

MATHEUS HIPOLITO ALMEIDA TORNELI

**SIMULAÇÃO DO CONTÍNUO PELA OTIMIZAÇÃO DE ESTRUTURAS DE
TRELIÇA REPETITIVAS USANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS
ESCRITO EM FUNÇÃO DAS POSIÇÕES DOS NÓS**

**Dissertação apresentada ao Curso de Engenharia
Mecânica, Instituto de Engenharia Mecânica,
Universidade Federal de Itajubá, como requisito
parcial para a obtenção do título de Mestre em
Engenharia Mecânica.**

**Orientador: Prof. Dr. Antonio Carlos Ancelotti
Junior**

**Co orientador: Prof. Dr, Jesús Antonio García
Sánchez**

Coordenador: Prof. Dr. Gilbert Silva

ITAJUBÁ

2019

MATHEUS HIPOLITO ALMEIDA TORNELI

**SIMULAÇÃO DO CONTÍNUO PELA OTIMIZAÇÃO DE ESTRUTURAS DE
TRELIÇA REPETITIVAS USANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS
ESCRITO EM FUNÇÃO DAS POSIÇÕES DOS NÓS**

Dissertação apresentada ao Curso de Engenharia Mecânica, Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Antonio Carlos Ancelotti Junior

Co orientador: Prof. Dr. Jesús Antonio García Sánchez

Coordenador: Prof. Dr. Gilbert Silva

ITAJUBÁ

2019

FICHA CATALOGRÁFICA

Torneli, Matheus H. A.

Simulação do contínuo pela otimização de estruturas de treliça repetitivas usando o método dos elementos finitos escrito em função das posições dos nós – Itajubá, 2019.

Nº de páginas: 112

Área de concentração: Projetos, materiais e processos.

Orientador: Prof. Dr. Antonio Carlos Ancelotti Junior

Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de Itajubá.

1.Elementos Finitos; 2. Metamateriais; 3. Otimização



Ministério da Educação
UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
Criada pela Lei nº 10.435, de 24 de abril de 2002

A N E X O I
FOLHA DE JULGAMENTO DA COMISSÃO EXAMINADORA
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Título da Dissertação: "Simulação do Contínuo pela Otimização por Estruturas de Treliça Repetitivas Usando o Método dos Elementos Finitos Orientados Pelas Posições dos Nós"

Autor: Matheus Hipólito Almeida Torneli

JULGAMENTO

Examinadores	Conceito A = Aprovado - R = Reprovado	Rubrica
3º	A	
4º	A	
5º	A	

Resultado Final: Conceito final: A, ou seja, Aprovado

Observações: o texto final deveria ser revisado segundo sugestões da banca

Observações: (1) O Trabalho será considerado Aprovado se todos os Examinadores atribuírem conceito A; (2) O Trabalho será considerado Reprovado se forem atribuídos pelos menos 2 conceitos R; (3) O Trabalho será considerado Insuficiente (I) se for atribuído pelo menos um conceito R. Neste caso o candidato deverá apresentar novo trabalho. A banca deve definir como avaliar a nova versão da Tese.

Itajubá, 27 de junho de 2019.

Prof. Dr. Nelson Manzanares Filho
3º Examinador – UNIFEI

Prof. Dr. Jesús Antonio García Sánchez
4º Examinador (Coorientador) – UNIFEI

Prof. Dr. Antonio Carlos Ancelotti Junior
5º Examinador (Orientador) - UNIFEI

AGRADECIMENTOS

À minha família que sempre me apoiou.

Aos meus colegas de república que tornaram esse período mais divertido.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela bolsa de estudos de Mestrado e pela experiência como aluno do programa Ciências sem Fronteiras que contribuiu muito para tomar a decisão de fazer essa pós-graduação.

À Universidade Federal de Itajubá e todo o seu corpo docente que me auxiliaram nessa jornada.

À Bárbara que me apoiou e auxiliou durante o curso.

E especialmente ao Prof. Dr. Jesús Antonio García Sánchez, pela paciência admirável e dedicação nas correções e orientações.

À FAPEMIG pelo financiamento do projeto “Otimização Mecânica e acústica de um ventilador sem Pás Utilizando Análises Numérica e Experimental”, processo APQ-01685-18 e ao CNPQ pelo financiamento do “Projeto de Dissipadores Dinâmicos Utilizando Metamateriais”, processo 439088/2018-6.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001

“O que prevemos raramente ocorre; o que menos esperamos geralmente acontece.”

Benjamin Disraeli.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	VI
RESUMO.....	IX
ABSTRACT	X
1 INTRODUÇÃO.....	12
2 OBJETIVOS.....	18
3 CÉLULA BASE	20
3.1 SIMETRIA INTERNA.....	20
3.2 CRIAÇÃO DO VOLUME A SER OTIMIZADO	23
3.3 CONDIÇÕES DE CONTORNO.....	26
4 FORMULAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS EM FUNÇÃO DAS POSIÇÕES	30
4.1 FORULAÇÃO POSICIONAL DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS.....	30
4.2 VALIDAÇÃO DO ALGORITIMO PARA ANÁLISE NÃO LINEAR	34
5 ALGORITMO GENÉTICO	39
5.1 ALGORITIMO GENÉTICO.....	39
6 OTIMIZAÇÃO DO COEFICIENTE DE POISSON	47
6.1 OTIMIZAÇÃO DO COMPORTAMENTO MECÂNICO	47
7 RESULTADOS	51
7.1 CORPO COM COMPORTAMENTO ISOTRÓPICO.....	51
7.2 CORPO COM COMPORTAMENTO ORTOTRÓPICO	61
8 CONCLUSÕES.....	73
REFERÊNCIAS	75
ANEXO 1 - DADOS DO EXEMPLO - ESTRUTURA DE 25 BARRAS	82
ANEXO 2 - ARQUIVOS DE ENTRADA DO PROGRAMA PARA CRIAÇÃO DA CÉLULA ORTOTRÓPICA.....	85
ANEXO 3 - ARQUIVOS DE ENTRADA DO PROGRAMA PARA CRIAÇÃO DA CÉLULA ISOTRÓPICA.....	105

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - PARAMETROS DE OTIMIZAÇÃO GENÉTICA	43
TABELA 2 – COMPARAÇÃO DE RESULTADOS OBTIDOS COM RESULTADOS DA LITERATURA.....	43
TABELA 3 - CONFIGURAÇÃO DA OTIMIZAÇÃO GENETICA	45
TABELA 4 - COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DESTE TRABALHO COM RESULTADOS DA LITERATURA.....	45
TABELA 5 – CARGAS PARA A ESTRUTURA DE 25 BARRAS.....	82
TABELA 6 – COORDENADAS DOS NÓS DA ESTRUTURA ESPACIAL DE 25 BARRAS	82
TABELA 7 - CONECTIVIDADE DOS ELEMENTOS DA ESTRUTURA ESPACIAL DE 25 BARRAS	83

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – REPRESENTAÇÃO DO VOLUME OTIMIZADO DENTRO DA CÉLULA PARA CADA CONDIÇÃO DE SIMETRIA	21
FIGURA 2 - VOLUME DE DESIGN COM EIXO DIAGONAL PRINCIPAL DESTACADO	23
FIGURA 3 - CÉLULA BASE EM 2 DIMENSÕES (SIGMUND, 1994).....	24
FIGURA 4 - REPRESENTAÇÃO TRIDIMENSIONAL E LATERAL DO VOLUME DE DESIGN DA CÉLULA COM SIMETRIA PLANA	25
FIGURA 5 - REPRESENTAÇÃO TRIDIMENSIONAL E LATERAL DO VOLUME DE DESIGN DA CÉLULA COM SIMETRIA PLANA E ROTACIONAL.	26
FIGURA 6 – REPRESENTAÇÃO DE UM CORPO FORMADO PELA REPETIÇÃO DE 144 CÉLULAS QUADRADAS	27
FIGURA 7 – EXEMPLO DE FACES OPOSTAS COM MESMA CONFIGURAÇÃO DE ELEMENTOS.....	28
FIGURA 8 - EXEMPLOS DE FACES ADJACENTES COM MESMA CONFIGURAÇÃO DE ELEMENTOS.....	28
FIGURA 9 – VIGA DE TRELIÇA ENGASTADA PARA VALIDAÇÃO DO MÉTODO ...	34
FIGURA 10 – DESLOCAMENTO VERTICAL E HORIZONTAL DO PONTO “A” PARA DIFERENTES VALORES DE CARGA LACERDA (2014)	35
FIGURA 11 – TRELIÇA DEFORMADA PARA DIFERENTES CARGAS APLICADAS LACERDA (2014).....	36
FIGURA 12 – COMPARAÇÃO ENTRE A ANÁLISE NÃO LINEAR.....	37
FIGURA 13 - VIGA DE TRELIÇA PLANA DE 10 BARRAS (LI ET AL. (2007).....	42
FIGURA 14 – EXEMPLO DE TRELIÇA ESPACIAL DE 25 BARRAS DEDE (2011)	44
FIGURA 15 - CONDIÇÕES DE CONTORNO PARA A SIMULAÇÃO DO ENSAIO DE TRAÇÃO	48
FIGURA 16 - CONDIÇÕES DE CONTORNO EM 3D PARA SIMULAÇÃO DO ENSAIO DE TRAÇÃO	48

FIGURA 17 – RESULTADO DA FUNÇÃO OBJETIVO A CADA GERAÇÃO DA OTIMIZAÇÃO	52
FIGURA 18 CÉLULA ANTES E DEPOIS DO ENSAIO VIRTUAL DE DEFORMAÇÃO UTILIZADO NA OTIMIZAÇÃO EM VISÃO ORTOGONAL.....	53
FIGURA 19 CÉLULA ANTES E DEPOIS DO ENSAIO VIRTUAL DE DEFORMAÇÃO UTILIZADO NA OTIMIZAÇÃO NO PLANO XZ	53
FIGURA 20 CÉLULA ANTES E DEPOIS DO ENSAIO VIRTUAL DE DEFORMAÇÃO UTILIZADO NA OTIMIZAÇÃO NO PLANO XY	53
FIGURA 21 CÉLULA ANTES E DEPOIS DO ENSAIO VIRTUAL DE DEFORMAÇÃO UTILIZADO NA OTIMIZAÇÃO NO PLANO YZ	54
FIGURA 22 - COEFICIENTE DE POISSON EM FUNÇÃO DA DEFORMAÇÃO ESPECÍFICA PARA DIFERENTES QUANTIDADES DE REPETIÇÃO DE CÉLULAS COM COMPORTAMENTO ISOTRÓPICO	55
FIGURA 23 – CÉLULA ISOTRÓPICA OTIMIZADA REPETIDA DUAS VEZES EM CADA DIREÇÃO SEM DEFORMAÇÃO	56
FIGURA 24 – CÉLULA ISOTRÓPICA OTIMIZADA REPETIDA DUAS VEZES EM CADA DIREÇÃO COM DEFORMAÇÃO ESPECÍFICA IGUAL A 0,1	57
FIGURA 25 – CÉLULA ISOTRÓPICA OTIMIZADA REPETIDA DUAS VEZES EM CADA DIREÇÃO COM DEFORMAÇÃO ESPECÍFICA IGUAL A 0,3	57
FIGURA 26 – CÉLULA ISOTRÓPICA OTIMIZADA REPETIDA DUAS VEZES EM CADA DIREÇÃO COM DEFORMAÇÃO ESPECÍFICA IGUAL A 0,5	58
FIGURA 27 – CÉLULA ISOTRÓPICA OTIMIZADA REPETIDA DUAS VEZES EM CADA DIREÇÃO COM DEFORMAÇÃO ESPECÍFICA IGUAL A 0,65	58
FIGURA 28 – CÉLULA ISOTRÓPICA OTIMIZADA REPETIDA DUAS VEZES EM CADA DIREÇÃO COM DEFORMAÇÃO ESPECÍFICA IGUAL A 0,7	59
FIGURA 29 – CÉLULA ISOTRÓPICA OTIMIZADA REPETIDA DUAS VEZES EM CADA DIREÇÃO COM DEFORMAÇÃO ESPECÍFICA IGUAL A 0,75	59
FIGURA 30 – CÉLULA ISOTRÓPICA OTIMIZADA REPETIDA DUAS VEZES EM CADA DIREÇÃO COM DEFORMAÇÃO ESPECÍFICA IGUAL A 0,75 - VISTA PARALELA A CADA UM DOS PLANOS PRINCIPAIS.....	60

FIGURA 31 - RESULTADO DA FUNÇÃO OBJETIVO A CADA GERAÇÃO DA OTIMIZAÇÃO	61
FIGURA 32 CÉLULA ANTES E DEPOIS DO ENSAIO VIRTUAL DE DEFORMAÇÃO UTILIZADO NA OTIMIZAÇÃO EM VISÃO ORTOGONAL.....	62
FIGURA 33 CÉLULA ANTES E DEPOIS DO ENSAIO VIRTUAL DE DEFORMAÇÃO UTILIZADO NA OTIMIZAÇÃO NO PLANO XZ	62
FIGURA 34 CÉLULA ANTES E DEPOIS DO ENSAIO VIRTUAL DE DEFORMAÇÃO UTILIZADO NA OTIMIZAÇÃO NO PLANO XY	63
FIGURA 35 CÉLULA ANTES E DEPOIS DO ENSAIO VIRTUAL DE DEFORMAÇÃO UTILIZADO NA OTIMIZAÇÃO.....	63
FIGURA 36 COEFICIENTE DE POISSON EM FUNÇÃO DA DEFORMAÇÃO ESPECÍFICA PARA DIFERENTES QUANTIDADES DE REPETIÇÃO DE CÉLULAS COM COMPORTAMENTO ORTOTRÓPICO.....	65
FIGURA 37 – CÉLULA ORTOTRÓPICA OTIMIZADA REPETIDA DUAS VEZES EM CADA DIREÇÃO SEM DEFORMAÇÃO	66
FIGURA 38 – CÉLULA ORTOTRÓPICA OTIMIZADA REPETIDA DUAS VEZES EM CADA DIREÇÃO COM DEFORMAÇÃO ESPECÍFICA DE 0,1	67
FIGURA 39 – CÉLULA ORTOTRÓPICA OTIMIZADA REPETIDA DUAS VEZES EM CADA DIREÇÃO COM DEFORMAÇÃO ESPECÍFICA DE 0,3	67
FIGURA 40 – CÉLULA ORTOTRÓPICA OTIMIZADA REPETIDA DUAS VEZES EM CADA DIREÇÃO COM DEFORMAÇÃO ESPECÍFICA DE 0,5	68
FIGURA 41 – CÉLULA ORTOTRÓPICA OTIMIZADA REPETIDA DUAS VEZES EM CADA DIREÇÃO COM DEFORMAÇÃO ESPECÍFICA DE 0,65	68
FIGURA 42 – CÉLULA ORTOTRÓPICA OTIMIZADA REPETIDA DUAS VEZES EM CADA DIREÇÃO COM DEFORMAÇÃO ESPECÍFICA DE 0,7	69
FIGURA 43 – CÉLULA ORTOTRÓPICA OTIMIZADA REPETIDA DUAS VEZES EM CADA DIREÇÃO COM DEFORMAÇÃO ESPECÍFICA DE 0,75	69
FIGURA 44 – CÉLULA ORTOTRÓPICA OTIMIZADA REPETIDA DUAS VEZES EM CADA DIREÇÃO COM DEFORMAÇÃO ESPECÍFICA IGUAL A 0,75 - VISTA PARALELA A CADA UM DOS PLANOS PRINCIPAIS.....	70

RESUMO

SIMULAÇÃO DO CONTÍNUO PELA OTIMIZAÇÃO DE ESTRUTURAS DE TRELIÇA REPETITIVAS USANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS ESCRITO EM FUNÇÃO DAS POSIÇÕES DOS NÓS

Em muitas aplicações é necessário projetar, de forma controlada, as propriedades mecânicas dos materiais utilizados. Exemplos disso são encontrados nas aplicações biomecânicas (próteses, implantes, entre outras), onde a quantidade de materiais que podem ser utilizados é limitada. Adicionalmente, estes materiais possuem propriedades mecânicas muito diferentes das encontradas nos materiais componentes das estruturas naturais do corpo. Tais diferenças acabam ocasionando desconforto, dor e inclusive desgaste nas articulações. Assim, a possibilidade de projetar as propriedades mecânicas das estruturas, amplia e melhora as aplicações, permitindo um controle maior nas mesmas. Motivado pela evolução dos materiais arquitetados – Metamateriais - e com a evolução das técnicas de manufatura aditiva, neste trabalho foram desenvolvidas estruturas de treliça repetitivas com comportamento mecânico controlado. Os metamateriais aqui desenvolvidos são compostos por uma repetição de células cúbicas que possuem barras com comportamento de treliça espalhadas no seu interior. Este trabalho visa otimizar a configuração interna dessas células para que se obtenha o coeficiente de Poisson desejado, simulando o contínuo de um material com propriedades diferentes daquele material que compõe a estrutura treliçada. Uma metodologia para otimizar uma célula base, a fim de atingir o coeficiente de Poisson, foi elaborada com um algoritmo genético e o método dos elementos finitos. A formulação utilizada é escrita em função das posições nodais, realizando uma análise não linear geométrica. Os resultados mostram que a metodologia proposta permite projetar as propriedades mecânicas de forma controlada, especificamente o coeficiente de Poisson, permitindo obter materiais arquitetados para aplicações diversas.

Descritores: Método dos Elementos Finitos, Metamateriais, Otimização

ABSTRACT

CONTINUUM SIMULATION WITH REPETITIVE TRUSS STRUCTURES USING THE FINITE ELEMENT METHOD ORIENTED BY THE NODAL POSITION

In many applications is necessary to, in a controlled way, project the mechanical properties of the materials applied. Examples can be found in biomechanical applications (implants and prosthesis), where the variety of materials that can be used is limited. Additionally, this material behaves in a completely different way from the ones found in the body natural structure component material. Such differences end up inflicting pain, discomfort and even wearing the joints. In this way, the possibility of defining the mechanical properties of structures allows a better control of the last improving and increasing the variety of applications. Motivated by the architected materials evolution – Metamaterials – and by the evolution of the additive manufacture techniques, the present work developed truss like structures with controlled mechanical behavior. The metamaterials here developed are compound of a repetitive cubic cell with truss like elements spread across its interior. This work aims to optimize these cells internal configuration to achieve the desired Poisson coefficient, simulating a material continuum with different properties from the one which the truss structure is made of. A methodology to optimize the base cell, in order to achieve a specific Poisson Coefficient, was formulated with a genetic algorithm and the finite element method. The formulation used is written in function of the nodal position, realizing a geometric non-linear analysis. The results show that the methodology adopted allows to project, in a controlled way, the mechanical properties, specifically the Poisson coefficient, allowing to obtain architected materials to diverse applications.

Key words: Finite Element Method, Metamaterials, Optimization.

1 INTRODUÇÃO

1 INTRODUÇÃO

Na natureza encontramos diversas estruturas porosas como madeira, ossos e minerais. Tais estruturas conseguem se tornar altamente especializadas, a madeira por exemplo tem uma microestrutura porosa onde o material sólido é distribuído em células prismáticas. Desta maneira a árvore possui uma maior razão, resistência à flexão por massa unitária, do que o material sólido da qual ela é feita GUTH; LUERSEN (2015). LI, TIAN TIAN *et al.*, (2017) explica que as propriedades mecânicas de estruturas celulares dependem muito mais da arquitetura planejada do que do material que as compõe. Estes materiais celulares naturais inspiraram pesquisas com estruturas celulares de diversos autores. Várias dessas características foram exploradas por essas pesquisas, como a resistência mecânica que pode foi explorada por NAYFEH e HEFZY (1982), NOOR *et al.* (1978a) e SIGMUND *et al.* (2014), condução térmica e dissipação de calor analisada por GUTH e LUERSEN (2015) e NAYFEH e HEFZY (1981), frequência natural de vibração estudada por CHEN *et al.* (2017), a resposta acústica por WANG *et al.* (2012) e o coeficiente de Poisson observado em CHEN *et al.* (2017), LI *et al.* (2017), SIGMUND *et al.* (2014) e WU *et al.* (2015) este último sendo o foco deste trabalho.

O controle do coeficiente de Poisson de um material é importante em diversos casos. Na indústria médica e hospitalar ele é importante na criação de próteses ósseas como demonstrado por BOSE *et al.* (2013) e CHALLIS *et al.* (2010). Na pesquisa de SHAHAR *et al.* (2007) vemos que os ossos possuem comportamento de Poisson completamente anisotrópico e para imprimir partes de um osso fraturado, é necessário que as propriedades mecânicas das partes originais do osso e impressas sejam iguais para aumentar a adesão entre as partes KHALYFA *et al.* (2007). CHEN *et al.* (2017) mostra que é possível controlar a frequência natural e a resposta a vibrações de materiais através do controle do coeficiente de Poisson, sendo útil para confecção de dissipadores de vibração e atenuadores acústicos com faixa de frequência definida.

Dada a importância do controle do coeficiente de Poisson, técnicas para simular o contínuo foram desenvolvidas, a maioria delas utilizando métodos numéricos para atingir o resultado desejado.

Os métodos numéricos têm se tornado uma técnica muito eficiente para abstrair e aproximar o comportamento de diversos fenômenos da natureza, como por exemplo, a resposta mecânica das estruturas. Em geral, estes métodos se utilizam para encontrar uma resposta numérica de uma equação diferencial. Dependendo das características do modelo físico

representado, da técnica utilizada e da forma da distribuição da massa do elemento em consideração, o domínio de cada um dos problemas que estão sendo modelados pode ser classificado como contínuo ou discreto. Modelando um objeto como um contínuo, assume-se que a substância do objeto preenche completamente o espaço que este ocupa. Desta forma, ignora-se o fato de que a matéria está composta de átomos, ou seja que não é contínua; contudo, esta aproximação, em uma escala muito maior que as distâncias interatômicas, proporciona resultados suficientemente precisos Miller & Vandome (2010).

De forma clássica, em problemas com comportamento mecânico tridimensional, a modelagem e discretização do contínuo tem sido realizada utilizando elementos finitos sólidos tridimensionais. Contudo, este tipo de representação possui algumas desvantagens, como são:

- o elevado custo computacional,
- a dificuldade na introdução de comportamentos físicos mais complexos como por exemplo: comportamento não linear físico, leis hiperplásticas,
- a dificuldade na reprodução do comportamento real da fratura de materiais,
- a complexidade no entendimento da teoria da elasticidade tridimensional, entre outras.

Uma técnica alternativa para modelar o contínuo consiste em aproximá-lo como sendo composto por células repetitivas ou base, as quais são formadas por elementos de treliça. Os trabalhos pioneiros nesta área foram desenvolvidos por NOOR *et al.* (1978b) e NAYFEH e HEFZYT (1978).

A simulação do contínuo utilizando estas células base permite contornar algumas das dificuldades descritas anteriormente. Uma vez que as treliças que formam o elemento são consideradas unidimensionais, de um ponto de vista local, então as grandezas elásticas envolvidas (tensores de alta ordem, quarta ordem no caso da teoria da elasticidade tridimensional) podem ser tratadas como matrizes, vetores e em alguns casos escalares, permitindo assim uma programação e entendimento mais simples do problema. Também, nota-se que neste tipo de elemento os critérios de falha e as leis do comportamento não-linear físico são unidimensionais, facilitando assim sua implementação numérica. (HERRMANN; ROUX, 1991) especificam que este tipo de abordagem também proporciona vantagens em processos de diluição (remoção sequencial de vínculos), considerações de defeitos e variáveis aleatórias dentro do contínuo, assim como a possibilidade de realizar considerações mais complexas dos estados de tensão e deformação do material.

Embora a discretização em células base, formadas por elementos de treliça, consiga melhorar alguns dos problemas das simulações com o contínuo, novos problemas aparecem, como por exemplo a compatibilização das propriedades elásticas locais (microescala) e as globais (macroescala).

Existem diversas maneiras de abordar o problema de relacionar as propriedades da macro e da microescala. Na sequência serão descritas algumas das mais importantes.

Nas primeiras pesquisas na área¹, as propriedades globais equivalentes das células base foram derivadas das propriedades mecânicas, das simetrias e das configurações geométricas das barras que as conformavam. Exemplos desses trabalhos são: NOOR *et al.* (1978a, 1978b), NAYFEH e HEFZYT (1978, 1980, 1981 e 1983).

Neles, o enlace era feito utilizando uma combinação entre métodos energéticos e transformações lineares. Ou seja, a metodologia adotada era a seguinte: i) identificar as projeções planas das estruturas de treliça, ii) derivar as propriedades efetivas do contínuo de cada uma dessas malhas de treliças baseados em métodos energéticos e iii) finalmente, utilizar transformações ortogonais para determinar as contribuições de cada conjunto base nas propriedades globais da estrutura. Uma revisão desses primeiros avanços foi realizada por Noor (1988).

Uma segunda forma de enlace foi proposta por DOW *et al.* (1985). Os autores isolam uma célula base e desenvolvem um modelo dela, utilizando para isso o método dos elementos finitos. Em seguida, uma matriz de transformação é construída, a qual relaciona as grandezas nodais com as grandezas cinemáticas utilizadas para expressar a densidade de energia do contínuo. Assim, a energia de deformação é formulada, como função do novo sistema de variáveis, para cada um dos elementos repetitivos, sendo que ela é comparada com a densidade de energia do contínuo para determinar as propriedades mecânicas equivalentes do elemento. Finalmente estas propriedades são utilizadas para aproximar o problema original.

Nos trabalhos de SADD *et al.* (1992), ADLEY e SADD (1992), BUDHU *et al.* (1999) e RAMAKRISHNAN (1997) utiliza-se o modelo de rigidez discreta (DSM) para relacionar as propriedades dos blocos e das rochas com as propriedades microestruturais dos meios

¹ Muitas dessas pesquisas foram desenvolvidas em conjunto com a NASA

granulares. Nesses trabalhos, utilizam-se barras para vincular os centroides das partículas formando assim o arranjo de treliças. No modelo DSM, os centroides são considerados como nós e os elementos têm características como: rigidez tangencial, rigidez normal e alguns parâmetros ou restrições de contato.

Uma abordagem diferente encontra-se nos trabalhos de ODEGARD *et al.* (2002) e LI e CHOU (2003). Nesses trabalhos, os autores relacionam a mecânica molecular com a mecânica estrutural, considerando para isso que o elemento base, na escala local, é a molécula do material. No trabalho de ODEGARD *et al.* (2002), os autores acoplam a equação da energia potencial molecular de um material nanoestrutural com a energia de deformação de um modelo de treliça equivalente. No entanto, LI e CHOU (2003) modelam nano tubos como sendo uma estrutura de vigas equivalentes (*frame-like structures*) e relacionam a escala local com a global encontrando propriedades equivalentes para os membros de vigas que compõem as moléculas.

Como já mencionado, discretizar o contínuo utilizando células base formadas por treliças tem permitido realizar simulações de fenômenos físicos complexos de forma simples e ao mesmo tempo tem-se tornado uma metodologia eficaz para o entendimento e a criação de novos materiais. Entre os principais fenômenos físicos que são facilitados ao utilizar as discretizações com treliças encontram-se o problema de fissuração e de propagação de falha (KRAJCINOVIC e SILVA (1982), KRAJCINOVIC e BASISTA (1991), ZHAO *et al.* (2011), KOTESKI *et al.* (2011), KOTESKI *et al.* (2012)), introdução de leis complexas para a descrição do comportamento das tensões e das deformações (Agostino *et al.* (2015), PASCON (2016), (XU *et al.*, 2016)), introdução de incertezas e defeitos dentro do contínuo (HERRMANN e ROUX, (1991), otimização topológica e estrutural (XIA *et al.* (2013), ZHOU (2015), GUTH e LUERSEN (2015), TSAVDARIDIS *et al.* (2015), ALZAHIRANI *et al.* (2015), otimização e simulação de novos materiais (HARIK *et al.* (2002), LI e CHOU (2003), GATES *et al.* (2005), YAZDCHI *et al.* (2008), CHEN *et al.* (2010), GHAVAMIAN *et al.* (2015), BACIGALUPO e GAMBAROTTA (2016), AL-KHARUSI *et al.*, (2016)).

Cabe mencionar a técnica utilizada para o tratamento numérico das estruturas. No caso, será utilizado o método dos elementos finitos escrito em função das posições. Esta metodologia é descrita com detalhe no trabalho de GRECO *et al.* (2006). Este método permite a modelagem dinâmica não linear de treliças, sendo baseado no teorema da mínima energia potencial do sistema, a qual é escrita em função das posições nodais da estrutura e não do centro de massa como é comum nas formulações clássicas do método dos elementos finitos. Esse método foi inicialmente proposta por GRECO *et al.* (2006), para analisar estaticamente pórticos

bidimensionais com cinemática de Euler-Bernoulli. Contudo a metodologia tem apresentado resultados satisfatórios quando aplicados a diversas estruturas (chapas, sólidos, cascas, treliças, vigas etc.) submetidas a grandes deslocamentos e rotações. Outros trabalhos relacionados com esta variação do MEF são: CODA (2009 e 2014), CODA e PACCOLA (2011), GRECO e CODA (2006), entre outros.

Aliada ao método dos elementos finitos escrito em função das posições, será utilizada uma técnica de otimização para definir a configuração ideal da célula de treliça para obter o comportamento desejado. Diversos métodos de otimização foram implementados para se obter configurações de estruturas de treliça, como a colônia de abelhas SONMEZ (2011), homogeneização YAN *et al.* (2006), TOLLENAERE e CAILLERIE (1998), MUÑOZ-ROJAS *et al.* (2011), nuvem de partículas LI *et al.* (2007) e a genética CROCE e FERREIRA (2004) que será abordada neste trabalho.

O presente trabalho tem como objetivo desenvolver uma metodologia para criação de metamateriais formados por elementos de treliça utilizando um algoritmo de otimização

Definida a célula com o comportamento mecânico desejado, encontrou-se nesse trabalho o comportamento da célula para diferentes deformações e o comportamento de um corpo constituído de diferentes quantidades de repetições da célula.

2 OBJETIVOS

2 OBJETIVOS

O objetivo deste trabalho é desenvolver uma metodologia para gerar células cúbicas compostas por elementos de treliça com coeficiente de Poisson definido. Em seguida, elaborar um programa em Fortran com base na metodologia desenvolvida.

As etapas do processo de criação das células com coeficiente de Poisson controlado são:

1. Definir as condições de contorno na célula cúbica para se definir o comportamento mecânico da célula em relação a seu Coeficiente de Poisson como ortotrópico ou isotrópico;
2. Distribuir nós e elementos de treliça no interior da célula;
3. Criar uma metodologia de otimização para selecionar a configuração ótima dos elementos de treliça para gerar uma célula com o comportamento desejado;
4. Utilizar a metodologia do método dos elementos finitos orientados pela posição dos nós para avaliar a célula obtida.

Na avaliação da célula obtida deseja-se medir:

- O coeficiente de Poisson da célula em diferentes deformações específicas;
- O coeficiente de Poisson nas duas direções laterais principais;
- O comportamento do coeficiente de Poisson para corpos formados por diferentes números de repetições da célula criada.

3 CÉLULA BASE

O primeiro passo para se desenvolver uma célula com comportamento do coeficiente de Poisson controlado é na criação da célula base, que será otimizada. O processo de criação da célula base se divide em 3 passos:

- Definir as condições de simetria internas da célula: assim é possível definir a simetria ou não nas reações das forças impostas à célula e definir como será seu comportamento, se será um comportamento isotrópico, ortotrópico ou ainda anisotrópico (item 3.1);
- Definida a simetria, determina-se a distribuição de nós e elementos no volume de *design*, que é o volume da célula que não possui restrição devido à simetria interna (item 3.2);
- Definido o volume de *design*, determinam-se as regiões de fronteira entre as células adjacentes no corpo e entre os volumes de *design* adjacentes no interior de uma célula (item 3.3).

3.1 SIMETRIA INTERNA

Para construir a estrutura celular inicial, a qual identifica o metamaterial, que posteriormente será otimizada, algumas condições de simetria no interior da célula base devem ser cumpridas para se controlar o comportamento do coeficiente de Poisson.

No trabalho de (WANG, FENGWEN, 2018) são apresentadas três simetrias para criação de uma célula base, ilustradas na figura 1. Estes planos de simetria delimitam as condições de contorno para restringir o comportamento final da célula. Em (a) tem-se a simetria plana nos três eixos principais, em (b) a simetria cúbica e em (c) a simetria plana e rotacional. Na figura 1 tem-se a representação da célula e em destaque o volume de *design* a ser otimizado.

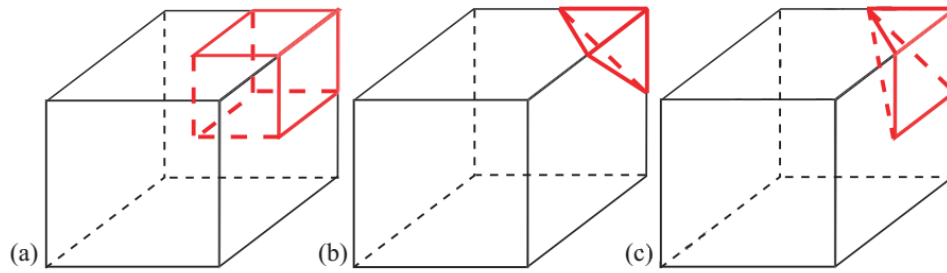


FIGURA 1 – REPRESENTAÇÃO DO VOLUME OTIMIZADO DENTRO DA CÉLULA PARA CADA CONDIÇÃO DE SIMETRIA

3.1.1 Célula com simetria plana nos 3 eixos

A primeira condição de simetria consiste na seleção de um cubo que ocupa um oitavo da célula e é espelhado em relação aos três planos principais, por isso é chamada de simetria plana.

Na célula com simetria plana, as variáveis para otimização nos elementos com nós localizados em $[(Y_x^1, Y_y^1, Y_z^1)(Y_x^2, Y_y^2, Y_z^2)]$ e $[(L_0 - Y_x^1, Y_y^1, Y_z^1)(L_0 - Y_x^2, Y_y^2, Y_z^2)]$ possuem a mesma configuração. Assim como nos pares de elementos localizados em $[(Y_x^1, Y_y^1, Y_z^1)(Y_x^2, Y_y^2, Y_z^2)]$ e $[(Y_x^1, L_0 - Y_y^1, Y_z^1)(Y_x^2, L_0 - Y_y^2, Y_z^2)]$ e analogamente $[(Y_x^1, Y_y^1, Y_z^1)(Y_x^2, Y_y^2, Y_z^2)]$ e $[(Y_x^1, Y_y^1, L_0 - Y_z^1)(Y_x^2, Y_y^2, L_0 - Y_z^2)]$.

Sendo Y_{dir}^i a posição do nó i do elemento Y na direção dir e L_0 é o comprimento do lado da célula.

Nesta condição, o comportamento final da célula é o de um material ortotrópico, ou seja, o módulo de elasticidade em cada direção e o coeficiente de Poisson ν_{xy} , ν_{yz} e ν_{xz} são diferentes. Em suma, a simetria planar nada faz além de garantir que uma força aplicada na célula tenha reação na mesma direção e sentido contrário uma vez que todas as componentes da reação terão simetria em relação aos eixos principais que passar pelo centro da célula. Esta configuração foi utilizada no segundo experimento desse trabalho para gerar um metamaterial com comportamento ortotrópico onde foi otimizada a diferença entre o coeficiente de Poisson nas duas direções perpendiculares à direção de atuação da força externa.

3.1.2 Célula com simetria cúbica

No segundo caso de simetria o cubo que formava o volume de *design* do primeiro caso é dividido em seis pirâmides retangulares de base triangular.

Na célula com simetria cúbica, além da simetria plana, os elementos de treliça localizados em $[(Y_x^1, Y_y^1, Y_z^1)(Y_x^2, Y_y^2, Y_z^2)]$ e $[(Y_y^1, Y_z^1, Y_x^1)(Y_y^2, Y_z^2, Y_x^2)]$ possuem a mesma configuração. Assim como nos pares de elementos localizados em $[(Y_x^1, Y_y^1, Y_z^1)(Y_x^2, Y_y^2, Y_z^2)]$ e $[(Y_y^1, Y_x^1, Y_z^1)(Y_y^2, Y_x^2, Y_z^2)]$. Lembrando que Y_{dir}^i é a posição do nó i do elemento Y na direção dir . Com estas condições de contorno para simetria, onde apenas 1/48 da célula é otimizado. O resultado desta configuração é uma célula completamente isotrópica, onde o módulo de elasticidade é igual independente da direção, assim como o módulo de Poisson. Esta simetria não foi explorada neste trabalho.

3.1.3 Célula com simetria plana e rotacional

Já a célula com simetria plana e rotacional é um “relaxamento” da simetria cúbica WANG (2018) e consiste em separar o mesmo volume de *design* da simetria planar e dividir este cubo em três pirâmides de base quadrada e altura igual ao lado da base e perpendicular a um dos vértices da base. A pirâmide que compõe o volume de design da célula com essa simetria é rotacionado em torno do eixo diagonal principal, conforme indicado na figura 2, formando o cubo que será espelhado nos três planos principais, por isso o nome plana e rotacional.

Nessa condição de simetria, todas as condições são iguais às da célula anterior com exceção das variáveis de design dos elementos localizados em $[(Y_x^1, Y_y^1, Y_z^1)(Y_x^2, Y_y^2, Y_z^2)]$ e $[(Y_y^1, Y_x^1, Y_z^1)(Y_y^2, Y_x^2, Y_z^2)]$. Assim apenas 1/24 da célula final é otimizada. Nesta configuração o resultado é uma célula com módulo de elasticidade igual em todas as direções, porém com módulos de Poisson diferentes nas direções laterais. Isso se dá pois além da simetria plana, todos os elementos que compõe o volume de *design* são rotacionadas em torno do eixo diagonal principal do cubo a ser espelhado, isso garante que a somatória da resistência à uma força externa seja igual em qualquer direção, porém não garante que as componentes da reação interna da célula seja igual em todas as direções laterais.

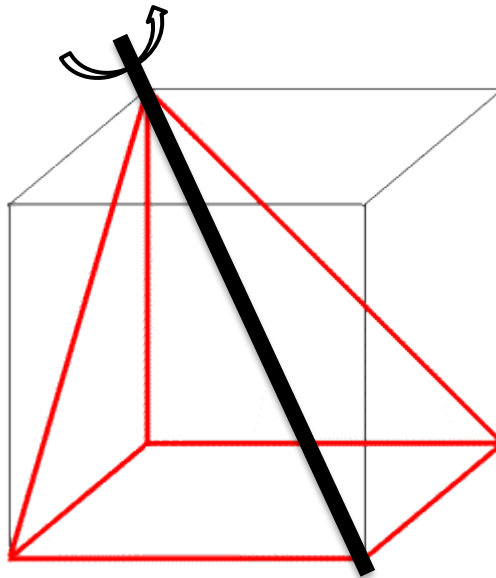


FIGURA 2 - VOLUME DE *DESIGN* COM EIXO DIAGONAL PRINCIPAL DESTACADO

Os resultados obtidos neste trabalho diferem dos resultados encontrados pelo autor devido à condição de contorno adotada nas fronteiras das células, que será explicada no item 4.3.2. Essa condição de simetria foi adotada neste trabalho para gerar o metamaterial com comportamento isotrópico.

3.2 CRIAÇÃO DO VOLUME A SER OTIMIZADO

Definido o volume de *design*, o passo a seguir é definir a distribuição de nós e elementos de treliça no seu interior. (SIGMUND, 1994) definiu, em seu trabalho envolvendo células bidimensionais quadradas, um nó em cada vértice da área de *design*, um nó no ponto médio de cada aresta e um nó no centro, em seguida ligou todos os nós e excluiu os elementos que se sobrepunham conforme demonstrado na figura 3.

Neste trabalho, com células tridimensionais, foi feita uma analogia na técnica para os volumes de *design* das simetrias exploradas. Os mesmos passos foram adotados, com exceção do nó no interior da área de *design*, pois criaria muitos elementos a mais aumentando o custo computacional da otimização e utilizando apenas os nós nas fronteiras foi suficiente para se obter resultados satisfatórios.

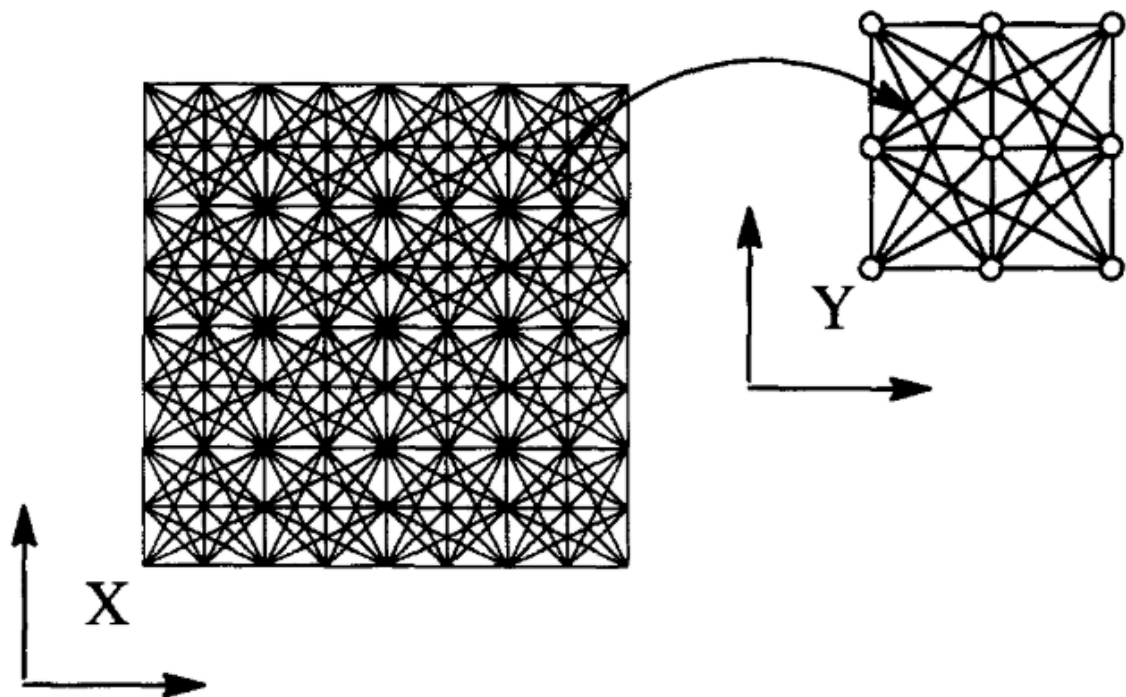


FIGURA 3 - CÉLULA BASE EM 2 DIMENSÕES (SIGMUND, 1994)

3.2.1 Volume de *design* para célula com simetria plana

Para criar uma célula com comportamento ortotrópico iniciamos com o volume de *design* com formato cúbico, que foi espelhado nos planos principais formando a célula a ser repetida. Para o volume de *design* para esta célula que tem forma de um cubo foi definido um nó em cada um dos 8 vértices e 12 outros nós nos pontos médios de cada aresta, em seguida todos os nós foram ligados uns aos outros formando 178 elementos, conforme figura 8. Elementos que se sobrepuseram não foram considerados.

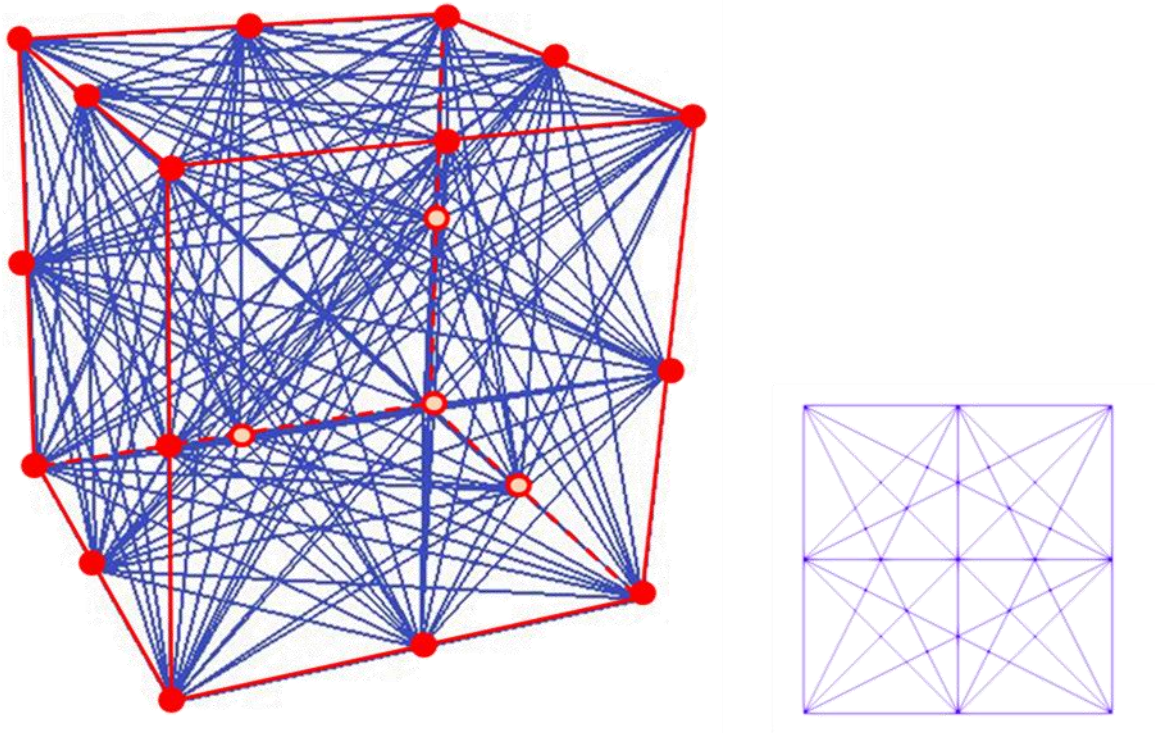


FIGURA 4 - REPRESENTAÇÃO TRIDIMENSIONAL E LATERAL DO VOLUME DE *DESIGN* DA CÉLULA COM SIMETRIA PLANA

3.2.2 Volume de *design* para célula com simetria plana e rotacional

Para criar uma célula com comportamento isotrópico utilizamos a simetria plana e rotacional, que possui um volume de *design* em forma de pirâmide. Para criar os elementos no volume de *design* utilizou-se a mesma técnica: em cada um dos 5 vértices foi disposto um nó, assim como no ponto médio de cada uma das 8 arestas. A seguir todos os nós foram conectados entre si formando os 70 elementos, exibidos na Figura 5.

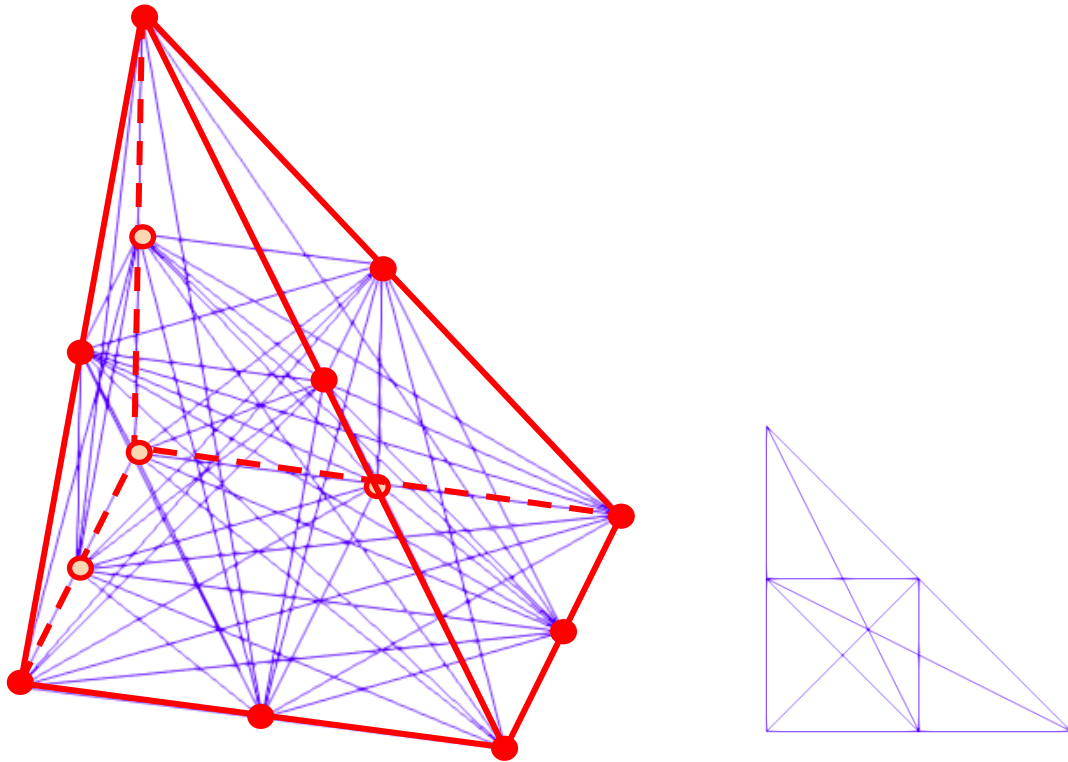


FIGURA 5 - REPRESENTAÇÃO TRIDIMENSIONAL E LATERAL DO VOLUME DE DESIGN DA CÉLULA COM SIMETRIA PLANA E ROTACIONAL.

3.3 CONDIÇÕES DE CONTORNO

Na intenção de tornar o sólido, gerado pela repetição da célula base, mais homogêneo e diminuir a diferença do comportamento mecânico das células no interior do corpo e na fronteira externa, algumas condições de contorno foram adicionadas aos volumes de *design* e por consequência na célula a ser repetida.

Alguns métodos consideram que os elementos localizados nas fronteiras das células sempre sofrerão forças de reação dos elementos de uma célula adjacente, como é o caso do método da homogeneização (MUÑOZ-ROJAS *et al.*, 2011) que simula as células que se encontram no interior do corpo, mas não o corpo como um todo. Porém quando se considera um corpo inteiro formado por células repetitivas, o comportamento mecânico de “paredes” entre duas células vizinhas é diferente dos elementos nas “paredes” que estão na fronteira do corpo. A figura 6 representa, de forma bidimensional, um sólido criado pela repetição de 144 células quadradas com destaque nas fronteiras no interior do corpo (verde) e no limite do corpo (vermelho). Este efeito, de diferença de comportamento, se agrava em 3 dimensões. Por

exemplo em uma aresta na fronteira entre 4 células cúbicas recebe uma influência, em média, 4 vezes maior do que uma aresta de uma célula que forma uma das quinas corpo e não faz fronteira com nenhuma outra célula. Para evitar este efeito, foram adotadas ainda as seguintes simetrias nos volumes de design.

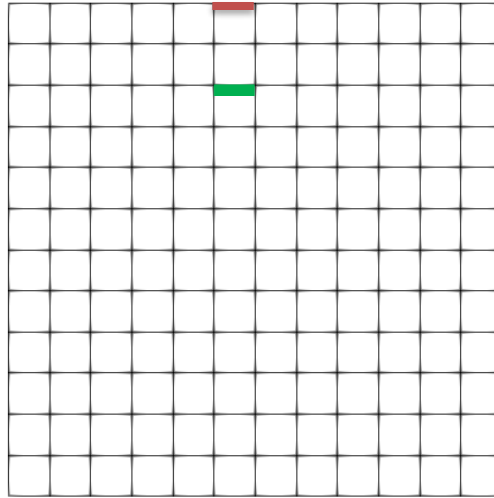


FIGURA 6 – REPRESENTAÇÃO DE UM CORPO FORMADO PELA REPETIÇÃO DE 144 CÉLULAS QUADRADAS

3.3.1 Condição de contorno na célula com simetria plana

Os volumes de design da célula com simetria planar receberam uma condição de simetria nos elementos localizados nos limites opostos do volume como demonstrado na figura 7. Assim os elementos de uma face do cubo possuem variáveis de *design* iguais aos da face oposta. E para repetir o volume de *design* e gerar uma célula, as faces de dois volumes de *design* que fazem fronteira são iguais e ao invés de serem somadas, foram consolidadas em uma só. Desta forma a célula gerada pelos volumes de *design* também possuem esta simetria, o que possibilitou que a mesma técnica fosse adotada quando a célula fosse repetida.

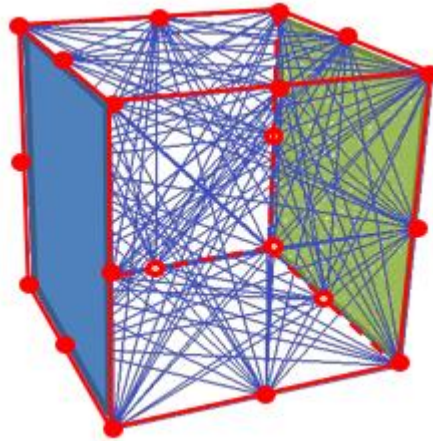


FIGURA 7 – EXEMPLO DE FACES OPOSTAS COM MESMA CONFIGURAÇÃO DE ELEMENTOS

3.3.2 Condição de contorno na célula com simetria plana e rotacional

Os volumes de *design* da célula com simetria planar e rotacional receberam condições de simetria análogas às adotadas para a célula com simetria planar. Dessa forma, os elementos das faces triangulares que formam 90° com a base quadrada possuem variáveis de *design* iguais, assim como os elementos das outras duas faces triangulares, conforme ilustrado na figura 8. Essa condição de contorno praticamente adicionou uma nova simetria à célula, pois dos 70 elementos dispostos no volume de design, apenas 28 não possuem outro elemento com a mesma configuração no volume de *design*. Essa quase simetria influenciou no resultado do comportamento mecânico da célula final, criando um comportamento isotrópico para deformações específicas abaixo de 0,4, como será demonstrado nos resultados.

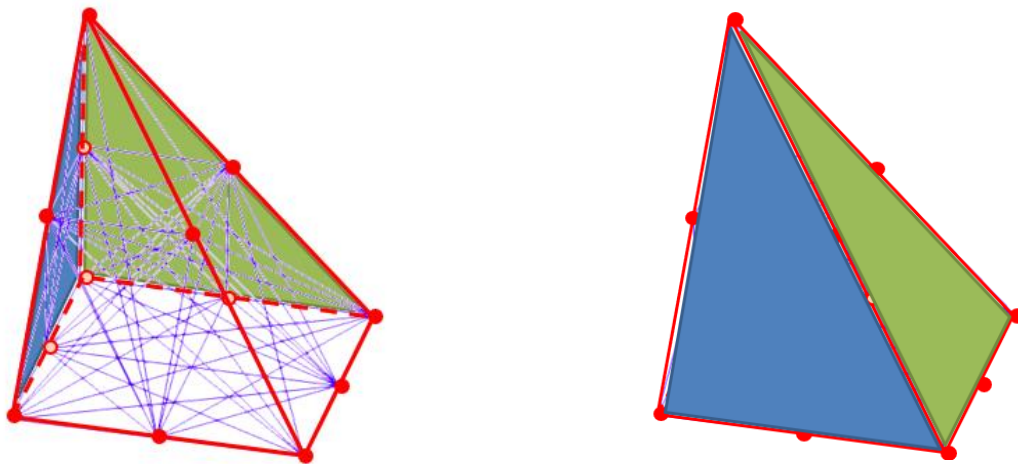


FIGURA 8 - EXEMPLOS DE FACES ADJACENTES COM MESMA CONFIGURAÇÃO DE ELEMENTOS

4 FORMULAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS EM FUNÇÃO DAS POSIÇÕES

4 FORMULAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS EM FUNÇÃO DAS POSIÇÕES

Para se avaliar o comportamento mecânico de estruturas compostas por elementos de treliça, optou-se pelo método dos elementos finitos orientados pela posição dos nós. O método foi utilizado para avaliar o comportamento das células geradas pelo método, e dentro do algoritmo de otimização, medindo o comportamento de cada indivíduo gerado. O método foi selecionado por apresentar ótimos resultados para análises não lineares, conseguindo lidar com problemas como *snap through* com um custo computacional baixo.

4.1 FORMULAÇÃO POSICIONAL DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

A formulação do método dos elementos finitos orientado pelos nós foi apresentada por Greco et al. (2006) para simular grandes deformações num corpo. Procurando o equilíbrio entre as forças internas e externas o método é muito eficiente para calcular deformações com não linearidade geométrica.

Dois princípios variacionais da mecânica (CASSEL, 2013) são comumente empregados para derivar as equações de elementos finitos para sólidos:

- O princípio da energia potencial mínima.
- O princípio dos trabalhos virtuais;

O princípio da energia potencial mínima tem sido o princípio mais empregado na formulação posicional do MEF e é o princípio empregado nessa pesquisa. A energia potencial total tem a seguinte forma:

$$\Pi = U - P, \tag{1}$$

onde U é a energia de deformação e P é a energia potencial das forças externas aplicadas. O balanço da energia potencial de uma estrutura pode ser descrito como:

$$\frac{\partial \pi}{\partial Y_{\alpha}^i} = \frac{\partial u_e}{\partial Y_{\alpha}^i} + \frac{\partial P}{\partial Y_{\alpha}^i} \quad (2)$$

onde Y_{α}^i é a posição do nó local “i” no grau de liberdade local “ α ”.

As forças externas aplicadas no corpo estão representadas na componente $\frac{\partial P}{\partial Y_{\alpha}^i}$ enquanto $\frac{\partial u_e}{\partial Y_{\alpha}^i}$ representa as forças internas do corpo causado pela deformação imposta pela força externa. Onde “u” representa a força interna do elemento “e”. Assim, ambos podem ser descritos como:

$$\frac{\partial P}{\partial Y_{\alpha}^i} = F_{\alpha}^i \quad (3)$$

e

$$\frac{\partial u_e}{\partial Y_{\alpha}^i} = \frac{1}{2} AL_0 E_y \frac{\partial (E_g^2)}{\partial Y_{\alpha}^i}, \quad (4)$$

usando a regra da cadeia na equação (4), temos:

$$\frac{\partial u_e}{\partial Y_{\alpha}^i} = AL_0 E_y E_g \frac{\partial (E_g)}{\partial Y_{\alpha}^i}, \quad (5)$$

onde “ E_y ” é o modulo de Young, “ A ” representa a área da seção transversal do elemento “i”, “ L_0 ” é o tamanho inicial do elemento (tamanho que possui quando não está sujeito a força de tração nem compressão) e “ E_g ” o módulo de deformação de Green que pode ser descrito como:

$$E_g = \frac{1}{2} \left(\frac{L_f^2}{L_0^2} - 1 \right), \quad (6)$$

onde “ L_f ” é comprimento do elemento depois de deformado, que pode ser obtido pela seguinte expressão para o caso de elementos com dois nós e três graus de liberdade em cada nó.

$$L_f^2 = (Y_3^2 - Y_3^1)^2 + (Y_2^2 - Y_2^1)^2 + (Y_1^2 - Y_1^1)^2, \quad (7)$$

usando a equação (7) na equação (6), podemos definir $\frac{\partial E_g}{\partial Y_{\alpha}^i}$ como:

$$\frac{\partial E_g}{\partial Y_\alpha^i} = (Y_\alpha^2 - Y_\alpha^1)(-1)^i \frac{1}{L_0^2}. \quad (8)$$

A matriz hessiana do problema fica:

$$H_{\alpha\beta}^{ij} = \frac{\partial^2 u_e}{\partial Y_\beta^j \partial Y_\alpha^i}, \quad (9)$$

sendo “ i ” e “ j ” os graus de liberdade locais e “ α ” e “ β ” os nós. A equação (5) aplicada à equação (9), nos dá:

$$H_{\alpha\beta}^{ij} = \frac{\partial}{\partial Y_\beta^j} \left(AL_0 E_y E_g \frac{\partial(E_g)}{\partial Y_\alpha^i} \right), \quad (10)$$

e trabalhando a derivada $\frac{\partial}{\partial Y_\beta^j}$ chegamos a:

$$H_{\alpha\beta}^{ij} = AL_0 E_y \left(\frac{\partial E_g}{\partial Y_\beta^j} \frac{\partial E_g}{\partial Y_\alpha^i} + E_g \frac{\partial^2 E_g}{\partial Y_\beta^j \partial Y_\alpha^i} \right), \quad (11)$$

tendo a componente $\frac{\partial^2 E_g}{\partial Y_\beta^j \partial Y_\alpha^i}$ que pode ser expressa como:

$$\frac{\partial^2 E_g}{\partial Y_\beta^j \partial Y_\alpha^i} = \frac{\partial}{\partial Y_\beta^j} \left(\frac{(-1)^i}{L_0^2} (Y_\alpha^2 - Y_\alpha^1) \right), \quad (12)$$

$$\frac{\partial^2 E_g}{\partial Y_\beta^j \partial Y_\alpha^i} = \frac{(-1)^i (-1)^j}{L_0^2} \cdot \delta_{\alpha\beta}, \quad (13)$$

Onde $\delta_{\alpha\beta}$ é o delta de kronecker, que possui valor igual a 1 quando $\alpha=\beta$ e 0 quando $\alpha \neq \beta$. Os resultados encontrados nas equações (11) e (13) nos dão a seguinte equação:

$$H_{\alpha\beta}^{ij} = AL_0 E_y \left(\frac{\partial E_g}{\partial Y_\beta^j} \frac{\partial E_g}{\partial Y_\alpha^i} + E_g \frac{(-1)^i (-1)^j}{L_0^2} \cdot \delta_{\alpha\beta} \right). \quad (14)$$

As equações 5 a 14 foram solucionadas de modo iterativo utilizando método *Newton-Raphson* que pode ser resumido em:

- Calcular a tensão interna em cada um dos elementos;
- Calcular a matriz hessiana do problema;
- Calcular o vetor de desbalanceamento de energia em cada grau de liberdade entre as energias internas e externas;
- Multiplicar o vetor de desbalanceamento pela inversa da matriz hessiana e obter o vetor de deslocamentos;
- Aplicar os deslocamentos em todos os nós;

Uma vez aplicado o deslocamento nos nós reinicia-se a rotina até que o vetor de deslocamento resultante do desbalanceamento das forças possa ser considerado desprezível. Os resultados foram visualizados utilizando o software Paraview².

² www.paraview.org

4.2 VALIDAÇÃO DO ALGORITMO PARA ANÁLISE NÃO LINEAR

Para validar o método de análise não linear, utilizamos o exemplo apresentado em ABRATE *et al.* (1982) e comparamos com os resultados obtidos por LACERDA (2014).

A treliça apresentada na figura 1 possui as seguintes propriedades:

$$\begin{aligned} A_l &= 80 \times 10^{-6} \text{ m}^2, & L_l &= 7,5 \text{ m} \\ A_t &= 60 \times 10^{-6} \text{ m}^2, & L_t &= 7,5 \text{ m} \\ A_d &= 40 \times 10^{-6} \text{ m}^2, & E_y &= 7,17 \times 10^6 \text{ N/m}^2 \end{aligned}$$

onde A_l , A_t e A_d são as áreas da seção das barras longitudinal, transversal e diagonal, respectivamente. L_l e L_t são os comprimentos das barras longitudinal e transversal, respectivamente. E_y é o módulo de elasticidade do material.

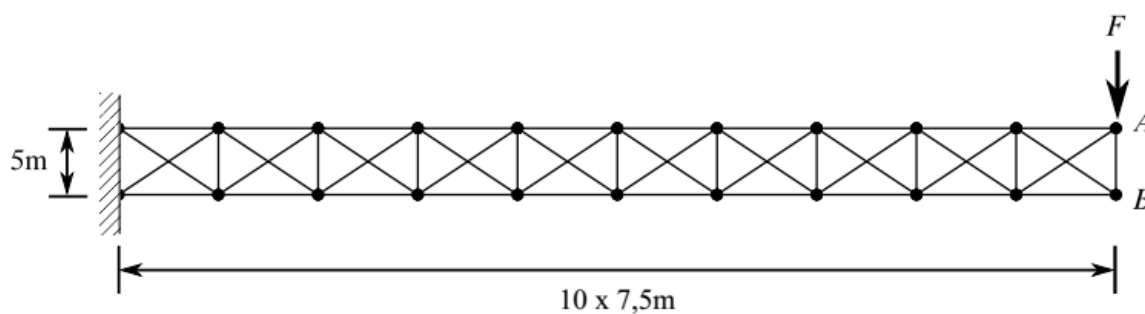


FIGURA 9 – VIGA DE TRELIÇA ENGASTADA PARA VALIDAÇÃO DO MÉTODO

A figura 10 mostra as deformações no ponto A da treliça quando submetida a diferentes cargas concentradas F .

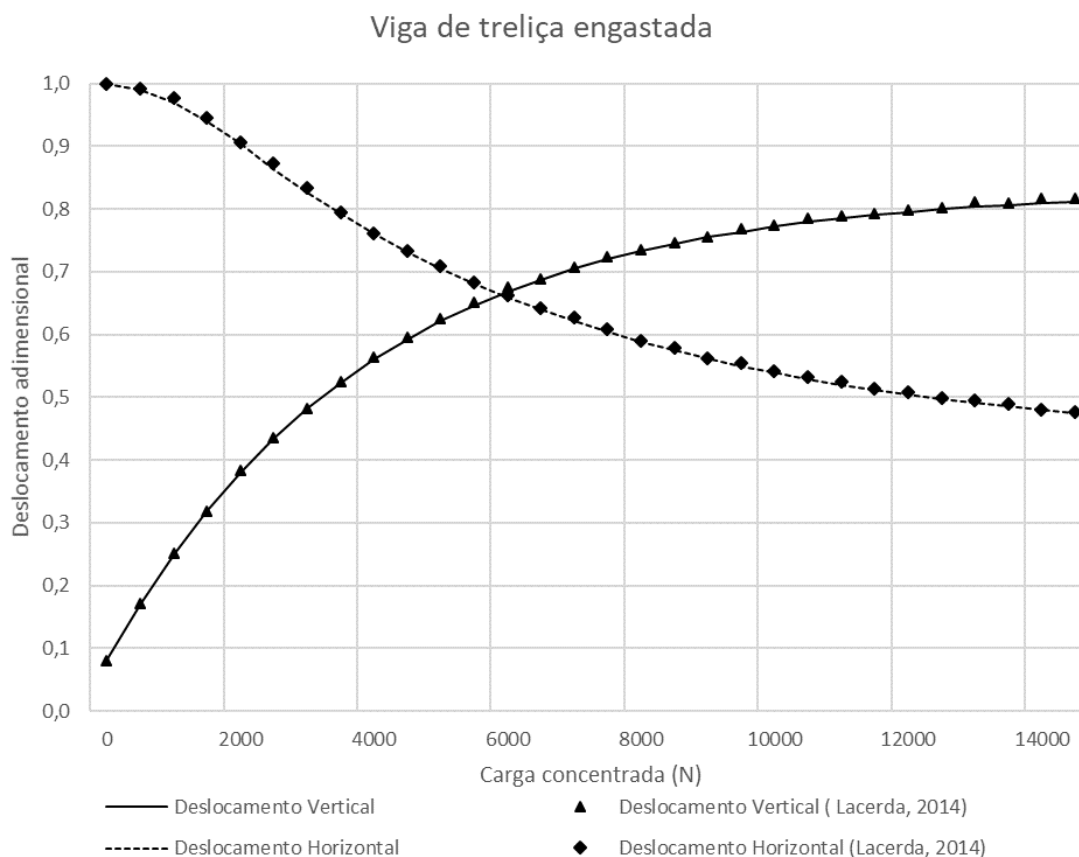


FIGURA 10 – DESLOCAMENTO VERTICAL E HORIZONTAL DO PONTO “A” PARA DIFERENTES VALORES DE CARGA LACERDA (2014)

Através da formulação posicional as grandes deformações da tralça submetida a uma força F concentrada no ponto A serão estudadas. Os deslocamentos verticais e horizontais foram normalizados, respectivamente, pelas equações 15 e 16:

$$-\frac{v_A + v_B}{2l} \quad (15)$$

$$1 + \frac{u_A + u_B}{2l} \quad (16)$$

Sendo v_A e u_A os deslocamentos vertical e horizontal para o ponto A e análogamente para o ponto B.

$$V_A = Y^A + Y_0^A \quad (17)$$

$$U_A = X^A + X_0^A \quad (18)$$

$$V_B = Y^B + Y_0^B \quad (19)$$

$$U_B = X^B + X_0^B \quad (20)$$

onde Y^i a posição final do nó “ i ” na direção Y e Y_0^i a posição inicial do nó “ i ” na direção Y . Para a direção X é análogo.

A figura 11 retirada de LACERDA (2014) ilustra estas deformações.

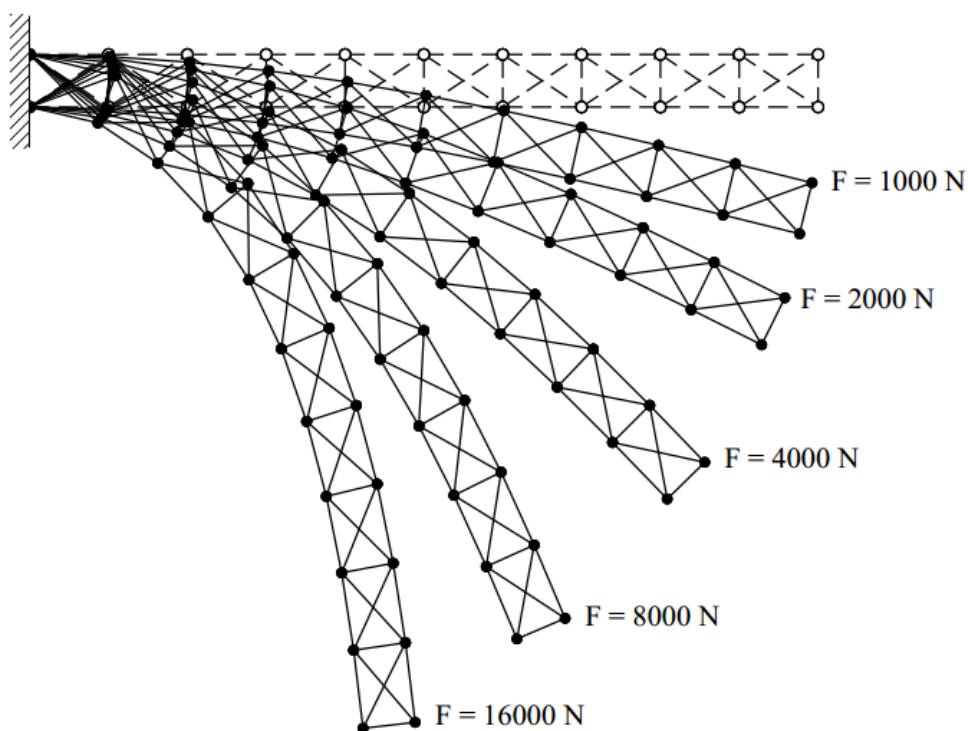
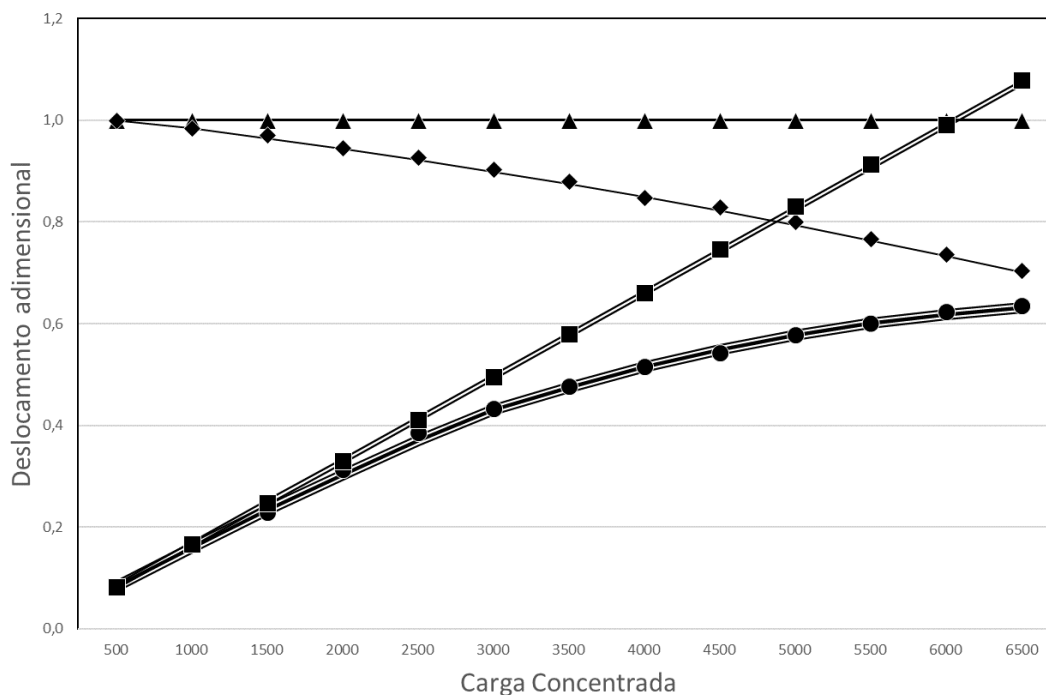


FIGURA 11 – TRELIÇA DEFORMADA PARA DIFERENTES CARGAS APLICADAS
LACERDA (2014)

Na figura 12 é mostrada uma comparação entre a análise não linear realizada pela formulação posicional com a análise linear realizada pelo método padrão dos elementos finitos para treliças BATHE (2006). Ainda na figura 12 podemos ver que quanto maior a carga aplicada e conseqüentemente as deformações na estrutura, maior o erro causado pela aproximação linear.



- Deslocamento linear horizontal
- ▲ Deslocamento linear horizontal (Lacerda, 2014)
- Deslocamento não linear horizontal
- ◆ Deslocamento não linear horizontal (Lacerda, 2014)
- Deslocamento linear vertical
- Deslocamento linear vertical (Lacerda, 2014)
- Deslocamento não linear vertical
- Deslocamento não linear vertical (Lacerda, 2014)

FIGURA 12 – COMPARAÇÃO ENTRE A ANÁLISE NÃO LINEAR E LINEAR

O *benchmark* utilizado para validar o método mostrou que os resultados foram satisfatórios e os resultados tanto lineares quanto não lineares estão condizentes com os encontrados na literatura. Isso fica claro nas figuras 10 e 12, que mostram que todos os resultados encontrados pelo método acompanham os obtidos por outros autores

5 ALGORITMO GENÉTICO

5 ALGORITMO GENÉTICO

Uma vez definido o volume de *design* da célula e a distribuição dos elementos em seu interior, deve-se definir a configuração dos elementos para que tenham o comportamento mecânico desejado. Para tal existem diversos métodos de otimização como a nuvem de partículas (LI, L. J. *et al.*, 2007), a simulação do recozimento (VAN LAARHOVEN; AARTS, 1987) e o algoritmo genético, abordado neste trabalho.

5.1 ALGORITMO GENÉTICO

Entende-se por algoritmo genético qualquer modelo baseado em população que usa seleção e operadores de recombinação para gerar novos pontos de amostragem no espaço de procura (WHITLEY, DARRELL, 1994). Este método foi selecionado devido a várias vantagens, como:

- Possibilidade de trabalhar com parâmetros discretos, contínuos e uma combinação de ambos;
- Trabalha simultaneamente com vários pontos do espaço uma vez que utiliza populações ao invés de um único ponto, maximizando as chances de encontrar um máximo global e não um local (KICINGER; ARCISZEWSKI; DE JONG, 2005);
- Pode ser paralelizado tirando proveito de processadores com vários núcleos ou ainda de clusters com vários processadores;
- Trabalha com inúmeras variáveis;
- Não há necessidade de discretizar matematicamente o problema;
- De fácil implementação;
- É modular, o algoritmo da parte evolutiva do método é separado da representação do problema, podendo ser transportada para outros problemas.

O algoritmo genético tem seu funcionamento baseado na criação de diversos indivíduos, na seleção dos mais aptos e na recombinação destes para criar indivíduos a serem novamente avaliados. Cada conjunto de indivíduos é chamado de população e cada renovação da população é chamada de geração.

Para obter a primeira geração, foram criados os genes da população aleatoriamente utilizando variáveis contínuas dentro da faixa de restrições laterais definida. Cada sequência de

genes gera um cromossomo, este contém em cada gene o valor da área de seção transversal para um elemento específico. O número de genes em cada cromossomo é igual ao número de variáveis a serem otimizadas. A relação entre a posição do gene no cromossomo e o elemento correspondente é chamado de mapeamento genético. As restrições laterais do valor de cada gene, nessa pesquisa, são dadas pelos valores máximo e mínimo que cada área de seção transversal pode assumir.

De posse do primeiro conjunto de cromossomos, um para cada indivíduo da população, cada indivíduo é avaliado utilizando como valores para as variáveis a serem otimizadas os valores dos genes.

A avaliação de cada indivíduo, neste caso se dá pela criação de uma estrutura com as configurações definidas pelo cromossomo, verificar se atende as condições de contorno de resistência da estrutura e em caso positivo verificar o valor da função objetivo a ser otimizada. A função objetivo pode ser, por exemplo a massa total da estrutura, quando se deseja obter a estrutura mais leve que atende às condições.

O resultado da função objetivo para cada indivíduo que atende às restrições laterais é chamado de *fitness*, ou adaptabilidade do indivíduo. Caso o indivíduo não atenda a todas as restrições laterais utilizamos o valor zero, em caso de maximização, ou um valor substancialmente grande, em caso de minimização. Este método garante que indivíduos que não atendem às restrições laterais não passem seus genes para a geração seguinte. Este método é conhecido como método da barreira NESTEROV (2013).

Uma vez que toda população foi avaliada e possui um valor de *fitness*, inicia-se o processo de seleção e reprodução dos pais para a geração seguinte. O método utilizado nesta pesquisa é o *mating pool*, utilizando *fitness ranking*, quando a influência de cada indivíduo na geração seguinte é definido pelo ranqueamento do seu respectivo *fitness* BEASLEY *et al.* (1993). Foi demonstrado por BAKER (1985) e WHITLEY (1989) que o *fitness ranking* é superior ao *fitness scalling*, onde a influência de cada indivíduo na geração seguinte é proporcional ao seu *fitness*. No *fitness scalling* um dos parâmetros da otimização é a quantidade de indivíduos que terão influência e qual a influência na geração seguinte. Assim é definido quantas colunas da *mating pool* serão ocupadas pelo indivíduo mais apto, pelo segundo indivíduo até o enésimo indivíduo que terá influência na geração seguinte. Este número de indivíduos pode ou não ser igual ao número da população. Assim a matriz “*mating pool*” assume a seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \text{Pai}_1 \text{Gene}_1 & \text{Pai}_2 \text{Gene}_1 & \cdots & \text{Pai}_n \text{Gene}_1 \\ \text{Pai}_1 \text{Gene}_2 & \text{Pai}_2 \text{Gene}_2 & \cdots & \text{Pai}_n \text{Gene}_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{Pai}_1 \text{Gene}_n & \text{Pai}_2 \text{Gene}_n & \cdots & \text{Pai}_n \text{Gene}_n \end{bmatrix},$$

onde cada coluna representa um cromossomo completo de cada pai selecionado para passar seus genes para a geração seguinte. Cada indivíduo pode ocupar mais de uma coluna ou nenhuma coluna, tendo mais ou menos influência na geração seguinte.

Para gerar cada indivíduo da população seguinte foi selecionado aleatoriamente um gene em cada linha da *mating pool* gerando um cromossomo formado por genes de vários pais. Um filho pode ser formado por genes de todos os pais, ou somente de um. Essa pesquisa não usou *crossover*.³

Com a geração seguinte criada a partir da *mating pool*, o pai com maior *fitness* é adicionado à população, para fazer a função de elitismo. Elitismo pode ser considerado o rito de passagem para o *design* dos filhos para se qualificar como futuros pais. Crianças devem competir com seus pais para sobreviver para a próxima geração PARKINSON *et al.* (2013).

Para garantir que a otimização não fique “presa” em máximo ou mínimo local e garantir que nenhum ponto do espaço de procura tenha zero chances de ser explorado (BEASLEY *et al.* (1993), foi adicionada a mutação entre cada geração. Após a criação dos filhos a partir da *mating pool* uma porcentagem dos genes da nova população, com exceção dos pais afim de garantir o elitismo, é substituído por outro gene aleatório. A porcentagem dos genes a sofrer mutação é definida no início da otimização e se mantém constante em todas as gerações.

A fim de se validar a eficácia do método de otimização, dois exemplos encontrados na literatura foram avaliados no método para poder avaliar sua eficácia. Nos dois exemplos são

³ Crossover é o processo de selecionar dois indivíduos, cortar sua sequência de genes em algum ponto aleatório para criar dois segmentos *cabeça* e dois segmentos *caudas*. Os segmentos *cauda* são trocados entre os indivíduos, produzindo duas novas sequências de gene. Os dois indivíduos gerados herdam características dos dois pais. Este é o modelo mais simples de *crossover*, chamado de *crossover* de um único ponto. BEASLEY *et al.* (1993)

dados uma estrutura com geometria, material e cargas definidas, resta definir a configuração da área de seção transversal de cada elemento. O problema pede que se defina a configuração de elementos que satisfarão o limite de deslocamento da estrutura para a carga dada com a estrutura mais leve possível.

5.1.1 Exemplo 1

O primeiro exemplo proposto para essa formulação é a viga de treliça plana de 10 barras mostrada na figura 13, retirada de LI *et al.* (2007). O exemplo possui como condições de contorno o módulo do deslocamento máximo para os nós 1 e 2 de 2,0 polegadas, a tensão máxima em cada membro de ± 25 ksi e área de seção transversal mínima de 0,1 polegada quadrada. O módulo de elasticidade do material é 10^4 ksi e peso específico de 0,1 lb/pol³ e a carga aplicada nos nós 4 e 2 é de 100000 lbf. O algoritmo deve procurar a estrutura mais leve que satisfaça as condições do problema.

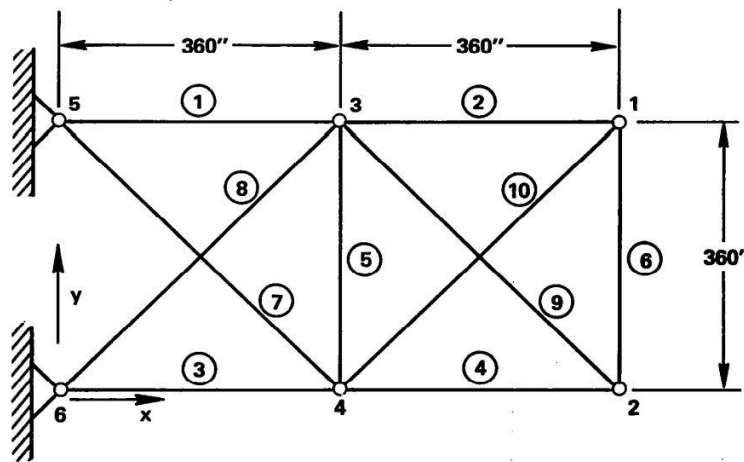


FIGURA 13 - VIGA DE TRELIÇA PLANA DE 10 BARRAS (LI ET AL. (2007))

O algoritmo genético foi executado usando as configurações mostradas na tabela 1. Cada gene no DNA representa uma área de seção transversal, que para este exemplo são variáveis contínuas.

TABELA 1 - PARAMETROS DE OTIMIZAÇÃO GENÉTICA

População	120
Tamanho do cromossomo	10 genes
Taxa de mutação	40%
Gerações	200

Os resultados obtidos para o exemplo utilizando a formulação linear e não linear assim como resultados da literatura estão na tabela 2.

TABELA 2 – COMPARAÇÃO DE RESULTADOS OBTIDOS COM RESULTADOS DA LITERATURA

	SCHMIT (1976)	VENKAYYA (1971)	(GELLATLY (1971)	(LI <i>et al.</i> (2007)	Este trabalho Linear	Este trabalho não linear
A ₁ (in ²)	30.23	30.416	31.35	30.569	0.116	27.851
A ₂ (in ²)	0.179	0.128	0.100	0.100	0.100	0.256
A ₃ (in ²)	23.94	23.408	20.03	22.974	0.196	25.037
A ₄ (in ²)	13.48	14.904	15.60	15.148	0.375	18.273
A ₅ (in ²)	0.100	0.101	0.140	0.100	3.580	0.103
A ₆ (in ²)	0.180	0.101	0.240	0.547	3.843	0.100
A ₇ (in ²)	8.565	8.696	8.350	7.493	0.623	10.034
A ₈ (in ²)	21.95	21.084	22.21	21.159	0.503	20.319
A ₉ (in ²)	21.19	21.077	22.06	21.556	1.328	20.663
A ₁₀ (in ²)	0.241	0.186	0.100	0.100	0.569	0.100
F(x)	5096.7	5084.9	5112	5061.03	450.261	5181.075

Os resultados encontrados não superam os resultados encontrados na literatura, porém não ficaram muito atrás, gerando uma estrutura 2,3% mais pesada do que o melhor resultado. Os resultados mostram também como fazer aproximação para deformações lineares na estrutura pode ser perigoso, resultando em uma estrutura muito mais leve e menos resistente do que a necessária para suportar a carga do problema.

5.1.2 Exemplo 2

O segundo exemplo mostrado na figura 14 é análogo ao primeiro. A estrutura retirada de DEDE (2011) corresponde a uma torre de transmissão tridimensional formada por 25 elementos de treliça.

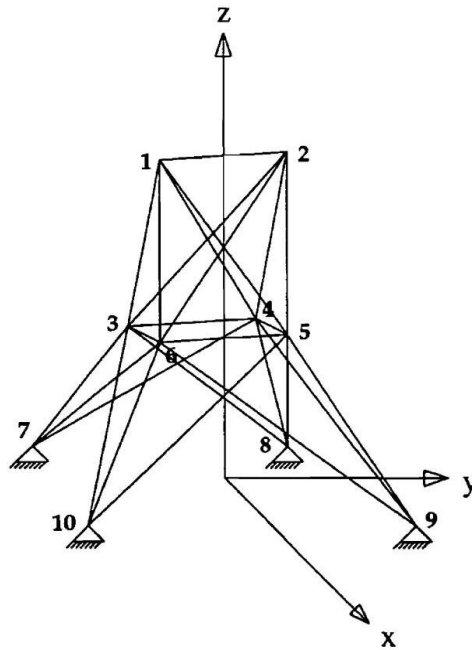


FIGURA 14 – EXEMPLO DE TRELIÇA ESPACIAL DE 25 BARRAS DEDE (2011)

Para este exemplo, as configurações de carga, posição dos nós e conectividade dos elementos se encontra no anexo 1. Os membros deste exemplo são compostos pelo mesmo material do primeiro exemplo, que possui módulo de elasticidade igual a 10000 ksi, peso específico de 0,1 lb/in³, máxima tensão admitida de 40 ksi e módulo de deslocamento em cada nó de 0,35 polegadas.

Na tabela 3 temos as configurações utilizadas para a otimização do exemplo 2.

TABELA 3 - CONFIGURAÇÃO DA OTIMIZAÇÃO GENÉTICA

População	200
Tamanho do cromossomo	8 genes
Taxa de mutação	25%
Gerações	400

Na tabela 4 temos os resultados encontrados neste trabalho e a comparação com os resultados encontrados na literatura.

TABELA 4 - COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DESTA TRABALHO COM RESULTADOS DA LITERATURA

Área da seção	SCHMIT (1976)	VENKAYYA (1971)	GELLATLY (1971)	DEDE (2011)	Este trabalho Linear	Este trabalho Não linear
1 (in ²)	0.010	0.028	0.010	0.10	0.175	0.031
2 (in ²)	1.985	1.942	2.0069	0.30	1.905	1.831
3 (in ²)	2.996	3.081	2.9631	3.40	1.590	3.281
4 (in ²)	0.010	0.010	0.010	0.10	0.082	0.011
5 (in ²)	0.010	0.010	0.010	2.10	0.928	0.010
6 (in ²)	0.684	0.693	0.6876	1.00	0.170	0.701
7 (in ²)	1.677	1.678	1.6784	0.50	0.106	1.591
8 (in ²)	2.662	2.627	2.6638	3.40	0.035	2.920
F(x)	545.172	545.49	545.36	484.85	205.675	581.211

Assim como no primeiro exemplo, os resultados obtidos neste trabalho não superaram os encontrados na literatura. O desempenho do algoritmo foi considerado satisfatório, uma vez que não ficou com resultados muito distantes da maioria dos resultados encontrados, ficando 6% mais pesada que as estruturas encontradas por SCHMIT (1976), VENKAYYA (1971) e GELLATLY (1971). Apenas quando comparado aos resultados de DEDE (2011), este algoritmo não obteve resultados satisfatórios, gerando uma estrutura 20% mais pesada. Vale ressaltar que o resultado de DEDE (2011) ficou consideravelmente superior a todos os demais encontrados na literatura.

6 OTIMIZAÇÃO DO COEFICIENTE DE POISSON

6 OTIMIZAÇÃO DO COEFICIENTE DE POISSON

Para aplicar o algoritmo genético ao nosso problema, precisamos definir a forma de avaliação de cada indivíduo gerado na população da otimização genética – cada indivíduo neste caso é uma célula com propriedades de treliça em seu interior diferentes.

A otimização se dá pela geração de uma célula cúbica com volume de *design* a ser otimizado a depender do comportamento desejado, a geração desta célula é descrita no capítulo 3.

6.1 OTIMIZAÇÃO DO COMPORTAMENTO MECÂNICO

O algoritmo genético gerou diversos volumes de *design*, cúbicos ou piramidais a depender do resultado desejado, onde, como nos exemplos, cada gene corresponde à área de seção transversal de um elemento do volume de *design* a ser otimizado. Em seguida as células foram formadas respeitando as restrições laterais definidas. Para avaliar o *fitness* de cada indivíduo (célula) gerado na primeira geração da otimização foi realizada a simulação de um ensaio de tração utilizando o método dos elementos finitos escrito em função da posição dos nós – descrito no capítulo 5 - na célula e avaliado os deslocamentos laterais para obter o coeficiente de Poisson.

Para a simulação do ensaio de tração foram adotadas as seguintes condições de contorno:

- Os nós encontrados no plano $X = 0$ possuem restrição de deslocamento no eixo X, podendo se deslocar em Y e Z.
- Analogamente os nós nos planos $Y = 0$ e $Z = 0$ possuem restrição em Y e Z respectivamente.
- O nó na posição $(X, Y, Z) = (0,0,0)$ possui restrição de deslocamento em todas as posições.
- Um deslocamento específico de 0,25 foi imposto sobre os nós no plano $X = L$, onde L é a altura total do corpo a ter seu comportamento estudado.
- O deslocamento imposto foi para se atingir um deslocamento específico $\varepsilon = 0,25$. Valores maiores foram testados, mas possuem um custo computacional maior e valores

menores criam deformações laterais menores que poderiam “sujar” o resultado. Este efeito é explicado a seguir.

A simulação do ensaio de tração foi realizada em um corpo formado por uma única célula. Ao final da otimização avaliou-se como o comportamento se altera para um número diferente de repetições da célula otimizada.

As figuras 15 e 16 ilustram as restrições de deslocamento impostas ao objeto de estudo.

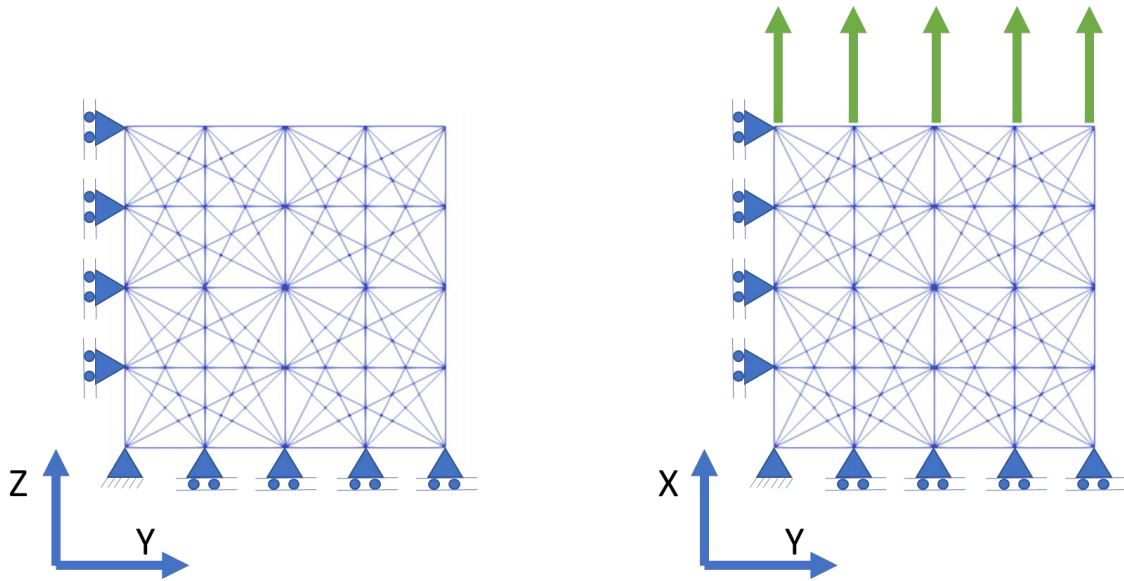


FIGURA 15 - CONDIÇÕES DE CONTORNO PARA A SIMULAÇÃO DO ENSAIO DE TRAÇÃO

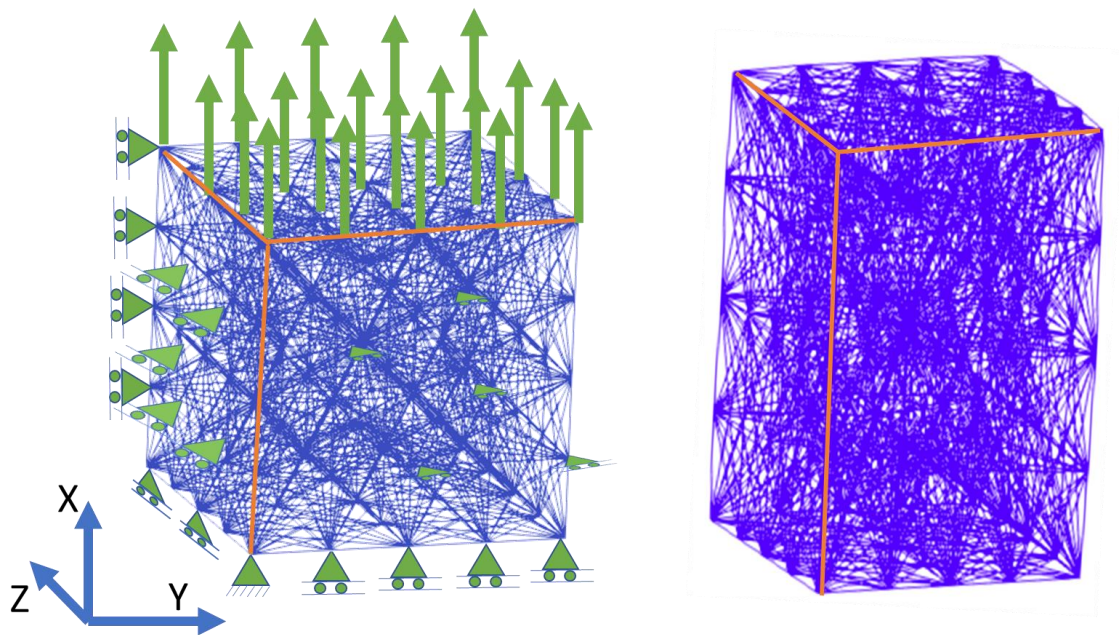


FIGURA 16 - CONDIÇÕES DE CONTORNO EM 3D PARA SIMULAÇÃO DO ENSAIO DE TRAÇÃO

Com essas condições de contorno garantimos que o corpo terá liberdade para se deformar lateralmente evidenciando seu coeficiente de Poisson. Para avaliar este coeficiente na célula a ser otimizada, utilizou-se o valor médio do deslocamento de todos os nós nas extremidades laterais do corpo em cada direção. Avaliar o valor médio do deslocamento dos nós se fez necessário pois nem todos os nós se comportam da mesma forma na célula, que as vezes apresenta um comportamento “sanfonado”, mas este efeito se reduz com deformações maiores e o deslocamento dos nós se torna mais homogêneo. Por isso foi adotada a deformação específica de $\varepsilon = 0,25$ para a otimização. Tentou se com valores maiores do que 0,25, mas o custo computacional se elevou consideravelmente, uma vez que o método dos elementos finitos orientados pela posição dos nós demorava mais para convergir, fazendo com que a avaliação de cada indivíduo fosse mais demorada e por consequência toda a otimização levava mais tempo para terminar. O coeficiente de Poisson do indivíduo a ser avaliado na otimização é calculado pela equação 21.

$$\nu_{ij} = -\frac{\varepsilon_{jj}^i}{\varepsilon_{ii}^i}, \quad (21)$$

onde o sobrescrito “ i ” indica a direção da simulação de ensaio, e ε_{jj}^i é o deslocamento lateral de engenharia na direção j quando a simulação do ensaio ocorre na direção i .

Uma vez definido o coeficiente de Poisson de cada indivíduo a função objetivo que é escrita em função dos coeficientes de Poisson é resolvida fornecendo o *fitness* de cada indivíduo com base no qual os pais são selecionados para gerar a geração seguinte, conforme detalhado no capítulo 5.

7 RESULTADOS

Para avaliar os resultados foram feitas duas otimizações, uma otimização de coeficiente de Poisson específico em material isotrópico e uma otimização de material ortotrópico

7.1 CORPO COM COMPORTAMENTO ISOTRÓPICO

Para a célula com comportamento isotrópico utilizou-se a célula com simetria plana e rotacional. Foi escolhido o Ferro como material a ter seu comportamento mimetizado, cujo coeficiente de Poisson varia entre 0,27 e 0,30 CHEN (2018). Escolheu-se o menor valor, 0,27, assim a função objetivo a ser minimizada na otimização foi:

$$F_{obj} = (v_{xy} - 0,27)/0,27. \quad (22)$$

Lembrando que para materiais com comportamento isotrópico $v_{xy} = v_{xz} = v_{zy}$. O menor resultado da função objetivo para a cada geração está mostrada na figura 17.

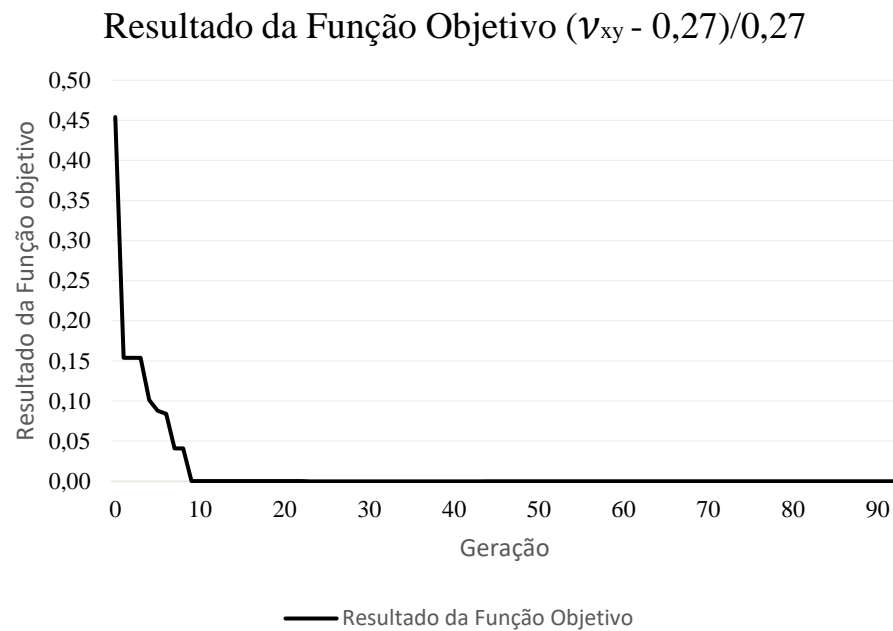


FIGURA 17 – RESULTADO DA FUNÇÃO OBJETIVO A CADA GERAÇÃO DA OTIMIZAÇÃO

Os resultados da otimização mostram que o problema convergiu desde o início da otimização e em menos de 10 gerações já apresentava um resultado para a função objetivo, que representa a diferença entre o coeficiente de Poisson do melhor indivíduo da geração e o Coeficiente de Poisson desejado, muito próximo de zero.

A representação da célula antes e depois da deformação imposta para a otimização é mostrada nas figuras 18, 19, 20 e 21.

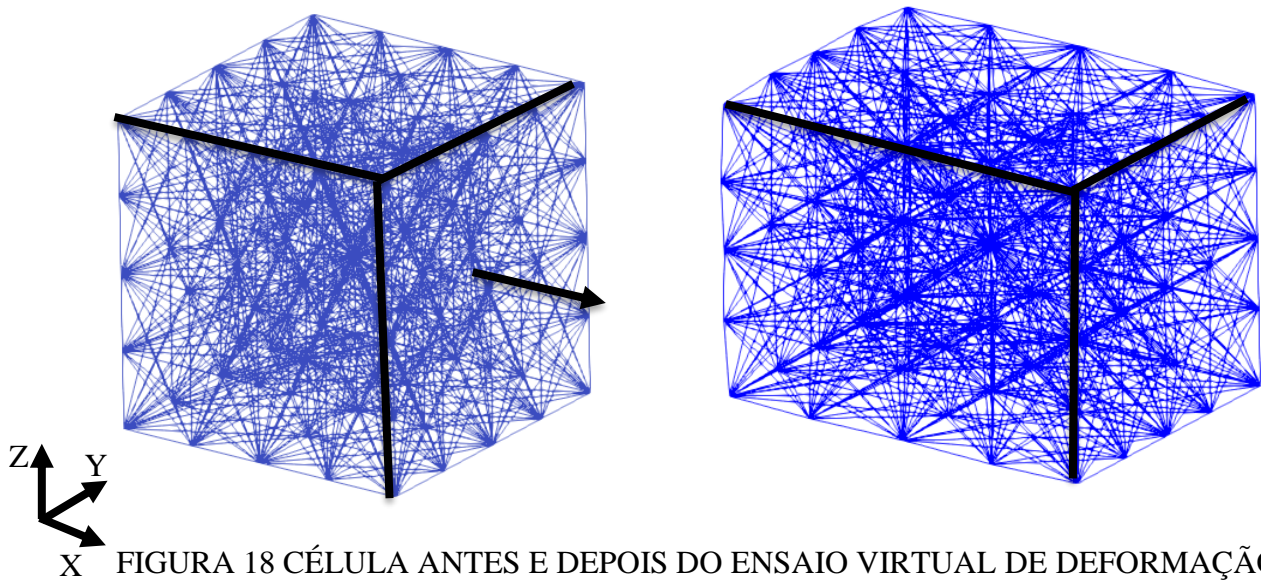


FIGURA 18 CÉLULA ANTES E DEPOIS DO ENSAIO VIRTUAL DE DEFORMAÇÃO UTILIZADO NA OTIMIZAÇÃO EM VISÃO ORTOGONAL

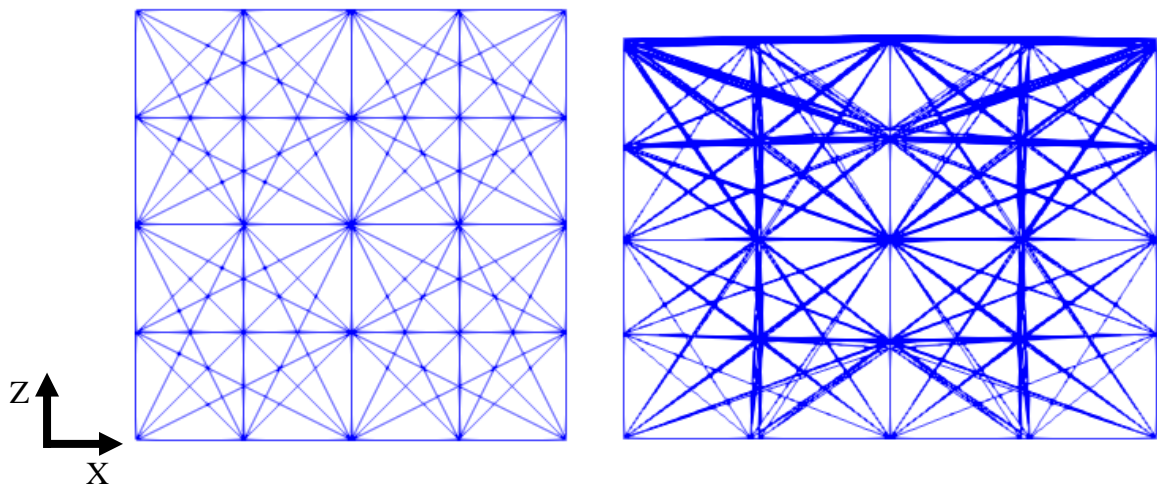


FIGURA 19 CÉLULA ANTES E DEPOIS DO ENSAIO VIRTUAL DE DEFORMAÇÃO UTILIZADO NA OTIMIZAÇÃO NO PLANO XZ

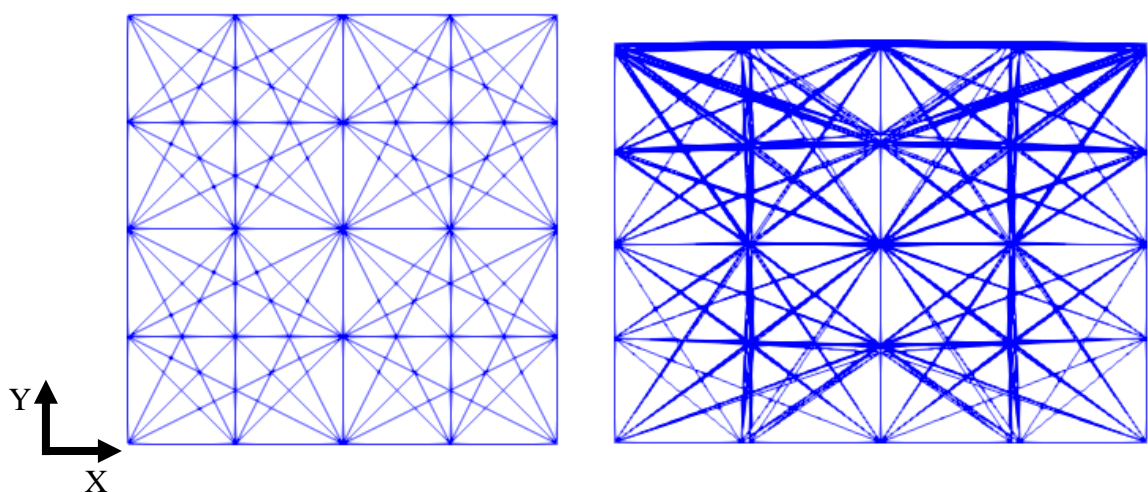


FIGURA 20 CÉLULA ANTES E DEPOIS DO ENSAIO VIRTUAL DE DEFORMAÇÃO UTILIZADO NA OTIMIZAÇÃO NO PLANO XY

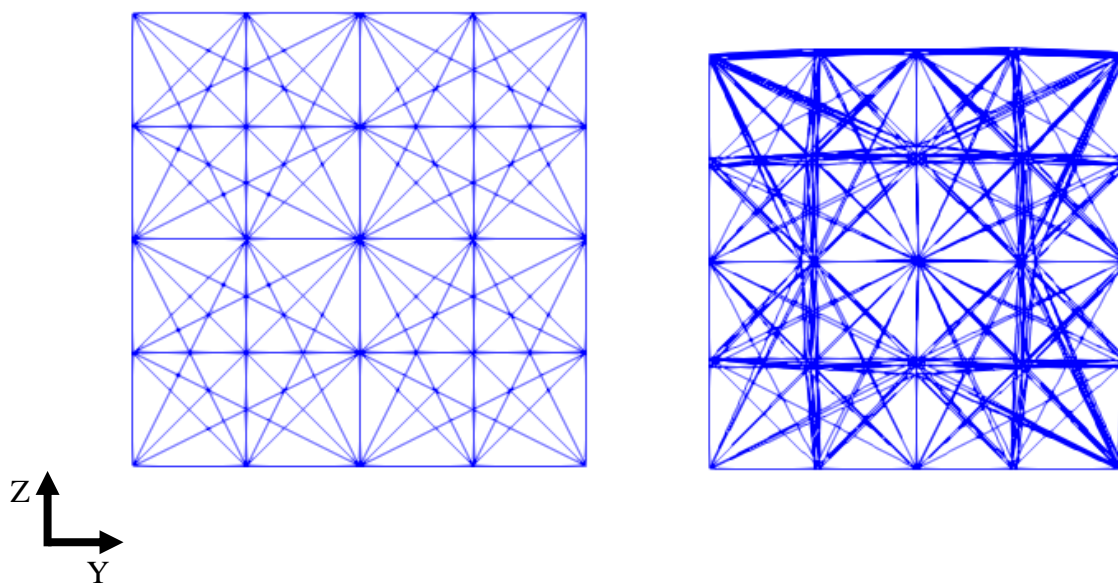


FIGURA 21 CÉLULA ANTES E DEPOIS DO ENSAIO VIRTUAL DE DEFORMAÇÃO UTILIZADO NA OTIMIZAÇÃO NO PLANO YZ

É possível ver que a célula sofreu uma deformação lateral, reduzindo suas dimensões, após ter um deslocamento imposto em uma das direções. Nota-se que há uma deformação menos regular nos planos opostos aos planos que tiveram seus deslocamentos limitados pelas condições de contorno. Diferente do resultado encontrado por (WANG, FENGWEN, 2018) para células com simetria plana e rotacional, as deformações laterais nas duas direções foram iguais conforme figuras 19 e 20, devido à condição de simetria no exterior do volume de *design* que gerou uma condição de simetria extra na célula.

De posse da célula otimizada, foram realizados ensaios na célula com diferentes deformações e diferentes quantidades de repetições da célula para entender o comportamento. Os resultados estão na Figura 22.

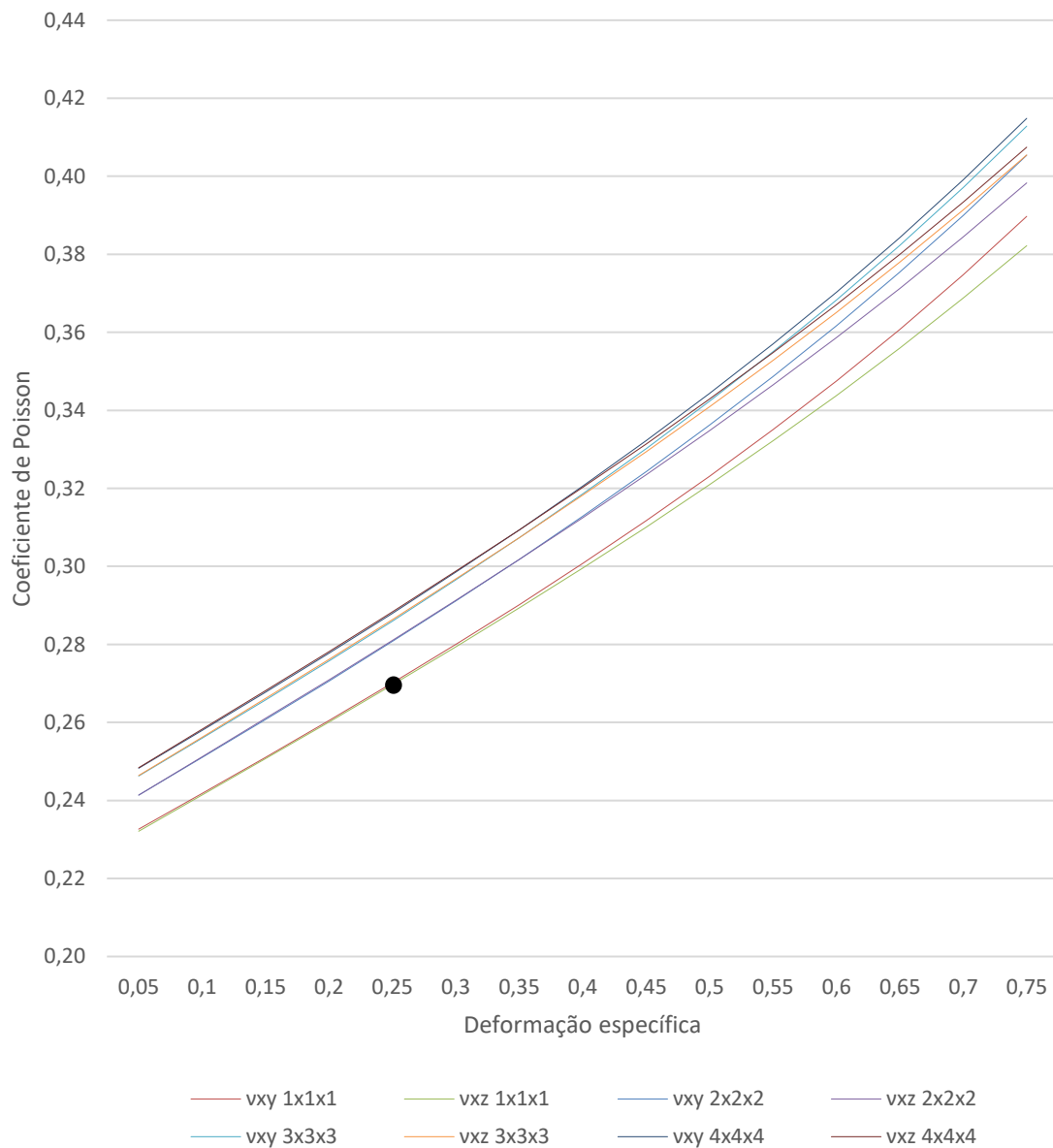


FIGURA 22 - COEFICIENTE DE POISSON EM FUNÇÃO DA DEFORMAÇÃO ESPECÍFICA PARA DIFERENTES QUANTIDADES DE REPETIÇÃO DE CÉLULAS COM COMPORTAMENTO ISOTRÓPICO

O ponto destacado no gráfico identifica o ponto com deformação específica igual a 0,25 e Coeficiente de Poisson igual a 0,27, que foram os critérios utilizados para a otimização.

No gráfico podemos ver que o coeficiente de Poisson se altera com a deformação específica, e para uma mesma quantidade de repetição de células as deformações laterais nas duas direções permanece igual até a deformação específica de 0,4, quando as deformações em

cada direção lateral começam a se diferenciar e a célula otimizada deixa de possuir um comportamento isotrópico. Isso se dá pois os com deformações maiores a simetria em 42 dos 70 elementos que compõe o volume de *design* não é suficiente para garantir que força de reação ao deslocamento imposto seja igual nas duas direções laterais da célula.

Quando aumentamos a quantidade de repetições de células o resultado se altera, porém é possível ver que o resultado tende a convergir em uma única curva com maiores quantidades de repetições de células.

Nas figuras 23 a 30 temos a célula otimizada repetida 2 vezes em cada direção sob várias deformações específicas.

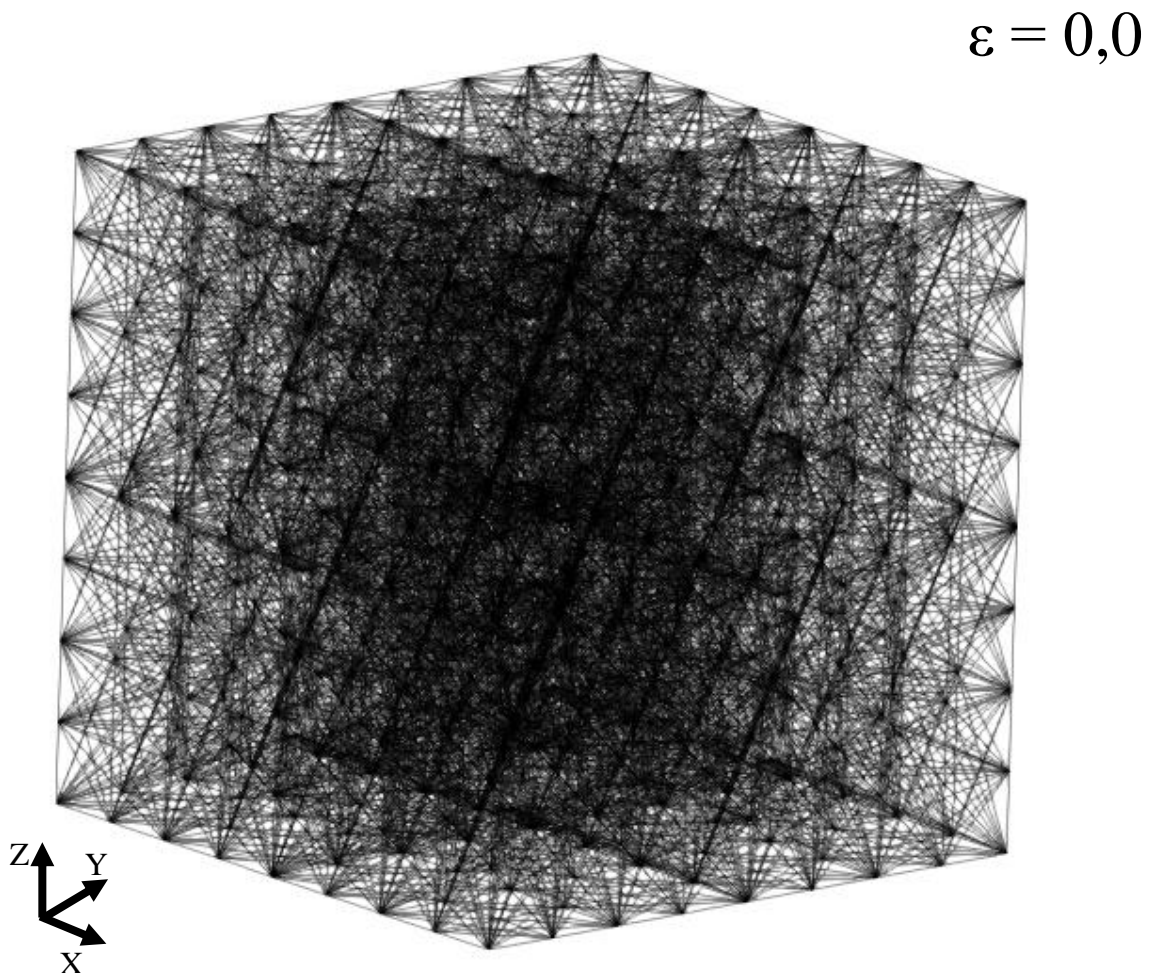


FIGURA 23 – CÉLULA ISOTRÓPICA OTIMIZADA REPETIDA DUAS VEZES EM CADA DIREÇÃO SEM DEFORMAÇÃO

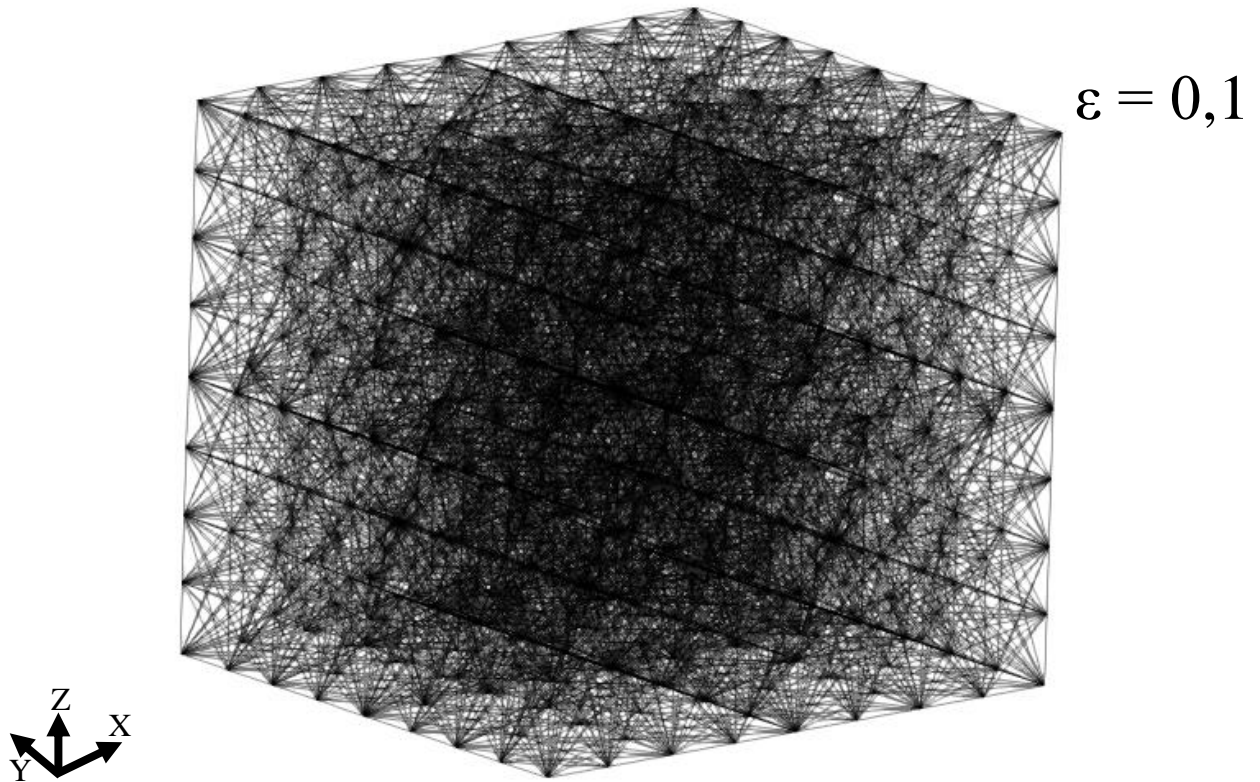


FIGURA 24 – CÉLULA ISOTRÓPICA OTIMIZADA REPETIDA DUAS VEZES EM CADA DIREÇÃO COM DEFORMAÇÃO ESPECÍFICA IGUAL A 0,1

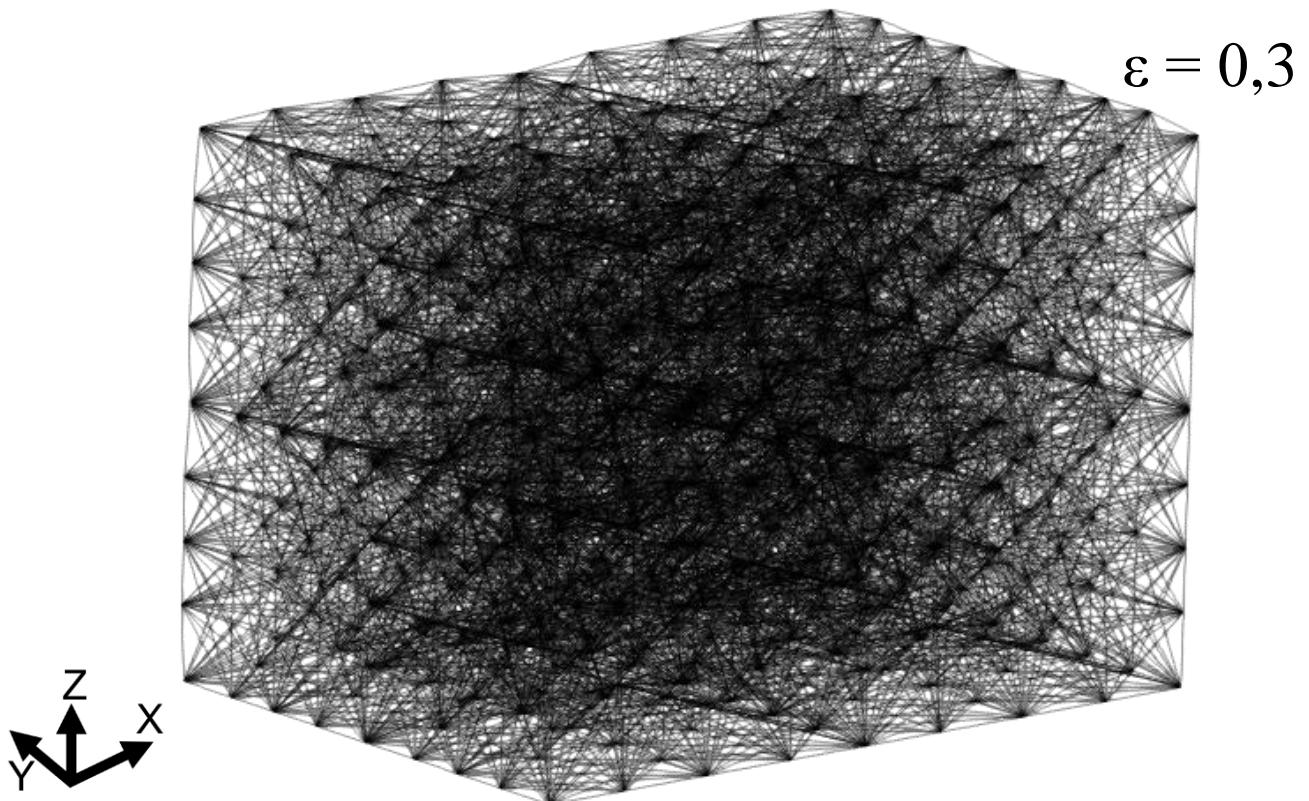


FIGURA 25 – CÉLULA ISOTRÓPICA OTIMIZADA REPETIDA DUAS VEZES EM CADA DIREÇÃO COM DEFORMAÇÃO ESPECÍFICA IGUAL A 0,3

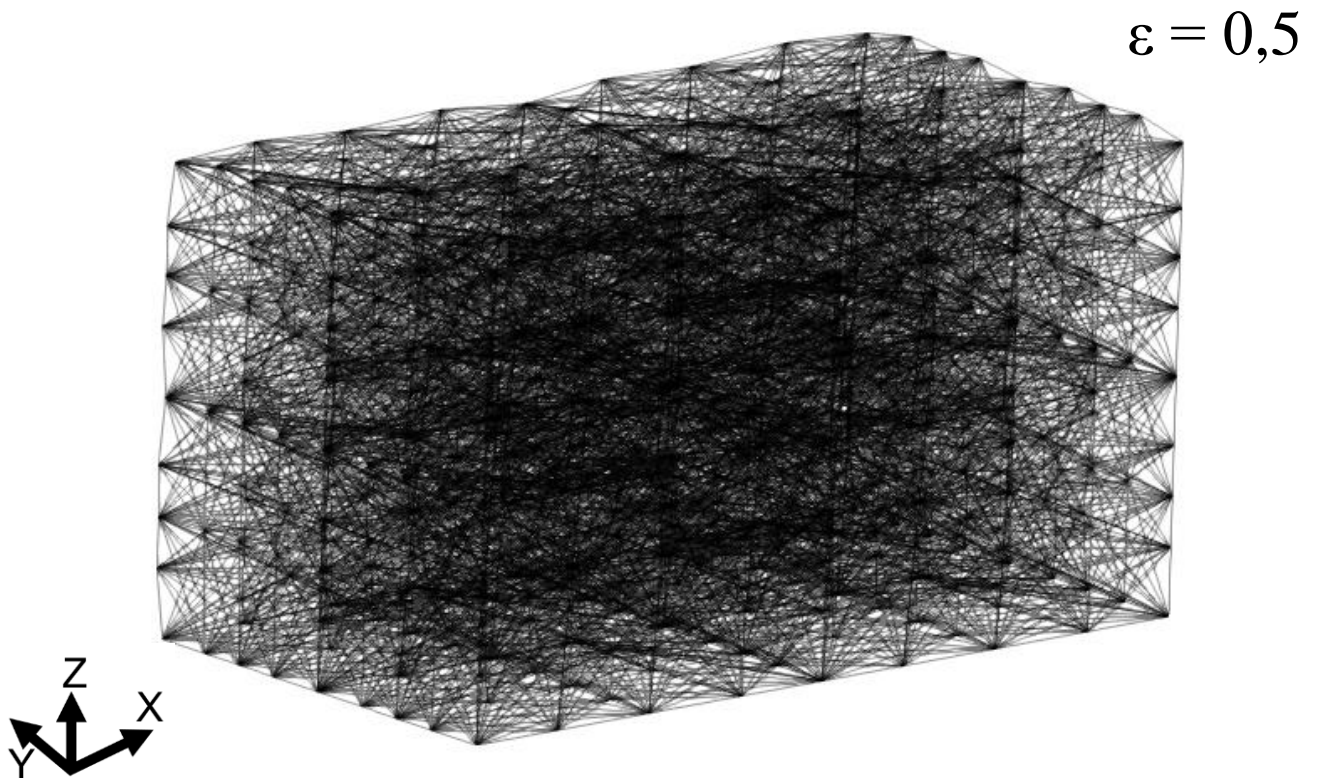


FIGURA 26 – CÉLULA ISOTRÓPICA OTIMIZADA REPETIDA DUAS VEZES EM CADA DIREÇÃO COM DEFORMAÇÃO ESPECÍFICA IGUAL A 0.5

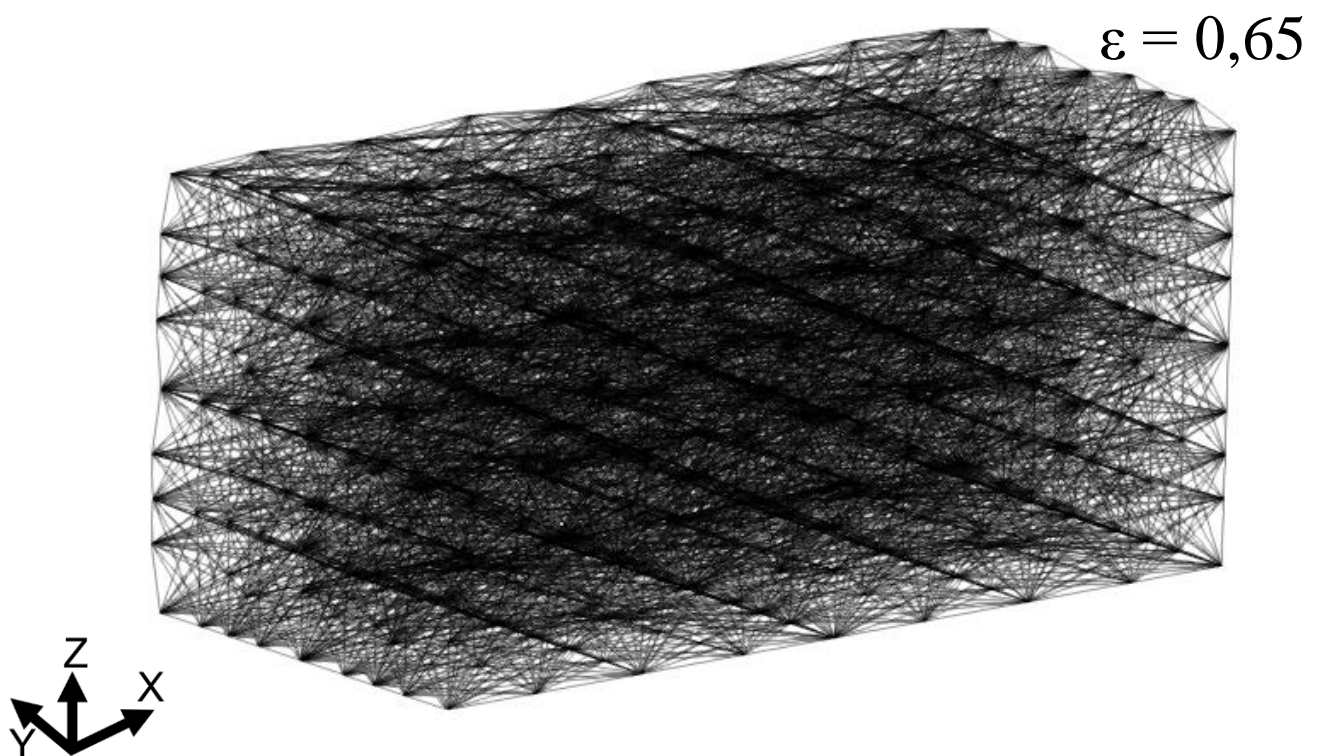


FIGURA 27 – CÉLULA ISOTRÓPICA OTIMIZADA REPETIDA DUAS VEZES EM CADA DIREÇÃO COM DEFORMAÇÃO ESPECÍFICA IGUAL A 0,65

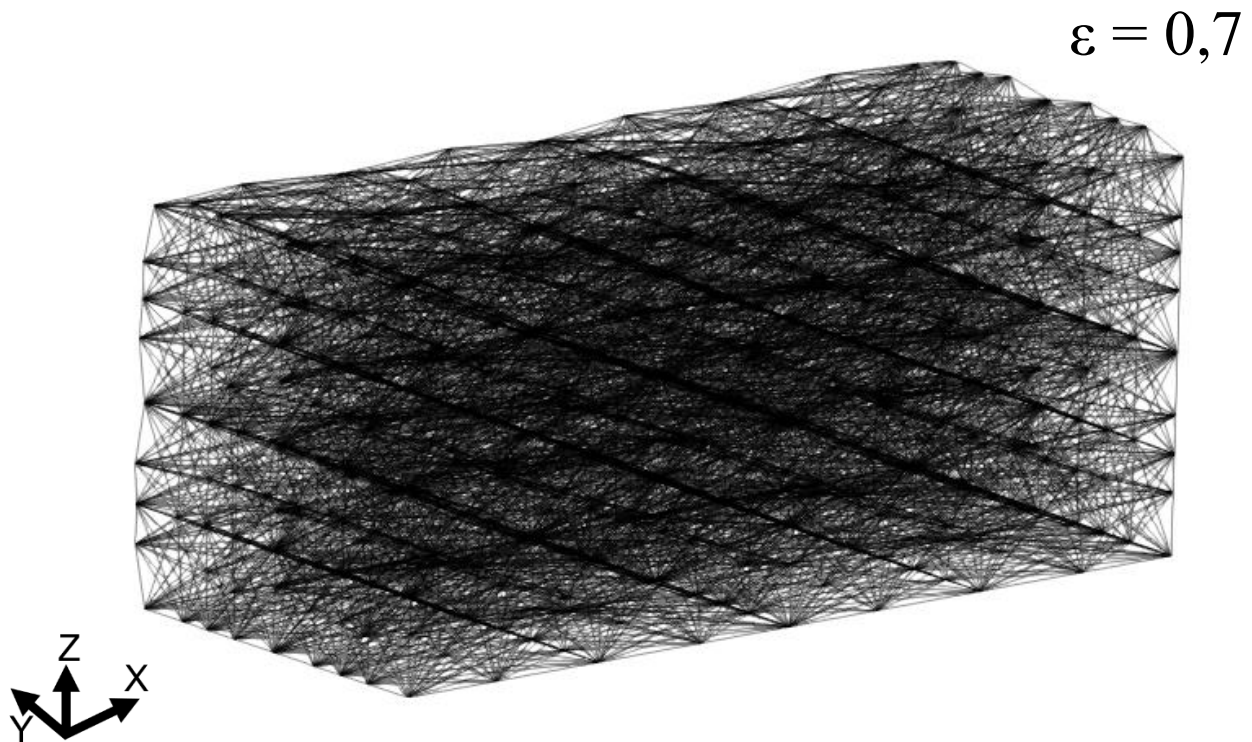


FIGURA 28 – CÉLULA ISOTRÓPICA OTIMIZADA REPETIDA DUAS VEZES EM CADA DIREÇÃO COM DEFORMAÇÃO ESPECÍFICA IGUAL A 0,7

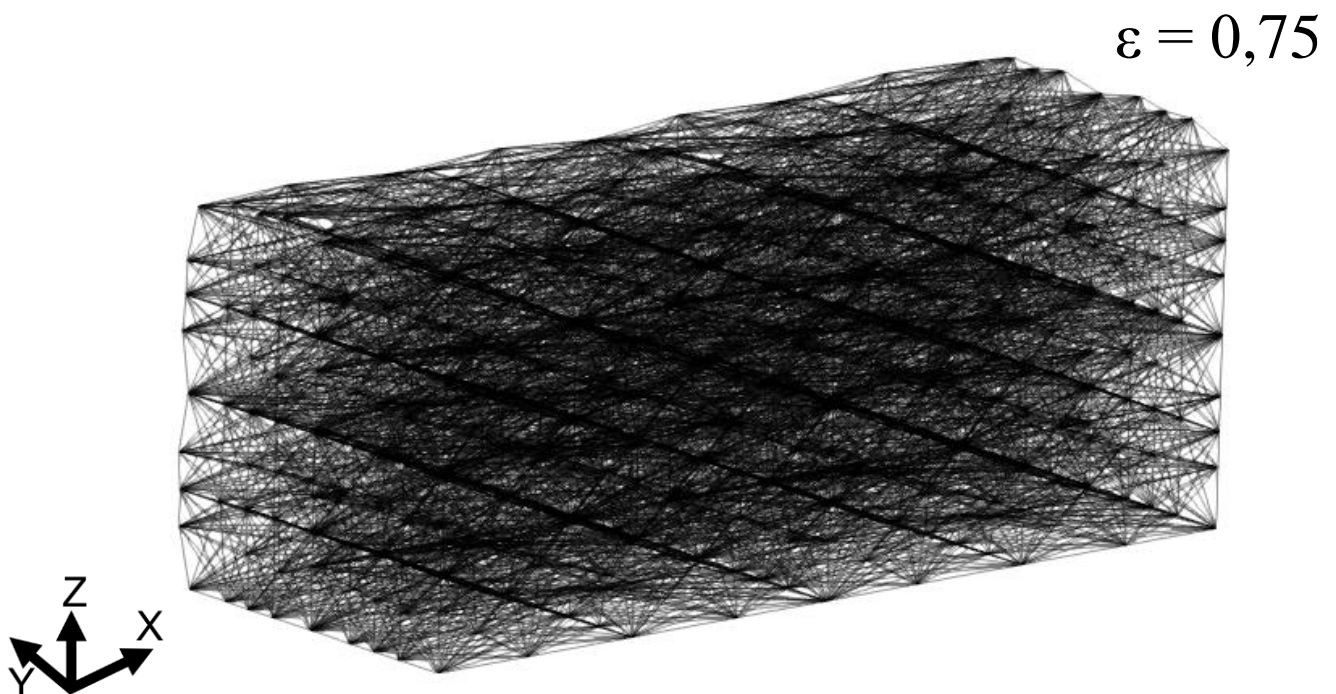


FIGURA 29 – CÉLULA ISOTRÓPICA OTIMIZADA REPETIDA DUAS VEZES EM CADA DIREÇÃO COM DEFORMAÇÃO ESPECÍFICA IGUAL A 0,75

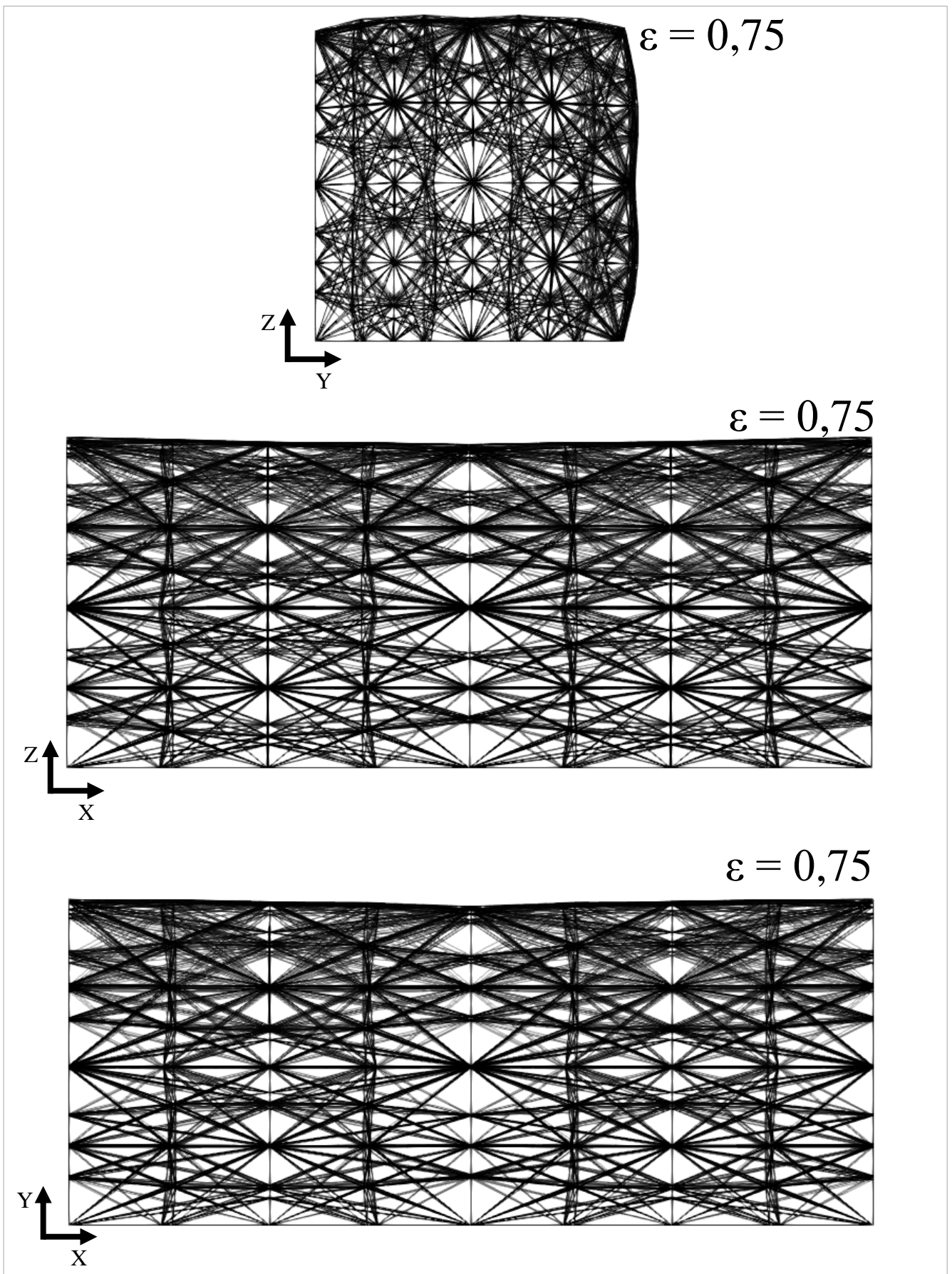


FIGURA 30 – CÉLULA ISOTRÓPICA OTIMIZADA REPETIDA DUAS VEZES EM CADA DIREÇÃO COM DEFORMAÇÃO ESPECÍFICA IGUAL A 0,75 - VISTA PARALELA A CADA UM DOS PLANOS PRINCIPAIS

Analisando as figuras 23 a 30 podemos ver que o comportamento do metamaterial se manteve uniforme ao longo do deslocamento. Ficou mais evidenciada, principalmente na figura 30, a diferença entre as faces laterais com e sem restrição pelas condições de contorno que já era visível nas figuras 18 a 21.

7.2 CORPO COM COMPORTAMENTO ORTOTRÓPICO

Para o corpo com comportamento ortotrópico foi tido como objetivo a maximização da diferença da deformação lateral nas duas direções. Para tal utilizamos a célula com simetria plana nos 3 eixos e a seguinte função objetivo a ser maximizada:

$$F_{obj} = (\nu_{xy} - \nu_{xz}), \quad (23)$$

dessa forma não controlamos o resultado individual do coeficiente de Poisson, mas sim a relação entre os coeficientes nas duas direções laterais distintas. O resultado da otimização está na figura 31 a seguir:

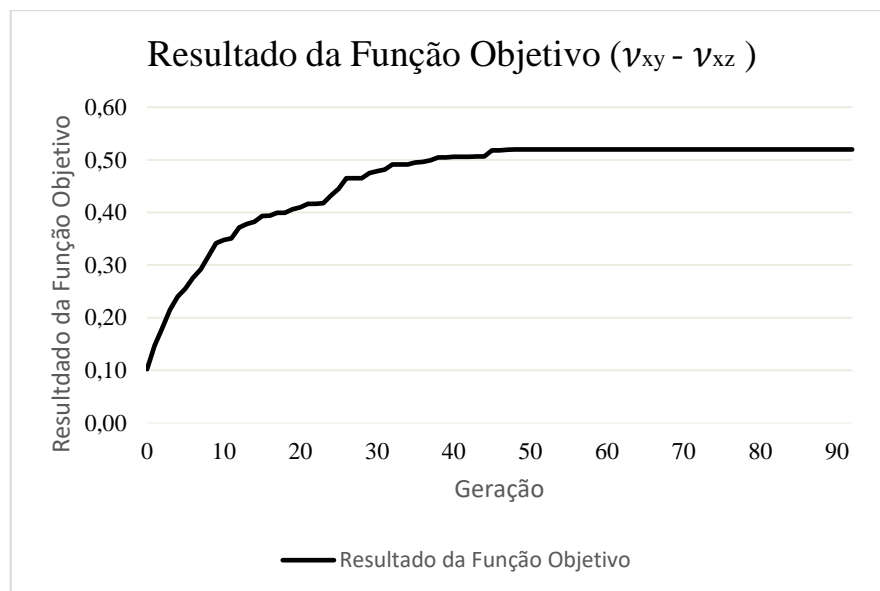


FIGURA 31 - RESULTADO DA FUNÇÃO OBJETIVO A CADA GERAÇÃO DA OTIMIZAÇÃO

Na otimização com maximização da função objetivo utilizada nesta seção a convergência não foi tão rápida a primeira, atingindo o máximo do resultado da função na geração 45.

A célula antes e depois da deformação da otimização está representada nas figuras 32 a 35:

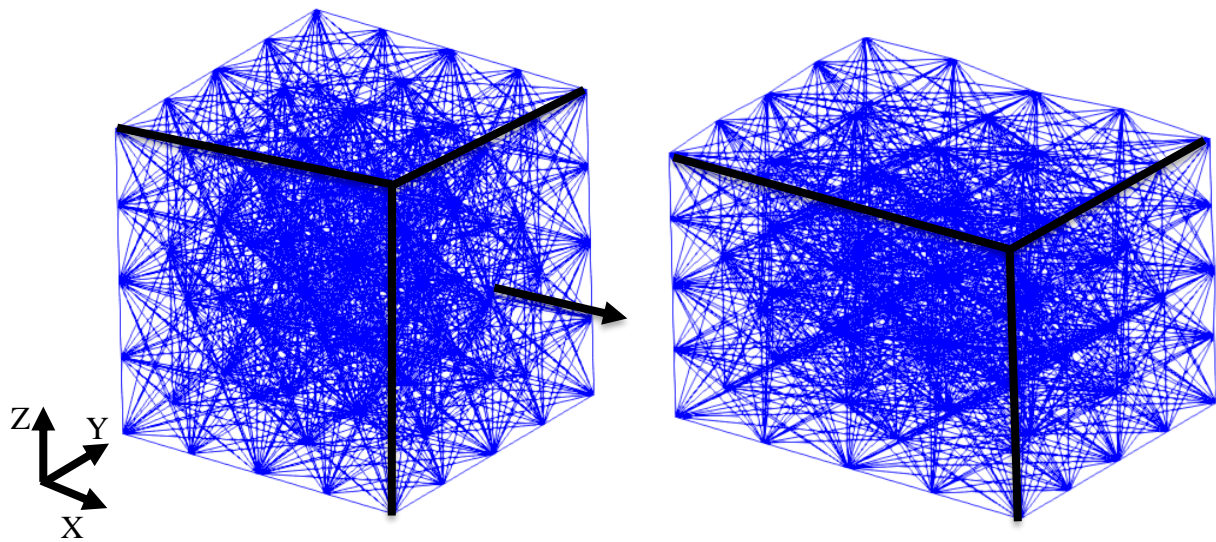


FIGURA 32 CÉLULA ANTES E DEPOIS DO ENSAIO VIRTUAL DE DEFORMAÇÃO UTILIZADO NA OTIMIZAÇÃO EM VISÃO ORTOGONAL

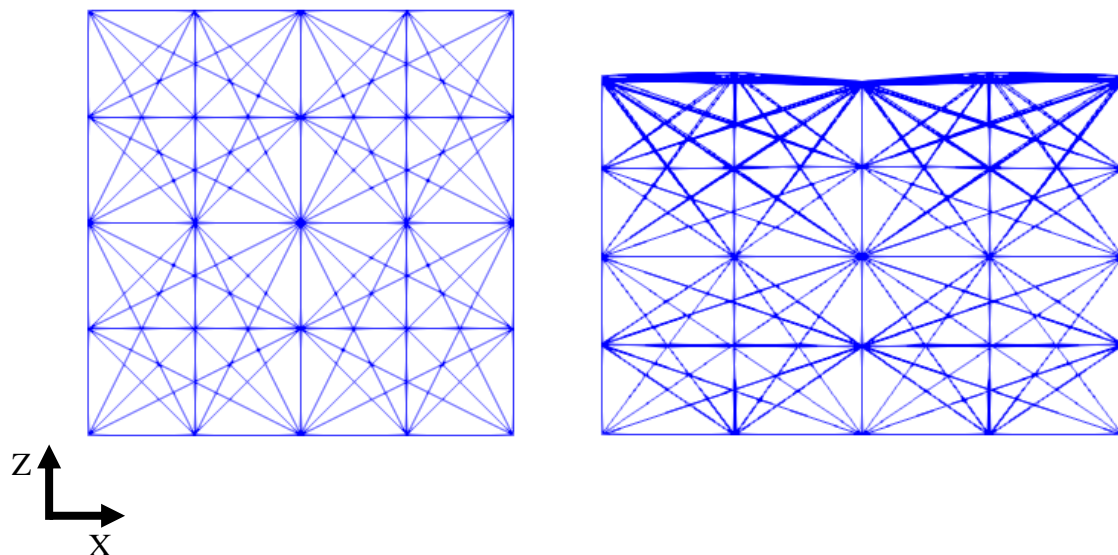


FIGURA 33 CÉLULA ANTES E DEPOIS DO ENSAIO VIRTUAL DE DEFORMAÇÃO UTILIZADO NA OTIMIZAÇÃO NO PLANO XZ

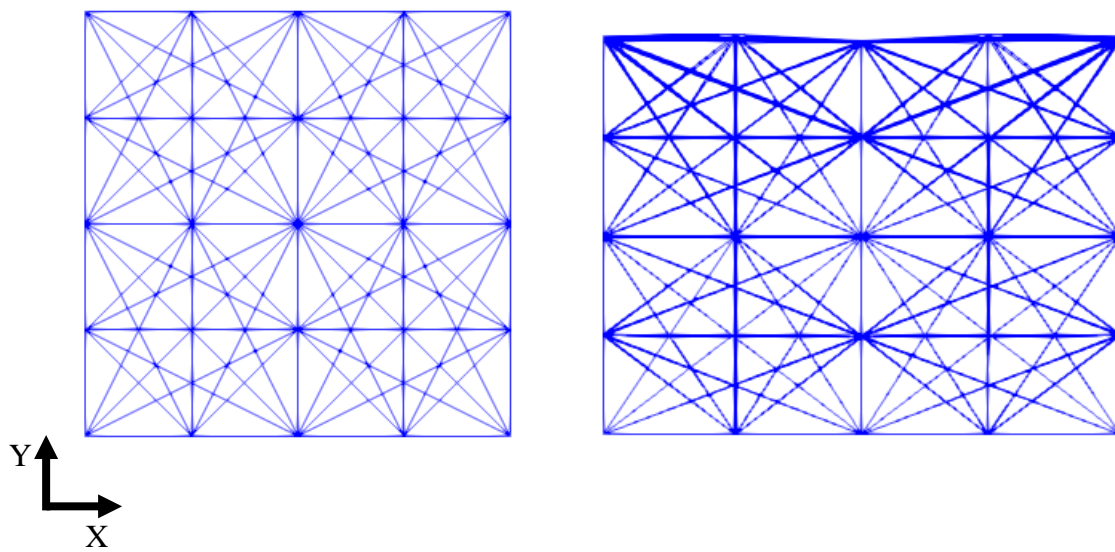


FIGURA 34 CÉLULA ANTES E DEPOIS DO ENSAIO VIRTUAL DE DEFORMAÇÃO UTILIZADO NA OTIMIZAÇÃO NO PLANO XY

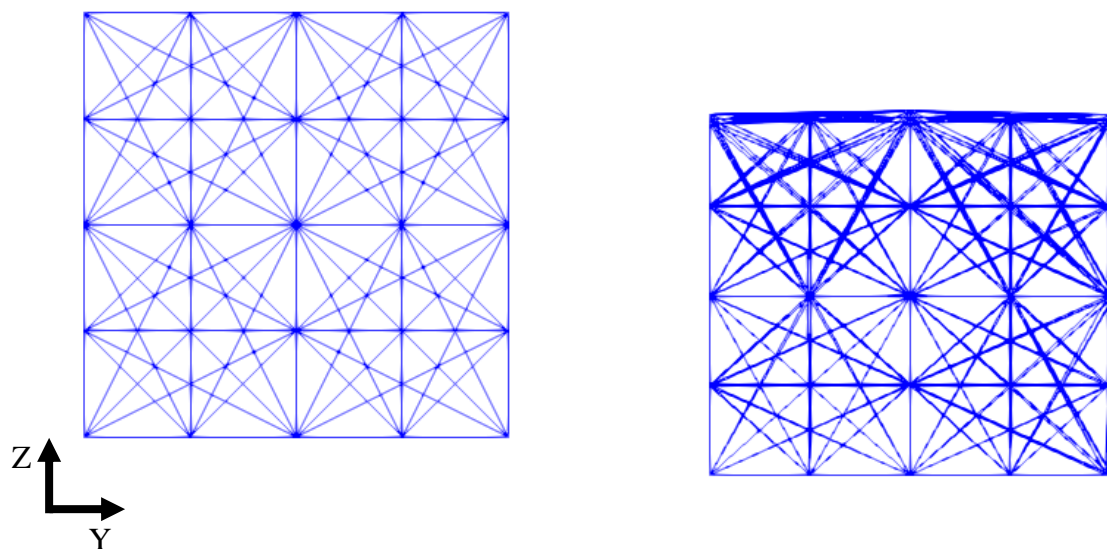


FIGURA 35 CÉLULA ANTES E DEPOIS DO ENSAIO VIRTUAL DE DEFORMAÇÃO UTILIZADO NA OTIMIZAÇÃO

Nos resultados é possível ver a diferença na deformação lateral em cada uma das direções nas figuras 33 e 34 e fica ainda mais evidenciado na figura 35.

A diferença no resultado dos elementos nas faces com e sem restrição de deslocamento pelas condições de contorno se faz presente assim como nos resultados da primeira otimização, porém a diferença de comportamento da célula otimizada nas direções Z e Y pode ser observada na figura 35 justamente nas duas faces que não possuem restrição alguma.

Uma vez gerada a célula otimizada, foi realizado ensaios na célula com diferentes deformações e quantidades de repetições da célula para entender o comportamento. Os resultados estão no gráfico da figura 36:

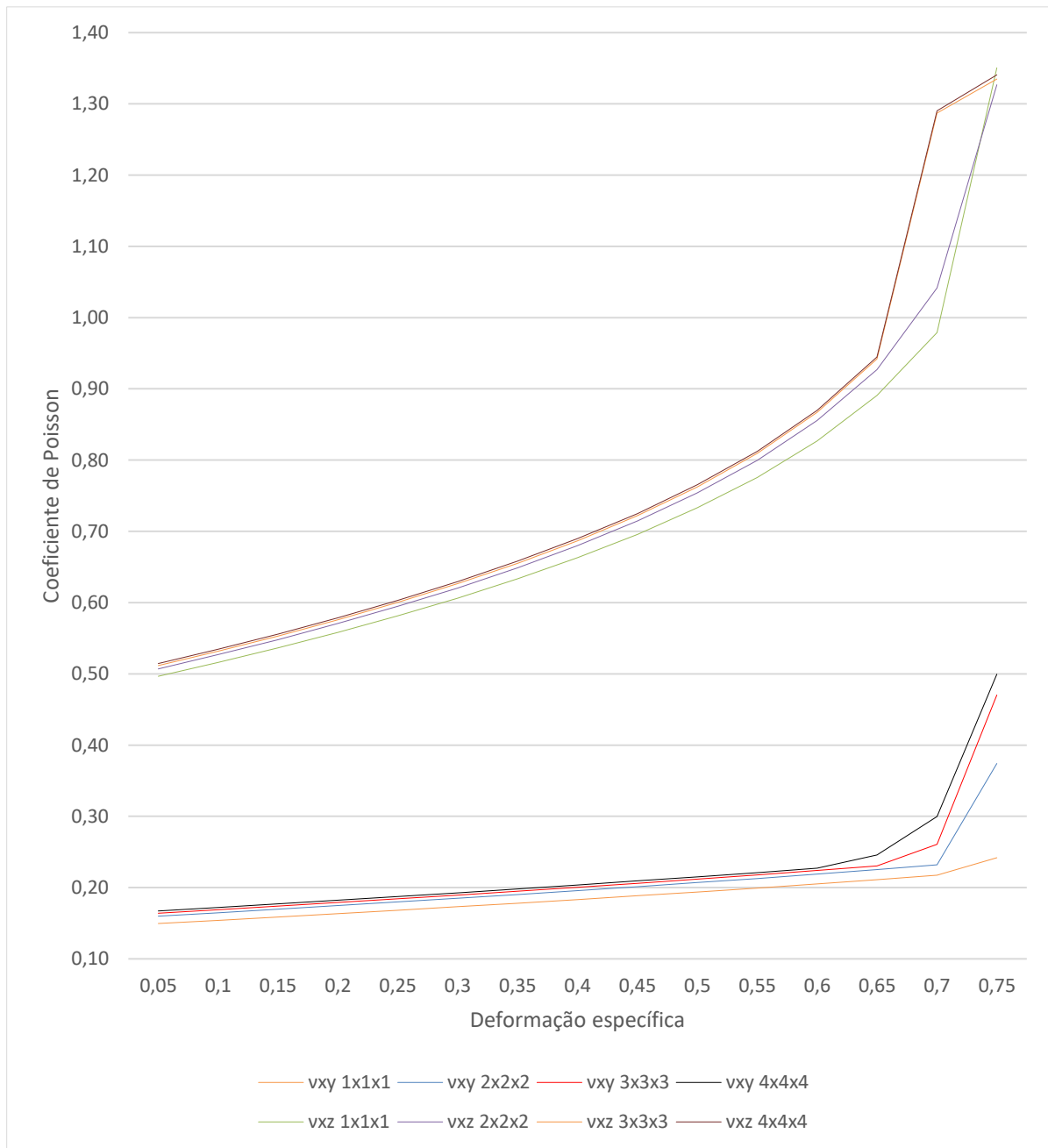


FIGURA 36 COEFICIENTE DE POISSON EM FUNÇÃO DA DEFORMAÇÃO ESPECÍFICA PARA DIFERENTES QUANTIDADES DE REPETIÇÃO DE CÉLULAS COM COMPORTAMENTO ORTOTRÓPICO

Assim como na célula com comportamento isotrópico, podemos ver que a curva de comportamento da célula se desloca com a variação de quantidade de células repetidas, mas quanto maior o número de células, menor essa variação pois a curva tende a convergir para um único resultado. No gráfico ainda podemos ver que assim como na célula isotrópica o coeficiente de Poisson varia de acordo com a deformação específica, porém essa variação não

é igual para as duas direções, onde a inclinação da curva de comportamento é diferente para cada uma das duas direções laterais fazendo com que a diferença no coeficiente de Poisson entre elas seja maior em deformações específicas maiores. Ainda podemos notar um salto no comportamento da célula para deformações específicas acima de 0,7 que poderá ser observado com mais detalhe nas figuras 37 a 44.

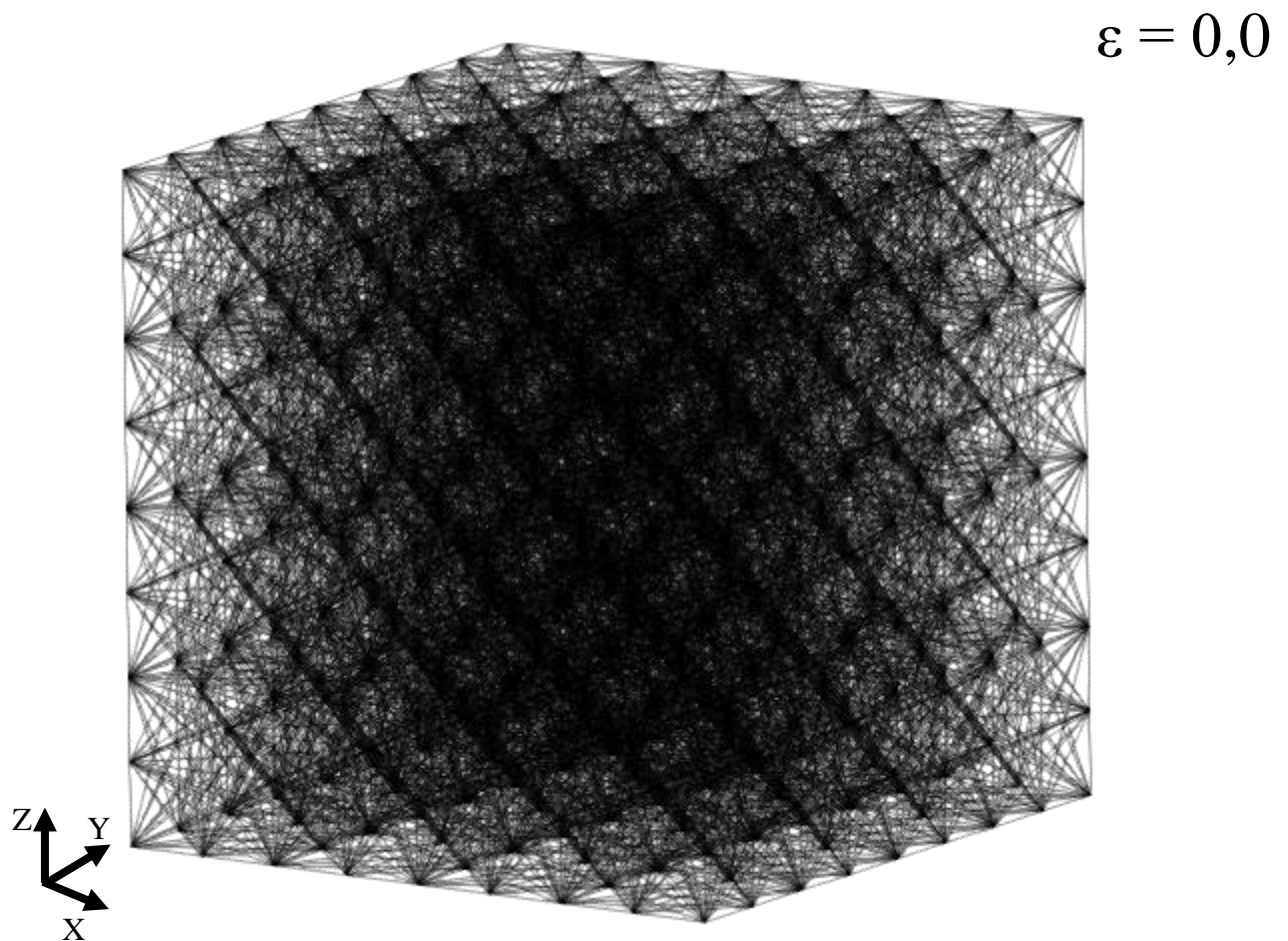


FIGURA 37 – CÉLULA ORTOTRÓPICA OTIMIZADA REPETIDA DUAS VEZES EM CADA DIREÇÃO SEM DEFORMAÇÃO

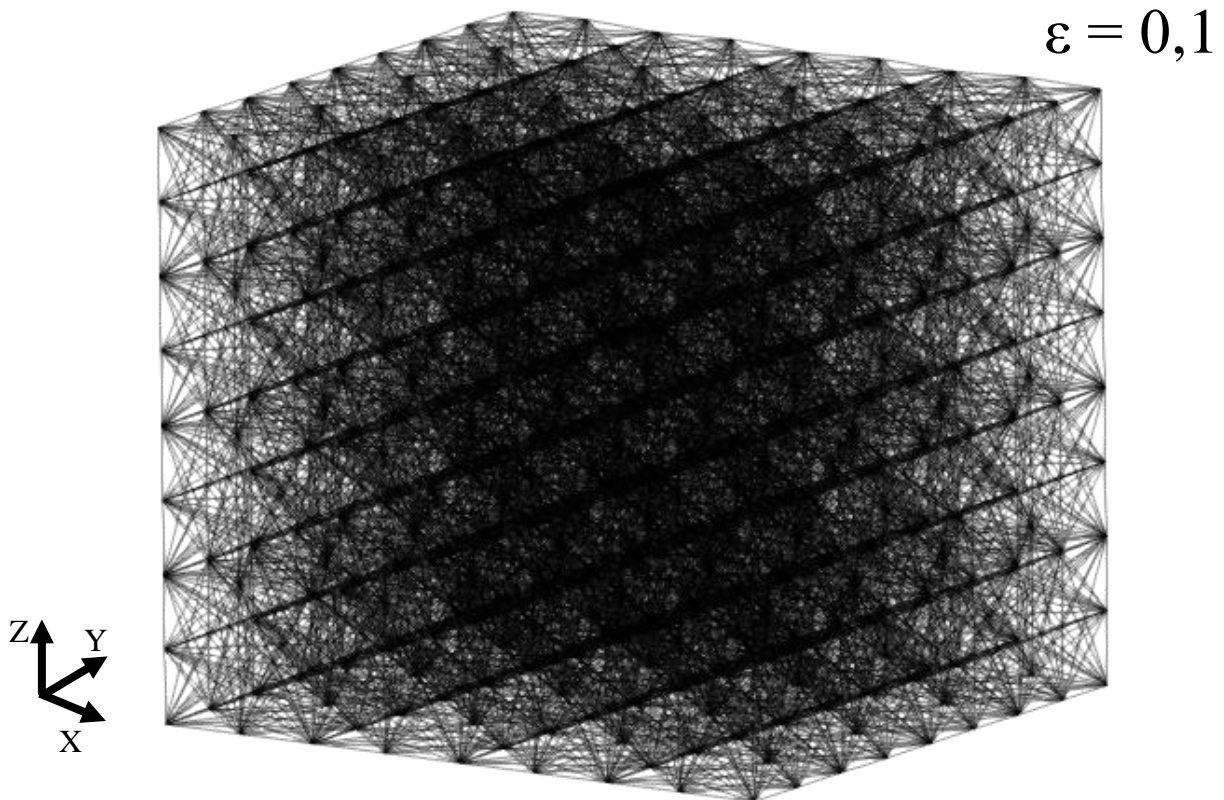


FIGURA 38 – CÉLULA ORTOTRÓPICA OTIMIZADA REPETIDA DUAS VEZES EM CADA DIREÇÃO COM DEFORMAÇÃO ESPECÍFICA DE 0,1

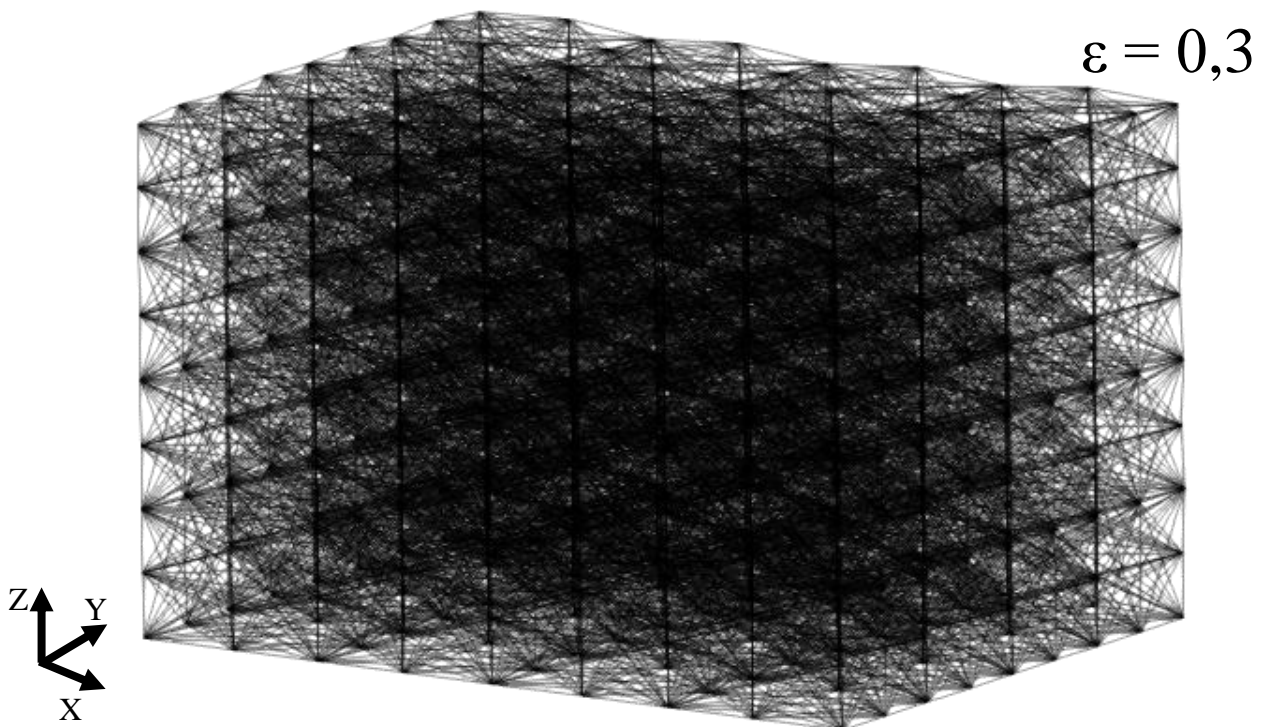


FIGURA 39 – CÉLULA ORTOTRÓPICA OTIMIZADA REPETIDA DUAS VEZES EM CADA DIREÇÃO COM DEFORMAÇÃO ESPECÍFICA DE 0,3

$$\varepsilon = 0,5$$

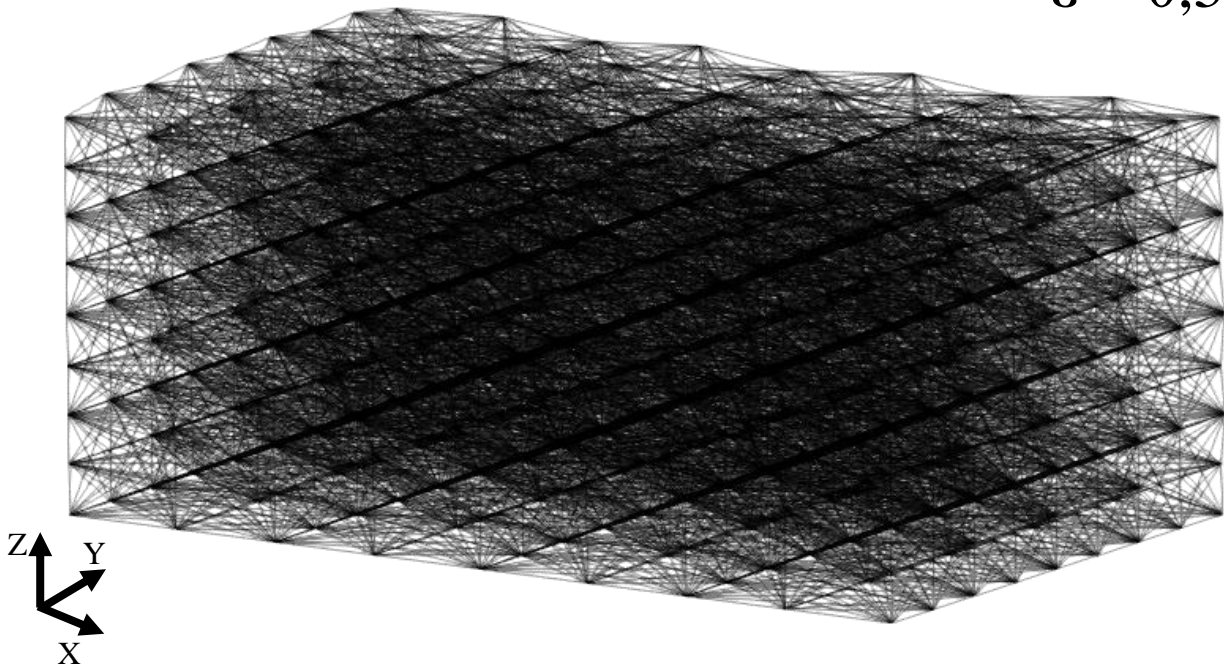


FIGURA 40 – CÉLULA ORTOTRÓPICA OTIMIZADA REPETIDA DUAS VEZES EM CADA DIREÇÃO COM DEFORMAÇÃO ESPECÍFICA DE 0,5

$$\varepsilon = 0,65$$

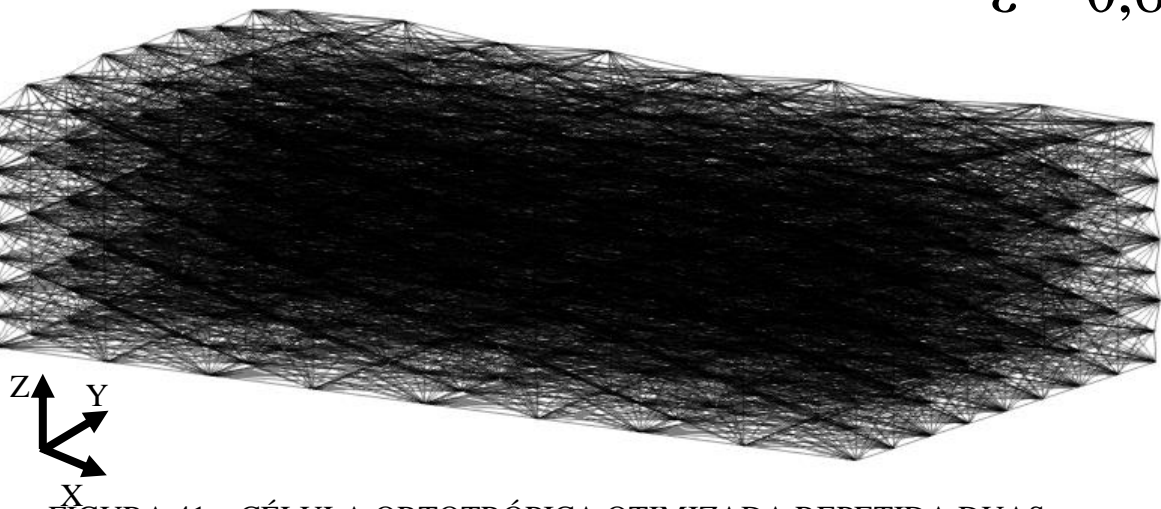


FIGURA 41 – CÉLULA ORTOTRÓPICA OTIMIZADA REPETIDA DUAS VEZES EM CADA DIREÇÃO COM DEFORMAÇÃO ESPECÍFICA DE 0,65



FIGURA 42 – CÉLULA ORTOTRÓPICA OTIMIZADA REPETIDA DUAS VEZES EM CADA DIREÇÃO COM DEFORMAÇÃO ESPECÍFICA DE 0,7



FIGURA 43 – CÉLULA ORTOTRÓPICA OTIMIZADA REPETIDA DUAS VEZES EM CADA DIREÇÃO COM DEFORMAÇÃO ESPECÍFICA DE 0,75

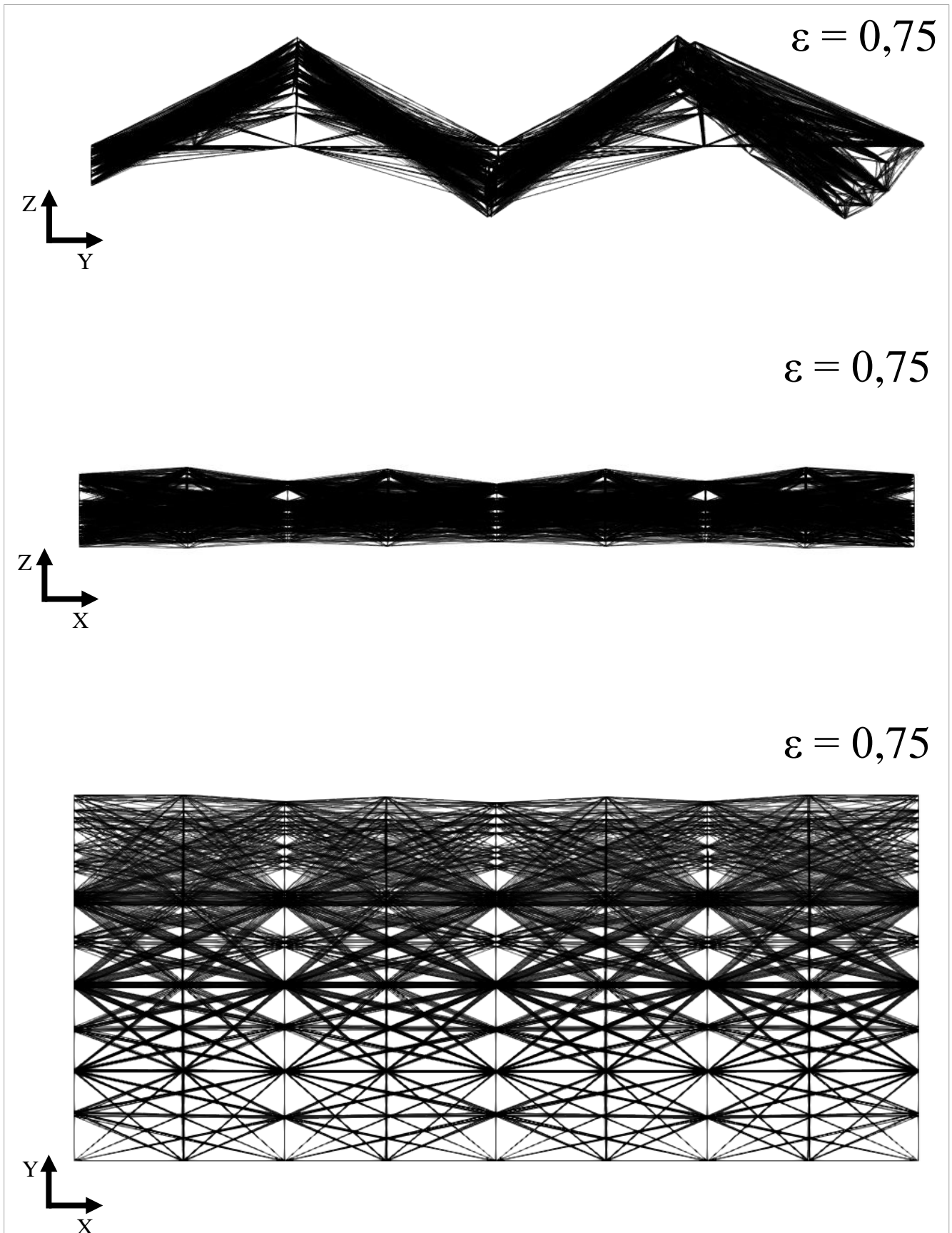


FIGURA 44 – CÉLULA ORTOTRÓPICA OTIMIZADA REPETIDA DUAS VEZES EM CADA DIREÇÃO COM DEFORMAÇÃO ESPECÍFICA IGUAL A 0,75 - VISTA PARALELA A CADA UM DOS PLANOS PRINCIPAIS

Nas figuras 37 a 44 é possível ver a evolução do comportamento do metamaterial em diferentes deformações específicas e vemos que da figura 42 para a figura 43 o corpo se fecha como em uma espécie de mecanismo, explicando o salto observado na figura 36 para deformações específicas acima de 0,7. Na figura 44 é possível ver que a estrutura alterou sua forma macroscópica e passou a de um paralelepípedo para uma forma semelhante a uma placa sanfonada.

8 CONCLUSÕES

8 CONCLUSÕES

Um algoritmo em Fortran para otimizar as configurações de uma célula de treliça repetitiva afim de controlar seu coeficiente de Poisson foi criado.

Utilizando exemplos de validação, os seguintes objetivos foram atingidos: validar o algoritmo com a formulação do método dos elementos finitos para grandes deformações considerando não linearidades geométricas; avaliar o desempenho do algoritmo de otimização genética e desenvolver uma metodologia para criação de metamateriais.

Dos resultados obtidos foi possível observar nas figuras 22 e 36 que, para a célula escolhida, o comportamento se altera em função da deformação específica. Nas mesmas figuras é possível concluir que o Coeficiente de Poisson do corpo criado pelo método abordado neste trabalho depende da quantidade de repetições da célula que forma o corpo, mas que aumentando o número de repetições, o comportamento converge para uma única curva de Poisson em função da deformação específica. A curva do comportamento para um corpo formado por 3 células difere pouco para um corpo formado por 4 células e é intuitivo que com mais células a curva tenderá a se estabilizar.

Pode-se verificar que aplicando uma condição de simetria na parte externa do volume de *design* de uma célula com simetria plana e rotacional se obtém uma célula com comportamento isotrópico, diferente do resultado obtido sem esta simetria conforme demonstra a literatura. A figura 22 mostra que a o metamaterial com simetria plana rotacional e nas fronteiras do volume de *design* mantém o comportamento até deformações específicas por volta de 0,4, em deformações maiores há um descolamento no comportamento nas duas direções laterais, gerando coeficientes de Poisson diferentes e o metamaterial deixa de apresentar o comportamento isotrópico.

Um ponto importante que deve ser ressaltado é que os resultados ficaram levemente poluídos pelas deformações causadas pelas condições de contorno impostas para o problema.

Um resultado bem interessante foi obtido no metamaterial que foi otimizado para maximizar a diferença de coeficiente de Poisson nas duas direções laterais ao eixo de deslocamento, demonstrado no item 7.2. Uma estrutura que em deformações específicas acima de 0,7 passa por um *snap throw* e assume uma nova forma, se fechando em uma das direções e assumindo a forma de uma placa conforme demonstrado nas figuras 42, antes do *snap throw* e 43, após o fenômeno.

Para trabalhos futuros:

- Testar outros métodos de otimização;
- Testar o método com outras células;
- Testar o método com elementos de viga;
- Testar com otimizações de função multi-objetivo para controlar não só o coeficiente de Poisson, mas também o módulo de elasticidade do material e o Poisson específico em cada direção para a célula com comportamento ortotrópico.
- Considerar as interações entre os elementos que se cruzam no interior da célula, pois neste trabalho foi considerado que os elementos interagiam somente com os nós aos quais estavam conectados, e não com outros elementos que eventualmente se cruzavam.

REFERÊNCIAS

- ABRATE, S.; SUN, C. T. Dynamic Analysis of Geometrically Nonlinear Truss Structures. *Computers and Structures*, v. 17, n. 4, p. 491–497, 1983.
- ADLEY, M. D.; SADD, M. H. Continuum models for materials with lattice-like microstructure. *Computers and Structures*, v. 43, n. 1, p. 13–18, abr. 1992.
- AL-KHARUSI, M. S. M. et al. An Atomistic-Based Continuum Modeling for Evaluation of Effective Elastic Properties of Single-Walled Carbon Nanotubes. *Journal of Nanomaterials*, v. 2016, p. 1–13, 2016.
- ALZHRANI, M.; CHOI, S.; ROSEN, D. W. Design of truss-like cellular structures using relative density mapping method. *Materials and Design*, v. 85, p. 349–360, 2015.
- BACIGALUPO, A.; GAMBAROTTA, L. Simplified modelling of chiral lattice materials with local resonators. *International Journal of Solids and Structures*, v. 83, p. 126–141, abr. 2016.
- BAKER, J. E. Adaptive selection methods for genetic algorithms. *Proceedings of the 1st International Conference on Genetic Algorithms*. p. 413, 2013
- BEASLEY, D.; BULL, D. R.; MARTIN, R. R. An overview of genetic algorithms: Part 1, fundamentals. *University Computing*, v. 2, n. 15, p. 1–16, 1993.
- BOSE, S.; VAHABZADEH, S.; BANDYOPADHYAY, A. Bone tissue engineering using 3D printing. *Materials Today*, v. 16, n. 12, p. 496–504, 2013.
- BUDHU, M.; RAMAKRISHNAN, S.; FRANTZISKONIS, G. A lattice type model for particulate media. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, v. 23, n. 7, p. 647–671, jun. 1999.
- CASSEL, K. W. *Variational methods with applications in science and engineering*. Cambridge: Cambridge University Press, 2013.
- CHALLIS, V. J.; ROBERTS, A. P.; GROTHOWSKI, J. F.; ZHANG, L. C.; SERCOMBE, T. B. Prototypes for bone implant scaffolds designed via topology optimization and manufactured by solid freeform fabrication. *Advanced Engineering Materials*, v. 12, n. 11, p. 1106–1110, 2010.
- CHEN, W.-H.; CHENG, H.-C.; LIU, Y.-L. Radial mechanical properties of single-walled carbon nanotubes using modified molecular structure mechanics. *Computational Materials Science*, v. 47, n. 4, p. 985–993, 2010.
- CHEN, W. -K. *Stability Design of Steel Frames*. 1. ed. Boca Raton: CRC Press, 2018.
- CHEN, Y.; LI, T.; SCARPA, F.; WANG, L. Lattice Metamaterials with Mechanically Tunable Poisson's Ratio for Vibration Control. *Physical Review Applied*, v. 7, n. 2, p. 1–11, 2017.

- CODA, H. B. Two-dimensional analysis of inflatable structures by the positional FEM. *Latin American Journal of Solids and Structures*, v. 6, p. 187–212, 2009.
- CODA, H. B.; PACCOLA, R. R. A FEM procedure based on positions and unconstrained vectors applied to non-linear dynamic of 3D frames. *Finite Elements in Analysis and Design*, v. 47, p. 319–333, 2011.
- CODA, H. B.; PACCOLA, R. R. A total-Lagrangian position-based FEM applied to physical and geometrical nonlinear dynamics of plane frames including semi-rigid connections and progressive collapse. *Finite Elements in Analysis and Design*, v. 91, p. 1–15, 2014.
- CROCE, E.; FERREIRA, E. A genetic algorithm for structural optimization of steel truss roofs. XXV CILAMCE, 25th Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, UFPE, Recife, PE, Brasil, n. August, 2004.
- D'AGOSTINO, M. V. et al. Continuum and discrete models for structures including (quasi-) inextensible elasticae with a view to the design and modeling of composite reinforcements. *International Journal of Solids and Structures*, v. 59, p. 1–17, 2015.
- DEDE, T.; BEKIRO, S.; AYVAZ, Y. Weight minimization of trusses with genetic algorithm. v. 11, p. 2565–2575, 2011.
- DOW, J. O.; SU, Z. W.; FENG, C.; BODLEY, C. Equivalent continuum representation of structures composed of repeated elements. *AIAA Journal*, v. 23, n. 10, p. 1564–1569, out. 1985.
- FREDERIC P. MILLER, AGNES F. VANDOME, M. J. *Continuum Mechanics*. A. Publishing, Ed. 1, 2010.
- GATES, T. S.; Odegard, G.M.; Frankland, S.J.V.; Clancy, T.C. *Computational materials: Multi-scale modeling and simulation of nanostructured materials*. *Composites Science and Technology*, v. 65, n. 15, p. 2416–2434, 2005.
- GELLATLY, R. A.; BERKE, L. *Optimal structural design*. Bell Aerospace CO Buffalo NY, p. 74, 1971.
- GHAVAMIAN, A.; ANDRIYANA, A.; CHIN, A. B.; ÖCHSNER, A. Numerical investigation on the influence of atomic defects on the tensile and torsional behavior of hetero-junction carbon nanotubes. v. 164, p. 122–137, 2015.
- GRECO, M.; GESUALDO, F. A. R.; VENTURINI, W. S.; CODA, H. B. Nonlinear positional formulation for space truss analysis. *Finite Elements in Analysis and Design*, v. 42, n. 12, p. 1079–1086, 2006.
- GRECO, M.; CODA, H. B. Positional FEM formulation for flexible multi-body dynamic analysis. *Journal of Sound and Vibration*, v. 290, p. 1141–1174, 2006.

- GUTH, D. C.; LUERSEN, M. A. Optimization of three-dimensional truss-like periodic materials considering isotropy constraints. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2015.
- HARIK, V. M.; GATES, T.; NEMETH, M. Applicability of the Continuum Shell Theories to the Mechanics of Carbon Nanotubes. 43rd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics, abr. 2002.
- HERRMANN, H. J.; ROUX, S. Statistical models for the fracture of disordered media. *Crystal Research and Technology*, v. 26, n. 8, p. 1076–1076, 1991.
- KANG, H.; LIN, C. Y.; HOLLISTER, S. J. Topology optimization of three dimensional tissue engineering scaffold architectures for prescribed bulk modulus and diffusivity. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, v. 42, n. 4, p. 633–644, 2010.
- KHALYFA, A. VOGT, S.; WEISSER, J.; GRIMM, G.; RECHTENBACH, A.; MEYER, W.; SCHNABELRAUCH, M. Development of a new calcium phosphate powder-binder system for the 3D printing of patient specific implants. *Journal of Materials Science: Materials in Medicine*, v. 18, n. 5, p. 909–916, 2007.
- KICINGER, R.; ARCISZEWSKI, T.; DE JONG, K. Evolutionary computation and structural design: A survey of the state-of-the-art. *Computers and Structures*, v. 83, n. 23–24, p. 1943–1978, 2005.
- KOOISTRA, G. W.; WADLEY, H. N. G. Lattice truss structures from expanded metal sheet. *Materials and Design*, v. 28, n. 2, p. 507–514, 2007.
- KOSTESKI, L. ITURRIOZ, I.; BATISTA, R. G.; CISILINO, A. P. The truss-like discrete element method in fracture and damage mechanics. *Engineering Computations*, v. 28, n. 6, p. 765–787, 2011.
- KOSTESKI, L.; D’AMBRA, R. B.; ITURRIOZ, I. Crack propagation in elastic solids using the truss-like discrete element method. *International Journal of Fracture*, v. 174, n. 2, p. 139–161, 2012.
- KRAJCINOVIC, D.; BASISTA, M. Rupture of central-force lattices revisited. *Journal de Physique I, EDP Sciences*, v. 1, n. 1, p. 241–245, 1991.
- KRAJCINOVIC, D.; SILVA, M. A. G. Statistical aspects of the continuous damage theory. *International Journal of Solids and Structures*, v. 18, n. 7, p. 551–562, 1982.
- LACERDA, E. G. M. Análise Não Linear de Treliça pelo Método dos Elementos Finitos Posicional. Dissertação (Dissertação em Engenharia Civil) – UFRN. Natal, p.92, 2014.

- LI, C.; CHOU, T.-W. A structural mechanics approach for the analysis of carbon nanotubes. *International Journal of Solids and Structures*, v. 40, n. 10, p. 2487–2499, 2003.
- LI, L. J.; HUANG, Z. B.; LIU, F.; WU, Q. H. A heuristic particle swarm optimizer for optimization of pin connected structures. *Computers and Structures*, v. 85, n. 7–8, p. 340–349, 2007.
- LI, T. HU, X.; CHEN, Y.; WANG, L. Harnessing out-of-plane deformation to design 3D architected lattice metamaterials with tunable Poisson's ratio. *Scientific Reports*, v. 7, n. 1, p. 8949, 2017.
- LUXNER, M. H. WOESZ, A.; STAMPFL, J.; FRATZL, P.; PETTERMANN, H. E. A finite element study on the effects of disorder in cellular structures. *Acta Biomaterialia*, v. 5, n. 1, p. 381–390, 2009.
- MALDOVAN, M.; THOMAS, E. L. *Periodic materials and interference lithography: for photonics, phononics and mechanics*. Buenos Aires, John Wiley & Sons, 2009.
- MUÑOZ-ROJAS, P. A.; CARNIEL, T. A.; SILVA, E. C. N.; ÖCHSNER, A. Optimization of a Unit Periodic Cell in Lattice Block Materials Aimed at Thermo-Mechanical Applications. In: ÖCHSNER, A.; MURCH, G. E. *Heat Transfer in Multi-Phase Materials*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2011. p. 301–345.
- NAYFEH, A. H.; HEFZY, M. S. Continuum Modeling of the Mechanical and Thermal Behavior of Discrete Large Structures. *AIAA Journal*, v. 19, n. 6, p. 766–773, jun. 1981.
- NAYFEH, A. H.; HEFZY, M. S. Effective constitutive relations for large repetitive frame-like structures. *International Journal of Solids and Structures*, v. 18, n. 11, p. 975–987, 1982.
- NAYFEH, A. H.; HEFZYT, M. S. Continuum Modeling of Three-Dimensional Truss-like. v. 16, n. 8, p. 779–787, 1978.
- NAYFEH, A.; HEFZY, M. Continuum modeling of the mechanical and thermal behavior of discrete large structures. *21st Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, v. 19, n. 6, p. 766–773, 1980.
- NAYFEH, A.; HEFZY, M. Effective constitutive relations for the microstructure of periodic frames. *24th Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*. Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics, maio 1983
- NESTEROV, Y. *Introductory lectures on convex optimization: A basic course*. Springer Science & Business Media, 2013. v. 87
- NOOR, A. K. Continuum Modeling for Repetitive Lattice Structures. *Applied Mechanics Reviews*, v. 41, n. 7, p. 285–296, 1988.

- NOOR, A. K.; ANDERSON, M. S.; GREENE, W. H. Continuum Models for Beam- and Platelike Lattice Structures. *AIAA Journal*, v. 16, n. 12, p. 1219–1228, dez. 1978a.
- NOOR, A. K.; ANDERSON, M. S.; GREENE, W. H. Continuum Models for Beam- and Platelike Lattice Structures. *AIAA Journal*, v. 16, n. 12, p. 1219–1228, dez. 1978b.
- ODEGARD, G. M. et al. Equivalent-continuum modeling of nano-structured materials. v. 62, p. 1869–1880, 2002.
- PARKINSON, A. R.; BALLING, R.; HEDENGREN, J. D. *Optimization Methods for Engineering Design*. Brigham Young University, p. 18, 2013.
- PASCON, J. P. Nonlinear analysis of hyperelastoplastic truss-like structures. *Archive of Applied Mechanics*, v. 86, n. 5, p. 831–851, 2016.
- RAMAKRISHNAN, S. *Mechanics of particulate media: A lattice-type approach*. 1997.
- SADD, M. H. QIU, L.; BOARDMAN, W. G.; SHUKLA, A. Modelling wave propagation in granular media using elastic networks. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and*, v. 29, n. 2, p. 161–170, 1992.
- SCHMIT, L. A.; MIURA, H. Approximation concepts for efficient structural synthesis NASA-CR-2552. Los Angeles p.289, 1976.
- SHAHAR, R.; ZASLANSKY, P.; BARAK, M.; FRIESEM, A. A.; CURREY, J. D.; WEINER, S. Anisotropic Poisson's ratio and compression modulus of cortical bone determined by speckle interferometry. *Journal of Biomechanics*, v. 40, n. 2, p. 252–264, 2007.
- SIGMUND, Ü. Materials With Prescribed Constitutive Parameters: an Inverse Homogenization Problem. *International Journal of Solids and Structures*, v. 31, n. 17, p. 2313–2329, 1994.
- SONMEZ, M. Artificial Bee Colony algorithm for optimization of truss structures. *Applied Soft Computing Journal*, v. 11, n. 2, p. 2406–2418, 2011.
- TOLLENAERE, H.; CAILLERIE, D. Continuous modeling of lattice structures by homogenization. *Advances in Engineering Software*, v. 29, n. 7–9, p. 699–705, 1998.
- TSAVDARIDIS, K. D.; KINGMAN, J. J.; TOROPOV, V. V. Application of structural topology optimisation to perforated steel beams. *Computers & Structures*, v. 158, p. 108–123, 2015.
- V. B. VENKAYYA. Design of Optimum Structure. *Computers & Structures*, v. 1, n. August, p. 265–309, 1971.
- VALDEVIT, L. JACOBSEN, A. J.; GREER, J. R.; CARTER, W. B. Protocols for the optimal design of multi-functional cellular structures: From hypersonics to micro-architected materials. *Journal of the American Ceramic Society*, v. 94, n. SUPPL. 1, p. 15–34, 2011.

- VAN LAARHOVEN, P. J. M.; AARTS, E. H. L. Simulated annealing. In: *Simulated annealing: Theory and applications*. [s.l.] Springer, 1987. p. 7–15.
- WANG, F. Systematic design of 3D auxetic lattice materials with programmable Poisson's ratio for finite strains. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, v. 114, p. 303–318, 2018.
- WANG, F.; SIGMUND, O.; JENSEN, J. S. Design of materials with prescribed nonlinear properties. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, v. 69, n. 1, p. 156–174, 2014.
- WANG, L.; BERTOLDI, K. Mechanically tunable phononic band gaps in three-dimensional periodic elastomeric structures. *International Journal of Solids and Structures*, v. 49, n. 19–20, p. 2881–2885, 2012.
- WHITLEY, D. A genetic algorithm tutorial. *Statistics and Computing*, v. 4, n. 2, p. 65–85, 1994.
- WHITLEY, L. D. The GENITOR Algorithm and Selection Pressure: Why Rank-Based Allocation of Reproductive Trials is Best. *Icga*, v. 89, n. October, p. 116–123, 1989.
- WU, G. et al. Directing the deformation paths of soft metamaterials with prescribed asymmetric units. *Advanced Materials*, v. 27, n. 17, p. 2747–2752, 2015.
- XIA, Q.; WANG, M. Y.; SHI, T. A method for shape and topology optimization of truss-like structure. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, v. 47, n. 5, p. 687–697, 2013.
- XU, S. SHEN, J.; ZHOU, S.; HUANG, X.; XIE, Y. M. Design of lattice structures with controlled anisotropy. v. 93, p. 443–447, 2016.
- YAN, J. CHENG, G.; LIU, S.; LIU, L. Comparison of prediction on effective elastic property and shape optimization of truss material with periodic microstructure. *International Journal of Mechanical Sciences*, v. 48, n. 4, p. 400–413, 2006.
- YAZDCHI, K.; SALEHI, M.; SHOKRIEH, M. M. Effective Structural Parameters Of Single-Walled Carbon Nanotubes. *The European Society for Composite Materials*, p. 1–10, 2008.
- ZHAO, G.; FANG, J.; ZHAO, J. A 3D distinct lattice spring model for elasticity and dynamic failure. n. June 2010, p. 859–885, 2011.
- ZHOU, K. Topology optimization of Prager structures based on truss-like material model. p. 1077–1081, 2015.

ANEXO 1

ANEXO 1 - DADOS DO EXEMPLO - ESTRUTURA DE 25 BARRAS

As forças para o exemplo são mostradas na tabela 5, a posição de cada nó é mostrada na tabela 6 e a conectividade dos elementos mostrada na tabela 7:

TABELA 5 – CARGAS PARA A ESTRUTURA DE 25 BARRAS

Node	F _X (lbs)	F _Y (lbs)	F _Z (lbs)
1	1000	-10000	-10000
2	0	-10000	-10000
3	500	0	0
4	600	0	0

TABELA 6 – COORDENADAS DOS NÓS DA ESTRUTURA ESPACIAL DE 25 BARRAS

Nó	X	Y	Z
1	-37.50	0.00	200.00
2	37.50	0.00	200.00
3	-37.50	37.50	100.00
4	37.50	37.50	100.00
5	37.50	-37.50	100.00
6	-37.50	-37.50	100.00
7	-100.00	100.00	0.00
8	100.00	100.00	0.00
9	100.00	-100.00	0.00
10	-100.00	-100.00	0.00

TABELA 7 - CONECTIVIDADE DOS ELEMENTOS DA ESTRUTURA ESPACIAL DE
25 BARRAS

Elemento	Nó 1	Nó 2
1	1	2
2	1	4
3	2	3
4	1	5
5	2	6
6	2	5
7	2	4
8	1	3
9	1	6
10	3	6
11	4	5
12	3	4
13	5	6
14	3	10
15	6	7
16	4	9
17	5	8
18	3	8
19	4	7
20	6	9
21	5	10
22	3	7
23	4	8
24	5	9
25	6	10

ANEXO 2

ANEXO 2 - ARQUIVOS DE ENTRADA DO PROGRAMA PARA CRIAÇÃO DA CÉLULA ORTOTRÓPICA

Tipo_Estrutura

TRUSS OU TRUSS

TRUSS

=====

Coordenadas

ID x1 y1 z1

1.	0.0000000E+000	0.0000000E+000	0.0000000E+000
2.	0.0000000E+000	0.0000000E+000	5.0000000E-002
3.	0.0000000E+000	5.0000000E-002	1.0000000E-001
4.	0.0000000E+000	5.0000000E-002	0.0000000E+000
5.	0.0000000E+000	1.0000000E-001	1.0000000E-001
6.	0.0000000E+000	1.0000000E-001	5.0000000E-002
7.	0.0000000E+000	0.0000000E+000	1.0000000E-001
8.	0.0000000E+000	1.0000000E-001	0.0000000E+000
9.	1.0000000E-001	0.0000000E+000	0.0000000E+000
10.	1.0000000E-001	0.0000000E+000	5.0000000E-002
11.	1.0000000E-001	5.0000000E-002	1.0000000E-001
12.	1.0000000E-001	5.0000000E-002	0.0000000E+000
13.	1.0000000E-001	1.0000000E-001	1.0000000E-001
14.	1.0000000E-001	1.0000000E-001	5.0000000E-002
15.	1.0000000E-001	0.0000000E+000	1.0000000E-001
16.	1.0000000E-001	1.0000000E-001	0.0000000E+000

17. 5.0000000E-002 0.0000000E+000 0.0000000E+000
18. 5.0000000E-002 0.0000000E+000 1.0000000E-001
19. 5.0000000E-002 1.0000000E-001 1.0000000E-001
20. 5.0000000E-002 1.0000000E-001 0.0000000E+000

=====

Incidencia

ID elem Nó 1 Nó 2

1.	1.	2.
2.	1.	3.
3.	1.	4.
4.	1.	5.
5.	1.	6.
6.	2.	7.
7.	2.	3.
8.	2.	4.
9.	2.	5.
10.	2.	8.
11.	2.	6.
12.	7.	4.
13.	7.	8.
14.	7.	6.
15.	3.	4.
16.	3.	8.
17.	3.	6.
18.	4.	5.
19.	4.	8.
20.	4.	6.
21.	9.	10.

- 22. 9. 11.
- 23. 9. 12.
- 24. 9. 13.
- 25. 9. 14.
- 26. 15. 10.
- 27. 15. 11.
- 28. 15. 12.
- 29. 15. 14.
- 30. 15. 16.
- 31. 10. 11.
- 32. 10. 12.
- 33. 10. 13.
- 34. 10. 14.
- 35. 10. 16.
- 36. 11. 12.
- 37. 11. 13.
- 38. 11. 14.
- 39. 11. 16.
- 40. 12. 13.
- 41. 12. 14.
- 42. 12. 16.
- 43. 13. 14.
- 44. 14. 16.
- 45. 1. 17.
- 46. 1. 18.
- 47. 1. 15.
- 48. 1. 10.
- 49. 17. 9.
- 50. 17. 2.
- 51. 17. 7.
- 52. 17. 18.
- 53. 17. 15.
- 54. 17. 10.

55.	9.	2.
56.	9.	7.
57.	9.	18.
58.	2.	18.
59.	2.	15.
60.	2.	10.
61.	7.	10.
62.	18.	10.
63.	5.	19.
64.	5.	14.
65.	5.	16.
66.	5.	20.
67.	5.	6.
68.	19.	13.
69.	19.	14.
70.	19.	16.
71.	19.	20.
72.	19.	8.
73.	19.	6.
74.	13.	20.
75.	13.	8.
76.	13.	6.
77.	14.	20.
78.	14.	8.
79.	14.	6.
80.	16.	20.
81.	16.	6.
82.	20.	8.
83.	20.	6.
84.	8.	6.
85.	1.	12.
86.	1.	16.
87.	1.	20.

88.	17.	12.
89.	17.	4.
90.	17.	16.
91.	17.	20.
92.	17.	8.
93.	9.	4.
94.	9.	20.
95.	9.	8.
96.	12.	4.
97.	12.	20.
98.	12.	8.
99.	4.	16.
100.	4.	20.
101.	7.	18.
102.	7.	3.
103.	7.	11.
104.	7.	19.
105.	7.	13.
106.	18.	15.
107.	18.	3.
108.	18.	11.
109.	18.	5.
110.	18.	19.
111.	18.	13.
112.	15.	3.
113.	15.	5.
114.	15.	19.
115.	3.	11.
116.	3.	5.
117.	3.	19.
118.	3.	13.
119.	11.	5.
120.	11.	19.

121.	1.	11.
122.	1.	19.
123.	1.	13.
124.	1.	14.
125.	17.	3.
126.	17.	11.
127.	17.	5.
128.	17.	19.
129.	17.	13.
130.	17.	14.
131.	17.	6.
132.	9.	3.
133.	9.	5.
134.	9.	19.
135.	9.	6.
136.	2.	11.
137.	2.	12.
138.	2.	19.
139.	2.	13.
140.	2.	14.
141.	2.	16.
142.	2.	20.
143.	7.	12.
144.	7.	14.
145.	7.	16.
146.	7.	20.
147.	18.	12.
148.	18.	4.
149.	18.	14.
150.	18.	16.
151.	18.	20.
152.	18.	8.
153.	18.	6.

154.	15.	4.
155.	15.	20.
156.	15.	8.
157.	15.	6.
158.	10.	3.
159.	10.	4.
160.	10.	5.
161.	10.	19.
162.	10.	20.
163.	10.	8.
164.	10.	6.
165.	3.	12.
166.	3.	14.
167.	3.	16.
168.	3.	20.
169.	11.	4.
170.	11.	20.
171.	11.	8.
172.	11.	6.
173.	12.	5.
174.	12.	19.
175.	12.	6.
176.	4.	19.
177.	4.	13.
178.	4.	14.

=====

Atribuir_Propriedades

ID ELEM Material Seção

-
1. 1. 1.
2. 1. 1.
3. 1. 1.
4. 1. 1.
5. 1. 1.
6. 1. 1.
7. 1. 1.
8. 1. 1.
9. 1. 1.
10. 1. 1.
11. 1. 1.
12. 1. 1.
13. 1. 1.
14. 1. 1.
15. 1. 1.
16. 1. 1.
17. 1. 1.
18. 1. 1.
19. 1. 1.
20. 1. 1.
21. 1. 1.
22. 1. 1.
23. 1. 1.
24. 1. 1.
25. 1. 1.
26. 1. 1.
27. 1. 1.
28. 1. 1.
29. 1. 1.
30. 1. 1.
31. 1. 1.
32. 1. 1.

- 33. 1. 1.
- 34. 1. 1.
- 35. 1. 1.
- 36. 1. 1.
- 37. 1. 1.
- 38. 1. 1.
- 39. 1. 1.
- 40. 1. 1.
- 41. 1. 1.
- 42. 1. 1.
- 43. 1. 1.
- 44. 1. 1.
- 45. 1. 1.
- 46. 1. 1.
- 47. 1. 1.
- 48. 1. 1.
- 49. 1. 1.
- 50. 1. 1.
- 51. 1. 1.
- 52. 1. 1.
- 53. 1. 1.
- 54. 1. 1.
- 55. 1. 1.
- 56. 1. 1.
- 57. 1. 1.
- 58. 1. 1.
- 59. 1. 1.
- 60. 1. 1.
- 61. 1. 1.
- 62. 1. 1.
- 63. 1. 1.
- 64. 1. 1.
- 65. 1. 1.

- 66. 1. 1.
- 67. 1. 1.
- 68. 1. 1.
- 69. 1. 1.
- 70. 1. 1.
- 71. 1. 1.
- 72. 1. 1.
- 73. 1. 1.
- 74. 1. 1.
- 75. 1. 1.
- 76. 1. 1.
- 77. 1. 1.
- 78. 1. 1.
- 79. 1. 1.
- 80. 1. 1.
- 81. 1. 1.
- 82. 1. 1.
- 83. 1. 1.
- 84. 1. 1.
- 85. 1. 1.
- 86. 1. 1.
- 87. 1. 1.
- 88. 1. 1.
- 89. 1. 1.
- 90. 1. 1.
- 91. 1. 1.
- 92. 1. 1.
- 93. 1. 1.
- 94. 1. 1.
- 95. 1. 1.
- 96. 1. 1.
- 97. 1. 1.
- 98. 1. 1.

- 99. 1. 1.
- 100. 1. 1.
- 101. 1. 1.
- 102. 1. 1.
- 103. 1. 1.
- 104. 1. 1.
- 105. 1. 1.
- 106. 1. 1.
- 107. 1. 1.
- 108. 1. 1.
- 109. 1. 1.
- 110. 1. 1.
- 111. 1. 1.
- 112. 1. 1.
- 113. 1. 1.
- 114. 1. 1.
- 115. 1. 1.
- 116. 1. 1.
- 117. 1. 1.
- 118. 1. 1.
- 119. 1. 1.
- 120. 1. 1.
- 121. 1. 1.
- 122. 1. 1.
- 123. 1. 1.
- 124. 1. 1.
- 125. 1. 1.
- 126. 1. 1.
- 127. 1. 1.
- 128. 1. 1.
- 129. 1. 1.
- 130. 1. 1.
- 131. 1. 1.

- 132. 1. 1.
- 133. 1. 1.
- 134. 1. 1.
- 135. 1. 1.
- 136. 1. 1.
- 137. 1. 1.
- 138. 1. 1.
- 139. 1. 1.
- 140. 1. 1.
- 141. 1. 1.
- 142. 1. 1.
- 143. 1. 1.
- 144. 1. 1.
- 145. 1. 1.
- 146. 1. 1.
- 147. 1. 1.
- 148. 1. 1.
- 149. 1. 1.
- 150. 1. 1.
- 151. 1. 1.
- 152. 1. 1.
- 153. 1. 1.
- 154. 1. 1.
- 155. 1. 1.
- 156. 1. 1.
- 157. 1. 1.
- 158. 1. 1.
- 159. 1. 1.
- 160. 1. 1.
- 161. 1. 1.
- 162. 1. 1.
- 163. 1. 1.
- 164. 1. 1.

165. 1. 1.
166. 1. 1.
167. 1. 1.
168. 1. 1.
169. 1. 1.
170. 1. 1.
171. 1. 1.
172. 1. 1.
173. 1. 1.
174. 1. 1.
175. 1. 1.
176. 1. 1.
177. 1. 1.
178. 1. 1.

=====

Material

ID Mód. de elasticidade Densidade

1. 2.2000000E+011 1.0000000E+001

=====

Secao

ID Área em m²

1 0

2 0

3 0
4 0
5 0
6 0
7 0
8 0
9 0
10 0
11 0
12 0
13 0
14 0
15 0
16 0
17 0
18 0
19 0
20 0
21 0
22 0
23 0
24 0
25 0
26 0
27 0
28 0
29 0
30 0
31 0
32 0
33 0
34 0
35 0

36 0
37 0
38 0
39 0
40 0
41 0
42 0
43 0
44 0
45 0
46 0
47 0
48 0
49 0
50 0
51 0
52 0
53 0
54 0
55 0
56 0
57 0
58 0
59 0
60 0
61 0
62 0
63 0
64 0
65 0
66 0
67 0
68 0

69 0
70 0
71 0
72 0
73 0
74 0
75 0
76 0
77 0
78 0
79 0
80 0
81 0
82 0
83 0
84 0
85 0
86 0
87 0
88 0
89 0
90 0
91 0
92 0
93 0
94 0
95 0
96 0
97 0
98 0
99 0
100 0
101 0

102 0
103 0
104 0
105 0
106 0
107 0
108 0
109 0
110 0
111 0
112 0
113 0
114 0
115 0
116 0
117 0
118 0
119 0
120 0
121 0
122 0
123 0
124 0
125 0
126 0
127 0
128 0
129 0
130 0
131 0
132 0
133 0
134 0

135 0
136 0
137 0
138 0
139 0
140 0
141 0
142 0
143 0
144 0
145 0
146 0
147 0
148 0
149 0
150 0
151 0
152 0
153 0
154 0
155 0
156 0
157 0
158 0
159 0
160 0
161 0
162 0
163 0
164 0
165 0
166 0
167 0

168 0
169 0
170 0
171 0
172 0
173 0
174 0
175 0
176 0
177 0
178 0

=====

ANEXO 3

ANEXO 3 - ARQUIVOS DE ENTRADA DO PROGRAMA PARA CRIAÇÃO DA CÉLULA ISOTRÓPICA

Tipo_Estrutura

TRUSS OU TRUSS

TRUSS

=====

Coordenadas

ID x1 y1 z1

1	0.000d0	0.00000d-1	0.000d0
2	1.000d-1	0.00000d-1	0.000d0
3	1.000d-1	1.00000d-1	0.000d0
4	0.000d0	1.00000d-1	0.000d0
5	1.000d-1	1.00000d-1	1.000d-1
6	0.500d-1	0.00000d-1	0.000d0
7	1.000d-1	0.50000d-1	0.000d0
8	0.500d-1	1.00000d-1	0.000d0
9	0.000d0	0.50000d-1	0.000d0
10	0.500d-1	0.50000d-1	0.500d-1
11	0.500d-1	1.00000d-1	0.500d-1
12	1.000d-1	1.00000d-1	0.500d-1
13	1.000d-1	0.50000d-1	0.500d-1

=====

Incidencia

ID elem	Nó 1	Nó 2
1	1	6
2	1	7
3	1	3
4	1	8
5	1	9
6	1	10
7	1	11
8	1	12
9	1	13
10	2	6
11	2	7
12	2	8
13	2	4
14	2	9
15	2	10
16	2	11
17	2	12
18	2	13
19	3	6
20	3	7
21	3	8
22	3	9
23	3	10
24	3	11
25	3	12
26	3	13
27	4	6
28	4	7
29	4	8

30	4	9
31	4	10
32	4	11
33	4	12
34	4	13
35	5	6
36	5	7
37	5	8
38	5	9
39	5	10
40	5	11
41	5	12
42	5	13
43	6	7
44	6	8
45	6	9
46	6	10
47	6	11
48	6	12
49	6	13
50	7	8
51	7	9
52	7	10
53	7	11
54	7	12
55	7	13
56	8	9
57	8	10
58	8	11
59	8	12
60	8	13
61	9	10
62	9	11

63	9	12
64	9	13
65	10	11
66	10	12
67	10	13
68	11	12
69	11	13
70	12	13

Atribuir_Propriedades

ID ELEM Material Seção

1.	1.	1.
2.	1.	1.
3.	1.	1.
4.	1.	1.
5.	1.	1.
6.	1.	1.
7.	1.	1.
8.	1.	1.
9.	1.	1.
10.	1.	1.
11.	1.	1.
12.	1.	1.
13.	1.	1.
14.	1.	1.
15.	1.	1.
16.	1.	1.
17.	1.	1.
18.	1.	1.
19.	1.	1.

20.	1.	1.
21.	1.	1.
22.	1.	1.
23.	1.	1.
24.	1.	1.
25.	1.	1.
26.	1.	1.
27.	1.	1.
28.	1.	1.
29.	1.	1.
30.	1.	1.
31.	1.	1.
32.	1.	1.
33.	1.	1.
34.	1.	1.
35.	1.	1.
36.	1.	1.
37.	1.	1.
38.	1.	1.
39.	1.	1.
40.	1.	1.
41.	1.	1.
42.	1.	1.
43.	1.	1.
44.	1.	1.
45.	1.	1.
46.	1.	1.
47.	1.	1.
48.	1.	1.
49.	1.	1.
50.	1.	1.
51.	1.	1.
52.	1.	1.

53. 1. 1.
54. 1. 1.
55. 1. 1.
56. 1. 1.
57. 1. 1.
58. 1. 1.
59. 1. 1.
60. 1. 1.
61. 1. 1.
62. 1. 1.
63. 1. 1.
64. 1. 1.
65. 1. 1.
66. 1. 1.
67. 1. 1.
68. 1. 1.
69. 1. 1.
70. 1. 1.

=====

Material

ID Mód. de elasticidade Densidade

1 2.000000E+011 1.0000000E+003

=====

Secao

ID Área em m²

1 0.00000d0

=====