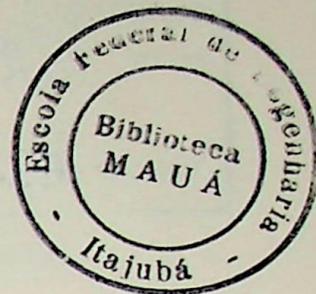


TESE
493



**ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE
I T A J U B Á**

"DETERMINAÇÃO DAS EQUAÇÕES QUE REGEM A
MUDANÇA DO ESTADO DE EQUILÍBRIO ESTÁ
TICO EM LINHAS DE TRANSMISSÃO COM SUS
PENSÃO EM CADEIAS DE ISOLADORES. "

AFONSO HENRIQUES MOREIRA SANTOS

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

1 9 8 1

*Capa
com bline
BIM*

CLASS. 621.315.1:621.315.624,001,24(043,2)
CUTT. 5237 d
TOME 493



Ministério da Educação e Cultura
ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ

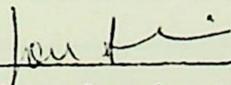
A N E X O I

PRONUNCIAMENTO DA COMISSÃO EXAMINADORA

A Comissão Examinadora, abaixo assinada, nomeada por Portaria nº 017 de 03/02/81, considerando o resultado do Julgamento da Prova de Defesa Pública da Dissertação de Mestrado intitulada: "DETERMINAÇÃO DAS EQUAÇÕES QUE REGEM A MUDANÇA DO ESTADO DE EQUILÍBRIO ESTÁTICO EM LINHAS DE TRANSMISSÃO COM SUSPENSÃO EM CADEIAS DE ISOLADORES"

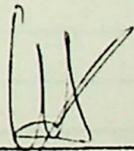
apresenta pronunciamento no sentido de que a Comissão de Pós-Graduação da Escola Federal de Engenharia de Itajubá solicite à DDD (Divisão de Divulgação e Documentação) a expedição do título de Mestre em Engenharia ELÉTRICA na Área de Concentração de SISTEMA DE POTÊNCIA satisfeitas as demais exigências regimentais à AFONSO HENRIQUES MOREIRA SANTOS.

Itajubá, 06 de fevereiro de 1981



1º Examinador

Dr. José Antonio Jardini
THEMAG



2º Examinador

Prof. Márcio Tadeu de Almeida
EFEI



3º Examinador

Prof. Rubens Dario Fuchs
Orientador.

AGRADECIMENTOS

- À Escola Federal de Engenharia de Itajubá - EFPI, responsável pela minha formação profissional;
- Ao Instituto de Engenharia Mecânica da EFPI, onde encontrei a verdadeira companheiragem;
- Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq, pelo suporte material dado na primeira fase do curso de pós-graduação;
- Às Senhoras Sabina de e Lúcia Elina, responsáveis pela parte gráfica deste trabalho, e a todos os funcionários do Instituto de Engenharia Mecânica;
- Aos meus orientadores, com os quais partilhei este trabalho;
- À Deus, que me fez ser humano.

Dedico este trabalho a meus pais, Crispim e Elisa, a minha noiva, Leandra, pelo carinho e apoio que sempre demonstraram, e à Eliane, que tão cedo "partiu", deixando-nos com tanta saudade.

AGRADECIMENTOS

- À "Escola Federal de Engenharia de Itajubá - EFEI", responsável única pela minha formação profissional;
- Ao Instituto de Engenharia Mecânica da EFEI, onde encontrei o verdadeiro companheirismo;
- Ao "Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq", pelo suporte material dado na primeira fase do curso de pós-graduação;
- À Branca, Sebastião e Luiz Plínio, responsáveis pela parte gráfica deste trabalho, e a todos os funcionários Instituto de Engenharia Mecânica;
- Aos meus orientadores, com os quais partilho este trabalho;
- A Deus, que me fez ser pensante.

RESUMO

Este trabalho apresenta uma modelagem para cabos suspensos, considerando-se o efeito distribuído da elasticidade, bem como as possíveis mudanças de estado. Aplicam-se esses modelos às linhas aéreas de transmissão de energia elétrica, estudando-se casos, dando ênfase ao cálculo do abaixamento do condutor, quando do rompimento do mesmo no vão adjacente. Para isto, desenvolveu-se um programa de computador, o qual apresentou bons resultados. Baseado nesses, propõe-se uma fórmula empírica para a avaliação do abaixamento.

ABSTRACT

This work shows a modeling for suspension conductors, considering the effect of the elasticity distributed, and the possible changings of the state. Those models are applied for over-head transmission lines, giving importance for the calculation of the lowering of the condutor, when it breaks in the adjacent span. For this, one developed a computation program that had goods results. On that results, one shows a empirical formula for the agreement of the lowering.

ÍNDICE

I - INTRODUÇÃO

II - DESENVOLVIMENTO MATEMÁTICO BÁSICO PARA UM CABO IDEAL

II.1 - Introdução	pág.	II-1
II.2 - Equações para um cabo suspenso em vãos nivelados	pág.	II-1
II.3 - Equações de um cabo suspenso em vãos desnivelados	pág.	II-4
II.4 - Deslocamento da origem dos eixos cartesianos	pág.	II-7
II.5 - Estudo dos pontos de suspensão	pág.	II-8
II.5.a - Considerando o cabo fixo à cadeia	pág.	II-9
II.5.b - Considerando o cabo apoiado em roldana	pág.	II-9

III - DETERMINAÇÃO E ANÁLISE DAS EQUAÇÕES QUE REGEM UM CABO SUSPENSO, CONSIDERANDO O EFEITO DA ELASTICIDADE

III.1 - Conceituação física	pág.	III-1
III.2 - Estudo das equações que regem um cabo suspenso em um vão, considerando o efeito da elasticidade, conhecendo-se o seu tracionamento horizontal	pág.	III-2
III.3 - Estudo das equações que regem um cabo suspenso em um vão, considerando o efeito da elasticidade, conhecendo-se o seu comprimento em repouso	pág.	III-6
III.4 - Aproximações para vãos curtos	pág.	III-11
III.5 - Efeitos da temperatura e da fluência	pág.	III-13

IV - APLICAÇÕES DOS MODELOS DESENVOLVIDOS

IV.1 - Introdução	pág.	IV-1
IV.2 - Aplicação da eq. AI-30	pág.	IV-1
IV.3 - Aplicação da eq. III-6	pág.	IV-7
IV.4 - Aplicação da eq. AII-3	pág.	IV-7
IV.5 - Aplicação da eq. III-7	pág.	IV-12
IV.6 - Aproximações por séries de potência truncada	pág.	IV-14

V - APLICAÇÕES ESPECIAIS

V.1 - Introdução	pág.	V-1
V.2 - Considerações gerais	pág.	V-1
V.3 - Desenvolvimento do fluxograma	pág.	V-3

VI - ANÁLISES E CONCLUSÕES

VI.1 - Introdução pág. VI-1
VI.2 - Estudos de casos pág. VI-1
VI.3 - Conclusões finais pág. VI-5

APÊNDICE I - DETERMINAÇÃO DAS EQUAÇÕES QUE REGEM UM CABO SUSPENSO; EM UM VÃO; CONSIDERANDO O EFEITO DE ELASTICIDADE, CONHECENDO-SE O SEU TRACIONAMENTO HORIZONTAL.

AI.1 - Desenvolvimento Básico pág. AI-1
AI.2 - Equações para vãos nivelados pág. AI-2
AI.3 - Equações para vãos desnivelados pág. AI-4

APÊNDICE II - DETERMINAÇÃO DAS EQUAÇÕES QUE REGEM UM CABO SUSPENSO, EM UM VÃO, CONSIDERANDO O EFEITO DA ELASTICIDADE, CONHECENDO-SE O SEU COMPRIMENTO EM REPOUSO.

AII.1 - Equações para vãos nivelados pág. AII-1
AII.2 - Equações para vãos desnivelados pág. AII-2

APÊNDICE III - DESENVOLVIMENTO DE UMA FÓRMULA EMPÍRICA PARA O CÁLCULO DO ABAIXAMENTO DE UM CONDUTOR, QUANDO DO ROMPIMENTO DO MESMO EM UM VÃO ADJACENTE.

AIII.1 - Introdução pág. AIII-1
AIII.2 - Influência da proximidade da cadeia de ancoragem pág. AIII-1
AIII.3 - Influência dos tamanhos dos vãos e da cadeia de isoladores pág. AIII-2
AIII.4 - Influência de C_0 no abaixamento máximo . . . pág. AIII-6
AIII.5 - Influência da temperatura no abaixamento . . pág. AIII-8
AIII.6 - Considerações finais pág. AIII-12

APÊNDICE IV - BIBLIOGRAFIA

I - INTRODUÇÃO

"Os sistemas de transmissão, apesar de absorverem parcelas tão ponderáveis do investimento total, são também, pela sua própria natureza, as partes dos sistemas mais vulneráveis. Verificou-se que cerca de 80% das interrupções acidentais no fornecimento da energia são originados nas linhas de transmissão, ou provocados por elas. No entanto, o emprego das soluções mais caras nem sempre garante o melhor desempenho: uma linha em estruturas de madeira bem projetadas tem condições de desempenho melhor do que uma linha com estruturas de aço, face às descargas atmosféricas, se ambas usarem o mesmo número de isoladores e o mesmo grau de cobertura pelos cabos pára-raios. E seu custo é consideravelmente menor." Assim diz Fuchs (ref.1), ao ressaltar a importância das linhas de transmissão, bem como a de um projeto bem executado. Sem dúvida, um projeto bem executado garante desempenho satisfatório da linha, não só na construção, mas, principalmente, na operação, durante a sua vida econômica. Hoje, as linhas de transmissão tornam-se de absoluta importância para a operação de grandes sistemas elétricos, pois uma falha nas mesmas não implica simplesmente em ausência localizada do fornecimento de energia, mas pode, isto sim, causar uma instabilidade no sistema, implicando, como já aconteceu por diversas vezes, inclusive no Brasil, em "Black-outs" prolongados, que são fontes de grandes prejuízos materiais e sociais. Portanto, a importância de um projeto elétrico e mecânico para a execução de uma linha de transmissão cresce dia a dia, exigindo que os mesmos sejam cada vez mais rigorosos, levando em consideração parâmetros, antes desprezados, desenvolvendo métodos e modelos que se assemelhem o mais possível com a realidade física, dando assim a confiabilidade, versatilidade e custo admissível exigidos por essas "artérias do progresso".

Este trabalho apresenta modelos para serem usados no projeto mecânico, com o objetivo já descrito acima, ou seja: ficar próximo à realidade física. Com a atual crise energética, tornou-se econômico o aproveitamento hidroelétrico a grandes distâncias dos centros consumidores, ressaltando, no Brasil, o potencial hídrico da região Norte. Obviamente, a transmissão desta energia para o Centro-Sul só é possível com elevadas tensões de transmissão, seja em "extra alta tensão (EHV)" ou "ultra alta tensão (UHV)", em tensão alternada ou contínua.

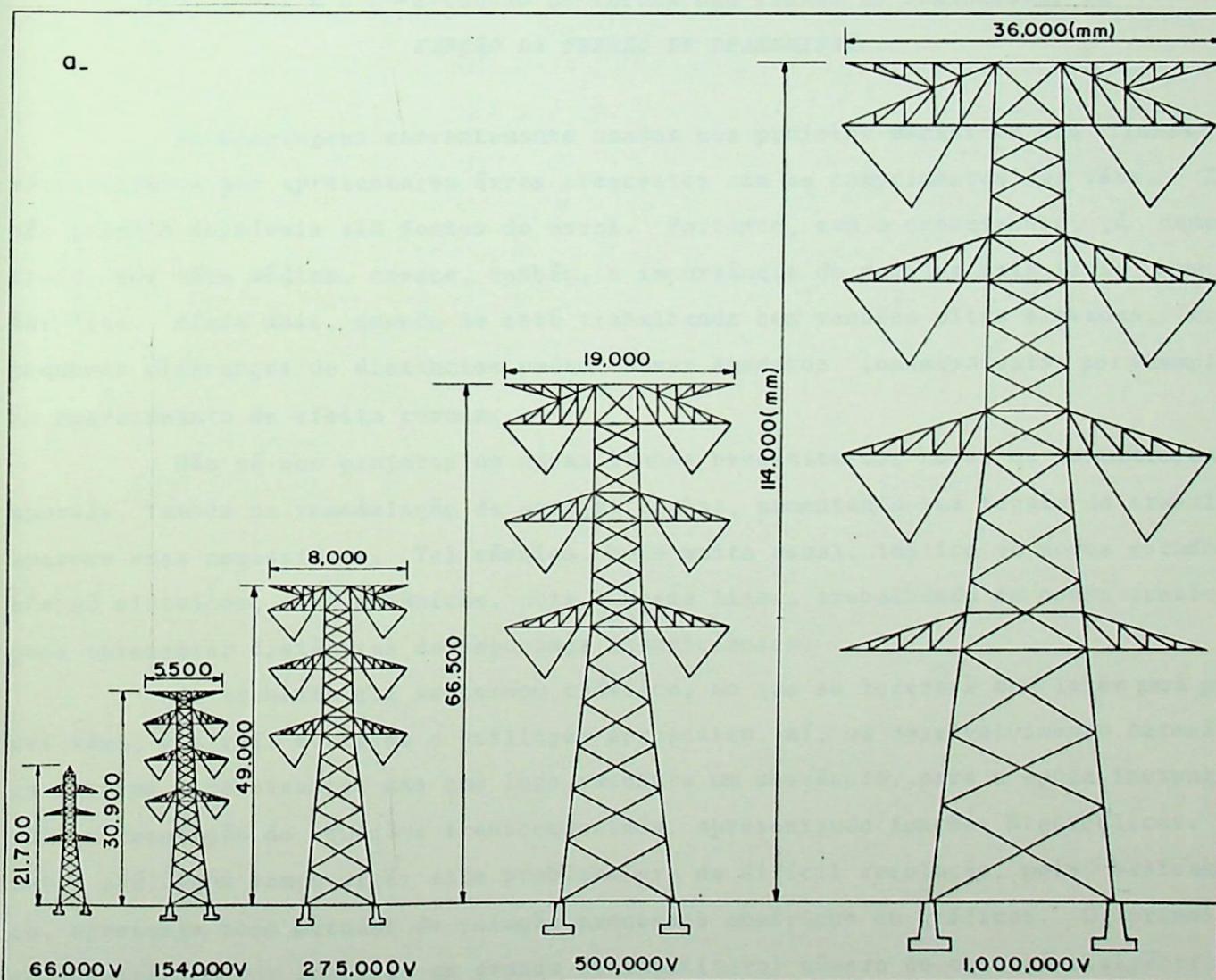
A possibilidade dos 1500 [KV] para a transmissão já não é mais considerada utopia, e mesmo no Brasil já se constroem, hoje, linhas em UHV.

A evolução dos comprimentos dos vãos nas linhas de transmissão é uma conseqüência óbvia do crescimento das tensões de transmissão, pois, com essas últimas, crescem também as alturas das torres, calculadas por fatores de ordem econômica. O aumento dos vãos médios, em função do nível de tensão de transmissão, pode ser observado com bastante clareza na ref. 2, quando são mostrados dados de diversas linhas em EHV e UHV construídas. De lá, pode-se montar a tabela I-1:

TENSÃO DE TRANSMISSÃO	NÚMERO MÉDIO DE TORRES POR Km.	VÃOS MÉDIOS
345 KV	4,21 torres/Km	237,7 m .
500 KV	2,84 torres/Km	352,1 m
735 KV	2,58 torres/Km	387,6 m

TABELA I-1: EVOLUÇÃO DO VÃO MÉDIO COM O NÍVEL DE TENSÃO DE TRANSMISSÃO.

A ref. 3 já mostra um quadro ilustrativo, comparando a variação de altura das torres com a tensão de transmissão. Este quadro é transcrito na Fig. I-1.a,



e, baseado nele, pode-se executar o gráfico apresentado na Fig. I-1.b.

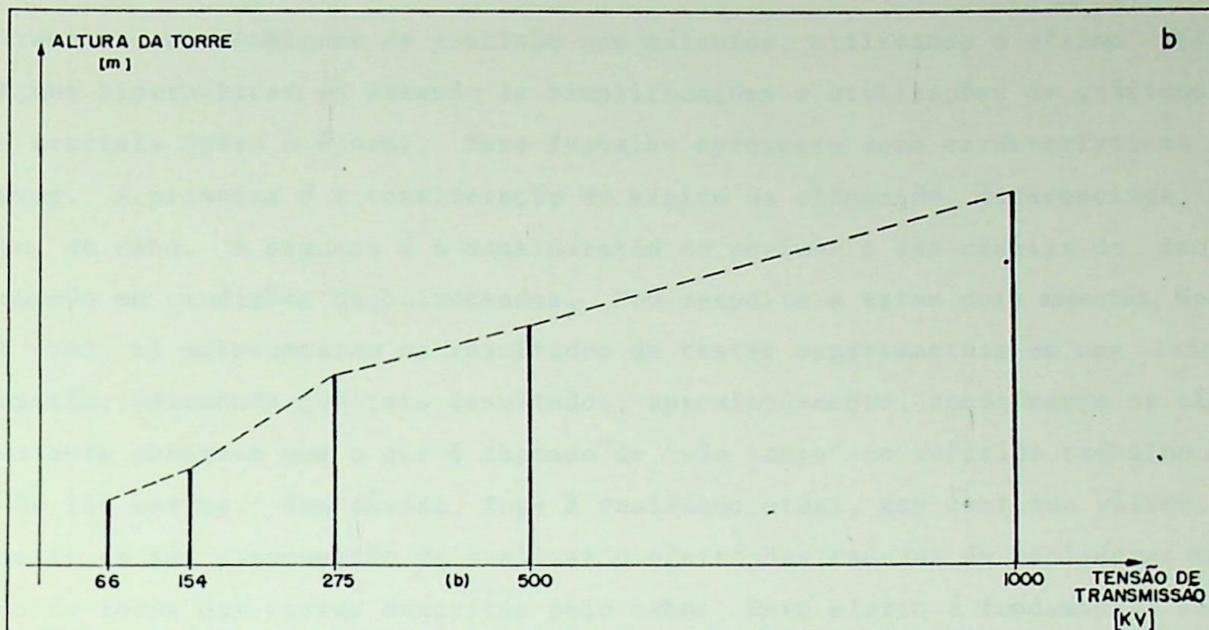


FIG. I - 1. a e b - EVOLUÇÃO DE ALTURA DAS TORRES DE TRANSMISSÃO EM FUNÇÃO DA TENSÃO DE TRANSMISSÃO.

As modelagens correntemente usadas nos projetos mecânicos das linhas ca racterizam-se por apresentarem êrros crescentes com os comprimentos dos vãos. Tam bêm grandes desníveis são fontes de erros. Portanto, com o crescimento, já demons trado, dos vãos médios, cresce, também, a importância de modelos mais fieis, como já foi dito. Ainda mais, quando se está trabalhando com tensões ultra elevadas, onde pequenas diferenças de distâncias podem causar aumentos inadmissíveis, por exemplo, no aparecimento de efeito corona.

Não só nos projetos de novas linhas necessita-se, hoje, de matemática mais apurada. Também na remodelação de antigas linhas, aumentando sua tensão de trabalho, aparece essa necessidade. Tal técnica, hoje muito usual, implica em novos estudos, não só elétricos, como mecânicos, pois a mesma linha, trabalhando em novas tensões, pode apresentar distâncias de segurança insuficientes.

Um trabalho que se tornou clássico, no que se refere à modelagem para gran des vãos, é a ref. 4. Eales e Ettlenger apresentam, aí, um desenvolvimento matemâti co deveras interessante, mas que logo encontra um obstáculo, para a época inexpugnã vel: a resolução de equações transcendentais, apresentando funções hiperbólicas. De fato, até algum tempo atrás este problema era de difícil resolução, pois, basicamen te, apresenta como métodos de solução processos numéricos ou gráficos. O primeiro se caracteriza por implicar em grande (e repetitivo) número de operações algébricas, o segundo é implicitamente impreciso e, muitas vezes, inviável. A saída, normalmen

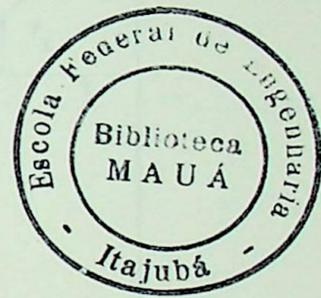
te utilizada, é a aproximação das funções hiperbólicas em séries de potência.

Outro trabalho, que se tornou clássico, é a ref. 5. Ehreburg se propunha a resolver os problemas de precisão nos cálculos, utilizando o máximo possível as funções hiperbólicas, só fazendo as simplificações e utilizações de gráficos em pontos cruciais (para a época). Esse trabalho apresenta duas características interessantes. A primeira é a consideração do efeito da alongação, diferenciada, ponto a ponto, do cabo. A segunda é a consideração do movimento das cadeias de isoladores, quando em condições desbalanceadas. Com respeito a estes dois aspectos, Healy-Wright (ref. 6) apresentaram os resultados de testes experimentais em uma linha de transmissão, afirmando que tais resultados, aproximadamente, confirmaram os cálculos. É importante observar que o que é chamado de "vão longo" no referido trabalho era da ordem de 350 metros. Sem dúvida, foge à realidade atual, mas continua válido, principalmente em sua preocupação de analisar o efeito das cadeias de isoladores na modificação da forma das curvas descritas pelo cabo. Este efeito é fundamental no estudo de casos especiais, como o cálculo do abaixamento de um cabo, quando do rompimento do mesmo em um vão adjacente. Bissiri - Landau (ref. 7) apresentaram um trabalho, em que desenvolvem um modelo, aparentemente baseado na ref. 5, bem como um algoritmo para a solução de diversos casos especiais. Esses autores continuaram encontrando graves problemas para a solução das equações transcendentais encontradas, e como solução foram adotadas aproximações por séries e gráficos. Aperfeiçoando o trabalho de Bissiri-Landau, Winkelman (ref. 9) calcula o "Off-Set" das cadeias de isoladores. É importante notar que o método de Winkelman implica em um número bem maior de operações, comparado ao de Bissiri-Landau. Este acréscimo deve ter sido superado facilmente, pois existe uma diferença de treze anos entre os dois trabalhos, sendo que, quando foi publicado o último deles, já se encontrava em plena época do advento do computador. Tanto é que, dois anos antes, Swain-Austin apresentaram um artigo (ref. 10), onde estudavam o caso do rompimento do condutor com o uso de computador. Tal artigo usa uma modelagem bastante simplificada, talvez pela restrita capacidade dos computadores da época. Em termos nacionais, foi desenvolvido pelas "Centrais Elétricas de Minas Gerais - CEMIG" um programa (ref. 11) para o cálculo do abaixamento do condutor, quando do rompimento do condutor em um vão adjacente, que tem como base o artigo de Swain-Austin.

O presente trabalho se propõe a encontrar modelos que satisfaçam as exigências atuais, visando, inicialmente, o estudo de casos especiais, mas podendo ser usado na verificação da locação das torres. Em consequência da complexidade dos modelos, desenvolvem-se técnicas para o mais fácil manuseio dos mesmos. É importante ressaltar que os modelos, embora complexos, podem ser utilizados nos casos simples com o auxílio de máquinas calculadoras portáteis, comuns hoje em dia. Como exemplificação do uso dos modelos, desenvolve-se um algoritmo computacional para o estudo

de rompimento de condutores, onde se tenta estudar os efeitos de diversos parâmetros, principalmente a cadeia de ancoragem, sobre o abaixamento do condutor.

De maneira alguma, tentou-se esgotar o assunto, pois a aplicação dos mo dêlos é por demais ampla.



II - DESENVOLVIMENTO MATEMÁTICO BÁSICO PARA UM CABO IDEAL

II.1 - INTRODUÇÃO

Desenvolvem-se neste capítulo as equações básicas, que regem um cabo ideal suspenso. Desenvolvem-se, também, as equações para cadeias suspensas de isoladores, considerando-se, ainda, o modo de fixação do cabo às mesmas.

São consideradas hipóteses válidas:

- o cabo é inextensível, ou seja: o seu efeito causado pela elasticidade é nulo.
- o cabo é totalmente flexível.
- a cadeia de isoladores é rígida e uniforme.

II.2 - EQUAÇÕES PARA UM CABO SUSPENSO EM VÃOS NIVELADOS.

Seja o trecho de cabo indicado na Fig. II.1.

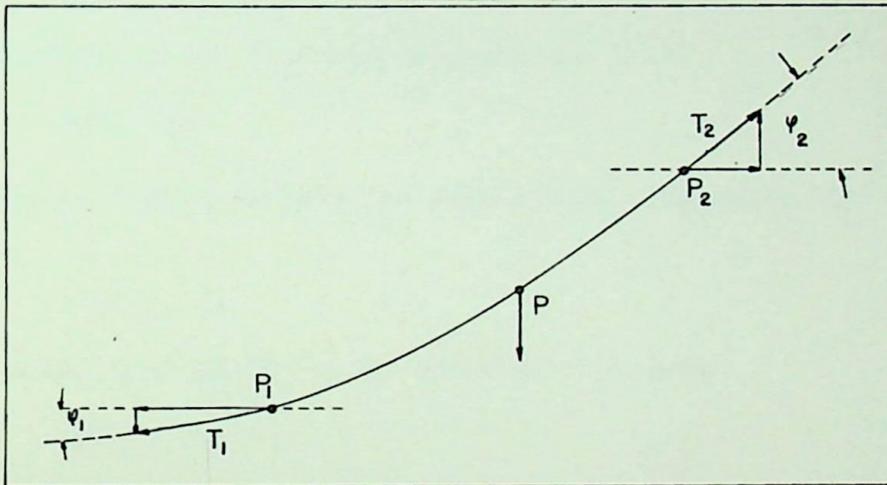


FIG. II.1 - TRECHO GENÉRICO DE UM CABO SUSPENSO.

Pelas condições de equilíbrio, tem-se:

$$\Sigma x = 0 \quad \Rightarrow \quad T_1 \cdot \cos \psi_1 = T_2 \cdot \cos \psi_2 = H \quad (\text{eq. II.1})$$

$$\Sigma y = 0 \quad \Rightarrow \quad T_1 \cdot \text{sen} \psi_1 = T_2 \cdot \text{sen} \psi_2 + P \quad (\text{eq. II.2})$$

Fazendo P_1 coincidir com o vértice da curva do cabo suspenso, chega-se à

Fig. II.2.

Para esta situação tem-se:

$$\psi_1 = 0$$

então:

$$H = T_1 \quad (\text{eq. II.3})$$

$$P = T_2 \cdot \text{sen} \psi_2 \quad (\text{eq. II.4})$$

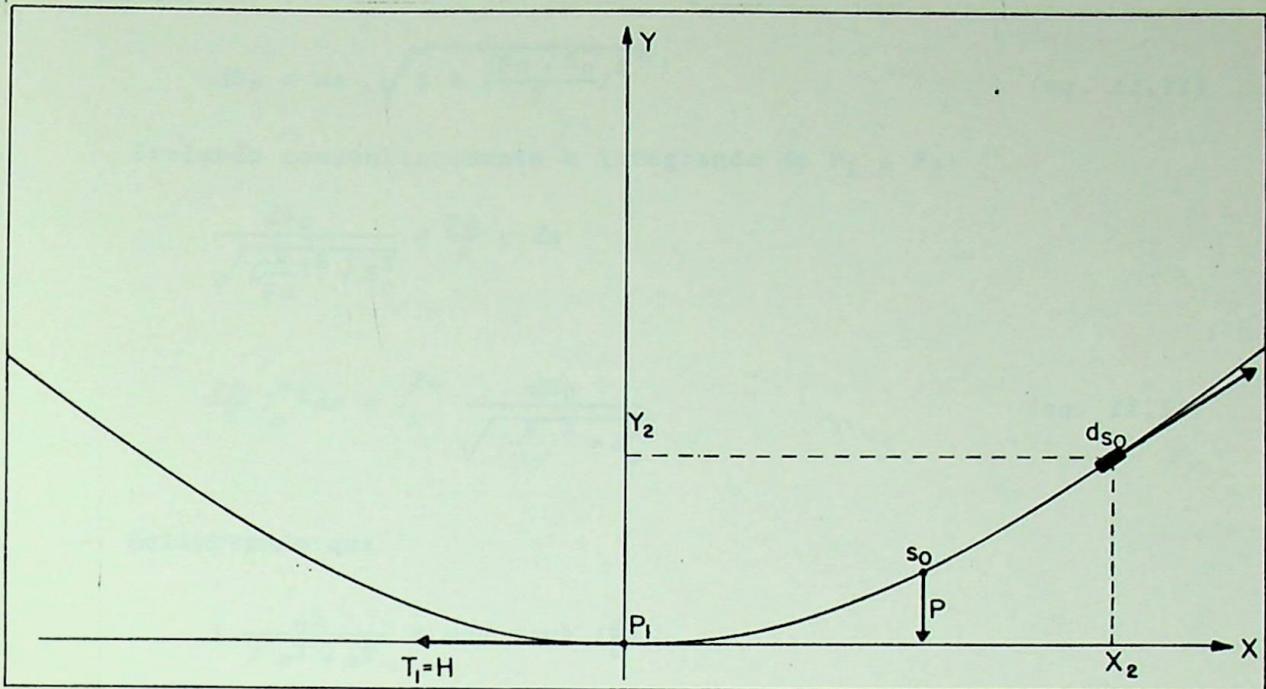


FIG. II.2 - ORIGEM DAS COORDENADAS POSICIONADA NO VÉRTICE DA CURVA.

Dividindo a eq. II.4 pela segunda eq. II.1:

$$\operatorname{tg}\psi_2 = \frac{P}{H} \quad (\text{eq. II.5})$$

Seja p_0 o peso unitário do cabo e S_0 o comprimento do arco. Então, pode-se dizer:

$$P = p_0 \cdot S_0 \quad (\text{eq. II.6})$$

substituindo a eq. II.6 na eq. II.5, desenvolve-se para:

$$\operatorname{tg}\psi_2 = \frac{p_0 \cdot S_0}{H} \quad (\text{eq. II.7})$$

Analisando o incremento de arco em p_2 na fig. II.3, vê-se que:

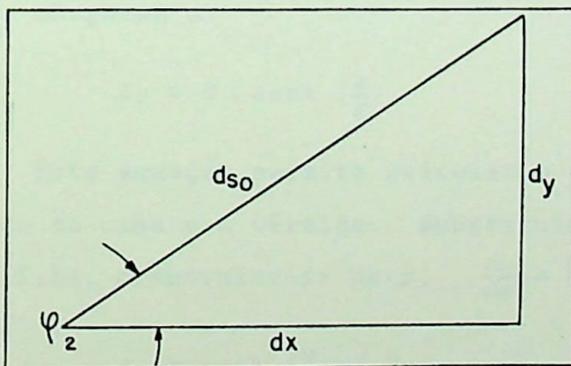


FIG. II.3 - ANÁLISE DE UM INCREMENTO DE ARCO.

$$(ds_0)^2 = (dx)^2 + (dy)^2 \quad (\text{eq. II.8})$$

$$\operatorname{tg}\psi_2 = \frac{dy}{dx} \quad (\text{eq. II.9})$$

Substituindo a eq. II.7 na eq. II.9:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{p_0 \cdot S_0}{H} \quad (\text{eq. II.10})$$

Transformando a eq. II.8, e substituindo a eq. II.10

$$dS_0 = dx \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{p_0 \cdot S_0}{H}\right)^2} \quad (\text{eq. II.11})$$

Isolando convenientemente e integrando de P_1 a P_2 :

$$\frac{dS_0}{\sqrt{\left(\frac{H}{p_0}\right)^2 + S_0^2}} = \frac{p_0}{H} \cdot dx$$

$$\frac{p_0}{H} \int_0^{x_2} dx = \int_0^{S_0} \frac{dS_0}{\sqrt{\left(\frac{H}{p_0}\right)^2 + S_0^2}} \quad (\text{eq. II.12})$$

Relembrando que

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \text{arc senh} \left(\frac{x}{a}\right)$$

a eq. II.12 transforma-se em:

$$\frac{p_0}{H} \cdot x_2 = \text{arc senh} \left(\frac{S_0 \cdot p_0}{H}\right) \quad (\text{eq. II.13.a})$$

ou,

$$S_0 = \frac{H}{p_0} \cdot \text{senh} \left(\frac{p_0 \cdot x_2}{H}\right) \quad (\text{eq. II.13.b})$$

Seja a seguinte definição:

$$C = \frac{H}{p_0} \quad (\text{eq. II.14})$$

Substituindo-se a eq. II.14 na eq. II.13-b e generalizando para um ponto qualquer, chega-se a:

$$S_0 = C \cdot \text{senh} \left(\frac{x}{C}\right) \quad (\text{eq. II.15})$$

Esta equação permite calcular o comprimento de arco contido entre um ponto genérico do cabo e o vértice. Substituindo a eq. II.15 na eq. II.10 e relembrando a eq. II.14, desenvolve-se para, $\frac{dy}{dx} = \frac{p_0 \cdot C}{H} \cdot \text{senh} \left(\frac{x}{C}\right)$

ou,

$$dy = \text{senh} \left(\frac{x}{C}\right) \cdot dx \quad (\text{eq. II.16})$$

Integrando a eq. II.16.

$$\int dy = \int \text{senh} \left(\frac{x}{C}\right) \cdot dx$$

$$y = C \cdot \text{cosh} \left(\frac{x}{C}\right) + C t e \quad (\text{eq. II.17})$$

Observando a fig. II.2, nota-se que:

para $x = 0 \rightarrow y = 0$

Substituindo estas condições de contorno na Eq. II.17.

$$0 = C + Cte$$

$$Cte = -C$$

Substituindo na eq. II.17, conclui-se:

$$y = C \left[\cosh\left(\frac{x}{C}\right) - 1 \right] \quad (\text{eq. II.18})$$

Esta equação define a curva descrita pelo cabo suspenso, que é chamada de catenária. O parâmetro C é normalmente chamado de constante da catenária.

Aplicando-se as equações deduzidas para um vão nivelado, encontra-se:

$$S_{to} = 2.C \cdot \sinh\left(\frac{A}{2.C}\right) \quad (\text{eq. II.19})$$

$$f_o = C \left[\cosh\left(\frac{A}{2.C}\right) - 1 \right] \quad (\text{eq. II.20})$$

Onde:

S_{to} = é o comprimento total de cabo contido no vão.

f_o = é a flexa máxima do cabo no vão.

A = é o comprimento do vão.

C = é a constante da catenária.

O índice $_o$, junto às variáveis, indica o que já foi definido anteriormente, ou seja: é para um cabo inextensível.

II.3 - EQUAÇÕES DE UM CABO SUSPENSO EM VÃOS DESNIVELADOS.

A fig. II.4 mostra um cabo suspenso em vão desnivelado.

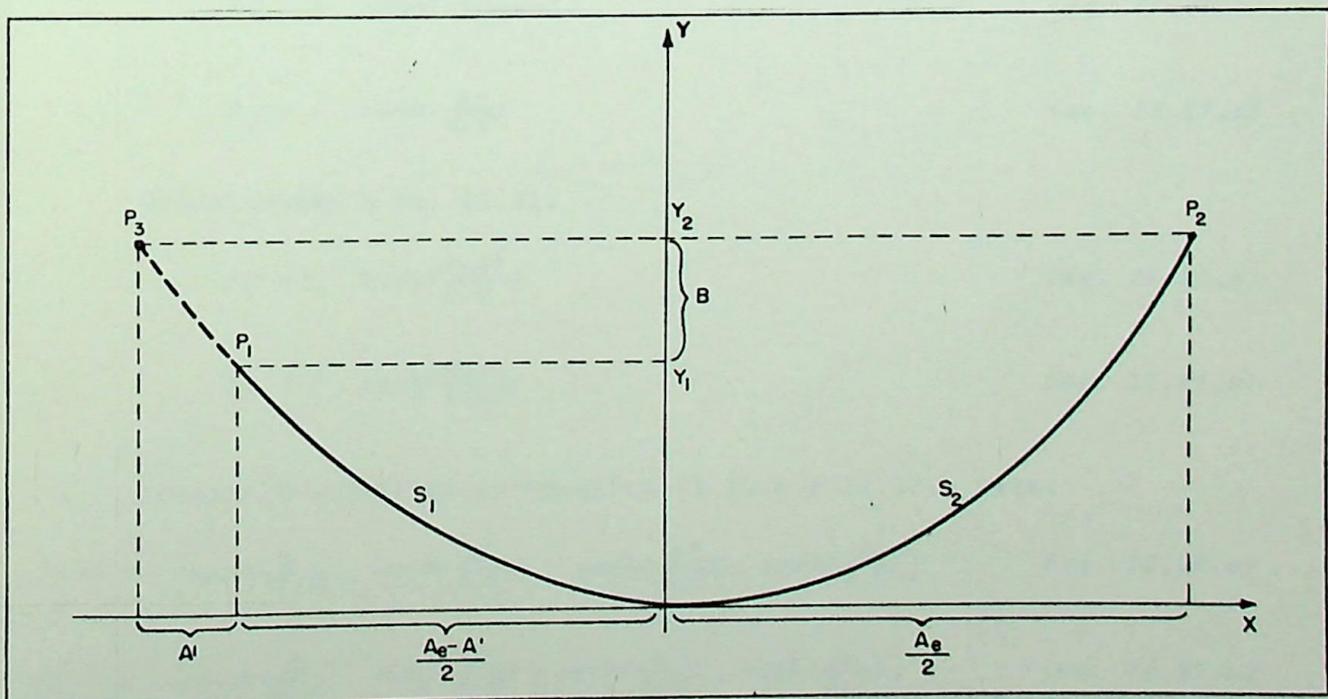


FIG. II.4 - CABO SUSPENSO EM UM VÃO DESNIVELADO.

Se a curva descrita for prolongada até o ponto P_3 , sendo que P_3 apresenta coordenadas iguais, em módulo, a P_2 , pode ser definido um vão equivalente A_e , nivelado. Com este vão, pode-se trabalhar de maneira já vista.

Observando a fig. II.4, tem-se:

$$A_e = A + A' \quad (\text{eq. II.21})$$

Usando a eq. II.18.

$$y_1 = C \cdot \left[\cosh \left(\frac{A_e - A'}{C} \right) - 1 \right] \quad (\text{eq. II.22})$$

$$y_2 = C \cdot \left[\cosh \left(\frac{A_e}{2.C} \right) - 1 \right] \quad (\text{eq. II.23})$$

Sendo B o desnível entre os pontos de suspensão, pode-se, então, dizer:

$$y_1 - y_2 = -B = C \cdot \left[\cosh \left(\frac{A_e - A'}{C} \right) - \cosh \left(\frac{A_e}{2.C} \right) \right] \quad (\text{eq. II.24})$$

Substituindo a eq. II.21 na equação anterior e transformando convenientemente.

$$-B = C \cdot \left[\cosh \left(\frac{A - A'}{2.C} \right) - \cosh \left(\frac{A + A'}{2.C} \right) \right]$$

$$B = 2.C \cdot \sinh \left(\frac{A}{2.C} \right) \cdot \sinh \left(\frac{A'}{2.C} \right) \quad (\text{eq. II.25.a})$$

ou,

$$\sinh \left(\frac{A'}{2.C} \right) = \frac{B}{2.C \cdot \sinh \left(\frac{A}{2.C} \right)} \quad (\text{eq. II.25.b})$$

Determinando S_1 e S_2 , a partir da eq. II.15, chega-se em:

$$S_1 = C \cdot \sinh \left(\frac{A_e - A'}{C} \right) \quad (\text{eq. II.26.a})$$

$$S_2 = C \cdot \sinh \left(\frac{A_e}{2.C} \right) \quad (\text{eq. II.27.a})$$

Substituindo a eq. II.21.

$$S_1 = C \cdot \sinh \left(\frac{A - A'}{2.C} \right) \quad (\text{eq. II.26.b})$$

$$S_2 = C \cdot \sinh \left(\frac{A + A'}{2.C} \right) \quad (\text{eq. II.27.b})$$

Pode-se desenvolver as equações II.26.b e II.27.b para:

$$S_1 = C \cdot \left[\sinh \left(\frac{A}{2.C} \right) \cdot \cosh \left(\frac{A'}{2.C} \right) - \sinh \left(\frac{A'}{2.C} \right) \cdot \cosh \left(\frac{A}{2.C} \right) \right] \quad (\text{eq. II.26.c})$$

$$S_2 = C \cdot \left[\sinh \left(\frac{A}{2.C} \right) \cdot \cosh \left(\frac{A'}{2.C} \right) + \sinh \left(\frac{A'}{2.C} \right) \cdot \cosh \left(\frac{A}{2.C} \right) \right] \quad (\text{eq. II.27.c})$$

Lembrando que

$$\cosh(\alpha) = \sqrt{1 + \sinh^2(\alpha)}$$

e utilizando a eq. II.25.b, pode-se chegar em:

$$S_1 = \left[C \cdot \sinh\left(\frac{A}{2.C}\right) \cdot \sqrt{1 + \left[\frac{B}{2.C \cdot \sinh\left(\frac{A}{2.C}\right)}\right]^2} - \frac{B}{2.C \cdot \sinh\left(\frac{A}{2.C}\right)} \cdot \cosh\left(\frac{A}{2.C}\right) \right]$$

$$S_2 = C \cdot \left[\sinh\left(\frac{A}{2.C}\right) \cdot \sqrt{1 + \left[\frac{B}{2.C \cdot \sinh\left(\frac{A}{2.C}\right)}\right]^2} + \frac{B}{2.C \cdot \sinh\left(\frac{A}{2.C}\right)} \cdot \cosh\left(\frac{A}{2.C}\right) \right]$$

ou,

$$S_1 = \frac{\sqrt{4.C^2 \cdot \sinh^2\left(\frac{A}{2.C}\right) + B^2} - B \cdot \operatorname{cotgh}\left(\frac{A}{2.C}\right)}{2} \quad (\text{eq. II.28})$$

$$S_2 = \frac{\sqrt{4.C^2 \cdot \sinh^2\left(\frac{A}{2.C}\right) + B^2} + B \cdot \operatorname{cotgh}\left(\frac{A}{2.C}\right)}{2} \quad (\text{eq. II.29})$$

Para se calcular o comprimento total de cabo, (St_0) contido no vão, basta somar S_1 e S_2 . Então:

$$St_0 = S_1 + S_2 = \sqrt{4.C^2 \cdot \sinh^2\left(\frac{A}{2.C}\right) + B^2} \quad (\text{eq. II.30.a})$$

ou,

$$C \cdot \sinh\left(\frac{A}{2.C}\right) = \frac{\sqrt{St_0^2 - B^2}}{2} \quad (\text{eq. II.30.b})$$

Conceitualmente a eq. II.30.a pode ser analisada na Fig. II.5.

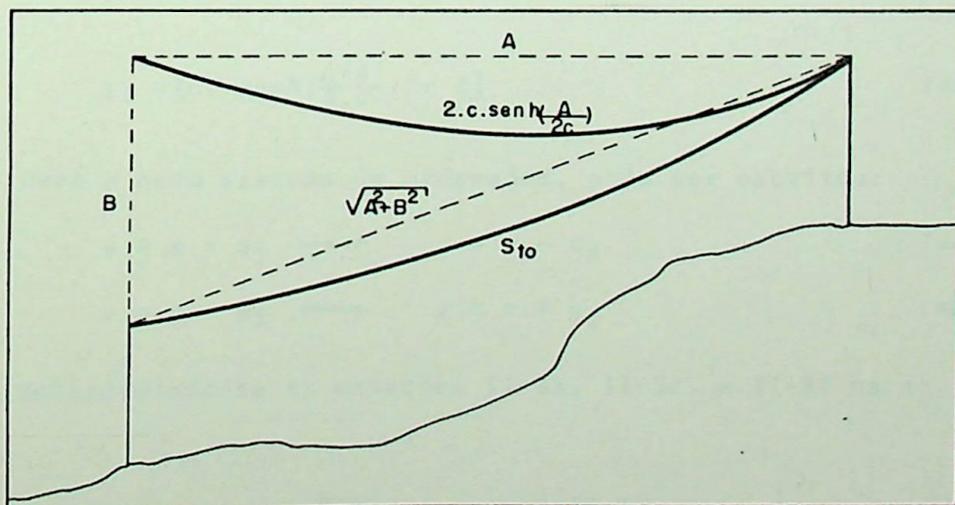


FIG. II.5 - ANÁLISE CONCEITUAL DA EQ. II.30.a

Ou seja: é como se fosse um triângulo retângulo "deformado", onde um ca teto é o desnível, o outro, é o comprimento de cabo contido num vão nivelado, de mes

mo tamanho, e tracionado com a mesma força horizontal que o cabo desnivelado, e a h_i potenusa é o comprimento de cabo para o vão desnivelado.

II.4 - DESLOCAMENTO DA ORIGEM DOS EIXOS CARTESIANOS.

Em casos práticos não se pode ter a origem dos eixos sobre o vértice da catenária, pois, a princípio, esse ponto é desconhecido, e também o serão todas as distâncias em relação à origem. Portanto, toma-se como origem um dos pontos de suspensão. Então, todas as equações deduzidas anteriormente devem ser transformadas para o novo sistema de coordenadas. A Fig. II.6 indica um vão desnivelado, onde a origem é tomada sobre o ponto de suspensão inferior. É básico ressaltar a importância do sinal do desnível, pois é este que determina o sinal de A' , que é fundamental em todos os cálculos. Aqui se adota o desnível negativo, quando o ponto está mais alto que a referência, e vice-versa. Tal convenção facilita as aplicações em computadores e máquinas calculadoras.

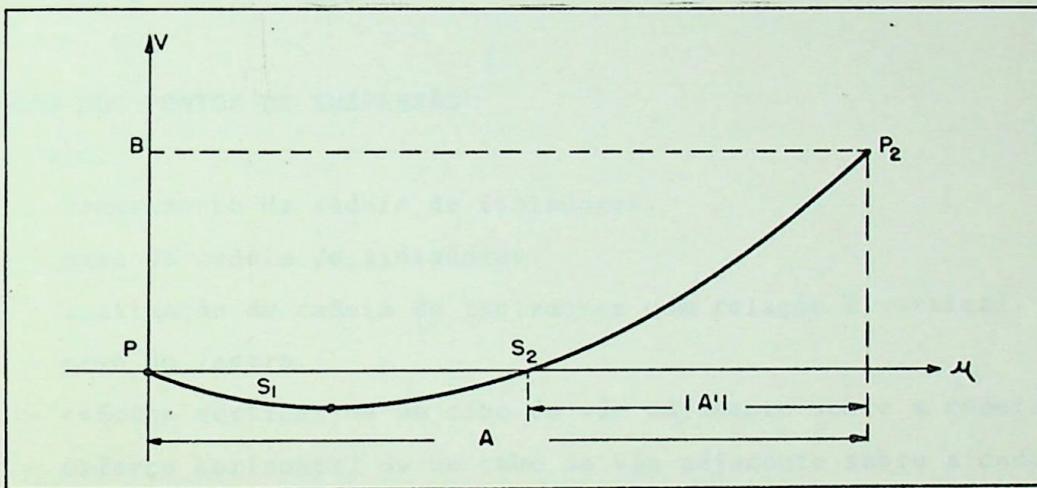


FIG.II.6 - ORIGEM DOS EIXOS SOBRE UM DOS PONTOS DE SUSPENSÃO.

Baseando-se na convenção estabelecida acima, a eq.II.22 é transformada

para:

$$y_1 = \left[C \cdot \cosh\left(\frac{A+A'}{2 \cdot C}\right) - 1 \right] \quad (\text{eq. II.31})$$

Para o novo sistema de ordenadas, pode ser escrito:

$$u = x + x_1 \implies x = u - x_1 \quad (\text{eq. II.32})$$

$$v = y - y_1 \implies y = v + y_1 \quad (\text{eq. II.33})$$

Substituindo-se as equações II-31, II-32 e II-18 na eq. II-33, evolue-

se para:

$$v = C \cdot \left[\cosh\left(\frac{u-x_1}{C}\right) - \cosh\left(\frac{A+A'}{2 \cdot C}\right) \right] \quad (\text{eq. II.34})$$

Redefinindo x_1 , em virtude da nova convenção adotada para o desnível, tem

se:

$$x_1 = \frac{Ae}{2} + A' = \frac{A+A'}{2} \quad (\text{eq. II.35})$$

Substituindo na eq. II.34.

$$v = C. \left[\cosh\left(\frac{2 \cdot u - A - A'}{2 \cdot C}\right) - \cosh\left(\frac{A + A'}{2 \cdot C}\right) \right] \quad (\text{eq. II.36.a})$$

ou,

$$v = 2 \cdot C \cdot \sinh\left(\frac{u}{2 \cdot C}\right) \cdot \sinh\left(\frac{u - A - A'}{2 \cdot C}\right) \quad (\text{eq. II.36.b})$$

Adotando-se a mesma convenção para o desnível, tem-se que alterar as equações II.26.b e II.27.b.

$$S_1 = C \cdot \sinh\left(\frac{A + A'}{2 \cdot C}\right) \quad (\text{eq. II.37})$$

$$S_2 = C \cdot \sinh\left(\frac{A - A'}{2 \cdot C}\right) \quad (\text{eq. II.38})$$

II.5 - ESTUDO DOS PONTOS DE SUSPENSÃO

Seja:

- li - comprimento da cadeia de isoladores.
- Pi - peso da cadeia de isoladores.
- θ - inclinação da cadeia de isoladores com relação à vertical.
- $P\ell$ - peso do lastro.
- P_1 - esforço vertical de um cabo do vão adjacente sobre a cadeia.
- H_1 - esforço horizontal de um cabo do vão adjacente sobre a cadeia.
- P_2 - esforço vertical de um cabo do outro vão adjacente sobre a cadeia.
- H_2 - esforço horizontal de um cabo do outro vão adjacente sobre a cadeia.
- T_1 - tração resultante em um cabo do vão adjacente.
- T_2 - tração resultante em um cabo do outro vão adjacente.
- N - número de condutores na cadeia.
- x - deslocamento horizontal do ponto de suspensão do cabo, em relação à posição vertical.
- y - deslocamento vertical do ponto de suspensão do cabo em relação à posição vertical.
- Pa - pesos adicionais.
- xv_1 - distância horizontal do vértice da catenária do vão adjacente ao ponto de suspensão
- yv_1 - distância vertical do vértice da catenária do vão adjacente ao ponto de suspensão.
- xv_2 - distância horizontal do vértice da catenária do outro vão adjacente ao ponto de suspensão.

yv_2 - Distância vertical do vértice da catenária do outro vão adjacente ao ponto de suspensão.

II-5.a - CONSIDERANDO O CABO FIXO À CADEIA.

Esta situação é a normalmente encontrada. A Fig. II-7 mostra o problema.

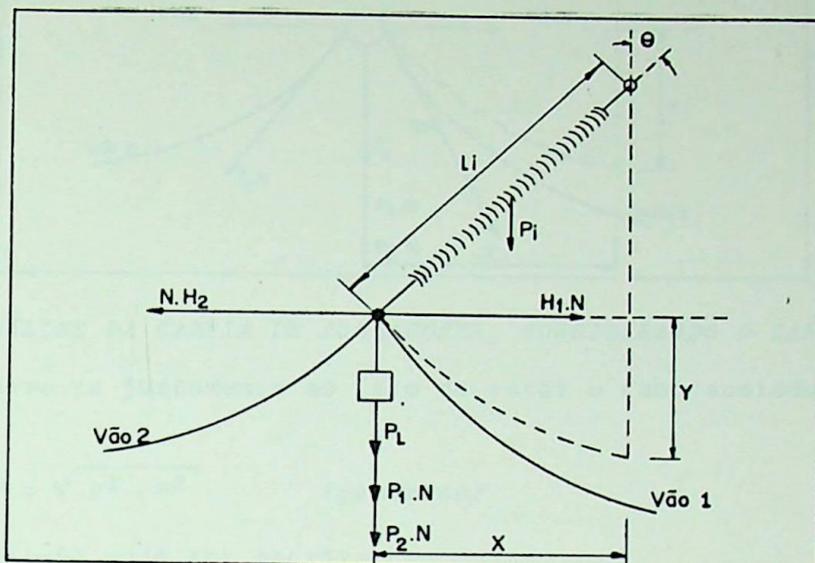


FIG. II.7 - ANÁLISE DA CADEIA DE SUSPENSÃO, CONSIDERANDO O CABO FIXO À CADEIA. Fazendo um somatório dos momentos, tem-se:

$$\Sigma \text{ Momentos} = li \left[(P_1 + P_2) \cdot N + Pl + \frac{P_i}{2} \right] \cdot \text{sen}\theta - N(H_2 - H_1) \cdot \text{cos}\theta \quad (\text{eq. II-39})$$

Considerando a condição de equilíbrio que

$$\Sigma \text{ Momentos} = 0$$

pode-se transformar a eq. II-39 convenientemente e chegar a:

$$\text{tg}\theta = \frac{N \cdot (H_2 - H_1)}{N \cdot (P_1 + P_2) + Pl + \frac{P_i}{2}} \quad (\text{eq. II-40.a})$$

ou,

$$\theta = \text{arctg} \left[\frac{N \cdot (H_2 - H_1)}{N \cdot (P_1 + P_2) + Pl + \frac{P_i}{2}} \right] \quad (\text{eq. II-40.b})$$

Daí, chega-se a:

$$x = li \cdot \text{sen}\theta \quad (\text{eq. II-41})$$

$$y = li (1 - \text{cos}\theta) \quad (\text{eq. II-42})$$

II-5.b - CONSIDERANDO O CABO APOIADO EM ROLDANA.

Esta situação é normal durante o esticamento da linha. O problema pode ser visualizado na fig. II-8.

Todo o equacionamento anterior é válido para este caso. Acontece, porém,

que se soma a condição de que: $T_1 = T_2$ (eq. II-43)

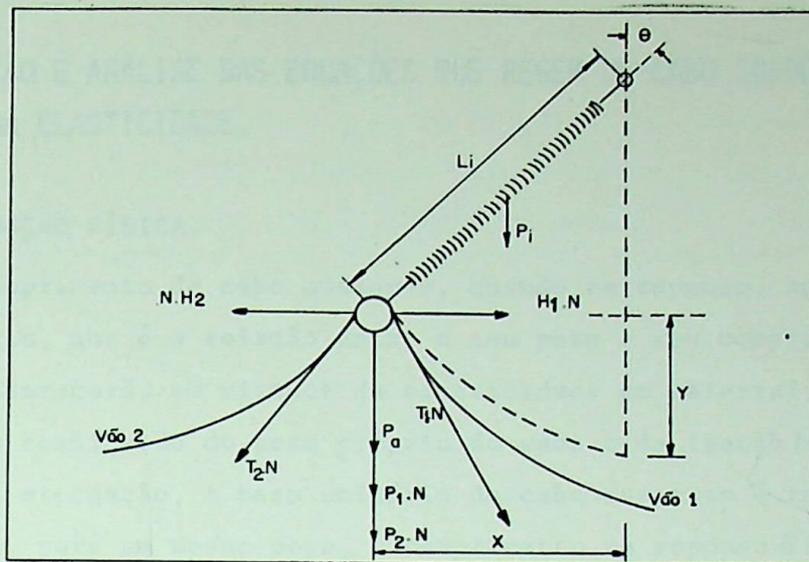


FIG.II.8 - ANÁLISE DA CADEIA DE ISOLADORES, CONSIDERANDO O CABO SOBRE ROLDANA.

Isto deve-se justamente ao fato de estar o cabo apoiado sobre roldana.

Lembrando que

$$T = \sqrt{H^2 + P^2} \quad (\text{genérico})$$

a eq. II-43 pode ser escrita:

$$\sqrt{H_1^2 + P_1^2} = \sqrt{H_2^2 + P_2^2} \quad (\text{eq. II-44})$$

Substituindo-se as equações II-6, II-14 e II-15, desenvolvendo-se tem-se:

$$\sqrt{H_1^2 + (p_0 \cdot S_1)^2} = \sqrt{H_2^2 + (p_0 \cdot S_2)^2}$$

$$\sqrt{H_1^2 + p_0^2 \cdot \frac{H_1^2}{p_0^2} \cdot \text{senh}^2\left(\frac{xv_1}{C}\right)} = \sqrt{H_2^2 + p_0^2 \cdot \frac{H_2^2}{p_0^2} \cdot \text{senh}^2\left(\frac{xv_2}{C}\right)}$$

$$H_1 \cdot \cosh\left(\frac{xv_1}{C}\right) = H_2 \cdot \cosh\left(\frac{xv_2}{C}\right) \quad (\text{eq. II-45})$$

Da eq. II-18, substituindo, obtem-se:

$$H_1 \cdot \left[\frac{yv_1}{C} + 1 \right] = H_2 \cdot \left[\frac{yv_2}{C} + 1 \right]$$

ou,

$$p_0 \cdot yv_1 + H_1 = p_0 \cdot yv_2 + H_2 \quad (\text{eq. II-46.a})$$

ou,

$$H_2 - H_1 = p_0 \cdot (yv_1 - yv_2) \quad (\text{eq. II-46.b})$$

Substituindo-se na eq. II-40.a, encontra-se:

$$\text{tg}\theta = \frac{N \cdot p_0 \cdot (yv_1 - yv_2)}{N \cdot (P_1 + P_2) + Pl + \frac{Pi}{2}} \quad (\text{eq. II-47})$$

Tal equação mostra que, quando houver um desnível entre os vértices das catenárias dos vãos adjacentes, haverá uma inclinação da cadeia. Essa inclinação é bastante frequente e grande, quando do esticamento de linhas em regiões montanhosas.

III - DETERMINAÇÃO E ANÁLISE DAS EQUAÇÕES QUE REGEM UM CABO SUSPENSO, CONSIDERANDO O EFEITO DA ELASTICIDADE.

III.1 - CONCEITUAÇÃO FÍSICA.

Um comprimento de cabo qualquer, quando em repouso, apresenta um determinado peso unitário, que é a relação entre o seu peso e seu comprimento. Ao se suspender este cabo, aparecerá, em virtude da elasticidade do material, uma elongação total causada pela combinação do peso próprio do cabo e da tração horizontal aplicada. Em virtude dessa elongação, o peso unitário do cabo suspenso é inferior ao do cabo em repouso, pois, para um mesmo peso, o comprimento em repouso é inferior do que quando suspenso. Devido ao fato do peso ir aumentando do vértice para os pontos de suspensão, a tração, em cada ponto da curva descrita, é diferente, aumentando, também, do vértice para os pontos de suspensão. Sendo a tensão diferente, também o será a elongação em cada ponto.

Usando de uma rigorosa orientação matemática, ver-se-ia que a curva descrita pelo cabo não é mais uma catenária. Para se evitar esse problema, podendo, desta forma utilizar-se de quase todo instrumental matemático desenvolvido no capítulo II, tenta-se, aqui, encontrar o valor da tração média T_m , ou seja: a tração que, aplicada ao cabo, quando em repouso, causa uma elongação igual que quando suspenso, e distribuída de mesma forma ao longo do cabo. Isto permite considerar que a curva resultante ainda será uma catenária, e, desta forma, as considerações do capítulo II ainda são válidas, em sua maioria.

São dois os casos que aparecem nas aplicações usuais: o primeiro é quando se conhece a tração horizontal no cabo, e o segundo quando se conhece o comprimento em repouso do cabo. A figura III-1 compara para o primeiro caso, o comportamento de um cabo real e um ideal.

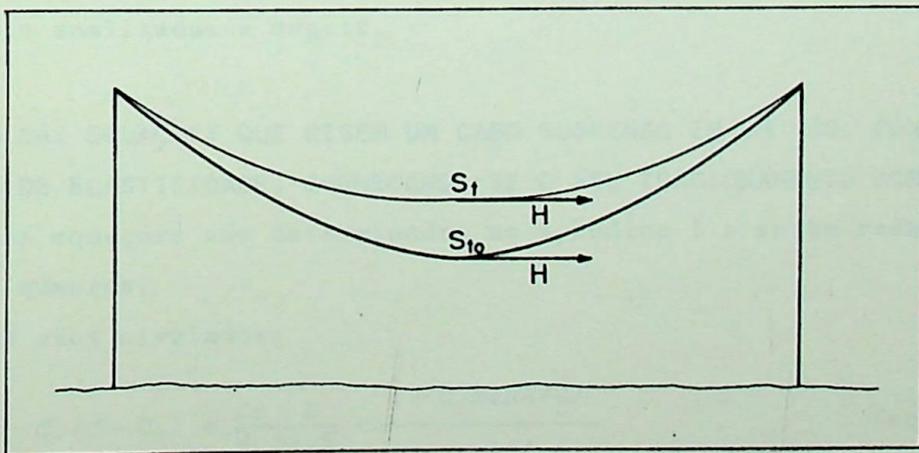


FIG. III-1 - COMPARAÇÃO ENTRE UM CABO REAL E UM IDEAL, TRACIONADOS HORIZONTALMENTE COM A MESMA FORÇA.

O cabo real apresenta um comprimento S_t menor que o comprimento S_{t_0} do

cabo ideal, um peso unitário p_1 menor que o peso unitário p_0 do cabo ideal, e a curva descrita pelo cabo real tem sua constante C maior que a constante C_0 do cabo ideal.

A Fig. III-2 compara, também, o cabo real com o ideal, só que, para o segundo caso, ou seja: comprimentos em repouso conhecidos e iguais.

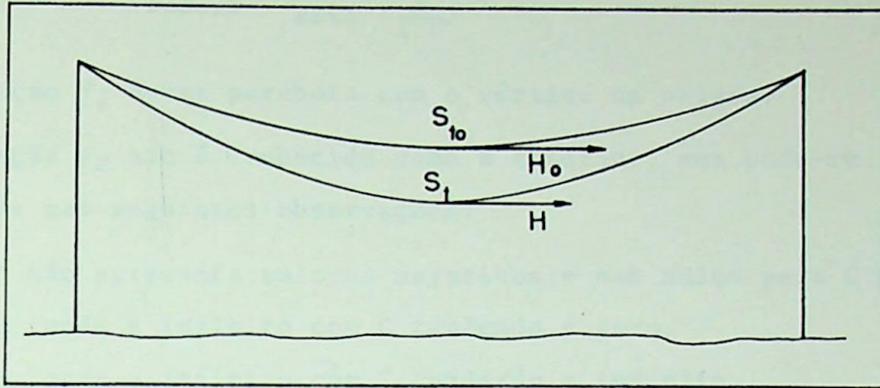


FIG. III-2 - COMPARAÇÃO ENTRE UM CABO REAL E UM IDEAL, TENDO AMBOS O MESMO COMPRIMENTO EM REPOUSO.

Para este caso, o cabo real, obviamente, apresenta um comprimento S_t , maior que o comprimento S_{t_0} do cabo real, a tração horizontal H no cabo real é menor que a tração horizontal H_0 no cabo ideal e o peso unitário, no caso real, é menor que no ideal. A curva descrita pelo cabo real tem sua constante C menor que a constante C_i do cabo ideal. Note-se que, para este caso, a constante para o cabo ideal foi chamada de C_i e não de C_0 . Isto se deve a uma definição encontrada no apêndice I, que estabelece como C_0 a relação entre a tração horizontal H no cabo real e o peso unitário p_0 do cabo em repouso. Portanto, C_0 não coincide com a constante do cabo ideal. Esta foi chamada de C_i (constante para um cabo inextensível) e é a relação entre a tração horizontal H_0 no cabo ideal e o peso unitário p_0 .

Levando em consideração as hipóteses estabelecidas acima, os apêndices I e II deduzem as equações que regem o primeiro e segundo caso, respectivamente. Essas equações são analisadas a seguir.

III.2 - ESTUDO DAS EQUAÇÕES QUE REGEM UM CABO SUSPENSO EM UM VÃO, CONSIDERANDO O EFEITO DE ELASTICIDADE, CONHECENDO-SE O SEU TRACIONAMENTO HORIZONTAL.

Estas equações são determinadas no apêndice I e serão reescritas aqui com os respectivos números.

Para vãos nivelados:

$$C \cdot (C - C_0) = \frac{C_0 \cdot H}{4 \cdot S_c \cdot E} \cdot \frac{A + C \cdot \sinh\left(\frac{A}{C}\right)}{\sinh\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right)} \quad (\text{eq. AI-19})$$

Para vãos genéricos:

$$C \cdot (C - C_0) = \frac{C_0 \cdot H}{4 \cdot S_c \cdot E} \cdot \frac{A + C \cdot \sinh\left(\frac{A}{C}\right) + \frac{B^2}{C} \cdot \text{cotgh}\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right)}{\sqrt{\sinh^2\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right) + \left(\frac{B}{2 \cdot C}\right)^2}} \quad (\text{eq. AI-30})$$

Analisando a eq. AI-19, pode-se separá-la em 2 funções distintas:

$$f_1(C) = C \cdot (C - C_0)$$

$$f_2(C) = \frac{H \cdot C_0}{4 \cdot Sc \cdot E} \cdot \frac{A + C \cdot \sinh\left(\frac{A}{C}\right)}{\sinh\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right)}$$

A função f_1 é uma parábola com o vértice na origem.

A função f_2 não é conhecida como a anterior, mas pode-se levantar seu gráfico, baseando-se nas seguintes observações:

- 1ª a função não apresenta valores negativos e nem nulos para C positivo.
- 2ª a função tende a infinito com C tendendo a zero.
- 3ª a função tende a infinito com C tendendo a infinito.
- 4ª para C negativo, a função se comporta como um reflexo do primeiro quadrante no terceiro.
- 5ª para valores positivos de C, observa-se que após uma rápida queda do valor da função, com o aumento de C, o mesmo começa a crescer lentamente.

A Fig. III-3, a e b, mostra, respectivamente, o gráfico de f_1 e f_2 , sendo que para f_2 só se representa o 1º quadrante.

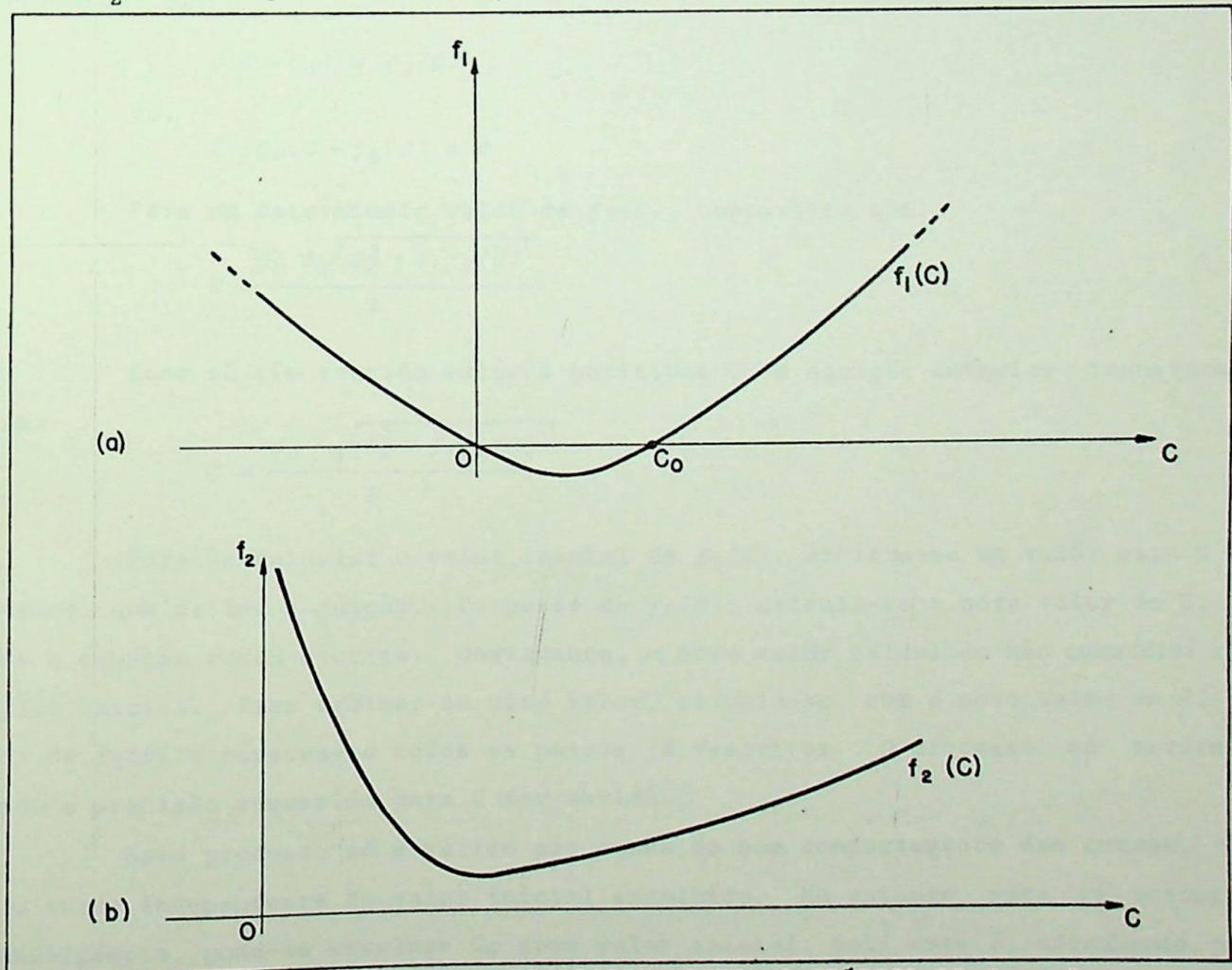


FIG. III-3. a e b - MOSTRA, RESPECTIVAMENTE, O GRÁFICO DE f_1 e f_2

Para se encontrar a raiz da eq. AI-19, tem-se que procurar o ponto comum entre as funções f_1 e f_2 . É importante observar que o valor de C procurado é maior que C_0 , como já foi dito anteriormente e pode ser visto na eq. AI-8. Gráficamente, a solução da equação é mostrada na Fig. III.4.

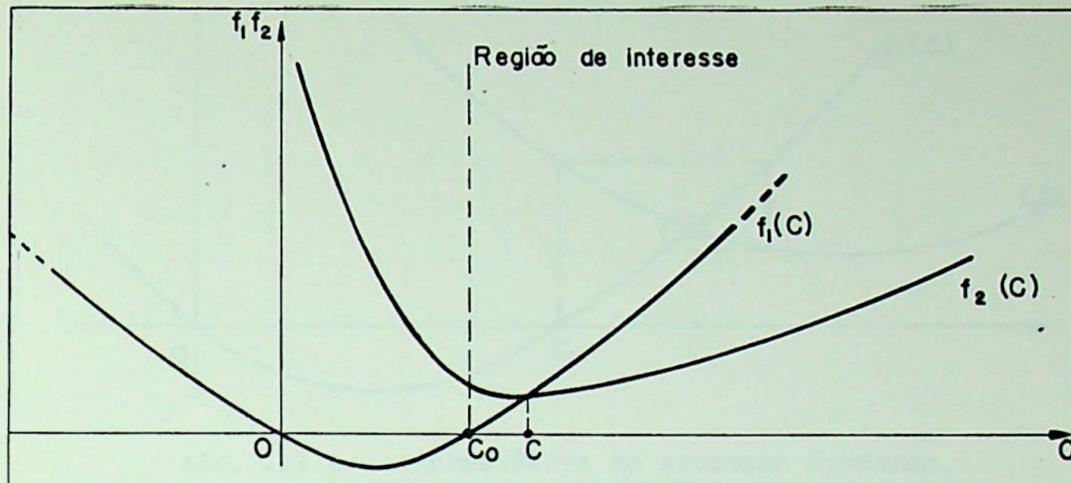


FIG. III.4 - RESOLUÇÃO GRÁFICA DA EQ. AI-19.

Desenvolve-se, agora, um processo numérico para a solução da eq. AI-19, que apresenta bons resultados, no que diz respeito à confiabilidade e rapidez.

Pode-se transformar a eq. AI-19, de acordo com o que foi estabelecido anteriormente, em:

$$C(C - C_0) = f_2(C)$$

ou,

$$C^2 - C_0 \cdot C - f_2(C) = 0$$

Para um determinado valor de $f_2(C)$, conclui-se que:

$$C = \frac{C_0 \pm \sqrt{C_0^2 + 4 \cdot f_2(C)}}{2}$$

Como sô têm sentido valores positivos C , a equação anterior transforma-se em:

$$C = \frac{C_0 + \sqrt{C_0^2 + 4 \cdot f_2(C)}}{2}$$

Para se calcular o valor inicial de $f_2(C)$, arbitra-se um valôr para C na expressão que define a função. De posse de $f_2(C)$, calcula-se o novo valor de C , usando a equação recém escrita. Obviamente, o novo valôr calculado não coincidirá com o valôr inicial. Para refinar-se este valor, calcula-se, com o novo valor de C , o valor de $f_2(C)$ e repetem-se todos os passos já descritos. O processo sô termina, quando a precisão requerida para C for obtida.

Este processo sô é válido por causa do bom comportamento das curvas, o que o torna independente do valor inicial escolhido. No entanto, para se acelerar a convergência, pode-se escolher C_0 como valor inicial, pois este é, normalmente, próximo ao C procurado.

A Fig. III-5 mostra como ocorre a convergência.

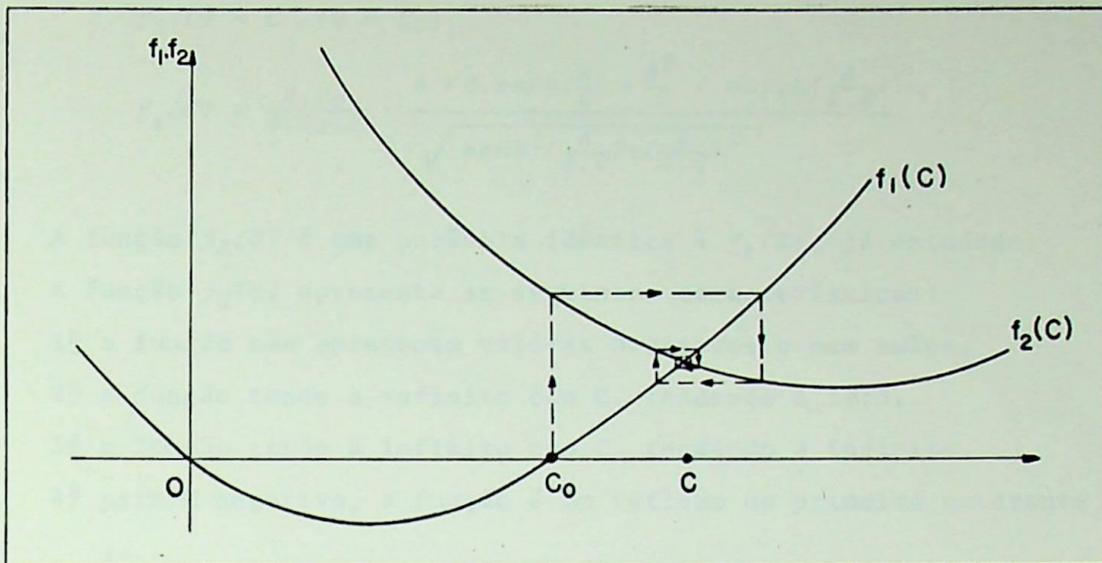


FIG. III.5 - CONVERGÊNCIA DO PROCESSO NUMÉRICO.

Pode-se, também, fazer um fluxograma para a resolução da eq. AI-19. Este fluxograma é mostrado na fig. III-6.

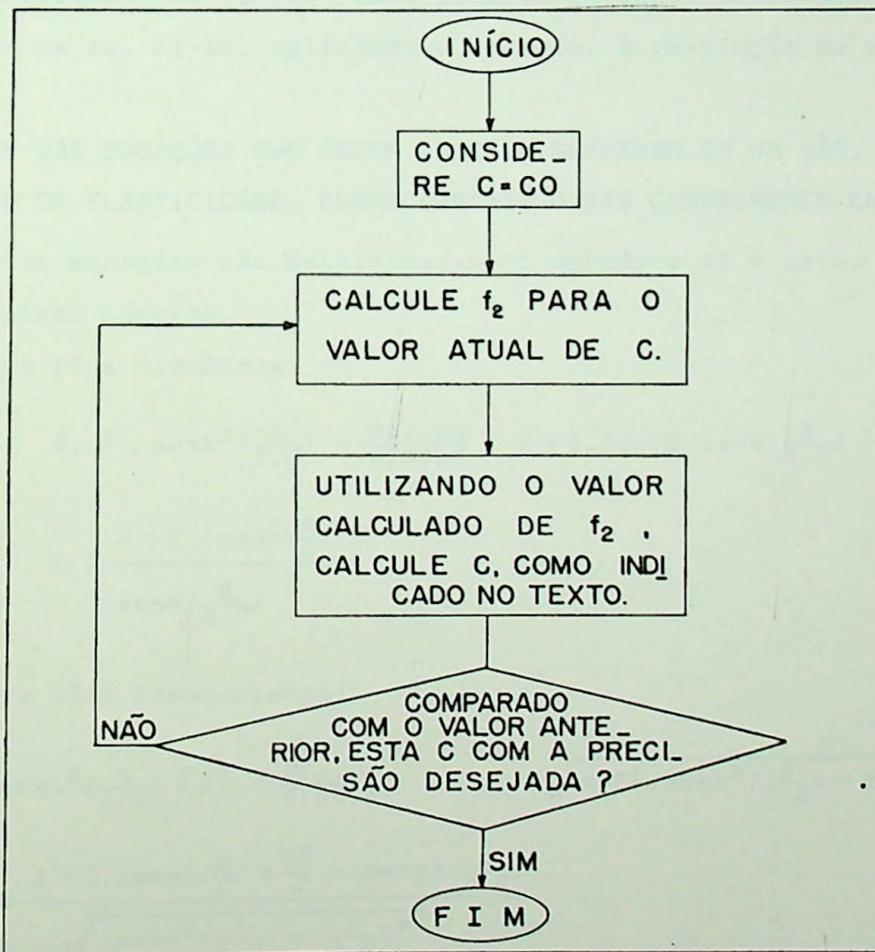


FIG. III.6 - FLUXOGRAMA PARA A RESOLUÇÃO DA EQ. III-6.

Para a resolução da eq. AI-30, segue-se o mesmo processo descrito ante-

riormente. Esta equação pode ser subdividida em:

$$f_3(C) = C \cdot (C - C_0)$$

$$f_4(C) = \frac{H \cdot C_0}{4 \cdot S_c \cdot E} \cdot \frac{A + C \cdot \operatorname{senh}\left(\frac{A}{C}\right) + \frac{B^2}{C} \cdot \operatorname{cotgh}\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right)}{\sqrt{\operatorname{senh}^2\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right) + \left(\frac{B}{2 \cdot C}\right)^2}}$$

A função $f_3(C)$ é uma parábola idêntica à $f_1(C)$, já estudada.

A função $f_4(C)$ apresenta as seguintes características:

- 1ª a função não apresenta valores negativos e nem nulos.
- 2ª a função tende a infinito com C, tendendo a zero.
- 3ª a função tende a infinito com C, tendendo a infinito.
- 4ª para C negativo, a função é um reflexo do primeiro quadrante no segundo.
- 5ª analisando C positivo, após uma rápida descida, a função começa a crescer lentamente.

Observa-se que, para valores positivos de C, a função $f_4(C)$ apresenta as mesmas características de $f_2(C)$. Isto permite estender o raciocínio desenvolvido para a resolução da eq. AI-19, aplicando-o, também, à resolução da eq. AI-30.

III.3 - ESTUDO DAS EQUAÇÕES QUE REGEM UM CABO SUSPENSO EM UM VÃO, CONSIDERANDO O EFEITO DE ELASTICIDADE, CONHECENDO-SE O SEU COMPRIMENTO EM REPOUSO.

Estas equações são determinadas no apêndice II e serão reescritas aqui com os respectivos números.

Para vãos nivelados:

$$4 \cdot C^2 \cdot \operatorname{senh}^2\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right) = \frac{S_{to} \cdot P_0}{4 \cdot S_c \cdot E} \cdot I + 2 \cdot S_{to} \cdot C \cdot \operatorname{senh}\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right) \quad (\text{eq. AII-7.b})$$

onde

$$I = \frac{A + C \cdot \operatorname{senh}\left(\frac{A}{C}\right)}{\operatorname{senh}\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right)} \quad (\text{eq. AII-6})$$

Para vãos desnivelados:

$$4 \cdot C^2 \cdot \operatorname{senh}^2\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right) + B^2 = \frac{S_{to}^2 \cdot P_0}{4 \cdot S_c \cdot E} \cdot J + S_{to} \cdot \sqrt{4 \cdot C^2 \cdot \operatorname{senh}^2\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right) + B^2} \quad (\text{eq. AII-15})$$

onde

$$J = \frac{A + C \cdot \operatorname{senh}\left(\frac{A}{C}\right) + \frac{B^2}{C} \cdot \operatorname{cotgh}\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right)}{\sqrt{\operatorname{senh}^2\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right) + \left(\frac{B}{2 \cdot C}\right)^2}} \quad (\text{eq. AII-11})$$

Analisando-se a eq. AII-7.b, pode-se dividi-la da seguinte forma:

$$C^2 \cdot \operatorname{senh}^2\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right) = a \cdot I + b \cdot C \cdot \operatorname{senh}\left(\frac{A}{C}\right)$$

$g_1(C) \qquad \qquad g_2(C) \qquad \qquad g_3(C)$

onde a e b são constantes e g_1 , g_2 e g_3 são funções de C definidas pelas respectivas parcelas.

Estudando estas funções, chega-se às seguintes conclusões.

- 1^a a função $g_1(C)$ é conhecida e apresenta um gráfico como o indicado na figura III-7.

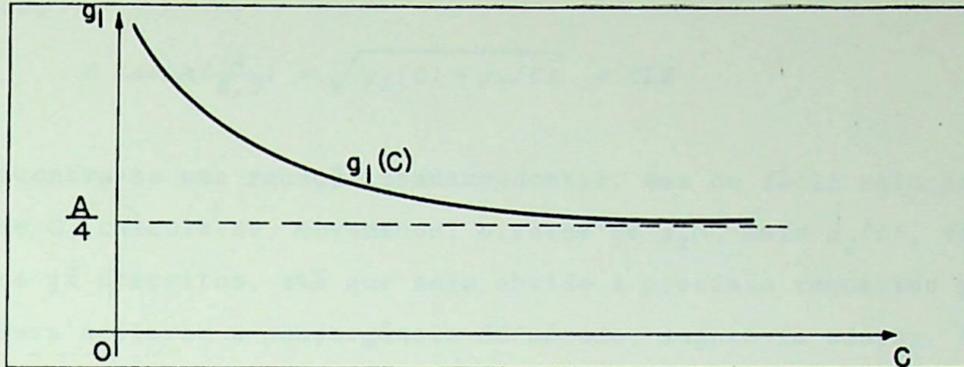


FIG. III.7 - GRÁFICO DA FUNÇÃO $g_1(C)$.

- 2^a a função $g_2(C)$ é semelhante a função $f_2(C)$, já estudada neste capítulo, na seção anterior. Melhor dizendo: $g_2(C)$ é a função $f_2(C)$ multiplicada por uma constante. Seu gráfico está na Fig. III-8.

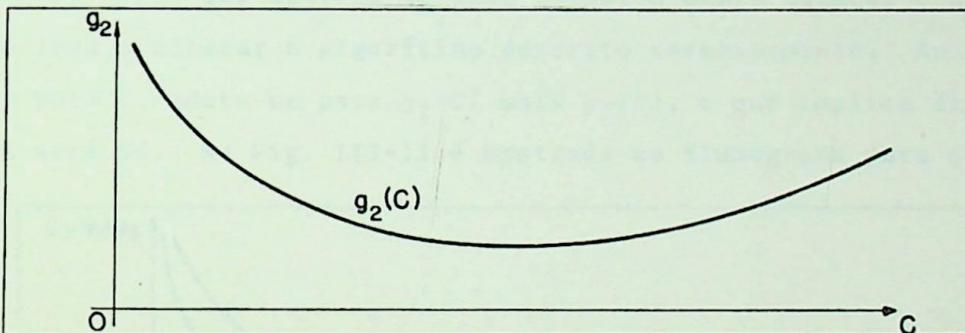


FIG. III.8 - GRÁFICO DA FUNÇÃO $g_2(C)$.

- 3^a a função $g_3(C)$ é uma função parecida com $g_1(C)$, porém apresenta uma maior inclinação da descida. Seu gráfico está na Fig. III-9.

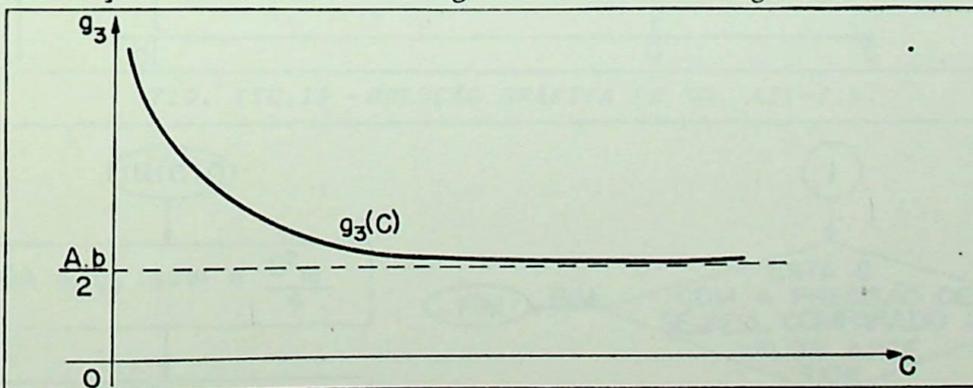


FIG. III.9 - GRÁFICO DA FUNÇÃO $g_3(C)$.

Para se procurar a resposta da eq. AII-7.b basta procurar o ponto comum entre a função $g_1(C)$ e a função resultante da soma das funções $g_2(C)$ e $g_3(C)$. Isto é mostrado na Fig. III-10, sendo C o ponto procurado.

Como já foi feito na seção anterior, aqui também será desenvolvido um algoritmo para facilitar a resolução da equação. Inicialmente, escolhe-se um C arbi-

trário, calculando-se, em seguida, o valor da função, resultante da soma de $g_2(C)$ com $g_3(C)$, para o C escolhido. Igualando-se $g_1(C)$ com o resultado de $g_2(C)$ mais $g_3(C)$ fica:

$$g_1(C) = C^2 \cdot \text{senh}^2\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right) = g_2(C) + g_3(C)$$

ou,

$$C \cdot \text{senh}\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right) = \sqrt{g_2(C) + g_3(C)} = \underline{cte}$$

Portanto, encontra-se uma equação transcendental, mas de fácil solução. De posse do novo valor de C, calcula-se, novamente, o valor de $g_2(C)$ mais $g_3(C)$, repetindo-se todos os passos já descritos, até que seja obtida a precisão requerida para C.

Para acelerar a convergência do método, sugere-se adotar C_i como valor inicial de C. Esse pode ser calculado, utilizando-se de sua definição, já apresentada neste capítulo. Essa leva, para este caso, à seguinte equação:

$$C_i \cdot \text{senh}\left(\frac{A}{2 \cdot C_i}\right) = \frac{St_0}{2}$$

A expressão que aparece do lado esquerdo desta equação é a própria função $g_1(C)$. Isto leva a alterar o algoritmo descrito anteriormente. Ao invés de se adotar um valor para C, adota-se para $g_2(C)$ mais $g_3(C)$, o que implica dizer que o valor inicial de C será C_i . Na Fig. III-11 é mostrado um fluxograma para a resolução da eq. AII-7.b.

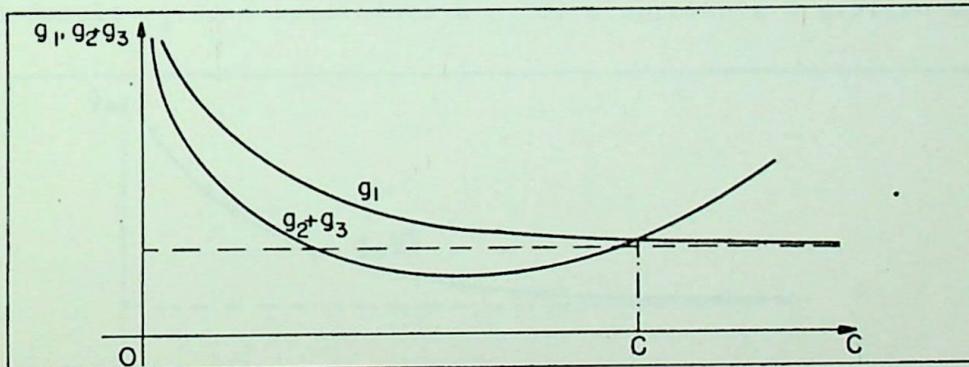


FIG. III.10 - SOLUÇÃO GRÁFICA DA EQ. AII-7.b.

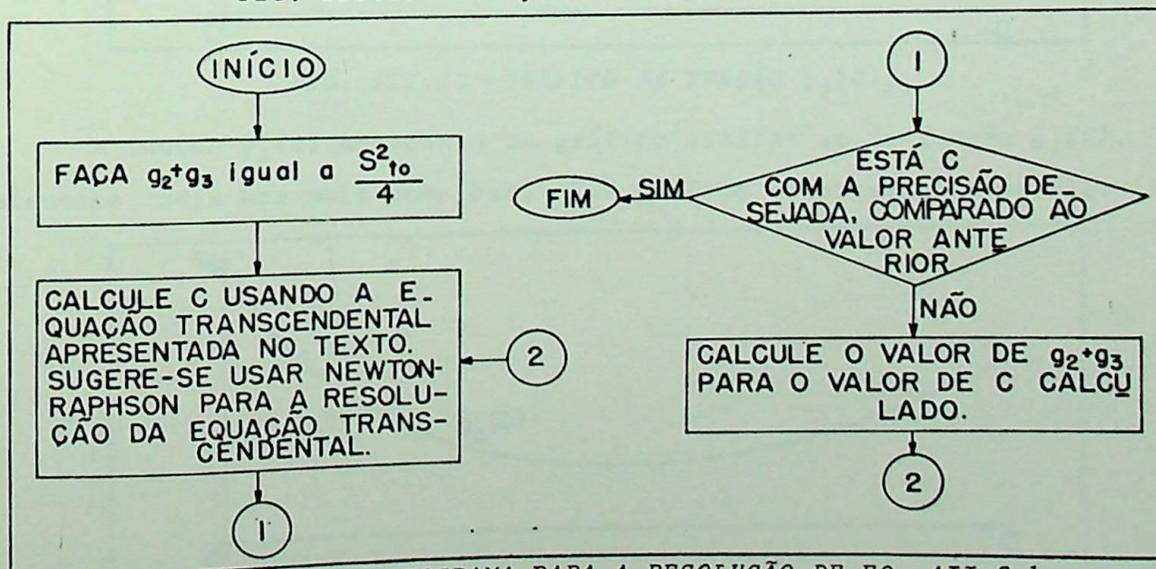


FIG. III.11 - FLUXOGRAMA PARA A RESOLUÇÃO DE EQ. AII-7.b.

Graficamente, a convergência se comporta de modo descrito na Fig. III-12.

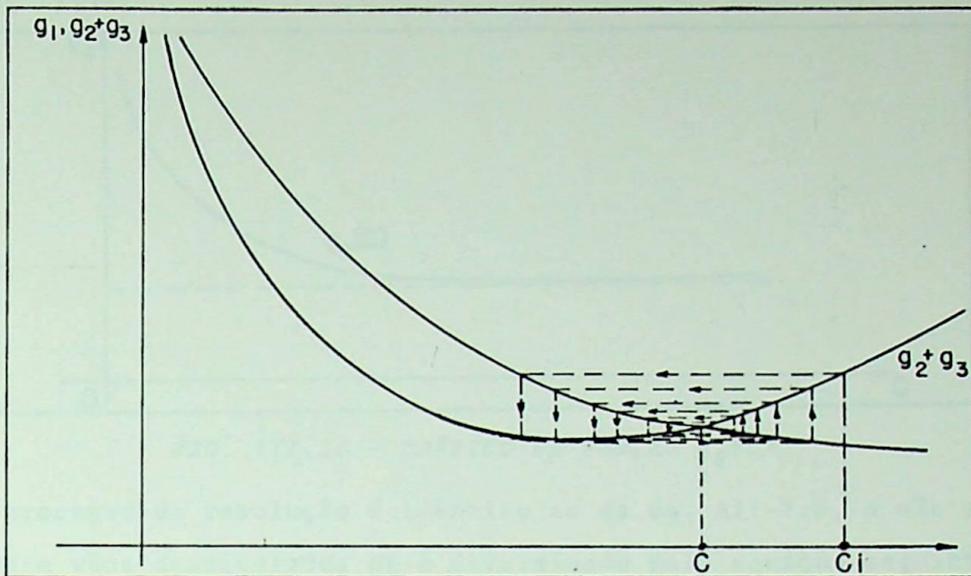


FIG. III.12 - COMPORTAMENTO DE CONVERGÊNCIA DO PROCESSO NUMÉRICO.

Para a resolução da eq. AII-15, usa-se processo similar ao anterior. Dividindo-se a eq. AII-15, convenientemente, pode-se dizer que:

$$\underbrace{4 \cdot C^2 \cdot \text{senh}^2\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right) + B^2}_{g_4(C)} = \underbrace{e \cdot J + f}_{g_5(C)} \cdot \underbrace{\sqrt{4 \cdot C^2 \cdot \text{senh}^2\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right) + B^2}}_{g_6(C)}$$

A função $g_4(C)$ é semelhante à $g_1(C)$ e apresenta o gráfico da Fig. III.13.

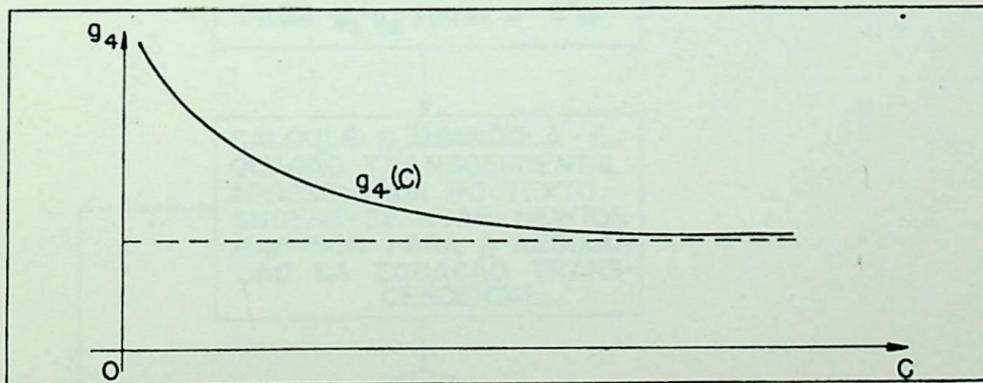


FIG. III.13 - GRÁFICO DA FUNÇÃO $g_4(C)$.

A função $g_5(C)$ apresenta um gráfico similar ao da função $g_2(C)$, embora, aparentemente, seja bem mais complexa. Seu gráfico é apresentado na Fig. III.14.

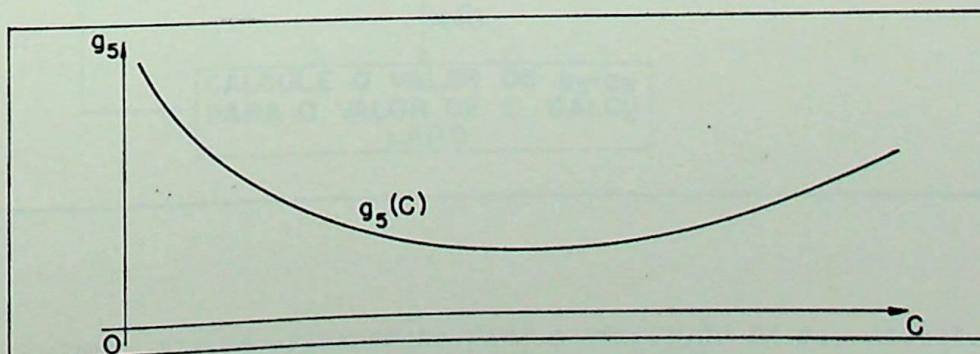


FIG. III.14 - GRÁFICO DA FUNÇÃO $g_5(C)$.

A função $g_6(C)$ é semelhante à função $g_4(C)$, e seu gráfico está na Fig. III-15.

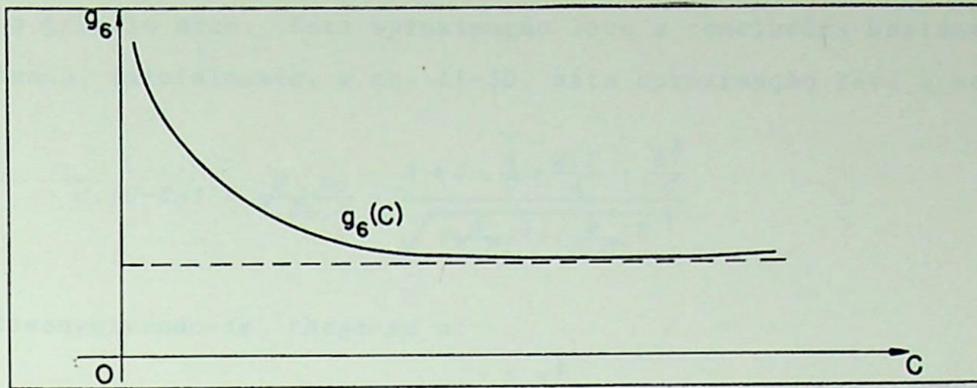


FIG. III.15 - GRÁFICO DA FUNÇÃO $g_6(C)$.

O processo de resolução é idêntico ao da eq. AII-7.b, a não ser pelo cálculo de C_i . Para vãos desnivelados C_i é determinado pela equação seguinte:

$$4.C_i^2 \cdot \sinh^2\left(\frac{A}{2.C_i}\right) + B^2 = S_{t_0}^2$$

O termo da esquerda desta equação é idêntico a $g_4(C)$, e, pelos mesmos motivos do caso anterior, pode-se, ao invés de arbitrar C , fazer $g_5(C)$ mais $g_6(C)$ igual a $S_{t_0}^2$. Este processo apresenta um fluxograma mostrado na Fig. III-16.

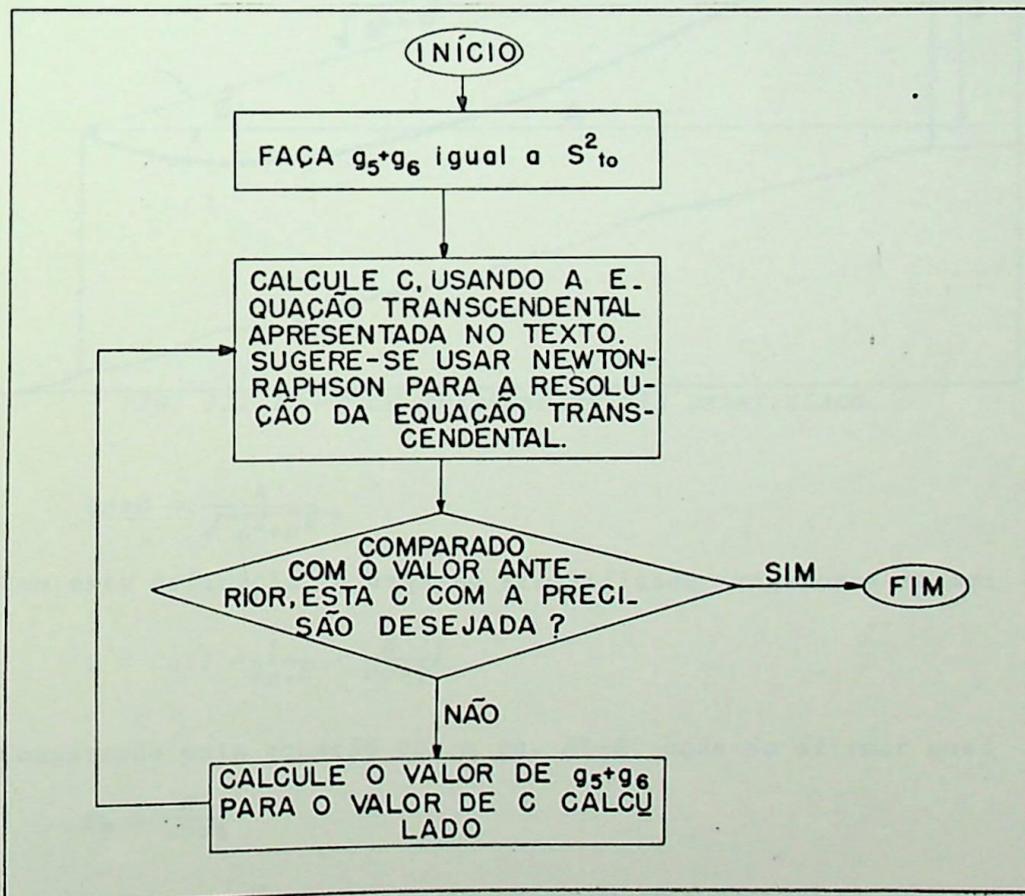


FIG. III.16 - FLUXOGRAMA PARA A RESOLUÇÃO DA EQ. AII-15.

III.4 - APROXIMAÇÕES PARA VÃOS CURTOS.

Para muito pequenos valores de arco, o seno hiperbólico pode ser considerado igual ao próprio arco. Esta aproximação leva a conclusões bastante interessantes. Analisando, inicialmente, a eq. AI-30, esta aproximação leva à seguinte equação:

$$C \cdot (C - C_0) = \frac{H \cdot C_0}{4 \cdot S_c \cdot E} \cdot \frac{A + C \cdot \frac{A}{C} + \frac{2 \cdot C}{A} \cdot \frac{B^2}{C}}{\sqrt{\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right)^2 + \left(\frac{B}{2 \cdot C}\right)^2}}$$

Desenvolvendo-se, chega-se a:

$$C \cdot (C - C_0) = \frac{H \cdot C_0}{4 \cdot S_c \cdot E} \cdot \frac{A + A + \frac{2 \cdot B^2}{A}}{\frac{\sqrt{A^2 + B^2}}{2 \cdot C}}$$

ou,

$$C = C_0 \left(1 + \frac{H \sqrt{A^2 + B^2}}{S_c \cdot E \cdot A} \right)$$

Lembrando-se que o problema, em estudo, se refere à situação descrita na Fig. III-17, pode-se dizer que:

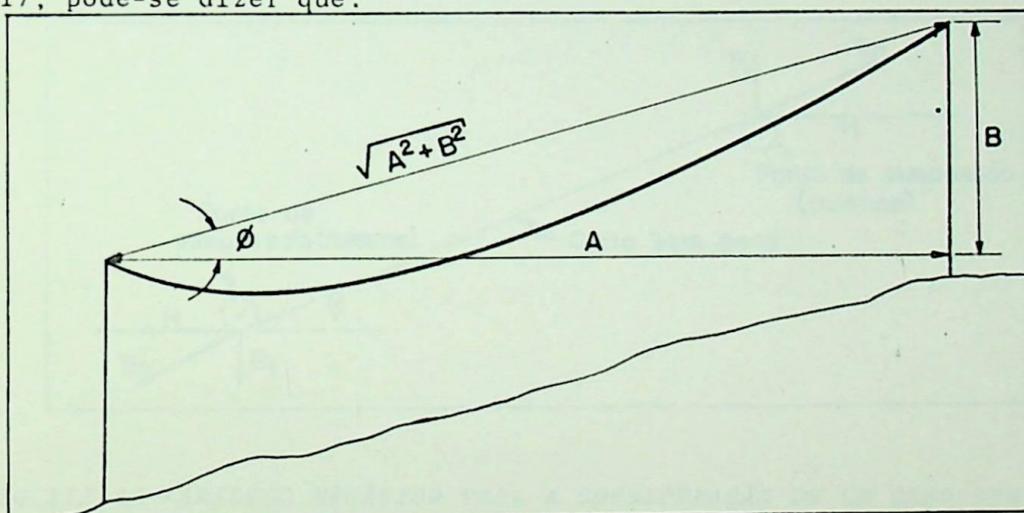


FIG. III.17 - CABO SUSPENSO EM VÃO DESNIVELADO.

$$\cos \phi = \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Com esta definição, a equação simplificada transforma-se em:

$$C = C_0 \left(1 + \frac{1}{S_c \cdot E} \cdot \frac{H}{\cos \phi} \right)$$

Comparando esta equação com a eq. AI-8, pode-se afirmar que:

$$T_m = \frac{H}{\cos \phi}$$

Ou seja: H é a projeção da tração média T_m sobre a horizontal, e T_m está sobre a linha que une os pontos de suspensão. Para vãos nivelados tem-se H igual a T_m .

Uma análise conceitual da aproximação adotada pode ser feita, utilizando-se equações anteriores. Seja a eq. II-30.a:

$$St_0 = \sqrt{4.C^2 \cdot \text{senh}^2\left(\frac{A}{2.C}\right) + B^2} \quad (\text{eq. II-30.a})$$

Fazendo a aproximação em pauta nesta seção, chega-se em:

$$St_0 = \sqrt{4.C^2 \cdot \frac{A^2}{4.C^2} + B^2}$$

ou,

$$St_0 = \sqrt{A^2 + B^2}$$

Ou seja, o comprimento do cabo coincide com o da linha reta que une os pontos de suspensão. Isto significa a não existência de flexa, o que só é possível quando não existir qualquer força no sentido vertical, ou, em outras palavras, quando o cabo não "tiver" peso. A fig. III-18 mostra um análogo, que leva ao equacionamento anterior.

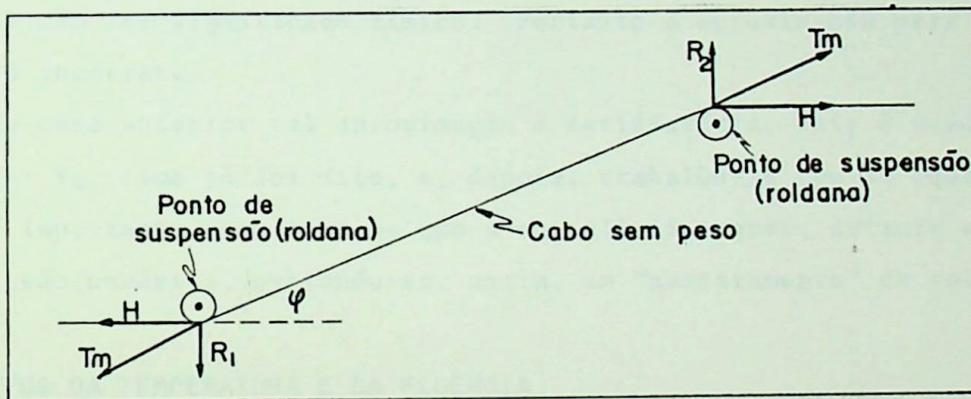


FIG. III.18 - ANÁLOGO MECÂNICO PARA A CONSIDERAÇÃO DE UM CABO SEM PESO.

Da fig. III.18, pode-se concluir que:

$$R_1 = R_2 = T_m \cdot \text{sen } \phi$$

$$H = T_m \cdot \text{cos } \phi \implies T_m = \frac{H}{\text{cos } \phi}$$

O que vem confirmar o que foi dito anteriormente. Deve-se ressaltar que: a aproximação adotada só é usada para se calcular a tração média T_m . Feito isto, retorna-se ao equacionamento original, pois, senão, não teria sentido calcular a constante C da catenária, em virtude de não existir catenária.

Analisando-se, agora, a eq. AII.15, para a aproximação anterior, chega-se em:

$$4.C^2 \cdot \frac{A^2}{4.C^2} + B^2 = \frac{St_0^2 \cdot p_0}{4.Sc.E} \cdot J + St_0 \cdot \sqrt{4.C^2 \cdot \frac{A^2}{4.C^2} + B^2}$$

ou,

$$A^2 + B^2 = \frac{S_{t_0}^2 \cdot p_0}{4 \cdot S_c \cdot E} \cdot J + S_{t_0} \cdot \sqrt{A^2 + B^2}$$

onde,

$$J = \frac{A + C \cdot \frac{A}{C} + \frac{B^2}{C} \cdot \frac{2 \cdot C}{A}}{\sqrt{\frac{A^2}{4 \cdot C^2} + \frac{B^2}{4 \cdot C^2}}}$$

ou,

$$J = 4 \cdot C \cdot \frac{\sqrt{A^2 + B^2}}{A}$$

Isolando-se C, convenientemente, chega-se a:

$$C = \frac{A \cdot S_c \cdot E}{S_{t_0}^2 \cdot p_0} (\sqrt{A^2 + B^2} - S_{t_0})$$

Esta expressão é, obviamente, falsa, pois, normalmente, o comprimento, em repouso, do cabo suspenso em um vão, é maior que o comprimento da linha reta que une os pontos de suspensão. Isto implica dizer que a expressão leva a valores negativos para C, o que não tem significado físico. Portanto a aproximação para vãos curtos, neste caso, é incorreta.

No caso anterior tal aproximação é satisfatória, pois é usada apenas para se calcular T_m , como já foi dito, e, depois, trabalha-se com as equações "exatas".

É importante ressaltar-se que a eq. AII-15 requer, durante a sua solução, uma boa precisão numérica, evitando-se, assim, um "mascaramento" da solução.

III.5 - EFEITOS DA TEMPERATURA E DA FLUÊNCIA.

Conhece-se, para um determinado cabo, o valor do peso unitário p_0 , quando em repouso, para uma determinada temperatura, normalmente próximo de 20°C. Com a variação de temperatura o valor de p_0 irá variar, pois, para um mesmo peso, tem-se comprimentos diferentes. A variação no valor de p_0 e do comprimento em repouso, quando conhecido, alteram as raízes das equações estudadas neste capítulo.

Também o efeito da fluência do cabo irá alterar o valor do peso unitário, e do comprimento em repouso, seja no esticamento ou durante a vida útil da linha.

Seja:

$S_{t_0}^t$ - comprimento, em repouso, do cabo na temperatura final.

p_0^t - peso unitário, em repouso, do cabo na temperatura final.

C_0^t - constante definida como a relação entre H e p_0^t .

α - coeficiente de dilatação linear do cabo.

t_i - temperatura inicial, na qual são conhecidos os valores do peso unitário e comprimento do cabo em repouso.

t_f - temperatura final, na qual está sendo analisado o cabo.

OBS.: todas as grandezas sem o expoente t são referidas à temperatura inicial.

Pode-se afirmar que:

$$s_{t_o}^t = s_{t_o} [1 + \alpha(t_f - t_i)] \quad (\text{eq. III-1})$$

e

$$p_o^t = \frac{P}{s_o^t} \quad (\text{eq. III-2})$$

Substituindo-se a eq. III-1 na eq. III-2 e lembrando-se da eq. AI-1, tem-se:

$$p_o^t = \frac{P}{s_o [1 + \alpha(t_f - t_i)]}$$

$$p_o^t = \frac{p_o}{1 + \alpha(t_f - t_i)} \quad (\text{eq. III-3})$$

Pode-se, também, dizer que

$$C_o^t = \frac{H}{p_o^t} \quad (\text{eq. III-4})$$

Substituindo-se as equações III-3 e AI-7 na eq. III-4, chega-se em:

$$C_o^t = \frac{H \cdot [1 + \alpha(t_f - t_i)]}{p_o} = C_o [1 + \alpha(t_f - t_i)] \quad (\text{eq. III-5})$$

A eq. AI-30, para uma determinada temperatura, pode ser escrita como:

$$C \cdot (C - C_o^t) = \frac{C_o^t \cdot H}{4 \cdot S_c \cdot E} \cdot \frac{A + C \cdot \text{senh}\left(\frac{A}{C}\right) + \frac{B^2}{C} \cdot \text{cotgh}\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right)}{\sqrt{\text{senh}^2\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right) + \left(\frac{B}{2 \cdot C}\right)^2}}$$

Como não é conhecido C_o^t e sim C_o , pode-se substituir na equação anterior a eq. III-5, obtendo-se:

$$C \cdot [C - C_o(1 + \alpha(t_f - t_i))] = \frac{C_o \cdot H \cdot [1 + \alpha(t_f - t_i)]}{4 \cdot S_c \cdot E} \cdot \frac{A + C \cdot \text{senh}\left(\frac{A}{C}\right) + \frac{B^2}{C} \cdot \text{cotgh}\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right)}{\sqrt{\text{senh}^2\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right) + \left(\frac{B}{2 \cdot C}\right)^2}}$$

(eq. III-6)

Esta é a eq. AI-30 generalizada, para uma temperatura qualquer.

Pode-se repetir o procedimento anterior para a eq. AII-15. Para uma temperatura genérica, essa equação pode ser escrita da seguinte forma:

$$4 \cdot C^2 \cdot \text{senh}^2\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right) + B^2 = \frac{(s_{t_o}^t)^2 \cdot p_o^t}{4 \cdot S_c \cdot E} \cdot J + s_{t_o}^t \sqrt{4 \cdot C^2 \cdot \text{senh}^2\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right) + B^2}$$

Substituindo-se as equações III-1 e III-3 na equação anterior, encontra-se:

$$4.C^2.\text{senh}^2\left(\frac{A}{2.C}\right)+B^2 = [1+\alpha(t_f - t_i)] \cdot \left[\frac{St_o^2 \cdot P_o}{4.Sc.E} \cdot J+St_o \cdot \sqrt{4.C^2.\text{senh}^2\left(\frac{A}{2.C}\right)+B^2} \right]$$

(onde, J é definido no apêndice II)

(eq. III-7)

A eq. III-7 é a generalização da eq. AII-15, para uma temperatura qualquer.

Para se considerar o efeito de fluência, nenhum equacionamento especial será desenvolvido. A técnica a ser utilizada é, claramente, esplanada na ref. 12 e comumente empregada. Esta implica em calcular o aumento de temperatura, que corresponderia a um mesmo aumento de comprimento do cabo que o causado pela fluência. De posse desse acréscimo de temperatura, aplica-se as equações III-6 e III-7, recém deduzidas.



IV - APLICAÇÕES DOS MODELOS DESENVOLVIDOS.

IV.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo exemplifica-se, com casos imaginados, a aplicação dos modelos desenvolvidos, ou seja: a eq. AI-30 e eq. AII-15. Os casos, embora imaginados, como já foi dito, cobrem uma boa parte da aplicação prática em linhas de transmissão.

IV.2 - APLICAÇÃO DA EQ. AI-30

Caso 1.

Seja um cabo com as seguintes características:

$$p_0 = 0,7816 \quad [\text{Kp/m}]$$

$$E = 8086 \quad [\text{Kp/mm}^2]$$

$$S_c = 210 \quad [\text{mm}^2]$$

$$\alpha = 18 \cdot 10^{-6} \quad [^{\circ}\text{C}^{-1}]$$

Se a linha da fig. IV-1 for esticada com um tracionamento horizontal de 1545 [Kp], pergunta-se:

a) qual o valor das constantes das catenárias dos vãos ?

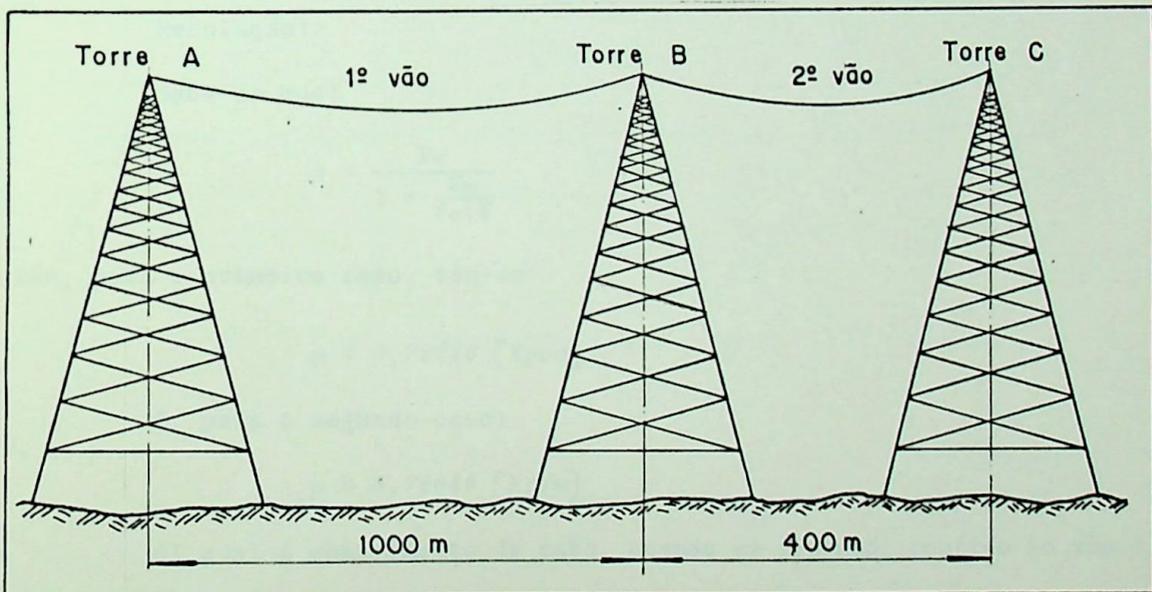


FIG. IV.1 - TRECHO DE UMA LINHA DE TRANSMISSÃO.

Resolução:

Aplicando-se os processos descritos anteriormente, pode-se fazer:

$$C_0 = \frac{H}{P_0} = 1976,714432 \quad [m]$$

- Para o primeiro vão, tem-se:

$$C = 1978,5323 \quad [m]$$

A convergência ocorreu com 3 iterações.

- Para o segundo vão, tem-se:

$$C = 1978,5160 \text{ [m]}$$

A convergência ocorreu com 3 iterações.

b) qual o valor da tensão média T_m ?

Resolução:

Sabe-se que:

$$C = C_0 \left[1 + \frac{T_m}{S_c \cdot E} \right]$$

ou,

$$T_m = \frac{C - C_0}{C_0} \cdot S_c \cdot E$$

Daí, para o primeiro caso, tem-se:

$$T_m = 1561,6059 \text{ [Kp]}$$

E, para o segundo caso, tem-se:

$$T_m = 1547,6037 \text{ [Kp]}$$

c) qual o valor do peso unitário médio ?

Resolução:

Sabe-se que:

$$p = \frac{P_0}{1 + \frac{T_m}{S_c \cdot E}}$$

então, para o primeiro caso, tem-se:

$$p = 0,78088 \text{ [Kp/m]}$$

E, para o segundo caso:

$$p = 0,78089 \text{ [Kp/m]}$$

d) qual o comprimento de cabo, quando em repouso, contido no vão ?

Resolução:

Para o primeiro vão, sabe-se que:

$$S_t = 2 \cdot C \cdot \sinh\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right) = 1010,6780 \text{ [m]}$$

Se,

$$S_t = S_{t0} \left[1 + \frac{T_m}{S_c \cdot E} \right]$$

então,

$$S_{t0} = 1009,7494 \text{ [m]}$$

Repetindo-se os passos anteriores, para o segundo vão, obtém-se:

$$S_t = 400,6816 \text{ [m]}$$

e,

$$St_0 = 400,3168 \text{ [m]}$$

e) como é a curva descrita pelo cabo no vão 2 ?

Resolução:

Esta curva é mostrada na fig. IV-2, e foi executada por um "PLOTTER" ligado a um computador tipo HP.3000.

Caso 2.

Se fosse necessária a mudança da torre B da fig. IV-1 para a situação descrita na fig. IV-3, qual o comprimento de cabo a ser cortado ou emendado, para que as condições de esticamento sejam mantidas ?

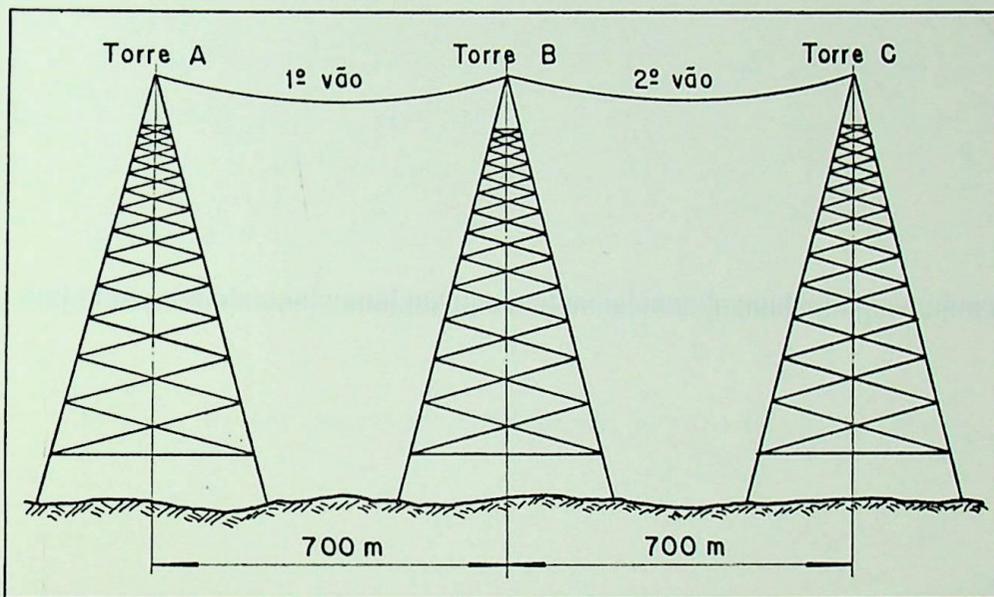


FIG. IV.3 - SITUAÇÃO DE LT COM A TORRE B DESLOCADA.

Resolução:

Calcula-se, inicialmente, o comprimento de cabo contido nos vãos, quando em repouso, seguindo os mesmos passos do caso 1. Como os dois vãos são idênticos, pode-se calcular só para um. Então:

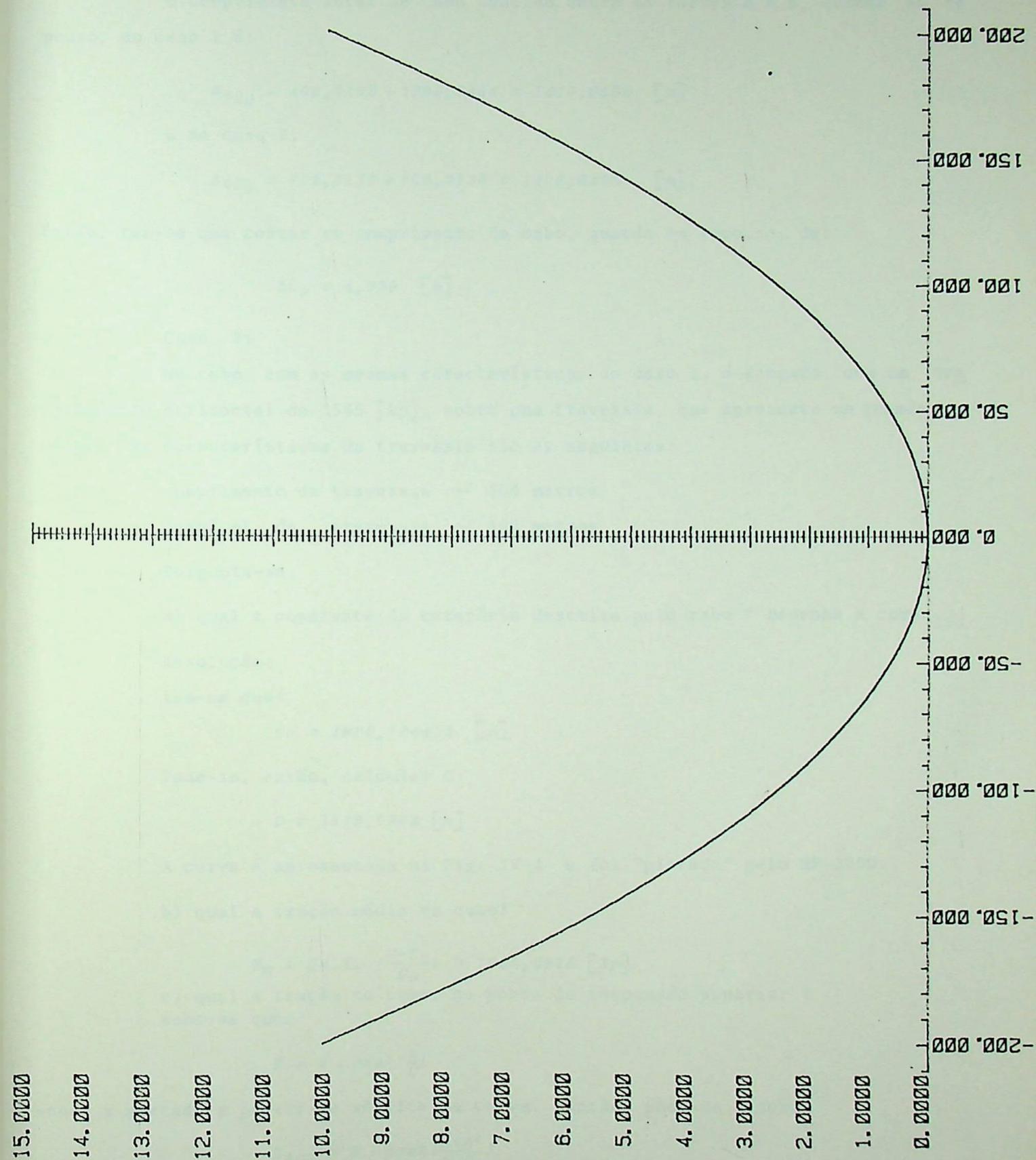
$$c = 1978,5224 \text{ [m]}$$

e,

$$St = 2 \cdot c \cdot \sinh\left(\frac{A}{2 \cdot c}\right) = 703,6566 \text{ [m]}$$

Sabe-se que:

$$\frac{c - c_0}{c_0} = \frac{St - St_0}{St_0}$$



então:

$$S_{t_0} = 703,0136 \text{ [m]}$$

O comprimento total de cabo contido entre as torres A e B, quando em reposo, no caso 1 é:

$$S_{tC_0} = 400,3168 + 1009,7494 = 1410,0662 \text{ [m]}$$

E no caso 2:

$$S_{tC_0} = 703,0136 + 703,0136 = 1406,0272 \text{ [m]}$$

Então, tem-se que cortar um comprimento de cabo, quando em repouso, de:

$$\Delta S_0 = 4,039 \text{ [m]}$$

Caso 3:

Um cabo, com as mesmas características do caso 1, é lançado, com um tração horizontal de 1545 [kp], sobre uma travessia, que apresenta um grande desnível. As características da travessia são as seguintes:

comprimento da travessia — 500 metros

desnível da travessia — 400 metros

Pergunta-se:

a) qual a constante da catenária descrita pelo cabo? Desenhe a curva.

Resolução:

tem-se que:

$$C_0 = 1976,714432 \text{ [m]}$$

Pode-se, então, calcular C:

$$C = 1979,0262 \text{ [m]}$$

A curva é apresentada na Fig. IV-4 e foi "plotada" pelo HP-3000.

b) qual a tração média no cabo?

$$T_m = S_c.E. \left(\frac{C-C_0}{C} \right) = 1985,8816 \text{ [Kp]}$$

c) qual a tração no cabo, no ponto de suspensão superior? sabe-se que:

$$T = H \cdot \cosh\left(\frac{x}{C}\right)$$

sendo x marcado a partir do vértice da curva. Então, pode-se dizer:

$$T_{max} = H \cdot \cosh\left(\frac{A+A'}{2.C}\right)$$

Sabe-se também, que:

$$A' = 2.C \cdot \text{arc senh} \left[\frac{B}{2.C \cdot \text{senh}\left(\frac{A}{2.C}\right)} \right]$$

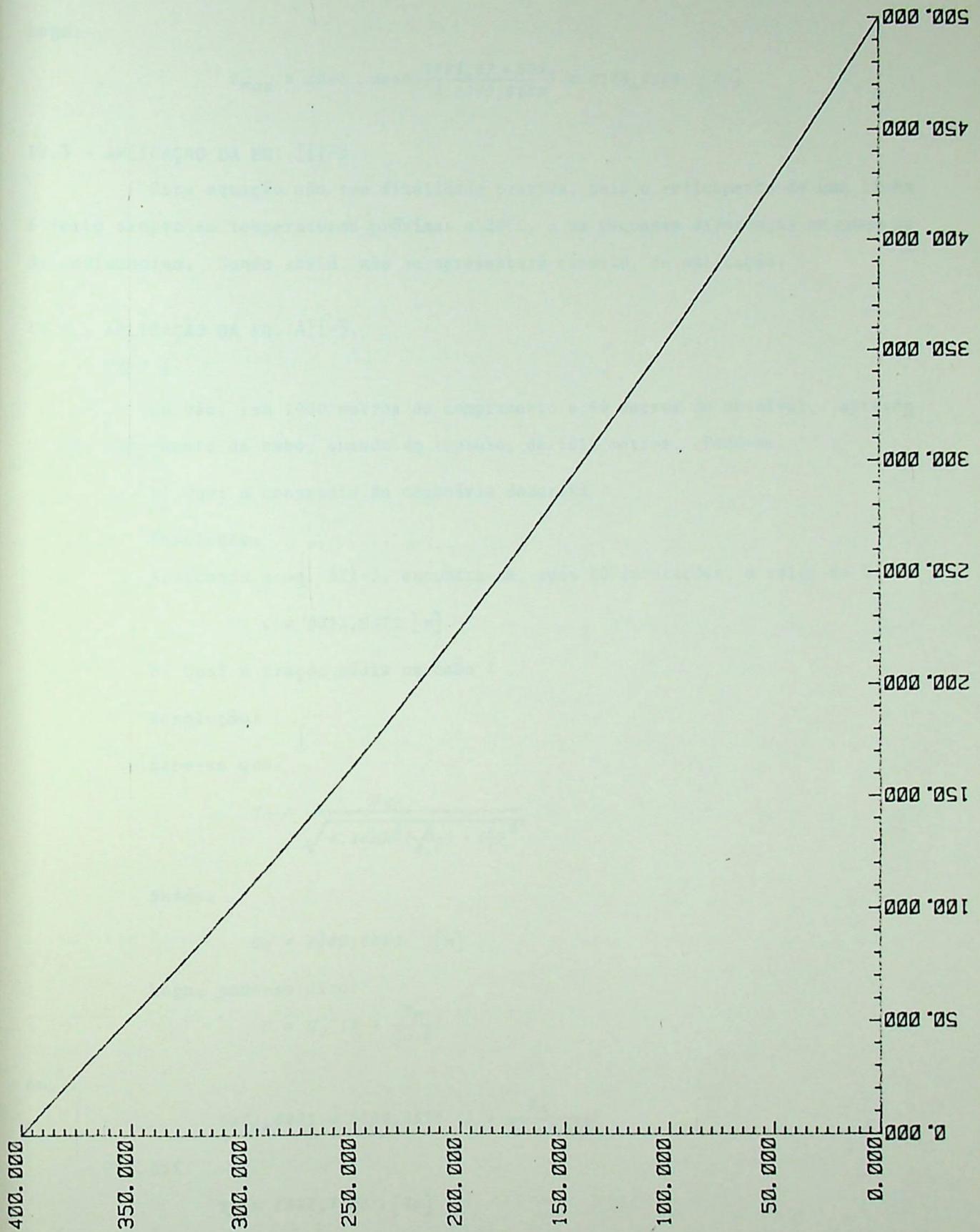


FIG. IV.4 - TRAVESSA DE UM GRANDE VÃO.

então:

$$A' = 2893,37 \text{ [m]}$$

Logo:

$$T_{max} = 1545 \cdot \cosh\left(\frac{2893,37 + 500}{2 \cdot 1979,0262}\right) = 2148,4455 \text{ [Kp]}$$

IV.3 - APLICAÇÃO DA EQ. III-6,

Esta equação não tem finalidade prática, pois o esticamento de uma linha é feito sempre em temperaturas próximas a 20°C, e as pequenas diferenças em quase na da influenciam. Sendo assim, não se apresentará exemplo de aplicação.

IV.4 - APLICAÇÃO DA EQ. AII-3,

Caso 1.

Um vão, com 1000 metros de comprimento e 50 metros de desnível, apresenta um comprimento de cabo, quando em repouso, de 1010 metros. Pede-se:

a) Qual a constante da catenária descrita ?

Resolução:

Aplicando a eq. AII-3, encontra-se, após 10 interações, o valor de C.

$$C = 2071,6471 \text{ [m]}$$

b) Qual a tração média no cabo ?

Resolução:

Sabe-se que:

$$C_0 = \frac{S_{to}}{\sqrt{4 \cdot \sinh^2\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right) + \left(\frac{B}{C}\right)^2}}$$

Então:

$$C_0 = 2069,6510 \text{ [m]}$$

Logo, pode-se dizer:

$$C = C_0 \left(1 + \frac{T_m}{S_c \cdot E}\right)$$

ou,

$$2071,6471 = 2069,6510 \left(1 + \frac{T_m}{210 \cdot 8086}\right)$$

Daí:

$$T_m = 1637,7146 \text{ [Kp]}$$

c) Qual a tração horizontal em que foi esticado o cabo ?

Resolução:

Lembrando que: $C_0 = \frac{H}{P_0}$

pode-se dizer:

$$H = C_0 \cdot p_0 = 1617,6392 \text{ [Kp]}$$

d) Se o cabo fosse ideal, qual seria a constante da catenária ?

Resolução:

A constante seria C_i , já definida no capítulo III. Sabe-se que:

$$2 \cdot C_i \cdot \sinh\left(\frac{A}{2 \cdot C_i}\right) = \sqrt{S_{t_0}^2 - B^2}$$

Pode-se determinar facilmente C_i , usando, por exemplo, Newton-Raphson. Chega-se, então, a:

$$C_i = 2183,5850 \text{ [m]}$$

e) Qual seria a tração horizontal no cabo ideal ?

Resolução:

$$C_i = \frac{H_i}{p_0} \implies H_i = 1706,6900 \text{ [Kp]}$$

H_i é maior que a tração horizontal no cabo real, como era de se esperar.

f) Compare as curvas descritas pelos cabos real e ideal.

Resoluções:

As curvas são mostradas na fig. IV-5, e foram "plotadas", também, pelo HP-3000.

Caso 2

A linha do caso 1, da seção IV-2, encontra-se sobre um vento de 100 Km/h.

Pede-se:

a) qual a constante da catenária, sobre estas condições, do primeiro vão?

Resolução:

O método, a ser utilizado neste problema, não segue a mesma linha de "exatidão" das equações deduzidas nos capítulos anteriores. Considerar-se-á que o peso unitário, fictício, do cabo seja a composição do peso unitário próprio e do esforço unitário causado pelo vento. Esta consideração será feita tanto para o cabo em repouso, como para o cabo suspenso. O erro fundamental é que, ao se suspender o cabo, o peso unitário diminui e isto só é verdade para o peso unitário próprio do cabo. Para o esforço de vento, o mesmo permanece, praticamente, constante. Esse erro não comprometerá a solução do problema, pois a condição de vento é, normalmente, a situação de máxima carga, e o objetivo principal deste trabalho é um cálculo preciso da flexa. Os resultados são plenamente aceitáveis, e se caracterizam por serem "pessimistas", ou seja: os valores de tensão são (um pouco) superiores aos "exatos".

Da literatura especializada, sabe-se que:

$$p_R = \sqrt{0,0045 \cdot \alpha \cdot d \cdot v^2 + p^2}$$

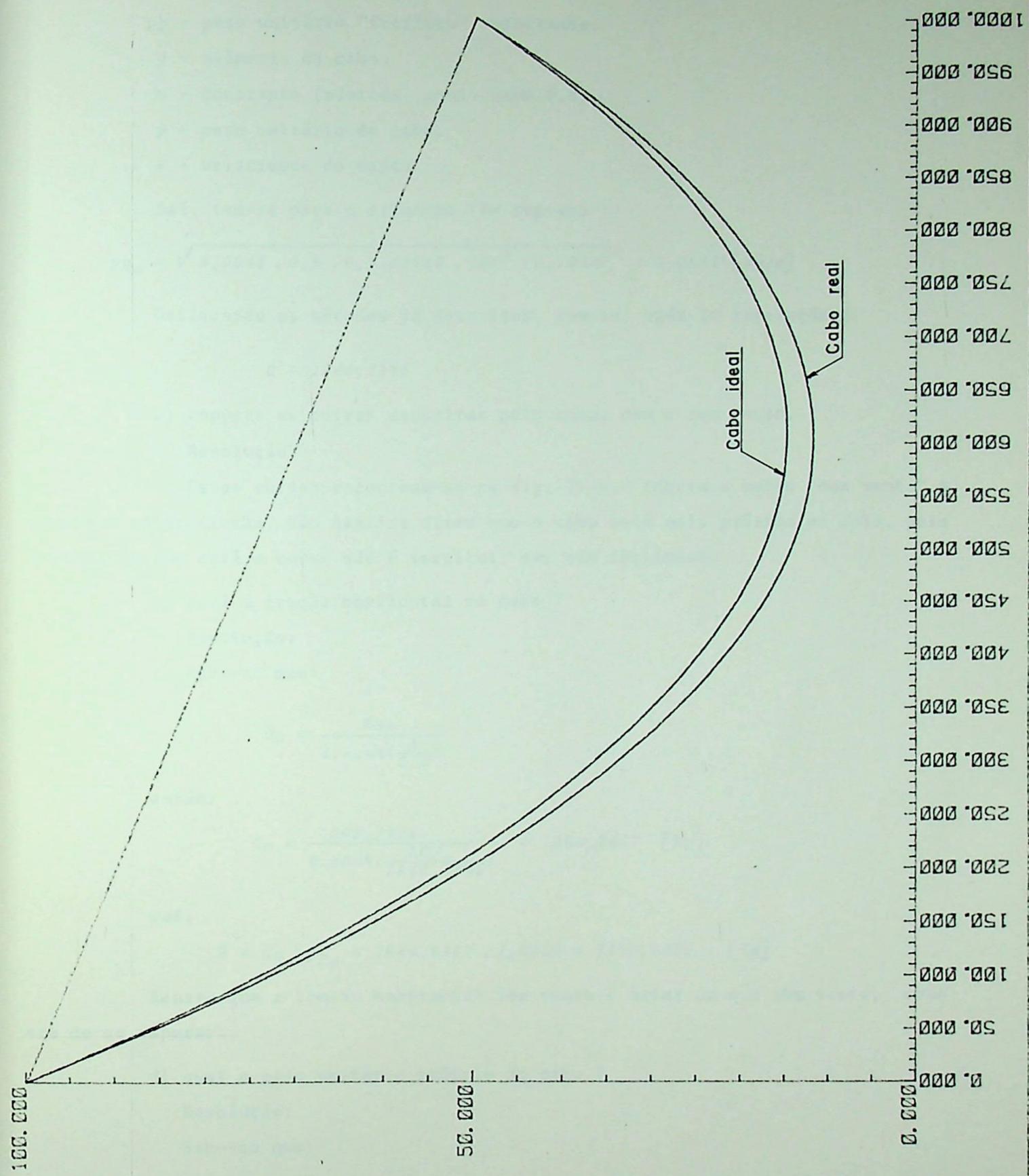


FIG. IV.5 - CURVAS DESCRITAS POR UM ÇABO REAL E UM IDEAL DE MESMO COMPRIMENTO, QUANDO EM REPOUSO.

onde:

p_R - peso unitário "fictício" resultante.

d - diâmetro do cabo.

α - constante (adotada, aqui, como 0,8).

p - peso unitário do cabo.

V - velocidade do vento.

Daí, tem-se para a situação "em repouso":

$$p_{R_0} = \sqrt{0,0045 \cdot 0,8 \cdot 0,0163518 \cdot 100^2 + 0,7816^2} = 1,0952 \text{ [Kp/m]}$$

Utilizando os métodos já descritos, tem-se, após 20 interações:

$$C = 1946,7145$$

b) compare as curvas descritas pelo cabo, com e sem vento.

Resolução:

Estas curvas encontram-se na fig. IV-6. Embora a curva "com vento" a presente maior flecha, não implica dizer que o cabo está mais próximo ao solo, pois o plano em que está a curva não é vertical, mas sim inclinado.

c) qual a tração horizontal no cabo ?

Resolução:

Sabe-se que:

$$C_0 = \frac{S_{to}}{2 \cdot \sinh\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right)}$$

então:

$$C_0 = \frac{1009,7494}{2 \cdot \sinh\left(\frac{500}{1946,7145}\right)} = 1944,2467 \text{ [Kp]}$$

Daí:

$$H = C_0 \cdot p_{R_0} = 1944,2467 \cdot 1,0952 = 2129,3390 \text{ [Kp]}$$

Repare que a tensão horizontal com vento é maior do que sem vento, como era de se esperar.

d) qual o peso unitário próprio do cabo ?

Resolução:

Sabe-se que:

$$C = C_0 \cdot \left(1 + \frac{T_m}{S_c \cdot E}\right)$$

Daí:

$$T_m = 2.155,3193 \text{ [Kp]}$$

Sabe-se, também, que:

$$p_0 = p \left(1 + \frac{T_m}{S_c \cdot E}\right)$$

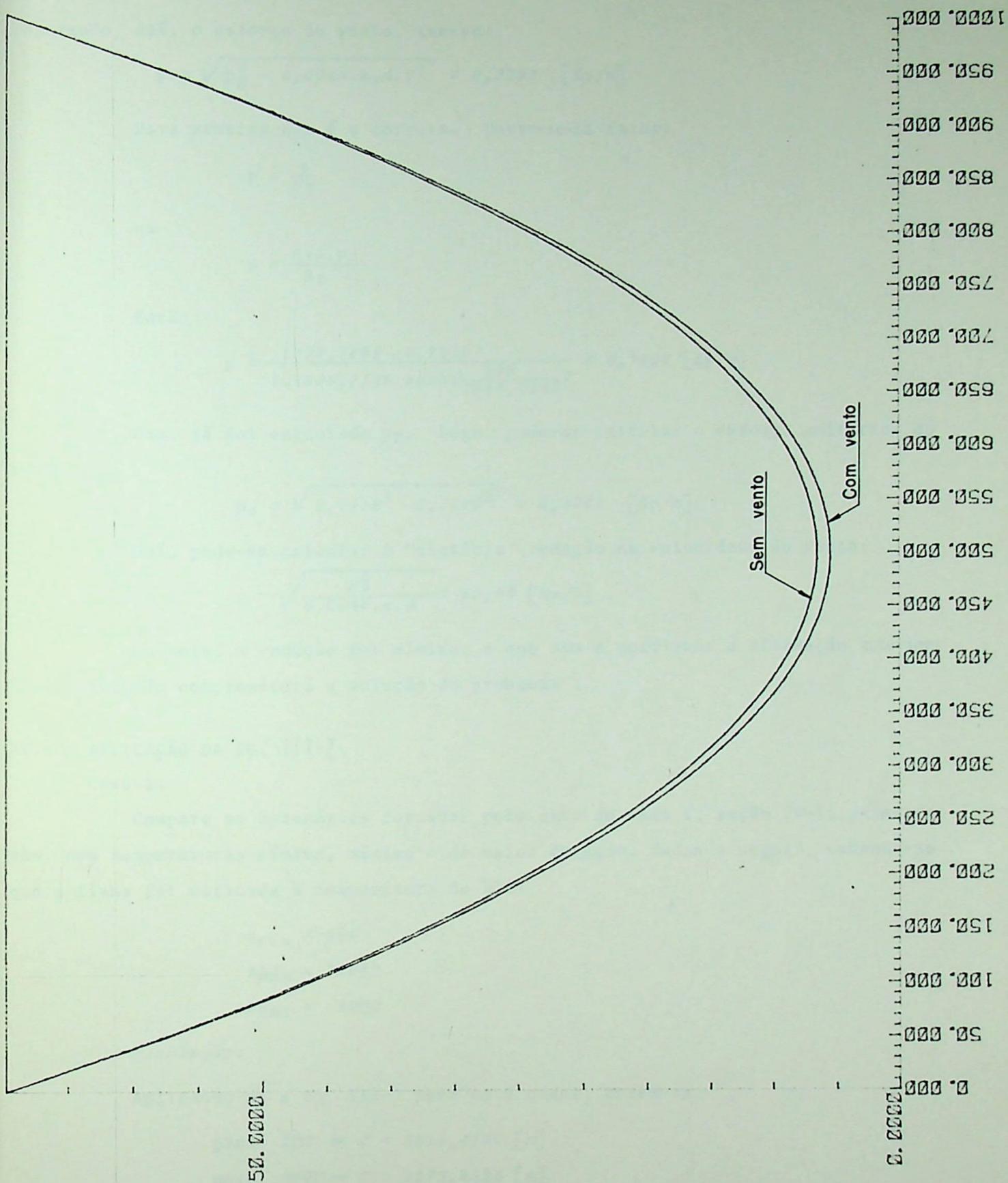


FIG. IV.6 - COMPARAÇÃO ENTRE AS CATENÁRIAS TRAÇADAS PELO CABO NAS CONDIÇÕES "COM" E "SEM VENTO".

Logo:

$$p_R = 1,0938 \text{ [Kp/m]}$$

separando, daí, o esforço do vento, tem-se:

$$p = \sqrt{p_R^2 - 0,0045 \cdot \alpha \cdot d \cdot v^2} = 0,7796 \text{ [Kp/m]}$$

Esta maneira não é a correta. Dever-se-ia fazer:

$$p = \frac{p}{S_t}$$

ou

$$p = \frac{S_{to} \cdot p_0}{S_t}$$

Então:

$$p = \frac{1009,7494 \cdot 0,7816}{2.1946,7145 \cdot \sinh\left(\frac{500}{1946,7145}\right)} = 0,7806 \text{ [Kp/m]}$$

Ora, já foi calculado p_R . Logo, pode-se calcular o esforço unitário do vento.

$$p_v = \sqrt{1,0938^2 - 0,7806^2} = 0,7662 \text{ [Kp/m]}$$

Daí, pode-se calcular a "fictícia" redução da velocidade do vento:

$$v = \sqrt{\frac{p_v^2}{0,0045 \cdot \alpha \cdot d}} = 99,86 \text{ [Km/h]}$$

Ou seja, a redução foi mínima, o que vem a confirmar a afirmação anterior: "Esse erro não comprometerá a solução do problema".

IV.5 - APLICAÇÃO DA EQ. III-7.

Caso 1.

Compare as catenárias formadas pelo cabo do caso 1, seção IV-1, primeiro vão, nas temperaturas mínima, máxima e de maior duração, dadas a seguir, sabendo-se que a linha foi esticada à temperatura de EDS:

$$t_{min} = 0^\circ C$$

$$t_{max} = 100^\circ C$$

$$t_{EDS} = 20^\circ C$$

Resolução:

Aplicando-se a eq. III-7 para os 3 casos, obtem-se:

$$\text{para } 0^\circ C \rightarrow C = 2011,4105 \text{ [m]}$$

$$\text{para } 20^\circ C \rightarrow C = 1978,5323 \text{ [m]}$$

$$\text{para } 100^\circ C \rightarrow C = 1860,7910 \text{ [m]}$$

Pode-se agora traçar as curvas, o que é feito na fig. IV-7. Observa-se a máxima flecha, para a máxima temperatura, e a mínima, para a mínima temperatura, como já era esperado.

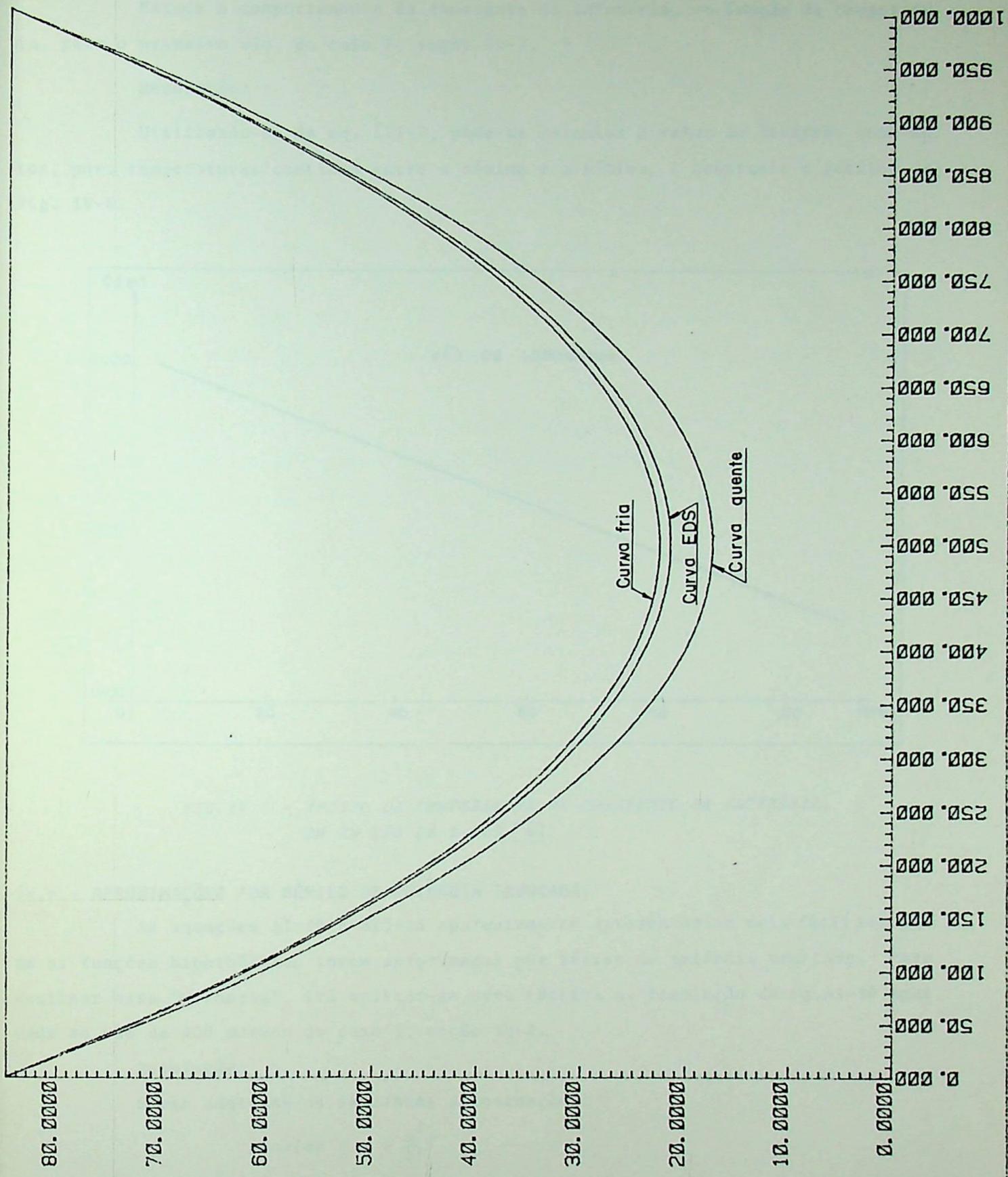


FIG. IV.7 - CATENÁRIAS TRAÇADAS PELO CABO NAS CONDIÇÕES DE TEMPERATURA MÁXIMA, MÍNIMA E DE EDS.

Caso 2

Estude o comportamento da constante da catenária, em função da temperatura, para o primeiro vão, do caso 1, seção IV-1.

Resolução:

Utilizando-se da eq. III-7, pode-se calcular o valor de diversas constantes, para temperaturas contidas entre a máxima e a mínima, e construir o gráfico da Fig. IV-8.

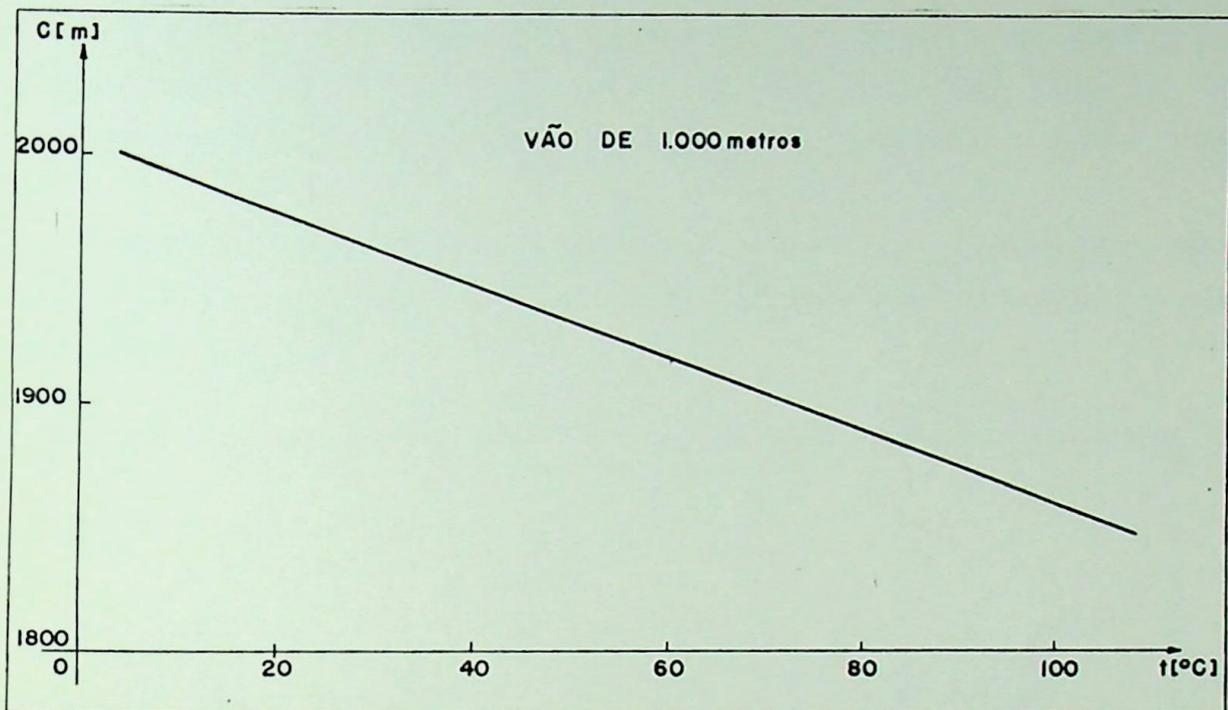


FIG. IV.8 - EFEITO DA TEMPERATURA NA CONSTANTE DA CATENÁRIA, EM UM VÃO DE 1.000 [m].

IV.6 - APROXIMAÇÕES POR SÉRIES DE POTÊNCIA TRUNCADA.

As equações AI-30 e AII-15 aparentemente apresentariam mais fácil solução, se as funções hiperbólicas forem aproximadas por séries de potência truncada. Para analisar essa "melhoria", irá aplicar-se esta técnica na resolução da eq. AI-30 aplicada ao vão de 400 metros do caso 1, seção IV-2.

Resolução:

Serão adotadas as seguintes aproximações:

$$\sinh(x) = x + \frac{x^3}{3!}$$

$$\cosh(x) = 1 + \frac{x^2}{2!}$$

Substituindo estas aproximações na eq. AI-30 aplicada a um vão nivelado,

obtem-se:

$$C \cdot (C - C_0) \approx \frac{C_0 \cdot H}{4 \cdot S \cdot C \cdot E} \cdot \frac{A + C \cdot \left(\frac{A}{C} + \frac{A^3}{6 \cdot C^3} \right)}{\frac{A}{2 \cdot C} + \frac{A^3}{48 \cdot C^3}}$$

que desenvolvendo evolui para:

$$C^2 - C_0 \cdot C \cdot \left(1 + \frac{H}{S_C \cdot E}\right) \approx \frac{A^2 \cdot C_0}{24 \cdot C} \cdot \left(1 + \frac{H}{S_C \cdot E}\right)$$

Utilizando de técnica semelhante à usada na resolução da eq. AI-30, obtém-se, após 3 interações, o valor de C.

$$C = 1981,97 \text{ [m]}$$

É obvio que o valor apresentou uma grande diferença do "exato". O valor da constante calculada por este processo sempre será maior que o exato. Isto é facilmente visto na fig. IV-9. Nela é comparada uma catenária com sua respectiva aproximação por série, ou seja, uma parábola. A parábola apresenta, para um mesmo vão, uma menor flecha, como se estivesse mais tracionado, portanto, com uma constante C maior.

A aproximação por série se caracteriza, então, por um resultado insatisfatório no que diz respeito a valor final, convergência (igual para pior) e simplicidade da equação (igual).

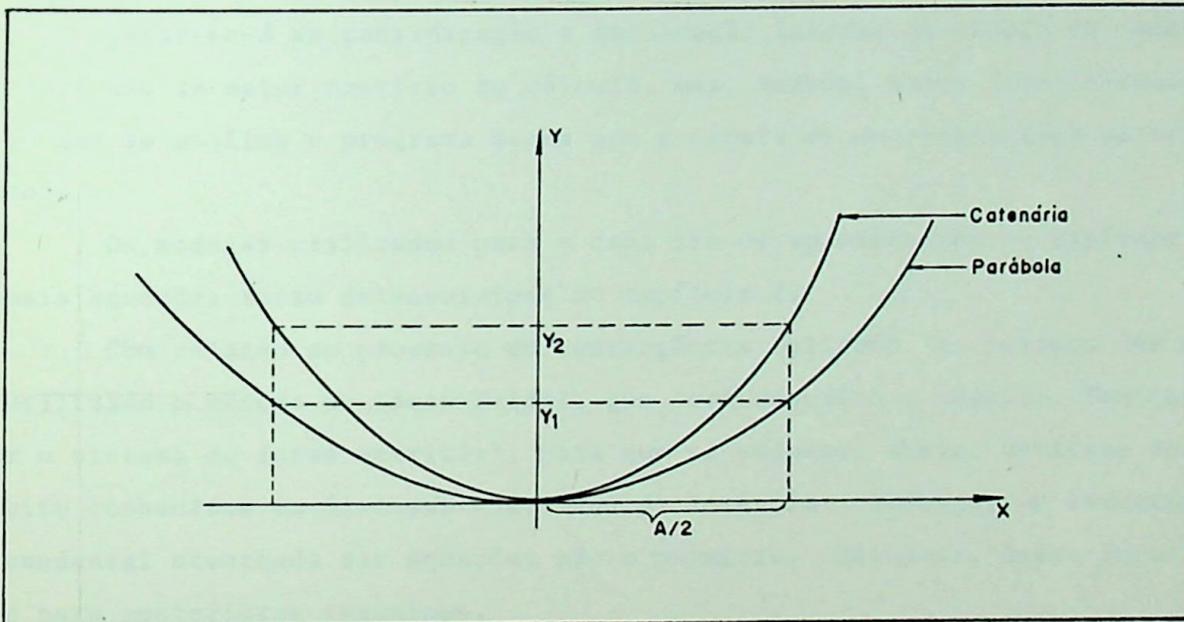


FIG. IV.9 - COMPARAÇÃO DE UMA CATENÁRIA E SUA RESPECTIVA APROXIMAÇÃO POR PARÁBOLA.

V - APLICAÇÕES ESPECIAIS

V.1 - INTRODUÇÃO

Desenvolve-se neste capítulo um fluxograma, visando a programação de computadores, para o cálculo do abaixamento do condutor, quando do rompimento do mesmo em um vão adjacente. Embora o fluxograma seja específico para esse caso, ele contém subsídios importantes para se elaborarem outros, como, por exemplo, para cálculo do "OFF-SET" e balanço das cadeias com a mudança de temperatura.

O fluxograma desenvolvido foi implantado, em FORTRAN IV, no computador HP-3000 do L.C.S. da EFEI.

V.2 - CONSIDERAÇÕES GERAIS.

Após "grampeado", a única coisa que permanece constante em um vão, com o balanço das cadeias, é o comprimento, quando em repouso, do cabo. E será baseado nesta consideração que se elaborará o fluxograma. Portanto, o primeiro passo será calcular esse comprimento, quando em repouso, o que é feito para a condição de tração.

Levar-se-á em consideração a inclinação inicial da cadeia de ancoragem, o que dará não só maior precisão ao cálculo, mas, também, maior flexibilidade, permitindo que se utilize o programa mesmo que a cadeia de ancoragem faça parte do vão estudado.

Os modelos utilizados para o cabo são os apresentados no capítulo III, e as demais equações foram desenvolvidas no capítulo II.

Com relação ao processo de convergência aplicado ao balanço das cadeias, será utilizado o método de Gauss-Seidel, que será descrito a seguir. Tentou-se equacionar o sistema de forma matricial, para que se pudesse, assim, utilizar dos métodos muito conhecidos em Sistemas Elétricos de Potência. Todavia, a característica transcendental acentuada das equações não o permitiu. Deixa-se, desta forma, a sugestão para posteriores trabalhos.

A lógica do processo interativo será, agora, descrita.

1º passo:

Calcula-se as condições iniciais (fig. V-1).

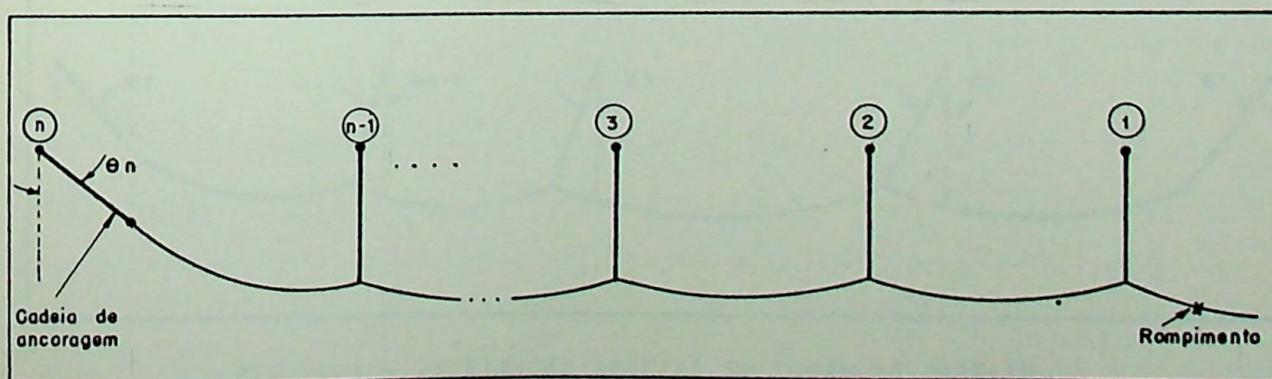


FIG. V.1 - CONDIÇÕES INICIAIS DAS CADEIAS.

2º passo:

Calcula-se a inclinação da primeira cadeia, mantendo as outras fixas (Fig. V-2).

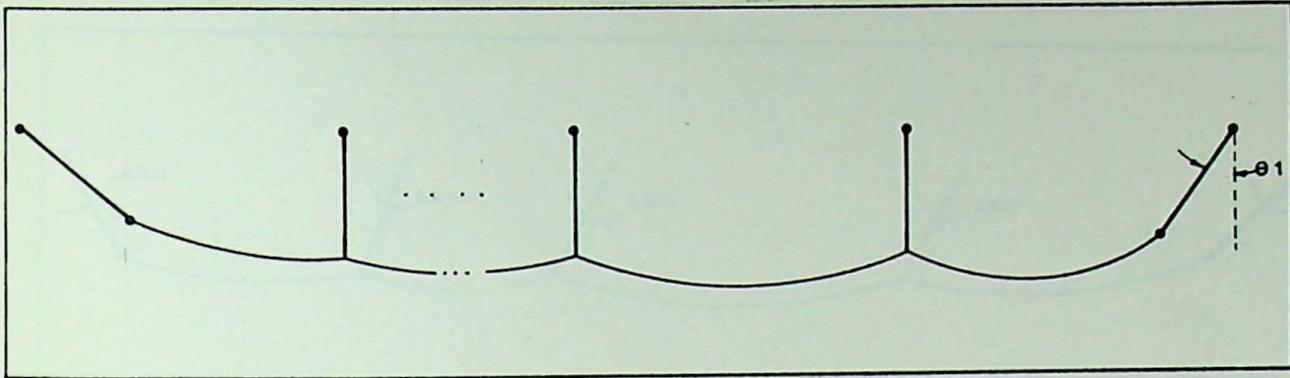


FIG. V.2 - INCLINAÇÃO INICIAL DA PRIMEIRA CADEIA.

3º passo:

Calcula-se a inclinação da segunda cadeia, mantendo as outras fixas (Fig. V-3).

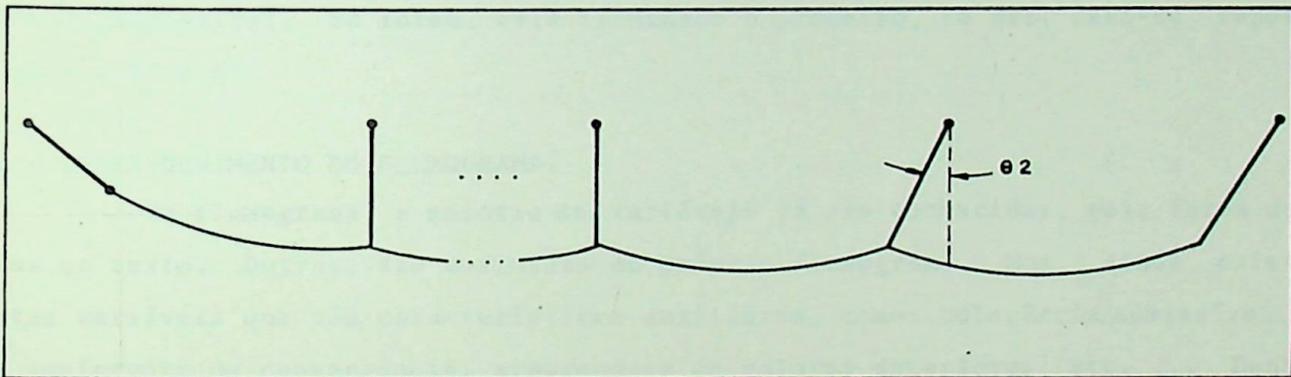


FIG. V.3 - INCLINAÇÃO INICIAL DA SEGUNDA CADEIA.

4º passo:

Repete-se o passo anterior para todas as outras cadeias, inclusive a de ancoragem (Fig. V-4).

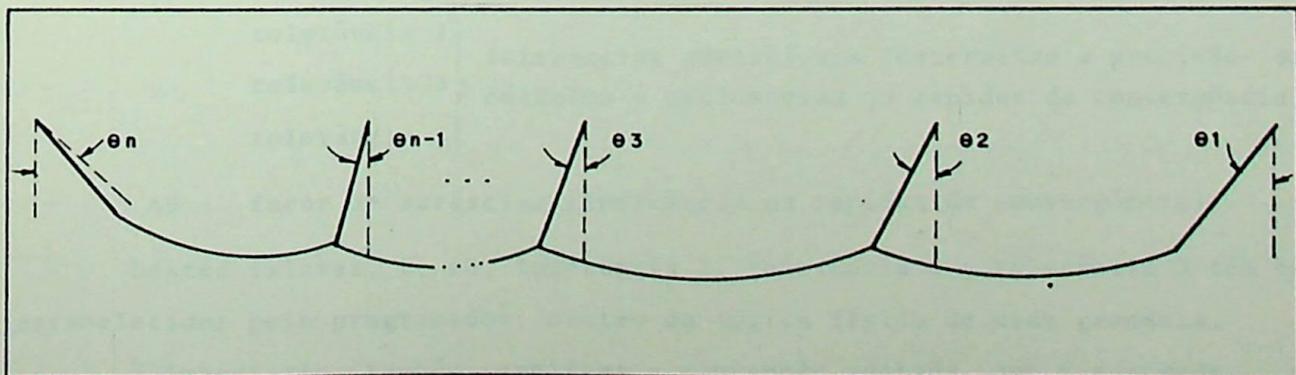


FIG. V.4 - INCLINAÇÃO INICIAL DE TODAS AS CADEIAS.

5º passo

Volta-se à primeira cadeia e repete-se os passos 2º, 3º e 4º, obtendo-se as novas inclinações das cadeias (Fig. V-5).

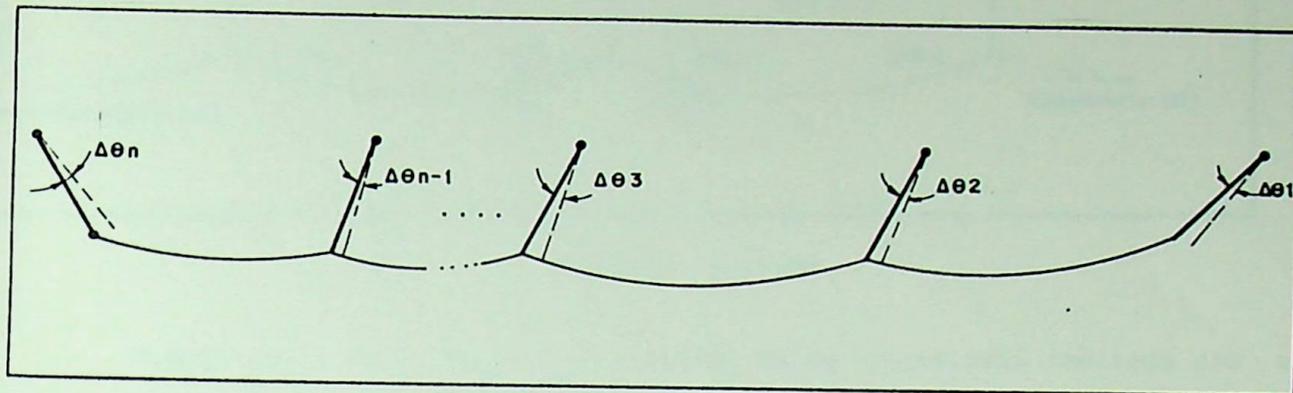


FIG. V.5 - NOVAS INCLINAÇÕES DAS CADEIAS E SUAS RESPECTIVAS VARIAÇÕES, COM RESPEITO À ANTERIOR.

6º passo:

Verifica-se, se todas as variações dos ângulos estão abaixo de uma tolerância admissível. Se forem, está terminado o processo, se não, deve-se repetir os passos 5º e 6º.

V.3 - DESENVOLVIMENTO DO FLUXOGRAMA.

No fluxograma, a maioria das variáveis já são conhecidas, pois foram definidas no texto. Outras, são definidas no próprio fluxograma. Mas, ainda existem certas variáveis que têm características auxiliares, como: tolerância admissível, fator acelerante de convergência, armazenagem de valores anteriores, etc. ... Dentre essas, encontram-se:

j - índice variável.

α - armazenagem de valores anteriores.

FLAG - fator de verificação

K - fator auxiliar

Z - fator acelerante da convergência (sempre menor que 1)

tolerância 1	} tolerâncias admissíveis (determinam a precisão dos cálculos e influenciam na rapidez da convergência)
tolerância 2	
tolerância 3	

$\Delta\theta$ - fator de acréscimo (influência na rapidez da convergência)

Destes valores, Z, $\Delta\theta$, tolerância 1, tolerância 2 e tolerância 3 têm que ser estabelecidos pelo programador, dentro da lógica física de cada grandeza.

É importante, também, explicar a convenção adotada, que é mostrada na

Fig. V-6:

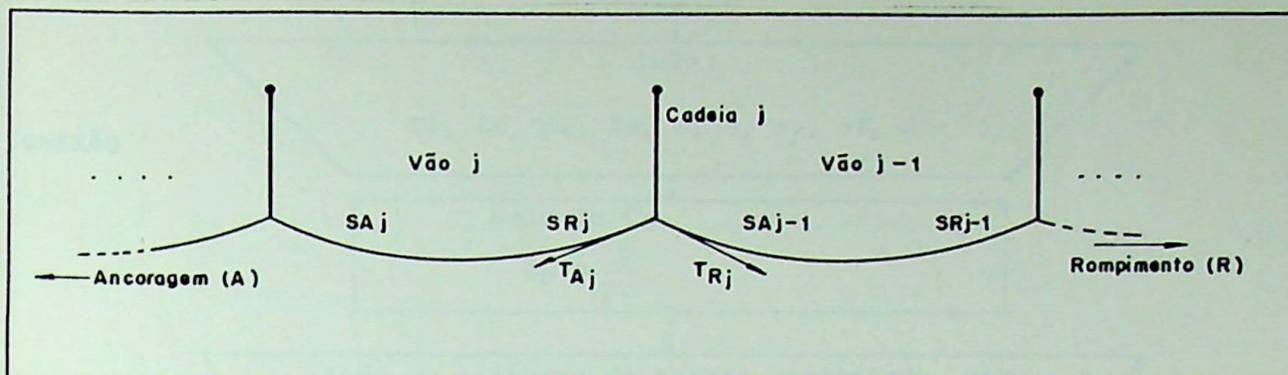
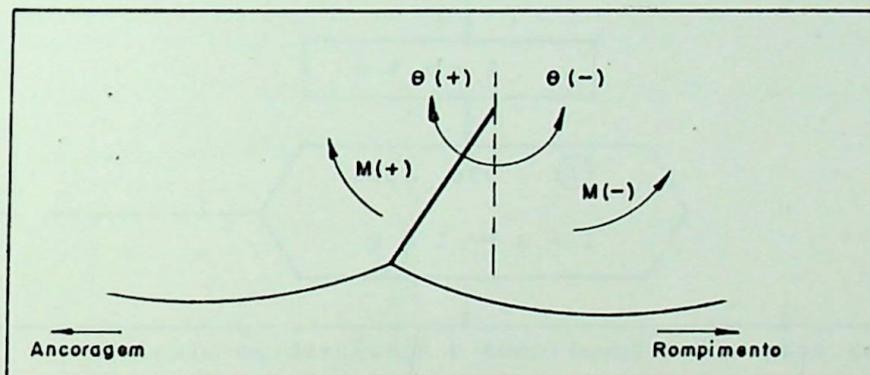


FIG. V.6 - CONVENÇÃO ADOTADA.

Sempre que a força estiver no sentido da ancoragem, será indicada com um índice A. Quando estiver no sentido do rompimento, o índice será R. Em um vão, o trecho de cabo que vai do vértice ao ponto de suspensão, do lado da ancoragem, também terá o índice A e o outro trecho R.

Resta ainda comentar sobre a convenção do designado momento unitário (M). A Fig. V-7 mostra o problema.

FIG. V.7 - CONVENÇÃO ADOTADA PARA M e θ .

Chama-se de "momento unitário" o momento sobre a cadeia dividido pelo comprimento da própria, que terá sinal positivo quando tender a aumentar o ângulo θ no sentido positivo, conforme indicado na Fig. V-7.

Para não estender ainda mais o fluxograma, não se detalhou o cálculo do abaixamento, mas, de posse da inclinação das cadeias, pode-se calcular os novos comprimento e desnível do vão. Com esses e com os valores iniciais, calcula-se o abaixamento.

Finalmente, desenvolvendo o fluxograma, tem-se:

INÍCIO

Leia:

 $P_i, l_i, p_o, S_c, E, \alpha, t_f, t_i, H$ Calcule C_o .

$$C_o = \frac{H}{p_o}$$

Sendo n o número de torres, começando com n igual a 1, leia: $COTAPE_n$ (cota do pé da torre)- $HALTOR_n$ (altura da torre)- D_n (distância da torre a uma referência comum)Calcule a cota do ponto de suspensão do cabo, em cada torre, fazendo: $COTA_n = COTAPE_n + HALTOR_n - l_i$

NÃO

 $HALTOR_n \leq 0$

SIM

 $n = n - 1$ Faça até ①
 $j = 1 \rightarrow n - 1$

Calcule os desníveis e comprimentos dos vãos, considerando as cadeias verticais.

$$Bo_j = COTA_j - COTA_{j-1}$$

$$B = Bo_j$$

$$Ao_j = |D_j - D_{j+1}|$$

$$A = Ao_j$$

1

Faça até ②
 $j = 1 \rightarrow n - 2$ Calcule a constante C_j da catenária para o vão j , usando a eq. AI-30, através do processo numérico descrito no capítulo III.

B

A

CONEXÃO

Calcule o peso unitário do cabo, para o vão j .

$$p_j = p_0 \cdot \frac{C_0}{C_j}$$

Calcule o comprimento total do cabo suspenso no vão j .

$$St_j = \sqrt{4 \cdot C_j^2 \cdot \operatorname{senh}^2\left(\frac{A_j}{2 \cdot C_j}\right) + B_j^2}$$

Calcule o comprimento total do cabo, no vão j , quando em repouso.

$$St_{0j} = St_j \cdot \frac{C_0}{C_j}$$

2

Calcule a constante (C_{n-1}) da catenária do último vão, pela equação AI-30.

Calcule o peso unitário médio P_{n-1} para o último vão.

$$P_{n-1} = p_0 \cdot \frac{C_0}{C_{n-1}}$$

Calcule os comprimentos de cabo entre o vértice da catenária e o ponto de suspensão, do lado da ancoragem (SA_{n-1}) e do comprimento (SR_{n-1}).

$$A' = 2 \cdot C_{n-1} \cdot \operatorname{arc\,senh} \left[\frac{B_{n-1}}{2 \cdot C_{n-1} \cdot \operatorname{senh}\left(\frac{A_{n-1}}{2 \cdot C_{n-1}}\right)} \right]$$

$$SA_{n-1} = C_{n-1} \cdot \operatorname{senh}\left(\frac{A_{n-1} - A'}{2 \cdot C_{n-1}}\right)$$

$$SR_{n-1} = C_{n-1} \cdot \operatorname{senh}\left(\frac{A_{n-1} + A'}{2 \cdot C_{n-1}}\right)$$

Calcule as forças que o cabo produz sobre as cadeias

n e $n-1$

$$PR_n = SA_{n-1} \cdot P_{n-1}$$

$$HR_n = C_{n-1} \cdot P_{n-1}$$

$$PA_{n-1} = SR_{n-1} \cdot P_{n-1}$$

$$HA_{n-1} = C_{n-1} \cdot P_{n-1}$$

G

V-7
C

Calcule a nova inclinação θ_n da cadeia de ancoragem

$$\theta_n = -\text{arctg} \left(\frac{HR_n}{P_{Rn} + 0,5 \cdot P_i} \right)$$

Calcule o deslocamento da cadeia de ancoragem na vertical (Y_n) e na horizontal (X_n)

$$X_n = l_i \cdot \text{sen} \theta_n$$

$$Y_n = l_i (1 - \text{cos} \theta_n)$$

Calcule o novo desnível e a nova distância entre os pontos de suspensão, no último vão.

$$B_{n-1} = B_{0n-1} - Y_n$$

$$A_{n-1} = A_{0n-1} + X_n$$

NÃO

$$\alpha_n = \theta_n$$

$$|\theta_n - \alpha_n| \leq \text{tolerância } 1$$

SIM

Calcule o comprimento total de cabo contido no vão, quando suspenso e quando em repouso.

$$St_{n-1} = \sqrt{4 \cdot C_{n-1}^2 \cdot \text{senh}^2 \left(\frac{A_{n-1}}{2 \cdot C_{n-1}} \right) + B_{n-1}^2}$$

$$St_{0n-1} = St_{n-1} \cdot \frac{C_0}{C_{n-1}}$$

Faça até (4)

$$j = 1 \rightarrow n - 2$$

Calcule os esforços que o cabo do vão j produz sobre as cadeias j e $j+1$.

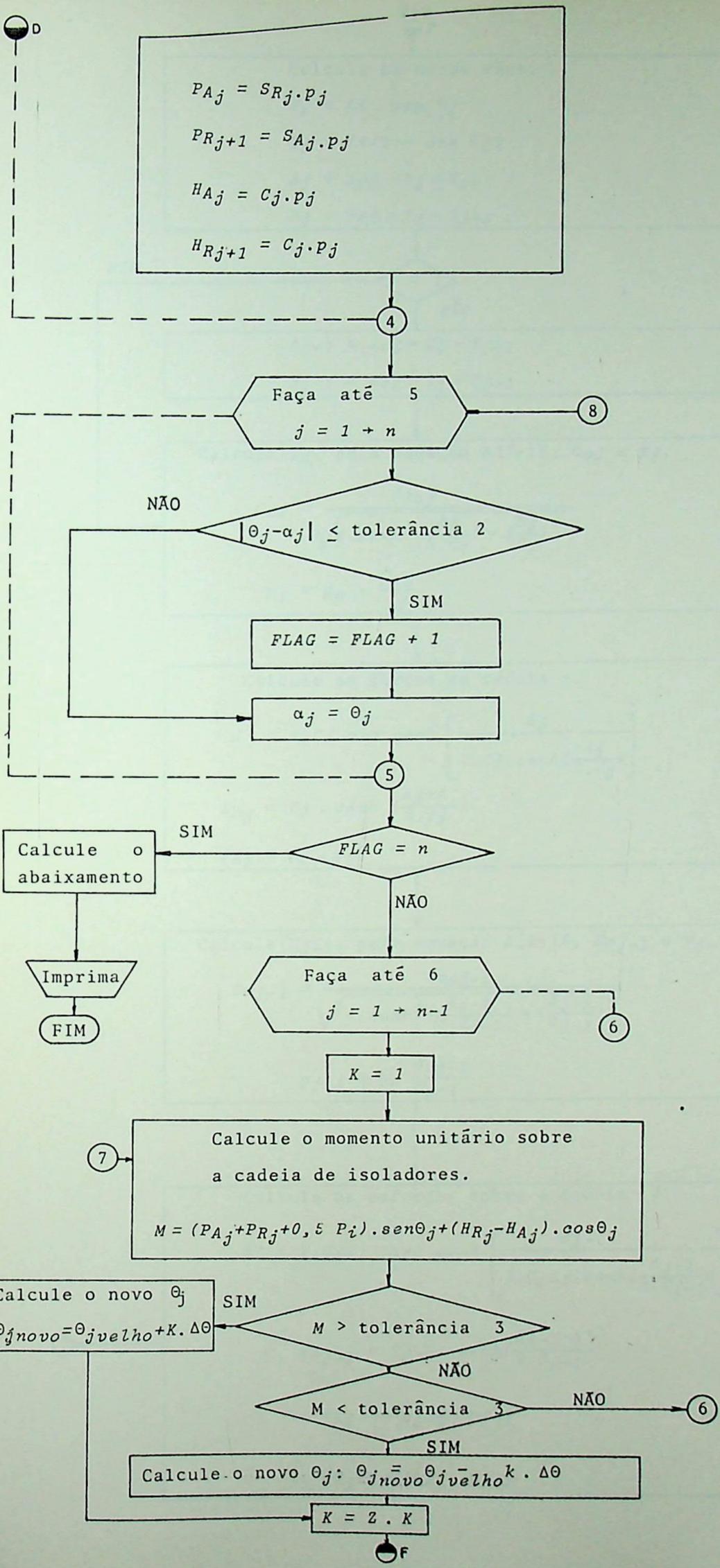
$$A' = 2 \cdot C_j \cdot \text{arcsenh} \left[\frac{B}{2 \cdot C_j \cdot \text{senh} \left(\frac{A}{2 \cdot C_j} \right)} \right]$$

$$S_{Aj} = C_j \cdot \text{senh} \left(\frac{A_j + A'}{2 \cdot C_j} \right)$$

$$S_{Rj} = C_j \cdot \text{senh} \left(\frac{A_j + A'}{2 \cdot C_j} \right)$$

D

E



$$P_{A_j} = S_{R_j} \cdot P_j$$

$$P_{R_{j+1}} = S_{A_j} \cdot P_j$$

$$H_{A_j} = C_j \cdot P_j$$

$$H_{R_{j+1}} = C_j \cdot P_j$$

Faça até 5
 $j = 1 + n$

NÃO
 $|\theta_j - \alpha_j| \leq \text{tolerância } 2$

SIM

$FLAG = FLAG + 1$

$\alpha_j = \theta_j$

Calcule o abaixamento

Imprima

FIM

Faça até 6
 $j = 1 + n - 1$

$K = 1$

Calcule o momento unitário sobre a cadeia de isoladores.
 $M = (P_{A_j} + P_{R_j} + 0,5 P_i) \cdot \text{sen} \theta_j + (H_{R_j} - H_{A_j}) \cdot \text{cos} \theta_j$

Calcule o novo θ_j
 $\theta_{j \text{ novo}} = \theta_{j \text{ velho}} + K \cdot \Delta\theta$

SIM
 $M > \text{tolerância } 3$

NÃO
 $M < \text{tolerância } 3$

Calcule o novo θ_j : $\theta_{j \text{ novo}} = \theta_{j \text{ velho}} \cdot K \cdot \Delta\theta$

$K = 2 \cdot K$

F

V-9
F

Calcule os novos vãos.
 $X_j = l_i \cdot \text{sen } \theta_j$
 $Y_j = l_i(1 - \text{cos } \theta_j)$
 $A_j = A_{oj} - X_j + X_{j+1}$
 $B_j = B_{oj} + Y_j - Y_{j+1}$

SIM
NÃO
 $j = 1$

$A_{j-1} = A_{oj} + X_j - X_{j-1}$
 $B_{j-1} = B_{oj} - Y_j + Y_{j-1}$

Calcule C_j , pela equação AII-15, C_{oj} e p_j .
$$C_{oj} = \frac{St_{oj}}{\sqrt{4 \cdot \text{senh}^2\left(\frac{A_j}{2 \cdot C_j}\right) + \left(\frac{B_j}{C_j}\right)^2}}$$

$$p_j = p_o \cdot \frac{C_{oj}}{C_j}$$

Calcule as forças na cadeia j .
$$A' = 2 \cdot C_j \cdot \text{arc senh} \left[\frac{B_j}{2 \cdot C_j \cdot \text{senh}\left(\frac{A_j}{2 \cdot C_j}\right)} \right]$$

$$S_{Rj} = C_j \cdot \text{senh} \left(\frac{A_j + A'}{2 \cdot C_j} \right)$$

$$P_{Aj} = C_j \cdot p_j$$

Calcule C_{j-1} , pela equação AII-15, C_{oj-1} e p_{j-1} .
$$C_{oj-1} = \frac{St_{oj-1}}{\sqrt{4 \cdot \text{senh}^2\left(\frac{A_{j-1}}{2 \cdot C_{j-1}}\right) + \left(\frac{B_{j-1}}{C_{j-1}}\right)^2}}$$

$$p_{j-1} = p_o \cdot \frac{C_{oj-1}}{C_{j-1}}$$

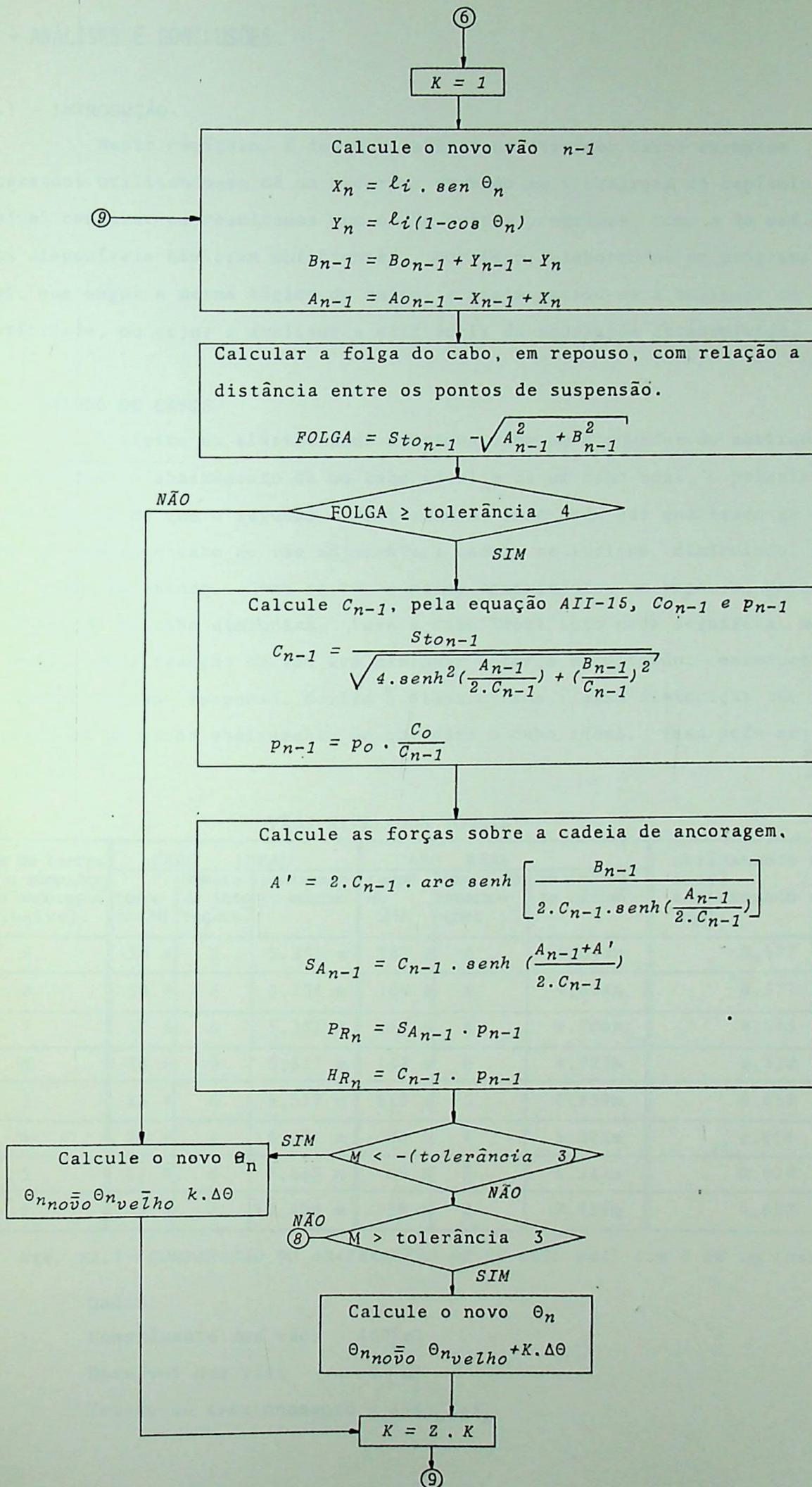
Calcule os esforços sobre a cadeia j .
$$A' = 2 \cdot C_{j-1} \cdot \text{arc senh} \left[\frac{B_{j-1}}{2 \cdot C_{j-1} \cdot \text{senh}\left(\frac{A_{j-1}}{2 \cdot C_{j-1}}\right)} \right]$$

$$S_{Aj-1} = C_{j-1} \cdot \text{senh} \left(\frac{A_{j-1} - A'}{2 \cdot C_{j-1}} \right)$$

$$P_{Rj} = S_{Aj-1} \cdot p_{j-1}$$

$$H_{Rj} = C_{j-1} \cdot p_{j-1}$$

7



VI - ANÁLISES E CONCLUSÕES.

VI.1 - INTRODUÇÃO.

Neste capítulo, é feita a análise de diversos casos exemplos, que foram processados utilizando-se de um programa baseado no fluxograma do capítulo V. Não foi possível comparar os resultados com os de outros programas, como o da ref. 11, pois os dados disponíveis não eram suficientes. Por isto, elaborou-se um programa para cabo ideal, que segue a mesma lógica do outro, e assim passou-se a analisar os efeitos da elasticidade, ou seja; a analisar a eficiência da modelagem desenvolvida.

VI.2 - ESTUDO DE CASOS.

O efeito da elasticidade funciona como um atenuador do abaixamento. Ou seja, comparando o abaixamento de um cabo ideal e de um cabo real, o primeiro apresenta um valor maior do que o segundo. Fisicamente, isso pode ser analisado da seguinte maneira: ao romper o cabo no vão adjacente, a cadeia se inclina, diminuindo, consequentemente, o vão em estudo. Como se tem o mesmo comprimento, em repouso, para um menor vão, a tração no cabo diminuirá. Para o cabo ideal isto nada significa, mas, para o cabo real, com a redução do vão irá diminuir a força encurtando, consequentemente, o comprimento do cabo suspenso, devido à elasticidade. Essa diminuição do comprimento implicará em um menor abaixamento do que para o cabo ideal. Isso pode ser visto na tab. VI-1.

VÃOS NIVELADOS IGUAIS:

Número de torres entre o rompimento e a ancoragem (inclusive).	CABO IDEAL			CABO REAL			abaixamento do cabo ideal - abaixamento do cabo real.
	tempo de CPU	Número de interações.	abaixamento máximo	tempo de CPU	Número de interações	abaixamento máximo	
8	33 s	8	5,251 m	167 s	6	4,674m	0,577
8	33 s	8	5,251 m	164 s	6	4,674m	0,577
7	31 s	6	5,251 m	154 s	6	4,706m	0,545
6	24 s	6	5,517 m	142 s	6	4,722m	0,590
5	23 s	5	5,517 m	110 s	5	4,859m	0,658
4	20 s	4	5,901 m	80 s	4	5,201m	0,696
3	17 s	3	6,845 m	59 s	3	6,213m	0,628
2	15 s	2	10,468 m	29 s	2	9,816m	0,652

TAB. VI.1 - COMPARAÇÃO DO ABAIXAMENTO DE UM CABO REAL COM O DE UM IDEAL.

Dados:

Comprimento dos vãos - 400[m]

Desnível dos vãos - 0 [m]

Tensão de tracionamento - 1545[Kgf]

Peso unitário do cabo - 0,8816 [Kgf/m]

Módulo de elasticidade do cabo - 8086 [Kgf/mm²]

Área transversal do cabo - 210 [mm²]

Comprimento da cadeia de isoladores - 2,5 [m]

Peso da cadeia de isoladores - 80 [Kgf]

Pelo mesmo motivo, a força no cabo real será bem maior do que no ideal. Isso fará a cadeia próxima ao rompimento se inclinar ainda mais, mas, em compensação, as outras cadeias irão balançar menos, sendo tudo comparado com o cabo ideal.

A tab. VI-2 mostra o balanço das cadeias, tanto para o cabo ideal como para o real.

Cadeia	Cabo ideal		Cabo real	
	θ inicial	θ final	θ inicial	θ final
1	0°	77,94°	0°	78,35°
2	0°	31,48°	0°	31,33°
3	0°	18,36°	0°	17,88°
4	0°	11,52°	0°	10,77°
5	0°	7,39°	0°	6,61°
6	0°	4,68°	0°	4,04°
7	0°	2,67°	0°	2,33°
8	0°	1,34°	0°	1,03°
9	-83,10°	-82,20°	-82,48°	-82,24°

TAB. VI-2 - BALANÇO DAS CADEIAS.

Vão de 400 metros nivelado

Cadeia de 2,5 metros de comprimento e 80 [Kgf] do peso.

Devido a este menor balanço das cadeias, a convergência para o caso real ocorre com um número um pouco menor de interações, principalmente quando um maior número de torres está envolvido. Mesmo assim, o tempo de CPU utilizado para o caso real é bem maior, entre 2 a 5 vezes. Obviamente, isto se deve aos modelos utilizados, que são bem mais complexos.

As tabelas VI-1 e VI-3 mostram claramente o que foi afirmado.

Com relação à proximidade da cadeia de ancoragem, a ref. 10 afirma que o efeito se torna desprezível depois da sétima cadeia. De fato, para vãos curtos essa afirmação é verdadeira, mas, para vãos longos é um pouco conservadora, podendo-se estudar até a quarta ou quinta cadeia somente. Isto pode ser observado nas tabelas VI-1, VI-4 e VI-5. O fato de se estudarem menos cadeias não traz maiores benefícios, pois o

VÃOS NIVELADOS IGUAIS:

Nº de torres entre o rompimento e a ancoragem - (inclusive)	CABO IDEAL			CABO REAL			abaixamento do cabo ideal-abaixamento do cabo real
	tempo de CPU	Números de interações	abaixamento máximo	tempo de CPU	Números de interações	abaixamento máximo	
9	16 s	2	4,984 m	47 s	2	4,781 m	0,203
8	16 s	2	4,984 m	46 s	2	4,781 m	0,203
7	15 s	2	4,984 m	45 s	2	4,781 m	0,203
6	15 s	2	4,984 m	45 s	2	4,781 m	0,203
5	15 s	2	4,984 m	44 s	2	4,781 m	0,203
4	15 s	2	4,984 m	42 s	2	4,781 m	0,203
3	14 s	2	4,998 m	36 s	2	4,796 m	0,202
2	13 s	2	5,897 m	25 s	2	5,656 m	0,241

TAB. VI.3 - COMPARAÇÃO ENTRE OS ABAIXAMENTOS DOS CABOS REAL E IDEAL.

Dados:

Comprimento dos vãos - 1000 [m]

Desnível dos vãos - 0 [m]

Tensão de tracionamento - 1545 [Kgf]

Peso unitário do cabo - 0,7816 [Kgf/m]

Módulo de elasticidade do cabo - 8086 [Kgf/mm²]

Área transversal do cabo - 210 [mm²]

Comprimento da cadeia de isoladores - 2,5 [m]

Peso da cadeia de isoladores - 80 [Kgf]

tempo de CPU varia em muito pouco.

Analisando a inclinação do vão (tabelas VI.3, VI-4 e VI-5), constata-se que quando a cadeia próxima ao rompimento está em um nível inferior ao da oposta, o abaixamento tende a crescer, comparado ao vão horizontal. O efeito ocorre inverso, quando o nível é superior. Isto se deve ao deslocamento da cadeia, principalmente na horizontal, que é maior, até certo limite, no primeiro caso. Afirma-se "até certo limite" pois, se a inclinação for muito acentuada, o efeito começa a diminuir. As tabelas VI-4 e VI-5 comprovam o que foi afirmado.

A NB-182 (1972), propõe, para a estimativa de abaixamento, a seguinte fórmula:

$$\Delta h = 0,02 \cdot b$$

onde:

b - distância do ponto analisado até a torre mais próxima.

VI-4
VÃOS DESNIVELADOS IGUAIS

Nº de torres entre o rompimento e a ancoragem - (inclusive)	CABO IDEAL			CABO REAL			abaixamento do cabo ideal - abaixamento do cabo real.
	tempo de CPU	Número de interações	abaixamento máximo	tempo de CPU	Números de interações	abaixamento máximo	
9	16 s	2	5,635 m	47 s	2	5,361 m	0,274
8	16 s	2	5,635 m	46 s	2	5,361 m	0,274
7	16 s	2	5,635 m	45 s	2	5,361 m	0,274
6	15 s	2	5,635 m	44 s	2	5,361 m	0,274
5	15 s	2	5,635 m	42 s	2	5,361 m	0,274
4	15 s	2	5,635 m	41 s	2	5,361 m	0,274
3	14 s	2	5,648 m	36 s	2	5,376 m	0,272
2	13 s	2	6,637 m	29 s	2	6,310 m	0,327

OBS.: A cadeia de ancoragem está em um nível mais alto que o rompimento.

TAB. VI-4- ABAIXAMENTO DO CONDUTOR EM UM VÃO INCLINADO, ESTANDO O ROMPIMENTO EM UM NÍVEL INFERIOR.

Dados:

Comprimento dos vãos - 1000 [m]

Desnível dos vãos - 100 [m]

Tensão de tracionamento - 1545 [Kgf]

Peso unitário do cabo - 0,7816 [Kgf/m]

Módulo de elasticidade do cabo - 8086 [Kgf/mm²]

Área transversal do cabo - 210 [mm²]

Comprimento da cadeia de isoladores - 2,5 [m]

Peso da cadeia de isoladores - 80 [Kgf]

VÃOS DESNIVELADOS IGUAIS

Nº de torres entre o rompimento e a ancoragem. (inclusive)	CABO IDEAL			CABO REAL			abaixamento do cabo ideal - abaixamento do cabo real
	tempo de CPU	Número de interações	abaixamento máximo	tempo de CPU	Número de interações	abaixamento máximo	
9	16 s	2	4,452 m	45 s	2	4,219 m	0,233
8	16 s	2	4,452 m	44 s	2	4,219 m	0,233
7	15 s	2	4,452 m	43 s	2	4,219 m	0,233
6	15 s	2	4,452 m	42 s	2	4,219 m	0,233
5	15 s	2	4,452 m	40 s	2	4,219 m	0,233
4	15 s	2	4,452 m	40 s	2	4,219 m	0,233
3	14 s	2	4,481 m	30 s	2	4,233 m	0,248
2	13 s	2	5,303 m	25 s	2	5,029 m	0,274

OBS.: A cadeia de ancoragem está em um nível mais baixo que o rompimento.

TAB. VI.5 - ABAIXAMENTO DO CONDUTOR EM UM VÃO INCLINADO, ESTANDO O ROMPIMENTO EM UM NÍVEL SUPERIOR.

Dados:

Comprimento dos vãos - 1000 [m]

Desnível dos vãos - 100 [m]

Tensão de tracionamento-1545 [Kgf]

Peso unitário do cabo - 0,7816 [Kgf/m]

Módulo de elasticidade do cabo - 8086 [Kgf/mm²]

Área transversal do cabo - 210 [mm²]

Comprimento da cadeia de isoladores - 2,5 [m]

Peso da cadeia de isoladores - 80 [Kgf]

Esta fórmula erra, principalmente, por dois fatos:

1º) O principal fator que influencia o abaixamento é o tamanho da cadeia de isoladores, o que pode ser visto na fig. AIII, e que não é levado em consideração por esta fórmula.

2º) Para um mesmo tamanho de cadeias o abaixamento diminui com o vão, o que pode ser visto pela fig. AIII, contrariando totalmente o que estabelece a fórmula.

Sendo assim, iniciou-se um estudo paralelo a este trabalho, cujos primeiros resultados foram transcritos no apêndice III.

Embora esta fórmula não seja eficaz, o abaixamento ao longo do vão se distribui de forma semelhante ao previsto pela mesma. A fig. VI-1 mostra, para um cabo ideal, o abaixamento em cada ponto do vão.

Foram representadas as curvas com 2,3,4 e 7 cadeias em estudo. Com mais de sete, as curvas praticamente coincidem. Observa-se que com 2 cadeias (ancoragem no próprio vão em estudo) o abaixamento é muito grande, e a própria NB-182 não o prevê em sua fórmula (já escrita), obrigando o estudo específico. É interessante observar que o abaixamento é negativo próximo ao rompimento. Isto é lógico, pois a cadeia, ao balançar, eleva o ponto de suspensão do cabo e os pontos próximos. Resta dizer que o abaixamento máximo, para um vão nivelado, ocorre próximo ao centro do vão.

Analisando, novamente, a Fig. VI.1, observa-se um erro bastante razoável, ainda mais para um cabo ideal, pois a diferença máxima do cabo ideal para o real, neste caso, para 7 cadeias, é de, aproximadamente, meio metro, o que implica dizer que o previsto pela norma é, no mínimo, de 80 [cm], e, no máximo, de 2,5 [m] abaixo do calculado (para o cabo real), para o problema estudado.

VI.3 - CONCLUSÕES FINAIS.

Ao encerrar este trabalho fica uma dúvida: será a modelagem desenvolvida aqui eficiente? A resposta não poderá ser dada já. Tem-se, antes, que aplicá-la

VÃOS NIVELADOS DE 400 METROS

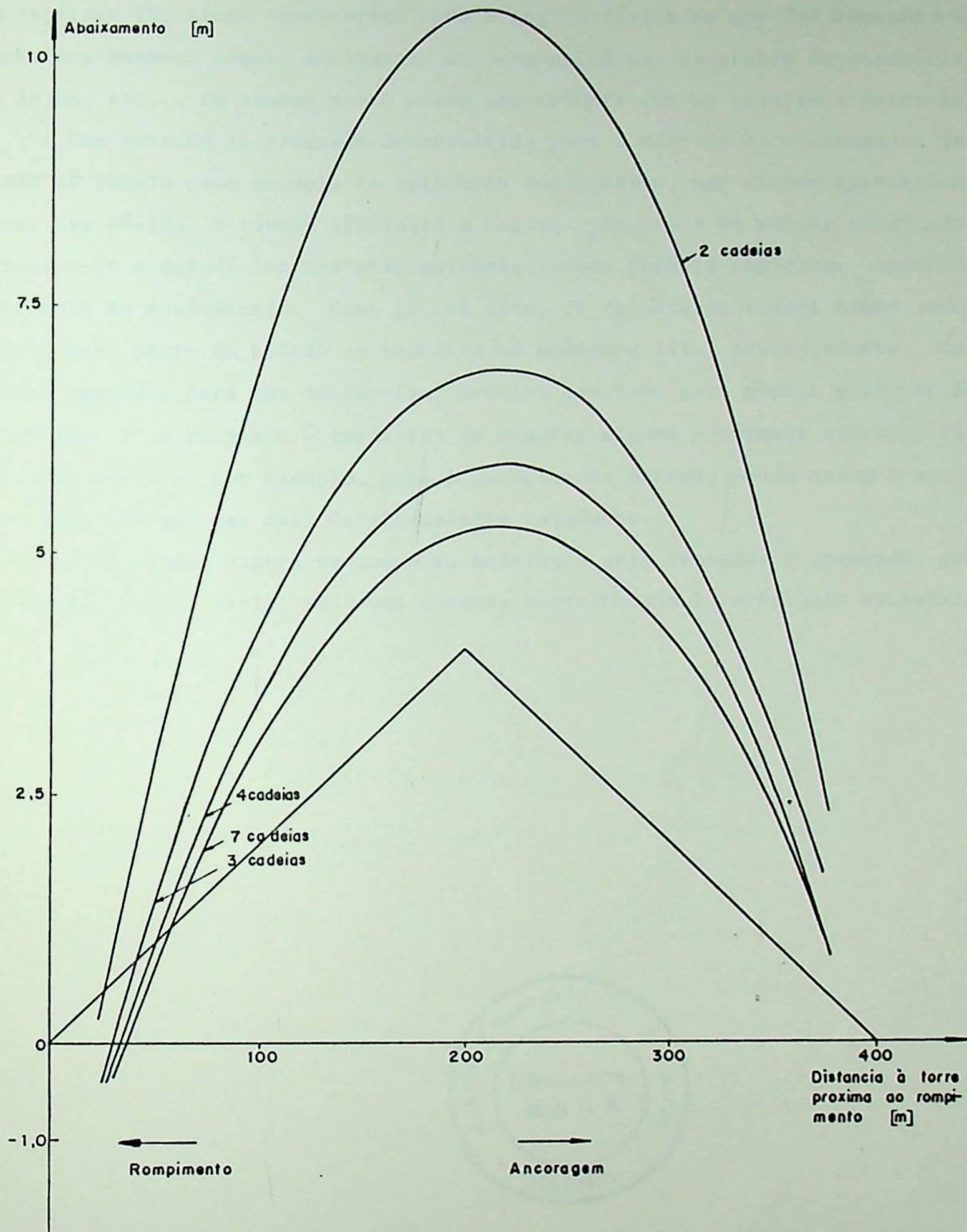


FIG. VI.1 - ABAIXAMENTO DE UM CABO IDEAL AO LONGO DE UM VÃO.

em muitos casos práticos e comparar com resultados de modelos usuais, o que só poderá ser feito num longo período. Mas, sem dúvida, a modelagem, para os casos estudados,

apresentou os resultados esperados, e, graças aos métodos de solução desenvolvidos, pode-se aplicá-la facilmente, mesmo com máquinas programáveis. Ao se aplicar os modelos, no capítulo IV, ficou demonstrado toda a lógica física em que foi baseado o desenvolvimento dos mesmos, como: diminuição do peso unitário, constante da catenária diferente de C_0 , etc... Em nenhum ponto houve incoerência com as premissas iniciais.

Com relação ao programa desenvolvido para o cálculo do abaixamento do condutor, não só serviu como exemplo de aplicação dos modelos, mas também apresentou técnicas que, sem dúvida, o tornam eficiente e seguro. De posse de muitos resultados do mesmo, passou-se a estudá-los, tentando estabelecer uma fórmula empírica, aproximada, para o cálculo do abaixamento. Como já foi dito, os resultados finais ainda não são conhecidos, mas, parte do estudo se encontra no apêndice III. Aparentemente, surge, aqui, outra questão: para que desenvolver modelos precisos para depois procurar fórmulas aproximadas? A resposta é imediata: de maneira alguma a fórmula substituirá o programa, mas servirá, por exemplo, para a locação das torres, sendo que as travessias e grandes vãos têm que ser mais detalhadamente estudados.

Concluindo, espera-se que esta modelagem seja testada, e aprovada, por empresas da área, e que, assim, seja uma pequena contribuição à tecnologia nacional.



APENDICE I

DETERMINAÇÃO DAS EQUAÇÕES QUE REGEM UM CABO SUSPENSO, EM UM VÃO, CONSIDERANDO O EFEITO DE ELASTICIDADE, CONHECENDO-SE O SEU TRACIONAMENTO HORIZONTAL.

AI.1 - DESENVOLVIMENTO BÁSICO

Seja:

S_{t0} - comprimento total de cabo, contido num vão, quando em repouso.

S_t - comprimento total de cabo, contido num vão, quando suspenso.

p_0 - peso unitário do cabo, quando em repouso.

p - peso unitário do cabo, quando suspenso.

P_0 ou P - peso total de cabo.

C - constante da catenária do cabo real.

C_0 - constante definida no texto.

S_c - área da seção transversal do cabo.

E - módulo de elasticidade do cabo.

T - tensão total em um ponto genérico do cabo.

T_m - tensão média no cabo.

dS - incremento de arco, quando suspenso.

dS_0 - incremento de arco, quando em repouso

e outras variáveis já definidas anteriormente.

Baseado nestas definições e nas equações já deduzidas, do capítulo II, pode-se afirmar:

$$p_0 = \frac{P_0}{S_{t0}} = \frac{P}{S_t} \quad (\text{eq. AI-1})$$

$$p = \frac{P_0}{S_t} = \frac{P}{S_t} \quad (\text{eq. AI-2})$$

$$C = \frac{H}{p} \quad (\text{eq. AI-3})$$

Daí, tem-se que:

$$C = \frac{H}{p} = \frac{H \cdot S_t}{P} = \frac{H \cdot S_t}{P_0 \cdot S_{t0}} \quad (\text{eq. AI-4})$$

Se o esforço no cabo fosse igual em todos os pontos, poder-se-ia dizer:

$$\frac{S_t - S_{t0}}{S_{t0}} = \frac{T}{S_c \cdot E}$$

Onde T seria o esforço. Como não é o caso para o cabo suspenso, onde o esforço cresce do vértice para a suspensão, pode-se definir, para esse caso, T_m , que

será o esforço médio ao longo do cabo, ou seja: a força que causará a mesma elonga-
ção que, quando suspenso. Então, tem-se:

$$\frac{S_t - S_{t_0}}{S_{t_0}} = \frac{T_m}{S_c \cdot E} \quad (\text{eq. AI-5.a})$$

ou

$$S_t = S_{t_0} \left(1 + \frac{T_m}{S_c \cdot E} \right) \quad (\text{eq. AI-5.b})$$

Substituindo-se esta equação na eq. AI-4, a constante da catenária tor-
na-se

$$C = \frac{H \cdot S_{t_0} \cdot \left(1 + \frac{T_m}{S_c \cdot E} \right)}{p_0 \cdot S_{t_0}} = \frac{H \cdot \left(1 + \frac{T_m}{S_c \cdot E} \right)}{p_0} \quad (\text{eq. AI-6})$$

Definindo-se C_0 como sendo a relação entre H e p_0 , fica:

$$C_0 = \frac{H}{p_0} \quad (\text{eq. AI-7})$$

$$C = C_0 \left(1 + \frac{T_m}{S_c \cdot E} \right) \quad (\text{eq. AI-8})$$

Substituindo-se as equações AI-3 e AI-7 na eq. AI-8, e, desenvolvendo-se,
encontra-se:

$$p = \frac{p_0}{1 + \frac{T_m}{S_c \cdot E}} \quad (\text{eq. AI-9})$$

AI.2 - EQUAÇÕES PARA VÃOS NIVELADOS

Aplicando-se a Lei de Hooke, para um incremento de arco, encontra-se:

$$dS = dS_0 \cdot \left(1 + \frac{T}{S_c \cdot E} \right) \quad (\text{eq. AI-10})$$

onde T é a força no ponto.

Tendo o vértice da curva como origem dos eixos, integra-se a eq. AI-10,
considerando-se os pontos de suspensão como os limites de integração, conforme in-
dicado na Fig. AI-1.

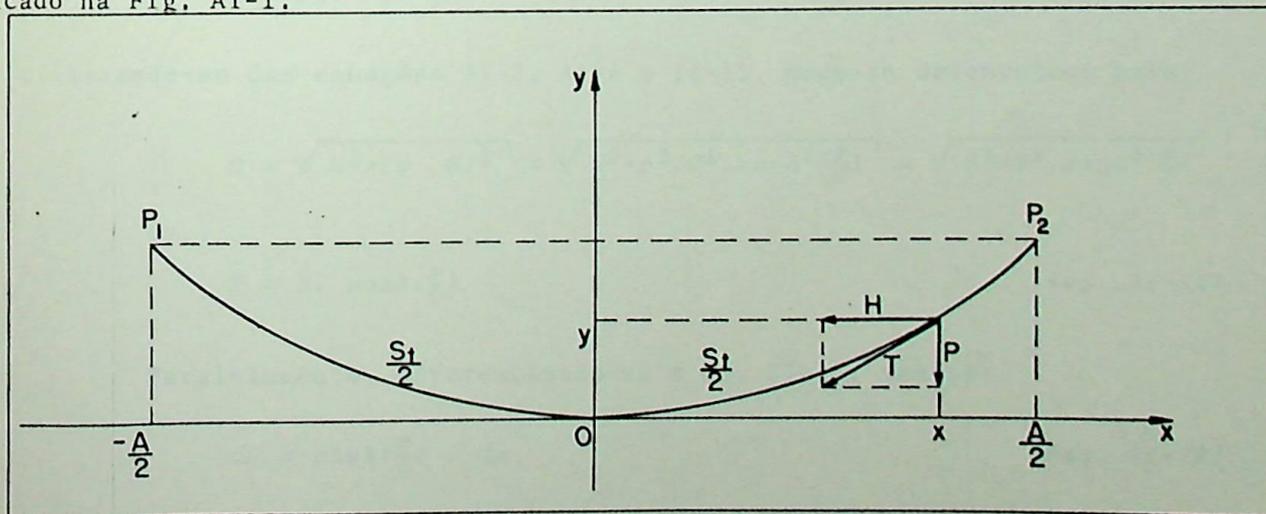


FIG. AI-1 - CABO REAL SUSPENSO EM UM VÃO NIVELADO.

Então, tem-se:

$$St = S_1 + S_2 = \int \frac{St_0}{2} \left(1 + \frac{T}{Sc \cdot E}\right) \cdot dS_0 - \frac{St_0}{2}$$

$$St = St_0 + \int \frac{St_0}{2} \frac{T}{Sc \cdot E} \cdot dS_0 - \frac{St_0}{2} \quad (eq. AI-11)$$

Lembrando-se da eq. AI-5.b, e comparando-se a mesma com a eq. AI-11, tem-se:

$$St = St_0 + \int \frac{St_0}{2} \frac{T}{Sc \cdot E} \cdot dS_0 = St_0 + \frac{St_0 \cdot T_m}{Sc \cdot E} - \frac{St_0}{2} \quad (eq. AI-12)$$

Isto implica que:

$$\int \frac{St_0}{2} \frac{T}{Sc \cdot E} \cdot dS_0 = \frac{St_0 \cdot T_m}{Sc \cdot E} - \frac{St_0}{2}$$

ou

$$\int \frac{St_0}{2} T \cdot dS_0 = St_0 \cdot T_m - \frac{St_0}{2} \quad (eq. AI-13.a)$$

Como se estão analisando vãos nivelados, a eq. AI-13-a pode transformar-se em:

$$\int_0 \frac{St_0}{2} T \cdot dS_0 = \frac{St_0}{2} \cdot T_m \quad (eq. AI-13.b)$$

Lembrando-se que

$$T = \sqrt{H^2 + p^2}, \quad (eq. AI-14)$$

e, utilizando-se das equações AI-2, AI-4 e II-15, pode-se desenvolver para:

$$T = \sqrt{H^2 + (p \cdot s)^2} = \sqrt{H^2 + p^2 \cdot C^2 \cdot \sinh^2\left(\frac{x}{C}\right)} = \sqrt{H^2 + H^2 \cdot \sinh^2\left(\frac{x}{C}\right)}$$

ou,

$$T = H \cdot \cosh\left(\frac{x}{C}\right) \quad (eq. AI-15)$$

Paralelamente, diferenciando-se a eq. II-15, tem-se:

$$dS = \cosh\left(\frac{x}{C}\right) \cdot dx \quad (eq. AI-16)$$

Substituindo-se as equações AI-10, AI-15 e AI-16 na eq. AI-13.b, e trocan

do-se os limites de integração, chega-se a:

$$\frac{St_0}{2} \cdot T_m = \int_0^{\frac{A}{2}} H \cdot \cosh\left(\frac{x}{C}\right) \cdot \frac{\cosh\left(\frac{x}{C}\right) \cdot dx}{1 + \frac{T_m}{Sc \cdot E}}$$

ou,

$$\frac{T_m \cdot St_0 \left(1 + \frac{T_m}{Sc \cdot E}\right)}{2 \cdot H} = \int_0^{\frac{A}{2}} \cosh^2\left(\frac{x}{C}\right) \cdot dx \quad (\text{eq. AI-16})$$

Lembrando-se da eq. AI-5.b, e resolvendo a integral, tem-se:

$$\frac{T_m \cdot St}{2 \cdot H} = \left[\frac{x}{2} + \frac{C \cdot \sinh\left(\frac{2x}{C}\right)}{4} \right]_0^{\frac{A}{2}}$$

$$\frac{T_m \cdot St}{2 \cdot H} = \frac{A + C \cdot \sinh\left(\frac{A}{C}\right)}{4} \quad (\text{eq. AI-17})$$

Substituindo-se a eq. II-19 na equação anterior.

$$\frac{T_m \cdot C \cdot \sinh\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right)}{H} = \frac{A + C \cdot \sinh\left(\frac{A}{C}\right)}{4} \quad (\text{eq. AI-18})$$

Da eq. AI-8 pode-se isolar T_m e substituir-se na eq. AI-18. Logo,

$$\frac{(C - C_0) \cdot Sc \cdot E \cdot C \cdot \sinh\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right)}{C_0 \cdot H} = \frac{A + C \cdot \sinh\left(\frac{A}{C}\right)}{4}$$

ou,

$$C(C - C_0) = \frac{C_0 \cdot E}{4 \cdot Sc \cdot E} \cdot \frac{A + C \cdot \sinh\left(\frac{A}{C}\right)}{\sinh\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right)} \quad (\text{eq. AI-19})$$

Esta equação permite calcular a constante C da catenária, de posse dos da dos do cabo, e conhecendo-se a tração horizontal no cabo.

AI-3 - EQUAÇÕES PARA VÃOS DESNIVELADOS.

Seja a figura seguinte:

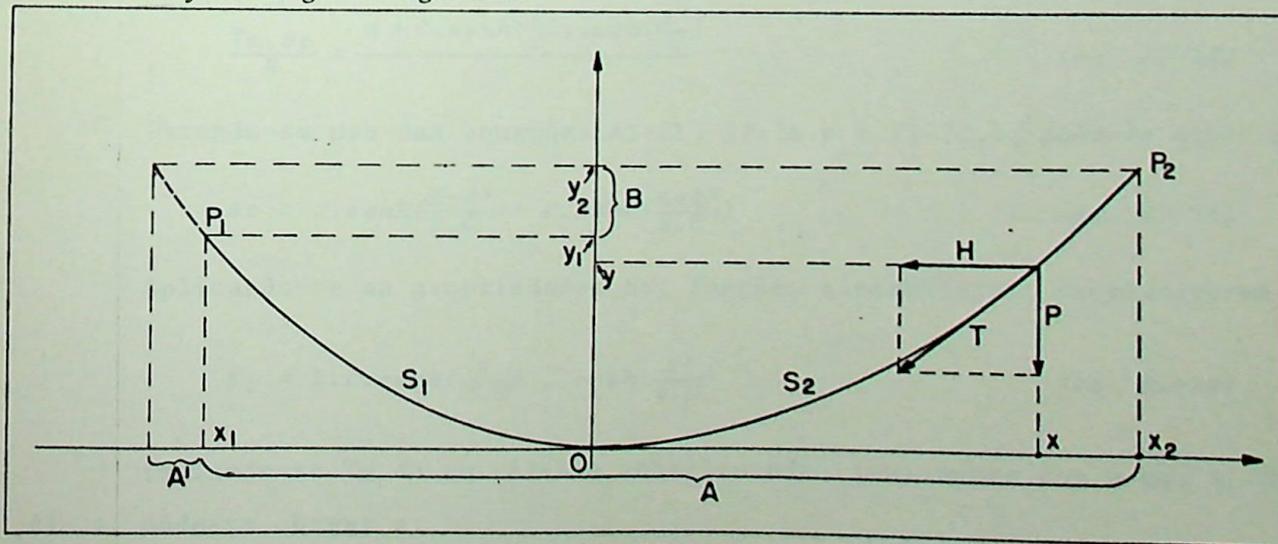


FIG. AI-2 - CABO REAL SUSPENSO EM UM VÃO DESNIVELADO.

As abcissas dos pontos de suspensão são:

$$P_1 \Rightarrow x_1 = -\left(\frac{A-A'}{2}\right)$$

$$P_2 \Rightarrow x_2 = \frac{A+A'}{2}$$

Pode-se dizer que:

$$S_{t0} = S_{10} + S_{20} \quad (\text{eq. AI-20})$$

e,

$$S_t = S_1 + S_2 \quad (\text{eq. AI-21})$$

Repetindo-se os passos da seção anterior, pode-se chegar a:

$$T_m \cdot S_{t0} = \int_{x_1}^{x_2} H \cdot \cosh\left(\frac{x}{C}\right) \cdot \frac{\cosh\left(\frac{x}{C}\right) \cdot dx}{1 + \frac{T_m}{Sc \cdot E}}$$

ou,

$$\frac{T_m \cdot S_{t0} \cdot \left(1 + \frac{T_m}{Sc \cdot E}\right)}{H} = \int_{x_1}^{x_2} \cosh^2\left(\frac{x}{C}\right) \cdot dx \quad (\text{eq. AI-22})$$

Integrando-se a equação anterior, substituindo-se os respectivos valores de x_1 e x_2 e desenvolvendo-se, tem-se:

$$\frac{T_m \cdot S_{t0} \cdot \left(1 + \frac{T_m}{Sc \cdot E}\right)}{H} = \left[\frac{x}{2} + \frac{C \cdot \sinh\left(\frac{2 \cdot x}{C}\right)}{4} \right]_{-\left(\frac{A-A'}{2}\right)}^{\frac{A+A'}{2}}$$

ou,

$$\frac{T_m \cdot S_{t0} \cdot \left(1 + \frac{T_m}{Sc \cdot E}\right)}{H} = \frac{A}{2} + \frac{C \cdot \left[\sinh\left(\frac{A+A'}{C}\right) + \sinh\left(\frac{A-A'}{C}\right) \right]}{4} \quad (\text{eq. AI-23})$$

Lembrando-se da eq. AI-5.b, e fazendo-se uso das propriedades das funções hiperbólicas, pode-se desenvolver para:

$$\frac{T_m \cdot S_t}{H} = \frac{A + C \cdot \sinh\left(\frac{A}{C}\right) \cdot \cosh\left(\frac{A'}{C}\right)}{2} \quad (\text{eq. AI-24})$$

Fazendo-se uso das equações AI-21, II-26.b e II-27.b, pode-se dizer que:

$$S_t = C \cdot \sinh\left(\frac{A-A'}{2 \cdot C}\right) + C \cdot \sinh\left(\frac{A+A'}{2 \cdot C}\right) \quad (\text{eq. AI-25})$$

Aplicando-se as propriedades das funções hiperbólicas, desenvolve-se para:

$$S_t = 2 \cdot C \cdot \sinh\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right) \cdot \cosh\left(\frac{A'}{2 \cdot C}\right) \quad (\text{eq. AI-26})$$

Isolando-se T_m da eq. AI-8 e substituindo, juntamente com a eq. AI-26, na eq. AI-24, pode-se chegar a:

$$C \cdot (C - C_0) = \frac{H \cdot C_0}{4 \cdot S \cdot c \cdot E} \cdot \frac{A + C \cdot \operatorname{senh}\left(\frac{A}{C}\right) \cdot \operatorname{cosh}\left(\frac{A'}{C}\right)}{\operatorname{senh}\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right) \cdot \operatorname{cosh}\left(\frac{A'}{2 \cdot C}\right)} \quad (\text{eq. AI-27})$$

Baseando-se na eq. II-25.b, pode-se afirmar que:

$$\operatorname{cosh}\left(\frac{A'}{2 \cdot C}\right) = \sqrt{1 + \left[\frac{B}{2 \cdot C \cdot \operatorname{senh}\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right)} \right]^2} \quad (\text{eq. AI-28})$$

e também que,

$$\operatorname{cosh}\left(\frac{A'}{C}\right) = 1 + 2 \cdot \operatorname{senh}^2\left(\frac{A'}{2 \cdot C}\right) = 1 + 2 \cdot \left[\frac{B}{2 \cdot C \cdot \operatorname{senh}\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right)} \right]^2 \quad (\text{eq. AI-29})$$

Substituindo as equações AI-28 e AI-29 na eq. AI-27, encontra-se:

$$C \cdot (C - C_0) = \frac{H \cdot C_0}{4 \cdot S \cdot c \cdot E} \cdot \frac{A + C \cdot \operatorname{senh}\left(\frac{A}{C}\right) \cdot \left[1 + 2 \cdot \left(\frac{B}{2 \cdot C \cdot \operatorname{senh}\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right)} \right)^2 \right]}{\operatorname{senh}\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right) \cdot \sqrt{1 + \left[\frac{B}{2 \cdot C \cdot \operatorname{senh}\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right)} \right]^2}}$$

Desenvolvendo-se a equação anterior, obtém-se:

$$C(C - C_0) = \frac{H \cdot C_0}{4 \cdot S \cdot c \cdot E} \cdot \frac{A + C \cdot \operatorname{senh}\left(\frac{A}{C}\right) + \frac{B^2}{C} \cdot \operatorname{cotgh}\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right)}{\sqrt{\operatorname{senh}^2\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right) + \left(\frac{B}{2 \cdot C}\right)^2}} \quad (\text{eq. AI-30})$$

Esta equação permite calcular a constante C da catenária, para um vão qualquer, conhecendo-se os dados do cabo e a tração horizontal no cabo.

Observe-se que, se B é igual a zero (vão nivelado) a eq. AI-30 transforma-se em

$$C(C - C_0) = \frac{H \cdot C_0}{4 \cdot S \cdot c \cdot E} \cdot \frac{A + C \cdot \operatorname{senh}\left(\frac{A}{C}\right)}{\left| \operatorname{senh}\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right) \right|}$$

que é igual à eq. AI-19, a não ser pelo módulo no denominador. Como o denominador não terá significado quando negativo, vê-se que a eq. AI-19 é um caso específico da eq. AI-30,

APENDICE II

DETERMINAÇÃO DAS EQUAÇÕES QUE REGEM UM CABO SUSPENSO, EM UM VÃO, CONSIDERANDO O EFEITO DA ELASTICIDADE, CONHECENDO-SE O SEU COMPRIMENTO EM REPOUSO,

AII.1 - EQUAÇÕES PARA VÃOS NIVELADOS.

Dividindo-se a eq. AI-8 pela eq. AI-5.b, e substituindo-se a eq. II-19, chega-se a:

$$\frac{C}{S_t} = \frac{C_0}{S_{t_0}} \quad (\text{eq. AII-1})$$

$$\frac{C}{2 \cdot C \cdot \sinh\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right)} = \frac{C_0}{S_{t_0}} \quad (\text{eq. AII-2.a})$$

ou,

$$S_{t_0} = 2 \cdot C_0 \cdot \sinh\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right) \quad (\text{eq. AII-2.b})$$

ou, ainda,

$$C_0 = \frac{S_{t_0}}{2 \cdot \sinh\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right)} \quad (\text{eq. AII-2.c})$$

Substituindo a eq. AII-2.c na eq. AI-19, tem-se:

$$C \cdot \left[C - \frac{S_{t_0}}{2 \cdot \sinh\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right)} \right] = \frac{S_{t_0} \cdot H}{8 \cdot S_c \cdot E} \cdot \frac{A + C \cdot \sinh\left(\frac{A}{C}\right)}{\sinh^2\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right)} \quad (\text{eq. AII-3})$$

Da eq. AI-7 pode-se isolar H e substituir-se a eq. AII-2.c. Então, tem-se:

$$H = \frac{p_0 \cdot S_{t_0}}{2 \cdot \sinh\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right)} \quad (\text{eq. AII-4})$$

Substituindo-se a equação acima na eq. AII-3, chega-se a:

$$C \left[C - \frac{S_{t_0}}{2 \cdot \sinh\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right)} \right] = \frac{S_{t_0}^2 \cdot p_0}{16 \cdot S_c \cdot E} \cdot \frac{A + C \cdot \sinh\left(\frac{A}{C}\right)}{\sinh^3\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right)} \quad (\text{eq. AII-5})$$

Seja I estabelecido pela seguinte equação:

$$I = \frac{A + C \cdot \sinh\left(\frac{A}{C}\right)}{\sinh\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right)} \quad (\text{eq. AII-6})$$

Usando esta definição, pode-se transformar a eq. AII-5 em:

$$4 \cdot C^2 \cdot \sinh^2\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right) = \frac{S_{t_0}^2 \cdot p_0}{4 \cdot S_c \cdot E} \cdot I + 2 \cdot S_{t_0} \cdot C \cdot \sinh\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right) \quad (\text{eq. AII-7.a})$$

ou,

$$\left[2 \cdot C \cdot \sinh\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right) \right]^2 = \frac{S_{t0}^2 \cdot P_0}{4 \cdot S_c \cdot E} \cdot I + 2 \cdot S_{t0} \cdot C \cdot \sinh\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right) \quad (\text{eq. AII-7.b})$$

Esta equação permite calcular a constante C da catenária, conhecendo-se as características do cabo e o seu comprimento, quando em repouso.

AII.2 - EQUAÇÕES PARA VÃOS DESNIVELADOS

Substituindo-se a eq. AI-28 na eq. AI-26, obtém-se:

$$S_t = 2 \cdot C \cdot \sinh\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right) \cdot \sqrt{1 + \left[\frac{B}{2 \cdot C \cdot \sinh\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right)} \right]^2} \quad (\text{eq. AII-8.a})$$

ou,

$$S_t = C \cdot \sqrt{4 \cdot \sinh^2\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right) + \left(\frac{B}{C}\right)^2} \quad (\text{eq. AII-8.b})$$

Da equação anterior, substituindo-se a eq. AI-5.b, tem-se:

$$S_{t0} = \frac{C}{1 + \frac{T_m}{S_c \cdot E}} \cdot \sqrt{4 \cdot \sinh^2\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right) + \left(\frac{B}{C}\right)^2} \quad (\text{eq. AII-9})$$

Lembrando-se da eq. AI-8, pode-se dizer:

$$S_{t0} = C_0 \cdot \sqrt{4 \cdot \sinh^2\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right) + \left(\frac{B}{C}\right)^2} \quad (\text{eq. AII-10.a})$$

ou,

$$C_0 = \frac{S_{t0}}{\sqrt{4 \cdot \sinh^2\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right) + \left(\frac{B}{C}\right)^2}} \quad (\text{eq. AII-10.b})$$

Definindo-se que:

$$J = \frac{A + C \cdot \sinh\left(\frac{A}{C}\right) + \frac{B^2}{C} \cdot \operatorname{cotgh}\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right)}{\sqrt{\sinh^2\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right) + \left(\frac{B}{2 \cdot C}\right)^2}} \quad (\text{eq. AII-11})$$

Substituindo-se as equações AII-10.b e AII-11 na eq. AI-30, e desenvolvendo-se, tem-se:

$$C \left[C - \frac{S_{t0}}{\sqrt{4 \cdot \sinh^2\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right) + \left(\frac{B}{C}\right)^2}} \right] = \frac{H}{4 \cdot S_c \cdot E} \cdot \frac{S_{t0} \cdot J}{\sqrt{4 \cdot \sinh^2\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right) + \left(\frac{B}{C}\right)^2}} \quad (\text{eq. AII-12})$$

Isolando H na eq. AI-7, e substituindo-se a eq. AII-10.b, chega-se em:

$$H = \frac{S_{t0} \cdot P_0}{\sqrt{4 \cdot \sinh^2\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right) + \left(\frac{B}{C}\right)^2}} \quad (\text{eq. AII-13})$$

Na eq. AII-12, pode-se substituir H como na eq. AII-13, obtendo-se:

$$C \left[C - \frac{S_{t0}}{\sqrt{4 \cdot \sinh^2\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right) + \left(\frac{B}{C}\right)^2}} \right] = \frac{S_{t0}^2 \cdot P_0}{4 \cdot S_c \cdot E} \cdot \frac{J}{\left[4 \cdot \sinh^2\left(\frac{A}{2 \cdot C}\right) + \left(\frac{B}{C}\right)^2 \right]} \quad (\text{eq. AII-14})$$

Transformando-se, convenientemente, a equação anterior, chega-se a:

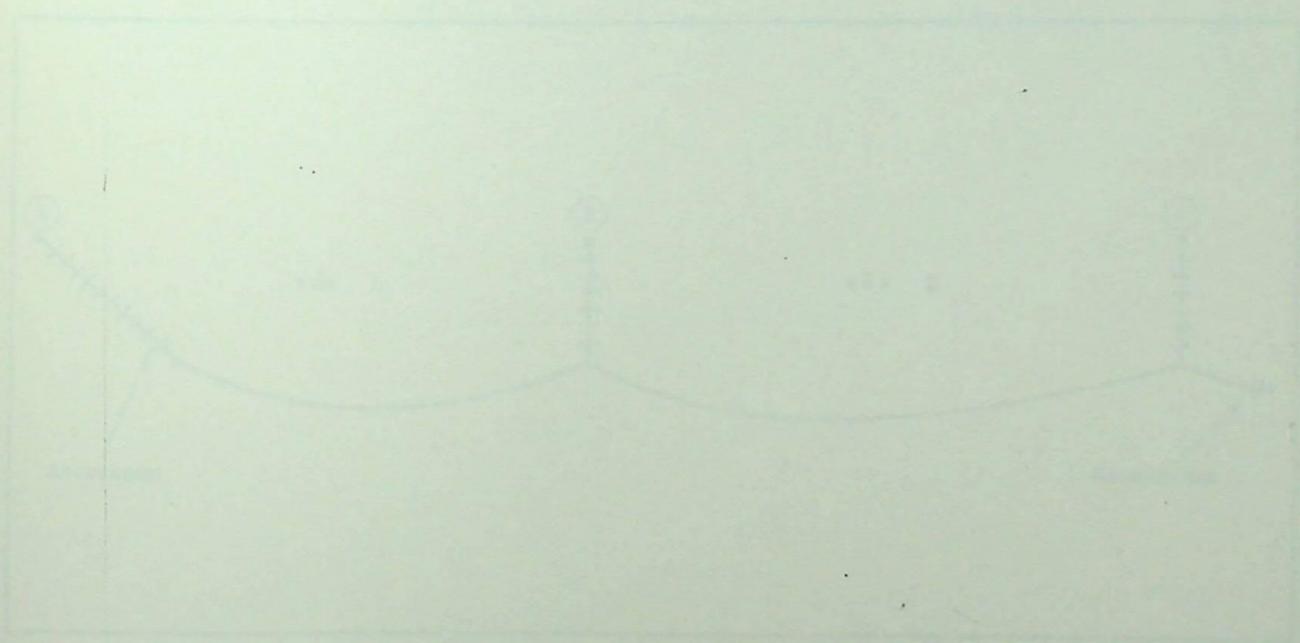
$$4.C^2.\text{senh}^2\left(\frac{A}{2.C}\right) + B^2 = \frac{S_{t0}^2.P_0}{4.Sc.E} \cdot J + S_{t0} \cdot \sqrt{4.C^2.\text{senh}^2\left(\frac{A}{2.C}\right) + B^2} \quad (\text{eq. AII-15})$$

Esta equação permite calcular, para um vão qualquer, a constante C da catenária, conhecendo-se as características do cabo e o seu comprimento quando em repouso.

Fazendo-se B igual a zero, a eq. AII-15 transforma-se em:

$$4.C^2.\text{senh}^2\left(\frac{A}{2.C}\right) = \frac{S_{t0}^2.P_0}{4.Sc.E} \cdot \frac{A + C.\text{senh}\left(\frac{A}{C}\right)}{\text{senh}\left(\frac{A}{2.C}\right)} + S_{t0} \cdot /2.C.\text{senh}\left(\frac{A}{2.C}\right)/$$

que, a não ser pelos módulos, são iguais. Como valores negativos para o seno hiperbólico indicado não tem sentido, a eq. AII-7.a é um caso particular da eq. AII-15.



APÊNDICE III

DESENVOLVIMENTO DE UMA FÓRMULA EMPÍRICA PARA O CÁLCULO DO ABAIXAMENTO DE UM CONDUTOR, QUANDO DO ROMPIMENTO DO MESMO EM UM VÃO ADJACENTE

AIII.1 - INTRODUÇÃO

Desenvolve-se neste apêndice uma fórmula empírica para o cálculo do abaixamento de um condutor, quando do rompimento do mesmo em um vão adjacente. O desenvolvimento é feito baseando nos resultados obtidos do programa descrito no capítulo V, que pode ser considerado como preciso. De posse das curvas estabeleceu-se funções, que aproximadamente as representassem. Estas funções não foram desenvolvidas através de processos numéricos complexos, mas sim, na maioria dos casos, utilizando os valores médios encontrados. Diversos efeitos foram levados em consideração. Para se ter maior confiança nessa fórmula, deve-se refinar os coeficientes, além de comparar os resultados da mesma com um número maior de resultados precisos, obtidos do programa. Deixa-se isto como sugestão.

AIII.2 - INFLUÊNCIA DA PROXIMIDADE DA CADEIA DE ANCORAGEM.

Dos resultados apresentados no capítulo VI, pode-se concluir que o abaixamento aumenta com a proximidade da cadeia de ancoragem, em relação ao vão estudado. Por isso, a fórmula será desenvolvida, considerando que a cadeia de ancoragem está no vão adjacente (Fig. AIII.1).

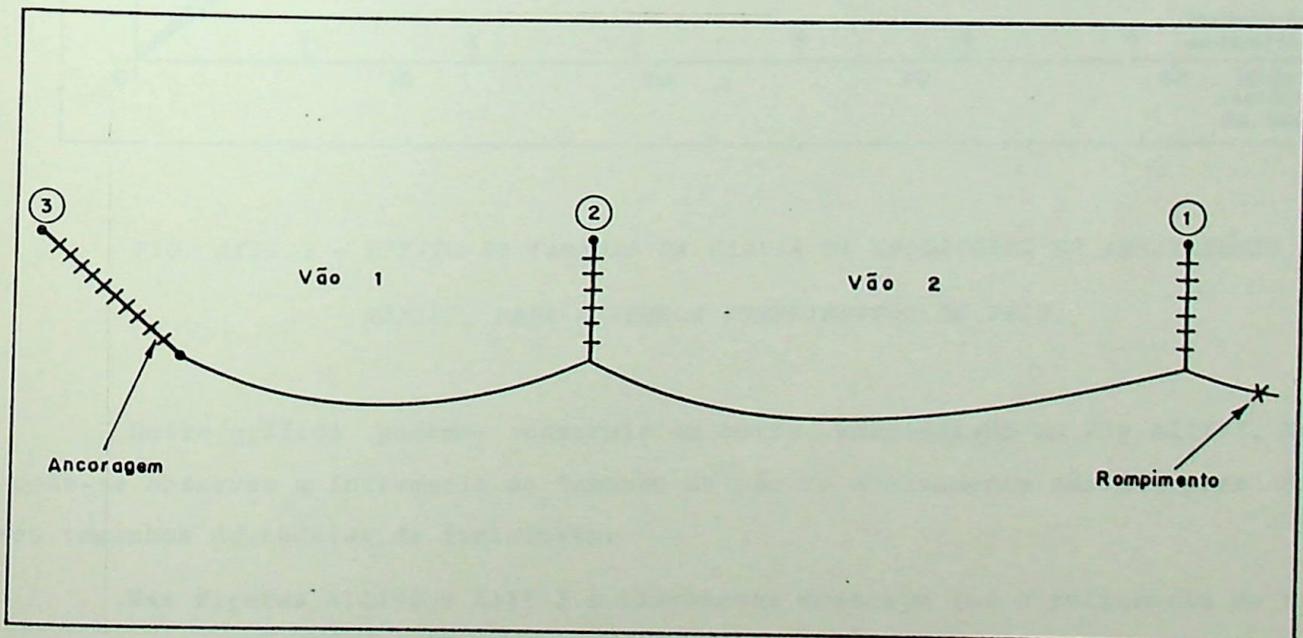


FIG. AIII.1 - SITUAÇÃO DA CADEIA DE ANCORAGEM PARA O MÁXIMO ABAIXAMENTO.

É óbvio que a fórmula se caracterizará pela segurança, ou seja, prevendo sempre o máximo abaixamento.

AIII.3 - INFLUÊNCIA DOS TAMANHOS DO VÃO E DA CADEIA DE ISOLADORES.

Utilizando-se, novamente, do programa desenvolvido no capítulo VI, pode-se levantar o gráfico da Fig. AIII-2, o qual mostra a influência do tamanho da cadeia de isoladores no abaixamento (máximo), para diferentes valores de vãos.

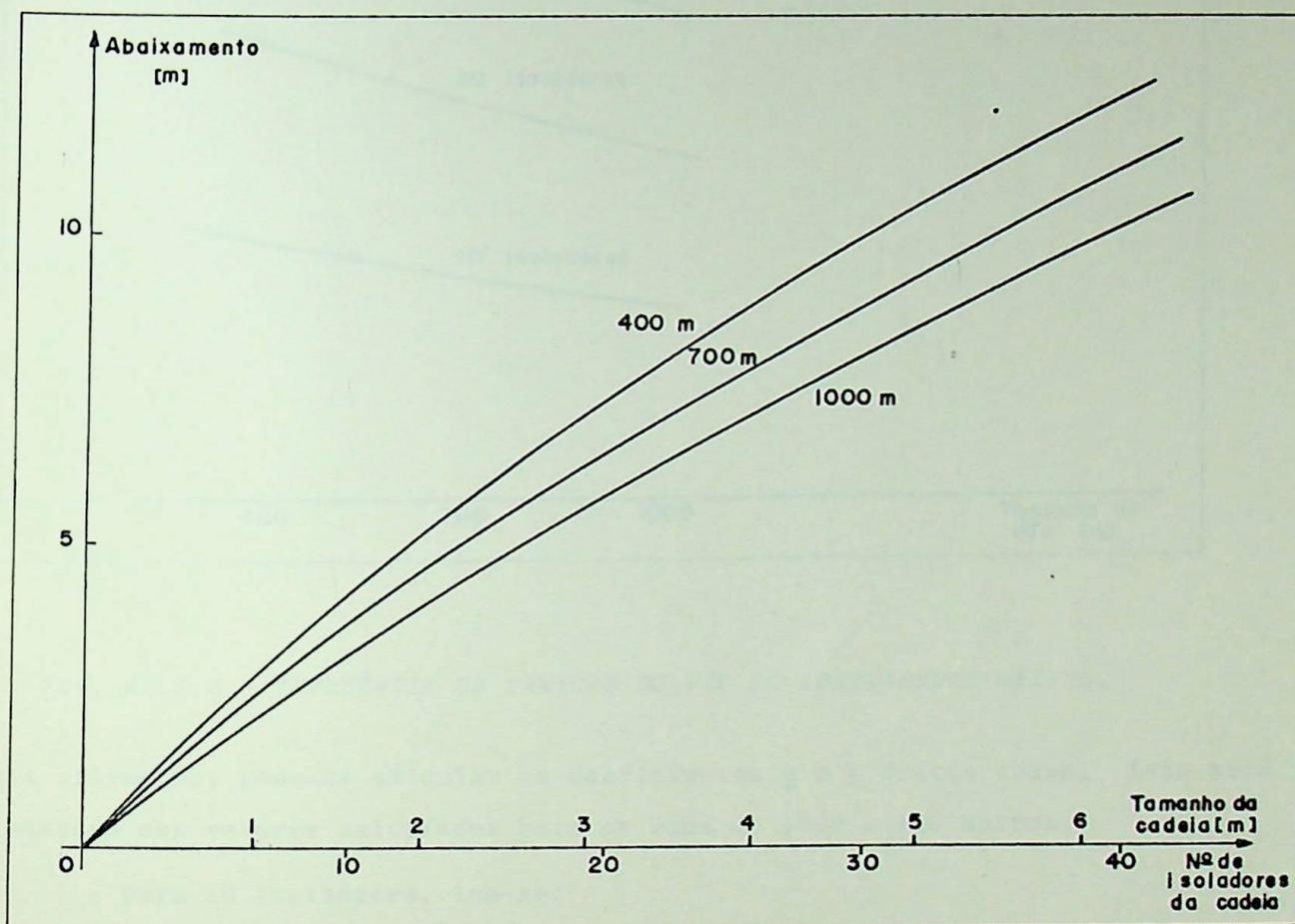


FIG. AIII.2 - EFEITO DO TAMANHO DA CADEIA DE ISOLADORES NO ABAIXAMENTO MÁXIMO, PARA DIVERSOS COMPRIMENTOS DE VÃOS.

Deste gráfico, podemos construir um outro, apresentado na Fig. AIII-3. Nele, pode-se observar a influência do tamanho do vão no abaixamento máximo, para diversos tamanhos de cadeias de isoladores.

Nas figuras AIII-2 e AIII-3 é claramente mostrado que a influência do tamanho da cadeia de isoladores é bem maior do que o tamanho do vão.

Observa-se que as curvas da Fig. AIII-3 são, praticamente, retas. De pos

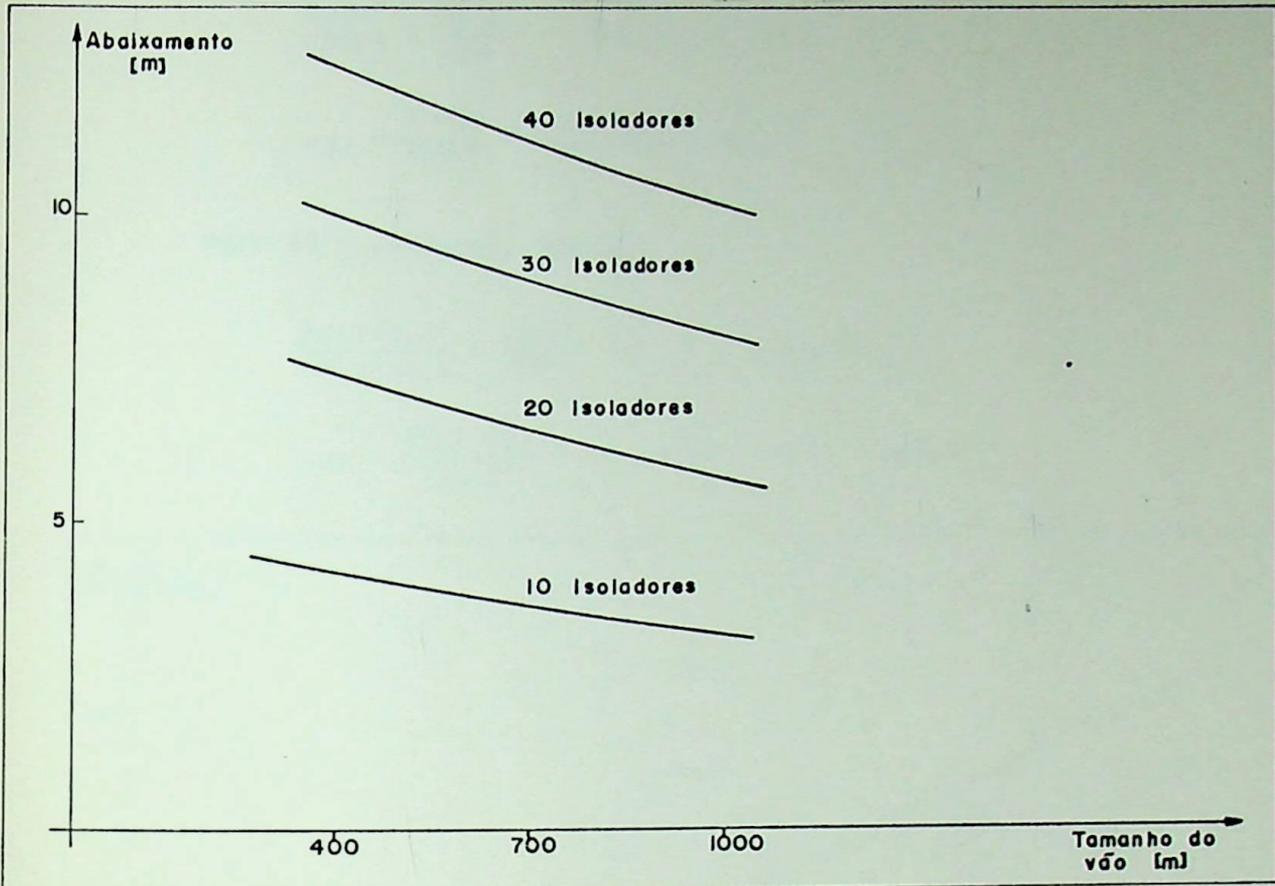


FIG. AIII.3 - INFLUÊNCIA DO TAMANHO DO VÃO NO ABAIXAMENTO MÁXIMO.

se desta afirmação, pôde-se calcular os coeficientes a e b destas retas. Isto será feito baseado nos valores calculados para os vãos de 1000 e 400 metros.

- Para 10 isoladores, tem-se:

$$\frac{b_{10}-3,2}{4,2-3,2} = \frac{1000}{1000-400} \Rightarrow b_{10} = 4,87 \text{ [m]}$$

$$a_{10} = \frac{3,2-b_{10}}{1000} = -0,00167 = -1,67 \text{ [m/Km]}$$

- Para 20 isoladores, tem-se:

$$\frac{b_{20}-5,7}{7,4-5,7} = \frac{1000}{600} \Rightarrow b_{20} = 8,53 \text{ [m]}$$

$$a_{20} = \frac{5,7-b_{20}}{1000} = -0,00283 = -2,83 \text{ [m/Km]}$$

- Para 30 isoladores, tem-se:

$$\frac{b_{30}-8}{10-8} = \frac{1000}{600} \Rightarrow b_{30} = 11,33 \text{ [m]}$$

$$a_{30} = \frac{8-b_{30}}{1000} = -0,00333 = -3,33 \text{ [m/Km]}$$

- Para 40 isoladores, tem-se:

$$\frac{b_{40}-10,1}{12,4-10,1} = \frac{1000}{600} \Rightarrow b_{40} = 13,93 \text{ [m]}$$

$$a_{40} = \frac{10,1-b_{40}}{1000} = -0,00383 = -3,83 \text{ [m/Km]}$$

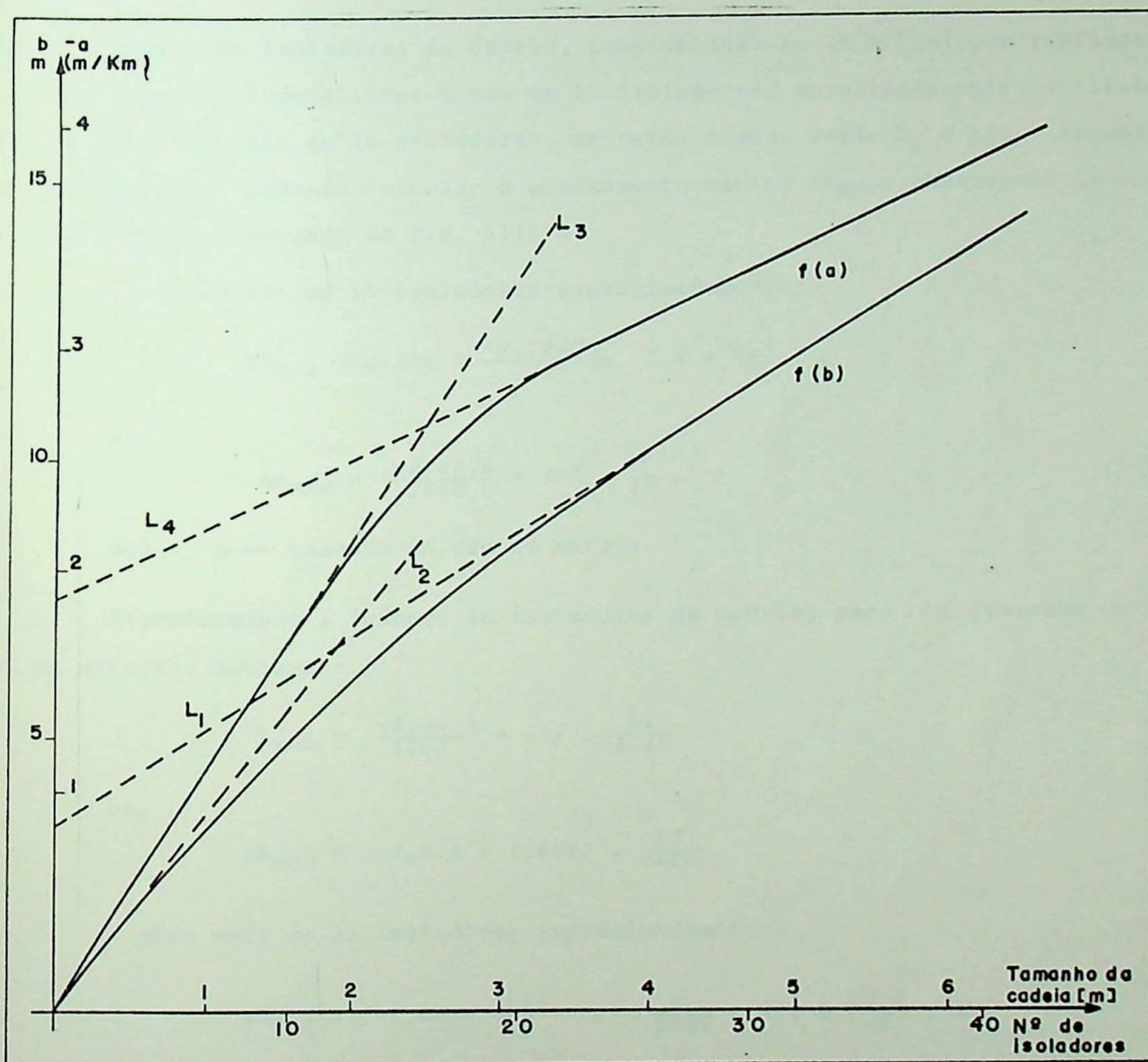


FIG. AIII.4 - COMPORTAMENTO DOS COEFICIENTES a e b COM A VARIAÇÃO DO TAMANHO DA CADEIA DE ISOLADORES.

De posse destes valores, pode-se levantar as curvas mostradas na figura AIII-4.

Neste gráfico pode-se traçar as tangentes L_1 , L_2 , L_3 e L_4 , mostradas, que apresentam as seguintes equações:

$$\text{para } L_1 - b = 3,4 + \frac{10,5}{40} \cdot I \quad [m]$$

$$\text{para } L_2 - b = \frac{5,5 \cdot I}{10} \quad [m]$$

$$\text{para } L_3 - a = \frac{-3,33}{20} \cdot I \quad [m/Km]$$

$$\text{para } L_4 - a = -1,88 - \frac{1,95}{40} \cdot I \quad [m/Km]$$

sendo, I o número de isoladores da cadeia, considerando-se 15,6 [cm] por isolador.

Quando a cadeia tiver menos de 15 isoladores, aproximadamente, utilizar-se-á L_2 e L_3 . Com mais de 15 isoladores, as retas usadas serão L_1 e L_4 . Baseados nesta consideração, pode-se calcular o abaixamento máximo Δh_{max} , observando as equações anteriores e lembrando da fig. AIII-3.

- para menos de 15 isoladores (aproximadamente).

$$\Delta h_{max} = a \cdot A + b = \frac{-0,00333}{20} \cdot I \cdot A + \frac{5,5}{10} \cdot I$$

ou,

$$\Delta h_{max} = \left(\frac{-3,33 \cdot A}{1000} + 11 \right) \cdot \frac{I}{20}$$

onde: $A \rightarrow$ tamanho do vão em metros.

Transformando I (número de isoladores da cadeia) para LI (tamanho da cadeia, em metros), obtém-se:

$$\Delta h_{max} = \left(\frac{-3,33 \cdot A}{1000} + 11 \right) \cdot \frac{LI}{3,12}$$

ou,

$$\Delta h_{max} = (-3,2 \cdot A + 10600) \cdot \frac{LI}{3000}$$

- para mais de 15 isoladores (aproximadamente)

$$\Delta h_{max} = \left(-1,88 - \frac{1,95}{40} \cdot I \right) \cdot \frac{A}{1000} + 3,4 + \frac{10,5}{40} \cdot I$$

ou,

$$\Delta h_{max} = \left(\frac{-1,95 \cdot A}{40 \cdot 1000} + \frac{10,5}{40} \right) \cdot I - \frac{1,88 \cdot A}{1000} + 3,4$$

Transformando I para LI, e agrupando convenientemente, obtêm-se:

$$\Delta h_{max} = \frac{(3500 - 0,65.A).LI + 3,9.(1808 - A)}{2080}$$

Reescrevendo as equações finais:

para (\pm) I \leq 15 isoladores:

$$\Delta h_{max} = (-3,2.A + 10600) \cdot \frac{LI}{3000}$$

para (\pm) I \geq 15 isoladores:

$$\Delta h_{max} = \frac{(3500 - 0,65.A).LI + 3,9.(1808 - A)}{2080}$$

onde:

Δh_{max} — abaixamento máximo do condutor, em metros.

LI — tamanho da cadeia de isoladores, em metros.

A — tamanho do vão, em metros.

AIII.4 - INFLUÊNCIA DE C_0 NO ABAIXAMENTO MÁXIMO.

A tabela AIII-1 apresenta alguns dos casos "rodados", utilizando o programa desenvolvido no capítulo III, e que mostra a constância, dentro de certos limites, do abaixamento máximo com a variação de H (tensão horizontal) e p_0 (peso unitário), mantendo-se a relação (C_0) entre eles.

C_0 [m]	H [Kp]	p_0 [Kp/m]	tamanho do vão [m]	tamanho da cadeia	abaixamento máximo [m]	desvio máximo (%)
1279,43	1000	0,7816	700	10 isoladores	2,909	2,14
	1545	1,2077			2,875	
	2000	1,5632			2,848	
2558,85	1000	0,3908	700	30 isoladores	10,436	6,07
	2000	0,7816			9,839	

TABELA AIII.1 - CONSTÂNCIA DO ABAIXAMENTO PARA UM MESMO C_0 .

Ou seja: para um mesmo C_0 , mesmo que se varie H e p_0 o abaixamento máximo permanecerá, praticamente, constante. Mas, quando se varia C_0 variará, também, o abaixamento. Os casos apresentados, anteriormente, tinham C_0 igual a 1976,71 [m]. Ao se variar este valor, pode-se levantar as curvas apresentadas na Fig. AIII-5, que mostra a variação do abaixamento com C_0 , para diferentes tamanhos de cadeias de isoladores. A faixa apresentada para C_0 , nesta figura, abrange os casos mais comuns.

Dividindo-se ponto a ponto, cada reta, pelo respectivo valor do abaixamento para $C_0 = 1976,71$, pode-se aproximar para uma reta normalizada, praticamente in

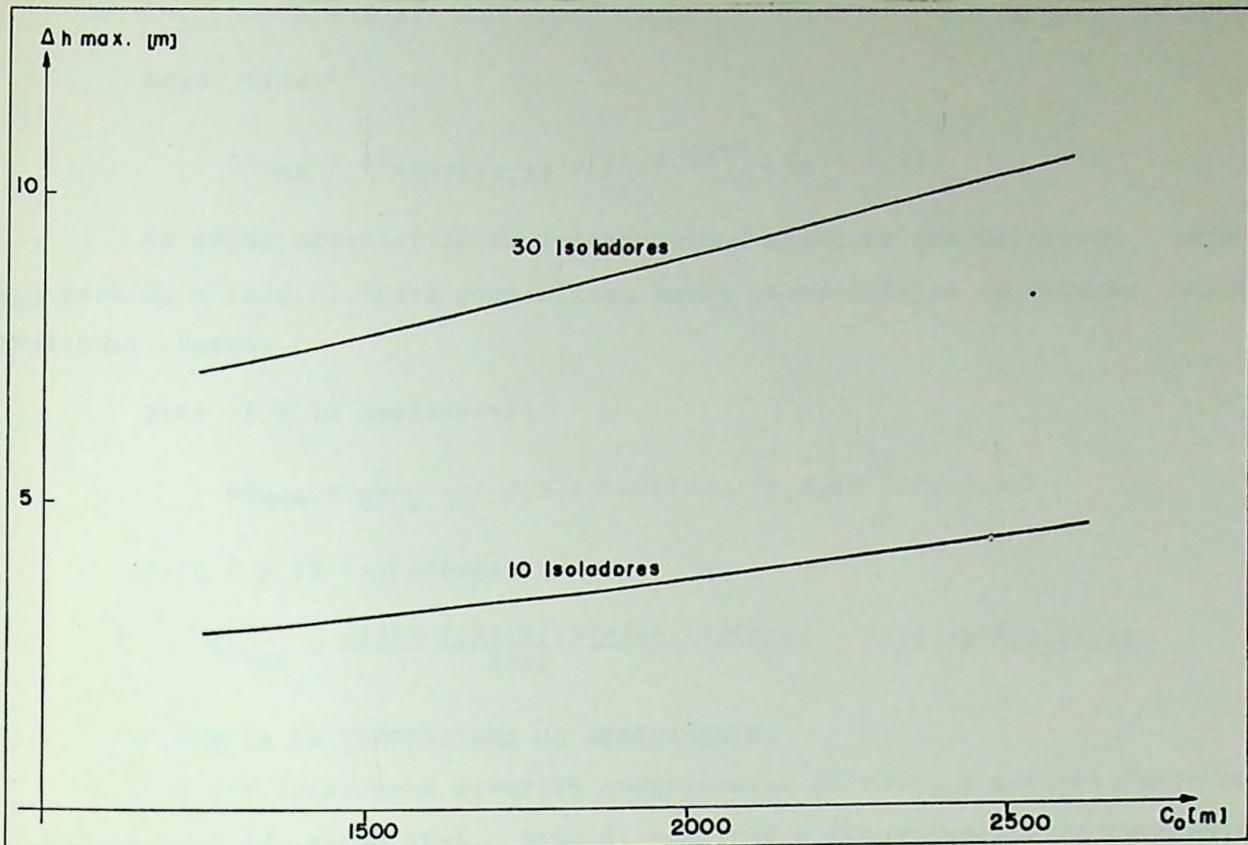


FIG. AIII.5 - VARIAÇÃO DO ABAIXAMENTO EM FUNÇÃO DE C_o .

dependente do tamanho da cadeia de isoladores, que é apresentada na Fig. AIII-6.

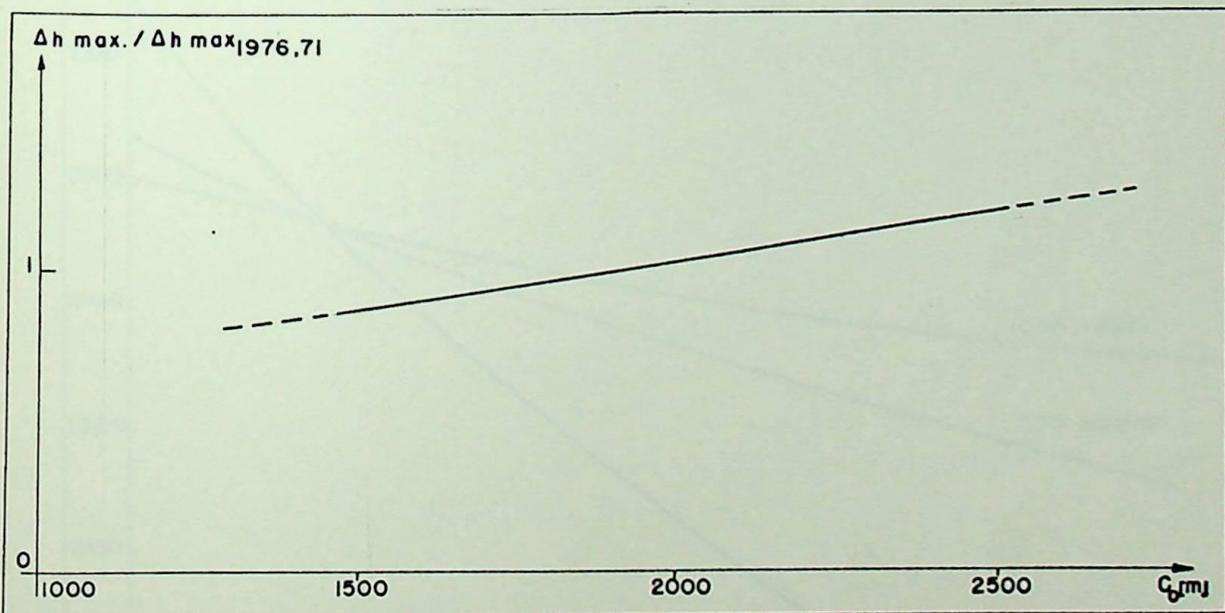


FIG. AIII.6 - RETA NORMALIZADA PARA O ABAIXAMENTO RELATIVO.

Pode-se, então, tirar a equação que define esta reta normalizada:

$$\frac{\Delta h_{max}}{\Delta h_{max,1976,71}} = a \cdot C_o + b$$

onde:

$$a = 0,003 [m^{-1}] = 0,3 \cdot 10^{-3} [m^{-1}]$$

e,

$$b = 0,41$$

Logo, fica:

$$\Delta h_{max} = \Delta h_{max1976,71} \cdot (0,3 \cdot 10^{-3} \cdot C_o + 0,41)$$

Na seção anterior foram desenvolvidas equações que permitiam calcular Δh_{max} para $C_o = 1976,71$. Para generalizar basta substituí-las na equação recém desenvolvida. Então:

para $I \leq 15$ isoladores:

$$\Delta h_{max} = \frac{LI}{3000} \cdot (-3,2 \cdot A + 10600) \cdot (0,3 \cdot 10^{-3} \cdot C_o + 0,41)$$

para $I \geq 15$ isoladores:

$$\Delta h_{max} = \frac{(3500 - 0,65 \cdot A) \cdot LI + 3,9 \cdot (1808 - A)}{2080} \cdot (0,3 \cdot 10^{-3} \cdot C_o + 0,41)$$

AIII.5 - INFLUÊNCIA DA TEMPERATURA NO ABAIXAMENTO.

Pode-se fazer, para diversos comprimentos de vãos, o que foi feito no caso 2 do capítulo IV, seção IV-5. Isto é: analisar o comportamento da constante da catenária com a variação de temperatura. Fazendo isto para C_o igual a 1976,71, pode-se levantar o gráfico apresentado na Fig. AIII-7.

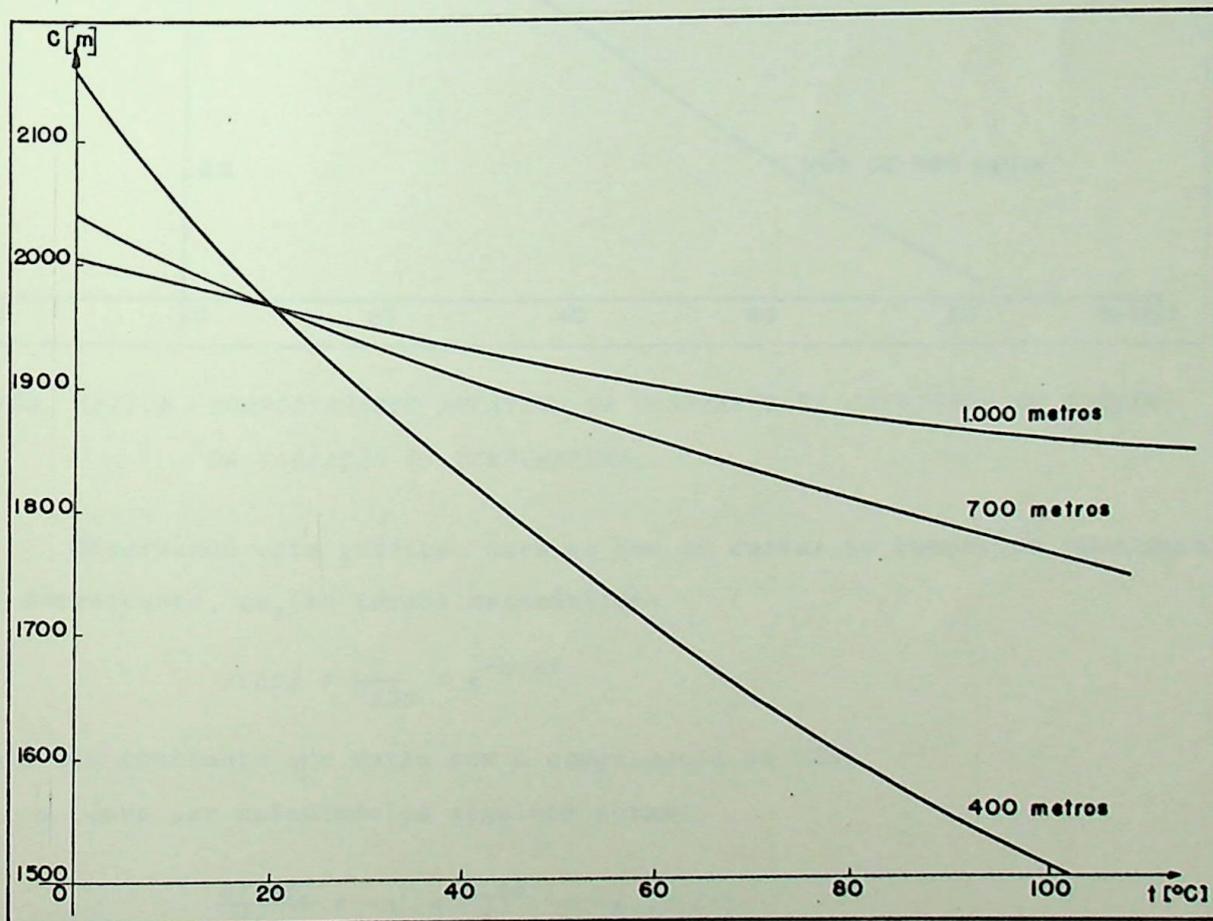


FIG. AIII-7 - COMPORTAMENTO DA CONSTANTE DA CATENÁRIA COM A VARIAÇÃO DE TEMPERATURA, PARA DIVERSOS COMPRIMENTOS DE VÃOS, COM

C_o igual a 1976,71.

Pode-se modificar, convenientemente, este gráfico, fazendo-se o seguinte:

- 1º) Divide-se todos os pontos pelo valor de C na condição de máxima permanência (C_{EDS}).
- 2º) Constroe-se o gráfico, colocando a relação C/C_{EDS} no eixo y , e no eixo x coloca-se a diferença de temperatura com relação à de máxima permanência.

Assim, obtêm-se o gráfico mostrado na fig. AIII-8.

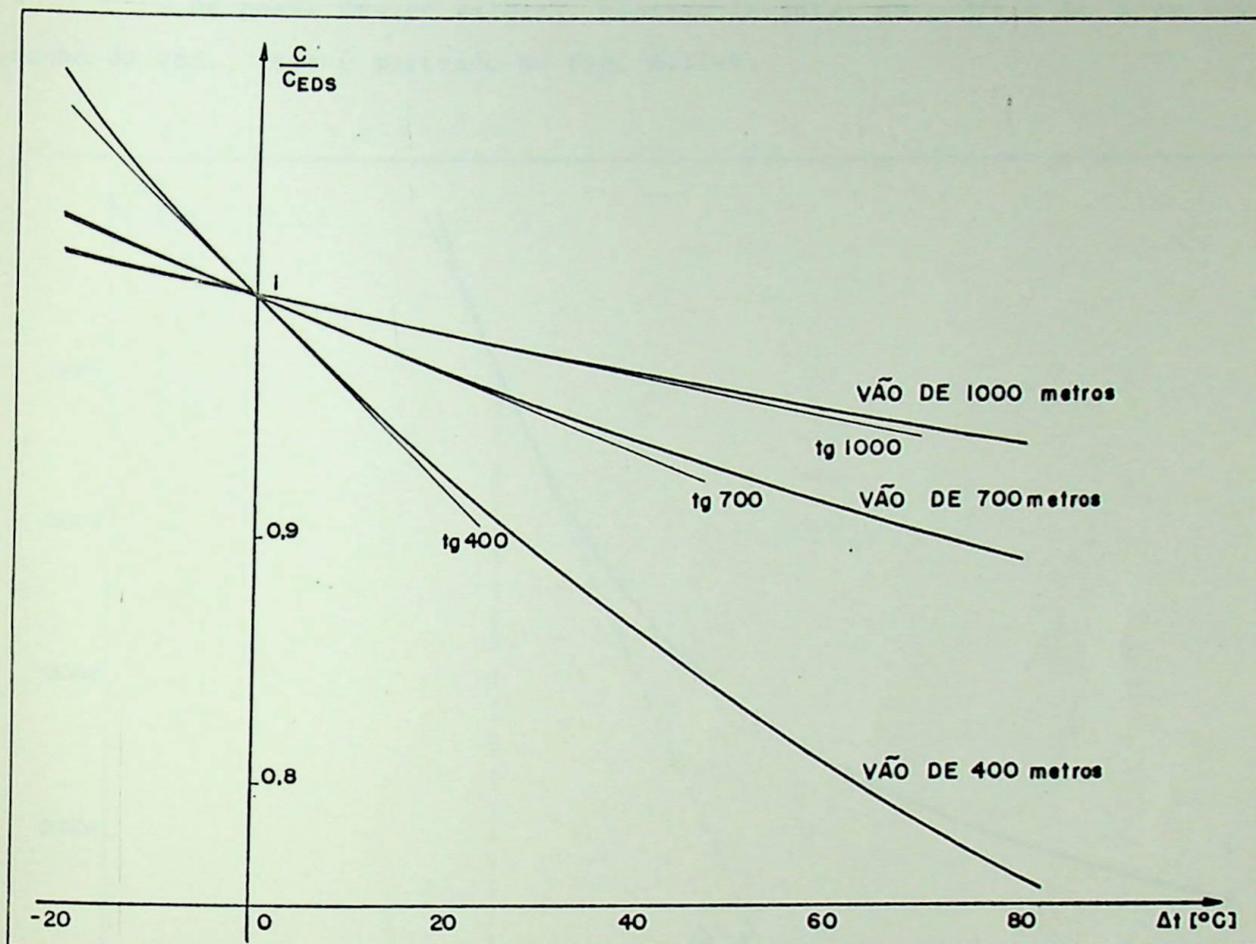


FIG. AIII.8 - COMPORTAMENTO RELATIVO DA CONSTANTE DA CATENÁRIA EM FUNÇÃO DA VARIAÇÃO DE TEMPERATURA.

Observando este gráfico, nota-se que as curvas se comportam como uma exponencial decrescente, ou, em termos matemáticos:

$$f(\Delta t) = \frac{C}{C_{EDS}} = e^{-\alpha \cdot \Delta t}$$

onde, α é uma constante que varia com o comprimento do vão.

α deve ser calculado da seguinte forma:

$$\frac{df(\Delta t)}{d\Delta t} = -\alpha \cdot e^{-\alpha \cdot \Delta t} = -\alpha \cdot f(\Delta t)$$

Para Δt igual a zero, pode-se dizer:

$$\alpha = \frac{-df(\Delta t)}{d \Delta t}$$

Ou seja: α é menos a derivada da curva no ponto Δt igual a zero. Logo, pode-se tirar diretamente do gráfico, como mostrado na Fig. AIII-8.

$$\alpha_{400} = 0,00405 \text{ [}^{\circ}\text{C}^{-1}\text{]}$$

$$\alpha_{700} = 0,00167 \text{ [}^{\circ}\text{C}^{-1}\text{]}$$

$$\alpha_{1000} = 0,00083 \text{ [}^{\circ}\text{C}^{-1}\text{]}$$

- De posse destes valores, pode-se levantar um gráfico de α em função do tamanho do vão. Isto é mostrado na fig. AIII-9.

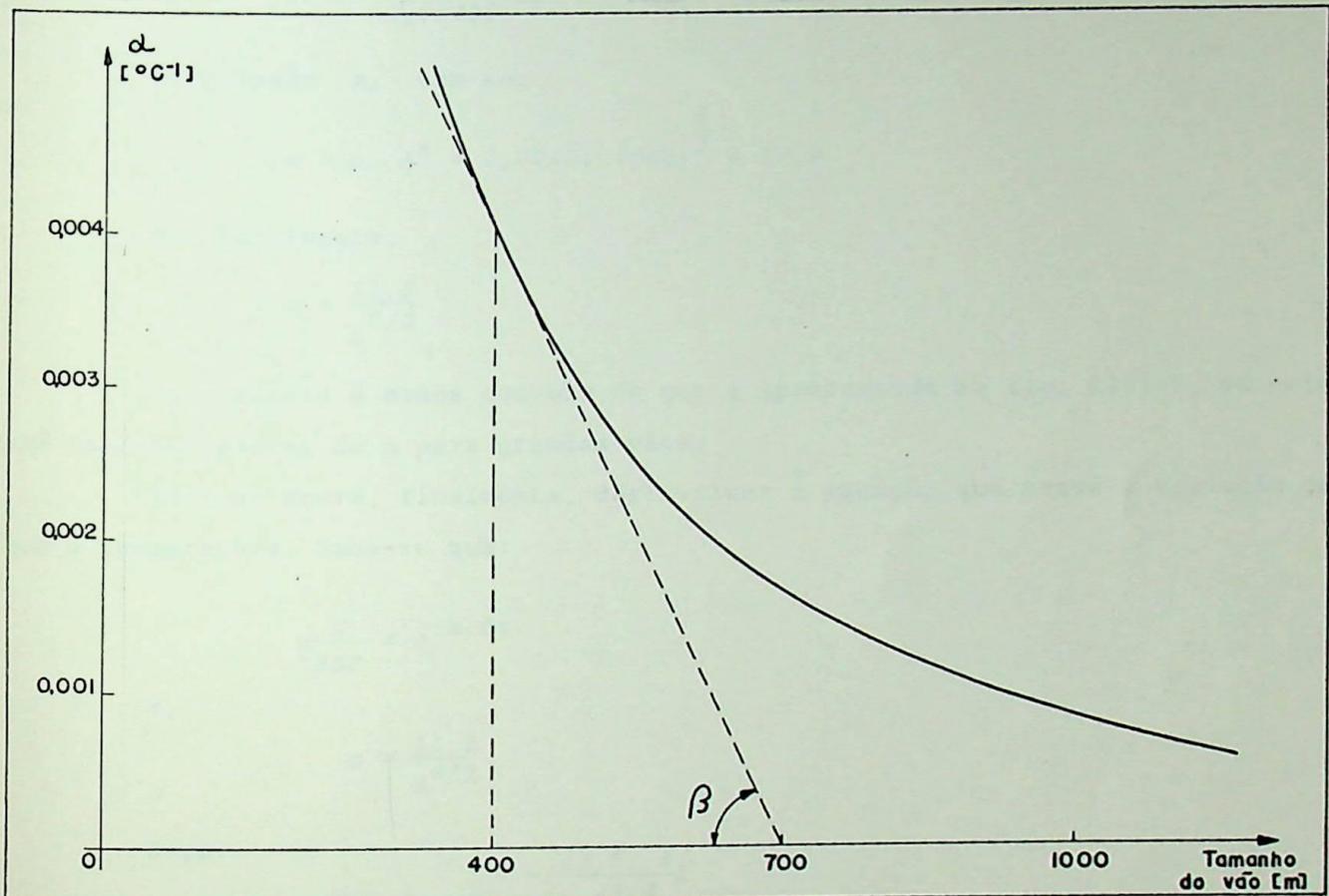


FIG. AIII.9 - VARIAÇÃO DE α COM O TAMANHO DO VÃO.

Esta curva pode ser aproximada pela seguinte função:

$$\alpha = \frac{m}{A^n}$$

onde:

m , n - constantes a serem determinadas.

A - tamanho do vão, em metros.

Para determinar m e n deve-se observar o seguinte:

$$\frac{d\alpha}{dA} = \frac{-m \cdot n}{A^{n+1}} = \frac{-n}{A} \cdot \frac{m}{A^n} = \frac{-n \cdot \alpha}{A}$$

ou seja:

$$n = \frac{-A}{\alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dA}$$

traçando a tangente em um ponto genérico da curva, pode-se calcular n.

Por exemplo: para $A = 400$ [m] (como mostrado na fig. AIII-9).

$$\frac{d\alpha}{dA} = -\operatorname{tg} \beta = -1,35 \cdot 10^{-5} \text{ [}^{\circ}\text{C}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}\text{]}$$

$$\alpha = 0,00405 \text{ [}^{\circ}\text{C}^{-1}\text{]}$$

$$A = 400 \text{ [m]}$$

Então:

$$n = \frac{400 \cdot 1,35 \cdot 10^{-5}}{0,00405} = 1,333 = \frac{4}{3}$$

Calculando m, tem-se:

$$m = \alpha \cdot A^n = 0,00405 \cdot (400)^{\frac{4}{3}} = 11,9$$

Ou, finalmente:

$$\alpha = \frac{11,9}{A^{4/3}}$$

Esta função é menos convexa do que a apresentada na fig. AIII-9, ou seja, prevê maiores valores de α para grandes vãos.

Pode-se agora, finalmente, desenvolver a equação, que prevê a variação de C com a temperatura. Sabe-se que:

$$\frac{C}{C_{EDS}} = e^{-\alpha \cdot \Delta t}$$

e,

$$\alpha = \frac{11,9}{A^{4/3}}$$

Logo:

$$C = C_{EDS} \cdot e^{-\left(\frac{11,9 \cdot t}{A^{4/3}}\right)}$$

Para se aplicar esta fórmula deve-se conhecer o valor de C_{EDS} , o que nem sempre é possível. Observando o capítulo IV, nota-se que C é, sempre, bastante próximo de C_0 . Portanto, pode-se adotar a mesma equação para a variação de C_0 com a temperatura.

Substituindo esta correção de temperatura nas fórmulas já deduzidas, fica:

para $I \leq 15$ isoladores:

$$\Delta h_{max} = \frac{LI}{3000} \cdot (-3,2 \cdot A + 10600) \cdot (0,3 \cdot 10^{-3} \cdot C_0 \cdot e^{-\left(\frac{11,9 \cdot t}{A^{4/3}}\right)} + 0,4)$$

para $I \geq 15$ isoladores:

$$\Delta h_{max} = \frac{(3500 - 0,65 \cdot A) \cdot LI + 3,9 \cdot (1808 - A)}{2080} \cdot (0,3 \cdot 10^{-3} \cdot C_0 \cdot e^{-\left(\frac{11,9 \cdot \Delta t}{A^{4/3}} + 0,41\right)})$$

AIII.6 - CONSIDERAÇÕES FINAIS.

A fórmula deduzida prevê o abaixamento máximo, o que ocorre próximo a meio do vão. Para se calcular o abaixamento em um ponto genérico do vão, considera-se que o mesmo se comporta como um semi-ciclo positivo de um seno. Isto pode ser observado no capítulo VI, onde se mostram exemplos, só que seria um "seno deslocado". Como o deslocamento é pequeno, despreza-o. Então, pode-se dizer:

$$\Delta h = \Delta h_{max} \cdot \text{seno} \left(\frac{x \cdot \pi}{A} \right)$$

Onde, x é a distância do ponto estudado até uma torre do vão. Quanto ao efeito da inclinação do vão, não foi possível concluir esse estudo em tempo hábil, mas como sugestão, baseado nos resultados do capítulo VI, propõe-se que o abaixamento seja calculado pela seguinte fórmula:

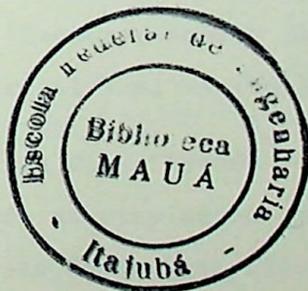
$$\Delta h_{inclinado} = \Delta h_{nivelado} \cdot (1 + tg\psi)^n$$

onde:

ψ - inclinação do vão, sendo positivo quando a cadeia próxima ao rompimento está abaixo da oposta, e negativo quando ocorre o inverso.

n - fator que está sendo estudado. Sugere-se, para pequenos e médios desníveis, $n = 1, 2$.

Resta dizer que não foi objetivo principal a precisão dos coeficientes, mas, sim, a "forma" da equação. Diversas comparações, entre esta fórmula e o programa do capítulo IV, foram feitas e mostraram a eficiência da mesma.



APÊNDICE IV

BIBLIOGRAFIA

- 1 - FUCHS, R.D. - "Transmissão de Energia Elétrica - Linhas Aéreas" - Vol. 1 e 2 - Livros Técnicos e Científicos - Escola Federal de Engenharia de Itajubá 1977.
- 2 - DIVERSOS AUTORES - "Transmission Line Reference Book - 345 KV and Above" - Electric Power Research Institute - 1975.
- 3 - JAPAN IRON AND STEEL EXPORTER'S ASSOCIATION - "Steel Transmission tower" - Steel, today and tomorrow número 28 - July - 1978.
- 4 - EALES, H. W; ETLINGER, E. - "Mississippi River Crossing of Crystal City Transmission Line" - Transactions A.I.E.E - Vol. 44 - página 378 - 1975.
- 5 - EHREMBURG, D. O. - "Transmission Line Cagenary Calculations" - Transactions - A.I.E.E. - Vol. 54 - página 719 - 1935.
- 6 - HEALY, E.S.; WRIGHT, A. J. - "Umbalanced Conductor Tensions - Tests to Show Their Effects in a Long-Span Transmission Line" - Transaction A.I.E.E. - Vol. 45 - página 1064 - 1926.
- 7 - BISSIRI, A. ; LANDAU, M. - "Broken Conductor Effect on Sags in Suspension Spans" Transaction A.I.E.E. Vol. 66 - página 1181 - 1947.
- 8 - LUMMIS, U; FISCHER, H.D. Ur. - "Practical Application of Sag and Tension Calculations to Transmission-Line Design" - Transactions A.I.E.E. - P.A.- Vol. 74 - I página 402 - 1955.
- 9 - WINKELMAN, P.F. - "Sag-tension Computations and Field Measurements of Benneville Power Administration" - Transactions A.I.E.E. - P.A. - Vol. 78-II - página 1532 - 1960.
- 10 - SWAIN, F. E.; AUSTIN, T.M. - "Computer Speeds Solution of Broken Conductor Crossing Clearance" - Eletrical World-julho-1958.
- 11 - ASSUMPÇÃO, H. G; TRIGINELLI, W.A.C. - "Estudo de Travessias - Cálculo do abaixamento do condutor devido ao rompimento em vão adjacente" - III Seminário de Produção e Transmissão de Energia Elétrica - Vol. II - 1975.
- 12 - FUCHS, R.D; ALMEIDA, M.T. - "Linhas Aéreas de Transmissão" - Fundação de Pesquisa e Acessoramento à Indústria - 1979.
- 13 - JARDINI, J. A. - "Cálculo Mecânico de Linhas Aéreas de Transmissão" - Escola Politécnica - USP - 1977.

- 14 - FONSECA, A. - "Curso de Mecânica" - Vol. II - Ao Livro Técnico - 1958.
- 15 - A.B.N.T. - "Projeto de Linhas Aéreas de Transmissão e Subtransmissão de Energia Elétrica - NB-182" - Associação Brasileira de Normas Técnicas - 1972.
- 16 - SANTOS, J.A.R. - "Mini-Calculadoras Eletrônicas" - Editora Edgard Blücher Ltda.
- 2ª edição - 1978.

