

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Análise do Comportamento Aerodinâmico de
um Corpo na Presença de uma Superfície
Plana Móvel**

Autor: Alex Mendonça Bimbato

Orientador: Prof. Dr. Luiz Antonio Alcântara Pereira

Co-Orientador: Prof. Ph.D. Miguel Hiroo Hirata

Itajubá, 11 de Julho de 2008

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Análise do Comportamento Aerodinâmico de
um Corpo na Presença de uma Superfície
Plana Móvel**

Autor: Alex Mendonça Bimbato

Orientador: Prof. Dr. Luiz Antonio Alcântara Pereira

Co-Orientador: Prof. Ph.D. Miguel Hiroo Hirata

Curso: Mestrado em Engenharia Mecânica

Área de Concentração: Dinâmica dos Fluidos e Máquinas de Fluxo

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Itajubá, 11 de Julho de 2008

M.G. - Brasil

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Análise do Comportamento Aerodinâmico de
um Corpo na Presença de uma Superfície
Plana Móvel**

Autor: **Alex Mendonça Bimbato**

Orientador: **Prof. Dr. Luiz Antonio Alcântara Pereira**

Co-Orientador: **Prof. Ph.D. Miguel Hiroo Hirata**

Composição da Banca Examinadora:

Prof. Ph.D. Gustavo César Rachid Bodstein - COPPE/UFRJ

Prof^a. Dr^a. Ana Lúcia Fernandes de Lima e Silva - UNIFEI

Prof. Dr. Waldir de Oliveira - UNIFEI

Prof. Ph.D. Miguel Hiroo Hirata (Co-Orientador) - FAT/UERJ

Prof. Dr. Luiz Antonio Alcântara Pereira (Orientador) - UNIFEI

Dedicatória

Dedico este trabalho ao meu Deus e à minha querida família.

Agradecimentos

Agradeço aos meus pais, Jair e Nancy, pelo total apoio recebido durante todo o tempo de elaboração deste trabalho.

Ao Professor Luiz Antonio Alcântara Pereira, por ter me apresentado o Método de Vórtices, pela orientação clara, segura e objetiva, e pela cobrança para que este trabalho pudesse ser concluído com êxito.

Ao Professor Miguel Hiroo Hirata, pela sua indispensável ajuda na co-orientação deste trabalho.

À Takafumi Nishino, da Universidade de Southampton na Inglaterra, pelos valiosos esclarecimentos prestados em relação aos resultados dos experimentos apresentados na sua Tese de Doutorado.

Meu muito obrigado aos amigos Carlos Adriano, Jan e Washington, pelo auxílio no uso de ferramentas da informática.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pelo apoio financeiro através da concessão de uma bolsa de mestrado.

“No campo daqueles que procuram a verdade, não existe nenhuma autoridade humana. Todo aquele que se fizer de magistrado encontrará imediatamente a risada dos deuses”

Albert Einstein.

Resumo

BIMBATO, A. M. (2008), *Análise do Comportamento Aerodinâmico de um Corpo na Presença de uma Superfície Plana Móvel*, Itajubá, 131p. Dissertação (Mestrado em Dinâmica dos Fluidos e Máquinas de Fluxo) – Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá.

As características do escoamento ao redor de um corpo que se encontra nas proximidades de uma superfície plana são governadas não só pelo número de Reynolds, Re , mas também pela relação que define a distância do corpo até a superfície plana, h/d . Os detalhes dos fenômenos associados à presença do efeito solo ainda estão longe de serem completamente entendidos, devido a uma variedade de outros fatores influentes, em particular, a interferência entre a camada limite que se forma sobre o solo e a esteira formada a jusante do corpo. O propósito de fazer com que a superfície plana se mova em relação ao corpo está no fato de se eliminar a vorticidade gerada no solo, que consiste no principal mecanismo que dificulta a compreensão do efeito solo. Neste trabalho apresenta-se um algoritmo do Método de Vórtices para a análise do escoamento bidimensional e em regime não-permanente de um fluido viscoso ao redor de um cilindro de seção circular na presença de uma superfície plana móvel, onde a geração de vórtices discretos se dá apenas sobre a superfície do corpo. As cargas aerodinâmicas atuantes sobre o corpo são calculadas a partir de uma formulação integral derivada de uma equação de Poisson para a pressão e os resultados numéricos obtidos são comparados com resultados experimentais disponíveis na literatura.

Palavras-chave

Método de Vórtices, Método de Painéis, Superfície Plana Móvel, Supressão de Camada Limite, Cargas Aerodinâmicas, Descrição Lagrangiana.

Abstract

BIMBATO, A. M. (2008), *Analysis of Moving Ground Effects on Aerodynamics Loads of a Body*, MSc. Dissertation – Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá, 131p.

The characteristics of the flow around a body placed near a plane boundary are governed not only by the Reynolds number, Re , but also by the “gap ratio”, i.e., the ratio of the gap distance between the body and the plane boundary, h , to the body diameter, d . The details of the effects of h/d , or “ground effect”, are still far from being fully understood due the variety of other influencing factors, in particular the interference between the boundary layer formed on the ground and the wake formed behind the body. The purpose of using the moving ground is to eliminate the discussed interference, which is probably one of the most crucial but that makes the problem understanding difficult. The present work deals with the Vortex Method to simulate numerically the two dimensional, unsteady and viscous flow around a circular cylinder in the vicinity of a moving ground. The vorticity which is generated from the body surface is discretized and represented by a cloud of Lamb discrete vortices. Each vortex in the cloud is followed in a purely Lagrangian description. In this methodology the vorticity is not generated on the ground. The aerodynamics loads are computed using an integral formulation derived from the Poisson equation for the pressure. The numerical results for a circular cylinder in a moving ground are compared with experimental results available in the literature.

Keywords

Vortex Method, Panels Method, Moving Ground, Boundary Layer Suppression, Aerodynamics Loads, Lagrangian Description.

Sumário

LISTA DE FIGURAS	iv
LISTA DE TABELAS	viii
SIMBOLOGIA	ix
LETRAS LATINAS	ix
LETRAS GREGAS	xi
ABREVIATURAS	xii
SIGLAS	xiii
CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 2: REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	7
2.1 – INTRODUÇÃO	7
2.2 – O MÉTODO DE VÓRTICES DISCRETOS	7
2.3 – O CILINDRO CIRCULAR ISOLADO	13
2.4 – O EFEITO SOLO	17
CAPÍTULO 3: FORMULAÇÃO GERAL DO PROBLEMA	23
3.1 – INTRODUÇÃO	23
3.2 – GEOMETRIA E DEFINIÇÕES	23
3.3 – HIPÓTESES SIMPLIFICADORAS	25
3.4 – EQUAÇÕES GOVERNANTES E CONDIÇÕES DE CONTORNO	26
3.4.1 – Equações Governantes	26
3.4.2 – Condições de Contorno	27
3.5 – ADIMENSIONALIZAÇÃO DO PROBLEMA	28
3.6 – EQUAÇÃO DO TRANSPORTE DA VORTICIDADE	31
CAPÍTULO 4: MÉTODO DE SOLUÇÃO: O MÉTODO DE VÓRTICES	33
4.1 – INTRODUÇÃO	33
4.2 – CARACTERÍSTICAS MARCANTES DO MÉTODO DE VÓRTICES	33

	ii
4.3 – A CONVECÇÃO DA VORTICIDADE	35
4.3.1 – Contribuição do Escoamento Incidente	35
4.3.2 – Contribuição do Corpo: O Método dos Painéis	36
4.3.3 – Geração de Vorticidade	39
4.3.4 – Contribuição da Nuvem de Vórtices	44
4.3.5 – Esquemas de Avanço Convectivo	46
4.4 – A DIFUSÃO DA VORTICIDADE	47
4.5 – CARGAS AERODINÂMICAS	48
CAPÍTULO 5: IMPLEMENTAÇÃO DO ALGORITMO DO MÉTODO DE VÓRTICES	52
5.1 – INTRODUÇÃO	52
5.2 – DESCRIÇÃO DO FUNCIONAMENTO DAS ROTINAS	52
5.2.1 – Rotina INPUT.FOR	53
5.2.2 – Rotina DATAPRGP.FOR	55
5.2.3 – Rotina DATAPRSB.FOR	55
5.2.4 – Rotina COUPS.FOR	56
5.2.5 – Rotina COUPV.FOR	57
5.2.6 – Rotina RHSS.FOR	57
5.2.7 – Rotina RHSV.FOR	58
5.2.8 – Rotina GAUSSPIV.FOR	58
5.2.9 – Rotina MODCOUP.FOR	58
5.2.10 – Rotina GENERAT.FOR	59
5.2.11 – Rotina COMPUMVM.FOR	59
5.2.12 – Rotina COMPUCVC.FOR	59
5.2.13 – Rotina PRESSURE.FOR	60
5.2.14 – Rotina DIFFUS.FOR	60
5.2.15 – Rotina CONVEC.FOR	60
5.2.16 – Rotina REFLECT.FOR	60
5.2.17 – Rotina REFLECS.FOR	60
5.2.18 – Rotina CONSERV.FOR	61
5.2.19 – Rotina MODM.FOR	61
5.2.20 – Rotina PRINT.FOR	61
5.2.21 – Rotina AVERAGE.FOR	61
CAPÍTULO 6: ANÁLISE DE RESULTADOS	63
6.1 – INTRODUÇÃO	63

	iii
6.2 – PARÂMETROS UTILIZADOS NA SIMULAÇÃO NUMÉRICA	64
6.2.1 – Parâmetros Relacionados com o Método Numérico	64
6.2.2 – Parâmetros Relacionados com o Fenômeno Físico	66
6.3 – ESCOAMENTO AO REDOR DE UM CILINDRO CIRCULAR ISOLADO	68
6.4 – ESCOAMENTO AO REDOR DE UM CILINDRO CIRCULAR SUBMETIDO AO EFEITO SOLO	77
CAPÍTULO 7: CONCLUSÕES E SUGESTÕES	88
7.1 – CONCLUSÕES	88
7.2 - SUGESTÕES	91
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	93
APÊNDICE A: DISTRIBUIÇÃO DA VORTICIDADE E DA VELOCIDADE INDUZIDA	103
A.1 – O VÓRTICE POTENCIAL	103
A.2 – O VÓRTICE DE LAMB	105
APÊNDICE B: RESULTADOS ADICIONAIS DA SIMULAÇÃO NUMÉRICA	108

Lista de Figuras

Figura 2.1	Visualização do escoamento para uma ampla faixa de números de Reynolds. (Figuras retiradas de Batchelor, 1967; Schlichting, 1979; van Dyke, 1982; Tritton, 1988).	15
Figura 2.2	Análise das cargas aerodinâmicas atuantes sobre um cilindro circular na presença do efeito solo. (Figura retirada do trabalho de Nishino (2007)).	21
Figura 3.1	Definição da geometria e da região fluida do problema com o sistema de coordenadas fixo ao corpo.	24
Figura 3.2	Especificação das condições de contorno sobre as fronteiras que delimitam o domínio fluido.	27
Figura 3.3	Representação do problema adimensionalizado.	31
Figura 4.1	Condições de Contorno.	36
Figura 4.2	Distribuição constante de fontes sobre o eixo x.	37
Figura 4.3	Velocidade induzida no ponto $P(x,y)$ por uma distribuição de fontes com densidade constante, $\sigma(x)$, ao longo de uma superfície de comprimento $(x_2 - x_1)$.	38
Figura 4.4	Geração de vorticidade: um enfoque fenomenológico.	40
Figura 4.5	Geração de vórtices discretos de Lamb sobre a superfície discretizada de um corpo.	41
Figura 4.6	Comportamento da velocidade tangencial induzida.	45
Figura 5.1	Estrutura do programa computacional “MOVINGROUND.FOR”.	53
Figura 5.2	Representação esquemática do corpo e da superfície plana móvel.	54
Figura 5.3	Representação dos pontos extremos dos painéis, dos pontos de	56

	controle dos painéis e dos pontos de desprendimento de vórtices discretos.	
Figura 6.1	Cilindro circular localizado próximo a uma superfície plana móvel.	64
Figura 6.2	Distribuição média de pressão ao longo da superfície discretizada do cilindro circular isolado (Euler, $mb = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = \text{eps} = 0,001$, $Re = 10^5$).	70
Figura 6.3	Evolução das cargas aerodinâmicas integradas ao longo do tempo para o cilindro circular isolado (Euler, $mb = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = \text{eps} = 0,001$, $Re = 10^5$).	72
Figura 6.4	Distribuição instantânea de pressão ao longo da superfície discretizada do cilindro circular isolado (Euler, $mb = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = \text{eps} = 0,001$, $Re = 10^5$).	72
Figura 6.5	Detalhes do desprendimento de estruturas vorticosas em um cilindro circular isolado no instante $t = 39,4$ (Euler, $mb = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = \text{eps} = 0,001$, $Re = 10^5$).	73
Figura 6.6	Detalhes do desprendimento de estruturas vorticosas em um cilindro circular isolado no instante $t = 40,6$ (Euler, $mb = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = \text{eps} = 0,001$, $Re = 10^5$).	74
Figura 6.7	Detalhes do desprendimento de estruturas vorticosas em um cilindro circular isolado no instante $t = 41,6$ (Euler, $mb = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = \text{eps} = 0,001$, $Re = 10^5$).	75
Figura 6.8	Detalhes do desprendimento de estruturas vorticosas em um cilindro circular isolado no instante $t = 42,9$ (Euler, $mb = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = \text{eps} = 0,001$, $Re = 10^5$).	75
Figura 6.9	Detalhes do desprendimento de estruturas vorticosas em um cilindro circular isolado no instante $t = 44,0$ (Euler, $mb = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = \text{eps} = 0,001$, $Re = 10^5$).	76
Figura 6.10	Posição dos vórtices na esteira ao final da simulação numérica do cilindro circular isolado (Euler, $mb = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = \text{eps} = 0,001$, $Re = 10^5$).	77
Figura 6.11	Comparação entre os resultados numéricos e experimentais	78

	obtidos para o coeficiente de arrasto com relação aos efeitos tridimensionais.	
Figura 6.12	Aparato experimental usado nos testes em túnel de vento por Nishino (2007).	79
Figura 6.13	Comparação entre resultados numéricos e experimentais obtidos para o coeficiente de sustentação envolvendo o cilindro circular submetido ao efeito solo.	80
Figura 6.14	Comparação da evolução das cargas aerodinâmicas para os casos do cilindro circular (a) submetido ao efeito solo e (b) isolado (Euler, $mb = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = \text{eps} = 0,001$, $Re = 10^5$).	81
Figura 6.15	Distribuição instantânea de pressão ao longo da superfície discretizada do cilindro circular submetido ao efeito solo (Euler, $mb = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = \text{eps} = 0,001$, $Re = 10^5$, $h/d = 0,95$).	82
Figura 6.16	Detalhes do desprendimento de estruturas vorticosas em um cilindro circular submetido ao efeito solo no instante $t = 46,4$ (Euler, $mb = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = \text{eps} = 0,001$, $Re = 10^5$, $h/d = 0,95$).	83
Figura 6.17	Detalhes do desprendimento de estruturas vorticosas em um cilindro circular submetido ao efeito solo no instante $t = 47,6$ (Euler, $mb = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = \text{eps} = 0,001$, $Re = 10^5$, $h/d = 0,95$).	84
Figura 6.18	Detalhes do desprendimento de estruturas vorticosas em um cilindro circular submetido ao efeito solo no instante $t = 48,7$ (Euler, $mb = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = \text{eps} = 0,001$, $Re = 10^5$, $h/d = 0,95$).	85
Figura 6.19	Detalhes do desprendimento de estruturas vorticosas em um cilindro circular submetido ao efeito solo no instante $t = 50,1$ (Euler, $mb = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = \text{eps} = 0,001$, $Re = 10^5$, $h/d = 0,95$).	85
Figura 6.20	Detalhes do desprendimento de estruturas vorticosas em um cilindro circular submetido ao efeito solo no instante $t = 51,2$ (Euler, $mb = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = \text{eps} = 0,001$, $Re = 10^5$,	86

	$h/d = 0,95$).	
Figura 6.21	Posição dos vórtices na esteira ao final da simulação numérica do cilindro circular submetido ao efeito solo (Euler, $mb = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = \text{eps} = 0,001$, $Re = 10^5$, $h/d = 0,95$).	87
Figura A.1	Velocidade induzida (retirada de Alcântara Pereira, 1999).	104
Figura A.2	Velocidade induzida pelo vórtice potencial (retirada de Alcântara Pereira, 1999).	105
Figura A.3	Velocidade induzida pelo vórtice de Lamb (retirada de Alcântara Pereira, 1999).	107
Figura B.1	Evolução das cargas aerodinâmicas ao longo do tempo para um cilindro circular estacionado a pequenas distâncias da superfície plana móvel (Euler, $mb = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = \text{eps} = 0,001$, $Re = 10^5$).	109
Figura B.2	Evolução das cargas aerodinâmicas ao longo do tempo para um cilindro circular estacionado a distâncias intermediárias da superfície plana móvel (Euler, $mb = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = \text{eps} = 0,001$, $Re = 10^5$).	110
Figura B.3	Posição dos vórtices na esteira ao final da simulação numérica do cilindro circular submetido ao efeito solo para alguns valores de h/d (Euler, $mb = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = \text{eps} = 0,001$, $Re = 10^5$).	110

Lista de Tabelas

Tabela 6.1	Valores médios dos coeficientes de arrasto e de sustentação e número de Strouhal para um cilindro circular isolado.	69
Tabela 6.2	Valor médio do coeficiente de arrasto e número de Strouhal para o cilindro circular submetido ao efeito solo para $h/d = 0,95$.	80
Tabela B.1	Valores médios dos coeficientes de arrasto e de sustentação e número de Strouhal para um cilindro circular submetido ao efeito solo para vários valores da relação h/d .	108

Simbologia

Letras Latinas

A_d	Matriz lado direito de pressão
C_D	Coefficiente de arrasto
C'_D	Valor rms do coeficiente de arrasto
C_L	Coefficiente de sustentação
C'_L	Valor rms do coeficiente de sustentação
co	Ponto de controle de um painel plano
$core$	Raio do núcleo do vórtice de Lamb ($core = \sigma_0$)
C_p	Coefficiente de pressão
C_{p_m}	Coefficiente de pressão em um painel genérico m
D	Força de arrasto
d	Diâmetro do cilindro circular
δt	Incremento de tempo
$d\mathbf{S}$	Elemento orientado de um contorno
ϵps	Distância para a geração de vórtices discretos a partir do co
f	Frequência de desprendimento de pares contra-rotativos de vórtices
h	Distância entre a superfície plana e o centro do cilindro circular
$(h/d)_c$	Valor adimensional e crítico da distância do cilindro circular à superfície plana móvel
L	Força de sustentação
lm	Comprimento de cada módulo que compõe a superfície plana
M	Número total de painéis planos utilizados para discretizar a

	superfície do corpo e a superfície plana móvel
m	Painel arbitrário
Ma	Número de Mach
mb	Número de painéis utilizados na discretização do cilindro circular
mg	Número de painéis utilizados na discretização da superfície plana
N	Número de vórtices presentes na nuvem
nm	Número de módulos que compõem a superfície plana
np	Número de painéis utilizados para discretizar cada módulo da superfície plana
P	Número randômico entre 0 e 1
p	Campo de pressões
p_j	Pressão no ponto de controle do painel j
Pr	Número de Prandtl
pshed	Ponto de desprendimento de vórtice
p_∞	Pressão de referência
Q	Número randômico entre 0 e 1
r	Distância do ponto extremo de um painel até um ponto arbitrário do domínio fluido
Re	Número de Reynolds
r_{kj}	Distância entre o vórtice k e o vórtice j
r_{k_m}	Distância entre o vórtice k e o painel m
S	Fronteira que delimita o domínio fluido semi-infinito
St	Número de Strouhal
start	Instante de início do cálculo das cargas aerodinâmicas
step	Passo em que se encontra a simulação numérica
stop	Número total (final) de incrementos de tempo da simulação numérica
t	Instante de tempo da simulação numérica
U	Velocidade do escoamento incidente
u	Campo de velocidades
u	Componente na direção x da velocidade total induzida pelos painéis que depende da distribuição de fontes $\sigma(x)$
u_{k_N}	Componente na direção x da velocidade total induzida no vórtice k pela nuvem de vórtices

u_{mk}	Componente na direção x da velocidade induzida por um vórtice arbitrário k sobre o ponto de controle de um painel genérico m
u_{t_k}	Componente na direção x da velocidade total induzida no vórtice k
$U_{V_{k,j}}$	Velocidade induzida no vórtice arbitrário k pelo vórtice arbitrário j na direção do eixo dos x , se este último possuir intensidade unitária
u_{∞}	Componente na direção x da velocidade do escoamento incidente
v	Componente na direção y da velocidade total induzida pelos painéis que depende da distribuição de fontes $\sigma(x)$
v_{k_N}	Componente na direção y da velocidade total induzida no vórtice k pela nuvem de vórtices
v_{mk}	Componente na direção y da velocidade induzida por um vórtice arbitrário k sobre o ponto de controle de um painel genérico m
v_{t_k}	Componente na direção y da velocidade total induzida no vórtice k
$V_{V_{k,j}}$	Velocidade induzida no vórtice arbitrário k pelo vórtice arbitrário j na direção do eixo dos y , se este último possuir intensidade unitária
v_{∞}	Componente na direção y da velocidade do escoamento incidente
x	Coordenada cartesiana no plano complexo z
x_k	Componente na direção x da posição de um vórtice k
XM_m	Abscissa do ponto de controle do painel m
Y	Trabalho específico total
y	Coordenada cartesiana no plano complexo z
y_e/d	Distância entre o cilindro circular e a extremidade inferior das placas utilizadas por Nishino (2007) em seus experimentos
y_k	Componente na direção y da posição de um vórtice k

Letras Gregas

α	Ângulo de orientação do escoamento incidente
β_m	Ângulo de orientação de um painel genérico m
Γ	Intensidade de vórtice
Γ^{Ω}	Circulação
γ	Densidade de vórtice

$\Delta\theta$	Avanço de um vórtice no intervalo $(0 - 2\pi)$ para o cálculo da difusão da vorticidade
Δr	Avanço de um vórtice na direção radial para o cálculo da difusão da vorticidade
ΔS	Comprimento de um painel plano
Δt	Incremento de tempo
$\Delta x_{\text{CONVECÇÃO}}$	Deslocamento de um vórtice na direção x pelo processo de convecção
$\Delta x_{\text{DIFUSÃO}}$	Deslocamento de um vórtice na direção x pelo processo de difusão
$\Delta y_{\text{CONVECÇÃO}}$	Deslocamento de um vórtice na direção y pelo processo de convecção
$\Delta y_{\text{DIFUSÃO}}$	Deslocamento de um vórtice na direção y pelo processo de difusão
δ_B/d	Espessura da camada limite formada junto ao solo
ε	Valor extra obtido na resolução da equação matricial de vórtices devido à imposição da conservação da circulação
ζ	Constante utilizada no cálculo das cargas aerodinâmicas
θ	Ângulo de orientação de r
μ	Coefficiente de viscosidade dinâmica
ν	Coefficiente de viscosidade cinemática
π	3,14159265359
ρ	Massa específica
Σ	Representa um somatório
σ_0	Raio do núcleo do vórtice de Lamb ($\sigma_0 = \text{core}$)
$\sigma(x)$	Distribuição constante de fontes sobre um painel de comprimento $\Delta S(x)$
Φ	Função potencial de velocidades
Ω	Domínio fluido
ω	Campo de vorticidades

Abreviaturas

C.F.D.	Dinâmica dos Fluidos Computacional
COUPP	Matriz de influência de pressão

COUPS	Matriz de influência - fontes
COUPV	Matriz de influência - vórtices
N-S	Refere-se às Equações de Navier-Stokes
P.C.M.	Princípio de Conservação da Massa
P.C.Q.M.L.	Princípio de Conservação da Quantidade de Movimento Linear
RHSP	Vetor coluna lado direito de pressão
RHSS	Vetor coluna lado direito - fontes
RHSV	Vetor coluna lado direito - vórtices

Siglas

UNIFEI	Universidade Federal de Itajubá
--------	---------------------------------

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

Todos os corpos presentes em nosso dia-a-dia estão expostos à correntes de ar, de água ou de um outro tipo de fluido qualquer, sendo que estes corpos são conhecidos na aerodinâmica como corpos de forma rombuda ou como corpos de forma esbelta. O escoamento ao redor de corpos rombudos provoca uma grande quantidade de fenômenos fluido-dinâmicos, como a separação, o desprendimento alternado de pares contra-rotativos de vórtices e a transição para a turbulência; tais fenômenos despertam grande interesse científico e têm grande impacto nas aplicações da engenharia. O mecanismo de desprendimento de vórtices e a sua interrupção tem sido particularmente foco de vários estudos, uma vez que afeta várias propriedades fluido-dinâmicas como, por exemplo, as forças de arrasto e de sustentação, vibração, ruído e a eficiência nas transferências de calor e de massa. O escoamento ao redor de corpos rombudos geralmente é bastante complicado, sendo necessários esforços experimentais e computacionais para entendê-lo completamente.

Na tentativa de entender fenômenos tão complexos é razoável que se estude o escoamento ao redor de corpos que possuam uma geometria simples. Dentre eles, os cilindros de seção circular se apresentam como a melhor alternativa, na medida em que restringem a complexidade do problema e permitem que se observe as características fundamentais do escoamento. Na verdade, os cilindros de seção circular têm sido objetos de muitos estudos não só para se observar as características fundamentais do escoamento ao passar por eles, mas também pelo fato de terem grande importância em muitas aplicações práticas como, por exemplo, nos escoamentos ao redor de grandes edifícios, pilares de pontes, chaminés, tubos

de trocadores de calor, cabos de transmissão de energia elétrica, entre outros. É interessante mencionar, ainda, que para os escoamentos ao redor de cilindros de comprimento finito, ou seja, nos casos práticos, as condições de ponta do cilindro têm influência direta sobre a configuração final do escoamento.

Toda vez que um fluido viscoso incide sobre um corpo de forma qualquer e conhecida, verifica-se a condição de aderência sobre a superfície do corpo e a presença de um gradiente não-nulo de velocidades, o que propicia a formação da camada limite. Em havendo o efeito de rotação das partículas fluidas, ocorre o fenômeno da geração de vorticidade. Esta vorticidade se concentra praticamente na região de camada limite e é transportada para jusante, se concentrando, também, na esteira viscosa do corpo. Especialmente no cilindro circular a esteira possui um caráter oscilatório quando há um desprendimento alternado de pares contra-rotativos de vórtices a partir dos pontos de separação; esta esteira é conhecida como esteira de von Kármán. Entretanto, há muitas situações onde a frequência de desprendimento dos pares contra-rotativos de vórtices é reduzida, e uma delas ocorre quando o cilindro circular está próximo a uma superfície plana (ou solo). À medida que o cilindro de seção circular se aproxima de uma superfície plana que se move com a mesma velocidade do escoamento incidente, verifica-se uma diminuição no desprendimento dos pares contra-rotativos de vórtices gerados a partir dos pontos de separação do corpo. Observa-se, ainda, que à medida que o cilindro se aproxima do solo, a vorticidade concentrada na esteira do corpo sofre um efeito de bloqueio, distribuindo-se de forma alongada no domínio fluido, e não mais de forma aproximadamente circular, como no caso do cilindro circular isolado.

O grande objetivo deste trabalho consiste numa investigação numérica do comportamento das cargas aerodinâmicas atuantes sobre um cilindro circular que se encontra na presença do efeito de uma parede plana. Particularmente esta parede plana se move com a mesma velocidade do escoamento incidente, de forma que não seja criada uma camada limite a partir da parede plana (Nishino, 2007). Sabe-se que as características aerodinâmicas do corpo dependem significativamente da distância entre esse corpo e o solo. No entanto, a física do efeito solo ainda está longe de ser completamente entendida, devido a uma série de fatores que não podem ser negligenciados. Um destes fatores é a camada limite anteriormente mencionada, que se forma sobre a superfície plana e se entrelaça com a esteira oriunda do corpo, dificultando em muito a interpretação física do efeito solo. Muitos testes experimentais envolvendo um cilindro circular estacionado nas vizinhanças de uma superfície plana fixa foram feitos, mas devido à dificuldade acima comentada, ainda não existe um consenso sobre o assunto.

O artifício de se utilizar movimento relativo entre o corpo e a superfície plana tem sido recentemente utilizado no estudo do comportamento aerodinâmico de veículos de alto desempenho, como os carros de Fórmula 1, mas raramente foi aplicado para o caso do cilindro circular. Experimentalmente, é difícil usar este artifício, uma vez que são necessários bons equipamentos para garantir a condição acima citada, além do conhecido alto custo dos testes em túneis de vento.

A simulação numérica de escoamentos ao redor de corpos com geometrias complexas (aqui se entendem como geometrias complexas, por exemplo, uma asa se movendo nas proximidades de uma superfície plana móvel e o movimento das pás no interior de uma voluta de máquina de fluxo) levando-se em conta os efeitos da viscosidade tem sido basicamente realizada com a utilização de dois enfoques: descrição lagrangiana (que tem a característica de acompanhar cada partícula durante todo o tempo de simulação) e descrição euleriana (caracterizada pela necessidade de se criar uma malha de discretização do domínio fluido a ser analisado).

Existe uma classe geral de métodos numéricos, os denominados Métodos de Partículas, que utilizam uma descrição do tipo lagrangiana. Neste tipo de descrição, diferentemente dos métodos numéricos clássicos (Método de Elementos Finitos, Método de Volumes Finitos, etc.), preocupa-se com a discretização de uma propriedade dos fluidos. O Método de Vórtices, certamente o representante mais conhecido dos Métodos de Partículas, discretiza a vorticidade presente no escoamento representando-a por uma nuvem de vórtices discretos. Para isso, os vórtices da nuvem são criados a partir das fronteiras sólidas (no interior da camada limite) e são submetidos aos processos de convecção e difusão da vorticidade, sendo transportados para o interior da massa fluida. É neste contexto que surge a estratégia numérica do presente trabalho: uma vez que o fato da velocidade do chão ser igual à velocidade do escoamento incidente implica na supressão da camada limite junto ao chão, para estudar a física testada em túnel de vento por Nishino (2007) basta que não sejam gerados vórtices discretos na superfície plana.

Dessa forma, vê-se que o Método de Vórtices Discretos pode ser empregado em praticamente todas as aplicações da engenharia que envolvem o movimento de um fluido (Kamemoto, 2004), especialmente na análise do escoamento ao redor de corpos rombudos ou esbeltos providos de um razoável ângulo de incidência, onde se observam o fenômeno da separação e a formação de uma generosa esteira a jusante do corpo. Estes corpos podem estar

ainda, animados de um movimento oscilatório ou apresentarem outras fronteiras móveis nas suas vizinhanças.

Na UNIFEI existe um grupo de professores e de alunos que vem desenvolvendo e aplicando um Método de Vórtices desde 1998. Os problemas que vêm sendo atacados envolvem interferência entre corpos com e sem movimento relativo entre eles, efeitos de oscilação de corpos, fenômenos de transferência de calor e aspectos de turbulência. Quando se faz referência aos aspectos de transferência de calor, não mais se fala em Método de Vórtices, mas sim em Métodos de Partículas de Calor (Alcântara Pereira & Hirata, 2003).

Um dos grandes desafios para o desenvolvimento do Método de Vórtices está relacionado ao elevado tempo de simulação numérica, uma vez que a solução de um problema utilizando uma nuvem de vórtices discretos envolve o cálculo do campo de velocidades, o qual é composto por três parcelas: a contribuição do escoamento incidente, a contribuição das fronteiras sólidas (que pode ser calculada através da utilização do Método de Painéis, o qual possui uma metodologia baseada na escolha do tipo de singularidade e na escolha do tipo de condição de contorno) e a contribuição da nuvem de vórtices discretos. Nesta última etapa, cada vórtice discreto presente no domínio fluido induz velocidade sobre todos os outros vórtices, sendo a parcela mais onerosa em termos de tempo de CPU, uma vez que o número de operações realizadas por um processador é proporcional ao quadrado do número de vórtices presentes na nuvem, se a Lei de Biot-Savart for utilizada. Uma solução alternativa para o desafio da interação vórtice-vórtice consiste no emprego do Método de Expansão em Multipolos associado à técnica da computação paralela, o que torna possível a utilização simultânea de vários processadores durante os cálculos. Devido à situação atual da infraestrutura computacional do Grupo de Método de Vórtices da UNIFEI (a paralelização dos computadores se encontra em estágio inicial de desenvolvimento), este trabalho discretizará a superfície do cilindro circular em 300 painéis planos, de forma a se obter uma esteira contendo 300000 vórtices ao final das simulações numéricas utilizando um processador PENTIUM IV de 1700 MHz.

O momento é oportuno para lembrar que a inclusão dos efeitos da viscosidade no Método de Vórtices exige, também, cálculos envolvendo métodos refinados para a solução da difusão da vorticidade. O Método do Crescimento do Raio do Núcleo do Vórtice Modificado (Rossi, 2006) se apresenta como a alternativa mais atraente para os propósitos do desenvolvimento do Método de Vórtices na UNIFEI, uma vez que permite a simulação de escoamentos com baixos valores de número de Reynolds, bem como a repetibilidade dos

resultados obtidos. Neste trabalho ainda não se faz uso do referido método, porque ele se encontra em estágio de implementação.

Os programas computacionais que atualmente vêm simulando os problemas de Mecânica dos Fluidos estudados no Grupo de Método de Vórtices da UNIFEI são todos oriundos de uma mesma biblioteca inicial de rotinas, que sofre adaptações em função do problema analisado. Este trabalho parte de um programa computacional que simulava o escoamento ao redor de um cilindro circular oscilante e estacionado nas proximidades de uma superfície plana fixa (Moura, 2007), e exclui a geração de vórtices discretos na superfície plana, bem como os efeitos harmônicos de oscilação do corpo, de modo a representar a situação em que um cilindro circular se move em relação a uma superfície plana.

É importante ressaltar que a análise do escoamento ao redor de um cilindro circular que apresenta movimento em relação a uma superfície plana pode ser extremamente útil para entender as características essenciais de escoamentos mais complexos, como por exemplo, o escoamento ao redor de caminhões e de ônibus quando os mesmos trafegam em uma rodovia.

Para que os propósitos deste estudo fossem atingidos, as seguintes etapas foram efetuadas:

- aferição do novo código computacional implementado, simulando a situação do escoamento em torno de um cilindro circular isolado;
- cálculo dos coeficientes de arrasto e sustentação médios e análise da evolução temporal destes coeficientes, bem como o cálculo do número de Strouhal para diferentes distâncias entre o cilindro e o solo (relação h/d) quando a superfície plana se move com a mesma velocidade do escoamento incidente;
- investigação do comportamento das distribuições de pressão média e instantânea em torno do corpo para diferentes relações h/d ;
- análise da esteira que se forma a jusante do corpo através de animações feitas com a utilização do software TECPLOT, com destaque para o que acontece nas proximidades do corpo;
- comparação dos resultados numéricos obtidos com os resultados experimentais disponíveis na literatura (Blevins, 1984; Roshko *et al.*, 1975; Nishino, 2007).

O Capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica específica sobre o fenômeno estudado (incluindo os estudos experimentais), e sobre o Método de Vórtices, contendo importantes trabalhos realizados com o uso desta ferramenta.

No Capítulo 3 é mostrada a Formulação Geral do Modelo Matemático utilizado e os principais aspectos que definem a geometria do problema, assim como as hipóteses simplificadoras e a adimensionalização das equações que governam o escoamento de um fluido viscoso que incide sobre um corpo na presença do efeito solo (parede plana móvel).

No Capítulo 4 são apresentadas as características marcantes do Método de Vórtices e efetua-se a solução numérica do problema proposto no Capítulo 3 com o uso do referido método lagrangiano.

O Capítulo 5 traz um fluxograma que explica a estrutura do programa computacional desenvolvido em linguagem FORTRAN chamado de “MOVINGROUND.FOR”, bem como a função que cada rotina executa no presente código.

No Capítulo 6 é feita toda a análise dos resultados numéricos obtidos.

O Capítulo 7 apresenta as conclusões mais importantes tiradas da análise dos resultados obtidos, e as sugestões para melhorar a implementação numérica em trabalhos futuros.

Na seqüência, encontram-se relacionadas as referências bibliográficas de todos os trabalhos citados neste texto.

No Apêndice A são discutidos os comportamentos da velocidade tangencial induzida e da distribuição de vorticidade para o modelo do vórtice potencial e para o modelo do vórtice de Lamb.

No Apêndice B são apresentados resultados adicionais obtidos a partir das simulações numéricas realizadas. No Capítulo 6 são apresentadas apenas as análises do efeito solo (parede plana móvel) para uma relação de distância entre o centro do cilindro circular e a superfície plana móvel (h/d).

Capítulo 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 – INTRODUÇÃO

O presente capítulo compromete-se em fazer uma revisão atualizada a respeito do Método de Vórtices para escoamentos incompressíveis, na intenção de situar o leitor no contexto da ferramenta numérica a ser utilizada no trabalho, bem como uma revisão acerca do fenômeno do efeito solo, a qual inclui trabalhos experimentais.

2.2 – O MÉTODO DE VÓRTICES DISCRETOS

O Método de Vórtices utilizado na simulação de escoamentos de fluidos viscosos corresponde a uma abordagem numérica que possui três características fundamentais. Primeiramente, as equações de Navier-Stokes são formuladas em termos do campo de vorticidades e não do campo de velocidades. Em segundo lugar, faz-se uso de um dos teoremas de Helmholtz (Batchelor, 1967; Sherman, 1990), o qual mostra a correspondência entre os elementos de vorticidade (elementos computacionais ou vórtices discretos) e as partículas materiais de fluido; a partir desta característica, é possível submeter os vórtices discretos a um processo convectivo com a mesma velocidade das partículas fluidas, o que confere uma característica puramente lagrangiana ao método. Por último, para se obter a

velocidade do fluido, faz-se uso do fato de que a vorticidade é definida por $\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u}$; desta forma, integrando-se o campo de vorticidades, determina-se o campo de velocidades \mathbf{u} . Esta é a lei de Biot-Savart, que permite descrever completamente o escoamento através do acompanhamento dos vórtices discretos (Batchelor, 1967).

As características fundamentais descritas acima são as responsáveis tanto pelos aspectos desejáveis do Método de Vórtices quanto pelas maiores dificuldades encontradas para a sua implementação numérica. Estudar o escoamento viscoso concentrando-se no campo de vorticidades é desejável devido ao fato de se propiciar uma melhor visualização do que ocorre no problema, especialmente em escoamentos vorticosos e em regime não-permanente; além disso, a equação que rege o transporte da vorticidade na forma bidimensional é escalar. Outra vantagem é o fato do termo de pressão desaparecer da equação da quantidade de movimento (equações de Navier-Stokes); posteriormente pode-se, como alternativa, tomar o divergente das equações de Navier-Stokes para se recuperar, via solução integral oriunda de uma equação de Poisson para a pressão, o cálculo das cargas aerodinâmicas. Além disso, trabalhar com o campo de vorticidades sendo discretizado de uma forma lagrangiana faz com que as condições de contorno no infinito sejam satisfeitas automaticamente, devido à característica que os vórtices discretos têm de marchar no tempo e de simular a dinâmica da vorticidade. É importante salientar que o avanço temporal dos vórtices discretos é bastante simples, uma vez que estas partículas não têm massa. Ao contrário, satisfazer estas condições nos métodos que utilizam malha pode ser uma tarefa delicada, já que o domínio fluido é limitado. Ademais, os vórtices discretos são convectados sem que haja dissipação numérica, uma vez que o termo não-linear das equações de Navier-Stokes é tratado por um conjunto de equações diferenciais ordinárias que descrevem as trajetórias das partículas; os métodos de malha inevitavelmente sofrem com essa dissipação numérica, especialmente nos casos de elevados números de Reynolds. Finalmente, os métodos que não utilizam malha são, na sua essência, mais vantajosos, já que a geração de malha é uma das etapas mais custosas da dinâmica dos fluidos computacional (CFD). Por outro lado, o Método de Vórtices Discretos também possui suas desvantagens, e essas serão discutidas após um breve relato histórico do referido método.

O surgimento do Método de Vórtices é quase tão antigo quanto o Método de Diferenças Finitas. Entretanto, sua implementação computacional é uma das mais recentes. Na verdade, o trabalho de Präger (1928) com distribuição de vórtices potenciais sobre uma superfície foi a origem do Método de Painéis utilizado neste trabalho (Katz & Plotkin, 1991), e largamente usado na indústria aeronáutica atual.

Rosenhead (1931) apresentou o cálculo de folhas de vorticidade utilizando vórtices discretos potenciais; este trabalho teve tanta importância que é citado até os dias atuais, sendo um estudo clássico da área. Interessantemente, o Método de Vórtices Discretos Potenciais de Rosenhead (1931) foi parcialmente desacreditado por volta de 1960 pela observação de que faltavam provas de que o método convergia (Birkhoff, 1962), e pelos cálculos computacionais, os quais exibiam um movimento aparentemente caótico das partículas (Birkhoff & Fisher, 1959). Este último problema foi atribuído à característica singular da velocidade induzida próximo à origem do vórtice potencial, e diferentes abordagens foram propostas para solucioná-lo. Uma delas é a utilizada neste trabalho, onde cada vórtice discreto possui um núcleo viscoso, sendo a vorticidade distribuída de forma gaussiana no interior deste núcleo (Chorin, 1973), enquanto outras resolvem o problema analiticamente removendo a singularidade da expressão de Biot-Savart (Krasny, 1983, 1986a, 1986b).

O Método de Vórtices moderno nasceu nos anos de 1970, e os estudiosos proeminentes foram Alexander Chorin e Anthony Leonard, nos Estados Unidos, e Conrad Rehbach, na França. O grande interesse do Método de Vórtices durante o começo dos anos de 1980 estava focado nos aspectos matemáticos, como as propriedades de convergência (Hald & Mauceri, 1978; Hald, 1979; Beale & Majda, 1981, 1982a, 1982b, 1985). Nos últimos anos o desenvolvimento do método foi muito rico, principalmente com relação às questões da inclusão correta dos efeitos viscosos, do tratamento das condições de contorno sobre as fronteiras sólidas e da redução eficiente dos custos computacionais, no intuito de tornar o método apropriado para realizar simulações de alto nível de escoamentos viscosos em regime não-permanente e de números de Reynolds elevados. Revisões abrangentes com relação ao desenvolvimento do Método de Vórtices e suas aplicações podem ser encontradas em (Leonard, 1980, 1985; Spalart, 1988; Sarpkaya, 1989; Sethian, 1991; Puckett, 1993). Anderson & Greengard (1991) têm uma coleção de artigos que revelam a conjuntura do assunto no início dos anos de 1990. Recentemente Cottet & Koumoutsakos (2000) publicaram um livro dedicado ao assunto, contendo muitas considerações práticas com relação à implementação do Método de Vórtices. Stock (2007) apresentou uma revisão bastante crítica sobre a ferramenta numérica utilizada neste trabalho.

Apesar do desenvolvimento contemporâneo com o Método de Diferenças Finitas, o Método de Vórtices ainda não está entre as ferramentas de CFD mais utilizadas. Ele às vezes sofre principalmente pela reputação de ser grosseiro na tentativa de modelar escoamentos viscosos não-permanentes e de alta complexidade, os quais são difíceis de serem tratados pelos CFD's tradicionais. Os três principais obstáculos que se apresentam para que o Método

de Vórtices seja aceito como uma ferramenta padrão da Dinâmica dos Fluidos Computacional são: (i) a complexidade numérica para o cálculo da velocidade usando a lei de Biot-Savart, que requer N^2 operações do processador para N vórtices discretos presentes na nuvem; (ii) o inconveniente de incluir os efeitos viscosos em uma formulação puramente lagrangiana, uma vez que a difusão é bem mais facilmente computada nos métodos de malha; e, (iii) o efeito da evolução lagrangiana no tempo, pois os resultados serão tão precisos quanto menores forem os incrementos de tempo utilizados; entretanto, quanto menores os incrementos de tempo, mais onerosas serão as simulações, no que diz respeito ao tempo de CPU. Cabe reforçar ainda, que o presente trabalho lança mão de uma simulação numérica bidimensional, onde a evolução temporal do termo de deformação (esticamento) dos tubos de vorticidade é desprezada; caso este termo fosse considerado, ou seja, caso a simulação numérica fosse tridimensional, o tempo de CPU seria ainda mais crítico.

A primeira dificuldade mencionada tem sido resolvida com sucesso através do Método de Expansão em Multipolos (Greengard & Rokhlin, 1987) para o cálculo da interação vórtice-vórtice. Neste aspecto, o Método de Expansão em Multipolos é uma alternativa à lei de Biot-Savart no que tange à diminuição dos esforços computacionais. Tal método possibilita que o processador faça $N \log N$ operações (Interação Vórtice-Caixa) ou até mesmo N operações para N vórtices da nuvem (Interação Caixa-Caixa), conforme discutido na Tese de Doutorado de Koumoutsakos (1993). A aplicação do referido método tem sido muito estudada e implementações eficientes têm sido desenvolvidas (Salmon *et al.*, 1994), mas devem-se ressaltar os grandes esforços despendidos na programação do método. Nesta mesma linha de atuação, alguns pesquisadores têm resolvido o problema usando um sistema de descrição híbrido (euleriano-lagrangiano), o chamado Método de Vórtices em Célula (Christiansen, 1973; Couet *et al.*, 1981; Rottman *et al.*, 1987; Cottet, 1987; Smith & Stansby, 1988; Brecht & Ferrante, 1990; Ebiana & Bartholomew, 1996; Liu & Doorly, 2000; Liu, 2001; Cottet & Poncet, 2004), o qual tem o ônus de adicionar erros de interpolação e possuir um tempo de CPU maior do que o Método de Expansão em Multipolos ($N + M \log M$, sendo M o número de pontos da malha).

Com relação à inclusão dos efeitos da difusão viscosa, pode ser bastante difícil simulá-la em um método lagrangiano. Nas últimas três décadas, uma grande quantidade de pesquisas sobre esse assunto produziu pelo menos seis esquemas diferentes para adicionar a difusão viscosa nos cálculos do Método de Vórtices, são eles: o Método de Avanço Randômico (Chorin, 1973; Lewis, 1991), o Método do Crescimento do Raio do Núcleo do Vórtice (Kamemoto *et al.*, 1990; Rossi, 1996, 1997, 2005, 2006), o Método da Mudança da

Intensidade da Partícula (Degond & Mas-Gallic, 1989), o Método da Redistribuição da Vorticidade (Shankar & van Dommelen, 1996), o Método da Velocidade de Difusão (Ogami & Akamatsu, 1991) e o Método de Fishelov (Fishelov, 1990).

O Método de Avanço Randômico, utilizado neste trabalho, foi a primeira técnica aplicada ao Método de Vórtices para tratar a difusão viscosa (Chorin, 1973); este método é de simples implementação e de rápida execução, porém possui uma taxa de convergência baixa ($1/\sqrt{N}$). O Método do Crescimento do Raio do Núcleo do Vórtice foi proposto por Leonard (1980) e utilizado por Kamemoto *et al.* (1990); entretanto, tal método foi abandonado quando Greengard (1985) provou que esta metodologia não convergia para as equações de Navier-Stokes. Diante disso, Rossi (1996) corrigiu o Método do Crescimento do Raio do Núcleo fazendo com que os vórtices discretos crescessem até um valor máximo; a partir disto os vórtices são divididos (partição) dando origem a novos vórtices, cujos raios podem novamente se expandir. Posteriormente, Rossi (2005, 2006) promoveu modificações para melhorar o Método do Crescimento do Raio do Núcleo do Vórtice através do uso de Funções de Base Radial. O Método da Mudança da Intensidade da Partícula foi introduzido por Degond & Mas-Gallic (1989) e se caracteriza por distribuir a intensidade de um vórtice entre seus vizinhos através de uma malha. O Método da Redistribuição da Vorticidade desenvolvido por Shankar & van Dommelen (1996) é similar ao Método da Mudança da Intensidade da Partícula, mas dispensa o uso de malha. O Método da Redistribuição da Vorticidade é resolvido através de um sistema de equações algébricas que otimiza o processo de redistribuição da intensidade de um vórtice entre seus vizinhos. O Método da Velocidade de Difusão desenvolvido por Ogami & Akamatsu (1991) simula a difusão da vorticidade através da inserção de uma velocidade extra no processo convectivo devido exclusivamente à difusão; tal velocidade é relacionada ao coeficiente de viscosidade cinemática do fluido, ao campo de vorticidades e ao gradiente do campo de vorticidades. Este método necessitou de correção do raio do núcleo dos vórtices para que convergisse conforme foi discutido por Kempka & Strickland (1993). O Método de Fishelov (1990) adiciona derivadas com funções suaves na equação da vorticidade e transfere tais derivadas para estas funções.

O efeito da evolução lagrangiana no tempo tem sido resolvido pela aplicação de esquemas que calculam a vorticidade dos vórtices discretos através de uma malha em cada instante de tempo; estes esquemas utilizam “kernels” de interpolação de alta ordem em uma formulação cartesiana de produtos tensoriais. Tais esquemas têm sido utilizados há bastante tempo, e possibilitam o cálculo preciso de escoamentos complexos; no entanto, eles têm causado controvérsias pelo fato de adicionar uma malha em um método caracterizado por não

utilizar malhas. Além disso, eles introduzem alguns erros de interpolação, mas que são geralmente toleráveis, a menos que se queira simular escoamentos com números de Reynolds mais altos, quando tais erros podem tornar-se uma limitação. Buscando solucionar tais inconvenientes, Barba *et al.* (2004) utilizaram o Método do Crescimento do Raio do Núcleo do Vórtice em conjunto com Funções de Base Radial para eliminar a necessidade de utilização de malha; o controle do crescimento do raio do núcleo dos vórtices discretos é feito automaticamente e esta técnica se mostrou eficiente quanto à precisão dos resultados obtidos.

No que diz respeito ao cálculo das cargas aerodinâmicas, Lewis (1991) determina o coeficiente de pressão pela integração do termo de pressão das equações de Navier-Stokes. He & Su (1999) apresentaram uma nova formulação para a determinação da distribuição de pressões isolando o termo de pressão das equações de N-S e acrescentando o termo de aceleração convectiva, não considerado por Lewis (1991). Um estudo de extrema relevância para a precisão dos resultados é a formulação proposta por Shintani & Akamatsu (1994), oriunda dos trabalhos de Uhlman (1992) e Kamemoto (1993), que leva em consideração a contribuição de todos os vórtices presentes na esteira, diferentemente de Lewis (1991) e He & Su (1999), que consideram apenas a influência dos vórtices nascentes em um dado incremento de tempo. Buscando obter resultados mais precisos, o presente trabalho utiliza a formulação proposta por Shintani & Akamatsu (1994).

No que se refere à maior precisão das simulações é essencial destacar a necessidade de desprendimento de um grande número de vórtices discretos, o que torna o tempo de CPU bastante oneroso. Portanto, a tendência atual parece ser a procura por algoritmos que tornem as simulações menos demoradas, como o apresentado por Alcântara Pereira (1999) (Lei de Biot-Savart Modificada), além da utilização do Método de Expansão em Multipolos (Greengard & Rokhlin, 1987) para o cálculo da interação vórtice-vórtice, e da expectativa de desenvolvimento de técnicas como a computação paralela, a qual consiste em conectar diversas CPU's entre si para que vários processadores possam trabalhar em conjunto na simulação (Takeda *et al.*, 1999).

Na busca por resultados cada vez mais realísticos, Kamemoto *et al.* (2000) fazem uma revisão do Método de Vórtices descrevendo a importância do desenvolvimento de modelos de turbulência para os métodos lagrangianos. O trabalho de Alcântara Pereira *et al.* (2002) foi preparado visando à realização de simulações numéricas mais refinadas envolvendo os aspectos de turbulência, tendo como contribuições principais: uma modelagem sub-malha de turbulência utilizando-se um modelo de Função Estrutura de Velocidade de Segunda Ordem

adaptada ao Método de Vórtices Discretos e o desenvolvimento e implementação de um algoritmo numérico, para incluir, no contexto do Método de Vórtices, a modelagem de turbulência. Recentemente, Mustto (2004) utilizou com sucesso a formulação proposta por Alcântara Pereira *et al.* (2002) na sua Tese de Doutorado. Neste trabalho não será adotada modelagem de turbulência, ficando como sugestão para um trabalho futuro a incorporação do modelo da Função Estrutura de Velocidade de Segunda Ordem ao algoritmo do programa “MOVINGROUND.FOR”.

Os pesquisadores que desenvolvem as diferentes versões do Método de Vórtices vêm se reunindo a cada dois anos em uma Conferência Internacional idealizada para discutir os avanços e as aplicações do método. Esta Conferência já foi realizada em quatro ocasiões: Kobe, no Japão, em 1999, Istambul, na Turquia, em 2001, Yokohama, no Japão, em 2005 e a última em Deajeon na Coreia do Sul em abril de 2008.

2.3 – O CILINDRO CIRCULAR ISOLADO

O escoamento ao redor de um cilindro pode ser influenciado pela sua forma e pelo número de corpos que se apresentam num arranjo no meio fluido. No trabalho de Zdravkovich (1987) são mostrados vários arranjos de cilindros circulares na presença de um escoamento incidente que podem ser estudados. Nota-se, portanto, que a forma circular da seção transversal do cilindro tem um grande número de trabalhos experimentais disponíveis na literatura, uma vez que o escoamento ao redor de um cilindro circular consiste em um problema clássico da Mecânica dos Fluidos. A forma circular permite uma combinação ideal de geometria simples com a configuração complexa do escoamento ao redor de um corpo rombudo. Essa combinação é extremamente atrativa, uma vez que permite analisar de maneira simplificada escoamentos ao redor de grandes edifícios, “risers” de plataformas de petróleo e trocadores de calor, por exemplo.

Conforme mencionado anteriormente, a configuração do escoamento ao redor de um cilindro é influenciada por uma grande variedade de parâmetros. Para um cilindro de seção circular longo, submetido a um escoamento uniforme, um parâmetro governante é o número de Reynolds ($Re = Ud/\nu$, onde U , d e ν são respectivamente, a velocidade do escoamento incidente, o diâmetro do cilindro e o coeficiente de viscosidade cinemática). O escoamento ao

redor de um cilindro circular pode ser classificado em função do número de Reynolds em quatro regimes: subcrítico, crítico, supercrítico e transcrito (Nishino, 2007).

Quando o número de Reynolds é baixo ($Re \leq 1$) o escoamento se comporta sem que se verifiquem fenômenos como separação e predomínio do arrasto de forma; observa-se ainda uma simetria quase perfeita do escoamento (Figura 2.1a). À medida que o número de Reynolds aumenta o coeficiente de arrasto sofre uma queda. Para $2 \leq Re \leq 30$ ocorre a separação da camada limite, o escoamento se apresenta assimétrico e, apesar da presença dos pares contra-rotativos de vórtices, o regime do escoamento ainda é permanente; a esteira formada possui um comprimento limitado (Figura 2.1b).

Para $40 \leq Re \leq 70$ começa-se a observar uma oscilação da esteira; a Figura 2.1c mostra uma situação aproximadamente limite para o regime permanente. Quando o número de Reynolds se encontra por volta de 90 os pontos de separação não são mais fixos e observa-se um desprendimento alternado de pares contra-rotativos de vórtices, o que determina o caráter oscilatório da esteira – a esteira de von Kármán – (Figura 2.1d); neste momento, o arrasto de pressão (arrasto de forma) é responsável por cerca de 90% do arrasto total. Assim, verifica-se que existe uma camada limite laminar que evolui para uma camada limite turbulenta. O escoamento laminar é muito vulnerável ao gradiente adverso de pressão na traseira do cilindro e a separação ocorre por volta de 82° (Figura 2.1e); a ampla esteira e a pressão muito baixa na região de separação laminar causam um grande arrasto. Para $10^4 \leq Re \leq 10^5$ nota-se a existência de uma generosa esteira pulsante a jusante do cilindro de seção circular. No entanto, em muitos casos práticos pode haver outros fatores que irão afetar consideravelmente o escoamento, tais como: a incidência de uma velocidade turbulenta, a rugosidade da superfície do corpo, a razão de aspecto do cilindro e a superposição de um movimento oscilatório.

Para o nível de desenvolvimento em que se encontra este trabalho, dentre os principais estudos que utilizaram o Método de Vórtices para simular o escoamento ao redor de um cilindro de seção circular está o trabalho de Lewis (1986), que para a época tratava-se de uma simulação de alto nível, mas que no contexto atual deixa a desejar. Lewis (1986) simulava a evolução da vorticidade desprendendo dois vórtices discretos por instante de tempo a partir de pontos de separação pré-determinados sobre o cilindro circular, o que não representava a física realmente envolvida no fenômeno.

Mustto (1998) estudou o escoamento em torno de um cilindro circular utilizando o Método de Vórtices associado ao Teorema do Círculo (Milne-Tompson, 1955), o que garantia

que a condição de impenetrabilidade fosse satisfeita em todos os pontos da superfície real do corpo, mas tinha o inconveniente de ser limitado a corpos de forma circular ou aproximadamente circular (no caso de se lançar mão de uma transformação conforme). A condição de escorregamento nulo era satisfeita despreendendo-se vórtices sobre pontos pré-determinados sobre a superfície do cilindro (foram utilizados 16 e 32 pontos de desprendimento).

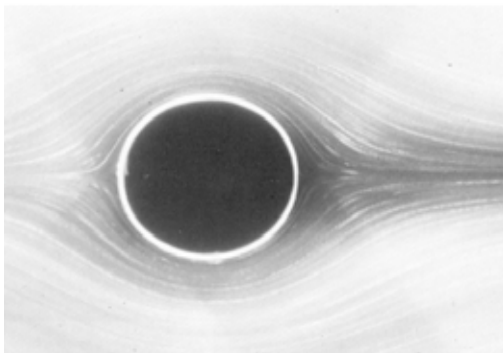
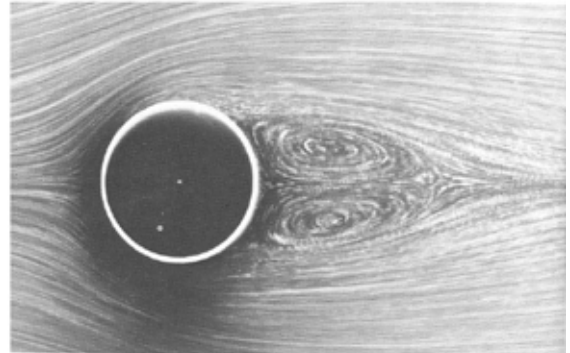
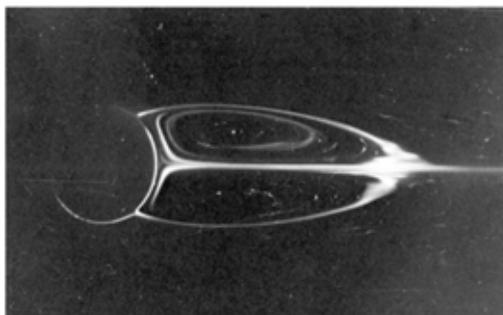
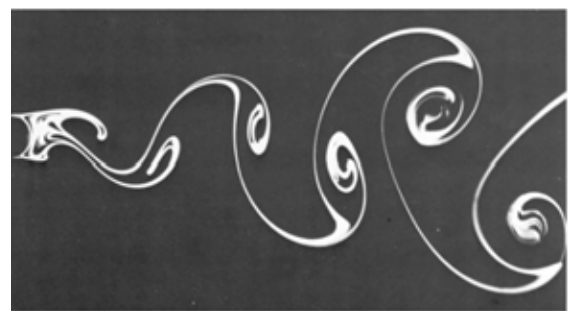
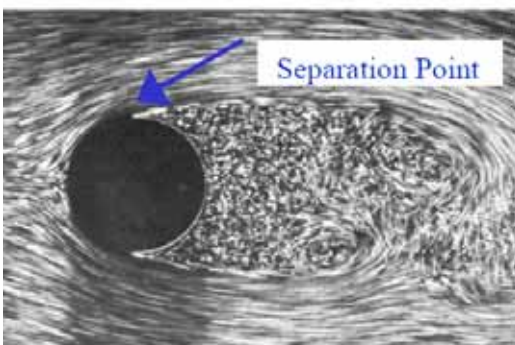
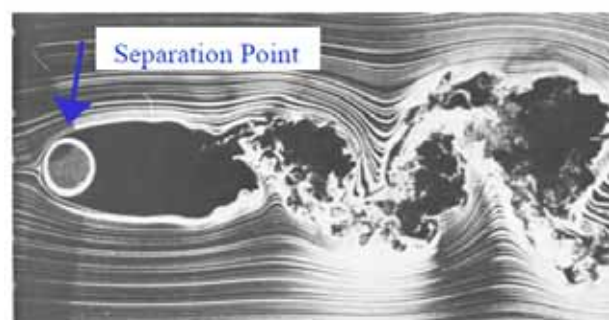
(a) $Re = 0,16$ (b) $Re = 26$ (c) $Re = 41$ (d) $Re = 140$ (e) $Re = 2000$ (f) $Re = 10000$

Figura 2.1 – Visualização do escoamento para uma ampla faixa de números de Reynolds. (Figuras retiradas de Batchelor, 1967; Schlichting, 1979; van Dyke, 1982; Tritton, 1988).

Alcântara Pereira (1999) discretizou a superfície de um cilindro circular utilizando o Método de Painéis (Hess & Smith, 1967), que tem como vantagem discretizar corpos de forma qualquer e conhecida, mas com o ônus de satisfazer as condições de contorno (impenetrabilidade e escorregamento nulo) apenas sobre alguns poucos pontos da superfície discretizada do corpo, os chamados pontos de controle. Além disso, a referida simulação utilizava um número reduzido de painéis planos ($M = 32$), parâmetro que tem forte influência na precisão dos resultados. Comparando os resultados de Mustto (1998) e de Alcântara Pereira (1999) com o resultado experimental de Blevins (1984), verifica-se que ambos os trabalhos numéricos apresentaram resultados satisfatórios. Os resultados de Mustto (1998) apresentam uma distribuição de pressão próxima (para $\theta < 50^\circ$) e bem diferente (para $\theta > 50^\circ$) da experimental devido ao emprego da formulação de Lewis (1991) para o cálculo da pressão. A definição do ângulo θ pode ser encontrada no Capítulo 6.

Dois outros parâmetros que afetam significativamente os resultados são a posição de geração dos vórtices discretos e o raio do núcleo destes (Koumoutsakos, 1993). Atualmente, a maneira como esses parâmetros são manipulados no presente trabalho faz com que sejam inseridos erros nos resultados numéricos, uma vez que o raio do núcleo dos vórtices e as posições em que estes são gerados são mantidos fixos. Esta metodologia implica em uma representação errônea dos efeitos viscosos ao longo da superfície do corpo, quando se sabe que, na verdade, não é dessa forma que a física do problema se processa (Yang & Huang, 1999). Para o regime de Reynolds simulado neste trabalho ($Re = 10^5$) existe uma camada limite laminar que contorna o corpo até certo ponto e que, após isto, ela evolui para uma camada turbulenta, ficando clara a diferença entre estes dois casos no que tange à intensidade dos efeitos viscosos presentes no escoamento.

Muitas aplicações práticas de engenharia envolvendo o cilindro circular foram simuladas utilizando o Método de Vórtices. Dentre as mais recentes está o trabalho de Recicar (2007), que analisou o escoamento bidimensional, incompressível e em regime não-permanente ao redor de um cilindro circular submetido a oscilações de grandes amplitudes. Diferentemente dos trabalhos anteriores encontrados na literatura, Recicar (2007) analisou o escoamento considerando número de Reynolds alto ($Re = 10^5$). Três tipos de regime foram identificados durante um aumento na frequência de oscilação do corpo. O primeiro tipo é observado para baixas frequências de oscilação do corpo; nesta situação o número de Strouhal permanece quase constante, correspondendo ao número de Strouhal de um corpo sem oscilação. O segundo tipo corresponde a um regime de transição, onde aparentemente a frequência de emissão de vórtices não se correlaciona com a frequência de oscilação do corpo.

Finalmente, para altas frequências de oscilação do corpo, a frequência de emissão de vórtices coincide com a frequência de oscilação do corpo, denominada frequência de “lock-in”.

2.4 – O EFEITO SOLO

As características do escoamento que incide sobre um cilindro circular situado nas vizinhanças de uma superfície plana (solo) são influenciadas não só pelo número de Reynolds, mas também pela distância do cilindro ao solo (h). Entretanto, o fenômeno do efeito solo ainda não está completamente esclarecido, uma vez que existe uma grande quantidade de fatores que afetam o problema, em especial a camada limite que se forma no solo e dificulta o entendimento da física envolvida no fenômeno.

Um dos primeiros trabalhos que investigou a influência da distância do cilindro ao solo foi feito por Taneda (1965). Visualizou-se o escoamento da água ao redor de um cilindro circular de forma que a água e o solo se moviam em relação ao cilindro, e com a mesma velocidade ($U_{\text{água}} = U_{\text{solo}}$). Tais testes foram feitos com número de Reynolds baixo ($Re = 170$). Nestas condições, verificou-se o desprendimento de vórtices do tipo von Kármán a partir do cilindro para $h/d = 1,1$, enquanto que para $h/d = 0,6$, apenas uma modesta fileira de vórtices foi gerada. Mais detalhes dessa diminuição de geração de vorticidade à medida que a relação h/d diminui são apresentados nos trabalhos de Zdravkovich (1985a) e Lin *et al.* (2005), mas apenas para números de Reynolds baixos, 3350 e 780, respectivamente. Mais tarde, Roshko *et al.* (1975) estudaram experimentalmente o escoamento ao redor de um cilindro circular estacionado nas proximidades de uma superfície plana fixa em um túnel de vento, para $Re = 2,0 \cdot 10^4$. Foram observados os comportamentos dos coeficientes de arrasto e de sustentação, constatando-se que o arrasto diminuía rapidamente, ao passo que a sustentação aumentava à medida que o cilindro se aproximava do solo.

Bearman & Zdravkovich (1978) investigaram experimentalmente a distribuição do coeficiente de pressão sobre um cilindro circular estacionado nas vizinhanças de uma superfície plana fixa para $Re = 4,8 \cdot 10^4$. Constataram que a diminuição do coeficiente de arrasto para pequenos valores da relação h/d era acompanhada por uma pressão de base alta, e que o coeficiente de sustentação aumentava quando h/d decrescia para valores menores do que 0,9, devido a uma distribuição de pressão assimétrica ao redor do corpo. À medida que o

cilindro era afastado da superfície plana fixa ($h/d \geq 0,9$), a distribuição de pressão se tornava simétrica e a pressão de base decrescia até $h/d = 1,5$. Também se mediu a velocidade nas regiões próximas ao corpo na tentativa de investigar a frequência com que vórtices eram desprendidos na situação de efeito solo. Verificou-se que o número de Strouhal (parâmetro adimensional utilizado para se medir a frequência de desprendimento de pares de estruturas vorticosas contra-rotativas) permanecia aproximadamente constante ($St \cong 0,2$) para qualquer $h/d < 0,8$, e que o pico da medição de velocidade desaparecia para esta faixa de h/d . Portanto, esta distância do cilindro ao solo ($h/d = 0,8$) pode ser uma distância crítica, apesar de que não é sempre que se pode obter uma relação direta entre o desaparecimento do pico da medição de velocidade e a interrupção do desprendimento de vórtices (Price *et al.*, 2002).

Buresti & Lanciotti (1979) mediram o número de Strouhal em dois casos distintos: um cilindro circular rugoso, e outro sem rugosidade, na situação de efeito solo sem movimento relativo entre o corpo e o chão. Para o cilindro circular não-rugoso imerso em um escoamento cujo número de Reynolds era de até $1,9 \cdot 10^5$, observou-se que a distância crítica entre o cilindro e o chão era de 0,9, e que o valor do número de Strouhal ficava por volta de 0,2 para qualquer relação de h/d maior do que 0,9. Assim, vê-se que a distância crítica e o valor do número de Strouhal dependem do regime do escoamento, sendo impossível definir valores precisos para tais variáveis; o único consenso parece ser o de que para escoamentos de altos Re , o número de Strouhal diminui à medida que h/d decresce, mas mesmo assim, este tipo de comportamento obedece certos limites.

Apesar dos efeitos fundamentais causados pela relação h/d terem sido estudados com sucesso nos trabalhos acima citados, a influência da camada limite formada junto à superfície plana fixa é muito complicada e ainda não está totalmente esclarecida.

Zdravkovich (1985b) observou que nos escoamentos com Re variando de $4,8 \cdot 10^4$ a $3,0 \cdot 10^5$ o arrasto decrescia rapidamente à medida que a distância do cilindro ao solo fixo diminuía a um valor menor do que a espessura da camada limite formada no solo (δ_B/d). Com isso, concluiu-se que a variação do coeficiente de arrasto era dominada pela relação h/δ_B , e não mais pela relação convencional h/d . Notou-se ainda, que mesmo o coeficiente de sustentação poderia ser afetado pelas condições de camada limite, apesar de ser insensível à espessura desta.

Mais tarde, Hiwada *et al.* (1986) analisaram o comportamento das forças aerodinâmicas para $Re = 2,0 \cdot 10^4$ e para uma ampla faixa de valores de δ_B/d (de 0,23 a 2,82). Concluiu-se que o coeficiente de arrasto sofria uma queda à medida que h/d decrescia e que δ_B/d aumentava, o que concordava com os resultados apresentados por Zdravkovich (1985b). Entretanto, para o caso de menor camada limite ($\delta_B/d = 0,23$), a diminuição do coeficiente de arrasto iniciou-se quando a distância do cilindro até o solo era igual a 1,0, caso onde o cilindro ainda estava fora da camada limite formada no solo, sugerindo que a queda do arrasto poderia ser causada não só pela interferência direta da camada limite, como havia se pensado. Com relação ao coeficiente de sustentação, resultados similares aos de Roshko *et al.* (1975) foram obtidos para todos os valores de δ_B/d investigados, ou seja, a sustentação não sofre influência da camada limite formada junto ao solo. Hiwada *et al.* (1986) ainda mediram a velocidade na região próxima ao corpo e encontraram $h/d = 0,8$ como sendo o valor crítico da distância do cilindro ao chão, para todas as relações δ_B/d testadas. O número de Strouhal, no entanto, diminuía à medida que h/d decrescia e que δ_B/d aumentava, contrariando os resultados obtidos por Bearman & Zdravkovich (1978), para $Re = 4,8 \cdot 10^4$.

Outro estudo relatando os efeitos da relação δ_B/d foi feito por Taniguchi & Miyakoshi (1990) para $Re = 9,4 \cdot 10^4$. Ao contrário dos resultados obtidos por Hiwada *et al.* (1986), verificou-se que a distância crítica $(h/d)_c$ tornava-se mais ampla (de 0,8 para 1,4) à medida que δ_B/d aumentava (de 0,34 para 1,05). A relação entre $(h/d)_c$ e δ_B/d não era linear, mas exponencial. Neste trabalho, os autores obtiveram os valores rms dos coeficientes de arrasto e de sustentação (C'_D e C'_L), e identificaram que a relação $(h/d)_c$ correspondia a um valor de h/d onde os valores de C'_D e C'_L eram mínimos. A relação entre o valor de C'_L e o início ou interrupção do desprendimento de vórtices foi confirmada por Lei *et al.* (1999). Neste último estudo, entretanto, a relação $(h/d)_c$ diminuía suavemente (de 0,9 para 0,8) à medida que δ_B/d aumentava (de 0,14 para 2,89), contrariando as observações de Taniguchi & Miyakoshi (1990).

Zdravkovich (2003) estudou o comportamento do coeficiente de arrasto em um cilindro circular localizado próximo a uma superfície plana móvel; a superfície se movimentava com a mesma velocidade do escoamento incidente. O número de Reynolds do escoamento era alto ($Re = 2,5 \cdot 10^5$) e, nas condições descritas acima, praticamente não houve formação de camada limite junto à superfície plana móvel. Ao contrário de todos os estudos comentados

anteriormente, o autor não verificou a queda do arrasto quando h/d diminuía. Entretanto, não ficou claro se o fato observado ocorreu devido ao alto número de Reynolds ou à inexistência da camada limite junto ao solo, ou ainda, devido a algum outro fator influente.

Recentemente, Nishino (2007) estudou o comportamento dos coeficientes de arrasto e de sustentação atuantes sobre um cilindro circular localizado próximo a uma esteira rolante em um túnel de vento. A esteira rolante se movimentava com a mesma velocidade do escoamento incidente, ou seja, não houve formação de camada limite junto ao solo. Foi investigado o comportamento aerodinâmico do corpo para $Re = 4,0 \cdot 10^4$ e $Re = 1,0 \cdot 10^5$. Os efeitos de ponta do cilindro também foram estudados, mediante o uso de placas nas suas extremidades. Para o cilindro sem placas (caso essencialmente tridimensional) verificou-se que o coeficiente de arrasto aumentava à medida que h/d diminuía, e que isto ocorria devido à inexistência de camada limite no chão, esclarecendo a dúvida deixada no trabalho de Zdravkovich (2003). Com relação às placas, à medida que a distância do cilindro até as extremidades das placas aumentava, retirava-se parte da tridimensionalidade do problema; para o caso mais bidimensional estudado, o valor obtido para o coeficiente de arrasto foi o de 1,3, quando $h/d = 2,50$, o que é bem próximo do valor obtido para o caso de um cilindro circular isolado para $Re = 1,0 \cdot 10^5$ (Blevins, 1984). Quando o cilindro era posicionado de forma a tangenciar as extremidades das placas ($(y_e/d = 0)$, caso menos bidimensional estudado), verificou-se que para $h/d < 0,85$ as placas não exerciam influência alguma sobre o coeficiente de arrasto. Assim, obteve-se um valor de C_D aproximadamente constante e igual a 0,95. No que diz respeito ao coeficiente de sustentação, a situação de movimento relativo com a velocidade do escoamento incidente igual à velocidade da esteira rolante não exerceu modificação sobre este parâmetro, em comparação com o caso de corpo e esteira rolante parados. Sendo assim, sempre que h/d diminuiu observou-se que o C_L aumentou, tal como observado por Roshko *et al.* (1975). A Figura 2.2 ilustra algumas das análises anteriormente discutidas, onde a expressão “Present study” se refere ao trabalho experimental de Nishino (2007). Ainda nesta figura, a relação y_e/d corresponde à distância entre o cilindro de seção circular e as extremidades inferiores das placas.

É importante ressaltar que para efeito de comparação com os resultados obtidos neste trabalho, os valores da relação h/d testados pelos autores anteriormente referidos estão todos acrescidos do valor 0,5, ou seja, a relação h/d corresponde à distância entre o centro do cilindro de seção circular e o solo.

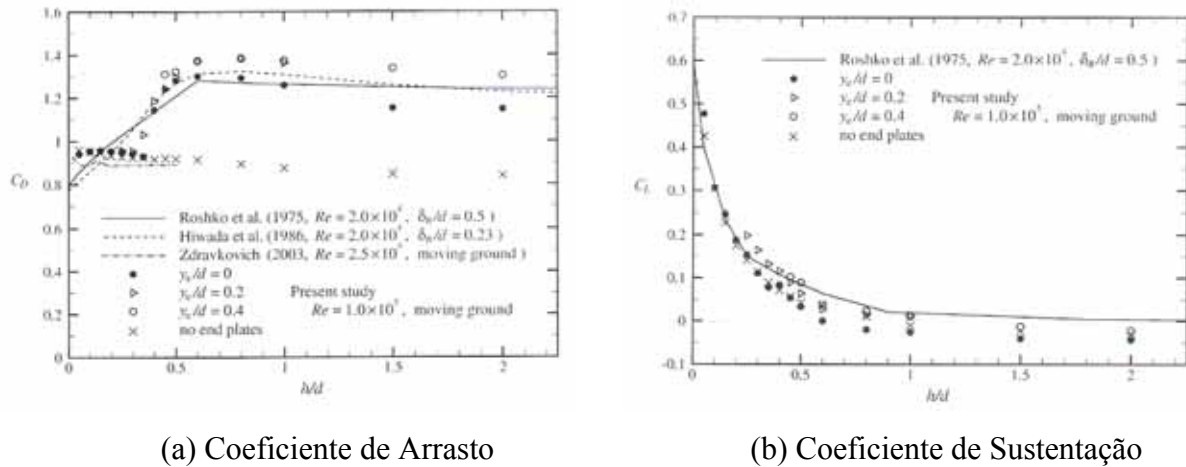


Figura 2.2 – Análise das cargas aerodinâmicas atuantes sobre um cilindro circular na presença do efeito solo. (Figura retirada do trabalho de Nishino (2007)).

Com relação à ferramenta numérica em desenvolvimento que foi utilizada neste trabalho, o Método de Vórtices, alguns trabalhos envolvendo o fenômeno do efeito solo (sem movimento da superfície plana) merecem destaque.

Chacaltana *et al.* (1994) consideraram os efeitos da presença de um vórtice livre movendo-se nas vizinhanças de um aerofólio, ao mesmo tempo em que consideraram o efeito do solo em um mesmo escoamento. O efeito solo, para aerofólios delgados, foi bem analisado, porém sem considerar a convecção do vórtice. A modelagem do problema era potencial, restrita a corpos delgados. A formação da esteira era levada em conta com a difusão de vorticidade a partir do bordo de fuga do aerofólio. Não foi prevista a geração de vórtices junto à superfície do solo.

Chacaltana *et al.* (1995) adotaram o mesmo modelo do trabalho anterior, porém permitindo ao vórtice se deslocar por convecção, utilizando um esquema lagrangiano de avanço no tempo. O problema era formulado sob o ponto de vista potencial. Este trabalho foi uma evolução ao trabalho anterior, cabendo as mesmas observações. Nota-se que, provavelmente, em função da ausência dos efeitos viscosos junto ao solo, os resultados destes trabalhos indicam uma diminuição da sustentação para uma aproximação à superfície plana.

Ricci (2002) utilizou o Método de Vórtices para analisar o escoamento de um fluido Newtoniano e homogêneo em torno de um corpo de forma arbitrária, quando disposto nas proximidades de uma superfície plana fixa. A superfície do solo foi simulada com a utilização do Método de Imagens, no qual a condição de impenetrabilidade era satisfeita automaticamente em todos os pontos da superfície, porém tinha o ônus de demandar maior

tempo de simulação, uma vez que os vórtices-imagens também deviam ser considerados no cálculo da velocidade total induzida nos vórtices discretos. Vale lembrar que a velocidade nunca deve ser calculada sobre os vórtices-imagens.

Silva de Oliveira *et al.* (2005) simularam a interferência da esteira de um perfil NACA 0012 com a esteira formada a partir de uma superfície plana fixa e ainda com a esteira oriunda de uma geração contínua de vórtices numa fila que se movia com velocidade constante e ficava posicionada a montante do corpo. Neste trabalho foi investigado o comportamento das cargas aerodinâmicas e do campo de velocidades nas proximidades do bordo de ataque do perfil. Diferentemente de Ricci (2002), Silva de Oliveira *et al.* (2005) representaram a superfície do solo mediante a utilização do Método de Painéis (Hess & Smith, 1967).

Recentemente, Moura (2007) utilizou a mesma metodologia de Silva de Oliveira *et al.* (2005) e analisou o escoamento bidimensional, incompressível e em regime não-permanente de um fluido Newtoniano com propriedades constantes que incidia sobre um cilindro circular na presença do efeito solo sem a fila móvel composta por vórtices discretos. O corpo apresentava um movimento de oscilação linear e de pequena amplitude na direção perpendicular ao escoamento incidente. Estudou-se a influência que o movimento oscilatório de pequena amplitude exercia sobre o coeficiente de sustentação na presença do efeito solo.

O presente trabalho vem contribuir no contexto do Método de Vórtices, com o aperfeiçoamento de uma ferramenta lagrangiana em desenvolvimento. Foi investigado o fenômeno do efeito solo em uma situação de grande aplicação prática da engenharia: a situação de movimento relativo. A simulação numérica do escoamento bidimensional, incompressível e em regime não-permanente de um fluido Newtoniano com propriedades constantes que incide sobre um cilindro circular estacionado próximo a uma parede plana, foi feita gerando-se vórtices discretos de Lamb apenas sobre a superfície do corpo, a qual foi discretizada em painéis planos, sobre os quais foram distribuídas singularidades do tipo fontes com densidade constante. Como não há geração de vórtices na superfície plana, tal situação equivale àquelas testadas em túneis de vento por Zdravkovich (2003) e Nishino (2007). Detalhes da simulação numérica realizada neste trabalho podem ser vistos no Capítulo 5. Ao contrário dos trabalhos de Ricci (2002) e Moura (2007), o presente estudo não se limitou apenas à análise do comportamento do coeficiente de sustentação; o coeficiente de arrasto também foi investigado e comparado com os resultados obtidos experimentalmente por Nishino (2007), para o caso mais bidimensional estudado pelo citado autor.

Capítulo 3

FORMULAÇÃO GERAL DO PROBLEMA

3.1 - INTRODUÇÃO

Este capítulo apresenta a formulação matemática necessária para a realização da simulação numérica do escoamento bidimensional, incompressível e em regime não-permanente de um fluido Newtoniano com propriedades constantes, que incide sobre um corpo de forma qualquer e conhecida utilizando o Método de Vórtices Discretos. Este corpo se encontra na presença de uma superfície plana, a qual se move com a mesma velocidade do escoamento incidente; sendo assim, não há formação de camada limite junto ao solo. Para cumprir esta proposta devem-se especificar as hipóteses simplificadoras de forma a garantir que as equações que governam o problema traduzam a física do caso em estudo.

3.2 - GEOMETRIA E DEFINIÇÕES

Uma representação esquemática do escoamento descrito anteriormente pode ser vista na Figura 3.1, a qual ilustra um cilindro circular imerso numa região fluida bidimensional e semi-infinita. Ainda, pode-se identificar a presença de uma superfície plana se movimentando em relação ao corpo com a mesma velocidade do escoamento incidente.

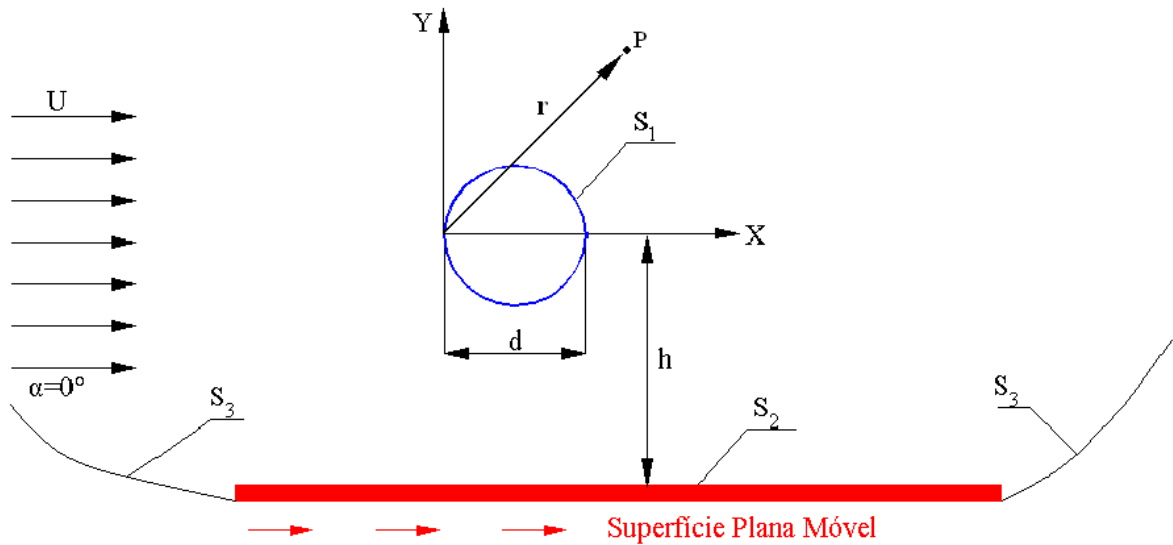


Figura 3.1 – Definição da geometria e da região fluida do problema com o sistema de coordenadas fixo ao corpo.

Na figura acima são definidos:

$S = S_1 \cup S_2 \cup S_3 \equiv$ fronteira que delimita o domínio fluido semi-infinito;

$S_1 \equiv$ contorno da superfície do cilindro circular;

$S_2 \equiv$ contorno da superfície plana móvel;

$S_3 \equiv$ contorno da superfície definida a grandes distâncias do corpo, definida para $r \rightarrow \infty$;

$d \equiv$ diâmetro do cilindro de seção circular (comprimento característico do problema);

$U \equiv$ velocidade do escoamento incidente (velocidade característica do problema);

$\alpha \equiv$ ângulo de orientação do escoamento incidente;

$h \equiv$ distância do centro do cilindro circular até a superfície plana móvel.

3.3 - HIPÓTESES SIMPLIFICADORAS

De maneira geral, os problemas de interesse prático da engenharia, como o analisado neste trabalho, são de difícil solução. O problema em particular analisado aqui depara-se com a presença do campo de vorticidades superposto ao campo de velocidades; a vorticidade presente no domínio fluido não permite que se encontre uma solução analítica. Assim, na solução de tais problemas deve-se, também, fazer uma análise cuidadosa do caso em estudo para se lançar mão de hipóteses que simplifiquem as equações governantes sem que haja uma perda de generalidade do problema. No presente trabalho, as hipóteses que sustentam a formulação matemática relacionam-se à geometria do corpo, às propriedades dos fluidos e às propriedades do escoamento, sendo mais bem explicadas abaixo:

a) Hipótese relativa à geometria

$H_1 \equiv$ região fluida semi-infinita e bidimensional: já que a superfície S_3 foi definida a grandes distâncias do corpo, conforme visto na Figura 3.1.

b) Hipótese relativa às propriedades dos fluidos

$H_2 \equiv$ fluido Newtoniano: caracterizado pela existência de uma relação linear entre a tensão tangencial aplicada e a respectiva taxa de deformação sofrida; além disso, admite-se que as propriedades do fluido sejam constantes, ou seja, a massa específica e o coeficiente de viscosidade mantêm-se invariáveis.

Esta última hipótese relativa às propriedades do fluido faz com que a equação do movimento (Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento Linear) seja representada pelas equações de Navier-Stokes; veja a seguir.

c) Hipóteses relativas às propriedades do escoamento

$H_3 \equiv$ Escoamento incompressível: os efeitos de compressibilidade do escoamento são desprezados. Normalmente, adota-se $Ma < 0,3$;

$H_4 \equiv$ Escoamento laminar: embora o número de Reynolds seja elevado, esta hipótese é adotada devido à ausência de um modelo de turbulência. O modelo de turbulência da Função Estrutura de Velocidade de Ordem 2 (Alcântara Pereira *et al.*, 2002) será futuramente incorporado nesta formulação.

A presença dos efeitos da viscosidade dentro da camada limite faz com que o perfil do campo de velocidades seja não retangular, provendo as partículas fluidas de um movimento de rotação; conseqüentemente, próximo de fronteiras sólidas tem-se o fenômeno da geração de vorticidade (veja mais detalhes no Capítulo 4). A vorticidade presente no escoamento, no contexto deste trabalho, fica representada por uma nuvem de vórtices discretos de Lamb (Panton, 1984) e o escoamento é rotacional na camada limite criada ao redor da superfície do corpo, nas camadas cisalhantes surgidas dos pontos de separação e na esteira viscosa formada a jusante do corpo.

As hipóteses anteriormente apresentadas, seguidas das equações governantes, bem como das condições de contorno que definem o problema, permitem a formulação matemática do caso em estudo.

3.4 - EQUAÇÕES GOVERNANTES E CONDIÇÕES DE CONTORNO

3.4.1 – Equações Governantes

O fenômeno a ser estudado é governado pelas expressões matemáticas que representam os Princípios de Conservação (Princípio de Conservação da Massa e Princípio de Conservação da Quantidade de Movimento Linear). De acordo com as hipóteses simplificadoras anteriormente apresentadas, pode-se escrever:

a) Princípio de Conservação da Massa (P.C.M.)

Fazendo-se um balanço de massa em um volume de controle elementar, cartesiano e fixo, verifica-se que o divergente do campo de velocidades é nulo e, na forma diferencial, a Equação da Continuidade é expressa por:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \tag{3.1}$$

onde \mathbf{u} representa o campo de velocidades do escoamento.

b) Princípio de Conservação da Quantidade de Movimento Linear (P.C.Q.M.L.)

Aplicando-se a Segunda Lei de Newton sobre um volume de controle elementar, cartesiano e fixo, e desprezando-se os efeitos de força de campo gravitacional, obtém-se a seguinte forma para as Equações de Navier-Stokes (N-S):

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \mathbf{u} \quad (3.2)$$

onde, p é o campo de pressões, ρ é a massa específica e μ é o coeficiente de viscosidade. O Princípio de Conservação da Energia não foi considerado devido à utilização da hipótese de escoamento isotérmico.

3.4.2 – Condições de Contorno

Considerando que a superfície S_1 do corpo seja não porosa, pode-se através da análise da Figura 3.2, entender as duas condições de contorno que serão apresentadas.

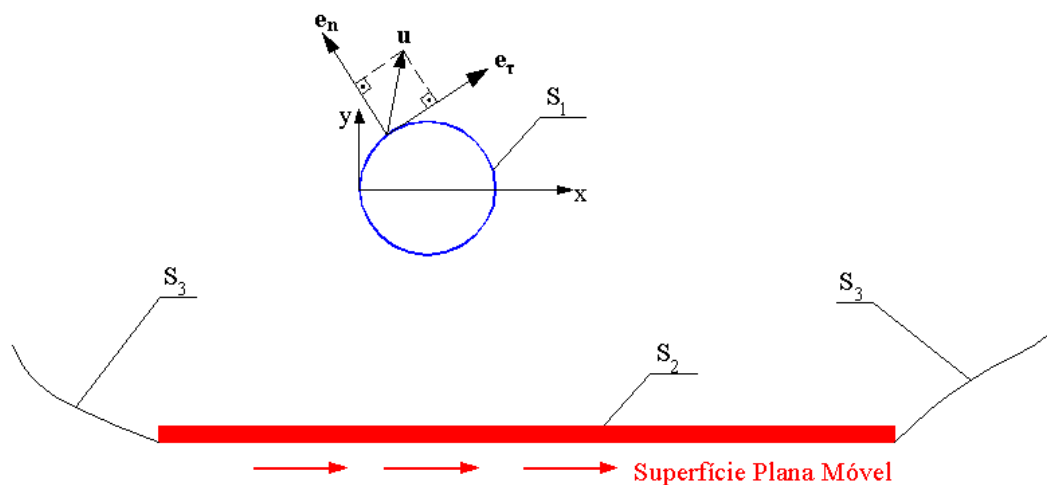


Figura 3.2 – Especificação das condições de contorno sobre as fronteiras que delimitam o domínio fluido.

onde:

$\mathbf{e}_\tau \equiv$ vetor unitário tangente às superfícies S_1 e S_2 em cada ponto;

$\mathbf{e}_n \equiv$ vetor unitário normal às superfícies S_1 e S_2 em cada ponto.

A condição de impenetrabilidade, suficiente no Modelo Potencial, exige que o componente normal da velocidade da partícula de fluido (u_n) seja igual ao componente normal das velocidades das superfícies S_1 e S_2 (v_n), ou seja:

$$u_n - v_n = 0, \text{ em } S_1 \text{ e } S_2 \quad (3.3)$$

No entanto, o Modelo Viscoso (Newtoniano) exige, além da condição de impenetrabilidade definida pelo Modelo Potencial, também a especificação da condição de escorregamento nulo, a qual exige que o componente tangencial da velocidade da partícula de fluido (u_τ) seja igual ao componente tangencial da velocidade da superfície S_1 (v_τ), ou seja:

$$u_\tau - v_\tau = 0, \text{ apenas em } S_1 \quad (3.4)$$

uma vez que a superfície plana (S_2) se move com a mesma velocidade do escoamento incidente para que não haja formação de camada limite junto ao solo (Nishino, 2007). A consequência de se impor a condição de escorregamento nulo apenas sobre a superfície do corpo reside no fato de que vórtices discretos de Lamb serão gerados apenas no corpo. Esta metodologia permite representar o movimento da superfície plana.

Na verdade, as condições de impenetrabilidade e de escorregamento nulo podem ser expressas em uma única condição – a condição de aderência – a qual exige que as partículas fluidas não migrem para o interior da superfície sólida e nem possuam velocidade relativa a esta.

Por fim, a última condição de contorno a ser imposta refere-se à condição de escoamento não-perturbado, ou seja, a grandes distâncias do corpo e do solo o escoamento em estudo deve tender para o valor da velocidade do escoamento incidente, isto é:

$$|\mathbf{u}| \rightarrow U, \text{ em } S_3 \quad (3.5)$$

3.5 – ADIMENSIONALIZAÇÃO DO PROBLEMA

A técnica da Análise Dimensional consiste em simplificar (e reduzir) a quantidade de variáveis necessárias para se descrever um dado fenômeno físico. As variáveis obtidas devem reter todas as informações importantes do fenômeno analisado. Tal técnica é extremamente

usada em vários campos da engenharia, uma vez que projetos de natureza específica normalmente são caros e de construção complexa. Assim, a adimensionalização do problema permite que os resultados do programa computacional sejam comparados com resultados de ensaios experimentais sem a necessidade de se ter conhecimento dos valores das grandezas envolvidas no experimento, bastando-se conhecer parâmetros adimensionais afetos ao fenômeno analisado (White, 2002).

Para que se possa realizar a adimensionalização do problema em estudo, devem-se adotar as seguintes escalas:

$d \rightarrow$ escala de comprimento; neste caso, o diâmetro do cilindro circular;

$U \rightarrow$ escala de velocidade; neste caso, a velocidade do escoamento incidente;

$\frac{d}{U} \rightarrow$ escala de tempo.

Definidas as escalas representativas do problema, a adimensionalização das demais grandezas é imediata, como se segue:

$x^* = \frac{x}{d}$, que representa a medida da abscissa x ;

$y^* = \frac{y}{d}$, que representa a medida da ordenada y ;

$\nabla^* = d\nabla$, que representa o operador “Nabla”;

$\nabla^{*2} = d^2\nabla^2$, que representa o operador Laplaciano;

$u^* = \frac{u}{U}$, que representa o componente da velocidade na direção x ;

$v^* = \frac{v}{U}$, que representa o componente da velocidade na direção y ;

$t^* = \frac{tU}{d}$, que representa um instante de tempo da simulação numérica;

$Re = \frac{\rho Ud}{\mu}$, que representa o número de Reynolds;

$p^* = \frac{p}{\rho U^2}$, que representa o campo de pressões;

$\Gamma^* = \frac{\Gamma}{dU}$, que representa a intensidade de vórtice;

$\sigma^* = \frac{\sigma}{dU}$, que representa a densidade de fontes;

$\sigma_0^* = \frac{\sigma_0}{d}$, que representa o raio do núcleo do vórtice de Lamb;

$\omega^* = \frac{\omega d}{U}$, que representa o único componente não-nulo do vetor vorticidade no plano;

$St = f \frac{d}{U}$, que representa o número de Strouhal.

O significado de algumas grandezas que aparecem acima definidas ficará mais bem compreendido com o desenvolvimento do texto. Assim, as equações adimensionalizadas tomam a forma:

$$\text{P.C.M.:} \quad \nabla^* \cdot \mathbf{u}^* = 0 \quad (3.6)$$

$$\text{P.C.Q.M.L.:} \quad \frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial t^*} + \mathbf{u}^* \cdot \nabla^* \mathbf{u}^* = -\nabla^* p^* + \frac{1}{Re} \nabla^{*2} \mathbf{u}^* \quad (3.7)$$

E as condições de contorno, ficam:

$$u_n^* - v_n^* = 0, \text{ em } S_1 \text{ e } S_2 \quad (3.8)$$

$$u_\tau^* - v_\tau^* = 0, \text{ apenas em } S_1 \quad (3.9)$$

$$|\mathbf{u}^*| \rightarrow 1, \text{ em } S_3 \quad (3.10)$$

O asterisco (*), que designa grandeza adimensionalizada, será agora omitido por comodidade de digitação.

A Figura 3.3 ilustra o problema adimensionalizado.

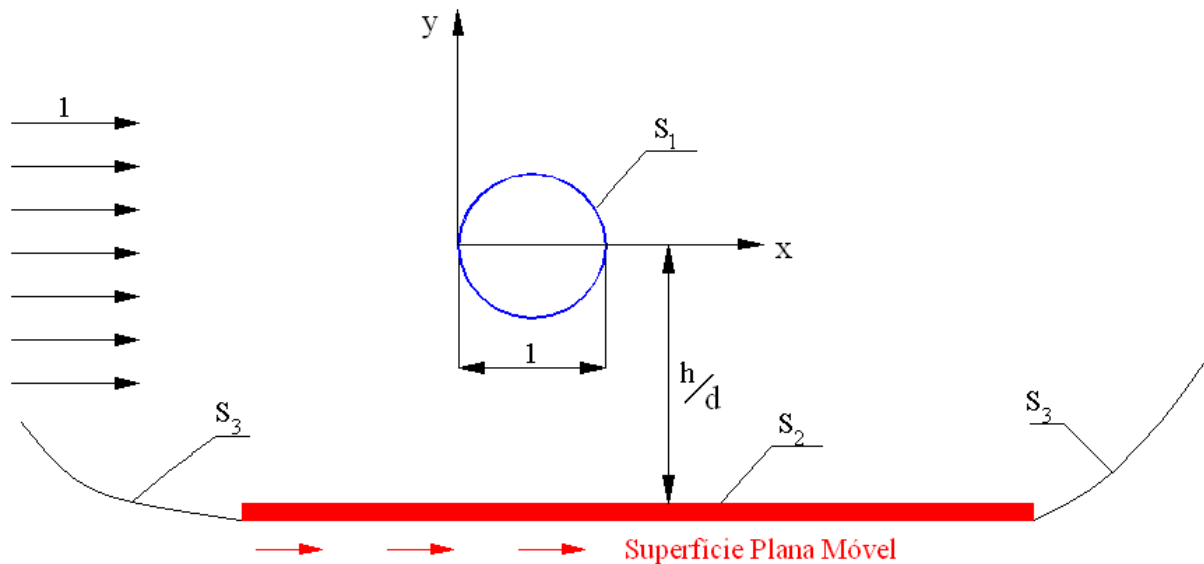


Figura 3.3 – Representação do problema adimensionalizado.

Embora a superfície plana apareça com uma velocidade na Figura 3.3, vale lembrar novamente que a simulação da situação de movimento relativo no presente trabalho se caracteriza pelo simples fato de não se realizar a geração de vórtices discretos junto à superfície. Esta estratégia numérica inibe o desenvolvimento de camada limite no solo, sendo de simples implementação numérica.

3.6 – EQUAÇÃO DO TRANSPORTE DA VORTICIDADE

Tomando-se o rotacional nas equações de Navier-Stokes e com o auxílio da Equação da Continuidade, obtém-se a Equação do Transporte da Vorticidade (Batchelor, 1967):

$$\frac{\partial \boldsymbol{\omega}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \boldsymbol{\omega} = (\boldsymbol{\omega} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \boldsymbol{\omega} \quad (3.11)$$

onde:

$\frac{\partial \boldsymbol{\omega}}{\partial t} \equiv$ taxa de variação local da vorticidade;

$(\mathbf{u} \cdot \nabla) \boldsymbol{\omega} \equiv$ taxa de variação convectiva da vorticidade;

$(\boldsymbol{\omega} \cdot \nabla)\mathbf{u} \equiv$ taxa de deformação dos tubos de vorticidade; este termo só é aplicado à escoamentos tridimensionais;

$\frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \boldsymbol{\omega} \equiv$ taxa de variação difusiva da vorticidade.

Conforme dito anteriormente, o caso em estudo trata-se de um escoamento bidimensional. Portanto, a Equação do Transporte da Vorticidade para este caso (uma equação escalar) toma a forma:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\omega = \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \omega \quad (3.12)$$

Chorin (1973) através do “Viscous Splitting Algorithm” (Algoritmo de Separação da Parte Viscosa da Equação do Transporte da Vorticidade), propôs um algoritmo que em um mesmo incremento de tempo os efeitos convectivos são calculados independentemente dos efeitos difusivos, simplificando assim a implementação numérica do Método de Vórtices, o qual é caracterizado por acompanhar todas as partículas de fluido ao longo do tempo (descrição lagrangiana).

Dessa forma, a equação da convecção da vorticidade fica:

$$\frac{D\omega}{Dt} = \frac{\partial \omega}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\omega = 0 \quad (3.13)$$

a qual será resolvida utilizando-se a sua versão lagrangiana ($D\omega/Dt = 0$), uma vez que o termo convectivo $(\mathbf{u} \cdot \nabla)\omega$, que é não-linear, é de difícil solução.

Por outro lado, a equação da difusão da vorticidade é dada por:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \omega \quad (3.14)$$

Como mostra a presença do número de Reynolds, o processo de difusão da vorticidade leva em conta os efeitos da viscosidade.

Quando o intervalo de tempo Δt tender a zero, as Equações 3.13 e 3.14 tenderão para a Equação 3.12.

Capítulo 4

MÉTODO DE SOLUÇÃO: O MÉTODO DE VÓRTICES

4.1 – INTRODUÇÃO

A presença dos efeitos viscosos no problema formulado no Capítulo 3 não permite que se obtenha solução analítica; assim, este capítulo apresenta uma explanação acerca das potencialidades do Método de Vórtices Discretos, bem como uma solução numérica para o problema proposto no capítulo anterior via Método de Vórtices.

4.2 – CARACTERÍSTICAS MARCANTES DO MÉTODO DE VÓRTICES

O Método de Vórtices consiste em uma ferramenta numérica de grande importância para simulações de escoamentos de fluidos viscosos ao redor de geometrias complexas com ou sem movimento relativo entre elas (como exemplos de geometrias complexas aqui se entendem: o escoamento ao redor de um arranjo de cilindros, o escoamento ao redor de uma asa se movendo nas proximidades de uma superfície plana fixa, o escoamento ao redor das pás no interior de uma voluta de máquina de fluxo, etc.), especialmente quando tais escoamentos são dependentes do tempo (presença de um campo de vorticidades).

A simulação numérica do escoamento de um fluido viscoso ao redor de um corpo pode ser feita basicamente com a utilização de dois enfoques: métodos que utilizam a descrição euleriana e métodos que utilizam a descrição lagrangiana.

A descrição euleriana caracteriza-se pela necessidade de geração de uma malha no domínio fluido a ser analisado e associar a cada malha as grandezas de interesse para o escoamento. Tal característica, no entanto, faz com que as grandezas que governam o escoamento sejam calculadas em pontos onde estas não são importantes; por outro lado, nas regiões de interesse deve-se promover um refinamento da malha para que sejam obtidos resultados mais precisos.

O Método de Vórtices Discretos utiliza a descrição lagrangiana para simular o escoamento e tem, como principal característica, o fato de acompanhar cada vórtice discreto gerado durante todo o tempo de simulação. Isto faz com que as condições de contorno no infinito, ao contrário da descrição euleriana, sejam satisfeitas automaticamente. Tal método é apropriado para simular o escoamento ao redor de corpos rombudos ou esbeltos providos de um considerável ângulo de ataque, corpos estes que podem estar em repouso, em movimento, ou ainda, sofrendo oscilações, uma vez que há descolamento de camada limite e formação de uma esteira viscosa a jusante destes corpos.

No presente trabalho, estuda-se o escoamento ao redor de um corpo rombudo que se encontra nas proximidades de uma superfície plana móvel, uma vez que se deseja investigar o fenômeno do efeito solo sem a presença da vorticidade gerada na superfície do solo. Como se faz uso do Método de Vórtices, o escoamento será analisado pela dinâmica da vorticidade e, conseqüentemente, pela generosa esteira que se forma a jusante do corpo.

No contexto do Método de Vórtices, o cálculo do campo de velocidades é feito apenas nas posições ocupadas pelos vórtices discretos sendo composto pelas seguintes contribuições:

- Contribuição do escoamento incidente: este cálculo não apresenta dificuldades, porque o escoamento incidente induz a mesma velocidade em todos os vórtices discretos da nuvem;
- Contribuição das fronteiras sólidas: as fronteiras sólidas presentes em um problema também induzem velocidade na nuvem de vórtices; no caso deste trabalho estas contribuições são devidas às presenças do cilindro circular e da superfície plana móvel;
- Contribuição da nuvem: cada vórtice discreto induz, em cada incremento de tempo, velocidade em todos os outros vórtices presentes na nuvem. Aqui fica evidente o alto custo

computacional empregado em tais simulações, uma vez que o tempo de simulação é proporcional ao quadrado do número de vórtices. A estrutura computacional disponível para as simulações numéricas deste trabalho é inviável para que se possa pensar em uma nuvem de vórtices com mais de 300.000 vórtices discretos. O grau de refinamento conseguido neste trabalho só foi possível devido à não geração de vórtices discretos a partir do solo; assim, toda a carga computacional ficou concentrada nos vórtices gerados a partir do corpo. Conforme será discutido no Capítulo 6, o tempo médio de CPU para cada experimento numérico utilizando-se um processador PENTIUM IV de 1700 MHz fica em torno de 133 horas ininterruptas.

No decorrer deste capítulo serão apresentadas discussões sobre o fenômeno da geração de vorticidade, bem como sobre os problemas da convecção e da difusão desta grandeza cinemática. Além disso, será apresentada a formulação proposta por Shintani & Akamatsu (1994) para o cálculo das cargas aerodinâmicas.

4.3 – A CONVECÇÃO DA VORTICIDADE

Com a utilização do “Viscous Splitting Algorithm” proposto por Chorin (1973) os efeitos convectivos são calculados independentemente dos efeitos difusivos, em cada incremento de tempo.

Sabe-se que a etapa convectiva independe da ação da viscosidade, o que caracteriza o escoamento nesta fase como sendo potencial (veja a Equação 3.13).

Neste trabalho utilizam-se singularidades do tipo fontes, impondo-se a condição de impenetrabilidade sobre a superfície do corpo e sobre a superfície plana móvel (Equação 3.3). A condição de conservação global da circulação é imposta ao longo do domínio fluido Ω , e é expressa por:

$$\Gamma^{\Omega} = \oint_c \mathbf{u} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (4.1)$$

4.3.1 – Contribuição do Escoamento Incidente

Conforme dito na Seção 4.2, o escoamento incidente induz velocidade nos vórtices discretos de Lamb. Este é dado nas direções x e y , respectivamente, por (veja a Figura 4.1):

$$u_{\infty} = U \cos \alpha = \cos \alpha = 1 \quad (4.2)$$

$$v_{\infty} = U \sin \alpha = \sin \alpha = 0 \quad (4.3)$$

4.3.2 – Contribuição do Corpo: O Método dos Painéis

O Método dos Painéis vem a contribuir de forma fundamental na solução do problema potencial no contexto do Método de Vórtices.

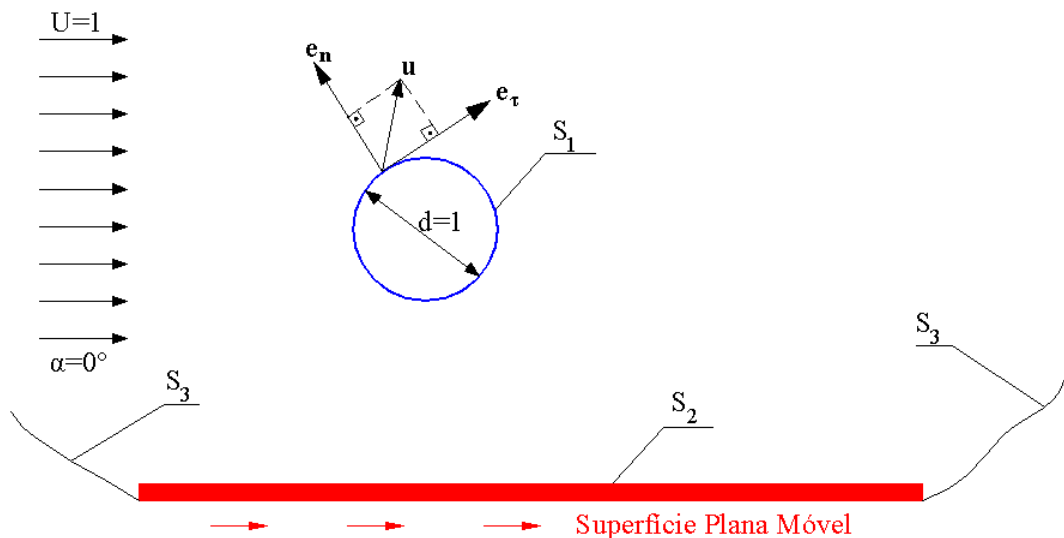


Figura 4.1 – Condições de Contorno.

O Método dos Painéis (Katz & Plotkin, 1991) possibilita o estudo do escoamento ao redor de corpos das mais diversas geometrias. Este método tem como característica marcante a discretização da superfície de um corpo de forma qualquer e conhecida em segmentos planos (os painéis retos) ou curvos (os painéis curvos) e a distribuição de singularidades sobre tais segmentos de forma a garantir a validade das condições de contorno em cada ponto de controle dos painéis. Aliás, essa é uma das desvantagens do Método dos Painéis: garantir as condições de contorno em apenas um único ponto de cada painel, e não ao longo de todo o comprimento do painel; deve-se ressaltar ainda, que o polígono formado pelos painéis

representa uma aproximação de uma superfície sólida real e que, neste trabalho, os painéis têm comprimentos iguais.

No que concerne à escolha do tipo de singularidade, pode-se optar por uma distribuição com densidade concentrada, constante ou linear ao longo de cada painel. No presente trabalho serão utilizados painéis planos, sobre os quais se distribuíram singularidades do tipo fontes com densidade constante (ou uniforme), como mostra a Figura 4.2 (Katz & Plotkin, 1991). Sendo assim, neste estudo, impõe-se a condição de velocidade normal nula, ou seja, a condição de impenetrabilidade (condição de contorno de Neumann) sobre as superfícies S_1 e S_2 .

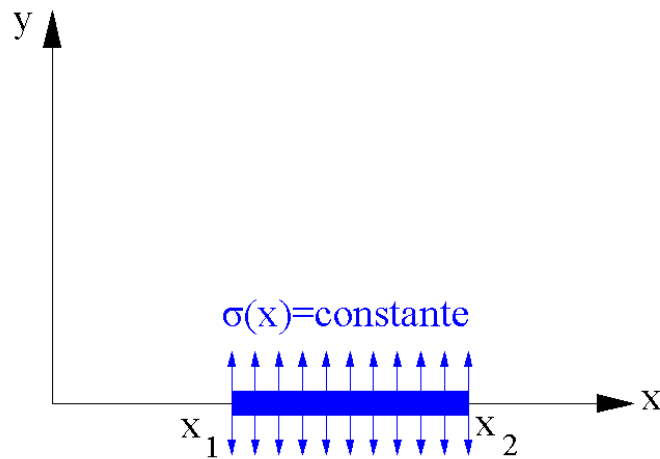


Figura 4.2 – Distribuição constante de fontes sobre o eixo x.

Os componentes na direção de x e de y da velocidade induzida no ponto $P(x, y)$ (Figura 4.3) pela distribuição de fontes com densidade constante, $\sigma(x)$, ao longo de uma superfície de comprimento $(x_2 - x_1)$ valem, respectivamente:

$$u = \frac{\sigma(x)}{2\pi} \int_{x_1}^{x_2} \frac{(x - x_0)}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} dx_0 \quad (4.4)$$

$$v = \frac{\sigma(x)}{2\pi} \int_{x_1}^{x_2} \frac{(y - y_0)}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} dx_0 \quad (4.5)$$

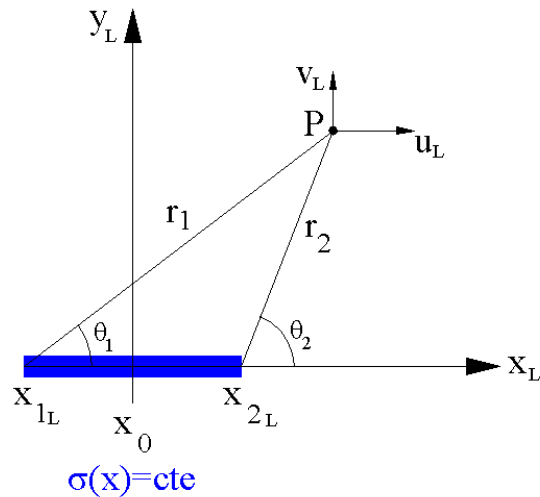


Figura 4.3 – Velocidade induzida no ponto $P(x,y)$ por uma distribuição de fontes com densidade constante, $\sigma(x)$, ao longo de uma superfície de comprimento $(x_2 - x_1)$.

Resolvendo-se as duas integrais acima (Katz & Plotkin, 1991), obtém-se:

$$u = \frac{\sigma(x)}{2\pi} \ln \frac{r_1}{r_2} = \frac{\sigma(x)}{4\pi} \ln \frac{r_1^2}{r_2^2} \quad (4.6)$$

$$v = \frac{\sigma(x)}{2\pi} (\theta_2 - \theta_1) \quad (4.7)$$

onde:

$$\theta_k = \text{tg}^{-1} \frac{y}{x - x_k}, k = 1, 2 \quad (4.8)$$

$$r_k = \sqrt{(x - x_k)^2 + y^2}, k = 1, 2 \quad (4.9)$$

A indução de velocidades na direção de x para $y \rightarrow 0^\pm$ de um painel sobre ele mesmo, considerando a Figura 4.3, é dada pela equação:

$$v\left(\frac{x_2 - x_1}{2}, 0^\pm\right) = \pm \frac{\sigma(x)}{2} \quad (4.10)$$

Quando aplicada nos M pontos de controle dos painéis (que incluem o corpo e o solo), a condição de contorno de Neumann pode ser expressa na seguinte forma matricial:

$$\begin{pmatrix} 0,5 & K_{12}^s & K_{13}^s & \dots & K_{1M}^s \\ K_{21}^s & 0,5 & K_{23}^s & \dots & K_{2M}^s \\ K_{31}^s & K_{32}^s & 0,5 & \dots & K_{3M}^s \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ K_{M1}^s & K_{M2}^s & K_{M3}^s & \dots & 0,5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \sigma_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{RHSS}_1 \\ \text{RHSS}_2 \\ \text{RHSS}_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \text{RHSS}_M \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

onde:

K_{ij}^s é um elemento da matriz de influência que representa a velocidade normal induzida pelo painel j no ponto de controle do painel i , quando se tem uma distribuição de fontes com densidade uniforme e unitária sobre o painel j ;

σ_j é uma distribuição uniforme de fontes sobre o painel j (incógnita do problema);

RHSS_i é um vetor coluna lado direito da equação matricial (“Right Hand Sides”), o qual possui M elementos, e representa a velocidade normal total induzida no ponto de controle do painel i devido às contribuições do escoamento incidente e da nuvem de vórtices discretos.

Para um painel genérico i , com ângulo de orientação β_i , na primeira vez em que este vetor é calculado tem-se:

$$\text{RHSS}_i = u_\infty \text{sen}\beta_i - v_\infty \text{cos}\beta_i \quad (4.12)$$

uma vez que ainda não existem vórtices discretos na região fluida.

Na diagonal principal da matriz de influência K_{ij}^s aparece $K_{ii}^s = 0,5$. Isto significa que a auto-indução de um painel de fontes está sendo levada em consideração.

4.3.3 – Geração de Vorticidade

Uma das conseqüências mais conhecidas da viscosidade é o desenvolvimento da camada limite junto das fronteiras sólidas. Outra conseqüência, talvez a mais importante, porém menos mencionada e analisada, é a geração de vorticidade a partir destas fronteiras. A fim de melhor compreender o efeito da vorticidade presente no escoamento, analisa-se o comportamento de três flutuadores localizados em uma região fluida limitada por duas

paredes planas e paralelas, conforme ilustra a Figura 4.4. Nesta figura, fica evidente que o perfil de velocidades do escoamento ainda se encontra em desenvolvimento, uma vez que existe um núcleo potencial. Este escoamento que se apresenta tem como única finalidade auxiliar no exemplo didático a seguir.

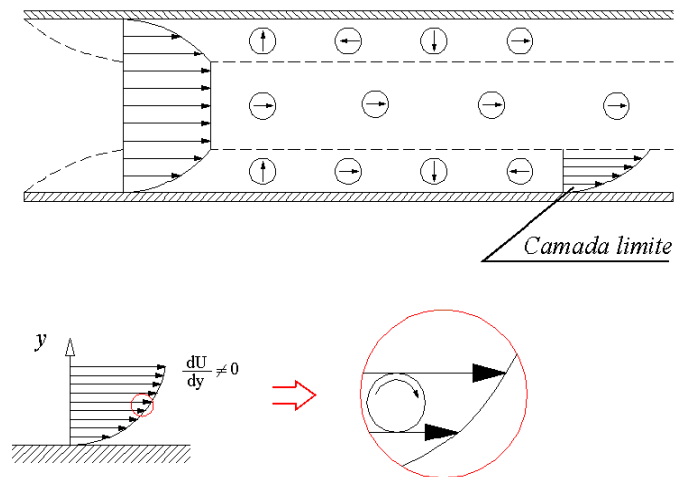


Figura 4.4 – Geração de vorticidade: um enfoque fenomenológico.

Como bem mostra a Figura 4.4, nas proximidades da parede (interior da camada limite) o perfil de velocidades do escoamento não é retangular devido à verificação da condição de aderência e à conseqüente presença da ação da viscosidade. A influência da camada limite causa um efeito de rotação no sentido anti-horário sobre o flutuador superior e um efeito de rotação no sentido horário sobre o flutuador inferior; estes efeitos mostram claramente a presença de vorticidade nas proximidades das paredes. Além disso, nota-se que a partir de uma certa distância das paredes (fora da camada limite) o perfil de velocidades do escoamento é retangular e o flutuador central não sofre rotação (apenas translação), mostrando que fora da camada limite o escoamento é irrotacional.

No presente trabalho, a vorticidade é gerada a cada incremento de tempo Δt para anular o componente tangencial da velocidade; para isso, os vórtices discretos de Lamb são posicionados de forma a tangenciar o ponto de controle de cada painel plano que representa a superfície discretizada do corpo (cilindro circular). Para ilustrar o processo de geração de vorticidade no Método de Vórtices considere a Figura 4.5. Nesta figura está representada de maneira ilustrativa a superfície discretizada de um cilindro de seção circular em quatro painéis planos. No algoritmo do Método de Vórtices (veja o Capítulo 5) a vorticidade gerada a partir da superfície discretizada do corpo sofre um processo de aglutinação instantânea

transformando-se num vórtice discreto de Lamb (Alcântara Pereira, 1999). A vorticidade é, portanto, discretizada e representada por uma nuvem de vórtices discretos de Lamb, os quais serão transportados pelo escoamento de acordo com os processos de convecção e difusão – veja a seguir.

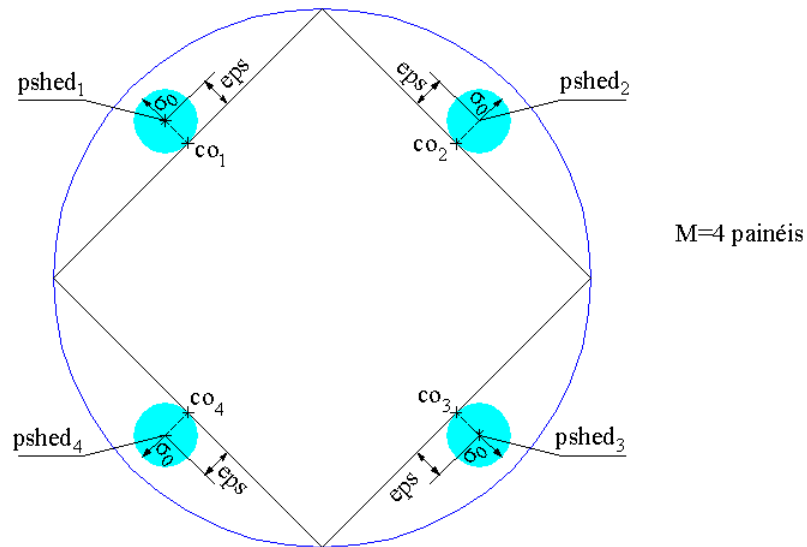


Figura 4.5 – Geração de vórtices discretos de Lamb sobre a superfície discretizada de um corpo.

onde:

$co_1, co_2, co_3,$ e co_4 são os pontos de controle dos painéis 1, 2, 3 e 4, respectivamente;

eps é a distância de geração dos vórtices, de modo que o núcleo dos vórtices nascentes tangenciem o ponto de controle de cada painel;

$pshed_1, pshed_2, pshed_3,$ e $pshed_4$ são os pontos de desprendimento de vórtices ligados aos painéis 1, 2, 3 e 4, respectivamente;

σ_0 é o raio do núcleo do vórtice de Lamb (Apêndice A).

De maneira similar à montagem da equação matricial de fontes, Equação 4.11, tem-se a seguinte equação matricial para a geração dos mb vórtices discretos de Lamb ao redor da superfície do corpo (cilindro circular):

$$\begin{pmatrix} \mathbf{K}_{11}^v & \mathbf{K}_{12}^v & \mathbf{K}_{13}^v & \dots & \mathbf{K}_{1mb}^v \\ \mathbf{K}_{21}^v & \mathbf{K}_{22}^v & \mathbf{K}_{23}^v & \dots & \mathbf{K}_{2mb}^v \\ \mathbf{K}_{31}^v & \mathbf{K}_{32}^v & \mathbf{K}_{33}^v & \dots & \mathbf{K}_{3mb}^v \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \mathbf{K}_{mb1}^v & \mathbf{K}_{mb2}^v & \mathbf{K}_{mb3}^v & \dots & \mathbf{K}_{mbmb}^v \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \\ \Gamma_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Gamma_{mb} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{RHSV}_1 \\ \text{RHSV}_2 \\ \text{RHSV}_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \text{RHSV}_{mb} \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

onde:

\mathbf{K}_{ij}^v é um elemento da matriz de influência que representa a velocidade tangencial induzida pelo vórtice discreto de Lamb posicionado no ponto de desprendimento j sobre o ponto de controle do painel i , considerando que a intensidade do vórtice localizado em j seja unitária;

Γ_j é a intensidade do vórtice posicionado no ponto de desprendimento j ;

RHSV_i é um vetor coluna lado direito, o qual representa a soma da velocidade do escoamento incidente e da velocidade induzida por cada um dos vórtices da nuvem sobre o ponto de controle do painel i , todas na direção tangencial ao painel plano.

A condição de conservação global da circulação é imposta acrescentando-se uma linha e uma coluna na matriz de influência de vórtices:

$$\sum_{m=mg+1}^M (\Gamma_m)_{\text{vórtices nascentes}} + \sum_{k=1}^N (\Gamma_k)_{\text{vórtices livres}} = 0 \quad (4.14)$$

Para um painel genérico i , na primeira vez em que o vetor RHSV é calculado tem-se:

$$\text{RHSV}_i = -u_\infty \cos\beta_i - v_\infty \text{sen}\beta_i \quad (4.15)$$

Alternativamente, pode-se representar a equação matricial de fontes, Equação 4.11 por:

$$[\text{COUPS}]\{\text{SIGMA}\} = \{\text{RHSS}\} \quad (4.16)$$

e a equação matricial de vórtices, Equação 4.13, por:

$$[\text{COUPV}]\{\text{GAMMA}\} = \{\text{RHSV}\}. \quad (4.17)$$

De acordo com o algoritmo apresentado no Capítulo 5, sempre que vórtices nascentes forem posicionados no ponto de desprendimento torna-se necessário o cálculo de uma nova

distribuição de fontes sobre os painéis. A geração dos vórtices nascentes mais a geração das fontes garante a condição de aderência sobre o ponto de controle de cada painel plano.

Assim, deve-se considerar a velocidade que cada vórtice da nuvem induz no ponto de controle de cada painel. Neste trabalho utiliza-se o modelo do vórtice de Lamb (Panton, 1984) com esta finalidade (veja o Apêndice A). Sendo m um painel genérico e k um vórtice arbitrário de intensidade positiva Γ_k localizado na posição $P_k(x_k, y_k)$, os componentes em x e em y da velocidade induzida neste painel devido à presença do vórtice k são dados respectivamente por (Lewis, 1991):

$$u_{mk} = \frac{\Gamma_k}{2\pi} \frac{YM_m - y_k}{[XM_m - x_k]^2 + [YM_m - y_k]^2} \quad (4.18)$$

$$v_{mk} = -\frac{\Gamma_k}{2\pi} \frac{[XM_m - x_k]}{[XM_m - x_k]^2 + [YM_m - y_k]^2} \quad (4.19)$$

onde (XM_m, YM_m) são as coordenadas do ponto de controle do painel genérico m .

As Equações 4.18 e 4.19 são válidas para o modelo do vórtice potencial, ou seja, quando a distância entre um vórtice arbitrário k e o ponto de controle de um painel for maior ou igual ao raio do núcleo do vórtice de Lamb ($r_{km} \geq \sigma_0$). Quando a distância entre um vórtice arbitrário k e o ponto de controle de um painel for menor que o raio do núcleo do vórtice de Lamb ($r_{km} < \sigma_0$), as Equações 4.18 e 4.19 devem ser substituídas pelas equações abaixo (Alcântara Pereira, 1999):

$$u_{mk} = \frac{\Gamma_k}{2\pi} \frac{[YM_m - y_k]}{[XM_m - x_k]^2 + [YM_m - y_k]^2} \left[1 - \exp\left(-5,02572 \frac{r_{km}^2}{\sigma_0^2}\right) \right] \quad (4.20)$$

$$v_{mk} = -\frac{\Gamma_k}{2\pi} \frac{XM_m - x_k}{[XM_m - x_k]^2 + [YM_m - y_k]^2} \left[1 - \exp\left(-5,02572 \frac{r_{km}^2}{\sigma_0^2}\right) \right] \quad (4.21)$$

onde $r_{km} = \sqrt{[x_k - XM_m]^2 + [y_k - YM_m]^2}$.

Logo, a atualização do vetor $RHSS_m$ no tempo fica:

$$RHSS_m = \left\{ U \sin \beta_m - V \cos \beta_m + \sum_{k=1}^N [u_{mk} \sin \beta_m - v_{mk} \cos \beta_m] \right\} \quad (4.22)$$

Por fim, torna-se possível calcular a velocidade induzida por cada um dos painéis sobre cada um dos vórtices presentes na nuvem (veja as Equações 4.6 e 4.7).

4.3.4 – Contribuição da Nuvem de Vórtices

Uma das etapas que consome o maior tempo de CPU relaciona-se com a interação vórtice-vórtice. Quando se utiliza a lei de Biot-Savart, o número de operações realizadas por um processador é da ordem do quadrado do número total de vórtices discretos presentes no escoamento.

Quando a distância entre dois vórtices discretos for menor do que o valor do raio do núcleo do vórtice de Lamb (σ_0), a velocidade tangencial induzida neste ponto comporta-se de acordo com a Figura 4.6b; observe que quando $r = 0$ não há auto-indução. Existe na literatura o modelo do vórtice potencial. Este modelo, embora não possua um núcleo viscoso, é bastante útil neste trabalho, uma vez que, para distâncias superiores ao valor de σ_0 a velocidade tangencial que este modelo induz é praticamente igual à velocidade induzida pelo modelo de Lamb – veja a Figura 4.6a.

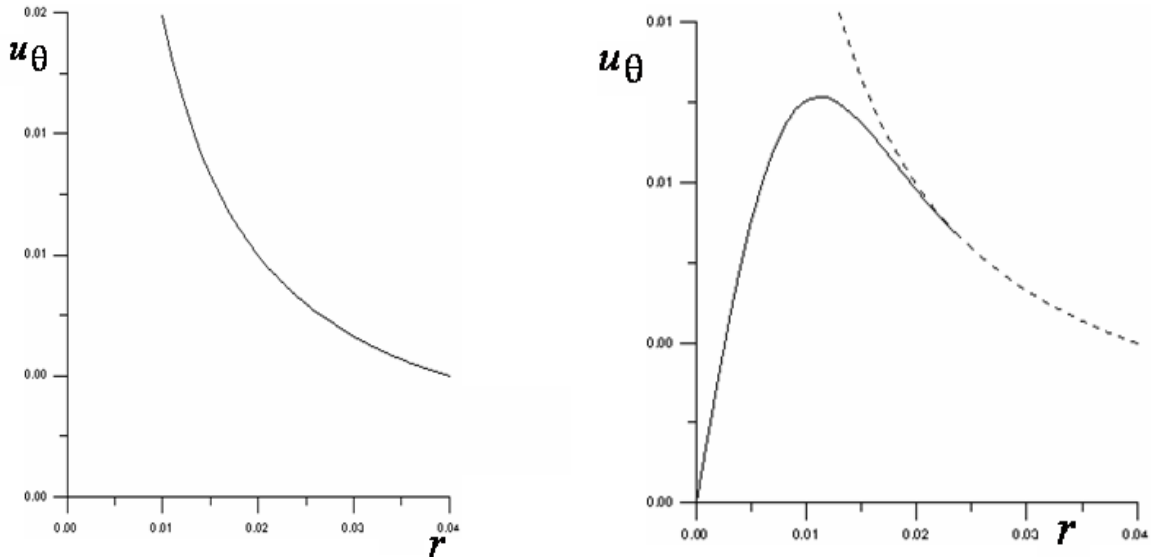
Numa nuvem de vórtices discretos, a grande maioria destes vórtices discretos fica a uma distância superior ao valor do raio do núcleo do vórtice discreto em análise (σ_0); deste modo, é possível utilizar-se do modelo do vórtice potencial, evitando-se o uso do exponencial presente na expressão do vórtice de Lamb. Este exponencial (veja nas Equações 4.20 e 4.21) aumenta o tempo de cálculo da velocidade tangencial induzida.

De maneira geral, os componentes nas direções x e y da velocidade total induzida no vórtice k pelos demais vórtices discretos da nuvem são calculados pelas expressões:

$$u_{k_N} = \sum_{j=1}^N \Gamma_j U_{V_{k,j}}, j \neq k \quad (4.23)$$

$$v_{k_N} = \sum_{j=1}^N \Gamma_j V_{V_{k,j}}, j \neq k \quad (4.24)$$

onde $U_{V_{k,j}}$ e $V_{V_{k,j}}$ são as velocidades induzidas nas direções x e y , respectivamente, no vórtice arbitrário k pelo vórtice arbitrário j , se este último possuir intensidade unitária.



(a) Vórtice Potencial

(b) Vórtice de Lamb

Figura 4.6 – Comportamento da velocidade tangencial induzida.

Para o modelo do vórtice potencial, considerando que a distância do centro do vórtice k ao centro do vórtice j é maior ou igual ao raio do núcleo do vórtice de Lamb ($r_{kj} \geq \sigma_0$) tem-se:

$$U_{V_{k,j}} = \frac{1}{2\pi} \frac{[y_k - y_j]}{[x_k - x_j]^2 + [y_k - y_j]^2} \quad (4.25)$$

$$V_{V_{k,j}} = -\frac{1}{2\pi} \frac{[x_k - x_j]}{[x_k - x_j]^2 + [y_k - y_j]^2} \quad (4.26)$$

Se $r_{kj} < \sigma_0$, tem-se:

$$U_{V_{k,j}} = \frac{1}{2\pi} \frac{[y_k - y_j]}{[x_k - x_j]^2 + [y_k - y_j]^2} \left[1 - \exp\left(-5,02572 \frac{r_{kj}^2}{\sigma_0^2}\right) \right] \quad (4.27)$$

$$V_{V_{k,j}} = -\frac{1}{2\pi} \frac{[x_k - x_j]}{[x_k - x_j]^2 + [y_k - y_j]^2} \left[1 - \exp\left(-5,02572 \frac{r_{kj}^2}{\sigma_0^2}\right) \right] \quad (4.28)$$

O raio do núcleo do vórtice de Lamb, σ_0 , é calculado de acordo com os detalhes apresentados no Apêndice A.

É interessante notar que as expressões 4.23 e 4.24 revelam que um vórtice discreto não induz velocidade sobre ele mesmo.

Um algoritmo eficiente foi desenvolvido para a aceleração da interação vórtice-vórtice. Detalhes deste algoritmo estão apresentados no Apêndice A4 do trabalho de Alcântara Pereira (1999), onde é mostrado que o componente x da velocidade induzida em um vórtice discreto k por um vórtice discreto j (de intensidade unitária), é igual ao componente x da velocidade induzida no vórtice j pelo vórtice k com sinal contrário, o que revela uma propriedade de anti-simetria. De forma análoga, o componente y da velocidade induzida em um vórtice k por um vórtice j (de intensidade unitária), é igual ao componente y da velocidade induzida no vórtice j pelo vórtice k com sinal contrário. Observando esta particularidade, Mustto *et al.* (1998) e Alcântara Pereira (1999) desenvolveram o algoritmo mencionado anteriormente que calcula apenas os componentes em x e em y da velocidade induzida no vórtice k pelo vórtice j , ou seja, o programa faz $U_{v_{j,k}} = -U_{v_{k,j}}$ e $V_{v_{j,k}} = -V_{v_{k,j}}$.

4.3.5 – Esquemas de Avanço Convectivo

Para se saber a velocidade total induzida no vórtice arbitrário k , basta somar as contribuições do escoamento incidente, da nuvem de vórtices discretos e das fronteiras sólidas. Desta forma, obtido o campo de velocidades, a posição de cada vórtice em cada incremento de tempo na etapa convectiva pode ser calculada por diversos esquemas de avanço: esquemas de primeira ordem (esquema de Euler), esquemas de segunda ordem (Adams-Bashforth ou Runge-Kutta), etc. Neste trabalho o avanço convectivo é calculado pelo esquema de primeira ordem de Euler (Ferziger, 1981). Assim, utilizando este esquema, a nova posição de um vórtice arbitrário k , após um incremento de tempo Δt , nas direções x e y é dada, respectivamente, por:

$$x_k(t + \Delta t) = x_k(t) + u_{t_k}(t)\Delta t \quad (4.29)$$

$$y_k(t + \Delta t) = y_k(t) + v_{t_k}(t)\Delta t \quad (4.30)$$

onde u_{t_k} e v_{t_k} são as velocidades totais induzidas no vórtice arbitrário k nas direções x e y , respectivamente.

4.4 – A DIFUSÃO DA VORTICIDADE

A equação que rege o transporte difusivo da vorticidade é dada por:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \omega \quad (4.31)$$

Existem várias técnicas que simulam a difusão da vorticidade, entre elas, o Método de Vórtices em Células (Christiansen, 1973), Método da Variação do Raio Núcleo do Vórtice (Leonard, 1980; Kamemoto *et al.*, 1990), Método da Velocidade de Difusão (Ogami & Akamatsu, 1991) e Método de Avanço Randômico, inicialmente proposto por Chorin (1973), baseado na teoria de movimento Browniano desenvolvida por Einstein (1956), e modificado por Lewis (1991).

Neste trabalho será implementado o Método de Avanço Randômico utilizando a metodologia de cálculo proposta por Lewis (1991).

Assim, o avanço temporal de um vórtice k da nuvem é dado por:

$$x_k(t + \Delta t) = x_k(t) + \Delta x_{\text{CONVECÇÃO}_k} + \Delta x_{\text{DIFUSÃO}_k} \quad (4.32)$$

$$y_k(t + \Delta t) = y_k(t) + \Delta y_{\text{CONVECÇÃO}_k} + \Delta y_{\text{DIFUSÃO}_k} \quad (4.33)$$

No Item 4.3.5 foi obtido o avanço convectivo. Agora, será apresentado o movimento difusivo, caracterizado pelo movimento aleatório das partículas de vorticidade.

O avanço de cada vórtice k na direção radial e no intervalo $(0 - 2\pi)$ é dado respectivamente por (Alcântara Pereira, 1999):

$$\Delta r_k = \sqrt{\frac{4\Delta t}{\text{Re}} \ln \frac{1}{P}} \quad (4.34)$$

$$\Delta \theta_k = 2Q\pi \quad (4.35)$$

onde P e Q são números randômicos entre 0 e 1. Observe que a presença do número de Reynolds na Equação 4.31 comprova que os efeitos da viscosidade são levados em consideração na etapa da difusão da vorticidade.

Assim, a difusão de um vórtice discreto k da nuvem após um incremento de tempo Δt , possui um deslocamento na direção x e um deslocamento na direção y , dados respectivamente por:

$$\Delta x_{\text{DIFUSÃO}_k} = \Delta r \cos \Delta \theta_k \quad (4.36)$$

$$\Delta y_{\text{DIFUSÃO}_k} = \Delta r \sin \Delta \theta_k \quad (4.37)$$

4.5 – CARGAS AERODINÂMICAS

Entende-se por cargas aerodinâmicas os esforços mecânicos resultantes da ação que um fluido em movimento exerce sobre um corpo. Esta ação é exercida pela tensão que atua sobre a superfície do corpo, a qual pode ser decomposta nas direções normal (pressão) e tangencial.

A integração da tensão atuante sobre a superfície de um corpo, às vezes denominada de carga aerodinâmica distribuída, dá origem às conhecidas cargas integradas, representadas pelas forças e momentos aerodinâmicos.

As forças aerodinâmicas podem ser decompostas em dois outros tipos: a força de sustentação e a força de arrasto. A força de sustentação é resultante da integração dos componentes normal e tangencial da tensão, e atua em uma direção normal ao escoamento incidente, dependendo da forma e da orientação do corpo. A força de arrasto, por sua vez, é resultante da integração dos componentes normal e tangencial da tensão, atuando sempre na direção do escoamento e opondo-se ao mesmo; esta força depende da forma e orientação do corpo e das características do escoamento incidente (número de Reynolds).

Em corpos esbeltos que operam com pequeno ângulo de incidência, não ocorre a separação do escoamento e a esteira que se forma a jusante deste corpo é desprezível, sendo a força de arrasto originada da integração da tensão tangencial, ou seja, depende principalmente dos efeitos viscosos. Por outro lado, como foi estudado neste trabalho, em corpos rombudos a separação do escoamento é evidente e a esteira que se forma é apreciável, sendo dominante o componente de forma da força de arrasto. Portanto, cabe fixar que neste estudo apenas o arrasto de forma é calculado.

De posse do campo de velocidades do escoamento, procede-se ao cálculo da pressão e das cargas aerodinâmicas.

Dentre os métodos numéricos para o cálculo da pressão, dois serão destacados neste texto: o de Lewis (1991), que calcula as cargas aerodinâmicas com base apenas nos vórtices nascentes em um dado incremento de tempo discreto e o método desenvolvido por Shintani & Akamatsu (1994), que leva em consideração a influência de todos os vórtices livres presentes na esteira.

Devido à evidente precisão dos resultados obtidos quando se calcula as cargas por meio da segunda formulação, tal modelo foi utilizado no cálculo da pressão deste trabalho. Aplicando-se o operador divergente nas Equações de Navier-Stokes (Equação 3.7), e com auxílio da Equação da Continuidade (Equação 3.6) chega-se numa equação de Poisson para pressão. No trabalho de Ricci (2002) pode-se encontrar a dedução detalhada que resultou na formulação integral abaixo e que permite determinar o valor da pressão em um ponto genérico do domínio fluido i :

$$\begin{aligned} \zeta Y_i + \int_{\Lambda_s} \frac{1}{2\pi} \frac{n_x(x-x_i) + n_y(y-y_i)}{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} Y dS = - \int_{\Omega} \frac{1}{\pi} \frac{v(x-x_i) - u(y-y_i)}{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} \omega d\Omega + \\ - \frac{1}{\text{Re}} \int_{\Lambda_s} \frac{1}{\pi} \frac{n_y(x-x_i) - n_x(y-y_i)}{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} \omega dS \end{aligned} \quad (4.38)$$

que discretizada para ser resolvida numericamente, toma a forma:

$$\begin{aligned} \zeta Y_i + \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1; j \neq i}^{mb} \frac{n_{xj}(x_j - x_i) + n_{yj}(y_j - y_i)}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \Delta S_j Y_j = \\ = \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^N \frac{v_j(x_j - x_i) - u_j(y_j - y_i)}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \Gamma_j + \frac{1}{\pi \text{Re}} \sum_{j=1; j \neq i}^{mb} \frac{n_{yj}(x - x_i) - n_{xj}(y - y_i)}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \Delta S_j \gamma_j \end{aligned} \quad (4.39)$$

onde ζ assume o valor 0,5 se o ponto i pertencer a uma fronteira sólida e assume o valor 1,0 se o ponto i não pertencer a uma fronteira sólida, e γ_j é a densidade de vórtices distribuída uniformemente sobre o painel j . Neste trabalho a densidade é obtida, num processo inverso, dividindo-se a intensidade do vórtice de Lamb nascente em cada instante pelo comprimento do painel:

$$\gamma_j = \frac{\Gamma_j}{\Delta S_j} \quad (4.40)$$

O primeiro somatório do lado direito da Equação 4.39 leva em consideração todos os vórtices presentes na nuvem e o segundo somatório do lado direito da Equação 4.39 leva em consideração apenas os vórtices nascentes em cada instante de tempo, que ainda não fazem parte da nuvem de vórtices.

A Equação 4.39 foi resolvida utilizando-se um Método de Elementos de Contorno, agrupando o primeiro e o último somatório nas matrizes de influência COUPP (matriz de pressão) e Ad (matriz lado direito), respectivamente. Assim, a Equação 4.39 pode ser escrita do seguinte modo:

$$\frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^{mb} \text{COUPP}_{i,j} Y_j = \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^N \frac{v_j(x_j - x_i) - u_j(y_j - y_i)}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \Gamma_j + \sum_{j=1}^{mb} \text{Ad}_{i,j} \gamma_j \quad (4.41)$$

O lado direito da equação anterior, por sua vez, pode ser escrito da seguinte forma:

$$\text{RHSP}_i = \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^N \frac{v_j(x_j - x_i) - u_j(y_j - y_i)}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \Gamma_j + \sum_{j=1}^{mb} \text{Ad}_{i,j} \gamma_j \quad (4.42)$$

A aplicação da Equação 4.41 sobre os mb painéis que discretizam a superfície do corpo conduz ao seguinte sistema linear de equações:

$$[\text{COUPP}]\{Y\} = \{\text{RHSP}\} \quad (4.43)$$

Uma vez conhecidos os valores da incógnita Y_i para os mb painéis, obtêm-se os valores do coeficiente de pressão para cada segmento:

$$C_{p_i} = Y_i + 1 \quad (4.44)$$

já que a velocidade sobre a superfície do corpo é nula.

As forças aerodinâmicas são obtidas pela integração da pressão ao longo do corpo. A força de arrasto atua em cada painel na direção do escoamento incidente, ao passo que a força de sustentação atua em cada painel na direção normal ao escoamento incidente. Assim, as referidas forças são dadas por:

$$D = - \sum_{j=1}^{mb} (p_j - p_\infty) \Delta S_j n_{j,1} \quad (4.45)$$

$$L = -\sum_{j=1}^{mb} (p_j - p_\infty) \Delta S_j n_{j,2} \quad (4.46)$$

onde, p_j é a pressão no ponto de controle do painel j ; p_∞ é a pressão do escoamento não perturbado (escoamento incidente); $n_{j,1}$ representa o seno do ângulo do painel j ; $n_{j,2}$ representa o cosseno do ângulo do painel j . A adimensionalização das equações anteriores leva à obtenção dos coeficientes de arrasto e sustentação, respectivamente dados por:

$$C_D = -\sum_{j=1}^{mb} 2(p_j - p_\infty) \Delta S_j n_{j,1} = -\sum_{j=1}^{mb} C_p \Delta S_j n_{j,1} \quad (4.47)$$

$$C_L = -\sum_{j=1}^{mb} 2(p_j - p_\infty) \Delta S_j n_{j,2} = -\sum_{j=1}^{mb} C_p \Delta S_j n_{j,2} \quad (4.48)$$

Capítulo 5

IMPLEMENTAÇÃO DO ALGORITMO DO MÉTODO DE VÓRTICES

5.1 – INTRODUÇÃO

Após a formulação geral do problema proposto partiu-se de uma biblioteca de rotinas disponível (Moura, 2007) para o desenvolvimento do programa computacional “MOVINGROUND.FOR” em linguagem FORTRAN. O objetivo deste programa é fornecer os subsídios para os cálculos de pressão e das forças aerodinâmicas atuantes na superfície do corpo imerso no domínio fluido Ω da Figura 3.1.

A seguir, apresenta-se um esquema que mostra a forma como as rotinas são “acionadas” pelo programa principal (Figura 5.1) e a função de cada uma destas rotinas no código computacional.

5.2 – DESCRIÇÃO DO FUNCIONAMENTO DAS ROTINAS

Na seqüência apresenta-se uma descrição da função de cada rotina que é acionada pelo programa principal “MOVINGROUND.FOR”.

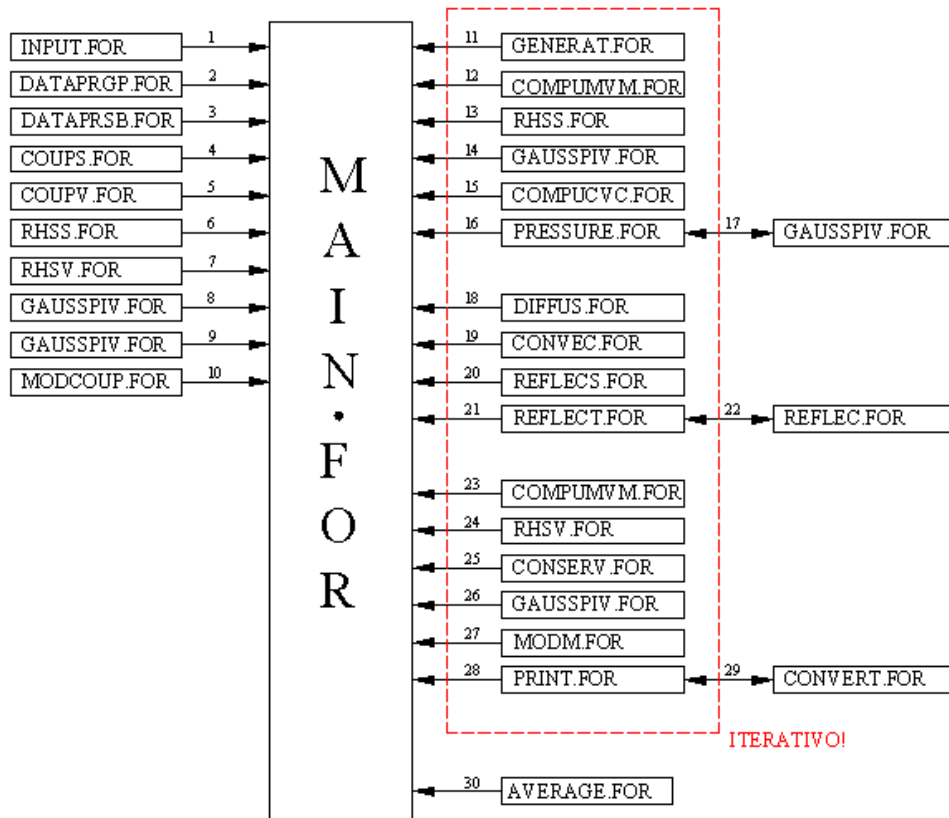


Figura 5.1 – Estrutura do programa computacional “MOVINGROUND.FOR”.

5.2.1 – Rotina INPUT.FOR

Abre os arquivos de entrada INPUT.DAT e PANELS.DAT e realiza a leitura de todos os dados da superfície discretizada do corpo e realiza a montagem da superfície plana móvel. O arquivo PANELS.DAT possui as coordenadas dos pontos extremos de cada painel, fornecendo a geometria discretizada do corpo. O arquivo INPUT.DAT contém os seguintes dados de entrada:

stop – número final de incrementos de tempo;

save – frequência em que se deve “salvar” a posição dos vórtices que formam a nuvem e os resultados das cargas aerodinâmicas integradas e distribuídas;

start – instante a partir do qual serão calculadas a distribuição média de pressão e a evolução das cargas aerodinâmicas integradas (força de arrasto e força de sustentação);

lm – comprimento de cada módulo que compõe a superfície plana móvel; cada módulo tem comprimento igual ao diâmetro do cilindro (veja a Figura 5.2);

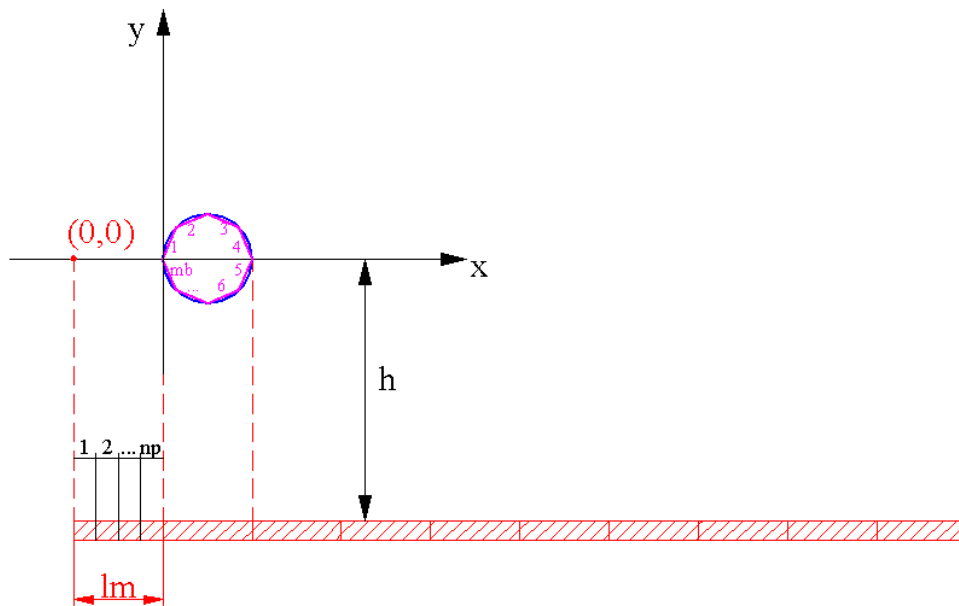


Figura 5.2 – Representação esquemática do corpo e da superfície plana móvel.

nm – número total de módulos que compõem a superfície plana móvel;

np – número de painéis utilizados para discretizar a superfície de cada módulo;

mb – número de painéis utilizados para discretizar a superfície do cilindro circular;

eps – distância de geração dos vórtices com relação ao ponto de controle de cada painel;

core – raio do núcleo do vórtice de Lamb, isto é, σ_0 ;

pro – camada protetora: esta camada é utilizada para envolver o corpo de forma a determinar uma região dentro da qual não é permitida a permanência de vórtices discretos. Este procedimento deve ser utilizado, uma vez que os vórtices discretos localizados muito próximos dos painéis de fontes (Método de Painéis) recebem uma indução de velocidade destes painéis que não refletem a realidade (Ricci, 2002). Esta camada é localizada dentro de uma região retangular e qualquer vórtice discreto que ultrapassar esta região tem sua posição investigada com a finalidade de averiguar se o mesmo se encontra no interior da camada protetora ou não; em caso positivo, o vórtice é deslocado para fora da camada protetora, sendo devolvido ao domínio fluido.

gap – porcentagem de deslocamento do ponto de controle em relação à superfície discretizada. Devido ao efeito de curvatura da superfície de um corpo, pode-se deslocar o ponto de controle de um painel em direção à superfície real do corpo (Ricci, 2002).

vel – velocidade do escoamento incidente;

alpha – ângulo do escoamento incidente;

delt – valor do incremento de tempo;

re – número de Reynolds;

h – distância entre a superfície plana móvel e o centro do cilindro circular (veja a Figura 5.2).

5.2.2 – Rotina DATAPRGP.FOR

Recebe o valor dos pontos extremos dos painéis utilizados na discretização da superfície plana móvel. Em seguida a rotina define uma região retangular e calcula a camada protetora ao redor da superfície; mais tarde esta camada será utilizada na investigação da posição dos vórtices discretos e na conseqüente reflexão ou não destes a partir da superfície plana móvel.

Por fim, a rotina calcula o valor do ponto de controle, do ângulo de orientação, do comprimento e do ponto de desprendimento do vórtice discreto referente a cada painel. Esses valores são impressos no arquivo SURFACE.DAT. A Figura 5.3 apresenta, como exemplo, um cilindro de seção circular discretizado em 10 painéis planos, assim como a superfície plana, a qual está discretizada em 20 painéis planos (5 módulos); na figura, identificam-se os pontos extremos dos painéis (pontos pretos), os pontos de controle dos painéis (pontos azuis) e os pontos de desprendimento dos vórtices discretos de Lamb (pontos vermelhos). Veja que como não há a geração de vorticidade a partir da superfície plana móvel, não há representação de pontos de desprendimento de vórtices discretos (pontos vermelhos) sobre esta superfície.

5.2.3 – Rotina DATAPRSB.FOR

Recebe o valor dos pontos extremos dos painéis utilizados na discretização da superfície do cilindro circular. Em seguida, a rotina define uma região retangular e calcula a camada protetora ao redor do corpo; mais tarde esta camada será utilizada na investigação da posição dos vórtices discretos e na conseqüente reflexão ou não destes a partir da superfície discretizada do cilindro circular.

Na seqüência, a rotina calcula o valor do ponto de controle, do ângulo de orientação, do comprimento e o valor apropriado das coordenadas da posição de geração do vórtice referente a cada painel; cada vórtice discreto tem seu centro posicionado sobre uma normal que passa

pelo ponto de controle do painel e vale $\text{eps} = \sigma_0$. Esses valores são impressos no arquivo BODY.DAT (Figura 5.3).

De posse das coordenadas dos pontos de controle de cada painel, a rotina realiza um deslocamento destes pontos no sentido de aproximá-los da superfície real do cilindro, de maneira a melhorar os resultados da simulação numérica.

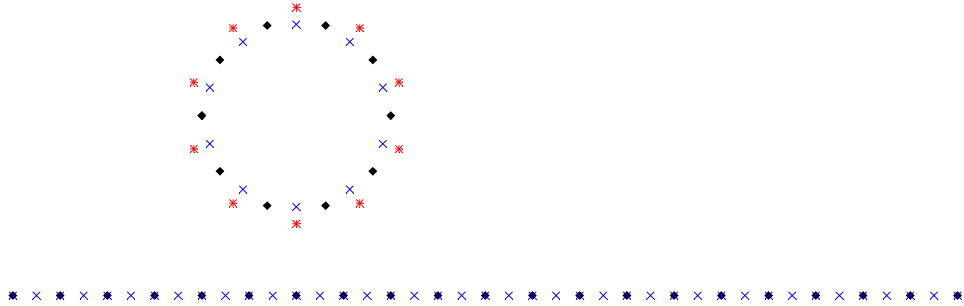


Figura 5.3 – Representação dos pontos extremos dos painéis, dos pontos de controle dos painéis e dos pontos de desprendimento de vórtices discretos.

5.2.4 – Rotina COUPS.FOR

Esta rotina calcula os coeficientes da matriz de influência, K_{ij}^s , da Equação 4.11. Para isso, ela segue os seguintes passos:

- calcula os componentes da velocidade nas direções x e y que dependem da distribuição de fontes $\sigma(x)$ no sistema de coordenadas local; esta distribuição de fontes, no momento, é igual à unidade;
- passa esses componentes do sistema de coordenadas local no painel para o sistema de coordenadas global (fixo ao corpo);
- decompõe esses componentes na direção normal, impondo a condição de contorno de Neumann (Equação 3.8).

Vale lembrar que os coeficientes da matriz de influência de fontes não sofrem variação ao longo da simulação, porque dependem apenas da geometria do problema e, no caso em estudo, tanto o cilindro circular como a superfície plana têm suas posições fixas durante a

simulação numérica. O movimento da superfície plana é simulado deixando-se de gerar vórtices discretos sobre ela.

5.2.5 – Rotina COUPV.FOR

Essa rotina calcula os coeficientes da matriz de influência, K_{ij}^v , da Equação 4.13. Para isso, ela calcula a velocidade tangencial que um vórtice de intensidade unitária localizado no painel j induz no ponto de controle de um painel i.

Vale lembrar que, tal como ocorre na rotina “acionada” anteriormente, os coeficientes da matriz de influência de vórtices não sofrem variação ao longo da simulação, uma vez que dependem apenas da geometria do problema e, no caso em estudo, tanto o cilindro circular como a superfície plana móvel têm suas posições invariáveis ao longo do tempo; o movimento da superfície plana é simulado deixando-se de gerar vórtices discretos sobre esta.

5.2.6 – Rotina RHSS.FOR

Calcula o vetor coluna lado direito de fontes da Equação 4.11.

No instante $t = 0$ da simulação numérica o escoamento é potencial, uma vez que ainda não há vórtices discretos no domínio fluido. Nessa situação, o vetor coluna lado direito de fontes é calculado conforme a Equação 5.1:

$$RHSS_m = u_\infty \sin\beta_m - v_\infty \cos\beta_m \quad (5.1)$$

Nos instantes seguintes haverá vórtices discretos no escoamento formando a esteira viscosa. Deste modo, a cada instante deve-se proceder à atualização do vetor RHSS de forma a garantir que a distribuição de fontes esteja sendo capaz de anular a velocidade normal (condição de impenetrabilidade). A referida atualização do vetor RHSS é feita segundo a Equação 5.2:

$$RHSS_m = u_\infty \sin\beta_m - v_\infty \cos\beta_m + \sum_{k=1}^N (u_{mk} \sin\beta_m - v_{mk} \cos\beta_m) \quad (5.2)$$

onde N leva em consideração todos os vórtices discretos, incluindo-se os vórtices nascentes.

5.2.7 – Rotina RHSV.FOR

Calcula o vetor coluna lado direito de vórtices da Equação 4.13.

No instante $t = 0$ da simulação numérica o escoamento é potencial, uma vez que ainda não há vórtices no domínio fluido. Nessa situação, o vetor coluna lado direito de vórtices sofre apenas a influência do escoamento incidente:

$$\text{RHSV}_m = -u_\infty \cos\beta_m - v_\infty \text{sen}\beta_m \quad (5.3)$$

Nos instantes seguintes, esta rotina é acionada após a convecção e difusão dos vórtices, ou seja, deve-se atualizar o vetor coluna lado direito de vórtices para garantir a condição de escorregamento nulo, através da seguinte equação:

$$\text{RHSV}_m = -u_\infty \cos\beta_m - v_\infty \text{sen}\beta_m + \sum_{k=1}^N (-u_{mk} \cos\beta_m - v_{mk} \text{sen}\beta_m) \quad (5.4)$$

Diferentemente da rotina anterior, a rotina RHSV.FOR só leva em conta a influência dos vórtices sobre os painéis que discretizam o cilindro circular, uma vez que a condição de escorregamento nulo deve ser satisfeita apenas no corpo e não na superfície plana móvel.

5.2.8 – Rotina GAUSSPIV.FOR

As equações matriciais de fontes, de vórtices e de pressão são resolvidas através do Método de Eliminação de Gauss com Condensação Pivotal Parcial.

5.2.9 – Rotina MODCOUP.FOR

Acrescenta uma linha e uma coluna na matriz de influência de vórtices (Equação 4.13) para impor a condição de conservação global da circulação. Esta condição obedece a seguinte equação:

$$\sum_{m=mg+1}^M (\Gamma_m)_{\text{vórtices nascentes}} + \sum_{k=1}^N (\Gamma_k)_{\text{vórtices livres}} = 0 \quad (5.5)$$

onde mg ($mg = nm \cdot np$) é o número de painéis que discretizam a superfície plana móvel; para m variando de 1 até mg , tem-se os painéis que discretizam a superfície plana móvel.

O acréscimo de apenas uma linha e uma coluna na matriz de influência de vórtices deve-se ao fato de neste trabalho usar-se o artifício de gerar vórtices discretos apenas na superfície discretizada do cilindro circular, de forma a representar a situação de movimento relativo, conforme dito anteriormente. Caso fossem gerados vórtices discretos também na superfície plana, dever-se-ia acrescentar duas linhas e duas colunas na matriz de influência de vórtices.

Por fim, essa rotina calcula os coeficientes da matriz de pressão (COUPP), Equação 4.43.

5.2.10 – Rotina GENERAT.FOR

Realiza em cada incremento de tempo, a geração de m_b novos vórtices discretos com intensidades dadas pela solução do sistema de equações 4.13. Ressalta-se que são gerados apenas m_b vórtices discretos por instante de tempo devido ao fato da situação de movimento relativo ser simulada através da não geração de vórtices discretos sobre a superfície plana.

5.2.11 – Rotina COMPUMVM.FOR

Realiza o cálculo dos componentes nas direções x e y da velocidade induzida nos pontos de controle de cada painel plano por cada um dos vórtices discretos de Lamb presentes na nuvem. De acordo com o processo iterativo apresentado na Figura 5.1, esta rotina é primeiro acionada quando houver geração de vórtices novos. Esta primeira chamada da rotina é necessária para a atualização do vetor coluna lado direito de fontes. A rotina é novamente acionada porque os vórtices presentes na nuvem deslocaram-se por convecção e por difusão. Esta segunda chamada da rotina é necessária para a atualização do vetor coluna lado direito de vórtices.

5.2.12 – Rotina COMPUCVC.FOR

Rotina que calcula o campo de velocidades levando-se em consideração a contribuição do escoamento incidente, das fronteiras sólidas (cilindro circular e solo) e da nuvem de vórtices discretos sobre cada vórtice discreto que compõe a nuvem.

5.2.13 – Rotina PRESSURE.FOR

Calcula a distribuição de pressão instantânea sobre a superfície discretizada do corpo (exatamente sobre o ponto de controle de cada painel plano) e os coeficientes instantâneos de arrasto e de sustentação. Esta rotina começa a ser acionada quando o número de incrementos de tempo for igual ao valor de start.

Esses cálculos são feitos de acordo com a formulação proposta por Shintani & Akamatsu (1994).

5.2.14 – Rotina DIFFUS.FOR

Realiza o processo de difusão da vorticidade pelo Método de Avanço Randômico, onde são gerados para cada vórtice discreto, em cada incremento de tempo, dois números randômicos P e Q entre 0 e 1; veja a Seção 4.4.

5.2.15 – Rotina CONVEC.FOR

A convecção da nuvem de vórtices é realizada por esta rotina através do esquema de avanço de primeira ordem de Euler; veja o Item 4.3.5.

5.2.16 – Rotina REFLECT.FOR

Esta rotina aciona a rotina REFLEC.FOR para que os vórtices que migrarem para o interior do corpo (e os vórtices que se encontrarem no interior da camada protetora) sejam devolvidos para o domínio fluido.

No arquivo de saída chamado CONSERV.DAT armazena-se em cada instante de tempo, o valor da Equação 5.5, ou seja, verifica-se se a conservação da circulação está sendo satisfeita.

5.2.17 – Rotina REFLECS.FOR

Tem o mesmo papel da rotina anterior, promovendo a reflexão dos vórtices que migrarem para baixo da superfície plana móvel ou que estiverem no interior da camada protetora ao redor dela.

5.2.18 – Rotina CONSERV.FOR

Para realizar a conservação da circulação do escoamento, a rotina CONSERV.FOR faz $mb = mb + 1$ e atribui o valor igual a zero para $RHSV(mb)$ no vetor coluna lado direito de vórtices.

5.2.19 – Rotina MODM.FOR

Para a resolução da equação matricial de vórtices, com as novas condições comentadas anteriormente, a rotina MODM.FOR é acionada para realizar a correção do número mb de painéis do corpo, que foi alterado pela rotina CONSERV.FOR. Esta rotina também imprime no arquivo CONTROL.DAT os valores do instante de tempo (step) e os valores extras obtidos na resolução da equação matricial de vórtices, devido à imposição da conservação da circulação (veja a Equação 5.5). Como a solução do sistema linear de equações (veja na Equação 4.13) é obtida pelo Método de Eliminação de Gauss com Condensação Pivotal Parcial, utilizou-se como estratégia para a verificação da Equação 5.5 a inclusão de uma linha e uma coluna adicionais na Equação 4.13. Esta estratégia resulta na obtenção de um vetor incógnita de vórtices com um valor a mais; este valor (ε) deve tender a zero. No arquivo CONTROL.DAT, portanto, encontra-se o valor de ε para cada instante de tempo da simulação numérica.

5.2.20 – Rotina PRINT.FOR

Imprime a posição, a intensidade, a velocidade induzida e o valor do raio do núcleo para cada vórtice discreto que compõe a nuvem no arquivo de saída do tipo WAKE XXXX.DAT. Os valores instantâneos das forças de arrasto e de sustentação são impressos no arquivo FORBOD.DAT e os valores instantâneos da distribuição de pressão ao longo da superfície discretizada do corpo, no arquivo CPBOD XXXX.DAT. O símbolo XXXX se refere a um incremento de tempo arbitrário da simulação; por exemplo, em $t = 10$ e com $\text{delt} = 0,05$, $XXXX = 200$, logo, têm-se WAKE0200.DAT e CPBOD0200.DAT. O arquivo FORBOD.DAT é sempre atualizado.

5.2.21 – Rotina AVERAGE.FOR

Calcula os valores médios para o coeficiente de pressão C_{p_m} ao longo da superfície discretizada do corpo. Os valores médios são calculados entre $t = \text{start} \cdot \text{delt}$ e $t = \text{stop} \cdot \text{delt}$ e são impressos no arquivo de saída CPBODY.DAT.

Os valores médios dos coeficientes de arrasto e de sustentação são impressos no arquivo AVERAGE.DAT.

Para as conclusões mais importantes deste trabalho, que serão apresentadas no Capítulo 7, necessitou-se de análises minuciosas de pós-processamento. Para cumprir esta etapa, são apresentados e analisados gráficos da evolução ao longo do tempo das cargas aerodinâmicas integradas, gráficos das distribuições de pressão média e instantânea e visualizações do comportamento do campo de velocidades nas proximidades do corpo. Estes tratamentos gráficos utilizaram os “softwares” GRAPHER 4 e TECPLOT 360.

Capítulo 6

ANÁLISE DE RESULTADOS

6.1 - INTRODUÇÃO

Este capítulo apresenta os principais resultados obtidos para a simulação numérica do escoamento bidimensional, incompressível e em regime não-permanente de um fluido newtoniano com propriedades constantes que incide sobre um cilindro circular. As condições geométricas impostas ao cilindro circular o definem como isolado e estacionado nas proximidades de uma superfície plana móvel. O algoritmo do Método de Vórtices Discretos descrito no Capítulo 5 e que foi implementado em linguagem FORTRAN resultou no programa “MOVINGROUND.FOR”. Na Figura 6.1 identificam-se as superfícies do cilindro circular e da parede plana móvel. Estas superfícies foram discretizadas e representadas por painéis planos sobre os quais se distribuíram singularidades do tipo fontes com densidade constante, impondo-se, assim, a condição de impenetrabilidade sobre o ponto de controle de cada painel. Vórtices discretos de Lamb foram gerados nas vizinhanças da superfície discretizada do cilindro circular para satisfazer a condição de escorregamento nulo. Como o propósito deste trabalho é o de eliminar a influência da camada limite criada junto à superfície plana móvel, a condição de escorregamento nulo somente foi imposta sobre o ponto de controle de cada painel montado para representar a superfície do corpo. Ainda na Figura 6.1 pode-se perceber a estrutura da esteira de vórtices discretos de Lamb que se forma a jusante do corpo.

O primeiro passo constituiu-se na aferição do novo código computacional implementado e, para isso, foram realizadas várias simulações numéricas para o caso do cilindro circular isolado, ou seja, corpo posicionado a uma distância da superfície plana móvel onde a influência do efeito solo não mais se faz presente; neste caso: $h/d = 1000$.

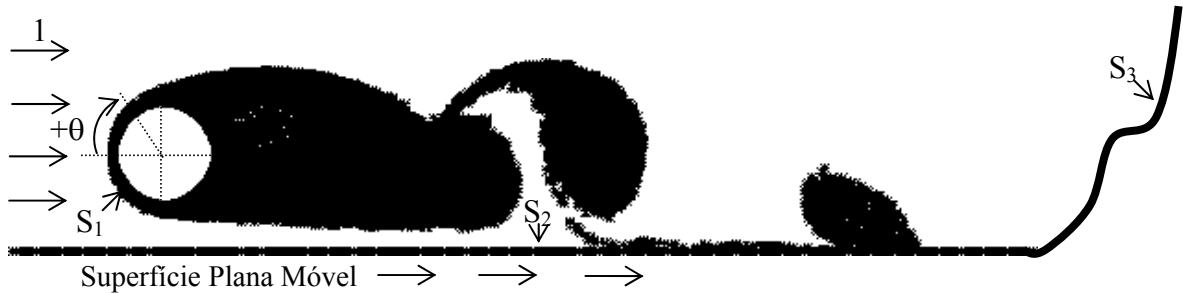


Figura 6.1 – Cilindro circular localizado próximo a uma superfície plana móvel.

Após a aferição inicial do código, procedeu-se à análise do escoamento ao redor do cilindro circular na presença da parede plana se movendo em relação ao cilindro com a mesma velocidade do escoamento incidente. Os resultados a serem apresentados se referem ao comportamento das cargas aerodinâmicas integradas (coeficientes de arrasto e de sustentação) e distribuídas (coeficiente de pressão) e do número de Strouhal. Também se utiliza recursos gráficos de visualização da formação da esteira a jusante do corpo.

6.2 – PARÂMETROS UTILIZADOS NA SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Nas simulações numéricas foram consideradas duas classes de parâmetros: aqueles relacionados ao método numérico e aqueles afetos ao fenômeno físico. A seguir serão esclarecidas as influências que tais parâmetros têm sobre os resultados da simulação numérica.

6.2.1 – Parâmetros Relacionados com o Método Numérico

a) Número de painéis planos (M)

O número de painéis planos utilizados para discretizar e representar as duas fronteiras sólidas do problema tem influência direta na precisão dos resultados da simulação numérica; sendo assim, aumentando-se o número de painéis utilizados para discretizar as fronteiras sólidas, aumenta-se a precisão dos resultados obtidos. Uma das grandes dificuldades impostas pelo Método de Vórtices consiste no tempo de CPU; sabe-se que quanto maior o número de painéis utilizados, maior será o número total de vórtices discretos presentes na nuvem. O tempo de CPU, quando se utiliza a lei de Biot-Savart, torna-se proporcional ao quadrado do número de vórtices discretos presentes na nuvem para o cálculo da interação vórtice-vórtice.

Neste trabalho, devido às limitações computacionais, a superfície do cilindro circular foi discretizada em 300 painéis planos de comprimentos iguais ($mb = 300$), ao passo que a superfície plana móvel foi representada por 10 módulos ($nm = 10$) de comprimento igual ao diâmetro do cilindro circular, sendo cada módulo discretizado em 30 painéis ($np = 30$), totalizando 300 painéis; veja a Figura 5.2. A estratégia numérica de se gerar vórtices apenas a partir da superfície do cilindro permitiu que se concentrasse todo o esforço computacional sobre os vórtices nascentes no corpo.

b) Incremento de tempo (Δt)

O incremento de tempo foi escolhido a partir de vários testes, tendo como primeira aproximação a expressão utilizada no trabalho de Mustto *et al.* (1998), ou seja:

$$\Delta t = \frac{2k\pi}{mb}, \quad 0 < k \leq 1 \quad (6.1)$$

onde mb é o número de painéis planos utilizados para discretizar a superfície do corpo.

Na escolha do incremento de tempo foram avaliados esquemas de avanço convectivo de primeira ordem (esquema de Euler) e de segunda ordem (esquema de Adams-Bashforth), verificando que o valor de 0,05 para o incremento de tempo era satisfatório quando se usava o esquema de primeira ordem de Euler. A utilização do esquema de segunda ordem de Adams-Bashforth (Ferziger, 1981) exigiria o conhecimento, também, do campo de velocidades no instante imediatamente anterior.

c) Posição de desprendimento dos vórtices discretos e raio do núcleo do vórtice de Lamb (ϵ e σ_0).

Em todas as simulações numéricas realizadas neste trabalho os vórtices nascentes, em cada incremento de tempo, foram desprendidos a partir de uma distância dos pontos de controle dos painéis igual ao raio do núcleo do vórtice de Lamb ($\sigma_0 = \text{eps} = 0,001$). Esta técnica de geração de vórtices discretos para simular a vorticidade impõe que o núcleo de cada vórtice nascente sempre tangencie o ponto de controle de cada painel onde ele é gerado (Alcântara Pereira, 1999). O valor nominal calculado para o raio do núcleo do vórtice de Lamb é determinado através da Equação A.17 (ver Apêndice A). Yang & Huang (1999) apresentaram uma técnica para um tratamento mais preciso da geração dos vórtices nascentes, onde se impõe uma variação do raio do núcleo do vórtice dependente do comportamento da camada limite local que se desenvolve. Mustto (2004) em sua Tese de Doutorado apresentou uma argumentação semelhante à anteriormente comentada, onde a escolha do parâmetro eps dependia, também, da espessura da camada limite.

Deve-se ressaltar que ao se utilizar o Método de Painéis existe um erro quando se calcula a velocidade induzida por um painel (com singularidade distribuída) sobre um vórtice discreto localizado muito próximo deste painel. Ricci (2002) mostrou que ao se utilizarem painéis de fontes com densidade constante, inscritos na superfície real do corpo, os erros se conservam da ordem de 1% quando o ponto de controle é deslocado para 23% da distância entre o ponto de controle do painel e a superfície real do corpo ($\text{gap} = 0,23$). Como no chão a superfície discretizada coincide com a superfície real, não se deve lançar mão de tal artifício. Além do deslocamento acima citado, o presente trabalho também reposiciona alguns vórtices discretos caso estes se encontrem muito próximos aos painéis. Esta proximidade é estabelecida através de uma camada protetora que envolve todos os painéis. Esta camada protetora corresponde a uma distância do vórtice até o painel igual ou inferior a 40% do comprimento do painel ($\text{pro} = 0,40$). Os vórtices que se encontrarem no interior desta camada devem ser reposicionados para fora desta.

6.2.2 – Parâmetros Relacionados com o Fenômeno Físico

a) Número de Reynolds (Re)

O valor adotado para o número de Reynolds foi o de 10^5 . Este valor foi escolhido porque permite que os resultados das simulações numéricas possam ser comparados com os resultados experimentais disponíveis na literatura. Para a situação do cilindro isolado comparam-se os resultados numéricos da presente simulação com aqueles de Blevins (1984);

para a situação do cilindro na presença de uma parede plana que se move com a mesma velocidade do fluido, comparam-se os resultados numéricos da presente simulação com aqueles de Nishino (2007).

b) Distância vertical entre o centro do cilindro circular e a superfície plana móvel (h/d)

Este parâmetro é fundamental para indicar os valores de h/d que submetem o corpo à presença do efeito de bloqueio da parede plana móvel.

c) Velocidade da superfície plana móvel

Os resultados experimentais encontrados na literatura se referem ao escoamento sobre um cilindro circular na presença de uma parede plana que se move com a mesma velocidade do escoamento incidente. Nenhum outro resultado experimental diferente desta situação foi encontrado, mas sabe-se que se houver movimento relativo entre a superfície plana e o escoamento incidente, haverá formação de camada limite a partir do solo.

d) Parâmetros relacionados com a modelagem de turbulência

Os escoamentos turbulentos caracterizam-se pelo alto grau de complexidade à medida que o número de Reynolds aumenta. Desta maneira, as dificuldades para a solução das Equações 3.6 e 3.7 tornam-se muito grandes. Surge, portanto, a necessidade de se obter soluções aproximadas através de diversas técnicas estabelecidas de modelagem da turbulência. Entre estas técnicas citam-se: (a) SND – Simulação Numérica Direta (“Direct Numerical Simulation” - DNS); (b) SMR – Simulação via Equações Médias de Reynolds (“Reynolds-Averaged Navier-Stokes Equations” - RANS); (c) SGE – Simulação de Grandes Escalas (“Large Eddy Simulation” – LES).

Assim, o número de Reynolds investigado neste trabalho requer que se leve em conta a transferência de energia que ocorre entre as grandes escalas do escoamento e as escalas sub-malha. Se fosse utilizado neste trabalho, por exemplo, LES, haveria a referida transferência de energia; lembrar que para a utilização de um modelo de turbulência devem-se filtrar as equações governantes e modelar as escalas que não são resolvidas. Matematicamente, os termos difusivos da equação da quantidade de movimento são afetados pela presença de uma viscosidade turbulenta, que tem como finalidade realizar a referida transferência de energia. Um modelo de turbulência se presta para o cálculo desta viscosidade turbulenta. O modelo da Função Estrutura de Velocidade de Segunda Ordem (Alcântara Pereira *et al.*, 2002) foi

adaptado para o Método de Vórtices tendo como grande vantagem aquela de se trabalhar com o conceito de diferenças de velocidades ao invés do conceito de derivadas. Deve-se, portanto, conhecer os parâmetros afetos a esta modelagem para corretamente simular novas situações de escoamentos. Este modelo, embora não utilizado neste trabalho, será incorporado nos próximos desenvolvimentos a serem realizados.

6.3 – ESCOAMENTO AO REDOR DE UM CILINDRO CIRCULAR ISOLADO

No caso deste trabalho, um cilindro circular sujeito a um escoamento incidente é dito isolado quando se encontra a uma distância suficientemente grande da superfície plana móvel, de modo que os mecanismos do efeito solo não sejam mais sentidos por este corpo. Sendo assim, quando a superfície plana móvel não exercer mais influência sobre as cargas aerodinâmicas que atuam sobre o corpo considera-se este último como isolado. No código computacional adota-se $h/d=1000$ para caracterizar o cilindro circular como isolado.

Desta forma, o programa “MOVINGROUND.FOR” foi utilizado para a análise do comportamento aerodinâmico de um cilindro circular isolado ($h/d=1000$) e, principalmente, quando estacionado nas proximidades de uma superfície plana móvel (h/d variável e representando efeito solo). Os resultados numéricos obtidos para $h/d=1000$ foram comparados com os resultados experimentais de Blevins (1984) e os resultados numéricos obtidos para h/d variável e representando efeito solo foram comparados com os resultados experimentais de Nishino (2007).

A Tabela 6.1 apresenta uma comparação entre os resultados numéricos e experimentais disponíveis na literatura e os resultados obtidos pela presente simulação. As aferições realizadas permitiram simular o escoamento ao redor do cilindro circular isolado com 1000 avanços no tempo ($stop = 1000$), sendo que os valores médios dos coeficientes de arrasto e sustentação, bem como do número de Strouhal, foram calculados entre $t_{inicial} = 28,3$ (step = 566 da simulação e 169.800 vórtices discretos presentes na nuvem) e $t_{final} = 48,0$ (step = 960 da simulação e 288.000 vórtices presentes na nuvem).

Tabela 6.1 – Valores médios dos coeficientes de arrasto e de sustentação e número de Strouhal para um cilindro circular isolado.

$Re = 10^5$	$\overline{C_D}$	$\overline{C_L}$	\overline{St}
Blevins (1984)	1,20	-	0,19
Mustto <i>et al.</i> (1998)	1,22	-	0,22
Alcântara Pereira <i>et al.</i> (2002)	1,21	0,04	0,22
Presente Simulação	1,25	0,02	0,21

Analisando a Tabela 6.1, deve-se comentar que Mustto *et al.* (1998) representaram a superfície real do cilindro circular utilizando o Teorema do Círculo (Milne-Thompson, 1955), o qual tem a grande vantagem de garantir a condição de impenetrabilidade em todos os pontos da superfície real do corpo. Neste caso, a condição de escorregamento nulo deve ser satisfeita apenas sobre um determinado número de pontos de geração distribuídos ao redor da superfície do cilindro. Alcântara Pereira *et al.* (2002) utilizaram painéis planos sobre os quais se distribuíram vórtices com densidade constante para representar a superfície discretizada do cilindro circular (Katz & Plotkin, 1991); além disso, conforme já mencionado, incorporaram um modelo de turbulência na formulação matemática do Método de Vórtices.

Comparando-se os resultados numéricos da presente simulação com os valores experimentais de Blevins (1984), os quais possuem uma incerteza de $\pm 10\%$, observa-se uma boa concordância entre eles. Verifica-se que o resultado obtido para o coeficiente de arrasto é um pouco superior ao experimental, o que é uma característica das simulações numéricas bidimensionais. Portanto, o coeficiente de arrasto se mostrou bem mais sensível aos efeitos tridimensionais do que o número de Strouhal. Deve ser mencionado que na formulação matemática do problema (Capítulo 3) foi desprezado o termo responsável pela deformação dos tubos de vorticidade, $(\boldsymbol{\omega} \cdot \nabla)\mathbf{u}$, o qual deve ser implementado nas simulações numéricas tridimensionais.

A Figura 6.2 apresenta o comportamento da distribuição média de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular. É feita uma comparação entre os resultados da teoria potencial, os resultados experimentais de Blevins (1984) e os resultados numéricos de Mustto (1998).

Verifica-se que a separação do escoamento para a presente simulação ocorre quando $\theta \cong 68^\circ$, o que é um resultado aceitável. A literatura apresenta valores experimentais distintos

para este ângulo: $\theta \cong 82^\circ$ (Milne-Thompson, 1955) e $\theta \cong 78^\circ$ (Son & Hanratty, 1969), ambos para $Re = 1,0 \cdot 10^5$. O ângulo θ foi definido na Figura 6.1.

Os resultados de Mustto *et al.* (1998) para o coeficiente de pressão diferem bastante do resultado experimental de Blevins (1984) devido à metodologia empregada no cálculo da pressão. Mustto *et al.* (1998) utilizaram a formulação proposta por Lewis (1991), a qual leva em consideração apenas os vórtices nascentes em um dado incremento de tempo para o cálculo da pressão. O presente trabalho apresenta um resultado mais preciso, uma vez que faz uso da formulação proposta por Shintani & Akamatsu (1994), que leva em consideração não só os vórtices nascentes em um dado incremento de tempo, mas também aqueles presentes na esteira viscosa.

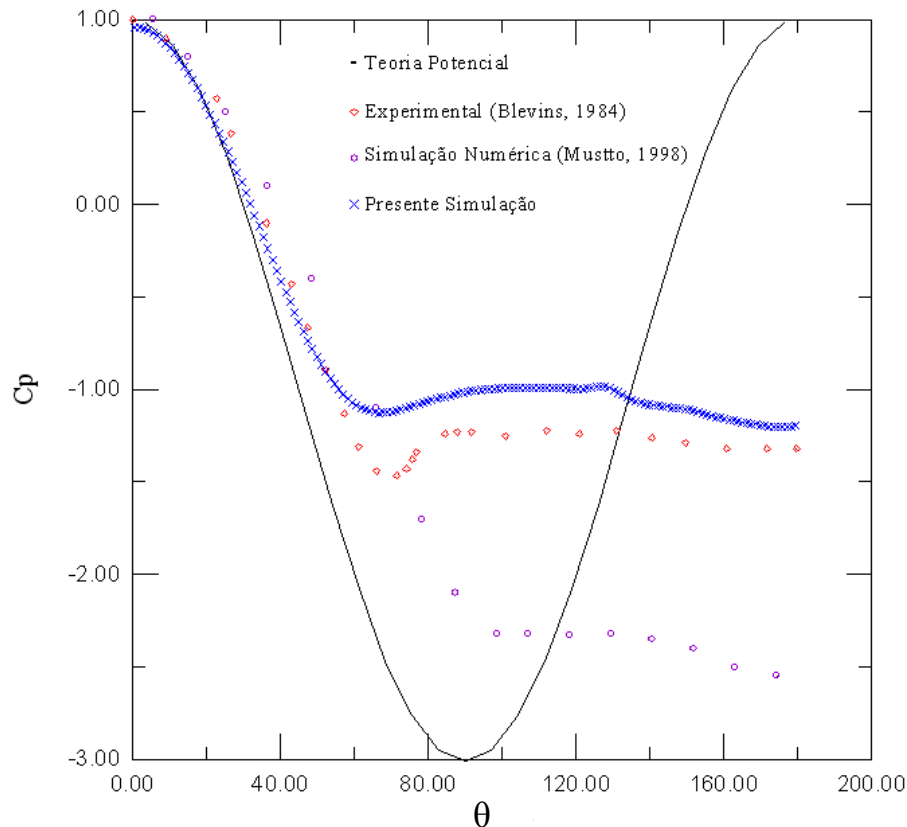


Figura 6.2 – Distribuição média de pressão ao longo da superfície discretizada do cilindro circular isolado (Euler, $mb = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = \text{eps} = 0,001$, $Re = 10^5$).

Nota-se, ainda, que há uma diferença entre o resultado da presente simulação e o resultado experimental na região de descolamento da camada limite. Esta discrepância pode ser minimizada mediante a utilização de painéis menores nesta região. Uma outra fonte de erro está associada à posição de geração dos vórtices. Conforme dito anteriormente, os raios

dos núcleos dos vórtices possuem o mesmo valor; além disso, todos os vórtices são igualmente posicionados em relação ao ponto de controle. Sendo assim, o presente trabalho viola a física real do problema, na medida em que impõe o mesmo efeito viscoso ao longo de toda a superfície do corpo, quando na verdade sabe-se que existe uma camada limite laminar que evolui para uma camada limite turbulenta (Yang & Huang, 1999). Além disso, a convecção da vorticidade pode ser mais bem simulada utilizando-se incrementos de tempo menores associados ao uso do Método de Expansão em Multipólos (Greengard & Rohklin, 1987). Com o objetivo de melhorar ainda mais os resultados, a etapa difusiva pode ser realizada através do Método do Crescimento do Raio do Núcleo do Vórtice Modificado (Rossi, 1996, 1997, 2005, 2006). Este método se encontra em fase inicial de implementação numérica no Grupo de Método de Vórtices da UNIFEI e irá garantir a repetibilidade dos resultados obtidos, característica não apresentada pelo Método de Avanço Randômico.

A Figura 6.3 mostra a evolução das cargas aerodinâmicas integradas ao longo do tempo. Observa-se que após a passagem do transiente numérico ($t \cong 20,0$) o coeficiente de sustentação oscila em torno do valor nulo (uma vez que o cilindro circular é um corpo rombudo e simétrico) e o coeficiente de arrasto oscila em torno de 1,25. O número de Strouhal, que mede a frequência com que os pares contra-rotativos de vórtices são desprendidos a partir dos pontos de separação, apresenta o valor médio de 0,21. Observa-se ainda, que o período de oscilação do coeficiente de arrasto é duas vezes maior do que o período de oscilação do coeficiente de sustentação, o que é uma característica intrínseca do cilindro circular isolado. Este comportamento ocorre porque o coeficiente de arrasto oscila uma vez para cada vórtice que se desprende ou no lado superior ou no lado inferior da superfície do cilindro.

Ainda na Figura 6.3, são identificados cinco pontos importantes que serão utilizados para entender os mecanismos de desprendimento das estruturas vorticosas ao longo de um período da curva que representa o coeficiente de sustentação.

Uma outra observação importante está relacionada à amplitude de oscilação do coeficiente de sustentação na Figura 6.3. Verifica-se que a amplitude de oscilação média positiva é de aproximadamente 1,01, ao passo que a amplitude de oscilação média negativa é de aproximadamente 1,11, ou seja, o valor líquido é de aproximadamente zero, comprovando que não há sustentação no cilindro circular isolado. O valor do coeficiente de sustentação obtido não é nulo devido a erros numéricos.

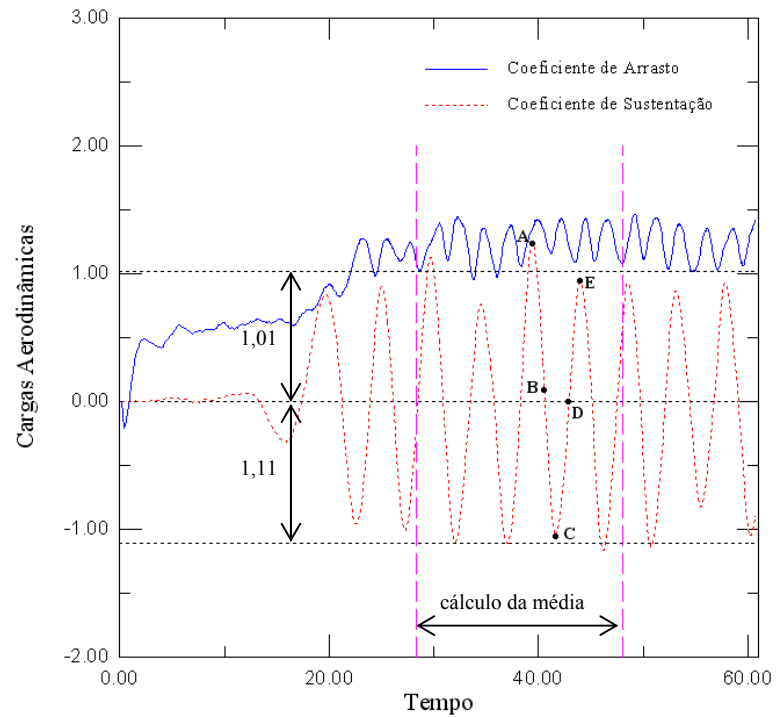


Figura 6.3 – Evolução das cargas aerodinâmicas integradas ao longo do tempo para o cilindro circular isolado (Euler, $mb = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = \text{eps} = 0,001$, $Re = 10^5$).

A Figura 6.4 apresenta a distribuição de pressão instantânea que atua sobre a superfície discretizada do cilindro circular em cada um dos cinco instantes marcados na Figura 6.3.

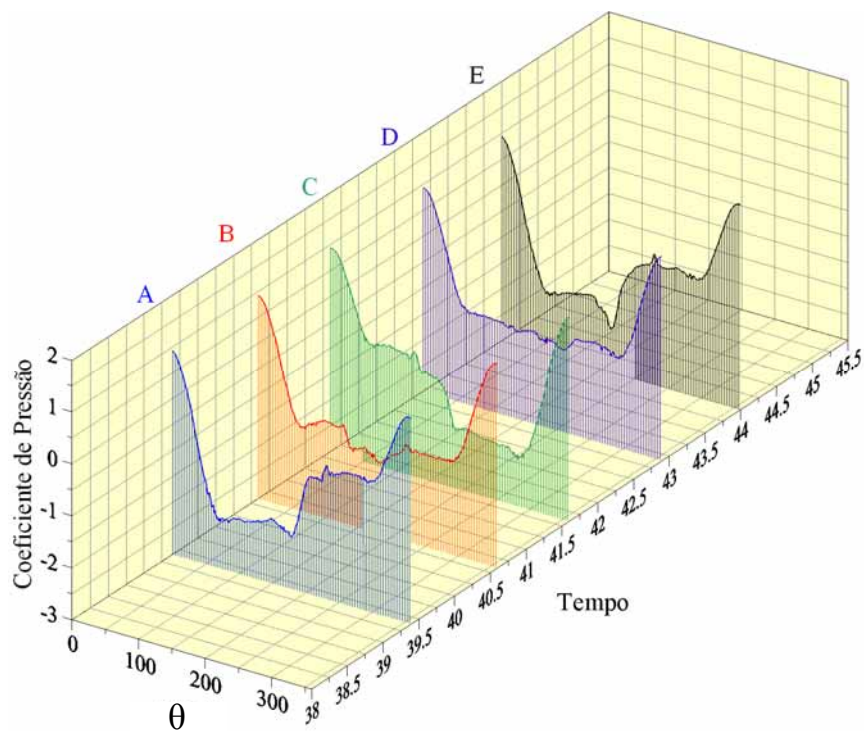


Figura 6.4 – Distribuição instantânea de pressão ao longo da superfície discretizada do cilindro circular isolado (Euler, $mb = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = \text{eps} = 0,001$, $Re = 10^5$).

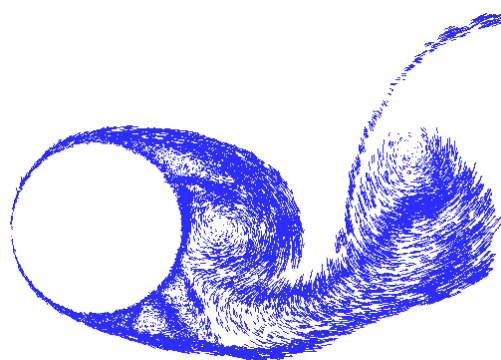
Nota-se que no instante representado pelo ponto A existe uma zona de baixa pressão compreendida entre 67° e 175° , medida a partir do bordo de ataque do cilindro circular no sentido horário. Esta zona de baixa pressão corresponde a uma estrutura vorticosa horária sendo desprendida na parte superior do cilindro (veja a Figura 6.5), e implica em uma força de sustentação positiva (veja o ponto A da Figura 6.3). Observa-se ainda, na Figura 6.3, que o coeficiente de arrasto está aumentando quando a estrutura vorticosa está sendo desprendida. Isto acontece porque o vórtice é desprendido e o coeficiente de arrasto aumenta até atingir um valor máximo, quando a estrutura vorticosa começará a ser incorporada pela esteira viscosa (ponto B).

Na Figura 6.5(a) se encontram distribuídos no domínio fluido 172.500 vórtices discretos de Lamb.

No instante representado pelo ponto B da Figura 6.4 há uma região de baixa pressão aproximadamente constante entre 67° e 288° , a qual corresponde à passagem do coeficiente de sustentação de positivo para negativo. Neste instante, o vórtice desprendido anteriormente começa a ser incorporado pela esteira formada a jusante do corpo (Figura 6.6) e o coeficiente de arrasto diminui.



(a) Ponto A: posição dos vórtices na esteira.



(b) Ponto A: campo de velocidades nas vizinhanças do corpo.

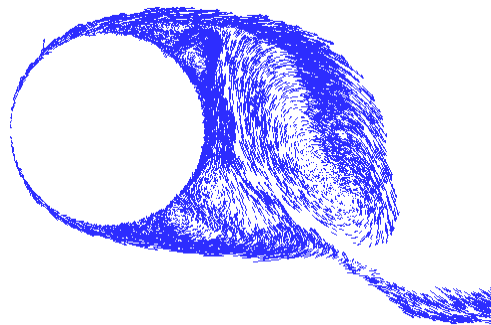
Figura 6.5 – Detalhes do desprendimento de estruturas vorticosas em um cilindro circular isolado no instante $t = 39,4$ (Euler, $mb = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = \epsilon_s = 0,001$, $Re = 10^5$).

Na Figura 6.6(a) se encontram distribuídos no domínio fluido 179.400 vórtices discretos de Lamb. Identifica-se, também, a formação da esteira de von Kármán de uma maneira muito bem definida. Os três primeiros pares contra-rotativos de estruturas vorticosas unidos por folhas de vorticidade e visualizados a partir do cilindro na Figura 6.6 (a) já definem a correta formação da esteira pulsante.

Observa-se que no instante representado pelo ponto C da Figura 6.4 existe uma zona de baixa pressão compreendida entre 188° e 279° . Esta zona de baixa pressão corresponde a uma estrutura vorticosa anti-horária desprendida na parte inferior do cilindro (Figura 6.7), e implica em uma sustentação negativa (veja o ponto C da Figura 6.3).



(a) Ponto B: Posição dos vórtices na esteira.



(b) Ponto B: Campo de velocidades nas vizinhanças do corpo.

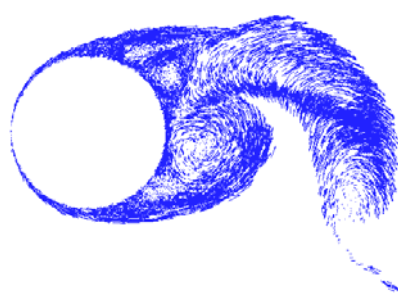
Figura 6.6 - Detalhes do desprendimento de estruturas vorticosas em um cilindro circular isolado no instante $t = 40,6$ (Euler, $mb = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = \text{eps} = 0,001$, $Re = 10^5$).

Na Figura 6.7(a) se encontram distribuídos no domínio fluido 185.700 vórtices discretos de Lamb.

Verifica-se ainda que os vórtices desprendidos nos instantes representados pelos pontos A e C possuem um movimento de rotação com sentidos opostos.



(a) Ponto C: Posição dos vórtices na esteira.



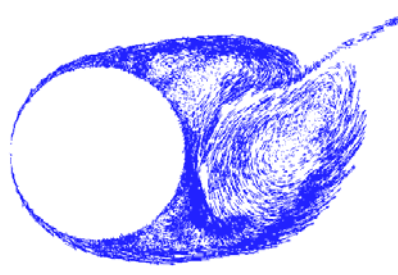
(b) Ponto C: Campo de velocidades nas vizinhanças do corpo.

Figura 6.7 - Detalhes do desprendimento de estruturas vorticosas em um cilindro circular isolado no instante $t = 41,6$ (Euler, $mb = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = \text{eps} = 0,001$, $Re = 10^5$).

Tal como ocorre no instante representado pelo ponto B, o ponto D da Figura 6.4 apresenta uma região de baixa pressão aproximadamente constante entre 67° e 292° , a qual corresponde à passagem do coeficiente de sustentação de negativo para positivo. Neste instante, o vórtice desprendido anteriormente começa a ser incorporado pela esteira formada a jusante do corpo; veja a Figura 6.8.



(a) Ponto D: Posição dos vórtices na esteira.



(b) Ponto D: Campo de velocidades nas vizinhanças do corpo.

Figura 6.8 - Detalhes do desprendimento de estruturas vorticosas em um cilindro circular isolado no instante $t = 42,9$ (Euler, $mb = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = \text{eps} = 0,001$, $Re = 10^5$).

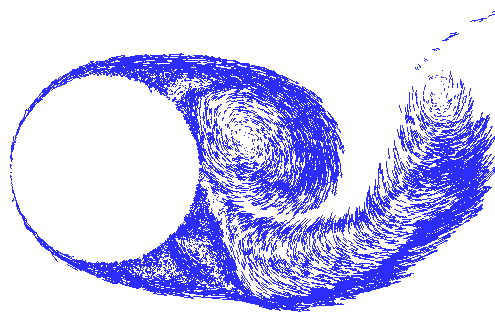
O período se completa no instante representado pelo ponto E, o qual apresenta uma região de baixa pressão compreendida entre 50° e 158° . Esta região de baixa pressão corresponde a uma estrutura desprendida na parte superior do cilindro (Figura 6.9), e implica em uma força de sustentação positiva (veja o ponto E da Figura 6.3).

Os mecanismos acima descritos se repetem, ou seja, pares contra-rotativos de vórtices são gerados alternadamente a partir dos pontos de separação do cilindro de seção circular, o que faz com que a esteira viscosa formada a jusante do corpo tenha um caráter oscilatório, caracterizando a formação da esteira de von Kármán apresentada na Figura 6.10.

Neste momento é importante destacar o elevado tempo dispendido nas simulações numéricas. Para se obter a esteira com 300.000 vórtices mostrada na Figura 6.10, levou-se 132 horas e 17 minutos de tempo de CPU em um processador PENTIUM IV de 1700 MHz.



(a) Ponto E: Posição dos vórtices na esteira.



(b) Ponto E: Campo de velocidades nas vizinhanças do corpo.

Figura 6.9 - Detalhes do desprendimento de estruturas vorticosas em um cilindro circular isolado no instante $t = 44,0$ (Euler, $mb = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = \text{eps} = 0,001$, $Re = 10^5$).

Considera-se, portanto, que o código computacional está aferido e apto a simular o escoamento ao redor do cilindro circular estacionado nas proximidades da superfície plana móvel, com a utilização dos mesmos parâmetros usados no caso do cilindro isolado.



Figura 6.10 – Posição dos vórtices na esteira ao final da simulação numérica do cilindro circular isolado (Euler, $mb = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = \text{eps} = 0,001$, $Re = 10^5$).

6.4 – ESCOAMENTO AO REDOR DE UM CILINDRO CIRCULAR SUBMETIDO AO EFEITO SOLO

O esclarecimento da física presente no escoamento ao redor de um corpo estacionado nas proximidades de uma superfície plana parada é bastante difícil de ser obtido, uma vez que há um forte entrelaçamento entre a esteira do corpo e a camada limite formada junto à superfície plana fixa.

A maioria dos casos práticos de engenharia ocorre quando o corpo se movimenta em relação à superfície. Nishino (2007) observou que quando o fundo móvel de um túnel de vento se desloca com a mesma velocidade do escoamento incidente, praticamente não há formação de camada limite sobre a esteira rolante, o que ocorre na prática com os veículos. Verificando que existiam poucos estudos envolvendo corpos rombudos nesta situação, Nishino (2007) realizou testes em túneis de vento para elucidar o escoamento ao redor de um cilindro circular estacionado próximo a uma esteira rolante que se movia com a mesma velocidade do escoamento incidente, eliminando a dificuldade causada pela camada limite que se formaria junto à esteira rolante, caso ela estivesse parada.

Assim, o presente trabalho se compromete em simular numericamente principalmente esta situação, de forma a demonstrar as potencialidades do Método de Vórtices Discretos e sua capacidade de reproduzir resultados experimentais. Todo o esforço computacional ficará disponível para se gerar mais vórtices sobre o cilindro circular, já que na superfície plana não serão gerados vórtices para que não haja formação de camada limite sobre ela, de forma a simular a situação em que um corpo se move relativamente a uma superfície com a mesma velocidade do escoamento incidente.

A análise do problema se inicia com a observação da Figura 6.11. Nela estão representados os resultados experimentais obtidos por Roshko *et al.* (1975) e por Nishino (2007), bem como os resultados numéricos obtidos neste trabalho.

Os resultados de Roshko *et al.* (1975) correspondem ao caso em que o cilindro circular está estacionado nas proximidades de uma superfície plana fixa. Observa-se que o coeficiente de arrasto sofre uma queda brusca à medida que o corpo se aproxima da superfície a uma distância menor do que $h/d = 1,00$. Associa-se esta queda do arrasto à injeção da vorticidade da pista na esteira do corpo; veja mais detalhes nas análises de Ricci (2002) e de Moura (2007).

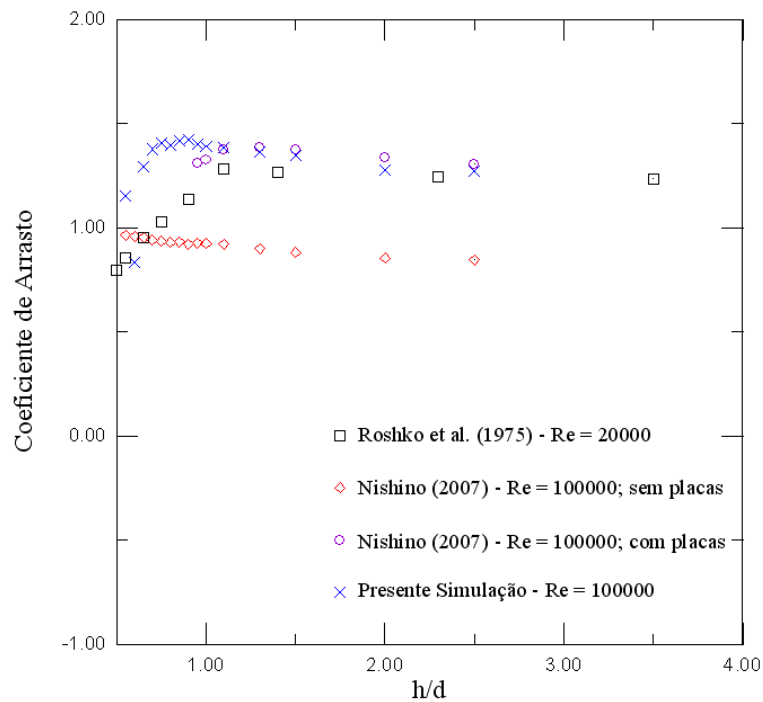


Figura 6.11 – Comparação entre os resultados numéricos e experimentais obtidos para o coeficiente de arrasto com relação aos efeitos tridimensionais.

Entre os testes realizados em túnel de vento por Nishino (2007), a situação de maior interesse para efeito de comparação com os resultados deste trabalho é aquela referente ao comportamento das cargas aerodinâmicas quando os efeitos tridimensionais são parcialmente retirados do problema. Para isso, Nishino (2007) utilizou placas (“end-plates”) nas extremidades do cilindro para inibir a manifestação de efeitos de ponta, como mostra a Figura 6.12, retirada de sua Tese de Doutorado.

No entanto, na situação de movimento relativo, Nishino (2007) verificou que, para o caso em que as placas não eram utilizadas (caso essencialmente tridimensional), à medida que o corpo se aproximava do solo o coeficiente de arrasto aumentava suavemente, contrariando o que se pensava até então.

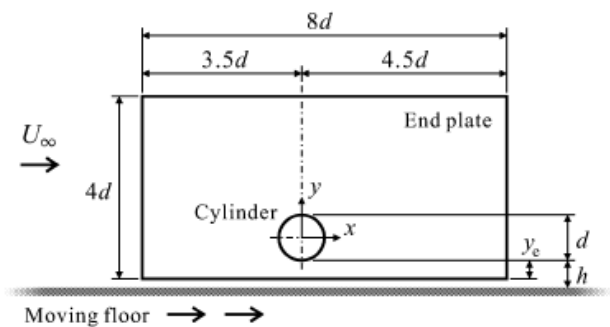
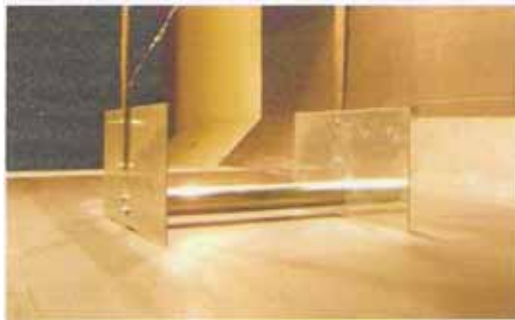


Figura 6.12 – Aparato experimental usado nos testes em túnel de vento por Nishino (2007).

Como o presente trabalho estuda o fenômeno do efeito solo através de simulações numéricas bidimensionais, os resultados obtidos neste trabalho serão comparados apenas com testes feitos por Nishino (2007) para os casos em que foram usadas as placas. Nesta condição, nota-se que o código bidimensional representa satisfatoriamente a física do problema, uma vez que os resultados numéricos se aproximam bastante dos resultados experimentais correspondentes ao caso em que os efeitos tridimensionais são minimizados.

Da mesma maneira como ocorreu com o coeficiente de arrasto, a Figura 6.13 mostra que o código também fornece bons resultados acerca do coeficiente de sustentação. Verifica-se que à medida que o corpo se aproxima do solo o cilindro passa a ter uma sustentação positiva, devido à ocorrência de uma região de baixa pressão na parte superior do corpo.

Observa-se, ainda, que diferentemente do coeficiente de arrasto, o coeficiente de sustentação não apresenta grandes diferenças entre os casos em que as placas são usadas e aqueles em que elas são retiradas; nota-se ainda que o comportamento do coeficiente de sustentação para um cilindro circular estacionado nas vizinhanças de uma superfície plana móvel é bastante semelhante ao comportamento deste coeficiente quando o cilindro se encontra próximo a uma superfície plana fixa.

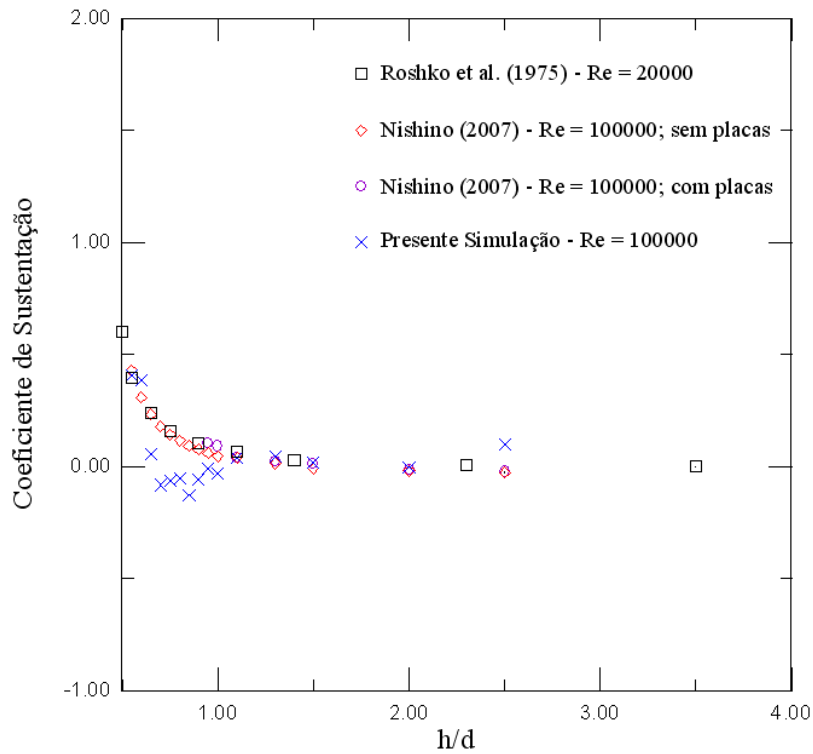


Figura 6.13 – Comparação entre resultados numéricos e experimentais obtidos para o coeficiente de sustentação envolvendo o cilindro circular submetido ao efeito solo.

A Tabela 6.2 apresenta o valor médio do coeficiente de arrasto e o número de Strouhal para o cilindro circular situado a uma distância $h/d = 0,95$ da superfície plana móvel, situação esta em que o efeito solo se faz presente. Resultados para outras relações h/d são fornecidos no Apêndice B.

Tabela 6.2 – Valor médio do coeficiente de arrasto e número de Strouhal para o cilindro circular submetido ao efeito solo para $h/d = 0,95$.

$Re = 10^5$	$\overline{C_D}$	\overline{St}
Nishino (2007) – com placas	1,31	-
Presente Simulação	1,40	0,21

Nota-se que os resultados da simulação numérica estão bem próximos dos resultados experimentais. É preciso dizer também, que em um estudo experimental a força de arrasto medida pelos instrumentos equivale ao arrasto total, ao passo que o código utilizado neste trabalho calcula apenas o componente de forma da força de arrasto (aquele resultante da

integração da pressão e da decomposição desta na direção x). Portanto, este fato já introduz um pequeno erro nos resultados do presente estudo.

A Figura 6.14 (a) mostra a evolução no tempo das cargas aerodinâmicas integradas para o cilindro circular localizado a uma distância $h/d = 0,95$ da superfície plana móvel. Observa-se que a amplitude de oscilação do coeficiente de sustentação é maior para o caso do cilindro sujeito ao efeito solo do que para o cilindro isolado (Figura 6.14 (b)). Além disso, nota-se que na situação de efeito solo o período de oscilação do coeficiente de arrasto não possui amplitude aproximadamente constante tal como ocorre para o cilindro isolado; verifica-se que o período do C_D possui amplitudes intercaladas: ora maiores, ora menores. Ainda nesta figura, são identificados cinco pontos importantes que serão utilizados para comparar o comportamento aerodinâmico do cilindro circular sujeito ao efeito solo, com o comportamento aerodinâmico deste mesmo corpo, porém, isolado. O Apêndice B apresenta a evolução das cargas aerodinâmicas para outras relações h/d .

Ao contrário do que ocorreu com o cilindro circular isolado, a situação de efeito solo provocou uma sustentação positiva no cilindro circular. Vê-se que a amplitude de oscilação média positiva é de aproximadamente 1,56, ao passo que a amplitude de oscilação média negativa é de aproximadamente 1,33, ou seja, o valor líquido é de 0,23, provendo o cilindro de uma força de sustentação dirigida para cima.

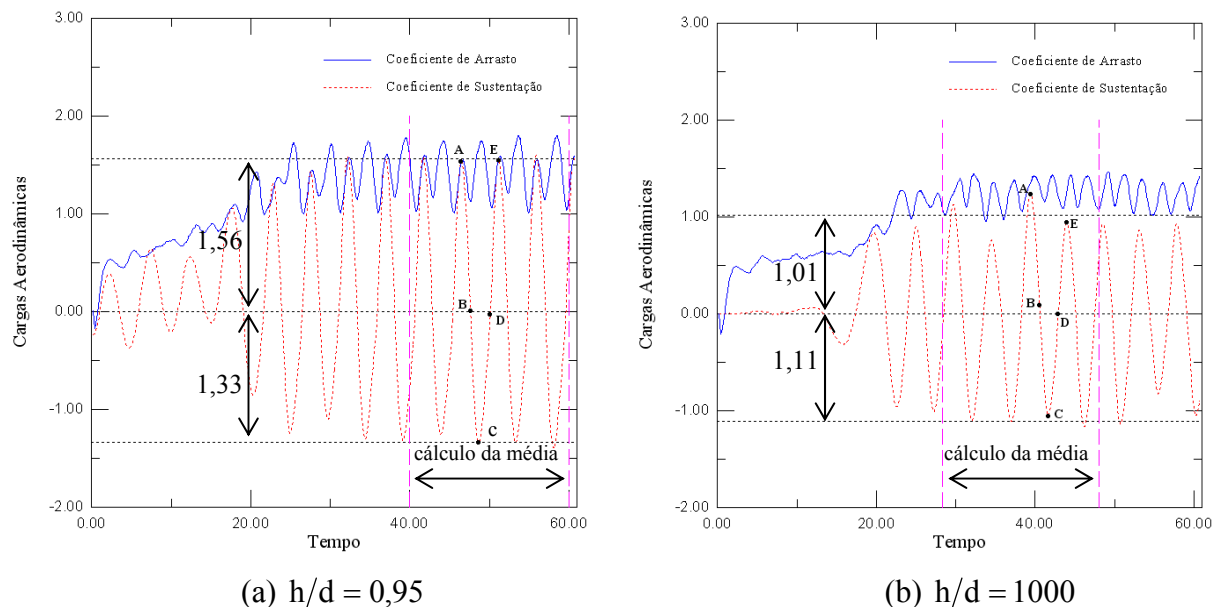


Figura 6.14 – Comparação da evolução das cargas aerodinâmicas para os casos do cilindro circular (a) submetido ao efeito solo e (b) isolado (Euler, $mb = 300$, $\Delta t = 0,05$,

$$\sigma_0 = \epsilon ps = 0,001, Re = 10^5).$$

A Figura 6.15 apresenta a distribuição de pressão que atua sobre a superfície discretizada do cilindro circular em cada um dos cinco instantes marcados na Figura 6.14(a).

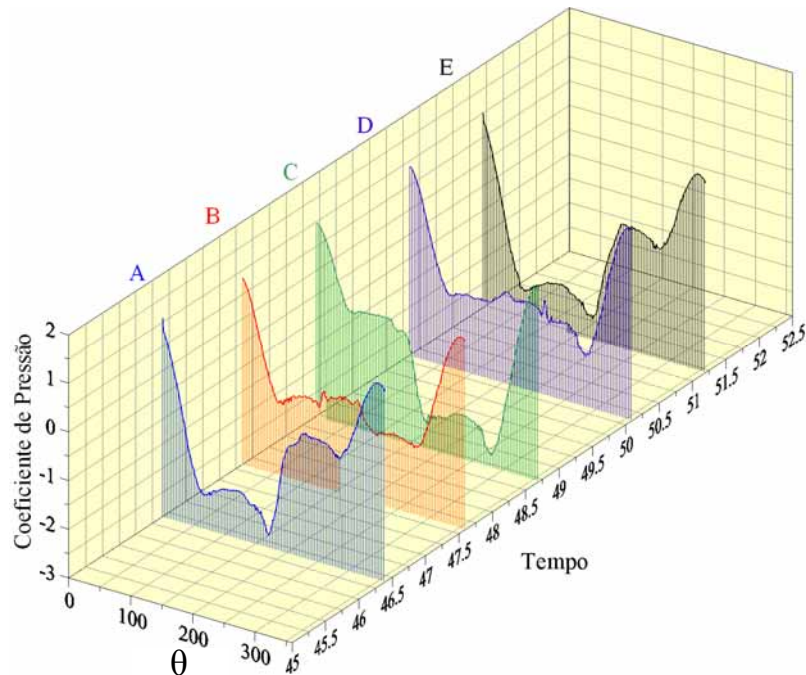


Figura 6.15 – Distribuição instantânea de pressão ao longo da superfície discretizada do cilindro circular submetido ao efeito solo (Euler, $mb = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = \text{eps} = 0,001$, $Re = 10^5$, $h/d = 0,95$).

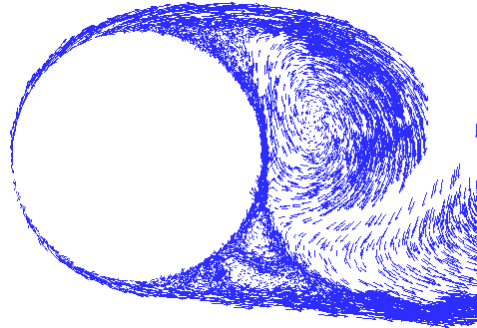
Nota-se que no instante representado pelo ponto A existe uma zona de baixa pressão compreendida entre 67° e 171° , medida a partir do bordo de ataque do cilindro circular no sentido horário. Esta zona de baixa pressão corresponde a uma estrutura vorticosa sendo despreendida no sentido horário na parte superior do cilindro (Figura 6.16) e implica em uma força de sustentação positiva (veja o ponto A da Figura 6.14(a)). Este ponto de sustentação máxima está associado ao valor máximo do coeficiente de arrasto correspondente à amplitude menor.

Na Figura 6.16(a) se encontram distribuídos no domínio fluido 214.500 vórtices discretos de Lamb.

Compare as Figuras 6.10 e 6.16(a) e observe a formação das esteiras de von Kármán.



(a) Ponto A: Posição dos vórtices na esteira.



(b) Ponto A: Campo de velocidades nas vizinhanças do corpo.

Figura 6.16 - Detalhes do desprendimento de estruturas vorticosas em um cilindro circular submetido ao efeito solo no instante $t = 46,4$ (Euler, $mb = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = \text{eps} = 0,001$, $Re = 10^5$, $h/d = 0,95$).

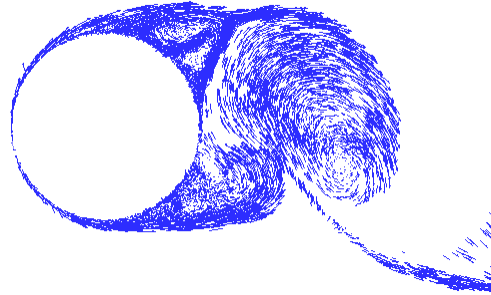
A formação da esteira de von Kármán na Figura 6.16(a) se apresenta com uma influência bastante significativa do efeito da parede plana móvel (efeito de bloqueio).

No instante representado pelo ponto B da Figura 6.15 há uma região de baixa pressão aproximadamente constante entre 58° e 292° , a qual corresponde à passagem do coeficiente de sustentação de positivo para negativo. Neste instante, a estrutura vorticosa desprendida no ponto A começa a ser incorporada pela esteira formada a jusante do corpo (Figura 6.17). É interessante notar ainda, que este momento está associado a um valor mínimo do coeficiente de arrasto correspondente à amplitude menor.

Aliás, observa-se que o coeficiente de arrasto aumenta até atingir um valor máximo nos instantes em que estruturas vorticosas são desprendidas (pontos A, C e E) e que depois sofre uma queda à medida que as estruturas que foram desprendidas vão sendo incorporadas pela esteira viscosa que se forma a jusante do corpo.



(a) Ponto B: Posição dos vórtices na esteira.



(b) Ponto B: Campo de velocidades nas vizinhanças do corpo.

Figura 6.17 - Detalhes do desprendimento de estruturas vorticosas em um cilindro circular submetido ao efeito solo no instante $t = 47,6$ (Euler, $mb = 300$, $\Delta t = 0,05$,

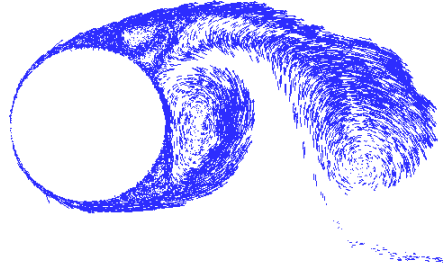
$$\sigma_0 = \text{eps} = 0,001, \text{Re} = 10^5, h/d = 0,95).$$

Analisando-se o instante representado pelo ponto C, identifica-se uma zona de baixa pressão compreendida entre 175° e 275° . Esta zona de baixa pressão corresponde a uma estrutura vorticosa desprendida no sentido anti-horário na parte inferior do cilindro (Figura 6.18) e implica em uma força de sustentação negativa (veja o ponto C da Figura 6.14(a)). Este ponto de sustentação mínima está associado ao valor máximo do coeficiente de arrasto correspondente à amplitude maior. Vê-se que as pressões nos pontos de descolamento para o cilindro sob efeito solo são menores do que as pressões nos pontos de descolamento do cilindro isolado (veja as Figuras 6.4 e 6.15). Entretanto, comparando apenas os pontos de descolamento superior e inferior do cilindro sujeito ao efeito solo, verifica-se que o ponto de descolamento inferior (ponto C) possui uma pressão bastante baixa, cuja consequência é a criação de uma zona onde não se verifica a presença de vorticidade entre os vórtices superior e inferior (Figura 6.18).

No instante representado pelo ponto D da Figura 6.15 há uma região de baixa pressão aproximadamente constante entre 67° e 283° , a qual corresponde à passagem do coeficiente de sustentação de negativo para positivo. Neste instante, a estrutura desprendida no ponto C começa a ser incorporada pela esteira que se forma a jusante do corpo (Figura 6.19). É interessante notar ainda, que este momento está associado a um valor mínimo do coeficiente de arrasto correspondente à amplitude maior.



(a) Ponto C: Posição dos vórtices na esteira.



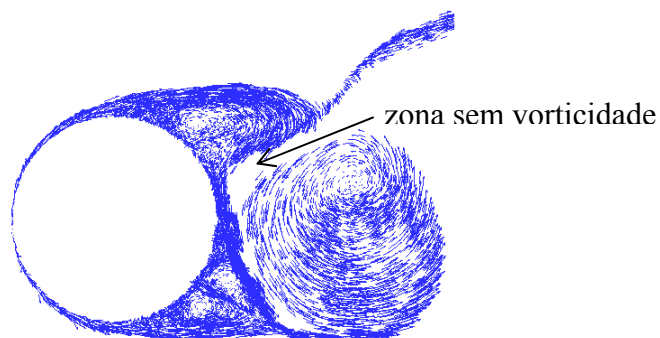
(b) Ponto C: Campo de velocidades nas vizinhanças do corpo.

Figura 6.18 - Detalhes do desprendimento de estruturas vorticosas em um cilindro circular submetido ao efeito solo no instante $t = 48,7$ (Euler, $mb = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = \text{eps} = 0,001$, $Re = 10^5$, $h/d = 0,95$).

Em função da baixa pressão ocorrida no momento em que a estrutura vorticosa do ponto C foi desprendida, verifica-se na Figura 6.19(b) a presença bem mais nítida da zona sem vorticidade na parte traseira do cilindro circular.



(a) Ponto D: Posição dos vórtices na esteira.



(b) Ponto D: Campo de velocidades nas vizinhanças do corpo.

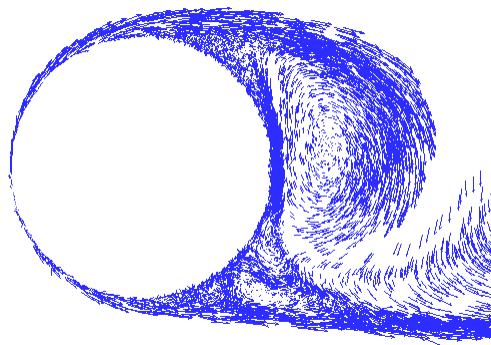
Figura 6.19 - Detalhes do desprendimento de estruturas vorticosas em um cilindro circular submetido ao efeito solo no instante $t = 50,1$ (Euler, $mb = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = \text{eps} = 0,001$, $Re = 10^5$, $h/d = 0,95$).

O período do coeficiente de sustentação se completa no instante representado pelo ponto E, o qual apresenta uma região de baixa pressão compreendida entre 67° e 175° . Esta região de baixa pressão, tal como ocorreu no instante representado pelo ponto A, corresponde a um vórtice desprendido no sentido horário na parte superior do cilindro (Figura 6.20), e implica em uma força de sustentação positiva (veja o ponto E da Figura 6.14(a)). Este ponto de sustentação máxima também está associado ao valor máximo do coeficiente de arrasto correspondente à amplitude menor.

A Figura 6.21 mostra a esteira formada ao final da simulação do escoamento ao redor do cilindro circular localizado a uma distância $h/d = 0,95$ da superfície plana móvel. Como não foram gerados vórtices discretos sobre a superfície plana, o tempo de simulação numérica foi o mesmo do caso do cilindro isolado, ou seja, foram necessárias 132 horas e 17 minutos de tempo de CPU utilizando um processador PENTIUM IV de 1700 MHz para se chegar a uma esteira de 300.000 vórtices. Esteiras formadas ao final de simulações numéricas de outras relações h/d são fornecidas no Apêndice B.



(a) Ponto E: Posição dos vórtices na esteira.



(b) Ponto E: Campo de velocidades nas vizinhanças do corpo.

Figura 6.20 - Detalhes do desprendimento de estruturas vorticosas em um cilindro circular submetido ao efeito solo no instante $t = 51,2$ (Euler, $mb = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = \text{eps} = 0,001$, $Re = 10^5$, $h/d = 0,95$).

É importante mencionar o fato de que o comprimento da superfície plana móvel nas simulações numéricas é finito. Verifique na Figura 6.21 que a superfície plana está representada por dez módulos com comprimentos unitários e a esteira viscosa se estende até aproximadamente sessenta módulos a partir do cilindro circular. A superfície plana não foi simulada com um comprimento maior devido a limitações computacionais, já que tal tarefa exigiria o uso de um número muito grande de painéis planos na discretização da referida superfície. A condição de escorregamento nulo não foi imposta sobre a parede plana móvel, porém a condição de impenetrabilidade, que foi imposta, se verifica até o décimo módulo. No algoritmo desenvolvido, todos os vórtices ao longo do eixo dos x que migrarem para o interior da parede plana móvel são reposicionados acima da camada protetora.



Figura 6.21 – Posição dos vórtices na esteira ao final da simulação numérica do cilindro circular submetido ao efeito solo (Euler, $mb = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = \text{eps} = 0,001$, $Re = 10^5$, $h/d = 0,95$).

Capítulo 7

CONCLUSÕES E SUGESTÕES

7.1 – CONCLUSÕES

A influência da camada limite gerada a partir da superfície plana foi desconsiderada neste trabalho, uma vez que o solo se move com a mesma velocidade do escoamento incidente (Nishino, 2007). Esta supressão da camada limite foi de suma importância para que se concentrassem todos os esforços computacionais sobre os vórtices desprendidos a partir da superfície discretizada do cilindro circular. Esta estratégia permitiu que se obtivesse ao final da simulação numérica 300.000 vórtices discretos de Lamb. Este número foi compatível com a estrutura computacional disponível para a realização dos experimentos numéricos. Cada simulação numérica levou 132 horas e 17 minutos num processador PENTIUM IV de 1700 MHz. Houve, contudo, uma melhora significativa dos resultados; situações anteriores para a análise do efeito solo dentro do mesmo grupo de pesquisa onde este trabalho foi desenvolvido obtiveram esteiras finais com 100.000 vórtices discretos (Ricci (2002), Silva de Oliveira *et al.* (2005) e Moura (2007)).

No entanto, a aferição de outros parâmetros como, por exemplo, incremento de tempo, posição de geração dos vórtices discretos e raio do núcleo do vórtice de Lamb necessitam de maiores investigações.

A acurácia e os tempos de CPU atuais devem ser melhorados. Deseja-se num futuro muito próximo repetir estas análises utilizando-se o Método de Expansão em Multipólos

(Greengard & Rohklin, 1987) associado ao Método do Crescimento do Raio do Núcleo do Vórtice Modificado (Rossi, 2006) chegando a um número final de vórtices da ordem de 10^6 . Estas duas mudanças significativas exigem a utilização de computação de alto desempenho. A estas duas mudanças deseja-se incluir, também, modelagem sub-malha de turbulência (Alcântara Pereira *et al.*, 2002).

Se os propósitos anteriores forem atingidos, a extensão do código para o espaço tridimensional será a próxima meta a ser cumprida.

Os resultados numéricos obtidos neste trabalho se apresentam muito promissores. As análises das Figuras 6.11 e 6.13 mostram que para uma situação bidimensional o código computacional responde bem, conforme era de se esperar. Para o caso do cilindro circular isolado, observou-se que o coeficiente de arrasto foi pouco sensível aos efeitos tridimensionais. Entretanto, quando o cilindro circular está sob efeito solo, os efeitos tridimensionais influenciaram muito mais no valor deste coeficiente.

Na Figura 6.11, pode-se notar que o resultado da simulação numérica bidimensional difere em muito no que diz respeito ao comportamento do coeficiente de arrasto obtido por Nishino (2007), sem a presença das placas que inibem os efeitos tridimensionais. Os resultados experimentais de Roshko *et al.* (1975), situação para a superfície plana parada, foram colocados na mesma figura para efeito de comparação.

Observando a Figura 6.14, verifica-se que tanto para o caso do cilindro submetido ao efeito solo como para o caso do cilindro isolado, quando o coeficiente de arrasto completa um período, uma estrutura vorticosa foi desprendida e, ou ela é incorporada à esteira logo em seguida, ou a estrutura formada imediatamente antes dela é que é incorporada. Esta verificação explica o fato dos casos do cilindro sob efeito solo e isolado apresentarem o mesmo valor para o número de Strouhal, ou seja, as duas situações têm pares contra-rotativos de vórtices sendo desprendidos com a mesma frequência. É interessante notar que é possível observar este fato mediante a análise do comportamento do coeficiente de arrasto quando a sustentação assume os valores máximo e mínimo: para o caso do cilindro circular isolado, um valor máximo ou mínimo do coeficiente de sustentação está sempre associado a uma ascensão do coeficiente de arrasto; de forma parecida, para o caso do cilindro circular sujeito ao efeito solo, um valor máximo ou mínimo do coeficiente de sustentação está sempre associado a um ponto de máximo do coeficiente de arrasto.

Nesta linha de raciocínio, é interessante comentar que no caso do cilindro sob efeito solo, toda vez que uma estrutura vorticosa está sendo incorporada à esteira, verifica-se que neste momento o coeficiente de arrasto passa por um ponto de mínimo.

As características do escoamento ao redor de um cilindro circular estacionado nas proximidades de uma superfície plana móvel variam em função da distância do cilindro até o solo. Entretanto, Nishino (2007) observou que existem três faixas da relação h/d onde fenômenos importantes acontecem. Para distâncias maiores da superfície em relação ao cilindro ($h/d > 1,0$), grandes pares contra-rotativos de vórtices são gerados na parte traseira do cilindro circular, o que produz um alto valor para o coeficiente de arrasto ($C_D \cong 1,30$); isto pôde ser comprovado através da simulação numérica deste trabalho. Numa faixa intermediária ($0,85 < h/d < 1,0$), o desprendimento dos pares contra-rotativos de vórtices passa a ser intermitente; como o caso mais bidimensional testado por Nishino (2007) em túnel de vento não analisou esta faixa, não há como comparar os resultados experimentais com os obtidos através da simulação numérica. Por fim, a pequenas distâncias do solo ($h/d < 0,85$) Nishino (2007) observou que o desprendimento de vórtices é interrompido, criando-se uma zona sem a presença da vorticidade.

Ainda, a não inclusão dos efeitos tridimensionais no problema analisado mostrou que as simulações numéricas produzem valores para o número de Strouhal que são insensíveis à presença de tais efeitos. Porém, o coeficiente de arrasto apresenta-se com valores maiores que os experimentais apresentados por Nishino (2007) quando este autor faz uso das placas inibidoras dos efeitos tridimensionais. Nota-se, também, que as maiores discordâncias nos resultados numéricos obtidos para o coeficiente de pressão estão concentradas na região de descolamento da camada limite. Uma possível causa para este comportamento inadequado pode estar relacionada com a discretização da superfície do cilindro circular, pois os painéis planos têm o mesmo comprimento nesta região. Portanto, um refinamento na distribuição de painéis nesta região associado a uma adequada modelagem de turbulência podem minimizar esta discrepância. Uma outra alternativa para melhorar os resultados na região de descolamento da camada limite consiste em se realizar um tratamento mais adequado para os vórtices nascentes (Yang & Huang, 1999). No presente trabalho os vórtices nascentes são posicionados com os seus núcleos distantes de um mesmo valor do ponto de controle do painel de onde se desprendem.

Finalmente, considera-se o código computacional capaz de reproduzir a física do efeito solo (parede plana móvel) sobre um corpo para as condições de escoamento bidimensional,

incompressível e em regime não-permanente de um fluido Newtoniano com propriedades constantes.

7.2 – SUGESTÕES

Como sugestões para a continuação do desenvolvimento do presente algoritmo, primeiramente, seria interessante testar o comportamento do programa para perfis aerodinâmicos (corpos esbeltos) sem a presença da camada limite gerada a partir do solo (Ahmed, 2005) e (Ahmed & Sharma, 2005).

O número de Reynolds investigado neste trabalho para o caso do cilindro circular está na faixa sub-crítica. Outras faixas de número de Reynolds podem ser investigadas tanto para corpos rombudos quanto para corpos esbeltos.

Uma extensão necessária do presente código consiste na inclusão dos efeitos de interação térmica a partir de um Método de Partículas de Calor (Ogami, 2001) e (Alcântara Pereira & Hirata, 2003).

Alcântara Pereira & Hirata (2003) incluíram na biblioteca de rotinas utilizada neste trabalho efeitos de interação térmica. A metodologia considerou apenas efeitos de convecção forçada. Foi mostrado que existe uma similaridade entre a Equação do Transporte da Vorticidade:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \omega = \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \omega \quad (7.1)$$

e a Equação da Energia:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) T = \frac{1}{\text{RePr}} \nabla^2 T \quad (7.2)$$

Em analogia ao Algoritmo de Separação da Parte Viscosa da Equação do Transporte da Vorticidade (Chorin, 1973) pode-se separar a Equação 7.2 nos efeitos de convecção e de difusão de calor. A nuvem de vórtices discretos deve ser utilizada para realizar a convecção do calor.

Ogami (2001) propôs dois métodos para simular a convecção natural. Nesta abordagem o campo de vorticidades é modificado pela presença do campo de temperaturas. A criação de vorticidade a partir do calor pode ser analisada aumentando-se a intensidade dos vórtices discretos ou criando-se um par de vórtices a partir de uma partícula de calor.

A inclusão de efeitos harmônicos de oscilação no corpo pode ser feita segundo a abordagem de Moura (2007) ou aquela de Recicar (2007).

Para a inclusão da abordagem de Moura (2007), efeitos de oscilação do corpo de pequena amplitude, o presente código pode ser facilmente adaptado.

No entanto, para a inclusão da abordagem de Recicar (2007) no presente trabalho, efeitos de oscilação do corpo de amplitude qualquer, o presente código necessita de mudanças radicais. Estas mudanças se devem ao movimento relativo de oscilação que o corpo apresentará em relação à superfície plana. Torna-se necessário o cálculo de todas as matrizes de influência do presente código como função do tempo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AHMED, M. R. (2005), “Aerodynamics of a Cambered Airfoil in Ground Effect”, *International Journal of Mechanics Research*, v 32, n 2, pp 157-183.
- AHMED, M. R., SHARMA, S. D. (2005), “An Investigation on the Aerodynamics of a Symmetrical Airfoil in Ground Effect”, *Experimental Thermal and Fluid Science*, v 29, pp 633-647.
- ALCÂNTARA PEREIRA, L. A. (1999), *Simulação Numérica do Escoamento em torno de um Corpo de Forma Arbitrária Utilizando o Método de Vórtices Discretos*, Dissertação de Mestrado, EFEI/IEM/DME.
- ALCÂNTARA PEREIRA, L. A., RICCI, J. E. R., HIRATA, M. H., SILVEIRA NETO, A. (2002), “Simulation of the Vortex-Shedding Flow about a Circular Cylinder with Turbulence Modeling”, *CFD Journal*, v 11, n 3, October, pp 315-322.
- ALCÂNTARA PEREIRA, L. A., HIRATA, M. H. (2003), “Heat Transfer in the Wake Behind a Body Using a Particle Method”, *17th International Congress of Mechanical Engineering*, Proceedings of COBEM 2003, November 10-14, São Paulo, SP, Brazil.
- ANDERSON, C. R., GREENGARD, C. (1991), “Vortex Dynamics and Vortex Methods”, *AMS Lectures in Appl. Math.*, v 28.
- BARBA, L. A., LEONARD, A., ALLEN, C. B. (2004), “Vortex Method with Fully Mesh-Less Implementation for High-Reynolds Number Flow Computations”, *European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering*, ECCOMAS 2004, Jyväskylä.

- BATCHELOR, G. K. (1967)**, *An Introduction to Fluid Dynamics*, Cambridge University Press.
- BEALE, J. T., MAJDA, A. (1981)**, “Rates of Convergence for Viscous Splitting of the Navier-Stokes Equations”, *Math. Comp.*, 37:243-259.
- BEALE, J. T., MAJDA, A. (1982a)**, “Vortex Methods I: Convergence in Three Dimensions”, *Math. Comp.*, 39:1-27.
- BEALE, J. T., MAJDA, A. (1982b)**, “Vortex Methods II: High-Order Accuracy in Two and Three Dimensions”, *Math. Comp.*, 39:29-52.
- BEALE, J. T., MAJDA, A. (1985)**, “High-Order Accurate Vortex Methods with Explicit Velocity Kernels”, *J. Comp. Phys.*, 58:188-208.
- BEARMAN, P. W., ZDRAVKOVICH, M. M. (1978)**, “Flow around a Circular Cylinder Near a Plane Boundary”, *Journal of Fluid Mechanics*, v 89, pp 33-47.
- BIRKHOFF, G., FISHER, J. (1959)**, “Do Vortex Sheets Roll UP?”, *Rend. Circ. Mat. Palermo Ser. 2*, 8:77-90.
- BIRKHOFF, G. (1962)**, “Helmholtz and Taylor Instability”, *Proc. Symp. Appl. Math.*, Amer. Math. Soc., v XIII, pp 55-76.
- BLEVINS, R. D. (1984)**, *Applied Fluid Dynamics Handbook*, Van Nostrand Reinhold, Co.
- BRECHT, S. H., FERRANTE, J. R. (1990)**, “Vortex-In-Cell Calculations in Three Dimensions”, *Comp. Phys. Comm.*, 58:25-54.
- BURESTI, G., LANCIOTTI, A. (1979)**, “Vortex Shedding from Smooth and Roughened Cylinders in Cross-Flow Near a Plane Surface”, *Aeronautical Quarterly*, v 30, pp 305-321.
- CHACALTANA, J. T. A., BODSTEIN, G. C. R., HIRATA, M. H. (1994)**, “2-D Interaction of a Point-Vortex with a Thin Airfoil Near a Ground Plane”, *Anais do V ENCIT*, São Paulo, Brazil.

- CHACALTANA, J. T. A., BODSTEIN, G. C. R., HIRATA, M. H. (1995)**, “Analytical Study of the Time-Dependent 2D Interaction of a Thin Airfoil and a Vortex in the Presence of a Ground Plane”, *XIII Brazilian Congress of Mechanical Engineering – XIII COBEM*, Belo Horizonte, MG, Brazil.
- CHORIN, A. J. (1973)**, “Numerical Study of Slightly Viscous Flow”, *Journal of Fluid Mechanics*, v 57, pp 785-796.
- CHRISTIANSEN, J. P. (1973)**, “Numerical Simulation of Hydrodynamics by the Method of Point Vortices”, *J. Comp. Phys.*, v 13, pp 363-379.
- COTTET, G. H. (1987)**, “Convergence of a Vortex-In-Cell Method for the Two-Dimensional Euler Equations”, *Math. Comp.*, 49(180):407-425.
- COTTET, G. H., KOUMOUTSAKOS, P. (2000)**, *Vortex Methods. Theory and Practice*, Cambridge University Press.
- COTTET, G. H., PONCET, P. (2004)**, “Advances in Direct Numerical Simulations of 3D Wall-Bounded Flows by Vortex-In-Cell Methods”, *J. Comp. Phys.*, 193(1):136-158.
- COUET, B., BUNEMAN, O., LEONARD, A. (1981)**, “Simulation of Three-Dimensional Incompressible flows with a Vortex-In-Cell Method”, *J. Comp. Phys.*, 39(2):305-328.
- DEGOND, P., MAS-GALLIC, S. (1989)**, “The Weighted Particle Method for Convection Diffusion Equations Part 1: The Case of an Isotropic Viscosity”, *Math Comput*, 53:485-507.
- EBIANA, A. B., BARTHOLOMEW, R.W. (1996)**, “Design Considerations for Numerical Filters Used in Vortex-In-Cell Algorithms”, *Comp. & Fluids*, 25(1):61-75.
- EINSTEIN, A. (1956)**, *Investigation on the Theory of Brownian Motion*, Dover, NY.
- FERZIGER, J. H. (1981)**, *Numerical Methods for Engineering Application*, John Wiley & Sons Inc..

- FISHELOV, D. (1990)**, “A New Vortex Scheme for Viscous Flows”, *J. Comput. Phys.*, 86:211-224.
- GREENGARD, C. (1985)**, “The Core Spreading Vortex Method Approximates the Wrong Equation”, *Journal of Computational Physics*, v 61, pp 345-348.
- GREENGARD, L., ROKHLIN, V. (1987)**, “A Fast Algorithm for particle simulations”, *J. Comp. Phys.*, 73:325-348.
- HALD, O., MAUCERI DEL PRETE, V. (1978)**, “Convergence of Vortex Methods for Euler’s Equations”, *Math. Comp.*, 32:791-801.
- HALD, O. (1979)**, “Convergence of Vortex Methods for Euler’s Equations II”, *SIAM J. Num. Anal.*, 16:726-755.
- HE, F., SU, T. C. (1999)**, “An Improved Offset Model for Vorticity Shedding from a Solid Boundary in Discrete Vortex Element Method”, *Department of Mechanical Engineering*, FAU: Florida Atlantic University, Boca Raton, FL 33431, pp 1-24.
- HESS, J. I., SMITH, A. M. O. (1967)**, “Calculation of Potential Flow about Arbitrary Bodies”, *Progress in Aeronautical Sciences*, v 8, pp 1-138.
- HIWADA, M., MABUCHI, I., KUMADA, M., IWAKOSHI, H. (1986)**, “Effect of the Turbulent Boundary Layer Thickness on the Flow Characteristics around a Circular Cylinder Near a Plane Surface”, (in Japanese), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers B*, v 52, pp 2566-2574.
- KAMEMOTO, K., NAKAHARA, N., KAWATA, Y., IMAMURA, K., KANEKO, T. (1990)**, “Numerical Simulation of Vortex Flows Interacting with Vibrations under Flow Gates”, *IAHR Symposium*, Belgrade, Yugoslave, N4, pp 1-8.
- KAMEMOTO, K. (1993)**, “Procedure to Estimate Unstead Pressure Distribution for Vortex Method” (In Japanese), *Trans. Jpn. Soc. Mech. Eng.*, v 59, n 568B, pp 3708-3713.

- KAMEMOTO, K., ZHU, B., OJIMA, A. (2000)**, “Attractive Features of an Advanced Vortex Method and its Subjects as a Tool of Lagrangian LES”, *14th Japan Society of CFD Symposium*, Tokyo, December, pp 1-10.
- KAMEMOTO, K. (2004)**, “On Contribution of Advanced Vortex Element Methods Toward Virtual Reality of Unsteady Vortical Flows in the New Generation of CFD”, *Proceedings of the 10th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering, ENCIT 2004*, Rio de Janeiro, Brazil, Nov. 29 – Dec. 03, Invited Lecture – CIT04 – IL04.
- KATZ, J., PLOTKIN, A. (1991)**, *Low Speed Aerodynamics: from Wing Theory to Panel Methods*, McGraw Hill Inc..
- KEMPKA, S. N., STRICKLAND, J. H. (1993)**, *A Method to Simulate Viscous Diffusion of Vorticity by Convective Transport of Vortices at a Non-Solenoidal Velocity*, SAND93-1763 Report, Sandia Laboratories.
- KOUMOUTSAKOS, P. D. (1993)**, *Direct Numerical Simulations of Unsteady Separated Flows Using Vortex Methods*, Ph.D. Thesis, California Institute of Technology.
- KRASNY, R. (1983)**, *A Numerical Study of Kelvin-Helmholtz Instability by the Point Vortex Method*, Ph.D. Thesis, University of California Berkley.
- KRASNY, R. (1986a)**, “A Study of Singularity Formation in a Vortex Sheet by the Point-Vortex Approximation”, *J. Fluid Mech.*, 167:65-93.
- KRASNY, R. (1986b)**, “Desingularization of Periodic Vortex Sheet Roll-Up”, *J. Comp. Phys.*, 65:292-313.
- KUNDU, P. K. (1990)**, *Fluid Mechanics*, Academic Press.
- LEI, C., CHENG, L., KAVANAGH, K. (1999)**, “Re-Examination of the Effect of a Plane Boundary on Force and Vortex Shedding of a Circular Cylinder”, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v 80, pp 263-286.

- LEONARD, A. (1980)**, “Vortex Methods for Flow Simulation”, *Journal of Computational Physics*, v 37, pp 289-335.
- LEONARD, A. (1985)**, “Computing Three-Dimensional Incompressible Flows with Vortex Elements”, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 17:523-559.
- LEWIS, R. I. (1986)**, “Recent Developments and Engineering Applications of the Vortex Cloud Method”. Presented to the *First World Congress on Computational Mechanical*, Austin, Texas and also *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v 64, pp 153-176 (1987).
- LEWIS, R. I. (1991)**, *Vortex Element Method for Fluid Dynamic Analysis of Engineering Systems*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, England, U.K.
- LIN, C., LIN, W-J., LIN, S-S. (2005)**, “Flow Characteristics around a Circular Cylinder Near a Plane Boundary”, *Proceedings of the Sixteenth International Symposium on Transport Phenomena*, ISTP-16, Prague, Czech Republic, 29 August – 1 September, (CD-Rom).
- LIU, C. H., DOORLY, D. J. (2000)**, “Vortex Particle-In-Cell Method for Three-Dimensional Viscous Unbounded Flow Computations”, *Int. J. Num. Meth. In Fluids*, 32:29-50.
- LIU, C. H. (2001)**, “A Three-Dimensional Vortex Particle-In-Cell Method for Vortex Motions in the Vicinity of a Wall”, *Int. J. Num. Meth. In Fluids*, 37:501-523.
- MILNE-TOMPSON, L. M. (1955)**, *Theoretical Hydrodynamics*, Macmillan & Co, London.
- MOURA, W. H. (2007)**, *Análise do escoamento ao Redor de um Corpo Oscilante na Presença de uma Superfície Plana*, Dissertação de Mestrado, IEM/UNIFEI.
- MUSTTO, A. A. (1998)**, *Simulação Numérica do Escoamento em torno de um Cilindro Circular com e sem Rotação Utilizando o Método de Vórtices*, Dissertação de Mestrado, PEM – COPPE/UFRJ.

- MUSTTO, A. A., HIRATA, M. H., BODSTEIN, G. C. R. (1998)**, “Discrete Vortex Method Simulation of the Flow Around a Circular Cylinder with and without Rotation”, *Proceedings of the 16th A.I.A.A. Applied Aerodynamics Conference*, Albuquerque, NM, USA, June, A.I.A.A. Paper 98-2409.
- MUSTTO, A. A. (2004)**, *Simulação Numérica do escoamento Turbulento em torno de um Cilindro Circular Via o Método de Vórtices*, Tese de Doutorado, PEM – COPPE/UFRJ.
- NISHINO, T. (2007)**, *Dynamics and Stability of Flow Past a Circular Cylinder in Ground Effect*, Ph.D. Thesis, Faculty of Engineering, Science and Mathematics, University of Southampton, 145p.
- OGAMI, Y., AKAMATSU, T. (1991)**, “Viscous Flow Simulation Using the Discrete Vortex Model – The Diffusion Velocity Method”, *Computers & Fluids*, v 19, pp 433-441.
- OGAMI, Y. (2001)**, “Simulation of Heat-Fluid Motion by Vortex Method”, *International Journal*, Series B, v 44, n 4, pp 513-519.
- PANTON, R. L. (1984)**, *Incompressible Flow*, John Wiley & Sons.
- PRÄGER, W. (1928)**, “Die Druckverteilung na Körpern in ebener Potentialströmung”, *Physik. Zeitschr.*, XXIX: 865.
- PRICE, S. J., SUMNER, D., SMITH, J. G., LEONG, K., PAIDOUSSIS, M. P. (2002)**, “Flow Visualization around a Circular Cylinder Near to a Plane Wall”, *Journal of Fluids and Structures*, v 16, pp 175-191.
- PUCKETT, E. G. (1993)**, An Introduction and Survey of Selected Research Topics. In M. D. Gunzburger and R. A. Nicolaides, editors, *Incompressible Computational Fluid Dynamics: Trends and Advances*, Cambridge University Press, pages 335-408.
- RECICAR, J. N. (2007)**, *Oscilações de Grandes Amplitudes num Corpo que se Move com Velocidade Constante*, Dissertação de Mestrado, IEM/UNIFEI.
- RICCI, J. E. R. (2002)**, *Simulação Numérica do Escoamento ao redor de um Corpo de Forma Arbitrária, Estacionado nas Imediações de uma Superfície Plana, com o*

Emprego do Método de Vórtices, Tese de Doutorado, Departamento de Mecânica, Escola Federal de Engenharia de Itajubá.

ROSENHEAD, L. (1931), “The Formation of Vortices from a Surface of Discontinuity”, *Proc. R. Soc. Lond. A*, A134:170-192.

ROSHKO, A., STEINOLFSON, A., CHATTOORGOON, V. (1975), “Flow Forces on a Cylinder Near a Wall or Near Another Cylinder”, *Proceedings of the 2nd US National Conference on Wind Engineering Research*, Fort Collins, Paper IV-15.

ROSSI, L. F. (1996), “Resurrecting Core Spreading Vortex Methods: A New Scheme that is both Deterministic and Convergent”, *SIAM J. Sci. Comput.*, 17:370-397.

ROSSI, L.F. (1997), “Merging Computational Elements in Vortex Simulations”, *SIAM J. Sci. Comput.*, 18:1014-1027.

ROSSI, L. F. (2005), “Achieving High Order Convergence Rates with Deforming Basis Functions”, *SIAM J. Sci. Comput.*, v 26, n 3, pp 885-906.

ROSSI, L. F. (2006), “A Comparative Study of Lagrangian Methods Using Axisymmetric and Deforming Blobs”, *SIAM J. Sci. Comput.*, v 27, n 4, pp 1168-1180.

ROTTMAN, J. W., SIMPSON, J. E., STANSBY, P. K. (1987), “The motion of a cylinder of Fluid Released from Rest in a Cross Flow”, *J. Fluid Mech.*, 177:307-337.

SALMON, J. K., WARREN, M. S., WINCKELMANS, G. S. (1994), “Fast Parallel Tree Codes for Gravitational and Fluid Dynamical N-Body Problems”, *Intl. J. Supercomput. Appl. High Perf. Comp.*, 8(2):129-142.

SARPKAYA, T. (1989), “Computational Methods with Vortices”, *J. Fluids Eng.*, 11:5-52.

SCHLICHTING, H. (1979), *Boundary-Layer Theory*, 7th edition, McGraw-Hill.

SETHIAN, J. A. (1991), “A Brief Overview of Vortex Method, Vortex Methods and Vortex Motion”, SIAM Philadelphia, pp 1-32.

- SHANKAR, S., VAN DOMMELEN, L. (1996)**, “A New Diffusion Procedure for Vortex Methods”, *Journal of Computational Physics*, v 127, pp 88-109.
- SHERMAN, F. S. (1990)**, *Viscous Flow*, McGraw-Hill, International Editions Mechanical Engineering Series.
- SHINTANI, M., AKAMATSU, T. (1994)**, “Investigation of Two Dimensional Discrete Vortex Method with Viscous Diffusion Model”, *Computational Fluid Dynamics Journal*, v 3, n 2, pp 237-254.
- SILVA DE OLIVEIRA, L., ALCÂNTARA PEREIRA, L. A., HIRATA, M. H. (2005)**, “Numerical Simulation of Airfoil-Vortex Cloud Interaction in Ground Effect”, *Proceedings of the 18th International Congress of Mechanical Engineering, COBEM 2005*, Ouro Preto, Brazil, Nov. 6-11, Paper COB-0106.
- SMITH, P. A., STANSBY, P. K. (1988)**, “Impulsively Started Flow around a Circular Cylinder by the Vortex Method”, *J. Fluid Mech.*, 194:45-77.
- SON, J. S., HANRATTY, T. J. (1969)**, “Velocity Gradients at the Wall for Flow Around a Cylinder at Reynolds Number from to”, *J. Fluid Mech*, v 35 (2), pp 353-368.
- SPALART, P. R. (1988)**, *Vortex Methods for Separated Flows*, Technical Memorandum 100068, NASA.
- STOCK, M. J. (2007)**, *Summary of Vortex Methods Literature (A lifting document rife with opinion)*, April, 18.
- TAKEDA, K., TUTTY, O. R., NICOLE, D. A. (1999)**, “Parallel Discrete Vortex Method on Commodity Supercomputers; an Investigation into Bluff Body Far Wake Behaviour”, *ESAIM: Proceedings, Third International Workshop on Vortex Flows and Related Numerical Methods*, v 7, pp 418-428.
- TANEDA, S. (1965)**, “Experimental Investigation of Vortex Streets”, *Journal of the Physical Society of Japan*, v 20, pp 1714-1721.

TANIGUCHI, S., MIYAKOSHI, K. (1990), “Fluctuating Fluid Forces Acting on a Circular Cylinder and Interference with a Plane Wall”, *Experiments in Fluids*, v 9, pp 197-204.

TRITTON, D. J. (1988), *Physical Fluid Mechanics*, 2nd edition, Oxford Univ. Press.

UHLMAN, J. S. (1992), “An Integral Equation Formulation of the Equation of Motion of an Incompressible Fluid”, *Naval Undersea Warfare Center T. R.*, pp 10-86.

VAN DYKE, M. (1982), *An Album of Fluid Motion*, Parabolic Press, Stanford.

WHITE, F. M. (2002), *Mecânica dos Fluidos*, McGraw-Hill, 4^a edição, 570p.

YANG, R. J., HUANG, Y. G. (1999), “Simulation of High Reynolds Number Flow Over a Flat Plate by a Deterministic Vortex Method”, *Comput. Fluid Dynamics Journal*, v 8, n 2.

ZDRAVKOVICH, M. M. (1985a), “Observation of Vortex Shedding behind a Towed Circular Cylinder Near a Wall, *Flow Visualization III: Proceedings of the Third International Symposium on Flow Visualization*, ed. W. J. Yang, Hemisphere, Washington DC, pp 423-427.

ZDRAVKOVICH, M. M. (1985b), “Forces on a Circular Cylinder Near a Plane Wall”, *Applied Ocean Research*, v 7, pp 197-201.

ZDRAVKOVICH, M. M. (1987), “The Effects of Interference Between Circular Cylinders in Cross Flow”, *Journal of Fluids and Structures*, v 1, pp 239-261.

ZDRAVKOVICH, M. M. (2003), *Flow around Circular Cylinders: Vol 2: Applications*, Oxford University Press, Oxford, UK.

Apêndice A

DISTRIBUIÇÃO DA VORTICIDADE E DA VELOCIDADE INDUZIDA

A.1 – O VÓRTICE POTENCIAL

O vórtice potencial tem o seguinte potencial complexo (Batchelor, 1967):

$$f(Z) = \frac{i\Gamma}{2\pi} \ln Z = \frac{i\Gamma}{2\pi} \ln r e^{i\theta} = \frac{i\Gamma}{2\pi} \ln r - \frac{\Gamma}{2\pi} \theta \quad (\text{A.1})$$

A partir da Equação A.1 define-se a função potencial de velocidades para um vórtice girando no sentido horário, como sendo do tipo:

$$\Phi = -\frac{\Gamma}{2\pi} \theta \quad (\text{A.2})$$

Na Figura A.1 tem-se um vórtice j , de intensidade positiva Γ_j , localizado no ponto $P_j = (x_j, y_j)$ e um vórtice k , de intensidade negativa Γ_k , localizado no ponto $P_k = (x_k, y_k)$.

A velocidade que este vórtice j induz no ponto $P_k = (x_k, y_k)$ possui apenas um componente tangencial, definido por:

$$u_{\theta}^{kj} = \frac{1}{r_{kj}} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} = -\frac{\Gamma_j}{2\pi} \frac{1}{r_{kj}} \quad (\text{A.3})$$

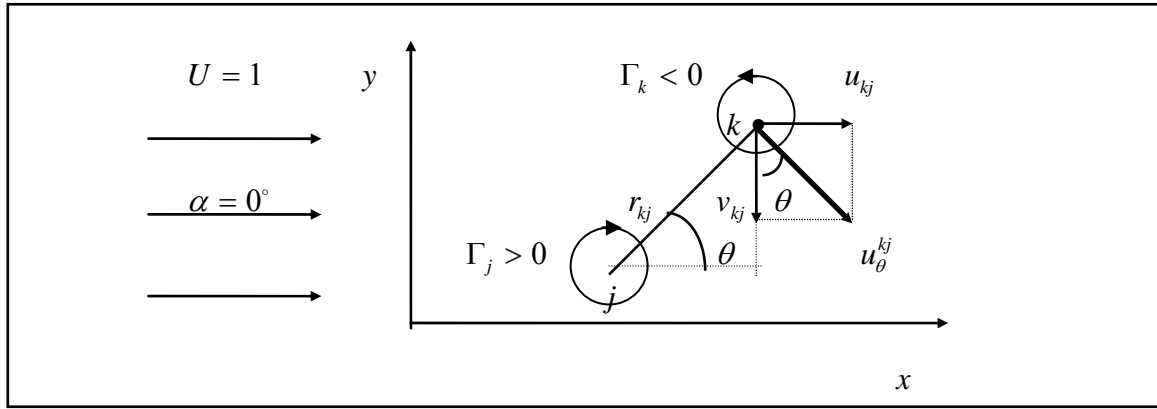


Figura A.1 – Velocidade induzida (retirada de Alcântara Pereira, 1999).

A função potencial complexo para o conjunto escoamento uniforme ($\alpha = 0^\circ$), vórtice j e vórtice k , vale:

$$f(Z) = UZe^{-i\alpha} + i\frac{\Gamma_j}{2\pi}\ln[Z - Z(j)] + i\frac{\Gamma_k}{2\pi}\ln[Z - Z(k)] \quad (\text{A.4})$$

Em termos dos componentes na direção x e na direção y , tem-se:

$$\begin{aligned} u_{kj} - iv_{kj} &= \frac{df(Z)}{dZ} = U + i\frac{\Gamma_j}{2\pi}\frac{1}{Z - Z(j)} + i\frac{\Gamma_k}{2\pi}\frac{1}{Z - Z(k)} \\ &= \frac{df(Z)}{dZ} = U + i\frac{\Gamma_j}{2\pi}\frac{1}{(x - x_j) + i(y - y_j)} + i\frac{\Gamma_k}{2\pi}\frac{1}{(x - x_k) + i(y - y_k)} = \\ u_{kj} - iv_{kj} &= \left[U + \frac{\Gamma_j}{2\pi}\frac{(y - y_j)}{(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2} + \frac{\Gamma_k}{2\pi}\frac{(y - y_k)}{(x - x_k)^2 + (y - y_k)^2} \right] + \\ &+ i\left[\frac{\Gamma_j}{2\pi}\frac{(x - x_j)}{(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2} + \frac{\Gamma_k}{2\pi}\frac{(x - x_k)}{(x - x_k)^2 + (y - y_k)^2} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Para calcular a velocidade induzida no vórtice localizado no ponto k , faz-se $x = x_k$ e $y = y_k$.

Deste modo:

$$u_{kj} = U + \frac{\Gamma_j}{2\pi}\frac{(y_k - y_j)}{(x_k - x_j)^2 + (y_k - y_j)^2} \quad (\text{A.6})$$

$$v_{kj} = 0 - \frac{\Gamma_j}{2\pi}\frac{(x_k - x_j)}{(x_k - x_j)^2 + (y_k - y_j)^2} \quad (\text{A.7})$$

Como se pode notar, o vórtice potencial apresenta um comportamento singular na sua origem, ou seja, onde ele está localizado. Com isto, na utilização de dois vórtices potenciais muito próximos podem surgir problemas de instabilidade numérica, já que o campo de velocidades é singular para $r \rightarrow 0$. Na Figura A.2 pode-se notar graficamente que para vórtices potenciais muito próximos, o valor de r_{kj} torna-se pequeno, fazendo com que a velocidade tenda para um valor infinito. Estas dificuldades impedem a efetiva utilização do modelo do vórtice potencial.

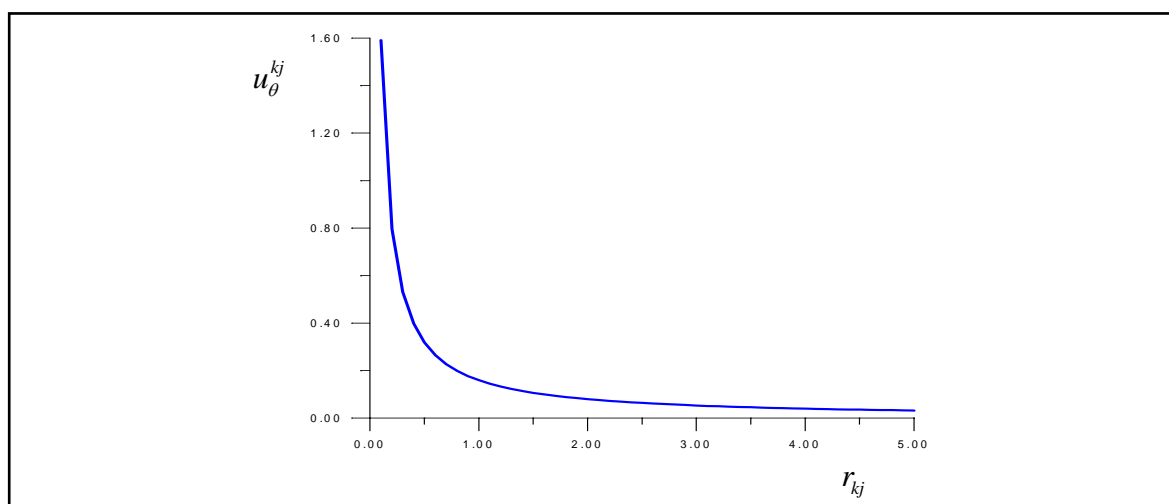


Figura A.2 – Velocidade induzida pelo vórtice potencial (retirada de Alcântara Pereira, 1999).

Neste trabalho, para eliminar tal singularidade, o modelo do vórtice de Lamb, que possui um núcleo viscoso com uma distribuição de vorticidade gaussiana no seu interior e velocidade finita para todos os valores de r , mostra-se apropriado; veja a seguir.

A.2 – O VÓRTICE DE LAMB

O vórtice de Lamb possui distribuições de vorticidade (ω) e velocidade tangencial induzida (u_{θ}), mais suas derivadas, contínuas em todo o domínio, porque é solução da equação da difusão da vorticidade:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{\nu}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \omega}{\partial r} \right) \quad (\text{A.8})$$

A solução da Equação A.8, em uma região infinita (Kundu, 1990) é dada por:

$$\omega(r, t) = \frac{\Gamma_j}{\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{r_{kj}^2}{\sigma^2}\right) \quad (\text{A.9})$$

Na Equação A.9 σ é expresso como:

$$\sigma = \sqrt{4tv} \quad (\text{A.10})$$

O componente tangencial da velocidade induzida pelo vórtice de Lamb, com a distribuição de vorticidade acima, é definido pela seguinte equação:

$$u_{\theta}^{kj} = -\frac{\Gamma_j}{2\pi} \frac{1}{r_{kj}} \left[1 - \exp\left(-\frac{r_{kj}^2}{\sigma^2}\right) \right] \quad (\text{A.11})$$

O ponto $r_{\text{máx}}$, onde a velocidade $u_{\theta}^{kj}(r)$ é máxima, é encontrado derivando-se a Equação A.11 em relação à r_{kj} e igualando-a a zero (Mustto, 1998):

$$\frac{r_{kj}}{\sigma} = 1,12091 \Rightarrow r_{\text{máx}} = 1,12091\sigma \quad (\text{A.12})$$

Deste modo:

$$u_{\theta}^{kj} = -\frac{\Gamma_j}{2\pi} \frac{1}{r_{kj}} \left[1 - \exp\left(-1,25643 \frac{r_{kj}^2}{r_{\text{máx}}^2}\right) \right] \quad (\text{A.13})$$

Para $r = r_{\text{máx}}$, tem-se:

$$u_{\theta_{\text{máx}}}^{kj} = -0,71533 \frac{\Gamma_j}{2r_{\text{máx}}\pi} \quad (\text{A.14})$$

O raio do núcleo do vórtice de Lamb, definido de modo que a diferença entre as velocidades induzidas calculadas pelo vórtice de Lamb e pelo vórtice potencial seja pequena, vale:

$$\sigma_0 = 2r_{\text{máx}} \quad (\text{A.15})$$

Nesta situação a diferença é de 0,6%.

Resolvendo-se a Equação A.12 com auxílio da Equação A.10, adimensionalizada, e levando-se em consideração um incremento de tempo Δt , encontra-se:

$$r_{\text{máx}} \cong 2,24182 \sqrt{\frac{\Delta t}{\text{Re}}} \quad (\text{A.16})$$

A equação final para o cálculo do raio do núcleo do vórtice de Lamb é obtida relacionando-se as Equações A.15 e A.16:

$$\sigma_0 = 4,48364 \sqrt{\frac{\Delta t}{\text{Re}}} \quad (\text{A.17})$$

Para calcular a velocidade induzida pelo vórtice de Lamb, com $u_\theta = u_\theta(\sigma_0)$, substitui-se a Equação A.15 na Equação A.13:

$$u_\theta^{kj} = -\frac{\Gamma_j}{2\pi} \frac{1}{r_{kj}} \left[1 - \exp\left(-5,02572 \frac{r_{kj}^2}{\sigma_0^2}\right) \right] \quad (\text{A.18})$$

O modelo do vórtice de Lamb, Figura A.3, não apresenta os problemas de singularidade, mas na sua equação nota-se a presença do exponencial, que tem um cálculo computacional demorado. Deste modo, todos os vórtices existentes na nuvem são vórtices de Lamb inicialmente; a Equação A.18 pode ser usada quando dois vórtices estiverem muito próximos um do outro, de modo que $r_{kj} < \sigma_0$. Quando $r_{kj} \geq \sigma_0$, a Equação A.3 pode ser aplicada sem os problemas de singularidade.

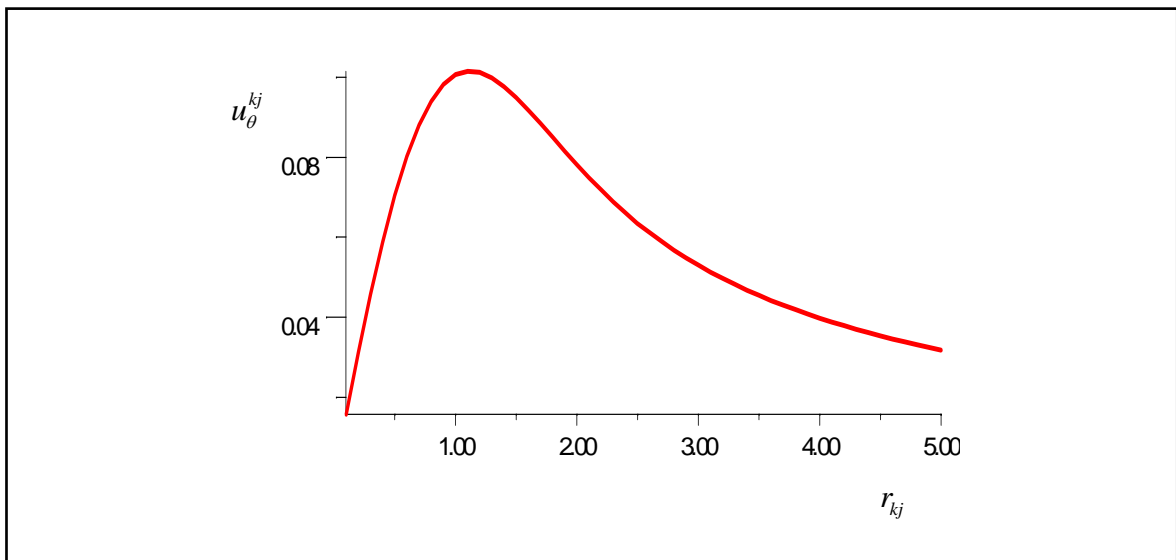


Figura A.3 – Velocidade induzida pelo vórtice de Lamb (retirada de Alcântara Pereira, 1999).

Apêndice B

RESULTADOS ADICIONAIS DA SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Tabela B.1 – Valores médios dos coeficientes de arrasto e de sustentação e número de Strouhal para um cilindro circular submetido ao efeito solo para vários valores da relação h/d .

h/d	$\overline{C_D}$	$\overline{C_L}$	\overline{St}
0,55	1,15	0,41	0,11
0,60	0,83	0,38	0,11
0,65	1,29	0,06	0,16
0,70	1,38	-0,08	0,19
0,75	1,41	-0,07	0,20
0,80	1,39	-0,05	0,21
0,85	1,41	-0,13	0,21
0,90	1,42	-0,06	0,21
0,95	1,40	-0,01	0,21
1,00	1,39	-0,03	0,21
1,10	1,38	0,04	0,21
1,30	1,36	0,04	0,21
1,50	1,35	0,02	0,21
2,00	1,28	-0,01	0,21
2,50	1,27	0,10	0,21

Presente Simulação: (Euler, $mb = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = \text{eps} = 0,001$, $Re = 10^5$).

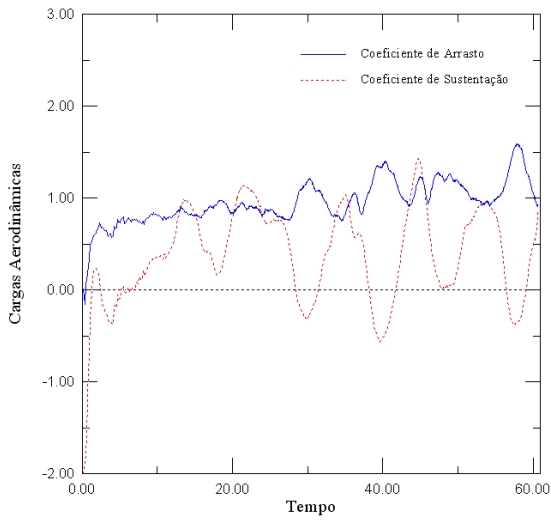
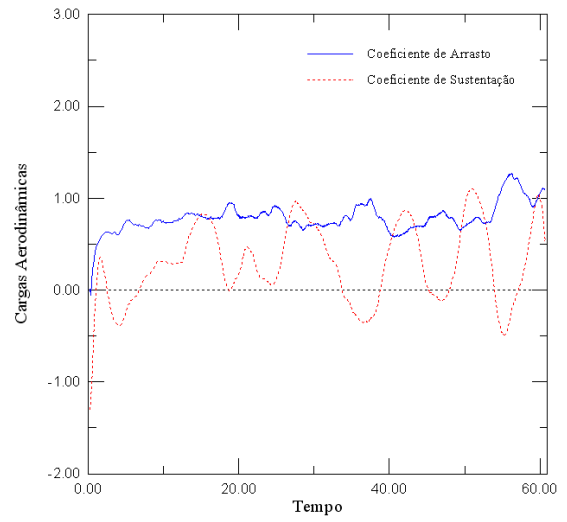
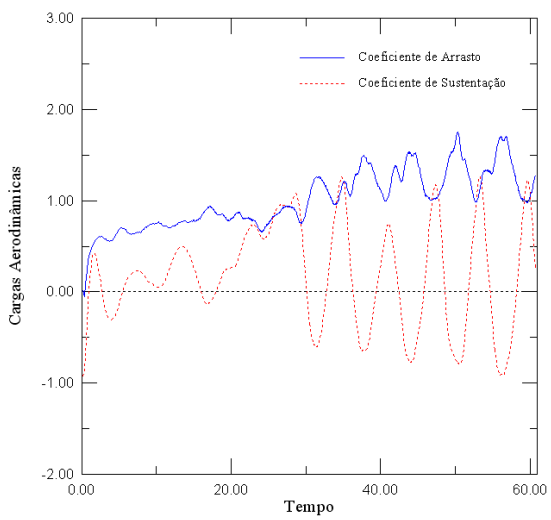
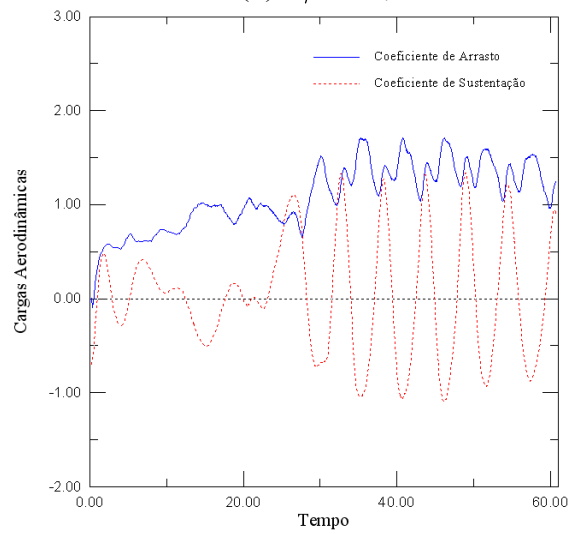
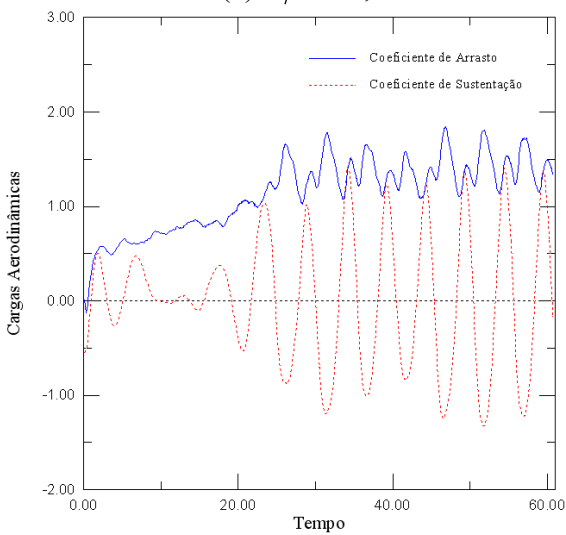
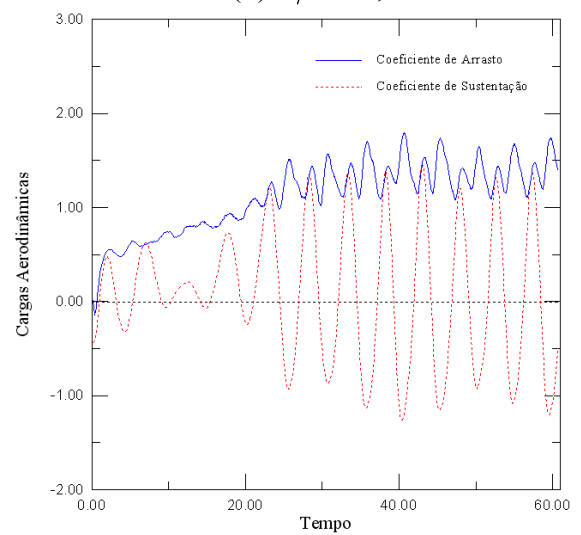
(a) $h/d = 0,55$ (b) $h/d = 0,60$ (c) $h/d = 0,65$ (d) $h/d = 0,70$ (e) $h/d = 0,75$ (f) $h/d = 0,80$

Figura B.1 – Evolução das cargas aerodinâmicas ao longo do tempo para um cilindro circular estacionado a pequenas distâncias da superfície plana móvel (Euler, $mb = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = \text{eps} = 0,001$, $Re = 10^5$).

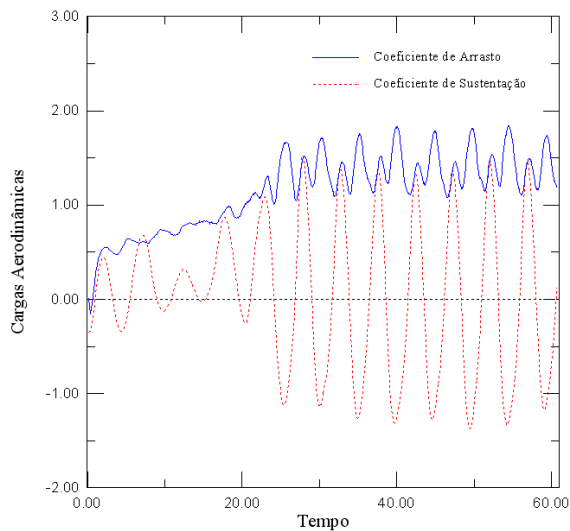
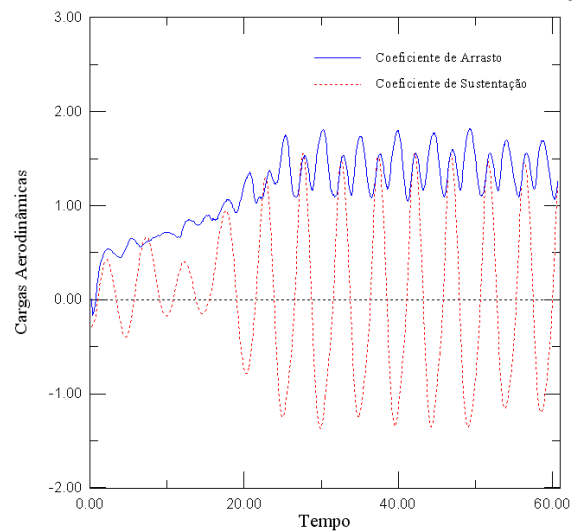
(a) $h/d = 0,85$ (b) $h/d = 0,90$

Figura B.2 – Evolução das cargas aerodinâmicas ao longo do tempo para um cilindro circular estacionado a distâncias intermediárias da superfície plana móvel (Euler, $mb = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = \text{eps} = 0,001$, $Re = 10^5$).

(a) $h/d = 0,55$ (b) $h/d = 0,75$ (c) $h/d = 1,30$

Figura B.3 - Posição dos vórtices na esteira ao final da simulação numérica do cilindro circular submetido ao efeito solo para alguns valores de h/d (Euler, $mb = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = \text{eps} = 0,001$, $Re = 10^5$).