DOUTORADO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ

Livio Agnew Bacci

OTIMIZAÇÃO MULTIVARIADA DA COMBINAÇÃO DE MÉTODOS DE PREVISÃO

Itajubá – MG

2019

DOUTORADO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ

Livio Agnew Bacci

OTIMIZAÇÃO MULTIVARIADA DA COMBINAÇÃO DE MÉTODOS DE PREVISÃO

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção como requisito parcial para obtenção do Título de Doutor em Ciências da Engenharia de Produção.

Área de Concentração: Engenharia de Produção

Orientador: Prof. Anderson Paulo de Paiva, Dr.

Itajubá – MG

2019

DOUTORADO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ

Livio Agnew Bacci

OTIMIZAÇÃO MULTIVARIADA DA COMBINAÇÃO DE MÉTODOS DE PREVISÃO

Tese aprovada por banca examinadora em 12 de dezembro de 2019, conferindo ao autor o título de Doutor em Ciências em Engenharia de Produção.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Anderson Paulo de Paiva (Orientador - UNIFEI)

Prof. Dr. Pedro Paulo Balestrassi (UNIFEI)

Prof. Dr. Antonio Fernando Branco Costa (UNIFEI)

Prof. Dr. Ronã Rinston Amaury Mendes (IFSULDEMINAS)

Prof.ª Dra. Danielle Martins Duarte Costa (IFSULDEMINAS)

Itajubá – MG

2019

DEDICATÓRIA

À minha mãe, Sonia, e meu pai, Eugenio, por me ensinarem que o conhecimento é o único "bem intangível" que o tempo não consome. Pelo sacrifício que eles tiveram. Pelo encorajamento e apoio nos momentos mais difíceis que tive.

À minha esposa, Virginia, pelo incentivo dado a prosseguir meus estudos e pela compreensão do tempo que tive de me dedicar a eles.

EPÍGRAFE

“Uma teoria é considerada boa se satisfaz dois requisitos: descreve de forma adequada um grande número de observações com base em um modelo que contém apenas alguns elementos arbitrários e faz previsões precisas sobre os resultados de observações futuras”.

Stephen Hawking

AGRADECIMENTOS

A Deus, por estar presente em todos os momentos da minha vida, me dando saúde, força e vontade de estudar, trabalhar e superar as dificuldades.

Ao meu pai, Eugenio de Freitas Bacci, e minha mãe, Sonia Agnew Bacci, bem como aos meus irmãos, Guido Agnew Bacci e Eugênio Agnew Bacci, pelo incentivo que sempre me deram para continuar meus estudos até esse nível de ensino.

À minha esposa Virginia Junqueira Pires, pela compreensão e incentivo.

À Universidade Federal de Itajubá e ao excelente ensino que recebi dos professores do departamento de Pós-Graduação em Engenharia de Produção no mestrado e, agora, no doutorado.

Ao meu Orientador, Prof. Dr. Anderson Paulo de Paiva, pelos conhecimentos transmitidos e pela competência, incentivo, paciência, dedicação e amizade.

Ao Prof. Dr. Pedro Paulo Balestrassi, pelas ideias e conhecimentos estatísticos transmitidos.

Ao meu irmão, Prof. Msc. Guido Agnew Bacci, e meus grandes amigos Prof. Msc. Luiz Gustavo de Mello, Prof. Msc. Jose Celso de Castro e Prof. Msc. Pedro Chaib Bernardes, que contribuíram muito para eu iniciar e terminar o doutorado.

Ao Sistema de Bibliotecas da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC - Rio), pelo excelente serviço de busca de periódicos, teses e dissertações disponíveis on-line para seus ex-alunos.

Por fim, a todos os professores da graduação em Economia e do MBA em Finanças da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC - Rio), pelos conhecimentos anteriormente a mim transmitidos, o que facilitou muito a realização de mais essa etapa.

A todos, muito obrigado !

LISTA DE FIGURAS

Figura 1-1. Parte da cadeia agroindustrial do café. 2
Figura 2-1. Espaço fatorial (*Factor space*) do desenho de rede *simplex* {3, 5}..... 23
Figura 2-2. Descrição gráfica do método NBI. 33
Figura 3-1. Fluxograma do método FA-NBI..... 36
Figura 3-2. Produção das *p* séries de resíduos combinados. 38
Figura 3-3. Passos para obtenção do desenho experimental das séries de escores de fatores. 38
Figura 4-1. Série (Y_t) de evolução do consumo doméstico de café no Brasil (ICO, 2018)..... 43
Figura 4-2. Relatório estatístico resumido para a série Y_t. 43
Figura 4-3. Gráfico de séries temporais dos resíduos dos métodos de previsão (em milhares de sacas de café de 60 kg). 46
Figura 4-4. Gráfico do consumo real de café e dos ajustamentos dos métodos de previsão aos dados históricos desse consumo (em milhares de sacas de café de 60 kg). 46
Figura 4-5. **(a)** Região experimental com quatro componentes representada por um tetraedro. **(b)** Desenho de Rede *Simplex* {4, 5} representado por quatro faces triangulares planas de um tetraedro. 48
Figura 4-6. Gráfico de carregamentos (*loadings*) das 14 métricas, FS_1 e FS_2. 50
Figura 4-7. Dendrograma de similaridades entre as 14 métricas, FS_1 and FS_2. 50
Figura 4-8. Gráfico de superfície de resposta de $FS1$ ($\boldsymbol{W}$). 52
Figura 4-9. Gráfico de contorno de misturas de $FS1$ ($\boldsymbol{W}$). 52
Figura 4-10. Gráfico de superfície de resposta de $FS2$ ($\boldsymbol{W}$). 53
Figura 4-11. Gráfico de contorno de misturas de $FS2$ ($\boldsymbol{W}$). 53
Figura 4-12. Gráfico de traços de FS_1 ($\boldsymbol{W}$). 55
Figura 4-13. Gráfico de traços de FS_2 ($\boldsymbol{W}$). 55
Figura 4-14. Fronteira de Pareto. 57
Figura 4-15. Relação entre os pesos de $FS1(\boldsymbol{W})$ e $FS2(\boldsymbol{W})$ no método NBI com os pesos conferidos aos métodos de previsão e o valor das métricas representadas por $FS1(\boldsymbol{W})$ e $FS2(\boldsymbol{W})$. 59
Figura 4-16. Gráfico de contorno sobreposto de FS_1 and FS_2..... 60
Figura 4-17. Variação entre os valores das métricas em cada ponto de solução ótima da fronteira de Pareto. 61
Figura 4-18. Série real de produção de café e previsões de FA-NBI e dos métodos individuais de previsão selecionados na combinação. 65

Figura 4-19. Série real de exportação de café e as previsões de FA-NBI e dos métodos individuais de previsão selecionados na combinação.....66
Figura 4-20. Séries reais de consumo, produção e exportação de café e as previsões de FA-NBI. 67
Figura 4-21. Série de tempo simulada descrevendo o processo MA(1), com equação ($Yt = 40 + \varepsilon t + 0{,}8\varepsilon t - 1$). 68
Figura 4-22. Série de tempo simulada descrevendo o processo MA(2), com equação ($Yt = 40 + \varepsilon t + 0{,}7\varepsilon t - 1 - 0{,}28\varepsilon t - 2$).....68
Figura 4-23. Série de tempo simulada descrevendo o processo AR(1), com equação ($Yt = 8 + 0{,}8Yt - 1 + \varepsilon t$). 69
Figura 4-24. Série de tempo simulada descrevendo o processo AR(2), com equação ($Yt = 8 + 0{,}4Yt - 1 + 0{,}5Yt - 2 + \varepsilon t$). 69
Figura 4-25. Série de tempo simulada descrevendo o processo misto ARMA(1,1), com equação ($Yt = 16 + 0{,}6Yt - 1 + \varepsilon t + 0{,}8\varepsilon t - 1$)).....70
Figura 4-26. Série de tempo simulada descrevendo o processo SARIMA(1,1,1)(1,1,1)$_{12}$. 70

LISTA DE TABELAS

Tabela 2-1. Métricas de performance e precisão. 16
Tabela 2-2. Métricas de performance mais usadas individualmente para selecionar e/ou combinar métodos de previsão. 18
Tabela 2-3. Pontos fortes e pontos fracos das métricas MAE, MSE, RMSE, MASE, MAPE e sMAPE. 19
Tabela 2-4. Pontos fortes e pontos fracos das métricas MdAE, MdAPE e sMdAPE. 21
Tabela 4-1. Coeficientes e teste de significância dos parâmetros estimados do $ARIMA_{(1,1,1)}$. 44
Tabela 4-2. Coeficientes e teste de significância dos parâmetros estimados do $ARIMA_{(2,2,3)}$. 44
Tabela 4-3. Comparações entre os métodos individuais de previsão realizadas na análise de obsevações deixadas dentro da amostra (in-sample analysis). 45
Tabela 4-4. Desenho Experimental de FS_1 e FS_2. 47
Tabela 4-5. Análise dos autovalores na matriz de correlação. 48
Tabela 4-6. Modelo fatorial. 49
Tabela 4-7. Correlações positivas das séries de métricas MAE, MSE, RMSE, MASE, RMSPE, MAPE, sMAPE, U1, U2, VAR e SD com a série de escores de fatores FS_1. 51
Tabela 4-8. Correlações positivas das séries de métricas MdAE, MdAPE e sMdAPE com FS_2. 51
Tabela 4-9. ANOVAS para $FS1\boldsymbol{W}$ e $FS2\boldsymbol{W}$. 54
Tabela 4-10. Resultados das 21 otimizações com o NBI e a relação (S/EPG) para cada resposta Pareto-ótima. 57
Tabela 4-11. Comparacões entre os métodos individuais de previsão e os outros métodos de combinação com FA-NBI, com base em análise realizada fora da amostra, considerando-se o consumo de café. 62
Tabela 4-12. Conjunto de pesos dos métodos de ponderação. 63
Tabela 4-13. Testes de DM realizados entre FA-NBI e os métodos individuais de previsão e de combinação de pesos. 63
Tabela 4-14. Os três métodos individuais de previsão selecionados para serem combinados com base nas séries de produção e exportação de café. 64
Tabela 4-15. Conjunto de pesos dos métodos de combinação calculados com base nas séries de produção e exportação de café. 65

Tabela 4-16. Comparações entre os métodos individuais de previsão e de combinação de pesos com FA-NBI, com base em análise fora da amostra, considerando-se a produção e a exportação de café. 66
Tabela 4-17. Os três métodos individuais de previsão selecionados para combinar com base nas seis séries sintéticas. 71
Tabela 4-18. Conjunto de pesos para os métodos de combinação de pesos calculados com base nas séries MA(1), MA(2) e AR(1). 71
Tabela 4-19. Conjunto de pesos para os métodos de combinação de pesos calculados com base nas séries AR(2), ARMA(1,1) e SARIMA(1,1,1)(1,1,1). 72
Tabela 4-20. Comparações dos métodos individuais de previsão e dos métodos de combinação de pesos com FA-NBI, com base nas séries simuladas e considerando-se a análise fora da amostra. 72
Tabela 7-1. Comparações entre os métodos individuais de previsão e de combinação de pesos com FA-NBI, considerando a série de produção de café em análise fora da amostra (*out-of-sample analysis*). 85
Tabela 7-2. Comparações entre os métodos individuais de previsão e de combinação de pesos com FA-NBI, considerando a série de exportação de café em análise fora da amostra (*out-of-sample analysis*). 85
Tabela 7-3. Comparações entre os métodos individuais de previsão e de combinação de pesos com FA-NBI, considerando a série MA(1) em análise fora da amostra (*out-of-sample analysis*). 86
Tabela 7-4. Comparações entre os métodos individuais de previsão e de combinação de pesos com FA-NBI considerando a série MA(2) em análise fora da amostra (*out-of-sample analysis*). 86
Tabela 7-5. Comparações entre os métodos individuais de previsão e de combinação de pesos com FA-NBI, considerando a série AR(1) em análise fora da amostra (*out-of-sample analysis*). 87
Tabela 7-6. Comparações entre os métodos individuais de previsão e de combinação de pesos com FA-NBI, considerando a série AR(2) em análise fora da amostra (*out-of-sample analysis*). 87
Tabela 7-7. Comparações entre os métodos individuais de previsão e de combinação de pesos com FA-NBI, considerando a série ARMA(1,1) em análise fora da amostra (*out-of-sample analysis*). 88

Tabela 7-8. Comparações entre os métodos individuais de previsão e de combinação de pesos com FA-NBI, considerando a série SARIMA (1,1,1)(1,1,1) em análise fora da amostra (*out-of-sample analysis*). 88

LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

A	Agregação
API	Comparações de acurácia de previsões realizadas por instituições
AR	*Ranking* médio
AvgRelMAE	Média Relativa do Erro Médio Absoluto
$\boldsymbol{c}$	Conjunto de pesos *c*, com c = 1, 2, …, *p*
C	Combinação
CC	Combinação das combinações
CIM	Método de Inteligência Computacional
$\mathbf{F_z}$	Método de série temporal *z*
FM	Métodos de previsão
$\boldsymbol{FS_q}$	Série de escores de fatores *q*
$\widehat{\boldsymbol{FS}}_{\boldsymbol{q}}(\boldsymbol{w})$	Equação polinomial da série de escores de fatores *q*
$\boldsymbol{\phi FS_q}$	Superfície de resposta da série de escores de fatores *q*
$\boldsymbol{FS_{qp}}$	Escores de fatores *q* calculadas com base na série de resíduos *p*
$\boldsymbol{g}$	Observação *g* de uma dada série de resíduos
GMRAE	Erro Médio Relativo Geométrico Absoluto
$\boldsymbol{m}$	Método de previsão *m*, com *m* = 1, 2, …, *z*
NN	Rede Neural
$\boldsymbol{M_j}$	Métrica de performance *j*
$\boldsymbol{M_{jp}}$	Métrica de performance *j* calculada baseada na série de resíduos combinados *p*
MAE	Erro Médio Absoluto
MAPE	Erro Percentual Absoluto Médio
MASE	Erro Médio Absoluto Escalar
MdAE	Erro Mediano Absoluto
MdAPE	Erro Percentual Absoluto Mediano
MdRAE	Mediana do Erro Absoluto Relativo
ME	Erro Médio
MSE	Erro Quadrático Médio
MSPE	Erro Percentual Quadrático Médio
$\boldsymbol{p}$	Conjunto de pesos *p* / Série de resíduos combinados *p*
PB	*Percentage Better*
$\boldsymbol{R_z}$	Série de resíduos *z* do método de previsão *z*
$\boldsymbol{R_{zg}}$	Observação *g* da série de resíduos *z*
$\boldsymbol{R_t^m}$	Resíduo observado *t*, pertencente à série de resíduos do método de previsão *m*.
$\boldsymbol{RC_{pg}}$	Observação *g* da série de resíduos *z*, série originada do método de previsão *z*.
$\boldsymbol{RC_t^c}$	Resíduo combinado *t*, calculada com base no conjunto de pesos *c*.
RMSE	Raiz Quadrada do Erro Quadrático Médio
RMSPE	Raiz Quadrada do Erro Percentual Quadrático Médio
SD	Desvio Padrão dos Erros
sMAPE	Erro Médio Absoluto Percentual Simétrico
sMdAPE	Erro Mediano Absoluto Percentual Simétrico
U1	Coeficiente Estatístico de Theil U1
U2	Coeficiente Estatístico de Theil U2

VAR	Variância dos erros
t	Observação da série de resíduos *t* de cada método de previsão, com $t = 1, 2, \ldots, g$.
W_z	Peso assinalado ao método de previsão *z*
W_{zp}	Peso atribuídos ao método de previsão *z* considerando o conjunto de pesos *p*.
$W_{zp}R_{zg}$	Peso do conjunto de pesos *p* assinalado ao método de previsão *z*, multiplicado pela observação *g* da série de resíduos *z* do método de previsão *z*
w_m^c	Peso do método de previsão *m* na combinação *c*

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 1
1.1 Objetivos 6
1.1.1 Objetivo principal 6
1.1.2 Objetivos secundários 6
1.2 Estrutura da tese 6
2 REVISÃO DA LITERATURA 8
2.1 Métodos de previsão de séries temporais 8
2.1.1 Métodos de previsão de suavização exponencial 8
2.1.2 Método ARIMA 10
2.1.3 Métodos de análise de tendência 11
2.1.4 Métodos de decomposição 11
2.2 Combinação de métodos de previsão 12
2.3 Métricas de performance e precisão dos métodos de previsão 15
2.4 Projeto de Experimentos de Misturas 22
2.5 Análise Fatorial por Componentes Principais 27
2.6 Método de Intersecção Normal à Fronteira 30
3 MÉTODO FA-NBI 36
4 RESULTADOS E DISCUSSÃO 42
5 CONCLUSÕES 74
6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 76
7 ANEXOS 85

RESUMO

Este trabalho propõe uma nova abordagem multiobjetivo – nomeada de método "Análise Fatorial - Intersecção Normal à Fronteira" (FA-NBI, do inglês *Factorial Analisys - Normal Boundary Intersection*) - para encontrar o conjunto ótimo de pesos de uma combinação de métodos de previsão que é eficiente, ao mesmo tempo, com relação a várias métricas de desempenho e precisão. Para isso, as séries de resíduos de cada um dos métodos de previsão selecionados foram produzidas e foram combinadas com o uso de uma média ponderada, com os vários conjuntos de pesos tendo sido gerados por um Desenho de Rede Simplex $\{m, q\}$ (do inglês *Simplex - Lattice Design*). Em seguida, várias métricas de performance e precisão foram calculadas para cada série de resíduos combinados. Depois, foi utilizada Análise Fatorial por Componentes Principais (PCFA, do inglês *Principal Component Factor Analysis*) para extrair um pequeno número de escores de fatores para representar as métricas selecionadas, tudo com perda mínima de informações. As séries de escores de fatores extraídas foram modeladas matematicamente com a utilização de Projeto de Experimentos de Misturas (DOE-M, do inglês *Mixture Design of Experiments*). O método de Intersecção Normal à Fronteira (NBI, do inglês *Normal Boundary Intersection*) foi aplicado para otimizar conjuntamente essas funções-objetivo modeladas matematicamente, permitindo obter diversos e diferentes conjuntos de pesos Pareto-ótimos e, consequentemente, a construção da fronteira de Pareto. O Índice de Entropia de Shannon (S, do inglês *Shannon's Entropy Index*) e o Erro Percentual Global (GPE, do inglês *Global Percentage Error*) foram usados como critérios para selecionar o melhor conjunto de pesos. No presente trabalho, essas etapas foram aplicadas com sucesso inseridas dentro de um estudo de caso para prever a demanda de café no Brasil. Para testar a aplicabilidade e a viabilidade do novo método proposto diante de séries temporais distintas, foram previstas também a produção e a exportação brasileira de café usando o novo método. Ademais, seis séries sintéticas, disponíveis em Montgomery *et al*. (2008), foram utilizadas para testar a viabilidade do novo método. Os resultados mostraram que a abordagem proposta, denominada método de combinação de previsões FA-NBI, pode ser empregada com sucesso para encontrar os pesos ideais de uma combinação de métodos de previsão.

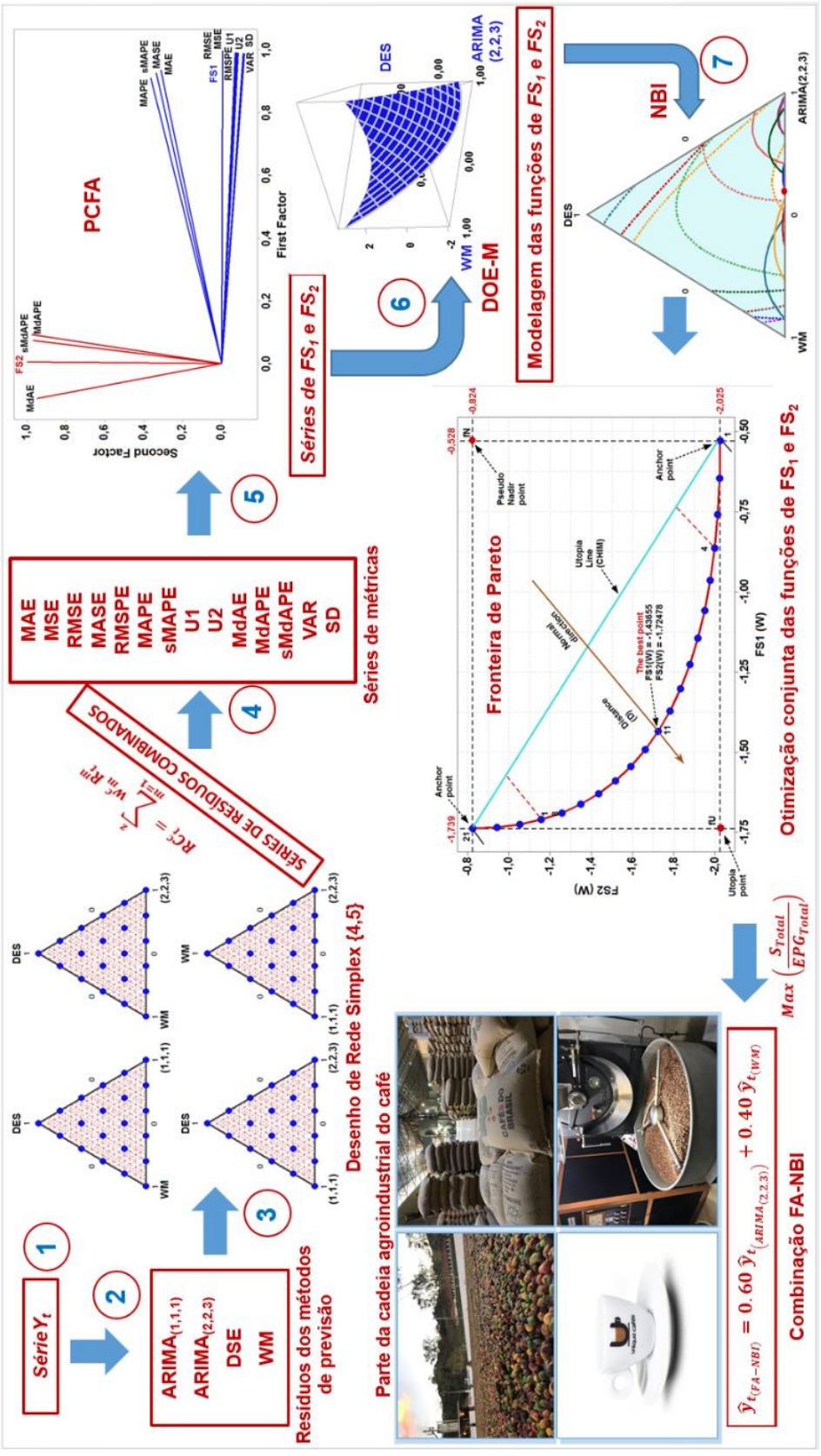
Palavras-chave: Otimização Multiobjetivo, Séries Temporais, Combinação de Métodos de Previsão, Estatística Multivariada, Suporte a Decisão, Projeto de Experimentos de Misturas.

ABSTRACT

This paper proposed a new multi-objective approach to find the optimal set of weight's combination of forecasts that were jointly efficient with respect to various performance and precision metrics. For this, the residues' series of each previously selected forecasts methods were calculated and, to combine them through of a weighted average, several sets of weights were obtained using Simplex - Lattice Design {m, q}. Then, several metrics were calculated for each combined residues' series. After, Principal Components Factor Analysis (PCFA) was used for extracting a small number series' factor scores to represent the metrics selected with minimal loss of information. The extracted series' factor scores were mathematically modeled with Mixture Design of Experiments (DOE-M). Normal Boundary Intersection method (NBI) was applied to perform joint optimization of these objective functions, allowing to obtain different optimal weights set and the Pareto frontier construction. As selection criteria of the best optimal weights' set were used the Shannon's Entropy Index (S) and Global Percentage Error (GPE). Here, these steps were successfully applied to predict coffee demand in Brazil as a case study. In order to test the applicability and feasibility of the proposed method based on distinct time series, the coffee's Brazilian production and exportation were also foreseen by new method. Besides, the simulated series available in Montgomery et al. (2008) were also used to test the viability of the new method. The results showed that the proposed approach, named of FA-NBI combination method, can be successfully employed to find the optimal weights of a forecasts' combination.

Keywords: *Multi-objective Optimization, Time Series, Combining Forecasts, Multivariate Statistics, Decision Support, Mixture Design of Experiments.*

RESUMO GRÁFICO



1 INTRODUÇÃO

No período de 2017-2018, o Brasil manteve a posição de maior produtor mundial de café. Segundo a Organização Internacional do Café (do inglês *International Coffee Organization*) (ICO, 2018), nesse período o Brasil produziu cerca de 51 milhões de sacas de 60 kg de café, o que representou, aproximadamente, 31,94% da produção mundial. O Brasil - o maior exportador mundial - exportou 30,5 milhões de sacas de café de 60 kg em 2017-2018, o que representou, aproximadamente, 26,40% de todo o café exportado no mundo. Além de ser o maior produtor e exportador de café verde, o Brasil também é o segundo maior consumidor, atrás apenas dos Estados Unidos. No mesmo período de 2017-2018, o Brasil consumiu cerca de 20,5 milhões de sacas de 60 kg de café, de acordo com a ICO (2018).

Analisando os números do período de 2017-2018, pode-se notar que quase todo o café produzido no Brasil é vendido no mercado interno e no mercado externo, o que dificilmente deixa margem para formação de estoques de segurança. Em relação à cadeia produtiva de café, a falta de estoques de segurança, juntamente com um provável crescimento do consumo de café nos próximos anos, exigirá uma constante adequação estratégica de sua estrutura física e administrativa para que tanto o mercado interno quanto o mercado externo não deixem de ser abastecidos. Como mostrado acima, a previsão de consumo doméstico de café é fundamental para todos os membros da cadeia do agroindustrial de café, que é representada em parte na Figura 1-1, para se evitar problemas de escassez ou superprodução. Em relação às indústrias de café solúvel, torrado e moído, a previsão de demanda é importante para que elas possam planejar sua capacidade produtiva para o futuro. Para o setor de produção de grãos, que exporta o produto e ainda fornece matéria-prima para o processamento das indústrias de café no Brasil, a previsão é importante para que eles possam planejar a safra e o fornecimento de grãos de café verde.

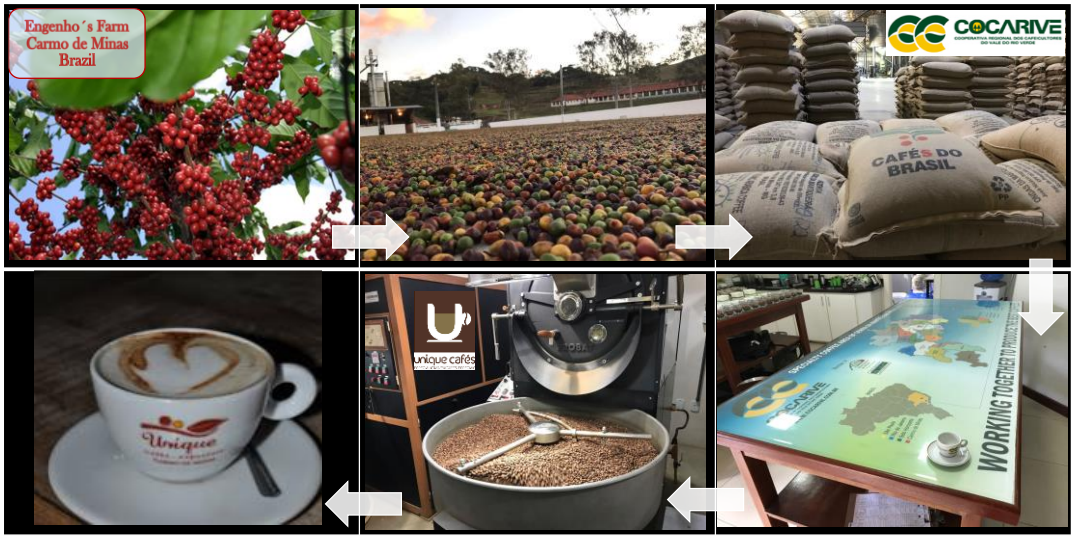


Figura 1-1. Parte da cadeia agroindustrial do café.

Em relação à escolha da estratégia de previsão, nas últimas 5 décadas muitas vantagens foram apontadas para se combinar métodos de previsão, dentre elas:

(I) ela agrega informações sobre a forma de relacionamento entre as variáveis, uma vez que um método de previsão é baseado em variáveis e informações que os outros métodos podem não levar em consideração (BATES e GRANGER 1969; BUNN, 1975; CHAN *et al.*, 1999; MORENO e LÓPEZ, 2013; GRAEF *et al.*, 2014);

(II) ela permite identificar o processo que está subjacente, pois esses diferentes métodos de previsão são capazes de capturar diferentes aspectos das informações disponíveis para se realizar a previsão (REEVES e LAWRENCE, 1982; CLEMEN, 1989);

(III) ela leva em consideração a precisão relativa dos métodos individuais combinados e a covariância entre os erros dos mesmos (WINKLER e MAKRIDAKIS, 1983);

(IV) ela melhora o desempenho da previsão (MAKRIDAKIS e WINKLER, 1983; WINKLER, 1989; MAHMOUD, 1989; HIBON e EVGENIOU, 2005; BJORNLAND *et al.*, 2012; BORDIGNON *et al.*, 2013; CANG e YU, 2014; GRAEF *et al.*, 2014; BARROW e KOURENTZES, 2016);

(V) ela diminui a variabilidade dos erros de previsão, considerando-se diferentes medidas de variância desses erros (MAKRIDAKIS e WINKLER, 1983; MAHMOUD, 1989; HIBON e EVGENIOU, 2005);

(VI) ela permite a redução da incerteza, sendo mais segura e menos arriscada do que depender de um único método de previsão (MAKRIDAKIS e WINKLER, 1983; WINKLER, 1989; HIBON e EVGENIOU, 2005; BORDIGNON *et al*., 2013);

(VII) ela pode resultar em erros mais normalmente distribuídos (BARROW e KOURENTZES, 2016).

Existem basicamente duas metodologias para realizar uma combinação de métodos de previsão: média não ponderada ou simples (SA ou AVG) e média ponderada (WA). Em relação à WA, nos últimos 50 anos muitos artigos foram escritos sobre as técnicas clássicas para se encontrar os melhores pesos de uma combinação de métodos de previsão (pesos atribuídos a cada um dos métodos individuais de previsão). Porém, a maioria dos estudos limitou-se em minimizar apenas um objetivo ou critério, dentre eles:

- a combinação da variância dos erros (BATES e GRANGER, 1969);
- o erro quadrático médio (NEWBOLD e GRANGER, 1974; DIEBOLD e PAULY, 1990; LESAGE e MAGURA, 1992);
- o erro percentual absoluto médio (MAPE) (WINKLER e MAKRIDAKIS, 1983; LAM *et al.*, 2001);
- a soma dos erros quadráticos de previsão fora da amostra (GRANGER e RAMANATHAN, 1984; DEUTSCH *et al.*, 1994; CHAN *et al.*, 1999);
- o erro absoluto médio (MAE) (LESAGE e MAGURA, 1992); e
- o erro percentual absoluto máximo (MAXAPE) (LAM *et al.*, 2001).

No entanto, poucos estudos empregaram abordagens com multiobjetivos. Reeves e Lawrence (1982) desenvolveram uma estrutura de programação linear de múltiplos objetivos (MOLP) para gerar previsões combinadas eficientes em relação a vários objetivos, minimizando quatro deles simultaneamente (erro total de previsão, erro positivo de previsão em todos os períodos, erro total de previsão em períodos recentes e erro máximo de previsão). Eles justificaram o uso do MOLP argumentando que a seleção de um único método de previsão individual, com base em um único objetivo, não poderia fazer o melhor uso das informações disponíveis da mesma forma como uma combinação de métodos de previsão poderia, ao considerar a minimização de vários objetivos e não apenas a minimização da variância dos erros

de previsão. Da mesma forma, Gulledge *et al.* (1986) usaram o MOLP para gerar combinações lineares ponderadas de métodos de previsão nas quais três métricas foram minimizadas ao mesmo tempo (soma dos erros absolutos em todos os 24 períodos, soma dos erros absolutos com dupla ponderação nos últimos oito períodos e erro absoluto máximo de previsão). A justificativa deles foi o fato de que vários objetivos permitem ao tomador de decisão ter uma maior flexibilidade na seleção de variáveis de entrada em sua análise de políticas e geralmente fornecem um melhor ajuste de um determinado e específico problema de decisão. Reeves *et al.* (1988) argumentaram que o esquema matemático de ponderação multiobjetivo permite a incorporação direta de um conjunto variado de objetivos gerenciais diretamente ao processo de previsão. Com isso, eles usaram um método multiobjetivo de programação linear que minimizava, em conjunto, os erros totais de previsão, os erros de previsão e o os erros de previsão mais recentes. Mais uma vez, Reeves e Lawrence (1991) desenvolveram uma estrutura de programação matemática para combinar previsões incorporando dois tipos de objetivos - precisão e direção de mudança. Eles concluíram que as previsões combinadas, geradas em um ambiente de múltiplos objetivos, são pelo menos tão boas quanto a melhor previsão individual em relação a um ou mais objetivos. Como argumento para o uso dessa abordagem, eles alegaram que ela permite aos tomadores de decisão produzirem esquemas de ponderação de métodos de previsão com relação a várias métricas de desempenho conflitantes. Dez anos depois, em uma abordagem baseada em portfólio de ações, Leung *et al.* (2001) calcularam um conjunto de pesos de uma combinação usando uma abordagem multiobjetivo de programação por objetivos (GP). Para isso, eles usaram GP para combinar métodos de previsão, de modo que o retorno esperado e a assimetria do retorno foram maximizados e a variância do retorno (nível de risco) foi minimizada. Mais recentemente, Ustum e Kasimbeyli (2012) fizeram uso de um modelo geral de variância, média e assimetria. Essas métricas foram acopladas em um modelo multiobjetivo de otimização de portfólio a fim de encontrar os pesos ideais de cada ação em um portfólio ótimo.

Diferentemente, o presente trabalho propõe um novo método multiobjetivo - o método FA-NBI - para encontrar a combinação ótima de pesos de métodos individuais de previsão que seja eficiente, concomitantemente, com relação a várias métricas de desempenho e precisão de previsões. Um estudo de caso para prever o consumo de café no Brasil foi utilizado para mostrar as etapas de aplicação de FA-NBI. Como etapa inicial de FA-NBI, quatro métodos de previsão foram selecionados previamente para participar da combinação –Suavização Exponencial Dupla (DES), Holt-Winters Multiplicativo (HW) e duas especificações de Modelos Auto-Regressivos e de Médias Móveis para processos não estacionários homogêneos (ARIMA).

Depois, iniciando propriamente a implementação da nova abordagem, foram calculadas as séries de resíduos de cada um desses quatro métodos. Em sequência, usando Desenho de Rede Simplex {4, 5}, uma abordagem de Projeto de Experimentos de Misturas (DOE-M), foram obtidos 61 conjuntos de pesos para combinar as séries de resíduos dos quatro métodos selecionados. Para cada conjunto de pesos gerado por DOE-M, foi produzida, por meio de uma média ponderada, a respectiva série de resíduos combinados dos métodos de previsão selecionados. Em seguida, para cada uma das 61 séries combinadas de resíduos geradas, 14 métricas de previsão foram calculadas, dando origem a 14 séries de métricas. Buscando reduzir a dimensionalidade do problema, a técnica de estatística multivariada de Análise Fatorial por Componentes Principais (PCFA) foi aplicada para extrair um pequeno número de séries de escores de fatores para representar as 14 séries de métricas de desempenho e precisão geradas, tudo com perda mínima de informações. Assim, no contexto de combinação de séries temporais, PCFA foi usada para reduzir o número de métricas a serem otimizadas em conjunto de 14 para apenas duas. Como resultado, foi possível encontrar a combinação de pesos otimizando 14 métricas ao mesmo tempo, e não apenas uma ou duas métricas, o que tornou esse trabalho diferente dos mencionados acima. Outra diferença foi que, em sequência, DOE-M foi usado para modelar matematicamente a função objetivo de cada uma das duas séries de escores de fatores representativas das 14 séries de métricas originais.

Após a modelagem da função objetivo matemática de cada uma dessas duas séries de escores de fatores, o método de Intersecção Normal à Fronteira (NBI) foi aplicado para fazer a otimização conjunta desses múltiplos objetivos, sendo encontradas 21 soluções e conjuntos de pesos Pareto-ótimos. Então, para não sacrificar as informações fornecidas por cada uma das 14 métricas selecionadas, a proposta aqui apresentada foi a de otimizá-las ao mesmo tempo para encontrar a melhor combinação de métodos de séries temporais. Para selecionar o melhor conjunto ótimo de pesos, o Índice de Entropia de Shannon (S), de Shannon (1948), e o Erro Percentual Global (GPE) foram utilizados.

A combinação de pesos FA-NBI encontrada foi comparada estatisticamente, em termos de desempenho e precisão, usando o teste Diebold e Mariano (DM), introduzido por Diebold e Mariano (1995), com os métodos de previsão individuais combinados e com os outros métodos tradicionais de encontro de pesos de uma combinação de métodos de previsão. Para provar a competitividade, aplicabilidade e viabilidade da abordagem proposta, a produção e exportação brasileira de café também foram previstas usando FA-NBI, sendo as mesmas analisadas, em conjunto, com a demanda de café. O método proposto FA-NBI também foi aplicado e testado com base em séries sintéticas, disponíveis em MONTGOMERY *et al.* (2008).

Assim, em resumo, o objetivo principal e os objetivos secundários deste trabalho foram:

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo principal

- Propor uma nova abordagem multiobjetivo - o método de combinação "Fatorial – Intersecção Normal à Fronteira" (FA-NBI) - para encontrar os pesos ótimos de uma combinação de séries temporais eficientes, em conjunto, a várias métricas de desempenho e precisão.

1.1.2 Objetivos secundários

- Prever o consumo de café no Brasil como um estudo de caso, para demonstrar as etapas de aplicação do método FA-NBI.

- Realizar a previsão da produção e da exportação brasileira de café para analisá-las em conjunto com a previsão de demanda de café, assim como para comprovar a competitividade, a aplicabilidade e a viabilidade da abordagem proposta diante de séries temporais com características diferentes.

- Aplicar e testar o método FA-NBI em seis séries sintéticas, a fim de permitir uma maior generalização dos resultados.

1.2 Estrutura da tese

A tese está organizada da seguinte forma: o primeiro capítulo apresenta a introdução, e o segundo capítulo expõe uma revisão da literatura com foco nos métodos de séries temporais usados no presente trabalho. No segundo capítulo também é realizada uma revisão sobre os mais tradicionais métodos para se encontrar os pesos de uma combinação de métodos de previsão. Do segundo capítulo consta, ainda, revisão literária sobre as principais métricas de performance e precisão para medir o desempenho e fazer comparações entre métodos individuais de previsão e entre combinações de métodos de previsão, bem como revisão sobre as abordagens DOE-M, PCFA, NBI, S e GPE. O terceiro capítulo apresenta o método FA-NBI

proposto no presente estudo, e o quarto capítulo apresenta a análise de resultados. Finalmente, as conclusões são apresentadas no capítulo cinco.

2 REVISÃO DA LITERATURA

2.1 Métodos de previsão de séries temporais

2.1.1 Métodos de previsão de suavização exponencial

A análise de séries temporais requer apenas os valores passados da variável que se deseja prever. Espera-se que o padrão observado nos valores passados forneça informações adequadas para prever valores futuros. A previsão obtida pelos métodos de médias leva em consideração os valores anteriormente observados da variável que se quer prever. São métodos que normalmente geram previsões "adaptativas", ou seja, que se ajustam automaticamente aos dados disponíveis mais recentes.

Dentre os métodos de média ponderada, os de Suavização Exponencial (ES, do inglês *Exponential Smoothing*) usam pesos exponenciais decrescentes das observações mais recentes para as mais antigas (MAKRIDAKIS *et al.*, 1998). Segundo Gaither e Frazier (2001), o método de Suavização Exponencial Simples (SES, do inglês *Single Exponential Smoothing*) suaviza os dados, calculando médias exponencialmente ponderadas. Ele é apropriado para fornecer previsões de curto prazo. SES pega a previsão do período anterior e adiciona um ajuste chamado constante de suavização ou de "alisamento" (do inglês *smoothing*) do nível ou da média (α) à previsão para o próximo período F_{t+1}. Assim, a equação de previsão para o período (F_{t+1}) é dada por $F_{t+1} = F_t + \alpha\,(Y_t - F_t)$, onde $(Y_t - F_t)$ é o erro de previsão do período anterior ao previsto.

Diferentemente de SES, o Método de Suavização Exponencial Dupla (DES, do inglês *Double Exponential Smoothing*) é adequado para uso na presença de componentes de tendência. Ele fornece previsões de curto prazo. Por esse motivo, além do parâmetro α (para suavizar a média ou o nível, como no SES), o método DES, também conhecido como método de Brown, em adição usa o parâmetro β para suavizar a tendência da série (GAITHER e FRAZIER, 2001). A Eq. (1) para o nível, a Eq. (2) para a tendência e a Eq. (3) para a previsão para *m* períodos à frente são necessárias para o cálculo da previsão usando o método DES (MAKRIDAKIS *et al.*, 1998), onde L_t é o nível estimado da série temporal no período *t*, e b_t é a tendência estimada da série no período *t*.

$$L_t = \alpha Y_t + (1 - \alpha)(L_{t-1} - b_{t-1}) \quad (1)$$

$$b_t = (L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)b_{t-1} \quad (2)$$

$$F_{t+m} = L_t + b_t m \quad (3)$$

A Eq. (1) ajusta L_t pela tendência do período anterior b_{t-1}, adicionando o último valor suavizado de L_{t-1} a ele. Isso ajuda a eliminar o atraso e leva L_t ao nível aproximado dos valores atuais dos dados. A Eq. (2) atualiza a tendência, que expressa a diferença dos dois últimos valores suavizados. Isso é apropriado porque há uma tendência nos dados e os novos valores deverão ser mais altos ou mais baixos do que verdadeiramente são. Como ainda existe alguma aleatoriedade remanescente, a tendência é modificada pela suavização, usando o parâmetro de tendência β no último período (L_t - L_{t-1}), adicionando a esse termo a última estimativa de tendência b_{t-1} multiplicada por (1-β). Finalmente, a Eq. (3) é usado para calcular a previsão para m períodos à frente, com a tendência (b_t) sendo multiplicada por (m) e adicionada ao valor base L_t. O processo de inicialização requer duas estimativas, uma para o primeiro valor suavizado Y_1 e a outra para o primeiro valor de tendência T_1. Alternativamente, pode-se usar $T_1 = Y_1$. Os parâmetros α e β podem ser escolhidos por tentativa, por exemplo sendo os valores que, juntos, minimizam o valor do Desvio Médio Absoluto (MAD) (MAKRIDAKIS *et al.*, 1998).

O método de suavização exponencial de Holt-Winters (HW, do inglês *Holt-Winters Exponential Smoothing*) é uma extensão do método DES. Sua previsão considera não apenas as constantes de suavização de nível e tendência, mas também a constante de suavização de sazonalidade (NEWBOLD, 1994). O método HW, portanto, é baseado em três equações exponenciais de suavização: uma para suavizar o nível, outra para suavizar a tendência e a última para suavizar a sazonalidade. Portanto, além do parâmetro α (para suavizar a média ou nível) e o parâmetro β (para suavizar a tendência), é acoplado o parâmetro γ para suavizar a sazonalidade da série. Existem dois métodos diferentes de HW, dependendo se a sazonalidade é modelada de forma multiplicativa ou aditiva: Holt-Winters multiplicativo (WM, do inglês Holt-Winters multiplicative) e Holt-Winters aditivo (WA, do inglês Holt-Winters Additive). WM é baseado na Eq. (4) para o nível, na Eq. (5) para a tendência, na Eq. (6) para a sazonalidade e na Eq. (7) para previsão para m períodos à frente, em que s é o tamanho da sazonalidade (MAKRIDAKIS *et al.*, 1998):

$$L_t = \alpha\left(\frac{Y_t}{S_{t-s}}\right) + (1-\alpha)(L_{t-1} + b_{t-1}) \quad (4)$$

$$b_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1-\beta)b_{t-1} \quad (5)$$

$$S_t = \gamma\left(\frac{Y_t}{L_t}\right) + (1-\gamma)S_{t-s} \quad (6)$$

$$F_{t+m} = (L_t + b_t m) S_{t-s+m} \quad (7)$$

A Eq. (4) difere da Eq. (1) devido ao seu primeiro termo ser dividido pelo número sazonal (S_{t-s}) usado para dessazonalizar a série Y_t. A Eq. (5) é a mesma que a Eq. (2) da suavização da tendência do método DES. A Eq. (6) é comparada a um índice sazonal, porque Y_t, que contém sazonalidade, é dividida pelo valor suavizado atual da série. O valor da divisão pode ser maior ou menor do que 1, dependendo da magnitude de Y_t. Como Y_t também contém aleatoriedade, a Eq. (6) pondera o fator sazonal recém calculado com γ e pondera também o número sazonal mais recente, correspondente ao mesmo período, com 1-γ (MAKRIDAKIS *et al.*, 1998).

2.1.2 Método ARIMA

Os métodos auto-regressivos integrados de médias móveis (ARIMA, do inglês *Autoregressive Integrated Moving Average*) foram popularizados por George Box e Gwilym Jenkins no início dos anos 70. Para realizar previsões a partir desses métodos, é importante saber se o processo estocástico gerador da série Y_t de observações de dados varia ou não em relação ao tempo, ou seja, se o processo gerador é estacionário ou não. No caso de processos lineares estacionários - em que os dados flutuam em torno de uma média constante, de forma independente do tempo e a variação dessa flutuação permanece constante ao longo do tempo - os modelos usados para representá-los são (MAKRIDAKIS *et al.*, 1998):

- os modelos autorregressivos de ordem (p) - AR (p);
- os modelos de médias móveis de ordem (q) - MA (q); e
- os modelos autorregressivos de ordem (p) acoplados com os modelos de médias móveis de ordem (q) - ARMA (p, q).

No caso de séries de dados não estacionárias em relação ao nível e/ou inclinação, o processo de geração da série será um processo linear homogêneo não estacionário. Nesse caso, para tornar o processo estacionário será necessário promover (d) diferenciações dessa série. Esses processos serão representados por modelos autorregressivos integrados de médias móveis de ordem p, d e q (ARIMA $_{(p, d, q)}$). Depois que a série temporal é diferenciada (d) vezes para torná-la estacionária, o modelo ARIMA $_{(p, d, q)}$ pode ser representado pela Eq. (8), ou seja, pela função linear dos últimos valores observados conhecidos da variável que está sendo prevista e dos últimos erros de previsão de um modelo ARMA (MAKRIDAKIS *et al.*, 1998):

$$Y_t = \varphi_1 Y_{t-1} + \varphi_2 Y_{t-2} +, \dots, + \varphi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} -, \dots, - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (8)$$

Onde:

- Y_t é o valor previsto no período *t*;
- ε_t é o erro aleatório no período *t*, isto é, uma variável aleatório normalmente distribuída, com média zero, variância constante e covariância igual a zero;
- φ_i (i = 1, 2, 3, ..., p) são parâmetros autorregressivos;
- θ_i (j = 1, 2, 3..., q) são os parâmetros de médias móveis;
- p e q são números inteiros das ordens do modelo.

2.1.3 Métodos de análise de tendência

No presente trabalho foram utilizados três métodos de previsão com base na tendência: Método de Tendência Quadrática (QTM, do inglês *Quadratic Trend Model*), Método de Tendência Linear (LTM, do inglês *Linear Trend Model*) e Método de Tendência de Crescimento Exponencial (EGTM, do inglês *Exponential Growth Trend Model*). O QTM usa o método dos mínimos quadrados ordinários (OLS, do inglês *ordinary least squares method*) para ajustar a equação de tendência quadrática na forma ($\hat{Y}_t = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + e_t$). Nessa equação, $\hat{Y}_t$ é o valor previsto de *Y* no tempo *t*; β_0 é a intersecção; β_1 é a inclinação da tendência linear em *Y* e representa a alteração média de um período para o outro; β_2 é o efeito curvilíneo estimado em *Y*, e_t é o erro estimado do modelo e *t* é o tempo, que será zero na primeira observação, 1 na segunda, 2 na terceira e assim por diante (MINITAB, 2017)

LTM é o modelo padrão usado na análise de tendência, devendo o mesmo ser escolhido para modelar linearmente a tendência. A Equação do LTM é ($\hat{Y}_t = \beta_0 + \beta_1 t + e_t$).

O EGTM leva em consideração um crescimento ou decrescimento exponencial na série. A equação deste modelo assume a forma de ($\hat{Y}_t = \beta_0 \beta_1^t e_t$), em que β_0, β_1, e β_2 são os parâmetros do modelo (MINITAB, 2017).

2.1.4 Métodos de decomposição

Nos métodos de decomposição, as séries são formadas por três componentes de influência: de tendência (T_t), de sazonalidade (S_t) e de erro (ε_t). A idéia principal da decomposição é tentar isolar os vários componentes, com exceção das flutuações irregulares (ε_t), para que esses efeitos possam ser tratados separadamente. Os métodos de decomposição (do inglês *Decomposition Methods*) isolam a tendência e, em um segundo momento, isolam o

componente sazonal (MAKRIDAKIS *et al*., 1998). Existem dois métodos de previsão para explicar como os componentes se combinam em uma série. No Método de Decomposição Aditivo (ADDEC, do inglês *Additive Decomposition Method*), Y_t é igual à soma dos componentes S_t, T_t e ε_t. No Método de Decomposição Multiplicativa (MDEC, do inglês *Multiplicative Decomposition Method*), Y_t é o produto desses componentes, ou seja, os componentes de tendência e sazonal são multiplicados e adicionados ao componente de erro.

2.2 Combinação de métodos de previsão

Em relação ao uso de métodos de combinação de previsão usando a estratégia de média simples (AVG) ou alguma estratégia de média ponderada (WA) dos métodos individuais de previsão, são poucos os estudos encontrados na literatura. Usando AVG, no qual são conferidos pesos iguais para todos os métodos individuais de previsão, Khotanzad *et al.* (2000) combinaram duas topologias de redes neurais artificiais – *adaptative feedforward forecaster* (AFFF) e *adaptative funcional link forecaster* (AFLF).

Para encontrar os pesos de uma combinação de métodos de previsão aplicando uma média ponderada (WA) das previsões fornecidas pelos métodos individuais, a maioria dos modelos de combinação de pesos encontrados na literatura ao longo dos anos foi desenvolvida com base na minimização de apenas uma métrica ou objetivo. Dentre eles, pode-se citar o de Bates e Granger (1969), que encontrou os pesos de uma combinação linear de dois métodos de previsão como sendo aqueles que minimizavam a variância do erro. Pouco depois, Dickinson (1973) estendeu os resultados de Bates e Granger (1969) para encontrar os pesos de uma combinação com mais de dois métodos de previsão participantes, usando, também, o critério de variância mínima. Diferentemente, Granger e Ramanathan (1984) propuseram três procedimentos diferentes para obtenção de pesos usando métodos de regressão linear (métodos RB), minimizando a soma do quadrado dos erros das previsões.

Em seu estudo, Bates e Granger (1969) fizeram uso de dois procedimentos - um considerando a covariância (ρ) entre os erros de dois métodos individuais de previsão, conforme a Eq. (9), e o outro sem considerá-la ($\rho = 0$), conforme a Eq. (10). O objetivo foi estimar o peso w_1 e, por diferença, o peso w_2 ($w_2 = 1 - w_1$) para combinar dois métodos de previsão. O método desenvolvido por eles teve o objetivo de dar maior peso ao método de previsão que parecia conter os menores erros quadráticos médios, minimizando a variância global.

$$w_1 = \frac{\sigma_2^2 - \rho\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 - \sigma_2^2 - \rho\sigma_1\sigma_2} \quad (9)$$

$$w_1 = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 - \sigma_2^2} \quad (10)$$

Nas Equações 9 e 10, σ_1^2 e σ_2^2 são as variâncias dos erros dos dois métodos de previsão, ou seja, dos métodos 1 e 2, σ_1 e σ_2 são os respectivos desvios-padrões dos erros de previsão dos métodos 1 e 2, e ρ é a covariância entre os erros do método 1 e 2.

Dickinson (1973) estendeu os resultados de Bates e Granger (1969) para combinações de *n* métodos de previsão, usando a forma matricial da Eq. (11), em que (**w** = w_1, w_2, ..., w_n) é o vetor de *n* pesos, **Σ** é a matriz de variância-covariância (*n* x *n*) dos erros de previsão e ($\mathbf{I_n}$) é a matrix (*n* x 1) com todos os termos de valor igual a um.

$$\boldsymbol{w} = \boldsymbol{\Sigma^{-1} I_n \, (I_n' \Sigma^{-1} I_n)^{-1}} \quad (11)$$

Granger e Ramanathan (1984) propuseram três procedimentos diferentes para encontrar os pesos de uma combinação, ambos minimizando a soma dos erros quadrados de previsão usando o modelo de regressão linear. O primeiro deles sem restrições com relação aos pesos (Eq. 12), o segundo considerando a soma dos pesos limitada a um (Eq. 13), e o terceiro também sem restrições com relação aos pesos, mas com a adição de um termo constante (w_0) (Eq. 14).

$$\hat{y}_t = w_1\hat{y}_t^1 + \, w_1\hat{y}_t^2 + \varepsilon_t \quad (12)$$

$$\hat{y}_t = w_1\hat{y}_t^1 + \, w_1\hat{y}_t^2 + \varepsilon_t \, , \;\; s.t. \;\; w_1 + w_2 = 1 \quad (13)$$

$$\hat{y}_t = w_0 + w_1\hat{y}_t^1 + \, w_1\hat{y}_t^2 + \varepsilon_t \quad (14)$$

Nas quais:

- $\hat{y}_t$ é a previsão combinada no período *t;*
- $\hat{y}_t^1$ e $\hat{y}_t^2$ são as previsões dos métodos individuais 1 e 2 no período *t;*
- ε_t é o termo de erro;
- w_1 e w_2 são os pesos (coeficientes) atribuídos aos métodos 1 e 2 no modelo de regressão;
- w_0 é o termo constante.

Especificamente para prever o consumo de gás natural na China, Fan *et al.* (2018), baseados nos métodos de previsão *Grey Model (1,1)* e *self-adapting intelligent Grey Model* (SIGM), aplicaram algorítimo genético (GA) para calcular os pesos desses dois métodos de previsão, fazendo comparações e escolhas usando, independentemente, as métricas MAE, MAPE e RMSE. Considerando ainda o setor de energia, Wang *et al.* (2010) introduziram um novo modelo combinado de previsões de carga elétrica baseado nos métodos ARIMA com sazonalidade, suavização exponencial com sazonalidade e *support vector machines*, empregando *adaptive particle swarm* para otimizar os coeficientes dos pesos do modelo de combinação, minimizando a soma absoluta de erros. Xiao *et al.* (2015) propuseram método de combinação incluíndo *back propagation neural networks* (BPNN), *radical basis function neural network* (RBFNN), *general regression neural network* (GRNN) e *genetic-algorithm-optimized back propagation neural network* (GABPNN). Eles fizeram uso do algorítimo *cuckoo search* (CS) para otimizar o coeficiente de peso de cada método individual de previsão, minimizando os erros absolutos. Novamente, Xiao *et al*. (2016) desenvolveram um método de combinação que integrou vários padrões sazonais, diversas redes neurais, *non-positive constraint theory* e o algorítimo de *Broyden–Fletcher–Goldfarb - Shanno-Firefly*, que foi usado para determinar os coeficientes de pesos dos métodos de previsão combinados, minimizando a soma do quadrado dos erros (SSE). Yang e Wang (2018) desenvolveram um modelo combinado usando algorítmo de otimização que combinou *water cycle algorithm* (WCA) e *Broyden family algorithm* para otimizar os pesos dos métodos individuais de previsão BPNN, *BPNN with double hidden layers*, RBFNN, *Elman neural network* (ENN), *wavelet neural network* (WNN) e *non-positive constraint theory* minimizando a soma dos erros quadrados de previsão.

Para encontrar a combinação de pesos otimizando várias respostas ou métricas ao mesmo tempo também não existem muitos trabalhos na literatura. Usando programação linear de múltiplos objetivos (MOLP), Reeves e Lawrence (1982) minimizaram, ao mesmo tempo, o erro total de previsão em todos os períodos e o erro máximo de previsão em qualquer período de tempo individual. Gulledge *et al.* (1986) minimizaram conjuntamente a soma dos erros absolutos de previsão em todos os 24 períodos de tempo, a soma dos erros absolutos de previsão com dupla ponderação nos últimos oito períodos e o erro máximo absoluto de previsão. Reeves *et al*. (1988) minimizaram conjuntamente métricas de erros de previsão (ou de performance), o erro total de previsão (equivalente ao MAE), os *overforecast* erros e os erros de previsão mais recentes. Posteriormente, Lam *et al.* (2001) utilizaram o modelo de programação de dois objetivos (GPM), minimizando, respectivamente, o MAPE e o erro percentual absoluto máximo (MAXAPE). Leung *et al.* (2001) examinaram o desempenho histórico de várias séries de

previsões e as combinaram com base na média, variância e assimetria dos retornos dos investimentos, usando GPM. Gasimov *et al.* (2007) propuseram um modelo de programação linear inteira mista com múltiplos objetivos (MILP) (do inglês *multi-objective mixed integer linear programming*), minimizando simultaneamente dois objetivos contraditórios relacionados ao custo da perda de compensação (do inglês *trim loss cost*) e ao custo combinado dos estoques (do inglês *combined inventory cost*), a fim de cumprir um determinado conjunto de ordens de corte. Yang *et al.* (2016) combinaram *Back Propagation (BP) Neural Network*, *Adaptive Network-based Fuzzy Inference System* (ANFIS) e *Difference Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average* (diff-SARIMA) e ajustaram os coeficientes dos pesos com o algorítimo de otimização *Differential Evolution* (DE). Wang *et al.* (2017-b) propuseram um modelo combinado de previsões integrando 4 ANNs (redes neurais artificiais). Nesse modelo, os coeficientes ótimos de pesos foram calculados com base no multiobjetivo algorítimo nomeado *bat algorithm* (MOBA), com o qual foram minimizadas, ao mesmo tempo, a precisão, representada pelo viés ou *bias* dos erros (diferença entre os valores observados e os valores previstos dos métodos de previsão), e a estabilidade, representada pela variância dos erros de previsão. Xiao *et al.* (2017) propuseram um modelo combinado baseado no *multiobjective flower pollination algorithm* (MOFPA) para encontrar os pesos de cinco redes neurais artificiais, minimizando, igualmente, a precisão (viés) e a estabilidade (variância) juntas.

2.3 Métricas de performance e precisão dos métodos de previsão

As 14 métricas (j = 14) utilizadas neste trabalho foram MAE, MSE, RMSE, MASE, RMSPE, MAPE, sMAPE, U1, U2, VAR, SD, MdAE, MdAPE e sMdAPE. As equações de cálculo dessas métricas estão descritas na Tabela 2-1.

A variância (VAR) e o desvio padrão (SD) dos erros ou resíduos são métricas de risco associadas à escolha do método em relação à precisão (variabilidade ou estabilidade), ou seja, que levam em consideração a ocorrência de altos valores acima da média ou abaixo da média (HIBON e EVGENIOU, 2005). As outras doze são métricas de precisão (desempenho ou performance), que demonstram a capacidade de um método de prever os dados reais ou atuais (dados dentro da amostra) quando um modelo de previsão é ajustado a esses dados, ou mesmo para prever dados para períodos futuros (fora da amostra) cujos valores não foram utilizados para desenvolver o modelo de previsão (MAKRIDAKIS, 1993). MAE mede o quanto o valor estimado ou previsto difere dos valores reais (XU *et al*., 2017). MSE é a média dos quadrados dos erros de previsão que pode ser aplicada para estimar a diferença dos métodos de previsão

(Du *et al*., 2018). RMSE sumariza a diferença entre os valores reais e previstos (XU *et al*., 2017). MAPE é a medida estatística de precisão da previsão de um método de previsão (DU *et al*., 2018).

Tabela 2-1. Métricas de performance e precisão.

Métricas e equações	**Definições**	
$MAE = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\lvert e_t\rvert = \underset{t=1,\dots n}{\text{mean}}\lvert e_t\rvert$	Erro Médio Absoluto	(15)
$MdAE = \underset{t=1,\dots n}{\text{median}}\lvert e_t\rvert$	Erro Mediano Absoluto	(16)
$MSE = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(e_t)^2 = \underset{t=1,\dots n}{\text{mean}}(e_t{}^2)$	Erro Quadrático Médio	(17)
$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(e_t)^2}$ $= \sqrt{\underset{t=1,\dots n}{\text{mean}}(e_t{}^2)}$	Raiz Quadrada do Erro Quadrático Médio	(18)
$MAPE = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\lvert re_t\rvert = \underset{t=1,\dots n}{\text{mean}}(re_t)$ $\text{Where}: re_t = \left(\frac{e_t}{y_t}\right) \times 100$	Erro Percentual Absoluto Médio	(19)
$RMSPE = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(re_t)^2}$	Raiz Quadrada do Erro Percentual Quadrático	(20)
$MdAPE = \underset{t=1,\dots n}{\text{median}}\lvert re_t\rvert$	Erro Percentual Absoluto Mediano	(21)
$sMAPE = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\frac{\lvert\hat{y}_t - y_t\rvert}{(y_t + \hat{y}_t)/2}$	Erro Médio Absoluto Percentual Simétrico	(22)
$sMdAPE = \underset{t=1,\dots n}{\text{median}}\frac{\lvert\hat{y}_t - y_t\rvert}{(y_t - \hat{y}_t)/2}$	Erro Mediano Absoluto Percentual Simétrico	(23)

$U1 = \frac{\left[\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(y_t - \hat{y}_t)^2\right]^{\frac{1}{2}}}{\left[\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(y_t)^2\right]^{\frac{1}{2}} + \left[\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(\hat{y}_t)^2\right]^{\frac{1}{2}}}$	Coeficiente Estatístico de Theil U1	(24)
$U2 = \frac{\left[\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(\hat{y}_t - y_t)^2\right]^{\frac{1}{2}}}{\left[\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(y_t)^2\right]^{\frac{1}{2}}}$	Coeficiente Estatístico de Theil U2	(25)
$MASE = \frac{MAE}{MAE_{RW}}$	Erro Médio Absoluto Escalar	(26)
$VAR = s^2 = \frac{\sum_{t=1}^{n}(e_t - \bar{e}_t)^2}{n-1}$	Variância dos erros	(27)
$\mathrm{SD} = \mathrm{s} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n}(e_t - \bar{e}_t)^2}{n-1}}$	Desvio Padrão dos erros	(28)

Como o MAPE, o sMAPE é uma média dos erros percentuais absolutos, mas esses erros são calculados usando um denominador que representa a média da previsão e dos valores observados. MASE é uma medida proposta por Hyndman e Koehler (2006). É o MAE de um determinado método, dividido pelo MAE do modelo *benchmark naïve*. RMSPE é a raiz quadrada da média da soma dos erros ao quadrado, expressa em percentagem. O coeficiente estatístico de Theil U1 é concebido como uma medida de precisão, enquanto o coeficiente de Theil U2 é um coeficiente estatístico de qualidade da previsão, sendo usado para fazer comparações entre a previsão realizada por um determinado método e a previsão realizada pelo método *naïve.* Ambas as medidas são delimitadas entre zero (no caso de previsão perfeita) e um (alegadamente, o pior caso) (MARTÍNEZ-RIVERA *et al.*, 2012).

MdAE é uma medida robusta de variabilidade de uma amostra univariada de dados quantitativos. A métrica MdAPE é calculada ordenando o erro percentual absoluto (APE) do menor para o maior e usando seu valor médio como mediana. MdAPE é mais resistente a *outliers* que MAPE e sMAPE, e é recomendado como critério de avaliação de desempenho quando os métodos de previsão precisam ser comparados com o uso de diferentes séries (XU *et al*., 2017). O sMdAPE é obtido ordenando os erros percentuais absolutos simétricos usando o valor central.

Tanto a precisão quanto a estabilidade são importantes para medir o desempenho de um modelo de previsão (DU *et al.*, 2017). Para avaliar a qualidade de um modelo de previsão, a precisão e a estabilidade devem ser consideradas como objetivos a serem otimizados para se encontrar os coeficientes de ponderação (de pesos) de um modelo de combinação (WANG *et al.*, 2017a; XIAO *et al.*, 2017). Para a combinação adquirir tanto precisão quanto estabilidade, deve ser utilizado um modelo de otimização multiobjetivo (MOP), em vez de se otimizar somente um único objetivo (XIAO *et al.*, 2017). Como cada uma das métricas citadas tem vantagens e desvantagens, DOE-M pode ser usado para obter a combinação de pesos que fornece os valores mais baixos possíveis de várias métricas de erros de precisão e variabilidade. Ou seja, para se obter a combinação que minimiza, conjuntamente e ao mesmo tempo, várias métricas, pode-se modelar matematicamente as funções-objetivo dessas métricas de precisão e variabilidade usando DOE-M e, depois, minimizá-las, simultaneamente, usando algum método de otimização multiobjetivo.

A escolha da medida de erro, ou seja, da métrica a ser usada em cada caso depende das características apresentadas pelas séries de dados, tais como as diferenças de escala entre as séries, a quantidade de alterações que ocorrem ao longo do horizonte de previsão, a presença de erros extremos de previsão (do inglês *outliers*) e o objetivo da pesquisa (ARMSTRONG e COLLOPY, 1992; AHLBURG, 1992). Devido ao fato de cada métrica de erro ter seus pontos fracos, vários estudos empíricos encontrados na literatura usaram mais de uma métrica de desempenho para selecionar o melhor método de previsão e/ou a melhor combinação de métodos de previsão, como pode ser observado na Tabela 2-2. Nesses estudos, o melhor método ou a melhor combinação de métodos foi escolhida com base naqueles métodos de previsão que apresentaram os valores menores das métricas de erros independentemente. Como cada métrica possui pontos fracos e fortes, além de fornecer informações diferentes umas das outras, no presente trabalho a escolha da combinação de pesos encontrada será a que otimizar conjuntamente 14 métricas (os objetivos).

Tabela 2-2. Métricas de performance mais usadas individualmente para selecionar e/ou combinar métodos de previsão.

Autores	Escolhas entre	Métricas de performance usadas
Winkler e Makridakis (1983)	FM, C, CC	**MAPE, MSE**
Kang (1986)	FM, C	**MAE, MSE**
Sankaran (1989)	C, C	**MAPE, MSE**
Diebold e Pauly (1990)	FM, C	**RMSE, MAE**
Makridakis (1990)	FM, C	**MSE, MAPE**, MdAPE
Tseng *et al*. (2002)	FM, NN, C	**MSE, MAE, MAPE**
Meade (2002)	FM	MdAE, **RMSE,** PB
Weatherford e Kimes (2003)	FM, C	**MAE, MAPE**
Fang (2003)	FM, C	RMSPE, **MAE, RMSE**

Dekker *et al*. (2004)	FM, A, C	**sMAPE, MAE, MSE**, AR
Faria e Mubwandarikwa (2008)	C, CC	**MAE, RMSE**, GMRAE
Jose e Winkler (2008)	FM, C	**sMAPE,** sMdAPE
Wallstrom e Segerstedt (2010)	FM	**MSE, MAE, sMAPE**
Crone *et al*. (2011)	FM, NN, CIM, C	**sMAPE**, MdRAE, **MASE**, AR
Andrawis *et al*. (2011)	C, CC	**sMAPE, MASE**
Martins e Werner (2012)	FM, C, CC	**MAPE, MSE, MAE**
Bordignon *et al*. (2013)	FM, C	**MSE**, MSPE, **MAE, MAPE**
Simionescu (2013)	API	ME, **MAE, RMSE**, U1, U2
Adhikari e Agrawal (2014)	FM, NN, C	**MSE, sMAPE**
Petropoulos *et al*. (2014)	FM, C, CC	**sMAPE**, PB, **MASE**
Cang e Yu (2014)	FM, NN, C, CC	**MAPE, MASE**
Zhao *et al*. (2014)	FM, C	**RMSE, MAE, MAPE**
Fildes e Petropoulos (2015)	FM, C	MdAPE, **MAPE**, AvgRelMAE
Tselentis *et al*. (2015)	FM, C	**RMSE, MAPE**
Barrow e Crone (2016)	NN, C	**sMAPE, MASE**

A Tabela 2-3 e a Tabela 2-4 apresentam os principais pontos fortes e fracos das métricas de precisão de erros de previsões mais citadas na literatura. As métricas de performance dos erros envolvendo médias utilizadas neste trabalho foram MAE, MSE, RMSE, MASE, RMSPE, MAPE, sMAPE, U1 e U2. As métricas de performance dos erros envolvendo medianas foram MdAE, MdAPE e sMdAPE. Além disso, VAR e SD foram utilizados como métricas de estabilidade.

Tabela 2-3. Pontos fortes e pontos fracos das métricas MAE, MSE, RMSE, MASE, MAPE e sMAPE.

Métricas	**Pontos fortes**	**Pontos fracos**
MAE	Útil para se comparar diferentes métodos de previsão aplicados a séries de dados com a mesma escala (HYNDMAN e KOEHLER, 2006). Menos sensível a grandes erros (MEADE, 2002).	É medida dependente da escala. Portanto, não deve ser usada quando as séries estão em escalas diferentes (HYNDMAN e KOEHLER, 2006).
MSE	Ela confere peso extra a grandes erros; é matematicamente fácil de manusear; pode ser vinculado a uma função de perda quadrática (*loss function*) e é medida sensata de precisão para avaliar uma série temporal individual (CHATFIELD, 1988). É útil ao comparar diferentes métodos de previsão aplicados a dados com a mesma escala (CHATFIELD, 1988; HYNDMAN e KOEHLER, 2006). Pode ser decomposta em elementos significativos que oferecem informações adicionais sobre vários aspectos do desempenho da previsão (ONKAL *et al*., 2003).	É dependente da escala. Deve-se garantir que as quantidades sejam de ordem comparável, talvez padronizando-as ou normalizando-as de alguma forma, ou talvez mesmo particionando-as em subgrupos homogêneos (CHATFIELD, 1988; THOMPSON, 1990; FILDES, 1992; HYNDMAN e KOEHLER, 2006). É afetada por mudanças de unidades, bem como por erros extremos (*outliers*) (ONKAL *et al.*, 2003). É mais sensível a valores extremos (*outliers*) do que MAE ou MdAE (HYNDMAN e KOEHLER, 2006).
RMSE	É útil para comparar diferentes métodos de previsão aplicados a dados que estão na mesma escala (HYNDMAN e KOEHLER, 2006).	Tem pobre confiabilidade (AHLBURG, 1992).

	Possui boa sensibilidade (ARMSTRONG e COLLOPY, 1992).	Oferece uma proteção ruim contra valores extremos (*outliers*) (ARMSTRONG e COLLOPY, 1989). É fortemente influenciada por séries temporais com elevados valores (FILDES, 1992; KOEHLER, 2001). É mais sensível a valores extremos (*outliers*) do que MAE ou MdAE (HYNDMAN e KOEHLER, 2006). É dependente da escala (AHLBURG, 1992; HYNDMAN e KOEHLER, 2006).
MASE	É largamente aplicada e facilmente interpretável; corrige o problema do MAPE e do MdAPE por aplicar penalidades mais pesadas sobre erros positivos do que sobre erros negativos; não está sujeita a problemas de degeneração; é menos sensível a valores discrepantes (*outliers*); e pode ser usada para séries com valores infinitos e indefinidos (HYNDMAN e KOEHLER, 2006). É independente de escala (KIM e KIM, 2016).	É vulnerável a valores discrepantes resultantes da divisão por pequenos valores de referência da métrica MAE (DAVYDENKO e FILDES, 2013).
MAPE	Pode ser usada na calibração dos métodos de previsão (ARMSTRONG e COLLOPY, 1992). Pode ser usada para avaliar, em larga escala, estudos empíricos, bem como para apresentar resultados específicos (MAKRIDAKIS, 1993). É Independente de escala (*unit-free*), sendo frequentemente usada para comparar o desempenho de métodos de previsão diante de diferentes conjuntos de dados (AHLBURG, 1992; HYNDMAN e KOEHLER, 2006; KIM e KIM, 2016). Possui características desejáveis importantes tais como confiabilidade, capacidade de resposta, facilidade de interpretação, clareza de apresentação, suporte à avaliação estatística e uso de todas as informações relacionadas ao erro (MORENO *et al.*, 2013).	É relevante apenas para dados com escala proporcional (*ratio-scaled data*) (ARMSTRONG e COLLOPY, 1992). É particularmente afetada por observações próximas de zero, fornecendo grandes erros percentuais (*outliers*) e distorcendo as comparações entre métodos de previsão ou de estudos empíricos (FILDES, 1992; MAKRIDAKIS, 1993; KOEHLER, 2001; KIM e KIM, 2016). Ela impõe uma penalidade mais pesada às previsões que excedem o valor real (ARMSTRONG e COLLOPY, 1992; DAVYDENKO e FILDES, 2013). Não é facilmente interpretável (DAVYDENKO e FILDES, 2013). Produz valores infinitos ou indefinidos quando os valores atuais são zero ou próximos de zero (KIM e KIM, 2016).
sMAPE	Independente de escala (BARROW e CRONE, 2016; KIM e KIM, 2016). Evita os problemas de assimetria e valores extremos do MAPE, que são particularmente evidentes quando o valor real cai repentinamente para quase zero, levando a métrica MAPE a ser um número muito grande (LAWRENCE, 2000; WALLSTROM e SEGERSTEDT, 2010). Corrige o problema das métricas MAPE e MdAPE em aplicar penalidades mais pesadas em erros positivos do que em erros negativos (HYNDMAN e KOEHLER, 2006).	Penaliza métodos que produzem previsões baixas mais do que aqueles que produzem previsões altas (KOEHLER, 2001). Se Y_t * estiver próximo de zero, é provável que F_t** também esteja próximo de zero. Portanto, a medida ainda envolve a divisão por um número próximo a zero. Portanto, essa medida não é tão simétrica quanto o nome sugere. (HYNDMAN e KOEHLER, 2006).

	O erro é simétrico (não importa se a demanda é maior que a previsão ou vice-versa (WALLSTROM e SEGERSTEDT, 2010).	

Y_t* - valor da observação no momento *t.*
F_t** – Previsão Y_t.

RMSPE tem a desvantagem de ser infinita ou indefinida se ($Y_t = 0$) para qualquer *t* no período de interesse, assim como ter uma distribuição extremamente distorcida quando qualquer valor de Y_t for próximo de zero (HYNDMAN e KOEHLER, 2006). As estatísticas U1 e U2 de Theil têm como desvantagens o fato de ter interpretação difícil, bem como valores discrepantes poderem distorcer facilmente as comparações devido ao fato de não existir um limite superior (KIM e KIM, 2016).

Tabela 2-4. Pontos fortes e pontos fracos das métricas MdAE, MdAPE e sMdAPE.

Métricas	**Pontos fortes**	**Pontos fracos**
MdAE	Reduz o viés em favor de previsões baixas, oferecendo uma vantagem sobre a métrica MAPE; é menos sensível a valores discrepantes (*outliers*) do que MSE e RMSE (HYNDMAN e KOEHLER, 2006).	Ela não deve ser usada para comparar conjuntos de dados que têm escalas diferentes (HYNDMAN e KOEHLER, 2006).
MdAPE	Reduz o viés a favor de previsões baixas, oferecendo uma vantagem sobre a métrica MAPE, além de ser recomendada na seleção entre métodos de previsão quando muitas séries estiverem disponíveis (ARMSTRONG e COLLOPY, 1992). Substitui valores extremos por certos limites e pode ser usada para atenuar o impacto de valores discrepantes (*outliers*), mantendo algumas informações sobre erros baixos e altos (ARMSTRONG e COLLOPY, 1992; TASHMAN, 2000). É medida que independe da unidade usada; apara valores discrepantes (*outliers*) e permite fazer facilmente comparações entre séries que possuem escalas radicalmente diferentes (ONKAL *et al.*, 2003). Recomendada para fazer selecão entre métodos de previsão quando houver muitas séries disponíveis (ARMSTRONG e COLLOPY, 1992).	Coloca uma penalidade mais pesada em erros positivos do que em erros negativos; tem a desvantagem de ser infinita ou indefinida se ($Y_t = 0$) para qualquer *t* no período de interesse; e tem uma distribuição extremamente distorcida quando qualquer valor de Y_t estiver próximo de zero (HYNDMAN e KOEHLER, 2006).
sMdAPE	A sensibilidade aos valores extremos pode ser atenuada com o seu uso (TASHMAN, 2000).	Se Y_t estiver próximo de zero, é provável que F_t também esteja próximo de zero. Portanto, é medida que ainda envolve divisão por um número próximo de zero. Portanto,

		essa medida não é tão simétrica quanto seu nome sugere (HYNDMAN e KOEHLER, 2006).

2.4 Projeto de Experimentos de Misturas

Projeto de Experimentos de misturas (DOE-M) é um tipo de experimento de superfície de resposta no qual apenas as proporções não-negativas (w_i) dos q componentes na mistura ou combinação, com $w_i \geq 0$, $i = 1, 2, ..., q$ e $\sum_{i=1}^{q} w_i = 1$, definem o valor da resposta de interesse (n). As proporções definem também a descrição do desenho geométrico com (q - 1) dimensões e q vértices do *factor space* ou espaço viável (S^{q-1}), também conhecido como sistema de coordenadas simplex (do inglês *simplex coordinate system*) ou desenho da malha *simplex* (do inglês *simplex-lattice design*). Assim, a resposta muda apenas quando as proporções dos componentes mudam na mistura.

O conjunto uniforme de pontos em um *simplex* é conhecido como "rede *simplex*" (*simplex-lattice*). O *simplex* (*factor space*) é formado por uma matriz de pontos desenhados sobre ou dentro de suas fronteiras (vértices, arestas, faces etc.). A distribuição uniformemente espaçada de pontos em um simplex é conhecida como rede (do inglês *lattice*). O desenho de rede *simplex* $\{q, m\}$ é formado por uma combinação de proporções de componentes em que cada componente ocupa (m + 1) espaços iguais entre zero e um na forma $(w_i = 0, \frac{1}{m}, \frac{2}{m}, \ldots, 1)$ (CORNELL, 2002; MYERS *et al.*, 2009). Ele pode ser aumentado com um ponto central e pontos axiais (pontos internos), permitindo modelar curvaturas mais complicadas e também examinar a falta de ajuste (do inglês *lack-of-fit*) de um modelo. Além disso, qualquer um dos pontos no desenho de misturas pode ser replicado para se ter uma estimativa do ajuste ou do erro puro (do inglês *pure error*). A Figura 2-1 mostra o sistema de coordenadas *simplex* para 3 componentes (q = 3) - que, no caso, são os métodos de previsão individuais $ARIMA_{(2,2,3)}$, WM and DES - como um triângulo equilátero, aumentado de um ponto central e de 3 pontos internos, em que cada conjunto de pesos ou de proporções (**W**) é integrado pelos pesos ou proporções $w_{(ARIMA(2,2,3))}$, $w_{(WM)}$ e $w_{(DES)}$.

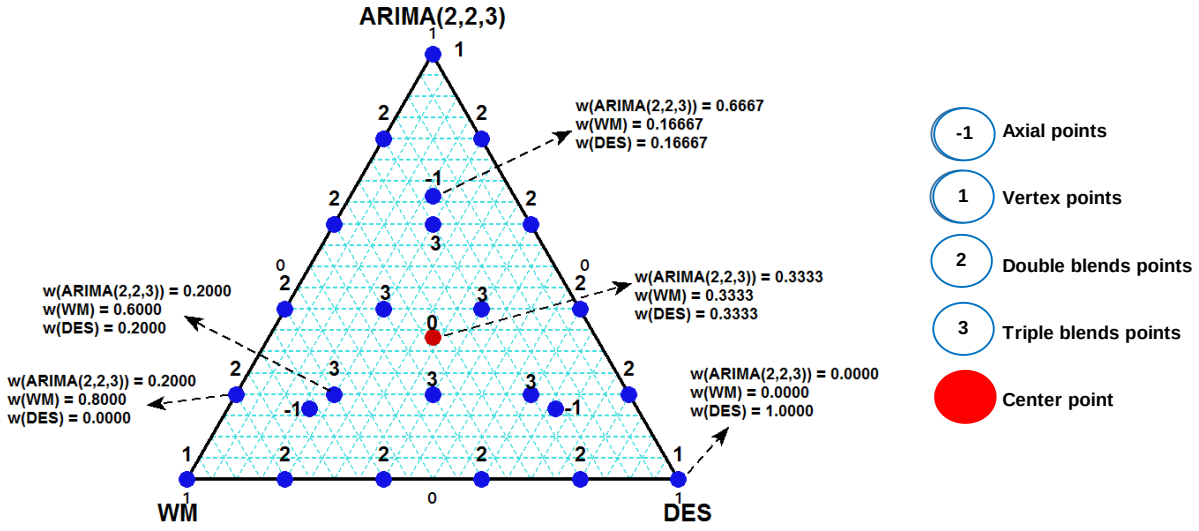


Figura 2-1. Espaço fatorial (*Factor space*) do desenho de rede *simplex* {3, 5}.

DOE-M tem como objetivo principal tentar modelar matematicamente a dependência entre a variável de resposta e as proporções dos componentes (CORNELL, 2002; CORONADO *et. al.*, 2014). Além disso, DOE-M permite medir a influência sobre a resposta de cada componente na mistura (na combinação) com os outros componentes; prever a resposta com base em qualquer mistura ou combinação de proporções dos componentes; e identificar a mistura dos componentes que fornecerá um certo valor de resposta (CORNELL, 2002; CORNELL, 2011).

A projeção das respostas geradas pelas diferentes proporções dos componentes na mistura em um plano paralelo produz a superfície de resposta representada pela função Φ (CORNELL, 2002). Assim, pode ser afirmado que existe uma relação matemática $\eta = \Phi(w_1, w_2, ..., w_q)$ entre as proporções $(w_1, w_2, ..., w_q)$ dos componentes na combinação ou mistura, as respostas (η) produzidas com base em cada combinação e a superfície de resposta Φ. A partir da exploração da superfície é gerada a equação polinomial matemática adequada para aproximar e representar a superfície de resposta sobre a região de interesse, o que possibilita testar a adequação do modelo em representar essa superfície de resposta e, se necessário, fazer ajustes nele e testar a adequação desses ajustes (CORNELL, 2002; CORNELL, 2011). No desenho de rede *simplex* $\{q, m\}$, o número de pontos no desenho (N), com $\left(N = \frac{(q+m-1)!}{m!(q-1)!}\right)$, depende do número de componentes (q) na mistura e do grau (m) da equação polinomial a ser modelada (CORNELL, 2002). Então, o número de pontos no desenho de rede *simplex* $\{m, q\}$ está relacionado ao número de termos da equação matemática polinomial $\{q, m\}$ (CORNELL,

2002; MYERS *et al.*, 2009). Um desenho de rede simplex $\{q, m\}$ suportará um polinômio de mistura de grau *(m)* (MYERS *et al.*, 2009).

A equação polinomial canônica (função objetivo matemática) é usada para representar a superfície de resposta Φ (w_1, w_2, ..., w_q) (CORNELL, 2002; CORNELL, 2011). A equação geral polinomial de grau (*m)*, considerando-se q componentes, pode ser escrita conforme a Eq. (29), com $\binom{q+m}{m}$ termos. **W** representa o conjunto de pesos ou proporções (w_1, w_2,..., w_q) de cada um dos N pontos de um espaço experimental. Entretanto, a Eq. (29) não está sujeita ainda à restrição ($w_1 + w_2 +...+ w_q = \sum_{i=1}^{q} w_i = 1$), relativa ao espaço experimental de um arranjo de misturas do tipo desenho de rede *simplex* $\{q, m\}$, o que faz com que os parâmetros ou coeficientes (β_i, β_{ij}, β_{ijk}, …) não sejam únicos em razão da existência de dependência entre os termos (w_i). Em razão dessa restrição, os níveis dos fatores não podem ser escolhidos independentemente da superfície de resposta experimental (CORNELL, 2002; MYERS *et al.*, 2009).

$$E[f(\boldsymbol{W})] = \beta_0 + \sum_{i=1}^{q} \beta_i w_i + \sum \sum_{\substack{i=1 \\ i \leq j}}^{q} \beta_{ij} w_i w_j + \sum \sum \sum_{\substack{i=1 \\ i \leq j \leq k}}^{q} \beta_{ijk} w_i w_j w_k + \cdots \qquad (29)$$

Na Eq. (29), o parâmetro β_i representa a resposta esperada para o componente puro (i) na mistura. O parâmetro β_{ij} representa a resposta esperada da mistura binária dos componentes i e j na mistura. Se $\beta_{ij} > 0$, o excesso recebe o nome de "sinergismo" (do inglês *synergism*); se $\beta_{ij} < 0$, existe antagonismo na mistura binária (CORNELL, 2002). O mesmo raciocínio pode ser aplicado aos parâmetros β_{ijk} em misturas ternárias.

A substituição da restrição $\left(\sum_{i=1}^{q} w_i = 1\right)$ na Eq. (29) produzirá uma equação polinomial de mistura $\{q, m\}$, com $\binom{q+m-1}{km}$ termos associados a um desenho de rede *simplex* $\{q, m\}$.

A Eq. (30) representa a equação do polinômio de primeiro grau (modelo linear) com ($m = 1$). Multiplicando-se o termo β_0 por ($w_1 + w_2 +...+ w_q = 1$), a equação de misturas tomará a forma da Eq. (31) (CORNELL, 2002; CORNELL, 2011).

$$E[f(\boldsymbol{W})] = \beta_0 + \sum_{i=1}^{q} \beta_i w_i \qquad (30)$$

$$E[f(\boldsymbol{W})] = \sum_{i=1}^{q} w_i \left(\beta_0 + \sum_{i=1}^{q} \beta_i w_i \right) = \sum_{i=1}^{q} w_i \left(\beta_0 + \beta_i \sum_{i=1}^{q} w_i \right) \quad (31)$$

Percebe-se que não há termo independente isolado no modelo polinomial canônico de misturas, uma vez que a constante β_0 será adicionada em todos os termos lineares. Os parâmetros ($\beta_0 + \beta_i$) descrevem a forma da superfície de resposta sobre a região simplex.

Similarmente, considerando a substituição da restrição ($\sum_{i=1}^{q} w_i = 1$) e da Eq. (33) no modelo polinomial geral de segundo grau na Eq. (32), a Eq. (34) representará a equação do modelo quadrático de misturas de segundo grau ($m = 2$) (CORNELL, 2002; CORNELL, 2011).

$$E[f(\boldsymbol{W})] = \beta_0 + \sum_{i=1}^{q} \beta_i w_i + \sum_{i=1}^{q} \beta_{ii} w_i^2 + \sum \sum_{i<j}^{q} \beta_{ij} w_i w_j \quad (32)$$

$$\sum_{i=1}^{q} w_i = 1 \quad \Rightarrow \quad w_i = \left(1 - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 1}}^{q} w_j \right) \quad \Rightarrow \quad w_i^2 = w_i \left(1 - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 1}}^{q} w_j \right) \quad (33)$$

$$E[f(\boldsymbol{W})] = \sum_{i=1}^{q} \beta_i^* w_i + \sum \sum_{i<j}^{q} \beta_{ij}^* w_i w_j \quad where \begin{cases} \beta_i^* = \beta_0 + \beta_i + \beta_{ii} \\ \beta_{ij}^* = \beta_{ij} + \beta_{ii} + \beta_{jj} \end{cases} \quad (34)$$

Portanto, os coeficientes da parte linear do modelo quadrático (β_i^*) consistem em efeitos constantes, lineares e quadráticos, enquanto o coeficiente resultante da parte não linear (β_{ij}^*), que se assemelha a uma interação, contém os efeitos sinérgicos ou antagônicos de dois componentes, descontando-se os efeitos quadráticos de cada componente envolvido na pseudo-interação.

Como exemplo, o modelo quadrático completo de misturas de três componentes e com 6 termos pode ser escrito na forma da Eq. (35).

$$y(\boldsymbol{W}) = \beta_1 w_1 + \beta_2 w_2 + \beta_3 w_3 + \beta_{12} w_1 w_2 + \beta_{13} w_1 w_3 + \beta_{23} w_2 w_3 \quad (35)$$

Para encontrar os parâmetros βi, com (i = 1, 2, ..., q), simplesmente é necessário substituir os conjuntos de proporções dados aqui como exemplo (w_1 = 1.0/w_2 = 0.0/w_3 = 0.0), (w_1 = 0.0/w_2 = 1.0/w_3 = 0.0) e (w_1 = 0.0/w_2 = 0.0/w_3 = 1) na Eq. (21), encontrando, respectivamente, β_1, β_2 e β_3 como sendo os valores das respostas y(**W**) encontradas para cada **W**. A fim de se encontrar os valores dos parâmetros β_{ij}, substituindo-se, respectivamente, as

proporções ($w_1 = 0.5/w_2 = 0.5/w_3 = 0.0$), ($w_1 = 0.5/w_2 = 0.0/w_3 = 0.5$) e ($w_1 = 0.0/w_2 = 0.5/w_3 = 0.5$) na Eq. (35), as Equações (36), (37) e (38), respectivamente, são obtidas como respostas. Assim, pode-se deduzir que a Eq. (39) pode ser usada para encontrar, em geral, os parâmetros β_{ij} (CORNELL, 2002).

$$y_{12} = 0.5\beta_1 + 0.5\beta_2 + 0.25\beta_{12} = \frac{2(\beta_1 + \beta_2) + \beta_{12}}{4} \tag{36}$$

$$y_{13} = 0.5\beta_1 + 0.5\beta_3 + 0.25\beta_{13} = \frac{2(\beta_1 + \beta_3) + \beta_{13}}{4} \tag{37}$$

$$y_{13} = 0.0\beta_2 + 0.5\beta_3 + 0.25\beta_{23} = \frac{2(\beta_2 + \beta_3) + \beta_{23}}{4} \tag{38}$$

$$4y_{ij} = 2(\beta_i + \beta_j) + \beta_{ij} \quad \Rightarrow \quad \beta_{ij} = 4y_{ij} - 2(\beta_i + \beta_j) = 4y_{ij} - 2(y_i + y_j) \tag{39}$$

Se o arranjo de misturas contém, respectivamente, r_i, r_j, r_{ij} réplicas, então os parâmetros estimados β_i serão calculados como ($\bar{y}_i w_i$), com (i = 1,2, ..., q). Nesse caso, os parâmetros estimados β_{ij} serão calculados conforme a Eq. (40). Dessa forma, todos os parâmetros do modelo quadrático de misturas serão estimados. Na Eq. (40), $\bar{y}_i$ e $\bar{y}_{ij}$ são as médias das respostas das réplicas r_i e r_{ij} (CORNELL, 2002).

$$\beta_{ij} = 4\bar{y}_{ij} - 2(\bar{y}_i + \bar{y}_j), \text{ em que } \begin{cases} i, j = 1,2, \dots, q \\ i < j \end{cases} \tag{40}$$

Considerando as estimativas β_i e β_{ij} imparciais (do inglês *unbiased*), o que ocorre quando o modelo ajustado é do mesmo grau em w_i, a Eq. (41) mostra o modelo ajustado quadrático que fornecerá a resposta estimada $\hat{y}(\mathbf{W})$ em cada ponto $\mathbf{W}$.

$$\begin{aligned} n = E[f(\boldsymbol{W})] = \hat{y}(\boldsymbol{W}) &= \sum_{i=1}^{q} \beta_i w_i + \sum\sum_{i<j}^{q} \beta_{ij} w_i w_j \\ &= \sum_{i=1}^{q} \bar{y}_i w_i + \sum\sum_{i<j}^{q} (4\bar{y}_{ij} - 2\bar{y}_i - 2\bar{y}_j) w_i w_j \\ &= \sum_{i=1}^{q} \bar{y}_i \left[w_i - 2w_i \left(\sum_{j \neq i}^{q} w_j \right) \right] + \sum\sum_{i<j}^{q} 4\bar{y}_{ij} w_i w_j \end{aligned} \tag{41}$$

No ambiente de combinação de métodos de previsão, o objetivo do desenho experimental de misturas poderia ser, por exemplo, encontrar a combinação de pesos (a mistura) desses métodos de previsão (dos componentes) que resultaria no valor mais baixo de uma

determinada métrica de precisão (da resposta). Então, a combinação poderia ser encontrada modelando-se matematicamente a função-objetivo da métrica de precisão com DOE-M e, depois, providenciando a minimização da mesma usando um modelo de otimização.

2.5 Análise Fatorial por Componentes Principais

A Análise Fatorial por Componentes Principais (PCFA) estuda a estrutura ou padrões de correlações entre um grande número de variáveis dentro de um determinado grupo específico em uma matriz de dados aleatórios **X.** A partir disso, PCFA define os conjuntos de variáveis altamente correlacionadas entre si e os agrupa em conjuntos distintos, conhecidos como fatores (*factors*) ou constructos (*constructs*), que refletem o que as variáveis compartilham em comum. Dessa forma, PCFA pesquisa e define as dimensões ou construções fundamentais assumidas como subjacentes às variáveis originais, resumindo as informações contidas nessas variáveis em um conjunto menor de fatores, tudo com perda mínima de informações (HAIR *et al.*, 2010). O modelo de análise fatorial pode ser escrito na forma de matriz, de acordo com a Eq. (42), ou na forma linear, conforme a Eq. (43):

$$\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu} = \mathbf{LF} + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{42}$$

$$\begin{aligned} X_1 - \mu_1 &= \mathbf{l_{11}}F_1 + \mathbf{l_{12}}F_2 + \cdots + \mathbf{l_{1m}}F_m + \varepsilon_1 \\ X_2 - \mu_2 &= \mathbf{l_{21}}F_1 + \mathbf{l_{22}}F_2 + \cdots + \mathbf{l_{2m}}F_m + \varepsilon_2 \\ &\vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ X_p - \mu_p &= \mathbf{l_{p1}}F_1 + \mathbf{l_{p2}}F_2 + \cdots + \mathbf{l_{pm}}F_m + \varepsilon_p \end{aligned} \tag{43}$$

Em que:

- **X** = [$\mathbf{X_1}$, $\mathbf{X_2}$, ..., $\mathbf{X_p}$] é um vetor aleatório observável de *p* dimensões, formado por *p* séries aleatórias de componentes-variáveis ($\mathbf{x_1}$, $\mathbf{x_2}$,…,$\mathbf{x_p}$);
- **μ** = [μ_1, μ_2, …, μ_p] é um vetor de médias dos componentes de **X**;
- **F** (*m* × 1) é um vetor-coluna aleatório de fatores comuns (do inglês *common factors*) aleatórios, hipotéticos, latentes e não observáveis. **F** tem em seus termos *m* fatores comuns ou constructos (do inglês *constructors*) (F_1, F_2, ..., F_m), com o número de fatores (*m*) sendo menor que o número de variáveis (*p*);
- **L** (*p* × *m*) é uma matriz não aleatória de coeficientes de cargas fatoriais ou carregamentos (do inglês *factor loading coefficients*), também conhecida como matriz de carregamentos. Os termos (l_{ij}) são os coeficientes das cargas fatoriais, com (*i* = 1,

2, ..., *p*) e (*j* = 1, 2, ..., *m*), tal que l_{ij} é a carga ou carregamento (do inglês *loading*) da *i*-ésima variável no *j*-ésimo fator (JOLLIFFE, 2002; JOHNSON e WICHERN, 2007). As cargas fatoriais são as correlações entre cada variável e o fator. Cargas maiores do que 0.70 indicam uma estrutura bem definida e são o objetivo de qualquer análise fatorial (Hair *et al.*, 2010).

- **Ɛ** (*p* × 1) é um vetor-coluna aleatório de termos de erros (do inglês *error terms*) conhecidos como fatores específicos (do inglês *specific factors*). O vetor **Ɛ** tem como elementos *p* termos de erros aleatórios ($Ɛ_1$, $Ɛ_2$, …, $Ɛ_p$), conhecidos como fatores específicos não observáveis (do inglês *unobservable specific factors*), porque cada $Ɛ_i$ é específico para cada *i*-ésima função linear, o que não acontece com os fatores comuns F_1, F_2, ..., F_m, desde que eles integram todas funções lineares de cada variável.

As premissas associadas ao modelo fatorial são: E(**Ɛ**) = **0** (*p* × 1); E(**F**) = **0** (*m* × 1); COV(**F**) = **I** (*m* × *m*); COV(**Ɛ**, **F**) = **0** (*p* × *m*); e COV(**Ɛ**) = **Ψ** (*p* × *p*), em que **Ψ** é uma matriz diagonal formada pelas variâncias específicas.

Em cada função linear na Eq. (43), parte da variância total (VAR (X_i) = σ_{ii}) explicada pela *i*-ésima variável é conhecida como comunalidade (do inglês *communality*) (h_i^2). A *i*-ésima comunalidade estimada ($\hat{h}_i^2$) é calculada pela soma dos quadrados das cargas fatoriais estimadas ($\hat{l}_{ij}^2$) na forma ($\hat{h}_i^2 = \hat{l}_{i1}^2 + \hat{l}_{i2}^2$+, ...,+ $\hat{l}_{im}^2 = \sum_{j=1}^{m} \hat{l}_{ij}^2$), com (*i* = 1, 2, ..., *p*) e (*j* = 1, 2, ..., *m*) (JOHNSON e WICHERN, 2007). Cada $\hat{l}_{ij}^2$ é o montante da variância total estimada acumulada e contabilizada pelo fator (HAIR *et al.*, 2010). Ademais, parte do total da variância explicada pelo fator específico (e_i) é conhecida como *uniqueness* ou variância específica (do inglês *specific variance*) (Ψ). $\widehat{\Psi}_i$ é a *i*-ésima variância específica estimada. Assim, ($\sigma_{ii} = \hat{l}_{i1}^2 + \hat{l}_{i2}^2$+, ...,+ $\hat{l}_{ij}^2 + \widehat{\Psi}_i = (\sum_{j=1}^{m} \hat{l}_{ij}^2) + \widehat{\Psi}_i = \hat{h}_i^2 + \widehat{\Psi}_i$) explica a variância total da *i*-ésima variável na *i*-ésima função linear gerada no modelo de análise fatorial (JOHNSON e WICHERN, 2007; HÄRDLE e SIMAR, 2007).

O objetivo da análise fatorial é encontrar a matriz estimada de cargas ou carregamentos fatoriais ($\hat{\mathbf{L}}_\mathbf{s}$) e a matriz de variâncias específicas ($\widehat{\mathbf{\Psi}}_\mathbf{s}$) como deduções da matriz de covariância amostral **S** de **X**, que é um estimador da desconhecida matriz de covariância populacional (**Σ**), de modo que ($\mathbf{S} = \hat{\mathbf{L}}_\mathbf{s}\hat{\mathbf{L}}_\mathbf{s}^\mathbf{T} + \widehat{\mathbf{\Psi}}_\mathbf{s}$). Cada termo diagonal de ($\widehat{\mathbf{\Psi}}_\mathbf{s}$) é calculado como ($\widehat{\Psi}_i = s_{ii} - \sum_{j=1}^{m} \hat{l}_{ij}^2$).

Considerando ($\boldsymbol{X} - \boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{LF} + \boldsymbol{\varepsilon}$), então **Σ** ou **S** podem ser aproximadas de acordo com a Eq. (44) ou Eq. (45).

$$\begin{aligned} \text{COV}(\mathbf{X}) = \mathbf{\Sigma} &= \text{E}[(\mathbf{X}-\mu)(\boldsymbol{X}-\mu)^{\boldsymbol{T}}] = \text{E}[(\boldsymbol{LF}+\boldsymbol{\varepsilon})(\boldsymbol{LF}+\boldsymbol{\varepsilon})^{\boldsymbol{T}}] \\ \text{COV}(\mathbf{X}) = \mathbf{\Sigma} &= \text{E}[(\mathbf{LF})(\mathbf{LF})^{\boldsymbol{T}}] + \text{E}[\boldsymbol{\varepsilon}\mathbf{L}^{\mathbf{T}}\mathbf{F}^{\mathbf{T}}] + \text{E}[\boldsymbol{LF}\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathbf{T}}] + \text{E}[\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathbf{T}}] \\ \text{COV}(\mathbf{X}) = \mathbf{\Sigma} &= \mathbf{L}\text{E}\left(\mathbf{F}\mathbf{F}^{\mathbf{T}}\right)\mathbf{L}^{\mathbf{T}} + \text{E}\left(\boldsymbol{\varepsilon}\mathbf{F}^{\mathbf{T}}\right)\mathbf{L}^{\mathbf{T}} + \mathbf{L}\text{E}\left(\boldsymbol{F}\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathbf{T}}\right) + \text{E}[\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathbf{T}}] \end{aligned} \quad (44)$$

Nas quais:

E($\boldsymbol{\mathfrak{E}}\boldsymbol{\mathfrak{E}}^{\mathbf{T}}$) = VAR ($\boldsymbol{\mathfrak{E}}$) = $\mathbf{\Psi}$ (diagonal), que indica que os termos dos erros são não correlacionados;

E($\mathbf{F}\boldsymbol{\mathfrak{E}}^{\mathbf{T}}$) e E($\boldsymbol{\mathfrak{E}}\mathbf{F}^{\mathbf{T}}$) = $\mathbf{0}$ (matriz de zeros), o que significa que os fatores comuns não são correlacionados com os fatores específicos, isto é, COV($\boldsymbol{\mathfrak{E}}\mathbf{F}$) = 0 (matriz de zeros);

E($\mathbf{F}\mathbf{F}^{\mathbf{T}}$) = VAR($\mathbf{F}$) = $\mathbf{I}$ (matriz identidade) (JOLLIFFE, 2002; HÄRDLE e SIMAR, 2007).

Então:

$$\text{COV}(\mathbf{X}) = \mathbf{\Sigma} = \mathbf{L}\mathbf{L}^{\mathbf{T}} + \mathbf{\Psi} \quad (45)$$

Similarmente, as matrizes $\mathbf{L}$ and $\mathbf{\Psi}$ podem também ser estimadas da matriz de correlação da população $\mathbf{R}$ ou da matriz de correlação amostral $\boldsymbol{\rho}$ de $\mathbf{X}$, de modo que, por aproximação, ($\boldsymbol{\rho} = \hat{\mathbf{L}}_{\boldsymbol{\rho}}\hat{\mathbf{L}}_{\boldsymbol{\rho}}^{\mathbf{T}} + \hat{\boldsymbol{\Psi}}_{\boldsymbol{\rho}}$). Já as variâncias específicas são calculadas como ($\widehat{\Psi}_i = 1 - \sum_{j=1}^{m} \hat{l}_{ij}^2$). No caso, considerando (*m'*) o número de fatores a serem retidos e os autovalores ($\hat{\lambda}_1^{\rho} \geq \hat{\lambda}_2^{\rho} \geq \cdots \hat{\lambda}_m^{\rho}$,), a comunalidade estimada ($\hat{h}_i^2$) será $\sum_{j=1}^{m'} \hat{l}_{ij}^2$ (JOHNSON e WICHERN, 2007).

A questão chave da PCFA é saber o número de fatores (*m'*) a ser retido, pois, conforme Haylton *et al*. (2004), especificar muito poucos fatores ou fatores em demasia são erros substanciais que afetam os resultados, embora especificar poucos fatores seja considerado um erro mais grave. Então, é necessário definir com precisão o número de fatores a serem retidos (*m'*). Jolliffe (2002) propôs o uso da regra de Kaiser (Kaiser, 1960) para proporcionar a redução de dimensionalidade, ou seja, para definir o número de fatores a serem retidos. A regra de Kaiser afirma que apenas os PCs com variância (autovalores Λ^*) maiores do que 1 devem ser retidos, causando a redução de PCs de (*p)* para (*k)*, com $k < p$. Assim, será retido apenas um PC associado com cada grupo de variáveis não correlacionadas com outros grupos. Isto é justificável porque PCs com variância menor do que um contém menos informação do que as variáveis originais não valendo a pena retê-lo.

As cargas fatoriais originais em $\hat{\mathbf{L}}$ ou $\hat{\mathbf{L}}_{\boldsymbol{\rho}}$ podem não ser facilmente interpretáveis. Então, é comum rotacionar $\hat{\mathbf{L}}$ ou $\hat{\mathbf{L}}_{\boldsymbol{\rho}}$ até que uma estrutura mais simples e significativa seja alcançada. A rotação fatorial dos eixos das coordenadas corresponde a uma transformação ortogonal ou oblíqua da matriz de cargas fatoriais em busca de uma estrutura mais simples, de modo que o agrupamento de itens fique o mais próximo possível deles (JOHNSON e WICHERN, 2007; OSBORN, 2015). Considerando $\hat{\mathbf{L}}_{\boldsymbol{\rho}}$ ($p \times m$) a matriz estimada de cargas fatoriais (de carregamentos) extraída de $\boldsymbol{\rho}$, a matriz rotacionada de cargas fatoriais $\hat{\mathbf{L}}_{\boldsymbol{\rho}}^{\mathbf{rot}}$ será ($\hat{\mathbf{L}}_{\boldsymbol{\rho}}\mathbf{T}$), com $\mathbf{TT} = \mathbf{I}$, onde $\mathbf{T}$ é a matriz transformada ou rotacionada (JOHNSON e WICHERN, 2007). O método de rotação ortogonal Varimax, por exemplo, maximiza a soma das variâncias das cargas fatoriais da matriz de carregamentos fatoriais. Depois da obtenção de ($\hat{\mathbf{L}}_{\boldsymbol{\rho}}^{\mathbf{rot}}$), o padrão ideal de carregamento é aquele em que cada variável possui carga alta em um único fator e carga de pequena a moderada nos demais fatores (HAIR *et al.*, 2010; JOHNSON e WICHERN, 2007).

Séries não correlacionadas de escores de fatores podem ser calculadas, formando um conjunto menor de séries para reproduzir o conjunto original de séries de variáveis originais. Isso acontecerá se houver cargas elevadas em um fator dificultando a seleção de uma única variável para representar o conjunto das variáveis com cargas elevadas nesse fator. Considerando $\mathbf{Z}$ a matriz de valores padronizados de $\mathbf{X}$, e $\mathbf{L}$ a matriz de cargas fatoriais (matriz de carregamento), a matriz $\mathbf{F}$ dos escores dos fatores será calculada conforme a Eq. (46) (NAVES *et al.*, 2017).

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{Z}\left[\left(\boldsymbol{L}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{L}\right)^{-1}\right] \tag{46}$$

2.6 Método de Intersecção Normal à Fronteira

Em contraste com um problema de otimização de um único objetivo (SOP), que gera apenas uma resposta ótima global, um problema de otimização multiobjetivo (MOP) envolve a otimização simultânea de múltiplos objetivos e gera, em vez de uma única solução ótima, várias soluções Pareto-ótimas, onde nenhuma delas pode ser considerada melhor ou pior do que as outras. Dessa forma, os algoritmos de otimização multiobjetivo podem procurar, encontrar e reunir uma série de soluções ótimas sem que nenhuma delas seja considerada melhor ou pior do que as outras (DU *et al.*, 2017). Portanto, um vetor de soluções viáveis ($\boldsymbol{x}$) é Pareto-ótimo se não houver outro ponto ou solução viável *y* capaz de reduzir qualquer uma das funções-objetivo sem causar o aumento simultâneo de pelo menos alguma outra função objetivo

(VAHIDINASAB *et al*., 2010). Esse conjunto de soluções ótimas não-dominadas (***x***) forma a fronteira ou superfície de Pareto. Ou seja, o conjunto que inclui os valores das soluções Pareto-ótimas é conhecido como fronteira ótima de Pareto (WANG *et al.*, 2018). A Eq. (47) descreve a estrutura de minimização de um problema regular de otimização multiobjetivo (WANG *et al*., 2017a; DU *et al*., 2017).

$$\begin{aligned} Minimize\text{: } & F(X) = \{f_1(x), f_2(x), \dots, f_0(x)\} \\ Subject\ to\text{: } & g_j(x) \geq 0, j = 1,2, \dots, m \\ & h_j(x) = 0,\ j = 1,2, \dots, p \\ & L_j \leq x_j \leq U_j,\ j = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \tag{47}$$

Na Eq (47), as letras *n*, *o*, *m* e *p* representam, respectivamente, o número de variáveis, o número de funções-objetivo, o número de restrições de desigualdade e o número de restrições de igualdade; g_j e h_j são, respectivamente, a *j*-ésima restrição de desigualdade e a *j*-ésima restrição de igualdade; e [L_j, U_j] representam os limites superior ou inferior da *j*-ésima variável.

As definições de dominância de Pareto (do inglês *Pareto dominance*), otimalidade de Pareto (do inglês *Pareto optimality*), conjunto ótimo de Pareto (do inglês *Pareto-optimal set*) e ótimo de Pareto (do inglês *Pareto-optimal*) são dadas, respectivamente, pelas Equações 48, 49, 50 e 51 (WANG *et al*., 2017a; DU *et al*., 2017). Tomando-se dois vetores, $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ e $\boldsymbol{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)$, ***x*** domina ***y*** (dominância de Pareto), isto é, $x > y$ se:

$$\forall\, i \in [1,n], [f(x_i) \geq f(y_i)] \wedge [\exists\, i \in [1,n]: f(x_i)] \tag{48}$$

O ótimo de Pareto *x* pertence a **X** se:

$$\nexists y \in X\ F(y) > F(x) \tag{49}$$

O conjunto ótimo de Pareto é definido como:

$$P_s: \{x, y \in X \mid \exists\, F(y) > F(x)\} \tag{50}$$

A fronteira ótima de Pareto é o conjunto que inclui os valores das funções-objetivo no conjunto de soluções Pareto-ótimas:

$$P_f = \{F(x) \mid x \in P_s\} \tag{51}$$

O método NBI, introduzido por Das e Dennis (1998), é uma rotina de otimização tradicionalmente usada para gerar uma fronteira de Pareto quase uniforme para os MOPs -

independentemente da distribuição de pesos - na qual são múltiplas as soluções obtidas com trocas (*trade-offs*) graduais dos valores dos objetivos (GANESAN *et al*., 2013; LOPES *et al*., 2016). Outra vantagem do NBI é a sua independência em relação às escalas das diferentes funções-objetivo (JIA *et al*.; 2007; SHUKLA, 2007).

O primeiro passo no método NBI é o cálculo dos elementos da matriz *Payoff* (*Payoff matrix*) $\mathbf{\Phi}$ para *m* funções-objetivo, conforme a Eq. (52). $\mathbf{\Phi}$ será uma (*m x m*) matriz calculada com a obtenção dos valores mínimos individuais de cada função-objetivo $f_i(x)$. A solução que minimiza a *i*-ésima função objetivo $f_i(x)$ é $f_i^*(x_i^*)$, que indica o mínimo de $f_i(x)$ obtido no ponto x_i^*. Assim, x_i^* é a solução que minimiza $f_i(x)$, com ($i = 1, \ldots, m$). Os elementos remanescentes de cada linha de $\mathbf{\Phi}$, $f_i(x_i^*)$, são calculados pela substituição de cada ponto ótimo x_i^* obtido em todas as outras funções-objetivo. Na matriz *Payoff*, esses valores são representados por $f_1(x_i^*)$, $f_2(x_i^*), \ldots, f_{i-1}(x_i^*), \ldots, f_{i+1}(x_i^*), \ldots, f_m(x_i^*)$. Dessa forma, cada linha de $\mathbf{\Phi}$ é formado por valores ótimos $f_i^*(x_i^*)$ e valores não-ótimos $f_i(x_i^*)$ da *i*-ésima função objetivo, indicando o limite superior e inferior dessa função (VAHIDINASAB *et al*., 2010; BRITO *et al*., 2014).

$$\mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} f_1^*(x_1^*) & \cdots & f_1(x_i^*) & \ldots & f_1(x_m^*) \\ \vdots & \ddots & & & \vdots \\ f_i(x_1^*) & & f_i^*(x_i^*) & & f_i(x_m^*) \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ f_m(x_1^*) & \ldots & f_m(x_i^*) & \ldots & f_m^*(x_m^*) \end{bmatrix} \tag{52}$$

Os pontos de Utopia (do inglês *Utopia points*) são, geralmente, pontos fora da região viável e podem ser representados pelo vetor $f_i^U = [f_1^*(x_1^*), f_2^*(x_2^*), \ldots, f_i^*(x_i^*), \ldots., f_m^*(x_m^*)\ ]^T$. Eles são formados pelo valor mínimo global de cada *i*-ésima função objetivo otimizada (os melhores valores em cada linha de $\mathbf{\Phi}$). Os componentes do vetor $\boldsymbol{f_i^U}$ formará a diagonal principal de $\mathbf{\Phi}$. Em adição, os pontos de Nadir (do inglês *Nadir points*), representados pelo vetor $\boldsymbol{f_i^N} = [f_1^N, f_2^N, \ldots, f_i^N, \ldots, f_m^N\ ]^T$, são os piores valores encontrados para cada *i*-ésima função objetivo (piores valores de cada linha de $\mathbf{\Phi}$) (UTYUZHNIKOV *et al*., 2009; VAHIDINASAB *et al*., 2010). Depois de definidos os pontos de Utopia e Nadir, as funções-objetivo devem der normalizadas, especialmente se elas estiverem em escalas diferentes ou representarem significados diferentes. A normalização permite obter as melhores soluções Pareto-ótimas que representam a fronteira de Pareto (VAHIDINASAB *et al*., 2010). Esses valores normalizados podem ser calculados com base na Eq. (53) e serão, subsequentemente, usados para definir os elementos de uma matriz Payoff normalizada (do inglês *normalized payoff matrix*) $\overline{\mathbf{\Phi}}$ na Eq. (54).

$$\bar{f}(\mathrm{x}) = \frac{f_i(x) - f_i^U}{f_i^N - f_i^U}, \qquad i = 1, \ldots, m \tag{53}$$

$$\overline{\mathbf{\Phi}} = \begin{bmatrix} \overline{f_1} & \cdots & \overline{f_1} & \ldots & \overline{f_1}\,(x_m^*) \\ \vdots & \ddots & & & \vdots \\ \overline{f_i} & & \overline{f_i} & & \overline{f_i}\,(x_m^*) \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ \overline{f_m}\,(x_1^*) & \ldots & \overline{f_m}\,(x_i^*) & \ldots & \overline{f_m}\,(x_m^*) \end{bmatrix} \tag{54}$$

As combinações convexas de cada linha da matriz Payoff normalizada $\overline{\mathbf{\Phi}}$ formarão o conjunto de pontos no "envoltório convexo dos mínimos individuais" (do inglês *The Convex Hull of Individual Minima*) (CHIM), também conhecida como linha de Utopia (do inglês *Utopia line*) para problemas de otimização bi-objetivos. Em problemas multiobjetivos com mais de duas funções objetivo, os pontos de ancoragem (do inglês *anchor points*) formarão o hiperplano de utopia (do inglês *Utopia hyperplane*). Considerando o problema com dois objetivos, a linha de Utopia é traçada conectando os dois pontos de ancoragem, ou seja, os pontos obtidos quando a *i*-ésima função objetivo é minimizada independentemente. Pontos como "*a*", "*b*" e "*e*" dividem a linha reta de Utopia (a CHIM) em segmentos iguais e proporcionais dentro do espaço normalizado (JIA *et al*., 2007; SHUKLA *et al*., 2007; VAHIDINASAB *et al*., 2010; BRITO *et al*., 2014). Os pontos de ancoragem, além de definirem as extremidades da linha de Utopia, também definem as extremidades da fronteira de Pareto (Figura 2-2).

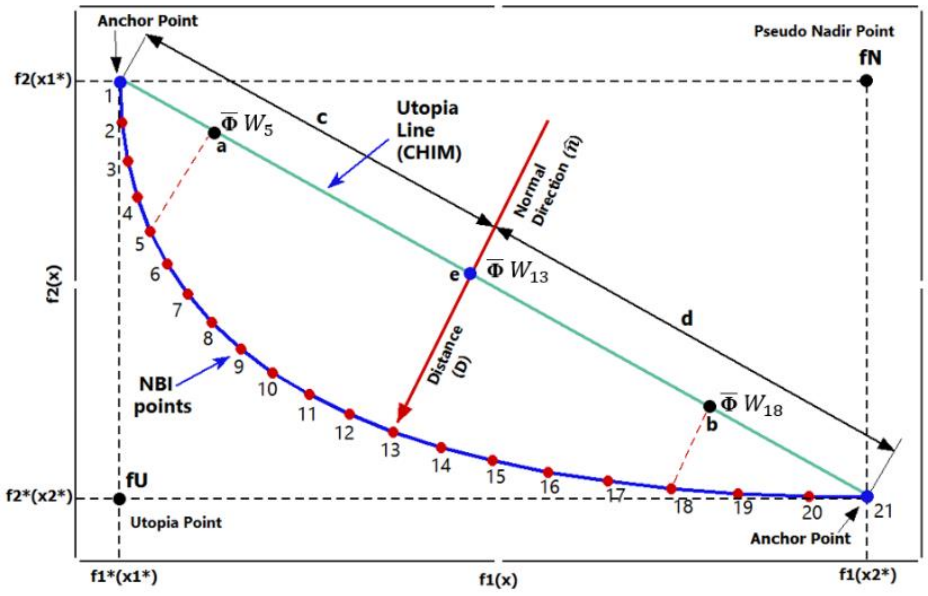


Figura 2-2. Descrição gráfica do método NBI.

O próximo passo é encontrar pontos equidistantes na linha de Utopia. Eles podem ser calculados usando a matriz $\overline{\boldsymbol{\Phi}}$ (Eq. 54) e fazendo a multiplicação $\overline{\boldsymbol{\Phi}}\,\boldsymbol{W_i}$, com $\boldsymbol{W_i}$ sendo um vetor covexo de pesos $\boldsymbol{W_i} = \{(w_1, w_2, \dots w_m)^T \mid \sum_{i=1}^{m} w_i = 1 \mid 0 \leq w_i \leq 1\}$ usado para obter um conjunto de pontos eficientes uniformemente distribuídos (SHUKLA *et al*., 2007; JIA *et al*., 2007).

Finalmente, considerando $\hat{n}$ a unidade de direção normal (do inglês *normal direction unit*), com distância (*D*) a ser maximizada, começando de um ponto $\overline{\boldsymbol{\Phi}}\,\boldsymbol{W_i}$ na linha de Utopia em direção à origem, então $\overline{\boldsymbol{\Phi}}\,\boldsymbol{W_i} + D\hat{n}$ é a equação vetorial de uma linha reta ortogonal a uma superfície ou plano, com $D \epsilon R$; $\overline{\boldsymbol{\Phi}}\,\boldsymbol{W_i}$ é o vetor de posição (do inglês *position vector*); $\hat{n}$ é o vetor de direção (do inglês *direction vector*); e *D* é um escalar. O vetor normal ($\hat{n}$), geralmente chamado de *normal* a uma superfície, é um vetor que é perpendicular a uma determinada superfície em um determinado ponto. O ponto em que a linha formada intercepta a divisa ou a fronteira da região viável mais próxima da origem corresponderá à maximização da distância (*D*) entre a linha de Utopia e a fronteira de Pareto e, assim, marcará um ponto de solução ideal nessa fronteira (SHUKLA *et al*., 2007; UTYUZHNIKOV *et al*.; 2009). A Eq. (55), adaptada de Jia *et al*. (2007), mostra a maximização da distância (*D*):

$$\begin{gathered} \underset{x,t}{\text{Max}}\, t = \text{D} \\ s.t.: \overline{\boldsymbol{\Phi}}\, W_i + D\hat{n} = \overline{F}(x) \\ h(x) = 0 \\ g(x) \leq 0 \\ b \leq x \leq a \end{gathered} \tag{55}$$

A restrição ($\overline{\boldsymbol{\Phi}}\,\boldsymbol{W_i} + D\hat{n}$) assegura que o ponto *x* seja mapeado em direção a um ponto sobre a normal, enquanto as outras restrições garantem a viabilidade de *x*, considerando o problema original multiobjetivo (MOP) (JIA *et al*., 2007; AHMADI *et al*, 2015). A variação de $\boldsymbol{W_i}$ levará a pontos equidistantes sobre a fronteira de Pareto, como pode ser visto na Figura 2-2. Portanto, o problema de otimização descrito na Eq. (55) pode ser resolvido repetidamente para diferentes valores de $\boldsymbol{W_i}$, criando uma fronteira de Pareto distribuída uniformemente com pontos equidistantes (VAHIDINASAB *et al*., 2010; BRITO *et al*., 2014). Para um problema bi-objetivo, D pode ser eliminado da Eq. (55), originando a Eq. (56) simplificada, em que $\overline{f_1}\,(x)$ e $\overline{f_2}\,(x)$ são as funções normalizadas de $f_1(x)$ e $f_2(x)$ (BRITO *et al*., 2014).

$$\begin{aligned} & Min\ \bar{f}_1\ (x) \\ & subject\ to: \overline{f_1}\ (x) - \overline{f_2}\ (x) + 2w - 1 = 0 \\ & \quad g_j\ (x) \leq 0 \\ & \quad 0 \leq w \leq 1 \end{aligned} \tag{56}$$

NBI gera várias soluções Pareto-ótimas, com cada solução sendo originada de um conjunto diferente de pesos ($\boldsymbol{W_i}$), sem que cada uma dessas soluções possa ser considerada melhor ou pior do que a outra.

Para encontrar a melhor solução para o problema dentre as várias soluções Pareto-ótimas, pode-se utilizar a Entropia de Shannon (do inglês *Shannon's Entropy Index*) (S) em combinação com o Erro Percentual Global (do inglês *Global Percentage Error*) (GPE). Assim, para cada uma das soluções Pareto-ótimas obtidas no processo de otimização multiobjetivo do NBI pode ser calculado o respectivo GPE_{Total}, usando a Eq. (57), e a respectiva S_{Total}, usando a Eq. (58). Depois, a melhor solução e o melhor conjunto de pesos Pareto-ótimo pode ser escolhido como aquela que apresenta a maior relação (S_{Total} / GPE_{Total}). Cada GPE de uma solução Pareto-ótima é calculado definindo quão longe o ponto analisado (y_i^*) está do valor ideal da função objetivo, ou seja, de um determinado alvo (T_i) (ROCHA *et al*., 2015):

$$GPE_{Total} = \sum_{i=1}^{m} \left| \frac{y_i^*}{T_i} - 1 \right| \tag{57}$$

Na qual:

$y_i^* -$ Valor da resposta Pareto-ótima;
$T_i -$ Alvo definido;
$m -$ Número de objetivos.

(S_{Total}) é usada para diversificar os pesos no contexto da otimização multiobjetivo. Para diversificar os pesos pertencentes a cada $\boldsymbol{W_i}$, usado para atribuir pesos às funções objetivo no NBI, (S_{Total}) é calculada de acordo com a Eq. (58):

$$S_{Total}(x) = -\sum_{i=1}^{m} w_i \ln(w_i) \tag{58}$$

3 MÉTODO FA-NBI

Para se obter os pesos ideais de uma combinação de métodos de previsão usando FA-NBI, o presente estudo propôs, com base na utilização das abordagens descritas nas seções anteriores, a aplicação dos seguintes passos previstos no procedimento apresentado na Figura 3-1:

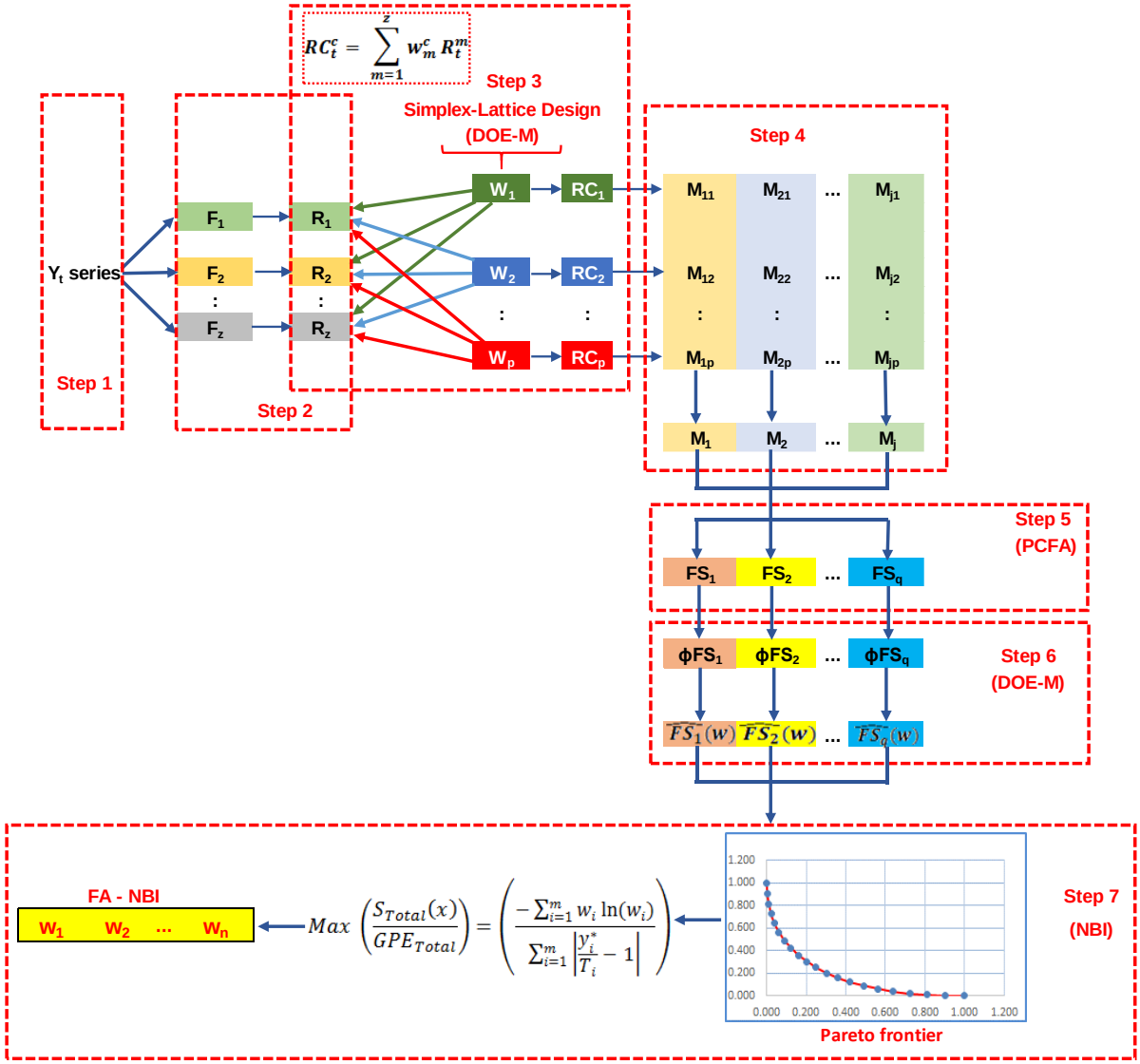


Figura 3-1. Fluxograma do método FA-NBI.

Passo 1: Foram coletadas as observações da série Y_t a ser usada para se obter os pesos de FA-NBI.

Passo 2: Foram selecionados *z* métodos de previsão individuais (F_1, F_2, …, F_z) para participar da combinação. Depois, foram produzidas *z* séries de resíduos (R_1, R_2, …, R_z), cada série com

g observações e cada série sendo correspondente a cada um dos z métodos de previsão individuais escolhidos para combinar. A Tabela 2-1 fornece uma breve explicação dos métodos de previsão selecionados neste trabalho para participar da combinação, a fim de prever especificamente a demanda de café no Brasil, ou seja, os métodos de Suavização Exponencial Dupla (do inglês *Double Exponential Smoothing*) (DES), Holt-Winters Multiplicativo (do inglês *Holt-Winters Multiplicative*) (HW) e Auto-Regressivo e de Médias Móveis para processos não estacionários homogêneos (do inglês *Autoregressive Integrated Moving Average*) (ARIMA). Cabe ressaltar que para diferentes séries temporais de dados ou observações outros métodos de previsão foram selecionados.

Passo 3: Usando a abordagem de Projeto de Experimentos de Mixturas (DOE-M), foram definidos *p* conjuntos de pesos ($\mathbf{W_1}$, $\mathbf{W_2}$, …, $\mathbf{W_p}$) com base em um desenho de rede *simplex* {*q*, *m*}, com cada conjunto sendo integrado por *z* pesos (w_1, w_2, w_3, …, w_z), para combinar as *z* séries de resíduos produzidas no Passo 2. Em sequência, foram produzidas *p* séries de resíduos combinados (RC_1, RC_2, …, RC_p), cada uma com *g* observações, de acordo com o procedimento descrito na Figura 3-2. Em termos matemáticos, a *t*-ésima observação da *c*-ésima série de resíduos combinados (RC_t^c) foi calculada com base na Eq. (59).

$$RC_t^c = \sum_{m=1}^{z} w_m^c \, R_t^m \tag{59}$$

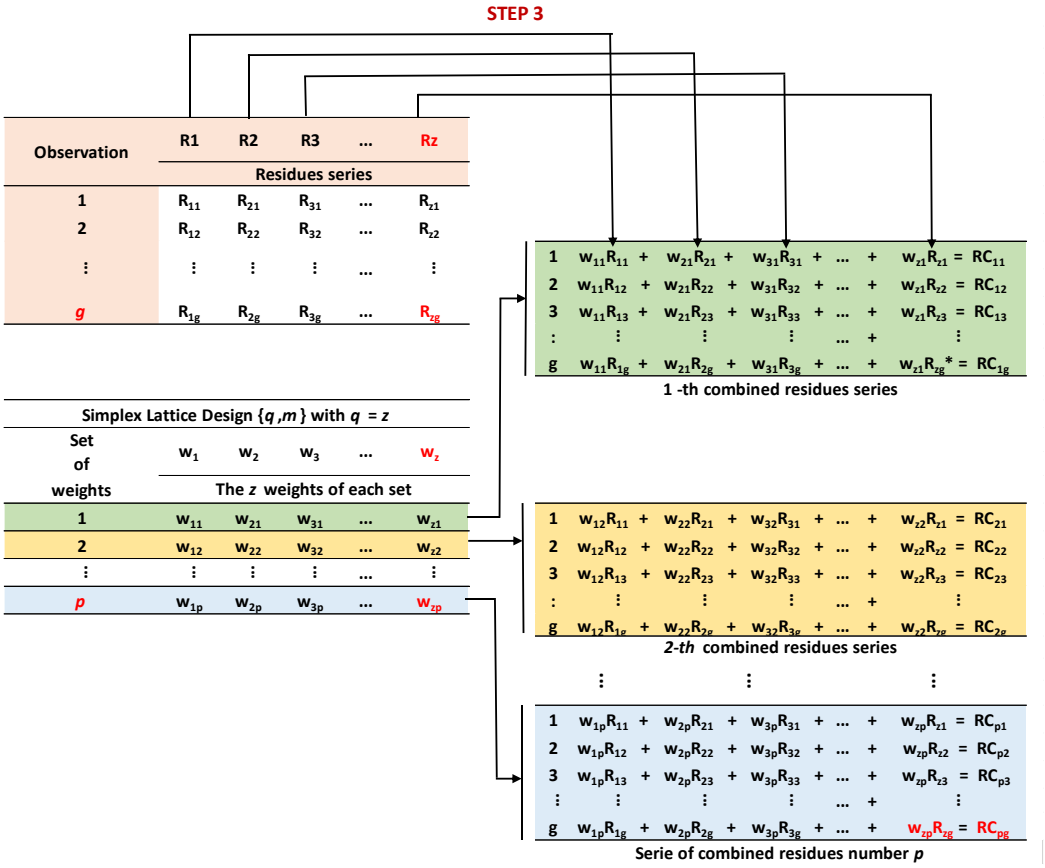


Figura 3-2. Produção das *p* séries de resíduos combinados.

Os passos 4, 5 e 6 subsequentes estão indicados na Figura 3-3.

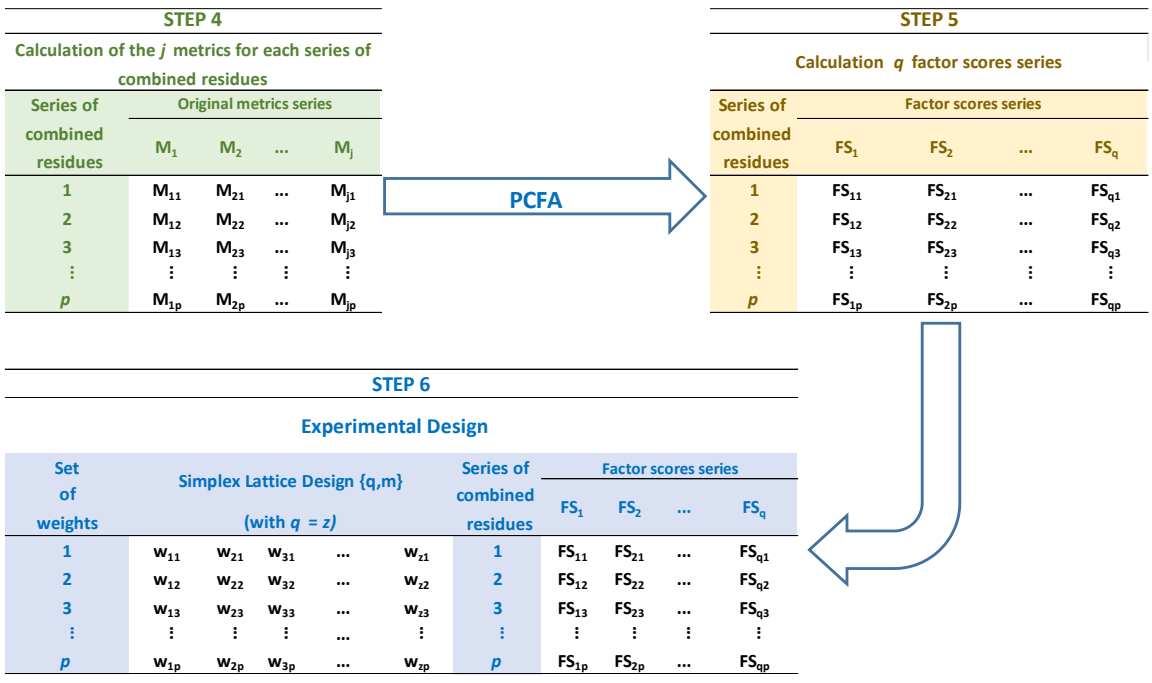


Figura 3-3. Passos para obtenção do desenho experimental das séries de escores de fatores.

Passo 4: Foram calculadas *j* métricas (M) de performance (desempenho) e precisão (variabilidade), tendo como base as *p* séries de resíduos combinados produzidas no Passo 3. Portanto, *j* métricas foram calculadas para cada uma das *p* séries de resíduos combinados obtidas no Passo 3, com cada série de métricas (M_1, M_2, …, M_j) contendo *p* observações, de acordo com a Figura 3-3.

Passo 5: Foi aplicada PCFA para reduzir a dimensionalidade do problema, obtendo-se *q* séries de escores de fatores (do inglês *factor scores series*) (FS_1, FS_2, …, FS_q), com cada uma dessas *q* séries representando uma ou mais de uma das *j* métricas obtidas no Passo 4, de tal modo que $q < j$. Assim, considerando-se o modelo linear de análise fatorial (do inglês *linear factor analysis model*), extraído por componentes principais e com a aplicação do método de rotação Varimax, foi determinada a retenção de *q* fatores aplicando-se a regra de Kaiser (1960). Cada uma das observações das *q* séries de escores de fatores representou uma resposta relacionada a um determinado conjunto de resíduos combinados e, conseqüentemente, a um determinado conjunto de pesos selecionado no Passo 3 (Figura 3-3).

Passo 6: Com o uso de DOE-M, foram modeladas matematicamente as *q* séries de escores de fatores representativas das *j* séries de métricas originais. Cada uma das *p* observações das *q* séries de escores de fatores representou uma resposta relacionada a um dado conjunto de resíduos combinados e, consequentemente, a um dado conjunto de pesos no desenho de rede *simplex* $\{q, m\}$ selecionado no Passo 3. Os conjuntos de pesos definidos no Passo 3, combinados com as respostas produzidas no Passo 5, determinaram o desenho experimental de misturas para cada série de escores de fatores (FS_1, FS_2, …, FS_q). Determinaram, também, o desenho da superfície de resposta correspondente a cada uma dessas séries (ϕFS_1, ϕFS_2, …, ϕFS_q), das quais foram extraídos os modelos matemáticos (funções objetivo ou equações polinomiais). No desenho de experimentos, a exploração das superfícies de resposta (ϕFS_1, ϕFS_2, …, ϕFS_q) sobre o desenho da região *simplex* gerou as respectivas equações polinomiais $\widehat{FS_1}(\boldsymbol{W})$, $\widehat{FS_2}(\boldsymbol{W})$, $\widehat{FS_3}(\boldsymbol{W})$,…, $\widehat{FS_q}(\boldsymbol{W})$. Nessas equações, **W** representou um dado conjunto de pesos (w_1, w_2, w_3, …, w_z), formado pelos pesos de cada um dos *z* métodos individuais de previsão selecionados para combinar. Para cada **W** selecionado, as funções objetivo matemáticas geradas forneceram como respostas, respectivamente, os valores previstos de $\widehat{FS_1}(\boldsymbol{W})$, $\widehat{FS_2}(\boldsymbol{W})$, $\widehat{FS_3}(\boldsymbol{W})$,…, $\widehat{FS_q}(\boldsymbol{W})$.

Passo 7: Uma vez que as *q* funções objetivo matemáticas das séries de escores de fatores foram modeladas, levando à criação de múltiplas superfícies de resposta de misturas, uma para cada

função objetivo de escores de fatores, essas múltiplas superfícies foram combinadas em um problema de otimização de vários objetivos. Assim, as funções objetivo $\widehat{FS}_1(\boldsymbol{W})$, $\widehat{FS}_2(\boldsymbol{W})$, …, $\widehat{FS}_q(\boldsymbol{W})$ foram simultaneamente otimizadas usando o método NBI, sendo que a otimização conjunta de $\widehat{FS}_1(\boldsymbol{W}), \widehat{FS}_2(\boldsymbol{W}), \ldots, \widehat{FS}_q(\boldsymbol{W})$, na realidade, representou a otimização conjunta das *j* métricas originais representadas por elas. No processo de otimização conjunta usando o NBI, cada uma das *v* Pareto-ótimas soluções encontradas e, consequentemente, cada um dos *v* Pareto-ótimos conjuntos de pesos encontrados representaram um ponto na fronteira de Pareto no qual não seria possível reduzir o valor de uma das métricas sem causar o aumento simultâneo de pelo menos o valor de uma outra métrica. Para cada uma das *v* soluções Pareto-ótimas obtidas, foi calculado o respectivo GPE_{Total}, usando a Eq. (57), e a S_{Total}, usando a Eq. (58). Depois, o melhor conjunto de pesos dentre os *v* Pareto-ótimos - o conjunto de pesos do modelo FA-NBI - e, consequentemente, a melhor solução dentre as *v* Pareto-ótimas, foi escolhida como aquela que apresentou a mais alta relação (S_{Total} / GPE_{Total}).

Passo 8: Depois que os pesos do método de combinação FA-NBI foram obtidos usando a estratégia acima, outros conjuntos de pesos de alguns dos métodos de ponderação mais tradicionais encontrados na literatura foram calculados também. Os pesos desses outros métodos de combinação foram estimados usando o método de regressão linear (RB) de Granger & Ramanathan (1984) e os métodos de variância-covariância de Bates e Granger (1969), estendidos por Dickinson (1973) para mais de dois métodos de previsão combinados, considerando-se dois procedimentos: um com covariância (BG/D com COV); outro sem considerar a covariância (BG/D sem COV). FA-NBI foi comparado, em termos de desempenho e precisão, com esses outros métodos de ponderação, além de ter sido comparado com a média simples (AVG), em que são atribuídos pesos iguais a todos os métodos de previsão combinados. FA-NBI foi comparado ainda com todos os métodos individuais de previsão usados para combinar.

Em sequência, para verificar se existia diferenças estatisticamente significantes entre o desempenho (do inglês *accuracy*) da previsão de FA-NBI e o desempenho das previsões dos demais métodos de ponderação concorrentes e dos métodos individuais de previsão, foi utilizado o teste DM, proposto por Diebold e Mariano (1995). Então, no presente trabalho, as diferenças estatísticas de desempenho foram comparadas entre a combinação obtida (FA-NBI) e os métodos individuais que foram combinados, bem como entre FA-NBI e os outros quatro métodos de ponderação - AVG, LSE, BG/D com COV e BG/D sem COV. Para previsões de

um período à frente (*one-step ahead forecasts*), o teste de DM foi calculado levando-se em considerando as séries de erros dos dois modelos de comparação – (e_1) and (e_2) series.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para encontrar os pesos ótimos da combinação de métodos de séries temporais (da combinação FA-NBI) a ser usada para prever a demanda de café no mercado doméstico brasileiro nos períodos de 2006/2007 a 2017/2018, a metodologia descrita no capítulo 3 foi aplicada da seguinte forma:

Passo 1: O gráfico de série temporal (*Time Series Plot*) da série original de dados de consumo doméstico de café no Brasil (série Y_t), englobando o período anual de 1964/1965 a 2017/2018, é mostrado na Figura 4-1. Esses dados foram disponibilizados pela ICO (2018). Para validar os métodos de previsão a serem testados, as observações da série de consumo de café Y_t, para os períodos anuais de 2006/2007 a 2017/2018, foram deixadas de fora, a fim de se realizar a análise fora da amostra (*out-of-sample analysis*). Assim, os métodos testados foram ajustados considerando-se apenas o segmento de dados de ajuste (*fitting data segment*) entre os períodos de 1964/1965 e 2005/2006, com a série Y_t contendo, dessa forma, 42 observações, a fim de se realizar a análise com dados incluídos dentro da amostra (*in-sample analysis*). Os resíduos de cada método de previsão foram calculados a partir deste último período, ou seja, com os dados deixados "dentro da amostra". De outro lado, os erros de previsão foram calculados a partir do período de observações deixado "fora da amostra", ou seja, fora da série Y_t. As observações da série Y_t não seguiram uma distribuição normal, conforme o demonstrado pelo teste estatístico de normalidade de Anderson-Darling na Figura 4-2. Mesmo assim, decidiu-se não a transformar matematicamente porque, segundo Makridakis *et al.* (1998), esse procedimento só seria justificável se os dados mostrassem forte tendência e, ao mesmo tempo, um forte padrão sazonal cuja variação aumentasse com o tempo. Como pode ser visto na Figura 4-1, existe uma forte tendência ascendente na série Y_t, mas não existe um padrão sazonal cuja variabilidade cresça ao longo do tempo em conjunto com essa tendência. A série Y_t não continha dados ausentes ou observações redundantes. Ademais, nenhuma observação precisou ser removida ou anexada à série Y_t. Além disso, o teste estatístico r22 de detecção de *outliers* de Dixon (Dixon, 1950) foi realizado e, ao nível de significância de 0,05, não foi detectada a presença de *outliers* suspeitos na série Y_t (*P-value* de 1 e estatística r22 de 0,15), levando-se em consideração as menores e as maiores observações da série.

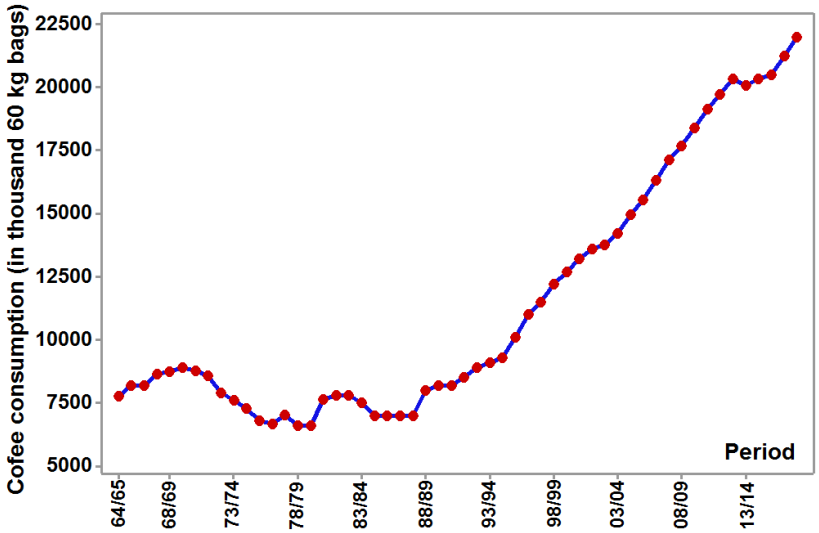


Figura 4-1. Série (Y_t) de evolução do consumo doméstico de café no Brasil (ICO, 2018).

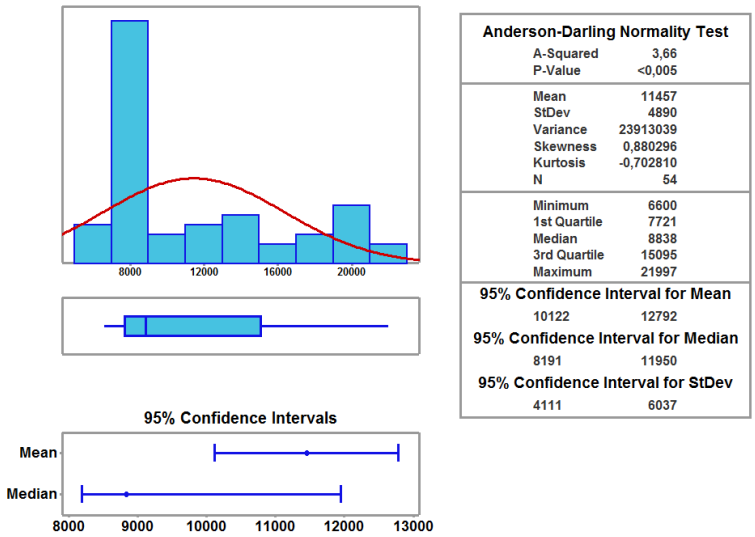


Figura 4-2. Relatório estatístico resumido para a série Y_t.

Passo 2: Quatro métodos de previsão ($z = 4$) foram escolhidos para participar da combinação: DES, HW, ARIMA$_{(1,1,1)}$ e ARIMA$_{(2,2,3)}$. A escolha desses métodos ocorreu devido ao bom ajustamento deles à série Y_t. Para o método DES, os valores ideais encontrados para os parâmetros de suavização (*smoothing parameters*) α e β (calculados com base no ajuste de um modelo ARIMA$_{(0,2,2)}$) foram, respectivamente, de 1,31541 e 0,15515. Considerando o método WM, os valores ótimos encontrados para os parâmetros α, β e γ (escolhidos minimizando a métrica MAE) foram 0,75, 0,60 e 0,30 respectivamente, com duração de sazonalidade de 2 ($s = 2$). Em relação à metodologia Box-Jenkins (ARIMA), na fase de preparação dos dados a série original Y_t mostrou-se não estacionária. Para a aplicação especificamente do modelo ARIMA, foi necessário diferenciar a série Y_t uma primeira vez nas fases de preparação de dados e de

seleção da especificação do modelo. No entanto, a série Y_{t-1} diferenciada pareceu seguir tendência crescente da vigésima observação em diante. Por esse motivo, a série Y_{t-1} foi diferenciada uma segunda vez, resultando na série Y_{t-2}. Como resultado, dois modelos ARIMA foram selecionados e especificados: o primeiro modelo, com o uso da série Y_{t-1} diferenciada uma vez (d = 1); e o segundo modelo com a série Y_{t-2} diferenciada uma segunda vez (d = 2). As ordens p e q dos dois modelos ARIMA selecionados (p = 1/q = 1 para o $ARIMA_{(1,1,1)}$ e p = 2/q = 3 para o $ARIMA_{(2,2,3)}$) foram obtidas por meio das funções de Autocorrelação (ACF) e de Parcial Autocorrelação (*Partial Autocorrelation*) (PACF), bem como por meio de simulações realizadas no MINITAB® a fim de se obter modelos com os menores MAE e VAR dos resíduos. A Tabela 4-1 e a Tabela 4-2 mostram os coeficientes dos parâmetros calculados (*Coef*) e os testes de significância de cada um desses parâmetros para o $ARIMA_{(1,1,1)}$ e $ARIMA_{(2,2,3)}$.

Tabela 4-1. Coeficientes e teste de significância dos parâmetros estimados do $ARIMA_{(1,1,1)}$.

Parâmetros	Coef	SE Coef	T	P
AR 1	0,8999	0,1218	7,3900	0,0000
MA 1	0,5075	0,2089	2,4300	0,0020

Tabela 4-2. Coeficientes e teste de significância dos parâmetros estimados do $ARIMA_{(2,2,3)}$.

Parâmetros	Coef	SE Coef	T	P
AR 1	-1,2374	0,2241	-5,5200	0,0000
AR 2	-0,4898	0,2104	-2,3300	0,0260
MA 1	-0,9104	0,2110	-4,3100	0,0000
MA 2	-0,5008	0,2061	-2,4300	0,0200
MA 3	0,7409	0,1461	5,0700	0,0000

Não foram detectadas correlações nos resíduos gerados por cada um dos quatro métodos de previsão selecionados, sendo as correlações consideradas estatisticamente iguais a zero. Os *P-values* do teste estatístico de *Run-Chart*, realizado com base nas séries de resíduos dos métodos $ARIMA_{(1,1,1)}$, $ARIMA_{(2,2,3)}$, DES e WM, não detectou tendência (*trend*) (0,500; 0,920; 0,809 e 0,159), flutuações (*oscillation*) (0,500; 0,080; 0,191 e 0,841), misturas (*mixtures*) (0,561; 0,168; 0,106 e 0,826) e aglomerações (*clustering*) (0,439; 0,832; 0,894 e 0,826) em seus dados, uma vez que todos os *P-values* dos testes foram maiores do que 0,050. O teste estatístico *Augmented Dickey-Fuller*, com *P-values* menores do que 0,05 (0,000; 0,0000; 0,0000 e 0,008) provaram que as séries de resíduos dos quatro métodos selecionados não apresentaram raiz unitária, de forma que o processo gerador dessas séries pôde ser considerado estatisticamente estacionário. Além disso, os *P-values* do teste de normalidade de Anderson-Darling foram todos superiores ao nível de significância escolhido de 0,05 para os métodos $ARIMA_{(1,1,1)}$ (0,073),

$ARIMA_{(2,2,3)}$ (0,344) e DES (0,132), aceitando-se a hipótese de que os resíduos dos mesmos seguiam uma distribuição normal. Com os testes realizados até o momento, a série de resíduos de cada um desses três métodos demonstrou ser *Gaussian* ruído branco (*Gaussian white noise*), com observações não correlacionadas, variância constante e normalmente distribuídas, o que pode ser verificado no gráfico de séries temporais dos resíduos (*time series plot of residues*) na Figura 4-3. Embora o método WM não tenha apresentado resíduos normalmente distribuídos, foi decidido mantê-lo como candidato a participar da combinação (de FA-NBI) devido aos bons resultados encontrados nos demais testes estatísticos realizados. A Figura 4-4 mostra o bom ajustamento dos métodos individuais de previsão DES, WM, $ARIMA_{(1,1,1)}$ e $ARIMA_{(2,2,3)}$ aos dados reais de consumo de café de 1964/1965 a 2005/2006.

Com base na análise de desempenho dos dados dentro da amostra (*in-sample performance analysis*), dados do período englobado entre 1964/1965 e 2005/2006, o método $ARIMA_{(2,2,3)}$ apresentou, na média, a melhor performance e precisão (menor dispersão dos resíduos em torno da média) do que o $ARIMA_{(1,1,1)}$, DES e WM, como pode ser observado na Tabela 4-3. Ademais, nesse período, VAR e SD, calculados com base nos resíduos do $ARIMA_{(2,2,3)}$, foram menores do que dos outros métodos, o que indicou que a seleção do método de previsão $ARIMA_{(2,2,3)}$ para prever períodos futuros seria menos arriscada. Por conseguinte, isto indicou que, a princípio, o tomador de decisão escolheria $ARIMA_{(2,2,3)}$ para prever a demanda de café no mercado brasileiro para os períodos subseqüentes deixados fora da amostra (2006/2007 a 2017/2018).

Tabela 4-3. Comparações entre os métodos individuais de previsão realizadas na análise de obsevações deixadas dentro da amostra (in-sample analysis).

Métricas	DES	WM	$ARIMA_{(1,1,1)}$	$ARIMA_{(2,2,3)}$
MAE	267,9937	280,3940	260,5738	243,8930
MSE	128.080,9566	153.362,5660	128.743,9337	100.477,9804
RMSE	357,8840	391,6153	358,8090	316,9826
MASE	1,0988	1,1497	1,0684	1,0000
RMSPE	4,4852	4,8891	4,4591	3,9684
MAPE	3,2405	3,3531	3,1188	2,9461
sMAPE	0,0328	0,0340	0,0316	0,0296
U1	0,0188	0,0206	0,0189	0,0167
U2	0,0376	0,0411	0,0377	0,0333
VAR	129.539,4380	156.803,8746	129.075,6035	102.036,0894
SD	359,9159	395,9847	359,2709	319,4309
MdAE	243,6130	173,5543	211,0836	207,2514
MdAPE	2,5630	2,1440	2,3914	2,2063
sMdAPE	0,0256	0,0214	0,0239	0,0221

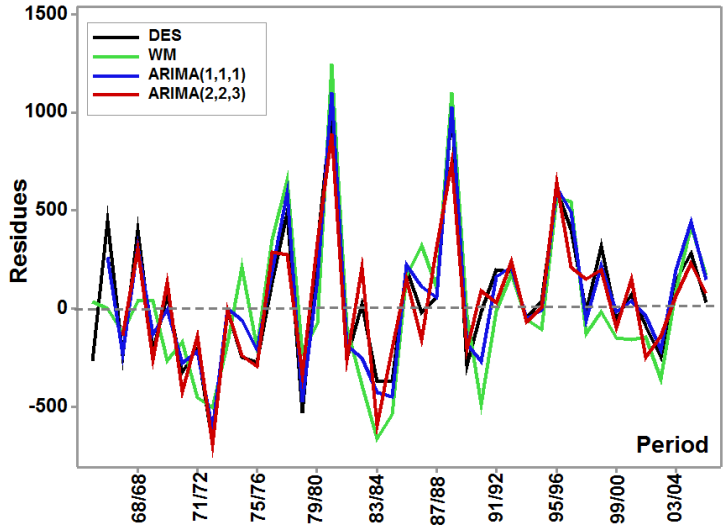


Figura 4-3. Gráfico de séries temporais dos resíduos dos métodos de previsão (em milhares de sacas de café de 60 kg).

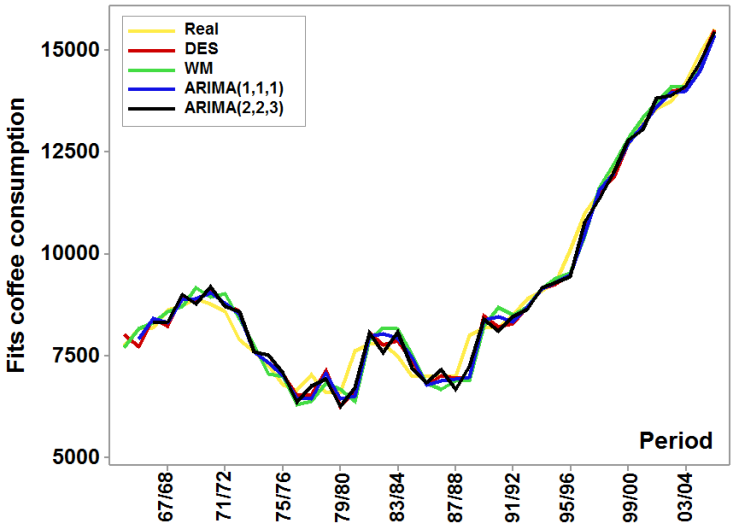


Figura 4-4. Gráfico do consumo real de café e dos ajustamentos dos métodos de previsão aos dados históricos desse consumo (em milhares de sacas de café de 60 kg).

Passo 3: Um Desenho de Rede *Simplex* {4,5}, com quatro componentes e grau 5 de *lattice*, foi criado, composto de 4 vértices em 3 (4-1) dimensões, aumentado com um ponto central, quatro pontos axiais e uma réplica, o que resultou em 61 pontos no arranjo e, consequentemente, em 61 conjuntos de pesos *(p* = 61*)*. Esses 61 conjuntos de pesos podem ser observados na Tabela 4-4.

Tabela 4-4. Desenho Experimental de FS_1 e FS_2.

	Pesos				Escores de fatores			Pesos				Escores de fatores	
c	**DES**	**WM**	**ARIMA (1,1,1)**	**ARIMA (2,2,3)**	**FS_1**	**FS_2**	***c***	**DES**	**WM**	**ARIMA (1,1,1)**	**ARIMA (2,2,3)**	**FS_1**	**FS_2**
1	1,000	0,000	0,000	0,000	0,954	2,215	**32**	0,200	0,000	0,600	0,200	-0,175	0,778
2	0,800	0,200	0,000	0,000	0,536	1,009	**33**	0,200	0,000	0,400	0,400	-0,801	0,469
3	0,800	0,000	0,200	0,000	0,808	1,186	**34**	0,200	0,000	0,200	0,600	-1,133	0,884
4	0,800	0,000	0,000	0,200	0,259	1,878	**35**	0,200	0,000	0,000	0,800	-1,166	0,969
5	0,600	0,400	0,000	0,000	0,569	0,325	**36**	0,000	1,000	0,000	0,000	2,941	-0,523
6	0,600	0,200	0,200	0,000	0,537	0,431	**37**	0,000	0,800	0,200	0,000	2,180	-0,724
7	0,600	0,200	0,000	0,200	-0,271	0,154	**38**	0,000	0,800	0,000	0,200	0,974	-0,949
8	0,600	0,000	0,400	0,000	0,723	0,910	**39**	0,000	0,600	0,400	0,000	1,646	-1,449
9	0,600	0,000	0,200	0,200	0,007	0,946	**40**	0,000	0,600	0,200	0,200	0,532	-1,704
10	0,600	0,000	0,000	0,400	-0,287	1,251	**41**	0,000	0,600	0,000	0,400	-0,478	-1,854
11	0,400	0,600	0,000	0,000	0,964	-0,495	**42**	0,000	0,400	0,600	0,000	1,168	-0,361
12	0,400	0,400	0,200	0,000	0,687	-0,034	**43**	0,000	0,400	0,400	0,200	0,105	-0,987
13	0,400	0,400	0,000	0,200	-0,241	-0,473	**44**	0,000	0,400	0,200	0,400	-0,812	-1,444
14	0,400	0,200	0,400	0,000	0,565	0,887	**45**	0,000	0,400	0,000	0,600	-1,464	-2,424
15	0,400	0,200	0,200	0,200	-0,314	0,353	**46**	0,000	0,200	0,800	0,000	0,833	0.407
16	0.400	0,200	0,000	0,400	-0,933	-0,078	**47**	0,000	0,200	0,600	0,200	-0,125	-0,012
17	0,400	0,000	0,600	0,000	0,671	0,989	**48**	0,000	0,200	0,400	0,400	-0,922	-0,851
18	0,400	0,000	0.400	0,200	-0,128	0,663	**49**	0,000	0,200	0,200	0,600	-1,531	-1,031
19	0,400	0,000	0,200	0,400	-0,619	1,120	**50**	0,000	0,200	0,000	0,800	-1,790	-0,532
20	0,400	0,000	0,000	0,600	-0,782	1,200	**51**	0,000	0,000	1,000	0,000	0,762	0,903
21	0,200	0,800	0,000	0,000	1,744	-1,441	**52**	0,000	0,000	0,800	0,200	-0,148	0,681
22	0,200	0,600	0,200	0,000	1,271	-1,080	**53**	0,000	0,000	0,600	0,400	-0,859	-0,005
23	0,200	0,600	0,000	0,200	0,191	-1,264	**54**	0,000	0.000	0,400	0,600	-1,313	-0,003
24	0.200	0,400	0,400	0.000	0,854	0,092	**55**	0,000	0.000	0,200	0,800	-1,486	0,117
25	0,200	0,400	0.200	0.200	-0.099	-1,020	**56**	0,000	0.000	0,000	1,000	-1,416	0,531
26	0,200	0,400	0,000	0,400	-0.933	-1.439	**57**	0,250	0,250	0,250	0,250	-0,452	-0,301
27	0,200	0,200	0,600	0,000	0.672	0.490	**58**	0,625	0,125	0,125	0,125	0,090	0,485
28	0,200	0,200	0.400	0,200	-0,261	0,369	**59**	0,125	0,625	0,125	0,125	0,773	-1,825
29	0,200	0,200	0,200	0,400	-0,979	-0,445	**60**	0,125	0,125	0,625	0,125	0,082	0,826
30	0,200	0,200	0,000	0,600	-1,425	-0,186	**61**	0,125	0,125	0,125	0,625	-1,433	0,170
31	0,200	0,000	0,800	0,000	0,675	1,244							

Esses 61 conjuntos de pesos foram utilizados para combinar as 42 observações (g = 42) das 4 séries de resíduos dos quatro métodos selecionados. Assim, esses 61 conjuntos de pesos foram usados para produzir 61 séries de resíduos ponderados combinados dos 4 métodos de previsão escolhidos, com cada observação de cada série sendo calculada com base na Eq. (59). A descrição geométrica da região experimental contendo os 4 componentes é mostrada na Figura 4-5 (a), com cada componente representado em um dos vértices de um tetraedro com quatro faces triangulares. O conjunto dos pontos definidos na região do Desenho de Rede *Simplex* {4,5} descreveu as possíveis proporções (de pesos) possíveis de misturas para

combinar os componentes. As quatro faces triangulares planas do Desenho de Rede *Simplex* {4,5}, caracterizado por meio de um tetraedro, são mostradas na Figura 4-5 (b).

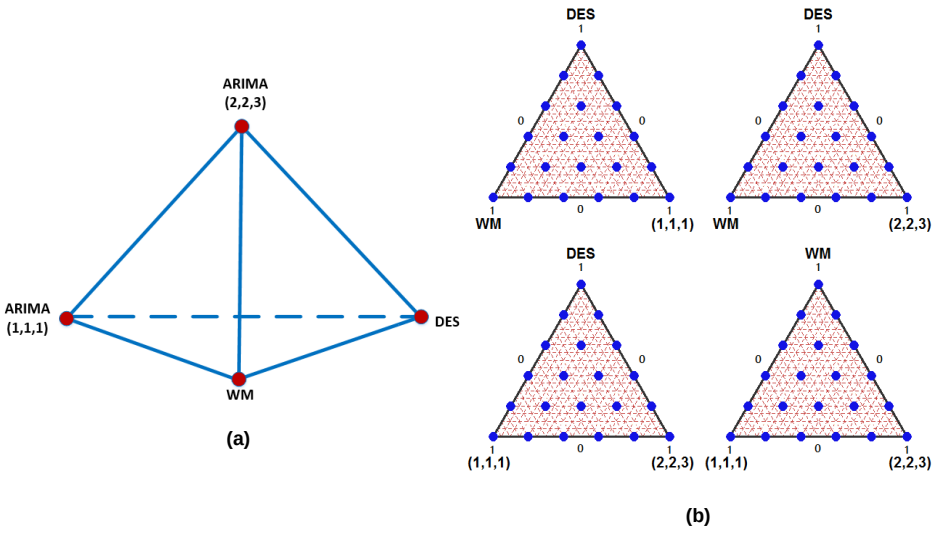


Figura 4-5. (a) Região experimental com quatro componentes representada por um tetraedro. **(b)** Desenho de Rede *Simplex* {4, 5} representado por quatro faces triangulares planas de um tetraedro.

Passo 4: Quatorze métricas (j = 14) (MAE, MSE, RMSE, MASE, RMSPE, MAPE, sMAPE, U1, U2, VAR, SD, MdAE, MdAPE e sMdAPE) foram calculadas para cada uma das 61 séries de resíduos combinados. O método de referência (*benchmark method*) com característica de passeio aleatório (*random walk*) escolhido foi o $ARIMA_{(2,2,3)}$, pois ele foi o método individual que obteve melhor performance e menor variabilidade na análise dos resíduos produzida com os dados ou observações incluídas dentro da amostra (*residuals in-sample analysis*) (Tabela 4-3).

Passo 5: PCFA foi utilizada para reduzir ainda mais a dimensionalidade do problema, usando componentes principais (PC). Como pode ser visto na Tabela 4-5, somente PC_1 e PC_2 apresentaram autovalores maiores que um, determinando a extração de 2 fatores (q = 2), com fundamento na regra de Kaiser (1960).

Tabela 4-5. Análise dos autovalores na matriz de correlação.

Componentes Principais	PC_1	PC_2	PC_3	PC_4	PC_5
Autovalores	**10,438**	**3,227**	0,226	0,102	0,003
Proporções	0,746	0,230	0,016	0,007	0,000
Cumulatividade	0,746	0,976	0,922	0,999	1,000

A Tabela 4-6 apresenta o modelo fatorial rotacionado sortido (*sorted rotated factor analyze model*), gerado com o uso de componentes principais, aplicando-se o método Varimax

de rotação como método de extração e baseado na matriz de correlação das 14 séries de métricas.

Tabela 4-6. Modelo fatorial.

Métricas	Cargas (*Loadings*)		Comunalidades (*Communalities*)
	Fator 1	Fator 2	
RMSPE	**0,995**	-0,069	0,994
MSE	**0,993**	-0,079	0,993
U1	**0,993**	-0,064	0,990
U2	**0,993**	-0,072	0,991
RMSE	**0,993**	-0,072	0,991
SD	**0,992**	-0,105	0,994
VAR	**0,991**	-0,112	0,995
MASE	**0,936**	0,318	0,976
MAE	**0,936**	0,318	0,976
sMAPE	**0,927**	0,341	0,975
MAPE	**0,911**	0,370	0,967
sMdAPE	0,088	**0,977**	0,962
MdAPE	0,069	**0,971**	0,948
MdAE	-0,116	**0,948**	0,911
Variância	10,366	3,299	13,665
% Var	0,740	0,236	**0,976**

O modelo fatorial descrito na Tabela 4-6 juntamente com o gráfico de carregamentos (*loading plot*) visualizado na Figura 4-6 mostraram que as métricas MAE, MSE, RMSE, MASE, RMSPE, MAPE, sMAPE, U1, U2, VAR e SD definiram o Fator 1, posto que elas possuíam cargas elevadas nesse Fator e cargas pequenas ou desprezíveis no Fator 2. Diferente disso, as métricas MdAE, MdAPE e sMdAPE definiram o Fator 2, visto que as mesmas apresentaram carga alta nesse Fator e cargas pequenas ou desprezíveis no Fator 1. Os elevados valores das comunalidades na Tabela 4-6 mostraram que os dois Fatores, em conjunto, explicaram uma alta percentagem de variabilidade de cada métrica. Demais, o modelo fatorial foi capaz de explicar 97,6% da variância total dessas 14 métricas, o que demonstrou que ele as representou adequadamente. Como ocorreram muitas cargas elevadas nos Fatores 1 e 2, duas séries de escores de fatores foram produzidas – FS_1 e FS_2. A série FS_1 representou as métricas MAE, MSE, RMSE, MASE, RMSPE, MAPE, sMAPE, U1, U2, VAR e SD, e a série FS_2 representou as métricas MdAE, MdAPE e sMdAPE. O dendrograma na Figura 4-7 e o gráfico de carregamentos na Figura 4-6 confirmaram estas representações. O dendrograma na Figura 4-7 foi gerado com o uso do "método de ligação de Ward" (*Ward´s linkage method*), com medida de distância baseada na correlação absoluta dentro de uma análise de agrupamentos (*cluster analysis*) para descobrir os agrupamentos naturais dos itens (ou

variáveis). Os agrupamentos ocorreram com base na minimização da perda de informação (*loss of information*) da junção de dois grupos considerados, com base na soma dos quadrados dos erros (Johnson e Wichern, 2007). As séries de escores de fatores FS_1 e FS_2 podem ser visualizadas dentro dos desenhos experimentais (*experimental design*) na Tabela 4-4.

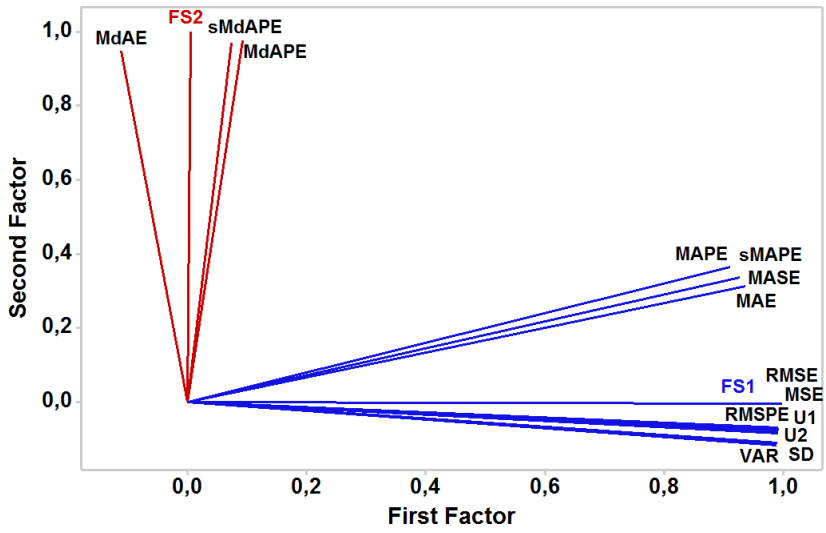


Figura 4-6. Gráfico de carregamentos (*loadings*) das 14 métricas, FS_1 e FS_2.

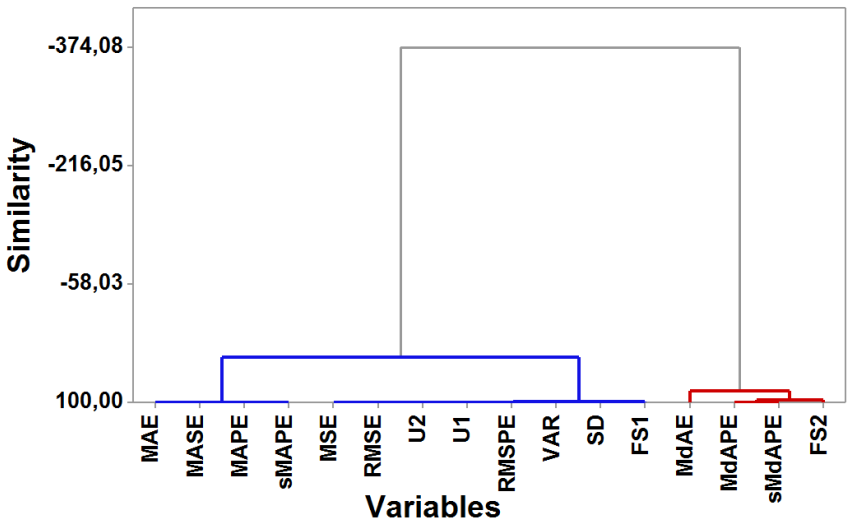


Figura 4-7. Dendrograma de similaridades entre as 14 métricas, FS_1 and FS_2.

Como pode ser observado na Tabela 4-7 e Tabela 4-8, as séries FS_1 e FS_2 mostraram correlações positivas com as métricas que cada uma representou. Este fato determinou que as funções objetivo a serem modeladas de FS_1 e FS_2, com o uso de DOE-M, deveriam ser

minimizadas em conjunto, quando da aplicação da rotina do NBI no Passo 7, com o fito de se calcular os pontos de Nadir e Utopia da matriz Payoff (**Φ).**

Tabela 4-7. Correlações positivas das séries de métricas MAE, MSE, RMSE, MASE, RMSPE, MAPE, sMAPE, U1, U2, VAR e SD com a série de escores de fatores FS_1.

	MAE	MSE	RMSE	MASE	RMSPE	MAPE	sMAPE	U1	U2	VAR	SD
FS_1	**0,936**	**0,993**	**0,993**	**0,936**	**0,995**	**0,911**	**0,927**	**0,993**	**0,993**	**0,991**	**0,992**
FS_2	0,318	-0,079	-0,072	0,318	-0,069	0,370	0,341	-0,064	-0,072	-0,112	-0,105

Tabela 4-8. Correlações positivas das séries de métricas MdAE, MdAPE e sMdAPE com FS_2.

	MdAE	MdAPE	sMdAPE	FS_1
FS_1	-0,116	0,069	0,088	1,000
FS_2	**0,94**8	**0,971**	**0,977**	0,000

Passo 6: Os 61 conjuntos de pesos combinados com as séries FS_1 e FS_2 formaram o desenho experimental mostrado na Tabela 4-4, e, consequentemente, os desenhos das superfícies de resposta ϕFS_1, para a série FS_1, e ϕFS_2, para a série FS_2. A Figura 4-8 e a Figura 4-10 mostram uma visão tridimensional das superfícies de resposta (*3D Surfaces Plots*) geradas com base no desenho experimental. A exploração das superfícies de resposta ϕFS_1 e ϕFS_2 sobre o desenho da região *simplex* (*simplex region design*) providenciou o apropriado polinômio quadrático de misturas (*polynomial quadratic mixture*), ou seja, as funções objetivo $\widehat{FS}_1(\boldsymbol{W})$ (Eq. 60) e $\widehat{FS}_2(\boldsymbol{W})$ (Eq. 61) necessárias para aproximar cada superfície da região de interesse. Em ambos os casos, o método de ajuste dos modelos foi o de regressão de misturas com eliminador para trás de termos (*mixture regression with backward eliminator*), com análise de componentes feita em pseudocomponentes e com termos quadráticos. As respostas de $\widehat{FS}_1(\boldsymbol{W})$ *e* $\widehat{FS}_2(\boldsymbol{W})$ denotaram, respectivamente, os valores previstos ou estimados das respostas de FS_1 e FS_2, considerando-se um determinado conjunto de pesos $\boldsymbol{W}$ ($w_{(1,1,1)}$, $w_{(2,2,3)}$, $w_{(\mathrm{DES})}$ e $w_{(\mathrm{WM})}$).

$$\begin{aligned}\widehat{FS}_1(\boldsymbol{W}) = {} & 0{,}984\, w_{DES} + 3{,}025\, w_{WM} + 0{,}764\, w_{(1,1,1)} - 1{,}450\, w_{(2,2,3)} - 5{,}288\, (w_{DES} \times w_{WM}) \\ & - 0{,}889\, (w_{DES} \times w_{(1,1,1)}) - 1{,}582\, (w_{DES} \times w_{(2,2,3)}) - 2{,}048\, (w_{WM} \times w_{(1,1,1)}) \\ & - 7{,}403\, (w_{WM} \times w_{(2,2,3)}) - 3{,}141\, (w_{(1,1,1)} \times w_{(2,2,3)})\end{aligned} \tag{60}$$

$$\begin{aligned}\widehat{FS}_2(\boldsymbol{W}) = {} & 1{,}950\, w_{DES} - 0{,}864\, w_{WM} + 1{,}237\, w_{(1,1,1)} + 0{,}638\, w_{(2,2,3)} - 3{,}311\, (w_{DES} \times w_{WM}) \\ & - 1{,}564\, (w_{DES} \times w_{(1,1,1)}) - 2{,}935\, (w_{WM} \times w_{(1,1,1)}) - 7{,}343\, (w_{WM} \times w_{(2,2,3)}) \\ & - 2{,}980\, (w_{(1,1,1)} \times w_{(2,2,3)})\end{aligned} \tag{61}$$

Os gráficos de contorno de misturas (*Mixture Contour Plots*) na Figura 4-9 e Figura 4-11 mostram as amplitudes dos intervalos contendo, sucessivamente, os valores assumidos por $\widehat{FS_1}(\boldsymbol{W})$ e $\widehat{FS_2}(\boldsymbol{W})$ com base em cada região de proporções (conjunto de pesos) da região *simplex* correspondente.

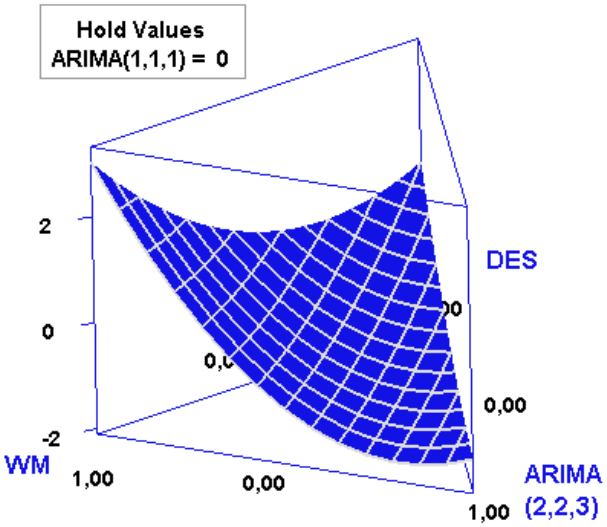


Figura 4-8. Gráfico de superfície de resposta de $\widehat{FS_1}$ $(\boldsymbol{W})$.

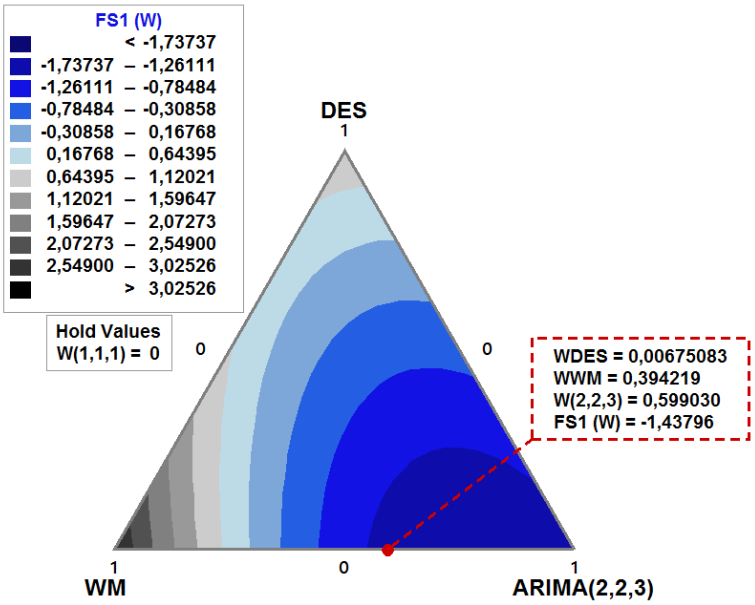


Figura 4-9. Gráfico de contorno de misturas de $\widehat{FS_1}$ $(\boldsymbol{W})$.

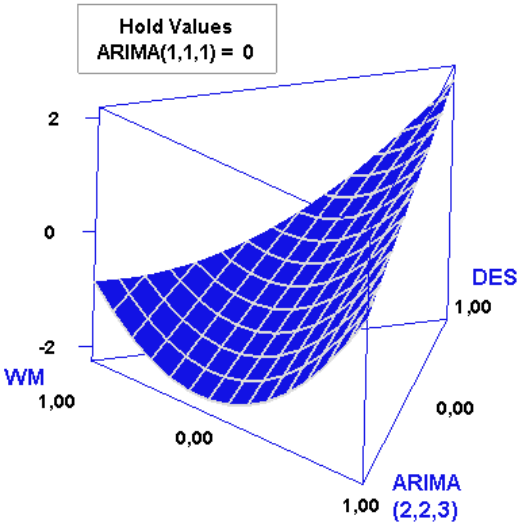


Figura 4-10. Gráfico de superfície de resposta de $\widehat{FS}_2$ $(\boldsymbol{W})$.

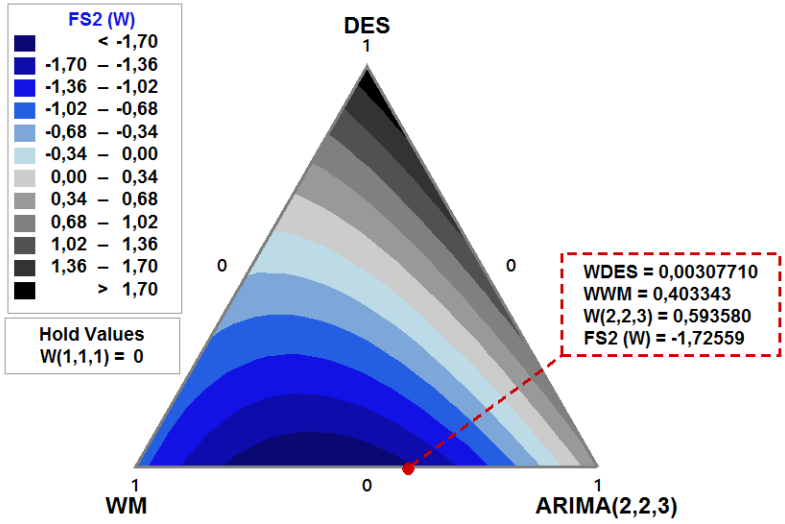


Figura 4-11. Gráfico de contorno de misturas de $\widehat{FS}_2$ $(\boldsymbol{W})$.

Em relação ao ajuste dos modelos, para a função $\widehat{FS}_1(\boldsymbol{W})$ o R^2Adj (coeficiente de determinação múltiplo (R^2) ajustado (*adjusted coefficient of multiple determination*) foi de 99,79%, o que significou que o modelo conseguiu explicar cerca de 99,79% da variabilidade observada na variável de resposta, com amparo nas variáveis independentes do modelo. A função $\widehat{FS}_2(\boldsymbol{W})$ explicou 88,65% da variabilidade nas respostas. Em relação à estatística R-Sq (PRED), que indica a capacidade de previsão do modelo de regressão, $\widehat{FS}_1(\boldsymbol{W})$ explicou 99,72% de variabilidade nas novas observações, enquanto $\widehat{FS}_2(\boldsymbol{W})$ explicou 85,41%. Desta forma, os dois modelos apresentaram uma capacidade global de previsão satisfatória capaz de explicar uma alta percentagem (99,72% e 85,41%) de variabilidade de novas observações. Os testes

estatísticos de *Run-Chart*, realizados com base nas séries de resíduos dos dois modelos, não detectou em seus dados tendência (0,055 e 0,050), flutuações (0,975 e 0,950), misturas (0,740 e 0,740) e aglomerações (0,260 e 0,260), uma vez que todos os *P-values* foram maiores do que 0,050. A estatística do teste "Augmented Dickey-Fuller", com *P-values* menores do que 0,050 (0,000 e 0,000), comprovou que as séries de resíduos dos dois modelos não apresentaram raiz unitária (*unit root*), com os processos geradores podendo ser estatisticamente considerados estacionários. Demais, para $\widehat{FS}_1(\boldsymbol{W})$ *e* $\widehat{FS}_2(\boldsymbol{W})$ os *P-values* dos testes de Anderson-Darling foram maiores do que o nível de significância escolhido de 0,05 (0,898 e 0,829), aceitando-se a hipótese de que os resíduos seguiam uma distribuição normal. Destarte, com os testes estatísticos realizados, as séries de resíduos de $\widehat{FS}_1(\boldsymbol{W})$ and $\widehat{FS}_2(\boldsymbol{W})$ demonstraram ser "Gaussian ruído branco" (*Gaussian white noise*), com observações não correlacionadas, com variância constante e normalmente distribuídas.

Tabela 4-9. ANOVAS para $\widehat{FS}_1(\boldsymbol{W})$ e $\widehat{FS}_2(\boldsymbol{W})$.

	ANOVA para o modelo quadrático de $\widehat{FS}_1(\boldsymbol{W})$					**ANOVA para o modelo quadrático de $\widehat{FS}_2(\boldsymbol{W})$**				
Fonte	**DF**	**Adj SS**	**Adj MS**	**F**	**P-Value**	**DF**	**Adj SS**	**Adj MS**	**F**	**P-Value**
Regressão	9	59,891	6,546	3.123,65	0,000	8	54,098	6,762	58,580	0,000
Linear	3	21,598	7,199	3.379,34	0,000	3	10,361	3,454	30,430	0,000
Quadrático	6	10,031	1,672	784,72	0,000	5	8,840	1,768	15,580	0,000
$w_{(DES)}$ **x** $w_{(WM)}$	1	3,629	3,629	1.703,35	0,000	1	1,458	1,458	12,840	0,001
$w_{(DES)}$ **x** $w_{(1,1,1)}$	1	0,103	0,103	48,15	0,000					
$w_{(DES)}$ **x** $w_{(2,2,3)}$	1	0,325	0,325	152,40	0,000	1	0,325	0,325	2,870	0,096
$w_{(WM)}$ **x** $w_{(1,1,1)}$	1	0,544	0,544	255,42	0,000	1	1,118	1,118	9,850	0,003
$w_{(WM)}$ **x** $w_{(2,2,3)}$	1	7,112	7,112	3.338,33	0,000	1	7,169	7,169	63,170	0,000
$w_{(1,1,1)}$ **x** $w_{(2,2,3)}$	1	1,280	1,280	600,84		1	1,181	1,181	10,400	0,002
Erro Residual	51	0,109	0,002			52	5,902	0,114		
Erro	60	60,000				60	60,000			

A Tabela 4-9 apresenta a análise de variância (ANOVA) para os modelos quadráticos $\widehat{FS}_1(\boldsymbol{W})$ e $\widehat{FS}_2(\boldsymbol{W})$. Os *P-values* revelaram que todos os termos de $\widehat{FS}_1(\boldsymbol{W})$ foram estatisticamente significantes ao nível de 5%. $\widehat{FS}_2(\boldsymbol{W})$ apresentou um termo com *P-value* ligeiramente superior a 0,05 (0,096), mas foi decidido mantê-lo, pois o modelo testado com a exclusão desse termo não apresentou melhores resultados estatísticos.

As curvas de traços (t*he trace curves*) de cada componente no gráfico de traços (*Cox trace plots*) na Figura 4-12 e na Figura 4-13 revelaram como as mudanças das proporções (w_{DES}, w_{WM}, $w_{(1,1,1)}$ e $w_{(2,2,3)}$) de cada um dos quatro componentes no desenho de misturas afetaram, respectivamente, as respostas estimadas $\widehat{FS}_1(\boldsymbol{W})$ e $\widehat{FS}_2(\boldsymbol{W})$.

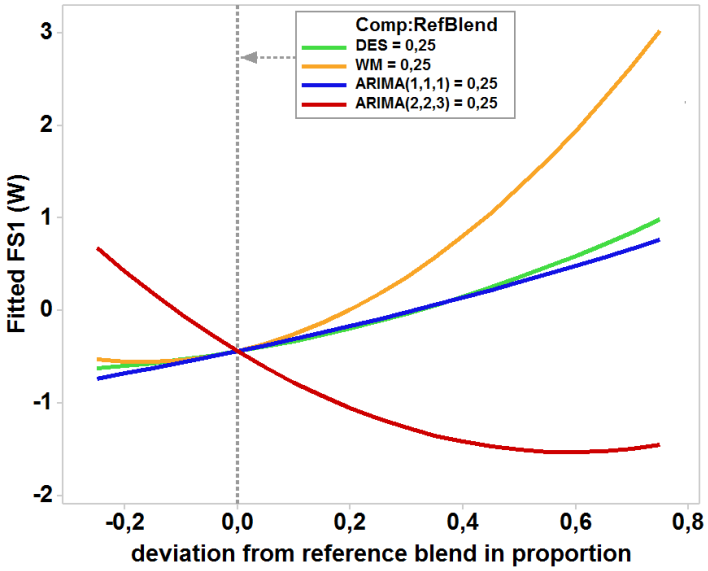


Figura 4-12. Gráfico de traços de $\widehat{FS}_1$ $(\boldsymbol{W})$.

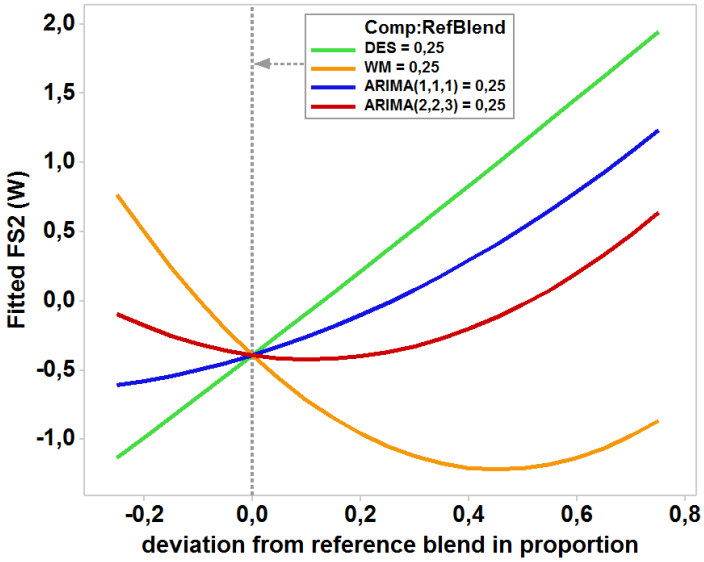


Figura 4-13. Gráfico de traços de $\widehat{FS}_2$ $(\boldsymbol{W})$.

Em cada gráfico de traços das respostas (*response trace plot*), a intersecção das quatro linhas representou a mistura de referência (*reference blends*) de ¼, ou seja, de 25% para cada componente (no caso, 25% para cada método de previsão). Ao mover-se do ponto de mistura de referência de ¼ para a direita, a indicação é de que a proporção relativa do componente aumenta na mistura. Ao contrário, ao mover-se da esquerda para o ponto de mistura de referência de ¼, a indicação é de que a proporção relativa do componente na mistura diminui. Cumpre observar que, na análise, os outros componentes são mantidos em proporções iguais na mistura, tanto para aumentos quanto para diminuições de um único componente. O objetivo

é fazer análise de sensibilidade da resposta em relação a aumentos ou diminuições de um determinado componente na mistura (na combinação). É de se verificar ainda que aumentos ou diminuições da resposta $\widehat{FS}_1(\boldsymbol{W})$ indicam aumentos ou diminuições dos valores das métricas MAE, MSE, RMSE, MASE, RMSPE, MAPE, sMAPE, U1, U2, VAR e SD, visto que *FS1* as representa. De igual forma, aumentos ou diminuições da resposta $\widehat{FS}_2(\boldsymbol{W})$ implicam, também, em aumentos ou diminuições dos valores das métricas MdAE, MdAPE e sMdAPE, as quais *FS2* representa. Na Figura 4-12 pode ser observado que, quando a proporção do $\text{ARIMA}_{(2,2,3)}$ aumenta na mistura (na combinação), o valor de $\widehat{FS}_1(\boldsymbol{W})$ diminui. Por outro lado, quando as proporções dos componentes-métodos de previsão $\text{ARIMA}_{(1,1,1)}$, DES ou WM aumentam, o valor de $\widehat{FS}_1(\boldsymbol{W})$ também aumenta. Considerando-se a Figura 4-13, quando a proporção de DES ou $\text{ARIMA}_{(1,1,1)}$ aumenta na mistura, a resposta prevista $\widehat{FS}_2(\boldsymbol{W})$ também aumenta. De forma contrária, quando a proporção de WM aumenta, $\widehat{FS}_2(\boldsymbol{W})$ diminui. Inicialmente, adições de $\text{ARIMA}_{(2,2,3)}$ na combinação diminuem as respostas previstas $\widehat{FS}_2(\boldsymbol{W})$, mas a partir de uma certa proporção (cerca de 0,2) aumentam os valores das mesmas.

Passo 7: O NBI foi aplicado para o problema de otimização multiobjetivo. A matriz *Payoff* (**Φ**) foi calculada de acordo com a Eq. (52), resultando na matriz visualizada na Eq. (62), onde a diagonal principal foi formada pelos valores ótimos de minimização individual das funções objetivo $\widehat{FS}_1(\boldsymbol{W})$ e $\widehat{FS}_2(\boldsymbol{W})$, isto é, pelos pontos de Utopia. Os pontos de Nadir formaram a diagonal secundária. As funções objetivo $\overline{FS}_1(\boldsymbol{W})$ e $\overline{FS}_2(\boldsymbol{W})$ foram normalizadas nos moldes da Eq. (63), usando a Eq. (53).

$$\boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} -1{,}739 & -0{,}528 \\ -0{,}824 & -2{,}025 \end{bmatrix} \tag{62}$$

$$\bar{\mathbf{F}}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \overline{FS}_1(w) = \dfrac{\widehat{FS}_1(w) - (-1{,}739)}{-0{,}528 - (-1{,}739)} \\ \overline{FS}_2(w) = \dfrac{\widehat{FS}_2(w) - (2{,}025)}{-0{,}824 - (-2{,}025)} \end{bmatrix} \tag{63}$$

O procedimento de minimização do NBI foi aplicado ao sistema de equações descrito na forma da Eq. (56), empregando o algorítmo *Generalized Reduced Gradient* (GRG) e usando incrementos de 5% para a distribuição de pesos (w) de ponderação das funções objetivo. Como foi utilizada a abordagem DOE-M, a soma dos pesos ($w_{(1,1,1)}$, $w_{(2,2,3)}$, w_{DES}, w_{WM}) funcionou

como uma restrição nos procedimentos de otimização, devendo ser a mesma igual a 1. A Tabela 4-10 exibe os resultados encontrados com o uso da rotina do NBI, ou seja, dos valores ótimos normalizadas de $\overline{FS}_1(\boldsymbol{W})$ e $\overline{FS}_2(\boldsymbol{W})$, dos valores ótimos previstos das respostas $\widehat{FS}_1(\boldsymbol{W})$ e $\widehat{FS}_2(\boldsymbol{W})$, e dos correspondentes pesos-ótimos assinalados a cada um dos métodos individuais de previsão (dos componentes) na combinação. A Figura 4-14 mostra a fronteira de Pareto obtida com esses resultados.

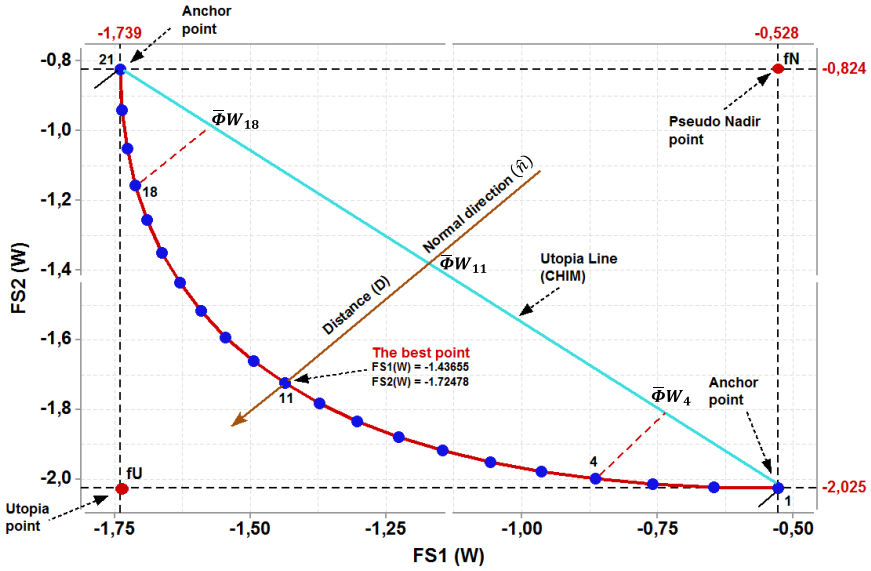


Figura 4-14. Fronteira de Pareto.

Tabela 4-10. Resultados das 21 otimizações com o NBI e a relação (S/EPG) para cada resposta Pareto-ótima.

v	w_i	**1-w_i**	$\overline{FS}_1(\boldsymbol{W})$	$\overline{FS}_2(\boldsymbol{W})$	$\widehat{FS}_1(\boldsymbol{W})$	$\widehat{FS}_2(\boldsymbol{W})$	$w_{(DES)}$	$w_{(WM)}$	$w_{(1,1,1)}$	$w_{(2,2,3)}$	S_{Total}	**EPG** (*Total*)	**S/ EPG**
1	0,00	1,00	1,000	0,000	-0,528	-2,025	0,000	0,602	0,000	0,398	0,696	1,728	0,001
2	0,05	0,95	0,903	0,003	-0,646	-2,022	0,000	0,582	0,000	0,418	0,630	1,621	0,137
3	0,10	0,90	0,810	0,010	-0,758	-2,013	0,000	0,562	0,000	0,438	0,570	1,518	0,248
4	0,15	0,85	0,723	0,023	-0,864	-1,998	0,000	0,542	0,000	0,458	0,517	1,419	0,355
5	0,20	0,80	0,640	0,040	-0,964	-1,977	0,000	0,521	0,000	0,479	0,469	1,324	0,463
6	0,25	0,75	0,563	0,063	-1,058	-1,950	0,000	0,501	0,000	0,499	0,429	1,234	0,570
7	0,30	0,70	0,490	0,090	-1,146	-1,917	0,000	0,481	0,000	0,519	0,395	1,151	0,672
8	0,35	0,65	0,423	0,123	-1,228	-1,878	0,000	0,461	0,000	0,539	0,367	1,074	0,766
9	0,40	0,60	0,360	0,160	-1,303	-1,833	0,000	0,440	0,000	0,560	0,346	1,005	0,846
10	0,45	0,55	0,303	0,203	-1,373	-1,782	0,000	0,420	0,000	0,580	0,331	0,946	0,903
11	**0,50**	**0,50**	**0,250**	**0,250**	**-1,437**	**-1,725**	**0,000**	**0,400**	**0,000**	**0,600**	**0,322**	**0,899**	**0,934**
12	0,55	0,45	0,203	0,303	-1,494	-1,662	0,000	0,380	0,000	0,620	0,320	0,866	0,932
13	0,60	0,40	0,160	0,360	-1,546	-1,593	0,000	0,360	0,000	0,640	0,325	0.838	0,899
14	0,65	0,35	0,123	0,423	-1,591	-1,518	0,000	0,339	0,000	0,661	0,336	0,832	0,837
15	0,70	0,30	0,090	0,490	-1,630	-1,436	0,000	0,319	0,000	0,681	0,353	0,864	0,751
16	0,75	0,25	0,063	0,563	-1,664	-1,349	0,000	0,299	0,000	0,701	0,377	0,899	0,647
17	0,80	0,20	0,040	0,640	-1,691	-1.256	0,000	0,279	0,000	0,721	0,408	0,938	0,533
18	0,85	0,15	0,023	0,723	-1,712	-1,157	0,000	0,258	0,000	0,742	0,444	0,982	0,413

19	0,90	0,10	0,010	0,810	-1,727	-1,052	0,000	0,238	0,000	0,762	0,488	1,035	0,290
20	0,95	0,05	0,003	0,903	-1,736	-0,941	0,000	0,218	0,000	0,782	0,537	1,108	0,160
21	1,00	0,00	0,000	1,000	-1,739	-0,824	0,000	0,198	0,000	0,802	0,593	1,210	0,001

Nas 21 soluções Pareto-ótimas encontradas, DES e $ARIMA_{(1,1,1)}$ não participaram da combinação, desde que a adição deles na combinação (na mistura) contribuiria para aumentar tanto o valor da resposta $\widehat{FS_1}(\boldsymbol{W})$ quanto o valor da resposta $\widehat{FS_2}(\boldsymbol{W})$, conforme pode ser observado na Figura 4-12 e na Figura 4-13. Vale a pena lembrar que um aumento ou diminuição do valor da resposta $\widehat{FS_1}(\boldsymbol{W})$ também significa, sucessivamente, em um aumento ou diminuição das métricas MAE, MSE, RMSE, MASE, RMSPE, MAPE, sMAPE, U1, U2, VAR e SD. Por sua vez, o aumento ou diminuição do valor da resposta $\widehat{FS_2}(\boldsymbol{W})$ também implica, concomitantemente, em um aumento ou diminuição das métricas de performance de medianas MdAE, MdAPE e sMdAPE. Na solução Pareto-ótima de (v = 1) na primeira linha da Tabela 4-10, foi conferido peso zero a função objetivo $\widehat{FS_1}(\boldsymbol{W})$ (w_i = 0) e peso um para $\widehat{FS_2}(\boldsymbol{W})$ (1 - w_i = 1), isto é, somente $\widehat{FS_2}(\boldsymbol{W})$ tomou parte no processo de otimização conjunta do NBI. Consequentemente, para o WM foi dado mais peso na combinação por ser ele o método de previsão que mais contribui para minimizar $\widehat{FS_2}(\boldsymbol{W})$ e as métricas que ela representa quando ele, o método de previsão WM, é adicionado na combinação, o que pode ser observado na Figura 4-13. Partindo-se da solução ótima de (v = 1) em direção as outras soluções, pode-se notar que quanto mais peso (w_i) vai sendo atribuído à função objetivo $\widehat{FS_1}(\boldsymbol{W})$ e menos peso (1-w_i) à função $\widehat{FS_2}(\boldsymbol{W})$ no processo de otimização do NBI, o peso conferido ao método de previsão $ARIMA_{(2,2,3)}$ vai aumentando e o de WM vai diminuindo nas sucessivas soluções Pareto-ótimas que vão sendo encontradas (Tabela 4-10 e Figura 4-12). Isto ocorre porque é o $ARIMA_{(2,2,3)}$ que mais faz decrescer o valor de $\widehat{FS_1}(\boldsymbol{W})$ quando ele, cada vez mais, vai sendo adicionado na combinação, conforme pode ser visualizado na Figura 4-12.

A Figura 4-15(a) mostra que quanto maior o peso fornecido à função $\widehat{FS_1}(\boldsymbol{W})$ no procedimento do NBI, menores serão as respostas $\widehat{FS_1}(\boldsymbol{W})$. E para que a resposta $\widehat{FS_1}(\boldsymbol{W})$ seja menor, maior deve ser o peso do $ARIMA_{(2,2,3)}$ na combinação (Figura 4-15 b). Tomando-se SD como uma das métricas que a função objetivo $\widehat{FS_1}(\boldsymbol{W})$ representou, quanto menor o valor da resposta $\widehat{FS_1}(\boldsymbol{W})$, devido a um aumento de $w_{(2,2,3)}$ na combinação, menor será também o valor de SD (Figura 4-15 c). Por outro lado, quanto maior w_i maior será o valor da resposta $\widehat{FS_2}(\boldsymbol{W})$ (Figura 4-15 d), uma vez que os pesos de WM na combinação serão menores (Figura 4-15 e). Além disso, quanto menor o peso de WM (w_{WM}) maior será, por exemplo, MdMAE, que a função objetivo $\widehat{FS_2}(\boldsymbol{W})$ representa (Figura 4-15 f).

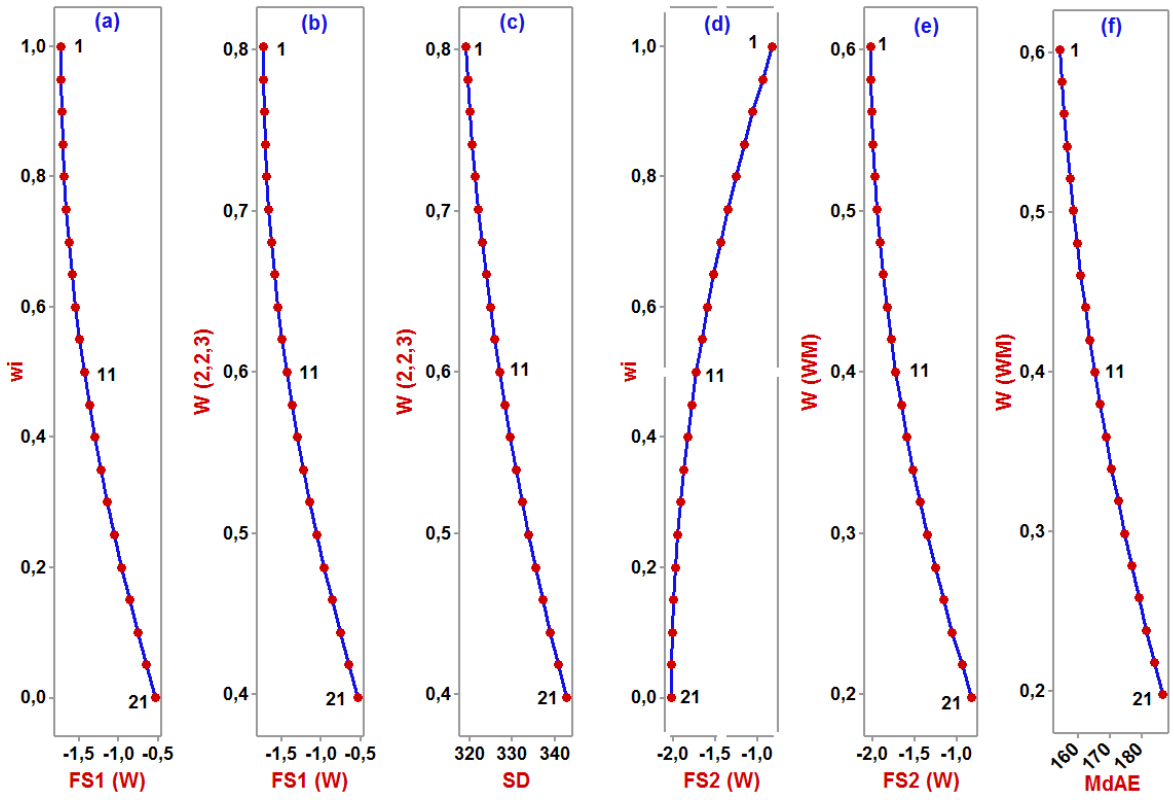


Figura 4-15. Relação entre os pesos de $\widehat{FS}_1(\boldsymbol{W})$ e $\widehat{FS}_2(\boldsymbol{W})$ no método NBI com os pesos conferidos aos métodos de previsão e o valor das métricas representadas por $\widehat{FS}_1(\boldsymbol{W})$ **e** $\widehat{FS}_2(\boldsymbol{W})$.

Para encontrar a melhor solução dentre as 21 soluções Pareto-ótimas produzidas e elencadas na Tabela 4-10, para cada uma delas foi calculada a respectiva S_{Total}. No caso, cada conjunto de pesos $\boldsymbol{W_i}$, com dois pesos cada (w_i and 1-w_i) - que podem ser visualizados também na Tabela 4-10 - foram diversificados usando a Eq. (58). A fim de se calcular o GPE_{total} para cada uma das 21 respostas Pareto-ótimas, a função $\widehat{FS}_1(\boldsymbol{W})$ (Eq. 60) foi minimizada, obtendo-se o mínimo ou alvo (T_{f1}) de (-1,739). Em adição, a função $\widehat{FS}_2(\boldsymbol{W})$ (Eq. 61) também foi minimizada, obtendo-se o mínimo ou alvo (T_{f2}) de (-2,025). Depois, tomando-se os valores das respostas Pareto-ótimas $\widehat{FS}_1(\boldsymbol{W})$ e $\widehat{FS}_2(\boldsymbol{W})$ na Tabela 4-10, o GPE_{total} foi calculado de acordo com a Eq. (57). A Tabela 4-10 mostra que a melhor combinação (a combinação FA-NBI), dentre as 21 soluções e combinações Pareto-ótimas, foi a de v = 11, com peso de 0,400 assinalado para o método de previsão WM e peso de 0,60 para o $ARIMA_{(2,2,3)}$, desde que essa solução foi a que apresentou a maior relação (S_{Total}/GPE_{Total}) (0,934).

Os erros de FA-NBI se apresentaram normalmente distribuídos, com *P-value* de 0,104 e estatística (K-S) de 0,124 no teste de normalidade de Kolmogorov-Smirnov. Também não foram detectadas a existência de autocorrelação ou de autocorrelação parcial entre eles. O teste estatístico de "Augmented Dickey-Fuller", com *P-value* menor do que 0,05 (0,003) e *t*-estatística de 5,457, provou que a série de resíduos de FA-NBI não tinha raiz unitária (*unit root*)

e o processo poderia ser considerado estatisticamente estacionário. Os *P-values* do teste *Run-Chart* não detectaram tendência (0,691), flutuações (0,309), misturas (0,941) e aglomerações (0,059) nas séries de erros. A equação de previsão para o modelo de combinação FA-NBI está descrita na Eq. (64).

$$\hat{y}_{t_{(NBI-FA)}} = 0{,}40\ \hat{y}_{t_{WM}} + 0{,}60\ \hat{y}_{t_{ARIMA_{(2,2,3)}}} \tag{64}$$

O gráfico de contorno sobreposto (*overlaid contour plot*) (Figura 4-16) mostra que a solução ótima encontrada de (v = 11), representada na linha 11 da Tabela 4-10, deita dentro da região factível ou viável, desde que todas as restrições referentes às funções $\widehat{FS}_1(\boldsymbol{W})$ e $\widehat{FS}_2(\boldsymbol{W})$ foram satisfeitas.

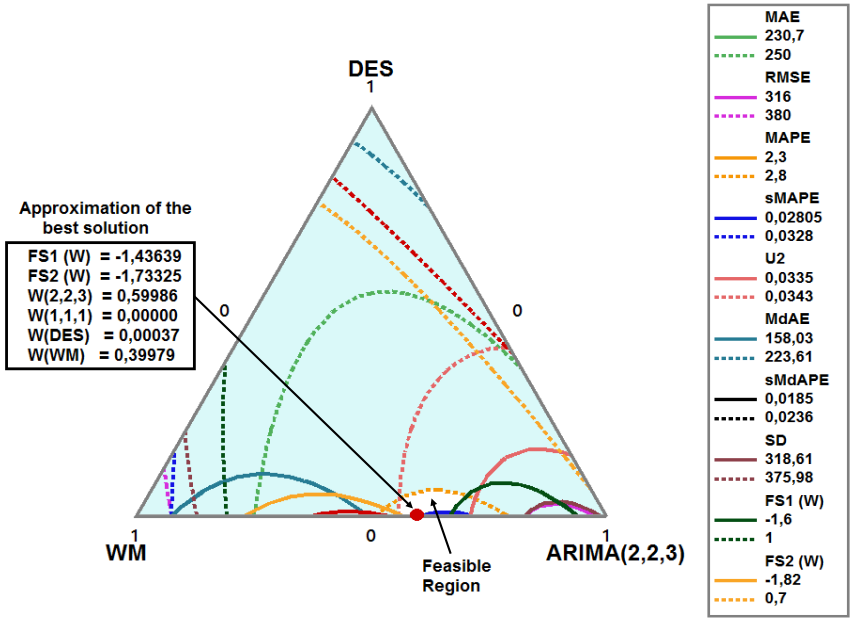


Figura 4-16. Gráfico de contorno sobreposto de $\widehat{FS}_1(\boldsymbol{W})$ **e** $\widehat{FS}_2(\boldsymbol{W})$.

Deve-se notar que, além da solução de v = 11, a melhor solução encontrada para o problema, todos os outros 20 pontos e soluções na fronteira de Pareto também representaram soluções Pareto- ótimas. A solução ótima de otimização multiobjetivo de v = 11 foi a melhor com base no critério de escolha de mais alta relação (S_{Total}/GPE_{Total}). Foi isso que tornou a solução ótima de v = 11 a melhor solução para o problema, ou seja, para prever a demanda de café no Brasil usando o modelo de combinação FA-NBI.

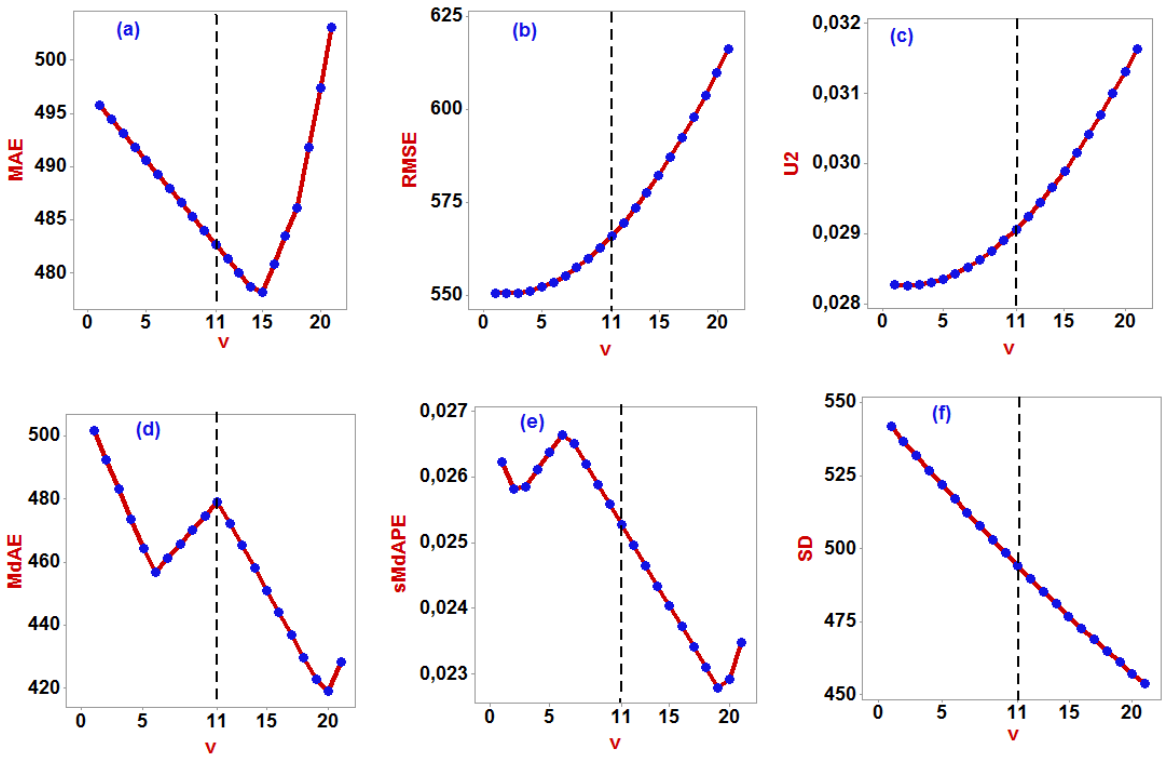


Figura 4-17. Variação entre os valores das métricas em cada ponto de solução ótima da fronteira de Pareto.

Para ilustrar essa afirmação, a Figura 4-17 mostra os valores de MAE, RMSE, U2, MdMAE, sMdAPE e SD em cada uma das 21 soluções Pareto-ótimas, onde cada uma delas não pode ser considerada melhor ou pior do que as outras. Ela também mostra o aumento ou diminuição dos valores assumidos por essas métricas ao passar de uma solução Pareto-ótima para outra. As métricas MASE, MAPE e sMAPE não aparecem na Figura 4-17 porque elas apresentaram a mesma evolução de MAE. Pela mesma razão, MSE and RMSPE foram omitidas porque elas foram representadas por RMSE. Similarmente, U1 foi representada por U2, VAR por SD, e MdAPE por sMdAPE. Nota-se claramente que o vetor de soluções viáveis (v = 11) é Pareto-ótimo, uma vez que não existe um outro ponto viável que possa reduzir qualquer uma das funções objetivo sem causar o aumento simultâneo de pelo menos alguma outra função objetivo. Como exemplo, note-se que não é possível alcançar uma solução em que SD ou VAR sejam menores (Figura 4-17 f) sem aumentar o valor de RMSE (Figura 4-17 b) e, consequentemente, os de MSE e RMSPE. Por iguais razões, não foi possível reduzir SD ou VAR sem aumentar o valor de U2 (Figura 4-17 c) e, portanto, de U1, representado por U2 na Figura 4-17.

Passo 8: Na análise de previsão com base nas observações deixadas fora da amostra (*out-of-sample forecasting analysis*), também conhecida como validação cruzada (*cross-validation*),

foi realizada uma análise comparativa entre as previsões encontradas e o consumo real de café nos períodos de 2006/2007 a 2017/2018. E foi o modelo de combinação FA-NBI que, na média, obteve melhor performance (*accuracy)* do que DES, WM, $ARIMA_{(1,1,1)}$ e $ARIMA_{(2,2,3)}$, considerando-se as métricas de desempenho MAE, MSE, RMSE, MASE, RMSPE, MAPE, sMAPE, U1, U2, MdAE, MdAPE e sMdAPE (Tabela 4-11). FA-NBI também apresentou menores VAR e SD dos erros de previsão do que WM e $ARIMA_{(1,1,1)}$, mas maiores do que DES e $ARIMA_{(2,2,3)}$. Conforme pode ser observado na Figura 4-17, o decréscimo das métricas de precisão SD e VAR somente seria possível com aumentos das métricas de performance MSE, RMSE, RMSPE, U1 e U2. Ou seja, para melhorar a precisão seria preciso sacrificar o desempenho e vice-versa.

Tabela 4-11. Comparacões entre os métodos individuais de previsão e dos outros métodos de combinação com FA-NBI, com base em análise realizada fora da amostra, considerando-se o consumo de café.

Métodos	FA-NBI	DES	WM	ARIMA (1,1,1)	ARIMA (2,2,3)	AVG	RB	BG/D com COV	BG/D sem COV
MAE	**482,60**	731,10	568,33	1.737,98	577,32	741,08	537,63	1.237,15	761,60
MSE	**319.959**	680.278	392.122	3.631.493	478.496	674.916	427.733	3.270.028	706.442
RMSE	**565,65**	824,79	626,20	1.905,65	691,73	821,53	654,01	1.808,32	840,50
MASE	**1,000**	1,515	1,178	3,602	1,196	1,536	1,114	2,564	1,578
RMSPE	**2,934**	4,239	3,089	9,324	3,583	4,188	3,385	8,592	4,280
MAPE	**2,516**	3,775	2,861	8,675	3,008	3,802	2,801	5,973	3,904
sMAPE	**0,026**	0,039	0,028	0,091	0,031	0,039	0,029	0,056	0,040
U1	**0,015**	0,022	0,016	0,051	0,018	0,022	0,017	0,045	0,022
U2	**0,029**	0,042	0,032	0,098	0,036	0,042	0,034	0,093	0,043
VAR	244.064	**159.027**	423.103	666.473	**179.119**	**137.152**	**180.540**	2.200.563	**137.904**
SD	494,0	**398,8**	650,5	816,4	**423,2**	**370,3**	**424,9**	1.483,4	**371,4**
MdMAE	479,0	677,7	555,8	1.949,4	521,0	656,8	**474,5**	**377,7**	674,4
MdAPE	2,522	3,482	2,785	9,605	2,835	3,478	**2,585**	**1,999**	3,569
sMdAPE	0,025	0,035	0,028	0,101	0,029	0,035	**0,026**	**0,020**	0,036

A performance e precisão do modelo de combinação FA-NBI foram comparadas com aquelas dos outros modelos ou métodos de encontro de pesos de uma combinação - AVG, RB, BG/D com COV e BG/D sem COV. Considerando RB, os pesos foram estimados por regressão linear e restritos à soma 1, sem levar em consideração o termo constante (Eq. 13). Para calcular os pesos usando BG/D com COV, na Eq. (11) foi usada a matriz completa $\mathbf{\Sigma}$ contendo as variâncias dos erros de cada um dos quatro métodos de previsão na diagonal principal e a covariância entre os erros desses métodos nos outros termos. Diferentemente, para calcular os pesos usando BG/D sem COV somente as variâncias foram consideradas na diagonal principal da matriz $\mathbf{\Sigma}$, sendo a covariância entre as séries dos erros considerada igual a zero. Os pesos para os métodos de ponderação AVG, RB, BG/D com COV e BG/D sem COV estão descritos

na Tabela 4-12. A Tabela 4-11 indica que FA-NBI apresentou melhor performance do que todos os outros métodos de ponderação no que tange às métricas de desempenho baseadas em médias MAE, MSE, RMSE, MASE, RMSPE, MAPE, sMAPE, U1 e U2, mas pior performance do que RB e BG/D sem COV no que pertine às métricas de desempenho baseadas em medianas MdAE, MdAPE e sMdAPE. Em termos de precisão, FA-NBI apresentou SD e VAR maiores do que AVG, RB e BG/D sem COV. Portanto, apresentou uma pior precisão do que esses métodos.

Tabela 4-12. Conjunto de pesos dos métodos de ponderação.

Métodos de combinação	DES	WM	$ARIMA_{(1,1,1)}$	$ARIMA_{(2,2,3)}$
FA-NBI	0,0000	0,4000	0,0000	0,6000
AVG	0,2500	0,2500	0,2500	0,2500
RB	0,0000	0,0000	0,0000	1,0026
BG/D with COV	0,5832	0,6808	-1,1493	0,8853
BG/D without COV	0,2491	0,2058	0,2441	0,3010

Os resultados dos testes DM na Tabela 4-13, com base na perda de erro absoluto (*absolute-error loss*) e na perda de erro quadrático (*squared-error loss*), indicaram a existência de diferença estatística significativa em relação ao desempenho da previsão (*accuracy*) entre o método de combinação proposto FA-NBI e os métodos DES, WM, $ARIMA_{(1,1,1)}$, $ARIMA_{(2,2,3)}$, AVG, RB e BG/D com e sem COV.

Tabela 4-13. Testes de DM realizados entre FA-NBI e os métodos individuais de previsão e de combinação de pesos.

Métodos	Erro absoluto (*Absolute-error*)		Erro quadrado (*Squared-error*)	
	Estatística	*P-value*	Estatística	*P-value*
DES	-6,1980	0,0001	-3,8738	0,0026
WM	-5,8796	0,0001	-3,7761	0,0031
$ARIMA_{(1,1,1)}$	-4,6606	0,0007	-3,0154	0,0118
$ARIMA_{(2,2,3)}$	-5,8796	0,0001	-3,7761	0,0031
AVG	-4,8867	0,0005	-3,1261	0,0096
RB	-5,1569	0,0003	-3,4380	0,0055
BG/D with COV	-4,4876	0,0009	-2,9317	0,0136
BG/D without COV	-4,9470	0,0004	-3,1615	0,0091

Como as estatísticas dos testes DM, nas comparações entre FA-NBI com os métodos individuais e de ponderação, foram maiores do que o valor tabelado Z (*Z-value*), a hipótese H_0 do teste DM, de que ambas as previsões tinham a mesma acurácia, foram rejeitadas ao nível de significância de 5% (apresentando todos os *P-values* menores do que 0,05). Assim, as hipóteses H_1 alternativas foram todas aceitas, comprovando que as previsões realizadas não tinham a

mesma acurácia em termos estatísticos. De outra forma, comprovou que toda informação relevante transmitida pelo método FA-NBI não estava presente nos demais métodos testados.

Para testar a aplicabilidade e a viabilidade de FA-NBI diante de outras séries com características diferentes da apresentada pela série de consumo de café Y_t (Figura 4-1) - que apresenta uma tendência crescente e positiva para cima, porém sem existência de sazonalidade -, foram realizados dois testes: um utilizando-se de duas séries reais com tendência e variabilidade; outro fazendo uso de seis séries sintéticas com observações simuladas. E FA-NBI mostrou-se bastante competente na modelagem e previsão de séries temporais com características diferentes. Cada combinação usando FA-NBI foi composta por três métodos de previsão escolhidos usando o pacote do *software* MINITAB. Os 25 conjuntos de pesos para fazer as combinações de resíduos foram extraídos de um Desenho de Rede S*implex* {3.5}. O restante do procedimento foi idêntico ao adotado para encontrar a combinação de pesos FA-NBI com o fito de prever a demanda de café.

No primeiro teste baseado em séries reais, os dados reais da série de produção brasileira de café de 1965/66 a 2006/07, visualizados na Figura 4-18 e disponibilizados pela ICO (2018), foram usados para prever a produção brasileira de café para os períodos de 2007/08 a 2017/18 com o uso de FA-NBI. Os dados da série de produção do café apresentaram tendência crescente combinada com variabilidade, isto é, com aumentos e decréscimos sucessivos de produção. A outra série real utilizada foi a de exportação brasileira de café de 1965/66 a 2002/03, observada na Figura 4-19 e também cedida pela ICO (2018), para realizar previsões dos períodos de 2003/04 a 2017/18. A série de exportação de café acompanhou a série de produção em tendência e variabilidade positivas. Nos dois casos, os três métodos individuais selecionados no pacote MINITAB a serem combinados estão na Tabela 4-14.

Tabela 4-14. Os três métodos individuais de previsão selecionados para serem combinados com base nas séries de produção e exportação de café.

Séries	Métodos Individuais Selecionados		
Produção	**QTM*** com a equação de tendência ajustada de ($Y_t = 23885 - 411t + 19{,}51t^2$).	**DES** (α e β de 0,291522 e 0,106042 respectivamente).	**WM** (α, β e γ de 0,31; 0,31 e 0,23 respectivamente, com duração de sazonalidade de 2).
Exportação	**ARMA$_{(1,1)}$**	**DES** (α e β de 0,432264 e 0,092629 respectivamente).	**LTM**** com a equação de tendência linear ajustada de ($Y_t = 11616 + 287t$).

QTM*: Método de Tendência Quadrática.
LTM**: Método de Tendência Linear.

A Tabela 4-15 traz o conjunto de pesos da combinação FA-NBI e dos outros métodos de ponderação, calculados com base nas séries de produção e exportação brasileira de café.

Tabela 4-15. Conjunto de pesos dos métodos de combinação calculados com base nas séries de produção e exportação de café.

Métodos	Pesos (Produção)			Pesos (Exportação)		
	QTM	DES	WM	ARMA(1,1)	DES	LTM
FA-NBI	0,6966	0,0733	0,2301	0,0000	0,4721	0,5279
AVG	0,3333	0,3333	0,3333	0,3333	0,3333	0,3333
RB	1,4451	-0,7261	0,2700	-0,1741	0,0557	1,1084
BG/D with COV	1,4494	-0,7170	0,2675	-0,1526	0,0528	1,0998
BG/D without COV	0,4225	0,3260	0,2515	0,3369	0,2829	0,3801

A Figura 4-18 (produção de café) e Figura 4-19 (exportação de café) exibem graficamente as previsões dos três métodos individuais usados para combinar e de FA-NBI em comparação com os valores reais. A Tabela 4-16 compara a performance e a precisão de FA-NBI com os métodos individuais de previsão usados para combinar e com os demais métodos de ponderação em análise realizada fora da amostra (*out-of-sample analysis*), no que diz respeito às séries de produção e exportação de café do Brasil. As tabelas completas com as comparações numéricas estão nos Anexos, ao final do trabalho: Tabela 7-1 para produção e Tabela 7-2 para exportação.

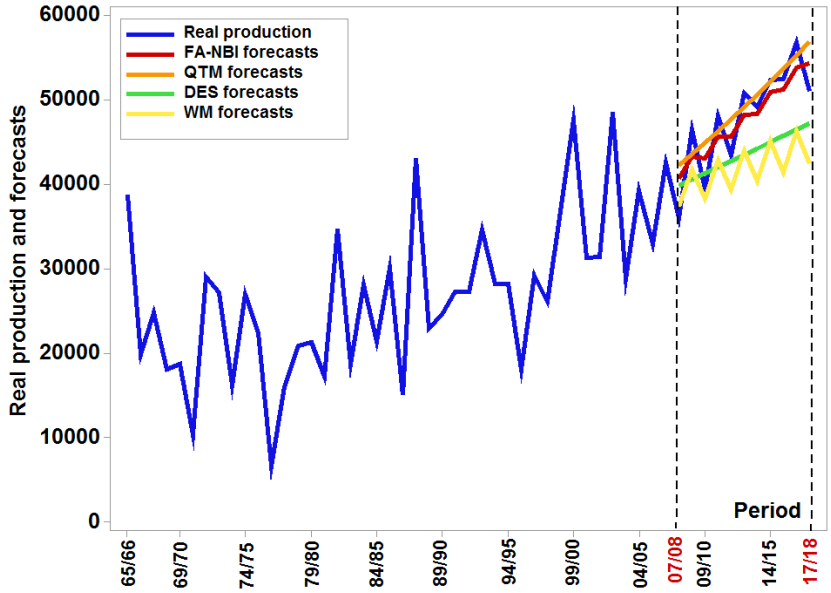


Figura 4-18. Série real de produção de café e previsões de FA-NBI e dos métodos individuais de previsão selecionados na combinação.

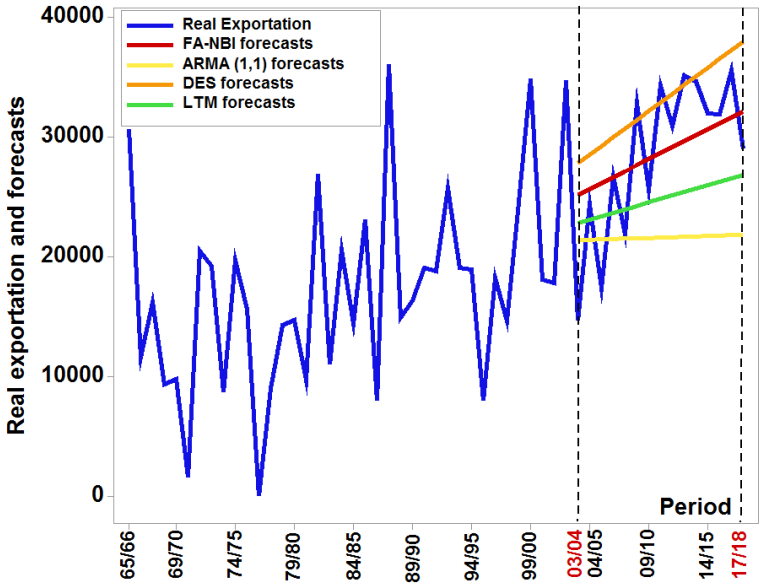


Figura 4-19. Série real de exportação de café e as previsões de FA-NBI e dos métodos individuais de previsão selecionados na combinação.

Tabela 4-16. Comparações entre os métodos individuais de previsão e de combinação de pesos com FA-NBI, com base em análise fora da amostra, considerando-se a produção e a exportação de café.

Séries	Métricas de performance de médias	Métricas de performance de medianas	Métricas de precisão
Produção	Melhor do que todos os métodos individuais e de ponderação.	Melhor do que DES e WM. Melhor do que todos os outros métodos de ponderação. Pior do que QTM.	Melhor do que todos os métodos individuais de previsão, AVG e BG/D sem COV. Pior do que RB e BG/D com COV.
Exportação	Melhor do que todos os métodos individuais e de ponderação, exceto LTM, RB e BG/D com COV na métrica RMSPE.	Melhor do que todos os métodos individuais, exceto DES. Melhor do que todos os outros métodos de encontro de pesos.	Melhor do que todos os métodos individuais, exceto DES. Melhor do que todos os outros métodos de encontro de pesos.

Métricas de performance de médias: MAE, MSE, RMSE, MASE, RMSPE, MAPE, sMAPE, U1 e U2.
Métricas de performance de medianas: MdAE, MdAPE e sMdAPE.
Métricas de precisão: SD e VAR.
Métodos de encontro de combinação de pesos: AVG, RB, BD/D com COV e BG/D sem COV.

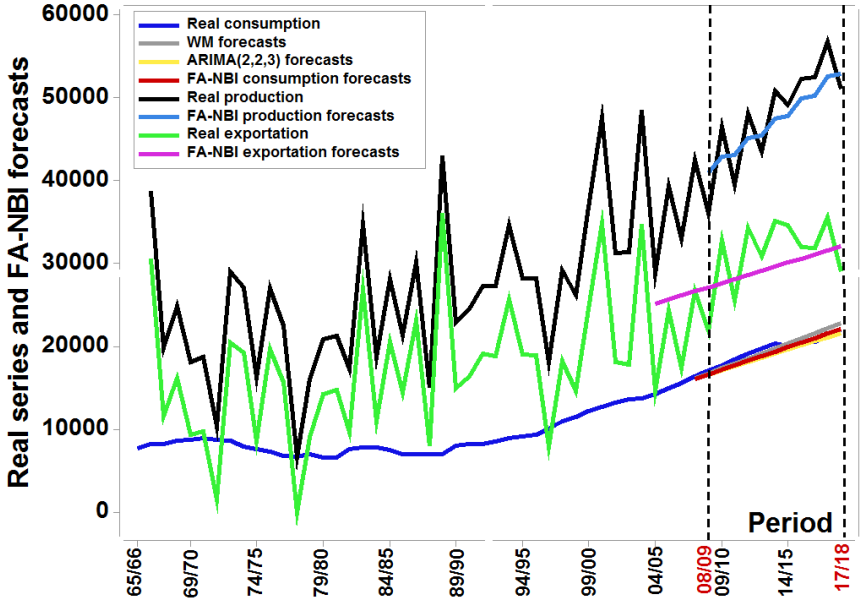


Figura 4-20. Séries reais de consumo, produção e exportação de café e as previsões de FA-NBI.

Na Tabela 4-11 e Tabela 4-16 percebe-se que FA-NBI apresentou resultados aceitáveis em termos de desempenho e precisão quando aplicado em séries com tendência e variabilidade (séries temporais não estacionárias). A Tabela 2-1 mostra as principais métricas usadas na literatura para fazer comparações entre os métodos de previsão. Pode-se observar que as métricas mais utilizadas são MAE, MSE, RMSE, MAPE, sMAPE e MASE. Considerando essas seis métricas, FA-NBI superou todos os métodos individuais de previsão usados para combinar e todos os outros métodos para encontrar combinações de pesos, conforme pode-se observar na Tabela 4-16.

A Figura 4-20 demonstra, com base nas previsões de FA-NBI, uma tendência para a produção de café brasileiro aumentar mais que a demanda doméstica e a demanda externa.

No segundo teste de aplicabilidade e viabilidade, da Figura 4-21 até a Figura 4-26 é mostrada uma coleção de séries temporais sintéticas para testar o método FA-NBI no presente estudo. Em cada caso, os erros ε_t: N(0,1) foram assumidos como variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (IID). Essas seis séries temporais foram escolhidas para representar uma variedade de problemas que possuem as séries temporais com características diferentes. As séries temporais na Figura 4-21, Figura 4-22, Figura 4-23 e Figura 4-24, extraídas de Montgomery *et al.* (2008), possuem estruturas de correlação puras auto-regressivas (AR) ou estruturas puras de médias móveis (MA), representando processos estacionários. As séries MA revelam que a média e a variância permanecem constantes, além de revelarem momentos em que as observações tendem a seguir umas às outras em períodos muito breves, sugerindo que há, de fato, uma autocorrelação positiva nos dados. Pode-se

observar, portanto, alguns períodos curtos durante os quais as observações tendem a se mover para cima ou para baixo. Ao contrário da série MA, no entanto, a duração dessas observações tende a ser mais longa e a tendência tende a ser mais demorada nas séries AR (Montgomery *et al.*, 2008). FA-NBI também foi testado diante de série temporal com componentes mistos AR e MA - processo ARMA(1,1), na Figura 4-25 - e diante de série sazonal - processo SARIMA$(1,1,1)(1,1,1)_{12}$ com duração de sazonalidade de 12, na Figura 4-26 -, ambas igualmente disponíveis em Montgomery *et al.* (2008).

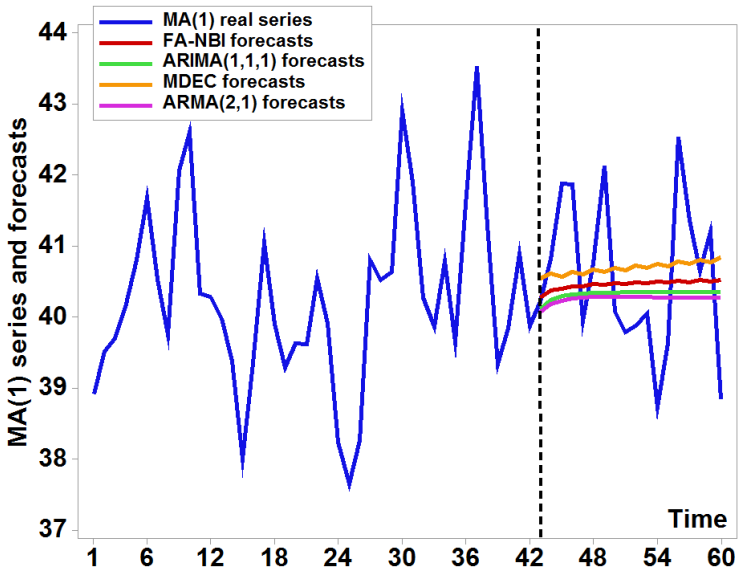


Figura 4-21. Série de tempo simulada descrevendo o processo MA(1), com equação ($Y_t = 40 + \varepsilon_t + 0{,}8\varepsilon_{t-1}$).

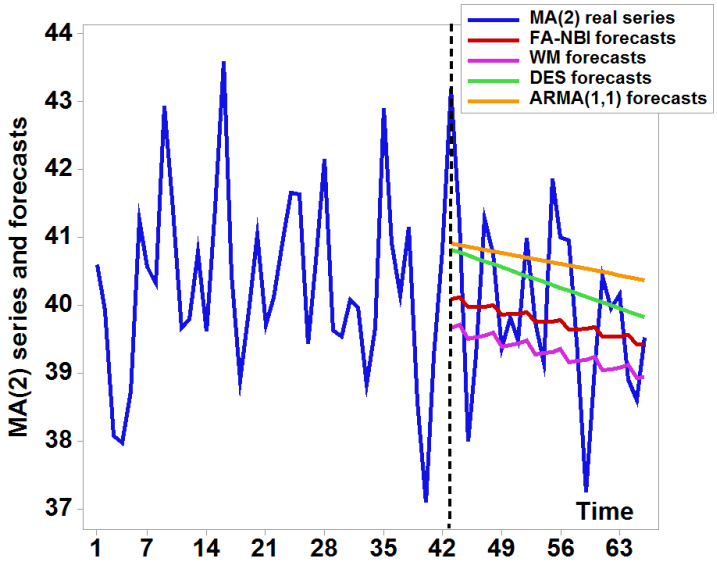


Figura 4-22. Série de tempo simulada descrevendo o processo MA(2), com equação ($Y_t = 40 + \varepsilon_t + 0{,}7\varepsilon_{t-1} - 0{,}28\varepsilon_{t-2}$).

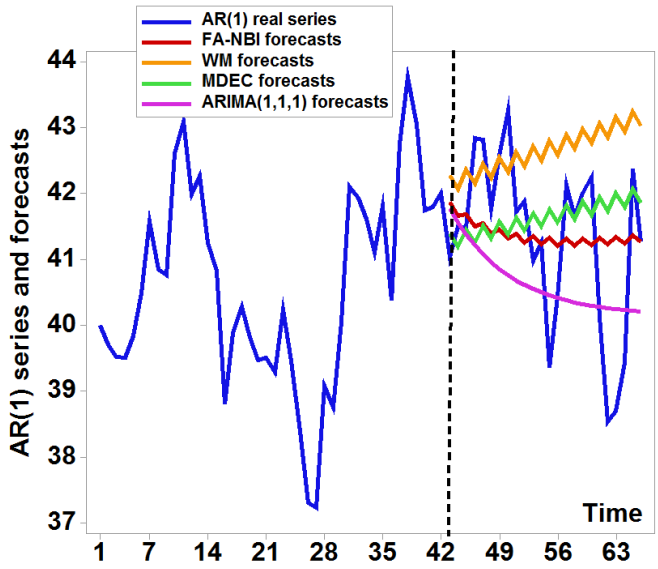


Figura 4-23. Série de tempo simulada descrevendo o processo AR(1), com equação ($Y_t = 8 + 0{,}8Y_{t-1} + \varepsilon_t$).

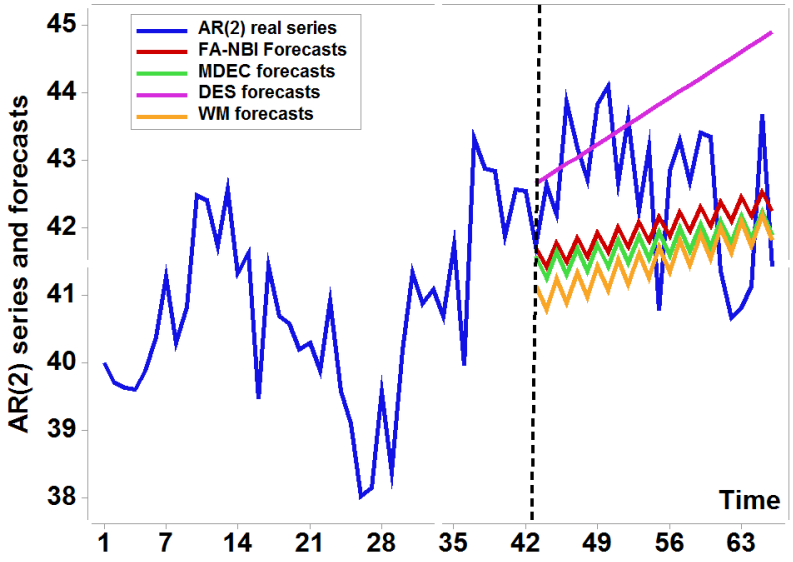


Figura 4-24. Série de tempo simulada descrevendo o processo AR(2), com equação ($Y_t = 8 + 0{,}4Y_{t-1} + 0{,}5Y_{t-2} + \varepsilon_t$).

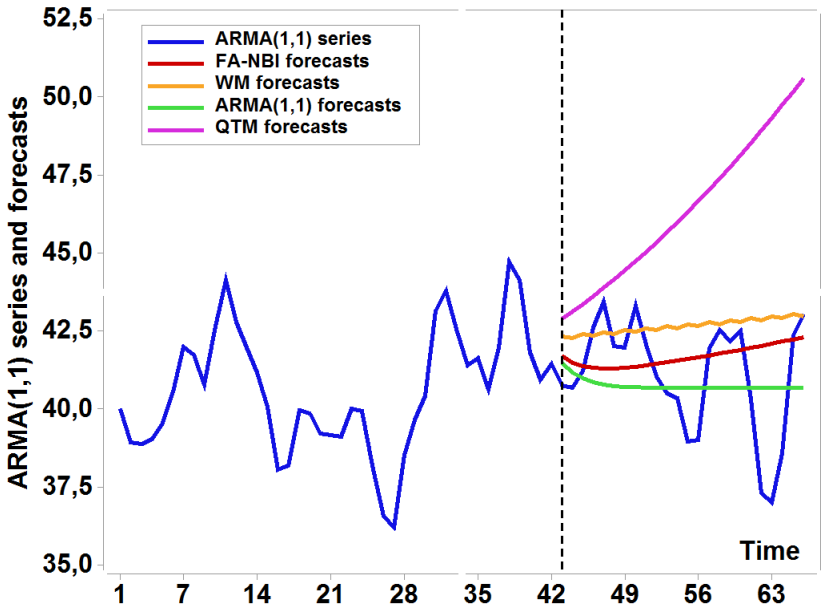


Figura 4-25. Série de tempo simulada descrevendo o processo misto ARMA(1,1), com equação ($Y_t = 16 + 0{,}6Y_{t-1} + \varepsilon_t + 0{,}8\varepsilon_{t-1)}$).

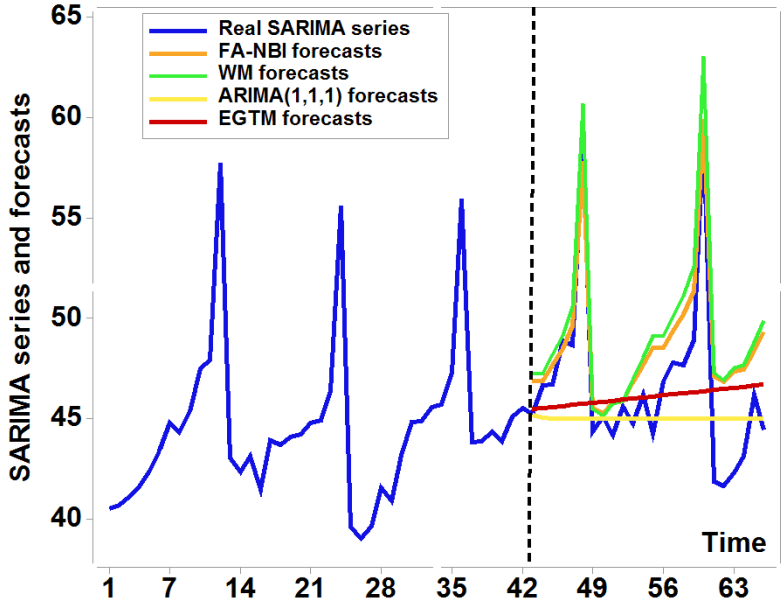


Figura 4-26. Série de tempo simulada descrevendo o processo SARIMA$(1,1,1)(1,1,1)_{12}$.

Os três métodos individuais de previsão selecionados para cada uma das seis séries sintéticas estão na Tabela 4-17.

Tabela 4-17. Os três métodos individuais de previsão selecionados para combinar com base nas seis séries sintéticas.

Séries	Métodos Individuais Selecionados		
MA(1)	**ARIMA$_{(1,1,1)}$**	**MDEC*** com equação ($Y_t = 39{,}947 + 0{,}0145t$) e duração da sazonalidade de 2.	**ARMA$_{(2,1)}$**
MA(2)	**WM** (α, β e γ de 0,47; 0,16 e 0,14 respectivamente, com duração de sazonalidade de 2).	**DES** (α e β de 1,02818 e 0,03947 respectivamente).	**ARMA$_{(1,1)}$**
AR(1)	**WM** (α, β e γ de 0,50; 0,05 e 0,18 respectivamente, com duração de sazonalidade de 2).	**MDEC** com equação ($Y_t = 39{,}957 + 0{,}0306t$) e duração de sazonalidade de 2.	**ARIMA$_{(1,1,1)}$**
AR(2)	**MDEC*** com equação ($Y_t = 40{,}126 + 0{,}0296t$) e duração de sazonalidade de 2.	**DES** (α e β de 0,689070 e 0,060339 respectivamente).	**WM** (α, β e γ de 0,05; 0,008 e 0,04 respectivamente, com duração da sazonalidade de 2).
ARMA(1,1)	**WM** (α, β e γ de 0,27; 0,20 e 0,20 respectivamente, com duração de sazonalidade de 2).	**ARMA$_{(1,1)}$**	**QTM** com equação ($Y_t = 41{,}145 - 0{,}1523t + 0{,}00448t^2$).
SARIMA $(1,1,1)(1,1,1)_{12}$	**WM** (α, β e γ de 0,35; 0,35 e 0,10 respectivamente, com duração de sazonalidade de 12)	**ARIMA$_{(1,1,1)}$**	**EGTM**** com equação ($Y_t = 43{,}2652 \times (1{,}00116^t)$.

MDEC*: Método de Decomposição Multiplicativa.
EGTM**: Método de Tendência de Crescimento Exponencial.

Os pesos de FA-NBI e dos outros métodos de ponderação calculados com base nas séries MA(1), MA(2) e AR(1) estão na Tabela 4-18. Para as séries AR(2), ARMA(1,1) e SARIMA$(1,1,1)(1,1,1)_{12}$, os pesos encontram-se na Tabela 4-19.

Tabela 4-18. Conjunto de pesos para os métodos de combinação de pesos calculados com base nas séries MA(1), MA(2) e AR(1).

Métodos de ponderação	Série MA(1)			Série MA(2)			Série AR(1)		
	ARIMA (1,1,1)	MDEC	ARMA (2,1)	WM	DES	ARMA (1,1)	WM	MDEC	ARIMA (1,1,1)
FA-NBI	0,634	0,366	0,000	0,655	0,021	0,325	0,303	0,121	0,576
AVG	0,333	0,333	0,333	0,333	0,333	0,333	0,333	0,333	0,333
RB	-15,064	1,103	14,965	0,492	-0,020	0,532	-0,110	0,051	1,059
BG/D with COV	-13,634	1,032	13,602	0,492	-0,023	0,531	-0,119	0,051	1,068
BG/D without COV	0,357	0,285	0,358	0,314	0,348	0,338	0,339	0,184	0,476

Tabela 4-19. Conjunto de pesos para os métodos de combinação de pesos calculados com base nas séries AR(2), ARMA(1,1) e SARIMA(1,1,1)(1,1,1).

	Série AR(2)			Série ARMA(1,1)			Série SARIMA(1,1,1)(1,1,1)		
Métodos de ponderação	MDEC	DES	WM	WM	ARMA (1,1)	QTM	WM	ARIMA (1,1,1)	**EGTM**
FA-NBI	0,882	0,118	0,000	0,000	0,836	0,164	0,300	0,700	0,000
AVG	0,333	0,333	0,333	0,333	0,333	0,333	0,333	0,333	0,333
RB	0,833	0,746	-0,592	-0,027	0,969	0,058	0,899	-0,120	0,217
BG/D with COV	0,843	0,746	-0,589	-0,027	0,969	0,058	0,085	0,454	0,461
BG/D without COV	0,281	0,446	0,273	0,165	0,656	0,179	0,075	0,449	0,477

Como pode ser observado na Tabela 4-20, FA-NBI também obteve, na média, bom desempenho e precisão nas comparações. Em vista dos resultados apresentadas por FA-NBI na Tabela 4-11, Tabela 4-16 e Tabela 4-20, restou demonstrado que ele pode ser aplicado com sucesso para encontrar os pesos de uma combinação de séries temporais com base em séries de características diferentes.

Tabela 4-20. Comparações dos métodos individuais de previsão e dos métodos de combinação de pesos com FA-NBI, com base nas séries simuladas e considerando-se a análise fora da amostra.

Series	Métricas de performance de médias	Métricas de performance de medianas	Métricas de precisão
MA(1)	Melhor do que todos os métodos individuais e de ponderação, sendo superado em MAPE apenas por RB e BG/D sem COV.	Pior do que MDEC, AVG, RB e BG/D com e sem COV. Pior do que $ARIMA_{(1,1,1)}$ e $ARMA_{(2,1)}$.	Melhor do que MDEC. Pior do que $ARIMA_{(1,1,1)}$, $ARMA_{(2,1)}$ e todos os outros métodos para encontrar a combinação de pesos.
MA(2)	Melhor do que todos os métodos individuais. Pior do que AVG, RB e BG/D com e sem COV na métricas MSE, RMSE, MAPE e sMAPE.	Melhor do que todos os métodos individuais e de ponderação.	Melhor do que $ARIMA_{(1,1,1)}$, RB e BG/D com COV. Pior do que WM, MDEC, AVG e BG/D sem COV.
AR(1)	Melhor do que todos os métodos individuais e de ponderação.	Melhor do que WM, $ARIMA_{(1,1,1)}$, RB e BG/D com COV. Pior do que MDEC, AVG e BG/D sem COV.	Melhor do que WM, MDEC, AVG e BG/D sem COV. Pior do que $ARIMA_{(1,1,1)}$, RB e BG/D com COV.
AR(2)	Melhor do que todos os métodos individuais e de ponderação. Melhor do que RB e BG/D com COV nas métricas MSE, RMSE e RMSPE, mas pior nas outras métricas. Pior do que AVG e BG/D com COV em todas as métricas.	Melhor do que MDEC e WM. Pior do que DES. Pior do que todos os outros métodos de encontro de pesos.	Melhor do que todos os métodos individuais, com exceção de MDEC. Melhor do que todos os outros métodos de ponderação.

ARMA(1,1)	Melhor do que WM, QTM, AVG e BG/D sem COV. Melhor do que $ARMA_{(1,1)}$, RB e BG/D com COV nas métricas MAE, MASE, MAPE e sMAPE. Pior do que $ARMA_{(1,1)}$, RB e BG/D com COV nas métricas MSE, RMSE, U1 e U2.	Melhor do que todos os métodos individuais e de encontro de pesos.	Melhor do que QTM, RB e BG/D com COV. Pior do que WM, $ARMA_{(1,1)}$, RB e BG/D com COV.
SARIMA $(1,1,1)(1,1,1)_{12}$	Melhor do que todos os métodos individuais e BG/D com e sem COV. Pior do que AVG somente em MAE, MASE, RMSPE e MAPE. Pior do que RB somente em sMAPE.	Melhor do que WM, EGTM e RB. Pior do que $ARIMA_{(1,1,1)}$, AVG e BG/D com e sem COV.	Melhor do que WM, EGTM, AVG e BG/D com e sem COV. Pior do que $ARIMA_{(1,1,1)}$ e RB.

As tabelas completas trazendo as comparações de FA-NBI com os outros métodos, em vista de sua aplicação com base em séries sintéticas, estão nos Anexos ao final desse trabalho: Tabela 7-3 para MA(1); Tabela 7-4 para MA(2); Tabela 7-5 para AR (1); Tabela 7-6 para AR(2); Tabela 7-7 para ARMA(1,1) e Tabela 7-8 para $SARIMA(1, 1, 1)(1, 1, 1)_{12}$.

5 CONCLUSÕES

Todas as etapas para a aplicação do método de combinação FA-NBI foram desenvolvidas em um estudo de caso cujo objetivo foi, além de demonstrar a aplicabilidade do novo método, prever o consumo brasileiro de café. Assim, no contexto da combinação de métodos de séries temporais, PCFA foi usado para reduzir o número de métricas a serem otimizadas ao mesmo tempo de 14 para 2. Essas duas métricas – as métricas de escores de fatores FS_1 e FS_2 - representaram, com perda mínima de informações, as 14 métricas originais de desempenho e precisão, o que permitiu encontrar a combinação de pesos não apenas minimizando uma ou duas métricas, mas as 14 métricas de uma só vez.

Outro ponto importante foi usar DOE-M para modelar as funções objetivo das séries de escores de fatores FS_1 e FS_2, gerando as funções objetivo matemáticas $\widehat{FS_1}(\boldsymbol{W})$ e $\widehat{FS_2}(\boldsymbol{W})$, representativas das 14 métricas originais de performance e precisão, sem o que a otimização conjunta das mesmas não seria possível. Depois, $\widehat{FS_1}(\boldsymbol{W})$ e $\widehat{FS_2}(\boldsymbol{W})$ foram simultaneamente otimizadas usando a rotina de otimização multiobjetivo do NBI, sendo que a otimização conjunta de $\widehat{FS_1}(\boldsymbol{W})$ e $\widehat{FS_2}(\boldsymbol{W})$, na realidade, proporcionou a otimização conjunta das 14 métricas originais representadas por elas.

Assim, cada uma das 21 soluções Pareto-ótimas encontradas usando o NBI, e, consequentemente, cada um dos 21 conjuntos de pesos Pareto-ótimos encontrados representaram um ponto na fronteira de Pareto em que não seria possível reduzir o valor de uma das 14 métricas sem causar o aumento simultâneo de pelo menos alguma outra métrica.

Para encontrar o melhor dentre os 21 conjuntos de pesos Pareto-ótimos gerados pelo NBI, ou seja, a combinação FA-NBI, outro destaque do presente estudo foi usar a relação (S_{Total}/GPE_{Total}) na tomada de decisão sobre a escolha da melhor solução e do melhor conjunto de pesos para prever a demanda de café. Com base na análise de dados deixados fora da amostra (*out-of-sample analysis*) na Tabela 4-11, FA-NBI apresentou o melhor desempenho no que diz respeito às métricas de desempenho baseadas em médias (MAE, MSE, RMSE, MASE, RMSPE, MAPE, sMAPE, U1 e U2) e melhor performance no que tange às métricas baseadas em medianas (MdAPE, MdAPE e sMdAPE) do que os métodos individuais de previsão escolhidos para combinar - DES, WM, $ARIMA_{(1,1,1)}$ e $ARIMA_{(2,2,3)}$. Em comparação com os outros métodos de ponderação (de encontro de pesos), FA-NBI obteve melhor performance em métricas de médias do que AVG, RB, BG/D com e sem COV, sendo superado apenas nas métricas de medianas por RB e BG/D com COV. Além da boa performance em termos

numéricos apresentada por FA-NBI, restou comprovado na Tabela 4-13 que esse ganho de performance foi estatisticamente significante com alicerce nos testes DM efetivados. Os testes DM atestaram que a combinação FA-NBI exibiu uma melhora de performance (desempenho) estatisticamente significativa em comparação com os métodos individuais de previsão usados para integrá-la e com os demais métodos comparados de encontro de pesos. Em relação às métricas de precisão (SD e VAR dos erros), FA-NBI foi melhor do que WM, $ARIMA_{(1,1,1)}$ e BG/D com COV, mas foi superado por DES, AVG, RB e BG/D sem COV. Porém, foi demonstrado no caso que, em vista da otimização conjunta de múltiplos objetivos (métricas), para se obter mais precisão seria necessário sacrificar desempenho (Figura 4-17).

Outro objetivo do artigo foi testar a aplicabilidade e viabilidade de FA-NBI em relação a outras séries temporais reais e sintéticas com características diferentes da série de demanda de café. Em relação às duas séries reais, as séries de produção e exportação brasileira de café foram escolhidas para realizar análises conjuntas com a demanda interna de café. A Figura 4-20 exibiu que, com base nas previsões de FA-NBI, a tendência de crescimento de produção de café foi superior a de consumo doméstico e de exportação de café, apontando para uma baixa possibilidade de escassez de café tanto no mercado interno quanto no externo.

Os resultados apresentadas na Tabela 4-16, para as séries de produção e exportação de café, e na Tabela 4-20, para as seis séries sintéticas, revelaram que FA-NBI, na média, obteve bons resultados em termos de desempenho e precisão quando comparado com os métodos individuais combinados e com os outros métodos de ponderação testados. Como vantagem adicional, FA-NBI adicionou informações de diferentes métodos de previsão, e não apenas de um, permitindo a identificação do processo subjacente, uma vez que esses diferentes métodos foram capazes de capturar diferentes aspectos das informações disponíveis para realizar a previsão. Outra vantagem é que os pesos de FA-NBI foram selecionados com base em 14 objetivos (métricas), fazendo o melhor uso possível das informações disponíveis em cada um deles. Portanto, os resultados mostraram que a abordagem seguida neste trabalho pode ser uma maneira eficaz de encontrar os pesos de uma combinação de métodos de séries temporais.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ADHIKARI, R.; AGRAWAL, R. K. (2014). Performance evaluation of weights selection schemes for linear combination of multiple forecasts. **Artif Intell Ver**, 42, 529-548.

AHMADI, A.; KAYMANESH, A.; SIANO, P.; JANGHORBANI, M.; NEZHAD, A. E.; SARNO, D. (2015). Evaluating the effectiveness of normal boundary intersection method for short-term environmental/economic hydrothermal self-scheduling: **Electrical Power Systems Research**, 123, 192-204.

AHLBURG, D. A. A commentary on error measures. (1992). **International Journal of Forecasting**, 8, 99-111.

ANDRAWIS, R. R.; ATIYA, A. F.; EL-SHISHINY, H. (2011). Combination of Long Term and Short-Term Forecasts, with Application to Tourism Demand Forecasting. **International Journal of Forecasting**, 27, 870-886.

ARMSTRONG, J. S.; COLLOPY, F. (1992). Error measures for generalizing about forecasting methods: Empirical comparisons. **International Journal of Forecasting**, 8, 69-80.

BARROW, D. K.; KOURENTZES, N. (2016) Distributions of forecasting errors of forecast combinations: Implications for inventory management. **Int. J. Production Economics**, 177, 24 – 33.

BARROW, D. K.; CRONE, S. F. (2016). Cross-validation aggregation for combining autoregressive neural network forecasts. **International Journal of Forecasting**, 32, 1120–1137.

BATES, J. M.; GRANGER, C. W. J. (1969). The Combination of Forecasts. **Operational Research Society**, 20, 451-468.

BJØRNLAND, H. C.; GERDRUP, K.; JORE, A. S.; SMITH, C.; THORSRUD, L. A. (2012). Does Forecast Combination Improve Norges Bank Inflation Forecasts? **Oxford Bulletin of Economics and Statistics**, 74, 2, 0305-9049, doi: 10.1111/j.1468-0084.2011.00639.

BORDIGNON, S.; BUNN, D.W.; LISI, F.; NAN, F. (2013). Combining day-ahead forecasts for British electricity prices. **Energy Economics**, 35, 88–103.

BRITO, T. G.; PAIVA, A. P.; FERREIRA, J. R.; GOMES, J.H.F.; BALESTRASSI, P. P. (2014). A normal boundary intersection approach to multiresponse robust optimization of the surface roughness in end milling process with combined arrays: **Precision Engineering**, 38, 628-638.

BUNN, D. W. (1975). A Bayesian Approach to the Linear Combination of Forecasts. **Operational Research Quarterly**, 26, 2, part 1, 325-329.

CANG, S.; YU, H. (2014). A combination selection algorithm on forecasting. **European Journal of Operational Research**, 234, 127-138.

CHAN, C. K.; KINGSMAN, B. G.; WONG, H. (1999). The value of combining forecasts in inventory management - a case study in banking. **European Journal of Operational Research**, 117, 199-210.

CHATFIELD, C. (1988). Apples, Oranges and Mean Square Error. **International Journal of Forecasting**, 4, 515-518.

CLEMEN, R. T. (1989). Combining forecasts: A review and annotated. **International Journal of Forecasting**, 5, 559-583.

CORNELL, J. A. (2002). **Experiments with Mixtures: designs, models and the analysis of the mixture data**. (3th. ed.). New York: John Wiley & Sons.

CORNELL, J. A. (2011). **A Primer on Experiments with Mixtures**. (10th ed.) New Jersey: John Wiley & Sons.

CORONADO, M.; SEGADÃES A. M.; ANDRÉS A. (2014). Combining mixture design of experiments with phase diagrams in the evaluation of structural ceramics containing foundry by-products. **Applied Clay Science**.

CRONE, S. F.; HIBON, M.; NIKOLOPOULOS, K. (2011). Advances in forecasting with neural networks? Empirical evidence from the NN3 competition on time series prediction. **International Journal of Forecasting**, 27, 635-660.

DAS, I.; DENNIS, J. E. (1998). Normal-Boundary Intersection: a new method for generating the Pareto Surface in Nonlinear Multicriteria Optimization Problems. **Society for Industrial and Applied Mathematics**, 8, 631-657.

DAVYDENKO, A.; FILDES, R. (2013) Measuring forecasting accuracy: The case of judgmental adjustments to SKU-level demand forecasts. **International Journal of Forecasting**, 29, 510-522.

DEKKER, M.; DONSELAAR, K. V. D.; OUWEHAND, P. (2004). How to use aggregation and combined forecasting to improve seasonal demand forecasts. **Int. Journal Production Economics**, 90, 151-167.

DEUTSCH, M.; GRANGER, C. W. J.; TERASVIRTA, T. (1994). The combination of forecasts using changing weights. **International Journal of Forecasting**, 10, 47-57.

DICKINSON, J. P. (1973). Some Statistical Results in the Combination of Forecasts. **Operational Research Quarterly**. Vol. 24, nº 2, p.p. 253-260.

DIEBOLD, F. X.; PAULY, P. (1990). The Use of Prior Information in Forecast Combination. **International Journal of Forecasting**, 6, 503-508.

DIEBOLD, F. X.; MARIANO, R. S. (1995). Comparing Predictive Accuracy. **Journal of Business & Economic Statistics**, 13:3, 253-263.

DIXON, W.J. (1950) Analysis of Extreme Values. **Annals of Mathematical Statistics**, 21(4), 488-506.

DU, P.; WANG, J.; GUO, Z.; YANG, W. (2017). Research and application of a novel hybrid forecasting system based on multi-objective optimization for wind speed forecasting. **Energy Conversion and Management**, 150, 90-107.

DU, P.; WANG, J.; YANG, W.; NIU, T. (2018). Multi-step ahead forecasting in electrical power system using a hybrid forecasting system. **Renewable Energy**, 122, 533-550.

FAN, G. F.; WANG, A.; HONG, W. C. (2018). Combining Grey Model and Self-Adapting Intelligent Grey model with Genetic Algorithm and annual share changes in natural gas demand forecasting. **Energies**, 11, 1625, doi: 10.3390/en11071625.

FANG, Y. (2003). Forecasting combination and encompassing tests. **International Journal of Forecasting**, 19, 87-94.

FARIA, A. E.; MUBWANDARIKWA, E. (2008). The geometric combination of Bayesian forecasting models: **Journal of Forecasting**, 27, 519-535.

FILDES, R. (1992). The evaluation of extrapolative forecasting methods. **International Journal of Forecasting**, 8, 81-98.

FILDES, R.; FOTIOS, P. (2015). Simple versus complex selection rules for forecasting many time series. **Journal of Business Research**, 68, 1692-1701.

GAITHER, N.; FRAZIER, G. **Operations management**. Ohio: South-Western, 2001.

GANESAN, T.; VASANT, P.; ELAMVAZUTHI, I. (2013). Normal-boundary intersection based parametric multi-objective optimization of green sand mould system. **Journal of Manufacturing Systems**, 32, 197 - 205.

GASIMOV, R. N.; SIPAHIOGLU, A.; SARAÇ, T. (2007). A multi-objective programming approach to 1.5-dimensional assortment problem. **European Journal of Operational Research**, 179, 64-79.

GULLEDGE J. R., THOMAS, R.; RINGUEST, J. L.; RICHARDSON, J. A. (1986). Subjective Evaluation of Composite Econometric Policy Inputs. **Socio-Econ. Plan. Sci.**, 20, 51-55.

GRAEFE, A.; ARMSTRONG; J. S.; JONES J. R., RANDALL J.; CUZÁN, A. G. (2014). Combining forecasts: An application to elections. **International Journal of Forecasting**, 30, 43-54.

GRANGER, C. W. J.; RAMANATHAN, R. (1984). Improved Methods of Combining Forecasts. **Journal of Forecasting**, 3, 197-204.

HAIR Jr., J. F., BLACK, W. C.; BABIN, B. J.; ANDERSON, R. E. (2010). **Multivariate Data Analysis**, (7 th ed.). New York: Prentice Hall.

HÄRDLE, W.; SIMAR, L. (2007). **Applied Multivariate Statistical Analysis**. (2th ed.). New York: Springer Berlin Heidelberg.

HAYTON, J. C.; ALLEN, D. G.; VIDA, S. (2004). Factor retention decisions in exploratory factor analysis: A tutorial on parallel analysis. **Organizational Research Methods**, 7, 191-205.

HIBON, M.; EVGENIOU, T. (2005). To combine or not to combine: selecting among forecasts and their combinations. **International Journal of Forecasting**, 21, 15-24.

HYNDMAN, R. J.; KOEHLER, A. B. (2006). Another look at measures of forecast accuracy. **International Journal of Forecasting**, 22, 679-688.

INTERNATIONAL COFEE ORGANIZATION (ICO). 2018. http:// www.ico.org./ Accessed 23.06.18.

JIA, Z.; IERAPETRITOU, M. G. (2007). Generate Pareto optimal solutions of scheduling problems using normal boundary intersection technique. **Computers and Chemical Engineering**, 31, 268-280.

JOHNSON, R. A.; WICHERN, D. W. (2007). **Applied Multivariate Statistical Analysis**. (6th ed.). New York: Pearson.

JOLLIFFE, L.T. **Principal component analysis**. (2002). (2th ed.). New York: Springer series in statistics.

JOSE, V. R. R.; WINKLER, R. L. (2008). Simple robust averages of forecasts: Some empirical results. **International Journal of Forecasting**, 24, 163-169.

KAISER, H. F. (1960). The application of electronic computers to factor analysis. **Educational and Psychological Measurement**, 20, 141-151.

KANG, H. (1986). Unstable in the Combination of Forecasts. **Management Science**, 32, 683-695.

KHOTANZAD, A.; ELRAGAL, H.; LU, Tsun-Liang. (2000). Combination of Artificial Neural – Network Forecasters for Prediction of Natural Gas Consumption. **IEEE Transactions on Neural Networks**, 11, 2, 464 - 473.

KIM, S.; KIM, H. (2016). A new metric of absolute percentage error for intermitente demand forecasts. **International Journal of Forecasting**, 32, 669-679.

KOEHLER, A. B. (2001). The asymmetry of the sAPE measure and other comments on the M3-Competition. **International Journal of Forecasting**, 17, 537-584.

LAM, K. F; MUI, H. W; YUEN, H. K. (2001). A note on minimizing absolute percentage error in combined forecasts. **Computers & Operations Research**, 28, 1141-1147.

LAWRENCE, M.; O'CONNOR, M.; EDMUNDSON, B. (2000). A field study of sales forecasting accuracy and processes. **European Journal of Operational Research**, 122, 151-160.

LESAGE, J. P.; MAGURA, M. (1992). A Mixture-Model Approach to Combining Forecasts. **Journal of Business & Economic Statistics**, 10, 445-452.

LEUNG, M. T.; DAOUK, H.; CHE, A.-S. (2001). Using Investment Portfolio Return to Combine Forecasts: A Multiobjective Approach. **European Journal of Operational Research**, 134, 84-102.

LOPES, L. G. D.; BRITO, T. G.; PAIVA, A. P.; PERUCHI, R. S.; BALESTRASSI, P. P. (2016). Robust parameter optimization based on multivariate normal boundary intersection. **Computers & Industrial Engineering**, 93, 55-66.

MAHMOUD, E. (1989). Combining forecasts: Some managerial issues. **International Journal of Forecasting**, 5, 599-600.

MAKRIDAKIS, S. (1990). Sliding Simulation: A New Approach to Time Series **Forecasting. Management Science**, 36, 505-512.

MAKRIDAKIS, S. (1993). Accuracy measures: theoretic and practical concerns. **International Journal of Forecasting**, 9, 527-529.

MAKRIDAKIS, S.; WINKLER, R. L. (1983). Averages of Forecasts: Some Empirical Results. **Management Science**, 29, 987-996.

MAKRIDAKIS, S; WHEELWRIGT, S. C.; HYNDMAN, R. J. (1998). **Forecasting methods and applications**. (3th ed.). New York: John Wiley & Sons.

MARTÍNEZ-RIVERA, B.; VENTOSA-SANTAULÀRIA, D.; VERA-VALDÉS, J. E. (2012). Spurious Forecasts? **Journal of Forecasting**, 31, 245-259.

MARTINS, V. L. M.; WERNER, L. (2012). Forecast Combination in Industrial Series: a comparison between individual forecasts and its combinations with and without correlated errors. **Expert Systems with Applications**, 39, 11479-11486.

MEADE, N. (2002). A comparison of the accuracy of short term foreign Exchange forecasting methods. **International Journal of Forecasting**, 18, 67-83.

MINITAB 17 Statistical Software. (2017). Versão 17. Minitab Inc.

MONTGOMERY, D. C.; JENNINGS, C.L.; KULAHCI, M. (2008). **Introduction to Times Series Analysis and Forecasting**. New York: John Wiley & Sons.

MORENO, B.; LÓPEZ, A. J. (2013). Combining Economic Forecasts by Using a Maximum Entropy Econometric Approach. **Journal of Forecasting**, 32, 124-136.

MORENO, J. J. M.; POL, A. P.; ABAD, A. S.; BLASCO, B. C.. (2013) Using the R-MAPE index as a resistant measure of forecast accuracy. **Psichotema**, 25, 500-506, doi. 10.7334/psicothema 2013.23.

MYERS, R. H.; MONTGOMERY, D. C.; ANDERSON-COOK, C. M. (2009). **Response Surface Methodology: process and product optimization using Design Experiments**. (3th. ed.). New York: John Wiley & Sons.

NAVES, F. L.; PAULA, T. I.; BALESTRASSI, P. P.; BRAGA, W. L. M.; SAWHNEY, S. S.; PAIVA, A. P. (2017). Multivariate Normal Boundary Intersection based on rotated factor scores: A multiobjective optimization method for methyl orange treatment. **Journal of Cleaner Production**, 143, 413-439.

NEWBOLD, P.; GRANGER, C. W. J. (1974). Experience with Forecasting Univariate Time Series and the Combination of Forecasts. **Journal of the Royal Statistical Society**, 137, 131-165.

NEWBOLD, P. (1994). **Statistics for Business & Economics**. New Jersey: Prentice Hall. Inc.

ONKAL, D.; YATES, J. F.; SIMGA-MUGAN, C.; OZTIN, S. (2003). Professional vs. amateur judgment accuracy: The case of foreign exchange rates. **Organizational Behavior and Human Decision Processes**, 91, 169-185.

OSBORN, J. W. (2015). What is rotation in exploratory factor analysis? **Practical Assessment, Research and Evaluation**, 20, 1-7.

PETROPOULOS, F.; MAKRIDAKIS, S.; ASSIMAKOPOULOS, V.; NIKOLOPOULOS, K. (2014). 'Horses for Courses' in demand forecasting. **European Journal of Operational Research**, 237, 152–163.

REEVES, G. R.; LAWRENCE, K. D.; LAWRENCE. (1982). Combining Multiple Forecasts given Multiple Objectives. **Journal of Forecast**, 1, 271-279.

REEVES, G. R.; LAWRENCE, K. D.; LAWRENCE, S. M. GUERARD, J. B. (1988). Combining Earnings Forecasts Using Multiple Objective Linear Programming. **Computers & Operations Research**, 15, 551-559.

REEVES, G. R.; LAWRENCE, K. D. (1991). Combining Forecasts Given Different Types of Objectives. **European Journal of Operational Research**, 51, 65-72.

ROCHA, L. C. S.; PAIVA, P. P.; BALESTRASSI, P. P; SEVERINO, G.; ROTELA JUNIOR, P. (2015). Entropy-based weighting for multiobjective optimization: as application on vertical turning: **Mathematical Problems in Engineering**, 2015,1-11.

SANKARAN, S. (1989). A Comparative Evaluation of Methods for Combining Forecasts. **Akron Business and Economic Revi**ew, 20, 33-39.

SHANNON, C. E. (1948). A mathematical theory of communication. **Bell System Technical Journal**, 27, 379-423, 623-656.

SHUKLA, P. K.; DEB, K. (2007). On finding multiple Pareto-optimal solutions using classical evolutionary generating methods. **European Journal of Operational Research**, 181, 1630-1652.

SIMIONESCU, M. (2013). The Performance of Unemployment Rate Predictions in Romania. Strategies to Improve the Forecasts Accuracy. **Review of Economic Perspectives** – národohospodářský obzor, 13, 4, 161–175, DOI: 10.2478/revecp-2013-0007.

TASHMAN, L. J. (2000). Out-of-sample tests of forecasting accuracy: an analysis and review. **International Journal of Forecasting**, 16, 437-450.

THOMPSON, P. A. (1990). An MSE statistic for comparing forecast accuracy across series. **International Journal of Forecasting**, 6, 219-227.

TSELENTIS, D. I.; VLAHOGIANNI, E. I.; KARLAFTIS, M. G. (2015). Improving short-term traffic forecasts: to combine models or not to combine? **IET Intell. Transp. Syst.**, 9, 2, 193–201, Doi: 10.1049/iet-its.2013.0191.

TSENG, F.-M.; YU, H.-C.; TZENG, G.-H. (2002). Combining neural network model with seasonal time series ARIMA model. **Technological Forecasting & Social Change**, 69, 71-87.

USTUN, O.; KASIMBEYLI, R. (2012). Combined forecasts in portfolio optimization: a generalized approach. **Computers & Operations Research**, 39, 805-819.

UTYUZHNIKOV, S.V., FANTINI, P., GUENOV, M.D. (2009). A method for generating a well-distributed Pareto set in nonlinear multiobjective optimization. **Journal of Computational and Applied Mathematics**, 223, 820-84.

VAHIDINASAB, V.; JADID, S. (2010). Normal boundary intersection method for suppliers' strategic bidding in electricity markets: An environmental/economic approach. **Energy Conversion and Management**, 51, 1111-1119.

WALLSTROM, P.; SEGERSTEDT, A. (2010). Evaluation of forecasting error measurements and techniques for intermittent demand. **Int. J. Production Economics**, 128, 625-636.

WANG, J.; Zhu, S.; Zhang, W.; Lu, H. (2010). Combined modeling for electric load forecasting with adaptive particle swarm optimization. **Energy**, 35, 1671-1678.

WANG, J.; DU, P.; NIU, T. YANG, W. (2017-a). A novel hybrid system based on a new proposed algorithm – Multi-Objective Algorithm for wind speed forecasting. **Applied Energy**, 208, 344-360.

WANG, J; HENG, J.; XIAO, L.; WANG, C. (2017-b). Research and application of a combined model based on multi-objective optimization for multi-step ahead wind speed forecasting. **Energy**, 125, 591-613.

WANG, J.; YANG, W.; DU, P.; NIU, T. (2018). A novel hybrid forecasting system of wind speed based on a newly developed multi-objective sine cosine algorithm. **Energy Conversion and Management**, 163, 134-150.

WEATHERFORD, L. R.; KIMES, S. E. (2003). A comparison of forecasting methods for hotel revenue management. **International Journal of Forecasting**, 19, 401-415.

WINKLER, R. L.; MAKRIDAKIS, S. (1983). The Combination of Forecast. **Journal of the Royal Statistical Society**, 146, 150-157.

WINKLER, R. L. (1989). Combining Forecasts: a philosophical basis and some current issues. **International Journal of Forecasting**, 5, 605-609.

XIAO, L.; WANG, J.; HOU, R.; WU, J. (2015). A combined model based on data pre-analysis and weight coefficients optimization for electrical load forecasting. (2015). **Energy**, 82, 524-549.

XIAO, L.; SHAO, W.; LIANG, T.; WANG, C. (2016). A combined model based on multiple seasonal patterns and modified firefly algorithm for electrical load forecasting. **Applied Energy**, 167, 135-153.

XIAO, L; SHAO, W.; YU, M.; MA, J.; JIM, C. (2017). Research and application of a combined model based on multi-objective optimization for electrical load forecasting. **Energy**, 119, 1057-1074.

XU, Y.; YANG, W.; WANG, J.; YANG (2017). Air quality early-warming system for cities in China. **Atmospheric Environment**, 148, 239-257.

YANG, Y.; CHEN, Y.; WANG, Y.; LI, C.; Li, L. (2016). Modelling a combined method based on ANFIS and neural network improved by DE algorithm: A case study for short-term electricity demand forecasting. **Applied Soft Computing**, 49, 663-675.

YANG, Z.; WANG, J. (2018). A combination forecasting approach applied in multistep wind speed forecasting based on a data processing strategy and an optimized intelligence algorithm. **Applied Energy**, 230, 1108-1125.

ZHAO, W.; WANG, J.; LU, H. (2014). Combining forecasts of electricity consumption in China with time-varying weights updated by a high-order Markov chain model. **Omega**, 45, 80-91.

7 ANEXOS

Tabela 7-1. Comparações entre os métodos individuais de previsão e de combinação de pesos com FA-NBI, considerando a série de produção de café em análise fora da amostra (*out-of-sample analysis*).

	FA-NBI	ATQ	DES	WM	AVG	RB	BG/D com COV	BG/D sem COV
MAE	2.933,96	2.959,87	5.336,02	6.316,74	3.206,50	3.442,14	3.830,70	3.640,24
MSE	9.714.034	12.804.578	35.219.540	50.137.709	11.754.960	17.916.231	21.401.553	16.095.423
RMSE	3.116,73	3.578,35	5.934,61	7.080,80	3.428,55	4.232,76	4.626,18	4.011,91
MASE	0,99125	1,00000	1,80279	2,13413	1,21862	1,16294	1,29421	1,22986
RMSPE	7,01880	8,51295	11,70873	13,79016	7,41048	9,65439	10,50748	8,26400
MAPE	6,36978	6,71914	10,80945	12,58948	6,84050	7,65113	8,46870	7,57853
sMAPE	0,06353	0,06446	0,11428	0,13615	0,06905	0,07229	0,07963	0,07775
U1	0,03265	0,03663	0,06469	0,07868	0,03614	0,04259	0,04631	0,04277
U2	0,06469	0,07428	0,12318	0,14698	0,07117	0,08786	0,09603	0,08328
VAR	10.152.875	11.717.707	18.158.822	14.381.617	11.110.425	9.216.324	9.293.329	11.778.301
SD	3.186,36	3.423,11	4.261,32	3.792,31	3.333,23	3.035,84	3.048,50	3.431,95
MdMAE	2.943,78	1.843,08	5.945,87	6.879,80	3.261,20	2.726,12	3.252,42	4.158,26
MdAPE	6,12078	3,83218	12,62240	13,53595	7,44456	5,54627	6,61702	8,45055
sMdAPE	0,06314	0,03907	0,13473	0,14519	0,07732	0,05397	0,06405	0,08823

Tabela 7-2. Comparações entre os métodos individuais de previsão e de combinação de pesos com FA-NBI, considerando a série de exportação de café em análise fora da amostra (*out-of-sample analysis*).

	FA-NBI	ARMA (1,1)	DES	ATL	AVG	RB	BG/D com COV	BG/D sem COV
MAE	4.020,07	8.284,52	4.909,19	5.793,32	4.769,64	5.203,89	5.118,87	5.012,63
MSE	24.256.054	85.692.573	39.518.514	42.932.602	32.030.592	36.042.983	35.290.614	34.550.340
RMSE	4.925,04	9.257,03	6.286,38	6.552,30	5.659,56	6.003,58	5.940,59	5.877,95
MASE	0,81889	1,68755	1,00000	1,18010	0,97157	1,06003	1,04271	1,02107
RMSPE	25,36566	30,45944	33,55756	24,72590	24,44410	23,90259	24,00897	24,48203
MAPE	20,77749	26,84446	24,92939	22,39273	21,02070	21,38063	21,26705	21,21966
sMAPE	0,15357	0,31955	0,18209	0,21678	0,17872	0,19457	0,19140	0,18745
U1	0,08517	0,18248	0,10115	0,12139	0,10179	0,10965	0,10819	0,10653
U2	0,16904	0,31773	0,21577	0,22489	0,19425	0,20606	0,20390	0,20175
VAR	25.955.986	41.596.407	21.349.066	31.902.996	29.965.108	29.820.290	29.938.935	30.675.983
SD	5.772,28	7.028,85	5.199,58	6.320,04	6.155,17	6.142,37	6.152,83	6.216,90
MdMAE	3.958,08	9.248,38	3.806,58	5.973,39	4.149,79	4.980,45	4.841,36	4,659.40
MdAPE	11,13736	31,86032	12,38703	18,79169	16,08500	16,01897	15,53032	14,70902
sMdAPE	0,16966	0,35235	0,11665	0,29295	0,23019	0,26061	0,25534	0,24781

Tabela 7-3. Comparações entre os métodos individuais de previsão e de combinação de pesos com FA-NBI, considerando a série MA(1) em análise fora da amostra (*out-of-sample analysis*).

	FA-NBI	ARIMA (1,1,1)	MDEC	ARMA (2,1)	AVG	RB	BG/D com COV	BG/D sem COV
MAE	0,88846	0,89920	0,90811	0,90515	0,88876	0,97564	1,01596	0,88870
MSE	1,15610	1,19338	1,17962	1,22902	1,16332	1,63982	1,74715	1,16780
RMSE	1,07522	1,09242	1,08610	1,10861	1,07857	1,28055	1,32180	1,08065
MASE	0,98806	1,00000	1,00991	1,00662	0,98840	1,08502	1,12986	0,98832
RMSPE	2,63510	2,66031	2,69284	2,69212	2,63887	3,07699	3,17393	2,64149
MAPE	2,18214	2,20152	2,24321	2,21260	2,18100	2,36610	2,46296	2,17979
sMAPE	0,02188	0,02215	0,02236	0,02230	0,02189	0,02406	0,02507	0,02189
U1	0,01327	0,01350	0,01336	0,01371	0,01331	0,01592	0,01644	0,01334
U2	0,02649	0,02691	0,02676	0,02731	0,02657	0,03155	0,03256	0,02662
VAR	1,20936	1,19613	1,23497	1,19356	1,20721	1,20813	1,20698	1,20535
SD	1,09971	1,09368	1,11129	1,09250	1,09873	1,09915	1,09863	1,09788
MdMAE	0,68176	0,64744	0,74681	0,64062	0,68596	0,87348	0,92566	0,68891
MdAPE	1,68358	1,61249	1,87116	1,59318	1,69240	2,14144	2,32724	1,69886
sMdAPE	0,01684	0,01609	0,01854	0,01593	0,01694	0,02165	0,02326	0,01701

Tabela 7-4. Comparações entre os métodos individuais de previsão e de combinação de pesos com FA-NBI considerando a série MA(2) em análise fora da amostra (*out-of-sample analysis*).

	FA-NBI	WM	DES	ARMA (1,1)	AVG	RB	BG/D com COV	BG/D sem COV
MAE	0,96188	1,04273	1,00197	1,11888	0,98348	0,98918	0,97797	0,98547
MSE	1,49365	1,86479	1,55847	1,94809	1,46504	1,49074	1,46582	1,47089
RMSE	1,22215	1,36557	1,24839	1,39574	1,21039	1,22096	1,21071	1,21280
MASE	0,85969	0,93194	0,89552	1,00000	0,87899	0,88408	0,87406	0,88076
RMSPE	3,02574	3,32691	3,18173	3,58243	3,04876	3,07858	3,03181	3,05808
MAPE	2,39299	2,56958	2,52950	2,83969	2,46774	2,48390	2,44727	2,47404
sMAPE	0,02403	0,02607	0,02504	0,02794	0,02458	0,02472	0,02444	0,02463
U1	0,01532	0,01722	0,01554	0,01731	0,01511	0,01524	0,01514	0,01514
U2	0,03056	0,03415	0,03122	0,03490	0,03027	0,03053	0,03028	0,03033
VAR	1,51514	1,49577	1,49551	1,56049	1,51291	1,52841	1,52887	1,51313
SD	1,23091	1,22302	1,22291	1,24919	1,23000	1,23629	1,23648	1,23009
MdMAE	0,73433	0,98645	0,80125	1,08147	0,87553	0,86632	0,86202	0,89648
MdAPE	1,83498	2,46198	1,99903	2,64308	2,23245	2,15662	2,15732	2,22574
sMdAPE	0,01835	0,02493	0,01996	0,02651	0,02208	0,02156	0,02158	0,02248

Tabela 7-5. Comparações entre os métodos individuais de previsão e de combinação de pesos com FA-NBI, considerando a série AR(1) em análise fora da amostra (*out-of-sample analysis*).

	FA-NBI	WM	MDEC	ARIMA (1, 1, 1)	AVG	RB	BG/D com COV	BG/D sem COV
MAE	0,98647	1,51290	1,02279	1,16627	0,99008	1,23479	1,25171	0,98651
MSE	1,53160	3,85496	1,99558	1,82552	1,78196	2,05297	2,10310	1,62250
RMSE	1,23758	1,96341	1,41265	1,35112	1,33490	1,43282	1,45021	1,27377
MASE	0,96450	1,47919	1,00000	1,14029	0,96802	1,20729	1,22382	0,96453
RMSPE	3,07911	4,96514	3,55024	3,23856	3,35786	3,41883	3,45800	3,18881
MAPE	2,41873	3,75567	2,52739	2,80775	2,44587	2,96492	3,00439	2,42781
sMAPE	0,02401	0,03641	0,02489	0,02840	0,02410	0,03009	0,03051	0,02401
U1	0,01496	0,02338	0,01703	0,01648	0,01609	0,01751	0,01773	0,01538
U2	0,02995	0,04751	0,03418	0,03269	0,03230	0,03467	0,03509	0,03082
VAR	1,59352	2,13632	1,97671	1,45247	1,74263	1,44633	1,44596	1,65074
SD	1,26235	1,46162	1,40596	1,20519	1,32009	1,20263	1,20248	1,28481
MdMAE	0,82634	0,95498	0,58137	1,17791	0,67046	1,30049	1,30005	0,80798
MdAPE	1,98820	2,24535	1,39263	2,89568	1,61143	3,22538	3,25407	1,93919
sMdAPE	0,01987	0,02240	0,01392	0,02900	0,01611	0,03253	0,03252	0,01937

Tabela 7-6. Comparações entre os métodos individuais de previsão e de combinação de pesos com FA-NBI, considerando a série AR(2) em análise fora da amostra (*out-of-sample analysis*).

	FA-NBI	MDEC	DES	WM	AVG	RB	BG/D com COV	BG/D sem COV
MAE	1,19334	1,28422	1,42245	1,47262	1,10564	0,98887	1,14466	1,03867
MSE	1,76074	2,04335	3,53844	2,68019	1,65683	1,77946	2,41997	1,66968
RMSE	1,32693	1,42946	1,88108	1,63713	1,28718	1,33397	1,55562	1,29216
MASE	0,92923	1,00000	1,10764	1,14670	0,86094	0,77001	0,89133	0,80879
RMSPE	3,09254	3,31156	4,55783	3,78552	3,04117	3,20908	3,77196	3,08197
MAPE	2,79286	2,99481	3,40531	3,42951	2,60562	2,35635	2,74227	2,46069
sMAPE	0,02897	0,03345	0,01424	0,04216	0,02451	0,01745	0,01454	0,02130
U1	0,01569	0,01696	0,02179	0,01948	0,01516	0,01562	0,01809	0,01518
U2	0,03117	0,03358	0,04419	0,03846	0,03024	0,03134	0,03654	0,03035
VAR	1,48594	1,42905	2,15513	1,60087	1,67555	1,77577	1,78224	1,74188
SD	1,21899	1,19543	1,46804	1,26525	1,29443	1,33258	1,33501	1,31980
MdMAE	1,14434	1,32826	0,91844	1,48593	1,02593	0,53284	0,70603	0,79514
MdAPE	2,64943	3,06498	2,14764	3,41940	2,39125	1,25493	1,62757	1,85387
sMdAPE	0,02685	0,03113	0,02147	0,03479	0,02420	0,01256	0,01630	0,01871

Tabela 7-7. Comparações entre os métodos individuais de previsão e de combinação de pesos com FA-NBI, considerando a série ARMA(1,1) em análise fora da amostra (*out-of-sample analysis*).

	FA-NBI	WM	ARMA (1, 1)	QTM	AVG	RB	BG/D com COV	BG/D sem COV
MAE	1,45842	1,76775	1,52328	5,29897	2.36532	1,49398	1,49262	1,51211
MSE	3,95938	5,91333	3,21458	39,07285	9.45579	3,24144	3,24133	4,72838
RMSE	1,98982	2,43173	1,79293	6,25083	3.07503	1,80040	1,80037	2,17448
MASE	0,95742	1,16049	1,00000	3,47865	1.55278	0,98076	0,97987	0,99266
RMSPE	5,16689	6,33762	4,46579	15,86686	7.98044	4,55679	4,55862	5,67596
MAPE	3,67567	4,48928	3,74003	13,19970	5.96919	3,69624	3,69370	3,83935
sMAPE	0,02334	0,02511	0,02818	0,05637	0,02625	0,02625	0,02616	0,02204
U1	0,02404	0,02903	0,02190	0.07142	0,03645	0,02192	0,02192	0,02614
U2	0,04841	0,05916	0,04362	0.15208	0,07481	0,04380	0,04380	0,05290
VAR	3,74177	3,53975	3,25346	11.47170	4,85412	3,38026	3,38088	3,87969
SD	1,93436	1,88142	1,80374	3.38699	2,20321	1,83855	1,83872	1,96969
MdMAE	0,87845	1,07905	1,57972	5.12045	1,57533	1,19329	1,18444	1,01868
MdAPE	2,15764	2,55735	3,74889	12.42860	3,75130	2,82739	2,80643	2,44789
sMdAPE	0,02134	0,02550	0,03821	0.11701	0,03682	0,02868	0,02846	0,02447

Tabela 7-8. Comparações entre os métodos individuais de previsão e de combinação de pesos com FA-NBI, considerando a série SARIMA (1,1,1)(1,1,1) em análise fora da amostra (*out-of-sample analysis*).

	FA-NBI	WM	ARIMA (1,1,1)	EGTM	AVG	RB	BG/D com COV	BG/D sem COV
MAE	2,15643	4,72044	2,66241	2,75918	2,08315	2,26880	2,58710	2,61117
MSE	7,45958	31,26834	10,00009	20,78794	9,39665	8,12387	16,36398	16,73517
RMSE	2,73122	5,59181	3,16229	4,55938	3,06540	2,85024	4,04524	4,09086
MASE	0,80996	1,77300	1,74781	1,81134	0,78243	0,85216	0,97172	0,98076
RMSPE	6,26848	12,80192	7,07536	8,19250	6,07846	6,49518	7,49552	7,57008
MAPE	4,83102	10,61029	5,83683	5,43771	4,34035	5,05302	5,22159	5,26624
sMAPE	0,02013	0,06574	0,02528	0,04880	0,03275	0,01848	0,04505	0,04558
U1	0,02856	0,05690	0,03283	0,04970	0,03273	0,02973	0,04364	0,04414
U2	0,05832	0,11939	0,06752	0,09735	0,06545	0,06086	0,08637	0,08735
VAR	3,39828	9,41024	3,03827	18,55359	9,77939	3,19005	16,45323	16,79450
SD	1,84344	3,06761	1,74306	4,30739	3,12720	1,78607	4,05626	4,09811
MdMAE	1,63395	4,67944	2,22800	1,54198	1,16158	1,85325	1,58685	1,59602
MdAPE	3,63382	9,90168	4,79627	3,43500	2,60702	3,71150	3,45732	3,47449
sMdAPE	0,03569	0,09435	0,04684	0,03435	0,02573	0,03644	0,03453	0,03473