

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**PROPOSIÇÃO DE NOVAS METODOLOGIAS PARA  
AVALIAÇÃO DAS MEDIÇÕES DE ENERGIA  
ELÉTRICA FRENTE A CONDIÇÕES NÃO  
SENOIDAIS E DE DESEQUILÍBRIO**

José Eugenio Lopes de Almeida

Itajubá, dezembro de 2008

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

José Eugenio Lopes de Almeida

**PROPOSIÇÃO DE NOVAS METODOLOGIAS PARA  
AVALIAÇÃO DAS MEDIÇÕES DE ENERGIA  
ELÉTRICA FRENTE A CONDIÇÕES NÃO  
SENOIDAIS E DE DESEQUILÍBRIO**

Tese submetida ao programa de pós-Graduação em Engenharia Elétrica como parte dos requisitos para obtenção do Título de Doutor em Ciências em Engenharia Elétrica.

Área de Concentração:

Sistemas Elétricos de Potência

Orientadores:

Prof. Dr. Paulo Márcio da Silveira

Prof. Dr. José Policarpo Gonçalves de Abreu

Dezembro de 2008

Itajubá - MG

## **AGRADECIMENTOS**

Em primeiro lugar agradeço a Deus, por todas as coisas boas que aconteceram em minha vida e por me permitir realizar este trabalho.

Um agradecimento especial ao professor Hector Arango e ao colega e amigo Marcel Parentoni, pelas especiais contribuições.

Aos professores orientadores Paulo Márcio da Silveira e José Policarpo Gonçalves de Abreu, pela oportunidade, recepção e pelo constante apoio.

Ao professor Antonio Eduardo Hermeto, pela cooperação e incentivo.

Ao Grupo de Estudos da Qualidade da Energia Elétrica (GQEE), à UNIFEI e à CAPES, pelo patrocínio a esse trabalho.

## RESUMO

A comunidade científica tem buscado uma definição de potência aparente que seja aceita globalmente. Essa definição deve contemplar os efeitos da distorção das formas de ondas das correntes e das tensões bem como seus desequilíbrios. Nas últimas décadas, dois enfoques têm prevalecido: o enfoque americano, com base na norma IEEE Std 1459-2000 e o enfoque europeu, baseado nas teorias do professor Manfred Depenbrock.

Essa tese de doutorado teve como um dos seus objetivos, o estudo minucioso destas duas teorias, buscando apresentá-las de forma organizada e didática.

Procurou também preencher uma lacuna deixada pelas duas teorias, pois ambas têm sido trabalhadas no domínio da frequência, o que exige a obtenção das componentes harmônicas das tensões e das correntes. Desta forma, esta tese apresenta o desenvolvimento do equacionamento dessas duas teorias, porém no domínio do tempo. Para isso, são utilizadas as amostras das tensões e das correntes, que devem ser obtidas através de adequadas frequências de amostragem e resolução. Todo equacionamento está dividido em três diferentes tratamentos, a saber: (i) o tratamento Matricial, (ii) o tratamento por valores rms coletivos e, (iii) o tratamento por coordenadas polares. A teoria das coordenadas polares apresentada nesta tese mostrou-se simples e de fácil implementação computacional.

No decorrer do trabalho, surgiu a idéia de apresentar uma nova proposição de formulação para a potência aparente, como alternativa às outras teorias já citadas, mas que fosse mais simples e de mais fácil aceitação. Deste modo surgiu a proposta da potência aparente do sistema com neutro, que apresenta algumas vantagens frente às demais.

O desenvolvimento das expressões para os três enfoques para a potência aparente resultou em programas computacionais de fácil manipulação, que podem ser utilizados como protocolos para medidores de energia elétrica.

As formulações desenvolvidas foram experimentadas através de exemplos de cálculo, através de simulações computacionais e através de medições em campo.

Pôde-se concluir que as três teorias convergem para valores muito próximos, sendo que para os casos de sistemas trifásicos a três condutores, os valores são exatamente os mesmos.

## **ABSTRACT**

The scientific community has sought for an apparent power definition that may be generally acceptable. This definition must consider the effects of voltages and currents signals distortion and imbalance. In the last two decades, two approaches have prevailed: the American approach, nowadays based on IEEE Std 1459-2000, and European approach, based on Professor Manfred Depenbrock theories.

This doctoral thesis aimed a detailed study of these theories, trying to present them in a didactic and organized form. Another objective is to fill in a lacuna of these theories. The approaches previously mentioned are developed in the frequency-domain, which needs voltages and currents harmonics components. This doctoral thesis presents a time-domain development of these theories. Voltages and currents samples, which must be obtained in an adequate sampling rates and resolution, are utilized. This development makes use of three different manners: matrix, collective rms and polar coordinates. The polar coordinates theory, presented in this doctoral thesis, is simple and its computational implementation is easier.

During the preparation of this work, a new idea to deal with the apparent power has emerged. This idea has given rise the apparent power of the system, taking into account the neutral current. This third approach that has been presented in this document may be an alternative to be implemented, considering some advantages when compared with the two other approaches.

The expressions development for the three apparent power approaches results in computational programs of easy manipulation, which may be utilized as electrical energy meters protocol.

The developed formulations were checked through calculus examples, simulations and field measurements results.

It was concluded that the results formulations for these three approaches tend to very near values and for the three-wire three-phase systems, the values are exactly equals.

# SUMÁRIO

<b>I. - INTRODUÇÃO.....</b>	<b>16</b>
<b>I.1. - RELEVÂNCIA DO TEMA.....</b>	<b>16</b>
<b>I.2. – HISTÓRICO.....</b>	<b>17</b>
<b>I.3. – OBJETIVOS E CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO.....</b>	<b>20</b>
<b>I.4. – ESTRUTURA DO TRABALHO .....</b>	<b>21</b>
<b>II. TEORIAS DE POTÊNCIAS.....</b>	<b>23</b>
<b>II.1. – REVISÃO DAS DEFINIÇÕES DE POTÊNCIAS PARA SISTEMAS TRIFÁSICOS</b> .....	<b>23</b>
II.1.1. - POTÊNCIA APARENTE ARITMÉTICA $S_A$ .....	23
II.1.2. - POTÊNCIA APARENTE VETORIAL $S_V$ .....	25
II.1.3. - POTÊNCIA APARENTE DO SISTEMA $S_s$ .....	25
II.1.4. – CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	26
<b>III. - MÉTODO FBD OU MÉTODO EUROPEU .....</b>	<b>27</b>
<b>III.1. – DEFINIÇÕES.....</b>	<b>28</b>
III.1.1. – GRANDEZAS DE SOMA ZERO E “VIRTUAL STAR POINT” .....	28
III.1.2. – GRANDEZAS COLETIVAS (COLLECTIVE VALUES).....	31
III.1.3. - DECOMPOSIÇÃO DA CORRENTE INSTANTÂNEA .....	32
<b>III.2. - POTÊNCIA APARENTE .....</b>	<b>34</b>
<b>III.3. – DEDUÇÃO DA EXPRESSÃO PARA A POTÊNCIA APARENTE EM</b> <b>CONDIÇÕES SENOIDAIS .....</b>	<b>36</b>
III.3.1. – FORMULAÇÃO FBD PARA UM SISTEMA A QUATRO CONDUTORES.....	36
III.3.2. – SISTEMA TRIFÁSICO A TRÊS CONDUTORES.....	46
<b>III.4. – CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>48</b>
<b>IV. - MÉTODO AMERICANO.....</b>	<b>49</b>
<b>IV.1. – EXPRESSÕES PARA A POTÊNCIA APARENTE EM CONDIÇÕES SENOIDAIS</b> .....	<b>50</b>
IV.1.1. – SISTEMA TRIFÁSICO A QUATRO CONDUTORES.....	51
IV.1.2. – SISTEMA TRIFÁSICO A TRÊS CONDUTORES .....	56
IV.1.3. - SISTEMA MONOFÁSICO – NORMA IEEE Std 1459 .....	57
<b>IV.2. – EXPRESSÃO PARA A POTÊNCIA APARENTE EM UM SISTEMA TRIFÁSICO</b> <b>NÃO SENOIDAL E DESEQUILIBRADO .....</b>	<b>59</b>
<b>IV.3. – CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>63</b>
<b>V. – DESENVOLVIMENTOS DE EXPRESSÕES PARA POTÊNCIA APARENTE NO</b> <b>DOMÍNIO DO TEMPO .....</b>	<b>65</b>
<b>V.1. - CIRCUITO BASE .....</b>	<b>66</b>

<b>V.2. – DEDUÇÃO COMPATÍVEL COM O MÉTODO EUROPEU (FBD)</b> .....	<b>68</b>
V.2.1. – EXPRESSÃO DA POTÊNCIA APARENTE UTILIZANDO OS VALORES EFICAZES COLETIVOS DAS TENSÕES E DAS CORRENTES E SUAS COMPONENTES HOMOPOLARES - FBD.....	72
V.2.2. – EXPRESSÃO DA POTÊNCIA APARENTE UTILIZANDO OS VALORES DAS COORDENADAS POLARES DAS TENSÕES E DAS CORRENTES.....	73
V.2.3. – EXPRESSÃO DA POTÊNCIA APARENTE EM FASORES .....	75
V.2.4. – EXPRESSÃO DA POTÊNCIA APARENTE EM VALORES EFICAZES DAS CORRENTES E DAS TENSÕES .....	78
<b>V.3. – DEDUÇÃO COMPATÍVEL COMO O MÉTODO AMERICANO (IEEE Std 1459-2000)</b> .....	<b>80</b>
V.3.1. - POTÊNCIA APARENTE COM VALORES EFICAZES COLETIVOS DAS TENSÕES E DAS CORRENTES E SUAS COMPONENTES HOMOPOLARES – Std 1459 .....	88
V.3.2. - FORMULAÇÃO PARA A POTÊNCIA APARENTE UTILIZANDO OS VALORES DAS COORDENADAS POLARES DAS TENSÕES E DAS CORRENTES.....	89
V.3.3. – EXPRESSÃO DA POTÊNCIA APARENTE NO DOMÍNIO DOS FASORES .....	90
V.3.4. – EXPRESSÃO DA POTÊNCIA APARENTE EM VALORES EFICAZES.....	91
V.3.5. – COMPARAÇÃO ENTRE AS FORMULAÇÕES PELO MÉTODO FBD E PELO MÉTODO AMERICANO .....	92
<b>V.4. - MÉTODO DA POTÊNCIA APARENTE DO SISTEMA COM NEUTRO (<math>S_{sn}</math>)</b> .....	<b>93</b>
V.4.1. – POTÊNCIA APARENTE $S_{sn}$ EM VALORES RMS COLETIVOS E EM COORDENADAS POLARES.....	99
V.4.2. – POTÊNCIA APARENTE $S_{sn}$ PARA O CASO SENOIDAL.....	99
V.4.3. – SISTEMA TRIFÁSICO A TRÊS CONDUTORES .....	100
<b>V.5. – CONSIDERAÇÕES SOBRE MEDIÇÃO</b> .....	<b>101</b>
<b>V.6. – CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	<b>103</b>
<b>VI. – ESQUEMAS DE COMPENSAÇÃO</b> .....	<b>104</b>
<b>VI.1. - O PROBLEMA DA FONTE</b> .....	<b>104</b>
<b>VI.2. - COMPENSAÇÃO E COMPENSADORES</b> .....	<b>105</b>
<b>VI.3. – COMPENSAÇÃO NO MÉTODO FBD</b> .....	<b>108</b>
VI.3.1. - EXEMPLO ILUSTRATIVO DE COMPENSAÇÃO FBD.....	110
<b>VI.4. – COMPENSAÇÃO NO MÉTODO AMERICANO</b> .....	<b>118</b>
VI.4.1. – EXEMPLO ILUSTRATIVO COMPENSAÇÃO 1459 .....	119
<b>VI.5. – CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	<b>125</b>
<b>VII. - EXEMPOS NUMÉRICOS</b> .....	<b>126</b>
<b>VII.1. – EXEMPLO CLÁSSICO</b> .....	<b>126</b>
<b>VII.2. – EXEMPLO PELO MÉTODO FBD</b> .....	<b>129</b>
<b>VII.3. - EXEMPLO PELO MÉTODO AMERICANO</b> .....	<b>131</b>
<b>VII.4. - EXEMPLO UTILIZANDO COORDENADAS POLARES</b> .....	<b>133</b>
<b>VII.5. – CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	<b>136</b>
<b>VIII. – SIMULAÇÕES</b> .....	<b>137</b>
<b>VIII.1. - OBTENÇÃO DA POTÊNCIA APARENTE A PARTIR DAS AMOSTRAS DAS TENSÕES E DAS CORRENTES</b> .....	<b>137</b>

VIII.2. - OBTENÇÃO DA POTÊNCIA APARENTE A PARTIR DAS COORDENADAS POLARES.....	140
VIII.3. – COMPARAÇÃO DOS VALORES DAS POTÊNCIAS APARENTES EM OUTRAS SITUAÇÕES.....	141
VIII.4. EXEMPLO DE CÁLCULO DA CONTA DE ENERGIA ELÉTRICA DE UM CONSUMIDOR RESIDENCIAL.....	142
VIII.5. - VARIAÇÃO DA POTÊNCIA APARENTE PELO MÉTODO AMERICANO EM FUNÇÃO DE $\xi$ .....	144
VIII.6. - COMPARATIVO ENTRE $S_e$ E $S_{FBD}$ EM FUNÇÃO DE $\xi$ (CSI). .....	146
VIII.7. - ANÁLISE DOS RESULTADOS COM A VARIAÇÃO DO NÚMERO DE AMOSTRAS.....	147
VIII.8. - ANÁLISE DOS RESULTADOS DE SIMULAÇÃO COM CIRCUITO A QUATRO CONDUTORES.....	149
VIII.9. - ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DO DESEQUILÍBRIO DA CARGA E DA ASSIMETRIA DA FONTE.....	152
VIII.10. – considerações finais .....	156
<b>IX. – RESULTADOS DE MEDIÇÕES EM CAMPO.....</b>	<b>157</b>
IX.1. – MEDIÇÃO NO RIO DE JANEIRO .....	157
IX.2. – MEDIÇÃO NA UNIVERSIDADE FEDERAL DE ENGENHARIA NO PRÉDIO DO INSTITUTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA .....	163
IX.3. – MEDIÇÃO EM UMA FÁBRICA DE TUBOS .....	166
IX.4. – MEDIÇÕES EM CONCESSIONÁRIA DE ENERGIA ELÉTRICA .....	167
IX.5. – CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	169
<b>X. – CONSIDERAÇÕES FINAIS E NOVOS ESTUDOS.....</b>	<b>170</b>
X.1. – CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	170
X.1.1. - COMENTÁRIOS SOBRE O MÉTODO AMERICANO.....	172
X.1.2. - COMENTÁRIOS SOBRE O MÉTODO EUROPEU.....	173
X.1.3. - COMENTÁRIOS SOBRE O MÉTODO DA POTÊNCIA $S_{sn}$ .....	173
X.1.4. - COMENTÁRIO GERAL .....	174
X.2. – ARTIGOS PUBLICADOS, SUBMETIDO E PROPOSIÇÕES DE NOVOS ESTUDOS.....	174
<b>XI. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>176</b>
<b>APÊNDICE I .....</b>	<b>179</b>
<b>APÊNDICE II.....</b>	<b>179</b>
<b>APÊNDICE III.....</b>	<b>180</b>
<b>APÊNDICE IV .....</b>	<b>181</b>
<b>APÊNDICE V.....</b>	<b>184</b>
<b>APÊNDICE VI .....</b>	<b>185</b>

<i>APÊNDICE VII</i> .....	192
<i>Apêndice VIII</i> .....	193
<i>APÊNDICE IX</i> .....	195

## LISTA DE VARIÁVEIS, OPERADORES E SÍMBOLOS

$S_A$  - potência aparente aritmética

$S_V$  - potência aparente vetorial

$S_s$  - potência aparente do sistema

$P$  - potência ativa

$Q$  - potência reativa ou potência não ativa de deslocamento

$D$  - potência de distorção

$V_a$  - valor eficaz da tensão da fase “a”

$I_a$  - valor eficaz da corrente da fase “a”

$\sum$  - somatório

\* - virtual star point - VSP (ponto estrela virtual)

$v_*$  - tensão referida ao VSP

$\underline{v}$  - vetor das tensões instantâneas

$\underline{i}$  - vetor das correntes instantâneas

$\underline{v}^t$  - transposto do vetor das tensões

$\underline{v} \cdot \underline{v}$  - produto escalar entre dois vetores

$G$  - condutância

$\|V\|$  - norma Euclidiana das tensões

$\Re e$  - parte real de um número complexo

$\Im m$  - parte imaginária de um número complexo

$\dot{V}_k$  - fasor da tensão de índice k

$\dot{I}_k$  - fasor da corrente de índice k

$\lambda$  e  $\mu$  - multiplicadores do método de Lagrange

$\Gamma$  - função de Lagrange

$R_e$  - resistência equivalente fictícia da carga

$I_n$  - corrente de neutro

$I^0$  - corrente de seqüência zero  
 $\rho$  - relação entre a resistência de neutro e a resistência da fase  
 $S_{FBD}$  - potência aparente pelo método FBD (Fryze – Buchholz – Depenbrock)  
 $W$  - perdas na linha ou no elo de transmissão  
 $V_e$  - tensão efetiva ou equivalente  
 $I_e$  - corrente efetiva ou equivalente  
 $S_e$  - potência aparente efetiva ou equivalente  
 $P_\Delta$  - potência ativa consumida pelas cargas conectadas em  $\Delta$   
 $P_Y$  - potência ativa consumida pelas cargas conectadas em Y  
 $\xi$  - relação entre as potências  $P_\Delta$  e  $P_Y$   
 $S_{e1}$  - potência aparente efetiva fundamental  
 $S_1$  - potência aparente fundamental  
 $S_N$  - potência aparente não-fundamental  
 $D_I$  - potência de distorção de corrente  
 $D_V$  - potência de distorção de tensão  
 $D_H$  - potência de distorção harmônica  
 $S_H$  - potência aparente harmônica  
 $P_H$  - potência ativa harmônica  
 $N$  - potência não ativa  
 $DHT_{eV}$  - distorção harmônica total equivalente de tensão  
 $S_{U1}$  - potência de desequilíbrio fundamental  
 $S_1^+$  - potência aparente fundamental de seqüência positiva  
 $P_1^+$  - potência ativa fundamental de seqüência positiva  
 $Q_1^+$  - potência reativa fundamental de seqüência positiva  
 $\underline{\underline{R}}$  - matriz de perdas no elo  
 $dg\mathbf{1}$  - matriz unitária

$\underline{1} \underline{1}^t$  - matriz cheia de uns

$AVR$  - valor médio de uma grandeza

$\underline{\underline{R}}^{-1}$  - matriz inversa de  $\underline{\underline{R}}$

$tr(\underline{\underline{A}})$  - traço (*trace*) – soma dos termos da diagonal da matriz

$diag(\underline{\underline{A}})$  - termos da diagonal da matriz

$\Sigma \Sigma$  - duplo somatório

$\underline{v}_o$  - vetor de coordenadas homopolares da tensão

$\underline{i}_o$  - vetor de coordenadas homopolares da corrente

$\underline{v}_{\bar{o}}$  - vetor de coordenadas heteropolares da tensão

$\underline{i}_{\bar{o}}$  - vetor de coordenadas heteropolares da corrente

$V_o$  - valor rms coletivo das componentes homopolares das tensões

$V_{\bar{o}}$  - valor rms coletivo das componentes heteropolares das tensões

$I_o$  - valor rms coletivo das componentes homopolares das correntes

$I_{\bar{o}}$  - valor rms coletivo das componentes heteropolares das correntes

$\underline{\underline{R}}^*$  - matriz conjugada da matriz  $\underline{\underline{R}}$

$\underline{v}_e$  - vetor de tensões senoidais e simétricas

$\underline{i}_e$  - vetor de correntes senoidais e simétricas

$\alpha$  - operador das componentes seqüenciais de Fortescue

$S_{1459}$  - potência aparente efetiva ou equivalente do método americano

$S_{sn}$  - potência aparente do sistema com neutro

$r_{\psi}$  - resistência equivalente da carga otimizada “garfo”

$\Delta \underline{\underline{V}}$  - queda de tensão no elo

$V_{\Sigma}$  - tensão rms coletivo das tensões pelo método FBD

$I_{\Sigma}$  - corrente rms coletivo das tensões pelo método FBD

$THD_{va}$  - Distorção harmônica total da tensão da fase “a”

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – COMPARAÇÃO ENTRE $S_A$ E $S_V$ [4] .....	24
FIGURA 2 – SISTEMA TRIFÁSICO A N CONDUTORES .....	28
FIGURA 3 – CARGA EQUIVALENTE QUE DEFINE AS “POWER CURRENTS” .....	33
FIGURA 4 – SISTEMA ELÉTRICO A QUATRO CONDUTORES .....	38
FIGURA 5 - CARGAS FICTÍCIA: A - CIRCUITO EQUIVALENTE, B - CARGA GARFO .....	41
FIGURA 6 – SISTEMA A TRÊS CONDUTORES E VSP .....	46
FIGURA 7 – DEFINIÇÃO DE $I_e$ SEGUNDO 1459 .....	52
FIGURA 8 – PARTE DA CARGA LIGADA EM ESTRELA .....	53
FIGURA 9 – CIRCUITO DELTA .....	53
FIGURA 10 – DECOMPOSIÇÃO DA POTÊNCIA APARENTE .....	62
FIGURA 11 – CIRCUITO ORIGINAL .....	66
FIGURA 12 – CARGA OTIMIZADA DELTA - ESTRELA .....	81
FIGURA 13 – CIRCUITO COM COMPENSADOR DE CORRENTE DA CARGA .....	83
FIGURA 14 – CIRCUITO COM COMPENSADOR DE CORRENTE E DE TENSÃO .....	84
FIGURA 15 – CIRCUITO COMPENSADO E COM CARGA ADICIONAL .....	85
FIGURA 16 – CARGA EQUIVALENTE .....	94
FIGURA 17 – CIRCUITO COM COMPENSADOR DE CORRENTE DA CARGA .....	94
FIGURA 18 – CIRCUITO COM COMPENSADOR DE CORRENTE E DE TENSÃO .....	95
FIGURA 19 – CIRCUITO COMPENSADO E COM CARGA ADICIONAL .....	97
FIGURA 20 - ESQUEMA DE COMPENSAÇÃO DE CORRENTE E DE TENSÃO .....	106
FIGURA 21 - FORMA DE ONDA RESULTANTE DA COMPENSAÇÃO .....	107
FIGURA 22 - TRANSFORMADOR IDEAL .....	107
FIGURA 23 – CARGA GARFO .....	108
FIGURA 24 – SITUAÇÃO ORIGINAL .....	108
FIGURA 25 – ESTÁGIO INTERMEDIÁRIO .....	109
FIGURA 26 – CARGA COMPENSADA .....	109
FIGURA 27 - SITUAÇÃO ORIGINAL .....	110
FIGURA 28 - CARGA EQUIVALENTE .....	111
FIGURA 29 - COMPENSAÇÃO DA CARGA ORIGINAL .....	112
FIGURA 30 - CIRCUITO INICIAL COMPENSADO .....	113
FIGURA 31 - CIRCUITO COMPENSADO COM CARGA ADICIONAL .....	114
FIGURA 32 - SISTEMA COMPENSADO COM TRANSFORMADOR IDEAL .....	116
FIGURA 33 – SITUAÇÃO ORIGINAL .....	118
FIGURA 34 – CIRCUITO COM COMPENSADOR DE CORRENTE DA CARGA .....	119
FIGURA 35 – SITUAÇÃO FINAL COM CARGA ADICIONAL .....	119
FIGURA 36 – CIRCUITO COM COMPENSADOR DE CORRENTE DA CARGA .....	121
FIGURA 37 – CIRCUITO COM COMPENSADOR DE TENSÃO E DE CORRENTE .....	122
FIGURA 38 – CIRCUITO COM CARGA ADICIONAL E TRANSFORMADOR IDEAL .....	123
FIGURA 39 – CIRCUITO ELÉTRICO COM CARGA NÃO LINEAR .....	132
FIGURA 40 – FORMAS DE ONDAS DAS TENSÕES PARA N = 12 .....	138
FIGURA 41 – FORMAS DE ONDAS DAS CORRENTES PARA N = 12 .....	139
FIGURA 42 - VARIAÇÃO DE $S_e$ RELATIVO EM FUNÇÃO DE $\xi$ ( $\rho = 1,25$ ) .....	144
FIGURA 43 - VARIAÇÃO DE $S_e$ EM FUNÇÃO DE $\xi$ ( $\rho = 1,25$ ) .....	145
FIGURA 44 - VARIAÇÃO DE $S_e$ RELATIVO EM FUNÇÃO DE $\xi$ ( $\rho = 1,25$ ) .....	146
FIGURA 45 – COMPARATIVO ENTRE $S_e$ E $S_{FBD}$ .....	147
FIGURA 46 – FORMAS DE ONDAS DAS TENSÕES PARA N = 126 .....	148
FIGURA 47 – FORMAS DE ONDAS DAS CORRENTES PARA N = 126 .....	148
FIGURA 48 – VARIAÇÃO DE $S_e$ EM FUNÇÃO DE $\xi$ .....	149
FIGURA 49 – VARIAÇÃO DAS POTÊNCIAS COM $\rho$ PARA $\xi = 1$ .....	150

FIGURA 50 – DESVIO ENTRE $S_{FBD}$ E $S_e$ .....	151
FIGURA 51 – DESVIO ENTRE $S_{sn}$ E $S_e$ .....	151
FIGURA 52 – CIRCUITO TRIFÁSICO PARA SIMULAÇÃO.....	153
FIGURA 53 – FORMAS DE ONDAS NA ENTRADA DO APARTAMENTO (127 V).....	157
FIGURA 54 – FORMAS DE ONDAS NA ENTRADA DO PRÉDIO (127 V).....	158
FIGURA 55 – FORMAS DE ONDAS NA SAÍDA DA SUBESTAÇÃO (13,8 KV).....	158
FIGURA 56 – FORMAS DE ONDAS DAS CORRENTES E DAS TENSÕES.....	166
FIGURA 57 – FORMAS DE ONDAS DAS CORRENTES E DAS TENSÕES SE CRISTO REI (13,8 KV) .....	168
FIGURA 58 – FORMAS DE ONDAS DAS CORRENTES E DAS TENSÕES SE VÁRZEA GRANDE (13,8 KV).....	168
FIGURA 59 – FORMAS DE ONDAS DAS CORRENTES E DAS TENSÕES SE VÁRZEA GRANDE (34,5 KV).....	168

## LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - RESUMO GERAL DAS DEFINIÇÕES DA NORMA 1459.....	62
TABELA 2 - COMPARATIVO ENTRE AS DEFINIÇÕES DE POTÊNCIA APARENTE .....	129
TABELA 3 – FASORES DAS TENSÕES E CORRENTES HARMÔNICAS .....	131
TABELA 4 – GRANDEZAS ELÉTRICAS .....	133
TABELA 5 – TENSÕES E CORRENTES .....	134
TABELA 6 - AMOSTRAS DAS TENSÕES ( $v$ ).....	138
TABELA 7 - AMOSTRAS DAS CORRENTES ( $i$ ).....	138
TABELA 8 - RESULTADO DOS CÁLCULOS OBTIDOS ATRAVÉS DAS AMOSTRAS .....	139
TABELA 9 - AMOSTRAS DAS COMPONENTES HOMOPOLARES DA TENSÃO ( $v_o$ ).....	140
TABELA 10 - AMOSTRAS DAS COMPONENTES HETEROPOLARES DA TENSÃO ( $v_{\bar{o}}$ ).....	140
TABELA 11 - AMOSTRAS DAS COMPONENTES HOMOPOLARES DA CORRENTE ( $i_o$ ).....	140
TABELA 12 - AMOSTRAS DAS COMPONENTES HETEROPOLARES DA CORRENTE ( $i_{\bar{o}}$ ).....	141
TABELA 13 - RESULTADOS OBTIDOS ATRAVÉS DAS COORDENADAS POLARES .....	141
TABELA 14 - COMPARAÇÃO ENTRE A APLICAÇÃO DOS MÉTODOS AMERICANO E EUROPEU .....	142
TABELA 15 – DHT E DESEQUILÍBRIO .....	143
TABELA 16 - RESULTADO DO CÁLCULO DAS POTÊNCIAS .....	143
TABELA 17 - RESULTADO DO CÁLCULO DAS POTÊNCIAS .....	143
TABELA 18 - RESULTADOS OBTIDOS COM $V_o / V_{\bar{o}} = 4\%$ .....	145
TABELA 19 – RESULTADOS DE UM SISTEMA COM CARGA DESEQUILIBRADA E FONTE SIMÉTRICA ( $R = 0,021$ OHM E $L = 55$ MH).....	154
TABELA 20 – RESULTADOS DE SIMULAÇÕES NO MATLAB .....	155
TABELA 21 – COMPARATIVO DAS DEFINIÇÕES DE POTÊNCIAS .....	159
TABELA 22 – EXEMPLO DA MEDIÇÃO NO APARTAMENTO NO RIO DE JANEIRO .....	160
TABELA 23 – EXEMPLO DA MEDIÇÃO NO PRÉDIO NO RIO DE JANEIRO .....	161
TABELA 24 – EXEMPLO DA MEDIÇÃO NA SUBESTAÇÃO NO RIO DE JANEIRO .....	162
TABELA 25 – COMPARATIVO ENTRE $S_{1459}$ , $S_{FBD}$ E $S_{sn}$ .....	162
TABELA 26 – COMPARATIVO DAS DEFINIÇÕES DE POTÊNCIAS .....	164
TABELA 27 – EXEMPLO DA MEDIÇÃO NO HORÁRIO DE 8:59:30 H – SITUAÇÃO 1 (STD. 1459) .....	165
TABELA 28 – EXEMPLO DA MEDIÇÃO NO HORÁRIO DE 9:41:10 H – SITUAÇÃO 2 (STD. 1459) .....	165
TABELA 29 – GRANDEZAS NA FÁBRICA DE TUBOS .....	167
TABELA 30 – GRANDEZAS DAS SUBESTAÇÕES .....	169

# I. - INTRODUÇÃO

## I.1. - RELEVÂNCIA DO TEMA

Para os sistemas monofásicos com tensões e correntes senoidais e sistemas trifásicos com tensões e correntes senoidais e equilibradas, os conceitos de potência ativa, potência reativa e potência aparente estão bem definidos e entendidos. Durante o tempo em que estes sinais estiveram quase senoidais e equilibrados, eles atenderam aos consumidores e às concessionárias de forma satisfatória. Porém, com o crescimento do número de cargas não lineares, que levam a distorções nas formas de ondas das correntes e das tensões, este cenário vem mudando paulatinamente. Aliado à questão harmônica, o desequilíbrio tem também aumentado e a presença de grandes cargas monofásicas tem contribuído para este fato. Esta nova situação leva a uma maior ocupação do sistema elétrico e esta ocupação não tem sido refletida nas tarifas de energia elétrica.

Em geral, os consumidores são cobrados pela energia ativa consumida e/ou demandada e estão sujeitos à multas por baixo fator de potência. Há uma tendência de se expandir a tarifação de modo a contemplar o desequilíbrio e a distorção. No Canadá, os consumidores têm a demanda taxada pela potência aparente exigida da rede. A evolução da eletrônica permite a construção de equipamentos de medição capazes de computar avançados modelos matemáticos. Assim, há a necessidade, mas também a oportunidade para a introdução de novas definições de potências, definições estas que devem permanecer válidas para as situações clássicas. Estas definições devem ter uma base comum para:

- Caracterizar e melhorar a qualidade da energia.
- Detecção das fontes prejudiciais à qualidade da energia.
- Tarifas de energia elétrica.

É preocupação das concessionárias, agentes e consumidores chegar a um consenso quanto à definição de potência aparente para daí se definir uma nova estrutura tarifária que contemple esta definição. As concessionárias têm interesse de cobrar a utilização do sistema elétrico, os agentes devem regular tais relações e os consumidores precisam saber

se terão que utilizar métodos de compensação para atenuar os chamados distúrbios da qualidade da energia elétrica.

É neste contexto que este trabalho se insere, procurando estudar as novas teorias apresentadas pela comunidade científica. Não é objetivo desta tese definir uma nova estrutura tarifária, pois o primeiro passo é chegar a um consenso quanto à formulação para a potência aparente. Quando esta questão estiver resolvida, os esforços poderão ser direcionados à contabilização das diversas componentes da potência aparente e de seus efeitos no sistema elétrico buscando-se então adequar-se as tarifas.

## **I.2. – HISTÓRICO**

Em 1886, o Instituto Americano de Engenheiros Eletricistas (AIEE) contava com 400 membros [1]. Nesse ano, W. Stanley construiu a primeira linha de distribuição em corrente alternada. Um ano depois, T. Edison iniciou uma infame campanha contra as aplicações em corrente alternada e poucos meses depois, N. Tesla patenteou o motor polifásico de corrente alternada. Da noite para o dia, a corrente alternada passou a ser o principal tópico das discussões no âmbito do AIEE. Os melhores e mais brilhantes engenheiros da época procuravam explicar o significado físico do defasamento angular entre a corrente e a tensão. Novamente, W. Stanley, em 1887, foi o primeiro a apresentar um trabalho intitulado “O fenômeno do atraso em bobina de indução”. Em 1888, O. B. Shallenberger explicou o fluxo da potência instantânea e a oscilação de potência causada pela troca de energia entre a indutância e a fonte. O próximo passo significativo ocorreu em 1893 quando A. E. Kennelly e C. Steinmetz começaram a aplicar a teoria dos números complexos para o modelo de impedância e definiram os fasores de tensão e corrente. Levou aproximadamente 15 anos para que os engenheiros daquela época comesçassem a entender que os circuitos alternados comportavam-se diferentemente dos circuitos de corrente contínua e a aceitarem os conceitos de potências aparente e reativa. Surgiu então a idéia do fator de potência que ajudou a quantificar a utilização das linhas. A proliferação dos sistemas trifásicos trouxe um novo dilema para os engenheiros. Em 1910, eles debatiam os méritos de duas definições da potência aparente: a potência aparente vetorial e a potência aparente aritmética. As duas definições levam ao mesmo resultado apenas quando o sistema

é senoidal. Se não for o caso, a potência aritmética é maior e seus fatores de potência são diferentes.

Os sistemas simétricos e equilibrados já eram bem entendidos, pois seus comportamentos são similares ao sistema monofásico. Os sistemas desequilibrados traziam dúvidas de qual a correta definição para a potência aparente e fator de potência. Foi W. V. Lyon que, por volta de 1920, provavelmente, foi o primeiro a entender o significado correto do fator de potência. Ele escreveu: “O fator de potência é a razão entre a potência real e a máxima potência possível que seria absorvida por uma determinada carga, mantendo-se as mesmas correntes eficazes na linha e as mesmas tensões”.

Nesta mesma época, a proliferação de retificadores a mercúrio, utilizados em transportes e processos eletroquímicos, incentivou um especial interesse por condições não senoidais.

Em 1927, C. I. Budeanu descreveu o primeiro modelo de potências em sistemas monofásicos com formas de ondas distorcidas. Ele propôs uma solução tridimensional para a potência aparente  $S$ , com as componentes: potência ativa  $P$ , potência reativa  $Q$  e potência de distorção  $D$ . A disseminação da teoria de Budeanu levou a muitas pesquisas e confusões e à necessidade de uma teoria unificada que poderia explicar todas as condições possíveis em um circuito alternado. Em 1933, ainda no AIEE, muitas discussões ocorreram sendo que o comentário de maior bom senso foi feito por V. Karapetoff:

“Qualquer definição de fator de potência que não possa ser realizada facilmente por simples instrumentos de medida se tornará uma definição morta. Por outro lado, uma definição que apesar de não ser totalmente rigorosa teoricamente, pode provar ser de grande utilidade se sua correspondente medição for simples e puder ser prontamente entendida pelos engenheiros de operação”. Apesar das críticas de Lyon contra a teoria de Budeanu, H. Curtis e F. Silsbee estenderam sua teoria para os sistemas trifásicos. Esta resolução para a potência aparente foi incluída na primeira American Standard Definitions of Electrical Terms, em 1941. Esta definição permaneceu praticamente a mesma por anos e é encontrada na última edição do IEEE Std 100 [2], em 1992. As definições utilizadas giravam em torno da potência aparente aritmética e a da potência aparente vetorial. Havia discussão sobre qual delas seria a mais adequada.

Nos últimos 50 anos, a proliferação de equipamentos eletrônicos de potência, também chamados de cargas não-lineares tais como conversores de velocidade ajustáveis (ASD), retificadores controlados, lâmpadas econômicas, fornos a arco e à indução, computadores pessoais, etc, intensificou distúrbios para as concessionárias e consumidores tais como fluxo de potências não ativas causadas por correntes e tensões harmônicas. Assim, novas definições de potências têm sido discutidas nos últimos 30 anos pelos engenheiros e pesquisadores, procurando acomodar as situações não senoidais e de desequilíbrio.

Pesquisas com os tradicionais medidores de energia elétrica mostraram que eles podem apresentar erros significativos quando submetidos a situações não senoidais. Por outro lado, o desenvolvimento de microprocessadores e microcomputadores permitiu aos fabricantes a construção de equipamentos de medição mais versáteis, precisos e capazes de medir estas novas grandezas elétricas. Há a necessidade de se medir corretamente a distorção e desequilíbrio, de forma justa, de modo a se dividir o custo adicional provocado por elas, mantendo-se a qualidade dos serviços elétricos.

No âmbito do IEEE foi criado um grupo de estudos, que, após alguns trabalhos publicados [3], culminou na norma IEEE Std 1459-2000 [4], encabeçada pelo Professor Alexander Emanuel, que foi escrita procurando dar subsídios aos estudiosos e fabricantes de equipamentos de medição, explorando novos conceitos de potências que serão apresentados no decorrer deste trabalho.

Também, neste período, vários pesquisadores apresentaram seus trabalhos com enfoques diferentes para os conceitos de potência [5 - 10].

Este trabalho de tese destaca também o chamado método FBD, desenvolvido pelo Professor Manfred Depenbrock [11].

Estas novas definições de potências baseiam-se na interpretação física de que a potência aparente é associada à máxima potência útil que pode ser entregue para uma carga [12]. Nas teorias apresentadas e estudadas neste trabalho, não se levou em consideração o efeito pelicular (*skin effect*), porém um tratamento neste sentido pode ser encontrado em [13].

### I.3. – OBJETIVOS E CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO

Esta tese teve como principal objetivo fazer um estudo das duas principais e novas definições de potência que foram propostas nas últimas décadas e originadas da teoria FBD e da teoria americana, as quais são válidas para sistemas elétricos não ideais, isto é, em condições de distorção e desequilíbrio dos sinais elétricos. Os trabalhos disponíveis para consulta se restringem a grupos de pesquisadores interessados no assunto e são bastante concisos e compactos, dificultando o entendimento da maioria dos leitores. Assim, tentou-se colocar de **forma sistemática e didática o desenvolvimento das duas teorias**, publicadas em vários artigos dos professores Alexander Emanuel, Manfred Depenbrock, Willems, Hector Arango, entre outros, agrupando-se e organizando-se os materiais disponíveis e complementando-os.

Também, procurou-se preencher algumas lacunas do desenvolvimento de tais teorias, como o desenvolvimento das mesmas no **domínio do tempo**, pois a grande maioria dos trabalhos até então apresentados enfocou o tratamento com valores eficazes das tensões e das correntes, considerando-se as componentes fundamentais e harmônicas dos sinais. Apesar de correto, este enfoque obriga à decomposição harmônica dos sinais, o que leva a um grande esforço computacional além de poder levar à propagação de erros. Assim, este trabalho priorizou a utilização das amostras das tensões e das correntes para o cálculo das potências. Com adequadas taxa de amostragem e resolução, as amostras podem ser obtidas em janelas de integração com posterior processamento e cálculo dos valores coletivos das grandezas.

Visualizando-se a complexidade das formulações das duas teorias citadas, buscou-se uma alternativa para a definição de potência aparente que fosse de mais fácil aceitação. Esta busca resultou em um **desenvolvimento de uma nova teoria de potência aparente**, “**a potência aparente do sistema com contribuição do neutro  $S_{sn}$** ”, que reúne características das duas teorias, mas, é mais simples que as duas outras e de obtenção mais fácil. Esta nova potência leva a resultados muito próximos das demais e pode ser uma alternativa viável. O desenvolvimento da mesma também foi feito no domínio do tempo.

As expressões para as potências aparentes no domínio do tempo foram desenvolvidas utilizando-se **três tratamentos**: (i) a de notação matricial, (ii) a que utiliza os valores eficazes coletivos e, (iii) a metodologia que utiliza as coordenadas polares. Entre

essas, o tratamento através das **coordenadas polares** é o mais simples para implementação computacional, pois utiliza apenas operações matemáticas básicas, manipulando as amostras de tensão e de corrente.

Para o cálculo das três citadas formulações para a potência aparente no domínio do tempo, foram desenvolvidos programas computacionais, utilizando-se o Matlab<sup>®</sup> 7.1, cujos algoritmos poderão ser utilizados como **protocolos de medição em medidores numéricos**.

Para consolidar estas teorias e compará-las, foram desenvolvidos **exemplos numéricos e simulações**, bem como **medições em campo**, com a intenção de validar todo o trabalho. Não foi interesse desse estudo um aprofundamento na metodologia de tarifação, uma vez que ainda não há um consenso de uma formulação para a potência aparente que seja de aceitação global. Uma futura definição desta potência, a ser aceita, decomposta em suas parcelas de potência ativa, reativa, de distorção e de desequilíbrio, passará então a ser analisada para efeito de tarifação. O sentido do fluxo dessas potências é outro fator importante a ser considerado, cuja principal pergunta é: elas fluem da rede para a carga ou fluem da carga para a rede?

#### **I.4. – ESTRUTURA DO TRABALHO**

O primeiro capítulo apresenta a introdução ao tema deste trabalho, iniciando-se com a relevância do mesmo. A seguir apresenta um histórico sobre as definições de potência passando aos objetivos e contribuições. Finaliza com a estrutura do trabalho.

O segundo capítulo trata das conhecidas definições de potência servindo como uma introdução ao terceiro capítulo.

Neste terceiro capítulo a teoria FBD ou método europeu é apresentada. Inicialmente são definidas algumas grandezas utilizadas por Depenbrock. Na seqüência, a teoria FBD é desenvolvida para sistema a quatro condutores e para sistema a três condutores.

No quarto capítulo, é apresentado o método americano, baseado na norma IEEE Std 1459-2000 e desenvolvido tanto para sistemas monofásicos, trifásicos a três condutores e a quatro condutores.

O quinto capítulo apresenta as principais contribuições dessa tese, fornecendo o equacionamento dos métodos FBD e americano no domínio do tempo. Utilizando-se as amostras dos sinais de tensão e de corrente, detalham-se três tratamentos distintos:

- Expressões no tempo com tratamento matricial.
- Expressões no tempo utilizando-se os valores rms coletivos e as componentes homopolares das tensões e das correntes.
- Expressões no tempo utilizando-se as componentes polares das tensões e das correntes. Apoiando-se no apêndice VI, que detalha o desenvolvimento da teoria das componentes polares, este desenvolvimento é muito interessante, pois com apenas com cálculos matemáticos básicos, pode-se obter todos os valores necessários para cálculo das potências. Ainda neste capítulo é apresentado o desenvolvimento da proposta de uma nova formulação para a potência aparente, que poderá ser uma alternativa às demais definições. Uma explanação sobre possível metodologia de medição é apresentada.

O capítulo seis traz um tratamento de possíveis esquemas de compensação, confirmando, através de exemplos numéricos, as compensações usadas nos métodos FBD e americano.

No capítulo sete, são apresentados alguns exemplos numéricos de cálculo das potências estudadas.

O capítulo oito traz simulações realizadas no Matlab, com várias situações e comparativos, mostrando ser viável utilizar as metodologias desenvolvidas no domínio do tempo em medidores digitais. Um exemplo de cálculo comparativo da conta de energia de um consumidor residencial é apresentado.

No capítulo nove, são apresentadas medições em diferentes consumidores (residencial, universidade, concessionária e indústria) que ajudam a confirmar os resultados dos exemplos numéricos e das simulações.

O capítulo dez apresenta as conclusões, considerações e proposição de continuidade dos trabalhos.

No capítulo onze são descritas as principais referências bibliográficas utilizadas. Na seqüência, são apresentados os apêndices deste trabalho e cópias dos artigos publicados e submetidos para publicação, relativos ao tema da tese.

## II. TEORIAS DE POTÊNCIAS

### II.1. – REVISÃO DAS DEFINIÇÕES DE POTÊNCIAS PARA SISTEMAS TRIFÁSICOS

Antes de apresentar as novas definições de potências citadas, a seguir, será apresentada uma breve revisão das definições de potências mais conhecidas. Como já comentado, no decorrer dos anos, foram estabelecidas diversas formulações de potência para os sistemas trifásicos, tais como: potência aritmética ( $S_A$ ) e potência vetorial ( $S_V$ ). Além delas, pode-se destacar, entre outras, a potência aparente do sistema ( $S_S$ ).

#### II.1.1. - POTÊNCIA APARENTE ARITMÉTICA $S_A$

A potência trifásica aparente aritmética representa a soma linear das potências de cada fase, calculadas individualmente [2, 4, 14]. De acordo com a norma IEEE Std 100-1992 [2], conforme Fig. 1,  $S_A$  pode ser expressa por:

$$S_A = |\dot{S}_a| + |\dot{S}_b| + |\dot{S}_c| = S_a + S_b + S_c = V_a I_a + V_b I_b + V_c I_c \quad (1)$$

$$S_a = \sqrt{P_a^2 + Q_a^2 + D_a^2} \quad S_b = \sqrt{P_b^2 + Q_b^2 + D_b^2} \quad S_c = \sqrt{P_c^2 + Q_c^2 + D_c^2} \quad (2)$$

$$V_a^2 = \sum_h V_{ah}^2 \quad I_a^2 = \sum_h I_{ah}^2 \quad (3)$$

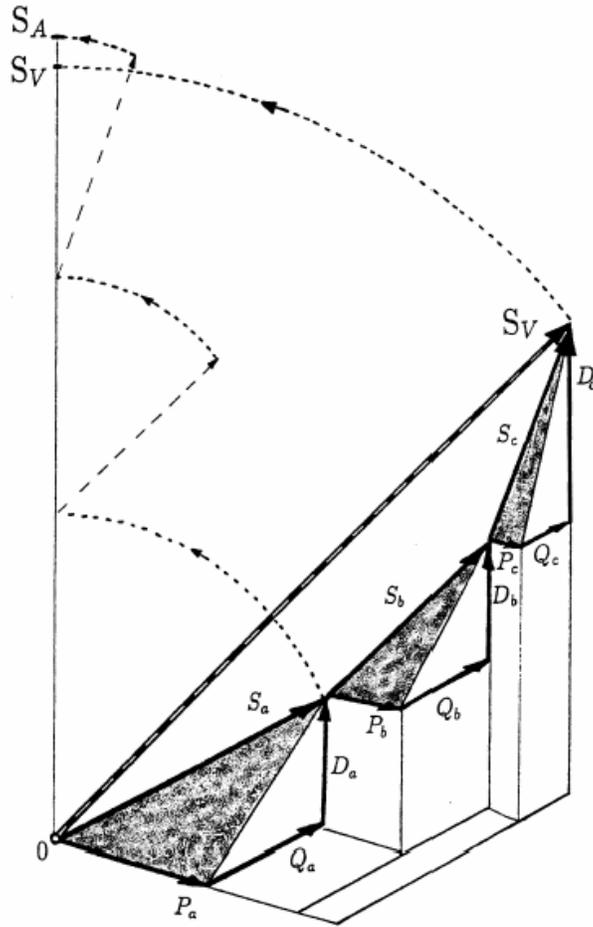


Figura 1 – comparação entre  $S_A$  e  $S_V$  [4]

A potência ativa pode ser obtida através da equação (4):

$$P_i = \sum_h V_{ih} I_{ih} \cos(\theta_{ih}) \quad (4)$$

E a potência reativa por:

$$Q_i = \sum_h V_{ih} I_{ih} \text{sen}(\theta_{ih}) \quad (5)$$

$\theta_{ih}$  é o ângulo entre a tensão harmônica  $V_{ih}$  e a corrente harmônica  $I_{ih}$ , onde  $i$  representa a fase  $a$ ,  $b$  ou  $c$ .

A potência que contabiliza a distorção, normalmente denominada potência de distorção ou potência harmônica, é dada por:

$$D_i = \sqrt{S_i^2 - P_i^2 - Q_i^2} \quad (6)$$

$$P = P_a + P_b + P_c \quad Q = Q_a + Q_b + Q_c \quad D = D_a + D_b + D_c \quad (7)$$

### II.1.2. - POTÊNCIA APARENTE VETORIAL $S_V$

Como o próprio nome indica, tem-se agora a soma vetorial das potências de cada fase. De acordo com [2], tem-se:

$$S_V = |\dot{S}_a + \dot{S}_b + \dot{S}_c| = \sqrt{P^2 + Q^2 + D^2} \quad (8)$$

Pode-se observar, conforme apresentado na Fig. 1, que  $S_V \leq S_A$ . Como será mostrado oportunamente, ambas as definições não refletem o desequilíbrio.

### II.1.3. - POTÊNCIA APARENTE DO SISTEMA $S_S$

Na literatura especializada [7, 15] encontra-se a proposta de que a potência aparente de um sistema trifásico deva também contemplar a possibilidade do desequilíbrio/assimetria. Neste caso, a potência aparente, agora denominada Potência Aparente do Sistema ( $S_S$ ), passa a ser traduzida como sendo a multiplicação da tensão trifásica equivalente pela corrente trifásica equivalente, indicada em (9). A rede trifásica passa a ser vista como uma entidade única e não as três fases separadamente.

$$S_S = V_{rms_{3\phi}} \cdot I_{rms_{3\phi}} = \sqrt{V_a^2 + V_b^2 + V_c^2} \cdot \sqrt{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2} \quad (9)$$

Sendo:

$V_{rms_{3\phi}}$  - tensão trifásica equivalente

$I_{rms_{3\phi}}$  - corrente trifásica equivalente

$V_a, V_b, V_c, I_a, I_b$  e  $I_c$  – tensões eficazes de fase e correntes eficazes de linha.

Nesta situação, passa a ser necessário um novo conceito de potência chamada de potência não ativa de assimetria ou de desequilíbrio ( $A$ ). Esta potência é o resultado do produto cruzado dos sinais de tensão e de corrente (fundamental e harmônicas) de fases diferentes [16].

Assim, a potência aparente do sistema pode também ser representada pela equação (10).

$$S_s = \sqrt{\left(\sum_k P_k\right)^2 + \left(\sum_k Q_k\right)^2 + \left(\sum_k D_k\right)^2 + \sum_h A_h^2} \quad (10)$$

Onde  $h$  é o índice de cada harmônica presente e  $k = 1, 2$  e  $3$  são as fases do sistema.

Dentre as várias proposições para cálculo da potência de distorção ( $D$ ), a fórmula de Budeanu modificada foi bastante utilizada [6, 7]. Atualmente há questionamentos sobre sua validade em certas situações [4]. A expressão de Budeanu é resultante do produto cruzado entre os harmônicos de tensão pelos de corrente de mesmas fases e permite obter diretamente a potência de distorção  $D$ .

$$D = \sum_{k=A,B,C} \sqrt{\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=m+1}^{\infty} V_{km}^2 I_{kn}^2 + V_{kn}^2 I_{km}^2 - 2 \times V_{km} I_{kn} V_{kn} I_{km} \cos(\gamma_{km} - \gamma_{kn})} \quad (11)$$

Sendo que  $\gamma_m$  é o ângulo formado entre a tensão e a corrente da harmônica de ordem  $m$  e  $\gamma_n$  é o ângulo formado entre a tensão e a corrente da harmônica de ordem  $n$ :

$$\begin{aligned} \gamma_m &= \phi_m - \varphi_m \\ \gamma_n &= \phi_n - \varphi_n \end{aligned} \quad (12)$$

#### II.1.4. – CONSIDERAÇÕES FINAIS

As definições clássicas de potência, principalmente a potência aparente  $S_V$  têm sido usadas por muitos anos pelos projetistas de equipamentos, estudiosos dos sistemas elétricos e pelas concessionárias de energia elétrica, porém a discussão sobre qual é a mais correta iniciou tão logo elas foram propostas. Em várias oportunidades, pesquisadores procuraram fazer um comparativo das várias vertentes da definição de potências [18, 19, 20].

Os dois próximos capítulos tratarão das duas principais novas propostas para a definição da potência aparente apresentadas à comunidade científica nas últimas décadas, que contabilizam tanto o desequilíbrio como a distorção das formas de ondas e também a corrente de neutro. São duas formas distintas de se contabilizar as potências, uma originária nos EUA, chamada de método americano (IEEE Std 1459-2000) e a outra, surgida na Europa, conhecida como método europeu (FBD).

### III. - MÉTODO FBD OU MÉTODO EUROPEU

Em 1962, o Prof. Manfred Depenbrock desenvolveu, em sua tese de doutorado, uma teoria para potências válida para sistemas com N condutores. Esta teoria, desenvolvida no domínio do tempo, teve por base os trabalhos de Fryze e de Buchholz e também as leis de Kirchhoff. Em 1932, Fryze apresentou uma maneira de separar as tensões e as correntes em suas componentes ativa e não ativa para um sistema a dois condutores. Buchholz estendeu a teoria de Fryze para N condutores, apresentou uma definição de potência aparente para um sistema desequilibrado e não senoidal e também introduziu o conceito de valores rms coletivos para as tensões e para as correntes. Depenbrock introduziu outros conceitos tais como a consideração da corrente que circula pelo condutor neutro e os conceitos de “*power currents*” e “*powerless currents*”. Utilizou basicamente as leis de Kirchhoff, o conceito do “*virtual star point*” e assim surgiu o Método FBD (Fryze-Buchholz-Depenbrock). Este método só passou a ser referenciado no mundo todo após sua publicação no IEEE [11] em 1993.

Depenbrock desenvolveu seu trabalho tendo em mente que as correntes não-ativas não contribuem para a transferência de energia de um sistema, sendo relacionadas apenas com perdas e problemas de interferência eletromagnética [18]. Assim, concluiu-se que as potências não-ativas são grandezas de importância secundária, uma vez que elas são derivadas das correntes não-ativas. A única componente de corrente que possui uma definição livre de contradições, é a corrente ativa, porém, a decomposição da corrente não-ativa em sub-componentes pode ser importante para algumas aplicações.

Este capítulo inicia-se com as principais contribuições de Depenbrock, partindo de algumas definições importantes, e apresentando a formulação para a potência aparente proposta por ele. A seguir é mostrado o desenvolvimento de equações propostas por Willems [21] para um sistema senoidal a quatro condutores. São apresentadas expressões com componentes simétricas e também expressões que consideram o caso quando a resistência do neutro é diferente das resistências das fases. Por fim, o equacionamento para o sistema com três condutores é apresentado.

### III.1. – DEFINIÇÕES

Para facilitar o entendimento da teoria desenvolvida por Depenbrock, os conceitos de “grandezas de soma zero”, “*virtual star point*” e “grandezas coletivas” serão apresentados a seguir.

#### III.1.1. – GRANDEZAS DE SOMA ZERO E “*VIRTUAL STAR POINT*”

Com base nas leis de Kirchhoff, podem-se definir as chamadas “grandezas de soma zero” (*zero-sum quantities*) como as grandezas físicas de um circuito com N condutores que sempre somam zero. Por exemplo, por Kirchhoff, as correntes sempre somam zero [23].

$$\sum_{v=1}^N i_v = 0 \quad (13)$$

Seja o circuito da Fig. 2:

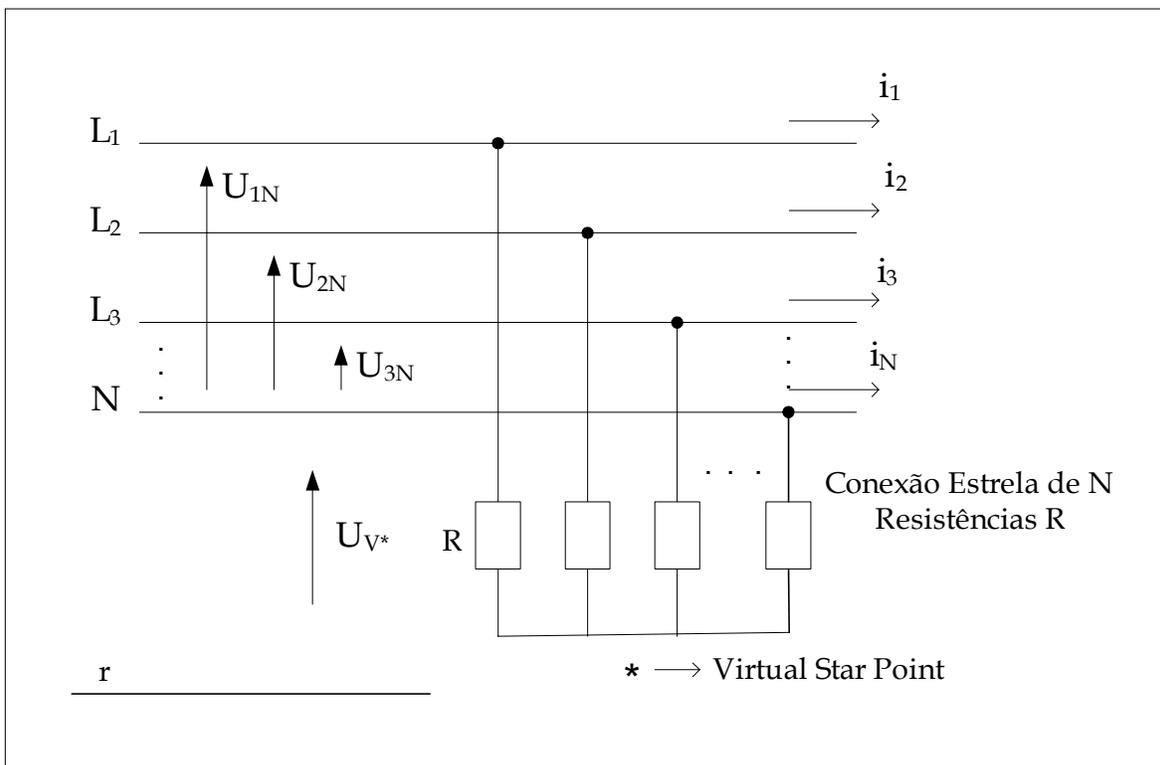


Figura 2 – Sistema trifásico a N condutores

Para determinação das tensões, há sempre a necessidade de se estabelecer uma referência para o potencial, por exemplo, o ponto r. Neste caso, a soma das tensões normalmente não é zero, isto é, não constituem “zero-sum quantities”.

Porém, pode-se escolher o ponto (\*) (*virtual star point -VSP*) como referência para as tensões como na Fig. 2. A lei de Kirchhoff para as correntes garante que a soma das correntes fluindo através das N resistências R é sempre zero. As tensões entre os N condutores e o VSP são dadas pelas N correntes multiplicadas por R, transferindo a propriedade das correntes para as tensões.

Assim:

$$\sum_{v=1}^N u_{v*} = 0 \quad (14)$$

Na prática, não é necessário realizar fisicamente o VSP. As tensões relativas ao VSP podem ser calculadas através das (N-1) tensões entre os condutores e o referencial adotado, neste caso “r”.

Sendo:

$$\sum_{v=1}^N u_{v*} = \sum_{v=1}^N (u_{vr} + u_{r*}) = \sum_{v=1}^N u_{vr} + Nu_{r*} = 0$$

Resulta:

$$u_{r*} = -\frac{1}{N} \sum_{v=1}^N u_{vr} \quad (15)$$

A tensão entre cada condutor (1, 2,..., N) e o VSP (\*) será:

$$u_{v*} = u_{vr} + u_{r*} \quad (16)$$

Observa-se que as equações (15) e (16) juntas fornecem as tensões de todos os condutores em relação ao VSP.

No caso particular de r = N (Neutro), tem-se que  $u_{NN} = 0$ , assim  $N \rightarrow N-1$ , logo:

$$u_{N*} = -\frac{1}{N} \sum_{v=1}^{N-1} u_{vN} \quad (17)$$

É a tensão entre o neutro e o VSP (\*) em função das tensões entre cada condutor (1, 2,...,(N-1)) e o neutro. Deste modo, a equação (16) passa a ser escrita:

$$u_{v*} = u_{vN} + u_{N*}$$

A tensão  $u_{N*}$  é chamada “Tensão de Modo Comum” das N tensões medidas em relação ao referencial adotado (neutro). Do mesmo modo, pode-se dizer que a tensão  $U_{r*}$  é a “Tensão de Modo Comum” das N tensões referidas ao ponto “r”.

O VSP também é chamada de “*Voltage Nil Point*”, pois:

$$u_{1*} + u_{2*} + \dots + u_{N*} = 0.$$

As N tensões  $u_{v*}$  constituem o único conjunto de tensões cuja soma é nula. Elas podem ser determinadas através das tensões entre os terminais e um ponto de referência arbitrário r.

Se o neutro é escolhido como referência, normalmente, como no caso do referencial “r”, a soma das tensões não é zero como acontece quando a referência escolhida é o VSP.

A tensão de modo comum  $u_{N*}$  não contribui para as tensões entre terminais. Quando calcula-se as tensões entre terminais  $u_{v\mu}$ , a eliminação da tensão de modo comum é feita automaticamente, como a seguir:

Sejam  $v, \mu$  dois terminais quaisquer.

$$u_{v\mu} = u_{vr} - u_{\mu r}$$

$$u_{v\mu} = u_{v*} + u_{*r} - (u_{\mu*} + u_{*r})$$

$$u_{v\mu} = u_{v*} - u_{\mu*}$$

O potencial do VSP (\*) é então definido como o valor médio do potencial elétrico dos N terminais.

$$u_{*r} = \frac{1}{N} \sum_{v=1}^N u_{vr} \quad (18)$$

Se r for considerado o neutro, tem-se por exemplo:

$$u_{*N} = \frac{1}{N} \sum_{v=1}^N u_{vN} = \frac{u_{1N} + u_{2N} + \dots + u_{NN}}{N} \quad (19)$$

É sempre possível determinar as (N-1)N/2 tensões entre terminais  $u_{v\mu}$  a partir de um conjunto de N tensões entre terminais e o ponto de referência comum r, mas, no caso geral,

não é possível reconstruir as tensões terminal para o referencial comum com apenas as tensões entre terminais  $u_{v\mu}$ , pois estas não contêm a tensão de modo comum.

A equação (20) [22] mostra que pode-se obter as tensões de soma zero (*zero-sum voltages*)  $u_{v*}$  a partir das tensões entre terminais  $u_{v\mu}$ .

$$u_{v*} = \frac{1}{N} \sum_{\mu=1}^N u_{v\mu} \quad (20)$$

Por exemplo, para um sistema a quatro fios:

$$u_{1*} = \frac{1}{4}(u_{11} + u_{12} + u_{13} + u_{14})$$

Ou considerando 1 = a, 2 = b, 3 = c e 4 = n, vem:

$$u_{a*} = \frac{1}{4}(u_{ab} + u_{ac} + u_{an})$$

$$u_{n*} = \frac{1}{4}(u_{na} + u_{nb} + u_{nc} + u_{nn})$$

$$u_{*n} = \frac{1}{4}(u_{an} + u_{bn} + u_{cn})$$

Existe uma relação entre a tensão de modo comum ( $u_{N*}$ ) e a componente de seqüência zero ( $u_o$ ) no caso de um circuito com quatro condutores [8, 23]:

Por Lyon:

$$u_o = \frac{1}{\sqrt{3}}(u_1 + u_2 + u_3)$$

$$u_{N*} = -\frac{1}{4}(u_{1N} + u_{2N} + u_{3N})$$

$$u_o = -\frac{4}{\sqrt{3}}u_{N*} \quad (21)$$

### III.1.2. – GRANDEZAS COLETIVAS (*COLLECTIVE VALUES*)

Grandezas relacionadas aos N terminais de um circuito como um todo, são chamadas “grandezas coletivas” [18, 23] e marcadas por um subscrito  $\Sigma$ . Assim, do mesmo modo que a potência instantânea é caracterizada por um único valor ( $p(t) = \underline{v}^t \underline{i}$ ),

os conjuntos das correntes e tensões instantâneas também podem ser representados por valores únicos. São os valores coletivos instantâneos:

$$i_{\Sigma} = \sqrt{\underline{i} \cdot \underline{i}} = \sqrt{\sum_{v=1}^N i_v^2} \quad u_{\Sigma*} = \sqrt{\underline{u}_* \cdot \underline{u}_*} = \sqrt{\sum_{v=1}^N u_{v*}^2} \quad (22)$$

Onde  $\underline{i} \cdot \underline{i}$  representa o produto escalar entre vetores e o símbolo (\*) significa que as tensões são referidas ao VSP.

As correntes e tensões representadas por suas “zero-sum quantities” podem ser representadas por vetores e as grandezas coletivas são idênticas às normas destes vetores.

$$\underline{i} = [i_1 \ i_2 \ i_3 \ \dots \ i_N]^t \quad \underline{u}_* = [u_{1*} \ u_{2*} \ \dots \ u_{N*}]^t$$

Em condições periódicas, os quadrados dos valores rms coletivos das correntes e tensões são:

$$I_{\Sigma}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T i_{\Sigma}^2 d\tau = \overline{\underline{i} \cdot \underline{i}} = \sum_{v=1}^N I_v^2 \quad (23)$$

$$V_{\Sigma*}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T u_{\Sigma*}^2 d\tau = \overline{\underline{u}_* \cdot \underline{u}_*} = \sum_{v=1}^N V_{v*}^2 \quad (24)$$

Podem-se também obter expressões para as potências instantâneas e médias, tais como:

a) Potência instantânea de cada condutor:

$$p_{\mu} = v_{\mu*} i_{\mu} \quad (25)$$

b) Potência ativa instantânea coletiva:

$$p_{\Sigma} = \underline{u}_* \cdot \underline{i} = \sum_{v=1}^{N-1} p_{vN} = \sum_{v=1}^{N-1} u_{vN} i_v = \sum_{\mu=1}^N v_{\mu*} i_{\mu} = \sum_{\mu=1}^N p_{\mu} \quad (26)$$

c) Potência ativa (valor médio da potência instantânea):

$$P_{\Sigma} = \overline{p_{\Sigma}} = \overline{(v_* i)} \quad (27)$$

### III.1.3. - DECOMPOSIÇÃO DA CORRENTE INSTANTÂNEA

A decomposição da corrente elétrica é um importante aspecto da teoria de potência tratada neste capítulo. As correntes que fluem pelo sistema, provocando perdas de energia,

porém sem realizar transferência de potência ativa, são denominadas “*Powerless Currents*”. Elas podem ser compensadas imediatamente sem que o compensador tenha capacidade de armazenamento de energia.

As outras correntes, chamadas “*Power Currents*”, transferem energia. Para as “*Power Currents*”, pode-se concluir:

- As perdas nos condutores de alimentação podem ser minimizadas, assumindo resistências iguais para todos os condutores.
- O vetor das tensões de soma zero e o vetor das correntes devem ser paralelos ou anti-paralelos (fase ou 180°) em cada instante. Esta é a mais importante condição da Teoria das Potências Instantâneas.

As correntes de potência (*power currents*) podem ser visualizadas por uma carga equivalente consistindo de N resistores iguais, caracterizados por sua condutância  $G_p$ , a qual geralmente é dependente do tempo, como mostra a Fig. 3.

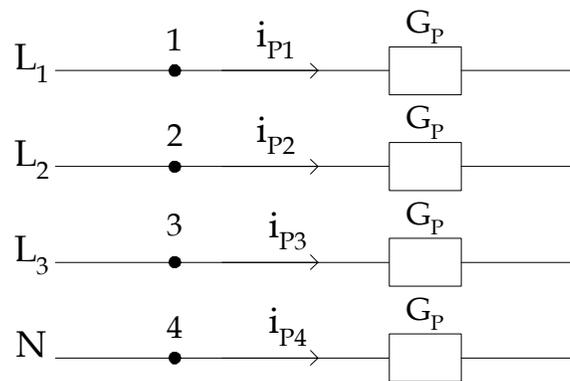


Figura 3 – Carga equivalente que define as “*power currents*”

Sendo:

$$G_p(t) = \frac{P_\Sigma}{u_{\Sigma_0}^2} \quad (28)$$

E definindo as “*power currents*”  $\underline{i}_{pv}$ :

$$i_{pv}(t) = G_p(t)u_{V^*} \rightarrow \underline{i}_p(t) = G_p(t)\underline{u}(t) \quad (29)$$

Esta interpretação justifica o uso das “*zero-sum quantities*”. O conjunto das “*power currents*” tem que obedecer a lei de Kirchhoff para as correntes, exigindo “*zero-sum voltages*”.

E as correntes “sem potência” (*powerless currents*)  $\underline{i}_{zv}$  resultam da diferença entre a corrente real e as “*power currents*”:

$$\underline{i}_{zv}(t) = \underline{i}_v(t) - \underline{i}_{pv}(t) \rightarrow \underline{i}_z(t) = \underline{i}(t) - \underline{i}_p(t) \quad (30)$$

O vetor das correntes de potência é permanentemente paralelo ao vetor das tensões e o vetor das correntes sem potência é perpendicular. Segundo Depenbrock, as correntes  $\underline{i}_{zv}(t)$  podem ser sempre determinadas e então compensadas instantaneamente, mesmo em condições não periódicas [24].

Em condições periódicas, a mesma carga equivalente da Fig. 3 pode ser considerada, porém com condutância equivalente constante  $G_a$ . Neste caso:

$$G_a = \frac{P_\Sigma}{V_{\Sigma^*}^2} \quad (31)$$

A corrente ativa instantânea é dada por:

$$i_{av}(t) = G_a u_{v^*}(t) \quad (32)$$

Sendo então proporcional às grandezas de soma zero.

Depenbrock ainda define a corrente não-ativa  $i_{mv}$  que resulta da diferença entre a corrente real e a corrente ativa.

$$i_{mv}(t) = i_v(t) - i_{av}(t) \quad (33)$$

Esta componente contém todas as outras componentes da corrente que não contribuem para a potência ativa.

### III.2. - POTÊNCIA APARENTE

A potência aparente é assim definida por Willems [25, 26]:

“A potência aparente nos terminais de um sistema de potência é definida como a máxima potência ativa que pode ser transferida considerando-se um dado conjunto de tensões e uma dada magnitude de um conjunto de correntes (ou perdas na linha)”.

Em [22], encontra-se a seguinte definição:

A potência aparente de um circuito com N terminais é igual à potência ativa coletiva máxima possível ( $P_\Sigma$ ) mantidas as tensões de modo que o valor rms equivalente ou coletivo das correntes seja mantido constante.

A potência aparente, inicialmente definida por Buchholz é, segundo vários autores, a mais rigorosa apresentada até então, pois considera todos os fenômenos envolvidos com as correntes e tensões do sistema elétrico, sejam elas perdas, transferência de energia, oscilações, desequilíbrios, distorções e as perdas nos condutores de retorno.

A potência aparente assim definida por Depenbrock pode ser dada pelas equações abaixo:

$$S_{\Sigma} = V_{\Sigma^*} I_{\Sigma} \quad (34)$$

$$S_{\Sigma} = \sqrt{\sum_{V=1}^N U_{V^*}^2 \sum_{V=1}^N I_V^2} \quad (35)$$

Ou ainda:

$$S_{\Sigma} = \|V\| \|I\| \quad (36)$$

Onde  $\|V\|$  é a norma Euclidiana de  $V$ .

Para o caso de um sistema com tensões e correntes periódicas [25], tem-se:

$$\|V\| = \left[ \sum_{k=1}^{m+1} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} (v_k(t) - v_*(t))^2 dt \right]^{1/2} \quad (37)$$

$$\|I\| = \left[ \sum_{k=1}^{m+1} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} i_k^2(t) dt \right]^{1/2} \quad (38)$$

De modo que a potência aparente pode ser calculada a partir dos valores instantâneos das tensões e das correntes. A dificuldade que permanece é a medição das tensões em relação ao VSP, que pode ser contornada pela alternativa apresentada pela expressão (20). Para sua execução, seria necessário um medidor a mais que no caso quando o referencial de tensão é o neutro.

Devido à soma das correntes dos N terminais ser sempre zero, apenas as “tensões de soma zero” formam um conjunto dual de N tensões com as correntes.

Segundo Depenbrock [11], não é correto calcular a potência aparente de um sistema trifásico com neutro apenas com as correntes nas fases, ignorando a corrente de neutro. Isto decorre do fato de que o valor rms da corrente de neutro não poder ser calculado a partir dos valores rms das correntes das fases e, além disso, o conteúdo de modo comum das

tensões entre fases e neutro não contribuir para as tensões de linha ou para as quatro “tensões de soma zero”, adequadas às quatro correntes.

Depenbrock coloca não ser estritamente necessária a definição de componentes não ativas da potência aparente, as quais chama de variáveis de importância secundária [18]. Porém em [17] ele apresenta possível decomposição, tal como apresentado a seguir, para um sistema com sinais periódicos.

$$S_{\Sigma}^2 = P_{\Sigma}^2 + S_{\Sigma n}^2 = P_{\Sigma}^2 + S_{\Sigma v}^2 + S_{\Sigma z}^2 \quad (39)$$

Onde:

$S_{\Sigma}$  - Potência aparente

$P_{\Sigma}$  - Potência ativa

$S_{\Sigma n}$  - Potência não ativa

$S_{\Sigma v}$  - Potência variante

$S_{\Sigma z}$  - Potência aparente sem energia (*powerless apparent power*)

### III.3. – DEDUÇÃO DA EXPRESSÃO PARA A POTÊNCIA APARENTE EM CONDIÇÕES SENOIDAIS

Após a publicação da proposta FBD, muitos pesquisadores passaram a estudá-la e apresentá-la de uma forma mais acessível aos engenheiros e pesquisadores. Willems, em [21] procurou desenvolver uma formulação do método FBD para um sistema senoidal, de modo que a potência aparente pudesse ser dada em função dos valores rms das tensões e das correntes. A dedução que será apresentada a seguir tem então este intuito.

#### III.3.1. – FORMULAÇÃO FBD PARA UM SISTEMA A QUATRO CONDUTORES

A potência ativa costuma receber várias denominações tais como “*Useful power*”, “*average power*” e “*active power*”. Para um sistema com (m+1) terminais, com tensões e correntes senoidais, a potência ativa é dada por:

$$P = \Re e \left( \underline{\dot{V}}^T \underline{\dot{I}}^* \right) = \sum_{k=1}^{m+1} \Re e \left( \dot{V}_k \dot{I}_k^* \right) \quad (40)$$

Onde:  $\dot{V}_k$  e  $\dot{I}_k$  são os fasores das tensões e das correntes nos terminais 1 a m+1 e  $\Re e$  significa “parte real de um número complexo”.

Da lei de Kirchhoff para correntes, obtém-se:

$$\sum_{k=1}^{m+1} \dot{I}_k = 0 \quad (41)$$

Da lei de Kirchhoff para tensões, conclui-se que as potências ativa e instantânea dependem apenas dos diferenciais das tensões, independente da referência de tensão escolhida. Já o cálculo da potência aparente é afetado pela escolha do referencial de tensão [25]. O método FBD (Europeu) adota como referencial de tensão o “*Virtual star point*”.

Todas as correntes, inclusive do terminal  $m+1$ , são consideradas do mesmo modo na magnitude (norma) da corrente. Assim:

$$\|I\| = \sqrt{\sum_{k=1}^{m+1} |\dot{I}_k|^2} \quad (42)$$

Considerando que os terminais 1 a  $m+1$  são conectados a condutores idênticos, com a mesma resistência  $R$ , e ainda, que as perdas nos alimentadores são proporcionais ao quadrado da corrente ( $W = RI^2$ ), pode-se então tentar maximizar  $W$ .

O máximo valor da potência ativa  $P$  é buscado (potência aparente) para as tensões dadas com respeito as correntes nos terminais, sujeito à condição de que a soma das correntes seja zero e a magnitude (norma) das correntes seja um valor conhecido. Este problema pode ser solucionado através da TÉCNICA DOS MULTIPLICADORES DE LAGRANGE [27].

Então, o cálculo da potência aparente corresponde ao problema matemático de maximizar  $P$  em relação às correntes sob certas restrições ou vínculos conforme abaixo:

**1° vínculo** (As perdas totais no elo são constantes):

$$R \left( \sum_{k=1}^{m+1} |\dot{I}_k|^2 \right) = R \|I\|_A^2 = Cte \quad (43)$$

**2° vínculo** (A soma de correntes é zero):

$$\sum_{k=1}^{m+1} \dot{I}_k = 0 \quad (44)$$

Como o principal sistema em foco deste trabalho é um sistema a quatro condutores, a dedução será continuada para um sistema a quatro condutores.

Seja então o sistema com quatro condutores, conforme Fig. 4:

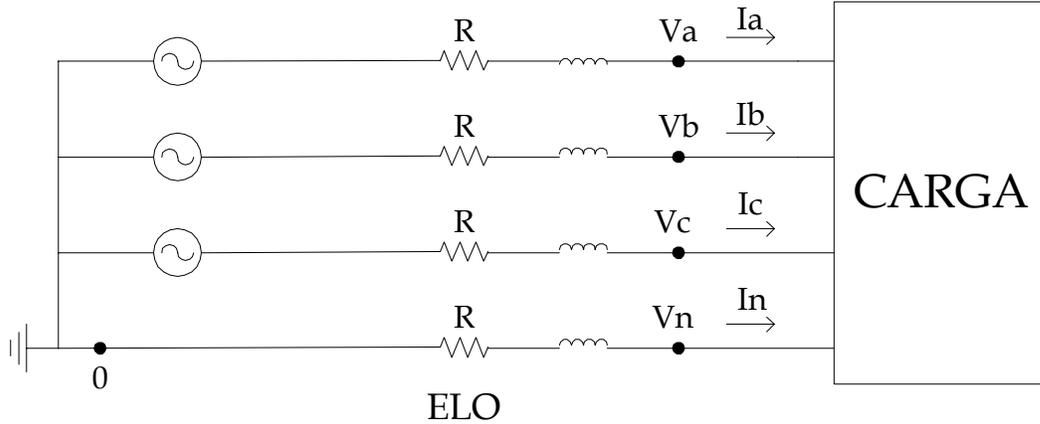


Figura 4 – Sistema elétrico a quatro condutores

Sendo  $\dot{V}_a$ ,  $\dot{V}_b$ ,  $\dot{V}_c$  e  $\dot{V}_n$  as tensões medidas em relação a um referencial qualquer, por exemplo, o ponto “0” – *ground* da Fig. 4.

Da equação (40), vem:

$$P = \Re e(\dot{V}_a \dot{I}_a^* + \dot{V}_b \dot{I}_b^* + \dot{V}_c \dot{I}_c^* + \dot{V}_n \dot{I}_n^*) \quad (45)$$

Aplicando então os vínculos citados, vem:

1º vínculo:

$$L: |\dot{I}_a|^2 + |\dot{I}_b|^2 + |\dot{I}_c|^2 + |\dot{I}_n|^2 - \|I\|^2 = 0 \quad (46)$$

2º vínculo:

$$M: \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c + \dot{I}_n = 0 \quad (47)$$

Deve-se então maximizar  $P$  de tal modo que:

$$P - \frac{\lambda}{2} L - \Re e(\mu^* M) \quad (48)$$

Sendo  $\lambda$  real e  $\mu$  complexo.

Utilizando a propriedade dos números complexos:

$$\Re e[\dot{Z}] = \frac{1}{2} [\dot{Z} + \dot{Z}^*] \quad (49)$$

$$P = \frac{1}{2} \left[ \dot{V}_a \dot{I}_a^* + \dot{V}_b \dot{I}_b^* + \dot{V}_c \dot{I}_c^* + \dot{V}_n \dot{I}_n^* + \dot{V}_a^* \dot{I}_a + \dot{V}_b^* \dot{I}_b + \dot{V}_c^* \dot{I}_c + \dot{V}_n^* \dot{I}_n \right]$$

$$L: \quad \left| \dot{I}_a \right|^2 + \left| \dot{I}_b \right|^2 + \left| \dot{I}_c \right|^2 + \left| \dot{I}_n \right|^2 - \|I\|^2 = \left( \dot{I}_a \dot{I}_a^* + \dot{I}_b \dot{I}_b^* + \dot{I}_c \dot{I}_c^* + \dot{I}_n \dot{I}_n^* - \|I\|^2 \right)$$

$$M: \quad \text{Re} \left[ \mu^* \left( \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c + \dot{I}_n \right) \right] = \frac{1}{2} \left[ \mu^* \left( \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c + \dot{I}_n \right) + \mu \left( \dot{I}_a^* + \dot{I}_b^* + \dot{I}_c^* + \dot{I}_n^* \right) \right]$$

Aplicando Lagrange, a função de Lagrange  $\Gamma$  pode ser escrita:

$$\Gamma = \frac{1}{2} \left[ \dot{V}_a \dot{I}_a^* + \dot{V}_b \dot{I}_b^* + \dot{V}_c \dot{I}_c^* + \dot{V}_n \dot{I}_n^* + \right. \\ \left. + \dot{V}_a^* \dot{I}_a + \dot{V}_b^* \dot{I}_b + \dot{V}_c^* \dot{I}_c + \dot{V}_n^* \dot{I}_n \right] - \\ \frac{\lambda}{2} \left( \dot{I}_a \dot{I}_a^* + \dot{I}_b \dot{I}_b^* + \dot{I}_c \dot{I}_c^* + \dot{I}_n \dot{I}_n^* - \|I\|^2 \right) - \\ \frac{1}{2} \left[ \mu^* \left( \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c + \dot{I}_n \right) + \mu \left( \dot{I}_a^* + \dot{I}_b^* + \dot{I}_c^* + \dot{I}_n^* \right) \right]$$

Derivando a função de Lagrange  $\Gamma$  em relação à  $\dot{I}_a$  e  $\dot{I}_a^*$ , e igualando a zero, tem-se:

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial \dot{I}_a} = \frac{1}{2} \dot{V}_a^* - \frac{\lambda}{2} \dot{I}_a^* - \frac{1}{2} \mu^* = 0$$

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial \dot{I}_a^*} = \frac{1}{2} \dot{V}_a - \frac{\lambda}{2} \dot{I}_a - \frac{1}{2} \mu = 0$$

Fazendo o mesmo para  $\dot{I}_b$ ,  $\dot{I}_c$  e  $\dot{I}_n$ , Obtém-se as seguintes equações:

$$\begin{aligned} \dot{V}_a - \lambda \dot{I}_a - \mu &= 0 \\ \dot{V}_b - \lambda \dot{I}_b - \mu &= 0 \\ \dot{V}_c - \lambda \dot{I}_c - \mu &= 0 \\ \dot{V}_n - \lambda \dot{I}_n - \mu &= 0 \end{aligned} \tag{50}$$

Derivando também a função de Lagrange  $\Gamma$  em relação a  $\lambda$ ,  $\mu$  e  $\mu^*$  obtém-se novamente os dois vínculos originais:

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial \lambda} = \left( \dot{I}_a \dot{I}_a^* + \dot{I}_b \dot{I}_b^* + \dot{I}_c \dot{I}_c^* + \dot{I}_n \dot{I}_n^* - \|I\|^2 \right) = 0 \quad (1^\circ \text{ vínculo})$$

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial \mu} = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c + \dot{I}_n = 0 \quad (2^\circ \text{ vínculo})$$

Tomando agora a equação (50) e somando membro a membro, vem:

$$\dot{V}_a + \dot{V}_b + \dot{V}_c + \dot{V}_n = \lambda \underbrace{(\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c + \dot{I}_n)}_{\text{zero}} + 4\mu$$

De onde:

$$\mu = \frac{\dot{V}_a + \dot{V}_b + \dot{V}_c + \dot{V}_n}{4} = \dot{V}_* \quad (51)$$

Que é a tensão do “*Virtual Star Point*” ou  $V_*$ , isto é, a média das tensões dos quatro terminais.

Ainda da equação (50), tem-se:

$$\lambda = \frac{\dot{V}_a - \dot{V}_*}{\dot{I}_a} = \frac{\dot{V}_b - \dot{V}_*}{\dot{I}_b} = \frac{\dot{V}_c - \dot{V}_*}{\dot{I}_c} = \frac{\dot{V}_n - \dot{V}_*}{\dot{I}_n} = R_e$$

$$\lambda = R_e = \frac{\dot{V}_{a^*}}{\dot{I}_a} = \frac{\dot{V}_{b^*}}{\dot{I}_b} = \frac{\dot{V}_{c^*}}{\dot{I}_c} = \frac{\dot{V}_{n^*}}{\dot{I}_n}$$

Deste modo, verifica-se que  $\lambda$  é uma resistência de modo que podemos igualá-lo a uma resistência equivalente fictícia  $R_e$ , que pode ser vista na Fig. 5(a).

Assim, considerando as equações anteriores, pode-se imaginar um circuito fictício conforme Fig. 5(a), cujas correntes possuem as mesmas formas de onda das respectivas tensões entre linha e o VSP ( $V_*$ ), isto é, em cada um dos quatro condutores, os fasores das tensões e das corrente estão em fase. A carga, depois de adequada compensação, é “vista” pelo sistema como uma “carga garfo” resistiva (Fig. 5(b)).

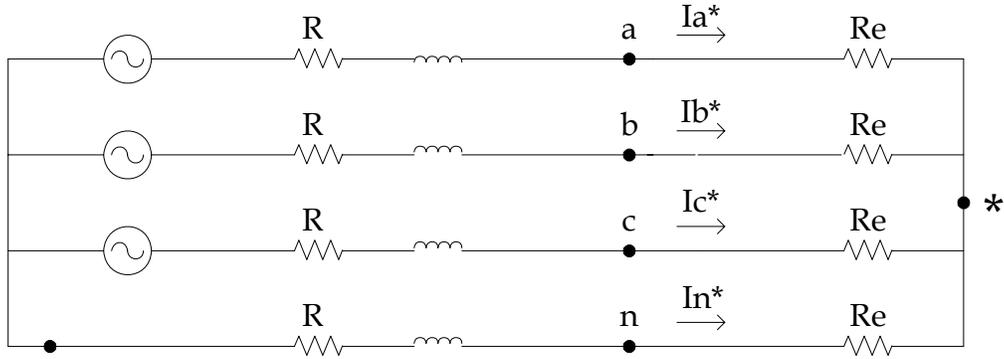


Figura 5(a) – Sistema elétrico com carga equivalente

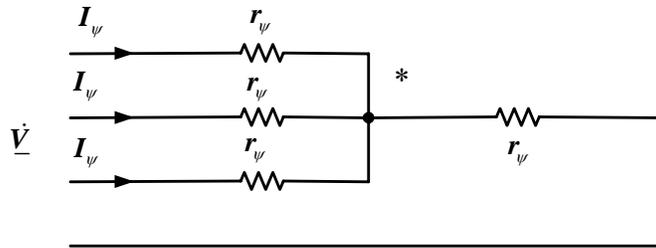


Fig. 5(b) - Carga garfo resistiva

Figura 5 - Cargas fictícia: a - circuito equivalente, b - carga garfo

Considerando que:

$$\frac{|\dot{V}_{a^*}|}{|\dot{I}_a|} = \frac{|\dot{V}_{b^*}|}{|\dot{I}_b|} = \frac{|\dot{V}_{c^*}|}{|\dot{I}_c|} = \frac{|\dot{V}_{n^*}|}{|\dot{I}_n|} = R_e = \lambda$$

e quadrando todos os termos, têm-se:

$$\frac{|\dot{V}_{a^*}|^2}{|\dot{I}_a|^2} = \frac{|\dot{V}_{b^*}|^2}{|\dot{I}_b|^2} = \frac{|\dot{V}_{c^*}|^2}{|\dot{I}_c|^2} = \frac{|\dot{V}_{n^*}|^2}{|\dot{I}_n|^2} = R_e^2 = \lambda^2$$

que pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{|\dot{V}_{a^*}|^2 + |\dot{V}_{b^*}|^2 + |\dot{V}_{c^*}|^2 + |\dot{V}_{n^*}|^2}{|\dot{I}_a|^2 + |\dot{I}_b|^2 + |\dot{I}_c|^2 + |\dot{I}_n|^2} = \lambda^2$$

levando em consideração que as normas das tensões e das correntes são dadas pelas equações (52) e (53):

$$\|V\| = \sqrt{|\dot{V}_{a^*}|^2 + |\dot{V}_{b^*}|^2 + |\dot{V}_{c^*}|^2 + |\dot{V}_{n^*}|^2} \quad (52)$$

$$\|I\| = \sqrt{|\dot{I}_a|^2 + |\dot{I}_b|^2 + |\dot{I}_c|^2 + |\dot{I}_n|^2} \quad (53)$$

o que implica em dizer que:

$$\lambda = \sqrt{\frac{\sum_{k=a,b,c,n} |\dot{V}_k - \dot{V}_*|^2}{\sum_{k=a,b,c,n} |\dot{I}_k|^2}} = \frac{\|V\|}{\|I\|} = R_e \quad (54)$$

cujas novas correntes do circuito compensado são, para k = a, b, c e n:

$$\dot{I}_{k*} = \frac{\dot{V}_k - \dot{V}_*}{\lambda} \quad (55)$$

No sistema fictício, a máxima potência a ser transmitida é:

$$P_{MÁX} = S = \Re e \left( \sum_k \dot{V}_{k*} \dot{I}_{k*}^* \right) \quad (56)$$

$$P_{MÁX} = \Re e \left( \dot{V}_{a*} \dot{I}_{a*}^* + \dot{V}_{b*} \dot{I}_{b*}^* + \dot{V}_{c*} \dot{I}_{c*}^* + \dot{V}_{n*} \dot{I}_{n*}^* \right) \quad (57)$$

Como:

$$V_{K*} = R_e \dot{I}_{k*} = \lambda \dot{I}_{k*}$$

$$P_{MÁX} = \lambda \left( |\dot{I}_{a*}|^2 + |\dot{I}_{b*}|^2 + |\dot{I}_{c*}|^2 + |\dot{I}_{n*}|^2 \right) = \lambda \|I\|^2$$

Sendo as perdas na linha constantes (1º vínculo), as normas das correntes originais e das novas correntes devem ter o mesmo valor, isto é:

$$\|I\| = \left[ |\dot{I}_a|^2 + |\dot{I}_b|^2 + |\dot{I}_c|^2 + |\dot{I}_n|^2 \right]^{1/2} = \left[ |\dot{I}_{a*}|^2 + |\dot{I}_{b*}|^2 + |\dot{I}_{c*}|^2 + |\dot{I}_{n*}|^2 \right]^{1/2} \quad (58)$$

Como:

$$\lambda = \frac{\|V\|}{\|I\|} \quad (59)$$

$$P_{MÁX} = S_{FBD} = \|V\| \|I\| \quad (60)$$

Onde:

$$\|V\| = \left[ |\dot{V}_a - \dot{V}_*|^2 + |\dot{V}_b - \dot{V}_*|^2 + |\dot{V}_c - \dot{V}_*|^2 + |\dot{V}_n - \dot{V}_*|^2 \right]^{1/2} \quad (61)$$

$$\|I\| = \left[ |\dot{I}_a|^2 + |\dot{I}_b|^2 + |\dot{I}_c|^2 + |\dot{I}_n|^2 \right]^{1/2} \quad (62)$$

Esta definição de potência aparente, introduzida por Buchholz, coincide com a definição clássica e aceita globalmente que é o produto dos vetores dos valores eficazes das tensões e das correntes.

Pode-se demonstrar que a expressão acima pode ser escrita em função das tensões fase-neutro e das tensões entre fases do sistema original. Por isso, foi dito que o VSP não precisa ser realizado fisicamente para se medir as tensões de soma zero.

A norma das tensões, após manipulações matemáticas utilizando-se a equação (63), pode ser dada pela equação (64):

$$\|V\| = V_\Sigma = \sqrt{\sum_{\mu=1}^N V_{\mu*}^2} = \sqrt{\frac{1}{2n} \sum_{\mu=1}^N \sum_{V=1}^N V_{\mu V}^2} \quad (63)$$

$$\|V\| = \left[ \frac{1}{4} \left( |\dot{V}_{an}|^2 + |\dot{V}_{bn}|^2 + |\dot{V}_{cn}|^2 + |\dot{V}_{ab}|^2 + |\dot{V}_{bc}|^2 + |\dot{V}_{ca}|^2 \right) \right]^{1/2} \quad (64)$$

Assim, a expressão para a potência aparente pelo método FBD, para um sistema com sinais senoidais, será:

$$S_{FBD} = \left[ \frac{1}{4} \left( |\dot{V}_{an}|^2 + |\dot{V}_{bn}|^2 + |\dot{V}_{cn}|^2 + |\dot{V}_{ab}|^2 + |\dot{V}_{bc}|^2 + |\dot{V}_{ca}|^2 \right) \right]^{1/2} \left[ |\dot{I}_a|^2 + |\dot{I}_b|^2 + |\dot{I}_c|^2 + |\dot{I}_n|^2 \right]^{1/2} \quad (65)$$

Em [21], Willems afirma que a potência aparente definida como potência ativa máxima só pode ser escrita como o produto das normas ou magnitudes dos vetores das tensões e das correntes se as tensões forem referidas ao “*Virtual Star Point*”.

### III.3.1.1 – FORMULAÇÃO PARA A POTÊNCIA APARENTE EM COMPONENTES SIMÉTRICAS

Em um sistema com grandezas senoidais, porém com presença de desequilíbrio e/ou assimetria, pode-se escrever as equações das normas das tensões e das correntes através das componentes simétricas. Os sobrescritos “+”, “-” e “0” representam respectivamente as

componentes de seqüência positiva, seqüência negativa e seqüência zero. Pode-se demonstrar que:

$$\|I\| = \left[ |\dot{I}_a|^2 + |\dot{I}_b|^2 + |\dot{I}_c|^2 + |\dot{I}_n|^2 \right]^{1/2} = \sqrt{3} \left[ |\dot{I}^+|^2 + |\dot{I}^-|^2 + 4|\dot{I}^0|^2 \right]^{1/2} \quad (66)$$

$$\|V\| = \left[ \frac{1}{4} \left( |\dot{V}_{an}|^2 + |\dot{V}_{bn}|^2 + |\dot{V}_{cn}|^2 + |\dot{V}_{ab}|^2 + |\dot{V}_{bc}|^2 + |\dot{V}_{ca}|^2 \right) \right]^{1/2} = \sqrt{3} \left[ |V^+|^2 + |V^-|^2 + \frac{|V^0|^2}{4} \right]^{1/2} \quad (67)$$

De modo que a potência aparente FBD é dada por:

$$S_{FBD} = 3 \left[ |V^+|^2 + |V^-|^2 + \frac{|V^0|^2}{4} \right]^{1/2} \left[ |\dot{I}^+|^2 + |\dot{I}^-|^2 + 4|\dot{I}^0|^2 \right]^{1/2} \quad (68)$$

Esta expressão mostra que o valor da potência aparente pelo método FBD depende fortemente da corrente de neutro ( $|\dot{I}_n| = 3|\dot{I}^0|$ ) e a tensão de seqüência zero também influi no valor da potência  $S_{FBD}$ .

### III.3.1.2 – EXPRESSÃO PARA A POTÊNCIA APARENTE QUANDO O NEUTRO TEM RESISTÊNCIA DIFERENTE DAS FASES

Na dedução do item III.3.1, foi considerado que as resistências das fases e do neutro são iguais. Entretanto, como o neutro pode ter resistência diferente da resistência das fases, neste item será utilizada a relação definida na equação (69):

$$\rho = \frac{r_N}{r} \quad (69)$$

Onde  $r_N$  é a resistência do neutro ou do caminho de retorno e  $r$  é a resistência de cada uma das fases.

Esta consideração tem reflexos na expressão para a potência aparente e para a referência de tensão [12, 25]. Assim, procedendo de maneira semelhante à dedução do item III.3.1, obtém-se:

1º Vínculo:

$$L: \quad |\dot{I}_a|^2 + |\dot{I}_b|^2 + |\dot{I}_c|^2 + \rho |\dot{I}_n|^2 - \|I\|^2 = 0$$

o que conduz à expressão da tensão do ponto de referência:

$$\dot{\mu} = \dot{V}_\rho = \left( \frac{\dot{V}_a + \dot{V}_b + \dot{V}_c + \frac{\dot{V}_n}{\rho}}{3 + \frac{1}{\rho}} \right) \quad (70)$$

Obviamente, ela será igual a tensão do VSP (*virtual star point*) se  $\rho=1$  e igual a tensão do condutor neutro se a perda no neutro for negligenciada, isto é,  $\rho=0$ . Isto mostra que a escolha do VSP como referência das tensões não é tão evidente como é defendida por Depenbrock e Ferrero [8, 11].

Tal desenvolvimento leva também à obtenção das seguintes expressões:

$$\lambda = \sqrt{\frac{\sum_{k=a,b,c,n} |\dot{V}_k - \dot{V}_\rho|^2 + \frac{1}{\rho} |\dot{V}_n - \dot{V}_\rho|^2}{\sum_{k=a,b,c,n} |\dot{I}_k|^2 + \rho |\dot{I}_n|^2}} = \frac{\|V\|}{\|I\|} \quad (71)$$

$$\|V\| = \left[ |\dot{V}_a - \dot{V}_\rho|^2 + |\dot{V}_b - \dot{V}_\rho|^2 + |\dot{V}_c - \dot{V}_\rho|^2 + \frac{1}{\rho} |\dot{V}_n - \dot{V}_\rho|^2 \right]^{1/2} \quad (72)$$

$$\|I\| = \left[ |\dot{I}_a|^2 + |\dot{I}_b|^2 + |\dot{I}_c|^2 + \rho |\dot{I}_n|^2 \right]^{1/2} \quad (73)$$

$$S = \|V\| \|I\| \quad (74)$$

Pode-se também escrever a expressão para a norma das tensões em função das tensões fase-neutro e das tensões fase-fase.

$$\|V\| = \left[ \frac{|\dot{V}_{an}|^2 + |\dot{V}_{bn}|^2 + |\dot{V}_{cn}|^2 + \rho \left( |\dot{V}_{ab}|^2 + |\dot{V}_{bc}|^2 + |\dot{V}_{ca}|^2 \right)}{1 + 3\rho} \right]^{1/2} \quad (75)$$

A mesma expressão pode ser também escrita em termos de componentes simétricas:

$$\|V\| = \sqrt{3} \left[ |V^+|^2 + |V^-|^2 + \frac{|V^0|^2}{(1+3\rho)} \right]^{1/2} \quad (76)$$

$$\|I\| = \sqrt{3} \left[ |I^+|^2 + |I^-|^2 + (1+3\rho) |I^0|^2 \right]^{1/2} \quad (77)$$

E a expressão para a potência aparente é dada pela equação (78).

$$S_{FBD} = 3 \left[ |V^+|^2 + |V^-|^2 + \frac{|V^0|^2}{(1+3\rho)} \right]^{1/2} \left[ |I^+|^2 + |I^-|^2 + (1+3\rho)|I^0|^2 \right]^{1/2} \quad (78)$$

Essa equação é idêntica à equação (68) quando  $\rho = 1$ .

Conclui-se que, no método FBD, o fator  $\rho$  influi tanto na tensão equivalente como na corrente equivalente. Em [28] o Prof. Emanuel coloca como desafio encontrar o valor de  $\rho$  pois devido à complexidade dos sistemas de distribuição, afirma o autor que este valor é quase impossível de medir e difícil de prever.

### III.3.2. – SISTEMA TRIFÁSICO A TRÊS CONDUTORES

O cálculo da potência aparente para um sistema a três condutores (sem o condutor de neutro) é semelhante ao já apresentado no item III.3.1 para sistemas a quatro condutores. A diferença é que na expressão da corrente equivalente, a corrente de neutro e as perdas devido a elas são obviamente eliminadas. Neste caso, a tensão do “*virtual star point*” é a média das três tensões de fase.

Para o sistema a três condutores, as expressões para a potência aparente, tanto no método FBD como no método da norma IEEE Std 1459-2000, são exatamente iguais, conforme será demonstrado.

Seja a Fig. 6 a seguir:

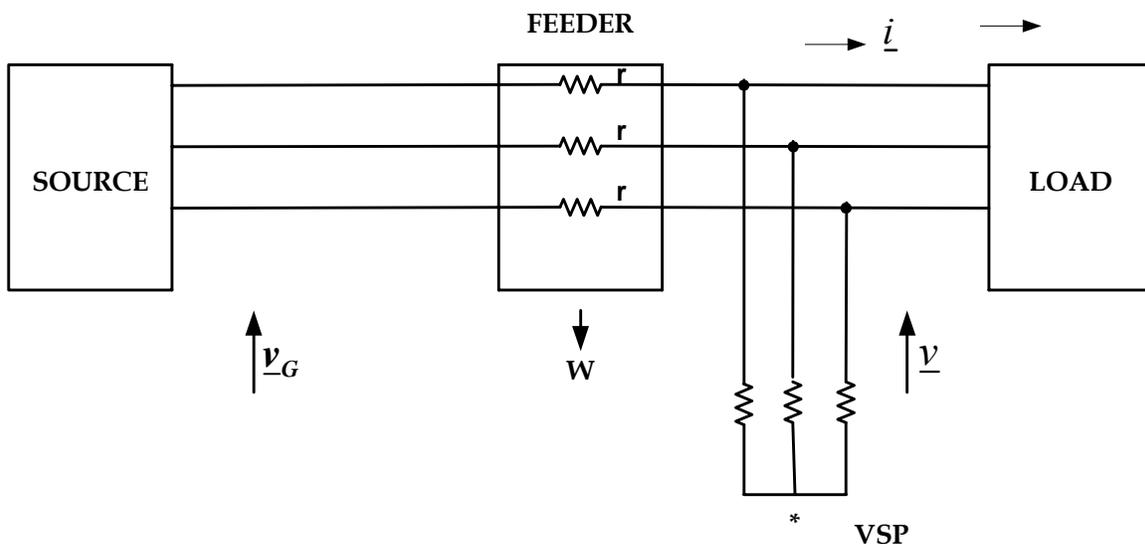


Figura 6 – Sistema a três condutores e VSP

Novamente, procedendo de modo semelhante ao usado no item III.3.1, a questão é maximizar  $P$ , ou seja:

$$P = \Re e \left( \dot{V}_a \dot{I}_a^* + \dot{V}_b \dot{I}_b^* + \dot{V}_c \dot{I}_c^* \right) \quad (79)$$

Sendo os vínculos 1 e 2 conforme equações (80) e (81) respectivamente:

$$L: \quad \left| \dot{I}_a \right|^2 + \left| \dot{I}_b \right|^2 + \left| \dot{I}_c \right|^2 - \|I\|^2 = 0 \quad (80)$$

E o 2º vínculo:

$$M: \quad \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 0 \quad (81)$$

Aplicando Lagrange, obtém-se a tensão do VSP:

$$\dot{\mu} = \frac{\dot{V}_a + \dot{V}_b + \dot{V}_c}{3} = \dot{V}_* \quad (82)$$

Na seqüência, o valor de  $\lambda$  é obtido:

$$\lambda = \sqrt{\frac{\sum_{k=a,b,c} |\dot{V}_k - \dot{V}_*|^2}{\sum_{k=a,b,c} |\dot{I}_k|^2}} = \frac{\|V\|}{\|I\|} = R_e$$

E as novas correntes do circuito compensado são, para  $k = a, b$  e  $c$ :

$$\dot{I}_{k*} = \frac{\dot{V}_k - \dot{V}_*}{\lambda} = \sqrt{\frac{\sum_{k=a,b,c} |\dot{I}_k|^2}{\sum_{k=a,b,c} |\dot{V}_k - \dot{V}_*|^2}} (\dot{V}_k - \dot{V}_*) \quad (83)$$

No sistema fictício, a máxima potência a ser transmitida é:

$$P_{MAX} = S = \|V\| \|I\| \quad (84)$$

Onde:

$$\|V\| = \left[ |\dot{V}_a - \dot{V}_*|^2 + |\dot{V}_b - \dot{V}_*|^2 + |\dot{V}_c - \dot{V}_*|^2 \right]^{1/2} \quad (85)$$

$$\|I\| = \left[ |\dot{I}_a|^2 + |\dot{I}_b|^2 + |\dot{I}_c|^2 \right]^{1/2} \quad (86)$$

Escrevendo a expressão da norma das tensões em função das tensões do sistema elétrico original, tem-se:

$$\|V\| = \left[ \frac{|\dot{V}_{ab}|^2 + |\dot{V}_{bc}|^2 + |\dot{V}_{ca}|^2}{3} \right]^{1/2} \quad (87)$$

Levando finalmente à expressão da potência aparente:

$$S_{FBD} = \left[ \frac{|\dot{V}_{ab}|^2 + |\dot{V}_{bc}|^2 + |\dot{V}_{ca}|^2}{3} \right]^{1/2} \left[ |\dot{I}_a|^2 + |\dot{I}_b|^2 + |\dot{I}_c|^2 \right]^{1/2} \quad (88)$$

Em termos de componentes simétricas:

$$S = 3 \left[ |V^+|^2 + |V^-|^2 \right]^{1/2} \left[ |I^+|^2 + |I^-|^2 \right]^{1/2} \quad (89)$$

As expressões (88) e (89) poderiam ter sido obtidas diretamente das equações do item III.3.1.2, simplesmente fazendo  $\rho = \infty$ .

#### III.4. – CONSIDERAÇÕES FINAIS

O método FBD é um método interessante e tem um embasamento matemático, porém apresenta algumas dificuldades. Uma delas é a utilização do “*virtual star point*”, pouco conhecido pelos engenheiros e também de difícil realização prática. Outro ponto controverso é o fato das correntes após a compensação serem desequilibradas. Questiona-se o fato de, havendo desequilíbrio, como pode-se obter a máxima potência ativa?

## IV. - MÉTODO AMERICANO

O método americano para definição da potência aparente defendido por Alexander Emanuel, apresentado à comunidade através da recente norma IEEE 1459-2000 [4], também apresenta a potência aparente como a máxima potência ativa que pode ser transmitida e fornecida para uma determinada carga sob certas condições. A norma parte da premissa de que o sistema elétrico trifásico tem sua melhor performance operando sob condições senoidais, equilibradas e simétricas. Como no método Europeu, a perda no elo ( $W$ ) é mantida constante. Assim operando o sistema elétrico, os investimentos e os custos de operação são minimizados, melhorando ainda a regulação de tensão.

O método Americano assume um circuito virtual, balanceado, e que possui as mesmas perdas que o circuito original, o qual pode ter os sinais distorcidos, assimétricos ou ambos.

Considerando inicialmente o caso de um sistema monofásico com uma carga absorvendo a potência ativa  $P$ , alimentada por uma tensão não senoidal  $v$  (valor rms  $V$ ), percorrida pela corrente  $i$  e causando perdas na linha  $W = rI^2$  (onde  $I$  é o valor rms da corrente). A potência aparente  $S = P \max = VI$  é a máxima potência ativa a ser transmitida para uma carga fictícia, resistiva e linear  $R_e = V / I$ . Assim, pode-se concluir que a máxima transferência de potência é obtida quando a corrente  $i$  tem o valor rms  $I$  e forma de onda idêntica à forma de onda da tensão  $v$ . Esta idéia pode ser entendida da seguinte forma: Desde que a corrente não senoidal não leva a melhor utilização do condutor de alimentação, pode-se imaginar o sistema fictício para quantificar  $S$  como o circuito onde a tensão e a corrente (com valores rms  $I$  e  $V$ ) são senoidais e em fase. Este conceito não muda o valor da potência aparente nem das perdas na linha [14].

Esta é a idéia que está por trás da norma IEEE 1459-2000, estendida para o caso trifásico. O sistema elétrico real é substituído por um sistema equivalente que representa uma situação ideal. Baseia-se também no fato de que as fornecedoras de energia esperam uma operação balanceada do sistema elétrico, com correntes quase equilibradas e bem próximas das senoidais. Esta condição reduz os custos da concessionária e facilita a

operação. Ainda, considerando a proliferação de cargas não lineares, das quais muitas são susceptíveis à distorção da tensão, é aceitável que o consumidor se responsabilize pela qualidade da corrente elétrica e a concessionária se responsabilize pela tensão.

As definições de potência aparente existentes consideram que a potência aparente deve caracterizar uma situação perfeita, principalmente do ponto de vista da concessionária, baseando-se na regra de que a concessionária irá maximizar suas receitas maximizando a potência ativa fornecida enquanto minimiza as perdas [14]. Este enfoque tende a ignorar alguns pontos relativos à qualidade da energia elétrica e não considera o consumidor final. A máxima eficiência e a maior vida útil dos equipamentos são obtidas quando as tensões são senoidais, simétricas e se mantêm dentro de uma tolerância. A necessidade de alta qualidade da tensão deve ser refletida na definição de potência aparente. Assim, faz sentido definir  $S$  a partir de condições ideais que favorecem tanto a concessionária como o cliente. Um perfeito ambiente eletromagnético, onde as correntes e tensões são senoidais, apenas pode ser obtido quando houver cooperação tanto da concessionária como do cliente final. Neste ponto, pode-se colocar outro ponto também lembrado em [14, 21]: a qualidade da energia elétrica não é a mesma na visão de todos consumidores. Por exemplo, para um consumidor que tem muitos motores de indução, o importante é a tensão fundamental de seqüência positiva. Já outros consumidores podem consumir toda a potência ativa fornecida e há situações intermediárias.

Na seqüência deste capítulo serão apresentadas as deduções das expressões da potência aparente para o caso senoidal, para sistemas a quatro e três condutores. Em seguida será detalhado o desenvolvimento de expressões para potências ativas e não ativas de um sistema monofásico. Finalmente, toda esta teoria será mostrada para um sistema elétrico em condições de desequilíbrio e de distorção harmônica.

#### **IV.1. – EXPRESSÕES PARA A POTÊNCIA APARENTE EM CONDIÇÕES SENOIDAIS**

A seguir será apresentada a dedução das expressões para a tensão efetiva ou equivalente ( $V_e$ ), para a corrente efetiva ou equivalente ( $I_e$ ) e para a potência aparente efetiva ou equivalente ( $S_e$ ) inicialmente definidas na Norma IEEE Std 1459-2000. Tanto  $V_e$  como  $I_e$  são grandezas de seqüência positiva, definidas por meio de um sistema trifásico

alimentando uma carga trifásica equilibrada puramente resistiva que é ajustada de modo a permitir a máxima transferência de potência. O alimentador (elo) é assumido idêntico nos dois sistemas, original e fictício.

Então, o sistema elétrico, antes alimentado por um conjunto de tensões representadas pelo vetor  $\underline{v}$  e percorrido por correntes elétricas representadas pelo vetor  $\underline{i}$ , tem sua carga original substituída por uma carga otimizada, resistiva, composta de parte conectada em delta e parte conectada em estrela. Estas duas partes consomem respectivamente as potências ativas  $P_{\Delta}$  e  $P_Y$ . De modo que, pode-se obter a relação  $\xi$ :

$$\xi = \frac{P_{\Delta}}{P_Y} = \frac{3g_{\Delta}}{g_Y} \quad (90)$$

Esta relação  $\xi$  pode ser entendida através da seguinte comparação:

$$\xi = \frac{\text{motores}}{\text{iluminacao}} = \frac{\text{cargas trifasicas}}{\text{cargas monofasicas}}$$

Este sistema hipotético, com carga otimizada, é assumido operar sob tensões e correntes senoidais de seqüência positiva.

Na norma americana IEEE Std 1459-2000,  $\xi$  é considerado igual a um, isto é,  $P_{\Delta} = P_Y$ . Em contraste, neste desenvolvimento, qualquer valor de  $\xi$  pode ser utilizado. Ainda, a norma 1459 apresenta a dedução considerando  $\rho = 1$ , isto é, as resistências das fases iguais à resistência do neutro. Aqui será apresentada a dedução para quaisquer  $\rho$ , conforme tem sido apresentado por artigos mais recentes [1, 12, 20, 28, 29].

#### IV.1.1. – SISTEMA TRIFÁSICO A QUATRO CONDUTORES

##### Obtenção de $I_e$ :

A Fig. 7(a) representa um caso geral, onde um sistema trifásico e senoidal a quatro condutores alimenta uma carga desequilibrada.

Tem-se que as perdas na linha são dadas por:

$$W = r \left( |\dot{I}_a|^2 + |\dot{I}_b|^2 + |\dot{I}_c|^2 \right) + r_n |\dot{I}_n|^2 \quad (91)$$

Um circuito otimizado com fator de potência (FP) igual a 1 (Fig. 7(b)) deve dissipar exatamente a mesma potência (energia) na linha. Neste sistema, a carga consiste de três resistências iguais a  $R_e$ , o que leva a correntes de linha iguais, a saber:

$$|\dot{I}_a| = |\dot{I}_b| = |\dot{I}_c| = I_e \quad \text{e} \quad |\dot{I}_n| = 0$$

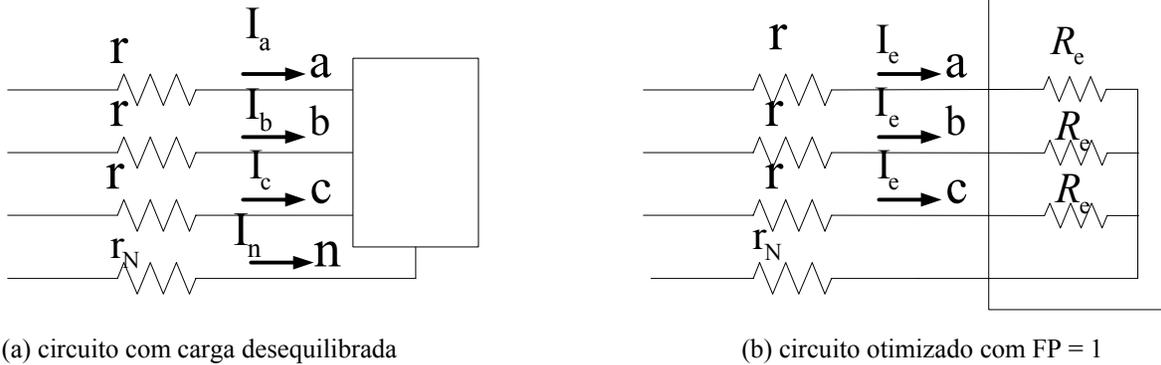


Figura 7 – Definição de  $I_e$  segundo 1459

E as perdas na linha serão:

$$W = 3rI_e^2 \quad (92)$$

Igualando-se as equações (91) e (92), obtém-se:

$$r \left( |\dot{I}_a|^2 + |\dot{I}_b|^2 + |\dot{I}_c|^2 \right) + r_n |\dot{I}_n|^2 = 3rI_e^2$$

Considerando  $\frac{r_n}{r} = \rho$  têm-se a seguinte expressão para a corrente efetiva  $I_e$ :

$$I_e = \sqrt{\frac{|\dot{I}_a|^2 + |\dot{I}_b|^2 + |\dot{I}_c|^2 + \rho |\dot{I}_n|^2}{3}} = \sqrt{|\dot{I}^+|^2 + |\dot{I}^-|^2 + (1 + 3\rho) |\dot{I}^0|^2} \quad (93)$$

Segundo o Prof. Emanuel, em instalações típicas, na média e baixa tensão, em circuitos a quatro condutores,  $\rho$  varia de 0,2 a 4. A norma 1459 assume  $\rho = 1$  [1]. Um tópico importante para futuros debates recai sobre os valores escolhidos para a resistência efetiva do caminho de retorno da corrente de seqüência zero  $r_n = \rho r$ , uma vez que este valor afeta fortemente o valor da corrente efetiva  $I_e$  e, conseqüentemente,  $S_e$ .

**Obtenção de  $V_e$ :**

A carga é representada por três resistências equivalentes e iguais  $R_Y$  conectadas em Y e por três resistências equivalente também iguais  $R_\Delta$  conectadas em  $\Delta$  [1].

A norma 1459 considera que 50% das cargas de um determinado sistema estão conectadas em estrela (iluminação, equipamentos monofásicos em geral) e 50% estão conectadas em delta (motores, etc), o que corresponde também a uma aproximação, uma vez que é muito difícil obter-se a informação correta deste percentual, para cada sistema estudado.

O circuito em estrela da Fig. 8 representa a parte da carga ligada em Y:

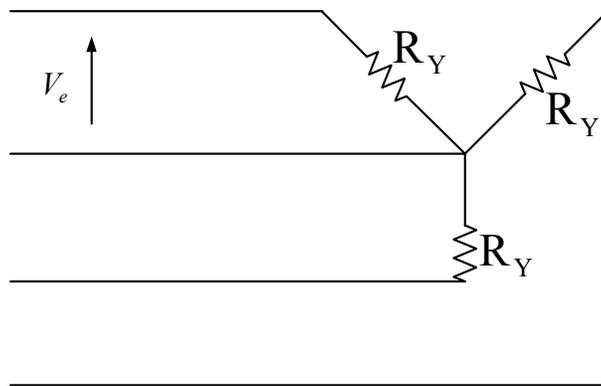


Figura 8 – parte da carga ligada em estrela

A potência ativa consumida por esta porção da carga é:

$$P_Y = \frac{3V_e^2}{R_Y} \quad (94)$$

O circuito em delta da Fig. 9 representa a parte da carga ligada em  $\Delta$ :

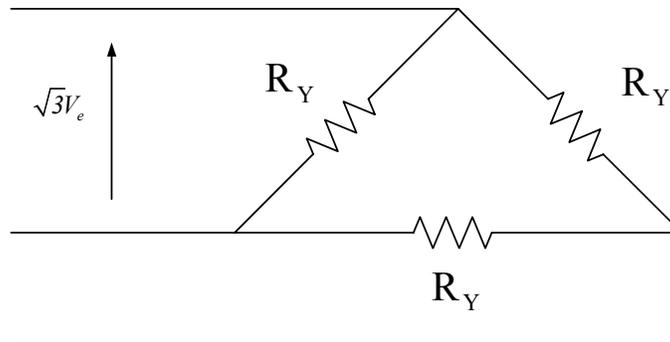


Figura 9 – Circuito delta

A potência ativa consumida por esta porção da carga é:

$$V_{R_\Delta} = \sqrt{3}V_e \quad (95)$$

$$P_\Delta = \frac{3V_\Delta^2}{R_\Delta} = \frac{3(\sqrt{3}V_e)^2}{R_\Delta} \quad (96)$$

$$P_\Delta = \frac{9V_e^2}{R_\Delta} \quad (97)$$

Utilizando a já definida relação:

$$\xi = \frac{P_\Delta}{P_Y} = \frac{3R_Y}{R_\Delta} \quad (98)$$

Obtém-se:

$$R_\Delta = \frac{3R_Y}{\xi} \quad (99)$$

A igualdade entre as potências consumidas pela carga do sistema real e do sistema otimizado será:

$$\frac{|\dot{V}_a|^2 + |\dot{V}_b|^2 + |\dot{V}_c|^2}{R_Y} + \frac{|\dot{V}_{ab}|^2 + |\dot{V}_{bc}|^2 + |\dot{V}_{ca}|^2}{R_\Delta} = \frac{3V_e^2}{R_Y} + \frac{3(\sqrt{3}V_e)^2}{R_\Delta} \quad (100)$$

$$3\left(|\dot{V}_a|^2 + |\dot{V}_b|^2 + |\dot{V}_c|^2\right) + \left(|\dot{V}_{ab}|^2 + |\dot{V}_{bc}|^2 + |\dot{V}_{ca}|^2\right)\xi = 9V_e^2(1 + \xi) \quad (101)$$

E finalmente, obtém-se a expressão para a tensão efetiva:

$$V_e = \sqrt{\frac{3\left(|\dot{V}_a|^2 + |\dot{V}_b|^2 + |\dot{V}_c|^2\right) + \xi\left(|\dot{V}_{ab}|^2 + |\dot{V}_{bc}|^2 + |\dot{V}_{ca}|^2\right)}{9(1 + \xi)}} = \sqrt{|V^+|^2 + |V^-|^2 + \frac{|V^0|^2}{(1 + \xi)}} \quad (102)$$

A norma 1459 adota  $\xi = 1$ , assim a equação para a tensão efetiva  $V_e$  fica:

$$V_e = \sqrt{\frac{1}{18}\left[3\left(|\dot{V}_a|^2 + |\dot{V}_b|^2 + |\dot{V}_c|^2\right) + \left(|\dot{V}_{ab}|^2 + |\dot{V}_{bc}|^2 + |\dot{V}_{ca}|^2\right)\right]} = \sqrt{|V^+|^2 + |V^-|^2 + \frac{|V^0|^2}{2}} \quad (103)$$

A potência aparente, definida na norma, deriva da expressão tradicional para a potência aparente:

$$S_e = 3V_e I_e \quad (104)$$

Assim ela pode ser dada pelas seguintes expressões:

$$S_e = \sqrt{\frac{3\left(|\dot{V}_a|^2 + |\dot{V}_b|^2 + |\dot{V}_c|^2\right) + \xi\left(|\dot{V}_{ab}|^2 + |\dot{V}_{bc}|^2 + |\dot{V}_{ca}|^2\right)}{3(1+\xi)}} \sqrt{|\dot{I}_a|^2 + |\dot{I}_b|^2 + |\dot{I}_c|^2 + \rho|\dot{I}_n|^2} \quad (105)$$

Para  $\rho = \xi = 1$ , como é definido na norma 1459:

$$S_e = \sqrt{\frac{1}{6}\left[3\left(|\dot{V}_a|^2 + |\dot{V}_b|^2 + |\dot{V}_c|^2\right) + \left(|\dot{V}_{ab}|^2 + |\dot{V}_{bc}|^2 + |\dot{V}_{ca}|^2\right)\right]} \sqrt{|\dot{I}_a|^2 + |\dot{I}_b|^2 + |\dot{I}_c|^2 + \rho|\dot{I}_n|^2} \quad (106)$$

Em componentes simétricas:

$$S_e = 3\sqrt{|\dot{V}^+|^2 + |\dot{V}^-|^2 + \frac{|\dot{V}^0|^2}{(1+\xi)}} \sqrt{|\dot{I}^+|^2 + |\dot{I}^-|^2 + (1+3\rho)|\dot{I}^0|^2} \quad (107)$$

As equações (105), (106) e (107) definem a potência aparente pelo método americano, para um sistema senoidal.

Dependendo do valor de  $\xi$  pode-se analisar os seguintes casos particulares:

- 1)  $\xi = 1$  corresponde à igualdade entre as potências consumidas pela carga em delta e pela carga em estrela. É o caso assumido na norma 1459.
- 2)  $\xi = 0$  corresponde a considerar que a carga está toda conectada em estrela. Assim, a expressão para  $V_e$  será:

$$V_e = \sqrt{\frac{|\dot{V}_a|^2 + |\dot{V}_b|^2 + |\dot{V}_c|^2}{3}} \quad (108)$$

- 3)  $\xi = \infty$  corresponde a considerar que a carga está toda conectada em delta. A expressão para  $V_e$  será:

$$V_e = \sqrt{\frac{|\dot{V}_{ab}|^2 + |\dot{V}_{bc}|^2 + |\dot{V}_{ca}|^2}{9}} \quad (109)$$

- 4)  $\xi = 3$  fornece a seguinte expressão para  $V_e$  que é idêntica àquela obtida pelo método FBD para  $\rho = 1$  quando se utiliza o VSP como referência.

$$V_e = \sqrt{\frac{1}{12}\left[|\dot{V}_a|^2 + |\dot{V}_b|^2 + |\dot{V}_c|^2 + |\dot{V}_{ab}|^2 + |\dot{V}_{bc}|^2 + |\dot{V}_{ca}|^2\right]} \quad (110)$$

No caso tem-se:

$$V_{\Sigma} = \sqrt{3} V_e \quad (111)$$

Como pode-se observar na expressão (107), a relação  $\xi$  só afeta o valor da potência aparente para o caso de existir tensão de seqüência zero nas tensões. Normalmente nos sistemas elétricos,  $V^0$  é muito pequena em relação à tensão de seqüência positiva.

#### IV.1.2. – SISTEMA TRIFÁSICO A TRÊS CONDUTORES

De forma similar ao item anterior, pode-se obter as expressões para a corrente efetiva, tensão efetiva e potência efetiva para um sistema elétrico a três condutores. Assim, da perda no elo obtém-se:

$$r \left( |\dot{I}_a|^2 + |\dot{I}_b|^2 + |\dot{I}_c|^2 \right) = 3rI_e^2$$

$$I_e = \sqrt{\left( |\dot{I}_a|^2 + |\dot{I}_b|^2 + |\dot{I}_c|^2 \right) / 3} = \sqrt{|I^+|^2 + |I^-|^2} \quad (112)$$

Da igualdade do consumo de potência ativa pela carga, obtém-se:

$$\frac{|\dot{V}_{ab}|^2 + |\dot{V}_{bc}|^2 + |\dot{V}_{ca}|^2}{3R_Y} = \frac{9V_e^2}{3R_Y}$$

$$V_e = \sqrt{\frac{|\dot{V}_{ab}|^2 + |\dot{V}_{bc}|^2 + |\dot{V}_{ca}|^2}{9}} = \sqrt{|V^+|^2 + |V^-|^2} \quad (113)$$

De modo que a potência aparente efetiva será:

$$S_e = \left[ \frac{|\dot{V}_{ab}|^2 + |\dot{V}_{bc}|^2 + |\dot{V}_{ca}|^2}{3} \right]^{1/2} \left[ |\dot{I}_a|^2 + |\dot{I}_b|^2 + |\dot{I}_c|^2 \right]^{1/2} \quad (114)$$

Em coordenadas simétricas:

$$S_e = 3 \left[ |V^+|^2 + |V^-|^2 \right]^{1/2} \left[ |I^+|^2 + |I^-|^2 \right]^{1/2} \quad (115)$$

Expressões estas que coincidem com as expressões (88) e (89) do método FBD, do item III.3.2.

“ $S_e$ ” reflete as perdas no caminho da corrente de neutro bem como o efeito do desequilíbrio. Também, “ $S_e$ ” é a potência ativa máxima que pode ser transmitida através

de uma linha trifásica para uma carga trifásica perfeitamente equilibrada, alimentada com a tensão efetiva  $V_e$ , mantendo as perdas na linha inalteradas.

As expressões (104), (114) e (115) foram sugeridas em 1922 por F. Buchholz [30] e explicadas em 1933 por W.M. Goodhue [31].

#### IV.1.3. - SISTEMA MONOFÁSICO – NORMA IEEE Std 1459

A norma IEEE Std 1459-2000 [4] tem como uma de suas particularidades, a separação das componentes fundamentais das demais componentes, então chamadas não-fundamentais.

A norma afirma que a potência aparente fundamental  $S_1$  e suas componentes  $P_1$  e  $Q_1$  são as quantidades reais que ajudam a definir a taxa do fluxo de energia do campo eletromagnético associada à corrente e à tensão de 50/60 Hz. Estas são as grandezas de maior interesse tanto para a concessionária como para os consumidores finais.

Sendo disponíveis as tensões e as correntes das diversas frequências harmônicas, em módulo e em fase, podem-se obter as demais grandezas, para o sistema monofásico, a saber:

$$\text{Tensão efetiva } V_e = \sqrt{\sum_{h=1}^N |\dot{V}_h|^2} \quad (116)$$

$$\text{Corrente efetiva } I_e = \sqrt{\sum_{h=1}^N |\dot{I}_h|^2} \quad (117)$$

Os valores globais das intensidades das componentes harmônicas da tensão e da corrente são obtidas por:

$$V_H = \sqrt{V_e^2 - |\dot{V}_1|^2} \quad \text{e} \quad I_H = \sqrt{I_e^2 - |\dot{I}_1|^2} \quad (118)$$

As distorções harmônicas totais das tensões e das correntes são dadas pelas expressões:

$$DHT_V = \frac{V_H}{|\dot{V}_1|} \quad \text{e} \quad DHT_I = \frac{I_H}{|\dot{I}_1|} \quad (119)$$

A potência efetiva monofásica pode ser decomposta nas seguintes subdivisões:

$$S_e^2 = (V_e I_e)^2 = (|\dot{V}_1|^2 + V_H^2)(|\dot{I}_1|^2 + I_H^2) = (|\dot{V}_1| |\dot{I}_1|)^2 + (V_H |\dot{I}_1|)^2 + (V_H |\dot{I}_1|)^2 + (V_H I_H)^2 \quad (120)$$

$$S_e^2 = (S_1^2 + S_N^2) \quad (121)$$

Onde  $S_1$  é a potência aparente fundamental e  $S_N$  é a potência aparente não-fundamental.

$$S_1 = |\dot{V}_1| |\dot{I}_1| \quad (122)$$

As concessionárias de energia elétrica geram energia elétrica caracterizada por um campo eletromagnético senoidal em 50 / 60 Hz. Esta energia é o produto que é transmitido, distribuído e vendido para os usuários finais. Os consumidores esperam tensões senoidais, simétricas e estáveis. É então lógico que se meçam as potências a frequência fundamental separadamente do resto das componentes que podem ser vistas como energias parasitas.

A potência aparente fundamental tem duas componentes:

potência ativa fundamental:

$$P_1 = |\dot{V}_1| |\dot{I}_1| \cos \theta_1 \quad (123)$$

e potência reativa fundamental:

$$Q_1 = |\dot{V}_1| |\dot{I}_1| \text{sen} \theta_1 \quad (124)$$

sendo o fator de potência de deslocamento igual a:

$$FP_1 = \cos \theta_1 \quad (125)$$

Da equação (121) tem-se a potência aparente não-fundamental e seus termos:

$$S_N = \sqrt{S_e^2 - S_1^2} \quad (126)$$

a qual resulta em:

$$S_N^2 = D_I^2 + D_V^2 + S_H^2 \quad (127)$$

Assim, são definidas na norma as seguintes componentes de potência:

$$\text{Potência de distorção de corrente: } D_I = |\dot{V}_1| I_H = S_1 (DHT_I) \quad (128)$$

$$\text{Potência de distorção de tensão: } D_V = V_H |\dot{I}_1| = S_1 (DHT_V) \quad (129)$$

$$\text{Potência aparente harmônica: } S_H = V_H I_H = S_1 (DHT_I) (DHT_V) \quad (130)$$

$$\text{Potência de distorção harmônica: } D_H = \sqrt{S_H^2 - P_H^2} \quad (131)$$

$$\text{Potência ativa: } P = P_1 + P_H = |\dot{V}_1| |\dot{I}_1| \cos \theta_1 + \sum_{h=2}^N V_h I_h \cos \theta_h \quad (132)$$

$$\text{Potência não ativa: } N = \sqrt{S_e^2 - P^2} \quad (133)$$

Esta última potência agrupa componentes não ativos fundamentais e não fundamentais.

### Fatores de potência:

O fator de potência fundamental avalia separadamente as condições do fluxo de potência fundamental. É também chamado de fator de potência de deslocamento.

$$FP_1 = \frac{P_1}{S_1} = \cos \theta_1 \quad (134)$$

Por sua vez tem-se ainda o fator de potência efetivo, o qual é dado por:

$$FP_e = \frac{P}{S_e} \quad (135)$$

O nível de distorção harmônica pode ser obtido pela relação:

$$\frac{S_N}{S_1} \quad (136)$$

Uma vez introduzidas estas subdivisões da potência aparente pelo método americano, em um sistema monofásico, a seguir será detalhada esta mesma metodologia para um sistema trifásico, desequilibrado e não senoidal.

## IV.2. – EXPRESSÃO PARA A POTÊNCIA APARENTE EM UM SISTEMA TRIFÁSICO NÃO SENOIDAL E DESEQUILIBRADO

A corrente efetiva  $I_e$  e a tensão efetiva  $V_e$  são divididas em duas componentes cada: a fundamental e não fundamental.

$$I_e = \sqrt{I_{e1}^2 + I_{eH}^2} \quad (137)$$

$$V_e = \sqrt{V_{e1}^2 + V_{eH}^2} \quad (138)$$

Para um sistema trifásico a quatro condutores, tem-se:

$$I_{e1} = \sqrt{\frac{|\dot{I}_{a1}|^2 + |\dot{I}_{b1}|^2 + |\dot{I}_{c1}|^2 + |\dot{I}_{n1}|^2}{3}} \quad \text{para } \rho = 1 \quad (139)$$

$$I_{eH} = \sqrt{\frac{I_{aH}^2 + I_{bH}^2 + I_{cH}^2 + I_{nH}^2}{3}} = \sqrt{I_e^2 - I_{e1}^2} \quad (140)$$

e

$$V_{e1} = \sqrt{\frac{3(|\dot{V}_{a1}|^2 + |\dot{V}_{b1}|^2 + |\dot{V}_{c1}|^2) + |\dot{V}_{ab1}|^2 + |\dot{V}_{bc1}|^2 + |\dot{V}_{ca1}|^2}{18}} \quad \text{para } \xi = 1 \quad (141)$$

$$V_{eH} = \sqrt{\frac{3(V_{aH}^2 + V_{bH}^2 + V_{cH}^2) + (V_{abH}^2 + V_{bcH}^2 + V_{caH}^2)}{18}} \quad (142)$$

$$V_{eH} = \sqrt{V_e^2 - V_{e1}^2} \quad (143)$$

Para um sistema trifásico a três condutores, faz-se  $|\dot{I}_{n1}| = I_{nH} = 0$ . Assim, a potência aparente efetiva será obtida por:

$$S_e = 3V_e I_e \quad (144)$$

Esta poderá ser dividida em potência aparente efetiva fundamental ( $S_{e1}$ ) e potência aparente efetiva não fundamental ( $S_{eN}$ ).

$$S_e^2 = S_{e1}^2 + S_{eN}^2 \quad (145)$$

$$S_{e1} = 3V_{e1} I_{e1} \quad (146)$$

$$S_{eN}^2 = D_{e1}^2 + D_{eV}^2 + S_{eH}^2 \quad (147)$$

Sendo:

$D_{e1} = 3V_{e1} I_{eH}$  - Potência de distorção de corrente

$D_{eV} = 3V_{eH} I_{e1}$  - Potência de distorção de tensão

$S_{eH} = 3V_{eH} I_{eH}$  - Potência aparente harmônica, sendo:

$$D_{eH} = \sqrt{S_{eH}^2 - P_{eH}^2} \quad (148)$$

Onde  $P_{eH}$  é a potência ativa harmônica e  $D_{eH}$  é a potência de distorção harmônica.

A maneira recomendada para se avaliar o grau de distorção harmônica dos sinais é através do cálculo da relação:

$$\frac{S_{eN}}{S_{e1}} \quad (149)$$

A norma 1459 define assim as distorções harmônicas totais **equivalentes** como:

$$DHT_{eV} = \frac{V_{eH}}{V_{e1}} \quad (150)$$

$$DHT_{el} = \frac{I_{eH}}{I_{e1}} \quad (151)$$

Podem-se obter as seguintes expressões práticas para as potências não fundamentais:

$$S_{eN} = S_{e1} \sqrt{DHT_{el}^2 + DHT_{eV}^2 + (DHT_{el} DHT_{eV})^2} \quad (152)$$

Como normalmente  $DHT_{el}$  é muito maior que  $DHT_{eV}$ , vem:

$$S_{eN} = S_{e1} \sqrt{DHT_{el}^2 + DHT_{eV}^2} \quad (153)$$

O desequilíbrio do sistema pode ser avaliado utilizando-se a seguinte potência de desequilíbrio fundamental, que reflete tanto o desequilíbrio da carga como a assimetria da tensão de alimentação:

$$S_{U1} = \sqrt{S_{e1}^2 - (S_1^+)^2} \quad (154)$$

onde:

$S_1^+$  é a potência aparente fundamental de seqüência positiva (VA)

Esta importante potência aparente contém as componentes:

$P_1^+ = 3 |\dot{V}_1^+| |\dot{I}_1^+| \cos \theta_1^+$  - potência ativa fundamental de seqüência positiva

$Q_1^+ = 3 |\dot{V}_1^+| |\dot{I}_1^+| \sin \theta_1^+$  - potência reativa fundamental de seqüência positiva

Podendo-se então calcular o fator de potência fundamental de seqüência positiva:

$$FP_1^+ = \cos \theta_1^+ = \frac{P_1^+}{S_1^+} \quad (155)$$

A avaliação do desequilíbrio do sistema avaliado através apenas da relação entre as componentes simétricas de seqüência negativa e seqüência positiva da tensão e da corrente deixa uma lacuna por não informar a situação da seqüência zero. Assim recomenda-se a utilização da seguinte relação para se avaliar o grau de desequilíbrio de um sistema:

$$\frac{S_{U1}}{S_1^+} \quad (156)$$

Uma formulação que pode explicitar a relação acima apresentada é:

$$\frac{S_{U1}}{S_1^+} \cong \sqrt{\left(\frac{|\dot{I}_1^-|}{|\dot{I}_1^+|}\right)^2 + \left(\frac{|\dot{I}_1^0|}{|\dot{I}_1^+|}\right)^2 + \left(\frac{|\dot{V}_1^-|}{|\dot{V}_1^+|}\right)^2 + \left(\frac{|\dot{V}_1^0|}{|\dot{V}_1^+|}\right)^2} \quad (157)$$

A tabela 1 apresenta um resumo geral das expressões comentadas. Lista as potências aparente, ativas e não-ativas. As colunas são divididas em três grupos: As potências combinadas, as potências fundamentais e as não fundamentais. As três últimas linhas fornecem os fatores de potências, o fator de poluição harmônica e o fator de desequilíbrio.

Tabela 1 - resumo geral das definições da norma 1459

Grandeza ou índice	Combinada	Fundamental	Não-fundamental
Potência Aparente	$S_e$	$S_{e1} \quad S_1^+ \quad S_{U1}$	$S_{eN} \quad S_{eH}$
Potência ativa	$P$	$P_1^+$	$P_H$
Potência não-ativa	$N$	$Q_1^+$	$D_{e1} \quad D_{eV} \quad D_{eH}$
Utilização do sistema elétrico	$FP = \frac{P}{S_e}$	$FP_1^+ = \frac{P_1^+}{S_1^+}$	
Poluição harmônica			$\frac{S_{eN}}{S_{e1}}$
Desequilíbrio		$\frac{S_{U1}}{S_1^+}$	

Deste modo,  $S_e$  pode ser esquematizada da seguinte forma [1]:

$$\begin{array}{c}
 S_e^2 = S_{e1}^2 + S_{eN}^2 \\
 \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\
 (S_1^+)^2 + (S_{U1})^2 \quad D_{e1}^2 + D_{eV}^2 + S_{eH}^2 \\
 \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\
 (P_1^+)^2 + (Q_1^+)^2 \quad P_H^2 + D_{eH}^2
 \end{array}$$

Figura 10 – decomposição da potência aparente

Esta divisão de  $S_e$  leva às seguintes vantagens [1, 4]:

- 1) O “principal produto”  $P_1^+$  é separado das outras componentes da potência ativa. Cargas não lineares convertem uma pequena parte de  $P_1^+$  em  $P_H$ ,  $P_1^-$  e  $P_1^0$ , as quais são injetadas

de volta para o sistema elétrico e dissipadas. Normalmente,  $P_H$ ,  $P_1^-$  e  $P_1^0$  são menores que zero e comparadas com  $P_1^+$  possuem valores mínimos, fazendo com que seja um desafio proceder as suas medições. Tipicamente,  $\frac{P_H}{P_1} < 0,02$ .

2) A potência “reativa” de seqüência positiva  $Q_1^+$  é separada de modo a ajudar a estimar qual é o banco de capacitores necessário para correção do fator de potência fundamental  $\cos\theta_1^+$ .

3) A relação entre a potência aparente efetiva não-fundamental  $S_{eN}$  e a potência aparente efetiva fundamental  $S_{e1}$  é a quantidade mais adequada para, de imediato, permitir uma avaliação da severidade da distorção. Ela indica se uma carga particular ou um grupo de cargas operam em condições de poluição harmônica leve, moderada ou excessiva.  $S_{eN}$  ajuda a dimensionar filtros estáticos, ativos ou híbridos, ou outro tipo de compensador da distorção. Ela ainda poderá ser utilizada para penalizar os consumidores e para detectar e proteger equipamentos que possam estar absorvendo harmônicos, atuando como filtros.

Uma desvantagem colocada por alguns é que  $S_{eN}$  não fornece a informação sobre o sentido do fluxo de harmônicos, isto é, da carga para a rede ou o contrário. Em [1], observa-se que, caso ocorra situação de ressonância harmônica, o monitoramento do valor de  $S_{eN}$  pode avisar o cliente ou a concessionária que correntes harmônicas estão sendo absorvidas por equipamentos do cliente levando a significativa perda de vida útil.

4) A potência aparente efetiva  $S_e$  e suas componentes derivam diretamente da definição senoidal clássica que tem sido a norma por mais de um século e são muito bem entendidas.

### **IV.3. – CONSIDERAÇÕES FINAIS**

A norma IEEE Std 1459-2000 foi um importante passo no caminho de busca de uma definição de potência aparente que possa ser aceito de forma global e que seja adequada em ambientes senoidais, não senoidais, equilibrados e desequilibrados. Também, as subdivisões da potência aparente apresentadas nessa norma são objetivas, simples e de fácil entendimento.

Um ponto negativo das definições da norma é a necessidade de ter tanto a componente fundamental como todos os harmônicos das tensões e das correntes. Isto acarreta uma programação minuciosa para os medidores eletrônicos, com possíveis propagações de erros.

## V. – DESENVOLVIMENTOS DE EXPRESSÕES PARA POTÊNCIA APARENTE NO DOMÍNIO DO TEMPO

Os dois capítulos anteriores foram dedicados à apresentação dos métodos Americano e Europeu, com detalhamento, de forma didática e organizada, das expressões de potência aparente, assim como foram imaginadas pelos seus idealizadores.

Esse capítulo, onde estão as principais contribuições desta tese, apresenta o desenvolvimento de expressões compatíveis com os métodos apresentados, porém no domínio do tempo. Essas expressões são válidas para sistemas com sinais periódicos, senoidais e não senoidais, equilibrados/ assimétricos e não equilibrados/ assimétricos. Utilizando-se as amostras das tensões e das correntes, obtém-se de forma simples e direta, as potências estudadas.

Será também apresentada nesse capítulo a teoria das componentes polares [32] que se mostra bastante abrangente e de fácil manipulação. Os valores das potências aparentes são obtidos utilizando as componentes homopolares e heteropolares dos sinais, valendo-se para isso apenas de operações matemáticas básicas.

Ainda, esse capítulo apresenta uma proposição de nova definição de potência ( $S_{sn}$ ), que é uma opção a mais para a avaliação dos pesquisadores. Esta proposição da tese, também no domínio do tempo, se mostra mais simples que as duas teorias estudadas, apresenta resultados similares e é de fácil obtenção e tratamento.

As três diferentes abordagens, americana, européia e a proposição da tese, desenvolvidas no domínio do tempo, apresentam a mesma seqüência, a saber:

- dedução de expressões através de matrizes e vetores;
- dedução de expressões através dos valores eficazes coletivos e das componentes homopolares das tensões e das correntes, e;
- dedução de expressões através de coordenadas polares.

Finalmente, quando o sistema possui sinais puramente senoidais, das expressões obtidas, são geradas formulações que têm suas grandezas expressas em fasores, em valores eficazes e em componentes simétricas.

O circuito base do próximo item (V.1) será utilizado para todas as deduções deste capítulo.

### V.1. - CIRCUITO BASE

A potência aparente costuma ser definida partindo de um sistema fonte – elo de transmissão – carga original como mostra a Fig. 11. Neste caso, um sistema trifásico a quatro condutores.

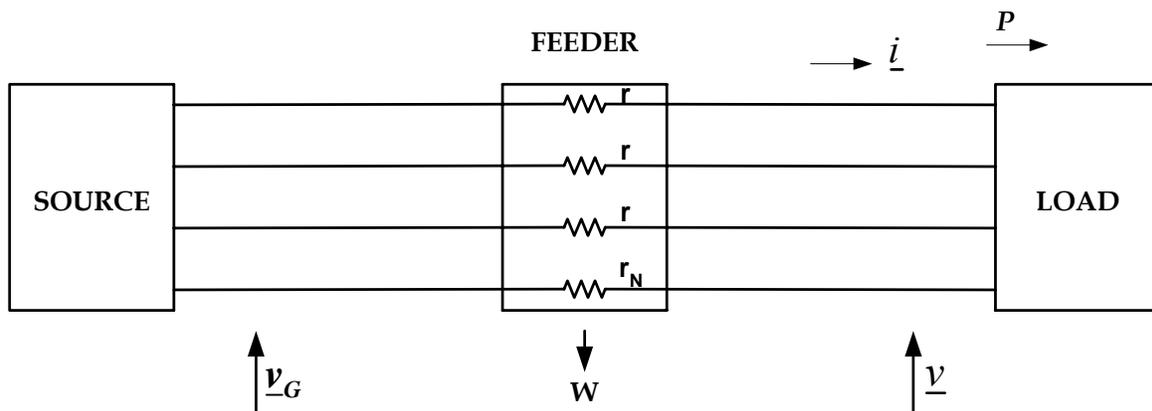


Figura 11 – circuito original

Como já comentado, nos mais recentes estudos [11, 12], a potência aparente é definida como a máxima potência ativa que pode ser fornecida a uma determinada carga, sob determinadas condições.

Sejam os vetores:

$$\underline{v}_G = \begin{bmatrix} v_{Ga} \\ v_{Gb} \\ v_{Gc} \end{bmatrix} \quad \underline{v} = \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \quad \underline{i} = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

A matriz de perdas no elo  $\underline{\underline{R}}$  pode ser dada por:

$$\underline{\underline{R}} = r(dg\underline{1} + \rho\underline{1}\underline{1}^t) = \begin{bmatrix} r+r_N & r_N & r_N \\ r_N & r+r_N & r_N \\ r_N & r_N & r+r_N \end{bmatrix} \quad (158)$$

$$\underline{\underline{R}} = r\underline{\underline{B}} \quad (159)$$

Onde:

Uma barra subscripta representa um vetor ( $\underline{v}$ ).

Duas barras subscriptas representam uma matriz ( $\underline{\underline{B}}$ ).

$\underline{1}$  é um vetor de uns.

$\underline{1}^t$  é o transposto do vetor de uns.

$\underline{1}\underline{1}^t$  é a matriz cheia de uns.

$dg\underline{1}$  é a matriz unitária.

$r$  é a resistência de uma das fases.

$r_N$  é a resistência do neutro ou do caminho de retorno.

$\underline{\underline{B}}$  é a matriz que traduz a composição das resistências do elo.

Pode-se observar que  $\underline{\underline{R}}$  é uma matriz simétrica.

Assim:

$$\underline{\underline{B}} = dg\underline{1} + \rho\underline{1}\underline{1}^t = \begin{bmatrix} 1+\rho & \rho & \rho \\ \rho & 1+\rho & \rho \\ \rho & \rho & 1+\rho \end{bmatrix} \quad (160)$$

Sendo:

$$dg\underline{1} = dg \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \underline{1}\underline{1}^t = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (161)$$

Utilizando estas definições, o próximo item apresenta desenvolvimento compatível com o método FBD.

## V.2. – DEDUÇÃO COMPATÍVEL COM O MÉTODO EUROPEU (FBD)

No método Europeu ou método FBD (Fryze – Buchholz – Depenbrock), a máxima potência ativa é calculada considerando-se mantido o vetor de tensões  $\underline{v}$  na carga e também mantida a perda no elo ( $W$ ).

A dedução que será apresentada a seguir conduz ao mesmo valor para a potência aparente obtido pelo método FBD e tem como precursor o Prof. Hector Arango [33].

A potência ativa instantânea é dada pela expressão:

$$p(t) = \underline{v}(t)' \underline{i}(t) \quad (162)$$

Para simplificação da notação, as grandezas dependentes do tempo serão escritas com letras minúsculas, suprimindo-se o parêntese (t). Valores eficazes e valores médios serão representados por letras maiúsculas.

A potência média será dada por:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T \underline{v}' \underline{i} dt = AVR(\underline{v}' \underline{i}) \quad (163)$$

Sendo:

$AVR$  o valor médio da grandeza em questão.

A perda no elo poderá ser fornecida pela expressão:

$$W = AVR[(\underline{v}_G - \underline{v})' \underline{i}] \quad (164)$$

e a corrente de neutro dada por:

$$i_N = -\underline{1}' \underline{i} \quad (165)$$

Como a potência aparente é definida como a máxima potência ativa  $P$  que pode fluir desde o elo para a carga enquanto mantidas  $W$  e  $\underline{v}$  nos valores originais, deve-se procurar conseguir maximizar  $P$  sujeito a  $W$  constante. Assim, para se obter a potência aparente deve-se maximizar  $AVR(\underline{v}' \underline{i})$  sujeito a  $AVR[(\underline{v}_G - \underline{v})' \underline{i}]$  constante.

Considerando-se que o elo é constituído de resistências e indutâncias, pode-se escrever para o circuito da figura 1:

$$(\underline{v}_G - \underline{v}) = \underline{R} \underline{i} + \underline{L} \frac{d\underline{i}}{dt}$$

Multiplicando ambos os termos a esquerda por  $\underline{i}'$ , vem:

$$w = \underline{i}' (\underline{v}_G - \underline{v}) = \underline{i}' \underline{R} \underline{i} + \underline{i}' \underline{L} \frac{d\underline{i}}{dt}$$

$$w = (\underline{v}_G - \underline{v})' \underline{i} = \underline{i}' \underline{R} \underline{i} + \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} \underline{i}' \underline{L} \underline{i} \right)$$

O último termo do segundo membro corresponde às energias magnéticas armazenadas nas indutâncias.

Calculando o valor médio das perdas  $w$ , tem-se:

$$W = AVR[w] \quad (166)$$

$$W = AVR[(\underline{v}_G - \underline{v})' \underline{i}] = AVR[\underline{i}' \underline{R} \underline{i}] + AVR\left[\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} \underline{i}' \underline{L} \underline{i} \right)\right]$$

Partindo da consideração de que os sinais são periódicos, o último termo após o sinal de igualdade é nulo. Deste modo, o valor das perdas no elo pode ser encontrado por:

$$W = AVR[\underline{i}' \underline{R} \underline{i}]$$

Deste modo, para se obter a potência aparente, deve-se:

Maximizar

$$P = AVR(\underline{v}' \underline{i}) \quad (167)$$

sujeito à perda  $W$  constante:

$$W = AVR[\underline{i}' \underline{R} \underline{i}] \quad (168)$$

Utilizando-se o Método dos Multiplicadores de Lagrange [27], sendo  $\underline{v}$  e  $\underline{R}$  conhecidos, e esta última também simétrica, as variáveis são  $\lambda$  e  $\underline{i}$  onde  $\lambda$  é o multiplicador de Lagrange.

$$\Gamma = AVR(\underline{v}' \underline{i}) - \lambda AVR(\underline{i}' \underline{R} \underline{i})$$

Derivando em relação à corrente  $\underline{i}$  e igualando a zero, vem:

$$\frac{\partial L}{\partial \underline{i}} = \underline{v} - 2\lambda \underline{R} \underline{i} = 0$$

daí Obtém-se  $\underline{i}$ :

$$\underline{i} = \frac{1}{2\lambda} \underline{R}^{-1} \underline{v} \quad (169)$$

Substituindo (169) em (168), obtém-se:

$$\frac{1}{2\lambda} = \left[ \frac{W}{AVR(\underline{v}' \underline{R}^{-1} \underline{v})} \right]^{1/2}$$

Substituindo na expressão (169), vem:

$$\underline{i}_{FBD} = \left[ \frac{W}{AVR(\underline{v}' \underline{R}^{-1} \underline{v})} \right]^{1/2} \underline{R}^{-1} \underline{v} \quad (170)$$

Que é o valor da corrente que atende as condições impostas, também chamada de corrente do método FBD.

Pode-se chamar  $AVR(\underline{v}' \underline{R}^{-1} \underline{v}) = P_{CC}$ , potência de curto-circuito (apêndice I) com tensão  $\underline{v}$ . Em outras palavras é, como se ocorresse um curto-circuito trifásico após o elo, sendo que a fonte teria tensão  $\underline{v}$ . Lembrando que a potência aparente é a máxima potência ativa, vem:

$$S = P_{máx} = AVR(\underline{v}' \underline{i}) \quad (171)$$

$$S = \left( \frac{W}{P_{CC}} \right)^{1/2} AVR(\underline{v}' \underline{R}^{-1} \underline{v}) = \left( \frac{W}{P_{CC}} \right)^{1/2} P_{CC}$$

$$S = (W P_{CC})^{1/2} \quad (172)$$

A expressão final para a potência aparente, compatível com a expressão do método Europeu (FBD), aqui representada por  $S_{FBD}$  é então dada por:

$$S_{FBD} = \left[ AVR(\underline{i}' \underline{R} \underline{i}) AVR(\underline{v}' \underline{R}^{-1} \underline{v}) \right]^{1/2} \quad (173)$$

De (159) tem-se que:

$$\underline{\underline{R}} = r\underline{\underline{B}} \quad \text{e} \quad \underline{\underline{R}}^{-1} = \frac{1}{r}\underline{\underline{B}}^{-1}$$

Substituindo em (173), obtém-se:

$$S_{FBD} = \left[ AVR(\underline{\underline{i}}^t \underline{\underline{B}} \underline{\underline{i}}) AVR(\underline{\underline{v}}^t \underline{\underline{B}}^{-1} \underline{\underline{v}}) \right]^{1/2} \quad (174)$$

Expressão alternativa para a expressão (173).

Do apêndice III, obtém-se a expressão para  $\underline{\underline{B}}^{-1}$ .

$$\underline{\underline{B}}^{-1} = \left( dg \underline{\underline{1}} - \frac{\rho}{1+3\rho} \underline{\underline{1}} \underline{\underline{1}}^t \right) \quad (175)$$

Assim, para se obter a potência aparente é necessário realizar os produtos matriciais  $\underline{\underline{i}}^t \underline{\underline{B}} \underline{\underline{i}}$  e  $\underline{\underline{v}}^t \underline{\underline{B}}^{-1} \underline{\underline{v}}$  e também calcular o valor médio destes produtos. Estes valores médios são encontrados através do uso do traço (*trace*) [32] que é a soma dos termos da diagonal da matriz resultante, assim:

$$AVR(\underline{\underline{i}}^t \underline{\underline{B}} \underline{\underline{i}}) = \frac{1}{n} tr(\underline{\underline{i}}^t \underline{\underline{B}} \underline{\underline{i}}) = \frac{1}{n} \sum_1^n diag(\underline{\underline{i}}^t \underline{\underline{B}} \underline{\underline{i}}) \quad (176)$$

$$AVR(\underline{\underline{v}}^t \underline{\underline{B}}^{-1} \underline{\underline{v}}) = \frac{1}{n} tr(\underline{\underline{v}}^t \underline{\underline{B}}^{-1} \underline{\underline{v}}) = \frac{1}{n} \sum_1^n diag(\underline{\underline{v}}^t \underline{\underline{B}}^{-1} \underline{\underline{v}}) \quad (177)$$

Onde n é o número de amostras das tensões e das correntes.

Na expressão (174), podem-se denominar dois termos distintos:

$$I_{\Sigma} = \left[ AVR(\underline{\underline{i}}^t \underline{\underline{B}} \underline{\underline{i}}) \right]^{1/2} \quad \text{e} \quad V_{\Sigma} = \left[ AVR(\underline{\underline{v}}^t \underline{\underline{B}}^{-1} \underline{\underline{v}}) \right]^{1/2} \quad (178)$$

De modo que a potência aparente pode ser dada pela equação:

$$S_{FBD} = V_{\Sigma} I_{\Sigma} \quad (179)$$

**V.2.1. – EXPRESSÃO DA POTÊNCIA APARENTE UTILIZANDO OS VALORES EFICAZES COLETIVOS DAS TENSÕES E DAS CORRENTES E SUAS COMPONENTES HOMOPOLARES - FBD**

Através de manipulações matemáticas, as expressões para  $V_{\Sigma}$ ,  $I_{\Sigma}$  e  $S_{FBD}$  podem ser obtidas usando os valores eficazes coletivos das tensões e das correntes sugeridos por Buchholz [30] bem como as componentes homopolares das tensões e das correntes (apêndice VI).

Da equação (160) tem-se:

$$\underline{\underline{B}} = dg\underline{1} + \rho\underline{1}\underline{1}'$$

Em (178), vem:

$$I_{\Sigma}^2 = AVR(\underline{i}'\underline{\underline{B}}\underline{i}) = AVR\left[\underline{i}'(dg\underline{1} + \rho\underline{1}\underline{1}')\underline{i}\right]$$

$$I_{\Sigma}^2 = AVR\left[\underline{i}'dg\underline{1}\underline{i}\right] + AVR\left[\underline{i}'\rho\underline{1}\underline{1}'\underline{i}\right]$$

$$I_{\Sigma}^2 = I^2 + \rho\left[\sqrt{3}I_o\sqrt{3}I_o\right]$$

Onde  $I_o$  é a componente homopolar das correntes (apêndice VI). Assim:

$$I_{\Sigma} = \left[I^2 + 3\rho I_o^2\right]^{1/2} \quad (180)$$

Substituindo a expressão (175), demonstrada no apêndice III, em (178), vem:

$$V_{\Sigma}^2 = AVR(\underline{v}'\underline{\underline{B}}^{-1}\underline{v}) = AVR\left[\underline{v}'\left(dg\underline{1} - \frac{\rho}{1+3\rho}\underline{1}\underline{1}'\right)\underline{v}\right]$$

$$V_{\Sigma} = \left[V^2 - \frac{3\rho}{1+3\rho}V_o^2\right]^{1/2} \quad (181)$$

E a potência aparente é dada por:

$$S_{FBD} = \left[I^2 + 3\rho I_o^2\right]^{1/2} \left[V^2 - \frac{3\rho}{(1+3\rho)}V_o^2\right]^{1/2} \quad (182)$$

Para  $\rho = 1$ , a expressão acima fica:

$$S_{FBD} = [I^2 + 3I_o^2]^{1/2} \left[ V^2 - \frac{3}{4}V_o^2 \right]^{1/2} \quad (183)$$

Onde  $I$  e  $V$  são os valores eficazes coletivos e podem ser obtidos através das amostras das correntes e das tensões, como na equação (184).

$$V^2 = \frac{1}{n} \sum_k \sum_i^n v_i^2 \quad I^2 = \frac{1}{n} \sum_k \sum_i^n i_i^2 \quad (184)$$

Ainda,  $I_o$  e  $V_o$  são as componentes homopolares das correntes e das tensões (apêndice VI) e podem ser obtidas através das equações (185).

$$V_o^2 = \frac{1}{n} \sum_k \sum_i^n v_{o_i}^2 \quad I_o^2 = \frac{1}{n} \sum_k \sum_i^n i_{o_i}^2 \quad (185)$$

Sendo que  $k$  representa as fases a, b e c;  $n$  é o número de amostras  $v_i$ ,  $i_i$  e  $v_{o_i}$  e  $i_{o_i}$  são as amostras das tensões e das correntes homopolares.

As amostras de  $\underline{v}_o$  e  $\underline{i}_o$  podem ser obtidas das equações (186) apresentadas no apêndice

VI.

$$\underline{v}_o = \frac{1}{3} \underline{1}^t \underline{v} \underline{1} \quad \underline{i}_o = \frac{1}{3} \underline{1}^t \underline{i} \underline{1} \quad (186)$$

### V.2.2. – EXPRESSÃO DA POTÊNCIA APARENTE UTILIZANDO OS VALORES DAS COORDENADAS POLARES DAS TENSÕES E DAS CORRENTES

Utilizando a decomposição das correntes e das tensões em coordenadas polares [32] (apêndice VI), isto é, em componentes homopolares ( $v_o$  e  $i_o$ ) e componentes heteropolares

( $\underline{v}_{\bar{o}}$  and  $\underline{i}_{\bar{o}}$ ), tem-se:

$$\underline{v}_{\bar{o}} = \underline{v} - \underline{v}_o \quad \underline{i}_{\bar{o}} = \underline{i} - \underline{i}_o \quad (187)$$

Através das amostras das componentes heteropolares das tensões e das correntes, obtém-se os valores de  $V_{\bar{o}}^2$  e  $I_{\bar{o}}^2$  com as seguintes expressões:

$$V_{\bar{o}}^2 = \frac{1}{n} \sum_k \sum_i^n v_{\bar{o}_i}^2 \quad (188)$$

$$I_{\bar{o}}^2 = \frac{1}{n} \sum_k \sum_i^n i_{\bar{o}_i}^2 \quad (189)$$

onde k representa as fases a, b e c; n é o número de amostras e  $v_{\bar{o}_i}$  e  $i_{\bar{o}_i}$  são as amostras das tensões e das correntes heteropolares.

De (187), obtém-se:

$$V^2 = V_{\bar{o}}^2 + V_o^2 \quad (190)$$

Substituindo em (181), tem-se:

$$V_{\Sigma}^2 = V_{\bar{o}}^2 + V_o^2 - \frac{3\rho}{1+3\rho} V_o^2$$

Obtendo-se assim a expressão para a tensão equivalente em coordenadas polares.

$$V_{\Sigma} = \left[ V_{\bar{o}}^2 + \frac{V_o^2}{1+3\rho} V_o^2 \right]^{1/2} \quad (191)$$

Ainda de (187):

$$I^2 = I_{\bar{o}}^2 + I_o^2 \quad (192)$$

Substituindo em (180):

$$I_{\Sigma}^2 = I_{\bar{o}}^2 + I_o^2 + 3\rho I_o^2$$

Obtendo-se então a expressão para a corrente equivalente em coordenadas polares,

$$I_{\Sigma} = \left[ I_{\bar{o}}^2 + (1+3\rho) I_o^2 \right]^{1/2} \quad (193)$$

e, conseqüentemente a formulação para a potência aparente em função das coordenadas polares:

$$S_{FBD} = \left\{ \left[ I_{\bar{o}}^2 + (1+3\rho) I_o^2 \right] \left[ V_{\bar{o}}^2 + \frac{V_o^2}{1+3\rho} \right] \right\}^{1/2} \quad (195)$$

Ainda, para  $\rho = 1$ , tem-se:

$$S_{FBD} = \left\{ \left[ I_{\bar{o}}^2 + 4I_o^2 \right] \left[ V_{\bar{o}}^2 + \frac{V_o^2}{4} \right] \right\}^{1/2} \quad (196)$$

Como já comentado, as três formulações para a potência aparente no domínio do tempo, correspondentes às equações (173), (182) e (195), são válidas para sinais periódicos,

porém estes sinais podem ser senoidais ou não, equilibrados ou não e até mesmo não senoidais e desequilibrados.

Em sistemas elétricos novos, devido à presença de cargas não lineares, e/ou após efetuarem-se estudos como o estudo de fluxo harmônico, pode-se concluir pela necessidade do condutor neutro ter uma bitola maior que a dos condutores das fases. Neste caso,  $r > r_N$  logo  $\rho < 1$ .

Nos sistemas elétricos mais antigos, quando a deformação das formas de ondas ainda não era preocupante, ou em sistemas atuais com cargas “bem comportadas”, normalmente  $\rho > 1$ .

As formulações para a potência aparente apresentadas pelas equações (173), (182) e (195) mostram que, além dos valores das tensões e correntes,  $S_{FBD}$  depende também da relação  $\rho$ . Esta dependência está relacionada ao fato de haver corrente elétrica sendo conduzida pelo condutor neutro. A existência de corrente no neutro pode ser reflexo do desequilíbrio e/ou assimetria, da distorção na forma de onda (harmônicos) ou de ambas.

A utilização da relação  $\rho$  foi sugerida pela primeira vez pelo Prof. Manfred Depenbrock [3, 17]. A determinação do valor de  $\rho$  é uma tarefa de difícil solução pois mesmo em pequenos sistemas, seria complicada sua medição. Além disso, este valor muda a cada nova configuração do sistema, com entrada e saída de novos ramais [28].

Nos dois próximos itens, serão apresentadas as deduções para o caso particular dos sinais serem senoidais.

### V.2.3. – EXPRESSÃO DA POTÊNCIA APARENTE EM FASORES

Como já foi dito,  $\underline{v}(t)$  e  $\underline{i}(t)$  são os vetores que expressam os valores instantâneos das tensões fase-neutro e das correntes de fase. Quando estas são senoidais, pode-se escrever as seguintes relações entre os vetores instantâneos senoidais e seus vetores fasoriais:

$$\underline{v}(t) = \sqrt{2} \Im m(\underline{\dot{V}} e^{j\omega t}) \quad (197)$$

$$\underline{i}(t) = \sqrt{2} \Im m(\underline{\dot{I}} e^{j\omega t}) \quad (198)$$

Onde o ponto sobrescrito à letra maiúscula representativa de uma grandeza, indica o fasor de tal grandeza e  $\Im$  significa “parte imaginária”.

Assim podem-se transformar as expressões das grandezas instantâneas em grandezas fasoriais.

Seja a perda no elo:

$$W = AVR \left[ \underline{\dot{i}}' \underline{\underline{R}} \underline{\dot{i}} \right]$$

$$\underline{\dot{i}}' \underline{\underline{R}} \underline{\dot{i}} = \left[ \sqrt{2} \Im(\underline{\dot{i}}' e^{j\omega t}) \right] \underline{\underline{R}} \left[ \sqrt{2} \Im(\underline{\dot{i}} e^{j\omega t}) \right]$$

$$\underline{\dot{i}}' \underline{\underline{R}} \underline{\dot{i}} = 2 \left[ \Im(\underline{\dot{i}}' e^{j\omega t}) \right] \left[ \Im(\underline{\underline{R}} \underline{\dot{i}} e^{j\omega t}) \right]$$

Da matemática dos números complexos, tem-se a expressão:

$$2\Im(\dot{A})\Im(\dot{B}) = \Re[\dot{A}\dot{B}^*] - \Re[\dot{A}\dot{B}] \quad (199)$$

Onde  $\Re$  significa “parte real”.

Assim:

$$\underline{\dot{i}}' \underline{\underline{R}} \underline{\dot{i}} = \Re \left[ (\underline{\dot{i}}' e^{j\omega t}) (\underline{\underline{R}}^* \underline{\dot{i}}^* e^{-j\omega t}) \right] - \Re \left[ (\underline{\dot{i}}' e^{j\omega t}) (\underline{\underline{R}} \underline{\dot{i}} e^{j\omega t}) \right]$$

$$\underline{\dot{i}}' \underline{\underline{R}} \underline{\dot{i}} = \Re \left[ \underline{\dot{i}}' \underline{\underline{R}}^* \underline{\dot{i}}^* \right] - \Re \left[ \underline{\dot{i}}' \underline{\underline{R}} \underline{\dot{i}} e^{j2\omega t} \right] \quad (200)$$

Sendo  $\underline{\underline{R}}$  simétrica,  $\underline{\underline{R}} = \underline{\underline{R}}^t$  e como  $\underline{\underline{R}}$  tem todos os elementos reais, ela também é Hermitiana, isto é,  $\underline{\underline{R}} = \underline{\underline{R}}^t = \underline{\underline{R}}^*$ . O que leva a igualdade (apêndice II):

$$\Re \left[ \underline{\dot{i}}' \underline{\underline{R}} \underline{\dot{i}}^* \right] = \underline{\dot{i}}' \underline{\underline{R}} \underline{\dot{i}}^*$$

De modo que, utilizando a equação (199), a perda no elo  $W$  será:

$$W = AVR \left\{ \Re \left[ \underline{\dot{i}}' \underline{\underline{R}}^* \underline{\dot{i}}^* \right] - \Re \left[ \underline{\dot{i}}' \underline{\underline{R}} \underline{\dot{i}} e^{j2\omega t} \right] \right\}$$

$$W = AVR \left\{ \left[ \underline{\dot{i}}' \underline{\underline{R}}^* \underline{\dot{i}}^* \right] \right\} - AVR \left\{ \Re \left[ \underline{\dot{i}}' \underline{\underline{R}} \underline{\dot{i}} e^{j2\omega t} \right] \right\}$$

Na equação acima, a última parcela do segundo termo é nula, pois é o valor médio de uma função cosseno. Desta forma, a expressão final para a perda  $W$  será:

$$W = \underline{\dot{I}}^t \underline{\underline{R}} \underline{\dot{I}}^* \quad (201)$$

No caso da potência ativa, utilizando-se as equações (197) e (198), tem-se:

$$\begin{aligned} \underline{v}^t \underline{i} &= \sqrt{2} \Im m(\underline{\dot{V}}^t e^{j\omega t}) \sqrt{2} \Im m(\underline{\dot{I}} e^{j\omega t}) \\ \underline{v}^t \underline{i} &= 2 \Im m(\underline{\dot{V}}^t e^{j\omega t}) \Im m(\underline{\dot{I}} e^{j\omega t}) \\ \underline{v}^t \underline{i} &= \Re e\left[(\underline{\dot{V}}^t e^{j\omega t})(\underline{\dot{I}}^* e^{-j\omega t})\right] - \Re e\left[(\underline{\dot{V}}^t e^{j\omega t})(\underline{\dot{I}} e^{j\omega t})\right] \\ \underline{v}^t \underline{i} &= \Re e[\underline{\dot{V}}^t \underline{\dot{I}}^*] - \Re e[\underline{\dot{V}}^t \underline{\dot{I}} e^{j2\omega t}] \\ P &= AVR(\underline{v}^t \underline{i}) = AVR\left\{\Re e[\underline{\dot{V}}^t \underline{\dot{I}}^*] - \Re e[\underline{\dot{V}}^t \underline{\dot{I}} e^{j2\omega t}]\right\}, \end{aligned}$$

Como no caso da perda  $W$ , a última parcela do segundo termo da equação acima é nula.

$$P = \Re e(\underline{\dot{V}}^t \underline{\dot{I}}^*) \quad (202)$$

Do mesmo modo, a potência  $P_{CC} = AVR(\underline{v}^t \underline{\underline{R}}^{-1} \underline{v})$  pode ser escrita:

$$P_{CC} = \underline{\dot{V}}^t \underline{\underline{R}}^{-1} \underline{\dot{V}}^* \quad (203)$$

E a potência aparente, será, na notação fasorial:

$$S_{FBD} = (\underline{\dot{I}}^t \underline{\underline{R}} \underline{\dot{I}}^*)^{1/2} (\underline{\dot{V}}^t \underline{\underline{R}}^{-1} \underline{\dot{V}}^*)^{1/2} \quad (204)$$

Do apêndice III:

$$\begin{aligned} S_{FBD} &= (\underline{\dot{I}}^t r \underline{\underline{B}} \underline{\dot{I}}^*)^{1/2} \left[ \underline{\dot{V}}^t \left( \frac{1}{r} \right) \underline{\underline{B}}^{-1} \underline{\dot{V}}^* \right]^{1/2} \\ S_{FBD} &= (\underline{\dot{I}}^t \underline{\underline{B}} \underline{\dot{I}}^*)^{1/2} (\underline{\dot{V}}^t \underline{\underline{B}}^{-1} \underline{\dot{V}}^*)^{1/2} \end{aligned} \quad (205)$$

Expressão esta que tem implícita a igualdade da resistência entre as fases.

Caso  $r = r_N$ , isto é,  $\rho = 1$ :

$$\underline{\underline{B}} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{B}}^{-1} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \quad (206)$$

#### V.2.4. – EXPRESSÃO DA POTÊNCIA APARENTE EM VALORES EFICAZES DAS CORRENTES E DAS TENSÕES

Em várias publicações [12, 21, 29], a potência aparente é apresentada em função dos valores eficazes das tensões na carga e das correntes elétricas que percorrem os condutores.

Sejam os vetores das tensões fase-neutro e das correntes de linha:

$$\underline{\underline{V}} = \begin{bmatrix} \dot{V}_{an} \\ \dot{V}_{bn} \\ \dot{V}_{cn} \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{i}} = \begin{bmatrix} \dot{i}_a \\ \dot{i}_b \\ \dot{i}_c \end{bmatrix} \quad (207)$$

Considerando  $\rho = 1$ , vem:

$$\underline{\underline{B}} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Assim, da equação (205), calcula-se:

$$\underline{\underline{V}}^t \underline{\underline{B}}^{-1} \underline{\underline{V}}^* = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} \dot{V}_{an} & \dot{V}_{bn} & \dot{V}_{cn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_{an}^* \\ \dot{V}_{bn}^* \\ \dot{V}_{cn}^* \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{V}}^t \underline{\underline{B}}^{-1} \underline{\underline{V}}^* = \frac{1}{4} \left( 3\dot{V}_{an}\dot{V}_{an}^* - \dot{V}_{an}\dot{V}_{bn}^* - \dot{V}_{an}\dot{V}_{cn}^* - \dot{V}_{bn}\dot{V}_{an}^* + 3\dot{V}_{bn}\dot{V}_{bn}^* - \dot{V}_{bn}\dot{V}_{cn}^* - \dot{V}_{cn}\dot{V}_{an}^* - \dot{V}_{cn}\dot{V}_{bn}^* + 3\dot{V}_{cn}\dot{V}_{cn}^* \right)$$

$$\underline{\underline{V}}^t \underline{\underline{B}}^{-1} \underline{\underline{V}}^* = \frac{1}{4} \left( |\dot{V}_{an}|^2 + |\dot{V}_{bn}|^2 + |\dot{V}_{cn}|^2 + \dot{V}_{ab}\dot{V}_{an}^* - \dot{V}_{ab}\dot{V}_{bn}^* + \dot{V}_{bc}\dot{V}_{bn}^* - \dot{V}_{bc}\dot{V}_{cn}^* + \dot{V}_{ca}\dot{V}_{cn}^* - \dot{V}_{ca}\dot{V}_{an}^* \right)$$

$$\underline{\underline{V}}^t \underline{\underline{B}}^{-1} \underline{\underline{V}}^* = \frac{1}{4} \left( |\dot{V}_{an}|^2 + |\dot{V}_{bn}|^2 + |\dot{V}_{cn}|^2 + |\dot{V}_{ab}|^2 + |\dot{V}_{bc}|^2 + |\dot{V}_{ca}|^2 \right)$$

Pode-se chamar  $\left( \underline{\underline{V}}^t \underline{\underline{B}}^{-1} \underline{\underline{V}}^* \right)^{1/2}$  de  $V_{\Sigma}$ , de modo que:

$$V_{\Sigma} = \left[ \frac{1}{4} \left( |\dot{V}_{an}|^2 + |\dot{V}_{bn}|^2 + |\dot{V}_{cn}|^2 + |\dot{V}_{ab}|^2 + |\dot{V}_{bc}|^2 + |\dot{V}_{ca}|^2 \right) \right]^{1/2} \quad (208)$$

Expressão para a tensão efetiva idêntica à expressão obtida através do método Europeu [12, 21, 29].

Para as correntes, a expressão  $\underline{\dot{I}}^t \underline{\underline{B}} \underline{\dot{I}}^*$ , utilizando  $\rho = 1$ , poderá ser reescrita por:

$$\underline{\dot{I}}^t \underline{\underline{B}} \underline{\dot{I}}^* = \begin{bmatrix} \dot{I}_a & \dot{I}_b & \dot{I}_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_a^* \\ \dot{I}_b^* \\ \dot{I}_c^* \end{bmatrix}$$

$$\underline{\dot{I}}^t \underline{\underline{B}} \underline{\dot{I}}^* = |\dot{I}_a|^2 + |\dot{I}_b|^2 + |\dot{I}_c|^2 + \dot{I}_a^* (\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c) + \dot{I}_b^* (\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c) + \dot{I}_c^* (\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c)$$

$$\underline{\dot{I}}^t \underline{\underline{B}} \underline{\dot{I}}^* = |\dot{I}_a|^2 + |\dot{I}_b|^2 + |\dot{I}_c|^2 + (-\dot{I}_n) (-\dot{I}_n^*)$$

$$\underline{\dot{I}}^t \underline{\underline{B}} \underline{\dot{I}}^* = |\dot{I}_a|^2 + |\dot{I}_b|^2 + |\dot{I}_c|^2 + |\dot{I}_n|^2$$

Pode-se chamar  $(\underline{\dot{I}}^t \underline{\underline{B}} \underline{\dot{I}}^*)^{1/2}$  de  $I_{\Sigma}$ , de modo que:

$$I_{\Sigma} = \left[ |\dot{I}_a|^2 + |\dot{I}_b|^2 + |\dot{I}_c|^2 + |\dot{I}_n|^2 \right]^{1/2} \quad (209)$$

Expressão para a corrente efetiva idêntica à expressão obtida através do método Europeu [12, 21, 29].

E a potência aparente pode ser dada por:

$$S = V_{\Sigma} I_{\Sigma} \quad (210)$$

$$S_{FBD} = \left[ \frac{1}{4} \left( |\dot{V}_{an}|^2 + |\dot{V}_{bn}|^2 + |\dot{V}_{cn}|^2 + |\dot{V}_{ab}|^2 + |\dot{V}_{bc}|^2 + |\dot{V}_{ca}|^2 \right) \right]^{1/2} \left[ |\dot{I}_a|^2 + |\dot{I}_b|^2 + |\dot{I}_c|^2 + |\dot{I}_n|^2 \right]^{1/2} \quad (211)$$

Expressão igual à expressão (65) obtida na dedução do Método FBD.

### V.3. – DEDUÇÃO COMPATÍVEL COMO O MÉTODO AMERICANO (IEEE STD 1459-2000)

Como já definido no item IV.1, no método americano, o sistema elétrico tem sua carga original substituída por uma carga otimizada, resistiva, composta de parte conectada em delta e parte conectada em estrela. Estas duas partes consomem respectivamente as potências ativas  $P_{\Delta}$  e  $P_Y$ . De modo que:

$$\xi = \frac{P_{\Delta}}{P_Y} = \frac{3g_{\Delta}}{g_Y} \quad (212)$$

O desenvolvimento que será apresentado a seguir mostra, através da utilização de compensadores hipotéticos de tensão e de corrente que não injetam potência ativa, um equacionamento genérico com resultados compatíveis aos da norma IEEE Std 1459 - 2000.

A questão ainda é:

Maximizar:

$$P = AVR(\underline{v}^t \underline{i}) \quad (213)$$

Sujeito a:

$$W = AVR(\underline{i}^t \underline{R} \underline{i}) \quad (214)$$

Onde  $\underline{R}$  é a matriz de perdas do elo, sendo:

$$\underline{R} = r(dg \underline{1} + \rho \underline{1} \underline{1}^t)$$

$$\underline{B} = dg \underline{1} + \rho \underline{1} \underline{1}^t$$

$$\underline{R} = r \underline{B}$$

Utilizar-se-á o mesmo sistema da figura 11 considerado no item V.1.

#### A - Transformando a carga original em uma carga delta-estrela equivalente (carga otimizada)

Através de um compensador de corrente, faz-se com que o elo “veja” uma carga fictícia (representada na Fig. 12), isto é, uma carga otimizada com parte dela ligada em  $\Delta$  e parte dela ligada em  $Y$ . Esta nova carga consome a mesma potência ativa  $P$  consumida pela carga original, calculada pela expressão (215), condição que permite definir a matriz  $\underline{L}$  desta carga otimizada.

A nova corrente será  $\underline{j}$  de modo que:

$$P = AVR(\underline{v}' \underline{j}) \quad (215)$$

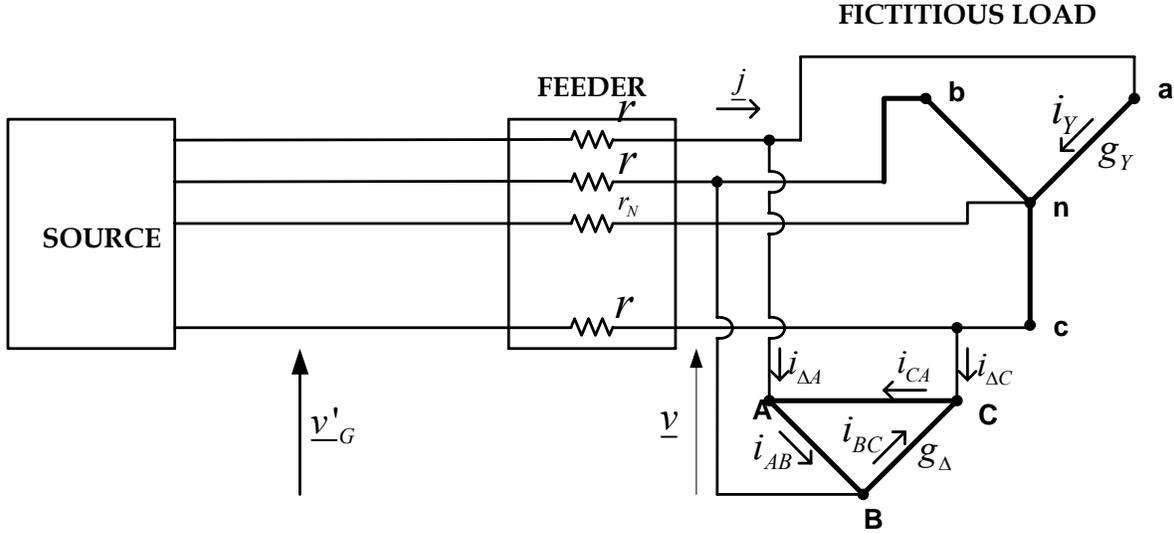


Figura 12 – carga otimizada delta - estrela

Como já mencionado  $\xi$  poderá ter um valor qualquer, de modo que, de (212):

$$g_Y = \frac{3g_\Delta}{\xi}$$

Na carga em  $\Delta$ :

$$\begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{AB} \\ i_{BC} \\ i_{CA} \end{bmatrix} = g_\Delta \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{AB} \\ v_{BC} \\ v_{CA} \end{bmatrix}$$

$$i_{AB} = g_\Delta v_{AB}$$

$$v_{AB} = v_A - v_B$$

$$i_{BC} = g_\Delta v_{BC}$$

$$v_{BC} = v_B - v_C$$

$$i_{CA} = g_\Delta v_{CA}$$

$$v_{CA} = v_C - v_A$$

$$\begin{bmatrix} v_{AB} \\ v_{BC} \\ v_{CA} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_A \\ v_B \\ v_C \end{bmatrix}$$

$$\underline{i}_\Delta = \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} = g_\Delta \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_A \\ v_B \\ v_C \end{bmatrix}$$

$$\underline{i}_\Delta = g_\Delta \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_A \\ v_B \\ v_C \end{bmatrix}$$

$$\underline{i}_\Delta = g_\Delta \left\{ \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} v_A \\ v_B \\ v_C \end{bmatrix}$$

Na notação matricial:

$$\underline{i}_\Delta = g_\Delta (3 dg \underline{1} - \underline{1}\underline{1}') \underline{v}$$

Na carga em  $Y$ :

$$\underline{i}_Y = \frac{3g_\Delta}{\xi} dg \underline{1} \underline{v}$$

Sendo:

$$\underline{j} = \underline{i}_\Delta + \underline{i}_Y$$

$$\underline{j} = g_\Delta \left[ \left( \frac{3}{\xi} + 3 \right) dg \underline{1} - \underline{1}\underline{1}' \right] \underline{v} = \underline{\underline{L}} \underline{v}$$

Onde  $\underline{\underline{L}}$  é a matriz de condutâncias da carga otimizada e pode ser dada por:

$$\underline{\underline{L}} = g_\Delta \underline{\underline{A}} \quad (216)$$

$$\underline{\underline{A}} = \left( \left( \frac{3}{\xi} + 3 \right) dg \underline{1} - \underline{1}\underline{1}' \right) \quad (217)$$

Substituindo a equação (217) em (215), resulta:

$$P = AVR \left\{ \underline{v}' \left[ \underbrace{g_\Delta \left( \left( \frac{3}{\xi} + 3 \right) dg \underline{1} - \underline{1}\underline{1}' \right)}_{\underline{\underline{L}}} \right] \underline{v} \right\}$$

De modo que:

$$P = AVR(\underline{v}' \underline{\underline{L}} \underline{v}) = g_\Delta AVR(\underline{v}' \underline{\underline{A}} \underline{v}) \quad (218)$$

Com  $P$  e  $\underline{v}$  conhecidos, a equação (218) fornece o valor de  $g_\Delta$  e conseqüentemente, o valor de  $g_Y$ .

Como a corrente  $\underline{i}$  mudou para  $\underline{j}$ , a nova perda no elo será:

$$W' = AVR(\underline{j}' R \underline{j})$$

O circuito simplificado da Fig. 13 mostra que, a partir de uma adequada injeção da corrente  $\underline{i}_k$ , a carga e o compensador de corrente são “vistos” pelo elo como uma carga conectada parte em estrela e parte em delta.

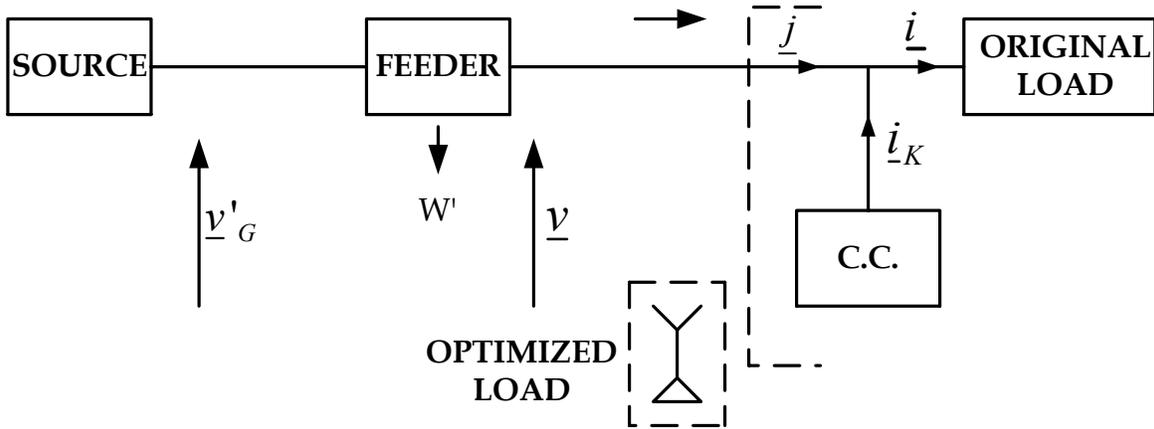


Figura 13 – circuito com compensador de corrente da carga

Onde C.C. significa “compensador de corrente”.

### B - Transformando a tensão na carga em uma tensão equivalente simétrica e senoidal

Incluindo-se um compensador de tensão junto ao compensador de corrente, obtêm-se tensões senoidais e simétricas  $\underline{v}_e$ , a saber:

$$\underline{v}_e = \sqrt{2} V_e \Im m(\dot{a} e^{j\omega t}) \quad \text{onde} \quad \dot{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^* \\ \alpha \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \alpha = e^{j120^\circ}$$

A tensão efetiva  $V_e$ , assim denominada na Norma IEEE Std 1459-2000 [4] é definida a partir da consideração da igualdade dos efeitos termoelétricos nas cargas original e otimizada, tendo ambas a mesma potência ativa consumida.

A condição de que as perdas de potência ativa no elo de transmissão sejam as mesmas do sistema original leva a definição da corrente efetiva  $I_e$ .

Além disso, o sistema hipotético, com carga otimizada, é assumido operar com tensões e correntes senoidais de seqüência positiva. Desta forma, a partir da Fig. 14, pode-se definir  $\underline{v}_e$  ou  $V_e$ , mantendo-se a condição da carga compensada absorver o mesmo valor de  $P$ .

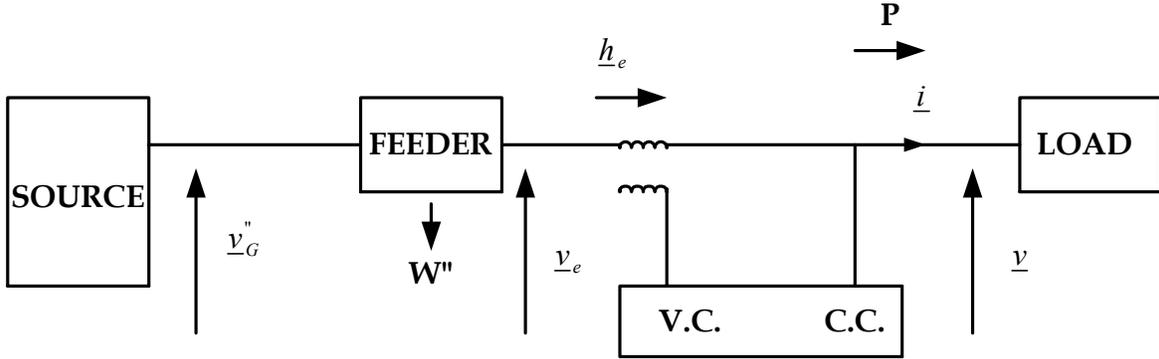


Figura 14 – circuito com compensador de corrente e de tensão

Considerando o circuito modificado da Fig. 14, a nova corrente fornecida pela fonte será:

$$\underline{h}_e = \sqrt{2} H_e \Im m(\dot{a} e^{j\omega t}) = g_\Delta \underline{A} \underline{v}_e$$

Então, a nova perda no elo será:

$$W'' = AVR(\underline{h}_e^t R \underline{h}_e)$$

E a potência ativa consumida será:

$$P = AVR(\underline{v}_e^t \underline{h}_e) = g_\Delta AVR \left[ \underline{v}_e^t \left( \left( \frac{3}{\xi} + 3 \right) dg1 - 11^t \right) \underline{v}_e \right]$$

$$P = g_\Delta \left[ AVR \left( \underline{v}_e^t \left( \frac{3}{\xi} + 3 \right) dg1 \underline{v}_e \right) - AVR(\underline{v}_e^t 11^t \underline{v}_e) \right]$$

Após algumas simplificações (ver apêndice IV), obtém-se:

$$P = 9 \left( \frac{1}{\xi} + 1 \right) g_\Delta V_e^2 \quad (219)$$

Igualando (218) e (219), vem:

$$g_{\Delta} AVR(\underline{v}^t \underline{Av}) = 9 \left( \frac{1}{\xi} + 1 \right) g_{\Delta} V_e^2$$

$$V_e^2 = \frac{\xi}{9(1+\xi)} AVR(\underline{v}^t \underline{Av})$$

$$V_e = \left[ \frac{\xi}{9(1+\xi)} AVR(\underline{v}^t \underline{Av}) \right]^{1/2} \quad (220)$$

A expressão (220) apresenta a tensão efetiva como função de  $\xi$  e da tensão na carga.

Substituindo  $\xi = 1$  na expressão (220) obtém-se:

$$V_e = \left[ \frac{1}{18} AVR(\underline{v}^t \underline{Av}) \right]^{1/2} \quad (221)$$

### C - Obtendo-se a expressão para a potência aparente adicionando uma nova carga equivalente

Na condição de carga otimizada com tensão  $\underline{v}_e$  e corrente  $\underline{h}_e$ , a perda no elo  $W''$  fica abaixo da perda original  $W$ . Esta situação permite um acréscimo de uma nova carga, chamada adicional, e, com esta inclusão, a corrente total  $\underline{h}_e$  atinge um novo valor  $\underline{i}_e$ , que eleva as perdas no elo para  $W$ . A carga adicional tem fator de potência unitário e as mesmas características da carga otimizada. A Fig. 15 ilustra esta nova situação.

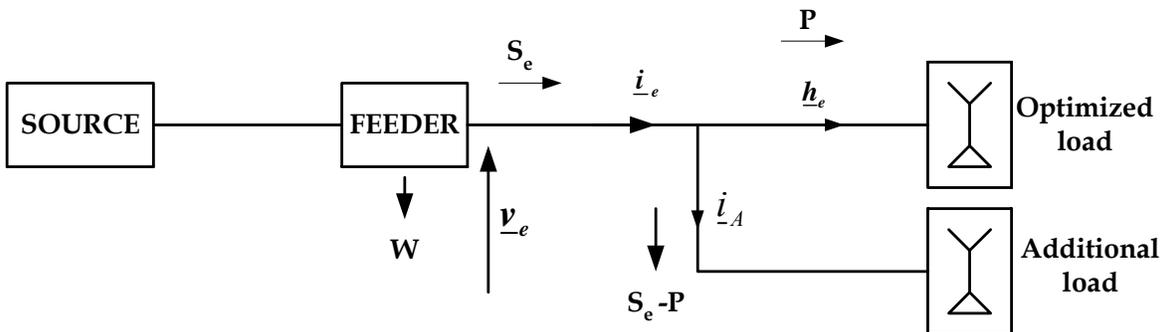


Figura 15 – circuito compensado e com carga adicional

A perda no elo, exatamente igual à perda original, é dada por:

$$W = AVR(\underline{i}'_e \underline{R} \underline{i}_e) \quad (222)$$

A composição da carga otimizada e da carga adicional leva a um valor de condutância total igual a  $g'_\Delta$ , de modo que:

$$\begin{aligned} \underline{i}_e &= g'_\Delta \underline{A} \underline{v}_e \\ \underline{i}_e &= g'_\Delta \left[ \left( \frac{3}{\xi} + 3 \right) dg \underline{1} - \underline{1} \underline{1}' \right] \underline{v}_e \end{aligned} \quad (223)$$

Nesta nova situação, a potência ativa será a máxima potência ativa a ser entregue para a carga, isto é, a potência aparente  $S_e$ , que é dada pela expressão:

$$S_e = AVR(\underline{v}'_e \underline{i}_e) = g'_\Delta AVR[\underline{v}'_e \underline{A} \underline{v}_e] \quad (224)$$

Substituindo o valor de  $\underline{i}_e$  da equação (223) e  $\underline{R}$  em (224), vem:

$$W = AVR \left[ g'_\Delta \underline{v}'_e \left( \left( \frac{3}{\xi} + 3 \right) dg \underline{1} - \underline{1} \underline{1}' \right)^t r \left( dg \underline{1} + \rho \underline{1} \underline{1}' \right) g'_\Delta \left( \left( \frac{3}{\xi} + 3 \right) dg \underline{1} - \underline{1} \underline{1}' \right) \underline{v}_e \right]$$

Após algumas passagens:

$$W = r(g'_\Delta)^2 AVR \left[ \underline{v}'_e \left( \left( \frac{3}{\xi} + 3 \right)^2 dg \underline{1} + \left( \frac{3+3\xi}{\xi} \right) \left( \frac{3\rho-\xi}{\xi} \right) \underline{1} \underline{1}' - \left( \frac{3+3\xi}{\xi} \right) \underline{1} \underline{1}' - 3 \left( \frac{3\rho-\xi}{\xi} \right) \underline{1} \underline{1}' \right) \underline{v}_e \right]$$

Para qualquer fator multiplicador k tem-se:

$$k AVR(\underline{v}'_e \underline{1} \underline{1}' \underline{v}_e) = 0$$

Logo:

$$W = r(g'_\Delta)^2 AVR \left[ \underline{v}'_e \left( \left( \frac{3+3\xi}{\xi} \right)^2 dg \underline{1} \right) \underline{v}_e \right]$$

$$W = r(g'_\Delta)^2 \left( \frac{3+3\xi}{\xi} \right)^2 3V_e^2$$

Substituindo o valor de  $V_e$  da equação (220), vem:

$$W = 3r(g'_\Delta)^2 \left( \frac{1+\xi}{\xi} \right) AVR(\underline{v}'_e \underline{A} \underline{v}_e)$$

De onde se pode extrair o valor de  $g'_\Delta$ :

$$g'_\Delta = \left[ \frac{\xi W}{3r(1+\xi)} \frac{1}{AVR(\underline{v}' \underline{A} \underline{v})} \right]^{1/2}$$

Substituindo este valor de  $g'_\Delta$  em (224), vem:

$$S_e = \left[ \frac{\xi W}{3r(1+\xi)} \frac{1}{AVR(\underline{v}' \underline{A} \underline{v})} \right]^{1/2} \frac{3(3+3\xi)}{\xi} V_e^2$$

Substituindo novamente o valor de  $V_e$  da equação (220), vem:

$$S_e = \left[ \frac{\xi W}{3r(1+\xi)} AVR(\underline{v}' \underline{A} \underline{v}) \right]^{1/2} \quad (225)$$

Originalmente:

$$W = AVR(\underline{i}' \underline{R} \underline{i}) = AVR \left[ r \underline{i}' (dg \underline{1} + \rho \underline{1} \underline{1}') \underline{i} \right]$$

$$W = r AVR(\underline{i}' \underline{B} \underline{i})$$

Substituindo em (225), resulta:

$$S_e = \left[ \frac{\xi}{3(1+\xi)} AVR(\underline{i}' \underline{B} \underline{i}) AVR(\underline{v}' \underline{A} \underline{v}) \right]^{1/2} \quad (226)$$

Lembrando que:

$$\underline{B} = dg \underline{1} + \rho \underline{1} \underline{1}' \quad (\text{elo})$$

$$\underline{A} = \left( \left( \frac{3}{\xi} + 3 \right) dg \underline{1} - \underline{1} \underline{1}' \right) \quad (\text{carga otimizada})$$

A equação (226) é a expressão geral para a potência aparente, pelo método americano, que utiliza os vetores das tensões e das correntes na carga, onde  $\underline{B}$  reflete a topologia do elo e  $\underline{A}$  é dependente da carga (dependente de  $\xi$ ).

Particularmente, para  $\xi = 1$ , a expressão (226) fica:

$$S_e = \left[ \frac{1}{6} AVR(\underline{i}' \underline{B} \underline{i}) AVR(\underline{v}' \underline{A} \underline{v}) \right]^{1/2} \quad (227)$$

É importante notar que a equação (226) é compatível com o método americano, mas pode ser usada para qualquer combinação de percentual da carga conectada em estrela e triângulo ( $\xi$ ), enquanto a Std 1459 [4] adota  $\xi=1$ . Para  $\rho=\xi=1$ , obtém-se a mesma expressão para  $S_e$  apresentada na referida norma.

A norma IEEE Std 1459-2000 apresenta a expressão (228) para a potência aparente como sendo o triplo produto de uma tensão efetiva por uma corrente efetiva, semelhante a tradicional formulação para a potência aparente em um sistema trifásico senoidal e equilibrado.

$$S_e = 3V_e I_e \quad (228)$$

Utilizando-se a expressão (228) associada às expressões (220) e (226), obtém-se a formulação para a corrente efetiva:

$$I_e = \left[ \frac{1}{3} AVR(\underline{i}' \underline{B} \underline{i}) \right]^{1/2} \quad (229)$$

### V.3.1. - POTÊNCIA APARENTE COM VALORES EFICAZES COLETIVOS DAS TENSÕES E DAS CORRENTES E SUAS COMPONENTES HOMOPOLARES – Std 1459

Através de manipulações matemáticas, as expressões para  $V_e$  (220),  $I_e$  (229) e  $S_e$  (226) podem ser obtidas usando os valores eficazes coletivos das tensões sugeridos por Buchholz [30] bem como as componentes homopolares das tensões e das correntes (apêndice VI).

$$\begin{aligned} V_e^2 &= \frac{\xi}{9(1+\xi)} AVR \left\{ \underline{v}' \left[ \left( \frac{3+3\xi}{\xi} \right) dg \underline{1} - \underline{1} \underline{1}' \right] \underline{v} \right\} \\ V_e^2 &= \frac{1}{3} AVR(\underline{v}' dg \underline{1} \underline{v}) - \frac{\xi}{9(1+\xi)} AVR(\underline{v}' \underline{1} \underline{1}' \underline{v}) \\ V_e^2 &= \frac{1}{3} V^2 - \frac{\xi}{9(1+\xi)} \sqrt{3} V_o \sqrt{3} V_o \\ V_e^2 &= \frac{1}{3} \left[ V^2 - \frac{\xi}{1+\xi} V_o^2 \right] \end{aligned} \quad (230)$$

que representa a expressão da tensão efetiva em função dos valores eficazes coletivos sugeridos por Buchholz e da componente homopolar da tensão.

Da expressão (229) para a corrente efetiva  $I_e$ , vem:

$$I_e^2 = \left\{ \frac{1}{3} AVR \left[ \underline{i}' (dg \underline{1} + \rho \underline{1} \underline{1}') \underline{i} \right] \right\}$$

$$I_e = \left[ \frac{1}{3} (I^2 + 3\rho I_o^2) \right]^{1/2} \quad (231)$$

que representa a expressão da corrente efetiva em função dos valores eficazes coletivos sugeridos por Buchholz e da componente homopolar da corrente.

Pode-se obter então, a seguinte expressão para a potência aparente:

$$S_e = [I^2 + 3\rho I_o^2]^{1/2} \left[ V^2 - \frac{\xi}{1+\xi} V_o^2 \right]^{1/2} \quad (240)$$

Novamente, para  $\xi = \rho = 1$ , esta expressão conduz à mesma equação para a potência aparente apresentada na Norma IEEE Std 1459-2000.

Da mesma forma apresentada no item V.2.1, os valores eficazes coletivos e homopolares das tensões e das correntes podem ser obtidos a partir das amostras das tensões e das correntes como mostram as equações (241) e (242) a seguir.

$$V^2 = \frac{1}{n} \sum_k \sum_i^n v_i^2 \quad I^2 = \frac{1}{n} \sum_k \sum_i^n i_i^2 \quad (241)$$

$$V_o^2 = \frac{1}{n} \sum_k \sum_i^n v_{o_i}^2 \quad I_o^2 = \frac{1}{n} \sum_k \sum_i^n i_{o_i}^2 \quad (242)$$

onde k representa as fases a, b e c; n é o número de amostras e  $v_{o_i}$  e  $i_{o_i}$  são as amostras das tensões e das correntes homopolares.

### **V.3.2. - FORMULAÇÃO PARA A POTÊNCIA APARENTE UTILIZANDO OS VALORES DAS COORDENADAS POLARES DAS TENSÕES E DAS CORRENTES**

Utilizando-se as mesmas equações do item V.2.2, chega-se às expressões para o método americano similares às expressões do método FBD.

De equação (190) do item V.2.2, obtém-se:

$$V^2 = V_{\bar{o}}^2 + V_o^2$$

Substituindo em (230):

$$V_e^2 = \frac{1}{3} \left[ V_{\bar{o}}^2 + V_o^2 - \frac{\xi}{1+\xi} V_o^2 \right]$$

$$V_e = \left[ \frac{1}{3} \left( V_{\bar{o}}^2 + \frac{V_o^2}{(1+\xi)} \right) \right]^{1/2} \quad (243)$$

Ainda, de (192):

$$I^2 = I_{\bar{o}}^2 + I_o^2$$

Substituindo em (231):

$$I_e^2 = \frac{1}{3} \left[ I_{\bar{o}}^2 + I_o^2 + 3\rho I_o^2 \right]$$

$$I_e = \left[ \frac{1}{3} \left( I_{\bar{o}}^2 + (1+3\rho) I_o^2 \right) \right]^{1/2} \quad (244)$$

$$S_e = \left[ I_{\bar{o}}^2 + (1+3\rho) I_o^2 \right]^{1/2} \left[ V_{\bar{o}}^2 + \frac{V_o^2}{(1+\xi)} \right]^{1/2} \quad (245)$$

A equação (245) é a expressão para potência aparente utilizando-se as coordenadas polares, compatível com o método americano, sem restrição quanto a distorção e/ou desequilíbrio dos sinais de tensão e de corrente.

### V.3.3. – EXPRESSÃO DA POTÊNCIA APARENTE NO DOMÍNIO DOS FASORES

De forma similar à dedução no domínio fasorial (item V.2.3), quando as tensões e correntes são senoidais, obtém-se a seguinte equação para a potência aparente  $S_e$  :

$$S_e = \left[ \frac{\xi}{3(1+\xi)} (\underline{\dot{I}}' \underline{B} \underline{\dot{I}}^*) (\underline{\dot{V}}' \underline{A} \underline{\dot{V}}^*) \right]^{1/2} \quad (246)$$

### V.3.4. – EXPRESSÃO DA POTÊNCIA APARENTE EM VALORES EFICAZES

De modo semelhante ao realizado no item V.2.4, pode-se obter uma expressão para a potência aparente  $S_e$  em função dos valores eficazes das tensões e das correntes.

Considerando  $\xi = 1$ , vem:

$$\underline{\underline{A}} = \begin{bmatrix} 5 & -1 & -1 \\ -1 & 5 & -1 \\ -1 & -1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\dot{V}}^t \underline{\underline{A}} \underline{\dot{V}}^* = \begin{bmatrix} \dot{V}_{an} & \dot{V}_{bn} & \dot{V}_{cn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & -1 & -1 \\ -1 & 5 & -1 \\ -1 & -1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_{an}^* \\ \dot{V}_{bn}^* \\ \dot{V}_{cn}^* \end{bmatrix}$$

$$\underline{\dot{V}}^t \underline{\underline{A}} \underline{\dot{V}}^* = 5|\dot{V}_{an}|^2 + 5|\dot{V}_{bn}|^2 + 5|\dot{V}_{cn}|^2 - \dot{V}_{an}^* \dot{V}_{bn} - \dot{V}_{an}^* \dot{V}_{cn} - \dot{V}_{an} \dot{V}_{bn}^* - \dot{V}_{an} \dot{V}_{cn}^* - \dot{V}_{bn} \dot{V}_{cn}^* - \dot{V}_{bn} \dot{V}_{an}^*$$

Sendo:

$$\dot{V}_{an} = |\dot{V}_{an}| e^{j\alpha} \quad \text{e} \quad \dot{V}_{bn} = |\dot{V}_{bn}| e^{j\beta}$$

Conclui-se que:

$$|\dot{V}_{an}|^2 - \dot{V}_{an} \dot{V}_{bn}^* - \dot{V}_{an}^* \dot{V}_{bn} + |\dot{V}_{bn}|^2 = |\dot{V}_{ab}|^2$$

O que leva a:

$$\underline{\dot{V}}^t \underline{\underline{A}} \underline{\dot{V}}^* = 3\left(|\dot{V}_{an}|^2 + |\dot{V}_{bn}|^2 + |\dot{V}_{cn}|^2\right) + |\dot{V}_{ab}|^2 + |\dot{V}_{bc}|^2 + |\dot{V}_{ca}|^2$$

Da equação (221):

$$V_e = \left[ \frac{1}{18} \underline{\dot{V}}^t \underline{\underline{A}} \underline{\dot{V}}^* \right]^{1/2}$$

$$V_e = \left[ \frac{1}{18} \left[ 3\left(|\dot{V}_{an}|^2 + |\dot{V}_{bn}|^2 + |\dot{V}_{cn}|^2\right) + |\dot{V}_{ab}|^2 + |\dot{V}_{bc}|^2 + |\dot{V}_{ca}|^2 \right] \right]^{1/2} \quad (247)$$

Do item V.2.4, tem-se:

$$\underline{\dot{I}}^t \underline{\underline{B}} \underline{\dot{I}}^* = |\dot{I}_a|^2 + |\dot{I}_b|^2 + |\dot{I}_c|^2 + |\dot{I}_n|^2$$

$$I_e = \left[ \frac{1}{3} \underline{\dot{I}}' \underline{B} \underline{\dot{I}}^* \right]^{1/2}$$

$$I_e = \left[ \frac{1}{3} \left( |\dot{I}_a|^2 + |\dot{I}_b|^2 + |\dot{I}_c|^2 + |\dot{I}_n|^2 \right) \right]^{1/2} \quad (248)$$

$$S_e = 3V_e I_e$$

$$S_e = \left\{ \frac{1}{6} \left[ 3 \left( |\dot{V}_{an}|^2 + |\dot{V}_{bn}|^2 + |\dot{V}_{cn}|^2 \right) + |\dot{V}_{ab}| + |\dot{V}_{bc}| + |\dot{V}_{ca}| \right] \right\}^{1/2} \left[ |\dot{I}_a|^2 + |\dot{I}_b|^2 + |\dot{I}_c|^2 + |\dot{I}_n|^2 \right]^{1/2} \quad (249)$$

Para um  $\xi$  qualquer e um  $\rho$  qualquer,  $S_e$  será:

$$S_e = \left\{ \frac{1}{3(1+\xi)} \left[ 3 \left( |\dot{V}_{an}|^2 + |\dot{V}_{bn}|^2 + |\dot{V}_{cn}|^2 \right) + |\dot{V}_{ab}| + |\dot{V}_{bc}| + |\dot{V}_{ca}| \right] \right\}^{1/2} \left[ |\dot{I}_a|^2 + |\dot{I}_b|^2 + |\dot{I}_c|^2 + \rho |\dot{I}_n|^2 \right]^{1/2} \quad (250)$$

Equação esta idêntica à equação (105).

### V.3.5. – COMPARAÇÃO ENTRE AS FORMULAÇÕES PELO MÉTODO FBD E PELO MÉTODO AMERICANO

Comparando-se as expressões (182) e (195) do método FBD com as expressões (240) e (245) do método americano, pode-se concluir que os valores para as potências aparentes coincidem quando  $\xi = 3\rho$ .

Sendo:

$$\xi = \frac{P_\Delta}{P_Y} = \frac{3R_Y}{R_\Delta} \quad \text{e} \quad \rho = \frac{r_n}{r}$$

Assim,  $S_{FBD} = S_e$  quando:

$$\frac{R_Y}{R_\Delta} = \frac{r_n}{r} \quad (251)$$

Isto é, as potências são exatamente iguais quando há igualdade entre a razão entre as resistências equivalentes da carga otimizada e a razão entre a resistência do neutro e das fases.

#### V.4. - MÉTODO DA POTÊNCIA APARENTE DO SISTEMA COM NEUTRO ( $S_{sn}$ )

Este método é uma das mais importantes contribuições dessa tese de doutorado pois representa uma inovação às metodologias de cálculo da potência aparente em sistemas elétricos não ideais. Ele foi desenvolvido no domínio do tempo, utilizando-se as amostras das tensões e das correntes. Essas amostras são integralizadas em janelas de medição de forma a se obter valores coletivos para as tensões e para as correntes, valores estes que irão constituir, através da formulação desenvolvida, a potência aparente. Utiliza-se, assim como nas duas deduções anteriores, os tratamentos matricial, rms coletivos e coordenadas polares.

Segundo Buchholz [30], um circuito trifásico, com tensões e correntes desequilibradas, pode ser representado por um circuito equivalente com tensões e correntes equilibradas que permitam o mesmo fluxo de potência. Daí surgiu a idéia adotada na norma 1459.

Este item apresenta uma nova proposição de definição de potência aparente, baseada nas idéias de Buchholz quanto ao circuito elétrico e na idéia de Depenbrock quanto à utilização da corrente de neutro no cômputo da corrente equivalente. Utiliza ainda a idéia da potência aparente do sistema, incluindo-se a corrente de neutro. Trata-se de uma proposta simples, porém apresenta algumas vantagens sobre as propostas até aqui apresentadas. Como comentado no histórico apresentado no item I.1, a colocação de Karapetoff quanto à simplicidade e facilidade de entendimento das definições pode realmente ser relevante para a difusão e utilização de um novo conceito. Assim, o conceito da potência aparente do sistema com neutro tem as seguintes vantagens:

- Trabalha apenas com as tensões entre fase e neutro ( $V_a, V_b$  e  $V_c$ ).
- A carga equivalente é simplesmente uma carga resistiva ligada em estrela.
- Para um sistema trifásico a três condutores, os valores são exatamente iguais as demais propostas.
- Os valores da potência aparente são sempre muito próximos dos valores das demais teorias, como será demonstrado nos capítulos posteriores.

Na seqüência será apresentado o desenvolvimento do equacionamento para esta proposta.

O circuito original é o mesmo circuito base da Fig. 11, com tensões referidas ao neutro, que é comparado a um circuito fictício, senoidal e equilibrado, com tensão equivalente  $V_e$  e corrente  $I_e$ , suprimindo carga balanceada e resistiva. A carga fictícia deve consumir a mesma potência ativa da carga original e o circuito deve apresentar as mesmas perdas na transmissão (elo). A tensão de alimentação da carga fictícia, como na 1459, é senoidal e simétrica.

A potência ativa absorvida pela carga é:

$$P = AVR(\underline{v}' \underline{i}) \quad (252)$$

Sujeito a:

$$W = AVR(\underline{i}' \underline{R} \underline{i}) \quad (253)$$

Onde  $\underline{R}$  é sempre a mesma matriz de perdas do elo.

A carga fictícia será:

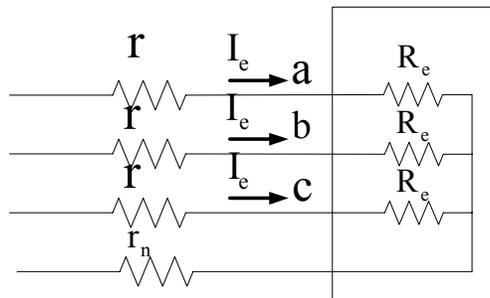


Figura 16 – carga equivalente

E o circuito compensado:

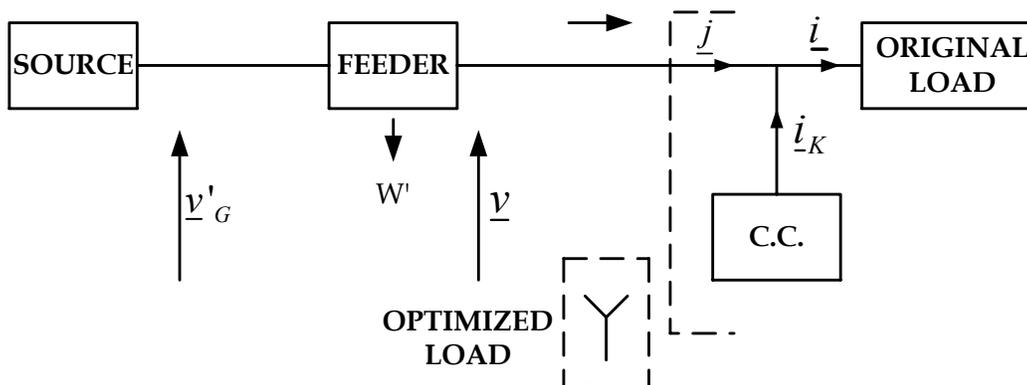


Figura 17 – circuito com compensador de corrente da carga

A nova corrente será  $\underline{j}$  de modo que:

$$P = AVR(\underline{v}' \underline{j}) \quad (254)$$

Denominando  $g_e = \frac{1}{R_e}$ , a condutância equivalente, vem:

$$\underline{j} = g_e d g 1 \underline{v}$$

De modo que:

$$P = g_e AVR(\underline{v}' \underline{v}) \quad (255)$$

Com  $P$  e  $\underline{v}$  conhecidos, a equação (255) fornece o valor de  $g_e$ .

Como a corrente  $\underline{i}$  mudou para  $\underline{j}$ , a nova perda no elo será:

$$W' = AVR(\underline{j}' \underline{R} \underline{j})$$

O circuito simplificado da Fig. 17 mostra que, a partir de uma adequada injeção de corrente  $\underline{i}_k$ , a carga e o compensador de corrente são “vistos” pelo elo como uma carga conectada em estrela.

Incluindo-se um compensador de tensão junto ao compensador de corrente (Fig. 18), obtém-se tensões senoidais e simétricas  $\underline{v}_e$ , a saber:

$$\underline{v}_e = \sqrt{2} V e \Im m(\dot{a} e^{j\omega t}) \quad \text{onde} \quad \dot{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^* \\ \alpha \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \alpha = e^{j120^\circ}$$

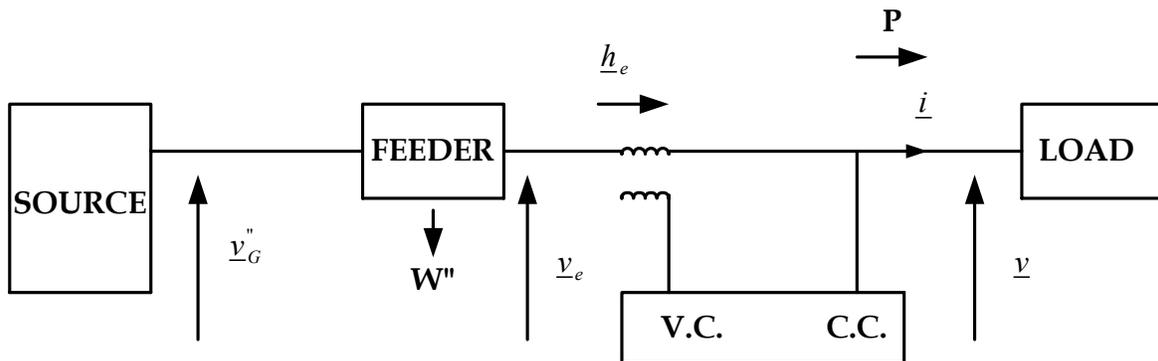


Figura 18 – circuito com compensador de corrente e de tensão

A tensão efetiva  $V_e$ , é definida a partir da consideração da igualdade dos efeitos termoelétricos nas cargas original e otimizada, tendo ambas a mesma potência ativa consumida.

A condição de que as perdas de potência ativa no elo de transmissão sejam as mesmas do sistema original leva a definição da corrente efetiva  $I_e$ .

Desta forma, a partir da Fig. 18, pode-se definir  $\underline{v}_e$  ou  $V_e$ , mantendo-se a condição da carga compensada absorver o mesmo valor de  $P$ .

Considerando o circuito modificado da Fig. 18, a nova corrente fornecida pela fonte será:

$$\underline{h}_e = \sqrt{2} H_e \Im m(\dot{a} e^{j\omega t}) = g_e \underline{v}_e$$

Então, a nova perda no elo será:

$$W'' = AVR(\underline{h}_e^t \underline{R} \underline{h}_e)$$

E a potência ativa consumida será:

$$P = AVR(\underline{v}_e^t \underline{h}_e) = g_e AVR[\underline{v}_e^t \underline{v}_e] = 3g_e V_e^2 \quad (256)$$

Igualando (355) e (356), vem:

$$g_e AVR(\underline{v}_e^t \underline{v}_e) = 3g_e V_e^2$$

$$V_e = \left[ \frac{1}{3} AVR(\underline{v}_e^t \underline{v}_e) \right]^{1/2} \quad (257)$$

Na condição de carga otimizada com tensão  $\underline{v}_e$  e corrente  $\underline{h}_e$ , a perda no elo  $W''$  fica abaixo da perda original  $W$ . Esta situação permite um acréscimo de uma nova carga, chamada adicional, e, com esta inclusão, a corrente total  $\underline{h}_e$  atinge um novo valor  $\underline{i}_e$ , que eleva as perdas no elo para  $W$ . A carga adicional tem fator de potência unitário e as mesmas características da carga otimizada. A Fig. 19 ilustra esta nova situação.

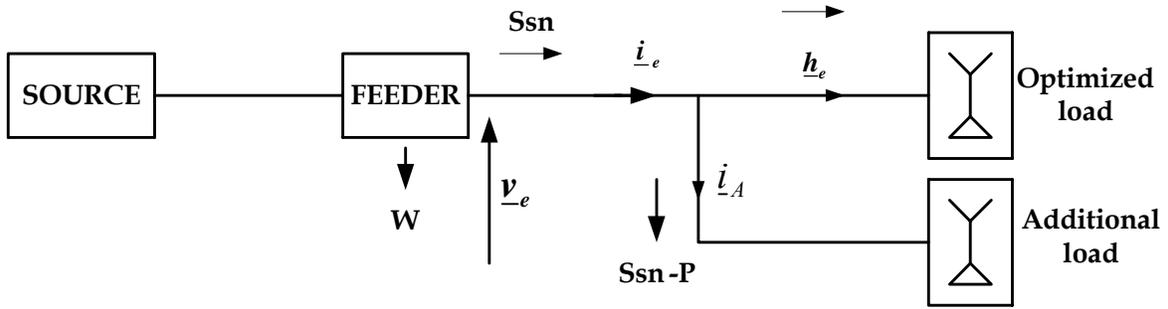


Figura 19 – circuito compensado e com carga adicional

A perda no elo, exatamente igual à perda original, é dada por:

$$W = AVR(\underline{i}_e' \underline{R} \underline{i}_e) \quad (258)$$

A composição da carga otimizada e da carga adicional leva a um valor de condutância total igual a  $g_e'$ .

$$\underline{i}_e = g_e' \underline{v}_e$$

Nesta nova situação, a potência ativa será a máxima potência ativa a ser entregue para a carga, isto é, a potência aparente  $S_{sn}$ , que é dada pela expressão:

$$S_{sn} = AVR(\underline{v}_e' \underline{i}_e) = g_e' AVR[\underline{v}_e' \underline{v}_e] = 3g_e' V_e^2 \quad (259)$$

Substituindo o valor de  $\underline{i}_e$  e  $\underline{R}$  em (258), vem:

$$W = AVR\left[g_e' \underline{v}_e' r (dg \underline{1} + \rho \underline{1} \underline{1}') g_e' \underline{v}_e\right]$$

$$W = 3r (g_e')^2 V_e^2$$

Substituindo o valor de  $V_e$  da equação (257), vem:

$$W = r (g_e')^2 AVR(\underline{v}' \underline{v})$$

Podendo-se extrair o valor de  $g_e'$ :

$$g_e' = \left[ \frac{W}{r(AVR(\underline{v}' \underline{v}))} \right]^{1/2}$$

Substituindo este valor de  $g_e'$  e (257) em (259), vem:

$$S_{sn} = 3 \left[ \frac{W}{r \text{AVR}(\underline{v}^t \underline{v})} \right]^{1/2} \frac{1}{3} \text{AVR}(\underline{v}^t \underline{v})$$

$$S_{sn} = \left[ \frac{W \text{AVR}(\underline{v}^t \underline{v})}{r} \right]^{1/2} \quad (260)$$

Originalmente:

$$W = r \text{AVR} \left[ \underline{i}^t \underline{B} \underline{i} \right]$$

Substituindo em (260):

$$S_{sn} = \left[ \text{AVR}(\underline{i}^t \underline{B} \underline{i}) \text{AVR}(\underline{v}^t \underline{v}) \right]^{1/2} \quad (261)$$

A equação (261) é a expressão geral para a potência aparente do sistema com neutro que utiliza os vetores das tensões e das correntes na carga, onde  $\underline{B}$  reflete a topologia do elo, isto é, ela é apenas dependente do parâmetro  $\rho$ .

Como na norma IEEE Std 1459-2000, a potência aparente do sistema com neutro pode ser dada pela expressão (262) como sendo o triplo produto de uma tensão efetiva por uma corrente efetiva, semelhante a tradicional formulação para a potência aparente em um sistema trifásico senoidal e equilibrado.

$$S_{Sn} = 3V_e I_e \quad (262)$$

Pode-se considerar que a potência aparente do sistema com neutro é um caso particular da potência aparente pelo método americano, porém a idéia de sua proposição é que seja mais uma opção de discussão em torno da teoria das potências. Como já comentado, ela apresenta uma simplicidade maior e por isso tem mais facilidade de ser aceita. Como se poderá observar mais a frente através de exemplos numéricos, simulações e medições realizadas em campo, para os sistemas práticos, as três potências apresentam valores bastante próximos, na maioria dos casos. O apêndice VIII apresenta comparação entre os três métodos no caso de um sistema totalmente equilibrado e senoidal, mostrando que as três definições levam aos mesmos valores para a potência aparente. É o que se espera de uma teoria que considera os sinais assimétricos e distorcidos, isto é, os casos mais simples devem ser casos particulares de uma teoria mais geral.

#### V.4.1. – POTÊNCIA APARENTE $S_{sn}$ EM VALORES RMS COLETIVOS E EM COORDENADAS POLARES

Através de dedução semelhante à utilizada nos métodos anteriores, pode-se obter as seguintes expressões para a potência aparente  $S_{sn}$  :

Valores rms coletivos:

$$V_e^2 = \frac{1}{3} [V^2] \quad (263)$$

$$I_e^2 = \frac{1}{3} [I^2 + 3\rho I_o^2] \quad (264)$$

$$S_{sn} = V [I^2 + 3\rho I_o^2]^{1/2} \quad (265)$$

Em componentes polares:

$$S_{sn} = [V_o^2 + V_o^2]^{1/2} [I_o^2 + (1 + 3\rho) I_o^2]^{1/2} \quad (266)$$

#### V.4.2. – POTÊNCIA APARENTE $S_{sn}$ PARA O CASO SENOIDAL

Para o caso dos sinais serem senoidais, pode-se escrever:

Em fasores:

$$S_{sn} = (\underline{\dot{I}}^t \underline{B} \underline{\dot{I}}^*)^{1/2} (\underline{\dot{V}}^t \underline{\dot{V}}^*)^{1/2} \quad (267)$$

Em valores eficazes das tensões e das correntes:

$$V_e = \left[ \frac{|\dot{V}_{an}|^2 + |\dot{V}_{bn}|^2 + |\dot{V}_{cn}|^2}{3} \right]^{1/2} \quad (268)$$

$$I_e = \left[ \frac{1}{3} (|\dot{I}_a|^2 + |\dot{I}_b|^2 + |\dot{I}_c|^2 + \rho |\dot{I}_n|^2) \right]^{1/2} \quad (269)$$

$$S_{sn} = [|\dot{V}_{an}|^2 + |\dot{V}_{bn}|^2 + |\dot{V}_{cn}|^2]^{1/2} [|\dot{I}_a|^2 + |\dot{I}_b|^2 + |\dot{I}_c|^2 + \rho |\dot{I}_n|^2]^{1/2} \quad (270)$$

Em componentes simétricas:

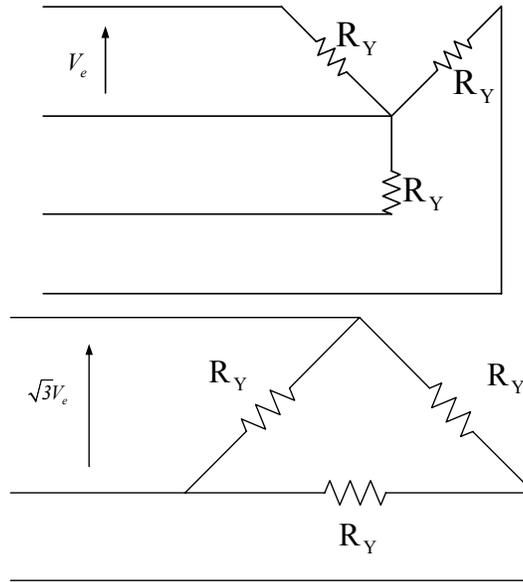
$$S_{sn} = 3 [ |V^+|^2 + |V^-|^2 + |V^0|^2 ]^{1/2} [ |\dot{I}^+|^2 + |\dot{I}^-|^2 + (1 + 3\rho) |\dot{I}^0|^2 ]^{1/2} \quad (271)$$

### V.4.3. – SISTEMA TRIFÁSICO A TRÊS CONDUTORES

Do mesmo modo que nas definições anteriores, este item detalha a dedução para o sistema a três condutores para o caso senoidal. A carga fictícia com três resistências iguais ligadas em estrela pode ser transformada em uma carga ligada em delta, sendo que assim ter-se-á:

$$R_{\Delta} = 3R_Y$$

As tensões sobre as resistências ligadas em delta serão as tensões de linha, isto é:



Comparando-se as potências ativas absorvidas pelas cargas nos sistemas original e fictício, tem-se:

$$\frac{|\dot{V}_{ab}|^2 + |\dot{V}_{bc}|^2 + |\dot{V}_{ca}|^2}{3R} = \frac{3V_e^2}{R}$$

De modo que:

$$V_e = \sqrt{\frac{|\dot{V}_{ab}|^2 + |\dot{V}_{bc}|^2 + |\dot{V}_{ca}|^2}{9}} = \sqrt{|\dot{V}^+|^2 + |\dot{V}^-|^2} \quad (272)$$

A corrente efetiva tem a mesma expressão, porém sem a corrente de neutro:

$$I_e = \sqrt{\frac{|\dot{I}_a|^2 + |\dot{I}_b|^2 + |\dot{I}_c|^2}{3}} = \sqrt{|\dot{I}^+|^2 + |\dot{I}^-|^2} \quad (273)$$

Assim a potência aparente do sistema com neutro será dada por:

$$S_{sn} = \sqrt{\frac{|\dot{V}_{ab}|^2 + |\dot{V}_{bc}|^2 + |\dot{V}_{ca}|^2}{3}} \sqrt{|\dot{I}_a|^2 + |\dot{I}_b|^2 + |\dot{I}_c|^2} \quad (274)$$

Expressão idêntica aos casos da teoria FBD e teoria IEEE para o caso de sistema a três condutores, isto é, neste caso:

$$S_{1459} = S_{FBD} = S_{sn}$$

## V.5. – CONSIDERAÇÕES SOBRE MEDIÇÃO

Uma questão que merece um aprofundamento é a metodologia de medição das grandezas elétricas aqui apresentadas, bem como da medição da energia elétrica associada a essas grandezas. Para que os resultados obtidos sejam confiáveis, a medição das amostras das tensões e das correntes deve ocorrer através de uma adequada frequência de amostragem ( $f_a$ ) e de uma adequada resolução. É necessário que pelo menos se atenda ao critério de Nyquist que determina que a frequência de amostragem deva ser no mínimo o dobro da máxima frequência contida nos sinais a serem medidos. Na prática se procede de forma mais conservadora.

Como exemplo, citam-se as frequências de amostragem de alguns medidores digitais de energia de uso comercial:

- ION 8300 e 8400 –  $f_a = 7.680$  amostras por segundo correspondendo a 128 amostras por ciclo em 60 Hz. Abrange sinais até a 64ª componente harmônica.
- ION 8500 –  $f_a = 15.360$  amostras por segundo correspondendo a 256 amostras por ciclo em 60 Hz. Abrange sinais até a 128ª componente harmônica.
- MARH-21 993 da RMS -  $f_a = 3.840$  amostras por segundo correspondendo a 64 amostras por ciclo em 60 Hz, para medição nas três fases (32ª componente harmônica) e 7.680 amostras por segundo correspondendo a 128 amostras por ciclo em 60 Hz (64ª componente harmônica).
- SAGA 1000 -  $f_a = 3.840$  amostras por ciclo correspondendo a 64 amostras por ciclo em 60 Hz.

Para medidas elétricas de uma maneira geral, trabalha-se com 32, 64, 128 ou 256 pontos amostrados por período e sistemas de calibração utilizam maiores quantidades de amostras por ciclos, tipicamente 1024 amostras por período.

A digitalização dos sinais elétricos nos instrumentos de medida é realizada por conversores A/D (analógico/digital) que transformam os sinais analógicos momentâneos em uma palavra digital, tipicamente entre 8 e 32 bits, usualmente 12 ou 16 bits. O número de bits que o conversor A/D usa para representar um sinal analógico é chamado de resolução, a qual determina a sensibilidade do conversor em detectar pequenas variações de amplitude do sinal amostrado. Assim, por exemplo, para uma faixa dinâmica estipulada em  $\pm 10$  Volts e uma resolução de 12 bits, o conversor distingue variações acima de 4,883 mV no sinal amostrado. Para 16 bits, distingue 305  $\mu$  V.

Considerando que os medidores digitais, com o contínuo desenvolvimento de técnicas apuradas, já trabalham com adequadas frequências de amostragem e resolução, pode-se sugerir uma metodologia de medição para cômputo e armazenamento dos valores das grandezas elétricas.

Como sugerido pelo Módulo 8 do PRODIST, [34], os valores eficazes coletivos das grandezas devem ser calculados a partir das amostras coletadas em janelas sucessivas. Cada janela poderá compreender uma seqüência de doze ciclos (0,2 segundo) ou quinze ciclos (0,25 segundo). Estes valores resultarão nos valores das diversas potências e suas respectivas energias acumuladas.

O tamanho da janela de dados a ser adotado dependerá basicamente da capacidade de processamento dos medidores comerciais, que deverão ser normalizados. Dependerá também do objetivo do medidor e/ou registrador, isto é, se ele foi concebido apenas para medição de energias ou também para registro de eventos de qualidade da energia elétrica. Por exemplo, o medidor/registrator MARH-21 993 da RMS Indústria de Equipamentos Eletrônicos Ltda utiliza um intervalo de registro de 1 minuto. Para cada minuto os valores de cada grandeza (integralizadas continuamente em janelas de integração de  $\frac{1}{2}$  ciclo) serão transformadas em um único valor que representa a média rms da respectiva grandeza no intervalo de 1 minuto.

Para efeito de cobrança da demanda medida, utilizando-se a potência aparente no lugar da potência ativa, pode-se trabalhar, por exemplo, com o mesmo intervalo de 15 minutos, durante o período de faturamento, expressa em KVA. O objetivo no momento é chegar a um consenso quanto ao equacionamento para se contabilizar a potência aparente, bem como as suas parcelas que considera o desequilíbrio e a distorção. Após isso, definir-

se-á quais os percentuais ou parcelas serão cobrados dos clientes, visando incentivá-lo a mitigar os distúrbios da qualidade da energia elétrica.

## **V.6. – CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Entende-se que, apesar de já haver muitas teorias sobre a potência aparente, não é inconveniente colocar esta teoria da potência  $S_{sn}$  pois a mesma se mostra realista e adequada, considerando os fenômenos da distorção e do desequilíbrio, computando a corrente de neutro. Os valores encontrados por essa formulação são muito próximos dos valores encontrados pelas duas metodologias apresentadas, consideradas as mais completas pela comunidade científica. Além disso, essa nova proposição é mais simples e assimilável que as demais.

Os modernos medidores de energia, com protocolos de medição abertos, podem facilmente ser adaptados para estas formulações de energia, com adequadas janelas de medição para cálculo das grandezas de interesse.

## VI. – ESQUEMAS DE COMPENSAÇÃO

O objetivo deste capítulo é analisar a possibilidade de um cliente vir a ser cobrado pela sua potência aparente ao invés da potência ativa por ele consumida. Desta forma, o retorno do investimento para a concessionária seria maior. Serão apresentadas situações de compensação, através de exemplos numéricos onde a carga original é substituída por uma carga otimizada.

Não é objetivo deste trabalho o aprofundamento nas técnicas de compensação estudadas atualmente [23, 24, 35, 36], porém, tanto no método FBD como no método da Std. 1459 como também no método proposto da potência aparente do sistema com neutro, há a necessidade de compensações da corrente na carga e ajustes da tensão por parte da concessionária [20].

A princípio, quanto menor for  $P$  em relação a  $S$ , maior o investimento necessário por unidade de potência consumida. Assim, não seria justo aplicar a mesma tarifa a dois clientes que consomem igual potência  $P$  mas cujas potências aparentes são distintas. Talvez, cada cliente deva pagar em função de  $S$  e não de  $P$ .

O argumento para proceder desta forma baseia-se no fato de que a empresa aproveitaria melhor seu investimento se pudesse substituir o cliente por outro cuja carga fosse ótima. Mas, para que o argumento seja convincente, deve-se mostrar que esta substituição é possível conservando todas as características de fornecimento que prevaleciam antes. Em outras palavras, reproduzir o cenário original e mudando apenas o valor da potência  $P$  para  $S$ . Se esta reprodução não for viável, dificilmente o consumidor admitirá que esse pagamento é justo.

### VI.1. - O PROBLEMA DA FONTE

Ao substituir a carga original pela carga ótima, a corrente original  $\underline{I}$  muda para  $\underline{J}$  e conseqüentemente a queda no elo se altera. Isto requer alguma modificação na fonte, que dependerá das suas características [14]. Na prática, o que aqui é chamado de fonte

representa a rede de distribuição à montante do sistema, assim como da rede básica que supre a distribuidora.

Fica difícil imaginar quais recursos de controle deveriam ser usados para conseguir manter  $\underline{V}$  no método FBD ou obter uma tensão senoidal e simétrica no método americano, sem afetar as outras cargas conectadas às redes mencionadas.

De fato, ao associar  $S$  apenas ao elo e a carga, pretendia-se uma otimização restrita a esse minúsculo sistema. Caso contrário,  $S$  deveria depender, em tese, das redes e cargas que se encontram além da fronteira demarcada.

No intuito de evitar semelhante complicação, assumir-se-á que a fonte tenha capacidade de ajustar a tensão e para efeito de exemplo, será considerada a presença de um transformador ideal após a fonte, que proverá o ajuste necessário.

## **VI.2. - COMPENSAÇÃO E COMPENSADORES**

Às circunstâncias relatadas na seção anterior une-se uma outra questão que se refere à carga original. É óbvio que esta carga, ainda que diste de ser ótima, desempenha algum tipo de função útil para o seu proprietário. Portanto, a solução não é apenas colocar uma nova carga, mas em adaptá-la no intuito dela comportar-se como ótima.

Isto pode ser feito mediante um compensador de corrente. Ora, a idéia de compensar a carga sugere um procedimento semelhante no intuito de resolver o problema das tensões.

Em seguida serão apresentados os fundamentos da compensação de tensão e corrente por meio de circuitos ativos, visando sua aplicação nos problemas mencionados.

No estágio atual de desenvolvimento da eletrônica de potência, estão disponíveis tecnologias capazes de implementar estratégias de compensação com alto grau de flexibilidade.

A compensação pode ser aplicada tanto à corrente quanto à tensão, e o princípio aplicado em cada caso é mostrado na Fig. 20.

A corrente de compensação é controlada pelas duas fontes de tensão aplicadas à indutância  $L$  segundo a situação das chaves  $K$  ( $K$ , Variável Booleana;  $\bar{K}$  = complemento de  $K$ ).

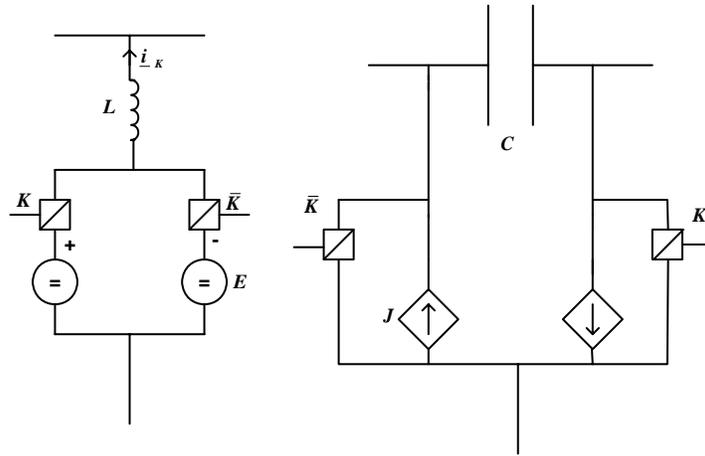


Figura 20 - Esquema de compensação de corrente e de tensão

A tensão aplicada sobre o terminal inferior da indutância será:

$$\underline{e} = KE - \bar{K}E \quad (275)$$

E a corrente de compensação:

$$\underline{i}_k = L^{-1} \int \underline{e} dt \quad (276)$$

No caso dual da tensão, a corrente injetada no capacitor C será:

$$\underline{j} = KJ - \bar{K}J \quad (277)$$

E a tensão de compensação:

$$\underline{v}_k = C^{-1} \int \underline{j} dt \quad (278)$$

O controle é implementado através da condução de uma ou outra das chaves, efetuada mediante um comparador entre a variável de compensação real e o valor desejado. O resultado é mostrado na Fig. 21.

Combinando ambas as compensações pode-se simular um transformador ideal, conforme figura 22, cujas equações são:

$$\underline{v} = \underline{\dot{T}} \underline{e} \quad \underline{i} = \underline{\dot{T}} \underline{j} \quad (279)$$

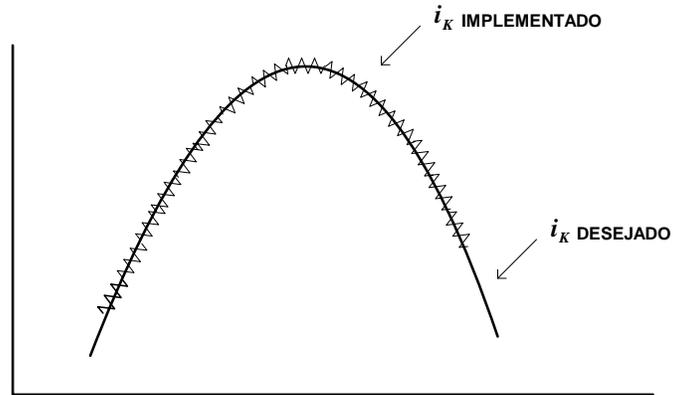


Figura 21 - Forma de onda resultante da compensação

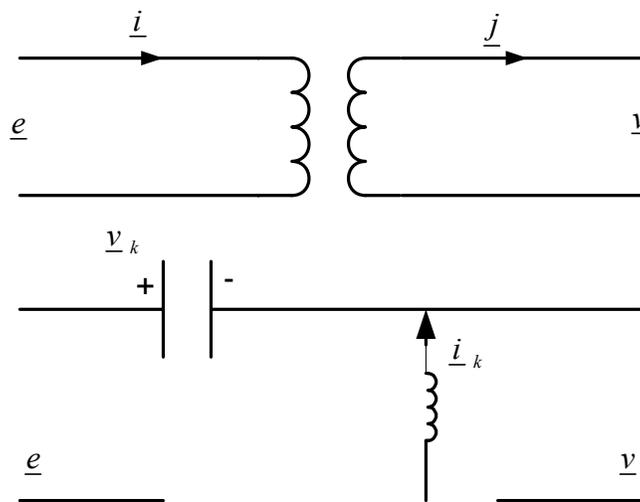


Figura 22 - Transformador ideal

Sendo:

$$\underline{i}_k = (dg\underline{1} - \underline{\dot{T}}) \underline{j} \quad \underline{v}_k = (\underline{\dot{T}} - dg\underline{1}) \underline{e} \quad (280)$$

Onde:

$\underline{1}$  é o vetor coluna  $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$  e  $dg\underline{1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  é a matriz unitária e  $\underline{\dot{T}}$  é a matriz transformação

do transformador ideal.

Os produtos matriciais são simulados através de convenientes amplificadores operacionais a partir da medição de  $\underline{e}$  e  $\underline{j}$  ao longo do tempo.

### VI.3. – COMPENSAÇÃO NO MÉTODO FBD

No método FBD, as tensões na carga são consideradas fixas enquanto as correntes nas fases e no neutro são ajustadas para novos valores que devem ter formas de ondas perfeitamente proporcionais a um conjunto de tensões entre os condutores e o VSP. Assim, a carga compensada é equivalente a quatro resistências iguais, conectadas em estrela ao VSP, formando a chamada carga garfo (*fork*) como mostrado na Fig. 23.

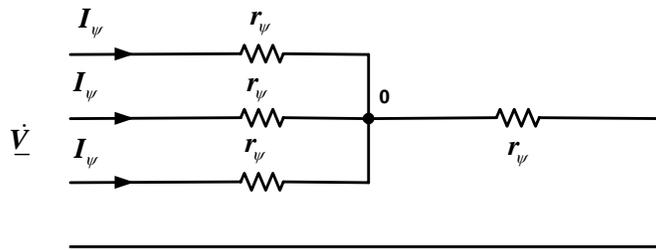


Figura 23 – carga garfo

As Fig. 24, 25 e 26 ilustram as situações inicial, intermediária e final do sistema base, com a carga compensada e o sistema fornecendo a máxima potência ativa, isto é, a potência aparente.

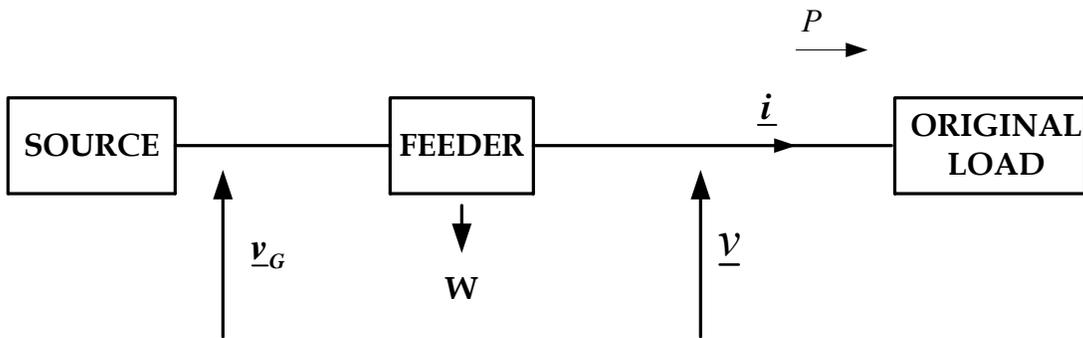


Figura 24 – situação original

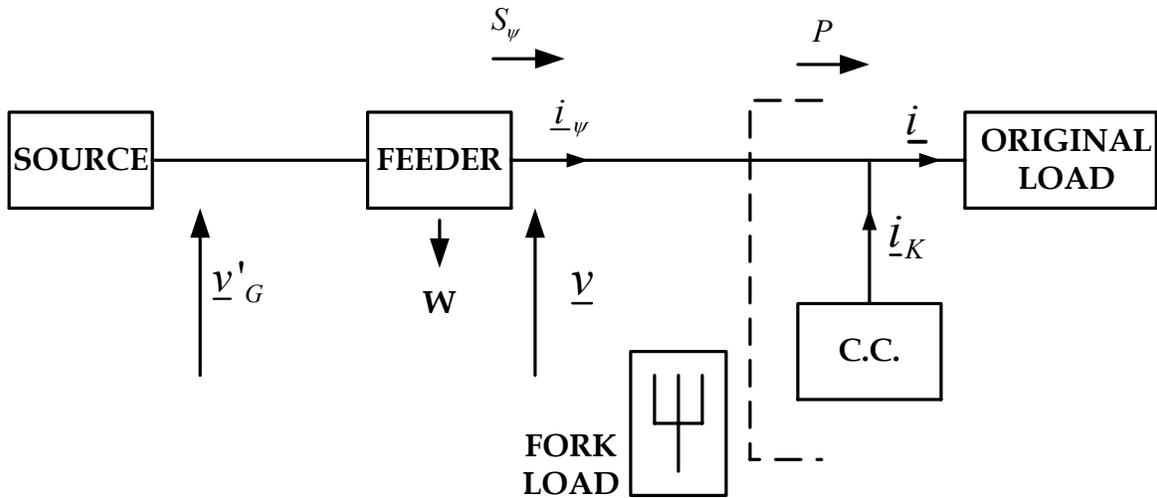


Figura 25 – estágio intermediário

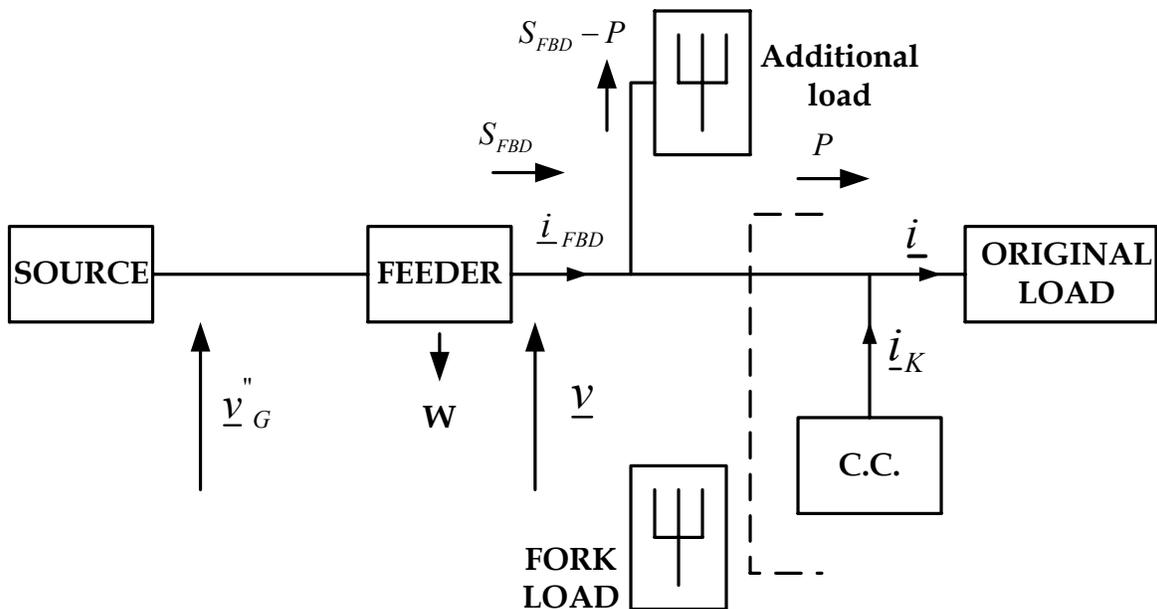


Figura 26 – carga compensada

Observa-se que, entre a situação original e a situação final, são mantidas a potência  $P$  consumida pela carga, as tensões  $\underline{v}$  e as perdas  $W$  no elo. A carga original e o compensador de corrente são “vistos” pelo sistema como uma “carga garfo”. Uma nova carga garfo, resistiva, é adicionada de modo a atingir as mesmas perdas originais e assim, a nova potência fornecida pelo sistema, após o elo, passa a ser a potência de FBD. O exemplo

que será apresentado a seguir detalha a compensação através da substituição da carga original por uma carga otimizada, utilizando-se compensadores [37].

### VI.3.1. - EXEMPLO ILUSTRATIVO DE COMPENSAÇÃO FBD

Uma fonte de tensão senoidal transfere potência para uma carga através de um elo, conforme figura 27. O elo é composto de três condutores de fase e um condutor neutro, todos com a mesma resistência  $r = 1$ . A carga é resistiva e desequilibrada.

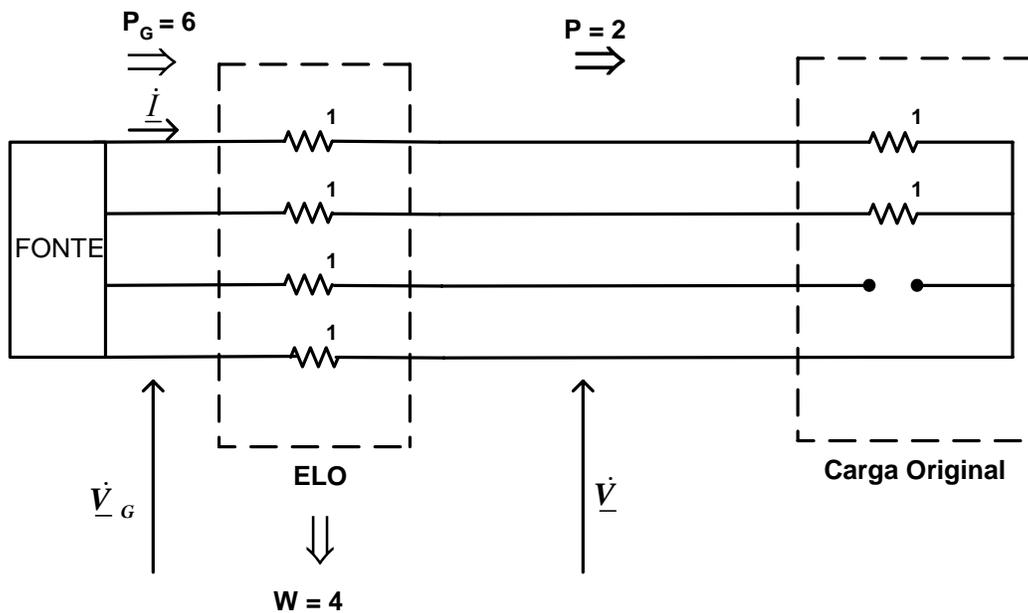


Figura 27 - Situação original

As setas  $\Rightarrow$  indicam fluxo de potência.

Parte-se da condição elétrica de equilíbrio em que os vetores fasoriais têm os valores a seguir:

$$\underline{\dot{V}}_G = \begin{bmatrix} 3-j \\ 1-3j \\ 1 \end{bmatrix} \quad \underline{\dot{V}} = \begin{bmatrix} 1 \\ -j \\ j \end{bmatrix} \quad \underline{\dot{I}} = \begin{bmatrix} 1 \\ -j \\ 0 \end{bmatrix}$$

Assim sendo, a potência que flui do elo até a carga será:

$$P = \Re(\underline{\dot{V}}^t \underline{\dot{I}}^*) = 1 + 1 = 2$$

Sendo a queda de tensão no elo:

$$\Delta \underline{\dot{V}} = \underline{\underline{R}} \underline{\dot{I}} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -j \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2-j \\ 1-2j \\ 1-j \end{bmatrix}$$

E a perda no elo será:

$$W = \Delta \underline{\dot{V}}^t \underline{\dot{I}}^* = 2 - j + (1 - 2j)(j) = 4$$

Enquanto a potência fornecida pela fonte será dada por:

$$P_G = \Re(\underline{\dot{V}}_G^t \underline{\dot{I}}^*) = 6$$

A carga equivalente à original, tipo “garfo”, utilizada no método FBD (Fryze-Buchholz-Depenbrock) [11], é mostrada na Fig. 28. O valor de  $r_\psi$  é determinado de modo que a potência absorvida pela carga equivalente seja a mesma da carga original ( $P = 2$ ).

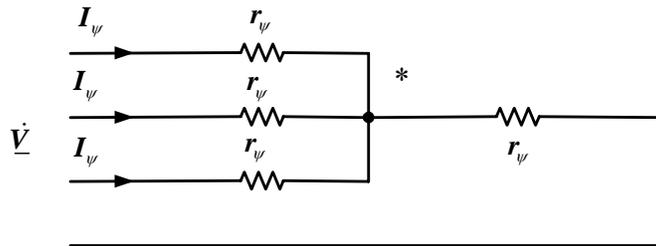


Figura 28 - Carga equivalente

Isto é, deve-se verificar que a mesma potência  $P$  seja consumida pela carga equivalente, sendo a tensão do ponto estrela virtual (\*) (*virtual star point* – VSP) e as tensões referidas ao mesmo:

$$\dot{V}_* = \frac{1}{4} \quad \underline{\dot{V}}_* = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 3 \\ -1-4j \\ -1+4j \end{bmatrix}$$

A tensão na carga  $\underline{\dot{V}}$  e a corrente  $\underline{\dot{I}}_\psi$  serão:

$$\underline{\dot{V}} = \begin{bmatrix} 1 \\ -j \\ j \end{bmatrix} \quad \underline{\dot{I}}_\psi = \frac{1}{4r_\psi} \begin{bmatrix} 3 \\ -1-4j \\ -1+4j \end{bmatrix}$$

$$\underline{\dot{V}}^t \underline{\dot{I}}_\psi^* = \frac{11}{4r_\psi} = 2$$

Logo:

$$r_{\psi} = \frac{11}{8} \quad e \quad \underline{\dot{I}}_{\psi} = \frac{1}{11} \begin{bmatrix} 6 \\ -2-8j \\ -2+8j \end{bmatrix}$$

$$\underline{\dot{V}}_{\psi}^t \underline{\dot{I}}_{\psi}^* = \frac{1}{11} [1.6 - j(-2+8j) + j(-2-8j)] = 2$$

A carga equivalente pode ser obtida compensando-se a corrente da carga original, conforme mostrado na Fig. 29.

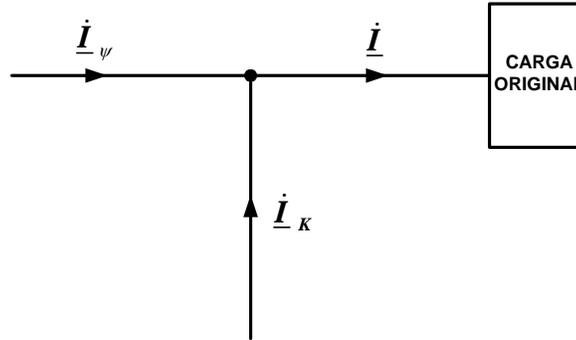


Figura 29 - compensação da carga original

A corrente de compensação será:

$$\underline{\dot{I}}_K = \underline{\dot{I}} - \underline{\dot{I}}_{\psi} = \frac{1}{11} \left( \begin{bmatrix} 11 \\ -11j \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 \\ -2-8j \\ -2+8j \end{bmatrix} \right) = \frac{1}{11} \begin{bmatrix} 5 \\ 2-3j \\ 2-8j \end{bmatrix}$$

Nota-se que o compensador de corrente não fornece potência ativa:

$$P_K = \underline{\dot{V}}_K^t \underline{\dot{I}}_K^* = \frac{1}{11} [5 - j(2+3j) + j(2+8j)] = 0$$

Ora, a nova queda no elo será  $\underline{\underline{R}} \underline{\dot{I}}_{\psi}$  :

$$\Delta \underline{\dot{V}}_{\psi} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{11} \begin{bmatrix} 6 \\ -2-8j \\ -2+8j \end{bmatrix} = \frac{1}{11} \begin{bmatrix} 8 \\ -8j \\ 8j \end{bmatrix}$$

O que determina a nova tensão da fonte:

$$\underline{\dot{V}}_{G'} = \underline{\dot{V}} + \Delta \underline{\dot{V}}_{\psi} = \frac{1}{11} \begin{bmatrix} 11 \\ -11j \\ 11j \end{bmatrix} + \frac{1}{11} \begin{bmatrix} 8 \\ -8j \\ 8j \end{bmatrix} = \frac{19}{11} \begin{bmatrix} 1 \\ -j \\ j \end{bmatrix}$$

Valor este que conflita com o valor original da tensão da fonte, levando à necessidade de um compensador de tensão entre o elo e a fonte ou a algum ajuste da tensão da fonte.

A potência  $P_G = \underline{\dot{V}}_G' \cdot \underline{I}_\psi^*$  :

$$P_G = \frac{19}{121} [1.6 + (-j)(-2 + 8j) + (j)(-2 - 8j)] = \frac{38}{11}$$

Como a nova perda no elo vale:

$$W_\psi = \Delta \underline{\dot{V}}_\psi' \cdot \underline{I}_\psi^*$$

$$W_\psi = \frac{1}{121} [8.6 + (-8j)(-2 + 8j) + 8j(-2 - 8j)] = \frac{16}{11}$$

Tem-se:

$$P_\psi + W_\psi = 2 + \frac{16}{11} = \frac{38}{11} = P_G$$

A Fig. 30 ilustra a situação do circuito com a compensação de corrente na carga e a compensação de tensão entre elo e fonte:

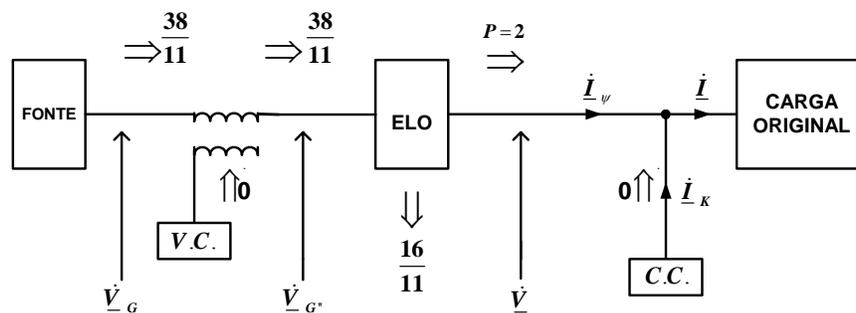


Figura 30 - Circuito inicial compensado

A nova perda  $W_\psi = \frac{16}{11}$  bem menor que a inicial  $W = \frac{44}{11}$  abre a possibilidade de se agregar uma carga adicional tal que  $W_\psi' = W$ . Isto significa uma nova corrente  $\underline{I}_\psi' = k \underline{I}_\psi$

para a qual  $W_\psi' = k^2 W_\psi$ .

$$\frac{44}{11} = k^2 \frac{16}{11}$$

Determinando um  $k = \sqrt{\frac{11}{4}}$  que, por sua vez, conduz à resistência:

$$r_{\psi'} = \sqrt{\frac{4}{11}} \cdot \frac{11}{8} = \frac{\sqrt{11}}{4}$$

Deste modo, a carga adicional deve corresponder a um circuito garfo com resistência  $r_{\psi A}$  tal que:

$$g_{\psi A} = g_{\psi'} - g_{\psi} = \frac{4}{\sqrt{11}} - \frac{8}{11} = \frac{4\sqrt{11} - 8}{11} = \frac{1}{r_{\psi A}}$$

A inclusão desta carga leva a situação mostrada na Fig. 31, onde C.C. significa “current compensator” e V.C. significa “voltage compensator”.

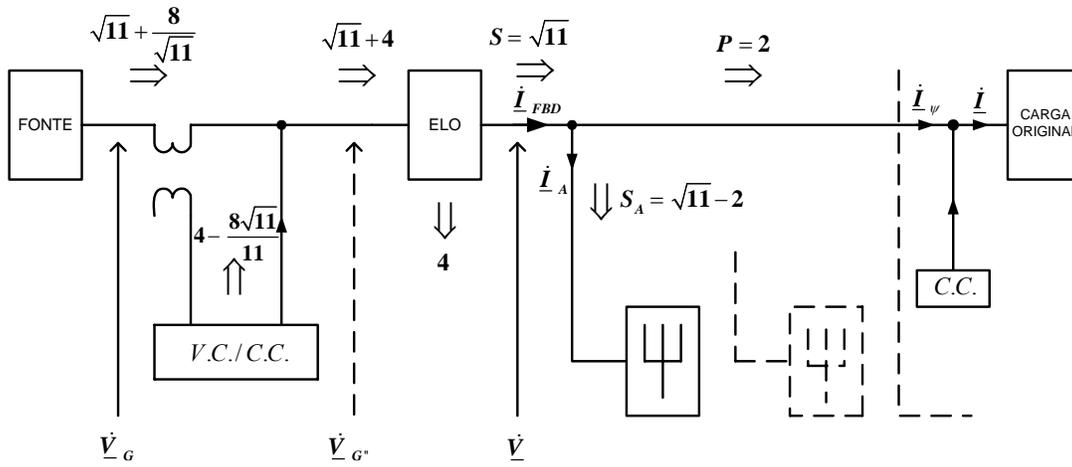


Figura 31 - Circuito compensado com carga adicional

$$\underline{\dot{V}} = \begin{bmatrix} 1 \\ -j \\ j \end{bmatrix} \quad \underline{\dot{V}}_G = \begin{bmatrix} 3-j \\ 1-3j \\ 1 \end{bmatrix} \quad \underline{\dot{i}} = \begin{bmatrix} 1 \\ -j \\ 0 \end{bmatrix} \quad \underline{\dot{i}}_{\psi} = \frac{1}{11} \begin{bmatrix} 6 \\ -2-8j \\ -2+8j \end{bmatrix}$$

Através da expressão (170) do item V.2, em termos de fasores, pode-se calcular

$\underline{\dot{i}}_{FBD}$ :

$$\underline{\dot{i}}_{FBD} = \left( \frac{W}{\underline{\dot{V}}^t \underline{\underline{R}}^{-1} \underline{\dot{V}}^*} \right)^{1/2} \underline{\underline{R}}^{-1} \underline{\dot{V}}$$

$$\underline{\underline{R}}^{-1} \underline{\dot{V}} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -j \\ j \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 3 \\ -1-4j \\ -1+4j \end{bmatrix}$$

$$\underline{\dot{V}}^t \underline{R}^{-1} \underline{\dot{V}}^* = \frac{1}{4} [1.3 + (-j)(-1+4j) + j(-1-4j)] = \frac{11}{4}$$

$$\underline{\dot{I}}_{FBD} = \frac{1}{\sqrt{11}} \begin{bmatrix} 3 \\ -1-4j \\ -1+4j \end{bmatrix}$$

Com tais valores acima calculados, são então obtidas as seguintes quantidades:  
a corrente que circula para a carga adicional:

$$\underline{\dot{I}}_A = \underline{\dot{I}}_{FBD} - \underline{\dot{I}}_{\psi} = \frac{\sqrt{11}-2}{11} \begin{bmatrix} 3 \\ -1-4j \\ -1+4j \end{bmatrix}$$

potência aparente obtida pela carga, considerando o método FBD:

$$S_{FBD} = \underline{\dot{V}}^t \underline{\dot{I}}_{FBD}^* = \frac{1}{\sqrt{11}} \begin{bmatrix} 1 \\ -j \\ j \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} 3 \\ -1+4j \\ -1-4j \end{bmatrix} = \sqrt{11}$$

potência absorvida pela carga adicional:

$$S_A = \underline{\dot{V}}^t \underline{\dot{I}}_A^* = \sqrt{11} - 2$$

queda de tensão no elo:

$$\Delta \underline{\dot{V}}_{FBD} = \underline{R} \underline{\dot{I}}_{FBD}$$

$$\Delta \underline{\dot{V}}_{FBD} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{11}} \begin{bmatrix} 3 \\ -1-4j \\ -1+4j \end{bmatrix} = \frac{4}{\sqrt{11}} \begin{bmatrix} 1 \\ -j \\ j \end{bmatrix}$$

perda no elo, igual à perda original:

$$W = \Delta \underline{\dot{V}}_{FBD}^t \underline{\dot{I}}_{FBD}^* = 4$$

tensão antes do elo:

$$\underline{\dot{V}}_{G''} = \underline{\dot{V}} + \Delta \underline{\dot{V}}_{FBD} = \left(1 + \frac{4}{\sqrt{11}}\right) \begin{bmatrix} 1 \\ -j \\ j \end{bmatrix}$$

E a nova potência aparente:

$$\underline{\dot{V}}_{G''}^t \underline{\dot{I}}_{FBD}^* = \sqrt{11} + 4$$

Entretanto, como a tensão da fonte deve ser considerada constante, a potência fornecida pela fonte é:

$$\dot{V}_{-G}^t \dot{I}_{-FBD}^* = \frac{1}{\sqrt{11}} \begin{bmatrix} 3-j \\ 1-3j \\ 1 \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} 3 \\ -1+4j \\ -1-4j \end{bmatrix} = \sqrt{11} + \frac{8}{\sqrt{11}}$$

Além disso, a fonte não consegue fornecer toda a potência ( $\sqrt{11}+4$ ) logo há a necessidade do compensador fornecer certa potência ativa auxiliar de:

$$P_k = \sqrt{11} - 4 - \frac{19\sqrt{11}}{11} = 4 - \frac{8\sqrt{11}}{11}$$

No intuito de ajustar as condições de tensão sem o fornecimento de potência ativa pelos compensadores, utiliza-se um transformador ideal, como mostrado na Fig. 32 a seguir. Esta situação pode ser encarada como o ajuste de tensão pela concessionária, como comentado no item VI.1.

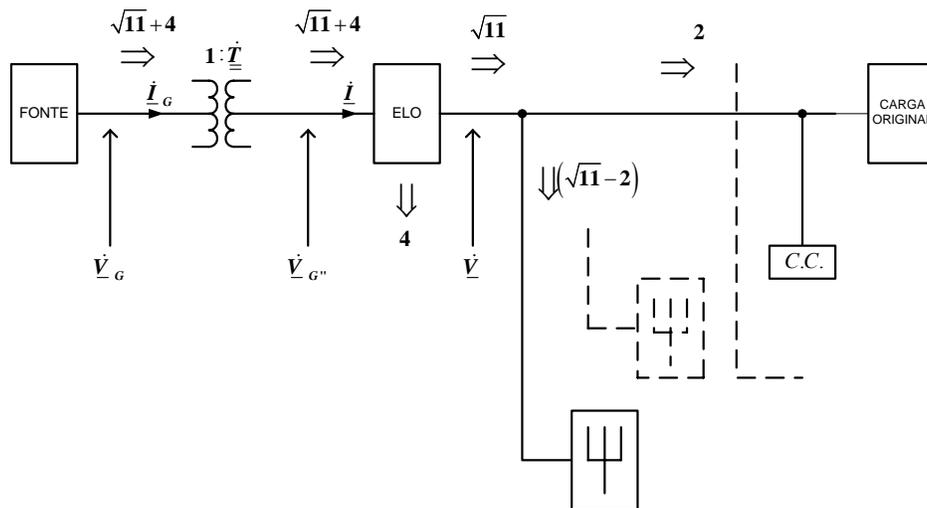


Figura 32 - Sistema compensado com transformador ideal

$$\dot{V} = \begin{bmatrix} 1 \\ -j \\ j \end{bmatrix} \quad \dot{V}_{-G} = \begin{bmatrix} 3-j \\ 1-3j \\ 1 \end{bmatrix} \quad \dot{V}_{-G} = \left(1 + \frac{4}{\sqrt{11}}\right) \begin{bmatrix} 1 \\ -j \\ j \end{bmatrix}$$

$$\underline{\dot{I}}_{FBD} = \frac{1}{\sqrt{11}} \begin{bmatrix} 3 \\ -1-4j \\ -1+4j \end{bmatrix}$$

$$\underline{\dot{V}}_{G'} = \underline{\dot{T}} \underline{\dot{V}}_G$$

$$\underline{\dot{I}}_G = \underline{\dot{T}}'^* \underline{\dot{I}}_{FBD}$$

A matriz  $\underline{\dot{T}}$  representa o transformador ideal.

$$\underline{\dot{T}} = \left(1 + \frac{4}{\sqrt{11}}\right) \begin{bmatrix} \frac{1}{3-j} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{1-3j} & 0 \\ 0 & 0 & j \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{11}+4}{10\sqrt{11}} \begin{bmatrix} 3+j & 0 & 0 \\ 0 & 3-j & 0 \\ 0 & 0 & 10j \end{bmatrix}$$

A corrente fornecida pelo gerador passa a ser:

$$\underline{\dot{I}}_G = \frac{\sqrt{11}+4}{10\sqrt{11}} \begin{bmatrix} 3-j & 0 & 0 \\ 0 & 3+j & 0 \\ 0 & 0 & -10j \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{11}} \begin{bmatrix} 3 \\ -1-4j \\ -1+4j \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{11}+4}{110} \begin{bmatrix} 9-3j \\ 1-13j \\ 40+10j \end{bmatrix}$$

Permitindo o cálculo da potência fornecida pela fonte:

$$\underline{\dot{V}}_G' \underline{\dot{I}}_G^* = \begin{bmatrix} 3-j \\ 1-3j \\ 1 \end{bmatrix}' \frac{\sqrt{11}+4}{110} \begin{bmatrix} 9+3j \\ 1+13j \\ 40-10j \end{bmatrix} = \sqrt{11}+4 = S+W$$

Do mesmo modo, pode-se confirmar que a potência após o transformador ideal tem o mesmo valor.

$$\underline{\dot{V}}_G' \underline{\dot{I}}_{FBD}^* = \left(1 + \frac{4}{\sqrt{11}}\right) \begin{bmatrix} 1 \\ -j \\ j \end{bmatrix}' \frac{1}{\sqrt{11}} \begin{bmatrix} 3 \\ -1+4j \\ -1-4j \end{bmatrix} = \sqrt{11}+4 = S+W$$

E, neste caso, a matriz do transformador ideal é:

$$\underline{\dot{T}} = \frac{11+4\sqrt{11}}{110} \begin{bmatrix} (3+j) & 0 & 0 \\ 0 & (3-j) & 0 \\ 0 & 0 & 10j \end{bmatrix}$$

#### VI.4. – COMPENSAÇÃO NO MÉTODO AMERICANO

Como já comentado, da mesma forma como apresentado no método FBD, para o método da norma 1459-2000, há necessidade também de compensação da corrente da carga e ajuste da tensão da concessionária.

É consenso, para os defensores deste método, que o cliente é responsável pela intensidade, distorção e assimetria das correntes enquanto a concessionária deve ser responsável pela qualidade da tensão, isto é, a ela tem a autoridade e deve ter os meios para controlar a intensidade, forma de onda e simetria das tensões [14]. Assim, também para efeito de exemplo, pode-se imaginar um compensador de tensão colocado entre o elo e a carga ou um transformador ideal colocado entre o elo e a fonte, para proceder ao ajuste da tensão.

A Fig. 33 ilustra a situação original, a Fig. 34 mostra a compensação da corrente da carga e a Fig. 35 mostra o sistema com uma carga adicional, estando o mesmo já totalmente ajustado para fornecer a máxima potência pelo método americano.

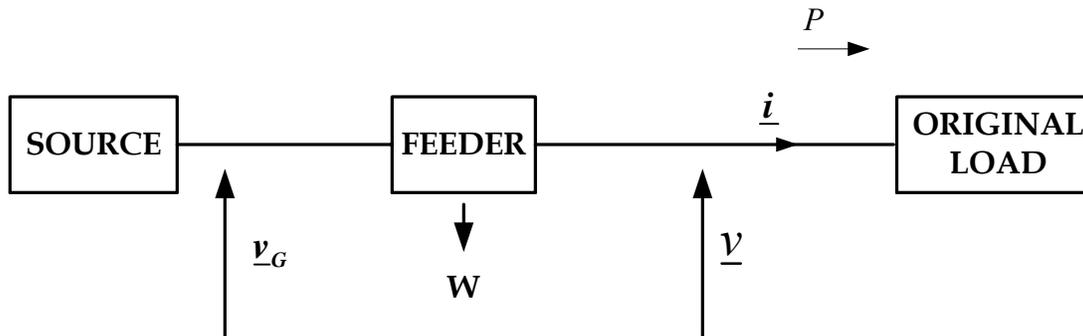


Figura 33 – situação original

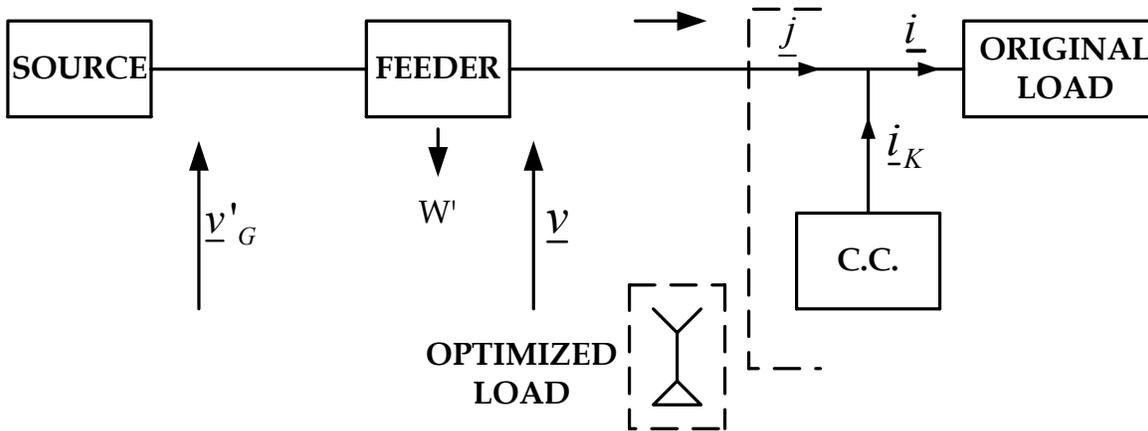


Figura 34 – circuito com compensador de corrente da carga

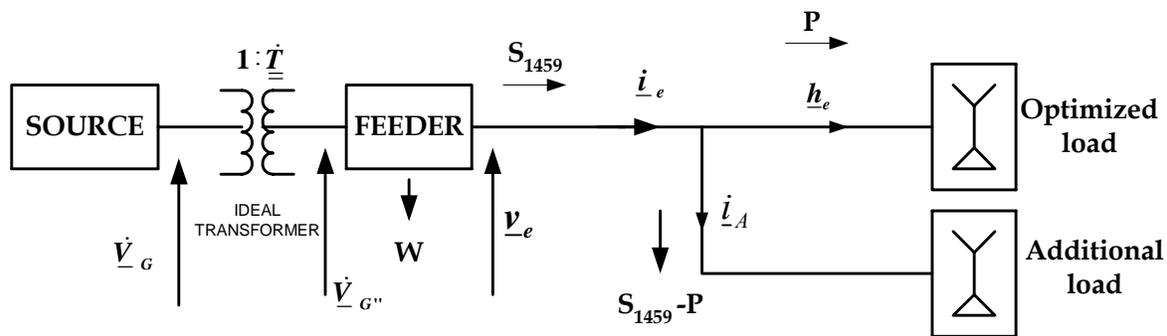


Figura 35 – situação final com carga adicional

Observa-se que, entre a situação original e a situação final, são mantidas a potência consumida pela carga  $P$  e as perdas  $W$  no elo. A carga original e o compensador de corrente são “vistos” pelo sistema como uma “carga  $\Delta-Y$ ”. Uma nova carga  $\Delta-Y$ , resistiva, é adicionada de modo a atingir as mesmas perdas originais e assim, a nova potência fornecida pelo sistema, após o elo, passa a ser a potência  $S_{1459}$ .

#### VI.4.1. – EXEMPLO ILUSTRATIVO COMPENSAÇÃO 1459

Para efeito de comparação, será utilizado o mesmo circuito do exemplo desenvolvido para o método FBD, da Fig. 27, no item VI.3.1. Serão considerados  $\rho = \xi = 1$ .

Novamente, os vetores das tensões e das correntes são:

$$\underline{\dot{V}}_G = \begin{bmatrix} 3-j \\ 1-3j \\ 1 \end{bmatrix} \quad \underline{\dot{V}} = \begin{bmatrix} 1 \\ -j \\ j \end{bmatrix} \quad \underline{\dot{I}} = \begin{bmatrix} 1 \\ -j \\ 0 \end{bmatrix}$$

Tem-se ainda:

a potência ativa consumida pela carga

$$P = \underline{\dot{V}}^t \underline{\dot{I}}^* = 1 + 1 = 2$$

a queda de tensão no elo

$$\Delta \underline{\dot{V}} = \underline{\underline{R}} \underline{\dot{I}} = \begin{bmatrix} 2-j \\ 1-2j \\ 1-j \end{bmatrix}$$

a perda no elo

$$W = \Delta \underline{\dot{V}}^t \underline{\dot{I}}^* = 4$$

e a potência fornecida pela fonte

$$P_G = \underline{\dot{V}}^t_G \underline{\dot{I}}^* = 6$$

#### A) carga otimizada

Sendo  $\xi = 1 = \frac{P_\Delta}{P_Y}$ , então obtém-se  $g_Y = 3g_\Delta$

$$\underline{\underline{A}} = \left( \left( \frac{3}{\xi} + 3 \right) dg \underline{1} - \underline{1} \underline{1}^t \right) = (6dg \underline{1} - \underline{1} \underline{1}^t)$$

$$(\underline{\dot{V}}^t \underline{\underline{A}} \underline{\dot{V}}^*) = [1 \quad -j \quad j] \begin{bmatrix} 5 & -1 & -1 \\ -1 & 5 & -1 \\ -1 & -1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ J \\ -J \end{bmatrix} = 17$$

$$P = 2 = g_\Delta 17$$

$$g_\Delta = \frac{2}{17} \quad g_Y = \frac{6}{17} \quad R_\Delta \cong 8,5(\Omega)$$

#### B) cálculo de $V_e$ e $I_e$

$$V_e^2 = \frac{17}{9(2)} = \frac{17}{18} \quad V_e = \sqrt{\frac{17}{18}}$$

$$W = 3rI_e^2$$

$$I_e = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

#### C) cálculo de $g'_\Delta$

$$g'_\Delta = \left[ \frac{1.4}{3.1(1+1)17} \right]^{1/2} = \sqrt{\frac{2}{51}} \quad R'_\Delta = 5,05(\Omega)$$

**D) cálculo de  $S_{1459}$**

$$S_{1459} = \left[ \frac{1.4 \cdot 17}{3(1+1)} \right]^{1/2} = \sqrt{\frac{34}{3}}$$

$$S_{1459} = 3,3166 \text{ (VA)}$$

**E) sistema com carga otimizada**

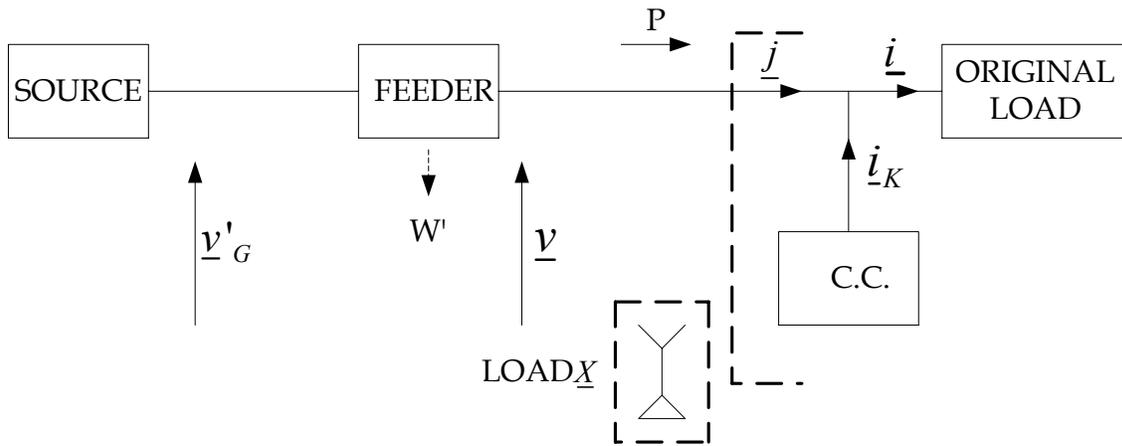


Figura 36 – Circuito com compensador de corrente da carga

Da Fig. 36 pode-se obter:

$$\underline{j} = \frac{2}{17} \begin{bmatrix} 6dg1 - 1 & 1' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -j \\ j \end{bmatrix} = \frac{2}{17} \begin{bmatrix} 5 \\ -1-6j \\ -1+6j \end{bmatrix}$$

$$\underline{i}_K = \underline{i} - \underline{j}$$

$$\Delta \underline{V} = \underline{R} \underline{j} = \frac{2}{17} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ -1-6j \\ -1+6j \end{bmatrix} = \frac{2}{17} \begin{bmatrix} 8 \\ 2-6j \\ 2+6j \end{bmatrix}$$

$$\underline{V}'_G = \Delta \underline{V} + \underline{V} = \frac{2}{17} \begin{bmatrix} 8 \\ 2-6j \\ 2+6j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -j \\ j \end{bmatrix} = \frac{1}{17} \begin{bmatrix} 33 \\ 4-29j \\ 4+29j \end{bmatrix}$$

$$S'_G = \underline{V}'_G \underline{j}^* \cong 3.5 \text{ (VA)}$$

A perda no elo  $W'$  é:

$$W' = \underline{\dot{J}}' \underline{R} \underline{\dot{J}}^* = \Delta \underline{\dot{V}}' \underline{\dot{J}}^* = \frac{2}{17} [8 \quad 2-6j \quad 2+6j] \frac{2}{17} \begin{bmatrix} 5 \\ -1+6j \\ -1-6j \end{bmatrix}$$

$$W' \cong 1,5 \text{ (W)}$$

$$S_G' - W' = 2 = P$$

Com isto se conclui que a carga original continua a consumir apenas 2 W!

### F) sistema com tensão e corrente senoidais

Na Fig. 37, pode-se calcular:

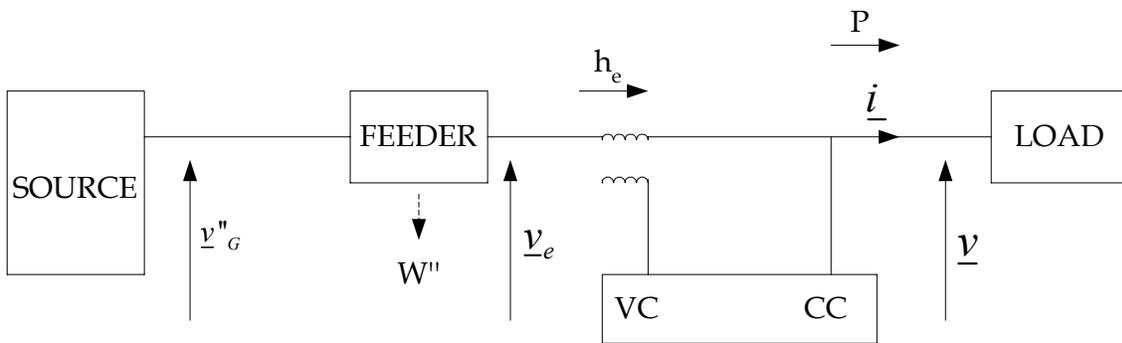


Figura 37 – Circuito com compensador de tensão e de corrente

$$\underline{\dot{H}}_e = g_{\Delta} \underline{A}^{-1} \underline{\dot{V}}_e$$

$$\underline{\dot{V}}_e = \sqrt{\frac{17}{18}} \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^* \\ \alpha \end{bmatrix} \cong 0,9718 \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^* \\ \alpha \end{bmatrix}$$

$$\underline{\dot{H}}_e = g_{\Delta} (6dg \underline{1} - \underline{1} \underline{1}') \sqrt{\frac{17}{18}} \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^* \\ \alpha \end{bmatrix}$$

$$\underline{\dot{H}}_e = 6 \frac{2}{17} \sqrt{\frac{17}{18}} \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^* \\ \alpha \end{bmatrix} - \frac{2}{17} \sqrt{\frac{17}{18}} \underline{1} \underline{1}' \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^* \\ \alpha \end{bmatrix}$$

$$\underline{\dot{H}}_e = \sqrt{\frac{8}{17}} \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^* \\ \alpha \end{bmatrix} \cong 0,6860 \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^* \\ \alpha \end{bmatrix}$$

$$\Delta \underline{\dot{V}} = \underline{\underline{R}} \underline{\dot{H}}_e = \sqrt{\frac{8}{17}} \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^* \\ \alpha \end{bmatrix}$$

$$W'' = \Delta \underline{\dot{V}}' \underline{\dot{H}}_e^* = \sqrt{\frac{8}{17}} [1 \quad \alpha^* \quad \alpha] \sqrt{\frac{8}{17}} \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha \\ \alpha^* \end{bmatrix} = \frac{24}{17} = 1,4117 \text{ (W)}$$

$$\underline{\dot{V}}_G'' = \Delta \underline{\dot{V}} + \underline{\dot{V}}_e = \left( \sqrt{\frac{8}{17}} + \sqrt{\frac{17}{18}} \right) \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^* \\ \alpha \end{bmatrix}$$

$$P_G'' = \underline{\dot{V}}_G'' \underline{\dot{H}}_e = \frac{58}{17} \cong 3,4117$$

$$P = P_G'' - W'' = 2 \text{ (W)}$$

Novamente fica confirmado que a carga original continua a consumir apenas 2 W!

### G) sistema com a carga adicional

Na Fig. 38, uma carga adicional, com as mesmas características da carga otimizada, é acrescentada de modo que a perda no elo atinja o valor inicial de 4 W. Um transformador ideal foi acrescentado para fornecer o ajuste de tensão da fonte de modo a eliminar o compensador de tensão.

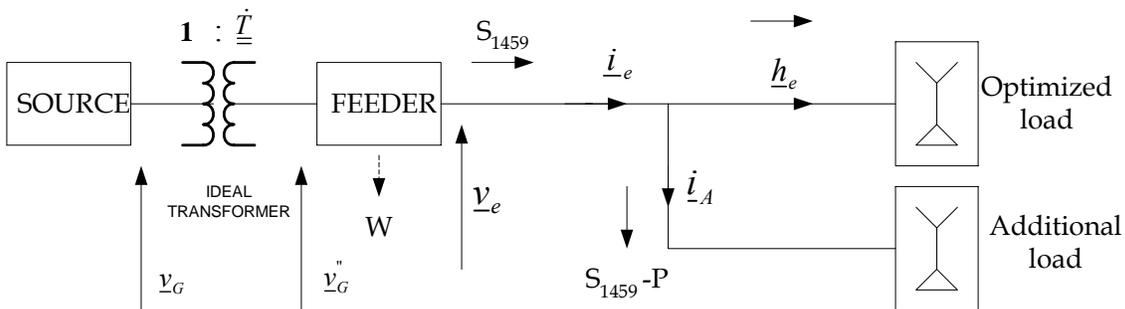


Figura 38 – circuito com carga adicional e transformador ideal

### H) cálculo de $I_e$

$$\underline{\dot{I}}_e = \underline{\underline{g}}_{\Delta} \underline{\underline{A}}^{-1} \underline{\dot{V}}_e = \frac{12}{\sqrt{102}} \sqrt{\frac{17}{18}} \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^* \\ \alpha \end{bmatrix} = \frac{2}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^* \\ \alpha \end{bmatrix}$$

### I) cálculo de $S_{1459}$ , da corrente adicional $I_A$ e da tensão a esquerda do elo

$$S_{1459} = \underline{\dot{V}}_e' \underline{\dot{I}}_e = \sqrt{\frac{34}{3}}$$

$$\underline{\dot{H}}_e = \sqrt{\frac{8}{17}} \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^* \\ \alpha \end{bmatrix}$$

$$\underline{\dot{I}}_A = \underline{\dot{I}}_e - \underline{\dot{H}}_e = \left( \frac{2}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{17}} \right) \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^* \\ \alpha \end{bmatrix} \cong 0.4687 \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^* \\ \alpha \end{bmatrix}$$

$$\Delta \underline{\dot{V}} = \underline{R} \underline{\dot{I}}_e = \frac{2}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^* \\ \alpha \end{bmatrix} = 1.1547 \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^* \\ \alpha \end{bmatrix}$$

$$\underline{\dot{V}}_G'' = \Delta \underline{\dot{V}} + \underline{\dot{V}}_e = \frac{2}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^* \\ \alpha \end{bmatrix} + \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{18}} \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^* \\ \alpha \end{bmatrix} = \left( \frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{18}} \right) \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^* \\ \alpha \end{bmatrix} \cong 2.1265 \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^* \\ \alpha \end{bmatrix}$$

A tensão original da fonte é:

$$\underline{\dot{V}}_G = \begin{bmatrix} 3-j \\ 1-3j \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.1623 \angle -18.43^\circ \\ 3.1623 \angle -71.56^\circ \\ 1 \angle 0^\circ \end{bmatrix}$$

#### J) cálculo da matriz do transformador ideal

$$\underline{\underline{\dot{T}}} = \begin{bmatrix} T_1 & 0 & 0 \\ 0 & T_2 & 0 \\ 0 & 0 & T_3 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\dot{V}}_G'' = \underline{\underline{\dot{T}}} \underline{\dot{V}}_G$$

Assim:

$$\underline{\underline{\dot{T}}} = \begin{bmatrix} 0.6725 \angle 18.44^\circ & 0 & 0 \\ 0 & 0.6725 \angle -48.44^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 2.1265 \angle 120^\circ \end{bmatrix}$$

Esta é a matriz  $\underline{\underline{\dot{T}}}$  do transformador ideal. A idéia de utilizar o transformador ideal é uma tentativa de explicar o ajuste da tensão da concessionária, o qual é necessário em ambos métodos, FBD e americano.

## VI.5. – CONSIDERAÇÕES FINAIS

A maioria das considerações sobre tarifação e compensadores, abordada no método FBD, são válidas para o método da 1459. A diferença básica recai sobre a questão da qualidade da tensão fornecida. Na 1459, a concessionária deve prover uma tensão senoidal e simétrica enquanto que no método FBD a tensão na carga é mantida a mesma original. A corrente na norma 1459 é também senoidal e simétrica enquanto no FBD é assimétrica.

Não foi mostrado nesse capítulo o exemplo de compensação para a potência aparente do sistema com neutro ( $S_{sn}$ ) pois o mesmo seria bastante semelhante ao do método americano. Como já comentado, o foco deste trabalho não é estudar as várias metodologias de compensação, mas sim trazer à luz a discussão para as novas definições de potência.

## VII. - EXEMPOS NUMÉRICOS

Como já comentado na introdução, este capítulo irá apresentar alguns exemplos numéricos procurando mostrar comparações entre os resultados de aplicação dos vários métodos de cálculo das potências aparentes.

### VII.1. – EXEMPLO CLÁSSICO

Este exemplo utilizará o mesmo circuito da Fig. 27 usado nos exemplos VI.3.1 e VI.4.1 dos métodos de compensação.

Uma fonte de tensão senoidal transfere potência para uma carga através de um elo. O elo é composto de três condutores de fase e um condutor neutro, todos com a mesma resistência iguais a 1 ( $\Omega$ ). Nesta situação, tem-se  $\rho=1$ . A carga apresenta forte desequilíbrio, pois a fase “c” está aberta.

Propositalmente, escolheu-se uma condição em que a fonte também é desequilibrada. Os vetores fasoriais têm os valores a seguir:

$$\underline{\dot{V}}_G = \begin{bmatrix} 3-j \\ 1-3j \\ 1 \end{bmatrix} \quad \underline{\dot{V}} = \begin{bmatrix} 1 \\ -j \\ j \end{bmatrix} \quad \underline{\dot{I}} = \begin{bmatrix} 1 \\ -j \\ 0 \end{bmatrix}$$

Podendo-se escrever:

$$\underline{\dot{V}} = \begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \angle 0^\circ \\ 1 \angle -90^\circ \\ 1 \angle 90^\circ \end{bmatrix} \quad \underline{\dot{V}}_G = \begin{bmatrix} \dot{V}_{Ga} \\ \dot{V}_{Gb} \\ \dot{V}_{Gc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,16 \angle -18,4^\circ \\ 3,16 \angle -71,6^\circ \\ 1 \angle 0^\circ \end{bmatrix} \quad \underline{\dot{I}} = \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \angle 0^\circ \\ 1 \angle -90^\circ \\ 0 \end{bmatrix}$$

e

$$v_a = \sqrt{2} \text{sen}(\omega t)$$

$$v_b = \sqrt{2} \text{sen}(\omega t - 90^\circ)$$

$$v_c = \sqrt{2} \text{sen}(\omega t + 90^\circ)$$

A potência ativa que flui do elo para a carga será:

$$P = \Re(\underline{\dot{V}}^t \underline{\dot{I}}^*) = [1 \quad -j \quad j] \begin{bmatrix} 1 \\ j \\ 0 \end{bmatrix} = 2 \text{ W}$$

Sendo,

$$\underline{\underline{R}} = \underline{\underline{B}} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

a queda de tensão no elo obtida a partir das operações

$$\Delta \underline{\dot{V}} = \underline{\underline{R}} \underline{\dot{I}} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -j \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2-j \\ 1-2j \\ 1-j \end{bmatrix}$$

calcula-se assim a perda no elo

$$W = \Delta \underline{\dot{V}}^t \underline{\dot{I}}^* = 2-j + (1-2j)(j) = 4 \text{ W}$$

e a potência fornecida pela fonte

$$P_G = \Re(\underline{\dot{V}}_{-G}^t \underline{\dot{I}}^*) = 6 \text{ W}$$

Com corrente no neutro igual a:

$$\dot{I}_n = -1+j \quad |\dot{I}_n| = \sqrt{2}$$

**Potência aparente aritmética ( $S_A$ ):**

$$S_A = V_a I_a + V_b I_b + V_c I_c$$

$$S_A = 1.1 + 1.1 + 0 = 2 \text{ VA}$$

**Potência aparente vetorial ( $S_V$ ):**

$$S_V = |\dot{S}_a + \dot{S}_b + \dot{S}_c| = |\dot{V}_a \dot{I}_a^* + \dot{V}_b \dot{I}_b^* + \dot{V}_c \dot{I}_c^*|$$

$$S_V = 1.1 + (-j)(j) + 0 = 2 \text{ VA}$$

**Potência aparente do sistema ( $S_S$ ):**

$$S_S = \sqrt{V_a^2 + V_b^2 + V_c^2} \cdot \sqrt{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2}$$

$$S_S = \sqrt{1+1+1} \cdot \sqrt{1+1} = \sqrt{2}\sqrt{3} = 2,45 \text{ VA}$$

**Método FBD:**

Das equações (208), (209) e (210), obtém-se os seguintes valores compatíveis com o método europeu:

$$V_\Sigma = \left[ \frac{1}{4}(1+1+1+2+4+2) \right]^{1/2} = \frac{\sqrt{11}}{2}$$

$$I_\Sigma = [1+1+2]^{1/2} = 2$$

$$S_{FBD} = \sqrt{11} = 3,3166 \text{ VA}$$

Que é a máxima potência ativa a ser entregue à carga, pelo método FBD, mantendo-se a tensão na carga e a perda no elo.

**Método Americano:**

Utilizando-se as equações (247), (248) e (249), obtém-se os seguintes valores compatíveis com o método americano:

$$V_e = \left[ \frac{1}{18}[3(1+1+1)+2+4+2] \right]^{1/2} = \sqrt{\frac{17}{18}}$$

$$I_e = \left[ \frac{1}{3}(1+1+2) \right]^{1/2} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$S_e = 3\sqrt{\frac{17}{18}} \frac{2}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{34}{3}} = 3,3665 \text{ VA}$$

**Potência Ssn:**

Através das equações (268), (269) e (270) obtém-se os seguintes resultados para o potência Ssn:

$$I_e = \sqrt{\frac{1+1+2}{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$V_e = \sqrt{\frac{1+1+1}{3}} = 1$$

$$S_{sn} = 3(1)\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right) = 2\sqrt{3} = 3,4641 \text{ VA}$$

Neste exemplo, onde há um desequilíbrio muito forte devido à fase “c” estar aberta na carga, as diferenças entre as potências são substanciais, a saber:

Diferença percentual entre  $S_e$  e  $S_{FBD}$ : 1,48 %

Diferença percentual entre  $S_e$  e  $S_{sn}$ : 2,89 %

Para facilidade de comparação, a tabela 2 apresenta os valores das potências obtidos.

Tabela 2 - comparativo entre as definições de potência aparente

Potência	Intensidade (VA)
Aparente aritmética	2
Aparente vetorial	2
Aparente do sistema	2,45
Aparente efetiva FBD	3,3166
Aparente efetiva 1459	3,3665
Aparente do sistema com neutro	3,4641

## VII.2. – EXEMPLO PELO MÉTODO FBD

Este exemplo detalha o cálculo pelo método FBD e tem o intuito de demonstrar como calcular a potência aparente a partir da obtenção da tensão do *virtual star point* e das tensões relativas ao mesmo. Utilizando o mesmo circuito da Fig. 27, este exemplo também mostra a obtenção das correntes que fluem para o VSP.

Para a obtenção da tensão do VSP, as tensões  $\dot{V}_a$ ,  $\dot{V}_b$ ,  $\dot{V}_c$  e  $\dot{V}_n$  podem ser medidas em relação a um referencial qualquer, que pode ser o ponto “ground”, um ponto r qualquer ou até o neutro. Para facilidade, por já serem conhecidas, utilizar-se-á o neutro. Assim:

$$V_* = \frac{\dot{V}_{an} + \dot{V}_{bn} + \dot{V}_{cn} + \dot{V}_{nn}}{4}$$

$$V_* = \frac{\dot{V}_{an} + \dot{V}_{bn} + \dot{V}_{cn}}{4}$$

$$\dot{V}_* = \frac{1-j+j}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\dot{V}_{a^*} = \dot{V}_{an} - \dot{V}_* = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\dot{V}_{b^*} = \dot{V}_{bn} - \dot{V}_* = -j - \frac{1}{4} = \frac{-1-4j}{4}$$

$$\dot{V}_{c^*} = \dot{V}_{cn} - \dot{V}_* = j - \frac{1}{4} = \frac{-1+4j}{4}$$

$$\dot{V}_{n^*} = \dot{V}_{nn} - \dot{V}_* = -\dot{V}_* = -\frac{1}{4}$$

A máxima transferência de potência ocorre quando as tensões e as correntes têm as mesmas formas de onda, isto é:

$$\frac{\dot{V}_a - \dot{V}_*}{\dot{I}_{a^*}} = \frac{\dot{V}_b - \dot{V}_*}{\dot{I}_{b^*}} = \frac{\dot{V}_c - \dot{V}_*}{\dot{I}_{c^*}} = \frac{\dot{V}_n - \dot{V}_*}{\dot{I}_{n^*}} = R_e$$

A norma das correntes pode ser dada por:

$$\|I\| = \sum_{k=a,b,c,n} |\dot{I}_k|^2 = \sqrt{1+1+2} = 2$$

A norma das tensões será:

$$\|V\| = \sqrt{\sum_{k=a,b,c,n} |\dot{V}_k - \dot{V}_*|^2} = \sqrt{\frac{9}{16} + \frac{17}{16} + \frac{17}{16} + \frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{11}{4}}$$

$$\lambda = R_e = \frac{\|V\|}{\|I\|} = \frac{\sqrt{11}}{4}$$

$$S_{FBD} = \|V\| \|I\| = 2\sqrt{\frac{11}{4}} = \sqrt{11} = 3,316$$

Podem-se calcular as novas correntes e confirmar a igualdades das normas das correntes originais e das correntes do método FBD.

$$\dot{I}_{a^*} = \frac{\dot{V}_{a^*}}{\lambda} = \frac{3}{\sqrt{11}} = 0,905e^{j0^\circ} \quad \dot{I}_{b^*} = \frac{-1-4j}{\sqrt{11}} = 1,24e^{-j104^\circ}$$

$$\dot{I}_{c^*} = \frac{-1+4j}{\sqrt{11}} = 1,24e^{j104^\circ} \quad \dot{I}_{n^*} = -\frac{1}{\sqrt{11}} = -0,3015e^{j180^\circ}$$

De modo que:

$$\|I\| = \left[ |\dot{I}_a|^2 + |\dot{I}_b|^2 + |\dot{I}_c|^2 + |\dot{I}_n|^2 \right]^{1/2} = \left[ |\dot{I}_{a^*}|^2 + |\dot{I}_{b^*}|^2 + |\dot{I}_{c^*}|^2 + |\dot{I}_{n^*}|^2 \right]^{1/2} = 2$$

O método FBD assume que as tensões originais ( $\dot{V}_{an}$ ,  $\dot{V}_{bn}$  e  $\dot{V}_{cn}$ ) são mantidas constantes na carga e ajusta as correntes ( $\dot{I}_{a^*}$ ,  $\dot{I}_{b^*}$ ,  $\dot{I}_{c^*}$  e  $\dot{I}_{n^*}$ ) através da substituição (compensação) da carga original por resistências equivalentes  $R_e$  convenientemente calculadas, para que ocorra a máxima transferência de potência.

Pode-se notar que as correntes ajustadas são desequilibradas, o que é um dos questionamentos colocados a este método. Se as correntes são desequilibradas, não configuraria a presença de uma potência não ativa de desequilíbrio? Como então se obtém a máxima potência ativa igual à potência aparente? [14].

### VII.3. - EXEMPLO PELO MÉTODO AMERICANO

Este exemplo tem o objetivo de mostrar o cálculo da potência aparente pelo método americano, que necessita das componentes harmônicas das tensões e das correntes.

O circuito da Fig. 39 [4], com sinais equilibrados e não senoidais, contém carga não linear equilibrada. A terceira e nona harmônicas da corrente são significativas ocasionando uma corrente de neutro considerável, causando uma perda de energia adicional no condutor neutro. A tabela 3 resume os fasores das componentes harmônicas.

Tabela 3 – fasores das tensões e correntes harmônicas

<b>h</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>5</b>	<b>7</b>	<b>9</b>
$V_{lnh}$ (V)	277,25	36,76	3,72	4,10	9,65
$\alpha_h$ (graus)	-2,35	7,76	83,54	-163,20	-42,74
$I_h$ (A)	99,98	68,76	34,86	27,81	5,93
$\beta_h$ (graus)	-22,00	100,00	-175,00	-65,01	47,99
$I_{nh}$ (A)	0	206,27	0	0	17,80
$V_{llh}$ (V)	480,20	0	6,40	7,07	0

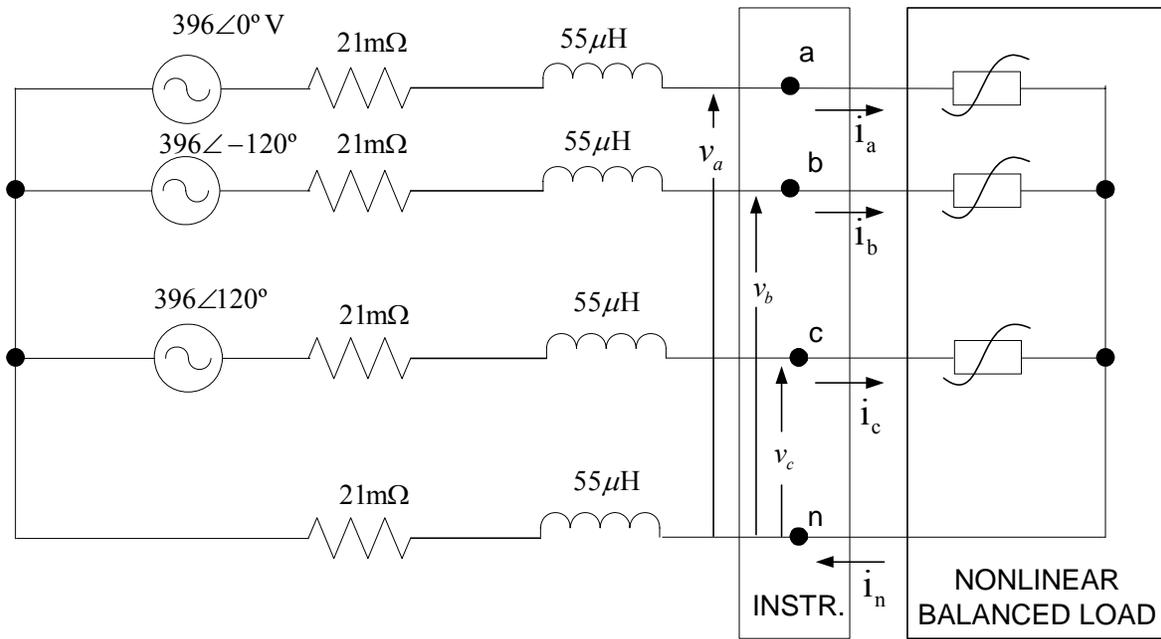


Figura 39 – Circuito elétrico com carga não linear

A tabela 4 apresenta os resultados agrupados para este exemplo. Como o sistema tem a carga equilibrada e é simétrico, a potência aparente fundamental de seqüência positiva é igual à potência aparente efetiva fundamental ( $S_{e1} = S_1^+$ ).

Observando-se os valores dos fatores de potência  $FP_e$  e  $FP_1^+$ , vê-se que o primeiro é bem menor pois reflete o efeito da corrente de neutro. A definição de  $I_e$  é baseada na equivalência da perda de energia total na linha, incluindo-se a corrente de neutro.

$$\Delta P_e = 3rI_e^2 = 1956 \text{ W}$$

O mesmo resultado pode ser obtido utilizando-se a expressão:

$$\Delta P_e = 3rI_a^2 + r_n I_n^2 = 1055 + 901 = 1956 \text{ W} \quad \Delta P_n = 901 \text{ W}$$

1055 W são devidos às correntes de linha e 901 W são devidos à corrente de neutro.

A perda no neutro representa 1,16% da potência ativa fornecida à carga.

A tensão efetiva e suas componentes valem:

$$V_e = 278,64 \text{ (V)} \quad V_{e1} = 277,25 \text{ (V)} \quad V_{eH} = 27,45 \text{ (V)}$$

A corrente efetiva e suas componentes são:

$$I_e = 176,16 \text{ (A)} \quad I_{e1} = 99,98 \text{ (A)} \quad I_{eH} = 145,07 \text{ (A)}$$

Tabela 4 – grandezas elétricas

Grandeza ou índice	Combinada	Fundamental	Não-fundamental
Potência aparente (VA)	$S_e = 147.338$	$S_{e1} = 83.156,4$ $S_1^+ = 83.156,4$ $S_{1U} = 0$	$S_{eN} = 121.628,9$ $S_{eH} = 11.951$
Potência ativa (W)	$P = 77.888,9$	$P_1 = 78.313,7$ $P_1^+ = 78.313,7$	$P_H = -424,8$
Potência não-ativa	$N = 125.067,6$	$Q_1^+ = 27.963,3$	$D_{e1} = 120.760,3$ $D_{eV} = 8.229,6$ $D_{eH} = 11.944$
Utilização do sistema elétrico	$FP_e = \frac{P}{S_e} = 0,5286$	$FP_1^+ = \frac{P_1^+}{S_1^+} = 0,9418$	
Poluição harmônica			$\frac{S_{eN}}{S_{e1}} = 146 \%$
Outras	$S_A = S_V = 108.706$ $FP_V = 0,7165$	$I_n = 207,24$	

As potências  $S_A$  e  $S_V$  não consideram a corrente de neutro.

A relação  $\frac{S_{eN}}{S_{e1}}$  dá informação do nível de poluição harmônica do sistema.

#### VII.4. - EXEMPLO UTILIZANDO COORDENADAS POLARES

O exemplo a seguir apresenta os cálculos para se obter as diversas potências utilizando as coordenadas polares apresentadas no apêndice VI. Seja um circuito com carga equilibrada constituída de resistências de  $10 \Omega$  cada, conectadas em estrela, tendo as tensões fase-neutro na carga e correntes de linha conforme tabela 5.

Tabela 5 – tensões e correntes

Tensões	Correntes
$\dot{V}_{an} = 120\angle 0^\circ$	$\dot{I}_a = 12\angle 0^\circ$
$\dot{V}_{bn} = 100\angle -120^\circ$	$\dot{I}_b = 10\angle -120^\circ$
$\dot{V}_{cn} = 100\angle 120^\circ$	$\dot{I}_c = 10\angle 120^\circ$
	$\dot{I}_n = 2\angle 0^\circ$

Para se calcular as potências aparentes pelos três métodos, inicialmente é necessário obter as componentes homopolares e heteropolares das tensões e das correntes. Assim, do apêndice VI tem-se:

$$\underline{\dot{V}}_o = \frac{1}{3} \underline{1}' \underline{V} \underline{1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 120\angle 0^\circ \\ 100\angle -120^\circ \\ 100\angle 120^\circ \end{bmatrix} \underline{1}$$

$$\underline{\dot{V}}_o = 6,667\angle 0^\circ \underline{1}$$

$$\underline{\dot{V}}_{\bar{o}} = \underline{\dot{V}} - \underline{\dot{V}}_o = \begin{bmatrix} 120\angle 0^\circ \\ 100\angle -120^\circ \\ 100\angle 120^\circ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6,667\angle 0^\circ \\ 6,667\angle 0^\circ \\ 6,667\angle 0^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 113,33\angle 0^\circ \\ 103,49\angle -123,2^\circ \\ 103,49\angle 123,2^\circ \end{bmatrix}$$

Cálculo dos valores coletivos:

$$V_o^2 = |\dot{V}_{oa}|^2 + |\dot{V}_{ob}|^2 + |\dot{V}_{oc}|^2 = 3(6,667^2) = 133,333$$

$$V_{\bar{o}}^2 = |\dot{V}_{\bar{o}a}|^2 + |\dot{V}_{\bar{o}b}|^2 + |\dot{V}_{\bar{o}c}|^2 = 34266,67$$

$$V^2 = V_o^2 + V_{\bar{o}}^2 = 34400$$

Para as correntes:

$$\underline{\dot{I}}_o = \frac{1}{3} \underline{1}' \underline{I} \underline{1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12\angle 0^\circ \\ 10\angle -120^\circ \\ 10\angle 120^\circ \end{bmatrix} \underline{1}$$

$$\underline{\dot{I}}_o = 0,6667 \angle 0^\circ \underline{1}$$

$$\underline{\dot{I}}_{\bar{o}} = \underline{\dot{I}} - \underline{\dot{I}}_o = \begin{bmatrix} 12 \angle 0^\circ \\ 10 \angle -120^\circ \\ 10 \angle 120^\circ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,6667 \angle 0^\circ \\ 0,6667 \angle 0^\circ \\ 0,6667 \angle 0^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11,33 \angle 0^\circ \\ 10,35 \angle -123,2^\circ \\ 10,35 \angle 123,2^\circ \end{bmatrix}$$

$$I_o^2 = 1,333$$

$$I_{\bar{o}}^2 = 344$$

**Cálculo da potência aparente pelo método FBD:**

$$V_\Sigma = \left[ V_{\bar{o}}^2 + \frac{V_o^2}{4} \right]^{1/2} = [34266,67 + 33,333]^{1/2} = 185,20$$

$$I_\Sigma = \left[ I_{\bar{o}}^2 + 4I_o^2 \right]^{1/2} = [342,67 + 5,333]^{1/2} = 18,65$$

$$S_\Sigma = V_\Sigma I_\Sigma = 3454,98 \text{ VA}$$

**Cálculo da potência aparente pelo método Americano:**

$$V_e = \left[ \frac{1}{3} \left( V_{\bar{o}}^2 + \frac{V_o^2}{2} \right) \right]^{1/2} = 106,98$$

$$I_e = \left[ \frac{1}{3} \left( I_{\bar{o}}^2 + 4I_o^2 \right) \right]^{1/2} = 10,77$$

$$S_e = 3V_e I_e = 3456,63 \text{ VA}$$

**Cálculo da potência aparente pelo método da Ssn:**

$$V_e = \left[ \frac{1}{3} \left( V_{\bar{o}}^2 + V_o^2 \right) \right]^{1/2} = 107,08$$

$$I_e = \left[ \frac{1}{3} \left( I_{\bar{o}}^2 + 4I_o^2 \right) \right]^{1/2} = 10,77$$

$$S_{sn} = 3V_e I_e = 3459,75 \text{ VA}$$

Este exemplo mostra uma forte proximidade entre as três formulações.

## **VII.5. – CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Procurou-se através destes exemplos numéricos enfatizar a forma de cálculo das potências utilizando-se as várias ferramentas apresentadas neste trabalho. Observa-se que, cada metodologia tem suas particularidades como no caso do método americano, que utiliza as componentes harmônicas das tensões e das correntes e, no método FBD, usando a técnica do VSP. Mesmo nos casos mais forçados, com fortíssimo desequilíbrio, como no exemplo do item VII.1, as diferenças entre as potências ficaram em 1,48% e 2,89%. Já no exemplo VII.4, os desvios entre as potências foram de 0,05% e 0,09%. Esta tendência se confirmará através dos exemplos de simulação e de medições em campo e laboratório dos próximos capítulos.

## VIII. – SIMULAÇÕES

Este capítulo trata de simulações realizadas através do Matlab<sup>®</sup> 7.1 e apresenta alguns exemplos numéricos do cálculo das potências aparentes a partir das amostras das tensões e das correntes apresentadas no capítulo V.

Com o objetivo de se avaliar os resultados da aplicação das formulações até aqui apresentadas, será utilizado um circuito trifásico a quatro condutores alimentando uma carga não linear e desequilibrada. As expressões seguintes para as tensões na carga e correntes na linha serão utilizadas para os exemplos VIII.1 a VIII.6. A distorção harmônica total das tensões está em torno de 10% e das correntes, em torno de 50%.

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 120\sqrt{2} \sin(\omega t) + 10\sqrt{2} \sin(3\omega t - 285^\circ) + 6\sqrt{2} \sin(5\omega t - 167^\circ) \\ 100\sqrt{2} \sin(\omega t - 120^\circ) + 8\sqrt{2} \sin(3\omega t - 280^\circ) + 5\sqrt{2} \sin(5\omega t - 286^\circ) \\ 100\sqrt{2} \sin(\omega t + 120^\circ) + 9\sqrt{2} \sin(3\omega t - 290^\circ) + 4\sqrt{2} \sin(5\omega t - 43^\circ) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12\sqrt{2} \sin(\omega t) + 6\sqrt{2} \sin(3\omega t - 160^\circ) + 4\sqrt{2} \sin(5\omega t - 218^\circ) \\ 10\sqrt{2} \sin(\omega t - 120^\circ) + 4\sqrt{2} \sin(3\omega t - 175^\circ) + 2\sqrt{2} \sin(5\omega t - 98^\circ) \\ 10\sqrt{2} \sin(\omega t + 120^\circ) + 5\sqrt{2} \sin(3\omega t - 170^\circ) + 3\sqrt{2} \sin(5\omega t - 338^\circ) \end{bmatrix}$$

Das expressões acima retirou-se as amostras das tensões e das correntes. Utilizou-se uma taxa de amostragem de 720 Hz, 12 amostras por ciclo em 60 Hz, atendendo-se o Critério de Nyquist.

O apêndice IV apresenta alguns dos programas desenvolvidos para cálculo das potências aparentes a partir das amostras.

Nos exemplos VIII.1 e VIII.2 serão utilizados  $\rho = 1,25$  e  $\xi = 1,5$ .

### VIII.1. - OBTENÇÃO DA POTÊNCIA APARENTE A PARTIR DAS AMOSTRAS DAS TENSÕES E DAS CORRENTES

As tabelas 6 e 7 mostram as amostras obtidas das tensões e das correntes.

Tabela 6 - Amostras das tensões ( $v$ )

	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11	T12
$v_a$	47,69	-120,12	147,69	170,70	136,74	29,36	-47,69	-120,12	-147,69	-170,70	-136,74	-29,36
$v_b$	-123,69	-149,28	-120,20	-36,17	49,30	93,63	123,69	149,28	102,20	36,17	-49,30	-93,63
$v_c$	114,53	31,03	-50,79	-89,82	-130,72	-136,99	-114,53	-31,03	50,79	89,82	130,72	136,99

Tabela 7 - Amostras das correntes ( $i$ )

	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11	T12
$i_a$	-6,70	9,10	26,29	15,46	9,92	-4,40	6,70	-9,10	-26,29	-15,46	-9,92	4,40
$i_b$	-19,10	-15,04	-8,47	2,58	-2,38	6,71	19,10	15,04	8,47	-2,58	2,38	-6,71
$i_c$	8,42	-4,30	4,69	-6,46	-21,11	-14,33	-8,42	4,30	-4,69	6,46	21,11	14,33

As Fig. 40 e 41 ilustram as formas de ondas das tensões e das correntes para doze (12) amostras.

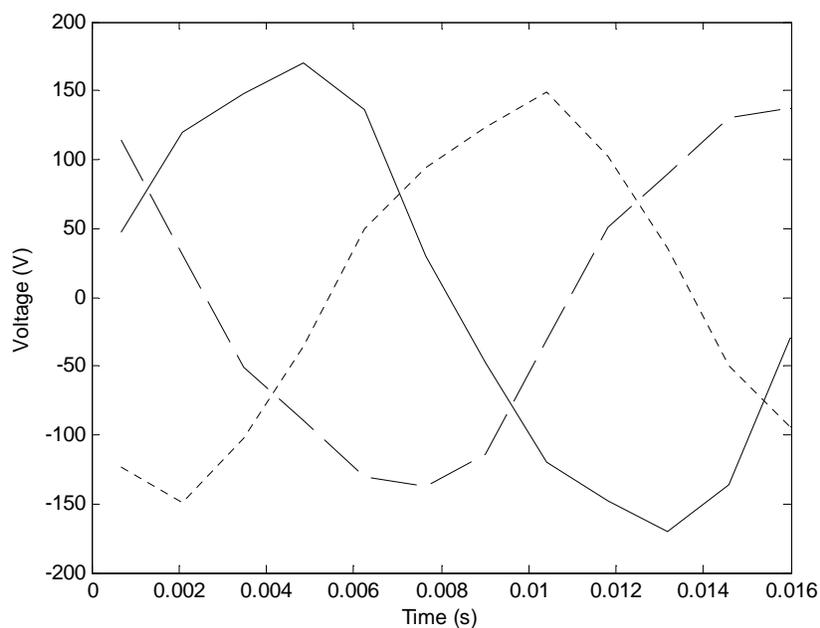


Figura 40 – formas de ondas das tensões para  $n = 12$

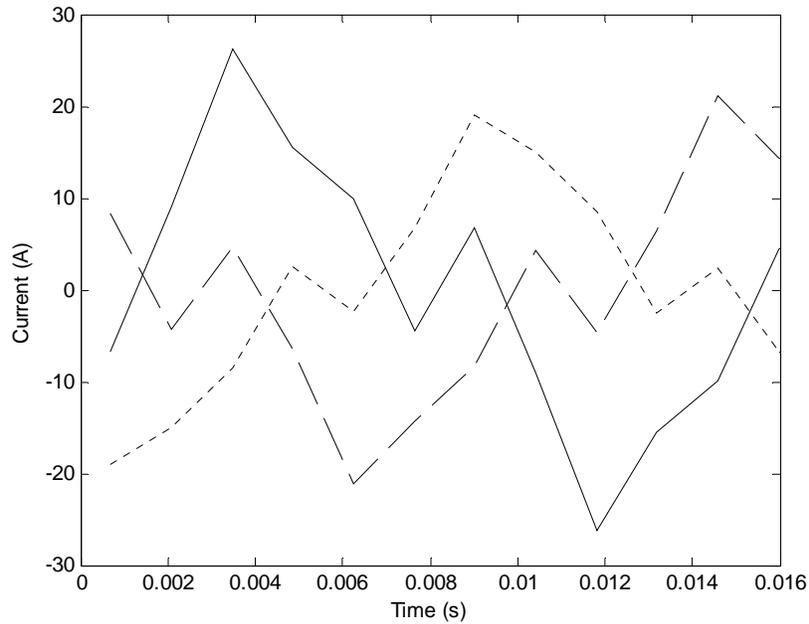


Figura 41 – formas de ondas das correntes para n = 12

De acordo com as equações (160) e (217), as matrizes  $\underline{\underline{B}}$  e  $\underline{\underline{A}}$  serão dadas por:

$$\underline{\underline{B}} = \begin{bmatrix} 2.25 & 1.25 & 1.25 \\ 1.25 & 2.25 & 1.25 \\ 1.25 & 1.25 & 2.25 \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{A}} = \begin{bmatrix} 4 & -1 & -1 \\ -1 & 4 & -1 \\ -1 & -1 & 4 \end{bmatrix}$$

Através da aplicação das equações (174), (176), (177), (220), (226) e (229), obtém-se os seguintes resultados apresentados na tabela 8.

Tabela 8 - Resultado dos cálculos obtidos através das amostras

Ie	Ve	Se	S <sub>FBD</sub>	S <sub>sn</sub>	desvio1(%)	desvio2(%)
15,67	107,23	5040,9	5035,7	5057,4	0,10	0,33

Onde desvio1 é a relação entre  $S_e$  e  $S_{FBD}$  e desvio2 é a relação entre  $S_e$  e  $S_{sn}$  calculados da seguinte forma:

$$desvio1 = \frac{|S_e - S_{FBD}|}{S_e} \times 100 \quad desvio2 = \frac{|S_e - S_{sn}|}{S_e} \times 100 \quad (281)$$

Este exemplo mostra, que a partir das formulações definidas, pode-se calcular a potência aparente utilizando-se amostras de tensão e de corrente, i.e., pode-se implementar esta formulação em medidores numéricos. Um programa com tais características foi desenvolvido em conjunto com esta tese e é apresentado no Apêndice IV.

## VIII.2. - OBTENÇÃO DA POTÊNCIA APARENTE A PARTIR DAS COORDENADAS POLARES

Utilizando as equações (A-1), (A-5) e (A-6) do apêndice VI e as amostras das tabelas 6 e 7, pode-se calcular as componentes homopolares e heteropolares das tensões e das correntes.

Assim, as seguintes tabelas são obtidas:

Tabela 9 - Amostras das componentes homopolares da tensão ( $v_o$ )

	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11	T12
$v_{oa}$	12,84	0,62	-1,77	14,90	18,44	-4,66	-12,84	-0,62	1,77	-14,90	-18,44	4,66
$v_{ob}$	12,84	0,62	-1,77	14,90	18,44	-4,66	-12,84	-0,62	1,77	-14,90	-18,44	4,66
$v_{oc}$	12,84	0,62	-1,77	14,90	18,44	-4,66	-12,84	-0,62	1,77	-14,90	-18,44	4,66

Tabela 10 - Amostras das componentes heteropolares da tensão ( $v_{\bar{v}}$ )

	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11	T12
$v_{\bar{oa}}$	34,85	119,50	149,46	155,80	118,30	34,02	-34,85	-119,50	-149,46	-155,80	-118,30	-34,02
$v_{\bar{ob}}$	-136,54	-149,90	-100,43	-51,07	30,86	98,30	136,54	149,90	100,43	51,07	-30,86	-98,30
$v_{\bar{oc}}$	101,69	30,40	-49,03	-104,72	-149,16	-132,32	-101,69	-30,40	49,03	104,72	149,16	132,32

Tabela 11 - Amostras das componentes homopolares da corrente ( $i_o$ )

	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11	T12
$i_{oa}$	-5,79	-3,41	7,50	3,86	-4,52	-4,01	5,79	3,41	-7,50	-3,86	4,52	4,01
$i_{ob}$	-5,79	-3,41	7,50	3,86	-4,52	-4,01	5,79	3,41	-7,50	-3,86	4,52	4,01
$i_{oc}$	-5,79	-3,41	7,50	3,86	-4,52	-4,01	5,79	3,41	-7,50	-3,86	4,52	4,01

Tabela 12 - Amostras das componentes heteropolares da corrente ( $\underline{i}_{\bar{\sigma}}$ )

	<b>T1</b>	<b>T2</b>	<b>T3</b>	<b>T4</b>	<b>T5</b>	<b>T6</b>	<b>T7</b>	<b>T8</b>	<b>T9</b>	<b>T10</b>	<b>T11</b>	<b>T12</b>
$i_{\bar{\sigma}a}$	-0,91	12,52	18,79	11,60	14,45	-0,39	0,91	-12,52	-18,79	-11,60	-14,45	0,39
$i_{\bar{\sigma}b}$	-13,31	-11,63	-15,98	-1,28	2,15	10,72	13,31	11,63	15,98	1,28	-2,15	-10,72
$i_{\bar{\sigma}c}$	14,21	-0,89	-2,82	-10,32	-16,59	-10,32	-14,21	0,89	2,82	10,32	16,59	10,32

Usando as equações (185), (188), (195), (243) a (245) e (266), pode-se calcular os valores para a potência aparente e outras grandezas mostradas na tabela 13.

Tabela 13 - Resultados obtidos através das coordenadas polares

$V_o^2$	$I_o^2$	$V_{\bar{\sigma}}^2$	$I_{\bar{\sigma}}^2$	$V_e$	$I_e$	$S_e$	$S_{FBD}$	$S_{sn}$	<b>desvio1(%)</b>	<b>desvio2(%)</b>
376,14	76,43	34346	373,56	107,23	15,67	5040,9	5035,7	5057,4	0,10	0,33

Os resultados da tabela 13 coincidem com os resultados da tabela 8, o que era de se esperar. Nota-se que, com simples operações matemáticas básicas, obtém-se os valores das potências a partir das amostras.

### VIII.3. – COMPARAÇÃO DOS VALORES DAS POTÊNCIAS APARENTES EM OUTRAS SITUAÇÕES

A tabela 14 apresenta resultados utilizando-se as mesmas amostras, a partir de várias combinações de  $\xi$  e  $\rho$ .

Tabela 14 - Comparação entre a aplicação dos métodos americano e europeu

Relação	Se	S <sub>FBD</sub>	S <sub>sn</sub>	desvio1(%)	desvio2(%)
$\xi = 0,333 \quad \rho = 1$	4 850,0	4 836,8	4856,6	0,27	0,14
$\xi = 0,333 \quad \rho = 2$	5 609,2	5 590,7	5616,8	0,33	0,14
$\xi = 0,5 \quad \rho = 1$	4 847,8	4 836,8	4856,6	0,23	0,18
$\xi = 0,5 \quad \rho = 2$	5 606,7	5 590,7	5616,8	0,28	0,18
$\xi = 1 \quad \rho = 1$	4 843,4	4 836,8	4856,6	0,14	0,27
$\xi = 1 \quad \rho = 0,333$	4 263,8	4 263,8	4275,3	0	0,27
$\xi = 1 \quad \rho = 1,25$	5 043,7	5 035,7	5057,4	0,16	0,27
$\xi = 1,5 \quad \rho = 0,5$	4 413,4	4 413,4	4247,8	0	0,32
$\xi = 1,5 \quad \rho = 1$	4 840,8	4 836,8	4856,6	0,08	0,32
$\xi = 1,5 \quad \rho = 1,5$	5 233,4	5 227,2	5250,5	0,12	0,32
$\xi = 1,5 \quad \rho = 2$	5 598,5	5 590,7	5616,8	0,14	0,32
$\xi = 1,5 \quad \rho = 3$	6 265,3	6 255,0	6285,7	0,16	0,32
$\xi = 2 \quad \rho = 1$	4 839,0	4 836,8	4856,6	0,04	0,36
$\xi = 3 \quad \rho = 1$	4 836,8	4 836,8	4856,6	0	0,41

Como se pode observar nestes exemplos, a influência de  $\xi$  no valor da potência aparente  $S_{1459}$  é bem menos sensível que a influência de  $\rho$ , que muda radicalmente os valores das potências. Nota-se que as diferenças entre os valores das potências são bastante reduzidas.

#### VIII.4. EXEMPLO DE CÁLCULO DA CONTA DE ENERGIA ELÉTRICA DE UM CONSUMIDOR RESIDENCIAL

Utilizando-se os mesmos sinais de tensão do exemplo VIII.1, simulou-se o cálculo da conta mensal de energia de um hipotético consumidor que estaria exigindo da rede correntes proporcionais às tensões apresentadas. O intuito desse exemplo é mostrar a diferença de consumo e de valores a serem pagos caso o consumidor seja cobrado pela potência ativa consumida ou pelas várias potências aparentes demandadas.

A tabela 15 apresenta os valores das distorções harmônicas totais das três fases e o desequilíbrio.

Tabela 15 – DHT e desequilíbrio

$DHT_{ia}$ (%)	$DHT_{ib}$ (%)	$DHT_{ic}$ (%)	Deseq (%)
9,66	9,36	9,77	6,25

Os valores das diversas potências são fornecidos na tabela 16.

Tabela 16 - Resultado do cálculo das potências

$P$ (KW)	$S_A$ (KVA)	$S_s$ (KVA)	$S_{FBD}$ (KVA)	$S_{1459}$ (KVA)	$S_{sn}$ (KVA)
1918,1	3059,2	3070,5	3079,4	3083,9	3092,8

A tabela 17 mostra os valores das energias acumuladas no mês.

Tabela 17 - Resultado do cálculo das potências

$EP$ (KWh)	$ES_A$ (KVAh)	$ES_s$ (KVAh)	$ES_{FBD}$ (KVAh)	$ES_{1459}$ (KVAh)	$ES_{sn}$ (KVAh)
1381,0	2202,6	2210,7	2217,2	2220,4	2226,8

Observa-se uma diferença máxima entre as energias consumidas entre a energia relativa à potência aritmética e a energia relativa à potência do sistema com neutro no valor de 0,72%. Pelo fato da distorção harmônica, bem como do desequilíbrio dos sinais não serem muito acentuados, esta diferença não é tão significativa.

Se o consumidor passar a ser cobrado pela potência aparente exigida da rede, ou se forem desenvolvidas metodologias para onerar mais o consumidor que utilize mais o sistema, isto é, exigindo maior potência aparente, a formulação referente à potência  $S_{sn}$  é a que mais penalizará o consumidor, pois é aquela que apresenta sempre os maiores valores.

### VIII.5. - VARIAÇÃO DA POTÊNCIA APARENTE PELO MÉTODO AMERICANO EM FUNÇÃO DE $\xi$ .

Com o intuito de aprofundar na influência de  $\xi$  (csi) na potência aparente do método americano, procurou-se avaliar duas situações distintas como será descrito a seguir. A relação entre a potência aparente pelo método americano em função de  $\xi$  e a mesma potência aparente para  $\xi = 1$  pode ser dada pela equação (282):

$$Se\_Relativo = \frac{Se(\xi)}{Se(\xi = 1)} \quad (282)$$

A Fig. 42 apresenta a razão “Se\_Relativo” usando as mesmas amostras dos exemplos anteriores. A influência de  $\xi$  (csi) na potência aparente  $S_e$  depende da componente homopolar da tensão. Caso  $V_o$  seja nula, o gráfico se torna uma reta horizontal, isto é, não há influência de  $\xi$  em  $S_e$ . Nos sistemas existentes atualmente, o valor  $V_o$  normalmente é bastante reduzido, o que minimiza a influência de  $\xi$ . Neste exemplo  $V_o = 19,4$  V e a relação  $\frac{V_o}{V_s}$  é de 10,5% que é uma relação bastante forte.

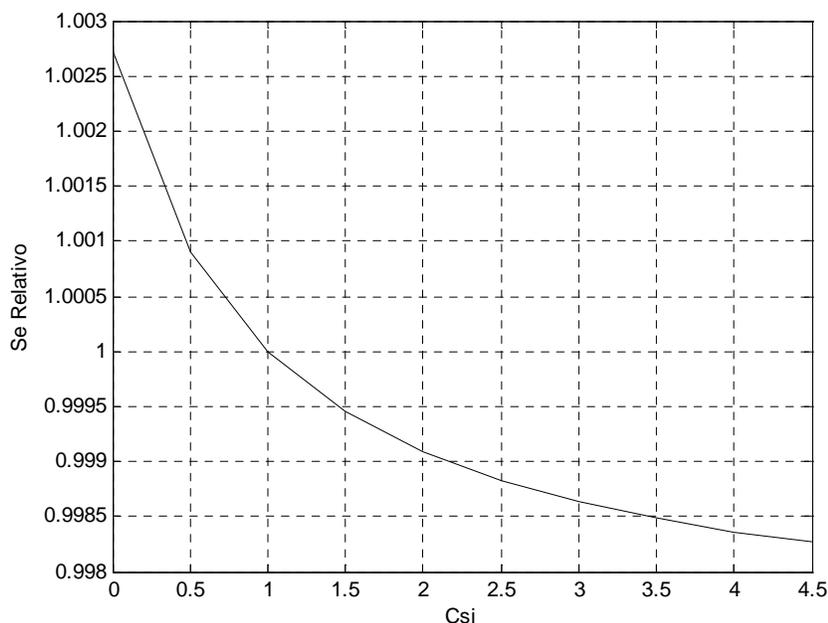


Figura 42 - Variação de  $S_e$  relativo em função de  $\xi$  ( $\rho = 1,25$ )

Como pode ser notado através da Fig. 42, a variação de  $S_e$  está entre 0,26% e 0,17% em torno do valor para  $\xi=1$ .

A Fig. 43 mostra a variação do valor absoluto de  $S_e$  em função de  $\xi$ .

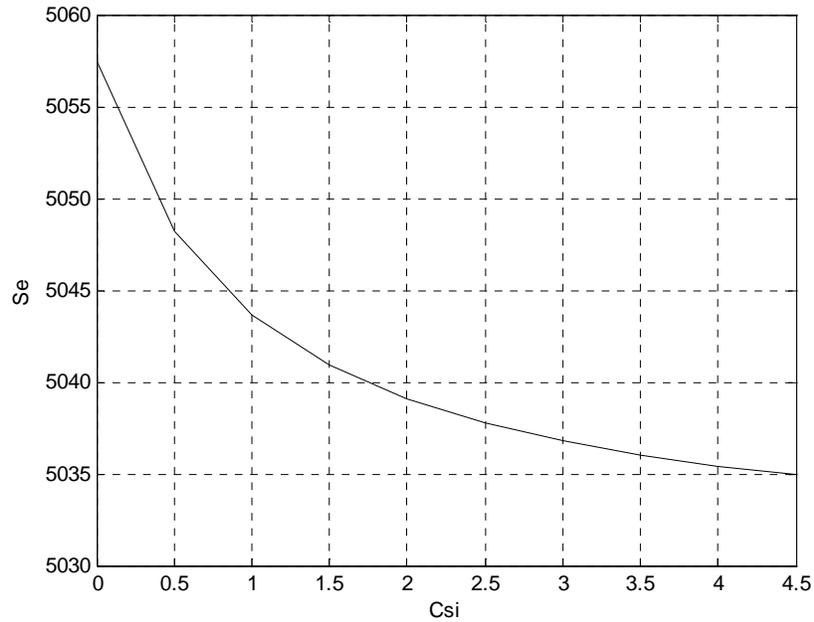


Figura 43 - Variação de  $S_e$  em função de  $\xi$  ( $\rho=1,25$ )

A Fig. 44 apresenta a variação de  $Se\_Relativo$  em função de  $\xi$  ( $\rho=1,25$ ) para uma nova composição de tensões quando a componente homopolar da tensão é de 4% em relação à componente heteropolar ( $V_o/V_{\bar{o}}=4\%$ ). Os valores das grandezas calculados são mostrados na tabela 18.

Tabela 18 - Resultados obtidos com  $V_o/V_{\bar{o}}=4\%$

$V_o^2$	$I_o^2$	$V_{\bar{o}}^2$	$I_{\bar{o}}^2$	$S_e$	$S_{FBD}$	$S_{sn}$	desvio1(%)	desvio2(%)
48,33	76,43	30328,7	373,56	4728,1	4727,4	4730,4	0,02	0,05

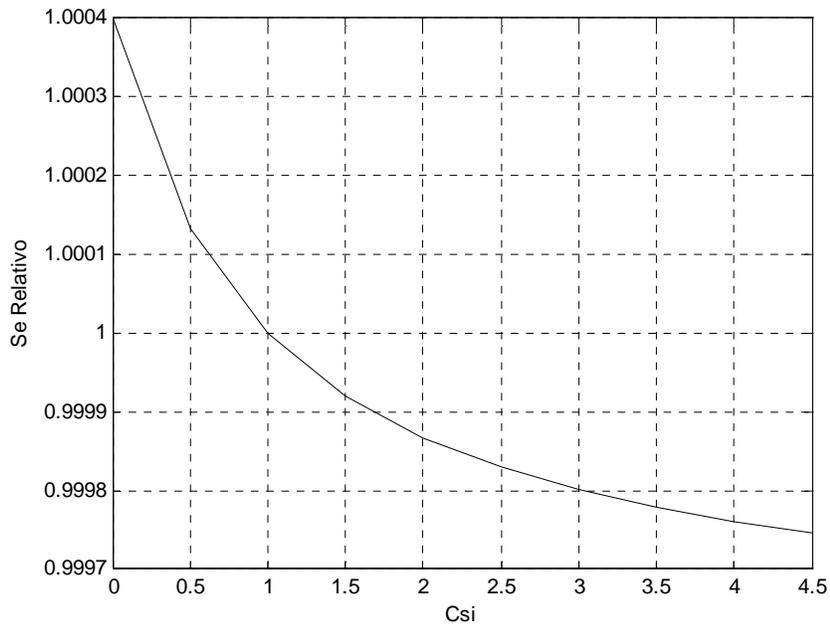


Figura 44 - Variação de  $S_e$  relativo em função de  $\xi$  ( $\rho = 1,25$ )

Como pode-se observar, como a componente homopolar é bastante reduzida em relação ao caso anterior, as definições de potência aparente têm seus valores muito mais próximos e a variação de  $S_e$  com relação a  $\xi$  é muito menor.

#### VIII.6. - COMPARATIVO ENTRE $S_e$ E $S_{FBD}$ EM FUNÇÃO DE $\xi$ (CSI).

A Fig. 45 apresenta uma comparação entre as potências  $S_e$  e  $S_{FBD}$  para  $\rho = 1,25$ . Como é esperado,  $S_{FBD}$  não varia com  $\xi$ , porém é interessante verificar que  $S_e$  é maior que  $S_{FBD}$  até o ponto em que  $\xi = 3,75$ . Isto já era esperado pois as duas potências são iguais quando  $\xi = 3\rho$ .

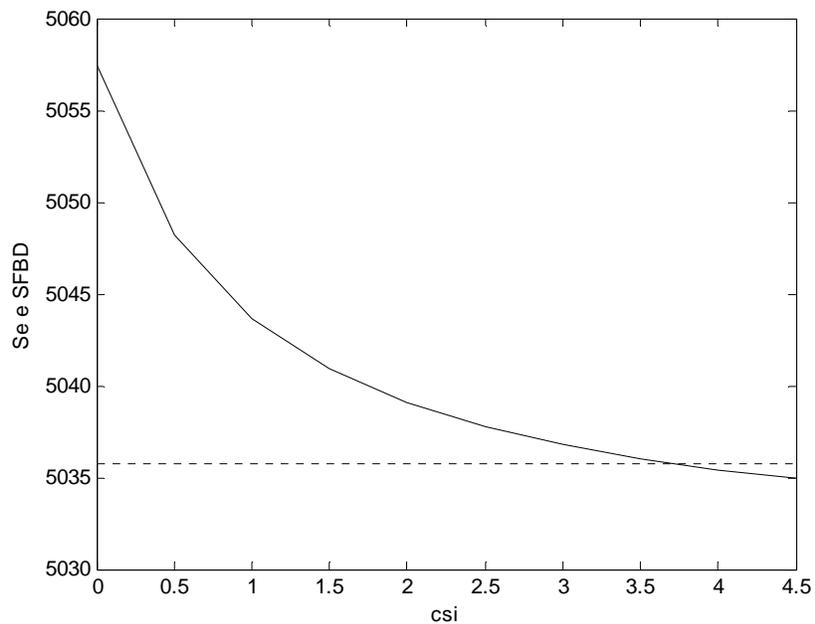


Figura 45 – comparativo entre  $S_e$  e  $S_{FBD}$

### VIII.7. - ANÁLISE DOS RESULTADOS COM A VARIAÇÃO DO NÚMERO DE AMOSTRAS

Nos exemplos até aqui apresentados, o número de amostras utilizado foi 12 amostras.

Os resultados abaixo mostram que, desde que se obedeça ao critério de Nyquist, o aumento do número de amostras não influencia os resultados. Para  $n = 24$ , tem-se os mesmos resultados apresentados na tabela 13.

As Fig. 46 e 47 ilustram as formas de ondas das tensões e das correntes para 126 amostras.

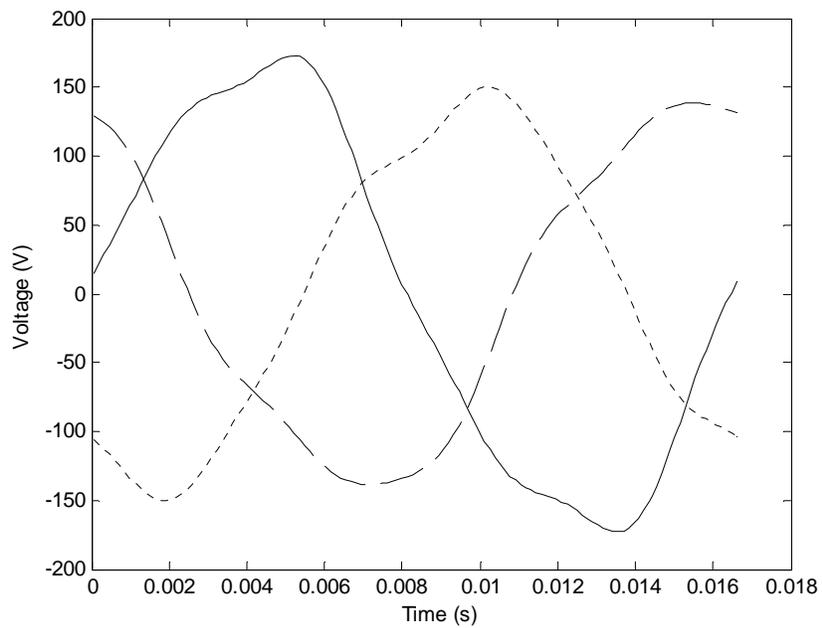


Figura 46 – formas de ondas das tensões para  $n = 126$

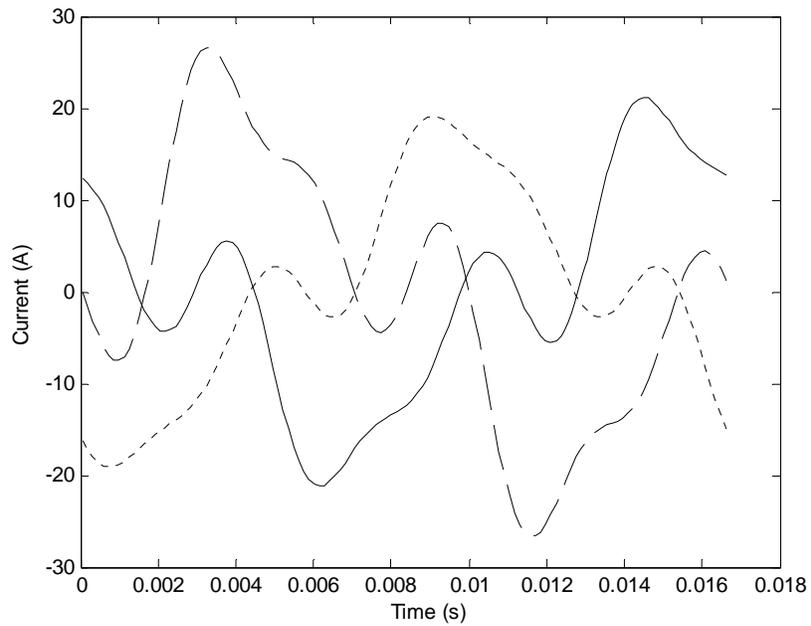


Figura 47 – formas de ondas das correntes para  $n = 126$

## VIII.8. - ANÁLISE DOS RESULTADOS DE SIMULAÇÃO COM CIRCUITO A QUATRO CONDUTORES

Os resultados de simulação que serão apresentados na seqüência são de um circuito trifásico a quatro condutores, construído no Matlab, com os seguintes parâmetros:

**Rede (fonte):**  $\dot{V}_a = 120 \angle 0^\circ \text{ V}$      $\dot{V}_b = 127 \angle -120^\circ \text{ V}$      $\dot{V}_c = 122 \angle 120^\circ \text{ V}$

$R = 270 \text{ m}\Omega$      $L = 7 \text{ }\mu\text{H}$

**Elo:**  $r_a = 1,1\Omega$      $r_b = 1\Omega$      $r_c = 0,8\Omega$      $r_n = 1,1\Omega$      $L_{fase} = 13\text{mH}$      $L_n = 13\text{mH}$

**Carga:**  $R_a = 7\Omega$      $R_b = 2\Omega$      $R_c = 18\Omega$      $L = 22,5\text{mH}$

A Fig. 48 mostra a variação de  $S_e$  com  $\xi$  para certos valores de  $\rho$ . Como esperado, pode-se observar que a influência de  $\xi$  não é tão forte quanto a influência de  $\rho$ .

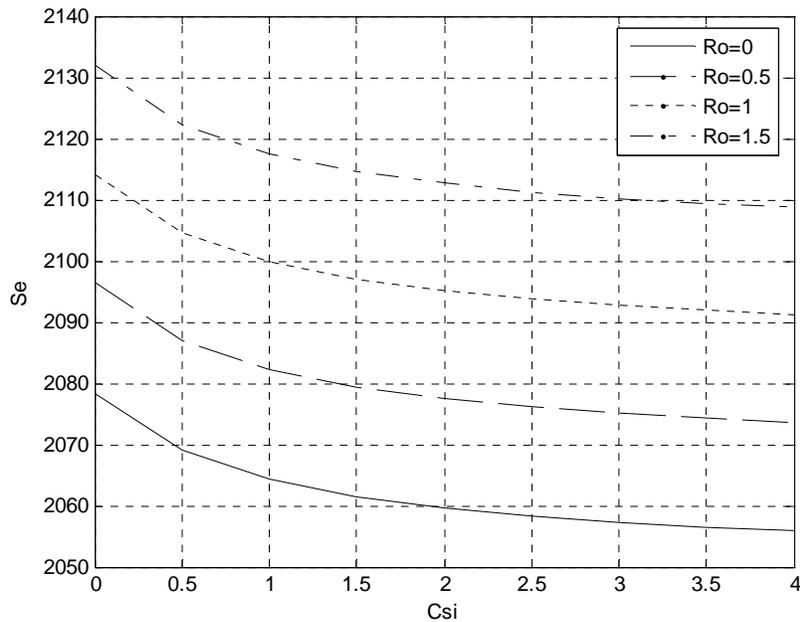


Figura 48 – variação de  $S_e$  em função de  $\xi$

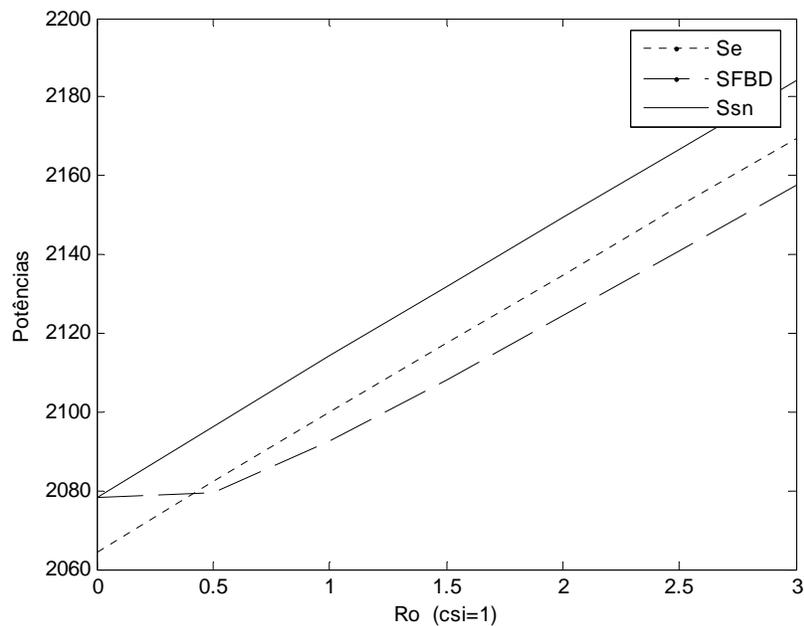


Figura 49 – variação das potências com  $\rho$  para  $\xi = 1$

Já a Fig. 49 confirma que as três potências variam fortemente com o  $\rho$  mantendo, a partir de  $\rho = 0,5$ , a relação  $S_{sn} > S_e > S_{FBD}$ .

As Fig. 50 e 51 mostram os valores dos desvios entre as potências e a potência efetiva da norma 1459. No caso do desvio entre  $S_{FBD}$  e  $S_e$  o desvio atinge 1,2% para  $\rho = 3$ . Já entre  $S_{sn}$  e  $S_e$  o desvio atinge apenas 0,7%. É uma tendência verificada que estas duas últimas potências estão sempre mais próximas.

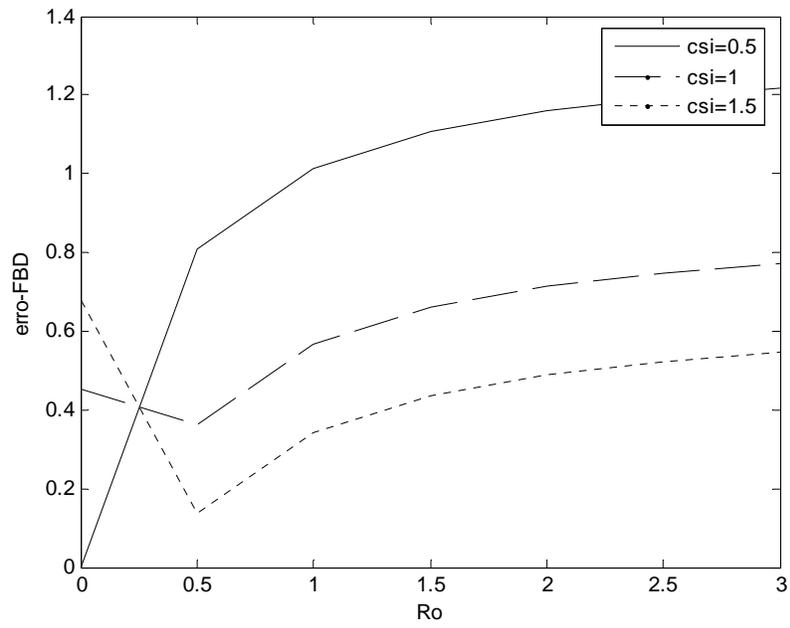


Figura 50 – desvio entre  $S_{FBD}$  e  $S_e$

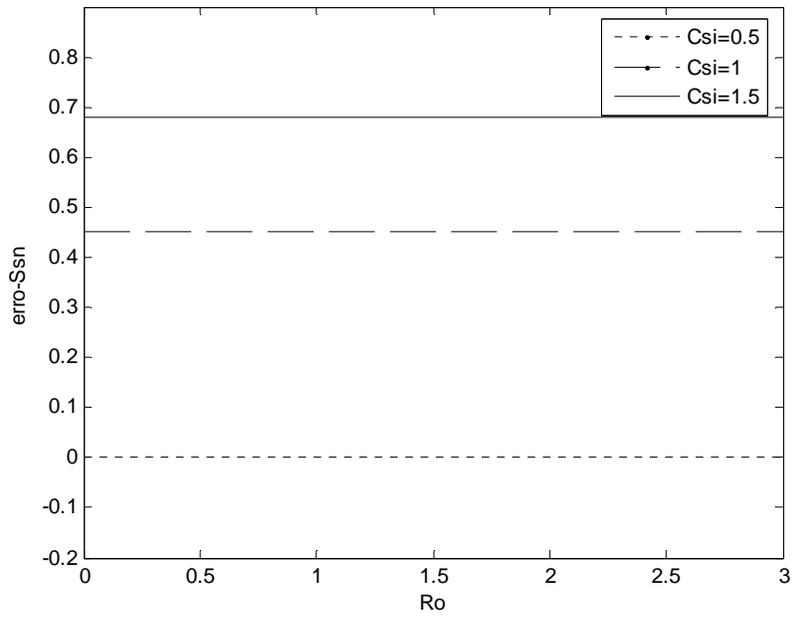


Figura 51 – desvio entre  $S_{sn}$  e  $S_e$

## VIII.9. - ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DO DESEQUILÍBRIO DA CARGA E DA ASSIMETRIA DA FONTE

A seguir serão apresentados os resultados de algumas simulações de um sistema simples em baixa tensão. Serão também apresentadas algumas análises preliminares destas simulações. O sistema utilizado é o apresentado na Fig. 52.

A tabela 19 apresenta os resultados de algumas simulações onde a carga é linear (resistiva) e desequilibrada, sendo que a última coluna corresponde à carga equilibrada. A fonte é simétrica e equilibrada. Observa-se que as potências ativa, aparente vetorial e aritmética são iguais em todos os casos. A potência do sistema ( $S_s$ ) é ligeiramente maior, pois o sistema é considerado como um todo, como uma entidade única e não as três fases separadamente.  $S_s$  não inclui a contribuição da corrente de neutro. A potência do sistema com contribuição da corrente do neutro ( $S_{sn}$ ), nestas situações, é igual às potências efetivas da 1459 ( $S_e$ ) e FBD ( $S_{FBD}$ ).

Verifica-se que a potência de desequilíbrio ( $A$ ) apresenta valores menores que a potência de desequilíbrio ( $S_U$ ). Isto ocorre devido ao fato de que  $A$ , na sua formulação, não reflete a contribuição da corrente de neutro. Os fatores de desequilíbrio ( $I_2/I_1$ ) e ( $S_U/S^+$ ) são diferentes pois a segunda relação engloba o desequilíbrio advindo tanto das tensões como das correntes de seqüência negativa como das de seqüência zero.

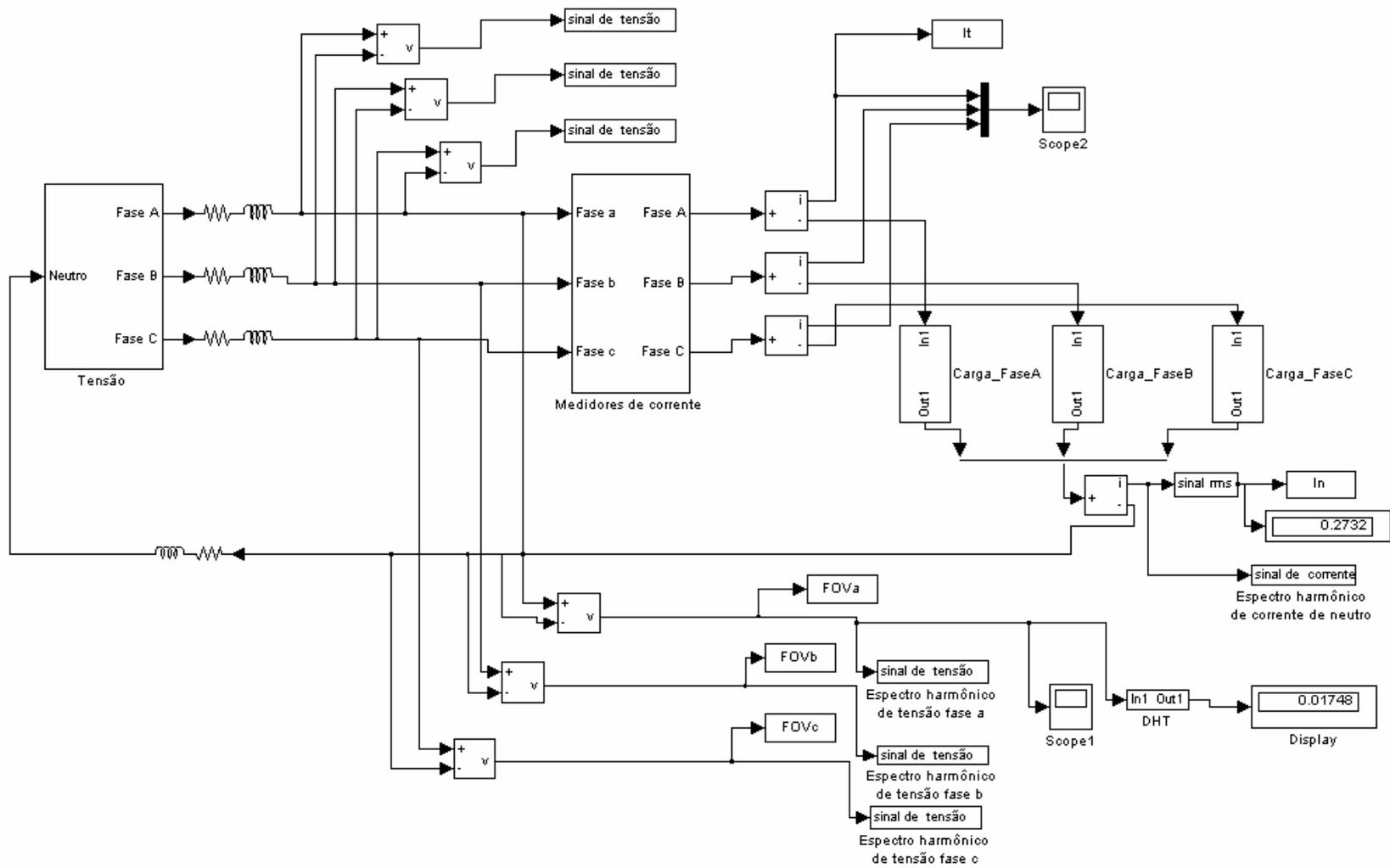


Figura 52 – Circuito trifásico para simulação

Tabela 19 – Resultados de um sistema com carga desequilibrada e fonte simétrica (R = 0,021 ohm e L = 55 µH)

Grandezas / potências da carga	P (50,100,150)	P (60,100,140)	P (80,100,120)	P (90,100,110)	P (100, 100, 100)
Tensões [V]	127,29	127,28	127,27	127,27	127,26
	127,25	127,25	127,26	127,26	127,26
Correntes [A]	127,25	127,25	127,26	127,26	127,26
	0,394	0,474	0,631	0,710	0,789
	0,789	0,789	0,789	0,789	0,789
	1,183	1,105	0,947	0,868	0,789
Corrente de neutro	0,683	0,546	0,273	0,137	0,000
Potência Ativa (P) [W]	301,21	301,22	301,24	301,24	301,24
Potência Aparente Aritmética ( $S_A$ ) [VA]	301,21	301,22	301,24	301,24	301,24
Potência Aparente Vetorial ( $S_V$ ) [VA]	301,21	301,22	301,24	301,24	301,24
Potência Aparente do Sistema ( $S_S$ ) [VA]	325,35	316,88	305,23	302,24	301,24
Potência Aparente do Sistema com $I_N$ ( $S_{Sn}$ )	<b>358,49</b>	<b>339,00</b>	<b>311,11</b>	<b>303,74</b>	<b>301,24</b>
Potência Aparente Efetiva ( $S_{FBD}$ ) [VA]	<b>358,49</b>	<b>339,00</b>	<b>311,11</b>	<b>303,74</b>	<b>301,24</b>
Potência de Desequilíbrio/Assimetria (A)	122,99	98,39	49,19	24,60	0,00
Fator de Desequilíbrio de Tensão ( $V_2/V_1$ ) [%]	0,0050	0,0040	0,0020	0,0005	0,0000
Fator de Desequilíbrio de Corrente ( $I_2/I_1$ ) [%]	28,87	23,10	11,55	5,77	0,00
$FP_A$	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
$FP_V$	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
$FP_S$	0,926	0,951	0,987	0,997	1,000
$FP_{Sn} / FP_e / FP_{1459}$	0,840	0,889	0,968	0,992	1,000
Potência Aparente Efetiva ( $S_e$ ) [VA]	<b>358,49</b>	<b>339,00</b>	<b>311,11</b>	<b>303,74</b>	<b>301,24</b>
Potência de Desequilíbrio IEEE ( $S_U$ ) [VA]	194,37	155,49	77,75	38,87	0,00
Potência Aparente de Seqüência Positiva ( $S^+$ )	301,23	301,23	301,24	301,24	301,24
Fator de Desequilíbrio IEEE ( $S_U/S^+$ ) [%]	64,50	51,62	25,81	12,90	0,00

Tabela 20 – Resultados de simulações no Matlab

Grandeza Potências, fatores de potência e de desequilíbrio	Desequilíbrio da carga – fonte simétrica	Assimetria da fonte em módulo (170/180/190)	Assimetria da fonte em módulo (160/180/200)	Assimetria da fonte em módulo (100/180/260)	Assimetria da fonte em fase (10°/-125°/130°)	Assimetria da fonte em fase (20°/-135°/135°)	Assimetria da fonte em módulo e fase (184/178/181 V) (5°/-119°/123°)
Ativa (P)	300,55	301,56	303,42	340,51	300,94	300,90	303,22
Aritmética (S <sub>A</sub> )	300,55	301,56	303,42	340,51	300,94	300,90	303,22
Vetorial (S <sub>V</sub> )	300,55	301,56	303,42	340,51	300,94	300,90	303,22
Sistema (S <sub>S</sub> )	359,13	301,56	303,42	340,51	300,94	300,90	303,22
Sist/neutro (S <sub>SN</sub> )	<b>432,03</b>	<b>302,03</b>	<b>305,27</b>	<b>369,93</b>	<b>304,32</b>	<b>317,54</b>	<b>303,45</b>
Deseq. (A)	196,59	0	0	0	0	0	0
Efetiva (S <sub>FBD</sub> )	<b>432,03</b>	<b>301,83</b>	<b>304,12</b>	<b>354,32</b>	<b>302,22</b>	<b>310,55</b>	<b>303,34</b>
Efetiva (S <sub>e</sub> )	<b>432,03</b>	<b>301,95</b>	<b>304,95</b>	<b>363,55</b>	<b>303,75</b>	<b>314,53</b>	<b>303,41</b>
Deseq. (S <sub>U</sub> )	310,17	24,59	49,27	203,95	66,46	143,96	17,22
Seq. pos (S <sub>I</sub> <sup>+</sup> )	300,75	300,95	300,95	300,95	296,39	279,64	302,92
(I/I <sup>+</sup> )	46,19%	3,21%	6,42%	25,66%	8,77%	18,78%	2,2%
(V/V <sup>+</sup> )	0,03%	3,21%	6,42%	25,66%	8,77%	18,78%	2,2%
(S <sub>U</sub> /S <sub>I</sub> <sup>+</sup> )	103,13%	8,17%	16,37%	67,77%	22,42%	51,58%	5,7%
FP <sub>A</sub>	1	1	1	1	1	1	1
FP <sub>V</sub>	1	1	1	1	1	1	1
FP <sub>S</sub>	0,837	1	1	1	1	1	1
FP <sub>SN</sub>	0,696	0,998	0,994	0,923	0,989	0,948	0,99925
FP <sub>e</sub>	0,696	0,999	0,995	0,936	0,990	0,957	0,99937
FP <sub>FBD</sub>	0,696	0,999	0,998	0,961	0,996	0,969	0,99960

---

A tabela 20 mostra os resultados de simulações em diversas situações de desequilíbrio e/ou assimetria. Nota-se que o fator de potência efetivo ( $FP_e$ ) é sempre menor que os fatores de potência aritmético, vetorial e do sistema. Mais uma vez, vê-se que a potência  $S_U$  considera a contribuição do desequilíbrio das correntes e das tensões de seqüência negativa e zero. Ela reflete também o desequilíbrio da fonte. Daí deve-se analisar as conseqüências de se penalizar o consumidor que tem a carga equilibrada pelo cômputo de  $S_U$ .

### **VIII.10. – CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Os resultados das simulações aqui apresentados também comprovam a proximidade entre os resultados da aplicação das três formulações. Com os exemplos mostrados pode-se observar que o uso das simulações abre inúmeras possibilidades de estudos das várias potências e suas componentes tais como potência de desequilíbrio e assimetria, potência aparente não fundamental, dentre outras. A simulação é ferramenta poderosa e poderá ajudar a quantificar essas potências e o uso dos programas desenvolvidos abre caminho para o estudo de vários protocolos de medição que poderão ser utilizados em medidores numéricos.

## IX. – RESULTADOS DE MEDIÇÕES EM CAMPO

Complementando os resultados visualizados com os exemplos numéricos e com as simulações, este capítulo apresenta os resultados de várias medições realizadas em campo. A diversidade dos consumidores analisados atesta que os resultados são válidos, pois estão considerados consumidores residenciais, da área de educação (universidade), concessionária de energia e indústria. Estes exemplos propiciarão uma visualização dos valores das diversas potências aparentes para casos reais.

### IX.1. – MEDIÇÃO NO RIO DE JANEIRO

O exemplo que será apresentado a seguir trata de medições realizadas em um sistema elétrico de um condomínio residencial na Barra da Tijuca, município do Rio de Janeiro, em 06 de Fevereiro de 2004. As medições foram realizadas simultaneamente no quadro de entrada de um apartamento, no quadro de entrada do respectivo prédio e no transformador da subestação de 13,8 kV que alimenta estes consumidores. No cálculo das grandezas considerou-se  $\xi = \rho = 1$ .

As Fig. 53, 54 e 55 apresentam as formas de ondas das correntes e das tensões em um determinado momento, exatamente às 10:54 h.

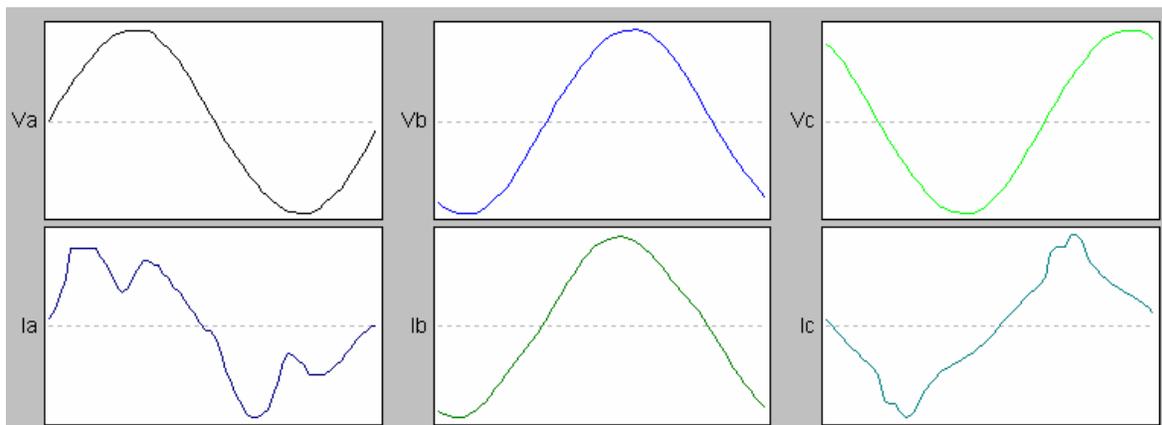


Figura 53 – formas de ondas na entrada do apartamento (127 V)

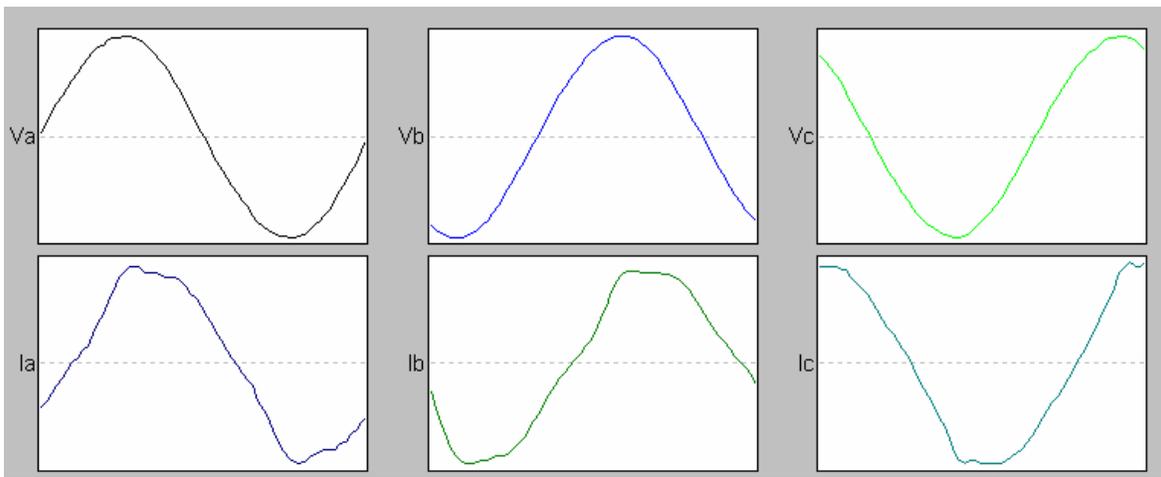


Figura 54 – formas de ondas na entrada do prédio (127 V)

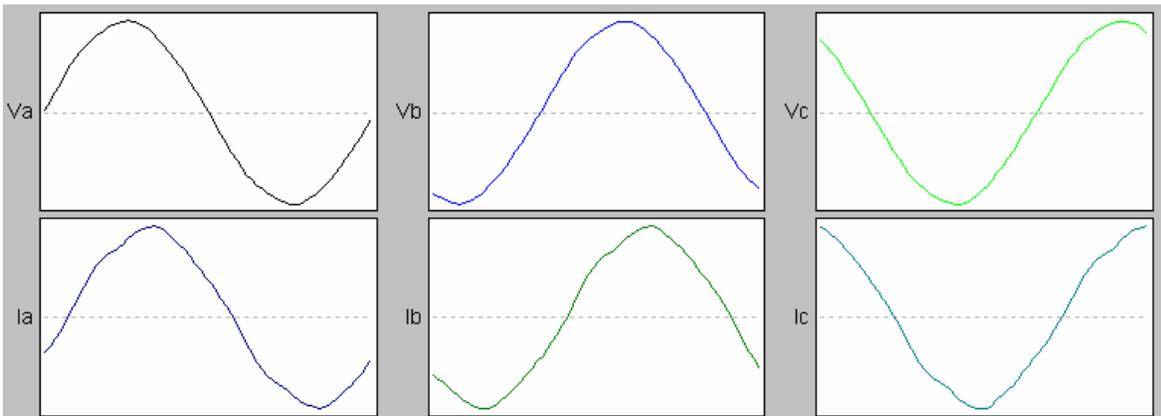


Figura 55 – formas de ondas na saída da subestação (13,8 kV)

A tabela 21 apresenta os valores das grandezas elétricas das medições realizadas. No caso do apartamento, vê-se que a corrente de neutro é maior que a maior corrente de fase e as distorções harmônicas das correntes são elevadas quando comparadas às do prédio. Ainda, o desequilíbrio das correntes de fase está entre 90,6% e 106,2% em relação ao valor médio. Isto leva a grandes diferenças entre as potências aparentes efetivas, vetorial e aritmética. No apartamento, a parcela da corrente de neutro devida ao desequilíbrio é bem maior que a parcela devida à distorção harmônica ( $I_{n1} = 4,74$  A e  $I_{nH} = 0,30$  A).

No caso do prédio, a corrente de neutro já é relativamente menor que as correntes de fase, devido ao menor desequilíbrio das correntes, entre 25% e 23,7%. ( $I_{n1} = 5,82$  A e  $I_{nH} = 3,53$  A). Neste caso, as referidas potências já se aproximam bastante.

Como se pode observar ainda na tabela 21, no sistema a três condutores, no 13,8 kV, não havendo condutor de neutro ( $I_n = 0$ ) e sendo as distorções harmônicas bem

reduzidas em relação aos casos do prédio e do apartamento, as seis definições de potência se aproximam muito, o que é confirmado pelos fatores de potência, que se diferenciam apenas na quarta casa decimal. Isto confirma que, não havendo distorção harmônica e desequilíbrio, as definições de potências convergem para um mesmo valor.

Tabela 21 – comparativo das definições de potências

	<b>Apartamento</b>	<b>Prédio</b>	<b>Subestação</b>
<b>grandezas</b>	<b>intensidade</b>	<b>intensidade</b>	<b>intensidade</b>
$V_a$ (V)	126,66	126,18	7.783,5
$V_b$ (V)	126,24	125,76	7.862,2
$V_c$ (V)	127,11	127,19	7.803,6
$I_a$ (A)	0,19	17,66	118,84
$I_b$ (A)	4,18	21,55	116,83
$I_c$ (A)	1,71	13,06	115,97
$I_n$ (A)	4,75	6,84	0
$THD_{ia}$ (%)	34,83	9,30	3,46
$THD_{va}$ (%)	2,00	1,96	1,45
$THD_{ib}$ (%)	5,08	10,28	3,60
$THD_{vb}$ (%)	1,71	1,69	1,23
$THD_{ic}$ (%)	21,40	6,94	3,72
$THD_{vc}$ (%)	1,43	1,29	1,29
$P$ (W)	679,36	5.471	2.466.208
$Q$ (Var)	-245,69	3.622	1.208.845
$D$ (VA)	88,36	608	95.666
$S_A$ (VA)	769,11	6.599,57	2.748.515
$S_V$ (VA)	727,8	6.589,30	2.748.207
$S_S$ (VA)	992,40	6.734,57	2.748.702
$S_{1459}$ (VA)	1.440,12	6.899,80	2.748.750
$S_{FBD}$ (VA)	1.440,01	6.899,66	2.748.715
$S_{Sn}$ (VA)	1.440,24	6.900,24	2.748.752
$I_e$ (A)	3,79	18,20	117,22
$FP_d = \cos\phi$	0,9404	0,8338	0,8979
$FP_A$	0,8833	0,8289	0,8973
$FP_V$	0,9334	0,8302	0,8974
$FP_S$	0,6846	0,8124	0,8972
$FP_{1459}$	0,4717	0,7930	0,8972
$FP_{FBD}$	0,4718	0,7933	0,8973
$FP_{Ssn}$	0,4717	0,7929	0,8972

Esta situação, em que os fatores de potência relativos às novas potências ( $S_{1459}$ ,  $S_{FBD}$  e  $S_{Sn}$ ) são bem menores que os relativos às potências  $S_S$  e  $S_V$ , é tanto mais observada quanto maior for a corrente de neutro em relação às correntes das fases e quanto

maior for o desequilíbrio das cargas, o que pode melhor ser observado na tabela 21. À medida que as tensões e correntes são mais equilibradas e menos distorcidas, as formulações de potência aparente se aproximam umas das outras.

Para este exemplo, as tabelas 22, 23 e 24 apresentam os valores da potência aparente conforme a Norma IEEE Std 1459-2000.

Tabela 22 – Exemplo da medição no apartamento no Rio de Janeiro

Grandeza ou índice	Combinada	Fundamental	Não-fundamental
Potência aparente (VA)	$S_e = 1.440,12$	$S_{e1} = 990$ $S_1^+ = 719,5$ $S_{1U} = 680$	$S_{eN} = 1.046$ $S_{eH} = 13,60$
Potência ativa (W)	$P = 679$	$P_1 = 679,24$ $P_1^+ = 680,89$	$P_H = -0,24$
Potência não-ativa (Var)	$N = 1.275$	$Q_1^+ = -246$	$D_{e1} = 1.046$ $D_{eV} = 12,84$ $D_{eH} = 13,60$
Utilização do sistema elétrico	$FP = \frac{P}{S_e} = 0,47$	$FP_1^+ = \frac{P_1^+}{S_1^+} = 0,93$	
Poluição harmônica			$\frac{S_{eN}}{S_{e1}} = 106\%$
Desequilíbrio	$\frac{I_1^-}{I_1^+} = 44,4\%$ $\frac{I_1^0}{I_1^+} = 83,6\%$	$\frac{S_{1U}}{S_1^+} = 95\%$	$\frac{V_1^-}{V_1^+} = 0,33\%$ $\frac{V_1^0}{V_1^+} = 0,28\%$

Pode ser observado na tabela 22, que a forte corrente de neutro e as distorções harmônicas das correntes levam a  $S_e \gg S_{e1} \gg S_1^+$ .

As contribuições das correntes e das tensões harmônicas conduzem a um nível significativo de potência aparente não fundamental  $S_{eN}$ . ( $S_{eN} / S_{e1} = 106\%$ ).

Em relação à potência ativa, a potência ativa fundamental  $P_1$  é o termo dominante. A potência ativa harmônica é negativa neste caso, (-0,24 W) indicando que ela flui da carga para a rede. Todas as potências não ativas são agrupadas em  $N = 1.275$ , entretanto a habilidade para se diferenciar entre a potência reativa fundamental e a potência não ativa causada por outras frequências é perdida.

O valor de  $D_{e1}$  mostra que a potência aparente não fundamental é em quase sua totalidade, devido à distorção das correntes.

A relação  $S_{IU} / S_1^+ = 95\%$  mostra um forte desequilíbrio da carga, o que pode ser atestado pelos valores das correntes das fases. Esta relação recebe contribuição tanto do desequilíbrio das correntes como das tensões de seqüência negativa e zero, embora a contribuição do desequilíbrio das tensões seja bem menor.

Os valores dos fatores de potência efetivos e de seqüência positiva são bastante destoantes mostrando uma má ocupação do sistema.

Tabela 23 – Exemplo da medição no prédio no Rio de Janeiro

Grandeza ou índice	Combinada	Fundamental	Não-fundamental
<b>Potência aparente</b>	$S_e = 6.899,80$	$S_{e1} = 6.707$ $S_1^+ = 6.570$ $S_{IU} = 1.349$	$S_{eN} = 1.620$ $S_{eH} = 20,78$
<b>Potência ativa</b>	$P = 5.471$	$P_I = 5.469,1$ $P_1^+ = 5.476,2$	$P_H = 1,9$
<b>Potência não-ativa</b>	$N = 4.200$	$Q_1^+ = 3.625$	$D_{e1} = 1.617$ $D_{eV} = 86,14$ $D_{eH} = 20,69$
<b>Utilização do sistema elétrico</b>	$FP = \frac{P}{S_e} = 0,79$	$FP_1^+ = \frac{P_1^+}{S_1^+} = 0,83$	
<b>Poluição harmônica</b>			$\frac{S_{eN}}{S_{e1}} = 24\%$
<b>Desequilíbrio</b>	$\frac{I_1^-}{I_1^+} = 17,20\%$ $\frac{I_1^0}{I_1^+} = 11,2\%$	$\frac{S_{IU}}{S_1^+} = 20,5\%$	$\frac{V_1^-}{V_1^+} = 0,39\%$ $\frac{V_1^0}{V_1^+} = 0,39\%$

Com a redução da corrente de neutro e das distorções harmônicas, tem-se:

$S_e > S_{e1} > S_1^+$ , porém as diferenças entre as potências é bem menor com relação ao caso anterior.

A relação  $S_{eN} / S_{e1} = 24\%$  também está bem menor, confirmando uma menor poluição harmônica.  $P_H$  é agora positiva (1,9 W) e flui da rede para a carga. A potência reativa de seqüência positiva ( $Q_1^+ = 3,6$  kVar) permite especificar o tamanho do banco de capacitores para levar o fator de potência fundamental de seqüência positiva à unidade. A ocupação do sistema já se mostra melhor e novamente a potência de distorção de corrente  $D_{e1}$  é quase a totalidade da potência  $S_{eN}$ .

Tabela 24 – Exemplo da medição na subestação no Rio de Janeiro

Grandeza ou índice	Combinada	Fundamental	Não-fundamental
<b>Potência aparente (VA)</b>	$S_e = 2.748.750$	$S_{e1} = 2.746.761$ $S_1^+ = 2.746.336$ $S_{1U} = 48.307$	$S_{eN} = 104.546$ $S_{eH} = 1.262$
<b>Potência ativa (W)</b>	$P = 2.466.208$	$P_I = 2.466.410$ $P_1^+ = 2.466.568$	$P_H = -202$
<b>Potência não-ativa (Var)</b>	$N = 1.213.710$	$Q_1^+ = 1.207.497$	$D_{e1} = 98.427$ $D_{eV} = 35.220$ $D_{eH} = 1246$
<b>Utilização do sistema elétrico</b>	$FP = \frac{P}{S_e} = 0,8972$	$FP_1^+ = \frac{P_1^+}{S_1^+} = 0,8981$	
<b>Poluição harmônica</b>			$\frac{S_{eN}}{S_{e1}} = 3,81\%$
<b>Desequilíbrio</b>	$\frac{I_1^-}{I_1^+} = 1,65\%$ $\frac{I_1^0}{I_1^+} = 0,38\%$	$\frac{S_{1U}}{S_1^+} = 1,76\%$	$\frac{V_1^-}{V_1^+} = 0,48\%$ $\frac{V_1^0}{V_1^+} = 0,12\%$

Neste caso, sistema trifásico a três condutores (13,8 kV), as potências  $S_e$ ,  $S_{e1}$  e  $S_1^+$  são muito próximas pois nesta situação as potências aparentes não fundamental e de desequilíbrio são bastante reduzidas em comparação às demais, pois tanto o desequilíbrio das correntes como as distorções harmônicas foram bastante atenuados. Contribui para esta situação a impedância da fonte e a diversidade do funcionamento das cargas nos diversos consumidores, o que leva a atenuações harmônicas e do desequilíbrio, além da presença de fortes cargas lineares. A tabela 25, mostra de forma mais condensada a comparação entre as três novas definições de potências.

Tabela 25 – comparativo entre  $S_{1459}$ ,  $S_{FBD}$  e  $S_{sn}$ 

Local/método	$S_{1459}$	$S_{FBD}$	$S_{sn}$	Desvio $S_{1459}$ e $S_{FBD}$ (%)	Desvio $S_{1459}$ e $S_{sn}$ (%)
Apartamento	1440,12	1440,01	1440,24	0,008	0,008
Prédio	6 899,80	6 899,66	6 900,24	0,002	0,006
Subestação	2 748 750	2 748 715	2 748 752	0,001	0,00007

## IX.2. – MEDIÇÃO NA UNIVERSIDADE FEDERAL DE ENGENHARIA NO PRÉDIO DO INSTITUTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

O próximo exemplo surgiu da necessidade de se averiguar o carregamento do quadro elétrico de baixa tensão do Instituto de Engenharia da Universidade Federal de Itajubá, com o intuito de agregar alguns aparelhos de ar condicionado.

A tabela 26 apresenta os valores das grandezas elétricas da medição realizada no dia 10/02/2006. No cálculo das grandezas considerou-se  $\xi = \rho = 1$ .

A situação 1 corresponde à medição realizada às 8:59:30 h quando a carga era normal para esta hora do dia e a situação 2 corresponde à medição realizada às 9:41:10 h, quando o máximo possível de equipamentos elétricos e de iluminação foi ligado, procurando simular uma situação de carga máxima. As principais cargas deste prédio são lâmpadas fluorescentes tubulares de 40 W, computadores e aparelhos de ar condicionado.

Pode-se observar que a corrente de neutro na situação 1 é proporcionalmente maior que na situação 2. Isto deve-se ao fato de que tanto a distorção harmônica de corrente como o desequilíbrio serem mais intensos naquela situação. Pela mesma razão, pode-se observar na tabela 26 que na situação 1, as intensidades das diversas potências aparentes divergem entre si bem mais que na situação 2, o que pode ser confirmado pelos fatores de potência.

Comparando as potências aparentes calculadas observa-se que, na situação 1, as potências efetivas são aproximadamente 16% maiores que a potência vetorial e 13% maiores que a potência do sistema. Na situação 2, estas relações caem para 4,4% e 3,5% respectivamente. Nota-se também a grande proximidade entre as três potências efetivas ( $S_{1459}$ ,  $S_{FBD}$  e  $S_{sn}$ ) o que é justificável pelos valores das componentes homopolares das tensões.

A potência não ativa de deslocamento “Q” é negativa devido à predominância de cargas com características capacitivas na frequência fundamental.

Na situação 2, o aumento da carga, principalmente dos aparelhos de ar condicionado, elevam bastante as componentes fundamentais das correntes, fazendo com que as distorções harmônicas totais de corrente diminuam. Nas correntes, as componentes harmônicas predominantes são as de frequência 180 Hz, tanto na situação 1 como na situação 2.

As distorções harmônicas totais de tensão aumentaram na situação 2 devido ao aumento da tensão de 3º harmônico e redução das componentes fundamentais das tensões

de cada fase. Na tensão, na situação 1, predomina a frequência harmônica de 300 Hz ao passo que, na situação 2, predomina a frequência de 180 Hz.

Tabela 26 – comparativo das definições de potências

<b>Grandeza</b>	<b>Situação 1</b>	<b>Situação 2</b>
	<b>Intensidade</b>	<b>Intensidade</b>
$V_a$	128,78 V	121,67 V
$V_b$	128,17 V	121,98 V
$V_c$	129,06 V	122,18 V
$I_a$	27,58 A	116,04 A
$I_b$	45,31 A	147,05 A
$I_c$	26,76 A	156,20 A
<b><math>I_n</math></b>	<b>33,88 A</b>	<b>66,29 A</b>
$DHT_{ia}$	41,82 %	17,06 %
$DHT_{va}$	3,13 %	4,35 %
$DHT_{ib}$	25,70 %	10,07 %
$DHT_{vb}$	3,15 %	3,96 %
$DHT_{ic}$	30,95 %	6,31 %
$DHT_{vc}$	3,23 %	4,27 %
$P$	11.346 W	49.562 W
$Q$	-4.380 Var	-10.179 Var
$S_A$ (VA)	<b>12.809</b>	<b>51.138</b>
$S_V$ (VA)	<b>12.779</b>	<b>51.007</b>
$S_S$ (VA)	<b>13.237</b>	<b>51.512</b>
$S_{1459}$ (VA)	<b>15.236</b>	<b>53.360</b>
$S_{FBD}$ (VA)	<b>15.235</b>	<b>53.350</b>
$S_{sn}$ (VA)	<b>15.242</b>	<b>53.384</b>
$I_e$	39,48 A	145,92 A
$V_{e(1459)}$	128,64 V	121,89 V
$V_{e(FBD)}$	128,63 V	121,87 V
$FP_d = \cos \phi$	0,9329	0,9796
$FP_A$	0,8858	0,9692
$FP_V$	0,8879	0,9717
$FP_s$	0,8572	0,9621
$FP_{1459}$	0,7447	0,9288
$FP_{FBD}$	0,7448	0,9290
$FP_{Ssn}$	0,7444	0,9284

As tabelas 27 e 28 ilustram, conforme norma IEEE 1459-2000, os valores das componentes de potência, nos dois horários.

Tabela 27 – Exemplo da medição no horário de 8:59:30 h – situação 1 (Std. 1459)

Grandeza ou índice	Combinada	Fundamental	Não-fundamental
<b>Potência aparente (VA)</b>	$S_e = 15.236$	$S_{e1} = 13.286$ $S_1^+ = 12.194$ $S_{U1} = 5.276$	$S_{eN} = 7.458$
<b>Potência ativa (W)</b>	$P = 11.346$	$P_1 = 11.401$ $P_1^+ = 11.412$	$P_H = -55$
<b>Utilização do sistema elétrico</b>	$FP_e = \frac{P}{S_e} = 0,7447$	$FP_1^+ = \frac{P_1^+}{S_1^+} = 0,9359$	
<b>Poluição harmônica</b>			$\frac{S_{eN}}{S_{e1}} = 56,13 \%$
<b>Desequilíbrio</b>	$\frac{I_1^-}{I_1^+} = 19,90 \%$ $\frac{I_1^0}{I_1^+} = 19,20\%$	$\frac{S_{U1}}{S_1^+} = 43,26 \%$	$\frac{V_1^-}{V_1^+} = 0,25 \%$ $\frac{V_1^0}{V_1^+} = 0,23\%$

Tabela 28 – Exemplo da medição no horário de 9:41:10 h – situação 2 (Std. 1459)

Grandeza ou índice	Combinada	Fundamental	Não-fundamental
<b>Potência aparente (VA)</b>	$S_e = 53.360$	$S_{e1} = 52.236$ $S_1^+ = 50.655$ $S_{U1} = 12754$	$S_{eN} = 10.895$
<b>Potência ativa (W)</b>	$P = 49.562$	$P_1 = 49.642$ $P_1^+ = 49.622$	$P_H = -80,0$
<b>Utilização do sistema elétrico</b>	$FP_e = \frac{P}{S_e} = 0,9288$	$FP_1^+ = \frac{P_1^+}{S_1^+} = 0,9796$	
<b>Poluição harmônica</b>			$\frac{S_{eN}}{S_{e1}} = 20,86 \%$
<b>Desequilíbrio</b>	$\frac{I_1^-}{I_1^+} = 7,73 \%$ $\frac{I_1^0}{I_1^+} = 11,98 \%$	$\frac{S_{U1}}{S_1^+} = 25,18 \%$	$\frac{V_1^-}{V_1^+} = 0,21 \%$ $\frac{V_1^0}{V_1^+} = 0,12 \%$

Através dos valores das relações  $\frac{S_{eN}}{S_{e1}}$  pode-se confirmar uma maior poluição harmônica na situação 1 e a partir da comparação de  $\frac{S_{U1}}{S_1^+}$  confirma-se que o desequilíbrio é mais forte na situação 1. Nota-se que não se pode tirar conclusões apenas através dos valores absolutas das potências  $S_{eN}$  e  $S_{U1}$  pois seus valores relativos é que fornecem as informações quanto à poluição harmônica e quanto ao desequilíbrio.

### IX.3. – MEDIÇÃO EM UMA FÁBRICA DE TUBOS

O exemplo a seguir trata de medições realizadas em Maio de 2006, nas instalações de uma fábrica de tubos metálicos. Serão apresentados os resultados da medição no quadro de alimentação de máquinas de solda e conversores, na tensão de 440 V / 254 V. A intenção é apresentar o resultado de medição de um alimentador de carga não linear.

A figura 56 ilustra as formas de ondas das tensões e das correntes no ponto de medição.

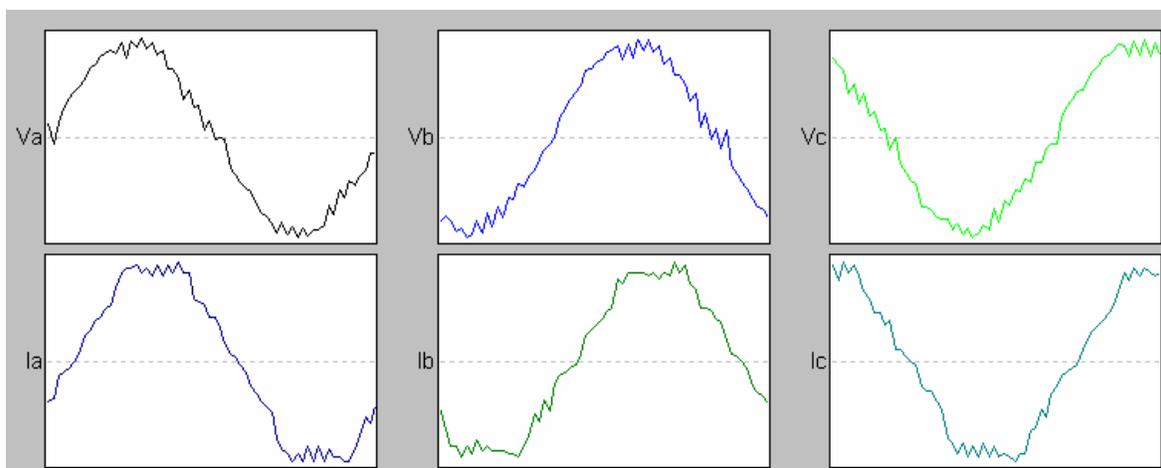


Figura 56 – formas de ondas das correntes e das tensões

A tabela 29 fornece os valores de algumas grandezas calculadas e/ou medidas. No cálculo das grandezas considerou-se  $\xi = \rho = 1$ . Pode-se observar que tanto a distorção harmônica quanto o desequilíbrio apresentam valores baixos, o que tem como conseqüência a baixa corrente de neutro. Isto leva a que os valores das potências aparentes pelas diversas metodologias sejam muito próximos como pode ser confirmado pela tabela 29.

Tabela 29 – grandezas na fábrica de tubos

Grandeza	Intensidade	Grandeza	Intensidade
$V_a$ (V)	257,83	$P$ (W)	718674
$V_b$ (V)	255,08	$Q$ (Var)	375024
$V_c$ (V)	255,13	$S_A$ (VA)	<b>814086</b>
$V_{ab}$ (V)	444,35	$S_V$ (VA)	<b>814031</b>
$V_{bc}$ (V)	442,20	$S_S$ (VA)	<b>814087</b>
$V_{ca}$ (V)	443,40	$S_{1459}$ (VA)	<b>814149</b>
$I_a$ (A)	1069,9	$S_{FBD}$ (VA)	<b>814095</b>
$I_b$ (A)	1054,9	$S_{sn}$ (VA)	<b>814192</b>
$I_c$ (A)	1054,7	$I_e$ (A)	1060,16
$I_n$ (A)	37,45	$V_{e(1459)}$ (V)	255,98
$THD_{ia}$ (%)	6,48	$V_{e(FBD)}$ (V)	255,97
$THD_{va}$ (%)	4,87	$S_{eN}$	62955,8
$THD_{ib}$ (%)	6,11	$S_{e1}$	811711
$THD_{vb}$ (%)	4,34	$S_{u1}$	6613,1
$THD_{ic}$ (%)	5,56	$S_1^+$	811684
$THD_{vc}$ (%)	4,73	$S_{eN} / S_{e1}$	7,8 %
		$S_{u1} / S_1^+$	0,8%

#### IX.4. – MEDIÇÕES EM CONCESSIONÁRIA DE ENERGIA ELÉTRICA

Medições realizadas em Junho de 2006 fornecem dados comparativos entre os valores das diversas definições de potência. Estas medições foram realizadas nas subestações de Várzea Grande e Cristo Rei, no Mato Grosso. Na subestação de Cristo Rei, a medição ocorreu no alimentador em 13,8 kV da fábrica da Sadia, que é monitorado por um medidor ION 8300. Já na subestação de Várzea Grande, foram medidos dois pontos monitorados por medidores SAGA 1000: Um alimentador de 13,8 kV típico da cidade de Cuiabá e um alimentador em 34,5 kV que supre energia para diversos MRTs (monofásico com retorno pela terra). Este tipo de sistema é ainda bastante utilizado no mato grosso, apesar de que, com a expansão do sistema elétrico trifásico, está ocorrendo uma gradativa desativação do mesmo. É um sistema barato, que pode atingir pequenos consumidores a grandes distâncias, pois leva apenas um condutor, normalmente em  $34,5/\sqrt{3}$  kV. Como o caminho de retorno é a terra, há fortes componentes de seqüência zero.

As figuras a seguir ilustram as formas de ondas obtidas.

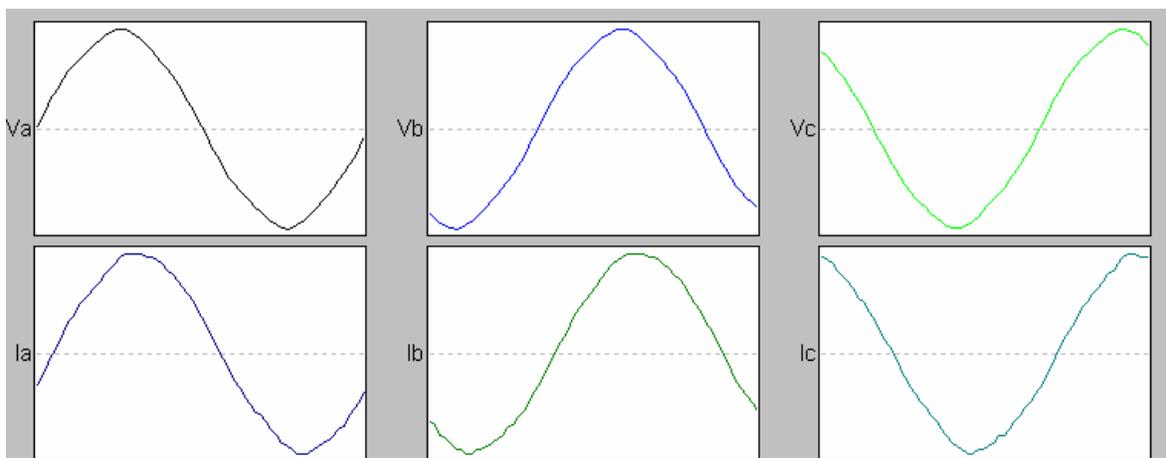


Figura 57 – formas de ondas das correntes e das tensões SE Cristo Rei (13,8 kV)

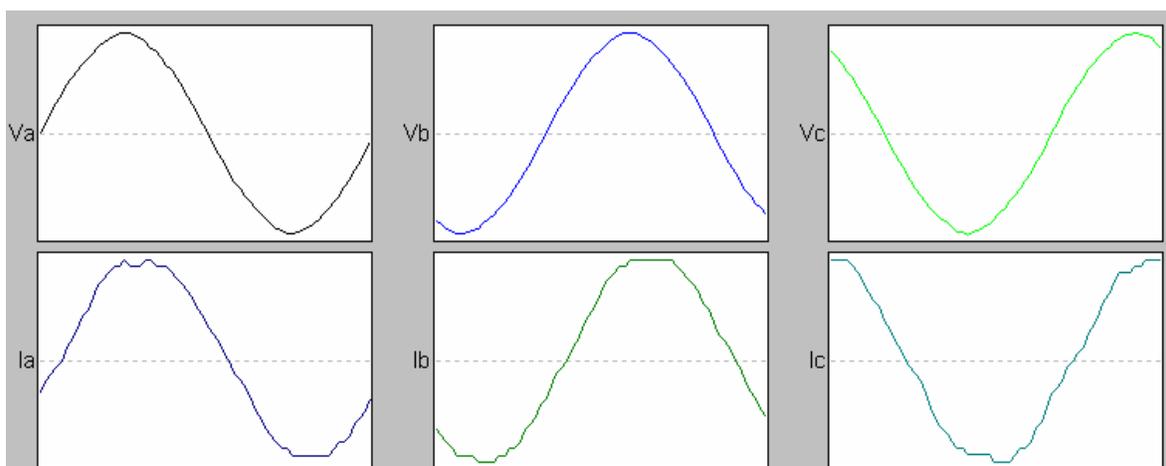


Figura 58 – formas de ondas das correntes e das tensões SE Várzea Grande (13,8 kV)

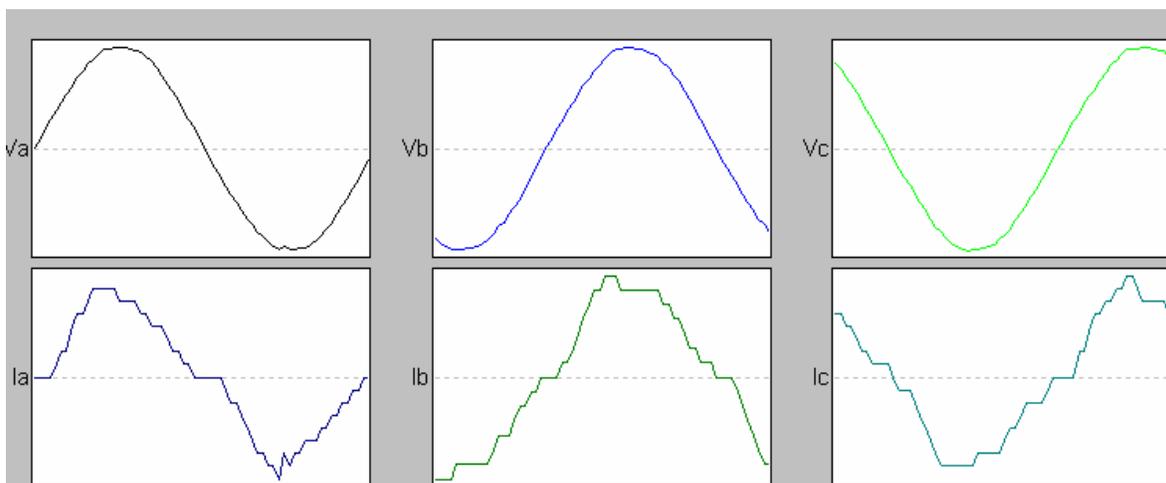


Figura 59 – formas de ondas das correntes e das tensões SE Várzea Grande (34,5 kV)

A tabela 30 apresenta os valores das grandezas para as três subestações. Nessa tabela são apresentados os valores das energias correlacionadas às diversas definições de potência, estudadas até então nessa tese.

Tabela 30 – grandezas das subestações

<b>Grandezas</b>	<b>V. Gde 34,5 kV</b>	<b>V. G 13,8 kV</b>	<b>C. Rei 13,8 kV</b>
<b>ES<sub>v</sub> (kVAh)</b>	<b>8076,6</b>	134466,3	16912,6
<b>ES<sub>s</sub> (kVAh)</b>	<b>8087,9</b>	135085,2	16915,1
<b>ES<sub>1459</sub> (kVAh)</b>	<b>8311,2</b>	135137,8	16915,2
<b>ES<sub>FBD</sub> (kVAh)</b>	<b>8311,1</b>	135137,6	16915,3
<b>ES<sub>sn</sub> (KVAh)</b>	<b>8312,1</b>	135138,0	16916,2
EP (kWh)	7969,8	129048	15785
EQ (kVArh)	-72,7	37237	6088
ES <sub>eN</sub> (kVAh)	2332,9	5982	626
S <sub>eN</sub> /S <sub>e1</sub> (%)	29,25	4,43	3,70
I <sub>a</sub> (A)	30,9	435,5	398,9
I <sub>b</sub> (A)	33,0	505,2	399,9
I <sub>c</sub> (A)	33,8	428,2	397,7
DHT <sub>Va</sub>	1,18	0,86	2,33
DHT <sub>Vb</sub>	1,45	0,60	2,24
DHT <sub>Vc</sub>	1,47	0,80	2,28
DHT <sub>Ia</sub>	19,0	3,98	2,36
DHT <sub>Ib</sub>	14,0	2,25	1,96
DHT <sub>Ic</sub>	14,9	3,47	2,11
ES <sub>UI</sub> (kVAh)	394,9	12254	151
S <sub>UI</sub> /S <sub>I</sub> <sup>+</sup> (%)	4,96	9,11	0,89

A letra “E” antes de cada nome de potência indica a energia acumulada no período de medição. Observa-se que a SE Cristo Rei apresenta os menores valores de distorção harmônica e desequilíbrio levando a maior proximidade entre as várias potências. Em Várzea Grande (13,8 kV), já com um desequilíbrio maior, a potência  $S_v$  apresenta um distanciamento das demais. Em Várzea Grande (34,5 kV), com maior distorção harmônica das correntes elétricas, devido aos MRTs, que provocam fortes correntes harmônicas de ordens múltiplas de três, as potências divergem ainda mais.

Em relação às três potências efetivas, em todos os casos, elas são muito próximas.

## IX.5. – CONSIDERAÇÕES FINAIS

Através destes exemplos de medições, nota-se que, em função dos níveis de distorção harmônica e dos níveis de desequilíbrio dos sistemas analisados, as potências efetivas realmente refletem estas situações além de também apresentarem valores bastante próximos entre si.

---

## X. – CONSIDERAÇÕES FINAIS E NOVOS ESTUDOS

### X.1. – CONSIDERAÇÕES FINAIS

Um sistema elétrico, com tensões e correntes senoidais e equilibradas, pode absorver uma potência ativa menor que a potência aparente, ou de forma equivalente, ter o fator de potência menor que 1 nos terminais da carga. Nesse caso, isto é causado pelas características não ideais da carga, ou seja, pela característica reativa da carga. Esta informação é utilizada pelas concessionárias na estrutura das tarifas. O fator de potência pode ser utilizado também pelos consumidores de forma a evitar uma tarifa maior. A melhoria das características da carga, aumentando o fator de potência, ou de forma equivalente, diminuindo a diferença entre a potência ativa e a potência aparente, pode ser feita através de compensação, reduzindo-se a corrente reativa ou não ativa. Assim, neste caso, é clara qual característica deve ser utilizada na estrutura tarifária e o consumidor sabe como deve atuar para melhorar sua qualidade da energia.

Esta situação não é tão simples no caso mais geral quando os sinais são distorcidos e/ou desequilibrados. Diversas são as razões:

1) A qualidade da energia não tem o mesmo significado para todos os consumidores. Para alguns, apenas a potência ativa fundamental ou de seqüência positiva é considerada potência útil (*useful power*). Há muitos casos intermediários em que os clientes necessitam tanto de potência ativa como de potência reativa. Em outros casos, o consumidor já tem cargas normalmente desequilibradas e/ou que provocam distorção. Assim, não fica claro por qual energia o cliente necessita ou deve pagar.

2) O fato do fator de potência não ser unitário não é necessariamente culpa do consumidor. Por exemplo, se o consumidor deseja receber apenas potência de seqüência positiva, mas devido ao desequilíbrio na tensão, o fator de potência é menor que 1. Este desequilíbrio pode ser causado pelo consumidor, e neste caso, ele deve ser cobrado por tal, mas o desequilíbrio pode ser causado no sistema elétrico por outro fator, e neste caso, o consumidor não deve ser penalizado.

Esta situação hipotética mostra que, certamente, em situações de sinais não senoidais e desequilibrados não há uma única forma de levar em consideração a qualidade

---

da energia e as características da carga no que tange às tarifas e aos projetos de equipamentos de compensação.

Pôde-se verificar que, para situações encontradas nos dias de hoje, com fator de potência de deslocamento ( $\cos \phi$ ) em torno de 0,85 a 0,90, distorções harmônicas totais de tensão na ordem de 5% e distorções harmônicas totais de corrente na ordem de 20% a 30%, os medidores testados apresentam erros dentro de suas classes de exatidão [15, 38] e todas as mais conhecidas além das novas definições de potência tendem a convergir. Já, em outras situações, com fortes distorções harmônicas e desequilíbrios, os medidores podem apresentar maiores erros.

Para o consumidor residencial, comércio de menor porte e pequenas indústrias, os medidores normalmente utilizados são os medidores eletromecânicos, de baixo custo, que medem apenas a energia ativa. Seria difícil justificar o custo da troca destes medidores por medidores eletrônicos programados apenas para medir as diversas potências ativas e não ativas, porém esta substituição já começa a ocorrer por outros motivos tais como um maior controle por parte das concessionárias, medições remotas e minimização das fraudes. Estes pequenos consumidores provocam desequilíbrio de corrente devido à aleatoriedade do funcionamento de suas cargas. Podem ser penalizados por isto? A distorção harmônica no ponto de alimentação destes consumidores é provocada por eles ou o sinal já chega razoavelmente distorcido? Medições mostraram que, em uma residência típica, a distorção harmônica total da tensão no quadro de entrada variou, ao longo do dia, de 1,5% a 4,5% [38]. Além disto, os equipamentos poluidores utilizados por estes consumidores são comprados no mercado que é normalizado pelo governo. Como penalizar o consumidor?

Os consumidores de maior porte tais como shoppings, hospitais, grandes e médias empresas normalmente são alimentados em média tensão (MT) e a medição de energia é feita na MT através de TCs e TPs, com medidores convencionais ou eletrônicos. Se o sistema é de três condutores, sem o neutro, as potências  $S_{sn}$ ,  $S_{1459}$  e  $S_{FBD}$  apresentam os mesmos valores. Caso seja um sistema a quatro condutores, normalmente com desequilíbrio e distorção reduzidos, os valores das potências efetivas também são muito próximos. Qualquer uma das definições poderia ser utilizada.

Ainda, o consumidor que tem a medição de energia realizada na MT pode ser penalizado pelo desequilíbrio / assimetria e pelas distorções prévias da rede? Como será separado o que ele “produz” do que ele “consome” em termos destes fenômenos? Apesar de muitos estudos e pesquisas neste sentido, o autor deste trabalho não conhece um estudo conclusivo e aceito pela comunidade científica, que se propõe a mensurar estas parcelas.

Às potências ativa e “reativa” (não ativa de deslocamento) pode-se atribuir um sentido, rede para carga ou carga para rede. Isto pode ser feito através da medição dos harmônicos em módulo e fase. As potências  $S_{eN}$ ,  $D$  e  $S_{U1}$  são, pela definição, sempre positivas. Como definir seus sentidos? Todas estas dúvidas soam como um desafio para os pesquisadores e engenheiros. Deve-se considerar também o efeito da aleatoriedade que introduz mais uma complicação a estes estudos.

Uma coisa é certa: de uma forma ou de outra, alguém deve pagar por um forte desequilíbrio no sistema em algum ponto ou por uma distorção na tensão que venha a provocar problemas. Talvez o caminho seja, como já iniciado pelas normas americanas e européias, limitar a distorção harmônica e o desequilíbrio no ponto de acoplamento comum (PCC) e monitorá-los de modo a penalizar os reais causadores de alguma ultrapassagem dos mesmos. Estes limites já deverão contemplar valores prévios existentes na rede. Provavelmente, até se equacionar estes vários pontos, a cobrança por exceder certos índices só ocorrerá para grandes consumidores, grandes cargas monofásicas e / ou desequilibradas e cargas fortemente não lineares, que são mais fáceis de se identificar e quantificar.

Finalmente cabe mencionar que essa tese mostrou algumas das diversas formulações para potência aparente procurando compará-las. Mostrou-se que as potências aparentes  $S_A$  e  $S_V$  somente são válidas em ambiente onde não há desequilíbrio além de não computarem a contribuição da corrente de neutro. A potência aparente  $S_s$  considera o desequilíbrio, porém não a corrente de neutro.

As potências efetivas, seja pelo método americano ( $S_{1459}$ ), pelo método europeu  $S_{FBD}$  ou pelo método proposto neste trabalho ( $S_{sn}$ ), se mostram adequadas para ambientes com sinais distorcidos e desequilibrados. Todas apresentam intensidades muito próximas, pois, como se pode ver no comparativo das várias formulações, apresentado no apêndice IX, elas diferem apenas pela componente de seqüência zero das tensões, que normalmente é muito pequena.

### **X.1.1. - COMENTÁRIOS SOBRE O MÉTODO AMERICANO**

O método americano tem conseguido muitos adeptos, o que pode ser confirmado pelos trabalhos apresentados que o utilizam ou referenciam. Ele tem o mérito de apresentar a idéia de que o consumidor deve se responsabilizar pela qualidade da corrente enquanto a concessionária deve se responsabilizar pela qualidade da tensão. Também, é importante a

---

consideração de que, para se contabilizar a potência aparente, o sistema deve ser comparado com um sistema senoidal e simétrico.

A potência de desequilíbrio ( $S_{U1}$ ) mede o desequilíbrio apenas das componentes fundamentais, porém ela reflete também o desequilíbrio originário da rede. Deste modo, sua simples aplicação poderá penalizar incorretamente os consumidores.

A idéia de se monitorar as grandezas  $S_{e1}$ ,  $S_{eN}$ ,  $S_{U1}$  e  $S_1^+$  é interessante para se ter informação do grau de desequilíbrio e do nível de distorção da rede, porém ainda deve ser solucionado como definir o fluxo dos harmônicos e o causador do desequilíbrio.

Em [29] é sugerido que se analise qual a forma mais adequada de se contabilizar a potência aparente principalmente em relação à tensão efetiva. Cada consumidor espera e precisa de determinada potência (fundamental, seqüência positiva, ativa, etc...).

Pontos que podem ser considerados negativos, na dedução apresentada pela norma IEEE Std 1459-2000, são a necessidade de se obter as componentes harmônicas das tensões e das correntes e a necessidade de se conhecer as variáveis  $\xi$  e  $\rho$ , que dificilmente se consegue medir além de serem variáveis com o tempo, pela dinâmica do sistema elétrico.

### **X.1.2. - COMENTÁRIOS SOBRE O MÉTODO EUROPEU**

O método europeu tem um embasamento forte baseado nas leis de Kirchhoff e apresenta alguns conceitos interessantes tais como a utilização do “*virtual star point*” como referencial de tensão. Apesar de desenvolvido por Depenbrock, é Willems quem tem mais publicado sobre o método, apresentando-o com valores eficazes das tensões e das correntes.

Um ponto questionável do método é o fato das correntes de compensação apresentarem desequilíbrio. A obtenção da máxima potência ativa não estaria comprometida? Em [39] a medição de grandezas para quantificar outros fenômenos da qualidade da energia elétrica, tal como afundamentos de tensão, através do “*virtual star point*” é questionada. É necessário também se conhecer o valor de  $\rho$ .

### **X.1.3. - COMENTÁRIOS SOBRE O MÉTODO DA POTÊNCIA $S_{sn}$**

A proposição do método do cálculo da potência  $S_{sn}$  neste trabalho tem como objetivo a discussão em torno da idéia de que qualquer método para ser aceito globalmente, deve ser o mais simples possível. Como já comentado, ele trabalha apenas

---

com as tensões entre fase e neutro, a carga equivalente é simplesmente uma carga resistiva ligada em estrela e apresenta resultados quase iguais aos demais métodos. Como os erros e desvios introduzidos nas medições pelos transdutores e os erros inerentes aos próprios medidores podem ultrapassar as diferenças encontradas entre as várias definições, ele pode ser um método viável. Também depende do valor de  $\rho$ .

#### **X.1.4. - COMENTÁRIO GERAL**

O desenvolvimento de expressões para as três novas definições de potência no domínio do tempo abre caminho para aplicação dessas definições em medidores numéricos. O apêndice IV apresenta programa computacional que pode ser utilizado como base para um protocolo de medição em medidores numéricos. A decomposição polar, pela sua simplicidade de cálculo, parece ser a de mais fácil implementação.

Nota-se que as três definições de potência aparente levam ao mesmo resultado caso a componente homopolar da tensão seja nula. Não sendo nula, as definições FBD e americana levam a resultados também iguais caso  $\xi = 3\rho$ . A potência aparente  $S_{sn}$  não depende do valor de  $\xi$ . Os exemplos, simulações e medições mostram que, para situações quaisquer de distorção e desequilíbrio, as três formulações apresentam valores bastante próximos, sendo que a potência aparente  $S_{sn}$  a que apresenta os maiores valores.

Há ainda muitos estudos e considerações a serem realizados para se atingir um nível de convergência entre os estudiosos de modo a ter-se uma definição aceita globalmente.

#### **X.2. – ARTIGOS PUBLICADOS, SUBMETIDO E PROPOSIÇÕES DE NOVOS ESTUDOS**

Como resultado desses estudos alguns artigos foram publicados em conferências e revista internacional, tais como:

- “A New IEEE Std 1459-2000 – Compatible Time-Domain Formulation for Apparent Power”, Electric Power Systems Research, Elsevier, publicação online em 14/10/08, DOI 10.1016/j.epsr.2008.09.001.
- “A Comparative Analysis of Different Apparent Power Definitions”, 12<sup>th</sup> ICHQP – 2006, Porto, Portugal.

- 
- “Power Definitions for Frequency-dependent Link Resistances, 12<sup>th</sup> ICHQP – 2006, Porto, Portugal.
  - “Um Protótipo de Medidor de Energia em Sistemas Elétricos Distorcidos e Desequilibrados – Novos Protocolos de Medição de Energia Elétrica”, Congresso Brasileiro de Automática (CBA2006), Salvador, Bahia.
  - “Ponderações sobre o Conceito de Potência Aparente”, Conferência Brasileira sobre a Qualidade da Energia Elétrica (CBQEE – 2007), Santos, São Paulo.

Além desses artigos publicados, foi submetido em 25/10/08 ao “IEEE Transaction on Power Delivery” o manuscrito TPWRD-00732-2008 intitulado “Time-domain Formulations for Apparent Power Using Collective rms and Polar Coordinates”.

Com o objetivo de continuidade dos estudos das definições de potência, algumas idéias são apresentadas:

- Estudar mais detalhadamente as potências não ativas derivadas das potências aparentes, desenvolvendo rotinas computacionais para seus cálculos através das amostras e analisar suas contribuições no cômputo da potência aparente.

- Buscar soluções para determinação das parcelas de contribuições do consumidor e do sistema elétrico para a distorção harmônica e desequilíbrio, bem como de que forma contabilizá-las para efeito de cobrança.

- Desenvolver expressões onde as fases possam ter resistências diferentes entre si e analisar se estas diferenças são traduzidas em valores significativos no cálculo da potência aparente.

- Buscar, através de medições ou outras análises, obter valores para  $\rho$  e para  $\xi$ .

## XI. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

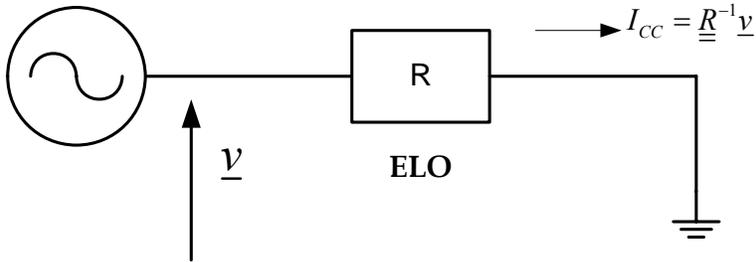
- [1] A. E. Emanuel, "Summary of IEEE 1459: Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced or Unbalanced Conditions", IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 40, n°3, May/June, 2004.
- [2] IEEE Standard Dictionary of Electrical and Electronics Terms. ANSI/IEEE Std. 100-1992 (Fifth Edition). The Inst. Of Electrical and Electronics Engineers, Inc. New York, 1992, pp. 373, 758 and 996.
- [3] IEEE Working Group on Nonsinusoidal Situations: Effects on Meter Performance and Definitions of Power, "Practical Definitions for Powers in Systems with Nonsinusoidal Waveforms and Unbalanced Loads: A Discussion, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 11, N° 1, January, 1996.
- [4] IEEE Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced or Unbalanced Conditions, IEEE PES, Power System Instrumentation and Measurements Committee, Upgraded to Full-use, August 2002. Available: IEEE Std, 1459-2000.
- [5] R. Arseneau, G.T. Heydt, and M. J. Kempkr, "Application of IEEE Standard 519-1992 - Harmonic Limits for Revenue Billing Meters", IEEE Transactions on Power Delivery, Volume 12, N° 1, 1997.
- [6] D. Yildirim e E. F. Fuchs, "Commentary on Various Formulations of Distortion Power D," IEEE Power Engineering Review, vol. 19, n° 5, pp.50-52, May 1999.
- [7] P. S. Filipski, "Polyphase Apparent Power and Power Factor under Distorted Waveform Conditions," IEEE Transactions on Power Delivery, Vol.6, n° 3. July 1991.
- [8] A. Ferrero, "Definitions of electrical quantities commonly used in nonsinusoidal conditions," Eur. Trans. Electrical Power (ETEP), vol. 8, pp.249-257, 1998.
- [9] P. Tenti e P. Mattavelli, "A Time-domain Approach to Power Term Definitions under Non-sinusoidal Conditions," in proc. 2003 6th International Workshop on Power Definitions and Measurements under Non-sinusoidal Conditions, IEEE Instrumentation and Measurement Society, North Italy Chapter, Milano, Italy, pp. 41-50.
- [10] L.S. Czarnecki, "Orthogonal Decomposition of the Currents in a 3 – Phase Nonlinear Asymmetrical Circuit with a Nonsinusoidal Voltage Source," IEEE Transaction on Instrumentation and Measurement, Vol. 37, n° 1, Mar 1988.
- [11] M. Depenbrock, "The FBD-Method, A Generally Applicable Tool for Analyzing Power Relations," IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 8, n° 2, pp. 381-387, May 1993.
- [12] J.L. Willems, J.A. Ghijselen, A. E. Emanuel, "The Apparent Power Concept and the IEEE Standard 1459-2000," IEEE Transaction on Power Delivery, Vol. 20, N° 2, April 2005.
- [13] H. Arango, J.P.G. Abreu, P. M. Silveira, **J. E. Almeida**, Power Definitions for Frequency-dependent Link Resistances, 12th International Conference on Harmonics and Quality of Power (ICHQP 2006), Porto, Portugal, Vol (4) (2006).

- [14] A. E. Emanuel. "Reflections on the Effective Voltage Concept", In Proc. 2003 Sixth international Workshop on Power Definitions and Measurements under Non-sinusoidal Conditions, IEEE Instrumentation and Measurement Society North Italy Chapter, Milano, Italy, pp.1-7.
- [15] J. Arrillaga, N. R. Watson, S. Chen, Power System Quality Assessment, Second ed., John Willey & Sons, New York, N. Y., 2000, ISBN 0-471-98865-0.
- [16] "Uma Proposição de Novos Protocolos sob a Ótica da Qualidade da Energia Elétrica", Tese de Doutorado de Délvio Franco Bernardes, Universidade Federal de Itajubá, 2003.
- [17] M. Depenbrock e V. Staudt, Discussion to [WG01].
- [18] F.P. Marafão, Tese de doutorado, "Análise e Controle da Energia Elétrica através de Técnicas de Processamento Digital de Sinais", FEEC, Unicamp, Campinas, SP, 2004.
- [19] **J.E. Almeida**, P.M. Silveira, J.P.G. Abreu, H. Arango, "A Comparative Analysis of Different Apparent Power Definitions", in proc. 12th International Conference on Harmonics and Quality of Power (ICHQP 2006), Porto, Portugal, 2 (2006).
- [20] S. Pajié e A.E. Emanuel, "Modern Apparent Power Definitions: Theoretical Versus Practical Approach – The General Case", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 21, N° 4, 2006.
- [21] J.L. Willems e J.A. Ghijselen, "Apparent Power and Power Factor Concepts in Unbalanced and Nonsinusoidal Situations," IEEE Bologna Power Tech Conference, Bologna, Italy, 2003.
- [22] M. Depenbrock. "Quantities of a Multi-terminal Circuit Determined on the Basis of Kirchhoff's Laws", Eur. Trans. Electrical Power (ETEP), vol. 8, pp. 249-257, 1998.
- [23] V. Staudt and H. Wrede, "Compensation Strategies for Four-conductor Systems", 6<sup>th</sup> International Workshop on Power Definitions and Measurements under Non-sinusoidal Conditions, Milano, 2003.
- [24] M. Depenbrock, V. Staudt and H. Wrede "A Theoretical Investigation of Original and Modified Instantaneous Power Theory Applied to Four-wire Systems," IEEE Transactions on Industry Applications, Vol.39, n° 4, July/Aug 2003.
- [25] J.L. Willems e J.A. Ghijselen, "The Choice of the Voltage Reference and the Generalization of the Apparent Power"," 6<sup>th</sup> International Workshop on Power Definitions and Measurements under Non-sinusoidal Conditions, Milano, 2003.
- [26] J.L. Willems, "Reflections on Apparent Power and Power Factor in Nonsinusoidal and Polyphase Situations", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 19, N° 2, April, 2004.
- [27] Munem, Mustafá A., Foulis, David J., "Cálculo", volume 2, Editora Guanabara Dois S. A., Rio de Janeiro, RJ, 1996.
- [28] A. E. Emanuel, "Some Challenges for the IEEE Standard 1459", IEEE Power Engineering Society Summer Meeting, Vol. 3, pp. 1674-1676, July, 2002.

- [29] A. Emanuel, "IEEE Standard 1459: Questions and Future Direction – Quo Vadis?", Power Engineering Society General Meeting, Vol. 1, pp. 13-17, July, 2003.
- [30] F. Buchholz, "Apparent power in unbalanced three-phase systems", Licht and Kraft, n° 2, pp. 9 – 11, 1920.
- [31] W. M. Goodhue, "Discussion to Reactive Power Concepts in Need of Clarification", Transaction AIEE, Vol. 52, Setpt. 1933, p.787.
- [32] H. Arango, J.P.G. Abreu, P.M. Silveira, J.A. Jardini, "Symmetrical Components in Nonsinusoidal Periodic Systems: A Time-Domain Approach", in proc. 8th International Conference on Electrical Power Quality and Utilisation (EPQU'05), Set/2005, Cracow, Poland.
- [33] H. Arango e J.P.G. Abreu, "Apparent Power in Multiphase Systems with Unequal Neutral," in proc. 1998 8th International Conference on Harmonics and Quality of Power (ICHQP 1998), Athens, Greece.
- [34] Módulo 8 do PRODIST – Procedimento de Distribuição de Energia Elétrica do Sistema Elétrico Nacional – Qualidade da Energia Elétrica, em atualização na SRD da Aneel em 27/08/2007.
- [35] P. Salmerón, J.C. Montaña, J.R. Vázquez, J. Prieto and A. Pérez, "Compensation in Nonsinusoidal, Unbalanced Three-Phase Four –Wire Systems With Active Power-Line Conditioner", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 19, N° 4, 2004.
- [36] S. Orts, F.J. Gimeno-Sales, A. Abellán, S. Seguí-Chilet, M. Alcañiz e R. Masot, "Nuevo Compensador Activo Basado en la IEEE Std. 1459", IEEE Latin America Transactions, Vol. 4, N° 1, pp. 38-46, Março de 2006.
- [37] H. Arango, **J. E. Almeida**, J.P.G. Abreu, "Ponderações sobre o conceito de potência aparente", Conferência Brasileira sobre a Qualidade da Energia Elétrica (CBQEE), Santos, SP, 2007.
- [38] **J.E. Almeida**, P.M. Silveira, J.P.G. Abreu, "Um protótipo de medidor de energia em sistemas elétricos distorcidos e desequilibrados – novos protocolos de medição de energia elétrica", Congresso Brasileiro de Automática (CBA), Salvador, Bahia, 2006.
- [39] F.P. Marafão, H.K. Morales, S.M. Deckmann, A.C. Moreira, "Impacto do referencial de tensão na medida da qualidade de energia elétrica", VII Conferência Internacional de Aplicações Industriais - INDUSCON - Recife 2006.
- [40] A. Ferrero, S. Neva, A.P. Morando, "A systematic, mathematically and physically sound approach to the energy balance in three-wire, three-phase systems", 6<sup>th</sup> Int. Workshop on Power Def. and Meas. Under Non-sinusoidal Conditions, Milano, Italy, 2003.

## APÊNDICE I

Potência de curto-circuito ( $P_{CC}$ )



$$\underline{i}_{CC} = \underline{\underline{R}}^{-1} \underline{v}$$

Multiplicando por  $\underline{v}'$ , vem:

$$\underline{v}' \underline{i}_{CC} = \underline{v}' \underline{\underline{R}}^{-1} \underline{v}$$

$$P_{CC} = AVR(\underline{v}' \underline{\underline{R}}^{-1} \underline{v})$$

É a potência de curto-circuito com tensão  $\underline{v}$  na saída da fonte. Não é a potência de curto-circuito original do sistema.

## APÊNDICE II

$$\Re[\underline{i}' \underline{\underline{R}} \underline{i}^*] = \underline{i}' \underline{\underline{R}} \underline{i}^*$$

Se  $\underline{\underline{R}}$  simétrica,  $\underline{\underline{R}} = \underline{\underline{R}}'$

Se é hermitiana  $\underline{\underline{R}}' = \underline{\underline{R}}^*$ , isto é,  $a_{jk} = a_{kj}^*$  e os elementos da diagonal são reais, Assim, a matriz  $\underline{\underline{R}}$  possui a seguinte propriedade:

$H = (\underline{X}^*)' \underline{\underline{R}} \underline{X}$  para qualquer  $\underline{X}$ , é um número real. Deste modo:

$\underline{i}' \underline{\underline{R}} \underline{i}^*$  será real se:

$$\underline{i}' \underline{\underline{R}} \underline{i}^* = (\underline{i}' \underline{\underline{R}} \underline{i}^*)^*$$

$(\underline{i}' \underline{\underline{R}} \underline{i}^*)^* = (\underline{i}')^* \underline{\underline{R}}^* \underline{i} = (\underline{i}')^* \underline{\underline{R}} \underline{i}$  é um número real, logo  $\underline{i}' \underline{\underline{R}} \underline{i}^*$  é também real.

## APÊNDICE III

Considerando  $r_a = r_b = r_c = r$  e  $\rho = \frac{r_N}{r}$

$$\underline{\underline{R}} = r \left( dg \underline{1} + \rho \underline{1} \underline{1}' \right) = r \underline{\underline{B}}$$

$$\underline{\underline{B}} = dg \underline{1} + \rho \underline{1} \underline{1}' = \begin{bmatrix} 1+\rho & \rho & \rho \\ \rho & 1+\rho & \rho \\ \rho & \rho & 1+\rho \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{R}}^{-1} = \frac{1}{r} \underline{\underline{B}}^{-1}$$

$$\underline{\underline{B}}^{-1} = \left( dg \underline{1} - \frac{\rho}{1+3\rho} \underline{1} \underline{1}' \right)$$

$$\underline{\underline{B}}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \frac{\rho}{1+3\rho} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{B}}^{-1} = \frac{1}{1+3\rho} \begin{bmatrix} 1+2\rho & -\rho & -\rho \\ -\rho & 1+2\rho & -\rho \\ -\rho & -\rho & 1+2\rho \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{B}} \underline{\underline{B}}^{-1} = \frac{1}{1+3\rho} \begin{bmatrix} 1+\rho & \rho & \rho \\ \rho & 1+\rho & \rho \\ \rho & \rho & 1+\rho \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1+2\rho & -\rho & -\rho \\ -\rho & 1+2\rho & -\rho \\ -\rho & -\rho & 1+2\rho \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{B}} \underline{\underline{B}}^{-1} = \frac{1}{1+3\rho} \begin{bmatrix} 1+3\rho & 0 & 0 \\ 0 & 1+3\rho & 0 \\ 0 & 0 & 1+3\rho \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ (matriz unitária)}$$

# APÊNDICE IV

## Programas do Matlab

### IV.1 Program to calculate the apparent power by samples

```
warning off
close all
clear all
clc
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Entrada de Dados da FONTE
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Fase A
Va=127*sqrt(2);
Fa=0;
Va3=15;
Fa3=0;
Va5=10;
Fa5=0;
Va7=0;
Fa7=0;
Rfa=4e-10;
Lfa=1e-10;
%Fase B
Vb=127*sqrt(2);
Fb=-120;
Vb3=18;
Fb3=0;
Vb5=12;
Fb5=110;
Vb7=0;
Fb7=0;
Rfb=4e-10;
Lfb=1e-10;
%Dados tensao Fase c
Vc=127*sqrt(2);
Fc=120;
Vc3=11;
Fc3=0;
Vc5=8;
Fc5=220;
Vc7=0;
Fc7=0;
Rfc=4e-10;
Lfc=1e-10;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Entrada de Dados do ELO
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Rea=0.4;
Lea=160e-6;
Reb=0.4;
Leb=160e-6;
Rec=0.4;
Lec=160e-6;
Ren=0.4; %resistência de neutro
Len=160e-6; %indutância de neutro
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Entrada de Dados da CARGA
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Fase A
%Fundamental
Rca=2;
Lca=22.5e-3;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Fase B
%Fundamental
Rcb=2;
Lcb=22.5e-3;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Fase C
```

```

%Fundamental
Rcc=2;
Lcc=22.5e-3;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
sim circuito_completo.mdl
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Cálculos
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
n=length(Vamed); % número de amostras por ciclo
t=linspace((360/(2*n))/(360*60),(360-(360/(2*n)))/(360*60),n);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Entrada das Tensões e Correntes
v=[
    Vamed';
    Vbmed';
    Vcmed'
];

i=[
    Ia';
    Ib';
    Ic'
];
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%P=sum(sum((vMT.*iMT')))/length(vMT)
P=sum(sum((v.*i')))/(n);
%Entrances
n=12; % number of samples by cycle
csi=1; % Ratio between delta-connected load and wye-connected load
ro=1; % Ratio between neutral conductor resistance and phase conductor resistance
figure
plot(t,v')
xlabel('Time (s)')
ylabel('Voltage (V)')
figure
plot(t,i')
xlabel('Time (s)')
ylabel('Current (A)')
%Calculation of Se using polar coordinates
v0=(v(1,:)+v(2,:)+v(3,:))/3;
v0_minus=[v(1,:)-v0;v(2,:)-v0;v(3,:)-v0];
v0_quad=(sum(3*(v0.^2)))/(n);
v0_minus_quad=(sum(sum(v0_minus.^2)))/(n);
i0=(i(1,:)+i(2,:)+i(3,:))/3;
i0_minus=[i(1,:)-i0;i(2,:)-i0;i(3,:)-i0];
i0_quad=(sum(3*(i0.^2)))/(n);
i0_minus_quad=(sum(sum(i0_minus.^2)))/(n);
Ve=sqrt((v0_minus_quad+(v0_quad/(1+csi)))/3);
Ie=sqrt((i0_minus_quad+((1+3*ro)*i0_quad)/3);
Se=3*Ve*Ie;
% Cálculo de Ve, Ie, Se, SFBD, Ssn e erros através das matrizes
A=[((3+2*csi)/csi) -1 -1;-1 ((3+2*csi)/csi) -1;-1 -1 ((3+2*csi)/csi)];
B=[(1+ro) ro ro;ro (1+ro) ro;ro ro (1+ro)];
% cálculo de Ssn pela polar
Ssn1=sqrt((v0_quad+v0_minus_quad)*(i0_minus_quad+(1+3*ro)*i0_quad));
ve=v'*A*v;
ve_avr=(sum(diag(v'*A*v)))/n;
ie=i'*B*i;
ie_avr=(sum(diag(i'*B*i)))/n;
se1=sqrt((csi/(3*(1+csi)))*(ve_avr*ie_avr));
Ve1=sqrt(csi*(ve_avr)/(9*(1+csi)));
Ie1=sqrt((ie_avr)/3);
VeFBD_avr=(sum(diag(v'*inv(B)*v)))/n;
SFBD=sqrt((VeFBD_avr*ie_avr));
Ve1=sqrt((ve_avr)/18);
Ie1=sqrt((ie_avr)/3);
vessn=(sum(diag(v'*v)))/n;
Ssn=sqrt(vessn*ie_avr);
erro_perc_FBD=100*(abs(SFBD-Se)/Se);
erro_perc_Ssn=100*(abs(Ssn-Se)/Se);
vessn=(sum(diag(v'*v)))/n;
VeSsn=sqrt((vessn/3))
VeFBD_avr=(sum(diag(v'*inv(B)*v)))/n;
VeFBD=sqrt((VeFBD_avr/3))

```

## IV.2 Program to calculate the apparent power by samples using polar coordinates

```
clear all
clc
%Entrances
n=12;      % number of samples by cycle
csi=1;    % Ratio between delta-connected load and wye-connected load
ro=1;     % Ratio between neutral conductor resistance and phase conductor resistance
t=linspace((360/(2*n))/(360*60),(360-(360/(2*n)))/(360*60),n);
%%%%%%%%%%
% Voltages and currents expressions
v=[]
sqrt(2).*120*sin(2*pi*60*t)+sqrt(2).*10*sin(2*pi*3*60*t-(285*pi/180))+sqrt(2).*6*sin(2*pi*5*60*t-(167*pi/180));
sqrt(2).*100*sin(2*pi*60*t-(120*pi/180))+sqrt(2).*8*sin(2*pi*3*60*t-(280*pi/180))+sqrt(2).*5*sin(2*pi*5*60*t-(286*pi/180));
sqrt(2).*100*sin(2*pi*60*t+(120*pi/180))+sqrt(2).*9*sin(2*pi*3*60*t-(290*pi/180))+sqrt(2).*4*sin(2*pi*5*60*t-(43*pi/180))
];
i=[]
sqrt(2).*12*sin(2*pi*60*t)+sqrt(2).*6*sin(2*pi*3*60*t-(160*pi/180))+sqrt(2).*4*sin(2*pi*5*60*t-(218*pi/180));
sqrt(2).*10*sin(2*pi*60*t-(120*pi/180))+sqrt(2).*4*sin(2*pi*3*60*t-(175*pi/180))+sqrt(2).*2*sin(2*pi*5*60*t-(98*pi/180));
sqrt(2).*10*sin(2*pi*60*t+(120*pi/180))+sqrt(2).*5*sin(2*pi*3*60*t-(170*pi/180))+sqrt(2).*3*sin(2*pi*5*60*t-(338*pi/180))
];
%%%%%%%%%%
figure
plot(t,v')
xlabel('Time (s)')
ylabel('Voltage (V)')
figure
plot(t,i')
xlabel('Time (s)')
ylabel('Current (A)')
%Calculation of Se using polar coordinates
v0=(v(1,:)+v(2,:)+v(3,:))/3;
v0_minus=[v(1,:)-v0;v(2,:)-v0;v(3,:)-v0];
v0_quad=(sum(3*(v0.^2)))/(n);
v0_minus_quad=(sum(sum(v0_minus.^2)))/(n);
i0=(i(1,:)+i(2,:)+i(3,:))/3;
i0_minus=[i(1,:)-i0;i(2,:)-i0;i(3,:)-i0];
i0_quad=(sum(3*(i0.^2)))/(n);
i0_minus_quad=(sum(sum(i0_minus.^2)))/(n);
Ve=sqrt((v0_minus_quad+(v0_quad/(1+csi))/3);
Ie=sqrt((i0_minus_quad+((1+3*ro)*i0_quad)/3);
Se=3*Ve*Ie;
VeFBD=sqrt((v0_minus_quad+(1+3*ro)v0_quad)/3);
SFBD=sqrt((i0_minus_quad+((1+3*ro)*i0_quad)(v0_minus_quad+(1+3*ro)v0_quad));
VeSsn=sqrt((v0_minus_quad+v0_quad)/3);
Ssn=sqrt((v0_quad+v0_minus_quad)*(i0_minus_quad+(1+3*ro)*i0_quad));
desvio_perc_FBD=100*(abs(SFBD-Se)/Se);
desvio_perc_Ssn=100*(abs(Ssn-Se)/Se);
```

## APÊNDICE V

$$P = g_{\Delta} \left[ AVR \left( \underline{v}_e^t \left( \frac{3}{\xi} + 3 \right) dg1 \underline{v}_e \right) - AVR \left( \underline{v}_e^t 11^t \underline{v}_e \right) \right]$$

$$\underline{v}_e = \sqrt{2} V_e \Im m(\underline{a} e^{j\omega t}) \quad \underline{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^* \\ \alpha \end{bmatrix} \quad \alpha = e^{j120}$$

$$\left[ AVR \left( \underline{v}_e^t 11^t \underline{v}_e \right) \right] = zero$$

$$P = g_{\Delta} \left( \frac{3}{\xi} + 3 \right) AVR \left( \underline{v}_e^t \underline{v}_e \right)$$

$$\left[ \underline{v}_e^t \underline{v}_e \right] = \sqrt{2} V_e \Im m(\underline{a}^t e^{j\omega t}) \sqrt{2} V_e \Im m(\underline{a} e^{j\omega t})$$

$$\left[ \underline{v}_e^t \underline{v}_e \right] = 2V_e^2 \Im m(\underline{a}^t e^{j\omega t}) \Im m(\underline{a} e^{j\omega t})$$

Chamando:

$$\underline{A} = \underline{a}^t e^{j\omega t} \quad e \quad \underline{B} = \underline{a} e^{j\omega t}$$

Sabendo que:

$$2 \Im m(\underline{A}) \Im m(\underline{B}) = \text{Re}(\underline{A} \underline{B}^*) - \text{Re}(\underline{A} \underline{B})$$

$$\left[ \underline{v}_e^t \underline{v}_e \right] = V_e^2 \left[ \text{Re}(\underline{A}^t e^{j\omega t} \underline{a}^* e^{-j\omega t}) - \text{Re}(\underline{A}^t e^{j\omega t} \underline{a} e^{j\omega t}) \right]$$

$$\left[ \underline{v}_e^t \underline{v}_e \right] = V_e^2 \left[ \text{Re}(\underline{A}^t \underline{a}^*) - \text{Re}(\underline{A}^t \underline{a} e^{j2\omega t}) \right]$$

$$\left[ \underline{v}_e^t \underline{v}_e \right] = V_e^2 \left[ 3 - \text{Re}(0) \right]$$

$$\left[ \underline{v}_e^t \underline{v}_e \right] = 3V_e^2$$

Finalmente:

$$P = 3g_{\Delta} \left( \frac{3}{\xi} + 3 \right) V_e^2$$

## APÊNDICE VI

### COORDENADAS POLARES

#### VI.1 Componentes Homopolares e Heteropolares

As grandezas físicas (tensão, corrente) podem ser decompostas em coordenadas polares, A vantagem desta decomposição é que não há restrição quanto ao sinal ser distorcido e/ou desequilibrado,

Sejam os vetores das tensões fase-neutro e das correntes de linha variantes no tempo:

$$\underline{v}_{(t)} = \begin{bmatrix} v_a(t) \\ v_b(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix} \quad \underline{i}(t) = \begin{bmatrix} i_a(t) \\ i_b(t) \\ i_c(t) \end{bmatrix}$$

Para simplificação da notação passa-se a representar  $\underline{v}(t)$  por  $\underline{v}$  e  $\underline{i}(t)$  por  $\underline{i}$

Pode-se decompô-los em:

$$\underline{v} = \underline{v}_{\bar{o}} + \underline{v}_o \quad \text{e} \quad \underline{i} = \underline{i}_{\bar{o}} + \underline{i}_o \quad (\text{A-1})$$

Onde:

$\underline{v}_{\bar{o}}$  - é o vetor dos componentes heteropolares das tensões;

$\underline{v}_o$  - é o vetor dos componentes homopolares das tensões;

$\underline{i}_{\bar{o}}$  - é o vetor dos componentes heteropolares das correntes;

$\underline{i}_o$  - é o vetor dos componentes homopolares das correntes,

$\underline{v}_{\bar{o}}$  e  $\underline{v}_o$  estão sujeitos à condição de ortogonalidade, isto é:

$$\underline{v}_o^t \underline{v}_{\bar{o}} = 0 \quad (\text{A-2})$$

Pode-se escrever:

$$\underline{v}_o = k \begin{bmatrix} v_o \\ v_o \\ v_o \end{bmatrix} = k v_o \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = k v_o \underline{1}$$
$$\underline{v}_o = k v_o \underline{1} \quad (\text{A-3})$$

Em (A-2), vem:

$$k v_o \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{\bar{o}a} \\ v_{\bar{o}b} \\ v_{\bar{o}c} \end{bmatrix} = 0$$

Levando a:

$$v_{\bar{o}a} + v_{\bar{o}b} + v_{\bar{o}c} = 0$$

Ou seja:

$$\underline{1}^t \underline{v}_{\bar{o}} = 0 \quad (\text{A-4})$$

Expressão esta que é consequência da ortogonalidade.

De (A-1), tem-se:

$$\underline{v} = \underline{v}_{\bar{o}} + \underline{v}_o$$

Multiplicando ambos os termos por  $\underline{1}^t$ :

$$\underline{1}^t \underline{v} = \underline{1}^t \underline{v}_{\bar{o}} + \underline{1}^t \underline{v}_o$$

Sendo o primeiro termo após o sinal de igualdade igual a zero, conforme (A-4), vem:

$$\underline{1}^t \underline{v}_o = \underline{1}^t \underline{v}$$

Inserindo (A-3), vem:

$$\underline{1}^t k v_o \underline{1} = \underline{1}^t \underline{v}$$

$$k v_o \underline{1}^t \underline{1} = \underline{1}^t \underline{v}$$

$$3 k v_o = \underline{1}^t \underline{v}$$

$$v_o = \frac{1}{3k} \underline{1}^t \underline{v}$$

Substituindo este valor de  $v_o$  em (A-3), vem:

$$\underline{v}_o = k \frac{1}{3k} \underline{1}^t \underline{v} \underline{1} = \frac{1}{3} \underline{1}^t \underline{v} \underline{1}$$

$$\underline{v}_o = \frac{1}{3} \underline{1}^t \underline{v} \underline{1} \quad (\text{A-5})$$

Expressão que permite obter os valores das componentes homopolares de cada fase.

Ou de outro modo:

$$\underline{v}_o = \frac{1}{3}(v_a + v_b + v_c) \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

De modo similar, para a corrente, tem-se:

$$\underline{i}_o = \frac{1}{3} \underline{1}^t \underline{i} \underline{1} \quad (\text{A-6})$$

Considerando  $k = \frac{1}{\sqrt{3}}$ , tem-se:

$$v_o = \frac{1}{\sqrt{3}} \underline{1}^t \underline{v} \quad (\text{escalar}) \quad (\text{A-7})$$

$$\underline{v}_o = v_o \frac{1}{\sqrt{3}} \underline{1}$$

Em valores eficazes, pode-se escrever:

$$V^2 = V_o^2 + V_o^2 \quad I^2 = I_o^2 + I_o^2 \quad (\text{A-8})$$

$$\underline{\dot{V}}_o = \frac{1}{3} \underline{1}^t \underline{\dot{V}} \underline{1} \quad \underline{\dot{I}}_o = \frac{1}{3} \underline{1}^t \underline{\dot{I}} \underline{1} \quad (\text{A-9})$$

$$\dot{V}_o = \frac{1}{\sqrt{3}} \underline{1}^t \dot{\underline{V}} \quad \dot{I}_o = \frac{1}{\sqrt{3}} \underline{1}^t \dot{\underline{I}} \quad (\text{A-10})$$

## VI.2 Comparação entre coordenadas polares e componentes seqüenciais de Fortescue normalizada [40],

**Fortescue normalizada;**

$$\dot{I}_s = \begin{bmatrix} \dot{I}_+ \\ \dot{I}_- \\ \dot{I}_o \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix}$$

$$\dot{I}_o = \frac{1}{\sqrt{3}} (\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c)$$

**Coordenada polar:**

$$\underline{i}_o = \frac{1}{\sqrt{3}} \underline{1}' \underline{i} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} (i_a + i_b + i_c)$$

Logo, se as tensões e/ou correntes são senoidais, utilizando-se Fortescue normalizada, tem-se:

$$\dot{I}_o(\text{polar}) = \dot{I}_o(\text{sequencial})$$

Caso não sejam senoidais, não há mais igualdade, A vantagem da decomposição em coordenadas polares é que ela pode ser utilizada mesmo para um sistema com tensões e correntes distorcidas.

### Exemplos de cálculo das coordenadas polares:

1) Sendo  $\underline{\dot{V}} = \begin{bmatrix} 1 \\ -j \\ j \end{bmatrix}$  determinar as componentes polares,

$$\underline{V}_o = \frac{1}{\sqrt{3}} \underline{1}' \underline{\dot{V}}$$

$$\underline{V}_o = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -j \\ j \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\underline{\dot{V}}_o = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -j \\ j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\dot{V}}_o = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\dot{V}}_{\bar{o}} = \underline{\dot{V}} - \underline{\dot{V}}_o = \begin{bmatrix} 1 \\ -j \\ j \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1/3 \\ 1/3 \\ 1/3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2/3 \\ -1/3 - j \\ -1/3 + j \end{bmatrix}$$

Pode-se confirmar que  $\underline{\dot{V}}_o$  e  $\underline{\dot{V}}_{\bar{o}}$  são ortogonais, pois:

$$\underline{\dot{V}}_o' \underline{\dot{V}}_{\bar{o}} = 0$$

Assim:

$$V^2 = 1^2 + 1^2 + 1^2 = 3 \quad V_o^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{3}$$

$$V_{\bar{o}}^2 = \frac{4}{9} + \frac{1}{9} + 1 + \frac{1}{9} + 1 = \frac{8}{3}$$

No domínio do tempo:

$$\underline{v} = \sqrt{2} \begin{bmatrix} \text{sen } wt \\ -\cos wt \\ \cos wt \end{bmatrix}$$

$$v_o = \frac{1}{\sqrt{3}} [1 \quad 1 \quad 1] \sqrt{2} \begin{bmatrix} \text{sen } wt \\ -\cos wt \\ \cos wt \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} (\text{sen } wt)$$

$$\underline{v}_o = \frac{1}{3} \underline{1}' \underline{v} \underline{1} = \frac{1}{3} [1 \quad 1 \quad 1] \sqrt{2} \begin{bmatrix} \text{sen } wt \\ -\cos wt \\ \cos wt \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{v}_o = \frac{\sqrt{2}}{3} \begin{bmatrix} \text{sen } wt \\ \text{sen } wt \\ \text{sen } wt \end{bmatrix}$$

$$\underline{v}_{\bar{o}} = \underline{v} - \underline{v}_o = \sqrt{2} \begin{bmatrix} \text{sen } wt \\ -\cos wt \\ \cos wt \end{bmatrix} - \frac{\sqrt{2}}{3} \begin{bmatrix} \text{sen } wt \\ \text{sen } wt \\ \text{sen } wt \end{bmatrix}$$

$$\underline{v}_{\bar{o}} = \sqrt{2} \begin{bmatrix} \frac{2}{3} \text{sen } wt \\ -\cos wt - \frac{1}{3} \text{sen } wt \\ \cos wt - \frac{1}{3} \text{sen } wt \end{bmatrix}$$

O que satisfaz a condição de  $\underline{v}_o^t \underline{v}_{\bar{o}} = 0$  ortogonalidade.

2) Achar as componentes polares da corrente:

$$\underline{\dot{I}} = \begin{bmatrix} 1 \\ -j \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\dot{I}_o = \frac{1}{\sqrt{3}} = \underline{1}' \underline{\dot{I}}$$

$$\underline{\dot{I}}_o = \frac{1}{3} = \underline{1}' \underline{\dot{I}} \underline{1}$$

$$\dot{I}_o = \frac{1}{\sqrt{3}} = [1 \quad 1 \quad 1] \begin{bmatrix} 1 \\ -j \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}}(1-j)$$

$$\underline{\dot{I}}_o = \frac{1}{3}(1-j) \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1-j}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1-j}{\sqrt{3}} \frac{1}{\sqrt{3}} \underline{1} = \frac{1-j}{\sqrt{3}} \underline{1}_{II}$$

$$\underline{\dot{I}}_{\bar{o}} = \underline{\dot{I}} - \underline{\dot{I}}_o$$

$$\underline{\dot{I}}_{\bar{o}} = \begin{bmatrix} 1 \\ -j \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1-j \\ 1-j \\ 1-j \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \left\{ \begin{bmatrix} 3 \\ -3j \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1-j \\ 1-j \\ 1-j \end{bmatrix} \right\}$$

$$\underline{\dot{I}}_{\bar{o}} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2+j \\ -1-2j \\ -1+j \end{bmatrix}$$

Conferindo  $\underline{\dot{I}}_o' \underline{\dot{I}}_{\bar{o}} = 0$  ortogonais !!

$$I^2 = 2 \quad I_o^2 = \frac{2}{3} \quad \underline{I}_{\bar{o}}^2 = \frac{4}{3}$$

3) Calcular a potência aparente compatível ao Método Americano (IEEE – 1459-2000), considerando as tensões do exemplo 1 e as correntes do exemplo 2.

Do exemplo 1:

$$V_{\bar{o}}^2 = \frac{8}{3} \quad V_o^2 = \frac{1}{3}$$

Do exemplo 2:

$$I_{\bar{o}}^2 = \frac{4}{3} \quad I_o^2 = \frac{2}{3}$$

fazendo  $\rho=1$  ,e  $\xi=1$ :

$$S_{1459} = \left\{ \left[ I_{\bar{o}}^2 + (1+3\rho)I_o^2 \right] \left[ V_{\bar{o}}^2 + \frac{V_o^2}{2} \right] \right\}^{1/2}$$

$$S_{1459} = \left\{ \left[ \frac{4}{3} + 4 \frac{2}{3} \right] \left[ \frac{8}{3} + \frac{1}{6} \right] \right\}^{1/2}$$

$$S_{1459} = \left\{ [4] \left[ \frac{17}{6} \right] \right\}^{1/2}$$

$$S_{1459} = \sqrt{\frac{34}{3}}$$

## APÊNDICE VII

Cálculo dos valores eficazes das correntes e das tensões e das componentes homopolares das correntes e das tensões

$$I^2 = |I_a|^2 + |I_b|^2 + |I_c|^2 \quad V^2 = |V_a|^2 + |V_b|^2 + |V_c|^2$$

$$|V_a|^2 = |V_{a1}|^2 + |V_{a2}|^2 + |V_{a3}|^2 + |V_{a4}|^2 + |V_{a5}|^2 + \dots \quad V^2 = \sum_{k=a,b,c} \sum_h |\dot{V}_h|^2$$

$$I^2 = \sum_{k=a,b,c} \sum_h |\dot{I}_h|^2$$

$$V_o^2 = \frac{1}{3} \left[ |\dot{V}_{a1} + \dot{V}_{b1} + \dot{V}_{c1}|^2 + |\dot{V}_{a2} + \dot{V}_{b2} + \dot{V}_{c2}|^2 + |\dot{V}_{a3} + \dot{V}_{b3} + \dot{V}_{c3}|^2 + \dots \right]$$

$$I_o^2 = \frac{1}{3} \left[ |\dot{I}_{a1} + \dot{I}_{b1} + \dot{I}_{c1}|^2 + |\dot{I}_{a2} + \dot{I}_{b2} + \dot{I}_{c2}|^2 + |\dot{I}_{a3} + \dot{I}_{b3} + \dot{I}_{c3}|^2 + \dots \right] = \frac{1}{3} |I_n|^2$$

$$I_o^2 = \frac{1}{3} \left[ |\dot{I}_{n1}|^2 + |\dot{I}_{n2}|^2 + |\dot{I}_{n3}|^2 + |\dot{I}_{n4}|^2 + |\dot{I}_{n5}|^2 + \dots \right] = \frac{1}{3} |I_n|^2$$

## APÊNDICE VIII

### Comparativo entre as potências no caso senoidal e equilibrado:

$$S_e S_{sn} S_{FBD}$$

Partindo da formulação da potência efetiva  $S_e$ , considerando  $V_{ab} = V_{bc} = V_{ca} = \sqrt{3}V_a$ , tem-se:

$$S_e = 3V_e I_e$$

$$V_e = \sqrt{\frac{1}{18} [3(V_a^2 + V_b^2 + V_c^2) + V_{ab}^2 + V_{bc}^2 + V_{ca}^2]}$$

$$I_e = \sqrt{\frac{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2 + I_n^2}{3}}$$

$$S_e = 3 \sqrt{\frac{1}{18} [3 \cdot 3V_a^2 + 3 \cdot 3V_a^2]} \cdot \sqrt{\frac{1}{3} (I_a^2 + I_b^2 + I_c^2 + I_n^2)}$$

$$S_e = 3V_a \cdot \sqrt{\frac{1}{3} (I_a^2 + I_b^2 + I_c^2 + I_n^2)}$$

$$S_e = \sqrt{3}V_a \cdot \sqrt{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2 + I_n^2} \quad (\text{A})$$

$$S_{SN} = V_{RMS3\phi} I_{RMS3\phi} = \sqrt{V_a^2 + V_b^2 + V_c^2} \cdot \sqrt{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2 + I_n^2}$$

$$S_{SN} = \sqrt{V_a^2 + V_b^2 + V_c^2} \cdot \sqrt{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2 + I_n^2}$$

$$S_{SN} = \sqrt{3V_a^2} \cdot \sqrt{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2 + I_n^2}$$

$$S_{SN} = \sqrt{3}V_a \cdot \sqrt{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2 + I_n^2} \quad (\text{B})$$

Comparando (A) e (B) vê-se que as expressões são equivalentes.

Agora, utilizando as expressões para o método FBD:

$$S_{FBD} = \left[ \frac{1}{4} (|\dot{V}_{an}|^2 + |\dot{V}_{bn}|^2 + |\dot{V}_{cn}|^2 + |\dot{V}_{ab}|^2 + |\dot{V}_{bc}|^2 + |\dot{V}_{ca}|^2) \right]^{1/2} \left[ |\dot{I}_a|^2 + |\dot{I}_b|^2 + |\dot{I}_c|^2 + |\dot{I}_n|^2 \right]^{1/2}$$

Substituindo as tensões fase-neutro por  $V_a$  e as tensões fase-fase por  $\sqrt{3}V_a$ , vem:

$$S_{FBD} = \left[ \frac{1}{4} (3V_a^2 + 3(3V_a^2)) \right]^{1/2} \left[ |\dot{I}_a|^2 + |\dot{I}_b|^2 + |\dot{I}_c|^2 + |\dot{I}_n|^2 \right]^{1/2}$$

$$S_{FBD} = \sqrt{(3V_a^2)} \left[ |\dot{I}_a|^2 + |\dot{I}_b|^2 + |\dot{I}_c|^2 + |\dot{I}_n|^2 \right]^{1/2}$$

---

Assim demonstra-se que:

$$S_e = S_{sn} = S_{FBD}$$

## APÊNDICE IX

**Comparativo entre as formulações de potência aparente para os três métodos:**

**Domínio do tempo - Matrizes:**

$$S_{FBD} = \left[ AVR(\underline{i}^t \underline{B} \underline{i}) AVR(\underline{v}^t \underline{B}^{-1} \underline{v}) \right]^{1/2}$$

$$S_e = \left[ \frac{\xi}{3(1+\xi)} AVR(\underline{i}^t \underline{B} \underline{i}) AVR(\underline{v}^t \underline{A} \underline{v}) \right]^{1/2}$$

$$S_{sn} = \left[ AVR(\underline{i}^t \underline{B} \underline{i}) AVR(\underline{v}^t \underline{v}) \right]^{1/2}$$

**Domínio do tempo - Rms coletivo e componente homopolar:**

$$S_{FBD} = \left[ I^2 + 3\rho I_o^2 \right]^{1/2} \left[ V^2 - \frac{3\rho}{(1+3\rho)} V_o^2 \right]^{1/2}$$

$$S_e = \left[ I^2 + 3\rho I_o^2 \right]^{1/2} \left[ V^2 - \frac{\xi}{1+\xi} V_o^2 \right]^{1/2}$$

$$S_{sn} = V \left[ I^2 + 3\rho I_o^2 \right]^{1/2}$$

**Domínio do tempo - Componentes polares:**

$$S_{FBD} = \left[ I_o^2 + (1+3\rho) I_o^2 \right]^{1/2} \left[ V_o^2 + \frac{V_o^2}{1+3\rho} \right]^{1/2}$$

$$S_e = \left[ I_o^2 + (1+3\rho) I_o^2 \right]^{1/2} \left[ V_o^2 + \frac{V_o^2}{1+\xi} \right]^{1/2}$$

$$S_{sn} = \left[ I_o^2 + (1+3\rho) I_o^2 \right]^{1/2} \left[ V_o^2 + V_o^2 \right]^{1/2}$$

**Caso senoidal - Fasores:**

$$S_{FBD} = (\underline{i}^t \underline{B} \underline{i}^*)^{1/2} (\underline{v}^t \underline{B}^{-1} \underline{v}^*)^{1/2}$$

$$S_e = \left[ \frac{\xi}{3(1+\xi)} (\underline{i}^t \underline{B} \underline{i}^*) (\underline{v}^t \underline{A} \underline{v}^*) \right]^{1/2}$$

$$S_{sn} = (\underline{i}^t \underline{B} \underline{i}^*)^{1/2} (\underline{v}^t \underline{v}^*)^{1/2}$$

**Caso senoidal - Valores eficazes:**

$$S_{FBD} = \left[ \frac{|\dot{V}_{an}|^2 + |\dot{V}_{bn}|^2 + |\dot{V}_{cn}|^2 + \rho \left( |\dot{V}_{ab}|^2 + |\dot{V}_{bc}|^2 + |\dot{V}_{ca}|^2 \right)}{1+3\rho} \right]^{1/2} \left[ |\dot{I}_a|^2 + |\dot{I}_b|^2 + |\dot{I}_c|^2 + \rho |\dot{I}_n|^2 \right]^{1/2}$$

$$S_e = \left\{ \frac{1}{3(1+\xi)} \left[ 3 \left( |\dot{V}_{an}|^2 + |\dot{V}_{bn}|^2 + |\dot{V}_{cn}|^2 \right) + |\dot{V}_{ab}|^2 + |\dot{V}_{bc}|^2 + |\dot{V}_{ca}|^2 \right] \right\}^{1/2} \left[ |\dot{I}_a|^2 + |\dot{I}_b|^2 + |\dot{I}_c|^2 + \rho |\dot{I}_n|^2 \right]^{1/2}$$

$$S_{sn} = \left[ |\dot{V}_{an}|^2 + |\dot{V}_{bn}|^2 + |\dot{V}_{cn}|^2 \right]^{1/2} \left[ |\dot{I}_a|^2 + |\dot{I}_b|^2 + |\dot{I}_c|^2 + \rho |\dot{I}_n|^2 \right]^{1/2}$$

**Caso senoidal - Componentes simétricas:**

$$S_{FBD} = 3 \left[ |V^+|^2 + |V^-|^2 + \frac{|V^0|^2}{(1+3\rho)} \right]^{1/2} \left[ |I^+|^2 + |I^-|^2 + (1+3\rho)|I^0|^2 \right]^{1/2}$$

$$S_e = 3 \left[ |V^+|^2 + |V^-|^2 + \frac{|V^0|^2}{(1+\xi)} \right]^{1/2} \left[ |I^+|^2 + |I^-|^2 + (1+3\rho)|I^0|^2 \right]^{1/2}$$

$$S_{sn} = 3 \left[ |V^+|^2 + |V^-|^2 + |V^0|^2 \right]^{1/2} \left[ |I^+|^2 + |I^-|^2 + (1+3\rho)|I^0|^2 \right]^{1/2}$$

**Domínio da frequência – Caso geral:****Sendo:**

$$V_{an}^2 = \sum_h V_{anh}^2 \quad I_a^2 = \sum_h I_{ah}^2$$

$$S_{FBD} = \left[ \frac{V_{an}^2 + V_{bn}^2 + V_{cn}^2 + \rho \left( V_{ab}^2 + V_{bc}^2 + V_{ca}^2 \right)}{1+3\rho} \right]^{1/2} \left[ I_a^2 + I_b^2 + I_c^2 + \rho I_n^2 \right]^{1/2}$$

$$S_e = \left\{ \frac{1}{3(1+\xi)} \left[ 3 \left( V_{an}^2 + V_{bn}^2 + V_{cn}^2 \right) + V_{ab}^2 + V_{bc}^2 + V_{ca}^2 \right] \right\}^{1/2} \left[ I_a^2 + I_b^2 + I_c^2 + \rho I_n^2 \right]^{1/2}$$

$$S_{sn} = \left[ V_{an}^2 + V_{bn}^2 + V_{cn}^2 \right]^{1/2} \left[ I_a^2 + I_b^2 + I_c^2 + \rho I_n^2 \right]^{1/2}$$