

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ENERGIA**

**PAULO ANTONIO DE SOUZA JUNIOR**

**FRENAGEM DINÂMICA E REGENERATIVA DA MÁQUINA  
DE CORRENTE CONTINUA**

**ITAJUBÁ  
2019**

**PAULO ANTONIO DE SOUZA JUNIOR**

**FRENAGEM DINÂMICA E REGENERATIVA DA MÁQUINA  
DE CORRENTE CONTINUA**

**Dissertação submetida ao Curso de Pós-Graduação de Ciências em Engenharia de Energia, pela Universidade Federal de Itajubá, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Energia.**

**Orientador: Prof. Dr. Vladimir Rafael Melian  
Cobas**

**Co-orientador: Prof. Dr. Ângelo José Junqueira  
Rezek**

**ITAJUBÁ**

**2019**

## **DEDICATÓRIA**

Dedico este trabalho, aos meus amados pais, Terezinha Aparecida Ferraz e Souza e Paulo Antonio de Souza (in memoriam), por tudo que fizeram por mim; aos meus sogros, Lauritz Silva e Ana Maria Silva, pelo suporte diário; e aos meus amores, à família que construí, minha linda esposa, Débora Cristina Silva e Souza e ao meu amado e sensacional filho, Davi Silva e Souza, em especial pelo amor e apoio incondicional em todos os momentos.

## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente ao Grande Arquiteto do Universo, que é Deus, por estar sempre me abençoando e me dando força, saúde e perseverança.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Energia, pela oportunidade de realização desse trabalho.

Aos meus sogros, Lauritz Silva e Ana Maria Silva, pelo auxílio essencial em alguns momentos.

Ao meu prezado orientador, Prof. Dr. Vladimir Rafael Melian Cobas, pela orientação e confiança, e em especial, ao meu estimado co-orientador, Prof. Dr. Ângelo José Junqueira Rezek, por me conduzir, acreditar e perseverar junto comigo nessa caminhada.

À minha amada esposa, Débora Cristina Silva e Souza, por seu apoio, amor e paciência.

À CAPES pela provisão da bolsa de mestrado.

## RESUMO

Neste trabalho, é efetuada a modelagem das frenagens dinâmica e regenerativa da máquina de corrente contínua, excitação independente com o auxílio da resolução da equação diferencial linear resultante da modelagem destes processos frenantes.

É utilizada a segunda Lei de Newton que relaciona o torque frenante para obtenção da velocidade decrescente resultante deste processo dinâmico de frenagem.

Na frenagem dinâmica da máquina de corrente contínua utilizada neste trabalho, a energia cinética é dissipada no banco de resistências, ao passo que na frenagem regenerativa, parte desta energia cinética é devolvida para rede.

Nos casos das frenagens regenerativa e dinâmica, o equacionamento do processo frenante será efetuado para a determinação do tempo de parada do motor, em função da corrente limite, previamente ajustada, no caso da frenagem regenerativa e da resistência inserida no circuito da armadura, para o caso da frenagem dinâmica. Assim, o tempo de frenagem será obtido analiticamente, para comparação deste tempo com aquele obtido experimentalmente. Desta maneira, as modelagens efetuadas poderão ser avaliadas e comprovadas.

**Palavras-chaves: Energia. Frenagem de Máquinas. Corrente Contínua.**

## **ABSTRACT**

In In this work, the dynamic and regenerative braking modeling of an independent triggered DC machine is performed using a linear differential equation.

It uses the Second Newton's Law, which relates braking torque to the resulting decreasing speed from this dynamic braking process.

In the above dynamic braking process, the kinetic energy is dissipated in a resistance pool, while in the regenerative braking, part of the kinetic energy returns to the grid.

In both cases, the braking process mathematical modeling will be used to determine the engine stop time, based on the previously set top current, in the case of regenerative braking. When considering dynamic braking, the stop time will depend on the resistor inserted on the chassis circuit. Thus, the braking time will be analytically determined, and compared to the actual trial time. In this way, the described modelings will be evaluated and validated.

**Keywords: Energy. Machine Braking. Direct Current.**

## SUMÁRIO

<b>1 - INTRODUÇÃO .....</b>	<b>14</b>
<b>2 - APRESENTAÇÃO E COLOCAÇÃO EM OPERAÇÃO DA MÁQUINA DE CORRENTE CONTÍNUA.....</b>	<b>17</b>
<b>2.1 - PARTES CONSTITUINTES DE UMA MÁQUINA DE CORRENTE CONTÍNUA.....</b>	<b>18</b>
<b>2.2 - Princípio de Funcionamento da Máquina de Corrente Contínua como Gerador ...</b>	<b>21</b>
<b>2.3 - Tipos de Geradores de Corrente Contínua.....</b>	<b>26</b>
<b>2.3.1 - Excitação Independente.....</b>	<b>27</b>
<b>2.3.2 - Auto-excitados: Série, Paralelo ou Shunt, Misto ou Compound.....</b>	<b>30</b>
<b>2.4 - Equacionamento Básico para a Máquina de Corrente Contínua Geradora .....</b>	<b>31</b>
<b>2.5 - Características a Vazio para as Máquinas de Corrente Contínua .....</b>	<b>33</b>
<b>2.6 - O Processo de Auto Excitação.....</b>	<b>34</b>
<b>2.7 - Razões que Impedem a Auto Excitação .....</b>	<b>36</b>
<b>2.7.1 - Falta ou Baixo Magnetismo Residual.....</b>	<b>36</b>
<b>2.7.2 - Conexão do Circuito de Campo Invertida com Relação ao da Armadura .....</b>	<b>37</b>
<b>2.7.3 - Resistência do Circuito de Campo Muito Elevada.....</b>	<b>37</b>
<b>2.8 - Máquina de Corrente Contínua Motora.....</b>	<b>37</b>
<b>2.8.1 - Princípio de funcionamento como motor .....</b>	<b>37</b>
<b>2.8.1.1 - FORÇAS MAGNÉTICAS SOBRE CONDUTORES DE CORRENTE.....</b>	<b>37</b>
<b>2.8.1.2 - FUNCIONAMENTO DE UM MOTOR DE CORRENTE CONTÍNUA ELEMENTAR .....</b>	<b>38</b>
<b>2.9 - Equacionamento Básico para máquina de corrente contínua .....</b>	<b>40</b>
<b>2.9.1 - Inversão do sentido de rotação do motor e controle de velocidade .....</b>	<b>42</b>
<b>2.9.2 - Partida do motor de corrente contínua excitação independente .....</b>	<b>42</b>
<b>2.9.3 - Tipos de motores de corrente contínua .....</b>	<b>43</b>
<b>3 - MODELAGEM DA FRENAGEM DINÂMICA DA MÁQUINA DE CORRENTE CONTÍNUA .....</b>	<b>43</b>
<b>3.1 - OBTENÇÃO DO TORQUE DE ATRITO MÉDIO, <math>[T_{AM}]</math> .....</b>	<b>46</b>
<b>4 - FRENAGEM REGENERATIVA.....</b>	<b>59</b>

<b>4.1 - EQUACIONAMENTO PARA FRENAGEM REGENERATIVA.....</b>	<b>64</b>
<b>5 - RESULTADOS OBTIDOS E ANÁLISE DOS MESMOS .....</b>	<b>67</b>
<b>5.1 - FRENAGEM DINÂMICA .....</b>	<b>67</b>
<b>5.2 - FRENAGEM REGENERATIVA .....</b>	<b>68</b>
<b>6 - CONCLUSÃO .....</b>	<b>70</b>
<b>7 - REFERÊNCIAS.....</b>	<b>72</b>
<b>ANEXO: ILUSTRAÇÃO DA BANCADA DE ENSAIO .....</b>	<b>76</b>

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Máquina de corrente contínua em corte .....	18
Figura 2 - Vista da máquina de corrente contínua. ....	20
Figura 3 - Gerador de corrente contínua elementar. ....	21
Figura 4 - Bobina girando dentro de um campo magnético .....	22
Figura 5 - Força eletromotriz da bobina' .....	22
Figura 6 - Bobina na posição I . $U_{AB} = 0$ .....	23
Figura 7 - Bobina na posição II. $U_{AB} = E_{m\acute{a}x}$ .....	23
Figura 8 - Bobina na posição III. $U_{AB} = 0$ . ....	23
Figura 9 - Bobina na posição IV . $U_{AB} = E_{m\acute{a}x}$ .....	24
Figura 10 - Bobina na posição V . $U_{AB} = 0$ .....	24
Figura 11 - Forma de onda nos terminais da carga. ....	24
Figura 12 - Induzido com duas bobinas.....	25
Figura 13 - Tensão existente entre as duas espiras do induzido de uma máquina de corrente contínua elementar .....	25
Figura 14 - Tensão de saída para um gerador de corrente contínua elementar com induzido de duas espiras. ....	26
Figura 15 - Gerador de corrente contínua excitação independente.....	27
Figura 16 - Vetor área da espira alinhado com vetor indução magnética .....	28
Figura 17 - Deslocamento do plano neutro pelo efeito da reação do induzido. ....	29
Figura 18a - Esquema de ligação gerador auto excitado série .....	30
Figura 18b - Esquema de ligação gerador auto excitado paralelo.....	30
Figura 18c - Gerador de corrente contínua auto excitado compoud – curta- derivação. ....	30
Figura 18d - Gerador de corrente contínua auto excitado compound – longa derivação. ....	31
Figura 19 - Máquina de corrente contínua excitação independente .....	31
Figura 20 - Característica a vazio para a máquina de corrente contínua.....	33
Figura 21 - Esquema de ligação para gerador auto excitado shunt. ....	35
Figura 22 - Auto excitação de um gerador shunt .....	36

Figura 23 - Regra da mão esquerda para verificação de forças sobre condutores de corrente .....	38
Figura 24 - Funcionamento de um motor de corrente contínua elementar.....	39
Figura 25 - Motor de corrente contínua em corte .....	39
Figura 26 - Motor de corrente contínua excitação independente.....	40
Figura 27 - Esquema de ligações para frenagem dinâmica MCC. ....	45
Figura 28 - Torque de atrito médio.....	47
Figura 29 - Gráfico velocidade x tempo para frenagem dinâmica - Torque de atrito médio variando com o tempo. ....	55
Figura 30 - Gráfico velocidade x tempo para frenagem dinâmica - Torque de atrito variando com a velocidade .....	57
Figura 31 - Motor funcionando e freando .....	60
Figura 32 - Inversão da corrente de armadura.....	60
Figura 33 - Ponte conversora para alimentação do motor de corrente contínua .....	61
Figura 34 - Circuito de comando.....	62
Figura 35 - Circuito para dissipação de energia .....	62
Figura 36 - Ilustração da frenagem regenerativa mostrando a velocidade na curva 1 e corrente da máquina na curva 2, para corrente de frenagem de 3,57[A] .....	64
Figura 37 - Ilustração da frenagem regenerativa mostrando a velocidade na curva 1 e corrente da máquina na curva 2, para corrente de frenagem de 4,62[A] .....	65
Figura 38 - Ilustração da frenagem regenerativa mostrando a velocidade na curva 1 e corrente da máquina na curva 2, para corrente de frenagem de 7,77[A] .....	66

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Comportamento velocidade x tempo para frenagem dinâmica .....	54
Tabela 2 - Comportamento velocidade x tempo para frenagem dinâmica .....	56
Tabela 3 - Resultados obtidos experimentalmente .....	67
Tabela 4 - Resultados obtidos a partir da equação de rotação do torque de atrito médio .....	67
Tabela 5 - Ilustração dos erros obtidos a partir da comparação de resultados experimentais e de simulação para frenagem dinâmica, considerando-se torque de atrito médio ....	68

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\Omega$	ohm, unidade de resistência elétrica
$\Phi$	fluxo da máquina
$\Phi$	fluxo da máquina e variável com a corrente de excitação
$\Phi_r$	fluxo remanescente devido ao magnetismo residual
$\vec{A}$	vetor área da espira
$\vec{B}$	vetor indução magnética
$\vec{l}$	vetor comprimento
$\vec{B}$	vetor indução magnética
$\Sigma R$	somatório das resistências ligadas em série com o circuito da armadura, incluindo a resistência de carga
$\Sigma R_a$	somatório das resistências conectadas em série com o circuito da armadura
(•)	corrente saindo dos terminais da bobina de armadura
(x)	corrente entrando pelos terminais da bobina de armadura
A	ampère, unidade de corrente elétrica
I	corrente elétrica
I <sub>cc</sub>	corrente contínua
I <sub>exc</sub>	corrente de excitação
rpm	rotação por minuto, unidade de velocidade
V	volt, unidade de tensão elétrica
N.m	unidade de torque mecânico
E	força eletromotriz
U	tensão terminal em carga
I <sub>a</sub>	corrente de armadura
R <sub>c</sub>	resistência do reostato para variação da corrente de excitação
I <sub>ex</sub>	corrente de excitação
K	constante dependente das características da máquina

$E_o$	força eletromotriz gerada a vazio
$I_{ex}$	corrente de excitação
$E_r$	tensão remanescente
$n$	rotação [rpm]
$E_o$	força eletromotriz
$R_s$	resistência do campo shunt
$I$	corrente
$R_c$	resistência de campo
$R_p$	reostato de partida do motor
$E_f$	tensão contínua do circuito de campo
$E$	$K \cdot n \cdot \Phi$
$U_a$	tensão aplicada ao circuito da armadura
$E$	força contra – eletromotriz
$n$	rotação da máquina
$C$	torque desenvolvido pelo motor
$I_a$	corrente de armadura
$T_a$	torque de atrito
$T_n$	torque nominal
$I_a$	corrente que o motor puxa da rede para suprir o torque do atrito
$I_n$	corrente nominal
$P_n$	potência nominal
$n_n$	rotação nominal
$J$	momento de inércia do motor
$K$	constante de proporcionalidade da máquina
$K1, K2$	contatores 1 e 2
$DT1, DT2$	relés de tempo 1e 2
$Sw$	chave reversora de velocidade
$CB1$ e $CC1$	contatos auxiliares do contator $K1$
$CB2$ e $CC2$	contatos auxiliares do contator $K2$
$dT1, dT2$	contatos dos respectivos relés de tempo
$f.em$	força eletromotriz

## **LISTA DE ABREVIATURAS – TERMOS TÉCNICOS**

A - amperímetro

CC - corrente contínua

CP - conexão do tipo composta (compound)

GCC - gerador de corrente contínua

MCC - motor de corrente contínua

## 1 - INTRODUÇÃO

Nos dias atuais, repletos de inovações e tecnologias, fica difícil imaginar a vida sem as máquinas elétricas e seus grandes benefícios. No dia a dia doméstico e industrial, no entanto, levou-se séculos para chegarmos aos resultados de hoje.

Em 1663, o alemão Otto Guericke, construiu a primeira máquina eletrostática e incrementada pelo suíço Martin Planta, em 1774.

Por volta de 1786, o italiano Alessandro Volta, descobriu que entre dois metais diferentes, imersos em líquido condutor, surgia uma tensão elétrica. Em 1799, o mesmo desenvolveu uma fonte de energia chamada de “coluna de Volta”, que podia gerar corrente elétrica. No ano de 1820, Hans Christian Oersted, físico dinamarquês, verificou, por acaso, que a agulha magnética de uma bússola era desviada de sua posição norte-sul quando passava perto de um condutor no qual circulava corrente elétrica. Essa análise foi o primeiro passo em direção ao desenvolvimento do motor elétrico.

Mais à frente, André-Marie Ampère, físico e matemático, fabricou o primeiro eletroímã, sendo este, o dispositivo fundamental para a invenção de inúmeros aparelhos, como o telefone, o microfone, o alto falante, etc. Após isso, em 1831, o inglês, Michael Faraday, descobriu a indução eletromagnética.

Em 1832, S. Dal Negro, cientista italiano, construiu a primeiro motor de corrente alternada com movimento de vaivém. Logo no ano seguinte, W. Ritchie, outro cientista inglês, inventou o comutador, construindo um pequeno motor elétrico em que o núcleo de ferro enrolado girava em torno de um ímã permanente. Para dar uma rotação completa, a polaridade do eletroímã era alternada a cada meia volta, através do comutador.

Levou quase três séculos, desde os primeiros estudos até a aparição das máquinas elétricas em 1886, atribuída ao cientista alemão Werner Siemens, inventor do primeiro gerador de corrente contínua auto induzido.

Seguindo-se os anos, outros grandes estudiosos contribuíram para o avanço, como o croata Nikola Tesla, que apresentou um pequeno protótipo de motor de indução bifásico com rotor em curto-circuito. Este acontecimento foi determinante na divulgação da utilização da corrente alternada, permitindo a distribuição da energia por longas distâncias.

Hoje em dia, estudos constataram que parte da energia consumida em processos produtivos é desperdiçada ou utilizada de forma ineficiente. NETO *et al*, relata que, segundo GUARDIA (2010), “a energia é um dos principais insumos da indústria” e “sua disponibilidade, custo e qualidade são determinantes fundamentais da capacidade competitiva do setor produtivo”, afirmando que cerca de 40% da energia no Brasil é consumida pelo setor industrial e, deste percentual, aproximadamente 45% corresponde à energia elétrica. PANESI (2006) menciona que “no setor industrial, entre 50% e 60% da energia utilizada é consumida pelos motores elétricos”.

De acordo com CHAPMAN (2013), uma máquina elétrica é um dispositivo que pode converter tanto a energia mecânica em energia elétrica como a energia elétrica em energia mecânica. Quando tal dispositivo é usado para converter energia mecânica em energia elétrica, ele é denominado *gerador*. Quando converte energia elétrica em energia mecânica, ele é denominado *motor*. Na prática, quase todos os motores fazem a conversão da energia de uma forma em outra pela ação de um campo magnético; salienta também, que no cotidiano da vida moderna, esses dois tipos de dispositivos elétricos estão presentes em todos os lugares. Nas casas, os motores elétricos acionam refrigeradores, *freezers*, aspiradores de ar, processadores de alimentos, aparelhos de ar condicionado, ventiladores e muitos outros eletrodomésticos similares. Nas indústrias, os motores produzem a força motriz, responsável por mover praticamente todas as máquinas, sendo assim, existe a necessidade de freiá-las.

A frenagem de máquinas elétricas, é um assunto bastante importante, podendo-se averiguar aplicações imediatas, como por exemplo, em elevadores, tração elétrica, processos industriais de laminação de alumínio e fabricação de papel, etc.

A frenagem dinâmica da máquina de corrente contínua é um método utilizado para desaceleração da máquina, onde há dissipação de energia num banco de resistências previamente determinado para tal processo. Por exemplo, pode-se citar uma importante aplicação do método na frenagem de caminhões de minério da Cia Vale, onde apenas o freio convencional de lona de caminhão não é suficiente para controlar o processo de controle da velocidade. A frenagem regenerativa também é amplamente utilizada industrialmente, podendo-se citar por exemplo, a sua utilização em trens metroviários, empregando chopper tiristorizado (metrô de São Paulo) e nas

fabricações de papel e alumínio, processos nos quais o conversor dual tiristorizado é empregado. Neste caso ocorre a devolução de energia para a rede.

A frenagem regenerativa pode ser feita de duas maneiras:

- Utilizando duas pontes tiristorizadas em antiparalelo. Este arranjo é conhecido como Conversor Dual. Neste caso ocorre a inversão da corrente de armadura.
- Usando apenas uma ponte tiristorizada invertendo-se a corrente de campo.

Este arranjo foi utilizado em laboratório.

A ponte de tiristores será controlada para frenagem eficiente da máquina.

Como pesquisa comparativa com outros trabalhos desenvolvidos relativos à modelagem da frenagem dinâmica, pode-se citar o trabalho da referência, ERDMAN, W. "***Dynamic braking of DC machines: A mathematical approach***" IEEE, vol. IA-19, n.3, may/june, 1983, pp. 388-392.

A diferença básica deste trabalho, comparativamente ao citado acima, é o de que desprezou-se a queda de tensão na indutância da máquina no processo transitório de frenagem, o que resultou numa modelagem do processo frenante mais simples e atribuindo-se um valor de resistência de frenagem, o tempo de parada do motor obtido teoricamente foi bem próximo ao obtido experimentalmente, comprovando a modelagem efetuada.

Como objetivo deste trabalho, pretende-se registrar a velocidade da máquina durante o processo frenante, em função da resistência inserida no circuito da armadura para o caso da frenagem dinâmica. No caso da frenagem regenerativa, serão obtidos via registro de sinais, a corrente de frenagem e a velocidade da máquina. O equacionamento da frenagem será feito, donde se pretende obter expressões analíticas de tempos de frenagem, utilizando a segunda lei de Newton (equação de balanço). Necessita-se, evidentemente, do momento de inércia da máquina, pois este dado é necessário na equação de balanço. Uma posterior comparação com resultados práticos será, então, realizada.

Como objetivos específicos, a modelagem matemática dos processos frenantes serão efetuados, pretendendo-se também comprovar a modelagem teórica com resultados experimentais obtidos em laboratório, a partir da utilização de uma bancada de testes para tal finalidade.

## 2 - Apresentação e Colocação em Operação da Máquina de Corrente Contínua

A máquina de corrente contínua (MCC), é um dos três tipos básicos de máquinas elétricas (máquinas CC, máquinas síncronas e máquinas de indução) que ainda tem sido amplamente utilizada em determinados tipos de indústrias, principalmente por ser capaz de permitir ajustes finos de torque e de velocidade em seu funcionamento.

As MCC, caracterizam-se por sua versatilidade, através das várias combinações de enrolamentos de campo, excitados em derivação, série ou independentemente, podendo ser projetadas de modo a expor uma extensa variedade de características de tensão *versus* corrente ou de velocidade *versus* torque, para operações dinâmicas e em regime permanente. Devido à facilidade com que podem ser controladas, sistemas de máquinas CC têm sido usados frequentemente em aplicações que exigem uma ampla faixa de velocidades ou de controle preciso da saída do motor.

O funcionamento dos motores e geradores de corrente contínua se baseia nos princípios do eletromagnetismo. Ao se aplicar uma corrente elétrica em um fio condutor, é criado ao seu redor um campo magnético que, se estiver sob ação um campo magnético fixo, sofre uma força tal que provoca sua movimentação e a energia é convertida em trabalho.

A máquina de corrente contínua, devido a maior complexidade e elaboração em sua construção, se apresenta como uma máquina relativamente cara e também de manutenção mais frequente, devido a existência do comutador e escovas, que se desgastam com o funcionamento das mesmas.

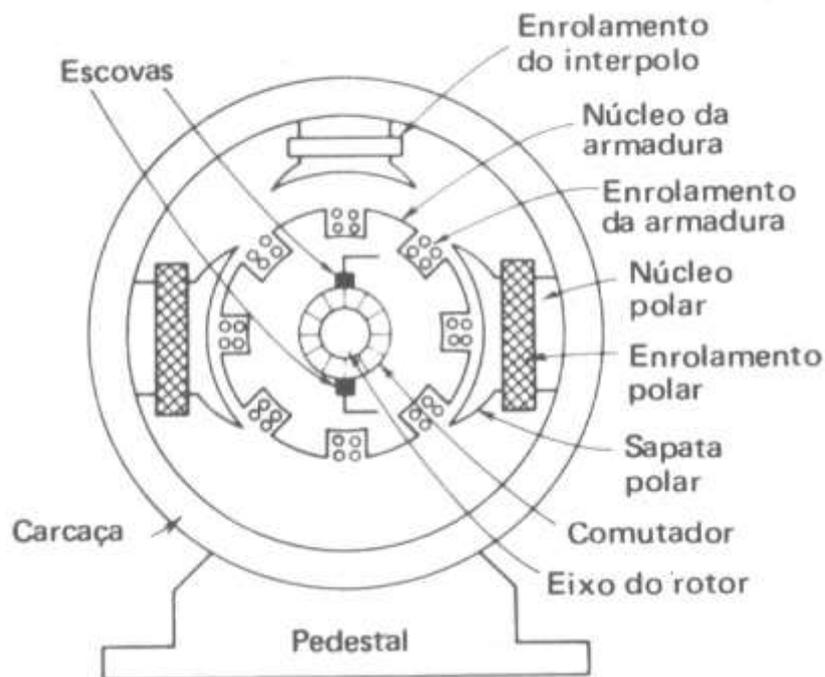
Como gerador a máquina de corrente contínua está em desuso devido ao aparecimento dos dispositivos retificadores a estado sólido, que por serem equipamentos estáticos não apresentam perdas rotativas, são de manutenção mais simples e também mais baratos. Por isso mesmo a máquina de corrente contínua ainda é bastante utilizada como motor, devido principalmente a duas características extremamente importantes apresentados pelos motores de corrente contínua, que são:

- a) Facilidade de controle de velocidade com precisão dentro de uma ampla faixa;
- b) Característica de torque adequados à tração elétrica.

Convém, entretanto, salientar que o motor de indução trifásico, vem substituindo gradativamente o motor de corrente contínua, devido ao amplo desenvolvimento da eletrônica de potência, tornando mais acessíveis, eficientes e baratos os sistemas de controle dos motores de corrente alternada.

## 2.1 - Partes Constituintes de uma Máquina de Corrente Contínua

A figura 1 ilustra as principais partes da máquina de corrente contínua.



**Figura 1:** Máquina de corrente contínua em corte.

**Fonte:** <https://docente.ifrn.edu.br/heliopinheiro/Disciplinas/maquinas-acionamentos-eletricos/apostila-de-maquinas-de-cc-1>

Uma descrição sucinta das principais partes constituintes é feita a seguir:

1. **Carcaça:** Estrutura cilíndrica de aço ou de ferro fundido ou laminado. A carcaça serve não só como suporte das demais partes da máquina, mas também providencia um caminho de retorno do fluxo criado nos pólos da máquina.

2. **Enrolamento Polar:** Consiste de poucas espiras de fio grosso para o campo série ou de muitas espiras de fio fino para o campo shunt. A corrente circulando nestes enrolamentos faz com que apareça uma força magneto motriz responsável pela produção no entreferro do fluxo necessário para a geração da força eletromotriz.
3. **Núcleo Polar:** São constituídos de ferro laminado ou não, aparafusados ou soldados na carcaça, após a inserção dos enrolamentos de campo nos mesmos.
4. **Sapata Polar:** Esta peça é curvada e é mais larga que o núcleo polar para espalhar mais uniformemente o fluxo. A sapata é laminada devido às variações de fluxo com que a mesma é submetida. É que a relutância magnética do fluxo produzido nos pólos sofre pequenas variações devido às ranhuras em movimento da armadura. Desta maneira, para minimizar as perdas é usual fazer a sapata polar laminada.
5. **Enrolamento do Interpolo:** Também são colocados na carcaça da máquina, situados entre os pólos principais. São de tamanho menor que os pólos e por isto mesmo facilmente identificados. O enrolamento do interpolo é composto de algumas poucas espiras de fio grosso, pois o mesmo é ligado em série com a armadura.
6. **Escovas:** As escovas são de carvão e deslizando sobre o comutador são encarregadas de fazer a conexão do circuito de armadura (girante) com o circuito externo.
7. **Coletor ou Comutador:** Esta peça é fator de reconhecimento de uma máquina de corrente contínua. É encarregada da retificação mecânica da tensão da armadura, ficando também submetida a constante desgaste devido ao faiscamento e atrito com as escovas. Pode-se dizer mesmo, que é a peça que mais traz problemas para uma máquina de corrente contínua. É constituída de inúmeras teclas de cobre separadas uma das outras por mica.

8. **Enrolamento da armadura:** São alojados nas ranhuras existentes nesta peça.
9. **Núcleo da Armadura:** Sustenta as bobinas da armadura, construído de camadas laminadas de aço, para minimizar as perdas.
10. **Pedestal:** Peça de apoio para a máquina.

A figura 2 a seguir, ilustra uma máquina de corrente contínua.



**Figura 2:** Vista da máquina de corrente contínua.

**Fonte:** <http://www.eletovalmotores.com.br/manutencao-motor-corrente-continua>

As principais partes elétricas são:

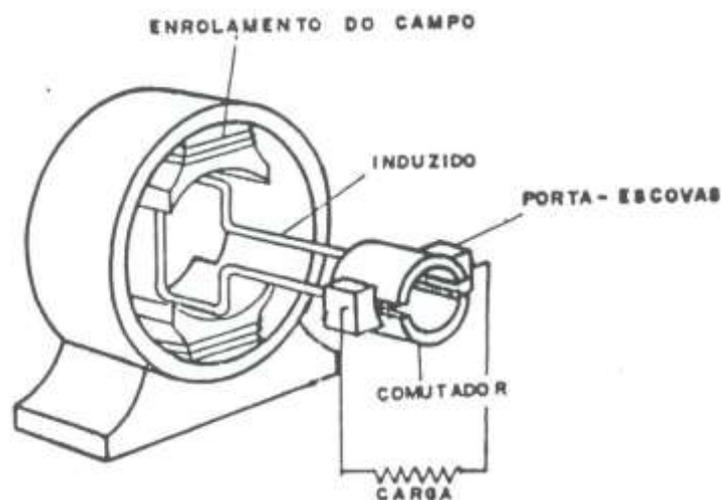
1. Bobina do pólo
2. Núcleo e sapata polar
3. Interpolo com respectivo núcleo
4. Armadura
5. Bobina da armadura
6. Coletor

## 2.2 - Princípio de Funcionamento da Máquina de Corrente Contínua como Gerador

No início do século XIX, por volta da década de trinta, a única fonte de energia elétrica que era sabida eram as pilhas e baterias, que transformavam energia química em eletricidade. Contudo, em 1831, o inglês Michael Faraday, inventou um sistema capaz de produzir energia elétrica a partir de energia mecânica, criando, assim, um dispositivo gerador de energia. O gerador de Faraday baseava-se num disco de cobre que girava no campo magnético formado pelos polos de um ímã de ferradura e produzia uma corrente elétrica contínua.

Com a conquista de Faraday, além de ser crucial para o crescimento, desenvolvimento e aplicabilidade da energia elétrica, foi a primeira etapa para o surgimento dos geradores de energia elétrica, que ao longo dos tempos foram sendo aperfeiçoados, agregaram inovações tecnológicas e transformaram-se em uma excelente e confiável fonte de energia.

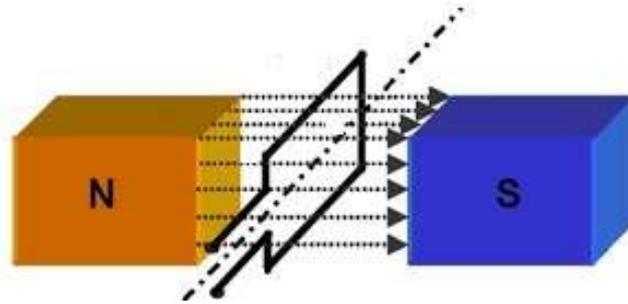
A figura 3 ilustra um gerador de corrente contínua elementar, através do qual ficará fácil a compreensão do princípio de funcionamento do mesmo.



**Figura 3:** Gerador de corrente contínua elementar.

**Fonte:** REZEK, AJJ. **Eletrotécnica Geral Aplicada, Teoria e Prática**

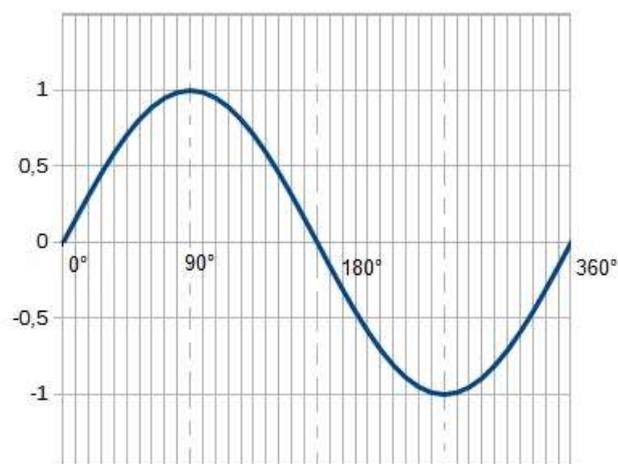
Seja uma bobina no interior de um campo magnético, como ilustra a figura 4.



**Figura 4:** Bobina girando dentro de um campo magnético.

**Fonte:** [http://www.lsi.usp.br/~ramc/cabeamento\\_arquivos/APOSTILA%20DE%20ELETRICIDADE%20B%C3%81SICA%20.doc](http://www.lsi.usp.br/~ramc/cabeamento_arquivos/APOSTILA%20DE%20ELETRICIDADE%20B%C3%81SICA%20.doc) (Adaptado).

Sabe-se que a força eletromotriz que aparece após um giro completo da bobina é ilustrada na figura 5.



**Figura 5:** Força eletromotriz da bobina

**Fonte:** [http://www.lsi.usp.br/~ramc/cabeamento\\_arquivos/APOSTILA%20DE%20ELETRICIDADE%20B%C3%81SICA%20.doc](http://www.lsi.usp.br/~ramc/cabeamento_arquivos/APOSTILA%20DE%20ELETRICIDADE%20B%C3%81SICA%20.doc) (Adaptado).

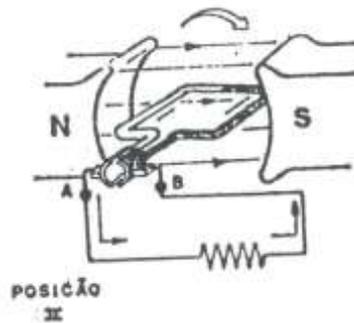
Portanto, a onda resultante é alternada e não contínua. Para fazer a retificação da tensão existe o coletor. Será visto a seguir como é feita a retificação mecânica da tensão, por intermédio das figuras 6 a 7.

Para facilidade de compreensão, a bobina será dividida em duas partes com uma metade enegrecida e a outra metade branca. Entre as escovas será suposta uma carga. Durante 180° os terminais ligados a parte enegrecida têm tensão superior ao terminal ligado à parte não enegrecida da bobina e durante os outros 180° o inverso ocorre.



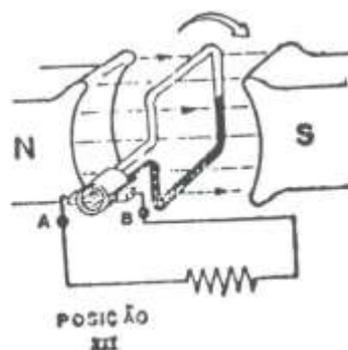
**Figura 6:** Bobina na posição I.  $U_{AB} = 0$ .

**Fonte:** REZEK, AJJ. *Eletrotécnica Geral Aplicada, Teoria e Prática*



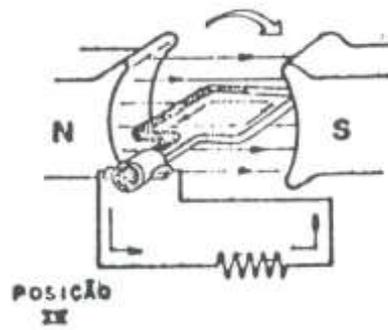
**Figura 7:** Bobina na posição II.  $U_{AB} = E_{máx}$ .

**Fonte:** REZEK, AJJ. *Eletrotécnica Geral Aplicada, Teoria e Prática*



**Figura 8:** Bobina na posição III.  $U_{AB} = 0$ .

**Fonte:** REZEK, AJJ. *Eletrotécnica Geral Aplicada, Teoria e Prática*



**Figura 9:** Bobina na posição IV .  $U_{AB} = E_{m\acute{a}x}$ .

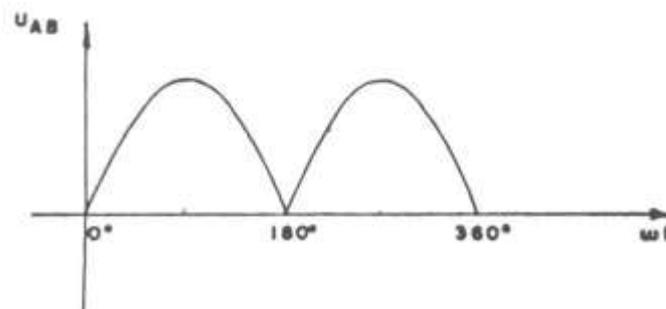
**Fonte:** REZEK, AJJ. **Eletrotécnica Geral Aplicada, Teoria e Prática**



**Figura 10:** Bobina na posição V .  $U_{AB} = 0$ .

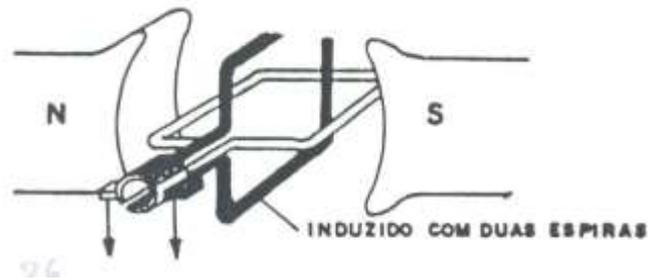
**Fonte:** REZEK, AJJ. **Eletrotécnica Geral Aplicada, Teoria e Prática**

A tensão de saída na carga  $U_{AB}$  possui o aspecto mostrado na figura 11.



**Figura 11:** Forma de onda nos terminais da carga.

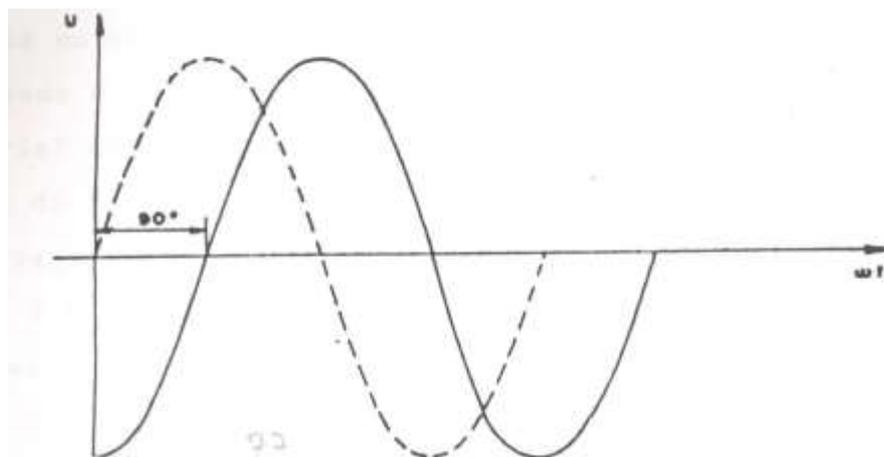
Caso se tivesse o induzido com duas bobinas ao invés de uma apenas, se teria quatro anéis coletores ao invés de apenas dois. A figura 12 ilustra o induzido contendo duas espiras.



**Figura 12:** Induzido com duas bobinas.

**Fonte:** REZEK, AJJ. **Eletrotécnica Geral Aplicada, Teoria e Prática**

As tensões entre as duas espiras estarão defasadas de  $90^\circ$ , conforme mostrado na figura 13.



**Figura 13:** Tensão existente entre as duas espiras do induzido de uma máquina de corrente contínua elementar.

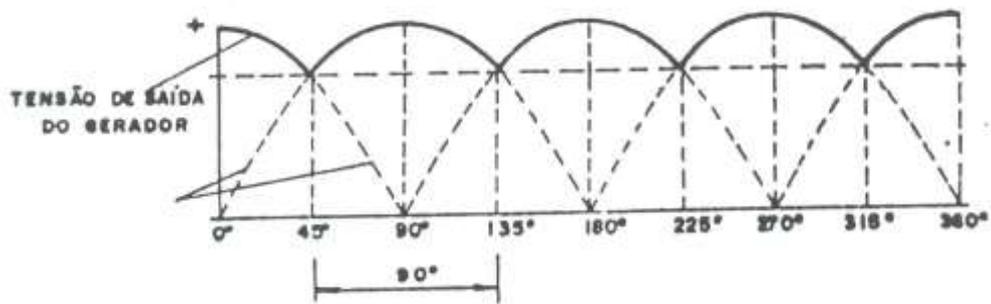
**Fonte:** REZEK, AJJ. **Eletrotécnica Geral Aplicada, Teoria e Prática**

Na figura 13 tem-se:

----- = Tensão na bobina enegrecida

\_\_\_\_\_ = Tensão na bobina branca

A tensão de saída do gerador é ilustrada na figura 14.



**Figura 14:** Tensão de saída para um gerador de corrente contínua elementar com induzido de duas espiras.

**Fonte:** REZEK, AJJ. **Eletrotécnica Geral Aplicada, Teoria e Prática**

Pode-se verificar que quanto mais espiras e quanto maior o número de teclas do coletor ou comutador, menos ondulada é a tensão de saída. Um gerador de corrente contínua industrial apresenta inúmeras bobinas e por isto mesmo a tensão de saída do mesmo apresenta apenas uma ligeira ondulação. Outra observação importante que se pode constatar foi a seguinte:

- Com uma bobina no induzido obteve-se uma forma de onda senoidal monofásica antes da retificação;
- Com duas bobinas no induzido obteve-se duas formas de onda senoidais, defasadas de  $90^\circ$  antes da retificação;
- Com quatro bobinas no induzido se obteria quatro formas de onda defasadas de  $45^\circ$  antes da retificação;
- Com  $N$  bobinas no induzido se obteria  $N$  formas de onda defasadas de  $\frac{360^\circ}{2N}$  antes da retificação.

Em outras palavras, a máquina de corrente contínua analisada antes do coletor se comporta como uma máquina elétrica de corrente alternada polifásica. O dispositivo encarregado da retificação mecânica da tensão é o coletor, como já pode-se verificar.

### 2.3 - Tipos de Geradores de Corrente Contínua

Os geradores de corrente contínua são classificados de acordo com o tipo de ligação (excitação) para a alimentação de suas bobinas de campo. São elas:

- Geradores de CC com excitação independente

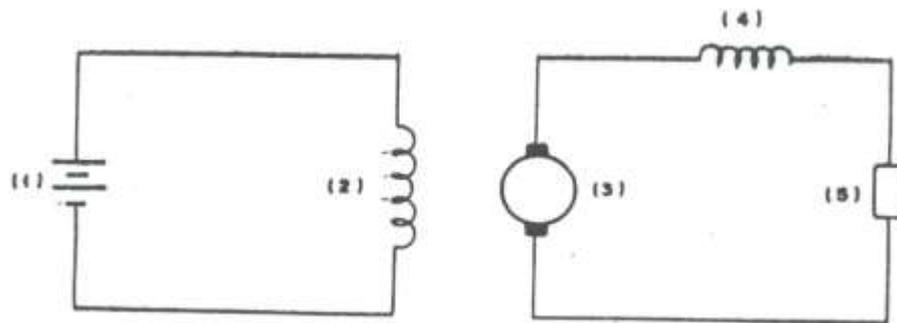
- Geradores com auto excitação.

Tem-se várias possibilidades de ligação para os geradores de corrente contínua. As formas de ligação são:

### 2.3.1 - Excitação Independente

Os geradores de corrente contínua excitação independente ocorrem quando a corrente de alimentação vem de uma fonte externa.

A figura 15 ilustra um gerador de corrente contínua excitação independente.



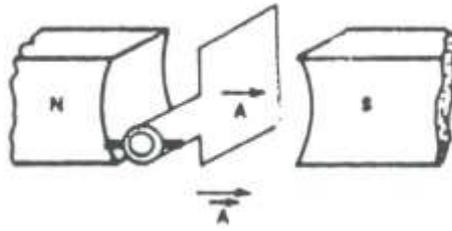
**Figura 15:** Gerador de corrente contínua excitação independente.

**Fonte:** REZEK, AJJ. **Eletrotécnica Geral Aplicada, Teoria e Prática**

Na figura 15 tem-se:

1. Fonte de alimentação para o campo do gerador;
2. Enrolamento de campo para a produção do fluxo magnético (campo shunt);
3. Armadura;
4. Interpólos;
5. Carga.

A finalidade do campo shunt é a de produzir o fluxo magnético. Os interpólos possuem uma finalidade que será explicada a seguir. Já se sabe que não há tensão induzida na espira quando o vetor área da mesma se encontra alinhado com o vetor indução magnética. A figura 16 ilustra o alinhamento do vetor área com o vetor indução magnética.



**Figura 16:** Vetor área da espira alinhado com vetor indução magnética.

**Fonte:** REZEK, AJJ. **Eletrotécnica Geral Aplicada, Teoria e Prática**

Sendo:

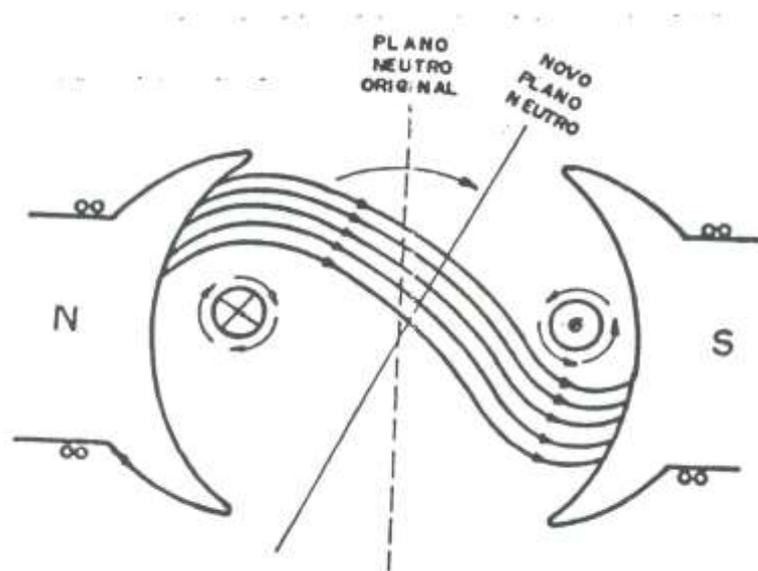
$\vec{A}$  = vetor área da espira;

$\vec{B}$  = vetor indução magnética.

Neste instante a espira é posta em curto pelas escovas. Entretanto, não ocorrerá faiscamento, pois a tensão nos terminais da espira é nula neste instante. Pode-se tirar então as seguintes importantes conclusões:

1. No instante da comutação a bobina colocada em curto pelas escovas deve estar no plano neutro, que é aquele para o qual não há tensão induzida sobre a espira.
2. O plano neutro é sempre perpendicular ao vetor indução magnética.

Um fato importante, entretanto, ocorre: com o gerador em carga, o plano neutro original é constantemente deslocado, devido ao efeito da reação da armadura (figura 17).



**Figura 17:** Deslocamento do plano neutro pelo efeito da reação do induzido.

**Fonte:** REZEK, AJJ. **Eletrotécnica Geral Aplicada, Teoria e Prática**

Na figura 17 pode-se verificar que a armadura percorrida por corrente também produz um fluxo, que interagindo com o fluxo principal, resultará num fluxo resultado da composição vetorial de ambos. Na figura 17 tem-se:

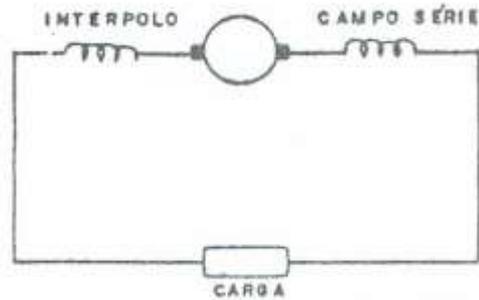
- (•) = corrente saindo dos terminais da bobina de armadura;
- (x) = corrente entrando pelos terminais da bobina de armadura.

Com a variação da corrente, a corrente do induzido variará e se terá também alterada a reação do induzido. Com isto, constantemente o plano neutro mudaria de posição e para que não houvesse faiscamento, também constantemente a posição das escovas deveria ser alterada.

Para evitar este inconveniente, foi incorporado um enrolamento denominado interpólos, ligado em série com a armadura. Este enrolamento se encarrega de criar um fluxo capaz de neutralizar o efeito da reação da armadura. Em outras palavras, produz um fluxo que na medida do possível se opõe ao efeito transmagnetizante da reação da armadura, impedindo desta forma que se desloque o plano neutro e assim a necessidade de se deslocar as escovas, que podem sempre ficar fixas em determinada posição, independentemente da carga.

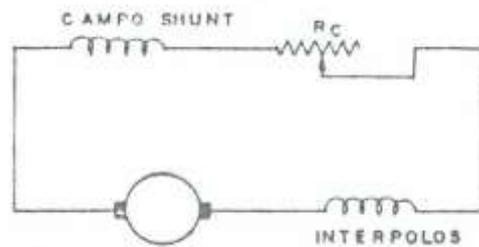
### 2.3.2 - Auto excitados: Série, Paralelo ou Shunt, Misto ou Compound

As figuras 18a a 18d ilustram o esquema de ligação para os geradores auto excitados.



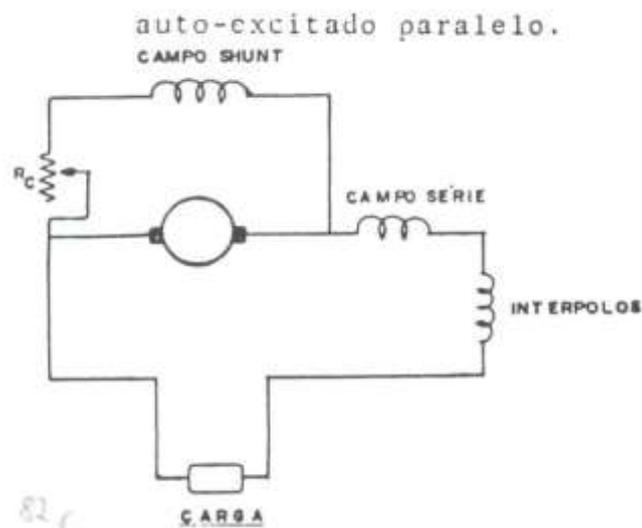
**Figura 18a:** Esquema de ligação gerador auto excitado série.

**Fonte:** REZEK, AJJ. **Eletrotécnica Geral Aplicada, Teoria e Prática**



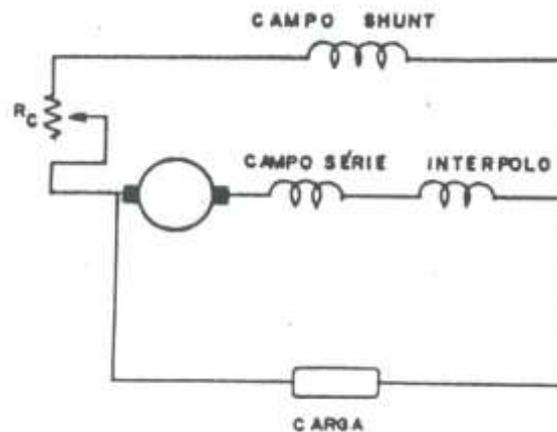
**Figura 18b:** Esquema de ligação gerador auto excitado paralelo.

**Fonte:** REZEK, AJJ. **Eletrotécnica Geral Aplicada, Teoria e Prática**



**Figura 18c:** Gerador de corrente contínua auto excitado compound – curta derivação.

**Fonte:** REZEK, AJJ. **Eletrotécnica Geral Aplicada, Teoria e Prática**



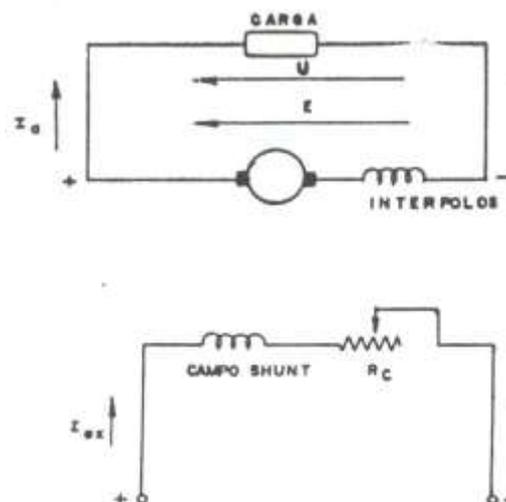
**Figura 18d:** Gerador de corrente contínua auto excitado compound – longa derivação.

**Fonte:** REZEK, AJJ. *Eletrotécnica Geral Aplicada, Teoria e Prática*

Como visto anteriormente, o gerador de corrente contínua excitação independente, tem sua corrente de excitação suprida através de uma fonte independente de corrente contínua. Já os geradores auto excitados não precisam de fonte independente de corrente contínua porque eles, por um processo característico, se auto excitam.

#### 2.4 - Equacionamento Básico para a Máquina de Corrente Contínua Geradora.

A máquina de corrente contínua excitação independente, apresenta-se ilustrada na figura 19.



**Figura 19:** Máquina de corrente contínua excitação independente.

**Fonte:** REZEK, AJJ. *Eletrotécnica Geral Aplicada, Teoria e Prática*

Da figura 19 tem-se:

$E$  = força eletromotriz (f.em.);

$U$  = tensão terminal em carga;

$I_a$  = corrente de armadura;

$R_c$  = resistência do reostato para variação da corrente de excitação;

$I_{ex}$  = corrente de excitação.

Como gerador o equacionamento é o seguinte:

- f.em:  $E = K.n.\Phi$  (2.4)

- corrente de armadura:  $I_a = \frac{E-U}{\Sigma R}$  (2.4.1)

Sendo:

$\Sigma R$  = somatório das resistências ligadas em série com o circuito da armadura, incluindo a resistência de carga;

$K$  = constante dependente das características da máquina.

A máquina de corrente contínua possui campo fixo e armadura móvel. Conforme já mostrado anteriormente, a tensão que aparece numa bobina com velocidade relativa em relação a um campo magnético depende da rotação e do fluxo, ficando comprovada, portanto, a equação da força eletromotriz gerada pela máquina. Será feita neste ponto, uma pequena recordação do funcionamento da máquina como gerador.

Resumindo, os polos são fixos, e excitados por corrente contínua produzem um campo magnético estacionário. A armadura é colocada a girar por intermédio de uma máquina primária e aparece nas bobinas da mesma uma força eletromotriz induzida. O princípio de funcionamento até este ponto é idêntico ao do alternador com polos fixos e armadura girante.

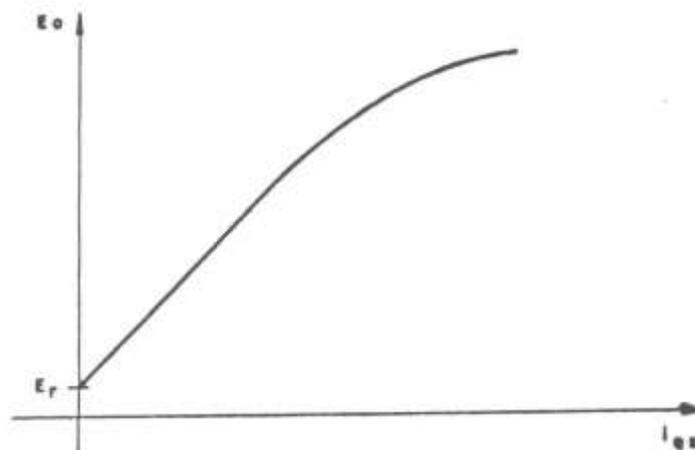
Por intermédio do comutador ou coletor, é feita mecanicamente a retificação da tensão, de tal modo que nos terminais da armadura resulta uma forma de onda praticamente contínua. As escovas deslizando sobre o coletor são responsáveis pela conexão da armadura girante ao circuito externo.

Neste ponto, surge uma pergunta: No caso da máquina de corrente contínua excitação independente, a corrente contínua dos polos é obtida por intermédio de uma fonte independente externa mas, no caso das máquinas auto excitadas não se possui esta fonte externa. Como então aparece a corrente contínua nos pólos para produzir o fluxo magnético?

A resposta a esta pergunta é que como o próprio nome diz, as máquinas se auto excitam, e o fenómeno da auto excitação será descrito a seguir.

## 2.5 - Características a Vazio para as Máquinas de Corrente Contínua

Seja uma máquina de corrente contínua. A característica  $E_0 = f.(I_{ex})$  para a máquina é ilustrada na figura 20.



**Figura 20:** Característica a vazio para a máquina de corrente contínua.

**Fonte:** REZEK, AJJ. **Eletrotécnica Geral Aplicada, Teoria e Prática**

Sendo:

$E_0$  = força eletromotriz gerada a vazio;

$I_{ex}$  = corrente de excitação;

$E_r$  = tensão remanescente;

OBS: rotação constante.

Esta característica está de acordo com a equação da força eletromotriz, pois:

$$E = K.n.\Phi$$

A partir de certo valor para a corrente de excitação ocorre o fenômeno da saturação, ou seja, a tensão não se comporta mais linearmente com a corrente de excitação.

Pode-se observar também que mesmo inexistindo corrente de excitação nos pólos, aparece nos terminais da máquina uma pequena tensão, denominada tensão remanescente. A explicação para este fato é que os pólos da máquina guardam certo magnetismo remanescente, e por isto mesmo, um fluxo residual também aparece. Portanto, quando a máquina geradora é colocada a girar por intermédio da máquina primária surge nos terminais da mesma uma tensão remanescente dada pela equação.

$$E_r = K \cdot n \cdot \phi_r. \quad (2.5)$$

Sendo:

$E_r$  = tensão remanescente;

$n$  = rotação [rpm];

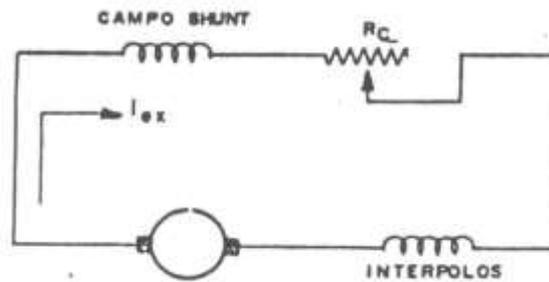
$\phi_r$  = fluxo remanescente devido ao magnetismo residual.

Este magnetismo residual é responsável pelo processo de auto excitação da máquina conforme será descrito a seguir.

## 2.6 - O Processo de Auto Excitação

Conforme já se comentou, numa máquina auto excitada, mesmo sem a existência de uma fonte de corrente contínua externa para excitar os pólos, ocorre a auto excitação da máquina.

Quando o gerador fornece a sua própria excitação, ele é chamado de gerador auto excitado. Se o seu campo estiver ligado em paralelo com a armadura, ele é chamado de gerador *shunt* ou em derivação. Seja, por exemplo, um gerador auto excitado shunt (figura 21).



**Figura 21:** Esquema de ligação para gerador auto excitado shunt.

**Fonte:** REZEK, AJJ. **Eletrotécnica Geral Aplicada, Teoria e Prática**

De acordo com a lei de OHM sabe-se:

$$E_o = (R_s + R_c) \times I_{ex}$$

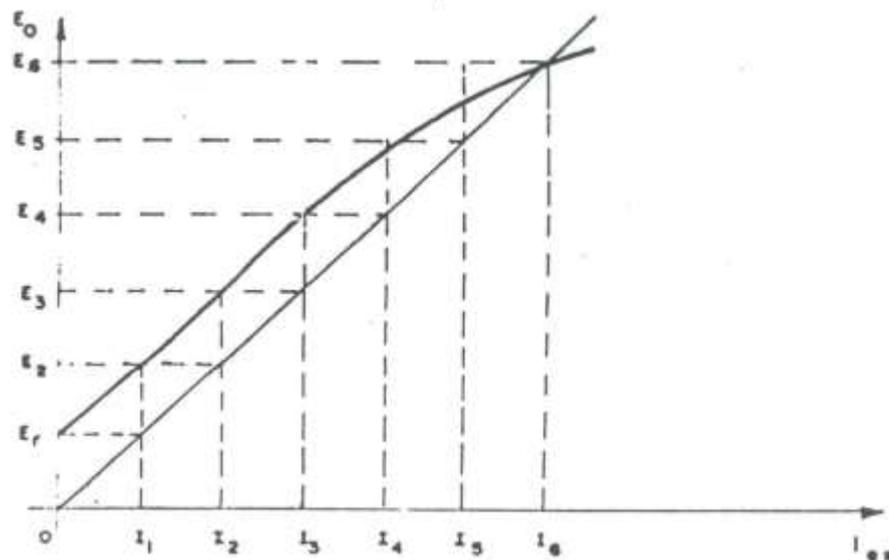
Sendo:

$E_o$  = força eletromotriz;

$R_s$  = resistência do campo shunt;

$R_c$  = resistência do reostato para variação da corrente de excitação.

A característica ( $E_o \times I_{ex}$ ) é uma reta e a figura 22 ilustra essa característica a vazio, juntamente com equação da reta que traduz a Lei de OHM para o circuito da excitação.



**Figura 22:** Auto excitação de um gerador shunt.

**Fonte:** REZEK, AJJ. **Eletrotécnica Geral Aplicada, Teoria e Prática**

A auto excitação se processa da seguinte maneira: A tensão remanescente faz circular no circuito da excitação uma pequena corrente de excitação  $I_1$ . A corrente de excitação  $I_1$  faz com que a tensão seja aumentada para  $E_2$ . Havendo uma tensão maior, a corrente de excitação também aumentará para  $I_2$ . Esta por sua vez fará com que a tensão passe para  $E_3$  e assim, sucessivamente até que seja atingido o ponto de equilíbrio, resultado da interseção das duas curvas. Este ponto é caracterizado na figura 22, pela tensão  $E_6$  e corrente de excitação  $I_6$ .

## 2.7- Razões que Impedem a Auto Excitação

### 2.7.1 – Deficiência do Magnetismo Residual

O magnetismo residual pode ser perdido como resultado da condição que tendam a desmagnetizar os pólos, como por exemplo: batidas mecânicas, vibração excessiva, calor extremo, correntes alternadas, inadvertidamente aplicadas através do enrolamento de campo e máquina parada por longo tempo.

O magnetismo pode ser recuperado pela magnetização dos pólos, ou seja, pela aplicação de corrente contínua no circuito do campo shunt, até mesmo através da utilização de uma bateria.

### 2.7.2 - Conexão Invertida entre o Circuito de Campo com Relação ao da Armadura

A corrente que flui no circuito de campo deve produzir uma força magneto motriz que auxilie o magnetismo residual. Em outras palavras, o fluxo produzido pela bobina de campo deve ter a mesma polaridade magnética que a força magneto motriz residual. Caso isto não ocorra, pode-se optar por duas soluções:

1. Inverter a rotação da máquina primária;
2. Inverter a corrente de excitação, invertendo as conexões ligadas aos terminais do campo. Esta solução é mais utilizada.

### 2.7.3 - Resistência do Circuito de Campo Muito Elevada

Se a resistência do circuito de campo for muito grande, a inclinação da reta do mesmo, será muito elevada e a interseção com a característica a vazio se dará também num valor muito baixo de tensão. Neste caso deve-se diminuir a resistência de campo  $R_c$ .

## 2.8 - Máquina de Corrente Contínua Motora

### 2.8.1 - Princípio de funcionamento como motor

No caso de funcionamento como motor, a máquina recebe potência elétrica de uma fonte externa. A alimentação em corrente contínua é feita através do coletor. Para melhor entendimento, será feita uma recordação da lei das forças magnéticas sobre condutores percorridos por corrente.

#### 2.8.1.1 - Forças magnéticas sobre condutores de corrente

Esta lei é expressa vetorialmente através da equação a seguir, para condutor retilíneo.

$$\vec{F} = I (\vec{\ell} \times \vec{B})$$

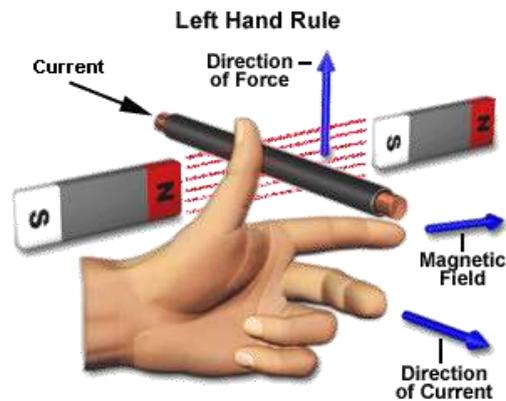
Sendo:

$I$  = corrente elétrica;

$\vec{l}$  = vetor comprimento;

$\vec{B}$  = vetor indução magnética.

A regra da mão esquerda esclarece melhor esta lei (figura 23).



**Figura 23:** Regra da mão esquerda para verificação de forças sobre condutores de corrente.

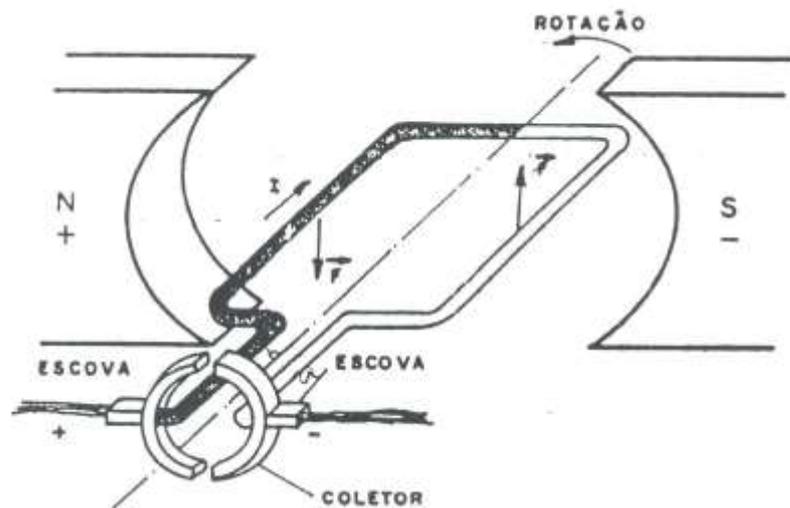
**Fonte:** <https://www.citisystems.com.br/motor-cc/>

De acordo com esta regra, tem-se o polegar, indicador e dedo médio da mão esquerda formando três ângulos retos. Tem-se ainda:

1. polegar: apontando na direção da força sobre o condutor;
2. indicador: apontando na direção do fluxo magnético;
3. dedo médio: apontando na direção da corrente no condutor.

### 2.8.1.2 - Funcionamento de um motor de corrente contínua elementar

Seja a figura 24 ilustrada a seguir:

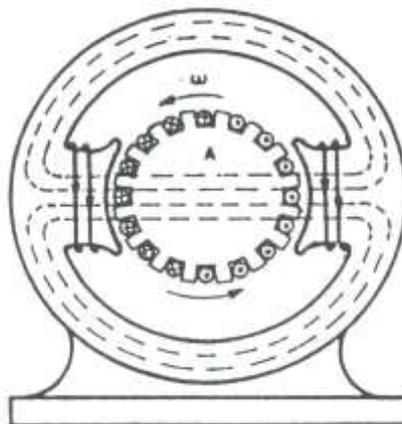


**Figura 24:** Funcionamento de um motor de corrente contínua elementar.

**Fonte:** REZEK, AJJ. **Eletrotécnica Geral Aplicada, Teoria e Prática**

Os condutores da armadura percorridos por corrente e sob a ação do campo magnético dos pólos ficam submetidos a uma força, resultando desta maneira em torque mecânico e o motor gira.

A figura 25, ilustra o motor de corrente contínua em corte, onde se pode visualizar também o caminho magnético do fluxo dos pólos.



**Figura 25:** Motor de corrente contínua em corte.

**Fonte:** REZEK, AJJ. **Eletrotécnica Geral Aplicada, Teoria e Prática**

Na figura 25, têm-se as bobinas enroladas sobre os pólos criando um fluxo cujas linhas de força são ilustradas na mesma. Têm-se ainda:

(x) = corrente entrando no plano do papel;

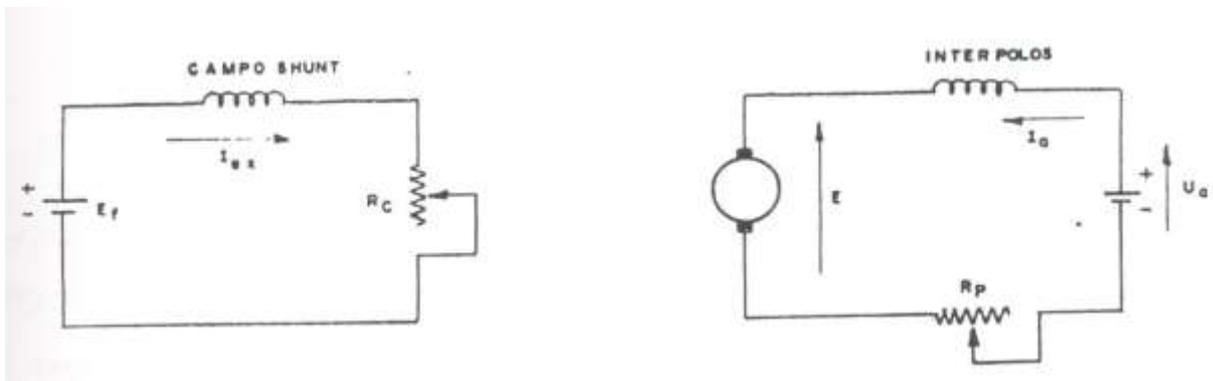
(•) = corrente saindo do plano do papel.

O sentido de rotação é indicado na figura 25.

A necessidade de comutação fica bem evidenciada por intermédio da figura, pois para que o movimento permaneça sempre num mesmo sentido, as correntes têm que ser mantidas sempre nos mesmos sentidos indicados na figura 23. Melhor esclarecendo, a corrente deve sempre ter sentido (x), nos condutores representados no semicírculo esquerdo e (•) nos condutores situados no semicírculo direito do comutador. Quem se encarrega disto é o coletor ou comutador, pois para cada giro de  $180^\circ$  da armadura, pela ação do comutador, as correntes são mantidas nos sentidos indicados.

## 2.9 - Equacionamento Básico para máquina de corrente contínua

Seja um motor de corrente contínua, excitação independente, como ilustra a figura 26.



**Figura 26:** Motor de corrente contínua, excitação independente.

**Fonte:** REZEK, AJJ. **Eletrotécnica Geral Aplicada, Teoria e Prática**

Onde:

$R_c$  = Resistência de campo;

$R_p$  = Reostato de partida do motor;

$E_f$  = Tensão contínua do circuito de campo.

Tem-se na figura 26.

$$\text{corrente de armadura: } I_a = \frac{U_a - E}{\Sigma R_a} \quad (2.9)$$

Onde:

$\Sigma R_a$  = somatório das resistências conectadas em série com o circuito da armadura;

$$E = K \cdot n \cdot \Phi$$

Sendo:

$U_a$  = Tensão aplicada ao circuito da armadura [V];

$E$  = força contra – eletromotriz [V];

$n$  = rotação da máquina [RPM];

$\Phi$  = fluxo produzido pelo circuito de campo da máquina [WEBER].

Velocidade: pode-se obter a velocidade da equação de força contra-eletromotriz.

$$n = \frac{E}{K\Phi} \quad \text{ou ainda} \quad n = \frac{U_a - (\Sigma R_a) \cdot I_a}{K\Phi} \quad (2.9.1)$$

Logo duas conclusões são importantes:

1. A velocidade é diretamente proporcional à tensão de armadura;
2. A velocidade é inversamente proporcional ao fluxo da máquina.

Torque: o torque depende do fluxo e da corrente de armadura.

$$C = K \cdot \Phi \cdot I_a \quad (2.9.2)$$

Sendo:

$C$  = torque desenvolvido pelo motor;

$K$  = constante de proporcionalidade da máquina;

$\Phi$  = fluxo da máquina e variável com a corrente de excitação;

$I_a$  = corrente de armadura.

### 2.9.1 - Inversão do sentido de rotação do motor e controle de velocidade

A inversão do sentido de rotação do motor é conseguida, invertendo-se o fluxo ou a corrente de armadura, pois desta maneira inverte-se o torque.

O controle de velocidade pode ser feito das seguintes maneiras:

- Alterando-se o valor da tensão aplicada à armadura.

Esta prática pode ser feita por intermédio da utilização de pontes conversoras tiristorizadas, sendo atualmente este método o empregado nas indústrias; a velocidade é diretamente proporcional à tensão aplicada ao circuito da armadura, mantendo-se constante a corrente de campo até ser aplicada à máquina. Caso se desejar aumentar a velocidade, aí sim, procede-se ao enfraquecimento de fluxo do campo, uma vez que a tensão não pode ser mais aumentada, pois já se opera, neste caso, com tensão nominal.

- Mudando-se o valor da corrente de excitação e conseqüentemente do fluxo.

É bom salientar que quando o fluxo é diminuído, a velocidade aumenta e quando o fluxo é aumentado, a velocidade diminui. A velocidade é, portanto, inversamente proporcional ao fluxo (vide equação 2.9.1).

Pode-se ainda controlar a velocidade da máquina por intermédio da alteração do valor de resistências inseridas no circuito da armadura. Entretanto, esta prática não é usada, pois acarreta em perdas joule, reduzindo o rendimento do processo.

### 2.9.2 - Partida do motor de corrente contínua excitação independente

Seja a equação da corrente da máquina

$$I_a = \frac{U_a - E}{\Sigma R_a}$$

No momento da partida, a força contra eletromotriz é nula pois,  $E = K \cdot n \cdot \Phi$ ; como:  $n = 0$ ,  $\rightarrow E = 0$ .

Portanto, para limitar-se a corrente no momento da partida, têm-se duas possibilidades:

1. diminuir a tensão aplicada  $U_a$ ;
2. aumentar as resistências no circuito da armadura.

A diminuição da tensão aplicada  $U_a$  nem sempre é possível, sendo viabilizada esta solução, quando se dispõe de pontes conversoras tiristorizadas, para alimentação do circuito da armadura da máquina.

Por isto, inclui-se o reostato de partida  $R_p$ , quando não se dispõe de pontes conversoras tiristorizadas, que deve ser introduzido no momento de partida do motor para limitar a corrente de partida. Após a partida do motor, o mesmo deve ser retirado. Este reostato é conhecido como reostato demarrador.

Uma observação de extrema importância é que se o circuito de excitação da máquina é interrompido, resta apenas na máquina o fluxo remanescente que é bastante pequeno e, portanto, a máquina tende a disparar (olhar a equação 2.9.1).

### **2.9.3 - Tipos de motores de corrente contínua**

Tem-se da mesma maneira, que para os geradores, os motores tipo série, excitação independente e compound, cujos esquemas de ligação já foram anteriormente apresentados.

O motor série de corrente contínua é bastante utilizado em tração elétrica devido ao alto torque desenvolvido por este tipo de motor.

## **3 - Modelagem da frenagem dinâmica da máquina de corrente contínua**

A frenagem de máquinas elétricas é assunto bastante importante, podendo-se averiguar aplicações imediatas, por exemplo, em elevadores, tração elétrica, processos industriais de laminação de alumínio e fabricação de papel, etc. Pretende-se nesta pesquisa modelar a frenagem dinâmica, onde, neste caso, a armadura é desconectada da fonte de corrente contínua e ligada num banco de resistores de

frenagem. A confirmação e avaliação da modelagem efetuada será feita experimentalmente.

Observe que a máquina de corrente contínua tem duas fontes de alimentação independentes, sendo uma para o circuito de excitação (campo) e outra para o circuito de armadura.

É um método utilizado para desaceleração da máquina, onde há dissipação de energia num banco de resistências previamente determinado para tal processo. Por exemplo, pode-se citar uma importante aplicação do método na frenagem de caminhões de minério da Cia Vale, onde apenas o freio convencional de lona de caminhão não é suficiente.

Pode-se relatar a evolução histórica dos sistemas de frenagem das máquinas de corrente contínua, sendo da seguinte forma:

- Paralisação própria pelo atrito interno nos mancais e ventilação;

Com o surgimento da utilização de máquinas de corrente contínua no setor industrial, não houve nenhuma preocupação em se organizar uma forma de paralisação das máquinas inicialmente, em caso de falta de energia.

Sendo assim, quando o fato ocorria, as máquinas só iriam interromper seu movimento, quando toda a energia cinética acumulada fosse dissipada sob forma de calor através dos atritos dos próprios mancais e dos mancais do equipamento ativo e em menor quantidade, pela ventilação da máquina.

Obviamente, isso provocou transtornos e prejuízos, pois o tempo de paralisação da máquina era bastante demorado.

Neste caso, surgiu a idéia de instalar um sistema de frenagem mecânica.

- Frenagem mecânica;

A frenagem mecânica nada mais é que a ação de um dispositivo mecânico, em um ponto estabelecido do equipamento, onde através do atrito, busca-se a transformação da energia cinética acumulada, em energia térmica, eliminando-a em forma de calor.

- Frenagem dinâmica, a auto excitação;

O método de frenagem dinâmica, a auto excitação baseia-se em se conectar o circuito de excitação, em paralelo com o circuito da armadura e fazer com que o magnetismo excedente nos pólos de excitação, iniciem o processo de amortecimento da máquina, transformando-a em um gerador cc *shunt* ou derivação.



Quando se passa a chave para a posição 2, a máquina passa a operar como gerador, havendo então dissipação da energia cinética da máquina no grupo de resistências, ocorrendo então a frenagem dinâmica da máquina (MCC).

### 3.1 - Obtenção do torque de atrito médio, $[T_{am}]$ :

Para obter o torque de atrito médio, temos a equação a seguir:

$$T_a = T_n \times \frac{I_a}{I_n} \quad (3.1)$$

$$T_n = \frac{P_n}{n_n} = \frac{2000}{1800 \times \frac{2\pi}{60}} = \frac{2000}{188,5} = 10,61[N.m]$$

$$I_a = 2,1[A]$$

$$I_n = 9,1[A]$$

Substituindo os valores em (1):

$$T_a = 10,61 \times \frac{2,1}{9,1}$$

$$T_a = 2,44[N.m]$$

Onde:

$T_a$  = Torque de atrito;

$T_n$  = Torque nominal;

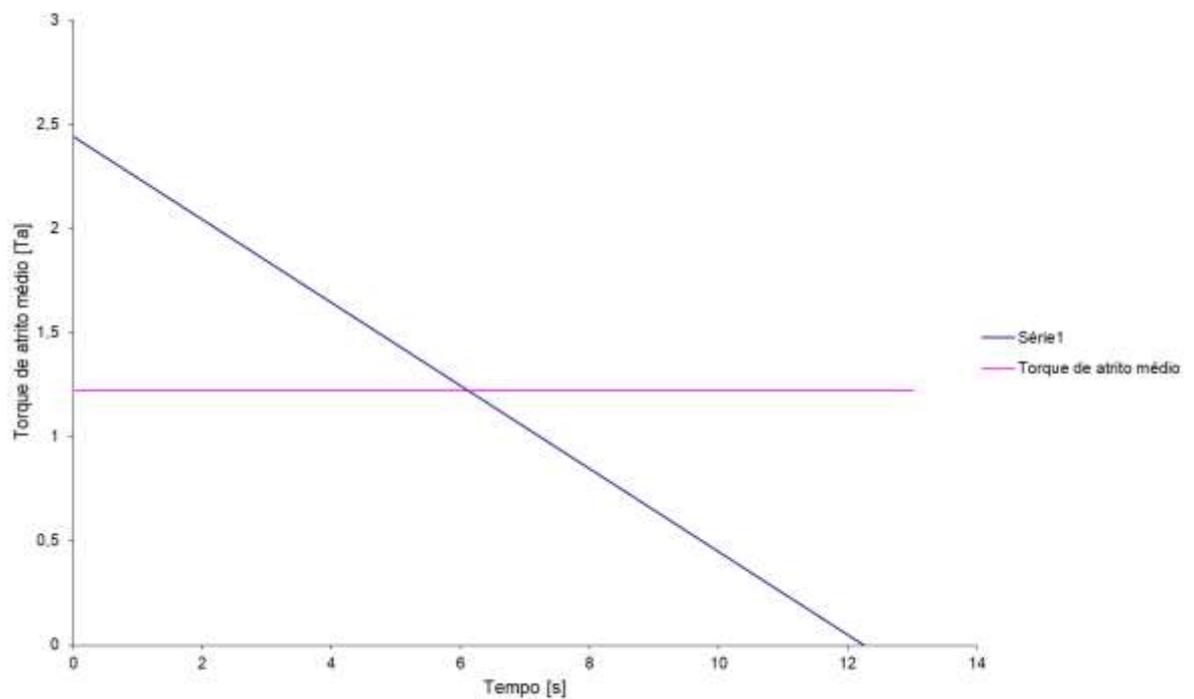
$I_a$  = Corrente que o motor puxa da rede para suprir o torque do atrito;

$I_n$  = Corrente nominal;

$P_n$  = potência nominal;

$n_n$  = rotação nominal.

Através do gráfico abaixo,  $T_a \times t$ , é obtido o torque de atrito médio,  $[T_{am}]$ :



**Figura 28:** Torque de atrito médio  
**Fonte:** Próprio do autor

Assim:

$$T_{am} = 1,22[\text{N.m}]$$

Obtenção da expressão da rotação:

A partir do torque de atrito médio,  $T_{am}=1,22[\text{N.m}]$ , será obtida a equação diferencial linear:

$$T = K \times \phi \times i$$

$$K \times \phi = K'$$

$$i = \frac{E}{R}$$

Temos que:

$$T = K' \times \frac{E}{R}$$

Como:

$$E = K \times n_n \times \phi$$

$$T_e = K'' \times \frac{n_n}{R} \Rightarrow T_e = K'' \times \frac{188,5}{R} \quad (3.2)$$

No instante inicial da frenagem;

$$T_{e0} = T_n \times \frac{220}{I_n} \Rightarrow T_{e0} = \frac{256,5}{R} \quad (3.3)$$

Substituindo (3.2) em (3.3):

$$K'' = 1,36$$

Substituindo valores na equação a seguir:

$$-\frac{K'' \times n}{R} - T_{am} = J \times \frac{dn}{dt}$$

J - Momento de inércia do motor (Kg.m<sup>2</sup>)

Temos seguinte equação diferencial linear:

$$\frac{-1,36 \times n}{R} - 1,22 = J \frac{dn}{dt}$$

Resolvendo a equação diferencial linear:

$$J \frac{dn}{dt} + \frac{1,36 \times n}{R} = -1,22$$

$$\frac{dn}{dt} + \frac{1,36 \times n}{J \times R} = \frac{-1,22}{J}$$

Temos:

$$P(t) = \frac{1,36}{R \times J}$$

$$Q(t) = \frac{-1,22}{J}$$

$$n_0 = e^{-\int P dt} \times \left[ \int Q \times e^{\int P dt} dt + C \right]$$

$$n_0 = e^{-\frac{1,36 \times t_f}{J \times R}} \times \left[ \int \frac{-1,22}{J} \times e^{\frac{1,36 \times t_f}{J \times R}} dt + C \right]$$

$$n_o = e^{-1,36 \text{ tf}/JR} \left[ \int -1,22/J e^{1,36 \text{ tf}/JR} dt + C \right]$$

$$n_o = e^{-1,36 \text{ tf}} / 1,36/JR \times \left[ -1,22/J e^{1,36 \text{ tf}/JR} + C \right]$$

$$n_o = -1,22 \times R/1,36 + CJR/1,36 e^{-1,36 \text{ tf}/JR}$$

$$n_o = 0,897R + CJR/1,36 e^{-1,36 \text{ tf}/JR}$$

$$P/t = 0 \quad n = 188,5 \text{ rad/s}$$

$$188,5 = -0,897R + CJR/1,36$$

$$C = (188,5 + 0,89R) \times 1,36/JR$$

**(I).**  $P/ R_1 = 31,3 \Omega$ ;  $J = 0,09 \text{ [kg.m}^2\text{]}$

$$C_1 = (188,5 + 0,897 \times 31,3) \times 1,36 / 0,09 \times 31,3$$

$$C_1 = 216,58 \times 0,483$$

$$C_1 = 104,56 \Omega$$

Logo,

$$n_o^{(1)} = -28,08 + 216,58 e^{-0,483\text{tf}}$$

**(II).**  $P/ R_2 = 38,7 \Omega$

$$C_2 = (188,5 + 0,897 \times 38,7) \times 1,36 / 0,09 \times 38,7$$

$$C_2 = 223,21 \times 0,3905$$

$$C_2 = 87,16 \Omega$$

Logo,

$$n_o^{(2)} = -34,71 + 223,22 e^{-0,39\text{tf}}$$

**(III).**  $P/ R_3 = 50,4 \Omega$

$$C_3 = (188,5 + 0,897 \times 50,4) \times 1,36 / 0,09 \times 50,4$$

$$C_3 = 223,70 \times 0,3$$

$$C_3 = 70,07 \Omega$$

Logo,

$$n_o^{(3)} = - 45,21 + 233,70 e^{-0,30tf}$$

**(IV).** P/ R<sub>4</sub> = 54 Ω

$$C_4 = (188,5 + 0,897 \times 54) \times 1,36 / 0,09 \times 54$$

$$C_4 = 236,94 \times 0,280$$

$$C_4 = 66,30 \Omega$$

Logo,

$$n_o^{(4)} = - 48,44 + 236,93 e^{-0,28tf}$$

**(V).** P/ R<sub>5</sub> = 71 Ω

$$C_5 = (188,5 + 0,897 \times 71) \times 1,36 / 0,09 \times 71$$

$$C_5 = 252,19 \times 0,213$$

$$C_5 = 53,72 \Omega$$

Logo,

$$n_o^{(5)} = - 63,69 + 252,41 e^{-0,21tf}$$

**(VI).** P/ R<sub>6</sub> = 142,9 Ω

$$C_6 = (188,5 + 0,897 \times 142,9) \times 1,36 / 0,09 \times 142,9$$

$$C_6 = 316,68 \times 0,1057$$

$$C_6 = 33,49 \Omega$$

Logo,

$$n_o^{(6)} = - 128,18 + 316,70 e^{-0,106tf}$$

$$(VII). P/ R_7 = 10.000 \Omega$$

$$C_7 = (188,5 + 0,897 \times 10.000) \times 1,36 / 0,09 \times 10.000$$

$$C_7 = 9158,5 \times 0,00151$$

$$C_7 = 13,84 \Omega$$

Logo,

$$n_o^{(7)} = - 8970 + 9158,82 e^{-0,00151t}$$

$$T_{\text{atrito}} = K_a \cdot n$$

$$2,44 = K_a \times 188,5$$

$$K_a = 2,44/188,5 = 0,013 \text{ [N.m/rad/s]}$$

$$n_o = e^{-jP_{df}} \left[ \int Q e^{jP_{df}} dt + C \right]$$

$$J \, dn/dt + 1,36n / R = 0,013n$$

$$J \, dn/dt + 1,36n / R + 0,013n = 0$$

$$dn/dt + n/J (1,36/R + 0,013) = 0$$

$$P/ J = 0,09 \text{ [kg.m}^2\text{]} \quad R = 31,3 \Omega$$

$$dn/dt + n/0,09 (1,36/3,13 + 0,013) = 0$$

$$dn/dt + n \times 0,627 = 0$$

$$P/ P = 0,624 \quad Q = 0$$

$$n_0 = e^{-0,627dt} [ C ]$$

$$n_0 = e^{-0,627t} C$$

$$P/t = 0 \quad C = 188,5$$

$$n^{(1)} = 188,5 \times e^{-0,627t}$$

$$P/J = 0,09 [kg.m^2] \quad R = 38,7 \Omega$$

$$dn/dt + n/0,09 (1,36/38,7 + 0,013) = 0$$

$$dn/dt + 0,535n = 0$$

$$n^{(2)} = 188,5 \times e^{-0,535t}$$

$$P/J = 0,09 [kg.m^2] \quad R = 50,4 \Omega$$

$$dn/dt + n/0,09 (1,36/50,4 + 0,013) = 0$$

$$dn/dt + 0,444n = 0$$

$$n^{(3)} = 188,5 \times e^{-0,444t}$$

$$P/J = 0,09 [kg.m^2] \quad R = 54 \Omega$$

$$dn/dt + n/0,09 (1,36/54 + 0,013) = 0$$

$$dn/dt + n (0,424) = 0$$

$$n^{(4)} = 188,5 \times e^{-0,424t}$$

$$P/ J = 0,09 \text{ [kg.m}^2\text{]} \quad R = 71 \ \Omega$$

$$dn/dt + n/0,09 (1,36/71 + 0,013) = 0$$

$$dn/dt + n (0,357) = 0$$

$$n^{(5)} = 188,5 \times e^{-0,357t}$$

$$P/ J = 0,09 \text{ [kg.m}^2\text{]} \quad R = 142,9 \ \Omega$$

$$dn/dt + n/0,09 (1,36/142,9 + 0,013) = 0$$

$$dn/dt + n (0,250) = 0$$

$$n^{(6)} = 188,5 \times e^{-0,250t}$$

$$P/ R = 10.000$$

$$dn/dt + n/0,09 (1,36/10.000 + 0,013) = 0$$

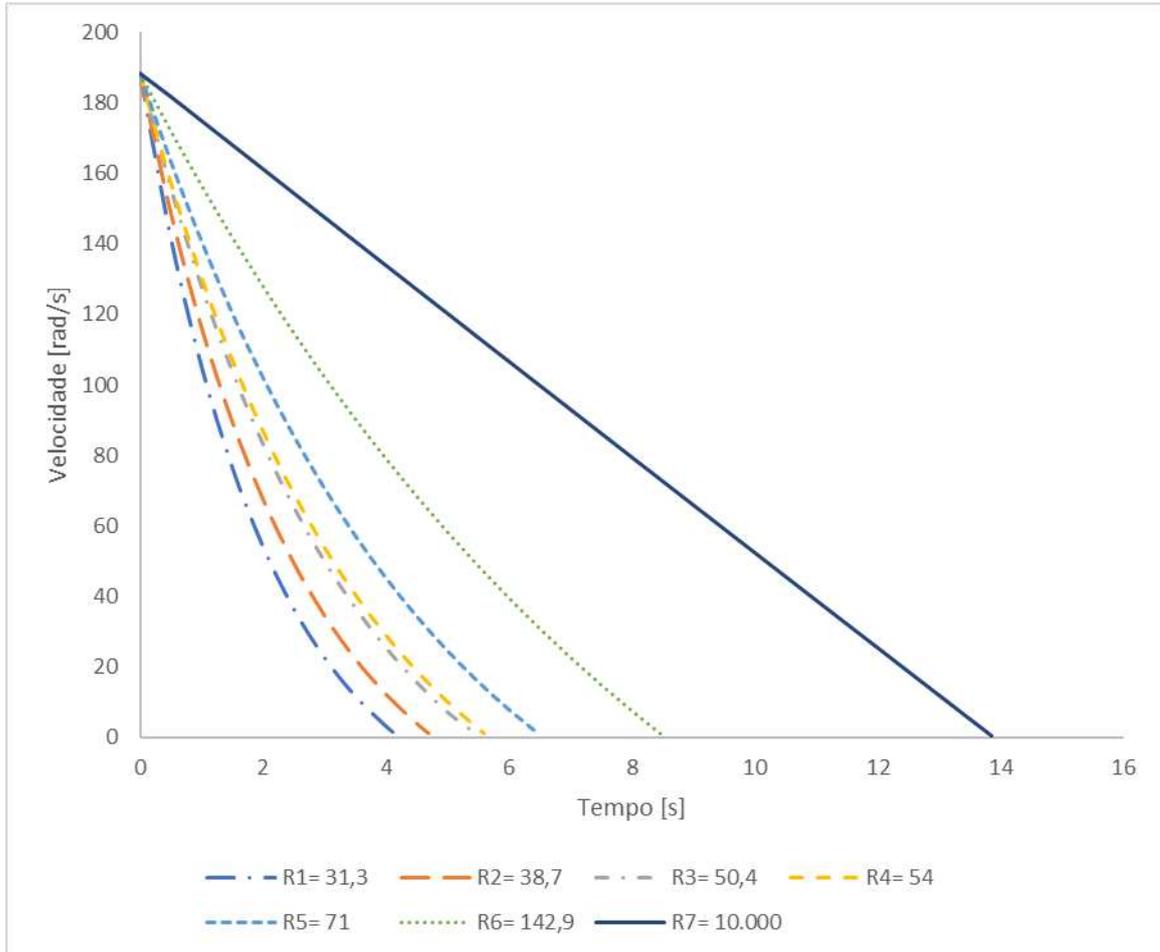
$$dn/dt + n (0,146) = 0$$

$$n^{(7)} = 188,5 \times e^{-0,146t}$$

A tabela 1 e a figura 29, ilustram o comportamento velocidade x tempo para frenagem dinâmica, considerando-se o torque de atrito médio.

V1	Tempo [s]	V2	Tempo [s]	V3	Tempo [s]	V4	Tempo [s]	V5	Tempo [s]	V6	Tempo [s]	V7	Tempo [s]
188,5	0	188,5	0	188,5	0	188,5	0	188,5	0	188,5	0	188,5	0
141,97	0,5	148,96	0,5	155,94	0,5	157,54	0,5	163,56	0,5	172,17	0,5	181,95	0,5
105,48	1	116,42	1	127,92	1	130,63	1	140,91	1	156,67	1	175,09	1
76,83	1,5	89,65	1,5	103,8	1,5	107,23	1,5	120,52	1,5	141,96	1,5	168,23	1,5
54,32	2	67,61	2	83,05	2	86,9	2	102,15	2	128,02	2	161,38	2
36,64	2,5	49,49	2,5	65,18	2,5	69,22	2,5	85,62	2,5	114,79	2,5	154,54	2,5
22,75	3	34,57	3	49,8	3	53,84	3	70,74	3	102,25	3	147,7	3
11,85	3,5	22,29	3,5	36,57	3,5	40,48	3,5	57,34	3,5	90,36	3,5	140,86	3,5
3,28	4	12,19	4	25,18	4	28,86	4	45,28	4	79,08	4	134,03	4
0,39	4,2	3,88	4,5	15,37	4,5	18,77	4,5	34,42	4,5	68,38	4,5	127,21	4,5
		0,99	4,7	6,93	5	9,99	5	24,64	5	58,23	5	120,39	5
				0,33	5,5	2,35	5,5	15,83	5,5	48,61	5,5	113,57	5,5
						0,95	5,6	7,91	6	39,48	6	106,76	6
								0,77	6,5	30,83	6,5	99,95	6,5
										22,62	7	93,15	7
										14,83	7,5	86,36	7,5
										7,45	8	79,57	8
										0,45	8,5	72,79	8,5
												66,01	9
												59,23	9,5
												52,46	10
												45,7	10,5
												38,94	11
												32,18	11,5
												25,44	12
												18,69	12,5
												11,95	13
												5,22	13,5
												0,51	13,85

**Tabela 1:** Comportamento velocidade x tempo para frenagem dinâmica



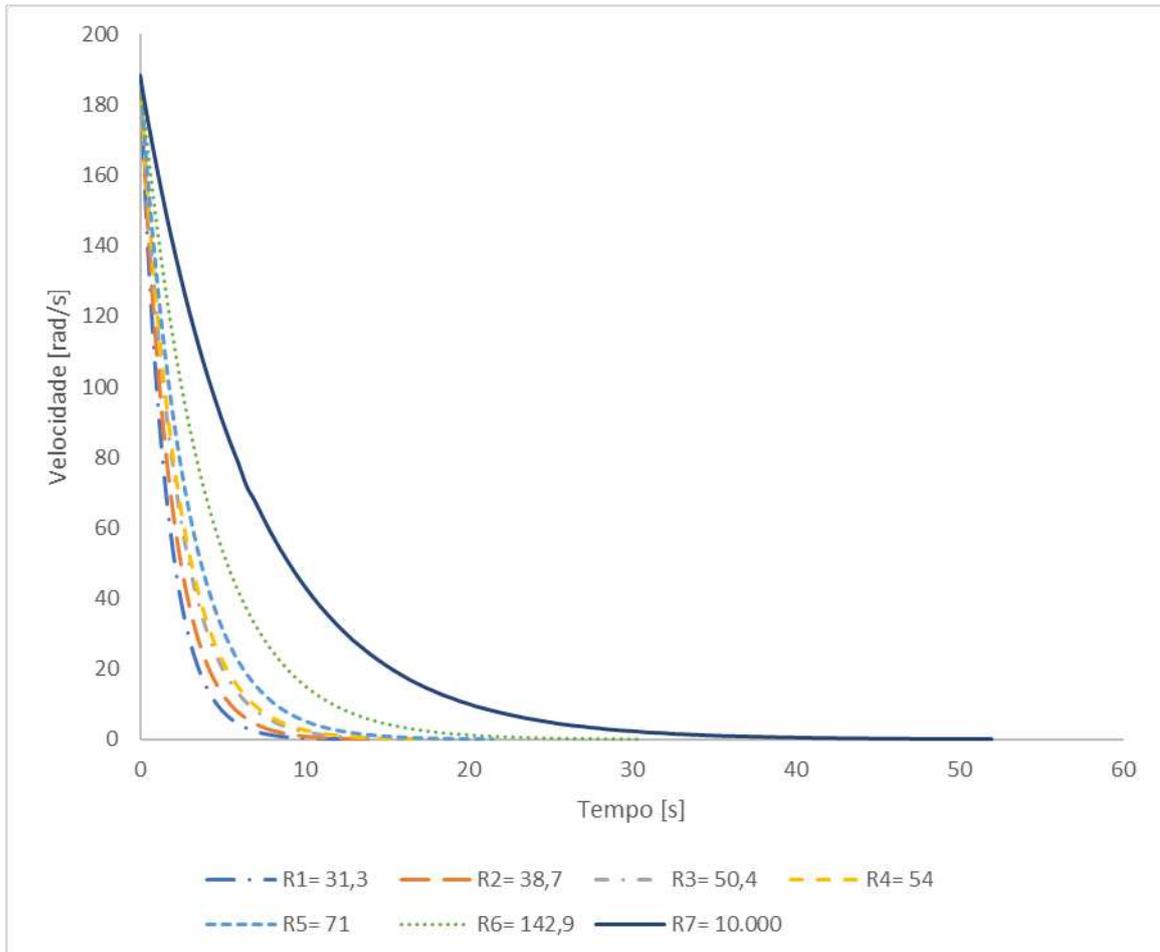
**Figura 29:** Gráfico velocidade x tempo para frenagem dinâmica – Torque de atrito médio variando com o tempo

**Fonte:** Próprio do autor

A tabela 2 e a figura 30, ilustram o comportamento velocidade x tempo para frenagem dinâmica, considerando-se o torque de atrito variando diretamente proporcional à velocidade.

V1	Tempo [s]	V2	Tempo [s]	V3	Tempo [s]	V4	Tempo [s]	V5	Tempo [s]	V6	Tempo [s]	V7	Tempo [s]
188,5	0	188,5	0	188,5	0	188,5	0	188,5	0	188,5	0	188,5	0
137,7	0,5	144,2	0,5	151	0,5	152,49	0,5	157,68	0,5	166,3	0,5	175,2	0,5
100,7	1	110,4	1	121	1	123,36	1	131,91	1	146,8	1	162,9	1
73,6	1,5	84,5	1,5	97	1,5	99,79	1,5	110,34	1,5	129,5	1,5	151,4	1,5
53,8	2	64,7	2	78	2	80,73	2	92,3	2	114,3	2	140,8	2
39,3	2,5	49,5	2,5	62,1	2,5	65,31	2,5	77,21	2,5	100,9	2,5	130,9	2,5
28,7	3	37,9	3	50	3	52,83	3	64,59	3	89,04	3	121,6	3
21	3,5	29	3,5	39,85	3,5	42,74	3,5	54,03	3,5	78,58	3,5	113,1	3,5
15,3	4	22,2	4	31,92	4	34,57	4	45,2	4	69,34	4	105,1	4
11,2	4,5	17	4,5	25,6	4,5	27,97	4,5	37,81	4,5	61,2	4,5	97,7	4,5
8,2	5	13	5	20,4	5	22,63	5	31,63	5	54,01	5	90,8	5
6	5,5	9,94	5,5	16,4	5,5	18,3	5,5	26,46	5,5	47,66	5,5	84,4	5,5
4,4	6	7,6	6	13,1	6	14,81	6	22,13	6	42,06	6	78,5	6
3,2	6,5	5,8	6,5	10,5	6,5	11,98	6,5	18,51	6,5	37,12	6,5	72	6,5
2,3	7	4,45	7	8,4	7	9,69	7	15,49	7	32,76	7	67,8	7
1,7	7,5	3,41	7,5	6,7	7,5	7,84	7,5	12,96	7,5	28,91	7,5	63,1	7,5
1,25	8	2,61	8	5,4	8	6,34	8	10,84	8	25,51	8	58,6	8
0,9	8,5	2	8,5	4,3	8,5	5,13	8,5	9,07	8,5	22,51	8,5	54,5	8,5
0,67	9	1,53	9	3,5	9	4,15	9	7,58	9	19,87	9	50,7	9
0,49	9,5	1,17	9,5	2,8	9,5	3,36	9,5	6,34	9,5	17,53	9,5	47,1	9,5
0,36	10	0,89	10	2,2	10	2,72	10	5,31	10	15,47	10	43,8	10
0,26	10,5	0,68	10,5	1,8	10,5	2,2	10,5	4,44	10,5	13,65	10,5	40,7	10,5
0,19	11	0,52	11	1,4	11	1,78	11	3,71	11	12,05	11	37,8	11
0,14	11,5	0,4	11,5	1,1	11,5	1,44	11,5	3,11	11,5	10,63	11,5	35,2	11,5
0,1	12	0,31	12	0,9	12	1,16	12	2,6	12	9,38	12	32,7	12
0,07	12,5	0,23	12,5	0,7	12,5	0,94	12,5	2,17	12,5	8,28	12,5	30,4	12,5
		0,18	13	0,6	13	0,76	13	1,82	13	7,31	13	28,2	13
		0,14	13,5	0,5	13,5	0,62	13,5	1,52	13,5	6,45	13,5	26,3	13,5
		0,1	14	0,4	14	0,5	14	1,27	14	5,69	14	24,4	14
		0,08	14,5	0,3	14,5	0,4	14,5	1,06	14,5	5,02	14,5	22,7	14,5
				0,2	15	0,33	15	0,89	15	4,43	15	21,1	15
				0,19	15,5	0,26	15,5	0,74	15,5	3,91	15,5	19,6	15,5
				0,15	16	0,21	16	0,62	16	3,45	16	18,2	16
				0,1	16,5	0,17	16,5	0,52	16,5	3,05	16,5	16,9	16,5
				0,09	17	0,14	17	0,44	17	2,69	17	15,7	17
						0,11	17,5	0,36	17,5	2,37	17,5	14,6	17,5
						0,09	18	0,3	18	2,09	18	13,6	18
								0,25	18,5	1,85	18,5	12,6	18,5
								0,21	19	1,63	19	11,8	19
								0,18	19,5	1,44	19,5	10,9	19,5
								0,15	20	1,27	20	10,2	20
								0,12	20,5	1,12	20,5	9,4	20,5
								0,1	21	0,99	21	8,8	21
								0,09	21,5	0,87	21,5	8,2	21,5
										0,77	22	7,6	22
										0,68	22,5	7,1	22,5
										0,6	23	6,6	23
										0,53	23,5	6,1	23,5
										0,47	24	5,7	24
										0,41	24,5	5,3	24,5
										0,36	25	4,9	25
										0,32	25,5	4,5	25,5
										0,28	26	4,2	26
										0,25	26,5	3,9	26,5
										0,22	27	3,7	27
										0,19	27,5	3,4	27,5
										0,17	28	3,2	28
										0,15	28,5	2,9	28,5
										0,13	29	2,7	29
										0,12	29,5	2,5	29,5
										0,1	30	2,4	30
										0,09	30,5	2,2	30,5
												2	31
												1,9	31,5
												1,8	32
												1,6	32,5
												1,5	33
												1,4	33,5
												1,3	34
												1,2	34,5
												1,1	35
												1	35,5
												0,98	36
												0,9	36,5
												0,85	37
												0,79	37,5
												0,73	38
												0,68	38,5
												0,63	39
												0,59	39,5
												0,55	40
												0,51	40,5
												0,47	41
												0,44	41,5
												0,41	42
												0,38	42,5
												0,35	43
												0,33	43,5
												0,3	44
												0,28	44,5
												0,26	45
												0,24	45,5
												0,23	46
												0,21	46,5
												0,2	47
												0,18	47,5
												0,17	48
												0,16	48,5
												0,15	49
												0,14	49,5
												0,13	50
												0,12	50,5
												0,11	51
												0,1	51,5
												0,09	52

Tabela 2: Comportamento velocidade x tempo para frenagem dinâmica



**Figura 30:** Gráfico velocidade x tempo para frenagem dinâmica – Torque de atrito variando com a velocidade

**Fonte:** Próprio do autor

Considerando-se uma redução do momento de inércia de 0,09 para 0,07Kg $m^2$ , e também uma redução das resistências de frenagem de 10%, tem-se:

$$n_o = - 0,897 \cdot R + \frac{CRJ}{1,36} e^{-\frac{1,36tf}{J.R}}$$

Obs.: Resistências diminuídas em 10%.

$$(I) \quad P/ \quad R = 28,17 \, \Omega \quad J = 0,07 \, [\text{kg.m}^2]$$

$$C_1 = 147,43 \, \Omega$$

$$n_o^{(1)} = -25,27 + 213,76 e^{-0,689tf} \quad 3,1 \text{ [s]}$$

( II ) P/ R = 34,2  $\Omega$     J = 0,07 [kg.m<sup>2</sup>]

$$C_2 = (188,5 + 0,897 \times 34,2) \times \frac{1,36}{0,07 \times 34,2}$$

$$C_2 = 219,18 \times 0,5681 = \mathbf{124,52 \Omega}$$

$$n_o^{(2)} = -30,68 + 219,19 e^{-0,568tf} \quad 3,42 \text{ [s]}$$

( III ) P/ R = 45,36  $\Omega$     J = 0,07 [kg.m<sup>2</sup>]

$$C_3 = (188,5 + 0,897 \times 45,36) \times \frac{1,36}{0,07 \times 45,36}$$

$$C_3 = 229,19 \times 0,4283 = \mathbf{98,16 \Omega}$$

$$n_o^{(3)} = -40,69 + 229,17 e^{-0,428tf} \quad 4,00 \text{ [s]}$$

( IV ) P/ R = 48,6  $\Omega$     J = 0,07 [kg.m<sup>2</sup>]

$$C_4 = (188,5 + 0,897 \times 48,6) \times \frac{1,36}{0,07 \times 48,6}$$

$$C_4 = 232,09 \times 0,3998 = \mathbf{92,79 \Omega}$$

$$n_o^{(4)} = -43,59 + 232,11 e^{-0,400tf} \quad 4,15 \text{ [s]}$$

( V ) P/ R = 63,9  $\Omega$     J = 0,07 [kg.m<sup>2</sup>]

$$C_5 = (188,5 + 0,897 \times 63,9) \times \frac{1,36}{0,07 \times 63,9}$$

$$C_5 = 245,82 \times 0,3040 = \mathbf{74,73 \Omega}$$

$$n_o^{(5)} = -57,32 + 245,78 e^{-0,304tf} \quad 4,78 \text{ [s]}$$

( VI ) P/ R = 128,6  $\Omega$     J = 0,07 [kg.m<sup>2</sup>]

$$C_6 = (188,5 + 0,897 \times 128,6) \times \frac{1,36}{0,07 \times 128,6}$$

$$C_6 = 303,85 \times 0,1511 = \mathbf{45,91 \Omega}$$

$$n_o^{(6)} = -115,35 + 303,88 e^{-0,1511t} \quad 6,4 \text{ [s]}$$

$$\text{(VII) } P/ R = 9000 \Omega \quad J = 0,07 \text{ [kg.m}^2\text{]}$$

$$C_7 = (188,5 + 0,897 \times 9000) \times \frac{1,36}{0,07 \times 9000}$$

$$C_7 = 8261,5 \times 0,00216 = \mathbf{17,84 \Omega}$$

$$n_o^{(7)} = -8073,0 + 3264,12 e^{-0,0022t} \quad 10,65 \text{ [s]}$$

Erro percentual:

$$E_1\% - 1 - 3,1/2,4 = - 29,17\%$$

$$E_2\% - 1 - 3,42/3,25 = - 5,23\%$$

$$E_3\% - 1 - 4,00/3,98 = - 0,005\%$$

$$E_4\% - 1 - 4,15/4,80 = 13,54\%$$

$$E_5\% - 1 - 4,78/5,30 = 9,81\%$$

$$E_6\% - 1 - 6,4/7,60 = 15,79\%$$

$$E_7\% - 1 - 10,65/15,56 = 31,55\%$$

#### 4 - Frenagem Regenerativa

Um freio regenerativo é um mecanismo de recuperação de energia que produz um contra torque no eixo da máquina elétrica (motor) que causa a diminuição da velocidade, convertendo a sua energia cinética em uma outra forma, geralmente em energia elétrica, que é realimentada de volta para a fonte que inicialmente a forneceu.

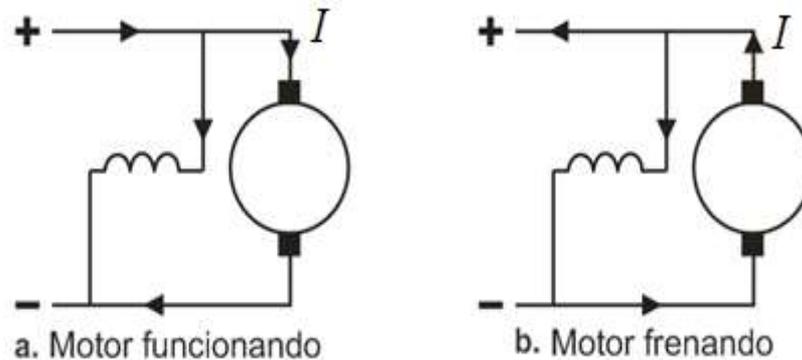
A frenagem regenerativa implica na redução ou cessação do movimento de motores elétricos, convertendo a energia cinética da rotação em energia elétrica, sem utilização de freios mecânicos. O restante da energia é perdida na forma de calor nos enrolamentos e nos mancais da máquina elétrica. Afirma-se ainda que na

maioria das máquinas elétricas passa suavemente de motor ao regime de geração, quando a carga produz alta velocidade de rotação. Isto ocorre nos motores de elevadores, locomotivas da Alstom, guindastes e trens quando em movimento descendente, ou seja, a velocidade da carga excede a velocidade normal do motor e a corrente no estator permanece a mesma.

Nos experimentos, considerando-se frenagem regenerativa, a energia cinética é devolvida à rede por intermédio do conversor ca-cc (ponte tiristorizada), responsável pela alimentação da armadura do motor, e a máquina funciona como gerador.

Nas figuras de frenagem regenerativa ilustradas nas figuras 36, 37 e 38, o método utilizado foi o da inversão da corrente de campo (Figura 34).

A figura 31 a seguir, ilustra a inversão da corrente da máquina, para mudança de funcionamento de motor para gerador.

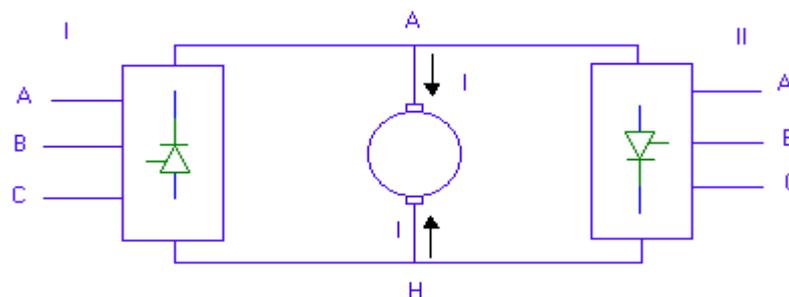


**Figura 31:** Motor funcionando e freando

**Fonte:** Brown. Troubleshooting of Electrical Equipment and Control Circuit, 2005. (Adaptado)

As figuras a seguir, mostram os esquemas de ligações para frenagem regenerativa.

- Conversor Dual



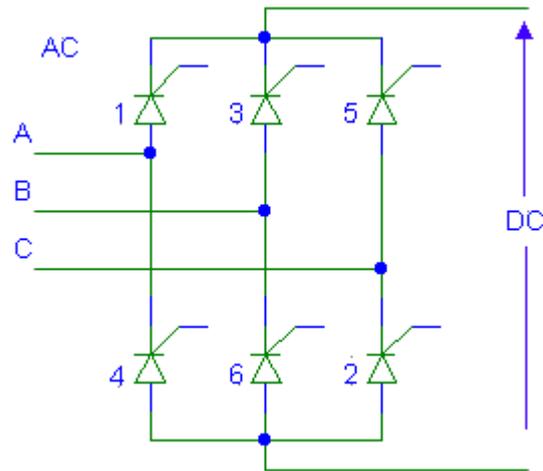
**Figura 32:** Inversão da corrente de armadura

**Fonte:** BORGES, Gustavo Mendes. - **Frenagem dinâmica e regenerativa de uma máquina de corrente contínua**

Os tiristores são chaves estáticas controladas com a entrada em condução pela polarização direta, tensão anodo-catodo positiva e aplicação de um pulso de corrente no terminal de gate.

A saída de condução ocorre quando se anula a corrente na chave.

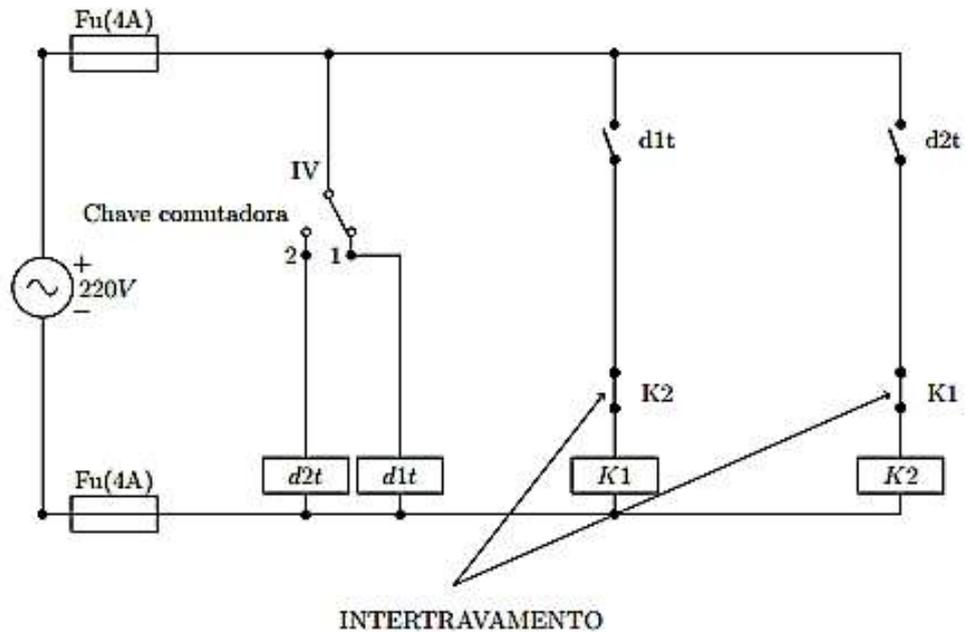
Ponte de tiristores em imagem detalhada e ampliada.



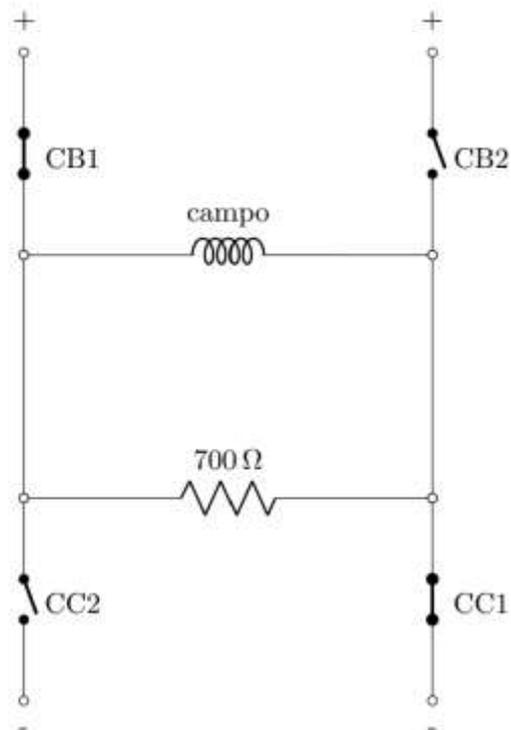
**Figura 33:** Ponte conversora para alimentação do motor de corrente contínua  
**Fonte:** BORGES, Gustavo Mendes. - **Frenagem dinâmica e regenerativa de uma máquina de corrente contínua**

- Circuito de Comando para inversão de corrente de campo

Para a inversão de corrente de campo, elaborou-se o circuito a seguir, mostrado na figura 34.



**Figura 34:** Circuito de comando  
**Fonte:** BORGES, Gustavo Mendes. - **Frenagem dinâmica e regenerativa de uma máquina de corrente contínua**



**Figura 35:** Circuito para dissipação de energia  
**Fonte:** BORGES, Gustavo Mendes. - **Frenagem dinâmica e regenerativa de uma máquina de corrente contínua**

Onde:

K1, K2 – Contatores 1 e 2;

DT1, DT2 – Relés de tempo 1 e 2;

Sw – Chave reversora de velocidade;

CB1 e CC1 – Contatos auxiliares do contator K1;

CB2 e CC2 – Contatos auxiliares do contator K2;

d1t, d2t – Contatos dos respectivos relés de tempo.

Considerando inicialmente a chave Sw na posição 1, tem-se os contatos d1t fechado, energizando assim o contator K1. Estando assim, K1 fechado, pode-se observar na figura 34 que os contatos CB1 e CC1 então fechados e CB2 e CC2 estarão abertos, pois K2 no caso está desenergizado. Desta forma, a corrente circula num determinado sentido, fazendo o motor girar no sentido correspondente à corrente de campo.

Mudando-se a chave Sw para a posição 2, energiza-se a bobina do relê de tempo DT2, que por sua vez inicia a contagem de um tempo pré-determinado (100ms). Durante esse tempo, os contatos CB1 e CC1 se abrem, pois, com a mudança de Sw, desenergiza-se imediatamente K1. Vale ressaltar também, que este tempo de espera é necessário para que a bobina de campo pode dissipar sua energia através do resistor R ( $700\Omega$ ). Passado este tempo, o relê DT2 aciona o contato d2t que por sua vez energiza o contator K2. Com K2 energizado, os contatos CB2 e CC2 fecham, mudando o sentido da corrente de campo e consequentemente o torque aplicado ao motor. Estando K1 desenergizado, CB1 e CC1 estarão abertos.

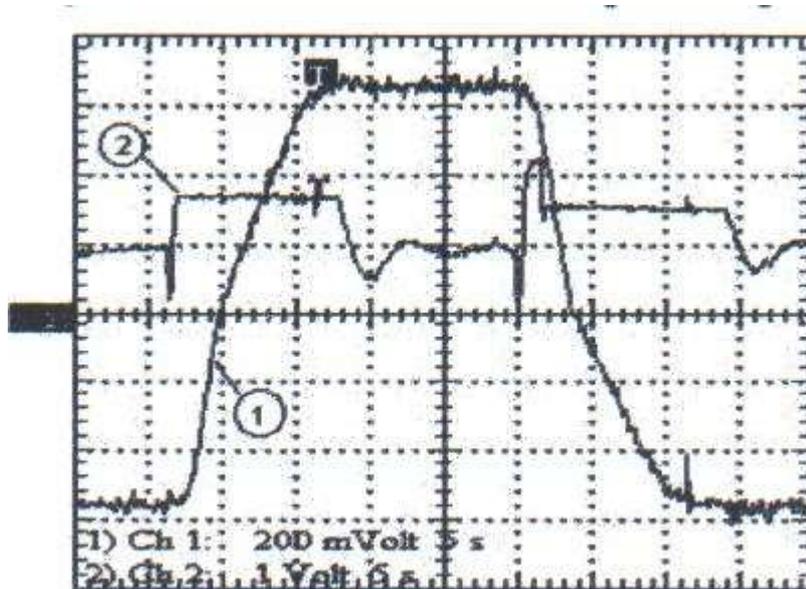
Para uma nova frenagem e inversão de rotação, muda-se novamente a posição de Sw para 1, desenergizando assim, a bobina do relê DT2 e os contatos CB2 e CC2 se abrem, energizando-se então a bobina do relê de tempo DT1. Este, por sua vez, inicia uma contagem de tempo da mesma forma e para a mesma finalidade que DT2, citado anteriormente. Passado o tempo estabelecido, d1t fecha, energizando K1, e CB1 e CC1 se fecham, voltando assim à condição inicial considerada, em que CB1 e CC1 estão fechados e CB2 e CC2 estão abertos.

#### 4.1 - Equacionamento para frenagem regenerativa

Obtenção dos tempos:

Como torque de atrito médio,  $T_{am}$ , foi o obtido anteriormente, temos que  $T_{am}=1,22[N.m]$ , tem-se os registros da corrente de armadura e da velocidade, conforme mostrados nas figuras a seguir:

1º caso:



**Figura 36:** Ilustração da frenagem regenerativa mostrando a velocidade na curva 1 e corrente da máquina na curva 2, para corrente de frenagem de 3,57[A].

**Fonte:** A.J.J. REZEK *et al*, **A four quadrant regenerative dc drive by speed reversal using armature current inverting and by means of field current inverter - a comparative analysis.**

$$I_{frenagem} = 1,7 \times 2,1 = 3,57[A]$$

$$T_{elétrico} = 10,61 \times \frac{3,57}{9,1} = 4,16[N.m]$$

$$T_{frenante} = T_{elétrico} + T_{atrito}$$

$$T_{frenante} = 4,16 + 1,22 = 5,38[N.m]$$

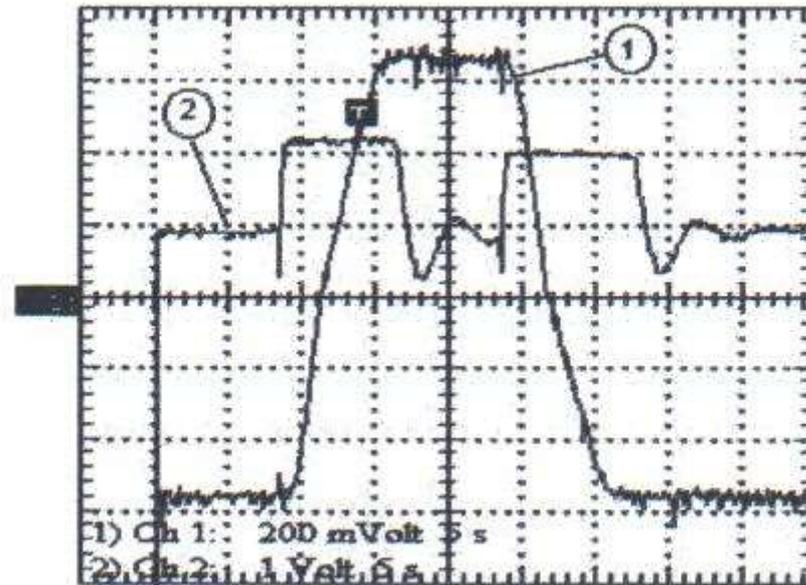
Equação de balanço:

$$T_{frenate} = \frac{2\pi}{60} \times J \times \frac{\Delta n}{\Delta t}$$

$$5,38 = \frac{2\pi}{60} \times 0,090 \times \frac{1000}{\Delta t_1}$$

$$\Delta t_1 = 1,71[s]$$

2.º caso:



**Figura 37:** Ilustração da frenagem regenerativa mostrando a velocidade na curva 1 e corrente da máquina na curva 2, para corrente de frenagem de 4,62[A].

**Fonte:** A.J.J. REZEK *et al*, **A four quadrant regenerative dc drive by speed reversal using armature current inverting and by means of field current inverter - a comparative analysis.**

$$I_{frenagem} = 2,2 \times 2,1 = 4,62[A]$$

$$T_{elétrico} = 10,61 \times \frac{4,62}{9,1} = 5,39[N.m]$$

$$T_{frenante} = T_{elétrico} + T_{atrito}$$

$$T_{frenante} = 5,39 + 1,22 = 6,61[N.m]$$

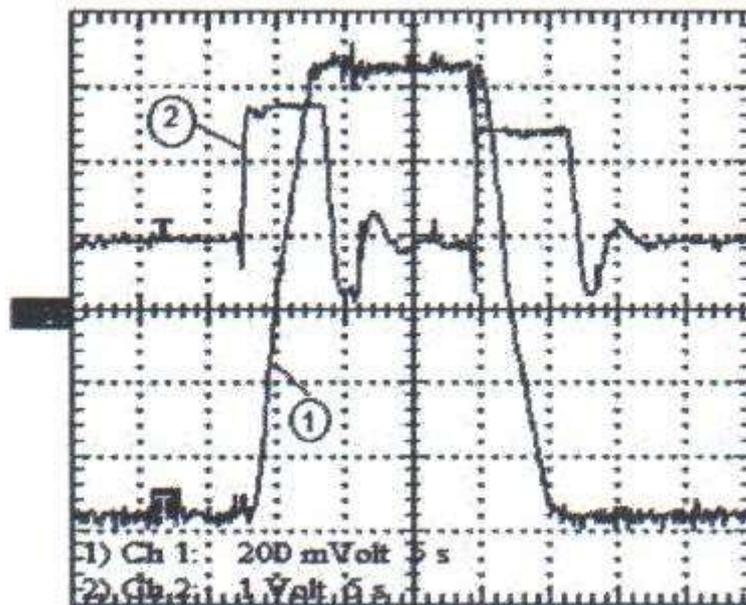
Equação de balanço:

$$T_{frenate} = \frac{2\pi}{60} \times J \times \frac{\Delta n}{\Delta t}$$

$$6,61 = \frac{2\pi}{60} \times 0,090 \times \frac{1000}{\Delta t_2}$$

$$\Delta t_3 = 1,42[s]$$

**3º caso:**



**Figura 38:** Ilustração da frenagem regenerativa mostrando a velocidade na curva 1 e corrente da máquina na curva 2, para corrente de frenagem de 7,77[A].

**Fonte:** A.J.J. REZEK *et al*, **A four quadrant regenerative dc drive by speed reversal using armature current inverting and by means of field current inverter - a comparative analysis.**

$$I_{frenagem} = 3,7 \times 2,1 = 7,77[A]$$

$$T_{elétrico} = 10,61 \times \frac{7,77}{9,1} = 9,06[N.m]$$

$$T_{frenante} = T_{elétrico} + T_{atrito}$$

$$T_{frenante} = 9,06 + 1,22 = 10,28[N.m]$$

Equação de balanço:

$$T_{frenate} = \frac{2\pi}{60} \times J \times \frac{\Delta n}{\Delta t}$$

$$10,28 = \frac{2\pi}{60} \times 0,090 \times \frac{1000}{\Delta t_2}$$

$$\Delta t_3 = 0,92[s]$$

## 5 - RESULTADOS OBTIDOS E ANÁLISE DOS MESMOS

### 5.1 - Frenagem Dinâmica

As tabelas a seguir, ilustram os dados obtidos experimentalmente e por intermédio de simulações, no caso da frenagem dinâmica.

- Resultados obtidos experimentalmente:

Resistência [ $\Omega$ ]	Tempo [s]
R <sub>1</sub> = 31,3	2,74
R <sub>2</sub> = 38,7	3,25
R <sub>3</sub> = 50,4	3,98
R <sub>4</sub> = 54	4,80
R <sub>5</sub> = 71	5,30
R <sub>6</sub> = 142,9	7,60
R <sub>7</sub> = $\infty$	15,56

**Tabela 3:** Resultados obtidos experimentalmente

- Resultados obtidos a partir da equação de rotação do torque de atrito médio:

Resistência [ $\Omega$ ]	Tempo [s]
R <sub>1</sub> = 31,3	4,2
R <sub>2</sub> = 38,7	4,7
R <sub>3</sub> = 50,4	5,5
R <sub>4</sub> = 54	5,6
R <sub>5</sub> = 71	6,5
R <sub>6</sub> = 142,9	8,5
R <sub>7</sub> = $\infty$	13,85

**Tabela 4:** Resultados obtidos a partir da equação de rotação do torque de atrito médio

Análise comparativa e erro percentual:

- $E_1\% = 1 - 4,2/2,74 = -53,28\%$
- $E_2\% = 1 - 4,7/3,25 = -44,61\%$
- $E_3\% = 1 - 5,5/3,98 = -38,19\%$
- $E_4\% = 1 - 5,6/4,80 = -16,67\%$
- $E_5\% = 1 - 6,5/5,30 = -22,64\%$
- $E_6\% = 1 - 8,5/7,60 = -11,84\%$
- $E_7\% = 1 - 13,85/15,60 = 11,22\%$

Erro percentual	Resistência [ $\Omega$ ]
$\varepsilon_1 = -53,28\%$	$R_1 = 31,3$
$\varepsilon_2 = -44,61\%$	$R_2 = 38,7$
$\varepsilon_3 = -38,19\%$	$R_3 = 50,4$
$\varepsilon_4 = -16,67\%$	$R_4 = 54$
$\varepsilon_5 = -22,64\%$	$R_5 = 71$
$\varepsilon_6 = -11,84\%$	$R_6 = 142,9$
$\varepsilon_7 = 11,22\%$	$R_7 = \infty$

**Tabela 5:** Ilustração dos erros obtidos a partir da comparação de resultados experimentais e de simulação para frenagem dinâmica, considerando-se torque de atrito médio.

## 5.2 - Frenagem Regenerativa

- **1º caso:**

Foi calculado o tempo  $\Delta T_1 = 1,75$  [s], enquanto que foi medido o tempo  $\Delta T_1' = 2$  [s].

Análise comparativa e erro percentual:

$$\varepsilon_{\%1} = 1 - \frac{T_{\text{calculado}}}{T_{\text{medido}}}$$

$$\varepsilon_{\%1} = 1 - \frac{1,75}{2,00} = 12,5\%$$

- **2.º caso:**

Foi calculado o tempo  $\Delta T_2 = 1,42$  [s], enquanto que foi medido o tempo  $\Delta T_2' = 1,5$  [s].

Análise comparativa e erro percentual:

$$\varepsilon_{\%1} = 1 - \frac{T_{\text{calculado}}}{T_{\text{medido}}}$$

$$\varepsilon_{\%1} = 1 - \frac{1,42}{1,50} = 5,3\%$$

- **3.º caso:**

Foi calculado o tempo  $\Delta T_3 = 0,92$  [s], enquanto que foi medido o tempo  $\Delta T_3' = 1,00$  [s].

Análise comparativa e erro percentual:

$$\varepsilon_{\%1} = 1 - \frac{T_{\text{calculado}}}{T_{\text{medido}}}$$

$$\varepsilon_{\%1} = 1 - \frac{0,92}{1,00} = 8,0\%$$

## 6 - Conclusão:

Neste trabalho, a modelagem do processo frenante da máquina de corrente contínua foi desenvolvida e comparou-se resultados teóricos de simulações e experimentais obtidos em laboratório, para comprovação satisfatória da modelagem teórica utilizada.

A frenagem dinâmica requer apenas um banco de resistências para ser conectado em paralelo com a armadura da máquina, ao passo que, a frenagem regenerativa requer o uso de conversores de potência CA/CC, portanto, a primeira frenagem apesar de ser dissipativa, é o método mais simples e barato.

Variando-se o valor da resistência de frenagem, consegue-se variar o tempo frenante de maneira aproximadamente proporcional, ou seja, aumentando-se a resistência de frenagem, aumenta-se o tempo e reduzindo-se esta, também ocorre a diminuição do tempo frenante.

O erro obtido, comparando-se resultados teóricos e experimentais, uma vez que o tempo calculado foi maior que o tempo medido, se deve principalmente devido ao erro nas medições do momento de inércia e da resistência de frenagem, podendo-se mesmo concluir que o momento de inércia adotado foi maior que o real, daí o tempo calculado para frenagem, foi obtido maior que o experimental.

Efetuar-se cálculos teóricos de simulações, diminuindo-se um pouco o momento de inércia e também os valores das resistências de frenagem. Houve, desta forma, uma maior aproximação entre valores dos tempos de frenagem calculados pela modelagem e aqueles obtidos experimentalmente.

No processo de frenagem regenerativa, os erros, comparando-se os resultados teóricos e experimentais, foram menores que aqueles obtidos no processo de frenagem dinâmica.

A corrente de excitação da máquina foi mantida constante e portanto, desta forma, realizou-se a análise das frenagens dinâmica e regenerativa da máquina de corrente contínua do tipo excitação independente.

Considerando-se os aspectos das curvas obtidas por intermédio de simulações (Figura 29), comparativamente aos aspectos obtidos experimentalmente, verifica-se uma aproximação entre estes, o que comprova a técnica teórica utilizada, do equacionamento, para obtenções de simulações, visando à obtenção da curva de

velocidade no tempo, durante o processo de frenagem, bem como, os respectivos tempos de frenagem (parada do motor).

As frenagens do tipo dinâmica e regenerativa tem como objetivo, frear o motor de maneira simples e eficiente. Cita-se por exemplo, a aplicação na frenagem dos caminhões de minério da Vale, em que a frenagem convencional, utilizando a lona de freio, não é suficiente. Neste caso, é utilizada a frenagem dinâmica. Também nos processos de laminação na indústria siderúrgica e de fabricação de papel, a frenagem regenerativa é utilizada.

Num próximo trabalho, sugere-se o estudo e modelagem da frenagem da máquina de corrente contínua do tipo auto excitado, na qual, a corrente de excitação de campo é obtida por intermédio da alimentação pela tensão de armadura.

Neste caso, uma vez que a máquina vai sendo frenada, esta tensão de armadura vai sendo decrescida, e portanto, a corrente de excitação também vai diminuindo ao longo do processo frenante.

É de se esperar, portanto, que como o torque frenante é dependente dessa corrente de excitação, a qual é menor que no caso da frenagem da máquina de excitação independente, pois esta vai sendo decrescida gradativamente, os tempos de frenagem serão maiores, teórica e experimentalmente. Este fato se deve, pelo motivo de que a corrente de excitação da máquina do tipo auto excitada, é obtida a partir da ligação em paralelo do campo com a armadura e uma vez que a tensão da armadura da máquina do tipo auto excitada vai decrescendo, o mesmo ocorre com a corrente de excitação.

Também, considerando-se o torque de atrito variando linearmente no tempo, será objetivo de uma sugestão para próximo trabalho.

## 7 - Referências

A. E. Fitzgerald, C.K. Jr, S.D. Umans, “**Máquinas Elétricas – Com introdução à eletrônica de potência**”, 6ª Edição. Editora – Artmed - Bookman. Disponível em: < <https://drb-m.org/mqeletr/Maquinas%20Eletricas-Livro.pdf>>. Acesso em: 30/12/2018.

A. J. J. Rezek, M.S. Rodrigues, V. A. M. Miranda, V. A. Oliveira, A. M. Cassula, R. A. Costa Jr, A. Z. Torres, “**Project and Simulation of a Controlled Drive System to Direct Current Machines**” (in portuguese), annals of II International Seminary of Electrical Motors and regulatory drives, II SIMEAR, Vol III pages 141-160 – EPUSP, ABINEE TEC/91, May 1991.

A. J. J. Rezek, V. F. Silva, L. E. B Silva, A. C. C. Pereira, J. A. Cortez, C. T. Kamida, M. S. Rodrigues, S. Y. Kajitani, E. T. Ito, R. Yoshida, “**A four quadrant regenerative dc drive by speed reversal using armature current inverting and by means of field current inverter - a comparative analysis.**” (in Portuguese), IEEE - INDUSCON/96, São Paulo-SP. INDUSCON/96 Annals, 1996.

BORGES, Gustavo Mendes; Rezek, A. J. J.; Corrêa, Rafael Di Lorenzo; Braga, Alexandre Viana; Rezeck, Ricardo Mohallem. **Modelagem da frenagem dinâmica da máquina de corrente contínua.** XI EMED – Encontro Mineiro de Equações Diferenciais. 20 a 22 de novembro de 2017. Poços de Caldas/MG – Brasil.

BORGES, Gustavo Mendes. **Frenagem dinâmica e regenerativa de uma máquina de corrente contínua**, Iniciação científica, UNIFEI, 1999.

BOSE, B.K. “**Power electronics and variable frequency drives**”, IEEE PRESS, 1997.

BROWN, Mark, **Practical Troubleshooting Of Electrical Equipment And Control Circuits**, 1 Ed., Elsevier, Burlington, 2005.

CHAPMAN, S.J., **Fundamentos de Máquinas Elétricas**. 2013. Disponível em: <<http://www.elt2014.com.br/materiais/2-2016/EEL047-37/Caderno/Fundamentos%20de%20Maquinas%20Eletricas%20Chapman.pdf>>.

Acesso em: 30/12/2018.

COGO, J.R.; Oliveira, J.C.; Abreu, J.P.G.. “**Ensaio em Máquinas de Corrente Contínua**”. Editora da EFEI, 1983;

C.W. Lander, **Industrial Electronic: Theory and applications**. (in Portuguese), book, São Paulo. McGraw-Hill, 1988.

ERDMAN, W. “**Dynamic braking of DC machines: A mathematical approach**” IEEE, vol. IA-19, n.3, may/june, 1983, pp. 388-392;

FITZGERALD, A E.; Kingsley JR., C.; Kusko, A. “**Máquinas Elétricas**”. Editora McGraw Hill, 1977;

GODOY, R.L. “**Acionamento controlado regenerativo a quatro quadrantes da máquina de corrente contínua por intermédio da inversão da corrente de campo**”, trabalho de iniciação científica, convênio EFEI/PIBIC/CNPq, 1998/1999.

GUARDIA, Eduardo [et al]. **Oportunidades de eficiência energética para a indústria: uma visão institucional: sumário executivo**. Brasília: CNI, 2010. Acesso: 30/10/18. Disponível em: <<http://www.procelinfo.com.br/main.asp?View={CC307349-3D35-47FE-B77C-3C548F6DB747}>>.

KASATKIN, A.; Perekalin, M. **Basic Electrical Engineering**. Peace Publishers, Moscow 1960.

KNOWTON, A.E. **Standard Handbook for Electrical Engineers**. Ed. Mac Graw Hill Book Company, 1941.

KOSTENKO M; Piotrovsky, L. **Electrical Machines. Vol 2, Alternating Current Machines**. 3ª Edição. Mir Publishing, Moscow, 1977.

L. Kosow, Irving. **Máquinas Elétricas e Transformadores**. 10ª Edição. Ed. Globo, 1972.

LLOYD, Tom C. **Electric Motors and their Applications**. Ed. Wiley- Interscience, John Wiley & Sons, Inc, 1969.

N. Mohan, T. M. Undeland, W. P. Robbins, “**Power Electronics Converters, Applications and Design**”, New York, USA: John Wiley & Sons Inc., 1995.

NETO, Antônio Cassimiro [et al]. “**Frenagem regenerativa em motores de corrente contínua**”. Disponível em: <<https://www.ebah.com.br/content/ABAAAgHoYAG/frenagem-regenerativa-motores-corrente-continua>>. Acesso em: 10/11/2018.

Museu WEG de Ciência e Tecnologia. Blog com Ciência. **A história do motor elétrico que você precisa saber**. Disponível em: <<http://museuweg.net/blog/a-historia-do-motor-eletrico/>> . Acesso em: 07/01/2019.

PANESI, André R. Q. **Fundamentos de eficiência energética: Industrial, comercial e residencial**. São Paulo: Ensino Profissional, 2006.

PERSON, George Mac.; **An Introduction to Electrical Machines and Transformers**. John Wiley & Sons, Inc, 1981.

REZECK, R. M. **Otimização de um sistema de frenagem dinâmica de uma máquina CC de excitação independente, na ocorrência de uma falta de energia elétrica**, Dissertação de mestrado, UNIFEI, 2007.

REZEK, A.J.J.. “**Eletrotécnica Geral Aplicada, Teoria e Prática**”. Editora da EFEI, 1986;

RIZZI, Alvaro Pereira. **Medidas Elétricas**. Ed. Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda, 1980.

SEARS, Francis; ZEMANSKY, Mark W; YOUNG, Hugh D. Física – **Eletricidade e Magnetismo. Vol. 3, 2ª Edição.** Ed. Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda., 1976.

THALER, George J.; WILCOX, Milton L. Electric Machines: **Dynamics and Steady State.** John Wiley & Sons, Inc.,1966.

VALKENBURGH, Van. **Eletricidade Básica, Vol 5, 1ª Edição.** Ed. Livraria Freitas Bastos S.A, 1960.

## Anexos

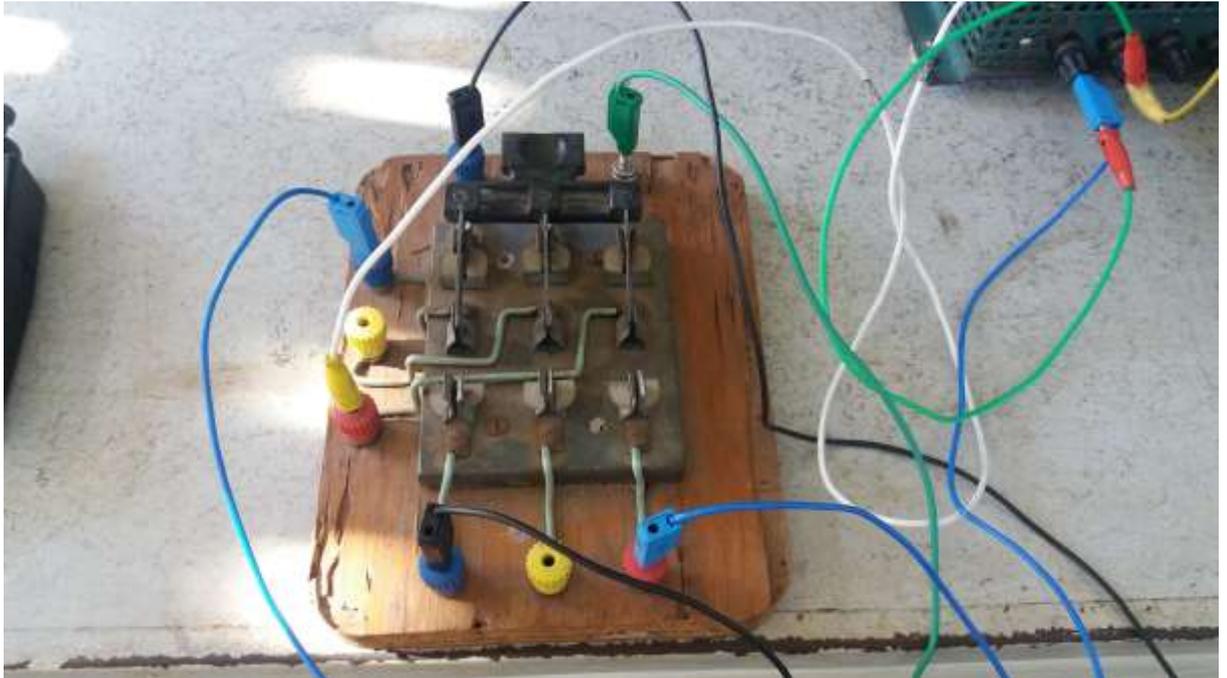
As fotos a seguir, ilustram a bancada de ensaio:



**Foto 1:** Tacômetro mostrando a velocidade inicial



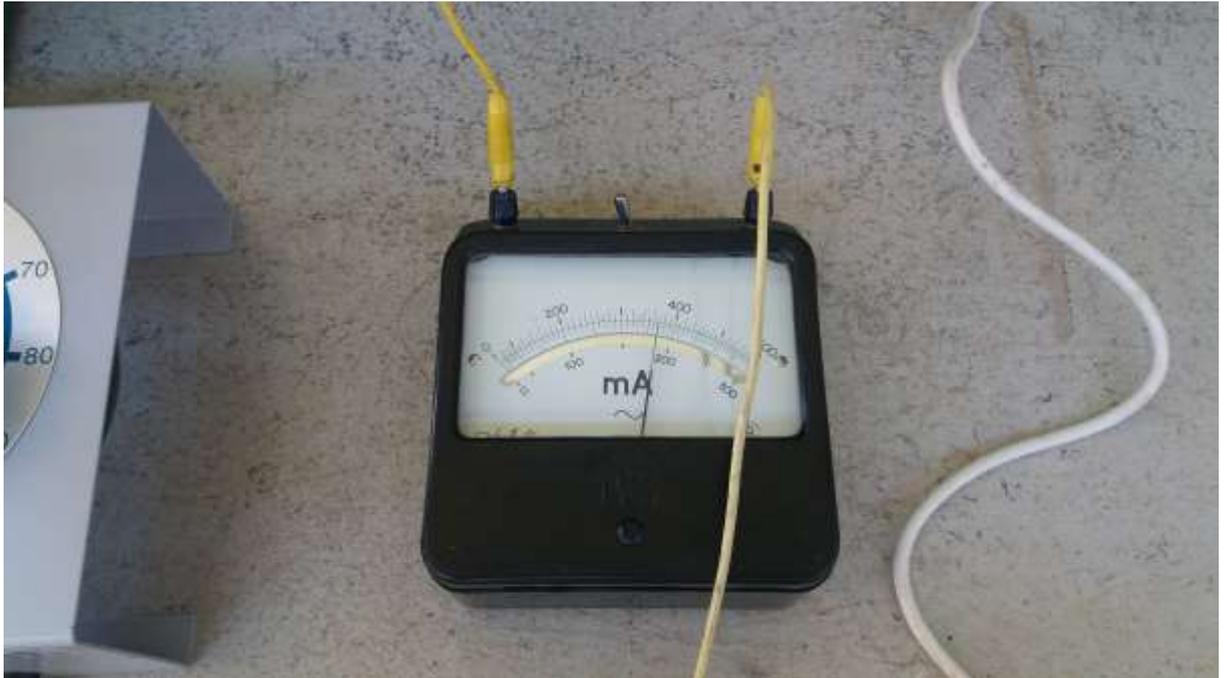
**Foto 2:** Máquina de corrente contínua a ser frenada – máquina central



**Foto 3:** Chave reversor da operação da máquina de motor para gerador



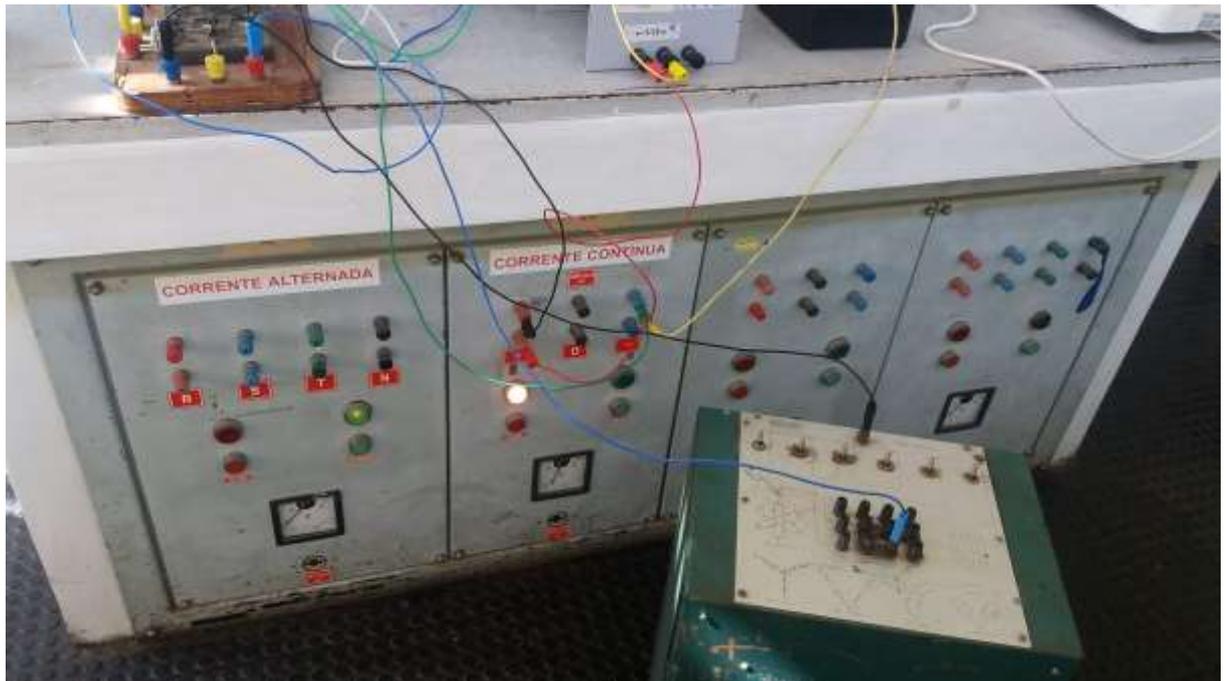
**Foto 4:** Reostato de campo da máquina de corrente contínua (MCC)



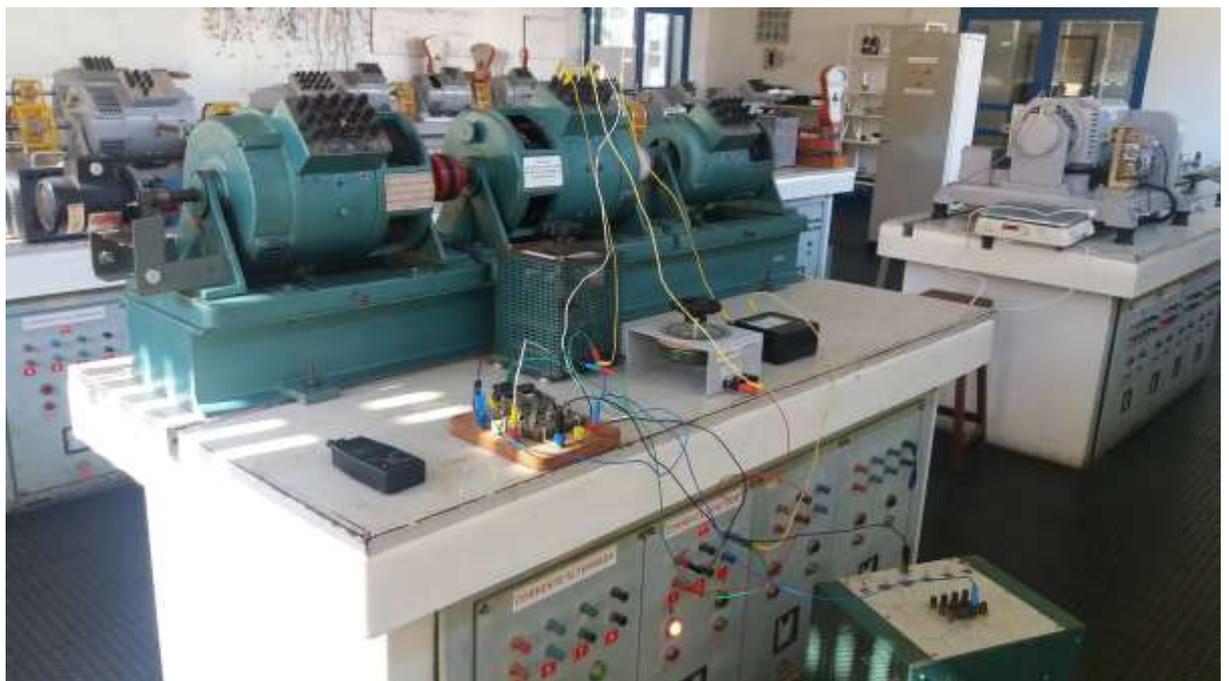
**Foto 5:** Miliamperímetro mostrando a corrente de campo da MCC



**Foto 6:** Banco de resistências de frenagem



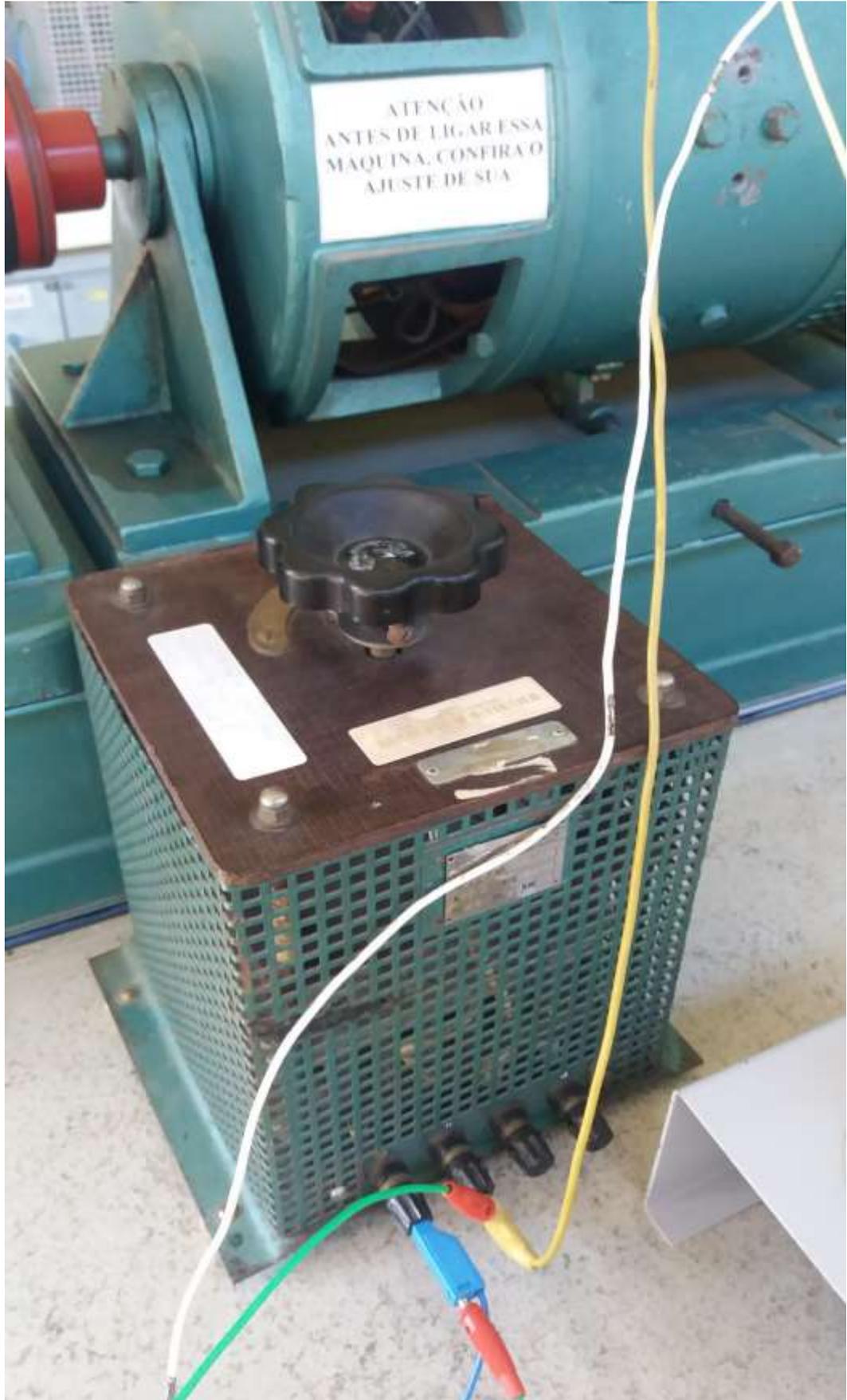
**Foto 7:** Painel de ligação – fonte de corrente contínua



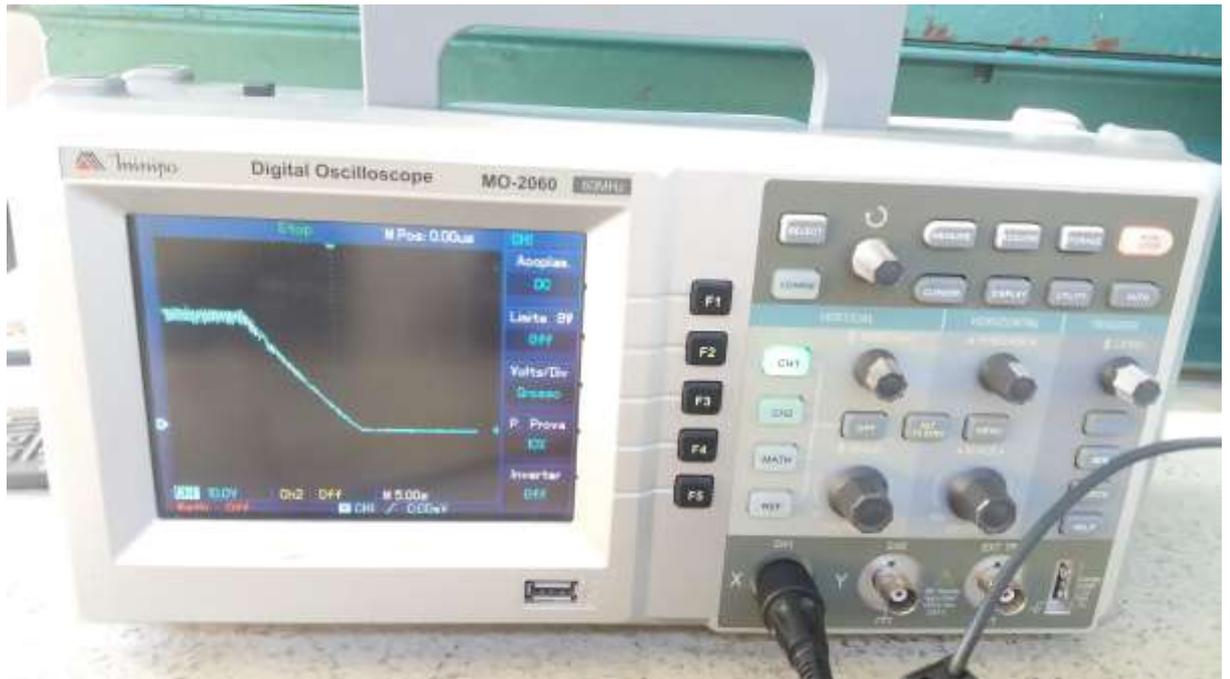
**Foto 8:** Vista geral da bancada de ensaios



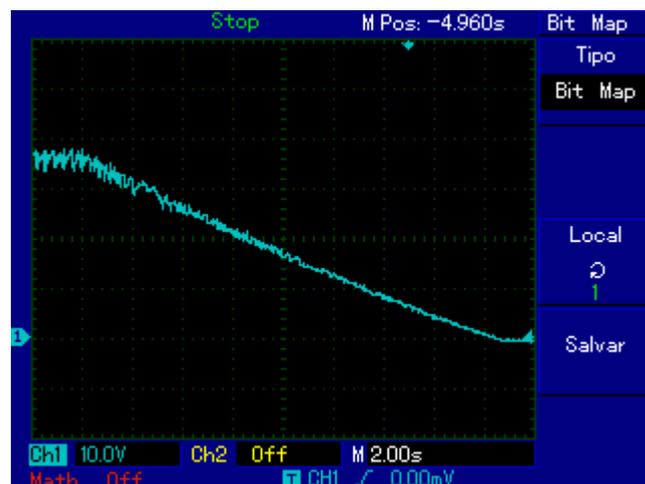
**Foto 9:** Vista do tacogerador (transdutor de velocidade) para registro da velocidade



**Foto 10:** Reostato de partida do motor (reostato demarrador)



**Foto 11:** Registro desde a velocidade inicial (1800 rpm), até a parada da MCC (0 rpm).



**Foto 12:** Registro da velocidade por parada por atrito (Todas as chaves do banco de resistências de frenagem abertas).

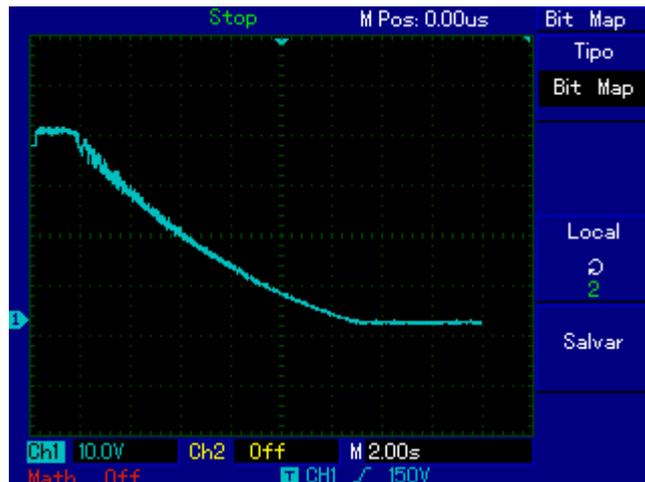


Foto 13: Registro da velocidade para 1 chave fechada do banco de resistência

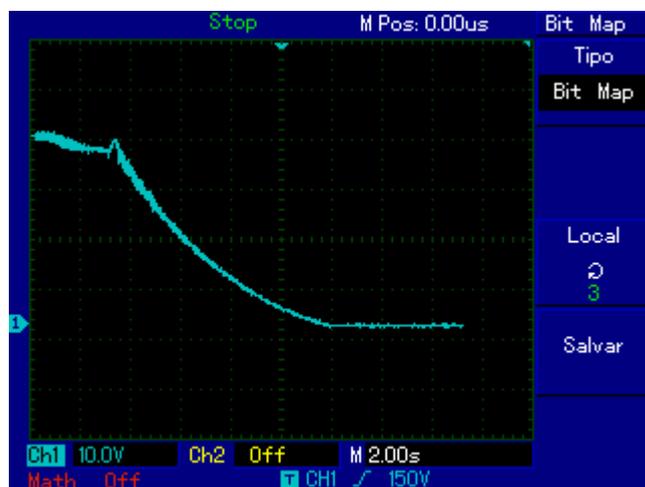


Foto 14: Registro da velocidade para 2 chave fechada do banco de resistência

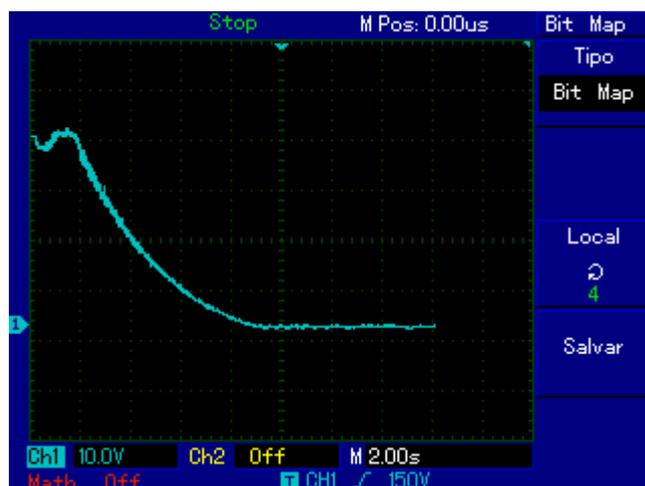


Foto 15: Registro da velocidade para 3 chave fechada do banco de resistência

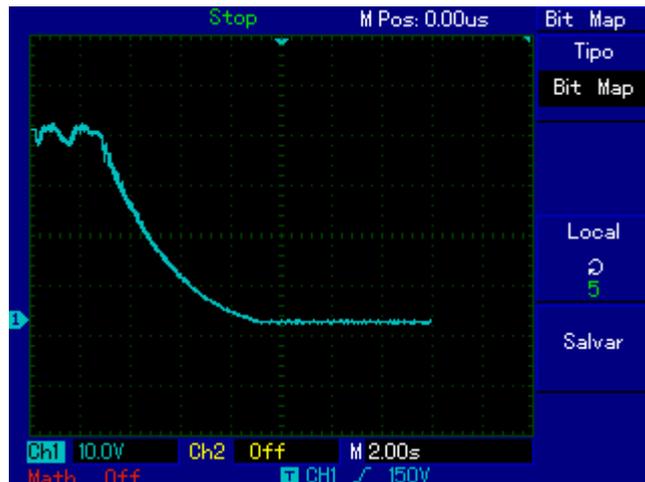


Foto 16: Registro da velocidade para 4 chave fechada do banco de resistência

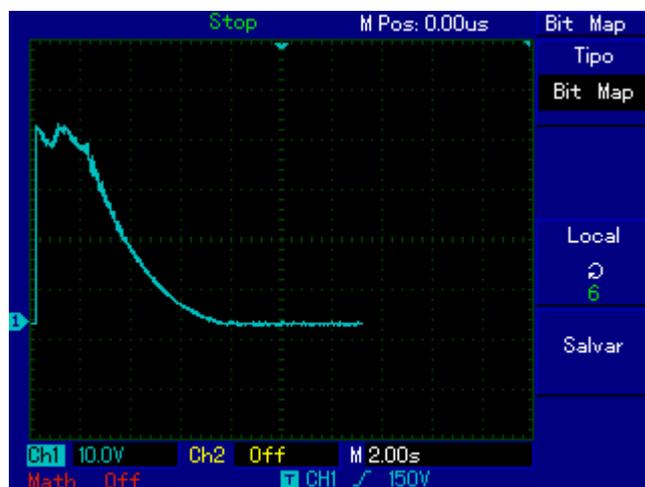


Foto 17: Registro da velocidade para 5 chave fechada do banco de resistência

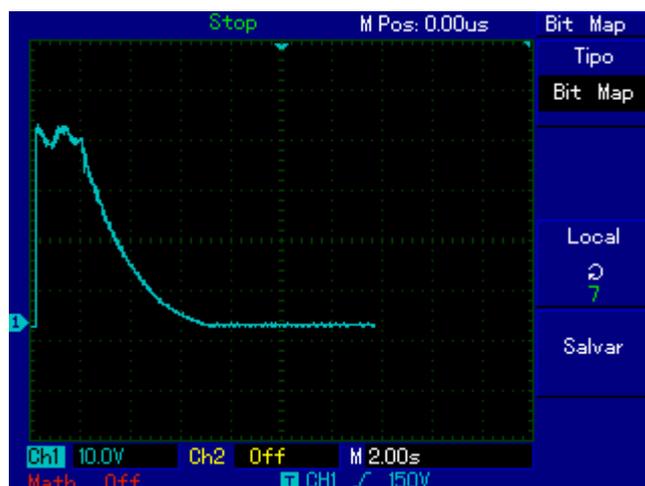


Foto 18: Registro da velocidade para 6 chave fechada do banco de resistência