

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Estudo Numérico do Escoamento ao Redor de um
Corpo Rombudo que Oscila Forçadamente na
Presença do Efeito Solo**

Julio Patti Pereira

Itajubá, Dezembro de 2020.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Estudo Numérico do escoamento ao Redor de um
Corpo Rombudo que Oscila Forçadamente na
Presença do Efeito Solo**

Autor: **Julio Patti Pereira**

Orientador: **Prof. Dr. Luiz Antonio Alcântara Pereira**

Curso: **Mestrado em Engenharia Mecânica**

Área de Concentração: **Térmica Fluidos e Máquinas de Fluxo.**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Itajubá, Dezembro de 2020

MG - Brasil

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Estudo Numérico do Escoamento ao Redor de um
Corpo Rombudo que Oscila Forçadamente na
Presença do Efeito Solo**

Autor: **Julio Patti Pereira**

Orientador: **Prof. Dr. Luiz Antonio Alcântara Pereira**

Composição da Banca Examinadora:

Prof. Dr. Alex Mendonça Bimbato	FEG/UNESP
Prof. Dr. Nelson Manzares Filho	IEM/UNIFEI
Prof. Dr. Marcelo José Pirani	IEM/UNIFEI
Prof. Dr. Luiz Antonio Alcântara Pereira (Orientador)	IEM/UNIFEI

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a memória de minha criadora e falecida avó, Nelly Husemann Patti, a quem gostaria que estivesse presente e soubesse de todo desenvolvimento pessoal que esse trabalho me proporcionou.

“Uma inteligência que, para um instante dado, conhecesse todas as forças das quais está animada a natureza e a situação respectiva dos seres que a compõem, se de outro modo ela fosse suficientemente vasta para submeter esses dados à análise, abraçaria na mesma fórmula os movimentos dos maiores corpos do universo e aqueles do mais leve átomo: nada seria incerto para ela, e o futuro, tal como o passado, estaria presente a seus olhos”

Laplace, 1812; 1814, p. vii

AGRADECIMENTOS

Tenho a obrigação e o prazer de agradecer a minha família por todo apoio a mim prestados desde sempre, desde o dia em que fui matriculado em minha primeira escola ao dia em que decidi fazer do estudo a minha maior ocupação. Nos últimos tempos muitas adversidades surgiram, e em muitos momentos a única constância em minha vida foi esse apoio incondicional. Em especial, agradeço ao meu pai, Angelo, minha madrasta Silvana, meu irmão Raul e minha mãe Patrícia.

Deixo um agradecimento especial ao meu orientador, Professor Luiz Antonio Alcântara Pereira, a pessoa que me inseriu no universo em que todo este estudo envolveu, e é o grande responsável pela imensa evolução, ganho de valências e conhecimentos que adquiri graças a esta pesquisa.

Agradeço a CAPES pelo suporte financeiro a mim destinado.

Agradeço de modo geral a todos os colegas e amigos que de alguma forma me ajudaram ou contribuíram para que eu conseguisse completar esta etapa em minha vida.

RESUMO

O presente trabalho consiste no estudo de dois fenômenos envolvidos em análises de interação fluido-estrutura, isto é, o efeito solo e as Vibrações Induzidas por Vórtices (V.I.V.). Utiliza-se o Método de Vórtices Discretos (M.V.D.) de caráter puramente Lagrangeano para a solução numérica do problema da oscilação forçada sobre um cilindro circular imerso em um escoamento fluido, tendo o corpo um grau de liberdade para oscilar apenas na direção *in-line*, isto é, na direção do escoamento incidente. Nessas condições, há uma intensa interação entre fluido e estrutura, e manifestam-se complexos fenômenos que caracterizam os estudos de V.I.V., como o surgimento de diferentes regimes de formação e desprendimento de estruturas vorticosas, a competição entre esses regimes e o fenômeno de atrelagem síncrona, *lock-on* ou *lock-in*. Para o estudo e acurácia dos carregamentos fluidodinâmicos na situação de vibração forçada, esse trabalho contribui com o desenvolvimento teórico e a implementação numérica no cálculo de efeitos inerciais na formulação integral da entalpia específica de estagnação. Separadamente, são realizadas investigações a respeito da influência causada puramente pela proximidade de uma superfície plana em relação ao cilindro imerso em um escoamento, utilizando-se de um artifício numérico, o qual desacopla a camada limite (C.L.) originada junto à parede plana, o que produz um efeito semelhante a situação em que o chão se move na mesma velocidade do fluido. Verificou-se a ocorrência de fenômenos como a mudança do ponto de estagnação e dos pontos de separação da C.L. sobre o corpo rombudo estacionário, variações significativas dos carregamentos e supressão do regime de desprendimento de vórtices quando a distância entre o chão e o cilindro é muito pequena. Ao final, realizou-se investigações onde as situações de efeito solo e V.I.V. se fazem presentes simultaneamente, investigando a dominância de um fenômeno sobre o outro em situações em que os efeitos eram concorrentes. Todas as simulações são realizadas para um número de Reynolds (Re) igual a 10^5 . De modo geral, os estudos tiveram ótima correspondência com a literatura. No entanto, um estudo que envolva a situação análoga com a atuação dos dois efeitos de interferência é raramente encontrado na literatura para a comparação.

Palavras-chaves: Método de Vórtices Discretos, Vibração estrutural forçada *in-line*, Efeito solo, Carregamentos fluidodinâmicos, Corpo rombudo.

ABSTRACT

The present work consists of the study of two phenomena involved in fluid-structure interaction analysis, that is, the ground effect and Vortex-Induced Vibrations (V.I.V.). The purely Lagrangian Discrete Vortex Method is used for the numerical solution of the forced oscillation problem on a circular cylinder immersed in a fluid flow, with the body having a degree of freedom to oscillate only in the in-line direction, that is, in the streamwise direction. Under these conditions, there is an intense interaction between fluid and structure, and complex phenomena that characterize V.I.V. studies are manifested, such as the appearance of different regimes of formation and structural vortex shedding, the competition between these regimes and the phenomenon of synchronous coupling, lock-on, or lock-in. For the study and accuracy of fluid dynamic loads in the situation of forced vibration, this work contributes to the theoretical development and numerical implementation in the calculation of inertial effects in the integral formulation of the specific stagnation enthalpy. Separately, investigations are carried out regarding the influence caused purely by the proximity of a flat surface to the cylinder immersed in a flow using a numerical artifice which decouples the boundary layer originated along the flat wall, which produces a similar effect to the situation where the ground moves at the same speed as the fluid. The occurrence of phenomena such as the change in the stagnation point and the separation points of the boundary layer on the stationary bluff body, significant variations in the loads and suppression of the vortex shedding regime when the distance between the ground and the cylinder is very small were verified. In the end, investigations were carried out where situations of ground and V.I.V. effects are simultaneously present, investigating the dominance of one phenomenon over the other in situations where the effects were adverse. All simulations are performed for a Reynolds number equal to 10^5 . In general, the studies had excellent correspondence with the literature. However, a study involving a similar situation with the performance of the two interference effects is rarely found in the literature for comparison.

Keywords: Discrete Vortex Method, Structural forced in-line vibration, Ground effect, Fluid dynamic loads, Bluff body.

SUMÁRIO

Letras Latinas	X
Letras Gregas.....	XV
Sobrescritos	XVI
Subscritos	XVII
Abreviaturas.....	XVIII
Siglas	XIX
Capítulo 1 INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Vibrações Induzidas pelo Escoamento, Efeito Solo e a Motivação do Estudo destes Fenômenos.....	1
1.2 Objetivos do Estudo.....	4
1.3 Metodologia.....	5
1.4 Estrutura da Dissertação	6
Capítulo 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	9
2.1 Vibrações Induzidas por Vórtices.....	9
2.2 Oscilações na Direção do Escoamento (<i>in-line</i>).....	11
2.3 O Efeito Solo	26
Capítulo 3 O MODELO MATEMÁTICO.....	43
3.1 Formulação do Problema	43
3.2 Geometria e Definições	44
3.3 Hipóteses Assumidas	45
3.4 Equações Governantes e Condições de Contorno	47
3.4.1 Equações Governantes.....	47
3.4.2 Condições de Contorno	48
3.5 Adimensionalização do Problema	49
3.5.1 Equação do Transporte da Vorticidade na Forma Adimensional.....	52
3.5.2 Esquema Integral de Recuperação da Pressão.....	52
Capítulo 4 SOLUÇÃO PELO MÉTODO DE VÓRTICES DISCRETOS.....	54
4.1 Algoritmo de Separação da Parte Viscosa.....	54
4.2 Advecção da Nuvem de Vórtices Discretos	55
4.2.1 A Decomposição de Helmholtz.....	55
4.2.2 O Campo Solenoidal.....	57
4.2.2.1 A Lei de Biot-Savart.....	58
4.2.2.2 Discretização do Campo de Vorticidades.....	59

4.2.2.3	O Modelo do Vórtice Discreto de Lamb	59
4.2.3	A Contribuição da Nuvem de Vórtices Discretos	66
4.2.3.1	A Conservação da Circulação Global e o Decaimento do Campo Solenoidal	67
4.2.4	O Campo Potencial Irrotacional	68
4.2.4.1	A Discretização das Fronteiras Sólidas	68
4.2.4.2	A Contribuição das Fronteiras Sólidas	71
4.2.4.3	A Conservação Global da Massa e o Decaimento do Campo Potencial ..	74
4.2.5	A Imposição das Condições de Contorno	75
4.2.5.1	A Condição de Impenetrabilidade	76
4.2.5.2	A Condição de Escorregamento-Nulo	78
4.3	Os Avanços Advectivo e Difusivo.....	80
4.3.1	Esquema de Avanço Advectivo.....	80
4.3.2	Esquema de Avanço Difusivo	80
4.4	Carregamentos Fluidodinâmicos	81
4.4.1	O Esquema de Shintani, Shiraishi e Akamatsu, (1994).....	82
4.4.2	A Solução Numérica do Esquema de Shintani, Shiraishi e Akamatsu, (1994)	88
4.5	A Influência Direta nas Cargas Fluidodinâmicas pela Variação Inercial de Corpos Rígidos em Meios Fluidos	91
4.5.1	A Integração da Parcela da Aceleração Local da Equação de Uhlmann nas Imediações de um Cilindro Circular para Movimento <i>In-Line</i>	91
4.5.2	O Impacto da Aceleração Oscilatória nos Carregamentos Fluidodinâmicos de um Cilindro Circular	95
4.5.3	Solução na Forma Puramente Discreta Para Contornos Sólidos de Forma Arbitrária.....	97
Capítulo 5	RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	98
5.1	Relato do Estudo	98
5.2	Validação do Método	101
5.2.1	Condições Extras para a Configuração C	105
5.3	Casos não Modificados com Oscilação <i>In-Line</i>	108
5.4	Casos Modificados com Oscilação <i>In-Line</i>	112
5.4.1	O Estudo de V.I.V. <i>In-Line</i> com 50 painéis Discretizando o Cilindro Circular:	112
5.4.2	O Estudo de V.I.V. <i>In-Line</i> com Maior Discretização do Corpo	116
5.5	O Estudo do Efeito Solo:	131
5.6	O Estudo do Efeito Solo Juntamente com Vibrações Forçadas <i>In-Line</i> :.....	144
Capítulo 6	CONCLUSÃO.....	150
6.1	Principais Conclusões	150

6.2	Sugestões para Trabalhos Futuros	156
APÊNDICE A – Dados de Simulações e Estrutura do Programa Computacional.....		158
A.1	Dados de Simulações.....	158
A.2	Estrutura do Programa Computacional	159
APÊNDICE B – Funções de Green e Delta de Dirac.....		160
B.1	Delta de Dirac	160
B.2	Funções de Green Fundamentais	161
B.2.1	Gradiente e laplaciano da função de Green.....	162
B.2.2	O Operador Kernel	165
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS		166

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2.1: DIREÇÃO DA OSCILAÇÃO EM RELAÇÃO AO ESCOAMENTO INCIDENTE (ONGOREN; ROCKWELL, 1988B).....	14
FIGURA 2.2: MODOS ANTISSIMÉTRICOS AI E AII (ONGOREN; ROCKWELL, 1988B).....	15
FIGURA 2.3: MODO ANTISSIMÉTRICO AIII E AIV (ONGOREN; ROCKWELL, 1988B).....	15
FIGURA 2.4: MODO SIMÉTRICO S (ONGOREN; ROCKWELL, 1988B).....	16
FIGURA 2.5: MODO SÍNCRONO AIII (A), MODO SÍNCRONO S (B) E MODO S COM FRACA COERÊNCIA (C) (ADAPTADO DE ONGOREN; ROCKWELL, 1988B).....	16
FIGURA 2.6: QUANTIFICAÇÃO DOS CICLOS SIMÉTRICOS E ASSIMÉTRICOS (ADAPTADO DE NAUDASCHER, 1987).....	17
FIGURA 2.7: RESPOSTA LIVRE À EXCITAÇÃO <i>IN-LINE</i> (CAGNEY & BALABANI, 2013A).....	18
FIGURA 2.8: PERDA DE COERÊNCIA DO DESPRENDIMENTO SIMÉTRICO E INFLUÊNCIA DOS EFEITOS SIMÉTRICOS DO MOVIMENTO OSCILATÓRIO E ALTERNATIVO DA ESTEIRA LONGÍNQUA ($Re = 1,7 \times 10^4$). ADAPTADO DE NISHIHARA, KANEKO E WATANABE (2005).....	21
FIGURA 2.9: MAPEAMENTO DOS ESTUDOS ENVOLVENDO VIBRAÇÕES COM UM GRAU DE LIBERDADE NA DIREÇÃO DO ESCOAMENTO INCIDENTE. ADAPTADO DE KONSTANTINIDIS E LIANG, (2011).	22
FIGURA 2.10: COMPORTAMENTO GERAL ESPERADO OBTIDO EM V.I.V. FORÇADAS <i>IN-LINE</i> . RETIRADO DE NISHIHARA, KANEKO E WATANABE (2005).....	23
FIGURA 2.11: POSSÍVEIS MODOS DA ESTEIRA VORTICOSA PARA OSCILAÇÃO PURAMENTE <i>IN-LINE</i> . ADAPTADO DE HU ET AL. (2019).	25
FIGURA 2.12: COMPORTAMENTO OBSERVADO DE UM CILINDRO QUANDO SOBRE ATUAÇÃO DO EFEITO SOLO PARA DIVERSOS ALCANCES DA C.L. ADAPTADO DE HIWADA ET AL. (1986).	29
FIGURA 2.13: <i>GAPS</i> CRÍTICOS OBTIDOS PELO CRITÉRIO DE MÍNIMO LOCAL DAS FLUTUAÇÕES DOS CARREGAMENTOS. ADAPTADO DE TANIGUCHI E MIYAKOSHI (1990).	31
FIGURA 2.14: MECANISMO DE SUPRESSÃO DO REGIME DE DESPRENDIMENTO DE ESTRUTURAS VORTICOSAS. ADAPTADO DE TANIGUCHI E MIYAKOSHI (1990).	32
FIGURA 2.15: COMPARAÇÃO DO ARRASTO OBTIDO POR BIMBATO (2008) E NISHINO (2007). ADAPTADO DE BIMBATO (2008).....	39
FIGURA 2.16: PADRÃO PERCEBIDO ENTRE OS ESTUDOS DE HUANG E SUNG (2007) E BIMBATO, ALCÂNTARA PEREIRA E HIRATA (2013). FIGURAS RETIRADAS E ADAPTADAS DE HUANG E SUNG (2007) E BIMBATO, ALCÂNTARA PEREIRA E HIRATA (2013).	40
FIGURA 3.1: DEFINIÇÃO DA GEOMETRIA E DOMÍNIO FLUIDO.	44
FIGURA 4.1: DECOMPOSIÇÃO DE HELMHOLTZ DE UM CAMPO VETORIAL BIDIMENSIONAL DISCRETO (CORDEIRO, 2018).....	56
FIGURA 4.2 – DISTRIBUIÇÃO DA VORTICIDADE E INDUÇÃO DE VELOCIDADE EM UM VÓRTICE DISCRETO DE LAMB.....	65

FIGURA 4.3: VÓRTICES DISCRETOS DE LAMB ISOLADOS.....	66
FIGURA 4.4: DISPOSIÇÃO DE UM PAINEL PLANO.	69
FIGURA 4.5: DISPOSIÇÃO DE UM CONTORNO SÓLIDO EM UM CAMPO POTENCIAL.....	72
FIGURA 4.6: CONTORNO SÓLIDO DISCRETIZADO EM PAINÉIS PLANOS COM DISTRIBUIÇÃO DE FONTES COM DENSIDADE UNIFORME.....	73
FIGURA 4.7: AVANÇO RANDÔMICO DE UM VÓRTICE DISCRETO.....	81
FIGURA 4.8: DELIMITAÇÃO DA REGIÃO FLUIDA E CONVENÇÃO DA DIREÇÃO DO VETOR NORMAL ÀS SUPERFÍCIES.....	84
FIGURA 4.9: NOVA CONVENÇÃO DO VETOR UNITÁRIO NORMAL À SUPERFÍCIE.	86
FIGURA 4.10: POLO ISOLADO PARA SOLUÇÃO DA INTEGRAL VIA INTEGRAL DE CAUCHY.	92
FIGURA 4.11: MUDANÇA DE COORDENADAS PARA APLICAÇÃO EM PROGRAMA COMPUTACIONAL	94
FIGURA 4.12: COMPARAÇÃO ENTRE AMPLITUDES OBTIDAS EXPERIMENTALMENTE E O EFEITO DOMINANTE DA ACELERAÇÃO OBTIDO ANALITICAMENTE. SOBREPOSIÇÃO À FIGURA DE NISHIHARA, KANEKO E WATANABE (2005).....	96
FIGURA 5.1: GRADIENTE DE PRESSÃO: COMPARAÇÃO ENTRE DIFERENTES CONFIGURAÇÕES E EFEITO DE SUAVIZAÇÃO POR FILTRO PASSA-BAIXA DE MÉDIA MÓVEL.	102
FIGURA 5.2: CONFIGURAÇÕES DIFERENTES COMPARADAS AO RESULTADO EXPERIMENTAL DE BLEVINS (1984).....	103
FIGURA 5.3: CARREGAMENTOS FLUIDODINÂMICOS NO DOMÍNIO DO TEMPO E DA FREQUÊNCIA. CONFIGURAÇÃO 300 PAINÉIS (CASO 1A).	104
FIGURA 5.4: CARACTERÍSTICA DOS PONTOS ASSINALADOS NA FIGURA 5.3: DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÃO AO LONGO DO CORPO E ESTEIRA PRÓXIMA (300 PAINÉIS).	104
FIGURA 5.5: COMPORTAMENTO DA SUSTENTAÇÃO OBTIDO COM A CONFIGURAÇÃO C. FIGURA EXTRAÍDA DE NISHINO (2007) COM A CONFIGURAÇÃO DO CILINDRO TANGENCIANDO AS PLACAS COM SOBREPOSIÇÃO DA SIMULAÇÃO NA CONFIGURAÇÃO C REALIZADA NESTE TRABALHO.....	107
FIGURA 5.6: COMPARAÇÃO ENTRE VÁRIOS MÉTODOS NUMÉRICOS PARA SIMULAÇÃO DE ALTOS Re SUBCRÍTICOS E $g = 1,0$. FIGURA EXTRAÍDA DE NISHINO (2007) COM SOBREPOSIÇÃO DA SIMULAÇÃO NA CONFIGURAÇÃO C.	107
FIGURA 5.7: COMPARAÇÃO ENTRE ESTUDOS DE VIBRAÇÃO FORÇADA <i>IN-LINE</i> PARA A FRAÇÃO DE FREQUÊNCIA $fxSto \approx 2$. RETIRADAS DE: (A) PRESENTE ESTUDO ANTES DAS MODIFICAÇÕES, (B) MARTINS (2017), (C) SIQUEIRA (2011), (D) SONG E SONG (2003), (E) NISHIHARA, KANEKO E WATANABE (2005) E (F) ONGOREN E ROCKWELL (1988B).....	110
FIGURA 5.8: DISCREPÂNCIA DO COMPORTAMENTO DO ARRASTO QUANTO AO PICO. FIGURA ADAPTADA DE NISHIHARA, KANEKO E WATANABE (2005) COM OS MARCADORES CIRCULARES. DADOS SOBREPOSTOS DOS ESTUDOS DE SONG E SONG (2003) (TRIANGULO LARANJA), SIQUEIRA (2011) (LOSANGO), MARTINS (2017) (TRIANGULO VERDE) E PRESENTE ESTUDO COM CASOS NÃO MODIFICADOS (ASTERISCO).	111
FIGURA 5.9: COMPARAÇÃO DAS AMPLITUDES DO ARRASTO EM $fxSto \approx 2$. FIGURA À ESQUERDA REFERENTE À SIMULAÇÃO PRESENTE. FIGURAS CENTRAL E À DIREITA EXTRAÍDAS E ADAPTADAS DE SIQUEIRA (2011) E SONG E SONG (2003) RESPECTIVAMENTE.	111

FIGURA 5.10: COMPORTAMENTO DO ARRASTO COM A VARIAÇÃO DA VELOCIDADE REDUZIDA FORÇADA APÓS IMPLEMENTAÇÕES DESENVOLVIDAS. FIGURA COM OS RESULTADOS DO PRESENTE ESTUDO (ASTERISCO) COM UM $Re = 105$, $Ax = 0,13$ E 50 PAINÉIS DISCRETIZANDO O CORPO SOBREPOSTOS JUNTAMENTE COM DADOS OBTIDOS DE SONG E SONG (2003) (TRIÂNGULO) NA FIGURA RETIRADA DE NISHIHARA, KANEKO E WATANABE (2005) (CÍRCULOS).....	114
FIGURA 5.11: FRAÇÃO DE FREQUÊNCIAS E REGIÃO DE <i>LOCK-IN</i> . FIGURA COM OS RESULTADOS DO PRESENTE ESTUDO (ASTERISCOS) COM UM $Re = 105$, $Ax = 0,13$ E 50 PAINÉIS DISCRETIZANDO O CORPO SOBREPOSTOS JUNTAMENTE COM DADOS OBTIDOS DE SONG E SONG (2003) (TRIÂNGULOS) NA FIGURA RETIRADA DE NISHIHARA, KANEKO E WATANABE (2005) (CÍRCULOS).....	114
FIGURA 5.12: PEQUENA DIFERENÇA DE FASE ENTRE O ARRASTO E O MOVIMENTO DO CORPO E AO DOMÍNIO INERCIAL DA AMPLITUDE DO ARRASTO A ALTAS FREQUÊNCIAS (CASO 7.2D DA TABELA 5.4). NA FIGURA À ESQUERDA É MOSTRADO O RESULTADO DA PRESENTE SIMULAÇÃO PARA $Ax = 0,26$ E $fx = 0,60$ PARA UM $Re = 105$. A CURVA EM VERMELHO REMETE AO ARRASTO E A CURVA PRETA À FRAÇÃO $X(t)Ax$. A FIGURA À DIREITA FOI EXTRAÍDA DE SONG E SONG (2003) E SIMULA AS MESMAS CONDIÇÕES COM UM $Re = 855$	115
FIGURA 5.13: A ADEQUAÇÃO PROMOVIDA PELAS MODIFICAÇÕES.	116
FIGURA 5.14: EXEMPLO DE RESPOSTA À OSCILAÇÃO FORÇADA. CASO 5.1C: $fx = 0,34$, $\sigma_0 = 0,0036$, $\Delta t = 0,065$ COM 100 PAINÉIS.	117
FIGURA 5.15: COMPORTAMENTO PARA BAIXÍSSIMAS FREQUÊNCIAS DE EXCITAÇÃO.	119
FIGURA 5.16: MODOS DE DESPRENDIMENTO AI.	120
FIGURA 5.17: CARACTERÍSTICAS SIMÉTRICAS E ANTISSIMÉTRICAS DO CASO 4.2C.	121
FIGURA 5.18: LEVANTAMENTO EM MEDIÇÕES EM DIFERENTES INTERVALOS PARA O CASO 4.2C.	121
FIGURA 5.19: MODO AIII - CASO 5.2C - $fx = 0,36$	122
FIGURA 5.20: INVERSÃO DO DESPRENDIMENTO AIII PASSANDO POR UM DESPRENDIMENTO SIMÉTRICO. CASO 6.1B.....	123
FIGURA 5.21: COMPARAÇÃO ENTRE OS CARREGAMENTOS PRÓXIMO A $Vrx = 2,27$. FONTE: A) PRESENTE ESTUDO: CASO 6.2C SIMULADO COM $Re = 105$, $Ax = 0,13$ E $Vrx = 2,27$. ARRASTO EM VERMELHO E SUSTENTAÇÃO EM PRETO. B) RETIRADA DE NISHIHARA, KANEKO E WATANABE (2005), COM $Re = 3,4 \times 10^4$, $Ax = 0,05$ E $Vrx = 2,2$. C) RETIRADA DE SONG E SONG (2003), COM $Re = 855$, $Ax = 0,13$ E $Vrx = 2,27$	124
FIGURA 5.22: INFLUÊNCIA SIMÉTRICA E ANTISSIMÉTRICA PARA $Vrx \approx 2,27$. FIGURA D) RETIRADA DE NISHIHARA, KANEKO E WATANABE (2005).....	125
FIGURA 5.23: COMPORTAMENTO DO DESPRENDIMENTO EM $Vrx = 1,67$, CASO 7.2A.....	126
FIGURA 5.24: MUDANÇA DE COMPORTAMENTO EM $Vrx = 1,67$, CASO 7.2A.....	127
FIGURA 5.25: SEMELHANÇAS E DIFERENÇAS ENTRE A SIMULAÇÃO NUMÉRICA E UM ENSAIO EXPERIMENTAL PARA $Vrx \approx 1,67$. FONTE: FIGURAS B) E D) RETIRADAS DE NISHIHARA, KANEKO E WATANABE (2005) COM $Vrx = 1,7$	128
FIGURA 5.26: COMPORTAMENTO DO ARRASTO COM CONFIGURAÇÕES A, B E C. FIGURA COM OS RESULTADOS DO PRESENTE ESTUDO COM UM $Re = 105$, $Ax = 0,13$ SOBREPOSTOS JUNTAMENTE COM	

DADOS OBTIDOS DE SONG E SONG (2003) (TRIÂNGULO LARANJA) NA FIGURA RETIRADA DE NISHIHARA, KANEKO E WATANABE (2005) (CÍRCULOS).....	129
FIGURA 5.27: VARIAÇÃO DA FLUTUAÇÃO DA SUSTENTAÇÃO (RMS). FIGURA COM OS RESULTADOS DO PRESENTE ESTUDO COM UM $Re = 105$, $Ax = 0,13$ SOBREPOSTOS JUNTAMENTE COM DADOS OBTIDOS DE SONG E SONG (2003) (TRIÂNGULOS) NA FIGURA RETIRADA DE NISHIHARA, KANEKO E WATANABE (2005) (CÍRCULOS).....	130
FIGURA 5.28: FRAÇÃO DE FREQUÊNCIA E REGIÃO DE <i>LOCK-IN</i> OBTIDOS. FIGURA COM OS RESULTADOS DO PRESENTE ESTUDO COM UM $Re = 105$, $Ax = 0,13$ SOBREPOSTOS JUNTAMENTE COM DADOS OBTIDOS DE SONG E SONG (2003) (TRIÂNGULOS) NA FIGURA RETIRADA DE NISHIHARA, KANEKO E WATANABE (2005) (CÍRCULOS).....	130
FIGURA 5.29: PONTOS DE SEPARAÇÃO DA C.L. DADOS DAS SIMULAÇÕES REALIZADAS SOBREPOSTOS À FIGURA ADAPTADA RETIRADA DE NISHINO (2007). OS MARCADORES AMARELOS E VERMELHOS CORRESPONDEM À CONFIGURAÇÃO A E C RESPECTIVAMENTE.....	133
FIGURA 5.30: COMPORTAMENTO DO PONTO DE ESTAGNAÇÃO E TENDÊNCIA DE FLUTUAÇÃO DA ESTEIRA. FONTE: A) DADOS DAS SIMULAÇÕES REALIZADAS SOBREPOSTOS À FIGURA ADAPTADA E EXTRAÍDA DE LEI, CHENG E KAVANAGH (1999). B) DADOS EXTRAÍDOS DE BEARMAN E ZDRAVKOVICH (1978) (MARCADOR AZUL).....	133
FIGURA 5.31: APARIÇÃO DE CICLOS REGULARES EM ALTOS TEMPOS.....	135
FIGURA 5.32: SUPRESSÃO E PERTURBAÇÃO ADVINDA DO FIM DOS MÓDULOS: CASO 8A.....	136
FIGURA 5.33: EFEITO DO SOLO SOBRE O ARRASTO. FONTE: OS DADOS DE ROSHKO, STEINOLFSON E CHATTOORGOON (1975) ($Re = 2 \times 10^4$ e $\delta = 0,5$) E NISHINO (2007) ($Re = 105$, ESTEIRA ROLANTE) FORAM COLHIDOS EM NISHINO (2007). OS OUTROS DADOS QUE NÃO OS PRODUZIDOS NESTE TRABALHO FORAM COLHIDO DE BIMBATO (2008) ($Re = 105$ E C.L. INEXISTENTE) E LEI, CHENG E KAVANAGH (1999) - $Re = 1,3 \times 10^4$ e $\delta = 0,14$	137
FIGURA 5.34: VARIAÇÃO DA SUSTENTAÇÃO COM A DISTÂNCIA AO SOLO. OS DADOS DE ROSHKO, STEINOLFSON E CHATTOORGOON (1975) ($Re = 2 \times 10^4$ e $\delta = 0,5$) E NISHINO (2007) ($Re = 105$, ESTEIRA ROLANTE) FORAM COLHIDOS EM NISHINO (2007). OS OUTROS DADOS QUE NÃO OS PRODUZIDOS NESTE TRABALHO FORAM COLHIDO DE BIMBATO (2008) ($Re = 105$ E C.L. INEXISTENTE) E LEI, CHENG E KAVANAGH (1999) - $Re = 1,3 \times 10^4$ e $\delta = 0,14$	139
FIGURA 5.35: VARIAÇÃO DA PRESSÃO DE BASE E DO PONTO DE ESTAGNAÇÃO COM A APROXIMAÇÃO DO SOLO. B) EXTRAÍDA DE LEI, CHENG E KAVANAGH (1999).....	140
FIGURA 5.36: VARIAÇÃO DO C_p MÉDIO PARA AS CONFIGURAÇÕES C E A.....	140
FIGURA 5.37: COMPORTAMENTO NOS DOIS MENORES <i>GAPS</i> . B) FOI EXTRAÍDA E ADAPTADA DE ONG ET AL. (2010).....	141
FIGURA 5.38: REGIME DE SUPRESSÃO E DESPRENDIMENTO LONGE DO CORPO.....	142
FIGURA 5.39: MUDANÇA DA FREQUÊNCIA DOMINANTE E DESAPARECIMENTO DO SEGUNDO PICO DO SINAL NO DOMÍNIO ESPECTRAL DA CONFIGURAÇÃO C.....	143
FIGURA 5.40: MUDANÇA DO REGIME DE DESPRENDIMENTO. CONFIGURAÇÃO A.....	144
FIGURA 5.41: EFEITOS COMBINADOS DE VIBRAÇÕES E PROXIMIDADE DO SOLO.....	147

FIGURA 5.42: COMPORTAMENTO DOS CARREGAMENTOS QUANDO O CILINDRO ISOLADO OSCILA COM UMA FREQUÊNCIA PRÓXIMA A $f_x = 0,40$. ADAPTADO DE SONG E SONG (2003).	148
FIGURA 5.43: FORTE ATUAÇÃO DE DOIS EFEITOS CONFLITANTES.	149
FIGURA B.1: REPRESENTAÇÃO DO DELTA DE DIRAC (DE AZAMBUJA, 1964).....	161
FIGURA B.2: REGIÃO INTERNA AO DOMÍNIO - $\varepsilon > 0$. ADAPTADO DE PRATA (1980).....	162
FIGURA B.3 : REGIÃO DE CONTORNO - $\varepsilon \rightarrow 0$. ADAPTADO DE PRATA (1980).	163
FIGURA B.4: CURVAS EM TORNO DO POLO Z'	164

LISTA DE TABELAS

TABELA 4.1: MATRIZ DIMENSIONAL	61
TABELA 5.1: CONFIGURAÇÕES DE PARÂMETROS DE CADA CONFIGURAÇÃO UTILIZADA.....	99
TABELA 5.2: COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS PARA O CILINDRO ISOLADO	101
TABELA 5.3: RESULTADOS CASOS NÃO MODIFICADOS	109
TABELA 5.4: SIMULAÇÕES DE V.I.V. <i>IN-LINE</i> COM 50 PAINÉIS E MODIFICAÇÕES.....	113
TABELA 5.5: SIMULAÇÕES DE V.I.V. <i>IN-LINE</i> COM 100 PAINÉIS E $\sigma_0 = 0,0032$:	118
TABELA 5.6: SIMULAÇÕES DE V.I.V. <i>IN-LINE</i> COM 100 PAINÉIS E $\sigma_0 = 0,0036$:	118
TABELA 5.7: ESTUDO DE CASOS ESPECIAIS EM PONTOS ESTRATÉGICOS ($g = 103$)	119
TABELA 5.8: RESULTADOS OBTIDOS PARA A CONFIGURAÇÃO A (300 PAINÉIS)	131
TABELA 5.9: RESULTADOS OBTIDOS PARA A CONFIGURAÇÃO C	132
TABELA 5.10: RESULTADOS DOS ESTUDOS ACOPLANDO O EFEITO SOLO À EXCITAÇÃO <i>IN-LINE</i> FORÇADA.	145
TABELA A.1: DADOS DAS SIMULAÇÕES NA CONFIGURAÇÃO B PARA O EFEITO SOLO.....	158

SIMBOLOGIA

Letras Latinas

A	Antissimétrico; área
A_{Cd}	Amplitude do arrasto
AI	Primeiro modo antissimétrico
AII	Segundo modo antissimétrico
$AIII$	Terceiro modo antissimétrico
AIV	Quarto modo antissimétrico
Ad	Vetor coluna lado direito de pressão
Ap	Matriz de influência de pressão
A_{osc}	Aceleração do corpo oscilatório
A_x	Amplitude de oscilação na direção do fluido
B	Entalpia ou trabalho específico de estagnação
b	Comprimento característico do problema
C_D	Coefficiente de arrasto
C_{DRMS}	Medida em RMS do arrasto
C_L	Coefficiente de sustentação
C_{LRMS}	Medida em RMS da sustentação

C_p	Coeficiente de pressão
CI	Primeiro modo de desprendimento caótico
CII	Segundo modo de desprendimento caótico
D	Força de arrasto, diâmetro do cilindro
ds	Elemento orientado de uma superfície sólida
n	Vetor unitário na direção normal a uma superfície sólida
τ	Vetor unitário na direção tangencial a uma superfície sólida
eps	Referente à posição de geração de uma partícula
f_a	Fração entre a frequência de excitação e a frequência de Strouhal em repouso
f_{cl}	Frequência dominante da sustentação
f_{CD}	Frequência dominante do arrasto
f_e	Frequência de excitação; frequência experimentada
ϕ	Ângulo horário com referência ao centro do bordo de ataque
f_n	Frequência natural da estrutura
f_{n0}	Frequência de Strouhal em repouso
f_{nr}	Frequência natural em repouso
f_w	Frequência de excitação da velocidade do fluido
f_x	Frequência de excitação ou frequência na direção <i>in-line</i>
f_y	Frequência de excitação ou frequência na direção transversal
gap	Espaçamento entre o corpo e a parede vertical
g	Espaçamento entre o corpo e a parede vertical

G	Solução fundamental da equação de Laplace
g	Campo de aceleração local da gravidade
g	Aceleração local da gravidade
g_c	<i>Gap</i> crítico de supressão
h	Campo harmônico; função; campo vetorial harmônico
I	Função da contribuição da aceleração
i	Versor do eixo x, índice
j	Versor do eixo y, índice
J	Função da influência da vorticidade
K	Operador Kernel
Kn	Coefficiente de uma matriz de influência de fontes
Kt	Coefficiente de uma matriz de influência de vórtices
k	Versor do eixo z, índice
k_{eq}	Rigidez equivalente de uma estrutura
L	Força de sustentação; Comprimento
Ld	Vetor coluna lado direito de pressão
M	Número total de painéis planos utilizados para a discretização das fronteiras
MB	Número total de painéis planos utilizados para a discretização do corpo
m_{eq}	Massa equivalente de uma estrutura
n	Referente à direção normal
N_a	Número de ciclos com desprendimento antissimétrico

n_x	Representa a função cosseno
n_y	Representa a função seno
n_p	Número de painéis
N_s	Número de ciclos com desprendimento simétrico
NV	Número total de vórtices discretos presentes no domínio fluido
p	Campo de pressões
P	Número randômico entre 0 e 1
Q	Número randômico entre 0 e 1
R	Raio do Cilindro
Re	Número de Reynolds
r_1	Relativo à distância radial
r_2	Relativo à distância radial
S	Define o contorno da fronteira que delimita a região fluida bidimensional; remetente ao modo simétrico
S_2	Relativo ao contorno da superfície do corpo
S_1	Relativo ao contorno da superfície da parede horizontal
St	Número de Strouhal
St_o	Número de Strouhal medido no cilindro isolado e em repouso
S_∞	Relativo ao contorno da fronteira no infinito e que delimita o domínio fluido
SI	Primeiro modo de desprendimento simétrico
SII	Segundo modo de desprendimento simétrico

SIII	Terceiro modo de desprendimento simétrico
TI	Primeiro tipo
TII	Segundo tipo
t	Tempo adimensional
T	Periodo de oscilação
θ_p	Ângulo de orientação de um painel plano genérico p
T_c	Tempo característico do problema
U	Velocidade característica do problema
U_∞	Componente horizontal da velocidade do escoamento não perturbado
u	Campo de velocidades
u	Componente horizontal da velocidade total induzida em cada partícula; velocidade de modo geral
u_c	Vetor velocidade induzida pelas fronteiras sólidas
u_i	Vetor velocidade induzida escoamento incidente
u_v	Vetor velocidade induzida pela nuvem de vórtices discretos de Lamb
v	Componente vertical da velocidade total induzida em cada partícula
V	Volume; velocidade
v_i	Componente vertical da velocidade do escoamento incidente
V_r	Velocidade reduzida de uma estrutura
V_{r_e}	Velocidade reduzida experimentada
V_{r_v}	Velocidade reduzida verdadeira
V_{r_x}	Velocidade reduzida de excitação na direção do escoamento

V_{∞}	Componente vertical da velocidade do escoamento não perturbado
x	Coordenada de posição horizontal
\mathbf{x}	Vetor posição
X	Componente de força de campo gravitacional na direção do eixo dos x
y	Coordenada de posição vertical; ajuste de placas de Nishino (2007)
Y	Componente de força de campo gravitacional na direção do eixo dos y
Y	Trabalho específico total (energia/massa)
Z	Ponto no plano 2D; número imaginário

Letras Gregas

α	Ângulo de inclinação do fluido ou em relação ao fluido; constante de proporção angular: em geral meia unidade
β	Refere-se a ângulo
Γ	Intensidade de um vórtice discreto de Lamb
Γ_{Ω}	Circulação total na região fluida
Δs	Relativo ao comprimento de cada painel plano
Δt	Relativo ao incremento de tempo discreto
δ	Espessura da camada limite; delta de Dirac
ε	Referente à posição de geração de partículas novas; espaço incremental
ξ	Deslocamento oscilatório
θ	Referente a um ângulo de orientação

μ	Coeficiente de viscosidade dinâmica
ν	Coeficiente de viscosidade cinemática
ρ	Massa específica do fluido
Σ	Representa um somatório
τ	Referente à direção tangencial
σ_0	Raio do núcleo do vórtice de Lamb
σ	Parâmetro viscoso do vórtice de Lamb
$\sigma(x)$	Densidade de uma distribuição uniforme de fontes sobre cada painel plano
φ	Potencial; potencial escalar
Ψ	Campo solenoidal; potencial vetorial
ψ	Ângulo de fase entre a oscilação e o arrasto
Ω	Define o domínio fluido
ω	Campo de vorticidades
ω	Módulo da vorticidade; componente de vorticidade na direção \hat{z}
ω_n	Frequência natural angular

Sobrescritos

i	Referente a uma partícula
\cup	Designa composição de superfícies para definir o domínio fluido
*	Designa grandeza dimensional

Subscritos

i	Referente ao escoamento incidente
c	Referente às fronteiras sólidas; crítico
dif	Referente a difusão ou difusivo
v	Referente à nuvem de vórtices discretos de Lamb
τ	Referente à direção tangencial
n	Referente à direção normal
d	Referente ao deslocamento randômico de cada partícula
est	Referente a estagnação
h	Referente a harmônico
p	Referente a potencial
r	Referente a radial
s	Referente a solenoidal ou superfície
sep	Referente a separação da camada limite
sup	Referente a supressão
∞	Referente ao comportamento do fluido longe das fronteiras sólidas
M	Referente à média de um intervalo
Osc	Referente à oscilação

Abreviaturas

CFD	<i>Computacional Fluid Dynamics</i>
C.L.	Camada limite
Cte	Constante vetorial ou escalar
D.V.M.	<i>Discrete Vortex Method</i>
COUPS	Matriz de influência de fontes
COUPV	Matriz de influência de vórtices discretos
E.T.V.	Equação do Transporte da Vorticidade
ENS	Equações de Navier-Stokes
FFT	<i>Fast Fourier Transform</i>
GAMMA	Vetor incógnita de vórtices discretos nascentes
M.V.D.	Método de Vórtices Discretos
P.C.E.	Princípio de Conservação da Energia
P.C.M.	Princípio de Conservação da Massa
P.C.Q.M.L.	Princípio de Conservação da Quantidade de Movimento Linear
PIV	<i>Particle Image Velocimetry</i>
PSD	<i>Power Spectrum Density</i>
RHSS	Vetor coluna lado direito de fontes
RHSV	Vetor coluna lado direito de vórtices
RMS	<i>Root mean square</i>
SC	Superfície de controle

SIGMA	Vetor coluna incógnita de fontes
VC	Volume de controle
V.I.E.	Vibrações Induzidas pelo Escoamento
V.I.V.	Vibrações Induzidas por Vórtices/Vórtices Induzidos por Vibrações
W.I.V.	<i>Wake-Induced Vibrations</i>

Siglas

CAPES	Coordenação e Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
IEM	Instituto de Engenharia Mecânica
UNIFEI	Universidade Federal de Itajubá

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

1.1 Vibrações Induzidas pelo Escoamento, Efeito Solo e a Motivação do Estudo destes Fenômenos

Um fenômeno comum em escoamentos externos é o desprendimento intermitente de estruturas vorticosas próximas ao corpo. De acordo com Martins (2017), este fenômeno é causador de uma subclasse de Vibrações Induzidas pelo Escoamento (V.I.E). conhecidas como Vibrações Induzidas por Vórtices (V.I.V.) e possuem alto interesse prático em muitos ramos da engenharia, pois estão envolvidas em projetos de estruturas civis como pontes e chaminés, em veículos marinhos e terrestres, em tubos de trocadores de calor (WILLIAMSON; GOVARDHAN, 2004), na indústria aeronáutica, entre outras. Há uma especial atenção da indústria petrolífera, uma vez que muitos componentes como cabos, dutos submarinos e *risers* estão sujeitos a este fenômeno (SIQUEIRA, 2011; WILLIAMSON; GOVARDHAN, 2004) e são passíveis de danos estruturais, fraturas ou ruptura por fadiga. Nestes ramos de aplicações, o fenômeno é tido como um problema. No entanto, existem vertentes atualmente que visam a extração da energia deste tipo de excitação em fonte marinha (BERNITSAS et al., 2008) ou eólica (EL-SHAHAT, 2016).

A proximidade de um corpo imerso em meio fluido com uma parede é uma situação bastante comum que possui inúmeros exemplos práticos de engenharia, sendo de

importância também para o projeto de dutos e cabos submarinos e outras estruturas como pontes e pilares (LIN; LIN; LIN, 2005).

Nesse sentido, os estudos do efeito solo e de V.I.V. possuem alto interesse e aplicações, e podem ainda estarem presentes simultaneamente em situações práticas do dia a dia. O completo entendimento desses efeitos é um enorme desafio para a área da pesquisa, pois envolvem fenômenos como a separação da camada limite (C.L.) em corpos rombudos, mecanismos de alimentação e supressão do regime de desprendimento de estruturas vorticosas, modos e competição de modos de desprendimento de estruturas vorticosas ou a atrelagem síncrona (*lock-in*), isto é, o fenômeno característico da sincronização frequência da flutuação da esteira vorticiosa com a frequência de oscilação.

No que concerne as vibrações *in-line*, as vibrações na direção do escoamento incidente, há um consenso da literatura que exista uma região, próxima a $f_x/St_o = 0,50$, onde o importante fenômeno de atrelagem síncrona ocorre, sendo f_x a frequência de vibração estrutural na direção do escoamento, para o caso de vibrações livres, ou imposta, para o caso de vibrações forçadas e St_o a frequência de desprendimento de estruturas vorticosas à partir da estrutura do cilindro isolado estacionário (CAGNEY; BALABANI, 2013a, 2013b). Não exatamente nessa fração de frequências ($f_x/St_o = 0,50$), mas próximo a ela, é esperado que ocorra um pico da força de arrasto (SONG; SONG, 2003). A verificação das condições anteriormente mencionadas foi feita por diversos estudos experimentais como em Jarza e Podolski, (2004) e Nishihara, Kaneko e Watanabe (2005). A região de *lock-in* para vibrações *in-line* é comumente definida para as zonas que respeitam a razão $f_w/f_x = 0,50$, sendo f_w a frequência de flutuação da velocidade do escoamento próximo ao corpo (CAGNEY; BALABANI, 2013b, 2013a). A frequência f_w é comumente associada a frequência do coeficiente de sustentação (NISHIHARA; KANEKO; WATANABE, 2005). Estando ou não sobre o regime de atrelagem síncrona, existe uma clássica notação dos modos de desprendimento de estruturas vorticosas desenvolvida por Ongoren e Rockwell (1988b), que é utilizada até os dias atuais. O mapeamento da região de *lock-in* e dos modos de desprendimento de estruturas vorticosas sobre as mais variadas amplitudes e frequências de oscilação é de interesse para a evolução na compreensão dos efeitos de V.I.V.

O efeito solo é um fenômeno bastante familiar aos pilotos de carros de corrida e de planadores, sendo importante para condição de aderência dos pneus no primeiro caso e

sendo observado um ganho de sustentação ao aproximar do solo no caso dos planadores (RICCI, 2002). Quando um corpo rombudo se aproxima muito do solo, é verificado o fenômeno de supressão do desprendimento de estruturas vorticosas. Sendo o corpo um cilindro circular, a literatura geral mostra que a partir de certo ponto um ganho de sustentação e queda no arrasto são verificados. Dentre outros fatores, a queda do arrasto associa-se a um aumento na pressão de base do cilindro e o ganho de sustentação à perda de simetria da distribuição de pressão, devido ao deslocamento do ponto de estagnação para a parte inferior do cilindro (LEI; CHENG; KAVANAGH, 1999). O mecanismo de supressão do desprendimento de estruturas vorticosas é comumente associado à proximidade com o solo, e conjuntamente ao efeito da interação da C.L. formada a partir do solo (GRASS et al., 1983; LEI et al., 2000; TANIGUCHI; MIYAKOSHI, 1990). Os ensaios de Nishino (2007) mostram que a supressão ocorre para altos números de Reynolds (Re) mesmo quando praticamente não se verifica a C.L. junto a parede, na situação em que uma esteira com a mesma velocidade do escoamento incidente é utilizada. Os estudos de Bimbato (2008) e Bimbato, Alcântara Pereira e Hirata (2013) mostram que os efeitos de supressão podem ser observados na esteira próxima ao corpo mesmo quando um artifício numérico que desacopla completamente o efeito da C.L. do chão é utilizado. Estudos como dispostos em Huang (2007) e Taniguchi e Miyakoshi (1990) apresentam resultados que mostram que próximo à supressão, o modo de desprendimento do tipo von Kármán já não é mais verificado, e observa-se o desprendimento de duas estruturas praticamente simultâneas, sendo que o modo observado por Huang (2007) mostra as estruturas praticamente fundidas, com um modo semelhante ao anteriormente observado experimentalmente por Taneda (1965). A gama de fenômenos que envolvem a aproximação ao solo é muito grande.

Tendo a oscilação forçada a propriedade de excitar o fluido e induzir a formação de um regime de desprendimento de estruturas vorticosas, a condição quando o corpo se encontra próximo a uma parede plana tende a cessar o regime de desprendimento de estruturas vorticosas, e a atuação desses dois efeitos é, em princípio, imprevisível. Até o ponto que se sabe, são raros os estudos que investiguem a oscilação forçada puramente *in-line* na presença do efeito solo com aplicação para a comparação com o presente estudo.

1.2 Objetivos do Estudo

O presente trabalho destina-se ao estudo sistemático do efeito solo e da vibração forçada *in-line* sobre um cilindro circular próximo a uma parede plana, podendo esses efeitos estarem atuando simultaneamente ou não. Uma reavaliação da zona mais importante, onde se manifesta o efeito solo, é feita baseada no estudo numérico de Bimbato (2008), investigando comparativamente ao estudo experimental de Nishino (2007) semelhanças e diferenças nos resultados obtidos. São levantados dados sobre as simulações numéricas, como as distribuições de pressão, a localização dos pontos de separação da C.L., a mudança no ponto de estagnação do cilindro, o comportamento do número de Strouhal (St), a evolução temporal e valores médios dos carregamentos fluidodinâmicos integrados, valores de média RMS e realização de análises espectrais desses carregamentos. Para essa finalidade, são utilizadas todas as ferramentas disponíveis para a melhor avaliação dos fenômenos envolvidos. Ao comparar estudos experimentais como os de Nishino (2007), Hiwada et al. (1986) e Roshko, Steinolfson e Chattoorgoon (1975), percebe-se que a sustentação possui menor dependência da espessura da camada limite, da tridimensionalidade e do número de Reynolds. Sendo assim, um estudo de aferição de parâmetros também é realizado neste trabalho, investigando como a variação de parâmetros (número de painéis, incremento temporal, raio do núcleo do vórtice de Lamb e pondo de desprendimento dos vórtices nascentes) impactavam as simulações, inicialmente com o objetivo de se aproximar o comportamento da sustentação àquela observada pelos estudos anteriores.

Destina-se o estudo das V.I.V. *in-line* para o mapeamento dos carregamentos fluidodinâmicos e dos regimes de desprendimento de estruturas vorticosas sobre uma ampla faixa de frequências de vibração estrutural e uma amplitude de oscilação adimensional (A_x) fixa em 13% do diâmetro do cilindro circular. O valor fixo da amplitude se justifica devido às comparações com o estudo experimental de Ongoren e Rockwell (1988b). É realizado também o mapeamento da região onde a atrelagem síncrona ocorre. De acordo com a literatura para vibração puramente *in-line*, existe alguma previsibilidade dessas regiões e dos regimes de desprendimento de estruturas vorticosas, principalmente quanto à zona de máxima força de arrasto e as regiões onde os modos antissimétricos são dominantes. Embora haja certa previsibilidade, a literatura

carece ainda de estudos para altos Re , e estudos como este apresentado são importantes para a o completo entendimento do fenômeno em escoamentos subcríticos.

Quando os dois efeitos são estudados simultaneamente, investiga-se a combinação das situações em que um dos efeitos pode estar enfraquecido ou fortalecido, resultando em quatro combinações. Quando os dois efeitos estão enfraquecidos, é esperado que não haja grande influência desses efeitos comparada à situação em que o cilindro se encontra estacionário e sem o efeito solo. Quando a frequência de oscilação é baixa, é esperado que o efeito de bloqueio, causado pela superfície plana, domine essa situação. Quando o cilindro está razoavelmente distante do solo, é esperado que o efeito de uma alta frequência de oscilação seja dominante. A situação em que os dois efeitos estão fortalecidos é pouco conhecida na literatura, sendo um dos objetivos desse estudo analisá-la.

1.3 Metodologia

A metodologia utilizada para a solução do problema no espaço bidimensional é numérica e consiste no Método de Vórtices Discretos (M.V.D.) de caráter puramente Lagrangeano. Essa metodologia vem sendo empregada no Laboratório de Modelagem e Algoritmos de Métodos Lagrangeanos (LMAML) do IEM/UNIFEI, sendo o corpo principal do programa computacional baseado em uma biblioteca de rotinas existentes. Adequações para o estudo em conjunto do efeito solo e de V.I.V. foram empregadas ao programa desenvolvido em linguagem FORTRAN, para aplicação neste estudo. A estrutura do programa está disposta no APÊNDICE A.2. O M.V.D. caracteriza-se pela discretização da propriedade vorticidade em partículas virtuais (vórtices de Lamb), que são advectadas com a mesma velocidade do escoamento e ainda sofrem o processo de difusão segundo o algoritmo de separação da parte viscosa, proposto por Chorin (1968, 1973), à partir da Equação do Transporte da Vorticidade (E.T.V.). Para a advecção da nuvem de vórtices discretos, é necessário o conhecimento do campo de velocidades, que é modelado em função de um componente puramente harmônico, que consiste na influência do escoamento não perturbado (\vec{U}_∞), um componente puramente potencial, que é modelado segundo o método de painéis para a representação das fronteiras sólidas por fontes potenciais, e um componente solenoidal, que representa a influência da nuvem de vórtices discretos sobre ela mesma. A advecção da nuvem de vórtices discretos é realizada

seguindo um esquema de avanço de primeira ordem de Euler. A difusão da vorticidade é simulada através do método de avanço randômico. A intensidade das fontes é obtida através da imposição da condição de impenetrabilidade sobre o ponto de controle dos painéis associada a condição global de conservação da massa. A intensidade dos vórtices discretos é obtida através da imposição da condição de escorregamento-nulo sobre o ponto de controle dos painéis do cilindro associada à condição de conservação global da circulação. A não geração de vórtices discretos sobre a superfície plana é devida ao artifício de simular o efeito de uma parede móvel. Observações experimentais de Nishino (2007) mostraram que quando uma superfície plana se move com a mesma velocidade do escoamento incidente, não existe geração substancial de vorticidade sobre ela. A partir desta observação, Bimbato (2008) adotou o artifício numérico de manter a superfície plana fixa sem a geração de vorticidade sobre ela, para simular um efeito semelhante a uma superfície plana móvel. O mesmo artifício utilizado por Bimbato (2008) é adotado neste trabalho. É importante comentar também que, quando vórtices discretos migram para o interior do cilindro ou da superfície plana eles são refletidos de volta ao escoamento.

Para a recuperação da pressão é utilizada uma equação proposta por Shintani, Shiraishi e Akamatsu (1994), que consiste basicamente da forma adimensional da primeira equação da formulação integral de Uhlman (1993), com as adequações para aplicação ao método dispostas pela extensão de Ricci (2002) para corpos estacionários. Nesta parte do método, há uma contribuição deste trabalho, que inclui um efeito inercial devido à oscilação do corpo para cálculo dos carregamentos fluidodinâmicos.

1.4 Estrutura da Dissertação

O Capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica acerca dos estudos do efeito solo e de fenômenos de V.I.V., direcionados para a aplicação do estudo em questão. A parte relativa aos fenômenos de V.I.V. é focada na literatura encontrada para as vibrações forçadas em um grau de liberdade. Como os estudos de V.I.V. *in-line* em vibrações livres e forçadas são complementares, há tópicos relativos à situação de vibração livre inserida no contexto. Para o caso do efeito solo, uma revisão comparativa abordando o estudo é realizada, focando-se na aplicação em que o corpo é um cilindro circular. Tanto as situações que envolvem o estudo da C.L. da parede plana, ou não, são abordados pois essa influência é tema de grande discussão neste trabalho.

No Capítulo 3 constam o modelo matemático do problema a ser resolvido, envolvendo as equações governantes e as condições de contorno, assim como a adimensionalização do problema, resultando em um ganho de generalidade.

O Capítulo 4 é um capítulo destinado a explicação e sustentação do método, evidenciando como o método aplicado é fundado em bases físicas e matemáticas sólidas, sendo em grande parte de caráter demonstrativo ou especificativo em função das necessidades advindas para a solução do problema. Muito dessa revisão mais criteriosa foi fruto da investigação acerca da não correspondência dos resultados obtidos inicialmente conforme as oscilações se tornavam mais evidentes. Essa revisão foi bem sucedida no sentido de mostrar o que estava se contabilizando inadequadamente na programação e motivou a produção da Seção 4.5, que consiste em uma produção teórica aplicada para o desenvolvimento do método e para a contabilização da parcela referente a variação inercial disposta na equação de Shintani, Shiraishi e Akamatsu (1994). Essas equações vinham sendo aplicadas para configurações que consideravam o cilindro em repouso e funcionavam bem até pequenas velocidades envolvidas. Contudo, neste trabalho é mostrado que a contabilização do efeito da variação da inércia foi necessária para exprimir completamente o fenômeno em estudo. Os resultados analíticos foram demonstrados e puderam ser aplicados e validados com a literatura experimental, como é mostrado na Seção 4.5.2, e a teoria envolvida foi aplicada numericamente, também obtendo ótima correspondência nos resultados após as modificações e implementações. Este capítulo, portanto, já mostra contribuições deste estudo.

O Capítulo 5 reúne os resultados obtidos de todos esses estudos envolvidos, juntamente com uma análise sobre os fenômenos estudados sobre diferentes configurações de parâmetros. Os resultados da programação inicial para o efeito solo, ao contrário do efeito oscilatório, obtiveram boas respostas e geraram bons resultados. Os resultados dos estudos envolvendo as V.I.V. só obtiveram correspondência com a literatura após a implementação das modificações citadas anteriormente, e, após isso, surpreenderam com uma correspondência muito alta com todos os estudos envolvidos. No estudo dos efeitos simultâneos de supressão pela proximidade da parede plana e oscilação do corpo, quatro situações foram investigadas, sendo que três delas possuíam alguma previsibilidade que foi confirmada. O caso que era imprevisível, em princípio, resultou em interessantes resultados, como o aparecimento de um novo modo até então não conhecido pela literatura, pelo menos pelo conhecimento do autor.

O Capítulo 6 engloba os principais resultados resumidos em uma conclusão, apresentando ainda estudos que naturalmente podem ser realizados como uma extensão e aprimoramento deste presente trabalho realizado.

O APÊNDICE A apresenta alguns dados de simulações realizadas não apresentados no texto e a estrutura do programa computacional utilizado para as simulações.

O APÊNDICE B inclui algumas propriedades e demonstrações importantes ao texto a respeito do delta de Dirac, funções fundamentais de Green e operadores úteis.

Capítulo 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Vibrações Induzidas por Vórtices

Um corpo imerso em meio fluido está sujeito a forças atuantes em sua superfície. Se existe diferença de velocidades entre o corpo e o fluido, existirá interação entre os dois, resultando em troca de força e energia. Do ponto de vista do fluido, como dois corpos não ocupam o mesmo espaço, o corpo sólido impõe sua presença e, assim, representa uma perturbação para o arranjo natural do fluido. A resposta que o fluido tem sobre essa perturbação não possui uma única natureza, poderá ser mais ou menos comportada, aproximadamente cíclica, caótica, afetando o corpo em condições que podem ou não se autoalimentar. Pelo ponto de vista do corpo, um efeito da interação será uma força induzida pelo escoamento. Se a força possuir um caráter oscilatório, ela pode refletir em vibrações induzidas pelo escoamento (V.I.E.).

Quando uma estrutura recebe um impulso, ela tende a vibrar em sua frequência natural, definida em função de sua massa e sua rigidez. Os sistemas mais simples costumam ser modelados como um sistema massa-mola. Conforme o arranjo se torne mais complexo, é comum a definição em termos de uma massa e/ou rigidez equivalente. A natureza, pela Segunda Lei da Termodinâmica, é dissipativa, de modo que o amortecimento, geralmente associado à velocidade por um fator, é incluído no modelo de

resposta a excitação de uma estrutura, que passa a ter uma frequência natural amortecida (DEN HARTOG, 1985).

Pode-se dizer que se um sistema recebe um impulso, com o passar do tempo, a energia deste impulso é dissipada e o sistema tende a voltar a um estado permanente. Sendo assim, para um sistema manter-se vibrando, ele precisa ser excitado com alguma frequência, o que implica que ele precise ser alimentado por alguma energia externa para perpetuar-se. Aplicando este raciocínio, se não houver outros agentes, uma vibração periódica do corpo somente poderá ocorrer naturalmente se a energia transferida do fluido para o corpo for positiva, isto é, o trabalho realizado pelo fluido sobre o corpo em um ciclo de oscilação é positivo (WILLIAMSON; GOVARDHAN, 2004).

Embora a premissa seja simples, o problema da previsibilidade de respostas livres vem do inerente entrelaçamento entre causa e efeito nesse fenômeno. O modo de excitação da estrutura, que é função da dinâmica do escoamento, tem o efeito de movimentar a estrutura, interagindo com o fluido e perturbando a própria dinâmica do escoamento, conforme sumariza Dalton (2010), isto é, a oscilação da estrutura modifica o mecanismo de desprendimento de estruturas vorticosas em um ciclo vicioso (KONSTANTINIDIS; LIANG, 2011). A dinâmica do escoamento pode caracterizar a separação da C.L., o regime de desprendimento de estruturas vorticosas, a intensidade de turbulência e outras características do escoamento que são sensivelmente afetadas por parâmetros como a amplitude e a frequência que o corpo está experimentando instantaneamente, podendo esses parâmetros variar no tempo. A complexidade aumenta conforme o número de graus de liberdade do corpo cresce, podendo o corpo não ser rígido e/ou estar montado em base flexível.

É fundamental que se atenha às definições dispostas nesse texto. A terminologia e simbologia dos estudos e parâmetros utilizados foram adaptados ou convertidos para efeito de comparação. Conforme ressalta Sarpkaya (2004), com o estudo de V.I.V. surgem muitas frequências, “frequências naturais” e “velocidades reduzidas”. Existem muitos estudos que utilizam a mesma terminologia a parâmetros que possuem o significado físico diferentes.

A grande maioria dos estudos V.I.V. inicialmente concentraram a atenção para a oscilação transversal. Nessa vertente, Parkinson (1974) aplica a teoria de vibrações

mecânicas obtendo um equacionamento para um cilindro oscilando em base elástica na direção transversal. Segundo Bearman (2011), o equacionamento permite concluir que o estudo de V.I.V. pode ser igualmente bem estudado quando o corpo é submetido à um movimento sinusoidal forçadamente. Este fato conduz a diversos experimentos utilizarem a oscilação forçada como um meio de se estudar V.I.V. A fácil implementação numérica também motivou muitos estudos até os dias atuais utilizando oscilação forçada. É preciso frisar, contudo, que a oscilação forçada atinge regimes em que a resposta livre não pode atingir e ainda não se sabe, precisamente, os intervalos de frequência e amplitude que preveem perfeitamente a resposta livre do sistema (MARTINS, 2017). Será deixada a terminologia de “oscilação forçada” preferencialmente à estudos com amplitude e frequência de oscilação constantes em cada experimento/simulação. Existem outras abordagens como a que utiliza-se da perturbação e controle do fluido e esteira, como pela utilização de perturbações tridimensionais (CHOI; JEON; KIM, 2008) ou numericamente pela pulsação do escoamento incidente (KONSTANTINIDIS; LIANG, 2011). Conforme observado por Konstantinidis e Liang (2011), para o estudo em vibrações existe a necessidade de algum tipo de sincronismo, e, por analogia ao caso do corpo oscilando sinusoidalmente, a perturbação do fluido também pode ser utilizada, embora pareça ser uma situação menos realística (SIQUEIRA, 2011).

Como a maioria dos estudos concentra-se na abordagem e modelagem com liberdade de movimento transversal, nota-se significativa diferença do estudo em que se permite somente a oscilação na direção do escoamento, que é o objeto de estudo deste trabalho. A introdução aos fenômenos V.I.V. em situações mais complexas pode ser complementada em boas revisões e estudos como os de Williamson e Govardhan (2004) e Sarpkaya (2004). Será dada a ênfase, assim, ao estudo de vibrações com um grau de liberdade na direção do escoamento. Dentro desse nicho, serão priorizados os estudos envolvendo oscilação forçada com potencial comparativo das simulações aqui realizadas.

2.2 Oscilações na Direção do Escoamento (*in-line*)

Segundo Nishihara, Kaneko e Watanabe (2005), após o incidente com o reator de Monju, Japão, cuja causa é atribuída ao fenômeno de vibrações na direção do escoamento, as pesquisas envolvendo vibrações desta natureza vem tomando seu espaço e importância, principalmente pela escola japonesa. Outro campo de aplicação direta é relativo à indústria petrolífera, cujos componentes como cabos, oleodutos e *risers*, por exemplo,

encontram-se frequentemente sobre ação de excitação cuja natureza se enquadra nas excitações induzidas por escoamento. Conforme sumarizado por Siqueira (2011) esses componentes podem eventualmente estar dispostos em regiões irregulares de terreno submarino, os denominados “vãos livres” que podem intensificar ainda mais os efeitos de vibração, inclusive na direção do escoamento. A atenção para as oscilações *in-line* também vem sendo direcionada por estudos que envolvem tanto a oscilação transversal como a oscilação na direção do escoamento. Estudos como o de Williamson e Jauvtis (2004) revelam que a oscilação *in-line* pode afetar dramaticamente os modos de vibração transversais, surgindo uma ramificação de altas amplitudes de resposta em vibração livre. A compreensão do comportamento quando a oscilação é puramente *in-line* pode ajudar na compreensão dessas situações mais complexas. No entanto, as situações que envolvem a oscilação transversal possuem pequena aplicabilidade no estudo de oscilação puramente *in-line*, uma vez que a descaracteriza por definição e geralmente desconfiguram a dominância que o efeito oscilatório puramente na direção do escoamento induz isoladamente. Contudo, muito do estudo de oscilação forçada é complementado com a observação da oscilação livre, e vice-versa, e ambas com as observações dos estudos que envolvem a perturbação do fluido como meio de excitação do corpo. Este é um tipo de abordagem que existem evidências de sua correspondência com os estudos V.I.V. Por uma questão de classificação, a abordagem que envolve a perturbação do fluido não pode se enquadrar no que seriam respostas livres, pois geralmente há um controle da amplitude, por exemplo. A nomenclatura “oscilação forçada” pode ser empregada quando a energia está sendo predominante transferida do corpo para o fluido, mas é muito comumente associada à oscilação com amplitude e frequência tão controladas que podem ser consideradas constantes, tanto experimentalmente como numericamente, como é o caso do presente estudo. Esta será a classificação do que será chamado como “oscilação forçada” no presente trabalho, pois é conveniente no sentido de que não se medirá a transferência de energia entre o corpo e o fluido. Neste tipo de classificação, a abordagem que utiliza a perturbação do fluido muitas vezes não se enquadra nem em V.I.V. livres, nem em V.I.V. forçadas. Para a melhor compreensão do tema, serão úteis alguns resultados que utilizam o tipo de abordagem da perturbação do fluido, pois existem bons estudos na literatura com esta natureza, ou trabalhos que sumarizam muitos outros estudos V.I.V. de modo geral, sejam eles em V.I.V. livres, forçadas ou com perturbação do fluido, sendo um exemplo o estudo de Konstantinidis e Liang (2011).

O corpo perturbado com algum grau de liberdade, responde com movimento. O movimento inevitavelmente gera interação entre matéria e matéria, isto é, entre fluido e estrutura, o que perturba a rigidez e principalmente a massa equivalente da frequência natural. Quando a variação da massa equivalente é negativa, a perturbação é dita como perturbação de excitação. Embora existam perturbações de excitação, muitas vezes em vibrações livres a variação da massa equivalente é positiva, e é chamada uma perturbação amortecida, pois a tendência intuitiva de ganho de massa resulta em perda de velocidade pelo princípio da conservação da quantidade de movimento (P.C.Q.M.). É comum o estudo das respostas em V.I.V. livres ser associado a uma frequência natural de referência, uma frequência natural medida imersa no fluido em repouso (f_{nr}) ou outro conhecido parâmetro chamado “velocidade reduzida (Vr)” (CAGNEY; BALABANI, 2013b).

Para evitar confusões entre os estudos subsequentes, serão definidas outras grandezas que podem estar com nomenclatura diferente conforme a literatura estudada. Estudos como o de Ongoren e Rockwell (1988a, 1988b) e Song e Song (2003), por exemplo, utilizam o parâmetro aqui definido como “razão de frequência”, em função da frequência de excitação, f_e , que em excitação *in-line* torna-se f_x , e da frequência natural de despreendimento de duas estruturas vorticosas contrarrotativas do corpo fixo e isolado, f_{n0}^* (o sobrescrito “*” designa variável dimensional), o que adimensionalmente é o número de Strouhal do corpo isolado e estacionário (St_0):

$$f_a = f_e / f_{n0} = f_x / f_{n0} = f_x / St_0 \quad (2.1)$$

Para cilindros em *Re* subcríticos, uma ampla faixa do St_0 permanece praticamente constante, o que motiva um parâmetro de mapeamento em função somente da frequência de excitação. A velocidade reduzida experimentada (Vr_e) é o inverso da frequência experimentada no caso de vibrações livres, ou o inverso da frequência de excitação, no caso de vibrações forçadas. Esta abordagem pode ser encontrada em outros estudos (KONSTANTINIDIS; LIANG, 2011; NISHIHARA; KANEKO; WATANABE, 2005). No caso de oscilações puramente no sentido do escoamento será usada a notação Vr_x .

$$Vr_e = U_\infty^* / D^* f_e^* = 1 / f_e = 1 / f_x = Vr_x \quad (2.2)$$

Algumas abordagens também são feitas sobre a chamada “velocidade reduzida verdadeira” (Vr_v), segundo Cagney e Balabani (2013a, 2013b) e é definida também em função da frequência experimentada. Para o caso de vibrações no sentido do escoamento,

Vr_v nada mais é do que o inverso da razão de frequência. Ficará subentendido no texto adiante que sempre a frequência experimentada na direção do escoamento seja designada por f_x . Em caso de vibração forçada *in-line* a frequência de vibração experimentada é igual a frequência de excitação, isto é $f_x = f_e$.

$$Vr_v = Vr \frac{St_0}{(f_e/f_{n0})} = \frac{St_0}{f_e} = \frac{St_0}{f_x} = \frac{1}{f_a} \quad (2.3)$$

O estudo experimental de Ongoren e Rockwell (1988b) consiste em um clássico e importante estudo utilizando um canal de recirculação de água, submetendo um cilindro circular a uma oscilação forçada em um ângulo α em relação à direção do escoamento incidente, classificando e mapeando o regime de desprendimento de estruturas vorticosas na direção do escoamento. Na Figura 2.1 é apresentada a direção da oscilação do cilindro, em um deslocamento periódico definido pela variável $\xi(t)$, em Ongoren e Rockwell (1988b), com uma frequência de excitação f_e . Quando $\alpha = 0$, pode-se dizer que a oscilação é puramente *in-line*, isto é, puramente na direção do escoamento incidente U_∞ . Os experimentos se concentraram em uma amplitude fixa adimensional de 13% sob um $Re = 855$. A classificação dos modos de desprendimento de estruturas vorticosas é mantida até os dias atuais por muitos estudos de excitação *in-line*, embora tenham surgido novos modos identificados. Dentre os modos identificados, duas classes foram observadas: a simétrica (S) e a antissimétrica (A). A classe simétrica possuindo apenas um modo e a classe antissimétrica possuindo quatro modos. Esses modos serão a notação utilizada neste trabalho, e, então, são descritos a seguir.

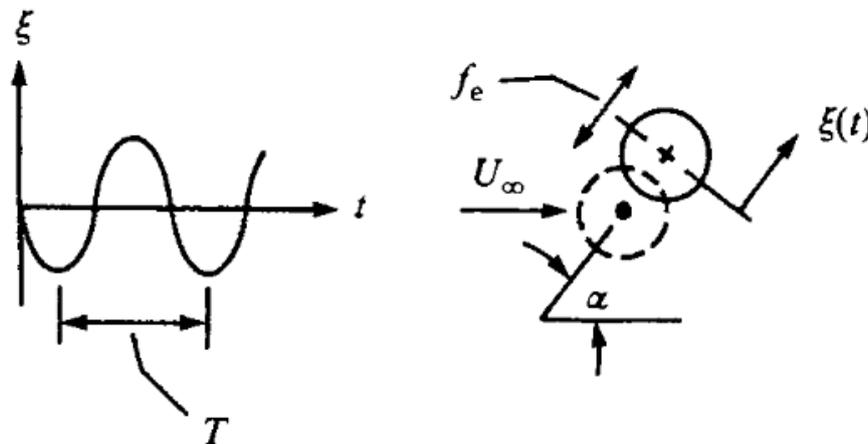


Figura 2.1: Direção da oscilação em relação ao escoamento incidente (ONGOREN; ROCKWELL, 1988b).

O modo antissimétrico AI é um modo alternativo de desprendimento semelhante ao modo do cilindro isolado, isto é, o modo de von Kármán, e pode ser observado na Figura 2.2a. O modo antissimétrico AII é semelhante ao AI, no entanto ele exige dois períodos de oscilação para se completar e não foi verificado para a oscilação puramente *in-line*, isto é, só foi verificado para $\alpha \neq 0$. Este modo é ilustrado pela Figura 2.2b:

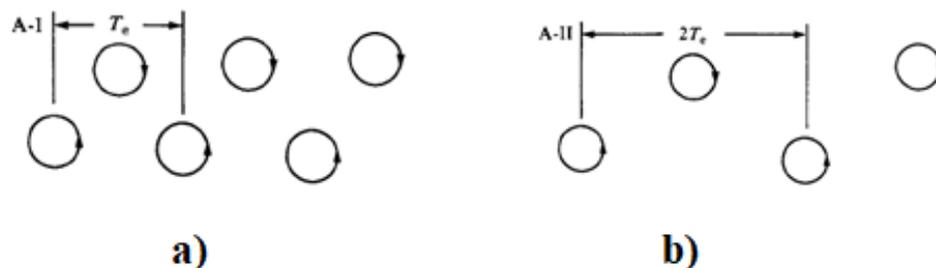


Figura 2.2: Modos antissimétricos AI e AII (ONGOREN; ROCKWELL, 1988b).

O modo antissimétrico AIII também exige dois ciclos de oscilação para se completar e é caracterizado pela observação de duas estruturas de um lado da região delimitada pelo plano horizontal de simetria do cilindro, alternando-se com o desprendimento de uma única estrutura no lado oposto, como é mostrado na Figura 2.3a. O último modo antissimétrico identificado é o modo AIV, em que um par de estruturas vorticosas contrarrotativas se desprende de cada lado do cilindro. Assim como o modo AIII e AII, o modo AIV exige dois períodos de oscilação para se completar, e assim como o modo AIII somente foi encontrado para a oscilação puramente *in-line* ($\alpha = 0$), e está representado na Figura 2.3b:

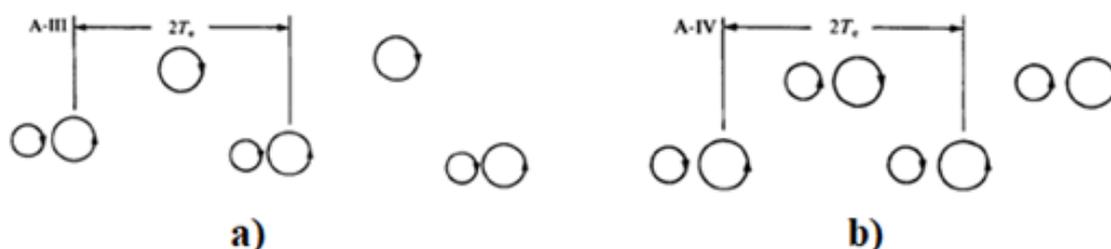


Figura 2.3: Modo antissimétrico AIII e AIV (ONGOREN; ROCKWELL, 1988b).

O modo simétrico foi observado exceto para o ângulo de 90° , e é caracterizado pelo desprendimento simultâneo de uma estrutura vorticosa em cada lado do cilindro no decorrer de um único período de oscilação.

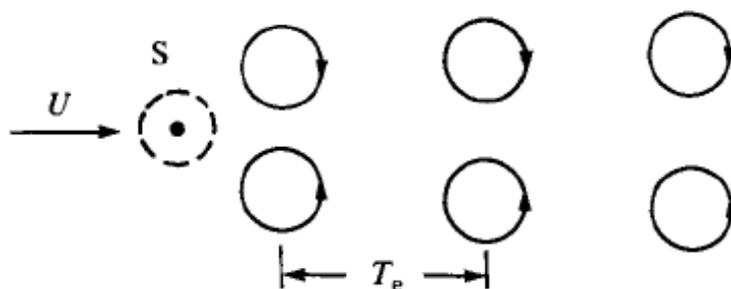


Figura 2.4: Modo simétrico S (ONGOREN; ROCKWELL, 1988b).

Segundo Ongoren e Rockwell (1988b), dois modos síncronos são verificados em modo único de desprendimento para as relações $f_x/St_o = 2$ e 3 ($St_o \approx 0,20$). O modo AIII foi associado ao desprendimento síncrono em $f_x/St_o = 2$, enquanto o modo simétrico (S) foi associado ao desprendimento síncrono em $f_x/St_o = 3$. O modo simétrico pode ser visto com uma coerência mais fraca sobre a taxa $f_x/St_o = 4$, as fotografias destes modos podem ser vistas na Figura 2.5:

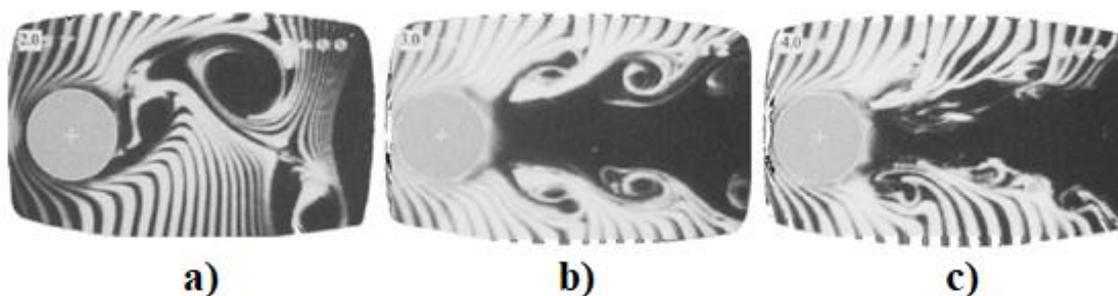


Figura 2.5: Modo síncrono AIII (a), modo síncrono S (b) e modo S com fraca coerência (c) (adaptado de ONGOREN; ROCKWELL, 1988b).

O modo S para o caso síncrono conserva sua coerência por pelo menos as três formações simétricas mais próximas ao corpo até perder sua coerência (ONGOREN; ROCKWELL, 1988a). Para a taxa $f_x/St_o = 4$, como pode ser visto na Figura 2.5, essa coerência mal se conserva para as formações mais próximas ao corpo. Para as outras frações de frequências, embora possa haver um modo de desprendimento preferencial, modos simétricos e antissimétricos tendem a competir entre si. A competição entre ciclos simétricos e antissimétricos foi quantificada estatisticamente pelos autores. Naudascher (1987) resumiu muitos estudos a respeito de V.I.V., tendo acesso prévio aos estudos de Ongoren e Rockwell (1988a, 1988b). Sendo N_a o número de ciclos com desprendimento antissimétrico e N_s o número de ciclos com desprendimento simétrico, para vibração puramente *in-line*, a relação estatística entre ciclos é mostrada na Figura 2.6:

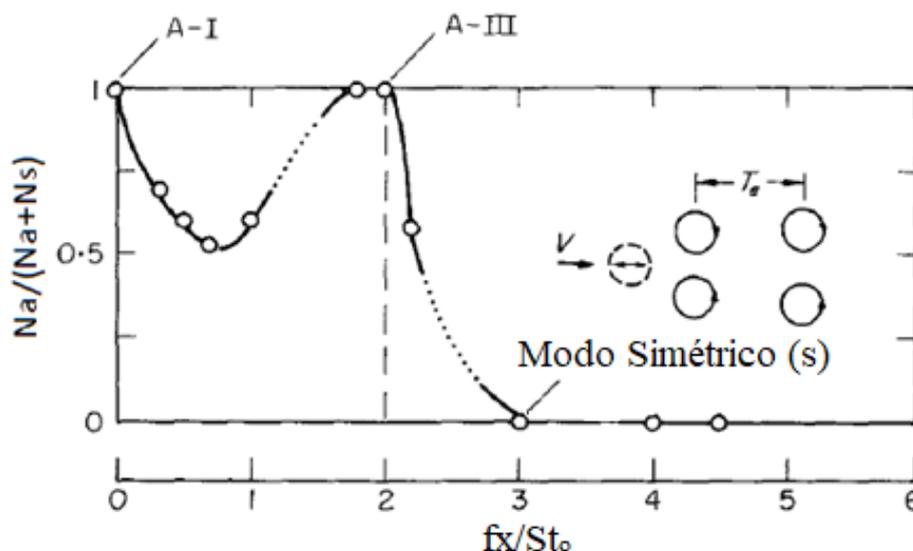


Figura 2.6: Quantificação dos ciclos simétricos e assimétricos (adaptado de NAUDASCHER, 1987).

Para o caso de vibrações livres, a literatura relata uma região de baixa amplitude separando duas regiões de respostas possíveis como pode ser visto na Figura 2.7. Em um intervalo que se situa a razão de frequências $f_x/St_0 = 2$, ou seja, $Vr_v = 0,5$, as respostas livres à excitação são bem pequenas em magnitude de amplitude. Esta região de baixa amplitude é considerada uma região de ramificação que separa duas outras regiões importantes com altas amplitudes de resposta livre. Alguns estudos consideram a separação das regiões definida em $f_x/St_0 = 2$. Cagney & Balabani (2013b) considera a primeira região como $0,35 \leq Vr_v \leq 0,45$, o que é equivalente a $2,22 \leq f_x/St_0 \leq 2,86$. Essa região é associada ao aparecimento de estruturas vorticosas simétricas. Pode-se perceber as regiões mencionadas pela Figura 2.7 em que os círculos representam a resposta em amplitude de movimento e os marcadores quadrados representam a fração entre a frequência das flutuações da esteira (f_w) e a frequência de oscilação experimentada na direção *in-line* (f_x). A segunda região de resposta é considerada por Cagney e Balabani (2013b) entre a faixa $0,50 \leq Vr_v \leq 0,60$, o que é equivalente a $1,67 \leq f_x/St_0 \leq 2,00$, e é associada ao desprendimento alternativo de estruturas vorticosas.

Pode ser visto também pela Figura 2.7 uma região entre $0,48 \leq Vr_v \leq 0,61$, o equivalente a $1,64 \leq f_x/St_0 \leq 2,08$, uma região predominantemente situada sobre a segunda região de respostas livres onde $f_w/f_x \approx 0,50$, e é designada a como a região de atrelagem síncrona, também conhecida como faixa de *lock-in* ou *lock-on*. Também pode ser percebida uma faixa sombreada que, segundo Cagney & Balabani (2013b) seria a

faixa estimada onde o modo simétrico (S) poderia ser observado consistentemente, embora de fato tenha-se observado esse modo claramente apenas sobre $Vr_v = 0,36$ ($f_x/St_0 = 2,78$). Nota-se que essa zona, embora esteja próxima, não engloba o modo consistentemente observado por Ongoren & Rockwell (1988), sobre $f_x/St_0 = 3,00$ ($Vr_v = 0,33$). De fato os estudos numéricos de Song e Song (2003) simularam as condições dos experimentos de Ongoren & Rockwell (1988b) e obtiveram boa correspondência, mas, no entanto, para a mesma amplitude utilizada por Ongoren & Rockwell (1988b) de $A_x = 0,13$ não foi obtido um modo de desprendimento consistente para a relação $f_x/St_0 = 3,00$. Sobre essa mesma taxa de frequências Song e Song (2003) obtiveram um modo de desprendimento simétrico mais enfraquecido, intermediário entre (b) e (c) na Figura 2.5, ao dobrarem a amplitude sobre as mesmas condições. Fica evidente que a forte coerência e estabilidade do modo de desprendimento simétrico S puro possui certa raridade. Conforme a grande maioria da literatura relata, as formações simétricas partilham de maior instabilidade e tendem a perder sua coerência ao longo da esteira que possui um caráter predominantemente alternativo a longas distâncias. Esse decaimento de estrutura é relatado por Ongoren & Rockwell (1988b), Song e Song (2003) e Cagney & Balabani (2013b), por exemplo.

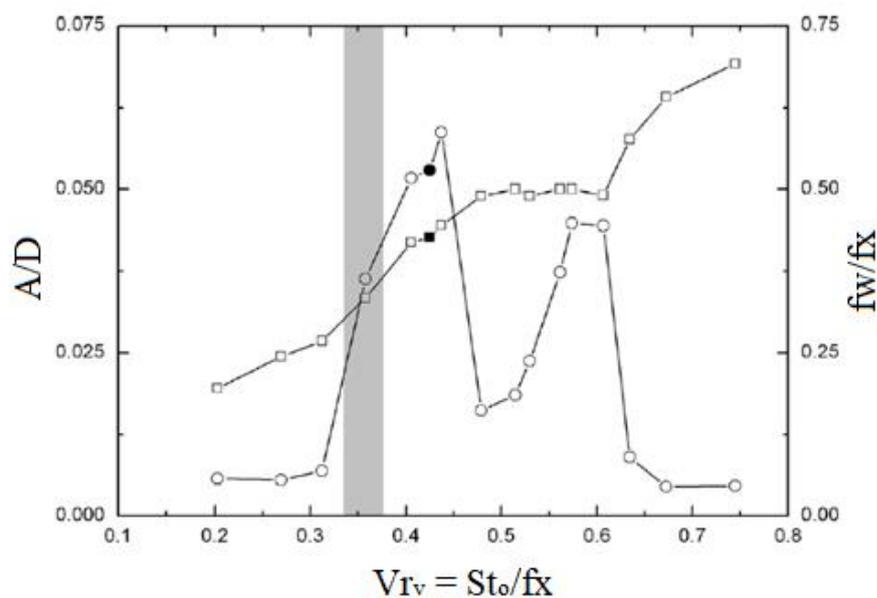


Figura 2.7: Resposta livre à excitação *in-line* (CAGNEY & BALABANI, 2013a).

Outra observação importante consiste no fato de a considerada zona de *lock-in* não englobar o desprendimento relatado como síncrono e simétrico por Ongoren & Rockwell

(1988b). Em adição a isso, percebe-se na literatura certa divergência a respeito da definição de sincronismo, de atrelagem síncrona e dos parâmetros que indicam isso. Percebe-se a necessidade, então, de uma definição objetiva sobre esses conceitos na abordagem deste trabalho.

Inicia-se a discussão sobre o que será considerado como sincronismo: Serão considerados sincronismos arranjos de repetições simples comparativos entre duas frequências (f_1 e f_2), podendo elas serem obtidas por critérios de contagem quando o padrão de repetição for evidente e com boa clareza do que está sendo contado, ou por uma clara dominância espectral obtida de análises espectrais como a DFT (*Direct Fourier Transform*), FFT (*Fast Fourier Transform*) ou PSD (*Power Spectrum Density*), tal que, para “ n ” um número natural, a relação entre as duas frequências possa ser escrita da seguinte forma:

$$f_1/f_2 = (n)^{\pm 1} \quad (2.4)$$

Logicamente, se a fração da Equação (2.4) retorna um número racional, ao invés de um natural, em números finitos de períodos de oscilação existe o retorno das condições iniciais, e poderia ser considerado um sincronismo. Existe a atenção da teoria dos números para uma classe especial dos números racionais, relativa à chamada sequência de Farey (TANG et al., 2017). Devido ao método de obtenção das frequências dominantes de um sinal possuírem algum erro, ou eventualmente necessitar de algum tratamento do sinal para estimar o ponto de pico de um espectro, não há muita confiabilidade em se atestar que uma fração de frequências está sincronizada em uma relação racional genérica, sendo que os fortes sincronismos importantes para o que se destina neste trabalho terão $n = 0; 1$ ou 2 , sendo a Equação (2.4) suficiente para o tipo de sincronismo investigado.

Conforme a frequência de excitação na direção do escoamento aumenta, é esperado que a flutuação do arrasto seja dominada pelos fenômenos inerciais (KONSTANTINIDIS & LIANG, 2011). Desta forma, o sincronismo entre a força de arrasto e a frequência de excitação é algo esperado e inevitável conforme a frequência de excitação seja grande o suficiente. O principal sincronismo, este não trivial, é o que define a atrelagem síncrona, sendo obtido quando a frequência da f_w sincroniza-se com a frequência de excitação. Se f_w é tomado como a frequência da flutuação da velocidade da esteira longínqua o valor irá se aproximar do St_o , e será concluído que não se obtém o *lock-in*, conforme observa

Cagney e Balabani (2013a). Os diferentes métodos de atribuição a f_w provavelmente são a causa de divergências na literatura quanto à existência, ou não, de *lock-in* na primeira região de respostas ($0,35 \leq Vr_v \leq 0,45$). Verifica-se que os estudos que consideram $f_w \approx f_{CL}$, em sua maioria sendo estudos de vibração forçada como Nishihara, Kaneko e Watanabe (2005) e Song e Song (2003), possuem plena correspondência, e desta forma, o *lock-in* será definido neste estudo quando a frequência da sustentação sincronizar com a frequência de excitação. Essencialmente, a fração considerada entre as frequências, no caso de estudos puramente *in-line*, é $f_{CL}/f_x = 0,50$. Será considerado *lock-in* quando:

$$f_{cl}/f_x = (n)^{\pm 1} \quad (2.5)$$

Tal definição é feita em menção aos trabalhos de Ongoren & Rockwell (1988) e Song e Song (2003) em que o modo S foi observado com dominância e coerência quando $f_{CL}/f_x = 3$. Song e Song (2003), contudo somente conseguiram obter este modo com uma coerência menor e em uma amplitude de 26%, isto é, o dobro da amplitude utilizada em Ongoren & Rockwell (1988). Nas condições em que Song e Song (2003) obtém o modo S dominante, observa-se que a sustentação possui baixa flutuação e não possui um alto pico no espectro em altas frequências, o que sugere que para tal modo ser dominante deva se esperar um baixo C_{LRMS} e $f_{cl} \approx 0$, o que seria um caso especial de sincronismo, sendo $n = 0$. É importante mencionar que Song e Song (2003) não consideraram que houve *lock-in* em $f_x/St_0 = 3$, mas deixaram o ponto onde se observou o desprendimento simétrico próximo a região limítrofe do mapa de *lock-in* que sumarizaram seus estudos e estudos anteriores. Ressalta-se que não foram encontrados mapeamentos com região de atrelagem nesta fração de frequências para baixas amplitudes, então, deveras, esta possibilidade pode não ser verificada.

É possível identificar os efeitos simétricos da oscilação e os efeitos antissimétricos da esteira longínqua principalmente nas imagens (b) e (c) da Figura 2.8, cuja simetria de desprendimento aparentemente ainda manteve coerência por alguns ciclos. A imagem (a) exhibe o enfraquecimento e perda de coerência do modo de desprendimento simétrico conforme discutido anteriormente. Até as formações mais coerentes do modo S obtidas experimentalmente por Nishihara, Kaneko e Watanabe (2005) são mais enfraquecidas que em Ongoren & Rockwell (1988b). Ao que tudo indica, a coerência é desfavorecida

pela máxima velocidade relativa entre cilindro e fluido, sendo que maiores Re , maiores A_x e f_x aumentam o nível de turbulência da esteira próxima.

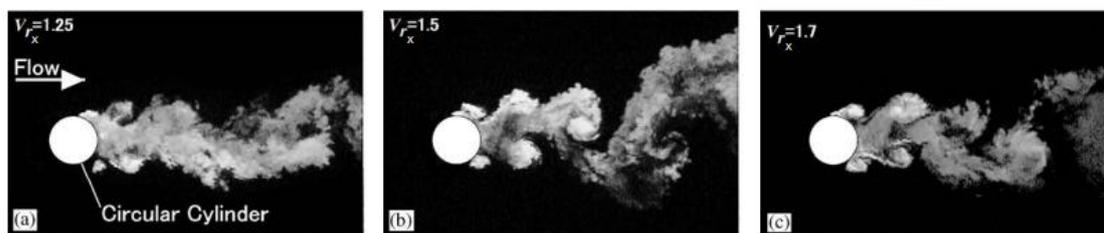


Figura 2.8: Perda de coerência do desprendimento simétrico e influência dos efeitos simétricos do movimento oscilatório e alternativo da esteira longínqua ($Re = 1,7 \times 10^4$).

Adaptado de Nishihara, Kaneko e Watanabe (2005).

As oscilações forçadas podem atingir regiões no mapa de amplitudes de oscilações que as repostas livres não podem alcançar. No entanto, sobre amplitudes maiores do que as possíveis obtidas livremente, que podem ser obtidas com a imposição da oscilação forçada, o mínimo esperado para o comportamento da oscilação forçada é o *lock-in* nessa mesma região obtida em vibrações livres. Mapeamentos sumarizados, por exemplo, por Song e Song (2003) e Konstantinidis & Liang (2011) indicam que a região de *lock-in* deva ser maior conforme maior for a amplitude de oscilação.

Conforme discutido anteriormente, os mapeamentos da literatura para oscilações *in-line* são normalmente dispostos em função da taxa de frequência (f_x/St_0), da velocidade reduzida experimentalada (Vr_x) e/ou da velocidade reduzida verdadeira (Vr_v). A velocidade reduzida experimentalada possui a desvantagem de não se depender de St_0 . Uma vez que para uma ampla faixa subcrítica o número de Strouhal possui pouca flutuação, é subtendido o valor de St_0 pouco variante em torno de 0,2, ou pouco variante dentro da faixa do estudo em particular, como no caso dos estudos de Nishihara, Kaneko e Watanabe (2005). Ao se comparar estudos que possuam uma ligeira diferença entre o St_0 , é inevitável que algum desvio ocorra entre abordagens que usam e não usam St_0 como parâmetro. Os estudos que serão a base comparativa para as simulações deste trabalho, felizmente, possuem valor próximo de St_0 e a comparação possui pequeno desvio ao se utilizar um ou outro parâmetro.

Percebe-se pela Figura 2.9 que se pode razoavelmente estimar as regiões de *lock-in* esperadas para uma longa faixa de frequências de excitação, indiretamente, com base em

parâmetros diferentes, mas que levam a resultados próximos. Na Figura 2.9 é mostrado o resultado do estudo de Konstantinidis e Liang (2011) sendo os círculos designados para o não *lock-in*, e os quadrados para o *lock-in*. Os quadrados preenchidos indicam uma positiva transferência de energia. Esses resultados são coerentes com a região de *lock-in* sombreada. Para os estudos de um grau de liberdade *in-line*, o Re é um parâmetro secundário, que pode ter alguma influência indireta, como o fato do St_0 ser função de Re , ou direta, como no valor médio do arrasto. Muitos estudos utilizam a variação do Re como forma de excitação pulsante (KONSTANTINIDIS & LIANG, 2011).

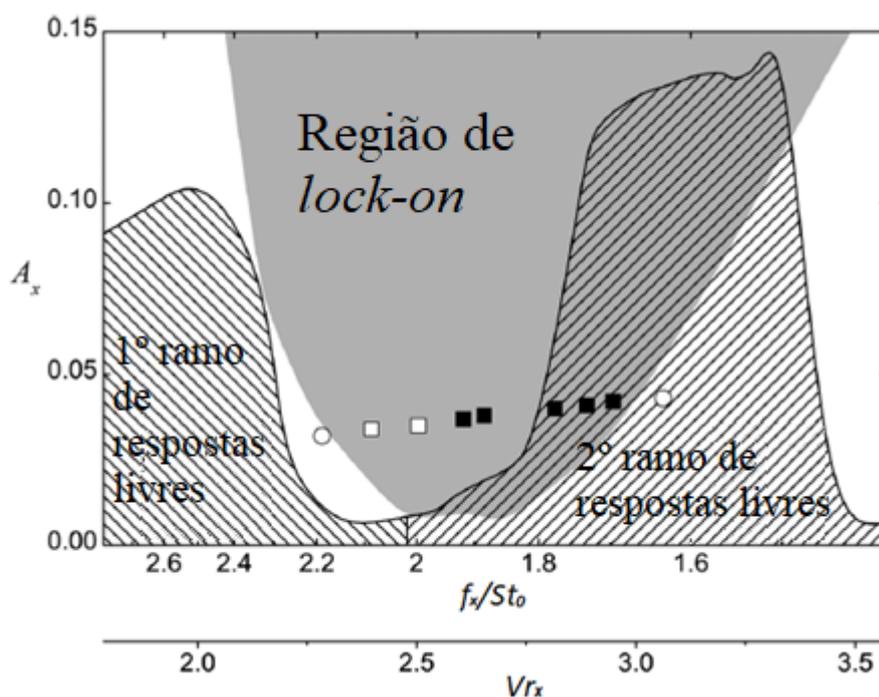


Figura 2.9: Mapeamento dos estudos envolvendo vibrações com um grau de liberdade na direção do escoamento incidente. Adaptado de Konstantinidis e Liang, (2011).

Mesmo o Re possuindo alguma influência sobre o arrasto médio e o St_0 , um padrão pode ser observado para o comportamento do arrasto médio, da amplitude do arrasto médio e para fração entre a frequência da sustentação e de excitação. Este comportamento geral pode ser observado pela Figura 2.10: em (a) percebe-se que a relação f_{CL}/f_x é crescente, mas não estritamente crescente. Uma zona entre aproximadamente $2,5 \leq V_{r_x} \leq 3,8$, o equivalente a $0,26 \leq f_x \leq 0,40$, onde o *lock-in* é verificado e a relação f_{CL}/f_x é constante com V_{r_x} . Dentro da região do *lock-in* verifica-se um ponto de máximo do coeficiente de arrasto pela Figura 2.10c, entre $2,5 \leq V_{r_x} \leq 3,0$. Este mesmo

comportamento pode ser observado em muitos estudos como o de Song e Song (2003), Jarza e Podolski (2004) e Konstantinidis e Liang, (2011).

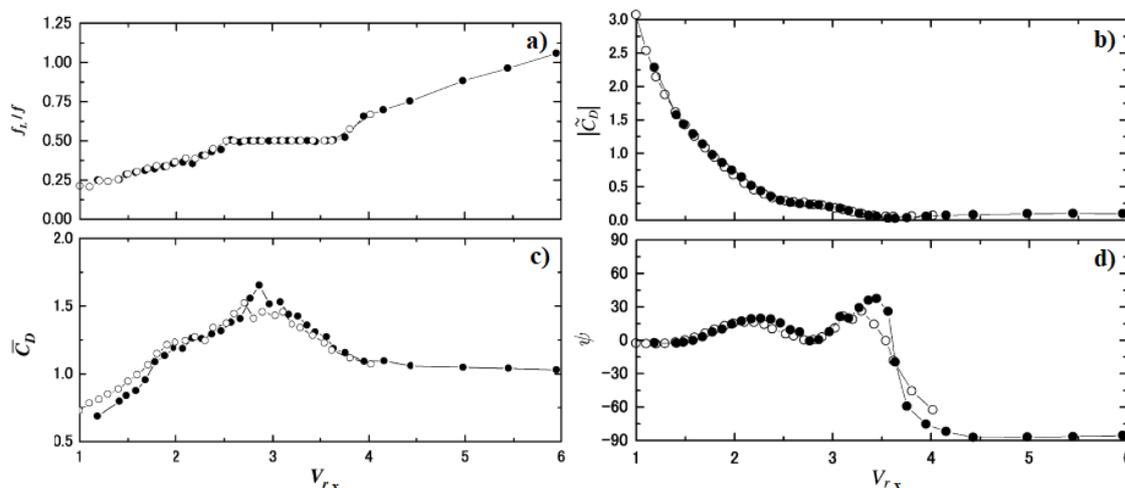


Figura 2.10: Comportamento geral esperado obtido em V.I.V. forçadas *in-line*.

Retirado de Nishihara, Kaneko e Watanabe (2005).

Nishihara, Kaneko e Watanabe (2005) ($A_x = 0,05$ e $Re = 1,7 - 3,4 \times 10^4$) dão uma atenção especial ao comportamento do arrasto em seus estudos. Verifica-se que o arrasto possui uma queda muito rápida de amplitude conforme a velocidade reduzida forçada cresce pela Figura 2.10b. Também se verifica a passagem do ângulo de fase ligeiramente negativo, praticamente nulo, para o ângulo de -90° em altas velocidades reduzidas forçadas pela Figura 2.10d. O fato de o arrasto possuir um ângulo de fase praticamente nulo e altas amplitudes em baixas velocidades reduzidas forçadas advém do alto efeito de variação inercial que altas frequências de oscilação produzem. A curva de amplitudes do arrasto obtida experimentalmente por Nishihara, Kaneko e Watanabe (2005) pode ser obtida para baixas velocidades reduzidas forçadas com absoluta correspondência pelos estudos analíticos desenvolvidos neste trabalho, mostrado na Seção 4.5. Com base na decomposição de forças na direção *in-line*, Konstantinidis e Liang (2011) estimam que uma frequência de excitação adimensional acima de 0,20 já produza um efeito de dominância sobre a força de arrasto.

A literatura apresentada até essa parte é a necessária e suficiente para introduzir o estudo de vibrações forçadas na direção do escoamento dentro dos limites que envolvem os estudos seguintes deste trabalho. Os principais estudos para comparação, dentro do que se espera, são os de Ongoren e Rockwell (1988), o de Song e Song (2003)) e o de Nishihara, Kaneko e Watanabe (2005). O estudo experimental de Ongoren e Rockwell

(1988) com mesma amplitude de oscilação fornece a notação e mapeamento dos regimes de desprendimentos utilizadas neste trabalho. O estudo numérico de Song e Song (2003) possui ótima correspondência com os outros dois estudos, e complementa o estudo de Ongoren e Rockwell (1988) sob mesma amplitude e Re em informações e parâmetros quantitativos não medidos no estudo anterior, como arrasto, sustentação e frequência da sustentação, possuindo ainda faixa de frequências usadas neste trabalho. Por fim, o estudo experimental de Nishihara, Kaneko e Watanabe (2005), que possui boa correspondência com Ongoren e Rockwell (1988), possui experimentos em Re muito maiores do que Ongoren e Rockwell (1988) e mais próximas do estudo presente, fornecendo excelentes informações gerais sobre o estudo de vibração forçada *in-line* e o comportamento geral em função dos parâmetros. Informações que inclusive servem para confirmar que os resultados de Song e Song (2003) são coerentes com o comportamento observado experimentalmente. Desta forma, a parte direcionada ao estudo do corpo oscilando longe da parede presente neste trabalho, para ser considerada bem sucedida deve possuir boa correspondência com esses três estudos, tangenciando-os ou intermediando-os.

Vale a menção de que a literatura não parece se importar muito entre a distinção do modo de desprendimento de von Kármán e os modos AI e AII. Rigorosamente, deveria haver uma distinção quanto ao período do desprendimento ser ou não em um ciclo de oscilação para caracterizar o modo AI. Mesmo sendo dominado pela frequência de St_o , de acordo com a Figura 2.6, Naudascher (1987) classifica o modo dominante como AI, o que pela definição de Ongoren e Rockwell (1988b) não é possível em $f_x = 0$, pois não há oscilação e, portanto, não há período de oscilação. Cagney e Balabani (2013b), parece denominar como AII modos referidos por Ongoren e Rockwell (1988b) como AI e diferenciam um modo como modo SA de “*Streamwise Antisymmetric*”, que parece um caso particular do AII, segundo os autores. O presente autor deste trabalho, contudo, observou semelhanças entre esse modo SA e o modo AIII e AIV quando uma das estruturas vorticosas contrarrotativas que se desprendem em duplas está bem enfraquecida, ou no limiar de não se desprender. Alguns outros autores, parecem não se importarem muito com a diferença dos modos antissimétricos. Nishihara, Kaneko e Watanabe (2005) evidenciam principalmente as formações de domínio do efeito de oscilação (domínio simétrico) ou da esteira (domínio alternativo), este último engloba os modos antissimétricos (A).

Alguns novos modos foram previstos por simulações numéricas ou por equacionamento matemático, e vem sendo eventualmente observados experimentalmente nas mais extremas e delicadas condições laboratoriais, em condições muito diferentes das simuladas neste trabalho. Xu, Zhou e Wang (2006) possuem um estudo que prevê matematicamente e encontra experimentalmente um novo modo simétrico denominado SII, até então só observado numericamente por Mittal e Tezduyar (1992) e Sarpkaya e Putzig (1992). A parte matemática estima uma fração $f_x/St_0 > 6$ para o Re adotado nas simulações do estudo presente para que tal modo seja observado. Ademais, as observações experimentais mostraram a desconfiguração do modo devido a turbulência na esteira próxima já para $f_x/St_0 \approx 3$, ou seja, este modo não deve ser observado neste presente estudo. O recente estudo experimental de Hu et al. (2019) investiga oscilações *in-line* em baixa faixa de $360 \leq Re \leq 460$, em altas amplitudes de oscilação $0,2 \leq A_x \leq 1,0$ e atingindo altíssimas frações de frequência ($0 \leq f_x/St_0 \leq 6,85$). Quase todos os modos citados neste texto foram observados neste estudo com um trabalho de fotografia admirável. Aparentemente um baixo Re favorece a coerência dos modos, e em condições bem específicas os modos simétricos passam a ser classificados em três modos, cada um com dois tipos. Além de um terceiro modo simétrico, é apresentado um modo associado ao caos, o modo C, com dois tipos. Embora se possa perceber algumas características do modo C presentes na perda de coerência do modo S observada na Figura 2.8, os novos modos foram obtidos em condições distantes das simuladas neste trabalho. Os principais modos possíveis em vibrações *in-line* até a atualidade são mostrados na Figura 2.11.

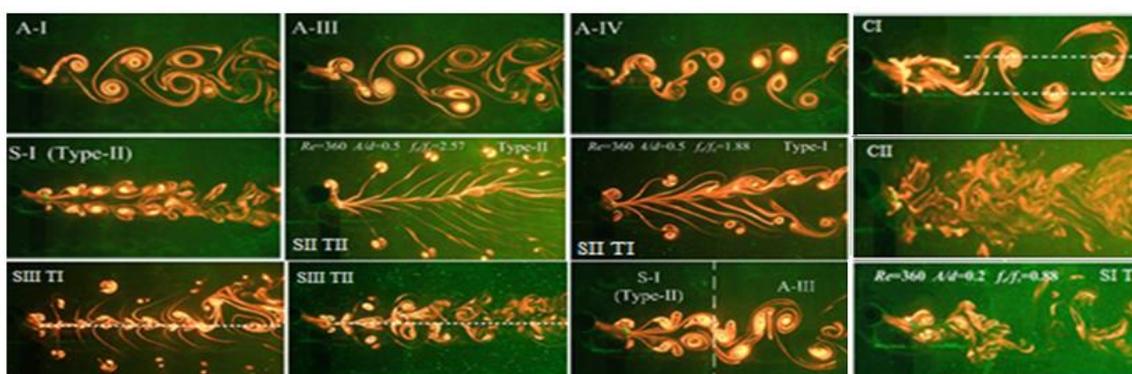


Figura 2.11: Possíveis modos da esteira vorticiosa para oscilação puramente *in-line*.

Adaptado de Hu et al. (2019).

2.3 O Efeito Solo

Inicialmente, o efeito solo foi associado mais a um ganho ou perda de sustentação do corpo nas imediações de uma superfície, sendo um fenômeno bastante familiar aos pilotos de carros de corrida e de planadores. No primeiro caso, o efeito é de se gerar uma força que atua no mesmo sentido do peso do veículo, aumentando a aderência dos pneus, sendo esse um efeito dominado pelo mecanismo potencial que o alto fluxo pelo *gap* entre o corpo e a parede infere à superfície do corpo próxima à parede, isto é, o alto fluxo é associado potencialmente à baixas pressões na superfície inferior. O segundo caso o mecanismo que governa o aumento da sustentação é associado ao deslocamento do ponto de estagnação para regiões da superfície mais próximas à parede, resultando em uma circulação adicional ao corpo, aumentando a força de sustentação conforme o corpo esteja mais próximo à parede (RICCI, 2002).

O estudo de Tomotika, Nagamiya e Takenouti (1933) do efeito solo sobre uma placa plana em um escoamento potencial mostrou que com pequenos ângulos de ataque sempre se observava o aumento da sustentação pelo efeito solo. Com maiores ângulos de ataque, a sustentação diminuía pela presença do solo. Muitos estudos numéricos posteriores obtiveram resultados contrários a este estudo para aerofólios, perfis delgados ou espessos (COULLIETTE; PLOTKIN, 1996; FONSECA; BODSTEIN; HIRATA, 1997; PLOTKIN; KENNEL, 1981). Segundo (RICCI, 2002), o comportamento contrário ao esperado, isto é, o não aumento de sustentação, pode ser atribuído à ausência de efeitos viscosos.

Segundo Bimbato (2008), um dos primeiros trabalhos a investigar a influência da distância entre um cilindro e uma parede ($g = gap = g^*/D^*$) foi o trabalho experimental de Taneda (1965). Parte deste estudo consistiu na observação do comportamento da esteira ao se movimentar um cilindro circular próximo ao fundo de um tanque de água a um baixo $Re = 170$. Para o baixo valor de $g = 0,1$, verificou-se uma instável esteira formada por estruturas de um modo de rotação dominante oriunda da vorticidade gerada na parte superior do cilindro, ou seja, a parte oposta à parede. Conforme o aumento de g observou-se a diminuição do efeito da parede e traços do aparecimento do modo de von Kármán ($g = 0,6$). Eis que duas características importantes relativas ao efeito solo atuando em corpos rombudos podem ser observadas: A diminuição do efeito a longas distâncias e o efeito de supressão do desprendimento de estruturas vorticosas. Embora a

supressão verificada tenha sido absoluta, isto é, ainda se identificou estruturas desprendidas com a vorticidade gerada na parte oposta ao solo, também se verificou o efeito de supressão do desprendimento na parte inferior (próxima à parede plana).

Embora a situação que represente o corpo em movimento em relação ao fluido e ao solo possua muitas aplicações, a maioria das pesquisas envolvendo o estudo de cilindros próximos a uma parede foram feitas para arranjos onde a superfície e o corpo se mantêm fixos em meio ao ataque fluido. Desta forma, a espessura da C.L. ($\delta = \delta^*/D^*$) (a ausência de asterisco designa variável adimensional) se torna um parâmetro relevante ao fenômeno. Para uma espessura da C.L., $\delta = 0,5$ e um alto $Re = 2 \times 10^4$, Roshko, Steinolfson e Chattoorgoon (1975) apresentaram resultados de medições do coeficiente de arrasto (C_D) e do coeficiente de sustentação (C_L) para um cilindro circular a diferentes *gaps*. Observou-se que para $g \leq 0,6$, a aproximação do corpo à parede infere tanto um ganho em sustentação quanto um decaimento do arrasto.

Posteriormente Bearman e Zdravkovich (1978) apresentaram um importante estudo com base em medições do coeficiente de pressão (C_p) e da densidade espectral das flutuações de velocidade realizadas sobre o sinal de anemômetros de fio quente nos lados superior e inferior de um cilindro circular em um túnel de vento, estando $Re = 2,5 - 4,5 \times 10^4$ e $\delta \approx 0,8$. O número de St foi atribuído aos lados inferior e superior do cilindro com base no pico da densidade espectral das flutuações de velocidade. O comportamento do $St \approx 0,2$ em ambos os lados se mostrou praticamente invariante para $g \geq 0,3$. Em $g = 0,2$ o pico do espectro se mostrou bem enfraquecido e em menor frequência para o lado superior. Para o lado inferior o pico foi indetectável, podendo apenas ser estimado, assim como o pico em ambos os lados inferior e superior quando $g = 0$. Com base nestas medições, Bearman e Zdravkovich (1978) consideraram que o fenômeno de supressão do desprendimento de estruturas vorticosas ocorreu para $g < 0,3$, uma vez que a ausência do pico da densidade espectral mostram que se existe algum desprendimento, este desprendimento não é regular. Outros comportamentos importantes observados neste estudo são vistos na medida em que o corpo se aproxima da parede, tendo a pressão de base um aumento e o ponto de estagnação decaindo no bordo de ataque para pontos mais próximos à parede. A estes dois últimos comportamentos pode-se correlacionar ao decaimento do arrasto e ganho de sustentação.

Buresti e Lanciotti (1979) analisaram o espectro medidos em anemômetro de fio quente na passagem de regime subcrítico ao supercrítico ($0,85 \leq Re/10^5 \leq 3$) em cilindros lisos e rugosos em meio ao efeito solo. De modo geral, em todos os casos nenhuma alteração substancial foi verificada quanto ao desprendimento regular para $g \geq 0,4$. Em $g = 0,3$ o desprendimento regular pode ser verificado apenas no caso rugoso em regime supercrítico, e abaixo desse *gap* não se verificou o desprendimento regular de estruturas vorticosas com base nos espectros de sinal do anemômetro de fio quente. Para o caso da influência de rugosidade da parede, Grass et al. (1983) encontra a supressão em $g = 0,3$ e $g = 0,5$ para a C.L. de parede lisa e rugosa respectivamente.

Zdravkovich (1985) apresenta um controverso estudo mostrando uma praticamente independência do arrasto quando o cilindro não está imerso na C.L., sugerindo que a variação do arrasto seja dominada pelo parâmetro g/δ . Os experimentos foram realizados para uma faixa $4,8 \times 10^4 \leq Re \leq 3 \times 10^5$ e $0,52 \leq \delta \leq 0,97$ utilizando duas formas artificiais de geração da C.L. e dois cilindros diferentes. Os resultados mais contraditórios, em princípio, foram para o comportamento do C_L . As curvas de cada disposição do cilindro para cada tipo de geração da C.L. sugerem que a sustentação seja fortemente influenciada pelo modo de geração da C.L. Posteriormente Lei, Cheng e Kavanagh (1999) reavaliaram o estudo do efeito solo e também mostraram um comportamento diferente quando a C.L. da parede era gerada artificialmente. Aparentemente as perturbações do modo em que se gera a C.L. possuem um impacto no comportamento da sustentação, principalmente.

Contudo, a influência da espessura da C.L. (δ) em um amplo intervalo ($0,23 \leq \delta \leq 2,82$) foi estudada de modo mais esclarecedor por Hiwada et al. (1986) com alto mapeamento de pontos experimentais, o que permite uma boa descrição da influência da δ , sendo que as curvas levantadas apresentam boa suavidade devido ao alto mapeamento de pontos ensaiados. Os estudos foram realizados mantendo um Reynolds fixo em $Re = 2 \times 10^4$ e obteve ótima concordância com os resultados apresentados por Roshko, Steinolfson e Chattoorgoon (1975). Na Figura 2.12 são apresentados importantes resultados obtidos por Hiwada et al. (1986).

Pelas Figura 2.12 (c) e (d) percebe-se que o comportamento da sustentação e dos pontos de separação superior e inferior sejam pouco afetados pela espessura da C.L. Conforme o cilindro se aproxime do chão, percebe-se a passagem de sustentações

praticamente nulas para notavelmente positivas. Pode-se observar o decaimento do ângulo de separação superior e a migração do ponto de separação inferior, podendo atingir a base (costas) do corpo quando o cilindro se aproxima muito da parede. Esses últimos fenômenos observados indicam uma forte dependência com a distância do cilindro ao solo (g).

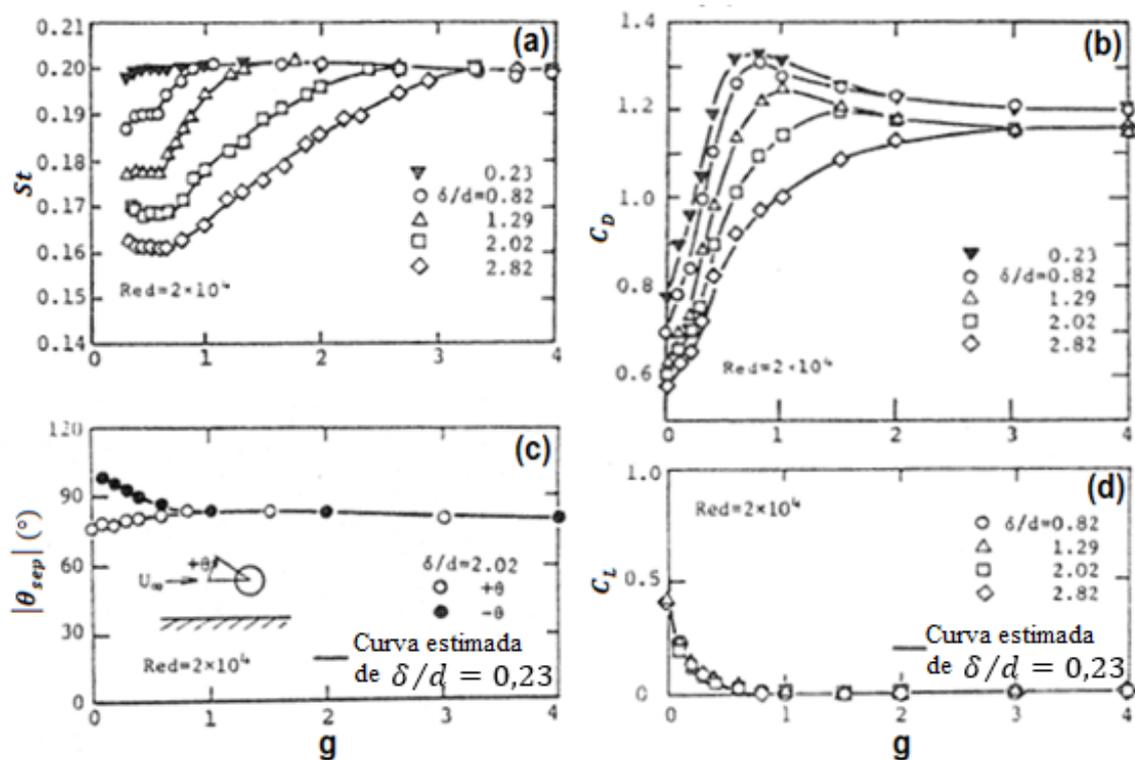


Figura 2.12: Comportamento observado de um cilindro quando sobre atuação do efeito solo para diversos alcances da C.L. Adaptado de Hiwada et al. (1986).

Na Figura 2.12 (a), no entanto, percebe-se a clara dependência entre o número de St e a espessura da C.L. Observando a escala, no entanto, para a $\delta \approx 0,8$, o desvio observado é muito pequeno, em torno de 5%, e não contraria as medições de Bearman e Zdravkovich (1978).

O comportamento das curvas de arrasto na Figura 2.12 (b) sugere que um limite superior, ou pico do arrasto, é correlacionado com a espessura da C.L. sendo que quanto menor δ , maior foi o pico observado. Ao passo que o gap é reduzido, o decaimento acentuado ocorre a partir de menores valores após o pico à medida em que δ seja menor. Para $\delta \geq 0,82$, o ponto onde efetivamente o início desse decaimento ocorreu quando o valor de g se aproximou de δ , o que qualitativamente concorda com uma observação feita por Zdravkovich (1985) quanto a praticamente insensibilidade do arrasto quando o

cilindro não se situa imerso a C.L. Fica claro que a relação δ/g é um parâmetro importante no estudo do efeito solo.

O comportamento da menor espessura, todavia, diferiu-se sutilmente dos demais, uma vez que a queda do arrasto à medida que o cilindro se aproxima do chão se inicia no intervalo $g = 0,4 - 0,6$, o que significa uma relação δ/g significativamente maior do que a observada pelas demais, isto é, segundo o comportamento das demais espessuras, poderia se esperar que a queda do arrasto se iniciasse em um *gap* menor. Isto sugere que algum outro fenômeno dominado provavelmente pela relação g^*/D^* domine o decaimento sobre essa região, mostrando que o parâmetro g^*/D^* é importante e não pode ser abandonado em vista da correlação única para δ/g . O mais provável é que este fenômeno esteja associado a supressão obtida em $g < g_c = 0,3$, sendo g_c o *gap* crítico associado ao ponto de supressão absoluta (existem definições diferentes de g_c , discussões sobre isso serão apresentadas posteriormente). Ademais, o comportamento do arrasto apresentado por Hiwada et al. (1986) levanta questões como a existência, ou não, de um limite para a tendência observada na Figura 2.12 (b) com a diminuição da espessura da C.L. até valores inexpressivos ou inexistentes. Para pequenos *gaps* um comportamento semelhante do arrasto para menores δ pode ser observado em Buresti e Lanciotti (1992), em Lei, Cheng e Kavanagh (1999)¹, e para a situação em que a C.L. na parede plana inexistiu, como em Bimbato (2008).

Taniguchi e Miyakoshi (1990) realizaram experimentos em um túnel de vento para um $Re = 9,4 \times 10^4$ fixo e para faixa $0,34 \leq \delta \leq 1,05$ onde medições de flutuações dos carregamentos e velocidade foram realizadas. O comportamento das flutuações dos carregamentos foi apresentado em termos RMS para uma ampla faixa de *gaps* cobrindo todo o intervalo das espessuras analisado. Com um critério baseado no mínimo local observado nas flutuações do arrasto e sustentação, indicado pelas setas na Figura 2.13 (a) e (b), os autores apresentaram uma correlação entre o *gap* crítico de supressão e a espessura da C.L.

Os valores para o *gap* crítico (g_c) diferenciam de modo geral da literatura até aqui apresentada, assim como da literatura que ainda será apresentada. Alguns pontos importantes podem ser levantados para a discussão que podem parcialmente explicar essa

¹ com a exceção de $\delta = 0,25$, que é uma disposição submetida a maiores efeitos de ponta no estudo.

contradição: O critério objetivo para atribuição da designação de g_c é diferente daquele baseado na análise espectral de flutuações de velocidade ou sustentação que a maioria dos estudos utilizam. O ponto de mínimo local foi associado por Taniguchi e Miyakoshi (1990) a um ponto onde o desprendimento de estruturas vorticosas em ambos os lados do cilindro ocorrem praticamente simultaneamente, ou seja, o efeito de supressão, de modo geral, descaracteriza o modo von Kármán regular de desprendimento, e não há, portanto, uma supressão absoluta neste ponto de mínimo local.

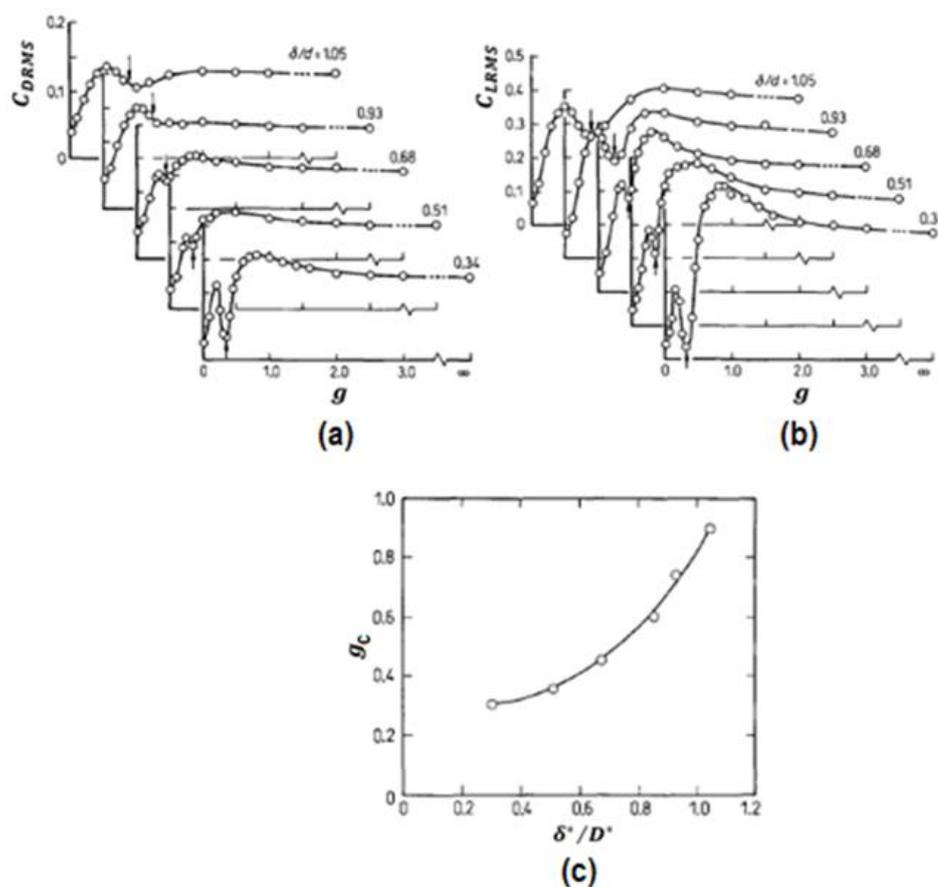


Figura 2.13: *Gaps* críticos obtidos pelo critério de mínimo local das flutuações dos carregamentos. Adaptado de Taniguchi e Miyakoshi (1990).

Taniguchi e Miyakoshi (1990) apresentam um mecanismo que explica o fenômeno de supressão verificado para baixos *gaps* com uma boa correspondência com as fotografias apresentadas como exemplo para uma espessura $\delta = 0,40$. Segundo os autores, alguma vorticidade da camada cisalhante separada da parte inferior do cilindro é absorvida pela C.L. da parede, que possui vorticidade oposta. Um esquema ilustrativo é mostrado na Figura 2.14. Aliado a isso, redemoinhos altamente turbulentos que surgem

intermitentemente ao lado de fora da C.L. da parede penetram a camada cisalhante despreendida resultando no enfraquecimento da vorticidade advinda da camada cisalhante inferior. O mecanismo de desprendimento de estruturas vorticosas está intimamente relacionado com a força das estruturas que vão se formando na parte de trás do cilindro, assim como o arrasto e a curvatura das linhas de corrente da esteira próxima. Como efeito, a estrutura na parte inferior é enfraquecida pelo mecanismo explicado anteriormente na medida em que o cilindro se aproxima da parede e as estruturas em formação vão se afastando à jusante inferindo curvaturas cada vez menores das linhas de corrente próximas ao corpo, o que é associado à perda do arrasto. Para um *gap* suficientemente pequeno, um desprendimento regular no modo de von Kármán próximo ao corpo não pode se sustentar.

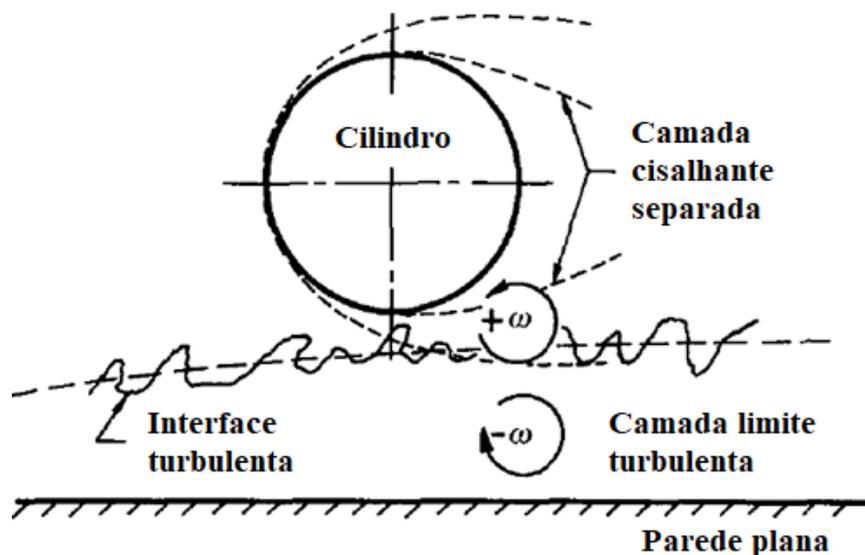


Figura 2.14: Mecanismo de supressão do regime de desprendimento de estruturas vorticosas. Adaptado de Taniguchi e Miyakoshi (1990).

Buresti e Lanciotti (1992) fizeram uma investigação experimental para o intervalo $0,86 \leq Re/10^5 \leq 2,77$ e $0,1 \leq \delta \leq 1,1$ acerca do efeito solo sobre os carregamentos de um cilindro situado nas proximidades de uma parede em um túnel de vento subsônico. Quanto à sustentação, somente valores positivos foram detectados com forte dependência de g e pequena influência de Re e δ , o que concorda qualitativamente com o estudo de Hiwada et al. (1986). Pode-se perceber também que sobre as mesmas condições, um aumento de Re implica em redução do arrasto. Esta observação também pode ser

verificada comparando os estudos de Lei, Cheng e Kavanagh (1999) e Roshko, Steinolfson e Chattoorgoon (1975) com espessuras da C.L. próximas.

Lei, Cheng e Kavanagh (1999) reavaliaram o efeito da C.L. de uma parede sobre um cilindro liso para um Re aproximadamente constante ($Re \approx 1,35 \times 10^4$) para seis espessuras da C.L. bem espaçadas e de natureza diferente. As três menores espessuras ($\delta = 0,14; 0,25$ e $0,48$) foram obtidas naturalmente da superfície e as três maiores ($\delta = 1,06; 1,64$ e $2,89$) foram obtidas artificialmente por intermédio de um bastão (*rod generation*). Foi apresentado o mapeamento do coeficiente de pressão (C_p) ao longo da superfície do cilindro, onde se observa que menores δ resultaram em menores pressões de base para *gaps* suficientemente pequenos. O comportamento da sustentação é assintótico próximo ao *gap* nulo e acompanhado de queda do ponto de estagnação independentemente da espessura da C.L. para $g \leq 0,3$. Como dito anteriormente, o comportamento quanto à sustentação foi diferente para as C.L. geradas artificialmente, sendo que as geradas naturalmente possuíam correspondência com Roshko, Steinolfson e Chattoorgoon (1975), assim como o arrasto para a mesma $\delta \approx 0,5$.

Lei, Cheng e Kavanagh (1999) propõem um método baseado nos valores C_{LRMS} para atribuir o ponto crítico de supressão. Para as experiências realizadas, o critério de Lei, Cheng e Kavanagh (1999) produziu o mesmo efeito do critério de identificação do ponto crítico baseado na análise espectral da sustentação, sendo $g_c = 0,3$ para duas menores espessuras e $0,2$ para as outras. Percebe-se, no entanto, que o comportamento do C_{LRMS} apresentado por Lei, Cheng e Kavanagh (1999) é distinto dos apresentados em maior Re por Taniguchi e Miyakoshi (1990) e Buresti e Lanciotti (1992), sendo ainda o comportamento destes dois últimos estudos também distintos entre si.

Lei et al. (2000) investiga o efeito solo numericamente para o intervalo $80 \leq Re \leq 10^3$ em que cada Re simulado inferiu uma C.L. diferente no intervalo $0,42 \leq \delta \leq 1,35$. A análise da curva de C_{LRMS} mostrou que, para toda a faixa situada de estudo, um aumento de Re implica em aumento de C_{LRMS} . Conforme o cilindro se aproximou do chão, pode-se notar que há uma queda de C_{LRMS} que precede a supressão, onde a flutuação encontra-se com valores mínimos. Essa perceptível queda se inicia em menores *gaps* à medida que o par Re e δ foi maior e menor respectivamente e conjuntamente. Os autores argumentaram sobre a necessidade de se estabelecer um critério para definir e atribuir um

gap crítico, sendo que o critério adotado pelos autores sugere que algum pico no espectro ainda era visto no g_c adotado. É perceptível que maiores Re e menores δ concomitantemente acarretaram menores g_c aparentemente tendendo para um limite em 0,2, o que contrasta com o estudo anterior que obteve $g_c = 0,3$ para baixas espessuras (LEI et al., 2000; LEI; CHENG; KAVANAGH, 1999). Os autores atribuem essa diferença ao ruído experimental que impossibilita a identificação de um pico em $g = 0,2$, ou seja, a credibilidade desse estudo numérico neste ponto é maior do que a experimental para os autores dos mesmos estudos. Assim como Taniguchi e Miyakoshi (1990), os autores concluíram que o fenômeno de supressão está intimamente ligado ao enfraquecimento da vorticidade da camada cisalhante inferior pela absorção de vorticidade oposta advinda do solo.

Price et al. (2002) encontram a supressão do regime de desprendimento de estruturas vorticosas em $g < 0,375$ para o intervalo $1200 \leq Re \leq 4960$. Contudo a periodicidade da camada cisalhante superior foi detectada ainda para $g \leq 0,125$. A essa altura, fica evidente que o fenômeno de supressão, mesmo que não promova a supressão absoluta, se manifesta muitas vezes em $g \geq g_c$, e que esse ponto crítico pode tomar valores diversos dependendo do critério em que se atribui tal ponto. O mecanismo que governa a supressão descritos pela literatura são altamente dependentes da existência da C.L. da parede (LEI et al., 2000; TANIGUCHI; MIYAKOSHI, 1990), e indaga-se sobre a situação onde o corpo se move em relação a um fluido e parede em repouso, como em Taneda (1965), onde não há uma substancial C.L. advinda da parede plana. No entanto, um experimento que simule essa situação é muito complexo de ser realizado para altos Re , uma vez que requereria alta velocidade e estabilidade (controle de vibrações) do corpo, além de um espaço amplo destinado à movimentação do corpo. Normalmente os ensaios são realizados em canais de recirculação ou tuneis de vento (NISHINO, 2007), o que inviabiliza o estudo desta situação de grande importância prática. Nas duas últimas décadas essa situação de interesse prático e teórico tem sido estudada com artifícios experimentais (NISHINO, 2007) ou numericamente (BIMBATO, 2008, 2012; BIMBATO; ALCÂNTARA PEREIRA; HIRATA, 2013; HUANG; SUNG, 2007; NISHINO, 2007; NISHINO; ROBERTS, 2008).

Huang e Sung (2007) utilizam um método implícito de desacoplamento da velocidade das equações de Navier-Stokes (ENS), disponível em Kim, Baek e Sung

(2002), para o estudo do escoamento em torno de um cilindro situado próximo a uma parede em movimento. O escoamento e a parede se movem com velocidades iguais em relação ao cilindro, isto é, o equivalente ao cilindro se movimentando em fluido e parede em repouso. Para o intervalo $200 \leq Re \leq 600$ e $0,1 \leq g < \infty$ um estudo foi realizado quando a pouco expressiva C.L. é obtida naturalmente ao se satisfazer a condição de contorno $u_x = U_\infty$ na parede. Para um *gap* suficientemente baixo, verificou-se que as estruturas vorticosas se desprendem simultaneamente em regiões mais afastadas do cilindro, o que descaracteriza a esteira de von Kármán. Esse comportamento foi observado experimentalmente e apresentado anteriormente por Taniguchi e Miyakoshi (1990). O ponto crítico é associado a um mínimo local da velocidade média do fluxo entre o cilindro e a parede. A partir deste ponto a frequência da sustentação e do arrasto torna-se a mesma e a diminuição de g torna o desprendimento cada vez menos frequente (menor St). Para baixos $g \leq 0,20$, o modo de desprendimento é semelhante ao identificado em Taneda (1965). Segundo o critério mencionado, o comportamento de g_c apresentado foi decrescente com o aumento de Re , onde aparentemente parece se estabilizar em $g_c \approx 0,25$ para $Re \geq 500$. Nota-se que, curiosamente, se esta tendência for mantida, esse valor limite condiz com a extrapolação da curva obtida por Taniguchi e Miyakoshi (1990) apresentada pela Figura 2.13 (c) para $\delta \rightarrow 0$, mas tratam-se de extrapolações muito grandes, contudo.

Nishino (2007) investiga experimentalmente, numericamente e teoricamente o efeito solo em um cilindro circular para dois valores do regime subcrítico: $Re = 4 \times 10^4$ e 10^5 . A situação física de investigação é aquela quando o cilindro se move em meio fluido próximo a uma parede, estando o fluido em repouso em relação a parede. Para se conseguir ensaiar esta situação, Nishino (2007) utilizou um artifício experimental, dispondo o cilindro próximo a uma esteira rolante com a mesma velocidade do escoamento em um túnel de vento. Para cada um dos valores do Re foram simuladas quatro disposições, sendo três delas relativas à disposição do cilindro em relação ao ajuste das placas (*end-plates*) necessárias para aproximar o escoamento a um escoamento bidimensional. A outra disposição simulada foi a que não se utiliza as placas de direcionamento, sendo, portanto, uma situação puramente tridimensional. Não foi notada diferença substancial entre os comportamentos apresentados para os dois valores de Re experimentalmente. A disposição que tangencia as placas e a que não as utiliza foram ensaiadas no intervalo $0,05 \leq g \leq 2,0$, sendo as outras disposições impossíveis de

atingirem um *gap* tão pequeno inerentemente ao arranjo, pois a configuração o ajusta propositalmente acima da borda das placas com o intuito de reduzir os efeitos de ponta. O comportamento da sustentação foi semelhante ao de Roshko, Steinolfson e Chattoorgoon (1975), isto é, natureza assintótica próxima ao *gap* nulo e se mostrou pouco sensível à utilização ou não das placas. O comportamento observado para o arrasto quando não se utilizou as placas foi bem distinto, sendo que o arrasto experimentado foi praticamente constante para $g < 0,35$ e com um comportamento levemente decrescente com o aumento do *gap*. Quanto à eficácia das placas, as duas configurações que não tangenciaram a borda se mostraram praticamente equivalentes e pode-se perceber uma diferença para a que tangencia a borda em altos *gaps*. Contudo a configuração que tangencia também obteve resultados aceitáveis para altos *gaps* de acordo com o esperado para um cilindro isolado. Para o intervalo $0,5 \leq g \leq 2,0$ o comportamento da curva de arrasto foi semelhante às curvas de Roshko, Steinolfson e Chattoorgoon (1975) e Hiwada et al. (1986). Entre $0,30 \leq g \leq 0,45$ subitamente as curvas com arranjo de placas mais próximos à borda colapsam na curva obtida para a condição tridimensional. Nishino (2007) considera que esse comportamento é o puro efeito de supressão do regime de desprendimento encontrado nesse intervalo, atribuindo ao intervalo $0,3 < g < 0,5$ como sendo o intervalo onde a queda do arrasto é dominada pelo efeito de supressão do desprendimento de estruturas vorticosas e o intervalo $0 < g \leq 0,3$ ao qual é dominado pelo efeito da C.L., o que justificaria o comportamento quase constante pela inexpressividade da C.L., embora mesmo uma fina C.L. seja verificada junto à esteira.

A consideração de Nishino (2007) é coerente com as observações feitas anteriormente para o estudo de Hiwada et al. (1986), que apresentou alguma correspondência com as observações de Zdravkovich (1985). Esta parece ser uma explicação coerente para o fenômeno observado. Entretanto, existem alguns pontos e contrapontos que serão listados para discussão:

- O arranjo “menos inibidor” de tridimensionalidade colapsou mais rapidamente sobre a curva do caso tridimensional. Este fato abre a possibilidade de se questionar sobre como seria teoricamente o comportamento quando o escoamento fosse puramente bidimensional. Poderia um hipotético melhor inibidor tridimensional influenciar no ponto de supressão? O quão afetado pela tridimensionalidade o desprendimento de

estruturas vorticosas é? Pode um escoamento bidimensional simular satisfatoriamente bem o fenômeno de supressão?

- Visto que uma fina C.L. existe (NISHINO, 2007; NISHINO; ROBERTS, 2008), qual o efeito desta camada sobre o fenômeno de supressão?

Nishino (2007) também apresentou um amplo estudo numérico, visando reproduzir os resultados experimentais. Vários métodos foram utilizados. Utilizando-se a técnica DES (*detached-eddy simulations*) para $Re = 4 \times 10^4$, uma boa representação foi obtida, embora nessa configuração verifiquem-se desvios notáveis sobre o critério de convergência espacial e temporal. Ainda para $Re = 4 \times 10^4$ com a técnica URANS (*Unsteady Reynolds-averaged Navier-Stokes*) a supressão foi encontrada em valores menores para o *gap*, mas os resultados mostraram bastante divergentes do obtido experimentalmente. Todas as técnicas e modos utilizados se distanciaram muito do comportamento esperado para $Re = 1 \times 10^5$ mesmo para o cilindro relativamente isolado ($g = 1,0$).

Nishino e Roberts (2008) realizaram um estudo com o objetivo de explicar o começo de desprendimento de estruturas vorticosas a partir do afastamento do cilindro ao chão. Segundo o concluído pelos autores, pequenas diminuições na velocidade pelo *gap* levam a maiores instabilidades, o que torna mais propenso o desprendimento de estruturas vorticosas. Com base nas equações de Euler e da continuidade, pela função corrente de perturbação expressa em modo complexo chega-se a equação de Rayleigh para um modelo simplificado da esteira próxima ao corpo cilíndrico que é resolvida numericamente para a análise de estabilidade com critérios bem definidos sobre os pontos de ramificação (solução numérica *Standard four-order Runge-Kutta* de integração da equação de Rayleigh iterativa). O mesmo estudo, no entanto, prevê que a uma distância de $1,5D^*$ e $1D^*$, medida a partir do centro do cilindro, haja a atuação de o que os autores chamam como “*wavemakers*” em $g = 0,2$ e $0,3$, respectivamente, mudando a estabilidade dessas regiões onde os resultados experimentais mostraram a supressão na esteira próxima ($x < 2,75$), o que é contraditório com o observado experimentalmente em Nishino (2007). Nishino e Roberts (2008) assumem como uma das possíveis causas das diferenças quantitativas a existência da fina C.L. junto à esteira rolante.

Bimbato (2008) estudou o efeito solo no intervalo $0,05 \leq g \leq 2,0$ em um $Re = 10^5$ utilizando-se o Método de Vórtices Discretos (M.V.D). para a situação que simula a esteira rolante no solo utilizando-se do artifício numérico de não geração de vórtices discretos à partir do solo, o que resulta na inexistência da C.L. junto ao solo e se aproxima, portanto, da situação ensaiada por Nishino (2007), cuja C.L. é considerada inexpressiva. O artifício da não geração de vorticidade no solo é uma estratégia poderosa para redução do tempo computacional de simulação quando o M.V.D. é utilizado. Os resultados apresentados por Bimbato (2008) tiveram uma ótima correspondência comparada com o ajuste mais bidimensional dos *end-plates* utilizados por Nishino (2007) ($0,45 \leq g \leq 2,0$), que foi o foco comparativo do estudo. Conforme mencionado anteriormente, todos os métodos sob diferentes técnicas numéricas avançadas de solução utilizadas por Nishino (2007) produziram resultados muito insatisfatórios para $Re = 10^5$, mesmo o cilindro estando relativamente afastado do chão ($g = 1,0$). Os resultados de Bimbato (2008) evidenciam o potencial do MVD para solução numérica frente aos métodos eulerianos, uma vez que representa bem o comportamento observado com o ajuste mais bidimensional em altos *gaps*. Para $g \leq 0,45$ o comportamento do arrasto diferiu dos demais ajustes de Nishino (2007), o que indica que o fenômeno de supressão não ocorreu para a mesma faixa de Nishino (2007) com os outros ajustes. Observa-se que entre a passagem de $g = 0,30$ para $0,05$ o número de Strouhal decaiu de $0,21$ até $0,11$. A sustentação obtida apresentou um negativo com mínimo de $C_L = -0,13$ entre $0,2 \leq g \leq 0,50$ e apresentou uma forte alta na passagem de $g = 0,15$ para $0,05$, passando de $C_L = 0,06$ para $0,41$. A Figura 2.15 apresenta a comparação entre o arrasto obtido em Bimbato (2008), Nishino (2007) e Roshko, Steinolfson e Chattoorgoon (1975).

Bimbato, Alcântara Pereira e Hirata (2013) também utilizando-se do M.V.D. avaliaram a região de maior interesse para os fenômenos relativos à supressão, faixa $0,05 \leq g \leq 0,40$, para um $Re = 10^5$, eliminando o efeito da C.L. advinda do solo pela mesma técnica de não geração de vorticidade junto ao solo. Algumas melhorias foram aplicadas ao método, como a inclusão de efeitos da turbulência, melhorando os resultados apresentados em Bimbato (2008) e apresentando informações sobre esta faixa não apresentadas anteriormente. Os efeitos de supressão podem ser claramente vistos em $g \leq 0,15$, onde, contudo, há desprendimento de estruturas. Trata-se, portanto, de um estudo que investiga o fenômeno de supressão desacopladamente dos efeitos da C.L. e da tridimensionalidade. Segundo os autores, a supressão também está associada ao efeito

Venturi. Embora a maioria das explicações da literatura envolvam a C.L. da parede plana na explicação do mecanismo de supressão, fica claro que os efeitos da supressão ocorrem mesmo sem a existência de qualquer C.L. na parede plana.

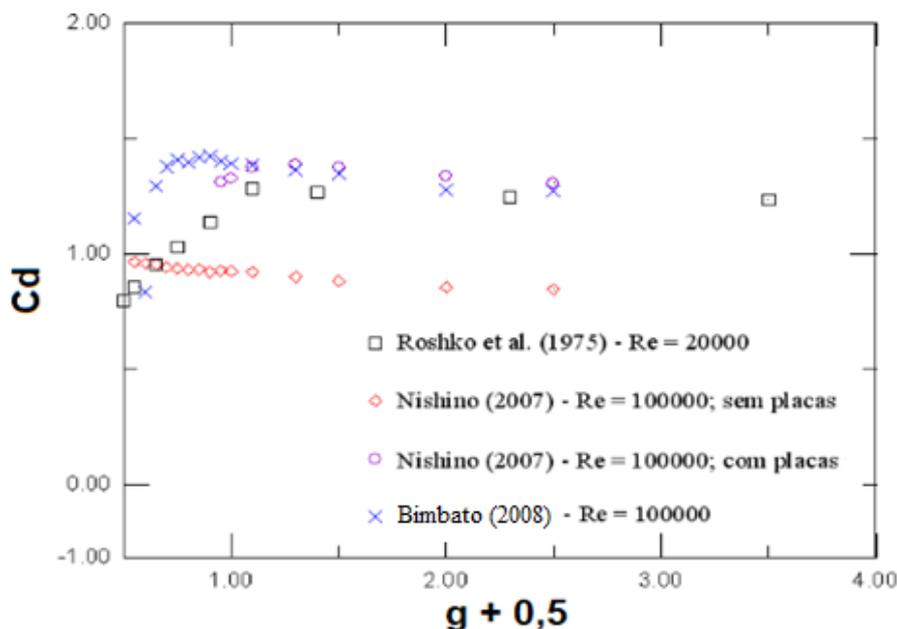


Figura 2.15: Comparação do arrasto obtido por Bimbato (2008) e Nishino (2007).

Adaptado de Bimbato (2008).

Ao se comparar os resultados de Bimbato, Alcântara Pereira e Hirata (2013) e Huang e Sung (2007), percebe-se que com ou sem a satisfação da condição de contorno de não escorregamento no solo, o que promove uma fina C.L. (HUANG; SUNG, 2007; NISHINO, 2007) ou a remove completamente (BIMBATO; ALCÂNTARA PEREIRA; HIRATA, 2013), mesmo com Re diferentes, os resultados apresentaram algum padrão. Foi observado anteriormente que o ponto crítico dos estudos experimentais de Taniguchi e Miyakoshi (1990), $Re = 9,4 \times 10^4$, e numéricos de Huang e Sung (2007), $200 \leq Re \leq 600$, situou-se próximo à um *gap* onde um fenômeno descaracteriza o desprendimento regular da esteira de von Kármán: o desprendimento das estruturas é realizado de modo praticamente simultâneo, muitas vezes se confundindo com uma única estrutura. Na Figura 2.16 é mostrada a comparação desse ponto obtido por Huang e Sung (2007) (a) e (b) com figuras extraídas do trabalho de Bimbato, Alcântara Pereira e Hirata (2013) (c) e (d) no ponto onde se identificou a supressão. A correspondência entre os comportamentos é evidente, e, ao que tudo indica, o desprendimento simultâneo ocorre também na situação simulada por Bimbato, Alcântara Pereira e Hirata (2013).

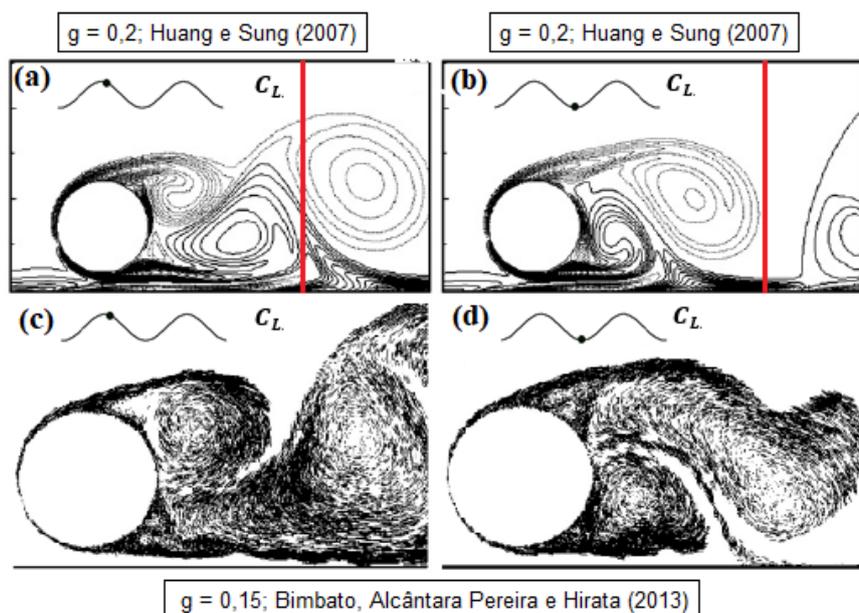


Figura 2.16: Padrão percebido entre os estudos de Huang e Sung (2007) e Bimbato, Alcântara Pereira e Hirata (2013). Figuras retiradas e adaptadas de Huang e Sung (2007) e Bimbato, Alcântara Pereira e Hirata (2013).

Um dos objetivos do presente trabalho será reavaliar a zona $g \leq 0,80$ do trabalho de Bimbato (2008) e investigar o efeito solo e o fenômeno de supressão desacoplada de qualquer efeito da C.L. advinda do solo. O trabalho de Bimbato (2012) inclui o efeito da rugosidade em estudos que utilizam o M.V.D., e ao que tudo indica, tem potencial de aplicação no estudo do efeito solo, assim como a inclusão da turbulência em Bimbato, Alcântara Pereira e Hirata (2013). No entanto, a inclusão desses efeitos tornaria a análise dos resultados mais complexa, e não serão utilizadas nas simulações do presente trabalho.

O escoamento entre o cilindro e a parede plana como foi visto por Bimbato, Alcântara Pereira e Hirata (2013) possui importante efeito sobre a sustentação. Há menções anteriores (GRASS et al., 1983) sobre a influência do jato advindo do escoamento pelo *gap* e sua interferência entre na camada cisalhante desprendida da parte inferior do cilindro e a C.L. do chão. Segundo Grass et al. (1983) esse jato, ou sua interferência, tem influência sobre o mecanismo da supressão. Visando reduzir o efeito da C.L. Khabbouchi, Guellouz e Ben Nasrallah (2013) estudaram experimentalmente a influência desse fluxo entre o cilindro e o chão (*jet-like gap flow*) quando o cilindro encontrava-se nas imediações da borda de uma placa plana para $Re = 8,7 \times 10^3$ em um intervalo $0,15 \leq g \leq 1,00$. Os resultados possuem correspondência com o estudo de estabilidade de

Nishino e Roberts (2008) e mostrou interação entre o jato e sua angulação com as duas camadas cisalhantes desprendidas. Para $g \leq 0,30$ a interação entre o jato e a C.L. inferior foi muito forte, de modo que a vorticidade da camada cisalhante desprendida é destruída pela presença deste jato, e verifica-se o fenômeno de supressão. Mesmo assim, ainda foram verificados desprendimentos de estruturas vorticosas de larga escala dominadas pela vorticidade da camada cisalhante superior. Esse modo de desprendimento de estruturas vorticosas, logicamente, não caracteriza a esteira de von Kármán.

Recentemente, Yang, An e Cheng (2018) trata experimentalmente a influência do *gap* na transição da C.L. laminar para turbulenta para o intervalo $1,1 \leq Re/10^5 \leq 4,3$. Um decaimento muito significativo do arrasto foi observado pelos autores para $g \geq 0,5$ (de 0,9 para 0,35) entre $1,9 \leq Re/10^5 \leq 2,7$. Para $g \leq 0,25$ os autores concluíram que a crise do arrasto acontece para um intervalo de $Re < 1,1 \times 10^5$, isto é, um intervalo situado em uma região abaixo do mínimo valor de Re considerado no estudo. Este resultado poderia mudar drasticamente a física do problema que será simulado. Deve-se mencionar que o estudo não investigou o impacto da variação da espessura da C.L. e, ao que se pode observar, não condiz com os resultados de Buresti e Lanciotti (1992) sobre o intervalo $0,86 \leq Re/10^5 \leq 2,8$ que, portanto, poderia detectar, em princípio, essa crise do arrasto para $g \geq 0,5$. Devido a data de publicação ser recente, nenhum estudo que conteste o resultado foi encontrado.

O efeito solo pode ser inserido em várias situações práticas de engenharia e pode estar combinado com outros efeitos, como V.I.V. Neste trabalho será visto adiante a reavaliação da região $0,05 \leq g \leq 0,80$. Um estudo de parâmetros para o intervalo $g < \infty$ será realizado visando descobrir o potencial que o M.V.D. possui para o estudo do efeito solo sem a inclusão de modelos de turbulência ou rugosidade, o que deixaria o estudo ainda mais realístico. Análises e parâmetros não utilizados anteriormente serão avaliados na investigação do modo de desprendimento e sua alteração ou extinção. Métodos diferentes de atribuição de ponto crítico disponíveis na literatura serão avaliados e um novo método será proposto baseado em um fenômeno observado em análises espectrais. Um estudo que acopla o efeito solo à vibração forçada *in-line* será realizado para os extremos $g = 0,05$ e $g = 0,80$ e testará a sensibilidade à pequena frequência $f_x = 0,04$ e a sobreposição de efeitos na $f_x = 0,40$ que possui um caráter especial na literatura de V.I.V. *in-line*.

Como salientado na revisão de V.I.V., a literatura geral da preferência às vibrações transversais, de modo que os raros estudos envolvendo os fenômenos V.I.V. e efeito solo possuem uma abordagem unicamente transversal (HSIEH; LOW; CHIEW, 2016; JIN; DONG, 2016) ou transversal e *in-line* (BARBOSA et al., 2017; GAO et al., 2020; MUNIR et al., 2018). Em particular, o estudo experimental de vibrações livres disponível em Barbosa et al. (2017) investiga as repostas de um cilindro na proximidade de uma superfície plana excitado em um intervalo $7250 \leq Re \leq 15500$. Na zona onde se encontrou o *lock-in*, as oscilações *in-line* foram amplificadas, de modo que o arrasto alcançou valores três vezes maiores comparadas ao cilindro estacionário. Um interessante fenômeno foi observado para $g \leq 2,0$: pode-se detectar que a força de arrasto foi composta por duas forças harmônicas, a menor frequência característica dessas forças possui o mesmo valor da frequência transversal e a maior frequência possui o valor de duas vezes a frequência transversal. Ao se aproximar o cilindro do solo, a força caracterizada pela menor frequência cresce enquanto a força caracterizada pela segunda frequência decresce. Acredita-se que o presente estudo consiga justificar esse comportamento com base em observações espectrais. Curiosamente, a justificativa para tal fenômeno não será baseada no estudo que acopla a oscilação e a proximidade da parede, e sim por uma indução detectada no estudo do efeito solo em separado. Com base nessa evidência experimental (BARBOSA et al., 2017) e na indução de resposta observada neste estudo, será proposto um método de estudo de vibrações forçadas de fácil implementação para o estudo juntamente do efeito solo, que promoveria situações mais realísticas na investigação do *lock-in* quando o estudo for puramente *in-line* ou com dois graus de liberdade na direção transversal e *in-line*.

As evoluções realizadas no presente trabalho sobre esse método aplicável em estudos de vibração *in-line* permitirão estudos posteriores de qualquer movimento conhecido utilizando-se o M.V.D. aqui descrito. Mais detalhes estarão dispostos no decorrer deste trabalho. Para o desenvolvimento do método até o estado atual e a aplicação neste estudo, alguns estudos anteriores foram de fundamental importância, como dispostos em Alcântara Pereira (1999, 2002), Mustto, Hirata e Bodstein (1998), Ricci (2002), Silva (2004), Recicar (2007), Moura (2007), Recicar, Alcântara Pereira e Hirata (2008), Bimbato (2008, 2012), Siqueira (2011), Martins (2017), entre outros.

Capítulo 3

O MODELO MATEMÁTICO

3.1 Formulação do Problema

O problema geral de estudo deste trabalho consiste em um escoamento bidimensional incompressível isotérmico de um fluido newtoniano em regime transiente ao redor de um corpo na presença da superfície plana. O corpo de geometria conhecida é submetido a um escoamento incidente, podendo ter movimento oscilatório forçado com um grau de liberdade na direção do escoamento incidente e podendo estar nas proximidades do chão, ou seja, sobre a influência de uma parede definida pela superfície $y = 0$. O movimento oscilatório é característico de vibração forçada, e consiste em um movimento harmônico com amplitude e frequência finitas e constantes para cada simulação. Desta forma o corpo pode estar sujeito aos fenômenos devido a vibração na mesma direção do escoamento, ao efeito solo ou a ambas as situações.

De acordo com a Figura 3.1 define-se um referencial não inercial associado à posição do corpo, e um referencial fixo associado ao chão. A superfície delimitadora da região fluida consiste na união das superfícies plana, do corpo e uma superfície teoricamente disposta no infinito, onde o decaimento do campo de velocidades é suficiente para se considerar o escoamento não perturbado.

3.2 Geometria e Definições

A Figura 3.1 define um sistema de coordenadas fixo junto a superfície plana (x^*, O, y^*) e um sistema de coordenadas móvel junto ao corpo (ζ^*, O, η^*) . O domínio fluido, Ω , é delimitado pela união das superfícies plana, S_1 , do corpo, S_2 , e no infinito, S_∞ . O corpo é um corpo cilíndrico com diâmetro $D^* = 2R_o^*$, que oscila forçadamente em movimento harmônico na direção de um escoamento incidente uniforme U^* , ou U_∞^* , a uma distância g^* do chão e centrado inicialmente em $x^* = n^*$. O movimento oscilatório pode, ou não, se manifestar, e a distância ao chão pode também variar, assim como os parâmetros da vibração forçada.

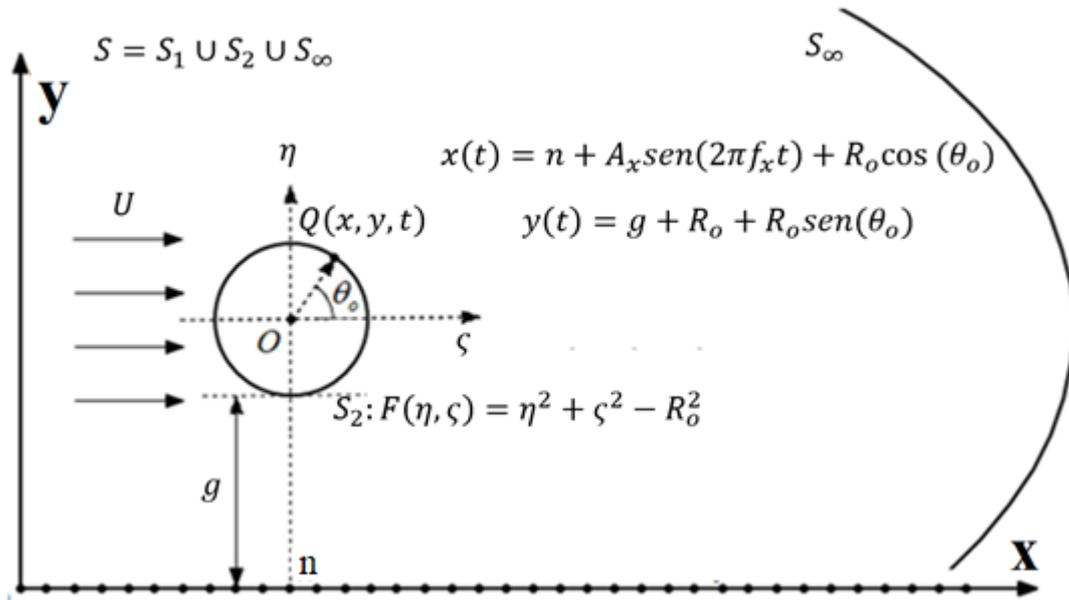


Figura 3.1: Definição da geometria e domínio fluido.

A superfície S_1 é definida por:

$$y^* = 0 \quad (3.1)$$

Segundo Martins (2017), a superfície S_2 é definida por uma função escalar:

$$F_2 = (x^*, y^*, t^*) = 0 \quad (3.2)$$

Para o caso unicamente de vibração *in-line*, a superfície S_2 pode ser definida por:

$$(x^* - n^* - A_x^* \text{sen}(\lambda_x^* t^*))^2 + (y^* - g^* - R_o^*)^2 - R_o^{*2} = 0 \quad (3.3)$$

onde A_x é a amplitude de vibração na direção do escoamento, e λ_x é a frequência angular deste movimento harmônico, e está associada à frequência de vibração e ao período de vibração por:

$$\lambda_x^* = 2\pi f_x^* = \frac{2\pi}{T^*} \quad (3.4)$$

sendo f_x e T a frequência e o período de vibração na direção x , respectivamente.

Desta forma, a origem do sistema de coordenadas não inercial se move em relação ao sistema fixo. As relações de posição, velocidade e aceleração são respectivamente:

$$X_{osc}^*(t^*) = A_x^* \text{sen}(2\pi f_x^* t^*) = A_x^* \text{sen}(\lambda_x^* t^*) \quad (3.5)$$

$$V_{osc}^*(t^*) = 2\pi f_x^* A_x^* \cos(2\pi f_x^* t^*) = \lambda_x^* A_x^* \cos(\lambda_x^* t^*) \quad (3.6)$$

$$A_{osc}^*(t^*) = -4\pi^2 f_x^{*2} A_x^* \text{sen}(2\pi f_x^* t^*) = -\lambda_x^{*2} A_x^* \text{sen}(\lambda_x^* t^*) = -\lambda_x^{*2} X_{osc}^*(t^*) \quad (3.7)$$

O referencial não inercial (ζ, O, η) se move com a mesma velocidade e aceleração da superfície S_2 com o tempo em relação ao referencial inercial (x, O, y) . Neste estudo, o movimento da superfície se dá sempre na direção coincidente ao escoamento incidente, ou seja, a direção do eixo x segundo a Figura 3.1.

O decaimento do campo de velocidades é suficiente para que no infinito o escoamento seja considerado não perturbado, isto é:

$$\vec{u}^*(\infty) = \vec{U}_\infty^* = u_\infty^* \hat{i} = U^* \hat{i} \quad (3.8)$$

3.3 Hipóteses Assumidas

A seguir, constam as hipóteses assumidas para a redução da complexidade e solução do problema proposto, objetivando, assim, capturar efeitos importantes para a aplicação de problemas de engenharia.

H1: Escoamento bidimensional e não perturbado no infinito para qualquer instante: A abordagem do problema é bidimensional, o que simplifica o estudo, principalmente pelo fato do desaparecimento do termo de deformação dos tubos de vorticidade da E.T.V. Para a aplicação do M.V.D. é necessário que a perturbação do escoamento tenha um

decaimento suficientemente rápido no infinito. Detalhes sobre este decaimento constam no Capítulo 4.

H2: Escoamento incompressível: As velocidades envolvidas são consideradas baixas o suficiente em relação à velocidade de propagação do som no meio fluido, sendo, portanto, o número de Mach menor que 0,3, de modo que se possa desprezar qualquer efeito de variação do campo de massas específicas.

H3: Escoamento isotérmico: Quaisquer considerações a respeito de trocas de calor serão desprezadas, e o escoamento terá a mesma temperatura em todo o seu domínio. Isto simplifica o estudo quanto a uma das equações governantes, que muitas vezes é adotada como a equação da energia. A inclusão de efeitos térmicos pode ser incorporada segundo o trabalho de Alcântara Pereira e Hirata (2003). Uma aplicação de efeitos térmicos em fenômenos de V.I.V. pode ser encontrada em Tobisawa (2019).

H4: Esteira viscosa assumida laminar: Semelhantemente a trabalhos como o de Siqueira (2011) e Martins (2017), nenhuma modelagem de turbulência é incorporada na formulação matemática do problema. Detalhes do modelo da Função Estrutura da Velocidade de Segunda Ordem podem ser encontrados no Trabalho de Alcântara Pereira, Hirata e Silveira Neto (2003) e a inclusão de efeitos rugosos pode ser incorporada através do trabalho de Bimbato (2012).

H5: Força de campo gravitacional desprezada: considera-se que a ordem de grandeza das forças gravitacional seja de pouca relevância no escoamento, e, embora mesmo o efeito solo seja um objeto de estudo deste trabalho, para muitas situações a física do problema é análoga a disposição de um corpo nas proximidades de uma parede, e não necessariamente a parede precisa estar orientada perpendicularmente ao campo gravitacional, como sugere a intuição viciosa que é passada pelo modelo esquemático.

Além das hipóteses descritas anteriormente, relativas ao escoamento e geometria, uma hipótese relativa ao fluido é necessária:

H6: Fluido newtoniano, homogêneo e com as propriedades termodinâmicas massa específica e a viscosidade dinâmica constantes: Um fluido sendo newtoniano e homogêneo, aliado às hipóteses H2 e H3 pode admitir tais propriedades termodinâmicas constantes, o que simplifica as equações governantes descritas na próxima seção.

Uma hipótese adicional estrutural também é assumida neste estudo:

H7: Corpo rígido com um grau de liberdade para vibrar na direção do escoamento: Para um sistema de coordenadas fixado ao corpo, a distância entre dois pontos no domínio do corpo é invariável, isto é, não sofre deformações mecânicas, caracterizando o corpo rígido. O corpo não possui liberdade para o movimento de rotação e somente possui liberdade para movimento de vibração na direção do escoamento. Como visto na formulação do problema, este grau de liberdade poderá ou não ser utilizado. Quando utilizado, a natureza de oscilação será harmônica simples, isto é, um movimento sinusoidal de amplitude e frequência constantes para cada simulação.

3.4 Equações Governantes e Condições de Contorno

3.4.1 Equações Governantes

Considerando as hipóteses simplificadoras, não há variação da massa específica, e o princípio de conservação da massa pode ser simplesmente expresso pela a condição de incompressibilidade da Equação (3.9):

$$\int_{SC^*} \vec{u}^* \cdot \hat{n} dA^* = \int_{VC^*} \nabla^* \cdot \vec{u}^* dV^* = 0 \Rightarrow \nabla^* \cdot \vec{u}^* = 0 \quad (3.9)$$

O Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento Linear é expresso pelas Equações de Navier-Stokes (ENS), as quais possuem o balanço de forças da segunda lei de Newton acopladas. Admitindo as hipóteses simplificadoras e a conservação da massa, elas são expressas pela equação vetorial dada pela Equação (3.10):

$$\frac{\partial \vec{u}^*}{\partial t^*} + \vec{u}^* \cdot \nabla^* \vec{u}^* = -\frac{1}{\rho^*} \nabla^* p^* + \nu^* \nabla^{*2} \vec{u}^* \quad (3.10)$$

sendo \vec{u} a velocidade, p a pressão, ν a viscosidade dinâmica do fluido e ρ a massa específica do fluido.

O sistema de equações governantes consiste em um sistema de três equações, uma relativa à conservação da massa e duas relativas às ENS em modo bidimensional, e três incógnitas, sendo duas incógnitas relativas às componentes de velocidade e uma incógnita relativa à pressão. As ENS serão manipuladas em duas outras equações de interesse: A

Equação do Transporte da Vorticidade (E.T.V.), a qual toma o rotacional das ENS e elimina o termo da pressão, sendo a massa específica constante, e a Equação Integral da Entalpia de Estagnação, apresentada inicialmente por Uhlmann (1992), a qual toma o divergente das ENS e permite a recuperação da pressão, uma vez que se tem interesse em descobrir os carregamentos fluidodinâmicos atuantes sobre corpos imersos em meio fluido. Detalhes sobre estas equações serão dadas ao longo do texto disposto neste trabalho.

3.4.2 Condições de Contorno

Para longas distâncias, assume-se que o decaimento de velocidade do escoamento seja suficiente para se considerar a condição de escoamento não perturbado, isto é, em S_∞ :

$$\vec{u}^* = \vec{U}_\infty^* \quad (3.11)$$

Sobre a superfície do corpo cilíndrico, as condições de contorno são as condições de impenetrabilidade e de escorregamento-nulo. Para se atender à condição de escorregamento-nulo, a velocidade do fluido na direção tangencial à superfície do corpo deve ser igual a componente tangencial da velocidade da superfície. A condição de impenetrabilidade pode ser satisfeita ao se impor que a velocidade do fluido na direção normal à superfície seja igual a componente normal da velocidade da superfície sólida, isto é, em S_2 :

$$\vec{u}^* \cdot \hat{t} = \vec{V}^* \cdot \hat{t} \quad (3.12)$$

$$\vec{u}^* \cdot \hat{n} = \vec{V}^* \cdot \hat{n} \quad (3.13)$$

sendo \hat{t} a direção tangencial à superfície do corpo S_2 , \hat{n} a direção normal à superfície do corpo e \vec{V} a velocidade da superfície sólida.

As duas condições podem ser acopladas em uma única condição, chamada Condição de Aderência, onde se determinam as duas condições simultaneamente ou simplesmente que:

$$\vec{u}^* = \vec{V}^* \quad (3.14)$$

na superfície sólida. No entanto, o procedimento utilizado neste trabalho obtém as condições em separado em um processo iterativo que será mais bem explicado no decorrer do texto.

Sobre a superfície plana, apenas a condição de impenetrabilidade, assim como na Equação (3.13), é imposta. Este artifício permite a representação do solo como se movesse com a mesma velocidade do escoamento incidente, conforme destaca Bimbato (2008). Acredita-se que este artifício permite uma boa representação do efeito de uma superfície plana móvel, que equivale a simular o caso em que o corpo próximo a uma parede se move em relação à um fluido, estando o fluido e a parede em mesma velocidade. É verificado experimentalmente que a utilização de uma esteira rolante no chão com a mesma velocidade do escoamento incidente não produz uma C.L. substancial (NISHINO, 2007; NISHINO; ROBERTS, 2008) o que, para efeito da simulação, consistirá na não geração de vorticidade junto à superfície, e uma economia de esforço computacional. Esta simplificação é necessária devido ao alto custo computacional que a geração de vorticidade a partir do solo impactaria. No entanto, ela pode ter efeito sobre os resultados, uma vez que não se pode garantir que a velocidade tangencial à superfície no ponto de controle seja igual à do fluido pela Equação (3.12), que seria nula para uma simulação que considere a parede em repouso, ou igual a velocidade do escoamento não perturbado, no caso de uma simulação que considere o escoamento e a parede com mesma velocidade do escoamento incidente.

3.5 Adimensionalização do Problema

Para a mecânica dos fluidos, uma solução dimensional é uma solução de um problema particular (MARTINS, 2017). Uma abordagem adimensional ao problema promove um ganho de generalidade ao estudo, uma vez que os parâmetros passam a ser adimensionais e se reduz sensivelmente o número de relações funcionais para varrer todo o campo de soluções de um estudo genérico.

A adimensionalização deste estudo será feita com base nas grandezas representativas do problema. Como o estudo é isotérmico, não há a necessidade de adimensionalizar grandezas derivadas da temperatura e as grandezas representativas de espaço e velocidade serão respectivamente:

- b^* : Comprimento característico: Adotado o diâmetro do cilindro circular (D^*).
- U^* : Velocidade característica: Adotada a velocidade do escoamento não perturbado (U_{∞}^*).

Uma grandeza característica importante pode ser derivada das duas primeiras listadas anteriormente. Trata-se do tempo característico:

- T_c^* : Tempo característico: $T_c^* = b^* / U^*$

Estas grandezas características podem adimensionalizar todas as grandezas envolvendo o problema, no entanto, algumas expressões são tradicionalmente definidas de algum modo peculiar, como os coeficientes de arrasto e sustentação, por exemplo. Detalhes sobre a adimensionalização de grandezas deste tipo serão dispostas no texto, conforme a necessidade apareça.

De modo geral, as variáveis adimensionais que envolvem o problema são:

$$x = x^* / b^* \quad : \text{Coordenada na direção do eixo x.}$$

$$y = y^* / b^* \quad : \text{Coordenada na direção do eixo y.}$$

$$g = g^* / b^* \quad : \text{Distância entre o corpo e o solo (gap).}$$

$$t = t^* / T_c^* \quad : \text{Medida física contínua de tempo.}$$

$$\Delta t = \Delta t^* / T_c^* \quad : \text{Incremento temporal.}$$

$$u = u^* / U^* \quad : \text{Componente do vetor velocidade na direção do eixo x.}$$

$$v = v^* / U^* \quad : \text{Componente do vetor velocidade na direção do eixo y.}$$

$$p = p^* / (\rho^* U^{*2}) \quad : \text{Pressão.}$$

$$\omega = T_c^* \omega^* \quad : \text{Módulo do vetor vorticidade.}$$

$$\Gamma = \Gamma^* / (b^* U^*) \quad : \text{Intensidade de vórtice discreto de Lamb.}$$

$\sigma_o = \sigma_o^* / b^*$: Raio do núcleo viscoso do vórtice discreto de Lamb.

$A = A^* / b^*$: Amplitude de oscilação do movimento harmônico.

$f_{osc} = T_c^* f_{osc}^*$: Frequência de oscilação do movimento harmônico.

$\lambda = T_c^* \lambda^*$: Velocidade angular de oscilação do movimento harmônico.

$x_{osc} = x_{osc}^* / b^*$: Função da posição do movimento harmônico na direção x.

$V_{osc} = V_{osc}^* / U^*$: Função da velocidade do movimento harmônico na direção x.

$A_{osc} = \frac{b^* A_{osc}^*}{U^{*2}}$: Função da aceleração do movimento harmônico na direção x.

Algumas relações adimensionais que possuem tradicionalmente suas definições:

$V_R = U^* / (b^* f_{osc}^*)$: Velocidade reduzida do corpo.

$St = b^* f_s^* / U^*$: Número de Strouhal: Frequência de emissão de estruturas vorticosas em modo adimensional.

$Re = \rho^* U^* b^* / \mu^*$: Número de Reynolds: Representa a razão entre forças inerciais e forças viscosas.

E os operadores:

$\nabla = b^* \nabla^*$: Operador Nabla.

$\nabla^2 = b^{*2} \nabla^{*2}$: Operador Laplaciano.

Deste modo, pode-se reescrever as equações governantes e as condições de contorno das seguintes formas adimensionais:

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \vec{u} \quad (3.16)$$

Para a superfície tendendo ao infinito S_∞ :

$$\vec{u} \rightarrow \vec{U}_\infty \quad (3.17)$$

As superfícies S_1 e S_2 respeitam a condição de impenetrabilidade:

$$\vec{u} \cdot \hat{n} = \vec{V} \cdot \hat{n} \quad (3.18)$$

e S_2 respeita também a condição de não escorregamento:

$$\vec{u} \cdot \hat{t} = \vec{V} \cdot \hat{t} \quad (3.19)$$

3.5.1 Equação do Transporte da Vorticidade na Forma Adimensional

Sendo a vorticidade $\vec{\omega}$ definida como o rotacional da velocidade do fluido ($\vec{\omega} = \nabla \times \vec{u}$), a Equação (3.10) pode ser manipulada pela aplicação do rotacional, considerando a conservação da massa, incompressibilidade e algumas identidades vetoriais, chega-se a Equação (3.20):

$$\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{\omega} - (\vec{\omega} \cdot \nabla) \vec{u} = \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \vec{\omega} \quad (3.20)$$

O primeiro termo do lado esquerdo da equação representa a variação local da vorticidade, o segundo termo representa o transporte convectivo da vorticidade, o terceiro termo do lado esquerdo representa a deformação dos tubos de vorticidade e o termo do lado direito representa os efeitos difusivos da vorticidade. Os dois primeiros termos do lado esquerdo podem ser agrupados em uma derivada substancial, e, para o caso bidimensional, o termo relativo a deformação dos tubos de vorticidade é nulo, resultando na versão Lagrangeana da E.T.V. bidimensional, que pode ser escrita em modo escalar:

$$\frac{D\omega}{Dt} = \frac{\partial \omega}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \omega = \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \omega \quad (3.21)$$

3.5.2 Esquema Integral de Recuperação da Pressão

Uhlman (1993) apresentou uma formulação integral de três equações para o movimento de um escoamento incompressível pela manipulação matemática da Equação de Navier-Stokes. Uhlman (1993) generaliza o resultado de Howe (1975) incluindo o termo viscoso das ENS e formula mais duas equações integrais do movimento, que teoricamente podem compor a solução sistêmica. As integrações sobre o domínio fluido para um escoamento limitado no infinito necessitam de certo decaimento do escoamento perturbado. Será visto no Capítulo 4 que o método prevê meios para que tal decaimento

seja imposto juntamente e convenientemente com a conservação de massa nas especificações das intensidades de fontes que representarão o corpo.

A primeira equação proposta no trabalho de Uhlman (1993) é de sumo interesse para o método utilizado neste trabalho. Shintani, Shiraishi e Akamatsu, (1994) utilizam-se da formulação integral para recuperação da pressão em um estudo envolvendo um método Lagrangeano. O método de Shintani, Shiraishi e Akamatsu, (1994), por sua vez, é descrito e estendido por Ricci (2002) com uma abordagem adimensional, ao contrário da formulação de Uhlman (1993), e disposto de modo apropriado para utilização em um método Lagrangeano. A Seção 4.4 contém uma demonstração detalhada das equações aqui mencionadas no modo adimensional. Ao longo do estudo realizado neste trabalho, percebeu-se que a formulação disposta por Ricci (2002) considerava o corpo sempre em repouso, algo que nem sempre acontece nos estudos aqui envolvidos. Desta forma, todo o equacionamento foi refeito, sendo a grande maioria dos passos semelhantes aos de Ricci (2002), exceto pela admissão da fronteira com o corpo se alterar, isto é, dando o grau de liberdade ao corpo descrito anteriormente. O que consiste basicamente em uma extensão do método apresentado por Ricci (2002) para o caso de movimento de um corpo rígido com aceleração não nula.

O trabalho específico (ou entalpia específica) de estagnação é definido por:

$$B = p - p_\infty + \frac{u^2 - U_\infty^2}{2} \quad (3.22)$$

sendo p_∞ a pressão do escoamento não perturbado com velocidade \vec{U}_∞ no infinito, a formulação integral utilizada para obtenção da pressão neste trabalho consiste em:

$$-\alpha B - \int_S B \nabla G \cdot \hat{n} dS = \int_S G \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} - \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \vec{u} \right) \cdot \hat{n} dS - \int_\Omega \nabla G \cdot (\vec{u} \times \vec{\omega}) d\Omega \quad (3.23)$$

O fator α consiste em um valor que representa a parcela que o ponto está imerso no fluido, sendo por exemplo igual a 0,5 quando o ponto está sobre uma superfície localmente suave e 1 quando está no interior do domínio fluido. G é a solução fundamental da equação de Laplace. A Equação (3.23) ainda está em um modo genérico, e considera uma convenção oposta à considerada por Ricci (2002) para a direção normal da superfície. Mais detalhes são discutidos no Capítulo 4.

Capítulo 4

SOLUÇÃO PELO MÉTODO DE VÓRTICES DISCRETOS

4.1 Algoritmo de Separação da Parte Viscosa

Chorin (1973) propôs um algoritmo de separação da parte viscosa em que a partir da solução convectiva da equação do transporte da vorticidade (E.T.V.), para um pequeno incremento de tempo, ao qual permite-se dizer que a estrutura e densidade de uma coleção de vórtices discretos é aproximadamente a mesma da condição inicial, o pequeno efeito difusivo, característico de altos Re , pode ser inserido por uma criteriosa relação entre a difusão e movimentos randômicos, assim como o Movimento Browniano, cuja explicação do fenômeno é atribuída a Einstein (1956).

Desta forma, para um mesmo incremento de tempo o algoritmo consiste em resolver em separado as seguintes equações:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \omega = \frac{D\omega}{Dt} = 0 \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{1}{Re} \nabla^2 \omega \quad (4.2)$$

A primeira equação é resolvida na versão Lagrangeana, uma vez que o termo não linear é de mais difícil solução. O avanço obtido a partir desta solução é denominado “avanço advectivo” e necessita que o método tenha meios de predizer o campo de

velocidades, uma vez que a equação mostra que vorticidade é transportada por convecção como se fosse uma partícula de fluido (RICCI, 2002).

A segunda equação leva em conta os efeitos viscosos e permitirá prever um avanço segundo o Método de Avanço Randômico, conforme Lewis (1991), que será mais bem explicado na Seção 4.3.

4.2 Advecção da Nuvem de Vórtices Discretos

A partir do algoritmo de separação da parte viscosa, para se promover a advecção da vorticidade, é preciso de meios para se determinar o campo de velocidades. Nas seções a seguir, é mostrado como este campo é obtido a partir da decomposição do campo de velocidades em três parcelas, sendo elas harmônica, potencial e solenoidal. A parcela harmônica é determinada pela condição de contorno no infinito, e a partir disto, existem meios de se garantir uma decomposição única das parcelas potencial e solenoidal. Os campos potencial e solenoidal deverão satisfazer algumas condições estabelecidas para decomposição única. A propriedade do escoamento vorticidade é discretizada em vórtices discretos de Lamb, e a influência destes vórtices discretos irão compor a parcela solenoidal do campo de velocidades. A representação dos corpos no escoamento será feita por meio da distribuição de singularidades potenciais, e estas irão compor a parcela potencial do campo de velocidades. A intensidade das singularidades e dos vórtices discretos de Lamb serão obtidos em função das condições de contorno e das conservações da massa e circulação globais.

4.2.1 A Decomposição de Helmholtz

A chamada decomposição de campo de Helmholtz, as vezes também chamada de decomposição de Helmholtz-Hodge, mostra que um campo pode ser decomposto em uma parcela solenoidal, uma parcela potencial e uma harmônica conforme é mostrado na Equação (4.3):

$$\vec{u} = \vec{u}_s + \vec{u}_p + \vec{u}_h = \nabla \times \Psi + \nabla \varphi + h \quad (4.3)$$

sendo φ um potencial escalar, Ψ é um potencial vetorial e h é campo vetorial harmônico (CORDEIRO, 2018).

Por definição, o campo harmônico possui rotacional e divergente nulo, o campo potencial é irrotacional e o solenoidal possui divergente nulo. Esta decomposição vale para todos os tipos de campos vetoriais. A definição das partes decompostas como na Equação (4.3) é conveniente para o desenvolvimento que se sucede, uma vez que é possível separar toda a parcela rotacional do campo \vec{u} referente ao campo solenoidal. A composição das três parcelas é ilustrada na Figura 4.1.

$$\begin{aligned}\nabla \cdot h &= \nabla \cdot (\nabla \times \Psi) = 0 \\ \nabla \times h &= \nabla \times \nabla \varphi = 0 \\ \nabla^2 h &= 0\end{aligned}\tag{4.4}$$

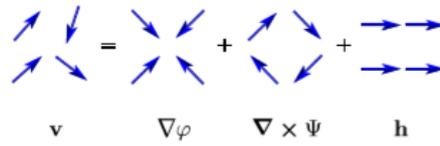


Figura 4.1: Decomposição de Helmholtz de um campo vetorial bidimensional discreto (CORDEIRO, 2018).

A Decomposição Natural de Helmholtz-Hodge definida em Bhatia, Pascucci e Bremer (2014), separa as influências internas e externas de um campo vetorial. O trabalho matemático disposto em Cordeiro (2018), permite que se garanta a unicidade dessa decomposição sem grandes considerações sobre a fronteira. No método de solução é prevista a separação do campo harmônico junto ao campo total, e verificando se as partes potenciais e solenoidais se comportam conforme os critérios para a unicidade. Dentro do campo de soluções, é previsto que se os limites dos campos tenderem a zero com decaimento suficiente e, se obtiver meios de se integrar os campos solenoidal e potencial sobre o domínio no espaço \mathbb{R}^n , sendo n igual a 2 para o caso bidimensional e 3 para o tridimensional, a decomposição colapsa na decomposição natural automaticamente, sem se precisar avaliar a fronteira no infinito. No desenvolvimento que se sucede neste trabalho, os critérios para unicidade serão especificações para estes campos, e levam a busca por meios de se integrar os campos em \mathbb{R}^2 e atender as condições de decaimento no infinito dos campos solenoidal e potencial.

Define-se um campo que no infinito seja nulo, com $\vec{h} = \vec{U}_\infty$:

$$\vec{u} - \vec{h} = \vec{u} - \vec{U}_\infty = \vec{u}_s + \vec{u}_p\tag{4.5}$$

sendo $\vec{U}_\infty = u_\infty \hat{i}$ constante (cte), satisfazendo a condição de contorno:

$$\lim_{z \rightarrow \infty} [\vec{u}(z) - \vec{h}(z)] = \lim_{z \rightarrow \infty} [\vec{u}(z) - \vec{U}_\infty] = 0 \quad (4.6)$$

Para a unicidade dos campos solenoidal e potencial no infinito e, ainda, para que não haja um harmônico diferente do definido pela condição no infinito, os campos solenoidal e potencial precisam tender a zero no infinito e ainda respeitar o seguinte limite:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} [r\vec{u}_s(\vec{r})] = \lim_{r \rightarrow \infty} [r\vec{u}_p(\vec{r})] = 0 \quad (4.7)$$

Nestas condições, a decomposição do campo $\vec{u} - \vec{U}_\infty$ é a Decomposição Natural de Helmholtz-Hodge e a solução única de \vec{u}_s e \vec{u}_p pode ser dada por:

$$\vec{u}_s(z) = -\nabla \times \int_{\mathbb{R}^2} G(z-z') \nabla' \times \vec{u}(z') d\Omega' \quad (4.8)$$

$$\vec{u}_p(z) = \nabla \int_{\mathbb{R}^2} G(z-z') \nabla' \cdot \vec{u}(z') d\Omega' \quad (4.9)$$

por notação, o operador Nabla quando aplicado em relação a z é tido sem sobrescrito e ∇' indica aplicação em relação a z' .

Se o decaimento dos campos potencial e solenoidal respeitarem a Equação (4.7), automaticamente a condição de contorno no infinito é atingida. O M.V.D. prevê meios de se impor também a condição de contorno especificada em cada corpo, e será visto adiante.

4.2.2 O Campo Solenoidal

A Lei de Biot-Savart fornece uma expressão que permite recuperar a velocidade solenoidal rotacional, varrendo todo o campo de vorticidade. Para todo escoamento incompressível o divergente da velocidade é nulo, e, se o decaimento no infinito é suficientemente alto, pela decomposição da Equação (4.5), a Lei de Biot-Savart prevê que o campo de velocidades total pode ser recuperado por uma integração não necessariamente em \mathbb{R}^n , como a Equação (4.8), mas sobre o domínio fluido. No entanto, nota-se a complexidade da integral, ainda mais pelo aparente fato paradoxal de que o campo de velocidades pode ser encontrado varrendo o campo de vorticidade, isto é, do rotacional da própria velocidade, o que significa que a velocidade é função da velocidade.

Nas seções subsequentes mostra-se a dedução da Lei de Biot-Savart para o domínio fluido, como a vorticidade no M.V.D. é discretizada em vórtices de Lamb, a partir de certas especificações, e como a representação do campo de vorticidade por uma nuvem de vórtices discretos de Lamb livres permite atingir as especificações do campo solenoidal desejado pela decomposição realizada nas Equações (4.3) ou (4.5).

4.2.2.1 A Lei de Biot-Savart

Supõe-se que os campos solenoidais \vec{u}_s e $\vec{\omega} = \nabla \times \vec{u}_s$ são funções contínuas e diferenciáveis em todo domínio fluido. Isto implica que estas funções não possuem singularidades não removíveis ao longo de todo domínio. Desta forma, de acordo com as propriedades do Delta de Dirac (B.1) e (B.5), disponíveis no Apêndice B:

$$\vec{\omega}(z) = -\int_{\Omega'} \vec{\omega}(z') \nabla^2 G(z-z') d\Omega' = -\nabla^2 \int_{\Omega'} \vec{\omega}(z') G(z-z') d\Omega' \quad (4.10)$$

visto que o laplaciano pode ser tomado em relação a z , sendo independente da integração. Aplicando o rotacional em ambos os lados da equação (4.10), tem-se:

$$\nabla \times \vec{\omega}(z) = -\nabla^2 \int_{\Omega'} \nabla G(z-z') \times \vec{\omega}(z') d\Omega' \quad (4.11)$$

$$\nabla \times \vec{\omega}(z) = \nabla \times \nabla \times \vec{u}_s(z) = \nabla(\nabla \cdot \vec{u}_s) - \nabla^2 \vec{u}_s = -\nabla^2 \int_{\Omega'} \nabla G(z-z') \times \vec{\omega}(z') d\Omega' \quad (4.12)$$

e levando em conta a incompressibilidade e a bidimensionalidade:

$$\nabla^2 [\vec{u}_s(z) - \int_{\Omega'} \nabla G(z-z') \times \vec{\omega}(z') d\Omega'] = \nabla^2 [\vec{u}_s(z) - \int_{\Omega'} \omega(z') \nabla \times G(z-z') \hat{k} d\Omega'] = 0 \quad (4.13)$$

A aplicação do divergente e do rotacional no campo entre colchetes resulta em um vetor nulo, o que implica que ele é um campo harmônico:

$$\vec{u}_s(z) = \int_{\Omega'} \omega(z') \nabla \times G(z-z') \hat{k} d\Omega' + \vec{h}_s \quad (4.14)$$

Impondo que $\lim_{r \rightarrow \infty} [r \vec{u}_s(\vec{r})] = 0$, pela condição da Equação (4.7), segundo Griffiths (1987), não existe h_s , diferenciável que tenha divergente e rotacional nulo e limite no infinito nulo, além da função nula. Será visto que a imposição da Equação (4.7) poderá ser obtida acoplada à condição da conservação da circulação (teorema de Kelvin). As condições admitidas sobre a diferenciabilidade e continuidade da vorticidade e da

velocidade solenoidal serão especificadas no modelo de discretização da vorticidade no tópico seguinte.

Substituindo o gradiente da função de Green, chega-se à expressão conhecida como Lei de Biot-Savart para o caso bidimensional:

$$\vec{u}_s(z) = \frac{1}{2\pi} \hat{k} \times \int_{\Omega'} \frac{z - z'}{\|z - z'\|^2} \omega(z') d\Omega' \quad (4.15)$$

A Equação (4.15) é equivalente à apresentada por Spalart (1988) e mostra como a velocidade induzida pelo campo de vorticidade em um ponto pode ser obtida pela varredura da região onde a vorticidade se manifesta. Para a notação definida no que diz respeito ao operador vetorial $K(z)$ da Equação (B.16), disponível no Apêndice B, resulta na integral de convolução, segundo de Moraes (2011):

$$\vec{u}_s(z) = \nabla \times \int_{\Omega'} \vec{\omega}(z') G(z - z') d\Omega' = \int_{\Omega'} K(z - z') \omega(z') d\Omega' = K * \omega \quad (4.16)$$

4.2.2.2 Discretização do Campo de Vorticidades

Como característica do MVD, a propriedade do escoamento vorticidade é representada por vórtices discretos livres que irão obedecer à dinâmica da vorticidade imposta essencialmente pela equação de Navier-Stokes manipulada para a Equação da Vorticidade. Como os vórtices discretos irão permear o domínio fluido, é conveniente para a representação que a velocidade induzida por estes vórtices discretos e a vorticidade discretizada apresentem certa suavidade. O modelo de discretização utilizado é deduzido a seguir com base nessas especificações, e, como será visto, representa uma descrição física mais plausível do que a representação por vórtices potenciais, uma vez que o modelo irá induzir velocidade finita sobre todo o domínio.

4.2.2.3 O Modelo do Vórtice Discreto de Lamb

O modelo de um vórtice potencial é um modelo ideal, não viscoso, caracterizado por induzir uma velocidade inversamente proporcional à distância radial. A velocidade induzida em um ponto no espaço, $z = (x, y)$, por um vórtice potencial situado em $z_i = (x_i, y_i)$ é dada pela Equação (4.17) (SPALART, 1988). Deste modo, o vórtice potencial possui o inconveniente de induzir uma velocidade infinita no ponto em que está situado

(autoindução) e um campo irrotacional em todo o espaço exceto no ponto em que está situado.

$$\vec{U}_p = \vec{U}_{\theta p} = \frac{\Gamma \hat{e}_\theta}{2\pi |z - z_i|} = \frac{\Gamma(y_i - y, x - x_i)}{2\pi |z - z_i|^2} = \Gamma \nabla \times G(z - z_i) \hat{k} = \Gamma K(z - z') \quad (4.17)$$

A vorticidade relativa a um vórtice singular dessa natureza é encontrada tomando o rotacional na Equação (4.17):

$$\vec{\omega}_p(z) = \nabla \times \vec{U}_p = \nabla \times \vec{U}_{\theta p} = -\Gamma \nabla^2 G(z - z') \hat{k} = \Gamma \delta(z - z') \hat{k} \quad (4.18)$$

O que significa que, um vórtice com essa natureza leva a vorticidade e velocidade infinita em $z = z'$ e vorticidade nula no restante do domínio.

O modelo potencial mostra-se, então, inadequado para a discretização da propriedade ω , uma vez que não consegue distribuir uma quantidade finita pelo domínio, além do fato da velocidade infinita induzida em $z = z'$ não poder ser alcançada fisicamente. Ademais, um modelo para representação da vorticidade também deve levar em conta a viscosidade.

Nesse contexto, é inserido um vórtice discreto de núcleo viscoso, denominado vórtice de Lamb, ou Lamb-Oseen para alguns autores (AHMAD et al., 2014), cuja distribuição de vorticidade radial e indução de velocidade tangencial são demonstradas à partir da Equação do Transporte da Vorticidade (E.T.V.), a seguir. Neste pequeno trecho que se sucede, serão consideradas variáveis dimensionais sem a designação “*”, por comodidade.

Em coordenadas polares, a E.T.V., é escrita como:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + U_r \frac{\partial \omega}{\partial r} + U_\theta \frac{\partial \omega}{\partial \theta} = \nu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r \partial \omega}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial \theta^2} \right] \quad (4.19)$$

Para uma difusão homogênea tem-se que $\partial/\partial\theta \approx 0$. Admitindo que esse modelo de vórtice deva induzir apenas velocidade tangencial, $U_r = 0$, a Equação (4.19) se reduz a:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{\nu}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r \partial \omega}{\partial r} \right) \quad (4.20)$$

A vorticidade, definida como $\vec{\omega} = \nabla \times \vec{u}$, se simplifica a equação em modo escalar:

$$\omega = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r U_\theta) \quad (4.21)$$

Sabe-se que o vórtice de Lamb possui distribuição gaussiana da vorticidade. Para a demonstração que se sucede, será necessário admitir que a distribuição radial de vorticidade, assim como a velocidade induzida, assumem valores finitos, o que é conveniente para o método de solução adotado e mais condizente com a natureza.

A difusão radial da vorticidade é dependente da vorticidade (ω), da intensidade do vórtice (Γ), da distância radial (r), do tempo (t) e da viscosidade dinâmica (ν), que também pode ser entendida como um coeficiente de difusão da vorticidade. Logo a relação com 5 variáveis dimensionais ($n = 5$) pode ser escrita:

$$f(\omega, \Gamma, r, t, \nu) = 0 \quad (4.22)$$

A matriz dimensional a seguir, percebe-se que a dimensão de massa não está presente em nenhuma das variáveis, o que implica que o número máximo de dimensões independentes (m) é igual a 2. De fato, $m = 2$, pois a maior matriz quadrada que compõe a matriz de dimensões com determinante não nulo possui dimensão 2×2 .

	ω	Γ	r	t	ν
M	0	0	0	0	0
L	0	2	1	0	2
T	-1	-1	0	1	-1

Tabela 4.1: Matriz dimensional

De acordo com o Teorema Π de Buckingham, existem 3 grupos adimensionais ($n - m = 3$) que podem ser relacionados por:

$$f(\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3) = 0 \quad (4.23)$$

Pode-se encontrar estes grupos adimensionais pelo método expedito, tomando a distância radial e o tempo como as variáveis independentes para representar o espaço (L) e o tempo (T) respectivamente:

$$[\omega] = [T^{-1}] = [t^{-1}] \Rightarrow \Pi_1 = \omega t \quad (4.24)$$

$$[\Gamma] = [L^2 T^{-1}] = [r^2 t^{-1}] \Rightarrow \Pi_2 = \frac{\Gamma t}{r^2} \quad (4.25)$$

$$[\nu] = [L^2 T^{-1}] = [r^2 t^{-1}] \Rightarrow \Pi_3 = \frac{r^2}{\nu t} \quad (4.26)$$

É de se esperar que a vorticidade seja diretamente proporcional à intensidade do vórtice. Observando os grupos relacionados nas Equações (4.24), (4.25) e (4.26) pela Equação (4.23), pode-se simplificar a relação da Equação (4.23):

$$\Pi_1 = g(\Pi_2, \Pi_3) = \Pi_2 h(\Pi_3) \quad (4.27)$$

Substituindo pela relações das Equações (4.24), (4.25) e (4.26) implica:

$$\omega = \frac{\Gamma}{r^2} h\left(\frac{r^2}{\nu t}\right) = \frac{\Gamma}{r^2} h(\alpha) = \frac{\Gamma}{\nu t \alpha} h(\alpha) \quad (4.28)$$

sendo

$$\alpha = \frac{r^2}{\nu t} \quad (4.29)$$

o que, por sua vez, implica:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} = \frac{-r^2}{\nu t^2} \quad (4.30)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial r} = \frac{2r}{\nu t} \quad (4.31)$$

Como a distribuição de vorticidade possui valor finito, aqui tomado como um valor positivo, a seguinte análise pode ser feita acerca da Equação (4.28), tomando o limite $r^2 \rightarrow 0 \Rightarrow \alpha \rightarrow 0$:

$$0 \leq \lim_{\alpha \rightarrow 0} \omega = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \left(\frac{\Gamma}{\nu t \alpha} h(\alpha) \right) = \frac{\Gamma}{\nu t} \lim_{\alpha \rightarrow 0} \left(\frac{h(\alpha)}{\alpha} \right) \leq \omega_{\max} \quad (4.32)$$

isto somente pode ser obtido se o polo for um polo removível, ou seja:

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} h(\alpha) = 0 \quad (4.33)$$

Pela regra de L'Hospital, encontra-se a relação que será imposta para se obter um campo de vorticidade finito, sem um comportamento singular:

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{h(\alpha)^{LH}}{\alpha} = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \dot{h}(\alpha) \Rightarrow \lim_{\alpha \rightarrow 0} \left(\frac{h(\alpha)}{\alpha} - \dot{h}(\alpha) \right) = 0 \quad (4.34)$$

De acordo com (4.28), (4.30) e (4.31):

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{\Gamma}{r^2} \frac{\partial \alpha}{\partial t} \frac{\partial h(\alpha)}{\partial \alpha} = \frac{-\Gamma}{\nu t^2} \dot{h}(\alpha) \quad (4.35)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial r} = \frac{2\Gamma}{r} \left(\frac{-h(\alpha)}{r^2} + \frac{\dot{h}(\alpha)}{\nu t} \right) \Rightarrow \frac{\nu}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \omega}{\partial r} \right) = 4\Gamma \nu \left(\frac{h(\alpha)}{r^4} - \frac{\dot{h}(\alpha)}{r^2(\nu t)} + \frac{\ddot{h}(\alpha)}{(\nu t)^2} \right) \quad (4.36)$$

Igualando a última relação de (4.36) com (4.35) por (4.20), levando em conta (4.29) e realizando algumas manipulações, chega-se a uma equação diferencial integrável em α :

$$-\frac{d}{d\alpha} \left(\frac{h(\alpha)}{\alpha} \right) + \ddot{h}(\alpha) = -\frac{1}{4} \dot{h}(\alpha) \Rightarrow -\frac{h(\alpha)}{\alpha} + \dot{h}(\alpha) = \frac{-h(\alpha)}{4} + C_1 \quad (4.37)$$

sendo C_1 uma constante.

Neste ponto especifica-se o comportamento finito da vorticidade. Levando em conta os resultados das Equações (4.33) e (4.34), tomando o limite $\alpha \rightarrow 0$ na Equação (4.37), encontra-se $C_1 = 0$, e manipula-se a Equação (4.37) em equações diferenciais separáveis, de simples integração. Os passos resumidos, sendo C_3 uma constante, consistem em:

$$\frac{1}{h(\alpha)} \dot{h}(\alpha) = \frac{d}{d\alpha} \ln(|h(\alpha)|) = \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{h(\alpha)}{\alpha} = C_3 e^{\frac{-\alpha}{4}} = C_3 e^{\frac{-r^2}{4\nu t}} = \frac{\omega \nu t}{\Gamma} \quad (4.38)$$

sendo também considerada a Equação (4.28). Pela definição da intensidade do vórtice, pode-se encontrar o valor de C_3 :

$$\Gamma = \int \omega d\Omega = 2\pi \int_0^\infty \omega r dr = 4\pi \Gamma C_3 \Rightarrow C_3 = \frac{1}{4\pi} \quad (4.39)$$

Finalmente tem-se a distribuição radial de vorticidade de um vórtice de Lamb:

$$\omega = \frac{\Gamma}{4\nu t \pi} e^{\frac{-r^2}{4\nu t}} = \frac{\Gamma}{\pi \sigma^2} e^{\frac{-r^2}{\sigma^2}} \quad (4.40)$$

Em que $\sigma = \sqrt{4\nu t}$ é um parâmetro que remete à infiltração de vorticidade. De acordo com a Equação (4.21), a velocidade tangencial induzida pode ser encontrada, admitindo que a mesma possua um valor limitado ($\lim_{r \rightarrow 0} (rU_\theta) = 0$):

$$\int_0^r r \omega dr = \int_0^r d(rU_\theta) = rU_\theta = \frac{\Gamma}{2\pi} \left(1 - e^{-\frac{r^2}{4\nu t}} \right) \quad (4.41)$$

e, portanto,

$$U_\theta = \frac{\Gamma}{2\pi r} \left(1 - e^{-\frac{r^2}{4\nu t}} \right) = \frac{\Gamma}{2\pi r} \left(1 - e^{-\frac{r^2}{\sigma^2}} \right) \quad (4.42)$$

Demonstrações com estratégias semelhantes que levam ao mesmo resultado podem ser encontradas na literatura (AHMAD et al., 2014; ANDRADE, 2017; MARTINS, 2017). Contudo, o caráter aqui utilizado foi o de especificação do modelo de acordo com as propriedades desejadas, que são o comportamento não singular da vorticidade e velocidade induzida, atribuindo núcleo viscoso e fazendo imposições sobre as constantes de integração. Em comum, esses procedimentos podem ser interpretados como a solução da E.T.V. para o modelo de vórtice de Lamb.

Apesar que pela Equação (4.42) a velocidade induzida no ponto $r = 0$ não é definida, o valor pode ser obtido pelo limite quando $r \rightarrow 0$. Este, justamente, é o ponto correspondente à autoindução do vórtice discreto:

$$\lim_{r \rightarrow 0} U_\theta(r) = \frac{\Gamma}{2\pi} \lim_{r \rightarrow 0} \left(\frac{1 - e^{-r^2/\sigma^2}}{r} \right)^{L'H} = \frac{\Gamma}{\pi\sigma^2} \lim_{r \rightarrow 0} \left(r e^{-r^2/\sigma^2} \right) = 0 \quad (4.43)$$

Passando para coordenadas cartesianas em \mathbb{R}^2 , levando em conta o operador “kernel (K)”, definido em (B.15) e, tomando a notação mais utilizada neste trabalho, sendo um ponto $z = (x, y)$, posicionando o vórtice de Lamb em z' , as Equações (4.40) e (4.42) tomam a seguinte forma:

$$\vec{\omega} = \frac{\Gamma}{\pi\sigma^2} e^{-\frac{\|z-z'\|^2}{\sigma^2}} \hat{k} = \Gamma \zeta_{\sigma(z-z')} \hat{k} \quad (4.44)$$

$$U_\theta \hat{e}_\theta = \Gamma \left(1 - e^{-\frac{\|z-z'\|^2}{4\nu t}} \right) \frac{(y' - y, x - x')}{2\pi \|z - z'\|^2} = \Gamma \left(1 - e^{-\frac{\|z-z'\|^2}{\sigma^2}} \right) K(z - z') \quad (4.45)$$

Logo pode-se dizer que um vórtice discreto de Lamb não induz velocidade sobre o ponto em que se situa centrado. De acordo com as equações (4.40) e (4.42), a Figura 4.2 relaciona adimensionalmente a distribuição da vorticidade e a indução de velocidade gerada por um vórtice discreto de Lamb. Pode-se notar que na medida em que a distância

radial aumenta, a velocidade induzida tende para a velocidade que um vórtice potencial de mesma intensidade induziria. Derivando a Equação (4.42), pode-se encontrar o ponto onde a velocidade induzida é máxima ($r/\sigma = r_m/\sigma \approx 1,120906 \Rightarrow (2\pi\sigma/\Gamma)U_{\theta max}$).

Como pode-se notar na Figura 4.2, quanto maior a distância radial, menor o erro cometido ao se aproximar a velocidade induzida por um vórtice discreto de Lamb àquela induzida por um vórtice potencial. Desta forma, é comum a utilização de um raio de corte, que determina se a velocidade induzida será calculada considerando um vórtice discreto de Lamb ou um vórtice potencial. Evitando que algum erro acumulativo da aproximação de cada vórtice discreto da nuvem, que em certo tempo poderá se aproximar de meio milhão de vórtices discretos, não será utilizada essa aproximação para o vórtice potencial neste trabalho. Outro ponto em que a não utilização desta aproximação é benéfica é pelo fato de se evitar uma transformação descontínua no método.

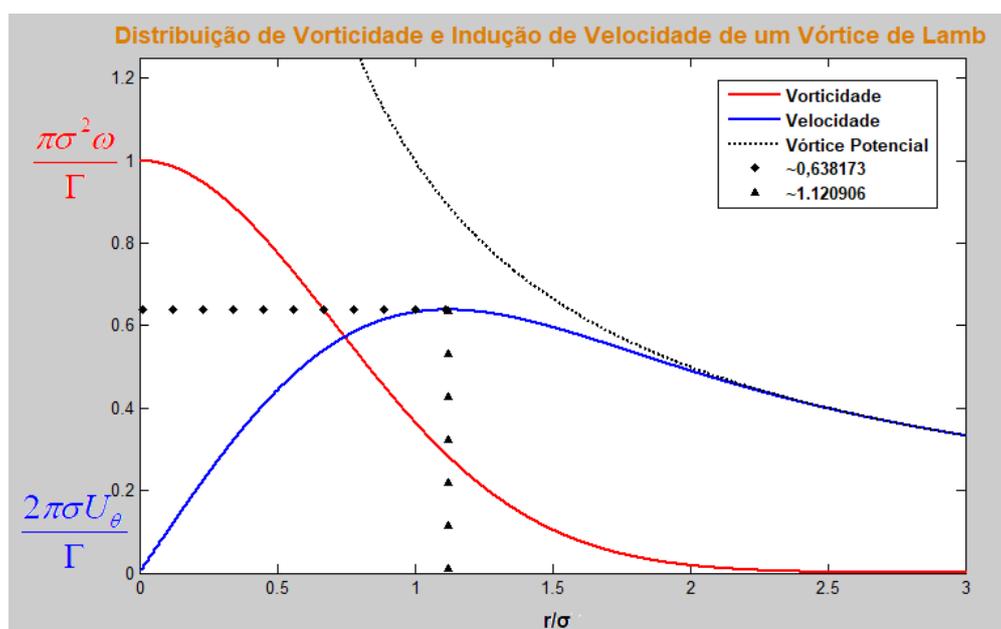


Figura 4.2 – Distribuição da vorticidade e indução de velocidade em um vórtice discreto de Lamb.

Um dos estudos realizados envolveu um estudo de parâmetros, e notou-se que, além da não utilização da aproximação potencial, que é uma função descontínua, a utilização do raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb, definido como o dobro do raio de máxima indução de velocidade, é útil, pois este e outros parâmetros dispostos no estudo de Mustto, Hirata e Bodstein (1998) são bons parâmetros de escala, e servem de norteamento para

este tipo de estudo que é trabalhoso e complexo. Define-se então o raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb:

$$\sigma_o = 2r_m = 2,241812\sigma \quad (4.46)$$

Substituindo na Equação (4.42), a velocidade tangencial induzida por um vórtice discreto de Lamb fica modelada como:

$$U_\theta = \frac{\Gamma}{2\pi r} \left(1 - e^{-\frac{r^2}{\sigma^2}} \right) = \frac{\Gamma}{2\pi r} \left(1 - \exp \left(-C_{lamb} \frac{r^2}{\sigma_o^2} \right) \right) \quad (4.47)$$

sendo $C_{lamb} = 5,02572$.

Nota-se que a constante C_{lamb} advém da definição do raio do núcleo do vórtice de Lamb segundo a Equação (4.46). É comum a geração da vorticidade em um ponto distante de σ_o do ponto de controle do painel, de modo que se possa dizer que o vórtice de Lamb é gerado tangenciando o ponto de controle. Ainda, se tal definição é mantida, pode-se dizer que o ponto de máxima indução de velocidades situa-se sobre o ponto médio que liga o ponto de controle ao centro do vórtice de Lamb em seu nascimento. Existem muitas configurações diferentes de painéis que mostram bons resultados seguindo essas especificações, e algumas delas serão utilizadas neste trabalho. No entanto, o texto que se sucede manterá o parâmetro σ pelo fato de a expressão ficar mais compacta.

4.2.3 A Contribuição da Nuvem de Vórtices Discretos

Considerando agora um grupo de vórtices discretos de Lamb isolados, como na Figura 4.3:

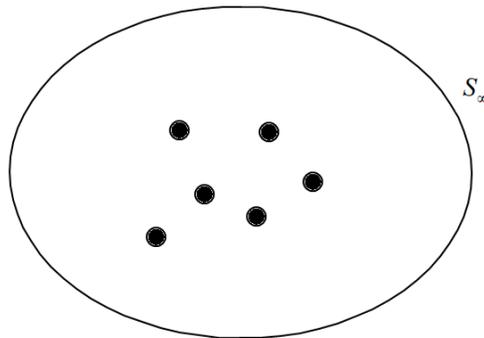


Figura 4.3: Vórtices discretos de Lamb isolados.

Admitindo as propriedades de convolução da Equação (4.16) e que a vorticidade em um ponto possa ser atribuída pelo somatório das vorticidades resultantes dos vórtices discretos de Lamb situados em pontos “ Z_i ”, a velocidade solenoidal induzida em um ponto “ Z ”, de acordo com o modelo do vórtice discreto de Lamb é:

$$\vec{u}_s(z) = \sum_{i=1}^{N_v} \Gamma_i K_{(z-z_i)} \left(1 - e^{-\frac{|z-z_i|^2}{\sigma_i^2}} \right) = \sum_{i=1}^{N_v} \Gamma_i \frac{(y_i - y, x - x_i)}{2\pi |z - z_i|^2} \left(1 - e^{-\frac{|z-z_i|^2}{\sigma_i^2}} \right) \quad (4.48)$$

O campo solenoidal não prevê, contudo, a presença de corpos no domínio. A presença de corpos pode ser imposta com o uso de singularidades potenciais pela teoria potencial. Como as singularidades são potenciais, elas serão analisadas pela parte que trata a decomposição potencial. Nada foi dito ainda sobre a intensidade dos vórtices discretos pois elas serão especificadas em função das condições de contorno. Apesar disto, a circulação precisa atender a conservação global, demonstrada no teorema de Kelvin, e o campo da Equação (4.48) precisa atender à condição dada pela Equação (4.7) necessária pela decomposição de Helmholtz adotada. Será visto no tópico seguinte que a conservação da circulação global será suficiente para que a condição (4.7) seja atingida.

4.2.3.1 A Conservação da Circulação Global e o Decaimento do Campo Solenoidal

A fim de se obter a condição (4.7), pode-se avaliar então o limite de $r\vec{u}_s(\vec{r})$ quando $r \rightarrow \infty$ em uma direção θ_r , sendo \vec{u}_s dada pela Equação (4.48):

$$\lim_{r \rightarrow \infty} (r\vec{u}_s(\vec{r})) = \lim_{r \rightarrow \infty} \left\{ \sum_{i=1}^{N_v} \Gamma_i r \frac{(y_i - y, x - x_i)}{2\pi \|\vec{r} - z_i\|^2} \left(1 - e^{-\frac{|r-z_i|^2}{\sigma_i^2}} \right) \right\} = \frac{\hat{\theta}_r}{2\pi} \sum_{i=1}^{N_v} \Gamma_i \quad (4.49)$$

sendo $\hat{\theta}_r = -\text{sen}\theta_r \hat{i} + \text{cos}\theta_r \hat{j}$ e $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} = r(\text{cos}\theta_r \hat{i} + \text{sen}\theta_r \hat{j})$

A conservação da vorticidade, conforme demonstrado pelo teorema de Kelvin, determina que:

$$\frac{D\Gamma}{Dt} = 0 \Rightarrow \Gamma = \text{cte} \Rightarrow \left(\sum_{i=1}^{N_v} \Gamma_i \right)_{\Delta t_k} - \left(\sum_{i=1}^{N_v} \Gamma_i \right)_{\Delta t_{k+1}} = 0 \quad (4.50)$$

As duas condições podem ser estabelecidas ao se impor que para qualquer tempo, a vorticidade total é nula, correspondendo a condição inicial da simulação:

$$\sum_{i=1}^{N_v} \frac{\Gamma_i(t)}{2\pi} = \sum_{i=1}^{N_v} \Gamma_i(t) = 0 \quad (4.51)$$

Na simulação realizada, os vórtices discretos nascentes após terem sua intensidade atribuída ficam livres para avançarem conforme a dinâmica da vorticidade. Sendo assim, é suficiente que em cada passo de tempo (*steptime*) se imponha a conservação da circulação apenas aos vórtices discretos nascentes. Portanto tal imposição satisfaz a conservação da circulação e a condição (4.7) automaticamente. Deste modo, a conservação da circulação pode ser controlada apenas pelos vórtices discretos nascentes por:

$$\sum_{i=1}^{mb2} \Gamma_i(t) = 0 \quad (4.52)$$

4.2.4 O Campo Potencial Irrotacional

Um campo potencial pode ser representado como um somatório de campos potenciais mais simples. Para a decomposição feita, a saber, a parcela potencial de velocidade induzida em um ponto do domínio fluido é tida como somatório da influência do corpo, isto é, da superfície delimitadora do domínio fluido.

4.2.4.1 A Discretização das Fronteiras Sólidas

A metodologia utilizada discretiza um contorno sólido em painéis planos com densidade constante de fontes (KATZ; PLOTKIN, 2001). Esta discretização é muito conveniente no sentido em que se possa representar superfícies de grande ou pequena complexidade com a utilização de painéis planos. Além disso, a utilização de painéis planos aliada a densidade constante de fontes torna os cálculos envolvendo o problema com solução simples.

Supondo uma singularidade do tipo fonte, disposta em um ponto z' do espaço, a qual se queira integrar ao longo de uma superfície S , de modo que a trajetória de z' seja função da parametrização de S . Nessas condições, o potencial e a velocidade induzida em um ponto distinto da superfície, em princípio, são dados, respectivamente por:

$$\varphi(z) = \int_{S_o}^{S_f} \frac{\sigma(s')}{2\pi} \ln \|z - z'\| ds' = - \int_{S_o}^{S_f} \sigma(s') G(z - z') ds' \quad (4.53)$$

$$\vec{u}(z) = \nabla \varphi(z) = - \int_{S_o}^{S_f} \sigma(s') \nabla G(z - z') ds' = \int_{S_o}^{S_f} \sigma(s') \nabla' G(z - z') ds' \quad (4.54)$$

Se esta integração é feita em um painel “ k ”, conforme a Figura 4.4, existe um sistema fixo de coordenadas tal que a velocidade induzida por este painel possa ser decomposta nas direções orientadas positivas \hat{s} e \hat{n} . Se a densidade de fontes for constante, ela pode ainda ser tomada fora do integrando.

$$\vec{u}_k(z) = \sigma_k \int_{S_{ko}}^{S_{kf}} \nabla' G(z - z') ds' \quad (4.55)$$

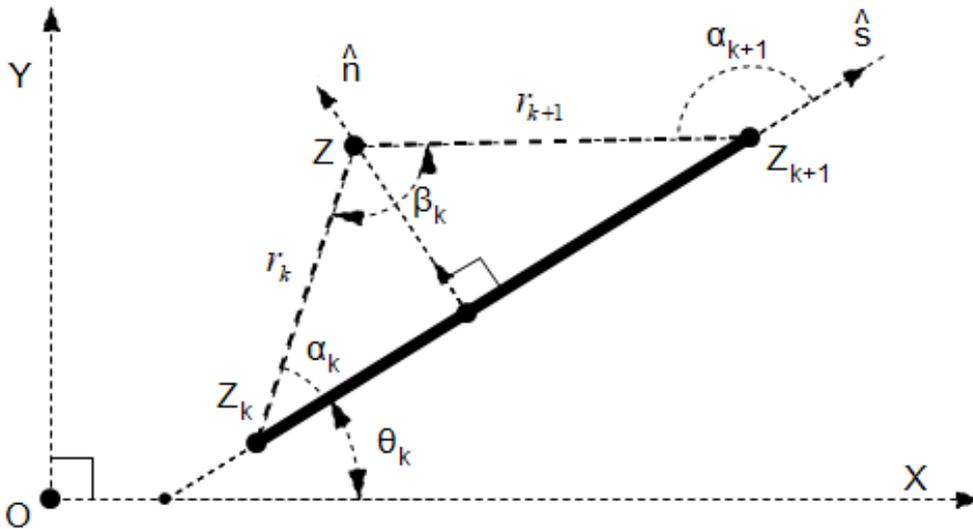


Figura 4.4: Disposição de um painel plano.

Deste modo a componente na direção \hat{s} pode ser tomada como:

$$\vec{u}_k(z) \cdot \hat{s} = \sigma_k \int_{S_{ko}}^{S_{kf}} \hat{s} \cdot \nabla' G(z - z') ds' = \sigma_k \int_{S_{ko}}^{S_{kf}} \frac{\partial}{\partial s'} G(z - z') ds' \quad (4.56)$$

Como $Z(S_{ko}) = Z_k$ e $Z(S_{kf}) = Z_{k+1}$, pelo teorema fundamental do cálculo tem-se:

$$\vec{u}_k(z) \cdot \hat{s}_k = \sigma_k [G(z - z_{k+1}) - G(z - z_k)] = \frac{\sigma_k}{2\pi} \ln \left(\frac{r_k}{r_{k+1}} \right) \quad (4.57)$$

A componente de $\vec{u}_k(z)$ na direção \hat{n} , por sua vez, é avaliada por:

$$\vec{u}_k(z) \cdot \hat{n} = \sigma_k \int_{S_{ko}}^{S_{kf}} \nabla' G(z-z') \cdot \hat{n} ds' \quad (4.58)$$

A Equação (4.58) pode ser interpretada como uma integral de fluxo, e, pela equivalência de arco demonstrada no Apêndice B:

$$\vec{u}_k(z) \cdot \hat{n} = \frac{-\sigma_k}{2\pi} \int_0^\beta \frac{z'-z}{\|z-z'\|^2} \frac{z-z'}{\|z-z'\|} \|z-z'\| d\theta = \frac{\sigma_k \beta_k}{2\pi} \quad (4.59)$$

ou

$$\vec{u}_k(z) \cdot \hat{n}_k = \frac{\sigma_k}{2\pi} (\alpha_{k+1} - \alpha_k) \quad (4.60)$$

As Equações (4.57) e (4.60) são equivalentes as demonstradas em Katz e Plotkin (2001) para uma mudança de coordenadas equivalente a $\theta_k = 0$, que pode ser visto na Figura 4.4. É fácil ver que $z \rightarrow \infty \Rightarrow (r_k/r_{k+1}) \rightarrow 1$, o que implica a componente na direção de \hat{s} tender a zero, o mesmo ocorre com a componente na direção \hat{n} , pois $z \rightarrow \infty \Rightarrow \beta_k \rightarrow 0$. Outra situação importante ocorre quando $z \rightarrow (z_k + z_{k+1})/2$, o que implica que $(r_k/r_{k+1}) \rightarrow 1$ e também anula a componente na direção de \hat{s} . No entanto, ao tender ao ponto de controle, $z \rightarrow (z_k + z_{k+1})/2 \Rightarrow \beta_k \rightarrow \pm\pi$, o valor positivo ou negativo depende do sentido adotado para \hat{n} e do limite ser tomado “por cima” ou “por baixo”, de acordo com a Figura 4.4. Esta descontinuidade pode ser mais bem explicada como consequência da descontinuidade do argumento da função complexa $Ln(z)$, quando z é tomado como um número complexo. Todos os resultados aqui obtidos podem também serem obtidos utilizando a abordagem complexa. Com as observações acerca da indução de um painel plano em seu ponto de controle, resume-se que:

$$\vec{u}_k \left(\frac{z_k + z_{k+1}}{2} \right) = \frac{\pm\sigma_k}{2} \hat{n}_k \quad (4.61)$$

Pela Figura 4.4, pode-se estabelecer a relação entre a base (S,N) e a base (X,Y) em função das coordenadas dos pontos ou do ângulo do painel:

$$\hat{s}_k = \frac{z_{k+1} - z_k}{\|z_{k+1} - z_k\|} = \frac{(x_{k+1} - x_k, y_{k+1} - y_k)}{\|z_{k+1} - z_k\|} = (\cos(\theta_k), \text{sen}(\theta_k)) \quad (4.62)$$

$$\hat{n}_k = -\hat{s}_k \times \hat{k} = \frac{(y_k - y_{k+1}, x_{k+1} - x_k)}{\|z_{k+1} - z_k\|} = (-\text{sen}(\theta_k), \text{cos}(\theta_k)) \quad (4.63)$$

Também será necessário adiante a conversão inversa de coordenadas. Para tanto, basta observar que multiplicando ambos os lados da Equação (4.62) por $\text{sen}(\theta_k)$ somada à multiplicação de ambos os lados da equação (4.63) por $\text{cos}(\theta_k)$, obtém-se:

$$\hat{y} = \vec{j} = \text{sen}(\theta_k)\hat{s}_k + \text{cos}(\theta_k)\hat{n}_k \quad (4.64)$$

E, conseqüentemente, observando que $\hat{s}_k \times \hat{k} = -\hat{n}_k$ e $\hat{n}_k \times \hat{k} = \hat{s}_k$:

$$\hat{x} = \vec{i} = \hat{y} \times \hat{k} = \text{cos}(\theta_k)\hat{s}_k - \text{sen}(\theta_k)\hat{n}_k \quad (4.65)$$

Juntando os resultados obtidos pelas equações (4.57), (4.60), (4.62) e (4.63), de acordo com a Figura 4.4, um painel “k” induz uma velocidade $\vec{u}_k(z) = u_k\hat{i} + v_k\hat{j}$ tal que:

$$u_k = \frac{\sigma_k}{2\pi} \left[\text{cos}(\theta_k) \ln \frac{r_k}{r_{k+1}} - \text{sen}(\theta_k)(\alpha_{k+1} - \alpha_{k+1}) \right] \quad (4.66)$$

$$v_k = \frac{\sigma_k}{2\pi} \left[\text{sen}(\theta_k) \ln \frac{r_k}{r_{k+1}} + \text{cos}(\theta_k)(\alpha_{k+1} - \alpha_{k+1}) \right] \quad (4.67)$$

4.2.4.2 A Contribuição das Fronteiras Sólidas

Supondo um escoamento potencial com divergente nulo do campo de velocidades ao longo de todo o domínio fluido que engloba uma fronteira sólida e rápido decaimento para o infinito. Segundo Katz e Plotkin (2001), admitindo um potencial que varie com certa suavidade no domínio o potencial em um ponto “Z” do domínio pode ser avaliado por:

$$\varphi(z) = \int_{\Omega} \nabla^2 \varphi G - \varphi \nabla^2 G d\Omega = \int_{S_c} (\nabla \varphi G - \varphi \nabla G) \cdot \hat{n} dS = \int_{S_c} \frac{\partial \varphi}{\partial n} G - \varphi \frac{\partial G}{\partial n} dS \quad (4.68)$$

Trabalhar com a integral anterior não é, contudo, uma tarefa simples, mesmo que as condições de contorno simplifiquem muitas vezes a integral da Equação (4.68). Se uma condição de contorno de Dirichet ou Neumann não for homogênea, a solução do problema se torna ainda mais difícil, e a complexidade é aumentada conforme aumentada a complexidade geométrica da superfície do corpo.

A Figura 4.5 ilustra a disposição antes da discretização do corpo em painéis planos:

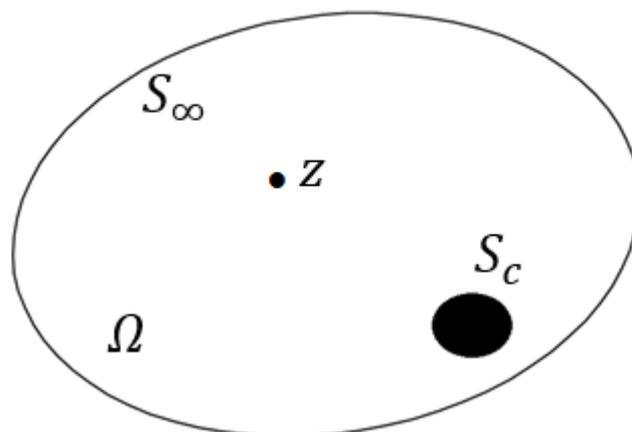


Figura 4.5: Disposição de um contorno sólido em um campo potencial.

Trabalhar com a integral anterior não é, contudo, uma tarefa simples, mesmo que as condições de contorno simplifiquem muitas vezes a integral da Equação (4.68). Se uma condição de contorno de Dirichet ou Neumann não for homogênea, a solução do problema se torna ainda mais difícil, e a complexidade é aumentada conforme aumentada a complexidade geométrica da superfície do corpo.

A Equação (4.68), no entanto pode ser interpretada como distribuição de singularidades ao longo da superfície (KATZ; PLOTKIN, 2001), e esta é a estratégia utilizada neste trabalho para representação da superfície. Conforme foi visto no item 4.2.4.1, o corpo é discretizado em painéis planos com distribuição constante de fontes. Esta abordagem possui a vantagem da fácil implementação, pois, como foi mostrado, a integração deste tipo de singularidade pode ser facilmente obtida e painéis planos podem ser empregados para contornos de superfícies complexas. Uma desvantagem do método é não poder garantir a divergência nula somente no limite que leva à superfície da geometria discretizada. Contudo, pode-se se garantir sobre o ponto de controle de cada painel a indução finita. A condição de contorno de impenetrabilidade, então, é imposta no ponto de controle de cada painel. O número de pontos onde se garante a condição de controle é igual ao número de painéis que discretizarão a superfície e, sendo assim, a precisão do método pode ser aumentada com o aumento do número de painéis, com o ônus de se necessitar de maior processamento. Na Figura 4.6 pode-se observar a representação de um corpo pela discretização em painéis com densidade de fontes constantes:

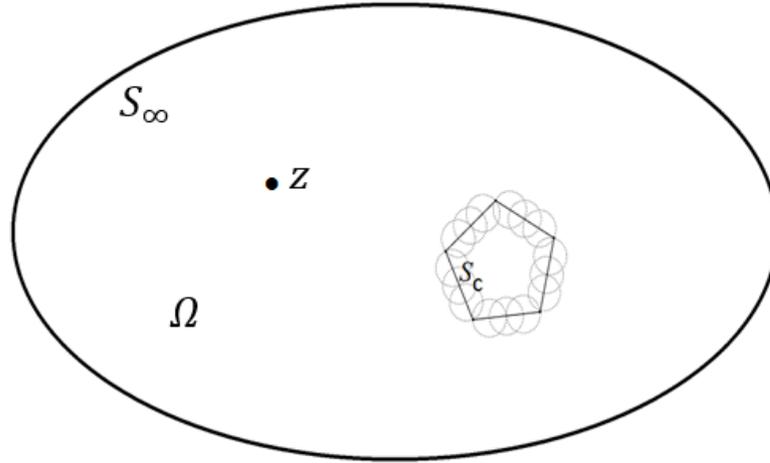


Figura 4.6: Contorno sólido discretizado em painéis planos com distribuição de fontes com densidade uniforme.

Considerando a divergência dos pontos na superfície e o decaimento no infinito, pode-se então trabalhar com a equação prevista na decomposição de Helmholtz sobre o domínio sem barreiras, com o ônus de se ter que integrar as singularidades. O objetivo disso é averiguar se com tal abordagem, com a utilização das equações previstas para os painéis, recai-se no próprio somatório da influência de cada painel.

$$\vec{u}_{por}(z) = \nabla \int_{\Omega} \nabla'^2 \varphi(z') G(z-z') d\Omega = \nabla \int_{\Omega} [\nabla'^2 \oint_{S_c} \sigma(z') G(z'-z_c) ds_c] G(z-z') d\Omega \quad (4.69)$$

Pode-se então aplicar o laplaciano à integral de superfície. Como a distribuição de fontes é constante para cada painel pode-se dividir a integral de superfície em um somatório de integrais com densidade de fontes constantes. Por fim, pode-se levar a função de Green que está fora do integrando superficial para dentro, pois z e z' são independentes de z_c na integral, resultando:

$$\vec{u}_{por}(z) = \sum_{k=1}^{Np} \nabla \int_{\Omega S_k} \oint \sigma_k \nabla'^2 G(z'-z_c) ds_k G(z-z') d\Omega = \sum_{k=1}^{Np} \sigma_k \nabla \int_{\Omega S_k} \oint \nabla'^2 G(z'-z_k) G(z-z') ds_k d\Omega \quad (4.70)$$

Invertendo a ordem de integração, pode-se aplicar a propriedade do Delta de Dirac, e, aplicando o gradiente posteriormente, a integração é idêntica à integração de um painel plano, já realizada, com valores das suas componentes dados pelas equações (4.66) e (4.67), conforme a orientação da normal em um painel segundo a Figura 4.4.

$$\begin{aligned}\bar{u}_{pot}(z) &= \sum_{k=1}^{Np} \sigma_k \nabla \oint_{s_k} \int_{\Omega} \nabla^2 G(z'-z_k) G(z-z') d\Omega ds_k = - \sum_{k=1}^{Np} \sigma_k \nabla \oint_{s_k} G(z-z_k) ds_k \\ &= - \sum_{k=1}^{Np} \sigma_k \oint_{s_k} \nabla G(z-z_k) ds_k = \sum_{k=1}^{Np} \sigma_k \oint_{s_k} \nabla^k G(z-z_k) ds_k\end{aligned}\quad (4.71)$$

Como esperado, recaiu-se sobre a integral de um painel plano do item anterior. O potencial em um ponto z do domínio pode ser obtido, então, como um somatório de potenciais. Por sua vez, a velocidade induzida pelos corpos em um ponto z pode ser obtida como o gradiente do potencial, e, desta forma, como um somatório de gradientes dos potenciais de cada painel em que as superfícies foram discretizadas:

$$\varphi(z) = \sum_{k=1}^{np} \varphi_k(z) \Rightarrow \bar{u}_p(z) = \nabla \varphi(z) = \sum_{k=1}^{np} \nabla \varphi_k(z) = \sum_{k=1}^{np} \hat{u}_k(z) \quad (4.72)$$

$$\bar{u}_p(z) = \sum_{k=1}^{np} \hat{u}_k(z) = \sum_{k=1}^{np} [u_{sk}(z) \hat{s}_k + u_{nk}(z) \hat{n}_k] = \sum_{k=1}^{np} [u_k(z) \hat{i} + v_k(z) \hat{j}] \quad (4.73)$$

sendo u_{sk} , u_{nk} , \hat{s}_k , \hat{n}_k , u_k e v_k dados pelas relações (4.57), (4.60), (4.62), (4.63), (4.66) e (4.67), de acordo com a orientação da Figura 4.4 (os vetores \hat{s}_k e \hat{n}_k variam para cada painel e podem ser decompostos no sistema de coordenadas fixo).

4.2.4.3 A Conservação Global da Massa e o Decaimento do Campo

Potencial

Como os painéis com distribuição de fontes consistem em singularidades distribuídas, pode-se dizer que o divergente é não nulo exatamente na superfície discretizada. Esta é uma característica inerente ao uso de singularidades para representação de fronteira. No entanto, não é desejado que indiretamente haja criação ou destruição de matéria, o que evidentemente comprometeria a descrição dos fenômenos estudados. Deve-se então, deste modo, impor a conservação global da massa, que para um fluido incompressível é dada na forma bidimensional pela relação integral:

$$\oint_{\Omega} \bar{u} \cdot \hat{n} ds = \int_{\Omega} \nabla \cdot \bar{u} d\Omega = \int_{\Omega} \nabla \cdot \bar{u}_p d\Omega = 0 \quad (4.74)$$

visto que as componentes relativas ao escoamento livre e ao escoamento solenoidal possuem divergente nulo por definição. A velocidade induzida pelos corpos pode ser

decomposta em um somatório referente a distribuição de singularidades de cada painel plano. Conforme a Equação (4.74), tem-se:

$$\int_{\Omega} \nabla \cdot \vec{u}_p d\Omega = - \sum_{k=1}^{np} \sigma_k \int_{\Omega} \int_{S_k} \nabla^2 G(z - z') ds' d\Omega \quad (4.75)$$

A integral no domínio é feita em relação a z e a integração de superfície em relação a z' . Invertendo a ordem das integrações e utilizando a propriedade do delta de Dirac (B.10), tem-se:

$$\int_{\Omega} \nabla \cdot \vec{u}_p d\Omega = - \sum_{k=1}^{np} \sigma_k \int_{S_k} \int_{\Omega} \nabla^2 G(z - z') d\Omega ds' = \sum_{k=1}^{np} \sigma_k \int_{S_k} ds' = \sum_{k=1}^{np} \sigma_k \Delta s_k \quad (4.76)$$

$$\therefore \int_{\Omega} \nabla \cdot \vec{u} d\Omega = 0 \Rightarrow \sum_{k=1}^{np} \sigma_k \Delta s_k = 0 \quad (4.77)$$

Pode-se mostrar, então, que o campo potencial de velocidades induzido pela presença dos corpos tem decaimento maior que $(1/r)$ na condição limítrofe tomando o limite $r \rightarrow \infty$ em alguma direção pela Equação (4.73) e aferindo esta afirmação. No entanto, isto pode ser averiguado mais facilmente tomando o mesmo limite antes da integração das singularidades, como será mostrado a seguir:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} (ru_{pot}(\vec{r})) = - \lim_{r \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{Np} \sigma_k \int_{S_k} r \nabla G(\vec{r} - z') ds' = \lim_{r \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{Np} \frac{\sigma_k}{2\pi} \int_{S_k} r \frac{(\vec{r} - z')}{\|\vec{r} - z'\|} ds' \quad (4.78)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} (ru_{pot}(\vec{r})) = \lim_{r \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{Np} \frac{\sigma_k}{2\pi} \int \hat{r} ds' = \frac{\hat{r}}{2\pi} \sum_{k=1}^{Np} \sigma_k \Delta s_k = 0 \quad (4.79)$$

A conservação da massa, criteriosamente, é mais restritiva do que a condição de decaimento no infinito, pois se pode ter mais de um corpo na simulação e a condição é satisfeita para cada corpo. No entanto, é fácil ver que se a conservação for respeitada para cada corpo, automaticamente a condição de decaimento no infinito para decomposição única é atingida.

4.2.5 A Imposição das Condições de Contorno

Cada painel possui um ponto de controle ao qual se impõe a condição de não escorregamento e a condição de impenetrabilidade. A imposição da condição de impenetrabilidade juntamente com a conservação global da massa irá especificar a

densidade das fontes de cada painel plano em cada incremento de tempo, assim como a condição de não escorregamento juntamente com a conservação da circulação irá especificar a intensidade dos vórtices nascentes. Os sistemas de equações que retornam as intensidades dos vórtices discretos nascentes e das fontes potenciais são auto influentes. Existe a opção de se resolver simultaneamente um sistema tanto para a atribuição de valores para as fontes e quanto para as intensidades dos vórtices discretos (ANDRADE, 2017). No programa computacional optou-se por resolver esse sistema iterativamente, conforme estratégia de Bimbato (2012). Portanto, a condição de impenetrabilidade descrita a seguir presume que se tenha o valor das intensidades dos vórtices nascentes e a condição de não escorregamento pressupõe que se saiba a intensidade das fontes. O número de iterações consideradas suficientes para uma boa convergência foi dez vezes, assim como utilizado em Bimbato (2012).

4.2.5.1 A Condição de Impenetrabilidade

Um ponto de controle de um painel “ i ” situado em z_i recebe a seguinte indução de velocidade de acordo com a decomposição de velocidades da Equação (4.3):

$$\vec{u}(z_i) = \vec{U}_\infty + \vec{u}_p(z_i) + \vec{u}_s(z_i) \quad (4.80)$$

sendo um painel inclinado de um ângulo $\theta_{pi} \Rightarrow \hat{n}_i = -\hat{i} \text{sen} \theta_{pi} + \hat{j} \text{cos} \theta_{pi}$, pode se impor que a componente normal da velocidade induzida sobre o ponto de controle z_i seja igual a velocidade do corpo, de acordo com a condição de contorno estabelecida na formulação do problema pela Equação (3.13), respeitando a impenetrabilidade. A velocidade do corpo, por sua vez, é a velocidade de oscilação, de acordo com a Equação (3.6):

$$\vec{u}(z_i) \cdot \hat{n}_i = (\vec{u}_\infty(z_i) + \vec{u}_s(z_i) + \vec{u}_p(z_i)) \cdot \hat{n}_i = \vec{V}(z_i) \cdot \hat{n}_i = \vec{V}_{osc}(z_i) \cdot \hat{n}_i \quad (4.81)$$

Rearranjando:

$$\vec{u}_p(z_i) \cdot \hat{n}_i = -(\vec{u}_\infty(z_i) - \vec{V}_{osc}(z_i) + \vec{u}_s(z_i)) \cdot \hat{n}_i \quad (4.82)$$

Como o escoamento não perturbado está disposto na direção de X, $\vec{u}_\infty = U_\infty \vec{i}$, assim como a velocidade de oscilação, $\vec{V}_{osc} = u_{osc} \vec{i}$, sendo a velocidade solenoidal induzida pela nuvem de vórtices discretos $\vec{u}_s(z_i) = (u_v, v_v)$:

$$\vec{u}_p(z_i) \cdot \hat{n}_i = (u_\infty(z_i) - u_{osc}(z_i) + u_v(z_i)) \text{sen}(\theta_{pi}) - v_v(z_i) \cos(\theta_{pi}) = RHSS_i \quad (4.83)$$

Sendo u_v e v_v as componentes de velocidade induzidas pela nuvem de vórtices discretos dadas pela equação (4.48) nas direções do eixo x e y respectivamente². A velocidade induzida por cada painel sobre o ponto de controle na direção \hat{n}_i pode ser obtida em função das intensidades das fontes pelas equações (4.57) e (4.60), levando em conta apenas a parcela de indução na direção normal ao painel³:

$$Ksn_{i1}\sigma_1 + Ksn_{i2}\sigma_2 + \dots + Ksn_{iNp}\sigma_{Np} = (u_\infty - u_{osc})\text{sen}\theta_i + u_v(z_i)\text{sen}\theta_{pi} - v_v(z_i)\cos\theta_{pi} \quad (4.84)$$

Em dado tempo, os valores de Ksn dependem da posição do ponto de controle em relação a cada painel, ou seja, depende da geometria. Pode-se aplicar a mesma metodologia a todos os N_p pontos de controle, e, sendo RHSS o vetor que armazena a informação do lado direito da Equação (4.84), tem-se um sistema de N_p equações e N_p incógnitas:

$$[Ksn]_{N_p N_p} \{\sigma\}_{N_p} = \{RHSS\}_{N_p} \quad (4.85)$$

Contudo, ainda deve-se satisfazer a condição de conservação da massa para cada corpo presente na simulação. Para um número de corpos igual a N_b , satisfazer a conservação da massa em cada corpo implica em superdeterminar o sistema anterior em N_b equações. Para os dois corpos presentes na simulação, pode-se reescrever o sistema a ser resolvido da seguinte forma:

$$[Ksn_{mod}]_{(N_p+2)N_p} \{\sigma\}_{N_p} = \{RHSS_{mod}\}_{N_p+2} \quad (4.86)$$

A designação “mod” é referente à modificação da matriz de influência e do vetor lado direito de fontes pela adição da conservação da massa.

A forma utilizada para abordar a superdeterminação é a técnica de mínimos quadrados, que consiste em uma forma de distribuir homogeneamente o erro devido a

² As simulações primárias envolvendo a oscilação utilizaram da formulação disposta em Martins (2017) e Siqueira (2011), que contabilizam o efeito da velocidade do corpo como “+ u_{osc} ” ao invés de “- u_{osc} ” na Equação (4.83). A dedução aqui realizada e os resultados refeitos mostram que a maneira ideal de se contabilizar os efeitos da oscilação na geração de fontes é como o disposto na Equação (4.83).

³ Logicamente, para o instante inicial, o procedimento descrito acima não possui vórtices antigos, e o vetor lado direito de fontes (RHSS) conterá apenas a contribuição do escoamento incidente. Para as simulações envolvendo somente o efeito solo, sem efeito de oscilação, basta atribuir $u_{osc} = 0$ na Equação (4.83).

superdeterminação. Se a equação anterior for pré-multiplicada pela transposta de $[Ksn]$, a matriz que multiplica o vetor incógnita volta a ter dimensão $N_p \times N_p$, e pode ser resolvida por inversão, por exemplo, ou pela técnica de pivoteamento de Gauss, utilizada:

$$\begin{aligned} [Ksn_{\text{mod}}]^T [Ksn_{\text{mod}}] \{\sigma\} &= [Ksn_{\text{mod}}]^T \{RHSS_{\text{mod}}\} \\ [Ksn^*]_{N_p N_p} \{\sigma\}_{N_p} &= \{RHSS^*\}_{N_p} \end{aligned} \quad (4.87)$$

A designação “*” é referente à modificação da matriz de influência e do vetor lado direito de fontes pela pré-multiplicação pela matriz de influência modificada transposta. É notável que existe um erro atribuído devido a superdeterminação do sistema linear de equações. Quanto maior o número de painéis mais esse erro será distribuído para cada fonte pelo método dos mínimos quadrados.

4.2.5.2 A Condição de Escorregamento-Nulo

A indução total de velocidade na direção tangencial referente ao escoamento não perturbado, corpos e nuvem de vórtices discretos, incluindo os vórtices nascentes, deve ser igual a velocidade do corpo na direção tangencial. Para um painel “ i ” situado em z_i com um ângulo de inclinação $\theta_{pi} \Rightarrow \hat{\tau}_i = \hat{i} \cos \theta_{pi} + \hat{j} \sin \theta_{pi}$, tem-se:

$$\vec{u}(z_i) \cdot \hat{\tau}_i = (\vec{u}_\infty(z_i) + \vec{u}_s(z_i) + \vec{u}_p(z_i)) \cdot \hat{\tau}_i = \vec{V}(z_i) \cdot \hat{\tau}_i = \vec{V}_{osc}(z_i) \cdot \hat{\tau}_i \quad (4.88)$$

A componente de velocidade solenoidal é composta pelos vórtices discretos nascentes e os vórtices discretos livres que compõem a nuvem de vórtices, isto é: $\vec{u}_s = \vec{u}_{sn} + [\vec{u}_s]_{antigos}$. Desta forma, a influência dos vórtices “antigos” é conhecida, e pode ser agrupada junto à componente potencial em um vetor $\vec{u}_m = \vec{u}_p + [\vec{u}_s]_{antigos}$. Logo:

$$\vec{u}_{sn}(z_i) \cdot \hat{\tau}_i = -(\vec{u}_\infty(z_i) - \vec{V}_{osc}(z_i) + \vec{u}_m(z_i)) \cdot \hat{\tau}_i \quad (4.89)$$

Como o escoamento não perturbado está disposto na direção de \vec{i} , $\vec{u}_\infty = U_\infty \vec{i}$, assim como a velocidade de oscilação, $\vec{V}_{osc} = u_{osc} \vec{i}$, sendo a velocidade que engloba a influência das fontes e da nuvem de vórtices discretos antigos: $\vec{u}_m(z_i) = (u_m, v_m)$:

$$\vec{u}_{sn}(z_i) \cdot \hat{\tau}_i = -(u_\infty(z_i) - u_{osc}(z_i) + u_m(z_i)) \cos(\theta_{pi}) - v_m(z_i) \sin(\theta_{pi}) = RHSV_i \quad (4.90)$$

Os vórtices discretos nascentes tangenciam cada ponto de controle da superfície em que se impõem a condição de não escorregamento, portanto a velocidade induzida pelos vórtices nascentes na direção tangencial do ponto de controle pode ser estabelecida pela relação da Equação (4.48), considerando apenas os vórtices nascentes (lembrando que na relação deduzida o vórtice discreto se situa na posição Z_i , logo deve-se adaptar os índices) fazendo o produto escalar na direção $\hat{\tau}_i$. Logo, dado o tempo, a velocidade induzida por todos os vórtices nascentes sobre o ponto de controle é função apenas do ponto de nascimento próximo aos pontos de controle e de suas intensidades, ou seja, da geometria e das intensidades^{4, 5}.

$$Kv\tau_{i1}\Gamma_1 + Kv\tau_{i2}\Gamma_2 + \dots + Kv\tau_{imb2}\Gamma_{imb2} = -(u_\infty - u_{osc})\cos\theta_{pi} - u_m(z_i)\cos\theta_{pi} - v_m(z_i)\text{sen}\theta_{pi} \quad (4.91)$$

Estendendo a relação da Equação (4.91) para todos os pontos de controle, chega-se a um sistema linear com “mb2” equações e “mb2” incógnitas, sendo “mb2” o número de painéis do corpo em que se quer impor a condição de não escorregamento. A conservação global da circulação ainda deve ser imposta, o que superdetermina o sistema linear de equações, neste estudo, em uma equação. Analogamente ao mostrado na solução do sistema de fontes, o método de solução utilizado é o método de mínimos quadrados, distribuindo homogeneamente o erro que tende a zero com o aumento do número de painéis em que a superfície é discretizada. Designando por “mod” a matriz de influência e o vetor lado direito de vórtices (RHSV) modificados pelo acréscimo da conservação global da circulação, pode-se resolver o sistema do mesmo modo do item passado:

$$\begin{aligned} [Kv\tau_{\text{mod}}]\{\Gamma\} &= \{RHSV_{\text{mod}}\} \Rightarrow [Kv\tau_{\text{mod}}]^T [Kv\tau_{\text{mod}}]\{\Gamma\} = [Kv\tau_{\text{mod}}]^T \{RHSV_{\text{mod}}\} \\ [Kv\tau^*]\{\Gamma\} &= \{RHSV^*\} \end{aligned} \quad (4.92)$$

⁴ As simulações primárias utilizaram da formulação disposta em Martins (2017) e Siqueira (2011), contabilizando o efeito da velocidade do corpo como “+ u_{osc} ” ao invés de “- u_{osc} ” na Equação (4.91). A dedução aqui realizada e os resultados refeitos mostram que a maneira ideal de se contabilizar os efeitos da oscilação na intensidade dos vórtices discretos é como o disposto na Equação (4.91).

⁵ Logicamente, para o instante inicial, o procedimento descrito acima não possui vórtices antigos, e o vetor lado direito de vórtices (RHSV) conterá apenas as contribuições do corpo e do escoamento incidente. Para as simulações envolvendo somente o efeito solo, sem efeito de oscilação, basta atribuir $u_{osc} = 0$ na Equação (4.91).

4.3 Os Avanços Advectivo e Difusivo

4.3.1 Esquema de Avanço Advectivo

Como o avanço advectivo torna-se independente do avanço difusivo, segundo a Equação (4.1), o escoamento é caracterizado como ideal, e a vorticidade é transportada como se fosse uma partícula material do fluido, conforme apontado em Andrade (2017). O esquema de avanço utilizado consiste no esquema de Euler de primeira ordem. A velocidade total de cada vórtice discreto é dada pelo campo de velocidades composto pelas influências do escoamento incidente, dos corpos e da nuvem de vórtices discretos. A nova posição de cada vórtice discreto fica determinada então pela relação:

$$\begin{aligned}x_k(t + \Delta t) &= x_k(t) + u_k(t)\Delta t \\y_k(t + \Delta t) &= y_k(t) + v_k(t)\Delta t\end{aligned}\tag{4.93}$$

4.3.2 Esquema de Avanço Difusivo

Conforme visto no Algoritmo de Separação da Parte Viscosa, a difusão é governada pela Equação (4.2). O método utilizado para solução desta equação é o Método do Avanço Randômico, que consiste em se implementar um deslocamento difusivo individual para cada vórtice discreto da nuvem, a cada incremento de tempo (RICCI, 2002).

Segundo Alcântara Pereira (1999) o deslocamento de seu ponto, Δr , conforme a direção dada referente a variação angular $\Delta\theta$ o avanço difusivo de um vórtice discreto em um intervalo de tempo Δt é descrito por:

$$\Delta r = \sqrt{\frac{4\Delta t}{\text{Re}} \ln\left(\frac{1}{P}\right)}\tag{4.94}$$

$$\Delta\theta = 2\pi Q\tag{4.95}$$

sendo P e Q números positivos entre 0 e 1, o que confere um caráter probabilístico para o deslocamento. A Figura 4.7 ilustra o avanço difusivo radial, que pode ser decomposto nas direções de x e y pelas Equações (4.96) e (4.97), respectivamente.

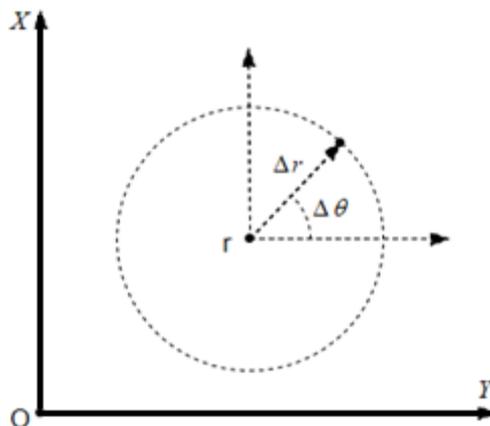


Figura 4.7: Avanço randômico de um vórtice discreto.

Nota-se que a Equação (4.94) leva em conta os efeitos difusivos pela presença do Re . De fato, é de se esperar que com o aumento do Re os efeitos difusivos sejam menores, e que o aumento do incremento de tempo aumente a probabilidade de se ter um avanço maior, isto é, para um valor randômico P , o avanço difusivo é maior com um incremento de tempo maior. Deste modo, o avanço randômico de um vórtice discreto pode ser computado nas direções x e y por:

$$\Delta x_{dif} = \Delta r \cos(\Delta\theta) \quad (4.96)$$

$$\Delta y_{dif} = \Delta r \sin(\Delta\theta) \quad (4.97)$$

4.4 Carregamentos Fluidodinâmicos

Entende-se por cargas fluidodinâmicas a ação exercida sobre um corpo pelo fluido que escoar ao seu redor. De modo geral, estas cargas são classificadas como cargas distribuídas ou integradas (RICCI, 2002). A ação do fluido sobre o corpo é promovida pela tensão superficial exercida na parede e pode ser decomposta na direção normal, que corresponde à pressão, e na direção tangencial, correspondente à tensão cisalhante. As cargas integradas de interesse, a saber: força de arrasto e sustentação, são obtidas pela integração da tensão na direção do escoamento e na direção normal ao escoamento. Deste modo, os carregamentos integrados possuem uma parcela referente à integração da pressão, ou seja, devido a forma ou pressão, e uma parcela referente à integração da tensão cisalhante, ou seja, devido ao atrito.

São denominados corpos esbeltos, aqueles em que a parcela da superfície exposta a separação da C.L. inexistente ou é desprezível. Nestes corpos as forças integradas são

originadas devido essencialmente à tensão cisalhante e, conseqüentemente aos efeitos viscosos. Os corpos rombudos são aqueles em que uma parcela significativa da superfície está exposta a uma zona onde ocorreu o fenômeno da separação da C.L. e os carregamentos devido à pressão se tornam mais importantes. Conforme aponta Andrade (2017), para corpos rombudos, como o cilindro circular, e Re superiores a 10.000, a contribuição do atrito na força de arrasto total é menor do que 3% do arrasto total. A baixa contribuição do atrito para o arrasto total também pode ser observada em Zdravkovich (1997).

Sendo assim, como o corpo objeto de estudo é um corpo rombudo, destina-se a se obter o carregamento fluidodinâmico devido à pressão, e, para tanto, a equação proposta por Shintani, Shiraishi e Akamatsu, (1994) é utilizada. Em seu estudo relativo ao escoamento ao redor de um corpo nas imediações de uma superfície plana, Ricci (2002) estendeu o método de Shintani, Shiraishi e Akamatsu (1994) levando em conta a presença do corpo e da superfície plana na determinação da pressão. O esquema de Shintani, Shiraishi e Akamatsu (1994) calcula as pressões em função de todo o campo de vorticidade.

O esquema de Shintani, Shiraishi e Akamatsu, (1994) é baseado na formulação integral da entalpia de estagnação feita por Uhlmann (1992), o qual, por sua vez, baseia-se nas investigações de Howe, (1975) sobre as equações de ondas acústicas, e manipula as Equações de Navier-Stokes (ENS) para escoamentos incompressíveis montando um sistema de três equações a ser resolvido em uma formulação integral da velocidade, vorticidade e trabalho específico de estagnação, sendo esta última a que permite a recuperação da pressão, também chamada de “entalpia específica de estagnação”.

4.4.1 O Esquema de Shintani, Shiraishi e Akamatsu, (1994)

A seguir será apresentado a dedução do método de recuperação da pressão utilizado neste trabalho. Todo um desenvolvimento está presente no trabalho de Ricci (2002), e será aqui praticamente reproduzido, considerando a adaptação para o estudo presente (não se usa o método de imagens para representar o chão neste estudo, por exemplo) e algumas observações que serão apontadas ao longo da dedução.

Considerando que a pressão e a velocidade no infinito são constantes e designando o trabalho específico total por:

$$Y = p + \frac{u^2}{2} \Rightarrow Y_\infty = p_\infty + \frac{u_\infty^2}{2} = cte \Rightarrow \nabla Y = \nabla(Y - Y_\infty) = \nabla B \quad (4.98)$$

sendo B a entalpia específica de estagnação (UHLMANN, 1992) ou o trabalho específico de estagnação (RICCI, 2002). Tendo em vista a relação vetorial:

$$\vec{u} \cdot \nabla \vec{u} = \nabla(u^2/2) - \vec{u} \times (\nabla \times \vec{u}) = \nabla(u^2/2) - \vec{u} \times \vec{\omega} \quad (4.99)$$

As ENS podem ser escritas como:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} - \vec{u} \times \vec{\omega} = -\nabla B + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \vec{u} \quad (4.100)$$

Aplicando o divergente em ambos os lados da equação, chega-se à equação de Poisson:

$$\nabla^2 B = \nabla \cdot (\vec{u} \times \vec{\omega}) \quad (4.101)$$

Multiplicando pela função de Green (G) ambos os lados da equação, tem-se

$$(\nabla^2 B)G = (\nabla^2 B)G + B\nabla^2 G - B\nabla^2 G = [\nabla \cdot (\vec{u} \times \vec{\omega})]G \quad (4.102)$$

Integrando sobre o domínio fluido e considerando a propriedade do delta de Dirac:

$$-\alpha B_i + \int_{\Omega} (G\nabla^2 B - B\nabla^2 G) d\Omega = \int_{\Omega} [\nabla \cdot (\vec{u} \times \vec{\omega})] G d\Omega \quad (4.103)$$

Sendo α dependente do polo isolado em que se está integrando. Se o ponto está dentro do domínio fluido $\alpha = 1$, se o ponto está sobre a superfície, e esta superfície possui contorno suave $\alpha = 1/2$, se o ponto fica em uma quina ou “bico”, $\alpha = \beta/2\pi$, sendo β o ângulo da quina tomado na região do domínio. Do lado esquerdo da equação pode-se aplicar a segunda identidade de Green e do lado direito usar a identidade vetorial entre o divergente do produto de um escalar por um vetor: $\nabla \cdot (A\vec{C}) = A\nabla \cdot \vec{C} + \nabla A \cdot \vec{C}$.

$$-\alpha B_i + \int_S (G\nabla B - B\nabla G) \cdot \hat{n} dS = \int_{\Omega} [\nabla \cdot (G\vec{u} \times \vec{\omega}) - \nabla G \cdot (\vec{u} \times \vec{\omega})] d\Omega \quad (4.104)$$

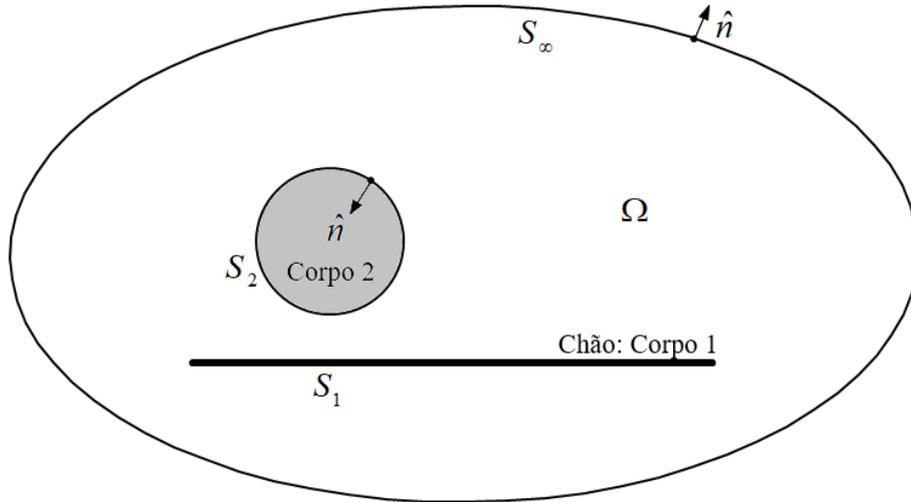


Figura 4.8: Delimitação da região fluida e convenção da direção do vetor normal às superfícies.

A Figura 4.8 ilustra o domínio fluido, as superfícies e a convenção da direção do vetor normal às superfícies. Ao final do desenvolvimento da formulação integral que permite a recuperação da pressão será mudada a convenção da direção normal, fazendo as devidas alterações. A notação utilizada primeiramente deste modo é conveniente para manipulação das equações envolvendo identidades de Green e o teorema da divergência, mas, no entanto, não é a convenção utilizada na programação numérica, nem pela descrição de Ricci (2002).

As integrais do lado direito e esquerdo podem ser separadas em duas integrais cada uma. Aplicando o teorema de Gauss à primeira integral do lado direito e levando a primeira integral do lado esquerdo para o lado direito, tem-se:

$$-\alpha B_i - \int_S B \nabla G \cdot \hat{n} dS = \int_S G (\bar{u} \times \bar{\omega} - \nabla B) \cdot \hat{n} dS - \int_\Omega \nabla G \cdot (\bar{u} \times \bar{\omega}) d\Omega \quad (4.105)$$

De acordo com as Equações de Navier-Stokes na forma da Equação (4.100), o primeiro termo do lado direito pode ser substituído, e chega-se na equação apresentada por Uhlmann (1992) (Uhlmann apresenta em forma dimensional, e aqui consta a versão adimensional):

$$-\alpha B_i - \int_S B \nabla G \cdot \hat{n} dS = \int_S G \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} - \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \bar{u} \right) \cdot \hat{n} dS - \int_\Omega \nabla G \cdot (\bar{u} \times \bar{\omega}) d\Omega \quad (4.106)$$

O desenvolvimento até este ponto é semelhante ao de Ricci (2002), com a diferença de aqui, até o momento, se considerar o vetor normal à superfície sendo apontado para fora da região fluida, sem perdas de generalidade.

Para o desenvolvimento que se sucede, para clareza e transparência, é importante se ter uma ressalva quanto ao tratamento do primeiro termo da primeira integral do lado direito:

$$\int_S G(z - z_i) \frac{\partial \vec{u}(z, t)}{\partial t} \cdot \hat{n} dS = I(z_i, t) = I_i \quad (4.107)$$

A superfície S é a união das superfícies no infinito, no corpo imerso ao meio fluido e do chão. No infinito, a velocidade é constante e igual a velocidade do escoamento não perturbado, e, portanto, não há variação com o tempo, anulando a parcela no infinito. No chão, como se satisfaz a condição de impenetrabilidade, esta é suficiente para que a direção dos vetores sejam perpendiculares, anulando também a parcela devido ao chão. Se a superfície do corpo imerso não varia com o tempo, como é o caso de muitas simulações deste trabalho que simulam o efeito solo, a velocidade na superfície do corpo é sempre constante e igual a zero. Nesta situação pode se garantir que $I(z_i, t) = 0$.

No entanto, existe a possibilidade de o corpo imerso estar se movimentando com o tempo. Dar-se-á prosseguimento ao desenvolvimento considerando para função $I(z_i, t)$ o valor calculado da integral com a notação da Figura 4.8, para a vibração forçada puramente *in-line*. Uma seção destinada a ela é deixada ao final deste capítulo, mostrando detalhes e abordagens que se pode ter para solução dessa integral. É importante dizer que, para um outro tipo de movimento, é necessária a adaptação, isto é, a integração conforme o movimento do corpo rígido para a situação de estudo. Desta forma, as equações que sucedem são específicas para a solução deste problema, mas poderiam ser facilmente adaptadas por analogia a um movimento, como um movimento harmônico na direção transversal, por exemplo.

Segundo o resultado da Equação (4.140):

$$-\alpha B_i - \int_S B \nabla G \cdot \hat{n} dS = -\frac{1}{\text{Re}} \int_S (G \nabla^2 \vec{u}) \cdot \hat{n} dS - \int_{\Omega} \nabla G \cdot (\vec{u} \times \vec{\omega}) d\Omega + \frac{A_{osc}(t) \cos(f_i)}{4} \quad (4.108)$$

Lembrando que o escoamento é incompressível, pode-se trabalhar a primeira integral do lado direito da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \int_S (G \nabla^2 \vec{u}) \cdot \hat{n} dS &= - \int_S (G \nabla \times \vec{\omega}) \cdot \hat{n} dS = - \int_S [\nabla \times (G \vec{\omega}) - \nabla G \times \vec{\omega}] \cdot \hat{n} dS \\ &= - \int_{\Omega} \nabla \cdot (\nabla \times (G \vec{\omega})) d\Omega + \int_S (\nabla G \times \vec{\omega}) \cdot \hat{n} dS = \int_S (\nabla G \times \vec{\omega}) \cdot \hat{n} dS \end{aligned} \quad (4.109)$$

Como $r_i \rightarrow \infty \Rightarrow (B, u, \omega, G) \rightarrow (0, U_{\infty}, 0, 0)$, as integrais de superfície tendem a zero no infinito. O resultado da Equação (4.109) é inserido em (4.108), multiplicando ambos os lados por -1 resulta:

$$\begin{aligned} \alpha B_i + \int_{S_1+S_2} B \nabla G \cdot \hat{n} dS &= \int_{\Omega} \nabla G \cdot (\vec{u} \times \vec{\omega}) d\Omega + \frac{1}{\text{Re}} \int_{S_1+S_2} (\nabla G \times \vec{\omega}) \cdot \hat{n} dS \\ &\quad - \frac{A_{osc}(t) \cos(f_i)}{4} \end{aligned} \quad (4.110)$$

Esta é a equação a ser resolvida numericamente para recuperação da pressão. Deste ponto até em diante, usar-se-á a convenção descrita por Ricci (2002), como mostrado na da Figura 4.9, a qual considera a direção normal positivamente apontada para dentro da região fluida, o que resulta somente na inversão do sinal da normal nas integrais de superfície:

$$\begin{aligned} \alpha B_i - \int_{S_1+S_2} B \nabla G \cdot \hat{n} dS &= \int_{\Omega} \nabla G \cdot (\vec{u} \times \vec{\omega}) d\Omega - \frac{1}{\text{Re}} \int_{S_1+S_2} (\nabla G \times \vec{\omega}) \cdot \hat{n} dS \\ &\quad - \frac{A_{osc}(t) \cos(f_i)}{4} \end{aligned} \quad (4.111)$$

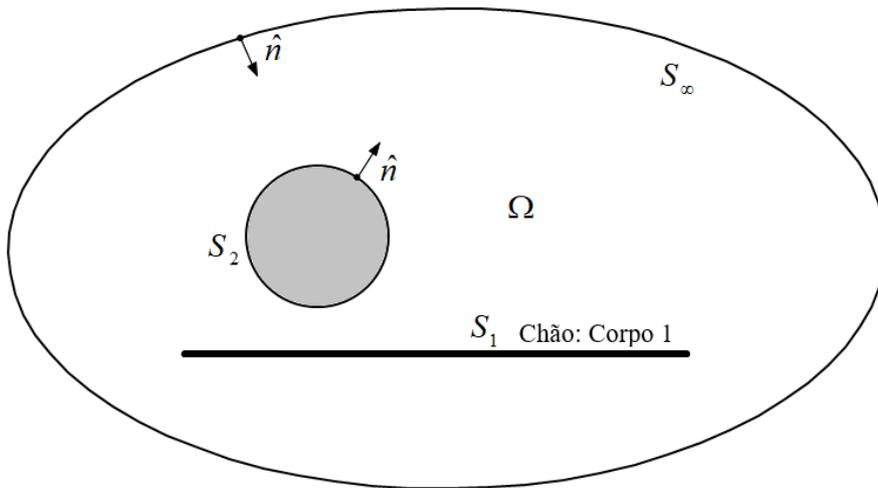


Figura 4.9: Nova convenção do vetor unitário normal à superfície.

Os produtos vetoriais e escalares podem ser abertos em função das componentes de cada vetor e as integrais resolvidas numericamente para se encontrar B. Isto será mostrado no próximo item. Tendo os valores de interesse de B, é possível se obter o coeficiente de pressão, lembrando que a velocidade no infinito adimensionalizada é unitária:

$$B = (p - p_\infty) + \frac{u^2 - u_\infty^2}{2} \Rightarrow 2B - (u^2 - 1) = 2(p - p_\infty) = \frac{P^* - P_\infty^*}{(\rho^* u_\infty^{*2} / 2)} \quad (4.112)$$

$$\therefore C_p = 2B + 1 - u^2$$

Se o ponto está sobre um corpo imóvel, a velocidade é nula. Se o corpo puder ser dito um corpo rígido, dado um tempo t, a velocidade superficial deste corpo é a mesma em toda a superfície.

Para um escoamento na direção \hat{i} o arrasto sobre um corpo cilíndrico de comprimento L, medido na direção \hat{k} , e perímetro transversal de comprimento S pode ser calculado por:

$$C_D = \frac{F_D^*}{(\rho^* U^{*2} / 2) L^* D^*} = -\oint_S \left(\frac{2p^*}{L^* D^* \rho^* U^{*2}} \hat{i} \right) \cdot \hat{n} L^* dS^* = -\oint_S (2p\hat{i}) \cdot \hat{n} dS \quad (4.113)$$

sendo F_D a força de arrasto, lembrando que S^* terá dimensão de comprimento e, portanto $L^* dS^*$ é uma área e D^* é o diâmetro do cilindro.

Para uma constante qualquer, pelo teorema da divergência tendo a convenção de sinais da Figura 4.9:

$$\oint_S (\hat{i} Cte) \cdot \hat{n} dS = Cte \oint_S (\hat{i}) \cdot \hat{n} dS = -Cte \int_V (\nabla \cdot \hat{i}) dV = 0 \quad (4.114)$$

Isto implica que somar ou subtrair constantes à pressão não mudará o resultado da força de arrasto e, analogamente, da força de sustentação. Considerando por comodidade o comprimento do cilindro sendo unitário, uma vez que a abordagem é bidimensional:

$$C_D = -\oint_S 2(p - p_\infty) n_x dS = -\oint_S C_p n_x dS \quad (4.115)$$

Um corpo tratado como corpo rígido e sem movimento de rotação possui a mesma velocidade em todo o seu domínio espacial. É notório que para um instante de tempo, caso a velocidade da superfície seja considerada, essa velocidade é uma função puramente

temporal, podendo ser tratada como constante para um operador puramente espacial. Substituindo a “*Cte*” da Equação (4.114) por $(1 - u^2)$, ou pra qualquer outro valor independente das coordenadas espaciais, o resultado é nulo, sendo u a velocidade do corpo rígido. O que torna possível a determinação do arrasto, por exemplo, equivalentemente pelas expressões:

$$C_D = -\oint_S 2Bn_x dS = -\oint_S (2B+1)n_x dS = -\oint_S (2B+1-u^2)n_x dS = -\oint_S C_p n_x dS \quad (4.116)$$

Por analogia:

$$C_L = -\oint_S 2Bn_y dS = -\oint_S (2B+1)n_y dS = -\oint_S C_p n_y dS \quad (4.117)$$

4.4.2 A Solução Numérica do Esquema de Shintani, Shiraishi e Akamatsu, (1994)

Partindo da Equação (4.111), para $\hat{n} = (n_x, n_y)$, $\vec{u} = (u, v)$, $\vec{\omega} = \omega \hat{k}$, a equação se torna:

$$\begin{aligned} \alpha B_i + \frac{1}{2\pi} \int_{s_1+s_2} \left(\frac{n_x(x-x_i) + n_y(y-y_i)}{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} \right) B dS &= -\frac{1}{2\pi} \int_{\Omega} \left(\frac{v(x-x_i) - u(y-y_i)}{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} \right) \omega d\Omega \\ -\frac{1}{2\pi \text{Re}} \int_{s_1+s_2} \left(\frac{n_y(x-x_i) - n_x(y-y_i)}{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} \right) \omega dS &- \frac{A_{osc}(t) \cos(f_i)}{4} \end{aligned} \quad (4.118)$$

A superfície dos corpos foram discretizadas em $m = mb_1 + mb_2$ painéis, e a vorticidade do escoamento foi discretizada em Nv vórtices discretos de Lamb livres, cada um com sua intensidade Γ . Para a primeira integral, a integral de superfície considerando a discretização se torna um somatório da integral em cada painel, cada painel induzirá a propriedade B no ponto de controle situado em $Co_i = (x_i, y_i)$ (RICCI, 2002). Se a propriedade for considerada concentrada nos painéis de controle, isso obviamente é uma simplificação, nem a propriedade nem os pontos de controle variam no somatório de integrais, restando apenas a integração da superfície, logo:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{s_1+s_2} \left(\frac{n_x(x-x_i) + n_y(y-y_i)}{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} \right) B dS = \frac{1}{2\pi} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^m \frac{n_{xj}(x_j - x_i) + n_{yj}(y_j - y_i)}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} B_j \Delta s_j \quad (4.119)$$

Na segunda integral nota-se uma das grandes vantagens do M.V.D., onde a integral sobre o domínio pode ser feita somente sobre os pontos onde a vorticidade está presente, e sendo assim a segunda integral se torna um somatório da influência de cada vórtice discreto para a propriedade B . A velocidade no ponto onde cada vórtice está situado é a dada pela indução do escoamento livre, dos corpos e da nuvem de vórtices discreto e é conhecida, pois é determinada para que se faça o avanço advectivo que compõe a dinâmica da vorticidade. No modelo, as coordenadas de cada vórtice discreto são atribuídas a um ponto, sendo assim:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2\pi} \int_{\Omega} \left(\frac{v(x-x_i) - u(y-y_i)}{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} \right) \omega d\Omega &= -\frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^{Nv} \int_{\Omega_{ij}} \frac{v_j(x_j-x_i) - u_j(y_j-y_i)}{(x_j-x_i)^2 + (y_j-y_i)^2} \omega_j d\Omega_{ij} \\ &= \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^{Nv} \frac{v_j(x_j-x_i) - u_j(y_j-y_i)}{(x_j-x_i)^2 + (y_j-y_i)^2} \Gamma_j \left(1 - e^{-\left(\frac{r^2}{\sigma^2}\right)} \right) \end{aligned} \quad (4.120)$$

pois no sentido anti-horário, de acordo com o modelo de vórtice de Lamb da Equação (4.40):

$$\int_{\Omega_{ij}} \omega_j d\Omega_{ij} = \int_0^{2\pi} \int_0^{R_{ij}} \frac{\Gamma_j}{\pi\sigma^2} e^{-\frac{r^2}{\sigma^2}} r dr d\theta = \Gamma_j \left(1 - e^{-\frac{R_{ij}^2}{\sigma^2}} \right) \quad (4.121)$$

mas na integral da Equação (4.120) inverteu-se o sinal devido ao fato de ter-se considerado o sentido horário da circulação como sendo o sentido positivo, enquanto a convenção matemática considera o sentido anti-horário como sendo o sentido positivo. Há ainda na programação a substituição da variável σ conforme a definição do raio do núcleo do vórtice de Lamb conforme a Equação (4.46), o que resulta na troca $e^{-R_{ij}^2/\sigma^2} = C_{lamb}^{-R_{ij}^2/\sigma_o^2}$, com $C_{lamb} = 5,02572$ e $R_{ij} = \sqrt{(x_j-x_i)^2 + (y_j-y_i)^2}$.

A terceira integral, segunda do lado direito, representa a influência da vorticidade sendo gerada sobre a superfície. Ricci (2002) considera a densidade de vórtices distribuída em cada painel para simplificar a terceira integral, uma vez que seu trabalho utilizava a distribuição de vórtices sobre os painéis.

$$-\frac{1}{2\pi \text{Re}} \int_{S_1+S_2} \left(\frac{n_y(x-x_i) - n_x(y-y_i)}{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} \right) \omega dS = \frac{1}{2\pi \text{Re}} \sum_{j=1}^{mb_s} \frac{n_{yj}(x_j-x_i) - n_{xj}(y_j-y_i)}{(x_j-x_i)^2 + (y_j-y_i)^2} \gamma_j \Delta s_j \quad (4.122)$$

Semelhantemente ao adotado em Bimbatto (2012), a densidade distribuída em cada painel é obtida em um processo inverso, em que a densidade do vórtice discreto de Lamb nascente é dividida pelo comprimento pelo comprimento do painel, segundo a Equação (4.123). É importante lembrar que não são gerados vórtices sobre a superfície plana que representa o chão neste trabalho.

$$\gamma_j = \frac{\Gamma_j}{\Delta s_j} \quad (4.123)$$

Considerando as discretizações para solução numérica, a equação para cada ponto de controle passa a ser então:

$$\begin{aligned} \alpha B_i + \frac{1}{2\pi} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^m \frac{n_{xj}(x_j - x_i) + n_{yj}(y_j - y_i)}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} B_j \Delta s_j = \\ \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^{Nv} \frac{v_j(x_j - x_i) - u_j(y_j - y_i)}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \Gamma_j \left(1 - e^{-\left(\frac{r^2}{\sigma^2}\right)} \right) \\ + \frac{1}{2\pi \text{Re}} \sum_{j=1}^{mb_2} \frac{n_{yj}(x_j - x_i) - n_{xj}(y_j - y_i)}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \gamma_j \Delta s_j - \frac{A_{osc}(t) \cos(ft_i)}{4} \end{aligned} \quad (4.124)$$

Assim como a solução para intensidade de fontes e de vórtices, o lado esquerdo da igualdade da Equação (4.124) pode ser agrupado como a multiplicação de uma matriz numérica por um vetor incógnita, e o lado direito agrupado em um vetor numérico, resultando em:

$$[COUPP]\{B\} = \{RHSP\} \quad (4.125)$$

Resolvendo o sistema linear pela relação da Equação (4.125), obtém-se o valor de B , que pode ser utilizado para obtenção do C_p ou pode ser utilizado diretamente para o cálculo dos carregamentos integralizados se o corpo for um corpo rígido. A obtenção dos coeficientes de arrasto e sustentação dados pelas Equações (4.115) e (4.117) também considera a discretização das superfícies e passam a ser dadas por:

$$C_D = -\sum_{j=1}^{mb} 2B_j \Delta S_j n_{xj} = -\sum_{j=1}^{mb} (2B_j + 1) \Delta S_j n_{xj} = -\sum_{j=1}^{mb} C_{pj} \Delta S_j n_{xj} \quad (4.126)$$

$$C_L = -\sum_{j=1}^{mb} 2B_j \Delta S_j n_{yj} = -\sum_{j=1}^{mb} (2B_j + 1) \Delta S_j n_{yj} = -\sum_{j=1}^{mb} C_{pj} \Delta S_j n_{yj} \quad (4.127)$$

4.5 A Influência Direta nas Cargas Fluidodinâmicas pela Variação Inercial de Corpos Rígidos em Meios Fluidos

Um corpo que se move com vetor velocidade constante não possui aceleração, segundo as leis de Newton. Se um corpo em meio fluido possui velocidade constante, sobre o ponto de vista do seu referencial, o fluido que move ao seu redor e, classicamente, um referencial que se mova com a mesma velocidade do corpo não distingue essa velocidade do repouso.

Quando o corpo, no entanto, apresenta aceleração, seu referencial próprio deixa de ser inercial. Fisicamente existe a atuação de alguma força sobre tal corpo. A física clássica trata o balanço de forças pela segunda lei de Newton, e esta, por sua vez, está entrelaçada com as ENS, a qual consiste talvez na mais importante equação da Mecânica dos Fluidos e da matemática, tendo inclusive motivado um dos “Sete Problemas Matemáticos do Milênio” (LADYZHENSKAYA, 2003),

Neste sentido, é demonstrado como se computar os efeitos da aceleração superficial na equação integral que permite a recuperação da pressão disposta como em Shintani, Shiraishi e Akamatsu, (1994) em estudos onde a seção transversal do corpo possa ser considerada indeformável.

4.5.1 A Integração da Parcela da Aceleração Local da Equação de Uhlmann nas Imediações de um Cilindro Circular para Movimento *In-Line*

Dedicou-se um longo tempo na tentativa de se provar que a integração teria um valor nulo, no entanto, isso não foi possível. Neste sentido, investigou-se o caso mais simplificado que consiste em um cilindro circular que se move como corpo rígido, isto é, todos os pontos do corpo se movem com a mesma velocidade na direção do escoamento, que será tomada como a direção \hat{i} . Sendo $\vec{A}_{osc} = A_{osc}(t)\hat{i}$ a aceleração do corpo em todos os seus pontos da superfície uma função puramente temporal, com a convenção da Figura 4.8 para a direção normal:

$$\int_S G(z - z_i) \frac{\partial \vec{u}(z, t)}{\partial t} \cdot \hat{n} dS = \int_S G(z - z_i) A_{osc}(t) n_x dS = A_{osc}(t) \int_S G(z - z_i) n_x dS \quad (4.128)$$

Um grande obstáculo da integração da função de Green é que esta possui um polo sobre sua superfície, e, rigorosamente, a função não é definida neste ponto. O meio para se avaliar a integral encontrado foi de acordo com o Valor Principal de Cauchy definido em Arfken, Weber e Harris (2013). Desta forma, o polo em Z_i é isolado por um semicírculo de raio ε , centrado sobre um arco $2\Delta\theta_\varepsilon$, como é mostrado na Figura 4.10:

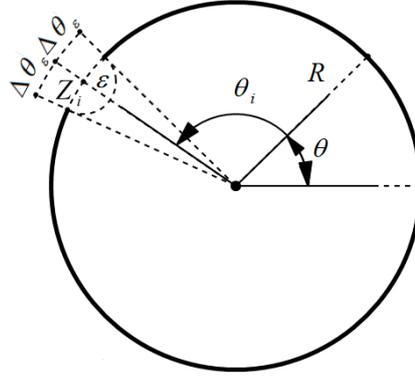


Figura 4.10: Polo isolado para solução da integral via integral de Cauchy.

O primeiro bom indício, é que na região do semicírculo que isola o polo pode-se mostrar que a integração tende a zero para um raio do semicírculo tendendo a zero:

$$\begin{aligned} \left| \int_{S_\varepsilon} G(z - z_i) n_x dS \right| &\leq \left| \int_{S_\varepsilon} G(z - z_i) dS \right| = \frac{1}{2\pi} \left| \int_{\theta_i - \Delta\theta}^{\theta_i + \Delta\theta} \ln(\varepsilon) \varepsilon d\theta \right| \\ &= \frac{1}{2\pi} \left| \varepsilon \ln(\varepsilon) \int_{\theta_i - \Delta\theta}^{\theta_i + \Delta\theta} d\theta \right| = \frac{\Delta\theta}{\pi} |\varepsilon \ln(\varepsilon)| \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (4.129)$$

Este fato, permite trabalhar com a integração em modo discreto, e será abordado no último tópico deste subcapítulo e pode ser incorporado na seção de discretizações das equações, entrando no valor de RHSP.

Centrando o sistema de coordenadas de acordo com a Figura 4.8, a integral deve ser feita desconsiderando o sítio do polo isolado, e se segue a integração já com a notação para o Valor Principal de Cauchy (\int^*):

$$\int_S^* G(z - z_i) n_x ds = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left[\int_0^{\theta_i - \Delta\theta_\varepsilon} + \int_{\theta_i + \Delta\theta_\varepsilon}^{2\pi} G(z - z_i) n_x R d\theta \right] \quad (4.130)$$

Para a direção normal de acordo com a Figura 4.8, nota-se que ambos os pontos da função G estão em um mesmo círculo, considerando a lei dos cossenos:

$$\begin{aligned}
\int_s^* G(z - z_i) n_x ds &= \frac{R}{2\pi} \int_s^* \cos(\theta) \ln \|(x - x_i, y - y_i)\| d\theta \\
&= \frac{R}{4\pi} \int_s^* \cos(\theta) \ln [2R^2(1 - \cos(\theta - \theta_i))] d\theta \\
&= \frac{R}{4\pi} \int_s^* \cos(\theta) \ln [1 - \cos(\theta - \theta_i)] d\theta
\end{aligned} \tag{4.131}$$

A última passagem eliminou o termo $2R^2$ pois ele pode ser separado pela propriedade logarítmica, que resultará em uma integral nula em separado:

Pode-se fazer a mudança de variável $\beta = \theta - \theta_i$ e separar a integral do lado direito da Equação (4.131) em duas integrais:

$$\begin{aligned}
\int_s^* \cos(\beta + \theta_i) \ln [1 - \cos(\beta)] d\beta &= -\text{sen}(\theta_i) \int_s^* \text{sen}(\beta) \ln [1 - \cos(\beta)] d\beta \\
&+ \cos(\theta_i) \int_s^* \cos(\beta) \ln [1 - \cos(\beta)] d\beta
\end{aligned} \tag{4.132}$$

Desenvolvendo a primeira integral do lado direito:

$$\int_s^* \text{sen}(\beta) \ln [1 - \cos(\beta)] d\beta = \lim_{\Delta\theta \rightarrow 0} \left\{ \begin{matrix} -\Delta\theta \\ -\theta_i \end{matrix} \left\{ [1 - \cos(\beta)] [\ln(1 - \cos(\beta)) - 1] \right\}_{\Delta\theta}^{2\pi - \theta_i} \right\} \tag{4.133}$$

que é nulo pois

$$\lim_{\Delta\theta \rightarrow 0} \left\{ [1 - \cos(\beta)] [\ln(1 - \cos(\beta)) - 1] \right\} = \lim_{h \rightarrow 0} \left\{ h [\ln(h) - 1] \right\} = 0 \tag{4.134}$$

A segunda integral do lado direito da Equação (4.132) pode ser separada em duas parcelas pela integração por partes:

$$\int_s^* \cos(\beta) \ln [1 - \cos(\beta)] d\beta = \left\{ \text{sen}(\beta) \ln [1 - \cos(\beta)] \right\}_s^* - \int_s^* \frac{\text{sen}^2(\beta)}{1 - \cos(\beta)} d\beta \tag{4.135}$$

Pode-se verificar que o primeiro termo do lado direito da Equação (4.135) é zero aplicando os limites de integração, manipulando e usando a regra de L'Hospital:

$$\lim_{\beta \rightarrow 0} \left\{ \text{sen}(\beta) \ln [1 - \cos(\beta)] \right\} = \lim_{\beta \rightarrow 0} \left\{ \frac{(1 + \cos(\beta)) \text{sen}(\beta)}{\cos(\beta)} \right\} = 0 \tag{4.136}$$

Juntando todos os resultados obtidos:

$$\int_s G(z - z_i) \frac{\partial \bar{u}(z, t)}{\partial t} \hat{n} dS = -\frac{A_{osc}(t)R}{4\pi} \cos(\theta_i) \int_s^* \frac{\text{sen}^2(\beta)}{1 - \cos(\beta)} d\beta \tag{4.137}$$

E esta última integral determina se há ou não influencia da aceleração na equação integral de Uhlmann (1992):

$$\int_s^* \frac{\text{sen}^2(\beta)}{1 - \cos(\beta)} d\beta = \int_s^* [1 + \cos(\beta)] d\beta = \lim_{\Delta\theta \rightarrow 0} [\text{sen}(\beta) + \beta] \Big|_{-\theta_i}^{-\Delta\theta} \Big|_{\Delta\theta}^{2\pi - \theta_i} = 2\pi \quad (4.138)$$

Logo percebe-se que a aparição do termo linear na integral não é filtrada em um arco de círculo. Lembrando que o valor adimensional do raio é $R = 0,5$:

$$I(z_i, t) = \int_S G(z - z_i) \frac{\partial \bar{u}(z, t)}{\partial t} \hat{n} dS = -\frac{A_{osc}(t) R \cos(\theta_i)}{2} = -\frac{A_{osc}(t) \cos(\theta_i)}{4} \quad (4.139)$$

ou, segundo uma nova mudança de coordenadas favorável à aplicação direta no programa computacional, segundo a Figura 4.11:

$$I(z_i, t) = -\frac{A_{osc}(t) \cos(\theta_i)}{4} = \frac{A_{osc}(t) \cos(f_i)}{4} \quad (4.140)$$

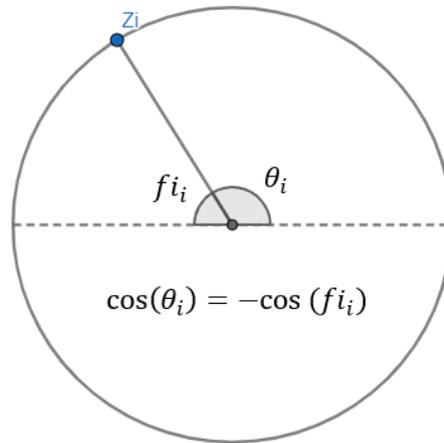


Figura 4.11: Mudança de coordenadas para aplicação em programa computacional

Esta é a parcela de contribuição à entalpia específica de estagnação instantânea de um cilindro circular que acelera na direção do escoamento. Pela Equação (4.106) pode-se perceber que ela está na mesma proporção da pressão quando é tomada junto ao corpo, logo sua influência tem impacto nos carregamentos distribuídos e integrados. Substituindo o valor da aceleração⁶ adimensionalizando a Equação (3.7):

$$I(z_i, t) = A_x \pi^2 f_x^2 \text{sen}(2\pi f_x t) \cos(\theta_i) = \pi^2 f_x^2 X_{osc}(t) \cos(\theta_i) = -\pi^2 f_x^2 X_{osc}(t) \cos(f_i) \quad (4.141)$$

⁶ A_{osc} é a aceleração, não confundir com A_x que é a amplitude de oscilação nesta passagem. O valor está colocado em função do ângulo anti-horário da Figura 4.10. No programa computacional pode-se, por exemplo, obtê-lo em função do ângulo “fi” para o RHSP dos painéis do corpo que oscila. O ângulo “fi” da programação é aquele medido em sentido horário a partir do centro do bordo de ataque, portanto convertendo o ângulo “fi” para radianos, pode-se usar a correlação: $\cos(\theta_i) = -\cos(fi)$.

4.5.2 O Impacto da Aceleração Oscilatória nos Carregamentos Fluidodinâmicos de um Cilindro Circular

Como o corpo possui uma seção de simetria perfeita, pode-se utilizar da mesma para se prever o impacto que a inclusão do efeito encontrado na Equação (4.141) causa nos carregamentos fluidodinâmicos. Considerando o cilindro isolado, multiplicando a Equação (4.111) por -4 , substituindo o valor de $\alpha = 0,5$:

$$-2B_i + 4 \int_S B \nabla G \cdot \hat{n} dS = -4 \int_{\Omega} \nabla G \cdot (\bar{u} \times \bar{\omega}) d\Omega + \frac{4}{\text{Re}} \int_S (\nabla G \times \bar{\omega}) \cdot \hat{n} dS + A_{osc} \cos(f_i) = -A_{osc} \cos(\theta_i) + J_i \quad (4.142)$$

sendo J a parcela que envolve os efeitos da vorticidade. Pela convenção de Ricci (2002), disposta na Figura 4.9, a integral da primeira parcela do lado esquerdo ponderada pela componente na direção do escoamento do vetor normal da superfície é o arrasto, conforme Equação (4.116). Aplicando esta integral em toda a Equação (4.142), tem-se:

$$\begin{aligned} -\oint_{S_i} 2B_i n_{xi} dS_i + 4 \oint_{S_i} n_{xi} \int_S B \nabla G \cdot \hat{n} dS dS_i &= C_D + 4 \oint_{S_i} \int_S B \hat{n} \cdot \nabla G n_{xi} dS dS_i \\ &= C_D + 4 \int_S B \oint_{S_i} \hat{n} \cdot \nabla G n_{xi} dS_i dS = -A_{osc} \oint_{S_i} \cos(\theta_i) n_{xi} dS_i + \oint_{S_i} J_i n_{xi} dS_i \end{aligned} \quad (4.143)$$

Avaliando

$$\begin{aligned} \oint_{S_i} \hat{n} \cdot \nabla G n_{xi} dS_i &= \frac{-1}{2\pi} \oint_{S_i} \frac{\cos(\theta)(x-x_i) + \text{sen}(\theta)(y-y_i)}{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} R \cos(\theta_i) d\theta_i \\ &= \frac{-1}{2\pi} \oint_{S_i} \frac{\cos(\theta)(\cos(\theta) - \cos(\theta_i)) + \text{sen}(\theta)(\text{sen}(\theta) - \text{sen}(\theta_i))}{2(1 - \cos(\theta)\cos(\theta_i) + \text{sen}(\theta)\text{sen}(\theta_i))} \cos(\theta_i) d\theta_i \\ &= \frac{-1}{4\pi} \oint_{S_i} \cos(\theta_i) d\theta_i = 0 \end{aligned} \quad (4.144)$$

Para o efeito da aceleração, lembrando que $R = 0,5$

$$\begin{aligned} -A_{osc} \oint_{S_i} \cos(\theta_i) n_{xi} dS_i &= -A_{osc} \oint_{S_i} R \cos^2(\theta_i) d\theta_i = -A_{osc} \pi / 2 \\ &= 2A_x \pi^3 f_x^2 \text{sen}(2\pi f_x t) \end{aligned} \quad (4.145)$$

Substituindo os resultados em (4.143), sendo $Vr_x = 1/f_x$:

$$C_D(t) = \frac{2A_x \pi^3 \text{sen}(2\pi f_x t)}{Vr_x^2} + \oint_{S_i} J_i(t) n_{xi} dS_i \quad (4.146)$$

Como a primeira parcela do lado direito é cíclica, significa que a média do arrasto em um período de oscilação depende apenas da segunda integral do lado direito quando o cilindro é isolado. Não há garantias desse resultado quando a simetria do problema for alterada, por exemplo, pela presença do solo. Logo, embora este resultado seja importante para o estudo de oscilação *in-line*, para outros estudos deve-se contabilizar o efeito da aceleração na etapa que se obtém o trabalho específico de estagnação, como na Equação (4.123).

Pela Equação (4.146) percebe-se que o coeficiente de arrasto é singular quadraticamente com a velocidade reduzida (possui dois polos em $Vr_x = 0$). É razoável se esperar que para pequenas velocidades reduzidas a amplitude do arrasto seja dominada pelo primeiro termo do lado direito da Equação (4.146):

$$A_{cd} \approx \frac{2A_x \pi^3}{Vr_x^2} \quad (4.147)$$

Este resultado pode ser confirmado se aplicado ao estudo de Nishihara, Kaneko e Watanabe (2005), conforme pode ser visto na Figura 4.12. É possível que em outras amplitudes essa convergência para a aproximação da Equação (4.147) seja mais ou menos rápida conforme a velocidade reduzida seja diminuída, em função dos efeitos englobados em J , pela Equação (4.146).

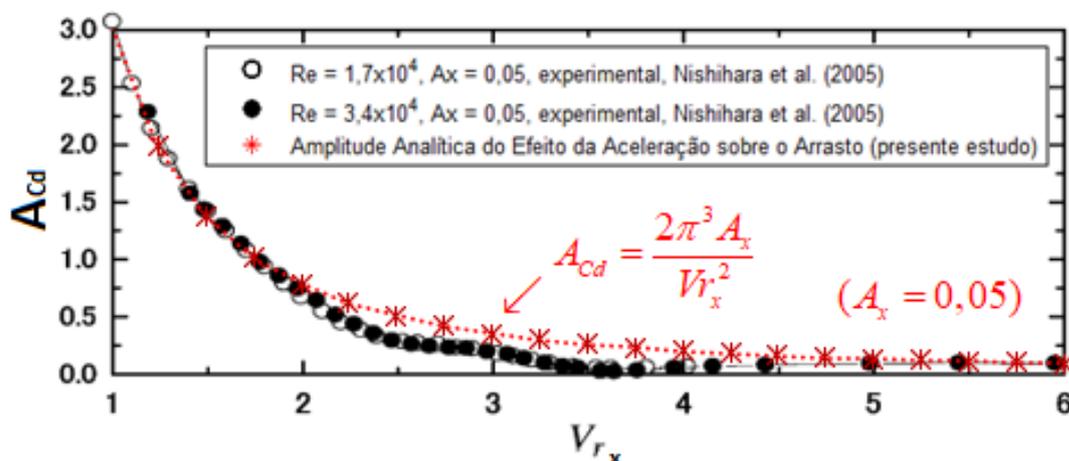


Figura 4.12: Comparação entre amplitudes obtidas experimentalmente e o efeito dominante da aceleração obtido analiticamente. Sobreposição à figura de Nishihara, Kaneko e Watanabe (2005).

Este resultado tem boa aplicabilidade para estudos de fadiga do material, pois a frequência e a amplitude do carregamento são componentes essenciais para o projeto de

estruturas e nos fatores de segurança. O resultado também prevê a mudança do ângulo da fase entre o arrasto e o movimento para $\psi \approx 0$, conforme Vr_x seja pequeno o suficiente, conforme a dominância do primeiro termo da Equação (4.146), e de fato é verificado na Figura 2.10d

Se o mesmo raciocínio é aplicado para se estimar o impacto sobre o coeficiente de sustentação, percebe-se que para qualquer instante de tempo não há influência direta da variação da inércia quando a oscilação é puramente *in-line* em um cilindro isolado devido a simetria. Para se verificar matematicamente, é suficiente observar que:

$$4 \oint_{S_i} I_i n_{yi} dS_i = A_x \pi^2 f_x^2 \text{sen}(2\pi f_x t) \oint_{S_i} \text{sen}(2\theta_i) d\theta_i = 0 \quad (4.148)$$

4.5.3 Solução na Forma Puramente Discreta Para Contornos Sólidos de Forma Arbitrária

Para outras geometrias, em geral, pode-se discretizá-las em painéis planos. A solução para integração da influência para painéis planos no trabalho específico de estagnação é analítica. O resultado da integral para cada painel plano será semelhante à parte real da integração do potencial de uma fonte complexa sobre o painel, que pode ser obtida, por exemplo, em Katz e Plotkin (2001). Ressalva-se que uma constante deve ser adicionada ao resultado. Segundo estimativas, essa constante possui o valor $\Delta s/2\pi$ onde Δs é o comprimento do painel. Contudo, verifica-se que para um número alto de painéis, a solução numérica da Equação (4.149) é suficientemente satisfatória e coerente com o modo numérico pelo qual Ricci (2002) discretiza as integrais.

$$I(z_i, t) = \int_S G(z - z_i) \frac{\partial \bar{u}(z, t)}{\partial t} \cdot \hat{n} dS \approx \sum_{k=1, k \neq i}^{mb2} G(z_k - z_i) A_{osc}(z_k, t) n_{xk} \Delta S_k \quad (4.149)$$

Capítulo 5

RESULTADOS E DISCUSSÕES

5.1 Relato do Estudo

O presente estudo cumpre um planejamento inicial de 22 simulações destinadas a três tipos de situações: ao intervalo $0,05 \leq g \leq 0,80$ para o estudo puramente do efeito solo, o intervalo de frequências de oscilação *in-line* $0 \leq f_x \leq 0,60$ para o estudo puramente de V.I.V. e a combinação de quatro simulações envolvendo as configurações comuns aos dois fenômenos ($f_x = 0,04$, $f_x = 0,40$, $g = 0,05$ e $g = 0,80$). Esse número de simulações aumentou muito devido a uma não correspondência entre o estudo dos fenômenos de V.I.V. e o que era esperado, de acordo com a literatura, sendo feitas implementações de adequação das condições de contorno conforme as Equações (4.84) e (4.91), e a implementação de contabilização da parcela devido à variação inercial do corpo (última parcela do lado direito da Equação (4.124)). A primeira implementação contabiliza mais adequadamente a influência da velocidade do corpo nas intensidades de fontes e vórtices, o que pode ser interpretado como uma influência na parcela J da Equação (4.146) e, portanto, um impacto que melhorou consideravelmente a média do arrasto nas novas simulações. A segunda implementação impacta significativamente a amplitude do coeficiente de arrasto, como pode ser visto na Equação (4.146) ou na Figura 4.12. Quando o efeito solo está presente, a variação inercial também impacta na média dos carregamentos, pois o problema perde sua simetria absoluta na segunda parcela do sistema linear que é resolvido através da solução numérica da Equação (4.111), estando

a superfície do solo próxima o suficiente para que não possa ser desprezada sua influência, e o cilindro não possa ser considerado isolado. O novo estudo envolvendo essas implementações conta com mais 29 simulações envolvendo somente a vibração puramente *in-line* e 8 envolvendo a vibração *in-line* juntamente com a proximidade do solo.

Paralelamente a este estudo envolvendo melhorias em estudos de V.I.V., um estudo de aferição de parâmetro foi realizado para investigar o comportamento de outras configurações perante a supressão, obtendo-se uma configuração de parâmetros com potencial para se investigar comparativamente com os experimentos com ajuste de placas tangencial de Nishino (2007). Este tipo de ajuste utilizado por Nishino (2007) não é o que teoricamente conserva mais a bidimensionalidade do escoamento, mas é o que foi possível se aproximar mais do solo, e, portanto, é o ajuste que possui maior número de dados experimentais, pois possui uma faixa maior de ensaios, e o mais estudado em Nishino (2007) e Nishino e Roberts (2008), e interessantes resultados puderam ser mostrados comparativamente a estes estudos. Neste novo estudo contou com mais 15 simulações. Resultados de um estudo com uma discretização menor e com boa correspondência ao primeiro estudo do efeito solo também são apresentados, com mais 12 simulações.

Quatro configurações de parâmetros diferentes foram utilizadas para a discretização do cilindro, raio do núcleo do vórtice de Lamb e tempo incremental, resultando em quatro validações para a condição de corpo isolado e estacionário. Desta forma, o presente trabalho apresenta 90 simulações numéricas, sendo conveniente a codificação destas simulações conforme a discretização do cilindro.

A Tabela 5.1 apresenta o código (A, B, C ou D) que é atribuído juntamente a um código numérico de cada caso simulado.

Tabela 5.1: Configurações de parâmetros de cada configuração utilizada

Configuração	Np	σ_o	Δt
A	300	0,0010	0,050
B	100	0,0032	0,050
C	100	0,0036	0,065
D	50	0,0090	0,050

Todos os estudos que envolvem o efeito solo utilizam 300 painéis discretizando o a parede plana em 10D de extensão a partir da origem do sistema de coordenadas, com o cilindro centrado em $x = 3,5D$.

Os códigos numéricos que antecedem a nomenclatura de cada caso aumentam sua numeração conforme aumenta-se o *gap* e a frequência de excitação, de modo geral. É importante que se observe nos resultados apresentados que as situações envolvendo os casos de 2A – 7.1A e 20A – 23A envolvem oscilação forçada antes das implementações para melhoria dos resultados feitas neste trabalho e, portanto, mesmo tendo uma discretização maior do corpo cilíndrico, não apresentam resultados condizentes com a literatura, ao contrário das outras simulações. Somente o caso 7.2A utiliza-se de 300 painéis e das melhorias desenvolvidas, podendo ser diretamente comparado com o caso 7.1A para verificação do impacto positivo, sendo isso mostrado no item 5.4.

São apresentados a seguir:

- A validação do método realizada para o cilindro circular isolado para as diferentes configurações de parâmetros, assim como uma especificação extra que resultou na Configuração C, obtida por uma aferição mútua.
- Os resultados iniciais das primeiras simulações somente para fenômenos envolvendo V.I.V.: essas são as simulações que se mostraram incompatíveis com a literatura em geral. Elas serão apresentadas pois fizeram parte do que foi programado neste trabalho e porque servem de comparação para mostrar como as modificações realizadas impactaram positivamente os resultados estando todas na Configuração A.
- Os resultados após as modificações das simulações a respeito dos fenômenos V.I.V. sob configurações diferentes, que exprimiram resultados adequados envolvendo as quatro configurações, principalmente as Configurações B, C e D.
- Os resultados de simulações somente para fenômenos envolvendo o efeito solo em $g \leq 0,80$, considerados dentro do esperado, juntamente com os resultados de investigações a respeito do efeito solo, de aferição de parâmetros, entre outras coisas (em Configurações A, B e C).
- Simulações envolvendo os dois fenômenos nas configurações possíveis para $g = 0,05$, $g = 0,80$, $f_x = 0,40$ e $f_x = 0,04$, em Configurações B e C.

5.2 Validação do Método

Dentre as configurações de parâmetros estudadas, quatro configurações para a discretização do corpo foram úteis para as explicações dos fenômenos. Três delas são baseadas no que se tem atualmente como nominal na disciplina Dinâmica da Vorticidade cursada no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Itajubá, que utilizam um tempo incremental de $\Delta t = 0,05$. A outra configuração surge de uma investigação baseada na aferição de parâmetros para o estudo de algumas particularidades do efeito solo. Nota-se pela Tabela 5.2 que todas as simulações apresentaram algum desvio do comportamento experimental, mas, de modo geral, podem ser consideradas simulações aceitáveis para descrição do escoamento ao redor de um cilindro isolado. O número de painéis que discretizam o cilindro, Δt e σ_o de cada simulação são mantidos em todo o estudo e estão dispostos na Tabela 5.2. Ao longo do estudo pode-se perceber vantagens de cada uma das configurações em relação as outras, sendo a Configuração A a que mais se aproxima do caso mais bidimensional ensaiado por Nishino (2007) e Bimbato (2008), a configuração B sendo bem próxima aos resultados obtidos com a configuração A e possuindo a vantagem de ser muito mais rápida para se simular (e a desvantagem de teoricamente ser menos precisa), a configuração D demonstrou ótimos resultados e é extremamente rápida para se simular, embora seja considerada a menos precisa, teoricamente, dentre as quatro. A Configuração C possui várias particularidades positivas, detalhes constam na Seção 5.2.1.

Tabela 5.2: Comparação dos Resultados para o Cilindro Isolado

Caso	Np	σ_o	Δt	C_D	C_L	St	$\theta_{sep}(^\circ)$
Experimental	-	-	-	$1,20 \pm 10\%$	-	$0,19 \pm 10\%$	78 - 82
Bimbato (2008)	300	0,0010	0,050	1,25	0,02	0,21	68
1A	300	0,0010	0,050	1,19	0,02	0,21	73* (76)
1B	100	0,0032	0,050	1,20	-0,05	0,22	86 (83)
1C	100	0,0036	0,065	1,15	0,03	0,21	76 (79)
1D	50	0,0090	0,050	1,19	-0,05	0,21	79 (86)

Fonte: Produzida pelo autor com base nos dados recolhidos em Bimbato (2008). O arrasto e o N° de Strouhal experimentais foram obtidos de Blevins (1984), os ângulos de separação obtidos de Son e Hanratty (1969) e Milne-Thomson (1955). **Obs:** Considera-se isolado, para efeito das simulações realizadas neste trabalho, o cilindro a uma distância do chão de $g \geq 1000$. O asterisco “*” nesta tabela indica valor com muito ruído no gradiente de pressão, o valor entre parênteses é o valor obtido após tratamento de filtragem do sinal, sendo unicamente realizado nestas simulações. Os valores dos ângulos de separação foram ainda designados à média entre os módulos superior e inferior do ângulo de separação. Os cálculos foram realizados considerando ciclos completos do coeficiente de sustentação em valores estáveis afastados do transiente numérico ($t > 25$) e utilizando-se ao menos 5 ciclos completos da sustentação.

Rigorosamente, o ponto de separação da C.L. é atribuído a um ponto onde a velocidade tangencial não varia com a direção normal (POTTER; WIGGERT, 2011, 284). Sabe-se, contudo, que é necessário um gradiente adverso de pressão para que o fenômeno ocorra. É razoável associar o ponto de descolamento da C.L. ao ponto de máximo gradiente de pressão para se estimar o ponto de descolamento. Este foi o critério utilizado neste trabalho. Nota-se, contraintuitivamente, que um alto número de painéis torna mais imprecisa a obtenção deste ponto, como pode ser visto na Figura 5.1. Pela Tabela 5.2 nota-se que uma passagem de filtro aproxima os ângulos de separação do que se é esperado pela literatura experimental quando o número de painéis que discretizam o cilindro é suficientemente alto. Existem muitos métodos de suavização possíveis, muitos deles descritos em Ge e Xie (2019). O tipo utilizado aqui foi o padrão do MatLab, da função “smooth”, que consiste em um filtro passa-baixa de média móvel.

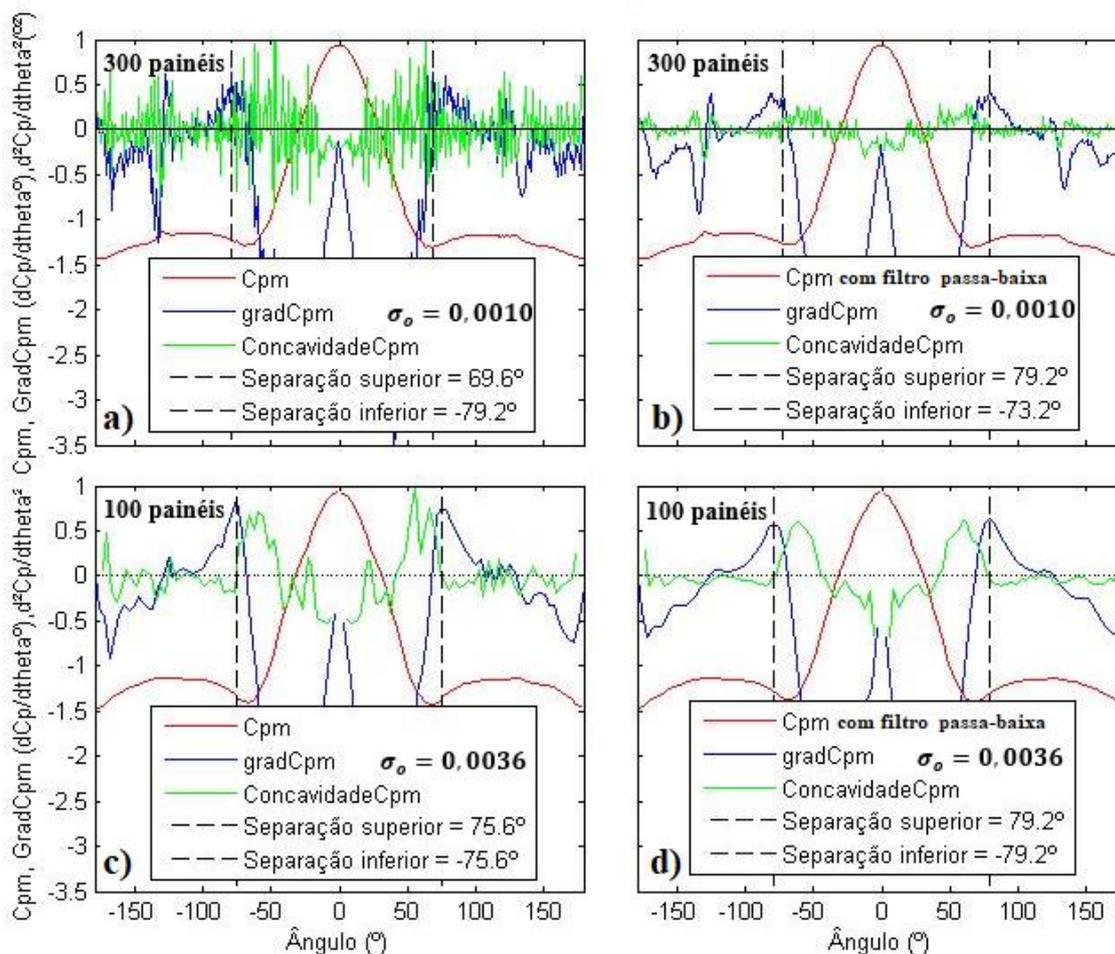


Figura 5.1: Gradiente de pressão: Comparação entre diferentes configurações e efeito de suavização por filtro passa-baixa de média móvel.

De modo geral, o melhor comportamento para a zona de separação da C.L. foi obtido pelo Caso 1C, embora o melhor comportamento para a região após a separação foi obtido no Caso 1A, como pode ser visto na Figura 5.2. Todos os comportamentos foram aceitáveis para uma simulação numérica.

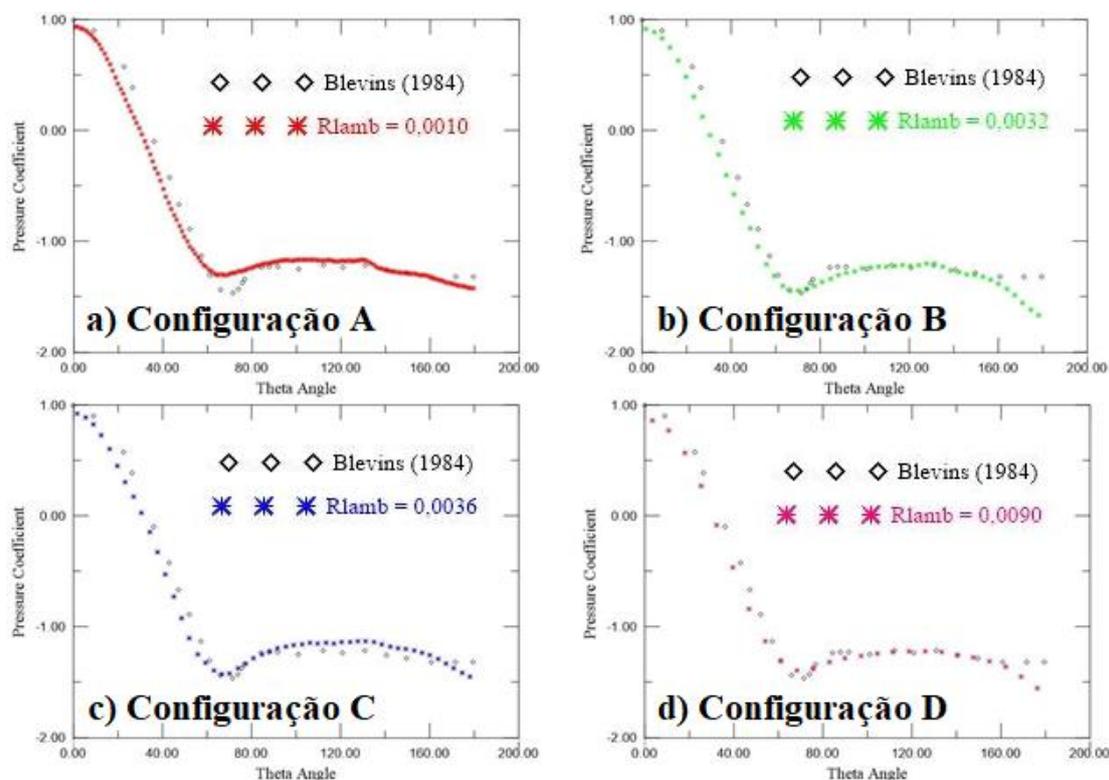


Figura 5.2: Configurações diferentes comparadas ao resultado experimental de Blevins (1984).

A maior discretização da superfície inferiu um maior ruído no gradiente de pressão, mas isso não é refletido nos carregamentos integrados, uma vez que a configuração com 300 painéis foi a que obteve menor ruído e a com 50 painéis o maior ruído para o arrasto e sustentação. Todavia, o comportamento de todas as curvas de carregamentos fluidodinâmicos integrados é muito parecido nas 4 simulações, e seguem o mesmo padrão da Figura 5.3.

Os espectrogramas dispostos na Figura 5.3 recuperam aproximadamente a amplitude média e mostram que as respostas para a sustentação e arrasto estão dominadas sobre a frequência do St e $2St$, respectivamente. As características dos pontos A, B, C e D são mostradas na Figura 5.4 e descrição de um ciclo da sustentação será feito baseado nesses

pontos. A distribuição de pressão é mostrada em modo polar, sendo a origem o equivalente a um $C_p = -4$.

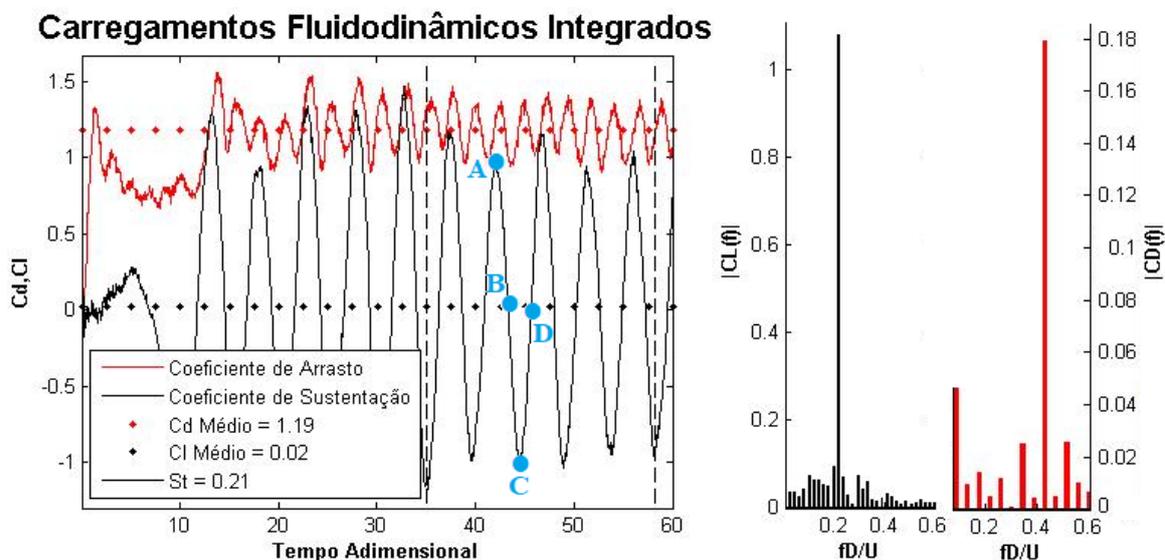


Figura 5.3: Carregamentos fluidodinâmicos no domínio do tempo e da frequência.
Configuração 300 painéis (caso 1A).

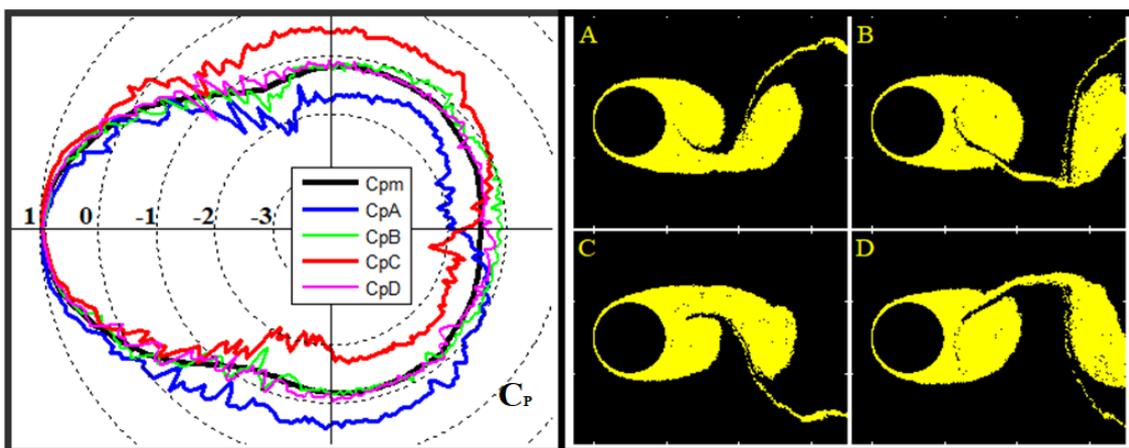


Figura 5.4: Característica dos pontos assinalados na Figura 5.3: Distribuição de pressão ao longo do corpo e esteira próxima (300 painéis).

Os pontos A e C são espelhados em relação ao eixo horizontal e caracterizam-se por um processo simultâneo: uma estrutura vorticosa vem tomando forma próxima ao corpo e contribuindo para o desprendimento de uma estrutura oposta a caminho do desprendimento completo. Percebe-se que a pressão é menor no hemisfério onde a estrutura nasce, principalmente entre a região que compreende o ponto de separação da C.L. e o centro do bordo de fuga, ou seja, o nascimento de uma estrutura é um fenômeno

que causa redução da pressão próxima ao corpo. O hemisfério oposto, onde uma estrutura está sendo incorporada pela esteira, é caracterizado por um aumento da pressão, ou seja, o processo de desprender uma estrutura gera um aumento da pressão na superfície próxima. Tendo o eixo horizontal como referência, os dois fenômenos são concordantes quanto ao aumento ou diminuição da sustentação, e, portanto, caracterizam o ponto máximo e mínimo da sustentação. No caso do ponto A, tanto a formação de uma estrutura vorticosa no hemisfério superior quanto o desprendimento de uma estrutura vorticosa no hemisfério inferior favorecem o aumento da sustentação, sendo o ponto de máxima sustentação. Analogamente o ponto C é o ponto de mínima sustentação. O mesmo não pode ser dito para o arrasto, pois percebe-se pela Figura 5.4 que os fenômenos são conflitantes, uma vez que o nascimento de uma estrutura induz queda de pressão da superfície próxima, na base do cilindro, e o desprendimento induz um aumento da pressão da superfície próxima, também na base do cilindro, mas no quadrante oposto. Percebe-se, ainda, que nesses pontos o arrasto está em uma zona crescente pela Figura 5.3.

Na passagem dos pontos A para B e C para D ocorrem os pontos máximos do arrasto, em um ponto nas redondezas da média entre eles onde o efeito do crescimento da estrutura vorticosa junto ao corpo é aumentado ao passo que o efeito do desprendimento no lado oposto é reduzido. Quando os pontos B e D são atingidos, a estrutura vorticosa que antes estava em formação já está no limiar do início do processo de desprendimento. A estrutura vorticosa oposta, que antes estava em final do desprendimento, já está incorporada à esteira. Exceto pelas flutuações, a distribuição de pressão nesses dois pontos é muito próxima à distribuição média, como é visto na Figura 5.4, o que quer dizer que são distribuições com simetria em relação ao eixo horizontal, e, portanto, a sustentação é praticamente nula nesses pontos. Pela proximidade com a distribuição média, o arrasto nesses pontos está próximo ao arrasto médio de todo o período, mas, contrariamente aos pontos A e C, o arrasto situa-se em uma zona de decrescimento, rumo ao mínimo que ocorre tanto entre B e C quanto entre D e o ponto seguinte de máximo local da sustentação (mesmas propriedades do ponto A).

5.2.1 Condições Extras para a Configuração C

Percebe-se em Hiwada et al. (1986) uma independência da sustentação em relação a espessura da camada limite. Esse comportamento condiz com o observado, de modo

geral, em Lei, Cheng e Kavanagh (1999) e Nishino (2007), em situações que fisicamente possuem diferenças marcantes e possuem correspondência com o que anteriormente apresentaram Roshko, Steinolfson e Chattoorgoon (1975). Observa-se um comportamento comum da sustentação, muito dependente da distância entre o corpo e o chão e menos dependente da espessura da camada limite e do número de Reynolds que os diferenciam. Os estudos citados, possuem um número de Reynolds acima de 10^4 , é importante frisar.

Foi imposta para a configuração C, além da correspondência com a literatura experimental com o cilindro isolado, que a sustentação obtida no ponto $g \approx 0,20$ tivesse um valor próximo a essas curvas obtidas experimentalmente, ou seja, o método de aferição foi feito mutuamente para uma condição obtida na presença do efeito solo e na ausência. O parâmetro otimizado para essa tentativa foi o σ_o . Sendo fundamental o norteamento dado pelo trabalho de Mustto, Hirata e Bodstein (1998) quanto aos parâmetros de escala, embora não se tenha seguido à risca este estudo devido à extrema restrição para maiores números de painéis. As constantes de escala foram tomadas em igualdade para o corpo cilíndrico e o chão, dando a mesma importância aos dois corpos, o que resultou em uma configuração de 30 painéis para cada módulo no chão, sendo um módulo um conjunto de painéis com 1D de comprimento total, e 100 painéis discretizando o corpo cilíndrico. O incremento temporal foi obtido indiretamente pela solução da E.T.V. para o modelo de vórtice discreto de Lamb conservando o raio do núcleo do vórtice discreto nascente por toda a simulação. A correlação é dada por:

$$\Delta t \approx \frac{\sigma_o^2 \text{Re}}{4C_{Lamb}} \quad (5.1)$$

Ao se aproximar do objetivo, notou-se automaticamente que o resultado convergia para a configuração de Nishino (2007) com ajuste tangencial, em altos *gaps*. Na Figura 5.5 percebe-se que o objetivo quanto a representação da sustentação pode ser obtido aceitavelmente. Na Figura 5.6 percebe-se que atingir tal comportamento não é algo simples para os métodos numéricos, bidimensionais ou tridimensionais, quando todas as tentativas de Nishino (2007) falham ao se aproximar do resultado experimental em $Re = 10^5$, mesmo estando o cilindro relativamente isolado em $g = 1,00$, o que mostra o alto potencial que o M.V.D. possui comparativamente aos outros métodos numéricos.

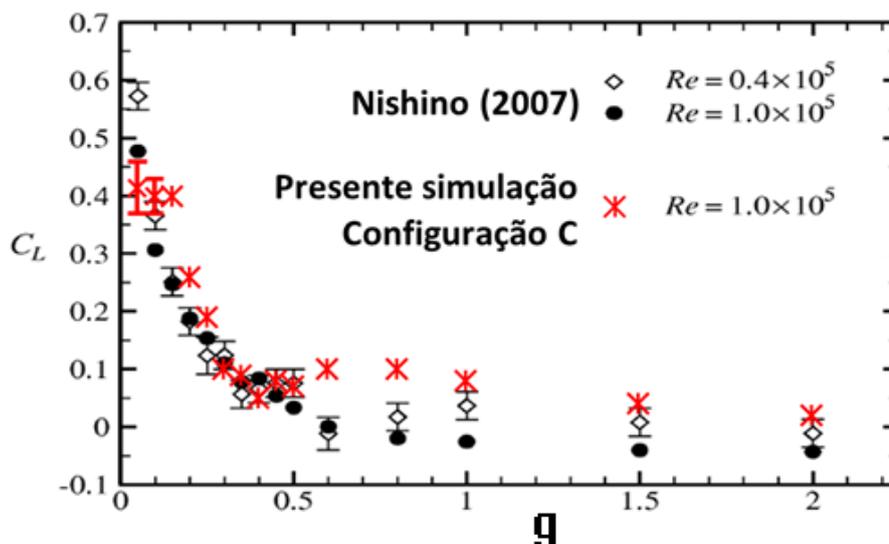


Figura 5.5: Comportamento da sustentação obtido com a configuração C. Figura extraída de Nishino (2007) com a configuração do cilindro tangenciando as placas com sobreposição da simulação na configuração C realizada neste trabalho.

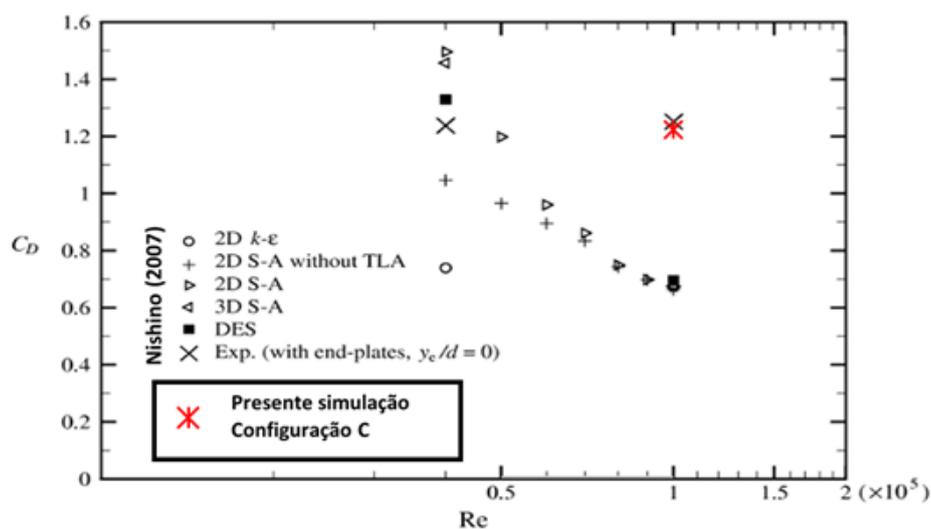


Figura 5.6: Comparação entre vários métodos numéricos para simulação de altos Re subcríticos e $g = 1,0$. Figura extraída de Nishino (2007) com sobreposição da simulação na configuração C.

Desta forma, estendeu-se o estudo para toda a faixa simulada por Nishino (2007) com a configuração tangencial, reconhecendo que esta configuração de parâmetros oferecia a oportunidade de se estudar as semelhanças e principalmente as diferenças em relação a curva com ajuste tangencial. Será visto nas seções seguintes que além da proximidade em grande intervalo com esse resultado experimental, o que já é uma aplicação da configuração obtida, essa configuração também apresentou ótima correspondência com a literatura experimental para descrever fenômenos de V.I.V. Embora ela não seja a

configuração que mais se aproxime do ajuste mais bidimensional de Nishino (2007), ela obteve ótimos resultados em muitos aspectos, e possui a vantagem de se atingir com menos *steps* determinado tempo adimensional estipulado, uma vez que indiretamente foi especificado um incremento de tempo um pouco maior.

5.3 Casos não Modificados com Oscilação *In-Line*

Seguindo a programação do estudo, foram simulados dez casos envolvendo a oscilação *in-line*, sendo quatro deles envolvendo o efeito solo simultaneamente. Essas simulações foram as realizadas antes das modificações discutidas no Capítulo 4, referente ao efeito da aceleração do corpo, e na Seção 4.2.5, quanto à adequação da condição de contorno. Contrariamente aos casos modificados, os resultados a seguir não apresentam compatibilidade com a literatura experimental para altas frequências (baixas velocidades reduzidas forçadas). A Tabela 5.3 reúne os resultados obtidos, todos com 300 painéis discretizando o corpo, nas configurações do Caso 1A.

Os cálculos foram realizados, de modo geral, em grandes intervalos ($\Delta t > 30$) longe do transiente numérico ($t \geq 25$) e em ciclos completos de oscilações do cilindro. A medição em $f_x = 0,20$, por exceção, teve que ser tomada próxima ao transiente numérico ($11,70 \leq t \leq 72,35$) para se atingir um intervalo que anulasse uma flutuação de baixa frequência, mas alta amplitude que impactava consideravelmente em intervalos menores.

A maior parte da literatura estuda um intervalo de frequências de interesse que são maiores que as duas menores frequências estudadas. De fato, o impacto da frequência 0,04 não foi visto em nenhuma das três simulações que a utilizam, sendo duas juntamente com o efeito solo, onde o mesmo comportamento observado com o cilindro imóvel em mesmo *gap* foi visto. O único efeito diferente observado foi a fraca dominância da frequência de oscilação visto a resposta do arrasto no espectrograma da simulação 21A. O impacto da frequência 0,08 também foi bem sutil, observando-se um muito pequeno aumento no arrasto, um aumento na flutuação do coeficiente de arrasto (C_{DRMS}) e uma fraca dominância no espectrograma do arrasto, que é algo relativamente esperado conforme se aumenta f_x .

Tabela 5.3: Resultados Casos não Modificados

Caso	g	f_x	Vr_x	Modo	C_D	C_L	$\frac{f_{CL}}{f_x}$	$\frac{St-f_{CL}}{f_{CL}}$	C_{LRMS}	C_{DRMS}	f_{CD}
2A	1000	0,04	25,0	AI	1,17	-0,01	5,25	0,21	0,78	0,26	0,27
3A	1000	0,08	12,5	AI	1,24	0,02	5,25	0,21	0,81	0,36	0,08
4A	1000	0,20	5,00	AIV+S	1,11	0,02	0,50	0,10	0,91	0,54	0,2
5A	1000	0,34	2,94	AIV	0,76	0,00	0,50	0,17	0,72	0,34	0,34
6A	1000	0,40	2,50	S	0,17	0,01	-	-	0,06	0,32	0,4
7.1A	1000	0,60	1,67	S	0,31	-0,03	-	-	0,10	0,28	0,6
20A	0,05	0,04	25,0	-	0,71	0,43	1,00	0,04	0,24	0,16	0,04
21A	0,80	0,04	25,0	AI	1,36	0,05	5,50	0,22	0,96	0,28	0,04
22A	0,05	0,40	2,50	S/2*	0,52	0,99	1,00	0,40	0,93	0,32	0,4
23A	0,80	0,40	2,50	AIV**	0,62	0,10	0,50	0,20	0,53	0,38	0,4

Fonte: Produzida pelo autor. O asterisco “*” refere-se que o modo só se desprende de um lado e do outro é suprimido. O desprendimento desse lado se assemelha ao modo S, só que sem o correspondente oposto. “**” o modo é difícil de definir porque saem duas formações juntas, semelhante ao AIV, mas não tem liberdade para se propagar para baixo.

Conforme a frequência aumenta, percebe-se o seu impacto. O coeficiente de arrasto estranhamente encontra um ponto de mínimo nas redondezas de $Vr_x \approx 2,5$ ($f_x/St_o \approx 2$), região que contrariamente é associada a um ponto de máximo arrasto encontrado experimentalmente (JARŽA; PODOLSKI, 2004; NISHIHARA; KANEKO; WATANABE, 2005) ou numericamente (KONSTANTINIDIS; LIANG, 2011; SONG; SONG, 2003). Outros trabalhos utilizando o M.V.D. nas configurações não modificadas também obtiveram o mínimo do arrasto na zona $f_x/St_o \approx 2$ (MARTINS, 2017; SIQUEIRA, 2011) e um comportamento comum a este ponto, que foi o desprendimento em modo simétrico (S). No entanto, a literatura de vibrações forçadas *in-line* encontra desprendimento alternativo nessa fração de frequência (NISHIHARA; KANEKO; WATANABE, 2005; ONGOREN; ROCKWELL, 1988a; SONG; SONG, 2003). A dominância do modo simétrico só foi observada por Ongoren e Rockwell (1988b) com a amplitude $A_x = 0,13$ à partir de $f_x/St_o \geq 3$, sendo que Song e Song (2003) com mesmo Re só conseguiram obter o modo simétrico dobrando a amplitude para $A_x = 0,26$ em $f_x/St_o = 3$. Em uma amplitude menor e um $Re = 1,7 - 3,4 \times 10^4$, assim como os dois estudos anteriores, os experimentos de Nishihara, Kaneko e Watanabe (2005) só obtiveram o modo simétrico dominante à partir de $f_x/St_o \geq 3$, ainda assim, mais enfraquecido comparado ao observado por Ongoren e Rockwell (1988b). A Figura 5.7 mostra três simulações usando o MVD com o mesmo N° de painéis (300), mesmo $\sigma_o = eps$, sendo eps a distância que do centro do vórtice nascente ao ponto de controle, mesmo incremento de tempo (0,05), mesma amplitude de oscilação, sendo (a) resultado da

presente simulação, (b) e (c) de Martins (2017) e Siqueira (2011), respectivamente que podem ser comparadas ao estudo numérico de (d) Song e Song (2003) em $Re = 855$ e mesma amplitude de oscilação, e aos estudos experimentais de (e) Nishihara, Kaneko e Watanabe (2005), $Re = 1,7 \times 10^4$ e $A_x = 0,05$ e (f) Ongoren e Rockwell (1988b), de mesma amplitude da simulação presente mas $Re = 855$:

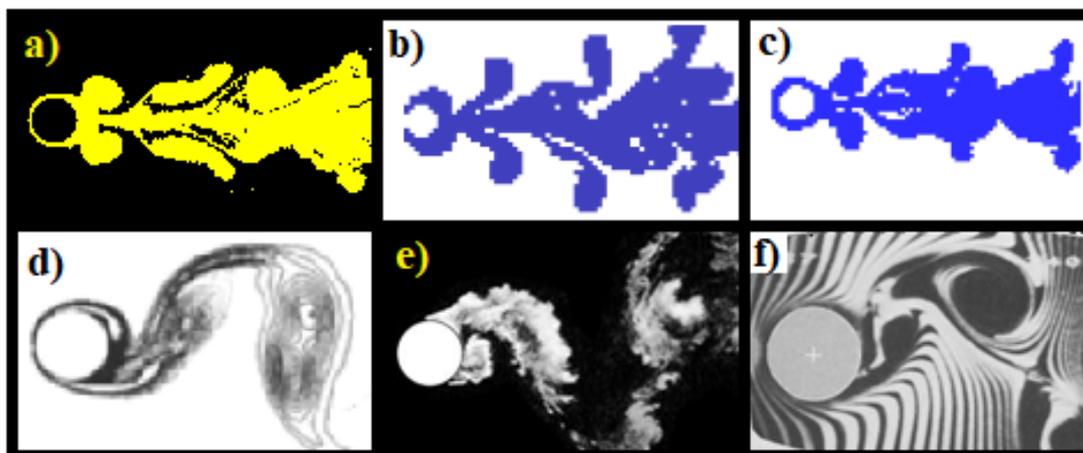


Figura 5.7: Comparação entre estudos de vibração forçada *in-line* para a fração de frequência $f_x/St_o \approx 2$. Retiradas de: (a) Presente estudo antes das modificações, (b) Martins (2017), (c) Siqueira (2011), (d) Song e Song (2003), (e) Nishihara, Kaneko e Watanabe (2005) e (f) Ongoren e Rockwell (1988b).

Nota-se a correspondência entre (d), (e) e (f), antissimétricos, e a não correspondência desse grupo com (a), (b) e (c), simétricos. A discrepância do comportamento do arrasto médio quanto ao ponto de máximo pode ser observada na Figura 5.8. Os estudos de Song e Song (2003) e Nishihara, Kaneko e Watanabe (2005) mostram que a amplitude do arrasto deve crescer com o aumento da frequência de oscilação, como pode ser visto na Figura 4.12. Os estudos do Capítulo 4 e Capítulo 2 mostram que a amplitude do arrasto cresce diretamente com a amplitude de oscilação. Para uma mesma amplitude de oscilação, as amplitude de arrasto obtidas nas simulações foram próximas às mostradas no trabalho de Siqueira (2011) e divergentes de Song e Song (2003) como mostrado na Figura 5.8.

Ao analisar o comportamento da relação de frequência da Figura 2.10a, percebe-se também a não compatibilidade do resultado com a literatura, principalmente para $f_x/St_o \approx 2$ ($Vr_x = 2,5$) em que praticamente toda a literatura experimental de vibrações *in-line* forçadas ou livres obtém uma relação $f_{CL}/f_x \approx 0,5$. Desta forma, a frequência em

$f_x = 0,04$ não produz efeito substancial e a frequência $f_x = 0,40$ é alta o suficiente para estar completamente descrita do fenômeno, e o efeito da oscilação *in-line* sobre o solo é uma amostragem sem grande credibilidade nesse estudo.

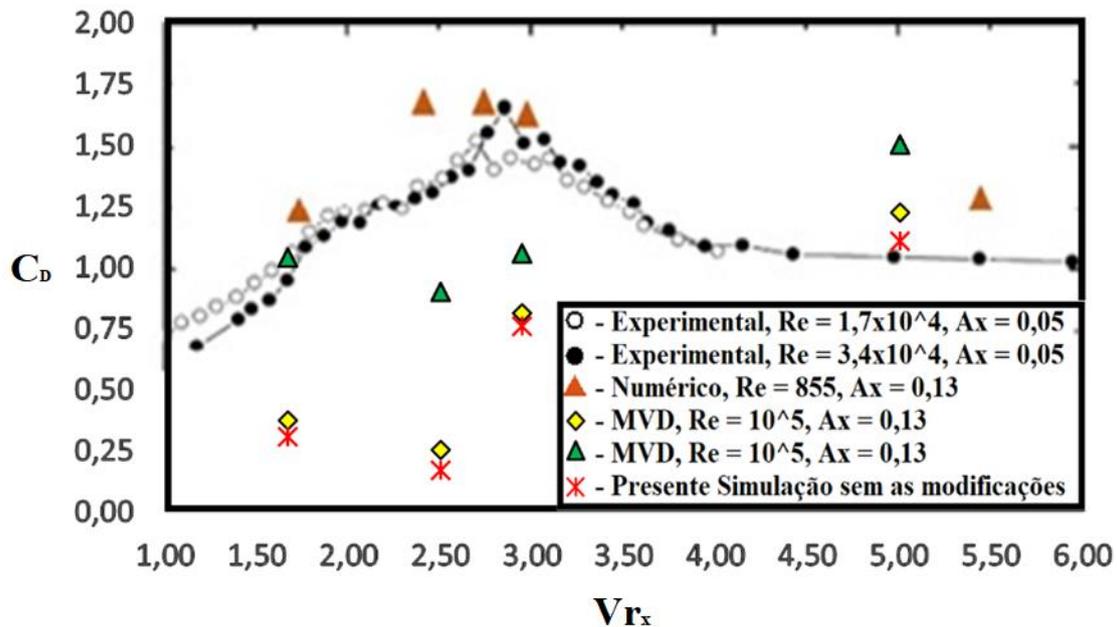


Figura 5.8: Discrepância do comportamento do arrasto quanto ao pico. Figura adaptada de Nishihara, Kaneko e Watanabe (2005) com os marcadores circulares. Dados sobrepostos dos estudos de Song e Song (2003) (triângulo laranja), Siqueira (2011) (losango), Martins (2017) (triângulo verde) e presente estudo com casos não modificados (asterisco).

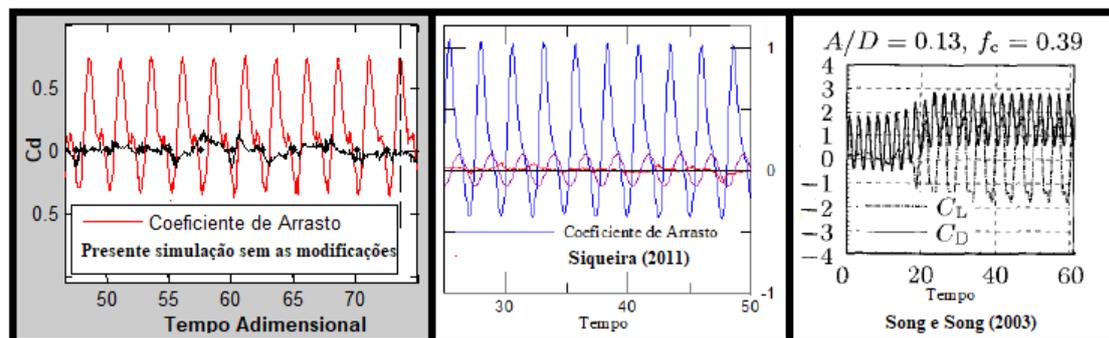


Figura 5.9: Comparação das amplitudes do arrasto em $f_x/St_o \approx 2$. Figura à esquerda referente à simulação presente. Figuras central e à direita extraídas e adaptadas de Siqueira (2011) e Song e Song (2003) respectivamente.

5.4 Casos Modificados com Oscilação *In-Line*

As modificações resultantes da revisão matemática que engloba o Capítulo 4 foram empregadas a fim de se investigar se o comportamento relativo aos fenômenos de V.I.V. apresentavam uma maior correspondência com a literatura em altas frequências de excitação, ou seja, baixas velocidades reduzidas. O resultado teórico para o comportamento da amplitude do arrasto em um cilindro isolado já havia tido ótima correspondência com a literatura experimental, conforme mostrado na Figura 4.12. Este resultado, contudo, não pode ser aplicado ao se perder a simetria física do problema, como a aproximação do cilindro à parede, e, desta forma, a contribuição da aceleração do corpo deve compor a Equação (4.124), e o impacto passa a não ser trivial.

Inicialmente, em um estudo monitorado para rápido recolhimento de resultados, o comportamento do efeito de V.I.V. *in-line* foi estudado isolado do plano com a configuração de 50 painéis (Configuração D) discretizando o corpo, sendo o efeito da aceleração atribuído na Equação (4.124), precedendo a integração que resulta os carregamentos fluidodinâmicos. O coeficiente de pressão passa a variar com o tempo independentemente do carregamento, o que é um inconveniente, de acordo com a Equação (4.112). Do modo que o programa computacional está configurado, a integração discreta para a obtenção dos carregamentos considera $C_p = 2B + 1$, enquanto pela Equação (4.112) ele deveria ser $C_p = 2B + 1 - u^2$. Contudo, por propriedades do teorema da divergência e de corpo rígido sem rotação, percebe-se que em qualquer instante o valor de u^2 é constante sobre a superfície do corpo em movimento, o que faz com que a contabilização de $-u^2$, ou não, no cálculo do C_p não tenha impacto algum sobre o cálculo dos carregamentos, como mostra, por exemplo, a Equação (4.116).

Após observar boa correspondência com a literatura, demais situações foram estudadas com uma configuração de painéis conforme as configurações B e C e serão apresentados em suas seções.

5.4.1 O Estudo de V.I.V. *In-Line* com 50 painéis Discretizando o Cilindro Circular:

Com as modificações implementadas, na Tabela 5.4 a seguir é apresentado o resultado geral assim como as simulações realizadas nessas configurações. Todas as

medições foram feitas em grandes intervalos longe do transiente numérico ($\Delta t \geq 25$) em ciclos completos de oscilação. Nem todas as medições atingiram ciclos completos do C_L , o que resulta em alguns desvios. Alguns desvios com este número baixo de painéis já são esperados, trata-se de um estudo qualitativo, mas que apresentou ótimos resultados quantitativos. O principal intuito é validar as modificações previstas por teoria.

Observa-se que para a faixa $2,27 \leq Vr_x \leq 2,94$ a relação $f_{CL}/f_x = 0,50$ e o fenômeno de atrelagem síncrona é observado. Song e Song (2003), com uma mesma amplitude encontra o *lock-in* para a faixa $2,27 \leq Vr_x \leq 2,78$, no entanto $Vr_x = 2,94$ foi um valor não simulado em seu estudo. Desta forma, a primeira correspondência com a literatura é encontrada, pois encontra o *lock-in* em todas as frequências encontradas por Song e Song (2003) utilizando a $A_x = 0,13$. Nota-se que o máximo C_D foi obtido em $Vr_x = 2,56$, identicamente a Song e Song (2003) e muito próximo aos estudos de Jarža, Podolski (2004) e Konstantinidis e Liang (2011), com métodos de perturbação do fluido experimentalmente e numericamente, respectivamente. A comparação com Nishihara, Kaneko e Watanabe (2005), um estudo experimental com altos Re e oscilação puramente forçada, mostra uma compatibilidade muito alta, como pode ser visto na Figura 5.10.

Tabela 5.4: Simulações de V.I.V. *In-Line* com 50 Painéis e Modificações

Caso	f_x	Vr_x	g	C_D	C_L	f_{CD}	f_{CL}	f_{CL}/f_x	$C_{D_{RMS}}$	$C_{L_{RMS}}$
2D	0,04	25,0	1000	1,21	0,05	0,43	0,22	5,50	0,17	0,91
3D	0,08	12,5	1000	1,16	0,02	0,41	0,21	2,63	0,18	0,84
4.1D	0,20	5,00	1000	1,27	0,05	0,20	0,22	1,10	0,26	0,92
4.2D	0,22	4,55	1000	1,18	0,04	0,22	0,16	0,73	0,29	0,98
5.1D	0,34	2,94	1000	1,47	-0,15	0,34	0,17	0,50	0,42	1,34
5.2D	0,36	2,78	1000	1,41	-0,11	0,36	0,18	0,50	0,42	1,25
5.3D	0,39	2,56	1000	1,48	-0,08	0,39	0,195	0,50	0,53	1,23
6.1D	0,40	2,50	1000	1,38	0,10	0,40	0,20	0,50	0,57	1,13
6.2D	0,44	2,27	1000	1,38	-0,06	0,44	0,22	0,50	0,78	1,04
7.1D	0,60	1,67	1000	1,10	-0,01	0,60	0,18	0,30	1,86	0,65
7.2D	0,60*	1,67	1000	1,47	-0,08	0,60	0,15	0,23	3,24	1,11

O asterisco “*” designa a exceção de uma amplitude simulada com $A_x = 0,26$.

Como salientado na Seção 2.2, um aumento da amplitude normalmente é acompanhado de um aumento na região de *lock-in*, segundo a Figura 2.9. A Figura 5.11 reforça que as modificações realizadas foram bem sucedidas e evidenciam o potencial que o M.V.D. possui para aplicação dos estudos envolvendo V.I.V. Este estudo que, inicialmente, serviria para um norteamento qualitativo, obteve excelentes resultados quantitativos com apenas 50 painéis.

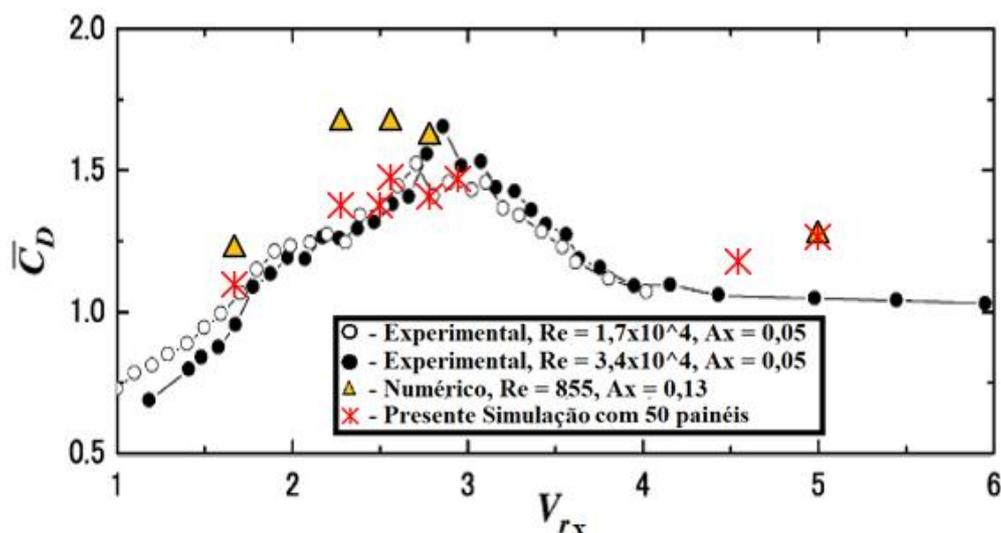


Figura 5.10: Comportamento do arrasto com a variação da velocidade reduzida forçada após implementações desenvolvidas. Figura com os resultados do presente estudo (asterisco) com um $Re = 10^5$, $A_x = 0,13$ e 50 painéis discretizando o corpo sobrepostos juntamente com dados obtidos de Song e Song (2003) (triângulo) na figura retirada de Nishihara, Kaneko e Watanabe (2005) (círculos).

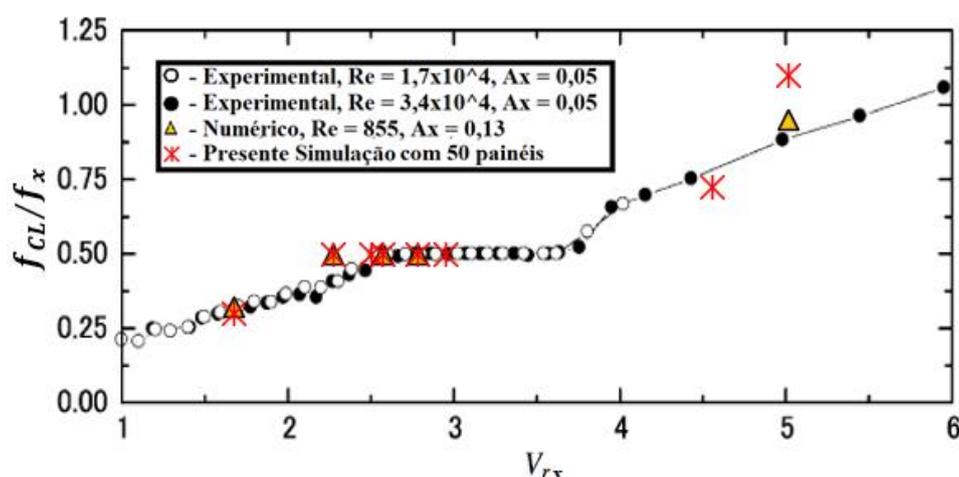


Figura 5.11: Fração de frequências e região de *lock-in*. Figura com os resultados do presente estudo (asteriscos) com um $Re = 10^5$, $A_x = 0,13$ e 50 painéis discretizando o corpo sobrepostos juntamente com dados obtidos de Song e Song (2003) (triângulos) na figura retirada de Nishihara, Kaneko e Watanabe (2005) (círculos).

Os modos de desprendimento são mais facilmente identificados quando se utiliza uma discretização mais refinada do corpo, o que implica em mais vórtices discretos no M.V.D. Os estudos com maior número de painéis obtiveram formações de estruturas um pouco mais estáveis, e os modos de desprendimento serão descritos nas seções seguintes.

Uma simulação com o dobro da amplitude (Caso 7.2D da Tabela 5.4) foi realizada com o intuito de se investigar se as amplitudes da simulação se aproximavam da literatura com a inclusão dos efeitos da variação da inércia nos cálculos, pois uma alta frequência e alta amplitude são dois fatores que impactam em alta aceleração e efeitos inerciais. Esta simulação também é útil para se verificar o comportamento da fase do coeficiente do arrasto em relação ao movimento do corpo. Segundo a Figura 2.10d, é de se esperar que o arrasto e o movimento estejam aproximadamente em mesma fase para essa baixa velocidade reduzida ($V_{rx} \approx 1,67$). Isso pode ser confirmado na Figura 5.12, que também mostra que a simulação conseguiu reproduzir uma amplitude e comportamento do arrasto próximo ao obtido por Song e Song (2003).

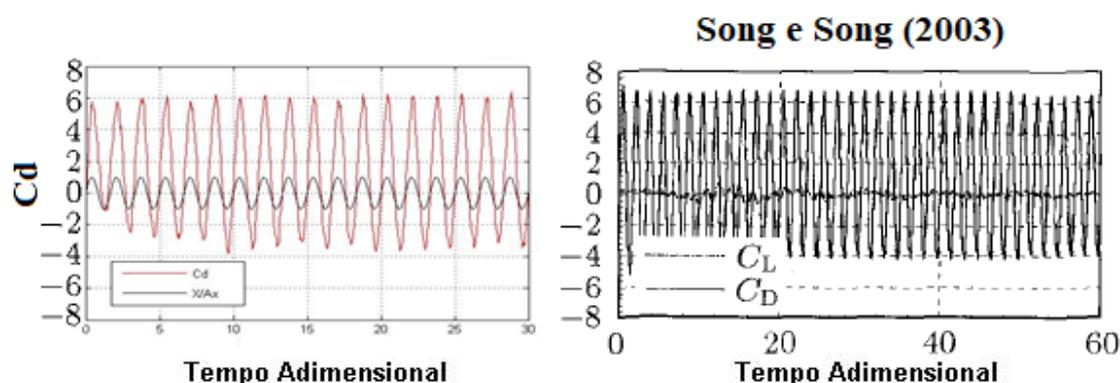


Figura 5.12: Pequena diferença de fase entre o arrasto e o movimento do corpo e ao domínio inercial da amplitude do arrasto a altas frequências (Caso 7.2D da Tabela 5.4). Na figura à esquerda é mostrado o resultado da presente simulação para $A_x = 0,26$ e $f_x = 0,60$ para um $Re = 10^5$. A curva em vermelho remete ao arrasto e a curva preta à fração $X(t)/A_x$. A figura à direita foi extraída de Song e Song (2003) e simula as mesmas condições com um $Re = 855$.

Com uma mesma frequência de $f_x = 0,60$ das situações mostradas na Figura 5.12, uma simulação com 300 painéis foi realizada sobre a amplitude de $A_x = 0,13$, comparando a situação não modificada (Caso 7.1A da Tabela 5.3) com a que se empregou as duas modificações (Caso 7.2A da Tabela 5.7), que é estudada na seção seguinte. Contudo, nesta seção de validação das modificações, será mostrada essa comparação para mostrar o quanto essas modificações são importantes. A Figura 5.13 a seguir mostra a imensa diferença entre os casos, sendo a situação modificada coerente com a literatura e não modificada completamente incoerente com a literatura

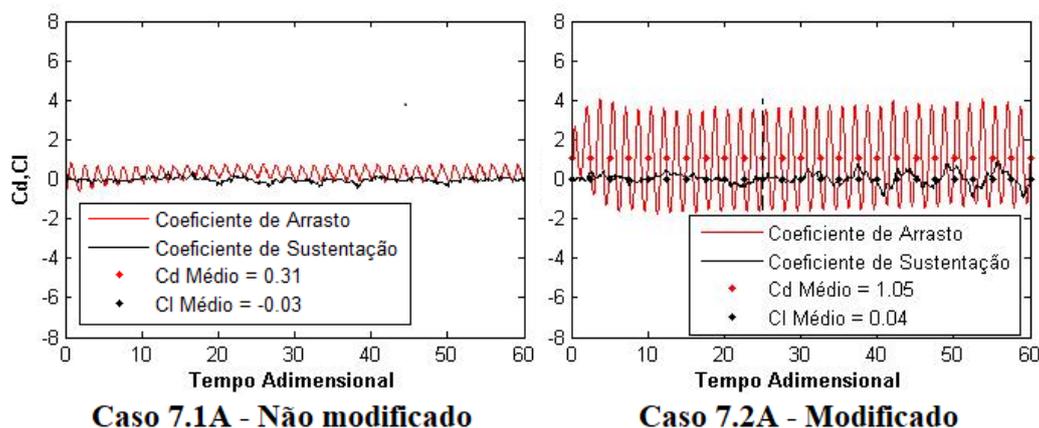


Figura 5.13: A adequação promovida pelas modificações.

Comparando-se a Figura 5.13 com a Figura 5.12, estando todas as figuras plotadas no eixo vertical no intervalo $[-8, 8]$, fica claro que a amplitude da situação não modificada está incorreta. O valor médio do arrasto também verifica-se que foi adequadamente correspondente somente após as modificações serem empregadas ao se comparar com os resultados experimentais de Nishihara, Kaneko e Watanabe (2005) e numéricos de Song e Song (2003) na Figura 5.10. Fica evidente que a aplicação das modificações feitas nesse trabalho precisam ser empregadas para a boa correspondência física.

5.4.2 O Estudo de V.I.V. *In-Line* com Maior Discretização do Corpo

Com um maior número de painéis discretizando a superfície do corpo, as formações vorticosas foram mais evidentes, e uma gama muito grande de fenômenos pode ser observada. Os modos de competição descritos por Ongoren; Rockwell (1988b) se tornam mais evidentes e o complexo escoamento infere respostas complexas. Embora normalmente se encontre uma frequência dominante nos carregamentos, as análises espectrais mostram que o sinal é composto por mais de uma frequência, de forma que rigorosamente não existe um intervalo finito de tempo que anule todas as componentes sinusoidais de um sinal. Tendo isso em vista, para medições extremamente precisas é necessário um intervalo de tempo muito grande, principalmente quando aparecem baixas frequências com alguma representatividade no espectro do sinal. Aumentar muito o tempo das simulações não é conveniente devido ao custo e tempo computacional, que já é muito elevado. Desta forma, padronizou-se as medições em um intervalo razoavelmente longe do transiente numérico de $25 \leq t \leq 75$, o que implica um $\Delta t = 50$, que implica, por sua vez, em um número inteiro de oscilações para todas as simulações analisadas. Esta abordagem favorece a medição do arrasto, uma vez que a frequência dominante do

arrasto em geral é idêntica à frequência de oscilação. Esta abordagem, contudo, pode desfavorecer a sustentação, o que não possui muita importância, pois é subentendido que para um espaço amostral suficientemente maior o valor da sustentação deve ficar nas redondezas de zero. A maioria dos estudos de vibração *in-line* somente apresentam valores da flutuação da sustentação devido a este entendimento.

Devido à precisão da FFT ser dependente da frequência da amostragem e do próprio intervalo de amostragem ($f_{bin} = 1/\Delta t = 0,02$), algumas medições do espectro do sinal podem não identificar o pico precisamente, necessitando de tratamento de sinal. Na Figura 5.14 é mostrado um exemplo desta situação. Quando a espectro do sinal evidenciou somente duas frequências dominantes com picos muito próximos, como na Figura 5.14, atribui-se à média ponderada pela amplitude dos sinais ao ponto de pico espectral. Felizmente pouquíssimos foram os casos dessa necessidade, o que não justifica uma abordagem complexa de tratamento de sinais. As mesmas frequências de excitação da Seção 5.3 foram refeitas nas configurações B ($\sigma_o = 0,0032$ e $\Delta t = 0,05$) e C ($\sigma_o = 0,0036$ e $\Delta t = 0,065$) com 100 painéis discretizando o cilindro. Estas relações respeitam o raio de infiltração difusivo inicial, dado em função da adimensionalização da Equação (4.47). Todas as simulações possuem $A_x = 0,13$.

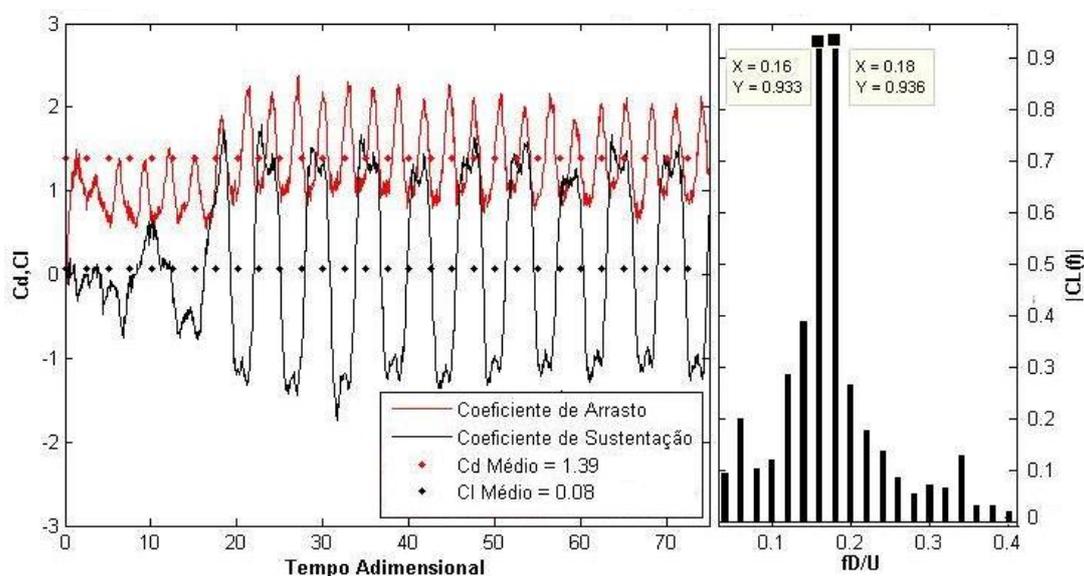


Figura 5.14: Exemplo de resposta à oscilação forçada. Caso 5.1C: $f_x = 0,34$, $\sigma_o = 0,0036$, $\Delta t = 0,065$ com 100 painéis.

A Tabela 5.5 reúne os resultados para a configuração com 100 painéis, $\sigma_o = 0,0032$ e $\Delta t = 0,05$. O modo de desprendimento indicado é o preferencial visto nas simulações.

Tabela 5.5: Simulações de V.I.V. *In-Line* com 100 Painéis e $\sigma_o = 0,0032$:

Caso	f_x	Vr_x	g	C_D	f_{CL}	f_{CL}/f_x	Modo	C_L	C_{LRMS}	C_{DRMS}
2B	0,04	25,0	10^3	1,19	0,22	5,50	AI	-0,01	0,90	0,16
3B	0,08	12,5	10^3	1,17	0,22	2,75	AI	-0,03	0,85	0,19
4B	0,20	5,00	10^3	1,24	0,20	1,00	AI	0,21	0,91	0,30
5.1B	0,34	2,94	10^3	1,47	0,17	0,50	AIII	0,17	1,17	0,38
5.2B	0,36	2,78	10^3	1,47	0,18	0,50	AIII	0,17	1,20	0,40
6.1B*	0,40	2,50	10^3	1,48	0,20	0,50	AIII+S	0,02	1,10	0,59
7B	0,60	1,67	10^3	1,10	0,16	0,27	S+A**	0,07	0,45	1,86

Obs: “*” amostragem de complexa atribuição do modo devido a perturbação da amostragem por um desprendimento simétrico (único). “**” A remete a antissimétrico.

Com os mesmos critérios de medições, os mesmos pontos foram simulados para a configuração C, cuja Tabela 5.6 apresenta os resultados.

Tabela 5.6: Simulações de V.I.V. *In-Line* com 100 Painéis e $\sigma_o = 0,0036$:

Caso	f_x	Vr_x	g	C_D	f_{CL}	f_{CL}/f_x	Modo	C_L	C_{LRMS}	C_{DRMS}
2C	0,04	25,0	10^3	1,15	0,20	5,00	AI	0,04	0,72	0,14
3C	0,08	12,5	10^3	1,12	0,20	2,50	AI	0,05	0,67	0,13
4.1C	0,20	5,00	10^3	1,10	0,18	0,90	AI	-0,01	0,73	0,24
5.1C	0,34	2,94	10^3	1,40	0,17	0,50	AIII	0,08	1,10	0,43
5.2C	0,36	2,78	10^3	1,47	0,18	0,50	AIII	0,09	1,13	0,55
6.1C*	0,40	2,50	10^3	1,27	0,20	0,50	AIII+S	0,16	0,86	0,64
7C	0,60	1,67	10^3	1,10	0,18	0,30	S-S+A	0,10	0,54	1,83

Obs: “*” amostragem de complexa atribuição do modo devido a perturbação do sinal no meio da amostragem por desprendimentos simétricos. Detalhes no texto.

Observa-se de modo geral a correspondência dos resultados. Os valores da sustentação, como salientado anteriormente, foram preteridos nas medições, contudo a configuração C se mostrou um pouco mais condizente. Os modos de desprendimento da configuração C tiveram equivalência com a configuração B. Observa-se na Figura 5.11 regiões de mudança de comportamento, próximas ao começo e fim do *lock-in* nas redondezas de $Vr_x \approx 2,30$ e $4,00$, respectivamente. Observa-se também que o modo S obtido nas duas simulações foi bem enfraquecido, onde a influência da esteira foi notada visualmente, refletindo-se na resposta dos carregamentos fluidodinâmicos. Neste sentido, esses três casos especiais foram estudados com abordagens especiais. Medições entre intervalos diferentes foram realizadas para investigar fenômenos observados pelas animações produzidas das simulações. A Tabela 5.7 resume os resultados que serão explicados no decorrer do texto.

Tabela 5.7: Estudo de Casos Especiais em Pontos Estratégicos ($g = 10^3$)

Caso	f_x	Vr_x	g	C_D	f_{CL}	f_{CD}	f_{CL}/f_x	Modo	C_L	C_{LRMS}	C_{DRMS}
4.2C	0,25	4,00	10^3	1,18-1,21	0,12-0,125	0-0,12	0,48-0,50	AI+S	-0,01-0,04	1,07-1,12	0,11-0,12
6.2B	0,44	2,27	10^3	1,29-1,31	0,18-0,26**	0,44	0,41-0,50	S+A	-0,05	0,70-0,72	0,71-0,72
6.2C	0,44	2,27	10^3	1,22-1,37*	0,18-0,26**	0,44	0,41-0,50	S+A	0,04-0,07	0,70-0,94	0,79
7.2A	0,60	1,67	10^3	0,84-1,04	0-0,18	0,60	0-0,3	S-S+A	0,03-0,07	0,18-0,37	1,84-1,85

As frequências assinaladas com “**” em 0,26 são picos expressivos próximos em amplitude ao pico em 0,18, mas sempre menor. A ponderação por amplitude arredondada levaria ao pico que designaria o *lock-in*. Devido à diferença ser relativamente grande, talvez o mais adequado seja atribuir um “quase *lock-in*”. As medições em altos intervalos de tempo para o caso 6.2C encontra o *lock-in* em $f_{CL} = 0,22$. Essa medição, contudo, é uma amostragem que captura uma zona de máximo arrasto, obtendo um valor que está um pouco acima da média da simulação em $C_D = 1,37$ (*).

As simulações 2B, 2C, 3B e 3C possuem a frequência da sustentação muito próxima à do corpo isolado e estacionário, logo o desprendimento é dominado completamente pelo caráter oscilatório da esteira, sendo muito semelhante ao modo de von Kármán. A única diferença notada é o aparecimento da frequência de excitação no espectro de frequência do arrasto. Para as simulações na configuração B, a frequência de excitação supera levemente a habitual observada no cilindro isolado de $f_{CD} = 2f_{CL}$. Isso não ocorre para as simulações nas configurações C para $f_x \leq 0,08$. A amplitude média do coeficiente de arrasto é muito baixa, e essa diferença observada nas respostas espectrais não é importante. A Figura 5.15 exhibe os carregamentos fluidodinâmicos, a amplitude da sustentação no domínio da frequência e a densidade espectral do sinal do arrasto, ilustrando o observado:

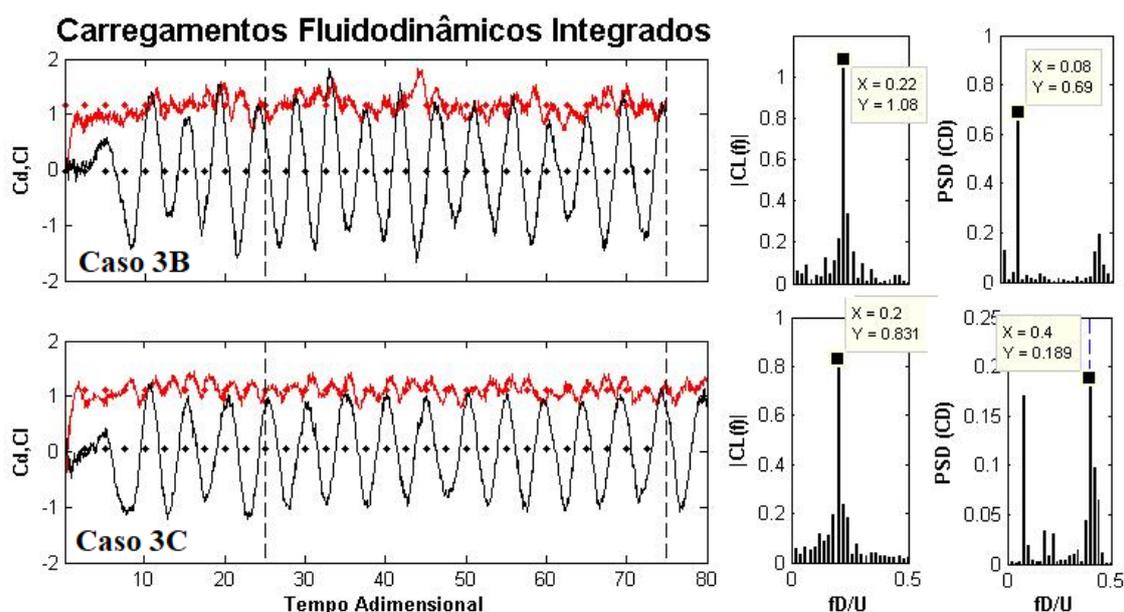


Figura 5.15: Comportamento para baixíssimas frequências de excitação.

O movimento oscilatório é uma influência simétrica, enquanto a esteira natural, uma influência antissimétrica (CAGNEY; BALABANI, 2013b). A descaracterização da esteira de von Kármán começa a ser percebida próximo a $f_x/St_o \approx 1,00$. Até esta fração, englobando os casos 1, 2, 3, 4.1 nas configurações B ou C, o modo de desprendimento preferencial foi o AI para todas as simulações. Na Figura 5.16 são mostrados exemplos desse modo de desprendimento, onde a influência simétrica e a mudança da estabilidade da esteira de von Kármán pelo efeito simétrico pode ser percebida pelo caso 4.1B.

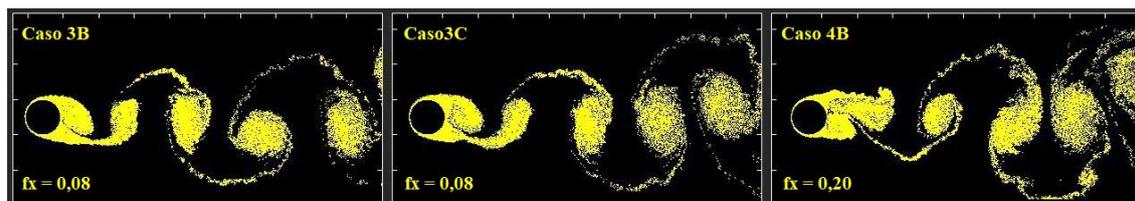


Figura 5.16: Modos de desprendimento AI.

O Caso 4.1B teve a frequência dominante da sustentação sincronizada com a excitação, característica de oscilações transversais. Contudo, diferentemente das oscilações transversais, a sincronização do arrasto ocorreu em mesma frequência. Essa sincronização pode ter ocorrido mutuamente em um mesmo valor devido à proximidade do número de Strouhal, sendo provavelmente uma coincidência. Não se nota diferenças visuais relevantes no comportamento entre as simulações 4.1B e 4.1C.

O ponto limiar entre o *lock-in* estudado no Caso 4.2C exibe um comportamento distinto dos demais até aqui descritos. Segundo a Figura 2.6 trata-se de uma região próxima ao ponto de extrema competição entre o modo simétrico e antissimétrico. Essa extrema competição é facilmente percebida nos efeitos de formação e desprendimento de estruturas vorticosas. Da formação até o limiar de desprendimento, a dominância da simetria é percebida pela Figura 5.17. No entanto, o efeito alternativo da esteira se mostra dominante nesse limiar de desprendimento. Os efeitos simétricos e antissimétricos são tão representativos, que o modo mais se parece uma fusão entre os dois modos S e AI do que uma competição em que cada um vence em algum período, de modo que não se possa dizer que o desprendimento seja simétrico, nem que a esteira muito próxima caracterize a esteira de von Kármán, embora por vários períodos as formações logo se reorganizem proximamente a esse modo, como pode-se perceber na Figura 5.17

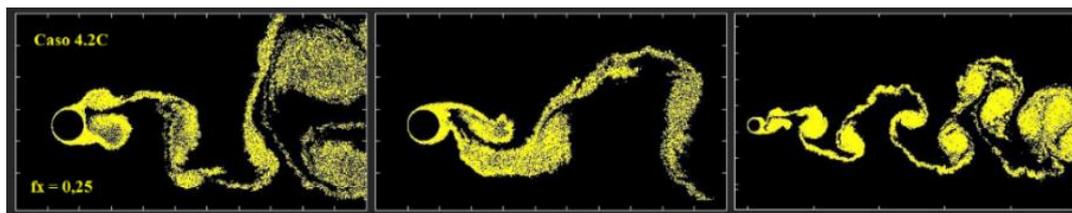


Figura 5.17: Características simétricas e antissimétricas do Caso 4.2C.

Na Figura 5.18 percebe-se que a medição dos carregamentos fluidodinâmicos médios não varia praticamente quando feita em ciclos de oscilação do corpo ou oscilação da sustentação após a estabilização em tempos maiores. Indicando que o fenômeno de atrelagem síncrona ocorreu a partir de $t \geq 40$, com a frequência da sustentação atingindo exatamente $0,5f_x$. A passagem entre a não atrelagem e a atrelagem é sutil, mas mostra nesse ponto especial um fenômeno interessante que é a difusão do espectro de potência do sinal de C_D , mostrado na Figura 5.18. Nota-se que mesmo na primeira medição onde existe um intervalo de não atrelagem, a frequência dominante do C_D anormalmente não se aproximava da frequência de excitação, revelando uma forte anulação entre efeitos da vorticidade e da variação inercial. Para frequências de excitação maiores, há uma súbita dominância da frequência de excitação no espectro de potência do arrasto. Pode-se dizer que o comportamento singular da passagem para a zona de *lock-in* foi identificado com êxito.

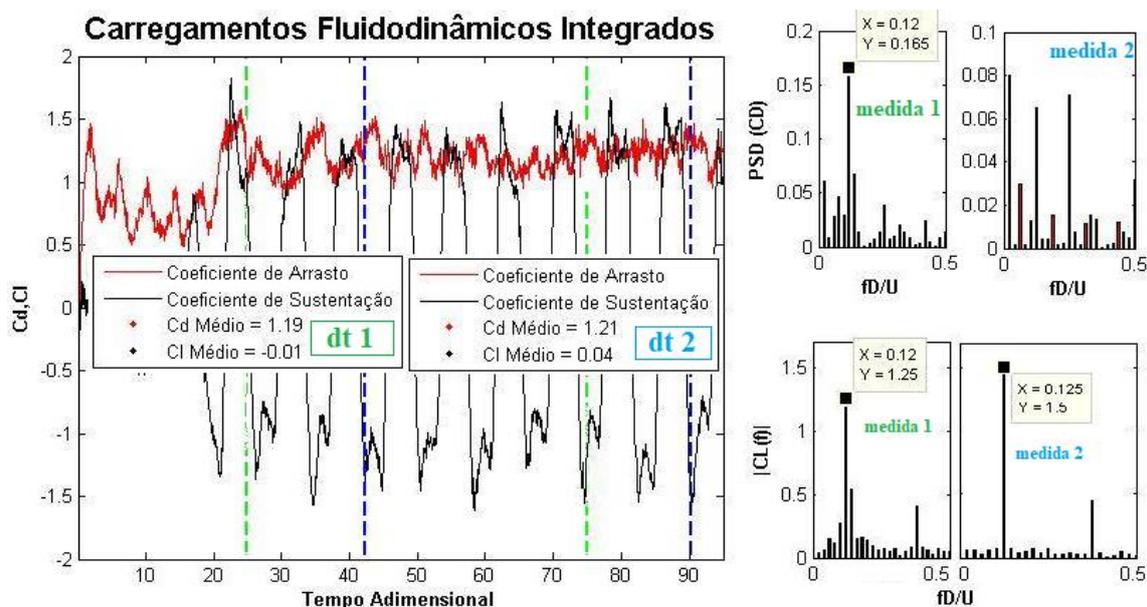


Figura 5.18: Levantamento em Medições em Diferentes Intervalos para o Caso 4.2C.

O modo AIII exibe forte dominância sobre as simulações 5.1 e 5.2 nas configurações B ou C, e pode ser observado na Figura 5.19. Na Figura 5.14, apresentada no começo

desta seção, é mostrado o comportamento geral dos carregamentos quando este modo é dominante. A tendência dessa faixa é manter sempre o padrão entre duas estruturas vorticosas de um lado e uma do outro, preferindo um lado, onde nota-se duas estruturas do começo ao final da simulação quando não há nenhuma perturbação. Este comportamento também foi observado por Ongoren e Rockwell (1988b) quando o modo AIII foi o único modo encontrado em $f_x/St_o = 2$. A razão de frequência em que puramente o modo AIII é observado é um pouco menor do que 2, mas condiz com o observado por Song e Song (2003).

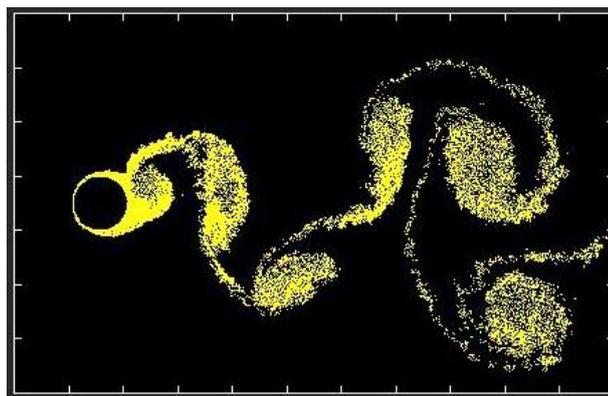


Figura 5.19: Modo AIII - Caso 5.2C - $f_x = 0,36$.

Conforme a frequência de excitação aumenta, os efeitos simétricos aumentam e perturbam a estabilidade do modo de desprendimento e dos carregamentos, como consequência. A exatamente $f_x/St_o = 2$, Song e Song (2003, 125-126) relatam a dificuldade de se classificar o modo de desprendimento, podendo ser visto os modos AIII e AIV. Em $f_x = 0,40$ e $0,44$, também foram encontradas dificuldades na atribuição e análise de dados. Em $f_x = 0,40$, para ambas as configurações o modo AIII é o dominante, mas o aparecimento de modos simétricos perturba a amostragem, aparecendo frequências baixas com amplitudes significativas nos carregamentos. Anular o ciclo dessas baixas frequências, contudo, necessitaria de uma simulação maior ou medições englobando o transiente numérico, comprometendo a amostra da mesma forma. A perturbação pelo modo simétrico ocorreu uma única vez e duas vezes na simulação do Caso 6.1B e 6.1C respectivamente. O Caso 6.1B após o desprendimento simétrico curiosamente inverteu os lados de desprendimento 2 a 1 do modo AIII. O ponto onde o modo simétrico se desprende é facilmente identificado pelas curvas de carregamento, o que sugere um entrelaçamento entre causa e efeito desse fenômeno, pois, ao que tudo indica, ele pode ser previsto pela redução das flutuações dos carregamentos.

Na Figura 5.20 é mostrado que o modo de desprendimento AIII mantém o *lock-in* até que a flutuação dos carregamentos decaia consideravelmente e uma formação simétrica rompa o modo AIII, que vinha se desprendendo com duas formações na parte superior e uma na inferior, entre $40 < t < 50$. Após essa formação o desprendimento volta ao modo AIII, porém passa a desprender duas estruturas vorticosas na parte inferior e um na superior. Essa inversão, ao o que tudo indica, é aleatória, pois observando os casos 6.1C, 6.2B e 6.2C a inversão não ocorre necessariamente. O espectro da amplitude do arrasto no domínio da frequência revela uma amplitude não desprezível (0,25) de baixa frequência em $f = 0,04$. Essa oscilação é visível em tempos adimensionais maiores. Contudo, o intervalo de medição da Tabela 5.5 é de $\Delta t = 50$, portanto apropriado para anular essa componente solenoidal. Na maioria das vezes isso não seria tão simples de se realizar, uma vez que podem existir várias componentes expressivas e o intervalo de simulação é limitado.

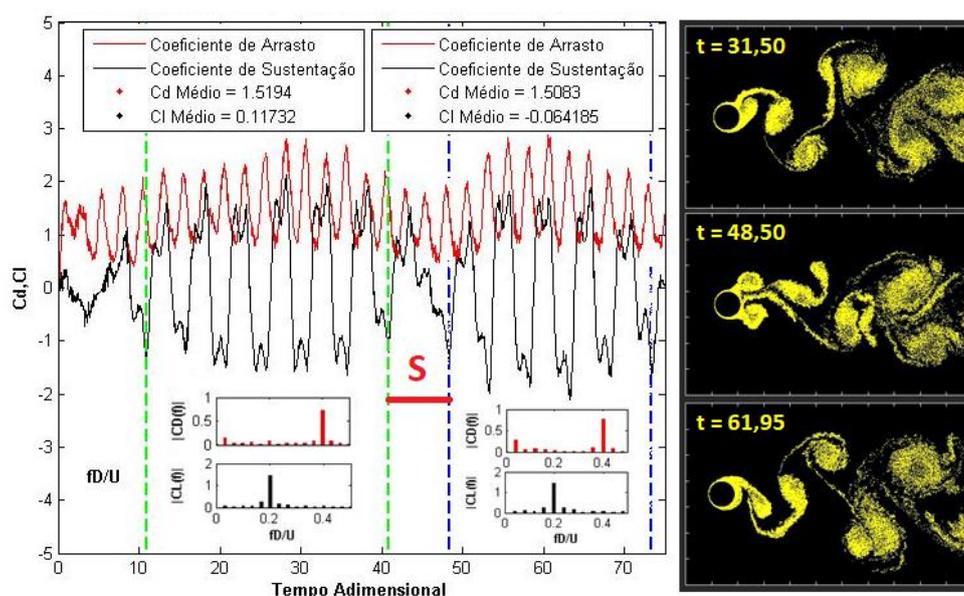


Figura 5.20: Inversão do desprendimento AIII passando por um desprendimento simétrico. Caso 6.1B.

Os intervalos de medições das simulações são insuficientes para se atestar que as raras aparições do modo S em $f_x = 0,40$ sejam cíclicas, aproximadamente cíclicas ou se faça um estudo estatístico assim como Ongoren e Rockwell (1988b). Percebe-se principalmente com simulações em maiores frequências de excitação, que a aparição do modo S é associada a uma zona de baixa flutuação, ou seja, a diminuição dos valores de $C_{L_{RMS}}$. Em $f_x = 0,44$ esse aparecimento deixa de ser exótico e observa-se inclusive

reincidências. Nota-se que assim como o limiar de entrada em *lock-in* em $f_x = 0,25$ caracteriza uma zona de alta competição entre modos simétricos e alternativos, o mesmo é observado no limiar do fim do *lock-in* em $f_x = 0,44$. Embora o modo AIII possa ser observado, devido a não estabilidade do desprendimento muitas vezes só se pode atribuir o caráter “alternado” ao desprendimento, e assim foi classificado na Tabela 5.7. Song e Song (2003) para a mesma velocidade reduzida obtiveram um comportamento mais estável, atribuindo a competição somente aos modos AIII e S. Contudo, resultados experimentais de Nishihara, Kaneko e Watanabe (2005) para uma velocidade reduzida muito próxima mostram um caráter com maior flutuação da amplitude máxima dos ciclos. Isso foi observado ao final da simulação de Song e Song (2003). De modo geral, o resultado está dentro da coerência desses dois estudos. A Figura 5.21 compara as amplitudes da sustentação entre os três estudos para uma Vr_x próxima. Pela Figura 5.21 percebe-se que o arrasto se comporta razoavelmente próximo a Song e Song (2003).

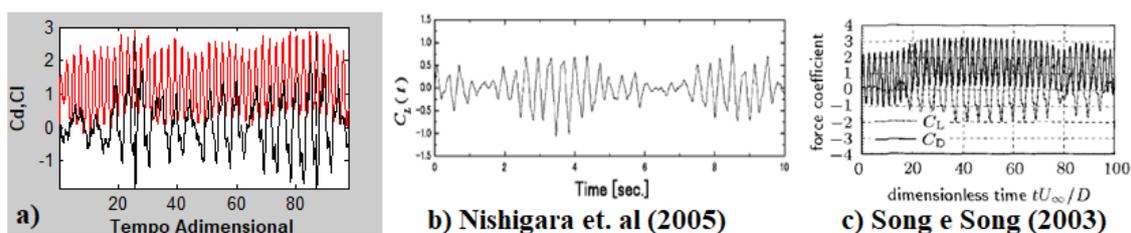


Figura 5.21: Comparação entre os carregamentos próximo a $Vr_x = 2,27$. Fonte: a) Presente estudo: Caso 6.2C simulado com $Re = 10^5$, $A_x = 0,13$ e $Vr_x = 2,27$. Arrasto em vermelho e sustentação em preto. b) Retirada de Nishihara, Kaneko e Watanabe (2005), com $Re = 3,4 \times 10^4$, $A_x = 0,05$ e $Vr_x = 2,2$. c) Retirada de Song e Song (2003), com $Re = 855$, $A_x = 0,13$ e $Vr_x = 2,27$.

Na Figura 5.22 é mostrado que sob a frequência de excitação $f_x = 0,44$ o desprendimento pode apresentar características do modo S (a), do modo AIII (b), ou ainda dos dois modos, apresentando características simétricas e alternativas (c), se assemelhando ao desprendimento observado experimentalmente por Nishihara, Kaneko e Watanabe (2005) para uma Vr_x próxima (d).

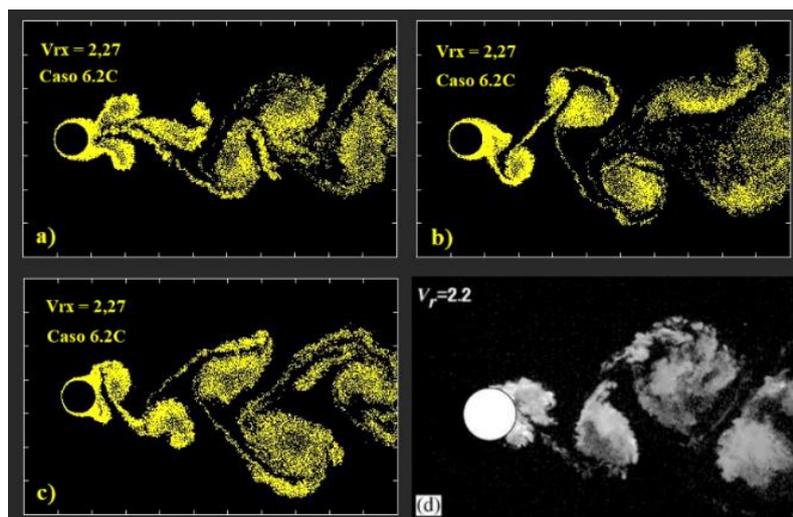


Figura 5.22: Influência simétrica e antissimétrica para $Vr_x \approx 2,27$. Figura d) retirada de Nishihara, Kaneko e Watanabe (2005).

Ongoren e Rockwell (1988b) obtiveram coerentemente o modo S em uma $f_x/St_0 = 3$ em uma amplitude de 13% e um $Re = 0,13$. Os experimentos de Nishihara, Kaneko e Watanabe (2005) para altos Re mostram que o efeito da esteira é sentido mais próximo ao corpo em frequências altas, como mostrado na Figura 2.8, ou adquirir um padrão turbulento. Contudo, o modo S pode ser visto com uma menor coerência e se propagando por menores extensões entre $1,5 \leq Vr_x \leq 1,7$, sendo um pouco mais notável em 1,5 e adquirindo padrão turbulento em $Vr_x = 1,25$. A faixa acima engloba $f_x = 0,60$, que corresponde a $Vr_x = 1,67$. Visto isso, as simulações sobre a frequência $f_x = 0,60$ buscaram encontrar o modo S com razoável coerência por 2 ciclos. As simulações envolvendo as configurações B, C, e D foram semelhantes, e obtiveram um arrasto condizente com o esperado quanto a média e amplitude, mas não conseguiram perpetuar por muito tempo o modo simétrico, pois o efeito da esteira se mostrava presente com o passar do tempo de simulação, resultando em um modo híbrido com efeitos alternativos e simétricos na maior parte do tempo. Conforme foi observado em literatura, o modo S é raro de se obter coerentemente, a revisão aqui realizada mostra por exemplo o estudo de Cagney & Balabani (2013) que somente conseguiu ver coerentemente esse modo para $f_x/St_0 = 2,78$ e estima uma faixa bem estreita onde a observação do fenômeno seja possível (dominância de S). Foi concluído nestes resultados que o modo S é associado à baixos valores de $C_{L_{RMS}}$, e pode-se perceber em simulações como a 6.1B e 6.1C que pequenas perturbações não permitem o modo S de se reincidir. Trata-se de um modo instável para ser o dominante, portanto. Visto que utiliza-se um Re ainda maior que

Nishihara, Kaneko e Watanabe (2005), é possível que este modo não consiga manter a coerência que se gostaria de observar, ou que a frequência para atingi-la seja um ato de sorte de se acertar precisamente. Uma simulação com 300 painéis discretizando o corpo foi realizada para $f_x = 0,60$, visto que a perturbação dos carregamentos integrados foi menor com essa configuração, conforme a Seção 5.2 mostrou. O resultado, de modo geral consegue exprimir o que as simulações com menor discretização do corpo também exprimiram. Este resultado será descrito e a diferença entre as demais simulações serão apontadas.

De modo geral, todas as simulações com $f_x = 0,60$ iniciam seus primeiros desprendimentos em modo simétrico. Com o decorrer da simulação, o efeito alternativo da esteira vai se mostrando presente, na medida em que a velocidade da esteira é menor que a velocidade das estruturas simétricas, e o efeito alternativo pode ser observado continuamente se infiltrando mais próximo ao corpo. Na Figura 5.23 é mostrado que as características simétricas podem ser observadas até o final da simulação, entretanto, a fotografia do instante $t = 57,64$ é um exemplo da influência alternada que se reflete no desprendimento das estruturas vorticosas. As características alternadas só atingiram a primeira formação de estruturas junto ao corpo para $t > 30,00$.

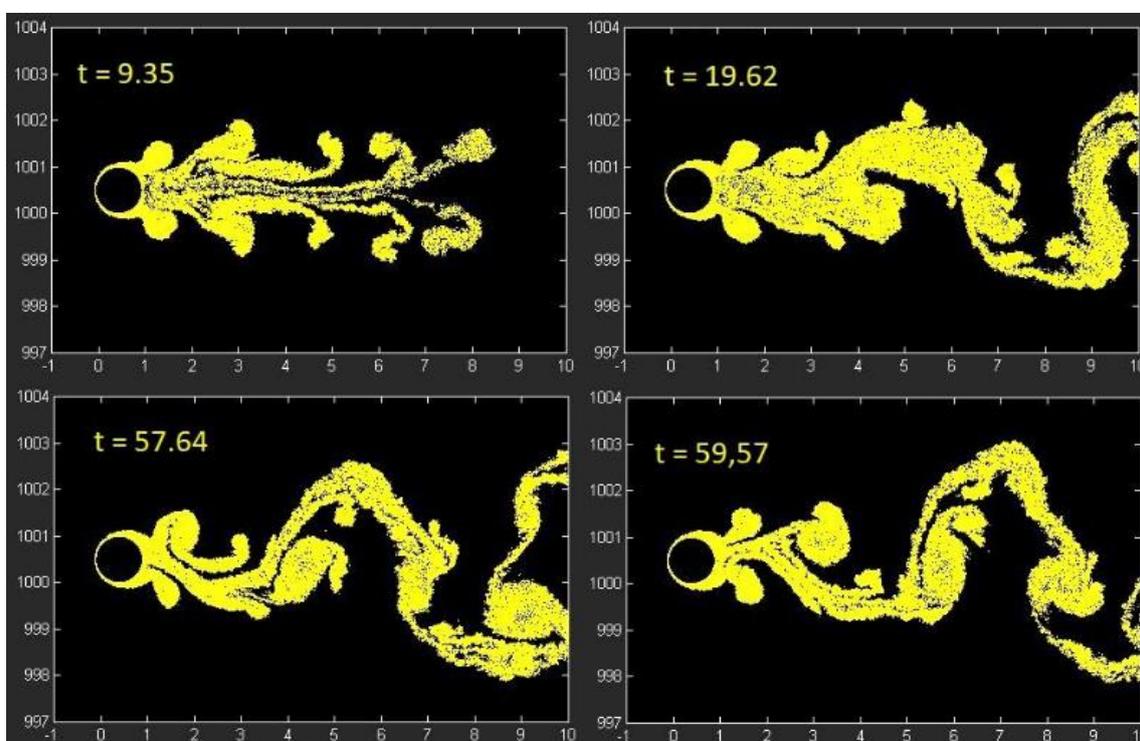


Figura 5.23: Comportamento do desprendimento em $Vr_x = 1,67$, Caso 7.2A.

A chegada do efeito alternativo da esteira em $t > 30,00$ pode ser claramente identificada nas curvas de carregamento, sendo que acima desse valor é perceptível o aumento da flutuação da sustentação. Na Figura 5.24 é mostrado esse comportamento. Percebe-se na medição entre linhas verdes que a flutuação do C_L não possuía periodicidade até a mudança de comportamento. A medição do $C_{L_{RMS}}$ passa de 0,18 para 0,37 na segunda medição entre linhas azuis. A medição ao qual se atribuiu os valores médios foi entre $25 \leq t \leq 58,80$, em ciclos completos de oscilação, ou seja, as medições 1 e 2 da Figura 5.24 são apenas para se investigar o fenômeno.

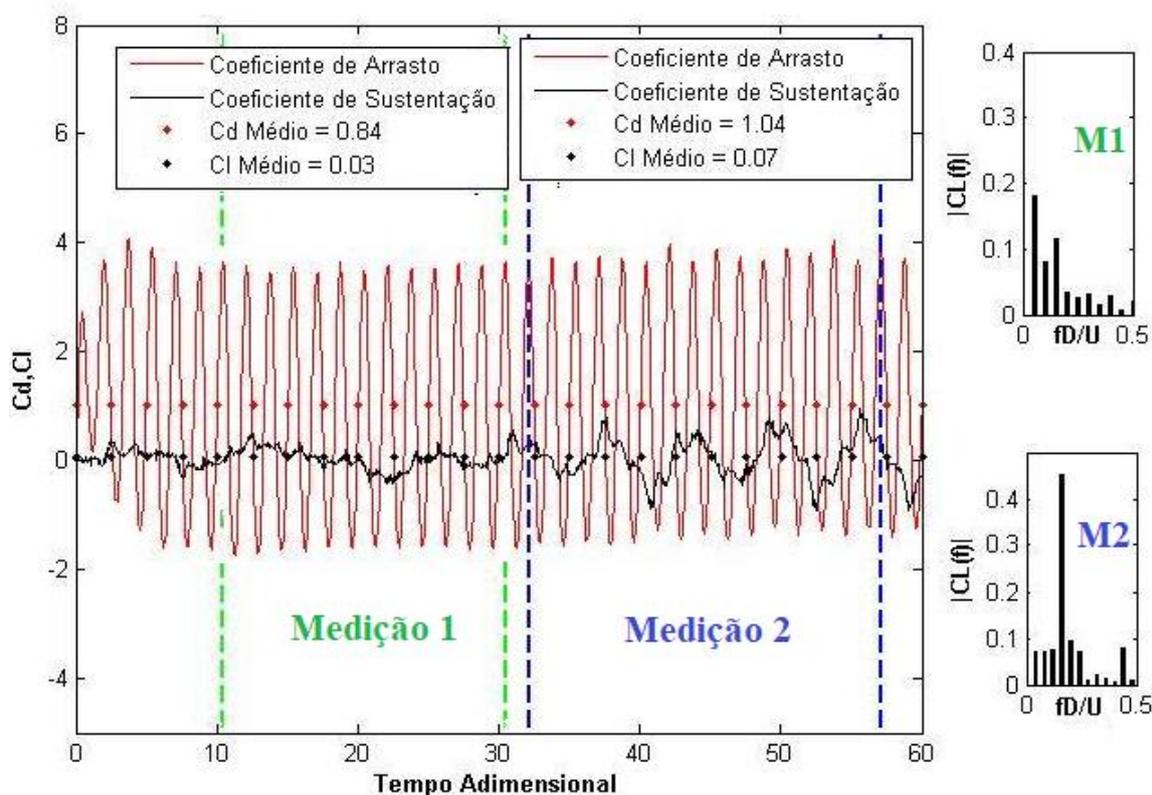


Figura 5.24: Mudança de comportamento em $Vr_x = 1,67$, caso 7.2A.

As simulações com menores discretizações do corpo se comportam próximas, porém com maior flutuação da sustentação, obtendo a mudança de comportamento observada mais rapidamente. Pela Figura 5.25 percebe-se que, mesmo após a mudança de comportamento simétrico para predominantemente alternado, semelhanças entre os comportamentos da simulação numérica com o observado experimentalmente podem ser vistas. No entanto, a influência alternativa da esteira atinge a primeira formação vorticiosa pelo que mostram as simulações, enquanto a fotografia apresentada por Nishihara, Kaneko e Watanabe (2005) sugere que o alcance da esteira se limite aos segundos pares à jusante.

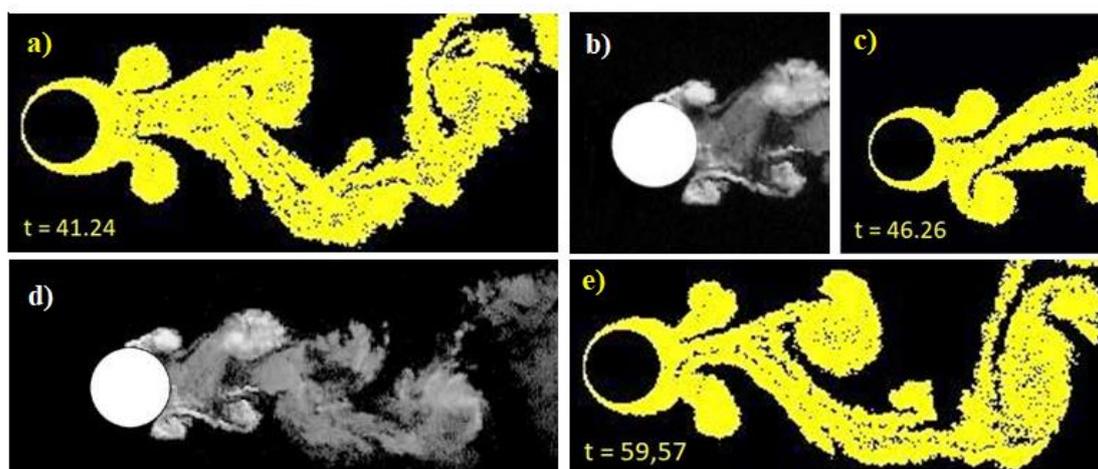


Figura 5.25: Semelhanças e diferenças entre a simulação numérica e um ensaio experimental para $Vr_x \approx 1,67$. Fonte: Figuras b) e d) retiradas de Nishihara, Kaneko e Watanabe (2005) com $Vr_x = 1,7$.

O estudo então obteve uma boa correspondência com a literatura a respeito do modo de desprendimento, como mostrado no Quadro 1:

Quadro 1: Resumo e Comparação de Estudos do Modo de Desprendimento *In-Line*

	Re	A_x	f_x				
			$\leq 0,20$	0,25	0,34 – 0,39	0,40 – 0,44	0,60
Simulações	10^5	0,13	AI	AI+S	AIII	A+S - S+A	S+A
Ongoren e Rockwell (1988b)	855	0,13	AI - AI+S	AI+S	AIII+S - AIV+S	AIII/A+S	S*/S+A
Song e Song (2003)	855	0,13	AI	-	AIII**	AIII - AIV - AIII+S	NA
Nishihara et al. (2005)***	1,7-3,4 $\times 10^4$	0,05	AI	A	A	A	S

Obs: “A” remete a alternativo. “*” S somente se $St_o = 0,2$. “**” Não simula $f_x = 0,34$. “***” Faixas extrapoladas e arredondadas do parâmetro Vr_x .

Quanto aos resultados quantitativos, a correspondência do coeficiente de arrasto foi excelente, como mostrado na Figura 5.26:

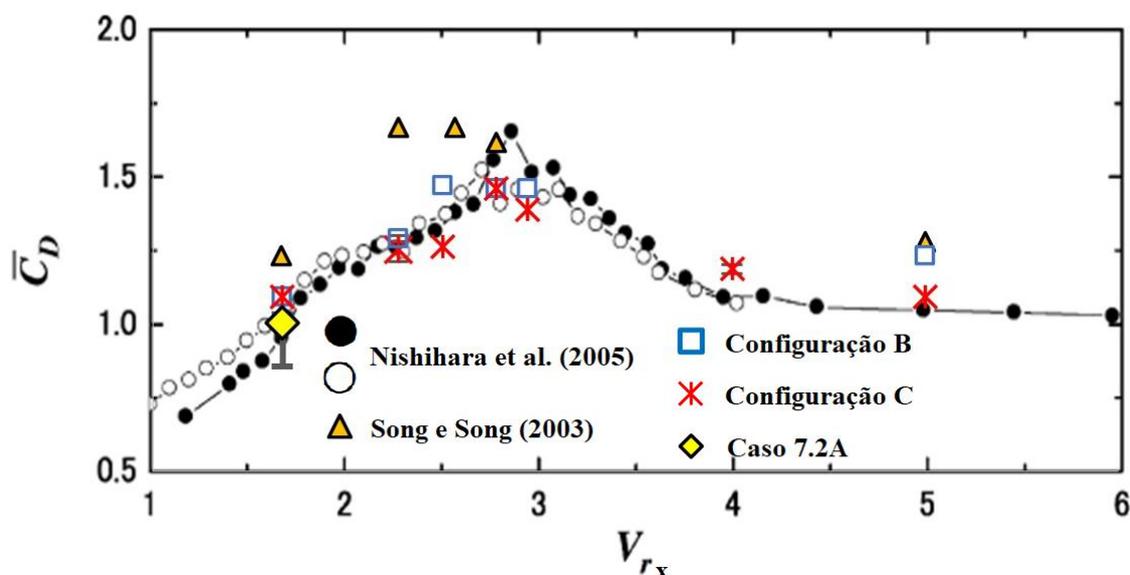


Figura 5.26: Comportamento do arrasto com configurações A, B e C. Figura com os resultados do presente estudo com um $Re = 10^5$, $A_x = 0,13$ sobrepostos juntamente com dados obtidos de Song e Song (2003) (triângulo laranja) na figura retirada de Nishihara, Kaneko e Watanabe (2005) (círculos).

Acredita-se que os valores de $C_{L_{RMS}}$ estejam superdeterminados, pois as medições para o cilindro isolado foram um pouco maiores em relação ao que a literatura apresenta. Contudo, deve-se atentar que o resultado de Nishihara, Kaneko e Watanabe (2005) para o cilindro isolado foi subdeterminado, conforme apontado pelos próprios autores que atribuíram à diferença um provável efeito de ponta. Deve-se observar também que a amplitude de oscilação e o Re das simulações feitas neste trabalho são maiores que os ensaiados por Nishihara, Kaneko e Watanabe (2005), o que também justifica uma diferença. Para uma amplitude igual, os resultados obtidos para o comportamento da flutuação da sustentação em valores RMS foram condizentes com os apresentados por Song e Song (2003), e pode isso ser visto na Figura 5.27.

A zona de *lock-in* encontrada pode ser observada na Figura 5.28 e os limites condizem com o esperado pela literatura experimental. Pode-se dizer que as simulações realizadas reproduziram bem o comportamento quanto aos fenômenos de V.I.V. *in-line*. A aplicação das modificações propostas foi validada com sucesso por este estudo.

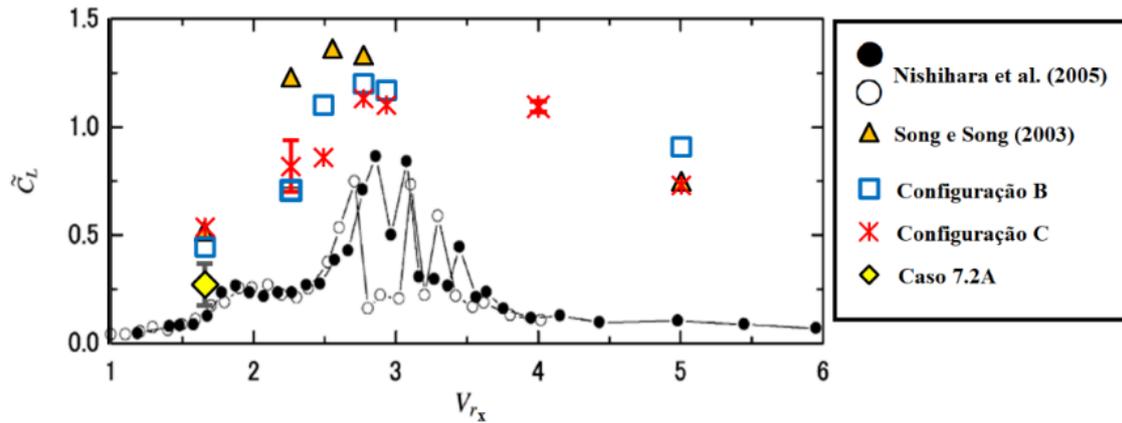


Figura 5.27: Variação da flutuação da sustentação (RMS). Figura com os resultados do presente estudo com um $Re = 10^5$, $A_x = 0,13$ sobrepostos juntamente com dados obtidos de Song e Song (2003) (triângulos) na figura retirada de Nishihara, Kaneko e Watanabe (2005) (círculos).

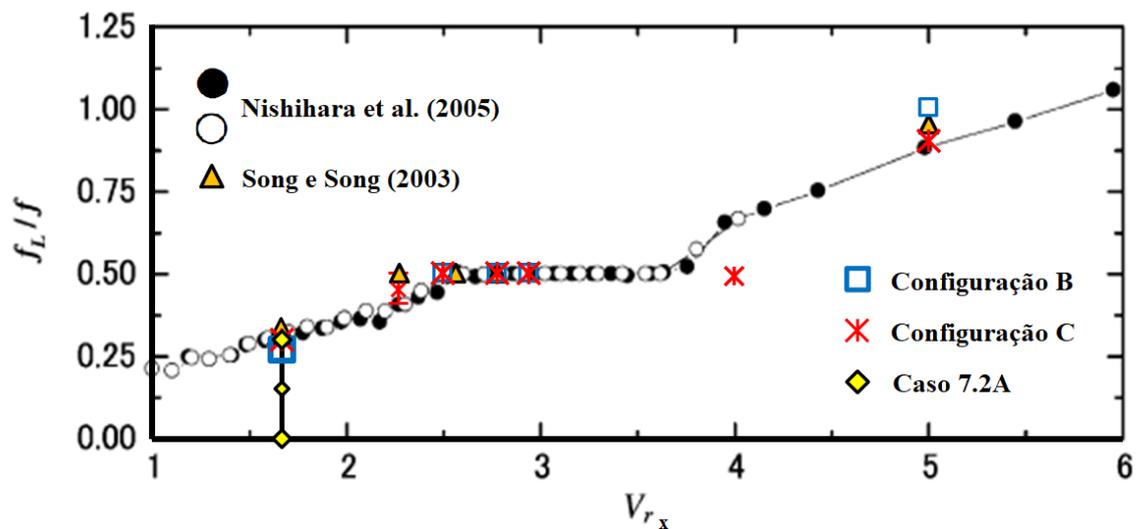


Figura 5.28: Fração de frequência e região de *lock-in* obtidos. Figura com os resultados do presente estudo com um $Re = 10^5$, $A_x = 0,13$ sobrepostos juntamente com dados obtidos de Song e Song (2003) (triângulos) na figura retirada de Nishihara, Kaneko e Watanabe (2005) (círculos).

5.5 O Estudo do Efeito Solo:

Como planejamento inicial desta pesquisa, a reavaliação da zona $g \leq 0,8$ foi projetada. Para esta região as configurações A, semelhante a Bimbato (2008), e B foram realizadas normalmente com a utilização do artifício da não geração de vorticidade pelo solo para o desacoplamento dos efeitos da C.L. do problema. Em vista dos resultados e da zona que se objetiva o estudo, a configuração C foi especificada com base em um extenso estudo de aferição de parâmetros. De modo geral, os resultados obtidos para a configuração B foram intermediários entre as configurações A e C, eventualmente sendo omitida da análise. Todas as configurações utilizaram 300 painéis discretizando o chão.

O resumo dos resultados utilizando a configuração A é apresentado na Tabela 5.8. Todas as simulações para essa configuração foram realizadas até um tempo adimensional $t = 75$ (1500 *steps*) e as medições tomadas longe do transiente numérico ($t \geq 30$) envolvendo de 5-8 ciclos da sustentação. Como a periodicidade é fraca ou inexistente para $g \leq 0,10$, as duas simulações nesta faixa tiveram medições diferentes. A variação dos carregamentos para $g = 0,10$ não foi muito alta para intervalos de medições plausíveis. Para $g = 0,05$ uma atribuição de possíveis intervalos se mostrou mais adequada, sendo o valor apresentado na Tabela 5.8 o valor médio atribuído, e os intervalos de desvio serão apresentados nos gráficos.

Tabela 5.8: Resultados Obtidos para a Configuração A (300 painéis)

Caso	g	C_D	C_L	St	C_{DRMS}	C_{LRMS}	f_{CD}	θ_{est}	θ_{sep}^+	θ_{sep}^-
8A*	0,05	0,66	0,39	-	0,19	0,20	-	-23	62	-92
9A	0,10	1,12	0,21	0,12	0,36	0,68	1,12	-19	65	-92
10A	0,15	1,28	0,09	0,14	0,40	0,71	0,14	-15	67	-91
11A	0,20	1,41	0,03	0,16	0,34	0,95	0,16	-11	64	-91
12A	0,25	1,42	-0,02	0,19	0,32	0,99	0,19	-10	71	-90
13A	0,30	1,47	-0,03	0,20	0,32	1,09	0,20	-9	71	-89
14A	0,35	1,44	0,04	0,20	0,31	1,16	0,20	-8	64	-89
15A	0,40	1,45	0,08	0,20	0,31	1,18	0,20 - 0,40	-7	73	-88
16A	0,45	1,43	0,11	0,20	0,27	1,16	0,41 - 0,20	-7	72	-84
17A	0,50	1,43	0,14	0,20	0,26	1,18	0,41 (0,20)	-7	71	-83
18A	0,60	1,42	0,11	0,21	0,24	1,12	0,42	-5	74	-82
19A	0,80	1,37	0,09	0,21	0,20	1,04	0,43	-4	71	-83

Observações: A simulação com "*" necessitava de medição em intervalos com critérios diferentes das demais pois não apresenta boa periodicidade da sustentação. Os valores entre parênteses na frequência dominante do arrasto indicam segundos picos expressivos nas frequências indicadas.

As simulações com a configuração C englobaram todas as situações ensaiadas por Nishino (2007) para a configuração onde o cilindro tangencia as placas, e o resumo dos resultados é apresentado na Tabela 5.9. As flutuações nos menores *gaps* foram inconstantes e o mesmo problema para medição em $g \leq 0,10$.

Tabela 5.9: Resultados Obtidos para a Configuração C

Caso	g	C_D	C_L	St	C_{DRMS}	C_{LRMS}	f_{CD}	θ_{est}	θ_{sep}^+	θ_{sep}^-
8C*	0,05	0,98	0,42	0,11	0,30	0,50	0,11**	-27	61	-97
9C*	0,10	0,97	0,40	0,12	0,20	0,27	0,12**	-25	57	-97
10C	0,15	1,16	0,40	0,15	0,29	0,47	0,15	-20	61	-97
11C	0,20	1,33	0,26	0,17	0,30	0,56	0,17	-16	65	-97
12C	0,25	1,26	0,19	0,17	0,28	0,58	0,17	-14	65	-94
13C	0,30	1,33	0,10	0,19	0,27	0,71	0,19	-11	68	-90
14C	0,35	1,30	0,09	0,20	0,23	0,79	0,20	-9	72	-90
15C	0,40	1,31	0,05	0,20	0,24	0,86	0,20	-9	72	-86
16C	0,45	1,29	0,08	0,20	0,22	0,84	0,20 (0,40)	-7	68	-86
17C	0,50	1,29	0,07	0,20	0,22	0,84	0,20-0,40	-7	72	-86
18C	0,60	1,28	0,10	0,21	0,19	0,92	0,42 (0,21)	-5	76	-86
19.1C	0,80	1,26	0,10	0,21	0,17	0,82	0,42 (0,21)	-5	72	-83
19.2C	1,00	1,22	0,08	0,21	0,13	0,81	0,43	-2	76	-83
19.3C	1,50	1,20	0,04	0,21	0,13	0,79	0,42	-2	76	-80
19.4C	2,00	1,16	0,02	0,21	0,12	0,72	0,42	-2	79	-79

Observações: Ângulo de estagnação estimado pelo ponto de máxima pressão. Quando dois pontos lado a lado obtiveram pressões extremamente próximas, a média foi tomada. Os valores obtidos para os ângulos de separação da C.L. são associados ao ponto de maior gradiente adverso de pressão obtido por um método de diferenças finitas sem a utilização de filtros. “**” amostragem de difícil medição. “***” tendência de oscilação da esteira em raras formações que não se pode dizer que é o St propriamente dito pois o desprendimento é irregular abaixo do ponto crítico.

Na Figura 5.29 é mostrado que o comportamento dos pontos de separação foram próximos ao comportamento detectado por Nishino (2007). O ponto de separação superior tende a decair com a aproximação do solo, enquanto o ponto de separação inferior move-se à jusante. Para baixos *gaps* ambas as configurações obtiveram separação na base (costas) do cilindro. Este comportamento da separação inferior já havia sido apresentado por Hiwada et al. (1986), mais próximo ao observado na configuração C. Embora as duas curvas estejam próximas ao apresentado por Nishino (2007) na faixa $g \geq 0,2$, observa-se que a Configuração A se aproximou um pouco mais quanto ao ponto de desprendimento inferior, que pelo módulo estão na parte superior do gráfico, e a Configuração C um pouco mais próxima aos pontos de separação superior, que estão na parte inferior do gráfico.

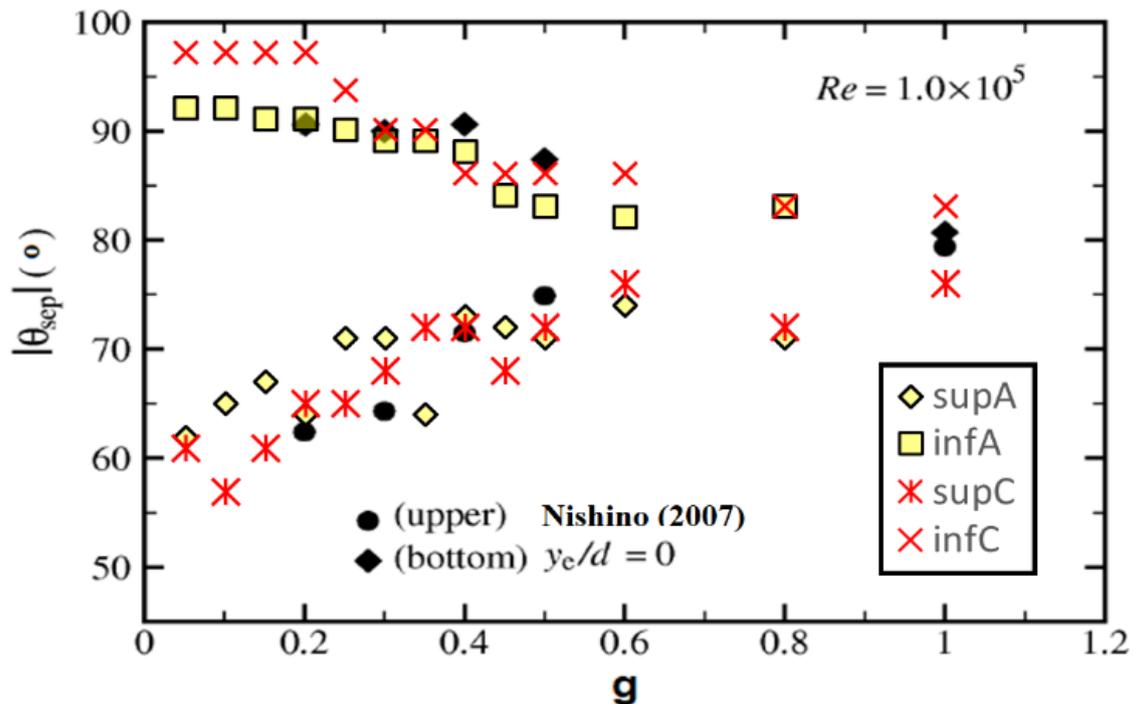


Figura 5.29: Pontos de separação da C.L. Dados das simulações realizadas sobrepostos à figura adaptada retirada de Nishino (2007). Os marcadores amarelos e vermelhos correspondem à configuração A e C respectivamente.

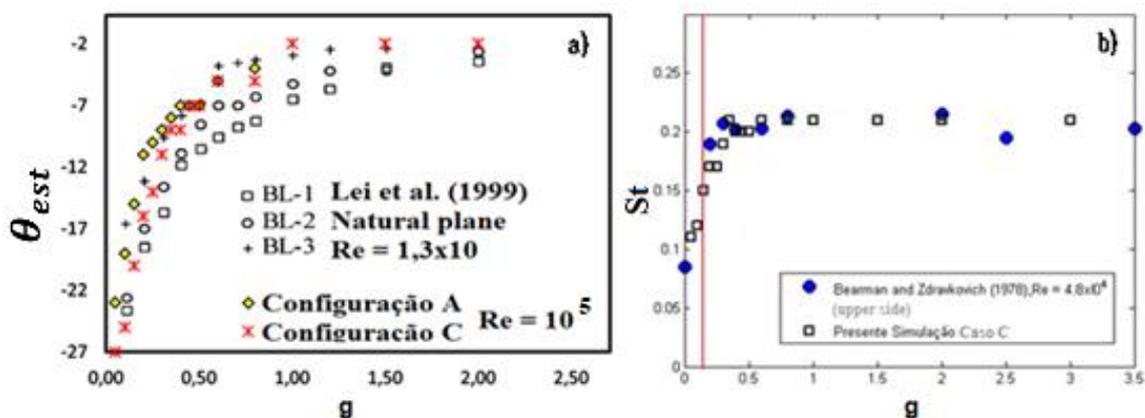


Figura 5.30: Comportamento do ponto de estagnação e tendência de flutuação da esteira. Fonte: a) Dados das simulações realizadas sobrepostos à figura adaptada e extraída de Lei, Cheng e Kavanagh (1999). B) Dados extraídos de Bearman e Zdravkovich (1978) (marcador azul).

Pelos valores medidos, observa-se que existe um vale de mínima flutuação (RMS) entre $0,05 < g < 0,15$, o que segundo o critério de Taniguchi e Miyakoshi (1990) implica em supressão crítica nas simulações com Configuração C.

Observa-se que o ponto de estagnação se move em direção ao chão conforme o corpo se aproxima do solo. Esse é o comportamento mais comum observado na literatura, e corresponde bem ao comportamento apresentado por Lei, Cheng e Kavanagh (1999) quando as camadas limites foram geradas naturalmente, de acordo com a Figura 5.30a.

Conforme o cilindro se aproxima do chão, verifica-se uma redução do St . Quando o cilindro se situa muito próximo ao chão, o espectro de potência se torna muito difuso, dificultando a identificação de alguma frequência dominante. Mesmo com o regime de supressão, existe na literatura a identificação de flutuações periódicas mesmo em *gaps* bem baixos, como em Price et al. (2002) ou flutuações detectadas somente no lado oposto ao chão por Bearman e Zdravkovich (1978). Embora nas simulações com *gaps* muito pequenos não se identifique oscilações com boa regularidade, o que impede de se atribuir o St , ao que tudo indica, a esteira possui uma “tendência dominante de excitação”. Ao ser excitada por alguma perturbação, a flutuação da esteira tende a produzir um sinal solenoidal, mesmo que enfraquecido, observado na resposta dos carregamentos. Com a configuração C, ao se realizar simulações que atingiram maiores tempos adimensionais, propiciou-se uma maior probabilidade de se identificar o desprendimento irregular de estruturas. Oportunamente, os sinais desses períodos foram analisados no domínio da frequência com as técnicas FFT e PSD. Na Figura 5.30b é mostrada qual a tendência identificada nas simulações, sendo que a partir de $g \geq 0,15$ a regularidade permite atribuir o St ao valor identificado em ambas as configurações. No caso dos experimentos de Bearman e Zdravkovich (1978), à partir de $g \geq 0,3$ a regularidade é observada, indicando um padrão regular de desprendimento. Curiosamente, toda a região de forte decaimento da frequência dominante é caracterizada pelo sincronismo da sustentação e do arrasto, isto é, as frequências dominantes desses carregamentos estão em sincronismo com a fração 1. Na Figura 5.31 são mostradas as raras aparições regulares observadas para o Caso 9C, comparadas ao Caso 9A que obteve certa regularidade nesse *gap*, evidenciando que a configuração C é mais sensível ao fenômeno de supressão. Como mostrado também na figura, a regularidade atingida é perdida com o decorrer do tempo na simulação 9C, o que não se pode afirmar sobre 9A pois o período amostral foi menor devido ao tempo de simulação muito elevado com a discretização do corpo em 300 painéis. É possível que o mesmo comportamento ocorra. Nota-se que independentemente da maior ou menor regularidade, a tendência observada na Figura 5.30b é verificada.

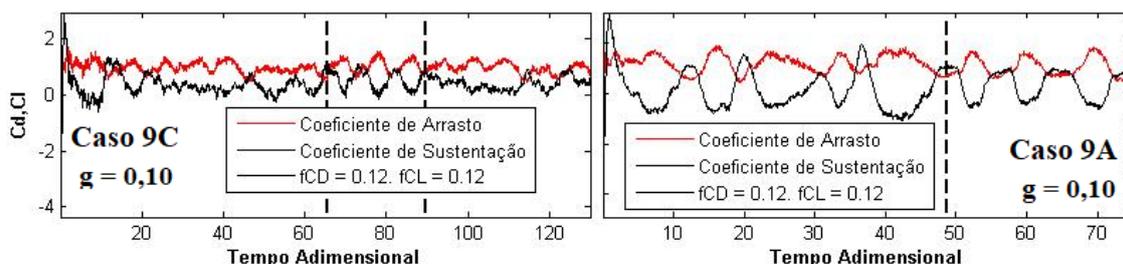


Figura 5.31: Aparição de ciclos regulares em altos tempos.

Em $g = 0,05$ o comportamento não perturbado não exibe tendência de desprendimento próximo ao corpo para ambas as simulações. Contudo, a perturbação causada pelo fim da condição de impenetrabilidade, estabelecida até $x = 10$, geram perturbações que se infiltram por entre a cauda vorticiosa formada atrás do corpo, o que de certa forma compromete/dificulta as medições dos carregamentos e formam estruturas grandes desprendidas. A distância onde essas estruturas se desprendem é alta, de modo que não se possa dizer que o desprendimento é realizado junto ao corpo. Quando o desprendimento é maior e se aproxima um pouco mais ao corpo, alguma oscilação enfraquecida pode ser percebida apenas nesse período nas análises de sinais, como no Caso 8C. Por mais contraditório que pareça, o desprendimento se aproximar ao corpo, nessa situação, é benéfico para as medições, pois esse desprendimento elimina a ponte de vorticidade que conecta o corpo ao ponto final de estabelecimento da condição de contorno, precedendo um intervalo de tempo em que o efeito do fim do chão modelado não irá atuar diretamente na disposição da esteira.

Na Figura 5.32 é mostrada a supressão do desprendimento próximo ao corpo. Percebe-se que a cauda de vorticidade vai se aproximando do final do último módulo com carregamentos próximos a curva de Roshko, Steinolfson e Chattoorgoon (1975) até o efeito da não condição de impenetrabilidade atuar, por volta de $t = 30$. Como efeito, a cauda fica encurralada entre a nova vorticidade convectada e esse ponto, tomando maior extensão vertical. Como forma de alívio, é possível o desprendimento de pequenas estruturas que semelhantemente a uma rabiola mantém alguma estabilidade à grande estrutura. Eventualmente, ao invés de desprender uma pequena estrutura para o alívio, há uma recirculação a partir do ponto de perturbação em $x = 10$. Entre $46 \leq t \leq 56$ a esteira sofre alta perturbação da descontinuidade desse ponto, e percebe-se que os carregamentos apresentam comportamento constante e abaixo do esperado até que uma estrutura grande é desprendida para o alívio em $t = 56$. O arrasto inicia rapidamente uma recomposição,

mas logo o efeito da descontinuidade começa a se manifestar novamente. Todo esse processo é descrito para a simulação 8A pela Figura 5.32. Para as simulações em mesmo g , Caso 8B e 8C, este efeito também é percebido. Contudo, a perturbação atinge uma zona um pouco mais próxima ao corpo, resultando em um desprendimento de uma estrutura ainda maior, causando mais instabilidades que eventualmente resultam em alguns desprendimentos consecutivos. Curiosamente, isso exige maior tempo até que a cauda se estabilize e cresça até o ponto de perturbação, o que supre um maior tempo para os carregamentos recomporem suas médias, resultando em médias mais próximas as esperadas.

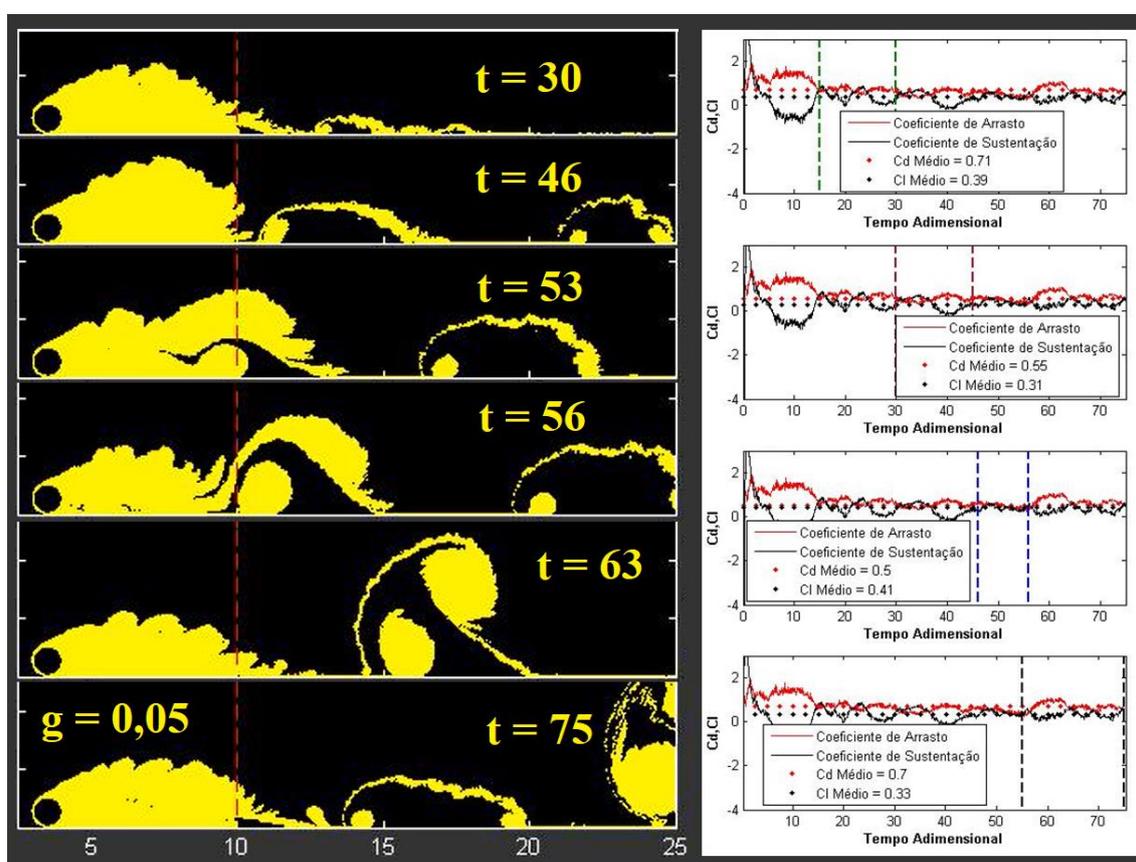


Figura 5.32: Supressão e perturbação advinda do fim dos módulos: Caso 8A.

Parece evidente que para $gaps$ muito baixos a simulação necessite de uma discretização mais extensa do chão para afastar esse efeito descontínuo. Um impacto causado por uma perturbação relativamente longe e à jusante leva a esperar que uma perturbação à montante também possua grande influência, o que justificaria as observações de Zdravkovich (1985) e Lei, Cheng e Kavanagh (1999), em que aparentemente o modo como a C.L. é gerada, por grades, rolos ou naturalmente, possui influência no estudo do efeito solo.

O comportamento do arrasto para cada configuração é apresentado comparativamente pela Figura 5.33:

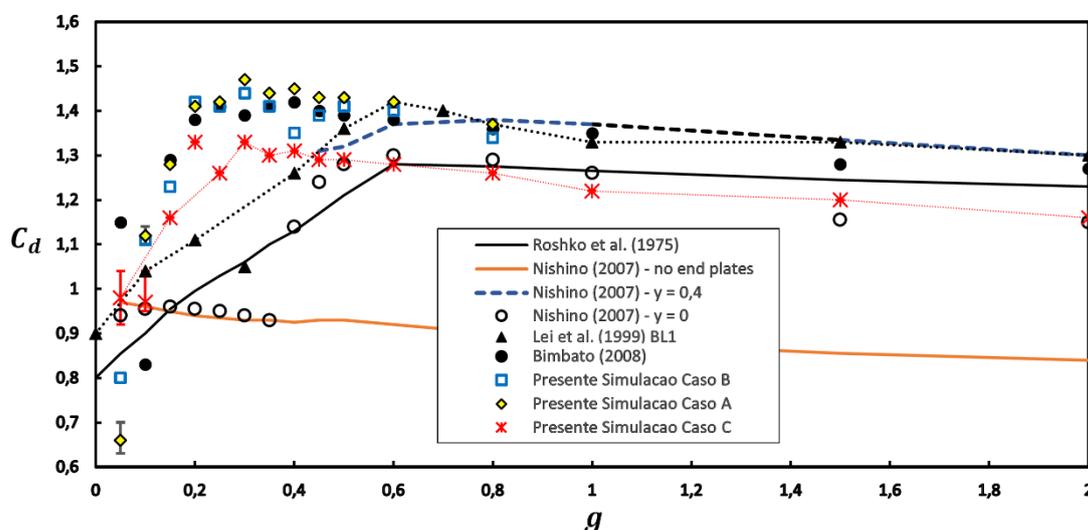


Figura 5.33: Efeito do solo sobre o arrasto. Fonte: Os dados de Roshko, Steinolfson e Chattoorgoon (1975) ($Re = 2 \times 10^4$ e $\delta = 0,5$) e Nishino (2007) ($Re = 10^5$, esteira rolante) foram colhidos em Nishino (2007). Os outros dados que não os produzidos neste trabalho foram colhido de Bimbato (2008) ($Re = 10^5$ e C.L. inexistente) e Lei, Cheng e Kavanagh (1999) - $Re = 1,3 \times 10^4$ e $\delta = 0,14$.

De acordo com os resultados pode-se concluir inicialmente que o efeito de se aproximar o cilindro ao chão leva a um brusco decaimento do arrasto. Este efeito ocorre independentemente da existência da C.L., como sugerem as três simulações realizadas e o estudo de Bimbato (2008), uma vez que a C.L. não foi gerada nas simulações. Ao analisar os estudos de Lei, Cheng e Kavanagh (1999) e Hiwada et al. (1986), percebe-se um padrão para pequenas δ , onde as menores espessuras tiveram o rápido decaimento do arrasto, conforme o corpo se aproxima do chão, iniciado em menores $gaps$. As curvas simuladas parecem seguir essa tendência e é possível que esse seja o comportamento teórico bidimensional da situação idealizada da não existência da C.L. Deve-se notar que a situação física real, parece impor um limite para esta tendência, seja por efeitos de tridimensionalidade ou pela impossibilidade da não existência de uma C.L., por menor que seja, o que não necessariamente esteja desassociado do primeiro efeito. Portanto, a situação simulada não é exatamente a situação ensaiada por Nishino (2007), uma vez que uma fina C.L. existe junto à esteira sendo que Nishino e Roberts (2008, 549) cogitam essa possibilidade como uma possível causa da divergência de seus estudos de estabilidade

com a observação experimental, onde os estudos de estabilidade indicavam favorável condição ao desprendimento mesmo em $g = 0,2$. Isso é plausível, pois, como foi visto na Figura 5.32, em baixos *gaps* o efeito de não se satisfazer uma condição de contorno mesmo em uma região distante tem alto impacto no escoamento. O estudo de Zdravkovich (1985) sugere que efetivamente o impacto do efeito solo seja sentido dentro da C.L. e os resultados apresentados pelos estudos na Figura 5.33, incluindo os aqui produzidos, sugerem que a simples restrição causada pelo solo possui forte impacto em baixos *gaps*, não excluindo o fato da espessura da camada limite possuir importância, mas mostrando que ela não possui o domínio total sobre o fenômeno.

Os dois primeiros pontos das configurações A e B da Figura 5.33 apresentam desvios dos resultados de Bimbato (2008) tendo o primeiro ponto um arrasto abaixo do que se esperava nas simulações realizadas neste estudo. Para o segundo ponto, em $g = 0,10$, esta situação parece se inverter, pois o desvio da tendência parece estar nos resultados de Bimbato (2008), possivelmente pelos mesmos motivos apresentados sobre a perturbação causada em $x = 10$. Para o intervalo $0,15 \leq g \leq 0,8$ as respostas das configurações B e A são bem próximas entre si e ao apresentado por Bimbato (2008), sendo que corresponderam bem aos ensaios com ajuste mais distante da borda da placa de Nishino (2007) para o pequeno intervalo comum. Com a exceção destes dois primeiros pontos, a Configuração A apresenta ótima correspondência ao observado em Bimbato (2008). Deve-se atentar que, embora os parâmetros utilizados sejam muito próximos aos de Bimbato (2008), existem pequenas diferenças que podem justificar pequenos desvios dos resultados, como o intervalo de medição (simulações na Configuração A atingem o *step* 1500) a não aproximação para o vórtice potencial e a solução das matrizes de fontes e vórtices em processo iterativo, que Bimbato (2012) implementa posteriormente.

A configuração C apresentou para os dois menores *gaps*, que estão sobre forte efeito de supressão, o mesmo comportamento das curvas de Nishino (2007) com arranjo tangencial à placa e sem placas. Para o intervalo $0,15 \leq g \leq 0,35$ foram identificados desprendimentos, ao contrário do ensaiado por Nishino (2007) e as curvas se separam e se reencontram próximas a $g = 0,4$, o ponto mais baixo onde Nishino (2007) identifica algum desprendimento. O intervalo $0,45 \leq g \leq 2,0$ apresenta total correspondência do arrasto observado por Nishino (2007) com ajuste tangencial e a configuração C simulada. Observa-se ainda que a zona de não correspondência, $0,15 \leq g \leq 0,35$, se comparado ao

estudo de Lei, Cheng e Kavanagh (1999), o comportamento apresenta a lógica observada para $\delta \rightarrow 0$ para baixos *gaps*.

O comportamento da sustentação obtido nas simulações é disposto comparativamente na Figura 5.34:

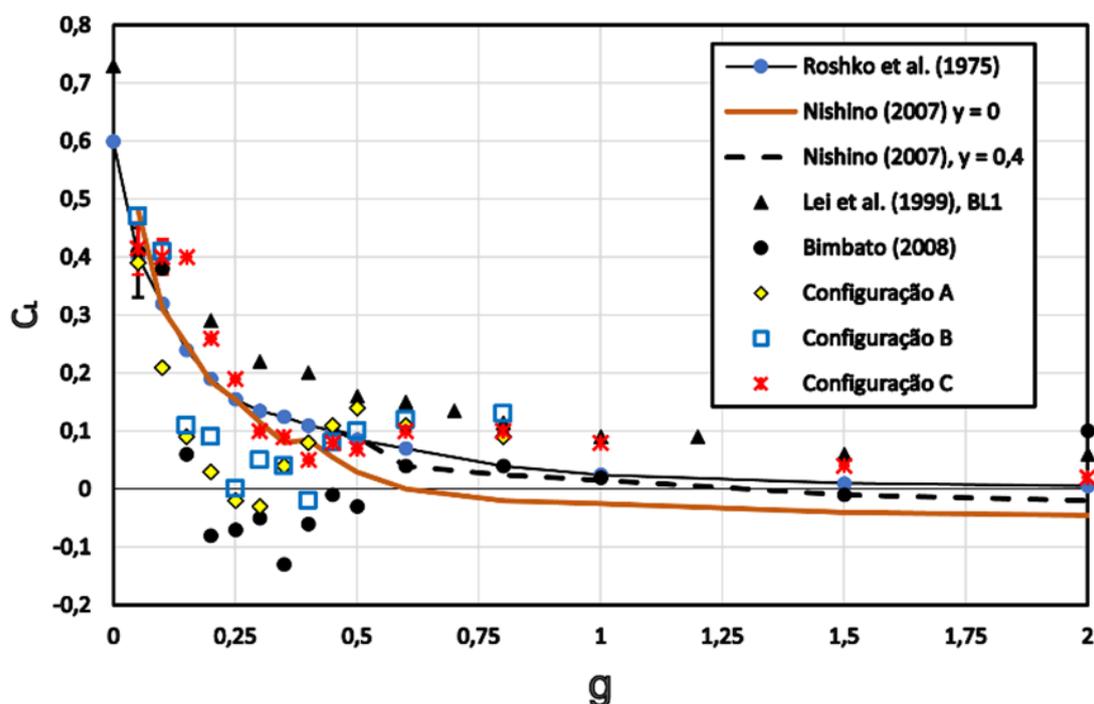


Figura 5.34: Variação da sustentação com a distância ao solo. Os dados de Roshko, Steinolfson e Chattoorgoon (1975) ($Re = 2 \times 10^4$ e $\delta = 0,5$) e Nishino (2007) ($Re = 10^5$, esteira rolante) foram colhidos em Nishino (2007). Os outros dados que não os produzidos neste trabalho foram colhido de Bimbato (2008) ($Re = 10^5$ e C.L. inexistente) e Lei, Cheng e Kavanagh (1999) - $Re = 1,3 \times 10^4$ e $\delta = 0,14$.

Observa-se que o efeito de ganho da sustentação com a aproximação do solo, em baixos *gaps*, pode ser visto em todas as configurações. Esse ganho foi mais contínuo e próximo da literatura para a configuração C, assim como o mostrado na Figura 5.5. A configuração B, assim como em muitos outros parâmetros, de modo geral possui semelhança intermediária entre a configuração A e C.

Como mostrado na Figura 5.35, o comportamento geral do arrasto e da sustentação estão associados à distribuição do C_p . Percebe-se, assim como observado por Lei, Cheng e Kavanagh (1999), um aumento na pressão de base (costas) em baixos *gaps*, o que induz

a menores arrastos, e uma perda da simetria liderada pelo decaimento do ponto de estagnação com a aproximação do solo, induzindo o aumento de sustentação.

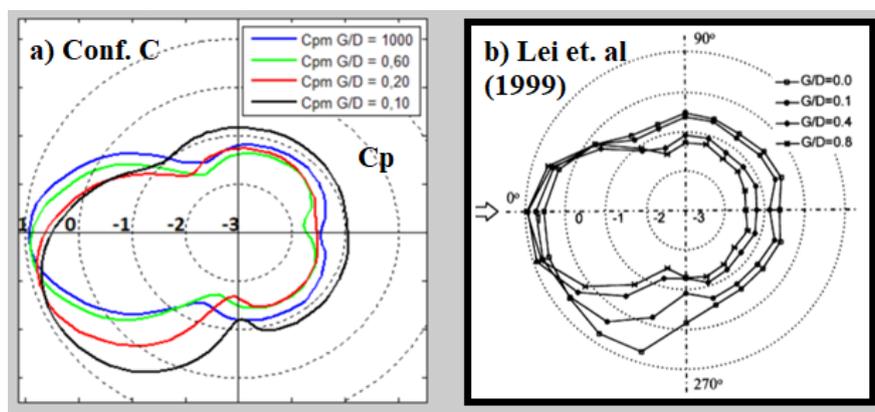


Figura 5.35: Variação da pressão de base e do ponto de estagnação com a aproximação do solo. b) Extraída de Lei, Cheng e Kavanagh (1999).

As diferenças entre as configurações estão associadas à sutis diferenças entre os pontos de estagnação, região e ponto de separações da C.L. e o vale no bordo de fuga. Percebe-se que a configuração C perde o abaulamento próximo a 180° mais rapidamente, conforme o solo se aproxima, e distingue-se mais o aumento da pressão de base, resultando em um decaimento do arrasto percebido já em maiores *gaps*. O ângulo da separação da C.L. superior na configuração C é ligeiramente menor que na Configuração A, o que implica que a região descolada da parte superior do cilindro se estabilize em uma pressão ligeiramente inferior que a configuração A, resultando em um aumento na sustentação em *gaps* como $g = 0,15$, como mostrado na Figura 5.36. Como pode ser visto, as diferenças são realmente sutis, mas as diferenças nas cargas integradas são marcantes.

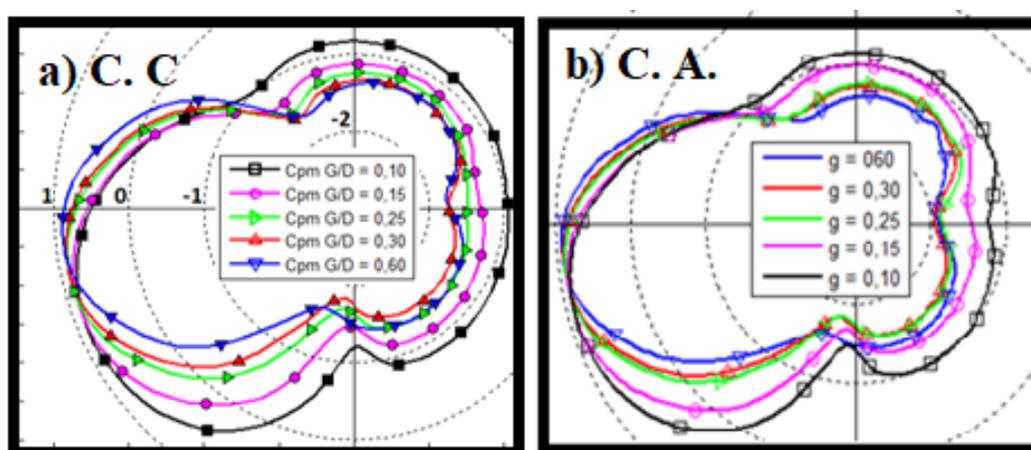


Figura 5.36: Variação do C_p médio para as configurações C e A.

Por exceção, a variação de $g = 0,10$ para $g = 0,05$ foi diferente entre essas duas configurações. Enquanto com a Configuração A observa-se um espantoso aumento da pressão de base, semelhante a tendência de $g \rightarrow 0$ vista na Figura 5.35b, com a Configuração C verifica-se um afunilamento próximo a 270° que equilibra o aumento da pressão de base, e mantém estável o arrasto. A estabilidade do arrasto após o desaparecimento regular de desprendimento de estruturas é observado experimentalmente em Nishino (2007) quando a espessura da C.L. é muito pequena. O afunilamento próximo a 270° pode ser associado ao efeito Venturi, uma vez que o escoamento incompressível precisa aumentar sua velocidade, conseqüentemente reduzir sua pressão, para conservar a sua matéria ao passar pelo afunilamento do *gap*. Um vale agudo de pressão nessa região também pode ser observado, por exemplo, em Ong et al. (2010), como mostrado na Figura 5.37. Como houve um certo atraso para supressão observada na Configuração A, é possível que esse afunilamento seja observado em *gaps* ainda menores.

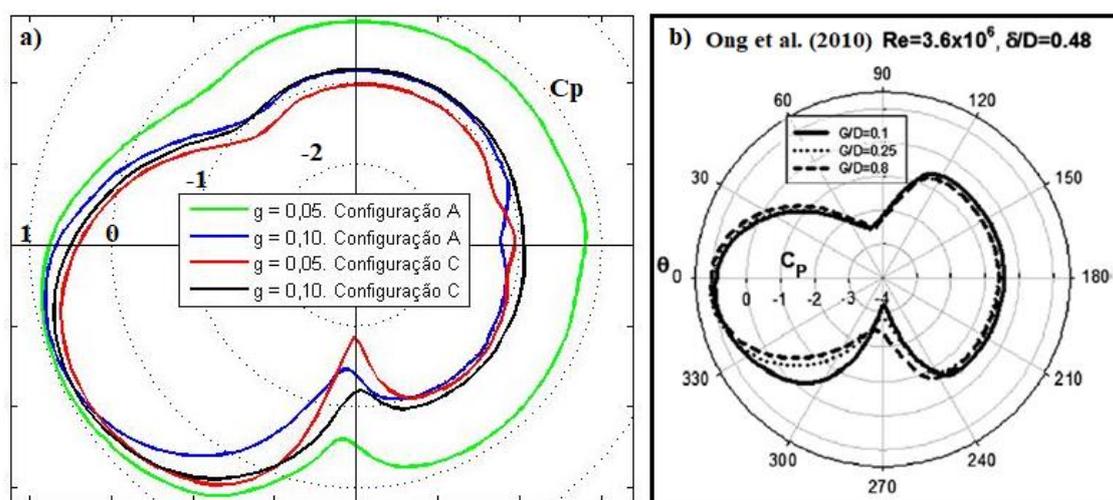


Figura 5.37: Comportamento nos dois menores *Gaps*. b) foi extraída e adaptada de Ong et al. (2010).

Chama-se a atenção para uma possível correlação com estudos de estabilidade e a descaracterização da esteira de von Kármán. Na Figura 5.38 é mostrado que para a configuração C o regime de desprendimento de estruturas vorticosas é suprimido em $g = 0,05$. A região mais escura próximo ao chão mostra um refluxo anti-horário. Percebe-se que a camada cisalhante superior se encontra desestabilizada por volta de $x = 5,5$. Contudo, o regime de desprendimento encontra-se impossibilitado devido a restrição da parede. Conforme o cilindro se distancia do chão o desprendimento ocorre cada vez mais próximo ao cilindro. Em baixos *gaps* o desprendimento observado se assemelha aos

observados por Taneda (1965), onde as estruturas estão fundidas ou praticamente fundidas em uma só, conforme mostra o desprendimento para a configuração C em $g = 0,15$. Nesse ponto, o desprendimento ocorre longe do corpo o suficiente para se dizer que a supressão da esteira próxima ainda é verificada.

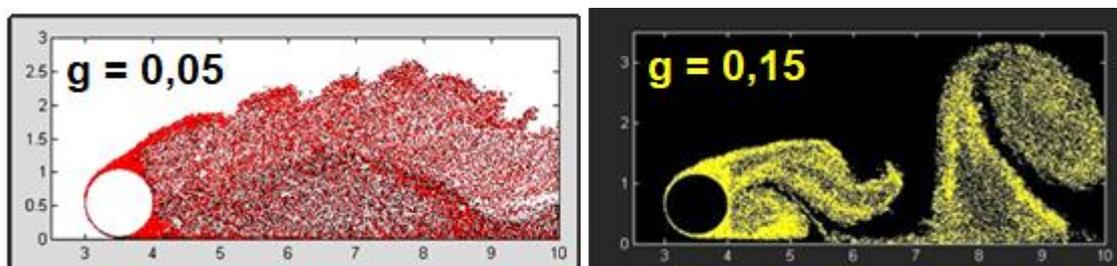


Figura 5.38: Regime de supressão e desprendimento longe do corpo.

O desprendimento simultâneo próximo ao g_c é relatado e apresentado por Taniguchi e Miyakoshi (1990) experimentalmente, e pode ser visto numericamente em Huang e Sung (2007) muito semelhantemente ao observado nesse estudo e ao de Bimbató, Alcântara Pereira e Hirata (2013). Verificou-se ainda que a região de instabilidade prevista no estudo de estabilidade de Nishino (2008) para os *gaps* 0,3 e 0,2 é próximo do ponto médio onde as estruturas vorticosas se desprendem praticamente simultaneamente na Configuração C. O limiar entre as estruturas estarem juntas ou separadas é difícil de se observar a olho nu. Contudo, o espectro de potência do sinal da sustentação é uma ferramenta que consegue quantificar isso. O estudo espectral realizado para a Configuração C, revela uma propriedade e dois pontos importantes.

Conforme o cilindro do infinito se aproxima do solo, verifica-se que a densidade espectral do sinal do arrasto deixa duas frequências em evidência na composição do sinal do arrasto. Uma delas possui o mesmo valor da frequência dominante da sustentação e a outra duas vezes essa frequência. Em $g = 0,60$ já é possível identificar essas duas frequências, sendo que a frequência maior é dominante. Nas redondezas de $g = 0,50$ essas frequências possuem a mesma importância, e dependendo da zona de medição uma ou outra pode ser um pouco maior. Para $g \leq 0,45$ ocorre a mudança da frequência dominante do arrasto para a mesma frequência dominante da sustentação do início ao fim da amostragem. Esse ponto corresponde exatamente ao ponto onde a curva da Configuração C começa a se separar da curva de Nishino (2007) com ajuste tangencial. Essa mudança de dominância pode estar relacionada a alguma aceleração do processo de supressão, respostas estruturais, mudança na dinâmica do escoamento quanto a

estabilidade e possível perda de dominância bidimensional do escoamento. O pico em $f = 2f_{CL}$ começa a desaparecer rapidamente sendo que em $g = 0,25$ ele já não é mais observado. O ponto de desaparecimento desse pico coincide com o ponto onde os fenômenos da supressão atuam fortemente nos carregamentos da Configuração A e principalmente a Configuração C.

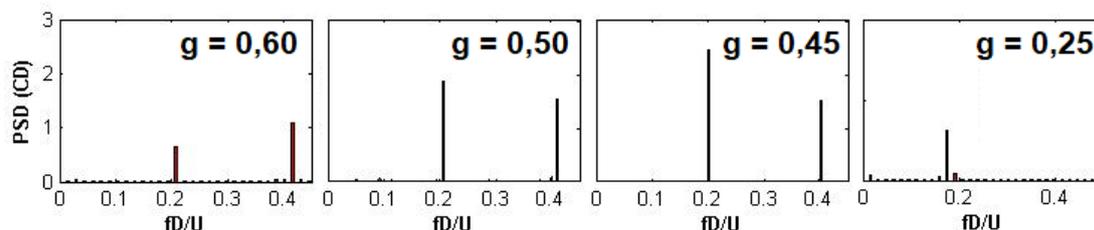


Figura 5.39: Mudança da frequência dominante e desaparecimento do segundo pico do sinal no domínio espectral da configuração C.

Curiosamente a extrapolação para altos Re do ponto crítico nos critérios de estabilidade de Huang e Sung (2007) apontam para uma região próxima ao ponto de desaparecimento do segundo pico e a extrapolação da curva de criticidade de Taniguchi e Miyakoshi (1990) para $\delta \rightarrow 0$ também, baseado no mínimo local das flutuações. É possível que esses fenômenos estejam correlacionados de alguma forma.

O fenômeno observado na Figura 5.39 pode parecer irrelevante quanto ao baixo valor envolvido da densidade espectral, mas pode explicar o curioso fato observado por Barbosa et al. (2017) em estudos de vibrações livres com dois graus de liberdade, onde foi verificado que próximo ao solo o corpo era excitado em uma composição de dois sinais harmônicos, sendo um deles com a mesma frequência da sustentação e o outro com o dobro da frequência da sustentação, ou seja, as forças de excitação correspondem exatamente com o observado neste estudo. O impacto de situações V.I.V. dessa natureza podem triplicar os carregamentos experimentados, segundo Barbosa et al. (2017).

Independentemente de critérios para se definir um g_c , um espectro do arrasto dominado pela mesma frequência dominante da sustentação sugere uma descaracterização do desprendimento semelhante à esteira de von Kármán, e que de fato é observado. Na Figura 5.40 é mostrado que para a Configuração A, em $g = 0,60$, o desprendimento se assemelha mais ao modo Kármán, enquanto em 0,30 se assemelha mais ao modo observado por Taneda (1965).

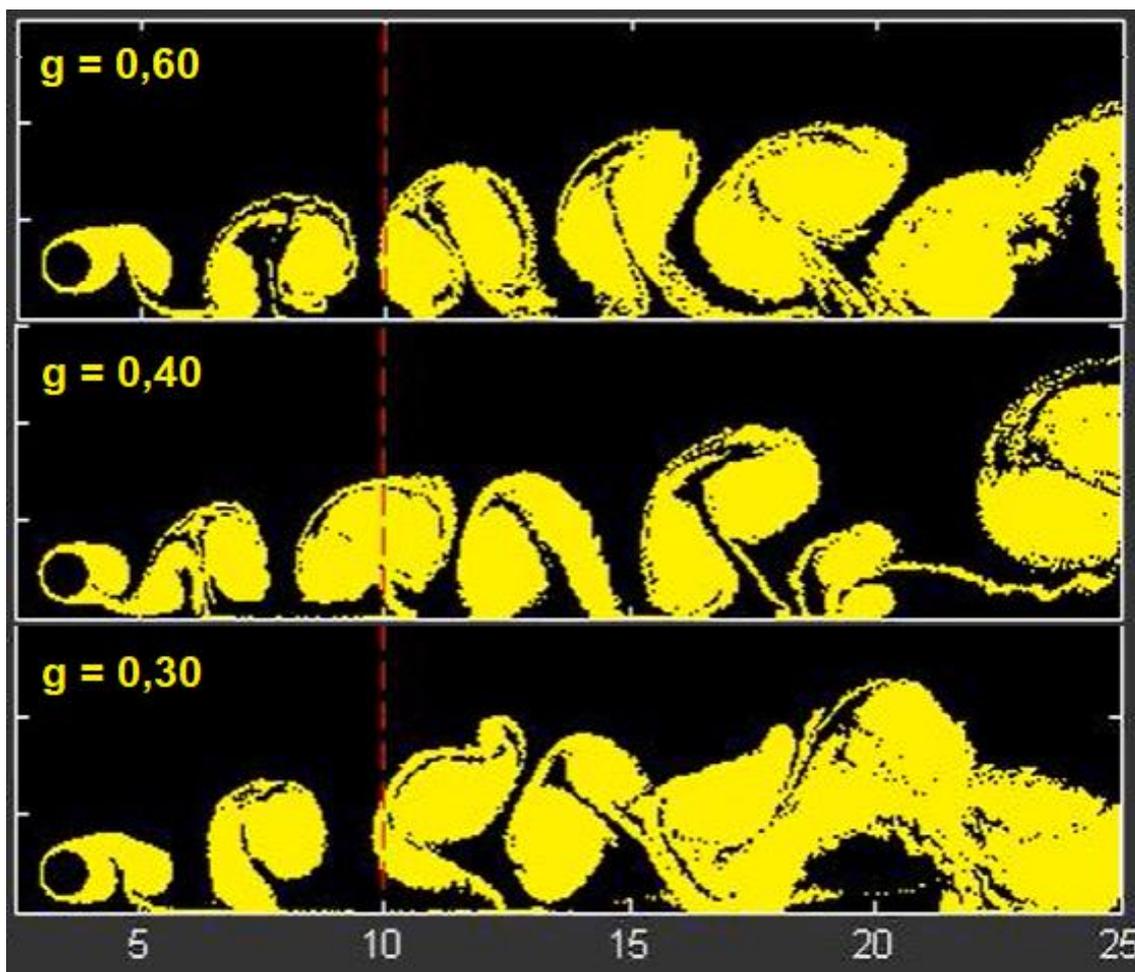


Figura 5.40: Mudança do regime de desprendimento. Configuração A.

5.6 O Estudo do Efeito Solo Juntamente com Vibrações Forçadas *In-Line*:

Com a perda da simetria absoluta em um plano bidimensional que o cilindro isolado possui, a adequação das duas modificações realizadas nos estudos V.I.V. são importante neste estudo, sendo que o sistema de equações resolvido para encontrar o trabalho específico de estagnação depende desses efeitos. Não foi encontrado nenhum estudo na literatura envolvendo a pura oscilação *in-line* e associado ao efeito solo simultaneamente, então os resultados serão comparados com os próprios resultados deste estudo. Realizou-se as simulações pertinentes nas configurações B e C, que demonstraram bons resultados no estudo e são mais rápidas para se processar do que a Configuração A. O resumo dos dados processado consta na Tabela 5.10.

Tabela 5.10: Resultados dos Estudos Acoplando o Efeito Solo à Excitação *In-Line* Forçada.

Caso	g	f_x	C_D	C_L	f_{CD}	f_{CL}	C_{DRMS}	C_{LRMS}	$\frac{f_{CL}}{f_x}$	Modo
20B	0,05	0,04	0,85	0,57	0,08	0,02	0,22	0,46	0,50	Sup.
21B	0,80	0,04	1,38	0,15	0,46*	0,22	0,18	1,15	5,50	AI
22B	0,05	0,40	0,92	0,80	0,40	0,40	0,82	0,79	1,00	S/2**
23B	0,80	0,40	1,58	0,00	0,40	0,20	0,55	1,47	0,50	AIII
20C	0,05	0,04	0,78	0,47	0,04	0,02	0,21	0,40	0,50	Sup.
21C	0,80	0,04	1,24	0,04	0,44*	0,22	0,15	0,83	5,50	AI
22C	0,05	0,40	0,91	0,52	0,40	0,40	0,87	0,81	1,00	S/2**
23C	0,80	0,40	1,53	-0,16	0,40	0,20	0,60	1,30	0,50	AIII

* Espectro com várias frequências importantes. ** Modo não encontrado na literatura. Se assemelha à metade superior do modo simétrico, tendo a parte inferior suprimida.

Visualmente, os resultados com mesmo g e f_x com configurações B ou C apresentaram-se praticamente idênticos nas animações. Não se percebeu mudança alguma nos modos de formação de estruturas ou quando suprimido o regime de desprendimento.

Casos 21B e 21C: Como em $g = 0,80$, o modo de desprendimento do cilindro em repouso é o modo Kármán, e o mesmo caso ocorre quando o cilindro isolado é excitado pela baixa frequência $f_x = 0,04$, é esperado que nessas duas condições acopladas o modo de desprendimento seja o AI. De fato, foi o observado. Esta combinação foi a mais amena para os dois efeitos em separado, e, sendo assim, pode-se dizer que eram os resultados mais previsíveis e praticamente não tiveram influência sobre os carregamentos médios comparados às duas situações citadas e àquela em que o cilindro se situa em repouso e isolado. A fraca excitação foi capaz de tornar os espectros dos carregamentos mais difusos, mas não foi capaz de induzir sua dominância e provocar a atrelagem síncrona.

Casos 23B e 23C: Estando o cilindro relativamente afastado do solo, em $g = 0,80$, é de se esperar que o efeito dominante neste caso seja associado à alta excitação em $f_x = 0,40$, sendo esta frequência situada em uma zona que tende a aumentar o arrasto e promover a sincronização (*lock-in*) quando o cilindro está isolado. Como o esperado, isso foi verificado. O arrasto obtido nessa disposição foi maior que a situação quando o cilindro está isolado e em repouso, maior que quando o cilindro está isolado e oscila na frequência $f_x = 0,40$ e maior que quando o cilindro está em repouso a $0,8D$ do chão. O fenômeno de atrelagem síncrona ocorreu ($f_{CL}/f_x = 0,50$.) e o modo de desprendimento se assemelhou ao AIII. Devido a limitação do solo quanto a propagação das estruturas, o modo ficou um pouco menos caracterizado, mas manteve um padrão invariante de

desprendimento antissimétrico. A forte dominância do efeito oscilatório foi verificada sem imprevistos.

Casos 20B e 20C: Quando o cilindro se situa muito próximo ao chão em $g = 0,05$, o efeito de bloqueio é muito forte. Ao se incluir um efeito muito fraco de oscilação, o esperado é que o efeito da supressão seja dominante. Com a baixa frequência $f_x = 0,04$, os casos 20B e 20C foram completamente dominados pela supressão, sendo as formações em ambos os lados do cilindro suprimidas. Verificou-se um único desprendimento grandioso longe do corpo em cada simulação devido à perturbação causada pela não satisfação da condição de impenetrabilidade à partir do final do último módulo, em $x = 10$, identicamente ao mostrado na Figura 5.32. Verifica-se que, quando comparado ao cilindro isolado em repouso ou excitado pela baixa frequência $f_x = 0,04$, o efeito solo também foi dominante no sentido de reduzir o arrasto e aumentar a sustentação. Verifica-se ainda que, comparando ao caso em que somente o efeito solo era atuante, algum aumento na sustentação ocorreu em ambas as simulações, um sutil aumento no arrasto ocorreu para o Caso 20B e uma pequena redução no arrasto ocorreu no Caso 20C. De modo geral, não foram expressivas as alterações comparadas a situação em que o efeito solo atua sobre o corpo em repouso em mesmo *gap*. Observa-se, contudo, que a sustentação possui maior sensibilidade aos dois fenômenos atuando conjuntamente, mesmo o efeito da oscilação *in-line* sendo um efeito simétrico. A primeira surpresa ocorre para o enfraquecido *lock-in* observado. Acredita-se que devido ao fato de a supressão tornar o espectrograma extremamente difuso, sem a presença de nenhuma frequência expressiva, o espectro da sustentação fique suscetível a evidenciar qualquer mínima influência atuante, o que sugere que a combinação dos efeitos favoreça o fenômeno de atrelagem síncrona pela ausência de sinais substanciais concorrentes que são aniquilados indiretamente pelo violento efeito de supressão em *gaps* se aproximando da condição limítrofe em 0.

Essas três situações comentadas até este ponto possuem a propriedade de pelo menos um dos complexos efeitos envolvidos estarem enfraquecidos, e o comportamento geral ser próximo a situação mais crítica, segundo a dominância do efeito fortalecido. Quando não houve situação crítica, não houve manifestação muito diferente da situação em que o cilindro se encontra estacionário e isolado. Na Figura 5.41 é mostrado o comportamento desses efeitos combinados obtidos. São ilustrados um exemplo de cada caso pois as

diferenças visuais entre as configurações em mesma frequência e distância do solo não são perceptíveis.

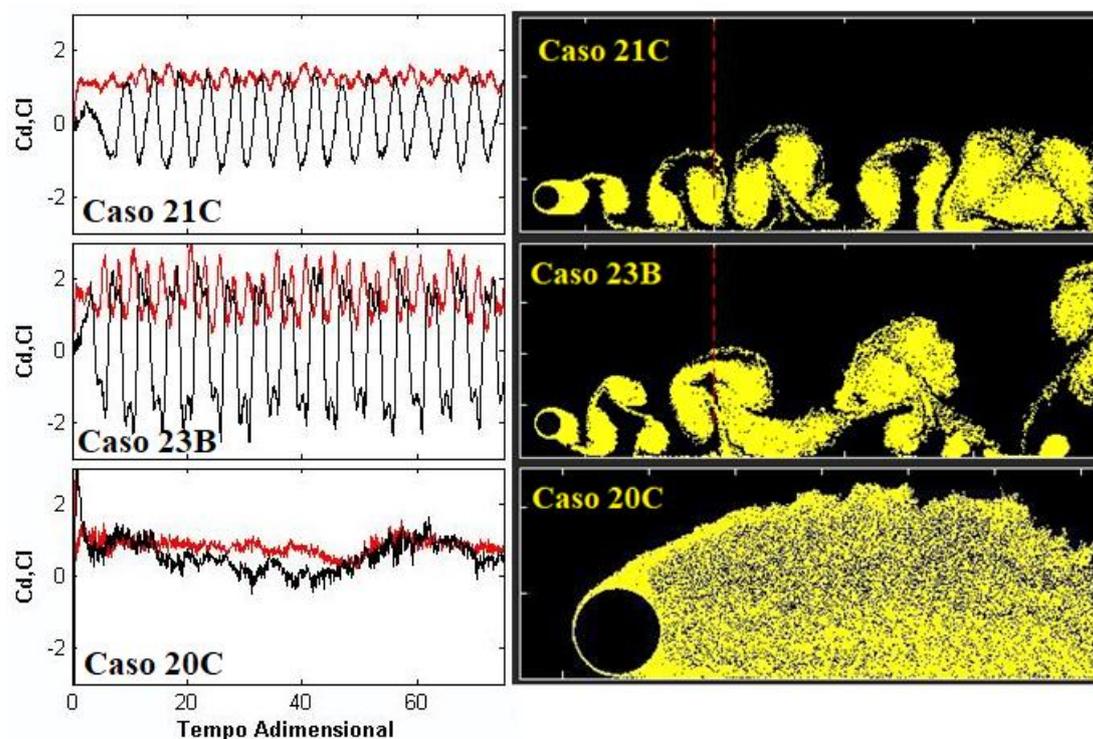


Figura 5.41: Efeitos combinados de vibrações e proximidade do solo.

Visto que não houve significativa diferença visual nos casos com configurações diferentes, mas com mesmo *gap* e frequência de excitação, conclui-se na Figura 5.41 que o comportamento dos casos 21B e 21C são semelhantes ao comportamento do cilindro isolado sem oscilação e o comportamento dos casos 20B e 20C é semelhante ao comportamento do cilindro em repouso muito próximo ao solo. Quanto aos casos 23B e 23C, pode-se concluir que há desprendimento de estruturas antissimétricas mantendo o padrão similar ao caso de quando o cilindro isolado oscila na alta frequência $f_x = 0,40$. No entanto, percebe-se que o modo não é tão claro devido a limitação que o chão impõe para a propagação. As curvas de carregamentos, contudo, possuem muita semelhança às curvas observadas quando o cilindro isolado oscila próximo a $f_x = 0,40$, como pode ser visto na Figura 5.42 com as respostas obtidas por Song e Song (2003) em frequências semelhantes, mas um $Re = 855$:

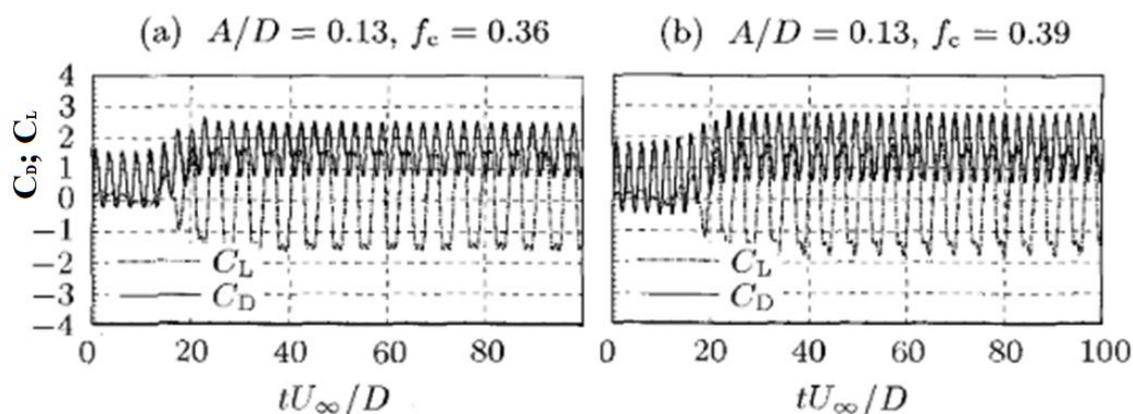


Figura 5.42: Comportamento dos carregamentos quando o cilindro isolado oscila com uma frequência próxima a $f_x = 0,40$. Adaptado de Song e Song (2003).

O resultado mais imprevisível, e interessante, é aquele em que ambos os efeitos estão fortalecidos. A excitação em $f_x = 0,40$ tende a aumentar o arrasto, enquanto o efeito de supressão tende a diminuir o arrasto. A excitação em $f_x = 0,40$ induz a formação periódica de estruturas vorticosas enquanto o efeito de supressão tende a extingui-las. Comparando à situação em que o cilindro está isolado, ou quando o cilindro está isolado sobre a ação da excitação, o efeito solo foi dominante no sentido de se reduzir o arrasto. Comparando à situação em que o cilindro está em repouso em $g = 0,05$, percebe-se um aumento sutil no arrasto observado no Caso 22B e uma redução sutil sobre o Caso 22C, equalizando os valores a um número muito próximos entre si. Pode-se dizer que o arrasto foi pouco sensível à oscilação. O mesmo não pode ser dito para a sustentação. Mesmo a oscilação *in-line* sendo um efeito simétrico, esta perturbação resultou um aumento de cerca de 30% em relação ao caso do cilindro isolado disposto em $g = 0,05$ com a configuração C e cerca de 70% com a configuração B. Deve-se atentar ao efeito da perturbação do final do último módulo em $x = 10$ como uma possível causa dessa discrepância dos valores, e também ao fato de os carregamentos apresentarem pouco desvio na passagem de $g = 0,10$ para $g = 0,05$ quando a Configuração C foi utilizada no estudo puramente do efeito solo. Não se conseguiu detectar qualquer diferença visual no escoamento que justificasse essa discrepância, o regime de formações e desprendimento unilateral foi praticamente idêntico um ao outro. Independentemente da confiabilidade desses resultados quantitativos dos carregamentos, pode-se concluir que a sustentação possui alta sensibilidade à sobreposição desses fenômenos e tende a obter um ganho além do esperado para o cilindro em repouso sobre o efeito solo quando se situa muito próximo ao chão. O efeito da oscilação em alta frequência também pode ser

observado quantitativamente pela sincronia entre as frequências de oscilação e sustentação no mesmo valor, sendo um caso especial de atrelagem síncrona não verificado normalmente em oscilações *in-line*, que é caracterizada para o cilindro isolado em $f_{CL}/f_x = 0,50$, sendo que nessas simulações o sincronismo ocorreu com $f_{CL}/f_x = 1$. A aniquilação das componentes dos espectros dos carregamentos causados pela supressão, como observado anteriormente, é uma situação oportuna para que uma excitação periódica se evidencie.

Quanto ao desprendimento, os dois fenômenos se manifestaram. Verifica-se o desprendimento na parte superior do cilindro, semelhantemente ao desprendimento na parte superior observado em desprendimentos simétricos. No entanto, o correspondente simétrico não é verificado, estando a parte inferior completamente suprimida do regime de desprendimento de estruturas vorticosas, como pode ser visto na Figura 5.43. Como esse desprendimento superior não se assemelha tanto ao observado por Taneda (1965) e não se conhece em toda a literatura pesquisada um modo similar, esse regime foi classificado como S/2 na Tabela 5.10. Trata-se possivelmente de um novo modo ainda não observado pela literatura até a presente data.

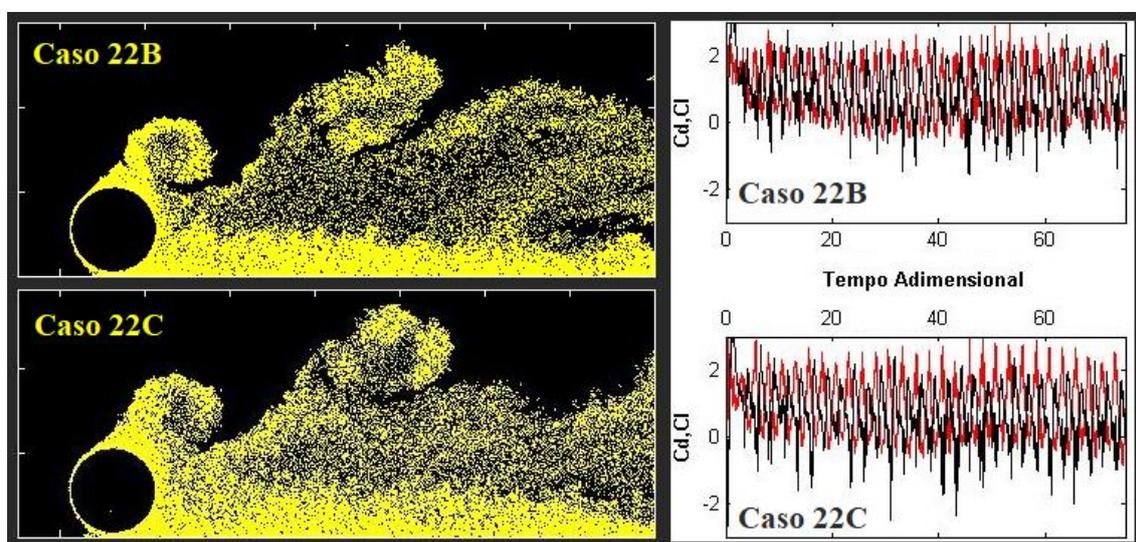


Figura 5.43: Forte atuação de dois efeitos conflitantes.

O fato de o desprendimento ocorrer apenas no lado superior do cilindro pode justificar o sincronismo em $f_{CL}/f_x = 1$. Uma vez que não há desprendimento pelo lado suprimido, a periodicidade de todo o sistema envolvido é a mesma do desprendimento da estrutura do lado superior, idêntica à frequência de excitação.

Capítulo 6

CONCLUSÃO

6.1 Principais Conclusões

O presente trabalho estudou a fundo dois fenômenos complexos da natureza, reunindo e analisando comparativamente uma ampla literatura aplicada e utilizando de muitas valências multidisciplinares para alcançar o objetivo do estudo. Foi necessária uma ampla revisão matemática do método utilizado para solução do problema proposto, o M.V.D., o que em grande parte confirmou que o método é baseado em princípios sólidos da Física e da Matemática para a solução de problemas. Adequações necessárias foram identificadas como a inclusão do importante efeito de variação inercial, e foram implementadas com muito forte sucesso nos resultados. Os resultados analíticos puderam ser evidenciados por medições experimentais de estudos anteriores também com uma muito forte correspondência, e evidenciado também pelo sucesso da aplicação neste próprio estudo, que passou a ter muito boa correspondência com a literatura de V.I.V. após a inclusão dessas modificações numericamente. Pode-se dizer então que o presente trabalho tem uma colaboração para o próprio método que utilizou.

A reavaliação de trabalhos anteriores relativos aos temas estudados foi feita, levantando muitos dados anteriormente não apresentados, contribuindo para a melhor compreensão teórica dos fenômenos envolvidos, das técnicas utilizadas para abordagem, levantando discussões pertinentes e apresentando respostas para muitas delas. O potencial

do método utilizado também fica em evidência após este trabalho no sentido de que foram mostradas situações em que a literatura encontra muita dificuldade de se obter bons resultados com a utilização de outros métodos. E também no sentido de mostrar, com um exemplo advindo de um extenso estudo de aferição de parâmetros, como uma configuração em especial era adequada para exprimir resultados mais relevantes em certos aspectos, comparados às evidências experimentais. O resultado do estudo de aferição de parâmetros conseguiu representar o comportamento adequado da sustentação e muitos outros fatores como pontos de separação da C.L. e de estagnação sobre o efeito solo sem a necessidade da utilização de melhorias como inclusões de rugosidade ou modelagem de turbulência, tendo ainda um número reduzido de painéis discretizando a superfície do corpo, o que possui um impacto muito grande, e positivo, na redução do tempo de simulação computacional. A aplicação desta configuração possui uma vertente prática, pois reproduz bem uma extensa faixa observações experimentais, e também contribuiu para a investigação teórica dos fenômenos, em especial, do efeito solo. Utilizando-se da configuração com 300 painéis, os resultados obtidos foram próximos aos de Bimbato (2008), e próximos ao ajuste mais bidimensional utilizado por Nishino (2007) para o pequeno intervalo em comum. Esse ajuste, infelizmente, não permite maiores aproximações à parede, o que impede que se tenha dados comparativos ideais entre experimento e simulação. O presente estudo do efeito solo mostrou ainda que a parede plana deveria ter sido discretizada com extensões superiores às utilizados quando *gaps* muito pequenos são adotados.

Em relação ao estudo do efeito solo, para as configurações utilizadas, o comportamento geral dos pontos de estagnação e da pressão de base foi coerente com o observado por Bearman e Zdravkovich (1978) e Lei, Cheng e Kavanagh (1999). Os pontos de separação da C.L. foram coerentes com o comportamento observado por Hiwada et al. (1986) e Nishino (2007). Levando em consideração a situação teórica de desacoplamento completo do efeito da C.L. do solo, os resultados apresentados foram coerentes com Bimbato (2008) e Bimbato, Alcântara Pereira e Hirata (2013). Os modos de desprendimento possuem correspondência, além desses dois últimos estudos, também com Taneda (1965) e Huang e Sung (2007). Embora a supressão absoluta não tenha sido verificada em $g = 0,35$, como em Nishino (2007), observa-se algumas correspondências com o que indicam os estudos de estabilidade de Huang e Sung (2007) e de Nishino e Roberts (2008) e ainda com algumas observações apontadas por Taniguchi e Miyakoshi

(1990). Trata-se de um estudo bem sucedido. Contudo o estudo falhou na extensão da representação do solo por painéis planos, e isto certamente impactou o comportamento sobre o ponto mais próximo ao solo, em $g = 0,05$. O tratamento do erro das medições apresentadas neste ponto não é suficiente para se atestar que ele forneça resultados quantitativamente precisos. Acredita-se que para o segundo menor valor de g os resultados quantitativos estejam dentro da razoabilidade e para maiores g aps, onde se concentram um número muito maior de simulações, a extensão utilizada para discretização do chão seja suficiente. No aspecto qualitativo, no entanto, as simulações que envolvem $g = 0,05$ forneceram uma riqueza muito grande de informações sobre a supressão e o comportamento do escoamento próximo ao corpo, e neste aspecto, indubitavelmente, as simulações foram bem sucedidas.

A análise espectral do arrasto revelou um comportamento importante que pode estar associado a vários estudos de estabilidade, assim como a supressão encontrada por Nishino (2007) no ponto $g = 0,40$. Dentre os aspectos importantes dessa análise, verificou-se a mudança da natureza da frequência dominante em correspondência direta com a descaracterização do modo de desprendimento de von Kármán. Nota-se que na proximidade do solo, o sinal da força de arrasto é composto por duas componentes harmônicas possuindo uma o dobro da frequência da outra. A frequência menor possui o mesmo valor da frequência dominante obtida pelo espectro do sinal da sustentação, que é constante para uma ampla faixa de g , mas é variável conforme a distância do cilindro ao solo seja muito pequena. A mudança da dominância de uma frequência sobre a outra situa-se exatamente no ponto onde algum desvio é observado entre a curva obtida pela configuração C deste estudo e a curva experimentada com o ajuste tangencial dos ensaios de Nishino (2007)., isto é, a situação onde os *end-plates* tangenciam a parte inferior do cilindro. Um outro ponto importante encontrado foi aquele suficientemente próximo ao chão para que não mais se verificasse a presença distinta da frequência maior no espectrograma de potência do sinal do arrasto, sem a conversão de unidades para decibéis para se poder analisar pequenos picos, e situa-se próximo a $g = 0,25$ para a configuração C. Observa-se nas simulações que a partir deste ponto, conforme o cilindro se aproximou do chão, os impactos nos carregamentos são violentos e o St sofreu decaimento. Observa-se que esse ponto tem muitas características de um ponto crítico, mesmo não ocorrendo sobre ele a supressão absoluta.

As observações sobre a análise espectral do arrasto podem explicar o curioso fenômeno observado recentemente por Barbosa et al. (2017) em seus estudos experimentais acerca de fenômenos de vibrações livres com dois graus de liberdade induzidas por vórtices na presença de uma parede, onde foi observada a composição bi harmônica da força de arrasto experimentada era composta por forças com frequências de proporções idêntica e dobrada da frequência da sustentação, identicamente ao que se observou para *gaps* intermediários neste estudo. Baseado nessas evidências, será proposto um estudo futuro na seção seguinte que pode obter respostas realísticas sobre os fenômenos de V.I.V. livres com a utilização de oscilações forçadas na busca da atrelagem síncrona, o que permitiria o acoplamento dos estudos forçados e livres, quando o efeito solo esteja presente. Em essência, sugere-se que para os intervalos pertinentes onde essa excitação de duas harmônicas ocorra, o movimento do corpo seja simulado pela composição de duas harmônicas aplicando a metodologia utilizada neste trabalho.

Os resultados apresentados não foram pouco importantes. A correspondência qualitativa dos fenômenos de V.I.V. foi muito alta em comparação a estudos da literatura que possuem boa correspondência entre si, como o numérico de Song e Song (2003) e os experimentais de Ongoren e Rockwell (1988b) e de Nishihara, Kaneko e Watanabe (2005). Em geral, os resultados quantitativos foram tão bons quanto os qualitativos. A questão sobre a possibilidade da dominância plena do modo simétrico nesse alto Re , contudo, ainda ficou aberta, pois essa observação não foi encontrada na literatura para o mesmo Re e as simulações realizadas só conseguiram perpetuar esse modo em plena dominância por períodos pequenos. Pela baixa estabilidade desse modo, relatada em vários estudos, a raridade da coerência em modo livre observada por Cagney e Balabani (2013b, 2013a), pela tendência da turbulência em altos Re , altas frequências e amplitudes, acredita-se que esse modo não será encontrado facilmente com plena coerência e dominância absoluta, embora sobre um modo de competição o modo S tenha sido observado neste próprio trabalho, muitas vezes sendo dominante (mas não absoluto) e apresentando semelhanças visuais com o que foi mostrado experimentalmente por Nishihara, Kaneko e Watanabe (2005). A zona de *lock-in* e o arrasto médio em todas as simulações após as modificações foram extremamente condizentes até mesmo para a configuração auxiliar de 50 painéis discretizando o corpo, que teoricamente é a menos precisa utilizada neste trabalho, mas também apresentou muito boa precisão comparada aos outros resultados e à literatura.

O critério utilizado para consideração da atrelagem síncrona baseou-se na verificação entre o sincronismo, ou não, da frequência dominante do coeficiente de sustentação com a frequência de excitação. Segundo levantamentos típicos da fração de frequência f_{CL}/f_x presentes na literatura puramente *in-line*, como mostrado na Figura 2.10a, existe uma região onde essa fração se estabiliza em $f_{CL}/f_x = 0,5$, caracterizando, então, a região de *lock-in* efetivamente mapeada neste estudo. Para um $Re = 10^5$ e $A_x = 0,13$, o intervalo compreendido para a região de *lock-in* foi $2,27 < Vr_x < 4$, o correspondente a $0,25 < f_x < 0,44$, o que é uma faixa muito condizente com o que se esperava segundo estudos anteriores. Além dessa região mais importante de sincronismo, abriu-se a possibilidade neste estudo para a observação, ou não, de um sincronismo com a característica $f_{CL}/f_x \approx 0$, pois existem indícios na literatura de que isso possa ocorrer em um raro caso particular em que o modo S seja absoluto. Para a fração $f_{CL}/f_x = 1$, a natureza da curva do cilindro isolado vibrando forçadamente em movimento puramente *in-line* mostra que se isso ocorre é apenas pontualmente, e não em uma região, tendo pouca importância quando o cilindro está isolado. Contudo, ao que tudo indica, um sincronismo nessa fração unitária pode ocorrer quando o efeito solo é muito atuante, conforme foi verificado quando tanto o efeito de oscilação forçada e quanto o alto bloqueio pela proximidade da parede plana eram atuantes, e esta fração também deve ser considerada para designação de *lock-in*.

Quanto ao estudo que acopla o efeito solo à vibração forçada *in-line*, pelo que se saiba, até o momento, um estudo análogo não foi realizado, o que não permite a comparação com a literatura. As simulações foram realizadas em combinações de alto e baixo efeito de cada fenômeno, resultando em quatro abordagens. Pelas combinações possíveis, três dessas quatro abordagens possuíam pelo menos um dos fenômenos menos expressivo do que o outro, possuindo alguma previsibilidade dos resultados. Quando o cilindro esteve em uma distância considerável do chão e experimentando uma pequena frequência de oscilação, o impacto dos fenômenos foi pequeno. Aumentando-se a frequência para um valor expressivo, houve a dominância do efeito da oscilação *in-line* próximo ao obtido quando o corpo estava isolado. Quando o corpo esteve próximo ao chão, mas experimentando uma baixa oscilação, o fenômeno dominante foi o efeito solo, próximo ao resultado obtido quando somente o efeito solo foi atuante. Mesmo com um efeito enfraquecido, verificou-se certa sensibilidade da sustentação quando os dois fenômenos foram atuantes próximos ao solo e a tendência do efeito solo em estimular o sincronismo entre as forças e a excitação.

A simulação que envolveu os dois fenômenos fortalecidos concentrou os resultados mais interessantes. A sensibilidade da sustentação foi maior do que a esperada, resultando em discrepância entre as medições, o que também pode ser efeito da representação da parede plana por painéis em uma extensão insuficiente. O cilindro que se encontrava sobre a atuação de uma frequência que induz um aumento do arrasto, também estava sobre o adverso efeito da supressão, que induz uma queda do arrasto. O fenômeno dominante nessa situação foi o de supressão, pois o arrasto obtido foi abaixo daquele onde o cilindro se encontra isolado. Comparado à situação do cilindro estacionário próximo à parede plana, o arrasto mostrou pouca sensibilidade ao efeito de oscilação. O regime de desprendimento de estruturas vorticosas também se encontrava sob efeitos conflitantes, sendo obviamente o efeito de supressão um efeito que tende a interromper o desprendimento, e o efeito de vibração em alta frequência que possui a propriedade de induzir o desprendimento. Nessa situação, os dois efeitos se mostraram presentes, estando o escoamento suprimido do regime de desprendimento na parte inferior, próxima ao chão, e desprendendo-se uma formação por ciclo de oscilação da parte superior do corpo. Esse regime não se assemelhou identicamente a nenhum regime conhecido pelo autor, embora tenha algumas características do regime observado por Taneda (1965), e foi chamado de $S/2$ pela semelhança com o desprendimento somente da parte superior do regime de desprendimento simétrico. Obviamente esse regime não é simétrico pois não possui a estrutura vorticosa correspondente na parte inferior.

Quanto ao efeito da alta oscilação na presença de uma parede, foi observada a atrelagem da frequência de excitação com a frequência dominante da sustentação sobre a fração de frequência $f_{CL}/f_x = 0,50$ quando o cilindro esteve longe do solo ($g = 0,80$) e dentro da faixa de *lock-in* do cilindro isolado ($f_x = 0,40$). Pode-se dizer que esse resultado também era esperado. Quando o cilindro esteve sobre a faixa de *lock-in* do corpo isolado, mas sobre a forte atuação do efeito solo, houve atrelagem sobre a fração $f_{CL}/f_x = 1$. Este último resultado não é trivial pois essa fração de atrelagem é uma propriedade das vibrações transversais. Tendo em vista que a supressão tenda a tornar os espectros dos carregamentos difusos, sem picos expressivos de nenhuma força no domínio da frequência, é plausível que uma perturbação periódica associada ao reflexo do movimento periódico se sobressaia sobre as demais. Visto que o regime nessa situação desprendia uma estrutura vorticosa por ciclo, é plausível que a sustentação possua essa frequência dominante. Ao que tudo indica, a aniquilação de altos picos nos espectros dos

carregamentos causados pelo efeito de bloqueio, observado conforme o cilindro se aproxime muito do chão, favorece o fenômeno de atrelagem síncrona.

Conclui-se que o estudo foi realizado com êxito e teve importantes resultados em muitos aspectos envolvidos, contribuindo para a pesquisa e desenvolvendo o conhecimento sobre esses complexos fenômenos investigados.

6.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

Uma evolução natural do presente estudo consiste em se estudar o efeito que a fina C.L. sobre o chão causaria para satisfazer a condição de contorno $\vec{u} = \vec{U}_\infty$. A melhor compreensão desse efeito pode sanar muitas questões teóricas sobre o efeito solo e possui aplicação prática.

No âmbito dos estudos envolvendo o efeito solo, vibrações induzidas por vórtices e vórtices induzidos por vibrações, a composição de duas harmônicas na força de arrasto é observada como tendo a proporção 1 e 2 das frequências da sustentação quando o cilindro se encontra próximo ao solo, o que sugere que o movimento de um corpo em vibração livre possa se equilibrar com as forças induzidas se também for um movimento composto por essas mesmas frequências. A adequação do programa computacional para impor um movimento de tal modo é bem simples, deve-se ter algum cuidado apenas com a implementação dos efeitos da variação da inércia analogamente ao feito neste trabalho, com a diferença de se contabilizar duas harmônicas (ou três se o estudo tiver 2 graus de liberdade). A ordem de amplitude de oscilação pode ser incorporada de estudos de vibração livre, e possivelmente será menor do que a utilizada neste estudo, a proporção de uma amplitude de oscilação em relação a outra pode ser usada como a proporção dos dois picos das forças dos espectros da FFT do sinal do arrasto do corpo em repouso em cada *gap*. Alguns pontos nem mesmo precisariam dessa análise, por exemplo entre $0,4 \leq g \leq 0,5$ as amplitudes das forças harmônicas provavelmente seriam muito próximas. A fase entre essas amplitudes poderia ser obtida de estimativas da literatura de vibração livre, ou também através da transformada de Fourier do sinal do coeficiente de arrasto. Quando houver sincronismo da sustentação com a frequência maior do arrasto, haveria então a atrelagem síncrona. A abordagem complexa (números imaginários) deve ser adequada a este tipo de estudo. As observações de Barbosa et al. (2017) sugerem que este tipo de movimento deva existir na presença do efeito solo.

Esses novos estudos propostos, assim como os realizados neste trabalho, podem ser expandidos para situações que considerem a rugosidade, modelo de turbulência, efeitos térmicos e o processamento paralelo. A metodologia para estudos de V.I.V. desenvolvida neste trabalho pode ser introduzida em estudos como os de Bimbato (2012), Alcântara Pereira et al. (2020) e de Oliveira et al. (2020), que envolvem rugosidade e a presença do chão, em estudos como o de Alcântara Pereira, Hirata e Silveira Neto (2003) com modelagem de turbulência, Alcântara Pereira e Hirata (2003) com a inclusão de efeitos térmicos ou ainda em Lós Reis e Alcântara Pereira (2016), envolvendo a transferência de calor e o processamento em paralelo, sendo este uma ferramenta com alto potencial de redução do tempo computacional das simulações numéricas.

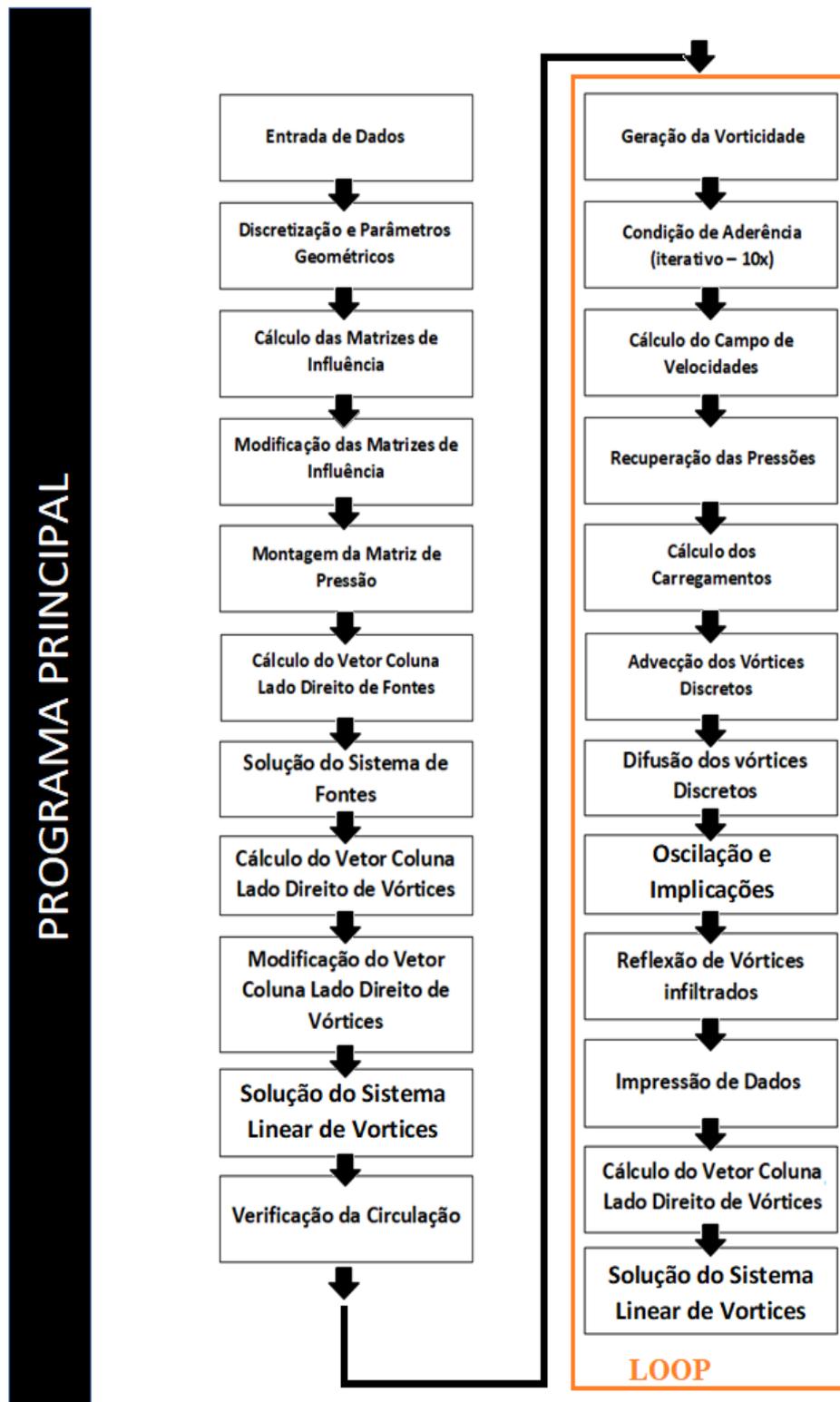
APÊNDICE A – DADOS DE SIMULAÇÕES E ESTRUTURA DO PROGRAMA COMPUTACIONAL

A.1 Dados de Simulações

Tabela A.1: Dados das Simulações na Configuração B para o Efeito Solo

Caso	g	C_d	C_L	St
8B	0,05	0,80	0,47	-
9B	0,10	1,11	0,41	0,12
10B	0,15	1,23	0,11	0,14
11B	0,20	1,42	0,09	0,17
12B	0,25	1,41	0,00	0,19
13B	0,30	1,44	0,05	0,20
14B	0,35	1,41	0,04	0,20
15B	0,40	1,35	-0,02	0,20
16B	0,45	1,39	0,08	0,21
17B	0,50	1,41	0,10	0,21
18B	0,60	1,40	0,12	0,21
19B	0,80	1,34	0,13	0,22

A.2 Estrutura do Programa Computacional



APENDICE B – FUNÇÕES DE GREEN E DELTA DE DIRAC

B.1 Delta de Dirac

O Delta de Dirac, também conhecido como a Distribuição Singular, é uma importante ferramenta matemática para o tratamento de distribuições e singularidades, e pode ser definido em \mathbb{R}^n pelas condições (PRATA, 1980):

$$\begin{aligned} \delta(z - z') &= 0, \quad \forall z \in \Omega / z \neq z' \\ \int_D \delta(z - z') f(z) d\Omega(z) &= f(z') \\ \int_D \delta(z - z') d\Omega(z) &= 1, \quad z' \in \Omega \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

Onde $f(z)$ é contínua em Ω , sendo Ω o domínio em \mathbb{R}^n .

Como consequência da segunda condição, também pode-se encontrar a seguinte propriedade:

$$(z - z') \delta(z - z') = 0 \quad (\text{B.2})$$

Não é incomum o Delta de Dirac ser apresentado assim como na Equação (B.3). Muitas vezes ele é apresentado como uma função definida como tal. No entanto, nenhuma função pode ser definida como (B.3). Uma evidência disto é o fato da integral de Riemann de δ definido como em (B.3) levar a um valor nulo, pelo fato que a função $f = 0$ leva a qualquer integral de f a 0, e a função nula difere de δ exceto por um ponto. Logo, a melhor classificação para o Delta de Dirac é como uma distribuição, embora uma distribuição singular seja, em princípio, uma ideia antagônica.

$$\delta(z - z') = \begin{cases} 0, & \forall z \neq z' \\ \infty, & z = z' \end{cases} \quad (\text{B.3})$$

Embora nenhuma função tenha tais propriedades, o Delta de Dirac pode ser imaginado como um limite de uma sucessão de funções, e pode ser definido desta forma pela “teoria das funções generalizadas”. Em (B.4) tem-se a primeira e mais famosa representação, podendo ser visualizada pela Figura B.1. Esta representação tem a primeira

e segunda propriedade de (B.1) atendidas no limite de $n \rightarrow \infty$, e atende a terceira propriedade para qualquer valor não nulo de $n \in \mathbb{R}$. Muitas propriedades do Delta de Dirac, assim como outras representações como esta, podem ser encontradas em de Azambuja (1969).

$$\delta(z) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{n}{\pi}} e^{-n|z|^2} \quad (\text{B.4})$$

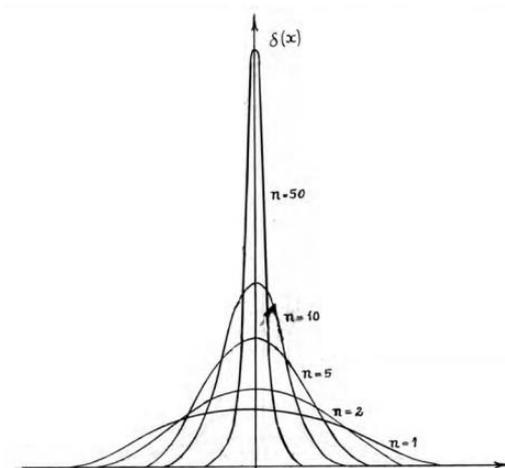


Figura B.1: Representação do Delta de Dirac (DE AZAMBUJA, 1964).

A Distribuição singular também é associada à uma função de Green fundamental pela solução fundamental do operador Laplaceano,

$$\nabla^2 G(z - z') = -\delta(z - z') \quad (\text{B.5})$$

B.2 Funções de Green Fundamentais

Uma função de Green fundamental é associada ao Delta de Dirac pela Equação (B.5). Por suas propriedades especiais, as funções de Green são muito utilizadas nas soluções de equações diferenciais e no isolamento de polos. Em \mathbb{R}^2 e \mathbb{R}^3 , a função de Green fundamental que satisfaça as condições (B.1) e (B.5) é dada, segundo Cordeiro (2018), por

$$G(z - z') = \begin{cases} -\frac{1}{2\pi} \ln(|z - z'|) & z = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \\ \frac{1}{4\pi|z - z'|} & z = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \end{cases} \quad (\text{B.6})$$

Para um pequeno desvio, $\varepsilon > 0$, em torno de $r = |z - z'| \in \mathbb{R}^2$, para o apropriado sistema de coordenadas:

$$\nabla^2 G(r) = \frac{-1}{2\pi} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \ln(r + \varepsilon) \right) \right) = \frac{-1}{2\pi} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(\frac{\varepsilon}{r(r + \varepsilon)^2} \right) \quad (\text{B.7})$$

Pode-se facilmente ver que a equação (B.7) leva à equação (B.5) uma vez que para qualquer $r \neq 0$ o limite anterior tende a 0, e para $r = 0$ o limite tende a $-\infty$.

Este estudo é uma aplicação para o caso bidimensional, logo, concentrar-se-á nos resultados e propriedades em \mathbb{R}^2 , embora muitos resultados possam ser estendidos para demais dimensões, ou deduzidos de modo análogo.

B.2.1 Gradiente e laplaciano da função de Green

Seja a região centrada em z' do círculo ∂D_ε disposto assim como a Figura B.2

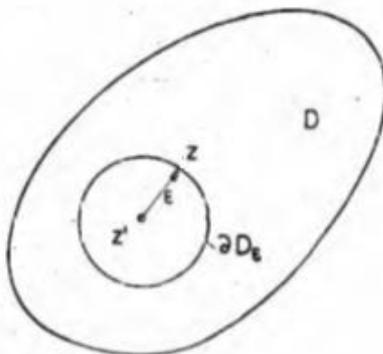


Figura B.2: Região interna ao domínio - $\varepsilon > 0$. Adaptado de Prata (1980).

Define-se sem sobrescrito, por notação, ∇ o operador Nabla quando aplicado em relação a z , e ∇' aplicado em relação a z' , de modo que as seguintes relações podem ser encontradas:

$$\nabla G = -\nabla' G = -\frac{1}{2\pi} \frac{z - z'}{|z - z'|^2} \quad (\text{B.8})$$

$$\nabla^2 G = \nabla'^2 G = -\delta(z - z') \quad (\text{B.9})$$

Seja um ponto do domínio $z = (x, y)$ e $z' = (x', y')$ o polo a se isolar. Para a região interna ao domínio assim como na Figura B.2, integrando e aplicando o teorema de Gauss, tem-se:

$$\int_D \nabla^2 G d\Omega = \int_{\partial D_\varepsilon} \nabla G n ds = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{(z-z')}{|z-z'|^2} \frac{(z-z')}{|z-z'|} (z-z') d\theta = -1 \quad (\text{B.10})$$

A relação (B.9) verifica a primeira condição de (B.1) e (B.10) verifica a última. A segunda condição pode ser obtida tomando o limite quando $\varepsilon \rightarrow 0$, na última equação, de acordo com a Figura B.2. Quando se isola um polo no contorno do domínio, no entanto, a segunda condição de (B.1) não pode ser obtida, pois $z' \in \partial D_\varepsilon$. Se o contorno de fronteira é suave, pode-se realizar a integração em um semicírculo, com raio tendendo a 0, de acordo com a Figura B.3:

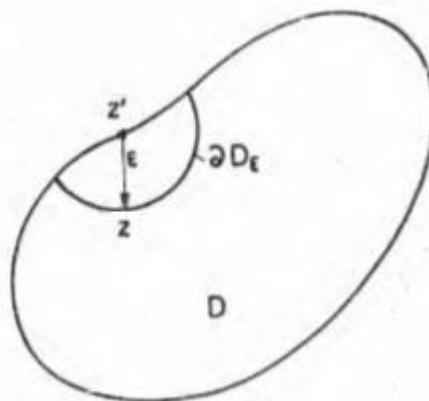


Figura B.3 : Região de contorno - $\varepsilon \rightarrow 0$. Adaptado de Prata (1980).

Semelhantemente ao feito em (B.10), tomando o limite quando $\varepsilon \rightarrow 0$ e aplicando o teorema de Gauss à integral:

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_D \nabla^2 G d\Omega = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\partial D_\varepsilon} \nabla G n ds = -\frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \frac{(z-z')}{|z-z'|^2} \frac{(z-z')}{|z-z'|} |z-z'| d\theta = -\frac{1}{2} \quad (\text{B.11})$$

A Equação (B.10) é uma consequência da definição da função de Green fundamental, e pode tomar interpretações interessantes e importantes. Pode-se, por exemplo, deduzir que campos proporcionais à $\nabla G(z-z')$ possuem divergência singular em $z = z'$. A fonte potencial é um exemplo deste tipo de campo.

Seja o caminho $\overline{S_1 S_2}$ orientado e descrito por uma curva contínua, como mostrado na Figura B.4. O fluxo do campo $\nabla G(z - z')$ que atravessa $\overline{S_1 S_2}$ independe da forma dessa curva, como será mostrado:

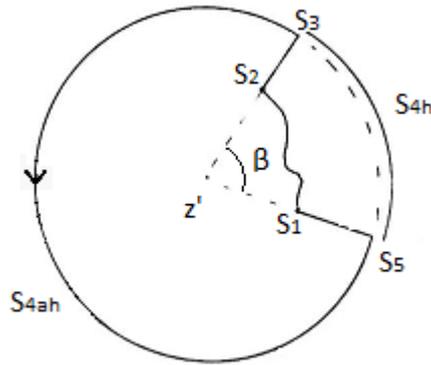


Figura B.4: Curvas em torno do Polo z' .

O fluxo de $\nabla G(z - z')$ através da curva fechada $\overline{S_1 S_2 S_3 S_{4h} S_5}$ pode ser obtido aplicando-se a Lei de Gauss. Como a área compreendida pela curva não contém o ponto z' , isto é, a singularidade, o laplaciano da função de Green é nulo em todos os pontos internos à curva.

$$\int_{S_1 S_2 S_3 S_{4h} S_5} \nabla G(z - z') \hat{n} ds = \int_{A_{S_1 S_2 S_3 S_{4h} S_5}} \nabla^2 G(z - z') dA = 0 \quad (\text{B.12})$$

Logo:

$$\int_{S_1 S_2 S_3 S_{4h} S_5} \nabla G \hat{n} ds = \int_{S_1 S_2} \nabla G \hat{n} ds + \int_{S_2 S_3} \nabla G \hat{n} ds + \int_{S_3 S_{4h} S_5} \nabla G \hat{n} ds + \int_{S_5 S_1} \nabla G \hat{n} ds = 0 \quad (\text{B.13})$$

Como $\nabla G(z - z') \cdot \hat{n} = 0$ em $\overline{S_2 S_3}$ e $\overline{S_5 S_1}$, pode-se obter indiretamente o fluxo que atravessa $\overline{S_1 S_2}$ por:

$$\int_{S_1 S_2} \nabla G \hat{n} ds = - \int_{S_3 S_{4h} S_5} \nabla G \hat{n} ds = \frac{-1}{2\pi} \int_0^\beta \frac{(z - z')}{|z - z'|^2} \frac{(z - z')}{|z - z'|} |z - z'| d\theta \quad (\text{B.14})$$

$$\therefore \int_{S_1 S_2} \nabla G \hat{n} ds = - \frac{\beta}{2\pi}$$

Ou seja, todo caminho contínuo percorrido entre os pontos S_1 e S_2 , com a orientação de sentido assim como Figura B.4, produz o mesmo resultado na equação (B.14). Este resultado é intimamente ligado à indução no sentido normal a um painel plano de distribuição uniforme de fonte, conforme o método de painéis. Também pode-se considerar a equação (B.10) e (B.11) como casos particulares deste resultado.

B.2.2 O Operador Kernel

Um operador útil para análise de rotação e vorticidade, $K(z - z')$, é definido, segundo de Moraes (2011), em \mathbb{R}^2 , pela equação (B.15):

$$K(z - z') = \nabla \times (G(z - z')\hat{k}) \quad (\text{B.15})$$

Uma aplicação direta do rotacional na equação anterior leva a:

$$K(z - z') = \nabla \times G(z - z')\hat{k} = \nabla G(z - z') \times \hat{k} = \nabla G(z - z')^\perp \quad (\text{B.16})$$

Sendo que “ \perp ” designa a direção perpendicular positiva ao vetor, respeitando a regra da mão direita.

Um campo proporcional a $K(z - z')$, como o vórtice potencial, possui uma singularidade em $z = z'$. Tanto a vorticidade, quanto a velocidade induzida neste ponto não são finitas

$$\nabla \times (K(z - z')) = \nabla \times \nabla \times G\hat{k} = \nabla(\nabla \cdot G\hat{k}) - \nabla^2 G\hat{k} = -\nabla^2 G(z - z')\hat{k} \quad (\text{B.17})$$

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AHMAD, N. N. et al. Review of idealized aircraft wake vortex models. **52nd Aerospace Sciences Meeting**, p. 1–28, 2014.

ALCÂNTARA PEREIRA, L. A. **Simulação Numérica do Escoamento em torno de um Corpo de Forma Arbitrária Utilizando o Método de Vórtices Discretos**. 1999. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Instituto de Engenharia Mecânica/DME, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 1999.

ALCÂNTARA PEREIRA, L. A. **Simulação Numérica do Escoamento ao Redor de Perfis Aerodinâmicos Montados em Grades Lineares de Turbomáquinas Utilizando o Método de Vórtices Discretos**. 2002. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2002.

ALCÂNTARA PEREIRA, L. A. et al. Numerical experiments of the flow around a bluff body with and without roughness model near a moving wall. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, v. 42, n. 3, p. 129, 17 mar. 2020.

ALCÂNTARA PEREIRA, L. A.; HIRATA, M. H. Heat Transfer in the Wake Behind a Body Using a Particle Method. **In: 17th International Congress of Mechanical Engineering, Proceedings of COBEM.**, n. 2001, p. 10–14, 2003a.

ALCÂNTARA PEREIRA, L. A.; HIRATA, M. H. **Heat Transfer in the Wake Behind a Body Using a Particle Method**. 17th International Congress of Mechanical Engineering, Proceedings of COBEM. **Anais...**São Paulo: 2003b

ALCÂNTARA PEREIRA, L. A.; HIRATA, M. H.; SILVEIRA NETO, A. Vortex method with turbulence sub-grid scale modelling. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, v. 25, n. 1, p. 140–146, abr. 2003.

ANDRADE, C. L. DE. **Desenvolvimento de um Algoritmo Acelerador da Modelagem de Turbulência de um Método de Vórtices Discretos Lagrangeano**. 2017. 151 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Instituto de Engenharia Mecânica,

Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2017.

ARFKEN, G. B.; WEBER, H. J.; HARRIS, F. E. Complex Variable Theory. In: **Mathematical Methods for Physicists**. [s.l.] Elsevier, 2013. p. 469–550.

BARBOSA, J. M. DE O. et al. Vortex-induced vibrations of a freely vibrating cylinder near a plane boundary: Experimental investigation and theoretical modelling. **Journal of Fluids and Structures**, v. 69, n. March 2016, p. 382–401, fev. 2017.

BEARMAN, P. W. Circular cylinder wakes and vortex-induced vibrations. **Journal of Fluids and Structures**, v. 27, n. 5–6, p. 648–658, 2011.

BEARMAN, P. W.; ZDRAVKOVICH, M. M. Flow around a circular cylinder near a plane boundary. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 89, n. 1, p. 33–47, 1978.

BERNITSAS, M. M. et al. VIVACE (Vortex Induced Vibration Aquatic Clean Energy): A new concept in generation of clean and renewable energy from fluid flow. **Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering**, v. 130, n. 4, 1 nov. 2008.

BHATIA, H.; PASCUCCI, V.; BREMER, P. T. The natural Helmholtz-Hodge decomposition for open-boundary flow analysis. **IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics**, v. 20, n. 11, p. 1566–1578, 2014.

BIMBATO, A. M. **Análise do Comportamento Aerodinâmico de um Corpo na Presença de uma Superfície Plana Móvel**. 2008. 110 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2008.

BIMBATO, A. M. **Estudo de Escoamentos Turbulentos em torno de um Corpo Rombudo de Superfície Hidraulicamente Lisa ou Rugosa Utilizando o Método de Vórtices Discretos**. 2012. 165 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2012.

BIMBATO, A. M.; ALCÂNTARA PEREIRA, L. A.; HIRATA, M. H. Suppression of vortex shedding on a bluff body. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 121, p. 16–28, out. 2013.

BLEVINS, R. D. **Applied Fluid Dynamics Handbook**. first ed. New York: Van

Nostrand Reinhold Co, 1984.

BURESTI, G.; LANCIOTTI, A. Vortex shedding from smooth and roughened cylinders in cross-flow near a plane surface. **Aeronautical Quarterly**, v. 30, n. 1, p. 305–321, 7 fev. 1979.

BURESTI, G.; LANCIOTTI, A. Mean and fluctuating forces on a circular cylinder in cross-flow near a plane surface. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 41, n. 1–3, p. 639–650, 1992.

CAGNEY, N.; BALABANI, S. Mode competition in streamwise-only vortex induced vibrations. **Journal of Fluids and Structures**, v. 41, p. 156–165, 2013a.

CAGNEY, N.; BALABANI, S. Wake modes of a cylinder undergoing free streamwise vortex-induced vibrations. **Journal of Fluids and Structures**, v. 38, p. 127–145, 2013b.

CHOI, H.; JEON, W. P.; KIM, J. Control of flow over a bluff body. **Annual Review of Fluid Mechanics**, v. 40, p. 113–139, 2008.

CHORIN, A. J. Numerical solution of the Navier-Stokes equations. **Mathematics of Computation**, v. 22, n. 104, p. 745–745, 1968.

CHORIN, A. J. Numerical study of slightly viscous flow. **Computational Fluid Mechanics**, v. 57, n. 4, p. 65–76, 1973.

CORDEIRO, J. E. **Decomposição de Helmholtz-Hodge via funções de Green**. 2018. 73 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Centro de Ciências Exatas, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2018.

COULLIETTE, C.; PLOTKIN, A. Aerofoil ground effect revisited. **Aeronautical Journal**, v. 100, n. 992, p. 65–74, 1996.

DALTON, C. **A Review of Vortex-Induced Vibrations**. Earth and Space 2010. **Anais...**Reston, VA: American Society of Civil Engineers, 11 mar. 2010

DE AZAMBUJA, H. F. **A função delta**. Universidade do Rio Grande do Sul, 1964.

DE MORAES, P. G. **Efeitos de Interferência entre Dois Corpos Idênticos Alinhados com o escoamento** **Efeitos de Interferência entre Dois Corpos Idênticos Alinhados**

com o Escoamento. 2011. 154 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2011.

DE OLIVEIRA, M. A. et al. Control and Suppression of Vortex Shedding from a Slightly Rough Circular Cylinder by a Discrete Vortex Method. **Energies**, v. 13, n. 17, p. 4481, 31 ago. 2020.

DEN HARTOG, J. P. **Mechanical Vibrations**. New York: Dover Publications, 1985.

EINSTEIN, A. Investigations on the Theory of the Brownian Movement. **Dover, New York**, 1956.

EL-SHAHAT, A. Bladeless Wind Turbine as Wind Energy Possible Future Technology. **Natural Gas & Electricity**, v. 33, n. 4, p. 16–20, nov. 2016.

FONSECA, G. F.; BODSTEIN, G. C. R.; HIRATA, M. H. A numerical inviscid vortex model applied to parallel blade vortex interaction. **Revista Brasileira de Ciências Mecânicas**, v. XIV, n. 3, 1997.

GAO, Y. et al. Effect of surface roughness on vortex-induced vibrations of a freely vibrating cylinder near a stationary plane wall. **Ocean Engineering**, v. 198, n. December 2019, p. 106837, fev. 2020.

GE, N.; XIE, L. **High Precision Weight Measurement of Liquid Viscosity**. 2019 International Conference on Electronic Engineering and Informatics (EEI). **Anais...IEEE**, nov. 2019 Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/document/8991066/>>

GRASS, A. J. et al. **The influence of boundary layer velocity gradients and bed proximity on vortex shedding from free spanning pipelines**. Offshore Technology Conference. **Anais...Offshore Technology Conference**, 8 abr. 1983 Disponível em: <https://www.cambridge.org/core/product/identifier/S0001925900008532/type/journal_article>

GRIFFITHS, D. J. **Eletrodinâmica**. 3ª ed. São Paulo: Pearson, 1987.

HIWADA, M. et al. Effect of the turbulent boundary layer thickness on the flow characteristics around a circular cylinder near a plane surface. **Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers Series B**, v. 52, n. 479, p. 2566–2574, 1986.

HOWE, M. S. Contributions to the theory of aerodynamic sound, with application to excess jet noise and the theory of the flute. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 71, n. 4, p. 625–673, 28 out. 1975.

HSIEH, S.-C.; LOW, Y. M.; CHIEW, Y.-M. Flow characteristics around a circular cylinder subjected to vortex-induced vibration near a plane boundary. **Journal of Fluids and Structures**, v. 65, p. 257–277, ago. 2016.

HU, Z. et al. Wake modes behind a streamwisely oscillating cylinder at constant and ramping frequencies. **Journal of Visualization**, v. 22, n. 3, p. 505–527, 2019.

HUANG, W.-X.; SUNG, H. J. Vortex shedding from a circular cylinder near a moving wall. **Journal of Fluids and Structures**, v. 23, n. 7, p. 1064–1076, out. 2007.

JARŽA, A.; PODOLSKI, M. Turbulence structure in the vortex formation region behind a circular cylinder in lock-on conditions. **European Journal of Mechanics - B/Fluids**, v. 23, n. 3, p. 535–550, maio 2004.

JIN, Y.; DONG, P. A novel Wake Oscillator Model for simulation of cross-flow vortex induced vibrations of a circular cylinder close to a plane boundary. **Ocean Engineering**, v. 117, p. 57–62, 2016.

KATZ, J.; PLOTKIN, A. **Low-Speed Aerodynamics**. [s.l.] Cambridge University Press, 2001.

KHABBOUCHI, I.; GUELLOUZ, M. S.; BEN NASRALLAH, S. A study of the effect of the jet-like flow on the near wake behind a circular cylinder close to a plane wall. **Experimental Thermal and Fluid Science**, v. 44, p. 285–300, jan. 2013.

KIM, K.; BAEK, S. J.; SUNG, H. J. An implicit velocity decoupling procedure for the incompressible Navier-Stokes equations. **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, v. 38, n. 2, p. 125–138, 2002.

KONSTANTINIDIS, E.; LIANG, C. Dynamic response of a turbulent cylinder wake to sinusoidal inflow perturbations across the vortex lock-on range. **Physics of Fluids**, v. 23, n. 7, p. 075102, jul. 2011.

LADYZHENSKAYA, O. A. Sixth problem of the millennium: Navier-Stokes equations,

existence and smoothness. **Russian Mathematical Surveys**, v. 58, n. 2, p. 251–286, 30 abr. 2003.

LEI, C. et al. Vortex shedding suppression for flow over a circular cylinder near a plane boundary. **Ocean Engineering**, v. 27, n. 10, p. 1109–1127, out. 2000.

LEI, C.; CHENG, L.; KAVANAGH, K. Re-examination of the effect of a plane boundary on force and vortex shedding of a circular cylinder. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 80, n. 3, p. 263–286, 1999.

LEWIS, R. I. **Vortex Element Methods for Fluid Dynamic Analysis of Engineering Systems**. Cambridge: Cambridge University Press, 1991.

LIN, C.; LIN, W.-J.; LIN, S. **Flow characteristics around a circular cylinder near a plane boundary**. ISTP-16, 2005, PRAGUE 16TH INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON TRANSPORT PHENOMENA 1. **Anais...Praga**: 2005

LÓS REIS, J. H.; ALCÂNTARA PEREIRA, L. A. **PARTICLE-PARTICLE INTERACTIONS IN PARALLEL COMPUTATIONS FOR HEAT TRANSFER PROBLEMS**. Proceedings of the 16th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering. **Anais...ABCM**, 2016 Disponível em: <<http://abcm.org.br/anais-de-eventos/CIT2016/0062>>

MARTINS, D. S. **Regimes de Formação de Vórtices em um Cilindro Circular que Oscila Forçadamente com até Dois Graus de Liberdade Regimes de Formação de Vórtices em um Cilindro Circular que Oscila Forçadamente com até Dois Graus de Liberdade**. 2017. 178 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2017.

MILNE-THOMSON, L. M. **Theoretical Hydrodynamics**. 3rd. ed. London: Macmillan & Co, 1955.

MITTAL, S.; TEZDUYAR, T. E. A finite element study of incompressible flows past oscillating cylinders and aerofoils. **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, v. 15, n. 9, p. 1073–1118, 1992.

MOURA, W. H. **Análise do Escoamento ao Redor de um Corpo Oscilante na**

Presença de uma Superfície Plana. 2007. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2007.

MUNIR, A. et al. Numerical investigation of the effect of plane boundary on two-degree-of-freedom of vortex-induced vibration of a circular cylinder in oscillatory flow. **Ocean Engineering**, v. 148, n. November 2017, p. 17–32, jan. 2018.

MUSTTO, A. A.; HIRATA, M. H.; BODSTEIN, G. C. R. **Discrete vortex method simulation of the flow around a circular cylinder with and without rotation.** 16th AIAA Applied Aerodynamics Conference. **Anais...**Reston, Virigina: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 15 jun. 1998 Disponível em: <<http://arc.aiaa.org/doi/10.2514/6.1998-2409>>

NAUDASCHER, E. Flow-induced streamwise vibrations of structures. **Journal of Fluids and Structures**, v. 1, n. 3, p. 265–298, 1987.

NISHIHARA, T.; KANEKO, S.; WATANABE, T. Characteristics of fluid dynamic forces acting on a circular cylinder oscillated in the streamwise direction and its wake patterns. **Journal of Fluids and Structures**, v. 20, n. 4 SPEC. ISS., p. 505–518, 2005.

NISHINO, T. **Dynamics and stability of flow past a circular cylinder in ground effect.** 2007. 127 f. Thesis (Doctor of Philosophy) - Faculty of Engineering, Science and Mathematics, University of Southampton, Southampton, 2007.

NISHINO, T.; ROBERTS, G. T. Absolute and convective instabilities of two-dimensional bluff body wakes in ground effect. **European Journal of Mechanics, B/Fluids**, v. 27, n. 5, p. 539–551, 2008.

ONG, M. C. et al. Numerical simulation of flow around a circular cylinder close to a flat seabed at high Reynolds numbers using a $k-\epsilon$ model. **Coastal Engineering**, v. 57, n. 10, p. 931–947, out. 2010.

ONGOREN, A.; ROCKWELL, D. Flow structure from an oscillating cylinder Part 2. Mode competition in the near wake. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 191, n. 1, p. 225, 21 jun. 1988a.

ONGOREN, A.; ROCKWELL, D. Flow structure from an oscillating cylinder Part 1. Mechanisms of phase shift and recovery in the near wake. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 191, n. 1, p. 197–223, 21 jun. 1988b.

PARKINSON, G. V. Mathematical models of flow-induced vibrations of bluff bodies. **Flow-induced structural vibrations.(A 75-15253 04-39)** Berlin, Springer-Verlag, 1974, p. 81–127, 1974.

PLOTKIN, A.; KENNELL, C. G. Thickness-induced lift on a thin airfoil in ground effect. **AIAA Journal**, v. 19, n. 11, p. 1484–1486, nov. 1981.

POTTER, M. C.; WIGGERT, D. C. **Mecânica dos Fluidos**. 3ª ed. São Paulo: Cengage Learning, 2011.

PRATA, Á. T. **Aplicação do Método de Equações Integrais ao Problema de Transferência de Calor em Regime Laminar com Condução e Convecção Combinadas**. 1980. 111 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina, Santa Catarina, 1980., 1980.

PRICE, S. J. et al. FLOW VISUALIZATION AROUND A CIRCULAR CYLINDER NEAR TO A PLANE WALL. **Journal of Fluids and Structures**, v. 16, n. 2, p. 175–191, fev. 2002.

RECICAR, J. N. **Oscilações de Grandes Amplitudes num Corpo que se Move com Velocidade Constante**. 2007. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2007.

RECICAR, J. N.; ALCÂNTARA PEREIRA, L. A.; HIRATA, M. H. Harmonic oscillations of a circular cylinder moving with constant velocity in a quiescent fluid. **Exacta**, v. 6, n. 1, p. 65–74, 10 fev. 2008.

RICCI, J. E. R. **Simulação Numérica do escoamento ao Redor de um Corpo de Forma Arbitrária, Estacionado nas Imediações de uma Superfície Plana, com o Emprego do Método de Vórtices**. 2002. 111 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Departamento de Mecânica, Escola Federal de Engenharia de Itajubá, Itajubá, 2002.

ROSHKO, A.; STEINOLFSON, A.; CHATTOORGOON, V. **Flow Forces on a cylinder near a wall or near another cylinder**. Proceedings of the 2^o US National Conference on Wind Engineering Research. **Anais...**Fort Collins: 1975

SARPKAYA, T. A critical review of the intrinsic nature of vortex-induced vibrations. **Journal of Fluids and Structures**, v. 19, n. 4, p. 389–447, 2004.

SARPKAYA, T.; PUTZIG, C. Vortex trajectories around a circular cylinder in oscillatory plus mean flow. v. 114, n. November 1992, p. 291–298, 1992.

SHINTANI, M.; SHIRAIISHI, H.; AKAMATSU, T. Investigation of Two-dimensional Discrete Vortex Method with Viscous Diffusion Model. **Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers Series B**, v. 60, n. 572, p. 1110–1117, 1994.

SILVA, H. **Análise do escoamento ao redor de um corpo oscilante que se desloca com velocidade constante**. 2004. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2004.

SIQUEIRA, B. O. P. E S. **Formação de Vórtices em um Corpo que Oscila na mesma Direção do Escoamento Incidente**. 2011. 135 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2011.

SON, J. S.; HANRATTY, T. J. Velocity gradients at the wall for flow around a cylinder at Reynolds numbers from 5×10^3 to 10^5 . **Journal of Fluid Mechanics**, v. 35, n. 2, p. 353–368, 16 jan. 1969.

SONG, L.; SONG, F. Regimes of vortex shedding from an in-line oscillating circular cylinder in the uniform flow. **Acta Mechanica Sinica**, v. 19, n. 2, p. 118–126, abr. 2003.

SPALART, P. R. **Vortex methods for separated flows**. NASA Ames Research Center; Moffett Field, CA, United States. **Anais...**1988 Disponível em: <<https://ntrs.nasa.gov/search.jsp?R=19880016958>>

TANEDA, S. Experimental investigation of vortex streets. **Journal of the Physical Society of Japan**, v. 20, n. 9, p. 1714–1721, 15 set. 1965.

TANG, G. et al. Modes of synchronisation in the wake of a streamwise oscillatory

cylinder. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 832, p. 146–169, 2017.

TANIGUCHI, S.; MIYAKOSHI, K. Fluctuating fluid forces acting on a circular cylinder and interference with a plane wall. **Experiments in Fluids**, v. 9, n. 4, p. 197–204, jun. 1990.

TOBISAWA, R. Y. I. **Simulação Numérica de Efeitos Térmicos sobre Vibrações Induzidas por Vórtices Utilizando um Método de Partículas de Temperatura Lagrangeano**. 2019. 105 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2019.

TOMOTIKA, S.; NAGAMIYA, T.; TAKENOUTI, Y. **The lift on a flat plate placed near a plane wall, with special reference to the effect of the ground upon the lift of a monoplane aerofoil**. Report of the Aeronautical Reserach Institute. Tokyo Imperial University Tokyo, Rept. N° 97, 1933.

UHLMAN, J. S. An integral equation formulation of the Equations of Motion of an Incompressible Fluid. **Integral Equations and Operator Theory**, v. 17, n. 2, p. 151–168, 1992.

WILLIAMSON, C. H. K.; GOVARDHAN, R. Vortex-induced vibrations. **Annual Review of Fluid Mechanics**, v. 36, n. 1982, p. 413–455, 2004.

WILLIAMSON, C. H. K.; JAUVTIS, N. A high-amplitude 2T mode of vortex-induced vibration for a light body in XY motion. **European Journal of Mechanics, B/Fluids**, v. 23, n. 1, p. 107–114, 2004.

XU, S. J.; ZHOU, Y.; WANG, M. H. A symmetric binary-vortex street behind a longitudinally oscillating cylinder. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 556, n. 2006, p. 27–43, 2006.

YANG, F.; AN, H.; CHENG, L. Drag crisis of a circular cylinder near a plane boundary. **Ocean Engineering**, v. 154, n. November 2017, p. 133–142, abr. 2018.

ZDRAVKOVICH, M. M. Forces on a circular cylinder near a plane wall. **Applied Ocean Research**, v. 7, n. 4, p. 197–201, out. 1985.

ZDRAVKOVICH, M. M. **Flow around circular cylinders**. [s.l: s.n.].