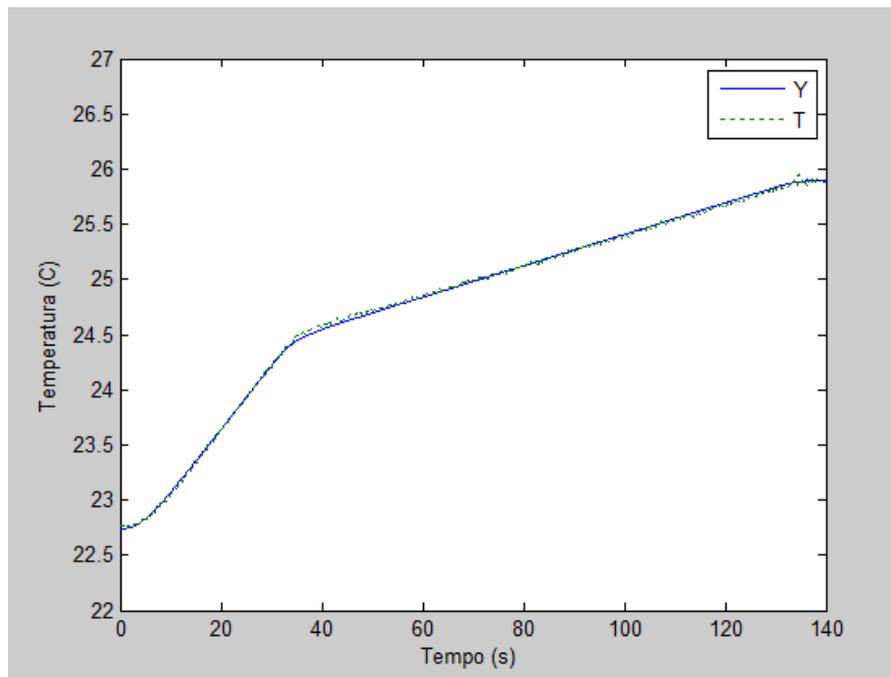


Figura 5.3 – Temperaturas Experimental (Y) e Numérica (T).

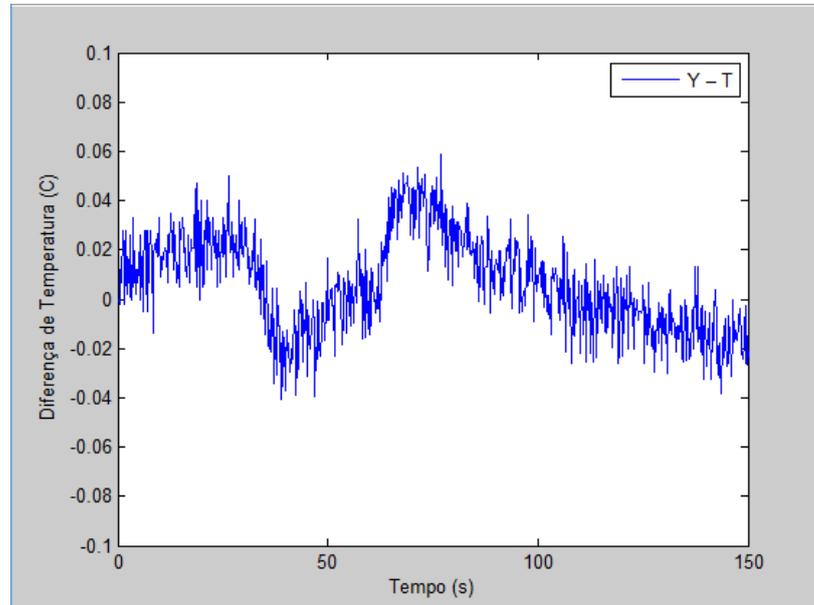


Figura 5.4 – Diferença das temperaturas  $Y - T$  para a amostra de Aço Inox AISI 304.

Uma melhora significativa obtida neste trabalho foi com relação à diferença entre as temperaturas medidas em  $x = L$  (Fig. 5.5) nas duas amostras usadas na montagem para garantir a simetria do fluxo de calor. Em Carollo, Lima e Silva e Lima Silva (2012) a máxima diferença encontra-se na ordem de  $0,15\text{ }^{\circ}\text{C}$  como pode ser visto nas Figs. 5.5 e 5.6. Na Figura 5.5 é mostrada uma comparação entre as duas temperaturas medidas em  $x = L$  para amostra de Aço Inox AISI 304 e na Fig. 5.6 apresenta-se a diferença entre estas temperaturas (CAROLLO, LIMA E SILVA E LIMA E SILVA, 2012). Assim, para minimizar esta diferença três mudanças significativas foram realizadas, a primeira foi com relação a assimetria apresentada pelo aquecedor resistivo. Todos os aquecedores da Omega (2000) anteriormente usados apresentaram uma pequena assimetria para o calor quando o experimento é realizado em regime transiente; para o regime permanente este problema não aconteceu. Para a solução deste problema foram usados aquecedores resistivos comprados do Laboratório de Meios Porosos e Propriedades Termofísicas da Universidade Federal de Santa Catarina. Vários testes foram realizados para verificar se o problema de assimetria tinha sido minimizado.

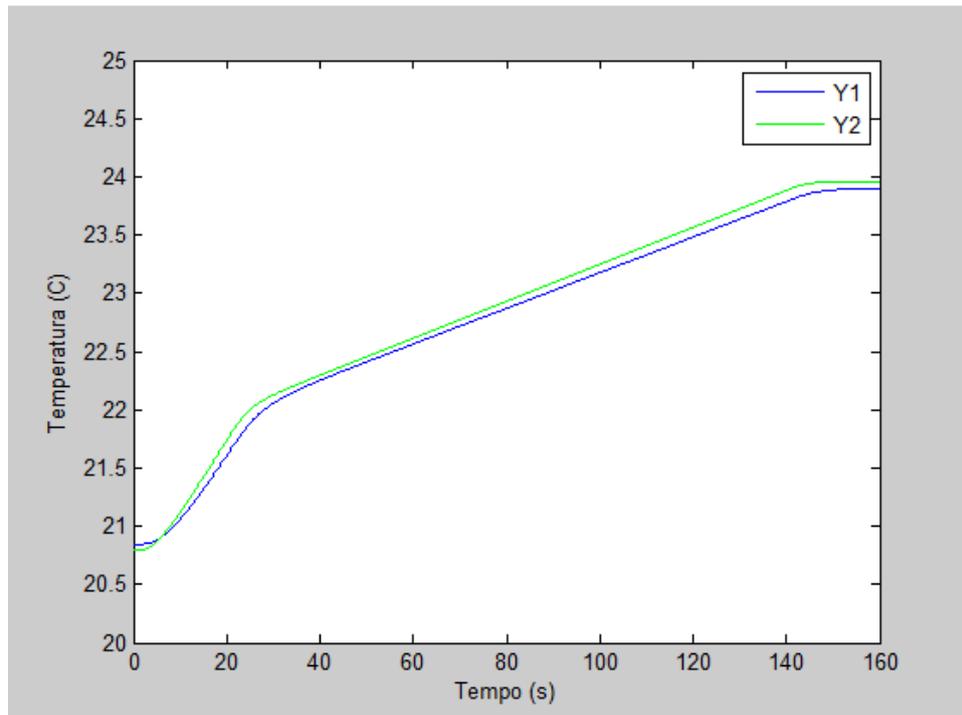


Figura 5.5 – Comparação das temperaturas experimentais em  $x = L$  para a amostra de Aço Inox AISI 304. Fonte: Carollo, Lima e Silva e Lima Silva (2012).

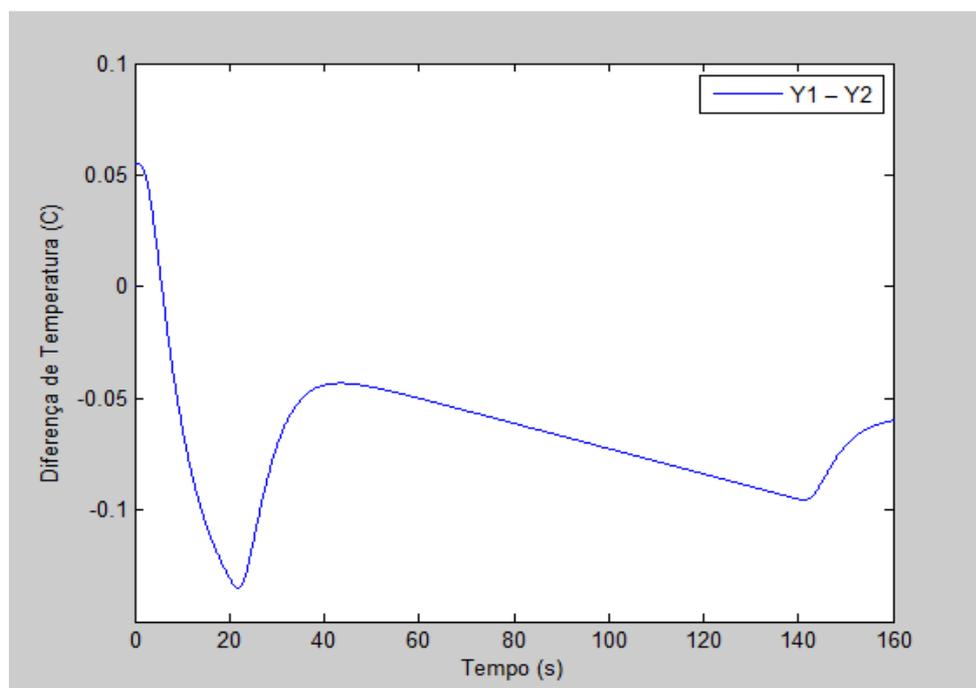


Figura 5.6 – Diferença entre as temperaturas  $Y_1$  e  $Y_2$  para a amostra de Aço Inox AISI 304. Fonte: Carollo, Lima e Silva e Lima Silva (2012).

Com o objetivo de minimizar a resistência térmica entre o aquecedor resistivo e as amostras, todas as amostras a serem medidas as propriedades térmicas foram retificadas. Assim, o uso de pasta térmica feito por Carollo, Lima e Silva e Lima Silva (2012) não foi necessário. Este procedimento minimizou a grande incerteza adicionada ao valor das propriedades térmicas estimadas, principalmente pelos baixos valores apresentados por estas pastas térmicas (NARUMANCHI *et al.*, 2008). Por último a montagem das amostras foi feita na vertical para evitar a influência do peso de uma amostra sobre a outra. Como já mencionado, os procedimentos realizados anteriormente foram realizados com objetivo de resolver o problema de assimetria das temperaturas medidas em  $x = L$ . A comprovação efetiva desta melhora significativa pode ser verificada na Fig. 5.8. Pode-se observar nesta Fig. 5.8 que a média da diferença das temperaturas é aproximadamente  $0,05\text{ }^{\circ}\text{C}$  e como era esperado a diferença entre essas temperaturas é menor que em Carollo, Lima e Silva e Lima Silva (2012).

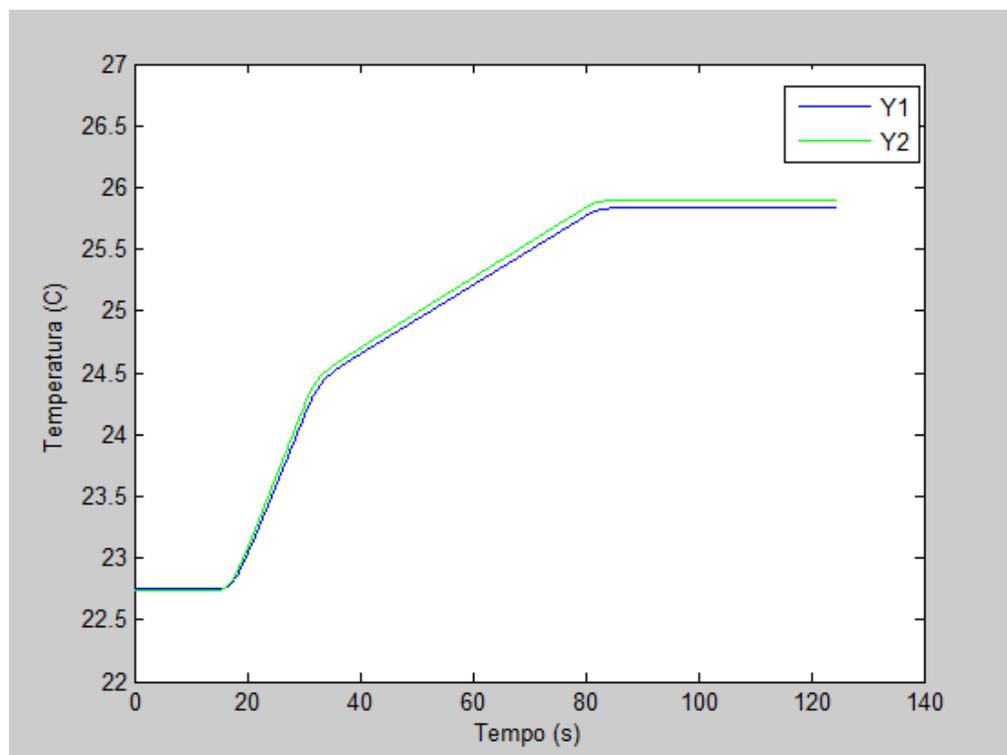


Figura 5.7 – Comparação das temperaturas experimentais em  $x = L$  para a amostra de Aço Inox AISI 304

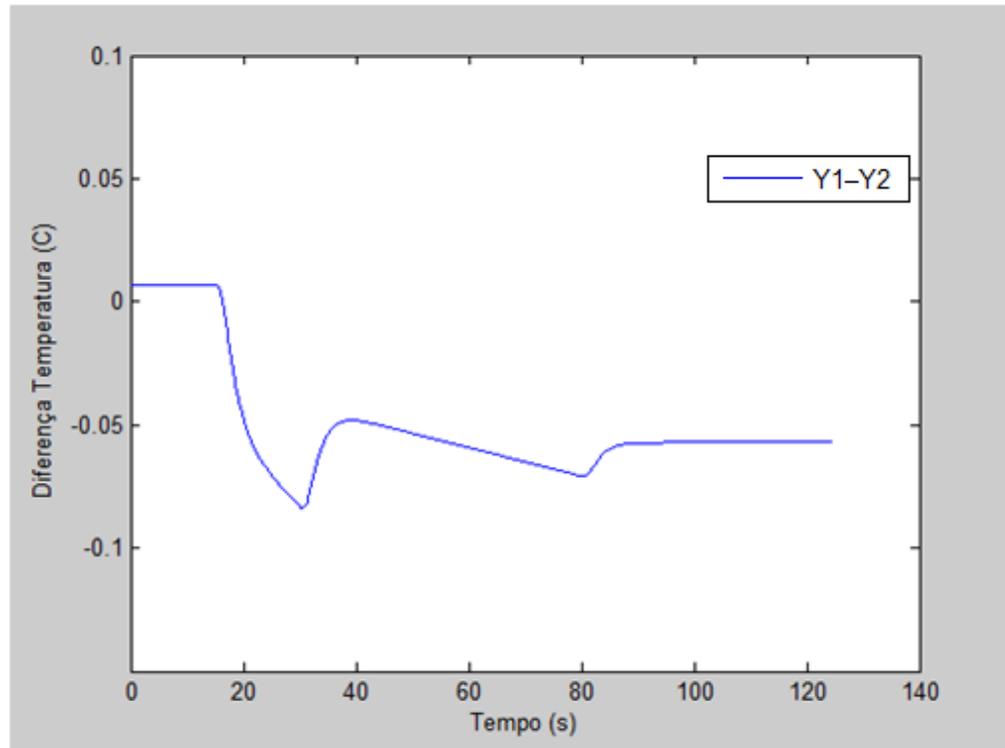


Figura 5.8 – Diferença de temperatura  $Y_1 - Y_2$  para a amostra de Aço Inox AISI 304

Apresenta-se na Tab. 5.4 os resultados estimados para as propriedades  $\lambda$  e  $\rho c_p$  para todos os 30 experimentos realizados para o Aço Inoxidável AISI 304. Para comprovar mais ainda a melhora na simetria da montagem das amostras mostradas na Fig 5.7 e 5.8 as propriedades  $\lambda$  e  $\rho c_p$  foram estimadas para os dois sinais de temperatura ( $Y_1$  e  $Y_2$ ) medidos em  $x=L$ . Observa-se que ocorre uma melhor aproximação entre os valores das propriedades obtidas para cada experimento e termopar, principalmente para  $\rho c_p$ . Na Tabela 5.5 apresenta-se o valor médio, o desvio padrão e a diferença percentual entre o valor médio estimado e o valor da literatura para  $\lambda$  e  $\rho c_p$  do Aço Inoxidável AISI 304. Observa-se na Tabela 5.6 que a diferença percentual entre os valores estimados para o  $\rho c_p$  para os termopares 1 e 2 foi menor que a apresentada na Tab. 5.1. Portanto pode-se concluir que o procedimento realizado neste trabalho melhorou os resultados obtidos pela a técnica de dupla intensidade de fluxo de calor. Entretanto, os resultados obtidos podem ainda ser melhorados.

Tabela 5.5 – Valores estatísticos obtidos para as amostras Aço Inox AISI 304.

Termopar	Propriedade	Este Trabalho	Borges <i>et al.</i> (2006)	Desvio Padrão	Diferença (%)
1	$\lambda$ (W/mK)	13,42	14,9	1,046518	9,93
	$\rho c_p \times 10^{-6}$ (J/m <sup>3</sup> K)	4,157	3,77	0,27365	10,26
2	$\lambda$ (W/mK)	16,33	14,9	1,011163	9,59
	$\rho c_p \times 10^{-6}$ (J/m <sup>3</sup> K)	4,089	3,77	0,225567	8,46

Tabela 5.6 – Valores obtidos para as amostras de Aço Inox AISI 304.

Experimento	Dados do Termopar 1		Dados do Termopar 2	
	$\lambda$ (W/mK)	$\rho c_p \times 10^{-6}$ (J/m <sup>3</sup> K)	$\lambda$ (W/mK)	$\rho c_p \times 10^{-6}$ (J/m <sup>3</sup> K)
1	12,91	4,106	15,87	4,024
2	12,42	4,087	15,07	4,003
3	12,53	4,185	15,25	4,121
4	12,42	4,142	13,83	4,118
5	14,10	4,142	15,80	4,120
6	12,54	4,059	14,59	4,013
7	12,50	4,243	14,44	4,196
8	12,41	4,124	14,76	4,057
9	11,96	4,204	14,51	4,124
10	12,63	4,083	14,55	4,047
11	12,45	4,149	15,60	4,055
12	14,62	4,118	16,93	4,078
13	14,79	4,105	18,26	4,045
14	13,76	4,138	18,34	4,041
15	13,48	4,190	17,68	4,094
16	12,15	4,196	14,34	4,133
17	12,17	4,175	13,95	4,134
18	14,12	4,130	15,83	4,109
19	12,73	4,333	15,08	4,262
20	15,12	4,121	19,92	4,037
21	14,86	4,148	18,04	4,090
22	12,73	4,132	15,44	4,062
23	12,27	4,204	15,89	4,099
24	15,13	4,104	19,68	4,006
25	13,96	4,225	17,37	4,142
26	15,25	4,144	18,16	4,089
27	13,81	4,222	17,89	4,107
28	15,14	4,143	17,10	4,108
29	14,48	4,179	18,31	4,096
30	13,29	4,200	17,58	4,089

## 6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

### 6.1 Conclusões

Neste trabalho o método desenvolvido por Carollo, Lima e Silva e Lima Silva (2012) para determinação simultânea das propriedades condutividade térmica e capacidade de calor volumétrica de materiais metálicos foi aprimorado. Além disso um programa em Matlab que contempla todo o procedimento de cálculo foi desenvolvido.

Neste trabalho as propriedades térmicas  $\lambda$  e  $\rho c_p$  foram estimadas para um modelo térmico unidimensional. Este modelo foi resolvido numericamente aplicando o método de Diferenças Finitas Implícito para obtenção da distribuição de temperatura na espessura da amostra

A bancada experimental de baixo custo quando comparada com outras técnicas é baseada na geração de calor por efeito Joule em um aquecedor resistivo de espessura muito pequena, colocado em sanduíche por duas amostras do material a ser estudado numa montagem simétrica. Esta montagem foi isolada para garantir a unidimensionalidade do fluxo de calor. Nas superfícies opostas ao aquecimento em  $x = L$  foram instalados termopares fixados por uma descarga capacitiva.

A partir da minimização de uma função objetivo definida pela diferença ao quadrado entre as temperaturas experimental e numérica são estimadas  $\lambda$  e  $\rho c_p$ .

Estas propriedades termofísicas foram estimadas para amostras de aço inoxidável AISI 304. Os resultados obtidos apresentaram boas concordância quando comparados aos valores da literatura. Isto pode ser comprovado devido à diferença entre o valor médio e o valor da literatura para o  $\lambda$  e para o  $\rho c_p$ . Além disso, os desvios padrão encontrados para as propriedades estimadas foram pequenas fortalecendo a qualidade dos resultados.

Por fim, conclui-se que o objetivo desse trabalho foi atingido, uma vez que foram obtidas pequenas diferenças em relação à literatura e baixos desvios padrão, comprovando a confiabilidade e repetibilidade dos experimentos.

## 6.2 Sugestões para trabalhos futuros

Sugere-se para a continuação deste trabalho, o desenvolvimento de um programa computacional tridimensional (3D) e com interface gráfica com o intuito de se obter mais informações através da análise de sensibilidade. Isto possibilitaria a utilização de termopares em superfícies onde a incidência do fluxo de calor gera mais sensibilidade, resultando em uma análise mais precisa e confiável.

Outra sugestão refere-se ao aprimoramento deste trabalho com o objetivo de determinar simultaneamente a condutividade térmica e a capacidade de calor volumétrica, variando a temperatura inicial. Para alcançar esse objetivo deve-se resolver novamente a equação de difusão do calor considerando que as propriedades térmicas sofrem influência da variação da temperatura.

Propõe-se também um estudo mais detalhado das intensidades de fluxo de calor através de sua variação e posterior análise dos coeficientes de sensibilidade. Desta maneira, seria possível ampliar este estudo para analisar outros materiais abrangendo uma maior faixa de propriedades térmicas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AVILES-RAMOS, C.; HAJI-SHEIKH, A.; BECK, J. V.; DOWDING, K. J; (2001), “*Estimation of Thermophysical Properties by the Spectral Method-Development and Evaluation*”, *Journal of Heat Transfer*, Vol. 123, pp. 24-30.

BECK, J.; COLE, K.; HAJI-SHEIKH, A.; LITKOUHL, B; (1992), *Heat Conduction Using Green's Function*. Taylor & Francis pp. 552.

BORGES, V.L.; LIMA E SILVA, S.M.M.; GUIMARÃES, G; (2006), “*A Dynamic Thermal Identification Method Applied to Conductor and Non Conductor Materials*”, *Inverse Problems and Sciences Engineering*, Vol. 14, pp. 511-527.

BORGES, V.L.; SOUZA, P.F.B.; GUIMARÃES, G; (2008), “*Experimental Determination of Thermal Conductivity and Diffusivity Using a Partially Heated Surface Method Without Heat Flux Transducer*”, *Inverse Problems in Science and Engineering*, Vol. 16, pp. 1047-1067.

BORGES DA SILVA, T. A; (2014), “*O Gerador Térmico como Analisador de Propriedades Térmicas a partir da Harmônica Pura*”, *Dissertação de Mestrado Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, Brasil*.

CAROLLO, L. F. S.; LIMA E SILVA, A. L. F.; LIMA E SILVA, S. M. M; (2012), “*Applying Different Heat Flux Intensities to Simultaneously Estimate the Thermal Properties of Metallic materials*”, *Measurement Science & Technology*, Vol. 23, pp. 01-11.

CAMPANARO G. V. V.; CAROLLO L. F. S.; LIMA E SILVA A. L. F.; LIMA E SILVA S. M. M; (2014), “*Improvements and Error Analysis on the Different Heat Flux Intensity Method to Estimate Thermal Properties*”, *Proceedings of the 8th International Conference on Inverse Problems in Engineering (ICIPE 2014)*, Crakow, Poland.

DOWDING, K.J.; BECK, J.; ULBRICH, A.; BLACKWELL, B.; HAYES, J; (1995), “*Estimation of Thermal Properties and Surface Heat Flux in Carbon-Carbon Composite*”. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 9, pp. 345-351.

FERREIRA, F. G. T, GUIMARÃES, G; (2014), “*Obtenção das Propriedades Térmicas do Tecido Ósseo na Furação*”, *POSMEC 2014 – Simpósio do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica*, Faculdade de Engenharia Mecânica – Universidade Federal de Uberlândia, pp. 1-4.

GUIMARÃES, G.; PHILIPPI, P. C.; THERY P; (1995), “*Use of Parameters Estimation Method in the Frequency Domain for the Simultaneous Estimation of Thermal Diffusivity and Conductivity*”, *Review of Scientific Instruments*, Vol. 66, pp. 2582-2588.

HAJI-SHEIKH, A.; HONG, Y. S.; YOU, S. M.; BECK, J. V; (1998), “*Sensitivity Analysis for Thermophysical Property Measurements Using the Periodic Method*”, *Journal of Heat Transfer*, Copyright by ASME, Vol. 120, pp 568-576.

HOLMAN, J. P; (2001), “*Experimental Methods for Engineers*”, 7<sup>th</sup> ed; **McGraw-Hill Book Company**, New York, pp. 720.

INCROPERA, F.P.; DEWITT, D.P.; BERGMAN, T.L.; LAVINE, A.S; (2007), *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. John Wiley & Sons, USA, 6<sup>th</sup> edition.

JANNOT, Y.; ACEM, Z.; KANMOGNE, A.; (2006), “*Transient Hot Plate Method With Two Temperature Measurements for Thermal Characterization of Metals*”. *Measurement Science & Technology*, Vol.17, pp. 69-74.

JANNOT, Y.; DEGIOVANNI, A.; PAYET, G; (2009), “*Thermal Conductivity Measurement of Insulating Materials with a Three Layers Device*”. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 52, pp. 1105-1111.

JANNOT, Y.; FELIX, V.; DEGIOVANNI, A; (2010), “A Centered Hot Plate Method for Measurement of Thermal Properties of Thin Insulating Materials”. *Measurement Science & Technology*, Vol. 21, pp. 1-8.

KRAVVARITIS, E.D.; ANTONOPOULOS, K.A.; TZIVANIDIS, C; (2011), “Experimental Determination of the Effective Thermal Capacity Function and Other Thermal Properties for Various Phase Change Materials Using the Thermal Delay Method”. *Applied Energy*, Vol. 88, pp. 4459-4469.

LIMA e SILVA, S. M. M.; BORGES, V. L.; VILARINHO, L. O.; SCOTTI, A.; GUIMARÃES, G; (2002), “Desenvolvimento de uma Técnica Experimental para a Determinação do Fluxo de Calor em um Processo de Soldagem TIG”, *9th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering - ENCIT 2002*, CDROM, Caxambu, Minas Gerais, Brasil.

LIMA E SILVA, S. M. M.; ONG, T. H.; GUIMARÃES, G; (2003), “Thermal Properties Estimation of Polymers Using Only One Active Surface”, *Journal of the Brazilian Society Mechanical Sciences*, Copyright by ABCM, v 25, pp 9-14.

NARUMANCHI, S.; MIHALIC, M.; KELLY, K.; EESLEY, G; (2008), “Thermal Interface Materials for Power Electronics Applications” *In Proceedings of the 11th Intersociety Conference on Thermal and Thermomechanical Phenomena in Electronic Systems*. Florida, United States, pp. 1-13.

OMEGA; (2000), *The Electric Heaters Handbook*, 21st Century Edition.

STANKUS, S. V.; SAVCHENO, I. V.; BAGINSKII, A. V.; VERBA, O. I; PROKOP'EV, A. M.; KHAIRULIN, R. A; (2008), “Thermal Conductivity and Thermal Diffusivity Coefficients of 12Kh18N10T Stainless Steel in a Wide Temperature Range”, *High Temperature*, Vol. 46, pp 731-733.

VANDERPLAATS, G. N; (2005), “Numerical Optimization Techniques for Engineering Design”, **McGraw-Hill**, 4th ed; New York, United States, 465p.

XAMÁN, J.; LIRA, L.; ARCE, J; (2009), “*Analysis of the Temperature Distribution in a Guarded Hot Plate Apparatus for Measuring Thermal Conductivity*”. ***Applied Thermal Engineering***, Vol. 29, pp. 617-623.