

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ

PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**Controlador TFL/LTR Aplicado ao
Controle de Sistemas em Rede Suscetíveis
a Perdas de Comunicação**

João Filipe Renó Peixoto de Azevedo Silva

Itajubá, 2019

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ

PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

João Filipe Renó Peixoto de Azevedo Silva

Controlador TFL/LTR Aplicado ao Controle de Sistemas em Rede Suscetíveis a Perdas de Comunicação

Dissertação submetida ao programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Ciência em Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Automação e Sistemas Elétricos Industriais

Orientador: Prof. Dr. Jeremias Barbosa Machado

Co-Orientador: Prof. Dr. Luís Henrique de Carvalho Ferreira

Itajubá, 2019

Agradecimentos

Agradeço aos meus pais pelo incentivo e pela confiança em mim depositados, além dos sacrifícios pessoais e financeiros que fizeram para que pudesse chegar a esse ponto. A eles devo tudo.

Ao meu irmão Pedro Henrique e minha namorada Gabriela, que me encorajaram a seguir a carreira acadêmica e a perseguir o posto de docente que almejo tanto. Por seu carinho e companheirismo durante os momentos bons e ruins, meu muito obrigado.

Aos professores Dr. Jeremias Barbosa Machado e Dr. Luís Henrique de Carvalho Ferreira, que me guiaram e apoiaram desde a graduação e aceitaram continuar a me orientar no Mestrado, meus sinceros agradecimentos.

Por fim, agradeço por todas as amizades feitas no grupo de pesquisa de Microeletrônica, que pelas trocas de conhecimento e experiências, ratificaram meu apreço pela carreira acadêmica.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Resumo

Esta dissertação apresenta um controlador tolerante a falhas para um sistema contendo canais de comunicação suscetíveis a perda de dados. O sistema é representado por uma planta de tanque quádruplo em que a transmissão de dados entre controlador e planta é feita através de enlaces de rede. Propõe-se o uso da classe de controladores *Target Feedback Loop/Loop Transfer Recovery*, capaz de lidar passivamente com a perda intermitente do sinal dos atuadores ou sensores. Sob o cenário supracitado, descreve-se a estrutura do controlador e os cálculos necessários para sua construção, bem como as estratégias de modelagem matemática das falhas de transporte de dados. Ao empregar o compensador projetado, os resultados obtidos nas simulações mostram que a resposta do sistema se mantém estável e com rastreamento adequado da referência, mesmo frente à perda de um atuador ou sensor.

Palavras Chave: TFL/LTR. Controle Multivariável. Tolerante a Falhas. Transmissão com Perdas.

Abstract

This dissertation presents a fault-tolerant controller applied to a system containing communication channels susceptible to data loss. The system is represented by a quadruple-tank plant in which the data transmission between the controller and the plant is done through network links. The Target Feedback Loop/Loop Transfer Recovery controller class, capable of dealing passively with the intermittent loss of the actuator or sensor signal, is employed. In this scenario, the controller structure and the calculations necessary for its construction are described, as well as the mathematical modeling strategies of the data transport faults. By employing the designed compensator, the results obtained in the simulations show that the system response remains stable and with proper reference tracking, even in the event of an actuator or sensor data loss.

Keywords: TFL/LTR. Multivariable Control. Fault Tolerant. Lossy Transmission.

Sumário

Lista de Figuras	vi
Lista de Tabelas	viii
Lista de Nomenclaturas	ix
1 Introdução	1
1.1 Objetivos	2
1.2 Organização do Trabalho	2
2 Fundamentação Teórica	4
2.1 Princípios de Controle	4
2.1.1 LQR e LQE	4
2.1.2 Controlador LQG/LTR	6
2.2 Método TFL/LTR	8
2.3 Comunicação em Rede	13
2.4 Metodologia Proposta	15
3 Estudo de Caso	18
3.1 Processo de Quatro Tanques	18

3.2	Caracterização do Modelo Matemático	19
3.3	Linearização do Modelo Matemático	20
3.4	Projeto dos Controladores PRI	22
3.4.1	Projeto das Malhas Objetivo	22
3.4.2	Projeto das Malhas de Recuperação	23
3.5	Testes e Simulações PRI	24
3.6	Projeto dos Controladores PRO	29
3.6.1	Projeto das Malhas Objetivo	29
3.6.2	Projeto das Malhas de Recuperação	30
3.7	Testes e Simulações PRO	31
4	Conclusões	36
	Referências Bibliográficas	37

Lista de Figuras

2.1	Diagrama de blocos de um sistema controlado por LQG.	6
2.2	Estrutura A para construção do controlador TFL/LTR	11
2.3	Estrutura B, específica para construção do controlador TFL/LTR-PRI	11
2.4	Estrutura C, específica para construção do controlador TFL/LTR-PRO	12
2.5	Diagrama de blocos que representa a estratégia <i>zero-input</i> para perdas de ação de controle.	14
2.6	Diagrama de blocos que representa a estratégia <i>hold-input</i> para perdas de ação de controle.	14
2.7	Diagrama de blocos que representa a estratégia <i>zero-input</i> para perdas de sensoramento.	15
2.8	Diagrama de blocos que representa a estratégia <i>hold-input</i> para perdas de sensoramento.	15
3.1	Diagrama representativo da planta de tanque quádruplo.	19
3.2	Valores singulares das malhas $K(s)G(s)$ e $Tr(s)$	24
3.3	Diagrama da planta de tanque quádruplo controlado.	25
3.4	Diagrama de blocos em Simulink do sistema.	25
3.5	Sinal representativo das perdas de comunicação, com $P(\gamma(t) = 1) = 0,7$	26

3.6	Comportamento das entradas e saídas da planta frente a falhas intermitentes de comunicação modeladas por <i>zero-input</i> , controladas por um compensador TFL/LTR.	27
3.7	Comportamento das entradas e saídas da planta frente a falhas intermitentes de comunicação modeladas por <i>zero-input</i> , controladas por um compensador LQG/LTR.	27
3.8	Comportamento das entradas e saídas da planta frente a falhas intermitentes de comunicação modeladas por <i>hold-input</i> , controladas por um compensador TFL/LTR.	28
3.9	Comportamento das entradas e saídas da planta frente a falhas intermitentes de comunicação modeladas por <i>hold-input</i> , controladas por um compensador LQG/LTR.	29
3.10	Valores singulares das malhas $G(s)K(s)$ e $Tf(s)$.	31
3.11	Diagrama da planta de tanque quádruplo controlado.	31
3.12	Diagrama de blocos em Simulink do sistema.	32
3.13	Sinal representativo das perdas de comunicação, com $P(\eta(t) = 1) = 0,7$.	32
3.14	Comportamento das saídas da planta e das variáveis Δh_i frente a falhas intermitentes de comunicação modeladas por <i>zero-input</i> , controladas por um compensador TFL/LTR.	33
3.15	Comportamento das saídas da planta e das variáveis Δh_i frente a falhas intermitentes de comunicação modeladas por <i>zero-input</i> , controladas por um compensador LQG/LTR.	33
3.16	Comportamento das saídas da planta e das variáveis Δh_i frente a falhas intermitentes de comunicação modeladas por <i>hold-input</i> , controladas por um compensador TFL/LTR.	34
3.17	Comportamento das saídas da planta e das variáveis Δh_i frente a falhas intermitentes de comunicação modeladas por <i>hold-input</i> , controladas por um compensador LQG/LTR.	35

Lista de Tabelas

3.1	Parametrização das constantes da planta.	20
3.2	Parametrização do ponto de operação.	21

Lista de Abreviações

TFL/LTR Target Feedback Loop/Loop Transfer Recovery

LQG/LTR Linear Quadratic Gaussian/Loop Transfer Recovery

LQR Linear Quadratic Regulator

Q Matriz de ponderação de importância de estabilização dos estados

R Matriz de ponderação do consumo de energia das entradas do sistema

K_r Ganho do Regulador LQR

LQE Linear Quadratic Estimator

V_d Matriz de covariâncias do distúrbio no vetor de estados

V_n Matriz de covariâncias do ruído no vetor de saídas

K_f Ganho do Estimador LQE

PRI Perturbations Reflected to Input

PRO Perturbations Reflected to Output

LLR Linear Lyapunov Regulator

K_{LLR} Ganho do Regulador LLR

LF Lyapunov Filter

K_{LF} Ganho do Estimador LF

MG Margem de Ganho

MF Margem de Fase

MIMO Multiple Input Multiple Output

1 Introdução

Técnicas de controle evoluem junto das tecnologias que as empregam. A exemplo do controle de nível de líquido, seu desenvolvimento pode ser traçado desde os antigos relógios de água gregos de Ktesibios, que mantinham o nível de líquido estável por meio de boias e recipientes cônicos [1], aos controles modernos com sensoramento e atuadores elétricos, intermediados por algoritmos de controle e filtragem de ruídos. Em âmbito acadêmico, uma planta experimental de tanques é um dos mais simples e eficazes artifícios para o estudo de controle retroativo, linearização de sistemas, entre outros tópicos. Além disso, por ser amplamente utilizado em usinas hidroelétricas, indústrias químicas, petroquímicas e alimentícias, o controle de nível é tópico de constante estudo e aperfeiçoamento.

A ascensão das tecnologias de comunicação em redes sem fio vem atraindo a atenção dos pesquisadores, de forma que plantas e controladores podem então se interconectar, compartilhando o meio de transmissão. Mas, ao passo que isso reduz os custos de instalação e manutenção, a confiabilidade do sistema também é diminuída, pois a efetividade da comunicação afeta diretamente seu comportamento dinâmico. Problemas inerentes à essa metodologia, como atrasos de transmissão, perda de dados ou de sincronia, se tornam ainda mais evidentes com os avanços que permitiram que essa comunicação em rede não necessitasse mais de conexões físicas. Assim sendo, caso se deseje fazer uso desta comunicação, é vital que esses sistemas sejam projetados de modo a serem robustos às incertezas da rede antes de serem implementados [2].

A fim de proporcionar esta robustez supracitada, é preciso adicionar ao sistema um controlador capaz de minimizar a influência da perda de dados em transmissão na saída da planta. Prakash [3] propôs uma nova classe de controlador robusto que generalizava a metodologia *Linear Quadratic Gaussian/Loop Transfer Recover* (LQG/LTR), popularizada por Athans [4] e Stein [5], introduzindo novos reguladores e filtros que ampliam suas margens de estabilidade. A essa nova classe foi atribuído o nome *Target Feedback Loop/Loop Transfer*

Recover (TFL/LTR). Apesar de requerer, pelos equacionamentos de Lyapunov utilizados, que a planta controlada seja estável em malha aberta, as maiores margens permitem que as saídas do sistema mantenham-se estáveis frente a falhas de atuadores ou sensores. Outros autores como Cavalca [6], Pereira [7] e Maddalena [8] estudam diferentes aplicações desta classe de controlador, sob diferentes estruturas e tipos de falha. Com as estratégias de modelagem de falhas de rede, apresentadas no artigo de Schenato [9], é possível atribuir às perdas de dados em transmissão uma roupagem de incerteza do sistema, tornando viável a aplicação do controlador TFL/LTR. Sendo assim, o sistema lida passivamente com as possíveis falhas de comunicação ao invés de tratá-las ativamente em uma tentativa de recuperar o sinal perdido.

1.1 Objetivos

O foco primário deste trabalho é mesclar as metodologias supracitadas, de forma a conferir ao sistema a capacidade de tolerar falhas de comunicação passivamente, através da classe de controlador robusto TFL/LTR. Para tal, pretende-se:

- Projetar um controlador robusto da classe TFL/LTR;
- Aplicar este em um sistema de controle de nível cuja comunicação entre controlador e planta é feita por um enlace de rede passível de perda de dados;
- Submeter o sistema a falhas de comunicação intermitentes, quando estas ocorrem repetida e aleatoriamente dentro do período da simulação, e observar se suas respostas convergem a valores próximos aos estipulados como ponto de operação.
- Comparar as respostas obtidas com as de um sistema controlado por um compensador LQG/LTR, a fim de comprovar se a classe TFL/LTR apresenta melhores resultados de robustez por incluir o zero em suas margens de ganho.

1.2 Organização do Trabalho

Este trabalho está organizado da seguinte maneira:

O Capítulo 2 apresenta a revisão teórica dos temas abordados. Após uma breve revisão de princípios de controle, descreve-se o método de controle LQG/LTR, tratando

suas características, o cálculo de suas matrizes de ganhos e suas margens de estabilidade. A partir deste, o método TFL/LTR é apresentado, ilustrando suas diferenças e vantagens em relação ao anterior. Somado a isso, estuda-se o uso de sistemas controlados em rede. São apresentados os desafios referentes a aplicação desta metodologia, e fatores que podem causar a perda de comunicação entre pontos do sistema. As estratégias de modelagem das falhas de transmissão *zero-input* e *hold-input* são ilustradas e equacionadas.

No Capítulo 3, é descrita a planta na qual o trabalho foi testado, um conjunto de quatro tanques acoplados em pares. A partir de seu modelo dinâmico, propõe-se a mescla das teorias descritas no capítulo prévio, com o intuito de dar uma aplicação prática ao método TFL/LTR. Neste mesmo capítulo, foram calculados os ganhos do método de controle proposto, bem como os ganhos de um compensador LQG/LTR para fins de comparação. Ao inserir o controlador proposto em um cenário de transmissão em rede, onde a ocorrência de falhas de comunicação é intrínseca ao canal utilizado, coloca-se a prova sua funcionalidade e usabilidade. Compara-se também as respostas obtidas pela aplicação das diferentes modelagens de falhas, descritas no Capítulo 2.

Por fim, o Capítulo 4 apresenta as conclusões do trabalho e propõe um tema a ser pesquisado futuramente.

2 Fundamentação Teórica

Este capítulo apresenta a base teórica na qual a dissertação se respaldou. Inicia-se trazendo ao leitor fundamentos de controle ótimo, necessários para o entendimento do funcionamento do controlador proposto e das limitações de sua aplicação. A seguir, traz-se a definição da metodologia de controle proposta, *Target Feedback Loop/Loop Transfer Recover* (TFL/LTR). Com a definição, descreve-se os cálculos de suas matrizes de ganho e as estruturas de construção do controlador. Finda-se o capítulo com um breve estudo sobre sistemas controlados em rede, os tipos de falhas a que um sistema do tipo está suscetível e duas diferentes modelagens matemáticas para introduzir esta falha no equacionamento do sistema.

2.1 Princípios de Controle

2.1.1 LQR e LQE

A alocação arbitrária de polos não é sempre a melhor opção ao projetista. Ao impor, por exemplo, polos muito rápidos ao controlador, a fim de que ele estabilize no menor tempo possível, o sistema pode acabar tendo um alto consumo de energia, possivelmente saturando os atuadores da planta. A fim de encontrar os melhores autovalores para o controle e a observação de um dado sistema, foram desenvolvidos métodos como o LQR (do inglês *Linear Quadratic Regulator*) e o LQE (do inglês *Linear Quadratic Estimator*).

O LQR é um controlador que gera uma matriz de ganhos K_r a partir das matrizes A e B e da minimização de uma função de custo J_r . Esta, por sua vez equilibra a eficiência do sistema controlado e o custo de energia do sinal de entrada. A função J_r é dada pela

equação (2.1):

$$J_r = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (2.1)$$

sendo Q a matriz de ponderação de importância de estabilização dos estados a serem controlados, e R a matriz de ponderação do uso de energia da(s) entrada(s) do sistema. Ambas Q e R devem ser simétricas e definidas positivas.

A função J_r tem custo mínimo quando a equação (2.2) é verdadeira [10].

$$A^T P + P A + Q - P B R^{-1} B^T P = 0 \quad (2.2)$$

Sendo assim, o ganho LQR é obtido pela equação (2.3) [11].

$$K_r = R^{-1} B^T P \quad (2.3)$$

O Estimador Linear Quadrático (LQE) é um observador que gera uma matriz de ganhos K_f a partir das matrizes A e C e da minimização de uma função de custo J_e . Considera-se um sistema dinâmico representado na equação (2.4):

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A x(t) + B u(t) + \omega_d(t) \\ y(t) &= C x(t) + \omega_n(t) \end{aligned} \quad (2.4)$$

em que ω_d simboliza um distúrbio branco Gaussiano no vetor de estados, e ω_n um ruído branco Gaussiano no vetor de saídas. Ambos possuem média nula e covariâncias V_d e V_n , respectivamente. O objetivo do LQE é gerar o ganho do observador, minimizando J_e [10]. Sendo \mathbb{E} definido em teoria de probabilidades como valor esperado, na função de custo J_e , dada pela equação (2.5)

$$J_e = \mathbb{E}(\epsilon^T \epsilon) = \mathbb{E}((x - \hat{x})^T (x - \hat{x})) \quad (2.5)$$

o erro quadrático torna-se menor quanto melhor estimado o sistema. Esta minimização é feita pela escolha das matrizes V_d , que pondera a importância em filtrar distúrbios na dinâmica do modelo, e V_n , que pondera a importância em filtrar ruídos nas medições de saída. Ambas V_d e V_n devem ser simétricas e definidas positivas.

A função J_e tem custo mínimo quando a equação (2.6) é verdadeira [10].

$$MA^T + AM - MC^T V_n^{-1} CM + V_d = 0 \quad (2.6)$$

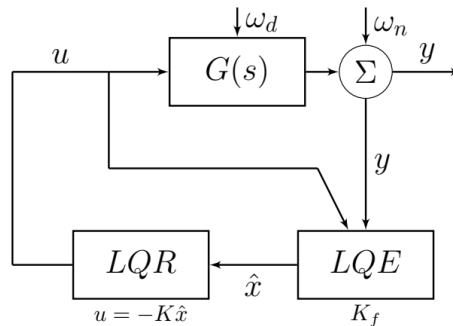
Sendo assim, o ganho LQE é obtido pela equação (2.7) [11].

$$K_f = MC^T V_n^{-1} \quad (2.7)$$

2.1.2 Controlador LQG/LTR

Admita um sistema controlável e observável. É possível desenvolver para ele então um controlador ótimo utilizando o método LQR e um observador ótimo pelo método LQE. Segundo o Princípio da Separação, a combinação destes mantém as características ótimas de ambos e é chamado de controlador Gaussiano Linear Quadrático (LQG) [12]. A Figura 2.1 ilustra o sistema com este controlador, e seu equacionamento é dado pela equação (2.8).

Figura 2.1: Diagrama de blocos de um sistema controlado por LQG.



$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} &= (A - K_f C)\epsilon + \omega_d - K_f \omega_n \\ \dot{x} &= Ax - BK_r x + BK_r(x - \hat{x}) + \omega_d \\ \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\epsilon} \end{bmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} (A - BK_r) & BK_r \\ 0 & (A - K_f C) \end{bmatrix}}_{\beta} \begin{bmatrix} x \\ \epsilon \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I & 0 \\ I & -K_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_d \\ \omega_n \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.8)$$

Na equação (2.8) acima, β possui dinâmica estável, pois seus autovalores são os autovalores de $(A - BK_r)$ e $(A - K_f C)$, que são estáveis.

Entretanto, as propriedades combinadas de ambos estão apenas relacionadas ao de-

sempenho do sistema, ou seja, da sua capacidade de estabilizar em um ponto de operação e de estimar seus estados. Ao combiná-los, perde-se robustez, ou a medida de o quão sensível é o sistema a incertezas, atrasos de transporte, falhas e distúrbios [12].

Para isso, foi introduzido o princípio de Recuperação da Malha Objetivo (LTR) [13]. Este método é dividido em duas estratégias, as quais dependem do ponto do sistema em que pretende-se ter maior robustez. Estas estratégias são chamadas de Perturbações Refletidas nas Entradas (PRI) e Perturbações Refletidas nas Saídas (PRO) [14].

Para a estratégia PRI (PRO), o procedimento de cálculo do controlador se inicia ao determinar a matriz de ganhos K_r (K_f). Esta primeira fase define a matriz de transferência que representa a dinâmica desejada na saída do sistema. Para as estratégias anteriormente citadas, estas matrizes são respectivamente representadas pelas equações (2.9a) e (2.9b).

$$T_r(s) = K_r(sI - A)^{-1}B \quad (2.9a)$$

$$T_f(s) = C(sI - A)^{-1}K_f \quad (2.9b)$$

Desta forma, ao apresentar a dinâmica T_r (T_f) na saída do sistema, a estratégia PRI (PRO) garante maior robustez contra distúrbios e incertezas de modelagem nas entradas (saídas) da planta.

Dada a dinâmica desejada, a fase LTR agrega ao compensador um estimador ótimo (PRI), ou um controlador ótimo (PRO). Deseja-se incrementar ao compensador as propriedades de estimação ou controle, mas de forma que estas não interfiram na robustez do sistema. Assim, calcula-se nesta fase o ganho K_f para a estratégia PRI, com o intuito de aproximar o produto $K(s)G(s)$ da malha objetivo T_r . De modo análogo, determina-se o ganho K_r para a estratégia PRO, a fim de aproximar o produto $G(s)K(s)$ da malha objetivo T_f .

Para o ganho K_f calculado na fase LTR, a equação (2.6) é modificada de forma a gerar a equação (2.10)

$$MA^T + AM - MC^T V_n^{-1} CM + q^2 BB^T = 0 \quad (2.10)$$

sendo q um valor real escalar. Ao passo que q aumenta, mais próximo $K(s)G(s)$ se torna de T_r [15]. O ganho K_f é calculado pela equação (2.11).

$$K_f = MC^T V_n^{-1} \quad (2.11)$$

Analogamente, para o ganho K_r , na fase LTR, a equação (2.2) é modificada de forma a gerar a equação (2.12)

$$A^T P + PA + q^2 C^T C - PBR^{-1}B^T P = 0 \quad (2.12)$$

sendo q um valor real escalar. Ao passo que q aumenta, mais próximo $G(s)K(s)$ se torna de T_f . O ganho K_r é calculado pela equação (2.13).

$$K_r = R^{-1}B^T P \quad (2.13)$$

Desta forma, o controlador LQG/LTR ainda possui as características de controle e estimação dos métodos LQR e LQE, mas cabe ao projetista elencar qual delas terá maior influência na planta controlada de acordo com seus requisitos de robustez. As margens garantidas de ganho e fase para o controlador LQG/LTR são de $[0,5, \infty)$ e $[-60, +60]$ respectivamente [16].

2.2 Método TFL/LTR

TFL/LTR é um termo apresentado pela primeira vez por Prakash em [3] e representa uma classe de controladores robustos que garante margens de ganho e fase mais abrangentes que o método LQG/LTR, do qual esse é generalizado. Seu procedimento de construção, assim como o do LQG/LTR, consiste em dois passos: definir a malha de retroação (TFL), a depender da necessidade de estabilidade robusta frente a falhas nos atuadores ou sensores da planta, e definir a matriz de ganhos que recupera a malha objetivo (LTR).

Na fase LTR, ao invés de utilizar de equações de Riccati (2.2) e (2.6) para o cálculo de minimização de custo das funções J , como se faz em LQG/LTR, esta metodologia se baseia nas equações do Regulador Linear de Lyapunov (LLR) e do Filtro de Lyapunov (LF) para este mesmo fim.

Para a implementação desta metodologia, admite-se uma planta G linear e invariante no tempo, com $D = 0^{q \times p}$, estável em malha aberta, de fase mínima, controlável e observável. Deseja-se que G seja robusta a perturbações refletidas nas entradas (PRI). Dada uma matriz $Q_{LLR} = Q_{LLR}^T \geq 0$, $Q_{LLR} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, a equação de Lyapunov (2.14)

$$A^T P_{LLR} + P_{LLR}A + Q_{LLR} = 0 \quad (2.14)$$

possui uma solução única $P_{LLR} = P_{LLR}^T \geq 0$, $P_{LLR} \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Dada uma matriz $R_{LLR} = R_{LLR}^T \geq 0$, $R_{LLR} \in \mathbb{R}^{p \times p}$, o Regulador Linear de Lyapunov (LLR) é um ganho de retroação dado pela equação (2.15):

$$K_{LLR} = R_{LLR}^{-1} B^T P_{LLR}. \quad (2.15)$$

Teorema 2.2.1 (Prakash [3]). *Se o ganho LLR foi projetado com $Q_{LLR} > 0$ e $R_{LLR} > 0$ diagonais, garante-se que:*

$$MG : [0, \infty) \quad (2.16a)$$

$$MF : [-90, +90] \text{ graus} \quad (2.16b)$$

sendo que MG define as margens de ganho e MF as margens de fase do sistema em malha fechada.

Logo, segundo o Teorema 2.2.1, o ganho dos sinais de entrada do sistema pode ser reduzido a zero sem que este perca a estabilidade, garantindo que falhas nos atuadores sejam toleradas sem a necessidade de compensação ativa do sinal perdido. Entretanto, esta tolerância passiva só é atendida se o sistema for estável em malha aberta.

Analogamente, admite-se uma planta G de características similares às supracitadas. Deseja-se projetar um controlador a fim de garantir ao sistema robustez a perturbações refletidas nas saídas (PRO). Dada uma matriz $V_{dLF} = V_{dLF}^T \geq 0$, $V_{dLF} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, a equação de Lyapunov (2.17)

$$AM_{LF} + M_{LF}A^T + V_{dLF} = 0 \quad (2.17)$$

possui uma solução única $M_{LF} = M_{LF}^T \geq 0$, $M_{LF} \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Dada uma matriz $V_{nLF} = V_{nLF}^T \geq 0$, $V_{nLF} \in \mathbb{R}^{p \times p}$, o Filtro de Lyapunov (LF) terá um ganho dado pela equação (2.18):

$$K_{LF} = M_{LF} C^T V_{nLF}^{-1} \quad (2.18)$$

Teorema 2.2.2 (Prakash [3]). *Se o ganho LF foi projetado com $V_{dLF} > 0$ e $V_{nLF} > 0$*

diagonais, garante-se que:

$$MG : [0, \infty) \quad (2.19a)$$

$$MF : [-90, +90] \text{ graus} \quad (2.19b)$$

sendo que MG define as margens de ganho e MF as margens de fase do sistema em malha fechada.

Assim, baseado no Teorema 2.2.2, o ganho dos sinais de saída do sistema pode ser reduzido a zero sem que este perca a estabilidade, garantindo que falhas nos sensores sejam toleradas sem a necessidade de compensação ativa do sinal perdido.

As provas matemáticas dos Teoremas 2.2.1 e 2.2.2 encontram-se em [3].

É importante ressaltar que a escolha das matrizes Q e R , para ambas as estratégias PRI e PRO, depende das características de resposta desejadas, mas não há um cálculo exato para seus valores. Logo, cabe ao projetista testar diferentes matrizes a fim de encontrar as que lhe atendam.

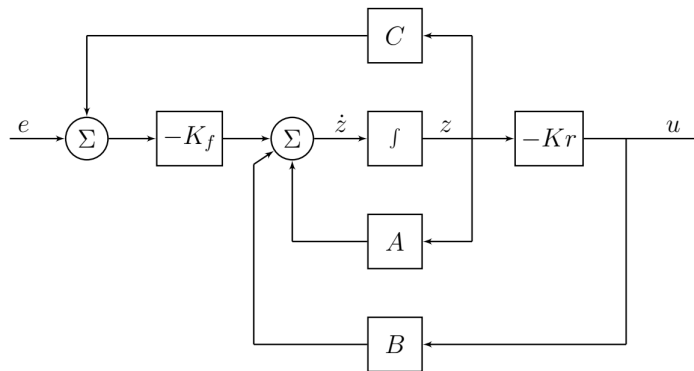
Uma vez realizado o procedimento anterior, aplica-se então o princípio LTR, responsável por determinar o ganho capaz de aproximar a malha objetivo do produto controlador-planta $K(s)G(s)$ ou planta-controlador $G(s)K(s)$. Isto é feito para a classe TFL/LTR da mesma forma apresentada nas equações (2.10), (2.11), (2.12) e (2.13).

Apesar do método gerar um compensador de parâmetros fixos, como o LQG/LTR, é possível escolher a estrutura sobre a qual criar o controlador. Este trabalho apresentará três das mais conhecidas, sendo a primeira a comumente utilizada para controladores LQG/LTR, apresentada por Athans em [4]. Neste estudo, refere-se a esta estrutura como Estrutura A. Sendo $z(t)$ o vetor de estados internos ao controlador, e $e(t)$ a diferença entre as saídas do sistema e os valores de referência, o diagrama de blocos desta estrutura é ilustrado na Figura 2.2, e suas equações diferenciais e matriz de transferência são descritas pela equação (2.20).

$$K_A(t) : \begin{cases} \dot{z}(t) = Az(t) + Bu(t) - K_f[e(t) + Cz(t)] \\ u(t) = -K_r z(t) \end{cases} \quad (2.20)$$

$$K_A(s) = K_r(sI - A + BK_r + K_f C)^{-1} K_f$$

Figura 2.2: Estrutura A para construção do controlador TFL/LTR



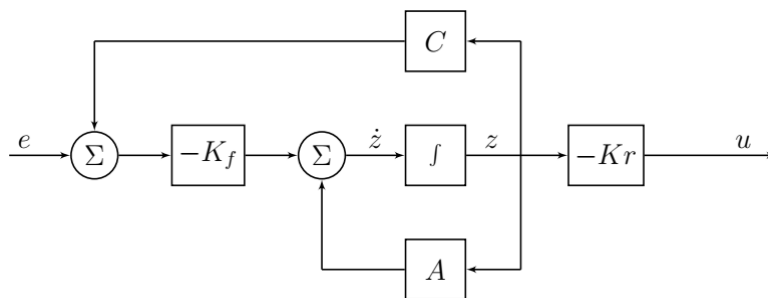
Por ser a Estrutura A a mesma utilizada para o desenvolvimento de controladores LQG/LTR, esta pode ser aplicada tanto para projetos PRI e PRO. Esta afirmação não pode ser feita, todavia, para as próximas duas estruturas.

A Estrutura B, desenvolvida especificamente para tratar casos PRI, foi apresentada inicialmente em [17], enquanto a estrutura C, desenvolvida para tratar casos PRO, foi proposta por Prakash em [3]. Seus diagramas de blocos são ilustrados, respectivamente, nas Figuras 2.3 e 2.4, e suas equações diferenciais e matriz de transferência são apresentadas nas equações (2.21) e (2.22).

$$K_B(t) : \begin{cases} \dot{z}(t) = Az(t) - K_f[e(t) + Cz(t)] \\ u(t) = -K_r z(t) \end{cases} \quad (2.21)$$

$$K_B(s) = K_r(sI - A + K_f C)^{-1} K_f$$

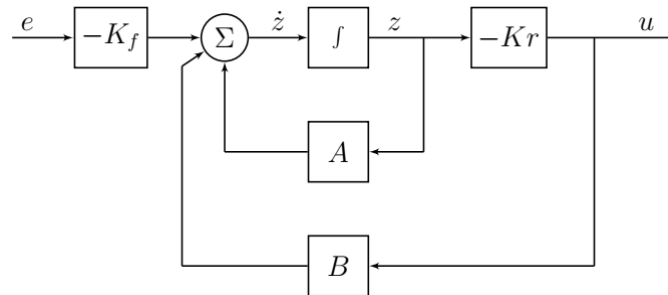
Figura 2.3: Estrutura B, específica para construção do controlador TFL/LTR-PRI



$$K_C(t) : \begin{cases} \dot{z}(t) = Az(t) + Bu(t) - K_f e(t) \\ u(t) = -K_r z(t) \end{cases} \quad (2.22)$$

$$K_C(s) = K_r(sI - A + BK_r)^{-1} K_f$$

Figura 2.4: Estrutura C, específica para construção do controlador TFL/LTR-PRO



Um estudo mais rigoroso sobre a diferença da dinâmica do sistema tendo K construído em diferentes estruturas pode ser encontrado em [18]. Em suma, para um mesmo grau de recuperação, o ganho LTR nas estruturas B e C será menor que na estrutura A.

Sendo assim, a construção do controlador TFL/LTR pode ser resumida no seguinte procedimento sequencial:

1. Modelar a planta G a ser controlada em Espaço de Estados;
2. Garantir que G cumpra os requisitos para a aplicação do método de controle proposto;
3. Definir se a planta deverá ser robusta a perturbações refletidas nas entradas (PRI) ou saídas (PRO);
4. Para PRI (PRO), calcular o ganho K_{LLR} (K_{LF}) para definir a malha objetivo;
5. Para PRI (PRO), calcular o ganho K_f (K_r) para recuperar a dinâmica especificada pela malha objetivo;
6. Desenvolver o controlador K com os ganhos calculados sobre uma das estruturas A, B ou C.

2.3 Comunicação em Rede

A proposta deste trabalho é combinar as teorias de controle, que estuda sistemas dinâmicos interconectados por canais ideais, e de comunicação, que estuda a transmissão de dados por canais passíveis de falha. Segundo Baillieul e Antsaklis [19], as principais dificuldades em unir os campos de estudo estão nas diferenças de ênfase de cada um deles. Em teoria da comunicação, é mais importante transmitir corretamente as informações, mesmo que ocorram atrasos ou perdas durante a transmissão. Em contrapartida, atrasos e perdas são muito mais críticos na teoria de controle, visto que imprecisões nos dados, em geral, pouco afetam a resposta de um sistema controlado por retroalimentação.

O estudo realizado por Hespanha et al. [20] sobre Sistemas Controlados em Rede apresenta e descreve alguns dos obstáculos adicionados ao controle de um sistema ao introduzi-lo em uma rede compartilhada, ao invés de usar conexões independentes dedicadas a comunicação entre controlador e planta. Entre os problemas que devem ser considerados ao optar pelo uso de sistemas em rede, há a possibilidade de que a informação seja perdida durante a transmissão dos dados. Esta perda é causada geralmente por interferências no meio de comunicação, ou estouro dos *buffer* de envio e recepção causados pelo congestionamento da rede. As perdas por interferência são ainda maiores em redes Wireless, pela falta de um meio físico de comunicação, e são agravadas caso existam outras redes comunicando no mesmo espaço.

Ao adotar um valor de tempo máximo de recepção de dados da rede, Δt , transmissões com atraso superior a este podem ser consideradas perdidas e tratadas como tal.

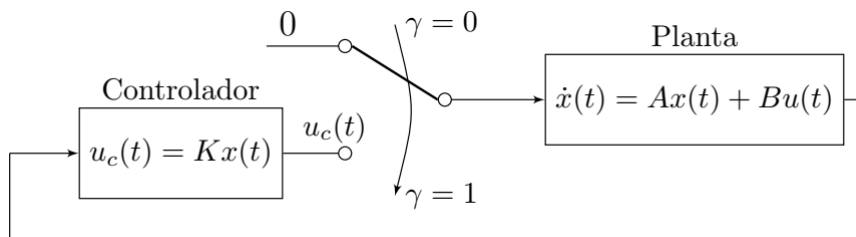
Para integrar as duas teorias descritas, é necessário introduzir matematicamente as falhas de rede no sistema a ser controlado. Schenato [9] analisa duas estratégias para modelar matematicamente como o sistema interpretaria e reagiria a essas perdas de transmissão. Ambas foram modeladas discretamente, mas nesta dissertação, serão trazidas para o domínio contínuo. Assume-se para a análise a seguir, que as perdas de dados ocorrerão entre controlador e planta. Ou seja, as perturbações serão refletidas na entrada da planta (PRI).

Na primeira modelagem, denominada *zero-input*, utilizada em [21] e [22], se o pacote de dados for devidamente entregue, a entrada atual do sistema $u(t)$ é igual ao valor correto transmitido $u_c(t)$. Caso contrário, a entrada atual do sistema é nula. Sendo assim, $u(t)$ pode ser modelada utilizando uma variável aleatória de Bernoulli γ para simbolizar o sucesso na

transmissão, como descrito na equação (2.23) e ilustrado na Figura 2.5.

$$u(t) = \gamma u_c(t) \quad (2.23)$$

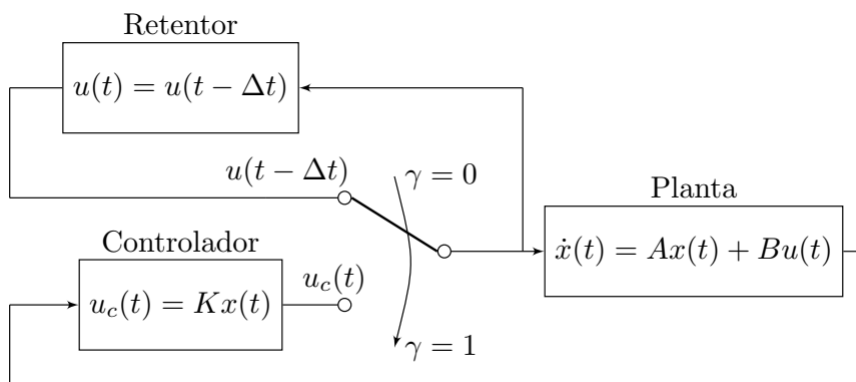
Figura 2.5: Diagrama de blocos que representa a estratégia *zero-input* para perdas de ação de controle.



Já na segunda estratégia, denominada *hold-input*, utilizada em [23], retém-se o pacote transmitido na última comunicação bem sucedida. Se o pacote for devidamente entregue, a entrada atual do sistema é igual ao valor correto transmitido. Caso contrário, a planta recebe como entrada o valor armazenado no retentor, que corresponde ao último valor transmitido corretamente. A Figura 2.6 ilustra o modelo descrito, enquanto a equação (2.24), utilizando da mesma variável γ previamente citada, o descreve.

$$u(t) = \gamma u_c(t) + (1 - \gamma)u(t - \Delta t) \quad (2.24)$$

Figura 2.6: Diagrama de blocos que representa a estratégia *hold-input* para perdas de ação de controle.

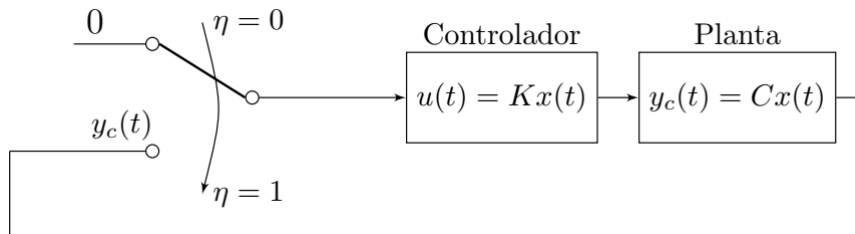


São descritas a seguir as estratégias de modelagem *zero-input* e *hold-input* para o cenário em que as perdas ocorrerão entre planta e controlador. Ou seja, as perturbações serão refletidas na saída da planta (PRO). Para tal, utiliza-se uma variável aleatória de Bernoulli η para simbolizar o sucesso na transmissão. Desta forma, a estratégia *zero-input*

para perdas de sensoreamento é descrita na equação (2.25) e ilustrada na Figura 2.7.

$$y(t) = \eta y_c(t) \quad (2.25)$$

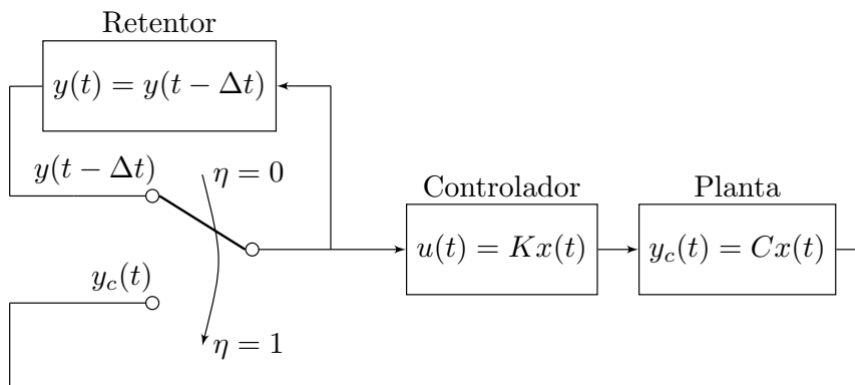
Figura 2.7: Diagrama de blocos que representa a estratégia *zero-input* para perdas de sensoreamento.



De modo análogo, a estratégia *hold-input* para perdas de sensoreamento é descrita na equação (2.26) e ilustrada na Figura 2.8.

$$y(t) = \eta y_c(t) + (1 - \eta)y(t - \Delta t) \quad (2.26)$$

Figura 2.8: Diagrama de blocos que representa a estratégia *hold-input* para perdas de sensoreamento.



2.4 Metodologia Proposta

Descritas as teorias acima, propõe-se neste estudo combiná-las. As modelagens *zero-input* e *hold-input* permitem que as falhas de comunicação sejam inseridas no modelo dinâmico do sistema a ser controlado. Supõe-se um sistema G_{in} , com comunicação em rede entre controlador e planta. Assim, as possíveis falhas ocorreriam na transmissão das ações de controle, ou nas entradas da planta. G_{in} pode ser descrito a partir das equações (2.23) e

(2.24), resultando na equação (2.27).

$$G_{in}(t) : \begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B\gamma u_c(t) \implies \text{zero-input} \\ \dot{x}(t) = Ax(t) + B[\gamma u_c(t) + (1 - \gamma)u(t - \Delta t)] \implies \text{hold-input} \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad (2.27)$$

Com a modelagem de falha inserida no modelo dinâmico, essa pode ser tratada como um distúrbio, ou perturbação, refletida nas entradas da planta. O controlador LQG/LTR, construído sobre a estratégia PRI, confere ao sistema maior robustez contra distúrbios desta categoria. Entretanto, a margem de ganho do controlador TFL/LTR, apresentada no Teorema 2.2.1, inclui o ganho igual a zero, aumentando a robustez conferida ao sistema. Logo, ainda que haja falha de atuadores, a estabilidade do sistema é garantida, respeitando-se as limitações impostas para a aplicação do método [3].

Similarmente, supõe-se um sistema G_{out} , com comunicação em rede entre planta e controlador. Assim, as possíveis falhas ocorreriam na transmissão das medidas sensoreadas, ou nas saídas da planta. G_{out} pode ser descrito a partir das equações (2.25) e (2.26), resultando na equação (2.28).

$$G_{out}(t) : \begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = C\eta x(t) \implies \text{zero-input} \\ y(t) = C[\eta x(t) + (1 - \eta)x(t - \Delta t)] \implies \text{hold-input} \end{cases} \quad (2.28)$$

Com a inserção da falha no modelo, essa pode ser tratada como um distúrbio, ou perturbação, refletida nas saídas da planta. Segundo o Teorema 2.2.2, o controlador TFL/LTR construído sobre a estratégia PRO confere ao sistema maior robustez contra distúrbios desta classe que o controlador LQG/LTR sob mesma parametrização. Assim, ainda que haja falha dos sensores, a estabilidade do sistema é garantida, respeitando-se as limitações impostas para a aplicação do método [3].

A literatura apresenta diferentes trabalhos relacionados a controle em rede, os quais, em sua maioria, apresentam soluções com tratamentos ativos das falhas. Imer et al. [22] utilizam controladores de parâmetros variáveis, a depender da perda de dados. Ling e Lemmon [24] buscam compensar os valores perdidos em transmissão. Garone et al. [25] utilizam de uma abordagem estocástica para tornar um controlador LQG robusto à probabilidade de falhas. Entretanto, propõe-se aqui um tratamento passivo destas perdas, de modo que não

seja necessário detectar, diagnosticar ou tratar suas ocorrências.

Com tais equacionamentos e diagramas, é possível inserir a possibilidade de falha nas simulações. Com o método de controle e as modelagens de falha descritos, faz-se necessário por fim, definir uma planta sobre a qual serão realizados os testes.

3 Estudo de Caso

Este capítulo tem como finalidade apresentar o emprego da metodologia desenvolvida e sua validade. Para tal, aplica-se o controlador no controle de uma planta simulada formada por duas bombas hidráulicas e quatro tanques, interconectados dois a dois, baseada naquela projetada por Johansson, em [26]. Após a descrição do processo, indentifica-se seu modelo não-linear, seguida de sua linearização necessária para projetar os controladores.

Também neste, ilustra-se o cálculo dos ganhos da classe de controlador robusto TFL/LTR, cujas equações estão explicitadas no Capítulo 2, para o controle da planta de Tanque Quádruplo. Projetou-se também um controlador pelo método LQG/LTR, a fim de comparar as respostas que ambos apresentam a um mesmo cenário de testes em termos do rastreamento da referência e do tempo de acomodação das saídas. Com os controladores construídos sob a estratégia PRI, os testes foram realizados com uma falha intermitente na comunicação entre a saída de uma das ações de controle do controlador e seu respectivo atuador na planta, fazendo uso de ambas as modelagens de falhas introduzidas na Seção 2.3. Já sob a estratégia PRO, os testes foram realizados com uma falha intermitente na comunicação entre a saída do subtrator, que calcula a diferença entre o nível medido no tanque 2 e o valor adotado no ponto de operação, e a entrada no controlador, fazendo novamente uso de ambas as modelagens de falhas. Por fim, os resultados obtidos são discutidos.

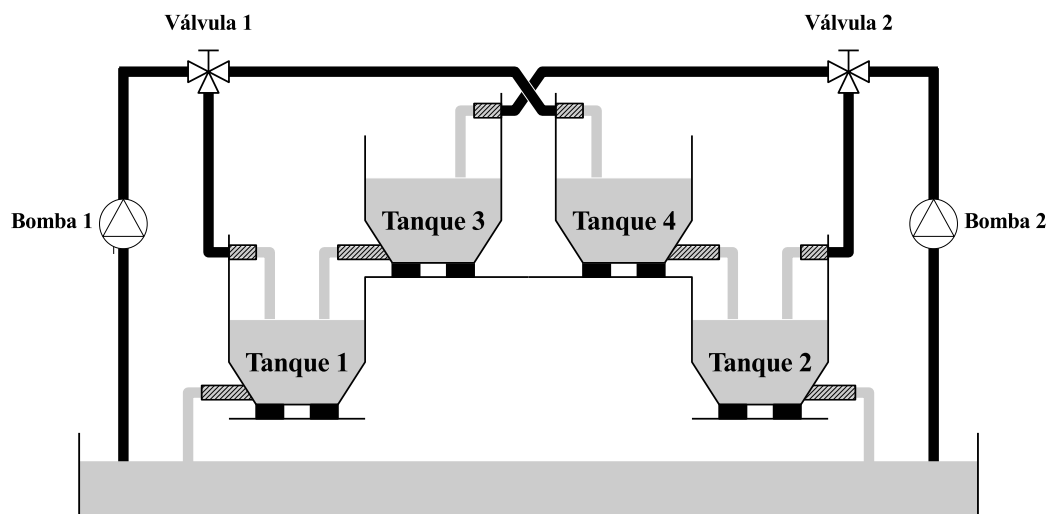
3.1 Processo de Quatro Tanques

A planta estudada, apresentada na Figura 3.1, é composta por quatro tanques, duas bombas, duas válvulas e um reservatório. As bombas conduzem a água do reservatório a suas respectivas válvulas. Estas, por sua vez, direcionam o fluxo de água aos tanques que alimentam, sendo a válvula 1 responsável por abastecer os tanques 1 e 4, e a válvula 2 os

tanques 2 e 3. Além disso, os tanques 3 e 4 possuem aberturas em suas bases que despejam água nos tanques 1 e 2 respectivamente, por ação da gravidade. O ciclo da água na planta é fechado pelo abastecimento do reservatório advindo de aberturas similares nas bases dos tanques 1 e 2.

Este equipamento foi desenvolvido com o objetivo de ilustrar as limitações de desempenho causadas pela alteração da posição dos zeros de um sistema MIMO. Com as entradas sendo as tensões aplicadas nas bombas e as saídas sendo os níveis de líquido nos tanques inferiores, o modelo linear do sistema, a ser descrito na seção 3.3, pode ser alterado pelo posicionamento das válvulas. A variação da porcentagem de fluxo direcionado a cada tanque reposiciona o zero multivariável do modelo linearizado, fazendo com que este possa apresentar características de fase mínima ou de fase não-mínima.

Figura 3.1: Diagrama representativo da planta de tanque quádruplo.



3.2 Caracterização do Modelo Matemático

A planta física foi desenvolvida por Johansson [26], e sua descrição e equacionamento foram obtidos no artigo do mesmo autor. As ações de controle são dadas por v_1 e v_2 (tensões aplicadas nas bombas) e as saídas por y_1 e y_2 (tensão dos sensores de nível). O equacionamento do deste modelo, advindo do balanço de massas e da Lei de Bernoulli, se dá

pela equação (3.1) abaixo:

$$\begin{aligned}
 \frac{dh_1}{dt} &= -\frac{a_1}{A_1} \sqrt{2gh_1} + \frac{a_3}{A_1} \sqrt{2gh_3} + \frac{\alpha_1 k_1}{A_1} v_1 \\
 \frac{dh_2}{dt} &= -\frac{a_2}{A_2} \sqrt{2gh_2} + \frac{a_4}{A_2} \sqrt{2gh_4} + \frac{\alpha_2 k_2}{A_2} v_2 \\
 \frac{dh_3}{dt} &= -\frac{a_3}{A_3} \sqrt{2gh_3} + \frac{(1 - \alpha_2) k_2}{A_3} v_2 \\
 \frac{dh_4}{dt} &= -\frac{a_4}{A_4} \sqrt{2gh_4} + \frac{(1 - \alpha_1) k_1}{A_4} v_1
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

sendo a_i a área de secção transversal do duto de escoamento do tanque i , A_i a área de secção transversal do tanque i , α_i a porcentagem do fluxo direcionado da bomba i aos tanques que alimenta, v_i a ação de controle sobre a bomba i , e h_i o nível da água no tanque i . O parâmetro k_i representam a constante da bomba i , responsável por converter a tensão aplicada na mesma em fluxo. Desta forma, o fluxo de líquido para o Tanque 1 é $\alpha_1 k_1 v_1$, e para o Tanque 4 é $(1 - \alpha_1) k_1 v_1$, semelhantemente aos fluxos nos Tanques 2 e 3.

Os valores dos parâmetros do modelo em equações diferenciais, bem como suas respectivas unidades de medida, são descritos na Tabela 3.1

Tabela 3.1: Parametrização das constantes da planta.

Parâmetro	Unidade	Valor	Parâmetro	Unidade	Valor
A_1, A_3	$[cm^2]$	28	g	$[cm/s^2]$	981
A_2, A_4	$[cm^2]$	32	k_1	$[cm^3/Vs]$	3,33
a_1, a_3	$[cm^2]$	0,071	k_2	$[cm^3/Vs]$	3,35
a_2, a_4	$[cm^2]$	0,057	k_c	$[V/cm]$	0,5

sendo o parâmetro k_c a constante do sensor de nível, responsável por converter a altura de coluna de água medida em tensão.

3.3 Linearização do Modelo Matemático

Para a realização das simulações e testes do método proposto, elege-se o ponto de operação descrito na Tabela 3.2, em torno do qual pretende-se linearizar o modelo dado na equação (3.1). Esta linearização se faz necessária devido a não linearidade do modelo, dada a presença das variáveis de estado dentro de raízes quadradas. É através do modelo linear que se obtém as matrizes A , B e C que representam a planta e são necessárias para o cálculo

do compensador TFL/LTR. O ponto de operação foi escolhido conforme Johansson [26], e adaptado aqui pelo autor, por possuir valores que concedem ao modelo linearizado da planta características de fase mínima.

Tabela 3.2: Parametrização do ponto de operação.

Parâmetro	Unidade	Valor	Parâmetro	Unidade	Valor
h_1^0	[cm]	12,4	h_2^0	[cm]	12,7
h_3^0	[cm]	1,6	h_4^0	[cm]	1,45
v_1^0	[V]	3,0486	v_2^0	[V]	2,9612
α_1		0,7	α_2		0,6

Modelando as variáveis de estado da forma $x_i := h_i - h_i^0$ e as entradas da forma $u_i := v_i - v_i^0$, o espaço de estados que representa o sistema linearizado é descrito pela equação (3.2):

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_1} & 0 & \frac{A_3}{A_1 T_3} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_2} & 0 & \frac{A_4}{A_2 T_4} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_4} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{\alpha_1 k_1}{A_1} & 0 \\ 0 & \frac{\alpha_2 k_2}{A_2} \\ 0 & \frac{(1-\alpha_2)k_2}{A_3} \\ \frac{(1-\alpha_1)k_1}{A_4} & 0 \end{bmatrix} u; \\ y &= \begin{bmatrix} k_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_c & 0 & 0 \end{bmatrix} x \end{aligned} \quad (3.2)$$

com as constantes de tempo definidas por $T_i = \frac{A_i}{a_i} \sqrt{\frac{2h_i^0}{g}}$.

Fazendo as devidas substituições de valores, as matrizes A , B e C obtidas são descritas pela equação (3.3).

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} -0,0159 & 0 & 0,0445 & 0 \\ 0 & -0,0111 & 0 & 0,0327 \\ 0 & 0 & -0,0445 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0,0327 \end{bmatrix} & B &= \begin{bmatrix} 0,0833 & 0 \\ 0 & 0,0628 \\ 0 & 0,0479 \\ 0,0312 & 0 \end{bmatrix} \\ C &= \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,5 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Para o ponto de operação adotado, os polos do sistema acima estão localizados em $-0,0159$, $-0,0111$, $-0,0445$ e $-0,0327$. Já seus zeros estão em $-0,0598$ e $-0,0174$. Portanto, por ter todos seus polos e zeros no semiplano esquerdo, o sistema estudado é estável em malha aberta e possui características de fase mínima. Também, por ambas as matrizes de controlabilidade e observabilidade possuírem posto completo, atesta-se que a planta é controlável e observável. Desta forma, o sistema de Tanque Quádruplo cumpre todos os requisitos necessários à aplicação do método TFL/LTR.

3.4 Projeto dos Controladores PRI

Esta seção apresenta o passo a passo para o cálculo das matrizes de ganho que compõem os controladores TFL/LTR, objeto de estudo do trabalho, e LQG/LTR, de caráter comparativo. Este procedimento inicia-se no projeto das malhas objetivo dos controladores, definidos pelas matrizes de ganho do regulador K_{LLR} e K_r , respectivamente. Em seguida, é calculada a malha LTR de ambos os controladores, responsável pela recuperação dos atributos das malhas objetivo, e definida aqui pela matriz de ganho do filtro K_f para ambos TFL/LTR e LQG/LTR. A subseção a seguir descreve o procedimento do cálculo das malhas objetivo.

3.4.1 Projeto das Malhas Objetivo

O controlador proposto tem o objetivo de garantir a rastreabilidade da saída do sistema no ponto de operação descrito na Seção 3.3. Para o cálculo da malha objetivo TFL, faz-se uso da equação do Regulador Linear de Lyapunov descrito na equação (2.15), adotando $R_{LLR} = 0,01 \times I_{2 \times 2}$ e Q_{LLR} descrito na equação (3.4). Assim, obteve-se o ganho K_{LLR} descrito pela equação (3.5).

$$Q_{LLR} = 0,05 * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,1 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$$K_{LLR} = \begin{bmatrix} 13,0501 & 5,2674 & 9,6076 & 5,2913 \\ 5,5230 & 14,1854 & 5,5499 & 10,5981 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

A malha objetivo para o controlador LQG/LTR foi calculada de modo similar a anterior, com a diferença de utilizar da equação algébrica de Riccati (2.2) para o cálculo da matriz P. Foram empregados os mesmos valores de Q_{LLR} e R_{LLR} para os parâmetros Q e R , respectivamente. Desta forma, a matriz de ganho K_r é descrita pela equação (3.6).

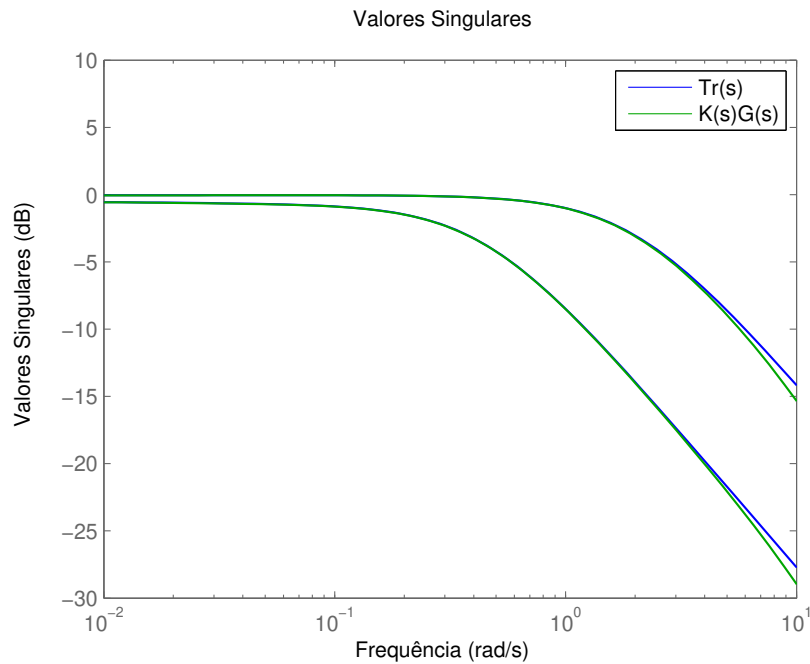
$$K_r = \begin{bmatrix} 2,0448 & -0,0195 & 0,3857 & -0,0034 \\ 0,0636 & 2,0545 & 0,0183 & 0,3823 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

3.4.2 Projeto das Malhas de Recuperação

A fim de que ambas as malhas objetivo sejam recuperadas de maneira idêntica, para que a recuperação não interfira no desempenho do regulador, a matriz K_f é utilizada em ambos os controladores. Seu cálculo segue o procedimento explicitado nas equações (2.10) e (2.11), com os parâmetros $q^2 = 250000$ e $V_n = I_{2 \times 2}$, o que resulta na matriz K_f descrita pela equação (3.7).

$$K_f = \begin{bmatrix} 41,5931 & 0,0430 \\ 0,0430 & 31,3841 \\ 0,0141 & 23,8609 \\ 15,5849 & -0,0092 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Com os ganhos dos dois controladores, foi adotada a Estrutura A, ilustrada na Figura 2.2, para a construção destes. Apesar da Estrutura B ser própria para aplicações da estratégia PRI, decidiu-se pelo uso da Estrutura A por ser essa a mesma utilizada no desenvolvimento de controladores LQG/LTR, permitindo melhor comparação entre as metodologias de controle. Uma análise de quão próximos são os valores singulares do produto controlador-planta $K(s)G(s)$ e da dinâmica desejada $Tr(s)$, esta última da equação (2.9a), é ilustrada pela Figura 3.2.

Figura 3.2: Valores singulares das malhas $K(s)G(s)$ e $Tr(s)$.

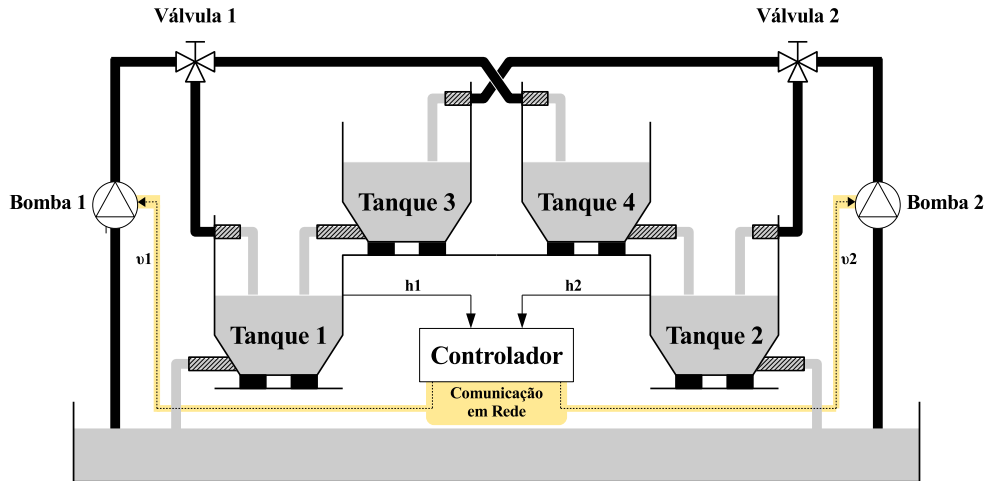
Como o controlador K foi calculado para o sistema linearizado, ao utilizá-lo no sistema original, descrito pelas equações (2.20), é necessário adaptar a saída do controlador à entrada da planta. Para tal, inseriu-se um ganho de *Feedforward* que usa como entrada os parâmetros do ponto de operação desejado e retorna as tensões de bomba correspondentes, como ilustrado na equação (3.8). Os valores obtidos são somados às respectivas saídas do controlador.

$$\begin{aligned} v_1 &= \frac{a_1\sqrt{2gh_1}}{\alpha_1k_1} - \frac{a_3\sqrt{2gh_3}}{\alpha_1k_1} \\ v_2 &= \frac{a_2\sqrt{2gh_2}}{\alpha_2k_2} - \frac{a_4\sqrt{2gh_4}}{\alpha_2k_2} \end{aligned} \quad (3.8)$$

3.5 Testes e Simulações PRI

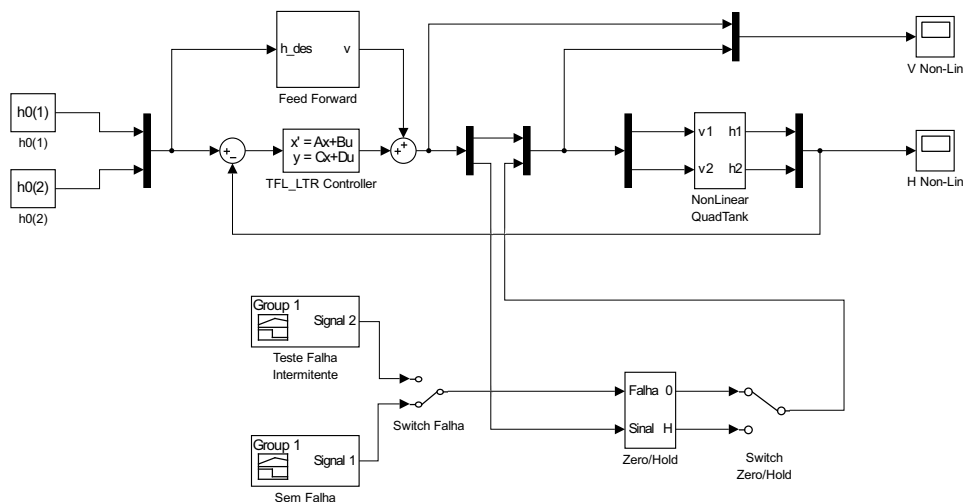
As simulações deste estudo foram realizadas com condições iniciais do vetor de estados $x_0 = [13,4 \ 10,7 \ 1,8 \ 1,4]^T$, que representam os níveis dos tanques no momento de partida do sistema, e valores de referência $h_1 = 12,4\text{cm}$ e $h_2 = 12,7\text{cm}$. A Figura 3.3 ilustra a planta de teste controlada, com comunicação em rede entre o controlador e os atuadores.

Figura 3.3: Diagrama da planta de tanque quádruplo controlado.



O ambiente Matlab/Simulink foi utilizado para desenvolver a simulação do sistema estudado. O diagrama de blocos elaborado está ilustrado na Figura 3.4. Para facilitar os testes, foram criadas chaves que alternam entre a existência ou não de falhas na comunicação, e entre os modelos de tratamento de falhas aplicados.

Figura 3.4: Diagrama de blocos em Simulink do sistema.

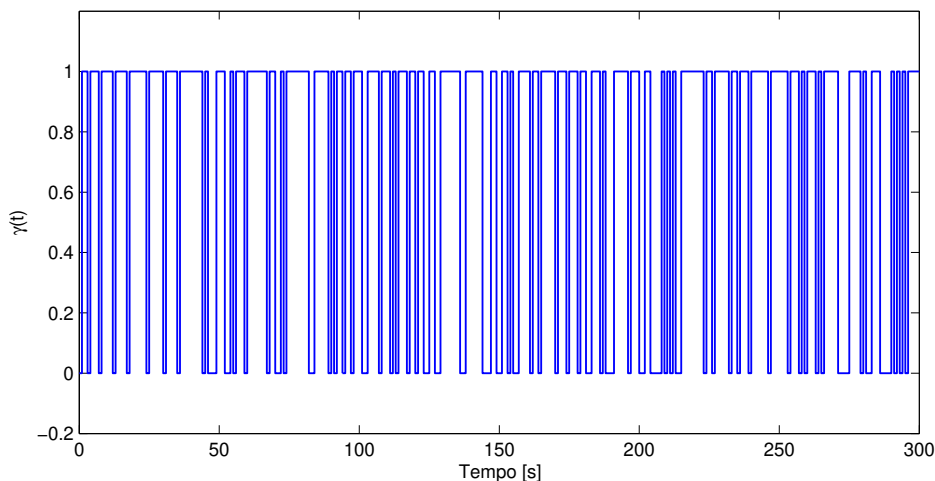


É importante ressaltar que, nas simulações, não foram consideradas as potências máximas das bombas do sistema, sendo implementada uma solução sem saturação. Para os mesmos parâmetros de sintonia, os controladores LQG/LTR e TFL/LTR apresentam o mesmo ganho de recuperação de malha objetivo, mas diferentes ganhos de retroação, como

visto nas subseções prévias. Somado a isto, ambos controladores foram desenvolvidos em estruturas idênticas. Desta forma, assegura-se que a comparação das respostas dos sistemas que implementam cada um destes compensadores é válida.

O sinal de falha γ , apresentado na Figura 3.5, foi criado a partir de valores aleatórios em distribuição normal e então adaptado para um sinal binário, com $P(\gamma(t) = 1) = 0,7$, avaliado a cada segundo por 300 segundos. Sendo assim, quando γ assume valor 1, a transmissão controlador-planta é bem sucedida. Ao assumir valor 0, a ação de controle é perdida e o valor de tensão aplicado no atuador irá depender da modelagem de falha utilizada na simulação.

Figura 3.5: Sinal representativo das perdas de comunicação, com $P(\gamma(t) = 1) = 0,7$.



Para os testes apresentados nas Figuras 3.6, foram adicionadas falhas intermitentes na comunicação entre o controlador e a bomba 2. Primeiramente, aplicou-se a modelagem de falha *zero-input* descrita na Seção 2.3, multiplicando a saída do controlador pelo sinal γ . Assim, a cada segundo, o sinal vindo do controlador tem 70% de chance de ser recebido pela planta, e sua probabilidade complementar de ser perdido. Os resultados da simulação utilizando o controlador LQG/LTR encontram-se na Figura 3.7. Nos gráficos referentes aos níveis dos tanques, os últimos 50 segundos de simulação foram redimensionados em uma nova janela para melhor leitura.

Figura 3.6: Comportamento das entradas e saídas da planta frente a falhas intermitentes de comunicação modeladas por *zero-input*, controladas por um compensador TFL/LTR.

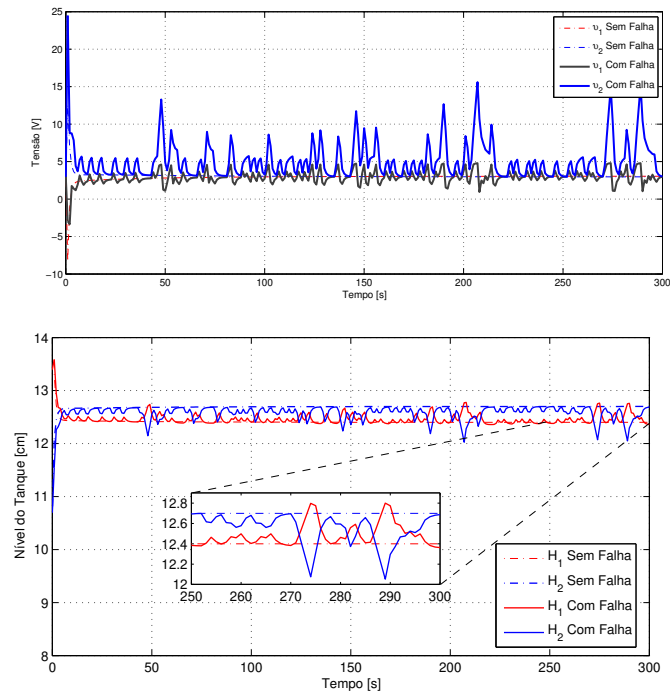
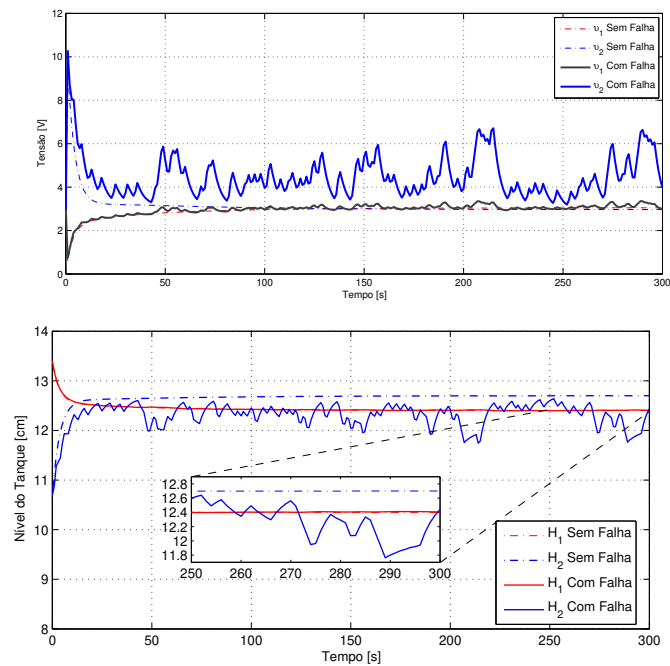


Figura 3.7: Comportamento das entradas e saídas da planta frente a falhas intermitentes de comunicação modeladas por *zero-input*, controladas por um compensador LQG/LTR.

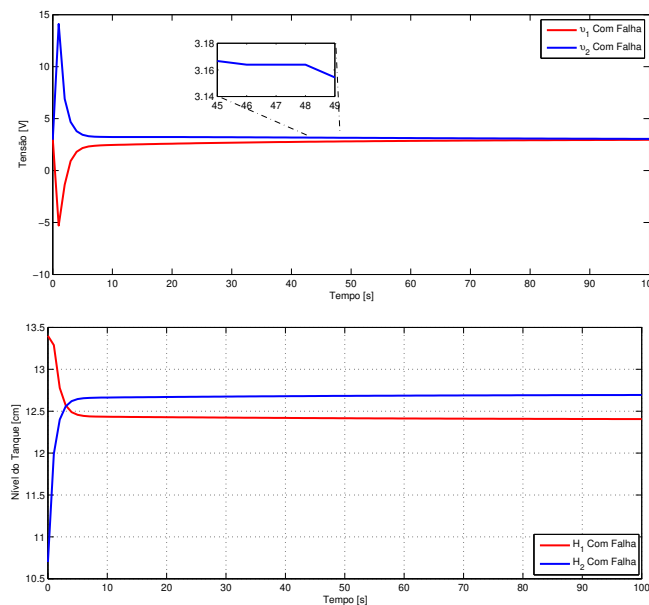


Para o modelo *zero-input*, os resultados obtidos no sistema controlado pelo método TFL/LTR são satisfatórios quanto a capacidade de tolerância a perda de dados na comu-

nicação controlador/planta, uma vez que a resposta do sistema mantém um rastreamento apropriado da referência com baixa variação nos períodos de falha. Já o controlado por LQG/LTR, apesar de apresentar menores picos de tensão e baixo acoplamento das saídas, exibe pior comportamento para o nível h_2 , com média mais distante do ponto de operação configurado.

De modo análogo, foi simulado o comportamento do sistema sob as mesmas falhas, mas com o sistema operando no modelo *hold-input*. A interação do sinal γ com a saída do controlador, em caso de perda de dados, torna o valor de ação de controle igual ao último valor transmitido corretamente. Os resultados das simulações para ambos os controladores são apresentados nas Figuras 3.8 e 3.9. Nos gráficos referentes às tensões nas bombas, o período de falha entre 46 e 48 segundos foi redimensionado em uma nova janela, a fim de mostrar ao leitor o efeito da falha no modelo *hold-input*.

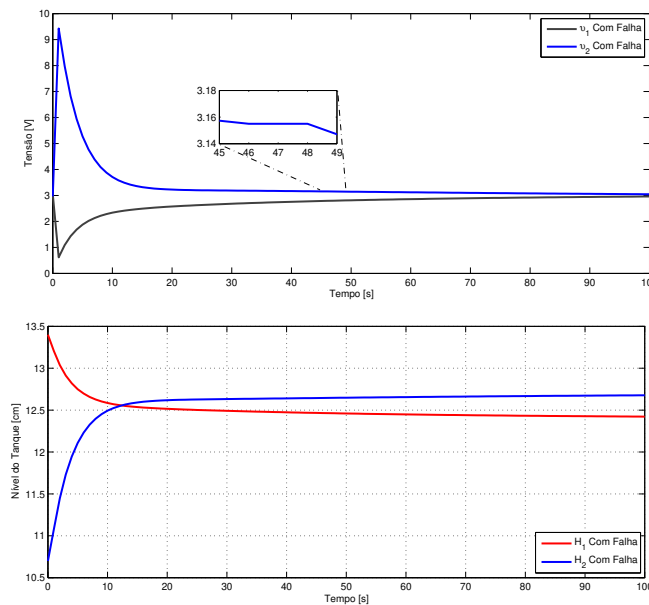
Figura 3.8: Comportamento das entradas e saídas da planta frente a falhas intermitentes de comunicação modeladas por *hold-input*, controladas por um compensador TFL/LTR.



Para *hold-input*, como ambos os sistemas já se encontram em regime estacionário por volta dos 100 segundos, os últimos 200 segundos de simulação foram omitidos das figuras, a fim de focar a atenção do leitor no período transitório das respostas obtidas. A alteração no tratamento da falha resulta em respostas de acomodação mais suaves, visto que a variação do valor de ação de controle é nula durante a falha, e pequena após a retomada de comunicação. As simulações de ambos os sistemas ilustram o comportamento adequado dos

sistemas de controle. Entretanto, as saídas da planta controlada por TFL/LTR entram em regime estacionário mais rapidamente que a planta controlada por LQG/LTR, ainda que os dois controladores tenham a mesma parametrização.

Figura 3.9: Comportamento das entradas e saídas da planta frente a falhas intermitentes de comunicação modeladas por *hold-input*, controladas por um compensador LQG/LTR.



3.6 Projeto dos Controladores PRO

Analogamente ao procedimento descrito na Seção 3.4, apresenta-se aqui o cálculo das matrizes de ganho que compõem os controladores TFL/LTR e LQG/LTR, de modo a tornar o sistema robusto à perturbações refletidas nas saídas (PRO). Este procedimento inicia-se no projeto das malhas objetivo dos controladores, definidos pelas matrizes de ganho do estimador K_{LF} e K_f , respectivamente. Em seguida, é calculada a malha LTR de ambos os controladores, definida aqui pela matriz de ganho do regulador K_r , para ambos TFL/LTR e LQG/LTR. A subseção a seguir descreve o procedimento do cálculo das malhas objetivo.

3.6.1 Projeto das Malhas Objetivo

O controlador proposto tem o objetivo de garantir a rastreabilidade da saída do sistema no ponto de operação descrito na seção 3.3. Para o cálculo da malha objetivo TFL, faz-se uso da equação do Filtro de Lyapunov descrito na equação (2.18), adotando

$V_{nLF} = 10 \times I_{2 \times 2}$ e V_{dLF} dada na equação (3.9). Assim, obteve-se o ganho K_{LLR} descrito pela equação (3.10).

$$V_{dLF} = 0,05 * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,1 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$$K_{LF} = \begin{bmatrix} 0,0790 & 0 & 0,0002 & 0 \\ 0 & 0,1138 & 0 & 0,0003 \end{bmatrix}^T \quad (3.10)$$

A malha objetivo para o controlador LQG/LTR foi calculada de modo similar a anterior, com a diferença de utilizar da equação algébrica de Riccati (2.6) para o cálculo da matriz M. Foram empregados os mesmos valores de V_{dLF} e V_{nLF} para os parâmetros V_d e V_n , respectivamente. Desta forma, a matriz de ganho K_f é descrita pela equação (3.11).

$$K_f = \begin{bmatrix} 0,0458 & 0 & 0,0001 & 0 \\ 0 & 0,0521 & 0 & 0,0002 \end{bmatrix}^T \quad (3.11)$$

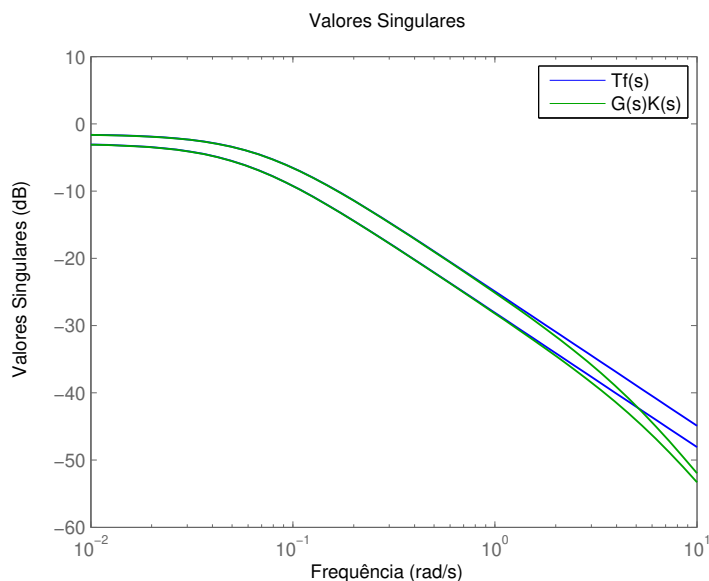
3.6.2 Projeto das Malhas de Recuperação

A fim de que ambas as malhas objetivo sejam recuperadas de maneira idêntica, para que a recuperação não interfira no desempenho do regulador, a matriz K_r é utilizada em ambos os controladores. Seu cálculo segue o procedimento explicitado nas equações (2.12) e (2.13), com os parâmetros $q^2 = 25000$ e $R = I_{2 \times 2}$, o que resulta na matriz K_r descrita pela equação (3.12).

$$K_r = \begin{bmatrix} 78,8654 & -0,0623 & 0,5295 & -0,0009 \\ 0,0639 & 78,8805 & 0,0001 & 0,5160 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Similarmente ao cenário PRI, os controladores LQG/LTR e TFL/LTR PRO foram construídos sobre a Estrutura A, descrita na equação (2.20), e utilizam do mesmo ganho de *Feedforward* descrito na equação (3.8). Uma análise de quão próximos são os valores singulares do produto planta-controlador $G(s)K(s)$ e da dinâmica desejada $Tf(s)$, esta última da equação (2.9b), é ilustrada pela Figura 3.10.

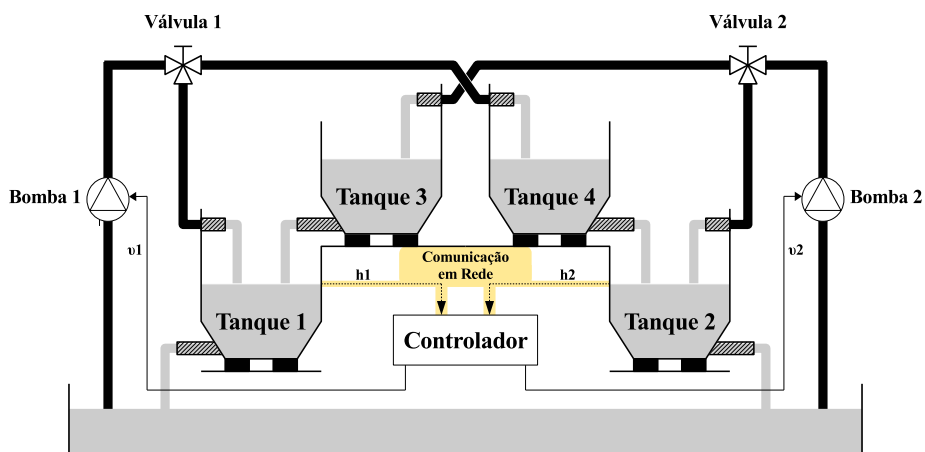
Figura 3.10: Valores singulares das malhas $G(s)K(s)$ e $Tf(s)$.



3.7 Testes e Simulações PRO

As simulações deste estudo foram realizadas com condições iniciais do vetor de estados $x_0 = [13,4 \ 10,7 \ 1,8 \ 1,4]^T$, que representam os níveis dos tanques no momento de partida do sistema, e valores de referência $h_1 = 0\text{cm}$ e $h_2 = 0\text{cm}$. A Figura 3.11 ilustra a planta de teste controlada, com comunicação em rede entre os sensores e o controlador.

Figura 3.11: Diagrama da planta de tanque quádruplo controlado.



O diagrama de blocos elaborado no ambiente Matlab/Simulink está ilustrado na Figura 3.12.

O sinal de falha η , apresentado na Figura 3.13, foi criado de forma equivalente ao sinal γ da Figura 3.5, com $P(\eta(t) = 1) = 0,7$, avaliado a cada segundo por 200 segundos. Sendo assim, quando η assume valor 1, a transmissão planta-controlador é bem sucedida. Ao assumir valor 0, Δh_2 é perdido e o valor de nível a ser comparado com a referência irá depender da modelagem de falha utilizada na simulação.

Figura 3.12: Diagrama de blocos em Simulink do sistema.

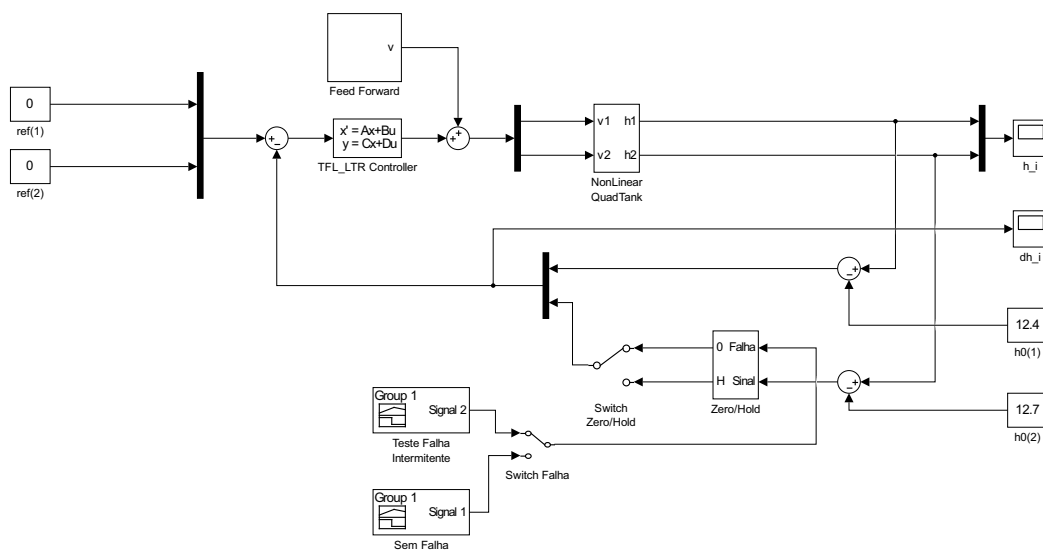
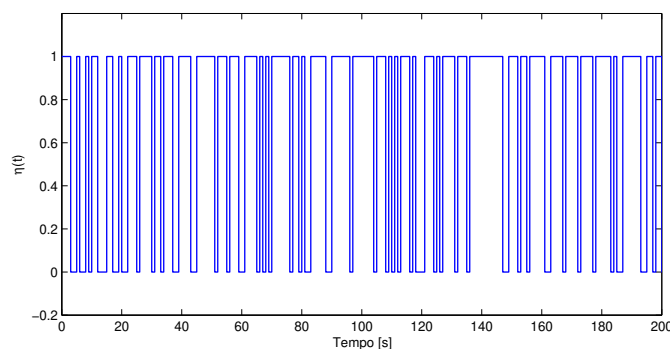


Figura 3.13: Sinal representativo das perdas de comunicação, com $P(\eta(t) = 1) = 0,7$.



Para os testes apresentados nas Figuras 3.14, foram adicionadas falhas intermitentes na comunicação entre o cálculo de Δh_2 e sua respectiva entrada no controlador, antes de somar o valor de referência. Aplicando a modelagem *zero-input*, multiplica-se a saída do controlador pelo sinal η . Os resultados da simulação utilizando o controlador LQG/LTR

encontram-se na Figura 3.15.

Figura 3.14: Comportamento das saídas da planta e das variáveis Δh_i frente a falhas intermitentes de comunicação modeladas por *zero-input*, controladas por um compensador TFL/LTR.

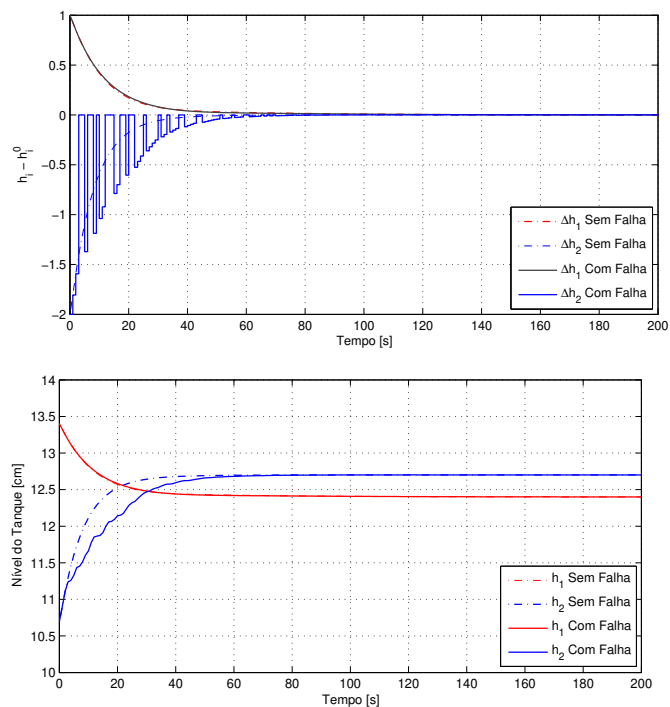
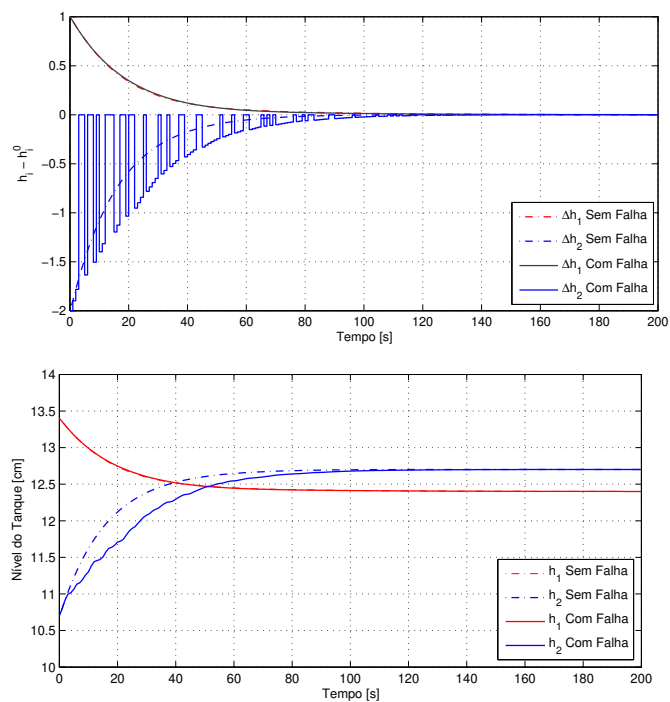


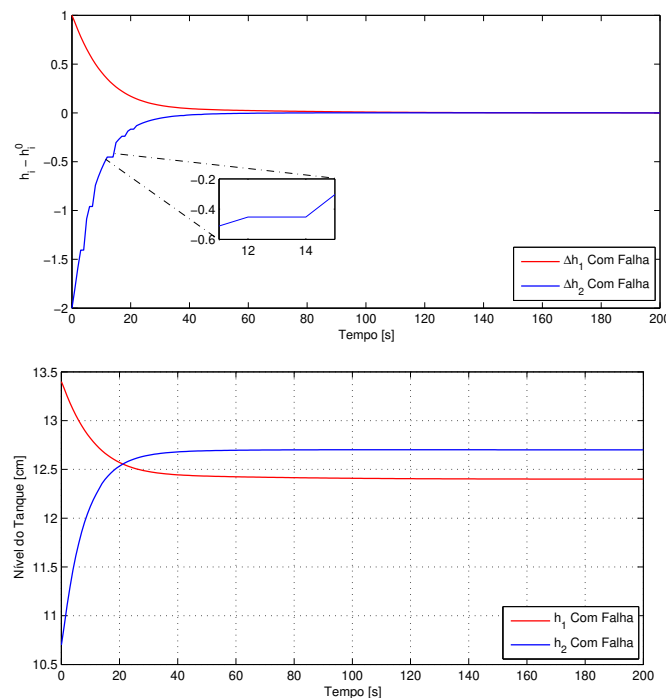
Figura 3.15: Comportamento das saídas da planta e das variáveis Δh_i frente a falhas intermitentes de comunicação modeladas por *zero-input*, controladas por um compensador LQG/LTR.



Para o modelo *zero-input*, ambos os controladores apresentam bons resultados de rastreamento da referência e baixa variação nos períodos de falha. Para esta estratégia de modelagem, o nível do tanque 2 se mantém invariável durante os períodos de falha, pois o sistema admite que o nível medido já equivale ao ponto de operação proposto. É possível perceber pelos resultados de simulação que o sistema controlado pelo TFL/LTR atinge o valor estipulado mais rapidamente do que o controlado pelo LQG/LTR, construído com os mesmos parâmetros.

O comportamento do sistema foi simulado sob as mesmas falhas, mas operando no modelo *hold-input*. A interação do sinal η com Δh_2 , em caso de perda de dados, torna o valor da diferença entre o nível medido e o ponto de operação igual ao último valor transmitido corretamente. Os resultados das simulações para ambos os controladores são apresentados nas Figuras 3.16 e 3.17. Nos gráficos referentes às tensões nas bombas, o período de falha entre 12 e 14 segundos foi redimensionado em uma nova janela, a fim de mostrar ao leitor o efeito da falha no modelo *hold-input*.

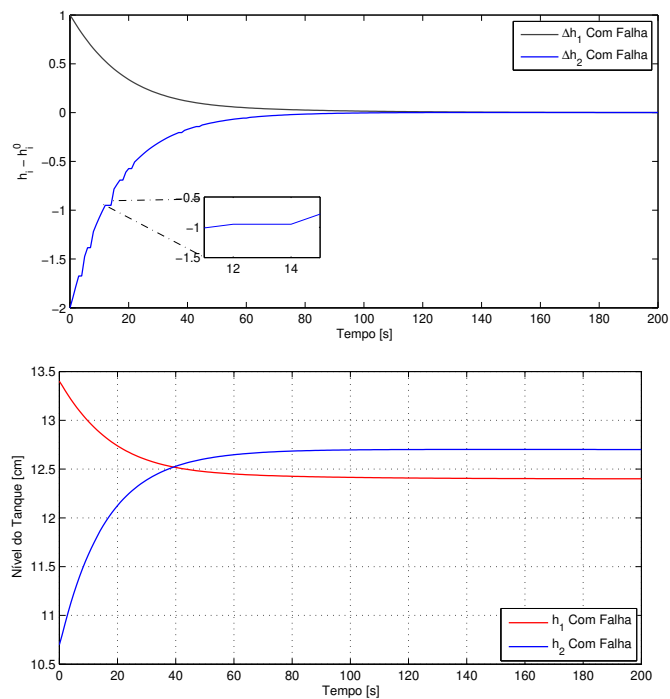
Figura 3.16: Comportamento das saídas da planta e das variáveis Δh_i frente a falhas intermitentes de comunicação modeladas por *hold-input*, controladas por um compensador TFL/LTR.



Para *hold-input*, a alteração no tratamento da falha resulta em respostas de acomodação mais suaves, visto que a variação de Δh_2 é nula durante a falha, e pequena após a retomada de comunicação. As simulações de ambos os sistemas ilustram o comportamento

adequado dos sistemas de controle. Entretanto, de modo similar ao visto na estratégia anterior, as saídas da planta controlada por TFL/LTR entram em regime estacionário mais rapidamente que as da planta controlada por LQG/LTR, ainda que os dois controladores tenham a mesma parametrização.

Figura 3.17: Comportamento das saídas da planta e das variáveis Δh_i frente a falhas intermitentes de comunicação modeladas por *hold-input*, controladas por um compensador LQG/LTR.



4 Conclusões

Neste trabalho, procurou-se demonstrar a eficácia do método TFL/LTR (*Target Feedback Loop/Loop Transfer Recovery*) no controle de plantas em rede suscetível a perdas de dados durante a comunicação. Essas perdas foram equacionadas segundo os métodos *zero-input* e *hold-input*. Como sua ocorrência pode acarretar na transmissão de valores de ação de controle ou medida sensoriada iguais a zero, é desejável que o sistema seja robusto a estas perturbações. Para tal, propôs-se o uso da classe TFL/LTR de controladores robustos, que segundo os teoremas 2.2.1 e 2.2.2, confere ao sistema a capacidade de conviver com variações de ganho até zero sem que isto interfira em sua estabilidade. Sendo assim, foi simulada a aplicação de tal controlador em uma planta de Tanque Quádruplo estável em malha aberta e de características de fase mínima. A fim de ratificar a eficiência do método, os resultados obtidos foram comparados às respostas da mesma planta quando controlada por um compensador LQG/LTR (*Linear Quadratic Gaussian/Loop Transfer Recovery*) de mesmos parâmetros e estrutura.

As simulações demonstraram que a planta de Tanque Quádruplo, quando controlada pelo método TFL/LTR, apresenta comportamento satisfatório com pouca variação no nível controlado mesmo frente às falhas testadas, sem a necessidade de detectá-las e diagnosticá-las. A vantagem do método proposto fica mais evidente quando o sistema opera no modelo *zero-input* sob a estratégia PRI, no qual a falha é mais drástica e o sinal de controle é completamente perdido, indo a zero nos momentos de falha. A escolha empírica das matrizes Q e R nas seções 3.4 e 3.7 também torna mais trabalhosa a sintonia da resposta com o comportamento desejado. Como não há uma equação que forneça os melhores valores para estas matrizes, dadas as características que o projetista deseja conferir ao sistema, é necessário fazer esta escolha por tentativa e erro.

Futuros estudos possíveis incluem a implementação da planta simulada em bancada, a fim de se reproduzir de forma empírica as simulações aqui apresentadas.

Referências Bibliográficas

- [1] A. M. Lepschy, G. A. Mian, and U. Viaro, “Feedback control in ancient water and mechanical clocks,” *IEEE Transactions on Education*, vol. 35, pp. 3–10, Feb 1992.
- [2] L. Schenato *et al.*, “Foundations of control and estimation over lossy networks,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 95, p. 163–187, Jan 2007.
- [3] R. Prakash, “Target feedback loop/loop transfer recovery (TFL/LTR) robust control design procedures,” *29th IEEE Conference on Decision and Control*, p. 1203–1209, Dec 1990.
- [4] M. Athans, “A tutorial on the LQG/LTR method,” *1986 American Control Conference*, pp. 1289–1296, June 1986.
- [5] G. Stein and M. Athans, “The LQG/LTR procedure for multivariable feedback control design,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 32, no. 2, p. 105–114, 1987.
- [6] M. S. M. Cavalca and K. H. Kienitz, “Application of TFL/LTR robust control techniques to failure accommodation,” *20th International Congress of Mechanical Engineering*, 2009.
- [7] R. L. Pereira and K. H. Kienitz, “Robust controllers using generalizations of the LQG/LTR method,” *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, vol. 25, p. 273–282, Mar 2014.
- [8] E. T. Maddalena and K. H. Kienitz, “Control with sensor fault tolerance for an underactuated linear positioning system using the TFL/LTR technique,” *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, vol. 29, p. 558–565, Aug 2018.
- [9] L. Schenato, “To zero or to hold control inputs with lossy links?,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 54, no. 5, p. 1093–1099, 2009.

- [10] J. P. Hespanha, “Lecture notes on LQR/LQG controller,” February 2005. Disponível em http://www.joinville.udesc.br/portal/professores/marianasantos/materiais/lqrnotes_Regra_de_Bryson.pdf.
- [11] E. Hendricks, O. Jannerup, and P. Sørensen, *Linear Systems Control: Deterministic and Stochastic Methods*. Springer Berlin Heidelberg, 2008.
- [12] S. Brunton, “Control Bootcamp: Linear Quadratic Gaussian (LQG).” Disponível em https://youtu.be/H4_hFazBGxU.
- [13] J. Doyle and G. Stein, “Multivariable feedback design: Concepts for a classical/modern synthesis,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 26, pp. 4–16, February 1981.
- [14] J. Doyle and G. Stein, “Robustness with observers,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 24, pp. 607–611, August 1979.
- [15] E. T. Maddalena, “Fault-tolerant control using the TFL/LTR design procedure,” Master’s thesis, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, 2017.
- [16] N. Lehtomaki, N. Sandell, and M. Athans, “Robustness results in linear-quadratic gaussian based multivariable control designs,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 26, pp. 75–93, February 1981.
- [17] B. M. Chen, A. Saberi, and P. Sannuti, “A new stable compensator design for exact and approximate loop transfer recovery,” pp. 812–817, May 1990.
- [18] R. L. Pereira, “Controladores robustos utilizando generalizações do método LQG/LTR [Robust Controllers Using Generalizations of the LQG/LTR Method],” Master’s thesis, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, 2011. [In Portuguese].
- [19] J. Baillieul and P. J. Antsaklis, “Control and communication challenges in networked real-time systems,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 95, p. 9–28, Jan 2007.
- [20] J. P. Hespanha, P. Naghshtabrizi, and Y. Xu, “A survey of recent results in networked control systems,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 95, p. 138–162, Jan 2007.
- [21] C. N. Hadjicostis and R. Touri, “Feedback control utilizing packet dropping network links,” *Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control*, p. 1205–1210, Dec 2002.

-
- [22] O. C. Imer, S. Yüksel, and T. Başar, “Optimal control of dynamical systems over unreliable communication links,” *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 37, no. 13, p. 991–996, 2004.
- [23] J. Nilsson, “Real-time control systems with delays,” Ph.D. dissertation, Lund Inst. Technol., Lund, Sweden, 1998.
- [24] Q. Ling and M. D. Lemmon, “Optimal dropout compensation in networked control systems,” *Proceedings of the 42nd IEEE*, p. 670–675, Dec 2003.
- [25] E. Garone *et al.*, “LQG control for MIMO systems over multiple erasure channels with perfect acknowledgment,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 57, p. 450–456, Feb 2012.
- [26] K. Johansson, “The quadruple-tank process: a multivariable laboratory process with an adjustable zero,” *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 8, no. 3, p. 456–465, 2000.