



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA MECÂNICA**

**Estimação Simultânea de Propriedades Térmicas de Metais Considerando o
Efeito da Resistência de Contato**

Nícolas Pinheiro Ramos

Itajubá, Fevereiro de 2020

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA MECÂNICA**

Nícolás Pinheiro Ramos

**Estimação Simultânea de Propriedades Térmicas de Metais Considerando o
Efeito da Resistência de Contato**

**Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Mecânica como parte dos requisitos
para obtenção do Título de Mestre em Ciências em
Engenharia Mecânica.**

Área de Concentração: Térmica, Fluidos e Máquinas de Fluxo

**Orientador: Prof. Dr. Sandro Metrevelle Marcondes de Lima e Silva
Coorientador: Prof. Dr. Luís Felipe dos Santos Carollo**

**Fevereiro de 2020
Itajubá**

RAMOS, Nicolas Pinheiro

Estimação Simultânea de Propriedades Térmicas de Metais Considerando o Efeito da Resistência de Contato / Nicolas Pinheiro Ramos
Itajubá: UNIFEI, 2020.

89p.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Itajubá, 2020.
Orientador: Prof. Dr. Sandro Metrevelle Marcondes de Lima e Silva
Coorientador: Prof. Dr. Luís Felipe dos Santos Carollo

1. Propriedades Térmicas de Metais – Resistência de Contato –
Estimação de Parâmetros

I. Lima e Silva, Sandro M. M. II. Universidade Federal de Itajubá
III. Estimação Simultânea de Propriedades Térmicas de Metais
Considerando o Efeito da Resistência de Contato

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA MECÂNICA**

Nícolas Pinheiro Ramos

**Estimação Simultânea de Propriedades Térmicas de Metais Considerando o
Efeito da Resistência de Contato**

Dissertação aprovada por banca examinadora em 17 de
Fevereiro de 2020, conferindo ao autor o título de **Mestre
em Ciências em Engenharia Mecânica.**

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Saulo Güths – DEM – UFSC

Prof. Dr. Marcelo José Pirani – IEM – UNIFEI

Prof. Dr. Sandro Metrevelle Marcondes de Lima e Silva –
UNIFEI (Orientador)

Prof. Dr. Luís Felipe dos Santos Carollo - FEPI
(Coorientador)

Itajubá

2020

Dedicatória

Dedico este trabalho à minha querida família e a todos que direta ou indiretamente contribuíram para sua realização.

Agradecimentos

Este trabalho não poderia ser terminado sem a ajuda de diversas pessoas às quais presto minha homenagem:

Agradeço, primeiramente, aos meus pais, Denílson e Cecília, e às minhas irmãs, Núbia e Nádia, pelo incentivo e apoio em todos os momentos da minha vida.

Ao meu orientador, Sandro, que sempre me auxiliou da melhor maneira possível no meu aprendizado como um todo e no desenvolvimento deste trabalho.

Ao meu coorientador, Carollo, pelo tempo e pela disposição a mim dedicados.

Aos amigos da República Cabana, que contribuíram muito mais do que apenas academicamente nesta caminhada.

À minha família de forma geral, que sempre esteve presente com conselhos e incentivos.

Ao meu amigo Dourado pela ajuda e pelas conversas, assim como a todo o pessoal do Laboratório de Transferência de Calor – LabTC UNIFEI pelo apoio e pela paciência em todas as vezes que precisei.

A todos os professores que tive durante minha formação, os quais me ajudaram a chegar até aqui.

À Capes pela concessão da bolsa de mestrado que possibilitou que o presente trabalho fosse realizado.

Às agências de fomento Capes, CNPq e FAPEMIG pelo suporte financeiro durante o desenvolvimento deste trabalho.

Ao Instituto de Engenharia Mecânica – IEM UNIFEI pelo espaço cedido ao LabTC, onde o trabalho foi realizado.

“A vida não é mais do que uma contínua sucessão de oportunidades para sobreviver”.
- Gabriel García Márquez

Resumo

Ramos, N. P. (2020), *Estimação Simultânea de Propriedades Térmicas de Metais Considerando o Efeito da Resistência de Contato*, Itajubá, 89p. Dissertação do Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá.

Neste trabalho tem-se o objetivo de apresentar um método de estimação simultânea da condutividade térmica, k , e do calor específico, c_p , de amostras de Carboneto de Tungstênio e de Aço Inoxidável AISI 304, considerando a resistência de contato existente entre o aquecedor resistivo e a amostra metálica. Foi utilizado um modelo térmico baseado na equação da difusão de calor unidimensional transiente considerando propriedades térmicas constantes. As propriedades térmicas são determinadas de forma simultânea utilizando os dados de um mesmo experimento. A amostra metálica é colocada entre um aquecedor resistivo e um isolante térmico. Para garantir a unidimensionalidade do experimento, a amostra possui espessura com uma razão de 1:5 quando comparada às outras dimensões e o experimento tem um curto período de realização. Um fluxo de calor constante é imposto na superfície superior da amostra e uma condição de isolamento térmico é mantida na superfície oposta, onde a temperatura é medida por um termopar tipo T. A resistência de contato é calculada e considerada como um fator redutor do fluxo de calor aplicado. Ao invés de se considerar um modelo agrupado (*lumped model*), uma configuração microscópica das regiões de contato foi usada para descrever a rugosidade da superfície e o interstício de fluido. A rugosidade da superfície é caracterizada pelas altura e inclinações médias. Para isso, as rugosidades da superfície do aquecedor resistivo e da amostra metálica foram medidas por um rugosímetro digital. A condutância de constrição foi calculada através da correlação de Cooper-Mikic-Yovanovich (CMY), válida para superfícies rugosas isotrópicas. A correlação CMY relaciona a condutância de constrição com a rugosidade e a carga de pressão na interface de contato. A condutância intersticial é calculada assumindo que o fluido nos interstícios é o ar; foram consideradas a condutividade térmica do ar, a espessura média da separação e o parâmetro do ar. De maneira a assegurar a estimação simultânea e confiável de ambas as propriedades, foi realizada a análise dos coeficientes de sensibilidade, definidos pela primeira derivada parcial da temperatura em relação ao parâmetro analisado, multiplicado pelo parâmetro analisado. Por meio dessa análise, definiu-se as intensidades de fluxo de calor, tempo de duração dos experimentos, intervalo de tempo na aquisição de dados, entre outras características do experimento. A estimativa das propriedades térmicas ocorreu pela minimização de uma função objetivo definida pela diferença ao quadrado

da temperatura experimental e numérica. Para essa minimização foi empregado o método de otimização BFGS (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno implementado em um código no software MATLAB. A temperatura numérica foi obtida por meio do programa COMSOL, que resolveu o problema transiente de condução de calor discretizando-o pelo Método dos Elementos Finitos (MEF), cujas equações foram solucionadas por meio do método BDF (*Backward Differentiation Formula*), que se trata de uma técnica implícita para integração numérica. Os dois programas utilizados possuem uma interface de comunicação entre si, o que facilita os trabalhos de programação e a obtenção de resultados. De forma a validar os valores obtidos para as propriedades térmicas, estimou-se o fluxo de calor imposto utilizando, sendo utilizado o Método da Função Especificada (SFSM) clássico. Além disso, uma análise de incertezas foi realizada com o objetivo de garantir a qualidade dos resultados obtidos, onde os erros do termopar, do isolamento térmico, da aquisição de dados, do multímetro, do método de otimização BFGS, do método de integração BDF, do rugosímetro, entre outros, foram levados em consideração. Por fim, as propriedades estimadas tiveram baixos valores de desvio-padrão e os fluxos estimados tiveram ótimo comportamento e ficaram em torno de 95% dos fluxos experimentais.

Palavras-chave: propriedades térmicas de metais, condução de calor transiente, resistência de contato, estimação de parâmetros, coeficientes de sensibilidade.

Abstract

Ramos, N. P. (2020), *Simultaneous Estimation of Thermal Properties of Metals Considering the Effect of Contact Resistance*, Itajubá, 89p. Master Dissertation - Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá.

This work aims to present a method for the simultaneous estimation of thermal conductivity, k , and specific heat, c_p , in samples of tungsten carbide and AISI 304 stainless steel, considering the imperfect thermal contact between the resistive heater and the metallic sample. A thermal model based on the transient one-dimensional heat diffusion equation with constant thermal properties was used. Both thermal properties are determined simultaneously using data from the same experiment. The metallic sample is placed between a resistive heater and a thermal insulator. To ensure the unidimensionality of the experiment, the sample is much thinner than its other dimensions and the experiment was performed very quickly. A constant heat flux is imposed on the upper surface of the sample and a thermal insulation condition is maintained on the opposite surface where the temperature is measured by a type T thermocouple. Thermal contact resistance is calculated and considered as a reducing factor on the heat flux. Instead of considering a lumped model, a microscopic configuration of the contact regions was used to describe both the surface roughness and the fluid gap. The microscopic surface roughness is characterized by the average height and the average slope. To obtain these data, the surface roughness for both the thin heater and the metallic sample were measured by using a roughness meter. The constriction conductance was computed through the Cooper-Mikic-Yovanovich (CMY) correlation, which is valid for isotropic rough surfaces. The CMY correlation relates the constriction conductance to the roughness and pressure load on the contact interface. The gap conductance is calculated assuming that the interfacial fluid is air; the thermal conductivity of the air, the average separation thickness and the air parameter were considered. In order to guarantee simultaneous and reliable estimation for both properties, an analysis of the sensitivity coefficients was performed. Sensitivity coefficients are defined by the first partial derivative of the temperature in relation to the parameter to be analyzed multiplied by the analyzed parameter values. Through this analysis, heat flux intensities, duration of experiments, time interval of the data acquisition, and other characteristics of the experiment were defined. The estimation of thermal properties occurred by minimizing an objective function defined by the square difference between the experimental and numerical temperatures. For this, the optimization method BFGS (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno) was implemented in a numerical code in

MATLAB. The numerical temperature was obtained with COMSOL, which solved the transient heat conduction problem by discretizing it by the Finite Element Method (FEM), whose equations were solved by the Backward Differentiation Formula (BDF) method, which is an implicit technique for numerical integration. In order to ensure the quality of the parameter estimation and the experimental procedure, the heat flux is estimated. Thus, the classical Sequential Function Specification Method (SFSM) was employed. In addition, uncertainty analyses were performed to guarantee the quality of the results obtained. In these analyses, the errors of the thermocouple, data acquisition, multimeters, roughness meter, BFGS optimization method, BDF integration method and others were considered. Finally, the estimated properties had low standard deviation values and the estimated heat fluxes presented good behavior and were around 95% of the experimental heat fluxes.

Keywords: thermal properties of metals, transient heat conduction, contact resistance, parameter estimation, sensitivity coefficients.

Lista de Figuras

Figura 3.1 – Modelo térmico unidimensional (vista em corte).	33
Figura 3.2 – Esquema detalhando a interface da resistência térmica de contato (vista em corte).	37
Figura 4.1 – Esquema da bancada utilizada para determinar as propriedades.	50
Figura 4.2 – Aquecedor resistivo utilizado para a imposição do fluxo de calor.	51
Figura 4.3 – Vista tridimensional com a indicação das cotas das amostras metálicas.	51
Figura 4.4 – Fonte de alimentação digital Instrutemp ST305D-II.	52
Figura 4.5 – Multímetro Minipa ET-2042C.	52
Figura 4.6 – Descarga capacitiva utilizada na soldagem do termopar.	53
Figura 4.7 – Aquisição de dados Agilent 34980A.	54
Figura 4.8 – Componentes da montagem experimental.	54
Figura 4.9 – Montagem experimental finalizada.	55
Figura 4.10 – Rugosímetro digital Mitutoyo SJ-210 medindo a rugosidade.	55
Figura 5.1 – Coeficientes de Sensibilidade para a amostra de Carboneto de Tungstênio.	57
Figura 5.2 – Temperaturas numérica (T) e experimental (Y) para a amostra de Carboneto de Tungstênio.	59
Figura 5.3 – Resíduo entre as temperaturas experimental e numérica para a amostra de Carboneto de Tungstênio.	59
Figura 5.4 – Comparação entre os fluxos estimado e experimental para a amostra de Carboneto de Tungstênio.	61
Figura 5.5 – Coeficientes de Sensibilidade para a amostra de Aço Inoxidável AISI 304.	62
Figura 5.6 – Temperaturas numérica (T) e experimental (Y) para a amostra de Aço Inoxidável AISI 304.	63
Figura 5.7 – Resíduo entre as temperaturas experimental e numérica para a amostra de Aço Inoxidável AISI 304.	63
Figura 5.8 – Comparação entre os fluxos estimado e experimental para a amostra de Aço Inoxidável AISI 304.	65
Figura 5.9 – Valores individuais para a condutividade térmica.	66
Figura 5.10 – Amplitudes móveis para a condutividade térmica.	67
Figura 5.11 – Valores individuais para o calor específico.	67
Figura 5.12 – Amplitudes móveis para o calor específico.	67
Figura A.1 – Modelo térmico unidimensional (vista em corte).	85

Figura A.2 – Temperaturas analítica e numérica para a amostra de Aço Inoxidável AISI 304.

87

Figura A.3 – Resíduo entre as temperaturas analítica e numérica para a amostra de Aço Inoxidável AISI 304.

88

Lista de Tabelas

Tabela 3.1 – Parâmetros utilizados no método BFGS. _____	46
Tabela 5.1 – Resultados obtidos para o Carboneto de Tungstênio. _____	60
Tabela 5.2 – Resultados obtidos para o Aço Inoxidável AISI 304. _____	64
Tabela 5.3 – Resultados estatísticos do Controle de Variáveis. _____	68

Lista de Abreviaturas e Siglas

Letras Latinas

A	Área	m^2
$[B]$	Inverso da matriz Hessiana	
c_B	Constante de Boltzmann	J/K
c_p	Calor específico	J/(kg K)
c_1	Primeiro coeficiente de Cooper-Mikic-Yovanovich	
c_2	Segundo coeficiente de Cooper-Mikic-Yovanovich	
$[C]$	Matriz de capacidade térmica	
d	Derivada total	
D	Diâmetro médio das partículas do gás	m
\dot{E}_a	Taxa de energia interna armazenada	W
\dot{E}_c	Taxa de energia ganha por condução	W
\dot{E}_g	Taxa de energia gerada	W
$[f]$	Vetor de fluxo de calor	
F	Função objetivo para estimação das propriedades térmicas	
F_ϕ	Função objetivo para estimação do fluxo de calor	
g	Energia gerada internamente por unidade de volume	W/m ³
G	Função de Green	
h	Condutância térmica de contato	W/(m ² K)
h_c	Condutância térmica de constricção	W/(m ² K)
h_i	Condutância térmica intersticial	W/(m ² K)
$[H]$	Matriz Hessiana	
H_B	Dureza do material metálico	HB
H_c	Dureza do material mais tenaz	HV
H_0	Dureza base	GPa
i	Contador de iterações	
$I_{aquis.}$	Incerteza percentual da aquisição de dados	%
I_{BDF}	Incerteza percentual do método BDF	%
I_{BFGS}	Incerteza percentual do método BFGS	%
$I_{corr. \text{ elé.}}$	Incerteza percentual do multímetro na leitura da corrente elétrica	%
$I_{isol. \text{ térm.}}$	Incerteza percentual do isolamento térmico	%

$I_{res. \text{ elét.}}$	Incerteza percentual do multímetro na leitura da resistência elétrica	%
$I_{rug.}$	Incerteza percentual do rugosímetro	%
$I_{term.}$	Incerteza percentual do termopar	%
I_{total}	Incerteza percentual total	%
j	Contador de iterações	
k	Condutividade térmica	W/(m K)
k_{am}	Condutividade térmica da amostra metálica	W/(m K)
k_{aq}	Condutividade térmica do aquecedor resistivo	W/(m K)
$k_{contato}$	Condutividade térmica equivalente das superfícies em contato	W/(m K)
k_{fi}	Condutividade do fluido intersticial	W/(m K)
$[K]$	Matriz de condutividade térmica	
L	Espessura da amostra	m
m	Número total de pontos	
m_{rug}	Inclinação média da interface de contato	
M_g	Parâmetro do gás	
N	Função de forma	
n	Número de iterações	
p	Pressão na interface de contato	MPa
p_g	Pressão do gás	MPa
r	Número de tempos futuros	
S	Direção de busca	
t	Tempo	s
T	Temperatura numérica	°C
T_{am}	Temperatura da amostra metálica na face de contato	°C
T_{aq}	Temperatura do aquecedor resistivo na face de contato	°C
T_i	Temperatura do interstício	°C
x	Coordenada cartesiana x	m
X	Ponto de busca	
X_{c_p}	Coefficiente de sensibilidade do calor específico	°C
X_k	Coefficiente de sensibilidade da condutividade térmica	°C
y	Coordenada cartesiana y	m
Y	Temperatura experimental	°C
z	Coordenada cartesiana z	m

Letras Gregas

α	Difusividade térmica	m^2/s
Δ	Varição de uma determinada variável	
ε	Tolerância	
φ	Fluxo de calor	W/m^2
ρ	Densidade	kg/m^3
σ_{rug}	Rugosidade média da interface de contato	μm
σ_o	Rugosidade base	μm
Ω	Domínio do modelo térmico	m
τ	Escalar	
Υ	Espessura média de separação	m
β	Parâmetro do gás intersticial	
λ	Passo de busca	
Ψ	Coefficiente de sensibilidade do fluxo de calor	
K	Coefficiente de ganho	

Siglas

BDF	<i>Backward Differentiation Formula</i>
MEF	Método dos Elementos Finitos
AISI	<i>American Iron and Steel Institute</i>
UNIFEI	Universidade Federal de Itajubá
ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ISO	<i>International Organization for Standardization</i>
LabTC	Laboratório de Transferência de Calor
FAPEMIG	Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoa de Nível Superior
CNPq	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
MDF	Método das Diferenças Finitas
IHCP	<i>Inverse Heat Conduction Problems</i>
TTR	<i>Time Traveling Regularization</i>
TPS	<i>Transient Plane Source</i>
BFGS	Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno
IEM	Instituto de Engenharia Mecânica
CMY	Cooper-Mikic-Yovanovich
SFSM	<i>Sequential Function Specification Method</i>
RMS	<i>Root Mean Square</i>
SCRC	Sem Consideração da Resistência de Contato
CRC	Consideração da Resistência de Contato

Sumário

1. INTRODUÇÃO	19
2. REVISÃO DA LITERATURA	22
3. MÉTODOS	32
3.1. Introdução	32
3.1. Modelo Térmico	32
3.3. Distribuição de Temperatura do Modelo Térmico	39
3.4. Coeficientes de Sensibilidade dos Parâmetros Estimados	43
3.5. Estimativa Simultânea das Propriedades Térmicas	44
3.6. Estimativa do Fluxo de Calor pelo Método da Função Especificada Clássico	46
4. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL	50
5. ANÁLISE DOS RESULTADOS	56
5.1. Carboneto de Tungstênio	56
5.2. Aço Inoxidável AISI 304	61
5.3. Importância da Resistência de Contato	65
6. ANÁLISE DAS INCERTEZAS	69
6.1. Carboneto de Tungstênio	70
6.2. Aço Inoxidável AISI 304	72
7. CONCLUSÕES	75
8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	77
APÊNDICE A - Validação da metodologia utilizada pelo COMSOL para resolver o modelo térmico	85

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

O estudo do comportamento térmico de uma determinada peça é de fundamental importância para várias aplicações na engenharia. Nesse sentido, ensaios experimentais e simulações computacionais podem fornecer informações de como o material se comporta nas condições em que ele será empregado ou até mesmo em condições extremas. Então, faz-se necessário o bom uso de técnicas que forneçam as propriedades térmicas dos materiais, a fim que o comportamento térmico a ser analisado seja o mais fiel possível em relação aquele que realmente será observado na prática.

Há constante necessidade da rápida evolução de materiais, sobretudo de metais, uma vez que os processos industriais estão sempre em desenvolvimento, buscando maiores rendimentos e condições de trabalho cada vez mais intensas. Além de fornecer resultados confiáveis, as técnicas para estimar as propriedades térmicas devem ter a característica de baixo custo, pois a relação entre custo, benefício e rapidez é sempre visada. Logo, busca-se contribuir para o desenvolvimento de métodos mais eficazes e mais baratos dentro da área de transferência de calor, bem como na Engenharia Mecânica como um todo.

Na tentativa de explicar fenômenos físicos, como os de origem térmica, utiliza-se geralmente o equacionamento por meio de equações diferenciais. Muitas vezes, essas equações diferenciais são complexas e dependentes da geometria, das condições iniciais e de contorno, etc. Geralmente tais equações não possuem solução exata, nesse caso, então, recorre-se a técnicas computacionais e experimentais, sendo justamente essas as do presente trabalho.

A temperatura tem caráter determinante, por exemplo, em um disco de freio automotivo. No trabalho de Jimbo *et al.* (1990) foi estudado o comportamento térmico de um disco de freio. Sabe-se então que o material dos discos de freio deve ser capaz de resistir à fadiga térmica. Além disso, a grande quantidade de calor gerada na frenagem deve ser absorvida e depois dissipada tão rápido quanto possível. Segundo Iombriller (2002), isso se deve porque, para os discos de freio, temperaturas locais elevadas podem comprometer o bom funcionamento de todo o sistema de frenagem.

Como exposto anteriormente, o conhecimento das propriedades térmicas de um material permite seu correto emprego, quando submetido a condições nas quais suas características térmicas são de fundamental importância, como por exemplo, uma sobrecarga que causa um superaquecimento numa peça. Uma vez que a área de Projetos está em permanente

desenvolvimento na Engenharia Mecânica, o bom uso desse conhecimento é capaz de evitar falhas, diminuir custos e aumentar produtividade e desempenho.

As propriedades térmicas estudadas neste trabalho são: a condutividade térmica, k , e o calor específico, c_p . A condutividade térmica corresponde à quantidade de calor que é transferida através da superfície de um material, pela diferença de temperatura entre as duas faces dessa superfície, isto é, a capacidade de conduzir calor do material. O calor específico é a quantidade de calor por unidade de massa necessária para que a substância sofra uma variação de temperatura correspondente a 1 °C ou 1 K. Essa grandeza é uma característica de cada tipo de substância e indica o comportamento do material quando exposto a uma fonte de calor. Estas duas propriedades são de grande relevância nos problemas de condução de calor.

A densidade, ρ , é uma propriedade específica de cada material que serve para identificar uma substância. Essa grandeza pode ser enunciada como sendo a relação entre a massa e o volume de determinado material. O calor específico multiplicado pela densidade fornece a capacidade de calor volumétrica, ρc_p , que representa a capacidade de um material de armazenar energia térmica.

Um modelo térmico baseado na equação da difusão unidimensional transiente em coordenadas cartesianas é usado. Utiliza-se um fluxo de calor uniforme que é aplicado em uma das superfícies da amostra metálica homogênea, sendo tal fluxo obtido por meio da resistência elétrica do aquecedor resistivo. Faz-se a consideração da resistência térmica de contato que acaba por reduzir a intensidade do fluxo recebido pelo metal. Já as outras faces da amostra têm condição de isolamento. Uma montagem não simétrica é utilizada, onde a amostra está localizada entre o aquecedor resistivo e o isolante. As propriedades são estimadas a partir da minimização de um funcional de mínimos quadrados, definido pela diferença ao quadrado entre as temperaturas experimentais e numéricas. As temperaturas experimentais são medidas através de um termopar posicionado na face oposta à aplicação do fluxo de calor. Já as temperaturas numéricas são obtidas pela solução do problema térmico usando o software comercial COMSOL. Uma análise dos coeficientes de sensibilidade, que são definidos pela derivada parcial da temperatura com relação ao parâmetro a ser estimado, também é realizada. Esta análise é fundamental para a estimação das propriedades, pois ela permite determinar a melhor região, o correto posicionamento dos sensores de temperatura, o tempo total do experimento, a intensidade do fluxo de calor, dentre outros parâmetros importantes.

Este trabalho é dedicado ao estudo do comportamento das propriedades térmicas de metais. A metodologia de solução proposta tem como base o Método dos Elementos Finitos

(MEF) resolvido pelo método BDF (*Backward Differentiation Formula*) para a temperatura numérica, o Método Broyden–Fletcher–Goldfarb–Shanno (BFGS) para a minimização da função objetivo na estimação das propriedades térmicas e o Método da Função Especificada (SFSM) clássico para a estimação do fluxo de calor. A combinação destes métodos ocorre da necessidade de se diminuir o tempo de otimização e de se estimar simultaneamente as propriedades térmicas, bem como resolver o problema inverso de condução de calor de forma a estimar o fluxo de calor, a fim de validar os resultados obtidos neste trabalho.

No Capítulo 2, apresenta-se uma revisão bibliográfica sobre o estudo e a estimação de propriedades térmicas. Nesse capítulo mostra-se a evolução e o desenvolvimento das técnicas de estimação de propriedades, bem como as principais características das mais relevantes.

No Capítulo 3, primeiramente, é mostrada a equação da Difusão do Calor. Os métodos de otimização utilizados na estimação simultânea também são apresentados, bem como a teoria que embasa o Método dos Elementos Finitos, o modelamento da resistência térmica de contato, os coeficientes de sensibilidade, o modelo térmico estudado e suas respectivas equações, e, finalmente, a metodologia da solução do problema inverso de condução de calor para a estimação do fluxo de calor.

Apresenta-se no Capítulo 4 um detalhamento do procedimento e da bancada experimental utilizados para se obter as temperaturas experimentais.

No Capítulo 5 são apresentados os resultados obtidos experimentalmente e numericamente. Apresenta-se as propriedades térmicas estimadas, bem como seus coeficientes de sensibilidade e o fluxo de calor estimado. Além disso, faz-se uma análise estatística demonstrando a importância de se considerar a resistência térmica de contato.

No Capítulo 6 é realizada uma análise de incertezas referente à estimação das propriedades térmicas. Este capítulo aponta os elementos que contribuíram para a geração e propagação dos erros e sua influência nos resultados obtidos.

No Capítulo 7, por sua vez, apresentam-se as conclusões deste trabalho e as sugestões para trabalhos futuros.

Em Referências, todos os trabalhos utilizados nesta dissertação são listados e citados.

Por fim, no Apêndice A é mostrada a validação da metodologia usada para resolver numericamente o modelo térmico adotado. A validação foi realizada comparando a solução numérica do COMSOL com formulação implícita com a solução analítica obtida por funções de Green.

CAPÍTULO 2 - REVISÃO DA LITERATURA

Apresentam-se neste capítulo algumas das técnicas existentes para a determinação das propriedades térmicas: condutividade térmica, k , e o calor específico, c_p . Para a determinação destas propriedades torna-se necessário o equacionamento de um processo, cuja a função principal é estabelecer e identificar um campo térmico na amostra ou meio investigado. A partir dos dados da distribuição de temperatura, pode-se então determinar as propriedades.

Atualmente, existem várias técnicas para determinar as propriedades térmicas dos mais diversos materiais. Estas técnicas podem determinar estas propriedades de forma independente, ou seja, obtém-se cada uma separadamente, ou de forma simultânea, onde as propriedades são obtidas em um único processo. Além disso, a maioria destas estimativas ocorre rapidamente, com segurança e precisão. De maneira consolidada, notoriamente, tem-se uma tríade de métodos amplamente já estudados e comprovadamente confiáveis. Esses três métodos de estimação de propriedades térmicas são: o método da Placa Quente Protegida, o método do Fio Quente e o método Flash.

O método da Placa Quente Protegida se tornou muito bem estabelecido e documentado por norma ABNT (2005), e agora é indiscutivelmente reconhecida como a técnica mais precisa para determinar a condutividade térmica em materiais isolantes (RIBEIRO *et al.*, 2004; WULF, BARTH e GROSS, 2005; LIMA *et al.*, 2008; KARIMI, LI e TEERTSTRA, 2010). Esse método possui uma incerteza de cerca de 1,5% para uma faixa de temperatura limitada próxima à temperatura ambiente, é de fácil utilização, pois utiliza-se a lei de Fourier em regime permanente. Contudo o ensaio é relativamente longo, sendo isso uma desvantagem, além de o aparato experimental ser de alto custo. No experimento, a amostra é posta entre uma placa quente protegida e uma placa fria, com o objetivo de garantir a condição de fluxo de calor unidimensional. Atingindo-se o regime permanente, calcula-se a condutividade térmica com base no fluxo de calor aplicado e na diferença de temperatura na amostra. O fluxo utilizado é aquele necessário para garantir uma temperatura da placa quente constante.

O método do Fio Quente pode ser considerado um método simples, direto, absoluto e transiente. Primeiramente, o método foi descrito em 1888, por Schieirmacher (apud DOS SANTOS *et al.*, 2004). Contudo, somente na década de 50 é que foi possível fazer uso prático dessa técnica de medida, na determinação da condutividade térmica de líquidos. No Brasil, a técnica foi utilizada por Santos e Cintra Filho (1986) na determinação da condutividade térmica de materiais cerâmicos. Hoje em dia o Método do Fio Quente é considerado como sendo preciso

na determinação da condutividade térmica de materiais e é amplamente utilizado. O aparato consiste de uma sonda metálica, que contém um fio de resistência e um termopar, inserido no centro de uma amostra. Impõe-se um fluxo de calor pela aplicação de corrente no fio de resistência, que irá gerar uma diferença de temperatura na amostra. O gradiente de temperatura através da amostra é muito baixo, o que é sem dúvida outra virtude desse método uma vez que um método ideal de medida de condutividade térmica seria aquele capaz de medir essa propriedade segundo um gradiente de temperatura que tende a zero através da amostra. Entretanto, este método tem duas limitações: materiais condutores elétricos e materiais de alta condutividade térmica. No primeiro caso, a solução seria obtida isolando-se eletricamente o fio quente e as amostras. Já para o caso de materiais de alta condutividade térmica, o tempo de registro do transiente térmico torna-se bastante pequeno, comprometendo assim a confiabilidade dos resultados obtidos, além de existir uma alta resistência de contato entre a sonda metálica e a amostra devido à dificuldade de se eliminar os interstícios de ar existentes na montagem (CAROLLO, 2016).

O método Flash foi inicialmente proposto por Parker *et al.* (1961), sendo o mais usado e mais conhecido método para a determinação da difusividade térmica. Trata-se de um método direto na determinação da difusividade térmica, onde um pulso de energia radiante e de curta duração é incidido sobre uma das faces da amostra, sendo medida a variação de temperatura na face oposta. Neste método, considera-se que o pulso de energia provoca um aumento de temperatura dentro da amostra suficientemente pequeno, para que se possam considerar as propriedades físicas constantes. O método tem como principal vantagem a não necessidade do conhecimento do valor do fluxo de calor aplicado na amostra para determinar a propriedade. Entretanto, tem como desvantagem o fato de a amostra estar sujeita a perdas térmicas. Além disso, é necessário conhecer a quantidade de energia absorvida pela face da amostra excitada para estimar a condutividade térmica.

Certamente, há outros métodos para a estimação de propriedades térmicas, sejam proposições novas ou alterações dos já estabelecidos. Em relação a isso, pode-se citar alguns trabalhos onde houve mudança dos métodos por conta de uma necessidade pontual, como por exemplo, reduzir o tempo de resposta, melhorar a precisão e confiabilidade dos resultados e modificar as condições de contorno. São apresentados a seguir trabalhos que visaram estudar e desenvolver novos métodos para estimar as propriedades térmicas.

Beck (1970) apresentou um método para a estimação de um fluxo de calor não linear utilizando a solução não-linear da Equação do Calor. Essa solução é obtida por meio da

otimização de uma função-objetivo definida como o quadrado da diferença entre as temperaturas experimental e numérica. A temperatura numérica é obtida pelo Método de Diferenças Finitas (MDF), enquanto a experimental é medida por sensores de temperatura. Há a apresentação do fluxo em função do tempo além da introdução ao conceito de coeficientes de sensibilidade, assunto importante para este trabalho. O autor concluiu que a técnica apresentada é capaz de tratar com precisão problemas inversos não lineares.

No trabalho de Taktak, Beck e Scott (1993) foi apresentada uma nova metodologia para determinar as condições ideais dos experimentos para estimar a condutividade térmica, k , e a difusividade térmica, α , de materiais isolantes de maneira bastante confiável. O experimento foi desenvolvido com base nas análises da posição do termopar com relação ao aquecedor, duração do experimento e tempo de aquecimento. Os estudos foram guiados pelo conceito de sensibilidade e do determinante da matriz de sensibilidade, que serve como um parâmetro de comparação das várias configurações físicas possíveis. A amostra está sujeita à condução unidimensional transiente, com condição de fluxo prescrito na superfície superior, temperatura prescrita na superfície oposta e termopares em ambas as superfícies. Os resultados para os coeficientes de sensibilidade e para o determinante da matriz de sensibilidade são apresentados de maneira numérica e gráfica. Os autores concluíram, que para uma maior confiabilidade na determinação de propriedades térmicas faz-se necessário maximizar os coeficientes de sensibilidade, uma vez que foram replicados experimentos para diferentes posições do termopar. A maximização deu-se pela coleta de temperatura próxima ao fluxo de calor com a aplicação de calor em um pequeno período de tempo.

Garnier, Delaunay e Beck (1994) estimaram simultaneamente a condutividade térmica e a capacidade de calor volumétrica de uma amostra de epóxi. Nesse trabalho faz-se a medição do fluxo de calor e da temperatura em ambas as superfícies da amostra, aspecto que o diferencia de outros trabalhos feitos até então. O aparato experimental é constituído de um aquecedor entre duas amostras de epóxi que estavam em contato direto com placas de alumínio sendo possível então manter a condição de temperatura constante. Os autores mostraram resultados das propriedades obtidos numericamente, além de gráficos para os coeficientes de sensibilidade, isto para diferentes configurações experimentais. Os autores concluíram que a configuração do experimento pode ser melhor definida a partir da correta aplicação e análise dos coeficientes de sensibilidade.

Dowding *et al.* (1995) estimaram as propriedades térmicas de uma amostra de carbono-carbono, utilizando um método desenvolvido por eles para um modelo bidimensional. Por conta

da dificuldade de posicionamento dos sensores de temperatura e da dificuldade de visualização dos componentes de aquecimento, a montagem era simétrica e tinha bom alinhamento do aquecedor de mica em relação aos termopares. De acordo com os autores, quando se soma ponto a ponto os coeficientes de sensibilidade de k e ρc_p normalizados e esta soma for igual ao gradiente de temperatura, considerando as condições de contorno de fluxo prescrito e isolamento, atingem-se as condições ideais de estimação das propriedades, ou seja, o experimento foi realizado em sua melhor configuração possível. Foram apresentados os resultados numéricos estimados para a condutividade térmica, k , e para a capacidade de calor volumétrica, ρc_p . Houve a variação da temperatura da amostra de 65 a 400 °C, além do controle da atmosfera do forno utilizado.

Dowding, Beck e Blackwell (1996) propuseram um método experimental para a determinação da condutividade térmica e da capacidade de calor volumétrica de materiais compósitos, ambas em função da temperatura. As estimações foram realizadas por meio da minimização de uma função-objetivo com as temperaturas analítica e experimental. Para efeito de comparação, os autores utilizaram um modelo unidimensional e outro bidimensional. Os autores apresentaram os gráficos das distribuições de temperaturas, das propriedades em função de temperatura e dos resíduos entre as temperaturas analítica e experimental. Os desvios entre os modelos não ultrapassaram 7%, concluíram, então, que há precisão na técnica experimental apresentada.

Em Lima e Silva, Duarte e Guimarães (1998), foi apresentada uma nova técnica experimental para a obtenção da difusividade térmica e da condutividade térmica de materiais não-metálicos. Os autores utilizaram apenas um sensor de temperatura na superfície de fluxo e estimaram as propriedades por meio da minimização de funções-objetivo, usando o método de estimação de parâmetros com dados de fluxo de calor e temperatura. Os valores estimados para as propriedades térmicas são apresentados, assim como os gráficos das distribuições de temperatura e dos coeficientes de sensibilidade. Os resultados ofereceram desvios máximos de em torno de 2% quando comparados aos obtidos pelo método da Placa Quente Protegida. Dessa forma, os autores concluíram que a técnica apresentada possui boa precisão e eficácia.

No trabalho de Haji-Sheikh *et al.* (1998) determinou-se as propriedades térmicas usando métodos periódicos a partir de análises de sensibilidade no domínio da frequência. Esta análise mostrou que somente a fase pode ser usada para fornecer a informação necessária para obtenção de α e k . Para um sinal de entrada de fluxo de calor em uma superfície, a difusividade térmica é obtida somente se a temperatura apresentar uma resposta periódica em outra posição da

amostra. Para obtenção da condutividade térmica foram usados valores médios de temperatura e fluxo de calor. Os autores apresentaram os valores estimados obtidos de α e k , sendo realizado o procedimento em duas amostras diferentes, uma de material isolante e outra de material condutor. Uma dificuldade em utilizar tal técnica reside que, em materiais metálicos (alta condutividade térmica) com pequenas espessuras, torna-se necessário o uso de valores altos de fluxo de calor para provocar um gradiente de temperatura suficientemente grande na amostra. Outra desvantagem, que acaba por ser de grande importância para o atual trabalho, reside na geração do fluxo de calor periódico, fazendo-se necessária uma fonte geradora de sinais, o que encarece a bancada experimental.

No trabalho de Dowding, Blackwell e Cochran (1999), foi mostrada a importância da análise dos coeficientes de sensibilidade em uma estimação de parâmetros. Foi demonstrada como o bom uso desse estudo pode ajudar em decisões relacionadas à montagem do experimento. Um código computacional de elementos finitos para um modelo térmico bidimensional foi utilizado para a obtenção dos coeficientes de sensibilidade para várias configurações de um mesmo material isolante. Por fim, conclui-se que os coeficientes de sensibilidade forneceram informações extremamente importantes para a idealização do aparato experimental e que devem ser empregadas em procedimentos de estimação de propriedades térmicas.

Blackwell, Dowding e Cochran (1999) apresentaram a implementação de coeficientes de sensibilidade de 12 parâmetros de análises térmicas para diferentes condições de contorno. O Método de Elementos Finitos (MEF) foi empregado na discretização do domínio para a análise numérica, havendo a comparação dos resultados numéricos com os obtidos analiticamente. A contribuição desse trabalho se dá por conta da formulação e da obtenção das expressões algébricas dos coeficientes de sensibilidade de vários parâmetros importantes na área de transferência de calor.

Uma técnica óptica baseada no espectro eletromagnético foi apresentada em Aviles-Ramos *et al.* (2001). Os autores utilizaram tal técnica para a determinação de propriedades térmicas k e ρc_p . Neste caso, um experimento virtual transiente foi construído, usando-se sinais periódicos. As soluções analíticas para a temperatura foram encontradas para um modelo bidimensional no domínio do tempo e no domínio espectral, com as propriedades k e ρc_p anisotrópicas. No domínio espectral, o ângulo de fase, depende das posições relativas dos sensores de temperatura e também das propriedades térmicas. As propriedades foram encontradas a partir da minimização de uma função objetivo de mínimos quadrados de fase que

é definida pela diferença ao quadrado entre a fase experimental e a fase calculada pelo modelo. A técnica para o cálculo do ângulo de fase apresentada é analítica, quando isto não é possível, soluções numéricas são necessárias para a solução da temperatura e ângulo de fase. O caráter simulado dos resultados, além da necessidade de geração de fluxo de calor periódico, tornam a montagem experimental complicada e cara.

Em Lima e Silva, Ong e Guimarães (2003) foi apresentada uma técnica para a estimação simultânea das propriedades térmicas difusividade térmica e capacidade de calor volumétrico de materiais poliméricos. Utilizou-se a equação de difusão do calor unidimensional e considerou-se as propriedades térmicas como constantes. A técnica consiste na utilização de temperaturas experimentais e analíticas de uma única superfície da amostra. Uma função objetivo para o ângulo de fase da resposta no domínio da frequência foi utilizada para estimar a difusividade térmica, enquanto que para a condutividade térmica, usa-se uma função objetivo de mínimos quadrados de temperatura no domínio do tempo. A temperatura experimental é medida por meio de um termopar colocado na superfície de fluxo e a temperatura calculada é obtida por meio do uso de Funções de Green. Os autores apresentaram a distribuição do fluxo de calor e da temperatura na superfície de fluxo em função do tempo. Mostraram também tabelas com os valores numéricos obtidos para cada uma das propriedades estudadas. Complementa-se ainda os resultados com uma análise de incertezas, que considera a utilização de um modelo unidimensional, a resistência de contato, etc. Por meio de uma comparação com valores obtidos por técnicas já consolidadas, como por exemplo, o método Flash e o método da Placa Quente Protegida, verifica-se a validade e confiança dos resultados da técnica apresentada no trabalho.

Borges, Lima e Silva e Guimarães (2006) expuseram um método para se obter de forma simultânea e independente α e k de materiais condutores e não condutores. Os autores apresentaram uma técnica baseada na difusão tridimensional do calor e que oferece uma vantagem devido ao fato de obter as propriedades simultaneamente, porém, de forma independente, visto que se aplicam duas funções objetivos, uma no domínio da frequência e outra no domínio do tempo. As funções foram obtidas através do cálculo da fase da função resposta em frequência de um sistema dinâmico e a outra com base nas temperaturas conhecidas. As propriedades foram obtidas utilizando-se dados experimentais e numéricos. Os valores das propriedades térmicas estimados são apresentados, além dos gráficos das distribuições de temperatura e dos coeficientes de sensibilidade em função do tempo e da frequência.

Adjali e Laurent (2007) apresentaram um novo método para estimar condutividade térmica em problemas não-lineares. Um balanço de energia foi realizado no volume de controle estudado, sendo que tal balanço contém a entalpia do volume de controle, logo, a técnica pode ser usada até mesmo em mudanças de fase. O Método das Diferenças Finitas e a minimização de uma função objetivo com as temperaturas numérica e analítica foram utilizadas para a obtenção da propriedade térmica. A análise do coeficiente de sensibilidade foi feita para se saber qual dos valores estimados seria o mais confiável. Os autores expuseram os valores da condutividade térmica obtidos para certas faixas de temperatura, concluindo que o novo método possui confiabilidade e rapidez, contribuindo para a determinação da melhor configuração de um futuro aparato experimental.

Um novo método de estimação de propriedades térmicas dependentes da temperatura foi apresentado em Cui, Gao e Zhang (2012). As propriedades térmicas são estimadas simultaneamente por meio da comparação dos resultados do problema direto e do problema inverso de condução de calor transiente. Foi utilizado um modelo térmico unidimensional com as condições de contorno de Dirichlet (temperatura prescrita) e de Neumann (fluxo de calor prescrita). O problema direto é solucionado pela aplicação do Método de Diferenças Finitas (MDF), enquanto o problema inverso foi estimado por meio da minimização de uma função objetivo que é alimentada pelos resultados do problema direto. Os autores concluíram que a técnica apresentada possui eficácia quando comparada aos métodos tradicionais de estimação de propriedades térmicas, tendo melhores resultados em materiais adiabáticos e submetidos a altas temperaturas.

As propriedades térmicas de materiais compósitos foram estudadas no trabalho de Toppi e Mazzarella (2013). Por meio de ensaios experimentais, os autores buscaram correlações entre propriedades térmicas (condutividade térmica e capacidade de calor volumétrica) e outras propriedades do material, como densidade e temperatura. Os autores utilizaram o método da fonte plana transiente (TPS) para obter simultaneamente as duas propriedades térmicas. Os resultados das correlações entre as propriedades são apresentados de três formas: em tabelas com valores, na forma gráfica e na forma de funções matemáticas. A principal conclusão dos autores foi voltada para a possibilidade de fazer uso das correlações para a escolha do material a ser empregado em certa situação, observando assim, várias características físicas numa única análise.

Em Czélab, Woodbury e Grófb (2014), foi proposta uma nova técnica para a estimação simultânea da capacidade de calor volumétrica e da condutividade térmica de um material

sólido de forma cilíndrica, ambas em função da temperatura. A técnica consiste na solução do problema inverso de condução de calor (IHCP) através do uso de redes neurais artificiais com a utilização da distribuição de temperaturas obtidas da Equação do Calor. Os autores apresentaram os resultados das estimações para várias configurações de simulação neural e, posteriormente, uma análise de acurácia foi realizada. Além dos resultados numéricos, gráficos das propriedades em função da temperatura são expostos. Os autores concluíram, pois, que a utilização de redes neurais artificiais é uma poderosa ferramenta a ser utilizada na área de estimação de propriedades térmicas, pois trata-se de um método não-iterativo. Contudo, apesar do ganho em relação ao tempo de simulação, os recursos computacionais necessários são grandes.

A estimação em função da temperatura da condutividade térmica e da capacidade calor volumétrica de um aquecedor elétrico foi realizada em Tutcuoglu, Majidi e Shan (2016). Os autores utilizaram o Método das Diferenças Finitas (MDF) para a solução não-linear e unidimensional da Equação do Calor para a obtenção dos dados numéricos, sendo que ensaios experimentais também foram feitos. As estimações deram-se com três condições de contorno diferentes: Dirichlet, Neumann e Robin. As distribuições de temperaturas para diferentes valores de resistência elétrica foram mostradas, além dos valores das propriedades térmicas em função da temperatura nessas mesmas condições.

No trabalho de Konôpková *et al.* (2016) foi determinada a condutividade térmica de amostras de ferro em sedimentos minerais no intuito de se fazer previsões sobre formações geológicas. Em relação ao estudo térmico, os autores utilizaram o método Flash e a lei de Wiedemann–Franz–Lorenz. Por meio da comparação e dados experimentais e numéricos, a condutividade térmica foi obtida em função da temperatura e da pressão e os resultados foram expostos graficamente. Os autores também realizaram uma análise de incertezas tanto para o procedimento experimental tanto para as simulações numéricas. Concluíram que os resultados obtidos são consistentes e se encontram dentro da faixa de condutividades esperadas para o material férrico analisado, sendo essa uma complementação à datação de carbono.

Zgraja e Cieslak (2017) fizeram a estimação da difusividade térmica e da capacidade de calor volumétrico de metais pelo método Flash utilizando calor por indução eletromagnética. Os autores reproduziram simulações numéricas e experimentos para validação da técnica empregada. Os resultados obtidos para vários metais são apresentados, bem como uma análise de incertezas das estimações foi feita, onde erros inferiores a 5% foram encontrados. O estudo concluiu, então, que a técnica apresentada pode ser considerada um incremento ao método Flash

já conhecido, podendo ser utilizada com precisão no estudo de propriedades térmicas de materiais metálicos.

Jarušková e Kučerová (2017) mostraram um estudo que visava a utilização de regressão linear na determinação da melhor configuração experimental para a obtenção de propriedades térmicas em quatro modelos térmicos bidimensionais distintos. Os autores obtiveram os resultados analíticos das distribuições de temperaturas dos modelos térmicos, sendo que comparações entre os modelos se dão por meio do uso do método de Monte Carlo. Os gráficos para as condutividades térmicas em função da posição do termopar são apresentados, bem como os valores numéricos dessa propriedade. Concluíram que o uso do método de Monte Carlo deve ser visto com cautela para problemas não-lineares, isso porque o método, que é linear, pode não fornecer uma análise estatística verdadeiramente condizente.

Um estudo de possíveis imperfeições nos modelos térmicos usados na estimação simultânea de parâmetros foi realizado por Beck, Mishra e Dolan (2017). Dois modelos térmicos unidimensionais com imposição de fluxo de calor constante na face de aquecimento foram utilizados, um com condição de contorno de isolamento na face oposta à imposição do fluxo de calor e outro com convecção também na face oposta. Buscou-se observar como se comportava o resíduo entre as temperaturas medidas e as temperaturas obtidas pelos modelos teóricos, tentando relacioná-lo a causas específicas. Dessa análise notou-se certos padrões, ou seja, assinaturas de cada imperfeição. Concluiu-se então que podia-se saber qual a imperfeição que afetava os resultados por meio da análise dos resíduos e dos valores obtidos nas estimações. Entre as principais imperfeições registradas, cita-se o imperfeito isolamento térmico e o mau posicionamento dos sensores de temperatura.

McMasters, de Monte e Beck (2017) estudaram a possibilidade de utilização de diferentes configurações de um mesmo experimento para estimar propriedades térmicas. Muitas vezes, quando se busca estimar mais de uma propriedade térmica, necessita-se de mais de um experimento. Dessa necessidade, os autores propuseram estimar as propriedades térmicas utilizando um único experimento, mas com mudanças em seus parâmetros (experimentos complementares). É considerada a difusão do calor unidimensional, em geometrias planas e cilíndricas. As propriedades térmicas são obtidas por meio da minimização do quadrado da diferença entre as distribuições de temperaturas experimental e analítica. A análise dos coeficientes de sensibilidade foi também realizada para a obtenção das regiões mais confiáveis para a estimação. Estimou-se as propriedades condutividade térmica e capacidade de calor volumétrica utilizando várias configurações diferentes. Os autores apresentaram um critério

matemático que tem a função de diferenciar essas configurações, sendo a melhor aquela que atinge o maior valor da variável de critério. Foram mostrados gráficos das distribuições de temperatura nas amostras, bem como os gráficos do comportamento dos coeficientes de sensibilidade. Concluíram que é possível estimar propriedades térmicas a partir de experimentos complementares e apresentaram resultados utilizando somente um aparato experimental. Dessa forma, o artigo mostrou-se útil na análise e planejamento de experimentos para a estimação de propriedades térmicas.

CAPÍTULO 3 - MÉTODOS

3.1 Introdução

Neste capítulo serão apresentadas as equações matemáticas utilizadas para o desenvolvimento do estudo proposto. Estudo esse que visa a estimação simultânea do calor específico e da condutividade térmica de amostras metálicas.

Primeiramente, mostra-se o modelo térmico unidimensional utilizado, onde um aquecedor resistivo e um material isolante enquadram uma amostra de metal. Neste modelo térmico, faz-se também a consideração da influência do contato imperfeito entre o aquecedor resistivo e a amostra metálica. Tal imperfeição é modelada como uma resistência de contato, que acaba dificultando a passagem do fluxo de calor do aquecedor para a amostra.

A análise dos coeficientes de sensibilidades em relação aos parâmetros estimados é realizada de maneira a obter informações para que se tenha uma boa montagem experimental. Informações essas como: intensidade de fluxo de calor, tempo de experimento, tempo de aquisição de dados, etc.

As propriedades, que são consideradas constantes, são obtidas por meio da minimização do quadrado da diferença das temperaturas experimental e numérica para a coordenada da face oposta àquela onde o fluxo de calor é imposto, ou seja, minimiza-se a função objetivo definida como o quadrado da diferença entre as temperaturas obtidas de maneira experimental e numérica. Aplicou-se a técnica de otimização BFGS (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno) para essa etapa.

Para garantir a qualidade da estimativa dos parâmetros e do procedimento experimental, o fluxo de calor foi estimado utilizando o Método da Função Especificada (SFSM) clássico.

3.2 Modelo Térmico

O modelo térmico utilizado trata-se de um modelo de condução de calor unidimensional. Uma amostra metálica é posicionada entre um isolante térmico e um aquecedor resistivo, como mostra a Figura 3.1. A montagem é não-simétrica, um fluxo de calor uniforme é imposto na face de aquecimento e a resposta de temperatura na face isolada é usada na estimativa das propriedades térmicas.

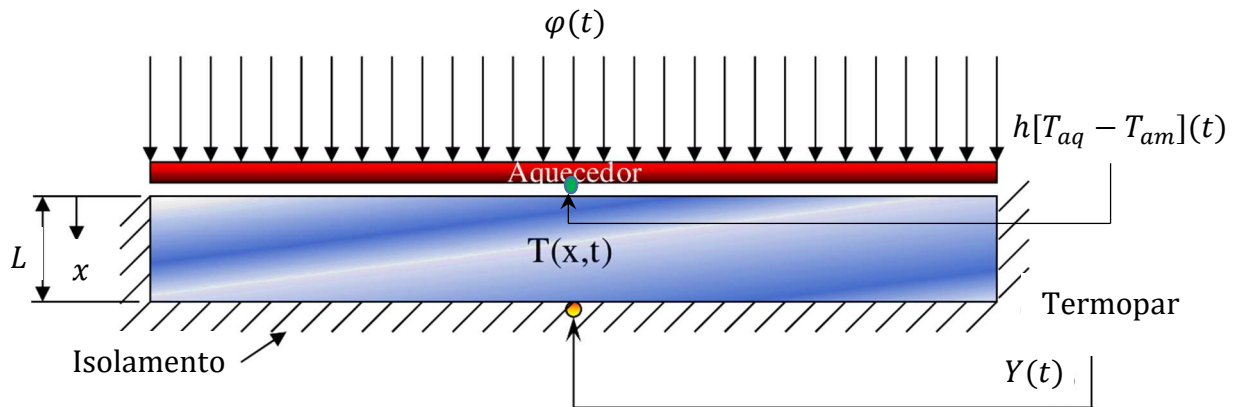


Figura 3.1 – Modelo térmico unidimensional (vista em corte).

Serão agora apresentadas as equações matemáticas utilizadas para a solução do modelo térmico e para o desenvolvimento do estudo proposto. Primeiramente, mostra-se a Equação Unidimensional da Difusão do Calor, usada para determinar a distribuição de temperaturas necessárias para a estimação das propriedades térmicas. De acordo com Özışik (1985) a equação diferencial unidimensional, em regime transiente e em coordenadas cartesianas da equação de Difusão do Calor pode ser calculada através de um balanço de energia, como:

$$\dot{E}_c + \dot{E}_g = \dot{E}_a \quad (3.1)$$

onde o termo \dot{E}_c é a taxa de calor que o volume de controle ganha por condução, a parcela \dot{E}_g é a taxa de energia gerada no interior do volume de controle e \dot{E}_a é a taxa de energia interna armazenada no volume de controle.

Considera-se um volume de controle de espessura Δx e de seção transversal A . Sendo φ o fluxo de calor incidente na superfície A na direção x . Então a quantidade de energia que passa através dessa superfície por condução pode ser escrita como:

$$[A\varphi]_x \quad (3.2)$$

Da mesma forma, a quantidade de energia que passa através dessa superfície por condução na posição $x + \Delta x$ é:

$$[A\varphi]_{x+\Delta x} \quad (3.3)$$

Logo, a taxa líquida de calor que o volume de controle ganha por condução é a diferença entre as duas quantidades anteriores:

$$\dot{E}_c = [A\varphi]_x - [A\varphi]_{x+\Delta x} \quad (3.4)$$

Tendo o volume de controle um volume igual a $A \Delta x$, a energia gerada internamente por ele é calculada por:

$$\dot{E}_g = A \Delta x g \quad (3.5)$$

onde o termo g é a energia gerada internamente por unidade de volume.

A taxa de energia interna armazenada no volume de controle devida à mudança de temperatura é dada por:

$$\dot{E}_a = A \Delta x \rho c_p \frac{\partial T(x, t)}{\partial t} \quad (3.6)$$

Substituindo as Eqs. (3.4), (3.5) e (3.6) na Eq. (3.1) e reordenando os termos, tem-se:

$$-\frac{1}{A} \frac{[A\varphi]_{x+\Delta x} - [A\varphi]_x}{\Delta x} + g = \rho c_p \frac{\partial T(x, t)}{\partial t} \quad (3.7)$$

Tomando o limite da Eq. (3.7) com $\Delta x \rightarrow 0$, obtém-se:

$$-\frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} (A\varphi) + g = \rho c_p \frac{\partial T(x, t)}{\partial t} \quad (3.8)$$

A taxa de transferência de calor por condução é dada pela Lei de Fourier, mostrada a seguir:

$$\varphi = -k \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \quad (3.9)$$

Logo, introduzindo a Lei de Fourier na Eq. (3.8) e considerando que a área não varie em função da coordenada x , tem-se, em coordenadas cartesianas, a Equação da Condução de Calor unidimensional e transiente:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \right) + g = \rho c_p \frac{\partial T(x, t)}{\partial t} \quad (3.10)$$

Segundo Tillmann *et al.* (2008), pode-se considerar as propriedades térmicas constantes dentro de um intervalo de temperatura. Neste trabalho a variação de temperatura foi limitada a 3 °C, valor inferior a 5 °C que foi o limite apontado pela referência citada. Portanto, como a variação de temperatura foi abaixo do limite, as propriedades térmicas foram consideradas constantes. Adicionando o fato de que não houve geração interna de energia, a Eq. (3.10), pode ser reescrita como:

$$k \frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2} = \rho c_p \frac{\partial T(x, t)}{\partial t} \quad (3.11)$$

As variáveis que aparecem nas equações são agora identificadas:

x	coordenada cartesiana, [m]
φ	fluxo de calor por condução na direção x , [W/m ²]
g	taxa de geração de energia por unidade de volume, [W/m ³]
k	condutividade térmica do material, [W/(m K)]
ρ	densidade do material, [kg/m ³]
c_p	calor específico do material, [J/(kg °C)]
t	tempo, [s]

Apresenta-se agora as condições de contorno aplicadas à Eq. (3.11). A condição de contorno mostrada a seguir remete-se à aplicação de um fluxo de calor uniforme em $x = 0$, considerando-se a resistência de contato entre aquecedor resistivo e amostra metálica.

$$-k \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} = \varphi(t) - h[T_{aq} - T_{am}](t) \quad (3.12)$$

Onde φ é o fluxo de calor uniforme aplicado por meio do aquecedor resistivo; T_{aq} é a temperatura do aquecedor resistivo na face de contato; e T_{am} é a temperatura da amostra metálica na face de contato. Já a condutância térmica de contato entre aquecedor resistivo e amostra metálica, h , tem duas contribuições: da condutância térmica de constricção, h_c , devido aos pontos de contato, e da condutância térmica intersticial, h_i , devido à presença de ar:

$$h = h_c + h_i \quad (3.13)$$

Para o cálculo de h_c utilizou-se a correlação de Cooper-Mikic-Yovanovich (CMY), que se aplica a materiais isotrópicos (ALVARENGA, 2016). A correlação de CMY associa h_c às rugosidades e à carga de compressão na interface de contato:

$$h_c = 1,25 k_{contato} \frac{m_{rug}}{\sigma_{rug}} \left(\frac{p}{H_c} \right)^{0,95} \quad (3.14)$$

onde H_c é a dureza do material mais tenaz, no caso o kapton do aquecedor resistivo; p é a pressão imposta na interface de contato entre aquecedor e amostra; $k_{contato}$ é a condutividade térmica equivalente das superfícies em contato, que é função da condutividade térmica do aquecedor, k_{aq} , e da condutividade térmica da amostra metálica, k_{am} , e pode ser calculada pela Eq. (3.15):

$$k_{contato} = \frac{2k_{aq}k_{am}}{k_{aq} + k_{am}} \quad (3.15)$$

Além disso, σ_{rug} e m_{rug} são, respectivamente, a rugosidade média e a inclinação média da interface de contato, que são representadas na Figura 3.2. São calculadas pela raiz do valor quadrático médio (RMS) de tais valores para as superfícies do aquecedor e do metal, como mostrado nas Eqs. (3.16) e (3.17):

$$\sigma_{rug} = \sqrt{\sigma_{aq,rug}^2 + \sigma_{am,rug}^2} \quad (3.16)$$

$$m_{rug} = \sqrt{m_{aq,rug}^2 + m_{am,rug}^2} \quad (3.17)$$

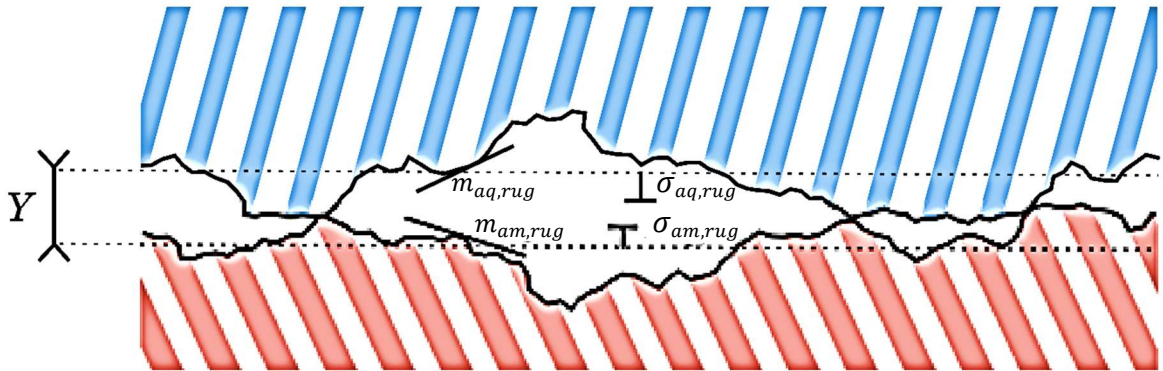


Figura 3.2 – Esquema detalhando a interface da resistência térmica de contato (vista em corte).

A pressão relativa p/H_c pode ser obtida diretamente pela especificação de H_c , uma vez que p é de fácil mensuração ou, como realizado neste trabalho, pela correlação de Vickers, mostrada na Eq. (3.18):

$$\frac{p}{H_c} = \left(\frac{p}{c_1 \left(1,62 \frac{\sigma_{rug}}{m_{rug} \sigma_0} \right)^{c_2}} \right)^{\frac{1}{(1+0,071c_2)}} \quad (3.18)$$

onde σ_0 é igual a $1 \mu\text{m}$; já os coeficientes c_1 e c_2 são obtidos por meios das correlações apresentadas pelas Eqs. (3.19) e (3.20):

$$\frac{c_1}{H_0} = 4,0 - 5,77 \frac{H_B}{H_0} + 4,0 \left(\frac{H_B}{H_0} \right)^2 - 0,61 \left(\frac{H_B}{H_0} \right)^3 \quad (3.19)$$

$$c_2 = -0,37 + 0,042 \frac{H_B}{c_1} \quad (3.20)$$

H_B trata-se da dureza Brinell do material da amostra metálica; enquanto H_0 equivale a 3,178 GPa.

A condutância térmica intersticial, h_i , que é devida ao ar presente entre as superfícies do aquecedor e do metal, por sua vez, é calculada por meio da correlação apresentada abaixo:

$$h_i = \frac{k_{fi}}{\Upsilon + M_g} \quad (3.21)$$

aqui, k_{fi} é a condutividade do fluido intersticial, nesse caso, ar. Υ é a espessura média de separação entre as duas superfícies. M_g é o parâmetro do gás e é calculado da seguinte forma:

$$M_g = \beta \Lambda \quad (3.22)$$

onde:

$$\Lambda = \frac{c_B T_i}{\sqrt{2} \pi D^2 p_g} \quad (3.23)$$

$$T_i = \frac{T_{aq} + T_{am}}{2} \quad (3.24)$$

nas relações acima, β é um parâmetro do gás intersticial (igual a 1,7 para o ar []); c_B é a constante de Boltzmann; D é o diâmetro médio das partículas do gás; p_g é a pressão do gás (no caso, igual à atmosférica); T_i é a temperatura do interstício preenchido pelo gás.

A condição de contorno mostrada na Eq. (3.25) trata-se da condição de isolamento térmico em $x = L$.

$$\frac{\partial T(x, t)}{\partial x} = 0 \quad (3.25)$$

A condição inicial do modelo térmico é a seguinte:

$$T(x, t) = T_0 \quad (3.26)$$

3.3 Distribuição de Temperatura do Modelo Térmico

Como já apresentado, a Eq. (3.11) é a equação governante do problema de condução de calor para o modelo térmico unidimensional, homogêneo, isotrópico e sem geração de energia. Portanto, para obter-se o gradiente de temperatura é necessária a solução dessa equação empregando as condições de contorno e a condição inicial também já mostradas.

Utilizou-se o Método dos Elementos Finitos (MEF) por meio do software comercial COMSOL para solucionar a Eq. (3.11). O problema de condução de calor tratado neste trabalho possui solução analítica, contudo optou-se pela utilização do COMSOL, pois ele já conta com a implementação de toda a metodologia usada para o cálculo da resistência de contato. Além disso, um futuro objetivo para a continuação deste trabalho é empregar esta metodologia em problemas não lineares e também em um modelo tridimensional. O LabTC dispõe de uma ferramenta do COMSOL chamada LiveLink, que faz a conexão entre o COMSOL e o MATLAB. Dessa forma, o uso em conjunto dos dois programas para a estimação simultânea das propriedades térmicas deu-se de forma rápida e fluida.

Apresenta-se agora o equacionamento matemático para o Método dos Elementos Finitos (MEF). O MEF é um método numérico eficaz que ganhou notoriedade pela sua capacidade de modelar casos que possuem geometrias e condições de contorno complexas, nos quais as soluções analíticas são impossíveis ou de difícil obtenção. Basicamente, o MEF realiza uma discretização do meio contínuo em um número finito de partes, ou seja, divide o meio estudado em diversos elementos individuais, tornando cada elemento um meio estudado separadamente. Então, as equações de cada elemento são resolvidas, de maneira aproximada, havendo depois a

compilação dos resultados para obtenção da resposta para o meio contínuo originalmente estudado. Dessa maneira, a solução do sistema completo é uma junção das soluções de cada elemento.

Primeiramente, reescreve-se a Eq. (3.11) da seguinte forma:

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0 \quad (3.27)$$

onde α é a difusividade térmica dada pela Eq. (3.28) e $T = T(x, t)$ é a temperatura da amostra no ponto x e no instante de tempo t .

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p} \quad (3.28)$$

A implementação do MEF, inicia-se pela discretização no espaço da equação da Difusão do Calor, sendo resolvida utilizando o método de Galerkin. Toma-se n funções de forma $N_i = N_i(x)$, com $i = 1, \dots, n$. Obtém-se então as seguintes n equações para o domínio Ω :

$$\int_{\Omega} \left(\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right) N_i d\Omega = 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.29)$$

Rearranjando:

$$\frac{1}{\alpha} \int_{\Omega} \frac{\partial T}{\partial t} N_i d\Omega - \int_{\Omega} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} N_i d\Omega = 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.30)$$

A segunda integral deve ser aberta pela aplicação da regra da derivada do produto. Logo:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T}{\partial x} N_i \right) = \frac{\partial T}{\partial x} \frac{dN_i}{dx} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} N_i \Rightarrow \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} N_i = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T}{\partial x} N_i \right) - \frac{\partial T}{\partial x} \frac{dN_i}{dx} \quad (3.31)$$

Substituindo na integral, tem-se:

$$\frac{1}{\alpha} \int_{\Omega} \frac{\partial T}{\partial t} N_i d\Omega - \int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T}{\partial x} N_i \right) d\Omega + \int_{\Omega} \frac{\partial T}{\partial x} \frac{dN_i}{dx} d\Omega = 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.32)$$

Por tratar-se de um modelo 1D, o domínio é restrito a $\Omega = [0; L]$ e $d\Omega = dx$. Dessa forma, chega-se a:

$$\frac{1}{\alpha} \int_0^L \frac{\partial T}{\partial t} N_i dx + \int_0^L \frac{\partial T}{\partial x} \frac{dN_i}{dx} dx = \int_0^L \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T}{\partial x} N_i \right) dx, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.33)$$

Aplicando-se o Teorema da Divergência à integral do segundo membro da Eq. (3.33), resulta-se em:

$$\frac{1}{\alpha} \int_0^L \frac{\partial T}{\partial t} N_i dx + \int_0^L \frac{\partial T}{\partial x} \frac{dN_i}{dx} dx = \left[\frac{\partial T}{\partial x} N_i \right]_{x=0}^{x=L}, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.34)$$

O domínio é, então, discretizado em elementos finitos com subdomínios definidos por n nós de coordenadas x_i , com $i = 1, \dots, n$. Pelo MEF, a função T deve ser agora aproximada por uma combinação linear das funções de forma N_i , como segue:

$$T = \sum_{j=1}^n T_j N_j \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial x} = \sum_{j=1}^n T_j \frac{dN_j}{dx} \quad (3.35)$$

Para os valores nodais $\dot{T}_i = \dot{T}_i(t) = \partial T(x_i, t) / \partial t$, tem-se:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \dot{T} = \sum_{j=1}^n \dot{T}_j N_j \quad (3.36)$$

Substituindo na Eq. (3.34), fica:

$$\sum_{j=1}^n \left(\dot{T}_j \frac{1}{\alpha} \int_0^L N_i N_j dx \right) + \sum_{j=1}^n \left(T_j \int_0^L \frac{dN_i}{dx} \frac{dN_j}{dx} dx \right) = \left[\frac{\partial T}{\partial x} N_i \right]_{x=0}^{x=L}, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.37)$$

Matricialmente, pode-se reescrever a Eq. (3.37) como:

$$\mathbf{C} \dot{\mathbf{T}} + \mathbf{K} \mathbf{T} = \mathbf{f} \quad (3.38)$$

onde:

$$\dot{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} \dot{T}_1 \\ \dot{T}_2 \\ \vdots \\ \dot{T}_n \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \vdots \\ T_n \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

A matriz \mathbf{C} é a matriz de capacidade térmica e a matriz \mathbf{K} é a matriz de condutividade térmica. Eis suas definições:

$$C_{ij} = \frac{1}{\alpha} \int_0^L N_i N_j dx \quad (3.41)$$

$$K_{ij} = \int_0^L \frac{dN_i}{dx} \frac{dN_j}{dx} dx \quad (3.42)$$

O termo da direita, \mathbf{f} , que é chamado vetor de fluxo de calor, é definido por:

$$f_i = \left[\frac{\partial T}{\partial x} N_i \right]_{x=0}^{x=L} \quad (3.43)$$

No COMSOL, é selecionado o módulo de transferência de calor em sólidos para resolver o problema de transferência de calor em regime transiente. Por padrão, o sistema de equações mostrado na Eq. (3.38) é resolvido pelo COMSOL utilizando o método BDF (*Backward Differentiation Formula*). O BDF, que é um método implícito para integração numérica de equações diferenciais, faz aproximações das derivadas no tempo com uma tolerância de 0,01. É um método multipasso linear de alta precisão, pois, para uma dada função e tempo, aproxima a derivada da função usando informações anteriormente calculadas.

3.4 Coeficientes de Sensibilidade dos Parâmetros Estimados

Por meio da análise dos coeficientes de sensibilidade pode-se obter as melhores condições experimentais para a realização da estimação dos parâmetros estudados. Como por exemplo, a intensidade do fluxo de calor imposto, a posição do termopar, a duração do experimento, intervalo de aquisição de dados, entre outros aspectos foram adotados após tal análise.

De maneira geral, busca-se coeficientes de grande amplitude, pois isso indica que naquela região específica a temperatura mostra-se sensível ao parâmetro estudado. Todavia, não se pode apenas focar na amplitude dos coeficientes de sensibilidade, uma vez que o trabalho traz uma estimação simultânea, a diferença entre os coeficientes de sensibilidade das propriedades estimadas não pode apresentar grande defasagem. Isso porque tal fato pode acarretar dificuldades de minimização da função objetivo quando a estimativa estiver sendo feita.

O coeficiente de sensibilidade é definido como sendo a derivada parcial de primeira ordem da temperatura em relação ao parâmetro que se deseja analisar (k e c_p) multiplicada pelo parâmetro analisado, sendo escrito na forma apresentada nas Eqs. (3.44) e (3.45).

$$X_{k_i} = k \frac{\partial T_i}{\partial k} \quad (3.44)$$

$$X_{c_{p_i}} = c_p \frac{\partial T_i}{\partial c_p} \quad (3.45)$$

onde T é a temperatura calculada numericamente e i o contador para o número de pontos.

Para a determinação dos coeficientes de sensibilidade fez-se uso de suas derivadas numéricas, conforme mostrado nas Eqs. (3.46) e (3.47).

$$X_{k_i} = k \frac{T_i(k) - T_i(k + \Delta k)}{\Delta k} \quad (3.46)$$

$$X_{c_{p_i}} = c_p \frac{T_i(c_p) - T_i(c_p + \Delta c_p)}{\Delta c_p} \quad (3.47)$$

onde $\Delta k = 10^{-5}k$ e $\Delta c_p = 10^{-5}c_p$.

3.5 Estimativa Simultânea das Propriedades Térmicas

As propriedades térmicas são obtidas por meio da minimização de uma função objetivo que relaciona as temperaturas experimental e numérica em $x = L$. Portanto, a função objetivo é aqui definida como o quadrado do resíduo entre as temperaturas citadas, sendo equacionada como apresentada na Eq. (3.48).

$$F = \sum_{i=1}^m (Y_i - T_i)^2 \quad (3.48)$$

onde m é o número total de pontos aquisitados, Y é a temperatura experimental e T é a temperatura numérica.

Sabe-se que o valor que minimiza a função objetivo é o valor ótimo da propriedade que se deseja estimar, k e c_p . Para obter este valor pode-se utilizar técnicas de otimização, sendo que neste trabalho é utilizada a técnica sequencial de otimização irrestrita Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS).

A técnica BFGS trata-se um método de busca indireta ou de descida, pois, é um método de minimização iterativo e, portanto, começa a partir de uma solução (tentativa) inicial e avança em direção ao ponto mínimo de uma forma sequencial (RAO, 2009).

As vantagens deste método são a rápida velocidade de convergência e a facilidade para se trabalhar com inúmeras variáveis de projeto. Em contrapartida, por necessitar do cálculo de derivadas parciais de primeira ordem, apresenta a desvantagem de ser necessário conhecer o gradiente da função objetivo. De maneira contrária, a minimização requer o uso de uma aproximação do gradiente usando o Método de Diferenças Finitas (MDF), ou, até mesmo, a minimização se mostra impossível, caso o gradiente não se mostre definido em todo o domínio estudado.

O método BFGS pode ser descrito pela sequência de passos a seguir.

1. Define-se o ponto inicial, \mathbf{X}_1 , e a estimativa inicial do inverso da matriz Hessiana de F , $[B_1]$. Geralmente, $[B_1]$ é tomada como sendo uma matriz identidade $[I]$. Pode-se então determinar o vetor gradiente $\nabla F_1 = \nabla F(\mathbf{X}_1)$ e fazer a primeira iteração ($i = 1$).

2. Com o gradiente da função objetivo, ∇F_i , no ponto X_i , obtém-se a direção de busca \mathbf{S}_i .

$$\mathbf{S}_i = -[B_i] \nabla F_i \quad (3.50)$$

3. Busca-se agora o passo de busca ótimo na direção \mathbf{S}_i , λ_i^* , e calcula-se o próximo ponto.

$$\mathbf{X}_{i+1} = X_i + \lambda_i^* \mathbf{S}_i \quad (3.51)$$

4. Testa-se se o ponto \mathbf{X}_{i+1} é ótimo, ou seja, verifica-se se $|\nabla F_{i+1}| \leq \varepsilon$, onde ε é o erro tolerável, no caso adotou-se $\varepsilon = 10^{-10}$. Em caso positivo, $\mathbf{X}^* \approx \mathbf{X}_{i+1}$ e o processo é parado. Caso contrário, a etapa seguinte é realizada.

5. A matriz Hessiana é atualizada como a seguir.

$$[B_{i+1}] = [B_i] + \left(1 + \frac{\mathbf{g}_i^T [B_i] \mathbf{g}_i}{\mathbf{d}_i^T \mathbf{g}_i} \right) \frac{\mathbf{d}_i \mathbf{d}_i^T}{\mathbf{d}_i^T \mathbf{g}_i} - \frac{\mathbf{d}_i \mathbf{g}_i^T [B_i]}{\mathbf{d}_i^T \mathbf{g}_i} - \frac{[B_i] \mathbf{g}_i \mathbf{d}_i^T}{\mathbf{d}_i^T \mathbf{g}_i} \quad (3.52)$$

Onde

$$\mathbf{d}_i = \mathbf{X}_{i+1} - \mathbf{X}_i = \lambda_i^* \mathbf{S}_i \quad (3.53)$$

$$\mathbf{g}_i = \nabla F_{i+1} - \nabla F_i = \nabla F(\mathbf{X}_{i+1}) - \nabla F(\mathbf{X}_i) \quad (3.54)$$

6. Faz-se $i = i + 1$ e inicia-se uma nova iteração a partir do passo 2.

Utilizou-se um código computacional desenvolvido em MATLAB para a implementação da técnica BFGS. O programa COMSOL possui uma ferramenta chamada LiveLink que faz a conexão com o MATLAB, logo os dados de temperatura numérica são levados diretamente para a rotina da estimação simultânea das propriedades térmicas. Na Tab. 3.1 encontram-se os valores utilizados no método BFGS.

Tabela 3.1 – Parâmetros utilizados no método BFGS.

<i>Parâmetro</i>	<i>Carboneto de Tungstênio</i>	<i>Aço Inoxidável AISI 304</i>
Valor inicial para k	45 W/mK	20 W/mK
Limite superior para k	150 W/mK	50 W/mK
Limite inferior para k	15 W/mK	5 W/mK
Valor inicial para c_p	300 J/kgK	400 J/kgK
Limite superior para c_p	1000 J/kgK	1000 J/kgK
Limite inferior para c_p	50 J/kgK	100 J/kgK

3.6 Estimativa do Fluxo de Calor pelo Método da Função Especificada Clássico

Afim de validar os resultados obtidos, estimou-se o fluxo de calor imposto na amostra metálica usando as propriedades térmicas estimadas. A estimação do fluxo de calor é feita por meio de problemas de condução de calor (*IHCP – Inverse Heat Conduction Problems*), que, em suma, trata-se da criação de modelos matemáticos nos quais é possível representar com

exatidão a física do problema térmico sem a necessidade de gastar tempo e dinheiro com procedimentos experimentais, como salientado em Carvalho *et al.* (2006).

Para resolver tal problema inverso, é necessária a minimização de uma nova função objetivo de mínimos quadrados envolvendo a diferença entre as temperaturas medidas experimentalmente, Y_m , e as temperaturas calculadas teoricamente (numéricas), T_m , para cada instante de tempo m . Sendo r o número de tempos futuros, a função objetivo pode ser escrita como mostrado na Eq. (3.55).

$$F_{\varphi} = \sum_{i=1}^r (Y_{m+i-1} - T_{m+i-1})^2 \quad (3.55)$$

A regularização nos dados de saída é assegurada por conta da utilização de informações de temperaturas de r passos de tempo futuros em relação ao valor do fluxo de calor no instante de tempo m . Um maior número de tempos futuros, r , fornece ao método uma melhor estabilidade. Contudo, pode-se haver uma super regularização da curva de fluxo de calor caso tempos futuros em excesso sejam empregados. Portanto, deve-se ter atenção aos ruídos oriundos dos dados experimentais ao escolher o número de tempos futuros. Assim, garante-se que a curva do fluxo de calor estimado mantenha as características da curva do fluxo real (SILVA, 2018).

Vários métodos podem ser empregados na solução de um problema inverso de condução de calor. Como por exemplo: o Método da Função Especificada (SFSM) clássico (BECK, BLACKWELL e CLAIR, 1985), cujas temperaturas estimadas são calculadas através de uma aproximação do Teorema de Duhamel; o Método da Função Especificada iterativo (WOODBURY, 2003), no qual as temperaturas estimadas são calculadas através de uma aproximação em séries de Taylor e o valor do fluxo de calor é corrigido iterativamente em um mesmo intervalo de tempo; o método da Seção Áurea com Regularização de Viagem no Tempo (*Time Traveling Regularization* – TTR) que pode ser verificado em Silva, Magalhães e Lima e Silva (2018).

Neste trabalho optou-se pelo Método da Função Especificada (SFSM) clássico por tratar-se de um método eficaz para problemas inversos lineares, possuindo programação mais simples e menor custo computacional quando comparado aos métodos iterativos não-lineares. A técnica consiste em procurar por um valor de fluxo de calor que minimiza uma função

objetivo, que é definida pelo quadrado da diferença da temperatura experimental e numérica para cada intervalo de tempo. Para estimar o fluxo de calor, novamente foi usada uma rotina no programa MATLAB em conjunto com o software COMSOL.

Segundo Ramos *et al.* (2019) esse método segue os seguintes passos básicos.

No SFMS clássico, adota-se uma forma funcional constante para o fluxo de calor, φ , logo, a partir do tempo t_m , os valores de fluxo de calor serão considerados constantes até o tempo t_{m+r-1} . Na Equação (3.56) mostra-se tal condição.

$$\varphi_m = \varphi_{m+1} = \dots = \varphi_{m+r-1} \quad (3.56)$$

Na Equação (3.57) apresenta-se a generalização da aproximação numérica do teorema de Duhamel para o cálculo da temperatura de determinada coordenada.

$$T_{m+i-1} = T_m + \varphi_m \sum_{i=1}^r \Psi_{m+i-1} \quad (3.57)$$

onde T_m e φ_m são, respectivamente, as temperaturas e os fluxos de calor de tempos anteriores; enquanto Ψ_i contém os coeficientes de sensibilidade do fluxo de calor, que são definidos pela Eq. (3.58).

$$\Psi_i = \frac{\partial T_i}{\partial \varphi_i} \quad (3.58)$$

Desse modo a estimativa do fluxo de calor pode ser calculada diretamente em cada intervalo de tempo m através da Eq. (3.59).

$$\varphi_m = \frac{\sum_{i=1}^r (Y_{m+i-1} - T_{m+i-1}) \Psi_i}{\sum_{i=1}^r \Psi_i^2} \quad (3.59)$$

Novamente, implementou-se o método no MATLAB e de maneira a facilitar tal implementação, convém reestruturar a Eq. (3.59) da seguinte forma.

$$\varphi_m = \sum_{i=1}^r K_i (Y_{m+i-1} - T_{m+i-1}) \quad (3.60)$$

sendo K_i o coeficiente de ganho, calculado por

$$K_i = \frac{\psi_i}{\sum_{i=1}^r \psi_i^2} \quad (3.61)$$

CAPÍTULO 4 – PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Detalha-se neste capítulo toda a montagem experimental utilizada para a obtenção das temperaturas experimentais das amostras de Carboneto de Tungstênio e de Aço Inoxidável AISI 304 no Laboratório de Transferência de Calor (LabTC) da Universidade Federal de Itajubá.

A bancada experimental empregada, cujo esquema é mostrado na Figura 4.1, tem como elementos principais: microcomputador, onde se faz o controle dos parâmetros da aquisição de dados; aquisição de dados, que faz a coleta dos sinais de temperatura vindos do termopar alocado na face inferior da amostra; fonte de alimentação digital, que é responsável pelo fornecimento da potência constante ao aquecedor resistivo; multímetro, no qual a corrente elétrica fornecida ao aquecedor resistivo é verificada; termopar tipo T, que conduz até à aquisição de dados os sinais para a leitura de temperatura; aquecedor resistivo, transforma energia elétrica em energia térmica, fornecendo o fluxo de calor à amostra; isolamento térmico, que isola todas as superfícies da amostra com exceção àquela onde se impõe o fluxo de calor; e amostra metálica, onde aplica-se o fluxo de calor na face superior e mede-se o gradiente de temperatura na face inferior.

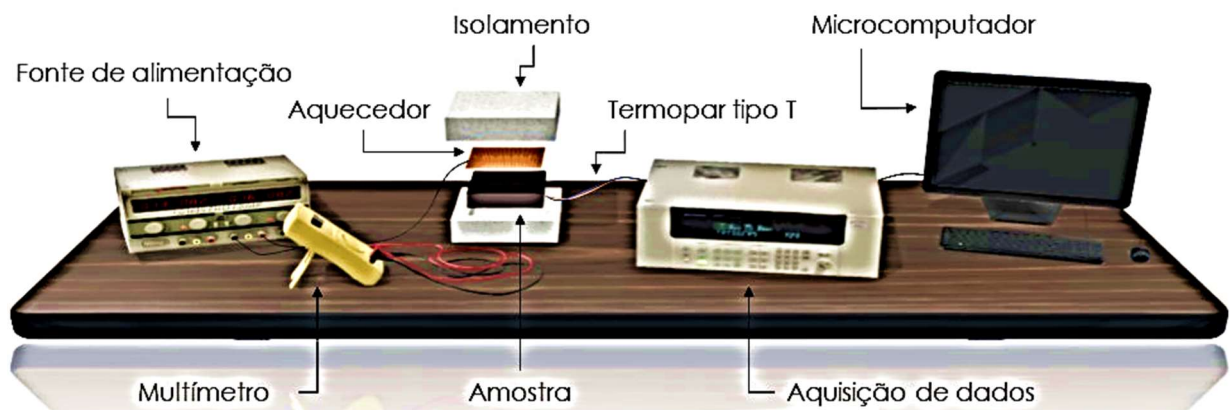


Figura 4.1 – Esquema da bancada utilizada para determinar as propriedades térmicas de metais.

Os aquecedores resistivos de kapton têm por característica possibilitar a aplicação de fluxos de calor uniformes de alta intensidade, além de possuírem um pequeno tempo de resposta devido à sua pequena espessura. Portanto, para ambos os metais estudados, utilizou-se um aquecedor deste tipo, que é mostrado na Figura 4.2 que possui uma resistência elétrica de 13,8 Ω e as seguintes dimensões: 48,00 mm x 48,00 mm x 0,20 mm.



Figura 4.2 – Aquecedor resistivo utilizado para a imposição do fluxo de calor.

Ambas as placas metálicas usadas possuem os mesmos aspectos geométricos: comprimento (y) e largura (z) de dimensões iguais com uma espessura (x) menor, como mostrado na Figura 4.3. A amostra de aço inoxidável AISI 304 possui as seguintes dimensões: 10,10 x 49,9 x 49,90 mm; já a amostra de carboneto de tungstênio tem as seguintes dimensões: 10,05 x 49,95 x 49,50 mm. Afim de melhorar a unidimensionalidade do fluxo de calor imposto à amostra, adotou-se uma relação de cerca de 1:5 da dimensão de interesse em relação às outras. Mesmo havendo neste trabalho a consideração da resistência de contato, ambas as amostras foram retificadas buscando uma menor rugosidade na superfície de contato, reduzindo a presença de interstícios de ar.

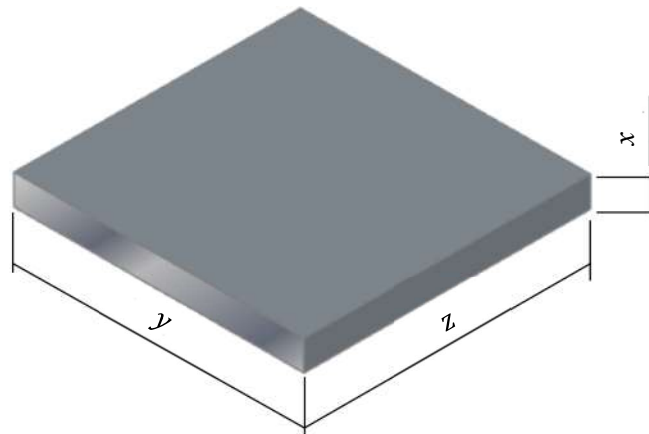


Figura 4.3 – Vista tridimensional com a indicação das cotas das amostras metálicas.

Na Figura 4.4, encontra-se a foto da fonte de alimentação digital Instrutemp ST305D-II que foi utilizada para fornecer a energia elétrica necessária ao aquecedor resistivo de kapton. Um multímetro Minipa ET-2042C, que é mostrado na Figura 4.5, é conectado à fonte de alimentação para medir a corrente elétrica fornecida ao aquecedor, sendo tal dado necessário para o cálculo do fluxo de calor. O fluxo de calor imposto foi obtido por meio de cálculo envolvendo a resistência elétrica e a área do aquecedor, bem como a corrente elétrica aplicada.



Figura 4.4 – Fonte de alimentação digital Instrutemp ST305D-II.



Figura 4.5 – Multímetro Minipa ET-2042C.

Poliestireno Expandido (isopor) foi usado como isolante térmico com o objetivo de ajudar a manter a condição de contorno de isolamento das faces da amostra, bem como ajudar na condição de calor unidirecional e minimizar a perda de energia por convecção. Conforme Santos (2008), esse material apresenta excelente desempenho térmico, proporcionado principalmente pela baixa condutividade térmica. Sua condutividade térmica segundo Fenilli (2008) é de 0,028 W/mK. O uso deste material traz como vantagens também o baixo custo e a grande facilidade de obtenção e de compra.

De maneira a melhor acomodar a amostra metálica e a evitar possíveis espaços entre ela e o isolamento térmico, fez-se o uso de lã de vidro, pois esse material é de fácil modelamento, permitindo o preenchimento de possíveis vazios. Além disso, esse material possui baixa condutividade térmica (0,030 W/mK) e alta resistência à temperatura, características importantes para seu uso na montagem experimental (SILVA, 2012).

Para a leitura dos dados de temperatura, soldou-se um termopar do tipo T (cobre-constantan) na superfície oposta ao aquecimento da amostra. Para a soldagem do termopar usou-se uma descarga capacitiva controlada por Arduino, que pode ser vista na Figura 4.6. Esse equipamento é capaz de promover a solda de termopares em superfícies metálicas. O dispositivo de soldagem para termopares promove a fusão entre dois componentes metálicos através de uma descarga elétrica no ponto exato de união entre os dois materiais (ANSELMO, 2016). As temperaturas foram coletadas por uma aquisição de dados Agilent 34980A, controlada pelo microcomputador e apresentada na Figura 4.7.

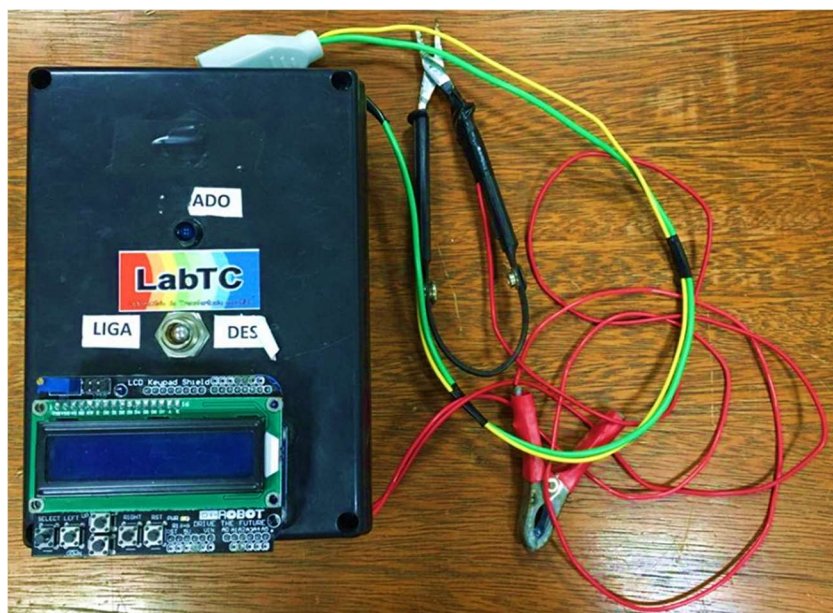


Figura 4.6 – Descarga capacitiva utilizada na soldagem do termopar.



Figura 4.7 – Aquisição de dados Agilent 34980A.

A posição do termopar para a obtenção da temperatura experimental, além de levar em consideração a análise dos coeficientes de sensibilidade, teve por objetivo também reduzir a influência da convecção na montagem experimental. Optando-se pela face oposta àquela onde o fluxo de calor foi aplicado, evita-se uma maior resistência de contato entre aquecedor e amostra, uma vez que não há a presença de um termopar entre eles, diminuindo-se assim os interstícios de ar nessa região.

Nas Figuras 4.8 e 4.9 apresentam-se a montagem do conjunto aquecedor-amostra-isolamento. Os experimentos foram realizados sob uma temperatura ambiente de 24 °C, controlada por meio de um ar-condicionado.



Figura 4.8 – Componentes da montagem experimental.

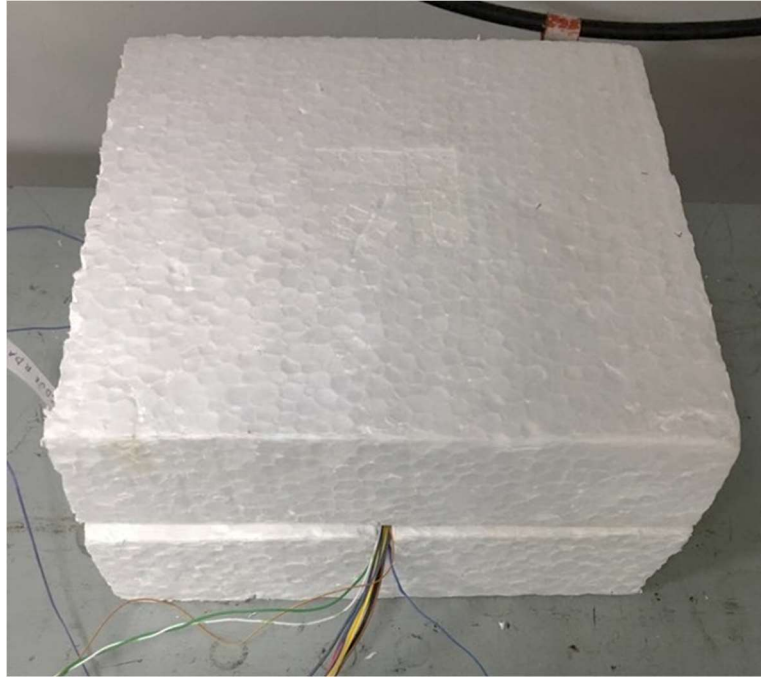


Figura 4.9 – Montagem experimental finalizada.

Para a determinação da resistência de contato, foi-se necessário medir as rugosidades das superfícies tanto do aquecedor resistivo quanto das amostras metálicas. Os dados dessas rugosidades foram obtidos por meio do uso de um rugosímetro digital Mitutoyo SJ-210, como mostrado na Figura 4.10.

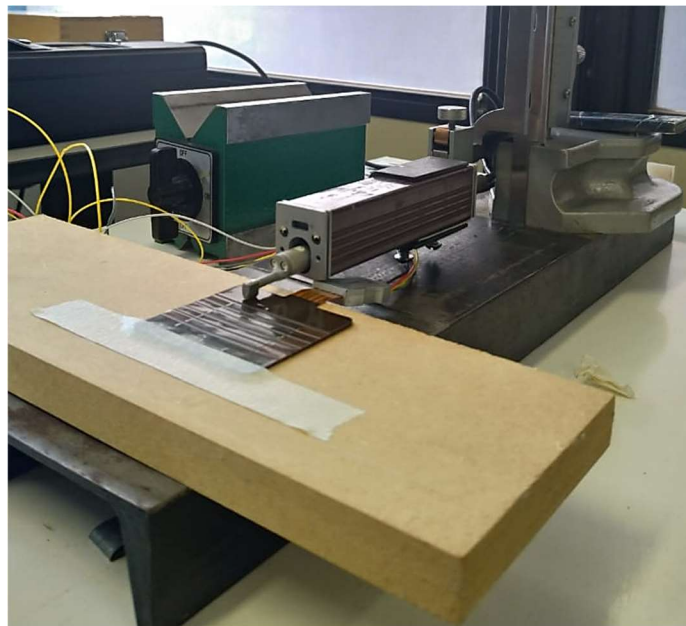


Figura 4.10 – Rugosímetro digital Mitutoyo SJ-210 medindo a rugosidade.

CAPÍTULO 5 – ANÁLISE DOS RESULTADOS

É apresentada neste capítulo a análise dos resultados obtidos para as amostras de carboneto de tungstênio e de aço inoxidável AISI 304. Faz-se também aqui uma análise estatística sobre o impacto nos resultados de se considerar a resistência de contato.

O carboneto de tungstênio é um material amplamente empregado na produção de insertos de corte. Nos processos de usinagem, como o torneamento, tem-se que praticamente toda a energia mecânica envolvida no corte se transforma em energia térmica, ou seja, se converte em calor. Estima-se que cerca de 10% do calor gerado no processo de torneamento seja conduzido pela ferramenta de corte. À primeira vista, tal percentual pode não parecer de grande significância, contudo, não raramente, este calor pode levar a ferramenta de corte a atingir temperaturas de até 1200 °C (DINIZ, MARCONDES, e COPPINI, 2013). Além de desgastes, que acarretam menor vida útil dos insertos de metal duro, o calor faz com que haja a dilatação da ferramenta de corte, logo, torna-se difícil a obtenção de tolerâncias finas e de altas qualidades superficiais. Portanto, o conhecimento das propriedades térmicas do carboneto de tungstênio é de fundamental importância para que se consiga obter ferramentas de corte mais eficientes, e, por conseguinte, processos de usinagem mais produtivos (RAMOS *et al.*, 2019).

O aço inoxidável AISI 304 é o tipo de aço inoxidável austenítico mais comumente utilizado em projetos quando se busca um material a ser submetido a ambientes corrosivos. Possui excelentes propriedades mecânicas além da ótima resistência à corrosão, sendo soldável e moldável. Sua aplicação abrange diversas áreas da indústria, como utensílios de cozinha, hospitais, indústrias farmacêuticas, químicas e petroquímicas (ABINOX, 2017).

5.1 Carboneto de Tungstênio

De maneira a minimizar possíveis erros experimentais, foram realizados 20 experimentos para estimação simultânea da condutividade térmica e do calor específico do carboneto de tungstênio. Tais experimentos foram realizados na mesma bancada experimental, sem qualquer tipo de alteração, afim de garantir a repetibilidade dos resultados colhidos.

Como já citado, os parâmetros utilizados nos experimentos foram definidos por meio da análise dos coeficientes de sensibilidades. Assim então ficou definido o experimento: duração de 10 s com a incidência de um fluxo de calor de intensidade 14.650 W/m², com aquisições feitas no intervalo de tempo de 0,1 s para a obtenção de um alto número de dados de

temperatura. O elevado fluxo de calor deve-se ao fato da alta condutividade térmica do material, já que o coeficiente de sensibilidade dessa propriedade depende do fluxo de calor imposto, como será visto melhor a seguir.

Beck e Arnold (1977) trouxeram a importância de se realizar uma robusta análise dos coeficientes de sensibilidade afim de se encontrar os parâmetros experimentais ótimos para a estimação simultânea das propriedades. Nessa análise, procura-se pela região que apresenta inclinação (derivada) não nula e boa magnitude. Entretanto, por se tratar de uma estimação simultânea, a razão entre as magnitudes dos coeficientes de sensibilidade não pode ser excessiva, o que pode comprometer o resultado da estimação. As propriedades do trabalho de Grzesik, Nieslony e Bartoszu (2009) foram utilizadas para o cálculo dos coeficientes de sensibilidade neste trabalho, sendo $k = 34,5 \text{ W/mK}$ e $c_p = 200 \text{ J/kgK}$. A densidade medida foi de 14.310 kg/m^3 .

Inicia-se então pela apresentação dos coeficientes de sensibilidade para a condutividade térmica, X_k , e para o calor específico, X_{c_p} , na face oposta ao aquecimento ($x = L$). Observando a Figura 5.1, assim como em Carollo, Lima e Silva e Lima e Silva (2012), nota-se a necessidade do descarte dos primeiros dados devido à inércia térmica do aquecedor resistivo. Neste trabalho, então, os 2 primeiros segundos de experimento foram descartados na realização da estimação simultânea. Multiplicou-se X_k por 5 de maneira a facilitar sua visualização frente a X_{c_p} , uma vez que o primeiro possui uma magnitude menor.

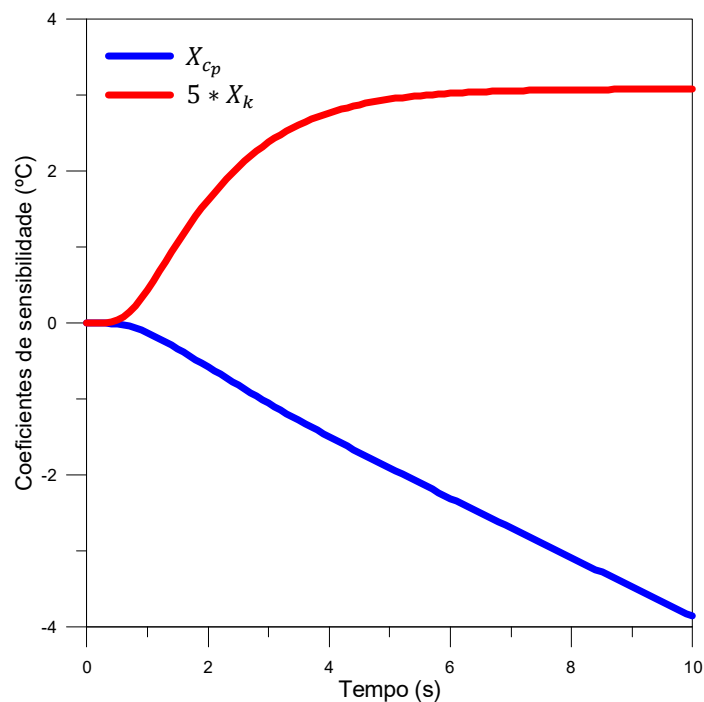


Figura 5.1 – Coeficientes de Sensibilidade para a amostra de Carboneto de Tungstênio.

A magnitude do coeficiente de sensibilidade do calor específico, X_{c_p} , mostra-se proporcional à magnitude da variação de temperatura, sendo seu comportamento simétrico ao da temperatura em relação ao eixo das abcissas. Portanto, ele aumenta continuamente durante todo o experimento, uma vez que o fluxo de calor imposto é constante, causando uma variação uniforme e positiva da temperatura. Em relação a X_k , o coeficiente de sensibilidade da condutividade térmica responde rapidamente à grande intensidade do fluxo de calor e chega em sua magnitude máxima aos 6 segundos e a mantém durante o resto do experimento. Em suma, a magnitude de X_{c_p} aumenta proporcionalmente conforme a imposição do fluxo de calor e segue o comportamento da variação de temperatura e a magnitude de X_k aumenta proporcionalmente de acordo com a variação do fluxo de calor imposto. Portanto, todo o experimento mostra-se apto para a estimação simultânea das propriedades, havendo apenas o descarte dos 2 primeiros segundos, como já citado. Isso porque tem-se boas sensibilidades para ambas as propriedades, a razão entre elas mostrou-se coerente e razoável, além de se mostrarem linearmente independentes, logo, não há risco de haver a estimativa correta de somente uma propriedade.

Tentou-se também a obtenção de temperaturas na face de aquecimento da amostra metálica, mas devido à presença do termopar, não há uma boa acomodação do aquecedor resistivo, havendo assim a presença de ar, o que impacta fortemente os resultados obtidos nessa configuração. Essa dificuldade também foi constatada por Carollo (2010), onde procurou-se obter experimentalmente maiores coeficientes de sensibilidade seguindo o estudo de Taktak, Beck e Scott (1993), que concluíram que pontos mais próximos à superfície de incidência do fluxo de calor possuem maiores coeficientes de sensibilidade

Na Figura 5.2 são apresentadas as temperaturas experimental e numérica na coordenada $x = L$ da amostra de Carboneto de Tungstênio. A temperatura numérica foi calculada por meio do software COMSOL, utilizando como base os valores das propriedades térmicas estimadas em um dos 20 experimentos realizados. Pode-se concluir que as temperaturas experimental e numérica tiveram ótima concordância, uma vez que suas curvas possuem comportamento e valores muito próximos. O resíduo entre elas é obtido subtraindo a temperatura numérica da temperatura experimental. Na Figura 5.3 nota-se a baixa magnitude do resíduo, atingindo valores não superiores a 0,03 °C e demonstrando novamente a proximidade das temperaturas.

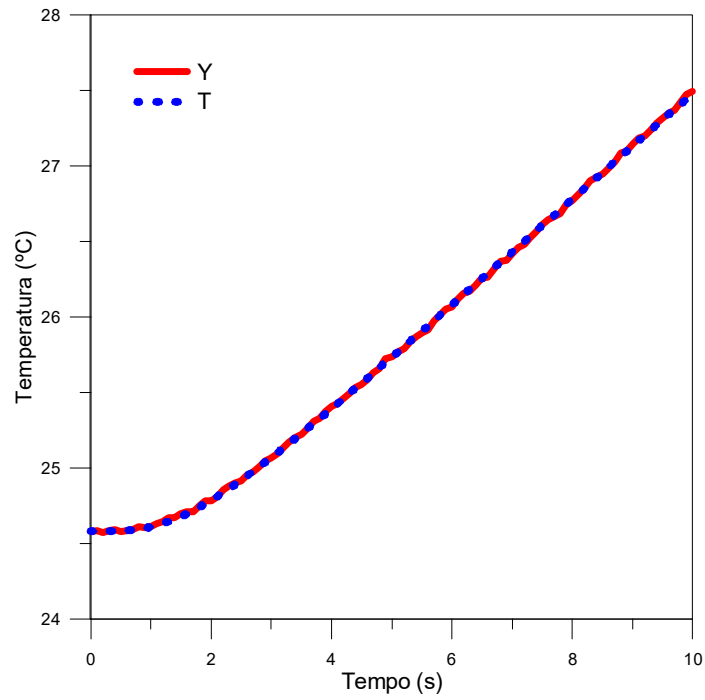


Figura 5.2 – Temperaturas numérica (T) e experimental (Y) para a amostra de Carboneto de Tungstênio.

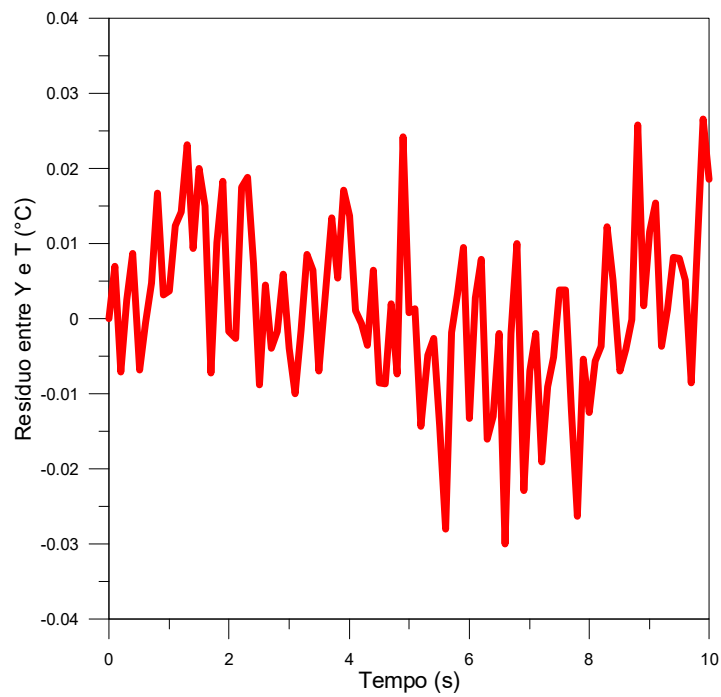


Figura 5.3 – Resíduo entre as temperaturas experimental e numérica para a amostra de Carboneto de Tungstênio.

Na Tabela 5.1 são apresentados os resultados obtidos para a condutividade térmica e para o calor específico do Carboneto de Tungstênio. Há também a exposição do desvio padrão das estimativas e a diferença percentual em relação à literatura.

Tabela 5.1 – Resultados obtidos para o Carboneto de Tungstênio.

<i>Propriedade</i>	<i>Média</i>	<i>Desvio Padrão</i>	<i>Humphry-Baker et al. (2017)</i>	<i>Diferença (%)</i>
c_p (J/kg K)	253,57	0,39	230	9,30
k (W/m K)	40,89	0,97	48	14,58

Comparando-se os resultados obtidos com aqueles obtidos na literatura especializada, observa-se que os mesmos possuem valores satisfatórios, mas com certa discrepância. Contudo, apresentam baixos valores de desvio padrão, garantindo a confiabilidade e repetibilidade da técnica. A diferença observada nessa comparação dá-se sobretudo devido à composição química do material, que se trata de um material compósito. A família dos metais duros é caracterizada por terem entre 70 e 100% de Carboneto de Tungstênio, havendo a possibilidade do acréscimo de Cobalto, Cromo e Titânio. Além da composição química, a granulometria, ou seja, o tamanho dos grãos dos metais do compósito, impacta severamente as propriedades térmicas do material, uma vez que o material é moído, misturado, prensado e sinterizado (WANG, WEBB e BITLER, 2014). Portanto, esses são os fatores que acabam por contribuir para essa disparidade.

Observa-se aqui também que os valores estimados para o calor específico possuem um menor desvio padrão em relação aos valores estimados para a condutividade térmica. Deve-se lembrar que o coeficiente de sensibilidade para o calor específico mostrou-se mais significativo que o da condutividade térmica, fato que explica o porquê dessa situação.

Além da análise do desvio padrão e da comparação com a literatura, os resultados foram validados por meio da estimação do fluxo de calor imposto na amostra. Na Figura 5.4 percebe-se que o fluxo estimado chega muito próximo ao fluxo experimental, tendo uma média de 13933,23 W/m², ou seja, 95,04 % do experimental, que foi de 14650 W/m². Dessa forma, mostra-se mais uma vez a precisão e confiabilidade dos resultados obtidos neste trabalho.

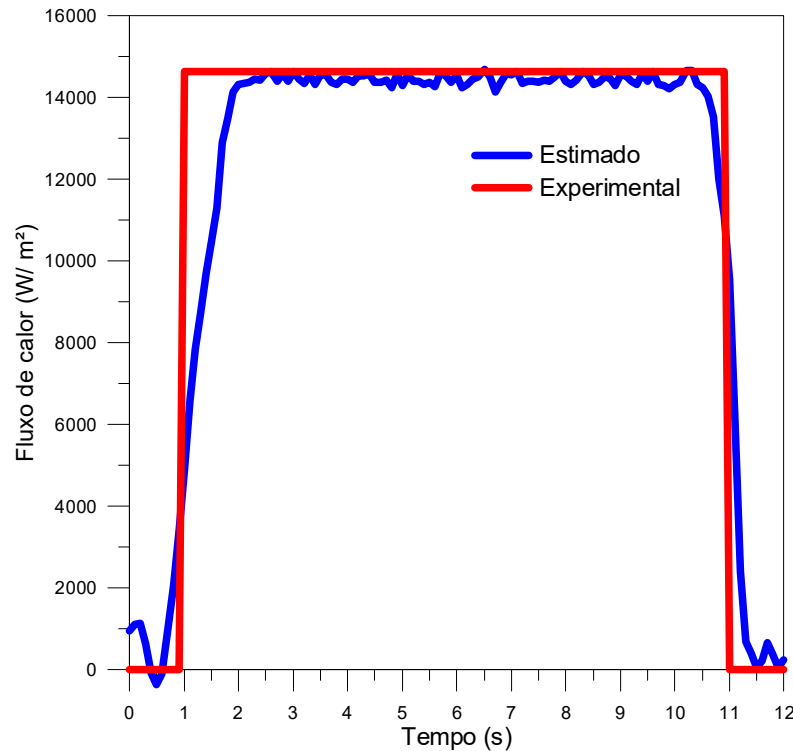


Figura 5.4 – Comparação entre os fluxos estimado e experimental para a amostra de Carboneto de Tungstênio.

5.2 Aço Inoxidável AISI 304

Parte-se nesta seção para a apresentação e análise dos resultados obtidos para as propriedades térmicas para o Aço Inoxidável AISI 304. Para esse material o experimento durou 60 segundos, sendo adquiridos 600 pontos, uma vez que o incremento de tempo usado na leitura das temperaturas foi novamente de 0,1 segundo. O fluxo de calor, por sua vez, teve intensidade de 2450 W/m^2 sendo imposto durante todo o experimento.

O procedimento realizado para a determinação das propriedades do Aço Inoxidável AISI 304 foi exatamente o mesmo que aquele usado para o Carboneto de Tungstênio. Inicia-se novamente então pela análise dos coeficientes de sensibilidade.

Na Figura 5.5 apresenta-se os coeficientes de sensibilidade para o Aço Inoxidável AISI 304. Os valores de referência das propriedades utilizados nas análises foram retirados de Carollo (2016), sendo $k = 15,49 \text{ W/mK}$ e $c_p = 541,72 \text{ J/kgK}$. A densidade do material foi medida como sendo de 8030 kg/m^3 . Assim como feito para o Carboneto de Tungstênio, percebe-se que existe sensibilidade para ambas as propriedades, logo, a estimação simultânea para o Aço Inoxidável AISI 304 é possível de ser realizada.

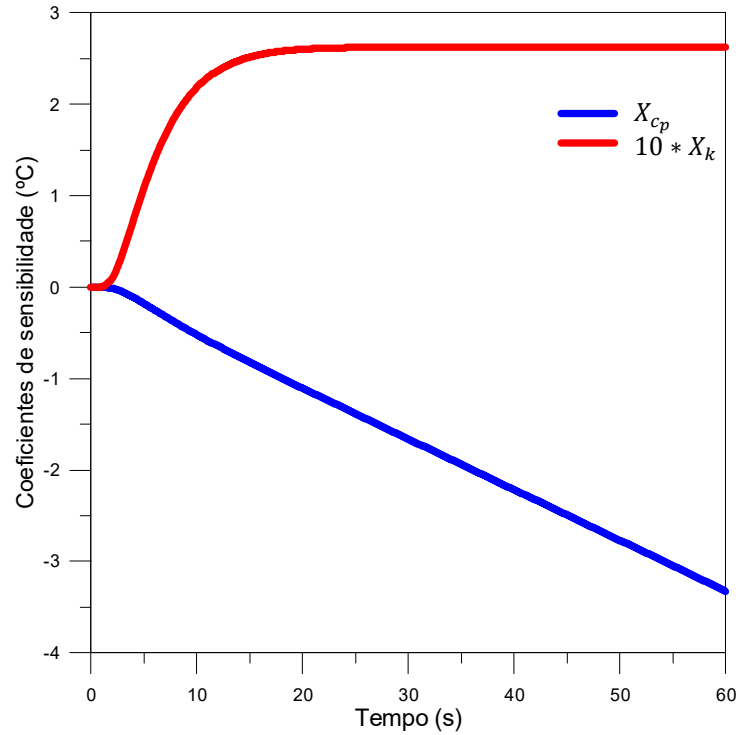


Figura 5.5 – Coeficientes de Sensibilidade para a amostra de Aço Inoxidável AISI 304.

Na Figura 5.6 mostra-se a comparação entre as temperaturas experimental e numérica. Novamente observa-se que as curvas de temperatura apresentam boa concordância, como visto na Figura 5.7, onde são apresentados os resíduos de temperatura. Nota-se que a diferença máxima entre as temperaturas não supera 0,04 °C.

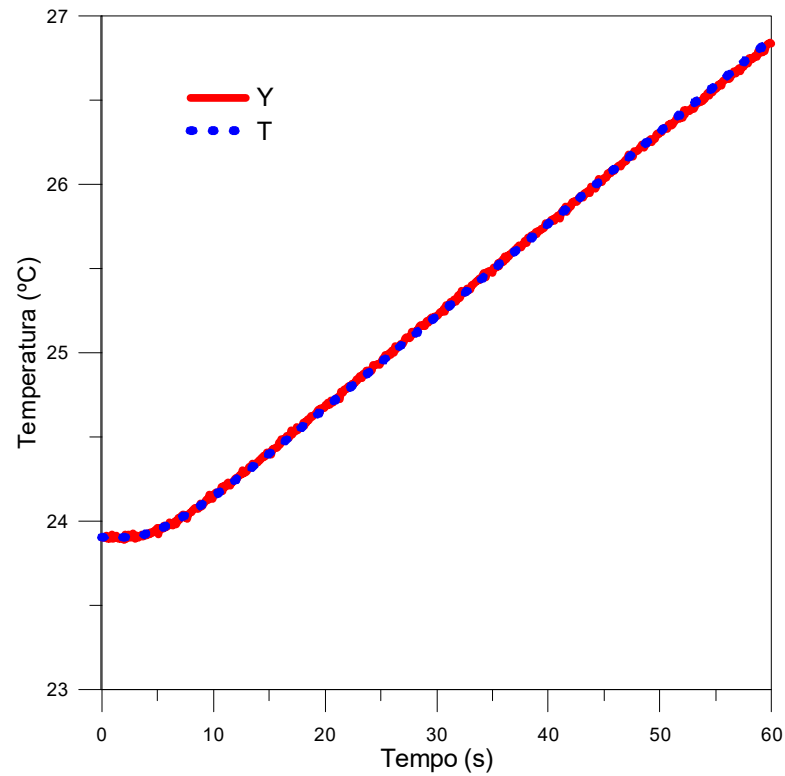


Figura 5.6 – Temperaturas numérica (T) e experimental (Y) para a amostra de Aço Inoxidável AISI 304.

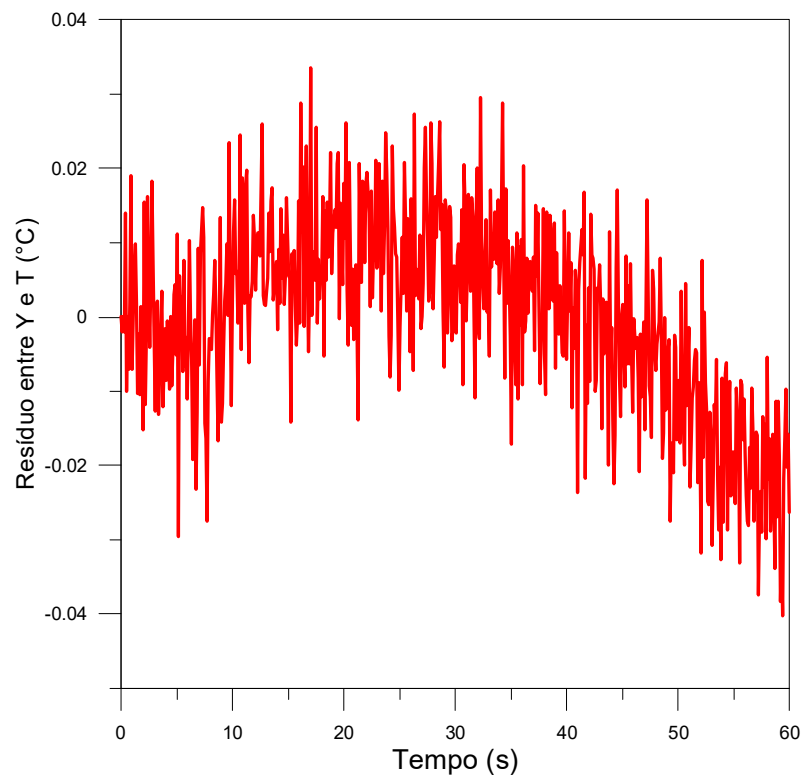


Figura 5.7 – Resíduo entre as temperaturas experimental e numérica para a amostra de Aço Inoxidável AISI 304.

Nas Tabela 5.2 são apresentados os resultados obtidos para a condutividade térmica e para o calor específico do Aço inoxidável AISI 304. Assim como para o Carboneto de Tungstênio, faz-se também a apresentação do desvio padrão e da diferença percentual em relação à literatura.

Tabela 5.2 – Resultados obtidos para o Aço Inoxidável AISI 304.

<i>Propriedade</i>	<i>Média</i>	<i>Desvio Padrão</i>	<i>Abas, Hayashi e Seetharaman (2007)</i>	<i>Diferença (%)</i>
c_p (J/kg K)	545,00	0,28	541,7	0,61
k (W/m K)	15,755	0,38	14,9	5,33

De modo semelhante ao visto para o Carboneto de Tungstênio, percebe-se que os resultados para o calor específico possuem menor desvio padrão e, conseqüentemente, menor incerteza. Ao se comparar com a literatura, observa-se que todas as diferenças estão abaixo de 5,5 %, indicando que os experimentos foram realizados corretamente e que os resultados são satisfatórios.

A solução do problema inverso do fluxo de calor mostra que os resultados do Aço Inoxidável AISI 304 também são confiáveis. Na Figura 5.8, percebe-se o bom comportamento da curva do fluxo de calor estimado em relação à do fluxo de calor experimental. O fluxo de calor estimado possui uma média de 2363,67 W/m², ou seja, 96,48 % do experimental, que foi de 2.450 W/m². Assim, comprova-se também para o Aço Inoxidável AISI 304 a baixa incerteza e a confiabilidade dos resultados obtidos.

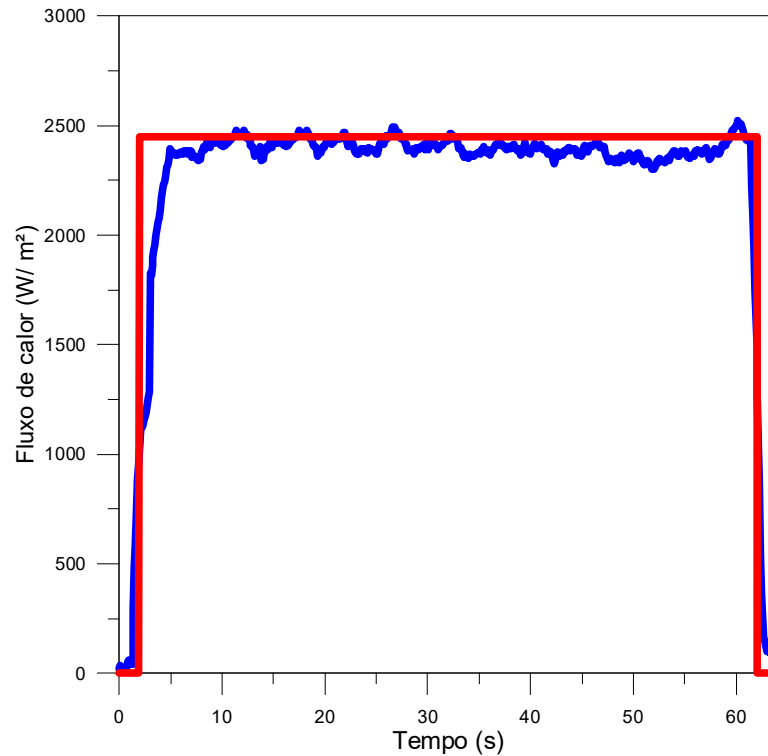


Figura 5.8 – Comparação entre os fluxos estimado e experimental para a amostra de Aço Inoxidável AISI 304.

5.3 Importância da Resistência de Contato

De forma a demonstrar a influência da resistência de contato no problema de condução de calor e a importância de levá-la em conta neste trabalho, decidiu-se fazer uma análise estatística comparando-se resultados obtidos para o Aço Inoxidável AISI 304 com e sem a consideração de tal fator. Para tal procedimento foi utilizado o software comercial Minitab.

O Controle Estatístico de Processo (CEP) é uma metodologia para examinar a variabilidade em dados orientados no tempo. O CEP é composto por um conjunto de ferramentas de resolução de problemas cujo objetivo é medir, monitorar, controlar e melhorar a qualidade do processo. Na análise realizada, será utilizada uma ferramenta do CEP chamada Gráfico de Controle de Variáveis, que tem como função fazer a identificação e a distinção das variações de um processo (MONTGOMERY e RUNGER, 2009). Como descrito por Portal Action (2016), uma das funções deste tipo de gráfico é mostrar evidências de que um processo esteja operando em estado de controle estatístico e dar sinais de presença de causas especiais de variação para que medidas corretivas apropriadas sejam aplicadas.

Entende-se por variabilidade um sistema ou fenômeno cujas sucessivas observações não produzem o mesmo resultado. A variabilidade pode se comportar de diversas formas. O tipo de variabilidade depende do processo e do comportamento das observações no decorrer tempo. Diz-se que um processo é estacionário e controlado quando os dados do processo variam em torno de uma média fixa de uma maneira estável ou previsível (MONTGOMERY, 2004). Esse tipo de comportamento é apontado pelo gráfico de amplitudes móveis, daí sua importância no estudo do controle de processos.

No caso específico deste trabalho, utilizando-se o Minitab, procura-se mostrar que não considerar a influência da resistência de contato pode ser caracterizada como um fator causador de anomalias nos resultados das estimativas.

Nos gráficos a seguir, Figs. 5.9 – 5.11, os sete primeiros experimentos são sem considerar a resistência de contato (SCRC) e os outros 20 subsequentes são considerando a resistência de contato (CRC).

Na Figura 5.9 é apresentado o gráfico de valores individuais para a condutividade térmica. Nele pode-se notar que antes de se fazer a correção utilizando a resistência de contato, os limites de controle são mais esparsos, havendo até mesmo um valor fora desses limites. Após a correção, os resultados agrupam-se, fazendo com que os limites de controle sejam mais restritos, mostrando uma maior precisão e um maior controle do processo. Na Figura 5.10, é apresentado o gráfico de amplitudes móveis, que é uma maneira alternativa de calcular a variação do processo computando as amplitudes de observações consecutivas. Verifica-se nesse gráfico que todos os valores estão dentro dos limites de controle e apresentam um comportamento aleatório, indicando controle do processo estatístico. Destaca-se novamente que houve uma redução significativa na variação das amplitudes após a correção desejada.

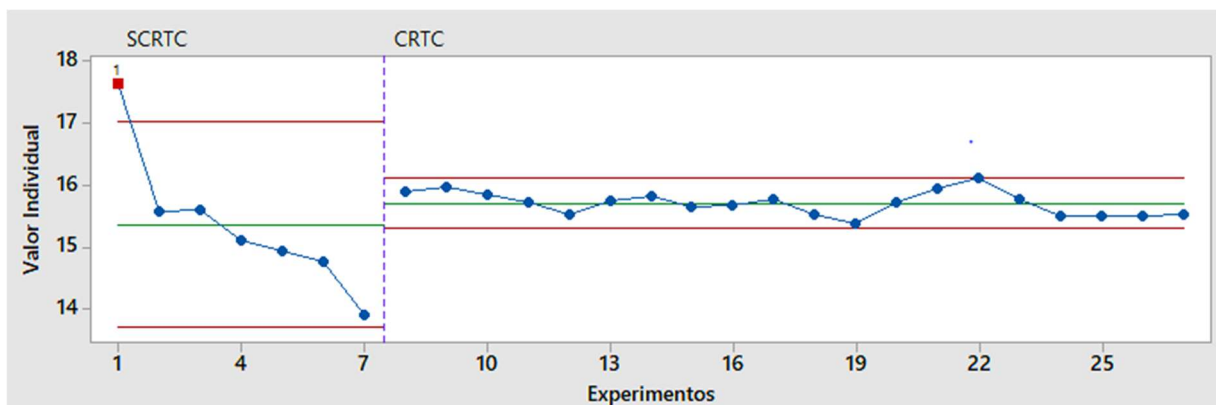


Figura 5.9 – Valores individuais para a condutividade térmica.

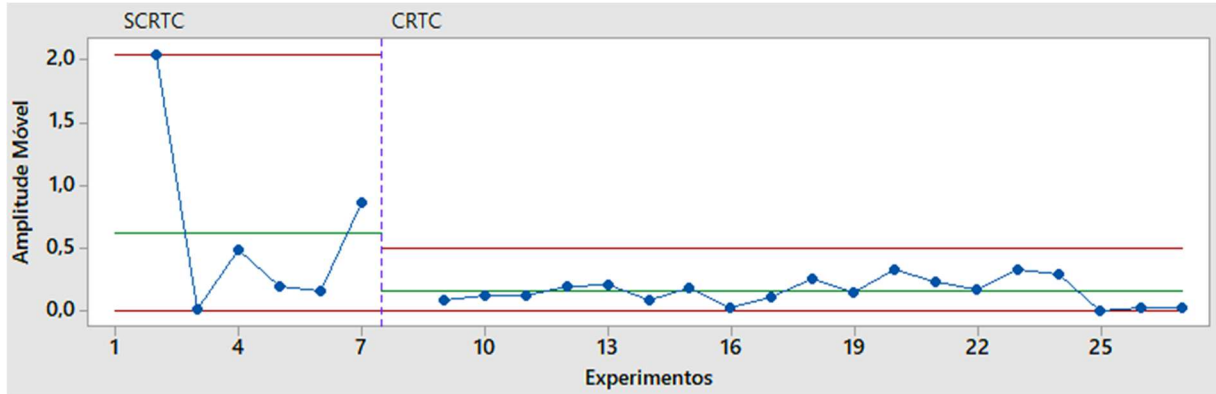


Figura 5.10 – Amplitudes móveis para a condutividade térmica.

De maneira análoga à realizada para a condutividade térmica, são apresentados os gráficos de controle para os resultados do calor específico nas Figuras 5.11 e 5.12. Nestas figuras, é possível observar praticamente o mesmo comportamento: a grande melhora da precisão após o início da consideração da resistência de contato.

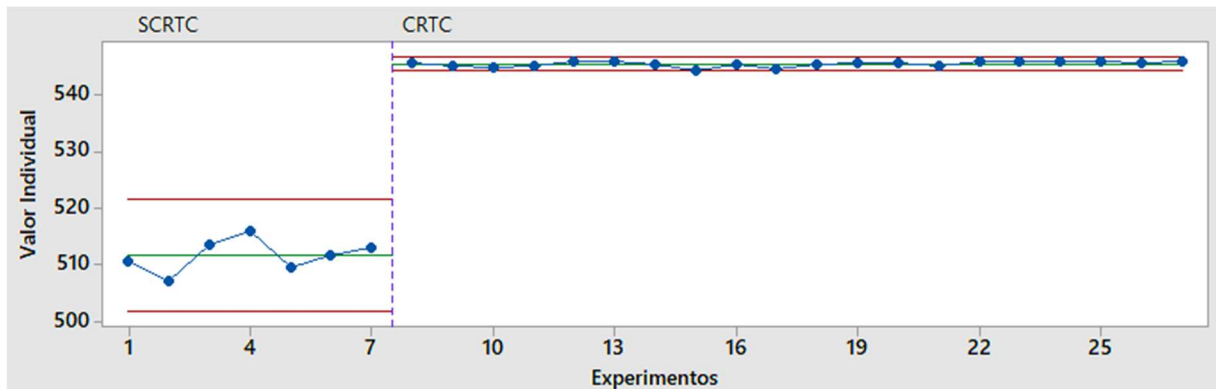


Figura 5.11 – Valores individuais para o calor específico.

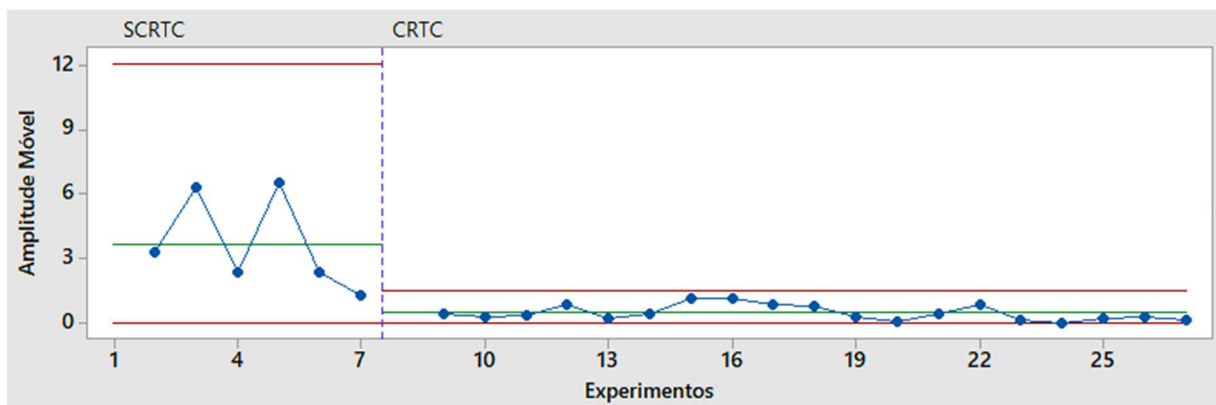


Figura 5.12 – Amplitudes móveis para o calor específico.

Encontram-se na Tabela 5.3 a compilação dos dados estatísticos vistos nos gráficos de controle apresentados anteriormente para as propriedades térmicas estimadas.

Tabela 5.3 – Resultados estatísticos do Controle de Variáveis.

<i>Controle de Variáveis</i>				
	c_p (J/kg K)		k (W/m K)	
<i>Gráfico de Valores Individuais</i>	SCRC	CRC	SCRC	CRC
Limite Superior	521,46	546,63	17,03	16,11
Linha de Centro	511,80	545,00	15,36	15,75
Limite Inferior	501,74	544,04	13,69	15,30
<i>Gráfico de Amplitudes Móveis</i>	SCRC	CRC	SCRC	CRC
Limite Superior	12,09	1,33	2,05	0,52
Linha de Centro	3,73	0,45	0,63	0,25
Limite Inferior	0	0	0	0

CAPÍTULO 6 – ANÁLISE DE INCERTEZAS

O processo de medição de fenômenos físicos é uma transferência da informação entre um sistema fonte e um operador que utilizará essas informações, através de sistema de medições (ORLANDO, 2004). A interação entre o sistema fonte e o sistema de medição provoca a modificação das propriedades de ambos, o que será usado como meio de transferência da informação desejada. Essa transferência de informação não está livre de incertezas, uma vez que essas últimas são inerentes aos processos de medição, não importando o quão bem se faça o procedimento (TAYLOR, 1988).

Como não há forma de eliminar as incertezas, busca-se então a minimização da interferência dessas nas medições do processo estudado. Portanto, neste trabalho, tem-se a preocupação de realizar uma análise das influências dos sistemas de medição na estimação das propriedades térmicas, tais como na medição da temperatura experimental, no cálculo da temperatura numérica e no processo de minimização da função objetivo. Segundo Beasley e Figliola (2007), o erro é uma propriedade da medição, podendo ser entendido como a diferença entre o valor atribuído pela medição e o verdadeiro à grandeza física mensurada.

Neste trabalho, desenvolve-se uma análise de incertezas afim de quantificar os erros advindos da medição dos experimentos para a estimação simultânea da condutividade térmica e do calor específico. Com base no procedimento de propagação de erros descrito por Carollo (2016), analisa-se os erros dos processos durante os experimentos. Identificou-se então as incertezas nos seguintes termos: medição de temperatura, fluxo de calor imposto, instrumentos de medição, medição de rugosidade e condição de isolamento. Faz-se também a consideração dos erros numéricos existentes no cálculo da temperatura numérica no COMSOL e no método de otimização BFGS empregado na minimização da função objetivo para a estimação das propriedades térmicas.

Observando-se a característica da função objetivo (Eq. 3.48), adota-se como padrão a teoria da propagação linear dos erros (TAYLOR, 1988):

$$I_{total}^2 = I_Y^2 + I_T^2 + I_{BFGS}^2 \quad (6.1)$$

A temperatura experimental apresenta incertezas relacionadas à aquisição de dados, ao termopar, ao isolamento térmico e à rugosidade. Logo:

$$I_Y^2 = I_{aquis.}^2 + I_{term.}^2 + I_{isol. \text{ térm.}}^2 + I_{rug.}^2 \quad (6.2)$$

A incerteza da temperatura numérica, por sua vez, é oriunda das seguintes incertezas: do multímetro que mede a corrente elétrica imposta para fornecer o fluxo de calor e a resistência do aquecedor; e no erro numérico do método de solução BDF (*Backward Differentiation Formula*) empregado na solução das equações do MEF aplicado ao modelo térmico usado neste trabalho. Dessa forma, obtém-se:

$$I_T^2 = I_{corr. \text{ elét.}}^2 + I_{res. \text{ elét.}}^2 + I_{BDF}^2 \quad (6.3)$$

Agrupando as Eqs. (6.2) e (6.3) e substituindo na Eq. (6.1), tem-se:

$$I_{total}^2 = I_{aquis.}^2 + I_{term.}^2 + I_{isol. \text{ térm.}}^2 + I_{rug.}^2 + I_{corr. \text{ elét.}}^2 + I_{res. \text{ elét.}}^2 + I_{BDF}^2 + I_{BFGS}^2 \quad (6.4)$$

Parte-se agora para o cálculo das incertezas para os dois metais estudados, sendo considerada a incerteza dividida pelo valor médio do parâmetro analisado.

6.1 Carboneto de Tungstênio

Para a aquisição de dados utiliza-se seu incremento digital de 0,01 °C e na máxima diferença de temperatura ocorrida, 3,00 °C. Desta forma tem-se:

$$I_{aquis.} = \frac{0,01}{3,00} = 0,33 \% \quad (6.5)$$

O termopar tem sua incerteza calculada adotando-se como referência uma variação de 0,10 °C e na máxima diferença de temperatura de 3,00 °C. Logo:

$$I_{term.} = \frac{0,10}{3,00} = 3,33 \% \quad (6.6)$$

O maior resíduo, ou seja, a máxima diferença entre a temperatura numérica e experimental será utilizada para encontrar a incerteza para isolamento térmico. Tem-se:

$$I_{isol. \text{ térm.}} = \frac{0,03}{3,00} = 1,00 \% \quad (6.7)$$

O cálculo da incerteza do rugosímetro foi realizado utilizando o incremento do aparelho dividido pela média das rugosidades médias do aquecedor resistivo e da amostra metálica. Assim, tem-se:

$$I_{rug.} = \frac{0,01}{0,65} = 1,54\% \quad (6.8)$$

Para as grandezas mensuradas pelo multímetro foi utilizado o incremento do aparelho dividido pelas próprias grandezas, ou seja, pela corrente imposta no aquecedor resistivo e pela resistência do aquecedor resistivo. Portanto:

$$I_{corr. \text{ elét.}} = \frac{0,01}{1,47} = 0,68 \% \quad (6.9)$$

$$I_{res. \text{ elét.}} = \frac{0,10}{13,80} = 0,72 \% \quad (6.10)$$

A respeito dos métodos numéricos, utilizou-se uma tolerância 0,01 °C no COMSOL para o método BDF empregado e adotou-se o incremento de 0,01 °C para o método de otimização BFGS. Assim, obtém-se:

$$I_{BDF} = \frac{0,01}{3,00} = 0,33 \% \quad (6.11)$$

$$I_{BFGS} = \frac{0,01}{3,00} = 0,33 \% \quad (6.12)$$

Utilizando a Eq. (6.4), pode-se neste momento então calcular a incerteza total na estimação das propriedades térmicas do Carboneto de Tungstênio.

$$I_{total}^2 = 0,33^2 + 3,33^2 + 1,00^2 + 1,54^2 + 0,68^2 + 0,72^2 + 0,33^2 + 0,33^2$$

$$I_{total} = 3,97 \%$$
(6.13)

Ao observar os resultados da análise de incertezas para o Carboneto de Tungstênio, percebe-se que as incertezas oriundas da medição de temperatura e da medição da rugosidade são as mais significativas. Pode-se elevar a variação de temperatura até o limite de 5 °C de modo a diminuir a incerteza em relação ao termopar. Já em relação ao rugosímetro tem-se uma situação mais difícil, pois um aumento da rugosidade diminuiria a incerteza do rugosímetro, mas poderia trazer efeitos ruins em relação às condições na superfície de contato entre o aquecedor e o metal. Contudo, ao final tem-se uma incerteza abaixo de 4 % para a estimação simultânea da condutividade térmica e do calor específico, o que mostra que foram tomadas as devidas precauções em relação aos procedimentos experimentais a fim de se obter resultados satisfatórios e confiáveis. Além disso, os bons resultados obtidos na solução do problema inverso permitem a conclusão de que os resultados das estimativas das propriedades térmicas para o Carboneto de Tungstênio são satisfatórios.

6.2 Aço Inoxidável AISI 304

As mesmas etapas realizadas para o cálculo da incerteza para Carboneto de Tungstênio serão aplicadas para Aço Inoxidável AISI 304.

Para a incerteza da aquisição de dados, obtém-se:

$$I_{aquis.} = \frac{0,01}{3,00} = 0,33 \%$$
(6.14)

A incerteza do termopar pode ser obtida por:

$$I_{term.} = \frac{0,10}{3,00} = 3,33 \%$$
(6.15)

O isolamento térmico, por sua vez, tem a seguinte incerteza:

$$I_{isol. \text{ térm.}} = \frac{0,04}{3,00} = 1,33 \% \quad (6.16)$$

O cálculo da incerteza do rugosímetro é o seguinte:

$$I_{rug.} = \frac{0,01}{0,74} = 1,35 \% \quad (6.17)$$

As duas incertezas relacionadas ao multímetro são, portanto:

$$I_{corr. \text{ elét.}} = \frac{0,01}{0,65} = 1,54 \% \quad (6.18)$$

$$I_{res. \text{ elét.}} = \frac{0,10}{13,80} = 0,72 \% \quad (6.19)$$

Os métodos numéricos aplicados possuem tais incertezas:

$$I_{BDF} = \frac{0,01}{3,00} = 0,33 \% \quad (6.20)$$

$$I_{BFGS} = \frac{0,01}{3,00} = 0,33 \% \quad (6.21)$$

A incerteza total na estimação das propriedades térmicas do Aço Inoxidável AISI 304 é:

$$I_{total}^2 = 0,33^2 + 3,33^2 + 1,33^2 + 1,35^2 + 1,54^2 + 0,72^2 + 0,33^2 + 0,33^2 \quad (6.22)$$

$$I_{total} = 4,23 \%$$

Pela análise de incertezas para o Aço Inoxidável AISI 304, percebe-se que agora as incertezas advindas da medição de temperatura e da medição da corrente elétrica são as mais importantes. Dessa vez, o aumento da corrente, com o conseqüente aumento do fluxo de calor aplicado, além da diminuição do tempo do experimento, podem reduzir ambas as incertezas, uma vez que um aumento da corrente elétrica seria necessário e tal fato aumentaria a variação de temperatura da amostra. Novamente, a incerteza total ficou próxima aos 4 %, comprovando junto com a pequena diferença com a literatura e com a estimativa do fluxo de calor que a estimativa simultânea da condutividade térmica e do calor específico do Aço Inoxidável AISI 304 é aceitável.

CAPÍTULO 7 – CONCLUSÕES

Este trabalho teve por objetivo a apresentação de uma técnica de estimação simultânea da condutividade térmica e do calor específico de metais. No caso, foram analisados especificamente o Carboneto de Tungstênio e o Aço Inoxidável AISI 304.

O método traz como diferencial a consideração e quantificação do efeito da resistência de contato existente entre o aquecedor resistivo e a amostra metálica, uma vez que estudos anteriores mostraram que tal fator era o principal causador de incertezas na estimação simultânea de metais. Além disso, pode-se citar como boas qualidades da técnica: baixo custo dos equipamentos e materiais utilizados nos experimentos, bem como a simplicidade, a facilidade de montagem do aparato experimental e a rapidez.

O fato de a variação de temperatura ser limitada para a consideração de propriedades constantes requer um cuidado na escolha dos parâmetros experimentais. Contudo, são os coeficientes de sensibilidade que merecem maior atenção, pois mostraram-se mais significativos para o calor específico, sendo necessário um controle à intensidade e ao tempo de aplicação do fluxo de calor, já que uma discrepância muito grande entre as sensibilidades das duas propriedades estudadas pode causar a estimação somente da propriedade com maior sensibilidade, ou seja, c_p .

Em relação ao Carboneto de Tungstênio, os resultados obtidos nas estimativas apresentam certa concordância com a literatura, diferença de 9,30 % para o calor específico e 14,58 % para a condutividade térmica. Como o material possui várias características que impactam suas propriedades térmicas, dentre eles composição química, granulometria e processos de fabricação, considera-se os valores estimados como satisfatórios. Os baixos valores de desvio padrão e a pequena incerteza, cerca de 4 %, contribuem no sentido de dar confiabilidade aos resultados obtidos neste trabalho. Vale salientar que o fluxo de calor estimado pela solução do problema inverso retornou valores médios de em torno de 95 % do experimental, mostrando também a precisão das propriedades aqui estimadas.

O Aço Inoxidável AISI 304, por sua vez, apresenta valores estimados com boa concordância com a literatura, visto que as diferenças encontradas para ambas as propriedades foi de no máximo 5,33 %. Novamente, analisando os desvios tem-se pequenos valores (0,27965 para c_p e 0,37562 para k), mostrando a ótima repetibilidade dos dados colhidos nos experimentos. O problema inverso de condução de calor também permite validar

os bons resultados, pois o fluxo de calor estimado apresenta em média 96,48 % da intensidade do fluxo de calor experimental.

Conclui-se então que o presente trabalho se mostrou eficaz para estimar de maneira simultânea a condutividade térmica e o calor específico de materiais metálicos, uma vez que se obteve resultados satisfatórios para metais de comportamentos diferentes. Salienta-se aqui portanto a importância da consideração da resistência de contato para a obtenção de valores precisos na aplicação da técnica apresentada. Além disso, o experimento constituiu-se de uma montagem não simétrica, havendo necessidade de apenas uma amostra metálica para a obtenção dos dados experimentais. Ressalta-se também a obtenção das propriedades térmicas do Carboneto de Tungstênio, que é um material composto de difícil análise e que ainda necessita de mais estudos.

Como pontos de melhoria, pode-se citar o isolamento e a medição direta do fluxo de calor. Vale citar que no início dos trabalhos, um transdutor de fluxo de calor foi usado, todavia, sua presença aumentava consideravelmente a inércia do recebimento do fluxo de calor por parte da amostra metálica, logo, seu uso foi descartado. Para trabalhos futuros, a estimação das propriedades térmicas com dependência da temperatura tem sido considerada e até mesmo já tendo seus estudos iniciados. Nesse sentido, uma Placa de Fibra Cerâmica será usinada para servir de isolante e um aquecedor de silicone Omega foi adquirido, permitindo assim alcançar temperaturas bem mais elevadas sem que haja perda significativa de calor. Além disso, a utilização de um modelo térmico tridimensional também será útil para um melhor conhecimento das regiões de maior sensibilidade, podendo trazer também o efeito da difusão do calor de maneira mais significativa e possibilitando o uso de um maior número de sensores de temperatura. Por fim, tem-se o objetivo futuro, de se fazer a montagem experimental de um modelo térmico contendo uma placa fria em $x = L$ para ter-se a condição de contorno de temperatura prescrita. Tal modelo térmico propiciaria a oportunidade de se aplicar altas intensidades de fluxo de calor, havendo assim grande sensibilidade para condutividade térmica sem que haja um superaquecimento da amostra metálica.

CAPÍTULO 8 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABAS, R. A., HAYASHI, M., SEETHARAMAN, S. Thermal Diffusivity Measurements of Some Industrially Important Alloys by a Laser Flash Method, *International Journal of Materials Research*, Vol 98 (2007), 1-6.

ABINOX - Associação Brasileira do Aço Inoxidável. A diferença entre o aço inoxidável 304 e 316 (2017). Disponível em: <https://www.abinox.org.br/site/agenda-inox-noticias/a-diferenca-entre-o-aco-inoxidavel-304-e-316>. Acesso em 04/12/2019.

ABNT NBR 15200-4. Medição da resistência térmica e da condutividade térmica pelo princípio da placa quente protegida, 2005.

ADJALI, A. H., LAURENT, M. Thermal conductivity estimation in non-linear problems. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol 50 (2007), 4623-4628.

ALVARENGA, T. R. Trocador de Calor Passivo e Termossifão em Circuito para Aplicações em Aeronaves. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina, Santa Catarina, Brasil (2016).

ANSELMO, B. C. S. Análise dos Parâmetros Geométricos e Estatística Usando Minitab no Estudo da Convecção Natural em Dissipadores, Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá, Minas Gerais, Brasil (2016).

AVILES-RAMOS, C., HAJI-SHEIKH, A., BECK, J. V., DOWDING, K. J. Estimation of Thermophysical Properties by the Spectral Method-Development and Evaluation, *Journal of Heat Transfer*, Vol 123 (2001), 24-30.

BEASLEY, D. E., FIGLIOLA, R. S. Teoria e Projeto para Medições Mecânicas, LTC, 4ª Edição, Brasil (2007).

BECK, J. V. Nonlinear Estimation Applied to the Nonlinear Inverse Heat Conduction Problem. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol 13 (1970), 703-716.

BECK, J. V., ARNOLD, K. J. Parameter Estimation in Engineering and Science, Wiley, New York, USA (1977).

BECK, J. V., BLACKWELL, B, CLAIR, C. Inverse Heat Conduction: Ill-Posed Problems. Wiley Interscience Publication, New York, USA (1985).

BECK, J. V., COLE, K. D., HAJI-SHEIKH, A., LITKOUHI, B. Heat Conduction Using Green's Functions, Hemisphere Publishing, Washington, DC, USA (1992).

BECK, J. V., MISHRA, D., DOLAN, K. Utilization of Generalized Transient Heat Conduction Solutions in Parameter Estimation. The 9th International Conference on Inverse Problems in Engineering – ICIPE 2017, Waterloo, Canada (2017).

BLACKWELL, B. F., DOWDING, K. J., COCHRAN, R. J. Development and Implementation of Sensitivity Coefficient Equations for Heat Conduction Problems, *Numerical Heat Transfer*, Part B: Fundamentals: An International Journal of Computation and Methodology, 36:1 (1999), 15-32.

BORGES, V. L., LIMA E SILVA, S. M. M., GUIMARÃES, G. A Dynamic Thermal Identification Method Applied to Conductor and Non-Conductor Materials. *Inverse Problems and Sciences Engineering*, Vol 14 (2006), 511-527.

CAROLLO, L. F. S. Estimação Simultânea de Propriedades Termofísicas de Materiais Metálicos, Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá, Minas Gerais, Brasil (2010).

CAROLLO, L. F. S., LIMA E SILVA, A. L. F., LIMA E SILVA, S. M. M. Applying Different Heat Flux Intensities to Simultaneously Estimate the Thermal Properties of Metallic Materials, *Measurement Sciences and Technology*, Vol 23 (2012), 1-10.

CAROLLO, L. F. S. Aplicação de Diferentes Intensidades de Fluxo de Calor para a Estimativa Simultânea de Propriedades Termofísicas de Materiais Metálicos em Função da Temperatura, Tese de Doutorado, Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, Brasil (2016).

CARVALHO, S., LIMA E SILVA, S. M. M., MACHADO, A., GUIMARÃES, G. Temperature Determination at the Chip-Tool Interface an Inverse Thermal Model Considering the Tool Holder, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol 179 (2006), 97-104.

CUI, M., GAO, X., ZHANG, J. A New Approach for The Estimation of Temperature-Dependent Thermal Properties by Solving Transient Inverse Heat Conduction Problems. *International Journal of Thermal Sciences*, Vol 58 (2012), 113-119.

CZÉLAB, B., WOODBURY, K. A., GRÓF, G. Simultaneous estimation of temperature-dependent volumetric heat capacity and thermal conductivity functions via neural networks. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol 68 (2014), 1-13.

DINIZ, A. E., MARCONDES, F. C., COPPINI, N. L., Tecnologia da usinagem dos Materiais, Artliber Editora Ltda., Edição 8, São Paulo, Brasil (2013).

DOS SANTOS, W. N., GREGORIO FILHO, R., MUMMERY, P., WALLWORK, A. Hot wire technique in the determination of thermal properties of polymers. *Polímeros*, Vol 14 (2004).

DOWDING, K. J., BECK, J. V.; ULBRICH, A., BLACKWELL, B.; HAYES, J; (1995), Estimation of Thermal Properties and Surface Heat Flux in Carbon-Carbon Composite. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol 9 (1995), 345-351.

DOWDING, K. J., BECK, J. V., BLACKWELL, B. Estimation of directional-dependent thermal properties in a carbon-carbon composite. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol 39 (1996), 3157-3164.

DOWDING, K. J., BLACKWELL, B. F., COCHRAN, R. J. Application of Sensitivity Coefficients for Heat Conduction Problems, *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals: An International Journal of Computation and Methodology*, 36:1 (1999), 33-55.

FENILLI, R. J. Sistemas termoisolantes: tipos, finalidades e aplicação. Revista Climatização e Refrigeração. Editora Nova Técnica, São Paulo, Brasil (2008).

GARNIER, B., DELAUNAY, D., BECK, J. V. Improved Measurement of the Surface Temperature of Composite Materials for the Optimal Estimation of their Thermal Properties, *High Temperature-High Pressure*, Vol 26 (1994), 15-23.

GRZESIK, W., NIESLONY, P., BARTOSZUK, M. Modelling of the Cutting Process Analytical and Simulation Methods”, *Advances in Manufacturing Sciences and Technology*, Vol 33 (2009), 6-29.

HAJI-SHEIKH, A., HONG, Y. S., YOU, S. M., BECK, J. V. Sensitivity Analysis for Thermophysical Property Measurements Using the Periodic Method, *Journal of Heat Transfer*, Vol 120 (1998), 568-576.

HUMPHRY-BAKER, S. A., MARSHALL, J. M., SMITH, G. D. W. AND LEE, W. E. Thermophysical Properties of Co-Free WC-Fecr Hardmetals. The 19th Plansee Seminar International Journal of Refractory Metals and Hard Materials, Reutte, Austria (2017).

IOMBRILLER, S. F., Análise Térmica e Dinâmica do Sistema de Freio a Disco de Veículos Comerciais Pesados. Tese de Doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, Brasil (2002).

JARUŠKOVÁ, D., KUČEROVÁ, A. Estimation of thermophysical parameters revisited from the point of view of nonlinear regression with random parameters. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol 106 (2017), 135-141.

JIMBO, Y., MIBE, T., AKIYAMA, K., MATSUI, H., YOSHIDA, M., OZAWA, A. Development of high thermal conductivity cast iron for brake disc rotors. *Society of automotive engineers transactions*, Vol 99 (1990), 1-7.

KARIMI, G., LI, X., TEERTSTRA, P. Measurement of Through-plane Effective Thermal Conductivity and Contact Resistance in PEM Fuel Cell Diffusion Media, *Electrochimica Acta*, Copyright by ASME, Vol 55 (2010), 1619-1625.

KONÔPKOVÁ, K., MCWILLIAMS, R. S., GÓMEZ-PÉREZ, N., GONCHAROV, A. F. Direct measurement of thermal conductivity in solid iron at planetary core conditions. *Nature*, Vol 534 (2016), 99–101.

LIMA E SILVA, S. M. M., DUARTE, M. A. V.; GUIMARÃES, G. A correlation function for thermal properties estimation applied to a large thickness sample with a single surface sensor. *Review of Scientific Instruments*, Vol 69 (1998), 3290.

LIMA E SILVA, S. M. M., ONG, T. H.; GUIMARÃES, G. Thermal Properties Estimation of Polymers Using Only One Active Surface”, *Journal of the Brazilian Society Mechanical Sciences*, Copyright by ABCM, Vol 25 (2003), 9-14.

LIMA, G. M., CAROLLO, L. F. S., LIMA E SILVA, A. L. F., GÜTHS, S., LIMA E SILVA, S. M. M. Determinação da Condutividade pelo Método da Placa Quente Protegida, V Congresso Nacional de Engenharia Mecânica – CONEM 2008, Salvador, Bahia, Brasil (2008).

MCMASTERS, R. L., DE MONTE, F., BECK, J. V. Estimating Two Heat-Conduction Parameters from Two Complementary Transient Experiments, *Journal of Heat Transfer*, Vol 140 (2017).

MONTGOMERY, D. C. Introdução ao Controle Estatístico da Qualidade. LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 4ª Edição, Rio de Janeiro (2004).

MONTGOMERY, D. C., RUNGER, G. C. Estatística Aplicada e Probabilidade para Engenheiros. LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 4ª Edição, Rio de Janeiro (2009).

ORLANDO A.F. Análise da Incerteza de Medição em um Processo Metrológico. Mestrado em Metrologia, Qualidade e Inovação, Departamento de Engenharia Mecânica, PUC-Rio, Rio de Janeiro, Brasil (2004).

ÖZİŞİK, M. N. Heat Transfer: A Basic Approach. APA, Vol 6 (1985).

PARKER, W. J., JENKINS, R. J., BUTLER, C. P., ABBOT, G. L. Flash Method of Determining Thermal Diffusivity, Heat Capacity and Thermal Conductivity, *Journal of Applied Physics*, Vol 32 (1961), 1679-1684.

PORTAL ACTION - Estatcamp - Consultoria Estatística e Qualidade. Gráficos para Valores Individuais e Amplitudes Móveis (2016). Disponível em: <http://www.portalaction.com.br/controle-estatistico-do-processo/43-graficos-para-valores-individuais-e-amplitudes-moveis>. Acesso em 20/11/2019.

RAO, S. S., Engineering Optimization: Theory and Practice. John Wiley & Sons, 4th Edition (2009).

RAMOS, N. P., SILVA, R. G. D., LIMA E SILVA, S. M. M., FERREIRA, J. R. Temperature Field Determination of a Tungsten Carbide Cutting Tool Using Inverse Problems and COMSOL. The 25th ABCM International Congress of Mechanical Engineering - COBEM 2019, Uberlândia, Minas Gerais, Brasil (2019).

RIBEIRO, L. C., COSTA, E. S., SILVA, E. M., LIMA E SILVA, S. M. M. Otimização da Montagem do Método da Placa Quente Compensada Desenvolvida no LTCM, *III Congresso Nacional de Engenharia Mecânica – CONEM 2004*, Belém, Brasil, (2004).

SANTOS, W. N., CINTRA FILHO, J. S. Método de fio quente com ajuste por regressão não linear na determinação da condutividade térmica de materiais cerâmicos. *Cerâmica*, Vol 32 (1986), 151.

SANTOS, R. D. Estudo Térmico e de Materiais de um compósito a base de gesso e EPS para a construção de casas populares, 2008, 92f., Dissertação de Mestrado, PPGEM Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, Rio Grande do Norte, Brasil (2008).

SILVA, R. B. Isolamento térmico e acústico: lã de rocha e lã de vidro (2012). Disponível em: <https://www.ufrgs.br/eso/content/?tag=la-de-vidro>. Acesso em 05/12/2019.

SILVA, R. G. D. Análise de Técnicas Lineares e não-Lineares para Solução de Problemas Inversos em Condução de Calor Tridimensional, Itajubá, 91p. Dissertação de Mestrado do Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, Brasil (2018).

SILVA, R. G. D.; MAGALHÃES, E. S.; LIMA E SILVA, S. M. M. Um Método de Regularização Viagem no Tempo para Problemas Inversos em Condução de Calor, *X Congresso Nacional de Engenharia Mecânica*, Salvador, Brasil, (2018).

TAKTAK, R., BECK, J.V., SCOTT, E.P. Optimal Experimental Design for Estimating Thermal Properties of Composite Materials, *International Journal of Heat Mass and Transfer*, Vol 36 (1993), 2977-2986.

TAYLOR, B. N. (1988), *The Physical Constants*, Physics Letter B, Vol 204.

TILLMANN, A. R., BORGES, V. L., GUIMARÃES, G., LIMA E SILVA, A. L., LIMA E SILVA, S. M. M. *Identification of Temperature-Dependent Thermal Properties of Solid Materials*, Journal of the Brazilian Society of Mechanical Science and Engineering, Vol 30 (2008), 269-278.

TOPPI, T., MAZZARELLA, L. Gypsum based composite materials with micro-encapsulated PCM: Experimental correlations for thermal properties estimation on the basis of the composition. *Energy and Buildings*, Vol 57 (2013), 227-236.

TUTCUOGLU, A., MAJIDI, C., SHAN, W. Nonlinear thermal parameter estimation for embedded internal Joule heaters. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol 97 (2016), 412-421.

WANG, H., WEBB, T., BITLER, J. Study of thermal expansion and thermal conductivity of cemented WC–Co composite. *International Journal of Refractory Metals and Hard Materials*, Vol 49 (2015), 170-177.

WOODBURY, K. A. *Inverse Engineering Handbook*. The Mechanical Engineering Handbook Series (2003).

WULF, R., BARTH, G., GROSS, U. Intercomparison of Insulation Thermal Conductivities Measured by Various Methods, *17th European Conference on Thermophysical Properties*, ECTP 2005, Bratislava, Slovak Republic (2005).

ZGRAJA, J., CIESLAK, A. Induction heating in estimation of thermal properties of conductive materials. *COMPEL - The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering*, Vol 36 (2017), 458-468.

APÊNDICE A - Validação da metodologia utilizada pelo COMSOL para resolver o modelo térmico

Apresenta-se neste apêndice a validação da metodologia empregada pelo COMSOL na solução do modelo térmico utilizado. A solução numérica obtida pelo COMSOL será comparada àquela encontrada analiticamente pelo uso de Funções de Green.

Na Figura A.1 apresenta-se novamente o modelo térmico adotado neste trabalho.

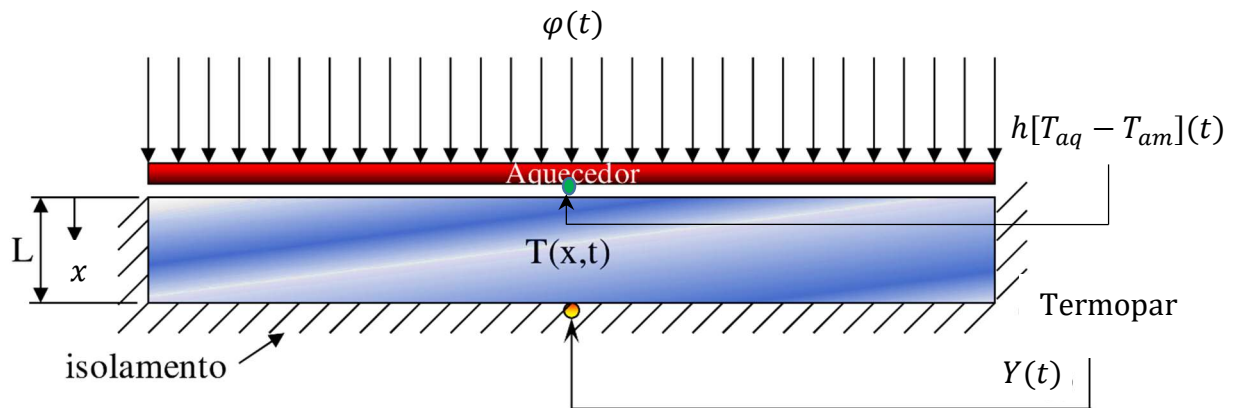


Figura A.1 – Modelo térmico unidimensional (vista em corte).

Como mostrado no Capítulo 3, o problema de condução de calor estudado neste trabalho (X22) tem como equação governante:

$$k \frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2} = \rho c_p \frac{\partial T(x, t)}{\partial t} \quad (\text{A.1})$$

sendo:

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p} \quad (\text{A.2})$$

Logo, tem-se:

$$\frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(x, t)}{\partial t} \quad (\text{A.3})$$

em $x = 0$ sujeita à esta condição de contorno:

$$-k \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} = \varphi(t) - h[T_{aq} - T_{am}](t) \quad (\text{A.4})$$

à seguinte condição de contorno em $x = L$:

$$\frac{\partial T(x, t)}{\partial x} = 0 \quad (\text{A.5})$$

e, em $t = 0$, à condição inicial:

$$T(x, t) = T_0 \quad (\text{A.6})$$

onde x é a coordenada cartesiana, t é o tempo, φ é o fluxo de calor imposto, T_0 é a temperatura inicial do corpo, L é a espessura da amostra, T_{aq} é a temperatura do aquecedor resistivo na face de contato; T_{am} é a temperatura da amostra metálica na face de contato e h é a condutância térmica de contato entre aquecedor resistivo e amostra metálica.

Segundo Beck *et al.* (1992), a solução da Eq. (A.3) em termos de Funções de Green é a seguinte:

$$T(x, t) = T_0 + \alpha \int_0^t G_{X22}(x, t|x', t - \tau) \frac{\varphi(\tau) - h[T_{aq} - T_{am}](\tau)}{k} \Big|_{x'=0} d\tau \quad (\text{A.7})$$

onde $G_{X22}(x, t|x', t - \tau)$ representa a Função de Green do problema unidimensional transiente tratado neste trabalho e é escrita como (BECK *et al.*, 1992):

$$G_{X22}(x, t) = \frac{1}{L} + \frac{2}{L} \sum_m^{\infty} e^{-\left(\frac{m\pi}{L}\right)^2 \alpha(t-\tau)} \cos\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \cos\left(\frac{m\pi x'}{L}\right), \quad m = 1, 2, 3 \dots \infty \quad (\text{A.8})$$

Avaliando-se a integral temporal na Eq. (A.7) obtém-se:

$$T(x, t) = T_0 + \frac{\alpha}{k} [\varphi - h(T_{aq} - T_{am})] \left[\int_0^t \frac{1}{L} d\tau + \frac{2}{L} \sum_m^{\infty} e^{-\left(\frac{m\pi}{L}\right)^2 \alpha t} \cos\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \int_0^t e^{\left(\frac{m\pi}{L}\right)^2 \alpha \tau} d\tau \right] \quad (\text{A.9})$$

Assim:

$$T(x, t) = T_0 + \frac{\alpha t}{kL} [\varphi - h(T_{aq} - T_{am})] + \frac{2}{kL} [\varphi - h(T_{aq} - T_{am})] \sum_m^{\infty} \frac{\cos\left(\frac{m\pi x}{L}\right)}{\left(\frac{m\pi}{L}\right)^2} +$$

$$- \frac{2}{kL} [\varphi - h(T_{aq} - T_{am})] \sum_m^{\infty} \cos\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \frac{e^{\left(\frac{m\pi}{L}\right)^2 \alpha t}}{\left(\frac{m\pi}{L}\right)^2} \quad (\text{A.10})$$

Nas Figuras A.2 e A.3, são apresentadas as temperaturas analítica e numérica, bem como o resíduo existente entre elas em relação à amostra de Aço Inoxidável AISI 304.

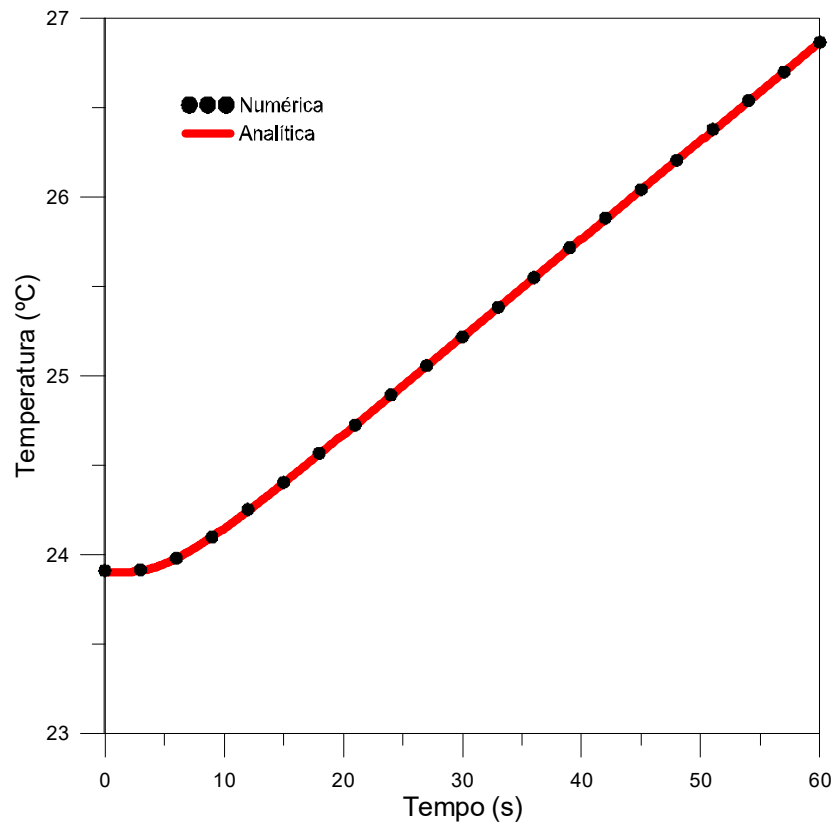


Figura A.2 – Temperaturas analítica e numérica para a amostra de Aço Inoxidável AISI 304.

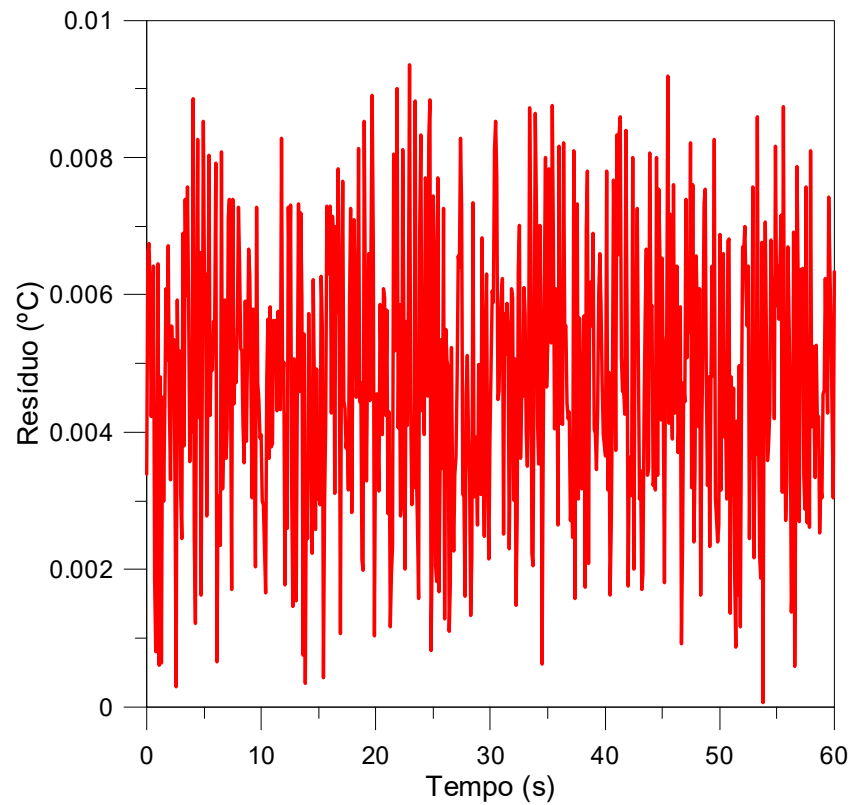


Figura A.3 – Resíduo entre as temperaturas analítica e numérica para a amostra de Aço Inoxidável AISI 304.

Analisando-se as Figuras A.2 e A.3, nota-se que a diferença máxima foi de aproximadamente 0,009 °C, portanto confirma-se a concordância da solução numérica obtida pelo COMSOL.