



Universidade Federal de Itajubá

**Representação da Propagação de Erros de
Medidas através de Proposições Condicionais
Difusas**

Álvaro Nunes de Magalhães

Orientador: Prof. Dr. Germano Lambert Torres

Co-orientador: Prof. Dr. Luiz Eduardo Borges da Silva

Itajubá-MG
Outubro de 2009

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ENERGIA

Álvaro Nunes de Magalhães

**Representação da Propagação de Erros de
Medidas através de Proposições Condicionais
Difusas**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia da Energia como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Ciências em Engenharia de Energia.

Área de Concentração: Planejamento e Gestão de Sistemas Energéticos

Orientador: Germano Lambert-Torres

Co-orientador: Luiz Eduardo Borges da Silva

Outubro de 2009

Itajubá - MG

Ação de Graças

Bendito seja Deus, que me faz compreender que não há existência, a não ser em seu seio. Bendito seja o meu Criador, que com amor sem medida, me revestiu da sua Graça, me deu muitos dons e me enviou à sua obra nova. Dou graças, por nada ter faltado em minha vida, seja o alimento, o trabalho, a saúde... Peço perdão pelas vezes em que eu, mesmo sendo assistido em tudo, falhei ao realizar a missão, duvidei do teu poder, e até mesmo me desmotivei em cumprir com minhas obrigações para contigo. Contudo, me permitiste realizar este curso de Mestrado. Agora, ao realizar a colheita dos frutos de um deste trabalho, que eu saiba partilhar com quem se dividiu de coração comigo, todos esses meses de trabalho, me apoiando, incentivando a continuar. A Jesus, meu Mestre, entrego os primeiros frutos deste trabalho.

Para sempre louvarei ao Senhor pelo meu maior tesouro: minha família. O quarto mandamento me orienta a honrar, com palavras e ações de respeito, meus pais. A eles devo o milagre da minha vida, o amor e o cuidado que me dedicaram. Aos meus pais Bernabel e Solange, sou grato pela educação que recebi ao longo da vida e por estarem comigo em todos os momentos, prestando apoio moral e material para que eu me mantivesse focado nos estudos. Aos meus irmãos Julieta e Bruno Vinícius, obrigado por toda ajuda que deram. Aos meus avós todo o meu amor pela importante atitude que tiveram para com a minha família, nos trazendo para sua casa. Que sejam todos guardados pelo poderoso Pai, no coração do Nosso Senhor Jesus Cristo.

Seja louvado também o Senhor, pelas pessoas que acompanharam meus trabalhos, e em minha vida a realizaram boas obras: Tenham abundância em suas vidas os senhores professores da Universidade Federal de Itajubá, Germano Lambet-Torres e Luis Eduardo Borges, meus orientadores, cujas obras inspiraram este trabalho, para que possam cada vez mais proporcionar a tantos outros interessados em ingressar na carreira acadêmica suas excelentes orientações. Sejam abençoados os Senhores Professores da Universidade Federal de Rondônia Júlio Militão, pelo seu apoio e incentivo a ingressar neste curso, e Marinaldo Felipe pelas valorosas opiniões. Grato sou, pelo carinho e amizade que as Professoras Maria das Graças e Dilécia Heckmann têm por mim e por minha família, e pela generosidade com que compartilham seus conhecimentos e experiências. Com elas, aprendi que o Limite é o Céu. Retribui, Senhor Deus, segundo a

tua justiça e tua generosidade, em bênçãos copiosas, toda a disponibilidade e gratuidade em servir que a Professora Sílvia Rissino teve para comigo e com os colegas de curso. A ela sou grato por todas as vezes que agiu como minha procuradora, realizando minhas matrículas na UNIFEI, pelo empenho em agilizar a viagem de defesa e, principalmente, pela amizade demonstrada ao exprimir palavras de incentivo e motivação todos os dias desse período de estudo. À Elaine, e ao Kiko, obrigado por todas as conversas, os trabalhos e os risos. Sua casa seja repleta de harmonia. Parabéns pela vitória, minha amiga!

Derrama o teu poder, Senhor, sobre as casas dos meus amigos Vanderlei, Elizângela, Cíntia Lewis, Joice Gonzaga, Joice Carvalho, Rodrigo Lewis, Maricleide Cruz, Daianne Severo, Railei Garcia, Assis, Silas Paixão, Alessandra Mourão, Iris Borges, George Márcio, Michele Ola, Ricardo e Reth, e sobre todos os membros de suas famílias. Faça felizes todos os meus amigos de trabalho do CREA-RO. Abençoe os pastores Roberto e Eliane Paul, pois me ensinaram a voar alto. Inspira, cada dia mais, os padres Ivo, Paulo Tadeu e Roque: a Palavra do Senhor, anunciada por esses homens especiais, me trouxe de volta e me mantém firme nos trabalhos na Igreja.

Exaltar-te-ei, meu Deus, meu Rei, por todas as gerações, pelo milagroso amor, que eu vivo carinhosamente com a minha noiva: Michele Melo. Teu amor, que se manifesta em nós, me sustenta, me anima e que me dá segurança. Michele é sem dúvida a minha jóia, a mais delicada, a mais preciosa. Com ela compartilho todas as experiências que tenho em minha vida, todas as lutas e todas as vitórias. A ela entrego a minha juventude, meu olhar, meu carinho e minha lealdade. Parabéns, meu amor! Que seja farta a colheita do Sr. Marcos Melo e sua esposa Helenice, do Sr. Cláudio e Dona Helena, e toda essa família, pois por tua vontade, oh Pai, através das mãos generosas dessas pessoas admiráveis, as minhas fronteiras se expandiram. Que haja paz em suas casas e que tenham sucesso em todos os seus empreendimentos.

Abençoe, oh Pai, todos estes, e me ensina a retribuir conforme a tua lei e o teu agrado, todas as bênçãos que recebi pelas mãos desses meus irmãos. Glória a ti Jesus, pelas graças que recebi, pelas pessoas que me inspiras a amar e pelo trabalho que me iluminas realizar. Que seja feita sempre a Tua vontade.

Amém.

RESUMO

Um tratamento de incerteza deve ser dado a um sistema quando um conjunto de dados de entrada pode levar a soluções diferenciadas ou aproximadas. Não é uma tarefa trivial resolver computacionalmente problemas de propagação de erros ou estimação da incerteza de medição. Diante disso, buscou-se, no decorrer deste texto, discutir a aplicação de proposições condicionais difusas como uma alternativa computacional rápida e fácil, para a modelagem desse tipo de informação. A partir dos conhecimentos sobre o comportamento de uma medida, dependente de outra grandeza, adaptou-se o Sistema Difuso de Takagi-Sugeno e o Método de Representação de Dados por Proposições Condicionais Difusas Parábola-Parábola para o cálculo e previsão dos erros e seus efeitos quanto à propagação. São abordados uma introdução aos conceitos de fontes de erros em medidas, aos fundamentos da Lógica Fuzzy para a modelagem de dados experimentais, tendo por fim a descrição do algoritmo adotadas e a sua aplicação à identificação e representação do acúmulo de erros.

PALAVRAS-CHAVE

Sistemas de Medidas, Propagação de Erros. Lógica Fuzzy. Proposições Condicionais Difusas.

ABSTRACT

An uncertainty treatment needs to be done to a system when a data set can take to different or approached solutions. It's not a trivial task to solve computationally the problems of error propagation of measurement or the uncertainty estimation. In the course of this text, it was discussed the implementation of Fuzzy conditional propositions as an alternative to quickly and easily computational modelling of such information. From understanding the behavior of a variable dependent on another, it has adapted the Takagi-Sugeno Fuzzy System and the conditional Fuzzy propositions parable-parable for Data Representation Method for calculating and forecasting errors and their effects on the spread. Are covered an introduction to the concepts of sources of errors in measures to Fuzzy logic foundations for experimental data modeling, having finally embraced algorithm description and its application to the identification and representation of the accumulation of errors.

KEYWORDS

Measure Systems, Errors Propagation. Fuzzy logic. Fuzzy Conditional Propositions.

SUMÁRIO

I. Lista de Figuras	08
<u>Capítulo 1</u> – Introdução	09
1.1 – Descrição do Trabalho	11
<u>Capítulo 2</u> – Medidas, Erros e Incertezas	12
2.1 – Medidas e Suas Características	12
2.2 – Conceitos	13
2.3 – Incertezas e Erros	16
2.4 – Propagação de Erros	20
<u>Capítulo 3</u> – Lógica Difusa	22
3.1 – Breve Histórico	22
3.2 – Conjuntos Difusos	25
3.3 – Operações com Conjuntos Difusos	28
3.4 – Fundamentos da Modelagem Difusa	32
3.5 – Inferência Difusa	35
<u>Capítulo 4</u> – Propagação de Erros por Proposições Condicionais Difusas	39
4.1 – Adaptação do Sistema TS para o Cômputo do Erro Propagado	41
4.2 – Método Alternativo de Representação de Dados por Proposições Condicionais Difusas	47
4.2.1 – Adaptação do Método para a Modelagem do comportamento da propagação de Erros	50
<u>Capítulo 5</u> – Considerações Finais	61
5.1 – Contribuições	61
5.2 – Sugestões para Trabalhos Futuros	63
Referências	66

I. LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Exemplos de Funções de Pertinência Triangular e Trapezoidal.	26
Figura 2: Exemplos de Funções de Pertinência da forma Gaussiana.	27
Figura 3: de Funções de Pertinência da forma Sigmoidal.	27
Figura 4: Exemplos de Funções de Pertinência na formas de Z, Pi e S.	28
Figura 5: Operação de União.	29
Figura 6: Operação de Intersecção.	29
Figura 7: Operação de Negação.	30
Figura 8: Interpretação geométrica do Produto Cartesiano entre conjuntos difusos.	30
Figura 9: Diagrama demonstrativo de Inferência Difusa.	37
Figura 10: Números <i>Fuzzy</i> .	44
Figura 11: Superfície gerada a partir de pontos escolhidos aleatoriamente no intervalo modelado.	45
Figura 12: Funções regredidas para as Conseqüências.	50
Figura 13: Conjuntos difusos para as Premissas.	51
Figura 14: Comportamento das medidas de y em um instrumento.	53
Figura 15: Regressões para as conseqüências.	54
Figura 16: Primeiros Conjuntos difusos para a representação da variável erro.	55
Figura 17: Primeiros Conjuntos difusos para a representação da variável erro.	55
Figura 18: Superfície gerada a partir de pontos escolhidos aleatoriamente.	58
Figura 19: Representação do comportamento do instrumento em relação ao valor da medida.	59
Figura 20: Representação do erro de medida em relação ao valor da medida e ao comportamento do sistema	59

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

Todos os sistemas se afastam em maior ou em menor grau do comportamento ideal previsto pelos modelos matemáticos com os quais os procuramos descrever. Os sistemas que definem os padrões de configuração dos instrumentos medição não se distanciam dessa realidade. Inúmeras são as referências à existência de incertezas e imperfeições nas medições. As imperfeições próprias dos equipamentos e as perturbações no processo de aquisição de dados são as variáveis de maior influência na origem dos erros no resultado da medição. Sendo assim, é recomendado reportar um indicativo de qualidade dos resultados medidos para que se possa ter certeza das respostas oferecidas pelo sistema de medição. [10] [74]

O interesse de se indicar a possibilidade de imperfeição da medida surge na constatação de que um modelo pode oferecer respostas que possam estar afetadas ou até mesmo erradas por conta dos pequenos e imperceptíveis possíveis erros nos valores atribuídos às variáveis de entrada. Sem a informação sobre as imperfeições das medidas representadas, as decisões tomadas a partir dos resultados obtidos podem estar incorretas. Associar ao resultado da medição um parâmetro que caracterize a dispersão dos valores que podem ser atribuídos à medida permite a avaliar a dimensão da consequência desses erros, melhorando sua exatidão. [10]

Buscando a máxima exatidão possível nos processos de medida e modelagem de dados, tornou-se extremamente necessária, no âmbito experimental, para a aquisição de conhecimento, a identificação de fontes de erros que podem afetar o processo e a quantificação da influência destes sobre o resultado final. Nesse paradigma, os conceitos de erro e tolerância, alicerçados em rigorosos modelos matemáticos e métodos estatísticos objetivos, dominaram a metrologia no Século XX. [10] [74]

Por outro lado, no mesmo século, com o desenvolvimento exponencial do setor tecnológico, surgiu a necessidade de obter soluções de controle que possam ser implementadas de forma mais rápida e com menor custo computacional e financeiro. Entre as soluções mais empregadas está a Lógica Difusa por que tem a capacidade de lidar e com imprecisão e incertezas. Como disse John Maynard Keynes, “é melhor estar aproximadamente correto do que precisamente errado.” [10]

A Lógica Difusa trouxe um novo jeito de representar sistemas e dados matematicamente. A representação é por meio de conceitos, e não em valores precisos, das variáveis envolvidas, aproximando sistemas de forma parecida com a subjetividade do raciocínio humano.

Um tratamento de incerteza deve ser dado a um sistema quando um conjunto de dados de entrada pode levar a soluções diferenciadas ou aproximadas, como nos métodos de representação de dados difusos. Apesar do sucesso e de toda a robustez apresentada nas aplicações e nas representações de sistemas, do ponto de vista da tolerância a imprecisão nas descrições e nos métodos, a Lógica Difusa não oferecia um parâmetro de avaliação do quanto o valor das respostas, ou das medidas, podem estar desviadas da representação dos seus valores verdadeiros. [74]

Isto motivou o desenvolvimento de meios de calcular ou representar a propagação de erros e imperfeições sobre medidas, decorrentes da imprecisão e da incerteza implícita na representação por conjuntos difusos. Nesse sentido, os graus de pertinência dos conjuntos difusos são entendidos como graus de ativação de uma representação afetada pela incerteza.

A avaliação da máxima dispersão dos dados representados por proposições condicionais difusos medidas não é um trabalho trivial nem puramente matemático: dependem do conhecimento empírico do mensurando e do processo de obtenção das medidas. Nesse processo é fundamental o bom senso, o pensamento crítico e a habilidade e a experiência em seu tratamento. A aplicação da Lógica Difusa para a modelagem da propagação de erros sobre medidas se dará através dois métodos de Representação por Proposições Condicionais Difusas com a intenção de possibilitar o desenvolvimento de uma ferramenta computacional prática.

1.1 DESCRIÇÃO DO TRABALHO

O primeiro capítulo destina-se a considerações gerais sobre a motivação deste trabalho, oferecendo ao final uma breve descrição dos temas abordados nos capítulos que seguem.

Assim sendo, são abordados no Capítulo 2 os principais conceitos tangentes à realização de Medidas, algumas características estáticas e dinâmicas do processo. Com isso, introduzimos às definições de Incertezas e Erros, suas principais causas e a busca pela medida mais próxima possível do valor verdadeiro. Ao final do capítulo, apresentamos de forma simplificada e quase intuitiva a Lei Geral de Propagação de Erros.

No Capítulo 3, é apresentada a Lógica Difusa, a partir de um breve histórico de evolução do raciocínio computacional. Após a definição de Conjuntos Difusos, são apresentadas as principais operações Lógicas com esses conjuntos, para que haja uma melhor compreensão dos fundamentos da Modelagem Difusa e do sistema de inferência de respostas.

Adaptações das técnicas de modelagem de um Sistema *Fuzzy* de Takagi-Sugeno, e de Representação de Dados através de Proposições Condicionais Difusas, em sua forma alternativa Parábola-Parábola, são demonstradas no Capítulo 4, e aplicadas à inferência do máximo desvio da medida de uma variável sensível à variação de outra grandeza.

Ao final, são tecidas considerações a respeito da pesquisa realizada, bem como as sugestões para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Medidas, Erros e Incertezas

2.1 MEDIDAS E SUAS CARACTERÍSTICAS

Observações e comparações de desempenhos evolutivos, juntamente com a coleta de dados, permitem que se conheça de forma qualitativa e quantitativa, fenômenos físicos, através das medidas dos estados durante sua evolução. Por meio de uma abordagem empírica combinada com o racionalismo, podemos resumir os princípios observáveis, em resultados quantificáveis, e da mesma forma, deduzir estes princípios a partir dos dados aferidos, relacionando as respostas aos possíveis estímulos. [9] [22] [47]

De posse do conhecimento de um evento é possível o desenvolvimento de estratégias para monitorar e intervir nos fenômenos através do controle de suas variáveis, de forma a aproveitar a dinâmica do evento para um fim útil, induzindo o sistema a responder com variações proporcionais às entradas. [7] [43]

A finalidade de uma medida é definir o valor de uma grandeza específica. A quantificação de uma grandeza, submetida à medição, de um modo geral, é obtida por meio de uma metodologia que envolve o uso de instrumentos de medição. Em geral, o resultado de uma medição é uma aproximação ou estimativa do valor real, composta por fatores que dependem basicamente da própria grandeza, do instrumento e do método utilizado. Em muitos casos, o resultado de uma medição é determinado com base em séries de observações obtidas sob condições de repetitividade. Tratamos, portanto, de um modelo matemático que transforma o conjunto de observações repetidas em um resultado numérico. Esse modelo é influenciado pelas características estáticas e dinâmicas dos medidores e dos procedimentos adotados. [9] [60]

Para isso, a seleção do conjunto de equipamentos de medida para o acompanhamento de uma seqüência de operações deve se ater às principais características estáticas e dinâmicas do sistema, de forma que sejam atendidas as demandas de medição, em sua aplicação correta. Essas características se apresentam nas especificações de qualidade apresentadas pelo fabricante. [9] [12] [22]

2.2 CONCEITOS

Mensurando é uma grandeza submetida à medição. O valor de uma grandeza é a expressão quantitativa sob a forma de uma unidade multiplicada por um escalar. O processo de medição se baseia em uma seqüência lógica de operações descritas genericamente. [22] [70]

A expressão da grandeza deve ter associado ao valor do mensurando um parâmetro que assinala a dispersão dos valores que podem ser imputados ao mensurando, avaliando a melhor estimativa do seu verdadeiro valor e todos os componentes de incerteza, abrangendo efeitos sistêmicos que contribuem para a dispersão. [22] [60]

É comum a utilização dos conceitos de Exatidão e Precisão para assinalar o nível de rigor com que uma medida é efetuada.

A Exatidão é uma especificação de qualidade, determinada através do processo de calibração estática, que faz referência à habilidade que um instrumento tem em mostrar intensidades iguais ao valor legítimo da grandeza medida. Em outras palavras, entende-se que seja a maior ou menor aproximação entre o resultado obtido e o valor verdadeiro. A calibração trata-se de uma operação que tem por objetivo levar o instrumento de medição a uma condição de desempenho e ausência de erros sistemáticos, adequados ao seu uso. [10] [22]

Conforme exposto, a exatidão expressa o desvio máximo que pode um instrumento pode apresentar ao aferir uma medida, quando empregado corretamente. A medida de exatidão pode ser expressa como um intervalo que compreende uma fração significativa dos valores que podem ser atribuídos ao mensurando, que determina sua classe.

Precisão é a capacidade do instrumento de fornecer o mesmo resultado, para um dado valor medido, independentemente da contigüidade do valor real da grandeza medida. Isto denota a capacidade de repetibilidade do instrumento, onde esta é uma avaliação da competência de um instrumento em repetir a mesma saída (medida) para um dado valor, quando a mesma entrada precisa é aplicada várias vezes. É considerado o Grau de concordância entre os resultados de medições sucessivas de um mesmo mensurando efetuadas sob as mesmas condições de medição, e está associada à dispersão dos valores resultantes da repetição das medições. [9] [22] [60]

Acuidade é o grau de certeza com que avaliamos a precisão das medidas e o ajuste do protótipo. E dessa forma, a estimação e avaliação de incertezas requerem esforços de modelagem, matemática e computacional, cada vez mais sofisticados em comparação à utilização de técnicas convencionais de medição. [10] [22]

A Linearidade de um equipamento é uma característica que indica o estado de imediação de sua curva de aferição com uma reta. Pode ser explicitada a partir da estimação da melhor reta, pelo método dos mínimos quadrados, procedente dos dados de entrada e saída do tal sensor para todo o intervalo de teste. [9] [22] [60]

O intervalo de teste é o espaço entre os limites mínimos e máximos onde o valor da medida pode se alterar, e deve ser disposto de forma que se evitem leituras no início e no final da escala, onde geralmente a confiabilidade fica comprometida. Deve-se evitar que o instrumento produza leituras com a faixa onde o sensor não consegue responder e com o tempo necessário para a primeira resposta, denominados, respectivamente Zona Morta e Tempo Morto. [9] [22]

A sensibilidade estática, conhecida também como fator de escala, é dada pela relação entre a variação da saída disponibilizada pelo instrumento e a variação da entrada que a provocou. Isto pode ser expresso pela equação: [9] [22]

$$S(x_a) = \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=x_a} \quad (2.2.1)$$

Associada à sensibilidade de um aparelho, e tão importante quanto esta, é a resolução, que é definida como a menor variação de entrada do sensor necessária para causar uma alteração comensurável na saída, o que indica quão pequena uma variação na entrada de energia pode ser percebida por um sensor.

A diferença de resposta do instrumento para duas entradas idênticas, mas com sentido inverso de variação é denominada Histerese, e sua consequência é notada em sistemas que possuem condutas diferentes para entrada crescente em relação à entrada decrescente. [10] [60]

A Velocidade de Resposta é uma característica dinâmica de grande importância, pois indica quão rápido o sistema de medida reage às variações na grandeza de entrada. Especificada como uma grandeza tempo, ela demonstra o tempo de atraso do sistema. A resposta de um medidor a um sinal de entrada variável no tempo é diferente da resposta a uma grandeza constante devido à presença de elementos armazenadores de energia. [1] [9]

A energia armazenada pelo sistema em uma dada situação é devolvida em outras afetando a medida. As características dinâmicas dos sistemas variam conforme a quantidade de elementos de armazenagem contidos no sistema e como eles interagem. [43]

2.3 INCERTEZAS E ERROS

A construção de um modelo para um evento dinâmico físico e de sua planta de intervenção de controle em geral partem de uma observação das variáveis envolvidas no processo, a fim de que elas possam ser identificadas, relacionadas, aferidas e controladas. Essa é uma fase de crítica do fenômeno, pois geralmente as observações incluem várias grandezas de influência que não são exatamente conhecidas. Assim, o controle do processo depende de quão preciso e exato é o modelo de previsão e quão eficiente é o método de intervenção adotado, bem como a acuidade do modelo implementado. [9] [42] [43]

Por maior cuidado que se tenha ao efetuar uma medição, mesmo que se utilizem instrumentos de última geração e se mantenham as condições do ambiente bem controladas, devido às características dinâmicas de um objeto de estudo e do método para a coleta de dados, as medidas realizadas não refletem completamente a verdade absoluta dos fatos visualizados. Surgem, em diversos casos, variações e diferenças entre as várias medidas de um mesmo estado de uma variável. [46] [47]

Admitimos que estas diferenças constatadas em medições repetidas aparecem porque as grandezas de influência do evento e do processo de obtenção do resultado da medida não se conservam completamente estáveis, o que se mostra evidente na deterioração dos componentes do sistema. Isto se dá pela existência de vários fatores que afetam os resultados e incorrem em erros. [22] [42] [60]

As diferenças derivam das condições ambientais (e dos impactos e modificações de ambiente que ocorrem), do relacionamento com o sistema a ser controlado e da forma de intervenção de controle adotada. Aliado a isso, na observação experimental e no acompanhamento do fenômeno em sua evolução, o relacionamento entre as variáveis envolvidas nem sempre é aparente, principalmente quando há dificuldades em mensurá-las. Assim, mais um fator gerador da variação é a imperfeição dos métodos adotados para a coleta de informações e medições. [42] [47]

Por muito tempo, a palavra “erro” foi utilizada para designar a “falta de perfeição”, que é atualmente denominada “incerteza”. Os erros são descritos, hoje em dia, como as medidas de afastamento entre o valor obtido no desempenho em alguma atividade e o correspondente valor verdadeiro, o qual em geral é desconhecido. Esses desvios ocorrem em desacordo com a intenção, ou quando a intenção não é adequada, sendo, portanto, de origem informacional. Em muitos casos, são capazes de gerar dano ao produto, aos fatores de produção ou ao planejamento do andamento das demais atividades. [10] [22] [42] [60]

Nesse contexto, constatamos uma afinidade entre erros e defeitos, pois, normalmente, as distorções acontecem em decorrência do emprego inadequado de um, ou mais, dos fatores de controle da produção. Isto se dá, muitas vezes, pelo entendimento incompleto do fenômeno que ocorre, principalmente, na compreensão da forma com que as variáveis se relacionam (modelos muito complexos e com grande número de variáveis tendem a se distanciar da realidade). [3] [22]

Os Erros acontecem, também, por conta da inabilidade em perceber e discriminar diferentes variações de estado, da precisão imperfeita dos instrumentos usados; das transformações de unidades e/ou critérios de arredondamento; e outros fatores, que fogem à previsão. Estas influências, no processo de aquisição de conhecimento, para a formulação de um modelo, promovem ambigüidade e induzem à indecisão, ocasionando uma imprecisão intrínseca, dada à descrição das propriedades do fenômeno. [3] [22]

Porém, em uma rotina de operações, a qualidade do modelo reside na avaliação da confiabilidade dos resultados que este apresenta. É importante considerar a confiabilidade de uma medição, principalmente quando abrangem a exigência de tolerâncias estreitas em condições risco à saúde e segurança. Para tanto, há de se adotar uma medida de confiabilidade que expresse o máximo da incerteza de medição, atendendo à Acuidade exigida por algumas aplicações.

Assim, também, a maioria dos instrumentos não-convencionais requer a utilização integrada de métodos para a separação e avaliação de incertezas, de forma que a medição atenda à precisão e à exatidão, de forma que não afetem significativamente o processo.

As formas de erros estáticos são classificadas de forma mais genérica em três categorias: de Escala, Sistemáticos e Aleatórios. [22] [46] [47]

Os Erros de Escala são devidos à imperfeição residente em qualquer aparelho, mesmo o mais preciso deles. São erros nos valores dos dados. Podem ser causados, por exemplo, por incerteza na medida, por enganos não detectados, ou pela representação dos números com um número finito de dígitos, que ocorre no arredondamento de valores. Há de se considerar que podem ocorrer, também, pela truncatura de um processo matemático.[46][47]

Erros Sistemáticos apresentam pouca variação na intensidade e o mesmo sinal da variável aferida ao longo das medições; têm efeito latente, podendo levar algum tempo para se manifestar, dependendo das defesas do sistema, e induzidos por uma causa que, quando descoberta, é possível eliminá-la ou compensá-la por meio da aplicação de um “fator de correção”, com efeito oposto ao do erro, sobre o resultado da medida. Originam-se, em geral, de instrumentos mal calibrados, erros na metodologia ou na operação da medição, por falta de prática do operador ou por fatores ambientais, entre outros. Assim, sua identificação demanda uma análise crítica do procedimento de medida. [2] [10] [12]

Os Erros Aleatórios são imprevisíveis na determinação, variam ao acaso e tem origens múltiplas e/ou incertas, sendo, para muitos autores, considerados “acidentais”. As características de não-repetibilidade podem indicar uma possível imprecisão dos aparelhos e/ou métodos, o que pode gerar efeito imediato. Sua eliminação é impossível, pois derivam de perturbações inesperadas, porém podem ser amortecidos à custa de maiores cuidados na realização dos ensaios. O somatório da polarização dos desvios e da imprecisão denota a incerteza total de uma medida. [10] [12] [22]

Podemos prever Erros de escala, decorrentes das características de exatidão do instrumento, segundo dois critérios, que são peculiares a cada tipo aparelho de medição. Como já foi dito, esse erro é inevitável, visto que, por mais preciso que este instrumento seja, há sempre que considerar alguma imperfeição. [12] [47]

Em instrumentos analógicos, podemos avaliar o erro que incide sobre algarismo duvidoso como sendo a metade da menor divisão de escala [47].

$$E_{esc} = \pm \frac{MDE}{2} \quad (2.3.1)$$

Em instrumentos não-analógicos, o Erro de Escala é avaliado como a menor divisão de escala [47].

$$E_{esc} = \pm MDE \quad (2.3.2)$$

Quando realizamos operações com os valores obtidos em medições, os Erros individuais presentes em cada medida exercem influência sobre a certeza do valor da grandeza resultante. Os resultados dos cálculos incorporam e acumulam, necessariamente, os Erros decorrentes da medição de cada variável envolvida na operação. [22] [42] [47]

A Incerteza é uma avaliação que procura assinalar o intervalo de valores dentro do qual está o valor correto da grandeza medida. Essa avaliação deve ser realizada após a eliminação de todas as componentes sistemáticas de erro conhecidas. [22] [60]

Em problemas de Incertezas, têm-se, em geral, adotado soluções probabilísticas para modelar o comportamento de um evento dinâmico cuja incerteza das variáveis é de natureza aleatória. O procedimento mais comum para esses casos é a avaliação da confiabilidade de um conjunto de n medidas e informações de um Estado, intuindo uma margem de Incerteza provável por meio do tratamento estatístico da informação.

2.4 PROPAGAÇÃO DE ERROS

Freqüentemente, é necessário executar cálculos em que os erros máximos admissíveis de diversos instrumentos sejam combinados. [22] [47]

Chamaremos de Erro absoluto ao módulo da diferença entre o valor exato X e o valor aproximado medido x . Isso se traduz na expressão:

$$\Delta x = X - x \tag{2.4.1}$$

Denominamos Erro relativo de um número aproximado x à razão entre o erro absoluto Δx desse número e o módulo do número exato X correspondente:

$$\delta = \frac{\Delta x}{X} \tag{2.4.2}$$

Podemos deduzir a **propagação de erros** de uma medida por meio da seguinte analogia com as Derivadas Parciais: [16] [47] [60]

Seja y uma grandeza a medir. Podemos expressar a dependência dessa grandeza em relação a outras, de forma que sua medida seja indireta, por:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \tag{2.4.3}$$

Onde todas as grandezas são descritas pela sua distribuição de probabilidade. Desenvolvendo f conforme uma Série de Taylor de primeira ordem para pequenas variações de y em torno de sua média \bar{y} , em função das pequenas variações dos x_i em torno de suas respectivas médias \bar{x} , temos: [16] [N. Sousa]

$$y - \bar{y} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} (x_i - \bar{x}_i) \quad (2.4.4)$$

Consideramos a média das medidas como sendo o valor mais aproximado do verdadeiro valor da grandeza, e os Erros como variações infinitesimais das unidades de medida. Com isso, é cabível que se afirme que eles sejam a Derivada da medida. [42] [47] [60]

Designamos, então, $y - \bar{y} = \Delta y$ e $x - \bar{x} = \Delta x$, e expressamos a acumulação de Erros da forma: [16] [47]

$$\Delta y = \left| \frac{\partial f}{\partial x_1} \right| \Delta x_1 + \left| \frac{\partial f}{\partial x_2} \right| \Delta x_2 + \dots + \left| \frac{\partial f}{\partial x_n} \right| \Delta x_n \quad (2.4.5)$$

Noções de Incertezas e Erros são idéias presentes em todos os campos do Cálculo e da Modelagem de Sistemas. Considerando que os dados de um procedimento experimental já não são exatos, e sim aproximados e, compreendendo que operações realizadas com base em valores inexatos acumulam e propagam, por menores que sejam, esses erros a seus resultados, atualmente, é comum a recorrência a métodos de modelagem que prezem pela minimização dos impactos causados pelos erros cometidos. [9] [12]

Capítulo 3

Lógica Difusa

3.1 BREVE HISTÓRICO

Aristóteles, filósofo grego (384 - 322 a.C.), foi o primeiro estudioso a praticar uma representação do método de pensamento humano, através da sistematização de regras de raciocínio lógico, estabelecendo um conjunto de normas rígidas para que conclusões fossem aceitas como logicamente corretas. A teoria diz que todo raciocínio lógico é baseado em premissas e conclusões, às quais é atribuído o valor de "verdade" às afirmações, classificando-as como verdadeiras ou falsas. Dessa forma, Aristóteles funda a Lógica Clássica, denominada atualmente, também, Lógica Bivalente que é caracterizada por dois princípios que são a lei da Lógica da não contradição e a lei do terceiro excluído. Estes princípios dizem que nenhuma afirmação pode ser considerada verdadeira e falsa ao mesmo tempo e que a declaração tem que ser necessariamente verdadeira ou falsa. [44] [72] [73]

Willian de Ockham, século XIV, procurava modos de simplificar um modelo criado a partir da natureza. Sua idéia era cortar partes do modelo, de forma a simplificá-lo. Para isso, fez uma analogia a uma navalha, dando origem à expressão "Navalha de Ockham". Na sua obra, utilizou uma Lógica baseada em informações que não eram "totalmente verdadeiras, nem totalmente falsas". Porém, a formulação do método de raciocínio lógico permaneceu como Aristóteles estruturou durante vários séculos até o surgimento das Lógicas não clássicas, no século XIX. [44] [72] [73]

George Boole reestruturou a lógica clássica, publicando suas idéias, em 1847, no livro "*The Mathematical Analysis of Logic*". Esta obra evidencia que a Lógica pode ser manipulada algebricamente e que os resultados das operações lógicas podem ser obtidos através da utilização de técnicas matemáticas, atribuindo valores numéricos para as

afirmações: 1 (um) para premissas verdadeiras, 0 (zero) para premissas falsas. Além disso, instituiu uma forma de álgebra que estabelece operações baseadas nesses valores. Praticamente, toda a lógica tradicional de controle e/ou computação é baseada nas operações da álgebra booleana, sendo uma grande contribuição na área da computação. [44] [72] [73]

Bertrand Russell, autor de importantes trabalhos sobre lógica matemática e filosofia analítica, na obra "*Principles of Mathematics*", em 1903, mostrou que nem todos os problemas poderiam ser resolvidos pela lógica bivalente, publicando um problema que ficou famoso como o "paradoxo de Russell". O problema não pode ser resolvido pela Lógica aristotélica. [44] [72] [73]

Jan Lukasiewicz (1878-1956), em 1920, introduziu as primeiras noções da lógica dos conceitos conflitantes (como por exemplo: um copo meio cheio é um copo não vazio, e não cheio). O lógico polonês considerava sua formulação contrária à natureza psicológica do homem, porém perfeitamente plausível em termos matemáticos, desde que os graus de verdade não fossem bivalentes. Apresentou a idéia de conjuntos com graus de pertinência sendo 0, $\frac{1}{2}$ e 1 com respectivos significados: “não é”, “é possível que seja”, “é”. Em torno de 1930, desenvolveu uma estrutura de Lógica multi-nível, em contrapartida à lógica aristotélica. Em sua obra, Lukasiewicz apresenta e discute a lei da contradição para casos onde uma determinada afirmação pode ser verdadeira ou falsa, ao mesmo tempo. [44] [72] [73]

Em meio aos estudos de lógicas não-aristotélicas em multi-níveis, surge a primeira publicação sobre Lógica Difusa: "*The Fuzzy Sets Theory*", datada do ano de 1965, publicado por Lotfi Asker Zadeh, professor em *Berkeley*, Universidade da Califórnia. Zadeh pesquisava sobre formas de modelar alguns sistemas de natureza industrial, biológica ou química, que compreendessem situações ambíguas, não passíveis de processamento através da Lógica computacional fundamentada na Lógica booleana. [44] [72] [73]

Ao combinar os conceitos da lógica clássica e os conjuntos de Lukasiewicz, definindo graus de pertinência, Zadeh desenvolveu uma lógica que viola o conceito de que uma premissa é totalmente verdadeira ou totalmente falsa, introduzindo uma teoria

de lógica, capaz de tratar informações consideradas vagas ou imprecisas. A palavra *Fuzzy* tem origem inglesa e significa incerto, vago, impreciso entre outros. Expressa exatamente os valores com que lida. [44] [72] [73]

Entre 1970 e 1980, as aplicações industriais da Lógica *Fuzzy* aconteceram com maior importância na Europa e, após 1980, o Japão iniciou seu uso com aplicações na indústria. A primeira aplicação pública foi em 1974 quando o professor Mandani, do *Queen Mary College*, da Universidade de Londres, implementou um controle de uma máquina a vapor, baseado em Lógica *Fuzzy*. Contemporaneamente, aplicações foram desenvolvidas em um tratamento de água feito pela *Fuji Electric* em 1983, e pela *Hitachi* em um sistema de metrô inaugurado em 1987. Por volta de 1990 é que a Lógica Difusa despertou um maior interesse em empresas dos Estados Unidos. [72] [73]

Devido ao desenvolvimento e as inúmeras possibilidades práticas dos Sistemas *Fuzzy* e o grande sucesso comercial de suas aplicações, a Lógica *Fuzzy* é considerada hoje uma técnica "*standard*" e tem uma ampla aceitação na área de controle de processos industriais. Apesar de os estudos teóricos terem se desenvolvido na Europa e nos Estados Unidos, as aplicações nunca tiveram lá a mesma ênfase que tiveram no oriente, principalmente no Japão, que investiu muito no desenvolvimento de tecnologias baseadas na Teoria *Fuzzy*. Hoje, diversas empresas de desenvolvimento industrial têm procurado soluções diversas nessa teoria. O controle de refrigeradores de baixa potência, transmissão automotiva, e motores elétricos de alta eficácia fazem parte de suas linhas de pesquisa. [44] [72] [73]

O cômputo com idéias vagas e imprecisas representa um grande passo na ciência da computação, no sentido de auxiliar na simulação e implementação do processo do raciocínio na máquina. Segundo Boole, "o que nós temos que examinar são as leis de uma das mais importantes faculdades mentais. A matemática que temos que construir é a matemática do intelecto humano". O objetivo é aproximar a decisão computacional da decisão humana, ou seja, que a decisão da máquina não fique restrita apenas a um sim ou não, mas também tenha decisões abstratas, como: um pouco mais, talvez sim. [44] [72] [73]

3.2 CONJUNTOS DIFUSOS

A teoria clássica dos conjuntos, juntamente com a lógica clássica, admite apenas duas classificações para a pertinência de um elemento a um conjunto restrito por uma lei de formação: o elemento “a” somente pertence, ou não. Do mesmo modo, a veracidade de uma afirmação ou de um conceito percebido é classificada somente por dois valores lógicos: verdadeiro ou falso. [48]

Porém, a percepção de que o mundo não é constituído de fatos puramente verdadeiros ou falsos, e de que existem conceitos vagos quanto à sua própria definição, conduz à idéia de que dois fatos opostos podem existir simultaneamente. Assim, a veracidade de uma proposição lógica, ou a pertinência de um elemento a um conjunto passou a ser incerta. Dessa forma, a idéia de Conjunto Difuso propõe que um elemento pode ser admitido parcialmente em um conjunto, e sua pertinência a ele, bem como a verdade contida em uma afirmação, é graduada. [36] [58]

Conjuntos Difusos procuram descrever conceitos do raciocínio humano, incorporando matematicamente noções intuitivas; conhecimentos subjetivos ou dúbios; variáveis lingüísticas; entendimentos incompletos, fragmentados ou aproximados, sendo dessa forma, a representação matemática dos vocábulos utilizados cotidianamente na comunicação humana e no modo de explicar um acontecimento. Por exemplo: “o motor está **quente/morno/frio**”, “o nível é **baixo/médio/alto**”, “**grandes/médias/pequenas** quantidades”, entre outros. [19] [27]

Um Conjunto Difuso T é expresso matematicamente por uma função que relaciona os elementos de um domínio qualquer do Universo de Discurso U a uma imagem no intervalo Real $[0, 1]$. Esta função, denominada **Função de Pertinência** do elemento, indica o grau $\mu_T(u)$ com que o elemento u pertence ao conjunto difuso T . Essa expressão é dada pelos pares ordenados $(u, \mu_T(u))$. [27] [44] [58]

A função $\mu_T(u)$ define quais dos elementos do Universo de Discurso U fazem parte do conceito que se pretende representar, atribuindo-lhes um valor que informa o

grau de verdade desta pertinência ao conjunto. Esta Função de Pertinência indica, também, que alguns elementos pertencem mais, ou menos, que outros. [32] [69]

Quando afirmamos que $\mu_T(u) = 0$, corresponde à não-pertinência do elemento ao conjunto T ; a afirmação $\mu_T(u) = 1$ indica que o elemento pertence plenamente ao conjunto, generalizando assim a teoria clássica dos conjuntos. O **Grau de Pertinência** $\mu_T(u) = 0,5$ demonstra um paradoxo, indicando um elemento pode pertencer parcialmente ao conjunto e que sua pertinência é igualmente verdadeira e falsa. Desse modo, podemos entender os conjuntos clássicos, denominados a partir de agora abruptos, apenas como casos especiais dos Conjuntos Difusos. [27] [36] [58]

De acordo com esse novo paradigma, podemos necessariamente representar as “quantidades de informação” que uma grandeza oferece ao ser representada por um vocábulo, indicando o grau de aproximação de um item em relação ao conceito descrito. As funções de pertinência podem ser conjuntos discretos de pontos ou funções contínuas dentro do Universo de Discurso U , definindo visualmente curvas que representam a forma como cada elemento do domínio é graduado. [36] [50]

As curvas das funções de pertinência podem assumir diversas formas. As mais simples como as Triangulares e Trapezoidais são descritas apenas por linhas retas. Em geral, são de fácil construção, operação e inferência. No entanto, deixam a desejar no quesito diferenciabilidade em todos os seus pontos. [19] [59]

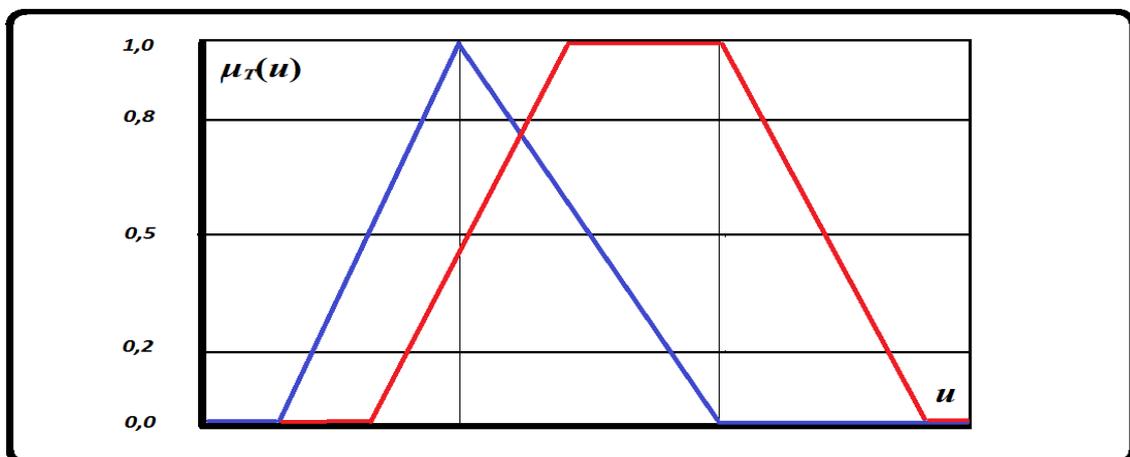


Figura 1: Exemplos de Funções de Pertinência Triangular e Trapezoidal.
Fonte: Primária

Curvas em forma de Distribuição de Gauss, ou simplesmente gaussianas, são tão simples quanto as triangulares e trapezoidais. Tem como vantagem sobre as anteriores a condição de diferenciabilidade em todos os pontos, porém, não são recomendadas para mapear conceitos assimétricos. [19] [59]

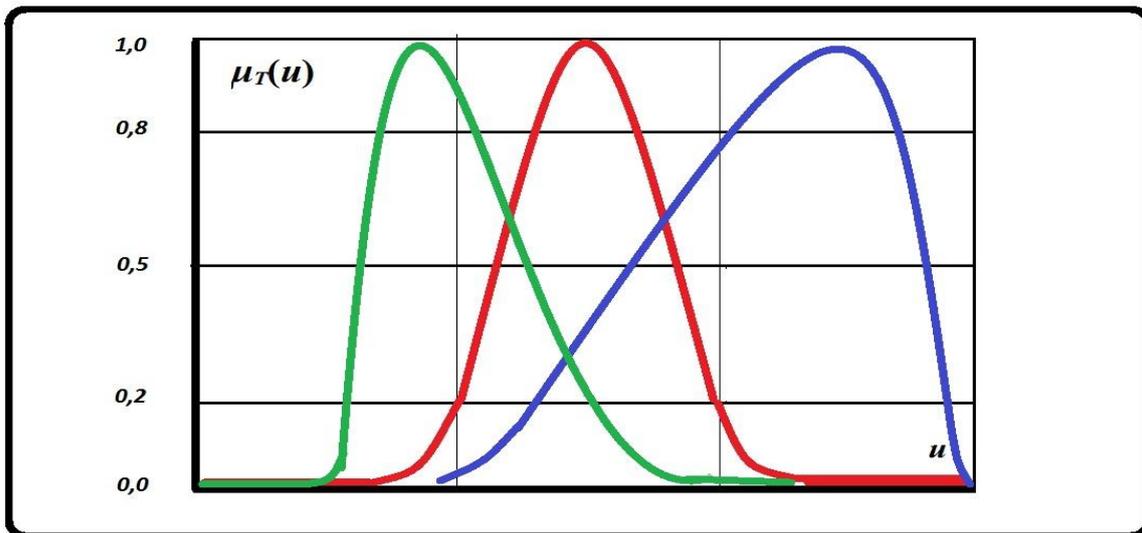


Figura 2: Exemplos de Funções de Pertinência da forma Gaussiana.
Fonte: Primária

As de formato Sigmoidal são recomendadas para a descrição de assimetrias entre os elementos do conjunto. [19] [59]

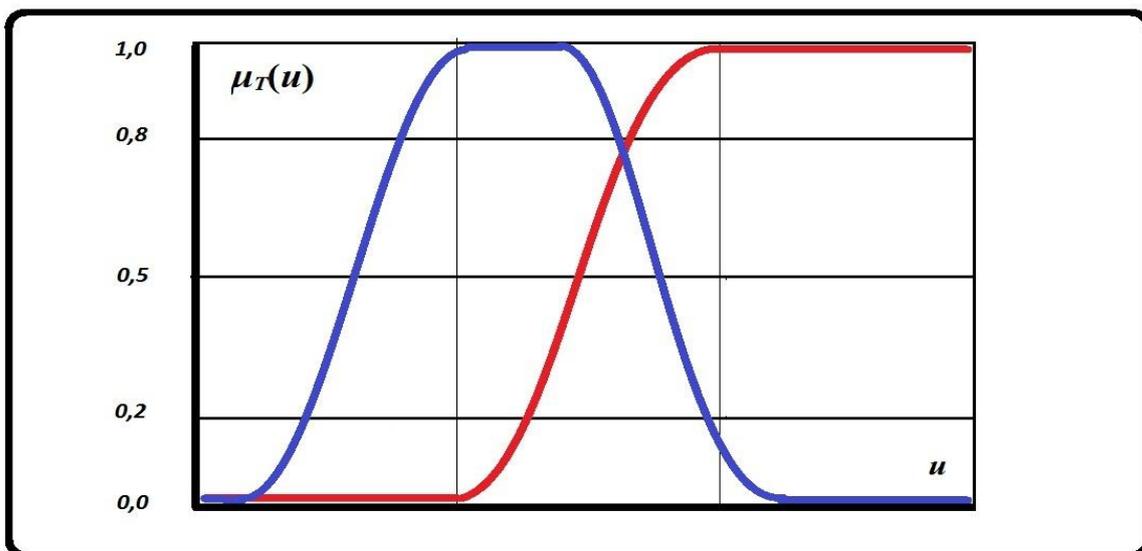


Figura 3: Exemplos de Funções de Pertinência da forma Sigmoidal
Fonte: Primária

Funções de pertinência nos formatos Z, Pi e S também são recomendadas para o mapeamento de assimetrias. Apesar de semelhantes às sigmoidais, têm obrigatoriamente elementos cuja pertinência $\mu_T(u) = 0$, e outros de pertinência $\mu_T(u) = 1$. [19] [59]

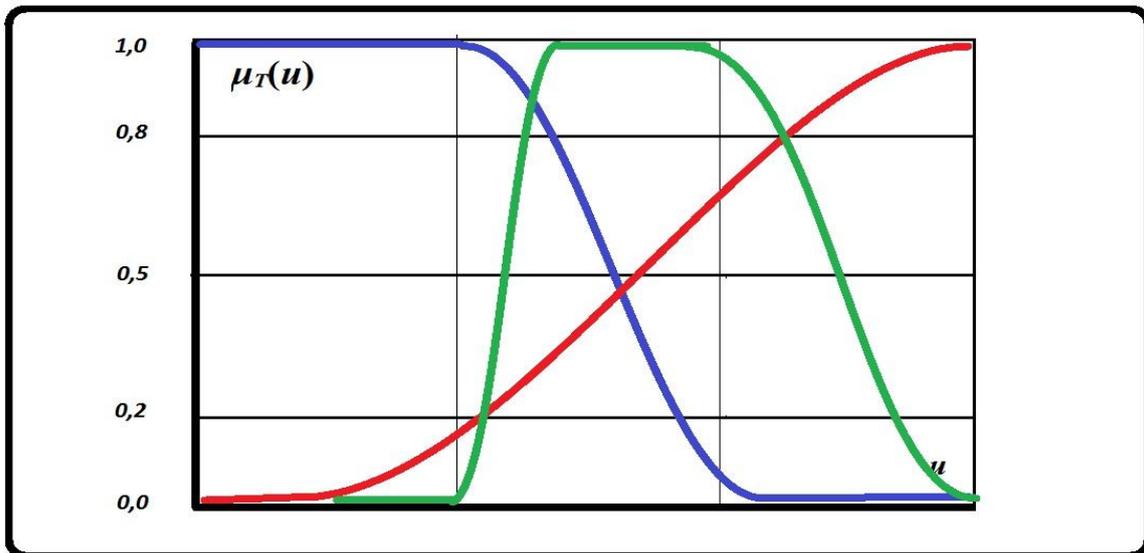


Figura 4: Exemplos de Funções de Pertinência na formas de Z, Pi e S.
Fonte: Primária

Para a construção de um conjunto difuso, não há regras e nem formatos específicos que devam ser rigorosamente seguidos. A única condição que deve ser satisfeita é que a Função de Pertinência varie somente entre o intervalo real $[0,1]$. Sendo assim, podemos construir funções de pertinência segundo funções matemáticas conhecidas, e com isso abstrair mais completamente outras não-linearidades de um sistema. [29] [30] [32]

3.3 OPERAÇÕES COM CONJUNTOS DIFUSOS

Algumas das operações básicas entre conjuntos difusos são extensões da teoria clássica dos conjuntos. Estas operações devem oferecer, portanto, resultados corretos quando apostas a conjuntos abruptos, já que estes são casos especiais dentro da Teoria dos Conjuntos Difusos. Apresentamos, então, as definições das operações e uma demonstração gráfica delas: [44] [48] [50] [58]

Sejam A e B subconjuntos de um mesmo Universo de Discurso:

Definição 3.3.1: $A \cup B = \text{máx}\{\mu_A(u), \mu_B(u)\}, \forall u \in U$ é denominada operação de União.

A união é implementada pelo conectivo lógico “OU” (OR), e pode ser ilustrada conforme a figura 5.

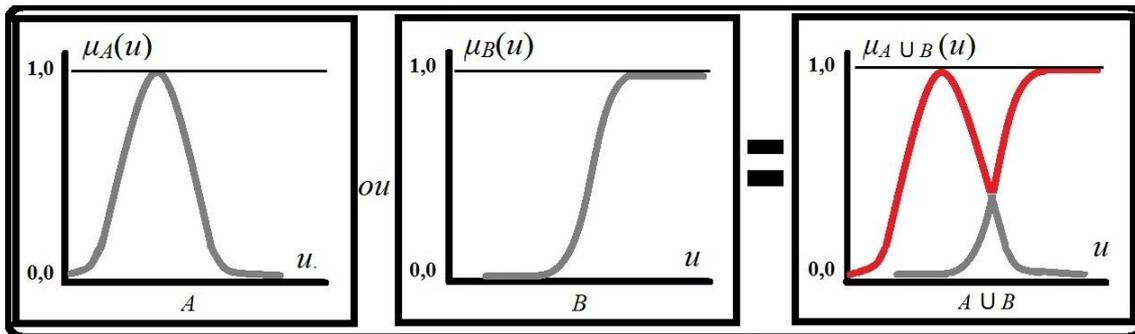


Figura 5: Operação de união
Fonte: Primária

Definição 3.3.2: $A \cap B = \text{mín}\{\mu_A(u), \mu_B(u)\}, \forall u \in U$ é denominada operação de Intersecção.

Esta operação é implementada pelo conectivo lógico “E” (AND), ilustrada conforme a figura 6.

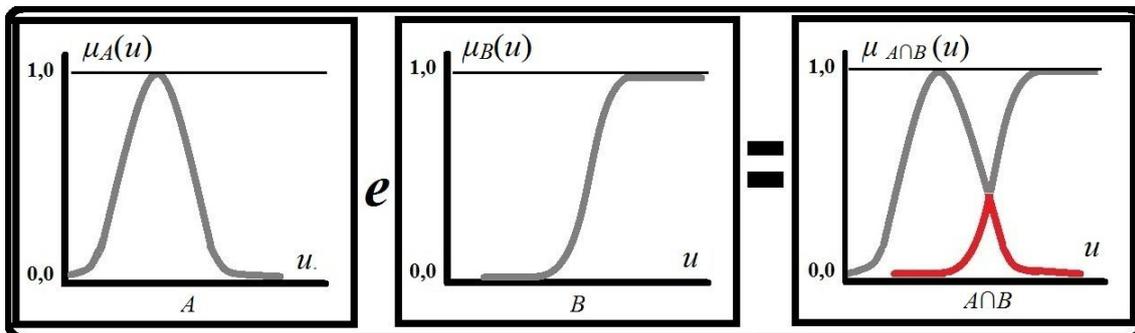


Figura 6: Operação de intersecção
Fonte: Primária

Definição 3.3.3: $\bar{B} = \{1 - \mu_B(u)\}$ é chamado **Complemento de B**.

Esta operação é entendida como a negação do conjunto difuso, implementada pelo conectivo “NÃO” (*NOT*), e é ilustrada na figura 7.

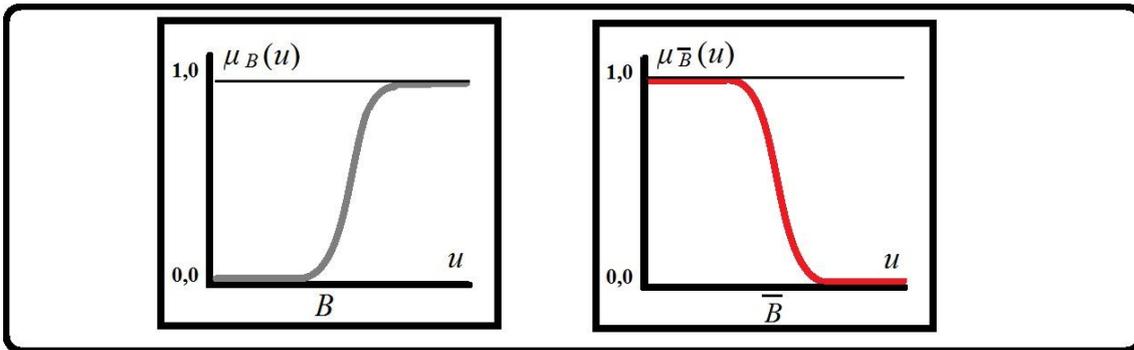


Figura 7: Operação de negação.
Fonte: Primária

Se considerarmos, agora, dois Conjuntos Difusos definidos em Universos de Discurso diferentes: A em X e B em Y, temos então a noção de Produto Cartesiano entre Conjuntos Difusos.

Definição 3.3.4: O **Produto Cartesiano** entre os Conjuntos Difusos A e B é o **Conjunto Difuso** $A \times B = \{(x, y), \mu_{A \times B}(x, y)\} \forall x \in X, \forall y \in Y$.

Entendendo que produto cartesiano $A \times B$ é uma Relação **R** contida no produto cartesiano $X \times Y$, podemos expressá-lo como: [6].

$$A \times B = R \subset X \times Y$$

(3.3.1)

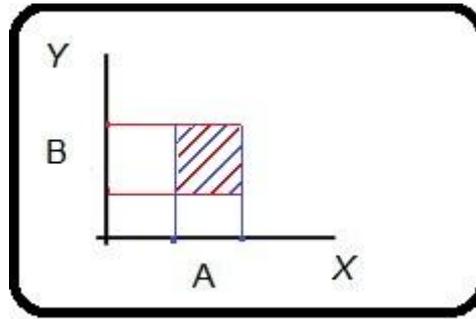


Figura 8: Interpretação geométrica do Produto cartesiano entre conjuntos difusos
 Fonte: Primária

Enfim, as relações de causa e consequência, fundamental na técnica de modelagem de sistemas com base em Lógica *Fuzzy*, é definida a operação de **Implicação Difusa** e simbolizada por (\rightarrow).

Considerando cada Relação R como uma **Regra**, que consiste em uma Premissa (conjunto A) e uma Consequência (conjunto B) da aplicação da operação de Implicação Difusa, a implicação é definida como:

$$\text{Definição 3.3.5: } A \rightarrow B = (A \times B) \cup (\bar{A} \times Y)$$

Sejam os valores $x \in A$ e $y \in B$, A e B conjuntos difusos definidos respectivamente nos Universos de Discurso X e Y . Sem discordar da Definição 3.3.5, para a Relação Difusa $R = A \rightarrow B$, são apresentadas as seguintes formas práticas de Implicação Difusa: [41] [67]

$$\text{Mamdani: } \mu_R(x, y) = \mu_{A \times B}(x, y) = \min [\mu_A(x), \mu_B(y)] \tag{3.3.2}$$

$$\text{Lukasiewicz: } \mu_R(x, y) = \mu_{A \times B}(x, y) = \min [1, (1 - \mu_A(x) + \mu_B(y))] \tag{3.3.3}$$

$$\text{Soma Limitada: } \mu_R(x, y) = \mu_{A \times B}(x, y) = \min [1, (\mu_A(x) + \mu_B(y))] \tag{3.3.4}$$

$$\text{Goguen: } \mu_R(x, y) = \mu_{A \times B}(x, y) = \min [1, \mu_B(y) / \mu_A(x)] \quad (3.3.5)$$

3.4 FUNDAMENTOS DA MODELAGEM DIFUSA

Um sistema caracterizado por n variáveis pode ser modelado por um Método Difuso de acordo com o entendimento e com as experiências práticas de uma pessoa especializada em determinado assunto a respeito de como este sistema se desenvolve no decorrer de sua observação e operação. Os sistemas modelados segundo a Lógica Difusa são usualmente chamados de Sistemas *Fuzzy*.

Os Modelos Difusos têm como principais características a facilidade de compreensão, por sua simplicidade estrutural. Em geral, são de grande destreza para a solução de problemas não-lineares e aproximação de comportamentos complexos, cujas variáveis são pouco compreensíveis. [19] [36]

A construção de um Sistema *Fuzzy* se inicia pela identificação de **Variáveis Linguísticas** que representam as variáveis de entrada e saída do sistema. A idéia central é desobrigar-se de boa parte dos padrões matemáticos rigorosos para mensurar os estados das variáveis de um sistema dinâmico. Estas variáveis, quando analisadas durante a observação do comportamento, deixam de ser consideradas e aferidas somente de forma numérica exata, e passam a admitir que os seus estados sejam descritos segundo palavras, usuais na forma subjetiva de pensar e de se comunicar do ser humano. [59] [61] [62]

Os vocábulos, que transmitem um conhecimento incerto a respeito do estado de uma variável, são abstraídos e concebidos matematicamente por meio da construção de alguns Conjuntos Difusos, os quais recebem, em geral, o nome do termo de valor

lingüístico que representam. Um conjunto difuso denotado por T_x^i é denominado **Termo Lingüístico** (*Linguistic Term*) da variável x . [19] [28] [59]

Definição 3.4.1: $T(x) = \{T_x^0, T_x^1, T_x^2, \dots, T_x^n\}$ é o conjunto dos Termos Lingüísticos que qualificam a variável x .

Os Termos Lingüísticos, em geral, são adjetivos, empregados para caracterizar de forma subjetiva o estado de uma variável. Um exemplo didático comum é o termo $T_x^i = \textit{Ambiente}$ para qualificar uma variável $x = \textit{Temperatura}$ na frase: À “temperatura ambiente” ocorrem reações que demandam 136 kcal. [29] [41]

Definição 3.4.2: Uma Variável Lingüística X é uma Variável de Estado x associada um conjunto $T(x)$. [44] [59]

Novamente, tomando a variável x como sendo TEMPERATURA, esta pode ser associada ao conjunto $T(x) = \{T_x^1, T_x^2, T_x^3\}$, sendo $T_x^1 = \textit{alta}$; $T_x^2 = \textit{baixa}$; $T_x^3 = \textit{ambiente}$, definidos estatisticamente ou intuitivamente, de acordo com os critérios de apreciação da variável adotados (a partir de quantos graus Celsius a temperatura é considerada alta? Ou baixa? Ou ambiente?). [19] [41]

Partimos, assim, para a criação de um Sistema Especialista baseado em **Regras Lingüísticas** que proponham as **Relações Fuzzy** entre as idéias e os fatos do evento observado com o enunciando de todas as proposições possíveis entre os vocábulos, que resultará na representação do processo ao qual é proposta a modelagem.

São usados Termos Lingüísticos para propor uma caracterização aproximada para fenômenos cujos estados das variáveis são mal definidos quantitativamente, transmitimos a expressão da semântica utilizada por pessoas. Essa transmissão se dá por meio de afirmações verbais nas quais é declarada a associação da variável com cada termo lingüístico que conota um estado seu: [19] [29] [41]

$$x \text{ é } T_x^i \tag{3.4.1}$$

A descrição de um sistema por meio da Lógica Difusa se dá por meio de conjecturas lógicas que descrevem a relação entre suas variáveis. Estas conjecturas mapeiam os elementos de um Universo de Discurso X, de entradas, em outro, Y, de saídas. Nelas, as leis do sistema são implementadas sob a forma de **Proposições Condicionais**¹, onde as variáveis de entrada (x) estão dispostas nas premissas das proposições e as de saída (y) estão nas conseqüências. [19] [59]

Com o uso de Termos Lingüísticos para qualificar as variáveis de um evento, são conferidas, às proposições, características **Difusas**. Devido a estas características, tais conjecturas são denominadas **Proposições Condicionais Difusas**, as quais são a chave do mecanismo de funcionamento do Modelo Difuso. [36] [41][44]

As Proposições Condicionais Difusas descrevem Regras de Controle Lingüísticas (*Linguistic Control Rules*) ou simplesmente **Regras Lingüísticas**, que implementam computacionalmente a **Base de Conhecimento** (*Knowledge Base*) do Sistema Especialista: [25] [26] [28]

$$\text{Se } x \text{ é } T_x^i \text{ então } y \text{ é } T_y^i \tag{3.4.2}$$

Para um sistema de múltiplas entradas e saídas, temos por extensão:

$$\text{Se } x_1 \text{ é } T_{x_1}^i, \dots, \text{ e } x_n \text{ é } T_{x_n}^i \text{ então } y_1 \text{ é } T_{y_1}^i, \dots, \text{ e } y_n \text{ é } T_{y_n}^i. \tag{3.4.3}$$

¹ Proposições Lógico-matemáticas na forma “Se – então” (*IF-THEN*)

A base de conhecimento é organizada conforme o modelo geral:

R1) Se x_1 é $T_{x_1}^i, \dots$, e (ou) x_n é $T_{x_n}^i$, então y_1 é $T_{y_1}^i, \dots$, e (ou) y_n é $T_{y_n}^i$.

R2) Se x_1 é $T_{x_1}^i, \dots$, e (ou) x_n é $T_{x_n}^i$, então y_1 é $T_{y_1}^i, \dots$, e (ou) y_n é $T_{y_n}^i$.

.

.

.

Rk) Se x_1 é $T_{x_1}^i, \dots$, e (ou) x_n é $T_{x_n}^i$, então y_1 é $T_{y_1}^i, \dots$, e (ou) y_n é $T_{y_n}^i$.

(3.4.4)

3.5 INFERÊNCIA DIFUSA

Tomando a Base de Regras enunciada segundo a forma geral descrita, programamos um mecanismo de **Inferência Difusa** que avalie as regras e possibilite o uso do modelo para a obtenção de respostas em simulações e sinais de controle para decisão e automação. A Inferência é o método de raciocínio lógico pelo qual obtemos conclusões a partir dos fatos e proposições que a Base de Conhecimento de um Sistema Especialista oferece.

Efetivamente, a Inferência é o uso do modelo para mapear o espaço de entradas num espaço de saídas. Dispondo as entradas e as saídas em uma linha lógica de causa-efeito, obtemos conclusões a respeito da informação contida na Conseqüência por meio de analogias, induções ou deduções, a partir da Premissa. [13] [50] [59]

Há vários métodos para Inferência Difusa em um Sistema *Fuzzy*, porém, o mais comum entre eles, para a alocação do vetor de saídas, é o algoritmo desenvolvido e implementado por Mandani (*Mandani-type*). O diagrama apresentado a seguir oferece uma noção do funcionamento desta técnica, demonstrando-a para um sistema de múltiplas entradas e única saída (extensível a múltiplas saídas), que é subdividida em

cinco etapas críticas: a **Fuzzificação** das entradas, execução das **Operações Lógicas** entre os Conjuntos Difusos, aplicação da **Implicação, Agregação e Defuzzificação**, conforme segue. [50] [59] [67]

A partir da base de Regras Lingüísticas que descreve o processo, toma-se um vetor de entradas, que podem ser abruptas ou difusas; as entradas devem ser dispostas ordenadamente como a premissa de uma nova proposição condicional. [59]

Efetua-se a **Fuzzificação** da informação contida no vetor de entrada, conforme demonstrado (Figura 9), pelas linhas verticais, avaliando-se a compatibilidade entradas com as funções de pertinência dos Termos Lingüísticos das variáveis de entrada, ponderando o grau de pertinência de cada estado medido das variáveis de entrada. [59]

Executam-se as **Operações Lógicas** “E” (*AND*) e “OU” (*OR*) entre os Conjuntos Difusos nas premissas, conforme definido suas definições. Então, deduz-se, através da aplicação da **Implicação**, qual o grau de pertinência que a informação de entrada fuzzificada influi sobre os Termos Lingüísticos que descrevem cada uma das variáveis de saída, como indicam as linhas horizontais (Figura 9). Assim, em cada regra, temos como consequência conjuntos difusos, decorrentes dos Termos Lingüísticos que expressam as saídas, com intensidades proporcionais à Fuzzificação da entrada. [59]

Para cada variável de saída é realizada a **Agregação** dos Conjuntos Difusos, como indicado pelas setas verticais para baixo (Figura 9). A composição é um cálculo gráfico da operação de União entre todos os conjuntos truncados no passo anterior a qual resulta em um único. [44] [67]

A partir do Conjunto Difuso resultante da Agregação, procede-se a **Defuzzificação**, onde este é convertido em um valor numérico para as variáveis de saída do sistema.

Assim como em outras técnicas de raciocínio incerto empregadas em projetos de sistemas especialistas, a Inferência Difusa tenta estabelecer uma convicção na conclusão de uma regra, dada a evidência avaliada na premissa da mesma. Essa convicção se concretiza no resultado da defuzzificação, a qual equipa as efetivas respostas do

sistema. Deste modo, a escolha do critério defuzzificador é de fundamental importância para a produção de respostas com a precisão necessária ao projeto [26] [27] [51]

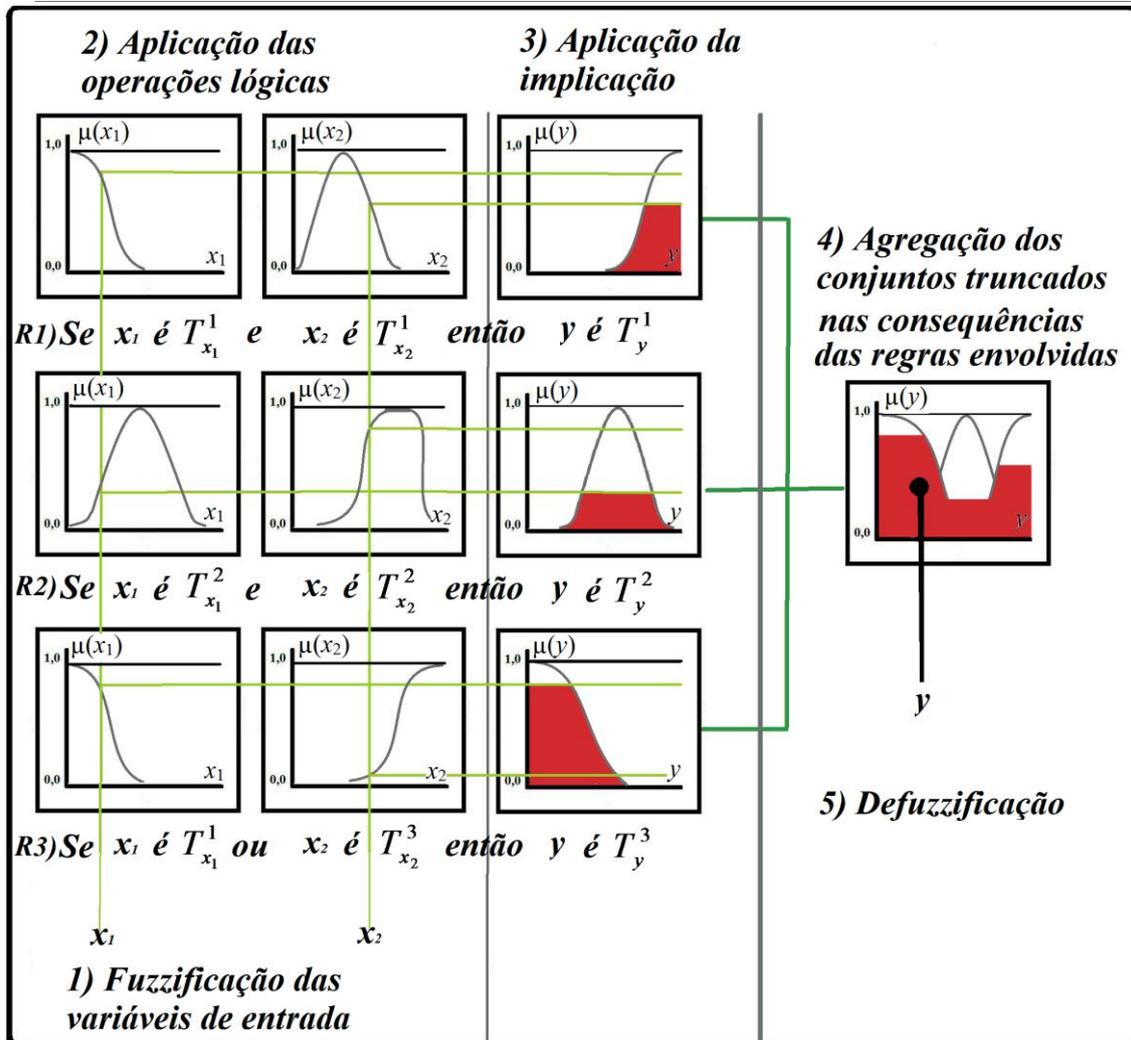


Figura 9: Diagrama demonstrativo de Inferência difusa.
Fonte: Primária

Para a Defuzzificação, existem vários métodos, tais como: Primeiro dos Máximos (primeiro valor do Universo de Discurso da saída a atingir o maior grau de pertinência), Médio entre os Máximos (média dos pontos que atingiram o maior grau de pertinência), porém o mais utilizado é o **Centro de Gravidade**. [44] [67]

O método do **Centro de Gravidade** é método mais comum entre os sistemas *Fuzzy*. Nele, a resposta é dada pela abscissa do centro da área da figura embaixo da curva resultante da Agregação dada por:

$$y = \frac{\int x\mu(x)dx}{\int \mu(x)dx}$$

(3.5.1)

Capítulo 4

Propagação de Erros por Proposições Condicionais Difusas

Erros muito pequenos geralmente não comprometem a modelagem do comportamento global de um Sistema Dinâmico. Em contrapartida, a acumulação deles durante um processo de controle, parece evoluir com dinâmica própria, o que pode comprometer a eficiência do projeto proposto, ocasionando falhas mais graves em sua capacidade de previsão do que a simples imprecisão. [1] [43] [66]

Observa-se que o comportamento dos erros induz a uma rápida propagação, criando situações em que estes erros propagados e acumulados abrem lacunas em determinadas faixas de operação, o que pode acarretar em perdas para o sistema. [10] [42]

Quando se pode identificar que a propagação dos erros apresenta comportamento linear, recaímos em um erro sistemático, facilmente identificável e compensável. Em todo caso, a propagação pode assumir uma conduta altamente não-linear, o que nos leva, muitas vezes, a crer que esta seja aleatória. [10] [16] [42]

Podemos descrever e analisar essas características do comportamento evolutivo dos erros com o uso de ferramentas e técnicas *Fuzzy*, as quais são capazes de sugerir algumas observações interessantes que tangem à otimização do modelo proposto, com sua capacidade de abstração de padrões de difícil compreensão, como não-linearidades.

Devido à carência de informações específicas que descrevam precisamente os estados com que um sistema deveria responder às entradas, com suas variações e perturbações, se faz necessário o desenvolvimento de uma ferramenta capaz de manipular e operar matematicamente os conceitos subjetivos e incertos do que se entende por erro, que não precisam ser rigorosamente verdadeiros ou falsos. Esses conceitos, que geralmente são fruto de experiências cotidianas, são bem compreendidos

pelo ser humano, quando transmitidos, sem que sejam necessariamente exatos. [26] [27] [36]

A Teoria dos Conjuntos Difusos, e as técnicas nela fundamentada, têm demonstrado ser poderosas ferramentas capazes de computar com conceitos e noções vagas a respeito de um determinado estado, de acordo com a elaboração de um perfil matemático para estes. A representação matemática de uma informação difusa é feita, qualitativamente, segundo graus de pertinência com os quais expressam a verdade.

Com isso, ao desvendar o relacionamento entre as variáveis de um sistema cujas informações são vagamente quantificáveis, programamos modelos difusos para descrevê-lo por meio de uma base de regras que incorporem matematicamente o conhecimento qualitativo do evento. [18] [27]

O uso de métodos de modelagem difusa tem comprovado bons efeitos e robustez na representação de sistemas fortemente não-lineares, principalmente quando não se tem conhecimento, ou quando o conhecimento do comportamento de um sistema é parcialmente conhecido, ou ainda quando o conhecimento é apenas sobre os aspectos qualitativos. Isso se deve à facilidade de entendimento dos conceitos, que são baseados na comunicação humana, o que torna mais fácil a modelagem. O tratamento difuso atribui ao modelo uma simplificação na exposição do processo e maior tolerância a informações mal aferidas, satisfazendo múltiplos objetivos de controle. [18] [19] [30]

Sendo assim, objetiva-se, neste capítulo, esboçar a forma com que a Lógica *Fuzzy* pode ser empregada na modelagem do sistema de Propagação de Erros utilizando Conjuntos Difusos para abstraí-los durante o uso de um modelo. Com isso, um sistema de controle difuso pode ser aplicado na detecção e correção de erros antes que se tornem efetivamente defeitos, buscando corrigir e eliminar prejuízos associados à ocorrência de anormalidade.

4.1 ADAPTAÇÃO DO SISTEMA FUZZY DE TAKAGI-SUGENO PARA O CÔMPUTO DO ERRO PROPAGADO

Para o esboço da implementação de um Sistema Especialista Difuso que possibilite a abstração da propagação de erros de medida durante a operação de um sistema, foi utilizado primeiramente o método desenvolvido por Takagi-Sugeno. [3] [34]

O sistema difuso Takagi-Sugeno possui a característica de aproximação de funções reais contínuas multi-variáveis para uma modelagem fortemente não-linear, possibilitando a incorporação de informações qualitativas junto às quantitativas em um mesmo modelo, a partir de dados de entrada e saídas do processo que necessita ser modelado. Sua praticidade se deve à sua flexibilidade em descrever uma base de regras independentes entre si, as quais têm a seguinte forma geral: [41] [48]

$$\text{Regra } i: \text{ Se } y \text{ é } T_y^i, \text{ então } \Delta y_i = \left| \frac{\partial f}{\partial x_1} \right| \Delta x_1 + \left| \frac{\partial f}{\partial x_2} \right| \Delta x_2 + \dots + \left| \frac{\partial f}{\partial x_n} \right| \Delta x_n. \quad (4.1.1)$$

A aproximação do sistema é dada por um método de inferência particular: [26] [28] [34]

$$\Delta y = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_i \Delta y_i}{\sum_{i=1}^n \mu_i} \quad (4.1.2)$$

Como não há procedimentos sistemáticos rigorosos para a construção das Regras Lingüísticas, o método Takagi-Sugeno sugere a representação de um Sistema Dinâmico por Proposições Condicionais Difusas onde os Termos Lingüísticos Difusos das premissas são conjuntos difusos de funções de pertinência de qualquer formato,

desde que contínuas, e as conseqüências das proposições são funções das variáveis de entrada. [55]

No processo proposto, a modelagem se baseia em dados coletados experimentalmente, observando o relacionamento entre as variáveis sob o ponto de vista de uma única entrada e uma única saída. Sendo y uma variável a ser medida dependente apenas de uma grandeza de entrada x , temos:

$$y = f(x) \tag{4.1.3}$$

A metodologia foi testada com os seguintes dados obtidos analiticamente, a partir de uma função linear de calibração:

X	Y
1	1
1,1	1,2
1,2	1,4
1,3	1,6
1,4	1,8
1,5	2
1,6	2,2
1,7	2,4
1,8	2,6
1,9	2,8
2	3

Tabela 1: Dados para teste, obtidos analiticamente.
Fonte: Primária

Avaliou-se o maior desvio de y em função da menor variação possível de y em relação à x , em torno do desvio de x . Com base nos conceitos matemáticos de erros descritos no Capítulo 1, compomos a base de regras da seguinte maneira: [34]

$x_i, y_i, i = (0, 1, 2, \dots, n)$ são os valores das variações das medidas das variáveis.

T_y^i denota os conjuntos difusos triangulares que representam a variável medida expressando o grau de pertinência do valor medido. As regras do sistema terão a seguinte forma geral:

REGRA 0: Se y é T_y^0 , então $\Delta y = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} \Delta x = a_0 \Delta x$;

Onde

$T_y^0 = \{y \in [y_0, y_1] \mid (y, \mu_{T_y^0}(y))\}$;

$$\mu_{T_y^0}(y) = \begin{cases} 1 - \frac{y - y_0}{y_1 - y_0} & \text{para } y \in [y_0, y_1] \\ 0 & \text{para outros} \end{cases} \quad (4.1.4)$$

REGRA i: Se y é T_y^i , então $\Delta y = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{x_{i+1} - x_{i-1}} \Delta x = a_i \Delta x$;

Onde

$T_y^i = \{y \in [y_{i-1}, y_{i+1}] \mid (y, \mu_{T_y^i}(y))\}$;

$$\mu_{T_y^i}(y) = \begin{cases} \frac{y - y_{i-1}}{y_i - y_{i-1}} & \text{para } y \in [y_{i-1}, y_i] \\ 1 - \frac{y - y_i}{y_{i+1} - y_i} & \text{para } y \in [y_i, y_{i+1}] \\ 0 & \text{para outros} \end{cases} \quad (4.1.5)$$

REGRA n: Se y é T_y^n , então $\Delta y = \frac{y_n - y_{n-1}}{x_n - x_{n-1}} \Delta x = a_n \Delta x$;

Onde

$T_y^n = \{y \in [y_{n-1}, y_n] \mid (y, \mu_{T_y^n}(y))\}$;

$$\mu_{T_y^n}(x) = \begin{cases} 1 - \frac{y - y_{n-1}}{y_n - y_{n-1}} & \text{para } y \in [y_{n-1}, y_n] \\ 0 & \text{para outros} \end{cases}$$

(4.1.6)

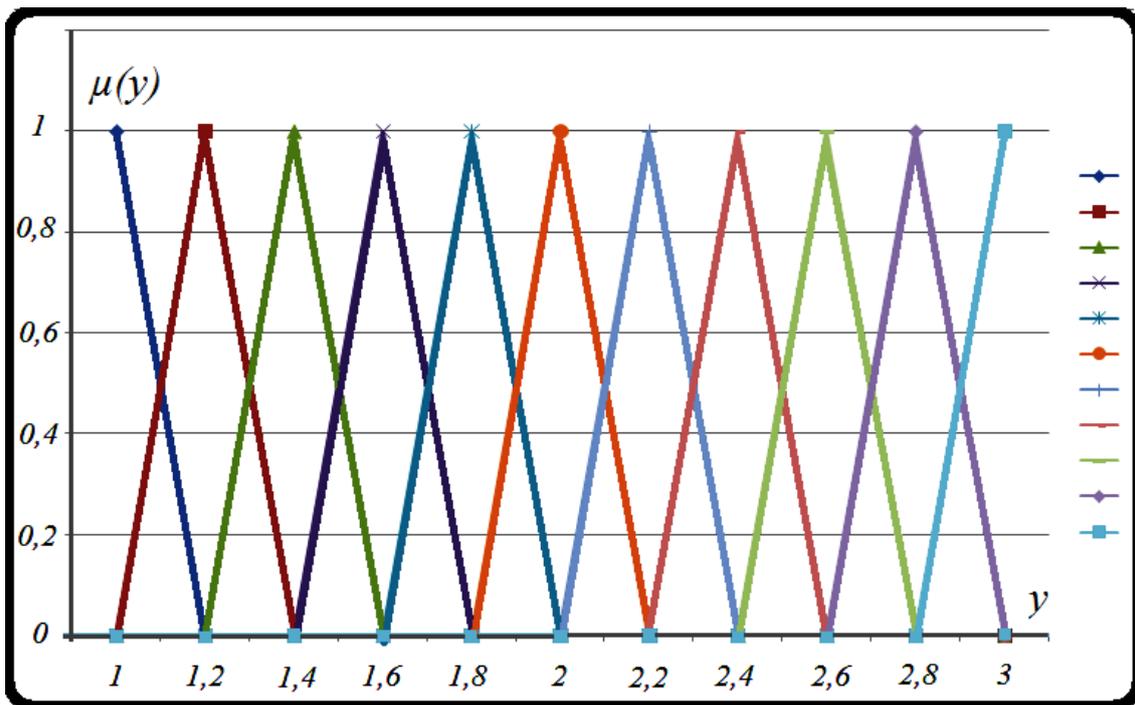


Figura 10: Números *Fuzzy*. As funções de pertinência foram ajustadas segundo o modelo de regra geral, com base nos dados da Tabela 1.

Fonte: Primária

Implementando computacionalmente o método de inferência, como definido em 4.1.2, temos: [34]

$$\Delta y = \frac{\mu_0 a_0 + \mu_1 a_1 + \dots + \mu_n a_n}{\mu_0 + \mu_1 + \dots + \mu_n} \Delta x$$

(4.1.7)

Que expressa o erro propagado para uma variável dependente de uma única grandeza ponderando os coeficientes de sensibilidade apresentados em cada regra conforme o grau de pertinência da medida ao intervalo.

Encontraremos, para cada intervalo $[y_{i-1}, y_i]$, após a manipulação algébrica a aproximação do sistema como [34]:

$$\frac{dy}{dx} = a_{i-1} + \left(\frac{a_i - a_{i-1}}{y_i - y_{i-1}}\right)(y - y_{i-1})$$

(4.1.8)

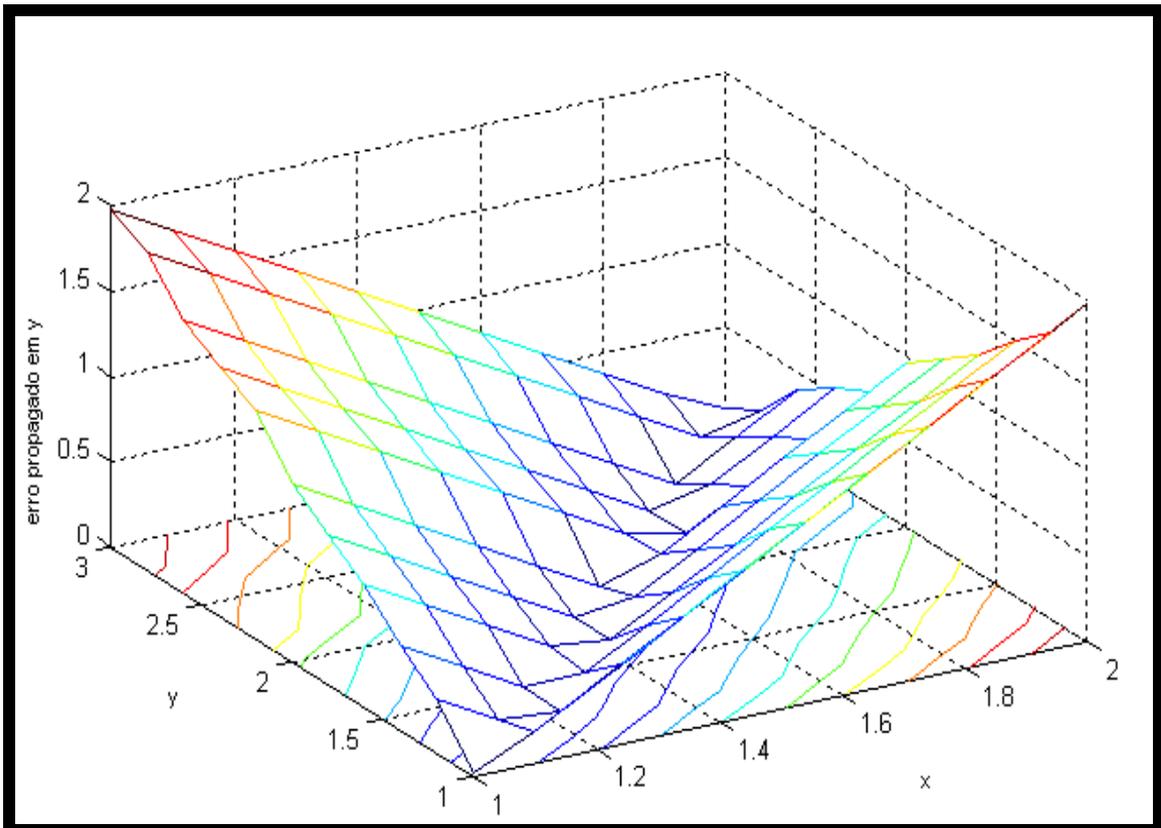


Figura 11: Superfície gerada a partir de pontos escolhidos aleatoriamente no intervalo modelado.
Fonte: Primária.

Dessa forma, são evitados exaustivos cálculos de incerteza combinada, visto que esta excede nas margens. Ao utilizar um Sistema Takagi-Sugeno para auxiliar no processo de análise de propagação de erro, o processo de verificação pode ser realizado em tempo real, levando em consideração que as regras tem ótima adaptabilidade para adicionar novos fatos instantaneamente. A incerteza na variação da margem de erro fica então implícita à difusidade do número que representa a quantidade medida, e não somente na margem de erro das variáveis de influência.

É importante notar que o erro máximo propagado diminui conforme o grau de pertinência ao conjunto que representa o valor da medida aumenta, conforme a figura 11, representando assim a possibilidade de certeza da menor propagação possível.

Para verificação da validade da metodologia, foram escolhidos pontos aleatoriamente no intervalo mapeado pelos conjuntos difusos. Calculamos o erro de y em função de sua variação em relação a x , em torno da menor variação de x , por meio da metodologia estatística já consagrada e por meio da implementação computacional da representação dos dados por proposições condicionais difusas, conforme o método proposto.

x	y	Δy *	Δy **
1,03	1,01	0,064	0,06
1,14	1,201	0,0802	0,08
1,25	1,403	0,1	0,1
1,37	1,602	0,1392	0,14
1,44	1,803	0,0806	0,08
1,51	2,02	0,036	0,02
1,62	2,202	0,0412	0,04
1,74	2,403	0,0806	0,08
1,83	2,602	0,0608	0,06
1,92	2,801	0,040389474	0,04
1,99	2,98	0,014736842	0,014737

Tabela 2: Verificação da eficiência da metodologia.* Erro propagado sobre y obtido pelo processo de inferência. ** Erro calculado manualmente, conforme o Teorema da Lei de Propagação dos Erros.

Fonte: Primária

Percebe-se que, ao combinar a técnica clássica de propagação de erros com o raciocínio da modelagem difusa, não há perda de eficiência no cálculo. Dessa forma, o sistema difuso de Takagi-Sugeno, conforme a metodologia desenvolvida, tem condições

de auxiliar no desenvolvimento de um processo de automatização da calibração de instrumentos, garantindo maior exatidão das medidas.

4.2 MÉTODO ALTERNATIVO PARA A REPRESENTAÇÃO DE DADOS POR MEIO DE PROPOSIÇÕES CONDICIONAIS DIFUSAS

Outra técnica estudada, que segue a mesma linha de trabalhos de Takagi-Sugeno, é a Representação de Dados Através de Proposições Condicionais Difusas proposta por Lambert-Torres [27], a qual também permite que sejam ponderadas informações difusas e não-difusas numa mesma base de regras. Esta técnica consiste em enunciar uma proposição condicional difusa, ponderar as devidas avaliações, e recair em uma equação do primeiro ou do segundo grau, a qual mapeia os limites de erro para uma determinada seqüência de estados. [26] [28]

Cada variável de entrada (x_1, x_2, \dots, x_p) está associada aos conjuntos difusos: **reta** ou **parábola**. Para cada variável de entrada e saída, serão propostos 4 modelos: reta-reta, reta-parábola, parábola-reta, parábola-parábola.

Conhecendo cada componente de incerteza do instrumento/sistema de medida, é possível intuir a incerteza total da medida. Com isso, as regras difusas presentes na máquina de inferência, levam em consideração cada fator que diretamente influi na calibração do sistema de medição.

Nesse sentido, é proposto que as variáveis de entrada sejam as características estáticas e dinâmicas do sistema de medição, como por exemplo, a obediência à linearidade, sensibilidade estática, a exatidão e repetitividade, das medidas, entre outras. A variável de saída y é uma função do primeiro ou segundo grau, que modela o comportamento da incerteza de medição com relação às medidas.

A forma de Representação de Dados exposta tem a seguinte forma geral: [27]

Se x é T_x , então $y = a_{0i} + a_{1i}x + a_{2i}x^2$.

$$T_x = \begin{cases} 0 & \text{para } x < x_{i1} \\ m_{0i} + m_{1i}x + m_{2i}x^2 & \text{para } x_{i1} \leq x \leq x_{i2} \\ 0 & \text{para } x > x_{i2} \end{cases} \quad (4.2.1)$$

Onde T_{x_i} é um conjunto difuso que relaciona um domínio do Universo de Discurso, aqui admitido como o conjunto de números Reais, a uma imagem no intervalo real de 0 a 1 pela função de pertinência $\mu_{T_x} = m_{0i} + m_{1i}x + m_{2i}x^2$ [28].

Para um sistema de múltiplas entradas e uma única saída (por exemplo, de duas variáveis), temos [28]:

Ri) Se x_1 é $T_{x_1}^i$ e x_2 é $T_{x_2}^i$, então $y = a_{0i} + a_{1i}x_1 + a_{2i}x_1^2 + a_{3i}x_2 + a_{3i}x_2^2$.

$$T_x^i = \begin{cases} 0 & \text{para } x < x_{i1} \\ m_{0i} + m_{1i}x + m_{2i}x^2 & \text{para } x_{i1} \leq x \leq x_{i2} \\ 0 & \text{para } x > x_{i2} \end{cases} \quad (4.2.2)$$

O modelo é assim implementado devido à simplicidade com que uma equação linear ou quadrática representa um sistema, o que o confere uma flexibilidade utilizando o menor número de regras para representá-lo. Dessa forma, é possível a abstração computacional, das relações aparentemente ilógicas entre os valores das variáveis de entrada e saída de um sistema, visualmente clara.

Seguindo os passos do método apresentado, deve-se construir uma lista ordenada com os dados de entrada e saída. Em seguida, estabelecer uma tabela auxiliar que acrescente pouco a pouco os pontos da lista anterior fazendo regressões quadráticas até que o erro de regressão sempre menor do que o estabelecido no início, e quando esse

for maior que o erro pré-estabelecido pára, pois temos então a primeira equação para a consequência. [25] [27] [28]

De forma semelhante ao descrito no parágrafo acima, iniciamos uma nova tabela auxiliar incorporando pontos, pouco a pouco, a partir do final da lista ordenada. Adicionamos pontos à regressão de forma que o erro seja sempre menor que o escolhido, e quando o erro for maior, temos então a segunda equação para a consequência. [26] [28]

Ao verificar se há superposições dos intervalos regredidos, podemos nos deparar com a uma transição, entre as funções, sempre contínua e suave. Sendo assim, não são necessárias proposições difusas ao modelamento. Porém, é bem mais comum que isso não ocorra, havendo sempre um intervalo que não foi modelado por nenhuma as regressões, o que nos indica a necessidade do uso das proposições condicionais difusas. [25][28]

Essas proposições são construídas escolhendo pontos aleatoriamente entre os listados. Os valores dos graus de pertinência desses pontos são calculados segundo as técnicas de inferência reversa *Fuzzy*, que, na realidade, consiste em um sistema de diagnóstico, ou seja, um mecanismo de inteligência artificial capaz de identificar possíveis *causas* a partir da análise de seus efeitos. [37]

Um algoritmo de inferência que pode ser utilizado é o Máx. – Min., procedendo à avaliação do modelo a partir da conclusão até obter a premissa. Em outras palavras, partindo da conclusão y , que é o valor defuzificado da resposta, aplicamos a operação reversível do método do centro de gravidade à equação y e chegamos ao conjunto difuso $C = \text{Max} \{GR(i) : i \in [1... r]\}$, cuja função de pertinência é o máximo dos valores individuais em cada ponto. $GR(i)$ é o resultado do truncamento da função genérica da consequência G^i no nível do conjunto difuso genérico $GT(i)$ na premissa para cada regra i , de onde obtemos os conjuntos difusos para cada premissa da base de regras [3] [44].

Assim, por meio da Representação de dados por proposições condicionais difusas, com regras nas formas Parábola-parábola, é possível modelar o comportamento sistemático de erros que prejudicam a mensuração de uma grandeza a partir da

observação de séries bidimensionais que moldem o comportamento do sistema que essa grandeza influencia, respeitando a adaptação da variação temporal. Isto permite a arquitetura de uma rotina computacional que simule situações que incorram em erros sistemáticos, para previsão e planejamento quantitativo, representando-os de forma mais simplificada, e próxima da compreensão humana.

4.2.1 ADAPTAÇÃO DO MÉTODO PARA A MODELAGEM DO COMPORTAMENTO DA PROPAGAÇÃO DE ERROS

Com base nos critérios do método descrito, um sistema foi aproximado pela seguinte representação, para ilustração, consideramos a representação das medidas da variável genérica x a partir do comportamento do sinal y . O comportamento ideal do sinal y no decorrer do tempo é representado pela figura 12.

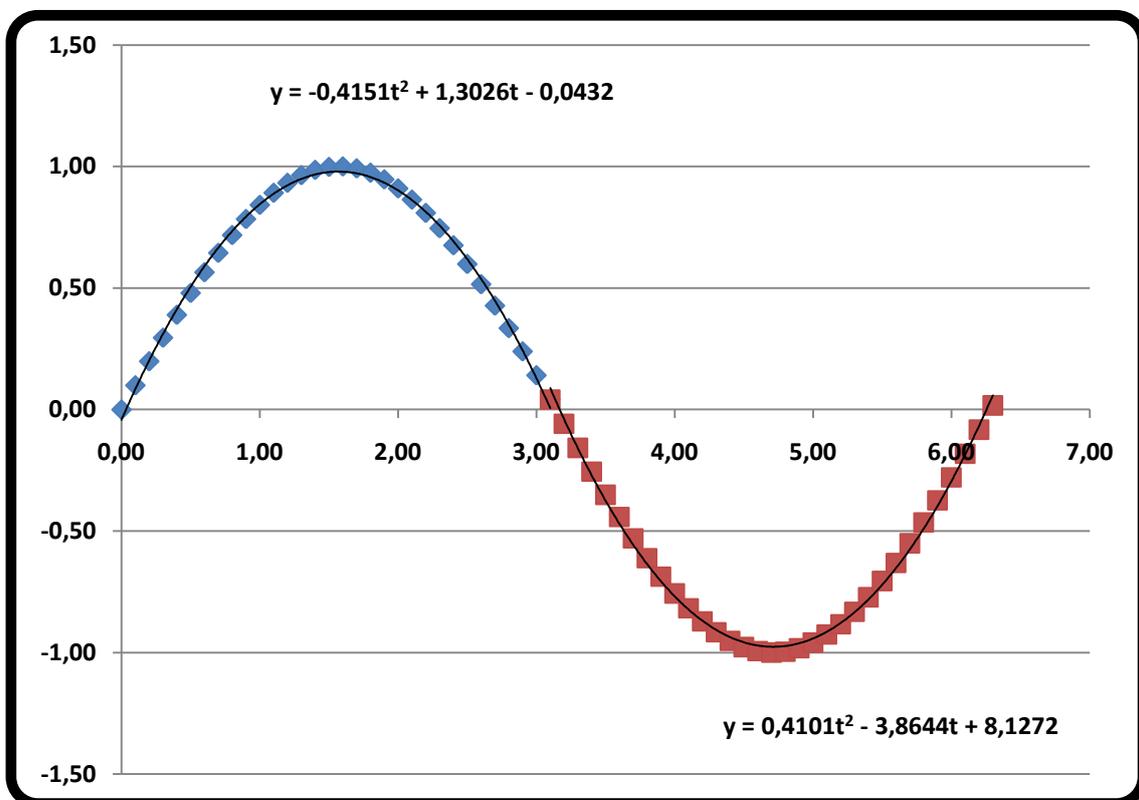


Figura 12: Funções regredidas para as Conseqüências.

Fonte: Primária

Após a regressão das parábolas que representam os dados do sinal y em relação ao tempo, que são as conclusões das regras, por meio de uma Inferência Reversa, calculamos os conjuntos difusos que mapeiam as premissas. A base de regras começa a ser formada pelas seguintes proposições difusas, e os conjuntos difusos que representam a medida de x são representados graficamente conforme a figura 14:

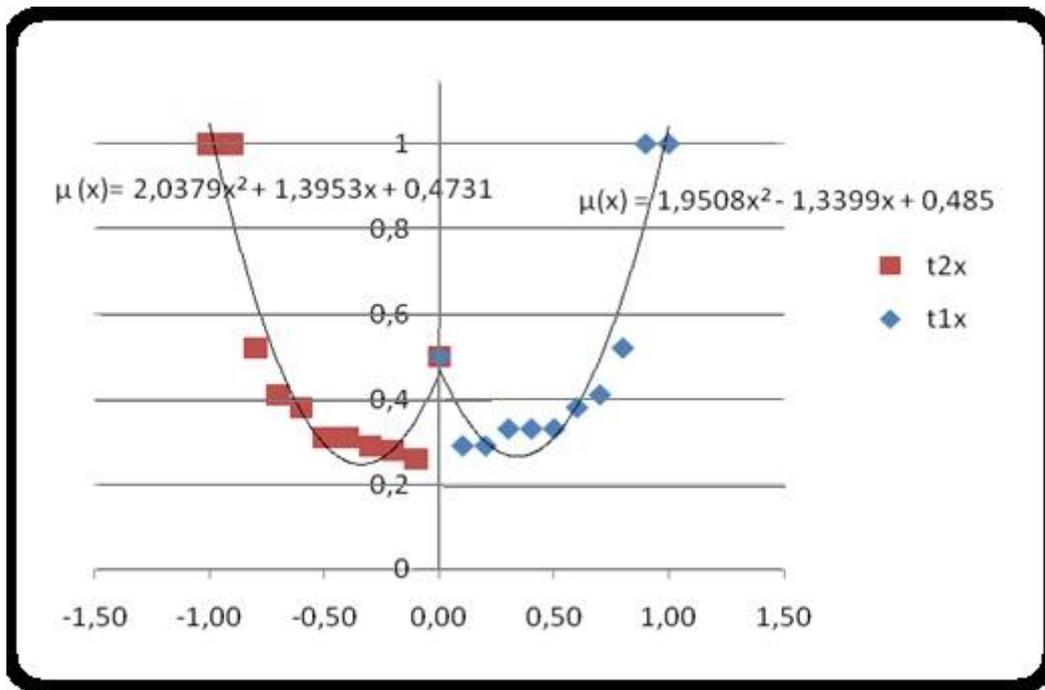


Figura 13: Conjuntos difusos para as Premissas. No eixo horizontal estão dispostos os valores das medidas, e no eixo vertical os valores dos graus de pertinência dos conjuntos difusos $T^1_{x_i}$ (em azul) e $T^2_{x_i}$ (em vermelho).

Fonte: Primária

R1) Se x_1 é $T^1_{x_1}$, então $y = -0,0432 + 1,3026t - 0,4151t^2$.

$$T^1_{x_i} = \begin{cases} 0 & \text{para } x < 0 \\ 0,485 - 1,3399x + 1,9508x^2 & \text{para } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{para } x > 1 \end{cases}$$

(4.2.1.1)

R2) Se x_1 é $T^2_{x_1}$, então $y = 8,1272 - 3,8644t - 0,4101t^2$.

$$T^2_{x_i} = \begin{cases} 0 & \text{para } x < -1 \\ 0,4731 - 1,3953x + 2,0379x^2 & \text{para } -1 \leq x \leq 0 \\ 0 & \text{para } x > 0 \end{cases} \quad (4.2.1.2)$$

Ao estender essa forma de representação de dados para um sistema de múltiplas entradas e uma única saída, representamos cada variável segundo a forma geral, seguindo os passos descritos. Finalmente, aplicando as técnicas de inferência difusa de Takagi-Sugeno, podemos avaliar e ponderar qual é a consequência $y = f(x_1, x_2)$

O exemplo mostra um comportamento ideal para os estados medidos, porém ocorrem em sistemas reais alterações devido às perturbações, e outros fatores, que incorrem em erros na medição, conforme mostra a figura 14.

Entendemos a medida é uma mera avaliação do verdadeiro valor do mensurando. Ao mostrar seu resultado faz-se necessária a indicação quantitativa da qualidade dessa avaliação, de forma tal que aqueles que os utilizam possam avaliar sua confiabilidade. Essa avaliação fundamenta-se na possibilidade da medida apresentar um desvio maior ou menor em relação ao valor exato.

A incerteza no resultado de uma medição reflete a falta de conhecimento exato – ou dúvida – quanto ao valor verdadeiro do mensurando. Compreende, em geral, muitos componentes. Alguns desses podem ser estimados com base na distribuição estatística dos resultados das séries de medições e podem ser caracterizados pelo desvio padrão. No entanto, métodos não convencionais tais como a Lógica Difusa, têm oferecido resultados interessantes no campo da avaliação da incerteza.

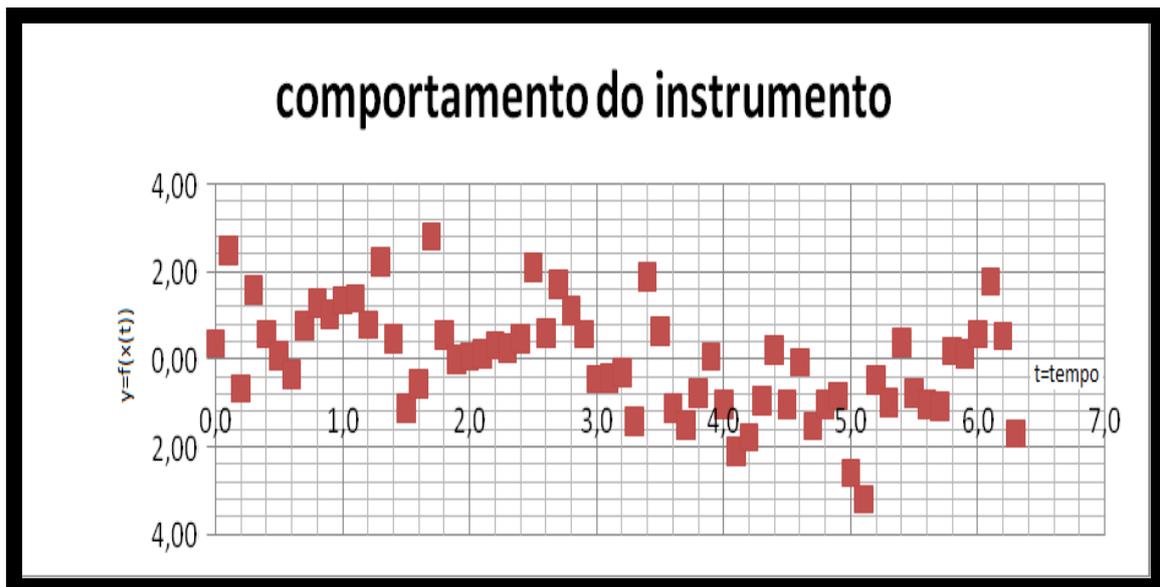


Figura 14: Comportamento das medidas de y em um instrumento
 Fonte: Primária

Conforme o número de medidas tende ao infinito, uma distribuição de freqüências (histograma) tende a uma curva limite. É essa curva limite é que queremos representar por uma proposição difusa, sem se ater aos componentes que provocam o erro.

A maior dificuldade encontrada ao modelar incertezas e erros, é a adoção de um padrão que reflita uma classificação do erro mais próxima da realidade possível. Para tanto, se busca simular o comportamento da incerteza global ao incorporar diversas fontes de incerteza, que surgem de efeitos sistemáticos e aleatórios, propiciando, assim, a comparabilidade dos resultados de medições.

Assume-se a mesma variação de entrada e o mesmo sistema representado analiticamente, nota-se que as medidas estão acometidas de erros. Aplica-se o algoritmo descrito em 4.2, para inferir um comportamento de erro que acomete a medida e se propaga durante a evolução do processo, que inicialmente é ajustado conforme mostra a figura 15.

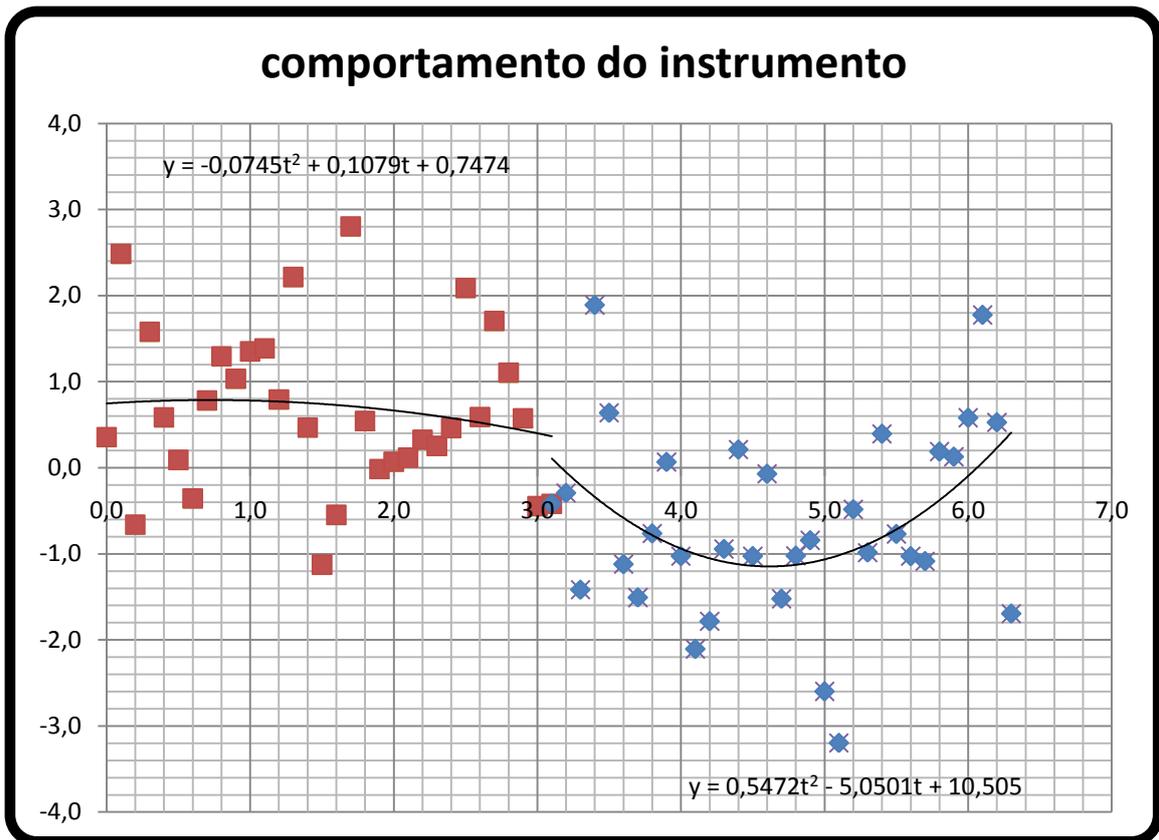


Figura 15: Regressões para as conseqüências.
 Fonte: Primária

Assim, se estende a um sistema de múltiplas entradas e uma única saída, onde se tem em cada regra a primeira variável, (x_1), mapeada pela Lógica difusa conforme ativa um comportamento ideal (pode-se assumir um comportamento normal, segundo as experiências de especialistas), a segunda variável, (x_2) é o comportamento do desvio, ou a perturbação sistemática ou aleatória que incorre em erro, e o conseqüente, as funções do segundo grau que aproximam o comportamento do sistema com erro.

Por meio do processo de Inferência Reversa, se detecta o comportamento do erro, com relação ao comportamento esperado, e o representa por meio de conjuntos difusos cuja função de pertinência tem o modelo de uma equação do segundo grau.

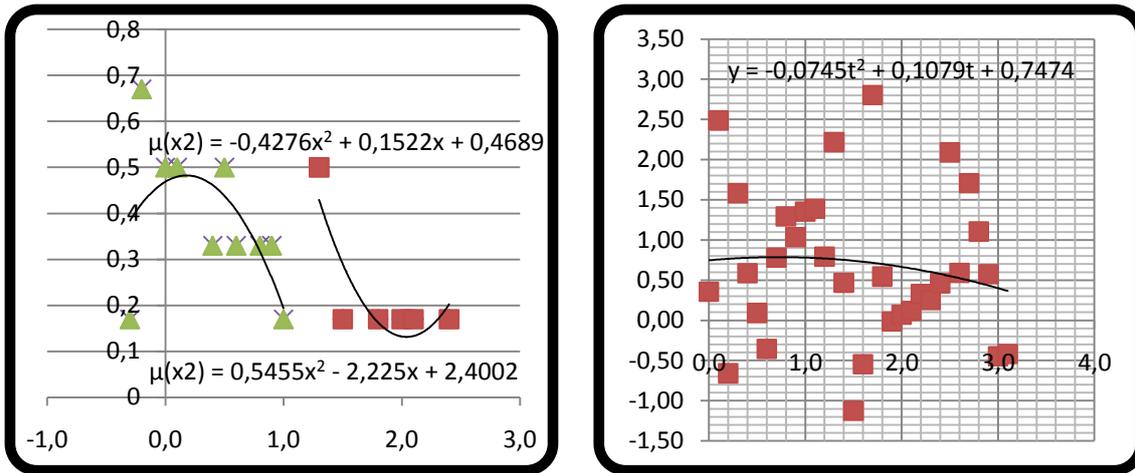


Figura 16: Primeiros conjuntos difusos para a representação da variável erro nas premissas (à esquerda) e comportamento do instrumento regredido relacionado aos conjuntos mencionados.
 Fonte: Primária

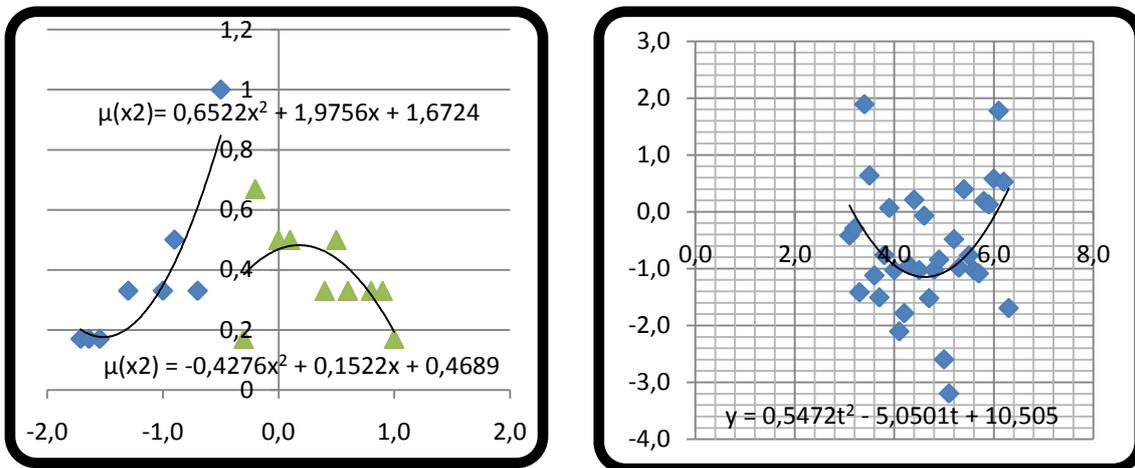


Figura 17: Primeiros conjuntos difusos para a representação da variável erro nas premissas (à esquerda) e comportamento do instrumento regredido relacionado aos conjuntos mencionados.
 Fonte: Primária

Sendo assim, a base de regras começa a ser escrita da seguinte forma:

R1) Se x_1 é $T^1_{x_1}$, então $y = -0,0432 + 1,3026t - 0,4151t^2$.

$$T^1_{x_1} = \begin{cases} 0 & \text{para } x < 0 \\ 0,485 - 1,3399x + 1,9508x^2 & \text{para } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{para } x > 1 \end{cases}$$

(4.2.1.1)

R2) Se x_1 é $T^2_{x_1}$, então $y = 8,1272 - 3,8644t - 0,4101t^2$.

$$T^2_{x_1} = \begin{cases} 0 & \text{para } x < -1 \\ 0,4731 - 1,3953x + 2,0379x^2 & \text{para } -1 \leq x \leq 0 \\ 0 & \text{para } x > 0 \end{cases}$$

(4.2.1.2)

R3) Se x_1 é $T^1_{x_1}$ e x_2 é $T^1_{x_2}$ e então $y = -0,7474 + 0,1079t - 0,4151t^2$.

$$T^1_{x_1} = \begin{cases} 0 & \text{para } x < 0 \\ 0,485 - 1,3399x + 1,9508x^2 & \text{para } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{para } x > 1 \end{cases}$$

$$T^1_{x_2} = \begin{cases} 0 & \text{para } x_{i_2} < -2 \\ 1,6724 - 1,9756x + 0,6522x^2 & \text{para } -2 \leq x \leq -1,6 \\ 0 & \text{para } x > -1,6 \end{cases}$$

(4.2.1.3)

R4) Se x_1 é $T^1_{x_1}$ e x_2 é $T^2_{x_2}$ e então $y = -0,7474 + 0,1079t - 0,4151t^2$.

$$T^1_{x_1} = \begin{cases} 0 & \text{para } x < 0 \\ 0,485 - 1,3399x + 1,9508x^2 & \text{para } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{para } x > 1 \end{cases}$$

$$T^2_{x_2} = \begin{cases} 0 & \text{para } x_{i_2} < -1,6 \\ 0,4689 + 0,1522x - 0,4276x^2 & \text{para } -1,6 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{para } x > 1 \end{cases}$$

(4.2.1.4)

R5) Se x_1 é $T^1_{x_1}$ e x_2 é $T^3_{x_2}$ e então $y = -0,7474 + 0,1079t - 0,4151t^2$.

$$T^1_{x_1} = \begin{cases} 0 & \text{para } x < 0 \\ 0,485 - 1,3399x + 1,9508x^2 & \text{para } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{para } x > 1 \end{cases}$$

$$T^3_{x_2} = \begin{cases} 0 & \text{para } x < 1 \\ 0,4689 + 0,1522x - 0,4276x^2 & \text{para } 1 \leq x \leq 2,5 \\ 0 & \text{para } x > 2,5 \end{cases}$$

(4.2.1.5)

R6) Se x_1 é $T^2_{x_1}$ e x_2 é $T^1_{x_2}$ e então $y = 10,505 - 5,0501t - 0,5472t^2$.

$$T^2_{x_1} = \begin{cases} 0 & \text{para } x < -1 \\ 0,4731 - 1,3953x + 2,0379x^2 & \text{para } -1 \leq x \leq 0 \\ 0 & \text{para } x > 0 \end{cases}$$

$$T^1_{x_2} = \begin{cases} 0 & \text{para } x_{i2} < 2 \\ 1,6724 - 1,9756x + 0,6522x^2 & \text{para } -2 \leq x \leq -1,6 \\ 0 & \text{para } x > -1,6 \end{cases}$$

(4.2.1.6)

R7) Se x_1 é $T^1_{x_1}$ e x_2 é $T^2_{x_2}$ e então $y = 10,505 - 5,0501t - 0,5472t^2$

$$T^2_{x_1} = \begin{cases} 0 & \text{para } x < -1 \\ 0,4731 - 1,3953x + 2,0379x^2 & \text{para } -1 \leq x \leq 0 \\ 0 & \text{para } x > 0 \end{cases}$$

$$T^2_{x_2} = \begin{cases} 0 & \text{para } x_{i2} < -1,6 \\ 0,4689 + 0,1522x - 0,4276x^2 & \text{para } -1,6 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{para } x > 1 \end{cases}$$

(4.2.1.7)

R8) Se x_1 é $T^1_{x_1}$ e x_2 é $T^3_{x_2}$ e então $y = 10,505 - 5,0501t - 0,5472t^2$

$$T^2_{x_1} = \begin{cases} 0 & \text{para } x < -1 \\ 0,4731 - 1,3953x + 2,0379x^2 & \text{para } -1 \leq x \leq 0 \\ 0 & \text{para } x > 0 \end{cases}$$

$$T^3_{x_2} = \begin{cases} 0 & \text{para } x < 1 \\ 0,4689 + 0,1522x - 0,4276x^2 & \text{para } 1 \leq x \leq 2,5 \\ 0 & \text{para } x > 2,5 \end{cases}$$

(4.2.1.8)

O mesmo procedeu para as demais regras da base, combinando as funções do conseqüente com o mapeamento das premissas. Ao passo que as regressões das conseqüências forem se ajustando conforme a exatidão imposta, o sistema de inferência reversa compara o comportamento real com o ideal modela os conjuntos difusos que mapeiam o erro das medidas, nas premissas de cada regra.

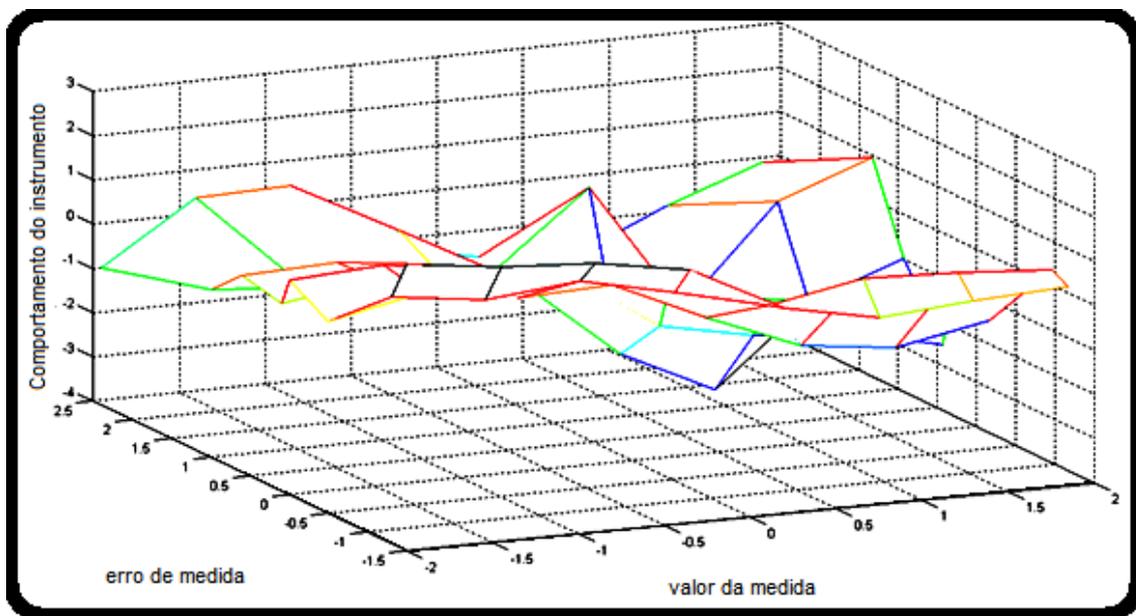


Figura 18: Superfície gerada a partir de pontos escolhidos aleatoriamente. Eixo x= valor da medida, eixo y= erro de medida e eixo z= comportamento do instrumento.
Fonte: Primária

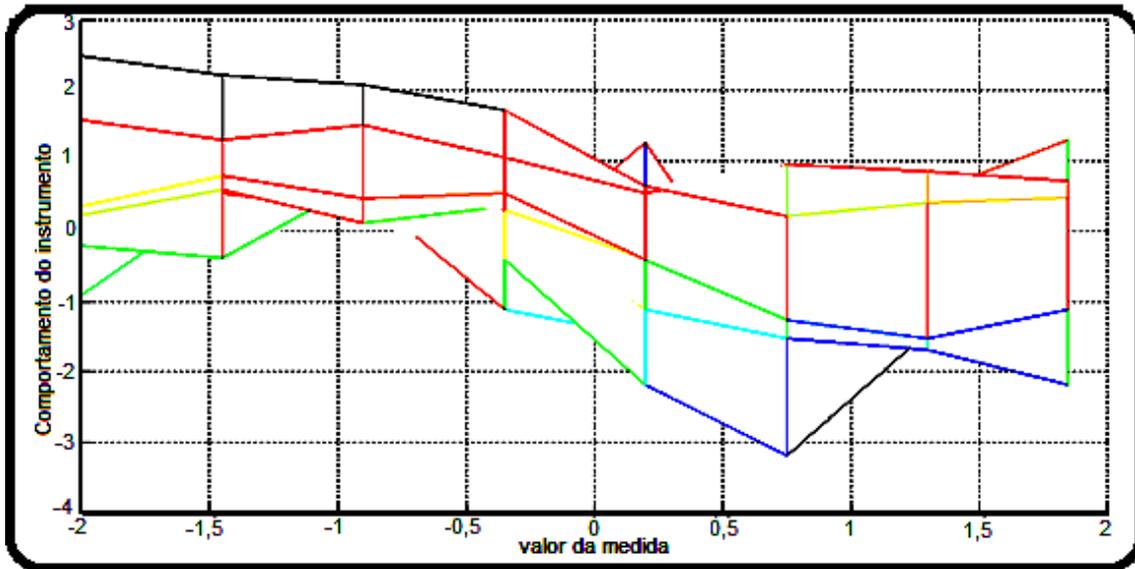


Figura 19: Representação do comportamento do instrumento em relação ao valor da medida.
 Fonte: Primária

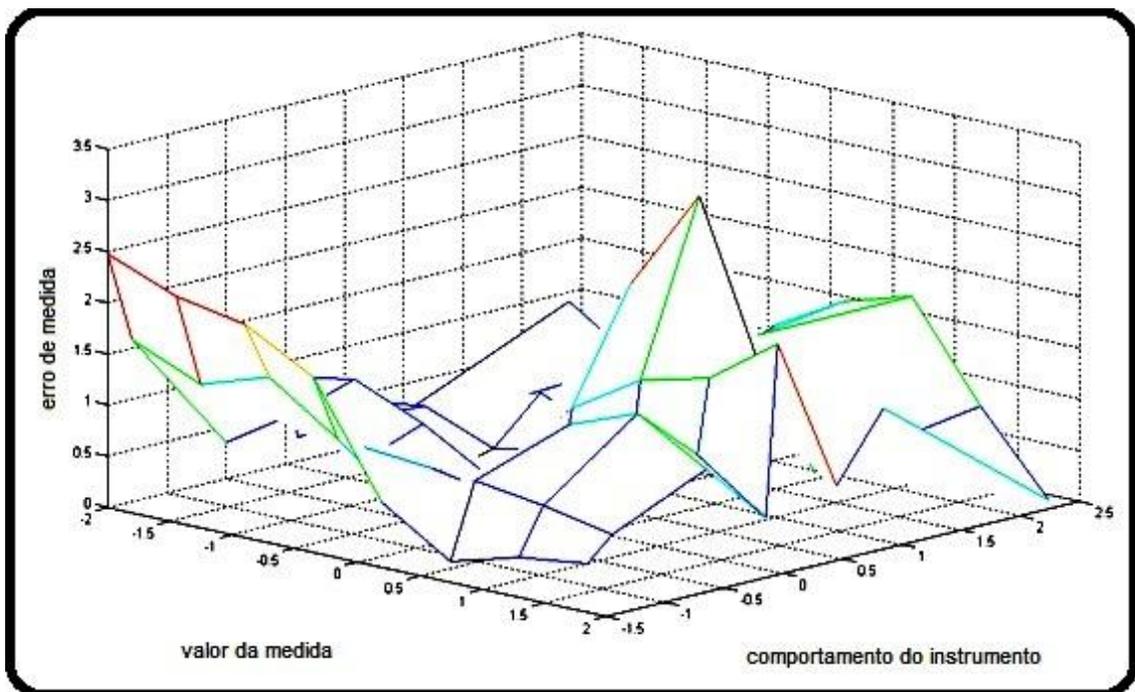


Figura 20 - Representação do erro de medida em relação ao valor da medida e ao comportamento do sistema.
 Fonte: Primária

Ao implementar a base de regras apresentada, percebe-se que, conforme a regressão da consequência de cada regra se aproxima da precisão desejada, a cada vez que são incorporados novos pontos dentro do intervalo representado, comparando o

comportamento normal com o apresentado pelo processo, há um incremento no número de conjuntos difusos que mapeiam o grau de verdade do erro. As soluções das parábolas que representam o erro propagado, truncadas no nível de pertinência que ativou o comportamento de saída, determinam os erros mínimo e o máximo apresentados, que têm o potencial de ativar, na consequência de cada regra, o comportamento observado.

Capítulo 5

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Foram delineadas, com o desenvolvimento deste trabalho, algumas idéias acerca de como os erros apresentados nos instrumentos ou nos sistemas para medição podem ser representados sob a forma de proposições condicionais difusas. Para isso, apresentaram-se os conceitos elementares da Lógica Difusa e suas habilidades em lidar com incertezas, abrindo, assim, um leque de oportunidades de uso destas capacidades para solucionar problemas de falhas associadas a erros de medição.

No presente texto, foram introduzidos os fundamentos desta modelagem e dois métodos difusos práticos nos quais se percebem solidez para o desenvolvimento de experiências e modelos, cujos dados ensaiados são em geral mal aferidos ou comprometidos com algum tipo de perturbação. Ao utilizar os dois métodos para a representação de dados por proposições condicionais difusas, verificamos que ambos são alternativos rápidos e seguros para representar a propagação de erros e a incerteza da modelagem.

5.1 CONTRIBUIÇÕES

A metodologia de inferência de propagação de erros através de proposições condicionais difusas mapeia características de um sistema de medição, trabalhando com dedução a partir de descrições de situações relativas a dados cujo processo de aquisição enfrenta dificuldades, já que estes são escassos, estão acometidos de ruídos, incompletos ou errados. Trata-se de uma técnica especial para a extração de características de linhas de dados contínuos, linhas de onda, ou figuras, e métodos para representá-lo simbolicamente as grandezas medidas.

Por conta do processo de inferência reversa, a metodologia de Representação de dados por Proposições Condicionais Difusas Parábola-Parábola contribui para a dedução de causas do mau funcionamento de um determinado sistema, detecção de defeitos, fraudes, com base na descrição vagamente definida do valor verdadeiro da medida realizada interagindo com o usuário para ajudá-lo a encontrar as falhas e então sugerir ações para corrigi-las.

A inferência da propagação de erros por proposições condicionais difusas baseia sua solução na análise do comportamento dos dados recebidos no passado, comparados com dados de comportamento entre o normal e o ideal, e com os dados do presente. A partir da modelagem desses dados, é possível o desenvolvimento de mecanismos para verificar os vários futuros possíveis, e a partir da análise do comportamento desses erros, fazendo uso de raciocínios hipotéticos, e verificar a tendência ao desgaste do sistema de medição com a variação dos dados de entrada, deduzindo a previsão de um comportamento futuro.

Em outros termos, trata-se de uma metodologia que busca representar os sinais de um comportamento monitorado, verificando continuamente o desempenho de determinadas grandezas de influência em limites pré-estabelecidos, sinalizando, quando forem requeridas, intervenções para o sucesso da operação do sistema. Um sistema poderá ser representado de maneiras diferentes, de acordo com a situação global percebida no momento, e a interpretação varia de acordo com os fatos que o sistema especialista abstrai a cada momento, o que é em geral mal compreendido por um raciocínio bivalente.

Sendo assim, a pesquisa, exposta nesse trabalho, mostrou que a Lógica Difusa possui estrutura para fornecer soluções para mapear o mau funcionamento provocado por distorções de dados e desvios do comportamento esperado, de modo a automatizar verificações nas diversas componentes de incerteza, ou somente na componente de maior influência. Tais sistemas são escassos nesta categoria, porque o ato de executar analisar imperfeições, distorções e incertezas em algum sistema do mundo real é uma tarefa complexa.

Uma das vantagens da Representação de Dados por Proposições Condicionais Difusas consistiu na sua simplicidade e no fato de oferecer uma compreensão muito intuitiva da propagação da incerteza de medidas por meio da visualização de equações quadráticas. Além disso, a implementação das metodologias não é muito complexa e não requer um esforço computacional tão intensivo como na implementação de soluções para equações diferenciais.

5.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Em seqüência a este trabalho, pode-se proceder a busca pela implementação computacional de uma ferramenta de gestão de incertezas, baseada em um sistema especialista, capaz de calcular a Propagação de Erros, com base na análise de dados e reconhecimento de padrões, por meio das metodologias apresentadas, segundo as melhores características da inteligência humana: a criatividade e a experiência em tomar decisões com base em conhecimentos subjetivos e/ou intuitivos e a descrição desta propagação segundo a linguagem natural.

A propagação de erros através de um sistema Takagi-Sugeno mostrou-se uma técnica rápida para implementação de um processo auto-aprendizagem na abstração de regras, com base nas medidas realizadas de um estado. Foi exemplificado por uma função dependente apenas de uma variável, porém é possível sua expansão à uma função dependente de múltiplas variáveis. Uma seqüência nos trabalhos com essa metodologia, será a busca de uma forma de avaliar a incerteza global com base na representação por proposições difusas, que classicamente é calculada por:

Dada $y=f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, a incerteza global é definida pela lei da propagação de incertezas como:

$$U_f = \left[\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} U_{x_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} U_{x_2} \right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n} U_{x_n} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (5.2.1)$$

Onde $\frac{\partial f}{\partial x}$ são coeficientes de sensibilidade absoluta e Ux são as incertezas

absolutas, determinadas todas com o mesmo nível de confiança, assumindo que todas as grandezas medidas não independentes umas das outras.

O método alternativo Parábola-Parábola mostrou-se eficiente, na detecção de erros sistemáticos associados a perturbações no sistema medido. Esse método pode ser aplicado ao diagnóstico de ruídos, defeitos, fraudes, mapeando de forma difusa o comportamento aparentemente aleatório de erros, sem se ater aos componentes individualmente, por meio de uma representação de fácil operação e visualização, incorporando inclusive as experiências de operação.

Ao consideramos todas as contribuições para a incerteza aleatórias, e não havendo escolha de instrumento, por enquanto, o erro sistemático pode ser qualquer um. Assim, normalizando a equação 5.2.2, temos:

$$\frac{U^2 f}{f^2} = \left(\frac{x_1}{f} \frac{\partial f}{\partial x_1} \right)^2 \left(\frac{Ux_1}{x_1} \right)^2 + \left(\frac{x_2}{f} \frac{\partial f}{\partial x_2} \right)^2 \left(\frac{Ux_2}{x_2} \right)^2 + \dots + \left(\frac{x_n}{f} \frac{\partial f}{\partial x_n} \right)^2 \left(\frac{Ux_n}{x_n} \right)^2 \quad (5.2.2)$$

Onde os termos $\left(\frac{x_1}{f} \frac{\partial f}{\partial x_n} \right)$ assumem a forma de fator de amplificação e os termos $\left(\frac{Ux_n}{x_n} \right)$ representam a incerteza relativa, ao comparar a magnitude da margem de erro com a magnitude da medida.

Por exemplo, na equação:

$$r = kX_1^a X_2^b X_3^c \quad (5.2.3)$$

A Incerteza relativa da equação anterior pode ser calculada por:

$$\frac{U^2 r}{r^2} = a^2 \left(\frac{Ux_1}{x_1} \right)^2 + b^2 \left(\frac{Ux_2}{x_2} \right)^2 + c^2 \left(\frac{Ux_3}{x_3} \right)^2$$

(5.2.4)

Expressão que pode muito bem ser incorporada pelas conseqüências das regras conforme elabora TAKAGI-SUGENO, e mais especificamente, conforme a Representação Alternativa de Dados por Proposições Condicionais Difusas.

Dessa forma, representamos as estimativas da variável de entrada do modelo matemático da medição, bem como seus desvios da média e erros como as Premissas, em Números *Fuzzy* os quais denominamos T_x^i cujo formato da função de pertinência é uma equação do primeiro ou do segundo grau.

Os dados dos desvios globais verificados são representados nas conseqüências, pelas funções y do primeiro ou do segundo grau, correspondentes a cada premissa. Essas informações ponderadas na base de regras são então, propagadas através do processo de inferência que incorpora a equação da medição, e aproxima a incerteza de medida, ponderando na conseqüência a contribuição de cada fator identificado como causador de erro em potencial. A incerteza acumulada do processo pode ser inferida de acordo com um nível da confiança desejado, determinado pelo erro máximo de representação.

Devido a tais características, é possível a evolução da base de conhecimento ao refinamento das soluções podendo até chegar a um projeto de automatização da calibração. A metodologia poupa o tempo de busca da melhor da configuração desejada, podendo, em todo caso, ser utilizada para identificar erros em tempo real.

REFERÊNCIAS

- [1] AGUIAR, Marcus A. M. **Sistemas Dinâmicos**. Campinas: UNICAMP, 2005.
- [2] AGUIAR, C. R. e Camargo, P. O. **MODELAGEM EM TEMPO REAL DO ERRO SISTEMÁTICO DAS OBSERVÁVEIS GPS DEVIDO À IONOSFERA**. In Bol. Ciênc. Geod., sec. Artigos, Curitiba, v. 12, no 1, p.101-120, jan-jun, 2006.
- [3] AVILA, Akie K, ARAÚJO, Thiago O., COUTO, Paulo R. G. e BORGES, Renata M. H. **Comparação da estimativa de incerteza de medição na determinação de cobre por espectrometria de absorção atômica com chama por diluição gravimétrica e volumétrica**. Instituto Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial, Rio de Janeiro/RJ, Brasil.
- [4] BARBOSA, Daniel et al. **Lógica Fuzzy aplicada à Proteção de Transformadores**. Disponível em <http://www.sbse2006.ufcg.edu.br/anais/019_sbse2006_final.pdf>. Acesso em: 14 mai. 2009.
- [5] BARRA JÚNIOR, Walter et al. **Controle Fuzzy Aplicado à Melhoria da Estabilidade Dinâmica em Sistemas Elétricos de Potência**. Revista Controle & Automação, Vol.16 nº 2, Abril, Maio e Junho 2005.
- [6] BARROS, Laécio Carvalho de. **Teoria Fuzzy x Biomatemática**. Campinas: IMECC-UNICAMP, 2002. Disponível em <<http://www.ime.usp.br/~tonelli/verao-fuzzy/laecio/minicurso3.pdf>>. Acesso em: 26 set. 2009.
- [7] BASSANEZI, Rodney C., **Modelagem Matemática: Uma disciplina emergente nos programas de formação de professores**. In Grupo de Biomatemática IMECC-UNICAMP, **Biomatemática IX**. Campinas: IMECC-UNICAMP, 1999. p. 09 – 22.
- [8] BASTOS FILHO, T. F.; CAVATI, C. R. **A new Decicion Support System for Operation Programming Using Fuzzy Set**. Revista de Engenharia, Ciência e Tecnologia, Centro Tecnológico da UFES. Espírito Santo: Ed. UFES, 1998.
- [9] BRAGA, Anísio Rogério, BRAGA, Carmela Maria Polito. **Instrumentação Industrial - Notas de aula**. Disponível em <http://www.cpdee.ufmg.br/~palhares/Instrumentacao_NotasAula.pdf> Acesso em 02 nov. 2008
- [10] CABRAL, Paulo. **Erros e Incertezas nas Medições**. Instituto Eletrotécnico Português, 2004.
- [11] CALDEIRAS, André Machado, JUNIOR, Hime Aguiar e Oliveira...[et al.]. **Inteligência Computacional aplicada à administração, economia e engenharia em MATLAB**, Thompson Learning, São Paulo, 2007.
- [12] CONFEDERAÇÃO NACIONAL DA INDÚSTRIA. **Metrologia – A ciência da medição**. Disponível em < <http://www.normalizacao.cni.org.br/metrologia.htm>> acesso em 12 abr. 2008.
- [13] COSTA, Eduardo F.; FILHO, Martim G.A. **Sistemas Dinâmicos**. Disponível em <<http://www.icmc.sc.usp.br/%7Eefcosta/interesse.html>>. Acesso em: 05 mai. 2007.
- [14] DA JORNADA, Daniel Homrich, PIZZOLATO, Morgana; **Planilhas eletrônicas para implementação do metodo de Monte Carlo para estimativa da incerteza de medição**, ENQUALAB-2005, São Paulo: 2005.

- [15] DI GIACOMO, B., TSUNAKI, R.H., SAGAWA, J.K., **Modelagem De Erros Geométricos Utilizando A Norma Chebyshev E Ferramentas De Otimização, 8º Congresso Iberoamericano De Engenharia Mecânica**, Cusco, 23 a 25 de Outubro de 2007.
- [16] ESTIG – IPBeja – Engenharia Topográfica. **Propagação de Erros**. Disponível em < http://www.estig.ipbeja.pt/~legvm/tmo/apontamentos/__aula04-05.pdf> acesso em 01 mai. 2009.
- [17] F. Pinho, **PLANEAMENTO DE EXPERIÊNCIAS ANÁLISE DE INCERTEZA GLOBAL (GERAL) PROPAGAÇÃO DE INCERTEZAS**
- [18] FERNANDES JÚNIOR, Francisco Guerra et al. **Implementação de Controladores PID utilizando Lógica Fuzzy e Instrumentação Industrial**. VII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente. São Luís/ MA, setembro de 2005.
- [19] FUZZY LOGIC DOCUMENTATION. **Fuzzy Modeling**. Disponível em <<http://documents.wolfram.com/applications/fuzzylogic/DemonstrationNotebooks/4.html>>. Acesso em: 05 ago. 2009.
- [20] **GRUPO DE SISTEMAS DINÂMICOS DA UNESP**. Disponível em <<http://www.mat.ibilce.unesp.br/sisdin/>> acesso em 15 set. 2007.
- [21] HALMOS, Paul. **Teoria ingênua dos Conjuntos**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2001.
- [22] Joint Committee for Guides in Metrology. **Evaluation of measurement data – Guide to the expression of uncertainty in measurement**. First edition, JCGM 2008.
- [23] ITO, Hélio Takashi, **Energia Elétrica: Apuração da Qualidade dos Dados de Consumo**, UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA, Campinas, 2003
- [24] LAMBERT-TORRES, G. et al. **A Fuzzy Knowledge-Based System for Bus Load Forecasting**. The Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc - IEEE, 1992.
- [25] LAMBERT-TORRES, G., VALIQUETTE, B; MUKHEDKAR, D. **Writing a Fuzzy Knowledge Base**. The Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc -IEEE, 1990.
- [26] LAMBERT-TORRES, G; MUKHEDKAR, D. **Distribution Feeder Load Modeling: An Approach using Fuzzy Sets**. Canadá: Ecole Polytechnique de Montreal. p. 639 – 642.
- [27] LAMBERT-TORRES, Germano; SILVA, Luis Eduardo. **Fuzzy Conditional Statements: An Alternative Approach for Data Representation**. The IEEE Workshop on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Application, 8- 10 set. 2003. Lviv, Ucrânia.
- [28] LAMBERT-TORRES, Germano; SILVA, Luiz Eduardo Borges; ROSSI, Ronaldo. **A Representação de Dados através de Proposições Condicionais Difusas**. Revista Ciências Exatas, Taubaté, v. 5-8, p. 7-20, 1999-2002.
- [29] LEWIS, Ernest L. **Fuzzy Dimensional Analysis**. Proceedings of ISUMA-NAFIPS. The Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc -IEEE, 1995.
- [30] LIN, T.Y. **Measure Theory on Granular Fuzzy Sets**. The Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc -IEEE, 1999.
- [31] LÓGICA DIFUSA. **Revista Eletrônica Filosofia e Idéias – Interfilosofia**. Disponível em < <http://www.geocities.com/Athens/4539/fuzzy.html>>. Acesso em: 11 ago. 2009.

- [32] LÓGICA FUZZY. Disponível em < http://www.cin.ufpe.br/~compint/aulas-IAS/agentes/ai-002/fuzzy_fum.ppt >. Acesso em: 5 mai. 2007.
- [33] MAGALHÃES, Álvaro Nunes de. **Introdução aos Métodos de Modelagem Difusos Aplicados em Procedimentos Experimentais**. 2007, 77 f. Monografia (Especialização em Uso Racional de Energia) – Universidade Federal de Itajubá.
- [34] MASTORAKIS, Nikos E. **Modeling Dynamical Systems via the Takagi-Sugeno Fuzzy Model**. Disponível em < <http://wseas.org/mastorakis/udine2.pdf> >. Acesso em: 17 set. 2008.
- [35] MATTEDI, Alessandro, **Síntese de um controlador híbrido fuzzy-preditivo: Aplicação para processos de polimerização**. 2003, 153 f. Tese (Doutorado em Engenharia Química) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Química.
- [36] MENDEL, Jerry M. **Fuzzy Sets for Words: a New Beginning**. The IEEE International Conference on Fuzzy Systems, 2003. Los Angeles, CA.
- [37] Merkuryeva, Galina, **FUZZY REVERSE APPROACH TO SIMULATION METAMODELLING**, Department of Modelling and Simulation Riga Technical University.
- [38] MIZUKOSHI, M.T.; BARROS, L.C.; BASSANEZI, R.C.. **Estabilidade Local de Sistemas Dinâmicos Fuzzy**. In Grupo de Biomatemática IMECC-UNICAMP, **Biomatemática XIII**. Campinas: IMECC-UNICAMP, 2003. p. 91 – 95.
- [39] MODELOS DE SISTEMAS. Disponível em < http://www.dei.unicap.br/~almir/seminarios/99.1/Logica_Difusa/modelos.htm >. Acesso em: 12 jul. 2008.
- [40] MONNERA, Nelson Luiz de Paula, **Desenvolvimento e implementação de um filtro de ruídos em Giroscópios DTG**, UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO, 2007.
- [41] NASSAR, Silvia Modesto. **Raciocínio Aproximado: relação e regra difusa**. Disponível em <http://www.inf.ufsc.br/~silvia/disciplinas/sed/aulas/Aula4_Sil2006.ppt> Acesso em: 3 maio. 2008.
- [42] NORONHA, José Leonardo. **Procedimentos de Cálculos de Incerteza de Medição em Medições Diretas e Indiretas**. Departamento de Engenharia de Produção Escola Federal de Engenharia de Itajubá – EFEI, Minas Gerais, Brasil.
- [43] OGATA, Katsuhiko. **Engenharia de Controle Moderno**, Tradução de Paulo Álvaro Maya. 4 ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2003.
- [44] OLIVEIRA JÚNIOR, Hime Aguiar e. **Lógica Difusa: aspectos práticos e aplicações**. Rio de Janeiro: Interciência, 1999.
- [45] PATRICIO, Cristian Mara Mazzini Medeiros, **Deteção de fraude ou erro de medição em grandes consumidores de energia elétrica utilizando Rough sets baseado em dados históricos e em dados em tempo real**. Campo Grande: UNIVERSIDADE FEDERAL DO MATO GROSSO DO SUL, 2006.
- [46] PAULINO, Carlos Daniel, SOARES, Paulo. **Notas sobre Erros e Propagação de Erros**. Disponível em < http://www.math.ist.utl.pt/stat/pe/qeb/semestr_e_1_2004-2005/PE_erros.pdf > acesso em 17 mai. 2008.
- [47] PIACENTINI, João J. et al. **Introdução ao laboratório de Física**. Florianópolis: Ed. Da UFSC, 2001. (Série Didática).
- [48] PIRES, João Moura. **Teoria dos Conjuntos Difusos**. Disponível em < <http://ssdi.di.fct.unl.pt/taia/docs/FuzzySets-CIA-2004.pdf> >. Acesso em: 02 ago. 2007.
- [49] PUCCIARELLI, Amilcar J; Barreto, Gilmar; SERRA, Ginalber L.O;

- Identificação Nebulosa Adaptativa Multivariável.** XXV Congresso da Sociedade Brasileira de Computação – UNISINOS, São Leopoldo/RS, 2005.
- [50] RADU, Cosmin; WILKERSON, Ralph. **Using Fuzzy Set Theory.** The Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc -IEEE, Dez. 1995 e Jan. 1996.
- [51] RUSSEL, Stuart; NORVIG, Peter. **Inteligência Artificial.** Tradução de *Artificial Intelligence*. 2 ed. Rio de Janeiro: Campus, 2003.
- [52] SANTOS, Ronaldo de Jesus et al. **Controle Fuzzy para Racionalização de Energia em Protótipo de Processo Térmico Predial.** VII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente. São Luís/ MA, setembro de 2005.
- [53] SEBRAE **Metrologia Industrial.** Disponível em <<http://www.sebrae-sc.com.br/sebraetib/Hp/conceitos/metrologia/metroindustrial.htm>> acesso em 21 abr. 2008.
- [54] SERRÃO, Flávia Cristina da Costa. **Modelo De Previsão De Carga De Curto Prazo Utilizando Redes Neurais E Lógica Fuzzy.** 2003, 98f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.
- [55] SHAW, S. Ian, SIMÕES, Marcelo Godoy. **Controle e Modelagem Fuzzy,** FAPESP, São Paulo, 2007
- [56] SOARES, Antonio Alexandre de Castro. **Detecção da Intrusão Utilizando Modelos Neuro-Difusos.** 2005, 166 f. Dissertação (Mestrado em Ciências da Engenharia Elétrica) – Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- [57] SOUZA, Nelson de. **Controladores Lógicos Difusos: Uma Alternativa para o Controle de Processos Industriais Críticos.** 2000, 140 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia, Especialidade em Engenharia da Produção) – Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós Graduação em Engenharia de Produção.
- [58] SUBASIC, Pero; NAKATSUYAMA, Mikio. **A New Representation Framework for Fuzzy Sets.** The Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc -IEEE, 1997.
- [59] The Math Works, Inc. **MATLAB® Fuzzy Logic Toolbox 2: User's Guide.** Disponível em www.mathworks.com Acesso em 14 jul. 2009
- [60] TABACNICS, Manfredo M. **Conceitos básicos da teoria dos erros.** 2009 USP
- [61] **THE TAKAGI-SUGENO FUZZY SYSTEM.** Disponível em <<http://www.atp.ruhr-uni-bochum.de/rt1/syscontrol/node129.html>>. Acesso em: 12 ago. 2008.
- [62] THIELE, Helmut. **On Concept of Qualitative Fuzzy Set.** The Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc -IEEE, 1999.
- [63] TORRES FILHO, Antonio Carlos; MILTON, Raul. **Lógica Fuzzy: abordagem conceitual, perspectivas e aplicações.** Disponível em <<http://gaudi.dcc.ufba.br/bin/viewfile/MAT054/SemestreArtigos20061?rev=1.1;filename=LGICAFUZZY.doc>>. Acesso em: 23 out. 2008.
- [64] **UNCERTAINTY IN ENGINEERING.** Disponível em <http://www.uncertainty-in-engineering.net/uncertainty_models/fuzziness/>. Acesso em: 29 jun. 2008.
- [65] VELLASCO, Marley Maira B. R. **Lógica Nebulosa.** Disponível em <<http://www.ica.ele.puc-rio.br/cursos/download/LN-cursop1.pdf>>. Acesso em: 9 mai. 2008.
- [66] VILLATE, Jaime E. **Introdução aos Sistemas Dinâmicos: uma Abordagem Prática com Máxima.** Portugal: Creative Commons, 2007.

- [67] WEBER, Leo, KLEIN, Pedro Antônio Trierweiler. **Aplicação da Lógica Fuzzy em Software e Hardware**, ULBRA, Canoas - RS: 2003.
- [68] YING, Hao. **Analytical Analysis and Feedback Linearization Tracking Control of the General Takagi-Sugeno Fuzzy Dynamic Systems**. IEEE TRANSACTIONS ON SYSTEMS, MAN, AND CYBERNETICS—PART C: APPLICATIONS AND REVIEWS, VOL. 29, Nº. 1, FEBRUARY 1999
- [69] ZADEH, Lotfi A. **On the Analysis of Large-Scale Systems**. Disponível em< <http://www-bisc.cs.berkeley.edu/zadeh/papers/Large-scale%201974.pdf>>. Acesso em: 19 jul. 2008.
- [70] <http://www.inmetro.gov.br/> .Acesso em: 11 set. 20078
- [71] http://www.aneel.gov.br/visualizar_texto.cfm?idtxt=1623. Acesso em: 11 set. 2008.
- [72] <http://www.pucsp.br/~logica/Fuzzy.htm>. Acesso em: 1 jan. 2009.
- [73] <http://www2.dc.uel.br/nourau/document/?view=601> .Acesso em: 11 set. 2007.
- [74] http://www.eps.ufsc.br/disserta/ramos/cap1/cp1_ram.htm Acesso em 15 set 2009
- [75] <http://www.cdcc.sc.usp.br/escolas/juliano/eletrica.html> .Acesso em: 15 set. 2009.