TESE
538

Tese

ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ

Escola Federal de Engenharia
Biblioteca
MAUÁ
Itajubá

TÉCNICAS GERAIS DE MODELAGEM E EQUACIONAMENTO E SUA APLICAÇÃO NAS ANÁLISES DE FLUXO DE CARGA

Engª Paulo Sérgio Pereira

-1977-

CLASS. 621.3.016.3.004.14(043.2)
CUTT. P436t
TOMO 538

Escola Federal de Engenharia
Biblioteca
MAUÁ
Itajubá

TÉCNICAS GERAIS DE MODELAGEM E EQUACIONAMENTO E SUA APLICAÇÃO NAS ANÁLISES DE FLUXO DE CARGA

Autor: Engº Paulo Sérgio Pereira
Orientador: Prof. Hector Arango
Co-orientador: Prof. Jaime Feinstein

O presente trabalho foi feito para ser apresentado como Tese de Mestrado, visando a obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Elétrica, pela Escola Federal de Engenharia de Itajubá.

Itajubá, junho de 1977

FOLHA DE JULGAMENTO DA COMISSÃO EXAMINADORA

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO: "TÉCNICAS GERAIS DE MODELAGEM E EQUACIONAMENTO E SUA APLICAÇÃO NAS ANÁLISES DE FLUXO DE CARGA"

Autor: Engº Paulo Sérgio Pereira
Orientador: Prof. Hector Arango
Co-orientador: Prof. Jaime Feinstein

JULGAMENTO

Examinadores	Conceito	Rubrica
1º	A+	
2º	A+	
3º	A+	

Resultado médio: Conceito: A+, ou seja, Aprovado com Distinção

Observações: _____

Itajubá, 02 de julho de 1977

HECTOR ARANGO

JAIME FEINSTEIN

ADEMIR CARNEVALLI GUIMARÃES

A meus pais, Alexandrina e Manoel, que sempre tudo fizeram por mim, e agora acompanharam e incentivaram este trabalho, e a Sara Lisa, que soube sempre me estimular e compreender nas horas mais difíceis.

AGRADECIMENTOS

Aos professores HECTOR ARANGO (Orientador) e JAIME FEINSTEIN (Co-orientador), alicerces ímpares durante o desenvolvimento deste trabalho. Agradeço o estímulo e a confiança durante o tempo que trabalhei sob suas orientações.

Aos "amigos-família", que de alguma forma me ajudaram ontem, possibilitando hoje a execução deste trabalho.

Aos meus amigos da EFEI, em especial CARLOS RIBEIRO e JOSÉ POLICARPO GONÇALVES DE ABREU, que muito me estimularam durante o desenvolvimento deste trabalho.

À Srta. CLAUDETE COLI JUNQUEIRA, pela datilografia deste trabalho.

Ao desenhista ARGEMIRO DOS SANTOS, que desenhou as figuras deste trabalho com inigualável capricho.

PREFÁCIO

A proliferação de novas técnicas e tecnologias na análise de sistemas de potência solicita o desenvolvimento de métodos de modelagem e equacionamento gerais e potentes, a fim de que o aprendizado da teoria possa ser efetuado unificadamente.

Procurando atingir este objetivo, o trabalho em pauta emprega as técnicas matriciais: na sistematização das práticas correntemente adotadas para a modelagem dos sistemas de transmissão, na montagem das expressões matemáticas das leis fundamentais, e na montagem das matrizes em valores por unidade.

Os resultados obtidos foram empregados no equacionamento geral do fluxo de carga, com a flexibilidade de considerar as relações dos transformadores reguladores como variáveis no processo iterativo (desde que seja feita a especificação do fluxo de potência inter-áreas).

Desta maneira, o fruto desta tese representa um instrumento flexível e moderno, e sua sistematização pode ser estendida não somente à uma determinada novidade técnica, como também a todas que no futuro serão desenvolvidas.

Espero, com isto, contribuir com o desenvolvimento do estudo de sistemas de potência, bem como fornecer aos analistas e estudiosos uma nova ferramenta.

NOTAÇÃO

SÍMBOLOS PRINCIPAIS

A - matriz de incidência

F - matriz dos desvios unitários das relações dos transformadores equivalentes do modelo desenvolvido.

jB - vetor das correntes de barra

jL - vetor das correntes dos elementos no sistema primitivo

K - matriz das relações dos transformadores ("per unit")

n - matriz das relações dos transformadores

vB - vetor das tensões de barra

vL - vetor das tensões dos elementos no sistema primitivo

SB - vetor das potências de barra

SL - vetor das potências dos elementos no sistema primitivo

vL - vetor das tensões no sistema primitivo

vT - vetor das tensões terminais de linha

U - matriz unidade

YB - matriz de admitância de barra

YL - matriz de admitância dos elementos no sistema primitivo

YSE - matriz das admitâncias série dos elementos do modelo desenvolvido

YSH1 - matriz das admitâncias shunt "1" dos elementos do modelo desenvolvido

YSH2 - matriz das admitâncias shunt "2" dos elementos do modelo desenvolvido

ZB - matriz de impedância de barra

δ - matriz dos desvios unitários das relações de transformação

~ - indica valores base

σ_i - potência base da área "i"

| | - módulo

$\angle$ - ângulo

OPERADORES MATRICIAIS

* - conjugado

-1 - inverso

T - transposto

$\downarrow$ - soma direta

X - transconjugada

dg - operador diagonal

SUBSCRITOS

u - índica valores por unidade

D - índica grandezas de incidência positiva

H - índica grandezas de incidência negativa

h - índica elemento h-ésimo

OFF - "Off nominal" ou fora do regime nominal

ON - "On nominal" ou no regime nominal

INDICE

Pag.

CAPÍTULO 1 - "STATE OF THE ART" NOS MÉTODOS DE FLUXO DE POTÊNCIA

1.1 - INTRODUÇÃO..... 1

1.2 - PRIMEIRO GRUPO DE TENDÊNCIAS..... 1

1.3 - SEGUNDO GRUPO DE TENDÊNCIAS..... 2

1.4 - TERCEIRO GRUPO DE TENDÊNCIAS..... 3

1.5 - ALGORITMOS NUMÉRICOS..... 4

CAPÍTULO 2 - "UMA TEORIA GERAL DE TRANSFORMAÇÕES POR UNIDADE"

2.1 - DIPOLOS..... 5

2.1.1 - Introdução..... 5

2.1.2 - Grandezas "per unit" no sistema primitivo 5

2.1.3 - Equações de sistemas com transformadores. 8

2.1.4 - Definições "per unit" considerando as barras como variáveis..... 14

2.1.5 - Equacionamento de YB_u para os transformadores trabalhando com relação nominal.... 16

2.1.6 - Equacionamento de YB_u para os transformadores trabalhando com relação fora da nominal..... 18

2.2 - TRIPOLOS..... 27

2.2.1 - Introdução..... 27

2.2.2 - Grandezas "per unit" no sistema primitivo 41

2.2.3 - Equações de sistemas com transformadores. 44

2.2.4 - Definições "per unit" considerando as barras como variáveis..... 46

Pag.

2.2.5 - Equacionamento VB_u para transformadores trabalhando com relação nominal..... 48

2.2.6 - Equacionamento de VB_u para os transformadores com relação fora do nominal.... 54

CAPÍTULO 3 - "MODELAGEM E EQUACIONAMENTO"

3.1 - DESENVOLVIMENTO DO MODELO..... 65

3.2 - PRIMEIRA LEI DE KIRCHOFF APLICADA AO MODELO.... 73

3.3 - RELAÇÕES ELÉTRICAS LOCAIS..... 74

3.4 - RELAÇÕES ELÉTRICAS GLOBAIS..... 76

CAPÍTULO 4 - "MATRIZ DE ADMITÂNCIA NODAL"

4.1 - FÓRMULA GERAL DA MATRIZ DE ADMITÂNCIA NODAL.... 79

4.2 - FÓRMULA APROXIMADA DA MATRIZ DE ADMITÂNCIA NODAL 83

CAPÍTULO 5 - "SENSITIVIDADES"

5.1 - SENTIVIDADES DE TRANSFORMAÇÃO..... 88

5.2 - SENSITIVIDADES DA MATRIZ DE ADMITÂNCIA NODAL EM RELAÇÃO AO MÓDULO DO DESVIO UNITÁRIO DA RELAÇÃO DE TRANSFORMAÇÃO..... 88

5.3 - SENSITIVIDADES DA MATRIZ DE ADMITÂNCIA NODAL EM RELAÇÃO AO ÂNGULO DO DESVIO UNITÁRIO DA RELAÇÃO DE TRANSFORMAÇÃO..... 91

CAPÍTULO 6 - "FLUXO DE POTÊNCIA"

6.1 - EXPRESSÃO DAS POTÊNCIAS DE BARRA..... 93

6.2 - ESPECIFICAÇÃO DAS POTÊNCIAS INTER-ÁREAS..... 94

6.3 - EQUAÇÕES GERAIS DO "LOAD FLOW"..... 96

6.4 - O MÉTODO DE "NEWTON-RAPHSON" PARA RESOLVER SISTEMAS DE EQUAÇÕES NÃO-LINEARES..... 98

Pag.

6.5 - APLICAÇÃO DO MÉTODO DE "NEWTON-RAPHSON" AO PROBLEMA DE "LOAD FLOW" CONSIDERANDO O "DECOUPLING"..... 102

6.6 - FLUXOGRAMA - UTILIZANDO O MÉTODO ITERATIVO DE "NEWTON-RAPHSON"..... 107

CAPÍTULO 7 - "EXEMPLO"

7.1 - DESENVOLVIMENTO DAS EQUAÇÕES..... 110

7.1.1 - Introdução..... 110

7.1.2 - Variáveis do problema..... 111

7.2 - EQUACIONAMENTO..... 112

7.2.1 - Matrizes de incidência: "A", "A_D", "A_H".. 112

7.2.2 - Matriz de relação de transformação "K". 112

7.2.3 - Equação matricial das potências nas barras "SB"..... 112

7.2.4 - Equação matricial das potências inter-áreas..... 113

7.2.5 - O sistema de equações..... 114

7.2.6 - Equações dos elementos do Jacobiano considerando o "decoupling"..... 115

7.2.7 - O processo iterativo..... 120

7.3 - EXEMPLO NUMÉRICO..... 121

7.3.1 - Variáveis do problema..... 121

7.3.2 - Cálculos e resultados..... 122

CAPÍTULO 8 - "REFERÊNCIAS" 130

CAPÍTULO 1

"STATE OF THE ART" NOS MÉTODOS DE FLUXO DE POTÊNCIA

"Quando o homem nasce, ele é flexível e fraco (mas pleno de vida); quando ele se torna forte e poderoso então ele morre".

Moral Universal de Lao-Tse

1.1 - INTRODUÇÃO

Um resumo muito completo dos estudos de fluxo de potência pode ser encontrado em [1]. Neste "State of the Art" procura-se incluir aqueles artigos que são posteriores ao trabalho de Stott, ou que são de interesse especial no desenvolvimento desta tese.

1.2 - PRIMEIRO GRUPO DE TENDÊNCIAS

Caracteriza-se o primeiro grupo de tendências pelo tratamento automático no laço iterativo, do cálculo das relações de transformadores "off nominal". Pode-se encontrar estudos com essa tendência em [2] e [3]. É interessante considerar também o trabalho de Jay P.Briton [4] e principalmente as discussões feitas por Sasson, Tinney e Peterson. Estes três homens reúnem grande parte da experiência e progressos obtidos durante o decênio (1960-1970), e que se centra principalmente no desenvolvimento dos métodos de Matrix de Impedância e o método de Newton Raphson em substituição ao tradicional Gauss Seidel (cuja melhor versão parece ser ainda o método chamado de Glimm e Stagg).

Em [4], além do tratamento automático no laço de iterações, são analisados: o controle de intercâmbio de á

reas (introduzido pelo próprio Britton em [2]) e as constantes de proporcionalidade (também chamadas de fatores de distribuição no livro de Homer Brown [5], e estudadas em [6]).

Dentro deste primeiro grupo de tendências, é importante destacar dois aspectos:

a) A regulação dos transformadores pode ser efetuada por telecomando, centralizado no centro de operação.

b) O efeito destes transformadores é de assimetrizar a matriz de admitância, e introduzir "possíveis" valores "zero" na diagonal do Jacobiano, o que exige fazer modificações no método de fatorização (em outros métodos, isto não é necessário).

1.3 - *SEGUNDO GRUPO DE TENDÊNCIAS*

Neste segundo grupo, pode-se incluir:

a) Modelos melhorados de geração e carga, considerando-se por exemplo as dependências da frequência de tais modelos.

b) Efeitos dos dispositivos de controle existentes no sistema. Um artigo típico encontra-se em [7], bem como o importante trabalho sobre modelagem de linhas, transformadores, geradores e cargas trifásicas em [8].

Os aspectos estudados nesta área são:

1) Modelos de "bus-tie", que permitam a medição do fluxo de potência entre áreas.

2) Sistema de controle de emergência, que inclua a simulação de um sistema com recursos automáticos para evitar a proliferação de faltas.

3) Componente de proteção de tipo geral:

$$k_1 X + k_2 |Y|^n + k_3 \Delta f > k_4$$

onde X, Y são entradas arbitrárias, provenientes de tele-aquisição de dados (por exemplo, proteção diferencial de sequência).

É óbvio, que tais tendências culminaram em programas de "follow-up" dos distúrbios dinâmicos do sistema, que serão empregados oportunamente por supervisores "real time", com a finalidade de prevenir as possíveis instabilidades em pontos críticos do sistema.

c) Inclusão de partes do sistema de transmissão em corrente contínua [12]. Neste caso procura-se o modelo e o equacionamento dos conversores "alterna-continua", além das equações de transmissão nas linhas de contínua.

1.4 - *TERCEIRO GRUPO DE TENDÊNCIAS*

Neste grupo, pode englobar-se as duas possíveis causas do fluxo de potência desequilibrado:

1) Cargas assimétricas

2) Assimetria no sistema de transmissão.

Artigos típicos neste grupo são [9] e [10].Em [10], salienta-se como interessante, além da modelagem tripolar das linhas, a inclusão de acoplamentos indutivos e capacitivos.

Os atuais programas de fluxo desequilibrado não incluem todos os refinamentos das outras tendências, porém, possuem controle de tensão, conforme referência [10], empregando controle de fase, e também da sequência positiva adequadamente filtrada.

1.5 - ALGORITMOS NUMÉRICOS

Nos pontos anteriores, tratou-se da inclusão de novas potencialidades com relação à modelagem e inclusão dos aspectos de regulação e controle.

Nada se comentou a respeito da área específica de melhoramento dos algorítmos numéricos. Neste aspecto, salienta-se a referência [11], sobre a aplicação do método diakoptico no Jacobiano da iteração Newton-Raphson.

Quanto ao estudo do fluxo de potência considerando os incrementos de segunda ordem salienta-se [13]. Com relação ao "Fast Decoupled Load Flow", tem-se a referência [12], e ainda um estudo no que diz respeito à convergência do "Fast Decoupled Load Flow", tem-se [14].

Provavelmente, o aspecto menos desenvolvido, nos estudos do método de Newton Raphson, é o aspecto da chamada convergência global, ou melhor, um critério prático que permita obter-se os resultados independentes (ou quase independentes)do erro na estimativa dos valores iniciais do processo iterativo.

Essa situação é particularmente importante nos sistemas com grandes sobrecargas estáticas.

CAPÍTULO 2

UMA TEORIA GERAL DE TRANSFORMAÇÕES POR UNIDADE

"Dia por dia, examina tua consciência e corrige tuas faltas; se não cumprires com teus deveres, estarás sendo insincero para com a sabedoria e a razão que vivem dentro de ti".
Kahlil Gibran - A Voz do Mestre

2.1 - DIPOLOS

2.1.1 - Introdução

A seguir faz-se um desenvolvimento "per unit" para a formação da matriz de admitância nodal do sistema, considerando as mais variadas configurações do sistema, ou seja desde linhas sem transformadores, até o caso de transformadores operando com relações fora do valor nominal e transformadores reguladores. Todos os detalhes desenvolvidos para os dipolos são de grande interesse para que a extensão possa ser feita aos tripolos, e permitindo maior facilidade no equacionamento matemático e interpretações físicas.

2.1.2 - Grandezas "per unit" no sistema primitivo

O vetor das grandezas correntes de um conjunto de dipolos passivos, com eventuais acoplamentos entre si, está relacionado com o vetor voltagem nos próprios elementos pela matriz de admitância dos elementos:

$$jL = YL\ vL \qquad (2.1)$$

Selecionando-se arbitrariamente a base nomi

nal para as tensões e correntes ($\bar{V}L$; $\bar{J}L$), as matrizes diagonais destas quantidades podem ser denotadas por (dg $\bar{V}L$); (dg $\bar{J}L$).

O conjunto das grandezas "por unit" do sistema, referidas às bases nominais é definido:

$$VL_u = (dg\ \bar{V}L)^{-1}\ VL \qquad (2.2)$$

$$JL_u = (dg\ \bar{J}L)^{-1}\ JL \qquad (2.3)$$

Substituindo-se as equações (2.2) e (2.3) em (2.1) obtém-se:

$$(dg\ \bar{J}L)JL_u = YL(dg\ \bar{V}L)VL_u \qquad (2.4)$$

portanto:

$$JL_u = (dg\ \bar{J}L)^{-1}YL(dg\ \bar{V}L)VL_u \qquad (2.5)$$

Considerando-se que os valores-base são números complexos, pode-se escrever:

$$(dg\ \bar{V}L)^*(dg\ \bar{J}L)=(dg\ \bar{S}L)^* \qquad (2.6)$$

onde $\bar{S}L$ é o valor base da potência dos elementos.

E a partir da equação (2.6) tem-se:

$$(dg\ \bar{J}L)^{-1}=[(dg\ \bar{S}L)^*]^{-1}(dg\ \bar{V}L)^* \qquad (2.7)$$

Substituindo-se a equação (2.7) em (2.5) obtém-se:

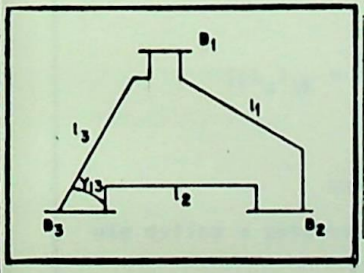
$$jL_u=[(dg\ \tilde{s}L)^*]^{-1}(dg\ \tilde{v}L)^*YL(dg\ \tilde{v}L)vL_u \qquad (2.8)$$

de onde pode-se escrever a matriz:

$$YL_u=[(dg\ \tilde{s}L)^*]^{-1}(dg\ \tilde{v}L)^*YL(dg\ \tilde{v}L) \qquad (2.9)$$

Da equação (2.8) tem-se: $(dg\ \tilde{s}L)=(dg\ \tilde{v}L)(dg\ \tilde{j}L)^*$. Assim pode-se arbitrar um valor para $(dg\ \tilde{j}L)^*$ tal que a matriz $(dg\ \tilde{s}L)$ seja um valor real e obviamente aquele que queremos tomar por base . Logo o asterisco em $\tilde{s}L$ pode ser eliminado. Por outro lado, devido ao aparecimento de $\tilde{v}_L$ e seu conjugado, e supondo-se YL uma matriz diagonal (ou seja não existem acoplamentos), os valores das admitâncias por unit resultam simplesmente multiplicando-se pelos módulos das tensões base ao quadrado, e dividindo pela potência base, como é amplamente conhecido. No caso de existirem acoplamentos, seja por exemplo entre os elementos (h; k), o valor por unit resulta multiplicando pela tensão base de h conjugada e a tensão base de k, e dividindo pela potência base de h.

Exemplo Hipotético:



Y [Ω]	Linha	Tensão Base	Potência Base
$Y_1=2$	ℓ_1	345 kV	500 MVA
$Y_2=1$	ℓ_2	68 kV	20 MVA
$Y_3=1$	ℓ_3	132 kV	50 MVA
$Y_{13} = Y_{31} = 0,5\ \Omega$			

$$YL_u = [(dg\ \tilde{s}L)^*]^{-1}(dg\ \tilde{v}L)\ YL(dg\ \tilde{v}L)$$

$$YL_u = \begin{bmatrix} \frac{1}{500} & & \\ & \frac{1}{20} & \\ & & \frac{1}{50} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 345 & & \\ & 66 & \\ & & 132 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & & 0,5 \\ & 1 & \\ 0,5 & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 345 & & \\ & 66 & \\ & & 132 \end{bmatrix}$$

$$YL_u = \begin{bmatrix} \frac{(345)^2.2}{500} & & \frac{(345)(132).0,5}{500} \\ & \frac{(66)^2.1}{20} & \\ \frac{(345)(132)0,5}{50} & & \frac{(132)^2}{50} \end{bmatrix}$$

Analisando-se YL_u salienta-se o seguinte:

"Os elementos (YL_{13} e YL_{31}) *"per unit"* aparecerem diferentes, muito embora seus valores naturais sejam iguais".

Tal diferença está somente no fato de escolher-se potências-base diferentes, e a expressão seguinte facilita a formação "per unit".dos elementos de acoplamentos:

$$(yL_u)_{hK} = \frac{(\tilde{v}L)_h.(\tilde{v}L)_K.(yL)_{hK}}{\tilde{s}L_h} \qquad (2.10)$$

Ressalta-se que o primeiro índice da admitância define a potência que deve aparecer no denominador.

2.1.3 - Equações de sistemas com transformadores

Os sistemas com transformadores torna o estudo mais geral, e o equacionamento considerando os transformado-

res será tratado agora. Os transformadores são representados por um transformador ideal e uma imitância série.

Para melhor esclarecer, apresenta-se a figura 2.1, onde deve-se automaticamente encarar que as imitâncias dos transformadores já estão agrupadas com as das linhas de transmissão, logicamente referidas ao lado de alta tensão.

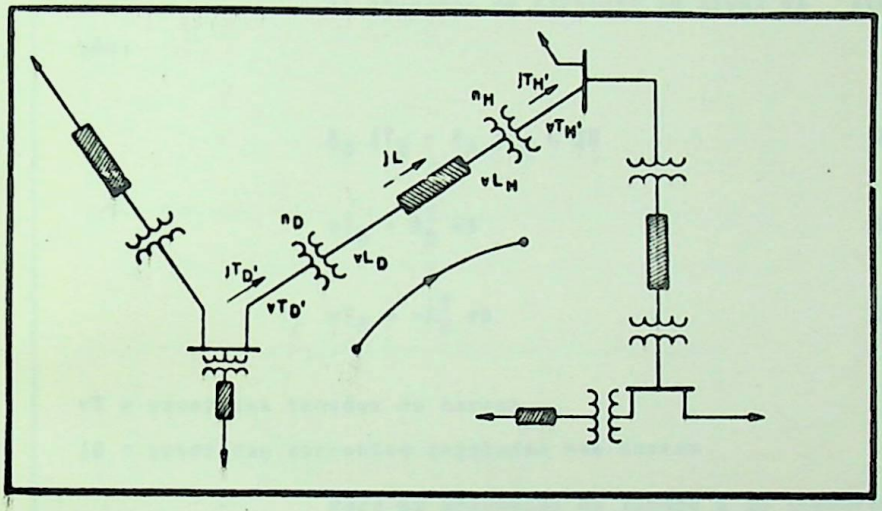


Fig.2.1 - Sistema Interconectado

Caso uma linha não tenha o transformador, deve-se encará-lo como um transformador de relação unitária e imitância desprezível. Assim as imitâncias vistas no desenho devem ser pensadas como as da linha somadas com as dos transformadores que estão nos seus terminais, porém já referidas ao lado de alta tensão. Ressalva-se ainda que uma orientação arbitrária deve ser dada à cada linha, em conformidade com um dígrafo que se oriente para o sistema.

Representa-se por "A_D; A_H" as matrizes de incidência positiva e negativa, e "vT_D; vT_H" são as tensões dos

transformadores no lado das barras do sistema, e com relação a uma dada barra que aqui se chama de "referência". Por vT_D representa-se as tensões para as incidências positivas e por vT_H para as incidências negativas.

Analogamente, chamamos às correntes jT_D, jT_H como podem ser vistas na figura 2.1.

As equações de Kirchoff em nível de sistema são:

$$A_D\, jT_D - A_H\, jT_H = jB \qquad (2.11)$$

$$vT_D = A_D^T\, vB \qquad (2.12)$$

$$vT_H = -A_H^T\, vB \qquad (2.13)$$

vB = vetor das tensões de barras

jB = vetor das correntes injetadas nas barras

Para as grandezas de linhas e de transformadores tem-se:

$$vL_D = (dg\ n_D)^*\, vT_D \qquad (2.14)$$

$$vL_H = (dg\ n_H)^*\, vT_H \qquad (2.15)$$

$$jT_D = (dg\ n_D)\, jL \qquad (2.16)$$

$$jT_H = (dg\ n_H)\, jL \qquad (2.17)$$

Os ramos que têm transformadores reguladores em cascata com outro transformador, quer seja esse outro trans-

formador "ON" ou "OFF" nominal, conforme figura 2.2, devem ser considerados como a fig.2.3,

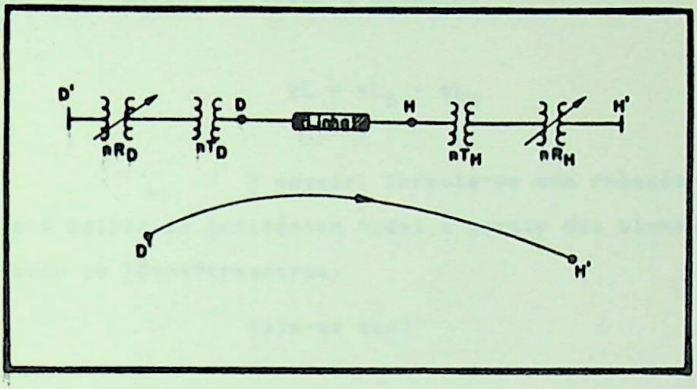


Fig.2.2 - Ramos com transformadores reguladores

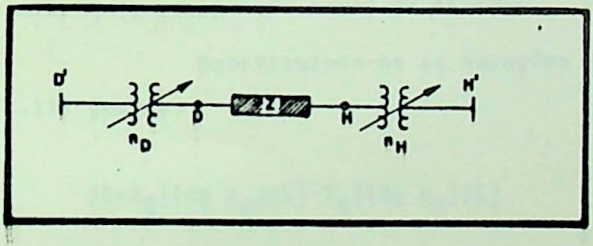


Fig.2.3 - Associação de transformadores

onde:

$Z=ZT_D+ZT_H+ZR_H+ZR_D$; $n_D=(nR_D)(nT_D)$; $n_H=(nR_H)(nT_H)$

ZT_D=impedância do transformador T_D referida à tensão da linha.

ZT_H=impedância do transformador T_H referida à tensão da linha.

ZR_H=impedância do regulador R_H referida à tensão da linha.

ZR_D=impedância do regulador R_D referida à tensão da linha.

Em nível de sistema representa-se n_D, n_H os vetores de relações dos transformadores ou dos transformadores equivalentes nos lados "D e H" da linha de transmissão, e o vetor das tensões de linha é escrito:

$$vL = vL_D - vL_H \tag{2.18}$$

A seguir, formula-se uma relação que explicite a matriz de admitância nodal a partir dos elementos e envolvendo os transformadores.

Sabe-se que:

$$jB = YB\ vB \tag{2.19}$$

YB - matriz de admitância nodal do sistema.

Substituindo-se as equações (2.16) e (2.17) na (2.11) tem-se:

$$jB = A_D[(dg\ n_D)jL] - A_H[(dg\ n_H)jL] \tag{2.20}$$

$$\therefore \quad jB = [A_D(dg\ n_D) - A_H(dg\ n_H)]jL \tag{2.21}$$

Substituindo-se a equação (2.1) na (2.21) tem-se:

$$jB = [A_D(dg\ n_D) - A_H(dg\ n_H)]YL\ vL \tag{2.22}$$

Sabe-se que:

$$vT_D' = A_D^T\ vB \qquad vL_D = (dg\ n_D)^*\ vT_D'$$

$$vT_H = A_H^T \; vB \qquad\qquad vL_H = (dg\ n_H)^* vT_H$$

Portanto:

$$vL_D = (dg\ n_D)^*\ A_D^T\ vB \tag{2.23}$$

$$vL_H = (dg\ n_H)^*\ A_H^T\ vB \tag{2.24}$$

Como $vL \triangleq vL_D - vL_H$ tem-se:

$$vL = [(dg\ n_D)^*\ A_D^T - (dg\ n_H)^*\ A_H^T]\ vB \tag{2.25}$$

Substituindo a equação (2.25) na (2.22) tem-se:

$$jB = [A_D(dg\ n_D) - A_H(dg\ n_H)]YL[(dg\ n_D)^* A_D^T - (dg\ n_H)^* A_H^T]vB \tag{2.26}$$

Comparando-se a equação (2.26) com a equação (2.19) tem-se:

$$YB = ([A_D(dg\ n_D) - A_H(dg\ n_H)]YL[(dg\ n_D)^* A_D^T - (dg\ n_H)^* A_H^T])vB \tag{2.27}$$

ou

$$YB = [A_D(dg\ n_D) - A_H(dg\ n_H)]YL[A_D(dg\ n_D) - A_H(dg\ n_H)]^x \tag{2.28}$$

O símbolo "x" significa a transconjugada da matriz.

Chamando-se:

$$H = A_D(dg\ n_D) - A_H(dg\ n_H) \tag{2.29}$$

Pode-se escrever:

$$YB = H\ YL\ H^x \tag{2.30}$$

$$\therefore \quad ZB = YB^{-1} = [H\ YL\ H^{x}]^{-1} \tag{2.31}$$

2.1.4 - *Definições "per unit" considerando as barras como variáveis*

As definições "per unit" para as variáveis de barras são dadas por:

$$vB_u = (dg\ \bar{v}B)^{-1} vB \tag{2.32}$$

$$jB_u = (dg\ \bar{J}B)^{-1} jB \tag{2.33}$$

Onde $\bar{v}B$, $\bar{J}B$ são os vetores de uma base arbitrária para as voltagens e correntes de barras.

Sabe-se que:

$$jB_u = YB_u\ vB_u \tag{2.34}$$

$$jB = YB\ vB \tag{2.35}$$

Substituindo-se as equações (2.32) e (2.33) em (2.35) tem-se:

$$(dg\ \bar{J}B)jB_u = YB(dg\ \bar{v}B)vB_u \tag{2.36}$$

$$\therefore \quad jB_u = (dg\ \bar{J}B)^{-1}\ YB(dg\ \bar{v}B)vB_u \tag{2.37}$$

Por outro lado sabe-se que:

$$(dg\ \bar{s}B)^{*} = (dg\ \bar{v}B)^{*}(dg\ \bar{J}B) \tag{2.38}$$

$$\therefore \quad (dg\ \bar{J}B)^{-1} = [(dg\ \bar{s}B)^{*}]^{-1}\ (dg\ \bar{v}B)^{*} \qquad (2.39)$$

Substituindo-se (2.39) em (2.37) tem-se:

$$JB_u = [(dg\ \bar{s}B)^{*}]^{-1}(dg\ \bar{v}B)^{*}\ YB(dg\ \bar{v}B)\ vB_u \qquad (2.40)$$

De onde pode-se escrever:

$$YB_u = [(dg\ \bar{s}B)^{*}]^{-1}(dg\ \bar{v}B)^{*}\ YB(dg\ \bar{v}B) \qquad (2.41)$$

Se não existem acoplamentos, pode-se escolher os valores das correntes-base $(dg\ \bar{J}B)^{*}$, tal que a matriz $(dg\ \bar{s}B)$ seja um valor real e que arbitrariamente deseje-se, para o cálculo de YB_u. Assim pode-se trabalhar com os valores-base de tensão em módulo, uma vez que aparece o produto de $\bar{v}B$ por seu conjugado.

Recorda-se que:

$$\left.\begin{aligned} YB &= H\ YL\ H^{x} \\ YL_u &= [(dg\ \bar{s}L)^{*}]^{-1}(dg\ \bar{v}L)^{*}YL(dg\ \bar{v}L) \end{aligned}\right\} \qquad (2.42)$$

e portanto:

$$YL = [(dg\ \bar{v}L)^{*}]^{-1}(dg\ \bar{s}L)^{*}YL_u(dg\ \bar{v}L)^{-1} \qquad (2.43)$$

então:

$$YB = H[(dg\ \bar{v}L)^{*}]^{-1}(dg\ \bar{s}L)^{*}YL_u(dg\ \bar{v}L)^{-1}H^{x} \qquad (2.44)$$

Substituindo-se (2.44) em (2.41) tem-se:

$$YB_u = [(dg\ \bar{s}B)^*]^{-1}(dg\ \bar{v}B)^* H\ [(dg\ \bar{v}L)^*]^{-1}(dg\ \bar{s}L)^* YL_u (dg\ \bar{v}L)^{-1} H\ (dg\bar{v}B) \quad (2.45)$$

que é uma equação que relaciona a matriz de admitância nodal "per unit" com a matriz de admitância dos elementos do sistema primitivo "per unit".

2.1.5 - *Equacionamento de YB_u para os transformadores trabalhando com relação nominal*

Até agora, tanto os valores-base como as relações de transformação foram definidos arbitrariamente, que naturalmente foge de certa forma, do que é feito na prática, onde as magnitudes-base são escolhidas de tal forma que se aproximem ao máximo dos valores adotados na operação nominal. Assim sendo, os valores "per unit" de operação quase nominal diferem pouco de unidade. Em sistemas bem projetados, os transformadores trabalham com níveis normais em ambos os lados, ou melhor, trabalham com relações nominais. Portanto, escreve-se:

$$(dg\ \bar{n}_D) = [dg(A_D\ \bar{v}B)^*]^{-1}(dg\ \bar{v}L_D)^* \quad (2.46)$$

$$(dg\ \bar{n}_H) = [dg(A_H^T\ \bar{v}B)^*]^{-1}(dg\ \bar{v}L_H)^* \quad (2.47)$$

Substituindo as equações (2.46) e (2.47) em (2.30) tem-se:

$$H = A_D[dg(A_D^T\ \bar{v}B)^*]^{-1}(dg\ \bar{v}L_H)^* - A_H[dg(A_H^T\ \bar{v}B)^*]^{-1}(dg\ \bar{v}L_H)^* \quad (2.48)$$

A teoria dos grafos permite que se escreva:

$$A_D[dg(A_D^T\ \bar{v}B)^*]^{-1} = [dg(\bar{v}B)^*]^{-1}A_D \quad (2.49)$$

$$A_H[dg(A_H^T\ \bar{v}B)^*]^{-1} = [dg(\bar{v}B)^*]^{-1}A_H \quad (2.50)$$

Substituindo-se as equações (2.49) e (2.50) em (2.48) tem-se:

$$H=\left[[(dg\ \bar{v}B)^{*}]^{-1}\ A_D-[(dg\ \bar{v}B)^{*}]^{-1}A_H\right](dg\ \bar{v}L)^{*} \qquad (2.51)$$

$$\therefore \quad H=[(dg\ \bar{v}B)^{*}]^{-1}A(dg\ \bar{v}L)^{*} \qquad (2.52)$$

Substituindo-se a equação (2.52) em (2.31) tem-se:

$$YB=\left[[(dg\ \bar{v}B)^{*}]^{-1}A(dg\ \bar{v}L)^{*}\right]YL\left[[(dg\ \bar{v}B)^{*}]^{-1}A(dg\ \bar{v}L)^{*}\right]^{x} \qquad (2.53)$$

E substituindo-se a equação(2.53) em (2.41) tem-se:

$$YB_u=[(dg\ \bar{s}B)^{*}]^{-1}(dg\ \bar{v}B)^{*}[(dg\ \bar{v}B)^{*}]^{-1}A(dg\ \bar{v}L)^{*}YL(dg\ \bar{v}L)\ A^{T}(dg\ \bar{v}B)^{-1}(dg\ \bar{v}B) \qquad (2.54)$$

E portanto pode-se escrever:

$$YB_u=[(dg\ \bar{s}B)^{*}]^{-1}A(dg\ \bar{v}L)^{*}YL(dg\ \bar{v}L)A^{T} \qquad (2.55)$$

Com a finalidade de se encontrar uma equação que relaciona YB_u e YL_u, da equação (2.9) escreve-se:

$$YL=[(dg\ \bar{v}L)^{*}]^{-1}(dg\ \bar{s}L)^{*}YL_u(dg\ \bar{v}L)^{-1} \qquad (2.56)$$

e substituindo-se (2.56) em (2.55) tem-se:

$$YB_u=[(dg\ \bar{s}B)^{*}]^{-1}A(dg\ \bar{v}L)^{*}[(dg\ \bar{v}L)^{*}]^{-1}[(dg\ \bar{s}L)^{*}]YL_u(dg\ \bar{v}L)^{-1}(dg\ \bar{v}L)A^{T} \qquad (2.57)$$

e finalmente:

$$YB_u=[(dg\ \bar{s}B)^{*}]^{-1}A(dg\ \bar{s}L)^{*}YL_uA^{T} \qquad (2.58)$$

Novamente se não há acoplamentos, pode-se fazer a escolha dos valores base, de tal forma que as potências e tensões base de barra e de linha sejam números reais. As equações (2.55) e (2.58) podem transformar-se em simples expressões, função apenas de valores-base reais.

Observa-se que YB_u não pode ser considerada como uma transformação congruente como é corriqueiramente feito, e para tal consideração uma *"restrição muito forte"* deve ser feita na seleção dos valores das potências-base.

Se todas as potências-base nas linhas e nas barras têm o mesmo valor σ então a equação (2.55) e (2.58)transformam-se respectivamente em:

$$YB_u = \sigma^{-1} A(dg\ \bar{V}L)^{*}\ YL(dg\ \bar{V}L)A^{T} \qquad (2.59)$$

$$YB_u = A\ YL_u\ A^{T} \qquad (2.60)$$

De onde interpretar-se que os transformadores operando em relação nominal são facilmente simplificados, e o sistema pode ser representado por um sistema sem transformadores.

No caso do sistema ser formado por várias partes desconectadas e desacopladas as matrizes A; YL aparecem na forma bloco-diagonal e tem-se:

$$A = A_1 \dot{+} A_2 \dot{+} A_3 \dot{+} \ldots\ A_n \qquad (2.61)$$

$$YL = YL_1 \dot{+} YL_2 \dot{+} YL_3 \dot{+} \ldots\ YL_n \qquad (2.62)$$

Onde "$\dot{+}$" indica soma direta, e neste caso se a potência base for selecionada para parte do sistema separadamente, e sendo $\sigma_1, \sigma_2, \ldots \sigma_n$ as potências-base das linhas e das barras em cada

parte, a equação (2.58) transforma-se em:

$$YB_u = A(\bar{Y}L)A^T \tag{2.63}$$

$$(\bar{Y}L) = (dg\ \bar{v}L)^*(\sigma_1^{-1}YL_1 + \sigma_2^{-1}YL_2 + \ldots \sigma_n^{-1}YL_n)dg\ \bar{v}L \tag{2.64}$$

2.1.6 - Equacionamento de YB_u para os transformadores trabalhando com relação fora da nominal

Para os transformadores operando fora da relação nominal, pode-se escrever:

$$(dg\ n_D) = (U+\delta_D)(dg\ \bar{n}_D) \tag{2.65}$$

$$(dg\ n_H) = (U+\delta_H)(dg\ \bar{n}_H) \tag{2.66}$$

onde U indica a matriz unidade, e δ_D, δ_H são as matrizes que têm o significado do desvio unitário do valor nominal.

Com raciocínio análogo ao desenvolvimento para transformadores operando com relação nominal, inicialmente faz-se o desenvolvimento de $A_D(dg\ n_D)$

$$(dg\ \bar{n}_D) = [dg(A_D^T\ \bar{v}B)^*]^{-1}(dg\ \bar{v}L_D)^* \tag{2.67}$$

Substituindo-se (2.67) em (2.65) tem-se:

$$(dg\ n_D) = (U+\delta_D)[dg(A_D^T\ \bar{v}B)^*]^{-1}(dg\ \bar{v}L_D)^* \tag{2.68}$$

$$\therefore \quad A_D(dg\ n_D) = A_D[dg(A_D^T\ \bar{v}B)^*]^{-1}(U+\delta_D)(dg\ \bar{v}L_D)^* \tag{2.69}$$

E da teoria dos grafos sabe-se que:

$$A_D[dg(A_D^T\ \bar{\gamma}B)^*]^{-1}=[(dg\ \bar{\gamma}B)^*]^{-1}A_D \tag{2.70}$$

portanto:

$$A_D(dg\ n_D)=[(dg\ \bar{\gamma}B)^*]^{-1}A_D(U+\delta_D)(dg\ \bar{\gamma}L_D)^* \tag{2.71}$$

por outro lado tem-se:

$$A_H[dg(A_H^T\ \gamma B)^*]^{-1}=[(dg\ \bar{\gamma}B)^*]^{-1}A_H \tag{2.72}$$

$$A_H(dg\ n_H)=A_H[dg(A_H^T\ \bar{\gamma}B)^*]^{-1}(U+\delta_H)(dg\ \bar{\gamma}L_H)^* \tag{2.73}$$

Com raciocínio análogo tem-se:

$$A_H(dg\ n_H)=[(dg\ \bar{\gamma}B)^*]^{-1}A_H(U+\delta_H)(dg\ \bar{\gamma}L_H)^* \tag{2.74}$$

Substituindo-se as equações (2.71) e (2.74) em:

$H=A_D(dg\ n_D)-A_H(dg\ n_H)$ tem-se:

$$H=[(dg\ \bar{\gamma}B)^*]^{-1}A_D(U+\delta_D)(dg\ \bar{\gamma}L_D)^*-[(dg\ \bar{\gamma}B)^*]^{-1}A_H(U+\delta_H)(dg\ \bar{\gamma}L_H)^* \tag{2.75}$$

$\therefore$

$$H=[(dg\ \bar{\gamma}B)^*]^{-1}[A_D(U+\delta_D)-A_H(U+\delta_H)](dg\ \bar{\gamma}L)^* \tag{2.76}$$

Chamando: $A'=A_D(U+\delta_D)-A_H(U+\delta_H)=A+(A_D\delta_D-A_H\delta_H)$ (2.77)

Tem-se: $H=[(dg\ \bar{\gamma}B)^*]^{-1}A'(dg\ \bar{\gamma}L)^*$ (2.78)

Sabe-se que $YB_u=[(dg\ \bar{s}B)^*]^{-1}(dg\ \bar{v}B)^*YB(dg\ \bar{v}B)$

$$YB=H\ YL\ H^X$$

E para o caso dos transformadores trabalharem com relação fora do valor nominal, H é dado por (2.78), portanto:

$$YB=\left[[(dg\ \bar{v}B)^*]^{-1}A'(dg\ \bar{v}L)^*\right]YL\left[[(dg\ \bar{v}B)^*]^{-1}A'(dg\ \bar{v}L)^*\right]^X \tag{2.79}$$

$$\therefore YB_u=[(dg\ \bar{s}B)^*]^{-1}(dg\ vB)^*\left[[(dg\ \bar{v}B)^*]^{-1}A'(dg\ \bar{v}L)^*\right]YL\left[[(dg\ \bar{v}B)^*]^{-1}A'(dg\bar{v}L)^*\right]^X.$$

$$.\ (dg\ \bar{v}B) \tag{2.80}$$

$$\therefore YB_u=[(dg\ \bar{s}B)^*]^{-1}(dg\ vB)^*[(dg\ \bar{v}B)^*]^{-1}A'(dg\ \bar{v}L)^*YL(dg\ \bar{v}L).$$

$$.\ (A')^T(dg\ \bar{v}B)^{-1}(dg\ \bar{v}B) \tag{2.81}$$

$$\therefore YB_u=[(dg\ \bar{s}B)^*]^{-1}A'(dg\ \bar{v}L)^*YL(dg\ \bar{v}L)(A')^T \tag{2.82}$$

Comparando-se a matriz de admitância nodal para os transformadores operando com relação nominal (eq.2.55) com o caso dos transformadores fora do nominal (eq.2.82), vê-se que a diferença está entre A e A'

$$A = A_D - A_H$$

$$A' = A_D(U+\delta_D)-A_H(U+\delta_H)$$

A primeira interpretação física que esta comparação sugere-nos é que em *termos "per unit"*, nas análises de sistemas, onde tem-se a mudança da operação nominal para fora do valor nominal, este novo sistema deve ser visto como o anterior mais a introdu -

ção de transformadores com relação próxima a unidade dada por (2.83) e (2.84) em substituição ao transformador nominal (relação unitária).

$$n'_{D_h} = (1 + \delta_{D_h}) \tag{2.83}$$

$$n'_{H_h} = (1 + \delta_{H_h}) \tag{2.84}$$

onde h indica o elemento h-ésimo.

Deve-se ressaltar, que a correção feita aqui, não se dirigiu para o valor das imitâncias próprias dos transformadores, todavia a aproximação é viável se compararmos os valores das imitâncias dos transformadores com as das linhas de transmissão que se encontram em série.

Agora, procura-se uma equação que relacione $\mathbf{Y}B_u$ e $\mathbf{Y}L_u$ para o caso "off nominal".

De equação (2.82) tem-se:

$$\mathbf{Y}B_u = [(dg\ \bar{s}B)^*]^{-1} A'(dg\ \bar{\gamma}L)^* \mathbf{Y}L(dg\ \bar{\gamma}L)(A')^T$$

e substituindo-se $\mathbf{Y}L$ dado por (2.56) tem-se:

$$\mathbf{Y}B_u = [(dg\ \bar{s}B)^*]^{-1} A'(dg\ \bar{\gamma}L)^* [(dg\ \bar{\gamma}L)^*]^{-1} (dg\ \bar{s}L)^* \mathbf{Y}L_u (dg\ \bar{\gamma}L)^{-1} .$$

$$. (dg\ \bar{\gamma}L)(A')^T \tag{2.85}$$

$$\therefore \mathbf{Y}B_u = [(dg\ sB)^*]^{-1} A' [(dg\ \bar{s}L)^*] \mathbf{Y}L_u (A')^T \tag{2.86}$$

E com a intenção de se reduzir os dois transformadores a um só fez-se algumas manipulações matemáticas.

A expressão (2.77) pode ser escrita:

$$A' = [A_D(U+\delta_D)(U+\delta_H)^{-1} + A_H](U+\delta_H) \qquad (2.87)$$

E substituindo-se (2.87) em (2.78), a matriz de admitâncias pode ser escrita:

$$YB = \left[[(dg\ \bar{v}B)^*]^{-1}[A_D(U+\delta_D)(U+\delta_H)^{-1}+A_H](U+\delta_H)(dg\ \bar{v}L)^*\right]YL.$$

$$.\left[[(dg\ \bar{v}B)^*]^{-1}[A_D(U+\delta_D)(U+\delta_H)^{-1}+A_H](U+\delta_H)(dg\ \bar{v}L)^*\right]^x \qquad (2.88)$$

$$\therefore\ YB = [(dg\ \bar{v}B)^*]^{-1}[A_D(U+\delta_D)(U+\delta_H)^{-1}+A_H](dg\ \bar{v}L)^*[(U+\delta_H)YL.$$

$$.(U+\delta_H)^*](dg\ \bar{v}L)[A_D(U+\delta_D)(U+\delta_H)^{-1}+A_H]^x(dg\ \bar{v}B)^{-1} \qquad (2.89)$$

e chamando-se:

$$\overset{\approx}{YL} = (U+\delta_H)\ YL(U+\delta_H)^* \qquad (2.90)$$

$$A'' = [A_D(U+\delta_D)(U+\delta_H)^{-1}+A_H] \qquad (2.91)$$

pode-se escrever:

$$YB = \left[[(dg\ \bar{v}B)^*]^{-1}A''(dg\ \bar{v}L)^*\right]\overset{\approx}{YL}\left[[(dg\ vB)^*]^{-1}A''(dg\ \bar{v}L)^*\right]^x \qquad (2.92)$$

que é uma expressão similar a (2.53) para os transformadores "ON NOMINAL", a diferença está entre as matrizes A e A''
YL e $\overset{\approx}{YL}$

E uma segunda interpretação física a ser feita, é que nas análises "per unit" de sistemas, quando houver mudança de transformadores de suas relações nominais para fora do nominal, isto pode ser concebido adicionando-se aos ramos do sistema onde houver alterações, transformadores somente no " le

do D" com relações dadas por $[(U+\delta_D)(U+\delta)^{-1}]$ e a matriz de admitância dos elementos sofre a seguinte alteração:

$$\overset{a}{YL}=(U+\delta_D)YL(U+\delta_H)^*$$

Considerando-se que δ_D e δ_H têm normas muito menores que a unidade, o produto $(U+\delta_D)(U+\delta_H)^{-1}$ pode ser aproximado a $(U+\delta_D-\delta_H)$, e esse valor pode ser portanto o valor da relação dos transformadores a serem introduzidos no "lado D".

Ressalta-se que um desenvolvimento similar poderia ter sido feito para colocar-se transformadores do "lado H".

Todavia, até aqui não se conseguiu representar um sistema com transformadores (off-nominal) por um simples sistema sem transformadores, e a seguir apresenta-se um desenvolvimento a respeito.

Considera-se duas hipóteses:

a) A seleção dos valores-base é feita de forma que as potências base das barras são iguais as de linha e tenham portanto um só valor.

b) A matriz YL é diagonal, portanto não se considera acoplamentos entre linhas.

O ponto de partida será a equação (2.88) submissa as hipóteses ora citadas, e assim tem-se:

$$YB_u=(A')YL_u(A')^T \qquad (2.93)$$

por comodidade, e para não confundir o desenvolvimento que se segue, chamamos na eq.(2.93) de:

$$(YB_u)_{OFF}=YB_u$$

Substituindo-se a eq.(2.77) na eq.(2.83) tem-se:

$$(YB_u)_{OFF}=[A+(A_D\delta_D-A_H\delta_H)]YL_u[A+(A_D\delta_D-A_H\delta_H)]^X \qquad (2.94)$$

$$\therefore$$

$$(YB_u)_{OFF}=[A\ YL_u\ A^T]+[A\ YL_u(A_D\delta_D-A_H\delta_H)^X]+[(A_D\delta_D-A_H\delta_H)YL\ A^T]+$$

$$+[(A_D\delta_D-A_H\delta_H)YL_u(A_D\delta_D-A_H\delta_H)^X] \qquad (2.95)$$

Sabe-se que:

$$(YB_u)_{ON}=A\ YL_u\ A^T \qquad ON = ON\ Nominal$$

e portanto:

$$(YB_u)_{OFF}=(YB_u)_{ON}+YB''_u \qquad (2.96)$$

Analisa-se agora os termos de YB''_u

Primeiro:

$$(A_D\delta_D-A_H\delta_H)YL_u\ A^T=(A_D\delta_D-A_H\delta_H)YL_u(A_D-A_H)^T=$$

$$=(A_D\delta_D)YL_u(A_D)^T+(A_D\delta_D)YL_u(-A_H)^T-(A_H\delta_H)YL_u(A_D)^T+$$

$$+(A_H\delta_H)YL_u(A_H)^T$$

Como as matrizes $(\delta_D\ YL_u)$ e $(\delta_H\ YL_u)$ são diagonais e os produtos $(A_D.A_H^T)$; $(A_H.A_D^T)$ são nulos, o termo em análise transforma-se em:

$$(A_D\delta_D-A_H\delta_H)\ YL_uA^T=(A_D\delta_D\ YL_u\ A_D^T+A_H\delta_H\ YL_u\ A_H^T) \qquad (2.97)$$

Segundo:

$$[A\ YL_u(A_D\delta_D - A_H\delta_H)^X] = [(A_D - A_H)YL_u(A_D\delta_D - A_H\delta_H)^X] =$$

$$= A_D\ YL_u\ \delta_D^*\ A_D^T - A_D\ YL_u\ \delta_H^*\ A_H^T - A_H\ YL_u\ \delta_D^*\ A_D^T + A_H\ YL_u\ \delta_H^*\ A_H^T$$

E com considerações análogas as feitas ao primeiro termo tem-se:

$$[A\ YL_u(A_D\delta_D - A_H\delta_H)^X] = (A_D\ YL_u\ \delta_D^*\ A_D^T + A_H\ YL_u\ \delta_H^*\ A_H^T) \qquad (2.98)$$

Terceiro:

$$(A_D\delta_D - A_H\delta_H)YL_u(A_D\delta_D - A_H\delta_H)^X = (A_D\delta_D\ YL_u\ \delta_D^*\ A_D^T) + (A_H\delta_H\ YL_u\ \delta_H^*\ A_H^T)$$

e assim tem-se:

$$YB''_u = A_D[\delta_D\ YL_u + YL_u\ \delta_D^* + \delta_D\ YL_u\delta_D^*]A_D^T + A_H[\delta_H\ YL_u + YL_u\ \delta_H^* + \delta_H\ YL_u\delta_H^*]\ A_H^T \qquad (2.99)$$

E o sistema formado por $(YB_u)_{OFF}$ pode ser interpretado como sendo: "O mesmo sistema com condições "ON-NOMINAL" $(YB_u)_{ON}$ e adicionado a ele, um conjunto de imitâncias dado por (YB''_u) que estão entre as barras do sistema e a barra de referência (terra).

Uma análise da equação (2.98) permite afirmar que tais imitâncias que estão entre as barras e a terra são proporcionais às imitâncias que incidem nas respectivas barras. Os fatores de proporcionalidade são os desvios unitários das relações nominais dos transformadores que são dados por(δ_D e δ_H) sendo δ_D para a incidência do "lado D" e δ_H para a incidência do "lado H".

Torna-se importante salientar que de acordo

com os sinais algébricos de (δ_D, δ_H) poderão surgir valores negativos de impedâncias, revelando o desbalanceamento criado pelos desvios das relações dos transformadores de nominal para fora do valor nominal, e desta forma causando a circulação de correntes nos "loops" do sistema.

2.2 - TRIPOLOS

2.2.1 - Introdução

O modelo bipolar que foi desenvolvido tem restrições no que diz respeito à representação das admitâncias SHUNT das linhas e dos transformadores.

Por outro lado, o modelo desenvolvido neste trabalho para o estudo de "load flow", é um modelo tripolar, e assim, torna-se necessário um desenvolvimento "per unit" para tripolos. No entanto, todo o desenvolvimento anteriormente feito tem grande interesse para facilitar o entendimento dos tripolos, bem como esclarecer certas considerações que, usualmente, aparecem na literatura sem maiores comentários. Assim, pode-se ter conhecimento das considerações que são feitas ao utilizar-se as simplificações "per unit".

Um ramo do sistema pode ser:

a) Uma linha de transmissão

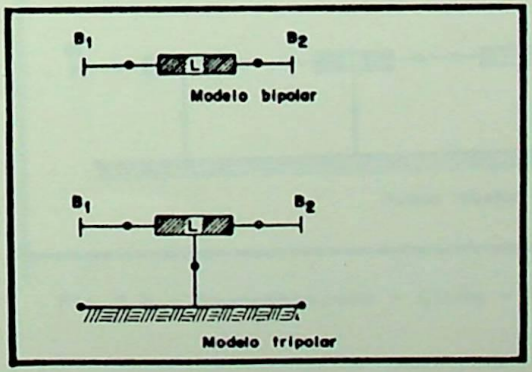


Fig.2.4 - Linha de transmissão

b) Linha e transformador

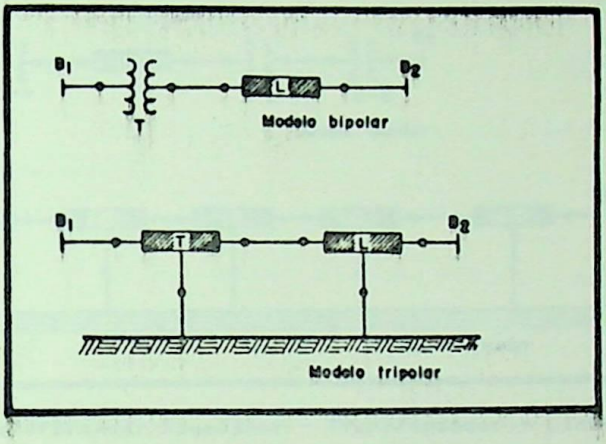


Fig.2.5 - Linha e transformador

c) Transformador - Linha - Transformador

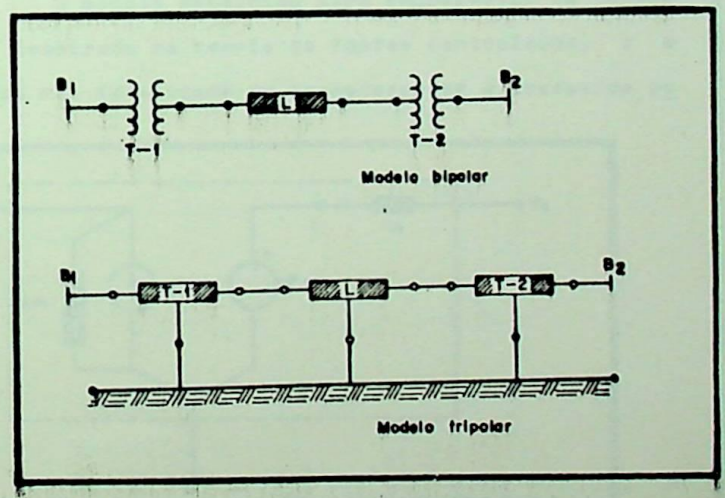


Fig.2.6 - Transformador - Linha - Transformador

d) Transformador Regulador - Transformador - Linha - Transformador - Transformador Regulador

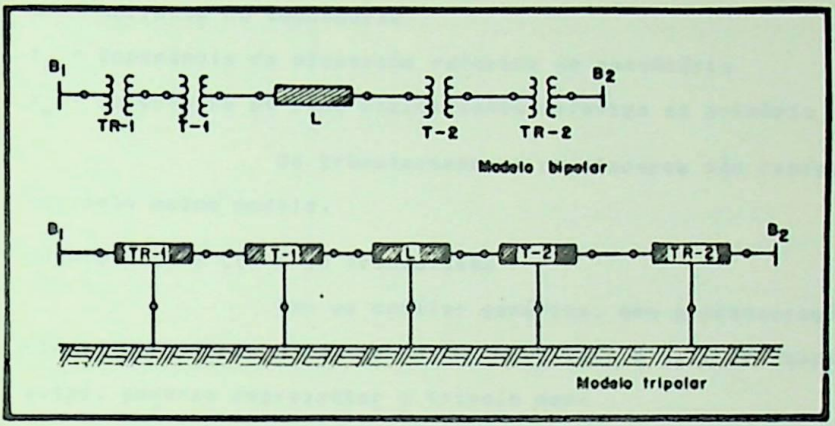


Fig.2.7 - Transformador Regulador - Transformador - Linha - Transformador - Transformador Regulador

Modelagem tripolar para os elementos

Modelo para o transformador

O modelo escolhido para representar os transformadores foi inspirado na teoria de fontes controladas, e a representação da não idealidade do transformador é traduzida pe

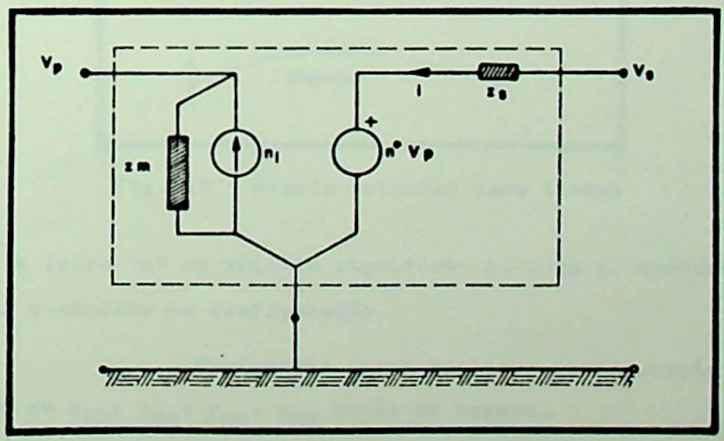


Fig.2.8 - Modelo tripolar do transformador

las imitâncias série e shunt,

V_p - tensão no primário

V_s - tensão no secundário

i - corrente no secundário

z_s - impedância de dispersão referida ao secundário

z_m - impedância do ramo magnetizante referida ao primário

Os transformadores reguladores são representados pelo mesmo modelo.

Modelo para a Linha de Transmissão

Com um caráter genérico, sem a preocupação inicial de definir a configuração, quer seja a Π, T ou qualquer outra, pode-se representar o tripolo por:

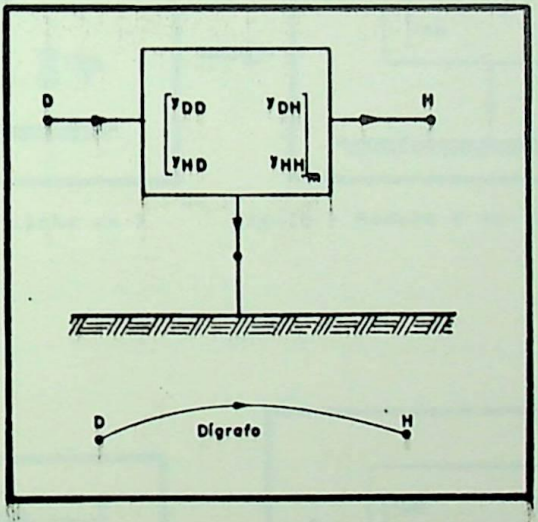


Fig.2.9 - Modelo tripolar para linhas

Onde a letra "m" no tripolo significa Π, L ou T, conforme seja feita a escolha da configuração.

Obviamente, para qualquer configuração os valores de y_{DD}, y_{DH}, y_{HD}, y_{HH} serão os mesmos,

Exemplos:

a) Modelo T

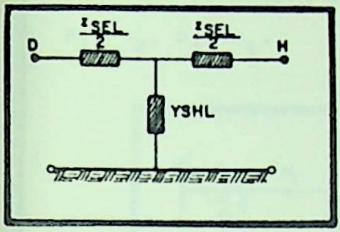


Fig.2.10 - Linha em T

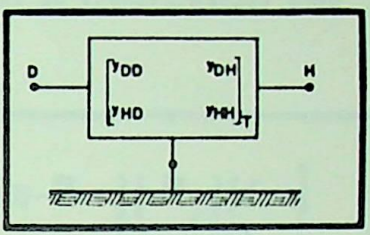


Fig.2.11 - Modelo T da linha

b) Modelo Π

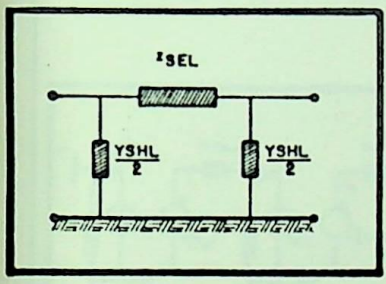


Fig.2.12 - Linha em Π

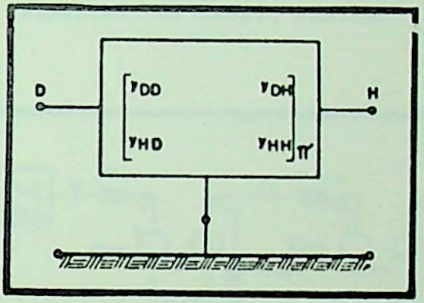


Fig.13 - Modelo Π da linha

c) Modelo L

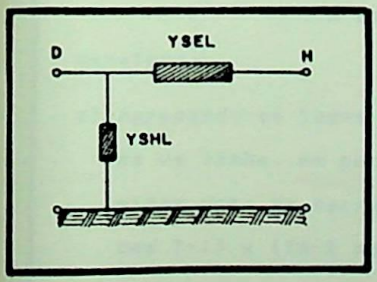


Fig.2.14 - Linha em L

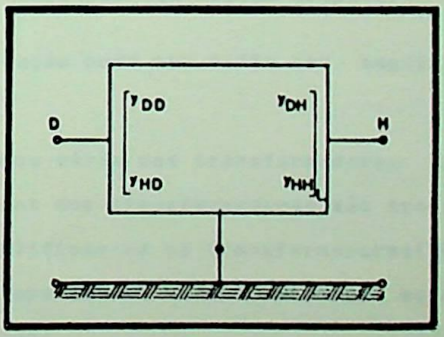


Fig.2.15 - Modelo L da linha

Uma parte importante é como se agrupar e simplificar os diversos elementos, e para que uma idéia concreta seja criada, desenvolve-se abaixo uma configuração chamada "*especial*", e considera-se as relações de transformações como sendo n_1, n_2, n_3, n_4.

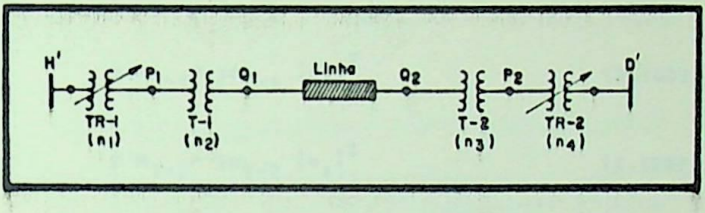


Fig.2.16 - Configuração "especial" em modelo bipolar

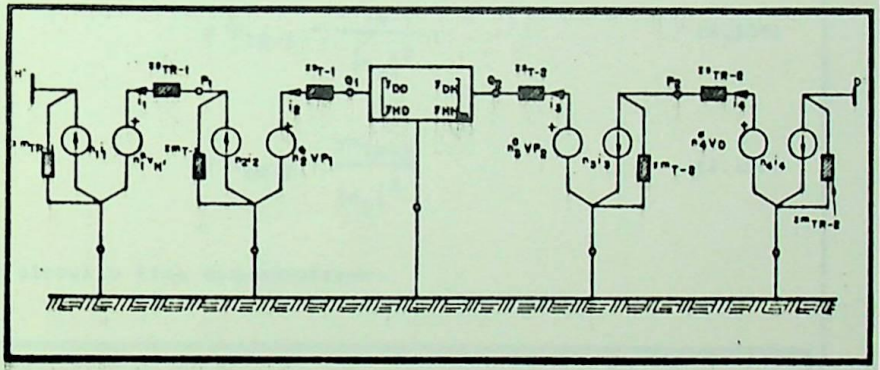


Fig.2.17 - Configuração "especial" em modelo tripolar

A simplificação pode ser feita das seguintes maneiras:

a) Agrupando-se todos os termos série dos transformadores com os da linha. As partes shunt dos transformadores são transferidas para as barras. Simplificam-se os transformadores(TR-1 com T-1) e (TR-2 com T-2) aparecendo transformadores equivalentes com relação dadas por:

$$n_H = (n_1 \times n_2) \qquad (2.100)$$

$$n_D = (n_3 \times n_4) \qquad (2.101)$$

E os valores das admitâncias referidas as barras serão:

$$y'm_{T-1} = ym_{T-1} \, |n_1|^2 \qquad (2.102)$$

$$y'm_{T-2} = ym_{T-2} \, |n_4|^2 \qquad (2.103)$$

E os valores das admitâncias referidas à linha serão:

$$y's_{TR-1} = \frac{ys_{TR-1}}{|n_2|^2} \qquad (2.104)$$

$$y's_{TR-2} = \frac{ys_{TR-2}}{|n_3|^2} \qquad (2.105)$$

E o circuito fica esquematizado:

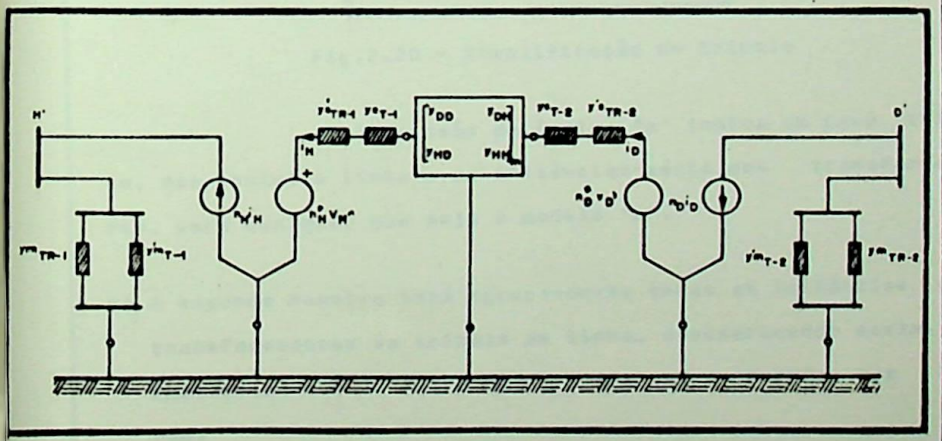


Fig.2.18 - Simplificação da configuração especial

Tem-se o tripolo:

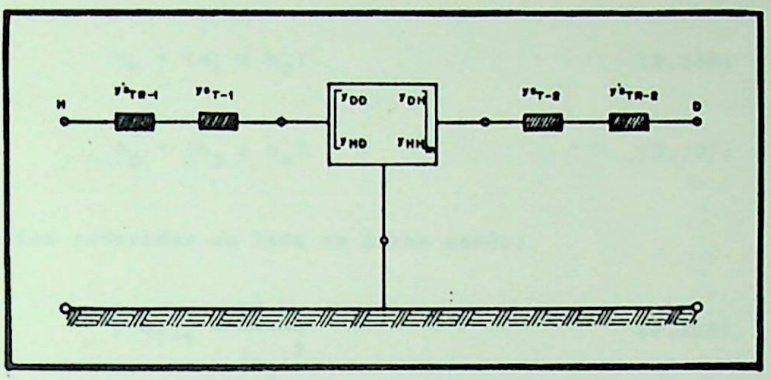


Fig.2.19 - Tripolo da configuração especial

E ao tripolo da fig.2.19 simplifica-se em:

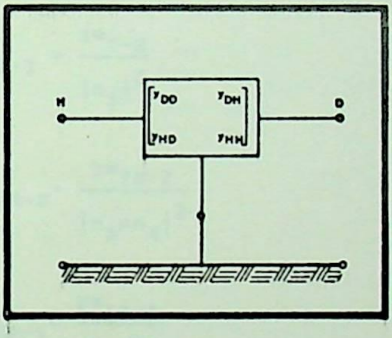


Fig.2.20 - Simplificação do tripolo

A omissão do índice "m" indica um novo tripolo, que inclui a linha e as imitâncias-série dos transformadores, para qualquer que seja o modelo "m".

b) A segunda maneira será agrupando-se todas as imitâncias dos transformadores ao tripolo da linha, desaparecendo assim, as imitâncias que da outra maneira ficavam penduradas nas barras.

A associação dos transformadores é análoga à

anterior, e representa-se por:

$$n_H = (n_1 \times n_2) \qquad (2.106)$$

$$n_D = (n_3 \times n_4) \qquad (2.107)$$

Ás admitâncias referidas ao lado da linha serão:

$$y'm_{T-1} = \frac{ym_{T-1}}{|n_2|^2} \qquad (2.108)$$

$$y'm_{TR-1} = \frac{ym_{TR-1}}{|n_1 \times n_2|^2} \qquad (2.109)$$

$$y'm_{T-2} = \frac{ym_{T-2}}{|n_3|^2} \qquad (2.110)$$

$$y'm_{TR-2} = \frac{ym_{TR-2}}{|n_3 \times n_4|^2} \qquad (2.111)$$

$$y's_{TR-1} = \frac{ys_{TR-1}}{|n_2|^2}$$

$$y's_{TR-2} = \frac{ys_{TR-2}}{|n_3|^2}$$

E o circuito fica esquematizado:

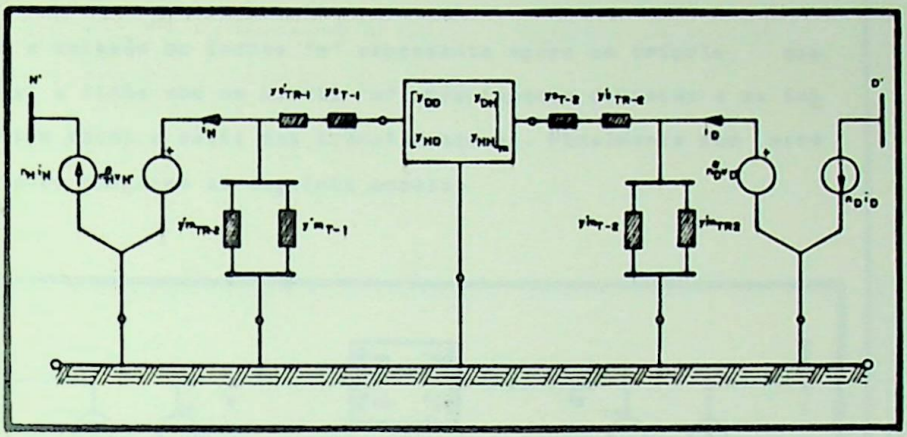


Fig.2.21 - Simplificação da configuração especial

Tem-se o tripolo:

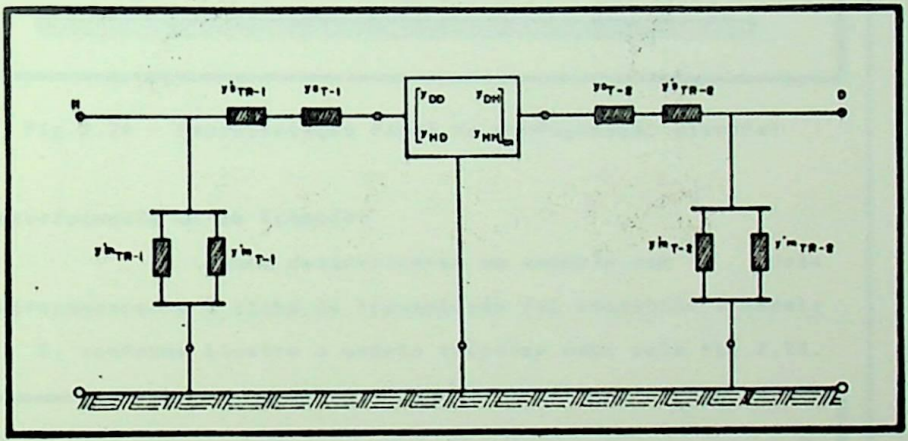


Fig.2.22 - Tripolo da configuração especial

E o tripolo da configuração especial simplifica-se em:

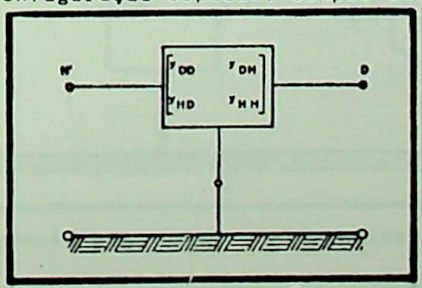


Fig.2.23 - Simplificação do tripolo

Onde a omissão do índice "m" representa agora um tripolo, que inclui a linha com um modelo "m", previamente definido e as imitâncias shunt e série dos transformadores. Finalmente por este processo chega-se ao seguinte modelo:

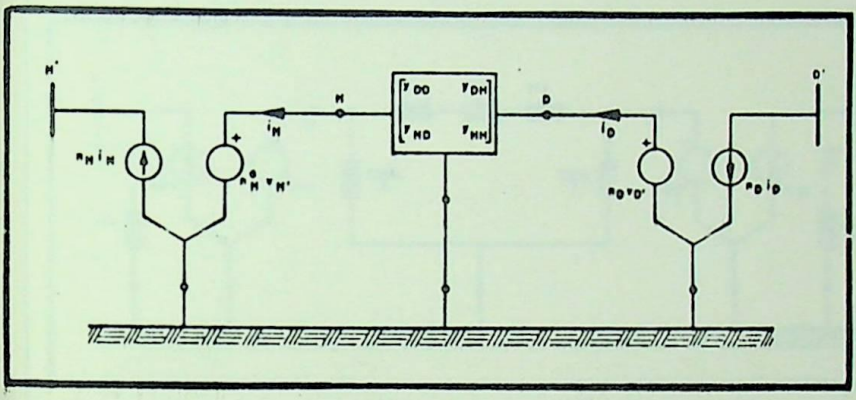


Fig.2.24 - Representação final da configuração especial

Desenvolvimento de um Exemplo:

Agora desenvolve-se um exemplo com dois transformadores e à linha de transmissão foi escolhida a modelagem Π, conforme ilustra o modelo tripolar dado pela fig.2.25.

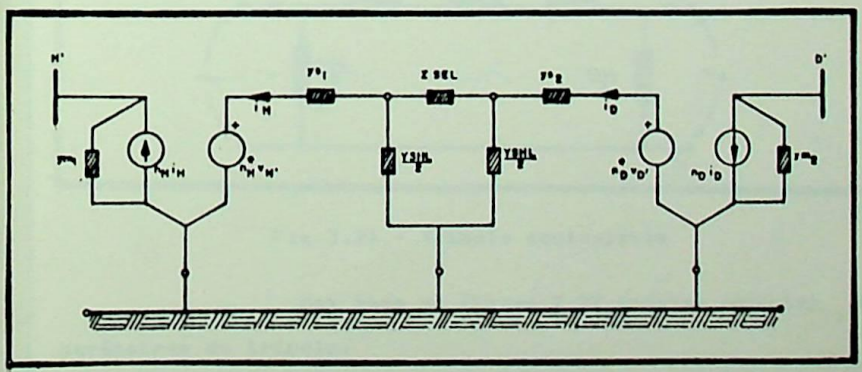


Fig.2.25 - Configuração transformador-linha-transformador

A seguir, faz-se o desenvolvimento pelas duas maneiras ora citadas.

Maneira a:

Com algumas aproximações tem-se o seguinte modelo:

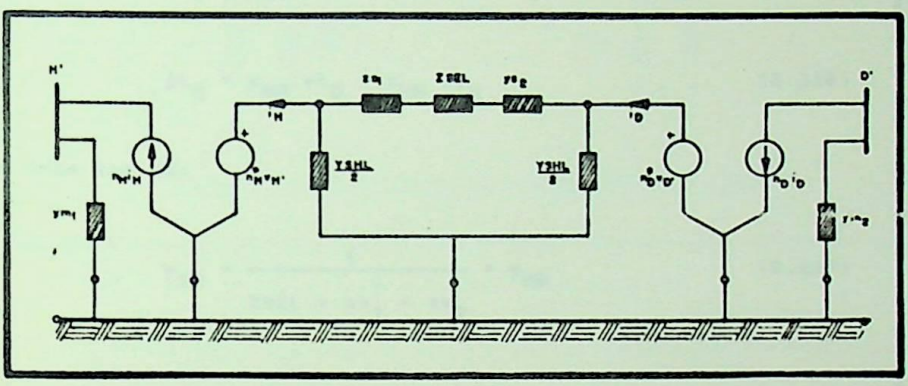


Fig.2.26 - Configuração aproximada para transformador-linha-transformador

A parte entre os transformadores é que define os elementos y_{DD}, y_{DH}, y_{HD}, y_{HH}.

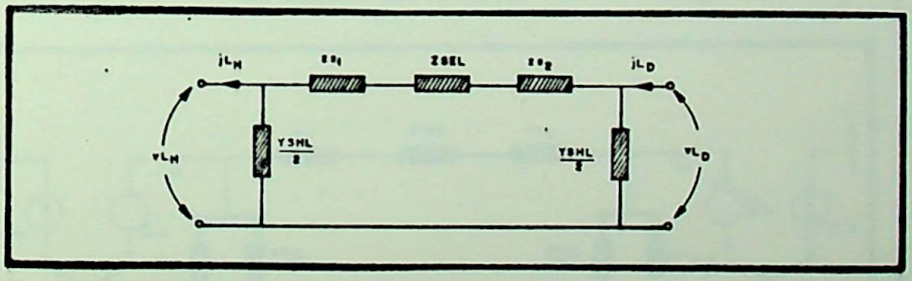


Fig.2.27 - Tripolo equivalente

Com base na figura 2.27 pode-se calcular os parâmetros do tripolo:

$$\begin{bmatrix} jL_D \\ jL_H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{DD} & y_{DH} \\ y_{HD} & y_{HH} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} vL_D \\ vL_H \end{bmatrix} \qquad (2.114)$$

$$jL_D = y_{DD}\, vL_D + y_{DH}\, vL_H \qquad (2.115)$$

$$jL_H = y_{HD}\, vL_D + y_{HH}\, vL_H \qquad (2.116)$$

De onde tem-se:

$$y_{DH} = \frac{1}{ZSEL + zs_1 + zs_2} = y_{HD} \qquad (2.117)$$

$$y_{HH} = \frac{ZSEL + zs_1 + zs_2 + 2ZSHL}{(2ZSHL)(ZSEL + zs_1 + zs_2)} = y_{DD} \qquad (2.118)$$

Maneira b:

Com alguma aproximação tem-se o seguinte modelo:

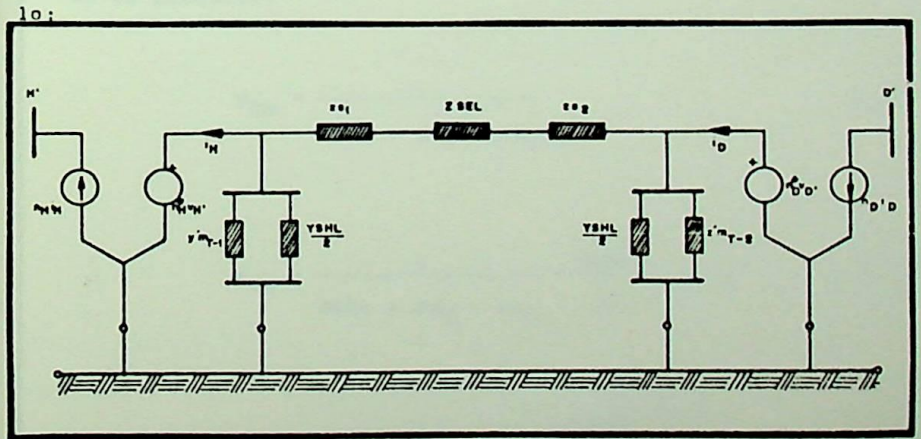


Fig.2.28 - Configuração aproximada para transformador - linha - transformador

Então tem-se o tripolo equivalente:

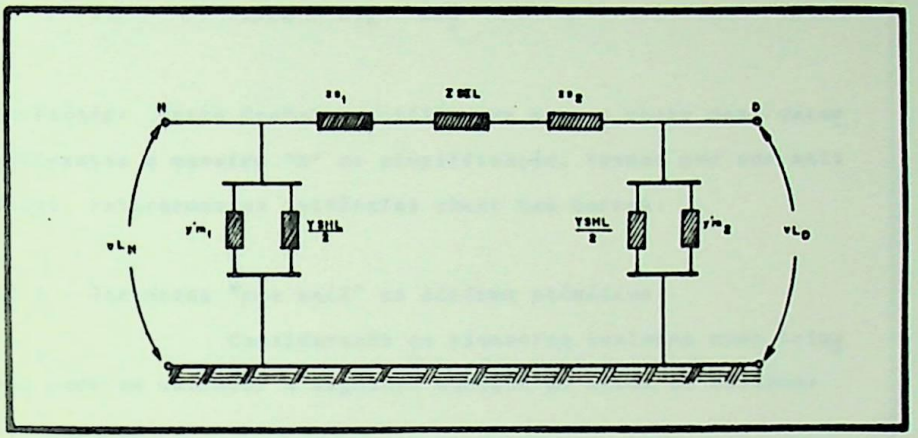


Fig.2,29 - Tripolo equivalente

Com base na fig.2,29 pode-se calcular os parâmetros do tripolo,

$$jL_D = y_{DD}\, vL_D + y_{DH}\, vL_H \qquad (2,119)$$

$$jL_H = y_{HD}\, vL_D + y_{HH}\, vL_H \qquad (2,120)$$

Tem-se portanto:

$$y_{DH} = \frac{1}{ZSEL + zs_1 + zs_2} \qquad (2.121)$$

$$y_{HH} = \frac{1}{ZSEL + zs_1 + zs_2} + \frac{YSHL}{2} + y'm_1 \qquad (2.122)$$

$$y_{DD} = \frac{1}{ZSEL + zs_1 + zs_2} + \frac{YSHL}{2} + y'm_2 \qquad (2.123)$$

$$y_{HD} = \frac{1}{ZSEL + zs_1 + zs_2} \qquad (2.124)$$

Comentário: Neste trabalho, utilizamos para o resto dos desenvolvimentos a maneira "b" de simplificação. Apenas por ser mais cômodo, retirarmos as imitâncias shunt das barras.

2.2.2 - Grandezas "per unit" no sistema primitivo

Considerando os elementos isolados como tripolos, pode-se escrever a seguinte equação em nível de sistema:

$$\begin{bmatrix} jL_D \\ jL_H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{DD} & Y_{DH} \\ Y_{HD} & Y_{HH} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} vL_D \\ vL_H \end{bmatrix} \qquad (2.125)$$

Se agora, arbitrariamente seleciona-se o valor base para as tensões e correntes ($\bar{v}L_D$, $\bar{j}L_D$, $\bar{v}L_H$, $\bar{j}L_H$), pode-se escrever as equações "per unit":

$$\begin{bmatrix} jL_D \\ jL_H \end{bmatrix}_u = \begin{bmatrix} (dg\ \bar{j}L_D) & \\ & (dg\ \bar{j}L_H) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} jL_D \\ jL_H \end{bmatrix} \qquad (2.126)$$

$$\begin{bmatrix} vL_D \\ vL_H \end{bmatrix}_u = \begin{bmatrix} (dg\ \bar{v}L_D) & \\ & (dg\ \bar{v}L_H) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} vL_D \\ vL_H \end{bmatrix} \qquad (2.127)$$

NOTA: O índice "u" que apareceu nas partes inferiores dos vetores, indica que os valores são grandezas "per unit".

Substituindo-se as equações (2.126) e (2.127)

de forma conveniente na equação (2.125) tem-se:

$$\begin{bmatrix} (dg\ \bar{j}L_D) & \\ & (dg\ \bar{j}L_H) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} jL_D \\ jL_H \end{bmatrix}_u = \begin{bmatrix} Y_{DD} & Y_{DH} \\ Y_{HD} & Y_{HH} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (dg\ \bar{v}L_D) & \\ & (dg\ \bar{v}L_H) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} vL_D \\ vL_H \end{bmatrix}_u \tag{2.128}$$

$\therefore$

$$\begin{bmatrix} jL_D \\ jL_H \end{bmatrix}_u \begin{bmatrix} (dg\ \bar{j}L_D) & \\ & (dg\ \bar{j}L_H) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Y_{DD} & Y_{DH} \\ Y_{HD} & Y_{HH} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (dg\ \bar{v}L_D) & \\ & (dg\ \bar{v}L_H) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} vL_D \\ vL_H \end{bmatrix}_u \tag{2.129}$$

Por outro lado sabe-se que:

$$\begin{bmatrix} (dg\ \bar{v}L_D) & \\ & (dg\ \bar{v}L_H) \end{bmatrix}^* \begin{bmatrix} (dg\ \bar{j}L_D) & \\ & (dg\ \bar{j}L_H) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (dg\ \bar{s}L_D) & \\ & (dg\ \bar{s}L_H) \end{bmatrix}^* \tag{2.130}$$

portanto:

$$\begin{bmatrix} (dg\ \bar{j}L_D) & \\ & (dg\ \bar{j}L_H) \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} (dg\ \bar{s}L_D)^* & \\ & (dg\ \bar{s}L_H)^* \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} (dg\ \bar{v}L_D)^* & \\ & (dg\ \bar{v}L_H)^* \end{bmatrix} \tag{2.131}$$

Substituindo-se a equação (2.131) em (2.129) tem-se:

$$\begin{bmatrix} jL_D \\ jL_H \end{bmatrix}_u = \begin{bmatrix} (dg\ \bar{s}L_D)^* & \\ & (dg\ \bar{s}L_H)^* \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} (dg\ \bar{v}L_D)^* & \\ & (dg\ \bar{v}L_H)^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{DD} & Y_{DH} \\ Y_{HD} & Y_{HH} \end{bmatrix} \cdot$$

$$\cdot \begin{bmatrix} (dg\ \bar{v}L_D) & \\ & (dg\ \bar{v}L_H) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} vL_D \\ vL_H \end{bmatrix}_u \qquad (2.132)$$

Assim, pode-se escrever a matriz de admitância "por unit" dos elementos tripolares.

$$\begin{bmatrix} Y_{DD} & Y_{DH} \\ Y_{HD} & Y_{HH} \end{bmatrix}_u = \begin{bmatrix} (dg\ \bar{s}L_D)^* & \\ & (dg\ \bar{s}L_H)^* \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} (dg\ \bar{v}L_D)^* & \\ & (dg\ \bar{v}L_H)^* \end{bmatrix} \cdot$$

$$\cdot \begin{bmatrix} Y_{DD} & Y_{DH} \\ Y_{HD} & Y_{HH} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (dg\ \bar{v}L_D) & \\ & (dg\ \bar{v}L_H) \end{bmatrix} \qquad (2.133)$$

Aqui, convém que se faça uma observação como foi feita para os dipolos, e ela deverá valer para todo o desenvolvimento dos tripolos:

"Se não houver acoplamentos, os valores- base podem ser selecionados de forma que sejam números reais. Assim, na equação (2.133) e as demais que se desenvolverão, os valores de potências-base serão numero reais, e as tensões base que aparecem nas fórmulas serão apenas os módulos, pois sempre aparecem multiplicadas pelo seus conjugados.

2.2.3 - Equações de sistemas com transformadores

Em nível de sistema pode-se escrever:

$$vL_D = (dg\ n^*_D)\ vT_{D'} \tag{2.134}$$

$$vL_H = (dg\ n^*_H)\ vT_{H'} \tag{2.135}$$

$$jT_{D'} = (dg\ n_D)\ jL_D \tag{2.136}$$

$$jT_{H'} = (dg\ n_H)\ jL_H \tag{2.137}$$

Em nomenclatura matricial:

$$\begin{bmatrix} vL_D \\ vL_H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (dg\ n_D)^* & \\ & (dg\ n_H)^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} vT_{D'} \\ vT_{H'} \end{bmatrix} \tag{2.138}$$

$$\begin{bmatrix} jT_{D'} \\ jT_{H'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (dg\ n_D) & \\ & (dg\ n_H) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} jL_D \\ jL_H \end{bmatrix} \tag{2.139}$$

$$\begin{bmatrix} A_D & -A_H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} jT_{D'} \\ jT_{H'} \end{bmatrix} = jB \tag{2.140}$$

$$\begin{bmatrix} vT_{D'} \\ vT_{H'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_D & -A_H \end{bmatrix}^T vB \tag{2.141}$$

Substituindo-se a equação (2.139) em (2.140) tem-se:

$$jB = \begin{bmatrix} A_D & -A_H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (dg\ n_D) & \\ & (dg\ n_H) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} jL_D \\ jL_H \end{bmatrix} \tag{2.142}$$

Substituindo-se (2.125) em (2.142) tem-se:

$$jB = \begin{bmatrix} A_D & -A_H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (dg\ n_D) & \\ & (dg\ n_H) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{DD} & Y_{DH} \\ Y_{HD} & Y_{HH} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} vL_D \\ vL_H \end{bmatrix} \tag{2.143}$$

Substituindo-se (2.138) em (2.143) tem-se:

$$jB = \begin{bmatrix} A_D & -A_H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (dg\ n_D) & \\ & (dg\ n_H) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{DD} & Y_{DH} \\ Y_{HD} & Y_{HH} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (dg\ n_D)^* & \\ & (dg\ n_H)^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} vT_D' \\ vT_H' \end{bmatrix} \tag{2.144}$$

Substituindo-se (2.141) em (2.144):

$$jB = \begin{bmatrix} A_D & -A_H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (dg\ n_D) & \\ & (dg\ n_H) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{DD} & Y_{DH} \\ Y_{HD} & Y_{HH} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (dg\ n_D)^* & \\ & (dg\ n_H)^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_D & -A_H \end{bmatrix}^T vB \tag{2.145}$$

$$YB = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} A_D & -A_H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (dg\ n_D) & \\ & (dg\ n_H) \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{DD} & Y_{DH} \\ Y_{HD} & Y_{HH} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} A_D & -A_H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (dg\ n_D)^* & \\ & (dg\ n_H)^* \end{bmatrix} \end{bmatrix}^T \tag{2.146}$$

Chamando-se:

$$H^{x} = \left[\left[A_D \; -A_H \right] \begin{bmatrix} (dg\ n_D) & \\ & (dg\ n_H) \end{bmatrix} \right]^{x} \qquad (2.147)$$

$$H = \left[\left[A_D \; -A_H \right] \begin{bmatrix} (dg\ n_D) & \\ & (dg\ n_H) \end{bmatrix} \right] \qquad (2.148)$$

onde "x" - significa a conjugada transposta da matriz, e assim pode-se escrever:

$$YB = H \begin{bmatrix} Y_{DD} & Y_{DH} \\ Y_{HD} & Y_{HH} \end{bmatrix} H^{x} \qquad (2.149)$$

2.2.4 - Definições "per unit" considerando as barras como variáveis

Em nível de sistema, tem-se:

$$vB_u = (dg\ \bar{v}B)^{-1}\ vB \qquad (2.150)$$

$$jB_u = (dg\ \bar{j}B)^{-1}\ jB \qquad (2.151)$$

$$jB_u = YB_u\ vB_u \qquad (2.152)$$

Substituindo-se (2.150) e (2.151) em (2.152) tem-se:

$$YB_u = (dg\ \bar{j}B)^{-1}(YB)(dg\ \bar{v}3) \qquad (2.153)$$

Sabe-se que:

$$(dg\ \bar{s}B)=(dg\ \bar{v}B)(dg\ \bar{J}B)^{*} \qquad (2.154)$$

$$\therefore \quad (dg\ \bar{s}B)^{*}=(dg\ \bar{v}B)^{*}(dg\ \bar{J}B) \qquad (2.155)$$

$$(dg\ \bar{J}B)^{-1}=\left[(dg\ \bar{s}B)^{*}\right]^{-1}(dg\ \bar{v}B)^{*} \qquad (2.156)$$

então:

$$YB_{u}=\left[(dg\ \bar{s}B)^{*}\right]^{-1}(dg\ \bar{v}B)^{*}(jB)(vB)^{-1}(dg\ \bar{v}B) \qquad (2.157)$$

ou

$$YB_{u}=\left[(dg\ \bar{s}B)^{*}\right]^{-1}(dg\ \bar{v}B)^{*}\ YB(dg\ \bar{v}B) \qquad (2.158)$$

De (2.133) pode-se escrever:

$$\begin{bmatrix} Y_{DD} & Y_{DH} \\ Y_{HD} & Y_{HH} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (dg\ \bar{v}L_{D})^{*} & \\ & (dg\ \bar{v}L_{H})^{*} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} (dg\ \bar{s}L_{D})^{*} & \\ & (dg\ \bar{s}L_{H})^{*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{DD} & Y_{DH} \\ Y_{HD} & Y_{HH} \end{bmatrix}_{u} \cdot$$

$$\cdot \begin{bmatrix} (dg\ \bar{v}L_{D}) & \\ & (dg\ \bar{v}L_{H}) \end{bmatrix}^{-1} \qquad (2.159)$$

Por outro lado sabe-se que:

$$YB = H \begin{bmatrix} Y_{DD} & Y_{DH} \\ Y_{HD} & Y_{HH} \end{bmatrix} H^{x} \qquad (2.160)$$

E assim pode-se escrever a matriz de admitância nodal em função dos elementos "per unit".

$$YB=H\begin{bmatrix}(dg\ \bar{v}L_D) & \\ & (dg\ \bar{v}L_H)\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}(dg\ \bar{s}L_D)^* & \\ & (dg\ \bar{s}L_H)^*\end{bmatrix}\begin{bmatrix}Y_{DD} & Y_{DH}\\ Y_{HD} & Y_{HH}\end{bmatrix}_u \cdot$$

$$\begin{bmatrix}(dg\ \bar{v}L_D) & \\ & (dg\ \bar{v}L_H)\end{bmatrix} H^x \qquad (2.161)$$

Substituindo-se a equação (2.161) na equação (2.158) obtém-se uma equação que relaciona a matriz de admitância nodal "per-unit" em termos da matriz dos elementos tripolos em "per-unit".

$$YB_u=\left[(dg\ \bar{s}B)^*\right]^{-1}(dg\ \bar{v}B)^*H\begin{bmatrix}(dg\ \bar{v}L_D) & \\ & (dg\ \bar{v}L_H)\end{bmatrix}^{-1} \cdot$$

$$\begin{bmatrix}(dg\ \bar{s}L_D)^* & \\ & (dg\ \bar{s}L_H)^*\end{bmatrix}\begin{bmatrix}Y_{DD} & Y_{DH}\\ Y_{HD} & Y_{HH}\end{bmatrix}_u\begin{bmatrix}(dg\ \bar{v}L_D) & \\ & (dg\ \bar{v}L_H)\end{bmatrix}^{-1} H^x(dg\ \bar{v}B) \cdot$$

(2.162)

2.2.5 - Equacionamento de YB_u para transformadores trabalhando com relação nominal

As relações de transformação podem ser escritas em função dos valores de tensão que trabalham em ambos os lados dos transformadores. Admitindo-se que sejam valores nominais tem-se:

$$(dg\ \bar{n}_D) = [dg(A_D^T\ \bar{v}B)^*]^{-1}(dg\ \bar{v}L_D)^* \qquad (2.163)$$

$$(dg\ \bar{n}_H) = [dg(A_H^T\ \bar{v}B)^*]^{-1}(dg\ \bar{v}L_H)^* \qquad (2.164)$$

Por outro lado a teoria dos grafos permite escrever:

$$A_D[dg(A_D^T\ \bar{v}B)^*]^{-1} = [(dg\ \bar{v}B)^*]^{-1}A_D \qquad (2.165)$$

$$A_H[dg(A_H^T\ \bar{v}B)^*]^{-1} = [(dg\ \bar{v}B)^*]^{-1}A_H \qquad (2.166)$$

E de outro lado sabe-se que:

$$H = [A_D\ -A_H]\begin{bmatrix}(dg\ n_D) & \\ & (dg\ n_H)\end{bmatrix}$$

Utilizando as equações anteriores pode-se escrever:

$$H = \begin{bmatrix}[(dg\ vB)^*]^{-1}A_D(dg\ \bar{v}L_D)^* & \\ & -[(dg\ \bar{v}B)^*]^{-1}A_H(dg\ \bar{v}L_H)^*\end{bmatrix} \qquad (2.167)$$

$\therefore$

$$H = [(dg\ \bar{v}B)^*]^{-1}\left[A_D\ -A_H\right]\begin{bmatrix}(dg\ \bar{v}L_D)^* & \\ & (dg\ \bar{v}L_H)^*\end{bmatrix} \qquad (2.168)$$

Portanto pode-se escrever YB

$$YB = H\begin{bmatrix}Y_{DD} & Y_{DH} \\ Y_{HD} & Y_{HH}\end{bmatrix}H^x$$

$$YB = \left[\left[(dg\ \bar{v}B)^{*} \right]^{-1} [A_D - A_H] \begin{bmatrix} (dg\ \bar{v}L_D)^{*} & \\ & (dg\ \bar{v}L_H)^{*} \end{bmatrix} \right] \begin{bmatrix} Y_{DD} & Y_{DH} \\ Y_{HD} & Y_{HH} \end{bmatrix}$$

$$\left[\left[(dg\ \bar{v}B)^{*} \right]^{-1} [A_D - A_H] \begin{bmatrix} (dg\ \bar{v}L_D)^{*} & \\ & (dg\ \bar{v}L_H)^{*} \end{bmatrix} \right]^{x} \qquad (2.169)$$

Sabendo-se que:

$$YB_u = [(dg\ \bar{s}B)^{*}]^{-1} (dg\ \bar{v}B)^{*}\ YB (dg\ \bar{v}B)^{*} \qquad (2.170)$$

Então substituindo-se a equação (2.169) em (2.170) tem-se:

$$YB_u = [(dg\ \bar{s}B)^{*}]^{-1} [A_D - A_H] \begin{bmatrix} (dg\ \bar{v}L_D)^{*} & \\ & (dg\ \bar{v}L_H)^{*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{DD} & Y_{DH} \\ Y_{HD} & Y_{HH} \end{bmatrix} \cdot$$

$$\begin{bmatrix} (dg\ \bar{v}L_D) & \\ & (dg\ \bar{v}L_H) \end{bmatrix} [A_D - A_H] \qquad (2.171)$$

Relacionando a matriz de admitância de barra "per unit" com a dos elementos tripolos "per unit" tem-se:

$$YB_u = [(dg\ \bar{s}B)^{*}]^{-1} [A_D - A_H] \begin{bmatrix} (dg\ \bar{s}L_D)^{*} & \\ & (dg\ \bar{s}L_H)^{*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{DD} & Y_{DH} \\ Y_{HD} & Y_{HH} \end{bmatrix}_u [A_D - A_H]^{T} \qquad (2.172)$$

Onde:

$$\begin{bmatrix} Y_{DD} & Y_{DH} \\ Y_{HD} & Y_{HH} \end{bmatrix}_u = \begin{bmatrix} (dg\ \bar{s}L_D)^* & \\ & (dg\ \bar{s}L_H)^* \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} (dg\ \bar{v}L_D)^* & \\ & (dg\ \bar{v}L_H)^* \end{bmatrix} \cdot$$

$$\cdot \begin{bmatrix} Y_{DD} & Y_{DH} \\ Y_{HD} & Y_{HH} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (dg\ vL_D) & \\ & (dg\ vL_H) \end{bmatrix} \qquad (2.173)$$

Observa-se que YB_u não pode em geral ser considerada como uma transformação congruente.

Uma "restrição muito forte" deve ser feita na seleção das bases de potência para que se possa considerar uma simples transformação:

Se as bases de potência das linhas e das barras forem iguais e a um único valor as equações (2.171) e (2.172) transformam-se em:

$$YB_u = \sigma^{-1}[A_D\ -A_H] \begin{bmatrix} (dg\ \bar{v}L_D)^* & \\ & (dg\ \bar{v}L_H)^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{DD} & Y_{DH} \\ Y_{HD} & Y_{HH} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (dg\ \bar{v}L_D) & \\ & (dg\ \bar{v}L_H) \end{bmatrix} \cdot$$

$$\cdot [A_D\ -A_H]^T \qquad (2.174)$$

$$YB_u = [A_D\ -A_H] \begin{bmatrix} Y_{DD} & Y_{DH} \\ Y_{HD} & Y_{HH} \end{bmatrix}_u [A_D\ -A_H]^T \qquad (2.175)$$

E conclui-se que o sistema funcionando com transformadores em relação nominal, pode ser simplificado pela transformação "per unit" e representado como um sistema sem transformadores.

$$[A_D \; -A_H]; \begin{bmatrix} Y_{DD} & Y_{DH} \\ Y_{HD} & Y_{HH} \end{bmatrix}$$

Caso o sistema seja formado por partes desacopladas e desconectadas tem-se:

$$[A_D \; -A_H]^{①}; \; [A_D \; -A_H]^{②}; \; \ldots\ldots \; ; \; [A_D \; -A_H]^{ⓝ}$$

$$\begin{bmatrix} Y_{DD} & Y_{DH} \\ Y_{HD} & Y_{HH} \end{bmatrix}^{①} ; \begin{bmatrix} Y_{DD} & Y_{DH} \\ Y_{HD} & Y_{HH} \end{bmatrix}^{②} ; \ldots ; \begin{bmatrix} Y_{DD} & Y_{DH} \\ Y_{HD} & Y_{HH} \end{bmatrix}^{ⓝ}$$

Onde ①; ② ... ⓝ significam as várias partes do sistema.

Chamando-se:

$$\left.\begin{aligned} A_D &= A_D^{①} + A_D^{②} + \ldots + A_D^{ⓝ} \\ -A_H &= -[A_H^{①} + A_H^{②} + \ldots + A_H^{ⓝ}] \end{aligned}\right\} \qquad (2.176)$$

$$
\left.
\begin{aligned}
Y_{DD} &= Y_{DD}^{(1)} \dot{+} Y_{DD}^{(2)} \dot{+} \ldots \dot{+} Y_{DD}^{(n)} \\
Y_{HD} &= Y_{HD}^{(1)} \dot{+} Y_{HD}^{(2)} \dot{+} \ldots \dot{+} Y_{HD}^{(n)} \\
Y_{DH} &= Y_{DH}^{(1)} \dot{+} Y_{DH}^{(2)} \dot{+} \ldots \dot{+} Y_{DH}^{(n)} \\
Y_{HH} &= Y_{HH}^{(1)} \dot{+} Y_{HH}^{(2)} \dot{+} \ldots \dot{+} Y_{HH}^{(n)}
\end{aligned}
\right\} \qquad (2.177)
$$

Onde $\dot{+}$ representa a soma direta; as matrizes resultantes estarão na forma bloco diagonais:

$$
\begin{bmatrix} A_D^{(1)} & & -A_H^{(1)} & \\ & \ddots & & \ddots \\ & A_D^{(n)} & & -A_H^{(n)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_D & -A_H \end{bmatrix}
$$

$$
\begin{bmatrix} Y_{DD}^{(1)} & & Y_{DH}^{(1)} & \\ & \ddots & & \ddots \\ & Y_{DD}^{(n)} & & Y_{DH}^{(n)} \\ Y_{HD}^{(1)} & & Y_{HH}^{(1)} & \\ & \ddots & & \ddots \\ & Y_{HD}^{(n)} & & Y_{HH}^{(n)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{DD} & Y_{DH} \\ Y_{HD} & Y_{HH} \end{bmatrix}
$$

Se neste caso seleciona-se uma potência base para cada parte do sistema ($\sigma_1, \sigma_2, \ldots \sigma_n$), a matriz de admitância "per unit" é escrita:

$$YB_u=[A_D\ -A_H]\begin{bmatrix}(dg\ vL_D)^* & \\ & (dg\ \bar{v}L_H)^*\end{bmatrix}\left[\sigma_1^{-1}\begin{bmatrix}Y_{DD} & Y_{DH}\\ Y_{HD} & Y_{HH}\end{bmatrix}^1+\ldots\sigma_n^{-1}\begin{bmatrix}Y_{DD} & Y_{HD}\\ Y_{HD} & Y_{HH}\end{bmatrix}\right]\cdot$$

$$\cdot\begin{bmatrix}(dg\ vL_D)^* & \\ & (dg\ vL_H)^*\end{bmatrix}\left[A_D\ -A_H\right]^T \qquad (2.178)$$

$$\therefore$$

$$YB_u=[A_D\ -A_H]\ \hat{Y}L[A_D\ -A_H]^T \qquad (2.179)$$

onde:

$$\hat{Y}L=\begin{bmatrix}(dg\ \bar{v}L_D)^* & \\ & (dg\ \bar{v}L_H)^*\end{bmatrix}\left[\sigma_1^{-1}\begin{bmatrix}Y_{DD} & Y_{DH}\\ Y_{HD} & Y_{HH}\end{bmatrix}^{①}+\ldots\sigma_n^{-1}\begin{bmatrix}Y_{DD} & Y_{DH}\\ Y_{HD} & Y_{HH}\end{bmatrix}^{ⓝ}\right]\cdot$$

$$\cdot\begin{bmatrix}(dg\ \bar{v}L_D) & \\ & (dg\ \bar{v}L_H)\end{bmatrix} \qquad (2.180)$$

2.2.6 - Equacionamento de YB_u para os transformadores trabalhando com relação fora da nominal

Quando os transformadores operam com valores fora da relação nominal pode-se escrever:

$$(dg\ n_D)=(U+\delta_D)(dg\ \bar{n}_D) \qquad (2.181)$$

$$(dg\ n_H)(U+\delta_H)(dg\ \tilde{n}_H) \qquad (2.182)$$

Onde U indica a matriz unidade, e as matrizes δ_D, δ_H têm o significado do desvio unitário do valor nominal.

Utilizando-se as equações (2.163), (2.164), (2.165), (2.166) pode-se escrever:

$$A_D\ dg\ n_D=[(dg\ \tilde{v}B)^*]^{-1}A_D(U+\delta_D)(dg\ \tilde{v}L_D)^* \qquad (2.183)$$

$$A_H\ dg\ n_H=-[(dg\ \tilde{v}B)^*]^{-1}A_H(U+\delta_H)(dg\ \tilde{v}L_H)^* \qquad (2.184)$$

portanto:

$$H=[(dg\ \tilde{v}B)^*]^{-1}[A_D(U+\delta_D)\ \ -A_H(U+\delta_H)]\begin{bmatrix}(dg\ \tilde{v}L_D)^* & \\ & (dg\ \tilde{v}L_H)^*\end{bmatrix} \qquad (2.185)$$

Chamando-se:

$$A'=[A_D(U+\delta_D)\ \ -A_H(U+\delta_H)]=[A_D\ -A_H]+[A_D\delta_D\ \ -A_H\delta_H] \qquad (2.186)$$

tem-se:

$$H=[(dg\ \tilde{v}B)^*]^{-1}A'\begin{bmatrix}(dg\ \tilde{v}L_D)^* & \\ & (dg\ \tilde{v}L_H)^*\end{bmatrix} \qquad (2.187)$$

Da equação (2.158) tem-se:

$$YB_u=[(dg\ \bar{s}B)^*]^{-1}(dg\ \bar{v}B)^*YB(dg\ \bar{v}B)$$

$$YB=H\begin{bmatrix}Y_{DD} & Y_{DH}\\ Y_{HD} & Y_{HH}\end{bmatrix}H^x$$

e H para o caso "off nominal" é dado por (2.187), assim:

$$YB=[(dg\ vB)^*]^{-1}A'\begin{bmatrix}(dg\ \bar{v}L_D)^* & \\ & (dg\ \bar{v}L_H)^*\end{bmatrix}\begin{bmatrix}Y_{DD} & Y_{DH}\\ Y_{HD} & Y_{HH}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}(dg\ \bar{v}L_D) & \\ & (dg\ \bar{v}L_H)\end{bmatrix}$$

$$.\ (A')^x[(dg\ \bar{v}B)]^{-1} \qquad (2.188)$$

A matriz de admitância "per unit" é encontrada substituindo-se a expressão (2.188) em (2.158).

$$YB_u=[(dg\ \bar{s}B)^*]^{-1}(dg\ \bar{v}B)^*[(dg\ vB)^*]^{-1}A'\begin{bmatrix}(dg\ \bar{v}L_D)^* & \\ & (dg\ \bar{v}L_H)^*\end{bmatrix}\cdot$$

$$\cdot\begin{bmatrix}Y_{DD} & Y_{DH}\\ Y_{HD} & Y_{HH}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}(dg\ \bar{v}L_D) & \\ & (dg\ \bar{v}L_H)\end{bmatrix}(A')^x.[dg\ vB]^{-1}.[dg\ vB] \qquad (2.189)$$

$$\therefore\ YB_u=[(dg\ \tilde{s}B)^*]^{-1}A'\begin{bmatrix}(dg\ \tilde{v}L_D)^* & \\ & (dg\ \tilde{v}L_H)^*\end{bmatrix}\begin{bmatrix}Y_{DD} & Y_{DH}\\ Y_{HD} & Y_{HH}\end{bmatrix}\cdot$$

$$\cdot\begin{bmatrix}(dg\ \tilde{v}L_D) & \\ & (dg\ \tilde{v}L_H)\end{bmatrix}(A')^X \qquad (2.190)$$

E substituindo-se a expressão (2.159) em (2.190) tem-se:

$$YB_u=[(dg\ \tilde{s}B)^*]^{-1}A'\begin{bmatrix}(dg\ \tilde{s}L_D)^* & \\ & (dg\ \tilde{s}L_H)^*\end{bmatrix}YL_u(A')^X \qquad (2.191)$$

onde:

$$A'=[A_D(U+\delta_D)\quad -A_H(U+\delta_H)]$$

E compreende-se a expressão (2.190) para transformadores Off-Nominal, com a expressão (2.171) para transformadores On-Nominal, percebe-se que a única diferença (é a alteração) está entre as matrizes:

$$[A_D(U+\delta_D)\quad -A_H(U+\delta_H)] \quad \text{e} \quad [A_D\quad -A_H]$$

Baseando-se nesta comparação aqui se faz presente, uma primeira interpretação física: *em termos "per unit"*, nas análises de sistemas, onde tem-se mudança da operação nominal para fora do valor nominal, o sistema em "per unit" deve ser alterado, colocando-se transformadores com relação dadas

por $(U+\delta_D)$; $(U+\delta_H)$ em substituição aos transformadores nominais ou seja de relação unitária.

Ressalta-se que a correção feita não se dirigiu para o valor das imitâncias próprias dos transformadores.No entanto, a aproximação é viável se compararmos os valores das imitâncias dos transformadores com as linhas que se encontram em série.

Agora, com a intenção de reduzir os dois transformadores a um único, faz-se algumas manipulações matemáticas.

A matriz A' pode ser escrita na seguinte forma:

$$A' = \left[A_D(U+\delta_D)(U+\delta_H)^{-1} \quad -A_H\right] \begin{bmatrix} (U+\delta_H) & \\ & (U+\delta_H) \end{bmatrix} \tag{2.192}$$

Tem-se:

$$H' = \left[(dg\ \bar{v}B)^*\right]^{-1} \left[A_D(U+\delta_D)(U+\delta_H)^{-1} \quad -A_H\right] \begin{bmatrix} (U+\delta_H) & \\ & (U+\delta_H) \end{bmatrix} \cdot$$

$$\cdot \begin{bmatrix} (dg\ \bar{v}L_D)^* & \\ & (dg\ \bar{v}L_H)^* \end{bmatrix} \tag{2.193}$$

E a matriz de admitância com H dada por (2,183) é escrita:

$$YB = H' \begin{bmatrix} Y_{DD} & Y_{DH} \\ Y_{HD} & Y_{HH} \end{bmatrix} H^x \tag{2.194}$$

e portanto pode-se escrever:

$$YB=[(dg\ \bar{v}B)^{*}]^{-1}[A_D(U+\delta_D)(U+\delta_A)^{-1}\quad -A_H]\begin{bmatrix}(dg\ \bar{v}L_D)^{*} & \\ & (dg\ \bar{v}L_H)^{*}\end{bmatrix}\cdot$$

$$\begin{bmatrix}(U+\delta_H) & \\ & (U+\delta_H)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}Y_{DD} & Y_{DH}\\ Y_{HD} & Y_{HH}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}(U+\delta_H)^{*} & \\ & (U+\delta_H)^{*}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}(dg\ \bar{v}L_D) & \\ & (dg\ \bar{v}L_H)\end{bmatrix}\cdot$$

$$\cdot[A_D(U+\delta_D)(U+\delta_H)^{-1}\quad -A_H]^{x}[(dg\ vB)^{*}]^{-1} \qquad (2.195)$$

e chamando-se:

$$\bar{\bar{Y}}L=\begin{bmatrix}(U+\delta_H) & \\ & (U+\delta_H)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}Y_{DD} & Y_{DH}\\ Y_{HD} & Y_{HH}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}(U+\delta_H)^{*} & \\ & (U+\delta_H)^{*}\end{bmatrix} \qquad (2.196)$$

$$A'' = [A_D(U+\delta_D)(U+\delta_H)^{-1}\quad -A_H] \qquad (2.197)$$

Pode-se escrever:

$$\delta=\left[[(dg\ vB)^{*}]^{-1}A''\begin{bmatrix}(dg\ \bar{v}L_D)^{*} & \\ & (dg\ \bar{v}L_H)^{*}\end{bmatrix}\right]\bar{\bar{Y}}L\left[[(dg\ \bar{v}B)^{*}]^{-1}\right.\cdot$$

$$\left.\cdot\ A''\begin{bmatrix}(dg\ \bar{v}L_D)^{*} & \\ & (dg\ \bar{v}L_H)^{*}\end{bmatrix}\right]^{x} \qquad (2.198)$$

que é uma expressão parecida com a expressão (2.169) para os transformadores On-Nominal. A diferença está somente nas matrizes A" e $\overset{*}{Y}L$.

E aqui se faz uma segunda interpretação física:

"Quando houver mudança de transformadores de suas relações nominais para fora do nominal, o sistema em "per unit" deve ser alterado. A alteração é feita colocando-se transformadores somente no "lado D", com relações dadas por:

$$[(U+\delta_D)(U+\delta_H)^{-1}]$$

A matriz de admitância dos elementos sofre a seguinte alteração:

$$\overset{*}{Y}L = \begin{bmatrix} (U+\delta_H) & \\ & (U+\delta_H) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{DD} & Y_{DH} \\ Y_{HD} & Y_{HH} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (U+\delta_H)^* & \\ & (U+\delta_H)^* \end{bmatrix}$$

Considerando-se que δ_D e δ_H têm normas muito menores que a unidade o produto $(U+\delta_D)(U+\delta_H)^{-1}$, pode ser aproximado a $(U+\delta_D-\delta_H)$ e esse valor pode ser portanto o valor da relação dos transformadores a serem introduzidos no "lado D".

Ressalta-se que um desenvolvimento similar poderia ter sido feito para colocar-se transformadores do "lado H".

Até aqui não se conseguiu representar um sistema com transformadores (Off-nominal), por um simples sistema sem transformadores, e a seguir apresenta-se um desenvolvimento a respeito.

Considera-se duas hipóteses:

a) A seleção dos valores base feita de forma que as potências-

base das barras sejam iguais as da linha e tenham portanto um só valor.

b) A matriz $\begin{bmatrix} Y_{DD} & Y_{DH} \\ Y_{HD} & Y_{HH} \end{bmatrix}$ é uma matriz cujos blocos são diagonais, ou seja não se considera acoplamento entre os tripolos.

Dentro dessas condições as equações (2.188) e (2.191) podem ser escritas:

$$YB=A'\begin{bmatrix} Y_{DD} & Y_{DH} \\ Y_{HD} & Y_{HH} \end{bmatrix}(A')^{x} \qquad (2.199)$$

$$YB_u=(A')\begin{bmatrix} Y_{DD} & Y_{DH} \\ Y_{HD} & Y_{HH} \end{bmatrix}(A')^{x} \qquad (2.200)$$

Substituindo-se A' dado por (2,188) em (2,200) e chamando-se

$$(YB_u)_{OFF}=YB_u$$

para não confundir o desenvolvimento que se segue, tem-se:

$$(YB_u)_{OFF}=\left[\left[A_D\ -A_H\right]+\left[A_D\delta_D\ -A_H\delta_H\right]\right]\begin{bmatrix} Y_{DD} & Y_{DH} \\ Y_{HD} & Y_{HH} \end{bmatrix}_u\left[\left[A_D\ -A_H\right]+\right.$$

$$\left.+\left[A_D\delta_D\ -A_H\delta_H\right]\right] \qquad (2.201)$$

Desenvolvendo, tem-se:

$$(YB_u)_{OFF} = [A_D \ -A_H] \begin{bmatrix} Y_{DD} & Y_{DH} \\ Y_{HD} & Y_{HH} \end{bmatrix}_u [A_D \ -A_H]^T +$$

$$+ [A_D \ -A_H] \begin{bmatrix} Y_{DD} & Y_{DH} \\ Y_{HD} & Y_{HH} \end{bmatrix}_u [A_D\delta_D \ -A_H\delta_H]^x +$$

$$+ [A_D\delta_D \ -A_H\delta_H] \begin{bmatrix} Y_{DD} & Y_{DH} \\ Y_{HD} & Y_{HH} \end{bmatrix}_u [A_D \ -A_H]^T +$$

$$+ [A_D\delta_D \ -A_H\delta_H] \begin{bmatrix} Y_{DD} & Y_{DH} \\ Y_{HD} & Y_{HH} \end{bmatrix}_u [A_D\delta_D \ -A_H\delta_H]^x$$

Como:

$$(YB_u)_{ON} = [A_D \ -A_H] \begin{bmatrix} Y_{DD} & Y_{DH} \\ Y_{HD} & Y_{HH} \end{bmatrix}_u [A_D \ -A_H]^T$$

tem-se:

$$(YB_u)_{OFF} = (YB_u)_{ON} + YB''_u \qquad (2.202)$$

Analisa-se agora os termos de YB''_u

Primeiro:

$$[A_D \quad -A_H]\begin{bmatrix} Y_{DD} & Y_{DH} \\ Y_{HD} & Y_{HH} \end{bmatrix}_u \begin{bmatrix} A_D\delta_D & -A_H\delta_H \end{bmatrix}^X =$$

$$= \begin{bmatrix} A_D(Y_{DD})_u & -A_H(Y_{HD})_u & A_D(Y_{DH})_u & -A_H(Y_{HH})_u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_D\delta_D & -A_H\delta_H \end{bmatrix}^X =$$

$$= \left[A_D(Y_{DD})_u \ \delta_D^* \ A_D^T - A_H(Y_{HD})_u\delta_D^* \ A_D^T - A_D(Y_{DH})_u\delta_H^* A_H^T + A_H(Y_{HH})_u\delta_H^* A_H^T\right]$$

$$= \left[A_D(Y_{DD})_u\delta_D^* A_D^T + A_H(Y_{HH})_u\delta_H^* A_H^T\right] \qquad (2.203)$$

Segundo:

$$[A_D\delta_D \quad -A_H\delta_H]\begin{bmatrix} Y_{DD} & Y_{DH} \\ Y_{HD} & Y_{HH} \end{bmatrix}_u \begin{bmatrix} A_D & -A_H \end{bmatrix}^T =$$

$$= \left[A_D\delta_D(Y_{DD})_u A_D^T - A_H\delta_H(Y_{HD})_u A_D^T - A_D\delta_D(Y_{DH})_u A_H^T + A_H\delta_H(Y_{HH})_u A_H^T\right]$$

$$= \left[A_D\delta_D(Y_{DD})_u A_D^T + A_H\delta_H(Y_{HH})_u A_H^T\right] \qquad (2.204)$$

Terceiro:

$$\left[A_D\delta_D \quad -A_H\delta_H\right]\begin{bmatrix} Y_{DD} & Y_{DH} \\ Y_{HD} & Y_{HH} \end{bmatrix}_u \begin{bmatrix} A_D\delta_D & -A_H\delta_H \end{bmatrix}^X =$$

$$= \left[A_D \delta_D (Y_{DD})_u \delta_D^* A_D^T + A_H \delta_H (Y_{HH})_u \delta_H^* A_H^T \right] \qquad (2.205)$$

E portanto pode-se escrever:

$$YB''_u = A_D \left[\delta_D (Y_{DD})_u + (Y_{DD})_u \delta_D^* \right] A_D^T + A_H \left[\delta_H (Y_{HH})_u + (Y_{HH})_u \delta_H^* \right] A_H^T +$$

$$+ A_D \left[\delta_D (Y_{DD})_u \delta_D^* \right] A_D^T + A_H \left[\delta_H (Y_{HH})_u \delta_H^* \right] A_H^T \qquad (2.206)$$

E o sistema formado por $(YB_u)_{OFF}$ pode ser interpretado como sendo:

"O mesmo sistema com condições "On Nominal" $(YB_u)_{ON}$, e adicionado a ele, um conjunto de imitâncias dado por (YB''_u), que estão entre as barras do sistema e a barra de referência (terra).

Uma análise de equação (2.206) permite-nos afirmar que tais imitâncias que estão entre as barras e a terra, são proporcionais às imitâncias que incidem nas respectivas barras. Os fatores de proporcionalidade são os desvios unitários das relações nominais dos transformadores que são dados por $(\delta_D; \delta_H)$, sendo δ_D para a incidência do "lado D" e δ_H para a incidência do "lado H".

Torna-se importante salientar, que de acordo com os sinais algébricos de $(\delta_D; \delta_H)$, poderão surgir valores negativos de impedância, revelando o desbalanceamento criado pelos desvios das relações dos transformadores de nominal para fora do valor nominal, e desta forma causando a circulação de correntes nos "loops" do sistema.

CAPÍTULO 3

MODELAGEM E EQUACIONAMENTO

"Os outros não necessitam daquilo que temos, mas daquilo que somos".
Edith Stein

3.1 - DESENVOLVIMENTO DO MODELO

A representação de um ramo do sistema, quando se apresenta na sua forma mais geral, em modelo bipolar é dado pela figura 3.1.

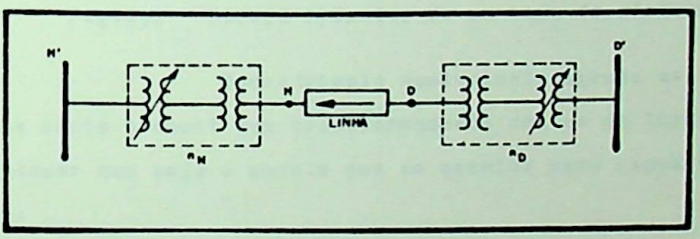


Fig.3.1 - Modelo bipolar de um ramo do sistema na sua forma mais geral

As relações de transformações n_H, n_D representam as relações equivalentes que possam existir no "lado D" e no "lado H". Assim sendo, nos ramos do sistema que não hajam transformadores, reguladores agrupados aos transformadores simples, as relações n_D e n_H serão as dos transformadores simples, que existam nos lados "D e H" respectivamente.

Conclui-se no capítulo 2, que um ramo do sistema, independendo da sua complexidade, poderia ser representado pela figura 3.2.

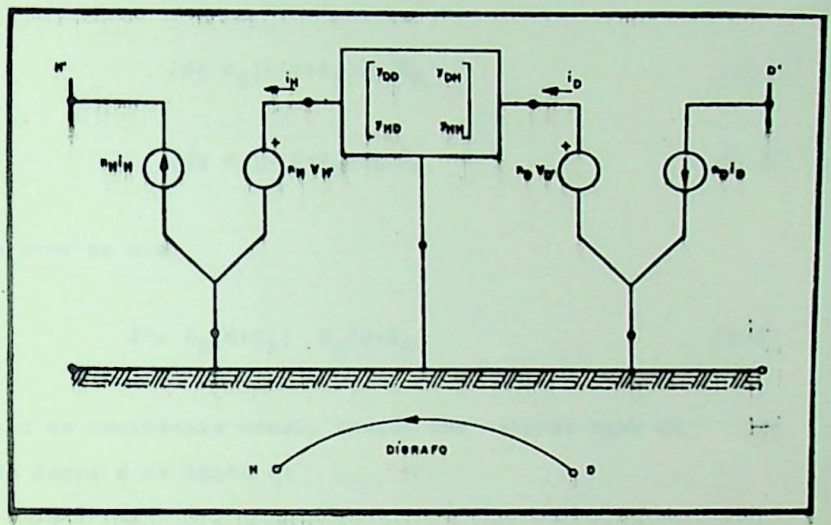


Fig.3.2 - Modelo tripolar de um ramo do sistema

Onde o tripolo equivalente agrupa as admitâncias série e shunt dos transformadores com as da linha, para qualquer que seja o modelo que se escolha para representar a linha.

Viu-se também, que a matriz de admitância nodal, para transformadores em relação nominal é dada por:

$$YB = \left[[A_D \; -A_H] \begin{bmatrix} (dg\ n_D) & \\ & (dg\ n_H) \end{bmatrix} \right] \begin{bmatrix} Y_{DD} & Y_{DH} \\ Y_{HD} & Y_{HH} \end{bmatrix} \left[[A_D \; -A_H] \begin{bmatrix} (dg\ n_D) & \\ & (dg\ n_H) \end{bmatrix} \right]^x \tag{3.1}$$

"x" - significa a transconjugada da matriz.

Caso os transformadores estejam trabalhando em relação "Off-Nominal", pode-se escrever:

$$(dg\ n_D)=(U+\delta_D)dg\ \tilde{n}_D \qquad (3.2)$$

$$(dg\ n_H)=(U+\delta_H)dg\ \tilde{n}_H \qquad (3.3)$$

e lembrando-se que:

$$A' = \begin{matrix} A_D(U+\delta_D) & A_H(U+\delta_H) \end{matrix} \qquad (3.4)$$

A matriz de admitância nodal, função dos valores base de tensões de barra e de linha é:

$$YB=[(dg\ \tilde{v}B)^*]^{-1}A'\begin{bmatrix}(dg\ \tilde{v}L_D)^* & \\ & (dg\ \tilde{v}L_H)^*\end{bmatrix}\begin{bmatrix}Y_{DD} & Y_{DH}\\ Y_{HD} & Y_{HH}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}(dg\ vL_D) & \\ & (dg\ \tilde{v}L_H)\end{bmatrix}\cdot$$

$$\cdot\ (A')^T(dg\ \tilde{v}B)^{-1} \qquad (3.5)$$

E em termos per-unit:

$$YB_u=[A_D(U+\delta_D)\ A_H(U+\delta_H)]\begin{bmatrix}Y_{DD} & Y_{DH}\\ Y_{HD} & Y_{HH}\end{bmatrix}_u\ [A_D(U+\delta_D)\quad A_H(U+\delta_H)] \qquad (3.6)$$

E assim, pode-se definir um modelo para representar um ramo do sistema em termos per-unit, conforme figura 3.3.

Onde δ_D e δ_H representam os desvios unitários das relações de transformação dos transformadores "Off-nominal" em relação ao valor "On-nominal".

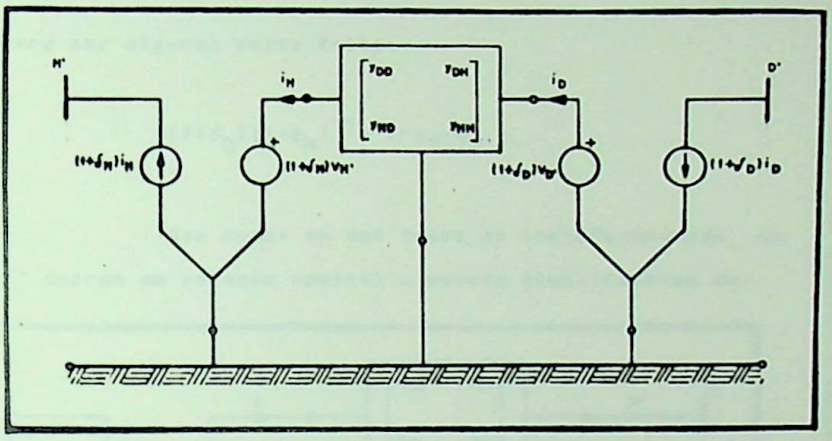


Fig.3.3 - Modelo tripolar per-unit de um ramo do sistema

Obviamente no caso em que n_D ou n_H operarem em valores nominais os correspondentes δ_D ou δ_H serão nulos.

Ainda no capítulo anterior, concluiu-se que pode-se simplificar o modelo a um único transformador, que fica sempre no "lado D", conforme a figura 3.4.

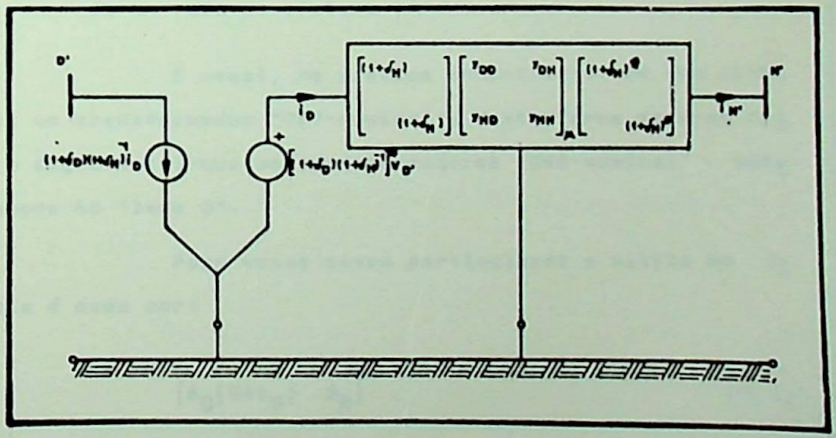


Fig.3.4 - Modelo tripolar per-unit simplificado de um ramo do sistema

E lembra-se novamente que a seguinte aproxima

ção poderá ser algumas vezes feita:

$$(1+\delta_D)(1+\delta_H)^{-1} = 1+\delta_D-\delta_H$$

Nos casos em que todos os transformadores do "lado H" operem em relação nominal o modelo simplifica-se em:

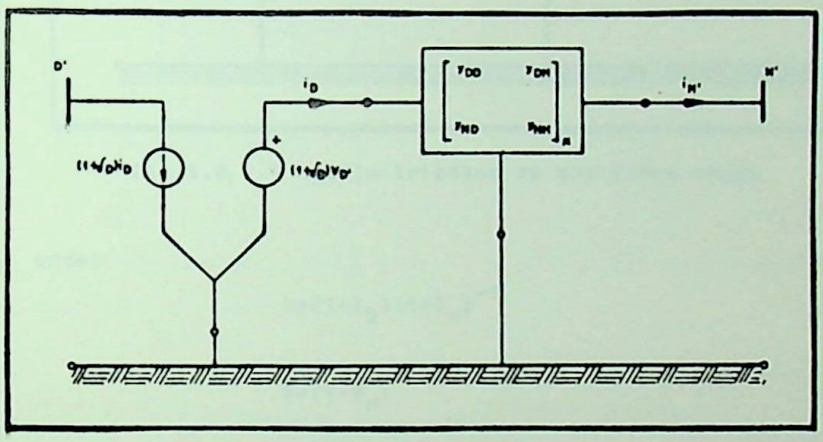


Fig.3.5 - Modelo tripolar per-unit simplificado e particular de um ramo do sistema

É usual, na prática encontrar-se em uma linha somente um transformador "Off-nominal"; desta forma deve-se orientar o dígrafo tal que os transformadores "Off-nominal" estejam sempre no "lado D".

Para esses casos particulares a matriz de incidência é dada por:

$$[A_D(U+\delta_D) \quad A_H] \qquad (3.7)$$

E a figura 3.6 representa o modelo tripolar em sua forma geral.

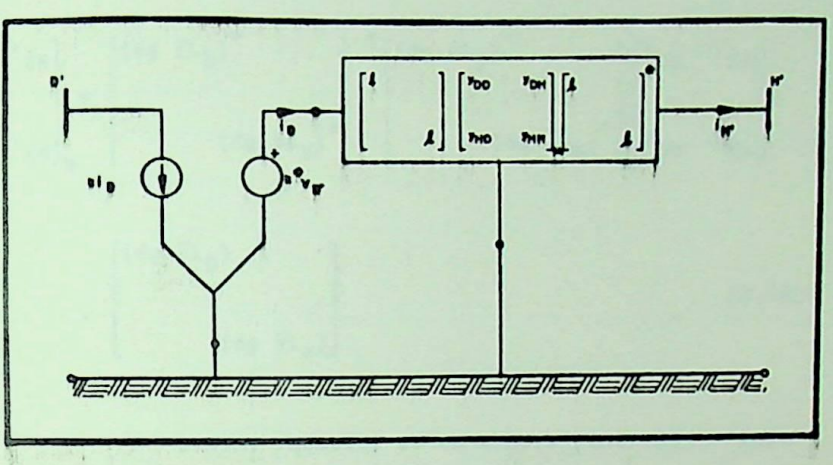


Fig.3.6 - O modelo tripolar em sua forma geral

onde:

$$k=(1+\delta_D)(1+\delta_H)^{-1} \tag{3.8}$$

$$\ell=(1+\delta_H) \tag{3.9}$$

E em nível de sistema tem-se:

$$K=(U+\delta_D)(U+\delta_H)^{-1} \tag{3.10}$$

que é a matriz das relações de transformação dos transformadores, que devem ser colocados no lado positivo, quando se trabalha em termos per-unit.

$$L=(U+\delta_H) \tag{3.11}$$

Que é a generalização de $(1+\delta_H)$ em nível de sistema. Relembra-se que a matriz per-unit dos elementos é encontrada por:

$$\begin{bmatrix} Y_{DD} & Y_{DH} \\ Y_{HD} & Y_{HH} \end{bmatrix}_u = \begin{bmatrix} (dg\ \tilde{s}L_D)^* & \\ & (dg\ \tilde{s}L_H)^* \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} (dg\ \tilde{v}L_D)^* & \\ & (dg\ \tilde{v}L_H)^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{DD} & Y_{DH} \\ Y_{HD} & Y_{HH} \end{bmatrix} \cdot$$

$$\cdot \begin{bmatrix} (dg\ \tilde{v}L_D) & \\ & (dg\ \tilde{v}L_H) \end{bmatrix} \qquad (3.12)$$

Assim, formulou-se um modelo genérico, pois ele inclui todos os parâmetros do sistema, e para qualquer que seja o modelo escolhido para a linha. Acredita-se que com mais algumas incrementações, será fácil expandir a sua utilização em análises de casos desequilibrados.

Novamente salienta-se que os valores dos parâmetros da linha y_{DD}, y_{DH}, y_{HD}, y_{HH} independem da configuração escolhida.

Não é demais salientar-se que, no uso do modelo para estudos desequilibrados, as impedâncias de magnetização dos transformadores têm grandes significados, pois já é de conhecimento geral, o pequeno valor das impedâncias de sequência zero de certos tipos de conexões de transformadores.

Ressalta-se ainda, que nas análises per-unit, quando se faz a redução a um único transformador por ramo, a matriz das admitâncias dos elementos tripolos do sistema é dada por:

$$\begin{bmatrix} L & \\ & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{DD} & Y_{DH} \\ Y_{HD} & Y_{HH} \end{bmatrix}_u \begin{bmatrix} L & \\ & L \end{bmatrix}^* \qquad (3.13)$$

Assim, de uma maneira bastante genérica, pode-se elaborar um programa de computação digital, que forme a matriz de admitância nodal, mediante uma prévia escolha do modelo que representará cada linha de forma conveniente. E ressalta-se ainda que melhoras nos resultados do estudo são usualmente encontradas à medida que mais preciso representa-se os elementos do sistema.

Aqui o modelo, ou seja a modelagem, dos elementos de um ramo será vista por duas configurações.

1. Configuração T

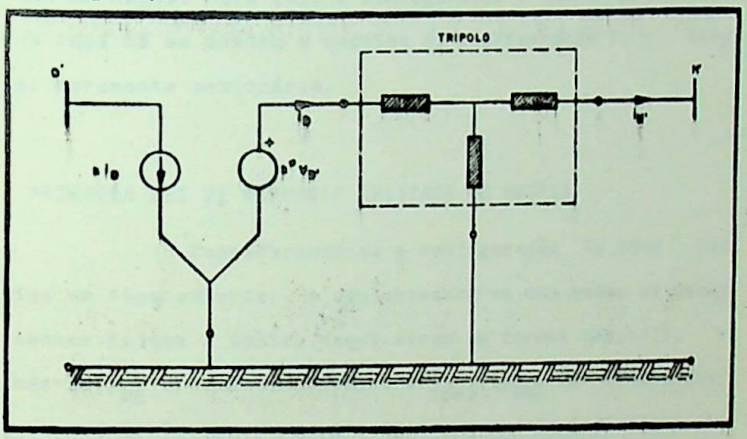


Fig.3.7 - Configuração T de representação do modelo tripolar

2. Configuração Π

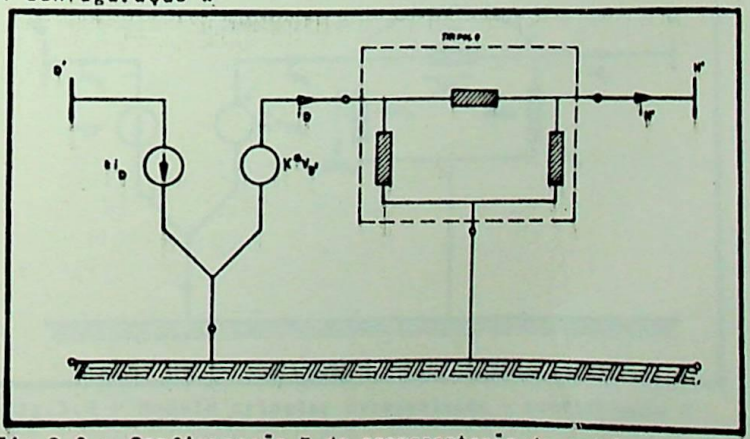


Fig.3.8 - Configuração Π de representação do modelo tripolar

Caso o modelo desenvolvimento seja utilizado para estudo de load flow equilibrado, muitas aproximações podem ser feitas, sem grandes erros nos resultados.

Porém, se o modelo é utilizado para análises desequilibradas, deve-se ter em conta o máximo de detalhes, e assim, pode-se concluir com exatidão o grau de desequilíbrio em que se encontra o sistema em estudo.

O desenvolvimento das equações do modelo é o ítem que se segue. Para tal, a configuração Π foi a preferida, contudo nada há em contra a escolha da configuração T. A escolha foi puramente arbitrária.

3.2 - PRIMEIRA LEI DE KIRCHOFF APLICADA AO MODELO

Considerando-se a configuração Π, como foi definido no ítem anterior, e esclarecendo-se que todos os desenvolvimentos feitos à partir daqui serão em termos per-unit, e chamando-se y_{SE} à admitância série e y_{SH1}, y_{SH2} às admitâncias shunt do modelo Π, sem preocuparmos com o modelo individual das linhas, obtém-se o modelo dado pela figura 3.8.

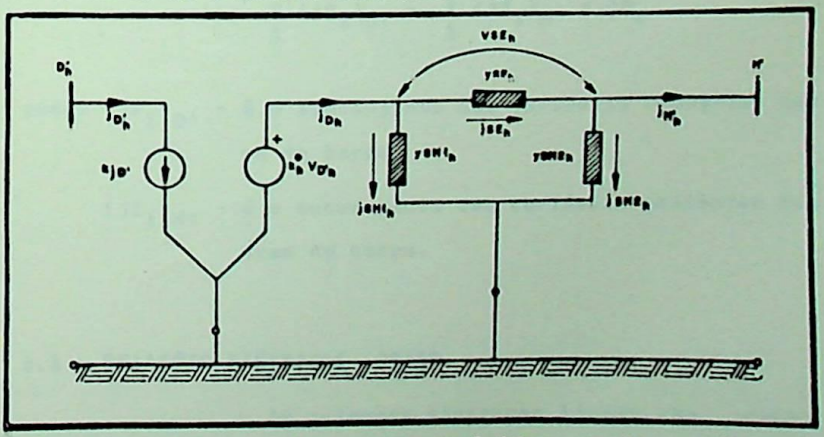


Fig.3.8 - Modelo tripolar desenvolvido - configuração Π

h - indica o elemento h-ésimo

Para uma determinada barra $B_K(K \{1,2,...n\})$, e um elemento genérico E_h de transmissão, onde h {1,2...m}, expressa-se por $E_h \& B_K^h$ aos elementos E_h incidentes em B_K(& relação de incidência).

O índice dos elementos incidentes,toma valores num subconjunto de {1,...m}, que é o conjunto de todos os índices de $E_h / E_h \in E_h \& B_K$.

Seja "i" a designação genérica de tais índices, então a primeira lei de Kirchoff (KCL), pode ser escrita:

$$\sum_i jE_i = jB_K \qquad (3.14)$$

Sabendo-se que as grandezas elétricas nos extremos de um elemento E_h diferem, será necessário distinguí-las mediante as letras "D" e "H" conforme se vê na figura 3.8.

Considerando que os elementos que incidem nas barras possam ter orientações entrando e saindo da barra, a equação (3.14) pode ser escrita:

$$\sum_i (jE_i)_D - \sum_i (jE_i)_H = jB_K \qquad (3.15)$$

onde: $(jE_i)_D$ - é o subconjunto das variáveis correntes que saem da barra.

$(jE_i)_H$ - é o subconjunto das variáveis correntes que entram na barra.

3.3 - RELAÇÕES ELÉTRICAS LOCAIS

As relações elétricas locais são formuladas para o modelo desenvolvido, na configuração Π, que está na figu

re 3.8.

As relações são classificadas nos seguinte grupos:

a) Relações entre correntes (KCL - locais)

$$jH'_h = jSE_h - jSH2_h \qquad (3.16)$$

$$jD_h = jSE_h + jSH1_h \qquad (3.17)$$

$$jD'_h = k_h\,[jSE_h + jSH1_h] \qquad (3.18)$$

b) Relações entre as tensões (KVL - locais)

$$vSE_h = k^* v_{D'_h} - v_{H'_h} \qquad (3.19)$$

c) Relações tensão-corrente nas admitâncias

$$jSH1_h = ySH1_h\, k^*_h\, vD'_h \qquad (3.20)$$

$$jSH2_h = ySH2_h\, vH'_h \qquad (3.21)$$

$$jSE_h = \sum_{p\in\{E\}} (ySE_{hp}).VSE_p \qquad (3.22)$$

A última expressão não é meramente local, pois leva em conta os eventuais acoplamentos entre os elementos de rede de interconexão.

Isto normalmente ocorre entre as linhas que percorrem o mesmo percurso.

3.4 - RELAÇÕES ELÉTRICAS GLOBAIS

Com base no modelo individual dado pela figura (3.9), e definindo-se agora os vetores: j_D que é composto de todas as componentes j_{D_h}, e analogamente para j_H, jB, jSE, jSH1, jSH2, as equações globais serão escritas.

a) KCL - Para as barras

$$A_D j_{D'} = A_H j_{H'} = jB \qquad (3.23)$$

b) KCL - Para os elementos

$$j_{D'} = K j_D = K\,[jSE + jSH1] \qquad (3.24)$$

Onde K é uma matriz diagonal formada pelos desvios unitários das relações de transformações dos transformadores.

$$j_{H'} = jSE - jSH2 \qquad (3.25)$$

c) KVL - Para os elementos

$$vSE = K^{*}\, v_{D'} - v_{H'} \qquad (3.26)$$

como:

$$v_{D'} = A_D^T\, vB$$

$$v_{H'} = A_H^T\, vB$$

tem-se:

$$vSE = [K^* A_D^T - A_H^T]\ vB \qquad (3.27)$$

d) Relações tensão-corrente para os elementos

d.1) Elementos Shunt

$$jSH1 = YSH1\ K^*\ vD' \qquad (3.28)$$

como

$vD' = A_D^T\ vB$ tem-se:

$$jSH1 = YSH1\ K^*\ A_D^T\ vB \qquad (3.29)$$

$$jSH2 = YSH2\ v_{H'} \qquad (3.30)$$

como:

$v_{H'} = A_H^T\ vB$ tem-se:

$$jSH2 = YSH2\ A_H^T\ vB \qquad (3.31)$$

d.2) Elementos série:

$$jSE = YSE\ vSE \qquad (3.32)$$

como:

$vSE = (K^*\ A_D^T - A_H^T)vB$ tem-se:

$$jSE = YSE\ (K^*\ A_D^T - A_H^T)\ vB \qquad (3.33)$$

e) Correntes de barra função das correntes nos elementos

Sabe-se que:

$$jB = A_D\, j_{D'} - A_H\, j_{H'} \qquad (3.34)$$

Substituindo-se $j_{D'}$ e $j_{H'}$ dadas por (3.24 e 3.25) tem-se:

$$jB = A_D\, K\, [jSE + jSH1] - A_H [jSE - JSH2] \qquad (3.35)$$

∴

$$jB = [A_D\, K\, -A_H]\, jSE + A_D\, KjSH1 + A_H\, jSH2 \qquad (3.36)$$

CAPÍTULO 4

MATRIZ DE ADMITÂNCIA NODAL

"A primeira condição para ser alguma coisa é não querer ser tudo ao mesmo tempo".

Tristão de Ataíde

4.1 - FÓRMULA GERAL DA MATRIZ DE ADMITÂNCIA NODAL

A fórmula geral da matriz de admitância nodal será desenvolvida para a configuração Π, e obviamente deve ser função das matrizes de incidência A_D; A_H, da matriz de relações de transformações, e das matrizes de admitâncias dos elementos.

Assim, substituindo-se as equações (3.29); (3.31) e (3.33) na equação (3.36) tem-se:

$$JB=([A_DK-A_H][YSE(K^*A_D^T-A_H^T)]+[A_DK\ YSH1\ K^*\ A_D^T]+[A_H\ YSH2\ A_H^T])VB \qquad (4.1)$$

De onde pode-se diretamente escrever:

$$YB=[A_DK-A_H]YSE[A_DK-A_H]^x+[A_DK]YSH1[A_DK]^x+[A_H]YSH2[A_H]^x \qquad (4.2)$$

Onde x - significa transconjugado da matriz.

A equação(4.2) é a matriz de admitância nodal do sistema, excluindo a parte de geração-consumo, ou seja a matriz de admitância formada somente pelos elementos de transmissão.

Relembra-se por comodidade que o modelo encontrado originou-se de um ramo do sistema considerado em uma forma mais geral, conforme modelos bipolares e tripolares dados pe

E finalmente, viu-se que uma simplificação podia ser feita e ficava-se com somente um transformador conforme figura 4.4.

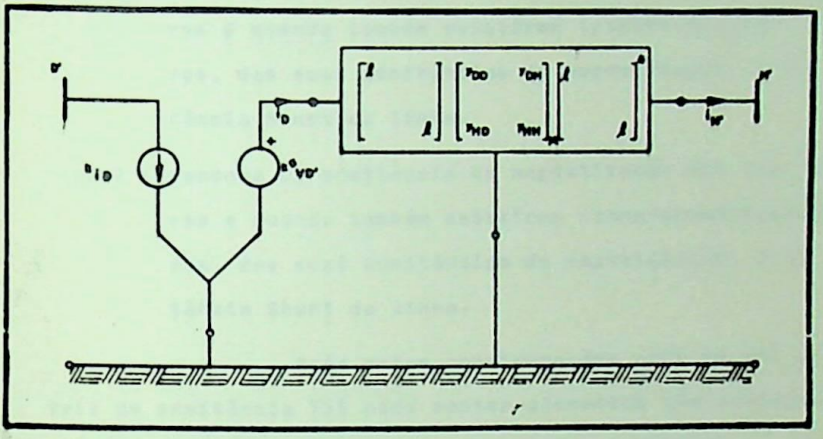


Fig.4.4 - O modelo tripolar em sua forma geral

A configuração Π de representação do modelo tripolar foi a escolhida, conforme fig.4.5.

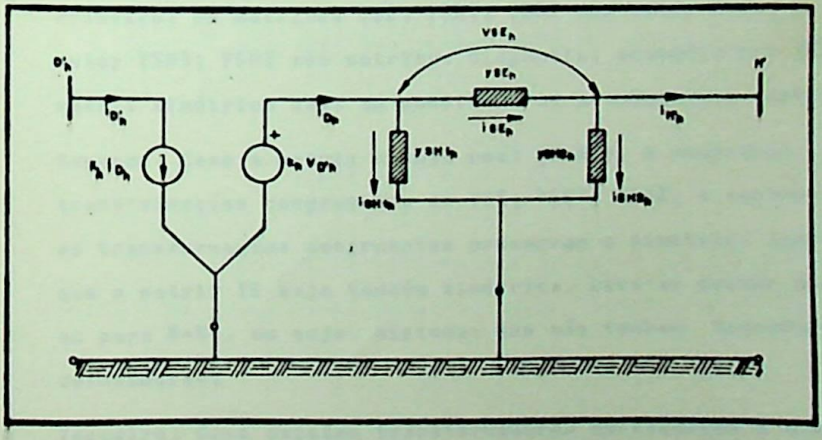


Fig.4.5 - Modelo tripolar desenvolvido - configuração Π

onde:

ySE - depende da admitância série da linha, da admitâncias de dispersão dos transformadores e quando também exis

tirem transformadores reguladores das suas admitâncias de dispersão.

ySH1 - depende da admitância de magnetização dos transformadores e quando também existirem transformadores reguladores, das suas admitâncias de magnetização, e da admitância Shunt da linha.

ySH2 - depende da admitância de magnetização dos transformadores e quando também existirem transformadores reguladores, das suas admitâncias de magnetização, e da admitância Shunt da linha.

Após estas considerações pode-se ver que a matriz de admitância YSE pode conter elementos não diagonais, o que traduz os acoplamentos existentes entre linhas.

Quanto à simetria ou assimetria da matriz de admitância nodal em sua forma geral tem-se:

Primeiro: As matrizes YSE; YSH1; YSH2 são simétricas; em particular YSH1; YSH2 são matrizes diagonais, enquanto que YSE é uma matriz simétrica caso se considere os acoplamentos adequados.

Segundo: Caso a matriz N seja real ($N=N^*$), a expressão contém transformações congruentes de YSE; YSH1; YSH2, e sabendo-se que as transformações congruentes preservam a simetria, implica em que a matriz YB seja também simétrica. Deve-se deixar claro que só para $N=N^*$, ou seja, sistemas que não tenham transformadores defasadores.

Terceiro: Caso existam transformadores defasadores a matriz YB será assimétrica e tem-se por infeliz consequência a necessidade do armazenamento de toda a matriz dentro da memória do computador.

4.2 - FÓRMULA APROXIMADA DA MATRIZ DE ADMITÂNCIA NODAL

Nos problemas práticos, os valores de $|k_h|$, $\angle k_h$ estão restritos a uma gama de valores admissíveis e eles podem ser expressos por inequações tais como:

$$|k_h|_{min} \leq |k_h| \leq |k_h|_{max} \tag{4.3}$$

$$\angle k_{h\,min} \leq \angle k_h \leq \angle k_{h\,max} \tag{4.4}$$

Os valores de $|k_h|$ e $\angle k_h$ têm seus limites conhecidos e são pouco afastados de "um" para o módulo e de "zero" radianos para o argumento.

Baseando-se nessa afirmação, e desprezando-se as admitâncias shunt equaciona-se a fórmula aproximada da matriz de impedância nodal.

A matriz das relações de transformação pode ser escrita:

$$K = U + F \tag{4.5}$$

E como as relações de transformação tem módulo próximo a um e argumento próximo a zero, resulta que a norma da matriz F é muito pequena.

$$||F|| << 1 \tag{4.6}$$

E define-se a norma por:

$$\max_h \left(\sum_{K=1}^{n} |F_{hk}| \right) = \max_h (|k_h - 1|) \qquad (4.7)$$

A fórmula geral da matriz de admitância nodal é dada por:

$$YB = [A_D K - A_H] YSE [A_D K - A_H]^X + [A_D K] YSH1 [A_D K]^X + [A_H] YSH2 [A_H]^X \qquad (4.8)$$

Sabendo-se que $A_H = A_D - A$ tem-se:

$$[A_D K - A_H] = A_D K - (A_D - A) = A_D(U+F) - A_D + A = [A_D K - A_H] = A + A_D F$$

E a equação 4.8 transforma-se em:

$$YB = [A + A_D F] YSE [A + A_D F]^X + [A_D K] YSH1 [A_D K]^X + [A_H] YSH2 [A_H]^X \qquad (4.9)$$

E desprezando-se as partes shunt tem-se:

$$YB = [A + A_D F] YSE [A + A_D F]^X \qquad (4.10)$$

Que desenvolve-se em:

$$YB = A(YSE)A^T + A(YSE)F^* A_D^T + A_D F(YSE)A^T + A_D F(YSE)F^* A_D^T \qquad (4.11)$$

E agora considerando-se $||F|| << 1$, pode-se desprezar o termo $A_D F[YSE]F^* A_D^T$, e tem-se:

$$YB = A(YSE)A^T + A(YSE)(A_D F^*)^T + A_D F(YSE)A^T \qquad (4.12)$$

Chamando-se:

$$HS = A\,YSE\,A^T \tag{4.13}$$

Onde HS é uma matriz simétrica, pois representa a matriz de admitância nodal para uma rede sem admitâncias Shunt e sem transformadores "Off-nominal e ou reguladores".

E a matriz de admitância nodal fica:

$$YB=HS + [A\ YSE\ (A_D F^*)^T]+[A_D F(YSE)A^T] \tag{4.14}$$

Com a finalidade de conhecer-se a respeito da simetria ou assimetria de YB aproximada, faz-se um desenvolvimento da equação (4.14) considerando-se:

a) $YSE = G + iB$ (4.15)

b) $F = F_r + iF_i$ (4.16)

Portanto:

$$YB=HS+[A(G+iB)(F_r-iF_i)^T A_D^T]+[A_D(F_r+iF_i)(G+iB)A^T] \tag{4.17}$$

$$YB=HS+[(AGF_r^T A_D^T + ABF_i^T A_D^T)+ i(AGF_D^T + ABF_r^T A_D^T)]+$$

$$+[(A_D F_r GA^T - A_D F_i BA^T)+ i(A_D F_r BA^T + A_D F_i GA^T)] \tag{4.18}$$

e chamando-se:

$$PS_r=[(AGF_r^T A_D^T)+(A_D F_r GA^T)]=[(AG(A_D F_r)^T+(AG^T(A_D F_r)^T)^T] \tag{4.19}$$

$$PS_1=[(ABF_r^TA_D^T)+(A_DF_rBA^T)]=[(AB(A_DF_r)^T+(AB\ (A_DF_r)^T]^T \qquad (4.20)$$

e sendo $PS=PS_r + 1PS_1$ (4.21)

chamando-se

$$HA_r=[(ABF_1^T\ A_D^T)-(A_DF_1BA^T)]=[(AB(A_DF_1)^T)=(AB\ (A_DF_1)^T)^T] \qquad (4.22)$$

$$HA_1=[(AGF_1^TA_D^T)+(A_DF_1GA^T)]=[(AG(A_DF_1)^T)+(AG\ (A_DF_1)^T)^T] \qquad (4.23)$$

e sendo:

$$HA = HA_r + 1HA_1 \qquad (4.24)$$

Pode-se escrever finalmente:

$$YB=HS+PS+HA \qquad (4.25)$$

Observações:

1. A matriz PS será simétrica, pois $G=G^T$ e $B=B^T$, e analisando-se a equação (4.21), vê-se que trata-se da soma de uma matriz com sua transposta.
2. A matriz HS já comentada é simétrica.
3. A matriz HA_1 é simétrica e HA_r é antissimétrica, logo a matriz HA não é simétrica.
4. Observa-se que a matriz PS é função de F_r e a matriz HA é função de F_1, daí conclui-se que a matriz aproximada de sistema sem transformadores defasadores ou seja, $F_1=(0)$, simplifica-se em:

$$YB = HS + PS$$

que será sempre simétrica.

5. A formação de YB aproximada é muito fácil de ser feita pelo computador digital.

CAPÍTULO 5

SENSITIVIDADES

"É livre quem aprendeu a libertar-se daquilo que o impede de ser livre".
W.Chagas

5.1 - SENSITIVIDADES DE TRANSFORMAÇÃO

Neste capítulo desenvolve-se fórmulas simbólicas para a sensitividade da matriz de admitância aproximada "per unit" em relação aos desvios unitários das relações de transformações.

As sensitividades de transformações com relação aos desvios unitários serão feitas com relação ao módulo e ao argumento, e o seu cálculo é feito derivando-se a matriz de admitância nodal aproximada em relação ao citado módulo e argumento do desvio unitário da relação de transformação.

No capítulo anterior, constatou-se que a matriz de admitância aproximada podia ser escrita pela equação (4.14) que repete-se abaixo.

$$YB=HS+[A\ YSE\ (A_D F^*)^T]+[A_D F(YSE)A^T] \qquad (5.1)$$

Observa-se que as matrizes A, YSE, HS são constantes, e desta forma a única variável é a matriz F dos desvios unitários.

5.2 - SENSITIVIDADE DA MATRIZ DE ADMITÂNCIA NODAL EM RELAÇÃO AO MÓDULO DO DESVIO UNITÁRIO DA RELAÇÃO DE TRANSFORMAÇÃO

Sabe-se que K=U+F, e a matriz F é a matriz

dos desvios unitários da relação de transformação. O elemento h ésimo de F é representado f_h, e novamente relembra-se que F é uma matriz diagonal.

Assim:

$$\frac{\partial YB}{\partial |f_h|} = \frac{\partial}{\partial |f_h|}\left[HS+[A\ YSE(A_D F^*)^T]+[A_D F(YSE)A^T]\right] \qquad (5.2)$$

$$\frac{\partial YB}{\partial |f_h|} = \frac{\partial}{\partial |f_h|}\left[A\ YSE((F^*)^T A_D^T)\right] + \frac{\partial}{\partial |f_h|}\left[A_D F\ YSE\ A^T\right] \qquad (5.3)$$

Como F é uma matriz diagonal $(F^*)^T = F^*$

$$\frac{\partial YB}{\partial |f_h|} = \frac{\partial}{\partial |f_h|}\left[A\ YSE(F^*\ A_D^T)\right] + \frac{\partial}{\partial |f_h|}\left[A_D F\ YSE\ A^T\right] \qquad (5.4)$$

Para:

e = número de elementos

b = número de barras

as ordens de matrizes são:

A = b x e

A_D = b x e

A^T = e x b

A_D^T = e x b

F^* = e x e

F = e x e

Assim:

$$\left[\frac{\partial F}{\partial |f_h|}\right]_{rs} = 0 \begin{cases} \text{Se } r \neq s \text{ pois } F \text{ é diagonal} \\ \\ \text{Se } r=s=h \text{ pois } f_h = |f_h| \, e^{j \angle f_h} \end{cases} \qquad (5.5)$$

$$\left[\frac{\partial F}{\partial |f_h|}\right]_{rs} \neq 0 \left\{ \text{se } r=s=h \right\} \qquad (5.6)$$

Portanto:

$$\left[\frac{\partial F}{\partial |f_h|}\right]_{\substack{rs \\ (r=s=h)}} = \left[\cdots \overset{h}{\overset{\vdots}{\bullet}} \overset{j \angle f_h}{\cdots} \right] h \; ; \quad \left[\frac{\partial F^*}{\partial |f_h|}\right]_{\substack{rs \\ (r=s=h)}} = \left[\cdots \overset{h}{\overset{\vdots}{\bullet}} \overset{-j \angle f_h}{\cdots} \right] h \qquad (5.7)$$

Desta forma:

$$\frac{\partial YB}{\partial |f_h|} = [A][YSE]\left[\frac{\partial F^*}{\partial |f_h|}\right][A_D^T] + [A_D]\left[\frac{\partial F}{\partial |f_h|}\right][YSE][A^T] \qquad (5.8)$$

$$\frac{\partial YB}{\partial |f_h|} = [A \; YSE]\left[\cdots \overset{\vdots}{\bullet} \overset{-j \angle f_h}{\cdots} \right][A_D^T] + [A_D]\left[\cdots \overset{\vdots}{\bullet} \overset{j \angle f_h}{\cdots} \right][YSE \; A^T] \qquad (5.9)$$

Chamando-se agora:

$$S = COL_h[A \; YSE] \cdot \left[COL_h[A_D]\right]^T \qquad (5.10)$$

Onde genericamente o símbolo "$COL_h[X]$" significa a matriz coluna igual a coluna h ésima da matriz X.

A sensitividade pode ser escrita:

$$\frac{\partial YB}{\partial |f_h|} = e^{-j f_h} [S] + e^{j f_h} [S^T] \qquad (5.11)$$

5.3 - SENSITIVIDADE DA MATRIZ DE ADMITÂNCIA NODAL EM RELAÇÃO AO ÂNGULO DO DESVIO UNITÁRIO DA RELAÇÃO DE TRANSFORMAÇÃO

$$\frac{\partial YB}{\partial \angle f_h} = \frac{\partial}{\partial \angle f_h} \left[HS + [A\ YSE(A_D F^*)^T] + [A_D F\ (YSE) A^T] \right]$$

$$\frac{\partial YB}{\partial \angle f_h} = \frac{\partial}{\partial \angle f_h} [A\ YSE((F^*)^T A_D^T)] + \frac{\partial}{\partial \angle f_h} [A_D F\ YSE\ A^T]$$

Como F é uma matriz diagonal $(F^*)^T = F^*$

$$\frac{\partial YB}{\partial \angle f_h} = \frac{\partial}{\partial \angle f_h} [A\ YSE(F^*\ A_D^T)] + \frac{\partial}{\partial \angle f_h} [A_D F\ YSE\ A^T]$$

E as ordens das matrizes já foram comentadas anteriormente.

Assim:

$$\left[\frac{\partial F}{\partial \angle f_h}\right]_{r,s} = 0 \begin{cases} \text{Se } r \neq s \text{ pois } F \text{ é diagonal} \\ \text{Se } r = s \neq h \text{ pois } f_h = |f_h| e^{j \angle f_h} \end{cases}$$

$$\left[\frac{\partial F}{\partial \angle f_h}\right]_{r,s} \neq 0 \begin{cases} \text{Se } r = s = h \end{cases}$$

portanto:

$$\left[\frac{\partial F}{\partial \angle f_h}\right]_{r,s} = \left[\cdots j|f_h|e^{j\angle f_h}\right] h \quad ; \quad \left[\frac{\partial F^*}{\partial \angle f_h}\right]_{r,s} = \left[\cdots -j|f_h|e^{-j\angle f_h}\right] h$$

(r=s=h) (r=s=h)

Desta forma:

$$\frac{\partial YB}{\partial \angle f_h} = [A][YSE]\left[\frac{\partial F^*}{\partial \angle f_h}\right][A_D^T] + [A_D]\left[\frac{\partial F}{\partial \angle f_h}\right][YSE][A^T]$$

$$\frac{\partial YB}{\partial \angle f_h} = [A\ YSE]\left[\cdots -j|f_h|e^{-j\angle f_h}\right][A_D^T] + [A_D]\left[\cdots +j|f_h|e^{j\angle f_h}\right][YSE\ A^T]$$

Chamando-se agora:

$$S = COL_h\ [A\ YSE]\left[COL_h\ [A_D]\right]^T$$

Onde genericamente o símbolo "$COL_h[X]$" significa a matriz coluna igual à coluna h ésima da matriz X.

A sensitividade pode ser escrita:

$$\frac{\partial YB}{\partial \angle f_h} = -j|f_h|e^{-j\angle f_h}\ [S] + j|f_h|e^{+j\angle f_h}\ [S^T]$$

É importante notar-se que a matriz S é independente do valor da relação de transformação, e portanto quando se fizer necessário, o cálculo das sensitividades da matriz de admitância aproximada, o cálculo da matriz S deve ser feito somente uma vez, e por isso implica em econdmia de tempo do computador.

CAPÍTULO 6

FLUXO DE POTÊNCIA

"Não seja daqueles que ao invés de procurar a solução dos problemas novos, fica procurando os problemas de coisas já solucionadas."
O Poder da Mensagem - Hélio Ribeiro

6.1 - EXPRESSÃO DAS POTÊNCIAS DE BARRA

A expressão da potência complexa que entra em uma barra "b" é dada por:

$$SB_b = vB_b \; jB_b^* \qquad (6.1)$$

E em nível de sistema escreve-se a expressão matricial:

$$SB = [dg\ vB]\ jB^* \qquad (6.2)$$

Substituindo-se $jB = YB\ vB$ na expressão (6.2), obtém-se o sistema matricial de equações, não lineares que constitui a base do cálculo do fluxo de potência.

$$SB = [dg\ vB]\ [YB\ vB]^*$$

portanto:

$$SB_{esp} - [dg\ vB]\ YB^*\ vB^* = \Delta SB \qquad (6.3)$$

O sistema de equação dado por (6.3) pode ser resolvido por diversos métodos. Um dos mais empregados, face a sua rapidez de convergência, é o método de newton-Raphson. Nes

te método a correção dos valores das variáveis é feita utilizando-se o erro surgido em (6.3).

6.2 - ESPECIFICAÇÃO DAS POTÊNCIAS INTER-ÁREAS

Neste trabalho, considera-se as relações dos transformadores como variáveis no sistema de equação a ser resolvido. Assim, adiciona-se ao problema de "load flow" novos graus de liberdade. A compatibilidade da solução é feita especificando-se outras grandezas que eram variáveis no sistema.

Um tipo de variável, cuja especificação oferece grande interesse prático, é o fluxo inter-áreas, ou seja, as potências aparentes que fluem entre áreas do sistema.

Dentro da idéia de dividir-se o sistema em áreas, o conjunto de todas as barras do sistema é concebido como subconjuntos e a cada um, associa-se uma área.

Sem prejudicar-se a generalização do estudo, pode-se supor que as barras de cada área são enumeradas consecutivamente. Então a matriz de incidência "A" pode ser escrita na forma particionada.

$$A = \begin{bmatrix} A_I \\ A_{II} \\ A_{III} \\ \vdots \\ A_N \end{bmatrix}$$

Onde I, II, III,... N, indicam as áreas do sistema. (6.4)

Para um elemento "h" que esteja entre duas barras quaisquer, e considerando que sua enumeração no dígrafo

do sistema seja também "h", o vetor COL A, tem exatamente dois
h
"uns", e eles devem estar nas seguintes posições:

1º. Dentro das linhas da matriz A que representam uma só área $\mathcal{A}_r$

2º. Em linhas da matriz A que representam áreas distintas $\mathcal{A}_r$ e $\mathcal{A}_t$

No segundo caso, diz-se que o lado é comunicante ou inter-área (da área r à área t ou vice-versa).

A seguir formula-se a maneira de encontrar-se a matriz-fila m^T de dimensão igual ao número de elementos, que representa o subgrafo de lados comunicantes entre as áreas r e t, porém na ordem de r para t.

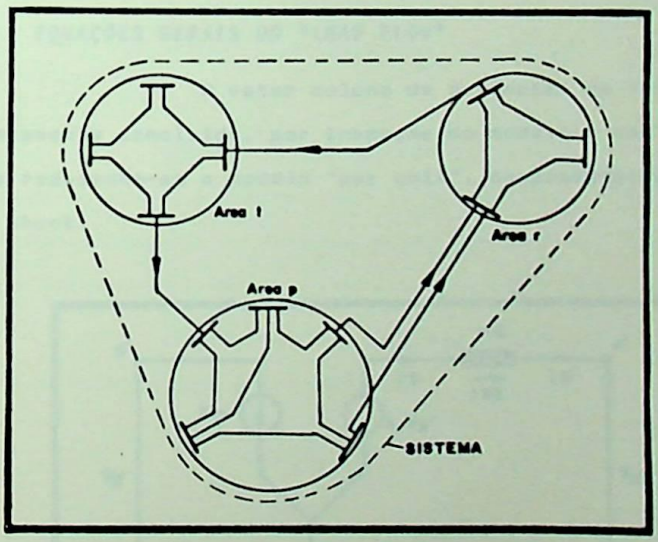


Fig.6.1 - Áreas de um sistema de potência

$$m^T_{(r,t)} = f^T_r A \times |f^T A| \qquad (6.5)$$

onde:

f_r = Matriz coluna de dimensão igual ao número de barras que contém o algarismo arábico "um" nas colunas correspondentes as barras de área "r", e nas outras posições não se coloca nada.

A = Matriz de incidência.

X = Produto "componentwese" das matrizes filas.

f_t = Matriz coluna de dimensão igual ao número de barras que contém o algarismo arábico "um" nas colunas correspondentes as barras da área "t", e nas outras posições não se coloca nada.

|A| = Matriz formada pelo módulo da matriz de incidência.

6.3 - EQUAÇÕES GERAIS DO "LOAD FLOW"

O vetor coluna de potências de linha pode ser diretamente concluido, por inspeção do modelo e com esta finalidade redesenha-se o modelo "per unit", desprezando-se as partes shunt.

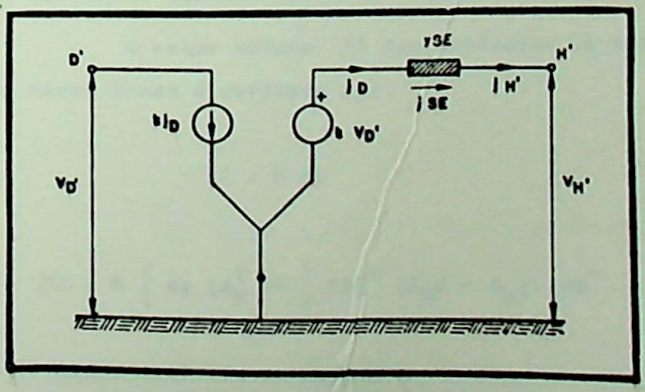


Fig.6.2 - O modelo simplificado

Em nível de sistema pode-se diretamente escrever:

$$SL = dg(A_H^T\ vB)\ jSE^* \tag{6.6}$$

$$jSE = YSE\ vSE \tag{6.7}$$

$$vSE = (A_D K^* - A_H)^T\ vB \tag{6.8}$$

$$jSE = YSE\ (A_D K^* - A_H)^T\ vB \tag{6.9}$$

$$\therefore$$

$$jSE^* = YSE^*\ (A_D K - A_H)^T\ vB^* \tag{6.10}$$

tem-se portanto:

$$SL = dg(A_H^T\ vB)\ YSE^*(A_D K - A_H)^T\ vB^* \tag{6.11}$$

Define-se uma matriz M, para representar as interligações inter-áreas na qual os fluxos de potência são especificados. Assim, M é formada pelos diversos m^T entre as áreas que previamente especificamos os fluxos de potência.

O vetor coluna SI das potências de interligações entre essas áreas é definido por:

$$SI = M\ SL \tag{6.12}$$

ou

$$SI = M\ \left[\ dg\ (A_H^T\ vB)\right]\ YSE^*\ (A_D K - A_H)^T\ vB^* \tag{6.13}$$

A equação do vetor potência de barras é:

$$SB = (dg\ vB)\ jB^* = (dg\ vB)\ YB^*\ vB^* \qquad (6.14)$$

como:

$$YB = [A_D K - A_H]\ YSE\ [A_D K^* - A_H]^T \qquad (6.15)$$

tem-se:

$$SB = (dg\ vB)[A_D K^* - A_H]YSE^*\ [A_D K - A_H]^T\ vB^* \qquad (6.16)$$

E o sistema de equações para o cálculo do "Load flow" é:

$$\begin{bmatrix} SB_{esp} \\ SI_{esp} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (dg\ vB)(A_D K^* - A_H) \\ \hline M\ dg(A_H^T\ vB) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} YSE^*(A_D K - A_H)^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} vB^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta SB \\ \Delta SI \end{bmatrix} \qquad (6.17)$$

6.4 - O MÉTODO DE NEWTON RAPHSON PARA RESOLVER SISTEMAS DE EQUAÇÕES NÃO LINEARES

Seja o conjunto de equações:

$$\left.\begin{aligned} f_1(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) &= y_1 \\ f_2(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) &= y_2 \\ &\vdots \\ f_n(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) &= y_n \end{aligned}\right\} \qquad (6.18)$$

Seja um valor inicial, estimado para as variáveis

$$x_1^{(0)},\ x_2^{(0)},\ \ldots\ x_n^{(0)}$$

e que supõem-se que esses difiram do valor que seja exato de:

$$(-\Delta x_1^{(0)});\ (-\Delta x_2^{(0)});\ \ldots;\ (-\Delta x_n^{(0)})$$

Então pode-se dizer que os valores exatos serão:

$$(x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)}),\ldots(x_n^{(0)} + \Delta x_n^{(0)})$$

E o sistema de equações é satisfeito para este ponto

$$\therefore\quad f_1\left[x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)};\ x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)},\ldots,\ x_n^{(0)} + \Delta x_n^{(0)}\right] = y_1$$

$$\vdots \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \vdots$$

$$f_n\left[x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)},\ x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)},\ldots,\ x_n^{(0)} + \Delta x_n^{(0)}\right] = y_n$$

Expandindo as equações, usando a série de Taylor, ao redor dos valores estimados $(x_1^{(0)},\ x_2^{(0)} \ldots x_n^{(0)})$ tem-se:

$$\begin{aligned}
&f_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \ldots x_n^{(0)}) + \left[\Delta x_1^{(0)}\left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right)^{(0)} + \ldots + \Delta x_n^{(0)}\left(\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right)^{(0)}\right] + \\
&\vdots \\
&\qquad + \text{termos de ordem superior de } \Delta x_1^{(0)}, \ \ldots \\
&\qquad\qquad \ldots\ \Delta x_n^{(0)} = y_1 \\
&\vdots \\
&f_n(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \ldots x_n^{(0)}) + \left[\Delta x_1^{(0)}\left(\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\right)^{(0)} + \ldots + \Delta x_n^{(0)}\left(\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right)^{(0)}\right] + \\
&\qquad + \text{termos de ordem superior de } \Delta x_1^{(0)}, \ \ldots \\
&\qquad\qquad \ldots\ x_n^{(0)} = y_n
\end{aligned} \tag{6.20}$$

De um modo geral, considera-se que as estimativas iniciais de $x_1^{(0)},\ x_2^{(0)},\ldots\ x_n^{(0)}$ são tais que $\Delta x_1^{(0)}, \Delta x_2^{(0)}, \ldots\ \Delta x_n^{(0)}$ são bem pequenos e assim, pode-se desprezar os termos

de ordem superior.

No entanto, recentemente, o pessoal do "Power Systems Research Group" - University of Saskatchewan, Saskatoon Canadá, desenvolveu um trabalho, considerando os incrementos de segunda ordem, vide referência [13].

Considerando-se que os termos de ordem superior são desprezíveis, o sistema pode ser escrito:

$$\begin{aligned} & f_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \ldots x_n^{(0)}) + \Delta x_1^{(0)} \left[\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right]^{(0)} + \ldots + \Delta x_n^{(0)} \left[\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right]^{(0)} = y_1 \\ & \vdots \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\ & f_n(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \ldots x_n^{(0)}) + \Delta x_1^{(0)} \left[\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\right]^{(0)} + \ldots + \Delta x_n^{(0)} \left[\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right]^{(0)} = y_n \end{aligned} \tag{6.21}$$

Em forma matricial escrevemos:

$$\left[f^{(0)}\right] + \left[J^{(0)}\right]\left[\Delta x^{(0)}\right] = [Y] \tag{6.22}$$

onde:

$$\left[\Delta x^{(0)}\right] = \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \vdots \\ \Delta x_n^{(0)} \end{bmatrix} \tag{6.23}$$

$$\left[f^{(0)}\right] = \begin{bmatrix} f_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, x_3^{(0)}, \ldots, x_n^{(0)}) \\ \vdots \qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\ f_n(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, x_3^{(0)}, \ldots, x_n^{(0)}) \end{bmatrix} \tag{6.24}$$

$$\left[J^{(0)}\right] = \begin{bmatrix} \left[\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right]^{(0)} & \left[\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right]^{(0)} & \cdots\cdots & \left[\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right]^{(0)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \left[\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\right]^{(0)} & \left[\frac{\partial f_n}{\partial x_2}\right]^{(0)} & \cdots\cdots & \left[\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right]^{(0)} \end{bmatrix} \qquad (6.25)$$

$$[Y] = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \qquad (6.26)$$

Portanto:

$$\left[\Delta x^{(0)}\right] = \left[J^{(0)}\right]^{-1} \left[[Y] - \left[f^{(0)}\right]\right] \qquad (6.27)$$

A equação (6.27) fornece aproximadamente as correções requeridas para a estimativa inicial $(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \ldots x_n^{(0)})$. As correções, como se falou anteriormente, são aproximadas, pois foram desprezados os termos de ordem superior.

A solução é obtida por um processo iterativo, ou seja:

Os valores $(x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \ldots, x_n^{(1)})$ obtidos de $(\Delta x_1^{(0)} + x_1^{(0)}, \Delta x_2^{(0)} + x_2^{(0)}, \ldots, \Delta x_n^{(0)} + x_n^{(0)})$, são melhorados calculando-se novos incrementos $(\Delta x_1^{(1)}, \Delta x_2^{(1)}, \ldots, \Delta x_n^{(1)})$. Assim, sucessivamente o refinamento continua, até que se consiga a precisão desejada.

Note que a matriz $[J^{(0)}]$ deve ser recalculada e invertida em cada "step" do processo iterativo. $[J^{(0)}]$ é conhecida como matriz Jacobiana do sistema de equações.

A convergência deste método é boa sempre que os termos de ordem superior de "Δx" tornem-se rapidamente muito pequenos.

6.5 - APLICAÇÃO DO MÉTODO DE "NEWTON RAPHSON" AO PROBLEMA DE "LOAD FLOW" CONSIDERANDO O "DECOUPLING"

As variáveis envolvidas no sistema de equação dado por (6.17) são:

$\angle vB$ - vetor dos ângulos das tensões de barra

$|vB|$ - vetor dos módulos das tensões de barra

$\angle K$ - vetor dos ângulos dos desvios unitários das relações de transformações

$|K|$ - vetor dos módulos dos desvios unitários das relações de transformações.

A equação de "Load flow" é:

$$\begin{bmatrix} SB_{esp} \\ SI_{esp} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (dg\ vB)(A_D K^* - A_H) \\ M\ dg(A_H^T\ vB) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} YSE^*(A_D K - A_H)^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} vB^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta SB \\ \Delta SI \end{bmatrix}$$

De onde pode-se escrever os vetores:

PB = REAL(SB) = vetor das potências ativas de barra

QB = IMAG(SB) = vetor das potências reativas de barra

PI = REAL(SI) = vetor das potências ativas de interligações

QI = IMAG(SI) = vetor das potências reativas de interligações

Assim, para uma iteração arbitrária "i" do método de Newton-Raphson pode-se escrever:

$$\begin{bmatrix} (\Delta\underline{/V}) \\ (\Delta\underline{/K}) \\ (\Delta|V|) \\ (\Delta|K|) \end{bmatrix}^{(i)} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial PB}{\partial \underline{/V}}\right) & \left(\frac{\partial PB}{\partial \underline{/K}}\right) & \left(\frac{\partial PB}{\partial |V|}\right) & \left(\frac{\partial PB}{\partial |K|}\right) \\ \left(\frac{\partial PI}{\partial \underline{/V}}\right) & \left(\frac{\partial PI}{\partial \underline{/K}}\right) & \left(\frac{\partial PI}{\partial |V|}\right) & \left(\frac{\partial PI}{\partial |K|}\right) \\ \left(\frac{\partial QB}{\partial \underline{/V}}\right) & \left(\frac{\partial QB}{\partial \underline{/K}}\right) & \left(\frac{\partial QB}{\partial |V|}\right) & \left(\frac{\partial QB}{\partial |K|}\right) \\ \left(\frac{\partial QI}{\partial \underline{/V}}\right) & \left(\frac{\partial QI}{\partial \underline{/K}}\right) & \left(\frac{\partial QI}{\partial |V|}\right) & \left(\frac{\partial QI}{\partial |K|}\right) \end{bmatrix}^{(i)} \cdot \begin{bmatrix} (PB) \\ (PI) \\ (QB) \\ (QI) \end{bmatrix}_{esp.} - \begin{bmatrix} (PB) \\ (PI) \\ (QB) \\ (QI) \end{bmatrix}^{(i)}_{calc.} \qquad (6.28)$$

E os valores das variáveis para a interação "i+1" são:

$$\left.\begin{bmatrix} \underline{/V} \\ \underline{/K} \\ |V| \\ |K| \end{bmatrix}^{(i+1)} = \begin{bmatrix} \underline{/V} \\ \underline{/K} \\ |V| \\ |K| \end{bmatrix}^{(i)} + \begin{bmatrix} (\Delta\underline{/V}) \\ (\Delta\underline{/K}) \\ (\Delta|V|) \\ (\Delta|K|) \end{bmatrix}^{(i)}\right\} \qquad (6.29)$$

Com a finalidade de facilitar o entendimento destes tipos de problema, ilustra-se com um caso simples.

Seja o sistema da fig.8.3:

As barras 1, 2, 6, 7, 9 são barras de carga

As barras 3, 4, 5 são barras de geração

A barra 8 é a barra swing

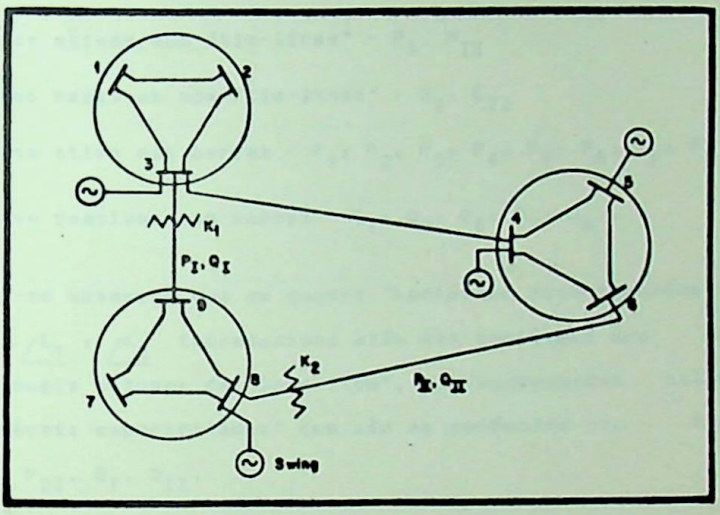


Fig.6.3 - Diagrama esquemático de um sistema de potência simples

Variáveis Desconhecidas:

a) Módulos de tensões de barra - $|V_1|, |V_2|, |V_6|, |V_7|, |V_9|$

b) Ângulos de tensões de barra - $\angle V_1, \angle V_2, \angle V_3, \angle V_4, \angle V_5, \angle V_6, \angle V_7, \angle V_9$

c) Módulos das relações dos transformadores $|K_1|, |K_2|$

d) Ângulos das relações dos transformadores $\angle K_1, \angle K_2$

e) Potência ativa nas barras - P_8 (barra swing)

f) Potência reativa nas barras - Q_3, Q_4, Q_5, Q_8

Variáveis Conhecidas:

a) Módulos de tensões de barras - $|V_3|$; V_4 ; V_5 ; V_8

b) Ângulos das tensões de barras - $V_8 = 0$ (barra swing)

c) Potências ativas nos "tie-lines" - P_I, P_{II}

d) Potências reativas nos "tie-lines" - Q_I, Q_{II}

e) Potências ativa nas barras - P_1; P_2; P_3; P_4; P_5; P_6; P_7; P_8

f) Potências reativas nas barras - Q_1; Q_2; Q_6; Q_7; Q_9

NOTA: Deve-se observar que as quatro "variáveis desconhecidas " $|K_1|$; $|K_2|$; $\angle K_1$; $\angle K_2$ introduzidas além das variáveis que se tem nos usuais estudos de "load flow", são compensadas pelas novas variáveis especificadas" que são as potências nos tie lines: P_I, P_{II}, Q_I, Q_{II}.

O sistema de equações dado por (6.28) pode ser simplificado baseando-se no princípio do decoupling. Recentemente, em fevereiro de 1977, foi publicado um estudo teórico por Felix F. Wu à respeito da convergência do "FAST Decoupled Load Flow", vide referência [14].

Chamando-se:

$$HB_{\angle V} = \left(\frac{\partial PB}{\partial \angle V}\right) \qquad HB_{\angle K} = \left(\frac{\partial PB}{\partial \angle K}\right)$$

$$HI_{\angle K} = \left(\frac{\partial PI}{\partial \angle K}\right) \qquad HI_{\angle K} = \left(\frac{\partial PI}{\partial \angle K}\right) \qquad (6.31)$$

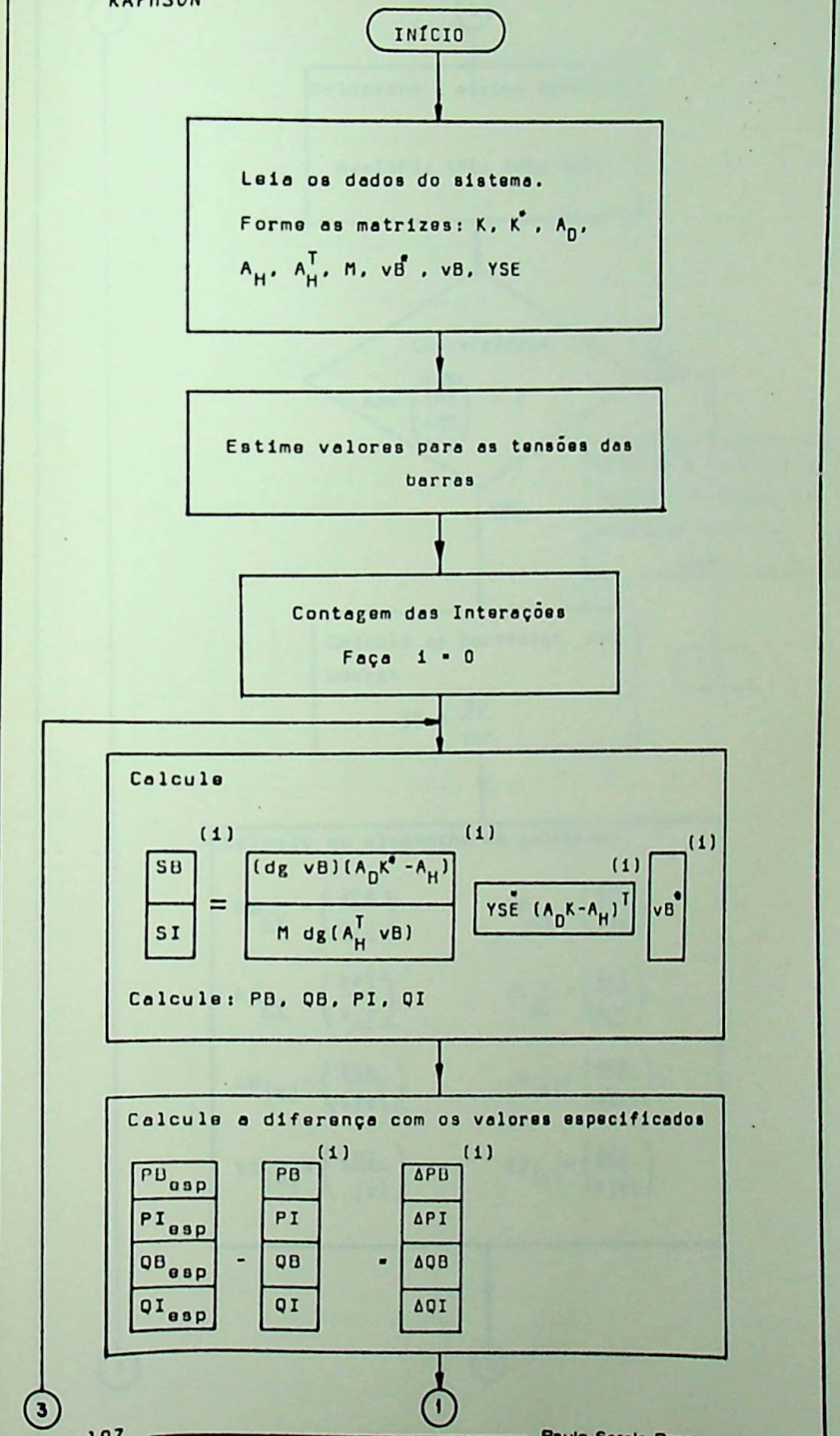
$$LB_{|V|} = \left(\frac{\partial QB}{\partial |V|}\right) \qquad LB_{|K|} = \left(\frac{\partial QB}{\partial |K|}\right)$$

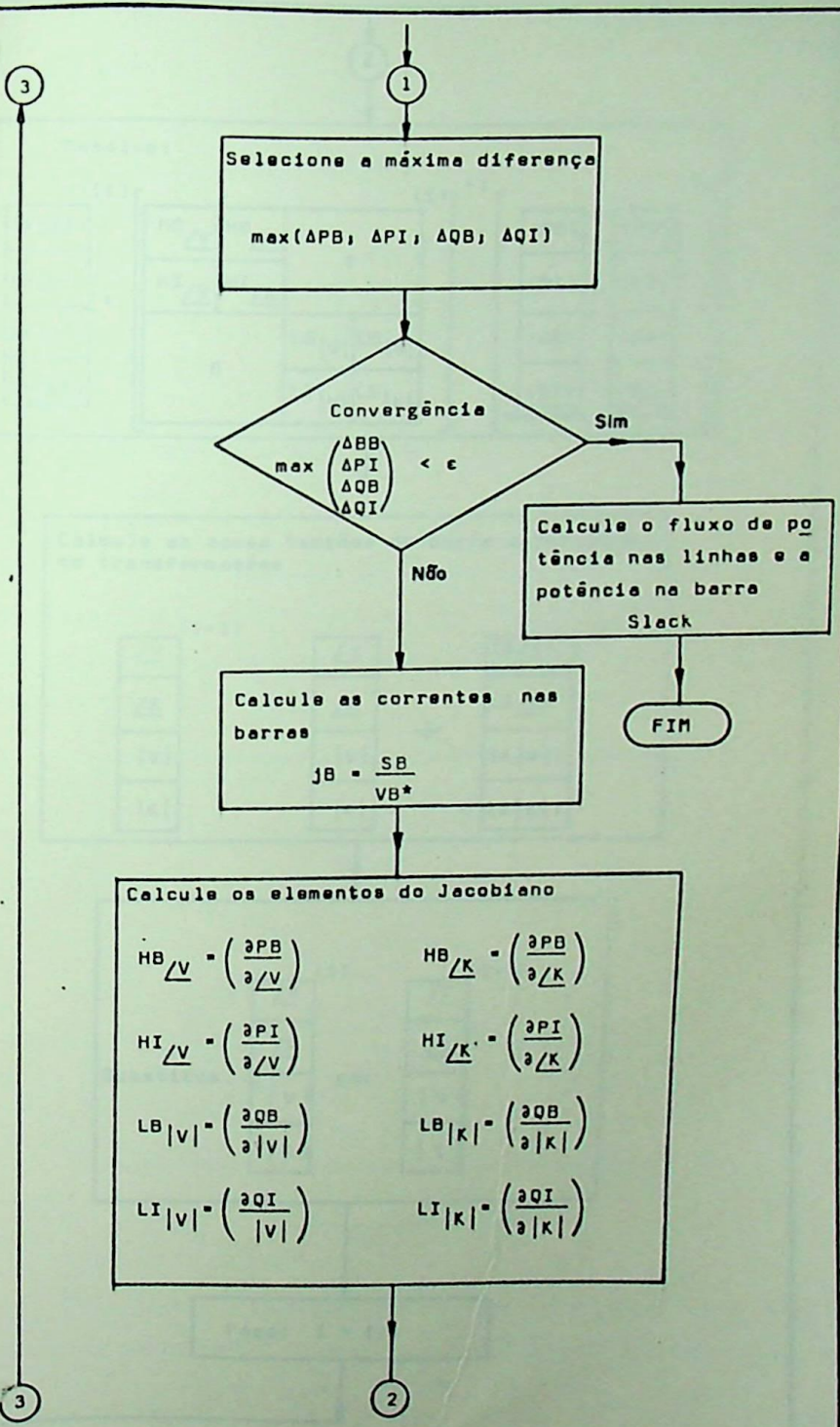
$$LI_{|V|} = \left(\frac{\partial QI}{\partial |V|}\right) \qquad LI_{|K|} = \left(\frac{\partial QI}{\partial |K|}\right)$$

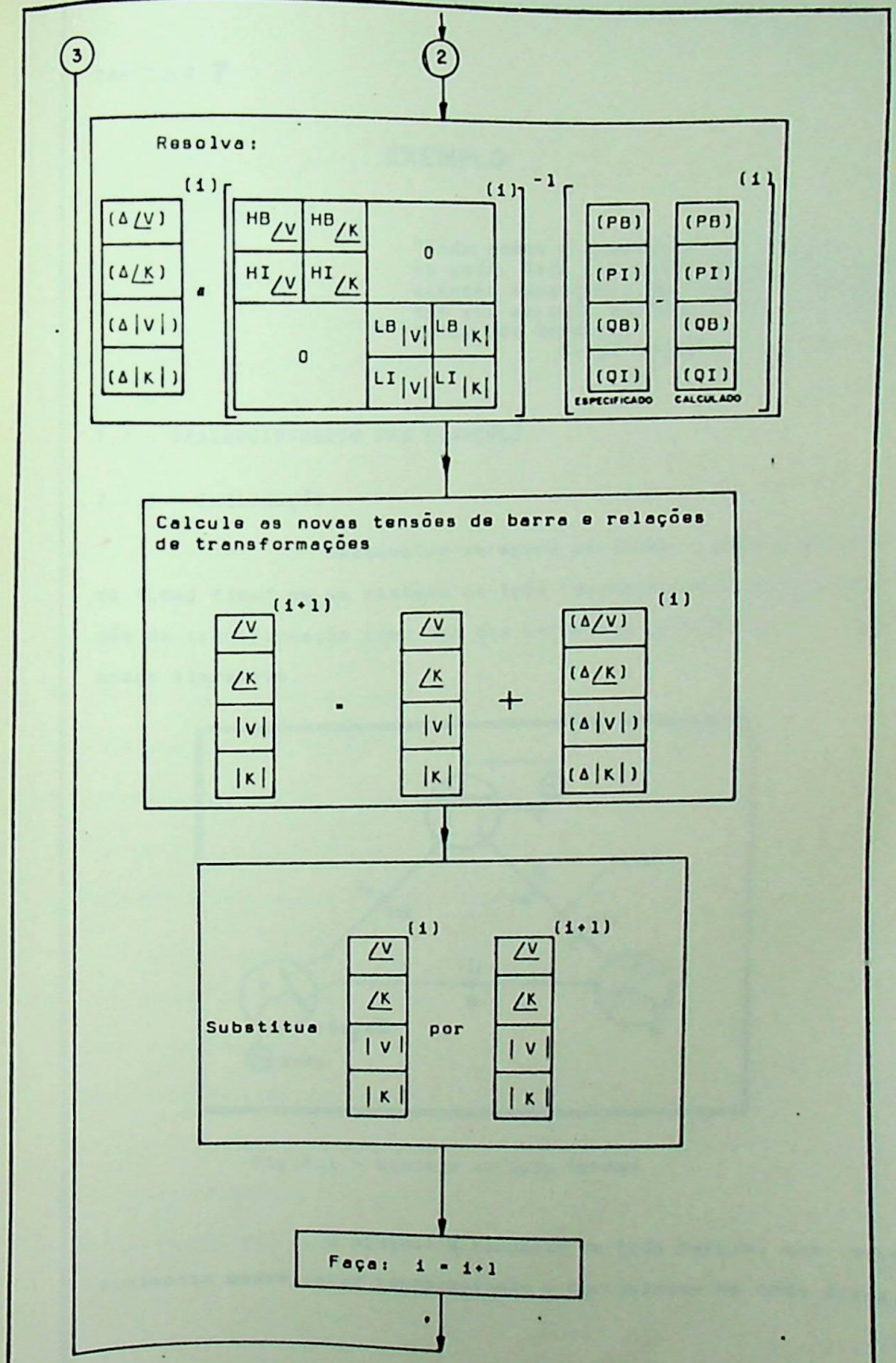
A matriz Jacobiano pode ser escrita:

$$\begin{array}{|cc|c|}
\hline
HD/V & HB/K & \multirow{2}{*}{0} \\
HI/V & HI/K & \\
\hline
\multicolumn{2}{|c|}{\multirow{2}{*}{0}} & LB|V| \quad LB|K| \\
\multicolumn{2}{|c|}{} & LI|V| \quad LI|V| \\
\hline
\end{array} \qquad (6.32)$$

6.6 - FLUXOGRAMA UTILIZANDO-SE O MÉTODO ITERATIVO DE NEWTON - RAPHSON




3
1
Selecione a máxima diferença
max(ΔPB; ΔPI; ΔQB; ΔQI)
Convergência
max (ΔBB, ΔPI, ΔQB, ΔQI) < ε
Sim
Não
Calcule o fluxo de potência nas linhas e a potência na barra Slack
FIM
Calcule as correntes nas barras
jB = SB / VB*
Calcule os elementos do Jacobiano
HB∠V = (∂PB/∂∠V)
HB∠K = (∂PB/∂∠K)
HI∠V = (∂PI/∂∠V)
HI∠K = (∂PI/∂∠K)
LB|V| = (∂QB/∂|V|)
LB|K| = (∂QB/∂|K|)
LI|V| = (∂QI/|V|)
LI|K| = (∂QI/∂|K|)
3
2


3
2
Resolva:
(i)
(Δ/V)
(Δ/K)
(Δ|V|)
(Δ|K|)
HB/V
HB/K
HI/V
HI/K
0
0
LB|V|
LB|K|
LI|V|
LI|K|
-1
(i)
(PB)
(PI)
(QB)
(QI)
ESPECIFICADO
(i)
(PB)
(PI)
(QB)
(QI)
CALCULADO
Calcule as novas tensões de barra e relações de transformações
(i+1)
/V
/K
|V|
|K|
(i)
/V
/K
|V|
|K|
(i)
(Δ/V)
(Δ/K)
(Δ|V|)
(Δ|K|)
Substitua
(i)
/V
/K
|V|
|K|
por
(i+1)
/V
/K
|V|
|K|
Faça: i = i+1

CAPÍTULO 7

EXEMPLO

"Todo saber é acreditar que não se sabe nada. Isto é o verdadeiro saber (a ciência superior). Não saber e acreditar que se sabe de tudo, isto é o mal comum dos humanos.

Moral Universal de Lao-Tse

7.1 - DESENVOLVIMENTO DAS EQUAÇÕES

7.1.1 - Introdução

Desenvolve-se agora um exemplo para o cálculo do "Load flow" em um sistema de três barras considerando a relação de transformação como uma das variáveis procuradas no processo iterativo.

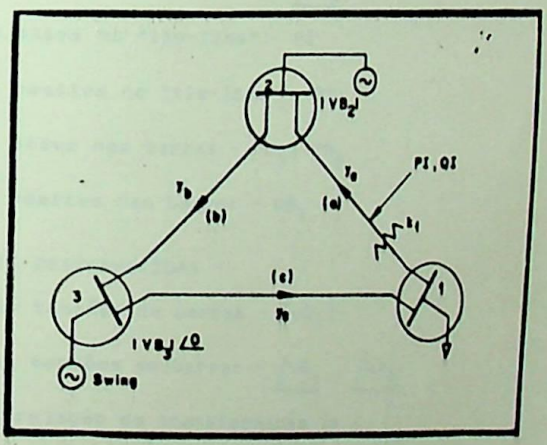


Fig.7.1 - Sistema de três barras

O sistema é composto de três barras, que eventualmente podem estar representando o equivalente de três áreas.

TIPOS DE BARRAS

Barra 1 - Barra de carga

Barra 2 - Barra de geração

Barra 3 - Barra swing

TRANSFORMADOR k_1

É o transformador do qual procura-se a relação de transformação, e logicamente pode ser escrita:

$$k_1 = |k_1| \, e^{j\angle k_1}$$

7.1.2 - Variáveis do Problema

I. VARIÁVEIS CONHECIDAS

a) Módulo de tensões de barras - $|vB_2|, |vB_3|$

b) Ângulo das tensões de barras - $\angle vB_3$

c) Potência ativa no "tie-line" - PI

d) Potência reativa no "tie-line" - QI

e) Potência ativa nas barras - PB_1, PB_2

f) Potência reativa nas barras - QB_1

II. VARIÁVEIS DESCONHECIDAS

a) Módulo das tensões de barras - $|vB_1|$

b) Ângulo das tensões de barras - $\angle vB_1$, $\angle vB_2$

c) Módulo da relação de transformação $|k_1|$

d) Ângulo da relação de transformação $\angle k_1$

e) Potência ativa nas barras - PB_3

f) Potência reativa nas barras - QB_3

7.2 - EQUACIONAMENTO

7.2.1 - Matrizes de Incidência: "A"; "A_D"; "A_H"

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad ; \quad A_D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad ; \quad A_H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

7.2.2 - Matriz de Relação de Transformações "K"

$$K = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

7.2.3 - Equação matricial das potências nas barras "SB"

$$SB = (dg\ vB)(A_D K^* - A_H)\ YSE^*(A_D K - A_H)^T\ vB^*$$

portanto:

$$\begin{bmatrix} SB_1 \\ SB_2 \\ SB_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} vB_1 & 0 & 0 \\ 0 & vB_2 & 0 \\ 0 & 0 & vB_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1^* & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_a^* & 0 & 0 \\ 0 & y_b^* & 0 \\ 0 & 0 & y_c^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} vB_1 \\ vB_2 \\ vB_3 \end{bmatrix}^*$$

$$\begin{bmatrix} SB_1 \\ SB_2 \\ SB_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} vB_1 & 0 & 0 \\ 0 & vB_2 & 0 \\ 0 & 0 & vB_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1^* y_a^* k_1 + y_c^* & -k_1^* y_a^* & -y_c^* \\ -k_1 y_a^* & y_a^* + y_b^* & -y_b^* \\ -y_c^* & -y_b^* & y_b^* + y_c^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} vB_1^* \\ vB_2^* \\ vB_3^* \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} SB_1 \\ SB_2 \\ SB_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} vB_1(k_1^* y_a^* k_1 + y_c^*) & -vB_1 k_1^* y_a^* & -vB_1 y_c^* \\ -vB_2 k_1 y_a^* & vB_2(y_a^* + y_b^*) & -vB_2 y_b^* \\ -vB_3 y_c^* & -vB_3 y_b^* & vB_3(yb^* + yc^*) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} vB_1^* \\ vB_2^* \\ vB_3^* \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} SB_1 \\ SB_2 \\ SB_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} vB_1(k_1^* y_a^* k_1 + y_c^*)vB_1^* - vB_1 k_1^* y_a^* vB_2^* - vB_1 y_c^* vB_3^* \\ -vB_2 k_1 y_a^* vB_1^* + vB_2(y_a^* + y_b^*)vB_2^* - vB_2 y_b^* vB_3^* \\ -vB_3 y_c^* vB_1^* - vB_3 y_b^* vB_2^* + vB_3(y_b^* + y_c^*)vB_3^* \end{bmatrix}$$

7.2.4 - Equação matricial das potências inter-áreas

$$SI = M\, dg(A_H^T\, vB)\, YSE^*\, (A_D K - A_H)^T\, vB^*$$

$$f_1^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad f_2^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$\therefore$

$$f_1^T A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$f_2^T A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$|f_2^T A| = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

assim:

$$M = m_{1,2} = f_1^T A \times |f_2^T A| = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

portanto:

$$SI = \begin{bmatrix}1&0&0\end{bmatrix} dg \left(\begin{bmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{bmatrix} \begin{bmatrix}vB_1\\vB_2\\vB_3\end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix}y_a^*&0&0\\0&y_b^*&0\\0&0&y_c^*\end{bmatrix} \begin{bmatrix}k_1&0&-1\\-1&1&0\\0&-1&1\end{bmatrix}^T \begin{bmatrix}vB_1\\vB_2\\vB_3\end{bmatrix}^*$$

$$SI = \begin{bmatrix}1&0&0\end{bmatrix} \begin{bmatrix}vB_2&0&0\\0&vB_3&0\\0&0&vB_1\end{bmatrix} \begin{bmatrix}y_a^*&0&0\\0&y_b^*&0\\0&0&y_c^*\end{bmatrix} \begin{bmatrix}k_1&-1&0\\0&1&-1\\-1&0&1\end{bmatrix} \begin{bmatrix}vB_1\\vB_2\\vB_3\end{bmatrix}^*$$

$$SI = \begin{bmatrix}1&0&0\end{bmatrix} \begin{bmatrix}yB_2y_a^*&0&0\\0&vB_3y_b^*&0\\0&0&vB_1y_c^*\end{bmatrix} \begin{bmatrix}k_1&-1&\\&1&-1\\-1&&1\end{bmatrix} \begin{bmatrix}vB_1\\vB_2\\vB_3\end{bmatrix}^*$$

$$SI = \begin{bmatrix}1&0&0\end{bmatrix} \begin{bmatrix}vB_2y_a^*&0&0\\0&vB_3y_b^*&0\\0&0&vB_1y_c^*\end{bmatrix} \begin{bmatrix}k_1vB_1^*-vB_2^*\\vB_2^*-vB_3^*\\vB_3^*-vB_1^*\end{bmatrix}$$

$$SI = \begin{bmatrix}1&0&0\end{bmatrix} \begin{bmatrix}vB_2y_a^*(k_1vB_1^*-vB_2^*)\\-vB_3y_b^*(vB_2^*-vB_3^*)\\-vB_1y_c^*(vB_3^*-vB_1^*)\end{bmatrix}$$

$$SI = \boxed{vB_2y_a^*(k_1vB_1^*-vB_2^*)} \quad II$$

7.2.5 - O sistema de equações

Com I e II tem-se:

SB1	$(\lvert K_1\rvert^2 y_a^* + y_c^*)\lvert vB_1\rvert^2 - K_1^* y_a^* vB_2^* vB_1 - vB_1 y_c^* vB_3^*$
SB2	$(y_a^* + y_b^*)\lvert vB_2\rvert^2 - vB_2 k_1 y_a^* vB_1^* - vB_2 y_b^* vB_3^*$
SB3	$(y_b^* + y_c^*)\lvert vB_3\rvert^2 - vB_3 y_b^* vB_2^* - vB_3 y_c^* vB_1^*$
SI	$-\lvert vB_2\rvert^2 y_a^* + vB_2 y_a^* K_1 vB_1^*$

7.2.6 - Equações dos elementos do Jacobiano considerando o "decoupling"

$HB_{/V}$	$HB_{/K}$	0	
$HI_{/V}$	$HI_{/K}$		
0		$LB_{\lvert V\rvert}$	$LB_{\lvert K\rvert}$
		$LI_{\lvert V\rvert}$	$LI_{\lvert K\rvert}$

a) $HB_{/V} = \left(\frac{\partial PB}{\partial /V}\right)$

$\frac{\partial PB_1}{\partial /VB_1}$	$\frac{\partial PB_1}{\partial /VB_2}$
$\frac{\partial PB_2}{\partial /VB_1}$	$\frac{\partial PB_2}{\partial /VB_2}$

Sabe-se que:

$$PB1 = \text{REAL}\left[(\lvert k_1\rvert^2 y_a^* + y_c^*)\lvert vB_1\rvert^2 = vB_1 k_1^* y_a^* vB_2^* - vB_1 y_c^* vB_3^*\right]$$

Assim:

$$\frac{\partial PB_1}{\partial \angle VB_1} = - \text{REAL}\left[j(k_1 {y_a}^* {vB_2}^* vB_1 + vB_1 y_c {vB_3}^*\right]$$

$$\boxed{\frac{\partial PB_1}{\partial \angle VB_1} = \text{IMAG}(k_1 {y_a}^* {vB_2}^* vB_1 + vB_1 y_c {vB_3}^*)}$$

$$\frac{\partial PB_1}{\partial \angle VB_2} = + \text{REAL}\left[j(k_1 {y_a}^* {vB_2}^* vB_1)\right]$$

$$\boxed{\frac{\partial PB_1}{\partial \angle VB_2} = - \text{IMAG}(k_1 {y_a}^* {vB_2}^* vB_1)}$$

Sabe-se que:

$$PB_2 = \text{REAL}\left[|vB_2|^2({y_a}^* + {y_b}^*) - vB_2 {y_b}^* {vB_3}^* - vB_2 k_1 {y_a}^* {vB_1}^*\right]$$

Assim:

$$\frac{\partial PB_2}{\partial \angle VB_2} = - \text{REAL}\left[j(k_1 {y_a}^* {vB_2} {vB_1}^* + {y_b}^* {vB_2} {vB_3}^*)\right]$$

$$\boxed{\frac{\partial PB_2}{\partial \angle VB_2} = \text{IMAG}(k_1 {y_a}^* {vB_2} {vB_1}^* + {y_b}^* {vB_2} {vB_3}^*)}$$

$$\frac{\partial PB_2}{\partial \angle VB_1} = - \text{REAL}\left[-j(k_1 y_a^* \; vB_2 vB_1^*)\right]$$

$$\boxed{\frac{\partial PB_2}{\partial \angle VB_1} = - \text{IMAG}\,(k_1 y_a^* \; vB_2 vB_1^*)}$$

b) $$HB_{\angle K} = \left(\frac{PB}{\partial \angle K}\right) = \begin{vmatrix} \frac{\partial PB_1}{\partial \angle k_1} \\ \frac{\partial PB_2}{\partial \angle k_1} \end{vmatrix}$$

$$\frac{\partial PB_1}{\partial \angle k_1} = \text{REAL}\,\left[j(k_1^* . y_a^* vB_2^* vB_1)\right]$$

$$\boxed{\frac{\partial PB_1}{\partial \angle k_1} = - \text{IMAG}\,(k_1^* y_a^* vB_2^* vB_1)}$$

$$\frac{\partial PB_2}{\partial \angle k_1} = - \text{REAL}\,\left[j(k_1 y_a^* vB_2 vB_1^*)\right]$$

$$\boxed{\frac{\partial PB_2}{\partial \angle K_1} = \text{IMAG}\,(k_1 y_a^* vB_2 vB_1^*)}$$

c) $$HI_{\angle V} = \left(\frac{\partial PI}{\partial \angle V}\right) = \begin{vmatrix} \frac{\partial PI}{\partial \angle VB_1} & \frac{\partial PI}{\partial \angle VB_2} \end{vmatrix}$$

pois $\angle VB_1$, $\angle VB_2$ são as variáveis desconhecidas,

Sabe-se que:

$$PI = REAL\ (vB_2 y_a^* k_1 vB_1^* - |vB_2|^2 y_a^*)$$

Assim:

$$\frac{\partial PI}{\partial \angle VB_1} = REAL\left(-j(vB_2 y_a^* k_1 vB_1^*)\right)$$

$$\boxed{\frac{\partial PI}{\partial \angle VB_1} = IMAG\ (vB_2 y_a^* k_1 vB_1^*)}$$

$$\boxed{\frac{\partial PI}{\partial \angle VB_2} = -\ IMAG\ (vB_2 y_a^* k_1 vB_1^*)}$$

d) $HI_{\angle K} = \left(\frac{\partial PI}{\partial \angle K}\right) = \boxed{\frac{\partial PI}{\partial \angle k_1}}$

$$\frac{\partial PI}{\partial \angle k_1} = REAL\ [j(vB_2\ y_a^* k_1 vB_1^*)]$$

$$\boxed{\frac{\partial PI}{\partial \angle k_1} = -IMAG(vB_2 y_a^* k_1 vB_1^*)}$$

e) $LB_{|V|} = \left[\frac{\partial QB}{\partial |V|}\right] = \boxed{\frac{\partial QB_1}{\partial |VB_1|}}$

Sabe-se que:

$$QB_1 = IMAG\left[\left(|k_1|^2 y_a^* + y_c^*\right)|vB_1|^2 - vB_1 k_1^* y_a^* vB_2^* - vB_1 y_c^* vB_3^*\right]$$

Assim:

$$\frac{\partial QB_1}{\partial |vB_1|} = IMAG\left[2|vB_1|\left(|k_1|^2 y_a^* + y_c^*\right) - k_1^* y_a^* vB_2^* \cdot \frac{vB_1}{|vB_1|} - y_c^* vB_3^* \frac{vB_1}{|vB_1|}\right]$$

f) $$LB_{|K|} = \frac{\partial QB}{\partial |K|} = \boxed{\frac{\partial QB_1}{\partial |k_1|}}$$

$$\frac{\partial QB_1}{\partial |k_1|} = IMAG\left[2|k_1| y_a^* |vB_1|^2 - y_a^* vB_2^* vB_1 \frac{k_1^*}{|k_1^*|}\right]$$

g) $$LI_{|V|} = \frac{\partial QI}{\partial |V|} = \boxed{\frac{\partial QI}{\partial |V_1|}}$$

Sabe-se que $QI = IMAG(vB_2\, y_a^*\, k_1 vB_1^* - |vB_2|^2 y_a^*)$

$$\frac{\partial QI}{\partial |VB_1|} = IMAG\left[vB_2\, y_a^* k_1 \frac{vB_1^*}{|vB_1^*|}\right]$$

h) $$LI_{|K|} = \left[\frac{\partial QI}{\partial |K|}\right] = \boxed{\frac{\partial QI}{\partial |k_1|}}$$

$$\boxed{\frac{\partial QI}{\partial |k_1|} = \text{IMAG}\left| vB_2 y_\Delta^* vB_1^* \frac{k_1}{|k_1|} \right|}$$

7.2.7 - O processo iterativo

$$\begin{bmatrix} \Delta/\underline{VB}_1 \\ \Delta/\underline{VB}_2 \\ \Delta/\underline{k}_1 \\ \Delta|VB_1| \\ \Delta|k_1| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial PB_1}{\partial/\underline{VB}_1} & \frac{\partial PB_1}{\partial/\underline{VB}_2} & \frac{\partial PB_1}{\partial/\underline{k}_1} & & \\ \frac{\partial PB_2}{\partial/\underline{VB}_1} & \frac{\partial PB_2}{\partial/\underline{VB}_2} & \frac{\partial PB_2}{\partial/\underline{k}_1} & 0 & \\ \frac{\partial PI}{\partial/\underline{VB}_1} & \frac{\partial PI}{\partial/\underline{VB}_2} & \frac{\partial PI}{\partial/\underline{k}_1} & & \\ & 0 & & \frac{\partial QB_1}{\partial|VB_1|} & \frac{\partial QB_1}{\partial|k_1|} \\ & & & \frac{\partial QI}{\partial|VB_1|} & \frac{\partial QI}{\partial|k_1|} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} PB_1^{(i)} & PB_1^{(i)} \\ PB_2 & PB_2 \\ PI & PI \\ QB_1 & QB_1 \\ QI & QI \end{bmatrix}$$

ESP CALC

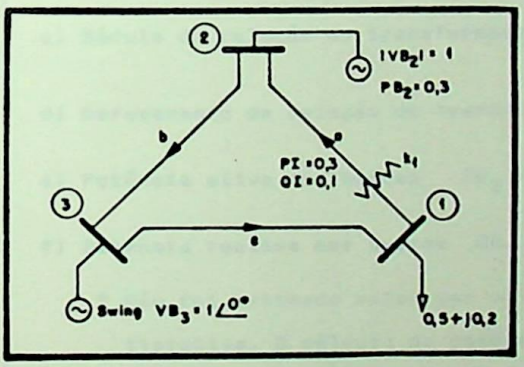
E os valores das variáveis para a interação "i+1" são:

$$\begin{bmatrix} /\underline{VB}_1 \\ /\underline{VB}_2 \\ /\underline{k}_1 \\ |VB_1| \\ |k_1| \end{bmatrix}^{(i+1)} = \begin{bmatrix} /\underline{VB}_1 \\ /\underline{VB}_2 \\ /\underline{k}_1 \\ |VB_1| \\ |k_1| \end{bmatrix}^{(i)} + \begin{bmatrix} \Delta/\underline{VB}_1 \\ \Delta/\underline{VB}_2 \\ \Delta/\underline{k}_1 \\ \Delta|VB_1| \\ \Delta|k_1| \end{bmatrix}^{(i)}$$

até o ponto em que alcança-se a precisão "ε" desejada, em todas as variáveis da seguinte equação:

$$\begin{bmatrix} PB_1 \\ PB_2 \\ PI \\ QB_1 \\ QI \end{bmatrix}_{espec.} - \begin{bmatrix} PB_1 \\ PB_2 \\ PI \\ QB_1 \\ QI \end{bmatrix}^{(i)}_{calc.} = \begin{bmatrix} \Delta PB_1 \\ \Delta PB_2 \\ \Delta PI \\ \Delta QB_1 \\ \Delta QI \end{bmatrix}^{(i)}$$

7.3 - EXEMPLO NUMÉRICO



ADMITANCIAS DAS LINHAS
ya = 2 − j10
yb = 1 − j5
yc = 2 − j10

Fig.7.2 - Sistema de três barras

7.3.1 - *Variáveis do Problema*

I) Variáveis Conhecidas

a) Módulo das tensões de barra $|vB_2| = 1$

$|vB_3| = 1$

b) Ângulo das tensões de barra $\underline{/VB_3} = 0^o$

c) Potência ativa no "tie-line" PI = 0,3

d) Potência reativa no "tie-line" QI = 0,1

e) Potência ativa nas barras $PB_1 = 0,5$

$PB_2 = 0,3$

f) Potência reativa nas barras $QB_1 = 0,2$

II) Variáveis Desconhecidas - (valôres iniciais)

a) Módulo das tensões de barra $vB_1 = 0,97$

b) Ângulo das tensões de barra $\underline{/vB_1} = 0^o$

$\underline{/vB_2} = 0^o$

c) Módulo da relação do transformador $|k_1| = 1$

d) Defasamento da relação do transformador $\underline{/k_1} = 0^o$

e) Potência ativa nas barras $PB_3 = *$

f) Potência reativa nas barras $QB_3 = *$

* Não foi estimado valor por não ser necessário no cálculo iterativo. O cálculo da potência na barra swing é feito após a convergência.

7.3.2 - *Cálculos e resultados*

Os cálculos e os resultados estão no programa a seguir.

20249) PAULO SERGIO PEREIRA JUJ 95

Paulo Sérgio Pereira

```
TR 80 FORTRAN COMPILER HV09(70)  240979      FORA D.                                    30.05.1977

      DIMENSION JAC(5,5),DELTVA(5),DELTPD(5),VAR(5),KC(5)
      REAL [illegible],DV,Z,JDVB,MDK],JAC
      COMPLEX [illegible],S12,S13,SI1,I1,I2,I3,V1,V2,V3,A1,YA,YB,YC,YACNJ,YBCN
     *J,YCCNJ,S1C,S12C,S13C,SIC,J1
      COMMON JAC,KC,N,PS
      N=3


C     ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBA
C     TESE DE MESTRADO DE PAULO SERGIO PEREIRA
C     ESTE PROGRAMA FOI FEITO COM A FINALIDADE DE VERIFICAR
C     A TEORIA DESENVOLVIDA APLICADA A UM SISTEMA DE TRES BARRAS.


C     YA,YB,YC=ADMITANCIAS DAS LINHAS A,B,C
C     V1,V2,V3 = TENSOES DAS BARRAS 1,2,3-LIDAS
C     K1= RELACAO DE TRANSFORMADOR -LIDA
C     S1,S2,S3= POTENCIAS APARENTES DAS BARRAS 1,2,3 -LIDAS
C     SI= POTENCIA APARENTE DA TIE-LINE-LIDA
C     P1,P2,P3=-TENCIAS ATIVAS NAS BARRAS 1,2,3
C     Q1,Q2,Q3=-O TENCIAS REATIVAS NAS BARRAS 1,2,3
C     V1,V2,V3=MODULO DE V1,V2,V3
C     YAC,YB,YCC,J=ADMITANCIAS CONJUGADAS DAS LINHAS A,B,C
C     K1=MODULO DE K1
C     S1C,S12C,S13C=POT APARENTE CALCULADAS
C     SIC=POTENCIA APARENTE DA TIE LINE CALCULADA
C     DELTPD=DIFERENCA DE POTENCIAS
C     JAC=ELEMENTOS DA JACOBIANA E SUA INVERSA
C     DELTVA=INCREMENTO DAS VARIAVEIS PROCURADAS


      READ(12,10)YA,YB,YC
   10 FORMAT(6F10.7)
      READ(12,97)V1,
   97 FORMAT(2F10.5)
      READ(12,1 )V1,V2,K1
      READ(12,1 )S1,S2,SI
      READ(12,11)N,
   11 FORMAT(I1,I0)
      ITERMAX=5
      K=0
      V3=0.5   T(REAL(V3)**2+AIMAG(V3)**2)
  100 IF(K.GT.ITERMAX) GO TO 101
      S3=K1*CONJG(K1)*V3**2+AIMAG(K1)**2)
      YAC=CONJG(YA)
      YBC=CONJG(YB)
      YCC=CONJG(YC)
      A1C=CONJG(K1)
      V1=REAL(V1)**2+AIMAG(V1)**2)
      V2=REAL(V2)**2+AIMAG(V2)**2)
      S1C=V1*V2*YAC+V1*K1*CONJG(V1)-V1*(K1CNJ*YACNJ)*
     *CONJG(V2)-V2*YACNJ*CONJG(V1)
      S12C=V1*V2*(YAC+YBC)-V2*YACNJ*K1*CONJG(V1)-V2*YBCNJ*
     *CONJG(V2)
      S13C=V1*V3*(YAC+YBC)-V3*YCCNJ*CONJG(V1)-V3*YBCNJ*
     *CONJG(V3)
      V1CNJ=CONJG(V1)
```

```
      SIC=[illegible]2*YACONJ*K1*VB1CONJ-[illegible]VB2**2*YACONJ
      DELTPU(1)=REAL(SW1)-REAL(SW1C)
      DELTPU(2)=REAL(SW2)-REAL(SW2C)
      DELTPU(3)=REAL(SI)-REAL(SIC)
      DELTPU(4)=AIMAG(SW1)-AIMAG(SW1C)
      DELTPU(5)=AIMAG(SI)-AIMAG(SIC)
      AMAX = 0.
      DO 40 I=1,5
      IF(ABS(DELTPU(I)).GT.AMAX) AMAX=ABS(DELTPU(I))
   40 CONTINUE
      IF(AMAX.LT.0.1 ) GO TO 1000
      J1=SIC*YACONJ*CONJG(VB2)*VB1+YCONJ*VB1*CONJG(VB3)
      JAC(1,1)=AIMAG(J1)
      J1=SIC*YACONJ*CONJG(VB2)*VB1
      JAC(1,2)=AIMAG(J1)
      JAC(1,3)=AIMAG(J1)
      JAC(1,4)=AIMAG(J1)
      J1=SIC*YACONJ*CONJG(VB1)
      JAC(2,1)=AIMAG(J1)
      J1=SIC*YACONJ*2.*CONJG(VB1)+VB2*YSCONJ*CONJG(VB3)
      JAC(2,2)=AIMAG(J1)
      J1=SIC*YACONJ*CONJG(VB1)*VB2
      JAC(2,3)=AIMAG(J1)
      JAC(3,1)=AIMAG(J1)
      JAC(3,2)=AIMAG(J1)
      JAC(3,3)=AIMAG(J1)
      J1=-2.*SIC*K1**2*YACONJ*YCCONJ)-(K1CONJ*YACONJ*CONJG(VB2)*VB1/ND
     *J1)=YCONJ*CONJG(VB3)*VB1/ND*VB1
      JAC(4,4)=AIMAG(J1)
      J1=(2.*SIC*K1*YACONJ*CONJG(VB1**2)-(YACONJ*CONJG(VB2)*VB1*K1CONJ/ND0K1)
      JAC(4,5)=AIMAG(J1)
      J1=(VB2*CONJG(VB1)*CONJG(VB1)/ND)VB1
      JAC(5,4)=AIMAG(J1)
      J1=(VB2*YACONJ*CONJG(VB1)*K1/ND*K1)
      JAC(5,5)=AIMAG(J1)
      CALL SOLVE
      DO 22 I=1,5
   22 DELTVA(I)=0.
      DO 21 I=1,5
      DO 20 J=1,5
   20 DELTVA(I)=DELTVA(I)+JAC(I,J)*DELTPU(J)
      VAR(1)=REAL(VB1)
      VAR(2)=AIMAG(VB2)
      VAR(3)=REAL(VB2)
      VAR(4)=VB1
      VAR(5)=K1
      DO 30 I=1,5
   30 VAR(I)=VAR(I)+DELTVA(I)
C
      AA=VAR(4)*COS(VAR(1))
      AB=VAR(4)*SIN(VAR(1))
      AC=VAR(2)*COS(VAR(3))
      AD=VAR(2)*SIN(VAR(3))
      VB1=CMPLX(AA,AB)
      VB2=CMPLX(AC,AD)
      K1=CMPLX(E,0.)
      K=K+1
```


Paulo Sergio Pereira

```
      GO TO 100
  101 WRITE(1,1002)
 1002 FORMAT(1X,'NAO HOUVE CONVERGENCIA PARA ITEMAX=50')
      STOP
 1003 WRITE(1,1003)
 1003 FORMAT(///30X,'NAO HOUVE CONVERGENCIA COM',I5,3X,'ITERACOES'///)
      WRITE(1,1004)
 1004 FORMAT(25X,'ITERACOES PARA BARRAS',////15X,'PUT.ATIVA',5X,'PUT.REAT
     *IVA',//25X,'BARRA 1=',2F12.6,//25X,'BARRA 2=',2F12.6,//25X,'BARRA 3
     *=',2F12.6,////25X,'ITERACOES LINE-LINE'/////15X,'PUT.ATIVA',5X,'P
     *UT.REATIVA',//30X,'SI=',2F12.6/////)
      PI=4.*ATAN(1.)
      PI=3.1415926
      DO 15 I=1,3
   15 VAR(I)=PI*VAR(I)
      WRITE(1,1005)VAR(4),VAR(1),MODVB2,VAR(2),MODVB3,ANGVB3
 1005 FORMAT(25X,'ITERACOES PARA BARRAS',////17X,'MODULO',5X,'ANGULO-GRAUS'
     *//30X,'BARRA 1=',2F12.6//25X,'BARRA 2=',2F12.6//25X,'BARRA 3=',2F1
     *2.6/////)
      WRITE(1,1006)VAR(3),VAR(3)
 1006 FORMAT(25X,'DEFASAGEM DO TRANSFORMADOR',////17X,'MODULO',5X,'ANGULO-
     *GRAUS'//30X,'A1=',2F12.6////)
      STOP
      END
C
```

Paulo Sergio Pereira

```
      SUBROUTINE SIMPL
      DIMENSION A(5,5),KC(5)
C
      DO 3 L=1,5
    3 KC(L) = 1
      JJ = 1
      P = 1.E-08
  100 LP = 0
      XMAX = 0.
C
C     PESQUISA DOS ELEMENTOS NAO NULOS DA DIAGONAL PRINCIPAL - OBTENCAO
C     DO ELEMENTO PIVOTAL TOMANDO COMO O ELEMENTO DE MAIOR VALOR ABSOLUTO
C     NA DIAGONAL I
      DO 200 K=1,5
      IF(KC(K))4,200,4
    4 IF(ABS(A(K,K))-P)200,200,5
    5 XMAX = A(K,K)
      KK = K
    6 LP = 1
  200 CONTINUE
      IF(LP)7,7,9
    7 WRITE(1,8)
    8 FORMAT(1H0////,40X,'M A T R I Z  S I N G U L A R')
      NS = 1
      RETURN
    9 AMK = -1./XMAX
      KC(KK) = 0
C
C     MODIFICACAO DOS ELEMENTOS NAO PERTENCENTES A MESMA LINHA E MESMA
C     COLUNA DO ELEMENTO PIVOTAL I
      DO 300 I=1,5
      IF(I-KK)10,300,10
   10 DO 11 J=1,5
      IF(J-KK)11,300,11
   11 A(I,J)=A(I,J)+(AMK*A(I,KK))*A(KK,J)
  300 CONTINUE
C
C     MODIFICACAO DOS ELEMENTOS PERTENCENTES A MESMA LINHA E ELEMENTOS
C     PERTENCENTES A MESMA COLUNA DO ELEMENTO PIVOTAL I
      DO 400 L=1,5
      IF(L-KK) 13,12,13
C
C     MODIFICACAO DO ELEMENTO PIVOTAL I
   12 A(KK,KK) = AMK
      GO TO 400
   13 A(KK,L) = AMK * A(KK,L)
      A(L,KK) = AMK * A(L,KK)
  400 CONTINUE
      IF(JJ - 1)14,15,14
   14 JJ = JJ - 1
      GO TO 100
   15 DO 20 I=1,5
      DO 20 J=1,5
   20 A(I,J) = -A(I,J)
      RETURN
      END
$
$ENTRY       PEDLOFREI
KEPNSPEICHER-BEREICH  1430 ZELLEN OHNE COMMON
```

127 Paulo Sérgio Pereira

UP SHIFT FEHLERPAKET
KEIN SPEICHERBEREICH 300 ZEILEN OHNE COMMON

Paulo Sergio Pereira

```
TR 80 FORTRAN COMPILER HV09(70)  240975     STARTE C1                    30.05.1977

PROGRAM-LABELGE   9646
ENDE DER COMPILATION:

                        HOUVE CONVERGENCIA COM  30  ITERACOES

                        POTENCIAS NAS BARRAS

                    POT.ATIVA      POT.REATTIVA
          BARRA 1=  -0.500047      -0.199705
          BARRA 2=   0.299386       0.101762
          BARRA 3=   0.204677       0.118018

                        POTENCIA NO TIE-LINE

                    POT.ATIVA      POT.REATIVA
               S1=  -0.309222      -0.096560

                        TENSOES DAS BARRAS

                    MODULO         ANGULO-GRAUS
          BARRA 1=  0.994835       -0.476023
          BARRA 2=  1.000000       -1.037603
          BARRA 3=  1.000000        0.000000

                        RELACAO DO TRANSFORMADOR

                    MODULO         ANGULO-GRAUS
               K1=  1.000374        2.679103

STOP  1
```

CAPÍTULO 8

REFERENCIAS

"O homem é como a espuma do mar, que flutua à superfície das águas. Quando o vento sopra, ela desaparece como se nunca tivesse existido. Assim são nossas vidas, quando varridas pela morte."
A VOZ DO MESTRE - Kahlil Gibran

[1] STOTT, BRIAN - "Review of Load-Flow Calculation Methods" , Procedings of the IEEE, Vol.62, Nº 7, July 1974 - pp. 916-929 - (Invited Paper).

[2] BRITTON,J.P. - "Improved Area Interchange Control for Newton's Methods Load Flow", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. Pas-88, Nº 10, October 1969, pp. 1577 - 1581.

[3] PETERSON,N.M. and MEYER, W.S. - "Automatic Adjustment of Transformer and Phase-Shifter Taps in the Newton Power Flow" IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol.PAS-90, Nº 1, January/February 1971 - pp. 103 - 108.

[4] BRITTON, JAY P. - "Improved Load Flow Performance Through a more General Equation Form", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-90, Nº 1, January/February 1971 - pp. 109 - 115.

[5] BROWN,H.E. - "Solution of Large Networks by Matrix Methods" John Wiley & Sons, Inc., New York, 1975.

[6] COSTA,J.M.M. - "Determinação dos Fatores de Distribuição Diretamente da Matriz Z_{BUS} e sua Aplicação na Análise de Contingências" - Tese de MESTRADO - Agosto - 1976.EFEI.

[7] OKAMURA,M. and O-URA,Y. and HAYASHI, S. and VEMURA, K. and ISHIGURO,F. - "A New Power Flow Model and Solution Method Includin Load and Generator Characteristcs and Effects of System Control Devices" - IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-94, Nº 3, May/June 1975 - pp. 1042 - 1050.

[8] CHEN, M.S. and DILLON, W.E. -"Power System Modeling" - Proceedings of the IEEE, Vol. 62, Nº 7, July 1974 - pp. 901 - 915 (Invited Paper).

[9] WASLEY, R.G. and SHLASH,M.A. - "Newton-Raphson Algorithm for 3-phase Load Flow" - Proceedings of IEEE, Vol. 121, nº 7, July 1974 - pp. 630 - 638.

[10] BIRT,K.A. and GRAFFY,J.J. and DONALD,J.D. and EL-ABIAD, A. H. - "Three Phase Load Flow Program" - IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-95, nº 1, January February 1967- pp.59 - 63.

[11] KASTURI,R. and POTTI,M.S.N. - "Piecewise Newton - Raphson Load Flow - An Exact Method Using Ordered Elimination" - IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS 95, Nº 4, July/August 1976 - pp. 1244 - 1252.

[12] BRAUNAGEL, D.A. and KRAFT,L.A. and WHYSONG,J.L. "Inclusion of DC Converter and Transmission Equation Directey in a Newton Power Flow" - IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol.PAS-95, Nº 1, January/February 1967 - pp. 76 - 83.

[13] SACHDEV, M.S. and MEDICHERLA T.K.P. - "A Second Order Load Flow Thecnique" - IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-96, Nº 1, January/February 1977 - pp.189 197.

[14] WU,F.F. - "Theoretical Study of the Convergence of the Fast Decoupled Load Flow" - IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-96, Nº 1, January/February 1977 - pp. 268 - 275.

[15] Dommel, H.W. and Tinney W.F. - "Optimal Power Flow Solutions" - IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems Vol. PAS-87 - nº 10, October 1968 - pp. 1866 - 1876

[16] STOTT,B. and ALSAC O. - "Fast Decoupled Load Flow" - IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-93, nº 3, May/June 1974 - pp.859 - 869.

[17] ARANGO,H. - "Notas de Aulas - Teoria de Grafos Aplicada a Sistemas de Potência" - EFEI - 1976.

[18] FEINSTEIN,J. - "Apostila e Notas de Aula de DEL 820 " - EFEI - 1976.

[19] ELGARD,O.I. - "Introdução a teoria de Sistemas de Energia Elétrica" - McGraw Hill do Brasil Ltda., Brasil - 1976.

[20] BRAMELLER,A. - "Técnicas de Esparsidade" - DEL 820 - EFEI, 1976

[21] ROZENDORIN,E. and EFIMOV,N.V. - "Linear Algebra and Multi-Dimensional Geometry" - Mir - Publishers, Moscou, 1975.

[22] SPARROW, C.O. - "Analise de Sistemas Elétricos I e II" - EFEI - 1973.