TESE
410

OZANIR TEIXEIRA MARQUES

ANÁLISE DO MODELO DE HEFRON E PHILLIPS PARA A MÁQUINA SÍNCRONA E DIMENSIONAMENTO DO PSS

Tese apresentada ao Departamento de Engenharia Elétrica da EFEI/ITAJUBÁ como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Hélio Mokarzel

Departamento de Engenharia Elétrica

ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ

Vitória, 27 de fevereiro de 1984

Escola Federal de Engenharia
Biblioteca
MAUÁ
Itajubá

OZANIR TEIXEIRA MARQUES

ANÁLISE DO MODELO DE HEFRON E PHILLIPS PARA A MÁQUINA SÍNCRONA E DIMENSIONAMENTO DO PSS

Tese apresentada ao Departamento de Engenharia Elétrica da EFEI/ITAJUBÁ como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Hélio Mokarzel

Departamento de Engenharia Elétrica

ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ

Vitória, 27 de fevereiro de 1984

CLASS. 621.313.32:621.316(043.2)
CUTT. M 357 a
TOMBO 410

EFEI / BIBLIOTECA

ESTE LIVRO DEVE SER DEVOLVIDO NA ÚLTIMA DATA CARIMBADA.

06.11.86		
13.11.86		
20.11.86		
27.11.86		
02.02.90		
08.02.90		
9.2.90		
26.2.90		
12.3.90		
23.9.91		
30.9.91		
13.3.96		
19.8.2002		
05/03/08		

À minha esposa e filha

AGRADECIMENTOS

Ao professor Hélio Mokarzel (Orientador e membro da banca examinadora); ao professor José Carlos de Oliveira (membro da banca), pelas valiosas sujestões apresentadas por ocasião da defeza deste trabalho; ao professor Antônio Eduardo Hermeto (membro da banca), pelas sujestões apresentadas por ocasião da defeza e pela grande contribuição prestada durante sua permanência na chefia da Pós-graduação, contribuição esta indispensável ao bom andamento dos trabalhos de tese; ao professor Jaime Feinstein pelas valiosíssimas contribuições prestadas na área de Estabilização do Sistema e a todas pessoas que indiretamente contribuiram para a confecção deste trabalho.

RESUMO

Neste trabalho desenvolveu-se um estudo comparativo entre o modelo completo e o simplificado da máquina síncrona, proposto por Hefron e Phillips [3]. O sistema elétrico estudado constitui-se de uma máquina síncrona com carga local, sistema de excitação e estabilizador do sistema de potência (PSS) ligada a um barramento infinito. A simulação da carga local foi feita conforme Stott [2] e o "PSS" foi dimensionado pelo método do lugar das raízes. O estudo é feito através de comparações entre as curvas de resposta do sistema para várias condições de operação as quais foram obtidas através da simulação digital. Estas curvas estão mostradas nos Apêndices C, D e E.

ABSTRACT

In this work it is developed a comparative study between the complete model of synchronous machine and the simplified one, proposed by Hefron and Phillips [3]. The electric system studied is composed of a synchronous machine with local load, excitation system and stabilizer (PSS), againt an infinite bus. The local load is simulated according to Stott [2] and the PSS is designed by the Root-Locus Method. The study is done through comparison between the response curves of the system for several conditions of operation. These curves was obtained through digital simulation and they are shown in the Appendixes C,D and E.

SUMÁRIO

	pg
CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 2 - MODELAGEM DA MÁQUINA SÍNCRONA (MODELO COMPLETO)	5
2.1 - Introdução	5
2.2 - Transformação de PARK	6
2.3 - Equações de Tensão	7
2.4 - Equações de Tensão em Coordenadas de PARK	9
2.5 - Transformação das Equações de Tensão para o Sistema por Unidade ..	11
2.6 - Equações de Torque	12
2.6.1 - Velocidade Angular e Tempo em Grandezas pu	13
2.6.2 - Torque Elétrico	13
2.7 - Gerador Síncrono Ligado a um Barramento Infinito	16
2.8 - Linearização	19
CAPÍTULO 3 - MODELAGEM DA MÁQUINA SÍNCRONA (MODELO SIMPLIFICADO)	22
3.1 - Introdução	22
3.2 - Equação de E'	23
3.3 - Equação do Torque Elétrico	26
3.4 - Equação da Tensão Terminal	28

pg

CAPÍTULO 4 - SISTEMAS DE EXCITAÇÃO 30

4.1 - Introdução 30

4.2 - Equações de Estado do Sistema de Excitação 31

4.3 - Inclusão do Sistema de Excitação no Modelo Simplificado da Máquina 32

4.4 - Inclusão do Sistema de Excitação no Modelo Completo da Máquina ... 33

CAPÍTULO 5 - SIMULAÇÃO DA CARGA LOCAL 36

5.1 - Introdução 36

5.2 - Carga do Tipo Impedância Constante 37

5.3 - Carga do Tipo Potência Constante. 39

5.4 - Carga do Tipo Corrente Constante. 39

5.5 - Carga Genérica 40

5.6 - Inclusão da Carga Local nos Modelos da Máquina 42

5.6.1 - Modelo Completo 42

5.6.2 - Modelo Simplificado 47

5.6.2.1 - Equação de E' .. 49

5.6.2.2 - Equação do Torque Elétrico .. 49

5.6.2.3 - Equação da Tensão Terminal .. 50

CAPÍTULO 6 - ESTABILIZAÇÃO DO SISTEMA 52

6.1 - Introdução 52

pg

6.2 - Dimensionamento do PSS 53

6.3 - Metodologia de Estabilização .. 54

6.4 - Aplicação da Metodologia de Estabilização no Modelo Simplificado do Sistema 59

6.5 - Cálculo dos Parâmetros α, τ e K do Estabilizador 61

6.6 - Equações de Estado do Estabilizador 67

CAPÍTULO 7 - MÉTODOS DE SOLUÇÃO 68

7.1 - Introdução 68

7.2 - Algorítmos de Solução 69

7.2.1 - FACE 69

7.2.2 - Runge-Kutta de 4ª Ordem 70

CAPÍTULO 8 - CONCLUSÃO 71

APÊNDICE A - CÁLCULO DAS CONDIÇÕES INICIAIS 74

APÊNDICE B - DIAGRAMA DE BLOCOS DO SISTEMA ESTUDADO 76

APÊNDICE C - CURVAS DE RESPOSTA OBTIDAS COM OS MODELOS SIMPLIFICADO E COMPLETO 78

APÊNDICE D - CURVAS DE RESPOSTA DO SISTEMA COM E SEM PSS 90

APÊNDICE E - CURVAS DE RESPOSTA USANDO OS ALGORÍTMOS DE RUNGE-KUTTA DE 4ª ORDEM E FACE 101

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

As variações bruscas que ocorrem na demanda de um sistema de potência, na tensão de referência, no conjugado mecânico, etc são denominadas de perturbações ou impactos os quais se classificam como grandes ou pequenos, dependendo da intensidade da variação ocorrida. Os grandes impactos sempre põem em risco a estabilidade do sistema. A perda de unidade geradora de capacidade relativamente grande, falta em linha de transmissão de alta tensão, etc são exemplos de grandes impactos, principalmente quando contribuem para um desequilíbrio relativamente grande no sistema. As pequenas perturbações são provenientes de causas diversas como: falta em linha de distribuição envolvendo variação pequena na demanda do sistema, perda de unidade geradora de capacidade relativamente pequena, variações normais que ocorrem durante as 24 horas diárias devidas principalmente às variações características do consumo residencial e industrial, etc.

Para estudar o comportamento do sistema durante o período transitório, submetido a grandes impactos, usam-se as técnicas da estabilidade transitória, enquanto que para pequenos impactos são usadas as técnicas da estabili-

dade dinâmica. Quanto aos modelos matemáticos que descrevem o comportamento da máquina síncrona, disponíveis para o estudo, existe o modelo completo e vários modelos simplificados. Entre estes vários modelos existentes é usado neste trabalho o modelo simplificado de Hefron e Phillips[3]. O uso deste modelo reduz enormemente a quantidade de operações envolvidas na solução.Dada a grande economia computacional obtida com o referido modelo, o objetivo principal deste trabalho é fazer um estudo sobre sua eficiência através de comparações com o modelo completo, onde estas comparações são feitas através das curvas de resposta obtidas a partir dos dois modelos em questão. O sistema elétrico usado constitui-se de uma máquina síncrona com carga local, sistema de excitação e estabilizador (PSS) ligada a um barramento infinito. O estudo é feito usando as técnicas da estabilidade dinâmica.

A modelagem do sistema mencionado acima, com excessão da carga local e estabilizador, usando o modelo simplificado e o completo da máquina, está contida em [1] mas de maneira bastante dispersa visto que o conteúdo de [1] se destina a vários outros estudos simultaneamente. A introdução da carga local implica em alteração em grande parte das expressões usadas na modelagem citada acima onde muitas delas são tomadas como referência constantemente. Pelos motivos apresentados acima e também com a finalidade de apresentar a modelagem numa sequência mais conveniente quantos aos objetivos propostos, decidiu-se por introduzí-

la nos três capítulos seguintes no sentido de dar uma visão melhor do trabalho como um todo e facilitar ao leitor o uso de referências.

Os sistemas de excitação, destinados a corrigir a tensão terminal da máquina toda vez que esta sofrer alteração proveniente de alguma perturbação ocorrida no sistema, introduzem um termo de amortecimento na resposta que pode se tornar negativo para regimes de carga pesada [1], tornando a resposta mais oscilatória ou até mesmo instavel. Em vista disto o uso de meios auxiliares destinados a introduzir amortecimento positivo em regime de carga pesada é imprescindível. Estes meios auxiliares se constituem dos estabilizadores denominados de "PSS" (Power System Stabilizer) cujo dimensionamento é também um dos objetivos deste trabalho.

Os resultados dos casos estudados apresentam-se em forma de curvas de resposta do sistema para várias condições de operação. Tendo em vista que a análise dos resultados se baseia em comparações entre estas curvas, visto que o estudo é essencialmente comparativo, foi apresentada uma grande quantidade delas,para cada finalidade, no sentido de se ter melhores condições de apresentar conclusões. Por esse motivo estas curvas não estão apresentadas no texto do trabalho, e sim nos Apêndices C, D e E, onde as curvas do Apêndice C são destinadas ao estudo comparativo dos dois modelos em questão, as do Apêndice D destinam-se a avaliação da eficiência do "PSS" dimensionado e as do Apên-

dice E mostram a precisão do algoritmo do FACE usado na solução. Estas curvas foram obtidas através da simulação digital por se adaptar melhor à solução tendo em vista a existência de limitador no sistema de excitação.

CAPÍTULO 2

MODELAGEM DA MÁQUINA SÍNCRONA
MODELO COMPLETO

2.1 - Introdução

Neste capítulo se desenvolveu um modelo matemático para a máquina síncrona para uso em estabilidade dinâmica, onde foi usada a representação em espaço de estado. A modelagem foi feita por corrente, isto é, as variáveis de estado são as correntes conforme [1].

Na representação matemática considerou-se que a máquina é constituída de três enrolamentos de armadura, um enrolamento de campo e dois enrolamentos amortecedores sendo um no eixo direto e o outro no eixo em quadratura. Estes seis enrolamentos são acoplados magneticamente. O acoplamento magnético entre os enrolamentos é função da posição do rotor. Logo o fluxo concatenado com cada enrolamento é também função da posição do rotor. A tensão terminal instantânea de cada enrolamento é da forma,

$$v = \pm \Sigma ri \pm \Sigma \dot{\lambda} \qquad (2.1)$$

onde λ é o fluxo concatenado com o enrolamento, r a sua resistência ôhmica e i a corrente elétrica, com direção posi

tiva saindo do terminal do enrolamento de armadura visto que se está considerando a máquina como um gerador. As expressões para as tensões terminais v são complicadas por causa da variação de λ com a posição do rotor. A eliminação deste problema se consegue através de transformação de variáveis onde foi usada a transformação de PARK.

2.2 - Transformação de PARK

A transformação de PARK define uma nova relação de variáveis do estator como corrente, tensão e fluxo concatenado, em termos das variáveis atuais. As novas variáveis são obtidas da projeção das variáveis atuais sobre três eixos: eixo direto, que coincide com o eixo da bobina de campo, eixo em quadratura que é o eixo neutro do enrolamento de campo por estar defasado deste de 90º elétricos, e um terceiro eixo que é estacionário. O eixo direto e em quadratura giram com o rotor. A transformada de PARK é definida por

$$\mathbf{P} = \sqrt{2}/3 \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ \cos\theta & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta + 2\pi/3) \\ \operatorname{sen}\theta & \operatorname{sen}(\theta - 2\pi/3) & \operatorname{sen}(\theta + 2\pi/3) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

conforme [1] onde,

$$\theta = \omega_R t + \delta + \pi/2 \text{ rad} \quad (2.3)$$

$$\mathbf{i}odq = P\mathbf{i}abc \tag{2.4}$$

$$\mathbf{v}odq = P\mathbf{v}abc \tag{2.5}$$

$$\boldsymbol{\lambda}odq = P\boldsymbol{\lambda}abc \tag{2.6}$$

Sabendo que,

$$\mathbf{i}odq = \begin{bmatrix} \mathbf{i}o \\ \mathbf{i}d \\ \mathbf{i}q \end{bmatrix} \quad \mathbf{i}abc = \begin{bmatrix} \mathbf{i}a \\ \mathbf{i}b \\ \mathbf{i}c \end{bmatrix} \quad \text{etc.} \tag{2.7}$$

A reobtenção das variáveis em coordenadas abc se consegue aplicando a transformada inversa de PARK nas variáveis em coordenadas odq correspondentes.

2.3 - Equações de Tensão

Esquematicamente os circuitos da máquina estão mostrados na figura 2.1, onde as indutâncias mútuas foram omitidas apenas para simplicidade gráfica mas a sua influ-

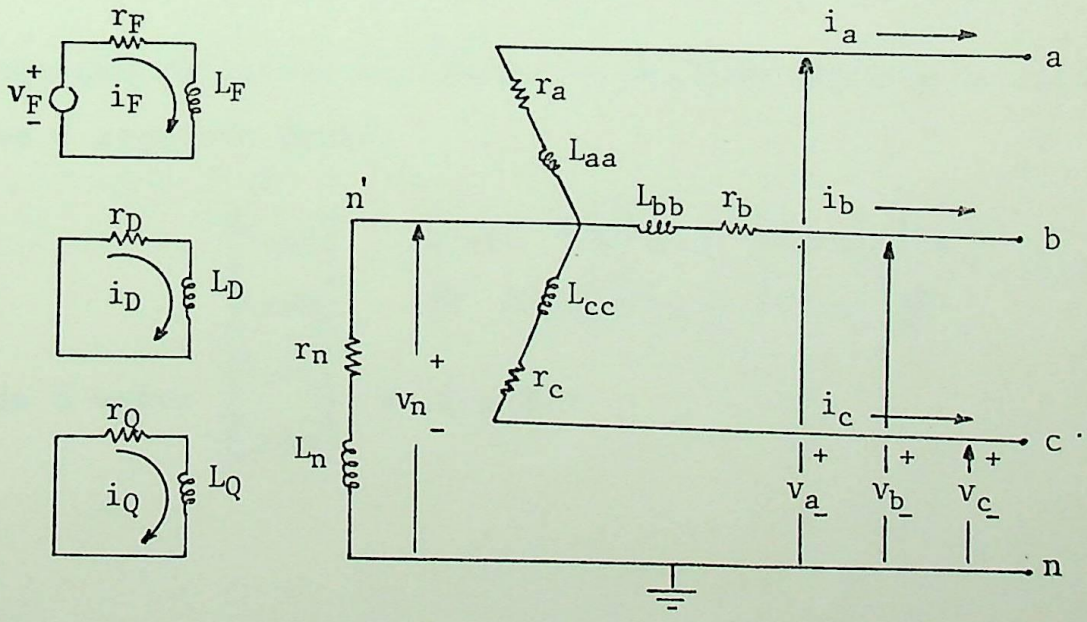


Fig 2.1 - Diagrama Esquemático da Máq.Síncrona

ência se faz presente através do fluxo concatenado com cada bobina, como indica a equação (2.1). As correntes do estator são consideradas com direção positiva fluindo para fora dos terminais da máquina, uma vez que se está considerando a máquina síncrona como um gerador. Para as condições especificadas pode-se escrever a seguinte equação para o estator da máquina:

$$v = -ri - \dot{\lambda} + v_n \tag{2.8}$$

Definindo os vetores e matrizes

$$v_N = \begin{bmatrix} v_n \\ v_n \\ v_n \end{bmatrix} \quad v_{FDQ} = \begin{bmatrix} -v_F \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \lambda_{FDQ} = \begin{bmatrix} \lambda_F \\ \lambda_D \\ \lambda_Q \end{bmatrix} \quad i_{FDQ} = \begin{bmatrix} i_F \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} \tag{2.9}$$

$$R_{abc} = \begin{bmatrix} r_a & 0 & 0 \\ 0 & r_b & 0 \\ 0 & 0 & r_c \end{bmatrix} \qquad R_{FDQ} = \begin{bmatrix} r_F & 0 & 0 \\ 0 & r_D & 0 \\ 0 & 0 & r_Q \end{bmatrix} \tag{2.10}$$

a equação matricial de tensão da máquina (estator e rotor) toma a seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} v_{abc} \\ v_{FDQ} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} R_{abc} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & R_{FDQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc} \\ i_{FDQ} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{abc} \\ \dot{\lambda}_{FDQ} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_N \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \tag{2.11}$$

onde o vetor $\begin{bmatrix} \lambda_{abc} \\ \lambda_{FDQ} \end{bmatrix}$ é dado por .

$$\begin{bmatrix} \\ \lambda_{abc} \\ \\ \\ \lambda_{FDQ} \\ \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \\ \lambda_F \\ \lambda_D \\ \lambda_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} & L_{aF} & L_{aD} & L_{aQ} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} & L_{bF} & L_{bD} & L_{bQ} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} & L_{cF} & L_{cD} & L_{cQ} \\ L_{Fa} & L_{Fb} & L_{Fc} & L_{FF} & L_{FD} & L_{FQ} \\ L_{Da} & L_{Db} & L_{Dc} & L_{DF} & L_{DD} & L_{DQ} \\ L_{Qa} & L_{Qb} & L_{Qc} & L_{QF} & L_{QD} & L_{QQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_F \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} \qquad (2.12)$$

onde L_{jk}=Indutância própria quando j=k

=Indutância mútua quando $j \neq k$

e $L_{jk}=L_{kj}$

A maior parte das indutâncias indicadas em(2.12) é função da posição do rotor e, consequentemente, função do tempo conforme [1]. Em vista disto a substituição de (2.12) em (2.11) torna as equações de tensão muito complicadas. O uso da transformada de PARK, conforme definido anteriormente, transforma o coeficiente matricial de (2.12), que é função do tempo, em coeficiente constante simplificando radicalmente as equações de tensão (2.11). Devido a esse fato todas as equações de tensão, corrente e fluxo concatenado apresentadas nas seções seguintes estão em coordenadas de PARK.

2.4 - Equações de Tensão em Coordenadas de PARK

A aplicação da transformada de PARK em (2.11) conforme [1], resulta em:

$$\begin{bmatrix} v_o \\ v_d \\ -v_F \\ v_D \\ v_q \\ v_Q \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} r+3r_n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r & 0 & 0 & \omega L_q & \omega k M_Q \\ 0 & 0 & r_F & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_D & 0 & 0 \\ 0 & -\omega L_d & -\omega k M_F & -\omega k M_D & r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_o \\ i_d \\ i_F \\ i_D \\ i_q \\ i_Q \end{bmatrix} -$$

$$- \begin{bmatrix} L_o+3L_n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_d & kM_F & kM_D & 0 & 0 \\ 0 & kM_F & L_F & M_R & 0 & 0 \\ 0 & kM_D & M_R & L_D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_q & kM_Q \\ 0 & 0 & 0 & 0 & kM_Q & L_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{i}_o \\ \dot{i}_d \\ \dot{i}_F \\ \dot{i}_D \\ \dot{i}_q \\ \dot{i}_Q \end{bmatrix} \qquad (2.13)$$

onde $v_D=v_Q=0$, sendo v_o proporcional à tensão de sequência zero.

A aplicação da transformada de PARK na equação matricial (2.12) consiste em pre-multiplicar a equação por

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{U_3} \end{bmatrix}$$

onde U_3 é a matriz identidade 3x3, obtendo como resultado a seguinte equação matricial em coordenadas de PARK:

$$\begin{bmatrix} \lambda_o \\ \lambda_d \\ \lambda_q \\ \lambda_F \\ \lambda_D \\ \lambda_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_o & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_d & 0 & kM_F & kM_D & 0 \\ 0 & 0 & L_q & 0 & 0 & kM_Q \\ 0 & kM_F & 0 & L_F & M_R & 0 \\ 0 & kM_D & 0 & M_R & L_D & 0 \\ 0 & 0 & kM_Q & 0 & 0 & L_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_o \\ i_d \\ i_q \\ i_F \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} \qquad (2.14)$$

2.5 - Transformação das Equações de Tensão para o Sistema por Unidade

Obedecendo os critérios adotados na escolha das bases entre rotor e estator [1] e considerando que

$S_B = S_N$ = Volt-Ampère/fase nominal do estator, em VArms

$V_B = V_N$ = Tensão nominal fase-neutro do estator, em Vrms

$\omega_B = \omega_N$ = Velocidade nominal do gerador em rad elétricos/s

$t_B = 1/\omega_B = 1/\omega_N$ s

$1/\omega_B (d/dt) = d/d\tau = d/dt_u$

$$\lambda_B = V_B t_B = V_B/\omega_B = L_B I_B \text{ Wb-espiras} \qquad (2.15)$$

as equações de tensão (2.13) são transformadas para o sistema por unidade onde o subscrito u indicado acima e nas equações a seguir indica por unidade. Omitindo a equação de v_o, na suposição de que o sistema esteja equilibrado, as equações de tensão em pu são:

$$\begin{bmatrix} v_{du} \\ -v_{Fu} \\ 0 \\ v_{qu} \\ 0 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} r_u & 0 & 0 & \omega_u L_{qu} & \omega_u kM_{Qu} \\ 0 & r_{Fu} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_{Du} & 0 & 0 \\ -\omega_u L_{du} & -\omega_u kM_{Fu} & -\omega_u kM_{Du} & r_u & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_{Qu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{du} \\ i_{Fu} \\ i_{Du} \\ i_{qu} \\ i_{Qu} \end{bmatrix} -$$

$$-\begin{bmatrix} L_{du} & kM_{Fu} & kM_{Du} & 0 & 0 \\ kM_{Fu} & L_{Fu} & M_{Ru} & 0 & 0 \\ kM_{Du} & M_{Ru} & L_{Du} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_{qu} & kM_{Qu} \\ 0 & 0 & 0 & kM_{Qu} & L_{Qu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{i}_{du} \\ \dot{i}_{Fu} \\ \dot{i}_{Du} \\ \dot{i}_{qu} \\ \dot{i}_{Qu} \end{bmatrix} \qquad (2.16)$$

Usando notação matricial pode-se representar (2.16) por

$$v = -(R+\omega N)i - L\dot{i} \text{ pu} \quad \text{ou} \quad \dot{i} = -L^{-1}(R+\omega N)i - L^{-1}v \text{ pu} \qquad (2.17)$$

onde R é a matriz de resistência e é uma matriz diagonal, N é a matriz dos coeficientes de indutância de tensão de velocidade e L é a matriz simétrica de indutâncias constantes.

2.6 - Equações de Torque

O torque acelerador desenvolvido na máquina síncrona, conforme [1], é dado por

$$(2H/\omega_B)\dot{\omega} = T_m - T_e = T_a \qquad (2.18)$$

onde ω = velocidade angular do campo magnético girante em rad elétricos/s

T_a = torque acelerador em pu de base trifásica

H = constante de inércia da máquina em segundos e $\dot{\omega} = d\omega/dt$ com t em segundos.

2.6.1 - Velocidade Angular e Tempo em Grandezas pu

Na equação (2.18) enquanto o torque está em pu, a velocidade angular está em unidades MKS. Sendo ω uma das variáveis de estado do sistema é conveniente transformá-la para pu. Reescrevendo a referida equação de maneira conveniente e substituindo ω por $\omega_B\omega_u$ ela toma a seguinte forma

$$2H\omega_B d\omega_u/dt_u = T_a \qquad (2.19)$$

ou

$$\tau_j d\omega_u/dt_u = T_a \qquad (2.20)$$

onde $\tau_j = 2H\omega_B$.

2.6.2 - Torque Elétrico

O torque elétrico desenvolvido por uma máquina é igual a variação da energia armazenada no campo magnético com relação ao ângulo que define a posição do rotor, para variação infinitesimal do ângulo, isto é,

$$T_e = \partial W_{campo}/\partial\theta = \partial P_{campo}/\partial\omega \qquad (2.21)$$

A potência trifásica entregue nos terminais da máquina é dada por

$$P_{saída} = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c = v_{abc}^t i_{abc} \qquad (2.22)$$

a expressão (2.22) em coordenadas de PARK passa a ser

$$P_{saída} = v^{t}_{odq} i_{odq} \qquad (2.23)$$

Supondo que o sistema seja equilibrado, $v_o = i_o = 0$. Logo,

$$P_{saída} = v_d i_d + v_q i_q \qquad (2.24)$$

Considerando i_d e i_q em pu e substituindo v_d e v_q pelos seus correspondentes em (2.16) a expressão (2.24) pode ser representada por

$$P_{saída} = (i_{du}\dot{\lambda}_{du} + i_{qu}\dot{\lambda}_{qu}) + (i_{qu}\lambda_{du} - i_{du}\lambda_{qu})\omega - r(i^2_{du} + i^2_{qu}) \text{ pu} \qquad (2.25)$$

A potência dada acima está em pu de base monofásica. Considerando $T_e\emptyset$ como o torque eletromagnético em pu de base monofásica e T_e em pu da base trifásica tem-se:

$$T_e\emptyset = \partial P_{saída}/\partial\omega = i_{qu}\lambda_{du} - i_{du}\lambda_{qu} \qquad (2.26)$$

onde

$$T_e = T_e\emptyset/3 \qquad (2.27)$$

Substituindo λ_{du} e λ_{qu} da expressão (2.26) pelos seus correspondentes em pu contidos na equação matricial (2.14) obtém-se a seguinte equação de torque:

$$T_e\emptyset = \begin{bmatrix} L_d i_q & kM_F i_q & kM_D i_q & -L_q i_d & -kM_Q i_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_F \\ i_D \\ i_q \\ i_Q \end{bmatrix} \text{ pu} \qquad (2.28)$$

Incluindo na equação de aceleração o torque de

amortecimento devido a característica de frequência da carga [1,4], dado por $T_d = D\omega$ com T_d em pu de base trifásica, sendo D a constante de amortecimento introduzido pela carga, cujo valor varia de 1 a 3, obtém-se

$$T_{au} = T_{mu} - T_e\emptyset/3 - T_d \qquad (2.29)$$

Substituindo (2.20) em(2.29) obtém-se finalmente

$$\dot{\omega}_u = \frac{T_{mu}}{\tau_j} + \left[\frac{-Ldiq}{3\tau_j} \quad \frac{-kMFiq}{3\tau_j} \quad \frac{-kMDiq}{3\tau_j} \quad \frac{Lqid}{3\tau_j} \quad \frac{kMQid}{3\tau_j} \quad \frac{-D}{\tau_j}\right] \begin{bmatrix} i_d \\ i_F \\ i_D \\ i_q \\ i_Q \\ \omega \end{bmatrix} \qquad (2.30)$$

onde $\tau_j = 2H\omega_B$ com H e ω_B em unidades MKS e todas as indutâncias e correntes representadas acima em pu. Finalmente, de (2.3) deriva-se uma relação entre δ e ω, isto é, $\theta = \omega_R t + \delta + \pi/2$, que derivando em relação a t resulta na expressão $d\theta/dt = \omega_R + d\delta/dt$. Dividindo ambos os membros por ω_R e lembrando que $(1/\omega_R)d/dt = dt_u$ e $(1/\omega_R)d\theta/dt = \omega_u$ chega-se a relação desejada que é

$$\dot{\delta} = d\delta/dtu = \omega u - 1 \qquad (2.31)$$

Incorporando as equações (2.30) e (2.31) em (2.17) e omitindo o subscrito u uma vez que todas as grandezas estão em pu, obtém-se

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_d \\ \dot{i}_F \\ \dot{i}_D \\ \dot{i}_q \\ \dot{i}_Q \\ \dot{\omega} \\ \dot{\delta} \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{ccccc:cc} & & -L^{-1}(R+\omega N) & & & \multicolumn{2}{c}{0} \\ \hline -\frac{L_d i_q}{3\tau_j} & -\frac{kM_F i_q}{3\tau_j} & -\frac{kM_D i_q}{3\tau_j} & \frac{L_q i_d}{3\tau_j} & \frac{kM_Q i_d}{3\tau_j} & -\frac{D}{\tau_j} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right] \begin{bmatrix} i_d \\ i_F \\ i_D \\ i_q \\ i_Q \\ \omega \\ \delta \end{bmatrix} + \left[\begin{array}{c} -L^{-1}V \\ \hline \frac{T_m}{\tau_j} \\ -1 \end{array}\right] \quad \text{pu} \qquad (2.32)$$

2.7 - Gerador Síncrono Ligado a um Barramento Infinito

Considerando o sistema da figura 2.2, onde o gerador está conectado a um Barramento Infinito através de uma linha de transmissão cuja resistência vale Re e indutância Le, e supondo que não haja acoplamento mútuo entre as fases, as tensões e correntes da fase "a" apenas estão mostradas, onde $v_a = v_{\infty a} + Rei_a + Le\dot{i}_a$ ou

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{\infty a} \\ v_{\infty b} \\ v_{\infty c} \end{bmatrix} + ReU \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + LeU \begin{bmatrix} \dot{i}_a \\ \dot{i}_b \\ \dot{i}_c \end{bmatrix} \qquad (2.33)$$

Em representação matricial (2.33) assume a seguinte forma

$$\mathbf{v}_{abc} = \mathbf{v}_{\infty abc} + ReU\mathbf{i}_{abc} + LeU\dot{\mathbf{i}}_{abc} \qquad (2.34)$$

Representando $\mathbf{v}_{\infty abc}$ por

$$\mathbf{v}_{\infty abc} = \sqrt{2}V_\infty \begin{bmatrix} \cos(\omega_R t+\alpha) \\ \cos(\omega_R t+\alpha-2\pi/3) \\ \cos(\omega_R t+\alpha+2\pi/3) \end{bmatrix} \qquad (2.35)$$

conforme [1], onde V_∞ é o valor rms da tensão de fase do barramento infinito, pode-se mostrar que

$$v_{\infty odq} = P v_{\infty abc} = \sqrt{3} V_\infty \begin{bmatrix} 0 \\ -\text{sen}(\delta-\alpha) \\ \cos(\delta-\alpha) \end{bmatrix} \qquad (2.36)$$

A aplicação da transformada de PARK em (2.33) resulta nas seguintes equações de tensão

$$v_{odq} = \sqrt{3} V_\infty \begin{bmatrix} 0 \\ -\text{sen}(\delta-\alpha) \\ \cos(\delta-\alpha) \end{bmatrix} + R_e i_{odq} + L_e \dot{i}_{odq} - \omega L_e \begin{bmatrix} 0 \\ -i_q \\ i_d \end{bmatrix} \qquad (2.37)$$

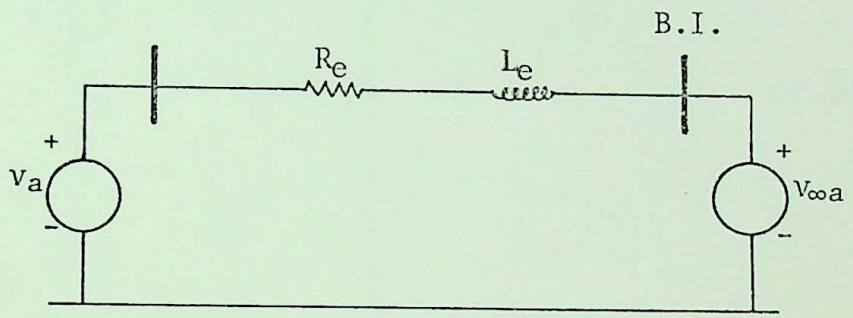


Fig 2.2 Gerador Síncrono Ligado a um B.I.

A referência para os ângulos δ e α é a referência móvel representada por REF na figura 2.3 conforme [1], a qual é arbitrária mas gira à velocidade síncrona. O ângulo α é constante e δ só é constante durante o funcionamento em regime permanente.

As equações de tensão dadas por (2.37) são iguais tanto no sistema MKS como em pu porque se está considerando que o tempo envolvido no termo derivativo está também em pu.

Incorporando (2.37) em (2.32) obtém-se

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_d \\ \dot{i}_F \\ \dot{i}_D \\ \dot{i}_q \\ \dot{i}_Q \\ \dot{\omega} \\ \dot{\delta} \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{ccccc:cc} & & -\hat{L}^{-1}(R+\omega\hat{N}) & & & \multicolumn{2}{c}{\mathbf{0}} \\ \hdashline -\frac{L_d i_q}{3\tau_j} & -\frac{kM_F i_q}{3\tau_j} & -\frac{kM_D i_q}{3\tau_j} & \frac{L_q i_d}{3\tau_j} & \frac{kM_Q i_d}{3\tau_j} & -\frac{D}{\tau_j} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right] \begin{bmatrix} i_d \\ i_F \\ i_D \\ i_q \\ i_Q \\ \omega \\ \delta \end{bmatrix} +$$

$$+ \left[\begin{array}{ccc:cc} & & & & \\ & -\hat{L}^{-1} & & \multicolumn{2}{c}{\mathbf{0}} \\ & & & & \\ \hdashline & & & \multicolumn{2}{c}{} \\ \mathbf{0} & & & 1 & 0 \\ & & & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{bmatrix} -\sqrt{3}V_\infty \operatorname{sen}(\delta-\alpha) \\ -v_F \\ 0 \\ \sqrt{3}V_\infty \cos(\delta-\alpha) \\ 0 \\ \hdashline \frac{T_m}{\tau_j} \\ -1 \end{bmatrix} \quad \text{pu} \qquad (2.38)$$

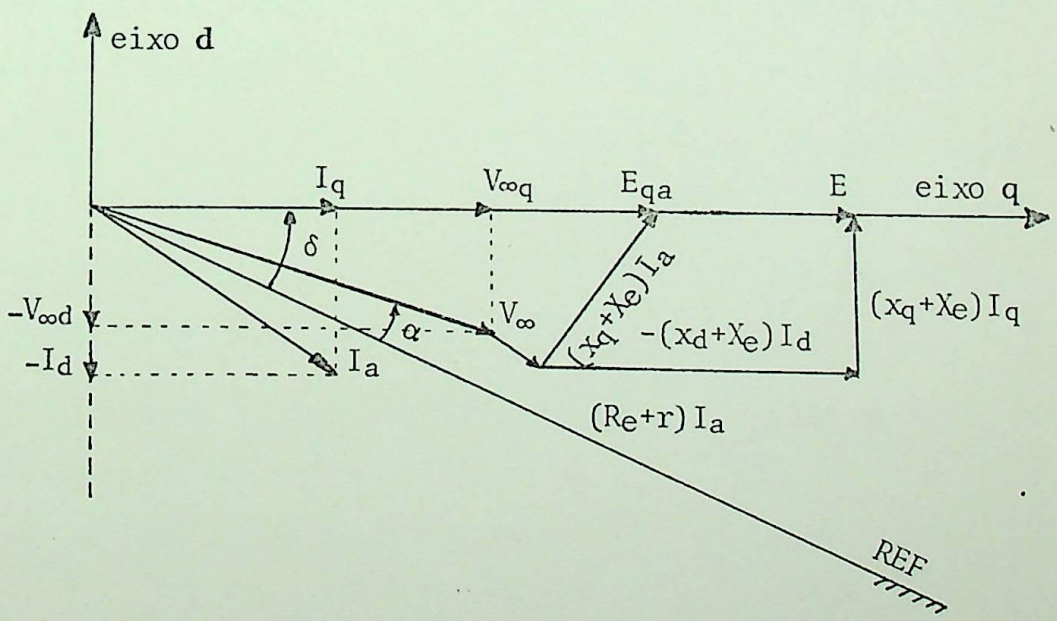


Fig 2.3 - Diagrama Fasorial da Máquina Síncrona Ligada a um Barramento Infinito

Em (2.38) as matrizes $\hat{\mathbf{L}}$,$\hat{\mathbf{R}}$ e $\hat{\mathbf{N}}$ foram obtidas das matrizes **L**, **R** e **N** de (2.32) pela substituição dos elementos r, L_d e L_q por r+Re, L_d+Le e L_q+Le respectivamente.

O sistema descrito por (2.38) é não linear. Como o objetivo deste trabalho é fazer um estudo sobre os modelos completo e simplificado da máquina síncrona usando as técnicas da estabilidade dinâmina em que só se admite pequenas perturbações, o mesmo pode ser linearizado em torno do ponto inicial de operação visto que para pequenas perturbações as variáveis de estado sofrerão pequenos desvios em torno do ponto inicial.

2.8-Linearização

Quando um sistema de potência é submetido a uma perturbação ou impacto, ele tende a adquirir um novo ponto de operação. Durante a transição entre o estado inicial e o final o comportamento do sistema é oscilatório. Se os dois estados são tais que as variações sofridas pelas variáveis de estado são pequenas, como ocorre com as variáveis no estudo da estabilidade dinâmica, isto é, a variável x_i muda para $x_{io}+x_{i\Delta}$ onde o maior $x_{i\Delta}$ continua na vizinhança de x_{io}, diz-se que o sistema está operando na vizinhança do estado inicial. Nesse caso é admissível linearizá-lo em torno do ponto inicial de operação x_{io}.

Supondo que $x_i = f_i(x_1, x_2, \ldots x_n)$ e computando apenas as variações $x_{i\Delta}$ uma vez que o valor total de cada

variável em qualquer instante pode ser conhecido através da soma $x_{io}+x_{i\Delta}$, a equação geral usada na linearização é

$$x_{i\Delta} = \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_1}\right]_{xj=xjo} x_{1\Delta} + \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_2}\right]_{xj=xjo} x_{2\Delta} + \ldots + \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_n}\right]_{xj=xjo} x_{n\Delta} \qquad (2.39)$$

onde j varia de 1 até n. Rearranjando as equações de (2.38) e linearizando-as obtêm-se

$$-M\dot{x}_{i\Delta} - Kx_{i\Delta} = Cu \qquad (2.40)$$

onde

$$x_{i\Delta} = \begin{bmatrix} i_{d\Delta} \\ i_{F\Delta} \\ i_{D\Delta} \\ i_{q\Delta} \\ i_{Q\Delta} \\ \omega_\Delta \\ \delta_\Delta \end{bmatrix} \quad Cu = \begin{bmatrix} 0 \\ -v_{F\Delta} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ T_{m\Delta} \\ 0 \end{bmatrix} \quad M = \left[\begin{array}{ccc|cc} \hat{L}_d & kM_F & kM_D & & \\ kM_F & L_F & M_R & \multicolumn{2}{c}{\mathbf{0}} \\ kM_D & M_R & L_D & & \\ \hline & & & \hat{L}_q & kM_Q \\ \multicolumn{2}{c}{\mathbf{0}} & & kM_Q & L_Q \\ \hline & & & -\tau_j & 0 \\ \multicolumn{2}{c}{\mathbf{0}} & & 0 & 1 \end{array}\right] \qquad (2.41)$$

$$K = \begin{bmatrix} \hat{R} & 0 & 0 & \omega_o\hat{L}_q & \omega_o kM_Q & \hat{\lambda}_{qo} & -\sqrt{3}V_{\infty qo} \\ 0 & r_F & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_D & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \omega_o\hat{L}_d & \omega_o kM_F & \omega_o kM_D & \hat{R} & 0 & \hat{\lambda}_{do} & \sqrt{3}V_{\infty do} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_Q & 0 & 0 \\ \frac{\lambda_{qo}-L_d i_{qo}}{3} & \frac{-kM_F i_{qo}}{3} & \frac{-kM_D i_{qo}}{3} & \frac{L_q i_{do}-\lambda_{do}}{3} & \frac{kM_Q i_{do}}{3} & -D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \qquad (2.42)$$

Todas as variáveis e todos os elementos das matrizes acima estão em pu.

Nas matrizes acima foram feitas as seguintes considerações:

$$\lambda_{do} = L_d i_{do} + kM_F i_{Fo}$$

$$\lambda_{qo} = L_q i_{qo}$$

$$\hat{\lambda}_{do} = \lambda_{do} + L_e i_{do}$$

$$\hat{\lambda}_{qo} = \lambda_{qo} + L_e i_{qo}$$

$$\hat{L}_d = L_d + L_e$$

$$\hat{L}_q = L_q + L_e \qquad (2.43)$$

No processo de linearização de (2.38) $\text{sen}\delta\Delta$ e $\cos\delta\Delta$ foram substituídos por $\delta\Delta$ e 1 respectivamente, pois conforme descrito anteriormente, $\delta\Delta$ é um ângulo em rad que assume valores muito pequenos.

CAPÍTULO 3

MODELAGEM DA MÁQUINA SÍNCRONA
MODELO SIMPLIFICADO

3.1 - Introdução

Na modelagem da máquina síncrona conectada a um Barramento Infinito através da linha de transmissão cuja resistência e reatância valem Re e Xe respectivamente, para aplicação em estabilidade dinâmica, certas considerações são feitas conforme propõem Hefron e Phillips [3], algumas das quais consistem em desprezar, das equações que definem o comportamento da máquina, aqueles termos ou parâmetros cuja influência na resposta do sistema seja desprezível. Estas considerações são as seguintes:

1. Os efeitos dos enrolamentos amortecedores são desprezados.
2. A resistência do enrolamento do estator é desprezada.
3. Os termos $\dot{\lambda}_d$ e $\dot{\lambda}_q$ nas equações de tensão são desprezados em comparação com os termos de tensão de velocidade $\omega\lambda_d$ e $\omega\lambda_q$.
4. Os termos $\omega\lambda$ nas equações de tensão são substituídos por $\omega_R\lambda$.
5. O sistema é considerado equilibrado e os efeitos da sa

turação são desprezados.

Baseado nas considerações feitas acima as equações que descrevem o comportamento do sistema estão apresentadas abaixo em pu.

3.2 - Equação de E'

Por definição [1], as equações que definem a relação entre as grandezas do rotor tais como corrente de campo i_F, fluxo concatenado λ_F e tensão de campo v_F, com a tensão induzida no estator a circuito aberto, são dadas por

$$(\lambda_F/L_F)\omega_R k M_F = \sqrt{3}E'_q \qquad (3.1)$$

$$(v_F/r_F)\omega_R k M_F = \sqrt{3}E_{FD} \qquad (3.2)$$

onde E'_q e E_{FD} são fem equivalentes de eixo direto, em valor rms, induzidas no estator. Das considerações feitas neste modelo, as equações de λ_F e v_F obtidas de (2.14) e (2.16) são

$$v_F = r_F i_F + \dot{\lambda}_F \quad \text{e} \quad \lambda_F = L_F i_F + k M_F i_d \qquad (3.3)$$

Das duas expressões acima tira-se uma nova expressão para v_F dada por

$$v_F = (r_F/L_F)\lambda_F + \dot{\lambda}_F - (r_F/L_F)k M_F i_d \qquad (3.4)$$

De (3.1) tem-se: $\lambda_F = (\sqrt{3}E'_q L_F)/(\omega_R k M_F)$. Substituindo esta expressão em (3.4) chega-se à seguinte expressão:

$$(v_F/r_F)\omega_R k M_F = \sqrt{3}E'_q + (L_F/r_F)\sqrt{3}\dot{E}'_q - (\omega_R/L_F)(k M_F)^2 i_d \qquad (3.5)$$

Considerando $(L_F/r_F)=\tau'_{do}$, $V_d=v_d/\sqrt{3}$, $V_q=v_q/\sqrt{3}$, $I_d=i_d/\sqrt{3}$ e $I_q=i_q/\sqrt{3}$ conforme [1], a substituição de (3.2) em (3.5) resulta na expressão

$$E_{FD} = E_q+\tau'_{do}\dot{E}_q-(\omega_R/L_F)(kM_F)^2 I_d \qquad (3.6)$$

Por definição, indutância transitória é aquela que está presente na máquina imediatamente após a corrente nos enrolamentos amortecedores cair para zero. Como no modelo simplificado se desconsidera a influência dos referidos enrolamentos, então pode-se considerar que para $t=0^+$ (imediatamente após a ocorrência de um distúrbio no sistema), a indutância presente na máquina seja a transitória ao invés da sub-transitória.

Conforme [1], o cálculo da indutância trasitória de eixo direto da máquina síncrona sem enrolamentos amortecedores, se baseia na aplicação subta (em t=0) de uma tensão trifásica equilibrada no estator com o enrolamento de campo curtocircuitado e eixo direto alinhado com o eixo magnético da força magnetomotriz. Como fluxo concatenado com um enrolamento não varia instantaneamente, e em $t=0^-$ λ_F era nulo, então em $t=0^+$ λ_F pode ser considerado nulo. Daí pode-se escrever:

$$\lambda_F = 0 = L_F i_F+kM_F i_d \quad \text{ou} \quad i_F = -kM_F i_d/L_F \qquad (3.7)$$

$$\lambda_d = L_d i_d-(kM_F)^2 i_d/L_F = \{L_d-(kM_F)^2/L_F\} i_d \qquad (3.8)$$

ou

$$\lambda_d = L'_d i_d \qquad (3.9)$$

onde L'_d é a indutância transitória de eixo direto. Das expressões (3.8) e (3.9) obtém-se a expressão de L'_d, isto é,

$$L'_d = L_d - (kM_F)^2/L_F \quad \text{ou} \quad (kM_F)^2/L_F = L_d - L'_d \tag{3.10}$$

A substituição de (3.10) em (3.6) conduz à seguinte expressão:

$$E_{FD} = E'_q + \tau'_{do}\dot{E}'_q - (x_d - x'_d) I_d \text{ pu} \tag{3.11}$$

onde $x_d = \omega_R L_d$, $x'_d = \omega_R L'_d$ e $\dot{E}'_q = dE'_q/dt$ com t em segundo.

De (2.16) e (2.37) e das suposições feitas no modelo simplificado pode-se computar as tensões nos terminais da máquina, em coordenadas de PARK, resultando em:

$$\begin{aligned} v_d &= -\omega_R L_q i_q = -\sqrt{3}V_\infty \operatorname{sen}(\delta-\alpha) + R_e i_d + \omega_R L_e i_q \text{ pu} \\ v_q &= \omega_R L_d i_d + \omega_R k M_F i_F = \sqrt{3}V_\infty \cos(\delta-\alpha) + R_e i_q - \omega_R L_e i_d \text{ pu} \end{aligned} \tag{3.12}$$

Linearizando (3.12) e agrupando os termos convenientemente pode-se escrever:

$$\begin{aligned} 0 &= R_e i_{q\Delta} + (x_d + X_e) i_{d\Delta} + \omega_R k M_F i_{F\Delta} + \{\sqrt{3}V_\infty \operatorname{sen}(\delta_o - \alpha)\}\delta\Delta \\ 0 &= R_e i_d - (x_q + X_e) i_{q\Delta} + \{\sqrt{3}V_\infty \cos(\delta_o - \alpha)\}\delta\Delta \end{aligned} \tag{3.13}$$

O termo $\omega_R k M_F i_{F\Delta}$ da primeira expressão de (3.13) pode ser substituído por uma expressão que seja função de $E_{q\Delta}$. Para tal se usa a segunda expressão de (3.3) e a expressão (3.1), isto é,

$$\lambda_{F\Delta}\omega_R/L_F = \sqrt{3}E'_{q\Delta}/kM_F \tag{3.14}$$

$$\lambda_{F\Delta}\omega_R/L_F = \omega_R i_{F\Delta} + \omega_R k M_F i_{d\Delta}/L_F \tag{3.15}$$

Igualando as expressões (3.14) e (3.15) e levando em conta que $\omega_R(kM_F)^2/L_F=x_d-x'_d$ e $i_d/\sqrt{3}=I_d$ chega-se à expressão desejada, isto é,

$$\omega_R k M_F i_F\Delta = \sqrt{3}E'_q\Delta-(x_d-x'_d)\sqrt{3}I_d\Delta \qquad (3.16)$$

Substituindo (3.16) na primeira expressão de (3.13) e resolvendo para $I_d\Delta$ e $I_q\Delta$ obtém-se:

$$\begin{bmatrix} I_d\Delta \\ I_q\Delta \end{bmatrix} = K_I \begin{bmatrix} -(x_q+X_e) & R_e\cos(\delta_o-\alpha)-(x_q+X_e)\operatorname{sen}(\delta_o-\alpha) \\ R_e & (x'_d+X_e)\cos(\delta_o-\alpha)+R_e\operatorname{sen}(\delta_o-\alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E'_q\Delta \\ V_\infty\delta\Delta \end{bmatrix} \qquad (3.17)$$

onde $K_I = \{R_e+(x_q+X_e)(x'_d+X_e)\}^{-1}$.

Transformando (3.11) para a forma incremental e substituindo $I_d\Delta$ pelo seu valor dado em (3.17) obtém-se a equação de E' em pu, inclusive o tempo, isto é,

$$\dot{E}_q\Delta = (1/\tau'_{do}\omega_B)\{-E'_q\Delta/K_3 - K_4\delta\Delta + E_{FD}\Delta\} \qquad (3.18)$$

onde,

$$1/K_3 = 1+K_I(x_d-x'_d)(x_q+X_e)$$

$$K_4 = V_\infty K_I(x_d-x'_d)\{(x_q+X_e)\operatorname{sen}(\delta_o-\alpha)-R_e\cos(\delta_o-\alpha)\}$$

Em (3.18) τ'_{do} e ω_B estão em segundo e rad/segundo respectivamente.

3.3 - Equação do Torque Elétrico

Em pu o torque elétrico é numericamente igual à potência trifásica. Logo,

$$Te = (v_d i_d+v_q i_q)/3 = V_d I_d+V_q I_q \text{ pu} \qquad (3.19)$$

onde, de acordo com as suposições feitas neste modelo, pode-se escrever

$$V_d = -x_q I_q \quad \text{e} \quad V_q = x_d I_d + \omega_R k M_F i_F/\sqrt{3} \qquad (3.20)$$

Igualando (3.14) e (3.15), sabendo que $\omega_R (kM_F)^2/L_F = x_d - x'_d$ tem-se

$$\omega_R k M_F i_F/\sqrt{3} = E'_q - (x_d - x'_d) I_d \qquad (3.21)$$

A substituição de (3.21) na segunda expressão de (3.20) resulta em

$$V_q = E'_q + x'_d I_d \qquad (3.22)$$

Substituindo (3.22) e a primeira expressão de (3.20) em (3.19), linearizando e substituindo $I_d\Delta$ e $I_q\Delta$ pelas suas expressões dadas em (3.17) obtém-se finalmente a expressão do torque elétrico que é assim representada:

$$T_e\Delta = K_1 \delta\Delta + K_2 E'_q \Delta \text{ pu} \qquad (3.23)$$

com $K_1 = K_I V_\infty \{E_{qao} [R_e \operatorname{sen}(\delta_o - \alpha) + (x'_d + X_e)\cos(\delta_o - \alpha)] +$

$+ I_{qo}(x_q - x'_d)[(X_e + x_q)\operatorname{sen}(\delta_o - \alpha) - R_e \cos(\delta_o - \alpha)]\}$

e $K_2 = K_I \{R_e E_{qao} + I_{qo}[R_e^2 + (x_q + X_e)^2]\}$.

E_{qao} indicado nas expressões acima foi usado para substituir $[E'_{qo} - (x_q - x'_d) I_{do}]$.

3.4 - Equação da Tensão Terminal

Por definição da transformação de PARK, uma tensão pode ser decomposta em duas componentes, uma no eixo direto e outra no eixo em quadratura. Em se tratando da tensão terminal da máquina pode-se escrever em valor rms:

$$V_t^2 = V_d^2 + V_q^2 \qquad (3.24)$$

A expressão (3.24) linearizada é da forma:

$$V_{t\Delta} = (V_{do}/V_{to})V_{d\Delta} + (V_{qo}/V_{to})V_{q\Delta} \qquad (3.25)$$

Linearizando as expressões de V_d e V_q dadas por (3.20) e (3.22), levando em conta que $I_{d\Delta}$ e $I_{q\Delta}$ são obtidos de (3.17), suas substituições na expressão acima resulta em

$$V_{t\Delta} = K_5\delta\Delta + K_6E'_{q\Delta} \qquad (3.26)$$

onde,

$$K_5 = \{(K_I V_\infty x'_d V_{qo}/V_{to})[R_e\cos(\delta_o-\alpha)-(x_q+X_e)\operatorname{sen}(\delta_o-\alpha)] -$$
$$- (K_I V_\infty x_q V_{do}/V_{to})[(x'_d+X_e)\cos(\delta_o-\alpha)+R_e\operatorname{sen}(\delta_o-\alpha)]\}$$

e $\quad K_6 = (V_{qo}/V_{to})[1-K_I x'_d(x_q+X_e)]-(V_{do}/V_{to})K_I x_q R_e$

Das expressões (2.20), (2.29) e (2.31) linearizadas, com $T_e\phi\Delta/3$ dado por (3.23) obtém-se:

$$\dot{\omega}\Delta = T_m\Delta/\tau_j - K_1\delta\Delta/\tau_j - K_2E'_{q}\Delta/\tau_j - D\omega\Delta/\tau_j \text{ pu} \qquad (3.27)$$

$$\dot{\delta}\Delta = \omega\Delta \text{ pu} \qquad (3.28)$$

As equações (3.18), (3.27) e (3.28) são as equações de es

tado do modelo simplificado. Sua representação em forma matricial está indicada abaixo com o subscrito Δ e pu omitidos.

$$\begin{bmatrix} \dot{E}'_q \\ \dot{\omega} \\ \dot{\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/K_3\tau'_{do} & 0 & -K_4/\tau'_{do} \\ -K_2/\tau_j & -D/\tau_j & -K_1/\tau_j \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E'_q \\ \omega \\ \delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_{FD}/\tau'_{do} \\ T_m/\tau_j \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (3.29)$$

Em (3.29) τ'_{do} está em pu.

CAPÍTULO 4

SISTEMAS DE EXCITAÇÃO

4.1 - Introdução

O sistema de excitação é usado para controlar a tensão nos terminais do gerador e, consequentemente, o fator de potência e a magnitude da corrente na armadura. O controle é automático visto que, pelas próprias características do sistema de excitação, a tensão terminal é comparada continuamente com uma tensão de referência através de um ramo de realimentação que liga a tensão terminal a um comparador, conforme fig 6.1, onde é especificada a referência. Esta referência é que determina o nível de tensão terminal desejado.

Até a década de 60 vários modelos de sistemas de excitação eram usados, onde a variedade consistia na preocupação em adequar bem o modelo ao sistema global como um todo. Entretanto, as maiores diferenças verificadas entre os vários modelos se ralacionavam mais com os parâmetros do que com a representação dos modelos. Reconhecendo este fato, o IEEE formou um grupo de pesquisadores para estudar uma padronização de modelos. Em 1967 este grupo apresentou o relatório final onde foi padronizada a representação dos

sistemas de excitação em quatro tipos diferentes, sendo que cada tipo se subdivide em diversos modelos destinados a atender aos diversos sistemas de potência dentro do seu grau de complexidade e importância [1]. Estes tipos se classificam em Tipo 1 e Tipo 1S, Tipo 2, Tipo 3 e Tipo 4. Por conveniência é usado neste trabalho os sistemas de excitação denominados de W TRA, W Brushless e W low τ_E Brushles, enquadrados na classificação Tipo 1, cujo diagrama de blocos está mostrado na fig 4.1.

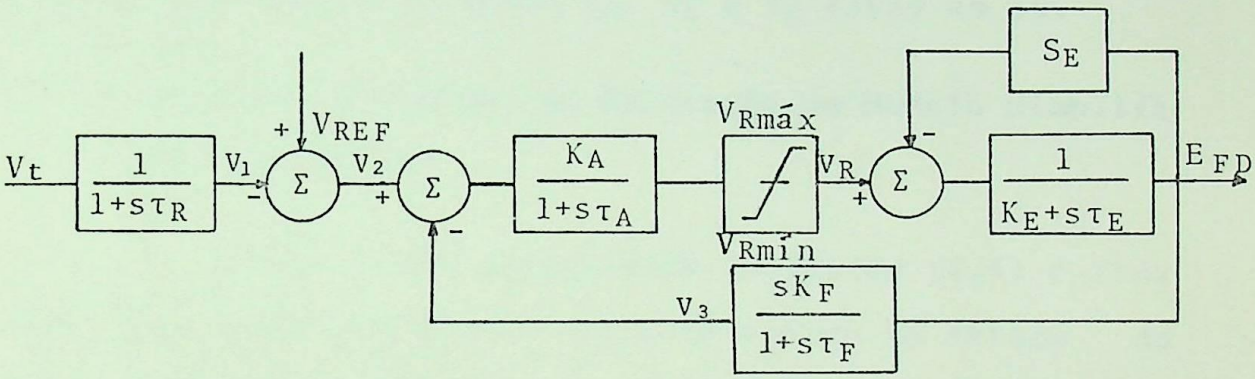


Fig 4.1 Representação do Sistema de Excitação Tipo 1

4.2 - Equações de Estado do Sistema de Excitação

Considerando a constante de tempo τ_R nula visto que a mesma é muito pequena quando comparada com as demais [1], pode-se escrever as seguintes equações à partir da fig 4.1:

$$\dot{V}_R = -V_R/\tau_A - K_A V_3/\tau_A + K_A(Vref-V_t)/\tau_A \quad (4.1)$$

$$\dot{E}_{FD} = V_R/\tau_E - (K_E+S_E)E_{FD}/\tau_E \quad (4.2)$$

$$\dot{V}_3 = -V_3/\tau_F + K_F V_R/\tau_F\tau_E - K_F(K_E+S_E)E_{FD}/\tau_F\tau_E \quad (4.3)$$

Linearizando as equações (4.1) a (4.3) e transformando o tempo para pu obtêm-se:

$$\dot{V}_{R\Delta} = -V_{R\Delta}/\tau_A - K_A V_{3\Delta}/\tau_A + K_A(V_{REF\Delta} - V_{t\Delta})/\tau_A \text{ pu} \qquad (4.4)$$

$$\dot{E}_{FD\Delta} = V_{R\Delta}/\tau_E - (K_E + S'_E)E_{FD\Delta}/\tau_E \text{ pu} \qquad (4.5)$$

com S'_E dado por $S'_E \triangleq \partial S_E/\partial E_{FD}\Big]_{E_{FD}=E_{FDo}}$ conforme [1],

$$\dot{V}_{3\Delta} = -V_{3\Delta}/\tau_F + K_F V_{R\Delta}/\tau_F\tau_E - K_F(S'_E + K_E)E_{FD\Delta}/\tau_F\tau_E \text{ pu} \qquad (4.6)$$

onde as constantes de tempo τ_A, τ_E e τ_F estão em pu.

4.3 - Inclusão do Sistema de Excitação no Modelo Simplificado da Máquina

Substituindo a expressão (3.26) em (4.4) e rearranjando (3.29) obtêm-se o seguinte espaço de estado do modelo simplificado com os subscritos Δ e pu omitidos:

$$\begin{bmatrix} \dot{E}'_q \\ \dot{\omega} \\ \dot{\delta} \\ \dot{V}_3 \\ \dot{V}_R \\ \dot{E}_{FD} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 & A_{13} & 0 & 0 & A_{16} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{44} & A_{45} & A_{46} \\ A_{51} & 0 & A_{53} & A_{54} & A_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_{65} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E'_q \\ \omega \\ \delta \\ V_3 \\ V_R \\ E_{FD} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ T_m/\tau_j \\ 0 \\ 0 \\ K_A V_{REF}/\tau_A \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (4.7)$$

Na equação matricial (4.7) τ'_{do}, τ_A, τ_E e τ_F estão em pu e $\tau_j = 2H\omega_B$ onde H e ω_B estão em segundo e rad/s respectivamente. O vetor $\dot{x}$, nesse caso, é dado por dx_u/dt_u, onde $x^t = [E_q \quad \omega \quad \delta \quad V_3 \quad V_R \quad E_{FD}]$. Os elementos A_{ij} da matriz

(4.7) são definidos por:

$$A_{11} = -1/K_3\tau'_{do} \qquad A_{45} = K_F/\tau_F\tau_E$$

$$A_{13} = -K_4/\tau'_{do} \qquad A_{46} = -K_F(S'_E+K_E)/\tau_F\tau_E$$

$$A_{16} = 1/\tau'_{do} \qquad A_{51} = -K_6K_A/\tau_A$$

$$A_{21} = -K_2/\tau_j \qquad A_{53} = -K_5K_A/\tau_A$$

$$A_{22} = -D/\tau_j \qquad A_{54} = -K_A/\tau_A$$

$$A_{23} = -K_1/\tau_j \qquad A_{55} = -1/\tau_A$$

$$A_{44} = -1/\tau_F \qquad A_{65} = 1/\tau_E$$

$$A_{66} = -(S'_E+K_E)/\tau_E$$

4.4 - Inclusão do Sistema de Excitação no Modelo Completo da Máquina

A partir da expressão (3.2) linearizada obtém-se a seguinte expressão em pu:

$$\sqrt{3}v_{F\Delta u} = \sqrt{3}r_{Fu}E_{FD\Delta u}/kM_{Fu} \qquad (4.8)$$

A linearização de (2.37) com as substituições de $\cos\delta\Delta$ e $\text{sen}\delta\Delta$ por 1 e $\delta\Delta$ respectivamente bem como $V_\infty\cos(\delta_o-\alpha)$ e $V_\infty\text{sen}(\delta_o-\alpha)$ por $V_{\infty qo}$ e $-V_{\infty do}$ respectivamente resulta nas seguintes equações de tensão:

$$v_{d\Delta} = -\sqrt{3}V_{\infty do}\delta\Delta+R_e i_{d\Delta}+L_e\dot{i}_{d\Delta}+\omega_o L_e i_{q\Delta}+i_{qo}L_e\omega\Delta \text{ pu} \qquad (4.9)$$

$$v_{q\Delta} = \sqrt{3}V_{\infty do}\delta\Delta+R_e i_{q\Delta}+L_e\dot{i}_{q\Delta}-\omega_o L_e i_{d\Delta}-i_{do}L_e\omega\Delta \text{ pu} \qquad (4.10)$$

Da expressão (3.24) obtém-se.

$$V_{t\Delta} = (1/3V_{to})(v_{do}v_{d\Delta}+v_{qo}v_{q\Delta}) = d_o v_{d\Delta}+q_o v_{q\Delta} \qquad (4.11)$$

onde $d_o = v_{do}/3V_{to}$ e $q_o = v_{qo}/3V_{to}$

Substituindo (4.9) e (4.10) em (4.11) obtém-se finalmente:

$$V_{t\Delta} = -\sqrt{3}\{d_o V_{\infty qo} - q_o V_{\infty do}\}\delta\Delta + (d_o R_e - q_o \omega_o L_e) i_{d\Delta} + (d_o \omega_o L_e + q_o R_e) i_{q\Delta} + \\ + d_o L_e \dot{i}_{d\Delta} + q_o L_e \dot{i}_{q\Delta} + (d_o i_{qo} L_e - q_o i_{do} L_e)\omega\Delta \qquad (4.12)$$

Na expressão acima todas as grandezas estão em pu, inclusive o tempo. A substituição da expressão (4.12) em (4.4) resulta em:

$$\dot{V}_{R\Delta} = (1/\tau_A)\{-V_{R\Delta} - K_A V_{3\Delta} + K_A\sqrt{3}\left[d_o V_{\infty qo} - q_o V_{\infty do}\right]\delta\Delta - K_A(d_o R_e - q_o \omega_o L_e) i_{d\Delta} - \\ - K_A(d_o \omega_o L_e + q_o R_e) i_{q\Delta} - K_A(d_o i_{qo} L_e - q_o i_{do} L_e)\omega\Delta - K_A d_o L_e \dot{i}_{d\Delta} - \\ - K_A q_o L_e \dot{i}_{q\Delta} + K_A V_{REF\Delta}\} \qquad (4.13)$$

A inclusão das expressões (4.5), (4.6), (4.8) e (4.13) em (2.40) resulta no modelo completo da máquina com o sistema de excitação, cuja representação matricial com os subscritos Δ e pu omitidos passa a ser:

$$-D\dot{x} - Fx = Cu \qquad (4.14)$$

onde,

$$D = \left[\begin{array}{ccc:cc:ccccc} \hat{L}_d & kM_F & kM_D & & & & & & & \\ kM_F & L_F & M_R & \multicolumn{2}{c:}{\mathbf{0}} & \multicolumn{5}{c}{\mathbf{0}} \\ kM_D & M_R & L_D & & & & & & & \\ \hdashline & & & \hat{L}_q & kM_Q & & & & & \\ \multicolumn{3}{c:}{\mathbf{0}} & kM_Q & L_Q & \multicolumn{5}{c}{\mathbf{0}} \\ \hdashline & & & & & -\tau_j & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \multicolumn{3}{c:}{\mathbf{0}} & \multicolumn{2}{c:}{\mathbf{0}} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hdashline D_{91} & 0 & 0 & D_{94} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \qquad (4.15)$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \hat{R} & 0 & 0 & F_{14} & F_{15} & \hat{\lambda}_{qo} & F_{17} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_F & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_{2,10} \\ 0 & 0 & r_D & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ F_{41} & F_{42} & F_{43} & \hat{R} & 0 & F_{46} & F_{47} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_Q & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ F_{61} & F_{62} & F_{63} & F_{64} & F_{65} & -D & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_{88} & F_{89} & F_{8,10} \\ F_{91} & 0 & 0 & F_{94} & 0 & F_{96} & F_{97} & F_{98} & F_{99} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_{10,9} & F_{10,10} \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

$$x^t = [i_d \;\; i_F \;\; i_D \;\; i_q \;\; i_Q \;\; \omega \;\; \delta \;\; V_3 \;\; V_R \;\; E_{FD}] \quad (4.17)$$

$$|Cu|^t = [0 \;\; 0 \;\; 0 \;\; 0 \;\; 0 \;\; T_m \;\; 0 \;\; 0 \;\; -K_A V_{REF}/\tau_A \;\; 0] \quad (4.18)$$

onde os valores de Dij e Fij de (4.15) e (4.16) são definidos por

$D_{91} = K_A d_o L_e/\tau_A \qquad D_{94} = K_A q_o L_e/\tau_A$

$FA_{14} = \omega_o \hat{L}_q \qquad FA_{15} = \omega_o k M_Q \qquad FA_{17} = -\sqrt{3} V_{\infty qo}$

$FA_{2,10} = -\sqrt{3} r_F/k M_F \qquad FA_{41} = -\omega_o \hat{L}_d \qquad FA_{42} = -\omega_o k M_F$

$FA_{43} = -\omega_o k M_D \qquad FA_{46} = -\hat{\lambda}_{do} \qquad FA_{47} = \sqrt{3} V_{\infty do}$

$FA_{61} = (\lambda_{qo} - L_d i_{qo})/3 \qquad FA_{62} = -k M_F i_{qo}/3 \qquad FA_{63} = -k M_D i_{qo}/3$

$FA_{64} = (L_q i_{do} - \lambda_{do})/3 \qquad FA_{65} = k M_Q i_{do}/3 \qquad FA_{88} = 1/\tau_F$

$FA_{89} = -K_F/\tau_F\tau_E \qquad FA_{8,10} = K_F(S'_E + K_E)/\tau_F\tau_E \qquad FA_{91} = K_A(d_o R_e - q_o \omega_o L_e)/\tau_A$

$FA_{94} = K_A(d_o \omega_o L_e + q_o R_e)/\tau_A \qquad FA_{96} = K_A(d_o i_{qo} L_e - q_o i_{do} R_e)/\tau_A$

$FA_{97} = -K_A\sqrt{3}(V_{\infty qo} d_o - V_{\infty do} q_o)/\tau_A \qquad FA_{98} = K_A/\tau_A$

$FA_{99} = 1/\tau_A \qquad FA_{10,9} = -1/\tau_F \qquad FA_{10,10} = (S'_E + K_E)/\tau_E$

As equações (4.15) a (4.18) podem ser rearranjadas de forma a tornar a matriz **D** diagonal por parte, com um bloco diagonal de ordem seis e os demais unitários, diminuindo assim o tempo computacional gasto na solução do sistema.

CAPÍTULO 5

SIMULAÇÃO DA CARGA LOCAL

5.1 - Introdução

Denomina-se carga local a carga ligada no barramento terminal da máquina. Consiste, por exemplo, da potência entregue pelo barramento, destinada a alimentar uma indústria, uma população residencial ou qualquer outro tipo de consumo.

Existem três maneiras usuais de se representar esta carga. Por exemplo, pode-se representá-la por uma carga do tipo impedância constante, potência constante, corrente constante, ou uma composição dos três tipos.

No estudo do transitório da máquina se supõe que os elementos ou equipamentos de consumo ligados durante o período transitório sejam os mesmos ligados no instante da perturbação ocorrida. Poderá ou não haver variação da potência consumida como resultado da variação da tensão e frequência do barramento durante o período transitório, e esta variação de potência depende do tipo de carga considerado no estudo.

5.2 - Carga do tipo Impedância Constante

Para este tipo de carga a potência consumida é proporcional ao quadrado da tensão do barramento. Logo, durante o período transitório em que a tensão do barramento oscila até se estabilizar, a potência consumida também varia. Uma maneira de simular esta carga consiste em representá-la por uma resistência em série com uma reatância, como indica a Fig 5.1, onde o cálculo destes parâmetros pode ser feito em função da potência aparente da carga, da tensão do barramento e do fator de potência dados como indicado abaixo.

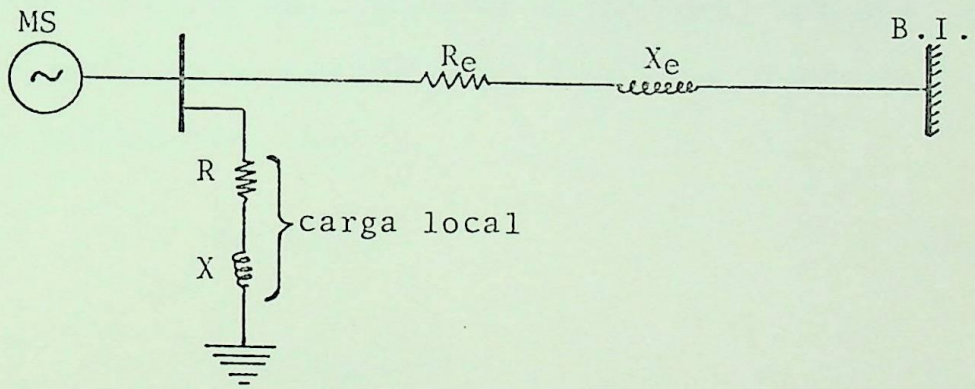


Fig 5.1 Máquina Síncrona Ligada a um B.I., com Carga Local

$$Z_u = (Vlinha_u)^2/S_u(3\phi) \qquad (5.1)$$

$$R_u = Z_u \cdot fp \qquad (5.2)$$

$$X_u = Z_u \cdot sen(\cos^{-1} fp) \qquad (5.3)$$

onde $S_u(3\phi)$ é a potência aparente da carga em pu de base trifásica e fp o seu fator de potência. A inclusão da carga local no modelo do sistema se processa da seguinte maneira: chamando de v_{abc} as tensões instantâneas nas três

fases do barramento local e i_{Cabc} as correntes de carga, pode-se escrever:

$$v_{abc} = RUi_{Cabc} + LU\dot{i}_{Cabc} \tag{5.4}$$

onde $L = X/2\pi f$. Por analogia com a expressão (2.37) as equações de tensão do barramento local em coordenadas de PARK são

$$v_{odq} = Ri_{Codq} + L\dot{i}_{Codq} - \omega L \begin{bmatrix} 0 \\ -i_{qC} \\ i_{dC} \end{bmatrix} \tag{5.5}$$

A outra maneira de incluir o efeito da carga local no modelo da máquina consiste em usar uma relação que expresse a potência consumida como função do quadrado da tensão do barramento, isto é,

$$P_e = kV_t^2 \tag{5.6}$$

onde

$$k = P_{eo}/V_{to}^2 \tag{5.7}$$

Linearizando a expressão (5.6) e tomando somente os termos incrementais pode-se escrever:

$$P_e\Delta = 2P_{eo}V_t\Delta/V_{to} \tag{5.8}$$

Substituindo a expressão (2.24) linearizada e em pu de base trifásica, bem como a expressão (4.11) em (5.8) e omitindo o subscrito Δ obtém-se:

$$v_{do}i_{dC}/3 + K_C v_d + v_{qo}i_{qC}/3 + K_d v_q = 0 \tag{5.9}$$

onde $K_C = i_{dco}/3 - 2P_{eo}d_o/V_{to}$ e $K_d = i_{qCo}/3 - 2P_{eo}q_o/V_{to}$. Todas as grandezas da expressão (5.9) estão em pu.

5.3 - Carga do Tipo Potência Constante

Linearizando a expressão (2.24) e considerando que $Pe\Delta = 0$ em virtude da condição de potência constante, chega-se à seguinte expressão com todas as grandezas em pu:

$$(v_{do}i_{dC\Delta}+i_{dCo}v_{d\Delta}+v_{qo}i_{qC\Delta}+i_{qCo}v_{q\Delta})/3 = 0 \qquad (5.10)$$

5.4 - Carga do Tipo Corrente Constante

Supondo que a variação do fator de potência da carga, como resultado da variação da tensão, seja desprezível, a potência consumida é proporcional à tensão do barramento, isto é,

$$P_e = kV_t \qquad (5.11)$$

onde

$$k = P_{eo}/V_{to} \qquad (5.12)$$

Por analogia com as deduções feitas no item 5.2 chega-se à expressão desejada, representada por:

$$v_{do}i_{dC\Delta}/3 + K_e v_{d\Delta} + v_{qo}i_{qC\Delta}/3 + K_f v_{q\Delta} = 0 \qquad (5.13)$$

onde $K_e = i_{dCo}/3 - P_{eo}d_o/V_{to}$ e $K_f = i_{qCo}/3 - P_{eo}q_o/V_{to}$.

5.5 - Carga Genérica

Num sistema prático, a representação da carga de um barramento por impedância constante, potência constante ou corrente constante é uma aproximação apesar de, em certos casos, ser boa. De um modo geral, a carga total de um barramento é uma composição de diversos tipos de cargas individuais. Supondo que a variação de consumo seja devido só à variação da tensão do barramento, uma representação bem melhor seria simular a carga por uma função quadrática da tensão, do tipo $P_e = (a + bV_t + cV_t^2)P_{eo}$, conforme sugere Stott [2].

A substituição da equação da carga local sugerida por Stott na expressão (2.24) permite escrever:

$$v_d i_{dc} + v_q i_{qc} = (a + bV_t + cV_t^2)P_{eo} \qquad (5.14)$$

As constantes a, b e c de (5.14) são obtidas através de ensaios e isto se torna, até certo ponto, impraticável sob o ponto de vista funcional. Entretanto, havendo possibilidade de obter as referidas constantes, elas devem ser adquiridas em pu uma vez que as demais expressões usadas estão em pu. Uma maneira aproximada mas prática de obter as referidas constantes seria através de separação da carga total do barramento nos três tipos descritos acima, isto é, a constante **a** englobaria a percentagem de carga do tipo potência constante, a constante **b** enquadraria a percentagem de carga do tipo corrente constante e a constante **c**, a

percentagem do tipo impedância constante.

Linearizando (5.14) e transformando para pu obtém-se:

$$v_{do}i_{dc\Delta}+i_{dco}v_{d\Delta}+v_{qo}i_{qc\Delta}+i_{qco}v_{q\Delta} = 3P_{eou(3\phi)}(b+2cV_{to})V_{t\Delta} \qquad (5.15)$$

Substituindo $V_{t\Delta}$ na expressão acima por (4.11) obtém-se a seguinte expressão:

$$v_{do}i_{dc\Delta}+(i_{dco}-Kv_{do})v_{d\Delta}+v_{qo}i_{qc\Delta}+(i_{qco}-Kv_{qo})v_{q\Delta} = 0 \qquad (5.16)$$

onde

$$K = P_{eou(3\phi)}\left[(b + 2cV_{to})/V_{to}\right] \qquad (5.17)$$

Nas expressões (5.16) e (5.17) todas as grandezas estão em pu e $P_{eou(3\phi)}$ é a potência elétrica de consumo da carga local no instante imediatamente anterior à perturbação sofrida pelo sistema, em pu de base trifásica. Escrevendo a expressão (5.16) numa forma mais compacta tem-se:

$$v_{do}i_{dc\Delta} + K_a v_{d\Delta} + v_{qo}i_{qc\Delta} + K_b v_{q\Delta} = 0 \qquad (5.18)$$

onde

$$K_a = i_{dco} - Kv_{do} \quad K_b = i_{qco} - Kv_{qo} \qquad (5.19)$$

5.6 - Inclusão da Carga Local nos Modelos da Máquina

5.6.1 - Modelo Completo

Usando o subscrito t para as correntes que fluem para o B.I. e o subscrito c para as correntes da carga local, as seis primeiras equações do sistema (4.14) bem como a nona equação, incluídas em (4.15) e (4.16), assumem a seguinte forma respectivamente:

$$-\hat{R}i_{dt} - ri_{dc} - \omega_o\hat{L}_q i_{qt} - \omega_o L_q i_{qc} - \omega_o kM_Q i_Q - \hat{\hat{\lambda}}_{qo}\omega + \sqrt{3}V_{\infty qo}\delta - \\ - \hat{L}_d\dot{i}_{dt} - L_d\dot{i}_{dc} - kM_F\dot{i}_F - kM_D\dot{i}_D = 0 \qquad (5.20)$$

$$-r_F i_F + \frac{\sqrt{3}r_F}{kM_F}E_{FD} - kM_F\dot{i}_{dt} - kM_F\dot{i}_{dc} - L_F\dot{i}_F - M_R\dot{i}_D = 0 \qquad (5.21)$$

$$-r_D i_D - kM_D\dot{i}_{dt} - kM_D\dot{i}_{dc} - M_R\dot{i}_F - L_D\dot{i}_D = 0 \qquad (5.22)$$

$$\omega_o\hat{L}_d i_{dt} + \omega_o L_d i_{dc} + \omega_o kM_F i_F + \omega_o kM_D i_D - \hat{R}i_{qt} - ri_{qc} + \hat{\hat{\lambda}}_{do}\omega - \\ - \sqrt{3}V_{\infty do}\delta - \hat{L}_q\dot{i}_{qt} - L_q\dot{i}_{qc} - kM_Q\dot{i}_Q = 0 \qquad (5.23)$$

$$-r_Q i_Q - kM_Q\dot{i}_{qt} - kM_Q\dot{i}_{qc} - L_Q\dot{i}_Q = 0 \qquad (5.24)$$

$$T_m = +\left[\frac{1}{3}(L_d-L_q)i_{qo}\right]i_{dt} - \frac{1}{3}\left[(L_q-L_d)i_{qo}\right]i_{dc} + \frac{1}{3}kM_F i_{qo}i_F + \\ + \frac{1}{3}kM_D i_{qo}i_D - \frac{1}{3}\left[(L_q-L_d)i_{do} - kM_F i_{Fo}\right]i_{qt} - \\ - \frac{1}{3}\left[(L_q-L_d)i_{do} - kM_F i_{Fo}\right]i_{qc} - \frac{1}{3}kM_Q i_{do}i_Q + D\omega + \tau_j\dot{\omega} \qquad (5.25)$$

onde na expressão (5.25) acima i_{do} e i_{qo} equivalem a $(i_{dto}+i_{dco})$ e $(i_{qto}+i_{qco})$ respectivamente.

$$\frac{K_A}{\tau_A}V_{REF} = \frac{K_A}{\tau_A}d_o L_e\dot{i}_{dt} + \frac{K_A}{\tau_A}q_o L_e\dot{i}_{qt} + \dot{V}_R + \frac{K_A}{\tau_A}(d_o R_e - q_o\omega_o L_e)i_{dt} + \\ + \frac{K_A}{\tau_A}(d_o\omega_o L_e + q_o R_e)i_{qt} + \frac{K_A}{\tau_A}(d_o i_{qto}L_e - q_o i_{dto}L_e)\omega - \\ - \frac{K_A}{\tau_A}(\sqrt{3}V_{\infty qo}d_o - 3V_{\infty do}q_o)\delta + \frac{K_A}{\tau_A}V_3 + \frac{1}{\tau_A}V_R \qquad (5.26)$$

Todas as grandezas incluídas nas equações (5.20) a (5.26), inclusive o tempo, estão em pu e todas as variáveis são incrementais, onde o subscrito Δ foi omitido. Os coeficientes $\hat{\hat{\lambda}}_{do}$ $\hat{\hat{\lambda}}_{qo}$ são dados por:

$$\hat{\hat{\lambda}}_{do} = \hat{L}_d i_{dto} + L_d i_{dco} + kM_F i_{Fo} \qquad (5.27)$$

$$\hat{\hat{\lambda}}_{qo} = \hat{L}_q i_{qto} + L_q i_{qco} \qquad (5.28)$$

Com a introdução da carga local no sistema o número de variáveis foi aumentado em duas unidades como se pode observar nas equações acima. Para que o sistema tenha solução é necessário incorporar ao mesmo mais duas equações que sejam funções de suas variáveis de estado. Supondo que a carga local total seja uma composição de cargas dos tipos potência constante, corrente constante e impedância constante, estas duas equações são obtidas substituindo $v_{d\Delta}$ e $v_{q\Delta}$ da equação matricial (2.16) em (5.18), resultando numa das equações, com a ressalva de que em (2.16), i_d e i_q devem ser substituídos por $i_{dt}+i_{dc}$ e $i_{qt}+i_{qc}$ respectivamente. Tendo em vista a convenção adotada no início deste item com relação aos subscritos usados para as equações da carga local e B.I., a outra equação se obtém substituindo $v_{d\Delta}$ e $v_{q\Delta}$ de (2.37) em (5.18), levando em conta que em (2.37) i_d e i_q representam i_{dt} e i_{qt} respectivamente. Fazendo as substituições propostas obtém-se:

$$(v_{do}-rKa+Kb\omega_o L_d)i_{dc}\Delta + (Kb\omega_o L_d-Kar)i_{dt}\Delta + Kb\omega_o kM_F i_F\Delta +$$
$$+ Kb\omega_o kM_D i_D\Delta + (v_{qo}-Ka\omega_o L_q-Kbr)i_{qc}\Delta - (Ka\omega_o L_q+Kbr)i_{qt}\Delta -$$
$$- Ka\omega_o kM_Q i_Q\Delta + (Kb\lambda_{do}-Ka\lambda_{qo})\omega\Delta - KaL_d\dot{i}_{dc}\Delta - KaL_d\dot{i}_{dt}\Delta - KakM_F\dot{i}_F\Delta -$$
$$- KakM_D\dot{i}_D\Delta - KbL_q\dot{i}_{qc}\Delta - KbL_q\dot{i}_{qt}\Delta - KbkM_Q\dot{i}_Q\Delta = 0 \qquad (5.29)$$

e

$$v_{do}i_{dc}\Delta + (KaR_e-Kb\omega_o L_e)i_{dt}\Delta + v_{qo}i_{qc}\Delta + (Ka\omega_o L_e+KbR_e)i_{qt}\Delta +$$
$$+ (Kai_{qto}L_e-Kbi_{dto}L_e)\omega\Delta + \sqrt{3}(KbV_{\infty do}-KaV_{\infty qo})\delta\Delta + KaL_e\dot{i}_{dt}\Delta +$$
$$+ KbL_e\dot{i}_{qt}\Delta = 0 \qquad (5.30)$$

Incorporando as equações (5.29) e (5.30) na equação matricial (4.14), representada por (4.15) a (4.18), levando em conta que i_d e i_q em (4.17) valem $i_{dc}+i_{dt}$ e $i_{qc}+i_{qt}$ respectivamente, e rearranjando as equações obtém-se, finalmente, o modelo completo da máquina com carga local e sistema de excitação, dado por:

$$-M\dot{x}\Delta - Kx\Delta = Cu \qquad (5.31)$$

onde, nesta equação, M, K, x e Cu são definidos por:

$$M = \left[\begin{array}{cccccccc|cccc} L_d & \hat{L}_d & kM_F & kM_D & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & \\ kM_F & kM_F & L_F & M_R & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & \\ kM_D & kM_D & M_R & L_D & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_q & \hat{L}_q & kM_Q & 0 & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & kM_Q & kM_Q & L_Q & 0 & & \mathbf{0} & & \\ 0 & M_{62} & 0 & 0 & 0 & M_{66} & 0 & 0 & & & & \\ M_{71} & M_{72} & M_{73} & M_{74} & M_{75} & M_{76} & M_{77} & 0 & & & & \\ 0 & M_{82} & 0 & 0 & 0 & M_{86} & 0 & 1 & & & & \\ \hline & & & & & & & & -\tau_j & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & 0 & 1 & 0 & 0 \\ & & & \mathbf{0} & & & & & 0 & 0 & 1 & 0 \\ & & & & & & & & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \qquad (5.32)$$

$$K = \left[\begin{array}{cccccccccccc} r & \hat{R} & 0 & 0 & K_{15} & K_{16} & K_{17} & 0 & \hat{\hat{\lambda}}_{qo} & K_{1,10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_F & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{2,12} \\ 0 & 0 & 0 & r_D & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -L_d & -\hat{L}_d & K_{43} & K_{44} & r & \hat{R} & 0 & 0 & -\hat{\hat{\lambda}}_{do} & K_{4,10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_Q & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ v_{do} & K_{62} & 0 & 0 & v_{qo} & K_{66} & 0 & 0 & K_{69} & K_{6,10} & 0 & 0 \\ K_{71} & K_{72} & K_{73} & K_{74} & K_{75} & K_{76} & K_{77} & 0 & K_{79} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{82} & 0 & 0 & 0 & K_{86} & 0 & K_{88} & K_{89} & K_{8,10} & K_{8,11} & 0 \\ K_{91} & K_{92} & K_{93} & K_{94} & K_{95} & K_{96} & K_{97} & 0 & -D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{11,8} & 0 & 0 & 1/\tau_F & K_{11,12} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{12,8} & 0 & 0 & 0 & K_{12,12} \end{array}\right] \qquad (5.33)$$

$$x^t = [i_{dc}\ \ i_{dt}\ \ i_F\ \ i_D\ \ i_{qc}\ \ i_{qt}\ \ i_Q\ \ V_R\ \ \omega\ \ \delta\ \ V_3\ \ E_{FD}] \qquad (5.34)$$

$$[Cu]^t = [0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ -K_A V_{REF}\Delta/\tau_A\ \ T_m\Delta\ \ 0\ \ 0\ \ 0] \qquad (5.35)$$

Os elementos M_{ij} e K_{ij} indicados nas matrizes M e K respectivamente são definidos por:

$M_{62} = K_a L_e \quad M_{66} = K_b L_e \quad M_{71} = K_a L_d \quad M_{72} = M_{71}$

$M_{73} = K_a k M_F \quad M_{74} = K_a k M_D \quad M_{75} = K_b L_q \quad M_{76} = M_{75}$

$M_{77} = K_b k M_Q \quad M_{82} = K_A d_o L_e/\tau_A \quad M_{86} = K_A q_o L_e/\tau_A$

$K_{15} = \omega_o L_q \quad K_{16} = \omega_o \hat{L}_q \quad K_{17} = \omega_o k M_Q \quad K_{1,10} = -\sqrt{3} V_{\infty qo}$

$K_{2,12} = -\sqrt{3} r_F/k M_F \quad K_{43} = -k M_F \quad K_{44} = -k M_D$

$K_{4,10} = \sqrt{3} V_{\infty do} \quad K_{62} = K_a R_e - K_b \omega_o L_e \quad K_{66} = K_a \omega_o L_e + K_b R_e$

$K_{69} = L_e(K_a i_{qto} - K_b i_{dto}) \quad K_{6,10} = \sqrt{3}(K_b V_{\infty do} - K_a V_{\infty qo})$

$K_{71} = r K_a - v_{do} - \omega_o L_d K_b \quad K_{72} = r K_a - K_b \omega_o L_d \quad K_{73} = -K_b \omega_o k M_F$

$K_{74} = -K_b \omega_o k M_D \quad K_{75} = K_a \omega_o L_q + K_b r - v_{qo} \quad K_{76} = K_a \omega_o L_q + K_b r$

$K_{77} = K_a \omega_o k M_Q \quad K_{79} = K_a \lambda_{qo} - K_b \lambda_{do}$

$K_{82} = K_A(d_o R_e - q_o \omega_o L_e)/\tau_A \quad K_{86} = K_A(d_o \omega_o L_e + q_o R_e)/\tau_A$

$K_{88} = 1/\tau_A \quad K_{89} = K_A L_e(d_o i_{qto} - q_o i_{dto})/\tau_A$

$K_{8,10} = -\sqrt{3} K_A(d_o V_{\infty qo} - q_o V_{\infty do})/\tau_A \quad K_{8,11} = K_A/\tau_A$

$K_{91} = (L_q - L_d) i_{qo}/3 \quad K_{92} = K_{91} \quad K_{93} = -k M_F i_{qo}/3$

$K_{94} = -k M_D i_{qo}/3 \quad K_{95} = \{(L_q - L_d) i_{do} - k M_F i_{Fo}\}/3 \quad K_{96} = K_{95}$

$K_{97} = k M_Q i_{do}/3 \quad K_{11,8} = -K_F/\tau_F \tau_E$

$K_{11,12} = K_F(S'_E + K_E)/\tau_F \tau_E \quad K_{12,8} = -1/\tau_E$

$K_{12,12} = (S'_E + K_E)/\tau_E.$

Nas expressões K_{ij} acima i_{do} e i_{qo} valem $i_{dto} + i_{dco}$ e $i_{qto} + i_{qco}$ respectivamente.

5.6.2 - Modelo Simplificado

Dividindo as expressões (3.12) por $\sqrt{3}$ e linearizando-as obtém-se as expressões:

$$V_{d\Delta} = -x_q(I_{qt\Delta}+I_{qc\Delta}) = -V_{\infty qo}\delta\Delta+R_eI_{dt\Delta}+X_eI_{qt\Delta}$$
$$V_{q\Delta} = x_d(I_{dc\Delta}+I_{dt\Delta})+\frac{\omega_R k M_F i_{F\Delta}}{\sqrt{3}} = V_{\infty do}\delta\Delta+R_eI_{qt\Delta}-X_eI_{dt\Delta} \qquad (5.36)$$

A substituição de (3.16) na expressão de $V_{q\Delta}$ acima, levando em conta que $I_{d\Delta}$ de (3.16) é igual a $I_{dc\Delta}+I_{dt\Delta}$, resulta em

$$-x_qI_{qc\Delta}-(x_q+X_e)I_{qt\Delta}-R_eI_{dt\Delta} = -V_{\infty qo}\delta\Delta$$
$$x'_dI_{dc\Delta}+(x'_d+X_e)I_{dt\Delta}-R_eI_{qt\Delta} = V_{\infty do}\delta\Delta-E'_{q\Delta} \qquad (5.37)$$

A expressão (5.18) em valor rms é:

$$v_{do}I_{dc\Delta} + KaV_{d\Delta} + v_{qo}I_{qc\Delta} + KbV_{q\Delta} = 0 \qquad (5.38)$$

Substituindo $V_{d\Delta}$ e $V_{q\Delta}$ de (5.38) pelo segundo membro de (5.36), levando em conta que $V_{q\Delta} = E'_{q\Delta}+x'_d(I_{dc\Delta}+I_{dt\Delta})$, e omitindo o subscrito Δ obtém-se:

$$(v_{do}+Kbx'_d)I_{dc}+Kbx'_dI_{dt}+(v_{qo}-Kax_q)I_{qc}-Kax_qI_{qt} = -KbE'_q \qquad (5.39)$$

Finalmente, a substituição de $V_{d\Delta}$ e $V_{q\Delta}$ em (5.38) pelo terceiro membro de (5.36) resulta em

$$v_{do}I_{dc\Delta} + (KaR_e-KbX_e)I_{dt\Delta} + v_{qo}I_{qc\Delta} + (KaX_e+KbR_e)I_{qt\Delta} =$$
$$= (KaV_{\infty qo} - KbV_{\infty do})\delta\Delta \qquad (5.40)$$

Agrupando as equações (5.37), (5.39) e (5.40) obtém-se finalmente:

$$\begin{bmatrix} 0 & -R_e & -x_q & -(x_q+X_e) \\ x'_d & x'_d+X_e & 0 & -R_e \\ B_{31} & Kbx'_d & B_{33} & -Kax_q \\ v_{do} & B_{42} & v_{qo} & B_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{dc\Delta} \\ I_{dt\Delta} \\ I_{qc\Delta} \\ I_{qt\Delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -V_{\infty qo}\delta\Delta \\ V_{\infty do}\delta\Delta - E'_q\Delta \\ -KbE'_q\Delta \\ V_{41}\delta\Delta \end{bmatrix} \qquad (5.41)$$

onde,

$B_{31} = v_{do}+Kbx'_d$

$B_{33} = v_{qo}-Kax_q$

$B_{42} = KaR_e-KbX_e$

$B_{44} = KaX_e+KbR_e$

$V_{41} = KaV_{\infty qo}-KbV_{\infty do}$

Substituindo $I_{d\Delta}$ e $I_{q\Delta}$ nas expressões (3.11), (3.19), (3.20) e (3.22) por $I_{dc\Delta}+I_{dt\Delta}$ e $I_{qc\Delta}+I_{qt\Delta}$ respectivamente, onde $I_{dc\Delta}$, $I_{dt\Delta}$, $I_{qc\Delta}$ e $I_{qt\Delta}$ se obtém de (5.41), a equação matricial do modelo simplificado com carga local se torna idêntica à equação matricial (4.7) a qual não leva em conta o efeito da referida carga. A única diferença entre as duas representações está nas equações que determinam as constantes K_1 até K_6 como se pode observar nos três itens seguintes.

5.6.2.1 - Equação de E'

Representando a inversa da matriz de (5.41) por A_{ij} tem-se:

$$\begin{bmatrix} I_{dc}\Delta \\ I_{dt}\Delta \\ I_{qc}\Delta \\ I_{qt}\Delta \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} Y_1\delta\Delta + W_1 E'_q\Delta \\ Y_2\delta\Delta + W_2 E'_q\Delta \\ Y_3\delta\Delta + W_3 E'_q\Delta \\ Y_4\delta\Delta\ W_4 E'_q\Delta \end{bmatrix} \quad \text{onde} \quad \begin{aligned} Y_i &= A_{i1}V_{\infty qo} - A_{i2}V_{\infty do} - A_{i4}V_{41} \\ W_i &= A_{i2} + K_b A_{i3} \end{aligned} \qquad (5.42)$$

Substituindo em (3.11) $I_d\Delta$ por $I_{dc}\Delta + I_{dt}\Delta$ dados pela expressão (5.42) e arranjando os termos chega-se à seguinte equação com os subscritos Δ e pu omitidos:

$$\dot{E}'_q = \frac{1}{\tau'_{do}}\left[E_{FD} - \{1 + (x_d - x'_d)(W_1 + W_2)\}E'_q - (x_d - x'_d)(Y_1 + Y_2)\delta\right]$$

Definindo:

$$\frac{1}{K'_3} = 1 + (x_d - x'_d)(W_1 + W_2) \quad \text{e} \quad K'_4 = (x_d - x'_d)(Y_1 + Y_2) \qquad (5.43)$$

a equação de $E'_q\Delta_u$ assume a forma:

$$\dot{E}'_q\Delta_u = - \frac{1}{K_3\tau'_{do}} E'_q\Delta_u - \frac{K_4}{\tau'_{do}}\delta\Delta_u + \frac{1}{\tau'_{do}} E_{FD}\Delta_u \qquad (5.44)$$

5.6.2.2 - Equação do Torque Elétrico

Fazendo as mesmas considerações sobre I_d e I_q mencionadas no item anterior, o uso das expressões (3.19), (3.20) e (3.22) linearizadas conduzem à seguinte equação de torque elétrico:

$$T_e\Delta = I_{qo}E'_q\Delta + E_{qao}(I_{qc}\Delta + I_{qt}\Delta) - (x_q - x'_d)I_{qo}(I_{dc}\Delta + I_{dt}\Delta) \qquad (5.45)$$

onde $E_{qao} = E'_{qo} - (x_q - x'_d)(I_{dco} + I_{dto})$ pu e I_{qo} na expressão (5.45) equivale a $I_{qco} + I_{qto}$.

Substituindo em (5.45) $I_{dc\Delta}$, $I_{dt\Delta}$, $I_{qc\Delta}$ e $I_{qt\Delta}$ pelas expressões correspondentes dadas por (5.42) obtém-se a expressão do torque que é:

$$T_{e\Delta} = K'_1 \delta\Delta + K'_2 E_{q\Delta} \text{ pu} \tag{5.46}$$

onde

$$\begin{aligned} K'_1 &= (x_q - x_d) I_{qo} (Y_1 + Y_2) - E_{qao} (Y_3 + Y_4) \\ K'_2 &= I_{qo} \{1 + (x_q - x'_d)(W_1 + W_2)\} - E_{qao} (W_3 + W_4) \end{aligned} \tag{5.47}$$

5.6.2.3 - Equação da Tensão Terminal

A substituição de (5.42) em (3.20), (3.22) e (3.25) resulta na seguinte equação da tensão terminal:

$$\begin{aligned} V_{t\Delta} = &- \frac{V_{do}}{V_{to}} x_q \left[-(Y_3 + Y_4)\delta\Delta - (W_3 + W_4) E'_{q\Delta}\right] + \\ &+ \frac{V_{qo}}{V_{to}} \{E'_{q\Delta} + x'_d \left[-(Y_1 + Y_2)\delta\Delta - (W_1 + W_2) E'_{q\Delta}\right]\} \end{aligned} \tag{5.48}$$

ou,

$$V_{t\Delta} = K'_5 \delta\Delta + K'_6 E'_{q\Delta} \text{ pu} \tag{5.49}$$

onde,

$$\begin{aligned} K'_5 &= (1/V_{to}) \left[V_{do} x_q (Y_3 + Y_4) - V_{qo} x'_d (Y_1 + Y_2)\right] \\ K'_6 &= (1/V_{to}) \left[V_{qo} \{1 - x_d (W_1 + W_2)\} + V_{do} x_q (W_3 + W_4)\right] \end{aligned} \tag{5.50}$$

Procedendo de maneira análoga ao item 4.3 o sistema de equações de estado representativo do modelo simplificado da máquina síncrona com carga local e sistema de excitação, com os subscritos Δ e pu omitidos, é dado

por:

$$\begin{bmatrix} \dot{E}_q \\ \dot{\omega} \\ \dot{\delta} \\ \dot{V}_3 \\ \dot{V}_R \\ \dot{E}_{FD} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 & A_{13} & 0 & 0 & A_{16} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{44} & A_{45} & A_{46} \\ A_{51} & 0 & A_{53} & A_{54} & A_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_{65} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_q \\ \omega \\ \delta \\ V_3 \\ V_R \\ E_{FD} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ T_m/\tau_j \\ 0 \\ 0 \\ K_A V_{REF}/\tau_A \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (5.51)$$

onde,

$$A_{11} = -1/K'_3\tau'_{do} \qquad A_{45} = K_F/\tau_F\tau_E$$

$$A_{13} = -K'_4/\tau'_{do} \qquad A_{46} = -K_F(S'_E+K_E)/\tau_F\tau_E$$

$$A_{16} = 1/\tau'_{do} \qquad A_{51} = -K'_6K_A/\tau_A$$

$$A_{21} = -K'_2/\tau_j \qquad A_{53} = -K'_5K_A/\tau_A$$

$$A_{22} = -D/\tau_j \qquad A_{54} = -K_A/\tau_A$$

$$A_{23} = -K'_1/\tau_j \qquad A_{55} = -1/\tau_A$$

$$A_{44} = -1/\tau_F \qquad A_{65} = 1/\tau_E$$

$$A_{66} = -(S'_E+K_E)/\tau_E$$

CAPÍTULO 6

ESTABILIZAÇÃO DO SISTEMA

6.1 - Introdução

Pode-se mostrar [1] que o regulador de tensão introduz um componente de torque de amortecimento proporcional à constante K_5 ou K'_5 definida no modelo simplificado e esta constante pode se tornar negativa sob regime de carga pesada. Nesse caso, para esta condição de carga o regulador de tensão reduz o amortecimento do sistema. Para contornar este problema e melhorar o amortecimento do sistema de um modo geral, introduzem-se meios artificiais de produzir torque em fase com a velocidade. Isto é conseguido através do sinal estabilizador adicional, e o circuito usado para gerar este sinal é chamado de **circuito estabilizador do sistema de potência**, normalmente conhecido por PSS (Power System Stabilizer).

6.2 - Dimensionamento do PSS

Das equações de estado do modelo simplificado se obtém o diagrama de blocos da Fig 6.1 .

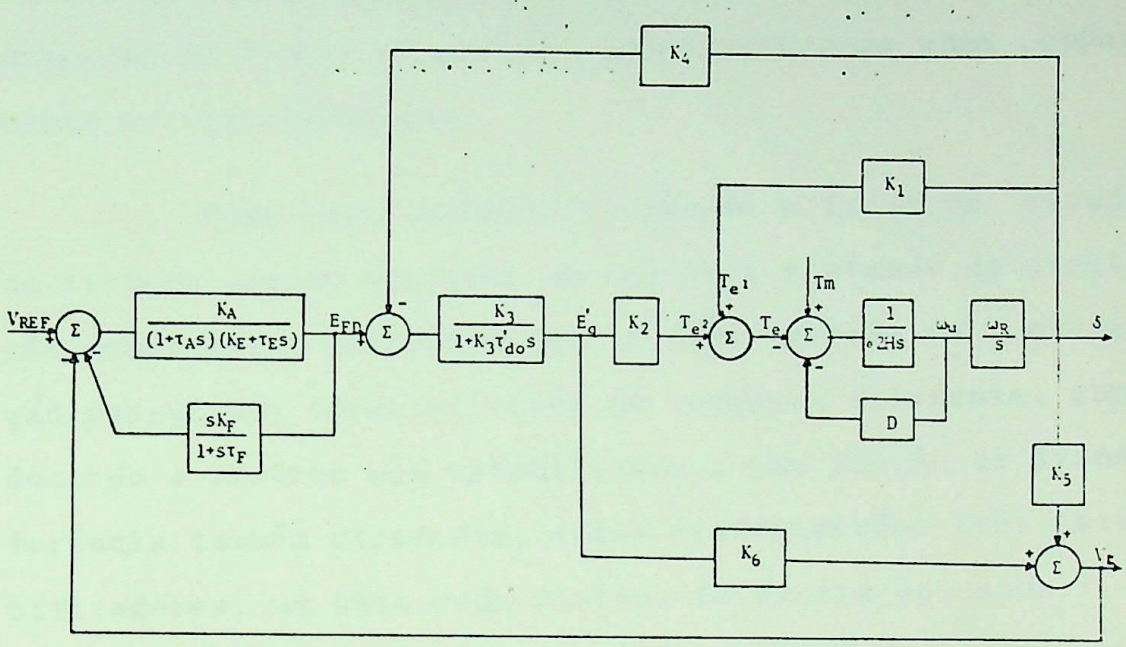


Fig 6.1 Diagrama de Blocos Combinado da Máquina Síncrona e Sistema de Excitação

O estabilizador é normalmente dimensionado à partir do modelo simplificado e usado em ambos os modelos. Geralmente se usa a velocidade angular mecânica para ser processada pelo estabilizador obtendo o sinal adicional **Vs** que é introduzido no somador do sistema de excitação onde a tensão de referência e o sinal produzido pela tensão terminal são adicionados para obter o sinal de erro.

A estabilização foi feita usando o método do **Lugar das Raízes**, conforme [5]. Os polos e zeros foram calculados da função de transferência ω/V_{REF} da fig 6.1 . O uso da função de transferência ω/V_{REF} se deve ao fato do estabilizador ser introduzido entre os pontos ω e V_{REF} do diagrama de blocos em estudo, constituindo-se numa compensação por realimentação.

Como este trabalho se propõe a fazer um estudo do sistema usando qualquer um dos três sistemas de excitação mencionados anteriormente, e cada sistema de excitação possui uma característica de resposta diferente, conduzindo o sistema não estabilizado a uma função de transferência também diferente, foram dimensionados três estabilizadores, um para cada sistema de excitação usado.

6.3 - Metodologia de Estabilização

Como exemplo ilustrativo foi usado o sistema da fig 6.2 cuja distribuição de polos e zeros da função de transferência V_2/V_1 no plano complexo está mostrada na fig 6.3, onde a notação x e a notação o foram tomadas para representar os polos e zeros respectivamente. O objetivo é fazer a compensação do sistema por realimentação.

O polo sobre o eixo real contribui com um termo da forma $e^{P_2 t}$ na resposta do sistema no domínio do tempo, e o par de polos complexos P_1 e $\overline{P}_1$, dado por $P = a \pm jb$, contribui com um termo da forma $e^{at}\cos(bt+\alpha)$. Os polos P_1 e

e $\bar{P}_1$ são os polos dominantes do sistema. Quanto mais negativa for a parte real destes polos mais rapidamente o sistema atinge a resposta de regime permanente, pois a constante de tempo de amortecimento do sistema é dada por 1/a. O parâmetro b define a frequência angular de oscilação.

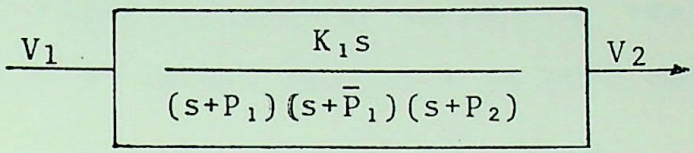


Fig 6.2 Sistema não Compensado

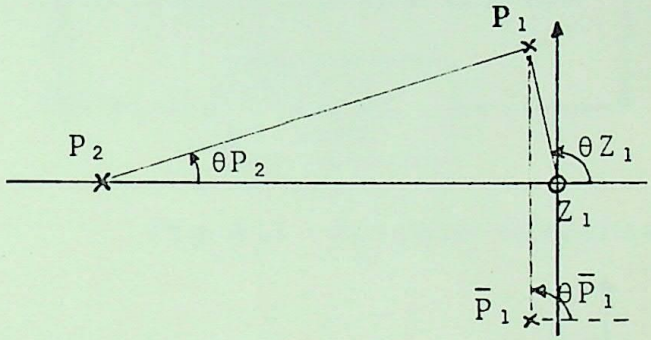


Fig 6.3 Distribuição dos Polos e Zeros da Função de Transferência V_2/V_1

Um sistema é estável se a parte real de todos os polos da sua função de transferência de malha fechada for negativa. Entretanto isto não é suficiente para que o sistema responda de maneira satisfatória, pois o tempo de amortecimento da resposta é também importante, e este é tanto menor quanto mais afastado(s) estiver(em), do eixo imaginário, o(s) polo(s) dominante(s) do sistema. A finalidade do estabilizador é deslocar para à esquerda do referido eixo os polos que introduzem fraco amortecimento na

resposta. Sabe-se, da teoria de controle, que os polos da função de transferência de malha aberta se deslocam de sua posição quando o ganho do estabilizador, introduzido no ramo de realimentação, é aumentado a partir de zero. Como exemplo, vamos supor que somente o par de polos complexos $P = a \pm jb$ (fig 6.3) esteja causando problema na resposta do sistema e que o estabilizador introduzido no ramo de realimentação seja constituído de apenas um zero e um polo como mostra a fig 6.4 .

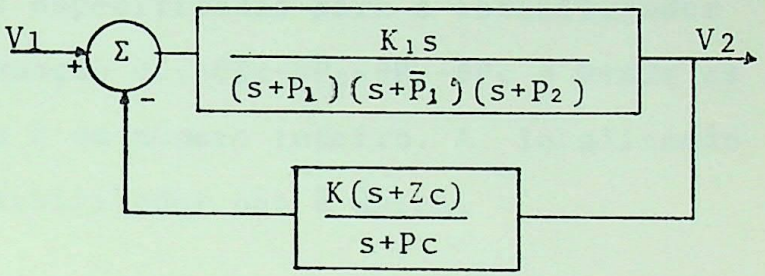


Fig 6.4 Sistema Compensado

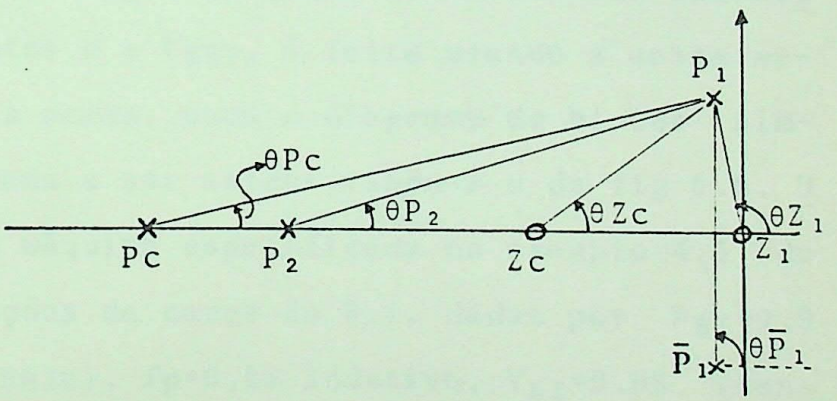


Fig 6.5 Distribuição dos Polos e Zeros da FT de Malha Aberta do Sistema Compensado

A localização do polo e zero do estabilizador no plano complexo, como mostra a fig 6.5, deve ser tal que a equação $\theta Z_1 + \theta Zc - \theta P_1 - \theta P_2 - \theta Pc = \beta$ onde β deve ser um ângulo do primeiro ou do quarto quadrante, e $\beta + 180^\circ$ indica o ângu

lo de partida do polo P_1 que é igual ao negativo do ângulo de partida do polo $\overline{P}_1$, isto é, $\beta+\pi$ e $-(\beta+\pi)$ são os ângulos que indicam a direção do deslocamento dx dos polos P_1 e $\overline{P}_1$ respectivamente, como resultado do incremento do ganho do estabilizador. À primeira vista, parece lógico pensar que um ângulo de partida igual a 180º seja o melhor. Para isto $\beta = 0+n2\pi$, ou seja, a localização do polo e zero do estabilizador no plano complexo deve ser tal que as constantes especificadas para o estabilizador sejam práticas e a equação $\theta Z_1+\theta Zc-\theta\overline{P}_1-\theta P_2-\theta Pc = 0+n2\pi$ seja verificada, onde n é um número inteiro. A localização do zero e polo do estabilizador não é única.

A estabilização do sistema representado pelo modelo simplificado da fig 6.1, com o estabilizador introduzido entre os pontos ω e V_{REF}, é feita usando a mesma metodologia descrita acima, onde o diagrama de blocos simplificado do sistema a ser estabilizado é o da fig 6.6. Usando os dados da máquina especificada no exemplo 4.1 de [1], com as condições de carga do B.I. dadas por $P_{BI}=0,9$ pu (potência aparente), fp=0,85 indutivo, $V_{BI}=0,95$ (tensão do B.I. em pu), e da carga local dadas por $P_{CL}=0,3$ pu (potência aparente), fp=0,85 indutivo, com D=2 (característica de frequência da carga), e os parâmetros da linha de transmissão que liga a máquina ao B.I. dados por Z=0,02+j0,4 pu, os polos e zeros da função de transferência ω/V_{REF} são:

1. Usando o Sistema de Excitação W TRA

$P_1=-1,0$ $P_2=-21,676$ $P_3=0,755+j5,913$ $\overline{P}_3=0,755-j5,913$

$P_4=-0,363+j11,306$ $\overline{P}_4=-0,363-j11,306$ $Z_1=0,0$ $Z_2=-1,0$

2. Usando o Sistema de Excitação W Brushless

$P_1=-1,0$ $P_2=-50,907$ $P_3=-0,298+j6,717$ $\overline{P}_3=-0,298-j6,717$

$P_4=-0,409+j11,330$ $\overline{P}_4=-0,409-j11,330$ $Z_1=0,0$ $Z_2=-1,0$

3. Usando o Sistema de Excitação W low τ_E Brushless

$P_1=-2,0$ $P_2=-92,636$ $P_3=-0,297+j11,079$

$\overline{P}_3=-0,297-j11,079$ $P_4=-12,425+j35,11$

$\overline{P}_4=-12,425-j35,11$ $Z_1=0,0$ $Z_2=-2,0$

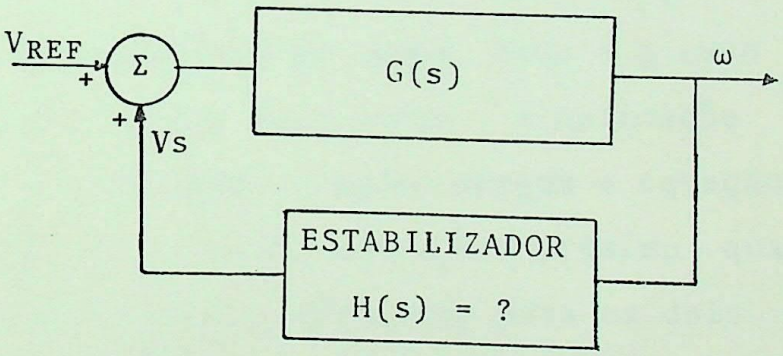


Fig 6.6 Representação Simplificada do Sistema a ser Compensado

Na figura acima G(s) é a função de transferência ω/V_{REF} do sistema não estabilizado, a qual é representada por:

$$G(s) = \frac{-\omega_R K_2' K_3' K_A s(s-Z_2)}{(s-P_1)(s-P_2)(s-P_3)(s-\overline{P}_3)(s-P_4)(s-\overline{P}_4)}$$

O sistema de excitação W TRA não se adapta à máquina do exemplo sugerido, pois a existência dos polos P_3 e $\bar{P}_3$ com parte real positiva, indicando instabilidade no sistema, ocorre para qualquer condição de carga. Entretanto foi feita a estabilização do sistema usando também o referido sistema de excitação.

6.4 - Aplicação da Metodologia de Estabilização no Modelo Simplificado do Sistema

A aplicação da metodologia de estabilização no exemplo ilustrativo foi muito simples porque, por suposição, apenas um par de polos complexos conjugados introduzia fraco amortecimento na resposta do sistema. Entretanto havendo mais que um par desses polos causando problema na resposta do sistema no domínio do tempo, como é o caso do sistema em estudo que possui dois pares, a aplicação da metodologia pode não ser muito simples porque a equação geral $\Sigma\theta Zs+\Sigma\theta Zc-\Sigma\theta Ps-\Sigma\theta Pc = \beta+n2\pi$, com β tão próximo quanto possível de zero rad, deve se verificar para os dois pares de polos simultaneamente e, às vezes, isto não é conseguido com um número razoável de circuitos de avanço de fase em cascata no ramo de realimentação conforme sugerido em [5]. Na equação geral descrita acima Zs e Ps representam os zeros o polos da função de transferência do sistema não compensado, isto é, da função G(s) da figura 6.6. Para contornar o problema apresentado foi dimensionado um

estabilizador com dois ramos em paralelo, como mostra a figura 6.7, onde os parâmetros α, τ e K foram ajustados de tal maneira que, na função de transferência do estabilizador, dada pela expressão (6.1), existisse um par de zeros complexos conjugados de valor previamente especificado, isto é, após fixada a melhor localização do par de zeros complexos no plano complexo para que a equação geral apresentada neste item fosse verificada, os parâmetros α, τ e K foram calculados com auxílio da expressão (6.1), cujo procedimento está apresentado na seção seguinte.

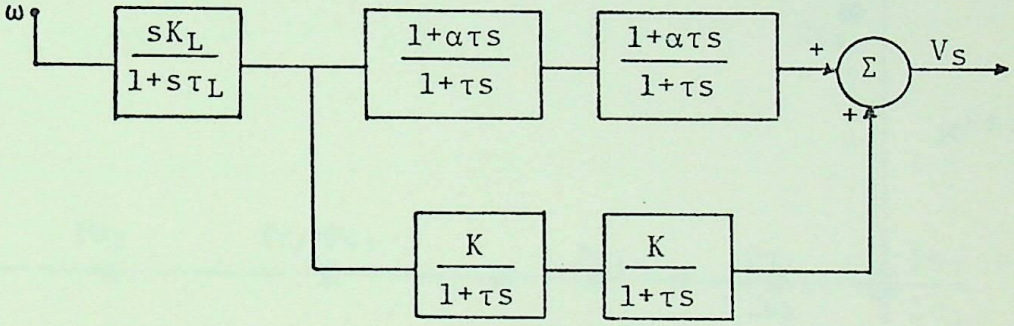


Fig 6.7 Diagrama de Blocos do Estabilizador

$$H(s) = Vs/\omega = \frac{K_L}{\alpha^2 \tau^2} \frac{s\left(s^2 + \frac{2}{\alpha\tau}s + \frac{1+K^2}{\alpha^2\tau^2}\right)}{(1+s\tau)^2(1+s\tau_L)} \qquad (6.1)$$

6.5 - Cálculo dos Parâmetros α, τ e K do Estabilizador

1. Com o Sistema de Excitação W TRA

Representando os zeros e polos da função de transferência G(s) (Fig 6.6) por Zs_i e Ps_i respectivamente e os da função de transferência H(s) do estabilizador por Zc_i e Pc_i respectivamente, a localização dos zeros e polos da função de transferência de malha aberta GH(s) está indicada na figura 6.8.

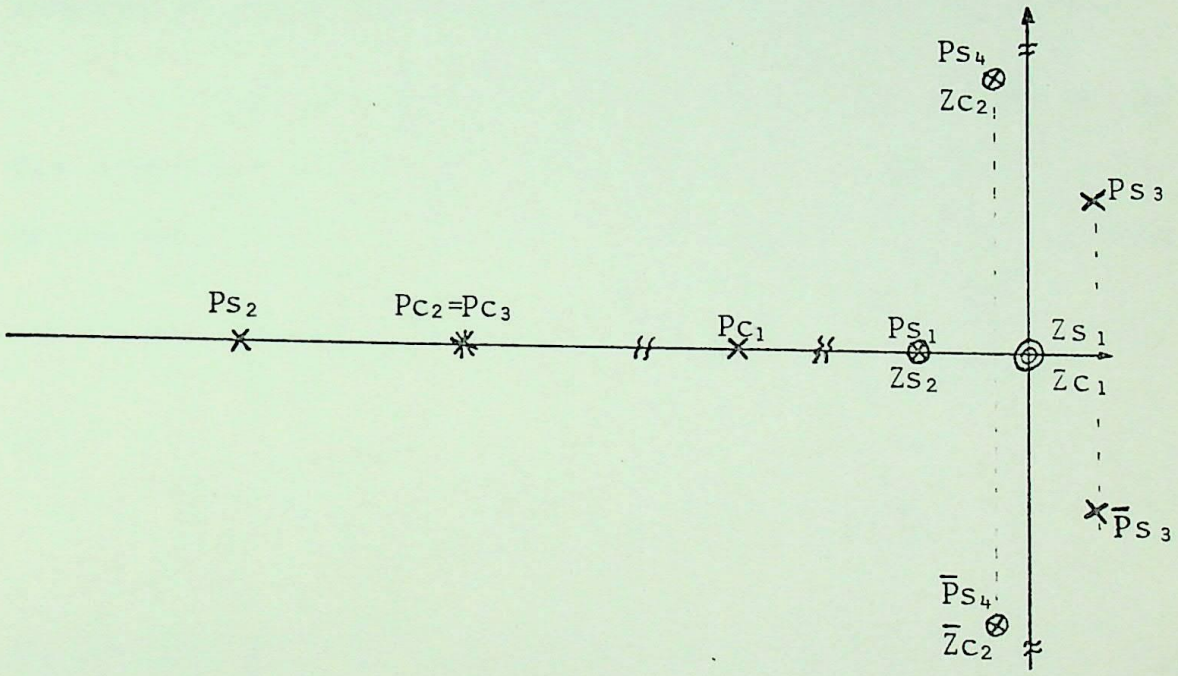


Fig 6.8 Distribuição dos Polos e Zeros da Função GH(s)

onde,

$Zs_1 = 0,0$ $\quad Ps_3 = 0,755+j5,913$ $\quad Zc_1 = 0,0$ $\quad Pc_2=-19,24$

$Zs_2 = -1,0$ $\quad \bar{Ps}_3 = 0,755-j5,913$ $\quad Zc_2 = Ps_4$ $\quad Pc_3=Pc_2$

$Ps_1 = -1,0$ $\quad Ps_4 = -0,363+j11,306$ $\quad \bar{Zc}_2 = \bar{Ps}_4$

$Ps_2 = -21,67$ $\quad \bar{Ps}_4 = -0,363-j11,306$ $\quad Pc_1 = -10,0$

A localização de par de zeros complexos Zc_2 e $\overline{Zc}_2$ sobre o par de polos complexos Ps_4 e $\overline{Ps}_4$ foi arbitrária. A localização dos referidos zeros poderia ser próxima, entretanto à esquerda dos referidos polos.

Para a distribuição dos zeros e polos indicada na figura 6.8 a contribuição de fase dos zeros e polos sobre o polo Ps_3 é dada por $\Sigma\theta Z - \Sigma\theta P = -1,07^\circ$, indicando que os polos Ps_3 e $\overline{Ps}_3$ se deslocarão com um ângulo de $(-1,07 + 180)^\circ$ e $-(-1,07 + 180)^\circ$ respectivamente, com o aumento do ganho K_L do estabilizador a partir de zero.

Expandindo os fatores pertencentes ao par de zeros complexos, dados por $-0,363 \pm j11,306$ e igualando ao termo quadrático do numerador da expressão (6.1) obtém-se:

$$(s + 0,363 + j11,306)(s + 0,363 - j11,306) = s^2 + \frac{2}{\alpha\tau}s + \frac{1+K^2}{\alpha^2\tau^2} \qquad (6.2)$$

ou

$$s^2 + 0,726s + 127,957 = s^2 + \frac{2}{\alpha\tau}s + \frac{1+K}{\alpha^2\tau^2} \qquad (6.3)$$

Os parâmetros τ e τ_L são obtidos da fig 6.8 através das relações:

$$Pc_1 = -10,0 = -\frac{1}{\tau_L} \qquad \therefore \tau_L = 0,1s \qquad (6.4)$$

$$Pc_2 = Pc_3 = -19,24 = -\frac{1}{\tau} \qquad \therefore \tau = 0,052s \qquad (6.5)$$

De posse do valor de τ dado pela expressão (6.5) e dos termos correspondentes entre o primeiro e segundo membro da expressão (6.3) calculam-se α e K da seguinte maneira:

$$0,726 = 2(19,24/\alpha) \quad \therefore \quad \alpha=53,0 \qquad (6.6)$$

$$127,957 = \frac{1+K^2}{(53)^2(0,052)^2} \quad \therefore \quad K=31,16 \qquad (6.7)$$

O ganho K_L do estabilizador, que proporcione melhor resposta, pode ser obtido com auxílio de um programa que trace o Lugar das Raízes da função de transferência de malha aberta GH(s) ou usando um programa para calcular as raízes do numerador da equação característica 1+GH(s), sendo que este segundo processo consiste em tentativa, isto é, calculam-se as raízes sugeridas para vários valores de K_L crescentes a partir de zero o observa-se a parte real da raiz mais próxima do eixo imaginário (supondo todas as raízes com parte real negativa). Se o acréscimo entre um K_L e o seguinte for tal que se permita traçar o Lugar das Raízes, ainda que aproximado, da função GH(s), se observará que a parte real da raíz mais próxima do eixo imaginário começa a crescer em módulo e depois começa a diminuir. O valor ótimo de K_L estará no intervalo entre o último valor para o qual a sequência calculada da parte real da raiz em observação é crescente, e o valor seguinte. Neste trabalho foi usado um outro método, que consiste também em tentativa, aplicado diretamente na resposta no domínio do tempo onde foram usados vários K_L crescentes a partir de zero e observada a resposta do sistema para vários K_L. Para o caso em questão K_L=5 proporcionou ótimos resultados.

2. Com o Sistema de Excitação W Brushless

A distribuição dos zeros e polos da função de transferência GH(s) está indicada na figura 6.9

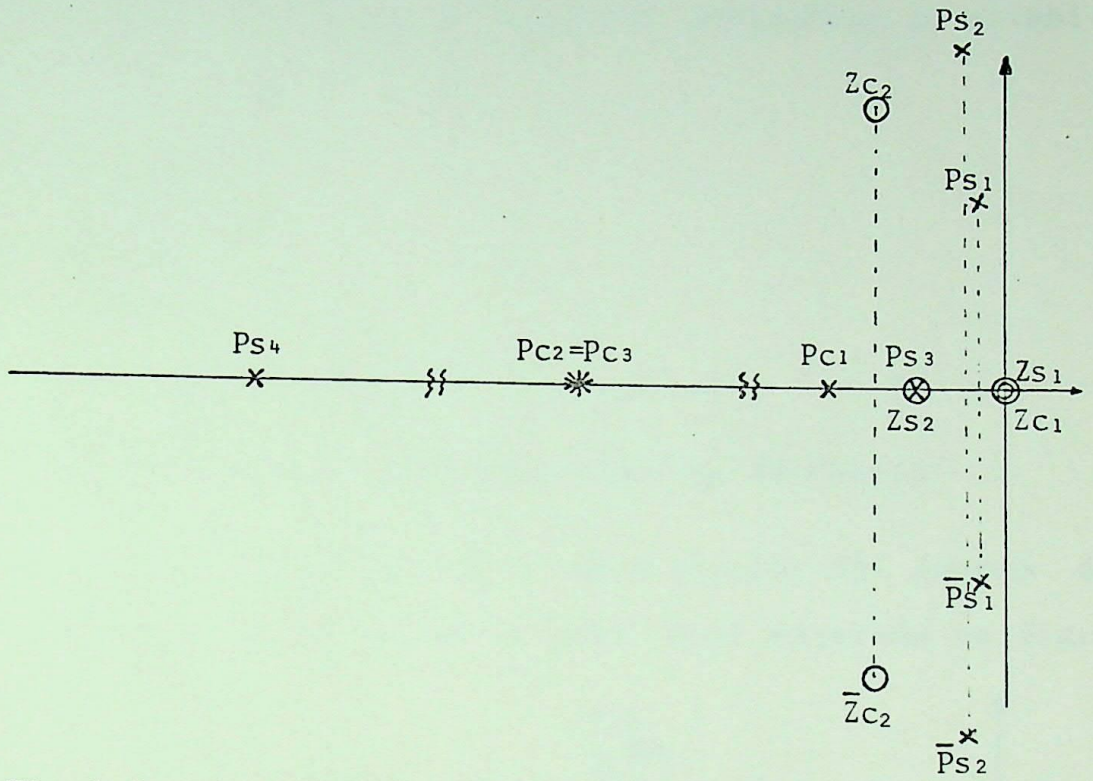


Fig 6.9 Distribuição dos Polos e Zeros da Função GH(s)

onde,

$Zs_1 = 0,0$

$Zs_2 = -1,0$

$Ps_1 = -0,298+j6,717$ $\quad Zc_1 = 0,0$

$\bar{P}s_1 = -0,298-j6,717$ $\quad Zc_2 = -1,51+j9,37$

$Ps_2 = -0,409+j11,330$ $\quad \bar{Z}c_2 = -1,51-j9,37$

$\bar{P}s_2 = -0,409-j11,330$ $\quad Pc_1 = -2,0$

$Ps_3 = -1,0$ $\quad Pc_2 = -37,7$

$Ps_3 = -50,91$ $\quad Pc_3 = Pc_2$

A contribuição de fase de todos os zeros e polos nos polos Ps_1 e Ps_2 é de $10,6^o$ e $-68,4^o$ respectivamente.

Usando a mesma metodologia apresentada no item anterior foram obtidos os seguintes parâmetros do estabilizador:

$\alpha=25,0$

$\tau=0,026s$

$K=6,21$

$K_L=175,0 \quad \tau_L=0,5s$

3. Com o Sistema de Excitação W low τ_E Brushless

A distribuição dos zeros e polos da função de tranferência de malha aberta GH(s) está mostrada na figura 6.10

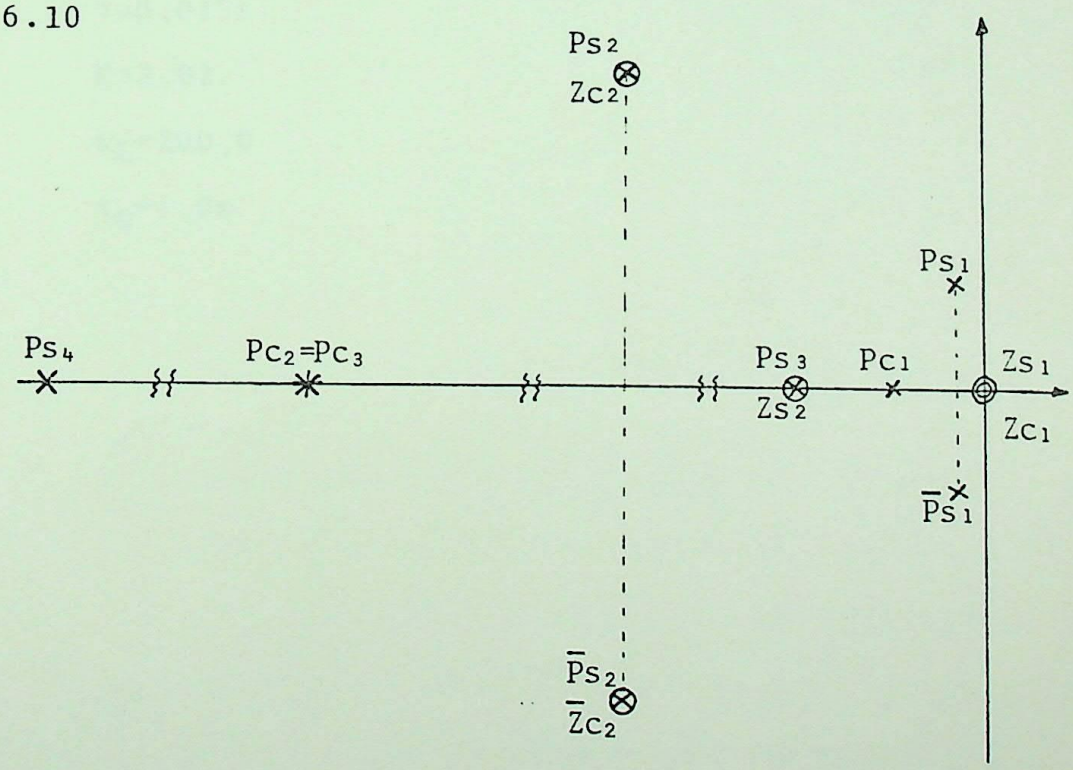


Fig 6.10 Distribuição dos Polos e Zeros da Função GH(s)

onde,

$Zs_1 = 0,0$

$Zs_2 = -2,0$

$Ps_1 = -0,297+j11,079$ $\quad Zc_1 = 0,0$

$\overline{Ps}_1 = -0,297-j11,079$ $\quad Zc_2 = Ps_2$

$Ps_2 = -12,425+j35,11$ $\quad \overline{Zc}_2 = \overline{Ps}_2$

$\overline{Ps}_2 = -12,425-j35,11$ $\quad Pc_1 = -1,0$

$Ps_3 = -2,0$ $\quad Pc_2 = -67,53$

$Ps_4 = -92,64$ $\quad Pc_3 = Pc_2$

A contribuição de fase de todos os polos e zeros no polo Ps_1 é de -19^o e o cálculo dos parâmetros do estabilizador conduziu aos seguintes valores:

$\alpha=5,43$

$\tau=0,015s$

$K=2,82$

$K_L=200,0$

$\tau_L=1,0s$

6.6 - Equações de Estado do Estabilizador

Redesenhando o diagrama de blocos da Fig 6.7 conforme Fig 6.11 obtém-se as seguintes equações de estado:

$$\tau_L \dot{X}_1 = -X_1 + (K_L/\tau_L)\omega \qquad (6.8)$$

$$\tau \dot{X}_2 = -(1-\alpha)X_1 - X_2 + (1-\alpha)(K_L/\tau_L)\omega \qquad (6.9)$$

$$\tau \dot{X}_3 = -(1-\alpha)X_1 + (1-\alpha)X_2 - X_3 + \alpha(1-\alpha)(K_L/\tau_L)\omega \qquad (6.10)$$

$$\tau \dot{X}_4 = -KX_1 - X_4 + (KK_L/\tau_L)\omega \qquad (6.11)$$

$$\tau \dot{X}_5 = KX_4 - X_5 \qquad (6.12)$$

$$Vs = \alpha(X_2 - \alpha X_1) + X_3 + X_5 + \alpha^2(K_L/\tau_L)\omega \qquad (6.13)$$

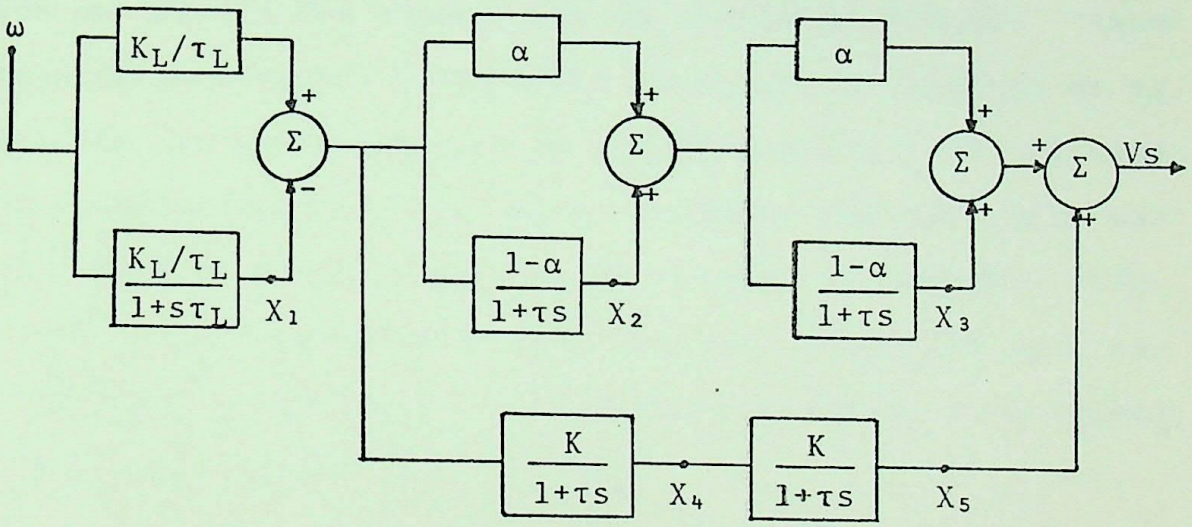


Fig 6.11 Diagrama de Blocos Modificado do Estabilizador

A simulação do estabilizador no sistema em estudo é feita através da adição das equações (6.8) a (6.12) na equação matricial (5.31), referente ao modelo completo, e na equação matricial (5.51) referente ao simplificado, substituindo V_{REF} tanto em (5.35) como em (5.51) por $V_{REF}+Vs$, com Vs dado pela expressão (6.13) acima.

CAPITULO 7

MÉTODOS DE SOLUÇÃO

7.1 - Introdução

A solução no domínio do tempo dos sistemas de equações diferenciais (5.31) e (5.51) pode ser obtida através do cálculo dos autovalores da matriz de estado, caso seja desconsiderado o limitador existente no sistema de excitação, ou usando métodos de solução numérica de sistema de equações diferenciais. Neste trabalho optou-se pelo uso do método de solução numérica de sistema de equações diferenciais, através da simulação digital, visto que, por este método, a simulação de limitador é possível e se constitui de um processo muito simples.

Entre os vários métodos existentes foram usados o Runge-Kutta de 4ª ordem e o FACE. Este último é um método muito simples e exige um número de operações cerca de cinco vezes menor que o Runge-Kutta de 4ª ordem, e para os objetivos deste trabalho o FACE dá ótimos resultados podendo substituir, com segurança, o Runge-Kutta de 4ª ordem, e isto está mostrado no Apêndice E através de comparações de resultados.

7.2 - Algorítmos de Solução

7.2.1 - FACE

Supondo que o sistema seja representado pela equação $\dot{x} = Ax + Bu$, onde x é o vetor de variáveis de estado e u o vetor representativo das entradas do sistema, isto é, $x^t = [x_1 \quad x_2 \ . \ . \ . \ x_n]$ e $[Bu]^t = [E_1 \quad E_2 \ . \ . \ . E_n]$, as equações podem ser desenvolvidas da seguinte maneira:

$$\dot{x}_1 = f_1(x_i \ , \ E_1)$$
$$\dot{x}_2 = f_2(x_i \ , \ E_2)$$
$$\vdots \qquad \vdots$$
$$\dot{x}_n = f_n(x_i \ , \ E_n)$$

com i variando de 1 até n

O algorítmo de solução é dado pelas expressões abaixo, onde as duas equações, (7.1) e (7.2), devem ser calculadas para k variando de 1 até n antes de incrementar j, sendo que este varia de 1 até NP, com NP igual ao número de intervalos usado na discretização do tempo.

$$d_k^{j+1} = d_k^j + f_k(x_i^j \ , \ E_k)h \qquad (7.1)$$

$$x_k^{j+1} = d_k^{j+1} + \frac{h}{2} f_k(x_i^j \ , \ E_k) \qquad (7.2)$$

Para as equações acima tem-se:

$d_k^1 = 0$

x_i^1 = condições iniciais das variáveis de estado x_i

7.2.2 - Runge-Kutta de 4ª Ordem

Adotando as mesmas suposições feitas no item 7.2.1 tem-se o seguinte algoritmo de solução:

$$a_k^j = f_k(x_i^j, E_k) \tag{7.3}$$

$$b_k^j = f_k(x_i^j + \frac{h}{2} a_i^j, E_k) \tag{7.4}$$

$$c_k^j = f_k(x_i^j + \frac{h}{2} b_i^j, E_k) \tag{7.5}$$

$$d_k^j = f_k(x_i^j + h c_i^j, E_k) \tag{7.6}$$

$$x_k^{j+1} = x_k^j + \frac{h}{6}(a_k^j + 2b_k^j + 2c_k^j + d_k^j) \tag{7.7}$$

onde cada equação indicada acima deve ser calculada para k variando de 1 até n antes de calcular a seguinte, e j varia de 1 até NP. O incremento de j só deve acontecer após terem sido calculadas todas as equações (7.3) a (7.7).

CAPÍTULO 8

CONCLUSÃO

Os sistemas de equações diferenciais que descrevem o comportamento da máquina síncrona ligada a um barramento infinito, apresentados nos capítulos 3,4,5 e 6, foram solucionados através da simulação digital. Pelo fato de existir limitador no sistema de excitação, como se pode observar na Figura 4.1, seria impossível resolver o problema pelas técnicas de cálculo de autovalores visto que é impossível introduzir a influência de limitador nos autovalores calculados. A introdução de limitadores na simulação digital é possível e muito simples. Basta substituir o valor da variável pelo seu valor máximo ou mínimo fixados pelo limitador toda vez que seu valor calculado ultrapassar esses limites. Uma desvantagem que os algorítmos de solução de sistema de equações diferenciais usados na simulação digital pode apresentar é o problema da instabilidade numérica a qual está relacionada com o intervalo usado na discretização do tempo. Definindo como intervalo limite o maior intervalo para o qual não ocorra a instabilidade numérica, um intervalo satisfatório deve ser menor do que metade do intervalo limite.

Em se tratando do estudo com os modelos simplificado e completo, foi usado um intervalo de tempo igual a 5ms para o modelo aproximado e 0,5ms para o completo, com intervalos limites de 10ms e 1ms respectivamente.

Levando em conta que o número de operações envolvidas nos cálculos dos $\dot{x}_i$ do modelo completo é cerca de três vezes maior que do simplificado e que o intervalo de tempo usado no modelo completo é dez vezes menor que no simplificado, o número de operações envolvidas na solução do modelo completo é cerca de trinta vezes maior que do outro modelo. Esta grande diferença torna o modelo simplificado de Hefron e Phillips bem mais eficiente em termos computacionais. Quanto a sua validade em termos de precisão, depende da finalidade com que o mesmo for usado. Num estudo de transitórios onde apenas uma aproximação da frequência de oscilação, tempo de amortecimento e percentagem de over-shoot é suficiente, as curvas de resposta do Apêndice C mostram que o modelo é bom, pois apesar delas não serem iguais, existe uma forte semelhança entre si na maioria dos casos estudados e uma certa semelhança entre a minoria restante. Um outro fato importante que se pode observar nas curvas de resposta é que na maioria delas o tempo de amortecimento daquelas obtidas com o modelo simplificado é um pouco menor, isto é, o modelo apresenta resultados um pouco otimistas, apesar de existirem alguns casos que fogem a esta regra. Em vista do exposto

acima o uso do modelo simplificado é válido. A única restrição quanto o seu uso se reserva aos casos em que a resposta possua um amortecimento muito pequeno, seja ele positivo ou negativo, pois nesses casos a informação obtida com o modelo pode ser falsa.

No dimensionamento do PSS o modelo simplificado mostrou ser plenamente confiável, pois conforme abordado no capítulo 6, o PSS que é dimensionado com base no diagrama de blocos do modelo simplificado é usado em ambos os modelos, e as curvas de resposta do Apêndice D mostram que o amortecimento introduzido pelo PSS no modelo simplificado é praticamente o mesmo introduzido no completo em todos os casos analizados sem nenhuma excessão. Isto torna o modelo simplificado de Hefron e Phillips uma ferramenta de grande importância no estudo da estabilização do sistema visto que a obtenção dos polos e zeros da função de transferência de malha fechada ω/V_{REF} do sistema não estabilizado é um processo simples quando trabalhado no referido modelo, além de se trabalhar com uma quantidade reduzida de polos e zeros no plano complexo, facilitando o trabalho da estabilização. Em se tratando do modelo completo, a obtenção dos polos exigiria um programa para calcular autovalores de uma matriz de ordem doze, que é a matriz de estado do sistema, com autovalores reais e complexos, o que não é muito simples, além da necessidade de um algoritmo confiável para calcular os zeros da função de transferência ω/V_{REF} a partir da matriz de estado mencionada acima.

APÊNDICE A

CÁLCULO DAS CONDIÇÕES INICIAIS

Conforme se pode observar nas equações de estado representativas dos modelos simplificado e completo, a presentadas nos capítulos 4 e 5, através das equações matriciais (4.7), (4.14), (5.31) e (5.51), vários elementos matriciais são constituídos de condições iniciais do problema. Nesse caso, sua solução depende do conhecimento prévio dessas condições, cujo método de obtenção está apresentado abaixo graficamente.

Usando o subscrito t_o para a corrente do barramento infinito e c_o para a carga local, e tomando por base a Fig 2.3, obtém-se a Fig A1 abaixo.

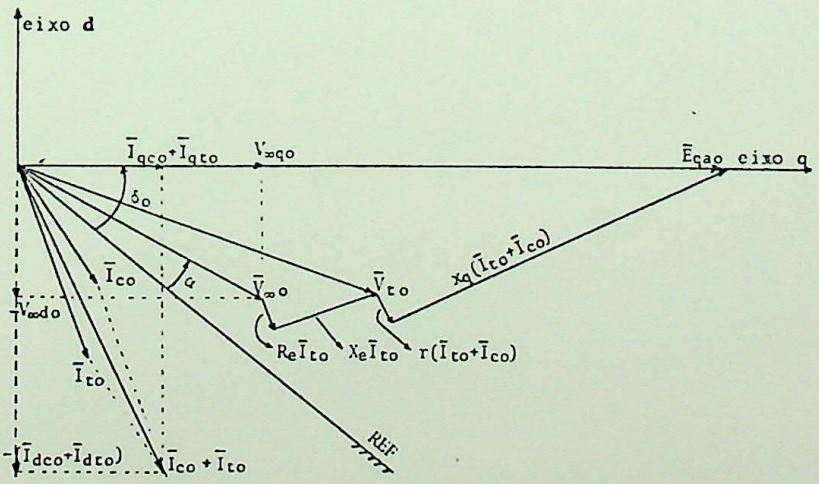
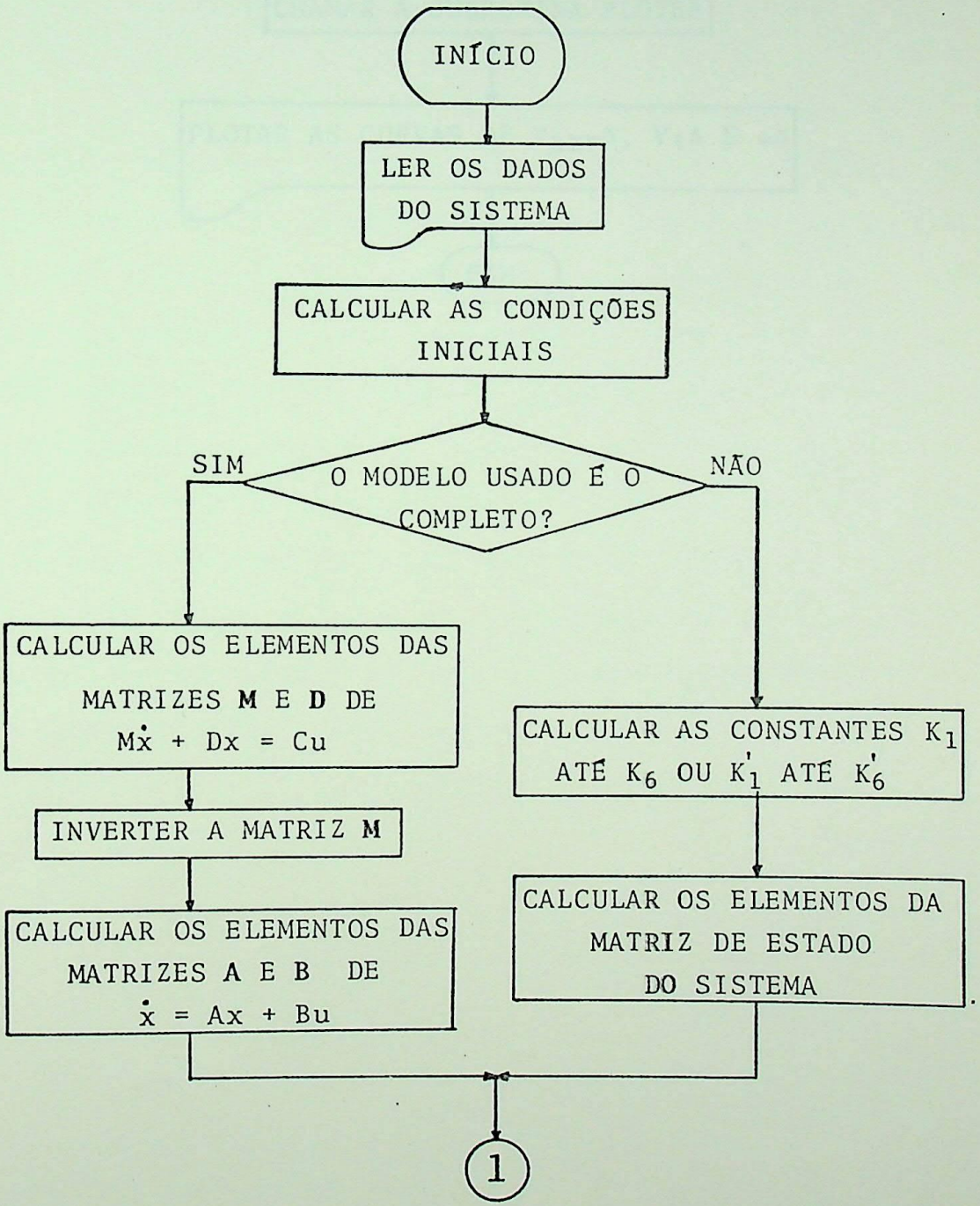


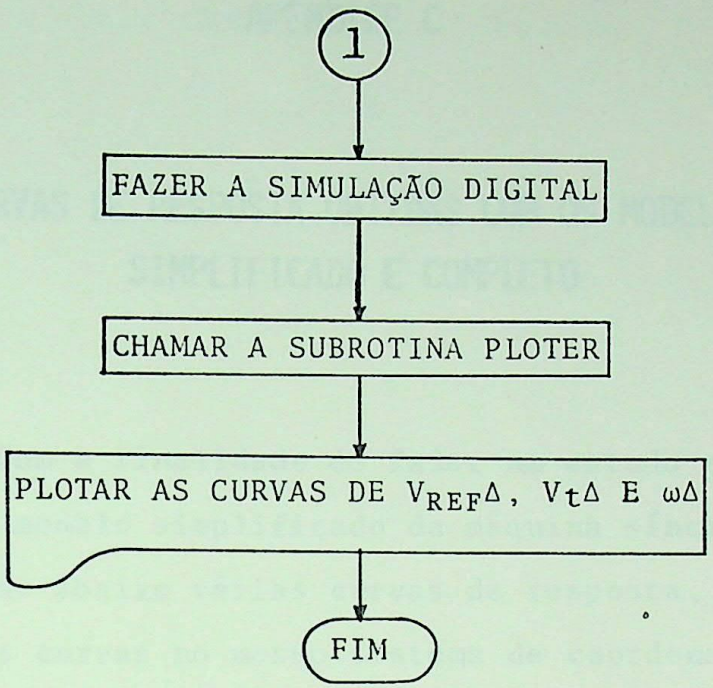
Fig A1 Diagrama Fasorial da Maq. Síncrona Ligada a um B.I.

Projetando as correntes I_{to} e I_{co} bem como as tensões $V_{\infty o}$ e $V_{to}=V_{ao}$ nos eixos **d** e **q**, com auxílio da figura A1, obtém-se as condições iniciais de todos os componentes de tensão e corrente em coordenadas de PARK. De posse dessas condições iniciais e da relação $kM_F i_{Fo}=\sqrt{3}\left[|E_{qao}|-|(x_q-x_d)(I_{dco}+I_{dto})|\right]$, onde E_{qao} se obtém a partir da figura A1, todos os elementos das equações matriciais (4.7), (4.14), (5.31) e (5.51), dependentes das condições iniciais do sistema, são calculados através das relações desenvolvidas nos capítulos 2, 3 e 4.

APÊNDICE B

DIAGRAMA DE BLOCOS DO SISTEMA ESTUDADO




1
FAZER A SIMULAÇÃO DIGITAL
CHAMAR A SUBROTINA PLOTER
PLOTAR AS CURVAS DE $V_{REF}\Delta$, $Vt\Delta$ E $\omega\Delta$
FIM

APÊNDICE C

CURVAS DE RESPOSTA OBTIDAS COM OS MODELOS SIMPLIFICADO E COMPLETO

Com a finalidade de fazer um estudo quanto a eficiência do modelo simplificado da máquina síncrona, estão apresentadas abaixo várias curvas de resposta, num total de até três curvas no mesmo sistema de coordenadas, indicando o incremento dado na tensão de referência e os incrementos ocorridos na tensão terminal da máquina e na sua velocidade angular mecânica após a perturbação imposta. Para cada condição de operação são apresentadas curvas de resposta usando o modelo simplificado de Hefron e Phillips e o modelo completo tendo em vista que a análise do modelo simplificado é feita através de comparações das curvas de resposta obtidas com os dois modelos.

Dados para obtenção das curvas das Figuras C_1 e C_2:

Sistema de Excitação = W Brushless
PCL = 0,3pu
fpCL = 0,85
PBI = 0,9 pu
fpBI = 0,85
VBI = 0,95 pu
$Tm\Delta$ = 0,05 pu
$V_{REF}\Delta$ = 0,05 pu
sem PSS

Re = 0,02 pu
Xe = 0,4 pu
D = 2,0

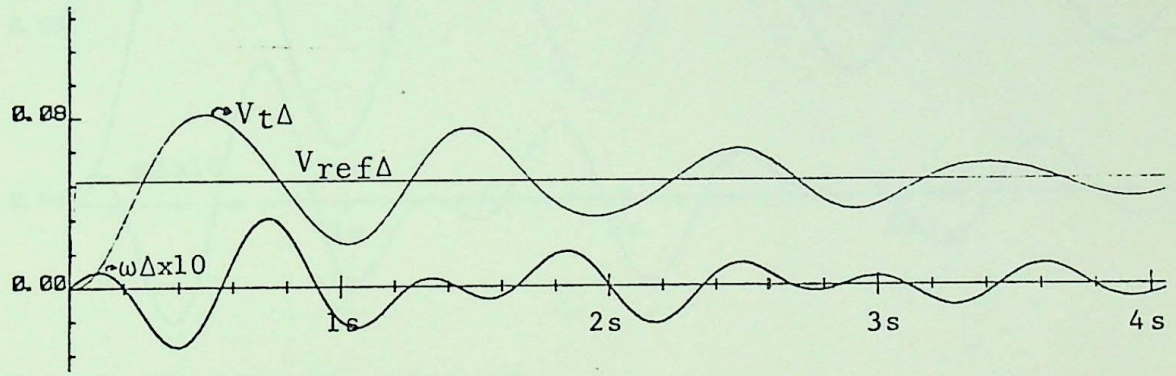


Fig C_1 Modelo Simplificado

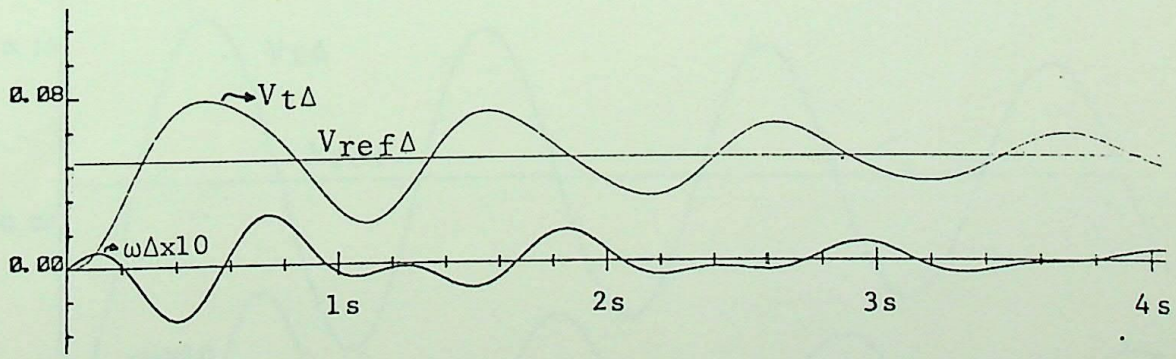


Fig C_2 Modelo Completo

C_3 e C_4:

Sistema de Excitação = W Brushless
PCL = 0,3 pu
fpCL = 0,85
PBI = 0,9 pu
fpBI = 0,85
D = 2,0

VBI = 0,95 pu
$Tm\Delta$ = 0,1 pu
$V_{REF}\Delta$ = 0,1 pu
sem PSS
Re = 0,02 pu
Xe = 0,4 pu

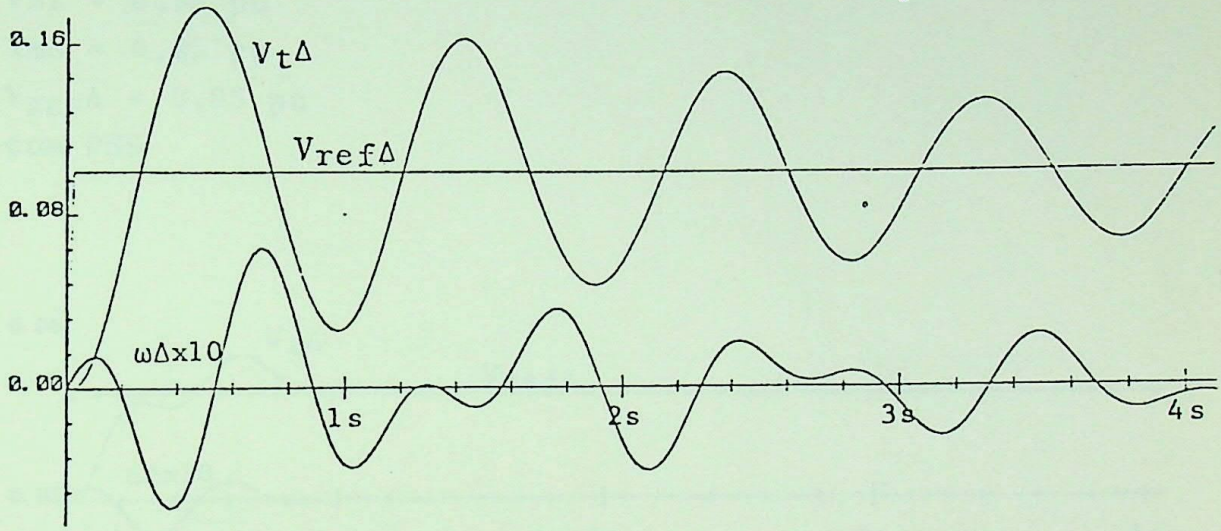


Fig C_3 Modelo Simplificado

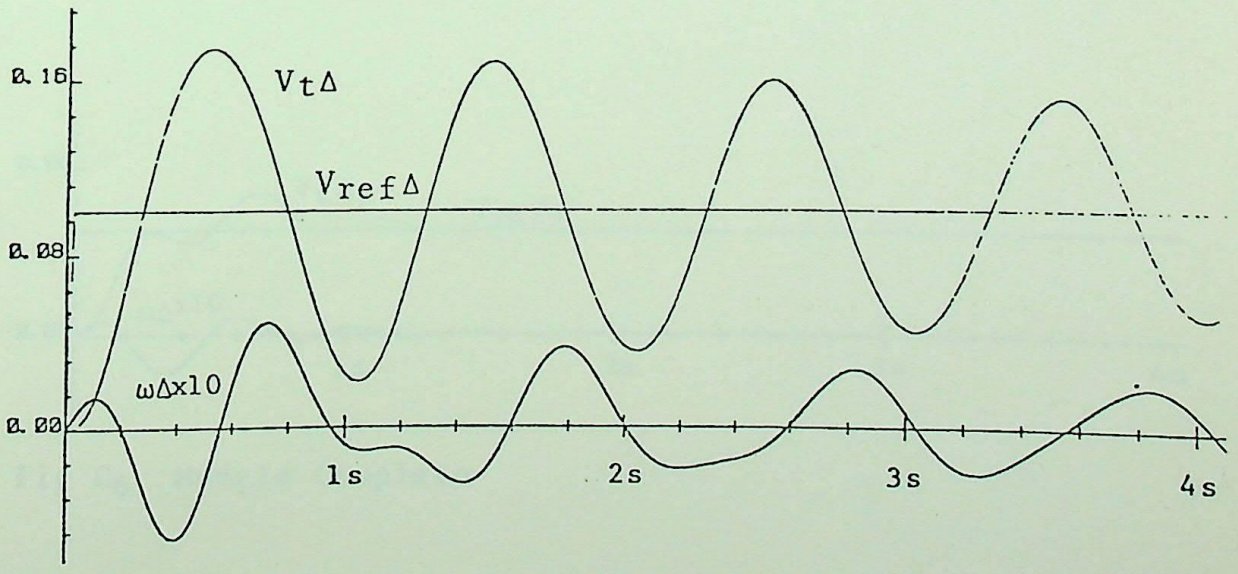


Fig C_4 Modelo Completo

C_5 e C_6:

Sistema de Excitação = W Brushless

PCL = 0,3 pu
fpCL = 0,85
PBI = 0,7 pu
fpBI = 0,85
VBI = 0,95 pu
TmΔ = 0,05 pu
$V_{REF}\Delta$ = 0,05 pu
com PSS

Re = 0,02 pu
Xe = 0,4 pu
D = 2,0

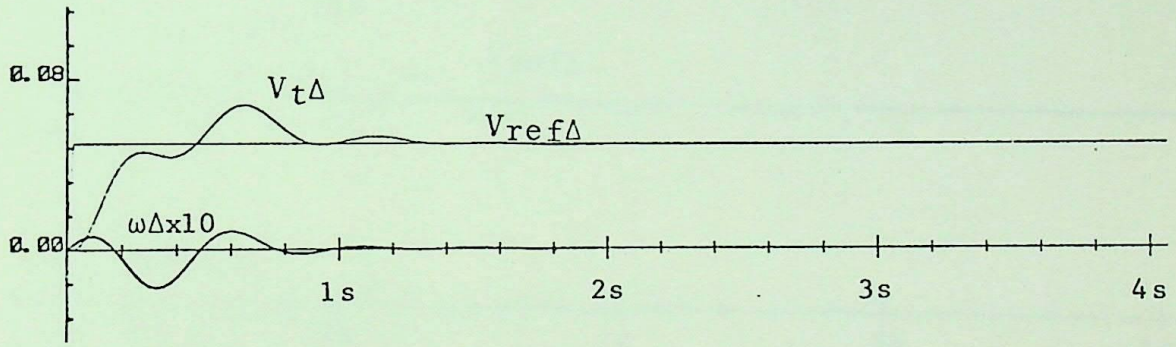


Fig C_5 Modelo Simplificado

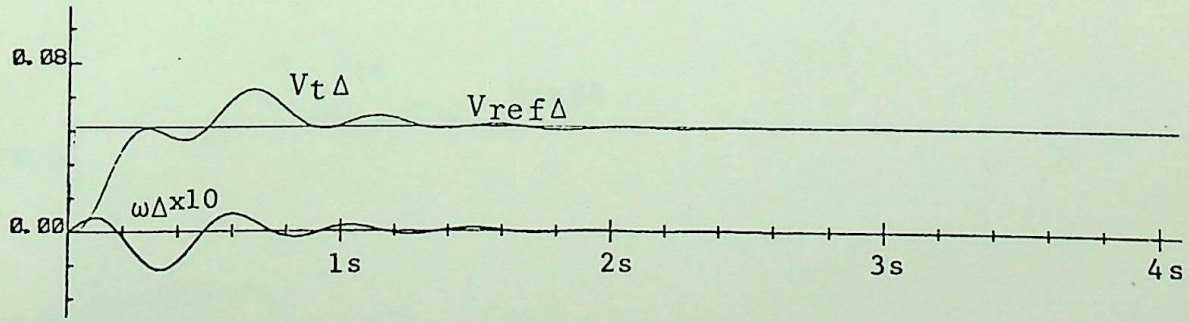


Fig C_6 Modelo Completo

C_7 e C_8:

Sistema de Excitação = W Brushless

PBI = 0,5 pu
fpBI = 0,9
PCL = 0,1 pu
fpCL = 0,85
VBI = 1,05 pu
TmΔ = 0,1 pu
VrefΔ = 0,1 pu

Re = 0,02 pu
Xe = 0,4 pu
D = 2,0
com PSS

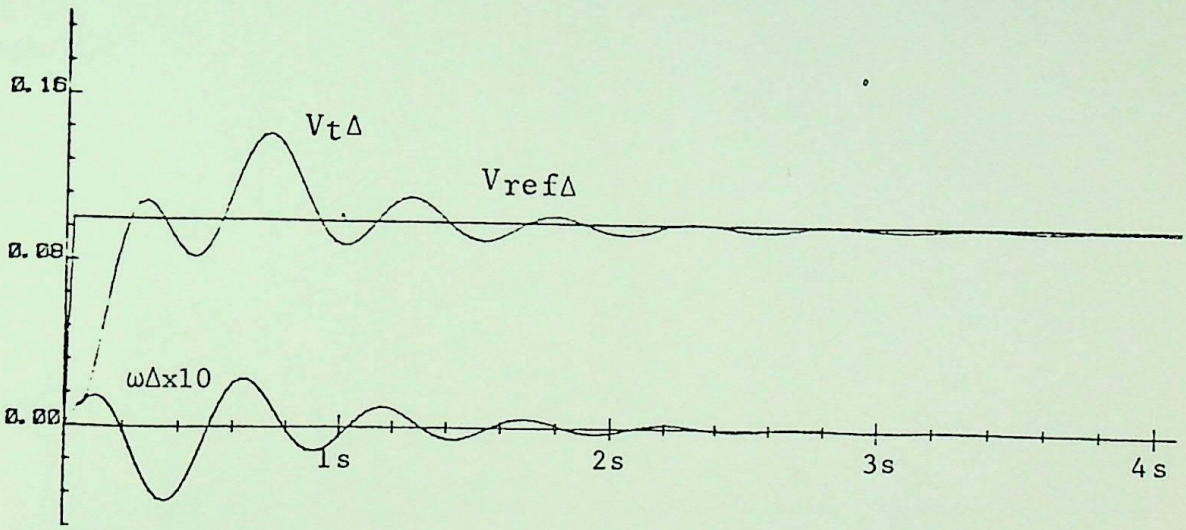


Fig C7 Modelo Simplificado

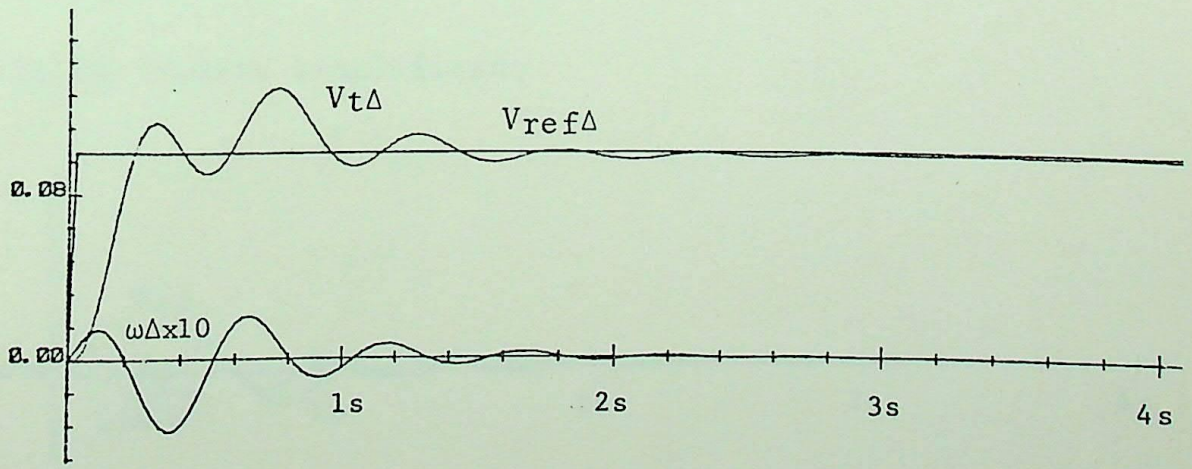


Fig C_8 Modelo Completo

C_9 e C_{10}:

Sistema de Excitação = W Brushless
PBI = 1,2 pu
fpBI = 0,95
VBI = 0,95 pu
$Tm\Delta$ = 0,1 pu
$V_{ref}\Delta$ = 0,0
Re = 0,02 pu
Xe = 0,4 pu
D = 2,0
com PSS

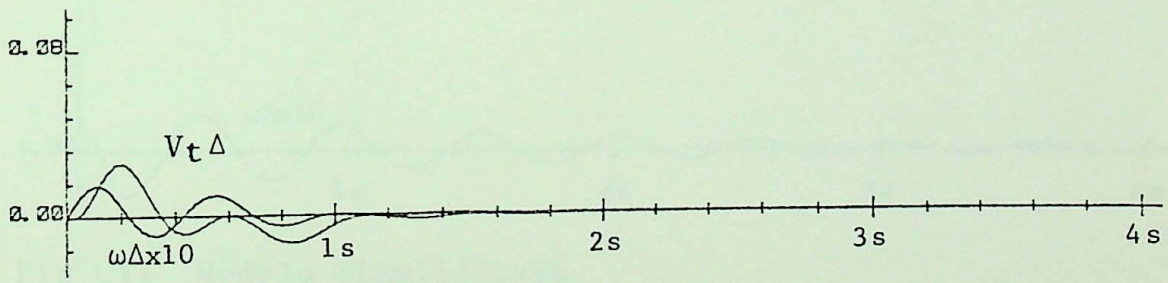


Fig C_9 Modelo Simplificado

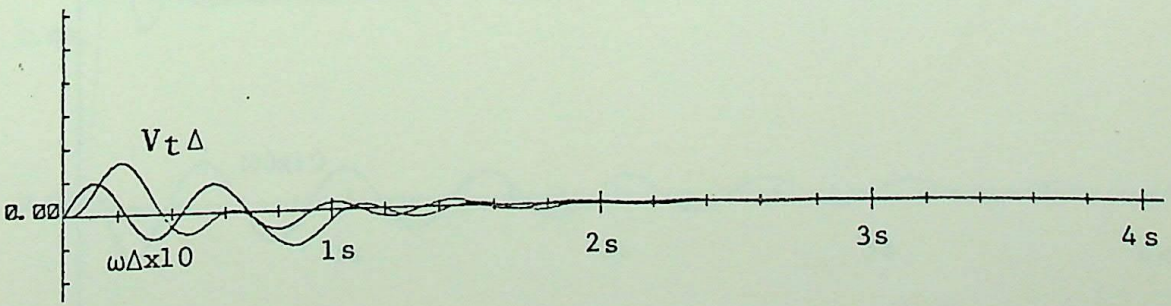


Fig C_{10} Modelo Completo

C_{11} e C_{12}:

Sistema de Excitação = W low τ_E Brushless
PBI = 1,2 pu
fpBI = 0,85
VBI = 0,95
TmΔ = 0,1 pu
VrefΔ = 0,1 pu
Re = 0,02 pu
Xe = 0,4 pu
D = 0,001
com PSS

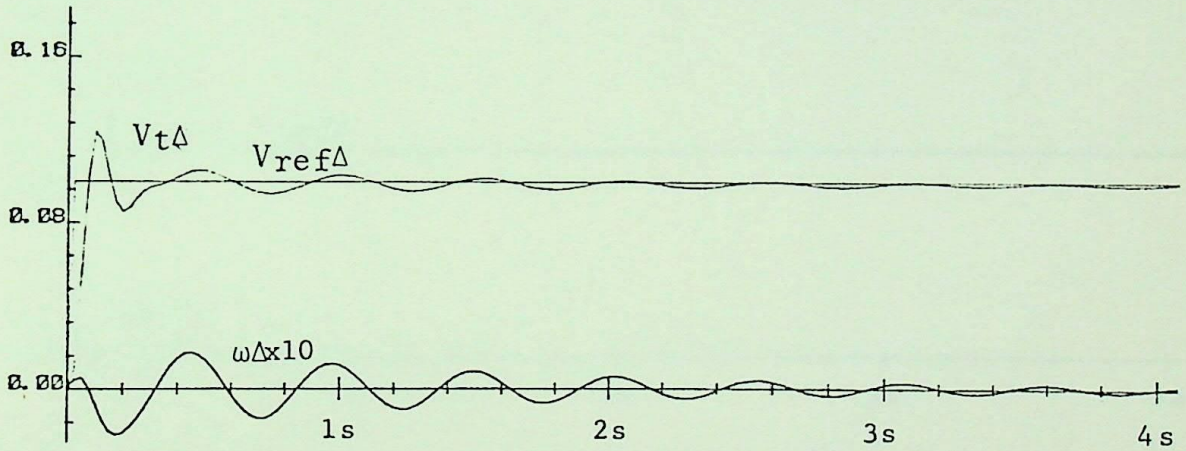


Fig C_{11} Modelo Simplificado

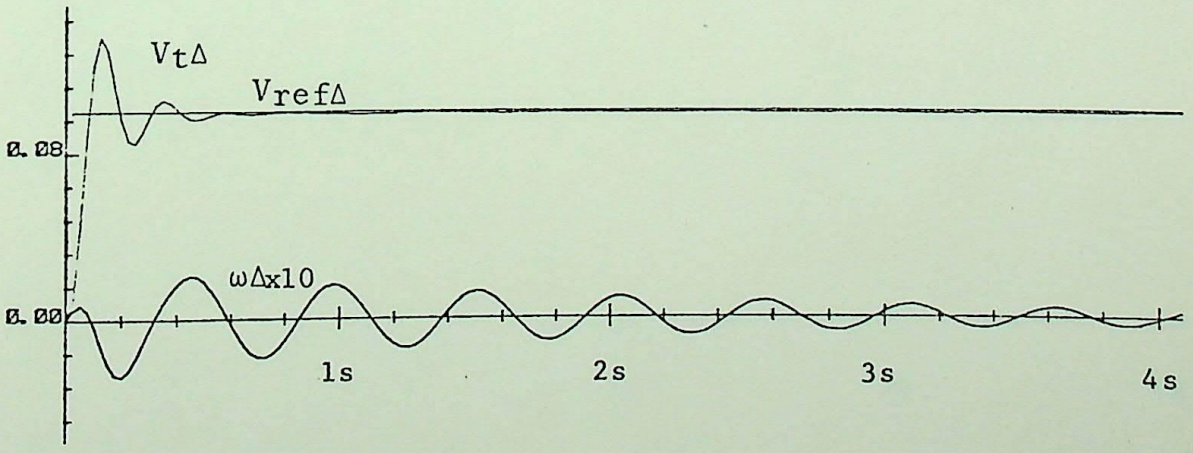


Fig C_{12} Modelo Completo

C_{13} e C_{14}:

Sistema de Excitação = W low τ_E Brushless
PBI = 1,2 pu
fpBI = 0,85
VBI = 0,95 pu
TmΔ = 0,1 pu
VrefΔ = 0,1 pu
Re = 0,02 pu
Xe = 0,4 pu
D = 2,0
com PSS

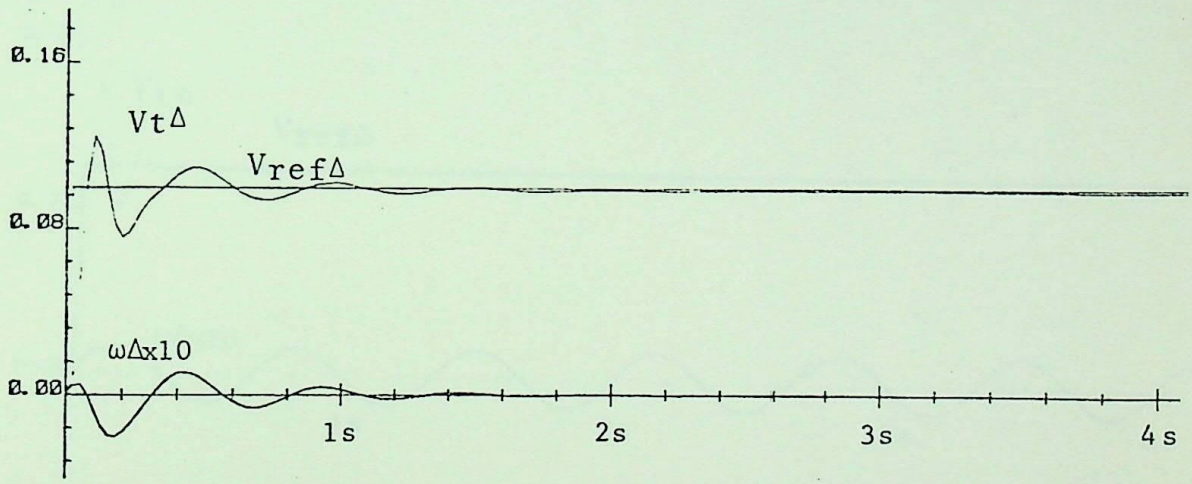


Fig C13 Modelo Simplificado

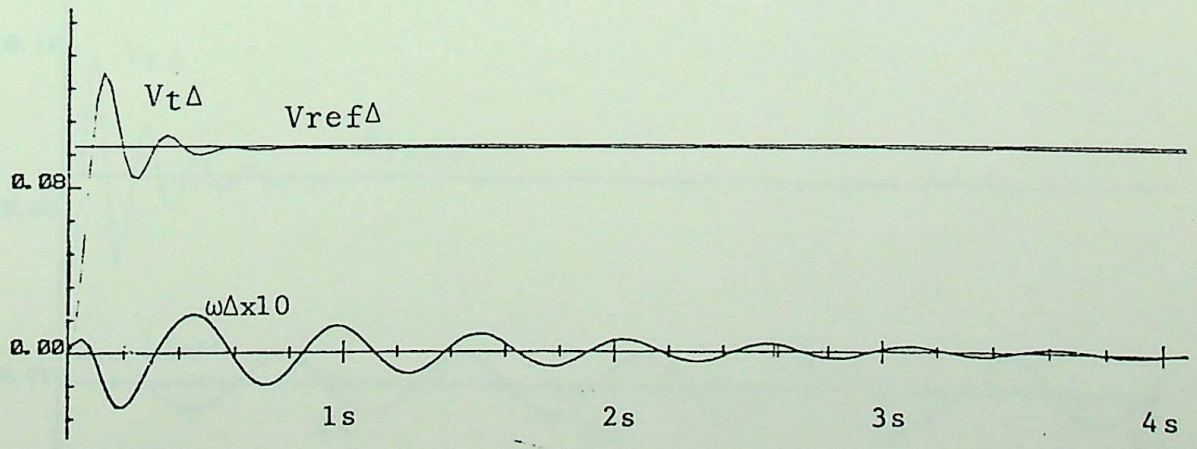


Fig C_{14} Modelo Completo

C_{15} e C_{16}:

Sistema de Excitação = W low τ_E Brushless
PBI = 1,2 pu
fpBI = 0,85
VBI = 0,95 pu
TmΔ = 0,1 pu
VrefΔ = 0,1 pu
Re = 0,02 pu
Xe = 2,0 pu
D = 0,001
sem PSS

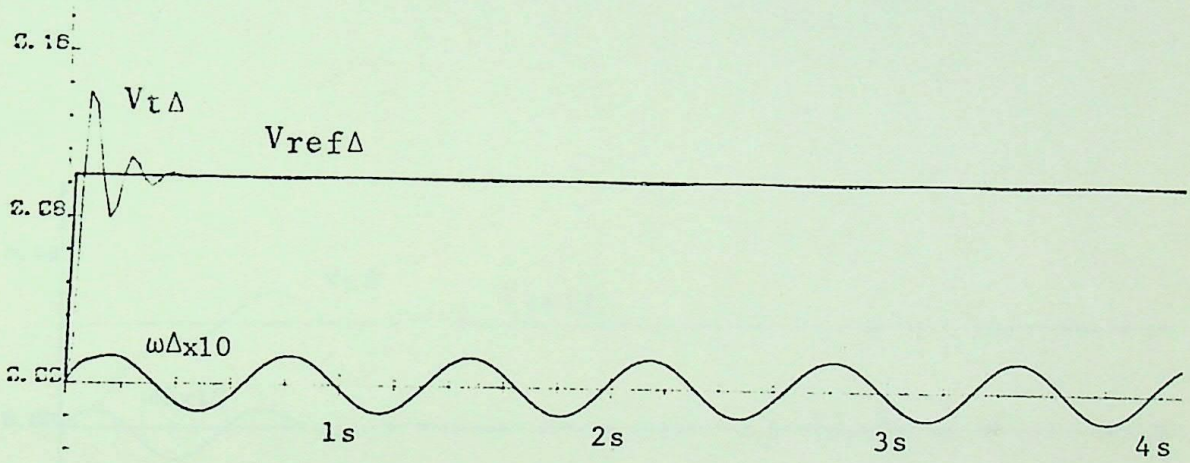


Fig C_{15} Modelo Simplificado

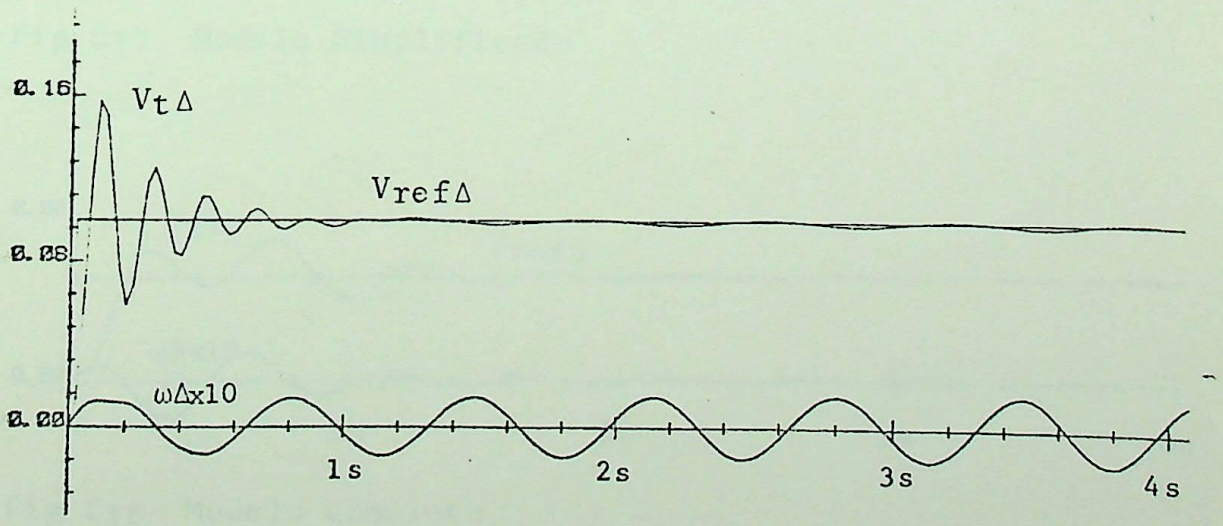


Fig C_{16} Modelo Completo

C_{17} e C_{18}:

Sistema de Excitação = W Brushless

PCL = 0,3 pu
fpCL = 0,85
PBI = 0,7 pu
fpBI = 0,85
VBI = 0,95
Re = 0,02 pu
Xe = 0,6 pu
D = 2,0

$Tm\Delta$ = 0,1 pu
$Vref\Delta$ = 0,1 pu
com PSS

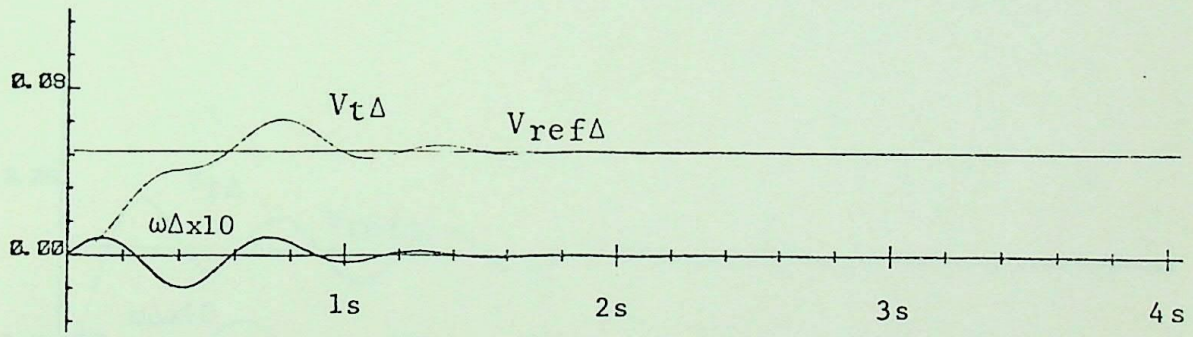


Fig C_{17} Modelo Simplificado

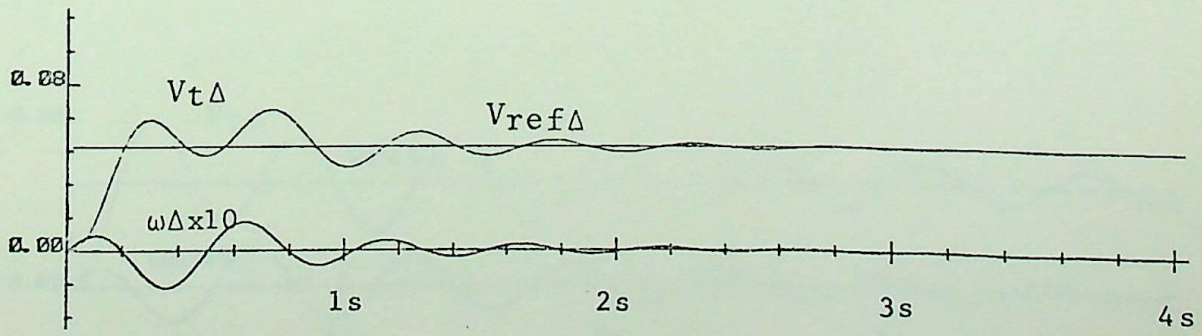


Fig C_{18} Modelo Completo

C_{19} e C_{20}:

Sistema de Excitação = W Brushless
PCL = 0,3 pu
fpCL = 0,85
PBI = 0,7 pu
fpBI = 0,85
VBI = 0,95
TmΔ = 0,05 pu
VrefΔ = 0,05 pu
Re = 0,02 pu
Xe = 1,0 pu
D = 2,0
com PSS

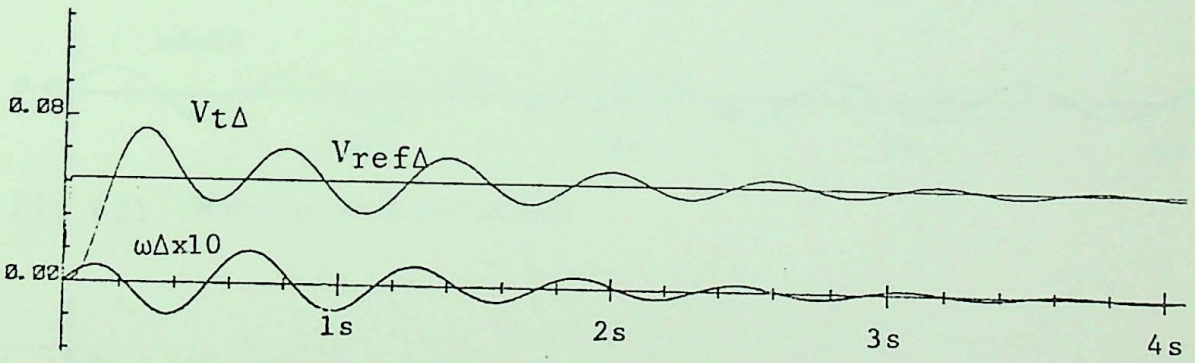


Fig C_{19} Modelo Simplificado

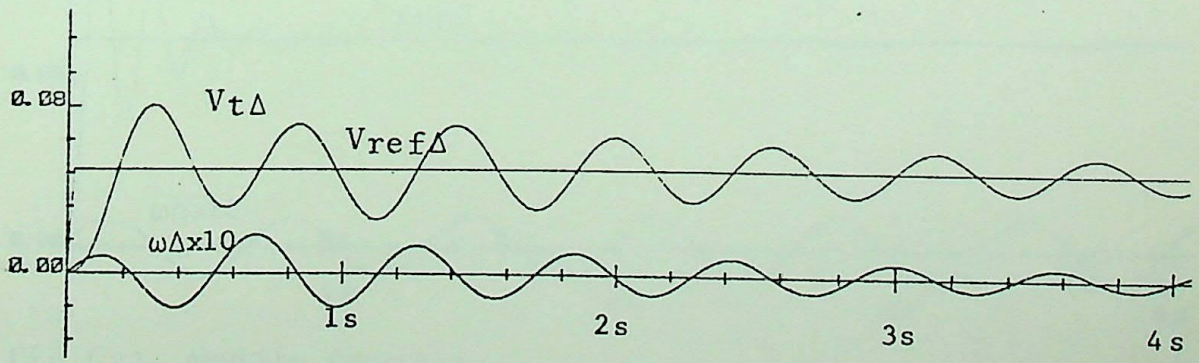


Fig C_{20} Modelo Completo

C_{21} e C_{22}:

Sistema de Excitação = W low τ_E Brushless

PBI = 1,2 pu
fpBI = 0,85
VBI = 0,95 pu
TmΔ = 0,1 pu
VrefΔ = 0,1 pu
Re = 0,02 pu

Xe = 2,0 pu
D = 0,001
com PSS

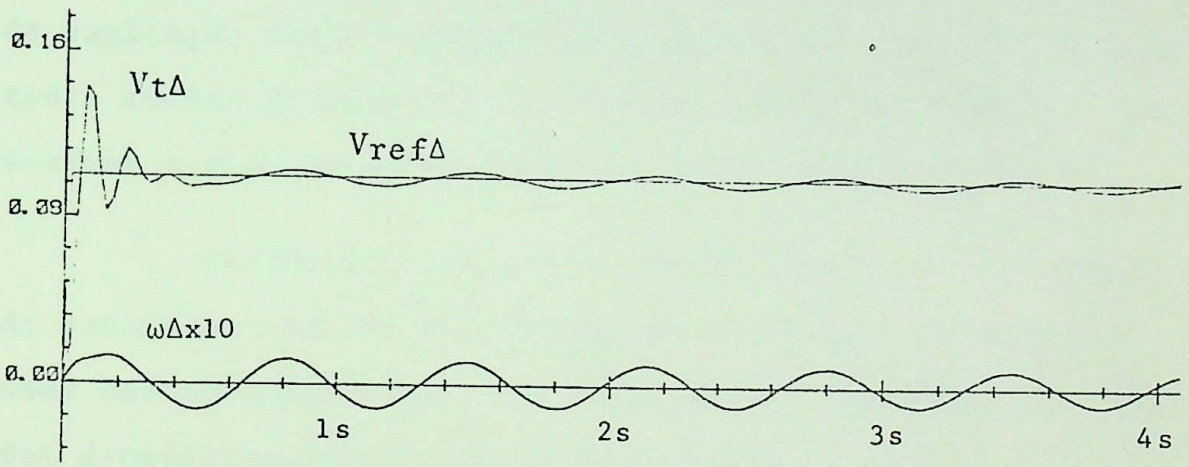


Fig C_{21} Modelo Simplificado

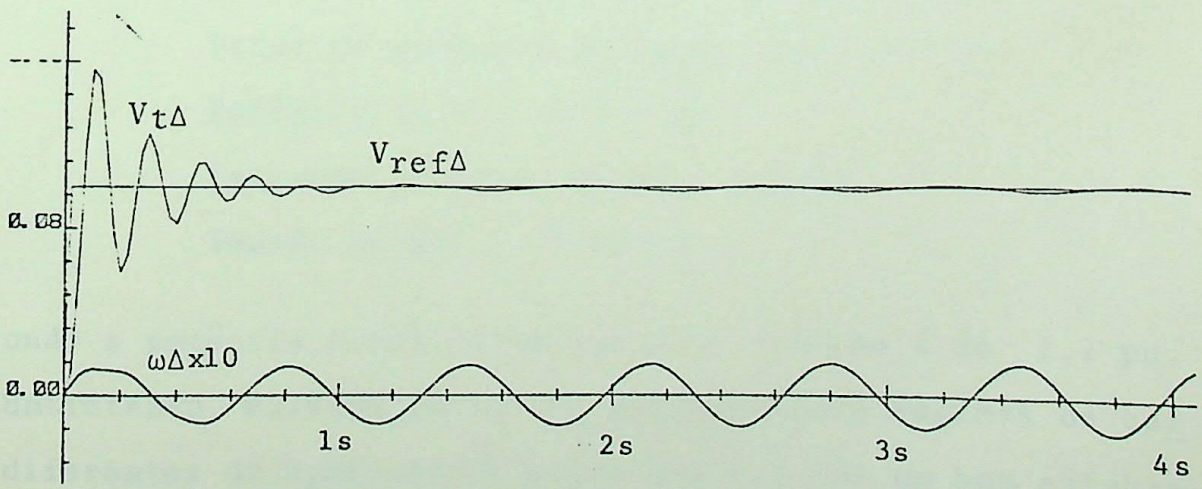


Fig C_{22} Modelo Completo

APÊNDICE D

CURVAS DE RESPOSTA DO SISTEMA COM E SEM PSS

O objetivo da apresentação das curvas de resposta deste Apêndice é testar a eficiência do estabilizador (PSS) dimensionado. Para cada condição de carga, sistema de excitação usado e mesma modelagem da máquina, foram plotadas curvas de resposta do sistema com e sem PSS para se avaliar o grau de amortecimento introduzido pelo PSS.

Conforme mencionado anteriormente, os sistemas de excitação não dão bom desempenho em regime de carga pesada havendo necessidade de compensação. Por isso o PSS foi dimensionado para o seguinte regime de carga:

Potência da carga local = 0,3 pu
Fator de potência da carga local = 0,85
Potência do B.I. = 0,9 pu
Fator de potência do B.I. = 0,85
Tensão do B.I. = 0,95 pu

onde a potência total absorvida pelo sistema é de 1,2 pu. Entretanto, existem curvas de resposta para regimes de carga diferentes do apresentado acima uma vez que um bom estabilizador deve responder bem para vários regimes de carga

desde que não sejam muito diferentes daquele para o qual o mesmo foi dimensionado, pois num sistema prático as cargas mudam de valor constantemente.

Dados para obtenção das curvas das Figuras D_1 e D_2:

Sistema de Excitação = W Brushless
PCL = 0,3 pu
fpCL = 0,85
PBI = 0,7 pu
fpBI = 0,85
VBI = 0,95 pu
$Tm\Delta$ = 0,05 pu
$Vref\Delta$ = 0,05 pu
Re = 0,02 pu
Xe = 0,4 pu
D = 2,0

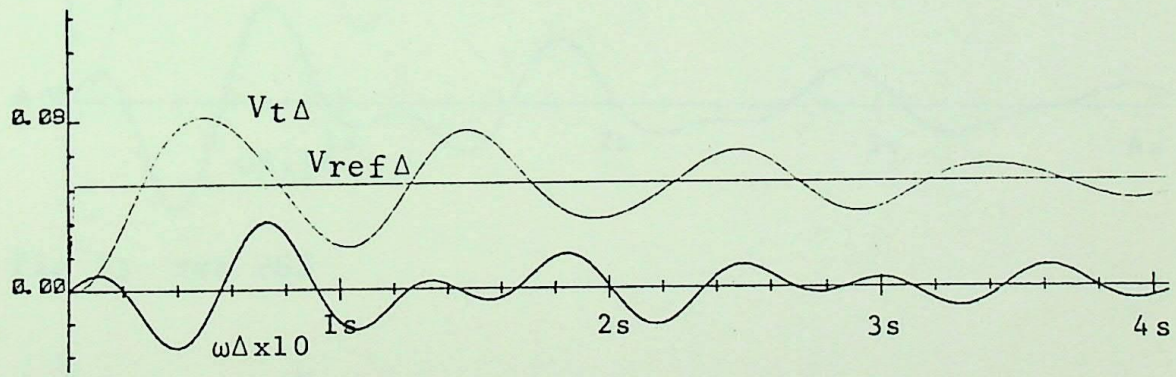


Fig D_1 sem PSS

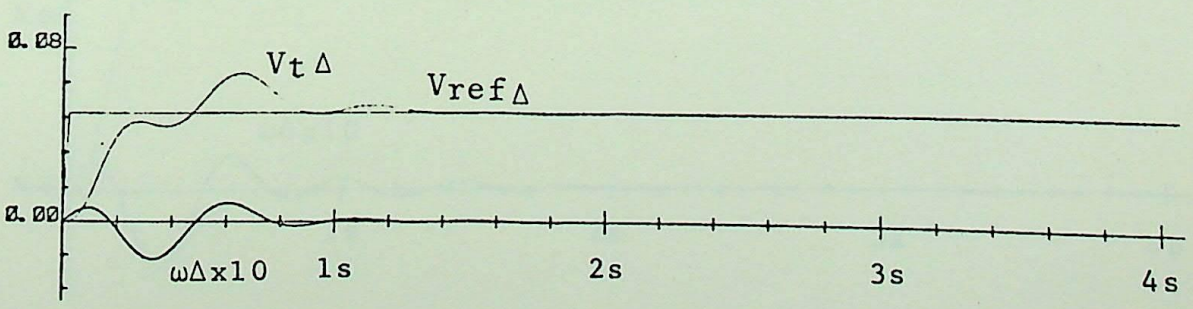


Fig D_2 com PSS

D3 e D4:

Sistema de Excitação = W Brushless

PCL = 0,3 pu	Re = 0,02 pu
fpCL = 0,85	Xe = 0,4 pu
PBI = 0,8 pu	D = 2,0
fpBI = 0,85	
VBI = 0,95 pu	
TmΔ = 0,1 pu	
VrefΔ = 0,1 pu	

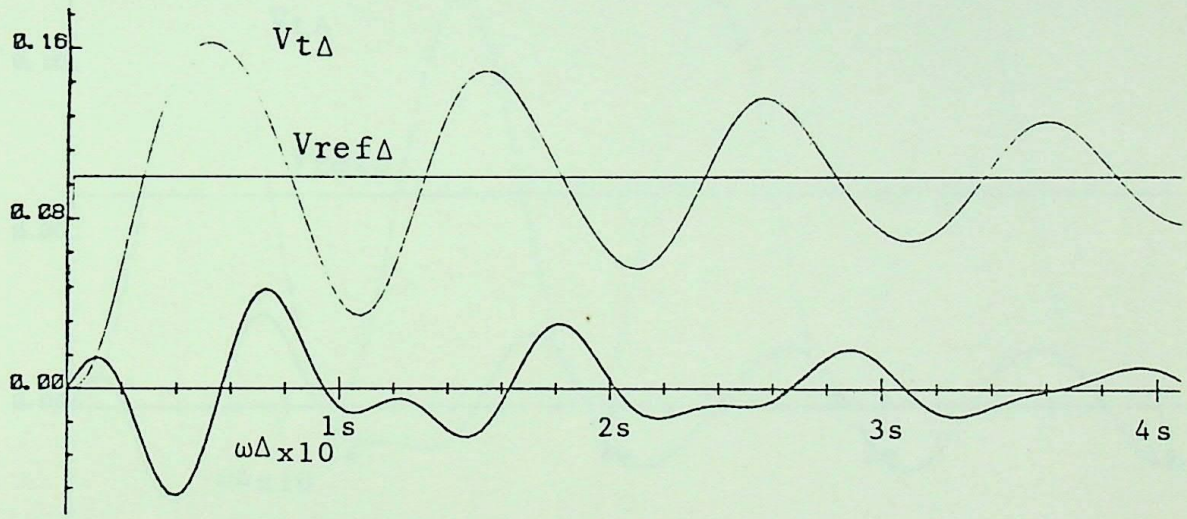


Fig D3 sem PSS

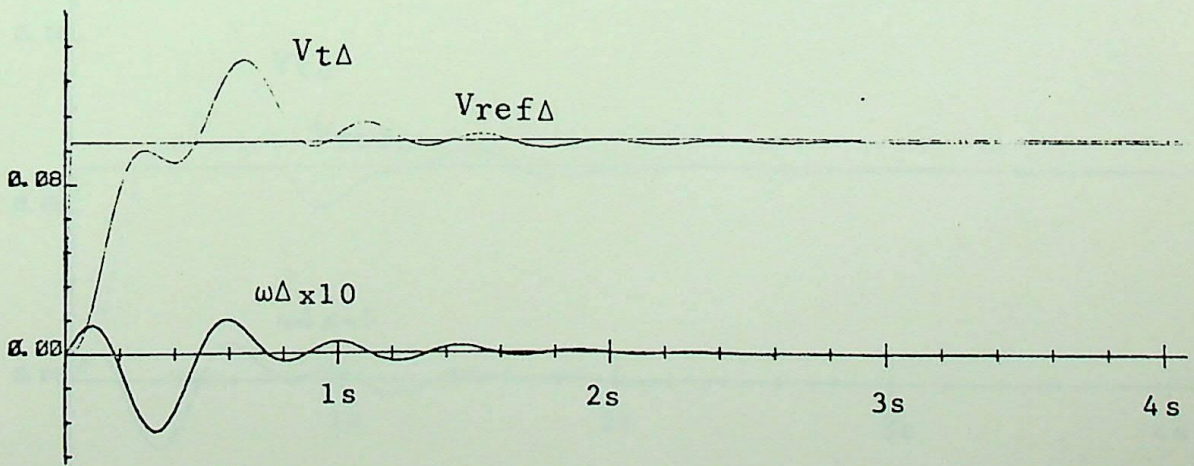


Fig D4 com PSS

D_5 e D_6:

Sistema de Excitação = W Brushless

PBI = 1,2 pu	Re = 0,02 pu
fpBI = 0,85	Xe = 0,4 pu
VBI = 0,95 pu	D = 2,0
$Tm\Delta$ = 0,1 pu	
$Vref\Delta$ = 0,1 pu	

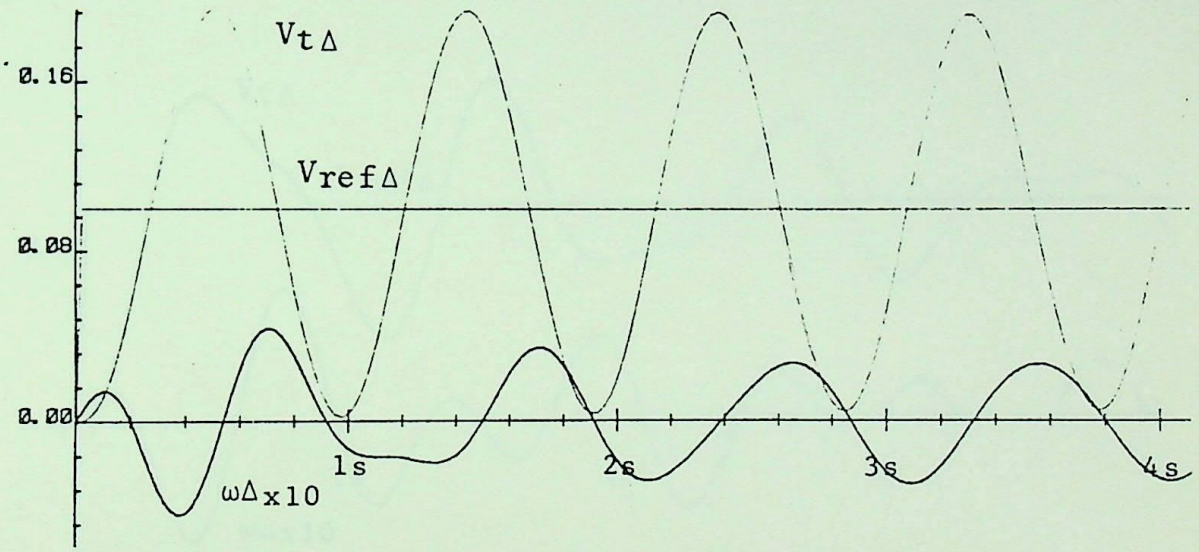


Fig D_5 sem PSS

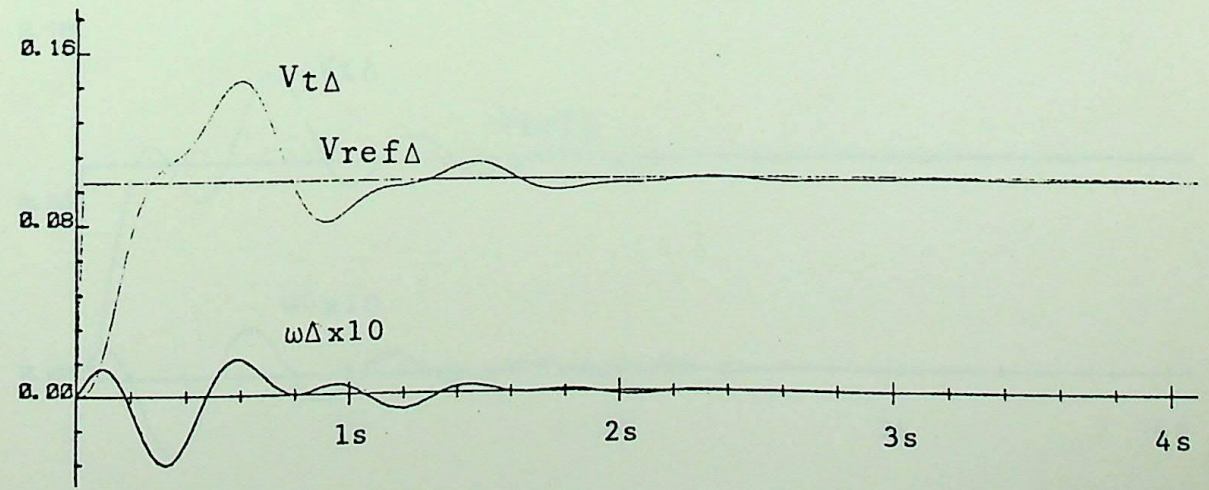


Fig D_6 com PSS

D7 e D8:

Sistema de Excitação = W Brushless

PCL = 0,1 pu
fpCL = 0,85
PBI = 0,5 pu
fpBI = 0,9 pu
VBI = 1,05 pu
Tm_{Δ} = 0,1 pu
VrefΔ = 0,1 pu

Re = 0,02 pu
Xe = 0,4 pu
D = 2,0

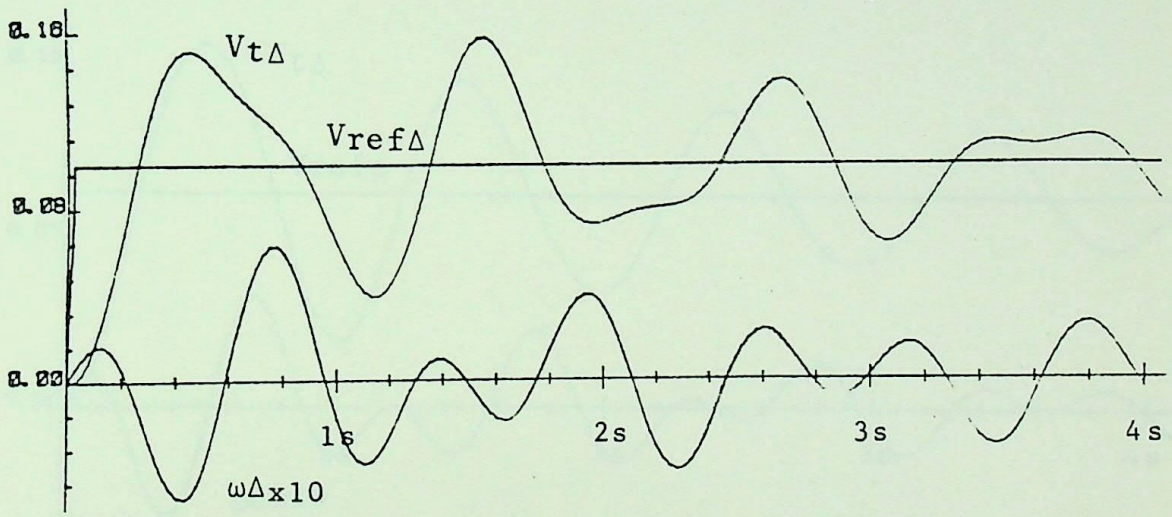


Fig D7 sem PSS

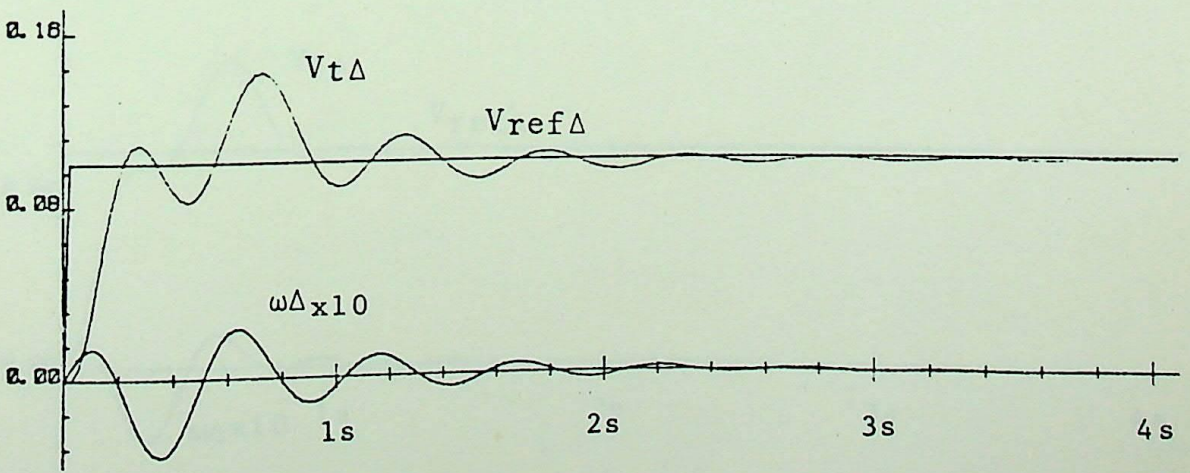


Fig D8 com PSS

D9 e D_{10}:

Sistema de Excitação = W Brushless

PCL = 0,3 pu
fpCL = 0,85
PBI = 0,9 pu
fpBI = 0,85
VBI = 1,0 pu
$Tm\Delta$ = 0,1 pu
$Vref\Delta$ = 0,1 pu

Re = 0,02 pu
Xe = 0,4 pu
D = 2,0

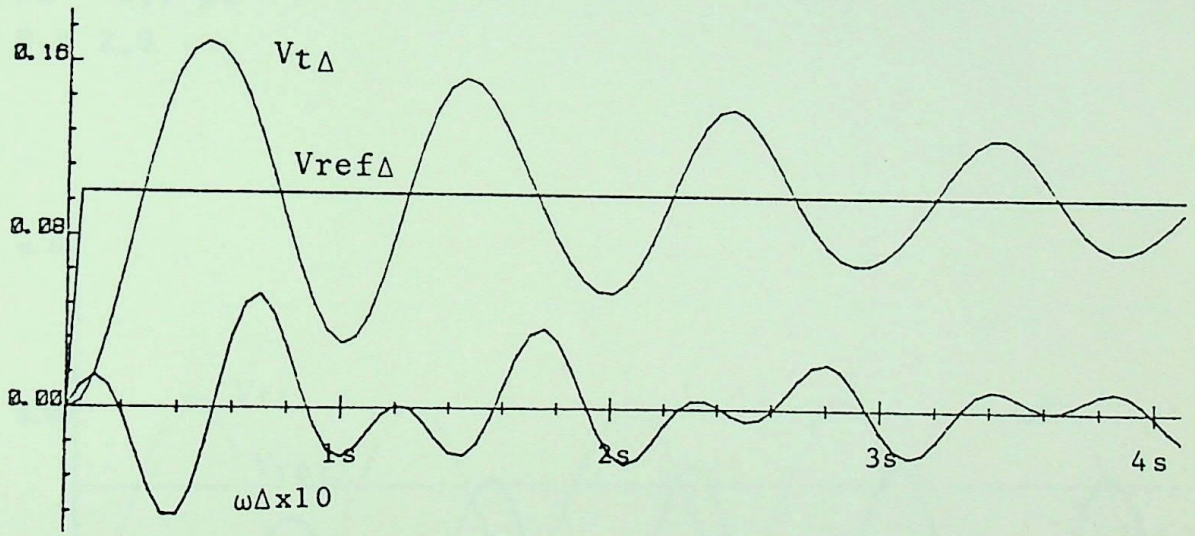


Fig D9 sem PSS

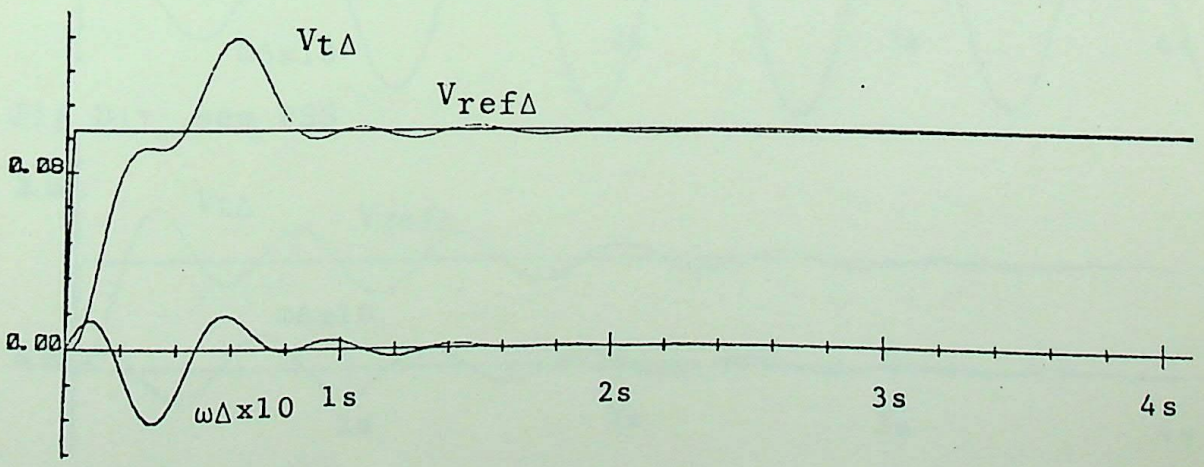


Fig D_{10} com PSS

D_{11} e D_{12}:

Sistema de Excitação = W Brushless
PCL = 0,3 pu
fpCL = 0,85
PBI = 0,7 pu
fpBI = 0,85
VBI = 0,95 pu
$Tm\Delta$ = 0,05 pu
$Vref\Delta$ = 0,05 pu
Re = 0,02 pu
Xe = 1,0 pu
D = 2,0

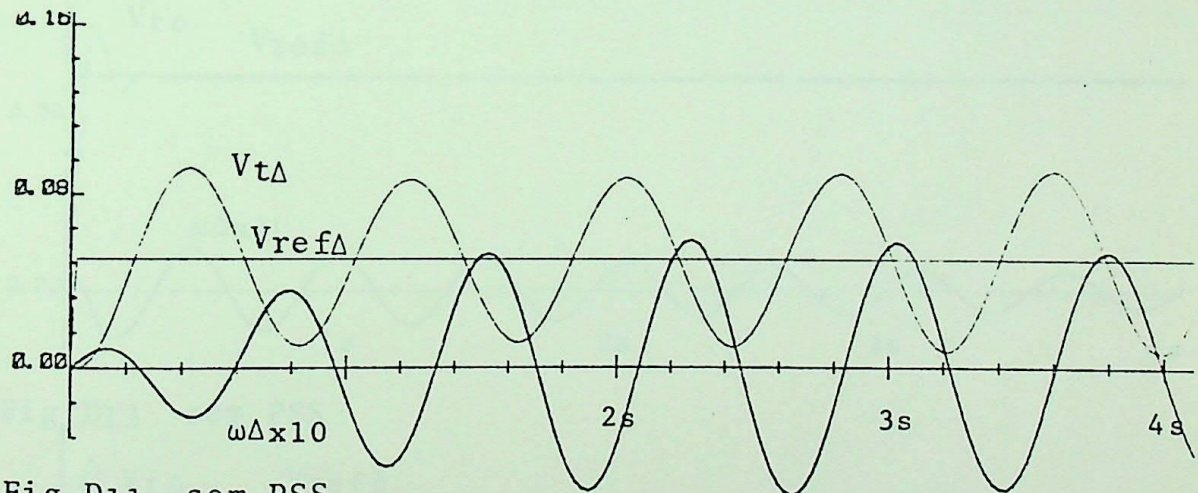


Fig D_{11} sem PSS

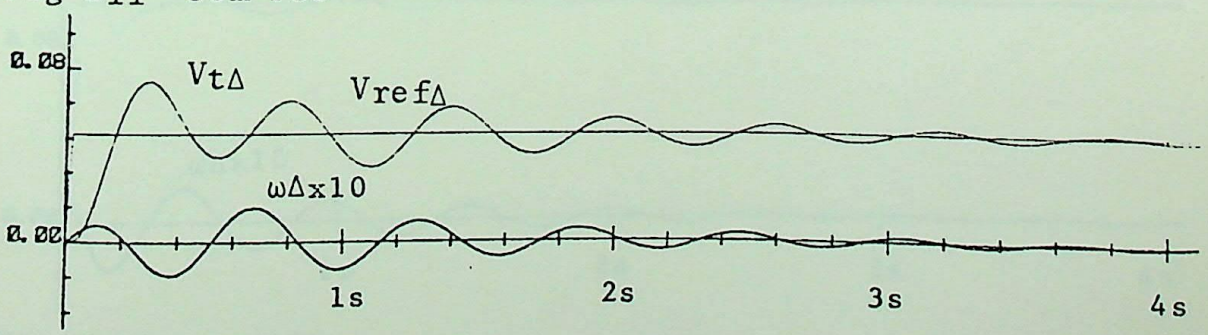


Fig D_{12} com PSS

D_{13} e D_{14}:

Sistema de Excitação = W low τ_E Brushless
PBI = 1,2 pu
fpBI = 0,85
VBI = 0,95 pu
$Tm\Delta$ = 0,1 pu
$Vref\Delta$ = 0,1 pu
Re = 0,02 pu
Xe = 0,4 pu
D = 2,0

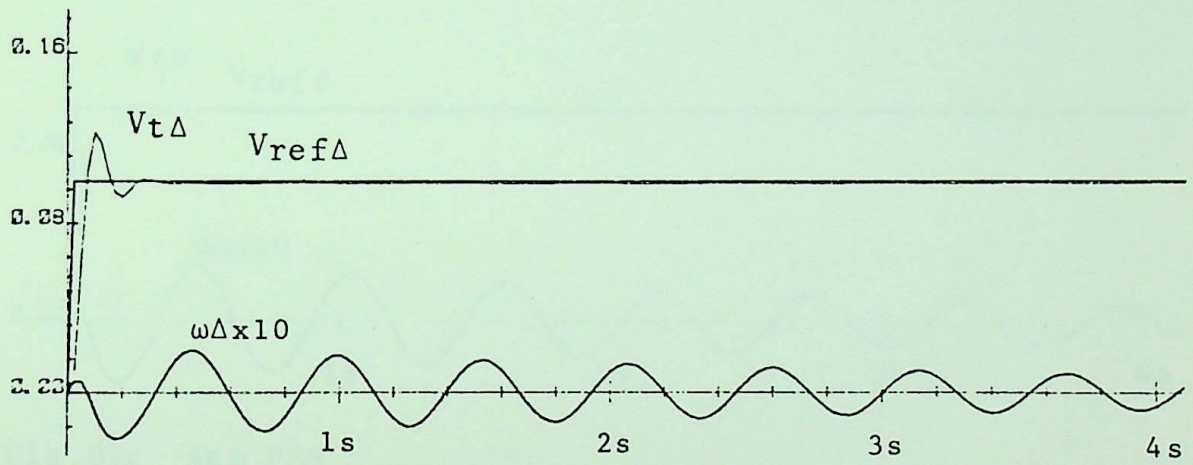


Fig D_{13} sem PSS

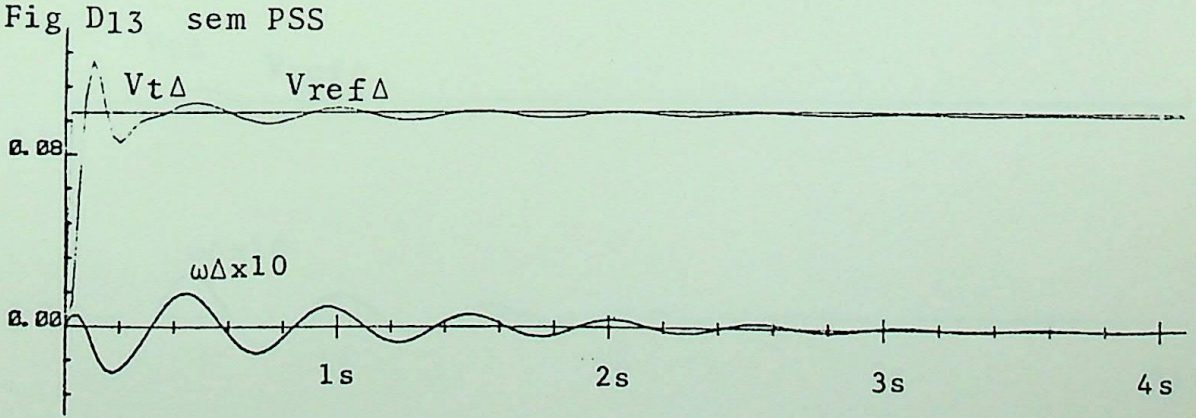


Fig D_{14} com PSS

D_{15} e D_{16}:

Sistema de Excitação = W low τ_E Brushless
PCL = 0,3 pu
fpCL = 0,85
PBI = 0,9 pu
fpBI = 0,85
VBI = 0,95 pu
TmΔ = 0,1 pu
VrefΔ = 0,1 pu
Re = 0,02 pu
Xe = 0,4 pu
D = 2,0

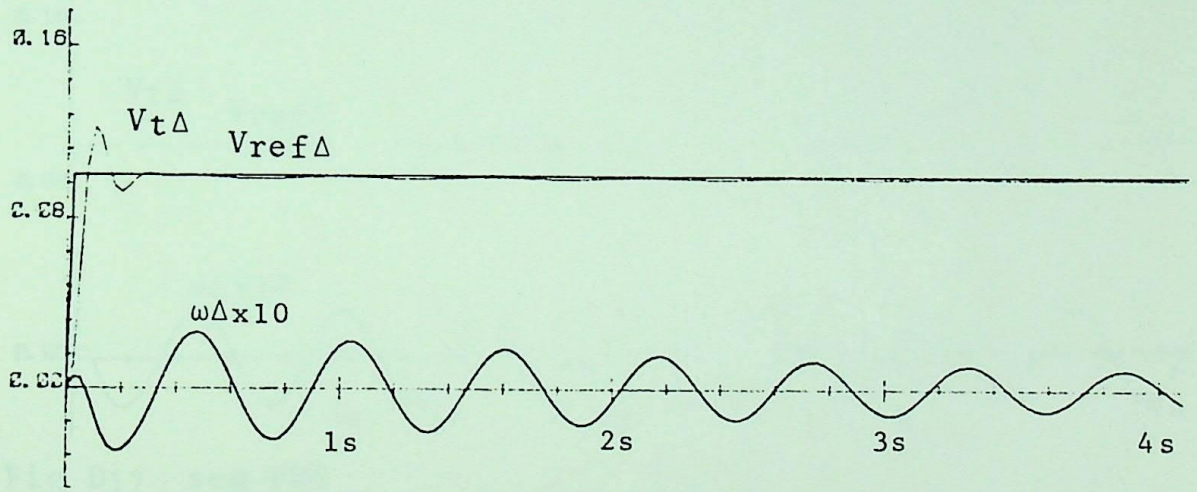


Fig D_{15} sem PSS

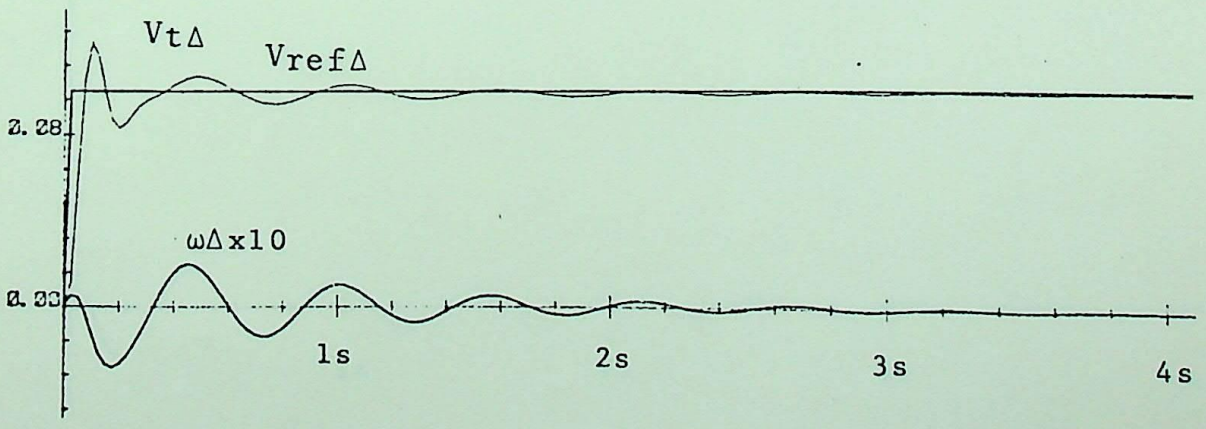


Fig D_{16} com PSS

D_{17} e D_{18}:

Sistema de Excitação = W low τ_E Brushless
PBI = 1,2 pu
fpBI = 0,85
VBI = 0,95 pu
TmΔ = 0,1 pu
VrefΔ = 0,1 pu
Re = 0,02 pu
Xe = 0,4 pu
D = 0,001

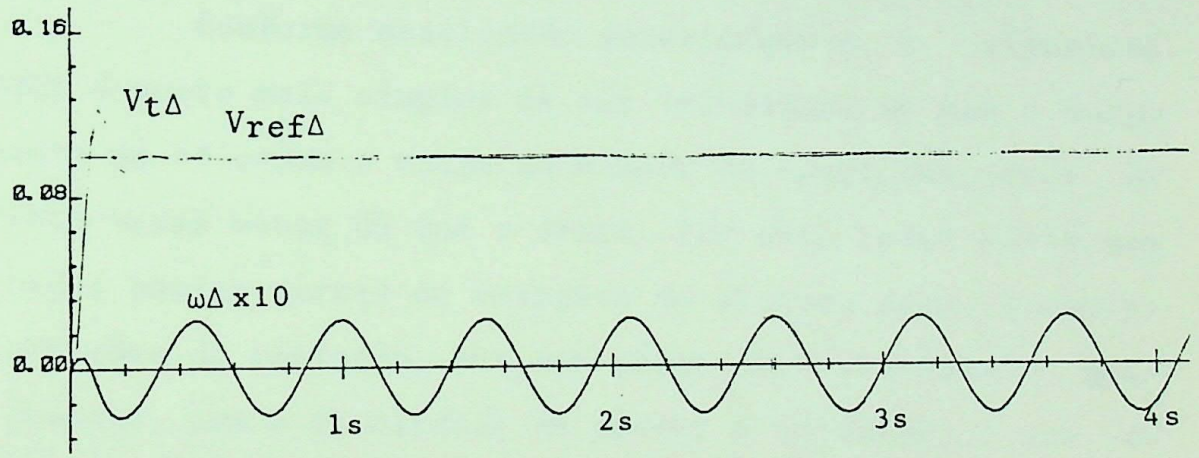


Fig D_{17} sem PSS

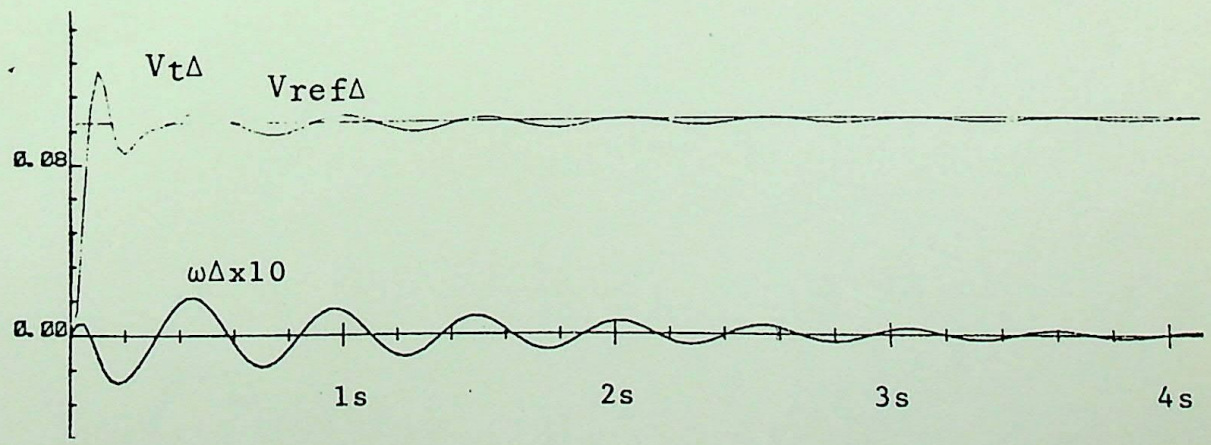


Fig D_{18} com PSS

Escola Federal de Engenharia
Biblioteca
MAUÁ
Itajubá

APÊNDICE E

CURVAS DE RESPOSTA USANDO OS ALGORITMOS DE RUNGE-KUTTA DE 4ª ORDEM E FACE

Sabe-se que o algoritmo de solução de sistema de equações diferenciais de Runge-Kutta de 4ª ordem é bastante eficiente, exibindo resultados extremamente precisos.

Conforme mencionado anteriormente, o algoritmo FACE é muito mais simples de ser trabalhado do que o Runge Kutta de 4ª ordem e exige um número de operações cerca de cinco vezes menor do que o deste. Por esta razão estão mostradas abaixo curvas de resposta do sistema para diversas condições de operação, obtidas pelos dois algoritmos mencionados, com a finalidade de testar a validade do uso do FACE no estudo proposto.

Dados para obtenção das curvas das Figuras E_1 e E_2:

Sistema de Excitação = W Brushless

PBI = 1,2 pu	Re = 0,02 pu
fpBI = 0,85	Xe = 0,4 pu
VBI = 0,95 pu	D = 2,0
TmΔ = 0,1 pu	sem PSS
VrefΔ = 0,1 pu	Modelo Completo

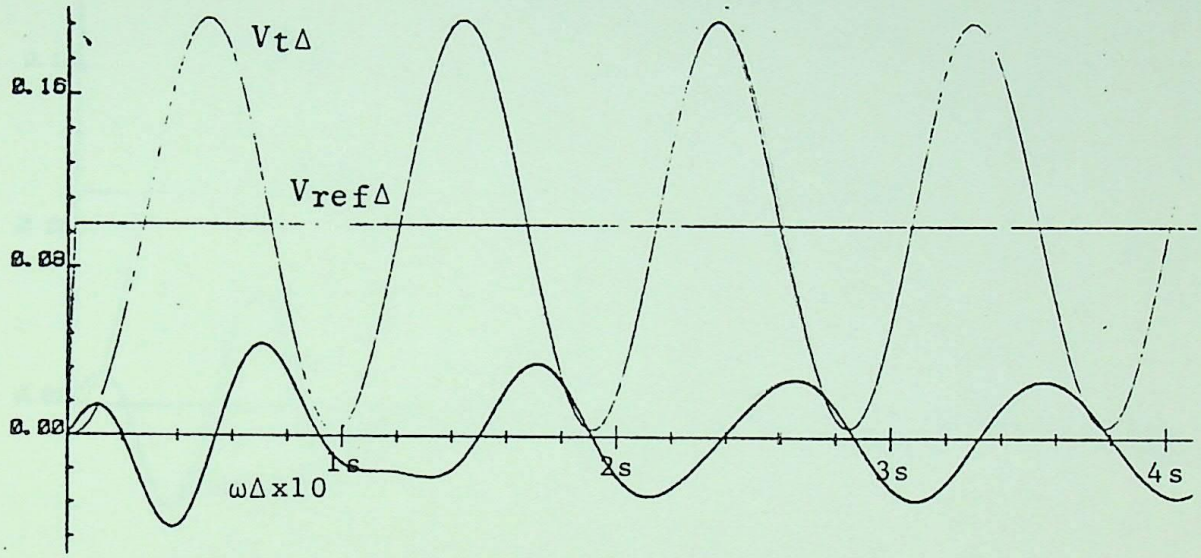


Fig E_1 FACE

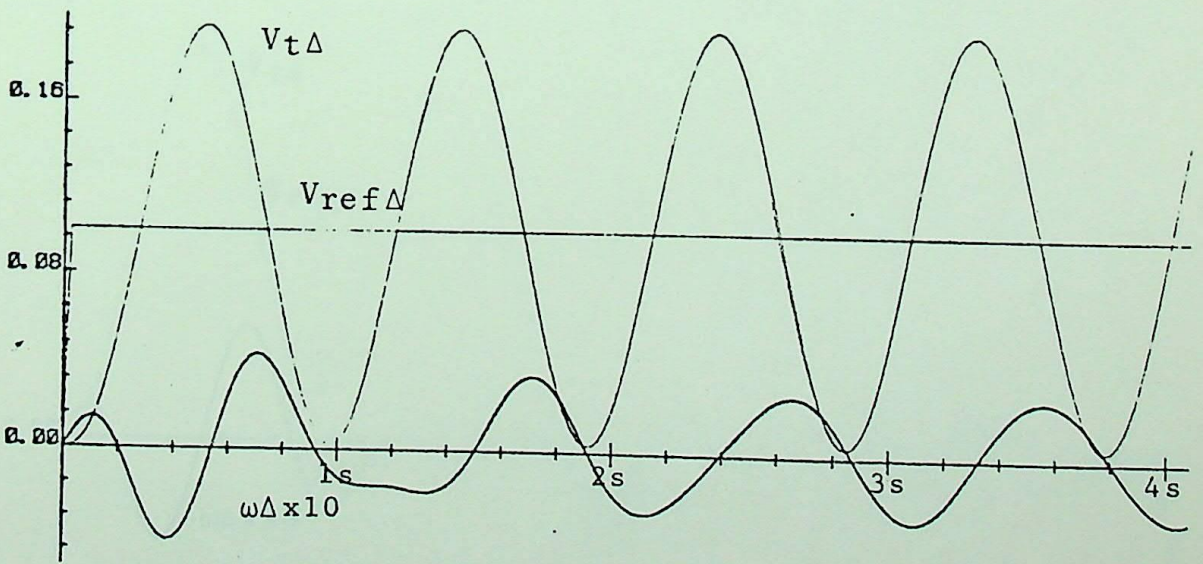


Fig E_2 Runge-Kutta de 4ª ordem

E3 e E4:

Sistema de Excitação = W Brushless

PBI = 1,2 pu	Re = 0,02 pu
fpBI = 0,85	Xe = 0,4 pu
VBI = 0,95 pu	D = 2,0
Tm_{Δ} = 0,1 pu	sem PSS
$Vref_{\Delta}$ = 0,1 pu	Modelo Simplificado

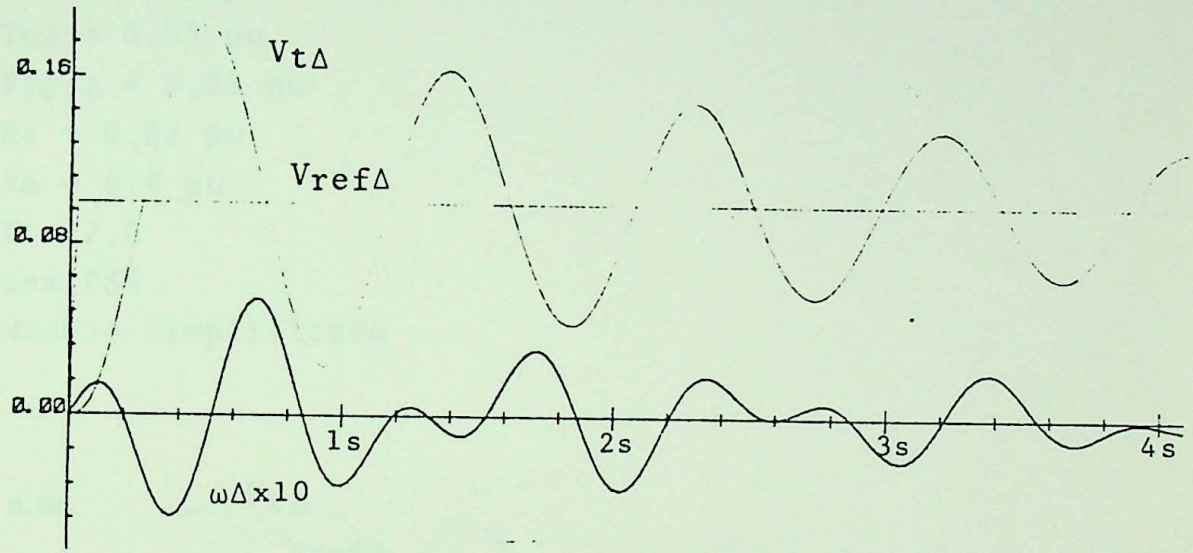


Fig E3 FACE

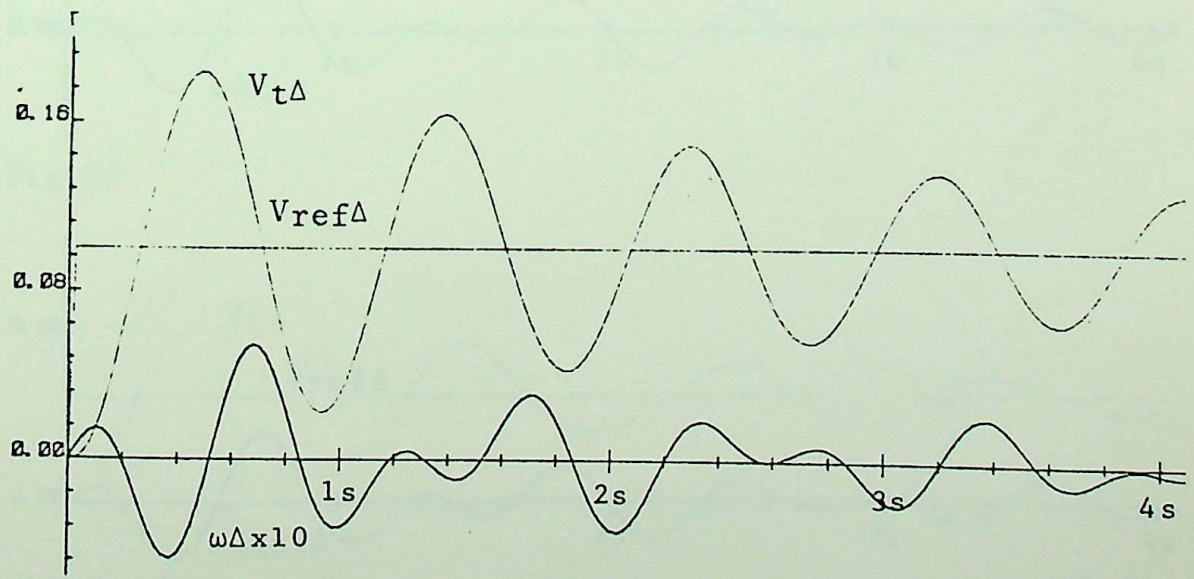


Fig E4 Runge-Kutta de 4ª ordem

E_5 e E_6:

Sistema de Excitação = W Brushless
PCL = 0,3 pu
fpCL = 0,85
PBI = 0,7 pu
fpBI = 0,85
VBI = 0,95 pu
$Tm\Delta$ = 0,05 pu
$Vref\Delta$ = 0,05 pu
Re = 0,02 pu
Xe = 0,4 pu
D = 2,0
sem PSS
Modelo Simplificado

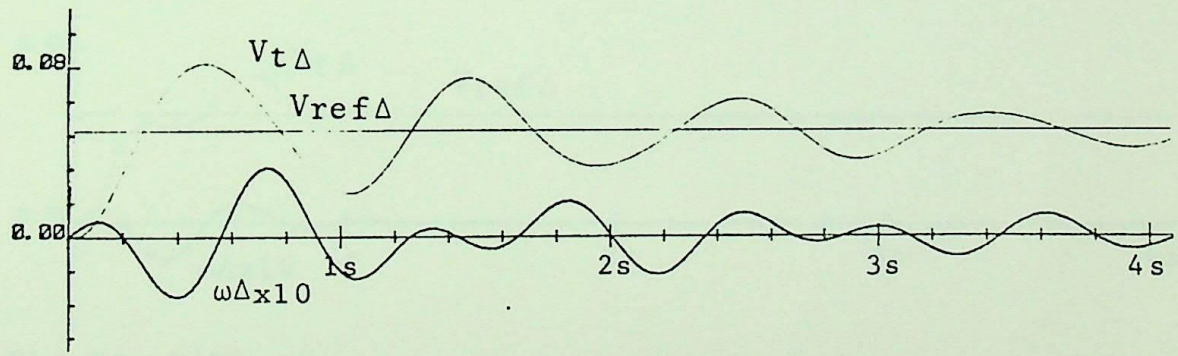


Fig E_5

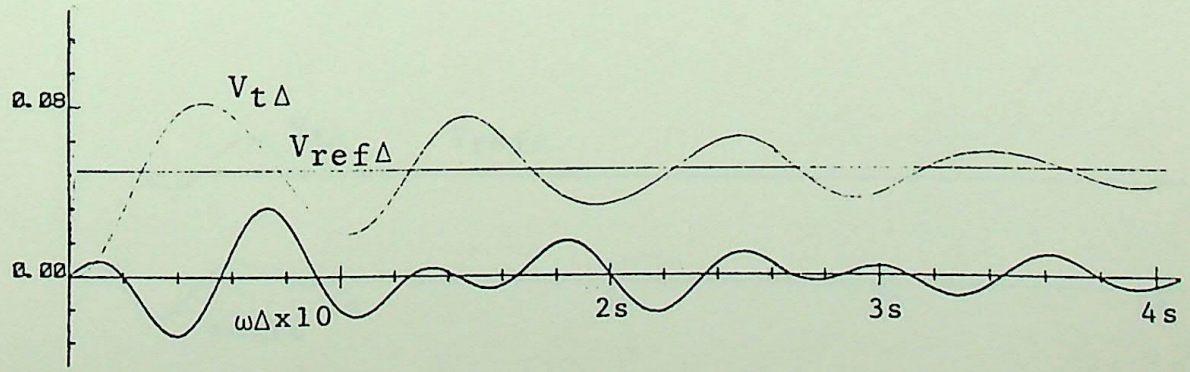


Fig E_6 Runge-Kutta de 4ª ordem

E7 e E8:

Sistema de Excitação = W Brushless
PCL = 0,3 pu
fpCL = 0,85
PBI = 0,7 pu
fpBI = 0,85
VBI = 0,95 pu
TmΔ = 0,05 pu
VrefΔ = 0,05 pu
Re = 0,02 pu
Xe = 0,4 pu
D = 2,0
com PSS
Modelo Simplificado

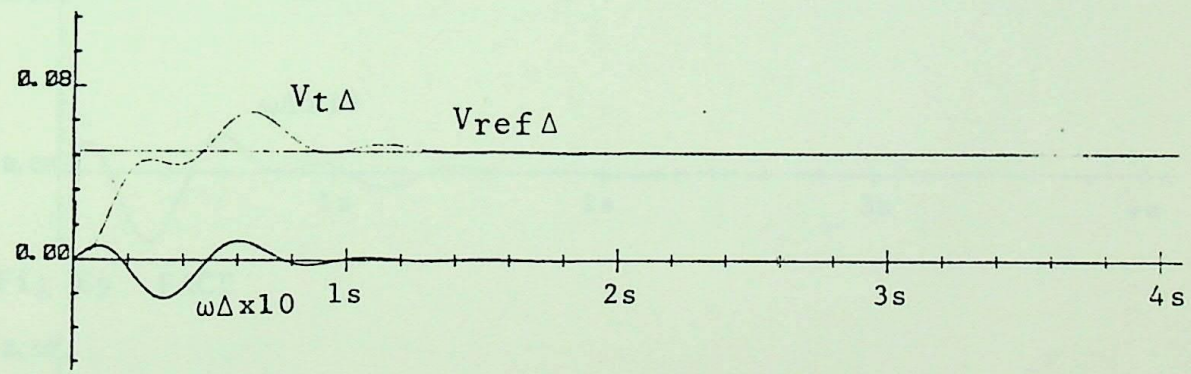


Fig E7 FACE

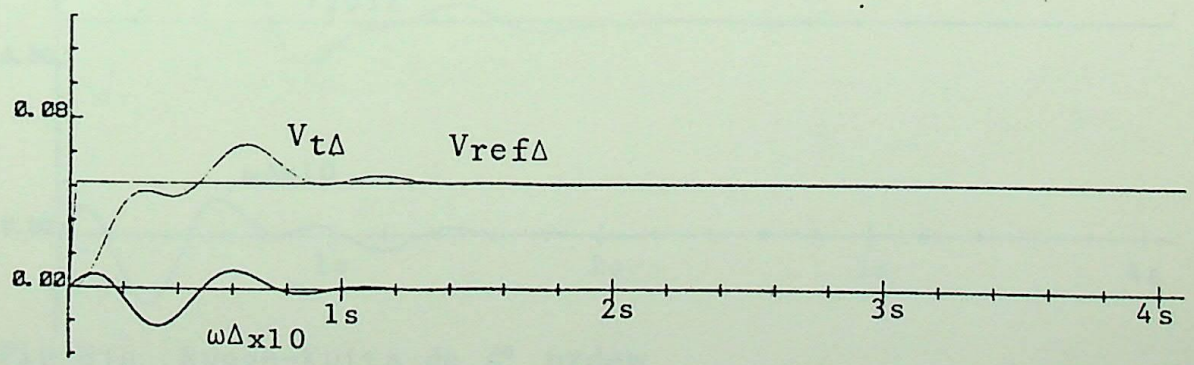


Fig E8 Runge-Kutta de 4ª ordem

E_9 e E_{10}:

Sistema de Excitação = W Brushless
PBI = 1,2 pu com PSS
fpBI = 0,85 Modelo Completo
VBI = 0,95 pu
Tm_Δ = 0,1 pu
$Vref_\Delta$ = 0,1 pu
Re = 0,02 pu
Xe = 0,4 pu
D = 2,0

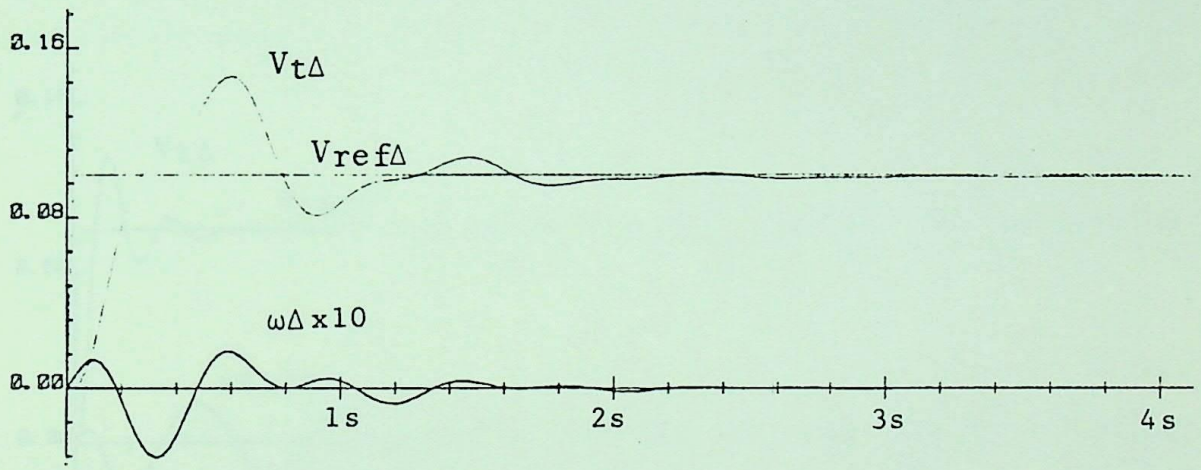


Fig E_9 FACE

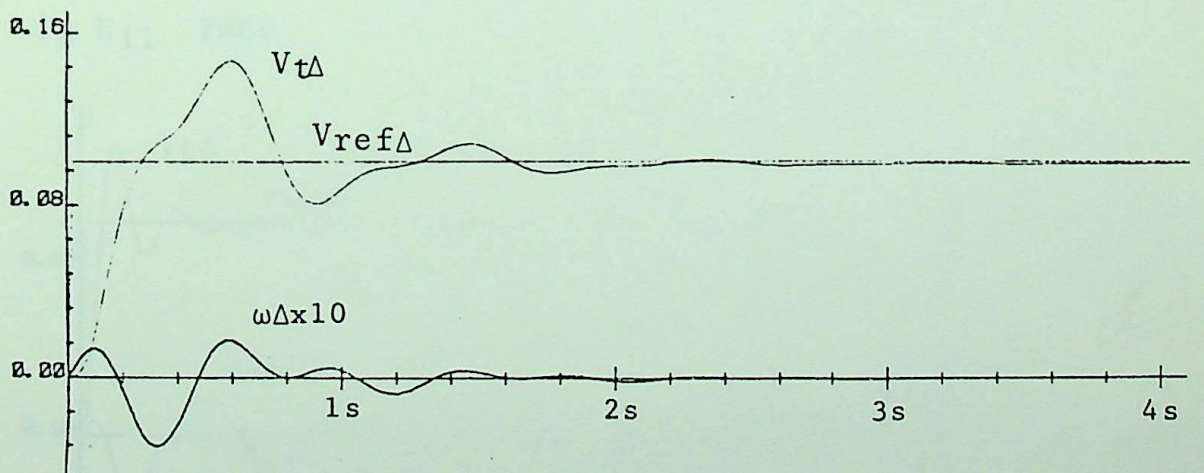


Fig E_{10} Runge-Kutta de 4ª ordem

E_{11} e E_{12}:

Sistema de Excitação = W low τ_E Brushless
PBI = 1,2 pu sem PSS
fpBI = 0,85 Modelo Completo
VBI = 0,95 pu
TmΔ = 0,1 pu
VrefΔ = 0,1 pu
Re = 0,02 pu
Xe = 0,4 pu
D = 2,0

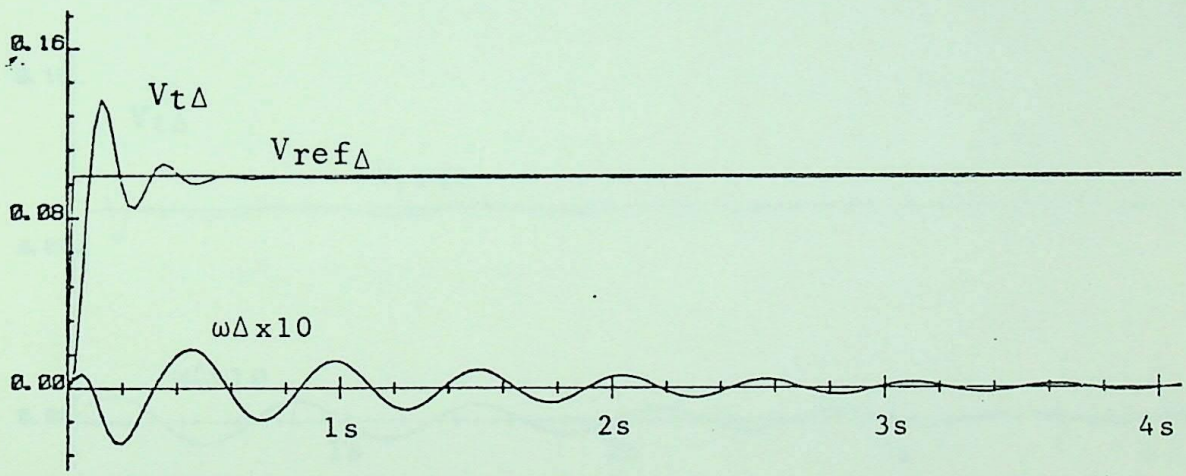


Fig E_{11} FACE

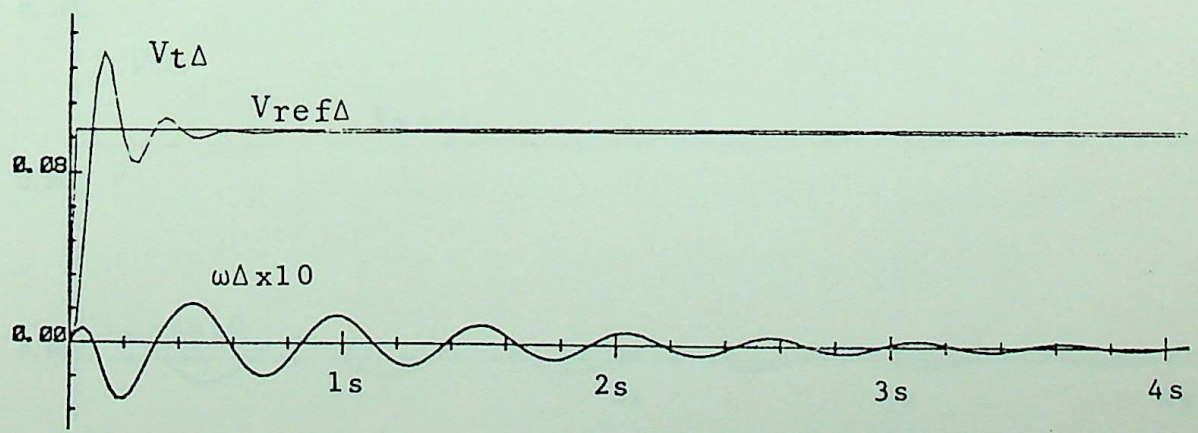


Fig E_{12} Runge-Kutta de 4ª ordem

E_{13} e E_{14}:

Sistema de Excitação = W low τ_E Brushless
PBI = 1,2 pu
fpBI = 0,85
VBI = 0,95 pu
TmΔ = 0,1 pu
VrefΔ = 0,1 pu
Re = 0,02 pu
Xe = 2,0 pu
D = 0,001
com PSS
Modelo Simplificado

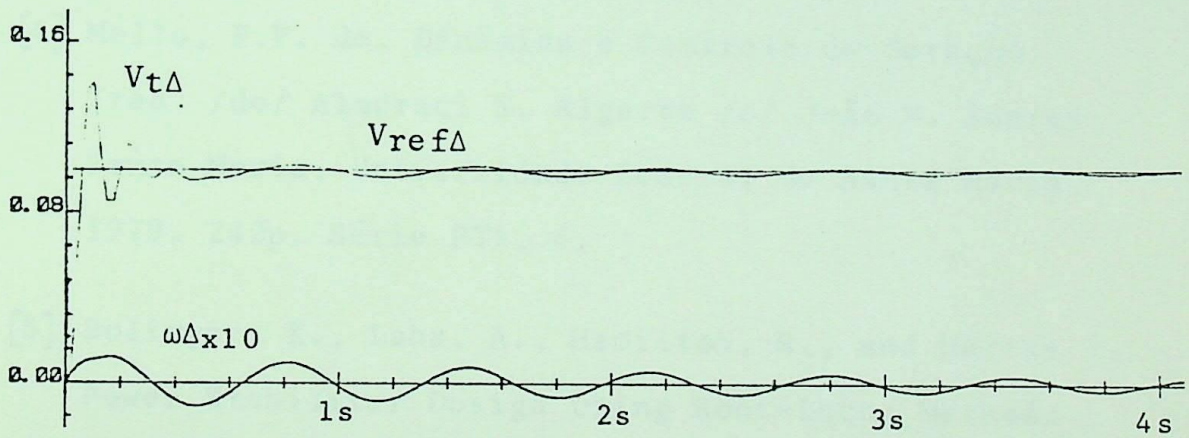


Fig E_{13} FACE

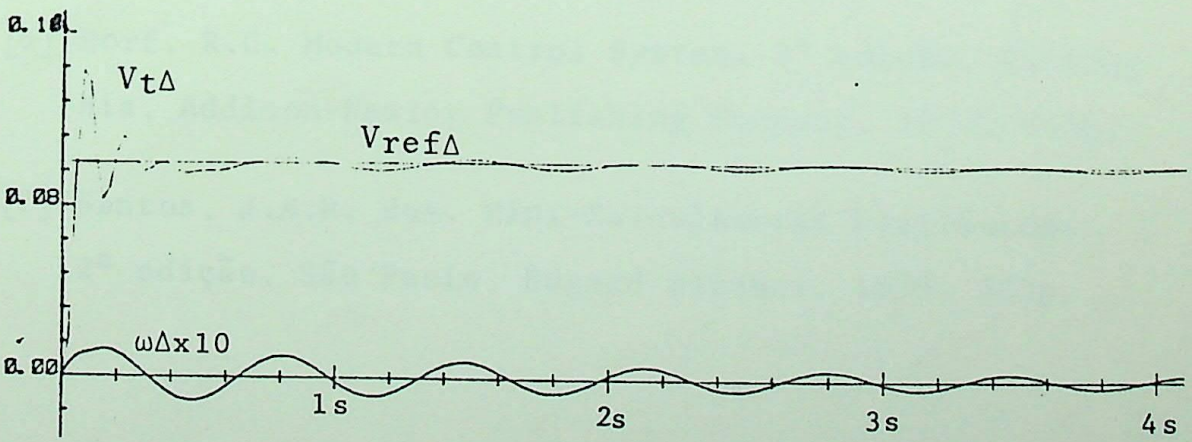


Fig E_{14} Runge-Kutta de 4ª ordem

Escola Federal de Engenharia
Biblioteca
MAUÁ
Itajubá

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] Anderson, P.M., and Fouad, A.A. Power System Control and Stability. 1ª edição, U.S.A., Iowa State University, 1977. 464p.

[2] Stott, B. Review of Load-Flow Calculation Methods. IEEE, vol. 62, pp. 916-929, July 1974

[3] Hefron, W.G., and Phillips, R.A. Effect of a Modern Voltage Regulator on Underexited Operation of Large Turbine Generations. AIEE Trans. 71:692-97, 1952

[4] Mello, F.P. de. Dinâmica e Controle da Geração. Trad. /de/ Almoraci S. Algarve /e/ João M. Soares. Santa Maria, Universidade Federal de Santa Maria, 1979. 242p. Série PTI, 6.

[5] Bolinger, K., Laha, A., Hamilton, R., and Harras T. Power Stabilizer Design using Root-Locus Methods. IEEE Trans. PAS-94:1484-88, 1975

[6] Dorf, R.C. Modern Control System. 2ª edição, California, Addison-Wesley Publishing Company, 1974. 403p.

[7] Santos, J.A.R. dos. Mini-Calculadoras Eletrônicas. 2ª edição, São Paulo, Edgard Blüsher, 1979. 331p.

Tese apresentada ao Departamento de Engenharia Elétrica da EFEI/ITAJUBÁ, fazendo parte da banca examinadora os seguintes professores:

PROF. HELIO MOKARKEL
(ORIENTADOR) - EFEI/ITAJUBÁ

PROF. ANTONIO EDUARDO HERMETO
EFEI/ITAJUBÁ

PROF. JOSÉ CARLOS DE OLIVEIRA
UFU/UBERLÂNDIA

Coordenador dos Programas de Pós-Graduação da EFEI/ITAJUBÁ

DAT 02 / 04 / 1985
PROC. DPG
PED. -
LIV. -
NCr$ Doação

621.313.32:621.316(043.2)
M357a
T.410
EFEI / Biblioteca Mauá

MARQUES, Ozanir Teixeira

Análise do modelo de hefron e P
Phillips para a máquina síncro
na e dimensionamento do PSS.

ata rada	No Registro	D

EFEI

BIBLIOTECA MAUÁ

Esta publicação deverá ser devol-
vida dentro do prazo estipulado.

O leitor é responsável pela publica-
ção em seu poder.

EFEI - BIBLIOTECA MAUÁ
8200410
NÃO DANIFIQUE ESTA ETIQUETA