



**Universidade
Federal de Itajubá**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**METODOLOGIA DE ACOPLAMENTO DINÂMICO PARA
REDUÇÃO DO DOMÍNIO COMPUTACIONAL EM
PROBLEMAS DE ESCOAMENTO EXTERNO**

Autor

Lucas Lincoln Fonseca Soares

**INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

Itajubá, Julho de 2018

Minas Gerais – Brasil

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**METODOLOGIA DE ACOPLAMENTO DINÂMICO PARA
REDUÇÃO DO DOMÍNIO COMPUTACIONAL EM
PROBLEMAS DE ESCOAMENTO EXTERNO**

Autor: **Lucas Lincoln Fonseca Soares**

Orientador: **Nelson Manzanares Filho**

Co-orientador: **Ramiro Gustavo Ramirez Camacho**

Curso: **Mestrado em Engenharia Mecânica**

Área de Concentração: **Térmica, Fluidos e Máquinas de Fluxo**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Itajubá, Julho de 2018

Minas Gerais – Brasil

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**METODOLOGIA DE ACOPLAMENTO DINÂMICO PARA
REDUÇÃO DO DOMÍNIO COMPUTACIONAL EM
PROBLEMAS DE ESCOAMENTO EXTERNO**

Autor

Lucas Lincoln Fonseca Soares

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Luís Guilherme Cunha Santos	UNICAMP
Prof. Dr. Luiz Antônio Alcântara Pereira	UNIFEI
Prof. Dr. Ramiro Gustavo Ramirez Camacho	UNIFEI
Prof. Dr. Nelson Manzanares Filho	UNIFEI

Dedicatória

Dedico este trabalho aos meus pais.

Agradecimentos

Agradeço aos meus pais, Raniere e Toninha, pelo apoio, paciência e carinho, não só neste período, mas em toda minha vida. A minha namorada Mariana pela companhia, carinho e apoio durante às madrugadas de estudo.

Ao meu orientador, Nelson Manzanares Filho, e coorientador, Ramiro Gustavo Ramirez Camacho, expressei minha gratidão por aceitarem me orientar. Agradeço pelo apoio, atenção, confiança e colaboração para solucionar as dúvidas e problemas que surgiram ao longo da realização deste trabalho.

Aos meus colegas de turma, com os quais compartilhei os primeiros meses do mestrado, gostaria de agradecer por todo o apoio, colaboração, ensinamentos, disponibilidade e conselhos. Também a todos integrantes da República Babilônia por ter me acolhido quando cheguei na cidade de Itajubá.

Agradeço também ao programa, aos técnicos e ao corpo docente da Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da UNIFEI por toda assistência, base teórica e estrutura concedidas.

À Fundação de Amparo à Pesquisa de Minas Gerais (FAPEMIG), pelo apoio financeiro.

Por fim, agradeço a todos professores, familiares, amigos e colegas que participaram da minha vida e, direta ou indiretamente, colaboraram para a execução deste trabalho.

“O único homem que está isento de erros é aquele que não arrisca acertar.”

Albert Eistein

Resumo

As análises em Dinâmica dos Fluidos Computacional (em inglês CFD – *Computational Fluid Dynamics*) constitui um importante papel para engenheiros e projetistas. A solução das equações de Navier-Stokes (NS) utilizando o CFD requer a discretização do domínio. Para problemas de escoamentos externos a discretização do domínio pode ser da ordem de milhões elementos. Isso pode ocasionar em elevados custos computacionais. Trabalhar sobre um domínio reduzido permite reduzir o tempo computacional em simulações de CFD. A Metodologia de Acoplamento Dinâmico (MAD), que será proposta neste trabalho, consiste em determinar a solução do escoamento viscoso sobre um domínio reduzido. A MAD é um tipo de interação viscosa/não-viscosa. Essa metodologia acopla a solução do escoamento potencial com o *software* que resolve o escoamento viscoso. A interação viscosa/não-viscosa da MAD produz um escoamento potencial-viscoso que reproduza o escoamento viscoso sobre a fronteira de um domínio reduzido. Será investigada a solução do escoamento potencial-viscoso através de um método do tipo Newton e de um método de otimização global que utiliza um Algoritmo de Busca Aleatória Controlada. Testes mostraram que a utilização do método de otimização, mais a parametrização de fontes, é mais apropriado. Os testes são voltados para problemas de aerodinâmica, incluindo a solução do escoamento com elevado número de Reynolds em domínio extenso sobre o perfil simétrico NACA0012. A solução da MAD mostra como o escoamento viscoso pode ser razoavelmente reproduzido sobre domínio reduzido. Contudo, a MAD é promissora no sentido de possibilitar a redução do tempo computacional para problemas de aerodinâmica.

Palavras-chave: Metodologia de Acoplamento Dinâmico, domínio reduzido, escoamento externo, CFD, potencial-viscoso.

Abstract

The Computational Fluid Dynamics (CFD) analysis plays an important role for engineers and designers. The solution of the Navier-Stokes (NS) equations using the CFD requires domain discretization. For problems of external flows the discretization of the domain can be of the order of millions elements. This can lead to high computational costs. Working on a reduced domain reduces computational time in CFD simulations. The Dynamic Coupling Methodology (in portuguese MAD – *Metodologia de Acoplamento Dinâmico*), which will be proposed in this work, consists in determining the solution of the viscous flow over a reduced domain. MAD is a kind of viscous /non-viscous interaction. This methodology couples the potential flow solution with the software that solves the viscous flow. The viscous/non-viscous MAD interaction determines a viscous potential flow that reproduces the viscous flow over the boundary of a reduced domain. The solution of the viscous potential flow through a Newton method and a global optimization method using a Controlled Random Search Algorithm will be investigated. Tests have shown that the use of the optimization method, plus the parameterization of sources, is more appropriate. The tests are aimed at aerodynamic problems, including the solution of high Reynolds number flow in the NACA0012 symmetric profile. The MAD solution shows how the viscous flow can be reasonably reproduced over reduced domain. However, MAD is promising in the sense of reducing computational time for aerodynamic problems.

Keywords: Dynamic Coupling Methodology, reduced domain, external flow, CFD, viscous potential.

Sumário

Lista de Figuras	iv
Lista de Tabelas	vii
Lista de Símbolos	viii
Lista de Abreviaturas	xi
1 Introdução	1
1.1 Considerações sobre Análises em Dinâmica dos Fluidos Computacional. .	1
1.2 Revisão Bibliográfica.	5
1.3 Justificativa.	9
1.4 Objetivos.	10
1.5 Delineamento do Trabalho.	10
2 escoamento Potencial Incompressível	13
2.1 Equações Governantes.	13
2.2 escoamentos Elementares.	15
2.3 Potencial de Velocidades Devido Distribuições de Singularidades.	17
2.4 Condições de Contorno Típicas.	18
2.5 Método dos Painéis.	19
3 escoamento Viscoso Incompressível	23
3.1 Equações de Navier-Stokes (NS).	23
3.1 Equações de Navier-Stokes com Médias de Reynolds (RANS).	24
3.3 Modelagem da Turbulência.	25
3.4 Condições de Contorno RANS Convencionais em Problemas de escoamento Externo.	26

4	Metodologia de Acoplamento Dinâmico	28
4.1	Sobre a Metodologia de Acoplamento Dinâmico (MAD).	28
4.2	Modelo Numérico da MAD.	31
4.3	Condições de Contorno Sobre um Domínio Reduzido.	33
5	Implementação Numérica da MAD	36
5.1	Modelagem para o Escoamento Potencial-Viscoso.	36
5.1.1	Considerações Sobre o Mal Condicionamento da MAD.	43
5.1.2	Parametrização das Distribuições de Fontes.	44
5.1.3	Tratamento Numérico para Solução dos Parâmetros Utilizando um Método de Otimização Global (CRSA).	47
5.2	Solução das Equações RANS.	49
5.2.1	Malha Computacional.	50
5.2.2	Modelo de Turbulência.	55
5.2.3	Condições de Contorno RANS.	56
5.3	Sistemática Iterativa da MAD.	57
6	Resultados Numéricos	60
6.1	Testes Sobre o Método dos Painéis.	60
6.1.1	Testes Numéricos para o Escoamento Potencial Puro.	62
6.1.2	Testes Numéricos para o Escoamento Potencial Perturbado.	63
6.2	Solução do Escoamento Turbulento Sobre o Domínio Extenso	68
6.2.1	Descrição do Domínio e Malha Computacional.	68
6.2.2	Condições de Contorno, Métodos e Controles da Solução Numérica. . .	71
6.2.3	Pós-processamento e Resultados.	72
6.3	Testes Preliminares para o Escoamento Potencial-Viscoso	73
6.3.1	Utilizando o Método do tipo Newton.	74
6.3.2	Utilizando o Método de Otimização Global CRSA.	76
6.4	Solução da MAD Sobre Domínio Reduzido.	85
6.5	Discussão dos Resultados.	91

Sumário

7 Conclusões e Perspectivas de Trabalhos Futuros	92
7.1 Conclusões.	92
7.2 Perspectivas de Trabalhos Futuros.	94
 Referências Bibliográficas	 96

Lista de Figuras

2.1	Superposição de uma fonte, um vórtice e o escoamento incidente sobre um ponto (i).	15
2.2	Esquema de discretização de um aerofólio e esteira por painéis retos. .	20
2.3	Distribuição de singularidades sobre um painel (j).	21
3.1	Regiões do domínio de discretização das equações RANS.	26
4.1	Representação do escoamento sobre domínio reduzido.	30
4.2	Fontes e vórtices distribuídos sobre um aerofólio, e fontes distribuídas sobre a esteira.	31
4.3	Esquema sobre aplicação das condições de contorno da MAD sobre domínio reduzido.	35
5.1	Esquema de discretização do corpo, esteira e fronteira do domínio reduzido.	38
5.2	Representação de um painel sobre a perspectiva do referencial local ($x^*; y^*$), e global, ($x; y$).	39
5.3	(a) Malha estruturada, (b) malha não estruturada, e (c) malha híbrida. .	50
5.4	Perfil de velocidades adimensional próximo a uma superfície sólida. .	52
5.5	Esquema base para geração de malha estruturada sobre domínio em C	53
5.6	Fluxograma da MAD sobre domínio reduzido.	58
6.1	Discretização do cilindro e do perfil NACA0012, juntamente com os pontos de cálculo sobre o contorno (δ) próximo aos corpos.	61
6.2	Solução analítica e numérica da distribuição de vórtices e coeficiente de pressão sobre o cilindro.	62
6.3	Distribuição do coeficiente de pressão sobre o perfil NACA0012.	63

6.4	Distribuição de fontes e vórtices sobre o cilindro utilizando o método do tipo Newton.	65
6.5	Distribuição do coeficiente de pressão e componente u^δ da velocidade sobre o contorno δ para o problema do cilindro utilizando o Método do tipo Newton.	65
6.6	Distribuição de fontes e vórtices sobre o perfil NACA0012 utilizando o Método do tipo Newton.	66
6.7	Distribuição do coeficiente de pressão e componente u^δ da velocidade sobre o contorno δ para o problema do NACA0012 utilizando o Método do tipo Newton.	66
6.8	Representação do domínio computacional extenso.	69
6.9	Malha estruturada gerada sobre o NACA0012.	70
6.10	Histórico dos resíduos em função do número de iterações.	72
6.11	Resultados das distribuições de coeficiente de pressão e velocidade u^δ viscoso sobre o contorno reduzido.	73
6.12	Distribuições de fontes e vórtices potencial-viscoso sobre o perfil NACA0012 utilizando o Método do tipo Newton.	75
6.13	Resultados das distribuições de coeficiente de pressão e velocidade u^δ potencial-viscoso sobre o contorno reduzido utilizando o Método do tipo Newton.	75
6.14	Distribuições de fontes e vórtices potencial-viscoso sobre o perfil NACA0012 utilizando o algoritmo CRSA.	79
6.15	Resultados das distribuições de coeficiente de pressão e velocidade u^δ potencial-viscoso sobre o contorno reduzido utilizando o algoritmo CRSA.	79
6.16	Distribuição do coeficiente de pressão e componente u^δ da velocidade sobre o contorno reduzido utilizando o CRSA.	80
6.17	Distribuição de fontes sobre o NACA0012 e esteira, e vórtices sobre NACA0012.	83
6.18	Distribuição de pressão, e componente u^δ da velocidade viscosa e potencial-viscosa sobre o contorno reduzido utilizando o CRSA.	83

Lista de Figuras

6.19	Malha do domínio reduzido utilizada na MAD.	85
6.20	Avanço das distribuições de fontes e vórtices sobre o perfil e fontes sobre a esteira.	86
6.21	Histórico de resíduos em função do número de iterações para solução do escoamento viscoso no domínio reduzido.	87
6.22	Avanço das distribuições do coeficiente de pressão e componente u^{δ} da velocidade sobre a fronteira do domínio reduzido.	88
6.23	Contornos do coeficiente de pressão sobre o domínio reduzido e domínio extenso.	88
6.24	Contornos da componente u da velocidade sobre o domínio reduzido e domínio extenso.	89
6.25	Solução da distribuição do coeficiente de pressão viscoso no domínio reduzido e extenso em função dos pontos médios dos elementos sobre o NACA0012.	90

Lista de Tabelas

6.1	<i>Softwares</i> utilizados para solução das equações RANS	68
6.2	Restrições laterais dos parâmetros referentes à distribuição de fontes sobre o NACA0012 sem influência da esteira.	78
6.3	Solução dos parâmetros sobre o NACA0012	79
6.4	Solução dos parâmetros sobre o NACA0012 incluindo a região de <i>farfield</i>	80
6.5	Restrições laterais dos parâmetros referentes à distribuição de fontes sobre o NACA0012 com influência da esteira.	82
6.6	Solução dos parâmetros sobre o NACA0012 e na esteira.	82
6.7	Solução dos parâmetros nas duas iterações entre o potencial-viscoso e do CFX®.	86
6.8	Comparação entre número de iterações e tempo computacional das soluções no domínio extenso e reduzido.	87
6.9	Solução do coeficiente de arrasto, c_a , e sustentação, c_l , para o perfil NACA0012 no domínio extenso e reduzido sem ângulo de incidência.	89

Lista de Símbolos

Símbolos Latinos

a	Parâmetro do corpo
\vec{a}	Vetor de parâmetros do otimizador
a^w	Parâmetro da esteira
A	Matriz de influência das fontes
c_a	Coefficiente de arrasto
c_p	Coefficiente de pressão
F	Funções do Método de Newton
F_{obj}	Função objetivo do Otimizador
k	Energia cinética Turbulenta
M	Matriz de influência dos vórtices
\hat{n}	Vetor unitário normal a uma superfície
NP	Número de Painéis
n_p	Número de parâmetros sobre o corpo
p	Pressão estática
q	Densidade de fontes
q	Densidade de fonte associada a um parâmetro a
Q	Intensidade de uma fonte concentrada
r	Distância entre a origem da singularidade e um ponto do escoamento
s	Comprimento normalizado referente aos painéis do corpo e esteira
s	Comprimento normalizado referente aos painéis da esteira

s_c	Comprimento normalizado referente aos painéis do corpo
u	Componente da velocidade na direção x
u_r	Velocidade sobre a região próxima a parede
U_∞	Velocidade do escoamento incidente
\vec{v}	Vetor Velocidade
v	Componente da velocidade na direção y
x	Coordenada global do eixo das abscissas
x^*	Coordenada local do eixo das abscissas
\bar{x}	Coordenada das abscissas referente ao ponto médio de um painel
\bar{y}	Coordenada das ordenadas referente ao ponto médio de um painel
y^+	y plus

Símbolos Gregos

α	Ângulo de incidência
β	Ângulo formado entre um painel e eixo global das abscissas
γ	Densidade de vórtices
Γ	Intensidade de um vórtice concentrado
θ	Coordenada angular [rad] entre o segmento r e o eixo das abscissas
μ	Viscosidade Dinâmica
μ_t	Viscosidade Turbulenta
ρ	Massa específica
σ	Densidade de fontes ou vórtices
τ	Tensão cisalhante
ν	Ângulo formado entre r e o eixo local das abscissas
φ	Intensidade de fontes ou vórtices.
ϕ	Potencial unitário
ϕ_σ	Potencial unitário de uma fonte ou um vórtice
ϕ_q	Potencial unitário de uma fonte
ϕ_γ	Potencial unitário de um vórtice
Φ	Potencial de velocidades
Φ_∞	Potencial de velocidade do escoamento incidente

- Φ_f Potencial de velocidades de uma fonte
 Φ_s Potencial de velocidades de um sumidouro
 Φ_v Potencial de velocidades de um vórtice
 ω Taxa de dissipação específica

Subscritos/Sobrescritos

- i Indexação do ponto de cálculo
 j Indexação de um painel
 k Indexação do número de parâmetros do corpo
 k Indexação do número de parâmetros do otimizador
 L Limite inferior
 n Direção normal à superfície do corpo
 t Direção tangencial a superfície do corpo
 U Limite superior
 x Direção do eixo das abscissas
 y Direção do eixo das ordenadas
 w Indica parâmetros da esteira
 δ Indica a dimensão do domínio reduzido ou contorno reduzido
' Flutuações de uma variável

Lista de Abreviaturas e Acrônimos

3D	Três dimensões
CFD	Computational Fluid Dynamics
CRSA	Controlled Random Search Algorithm
<i>farfield</i>	Região de Campo Distante
<i>inlet</i>	Região de Entrada
MAC	Metodologia de Acoplamento Cinemático
MAD	Metodologia de Acoplamento Dinâmico
MKL	Math Kernel Library
NS	Navier-Stokes
<i>outlet</i>	Região de Saída
RANS	Reynolds Average Navier-Stokes

Capítulo 1

Introdução

1.1 Considerações Sobre Simulações em Dinâmica dos Fluidos Computacional

A modelagem do movimento dos fluidos constitui um papel importante nas áreas das engenharias. A Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD – *Computational Fluid Dynamics*) é utilizada para modelagem de escoamentos internos e externos sobre várias modalidades de máquinas e estruturas. No contexto dos escoamentos externos, a modelagem pela CFD fornece informações sobre como aviões, automóveis, turbomáquinas, navios, dentre muitas outras máquinas e estruturas, vão se comportar durante a operação dos mesmos. A evolução dos métodos numéricos para modelagem de escoamentos permitiu alcançar elevada eficiência computacional em termos de precisão, à custa de um significativo custo computacional. Segundo Edmund (2012), os benefícios para engenheiros e projetistas que utilizam essa ferramenta (CFD) aumentam com a fidelidade da ferramenta e diminui com a quantidade de tempo necessária para utilizar a mesma.

A aerodinâmica, como parte da dinâmica dos fluidos, também estuda o movimento dos fluidos, e em particular o escoamento relativo entre o fluido e corpos sólidos. Modelar as forças que atuam durante o escoamento ao redor de corpos aerodinâmicos, em especial os

aerofólios, permite determinar o desempenho hidrodinâmico sobre a qual o corpo está sendo submetido. O desempenho hidrodinâmico de um corpo está intimamente ligado a sua geometria. O estudo e modelagem da geometria de perfis aerodinâmicos empregados em pás de turbomáquinas e asas de aeronaves, por exemplo, são desenvolvidos com auxílio das análises numéricas da CFD. A abordagem sobre essa modelagem pode ser realizada a partir de diferentes métodos de solução. Os métodos desenvolvidos a partir da análise potencial podem ser aplicados apenas em regiões do escoamento onde a viscosidade do fluido não exerce efeito. Essas regiões se encontram afastadas do corpo e da esteira que pode se formar a jusante do mesmo. Os métodos que utilizam as Equações de Navier-Stokes com Média de Reynolds (em inglês, RANS – *Reynolds Average Navier-Stokes*) permitem incluir a viscosidade do fluido e lidar com os efeitos da turbulência em qualquer que seja a região do domínio, inclusive próximo à superfície do corpo. Porém, a modelagem por essa abordagem apresenta consideráveis dificuldades para solução devido a não linearidade e o grau das equações governantes.

Nas aplicações de escoamentos com elevados número de Reynolds, a CFD normalmente emprega modelos que utilizam as Equações de Navier-Stokes com Média de Reynolds (RANS) ou simulações de grandes escalas, já que todas as escalas relevantes não podem ser resolvidas em um tempo computacional conveniente. Ainda que utilizado um desses modelos de CFD para reduzir a faixa de escalas que devem ser resolvidas, a discretização espacial do domínio fluido pode ser da ordem de milhões de elementos. Dependendo das dimensões do domínio, isso pode ocasionar elevados custos computacionais. A Metodologia de Acoplamento Dinâmico (MAD) que é proposta neste trabalho pretende fornecer precisão, em nível de engenharia, equivalente às soluções das equações RANS, combinando as equações RANS com métodos de soluções potenciais sobre um domínio reduzido.

Em escoamentos com elevados número de Reynolds os efeitos rotacionais ficam confinados em uma pequena região próxima a superfície do corpo e na esteira. Fora da região rotacional, o escoamento pode ser assumido como potencial, podendo ser expresso como o gradiente de um potencial de velocidades, $\vec{\nabla}\Phi$. Usualmente, os métodos potenciais não incluem os efeitos viscosos. Mas existem métodos que acoplam o campo do escoamento potencial com o viscoso, conhecidos como métodos de interação viscosa/não-viscosa. Este

acoplamento pode ser empregado por meio das análises cinemática e/ou dinâmicas do escoamento. Mas independente da natureza das análises, o acoplamento deve ser realizado de maneira iterativa produzindo um escoamento potencial-viscoso. O termo potencial-viscoso é apresentado nas principais referências deste trabalho como, em inglês, *viscous potential*. Esse termo é utilizado para denominar o escoamento potencial que busca satisfazer condições de contorno do escoamento viscoso em regiões onde o escoamento possa ser considerado irrotacional.

Uma vez que este campo potencial-viscoso é determinado, este pode ser utilizado para descrever o campo de velocidades em qualquer região do domínio. Essa modelagem permite que o domínio computacional para as soluções em CFD seja reduzido de modo a incluir apenas a região rotacional. A MAD desta dissertação trabalha na fronteira de um domínio reduzido onde a vorticidade é desprezível. Nessa fronteira, as soluções fornecidas pelo escoamento potencial são compatíveis com as do modelo RANS, pois a partir do corpo, a vorticidade decresce para um valor insignificante.

Nos métodos usuais de escoamento potencial, as condições de contorno são impostas sobre o corpo. É imposta a condição de impenetrabilidade, ou condição de Newman, que especifica que não existe fluxo entrando nem saindo da fronteira que delimita o corpo. Essa condição se verifica na realidade. Por outro lado, o escoamento potencial não impõe a condição de escorregamento nulo à superfície do corpo devido os efeitos da viscosidade serem negligenciados. Sendo assim, um fluxo tangencial é fornecido pelo escoamento potencial e, conseqüentemente a solução é um campo de velocidades incorreto, mesmo para uma região afastada do corpo. A metodologia apresentada nesta dissertação inclui uma alternativa para a condição de contorno sobre a fronteira da região do domínio onde o escoamento é praticamente potencial, e depende da solução do escoamento viscoso, que é resolvido apenas na região do domínio onde o escoamento é rotacional. Limitar o domínio de discretização a uma região que contempla apenas o escoamento rotacional ocasiona a redução do número de incógnitas.

A aplicação da condição de acoplamento dinâmico sobre a fronteira de um domínio reduzido permite incluir os efeitos viscosos no campo de velocidades potencial, gerando um campo potencial-viscoso. O escoamento potencial-viscoso representa o escoamento fora da região rotacional. Mesmo que sobre a influência do corpo e a esteira, o domínio se estende até

uma região não muito distante, permitindo que o mesmo seja consideravelmente reduzido, uma vez que, para elevados números de Reynolds os efeitos viscosos ficam confinados próximos à parede do corpo e esteira.

Reduzir o domínio computacional incrementa a eficiência computacional. Esse ganho computacional pode ser observado uma vez que, na etapa de solução das equações RANS, o tempo computacional e a memória requerida podem ser consideravelmente diminuídos, já que com um domínio reduzido o número total de incógnitas é menor. Outro aspecto significativo ao se utilizar um domínio reduzido, é observado durante a etapa de discretização do domínio fluido sobre a forma de uma malha computacional. Uma vez que a região espacial de discretização é reduzida, o tempo para geração de malha é menor. A geração de malha pode variar em termos da forma e dimensão do domínio fluido, a geometria do corpo, e no tipo de estrutura da malha. Dadas essas variações, a qualidade da discretização espacial influi diretamente na acurácia da solução.

A qualidade da malha está relacionada à adaptação dos elementos da malha sobre a forma e dimensão do domínio fluido e o corpo. Gerar malhas adequadas pode consumir um tempo computacional elevado, além de ser bem desafiador, sobretudo em domínios extensos, onde deve ser considerado o controle de qualidade de malha na medida em que se afasta do corpo. A etapa e processo de discretização numérica sobre um domínio reduzido é mais eficaz, pois além da redução do tempo computacional durante o processo, a necessidade de alterar a forma dos elementos ao longo da malha é praticamente descartada, facilitando a produção de elementos de alta qualidade em todo o domínio.

Motivado pela aplicabilidade da ferramenta de CFD na engenharia e aerodinâmica, e somado aos desafios que surgem durante a etapa de geração de malhas, o presente trabalho consiste em apresentar o desenvolvimento de um método de interação viscosa/não-viscosa a partir de uma Metodologia de Acoplamento Dinâmico (MAD) que trabalha sobre um domínio de discretização reduzido.

A MAD é baseada na descrição do escoamento potencial, e não exige muito esforço computacional. O campo potencial é determinado numericamente para satisfazer as equações RANS na fronteira de um domínio reduzido de maneira iterativa para produzir um

escoamento potencial-viscoso. A modelagem numérica do potencial-viscoso é desenvolvida utilizando do método dos painéis.

1.2 Revisão Bibliográfica

As vantagens do acoplamento entre métodos potenciais e viscosos levaram muitos pesquisadores a explorar essa área. Duas abordagens razoavelmente diretas buscam melhorar a solução do potencial de velocidades. Uma delas inclui os efeitos da camada limite viscosa através de métodos como da espessura de deslocamento de Lighthill (1958), ou melhorar a solução das equações RANS utilizando o campo potencial como condição de contorno em fronteiras de domínios reduzidos, onde a condição de escoamento livre é menos aplicável (Eça e Hoeskstra, 2009). Em outra abordagem, o domínio é dividido em duas regiões, uma região rotacional próxima ao corpo e esteira, e uma região irrotacional. Na região rotacional, as equações RANS são resolvidas, enquanto que no restante utiliza-se a formulação potencial.

Uma grande quantidade de métodos que acoplam o modelo potencial com o modelo viscoso vem sendo desenvolvidos uma vez que, existem várias soluções para o problema de Laplace que fornecem um mesmo campo de velocidades potencial. Há diversos métodos que tratam o problema de interação viscosa/não-viscosa. Um dos métodos que mais vem sendo utilizados é o método de decomposição de velocidades. Sua formulação é baseada na decomposição de velocidades de Helmholtz. Essa formulação identifica no campo de velocidades do escoamento viscoso uma parcela presente como o gradiente de um potencial somada a uma componente rotacional ou vortical. A parte potencial é resolvida satisfazendo o problema de Laplace, e a parcela rotacional, algumas vezes é determinada de acordo com as técnicas de condições de contorno empregadas.

Kim *et al.* (2005) utilizaram a decomposição do tipo Helmholtz para derivar as equações RANS complementares, que são similares as equações RANS, mas são expressas em termos do potencial e uma componente complementar da velocidade. Dado um campo potencial, as equações RANS complementares podem ser resolvidas para a componente rotacional, e a velocidade total pode ser determinada pela soma dessas partes. Foi observado que a componente rotacional depende do campo potencial, fazendo com que a decomposição

não seja única. Para minimizar o domínio computacional das equações RANS para a componente rotacional, é necessário determinar um campo potencial que capture um campo de velocidade total fora da camada limite e esteira. Kim *et al.* (2005) alcançaram bons resultados usando este método para escoamentos laminares e turbulentos. No entanto, eles descobriram que, sem a redução do domínio, o método de solução utilizando as equações RANS complementares não reduz o tempo computacional quando comparado com as equações RANS. A principal conclusão dos autores foi que, as equações RANS complementares funcionam bem, mas não fornecem economia computacional.

Incluir os efeitos da viscosidade no escoamento potencial é essencial para redução do domínio computacional e, conseqüentemente favorecer a eficiência da solução. Mas se a solução do potencial satisfaz a condição de impenetrabilidade, ela não representará totalmente a velocidade real do fluido a distâncias finitas do corpo, mesmo onde os efeitos da vorticidade forem insignificantes. O processo de incluir os efeitos viscosos sobre o campo potencial depende da decomposição de velocidades, mas não requer que a componente rotacional seja resolvida diretamente. É mais eficiente utilizar as equações RANS para resolver o campo de velocidade total do escoamento no domínio reduzido e expressar a componente rotacional como a diferença entre a velocidade total e a potencial-viscoso ao invés de resolver as equações RANS complementares para a componente rotacional. Desse modo, o termo adicional introduzido pela decomposição da equação da quantidade de movimento é eliminado.

Como Kim *et al.* (2005) observaram, a decomposição de velocidades não é única para um dado campo de velocidades total. Assim, para reduzir o domínio computacional, deve ser determinada uma decomposição de velocidades em que o componente rotacional vai para zero à medida que vorticidade diminui a nível desprezível longe do corpo e esteira. Para anular a componente rotacional, o campo de velocidades total deve ser igual ao campo potencial fora da região da camada limite e esteira. O potencial de velocidades deve, portanto, incluir de alguma maneira os efeitos da camada limite e esteira (Edmund, 2012).

Lighthill (1958) apresentou quatro métodos possíveis para explicar os efeitos viscosos na solução do campo potencial, incluindo redução de vazão, fontes equivalentes, comparação de velocidades, e média de vorticidade. O método de fontes equivalentes distribui fontes sobre o corpo para afastar as linhas de corrente potencial de modo a casá-las com a espessura da

camada limite viscosa. Por isso, é conhecido como técnica de transpiração, pois introduz uma vazão aparente fictícia através da superfície do corpo.

Lemmerman e Sonnad (1979) utilizaram a técnica de transpiração sobre uma formulação tridimensional do método dos painéis corrigido iterativamente por um método bidimensional de camada limite integral. O cálculo de camada limite é utilizado para determinar a espessura de deslocamento da camada limite e, em seguida, a transpiração necessária para impor essa espessura no método dos painéis.

Nos trabalhos de Morino (1986) e Morino *et al.* (1995, 1999), é apresentada a formulação exata para o método de fontes equivalentes de Lighthill no contexto da decomposição de velocidades. Além disso, a diferença entre a velocidade total e a potencial devido à vorticidade pode ser integrada ao longo da coordenada normal ao corpo para fornecer uma formulação exata para a velocidade de transpiração. Trata-se, portanto, de uma generalização do trabalho de Lighthill (Morino, 1986). Essa formulação permite a inclusão dos efeitos viscosos no escoamento potencial quando se resolve as equações RANS completas em um domínio reduzido.

Nos trabalhos de Morino (1986, 2011) e Morino *et al.* (1999), a abordagem teórica do método de decomposição de velocidades é amplamente investigada, mostrando ser possível gerar diferentes modelos para o mesmo problema. Nos trabalhos de Morino, o escoamento potencial-viscoso é determinado a partir de uma formulação de integral de contorno em corpos com sustentação. No primeiro trabalho, (Morino, 1986), a parcela rotacional do escoamento é determinada segundo várias formulações da equação do transporte da vorticidade. Em trabalho posterior (Morino, 2011) a parcela rotacional do escoamento é determinada através da discretização da equação de transporte da quantidade de movimento para a componente rotacional do campo de velocidades. Trabalhar com o campo de velocidades traz a vantagem de simplificar as condições de contorno na parede do corpo.

Pesquisas envolvendo simulações de escoamentos incompressíveis em aerodinâmica a partir de técnicas de interação viscosa/não-viscosa, utilizando a decomposição de velocidades, também podem ser estudadas nos artigos de Hafez *et al.* (2006, 2007). Outra técnica envolvendo a decomposição de velocidades é apresentada no artigo de Shatalov e Hafez (2003). Nesse artigo, a equação da quantidade de movimento é utilizada para determinar a

componente da velocidade rotacional do escoamento empregando a condição de escorregamento nulo sobre o corpo. O escoamento potencial é resolvido através da equação da continuidade com a condição de impenetrabilidade. No contexto do presente trabalho, a contribuição do artigo de Shatalov e Hafez (2003) é interessante principalmente pela abordagem utilizada no cálculo das pressões. Naquele artigo o potencial de velocidades é relacionado com uma forma modificada da equação de Bernoulli, incluindo um termo responsável pelos efeitos viscosos. Nesta dissertação, a pressão é utilizada como grandeza de acoplamento, sem contudo se utilizar uma decomposição de velocidades. Ou seja, é proposta uma metodologia a de acoplamento dinâmico e não cinemático.

Uma alternativa ao princípio de decomposição de velocidades é a decomposição de domínios. Quarteroni *et al.* (1991) classifica em suas pesquisas a decomposição de domínios em termos de seus princípios, algoritmos e aplicações. Definem-se como domínios heterogêneos aqueles em que o domínio extenso é dividido em subdomínios. A vantagem de utilizar a decomposição de domínios é que diferentes problemas de contorno podem ser resolvidos em cada subdomínio. Por outro lado, uma tarefa relativamente complexa é especificar a fronteira entre os subdomínios juntamente com as condições de contorno cujas informações do escoamento são passadas entre as diferentes formulações. Na decomposição de domínios, a região de vorticidade é separada da região de escoamento irrotacional. O procedimento adotado por Glowinski *et al.* (1983), Campana *et al.* (1995), Chen e Lee (1996), e posteriormente por Iafrati e Campana (2003), consiste em resolver o problema potencial no subdomínio que abrange a região onde o escoamento é irrotacional, e o problema de Navier-Stokes no subdomínio onde a vorticidade predomina.

A decomposição de domínios, juntamente com o princípio de decomposição de velocidades, reduz o problema viscoso à apenas à região do domínio onde o escoamento é rotacional e, conseqüentemente, reduz o espaço de discretização numérica nessa região. As fronteiras desse novo subdomínio reduzido são limitadas pelas regiões irrotacionais do escoamento. O desenvolvimento de um método de interação viscosa/não-viscosa utilizando essas atribuições são apresentados no trabalho de Edmund (2012). Em seu trabalho, o conceito de decomposição de velocidades é aplicado ao problema de Navier-Stokes sobre um domínio reduzido e o problema de Laplace para o escoamento *viscous potential* no restante do domínio. Edmund *et al.* (2013) formulam o problema de Navier-Stokes

1.3 Justificativa

como sendo a soma de dois subproblemas. O primeiro é o problema de Laplace para um potencial escalar definido em toda extensão do domínio, incluindo o subdomínio reduzido. O segundo subproblema consiste na solução das equações de Navier-Stokes, porém apenas na porção do subdomínio reduzido, a qual abrange a região de escoamento rotacional próximo ao corpo. Os dois subproblemas estão relacionados com o problema de Navier-Stokes através da decomposição de velocidades. Edmund *et al.* (2013) desenvolvem o método e o aplicam em problemas de escoamento simétrico em relação ao eixo de incidência. A técnica é aplicada para escoamento laminar bidimensional sobre um aerofólio simétrico e um cilindro circular e para escoamento turbulento sobre um corpo de revolução delgado.

Nos artigos de Rosemurgy *et al.* (2012, 2016), a abordagem de Edmund *et al.* (2013) é estendida para problemas em aerodinâmica com sustentação. Rosemurgy *et al.* (2012) identificaram que, em um cálculo preliminar, os resultados referentes ao coeficiente de sustentação fornecido através do escoamento *viscous potential* é consideravelmente elevado quando comparado ao previsto pelo problema de Navier-Stokes. Segundo Rosemurgy *et al.* (2016), a causa desse cálculo preliminar se deve ao fato do escoamento *viscous potential* satisfazer a condição de Kutta potencial, resultando numa circulação ligada ao corpo que corresponde a um coeficiente de sustentação maior. A principal contribuição do trabalho desses autores é a formulação para o escoamento *viscous potential* com sustentação.

1.3 Justificativa

Em função do nível de complexidade das simulações em CFD, nota-se considerável dificuldade em alcançar a convergência dos resultados. Em parte por forte não linearidade no modelo matemático, má representação do modelo físico, complexidade da geometria dos corpos, principalmente quando aplicados à engenharia, mas principalmente na escolha da discretização computacional do domínio. No que diz a respeito às malhas, estas podem se distinguir através de suas estruturas, formas, divisões e dimensão. Dentre essas características, é justamente a necessidade de grandes dimensões para representação física do problema de escoamento externo que torna algumas análises em aerodinâmica, utilizando a CFD, inconvenientes. No entanto, métodos de interação viscosa/não-viscosa são desenvolvidos para auxiliar o modelo viscoso a determinar a solução do escoamento de maneira mais eficaz.

No trabalho de Edmund (2012) a interação viscosa/não-viscosa é feita a partir da técnica de decomposição de velocidades de Helmholtz em domínio computacional reduzido. Os resultados apresentados mostram que a solução do escoamento *viscous potential* satisfaz as equações RANS em todo domínio. Esses resultados serviram de motivação para a presente proposta. Parte da técnica empregada por Edmund consiste em realizar uma integração numérica da componente vortical da velocidade ao longo de linhas normais ao corpo abrangendo toda a região do domínio reduzido. Porém, a implementação numérica dessa técnica foi relativamente complexa de ser compreendida. Desse modo, o presente trabalho adotou uma metodologia diferente. Ao invés de utilizar a decomposição de velocidades, a proposta da Metodologia de Acoplamento Dinâmico é apresentada como alternativa para resolver as equações RANS em domínio reduzido através da solução de um escoamento potencial-viscoso.

1.4 Objetivos

O principal objetivo desse trabalho é desenvolver uma Metodologia de Acoplamento Dinâmico para redução do domínio computacional em problemas de escoamento externo. A procura de aumentar a eficiência computacional das análises em CFD que simulam escoamentos externos, a metodologia proposta nessa dissertação determina a solução de um escoamento potencial-viscoso que satisfaz as equações RANS sobre a fronteira do domínio reduzido. A solução do potencial-viscoso advém da modelagem numérica baseada no método dos painéis. Para isso, é desenvolvido um código que permite determinar, de modo iterativo, a solução das equações RANS apenas sobre a região onde o escoamento é rotacional. Parte dos objetivos deste trabalho consiste também em apresentar a solução das equações RANS sobre o domínio reduzido utilizando a Metodologia de Acoplamento Dinâmico (MAD). Os testes são restritos a escoamentos bidimensionais, em regime permanente e incompressível sobre o perfil NACA0012 com ângulo de ataque nulo, e apenas em testes do escoamento potencial é estudado o escoamento sobre o cilindro circular e perfil NACA0012.

1.5 Delineamento do Trabalho

O presente trabalho é dividido em sete capítulos. Na sequência, o Capítulo 2 aborda os principais conceitos e formulações do escoamento potencial incompressível. Nesse capítulo são revisadas as equações governantes para produzir os escoamentos elementares. É apresentada de maneira sucinta a formulação do potencial de velocidade devido a uma distribuição constante de singularidades, e as condições de contorno típicas. Por fim, é introduzido o conceito e a formulação geral do potencial de velocidades através da modelagem numérica do método dos Painéis.

No Capítulo 3, são abordadas as características e a formulação teórica sobre o escoamento viscoso incompressível através das equações da continuidade e de Navier-Stokes (NS). É discutido como os efeitos da turbulência afetam as equações de NS produzindo as equações RANS e, de maneira sucinta, como é feita a modelagem dos tensores de Reynolds que surgem em meio às transformações das equações de NS para RANS. Por fim é feita uma análise sobre as condições de contorno convencionais para solução das equações RANS em problemas de escoamento externo.

O Capítulo 4 aborda as características e a formulação teórica da Metodologia de Acoplamento Dinâmico (MAD) que é proposta neste trabalho. A MAD consiste na solução de um campo potencial-viscoso para satisfazer as equações RANS sobre a fronteira de um domínio reduzido. A formulação teórica para o campo potencial-viscoso é feita com base na modelagem numérica do método dos Painéis. Os campos de velocidades são desenvolvidos de maneira sucinta para aplicação das condições de contorno do escoamento sobre um domínio reduzido.

O Capítulo 5, consiste na implementação numérica da MAD. Este capítulo é dividido em três seções. A primeira discute a modelagem numérica do escoamento potencial-viscoso de maneira mais detalhada com base na formulação teórica do capítulo 2 e 4. Frente a umas das condições de contorno da MAD, é discutido a questão do mal condicionamento do sistema. Em seguida, segue como o mal condicionamento pode ser superado por meio da parametrização das distribuições de fontes e pelo emprego de um algoritmo de otimização global. A segunda seção trata do desenvolvimento da solução das equações RANS sobre um

domínio reduzido, levando em conta a forma e dimensão do domínio, os parâmetros de discretização computacional, regime e condições de contorno do escoamento. Por fim, a terceira secção descreve de forma sucinta a sistemática iterativa da MAD.

No Capítulo 6, são apresentados os resultados de testes realizados para os escoamentos potencial, viscoso e potencial-viscoso. Os resultados do escoamento potencial são apresentados em duas situações: escoamento potencial puro e perturbado. A solução do escoamento viscoso é proveniente do software CFX®. Nos testes preliminares do escoamento potencial-viscoso, é discutido o método de otimização global CRSA para buscar a solução do escoamento potencial-viscoso. Por fim, são apresentados os resultados referentes à solução da MAD sobre domínio reduzido, seguida da discussão dos mesmos.

Por fim, o Capítulo 7 apresenta as conclusões com base no desenvolvimento do trabalho e as sugestões para trabalhos futuros.

As principais Referências Bibliográficas utilizadas para o desenvolvimento da proposta da Metodologia de Acoplamento Dinâmico se encontram no final do texto.

Capítulo 2

Escoamento Potencial Incompressível

Este capítulo aborda as formulações matemáticas básicas quanto à descrição do escoamento potencial incompressível. A formulação do escoamento potencial é característica de um conjunto de funções que satisfazem a equação de Laplace. Nesta dissertação, a modelagem é feita para escoamentos potenciais bidimensionais e permanentes. Nesses casos, a cinemática do escoamento fica desacoplada da dinâmica (equação de Bernoulli). Sendo assim, apenas as equações governantes para o campo de velocidades do escoamento potencial serão apresentadas juntamente com suas condições de contorno típicas.

2.1 Equações Governantes

A descrição sobre o escoamento potencial e incompressível consiste em analisar o escoamento de um fluido não viscoso e irrotacional. Nesse caso, a teoria potencial permite descrever o campo de velocidades \vec{v} como o gradiente de uma função escalar Φ , chamada de potencial de velocidades, expresso como:

$$\vec{v} = \vec{\nabla}\Phi. \tag{2.1}$$

2.1 Equações Governantes

Em um escoamento incompressível, o elemento fluído de massa fixa que se move sobre uma linha de corrente não sofre alteração do seu volume, de maneira que o divergente do campo de velocidades é nulo:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0. \quad (2.2)$$

Se o elemento de fluido não possui movimento de rotação enquanto translada ao longo de uma linha de corrente, o escoamento é denominado irrotacional, de maneira que o rotacional do campo de velocidades é nulo:

$$\vec{\nabla} \times \vec{v} = 0. \quad (2.3)$$

Por outro lado, o escoamento é dito rotacional quando o elemento de fluido possui movimento de rotação com relação ao próprio eixo. A medida de rotação do elemento fluido é determinada pela vorticidade. A vorticidade está diretamente relacionada aos efeitos da viscosidade do fluido. Não é difícil verificar que um escoamento irrotacional e incompressível não fica sujeito a efeitos viscosos (caso de fluido newtoniano com viscosidade constante).

A descrição do escoamento potencial permite simular a partir de um fluido ideal a influência de um corpo sobre um escoamento incidente, por exemplo. O uso do método potencial de velocidades traz consideráveis vantagens por ser governado por equações diferenciais parciais lineares, cujo conjunto de soluções satisfaz a equação de Laplace. Isso é verificado aplicando o divergente sobre o campo de velocidades em (2.1) de maneira a satisfazer a propriedade de incompressibilidade dada pela equação (2.2). Logo:

$$\nabla^2 \Phi = 0. \quad (2.4)$$

Qualquer conjunto de soluções particulares da equação (2.4) pode ser combinado linearmente para obter outra solução (princípio da superposição linear). Isso torna possível que escoamentos potenciais possam ser associados a uma série de escoamentos elementares que também compartilham da propriedade de incompressibilidade e irrotacionalidade em particular.

2.2 Escoamentos Elementares

Os escoamentos elementares são formados por padrões simples distinguíveis nos escoamentos da natureza. Esses podem ser combinados gerando padrões de escoamentos mais complexos. A Figura 2.1 ilustra um ponto i no escoamento cujo potencial de velocidades é induzido por um escoamento uniforme, uma fonte e um vórtice concentrado.

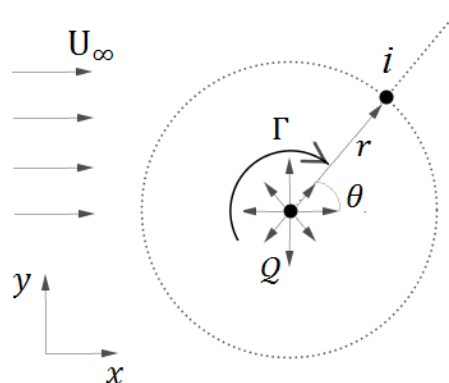


Figura 2.1 – Superposição de uma fonte, um vórtice e o escoamento incidente sobre um ponto (i).

Escoamento uniforme: o escoamento incidente, ou não perturbado, é um escoamento elementar sobre uma região do domínio fluido onde um corpo não exerce influência. Considerando um escoamento ao longo do eixo x com velocidades $u = U_\infty$ e $v = 0$, determina-se através da equação (2.1) que o potencial de velocidades para o escoamento uniforme é:

$$\Phi_\infty = U_\infty x. \quad (2.5)$$

Em problemas de aerodinâmica, esse escoamento pode ser identificado como escoamento incidente. Para problemas de corpos simétricos com sustentação, o escoamento incidente deve apresentar um ângulo de incidência α com relação ao eixo simetria do corpo. Em se tratando de escoamentos externos, a escala de velocidade adotada no número de Reynolds é referente ao do escoamento incidente. A indução de um conjunto de singularidades (fontes, sumidouros, vórtices ou dipolos) sobre o escoamento incidente é capaz de produzir, dentro das devidas limitações, o escoamento descrito pelas linhas de corrente que contornam um corpo.

Fontes e sumidouros: quando o escoamento parte de uma origem, e se desenvolve apenas na direção radial, este é classificado como uma fonte ou sumidouro, e pode ser representado por meio de certa singularidade. O que diferencia essa singularidade é o sentido do escoamento, sendo centrífugo para uma fonte e centrípeto para um sumidouro. Vale ressaltar que a partir dessa singularidade não é induzida qualquer componente angular de velocidade no domínio potencial. A aplicação da equação de Laplace (2.4) em coordenadas polares, juntamente com a equação da continuidade aplicada a uma fronteira, permite determinar que um potencial de velocidades de uma fonte Φ_f , ou sumidouro $\Phi_s = -\Phi_f$, é dado por:

$$\Phi_f = \frac{1}{2\pi} Q \ln r, \quad (2.6)$$

onde Q é a intensidade ou vazão da fonte ou sumidouro, e r a magnitude do vetor posição do ponto i em relação à localização da singularidade (Figura 2.1). Nas análises bidimensionais, a intensidade das singularidades do tipo fonte ou sumidouro representam fisicamente a vazão volumétrica por unidade de comprimento associada ao escoamento.

Vórtices: para um escoamento cujo movimento de translação é puramente circular, emprega-se uma singularidade de vórtice potencial como escoamento elementar. O vórtice potencial, diferente das fontes e sumidouros, induz no escoamento velocidades apenas na direção angular. A grandeza física que intensifica a indução de velocidade por vórtices no escoamento é a circulação. Logo, a circulação é uma medida associada à intensidade de um vórtice. A aplicação da equação Laplace (2.4) em coordenadas polares, juntamente com o cálculo da circulação sobre uma fronteira, permite determinar que o potencial de velocidades de um vórtice Φ_v é dado por:

$$\Phi_v = -\frac{1}{2\pi} \Gamma \theta, \quad (2.7)$$

onde Γ é a intensidade do vórtice, ou circulação, e θ é a posição angular. A equação (2.7), da maneira como está escrita, representa um potencial de um vórtice horário concentrado de intensidade Γ .

2.3 Potencial de Velocidades Devido Distribuições de Singularidades

Como os escoamentos elementares fazem parte do conjunto de soluções da equação de Laplace, então eles podem ser combinados, ou sobrepostos, de maneira a produzirem outros tipos de escoamentos. Alguns desses escoamentos podem ser associados a um escoamento sobre um corpo de geometria específica.

Uma das superposições de escoamentos mais influentes é aquela que produz um dipolo. Um dipolo consiste na superposição limite de uma fonte e um sumidouro alinhados sobre um eixo de modo a manter constante o produto entre a intensidade e distância entre eles. A utilização de estruturas do tipo dipolo é essencial para descrição do escoamento potencial em três dimensões. Em problemas bidimensionais, a efeito do dipolo pode ser substituído por o de um vórtice. Outra superposição de escoamentos elementar importante é aquela que produz o escoamento sobre a geometria de um cilindro circular. Essa se deve a sobreposição de um dipolo com um escoamento incidente. Como o modelo apresentado nesta dissertação trata de escoamentos bidimensionais, serão utilizados vórtices para induzir velocidade angular no escoamento e, portanto, o potencial de um dipolo não será apresentado.

Em problemas de engenharia, geralmente as geometrias são mais complexas, envolvendo aerofólios, componentes de máquinas de fluxo, automóveis, aeronaves, e até navios. Dessa forma, o escoamento não pode ser reproduzido apenas com sobreposições de singularidades concentradas ou distribuídas unicamente. Existe a superposição de escoamentos elementares para produzir o escoamento sobre um corpo de geometria arbitrária, porém a solução é determinada através da modelagem numérica devido à natureza dos métodos.

Neste trabalho, a base da modelagem do escoamento potencial será apresentada mais adiante através de um método numérico conhecido como método dos painéis.

2.3 Potencial de Velocidades Devido Distribuições de Singularidades

Analisando o potencial de velocidades para as singularidades já apresentadas, é possível que, para qualquer escoamento elementar, o potencial de velocidades em geral possa

2.4 Condições de Contorno Típicas

ser descrito como o produto da intensidade φ de uma singularidade com um potencial de velocidades unitário ϕ referente à mesma.

$$\Phi = \varphi(s) \phi(r, \theta). \quad (2.8)$$

Na equação (2.8) a intensidade está descrita explicitamente em função da coordenada referente ao contorno do corpo s , e o potencial de velocidades unitário em termos das coordenadas polares r e θ .

Quando se trata de uma distribuição de singularidades sobre o corpo, é possível descrever a intensidade como a soma da densidade $\sigma = \sigma(s)$ ao longo do mesmo. Sendo assim, a equação (2.8) pode ser reescrita como:

$$\Phi = \int \sigma(s) \phi(r, \theta) ds. \quad (2.9)$$

onde $\phi_\sigma(r, \theta)$ é o potencial unitário referente à singularidade que assume densidade σ . Conforme equações (2.6) e (2.7) é possível determinar que o potencial unitário de fontes ou sumidouros é $\phi_q(r) = \frac{1}{2\pi} \ln r$, e que o potencial unitário de vórtices é $\phi_\gamma(\theta) = \frac{1}{2\pi} \theta$.

A função de distribuição $\sigma(s)$ que descreve a densidade das singularidades pode assumir constantes, funções lineares, ou de ordem superior. Neste trabalho, para as densidades de fontes constantes σ assume q , e para as densidades de vórtices constantes σ assume γ . Atribuindo uma distribuição de densidade constante, o potencial de velocidades pode ser escrito como:

$$\Phi = \sigma \int \phi_\sigma(r, \theta) ds. \quad (2.10)$$

2.4 Condições de Contorno Típicas

A superposição do escoamento incidente com as singularidades distribuídas sobre o corpo e na esteira se for o caso, fornece uma solução que faz parte do conjunto de soluções da equação de Laplace. Essa solução só é única satisfazendo pelo menos duas condições de contorno, uma sobre o corpo e outra no infinito. No contexto do escoamento potencial, a condição de escorregamento nulo não é satisfeita em uma fronteira sólida, uma vez que os

efeitos viscosos são negligenciados. Por outro lado, a condição de impenetrabilidade (condição de Neumann) deve ser imposta. Essa condição requer que a distribuição normal de velocidades sobre o corpo seja nula. Considerando a equação (2.1):

$$\vec{\nabla}\Phi \cdot \hat{n}|_{\text{corpo}} = 0. \quad (2.11)$$

A segunda condição de contorno requer que a velocidade em um ponto bem distante do corpo tenda ao valor da velocidade incidente, isto é,

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \vec{\nabla}\Phi = \vec{U}_{\infty}. \quad (2.12)$$

Para tanto, também se pode declarar a condição de contorno de Dirichlet, que impõe que o potencial de velocidades no interior da fronteira sólida seja constante, em outras palavras, que a velocidade dentro do corpo seja nula.

De acordo com a singularidade e sua função de distribuição, pode-se utilizar a condição de Neumann e Dirichlet ou uma combinação entre as duas. Observando que ambas condições de contorno são impostas sobre o corpo, satisfazê-las analiticamente sobre fronteiras de geometrias complexas pode ser uma tarefa desafiadora. Sendo assim, o problema deve ser modelado numericamente. Nesta dissertação, a modelagem numérica do escoamento potencial é feita através do método dos painéis (Katz e Plotkin, 1991), de maneira que as condições de contorno sejam satisfeitas em pontos discretizados ao longo da fronteira do corpo.

2.5 Método dos Painéis

Diversos métodos numéricos podem ser aplicados para a solução do escoamento potencial sobre um corpo de geometria arbitrária. Dentre eles se destacam os métodos de elementos finitos, métodos de diferenças finitas, método de volumes finitos e métodos de elementos de contorno. Em uma descrição alternativa dos métodos de elementos de contorno, destaca-se o método dos painéis. O método dos painéis se destaca pela sua ampla aplicação na aerodinâmica de escoamentos potenciais sobre corpos rombudos e esbeltos.

2.5 Método dos Painéis

O método dos painéis é um método numérico que traz consigo a necessidade de discretização do corpo, e também se estendendo além da esteira que pode se formar à jusante do corpo. Em relação aos métodos de elementos finitos, volumes finitos e diferenças finitas, o método dos painéis apresenta grande vantagem pela sua simplicidade, pois requer discretização apenas do contorno (ou corpo, em geral). Isso torna o método extremamente eficiente para os níveis de tecnologia de processamento computacional da atualidade.

Na abordagem de escoamentos bidimensionais, uma técnica simples do método dos painéis consiste em discretizar o corpo através de segmentos retos que interligam pontos pertencentes ao contorno real do corpo. O mesmo vale para representar a esteira. Esse tipo de discretização é chamada de discretização por painéis retos, e é muito bem utilizada devido sua simplicidade na implementação. A Figura 2.2 esquematiza a técnica de discretização do método dos painéis por painéis retos em um aerofólio e na esteira.

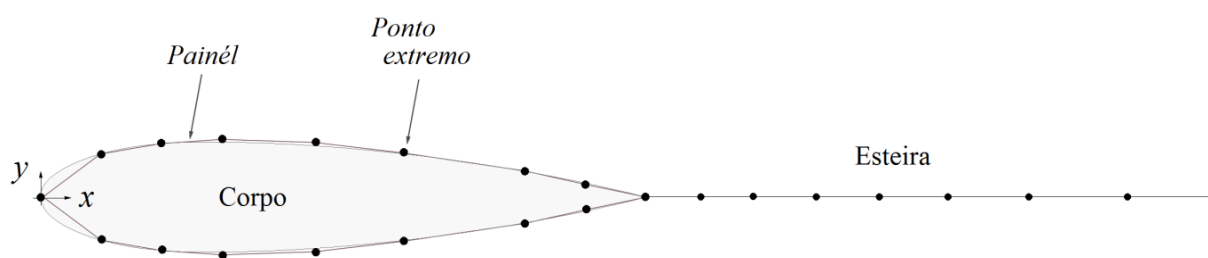


Figura 2.2 - Esquema de discretização de um aerofólio e esteira por painéis retos.

Na descrição por painéis retos, os painéis são formados por segmentos cujos pontos extremos pertencem ao contorno real do corpo. Com o desenvolvimento da técnica, é possível incluir o efeito de curvatura do corpo sobre os painéis, conforme é detalhado no trabalho de Lewis (1991).

Junto à discretização geométrica, o método dos painéis consiste também em distribuir singularidades sobre as superfícies ou segmentos que representam o corpo e também na esteira, quando for o caso. As singularidades podem ser empregadas de maneira concentrada ou distribuída, sendo que a última está relacionada à densidade das singularidades. Independentes de quais singularidades forem atribuídas, tais como fontes, vórtices ou dipolos, a solução do problema se reduz a calcular as densidades das mesmas a partir das condições de

2.5 Método dos Painéis

contorno do escoamento potencial. A mesma lógica vale para aplicação de singularidades concentradas.

Trabalhos como os de Martensen (1959) e Hess e Smith (1967), desenvolvem métodos potenciais para aplicações em aerodinâmica, que se diferenciam principalmente pela escolha das singularidades, funções de distribuição e condições de contorno. No entanto, todos podem ser derivados da formulação descrita pela equação (2.10).

No método dos painéis, o potencial total sobre um ponto i (ver Figura 2.3), é a soma de todos os potenciais referentes às singularidades distribuídas em cada painel (j), incluindo o escoamento incidente. Sendo assim, de maneira geral, o potencial total sobre o ponto i , Φ_i , pode ser formulado como:

$$\Phi_i = \Phi_\infty + \sum_\sigma \sum_{j=1}^{\text{NP}} \sigma_j \int \phi_{\sigma ij}(r, \theta) dx_j^* \quad (2.13)$$

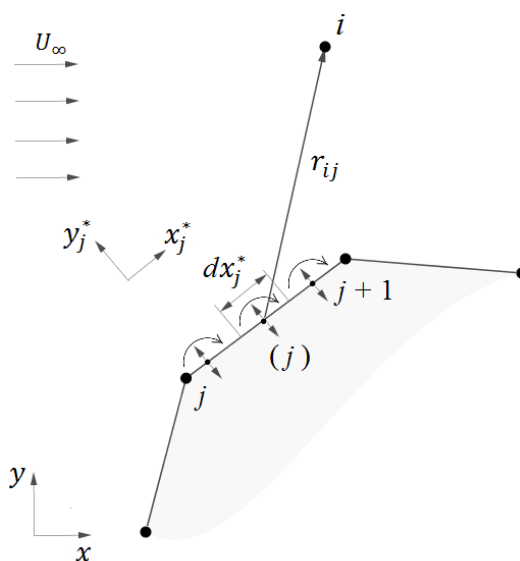


Figura 2.3 Distribuição de singularidades sobre um painel (j).

No membro direito da equação (2.13), Φ_∞ simboliza o potencial de velocidades do escoamento incidente. Quanto ao segundo termo, a parcela externa da soma se refere aos tipos de singularidades que assumem densidade σ , sejam para fontes, vórtices ou dipolos. Já a soma interna simboliza a influência das distribuições de singularidades com densidades constantes σ_j por cada painel (j) sobre o potencial no ponto i . O limite superior da soma interna, cuja

2.5 Método dos Painéis

abreviatura é NP, se refere ao número de painéis utilizados para discretizar o corpo ou a esteira.

Atribuindo as singularidades ao potencial em (2.13), e seus respectivos potenciais unitários, a expressão descreve qualquer potencial de velocidades induzido pelas distribuições de fontes, vórtices ou dipolos no corpo, superpostas com o escoamento incidente. O que diferencia as implementações do método de painéis é justamente a escolha de quais singularidades empregarem para representar a influência do corpo sobre o escoamento. A escolha das estruturas adequadas permite que o modelo potencial forneça uma boa descrição do escoamento sobre uma região onde os efeitos viscosos são desprezíveis. Quando se deseja analisar as regiões onde a viscosidade predomina, o modelo potencial se torna incapaz de prever a configuração do escoamento e os fenômenos envolvidos, principalmente nas regiões próximas à parede do corpo. Neste trabalho, a modelagem do escoamento que envolve os efeitos da viscosidade, inclusive turbulência, é dada pelas equações de Navier-Stokes com Médias de Reynolds (RANS).

Capítulo 3

Escoamento Viscoso Incompressível

Este capítulo aborda as formulações básicas quanto à descrição do escoamento viscoso, regido pelas equações de Navier-Stokes. A formulação do escoamento viscoso em regime turbulento é governada pelas equações de Navier-Stokes com Médias de Reynolds (RANS), de maneira que uma breve análise sobre a modelagem da turbulência será discutida. O escoamento viscoso incompressível pode ser representado apenas em termos do campo de velocidades e pressão juntamente com suas condições de contorno convencionais aplicadas a um domínio extenso.

3.1 Equações de Navier-Stokes (NS)

As equações governantes dos escoamentos de fluidos são determinadas a partir das equações de conservação da massa, quantidade de movimento e energia. As equações governantes da quantidade de movimento para um fluido newtoniano foram apresentadas por Claude Louis Marie Henri Navier em 1822 e, de maneira independente, por George Gabriel Stokes em 1845, ficando então conhecidas como as equações de Navier-Stokes (NS). As equações de NS (3.2) são formuladas em termos de equações diferenciais parciais não lineares de segunda ordem e incluem o efeito da viscosidade do fluido.

3.2 Equações de Navier-Stokes com Média de Reynolds (RANS)

O efeito da viscosidade do fluido provoca o cisalhamento em determinadas regiões do escoamento. O efeito do cisalhamento, por sua vez, causa o movimento de rotação no escoamento sobre a região de maior influência viscosa, que se localiza próxima ou sobre o corpo. A medida de rotação média dessas regiões é dada pela vorticidade, fazendo com que o escoamento seja rotacional.

Para escoamentos laminar e incompressível, a solução pode ser determinada a partir de dois conjuntos de equações diferenciais vetoriais.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0, \quad (3.1)$$

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} \vec{v} + \rho (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} = -\vec{\nabla} p^* + \mu \nabla^2 \vec{v}, \quad (3.2)$$

onde ρ é a massa específica do fluido, \vec{v} o vetor velocidade, p^* é a pressão estática acrescida do termo $\rho g z$ e μ a viscosidade dinâmica. Os termos não-lineares da equação (3.2) estão associados ao fluxo de quantidade de movimento, enquanto que os termos de segunda ordem estão associados aos efeitos viscosos. As equações de NS constituem a formulação base para as análises em CFD, porém não incluem os efeitos de turbulência.

3.2 Equações de Navier-Stokes com Médias de Reynolds (RANS)

As equações de NS com as médias de Reynolds, ou equações RANS, são utilizadas para modelagem de escoamentos turbulentos. Nas equações RANS todas as variáveis dependentes, sejam escalares ou vetoriais, podem ser descritas em termos de médias temporais somadas às flutuações, de maneira que, para os campos de velocidade e pressão, escreve-se respectivamente:

$$\vec{v} = \overline{\vec{v}} + \vec{v}', \quad (3.3)$$

$$p = \overline{p} + p'. \quad (3.4)$$

3.3 Modelagem da Turbulência

onde o primeiro termo do membro direito das equações (3.3) e (3.4) correspondem à média, e o segundo termo corresponde às flutuações no tempo. Substituindo as equações (3.3) e (3.4) nas equações (3.1) e (3.2), e sabendo que, por definição a média da média é igual à própria média, e que a média das flutuações é igual a zero, conclui-se que:

$$\vec{\bar{v}} \cdot \vec{\bar{v}} = 0, \quad (3.5)$$

$$\rho \frac{\partial \vec{\bar{v}}}{\partial t} + \rho (\vec{\bar{v}} \cdot \nabla) \vec{\bar{v}} = -\vec{\bar{p}}^* + \nabla \cdot \left[\mu \left(\nabla \vec{\bar{v}} + \nabla \vec{\bar{v}}^T \right) - \rho \overline{\vec{v}'\vec{v}'} \right], \quad (3.6)$$

Nota-se que a equação da continuidade em (3.5) apresenta a mesma forma em (3.1). Por outro lado, as equações da quantidade de movimento apresentam praticamente a mesma forma, com adição do efeito das chamadas tensões de Reynolds $-\rho \overline{\vec{v}'\vec{v}'}$ que surgem da média dos componentes flutuantes quando aplicada ao termo convectivo das equações de NS.

3.3 Modelagem da Turbulência

Na equação (3.6), as tensões de Reynolds se acrescentam às tensões viscosas. As tensões de Reynolds representam a transferência de quantidade de movimento devido à turbulência, e a hipótese de Boussinesq é utilizada para expressá-las utilizando um modelo de viscosidade turbulenta conforme equação (3.7).

$$-\rho \overline{\vec{v}'\vec{v}'} = \mu_t \left(\nabla \vec{\bar{v}} + \nabla \vec{\bar{v}}^T \right) - \frac{2}{3} \rho k \vec{\bar{I}}, \quad (3.7)$$

Nesse modelo, μ_t é a viscosidade turbulenta, $k = 0,5 \text{ tr}(\overline{\vec{v}'\vec{v}'})$ é a energia cinética turbulenta, e $\vec{\bar{I}}$ é o tensor identidade.

A hipótese de Boussinesq é utilizada nos modelos de turbulência de Spalart-Allmaras, $k-\varepsilon$, $k-\omega$, entre outros. Esses modelos atribuem equações de transporte para as variáveis que caracterizam a turbulência, como viscosidade turbulenta, energia cinética turbulenta e taxas de dissipação. O modelo de Spalart-Allmaras é constituído de apenas uma

equação de transporte para a viscosidade turbulenta. Já os modelos $k-\varepsilon$ e $k-\omega$, trabalham com duas equações de transporte, de maneira que a viscosidade turbulenta é obtida por meio da energia cinética turbulenta, k , da taxa de dissipação turbulenta, ε , e da taxa de dissipação específica, ω . Substituindo a expressão (3.7) na equação (3.6), é obtida a equação (3.8), onde a energia cinética turbulenta é incluída no termo de pressão.

$$\rho \frac{\partial \bar{\vec{v}}}{\partial t} + \rho (\bar{\vec{v}} \cdot \bar{\vec{\nabla}}) \bar{\vec{v}} = -\bar{\vec{\nabla}} \bar{p}^* + \bar{\vec{v}} \cdot \left[(\mu + \mu_t) (\bar{\vec{\nabla}} \bar{\vec{v}} + \bar{\vec{\nabla}} \bar{\vec{v}}^T) \right] \quad (3.8)$$

Ao longo desta dissertação, as equações (3.5) e (3.8) serão referidas como as equações RANS. O *solver* utilizado neste trabalho (CFX®) emprega as equações RANS com modelo de turbulência que pode ser especificado pelo usuário. Em casos laminares, o modelo de turbulência pode ser desativado, essencialmente removendo a viscosidade turbulenta das equações RANS, reduzindo às equações de NS (3.2).

3.4 Condições de Contorno RANS Convencionais em Problemas de Escoamento Externo

Para a solução das equações RANS, além de se estabelecer o modelo de turbulência, pelo menos três condições de contorno devem ser impostas, sendo (Figura 3.1): a condição de parede ou escorregamento nulo (corpo), condição de escoamento não-perturbado (*inlet* e *farfield*), e condição de saída (*outlet*).

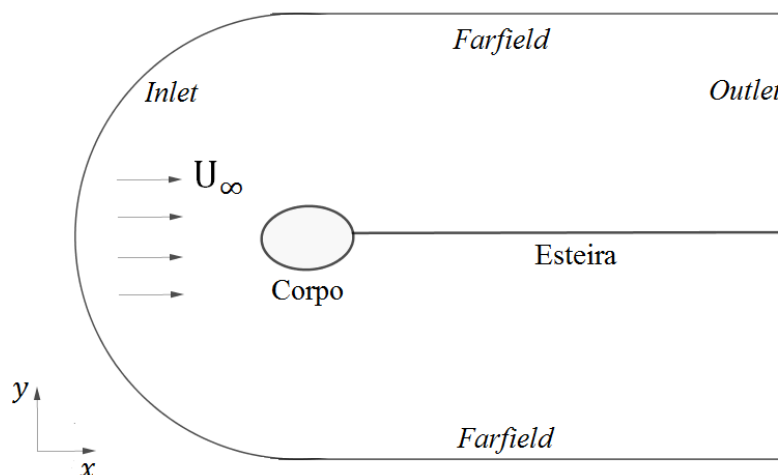


Figura 3.1 – Regiões do domínio de discretização das equações RANS.

Característico do escoamento viscoso, a condição de escorregamento nulo é verificada sobre a superfície do corpo, e pode ser descrita conforme a equação (3.9).

$$\vec{v}|_{\text{corpo}} = \vec{0}. \quad (3.9)$$

Há partes da fronteira do domínio do escoamento onde a presença do corpo não exerce influência sobre o escoamento incidente. Essas partes correspondem às regiões do escoamento não-perturbado (*inlet* e *farfield*, Figura 3.1). Elas devem se localizar o mais distante possível do corpo, de maneira que, o campo de velocidades sobre a fronteira atinja o valor da velocidade do escoamento incidente, isto é,

$$\vec{v}|_{\text{inlet e farfield}} = \vec{U}_{\infty}. \quad (3.10)$$

A pressão na região de saída (*outlet*) é definida como a pressão de referência, e pode assumir valor nulo.

Capítulo 4

Metodologia de Acoplamento Dinâmico

Este capítulo apresenta a definição da Metodologia de Acoplamento Dinâmico (MAD) sobre a perspectiva dos métodos de interação viscosa/não-viscosa. O modelo numérico para o escoamento potencial-viscoso é formulado com base no método dos painéis através de distribuições constantes de fontes e vórtices sobre o corpo, e apenas fontes sobre a esteira. As condições de contorno são aplicadas aos campos de velocidades de maneira a satisfazer a condição de Bernoulli sobre a fronteira de um domínio reduzido, e a de Dirichlet no corpo. O presente capítulo finaliza indicando o problema de mal condicionamento da MAD.

4.1 Sobre a Metodologia de Acoplamento Dinâmico (MAD)

Em princípio, a Metodologia de Acoplamento Dinâmico (MAD) deverá fazer parte de uma classe de estudos sobre escoamentos externos que empregam métodos conhecidos como métodos de interação viscosa/não-viscosa. Além do uso tradicional em modelos de camada limite, esses métodos são empregados para acelerar o processo de solução das análises em CFD. Em suma, eles consistem em acoplar um método potencial com as equações do modelo viscoso (NS ou RANS). O acoplamento permite determinar de maneira iterativa um campo potencial-viscoso que satisfaça as equações de NS ou RANS sobre alguma região do domínio.

4.1 Sobre a Metodologia de Acoplamento Dinâmico (MAD)

A metodologia de acoplamento pode ser desenvolvida por métodos puramente cinemáticos e/ou dinâmicos. Os Métodos de Acoplamento Cinemático (MAC) baseam-se na decomposição de velocidades de Helmholtz em que o campo de velocidades é escrito em termos da soma de um componente potencial e um rotacional. Essa técnica é investigada e desenvolvida nos artigos de Morino et al. (1999), Joseph (2006), Shatalov *et al.* (2007), estendendo-se à decomposição de domínios apresentada por Quartenori *et al.* (1991). A decomposição de domínios juntamente com a técnica de decomposição de velocidades, permite reduzir o domínio de maneira a contemplar apenas a região de escoamento rotacional. O desenvolvimento de uma metodologia envolvendo a técnica de decomposição de velocidades sobre um domínio reduzido é apresentada no trabalho de Edmond (2012) e Rosemurgy *et al.* (2016).

Quando o método de iteração potencial-viscoso envolve uma Metodologia de Acoplamento Dinâmico (MAD), a solução é determinada através da simplificação das equações de NS sobre a fronteira de um domínio onde o escoamento é potencial, reduzindo-a à formulação de Bernoulli. Em alguns casos, o método de iteração potencial-viscoso pode contemplar ambas metodologias simultaneamente. O artigo apresentado por Shatalov e Hafez (2003) aborda um método que utiliza tanto a decomposição de velocidades para resolver a região do escoamento rotacional, quanto à equação de Bernoulli. Nesse artigo a equação de Bernoulli é modificada incluindo um termo que simula o efeito da viscosidade.

Uma Metodologia de Acoplamento Dinâmico é proposta nesta dissertação como alternativa para resolver as equações RANS sobre a fronteira de um domínio reduzido. Tal domínio abrange apenas a região do escoamento rotacional. A Figura 4.1 ilustra o conceito da determinação de um escoamento potencial-viscoso sobre um domínio reduzido. A partir da superfície do corpo, tal domínio se limita a uma fronteira onde os efeitos da viscosidade são desprezíveis. Nesta fronteira, o escoamento é praticamente potencial, e pode ser usado como condição de contorno para as equações RANS. A distância δ é determinada de maneira que a equação de Bernoulli seja satisfeita na fronteira.

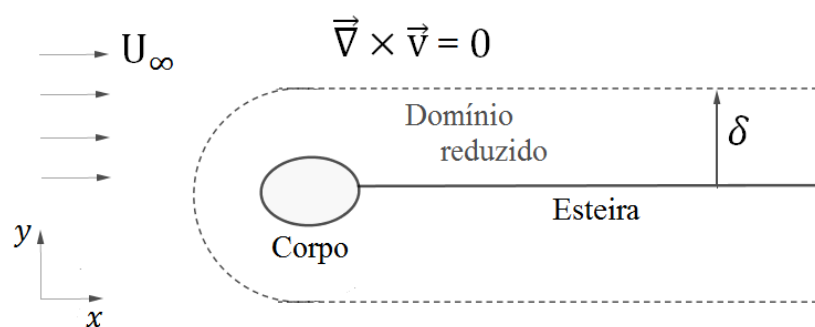


Figura 4.1 – Representação do escoamento sobre um domínio reduzido.

Na MAD, o escoamento vai sendo modificado sobre a fronteira do domínio reduzido, onde os efeitos viscosos podem ser negligenciados, para produzir uma solução potencial para um escoamento potencial-viscoso. Assim, uma nova solução para as equações RANS pode ser determinada em toda região do domínio, abrangendo apenas a região próxima ao corpo.

No contexto do escoamento potencial, a MAD envolve a discretização do corpo e a esteira com base no método dos painéis, juntamente com a fronteira de um domínio reduzido. A representação do escoamento é feita através da distribuição de singularidades com densidades constantes sobre o corpo e a esteira. A escolha das singularidades é feita de maneira que seja possível simular o deslocamento das linhas de corrente devido aos efeitos viscosos.

A discretização do corpo, esteira e fronteira do domínio reduzido permite montar o problema sobre sua forma numérica. A partir daí, a escolha das singularidades e as condições de contorno diferenciam os modelos que utilizam o método dos painéis. Pelas condições de contorno, o problema pode assumir formas em que a solução pode não ser determinada facilmente. Uma das condições de contorno impostas pela MAD, e que envolve a equação de Bernoulli, conforme está apresentado na Secção 4.3, conduz a um problema que, quando sistematizado, pode ser caracterizado como mal condicionado. Devido a isso, a escolha de um método numérico de soluções para a MAD representa um obstáculo para o desenvolvimento da proposta, uma vez que há chances da solução apresentar fortes inconsistências físicas que, do ponto de vista das condições de contorno, se manifestam principalmente sobre o corpo.

4.2 Modelo Numérico para a MAD

Com base no método dos painéis, a influência do corpo será atribuída às distribuições de fontes e vórtices com densidades constantes, e para esteira apenas fontes. No geral, a distribuição de fontes se deve ao fato da mesma introduzir um efeito de transpiração a partir da parede do corpo, possibilitando o deslocamento das linhas de corrente associadas ao escoamento viscoso.

Na MAD, a formulação do método dos painéis baseada na densidade de fontes (q) e vórtices (γ) é feita a partir da equação (2.13), isto é σ assume q e γ . Assim o potencial de velocidades sobre o ponto i é descrito como:

$$\Phi_i = \Phi_\infty + \sum_{j=1}^{NP} \left(q_j \int \phi_{f_{ij}} dx_j^* + \gamma_j \int \phi_{v_{ij}} dx_j^* \right) + \sum_{j=1}^{NP^w} q_j^w \int_w \phi_{f_{ij}} dx_j^*. \quad (4.1)$$

Referente ao membro direito da equação (4.1), o segundo termo representa a influência das distribuições de fontes (q_j) e vórtices (γ_j) sobre o corpo, discretizado em NP painéis. O terceiro termo é a contribuição das fontes distribuídas sobre a esteira, discretizada em NP^w painéis, cujo sobrescrito “w” indica *wake* (esteira).

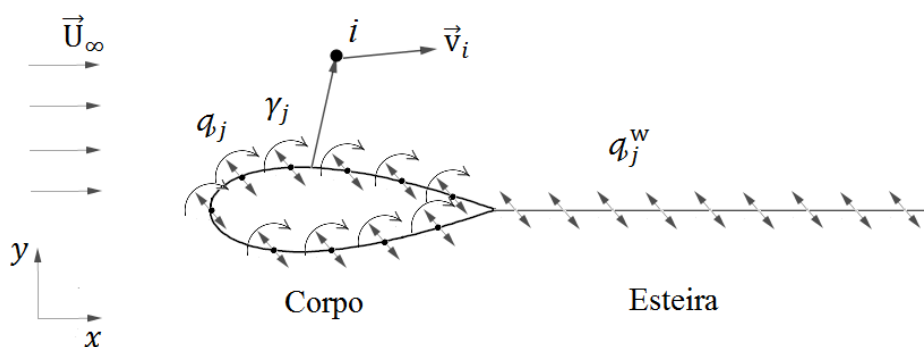


Figura 4.2 – Fontes e vórtices distribuídos sobre um aerofólio, e fontes distribuídas sobre a esteira.

As condições de Neumann e/ou Dirichlet podem ser impostas e satisfeitas sobre o domínio das equações de Laplace, uma vez que o gradiente do potencial de velocidades é descrito explicitamente em função do campo de velocidades. Sendo assim, as condições de contorno são convenientemente impostas através do campo de velocidades em determinado

4.2 Modelo Numérico para a MAD

domínio ou fronteira. O campo de velocidades potencial é descrito a partir da equação (4.1) aplicada à definição de (2.1) resultando em:

$$\vec{v}_i = \vec{U}_\infty + \sum_{j=1}^{\text{NP}} \left(q_j \int \vec{\nabla} \phi_{f_{ij}} dx_j^* + \gamma_j \int \vec{\nabla} \phi_{v_{ij}} dx_j^* \right) + \sum_{j=1}^{\text{NP}^w} q_j^w \int_w \vec{\nabla} \phi_{f_{ij}} dx_j^*. \quad (4.2)$$

As integrais que acompanham as densidades de fontes e vórtices para o corpo e para esteira, no contexto do método dos painéis assumem a forma das matrizes de influência. Essas integrais são resolvidas analiticamente uma vez que os potenciais unitários referentes às fontes e vórtices podem ser identificados nas equações (2.6) e (2.7). Para simplificar a notação, as integrais são condensadas e representadas como as matrizes de influência, acompanhada com suas devidas singularidades, isto é:

$$\vec{v}_i = \vec{U}_\infty + \sum_{j=1}^{\text{NP}} (q_j \vec{\mathbb{A}}_{ij} + \gamma_j \vec{\mathbb{M}}_{ij}) + \sum_{j=1}^{\text{NP}^w} q_j^w \vec{\mathbb{A}}_{ij}^w. \quad (4.3)$$

De maneira geral, as matrizes de influência do tipo \mathbb{A}_{ij} são as referentes ao potencial das fontes, e as \mathbb{M}_{ij} aos vórtices. Para descrição do campo de velocidades em termos cartesianos, é feita a decomposição da equação (4.3) de maneira que:

$$u_i = u_\infty + \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^{\text{NP}} (q_j \mathbb{A}_{x_{ij}} + \gamma_j \mathbb{M}_{x_{ij}}) + \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^{\text{NP}^w} q_j^w \mathbb{A}_{x_{ij}}^w \quad (4.4)$$

$$v_i = v_\infty + \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^{\text{NP}} (q_j \mathbb{A}_{y_{ij}} + \gamma_j \mathbb{M}_{y_{ij}}) + \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^{\text{NP}^w} q_j^w \mathbb{A}_{y_{ij}}^w \quad (4.5)$$

Em que u_i e v_i denotam as componentes cartesianas do vetor velocidade na direção x e y respectivamente. Para o escoamento não-perturbado sem ângulo de incidência, $u_\infty = U_\infty$ e $v_\infty = 0$. Nas matrizes de influência, um subscrito indica a direção em que se calcula a mesma.

Descritas dessa maneira, as equações (4.4) e (4.5) podem ser empregadas com relação às condições de contorno em qualquer região ou fronteira do domínio. Porém, sobre o corpo é conveniente aplicá-las sobre as velocidades tangenciais e normais ao corpo. Sendo assim, torna-se necessário também a descrição do campo de velocidades a partir das componentes tangencial, v_{t_i} , e normal, v_{n_i} , isto é:

4.3 Condições de Contorno Sobre um Domínio Reduzido

$$v_{t_i} = v_{t_\infty} + \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^{NP} (q_j \mathbb{A}_{t_{ij}} + \gamma_j \mathbb{M}_{t_{ij}}) + \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^{NP^w} q_j^w \mathbb{A}_{t_{ij}}^w \quad (4.6)$$

$$v_{n_i} = v_{n_\infty} + \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^{NP} (q_j \mathbb{A}_{n_{ij}} + \gamma_j \mathbb{M}_{n_{ij}}) + \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^{NP^w} q_j^w \mathbb{A}_{n_{ij}}^w \quad (4.7)$$

Para escoamento sem ângulo de incidência $v_{t_\infty} = U_\infty \cos \beta_i$ e $v_{n_\infty} = -U_\infty \sin \beta_i$ (ver figura 5.2). A MAD se baseia na descrição sobre os campos de velocidades conforme equações (4.4) e (4.5) para a fronteira do domínio reduzido, e equações (4.6) e (4.7) para condições de contorno sobre o corpo.

No geral, a partir das equações (4.6) e (4.7) derivam-se os métodos convencionais de aplicação dos métodos dos painéis baseados em distribuições constantes de fontes e vórtices. O que os diferenciam são a escolha das singularidades e as condições de contorno. Destaca-se o método apresentado no trabalho de Martensen (1959): ele serve de base para o desenvolvimento do método dos painéis para descrição do escoamento potencial em perfis aerodinâmicos utilizando apenas distribuições de vórtices. Martensen utilizou a condição de Dirichlet, impondo que a velocidade no interior do corpo seja nula. Destaca-se também o método apresentado por Hess e Smith (1967), que propõe uma alternativa ao uso do método dos painéis para descrição do escoamento potencial utilizando, principalmente, distribuições constantes de fontes. Uma melhoria no método dos painéis aplicando correção de curvatura sobre os painéis é detalhada no trabalho de Lewis (1991). Entretanto, todos esses métodos se formalizam integralmente impondo as devidas condições de contorno apropriadas a cada método.

4.3 Condições de Contorno Sobre um Domínio Reduzido

Em domínios extensos, a condição de escoamento livre sobre a fronteira fornece boas soluções para as equações RANS. Já em domínios reduzidos, a condição de escoamento não-perturbado fornece uma solução incorreta, uma vez que regiões próximas à parede do corpo produzem uma distribuição de velocidades variável ao longo da fronteira. Utilizando a MAD em domínios reduzidos, o campo de velocidades viscoso se reduz ao campo potencial sobre a fronteira, isto é:

$$\vec{v}|_{\text{inlet e farfield}} = \vec{v}\Phi^\delta. \quad (4.8)$$

4.3 Condições de Contorno Sobre um Domínio Reduzido

Segundo Eça e Hoekstra (2009), a aplicação da distribuição de velocidades potencial sobre a fronteira de domínios moderadamente reduzidos oferece melhorias sobre a solução das equações RANS. Essa melhoria é alcançada desde que a condição de contorno seja aplicada de maneira iterativa, produzindo um escoamento potencial-viscoso. A depender da precisão desejada, a aplicação do campo de velocidades potencial puro, isto é, sem qualquer iteração viscosa, não fornece bons resultados para as equações RANS sobre um domínio reduzido. Na MAD, a inclusão da distribuição de fontes sobre o corpo e esteira permite que o vínculo entre o escoamento potencial e viscoso seja estabelecido.

Complementando a condição de contorno dada por (4.8), imposta nos limites da fronteira do domínio reduzido onde o escoamento é praticamente potencial, esta pode ser descrita de maneira a satisfazer a equação de Bernoulli, explicitamente através do coeficiente de pressão.

$$v_i^2 \Big|_{\text{inlet e farfield}} = (u_i^\delta)^2 + (v_i^\delta)^2 = (1 - c_{p_i}^\delta) U_\infty^2, \quad (4.9)$$

onde c_{p_i} é o coeficiente de pressão e, u_i e v_i as componentes cartesianas da velocidade. Nota-se que a pressão de referência, p_∞ , é dada como nula, e o sobrescrito δ indica que as variáveis estão sendo calculadas sobre a fronteira do domínio reduzido. A condição de contorno em (4.9) requer inicialmente que o campo de velocidades potencial dado pelas componentes u_i^δ e v_i^δ satisfaça as equações RANS; e em seguida, através do campo de pressão viscoso, é possível fornecer um campo de velocidades potencial-viscoso.

Neste trabalho, a descrição do campo de velocidades potencial-viscoso da MAD se baseia no método potencial apresentado por Martensen (1959). É feita, porém, a introdução de fontes sobre o corpo e esteira, uma vez que elas permitem simular o deslocamento das linhas de corrente devido aos efeitos viscosos. Além da utilização de vórtices, a MAD também se baseia na condição de Dirichlet, conforme o método de Martensen, atribuindo à componente tangencial da velocidade induzida sobre o corpo o próprio valor da densidade dos vórtices, isto é:

$$v_{t_i} = \gamma_i \quad (4.10)$$

4.3 Condições de Contorno Sobre um Domínio Reduzido

Da condição de Dirichlet juntamente com a condição de Neumann, resulta que a velocidade total induzida no interior do corpo é nula. As regiões e as condições de contorno impostas sobre um domínio reduzido de acordo com a MAD são ilustradas na Figura 4.3.

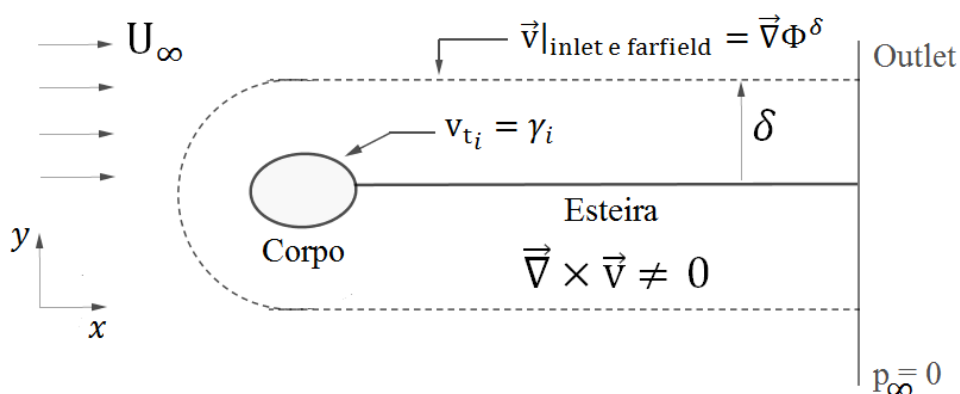


Figura 4.3 – Esquema sobre a aplicação das condições de contorno da MAD sobre domínio reduzido.

As condições (4.9) e (4.10) compõe a estrutura básica MAD sobre a solução do escoamento potencial-viscoso. Mas, devido à presença da não-linearidade da condição (4.9), e diante de alguns métodos de solução que podem ser adotados, o sistema resultante pode se tornar extremamente mal condicionado. Desta maneira, determinar as densidades das fontes e dos vórtices torna-se um desafio frente às ferramentas disponíveis para solução de sistemas de equações deste tipo. Esse mal condicionamento só foi revelado a partir da implementação numérica da MAD. Portanto, no próximo capítulo será discutido mais acerca do mal condicionamento da MAD e como ele pode ser tratado.

Capítulo 5

Implementação Numérica da MAD

O capítulo de implementação numérica da MAD é dividido em três secções. A primeira secção desenvolve a modelagem numérica do escoamento potencial-viscoso a partir do método dos painéis. Ainda na primeira secção, será exposto o mal condicionamento da MAD e a maneira como este trabalho buscou tratá-la (através da parametrização das fontes e utilizando um método de otimização global). A segunda secção do capítulo descreve os procedimentos para solução das equações RANS, discutindo as etapas de descrição geométrica, discretização do domínio, definição do regime e condições de contorno do escoamento. Por fim, a terceira secção aborda a sistemática iterativa da MAD entre as soluções do escoamento potencial-viscoso e das equações RANS sobre o domínio reduzido.

5.1 Modelagem Numérica do Escoamento Potencial-Viscoso

A MAD envolve a modelagem numérica para um escoamento potencial-viscoso sobre um domínio reduzido. Essa modelagem é desenvolvida com base no método dos painéis por meio de um algoritmo implementado em linguagem Fortran (*software* Microsoft® *Visual Studio* 2008) por apresentar excelente desempenho computacional. A implementação deste

algoritmo é composta de várias sub-rotinas contendo os códigos correspondentes às etapas de solução. Em parte, as etapas de solução consistem em: importar as coordenadas que formam os painéis do corpo e da esteira, definir os pontos de cálculo referentes à fronteira do domínio reduzido, calcular as matrizes de influência sobre os pontos de controle do corpo e fronteira do domínio reduzido, atribuir as distribuições de fontes no corpo e na esteira, e determinar a solução do sistema de equações com base nas condições de contorno. Com a solução do campo de velocidades, uma iteração com base no escoamento viscoso pode ser realizada a fim de determinar o escoamento potencial-viscoso.

No que diz respeito a construção da geometria do corpo, esteira e fronteira do domínio reduzido, essas informações podem ser obtidas diretamente através da malha computacional que é gerada para a solução das equações RANS utilizado o CFX®. As geometrias do corpo e esteira são descritas por meio dos pontos nodais, $(x_j; y_j)$, que constituem os pontos extremos dos painéis e fazem parte do contorno real do corpo. Faz-se necessária a descrição dessas geometrias pelos pontos nodais, pois a distribuição das singularidades é feita sobre os painéis, que tem um comprimento determinado por estes pontos. Dessa maneira, o número de pontos (npoints) sobre o corpo, é igual ao número de painéis (NP) somado a um; isto é, $npoints = NP + 1$.

Cada painel está associado a um ponto de controle que comumente corresponde ao ponto médio do mesmo. Os pontos de controle são pontos discretos ao longo do corpo onde as condições de contorno sobre o mesmo deva ser satisfeitas. São nos pontos de controle que são impostas as condições de contorno de Dirichlet e/ou Neumann. Quando aplicadas técnicas de efeitos de curvatura, há um pequeno deslocamento do ponto de controle para o contorno próximo do real. São os pontos de controle que estão associados aos pontos de cálculo do campo de velocidades e pressão.

Na descrição do método dos painéis por painéis retos, os pontos de controle, $(\bar{x}_j; \bar{y}_j)$ são convenientemente definidos como o ponto médio dos painéis formados pelos pontos extremos.

$$\bar{x}_j = \frac{1}{2}(x_{j+1} + x_j) \quad (5.1)$$

$$\bar{y}_j = \frac{1}{2}(y_{j+1} + y_j) \quad (5.2)$$

É importante defini-los, pois as matrizes de influência estão em função dos pontos extremos e pontos de controle. Neste trabalho não foi empregada a técnica que inclui a correção sobre o efeito de curvatura do corpo pois, diante do número de painéis utilizados para discretizar o corpo, testes indicaram que tal técnica se mostrou irrelevante.

A geometria da esteira é descrita também em termos dos pontos extremos devido a presença das fontes distribuídas. Porém, não é necessário determinar pontos de controle ao longo da esteira, pois nenhuma condição de contorno será imposta sobre a mesma. Como este trabalho trata apenas escoamentos simétricos, a esteira é descrita apenas em função das coordenadas das abscissas, isto é, $(x_j^w; 0)$. A esteira é discretizada de maneira que a taxa de crescimento do comprimento do painel cresça a jusante do corpo, a iniciar com um painel de comprimento igual ao do último painel do corpo.

A geometria da fronteira do domínio reduzido é descrita apenas em termos dos pontos de cálculo, $(x_i; y_i)$, sem a necessidade de ser composta por pontos nodais. A Figura 5.1 ilustra as geometrias necessárias para descrição do problema. A próxima etapa de solução é o cálculo das matrizes de influência.

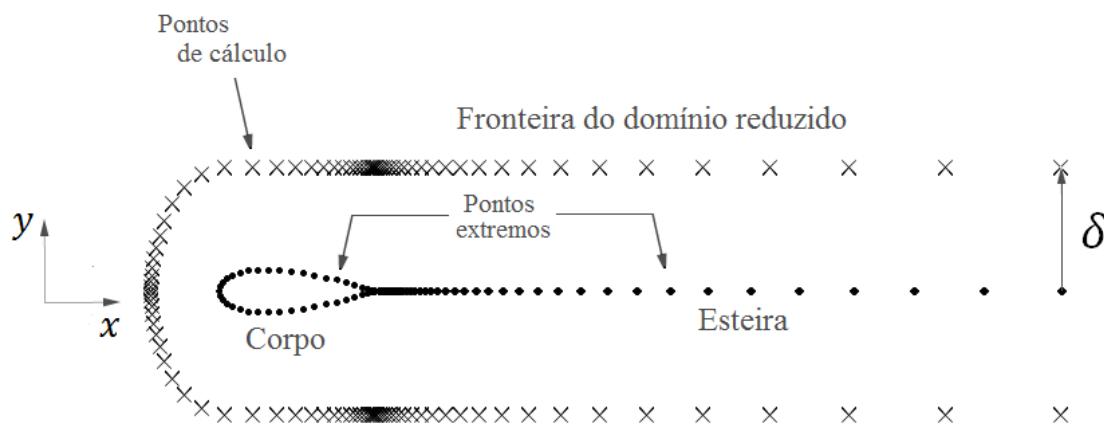


Figura 5.1 Esquema de discretização do corpo, esteira e fronteira do domínio reduzido.

Conforme definidas na equação (4.3), por meio de (4.2), as matrizes de influência são determinadas através da integral ao longo dos painéis do gradiente do potencial unitário das singularidades sobre o corpo e esteira. Identificando o potencial unitário das fontes e vórtices nas equações (2.6) e (2.7), as matrizes de influência podem então ser formuladas. As distâncias entre os pontos extremos dos painéis $(x_j; y_j)$ e o ponto de cálculo, $(x_i; y_i)$ ou

5.1 Modelagem Numérica do Escoamento Potencial-Viscoso

$(\bar{x}_j; \bar{y}_j)$, são r_{ij+1} e r_{ij} , conforme mostra na Figura 5.2. Essas distâncias devem ser descritas em função das coordenadas referentes ao referencial local $x^*; y^*$. Após essa mudança, resolvendo a integral a partir dos limites corretos, e realizando a transformação desses resultados para o referencial global, torna-se possível formular as matrizes de influência em termos das suas componentes cartesianas, presentes em (4.4) e (4.5), tangenciais, (4.6), e normais, (4.7).

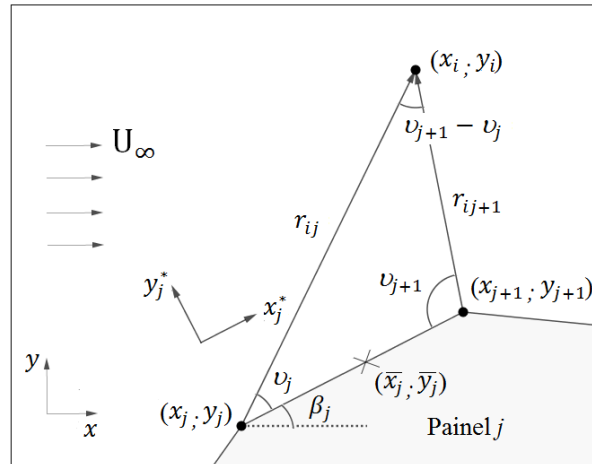


Figura 5.2 Representação de um painel sobre a perspectiva do referencial local, $(x^*; y^*)$, e global, $(x; y)$.

As componentes cartesianas das matrizes de influência são utilizadas para determinar o campo de velocidades sobre a fronteira do domínio reduzido, uma vez que, os pontos de cálculo não advêm de pontos nodais para que haja direção tangencial ou normal a ser inclusa no cálculo. Sendo assim, as matrizes de influência que compõe o cálculo do campo de velocidades descrito pelas equações (4.4) e (4.5) são descritas como:

$$A_{x_{ij}} = -\ln|r_{ij+1}/r_{ij}| \cos \beta_j - (v_{j+1} - v_j) \sin \beta_j, \quad (5.3)$$

$$A_{y_{ij}} = -\ln|r_{ij+1}/r_{ij}| \sin \beta_j + (v_{j+1} - v_j) \cos \beta_j, \quad (5.4)$$

$$M_{x_{ij}} = A_{y_{ij}}, \quad (5.5)$$

$$M_{y_{ij}} = -A_{x_{ij}}, \quad (5.6)$$

onde:

$$r_{ij+1}^2 = (x_i - x_{j+1})^2 + (y_i - y_{j+1})^2, \quad (5.7)$$

$$r_{ij}^2 = (x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2, \quad (5.8)$$

$$\beta_j = \text{atan2}((y_{j+1} - y_j), (x_{j+1} - x_j)). \quad (5.9)$$

As expressões (5.7) e (5.8) representam as distâncias entre o último ponto extremo de um painel até o ponto de cálculo, e o primeiro ponto extremo até o ponto de cálculo, respectivamente. A expressão (5.9) determina o ângulo formado entre o painel e a abscissa do eixo cartesiano global ($x;y$). Deve-se ressaltar que as coordenadas com índice j se referem aos painéis, seja no corpo ou na esteira. As coordenadas com índice i se referem aos pontos de cálculo, ou pontos de controle.

A diferença angular, $\nu_{j+1} - \nu_j$, formada entre os pontos extremos de um painel e o ponto de cálculo, é de maneira que:

$$\begin{cases} \nu_{j+1} - \nu_j = \pi & \text{if } i = j \\ \nu_{j+1} - \nu_j = \text{atan2}(\text{arg}_1, \text{arg}_2) & \text{if } i \neq j \end{cases} \quad (5.10)$$

onde :

$$\text{arg}_1 = (x_i - x_j)(y_i - y_{j+1}) - (x_i - x_{j+1})(y_i - y_j), \quad (5.11)$$

$$\text{arg}_2 = (x_i - x_{j+1})(x_i - x_j) + (y_i - y_{j+1})(y_i - y_j). \quad (5.12)$$

Apenas para o cálculo sobre o corpo faz-se necessária a verificação da diferença angular descrita em (5.10) devido aos termos correspondentes à auto influência gerada pelas distribuições de fontes e vórtices quando $i = j$. Ainda sobre o corpo, os pontos de cálculo em (5.7), (5.8), (5.11) e (5.12), assumem os valores dos pontos de controle calculados pelas expressões (5.1) e (5.2).

Como já é sabido, algumas condições de contorno são impostas em termos das componentes tangenciais e normais do campo de velocidades sobre o corpo. Decompondo as matrizes de influência de (5.3) a (5.6) nas direções tangenciais e normais:

$$A_{t_{ij}} = -\ln|r_{ij+1}/r_{ij}| \cos(\beta_i - \beta_j) + (v_{j+1} - v_j) \sin(\beta_i - \beta_j), \quad (5.13)$$

$$A_{n_{ij}} = \ln|r_{ij+1}/r_{ij}| \sin(\beta_i - \beta_j) + (v_{j+1} - v_j) \cos(\beta_i - \beta_j), \quad (5.14)$$

$$M_{t_{ij}} = A_{n_{ij}}, \quad (5.15)$$

$$M_{n_{ij}} = -A_{t_{ij}}, \quad (5.16)$$

onde se observa apenas a adição da variável β_i , que pode ser descrita de maneira similar a expressão (5.9). As matrizes de influência que devem ser calculadas são às referentes a influência do corpo e esteira sobre a fronteira do domínio reduzido, e sobre o próprio corpo. Esses dois grupos de matrizes são implementados em diferentes sub-rotinas. Como as matrizes de influência dependem apenas das geometrias do problema, e como essas são invariantes, elas permanecem as mesmas durante o processo iterativo de solução do campo de velocidades potencial-viscoso.

Os termos e expressões apresentadas até o momento permitem formular alguns métodos numéricos convencionais que utilizam o método dos painéis. O método desenvolvido por Hess e Smith (1967), em estudos sobre aerodinâmica, emprega uma distribuição de fontes sobre os painéis, e uma distribuição de vórtices constante ao longo de todo o corpo. O uso dos vórtices permite simular escoamentos com sustentação. Para determinar o vetor de solução, que inclui as densidades de fontes e a de vórtice, são empregadas a condição de contorno de Neumann e a condição de Kutta no bordo de fuga. Resultado dessas condições é um sistema linear, que pode ser facilmente resolvido.

O método apresentado por Martensen (1959) emprega apenas a distribuição de vórtices sobre o corpo e impõe a condição de velocidade no interior do corpo igual à zero. Para escoamentos simétricos basta essa condição para determinar as densidades de vórtices. O vetor solução nesse caso também é determinado por meio da solução de um sistema linear.

Na MAD, a priori, as fontes distribuídas sobre a esteira são assumidas como conhecidas, e o sistema de equações pode ser montado com base nas condições de contorno (4.9) e (4.10). Essas condições empregam as componentes cartesianas e tangenciais do campo de velocidades, respectivamente. O sistema resultante torna-se não-linear devido à presença dos termos quadráticos na equação (4.9). A utilização de métodos numéricos de solução de equações não lineares como o método de Newton, ou métodos baseados no método de

5.1 Modelagem Numérica do Escoamento Potencial-Viscoso

Newton, podem ser empregados para determinar as densidades de fontes e vórtices sobre o corpo, e posteriormente, o campo de velocidades em qualquer região do domínio. Porém, a solução do problema com o método de Newton expõe o mal condicionamento do mesmo. Para contornar esse obstáculo, foi utilizado um método de otimização global para aproximar a solução do problema por meio da parametrização da distribuição de fontes.

O método de Newton consiste em determinar as raízes de um conjunto de funções definidas por $F(q_j, \gamma_j)_i = 0$ através da sua matriz jacobiana, $J_{ij} = J(q_j, \gamma_j)_{ij}$. A formulação do sistema sobre a forma do método de Newton é desenvolvida impondo a condição (4.9) empregando as componentes cartesianas do campo de velocidades (4.4) e (4.5), e a condição (4.10) na componente tangencial, (4.6), de maneira que:

$$F(q_j, \gamma_j)_i = (u_i^\delta)^2 + (v_i^\delta)^2 - (1 - c_{p_i}^\delta)U_\infty^2 = 0, \quad (5.17)$$

$$F(q_j, \gamma_j)_{i+\text{NP}} = 2\pi v_{t\infty} + \sum_{j=1}^{\text{NP}} (q_j A_{t_{ij}} + \gamma_j M_{t_{ij}}) - 2\pi \gamma_i + \sum_{j=1}^{\text{NP}^w} q_j^w A_{t_{ij}}^w = 0, \quad (5.18)$$

A matriz jacobiana é determinada realizando as derivadas parciais com relação às densidades de fontes e densidades de vórtices de maneira que $J_{ij} = [\nabla F_1^T, \nabla F_2^T, \dots, \nabla F_i^T]^T$, onde $\nabla F_i^T = \left[\frac{\partial}{\partial q_j} F_i, \frac{\partial}{\partial \gamma_j} F_i \right]$.

Como a forma das funções (5.17) e (5.18) é simples, é possível determinar a matriz jacobiana analiticamente como:

$$J_{ij} = \frac{1}{\pi} (u_i^\delta A_{x_{ij}}^\delta + v_i^\delta A_{x_{ij}}^\delta), \quad (5.19)$$

$$J_{i,j+\text{NP}} = \frac{1}{\pi} (u_i^\delta M_{x_{ij}}^\delta + v_i^\delta M_{x_{ij}}^\delta), \quad (5.20)$$

$$J_{i+\text{NP},j} = \frac{1}{2\pi} A_{t_{ij}}, \quad (5.21)$$

$$J_{i+\text{NP},j+\text{NP}} = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} M_{t_{ij}} - 1 & \text{se } i = j \\ \frac{1}{2\pi} M_{t_{ij}} & \text{se } i \neq j \end{cases} \quad (5.22)$$

O método de Newton exige uma solução inicial a partir da qual se determina um vetor que incrementa o vetor de soluções ao passo de iterações, até que um critério de parada seja

satisfeito. O vetor solução, ou vetor de singularidades, é determinado a partir da solução de um sistema linear composto pela matriz jacobiana, e do vetor correspondente ao conjunto de funções F_i . Quanto ao critério de parada, esse é definido a partir dos valores do conjunto de funções e dos respectivos erros ao passo das iterações do vetor de singularidades. Na MAD, a forma mal condicionada da matriz jacobiana fornece soluções que se encontram numa faixa muito distantes da requerida para descrição correta do escoamento potencial-viscoso.

Nos testes preliminares do escoamento potencial-viscoso, que será apresentado no capítulo 6, foi utilizado um método tipo Newton implementado em uma sub-rotina da biblioteca IMSL® *Fortran Subroutines for Mathematical Applications* (versão 3.0). Em específico, trata-se de uma rotina em que a matriz jacobiana pode ser fornecida analiticamente. A distribuição de pressão, implícita no coeficiente de pressão em (5.17), foi imposta como sendo a distribuição fornecida pela solução do escoamento viscoso no domínio extenso. Essa distribuição foi extraída de um contorno próximo ao corpo, equivalente à fronteira do domínio reduzido. Os testes indicaram que a matriz jacobiana assumiu uma forma mal condicionada, fornecendo valores para as densidades de fontes e vórtices, sobretudo as fontes, fora das faixas que deveriam corresponder ao efeito de transpiração, e pela velocidade sobre o corpo típica do escoamento potencial.

5.1.1 Considerações Sobre o Mal Condicionamento da MAD

Diante da condição de contorno que emprega a equação de Bernoulli, o sistema de equações que soluciona o escoamento potencial-viscoso da MAD pode se tornar extremamente mal condicionado, refletindo um problema mal colocado. Por isso, a escolha de um método numérico de soluções para a MAD apresenta um obstáculo para o desenvolvimento da proposta, uma vez que, conforme será apresentado no capítulo 6 há chances da solução apresentar fortes inconsistências físicas do ponto de vista das condições de contorno impostas, principalmente sobre o corpo.

A má colocação do problema também poderia ser investigada na escolha do limite da fronteira do domínio reduzido. É de se esperar que reduzir muito o domínio implica em abranger regiões onde os efeitos da viscosidade são mais intensos, assim a má colocação se dá ao fato da condição de fronteira no domínio reduzido não poder ser satisfeita de acordo com a

5.1.2 Parametrização das Distribuições de Fontes

equação de Bernoulli. Por outro lado, afastar demais do limite do domínio onde o escoamento pode ser considerado totalmente potencial também pode fazer com o que problema fique mal colocado. Em parte por permitir enormes valores para as distribuições de fontes e vórtices, e do ponto de vista da MAD, não justifica escolher uma fronteira além da região onde a vorticidade é desprezível, já que a principal proposta da MAD é trabalhar sobre um domínio reduzido.

No entanto, a má colocação da MAD só afeta as distribuições das singularidades sobre o corpo e a esteira. Principalmente para as distribuições de fontes, essas se mostram altamente sensíveis às mudanças das condições iniciais, que são essenciais nos métodos de soluções de sistemas não lineares. Em alguns casos as variações podem afetar também a distribuição de vórtices. Uma forma de evitar parcialmente o inconveniente de valores iniciais é impor limites, referente à ordem de grandeza, a qual a variável de interesse possa ficar restrita entre um intervalo predeterminado. Para tal utiliza-se um método de otimização global, que por meio da parametrização das fontes, busca tratar a má colocação do problema sobre as distribuições de fontes e vórtices. Por outro lado, independente do método de solução, a equação de Bernoulli é satisfeita produzindo satisfatoriamente o campo de pressões viscoso, e em alguns casos, as componentes de velocidades sobre a fronteira do domínio reduzido.

5.1.2 Parametrização das Distribuições de Fontes

Ainda que a condição de fronteira no domínio reduzido seja satisfeita utilizando o método de Newton, o que já é o suficiente para proposta da MAD, resolver o sistema simultaneamente para as densidades de fontes e vórtices expõe o mal condicionamento do problema sob essa forma. Sendo assim, o sistema da MAD deve ser satisfeito a partir apenas da solução do vetor de densidades dos vórtices sobre o corpo. Para as fontes, é aplicada uma parametrização.

O sistema deve ser reescrito apenas em termos da condição de Dirichlet, dada pela expressão (4.10), de maneira que:

$$\sum_{j=1}^{\text{NP}} \gamma_j \mathbb{M}_{t_{ij}} - 2\pi\gamma_i = -2\pi v_{t\infty} - \sum_{j=1}^{\text{NP}} q_j \mathbb{A}_{t_{ij}} - \sum_{j=1}^{\text{NP}^w} q_j^w \mathbb{A}_{t_{ij}}^w. \quad (5.23)$$

5.1.2 Parametrização das Distribuições de Fontes

Observa-se que as influências das fontes foram passadas para o membro direito da equação, fazendo com que a única incógnita seja a distribuição de vórtices. Inicialmente deve-se assumir que os parâmetros das fontes, referente ao corpo e a esteira, são conhecidos. Nesse trabalho, o sistema linear (5.23) é resolvido através de uma rotina DGESV disponível na biblioteca da Intel® *Math Kernel Library* (Intel® MKL).

Os parâmetros das fontes são determinados por meio de um método de otimização global que utiliza um algoritmo de busca aleatória controlada. O otimizador determina os parâmetros referentes ao corpo e esteira de maneira a satisfazer uma função-objetivo, que de maneira indireta, equivale a satisfazer aproximadamente a equação de Bernoulli sobre a fronteira do domínio reduzido. Utiliza-se uma função parametrizada que fornece a distribuição de fontes sobre o corpo e esteira em função dos parâmetros calculados pelo otimizador. A parametrização no corpo e na esteira se difere pela forma da função e atribuição dos parâmetros sobre essas geometrias.

Em se tratando de problema com corpos simétricos, os parâmetros foram atribuídos em pontos de controle equidistantes, do primeiro ao último painel para manter a simetria da distribuição de fontes. A parametrização sobre o corpo foi realizada por meio de uma função que interliga os parâmetros linearmente.

$$q_j = q_k + \frac{q_{k+1} - q_k}{\text{node}_{k+1} - \text{node}_k} (j - \text{node}_k). \quad (5.24)$$

Onde q_k se refere aos parâmetros que assumem o valor da densidade das fontes no corpo propriamente dita, node_k é o número do ponto extremo correspondente ao parâmetro k , e j assume dentro de cada parâmetro k o valor de node_k a node_{k+1} , de maneira que:

$$\text{node}_k = 1 + \frac{\text{NP}}{n_p} (k - 1), \text{node}_k \in \mathbb{Z}^n \quad (5.25)$$

Na identidade (5.25), $k = 1, 2, \dots, n_p + 1$, onde n_p corresponde ao número de parâmetros calculados pelo otimizador somente sobre o corpo, composto de NP painéis. Essa parametrização linear fornece uma distribuição de fontes atribuídas sobre os pontos extremos de cada painel. Sendo assim, a média sobre essa distribuição deve ser calculada para que as densidades de fontes sejam atribuídas sobre os pontos de controle do corpo. Através dos testes realizados nesse trabalho, o uso da parametrização linear se mostrou mais eficiente quando

5.1.2 Parametrização das Distribuições de Fontes

comparada a feita por spline-cúbica, ou série de Fourier, por exemplo. Pois permitiu que o comportamento da distribuição de fontes próximo aos parâmetros fossem mais estáveis de acordo com as variações dos mesmos. O fato de definir a parametrização do corpo dessa forma advém da tentativa de aplicar sucessivas tensões sobre a parametrização por spline-cúbica.

Sobre a esteira, a parametrização das fontes é realizada por meio de uma função exponencial, modulada por pelo menos dois parâmetros, a_1^w e a_2^w , que também são calculados pelo otimizador.

$$q_j^w = 2 \frac{q_{n_p+1}}{1-e^{-a_1^w}} \left(e^{-a_1^w s a_2^w} - e^{-a_1^w} \right). \quad (5.26)$$

Na expressão (5.26), q_j^w é a distribuição de fontes sobre a esteira, atribuída aos pontos médios dos painéis; q_{n_p+1} é o ultimo parâmetro de fontes do corpo; a_1^w e a_2^w são os parâmetros responsáveis pelo decaimento exponencial da distribuição de fontes na esteira, que desta vez não estão associados aos valores da distribuição de fontes propriamente ditos; e o termo s é a coordenada normalizada referente ao comprimento entre dois pontos médios, iniciando-se a partir do bordo de fuga. A parametrização exponencial da esteira mostrou-se adequada, uma vez que, seus efeitos devem desaparecer rapidamente à medida que se afasta do corpo. Vale notar que a intensidade das fontes sobre a esteira é de maneira que: quando $s = 0$, $q_j^w = 2q_{n_p+1}$; e quando $s = 1$, $q_j^w = 0$.

Os n_p parâmetros atribuídos à distribuição de fontes sobre o corpo somado aos 2 parâmetros da esteira, totalizam o número de parâmetros a serem determinados pelo método de otimização global que será empregado nesse trabalho. De fato a parametrização das fontes ameniza as inconsistências produzidas pelo mal condicionamento do sistema. A desvantagem de atribuir parâmetros para compor a distribuição de fontes, é que a solução fica muito dependente da forma da função de parametrização. Mas por outro lado, parte do problema se reduz a um sistema linear que não é mal condicionado.

5.1.3 Tratamento Numérico para Solução dos Parâmetros Utilizando um Método de Otimização Global (CRSA)

Métodos de otimização são apropriados para problemas que assumem situações onde se deseja maximizar ou minimizar uma função de uma ou várias variáveis. Durante o processo de otimização, as funções a serem otimizadas, assim como as restrições impostas, dependem dos valores assumidos pelas variáveis, ou parâmetros de projeto. O uso de métodos de otimização possibilita o tratamento de um grande número de variáveis e restrições simultaneamente, fornecendo soluções ótimas, além de reduzir o tempo dedicado de projeto.

Os métodos de otimização podem ser divididos em métodos de otimização global, e local. Na otimização local, a solução depende do ponto de início do processo de busca, e está dentro de um conjunto de soluções que está próximo a outro. A otimização global sempre encontrará a melhor solução possível, independente das condições de início do processo de busca, porém, geralmente, requer maior tempo computacional. Em problemas em que ambos os métodos apresentam resultados satisfatórios, opta-se pela utilização do método local (Castilho, 2013).

Um problema geral de otimização consiste em minimizar ou maximizar um função-objetivo. A função-objetivo pode, ou não, ser sujeita a restrições de igualdade e restrições laterais. A função-objetivo e as funções de restrições podem ser funções de qualquer ordem em relação aos parâmetros de projeto.

Neste trabalho, é desejável minimizar a seguinte função-objetivo:

$$F_{\text{obj}}(\vec{a}) = \sum (c_{p_i}^{\delta} - c_{p_i}^{\delta}|_{\text{CFD}})^2, \vec{a} = [a_1, a_2, \dots, a_{n_p}, a_1^w, a_2^w]^T, \quad (5.27)$$

Sujeita à apenas restrições laterais:

$$a_k^L \leq a_k \leq a_k^U, \quad k = 1, 2, \dots, n_p + 2, \quad (5.28)$$

onde $c_{p_i}^{\delta}|_{\text{CFD}}$ assume os valores do coeficiente de pressão viscosa sobre a fronteira do domínio reduzido fornecido pelo CFD. O vetor \vec{a} , de dimensão $n_p + 2$ envolve os parâmetros

5.1.3 Tratamento Numérico para Solução dos Parâmetros Utilizando um Método de Otimização Global (CRSA)

do corpo e esteira, e é definido como vetor de parâmetros de projeto, onde n_p é o número de parâmetros sobre o corpo, e a_k^L e a_k^U os limites inferiores e superiores, respectivamente, das restrições laterais.

Sobre o corpo, os parâmetros das densidades de fontes q , propriamente ditos assumem os valores $q_k = \{a_1, a_2, \dots, a_{n_p}, a_1\}$, $k=1,2,\dots, n_p + 1$, admitido que $q_1 = q_{n_p+1}$. Sendo assim, otimizando a função (5.27) para valores de parâmetros dentro das restrições laterais, é possível determinar a distribuição de fontes sobre o corpo e esteira de acordo com as equações (5.24) e (5.26), respectivamente. Em seguida, é resolvido o sistema linear de (5.23) para obter a distribuição de vórtices e, em seguida, determinar as componentes de velocidades que satisfaçam, de maneira aproximada, a distribuição de pressão viscosa proveniente da fronteira do domínio reduzido.

Em se tratando MAD, existe a possibilidade de grandes quantidades de máximos ou mínimos locais podem ocorrer. Portanto, um método local poderia convergir antes mesmo de alcançar um resultado aceitável. Por essa razão, utiliza-se um método de otimização global para se evitar, ao máximo, resultados insatisfatórios. Sendo assim, optou-se por se utilizar um método de otimização populacional, o CRSA - *Controlled Random Search Algorithm*, que é um algoritmo descrito na literatura como eficaz para problemas de otimização global. O algoritmo CRSA se assemelha a uma técnica de otimização evolucionária (como os algoritmos genéticos). Essas técnicas são caracterizadas por gerarem uma população inicial de pontos sobre o espaço de solução que se adequam progressivamente em busca de melhores resultados.

Na busca pelo aperfeiçoamento dos métodos de busca aleatória simples, Price (1977) propõe os CRSA's, algoritmo de busca aleatória controlada. Os algoritmos de busca aleatória controlada são baseados sobre um conjunto de população capaz de determinar os mínimos globais de funções reais e contínuas de maneira eficiente. O conjunto de população pode ser definido como $S = \{\vec{a} \in \mathfrak{R}^n : a_k^L \leq a_k \leq a_k^U, k = 1, 2, \dots, n_p + 2\}$. O ponto \vec{a}^* é um mínimo global de F_{obj} caso $F_{obj}(\vec{a}^*) \leq F_{obj}(a), \forall a \in S$.

O CRSA's é um algoritmo populacional que parte de um conjunto, ou população inicial P de N pontos aleatoriamente tomados em S , e então realiza um processo iterativo de

contração dessa população a fim de determinar um ótimo global por meios puramente heurísticos. Ao longo do processo de otimização dos CRSA's, o tamanho da população N é mantido (Ali *et al.*, 1997 e Ali & Torn, 2004).

A versão do algoritmo CRSA utilizado neste trabalho é o CRS-VBR_E descrito por Manzanares *et al.* (2017). Trata-se de um versão aprimorada do algoritmo de Ali *et al.* (1997). Nas versões utilizadas nesse trabalho, é assumido que $N \gg n_p$, e como regra geral, é sugerido que o tamanho da população seja igual a $10(n_p + 1)$ (Ali *et al.*, 1997).

5.2 Solução das Equações RANS

Basicamente, através de uma plataforma de CFD, a estrutura do cenário para a solução das equações RANS consiste em definir a região do domínio do escoamento, discretizar o domínio por meio da construção de uma malha computacional, e impor as condições do escoamento juntamente com as condições de contorno sobre os limites da fronteira do domínio. A plataforma de CFD utilizada neste trabalho é proveniente do pacote ANSYS® *Workbench* (2015) versão 16.0. Foi utilizado o *solver* CFX® para solução do escoamento viscoso.

A primeira etapa para a solução das equações RANS é a definição do domínio do escoamento, no que diz respeito à forma e dimensões do mesmo. Convencionalmente, é apropriado que a forma do domínio deva-se assemelhar à forma do corpo. Esse fato, na maioria dos casos, advém da escolha do tipo de malha computacional. Para simulações sobre perfis aerodinâmicos, que será estudado neste trabalho, é comum a representação do domínio em formato C. Os domínios em formato C são compostos de meia circunferência correspondendo à região de entrada (*inlet*), se estendendo sob a forma de um retângulo da região de campo distante (*farfield*) até a saída (*outlet*), conforme ilustra o esquema da Figura 3.1. As dimensões do domínio variam de acordo com as análises sobre o domínio extenso e sobre o domínio reduzido. A principal diferença entre as dimensões desses domínios está na região de entrada enquanto que o comprimento da região de *farfield* até *outlet*, que inclui a esteira, é igual para ambos domínios. A solução sobre um domínio extenso é determinada para ser utilizada como referência para a solução das equações RANS sobre um domínio

reduzido utilizando a MAD. Neste trabalho, utilizou-se o *software* Geometry® - *Design Modeler* para representação do domínio extenso e reduzido. Faz-se necessária a representação tridimensional do domínio uma vez que o *solver* utilizado neste trabalho só opera sobre domínios em 3D. No entanto, é imposta a condição de simetria, fazendo com que as camadas adjacentes do escoamento na direção z sejam iguais. Neste domínio também deve ser incluída a região correspondente ao corpo, que é subtraída da região do escoamento. A etapa de definição do domínio é essencial, pois uma boa representação do mesmo, considerando as fronteiras parietais, leva a uma melhor solução do problema por intermédio da malha computacional. Portanto, definida a forma e dimensões do domínio, o próximo passo é a construção da malha computacional.

5.2.1 Malha Computacional

A discretização do domínio é representada e visualizada através da malha computacional. A malha computacional consiste no conjunto de elementos delimitados por pontos e linhas que podem formar geometrias das mais diversas. Geometrias triangulares ou quadrangulares para domínio bidimensionais, ou células tetraédricas, hexaédricas e prismáticas para um domínio tridimensional compõe uma malha. Existem três métodos de disposições dos elementos sobre diferentes padrões. Estes métodos constituem a representação dos elementos sobre a forma estruturada, não estruturada, e híbrida. A Figura 5.3 ilustra os principais tipos de malha.

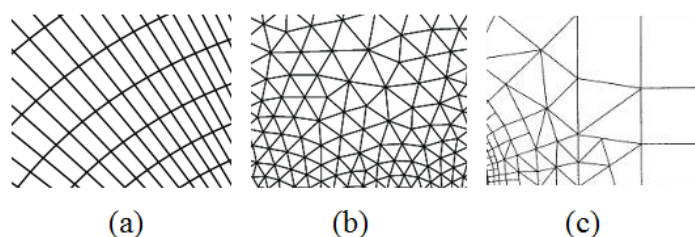


Figura 5.3 (a) Malha estruturada, (b) malha não estruturada e (c) malha híbrida.

Malha estruturada: Para malhas estruturadas, o domínio é composto por elementos quadrangulares ou hexaédricos. A malha estruturada é topologicamente equivalente a uma grade cartesiana de modo que cada ponto da malha é exclusivamente definido por dois índices

5.2.1 Malha Computacional

em 2D ou três em 3D. A conectividade ordenada dos elementos das malhas estruturadas fornecem resoluções mais simples, menor custo computacional e maior controle de ortogonalidade, porém o refinamento local da malha pode afetar outras regiões. As malhas estruturadas podem também ser construídas em blocos, de maneira que o domínio é subdividido em níveis com redes estruturadas dentro dos blocos. As malhas estruturas em blocos são mais flexíveis, porém é necessário um tratamento especial nas interfaces dos blocos, e os elementos podem não ter correspondência. No geral, as malhas estruturadas estão limitadas a domínios simples, e nesse caso são simples de serem geradas.

Malha não estruturada: Essa é adequada para domínios arbitrários envolvendo geometrias complexas. As malhas não estruturadas se adaptam facilmente aos contornos de superfícies, fazendo com que problemas mais complexos possam ser resolvidos. Porém, para o mesmo grau de refinamento da malha estruturada, esse tipo de malha possui um maior número de elementos, elevando o custo computacional para geração das mesmas. Isso faz com que a instabilidade gerada por esse tipo de malha seja maior que a da malha estruturada.

Malha híbrida: Por fim, a malha híbrida resulta da aplicação de malhas estruturadas e não estruturadas simultaneamente. Este tipo de malha é empregada quando o interesse é analisar regiões onde os gradiente são elevados. Essas regiões, por exemplo, se encontram próximas à superfícies sólidas, e podem ser melhor analisadas se discretizadas sobre malhas estruturadas. Em regiões afastadas do corpo, a malha não estruturada pode ser a melhor opção.

Em geral o processo de definição da malha necessita de um bom nível de refinamento, e assim uma análise sobre a qualidade da malha deve ser desenvolvida. Essa análise pode ser feita comparando o valor de uma determinada variável da simulação conforme se varia o refinamento da malha. São usados como referência os erros residuais das soluções e o equilíbrio das propriedades do escoamento durante a simulação. A qualidade da malha também pode ser avaliada a partir de parâmetros conhecidos como parâmetros de qualidade. Esses parâmetros podem se basear na diferença entre o formato da célula e o formato de uma célula equilateral de volume equivalente, ou na razão entre a maior e a menor diagonal de uma célula. Existem faixas de valores ideais que esses parâmetros devem assumir para garantir uma boa qualidade da malha.

5.2.1 Malha Computacional

Em análises de escoamento turbulento nas proximidades de uma parede, independente do tipo de malha, o parâmetro adimensional conhecido como y^+ (*y plus*) deve ser investigado. Esse parâmetro é definido como a menor distância adimensional da superfície da parede até o primeiro nó de um elemento imediatamente acima dela, é definido por:

$$y^+ = \frac{\rho y u_r}{\mu} \quad (5.29)$$

onde y representa a distância do primeiro nó até a parede, e u_r a velocidade de atrito sobre a região delimitada por y próxima a parede. Essa velocidade pode ser determinada em termos das tensões cisalhantes sobre a parede, $\tau|_{\text{corpo}}$, como:

$$u_r = \sqrt{\frac{\tau|_{\text{corpo}}}{\rho}} \quad (5.30)$$

A descrição do campo do escoamento próximo à parede pode ser analisada através da Figura 5.4. Nesta Figura, as camadas próximas à parede podem ser divididas em: subcamada viscosa, camada de transição, camada logarítmica e camada externa, sendo que as três primeiras constituem a camada interna.

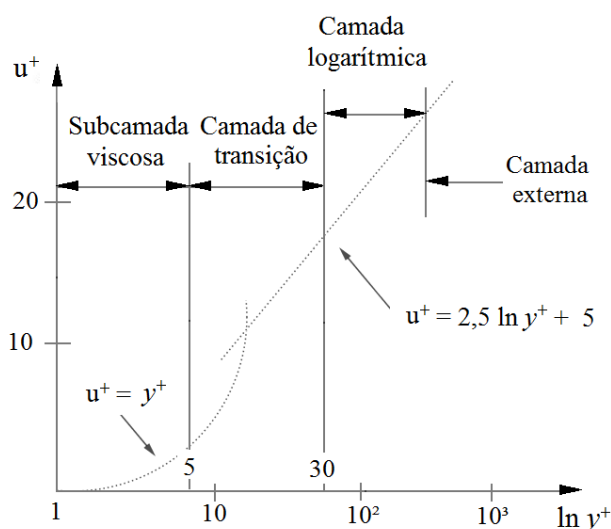


Figura 5.4 Perfil de velocidades adimensional próximo a uma superfície sólida.

Na Figura 5.4, destaca-se que entre a subcamada viscosa e a camada de transição ($5 < y^+ < 30$), existe uma região onde tanto os efeitos viscosos como o turbulento são importantes.

5.2.1 Malha Computacional

O desenvolvimento das investigações da camada limite próximas à parede mostram que y^+ é ≈ 10 para resolver o escoamento na subcamada viscosa com interferência da região de transição, e y^+ de ≈ 30 a 200 para capturar o gradiente de velocidades sobre a região logarítmica. No entanto, a solução mais adequada seria adotar $y^+ \approx 1$, fazendo com que o primeiro elemento se encontre na região da subcamada viscosa.

Neste trabalho, duas malhas estruturadas em formato C são geradas para determinar a solução das equações RANS, uma para um domínio extenso e outra para um domínio reduzido. Os parâmetros da malha são indicados de maneira que a malha reduzida esteja contida e sobreposta na malha extensa. As malhas são geradas pelo *software* Mesh® - *Design Modeler* por meio da divisão do domínio em quatro regiões. Entre as interfaces dessas regiões, serão construídas as divisões que formarão os elementos da malha, que podem ser controlados utilizando a função *Edge Sizing* (ver Figura 5.5). Essa função permite controlar o número e o crescimento de elementos sobre as interfaces. O número de elementos está relacionando diretamente com o refinamento global da malha, enquanto que o crescimento é definido de maneira que as regiões próximas ao corpo contêm uma concentração de elementos maior que o restante do domínio.

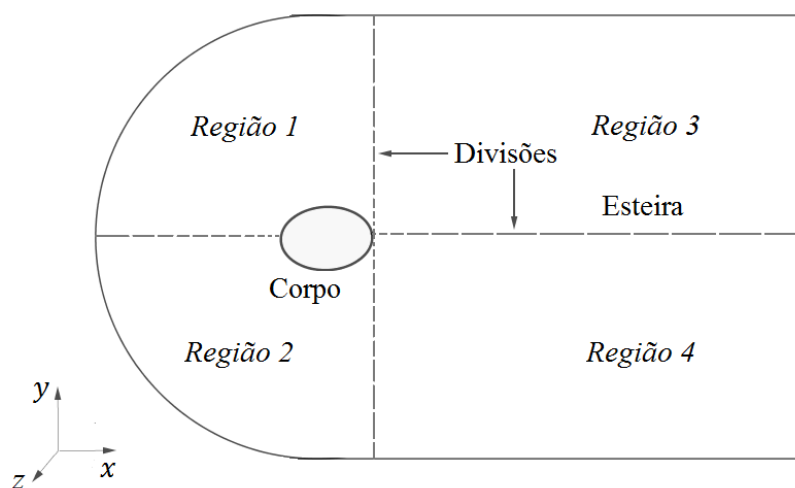


Figura 5.5 Esquema base para geração de malha estruturada sobre um domínio em C.

A função *Edge Sizing* também deve ser aplicada sobre as interfaces das regiões contidas nas camadas adjacentes do domínio na direção z , permitindo a interconexão das divisões da malha de um plano de simetria para o outro, formando uma célula. Aplicar esse

procedimento facilita a atribuição dos valores dos campos do escoamento sobre os pontos de cálculo da malha. O número de camadas adjacentes pode ser controlado aplicando a função *Edge Sizing* sobre a linha correspondente à espessura do domínio, lembrado que a representação do mesmo é feita em 3D. Em se tratando de escoamentos bidimensionais, é indicado utilizar apenas uma divisão para dividir as camadas adjacentes. Sendo assim, o excedente de células que seriam geradas devido à representação do domínio ser feita em 3D é reduzido ao máximo.

Definidos os parâmetros de malha, a geração da mesma se inicia conectando os pontos que formam as divisões distribuídas sobre as interfaces do domínio através das linhas de grade. As intersecções das linhas de grade, por sua vez formam os elementos da malha. A disposição dos elementos sobre a intersecção das regiões 1 e 2 controla o valor de y^+ por meio da concentração de elementos próximos à parede. Os elementos sobre o corpo compõe o refinamento da região de entrada até o início da esteira. Sobre o corpo, a concentração de elementos é maior nas regiões de maior curvatura. Os elementos sobre a esteira crescem a uma taxa maior do que sobre a região oposta, fazendo com que as linhas de grade geradas pela esteira afetem a forma dos elementos sobre as regiões 3 e 4. A interface entre as regiões 1 e 3, e 2 e 4, também podem ser discretizadas, assegurando de que as linhas de grades formadas pelos elementos dispostos entre a interface das regiões 1 e 2, não sejam afetadas.

Após a etapa de discretização, é importante analisar o posicionamento e número de células na região de camada-limite. A definição do valor de y^+ para a célula próxima ao corpo depende dos modelos de turbulência empregados. Para os modelos Spalart-Allmaras, $k-\varepsilon$, $k-\omega$ *Shear Stress Transport* (SST), o ANSYS recomenda que y^+ assumam valores ≈ 1 , contendo em torno de 10 células no interior da camada-limite. Porém, se forem implementadas funções de parede, esse valor pode variar bastante (Blazek, 2001).

5.2.2 Modelo de Turbulência

Para estudos de escoamento turbulentos, a abordagem da MAD deve ser independente do modelo de turbulência. Por uma questão de demonstração de desempenho do *solver* CFX® para a solução das equações RANS, foi adotado o modelo de turbulência *k- ω Shear Stress Transport (SST)*. O modelo *k- ω SST*, desenvolvido por Menter (1994,1996) e Menter *et al.* (2003), emprega simultaneamente o modelo *k- ω* e o modelo *k- ϵ* . O modelo *k- ω* é aplicado próximo e sobre as regiões parietais, enquanto que o modelo *k- ϵ* é aplicado sobre as regiões afastadas do corpo. Essa composição de modelos torna o modelo SST robusto e acurado. Uma função é adicionada para implementar os modelos alternadamente e restringir a aplicação de cada um para as regiões apropriadas.

Para determinar a viscosidade turbulenta, o modelo *k- ω SST* trabalha com duas equações de transporte, uma para a energia cinética turbulenta, *k*, e outra para a taxa de dissipação específica, *ω* . As equações de transporte desse modelo são dadas pelas equações (5.31) e (5.32).

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k \vec{v}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\lambda_k} \right) \frac{\partial}{\partial x_j} k \right] + G_k - Y_k + S_k \quad (5.31)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega \vec{v}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\lambda_\omega} \right) \frac{\partial}{\partial x_j} \omega \right] + G_\omega - Y_\omega + S_\omega \quad (5.32)$$

Nas equações de transporte para *k* e *ω* , G_k corresponde a parcela de geração de energia cinética turbulenta devido aos gradientes de velocidade média, e G_ω a geração da taxa de dissipação específica. Os termos $(\mu + \mu_t/\lambda)$, presentes em ambas as equações, representam a difusividade efetiva de *k* e *ω* . λ_k e λ_ω são constantes de turbulência de Prandtl para energia cinética e taxa de dissipação específica. Y_k e Y_ω representam a dissipação das grandezas turbulentas devido ao próprio efeito. Por fim, S_k e S_ω são termos fonte (ANSYS, 2015).

O modelo *k- ω SST* permite uma resolução mais precisa do comportamento da camada limite conforme o refinamento da malha próximo à parede. Onde a resolução da malha próxima à parede for grosseira, o modelo SST assume que a camada limite está totalmente desenvolvida. Isso nem sempre é o caso, especialmente sobre gradientes de pressão adversos. Sob essas condições, o modelo SST deve atuar sobre uma malha refinada próxima a parede,

capturando as instabilidades da camada limite que levam à separação do escoamento. Em geral, os modelos $k-\omega$ são tipicamente melhores em prever a separação do escoamento, e esta é um razão pela qual o modelo $k-\omega$ SST está entre os modelos mais amplamente utilizados em estudos de aerodinâmica (ANSYS, 2015).

A capacidade do modelo em lidar com elevados gradientes de pressão adversos, separação do escoamento, e combinado com sua precisão e robustez, faz com ele seja utilizado frequentemente em códigos industriais, comerciais e de pesquisa (Menter *et al.* 2003). Também é muito aplicado em escoamentos internos, onde as estudo do comportamento de fluxos secundários são importantes, como no rotor de turbomáquinas, por exemplo.

5.2.3 Condições de Contorno RANS

Os requisitos para solução das equações RANS sobre o domínio extenso e reduzido foram indicados através do *solver* CFX®. Os requisitos incluem basicamente a seleção do modelo de turbulência, os valores de referência para as grandezas do escoamento, as condições de contorno, e os parâmetros do *solver* tais como, a tolerância residual das variáveis e o número de iterações.

As condições de contorno sobre o domínio extenso são facilmente impostas pelo usuário, em parte devido à velocidade sobre a fronteira da região *inlet* e *farfield* ser constante, conforme mostra a expressão (3.10). Para região de saída, é imposta a condição de pressão igual ao do escoamento não perturbado, que deve coincidir com a pressão de referência. A condição de escorregamento nulo sobre a parede do corpo (3.9) é imposta automaticamente uma vez definida a superfície do corpo como uma fronteira sólida. Devido à necessidade de o domínio ser representado em 3D, deve ser incluída também a condição de simetria. A condição de simetria é aplicada sobre os planos adjacentes do domínio, indicando que o escoamento sobre eles é equivalente.

No domínio reduzido, as condições de saída, de parede, e simetria, são impostas sobre as fronteiras equivalentes a do domínio extenso. Porém, a condição sobre a fronteira da região *inlet* e *farfield* é modificada. Ao invés de assumir o valor de velocidade constante, é imposta uma distribuição de velocidades. Conforme expresso em (4.8), essa distribuição é fornecida

pelo cálculo do escoamento potencial-viscoso. No contexto dos métodos de interação viscosa/não-viscosa, a distribuição de velocidade é atualizada de forma iterativa com o CFX® de maneira a produzir aquele escoamento potencial-viscoso. Além disso, no contexto da MAD, a distribuição de velocidades produzida pelo escoamento potencial-viscoso deve satisfazer a equação de Bernoulli conforme expressão (4.9).

5.3 Sistemática Iterativa da MAD

A sistemática iterativa da MAD consiste em atualizar a condição de contorno sobre as regiões *inlet* e *farfield* de um domínio reduzido. Essa condição é atualizada por meio da solução de um escoamento potencial-viscoso, que é determinado de modo a satisfazer a equação de Bernoulli sobre os limites do domínio. A equação de Bernoulli é satisfeita por meio da determinação dos parâmetros que formam as distribuições de fontes sobre o corpo e a esteira, juntamente com a distribuição de vórtices. A sistemática da MAD é esquematizada sobre a forma de um fluxograma na Figura 5.6.

De acordo com o fluxograma, as etapas da MAD podem ser descritas como:

- 1 Discretização do corpo, esteira, e domínio reduzido.
- 2 Definição dos parâmetros iniciais das distribuições de fontes.
- 3 Solução do escoamento potencial, $\vec{v}\Phi^\delta$.
- 4 Imposição o parâmetros do escoamento viscoso e a condição de contorno sobre fronteira de região *inlet* e *farfield* como $\vec{v}|_{\text{inlet e farfield}} = \vec{v}\Phi^\delta$.
- 5 Resolução dos campos de velocidade, pressão e turbulência utilizando o *solver* CFX® sobre o domínio reduzido que envolve a região rotacional próximo ao corpo e esteira.
- 6 Extração da distribuição do coeficiente de pressão sobre a fronteira do domínio reduzido.

5.3 Sistemática Iterativa da MAD

7 Determinação dos os parâmetros das fontes por meio do otimizador, CRSA, minimizando a função-objetivo para satisfazer a equação de Bernoulli na fronteira do domínio reduzido.

8 Atualização das condições de contorno do *solver* CFX® com a distribuição de velocidades fornecido pelo escoamento potencial-viscoso.

9 Repetição das etapas de 5 a 8.

10 Teste de parada: quando os resíduos finais especificados pelo usuário forem atingidos para todas as variáveis, finalize o *solver* CFX®. A solução foi atingida.

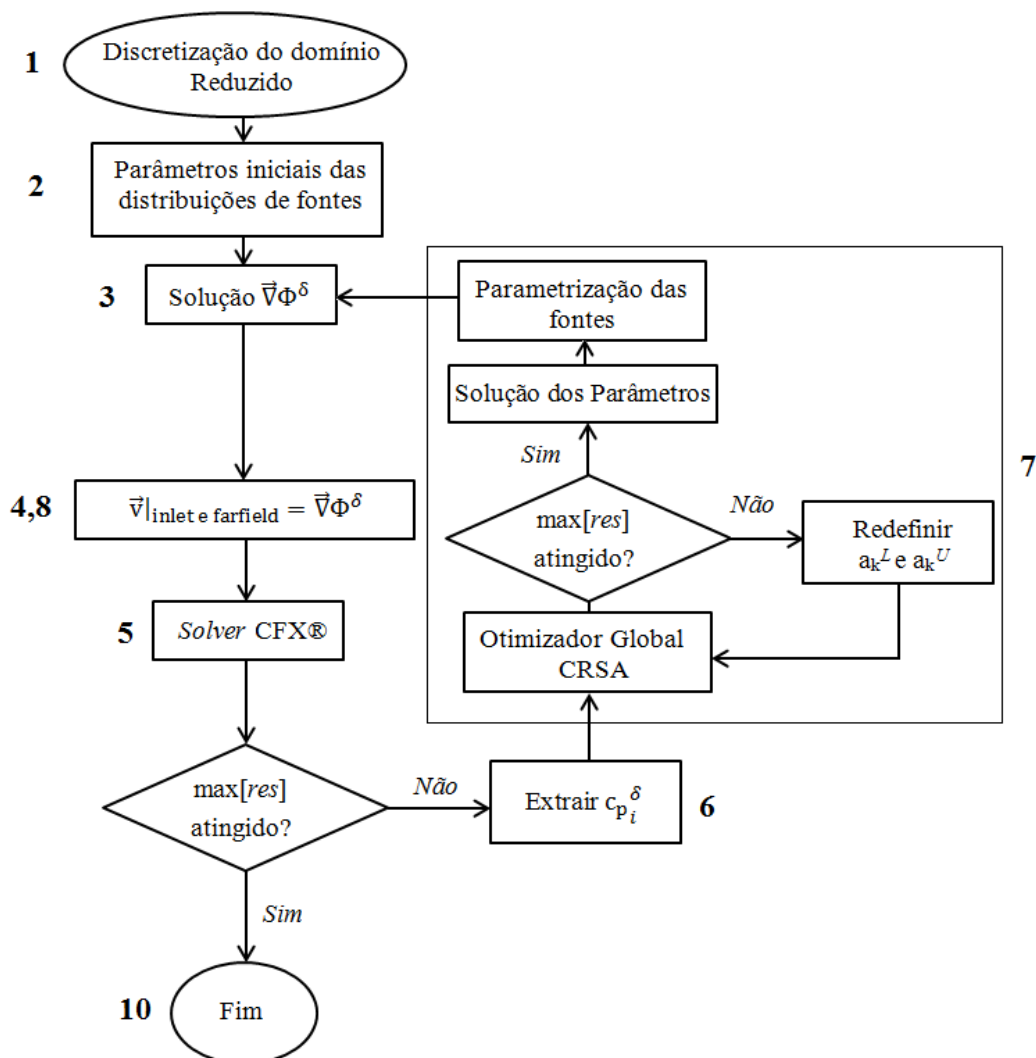


Figura 5.6 Fluxograma da MAD sobre domínio reduzido.

A etapa 8 consiste na iteração entre o escoamento potencial-viscoso e o escoamento viscoso no domínio reduzido. A etapa 9 é repetida até que a solução do escoamento potencial-viscoso reproduza a solução do escoamento viscoso na fronteira do domínio reduzido. Os testes feitos para gerar os resultados finais deste trabalho mostram que duas iterações entre o potencial-viscoso e o CFX® já são suficientes.

Vale ressaltar que essa sistemática não foi automatizada. O avanço das etapas é realizado pelo usuário. Essas etapas se constituem em: inserir o campo de velocidades como condição de contorno no domínio reduzido; extrair o campo do coeficiente de pressões viscoso, e atualizar os campos de pressões no programa desenvolvido para solução do escoamento potencial-viscoso.

Capítulo 6

Resultados Numéricos

Nas primeiras secções deste capítulo, serão apresentados os resultados de testes realizados para o escoamento potencial, escoamento viscoso e potencial-viscoso. Os resultados do escoamento potencial consistem na apresentação do escoamento potencial puro e perturbado. A solução do escoamento viscoso é proveniente do software CRX®. Será apresentada uma solução preliminar do escoamento potencial-viscoso utilizando um método do tipo Newton e o método de otimização global CRSA. Por fim, será apresentada a solução da MAD sobre domínio reduzido seguida das interpretações dos resultados em geral.

6.1 Testes Sobre o Método dos Painéis

Nesta secção, serão apresentados os testes feitos sobre a solução do método dos painéis. Os testes são divididos em duas situações: (1) o chamado escoamento potencial puro e (2) o chamado escoamento potencial perturbado. Nenhuma dessas situações incluem a esteira. O escoamento potencial puro consiste na solução clássica do escoamento potencial utilizando o método de Martensen, que aplica apenas distribuição de vórtices sobre o corpo impondo a condição de Dirichlet. Estes testes têm como propósito assumir seguramente que o algoritmo desenvolvido nesse trabalho para a solução do escoamento potencial-viscoso é confiável do ponto de vista potencial.

Também serão apresentados testes sobre o escoamento potencial perturbado, que inclui a distribuição de fontes sobre o corpo para reproduzir um campo de pressões levemente alterado sobre um contorno reduzido contido no domínio, e satisfazer a condição de Dirichlet simultaneamente. Para isso, é utilizado o método de solução do tipo Newton. No entanto, no contexto da MAD, estes testes permitem expor o mal condicionamento do sistema, sugerindo que a utilização do método tipo Newton pode não ser apropriado para a solução desse tipo de problema.

Exclusivamente nesta secção, os testes foram realizados sobre duas geometrias: o cilindro circular e o perfil simétrico, NACA0012. A discretização do cilindro e do perfil, juntamente com o contorno reduzido próximo ao corpo, δ , estão representados na Figura 6.1.

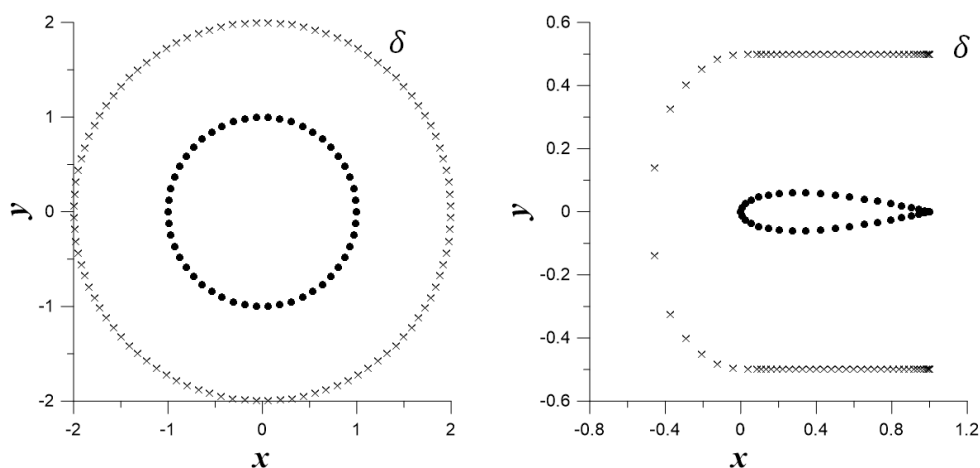


Figura 6.1 Discretização do cilindro e do perfil NACA0012, juntamente com os pontos de cálculo sobre o contorno (δ) próximo aos corpos.

As dimensões envolvidas na descrição do cilindro e do perfil NACA0012 podem ser visualizadas na Figura 6.1. A discretização do cilindro foi feita utilizando 100 painéis, e do perfil NACA0012, 84 painéis. A quantidade de pontos de cálculo sobre o contorno reduzido δ , neste caso, é igual ao número de painéis para as respectivas geometrias. As soluções são determinadas para escoamento uniforme sem ângulo de incidência.

6.1.1 Testes Numéricos para o Escoamento Potencial Puro

Os testes do potencial puro não incluem o contorno próximo ao corpo, e são feitos apenas com base em distribuição de vórtices. Sendo assim, basta que apenas a condição de Dirichlet seja satisfeita. O resultado dessa atribuição é um sistema linear. Sendo assim, calculados os pontos de controle por meio das coordenadas do corpo, basta determinar a matrizes de influência \mathbb{M}_t , dada pela expressão (5.15), e aplica-la sobre o seguinte sistema:

$$\sum_{j=1}^{\text{NP}} \gamma_j \mathbb{M}_{t_{ij}} - 2\pi\gamma_i = -2\pi v_{t\infty} \quad (6.1)$$

que é a simplificação do sistema expresso em (5.23) quando desconsideradas distribuições de fontes e esteira. A solução do sistema (6.1) foi determinada através da rotina DGESV, disponível na biblioteca da Intel® *Math Kernel Library* (MKL). Essa rotina requer basicamente a dimensão, o número de vetores que compõe o segundo membro do sistema, e a matriz dos coeficientes composta da matriz de influência \mathbb{M}_t .

Os resultados numéricos para o cilindro foram comparados com a solução analítica, que é bastante conhecida. A Figura 6.2 mostra a distribuição de vórtices e o coeficiente de pressão sobre o cilindro ao longo da coordenada θ considerando que o escoamento incidente unitário.

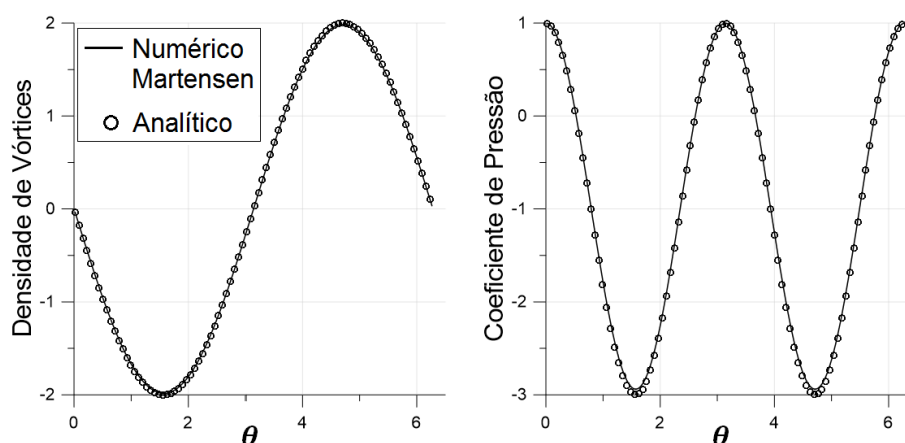


Figura 6.2 Distribuição de vórtices e coeficiente de pressão sobre o cilindro.

Como se pode observar, o método numérico de Martensen reproduz satisfatoriamente a solução analítica. Esses resultados mostram que o método dos painéis desenvolvido neste trabalho pode ser aplicado seguramente como base para implementação da MAD.

Os resultados numéricos para o perfil NACA0012 foram comparados com a solução numérica fornecida em Moran (1984), em *An Introduction To Theoretical and Computational Aerodynamics*, sobre a implementação do método dos painéis utilizando o método proposto por Hess e Smith (1966). A Figura 6.3 mostra o coeficiente de pressão sobre o perfil NACA0012 ao longo dos pontos de controle, x_{mj} .

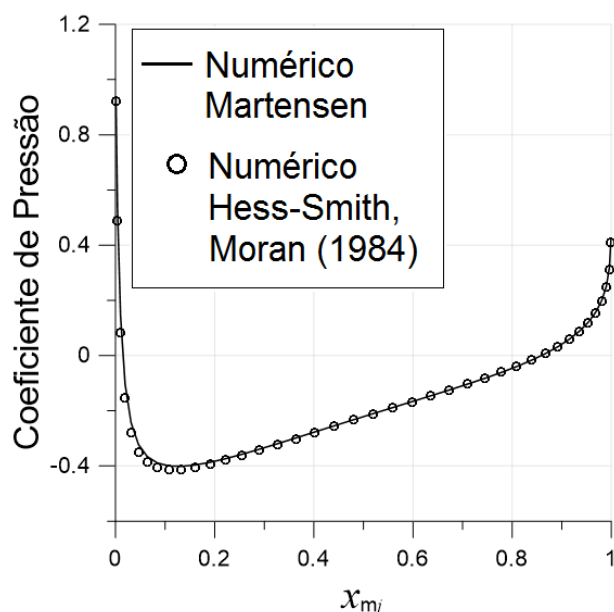


Figura 6.3 Distribuição de pressão sobre o perfil NACA0012.

Estando razoavelmente validados os resultados do escoamento potencial puro, são apresentados a seguir os resultados sobre o escoamento potencial perturbado.

6.1.2 Testes Numéricos para o Escoamento Potencial Perturbado

O escoamento potencial perturbado consiste na descrição do método dos painéis com base na distribuição de fontes e vórtices sobre o corpo. Os testes do potencial perturbado incluem duas condições de contorno: a condição de Dirichlet sobre o corpo e a condição de pressão imposta sobre a fronteira do contorno reduzido. O resultado dessas atribuições é um sistema não-linear conforme já discutido no Capítulo 4, equação (4.9). Sendo assim, será utilizado o método tipo Newton como primeira opção para resolver o problema de escoamento potencial perturbado.

Vale ressaltar que o escoamento perturbado não é o mesmo que o escoamento potencial-viscoso, pois nenhuma condição de contorno advinda de um campo de escoamento viscoso será imposta. A condição de pressão é fornecida, agora como uma distribuição numérica levemente alterada sobre a fronteira do contorno reduzido em δ (ver Figura 6.1), que pode ser definida a partir de qualquer método potencial, incluindo soluções analíticas. No contexto da MAD, este contorno será associado à fronteira do domínio reduzido.

Conforme discutido no capítulo anterior, no método de Newton, o sistema é resolvido simultaneamente para as densidades de fontes e vórtices sobre o corpo, fornecendo a solução de um vetor de singularidades. A solução do vetor de singularidades deve satisfazer a condição de pressão, que sobre a forma dessa metodologia assume a função (5.17), e a condição de velocidade no interior do corpo nula, dada pela função (5.18) sem a influência da esteira.

Foi utilizada uma biblioteca da IMSL® *Fortran Subroutines for Mathematical Applications* que contem rotinas para solução de sistemas não-lineares. Em específico, a rotina utilizada foi a DNEQNJ, que trabalha em dupla precisão e resolve sistemas não-lineares através um algoritmo híbrido modificado tipo Newton, em que a matriz jacobiana pode ser fornecida analiticamente. A rotina DNEQNJ contém duas sub-rotinas a qual são implementadas as funções, (5.17) e (5.18), e a jacobiana (5.19) a (5.22). Na DNEQNJ, os parâmetros que devem ser fornecidos pelo usuário são o número de iterações máximo, a tolerância residual, e o vetor de singularidades iniciais (estimativa inicial).

Nesta secção, os testes utilizando o método do tipo Newton foram realizados sobre geometrias bem diferentes, fazendo com que o vetor de singularidades iniciais possa assumir valores bem distintos. Para os testes sobre o cilindro, foram gerados resultados para singularidades iniciais variando de 10 a 10^{-3} , com tolerância de 10^{-3} . No que diz respeito às densidades de fontes e vórtices sobre o cilindro, todos os resultados tiveram o mesmo comportamento. Com vetor inicial de 10^{-3} , a solução foi determinada em 60 iterações, bem abaixo do limite de tolerância, durante um tempo insignificante. A Figura 6.4 mostra a solução típica das singularidades para satisfazer a condição de pressão utilizando a presente metodologia.

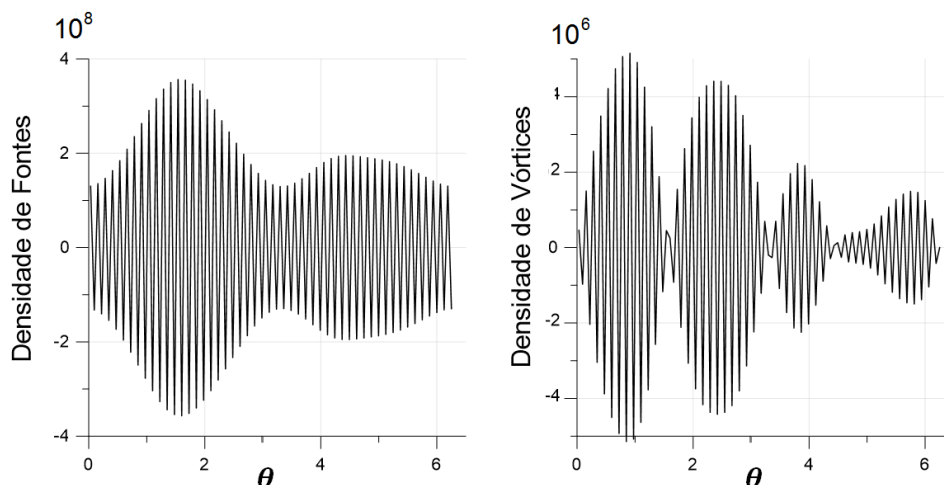


Figura 6.4 Distribuição fontes e vórtices sobre o cilindro utilizando o método do tipo Newton.

Nota-se a instabilidade dos valores das singularidades para satisfazer as condições de contorno simultaneamente. São esses os resultados que expõe como o sistema descrito pelo método de Newton é mal condicionado. No entanto, essas distribuições satisfazem a condição de pressão sobre o contorno reduzido, inclusive com as mesmas componentes de velocidade conforme mostra a Figura 6.5.

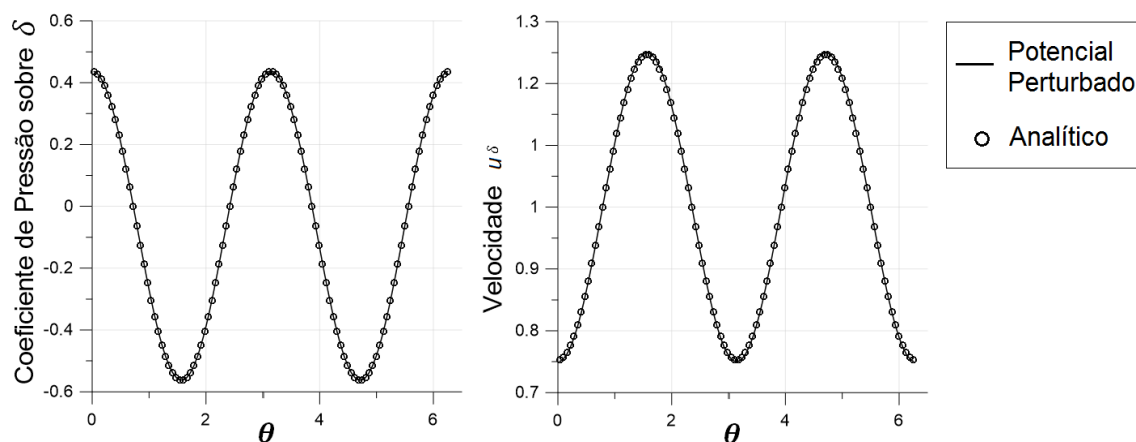


Figura 6.5 Distribuição do coeficiente de pressão e componente u^δ da velocidade sobre o contorno δ para o problema do cilindro utilizando o método do tipo Newton.

A componente de velocidade v^δ não foi exibida, pois as diferenças entre as soluções são praticamente imperceptíveis também.

Para os testes sobre o perfil NACA0012, foram gerados resultados para vetores de singularidades iniciais variando de 1 a 10^{-3} , com tolerância de 10^{-3} . No que diz respeito às

6.1.2 Testes Numéricos para o Escoamento Potencial Perturbado

densidades de fontes e vórtices, todos os resultados tiveram o comportamento similar ao teste feito no cilindro. Para os resultados que serão apresentados, foi assumido o vetor inicial igual 10^{-3} . O processo de solução convergiu em 50 iterações, bem abaixo do limite de tolerância, durante um tempo computacional insignificante. A Figura 6.6 mostra a solução das singularidades sobre o perfil NACA0012 ao longo do comprimento normalizado, s_c , dos painéis.

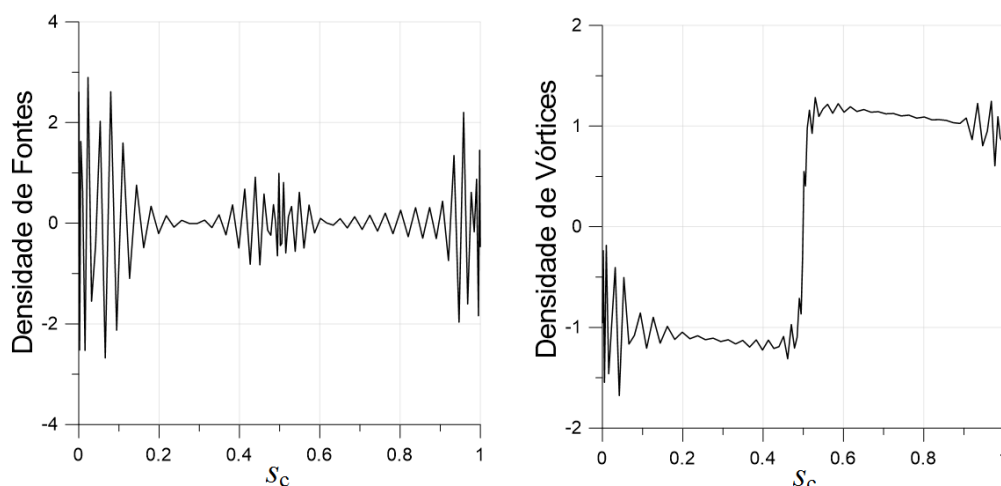


Figura 6.6 Distribuição de fontes e vórtices sobre o perfil NACA0012 utilizando o método do tipo Newton.

Essas distribuições de singularidades reproduzem satisfatoriamente a distribuição de pressão sobre o contorno reduzido, porém, agora com componentes de velocidades pouco acurada, como mostra a Figura 6.7.

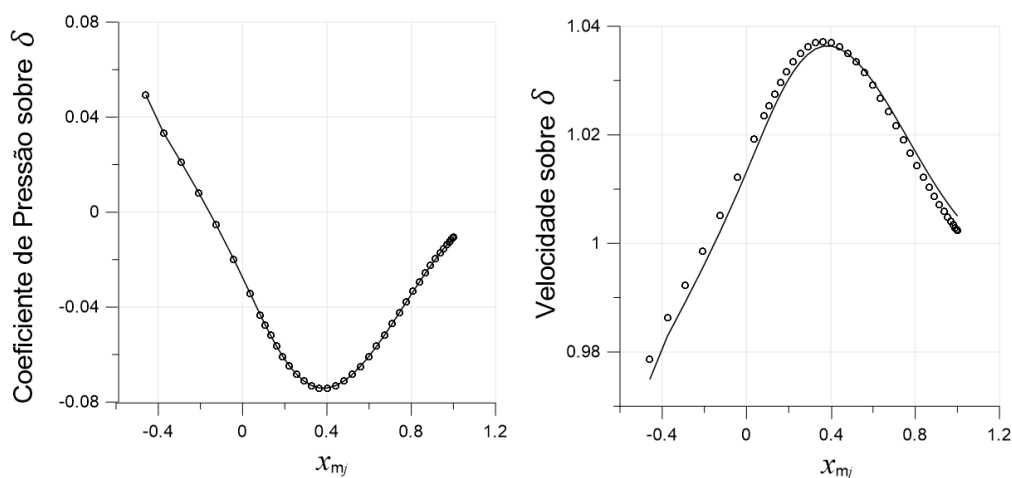


Figura 6.7 Distribuição do coeficiente de pressão e componente u^δ da velocidade sobre o contorno δ para o problema do NACA0012 utilizando o método do tipo Newton.

6.1.2 Testes Numéricos para o escoamento Potencial Perturbado

Na Figura 6.7, os pontos vazios correspondem às distribuições alvo, que foram fornecidas pela solução numérica implementada com uma leve influencia de fontes, e as curvas contínuas a solução do potencial perturbado.

As soluções do escoamento perturbado satisfazem as condições de contorno simultaneamente à custa de distribuições de singularidades extremamente instáveis, conforme Figuras 6.4 e 6.6. As singularidades sobre o cilindro e o perfil NACA0012 mostram claramente como o mal condicionamento do sistema pode se manifestar. Apesar da instabilidade das distribuições de fontes e vórtices sobre o NACA0012, a distribuição de vórtices tem uma tendência típica do escoamento puro, enquanto que no cilindro isso não é observado. No entanto, a condição de pressão no problema do cilindro foi reproduzida com as componentes de velocidade corretas, enquanto que no perfil isso não foi observado.

Estes testes foram fundamentais para o desenvolvimento da MAD voltada à solução do escoamento potencial-viscoso, que no contexto do presente tópico, é representado pelo escoamento potencial perturbado. Os resultados obtidos evidenciam a dificuldade em se conseguir boas respostas por meio de distribuições de pressões impostas a uma certa distância do corpo. Na secção 6.3, serão mostrados os testes preliminares do escoamento potencial-viscoso. Em se tratando de condições de contorno advindas de distribuições viscosas, é de se esperar que estes testes preliminares forneçam soluções típicas das que já foram apresentadas, e isso é o que se verifica. Na próxima secção (6.2) serão apresentados resultados para o escoamento viscoso sobre o domínio extenso. Estes resultados serão utilizados em testes semelhantes aos realizados neste item (secção 6.3) e, finalmente, em testes da MAD (secção 6.4).

6.2 Solução do Escoamento Turbulento Sobre o Domínio Extenso

Nesta secção serão apresentados os resultados para solução do escoamento viscoso no domínio extenso. Será considerado o escoamento turbulento sobre o perfil NACA0012 sem ângulo de incidência. A solução foi obtida através dos *softwares* comerciais sobre análises em CFD que compõe o ANSYS® *Workbench* (2015) versão 16.0. A Tabela 6.1 mostra os *softwares* utilizados desde a etapa de descrição do domínio até o pós-processamento de resultados.

Tabela 6.1 *Softwares* utilizados para solução das equações RANS.

Etapas	<i>Softwares</i> ®
Descrição do domínio	Geometry – <i>Design Modeler</i>
Malha computacional	Mesh
Condições de contorno	CFX- <i>Pre</i>
Solução RANS	CFX - <i>Solver Manager</i>
Pós-processamento de resultados	CFD- <i>post</i>

Os resultados apresentados nesta secção serão utilizados nas próximas secções que contemplam os testes preliminares para o escoamento potencial e a solução da MAD sobre domínio reduzido.

6.2.1 Descrição do Domínio e Malha Computacional

Como foi discutido no Capítulo 5, a descrição do domínio consiste na definição da forma e dimensões dos contornos de entrada, *farfield*, e saída. Se tratando do escoamento sobre o perfil NACA0012, o domínio foi representado em formato C, e as dimensões podem ser visualizadas na Figura 6.8. Para o perfil foi adotado o valor da corda, c , igual a 1 [m]. A partir desse domínio a próxima etapa é gerar a malha computacional.

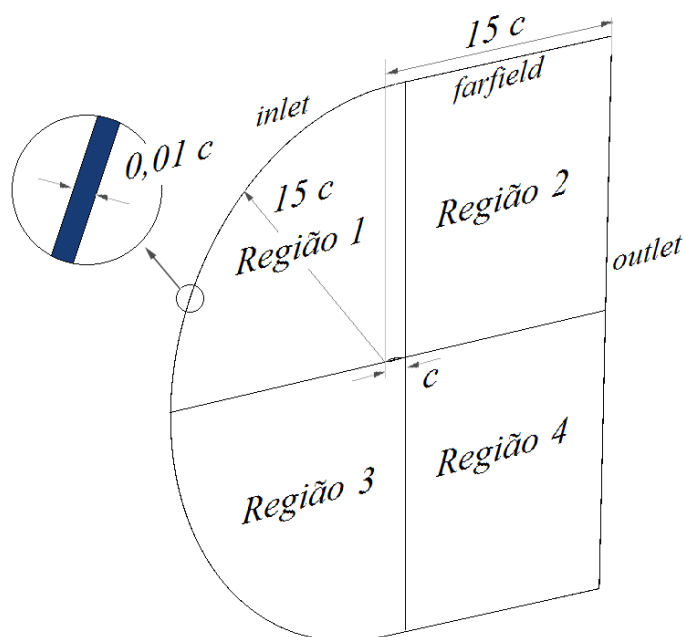


Figura 6.8 Representação do domínio computacional extenso.

Foi gerada uma malha do tipo estruturada por meio da divisão do domínio em quatro regiões, que são destacadas na Figura 6.8. Entre as interfaces dessas regiões, foram aplicadas as funções do tipo *Edge Sizing* para formar os elementos da malha. Essa função permite controlar o número, o crescimento, entre outros parâmetros que controlam a distribuição elementos sobre as interfaces.

Sobre a interface entre as regiões 1 e 2, a construção dos elementos foi feita a partir do tamanho, ou altura, do menor elemento e do tipo de crescimento. O tipo de crescimento foi selecionado de maneira que o menor elemento fosse localizado sobre o bordo de ataque do perfil. O fator de crescimento foi assumido como igual a 10. Adotando y^+ de ≈ 1 , foi calculada a altura do primeiro elemento igual a 0,2 [mm].

Sobre o perfil, a construção dos elementos foi feita a partir do número de divisões e função de distribuição. O NACA0012 foi discretizado com 84 elementos, e foi aplicada uma função de distribuição, com fator de crescimento igual a 15, que concentra mais elementos sobre o bordo de ataque e bordo de fuga. Quanto à discretização das camadas adjacentes ao plano de simetria do domínio, foi utilizado apenas um elemento, para que elementos excedentes não fossem gerados devido à necessidade de representação do domínio em 3D.

6.2.1 Descrição do Domínio e Malha Computacional

A interface entre as regiões 3 e 4, que compreende a esteira, também foi discretizada a partir do número de divisões e função de distribuição. Sobre a esteira foram atribuídos 100 elementos, e foi aplicada uma função de distribuição, com fator igual a 400, fazendo com os elementos cresçam ao longo da esteira, a iniciar com o menor elemento sobre o perfil. Inclusive, esses parâmetros foram assumidos para que primeiro elemento da esteira tivesse, aproximadamente, o mesmo comprimento dos últimos elementos referente ao bordo de fuga do perfil.

Por fim, é indicado aplicar o método de controle de malha *MultiZone* sobre o domínio, atribuindo que a malha seja mapeada através de elementos hexaédricos. Com esses parâmetros foi gerada uma malha estruturada com 218.324 nós e 108.600 elementos. Parte dela pode ser visualizada na figura 6.9.

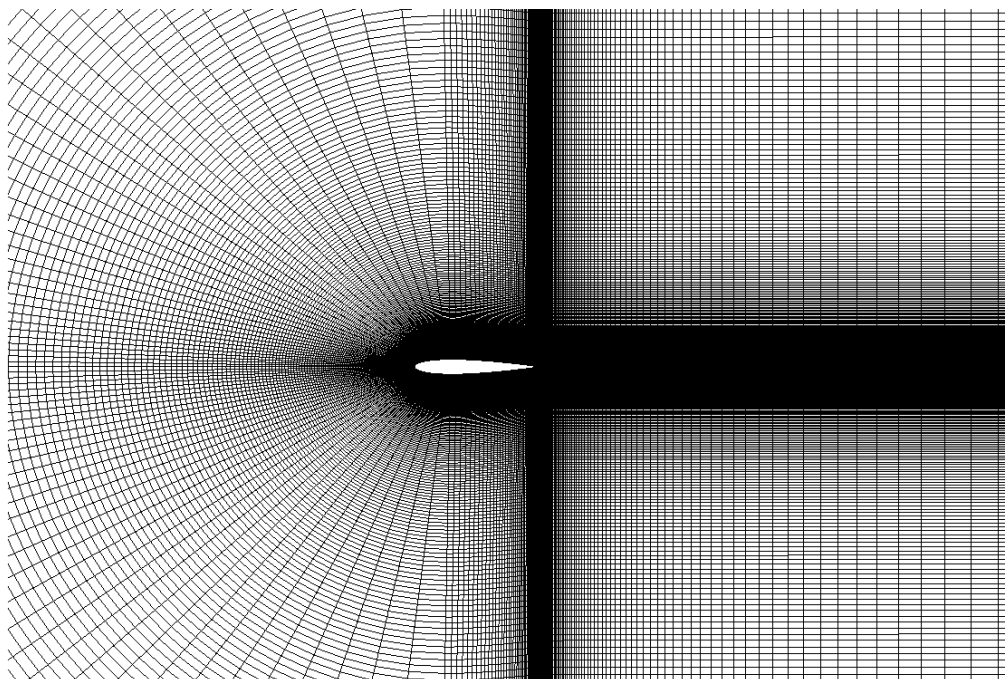


Figura 6.9 Malha estruturada gerada sobre o NACA0012

6.2.2 Condições de Contorno, Métodos e Controles da Solução Numérica

As condições de contorno impostas sobre as fronteiras do domínio foram as de velocidade do escoamento incidente sem ângulo de incidência, (3.10), e pressão na região não perturbada. O campo de velocidade sobre *inlet* e *farfield* foi assumido igual a 1 [m/s], e a pressão sobre *outlet* igual a 0 [Pa]. Essas condições são apropriadas já que se trata de um domínio de grandes proporções. A condição de simetria também deve ser imposta sobre os planos adjacentes do escoamento.

Sobre as análises gerais das condições do escoamento, os parâmetros que representam as propriedades do fluido, massa específica e viscosidade dinâmica, foram ajustados para reproduzir um número de Reynolds igual a 10^5 . A utilização de altos números de Reynolds permite que os efeitos viscosos fiquem confinados bem próximos à parede do corpo. A pressão de referencia foi ajustada para 0 [Pa]. Efeitos de flutuabilidade e transferência de calor são dispensáveis. Se tratando de escoamento turbulento com elevado número de Reynolds, foi empregado o modelo de turbulência $k-\omega$ SST.

A complexidade das soluções RANS faz com que alguns métodos de solução numérica possam ser mais apropriados. Os métodos de solução adotados para as equações de conservação e variáveis de turbulência constituem-se de métodos de alta ordem. A tolerância residual de todas as variáveis de interesse foi adotada da ordem de 10^{-12} . A Figura 6.10 mostra o comportamento dos resíduos referente à equação da continuidade, campo de velocidades, e as variáveis de turbulência durante o processo iterativo para solução das equações RANS.

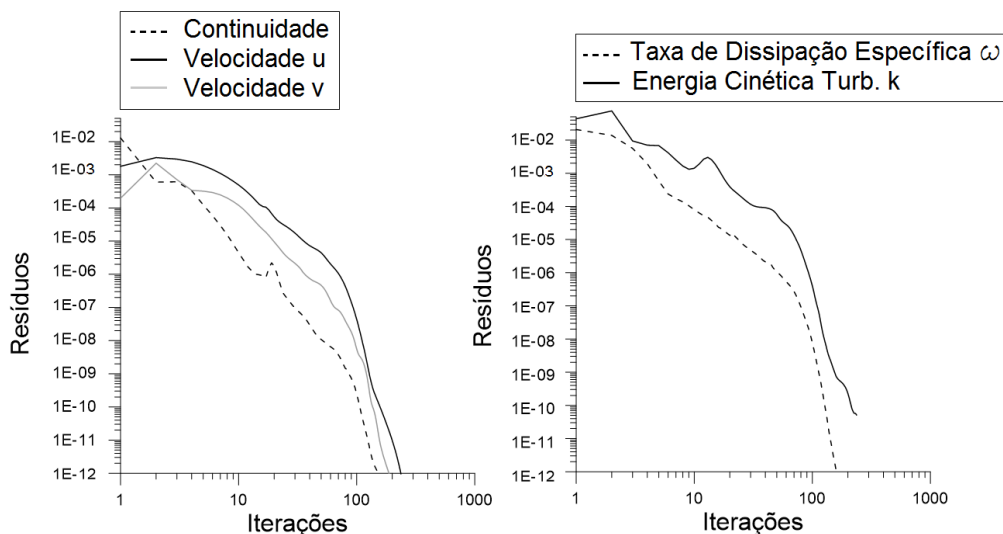


Figura 6.10 Histórico de resíduos em função do número de iterações.

Como durante a solução não houve problemas de convergência, não foi necessário modificar os fatores de relaxação. A convergência foi obtida ao final de 160 iterações em 18 minutos e 28 segundos.

6.2.3 Pós-processamento e Resultados

Os resultados apresentados neste tópico serão importantes para escolha do método numérico para solução do escoamento potencial-viscoso. Estes resultados constituem os campos de pressão (ou coeficiente de pressão) e velocidade sobre o contorno próximo ao corpo, que no contexto da MAD assume a fronteira do domínio reduzido. Inclusive, o contorno adotado para apresentação destes resultados é de fato ao equivalente à fronteira do domínio reduzido. Sendo assim, será atribuído um contorno em C de raio igual a $0,5c$ contemplando a região ao longo da esteira conforme domínio extenso. Testes mostraram que o valor de $0,5c$ é suficiente para que a equação de Bernoulli seja satisfatoriamente válida sobre as fronteiras. A Figura 6.11 mostra as distribuições do coeficiente de pressão e velocidade viscosa sobre a fronteira em questão.

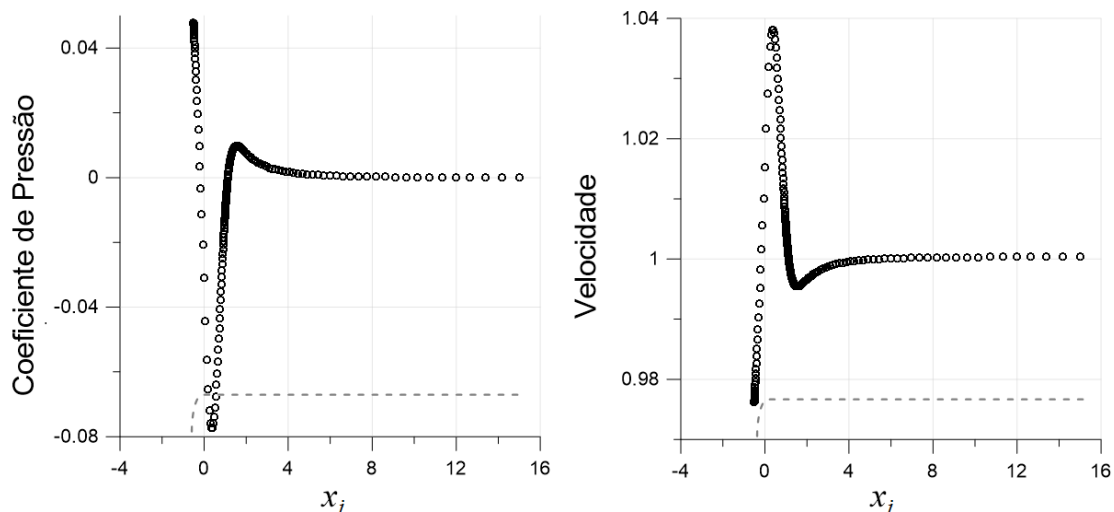


Figura 6.11 Resultados das distribuições de coeficiente de pressão e velocidade u^δ viscoso sobre o contorno reduzido.

Em geral esses resultados são utilizados para comparar com a solução da MAD, ou em outras palavras, a solução RANS sobre domínio reduzido aplicando a MAD. Em especial para os testes preliminares do potencial-viscoso, será utilizada a distribuição do coeficiente de pressão viscosa para tentar produzir os campos de velocidades utilizando o método do tipo Newton e o método de otimização global CRSA.

6.3 Testes Preliminares para o Escoamento Potencial-Viscoso

Os testes preliminares para a solução do escoamento potencial-viscoso consistem em verificar a capacidade dos programas desenvolvidos nesse trabalho em reproduzir, sobre uma fronteira próxima ao corpo, o campo de pressões e velocidades do escoamento viscoso proveniente o domínio extenso. Essa fronteira será equivalente à fronteira do domínio reduzido empregado na MAD. Estes testes vão permitir selecionar a melhor metodologia para ser aplicada na proposta deste trabalho. Serão testadas as metodologias pelo método do tipo Newton e pelo método de otimização global CRSA. Será mostrado que os resultados com o CRSA são superiores aos obtidos pelo método do tipo Newton. O CRSA, portanto, será escolhido para implementar a MAD proposta neste trabalho.

6.3.1 Utilizando o Método do tipo Newton

Na descrição do escoamento potencial-viscoso deste trabalho, a utilização de fontes tem o papel de simular o efeito do deslocamento das linhas de corrente em regiões bem próximas ao corpo. Como foi apresentado no tópico de escoamento potencial perturbado, a descrição do método dos painéis com base em distribuições de fontes e vórtices leva a um sistema mal condicionado quando se deseja satisfazer, simultaneamente, as condições de pressão e Dirichlet. A manutenção do método do tipo Newton como uma primeira opção foi decidida em função dos resultados apresentados para o cilindro, Figura 6.5, e para o perfil NACA0012, Figura 6.7. Nesses casos, pelo menos o campo de pressões foi satisfatoriamente reproduzido sobre o contorno em questão.

Os testes preliminares para escoamento potencial-viscoso utilizando a presente metodologia foi realizada apenas sobre o perfil NACA0012. Como ainda não há inclusão da esteira, o contorno em que se impõe a condição de pressão é o mesmo daquele representado na Figura 6.1. No entanto, a distribuição de pressão que deve ser reproduzida advém do escoamento viscoso sobre o domínio extenso. Ela está mostrada na Figura 6.11, junto com a distribuição de velocidades u^δ .

Através da rotina DNEQNJ, foi gerado um resultado assumindo um vetor de singularidades iniciais unitário, com tolerância de 10^{-3} . A solução foi determinada em 114 iterações, abaixo do limite de tolerância, durante um tempo computacional insignificante. No que diz respeito às densidades de fontes e vórtices sobre o perfil, os resultados tiveram o mesmo comportamento daqueles apresentados na solução do escoamento potencial perturbado. A Figura 6.12 mostra a solução das singularidades potencial-viscosa utilizando o método do tipo Newton.

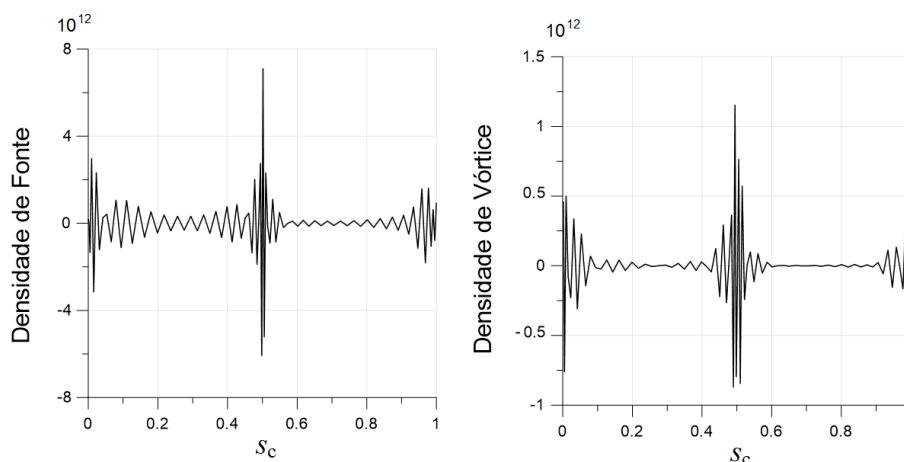


Figura 6.12 Distribuições de fontes e vórtices potencial-viscoso sobre o perfil NACA0012 utilizando o método do tipo Newton.

Como esperado, as distribuições de singularidades permaneceram com o comportamento instável frente às condições de pressão impostas. Em se tratando de um campo de pressões proveniente do escoamento viscoso, os resultados da Figura 6.12 são piores que os resultados apresentados na Figura 6.6.

A alta sensibilidade da convergência dessa metodologia devido às condições iniciais faz com que a solução do problema fique muito limitada. Esse fato ocorre devido a dificuldade de se determinar uma solução que satisfaça a condição de pressão, associado ao mal condicionamento do sistema. O vetor de singularidade iniciais unitário permitiu a convergência dentro do limite de tolerância, reproduzindo corretamente o campo de pressões, mas com componentes de velocidades pouco acuradas, conforme mostra a Figura 6.13.

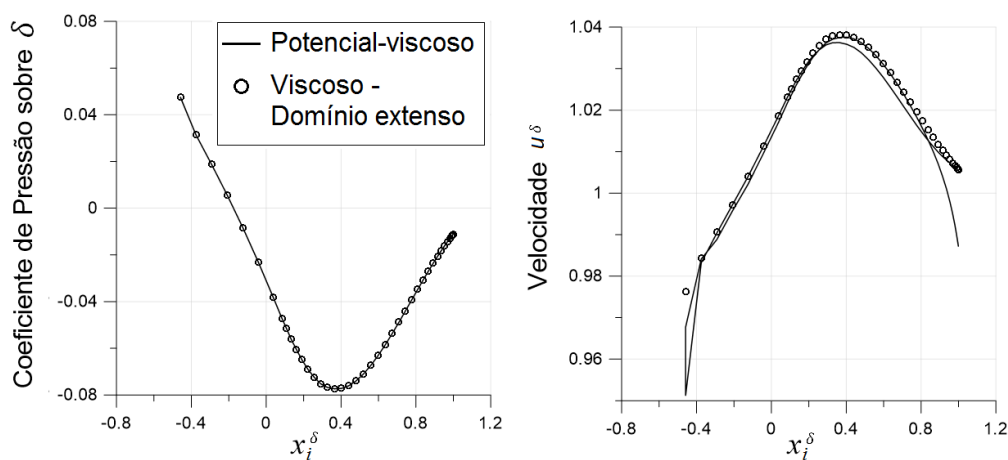


Figura 6.13 Resultados das distribuições do coeficiente de pressão e velocidade u_δ potencial-viscoso sobre o contorno reduzido utilizando o método do tipo Newton.

Diante desses resultados, uma alternativa para solução desse problema é a parametrização da distribuição de fontes. A parametrização das fontes é associada a um método de otimização global que busca minimizar a diferença entre as pressões fornecidas pelos escoamentos potencial-viscoso e viscoso, mediante a equação de Bernoulli aplicada ao contorno reduzido.

6.3.2 Utilizando o Método de Otimização Global CRSA

Como foi discutido no Capítulo 5, a maneira de implementar a MAD utilizando o método de otimização global envolve a determinação de parâmetros a serem otimizados. O algoritmo de busca aleatória controlada, CRSA, é aplicado na busca desses parâmetros que, por sua vez, são responsáveis pelo comportamento das distribuições de fontes sobre o corpo e a esteira, conforme as equações (5.24) e (5.26), respectivamente. Esses parâmetros são determinados de maneira a minimizar a função-objetivo expressa em (5.27).

Em se tratando de testes preliminares para o escoamento potencial-viscoso, é importante verificar se a minimização da função-objetivo vem acompanhada de uma boa reprodução das componentes de velocidades sobre o contorno reduzido. Essas componentes de velocidades devem estar associadas à distribuição de pressão proveniente da solução do escoamento viscoso sobre o domínio extenso. Em uma análise preliminar, será apresentada a aplicação dessa metodologia negligenciando os efeitos da esteira, de maneira que o contorno em que se impõe a condição de pressão é o mesmo daquele representado na Figura 6.1. Nesse contexto, o número de parâmetros do otimizador constitui apenas o número de parâmetros, n_p , associados às fontes sobre o corpo.

Parte da metodologia consiste em inicializar os parâmetros de projeto e, em seguida, através da expressão (5.24) determinar a distribuição inicial de fontes sobre o corpo. Os parâmetros sobre o corpo estão associados aos valores de densidade de fontes propriamente dita, q_k , que foram impostas sobre os pontos extremos dos painéis. Em se tratando de escoamento simétrico, os pontos foram escolhidos para serem dispostos de maneira equidistante. Inicia-se com a atribuição no primeiro ponto, finalizando no último ponto, de

6.3.2 Utilizando o Método de Otimização Global CRSA

maneira que o valor da densidade de fontes sobre esses dois pontos sejam iguais, isto é, $q_1 = q_{np+1}$.

Foram utilizados 6 parâmetros para determinação da distribuição preliminar de fontes sobre o perfil NACA0012, e inicialmente eles foram assumidos iguais a zero. O resultado da atribuição desses parâmetros é uma distribuição de fontes associadas aos pontos extremos dos painéis. Os valores que assumem os pontos extremos são dados pela equação (5.25), notando que a razão NP/n_p deve ser um número inteiro. Na expressão (5.24), para cada índice k , o índice j assume valores de $node_k$ a $node_{k+1}$. Como foram utilizados 84 painéis e 6 parâmetros para o corpo, esses pontos são 1,15,29,43,57,71 e 85. O valor da densidade de fontes associado a cada painel é dado pela média entre as densidades atribuídas aos seus respectivos pontos extremos.

No contexto da sistemática iterativa da MAD, Figura 5.6, a definição dos parâmetros iniciais, corresponde à etapa 2. Iniciando os parâmetros com valor nulo torna possível reproduzir a solução clássica do método de Martensen com a distribuição de vórtices apenas. Essa solução será utilizada na geração das condições de contorno iniciais do CFX®-Pre na fronteira do domínio reduzido nos testes da MAD a serem realizados na seção 6.4.

Com a solução da distribuição de fontes sobre o corpo, é possível resolver o sistema linear expresso por (5.23). Nos testes desta seção (6.3) a esteira ainda não será considerada ($q_j^w = 0$). A solução desse sistema foi realizada através da rotina DGESV, lembrando que os requisitos dessa rotina já foram citados nos teste sobre o escoamento potencial puro.

Com os valores atribuídos aos parâmetros iniciais, o algoritmo CRSA pode iniciar o processo de otimização dos mesmos para buscar minimizar a função-objetivo. Antes, porém, as restrições laterais devem ser ajustadas para incluir as buscas próximas aos limites inferior e superior. Esses limites variam de acordo com o problema. Para o caso de escoamento simétrico sobre o perfil NACA0012, uma faixa de parâmetros que engloba razoavelmente a melhor aproximação do campo de pressões viscoso é mostrada na Tabela 6.2.

6.3.2 Utilizando o Método de Otimização Global CRSA

Tabela 6.2 Restrições laterais dos parâmetros referentes à distribuição de fontes sobre o NACA0012 sem influência da esteira.

Restrições laterais			
a_1^L	-0,06	a_1^U	-3e-2
a_2^L	0	a_2^U	3e-2
a_3^L	0	a_3^U	2,5e-2
a_4^L	0	a_4^U	1,5e-1
a_5^L	0	a_5^U	2,5e-2
a_6^L	0	a_6^U	3e-2

Vale notar que as restrições laterais referentes ao primeiro parâmetro tendem admitir valores negativos, e como os parâmetros do corpo correspondem às densidades das singularidades propriamente ditas, isso sugere a presença de sumidouros sobre a região do bordo de fuga do perfil. A presença de sumidouros indica o início do efeito da esteira sobre o NACA0012. Os restantes dos parâmetros que assumem valores positivos, de fato estão associados a densidades de fontes, responsáveis por simular o efeito de transpiração. A partir das restrições laterais expostas na Tabela 6.2, o otimizador determinou os valores dos 6 parâmetros, minimizando a função-objetivo a um valor da ordem de 10^{-5} em 2192 tentativas. Segue a Tabela 6.3 mostrando os parâmetros correspondentes, à distribuição de fontes (ou sumidouros) propriamente ditas, em sete pontos equidistantes sobre NACA0012.

Tabela 6.3 Solução dos parâmetros sobre o NACA0012.

a_1	-5,92e-2
a_2	1,79e-2
a_3	4,96e-5
a_4	3,47e-2
a_5	4,26e-5
a_6	1,79e-2

Com os resultados da Tabela 6.3, é possível determinar a distribuição de fontes para um potencial-viscoso, e por meio da solução de (5.23) a distribuição de vórtices para satisfazer a condição de Dirichlet. A Figura 6.14 mostra os resultados para a distribuição de fontes e vórtices sobre o perfil NACA0012 em função do comprimento normalizado dos painéis.

6.3.2 Utilizando o Método de Otimização Global CRSA

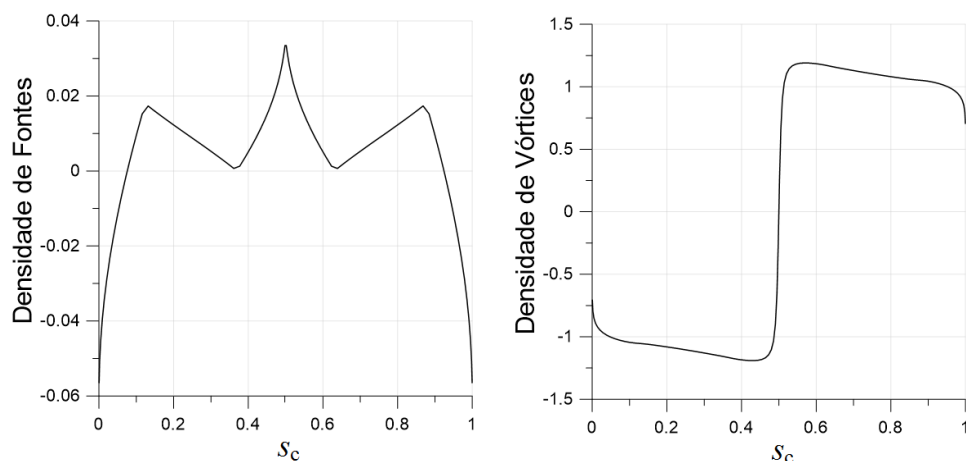


Figura 6.14 Distribuições de fontes e vórtices potencial-viscoso sobre o perfil NACA0012 utilizando o algoritmo CRSA.

Com essas singularidades, a Figura 6.15 mostra as soluções das distribuições do coeficiente de pressão e velocidades em função dos pontos da abscissa do contorno reduzido. Se tratando dos testes preliminares, os resultados comparam as distribuições fornecidas pelo potencial-viscoso com as provenientes do escoamento viscoso sobre o domínio extenso.

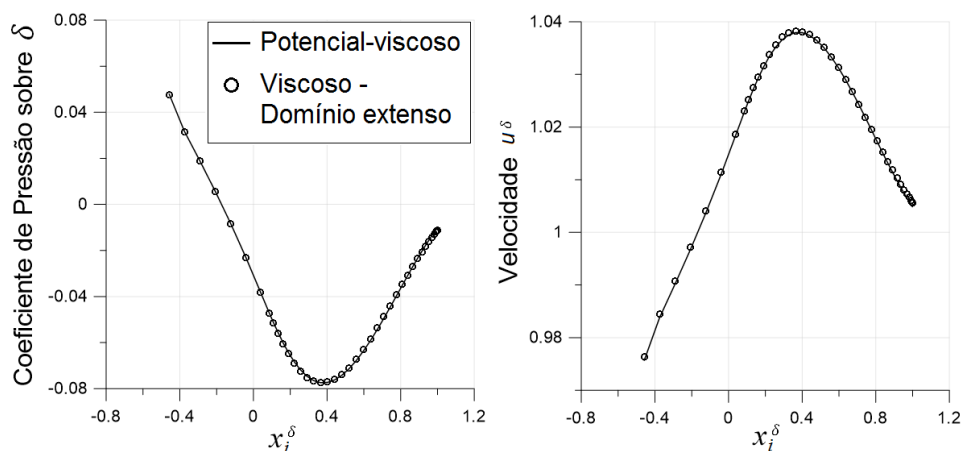


Figura 6.15 Resultados das distribuições do coeficiente de pressão e velocidade u^δ potencial-viscoso sobre o contorno reduzido utilizando o algoritmo CRSA.

Nota-se que o algoritmo utilizado pelo otimizador reproduziu muito bem os campos referentes ao escoamento viscoso. Por isso, será adotado o método de otimização global CRSA para solução da MAD sobre o domínio reduzido.

Antes de apresentar os resultados com a implementação da esteira, será reproduzido um resultado similar ao feito anteriormente, porém impondo a condição de pressão sobre o contorno reduzido que engloba a região da esteira, ou *farfield*, equivalente a fronteira do

6.3.2 Utilizando o Método de Otimização Global CRSA

domínio reduzido que é empregado na MAD. Com estes testes, é possível mostrar como a adição da esteira afeta os resultados das distribuições de pressão e velocidade.

Mantendo as condições iniciais e os limites laterais, o otimizador determinou os valores dos 6 parâmetros atingindo um erro residual da ordem de 10^{-4} em 3047 tentativas. Segue a Tabela 6.4 mostrando os parâmetros correspondentes, à distribuição de fontes (ou sumidouros) propriamente ditas, nos sete pontos equidistantes sobre NACA0012.

Tabela 6.4 Solução dos parâmetros sobre o NACA0012 incluindo a região de *farfield*.

a_1	-5,98e-2
a_2	1,86e-2
a_3	2,92e-3
a_4	2,26e-2
a_5	3,10e-3
a_6	1,86e-2

A partir desses parâmetros, a Figura 6.16 mostra os resultados para a distribuição do coeficiente de pressão em função da coordenada x do contorno reduzido. Graficamente os resultados para a distribuição de densidade de fontes e vórtices sobre o perfil foram idênticos aos da Figura 6.14.

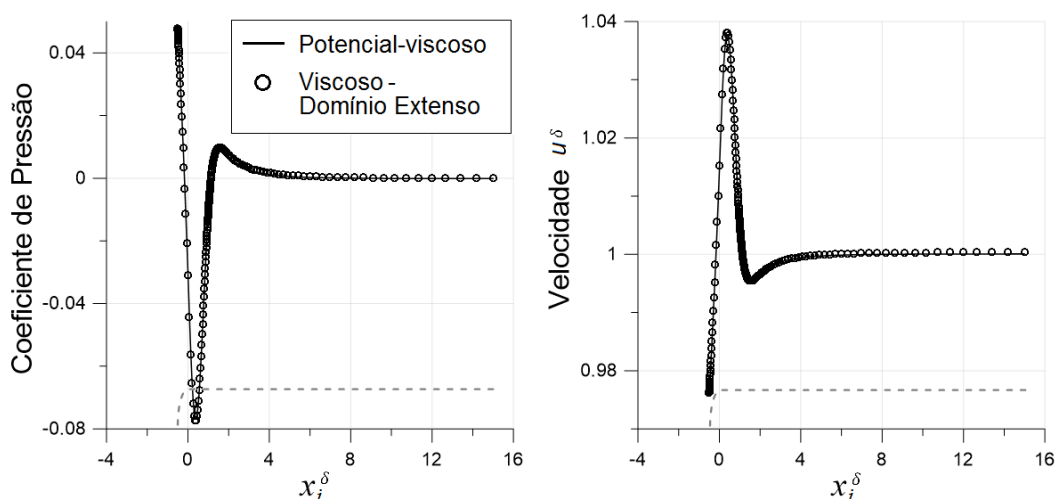


Figura 6.16 - Distribuição do coeficiente de pressão e componente u^δ da velocidade sobre o contorno reduzido utilizando o CRSA.

Esses resultados não diferem muito do que já foi apresentado utilizando a algoritmo CRSA. Eles foram gerados para verificar se há efeito significativo sobre a implementação da

6.3.2 Utilizando o Método de Otimização Global CRSA

esteira, uma vez que daqui em diante o contorno reduzido contempla toda região do domínio reduzido.

A inclusão da esteira faz com que mais dois parâmetros, $a_7 = a_1^w$ e $a_8 = a_2^w$, sejam adicionados, fazendo com que o número de parâmetros total do otimizador seja igual a 8. Similar ao feito no teste anterior, a atribuição dos parâmetros iniciais para solução preliminar da distribuição de fontes sobre o airfoil NACA0012 foi de valores nulos, seguindo a mesma metodologia sobre o local de atribuição dos parâmetros. Na esteira, conforme equação (5.23), os parâmetros adicionais não correspondem às densidade de fontes propriamente ditas. Além disso, independente dos valores iniciais, o valor da distribuição de fontes sobre a esteira está relacionada diretamente com o valor do ultimo parâmetros de fonte do airfoil, isto é, inicialmente, se $q_{n_p+1} = 0$ então $q_j^w = 0$. Indiferente dos parâmetros da esteira, o resultado das densidades de fontes está atribuído aos pontos médios dos painéis.

No contexto da sistemática iterativa da MAD, apresentada ao final do Capítulo 5, a definição dos parâmetros iniciais, incluindo o corpo e a esteira, também corresponde a etapa 2. Determinada a distribuição de fontes sobre o NACA0012 e a esteira, é possível resolver o sistema linear expresso por (5.23) completamente. Assim como feito anteriormente, esse sistema foi resolvido através da rotina DGEV. Como o sistema de incógnitas permanece os mesmos, os valores de entrada para a rotina não são modificados. No total, foram utilizados 8 parâmetros para determinação preliminar da distribuição de fontes sobre o perfil NACA0012 e esteira, sendo 6 para o perfil e 2 para esteira. Os parâmetros iniciais do perfil novamente foram assumidos com valor igual a zero, e para esteira $a_7 = 0,2$ e $a_8 = 0,01$. A faixa de parâmetros que correspondem às melhores aproximações do campo de pressão viscoso é mostrada na Tabela 6.5.

6.3.2 Utilizando o Método de Otimização Global CRSA

Tabela 6.5 Restrições laterais dos parâmetros referentes à distribuição de fontes sobre o NACA0012 com a influência da esteira.

Restrições laterais			
a_1^L	-0,06	a_1^U	-3e-2
a_2^L	0	a_2^U	3e-2
a_3^L	0	a_3^U	2,5e-2
a_4^L	0	a_4^U	1,5e-1
a_5^L	0	a_5^U	2,5e-2
a_6^L	0	a_6^U	3e-2
a_7^L	1e-3	a_7^U	5
a_8^L	5e-4	a_8^U	5e-3

A partir das restrições laterais expostas na Tabela 6.5, o otimizador determinou os valores dos 8 parâmetros minimizando a função-objetivo com um erro residual da ordem de 10^{-5} em 3549 tentativas, indicando que houve uma melhoria com a implementação da esteira. Segue a Tabela 6.6 mostrando os parâmetros correspondentes, à distribuição de fontes (ou sumidouros) no NACA0112 e na esteira.

Tabela 6.6 Solução dos parâmetros sobre o NACA0012 e na esteira.

a_1	-5,76e-2
a_2	1,91e-2
a_3	6,99e-6
a_4	2,94e-2
a_5	9,74e-7
a_6	1,92e-2
a_7	1,71
a_8	4,97e-3

Com os parâmetros calculados, é determinada uma as distribuições de fontes para um potencial-viscoso, e por meio da solução de (5.23) a distribuição de vórtices. A Figura 6.17 mostra os resultados para a distribuição de fontes sobre o NACA0012 e a esteira, e a distribuição de vórtices sobre o NACA0012 em função da coordenada normalizada do comprimento dos painéis ao longo dessas geometrias.

6.3.2 Utilizando o Método de Otimização Global CRSA

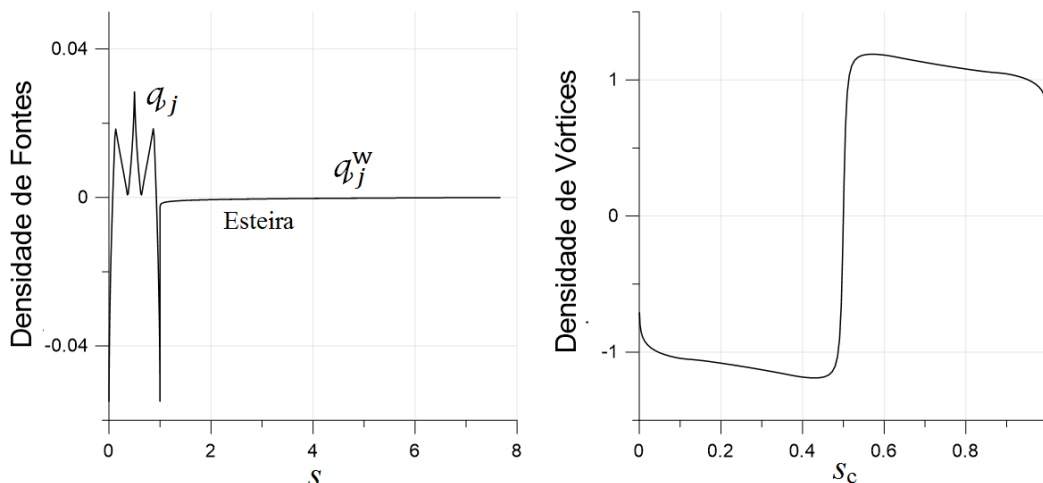


Figura 6.17 Distribuição de fontes sobre o NACA0012 e esteira, e vórtices sobre NACA0012.

A Figura 6.18 mostra as soluções das distribuições de pressão e velocidades em função dos pontos da abscissa do domínio reduzido. Sendo parte dos testes preliminares, os resultados comparam as distribuições fornecidas pelo potencial-viscoso com as provenientes do escoamento viscoso sobre o domínio extenso.

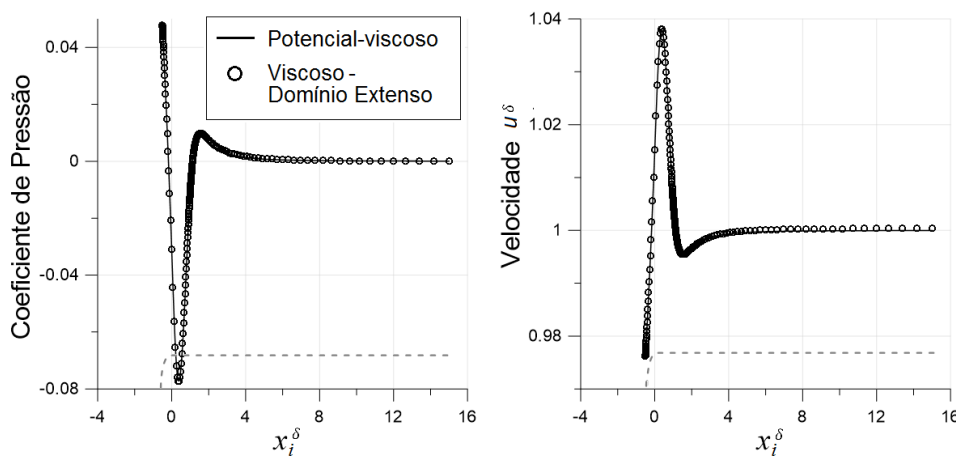


Figura 6.18 Distribuição de pressão, e componente u^δ da velocidade viscosa e potencial-viscosa sobre o contorno reduzido utilizando o CRSA.

Nota-se que, aparentemente, a inclusão da esteira não alterou de forma significativa os resultados. Por outro lado, a redução do valor da função-objetivo mostra que o otimizador foi capaz de reproduzir melhor o campo de pressão do escoamento viscoso. Por esse motivo optou-se definitivamente pela utilização do método de otimização global CRSA para solução do potencial-viscoso empregado na MAD, incluindo a representação da esteira. Os resultados aplicando a MAD serão apresentados na próxima secção.

6.4 Solução da MAD Sobre Domínio Reduzido

Esta secção apresenta os resultados da Metodologia de Acoplamento Dinâmico, MAD. A MAD consiste em determinar a solução do escoamento viscoso sobre domínio reduzido. Para isso, essa metodologia acopla o método potencial com o CFX®. Os resultados vão mostrar como a MAD permite determinar de maneira iterativa um campo potencial-viscoso que satisfaça as equações NS ou RANS sobre a fronteira do domínio reduzido. O domínio reduzido contempla apenas a região rotacional do escoamento, se limitando a fronteira onde os efeitos da viscosidade são negligenciados. A solução do escoamento potencial-viscoso é determinada por meio da parametrização das fontes utilizando o algoritmo CRSA.

A descrição do domínio reduzido consiste na definição da forma e dimensões dos contornos de entrada e *farfield*. O domínio foi representado em formato C, e as dimensões foram as mesmas do contorno reduzido utilizado no ultimo teste preliminar para o escoamento potencial-viscoso. O raio da região de entrada é igual a $0,5c$, e *farfield* igual a $15c$. Essas dimensões foram adotadas para garantir que nessa fronteira os efeitos da viscosidade possam ser negligenciados. Essa consideração é pertinente uma vez que são considerados escoamentos com elevados número de Reynolds. A partir a definição do domínio, a próxima etapa é gerar a malha computacional.

Em se tratando de uma malha estruturada, a malha do domínio reduzido foi gerada empregando as mesmas etapas, ferramentas, e parâmetros utilizados para geração da malha extensa. Para que as linhas de grade do domínio reduzido coincidam com as do domínio extenso, o ajuste das funções *Edge Sizing* que foram utilizadas sobre o perfil e esteira devem ser os mesmos.

Os pontos de cálculo sobre a fronteira do domínio reduzido devem coincidir com os pontos de cálculo do contorno reduzido sobre a malha extensa. Para isso, o fator de crescimento dos elementos sobre a interface entre as regiões 1 e 2 devem ser bem controlados. Dessa maneira assegura-se que a malha referente ao domínio reduzido esteja contida na malha extensa. Foi gerada uma malha reduzida sobre o perfil NACA0012 com 44.084 nós e 21.720 elementos. Parte dela pode ser visualizada na Figura 6.19.

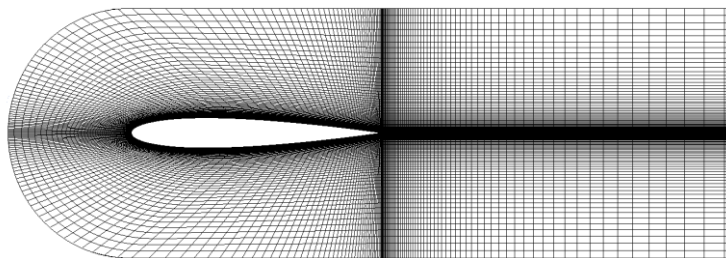


Figura 6.19 Malha do domínio reduzido utilizada na MAD.

No que diz respeito às condições de contorno sobre o domínio reduzido, as condições de saída, de parede, e simetria, são impostas sobre as fronteiras e regiões equivalentes a do domínio extenso. Essas condições permanecem inalteradas durante o processo iterativo da solução da MAD. Por outro lado, a condição sobre a fronteira da região de entrada e *farfield* é inicialmente assumida como a distribuição de velocidades fornecida pelo escoamento potencial puro. A partir daí é dado início ao processo iterativo de solução das equações RANS sobre domínio reduzido utilizando o CFX®.

Ao passo de algumas iterações, a solução é interrompida e a distribuição do coeficiente de pressão sobre a fronteira do domínio reduzido é extraída. Aplicando esse campo de coeficiente de pressões para minimizar a função-objetivo, são determinados os 8 parâmetros das fontes sobre o perfil NACA0012 e a esteira. Em seguida, o algoritmo desenvolvido neste trabalho determina o campo de velocidade potencial-viscoso. Esse novo campo, que é potencial-viscoso, é imposto novamente como condição de contorno sobre a região de entrada e *farfield* do domínio reduzido. Esse procedimento constitui a primeira iteração entre o potencial-viscoso e o CFX. A partir daí, inicia-se outro processo iterativo de solução das equações RANS. Esses passos fazem parte da sistemática iterativa da MAD (Figura 5.6).

Para obtenção de valores satisfatórios, o procedimento que foi descrito deve ser repetido mais uma, ou duas vezes. No problema sobre o perfil NACA0012, foram feitas duas iterações do escoamento potencial-viscoso com o CFX®. Ao longo das tentativas de aperfeiçoar os resultados da MAD, foi verificado que aplicar uma relaxação sobre o campo de velocidades potencial-viscoso melhora a convergência das iterações entre o potencial-viscoso e o CFX®. Foi adotado um fator de relaxação igual a 0,25 sempre com relação ao campo do escoamento potencial puro. Sendo assim, o campo potencial-viscoso atua com uma

6.4 Solução da MAD Sobre Domínio Reduzido

perturbação, com 25% de relevância, sobre o potencial puro para satisfazer as equações RANS e produzir o campo de pressões correto.

Nas duas iterações, a função-objetivo minimizada manteve-se da ordem de 10^{-3} , e a solução dos melhores parâmetros foi realizada em 2997 e 3040 tentativas, respectivamente. A Tabela 6.7 mostra os valores dos parâmetros obtidos nas duas iterações do potencial-viscoso com o CFX®.

Tabela 6.7 Solução dos parâmetros nas duas iterações entre o potencial-viscoso e o CFX®.

Parâmetros	Iteração 1	Iteração 2
a_1	-3e-2	-5,99e-2
a_2	2,93e-2	1,71e-2
a_3	3,63e-6	2,22e-2
a_4	1,1e-1	7,5e-9
a_5	3,44e-9	2,2e-2
a_6	2,94e-2	1,71e-2
a_7	4,99	1e-3
a_8	5e-4	4,99e-3

Com esses parâmetros, o avanço das distribuições de fontes sobre o perfil NACA0012 e a esteira, e vórtices sobre o perfil, é visualizada na Figura 6.20.

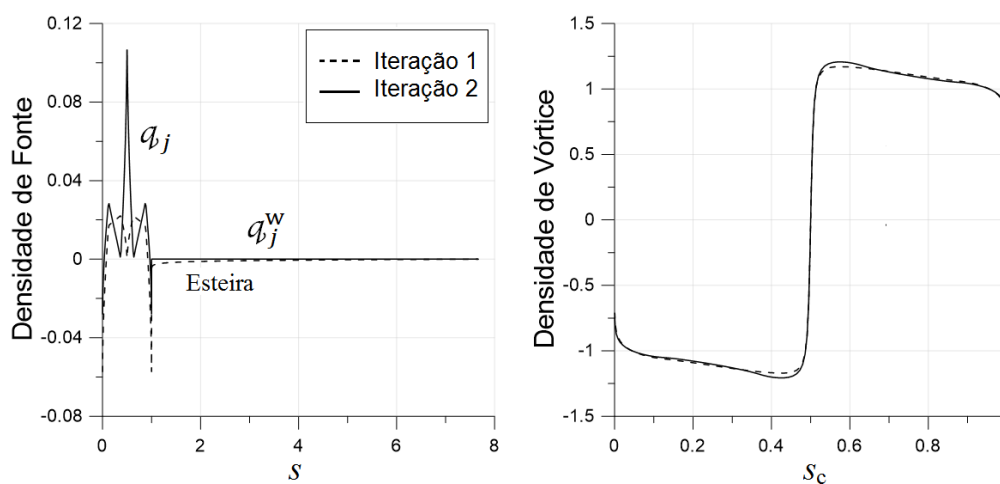


Figura 6.20 Avanço das distribuições de fontes e vórtices sobre o perfil e fontes sobre a esteira.

Com o avanço da solução das singularidades, é possível reproduzir os campos do coeficiente de pressão, e velocidade sobre o domínio reduzido.

6.4 Solução da MAD Sobre Domínio Reduzido

O campo do coeficiente de pressão viscoso fornecido pela solução da primeira iteração produz um campo de velocidades potencial-viscoso que, quando feita relaxação, converge para o campo do escoamento viscoso. Admitindo que na segunda iteração, a condição de contorno sobre o domínio reduzido assuma o valor do campo de velocidades potencial-viscoso com relaxação, o campo do coeficiente de pressão viscoso é satisfatoriamente reproduzido pelo potencial-viscoso. A Figura 6.21 mostra o comportamento dos resíduos referente à equação da continuidade, campo de velocidades, e as variáveis de turbulência durante o processo iterativo para solução das equações RANS sobre domínio reduzido.

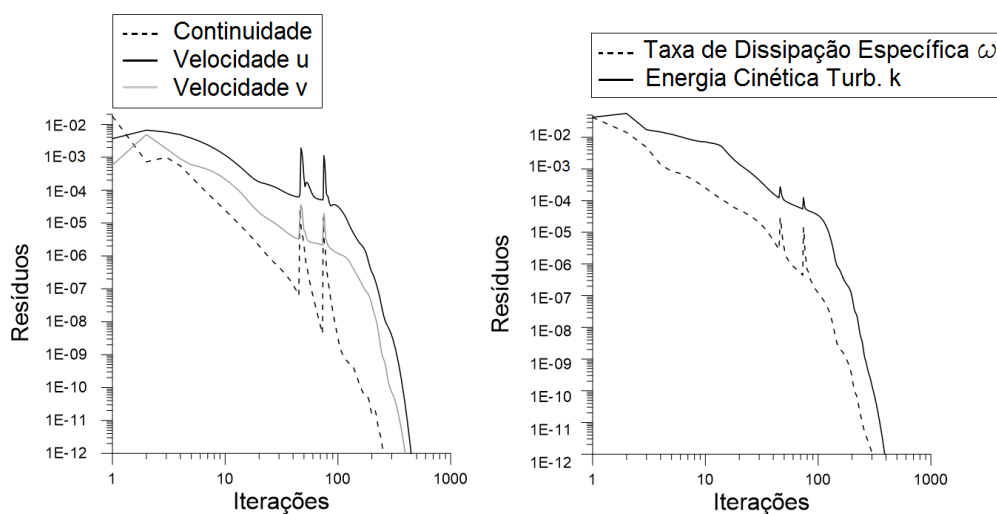


Figura 6.21 Histórico de resíduos em função do número de iterações para a solução do escoamento viscoso no domínio reduzido.

Na Figura 6.21 é possível visualizar as duas iterações entre o potencial-viscoso e o CFX®. A Tabela 6.8 apresenta a comparação entre número de iterações e tempo computacional entre a solução do escoamento no domínio extenso e reduzido.

Tabela 6.8 Comparação entre número de iterações e tempo computacional das soluções do escoamento no domínio extenso e reduzido.

Metodologia	Número de Iterações	Tempo Computacional
Domínio Extenso	160	18 min e 28 s
Domínio Reduzido	447	14 min e 17 s

Nota-se que foram necessárias mais iterações para resolver o escoamento viscoso sobre o domínio reduzido. Por outro lado o tempo de processamento entre as iterações no domínio reduzido é menor do que no domínio extenso, fazendo com que a solução da MAD

6.4 Solução da MAD Sobre Domínio Reduzido

alcançasse a tolerância residual com um ganho de tempo processamento de 4 minutos e 11 segundos.

A Figura 6.22 mostra o avanço do campo do coeficiente de pressão viscoso e do campo da componente de velocidades u^δ potencial-viscoso.

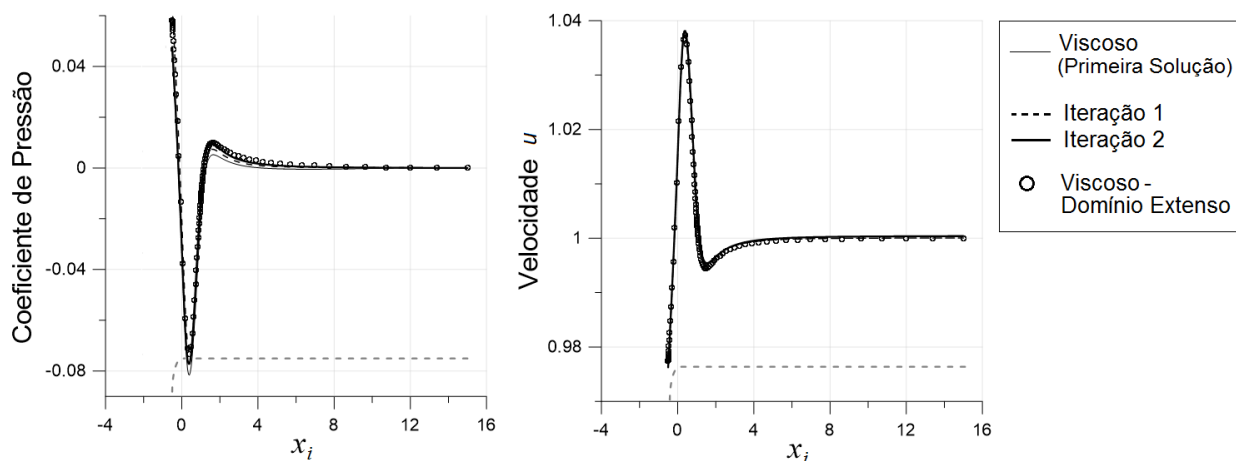


Figura 6.22 Avanço das distribuições do coeficiente de pressão e componente u^δ da velocidade sobre a fronteira do domínio reduzido.

Os campos do escoamento também são bem reproduzidos em toda região do domínio reduzido. Conforme ilustra a Figura 6.23, os campos de coeficiente de pressão referente à solução do escoamento viscoso sobre domínio extenso e reduzido foram colocados um sobre o outro para fins de comparação entre essas metodologias. A Figura 6.24 faz a mesma comparação para a componente u do campo velocidades.

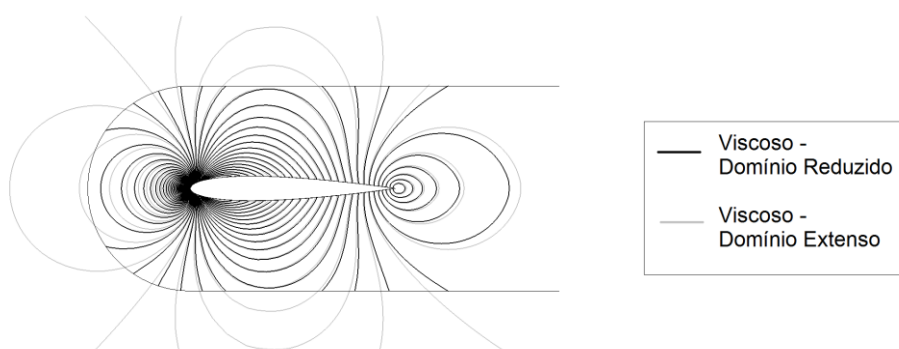


Figura 6.23 Contornos do coeficiente de pressão sobre o domínio reduzido e domínio extenso.

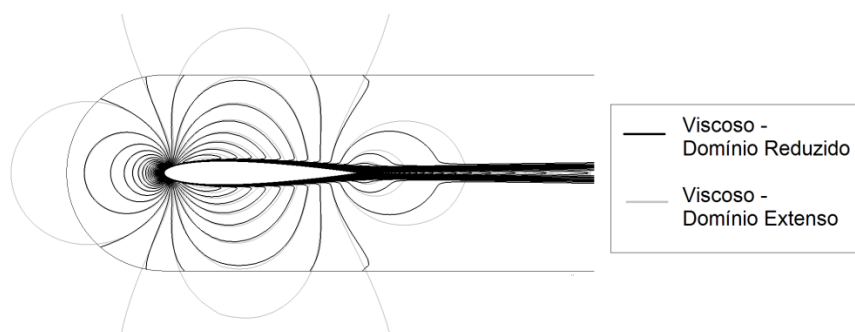


Figura 6.24 Contornos da componente u de velocidade sobre o domínio reduzido e domínio extenso.

Observa-se pelos contornos das Figuras 6.23 e 6.24 que o escoamento viscoso sobre domínio reduzido se aproxima com o do domínio extenso, principalmente sobre a fronteira. Inclusive, a dificuldade da metodologia em representar o escoamento em toda região do domínio pode afetar o coeficiente de arrasto e sustentação sobre o perfil NACA0012, conforme mostra a Tabela 6.9.

Tabela 6.9 Solução do coeficiente de arrasto, c_a , e sustentação, c_ℓ , para o perfil NACA0012 no domínio extenso e reduzido sem ângulo de incidência.

Metodologia	c_a	c_ℓ
Domínio Extenso	1,593e-2	7,516e-8
Domínio Reduzido	1,867e-2	5,471e-8

Nota-se que, apesar de próximos, os coeficientes de arrasto e sustentação calculados no domínio reduzido não são iguais aos do domínio extenso, mostrando que de fato o escoamento não foi totalmente bem reproduzido.

A Figura 6.25 mostra o coeficiente de pressão sobre o perfil NACA001. Nota-se que apesar de próximos durante quase todo o comprimento do corpo, o coeficiente de pressão em regiões próximas ao bordo de ataque do perfil não foram bem reproduzidas.

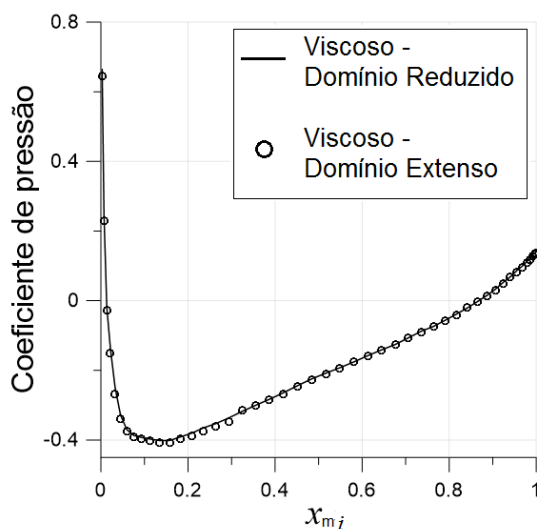


Figura 6.25 Solução da distribuição do coeficiente de pressão viscoso no domínio reduzido e extenso em função dos pontos médios dos elementos sobre o perfil NACA0012.

6.5 Discussão dos Resultados

No contexto do escoamento potencial puro, apresentado no início do capítulo, os resultados mostraram que tanto a formulação quanto a implementação numérica do programa desenvolvido estão coerentes com as soluções convencionais. Os testes para o escoamento potencial-perturbado mostrou que independentemente da geometria, a solução do problema utilizando o método do tipo Newton pode apresentar inconsistências, sobretudo para as distribuições de singularidades. Por outro lado, através de uma condição de pressão que advém de uma solução potencial, o método é capaz de reproduzir esse escoamento sobre um contorno reduzido próximo ao corpo. De qualquer maneira, esses resultados já indicam que a abordagem do problema utilizando o método do tipo Newton não deve ser a mais apropriada.

Os testes preliminares do escoamento potencial-viscoso mostraram claramente que de fato o método do tipo Newton falha quando a condição de pressão é proveniente do escoamento viscoso. Tanto as distribuições de singularidades, quanto os campos de velocidade, sobre a fronteira do contorno reduzido, não são reproduzidas corretamente. Com a parametrização das distribuições de fontes, somada a utilização do algoritmo CRSA, mostrou que esse problema pode ser superado. Os resultados mostraram que as distribuições de singularidades podem ser bem definidas e os campos do escoamento bem reproduzidos sobre o contorno reduzido. Inclusive, os resultados da distribuição de fontes sobre o corpo, sugeriu

6.5 Discussão dos Resultados

a implementação da esteira. Com a implementação da esteira, o otimizador reproduziu com melhor precisão o campo do coeficiente de pressão viscoso. Sendo assim, a solução da MAD sobre domínio reduzido foi determinada utilizando o algoritmo CRSA para determinação de distribuições de fontes sobre o perfil NACA0012 e a esteira.

Esses resultados mostraram que, de fato, a solução das equações RANS pode ser determinada por meio da interação viscosa/não-viscosa sobre domínio reduzido. Porém, muitos fatores devem ser ajustados que o escoamento viscoso seja bem reproduzido. Esses fatores envolvem os locais de atribuição dos parâmetros sobre o corpo, número de parâmetros, função de parametrização do corpo e da esteira, os limites inferior e superior dos parâmetros do otimizador e o fator de relaxação aplicado ao campo de velocidades potencial-viscoso.

Capítulo 7

Conclusões e Perspectivas de Trabalhos Futuros

7.1 Conclusões

A proposta desse trabalho foi apresentar uma Metodologia de Acoplamento Dinâmico (MAD) para redução de domínio para escoamentos externos. A primeira evidência da proposta é que as condições de contorno da MAD resultam num sistema não-linear. Devido a isso, a escolha de um método numérico apresentou-se como uma etapa fundamental para a solução do problema. A princípio, a escolha do método de Newton pareceu ser uma boa opção. Porém, quando os testes foram realizados, foi observado que se tratava de um problema mal condicionado.

O mal condicionamento foi verificado através dos resultados das distribuições de singularidades. Essas distribuições se mostraram instáveis quando se desejava determinar as densidades de fontes e vórtices simultaneamente. Em se tratando de escoamentos potenciais, por mais que as condições de contorno fossem satisfeitas, e mesmo reproduzindo razoavelmente os campos de pressão e velocidades, esses resultados não foram satisfatórios. A partir dos testes preliminares do escoamento potencial-viscoso isso se tornou ainda mais crítico, quando foi verificado que o mal condicionamento poderia afetar também a

7.1 Conclusões

distribuição de velocidades em um contorno próximo ao corpo. Enfim, a maneira como o método de Newton foi tratado nesse trabalho leva à conclusão de que ele ainda não é apropriado para a proposta da MAD.

A alternativa adotada para superar o mal condicionamento da MAD foi a utilização do método de otimização global CRSA. O uso desse método permitiu que, através de um processo iterativo, a solução das densidade de fontes pudesse ser obtida de maneira desacoplada da solução das densidades dos vórtices em cada iteração, fazendo com que o sistema não ficasse mal condicionado. Sendo assim, foram determinadas as distribuições de fontes através de uma parametrização. Porém, com esse método, várias outras questões para a MAD tiveram de ser levantadas, tais como: a escolha do número de parâmetros do otimizador, a escolha dos locais dos parâmetros sobre o corpo, a função de parametrização do corpo e da esteira, e as faixas dos parâmetros.

Quanto à escolha dos locais de atribuição dos parâmetros, verificou-se que, em determinadas situações, concentrar os parâmetros no bordo de fuga e bordo de ataque do aerofólio melhoraria a minimização da função-objetivo. Os testes investigativos realizados mostraram também que a escolha desses locais está intimamente ligada à função de parametrização. Entretanto, no interesse de simplificar a MAD, optou-se por aplicar os parâmetros sobre os pontos externos do corpo equidistantes, caso em que a parametrização por retas foi a que se mostrou mais apropriada.

Os resultados da MAD sobre domínio reduzido mostraram que é possível resolver as equações RANS apenas sobre a região rotacional do escoamento. Mas apesar de próximos, os campos do escoamento não foram reproduzidos com acurácia, afetando os valores dos coeficientes aerodinâmicos. Contudo, a MAD é promissora no sentido de reduzir o tempo computacional para problemas de aerodinâmica. A redução do tempo computacional é observada durante o processo de geração de malha e na convergência da solução dos campos do escoamento. Portanto, apesar de razoavelmente acurada, a MAD tem potencial para ser computacionalmente viável.

A seguir são discutidos alguns esquemas mais elaborados para o desenvolvimento da MAD, com ênfase em determinar soluções mais consistentes, do ponto de vista físico, da distribuição de fontes sobre o corpo.

7.2 Perspectivas de Trabalhos Futuros

No contexto da abordagem da MAD utilizando o método tipo Newton, mesmo que o erro relativo tenha atingido um valor satisfatório em alguns casos, os valores obtidos para o vetor de singularidades apresentaram-se com uma ordem de grandeza muito além das que seria esperada, isto é, foram muito maiores que a ordem de grandeza das velocidades do escoamento potencial. Contudo, vale lembrar que o método de Newton exige uma estimativa inicial da solução. As soluções se mostraram fortemente influenciadas pelos valores adotados para as distribuições iniciais das densidades de fontes e vórtices. Sendo assim, a utilização de um método de camada limite para determinar o efeito de transpiração poderia ser utilizado como aproximação inicial da distribuição de fontes. Já a distribuição de vórtices poderia ser adotada como a solução do método de Martensen.

No contexto da abordagem da MAD utilizando o método de otimização global CRSA, das questões que podem ser levantadas, futuramente, um estudo mais detido sobre a relação entre a atribuição dos parâmetros sobre o corpo e a função de parametrização poderá contribuir para o aprimoramento da MAD. Já com respeito às faixas dos parâmetros, esquemas mais eficazes de determinação da distribuição da densidade de fontes poderiam ser utilizados. Novamente, um método de camada limite poderia ser aplicado nessa situação. A solução da velocidade de transpiração poderia ser utilizada como estimativa direta dos parâmetros. Isso possivelmente tornaria a solução das distribuições das fontes fisicamente mais consistentes, facilitando a definição das faixas dos parâmetros e sua automatização. Vale investigar se isso tornaria a solução da MAD mais acurada, sobretudo no cálculo do coeficiente de arrasto.

Sobre trabalhar no domínio reduzido, outra abordagem possível seria combinar a MAD com a MAC descrita por Edmund (2012). Essa MAC emprega integrações da componente vortical da velocidade entre os pontos de discretização do corpo e a fronteira do domínio reduzido no cálculo das velocidades de transpiração. A condição de pressão da MAD ainda seria aplicada (eventualmente usando também técnicas baseadas em camada limite). No entanto, o cálculo das integrações poderia ser atribuído a apenas alguns pontos ao longo do corpo. Com isso, seria possível aplicar o método de otimização global CRSA para auxiliar na determinação dos parâmetros da distribuição de fontes, buscando minimizar a mesma função-objetivo da MAD.

Em outra abordagem contra o mal condicionamento da MAD, uma decomposição de domínios, separando as regiões de escoamento rotacional e de escoamento potencial, poderia ser investigada. Trabalhando apenas na região rotacional, no contexto potencial, o interesse seria impor apenas a equação de Bernoulli sobre um contorno reduzido próximo ao corpo, equivalente à fronteira da região rotacional. Nessa abordagem, atribuindo uma distribuição de fontes sobre o contorno reduzido, o problema possivelmente se tornaria bem colocado, pois a condição de pressão seria satisfeita agora no mesmo local em que as fontes estariam distribuídas. Nesse contexto, as densidades de fontes passariam a representar as componentes normais da velocidade do escoamento viscoso sobre a fronteira do domínio reduzido. Outra alternativa contra o mal condicionamento da MAD consistiria em investigar e aplicar técnicas de problemas inversos para sistemas mal colocados.

No contexto do escoamento viscoso, testes com outros *solvers* para solução das equações RANS poderiam ser realizados. Inclusive, um código de produção própria permitiria um melhor ajuste no controle do processo de solução. Por exemplo, técnicas de discretização de domínios em nuvens de pontos e métodos sem malha para solução de equações diferenciais parciais vêm sendo desenvolvidas como alternativa atraente aos métodos de malha tradicionais. Sendo assim, sugere-se investigar a aplicação da MAD e da MAC para redução de domínio em problemas de escoamentos externos utilizando *solvers* viscosos baseados em métodos sem malha.

Referências Bibliográficas

Ali, A. M. M.; Torn, A.; Viitanen, S. (1997) **A numerical comparison of some modified controlled random search algorithms**. *Journal of Global Optimization*, Vol 11, pp.377-385.

Ali, A. M. M.; Torn, A. (2004) **Population set-based global optimization algorithms: some modifications and numerical studies**. *Computers & Operations Research*, Vol 31, pp. 1703-1725.

Ansys Inc. (2015) ANSYS CFX Theory guide. USA

Blazek, J. (2001) **Computational Fluid Dynamics: Principles and Applications**. 1.ed, Baden-Daettwil: Elsevier, 440p.

Campana, E.; Di Mascio, A.; Esposito, P.; Lalli, F. (1995) **Viscous-inviscid coupling in free surface ship flows**. *Int. J. Numer. Methods Fluids* 21(9), 699-722.

Castilho, L. (2013) **Projeto Otimizado de Grades Lineares para Aplicação em Turbomáquinas**. Dissertação de Mestrado, IEM, UNIFEI, Itajubá, 97p.

Chen, H. C.; Lee, S. K. (1996) **Interactive RANS/Laplace method for nonlinear free surface flows**. *J. Eng. Mech.* 122.

Eça, L.; Hoekstra, M. (2009) **On the numerical accuracy of the prediction of resistance coefficients in ship stern flows calculations**. *Journal of Marine Science and Technology*, 2-18.

Edmund, D. (2012) **A velocity decomposition method for efficient numerical computation of steady external flows**. Tese de Doutorado, Universidade do Michigan.

Edmund, D.; Maki, K.; Bech, R. (2013). **A velocity-decomposition formulation for the incompressible Navier-Stokes equations.** *Comput Mesh*, 1-12.

Glowinski, R.; Dinh, Q.; Periaux, J. (1983). **Domain decomposition methods for nonlinear problems in fluid dynamics.** *Comput Methods Appl Mech Eng* 40:27-109.

Hafez, M.; Shatalov, A.; Wahba, E. (2006). **Numerical simulations of incompressible aerodynamic flows using viscous/inviscid procedures.** *Computers Methods in Applied Mechanics and Engineering* 195(23-24), 3110 - 3127.

Hafez, M.; Shatalov, A.; Nakajima, M. (2007). **Improved Numerical simulations of incompressible flows based on viscous/inviscid interaction procedures.** *Computers and Fluids* 36(10), 1588 – 91.

Hess, J.; Smith, A. (1967). **Calculation of Potential Flow about Arbitrary Bodies.** Douglas Aircraft Company.

Iafrazi, A.; Campana, E. (2003). **A domain decomposition approach to compute wave breaking (wave-breaking flows).** *Int. J Numer Methods Fluids* 41:419-445.

Joseph, D. (2006). **Helmholtz decomposition coupling rotational to irrotational flow of a viscous fluid.** *Proc Natl Acad Sci USA* 103(39):14,272-14,277.

Katz, J.; Plotkin, A. (1991). **Low-speed Aerodynamics.** McGraw-Hill, *Universidade de Cambridge, Cambridge.*

Kim, K.; Sirviente, A. I.; Beck, R. F. (2005). **The complementary RANS equations for the simulation of viscous flows.** *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 48(2), 199 – 229.

Lemmer, L.; Sonnad, V. (1979). **Three-dimensional viscous-inviscid coupling using surface transpiration.** *Journal of Aircraft* 16(6), 353-8.

Lewis, R. I. (1991). **Vortex element Method for Fluid Dynamics Analisis of Engeneering Systems.** *Universidade de Cambridge, Cambridge.*

Lighthill, M. J. (1958). **On displacement thickness.** *Journal of Fluids Mechanics* 4(04), 383-392.

Manzanares-Filho, N.; Albuquerque, R. B. F.; Sousa, B. S.; e Santos, L. G. C. (2017). **A comparative study of controlled random search algorithms with application to inverse aerofoil design**, *Engineering Optimization*, 50:6, 996-1015, DOI: [10.1080/0305215X.2017.1359584](https://doi.org/10.1080/0305215X.2017.1359584)

Martensen, E. (1959). **The calculation of the pressure distribution on a cascade of thick airfoils by means of fredholm integral equations of the second kind**. *Aerodynamics Experimental Station*, Gottingen.

Menter, F. (1994). **Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications**. *AIAA Journal* 32(8), 1598-605.

Menter, F. (1996). **A comparison of some recent eddy-viscosity turbulence models**. *Journal of Fluids Engineering* 118(3), 514-19.

Menter, F. (2003). **Ten years of industrial experience with the SST**. *Turbulence, Heat and Mass Transfer* 4.

Morino, L. (1986). **Helmholtz decomposition revised: Vorticity generation and trailing edge condition. I – Incompressible flows**. *Computacional Mechanics* 1(1), 65-90.

Morino, L.; Gennaretti, M.; Shen, S. (1995). **Lighthill transpiration velocity revisited. An exact formulation**. *Meccanica* 30(2), 127-137.

Morino, L.; Salvatore, F.; Gennaretti, M. (1999). **New velocity decomposition for viscous flows: Lighthills equivalent-source method revisited**. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 173(3), 317-336.

Morino, L. (2011). **A primitive-variable boundary integral formulation unifying aeroacoustics and aerodynamics, and a natural velocity decomposition for vertical fields**. *Int J Aeroacoust* 10(2,3): 295 – 400.

Price, W. L. (1977). **A controlled random search procedure for global optimization**. *Computer Journal*, Vol. 20(4), pp. 367-370.

Quartenori, A.; Pasquarelli, F.; Valli, A. (1991). **Heterogeneous domain decomposition: principles, algorithms, applications**. Technical report UMSI 91/183. *University of Minnesota Supercomputer Intitute Research Report, Minneapolis*.

Rosemurgy, W.; Edmund, D.; Maki, K. e Beck, R. F. (2012) **A velocity decomposition approach for steady free-surface flow**. In *29th Symposium on Naval Hydrodynamics*.

Rosemurgy, W.; Beck, R. F.; Maki, K. (2016) **A velocity decomposition formulation for 2D steady incompressible lifting problems**. *Departament of Naval Architeture and Marine Engineering University of Michigam, 2600 Draper Rd, Ann Arbor, MI 48109-2145, USA*.

Shatalov, A.; Hafez, M. (2003) **Numerical Solutions of incompressible Navier-Stokes equations using modified Bernoulli's law**. *Int J Numer Methods Fluids* 43:1107-1137.