

TESE

117

FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ - EFEI



TESE DE MESTRADO

APLICAÇÃO DA TEORIA DO CONTROLE ÓTIMO
PARA REGULAÇÃO DA FREQUÊNCIA EM GRUPOS
GERADORES HIDROELÉTRICOS

CÍCERO MARIANO PIRES DOS SANTOS

APLICAÇÃO DA TEORIA DO CONTROLE ÓTIMO
PARA A REGULAÇÃO DA FREQUÊNCIA
EM GRUPOS GERADORES
HIDROELÉTRICOS



CÍCERO MARIANO PIRES DOS SANTOS

Tese submetida à Banca Examinadora, nomeada pela Comissão de Pós-Graduação da Escola Federal de Engenharia de Itajubá - MG, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Elétrica na área de Concentração de Sistemas de Potência.

Aprovada por

A handwritten signature in black ink, appearing to read "José Abel Royo dos Santos".

José Abel Royo dos Santos
Presidente

A handwritten signature in black ink, appearing to read "Jaime Feinstein".

Jaime Feinstein

A handwritten signature in black ink, appearing to read "Hélio Mckarzel".

Hélio Mckarzel

62-531:621,221 (1976)

Class. Text 1976
Call. 5237 a
Tombo 117

AGRADECIMENTOS

Aos Professores José Abel Royo dos Santos e Jaime Feinstein, os meus agradecimentos pela orientação e incentivo a este trabalho.

Ao Ilmo. Presidente da CHESF, Professor André Dias de Arruda Falcão, ao Diretor de Operação/CHESF, Engº Antonio Pereira Filho e ao Chefe do Departamento de Produção de Energia/DO/CHESF, Engº Leonardo Cavalcanti Netto, os meus agradecimentos pelo apoio que me foi dado.

Aos colegas e funcionários do DPE/DO/CHESF e da EFEI pela colaboração dispensada.

Em particular, agradeço ao colega e amigo Engº Humberto Cavalcante Barros, pelas sugestões e pelo interesse que mostrou durante a realização deste trabalho.

À ELETROBRAS e à Companhia Hidroelétrica do São Francisco, pelo auxílio financeiro.

SÍMBOLOS

- T_w - constante de tempo, característica da inércia hidráulica
- p - desvio na potência turbinada, em p.u.
- a - desvio na abertura de palhetas, em p.u.
- G - abertura de palhetas em relação à nominal
- T_y - constante de tempo dos servomotores
- x - desvio na frequência, em p.u.
- b_p - estatismo permanente
- T_d - constante de tempo do amortecedor
- b_t - estatismo transitório
- p_c - impacto de carga
- T_m - constante de tempo, característica da inércia da máquina
- s - operador de Laplace ($s=d/dt$)
- e_t - coeficiente de auto-regulação da turbina
- e_g - coeficiente de auto-regulação da carga
- e_n - coeficiente de auto-regulação do sistema
- x_t - desvio na realimentação do amortecedor, em p.u.
- A - matriz do sistema
- B - matriz de controle
- R, Q - matrizes de penalidades
- J - índice de "performance"

ÍNDICE

I. ^a PARTE - Introdução.....	1
II. ^a PARTE - Sistema p.u.....	2
III. ^a PARTE - Efeito da Coluna d'Água.....	3
IV. ^a PARTE - Turbina.....	10
V. ^a PARTE - Regulador de Velocidade.....	17
VI. ^a PARTE - Importância do Sistema de Amortecimento.....	29
VII. ^a PARTE - Importância das Auto-regulações.....	35
VIII. ^a PARTE - Aplicação da Teoria do Controle Ótimo a um e dois Hidrogeradores.....	52
Apêndice I.....	66
Apêndice II.....	71
Referências.....	73

I.^a PARTE - INTRODUÇÃO

No presente trabalho é desenvolvido um modelo matemático de um sistema hidráulico constituído por: canalização forçada, turbina, regulador de velocidade e gerador.

O objetivo de tal trabalho é propiciar um instrumento adequado para a análise do sistema supracitado, no que diz respeito à frequência, e em particular para indicar ajustes a serem estabelecidos nos reguladores de velocidade, a fim de melhorar a estabilidade da frequência. Entretanto, cabe ressaltar que sua aplicação é válida apenas aos casos nos quais as variações de carga permitem manter um tratamento linear.

A simbologia adotada segue o padrão da "INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION - IEC".

Inicialmente, na II.^a parte, é mostrado o sistema por unidade adotado (p.u.). É sabido que a vantagem deste procedimento consiste de conclusões as quais independem de detalhes construtivos dos sub-sistemas. Por conseguinte, tais conclusões podem ser aplicadas aos reguladores de velocidade usados com os diversos tipos de turbinas - Francis, Kaplan e Pelton - não importando as suas dimensões.

Nas partes subseqüentes, são feitas as análises relativas aos sub-sistemas citados, tendo em vista a análise conjunta nas partes finais deste trabalho.

II.^a PARTE - SISTEMA p.u.

A fórmula geral usada para o sistema p.u. é a seguinte:

$$\text{Valor em p.u.} = \frac{\text{Valor instantâneo (no transitório)} - \text{Valor em regime permanente}}{\text{Valor nominal (ou máximo)}}$$

Recorde-se que as grandezas em p.u. são representadas por letras minúsculas.

A relação abaixo consiste dos subscritos mais usados no presente trabalho.

n - valor nominal

p - valor em regime permanente

m - valor máximo

III.^a PARTE - EFEITO DA COLUNA D'ÁGUA

INTRODUÇÃO

O estudo do movimento de um líquido numa canalização ou tubulação qualquer, resulta em equações matemáticas bastante complexas, caso se levem em consideração todas as características físicas do mesmo. Entretanto, nesta parte será desenvolvida uma análise matemática do comportamento físico de um elemento de volume em movimento, numa canalização forçada, aplicando-se a teoria da coluna rígida.

As ferramentas envolvidas na matéria ora tratada são de naturezas tais que tornam válida a simplificação supracitada.

No decorrer da exposição, sempre que necessário são apresentados comentários sobre determinadas características que se apresentam.

EQUAÇÃO DO MOVIMENTO

Na figura 1 é mostrado um esquema simplificado do circuito hidráulico.

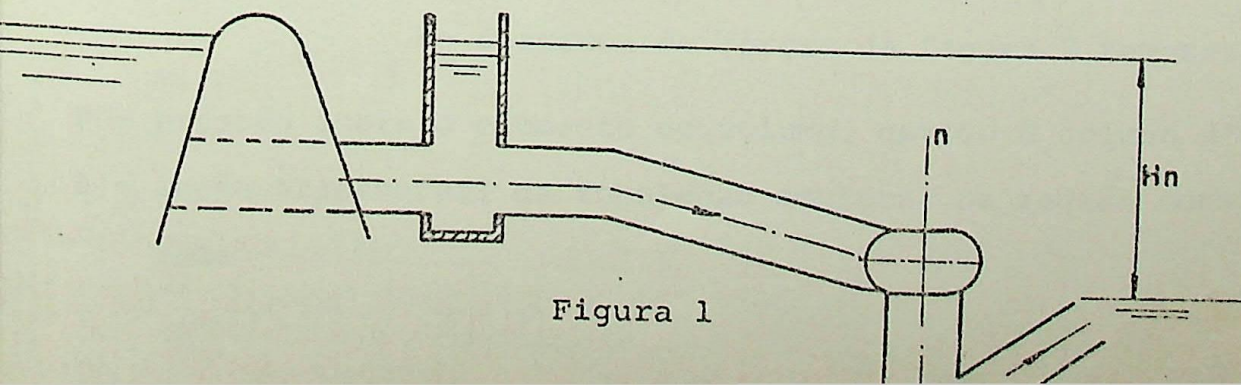


Figura 1

Considerem-se duas seções transversais do túnel de adução, como mostra a figura 2. O movimento do elemento de volume delimitado pelas seções decorre das forças de pressão e da gravidade, que atuam sobre o mesmo. É apresentado também na figura 2 o diagrama das forças que atuam sobre o elemento. A análise relativa a este diagrama, bem como os do restante desta parte, tem para referência a linha média.

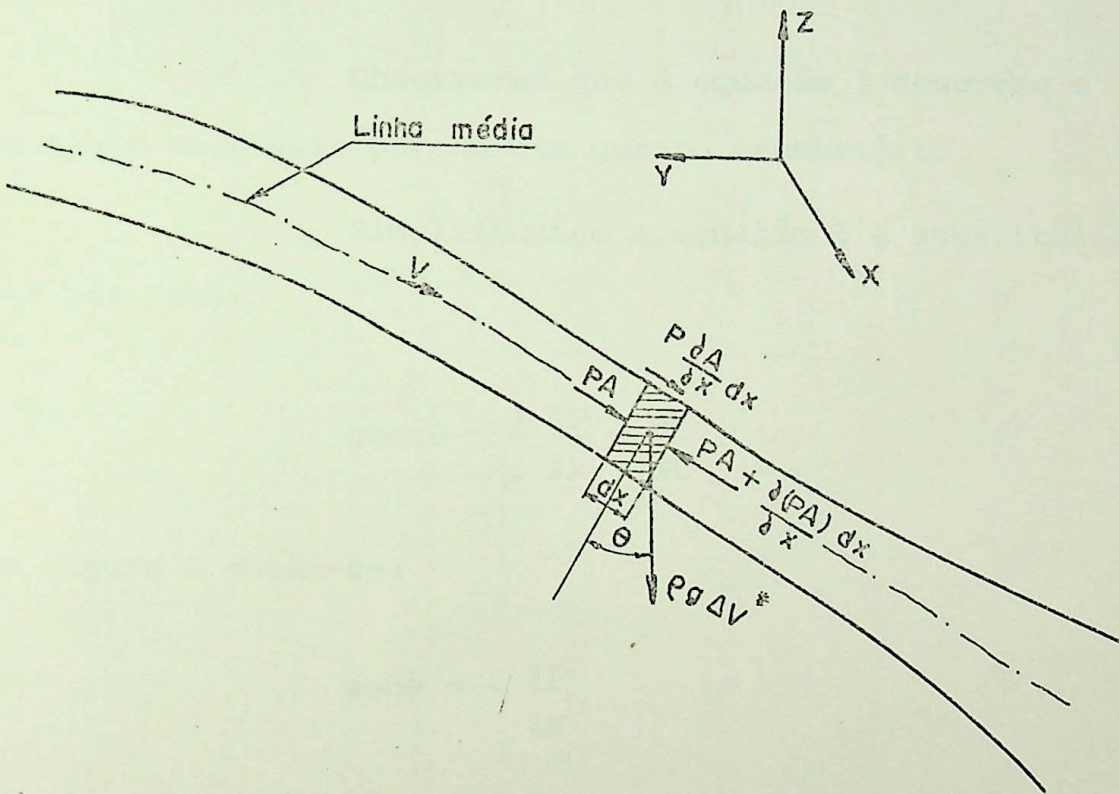


Figura 2

No diagrama de forças da figura 2, tem-se:

- P - pressão sobre o elemento de volume, devido à coluna d'água
- A - seção transversal da tubulação adutora, na região considerada

- ΔV^* - elemento de volume ($A dx$)
 ρ - massa específica da água
 g - aceleração da gravidade
 V - velocidade de escoamento na linha média

Agrupando as forças segundo a direção do deslocamento e aplicando a segunda lei do movimento, obtêm-se:

$$PA - \left[PA + \frac{\partial (PA)}{\partial x} dx \right] + P \frac{\partial A}{\partial x} dx + \rho g \Delta V^* \text{ sen} \theta = \rho \Delta V^* \frac{dV}{dt} \quad \text{Eq. 1}$$

Observe-se que a equação 1 descreve o sistema tanto em regime permanente quanto transitório.

Simplificando a equação 1 e substituindo ΔV^* por $A dx$, vem:

$$g \text{ sen} \theta - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{dV}{dt} \quad \text{Eq. 2}$$

da figura 2 obtêm-se:

$$\text{sen} \theta = - \frac{\partial z}{\partial x} \quad \text{Eq. 3}$$

Combinando as equações 2 e 3, vem:

$$-g \frac{\partial z}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{dV}{dt} \quad \text{Eq. 4}$$

Entretanto, é sabido que:

$$P = \rho g (H_a - z) \quad \text{Eq. 5}$$

onde " H_a " representa a altura responsável pela aceleração da coluna d'água (variações das cotas d'água nas chaminés de equilíbrio e câmara de carga durante os transitórios), devido às variações de carga, e " z " corresponde à altura do elemento de volume.

Resolvendo-se as equações 4 e 5, tem-se:

$$-g = \frac{\partial H_a}{\partial x} = \frac{dV}{dt} \quad \text{Eq. 6}$$

Observe-se, através da equação 6, que em regime permanente ($H_a=0$) a energia potencial responsável pela aceleração da coluna d'água não está presente, ou seja, que a velocidade de escoamento é constante. Daí decorre que toda a energia, entrando na tubulação, será entregue no eixo da turbina. Esta afirmativa, implicando em ausência de perdas, é válida, pois a velocidade de escoamento do líquido nas várias seções da tubulação é aproximadamente uniforme.

Chamando " Q " a vazão na canalização, pode-se escrever:

$$Q = AV$$

Combinando a equação acima com a de número 6, vem:

$$-g \frac{\partial H_a}{\partial x} = \frac{1}{A} \frac{dQ}{dt} \quad \text{Eq. 7}$$

O sinal negativo na equação 7 indica que no instante do transitório a coluna d'água oferece resistência ao atendimento à carga.

Levando-se em conta o sistema p.u. definido na II.^a parte, tem-se:

$$h_a = \frac{H_a - H_{ap}}{H_n}$$

Eq's.8

$$h_c = \frac{H_c - H_{cp}}{H_n}$$

onde:

H_n - altura nominal

H_c - altura de carga

sendo:

$$H_n = H_c + H_a$$

Eq.9

Integrando-se a equação 7, obtém-se:

$$gH_a = \frac{dQ}{dt} \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{L_i}{A_i} \right\} \quad \text{Eq.10} \quad \text{onde:}$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$n \in \mathbb{Z}^+$$

Observe-se que o segundo membro da equação acima inclui um somatório de todos os elementos retilíneos. Por outro lado, a cada trecho corresponde uma determinada área média.

Das equações 8 e 9 obtêm-se:

$$-h_c H_n = H_a$$

Substituindo " H_a " na equação 10, vem:

$$-g H_n h_c = \frac{dQ}{dt} \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{L_i}{A_i} \right\} \quad \text{Eq.11}$$

Sendo:

$$q = \frac{Q - Q_p}{Q_n} \quad \therefore \quad Q = q Q_n + Q_p \quad \text{Eq.12}$$

As equações 11 e 12 resultam em:

$$-h_c = \frac{Q_n}{g} \frac{dq}{dt} \frac{1}{H_n} \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{L_i}{A_i} \right\} \quad \text{Eq.13}$$

Observe-se que o termo: $\frac{Q_n}{g H_n} \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{L_i}{A_i} \right\}$ tem

dimensão de tempo. Por outro lado, esta expressão é uma característica de projeto, a qual é denominada de "constante de tempo da canalização" (ou "inércia hidráulica"), sendo representada pelo símbolo " T_w ", assim:

$$T_w \triangleq \frac{Q_n}{g H_n} \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{L_i}{A_i} \right\} \quad \text{Eq.14}$$

Através da equação 14 pode-se constatar que, uma vez projetadas a adução e a descarga, bem como verificada a altura de queda, é fixado um valor para " T_w ". A equação 14, contudo, expressa o valor nominal, de " T_w ", o qual, dependendo da situação prática, poderá variar (não o nominal) em função do carregamento e da altura de queda. Por outro lado a equação 14 também traduz, em termos matemáticos, a interpretação física da equação 7.

Substituindo o valor de " T_w " na equação 13, vem:

$$T_w \frac{dq}{dt} + h_c = 0 \quad \text{Eq.15}$$

que caracteriza o movimento da massa d'água na canalização, em situações permanentes e transitórias.

Recorde-se que o objetivo deste trabalho está limitado ao estudo de fenômenos com características lineares ou mesmo com características tais que possam ser linearizadas. Por esta razão, não foi considerado entre outros o "golpe de aríete". Entretanto, a influência deste é minimizada, em virtude de existirem instalações destinadas ao amortecimento do golpe e de variações bruscas, como sejam as chaminés de equilíbrio e câmaras de carga.

IV.^a PARTE - TURBINA

INTRODUÇÃO

Com base nas curvas potência versus vazão , obtidas na prática, as quais não são rigorosamente lineares, em virtude de variações de coeficientes, como é o caso do coeficiente do bocal da turbina, pode-se chegar facilmente à equação que relaciona a vazão turbinada com a queda d'água.

DETERMINAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO

Em conformidade com o que foi dito anteriormente, pode-se então partir para se determinar a relação entre a vazão turbinada e a altura de queda, através de um modelo semelhante ao da figura 3.

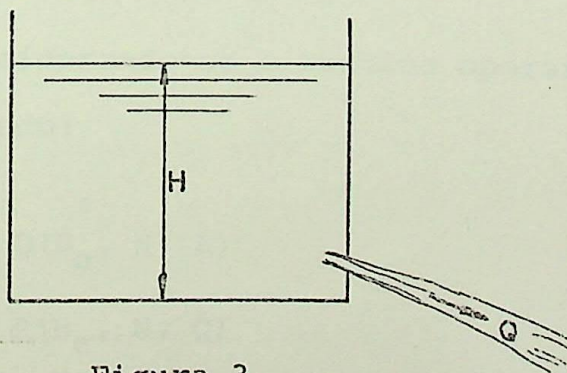


Figura 3

Desta forma é possível, e de maneira relativamente fácil, escrever as equações para: vazão turbinada, po

tência útil debitada no eixo da turbina, e torque, que são as seguintes:

$$Q = CA\sqrt{2gH} \quad \text{Eq.16}$$

onde:

$$P = \eta Q \gamma H \quad \text{Eq.17}$$

Q - vazão turbinada

$$T = \frac{\eta Q \gamma H}{N} \quad \text{Eq.18}$$

P - potência útil entregue

T - torque hidráulico

A - abertura do distribuidor

H - altura de queda

N - rotação da turbina

η - rendimento

g - aceleração da gravidade

γ - peso específico da água

O coeficiente "C", na equação 16, é chamado de "coeficiente de vazão das palhetas diretoras", para turbinas Francis e Kaplan, e "coeficiente do bocal" para turbinas Pelton. Este coeficiente é função da forma da área de entrada d'água.

Considerando-se a turbina operando em regime permanente, e supondo:

$$Q = Q(H_c, N, A)$$

$$P = P(H_c, N, Q)$$

e diferenciando-se as duas funções acima, obtém-se:

$$dQ = \frac{\partial Q}{\partial H_c} dH_c + \frac{\partial Q}{\partial N} dN + \frac{\partial Q}{\partial A} dA$$

Eq.19

$$dP = \frac{\partial P}{\partial H_C} dH_C + \frac{\partial P}{\partial N} dN + \frac{\partial P}{\partial Q} dQ \quad \text{Eq. 20}$$

No sistema p.u., tem-se:

$$h_C = \frac{H_C - H_{Cp}}{H_n} \quad \therefore \quad \Delta H_C = H_n h_C \quad \text{Eq. 21}$$

$$x = \frac{N - N_p}{N_n} \quad \therefore \quad \Delta N = N_n x \quad \text{Eq. 22}$$

$$a = \frac{A - A_p}{A_n} \quad \therefore \quad \Delta A = A_n a \quad \text{Eq. 23}$$

$$q = \frac{Q - Q_p}{Q_n} \quad \therefore \quad \Delta Q = Q_n q \quad \text{Eq. 24}$$

$$p = \frac{P - P_p}{P_n} \quad \therefore \quad \Delta P = P_n p \quad \text{Eq. 25}$$

Combinando-se as equações 21 a 25 com as de números 19 e 20, obtém-se:

$$q = a_{11} h_C + a_{12} x + a_{13} a \quad \text{Eq. 26}$$

$$p = a_{21} h_C + a_{22} x + a_{23} q \quad \text{Eq. 27}$$

onde:

$$a_{11} = \frac{\partial Q}{\partial H_c} \cdot \frac{H_n}{Q_n}, \quad a_{12} = \frac{\partial Q}{\partial N} \cdot \frac{N_n}{Q_n}, \quad a_{13} = \frac{\partial Q}{\partial A} \cdot \frac{A_n}{Q_n}$$

$$a_{21} = \frac{\partial P}{\partial H_c} \cdot \frac{H_n}{P_n}, \quad a_{22} = \frac{\partial P}{\partial N} \cdot \frac{N_n}{P_n}, \quad a_{23} = \frac{\partial P}{\partial Q} \cdot \frac{Q_n}{P_n}$$

Tomando-se a transformada de Laplace (T.L.) da equação 15, vista na III.^a parte, tem-se:

$$T_w s q = - h_c \quad \text{Eq. 28}$$

Aplicando-se o mesmo procedimento nas equações 26 e 27, estas não serão alteradas. Combinando-se as equações 26, 27 e 28, com o objetivo de explicitar "p", vem:

$$p = \left| \frac{-a_{12}a_{21} + a_{23}a_{12} + a_{22}(F + a_{11})}{F + a_{11}} \right| x + \left| \frac{-a_{13}a_{21} + a_{13}a_{23}F}{F + a_{11}} \right| a$$

Eq. 29

onde $F = - \frac{q}{h_c}$

Representando a equação 29 em termos de diagrama de blocos, vem: (figura 4)

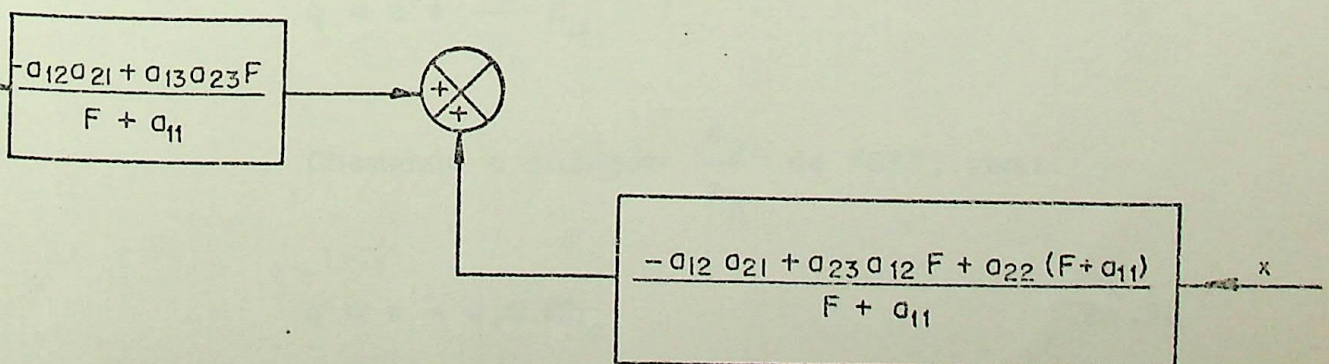


Figura 4

Observe-se que o diagrama de blocos mostrado na figura 4 foi obtido a partir das equações gerais de "Q" e "P" citadas anteriormente, mas, como se pode perceber através das equações 16 a 18, alguns dos coeficientes envolvidos no diagrama de blocos mostrado irão se anular, simplificando desta forma o bloco característico da turbina, distribuidor e adutora, que será chamado mais adiante simplesmente de "diagrama de bloco da turbina".

Baseando-se no que foi feito para obter o diagrama de blocos da figura 4, e levando-se em consideração agora as equações 16, 17 e 18, pode-se obter o seguinte:

$$a_{12} = 0$$

$$a_{22} = 0$$

Então:

$$qQ_n = C \sqrt{2gH_{cp}} A_n a + CA_p \sqrt{g/2H_{cp}} H_n h_c$$

É sabido que:

$$Q_n = CA_n \sqrt{2gH_n} ;$$

então vem:

$$q = a + \frac{A_p}{2A_n} h_c$$

Chamando a relação " $\frac{A_p}{A_n}$ " de "G*", vem:

$$q = a + 0,5 Gh_c \quad \text{Eq.30}$$

*G tem a sua faixa de variação entre "1" e "0"

Seguindo o mesmo procedimento com respeito à equação da potência, obtêm-se:

$$p = q + Gh_c \quad \text{Eq.31}$$

Tomando-se a T.L. das equações 15, 30 e 31 obtêm-se as equações características da canalização forçada, distribuidor e turbina, que são as seguintes:

$$T_w s q + h_c = 0$$

$$q = a + 0,5 Gh_c$$

$$p = q + Gh_c$$

Eliminando-se "q" e h_c nas equações acima,

vem:

$$p = \left| \frac{1 - GT_w s}{1 + 0,5 GT_w s} \right| a \quad \text{Eq.32}$$

Esta fórmula clássica (Eq.32), baseada na teoria da coluna rígida, torna óbvia a afirmativa feita na equação 7 da III.^a parte, que pode ser visualizada através dos dois gráficos abaixo mostrados.

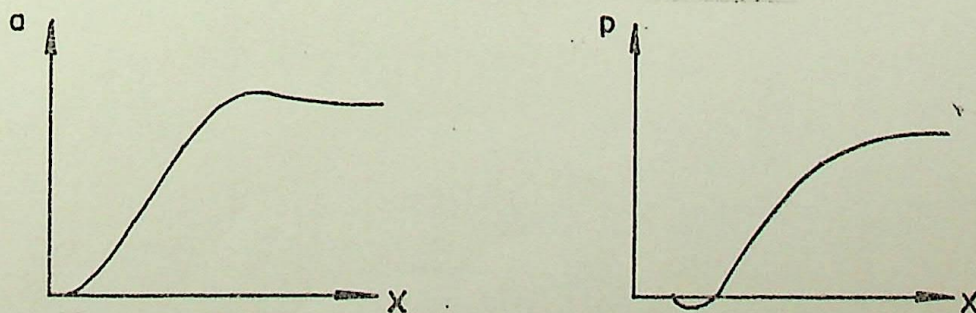


Figura 5

Agora pode-se perceber que o diagrama de blocos mostrado na figura 4 ficou bastante simplificado.

Desta forma, o modelo da canalização força da, distribuidor e turbina é:

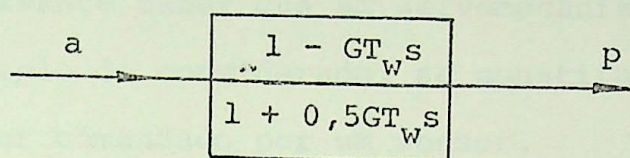


Figura 6

V.^a PARTE⁶ - REGULADOR DE VELOCIDADE

INTRODUÇÃO

O regulador aqui analisado é do tipo hidráulico. É interessante saber que um servomecanismo a óleo sob pressão, a exemplo do considerado, se constitui essencialmente de um servomotor comandado por um sensor.

Levando-se em consideração que a inércia dos componentes do regulador é desprezível frente à da turbina e carga, esta não será levada em consideração.

DETERMINAÇÃO DO DIAGRAMA DE BLOCOS

Para melhor visualização é mostrado na figura 7 o sensor de velocidade, juntamente com os servomotores. As figuras que serão mostradas terão como objetivo principal resaltar o esquema funcional do regulador*, não sendo mostrados os comprimentos das barras interligadoras dos diversos componentes, que como já é sabido possuem uma relação determinada.

Conforme é mostrado na figura 7, o sinal de desvio de frequência é enviado às massas girantes (por intermédio de um "gerador de imã permanente) e estas por sua vez enviam o sinal aos servomotores.

Considere-se que, estando a máquina operan-

* considerado "isocrono".

As *setas indicam entrada e saída do óleo sob pressão. Observe-se que na realidade "X" e "Y" são grandezas representativas de um desvio.

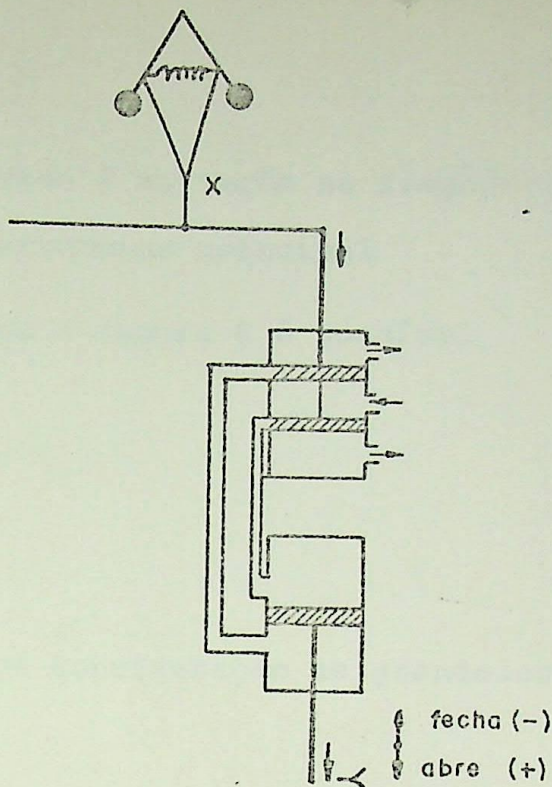


Figura 7

do na frequência nominal, ocorra uma variação na frequência, ocasionando, desta forma, um sinal de entrada (X) no regulador, no sentido de que esta venha a atender à solicitação imposta, fazendo com que a frequência da rede volte imediatamente ao valor previamente determinado.

Conforme a figura 7, e admitindo-se um sinal de entrada (X) em degrau, vem:

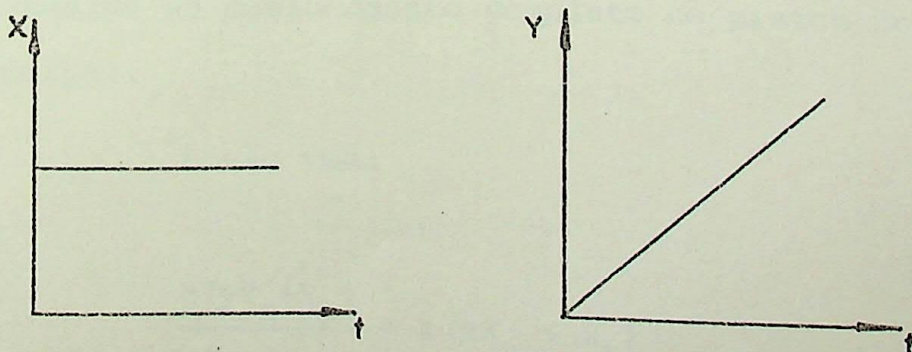


Figura 8

* No pistão.

Sendo:

X - sinal de entrada devido à variação na frequência

Y - sinal de saída no servomotor principal

De acordo com a figura 8 é possível escre
ver-se que:

$$\frac{dY}{dt} = kX \quad \text{Eq. 33}$$

Levando-se em consideração as grandezas em
p.u., vem:

$$y = \frac{Y - Y_p}{Y_n} \quad \therefore \quad Y = yY_n + Y_p \quad \text{Eq. 34}$$

$$x = \frac{X - X_p}{X_n} \quad \therefore \quad X = xX_n + X_p \quad \text{Eq. 35}$$

Observe-se que, na equação 34, os valores com subscritos "p" são representativos do regime permanente, os quais variam de acordo com a carga absorvida pela máquina. Entretanto, para cada valor de carga, este será fixo. O valor "Y_n" corresponde ao deslocamento completo do pistão do servo motor principal.

Então vem:

$$\frac{d(yY_n + Y_p)}{dt} = k(xX_n + X_p)$$

Derivando-se, tomando-se a T.L. e levando-se

em consideração as condições iniciais, vem:

$$\frac{y}{x} = k \frac{X_n}{Y_n} \cdot \frac{1}{s} \quad \text{Eq.36}$$

Analisando-se dimensionalmente a expressão " $k \frac{X_n}{Y_n}$ ", verifica-se que esta tem dimensão inversa à do tempo. Desta forma é possível reescrever-se a equação 36 como se segue:

$$\frac{y}{x} = \frac{1}{T_y s}$$

onde " T_y " é a constante de tempo própria do conjunto mostrado na figura 7.

Pelo uso do sistema p.u. pode-se mostrar que:

y = variação na abertura de palhetas (a)

Desta forma tem-se:

$$\frac{a}{x} = \frac{1}{T_y s} \quad \text{Eq.37}$$

O diagrama de blocos do sistema em análise é agora o seguinte:

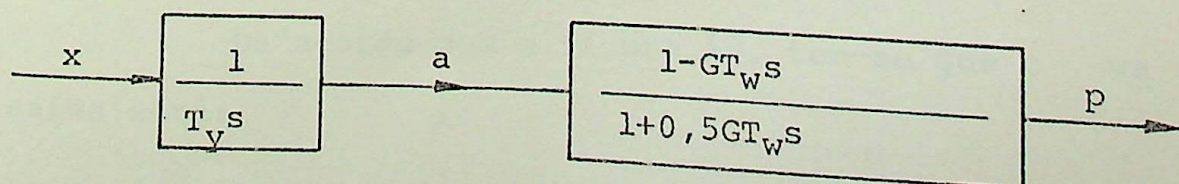


Figura 9

Sabendo-se que o regulador deve agir de modo a estabilizar a frequência, tal propósito não é alcançado, de acordo com o sistema até agora mostrado. Isto porque, para uma entrada em degrau, o valor de saída (Y) estará sempre aumentando. No sentido de eliminar este inconveniente é colocada uma realimentação, conforme figura 10.

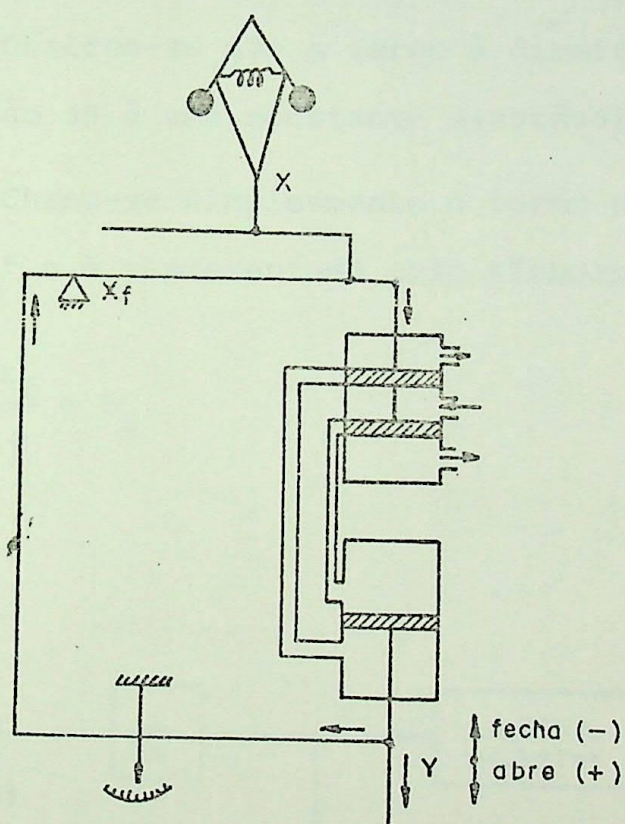


Figura 10

De acordo com a figura 10, tem-se que o valor de saída será:

$$Y = k_1 X_f - k_2 Y$$

onde k_1 e k_2 são constantes de proporcionalidade, que podem ser ajustados.

Pelo uso do sistema p.u. obtém-se:

$$\frac{x_f}{a} = \frac{k_3}{k_1} \cdot \frac{y_n}{X_{fn}} \quad \text{Eq.39}$$

onde $k_3 = k_2 + 1$

Observe-se que o termo à direita do sinal de igualdade da equação 39 é uma constante ajustável.

Chama-se simplesmente o termo citado de "estatismo permanente" e é representado pelo símbolo " b_p ". Então vem:

$$\frac{x_f}{a} = b_p$$

Resulta então:

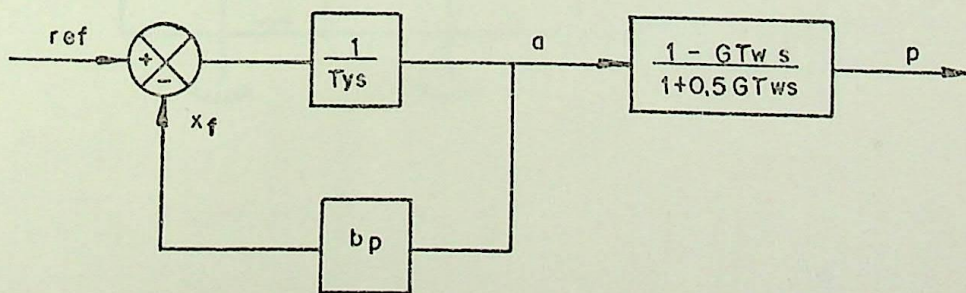


Figura 11

Ver-se-á mais adiante que o esquema funcional mostrado na figura 10 ainda não satisfaz ao propósito desejado, durante um transitório, razão pela qual é adicionada

a realimentação mostrada na figura seguinte.

É oportuno enfatizar-se que, à medida em que se adicionam mais realimentações ao sistema, os sinais de entrada e saída nos subcomponentes deste se modificam em relação aos sem realimentação, razão pela qual são usados subscritos para diferenciar os sinais.

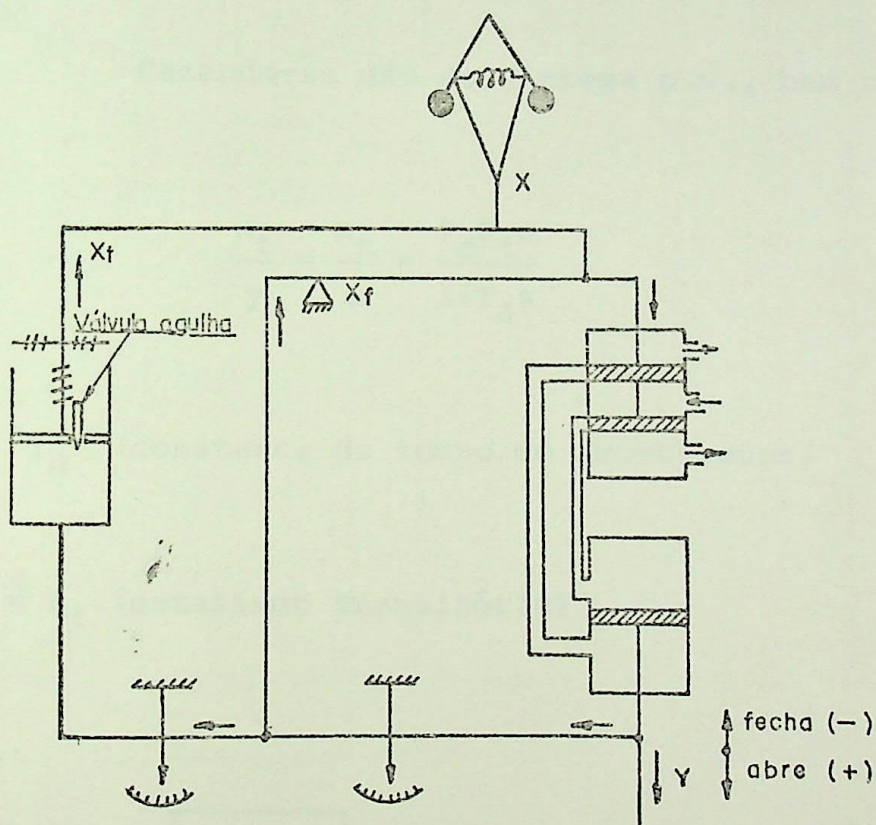


Figura 12

Com o amortecimento adicionado, tem-se:

$$\text{Força devido à mola} = kX_t$$

$$\text{Força devido ao deslocamento do piston} = D \frac{d(Y-X_t)}{dt}$$

Onde "D" e "K" são constantes de proporcionalidade que dependem do fluido e da mola, respectivamente.

No equilíbrio tem-se:

$$KX_t = D \frac{d(Y-X_t)}{dt} \quad \text{Eq.40}$$

Fazendo-se uso do sistema p.u., bem como do

T.L., vem:

$$\frac{x_t}{y} = \frac{x_t}{a} = \frac{T_d b_t s}{1 + T_d s} \quad \text{Eq.41}$$

onde $\frac{D}{K} \triangleq T_d$ (constante de tempo do amortecedor)

$$\frac{Y_n}{X_{tn}} \triangleq b_t \text{ (estatismo transitório)}$$

Tem-se então:

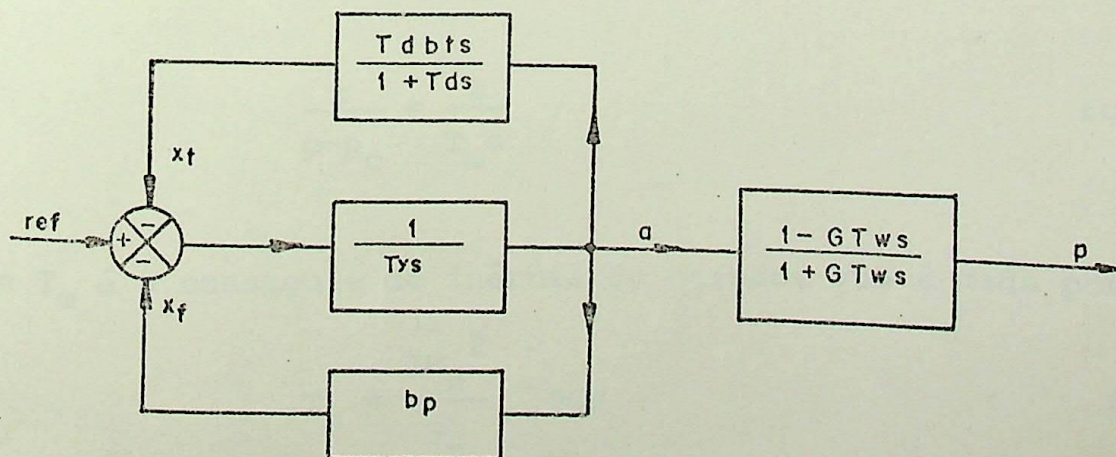


Figura 13

Para fins de completar o diagrama de blocos do sistema inicialmente citado, será analisado apenas o gerador. Mais adiante, será incorporada a influência da carga (coeficientes de auto-regulação).

Tem-se então:

$$T_t - T_c = J \frac{dw}{dt} \quad \text{Eq.42}$$

onde: T_t - torque na turbina
 T_c - torque da carga
 J - inércia da máquina
 w - rotação da máquina

É sabido que:

$$P = Tw \quad \text{Eq.43}$$

onde: P - potência

Combinando-se as equações 42 e 43, e fazendo uso do sistema p.u. bem como da T.L., vem:

$$\frac{x}{p-p_c} = \frac{1}{T_m s} \quad \text{Eq.44*}$$

onde T_m é a constante de inércia do gerador que é dada por:

$$T_m = \frac{JW_n^2}{S_n} \quad \text{seg} \quad \text{Eq.45}$$

* Observe-se que para pequenas variações em "w" pode-se considerar "p" igual a "t_r" (sendo t_r o desvio em p.u. no torque).

sendo S_n a potência nominal.

Desta forma tem-se:

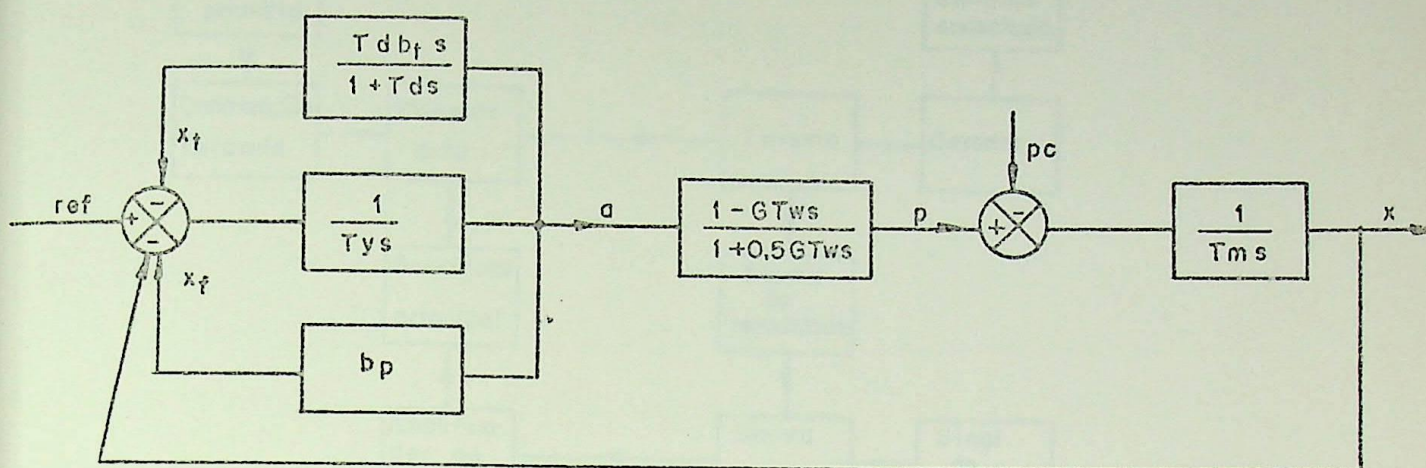


Figura 14

COMENTÁRIOS

Conforme foi dito anteriormente, o objetivo é não só ter o modelo matemático, mas também ter o sentimento físico do seu funcionamento. Por esta razão apresentam-se a seguir alguns esquemas com a mesma finalidade do abordado. Resalta-se porém, que no decorrer de todo o estudo o modelo analisado é o que será adotado, para efeito das prováveis interpretações físicas.

Na figura 15 apresenta-se um esquema geral envolvendo o sistema controlador e controlado.

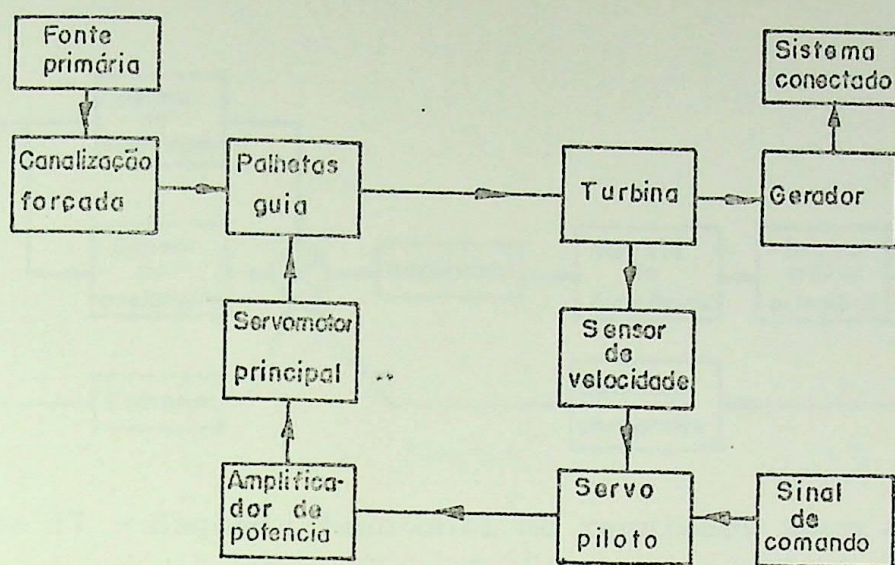


Figura 15 - Esquema funcional do sistema controlador e controlado

Dentro da filosofia básica do esquema mostrado na figura 15, podem-se encontrar os seguintes sistemas controladores:

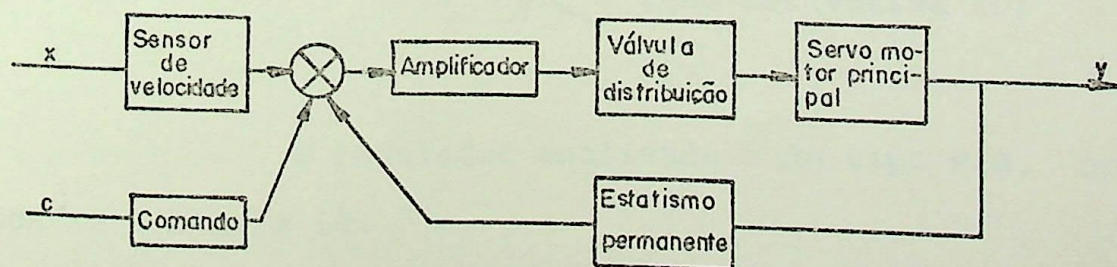


Figura 16 - Esquema funcional do regulador tipo tacométrico

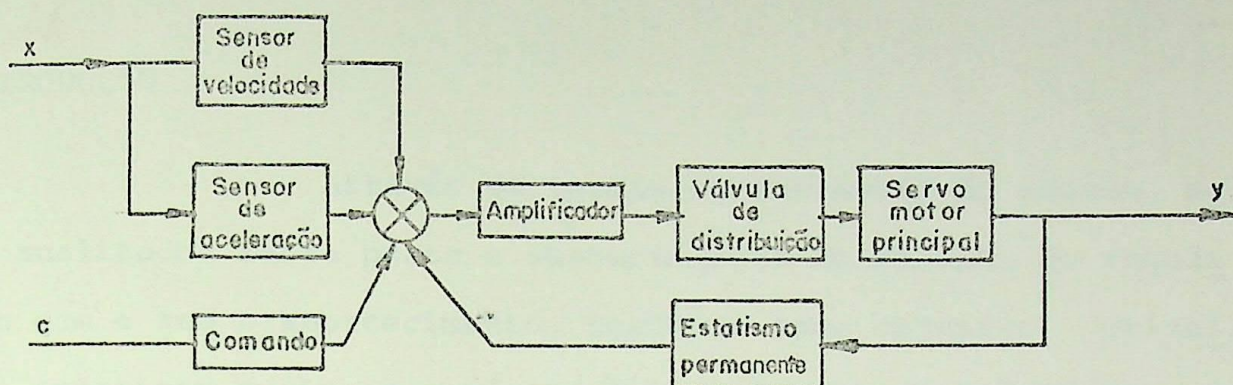
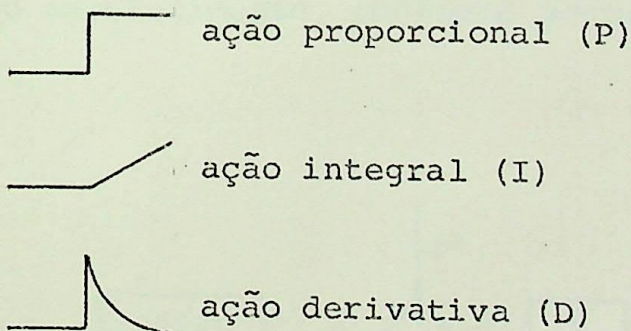


Figura 17 - Esquema funcional do regulador tipo acelerotacométrico

Existem ainda outros tipos de reguladores, sendo todos basicamente constituídos pela combinação das seguintes ações:



O regulador analisado é do tipo PID, conforme mostra a figura 18.

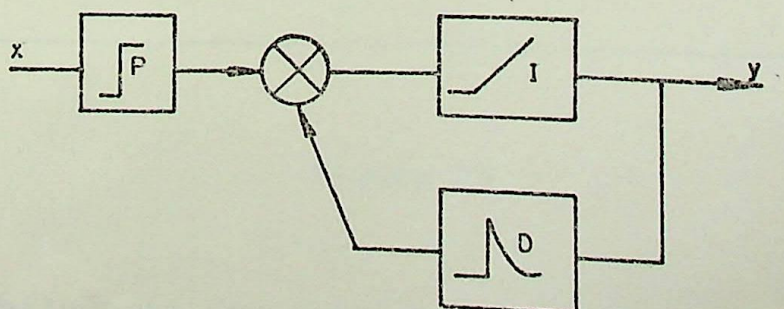


Figura 18

VI.^a PARTE - IMPORTÂNCIA DO SISTEMA DE AMORTECIMENTO

INTRODUÇÃO

Através da teoria de variáveis de estado, será analisado* nesta parte o comportamento do sistema de regulação com e sem o amortecimento, tendo-se como objetivo principal enfatizar quais os parâmetros mais importantes durante o fenômeno transitório.

DESCRIÇÃO

Inicialmente, analisa-se o sistema visto anteriormente, desprovido do amortecimento, conforme mostra a figura 19:

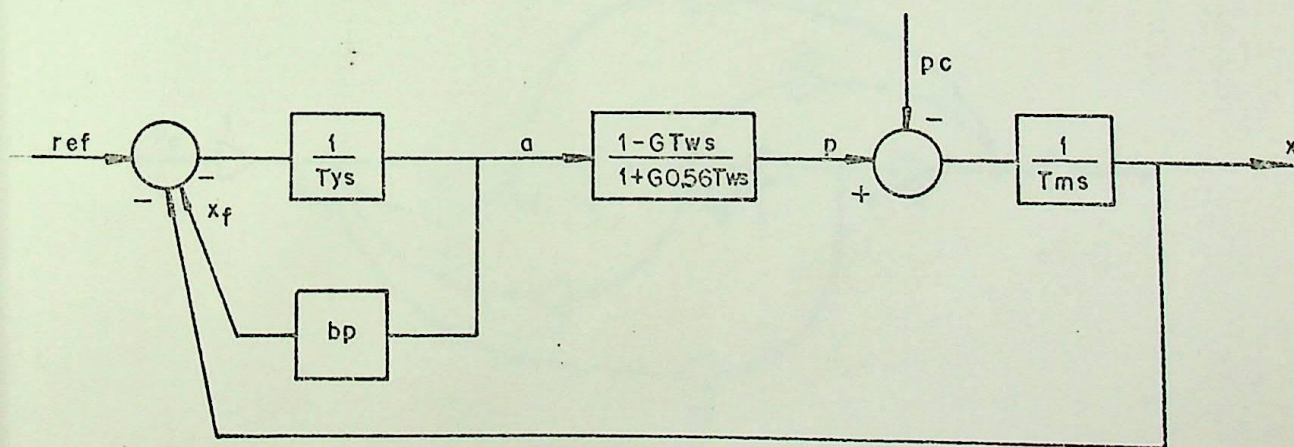


Figura 19

* Embora a influência das auto-regulações não esteja ainda a crescentada, não irá alterar em nada as conclusões tiradas nesta parte.

Escrevendo as equações de estado na forma:

$$\dot{x}_e = Ax_e + Bu \quad * \quad \text{Eq.47}$$

$$y = Cx_e + Du \quad \text{Eq.48}$$

do diagrama da figura 19, vem:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -f & -e & -d \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C = [c \quad b \quad a], \quad D = [0]$$

O problema reside, portanto, na determinação das raízes do polinômio característico da equação 46. Para isto o raciocínio será levado conforme valores típicos mostrados na tabela abaixo.

PARÂMETRO	FAIXA
T_d	2,5 - 25 seg.
T_w	0,5 - 5,0 seg.
T_m	4,0 - 16,0 seg.
T_y	0,2 - 0,50 seg.
b_p	0,01 - 0,10
b_t	0,1 - 1,0
G	0,1 - 1,0

Tabela 1

* Com o objetivo de diferenciar as variáveis de estado de "x", chama-se a primeira de "x_e".

Conforme valores mostrados, é prática usual se obter:

$$d > 0 \quad , \quad f > 0 \quad e \quad e < 0.$$

Desta forma o polinômio característico da equação 46 apresentará em geral uma raiz com parte real positiva, tendo em vista que "G", usualmente, tem valor em torno de 0,3 no mínimo, devido às perdas.

Para efeito de simplificação matemática, sem nenhum compromisso com respeito às conclusões físicas e tendo-se em vista o que foi exposto anteriormente, será considerado que o sistema (polinômio característico) apresentará três polos distintos.

$$*R_e \alpha_1 < 0 \quad , \quad R_e \alpha_2 < 0 \quad e \quad R_e \alpha_3 > 0$$

Desta forma tem-se que a resposta do sistema será:

$$** y = [C] [\phi(t)] [x_e(0)] + \int_0^t [\phi(t-\tau)] [B] u \, dt \quad \text{Eq.49}$$

Resolvendo a Eq.49, pode-se escrever que:

$$y = K_1 e^{\alpha_1 t} + K_2 e^{\alpha_2 t} + K_3 e^{\alpha_3 t} \quad \text{Eq.50}$$

Desta forma, tem-se:

* R_e - Real

** $\phi(t)$ - Matriz de transição

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y \neq \infty$$

$$t \rightarrow \infty$$

Conclui-se portanto que o sistema será instável. Apesar de ter-se desenvolvido todo o raciocínio em cima dos valores típicos apresentados na TABELA 1, a conclusão tirada continua sendo válida, mesmo em situações distintas das consideradas, isto porque, dos parâmetros envolvidos no sistema analisado (sem amortecimento), apenas " b_p " pode ser ajustado, não tendo este importância acentuada no transitório, além do fato de que num sistema de potência este parâmetro deverá ser estabelecido pelo "despacho de carga" fazendo assim a divisão de carga nas diversas máquinas do sistema*. Conclui-se portanto que, uma vez o sistema da figura 19 sendo instável, não haverá condições práticas de torná-lo estável.

Passa-se agora a analisar o sistema com amortecimento, conforme a figura 21.

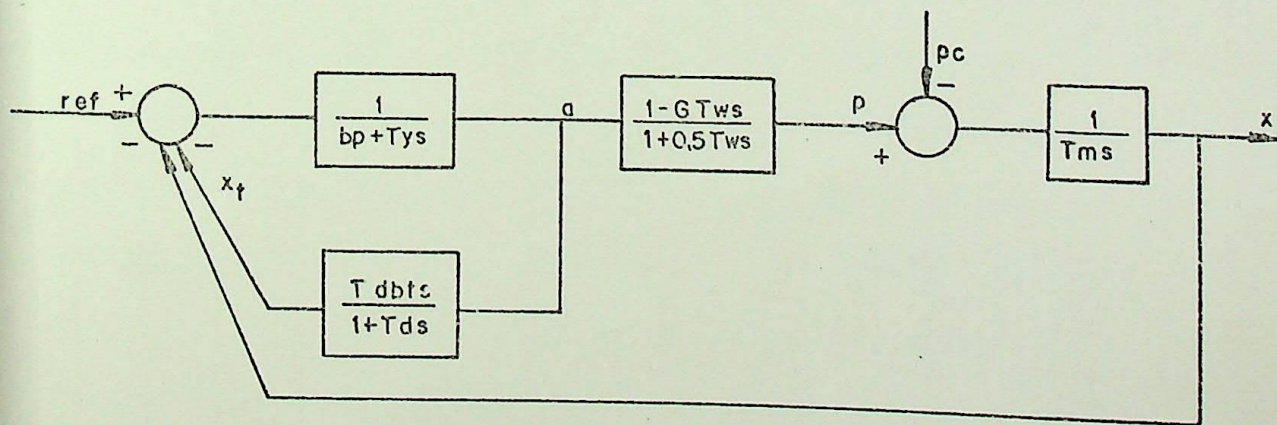


Figura 21

* Recorde-se da consideração feita na 1ª parte para os reguladores de tensão.

É desnecessário neste caso dar o mesmo tra
tamento matemático que no caso anterior, uma vez que a razão
da introdução do amortecimento no regulador é tão somente eli
minar o inconveniente reconhecido anteriormente, através de
convenientes ajustes realizados em " T_d " e " b_t ".



VII.^a PARTE - IMPORTÂNCIA DAS AUTO-REGULAÇÕES

INTRODUÇÃO

Nesta parte será dada ênfase aos coeficientes de auto-regulação, que se fazem presentes no sistema, quando por este último é sentido um desvio na frequência. Sendo, contudo, o objetivo principal ressaltar os aspectos físicos envolvidos.

DESCRIÇÃO

Coefficiente de auto-regulação da turbina (e_t)

Quando a rotação da máquina é alterada por qualquer distúrbio que ocorra, uma conseqüente alteração na potência elétrica também se verificará. Antes que qualquer decisão seja tomada por parte do regulador de velocidade, ou mesmo durante, a tendência natural da inércia girante será de permanecer no seu estado inicial, agindo desta forma de maneira favorável à estabilidade. Este efeito, aparentemente positivo para a estabilidade, pode em casos de distúrbios maiores ocasionar resultados inesperados em turbinas hidráulicas* cujas inércias são elevadas. Em contrapartida a isto a inércia hidráulica (T_w) se apresenta de maneira desfavorável a este possível inconveniente.

* Para turbinas térmicas este inconveniente praticamente não existe, devido a suas inércias serem menores que as das hidráulicas.

Esta tendência natural de a turbina se auto regular é traduzida através do chamado "coeficiente de auto-regulação da turbina (e_t)", que é definido como sendo (Conforme "INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMISSION" IEC):

$$e_t \triangleq \frac{dp_t}{dx}$$

Eq.51

onde

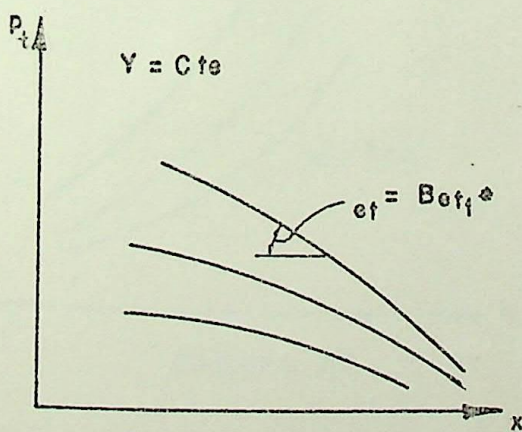
p_t - desvio na potência no eixo da turbina

É conveniente salientar que este coeficiente também depende do tipo de turbina utilizada, tendo os seguintes valores típicos:

Turbina	e_t
Pelton-Francis	-1
Kaplan	-0,7 a -0,6

TABELA 2

As curvas utilizadas para obtenção dos valores são traçadas para cada posição do servomotor (Y).



onde:

B - Carga básica relativa, para $x=0$

e_{t1} - Coeficiente de auto-regulação da turbina a plena carga.

Figura 22

* Se $B=1$ então $e_t = e_{t1}$ (plena carga)

Coefficiente de auto-regulação da carga (e_g)

Tomando-se como referência o mesmo raciocínio anteriormente descrito, pode-se atentar em que nenhuma menção foi feita para a alteração na potência elétrica. Após uma análise do comportamento de uma carga composta, a uma alteração na frequência, constata-se também uma tendência natural desta a estabilizar a frequência do sistema. Esta tendência varia contudo em conformidade com a carga. A auto-regulação da carga é traduzida por meio do chamado "coeficiente de auto-regulação da carga", que é definido como sendo (conforme IEC):

$$e_g \triangleq \frac{dp_g}{dx} \quad \text{Eq. 52} \quad \text{onde:}$$

p_g - desvio na potência elétrica gerada.

As curvas que fornecerão os valores de " e_g " são obtidas dentro das mesmas condições que a da figura 22.

onde:

e_{g1} - coeficiente de auto-regulação da carga, a plena carga.

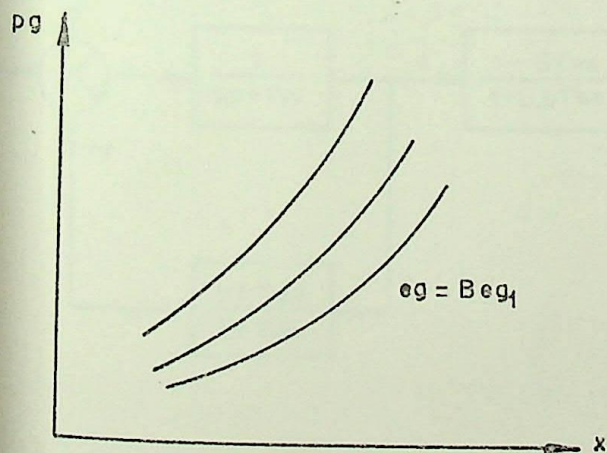


Figura 23

*Admitindo-se uma expressão para " p_g " pode-se obter uma gama possível de variação de " e_g ". Na tabela abaixo apresentam-se alguns valores típicos de " e_g ":

Carga	e_g
Resistiva	-1
Independente da Frequência	0
Proporcional ao quadrado da frequência	2

TABELA 3

Levando-se em consideração os aspectos levantados e considerando-se desprezíveis as perdas, o diagrama de blocos do sistema em análise, resulta:

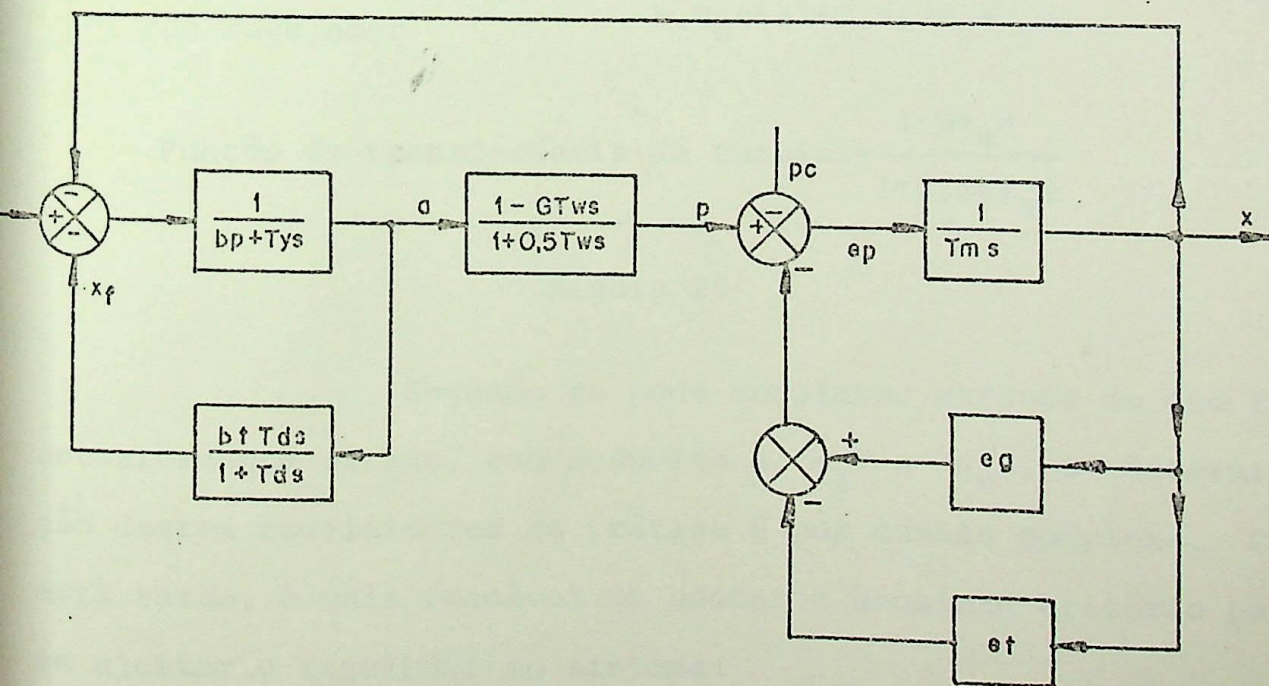


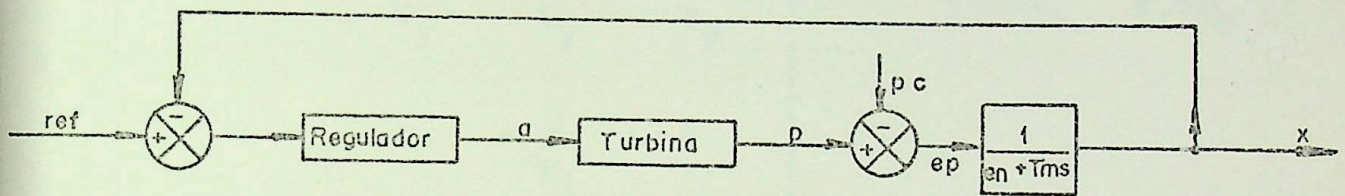
Figura 24

* Veja referência |14| pag.14.

O diagrama da figura 24 pode ser simplificado, definindo o chamado "coeficiente de auto regulação do sistema" (e_n)*, conforme equação 53:

$$e_n \triangleq e_g - e_t \quad \text{Eq.53}$$

então resulta:



onde: Função de transferência do regulador = $\frac{1+T_d s}{b_t T_d s + (1+T_d s)(b_p + T_y s)}$

Função de transferência da turbina = $\frac{1-GT_w s}{1+0,5GT_w s}$

Figura 25

Segundo se pode constatar através do que foi anteriormente citado, com respeito a " e_g " e " e_t ", a determinação destes coeficientes na prática é por demais complexa. Por esta razão, é mais razoável se adotar o seguinte critério para se ajustar o regulador ao sistema:

* Os valores possíveis de e_n podem ser encontrados na faixa de "1" a "3", sendo zero(0) para cargas resistivas.

Escrevendo-se as equações de estado do siste

ma na forma:

$$\dot{x}_e = Ax_e + Bu \quad \text{Eq.54}$$

obtem-se:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{0,5GT_w} & a_{12} & \frac{1}{0,5T_y} & \frac{1}{0,5T_y} \\ 0 & -\frac{b_p}{T_y} & -\frac{1}{T_y} & -\frac{1}{T_y} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_d} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{e_n}{T_m} \end{bmatrix}$$

onde:

$$a_{12} = \frac{1}{0,5GT_w} + \frac{b_p}{0,5T_y}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{T_d} \\ \frac{1}{T_m} & 0 \end{bmatrix}$$

onde:

$$u_1 = \dot{a}$$

Eq.55

$$x_e = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p \\ a \\ x_t \\ x \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} e_p \\ u_g \end{bmatrix} \quad \text{Eq's .56}$$

$$u_g \triangleq T_d b_t u_l \quad \text{Eq.57}$$

Uma vez de posse das matrizes "A" e "B" e considerando-se que o objetivo é minimizar o índice de performance* (IP) apresentado na equação 58, chega-se à equação 59:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} \{ [x_e^T Q x_e] + [u^T R u] \} dt^{**} \quad \text{Eq.58}$$

$$u = -R^{-1} B^T K x_e \quad \text{Eq.59,}$$

onde "K", na equação 59, é a matriz solução da equação de Riccati. Desta forma obtém-se, através da equação 59, o vetor de controle ótimo, fornecendo assim as trajetórias otimizadas das variáveis de estado, que estão devidamente penalizadas pela matriz "Q".

O modelo foi considerado conforme figura 32, a fim de possibilitar a penalização da realimentação do amortecedor através da matriz "R".

A elaboração das matrizes "Q" e "R" depende

* Veja apêndice I

**O símbolo "T" usado na matriz é para indicar "transposta" e t_f para indicar tempo final.

- 1 - Ajustam-se b_t e T_d para uma regulação estável nas condições mais desfavoráveis, isto é: amortecedor sem carga ($e_n=0$).
- 2 - Quando a unidade for sincronizada com toda a rede, faz-se necessário outro grau de amortecimento, que é chamado amortecedor com carga ($e_n \neq 0$), através de um novo ajuste em carga de T_d e/ou b_t .

COMENTÁRIOS

No sentido de analisar o quão sensível pode o sistema ser com respeito às variáveis citadas, são mostradas diversas curvas a seguir, que foram traçadas para um sistema típico.

Nas curvas traçadas, é apresentado, acima destas, o símbolo correspondente, sabendo-se que:

Queda na freq. - x (*)

Abertura de palhetas - a (x)

Pot. mecânica - p (.)

Erro na pot. - $p-p_c$ (+)

O valor máximo pode corresponder a qualquer das curvas traçadas.

Na tabela abaixo estão apresentadas as situações simuladas e na última coluna representam-se os impactos de cargas sobre o sistema.

Figura	b_p	T_m	T_y	G	T_w	T_d	b_t	e_n	P_c
26	0.10	5.00	0,40	1.00	1.00	3.00	1.00	0.00	0.2
27	0.10	5.00	0.40	1.00	1.00	3.00	1.00	2.00	0.2
28	0.10	5.00	0.40	1.00	1.00	3.00	1.00	1.00	0.02
29	0.10	5.00	0.40	1.00	1.00	3.00	1.00	3.00	0.02
30	0.10	5.00	0.40	1.00	1.00	3.00	0.80	2.00	0.02
31	0.10	5.00	0.40	1.00	1.00	2.80	1.00	2.00	0.02
32	0.10	5.00	0.40	1.00	1.00	3.00	0.80	1.00	0.02
33	0.10	5.00	0.40	1.00	1.00	2.80	1.00	1.00	0.02

TABELA 4

CONCLUSÕES

Conforme as curvas mostradas, constata-se que o sistema de amortecimento é mais sensível a " b_t " que a " T_d ", e o valor de " e_n " é por demais favorável à estabilidade*, de forma que ajustar o regulador com $e_n=0$ e não fazer ajuste posterior implica em solicitar um esforço de controle maior do que o necessário, podendo desta forma desgastar as partes mecânicas (que existirem) mais rapidamente, sendo assim necessário um ajuste fino quando o gerador estiver ligado à rede.

* Podendo existir algum caso particular em que tal conclusão não seja válida, mas geralmente será.

O VALOR MÁXIMO REPRESENTADO = 7689,59084 CORRESPONDE A 100 NA CURVA TRACADA

QUEDA DE FREQ. = *
ABERTURA DE PALHETAS = X
POT. MECANICA = .
ERRO DE POT. = +

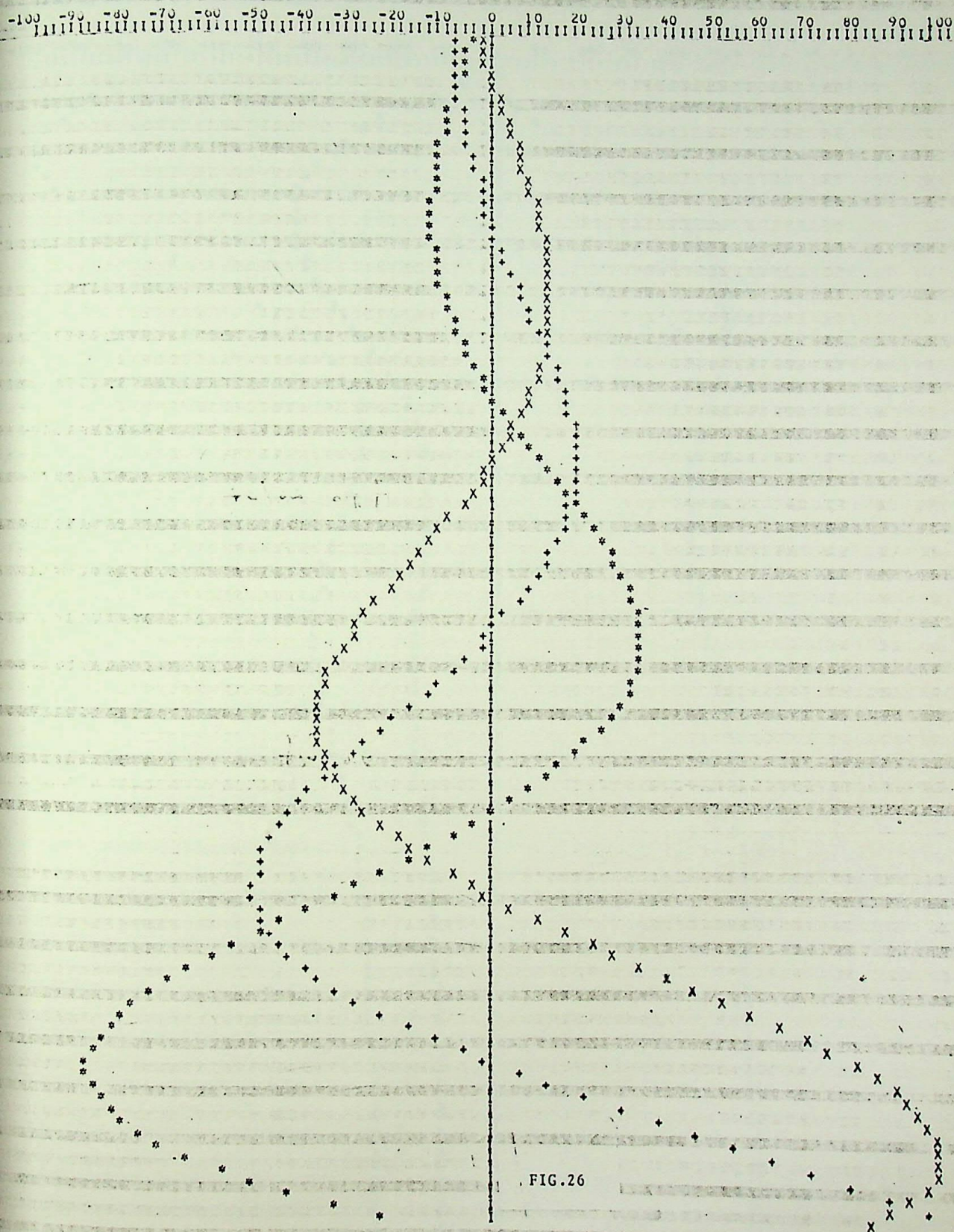


FIG. 26

O VALOR MAXIMO REPRESENTADO = 0.02441 CORRESPONDE A 100 NA CURVA TRACADA

QUEDA DE FREQ. = *

ABERTURA DE PALHETAS = X

POT. MECANICA = .

ERRO DE POT. = +

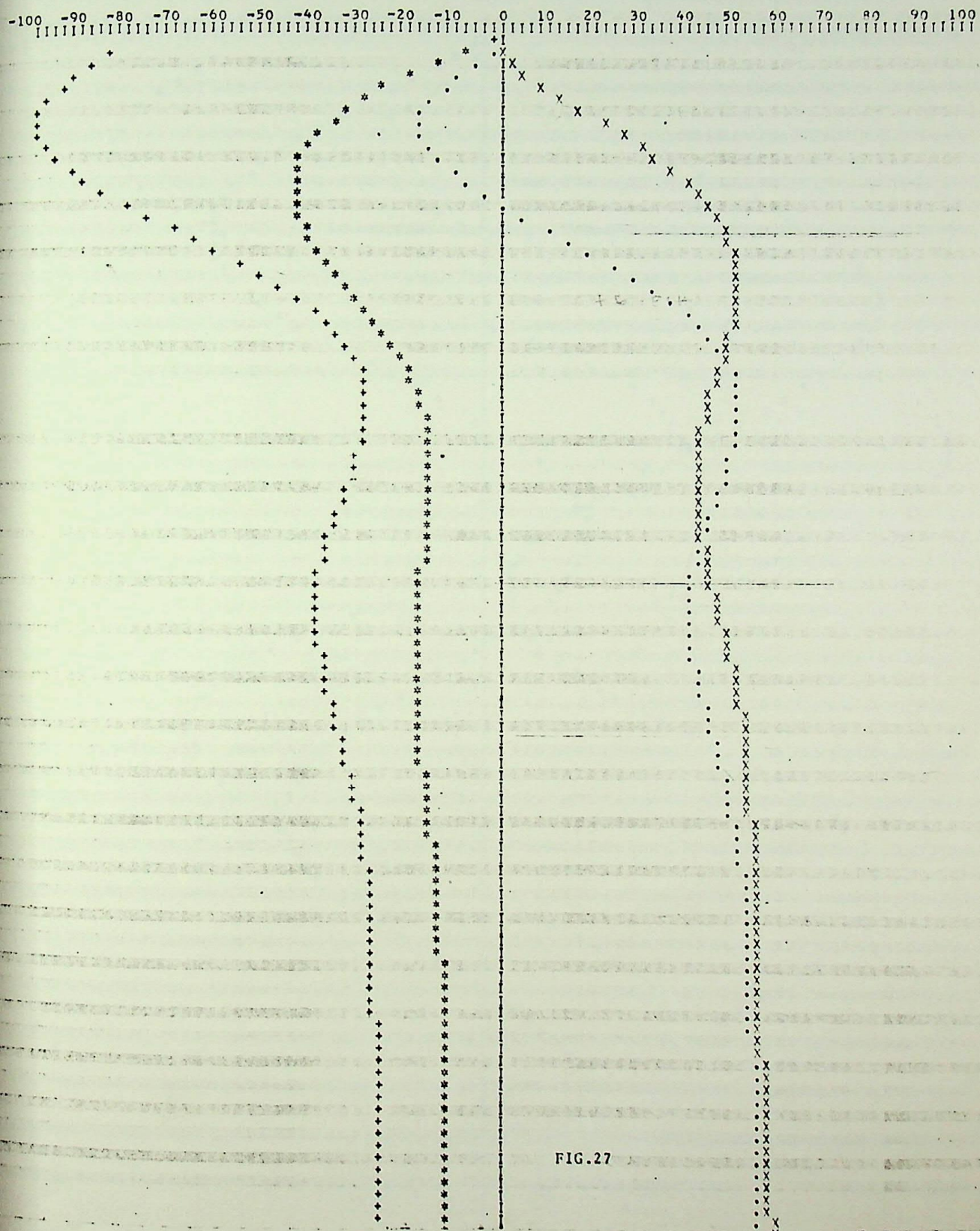


FIG. 27

O VALOR MAXIMO REPRESENTADO = 0.03525 CORRESPONDE A 100 NA CURVA TRACADA

QUEDA DE FREQ. = *
ABERTURA DE PALHETAS = X
POT. MECANICA = .
ERRR DE POT. = +

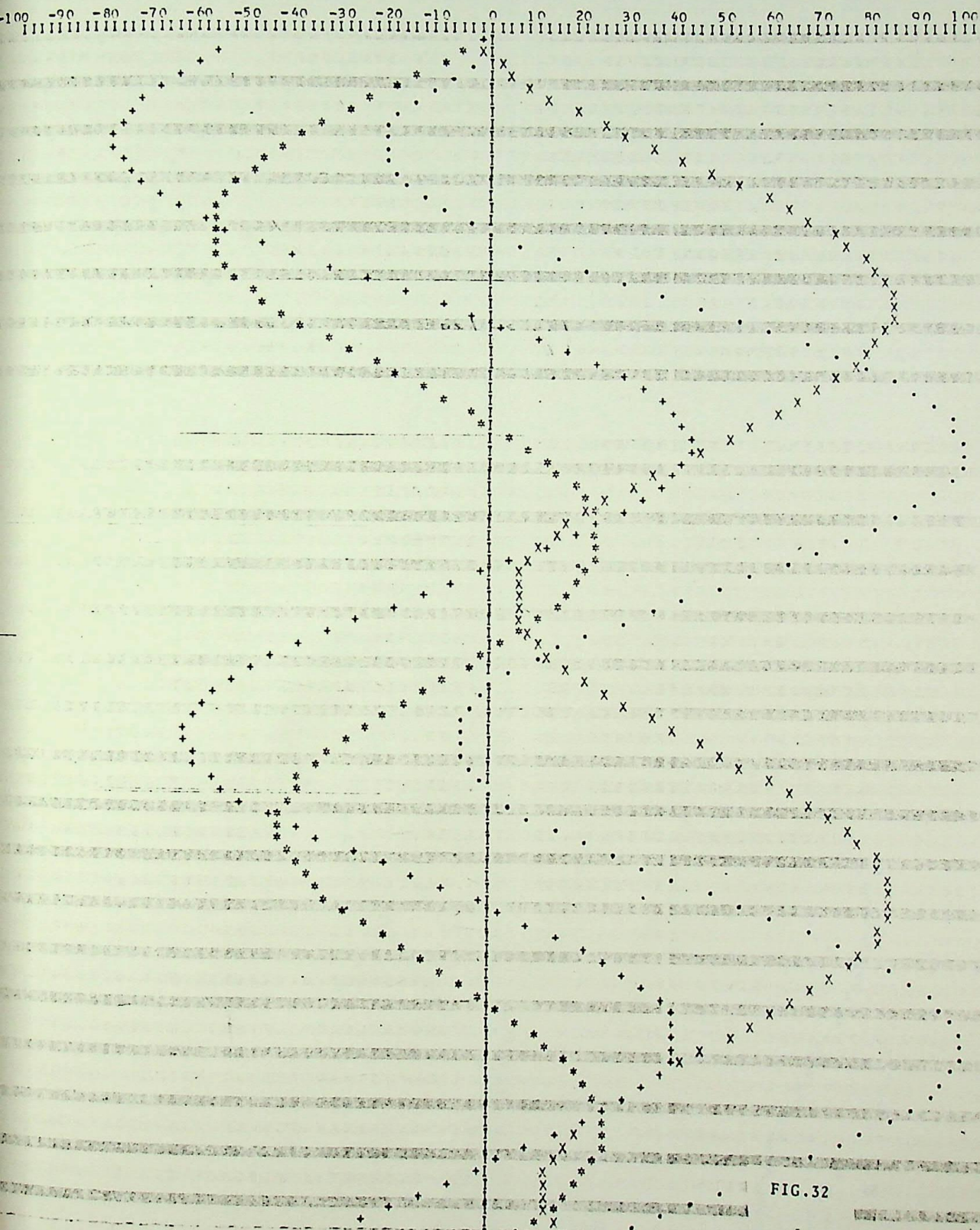


FIG. 32

O VALOR MÁXIMO REPRESENTADO ■ 0,02610 CORRESPONDE A 100 NA CURVA TRACADA

QUEDA DE FREQ. ■ *
ABERTURA DE PALNETAS ■ X
POT. MECANICA ■ .
ERRO DE POT. ■ +

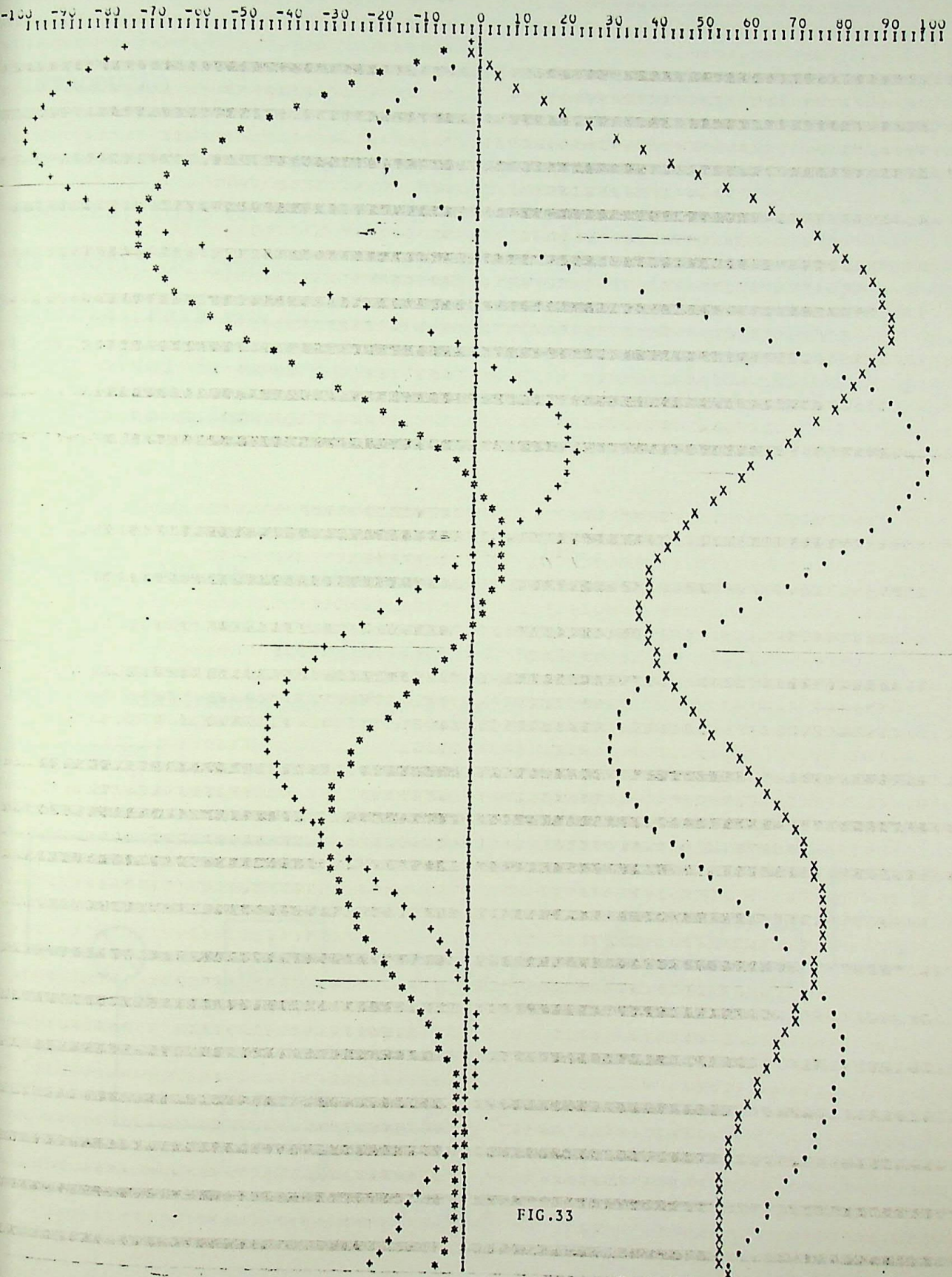


FIG. 33

VIII.^a PARTE - APLICAÇÃO DA TEORIA DE CONTROLE ÓTIMO A
UM E DOIS HIDROGERADORES

INTRODUÇÃO

Nesta parte será analisada a operação de uma máquina, logo em seguida de duas, tendo em vista a aplicação da teoria do controle ótimo, no que tange à regulação da frequência. Para uma melhor compreensão do texto principal, um maior nível de detalhamento da teoria de controle ótimo é apresentado no apêndice I.

ANÁLISES PARA UM HIDROGERADOR

Considerando-se o modelo da figura 24 com o laço da realimentação do amortecedor aberto, conforme figura 34, tem-se:

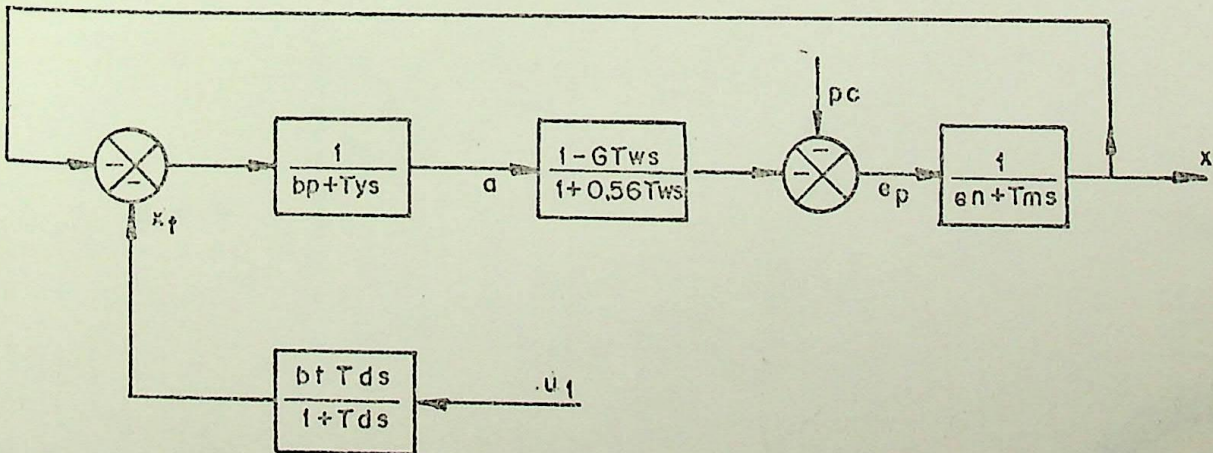


Figura 34

muito de experiências práticas; em caso de não se possuírem tais experiências é conveniente que se realizem diversas simulações com o sistema, no sentido de adquirir maior sensibilidade no mesmo. Usualmente as matrizes "Q" e "R" são diagonais.

Considerando-se as matrizes R, Q e K, conforme equações abaixo indicadas, vem:

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & 0 \\ 0 & r_{22} \end{bmatrix} \quad \text{então} \quad R^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{r_{11}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{r_{22}} \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} q_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_{44} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad *K = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ \cdot & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ \cdot & \cdot & k_{33} & k_{34} \\ \cdot & \cdot & \cdot & k_{44} \end{bmatrix}$$

Efetuada as operações indicadas na equação

59, vem:

$$u = - \begin{bmatrix} \frac{k_{14}}{r_{11}^T m} & \frac{k_{24}}{r_{11}^T m} & \frac{k_{34}}{r_{11}^T m} & \frac{k_{44}}{r_{11}^T m} \\ \frac{k_{13}}{r_{22}^T d} & \frac{k_{23}}{r_{22}^T d} & \frac{k_{33}}{r_{22}^T d} & \frac{k_{34}}{r_{22}^T d} \end{bmatrix} x_e \quad \text{Eq. 60}$$

* Onde "K" é uma matriz simétrica.



A equação 54 resulta em:

$$\dot{x}_e = (A - BR^{-1}B^TK)x_e \quad \text{Eq.61}$$

Implementando os ganhos obtidos, tem-se o seguinte diagrama:

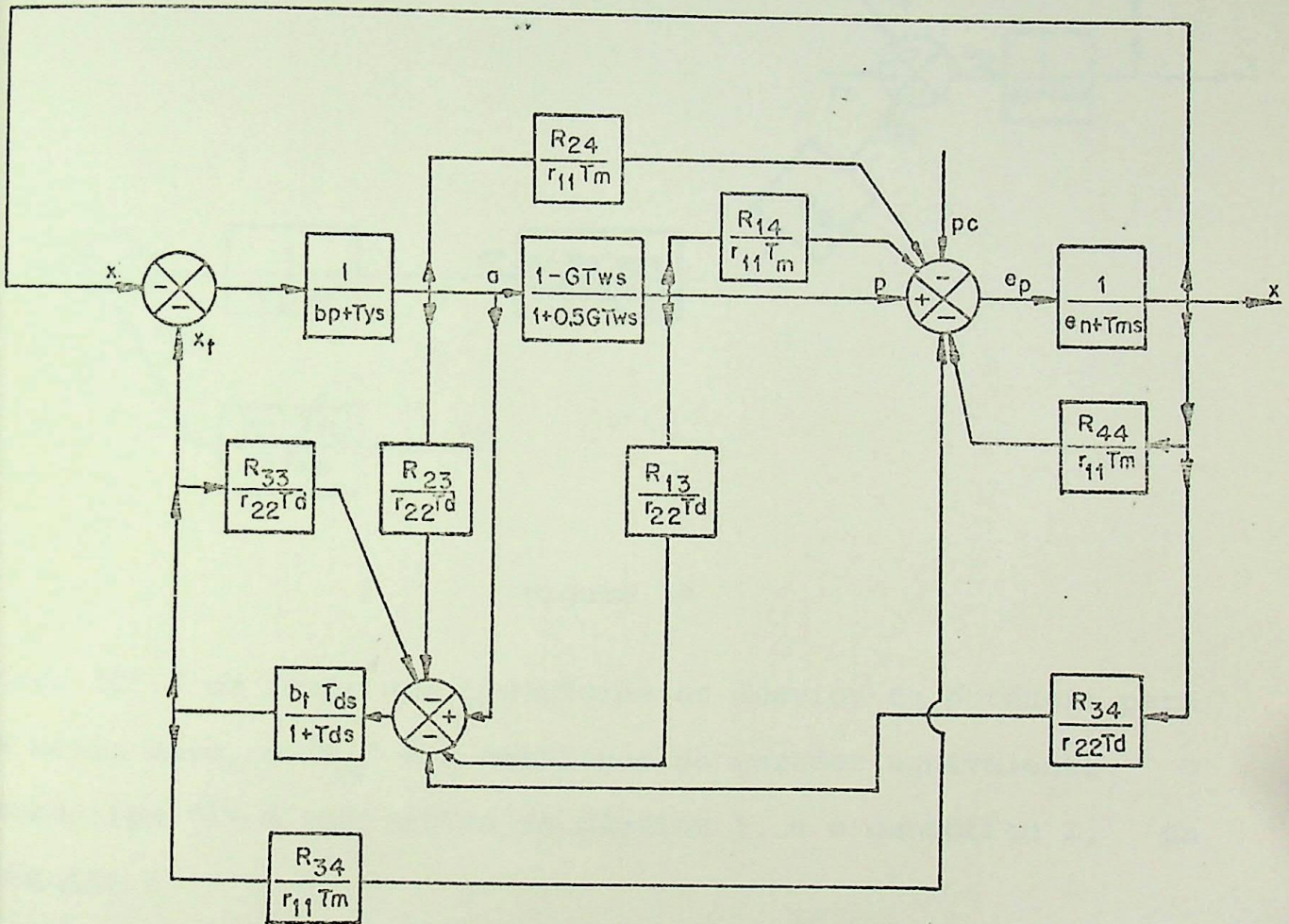


Figura 35

Análise para dois hidrogeradores ligados à mesma barra.

Para a análise conjunta de duas máquinas tem-se o seguinte diagrama (figura 36):

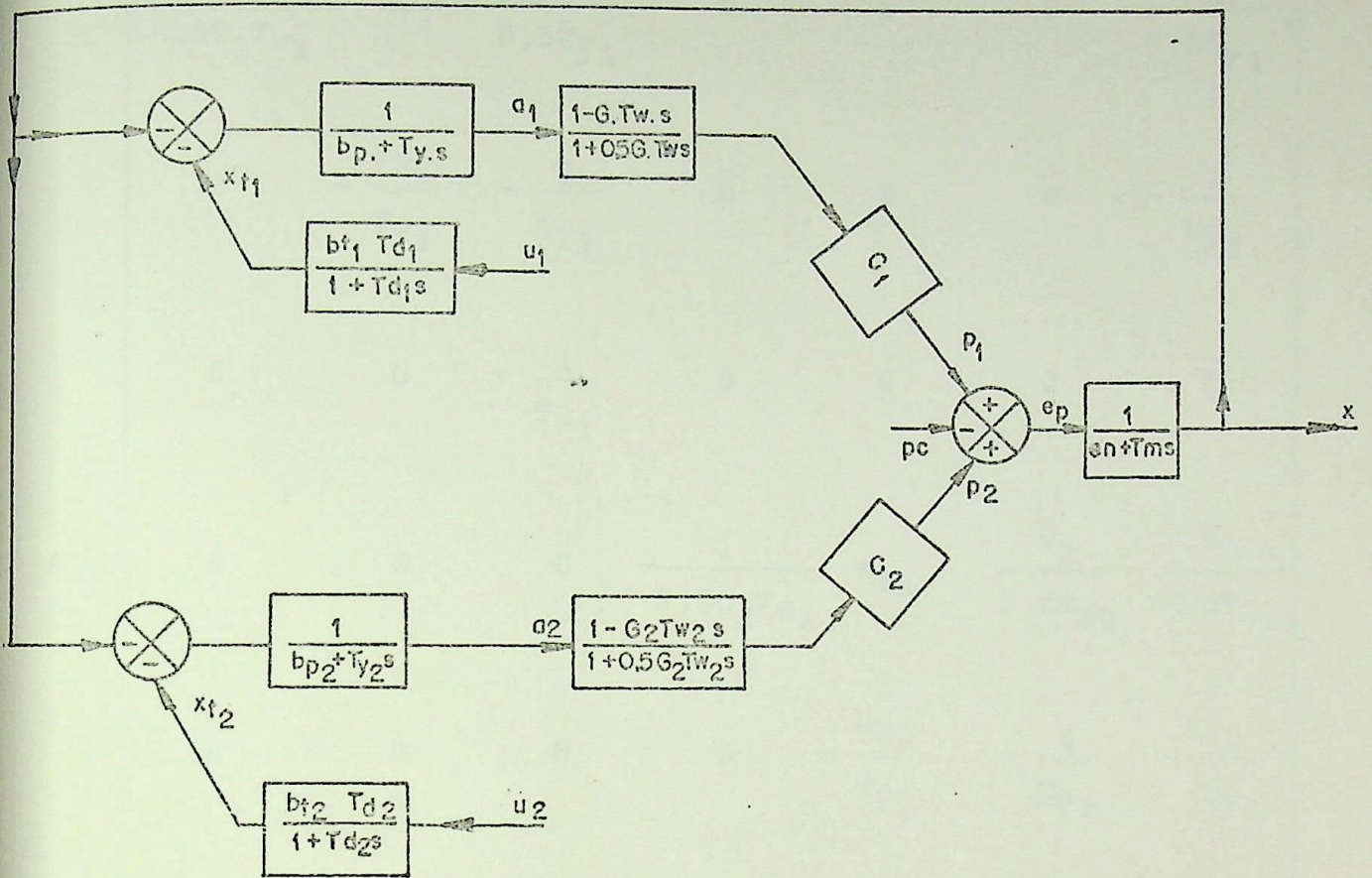


Figura 36

onde "C" é um fator que transforma os desvios de potência para a mesma base, e " T_m " é a constante do gerador equivalente. O subscrito "1" é indicativo da máquina 1, e o subscrito 2, da máquina 2.

Adotando o mesmo raciocínio que no caso de um hidrogerador, e escrevendo as equações de estado segundo a equação 54, repetida por conveniência, tem-se:

$$\dot{x}_e = Ax_e + Bu$$

Eq.62

onde:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{1}{0,5G_1 T_{w1}} & a_{12} & \frac{C_1}{0,5T_{Y1}} & 0 & 0 & 0 & \frac{C_1}{0,5T_{Y1}} \\ 0 & -\frac{b_{p1}}{T_{Y1}} & -\frac{1}{T_{Y1}} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_{Y1}} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_{d1}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{0,5G_2 T_{w2}} & a_{45} & \frac{C_2}{0,5T_{Y2}} & \frac{C_2}{0,5T_{Y2}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{b_{p2}}{T_{Y2}} & -\frac{1}{T_{Y2}} & -\frac{1}{T_{Y2}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_{d2}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{e_n}{T_m} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{T_{d1}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{T_{d2}} \\ \frac{1}{T_m} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



onde:

$$x_e \triangleq \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1 \\ a_1 \\ x_{t1} \\ p_2 \\ a_2 \\ x_{t2} \\ x \end{bmatrix}, \quad u \triangleq \begin{bmatrix} e_p \\ u_{g1} \\ u_{g2} \end{bmatrix} \quad \text{sendo:}$$

$$u_{g1} = T_{d1} b_{t1} u_1$$

$$u_{g2} = T_{d2} b_{t2} u_2$$

$$u_1 = \dot{a}_1$$

$$u_2 = \dot{a}_2$$

Conforme se pode perceber pela similaridade dos dois casos analisados, a implementação da teoria do controle ótimo resultará em dois diagramas análogos ao da figura 35.

Apresenta-se a seguir um exemplo numérico, considerando-se, para efeito de conclusões, dois tipos de respostas: sem a implementação da teoria do controle ótimo e com sua implementação. Para efeito de simplificações na resolução numérica do problema, o modelo foi considerado conforme a figura 24.

Exemplo:

as matrizes A e B são as seguintes:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{0,5GT_w} & a_{12} & \frac{1}{0,5T_y} & \frac{1}{0,5T_y} \\ 0 & -\frac{b_p}{T_y} & -\frac{1}{T_y} & -\frac{1}{T_y} \\ 0 & -\frac{b_t b_p}{T_y} & a_{33} & -\frac{b_t}{T_y} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{e_n}{T_m} \end{bmatrix} \quad \text{onde:}$$

$$a_{12} = \frac{1}{0,5GT_w} + \frac{b_p}{0,5T_y}$$

$$a_{33} = -\left| \frac{1}{T_d} + \frac{b_t}{T_y} \right|$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{T_m} \end{bmatrix}$$

sendo:

$$x_e = [x_1 x_2 x_3 x_4]^T = [p \ a \ x_t \ x]^T$$

$$u = [e_p]$$

As matrizes "Q" e "R" foram consideradas conforme se apresenta a seguir:

$$Q = \begin{bmatrix} 90 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 80 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 600 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 350 \end{bmatrix} \quad e \quad R = [1]$$

a matriz "K", solução da equação de Riccati*, é a seguinte:

$$K = \begin{bmatrix} 0,12 & -0,53 & 0,33 & 1 \\ -0,53 & 3,04 & -3,15 & -2 \\ 0,33 & -3,15 & 4,09 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \times 10^2$$

Na tabela 5 são apresentadas as condições simuladas (onde as constantes de tempo são dadas em segundos).

*Veja apêndice II (para a determinação da matriz "K" foi usado o critério de Routh-Hurwitz, simplificando-se assim o cálculo. O controle obtido pode então ser chamado de "quase ótimo").

Figura	b_p	T_m	T_y	G	T_w	T_d	b_t	e_n	p_e	
37	0.1	5.0	0.4	1.0	1.0	3.0	1.0	0	0,2	s/controle ótimo
38	0.1	5.0	0.4	1.0	1.0	3.0	1.0	0	0,2	c/controle ótimo
39	0.1	5.0	0.4	1.0	1.0	3.0	0.8	1	0,02	s/controle ótimo
40	0.1	5.0	0.4	1.0	1.0	3.0	0.8	1	0,02	c/controle ótimo

Tabela 5

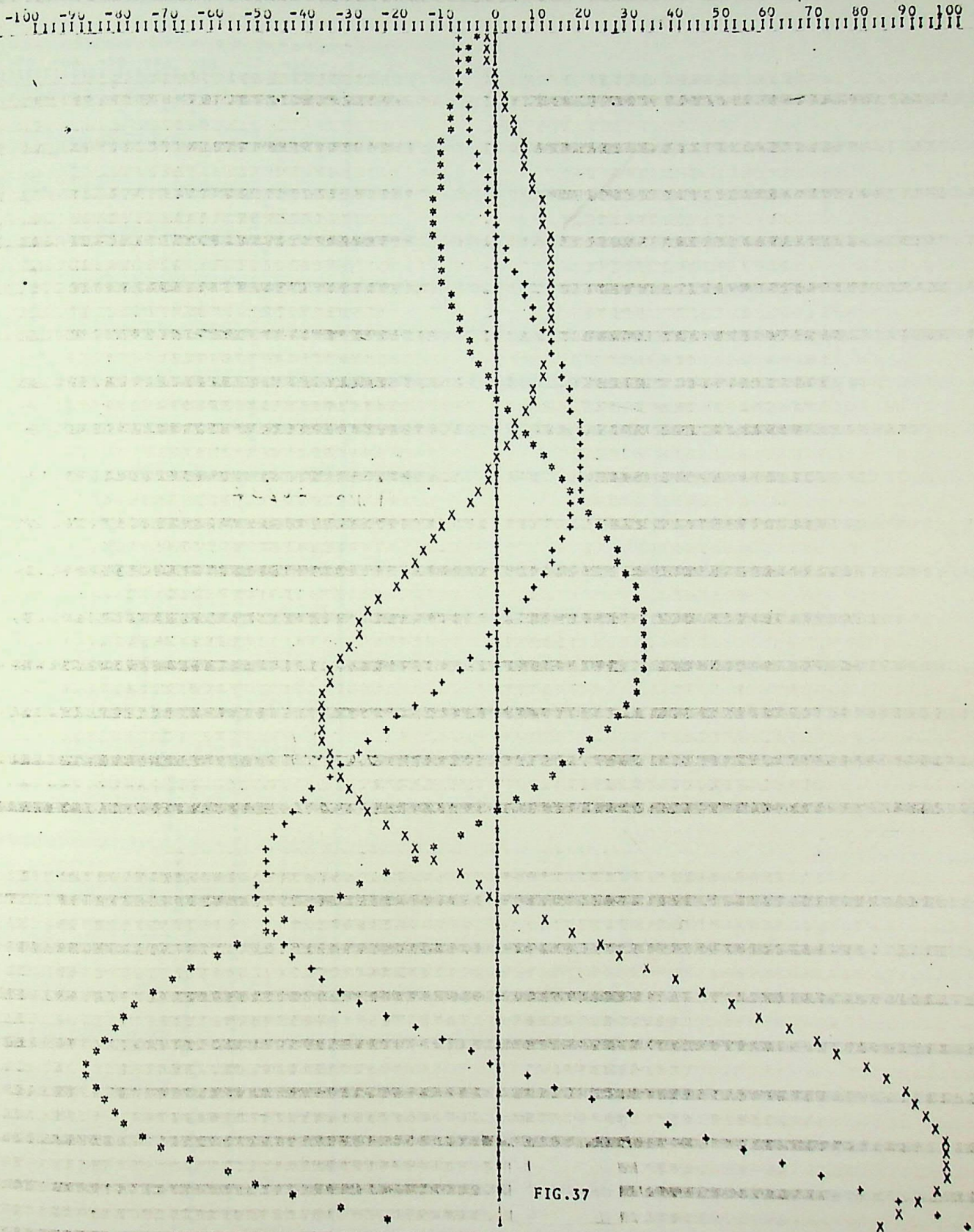
O VALOR MÁXIMO REPRESENTADO = 7689,59084 CORRESPONDE A 100 NA CURVA TRACADA

QUEDA DE FREQ. = *

ABERTURA DE PALHETAS = X

POT. MECANICA = .

ERRO DE POT. = +



VALOR MAXIMO REPRESENTADO = 0.09098 CORRESPONDE A 100 NA CURVA TRACADA

DA DE FREQ. = *

RTURA DE PALHETAS = X

MECANICA = .

DE POT. = +

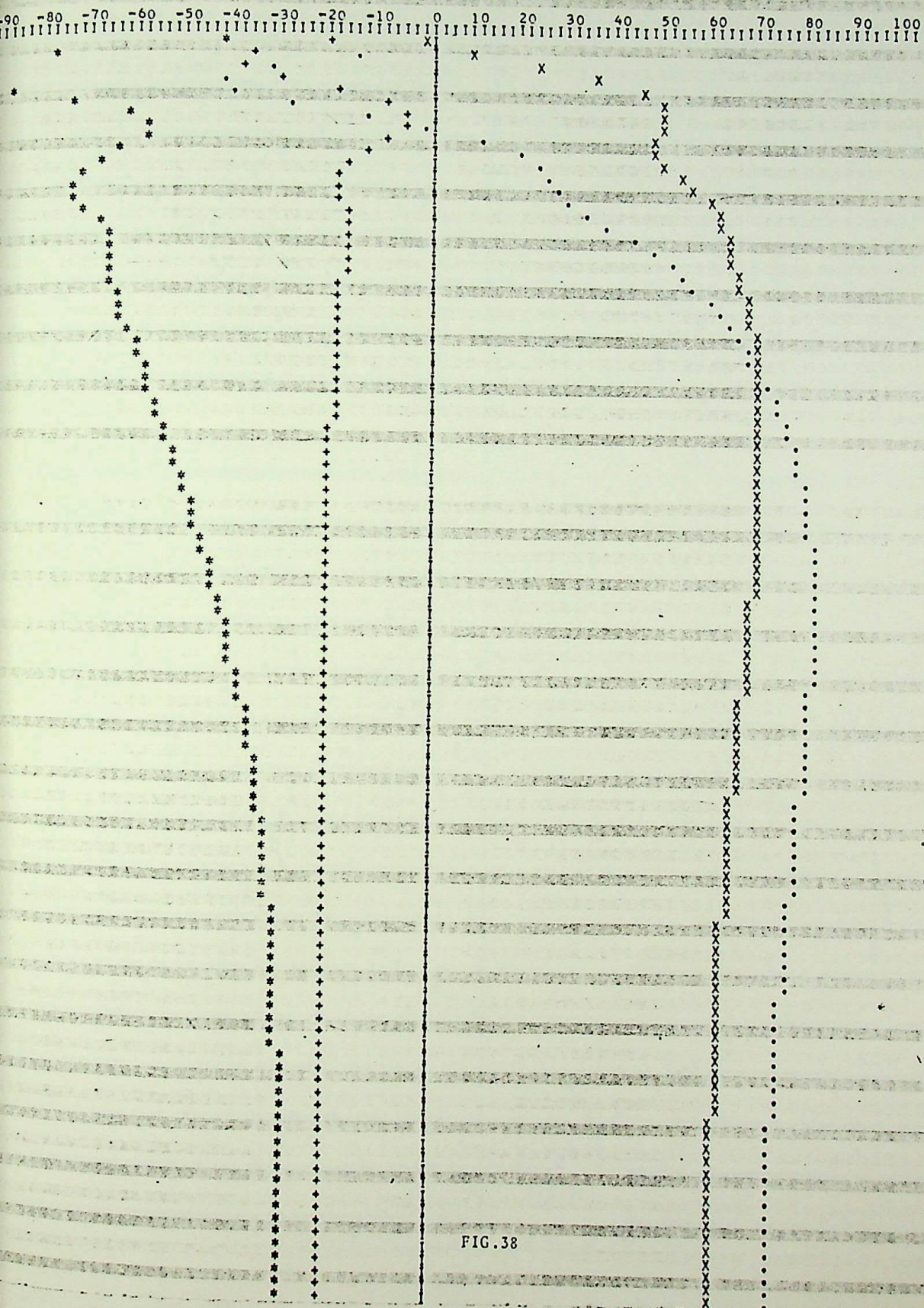


FIG. 38

O VALOR MAXIMO REPRESENTADO ■ 0.03525 CORRESPONDE A 100 NA CURVA TRACADA

QUEDA DE FREQ. ■ *
ABERTURA DE PALHETAS ■ X
POT. MECANICA ■ .
ERRR DE POT. ■ +

00 -90 -80 -70 -60 -50 -40 -30 -20 -10 0 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100

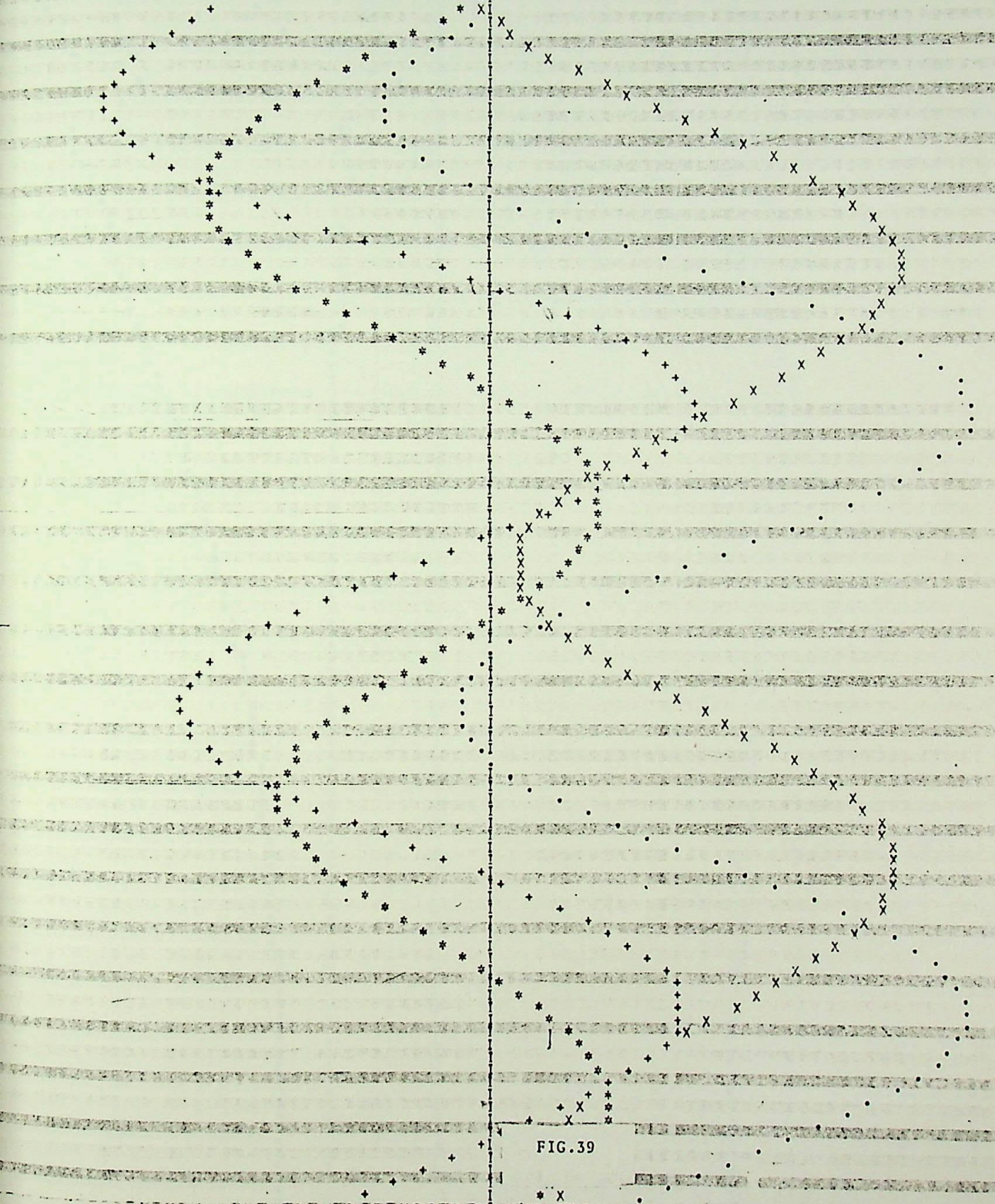


FIG. 39

VALOR MAXIMO REPRESENTADO = 0,08888 CORRESPONDE A 100 NA CURVA TRACADA

A DE FREQ. = *
CURVA DE PALHETAS = X
MECANICA = .
DE POT. = +

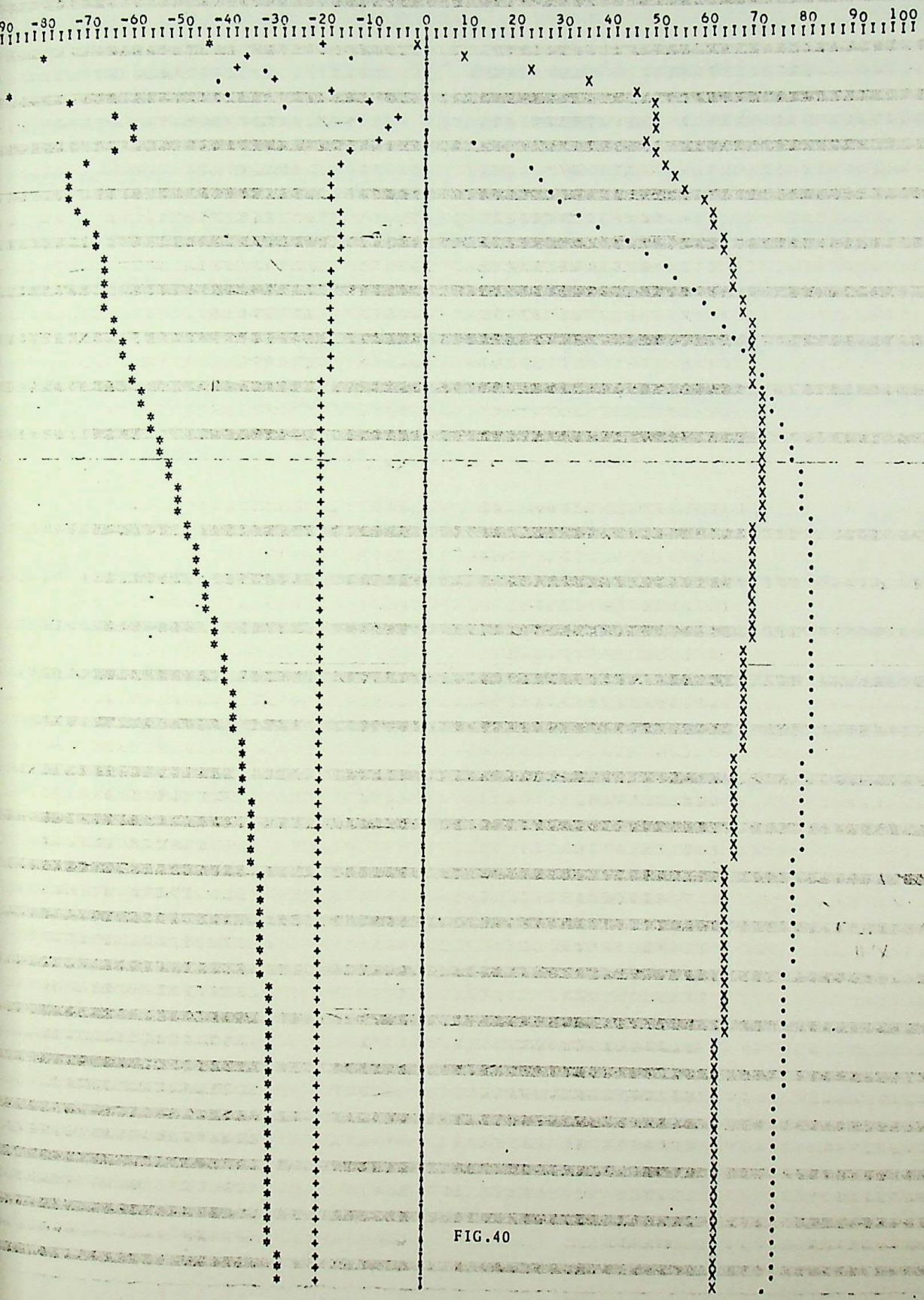


FIG. 40

CONCLUSÕES

Ao se aplicar a teoria de controle ótimo em sistemas tais como o abordado, e tendo-se objetivos idênticos, deve-se definir a matriz "Q" como sendo positiva definida e elege-se para o vetor de estado todas as variáveis que possam ser motivo de instabilidade. Desta forma assegura-se não só um controle otimizado mas também a estabilidade, sendo o sistema linear e invariante.

Para um sistema não invariante a implementação da teoria do controle ótimo é mais conveniente, se este é do tipo adaptivo 10-sec.3.5 .

Com respeito a sistemas semelhantes ao analisado, uma vez escolhido convenientemente o índice de "performance", será seguramente estável e otimizada. Uma grande vantagem do método abordado é a seguinte: não existindo valores de " T_d " e " b_t " que atendam a uma situação de estabilidade, isto pode ser conseguido através dos ganhos inseridos no sistema.

SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A implementação prática de tal estudo irá necessitar de outros estudos adicionais, quais sejam:

- a - Caso nem todas as variáveis sejam acessíveis na prática, necessário se fará um estudo análogo ao descrito, mas através do controle sub-ótimo.
- b - Especificação dos equipamentos, para medição das variáveis, como também para introduzir os ganhos no sistema.
- c - Análises dos possíveis reflexos que os ganhos poderão introduzir no sistema, além dos desejados.
- d - Viabilidade econômica da implementação do controle sub-ótimo (ou ótimo).
- e - Comportamento do sistema para situações bem distintas das previstas no cálculo pré-aplicação.

APÊNDICE I

RESUMO DA IMPLEMENTAÇÃO TEÓRICA DO CONTROLE

ÓTIMO

O problema do controle ótimo reside em se determinar um vetor de excitação u^* tal que leve o sistema:

$$\dot{x} = f(x(t), u(t), t) \quad \text{Eq. A-1,}$$

ou ainda, para os casos de sistemas lineares invariantes,

$$\dot{x} = Ax(t) + Bu(t) \quad \text{Eq. A-2,}$$

a seguir uma trajetória de estado x^* que minimize (ou maximize) o índice de performance (onde " $u(t)$ " é uma matriz $r \times 1$, " $x(t)$ " $n \times 1$, " A " $n \times n$ e " B " $n \times r$).

$$J = h(x(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} g(x(t), u(t), t) dt \quad \text{Eq. A-3,}$$

sendo o índice de performance apresentado na equação A-3 o mais geral.

Tendo-se em vista a aplicação desta teoria ao caso prático, e considerando-se que o sistema modelado por suas equações de estado assume a forma apresentada na equação A-2 (linear e invariante), passa-se direto ao índice de perfor

*Os asteriscos em u e x indicam valores otimizados, pertencentes obviamente ao universo destas grandezas U e X , respectivamente.

mance adotado no trabalho desenvolvido, que está apresentado na equação A-4:

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} (x^T Q x + u^T R u) dt^* \quad \text{Eq. A-4,}$$

onde: R , é uma matriz $r \times r$

Q , é uma matriz $n \times n$

Observe-se que o primeiro membro da equação A-3 é uma constante; desta forma o vetor $u^*(t)$, que minimiza "J" dado na equação A-3, também minimizará "J" dado na equação A-4, sendo suficiente para isto a condição de que "h" seja diferenciável [9].

O procedimento que conduz à determinação do u^* , que minimiza o "J" dado pela equação A-4, é uma extensão do caso vetorial da teoria clássica do cálculo variacional, desenvolvido para funções escalares. Esta teoria está baseada no princípio do mínimo (ou máximo) de Pontrygin [12].

Apresentam-se a seguir todos os passos que conduzem à solução do problema.

Forma-se inicialmente uma função (chamada "Hamiltoniano") H , que leve em consideração as informações contidas em "J" e nas equações de estado, da seguinte forma:

$$H \triangleq \frac{1}{2} (x^T Q x) + \frac{1}{2} (u^T R u) + p^T [Ax + Bu] \quad \text{Eq. 4-5,}$$

*Muito embora não se use a notação explícita " $x(t)$ " e " $u(t)$ ", fica subentendido que estes valores são função do tempo, através da notação simplificada " x " e " u ".

onde "p" é um vetor*-coluna denominado co-estado.

Para que o controle ótimo seja obtido, ou ainda para que J seja minimizado, as seguintes condições devem ser cumpridas:

$$\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial p} \quad \text{Eq. A-6}$$

$$\dot{p} = - \frac{\partial H}{\partial x} \quad \text{Eq. A-7}$$

$$0 = \frac{\partial H}{\partial u} \quad \text{Eq. A-8}$$

da equação A-7 vem:

$$p = -A^T p - Qx \quad \text{Eq. A-9}$$

da equação A-8 chega-se a:

$$u = -R^{-1}B^T p \quad \text{Eq. A-10}$$

Postula-se então uma solução para a equação

A-9 na forma:

$$p = Kx(t) \quad \text{Eq. A-11,}$$

onde "K" é uma matriz nxn a determinar**. A solução deverá ser

*No cálculo variacional clássico p^T é uma variável escalar usualmente designada por λ .

** Pode-se demonstrar que K é uma matriz simétrica |9|

$$\dot{K} = A^T K + KA - KBR^{-1}B^T K + Q \quad \text{Eq. A-12.}$$

A equação A-12 é chamada de "equação diferencial de Riccati", e a matriz "K" é a solução da equação.

Pode-se demonstrar que (ver [18]), se:

- a - O sistema é invariante
- b - As matrizes Q e R são constantes
- c - O sistema é controlável
- d - $t_f \rightarrow \infty$ (tempo final)
- e - $F=0$ (sendo F a matriz da forma quadrática do "h" e equação A-3),

então: $K(t) \rightarrow K = \text{cte};$

por conseguinte, a equação diferencial A-12 transforma-se na equação algébrica de Riccati:

$$A^T K + KA - KBR^{-1}B^T K + Q = 0 \quad \text{Eq. A-13.}$$

Este é o caso aqui tratado.

Apresenta-se formalmente a seguir um método* de se calcular a matriz "K". A equação A-13 pode ser escrita como:

$$A_1^T(J) K^{(J)} + K^{(J)} A_1^{(J)} + Q_1^{(J)} = 0 \quad \text{Eq. A-14,}$$

* Este método é chamado de: Método de "Puri" e "Gruver".

onde:

$$A_1^{(J)} = A - SK^{(J-1)} \quad \text{Eq. A-15}$$

e

$$S = BR^{-1}B^T \quad \text{Eq. A-16}$$

Para os tipos de sistemas em análise, "S" é constante. O método é apropriado para ser desenvolvido pelo computador, calculando " $K^{(J)}$ " através da equação A-13. Para iniciar o cálculo é necessário que a matriz $K^{(0)}$ seja tal que $A_1^{(1)}$ resulte estável [15], o que pode ser verificado através de seus auto-valores.

É contudo conveniente salientar-se que um sistema otimizado não é necessariamente estável.



APÊNDICE II
 RELAÇÕES ADICIONAIS ENTRE AS MATRIZES
 "K" e "Q"

Neste apêndice é apresentado o método utilizado para a determinação da matriz solução da equação algébrica de Riccati, no exemplo mostrado no texto principal.

Apresentam-se a seguir formalmente os passos seguidos.

Sejam as equações do sistema:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad \text{Eq. AII-1;}$$

a equação algébrica de Riccati é a seguinte:

$$A^T K + KA - KBR^{-1}B^T K + Q = 0 \quad \text{Eq. AII-2;}$$

uma vez resolvida a equação AII-2, tem-se que o vetor de controle ótimo é dado conforme a equação AII-3:

$$u = -R^{-1}B^T Kx \quad \text{Eq. AII-3.}$$

Combinando-se as equações AII-1 e AII-3, vem:

$$\dot{x} = (A - BR^{-1}B^T K)x$$



ou

$$\dot{x} = Gx, \quad \text{onde:} \quad \text{Eq. AII-4}$$

$$G = A - BR^{-1}B^TK$$

Uma vez que o sistema deve apresentar um comportamento estável, é necessário que os auto-valores da matriz "G" na equação AII-4 tenham parte real negativa. Com esta condição, e aplicando o critério de Routh-Hurwitz na equação AII-5, bem como trabalhando conjuntamente com as equações AII-2 (considerando a matriz "Q" como sendo diagonal), determinam-se as matrizes "K" e "Q", que satisfazem às condições desejadas.

Apenas como questão de verificação é conveniente, ao final do processo, constatar a estabilidade do sistema, analisando a parte real dos auto-valores da equação AII-5; caso não se tenha obtido sucesso, repete-se o processo arbitrando novos valores que satisfaçam às condições impostas pelo critério de Routh-Hurwitz, até que o objetivo desejado seja atingido.

$$|\lambda I - G| = 0 \quad \text{Eq. AII-5}$$

O VALOR MÁXIMO REPRESENTADO = 0.02610 CORRESPONDE A 100 NA CURVA TRACADA

QUEDA DE FREQ. = *
ABERTURA DE PALHETAS = X
POT. MECANICA = .
ERRO DE POT. = +

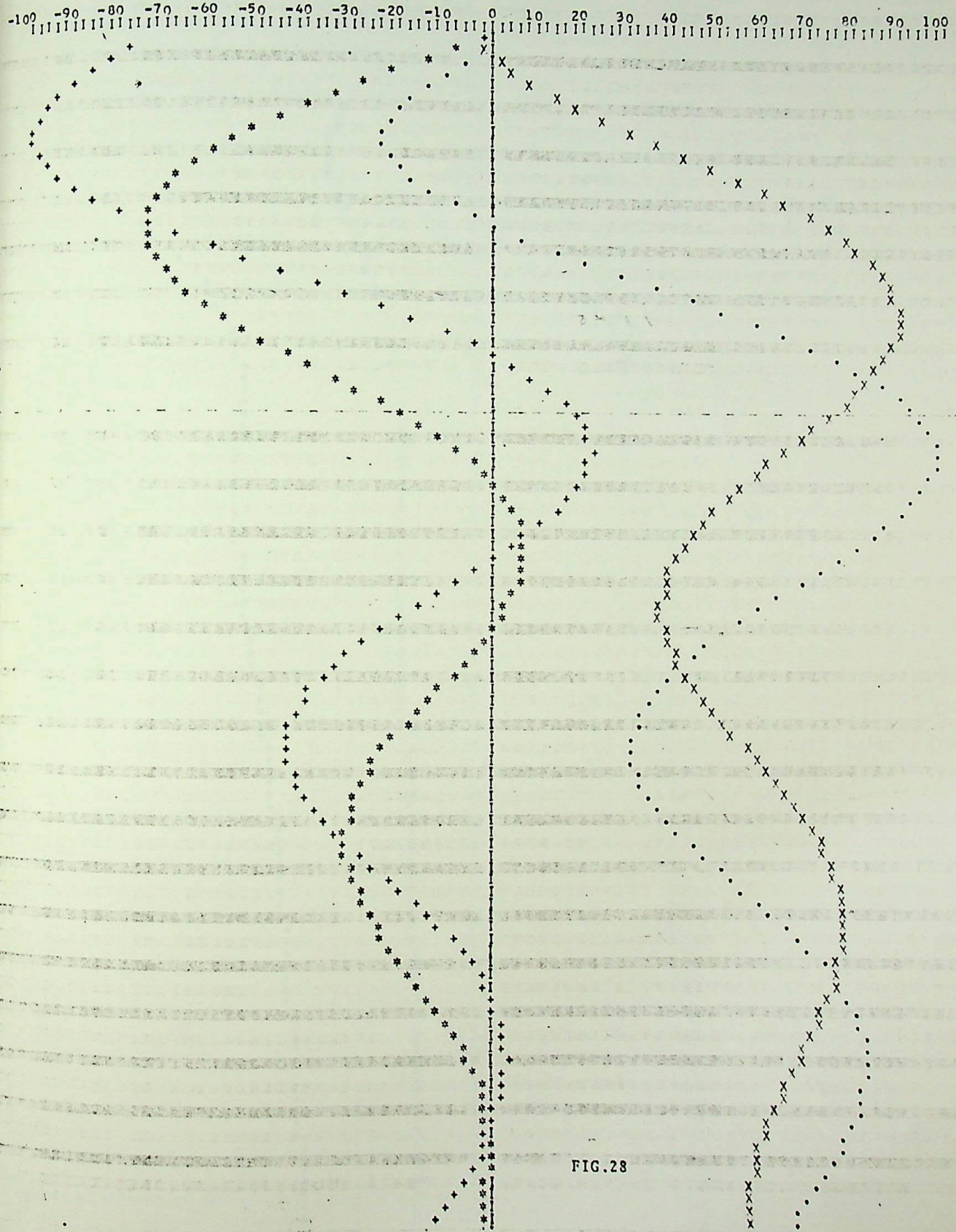


FIG. 28

U VALOR MAXIMO REPRESENTADO = 0.02344 CORRESPONDE A 100 NA CURVA TRACADA

QUEDA DE FREQ. = *
ABERTURA DE PALMETAS = X
POT. MECANICA = .
ERRO DE POT. = +

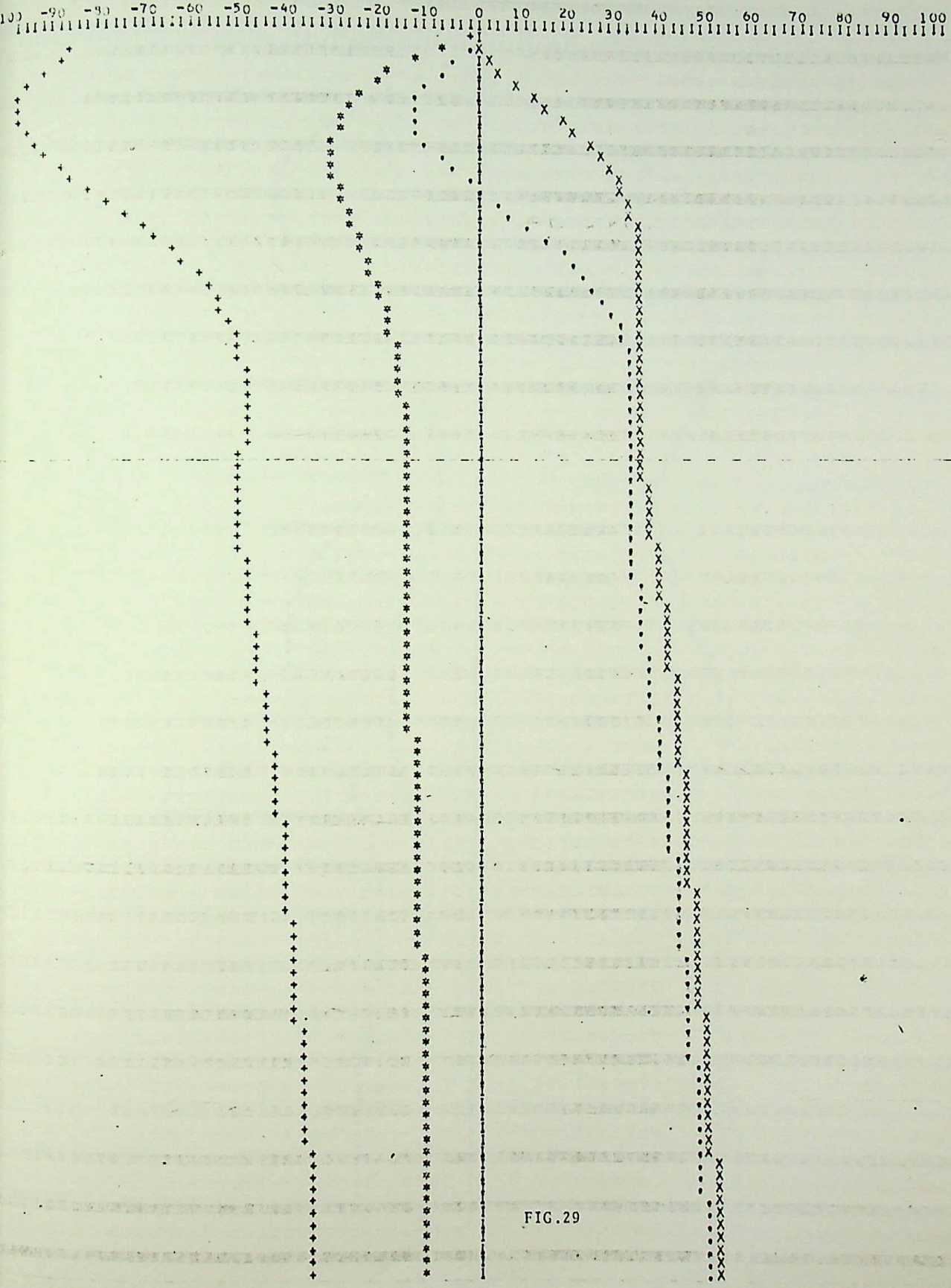


FIG.29

O VALOR MAXIMO REPRESENTADO ■ 0.02568 CORRESPONDE A 100 NA CURVA TRACADA

QUEDA DE FREQ. ■ *
ABERTURA DE PALHETAS ■ X
POT. MECANICA ■ .
ERRO DE POT. ■ +

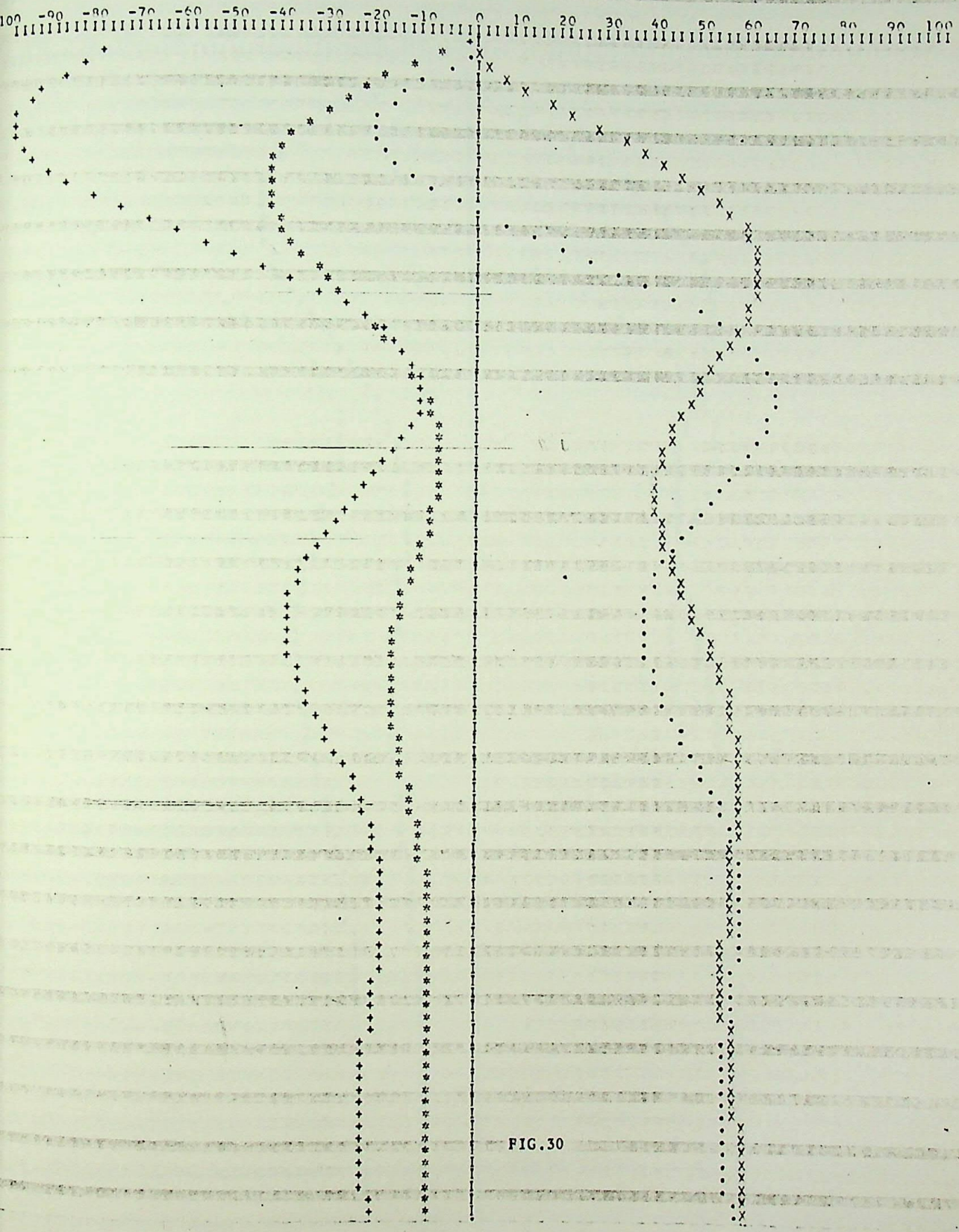


FIG. 30

O VALOR MÁXIMO REPRESENTADO = 0.02445 CORRESPONDE A 100 NA CURVA TRACADA

QUEBRA DE FREQ. = *
ABERTURA DE PALHETAS = X
POT. MECANICA = .
ERRO DE POT. = +

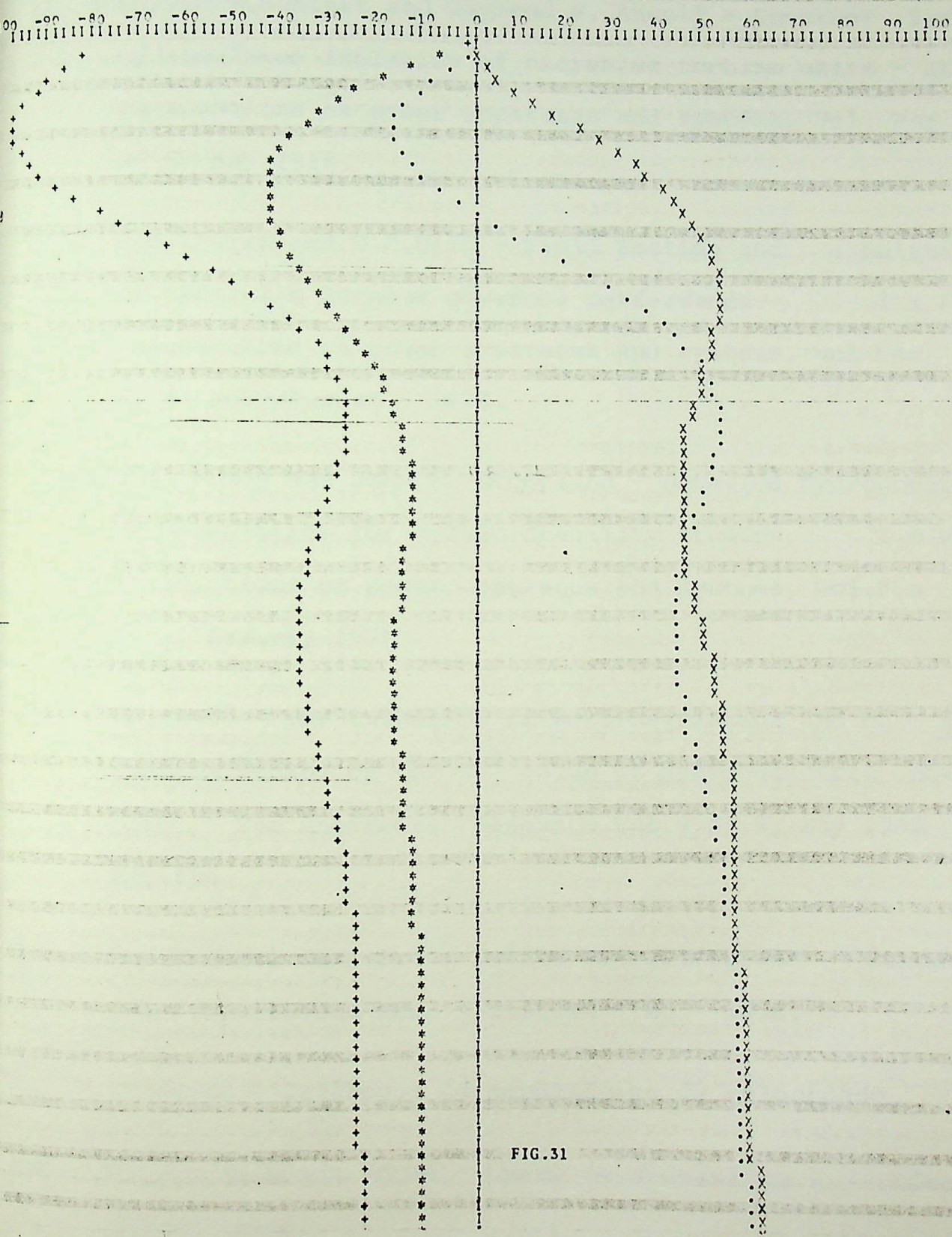


FIG. 31

REFERÊNCIAS

- [1] - Ferber R.Schleit and Raymond R. Angell - Governor Tests by simulated isolation of hidraulic turbine units - IEEE transactions on power apparatus and systems, Vol. Pas 87 nº 5, may 1968.
- [2] - D.H.Thorne and E.F.Hill - Field Testing and simulation of hydraulic turbine governor performance - I E E E Transactions on power apparatus and systems, vol Pas 83 nº 4 July/August - 1974.
- [3] - D.G. Romey and John W. Skooglund - Detailed hydrogovernor representation for system stability studies - I E E E transactions on power apparatus and systems, Vol.Pas 89 nº 1, January 1970
- [4] - Th.Stein - The influence of self-Regulation and of the damping period on the WR^2 value of hydro-electric power plant - The Engineers' digest - Vol 9 nº 5, May 1948 pp 149-154
- [5] - Romeu Rennó Carneiro - Usinas Hidroelétricas - Fundação IEI - Biblioteca Mauá - Itajubá - MG - 1956.
- [6] - Woodward - Catálogos de reguladores de velocidade.
- [7] - Eurico Trindade Neves - Curso de Hidráulica - Editora Globo - 1960.

- |8| - Masanobu Araki and Takao Kuwabara - Water Column Effect on speed control of hydraulic turbines and governor improvement - Hitachi Review - Vol 22, n^o 2, February 1973 pp 50-55.
- |9| - Prof. Jaime Feinstein - Apontamentos de aula referentes aos cursos de variáveis de Estado e sistema de controle - ano 1976.
- |10| - Ing. Jaime Feinstein - Panorama de los sistemas de control - Revista Eletrotecnica - Vol LXI n^o 3 Mayo- Junio 1975 pag's 87-101, n^o 4 - Julio-Diciembre 1975 pag's 151 161 e Vol. LXII n^o 1 - Enero-Febrero 1976 pag's 23-31.
- |11| - Prof. Jaime Feinstein - apostila - Variables de Estado - EFEI - 1976.
- |12| - S.J. Citron - Elements of optimal control - Holt.Rinehart and Winston, INC. 1969 - Chapters 7-8.
- |13| - Asea - Speed Simulator for Electro-Hydraulic Turbine governors - Information FKGK July/74 - Edition 2.
- |14| - Course notes prepared by F.P.de Mello - Generation dynamics and control - PTI INC. March 1972 - Revised July - 1973.
- |15| - Yao Nan Yu, Khien Vongsuriya and Leonard N.Wedman - Application of an optimal control theory to a Power system - IEEE Transactions on power apparatus and systems - Vol 89 n^o 1 - January 1970 pp 55-61.

- |16| - Y.N.Yu and L.N.Wedman - Computation Thechniques for the stabilization and optimization of high-order. power systems - IEEE-PICA - Conf.(Denver, Colo.) Proc. 1969 pp 324 - 343.
- |17| - José Abel Royo dos Santos - Algoritmos numéricos para Engenharia - 2^a Edição - Impresso pelo Diretório Acadêmico da EFEI - 1975.
- |18| - Kalman - Contributions to the theory of optimal control Boletín de la Sociedad Matemática Mexicana - Vol. 5, segunda série - nº 1 - abril 1960 pp 102-119.
- |19| - International Electrotechnical commission - IEC Recommendation - International code for testing of speed governing systems for hydraulic turbines - Publication 308 - First edition - Copyright - 1970.

