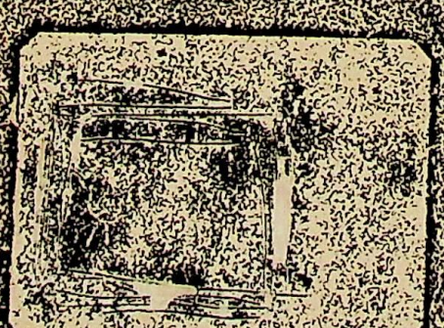
TESE
571



JAMIL HADDAD

Escola Federal de Engenharia
Biblioteca
MAUÁ
Itajubá

# FLUXO DE POTÊNCIA PROBABILÍSTICO A.C. UTILIZANDO O MÉTODO DOS CUMULANTES

ORIENTADOR : PROF. RENATO DE AQUINO FARIA NUNES

CO-ORIENTADOR: PROF. JÚLIO CÉSAR TIBÚRCIO

TRABALHO DE DISSERTAÇÃO

*Apresentado à Comissão de Pós-graduação da Escola Federal de Engenharia de Itajubá como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.*

ITAJUBÁ, DEZEMBRO DE 1988

Aos meus pais,

ANTÔNIO e SUZETE

À minha esposa e filha,

MARGARIDA e ANA CAROLINA

## AGRADECIMENTOS

- Ao Professor Dr. Renato de Aquino Faria Nunes, orientador dedicado e atento, pela compreensão e participação durante o desenvolvimento deste trabalho.

- Ao professor Dr. Júlio César Tibúrcio, co-orientador sempre presente com seu apoio, confiança e incentivo.

- Aos colegas da EFEI pela ajuda e estímulo na elaboração deste trabalho.

- Aos integrantes do Centro de Processamento de Dados da EFEI, pela dedicação e apoio técnico.

- À minha esposa e filha pelo tempo que ficaram privados de meu convívio.

- À secretária Regina Célia pela dedicação, datilografia e montagem deste trabalho.

- Ao Sr. Argemiro dos Santos pela execução dos desenhos.

- A todos que direta ou indiretamente contribuiram para a realização deste trabalho.

# RESUMO

A presente dissertação descreve uma forma alternativa de cálculo das equações do fluxo de potência probabilístico que utiliza o método dos cumulantes para obter as funções de densidade e distribuição de probabilidade das variáveis aleatórias de interesse do sistema.

A dissertação faz uma revisão dos principais conceitos indispensáveis a uma melhor compreensão da aplicação da série de Gram-Charlier na obtenção da função de densidade de probabilidade de uma combinação linear de variáveis aleatórias. Posteriormente tal processo é incorporado à solução do fluxo de potência probabilístico, descrevendo-se a sua aplicação em vários sistemas-teste. A análise dos resultados obtidos com tais sistemas mostra que o processo proposto reduz substancialmente o tempo de cálculo, o que aconselha a sua aplicação na análise de grandes sistemas. A dissertação apresenta também, como contribuição relevante, uma formulação que permite incorporar a representação das fontes primárias de energia ao fluxo probabilístico no caso de sistemas de potência com forte predominância de geração hidro-elétrica, possibilitando assim uma representação mais realista do sistema elétrico brasileiro.

# LISTA DE SÍMBOLOS

$G_{ik}$ - Parte real do elemento ik da matriz de admitância nodal

$B_{ik}$ - Parte imaginária do elemento ik da matriz de admitância nodal

$B'_{ik}$ - Metade da susceptância da linha ik

$B_{i(Sh)}$ - Parte imaginária da admitância shunt no nó i

$P_i$ - Potência ativa líquida injetada no nó i

$Q_i$ - Potência reativa líquida injetada no nó i

$P_s$ - Potência ativa líquida injetada no nó slack

$P_{ik}$ - Fluxo de potência ativa na linha ik

$P^P_{ik}$ - Perda de potência ativa na linha ik

$Q_{ik}$ - Fluxo de potência reativa na linha ik

$Q^P_{ik}$ - Perda de potência reativa na linha ik

$Q_{i(sh)}$ - Potência reativa injetada pelo elemento shunt no nó i

$\theta_i$ - Ângulo de fase da tensão no nó i (referido a barra slack

$V_i$ - Módulo da tensão no nó i

$t_{ik}$ - Valor do tap do transformador na linha ik, suposto do lado k

$R_{ik}$ - Resistência da linha ik

$X_{ik}$ - Reatância da linha ik

$E[X]$ - Esperança matemática da variável aleatória X

$M_{r,x_0}$ - Momento de ordem r de uma variável aleatória X em relação a um ponto $x_0$

$M_r$ - Momento de ordem r de uma variável aleatória X em relação à origem

$\overline{M}_r$ - Momento central de ordem r

VAR(X) - Variância da variável aleatória X ou da distribuição correspondente

$\sigma_x$ - Desvio padrão da variável aleatória X ou da distribuição correspondente

$\mu_x$ - Valor esperado da variável aleatória X ou da distribuição correspondente

$\psi(t)$ - Função característica de uma variável aleatória

$K_j$ - Cumulante de ordem j de uma variável aleatória

$K_j(Y_i)$ - Cumulante de ordem j da variável aleatória $Y_i$

N(z) - Distribuição normal padronizada

# ÍNDICE

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

1.1 - Considerações Gerais . . . . . 02

1.2 - Resumo Histórico . . . . . 04

1.3 - Estrutura da Dissertação . . . . . 06

CAPÍTULO 2 - PRINCIPAIS PROPRIEDADES DA DISTRIBUIÇÃO DE UMA VARIÁVEL ALEATÓRIA

2.1 - Introdução . . . . . 09

2.2 - Variáveis Aleatórias: Definição e Cálculo de Probabilidades . . . . . 10

2.3 - Descrição das Principais Propriedades da Distribuição de Uma Variável Aleatória . . . . . 13

2.4 - A Função de Distribuição e a Função de Densidade de Probabilidade . . . . . 14

2.5 - Parâmetros de Posição de Uma Distribuição. . . . . 18

2.5.1 - Esperança Matemática de Uma Distribuição ou da Variável Aleatória Associada . . . . . 18

2.5.2 - Momentos de Uma Distribuição ou da Variável Aleatória Associada . . . . . 20

2.5.2.1 - Momentos na Origem ou em Relação à Origem . . . . . 21

2.5.2.2 - Momentos Centrais . . . . . 22

2.5.2.3 - Relação entre os Momentos em $x_0$ e os Momentos na Origem . . . . . 24

2.5.2.4 - Relação entre os Momentos Centrais e os Momentos na Origem . . . . . 26

2.5.3 - Cálculo dos Momentos . . . . . 28

2.5.3.1 - Cálculo dos Momentos Utilizando Fun-
ções Geradoras . . . . . 28
2.5.3.2 - Cálculo dos Momentos Utilizando Fór-
mulas Gerais . . . . . 30
2.5.4 - Definição e Cálculo dos Cumulantes . . . . . 34
2.6 - Cumulantes de uma Combinação Linear de Variáveis Alea-
tórias . . . . . 39
2.7 - Série de Gram-Charlier . . . . . 41

CAPÍTULO 3 - O MÉTODO DOS CUMULANTES APLICADO AO CÁLCULO DA FUNÇÃO DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE DE UMA COMBINAÇÃO LINEAR DE VARIÁVEIS ALEATÓRIAS

3.1 - Introdução . . . . . 52
3.2 - Obtenção da Função de Densidade de Probabilidade de uma Combinação Linear de Variáveis Aleatórias Utilizando-se o Método dos Cumulantes . . . . . 53
3.2.1 - Cálculo dos Cumulantes da Variável Aleatória Z 54
3.2.1.1 - Cálculo dos Cumulantes da Variável Aleatória $Y_i = a_i X_i$ . . . . . 55
3.2.1.2 - Cálculo dos Cumulantes da Constante $a_0$ . . . . . 56
3.2.2 - Cálculo dos Cumulantes de uma Soma de Variáveis Aleatórias Independentes . . . . . 56
3.2.3 - Obtenção da Função de Densidade de Probabilidade da Combinação Linear de Variáveis Aleatórias 59
3.3 - Análise de Sensibilidades . . . . . 64
3.3.1 - Influência do Desvio Padrão da Distribuição Normal em Relação ao Espaçamento entre os Pulsos da Distribuição Discreta . . . . . 70

3.3.2 - Influência do Valor das Probabilidades da Distribuição Discreta . . . . . 72
3.3.3 - Influência do Número de Distribuições Normais (contínuas) Presentes na Combinação Linear . . 73
3.3.4 - Influência da Forma das Distribuições contínuas Presentes na Combinação Linear . . . . . 73
3.3.5 - Influência do Número de Termos da Série de Gram-Charlier Utilizados . . . . . 74
3.3.6 - Considerações Gerais . . . . . 75

CAPÍTULO 4 - FORMULAÇÕES DETERMINÍSTICA E PROBABILÍSTICA DO FLUXO DE POTÊNCIA

4.1 - Introdução . . . . . 108
4.2 - Formulação Determinística do Fluxo de Potência . . . . . 113
4.3 - As Injeções Nodais como Variáveis Aleatórias . . . . . 117
4.3.1 - Incerteza Associada à Disponibilidade de Geração . . . . . 117
4.3.2 - Incerteza Associada à Previsão de Carga . . . 121
4.4 - Formulações Probabilísticas do Fluxo de Potência . . . 127
4.5 - Fluxo de Potência Probabilístico: Formulação Semi-Desacoplada . . . . . 130

CAPÍTULO 5 - FLUXO PROBABILÍSTICO UTILIZANDO O MÉTODO DOS CUMULANTES

5.1 - Introdução . . . . . 146
5.2 - Resolução do Fluxo de Potência Probabilístico Utilizando o Método dos Cumulantes . . . . . 147
5.3 - Aplicação Numérica . . . . . 150
5.4 - Análise de Sensibilidades . . . . . 168

5.4.1 - Análise das Curvas Função de Densidade e Função de Distribuição de Probabilidade . . . . . 169
5.4.2 - Análise do Tempo de Utilização de CPU . . . . 170
5.5 - Curvas Extraídas dos Sistema-teste . . . . . 175

CAPÍTULO 6 - UMA PROPOSIÇÃO PARA REPRESENTAÇÃO DAS FONTES PRIMÁRIAS EM ESTUDOS DE FLUXO PROBABILÍSTICO

6.1 - Introdução . . . . . 203
6.2 - Determinação da Potência Unitária Disponível nas Centrais Hidroelétricas . . . . . 204
6.3 - Determinação da Função Densidade de Probabilidade da Capacidade Disponível nas Usinas Hidroelétricas com Restrição de Queda Líquida . . . . . 205
6.4 - Modelagem para Incorporação no Fluxo Probabilístico . 207
6.5 - Ilustração da Aplicação do Método Proposto . . . . . 208

CAPÍTULO 7 - CONCLUSÕES . . . . . 232

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS . . . . . 235

ANEXO A - DESCRIÇÃO DOS SISTEMAS-TESTE A.1

ANEXO B - MANUAL DE UTILIZAÇÃO DO PROGRAMA B.1

# CAPITULO 1

# INTRODUÇAO

## 1.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

O estudo e a pesquisa de métodos de análise aplicáveis a sistemas elétricos de potência conduziram ao desenvolvimento de técnicas eficientes, precisas e rápidas para executar cálculos de fluxo de potência, com o objetivo de monitorar e avaliar o desempenho de tais sistemas.

Contudo os métodos usuais usados são, predominantemente determinísticos já que durante cada solução do fluxo de potência, os parâmetros de entrada (cargas, geração e topologia da rede) são mantidos constantes, levando a resultados que são, no máximo, tão exatos quanto o forem os parâmetros de entrada. Desta forma, tais métodos, podem conduzir o engenheiro a julgamentos técnico-econômicos precipitados, pois deixam de levar em consideração, entre outras, as incertezas associadas aos valores de tais parâmetros, o que se faz necessário para uma correta determinação dos níveis de segurança de um sistema. A consideração de tais incertezas, com técnicas determinísticas, implicaria na transformação de cada parâmetro de entrada em um conjunto discreto de valores e no cálculo de soluções para todas as combinações possíveis destes valores.

Este procedimento, além de não penalizar cada uma das possíveis combinações pela correspondente probabilidade de ocorrência exigiria tempos de solução intoleráveis e dificultaria sobremaneira uma análise prática dos resultados.

Com a aplicação de técnicas probabilísticas capazes de quantificar de forma sistemática as incertezas nos parâmetros de entrada, torna-se possível proceder análises quantitativas dentro de uma única solução do fluxo de potência. Neste tipo

de análise, tanto as grandezas de entrada como as de saída envolvidas na solução do fluxo de potência, são descritas por variáveis aleatórias, usualmente caracterizadas pela esperança matemática, pela variância e pela função de densidade de probabilidade correspondentes. Desta forma a probabilidade de uma variável aleatória, representativa de alguma grandeza do sistema, violar certos limites é de especial importância, pois representa um ganho de informações em relação aquelas que são obtidas por métodos puramente determinísticos.

Assim os modelos probabilísticos existentes consideram os dados nodais como variáveis aleatórias e obtêm, por convolução, as funções de densidade de probabilidade dos elementos dos vetores aleatórios de estado e de saída do sistema.

Tendo em vista que o cálculo numérico das várias convoluções necessárias é um problema computacionalmente moroso, o presente trabalho procura mostrar que, utilizando-se a técnica dos cumulantes no cálculo das convoluções das variáveis aleatórias independentes, pode-se teóricamente resolver de maneira rápida e eficiente o problema em questão.

## 1.2 RESUMO HISTÓRICO

O trabalho pioneiro nesta área de fluxo de potência utilizando-se técnicas probabilísticas é o de Borkowska [03] publicado em 1974. Tal trabalho, no entanto, limitou-se a um modelo linear de potências ativas, onde foram desprezadas as perdas do sistema, podendo pois, ser interpretado como fluxo de potência d.c. Desta forma, a realização da análise do sistema considerando estas limitações, tornava-se difícil dado que somente as fases das tensões e potências ativas podem ser obtidas.

Posteriormente, em 1975, surgiram algumas formulações [04-07], possibilitando uma análise mais global do sistema, envolvendo, além das grandezas anteriormente citadas, os módulos das tensões, potências reativas e perdas de potência ativa. Todavia, tais formulações, ao adotarem a distribuição normal como modelo para as variáveis de entrada, e consequente para as de estado e saída, fornecem resultados, que em muitos casos, se afastam bastante da realidade. No entanto, a partir de 1976, outras formulações publicadas [08-13] apresentam o desenvolvimento de alguns modelos a.c. do fluxo de potência probabilístico. Estas formulações já permitem a avaliação de todas as grandezas de estado e de saída do sistema, podendo-se representar, pelo menos em teoria, as incertezas associadas às variáveis de entrada pelo tipo de distribuição julgado mais adequado ou mais aderente aos dados disponíveis. Esta facilidade torna a análise quantitativa do sistema mais realista. Formulações recentemente publicadas [21-22] procuram desenvolver, analisar e propor estudos como, por exemplo, fluxo de potência probabilístico otimizado, relação entre instabilidade de tensão e solução do fluxo de potência probabilístico, entre outros.

A técnica do método dos cumulantes, utilizada neste trabalho, para efetuar o cálculo das convoluções das funções densidade de probabilidade das variáveis aleatórias independentes, também foi empregada em vários trabalhos já publicados [25-27], envolvendo estudos de confiabilidade de sistemas elétricos de potência. Durante o desenvolvimento deste estudo foi publicado um artigo [23] que também propõe a utilização do método dos cumulantes para calcular as convoluções das funções densidade de probabilidade das variáveis aleatórias independentes. Neste artigo os autores procuram analisar, principalmente, a redução do tempo computacional gasto no processo de cálculo da convolução das funções densidade de probabilidade das variáveis aleatórias quando o método dos cumulantes é comparado com outros, tais como, a convolução utilizando-se a transformada rápida de Fourier. O presente trabalho procura analisar aspectos não só relativos ao tempo de cálculo, mas também outras características, tais como o emprego de distribuições contínuas não normais que não poderiam ser analiticamente manipuladas com facilidade pelos métodos hoje disponíveis para o cálculo do fluxo probabilístico.

## 1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

A presente dissertação encontra-se dividida em 7 capítulos e 2 anexos que apresentam a estrutura descrita a seguir.

O capítulo 2 de natureza básica, mas importante no sentido de que contribui para tornar a dissertação na medida do possível, um trabalho auto explicativo, apresenta a definição de variável aleatória procurando inicialmente caracterizar as distribuições correspondentes através das funções de densidade e de distribuição de probabilidade, bem como através dos chamados parâmetros de posição ou métodos da distribuição. Numa sequência lógica o capítulo prossegue com a definição de um outro conjunto de parâmetros que também pode ser utilizado para caracterizar uma distribuição: os chamados cumulantes de uma variável aleatória.

Finalmente, o mesmo capítulo, define e caracteriza o emprego da série de Gram-Charlier, que será utilizada neste trabalho, para representar uma dada função densidade de probabilidade através de uma expansão ou série, que recorre a utilização da distribuição normal.

O capítulo 3 descreve o processo para obtenção da função de densidade de probabilidade de uma combinação linear de variáveis aleatórias utilizando-se o método dos cumulantes. O capítulo contém ainda uma análise de sensibilidades orientada no sentido de mostrar a aplicabilidade, as vantagens e as desvantagens do método proposto.

O capítulo 4 apresenta as formulações mais usuais de natureza determinística e probabilística do fluxo de po

tência. A formulação probabilística adotada propõe um modelo de linearização das equações, utilizando as matrizes $\underline{\underline{B}}'$ e $\underline{\underline{B}}''$ do método desacoplado rápido, com a suposição de desacoplamento apenas entre as potências ativas e os módulos das tensões [20].

O capítulo 5 apresenta uma formulação alternativa para a resolução do fluxo de potência probabilístico que recorre à utilização do método dos cumulantes, desenvolvido no capítulo 2, para obter as funções de densidade e de distribuição de probabilidade das variáveis de interesse do sistema. O capítulo contém uma descrição do algoritmo do método utilizado e aplicações em sistemas-teste, efetuando ainda uma análise de sensibilidades.

O capítulo 6 apresenta a proposição de um modelo que permite incorporar a representação das fontes primárias de energia ao fluxo de potência probabilístico, possibilitando desta forma, o desenvolvimento de uma formulação mais abrangente que permite análises mais realistas de sistemas de potência que possuem uma forte participação de geração hidroelétrica, como é o caso dos sistemas atualmente existentes no Brasil.

O capítulo 7 apresenta as principais conclusões derivadas do trabalho desenvolvido e a apresentação de algumas proposições para a realização de trabalhos futuros.

No anexo A estão descritos os vários sistemas teste utilizados nas simulações realizadas enquanto que no anexo B encontra-se descrito o manual de utilização do programa empregado em tais simulações.

# C A P I T U L O  2

## PRINCIPAIS PROPRIEDADES DA DISTRIBUIÇÃO DE UMA VARIAVEL ALEATÓRIA

## 2.1 INTRODUÇÃO

A análise do desempenho do sistema leva, frequentemente a equacionamentos matemáticos mais ou menos complexos, onde as variáveis envolvidas são utilizadas para representar certas características quantificáveis de tais sistemas.

Quando a estas características se encontram associadas incertezas de comportamento casual, tais equacionamentos tornam-se mais concisos e representativos se as mesmas forem representadas por variáveis aleatórias, cujas leis de distribuição são determinadas de forma a traduzirem, tão fielmente quanto possível, o comportamento casual das referidas incertezas.

A formulação do problema do fluxo de potência probabilístico enquadra-se neste contexto e será melhor compreendida tendo-se presente a definição de variável aleatória e as diversas formas através das quais se torna possível descrever as propriedades dos conjuntos de números que as mesmas podem assumir.

## 2.2 VARIÁVEIS ALEATÓRIAS: DEFINIÇÃO E CÁLCULO DE PROBABILIDADES

O estudo do comportamento de uma característica quantificável, associada a uma experiência de caráter casual ou aleatório, é usualmente facilitada quando a mesma pode ser representada através de uma função que associa a cada resultado de tal experiência um número, que por sua vez representa o valor que aquela característica toma quando o referido resultado aparece. A literatura especializada consagrou, para esta função, o nome genérico de variável aleatória. A definição de variável aleatória pode ser visualizada, tal como se descreve na figura seguinte:

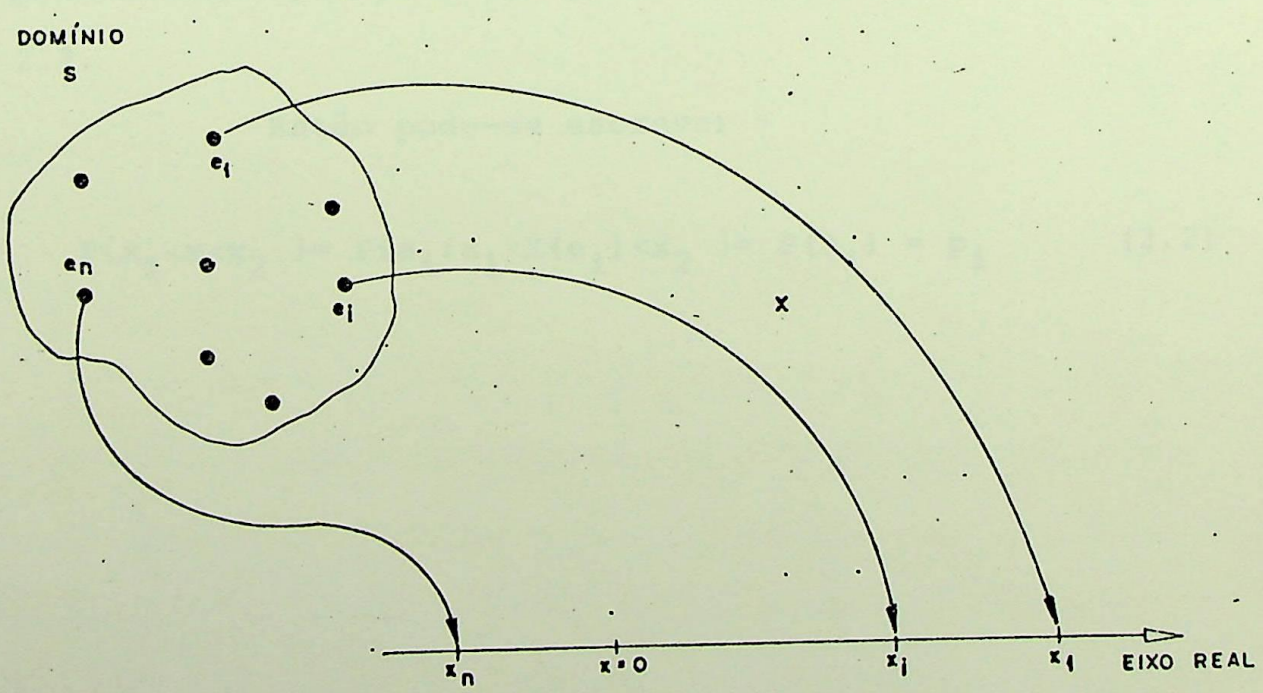



Figura 2.1 - Definição da variável aleatória X

Onde

S - espaço de possibilidades, que é o conjunto de todos os possíveis resultados $e_i$ da experiência

$x_i$ - valor da característica quantificável, em estudo, associado ao resultado $e_i$

X - função, denominada variável aleatória

Assim é possível escrever

$$x_i = X(e_i) \tag{2.1}$$

Como resultado da realização da experiência, a característica pode em princípio assumir qualquer um dos seus possíveis valores. A maior ou menor chance desse valor se encontrar num determinado intervalo pode ser quantificada através da função probabilidade, cuja definição se encontra visualizada na figura 2.2.

Então pode-se escrever

$$P\{x_1 < x < x_2\} = P\{e_i : x_1 < X(e_i) < x_2\} = P(A_i) = p_i \tag{2.2}$$

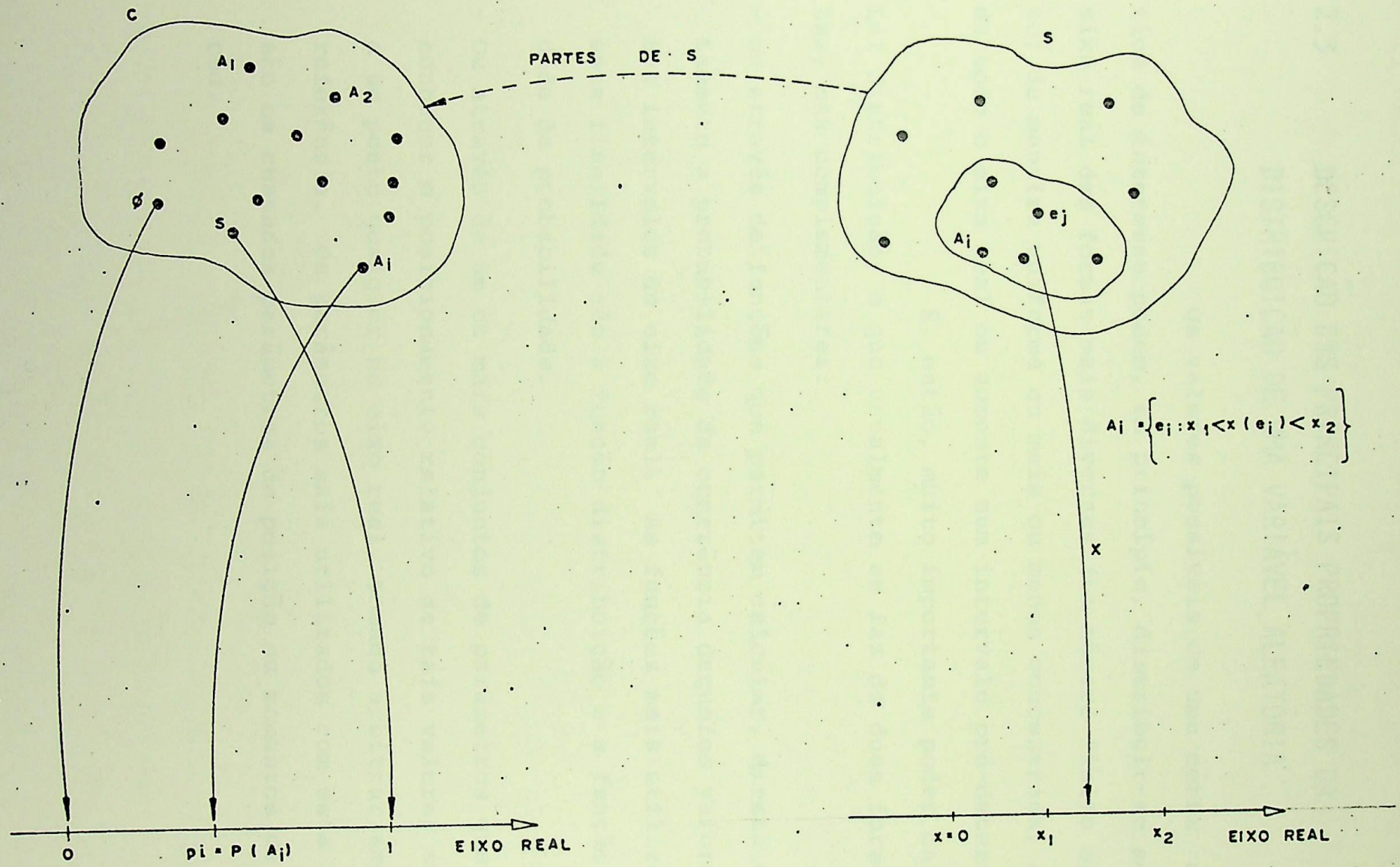



Figura 2.2 - A definição de função probabilidade e o cálculo da probabilidade $P\{x_1<X<x_2\}$

## 2.3 DESCRIÇÃO DAS PRINCIPAIS PROPRIEDADES DA DISTRIBUIÇÃO DE UMA VARIÁVEL ALEATÓRIA

Os valores possíveis de uma certa característica de interesse podem, em princípio, distribuir-se ao longo do eixo real das formas mais diversas (em número finito ou infinito; de maneira uniforme ou mais ou menos concentrada; ao longo de todo o eixo real ou somente num intervalo pré-determinado).

É, então, muito importante poder caracterizar tal distribuição, o que usualmente se faz de duas formas distintas, mas complementares:

- ou através de funções que permitam calcular, direta ou indiretamente a probabilidade de ocorrência daqueles valores em certos intervalos do eixo real. As funções mais utilizadas com esta finalidade são a função distribuição e a função de densidade de probabilidade.
- Ou através de um ou mais conjuntos de parâmetros que permitam conhecer o posicionamento relativo de tais valores em relação a um ponto qualquer no eixo real, tomado arbitrariamente como referência. Os parâmetros mais utilizados com esta finalidade são os chamados parâmetros de posição ou momentos da distribuição.

## 2.4 A FUNÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO E A FUNÇÃO DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE

Com a finalidade de conhecer como se distribuem os valores de uma certa grandeza, representada por uma variável aleatória X, define-se o acontecimento

$$\{e_i : X(e_i) \leq x\} \tag{2.3}$$

e calcula-se a sua probabilidade quando se faz variar o valor de x no intervalo $(-\infty, +\infty)$.

É evidente que esta probabilidade é uma função de x, usualmente designada por F(x) e denominada de função de distribuição da variável aleatória X. Isto é

$$F(x) = P\{e_i : X(e_i) \leq x\} \tag{2.4}$$

Por simplificação é usual escrever-se

$$F(x) = P\{X \leq x\} \tag{2.5}$$

Como probabilidades são números reais não negativos e a função é do tipo cumulativa, então ela é uma função monótona não decrescente que descreve algumas propriedades importantes da distribuição. Tomem-se como exemplo as funções de distribuição de duas variáveis aleatórias contínuas $X_1$ e $X_2$ apresentadas na figura 2.3.

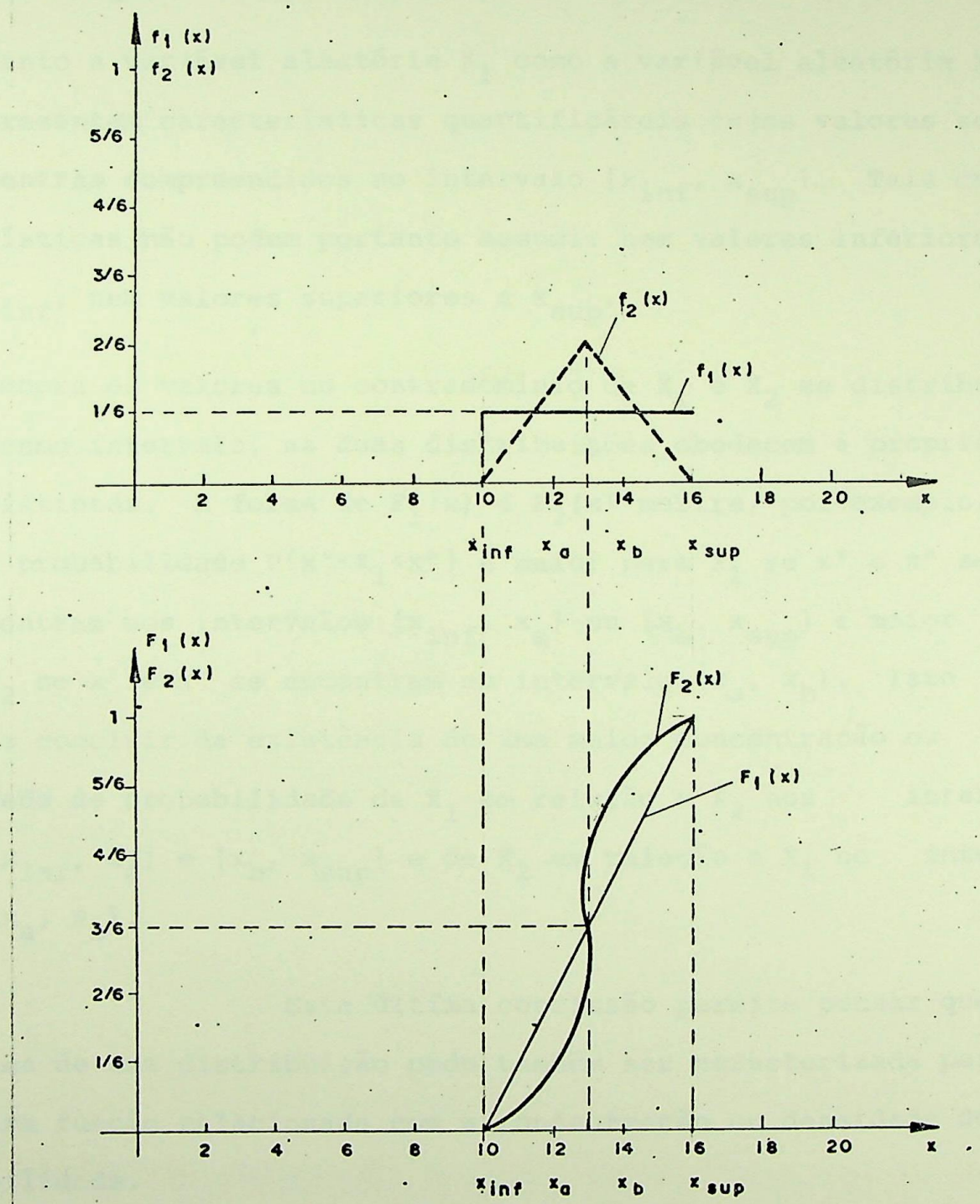



Figura 2.3 - Funções de densidade $f_1(x)$ e $f_2(x)$ e funções de distribuição $F_1(x)$ e $F_2(x)$

Uma análise detalhada de tal figura permite concluir que:

- Tanto a variável aleatória $X_1$ como a variável aleatória $X_2$ representam características quantificáveis cujos valores se encontram compreendidos no intervalo $[x_{inf}, x_{sup}]$. Tais características não podem portanto assumir nem valores inferiores a $x_{inf}$, nem valores superiores a $x_{sup}$.
- Embora os valores no contradomínio de $X_1$ e $X_2$ se distribuam no mesmo intervalo, as duas distribuições obedecem a propriedades distintas. A forma de $F_1(x)$ e $F_2(x)$ mostra, por exemplo, que a probabilidade $P\{x'<X_i<x"\}$ é maior para $X_1$ se x' e x" se encontram nos intervalos $[x_{inf}, x_a]$ ou $[x_b, x_{sup}]$ e maior para $X_2$ se x' e x" se encontram no intervalo $(x_a, x_b)$. Isto permite concluir da existência de uma maior concentração ou densidade de probabilidade de $X_1$ em relação a $X_2$ nos intervalos $[x_{inf}, x_a]$ e $[x_b, x_{sup}]$ e de $X_2$ em relação a $X_1$ no intervalo $(x_a, x_b)$.

Esta última conclusão permite pensar que a forma de uma distribuição pode também ser caracterizada por uma outra função relacionada com a concentração ou densidade de probabilidade.

Tal função denomina-se apropriadamente por função de densidade de probabilidade da variável aleatória em questão. Designa-se usualmente por f(x) e define-se como sendo

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx} \qquad (2.6)$$

em todos os intervalos onde F(x) for diferenciável.

As funções $f_1(x)$ e $f_2(x)$ das variáveis aleatórias $X_1$ e $X_2$ definidas anteriormente têm a forma indicada na figura seguinte:

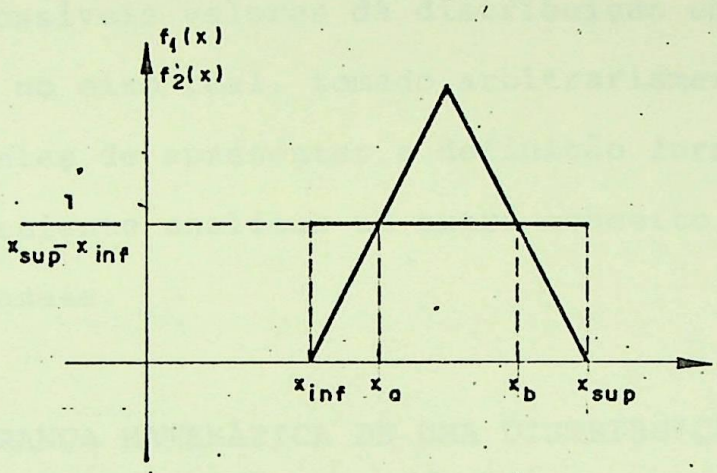



Figura 2.4 - Funções de densidade $f_1(x)$ e $f_2(x)$

Uma vez conhecida f(x), as equações (2.5) e (2.6) permitem escrever

$$P\{x_1<X<x_2\} = F(x_2)-F(x_1) = \int_{x_1}^{x_2} f(x)\ dx \qquad (2.7)$$

## 2.5 PARÂMETROS DE POSIÇÃO DE UMA DISTRIBUIÇÃO

Tal como referido no item 2.3 uma dada distribuição pode também ser descrita através de um conjunto de parâmetros, chamados momentos, que permitem avaliar o posicionamento relativo dos possíveis valores da distribuição em relação a um ponto qualquer no eixo real, tomado arbitrariamente como referência. Porém, antes de apresentar a definição formal destes parâmetros, é conveniente analisar um outro conceito, no qual aquela definição se baseia.

### 2.5.1 ESPERANÇA MATEMÁTICA DE UMA DISTRIBUIÇÃO OU DA VARIÁVEL ALEATÓRIA ASSOCIADA

Um dos principais indicadores, ou parâmetros de posição de uma distribuição, é a chamada esperança matemática também conhecida como valor esperado o que é, na realidade, o valor médio ponderado de todos os possíveis valores da distribuição, onde os pesos são as probabilidades correspondentes de ocorrência.

Em relação a uma certa variável aleatória X, a esperança matemática, E[X], calcula-se através das seguintes fórmulas:

- *Para variáveis aleatórias discretas*

$$E[X] = \sum_{i=1}^{n} x_i \, P\{X = x_i\} \qquad (2.8)$$

onde $x_i$ é o valor possível no contradomínio de X e $P\{X=x_i\}$ repre

senta a probabilidade da variável aleatória tomar o valor $x_i$.

- *Para variáveis aleatórias contínuas*

$$E[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x\, f(x)\, dx \qquad (2.9)$$

onde x é o valor possível no contradomínio de X e f(x) dx representa a probabilidade da variável aleatória tomar um valor no intervalo infinitésimal dx na vizinhança de x.

Pode-se demonstrar que [01], se X é uma variável e Y é uma outra variável aleatória dada, de tal modo que:

$$Y = H(X) \qquad (2.10)$$

a esperança matemática de Y calcula-se por:

- *Variáveis aleatórias discretas*

$$E[Y] = \sum_{i=1}^{n} H(x_i)\, P\{X = x_i\} \qquad (2.11)$$

- *Variáveis aleatórias contínuas*

$$E[Y] = \int_{-\infty}^{+\infty} H(x)\, f(x)\, dx \qquad (2.12)$$

## 2.5.2 MOMENTOS DE UMA DISTRIBUIÇÃO OU DA VARIÁVEL ALEATÓRIA ASSOCIADA

Chama-se de momento de ordem r de uma variável aleatória X, em relação a um ponto $x_o$ escolhido arbitrariamente, o valor médio das distâncias, elevadas à potência de ordem r, de todos os pontos no contradomínio de X ao ponto $x_o$.

Assim definida a função,

$$H(X) = (X-x_o)^r \qquad (2.13)$$

que é uma nova variável aleatória, a definição acabada de apresentar em conjunto com as equações (2.8) a (2.12) permitem escrever

$$M_{r,x_o} = E[H(X)] \qquad (2.14)$$

ou

$$M_{r,x_o} = E[(X-x_o)^r] \qquad (2.15)$$

onde $M_{r,x_o}$ representa o momento de ordem r da variável aleatória X em $x_o$ ou em relação a $x_o$.

Assim no caso de variáveis aleatórias discretas

$$M_{r,x_o} = \sum_{i=1}^{n} (x_i-x_o)^r \, P\{X=x_i\} \qquad (2.16)$$

e para variáveis aleatórias contínuas

$$M_{r,x_o} = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-x_o)^r \, f(x) \, dx \qquad (2.17)$$

Facilmente pode-se demonstrar que:

$$M_{o,x_o} = 1$$

e

$$M_{1,x_o} = E[X] - x_o$$

2.5.2.1. MOMENTOS NA ORIGEM OU EM RELAÇÃO À ORIGEM

A escolha do ponto $x_o$ em relação ao qual se calculam os momentos é, em princípio, arbitrária. No entanto, certos valores particulares de $x_o$ conduzem a momentos de significado especial. Tal é o caso quando se toma ponto de referência a própria origem do eixo real, ou seja, quando se faz $x_o = 0$.

Os momentos assim calculados denominam-se momentos na origem, em relação à origem (ou momentos ordinários), e passam a ser genericamente representados por $M_r$. As fórmulas 2.16 e 2.17 transformam-se neste caso particular em:

- *Variáveis aleatórias discretas*

$$M_r = E[X^r] = \sum_{i=1}^{n} x_i^r \, P\{X=x_i\} \qquad (2.18)$$

*- Variáveis aleatórias contínuas*

$$M_r = E[X^r] = \int_{-\infty}^{+\infty} x^r \, f(x) \, dx \qquad (2.19)$$

Através destas expressões facilmente se constata que o primeiro momento (r=1) na origem, ou seja, a média ponderada das distâncias de todos os pontos da distribuição em relação à origem, é a própria esperança matemática da variável aleatória, isto é:

$$M_1 = E[X] \qquad (2.20)$$

2.5.2.2. MOMENTOS CENTRAIS

Um outro conjunto de momentos importantes resulta, quando se escolhe, como ponto de referência, a própria esperança matemática da distribuição, ou seja, quando se faz

$$x_o = E[X] = \mu_x$$

Os momentos assim calculados denominam-se momentos em relação à esperança matemática, ou momentos centrais, e passam a ser genericamente representados por $\overline{M}_r$.

As fórmulas 2.16 e 2.17 transformam-se, neste caso particular em:

- *Variáveis aleatórias discretas*

$$\bar{M}_r = E[(X-\mu_x)^r] = \sum_{i=1}^{n} (x_i-\mu_x)^r \, P\{X=x_i\} \qquad (2.21)$$

- *Variáveis aleatórias contínuas*

$$\bar{M}_r = E[(X-\mu_x)^r] = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu_x)^r \, f(x) \, dx \qquad (2.22)$$

Estas duas últimas fórmulas permitem concluir que o primeiro momento (r=1) central, ou seja, a média ponderada das distâncias de todos os pontos da distribuição em relação a esperança matemática, é sempre zero, isto é:

$$\bar{M}_1 = 0$$

Conclui-se então que o primeiro momento central não pode ser utilizado para caracterizar a dispersão dos vários pontos da distribuição em relação ao seu próprio valor médio. No entanto, uma medida desta dispersão, indispensável quando se pretende quantificar a concentração de probabilidade ao redor do centro da distribuição, pode ser obtida através do cálculo do segundo momento (r=2) central, ou seja, do valor médio dos quadrados das distâncias de todos os pontos da distribuição à esperança matemática. Esta distância quadrática média, denomina-se de variância da variável aleatória ou da distribuição correspondente, designa-se por VAR(X) e calcula-se pelas seguintes ex

pressões:

- *Variáveis aleatórias discretas*

$$VAR(X) = E[(X-\mu_x)^2] = \sum (x_i-\mu_x)^2 \; P\{X=x_i\} \qquad (2.23)$$

- *Variáveis aleatórias contínuas*

$$VAR(X) = E[(X-\mu_x)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu_x)^2 \; f(x) \; dx \qquad (2.24)$$

A raíz quadrada positiva da variância, que é então a distância média procurada, denomina-se de desvio padrão da distribuição, designa-se usualmente por $\sigma_x$ e calcula-se por :

$$\sigma_x = + \sqrt{VAR(X)} \qquad (2.25)$$

### 2.5.2.3. RELAÇÃO ENTRE OS MOMENTOS EM $x_o$ E OS MOMENTOS NA ORIGEM

Utilizando-se as expressões 2.17 e 2.19 é possível estabelecer a relação desejada.

Assim

$$M_{r,x_o} = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-x_o)^r f(x) \; dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ x^r - \binom{r}{1} x^{r-1} x_o + \binom{r}{2} x^{r-2} \; x_o^2 - \right.$$

$$- \binom{r}{3} x^{r-3} x_o^3 + \ldots + (-1)^r x_o^r \Big] f(x)\, dx \qquad (2.26)$$

Como $x_o$ é constante resulta:

$$M_{r,x_o} = \int_{-\infty}^{+\infty} x^r f(x)\,dx - \binom{r}{1} x_o \int_{-\infty}^{+\infty} x^{r-1} f(x)\,dx + \binom{r}{2} x_o^2 \int_{-\infty}^{+\infty} x^{r-2} f(x)\,dx +$$

$$+ \ldots + (-1)^r x_o^r \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx \qquad (2.27)$$

Mas:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^r f(x)\,dx = M_r$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^{r-1} f(x)\,dx = M_{r-1}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)\,dx = M_1$$

Substituindo-se estes valores em 2.27 tem-se:

$$M_{r,x_o} = M_r - \binom{r}{1} x_o M_{r-1} + \binom{r}{2} x_o^2 M_{r-2} + \ldots + (-1)^r x_o^r \quad (2.28)$$

Utilizando-se a expressão anterior é possível obter, por exemplo, as seguintes relações:

$$M_{1,x_o} = \mu_x - x_o \quad (2.29)$$

$$M_{2,x_o} = M_2 - 2x_o \mu_x + x_o^2$$

$$M_{3,x_o} = M_3 - 3x_o M_2 + 3x_o^2 \mu_x - x_o^3$$

$$M_{4,x_o} = M_4 - 4x_o M_3 + 6x_o^2 M_2 - 4x_o^3 \mu_x + x_o^4$$

2.5.2.4. RELAÇÃO ENTRE OS MOMENTOS CENTRAIS E OS MOMENTOS NA ORIGEM

Para o cálculo dos momentos centrais faz-se

$$x_o = E[X] = \mu_x$$

Assim as expressões (2.29) permitem escrever, neste caso particular, as seguintes relações:

$$\bar{M}_1 = 0 \quad (2.30)$$

$$\bar{M}_2 = M_2 - \mu_x^2$$

$$\overline{M}_3 = M_3 - 3M_2\,\mu_x + 2\mu_x^3$$

$$\overline{M}_4 = M_4 - 4M_3\,\mu_x + 6M_2\,\mu_x^2 - 3\mu_x^4$$

## 2.5.3. CÁLCULO DOS MOMENTOS

Determinadas formulações matemáticas, tal como a que se propõe neste trabalho, exigem o cálculo repetitivo de momentos de várias ordens de um conjunto razoável de variáveis aleatórias que obedecem a distribuições distintas. Tal cálculo exige, em princípio a resolução sucessiva das integrais ou dos somatórios anteriormente apresentados nas fórmulas 2.16 a 2.19 juntamente com 2.21 e 2.22, o que se pode tornar uma tarefa morosa e tediosa.

Seria de todo conveniente dispor de uma ou mais formas alternativas que permitissem efetuar de maneira expedita os cálculos acima mencionados. Os itens seguintes descrevem resumidamente duas de tais formas.

### 2.5.3.1. CÁLCULO DOS MOMENTOS UTILIZANDO FUNÇÕES GERADORAS

Dá-se o nome de função característica da variável aleatória X à função definida por

$$\psi(t) = E\left[e^{it\,X}\right] \tag{2.31}$$

onde t é um número real e i a unidade imaginária ($i=\sqrt{-1}$)

Assim pode-se escrever, sendo F(x) a função de distribuição e f(x) a função de densidade de probabilidade

$$\psi(t) = E\left[e^{it\,X}\right] = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{it\,x}\, dF(x) \tag{2.32}$$

Com

$$\psi(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{it \cdot x} f(x)\, dx \qquad (2.33)$$

ou

$$\psi(t) = \sum_{k=1}^{n} e^{it\, x_k} P\{X=x_k\} \qquad (2.34)$$

nos casos contínuo e discreto, respectivamente.

Derivando a função característica j vezes relativamente a t tem-se:

$$\psi^{(j)}(t) = E\left[i^j X^j e^{it X}\right] \qquad (2.35)$$

Para t = 0

$$\psi^{(j)}(0) = E\left[i^j X^j\right] = i^j E\left[X^j\right] = i^j M_j \qquad (2.36)$$

Portanto

$$M_j = \frac{\psi^{(j)}(0)}{i^j} \qquad (2.37)$$

Se existe o momento de ordem j de uma variável aleatória X então a expressão 2.37 permite o seu cálculo, onde $\psi^{(j)}(o)$ é a derivada de ordem j da função característica $\psi(t)$ de X no ponto t=0.

O nome função geradora de momentos se deve ao

fato de ser possível, através do cálculo sucessivo de derivadas, obter-se os momentos com relação a origem, conforme descrito a seguir.

Desenvolvendo em série a função $\psi(t)$ na vizinhança de t=0 tem-se:

$$\psi(t) = E\left[e^{it\,X}\right] = E\left[1+it\,X+\frac{(it)^2}{2!}X^2+\frac{(it)^3}{3!}X^3+\ldots\right] =$$

$$= 1 + it\,E[X] + \frac{(it)^2}{2!}E[X^2] + \frac{(it)^3}{3!}E[X^3] + \ldots \qquad (2.38)$$

Conforme visto o momento de ordem r de uma variável aleatória X em relação à origem é dado por $M_r = E[X^r]$.

A expressão 2.38 torna-se então:

$$\psi(t) = 1 + it\,M_1 + \frac{(it)^2}{2!}M_2 + \frac{(it)^3}{3!}M_3 + \ldots \qquad (2.39)$$

ou

$$\psi(t) = 1 + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{M_j}{j!}(it)^j \qquad (2.40)$$

### 2.5.3.2. CÁLCULO DOS MOMENTOS UTILIZANDO FÓRMULAS GERAIS

Uma outra alternativa empregada para o cálculo dos momentos recorre à utilização de expressões gerais, obtidas para cada distribuição a partir da equação geral de definição. No caso das distribuições utilizadas neste trabalho tais expressões gerais são: [18]

Distribuição Normal

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_x\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left[-(x-\mu_x)^2/2\sigma x^2\right] \qquad (2.41)$$

Momento de ordem n em relação à origem

$$M_{2n} = \mu_x^{2n} \sum_{j=0}^{n} \frac{(2n)!}{(2n-2j)!\,j!} \left(\frac{\sigma_x^2}{2\mu_x^2}\right)^j \qquad (2.42)$$

e

$$M_{2n-1} = \mu_x^{2n-1} \sum_{j=0}^{n-1} \frac{(2n-1)!}{(2n-1-2j)!\,j!} \left(\frac{\sigma_x^2}{2\mu_x^2}\right)^j \qquad (2.43)$$

Momento de ordem n em relação à média

$$\overline{M}_{2n} = \frac{(2n)!}{n!} \cdot \left(\frac{\sigma_x^2}{2}\right)^n \qquad (2.44)$$

e

$$\overline{M}_{2n-1} = 0 \qquad (2.45)$$

Distribuição de Weibull

$$f(x) = \frac{\beta}{\lambda} \cdot \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{\beta-1} \cdot \exp\left[-(x/\lambda)^{\beta}\right] \qquad (2.46)$$

Momento de ordem n em relação à origem

$$M_n = \lambda^n \cdot \Gamma\left(1 + \frac{n}{\beta}\right) \qquad (2.47)$$

onde

$\Gamma(x)$ é a função gama definida por:

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dx \qquad x>o$$

Momento de ordem n em relação à média

$$\overline{M}_n = \lambda^n \sum_{j=0}^{n} (-1)^j \binom{n}{j} \Gamma\left(\frac{n-j+\beta}{\beta}\right) \Gamma^j\left(1+\frac{1}{\beta}\right) \qquad (2.48)$$

Distribuição Log-Normal

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left[-(Lnx-m)^2/2\sigma^2\right] \qquad (2.49)$$

onde m é o valor esperado e $\sigma$ o desvio padrão de Lnx.

Momento de ordem n em relação à origem

$$M_n = \exp\left[(n\ m + n^2\sigma^2/2)\right] \qquad (2.50)$$

Momento de ordem n em relação à média

$$\overline{M}_n = \exp(n.m) \sum_{j=0}^{n} (-1)^j \binom{n}{j} \exp\left\{\frac{1}{2}\sigma^2\left[(n-j)^2+j\right]\right\} \qquad (2.51)$$

Distribuição Binomial

$$f(x) = \sum_{k=0}^{m} \frac{m!}{k!\,(m-k)!} \cdot (1-q)^k \cdot q^{m-k} \cdot \delta(x-k) \qquad (2.52)$$

onde $\delta(x-k)$ é a função delta de Diraç.

Momento de ordem n em relação à origem

$$M_n = \sum_{j=1}^{n} a_j(n) \cdot \frac{m!}{(m-j)!} \cdot (1-q)^j \qquad (2.53)$$

onde

$$a_j(n) = \sum_{i=0}^{n-j} j^{(n-i-j)} \; a_{j-1}(j-1+i) \qquad (2.54)$$

com $a_1(n) = 1$

Momento de ordem n em relação à média

$$\bar{M}_n = \sum_{j=0}^{n} (-1)^j \binom{n}{j} \cdot M_o^{n-j} \; (M_o^1)^j \qquad (2.55)$$

Distribuição Multinomial

$$f(x) = \sum_{i=1}^{m} P_i \; \delta(x-x_i) \qquad (2.56)$$

onde m representa o número de impulsos

Momento de ordem n em relação à origem

$$M_n = \sum_{i=1}^{m} (x_i)^n . p_i \qquad (2.57)$$

Momento de ordem n em relação à média

$$\bar{M}_n = \sum_{i=1}^{m} (x_i - \mu_x)^2 . p_i \qquad (2.58)$$

## 2.5.4. DEFINIÇÃO E CÁLCULO DOS CUMULANTES

Um outro conjunto de parâmetros que também pode ser utilizado para caracterizar uma distribuição, são os chamados cumulantes [19].

Para um melhor entendimento deste conjunto de parâmetros considere-se a função

$$\psi(t) = \text{Ln}\ \phi(t) \tag{2.59}$$

onde Ln é o Logaritmo neperiano.

Da expressão 2.40 tem-se

$$\phi(t) = 1 + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{M_j}{j!} (it)^j$$

Fazendo

$$Z = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{M_j}{j!} (it)^j \tag{2.60}$$

Pode-se escrever

$$\psi(t) = \text{Ln}(1 + Z) \tag{2.61}$$

Utilizando a expressão do desenvolvimento em série em torno de zero

$$f(Z) = f(o) + f'(o)Z + \frac{f''(o)}{2!} Z^2 + \frac{f'''(o)}{3!} Z^3 + \ldots \tag{2.62}$$

onde

$$f(Z) = \text{Ln}(1+Z)$$

$$f'(Z) = \frac{1}{1+Z}$$

$$f''(Z) = -\frac{1}{(1+Z)^2}$$

$$f'''(Z) = \frac{1.2}{(1+Z)^3}$$

De uma forma geral

$$f^{(n)}(Z) = \frac{(n-1)!}{(1+Z)^n} \qquad (2.63)$$

Assim a expressão 2.61 torna-se

$$\psi(t) = \mathrm{Ln}(1+Z) = Z - \frac{Z^2}{2} + \frac{Z^3}{3} - \frac{Z^4}{4} + \ldots \qquad (2.64)$$

Tal como foi visto em relação à função $\psi(t)$, é possível exprimir $\psi(t)$ na forma do seguinte somatório

$$\psi(t) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{k_j}{j!} (it)^j \qquad (2.65)$$

Da expressão 2.59 tem-se

$$\varphi(t) = \exp[\psi(t)] \qquad (2.66)$$

Das expressões 2.40, 2.65 e 2.66

$$\varphi(t) = 1 + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{M_j}{j!} (it)^j = \exp\left[\sum_{j=1}^{\infty} \frac{k_j}{j!} (it)^j\right]$$

Ainda

$$1 + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{M_j}{j!} (it)^j = 1 + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{k_j}{j!} (it)^j + \frac{1}{2!} \left[ \sum_{j=1}^{\infty} \frac{k_j}{j!} (it)^j \right]^2 +$$

$$+ \frac{1}{3!} \left[ \sum_{j=1}^{\infty} \frac{k_j}{j!} (it)^j \right]^3 + \ldots \qquad (2.67)$$

Chama-se de cumulantes aos coeficientes $k_j$ da expressão 2.67 e de função cumulante a função $\psi(t)$.

Desenvolvendo a expressão anterior e igualando os coeficientes de $(it)^j$ obtém-se

$$K_1 = M_1$$

$$K_2 = M_2 - (M_1)^2$$

$$K_3 = M_3 - 3M_2 M_1 + 2(M_1)^3$$

$$K_4 = M_4 - 4M_3 M_1 - 3(M_2)^2 + 12 M_2 (M_1)^2 - 6(M_1)^4$$

$$K_5 = M_5 - 5M_4 M_1 - 10 M_3 M_2 + 20M_3 (M_1)^2 + 30M_1 (M_2)^2 -$$

$$- 60 M_2 (M_1)^3 + 24(M_1)^5$$

$$K_6 = M_6 - 6M_5 M_1 - 15M_4 M_2 + 30M_4 (M_1)^2 - 10(M_3)^2 +$$

$$+ 120 M_3 M_2 M_1 - 120 M_3 (M_1)^3 + 30(M_2)^3 -$$

$$- 270(M_2)^2 (M_1)^2 + 360 M_2(M_1)^4 - 120(M_1)^6$$

$$K_7 = M_7 - 7M_6 M_1 - 21 M_5 M_2 + 42 M_5(M_1)^2 - 35 M_4 M_3 +$$

$$+ 210 M_4 M_2 M_1 - 210 M_4(M_1)^3 + 140 (M_3)^2 M_1 +$$

$$+ 210 M_3(M_2)^2 - 1260 M_3 M_2(M_1)^2 + 840 M_3 (M_1)^4 -$$

$$- 630 (M_2)^3 M_1 + 2520 (M_2)^2 (M_1)^3 - 2520 M_2(M_1)^5 +$$

$$+ 720(M_1)^7$$

$$K_8 = M_8 - 8M_7 M_1 - 28 M_6 M_2 + 56 M_6(M_1)^2 - 56 M_5 M_3 +$$

$$+ 336 M_5 M_2 M_1 - 336 M_5(M_1)^3 - 35 (M_4)^2 +$$

$$+ 560 M_4 M_3 M_1 + 420 M_4(M_2)^2 - 2520 M_4 M_2 (M_1)^2 +$$

$$+ 1680 M_4(M_1)^4 + 560 (M_3)^2 M_2 - 1680 (M_3)^2 (M_1)^2 -$$

$$- 5040 M_3 (M_2)^2 M_1 + 13440 M_3 M_2 (M_1)^3 -$$

$$- 6720 M_3(M_1)^5 - 630 (M_2)^4 + 10080 (M_2)^3 (M_1)^2 -$$

$$- 25200 (M_2)^2 (M_1)^4 + 20160 M_2(M_1)^6 - 5040 (M_1)^8$$

(2.68)

Considerando-se as relações entre momentos na

origem e momentos centrais torna-se também possível exprimir os cumulantes em função destes últimos.

Assim obtém-se expressões mais simples

$$K_1 = M_1$$

$$K_2 = \bar{M}_2$$

$$K_3 = \bar{M}_3$$

$$K_4 = \bar{M}_4 - 3(\bar{M}_2)^2$$

$$K_5 = \bar{M}_5 - 10\,\bar{M}_3\,\bar{M}_2$$

$$K_6 = \bar{M}_6 - 15\,\bar{M}_4\,\bar{M}_2 - 10(\bar{M}_3)^2 + 30\,(\bar{M}_2)^3$$

$$K_7 = \bar{M}_7 - 21\,\bar{M}_5\,\bar{M}_2 - 35\,\bar{M}_4\,\bar{M}_3 + 210\,\bar{M}_3\,(\bar{M}_2)^2$$

$$K_8 = \bar{M}_8 - 28\,\bar{M}_6\,\bar{M}_2 - 56\,\bar{M}_5\,\bar{M}_3 - 35\,(\bar{M}_4)^2 + 420\,\bar{M}_4(\bar{M}_2)^2 + 560\,(\bar{M}_3)^2\,\bar{M}_2 - 630\,(\bar{M}_2)^4 \qquad (2.69)$$

## 2.6. CUMULANTES DE UMA COMBINAÇÃO LINEAR DE VARIAVEIS ALEATÓRIAS

Da expressão

$$Z = a_1X_1 + a_2X_2 + \ldots + a_nX_n = Y_1 + Y_2 + \ldots + Y_n \qquad (2.70)$$

onde,

$a_1, a_2, \ldots a_n$ são constantes

e

$Z, X_1, X_2, \ldots, X_n, Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$ são variáveis aleatórias

Considerando as variáveis aleatórias $Y_i$ independentes entre si e designando-se as funções características de $Z, Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$ respectivamente por $\psi(t)$, $\psi_1(t)$, $\psi_2(t), \ldots,$ $\psi_n(t)$ tem-se:

$$\psi(t) = E\left[e^{itz}\right] = E\left[e^{it(Y_1+Y_2+\ldots+Y_n)}\right] =$$

$$= E\left[e^{itY_1}.e^{itY_2}\ldots e^{itY_n}\right]$$

Ainda

$$\psi(t) = E\left[e^{it\,Y_1}\right] . E\left[e^{it\,Y_2}\right] \ldots E\left[e^{it\,Y_n}\right]$$

$$\psi(t) = \psi_1(t) \cdot \psi_2(t) \ldots \psi_n(t) \qquad (2.71)$$

Desta expressão conclui-se que a função característica da soma de um número finito de variáveis aleatórias independentes é igual ao produto das funções características des

tas variáveis.

Utilizando agora a definição da função cumulante pode-se escrever

$$\psi(t) = \text{Ln}\ \psi(t) = \text{Ln}\ (\psi_1(t).\psi_2(t)\ \ldots\ \psi_n(t))$$

ou

$$\psi(t) = \text{Ln}\ \psi(t) = \text{Ln}\ \psi_1(t) + \text{Ln}\ \psi_2(t) + \ldots + \text{Ln}\ \psi_n(t) \qquad (2.72)$$

Da expressão 2.72 pode-se concluir que um cumulante de uma certa ordem da soma de um conjunto de variáveis aleatórias independentes é igual a soma dos cumulantes, da mesma ordem, destas variáveis aleatórias.

## 2.7. SÉRIE DE GRAM-CHARLIER

É possível representar-se uma função de densidade de probabilidade f(z) através de uma expansão em relação a uma certa distribuição de probabilidade.

A série de Gram-Charlier permite efetuar esta expansão utilizando-se a distribuição normal.

Seja então a distribuição normal reduzida também conhecida por distribuição normal padronizada.

$$N(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-z^2/2) \tag{2.73}$$

Considere-se o operador diferencial D dado por

$$D = \frac{d}{dz}. \tag{2.74}$$

A primeira derivada de N(z) torna-se

$$DN(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \left(-\frac{2z}{2}\right) \exp(-z^2/2) = -\frac{z}{\sqrt{2\pi}} \cdot \exp(-z^2/2)$$

$$DN(z) = -zN(z) \tag{2.75}$$

Para as derivadas de ordem superior a dois as expressões resultantes são dadas por:

$$D^2N(z) = N(z)\,(z^2-1) \tag{2.76}$$

$$D^3N(z) = N(z)\,(-z^3+3z)$$

$$D^4N(z) = N(z)(z^4-6z^2+z)$$

$$D^5N(z) = N(z)(-z^5+10z^3-15z)$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

Desta forma nota-se que as várias derivadas de N(z) podem ser obtidas pelo produto da própria função N(z) por um polinômio específico.

Este polinômio, conhecido por polinômio de Tchebycheff-Hermite, é definido pela expressão

$$H_r(z) = z^r - \frac{r^{[2]}}{2.1!}.z^{r-2} + \frac{r^{[4]}}{2^2.2!}.z^{r-4} - \frac{r^{[6]}}{2^3.3!}.z^{r-6} + \ldots \tag{2.77}$$

onde

$$r^{[n]} = r(r-1)(r-2)\ldots(r-n+1)$$

com

$$r = 1,2,3,\ldots$$

De outra forma

$$D^rN(z) = (-1)^rH_r(z)N(z) \tag{2.78}$$

Os polinômios de Tchebycheff-Hermite são dados pelas expressões

$$H_0 = 1$$

$$H_1 = z$$

$$H_2 = z^2-1$$

$$H_3 = z^3-3z$$

$$H_4 = z^4-6z^2+3$$

$$H_5 = z^5-10z^3+15z$$

$$H_6 = z^6-15z^4+45z^2-15$$

$$H_7 = z^7-21z^5+105z^3-105z$$

$$H_8 = z^8-28\ z^6+210z^4-420z^2+105$$

. . . . .
. . . . .
. . . . .

Estes polinômios possuem a propriedade de ortogonalidade.

$$\int_{-\infty}^{\infty} H_m(z)\ H_n(z)\ N(z)\ dz = 0 \quad \text{para} \quad m \neq n$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} H_m(z)\ H_n(z)\ N(z)\ dz = n! \quad \text{para} \quad m = n \qquad (2.80)$$

Para a expansão da função de densidade de probabilidade f(z) na série de Gram-Charlier pode utilizar-se então a expressão:

$$f(z) = \sum_{r=0}^{\infty} a_r\ D^r N(z) \qquad (2.81)$$

Mas

$$D^r N(z) = (-1)^r H_r(z) N(z)$$

$$f(z) = \sum_{r=0}^{\infty} a_r (-1)^r H_r(z) N(z) \qquad (2.82)$$

Fazendo-se

$$C_r = (-1)^r . a_r \qquad (2.83)$$

$$f(z) = \sum_{r=0}^{\infty} C_r H_r(z) N(z) \qquad (2.84)$$

onde $H_r(z)$ representa o polinômio de Tchebycheff-Hermite de grau r e $C_r$ o coeficiente de ordem r da expressão.

Para se desenvolver uma função f(z) em uma série de Gram-Charlier com relação a uma distribuição normal é necessário que se verifiquem simultaneamente as seguintes condições [19]:

- $\lim_{|z| \to \infty} f(z) = 0$

- f(z) deve ser uma função com derivada contínua em todos os seus pontos e a integral $\int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{d}{dz} f(z)\right)^2 . e^{z^2/2} . dz$ deve ser convergente.

Por outro lado se f(z) possuir variação fini

ta em todos os intervalos finitos e se a integral $\int_{-\infty}^{\infty} |f(z)| e^{z^2/2} dz$ existir, então a expansão da função f(z) na série converge para a soma $\frac{1}{2}[f(z+0)+f(z-0)]$.

Para o cálculo dos coeficientes $c_r$ desenvolve-se a expresão 2.84

$$f(z) = C_0 H_0(z)N(z) + C_1 H_1(z) N(z) + C_2 H_2(z) +...+$$

$$C_r H_r(z) N(z) + C_{r+1} H_{r+1}(z) N(z) +... \qquad (2.85)$$

Multiplicando-se ambos os membros por $H_r(z)$ e integrando de $-\infty$ até $+\infty$ tem-se

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(z) H_r(z) dz = \int_{-\infty}^{\infty} C_0 H_0(z) H_r(z) N(z) dz +$$

$$+ \int_{-\infty}^{\infty} C_1 H_1(z) H_r(z) N(z) dz + \int_{-\infty}^{\infty} C_2 H_2(z) H_r(z) N(z) dz+...+$$

$$+...+ \int_{-\infty}^{\infty} C_r H_r(z) H_r(z) N(z) dz +... +$$

$$+...+ \int_{-\infty}^{\infty} C_{r+1} H_{r+1}(z) H_r(z) N(z) dz \qquad (2.86)$$

Devido à propriedade ortogonal dos polinômios de Tchebycheff-Hermite dada pela expressão 2.80, nota-se que o único integral não nulo é aquele de integrando igual a $C_r\ H_r(z)\ H_r(z)\ N(z)dz$, assim

$$\int_{-\infty}^{\infty} C_r\ H_r(z)\ H_r(z)\ N(z)dz = C_r \int_{-\infty}^{\infty} H_r(z)\ H_r(z)\ N(z)dz = C_r . r! \qquad (2.86)$$

A expressão 2.86 é então dada por:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(z)\ H_r(z)dz = C_r\ r!$$

Desta igualdade, resulta:

$$C_r = \frac{1}{r!} \int_{-\infty}^{\infty} f(z)\ H_r(z)dz \qquad (2.87)$$

Substituindo $H_r(z)$ pela expressão 2.77

$$C_r = \frac{1}{r!} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} f(z)\ z^r dz - \int_{-\infty}^{\infty} f(z)\ \frac{r^{[2]}}{2.1!} . z^{r-2} dz + \right.$$

$$\left. + \int_{-\infty}^{\infty} f(z) . \frac{r^{[4]}}{2^2 . 2!} . z^{r-4} dz - \ldots \right]$$

Utilizando-se a definição dos momentos com relação a origem tem-se:

$$C_r = \frac{1}{r!}\left[M_r - \frac{r^{[2]}}{2.1!}\cdot M_{r-2} + \frac{r^{[4]}}{2^2.2!} + M_{r-4} - \frac{r^{[6]}}{2^3.3!} + \ldots\right] \tag{2.88}$$

onde

$$M_r = \int_{-\infty}^{\infty} z^r f(z)\, dz$$

Desta forma, como exemplo, os seis primeiros coeficientes utilizando-se momentos com relação a origem são

$$C_0 = M_o \tag{2.89}$$

$$C_1 = M_1$$

$$C_2 = \frac{1}{2}(M_2 - M_o)$$

$$C_3 = \frac{1}{6}(M_3 - 3M_1)$$

$$C_4 = \frac{1}{24}(M_4 - 6M_2 + 3M_o)$$

$$C_5 = \frac{1}{120}(M_5 - 10M_3 + 15\, M_1)$$

$$C_6 = \frac{1}{720}(M_6 - 15M_4 + 45M_2 - 15M_o)$$

Utilizando-se os momentos centrais é possível escrever:

$$C_0 = 1 \tag{2.90}$$

$$C_1 = \mu_z$$

$$C_2 = \frac{1}{2} (\bar{M}_2 + \mu_z^2 - 1)$$

$$C_3 = \frac{1}{6} (\bar{M}_3 + 3\bar{M}_2\mu_z + 3\mu_z^3 - 3\mu_z)$$

$$C_4 = \frac{1}{24} (\bar{M}_4 + 4\bar{M}_3\mu_z + 6\bar{M}_2\mu_z^2 - 6\bar{M}_2 + \mu_z^4 - 6\mu_z^2 + 3)$$

$$C_5 = \frac{1}{120} (\bar{M}_5 + 5\bar{M}_4\mu_z + 10\bar{M}_3\mu_z^2 + 10\bar{M}_2\mu_z^3 + \mu_z^5 - 10\bar{M}_3 -$$

$$-30\bar{M}_2\mu_z - 10\mu_z^3 + 15\mu_z)$$

$$C_6 = \frac{1}{720} \left| \bar{M}_6 + 6\bar{M}_5\mu_z + 15\bar{M}_4\mu_z^2 + 20\bar{M}_3\mu_z^3 + 15\bar{M}_2\mu_z^4 + \mu_z^6 - \right.$$

$$\left. - 15\bar{M}_4 - 60\bar{M}_3\mu_z - 90\bar{M}_2\mu_z^2 - 15\mu_z^4 + 45\bar{M}_2 + 45\mu_z^2 - 15 \right|$$

Expressando estes coeficientes $C_i$ em relação aos valores padronizados (onde $\mu_z = 0$ e $\sigma_z = 1$) e utilizando os cumulantes da expressão 2.69 têm-se:

$$C_0 = 1 \qquad (2.91)$$

$$C_1 = 0$$

$$C_2 = 0$$

$$C_3 = \frac{K_3}{6}$$

$$C_4 = \frac{K_4}{24}$$

$$C_5 = \frac{K_5}{120}$$

$$C_6 = \frac{1}{720} (K_6 + 10\ K_3^2)$$

Analogamente:

$$C_7 = \frac{1}{5040} (K_7 + 35\ K_4K_3)$$

$$C_8 = \frac{1}{40320} (K_8 + 56\ K_5K_3 + 35\ K_4^2)$$

Considerando-se os oito primeiros termos da séire de Gram-Charlier resulta:

$$f(z) = N(z)[C_0\ H_0(z) + C_1\ H_1(z) + C_2\ H_2(z) + C_3\ H_3(z) +$$

$$+ C_4\ H_4(z) + C_5\ H_5(z) + C_6\ H_6(z) + C_7\ H_7(z) +$$

$$+ C_8\ H_8(z)]$$

Substituindo na expressão anterior os valores dos coeficientes $C_r$ e dos polinômios $H_r(z)$ calculados respectivamente pelas expressões 2.91 e 2.79 obtém-se finalmente:

$$f(z) = N(z) + \frac{K_3}{6} . N(z) . (z^3-3z) + \frac{K_4}{24} . N(z) . (z^4-6z^2+3) +$$

$$+ \frac{K_5}{120} N(z)\ (z^5-10z^3+15z) + (\frac{K_6+10K_3^2}{720})\ N(z) .$$

$$. (z^6-15z^4+45z^2-15) +$$

$$+ \frac{(K_7+35K_4K_3)}{5040} . N(z) . (z^7-21z^5+105z^3-105z) +$$

$$+ \frac{(K_8+56K_5K_3+35K_4^2)}{40320} . N(z) . (z^8-28z^6+210z^4-420z^2+105) \qquad (2.92)$$

que é a fórmula que permite calcular a função de densidade de probabilidade, de uma certa variável aleatória, uma vez conhecidos os cumulantes respectivos.

# C A P I T U L O  3

## O MÉTODO DOS CUMULANTES APLICADO AO CALCULO DA FUNÇÃO DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE DE UMA COMBINAÇÃO LINEAR DE VARIÁVEIS ALEATÓRIAS

## 3.1 INTRODUÇÃO

Como será visto posteriormente, a solução do fluxo de potência probabilístico resume-se à determinação das principais características tais como valores médios, desvios padrões e funções de densidade de probabilidade, dos elementos dos vetores aleatórios de estado e de saída do sistema. Na procura de tal solução será demonstrado em capítulos posteriores que, após linearizações convenientes, cada uma das variáveis aleatórias, elemento de tais vetores, pode ser expressa como uma combinação linear das variáveis aleatórias de contrôle. Por outro lado pode-se demonstrar também [10] que, sob certas condições, a função de densidade de probabilidade resultante de cada combinação linear, que é uma característica indispensável à análise de risco do sistema, pode ser obtida através da convolução das funções de densidade de probabilidade das variáveis aleatórias presentes em tal combinação.

Tendo em vista que o cálculo numérico das várias convoluções necessárias é um problema computacional moroso, o presente capítulo procura mostrar como os conceitos desenvolvidos no capítulo anterior podem ser aplicados, para resolver, de maneira rápida e eficiente, o problema em questão.

O capítulo contém ainda uma análise de sensibilidades orientada no sentido de mostrar a aplicabilidade, as vantagens e as desvantagens do método proposto.

## 3.2 OBTENÇÃO DA FUNÇÃO DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE DE UMA COMBINAÇÃO LINEAR DE VARIÁVEIS ALEATÓRIAS UTILIZANDO-SE O MÉTODO DOS CUMULANTES

Considere-se então uma combinação de variáveis aleatórias independentes da forma.

$$Z = a_0 + a_1X_1 + a_2X_2 + a_3X_3 + \ldots + a_nX_n =$$

$$= Y_0 + Y_1 + Y_2 + Y_3 + \ldots + Y_n \qquad (3.1)$$

onde genéricamente:

$a_i$ é uma constante

$X_i$ é uma das variáveis aleatórias independentes

$Y_i = a_iX_i$

Z é a variável aleatória resultante da combinação linear.

Como as variáveis aleatórias $Y_i$ são independentes entre sí pode-se demonstrar [10] que, a função de densidade de probabilidade da variável aleatória Z, f(z), pode ser calculada através da convolução das funções de densidade de probabilidade $f_1(y_1)$, $f_2(y_2)$,...,$f_n(Y_n)$ das variáveis aleatórias $Y_1$, $Y_2$,...$Y_n$.

Simbolicamente tem-se:

$$f(z) = f_1(y_1) * f_2(y_2) * \ldots * f_n(y_n) \qquad (3.2)$$

Na literatura especializada em fluxo de potência probabilístico [11] esta convolução tem sido resolvida por métodos que recorrem à solução analítica (por exemplo utilizando as transformadas de Laplace ou Fourier) ou métodos que recorrem à solução que discretizam as funções de densidade de probabilidade.

O método utilizado neste capítulo parte do princípio de que, se for possível calcular os cumulantes da variável aleatória Z, a partir das características das variáveis aleatórias $X_i$, então a função de densidade de probabilidade correspondente pode ser calculada através da aplicação da série de Gram-Charlier, como descrito no capítulo anterior.

### 3.2.1 CÁLCULO DOS CUMULANTES DA VARIÁVEL ALEATÓRIA Z

A determinação das características da variável aleatória Z da expressão 3.1 é facilitada se forem conhecidas as características das variáveis aleatórias que constituem o segundo membro da equação. Conforme visto no capítulo anterior, conhecendo-se a função de densidade de probabilidade das variáveis aleatórias $X_i$, é possível calcular, utilizando as expressões desenvolvidas, os momentos com relação a origem e os momentos centrais. De posse destes valores calcula-se os cumulantes de ordem j, representados por $K_j(Y_i)$. Estes cumulantes são calculados através das expressões desenvolvidas no item 2.5.4 do mesmo capítulo. Voltando a expressão 3.1 nota-se que a mesma é formada genéricamente por uma constante $a_0$ e por parcelas da forma

$a_i X_i$. A seguir procura-se mostrar como podem ser calculados os cumulantes de cada uma destas parcelas.

### 3.2.1.1 CÁLCULO DOS CUMULANTES DA VARIÁVEL ALEATÓRIA $Y_i = a_i X_i$

A função característica $\psi(t)$ da variável aleatória $Y_i$ assume a forma

$$\psi(t) = E[e^{jta_iX_i}] \qquad \text{onde} \qquad j = \sqrt{-1}$$

Desenvolvendo em série a função $\psi(t)$ na vizinhança de $t = 0$, tem-se:

$$\psi(t) = E[1 + jta_iX_i + \frac{(jt)^2}{2!} a_i^2 X_i^2 + \frac{(jt)^3}{3!} a_i^3 X_i^3 + \ldots] =$$

$$= 1 + jta_i E[X_i] + \frac{(jt)^2}{2!} a_i^2 E[X_i^2] + \frac{(jt)^3}{3!} a_i^3 E[X_i^3] +$$

$$+ \ldots = 1 + t\, a_i M_1 + \frac{(jt)^2}{2!} a_i^2 M_2 + \frac{(jt)^3}{3!} a_i^3 M_3 + \ldots$$

Assim

$$\psi(t) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(jt)^n}{n!} a_i^n M_n \qquad (3.3)$$

Conclui-se através da expressão 3.3 que os momentos da variável $a_iX_i$ obtém-se multiplicando os momentos da mesma ordem de $X_i$ pela potência, também da mesma ordem da constante $a_i$ elevada ao expoente n. Desta maneira utilizando-se as expressões 2.68 e 2.69 do capítulo anterior pode-se calcular os

cumulantes da variável aleatória $Y_i = a_i X_i$. De tais expressões verifica-se que

$$K_n(Y_i) = a_i^n K_n(X_i)$$

### 3.2.1.2 CÁLCULO DOS CUMULANTES DA CONSTANTE $a_0$

Considerando-se agora uma constante $a_0$ e fazendo $Y_0 = a_0$ tem-se para o momento de ordem r em relação a origem:

$$M_r = E[Y_0^r] = \sum_{i=1}^{n} Y_i^r \, P\{Y_0 = Y_i\}$$

Como i = 1, $P\{Y_0 = Y_i\} = 1$ e $Y_i = a_0$

$$M_r = E[Y_0^r] = a_0^r \qquad (3.4)$$

Conclui-se, através da expressão 3.4, que o momento de ordem r de uma constante é igual a n-ésima potência dessa constante. Assim, recorrendo às expressões 2.68 e 2.69 do capítulo anterior, conclui-se que o cumulante de primeira ordem de uma constante é igual a própria constante, sendo todos os demais cumulantes de ordem superior nulos.

## 3.2.2 CÁLCULO DOS CUMULANTES DE UMA SOMA DE VARIÁVEIS ALEATÓRIAS INDEPENDENTES

Depois de se determinar os cumulantes das va

riáveis aleatórias $Y_i = a_i X_i$ que compõem a expressão 3.1 pode-se agora calcular os cumulantes da variável aleatória Z.

Considerando as variáveis aleatórias $Y_i$ independentes entre si e designando-se as funções características de Z, $Y_0$, $Y_1$, $Y_2$, $Y_3$, ..., $Y_n$ respectivamente por $\psi(t)$, $\psi_0(t)$, $\psi_1(t)$, $\psi_2(t)$, $\psi_3(t)$, ... , $\psi_n(t)$ tem-se:

$$\psi(t) = E[e^{itZ}] = E[e^{it(Y_0+Y_1+Y_2+\ldots+Y_n)}] =$$

$$= E[e^{itY_0} \cdot e^{itY_1} \cdot e^{itY_2} \cdot \ldots \cdot e^{itY_n}]$$

Ainda

$$\psi(t) = E[e^{itY_0}] \cdot E[e^{itY_1}] \cdot E[e^{itY_2}] \ldots E[e^{itY_n}]$$

$$\psi(t) = \psi_0(t) \cdot \psi_1(t) \cdot \psi_2(t) \ldots \psi_n(t) \qquad (3.5)$$

Desta expressão conclui-se que a função característica da soma de um número finito de variáveis aleatórias independentes é igual ao produto das funções características destas variáveis.

Utilizando agora a definição da função cumulante pode-se escrever

$$\psi(t) = L_n\psi(t) = L_n(\psi_0(t) \cdot \psi_1(t) \cdot \psi_2(t) \ldots \psi_n(t))$$

ou

$$\psi(t) = L_n\psi(t) = L_n\psi_0(t) + L_n\psi_1(t) + L_n\psi_2(t) + \ldots + L_n\psi_n(t) \quad (3.6)$$

Da expressão 3.6 pode-se concluir que o cumulante de ordem j da soma de um conjunto de variáveis aleatórias independentes é igual a soma dos cumulantes da mesma ordem destas variáveis aleatórias.

Assim

$$K_j(Z) = \sum_{i=1}^{n} K_j(Y_i) \qquad j = 1,2,3,\ldots \quad (3.7)$$

onde genericamente

$K_j(Z)$ - representa o cumulante de ordem j da soma das variáveis aleatórias $Y_i$

$K_j(Y_i)$ representa o cumulante de ordem j da variável aleatória $Y_i$.

Como caso particular de interesse, considere-se a seguinte transformação.

$$Z = a_0 + a_1X \quad (3.8)$$

A mudança de variável efetuada pela expressão anterior é formalmente idêntica à transformação utilizada para fazer a chamada normalização de variáveis aleatórias.

Com base no que já foi descrito, conclui-se

que, neste caso, o cumulante de ordem j da variável Z, representado por $K_j(Z)$, é igual a soma dos cumulantes de mesma ordem das variáveis do segundo membro.

Para o cumulante de primeira ordem tem-se:

$$K_1(Z) = a_0 + a_1 K_1(X) \qquad (3.9)$$

Para os cumulantes de ordem $j > 1$, tem-se genericamente:

$$K_j(Z) = 0 + a_1^j K_j(X) \qquad (3.10)$$

### 3.2.3 OBTENÇÃO DA FUNÇÃO DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE DA COMBINAÇÃO LINEAR DE VARIÁVEIS ALEATÓRIAS

Como visto no capítulo anterior, através da série de Gram-Charlier, é possível, teoricamente, representar-se a função de densidade de probabilidade f(z) através de uma expansão em relação a distribuição normal padronizada N(z). Consequentemente na expressão 2.92 os coeficientes da referida expansão são funções dos cumulantes da variável Z, também padronizada ou normalizada.

Torna-se então necessário obter os cumulantes da variável Z normalizada em função dos cumulantes calculados no ítem 3.2.2. Como é sobejamente conhecido, a normalização de uma certa variável aleatória Z obtém-se pela aplicação da transformação:

$$Z_n = \frac{Z - E[Z]}{\sigma_z} = \frac{Z}{\sigma_z} - \frac{E[Z]}{\sigma_z} \qquad (3.11)$$

onde

$Z_n$ é a variável aleatória resultante da normalização

$E[Z]$ é o valor esperado da variável aleatória Z

$\sigma_z$ é o desvio padrão da variável aleatória Z

Uma vez que $E[Z]$ e $\sigma_z$ são constantes a equação 3.11 pode escrever-se na forma

$$Z_n = b_0 + b_1 Z$$

Com $$b_0 = - \frac{E[Z]}{\sigma_z}$$

$$b_1 = \frac{1}{\sigma_z}$$

Os cumulantes da variável normalizada $Z_n$ podem agora ser calculados em função dos cumulantes da variável não normalizada Z.

Utilizando a equação 3.9, obtém-se para o cumulante de primeira ordem:

$$K_1(Z_n) = - \frac{E[Z]}{\sigma_z} + \frac{1}{\sigma_z} \cdot K_1(Z)$$

De forma esquemática os cumulantes da variável aleatória Z normalizada podem ser obtidos de acordo com o seguinte roteiro:

1. Calcula-se os cumulantes de cada variável aleatória $Y_i = a_i X_i$ utilizando-se o exposto no item 3.2.1.

2. Calcula-se a soma dos cumulantes de mesma ordem j de todas as variáveis $Y_i = a_i X_i$, obtendo-se desta forma, $K_j(Z)$ conforme descrito no item 3.2.2.

3. Conhecendo-se o desvio padrão de cada variável aleatória $Y_i = a_i X_i$, calcula-se $\sigma_z$ segundo a expressão 3.15.

4. Finalmente, de acordo com a expressão 3.14 divide-se a soma dos cumulantes de mesma ordem j, $K_j(Z)$, pelo desvio padrão $\sigma_z$ elevado ao expoente j.

Finalmente, substituindo-se na expressão 2.92 do capítulo anterior, os valores dos cumulantes assim calculados obtem-se a função $f(z_n)$ da variável aleatória Z normalizada.

Para desnormalizar tal função utiliza-se novamente a transformação

$$z_n = \frac{Z - E[Z]}{\sigma_z} \tag{3.16}$$

que neste caso, fornece

$$Z = z_n \cdot \sigma_z + E[Z] \tag{3.17}$$

e como $K_1(Z) = E[Z]$

resulta $K_1(Z_n) = 0$ (3.12)

Para os cumulantes de ordem superior à primeira, a equação 3.10 permite escrever diretamente

$$K_j(Z_n) = \frac{1}{(\sigma_z)^j} \cdot K_j(Z) \qquad (3.13)$$

Conclui-se então que:

- O cumulante de primeira ordem da variável aleatória normalizada é nulo.
- Os cumulantes de ordem superior à primeira da variável aleatória normalizada obtêm-se dividindo os cumulantes da mesma ordem da variável aleatória não normalizada pela potência, também da mesma ordem, do desvio padrão correspondente.

Finalmente é então possível escrever para os cumulantes da variável aleatória Z normalizada:

$$K_1(Z_n) = 0$$

$$K_j(Z_n) = \frac{K_j(Z)}{\sigma_z{}^j} = \frac{1}{\sigma_z{}^j} \cdot \sum_{i=1}^{n} K_j(Y_i), \quad j = 2,3,... \qquad (3.14)$$

onde

$$\sigma_z^2 = \sigma_{Y_0}^2 + \sigma_{Y_1}^2 + ... + \sigma_{Y_n}^2 \qquad (3.15)$$

A equação anterior permite obter os valores da variável aleatória Z desnormalizada em função dos valores da correspondente variável normalizada.

A função de densidade de probabilidade correspondente, f(z), que é, finalmente, a função de densidade da combinação linear inicialmente considerada, calcula-se por [01]:

$$f(z) = \frac{f(z_n)}{\left| \frac{dz}{dz_n} \right|} \qquad (3.18)$$

Mas da expressão 3.17 conclui-se que

$$\frac{dz}{dz_n} = \sigma_z$$

Portanto, a expressão 3.18 transforma-se em:

$$f(z) = \frac{f(z_n)}{\sigma_z} \qquad (3.19)$$

Desta forma as expressões 3.17 e 3.19 permitem calcular a função de densidade de probabilidade da variável

$$Z = a_0 + a_1X_1 + a_2X_2 + \ldots + a_nX_n$$

## 3.3 ANÁLISE DE SENSIBILIDADES

Com o objetivo de se fazer uma análise do comportamento do método dos cumulantes aplicado à convolução de funções de densidade de probabilidade de variáveis aleatórias discretas e contínuas foram consideradas as seguintes funções de distribuição de probabilidade.

DISTRIBUIÇÃO NORMAL $N_1$

Média = 4,0

Desvio Padrão = 2,0

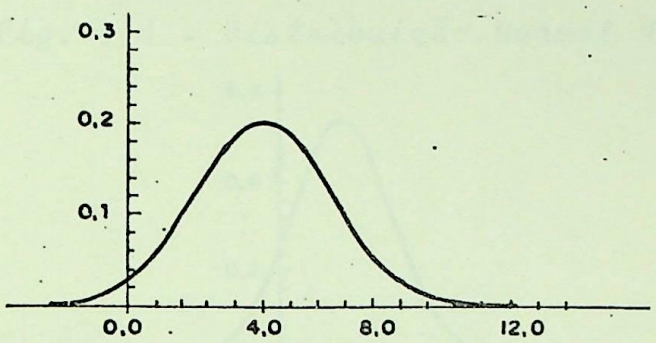



*Fig. 3.1 - Distribuição Normal $N_1$*

DISTRIBUIÇÃO NORMAL $N_2$

Média = 4,0

Desvio Padrão = 0,5

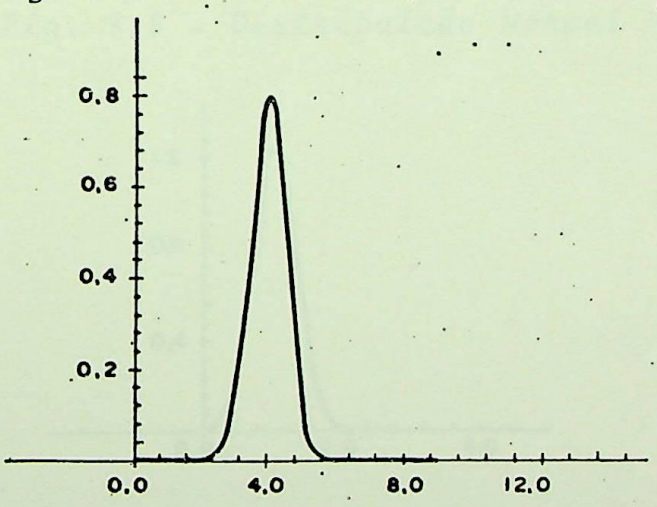



*Fig. 3.2 - Distribuição Normal $N_2$*

DISTRIBUIÇÃO NORMAL $N_3$

Média = 4,0

Desvio Padrão = 0,1

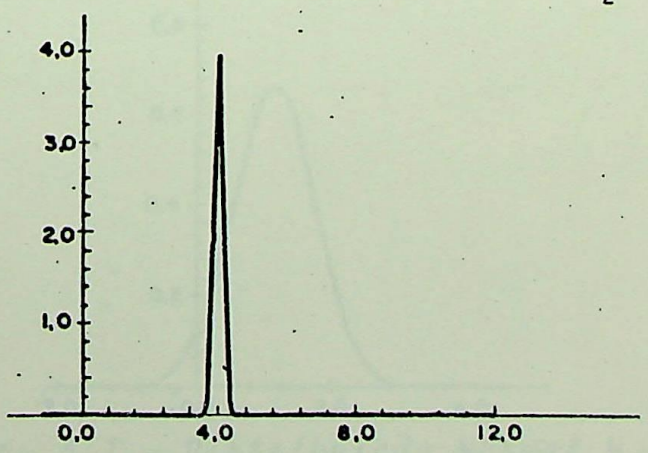



*Fig. 3.3 - Distribuição Normal $N_3$*

DISTRIBUIÇÃO NORMAL $N_4$

Média = 0,886

Desvio Padrão = 0,463

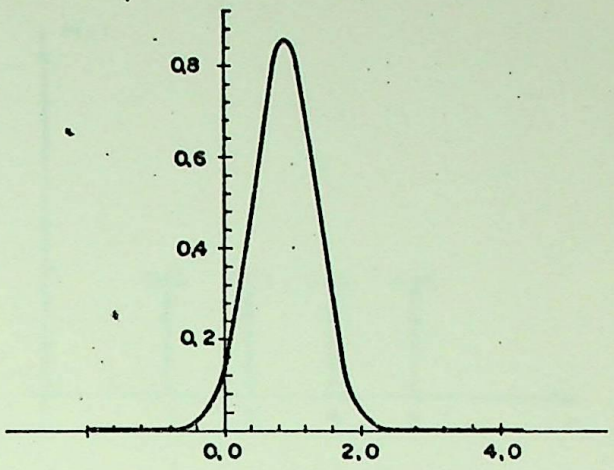



*Fig. 3.4 - Distribuição Normal $N_4$*

DISTRIBUIÇÃO NORMAL $N_5$

Média = 0,931

Desvio Padrão = 0,749

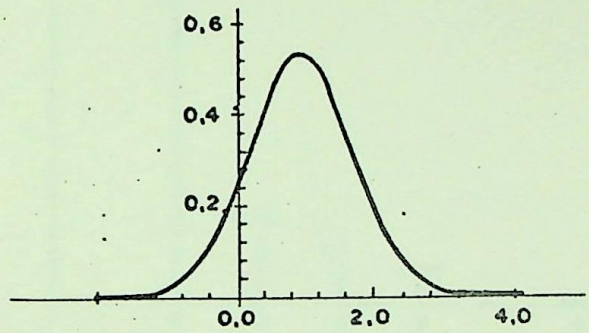



*Fig. 3.5 - Distribuição Normal $N_5$*

DISTRIBUIÇÃO NORMAL $N_6$

Média = 1,046

Desvio Padrão = 0,321

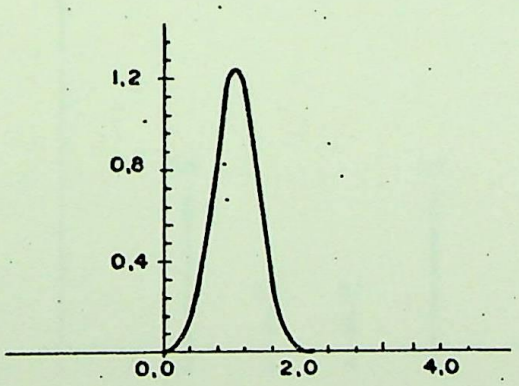



*Fig. 3.6 - Distribuição Normal $N_6$*

DISTRIBUIÇÃO NORMAL $N_7$

Média = 1,133

Desvio Padrão = 0,604

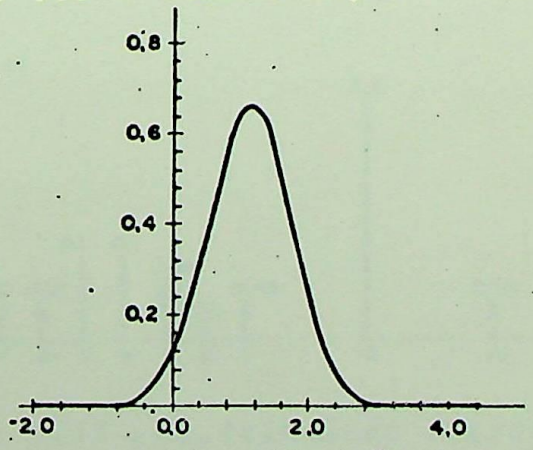



*Fig. 3.7 - Distribuição Normal $N_7$*

DISTRIBUIÇÃO DISCRETA $D_1$

Número de Pulsos = 4,0

Média = 3,5

Desvio Padrão = 1,118

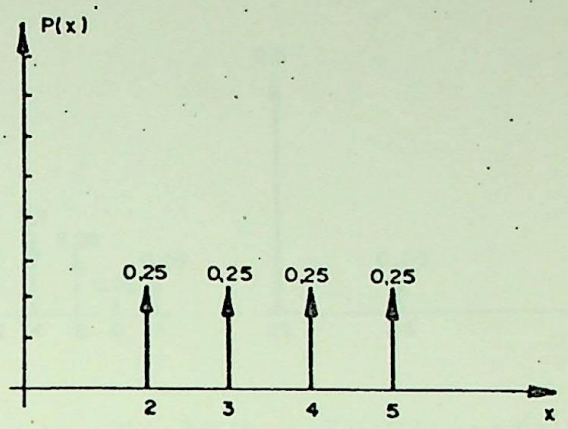



*Fig. 3.8 - Distribuição Discreta $D_1$*

DISTRIBUIÇÃO DISCRETA $D_2$

Número de Pulsos = 4,0

Média = 2,50

Desvio Padrão = 0,866

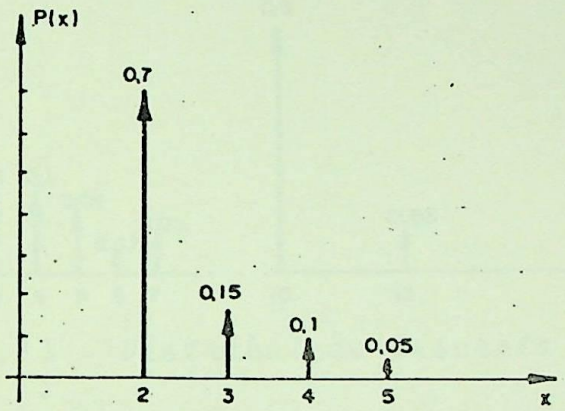



*Fig. 3.9 - Distribuição Discreta $D_2$*

DISTRIBUIÇÃO DISCRETA $D_3$

Número de Pulsos = 4,0

Média = 3,50

Desvio Padrão = 1,360

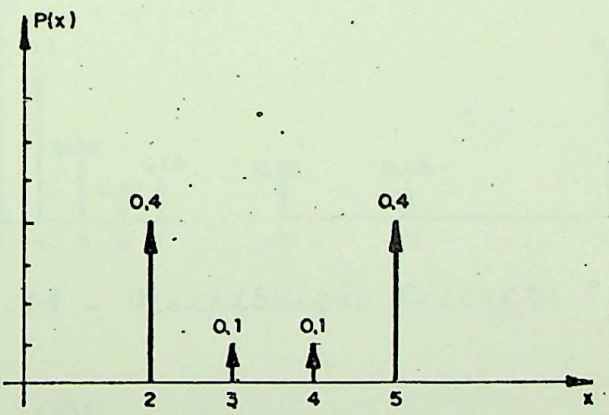



*Fig. 3.10 - Distribuição Discreta $D_3$*

DISTRIBUIÇÃO DISCRETA $D_4$

Número de Pulsos = 10,0

Média = 10,07

Desvio Padrão = 6,40




*Fig. 3.11 - Distribuição Discreta $D_4$*

DISTRIBUIÇÃO DISCRETA $D_5$

Número de Pulsos = 10,0

Média = 17,22

Desvio Padrão = 12,48

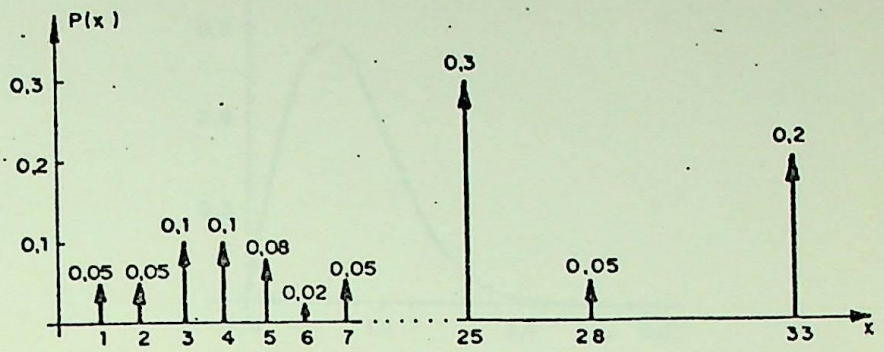



*Fig. 3.12 - Distribuição Discreta $D_5$*

DISTRIBUIÇÃO DISCRETA $D_6$

Número de Pulsos = 10,0

Média = 8,97

Desvio Padrão = 5,54

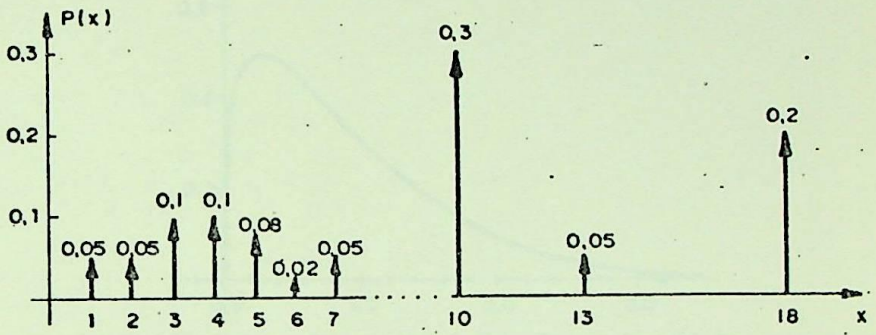



*Fig. 3.13 - Distribuição Discreta $D_6$*

DISTRIBUIÇÃO DISCRETA $D_7$

Número de Pulsos = 10,0

Média = 7,32

Desvio Padrão = 5,96

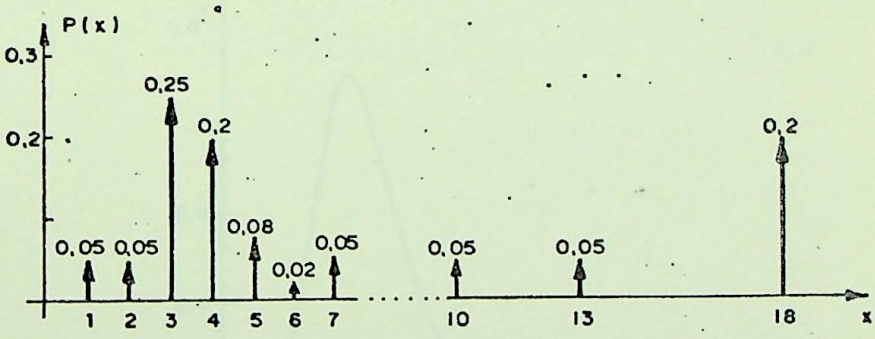



*Fig. 3.14 - Distribuição Discreta $D_7$*

DISTRIBUIÇÃO DISCRETA $D_8$

Número de Pulsos = 2,0

Média = 1,20

Desvio Padrão = 0,458

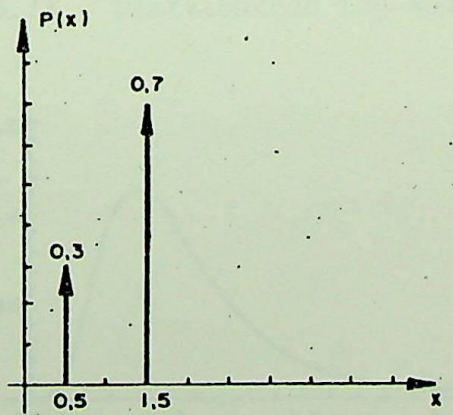



*Fig. 3.15 - Distribuição Discreta $D_8$*

DISTRIBUIÇÃO DE WEIBULL $W_1$

$\lambda = 1,0$

$\beta = 2,0$

Média = 0,886

Desvio Padrão = 0,463

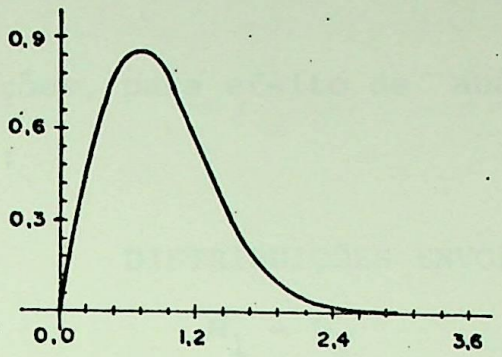



*Fig. 3.16 - Distribuição de Weibull $W_1$*

DISTRIBUIÇÃO DE WEIBULL $W_2$

$\lambda = 1,0$

$\beta = 1,25$

Média = 0,931

Desvio Padrão = 0,749

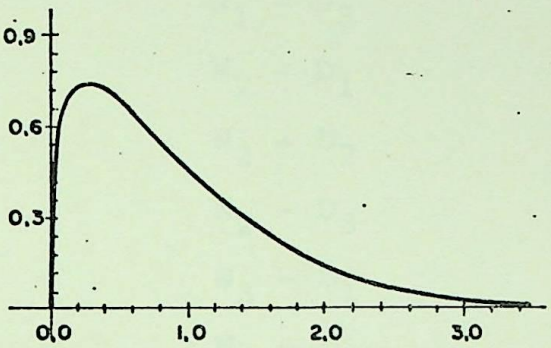



*Fig. 3.17 - Distribuição de Weibull $W_2$*

DISTRIBUIÇÃO LOG-NORMAL $LN_1$

$m = 0,0$

$\sigma = 0,3$

Média = 1,046

Desvio Padrão = 0,321

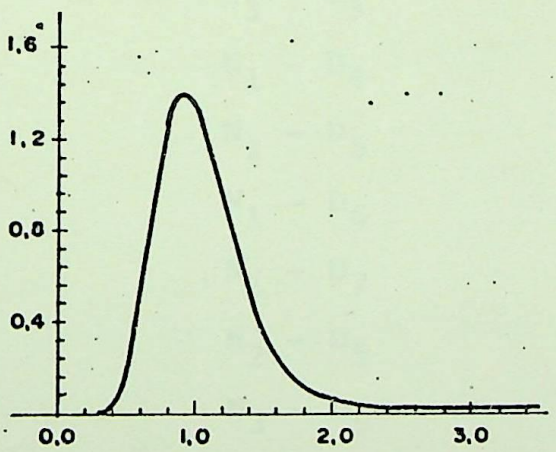



*Fig. 3.18 - Distribuição Log-Normal $LN_1$*

DISTRIBUIÇÃO LOG-NORMAL $LN_2$

$m = 0,0$

$\sigma = 0,50$

Média = 1,133

Desvio Padrão = 0,604

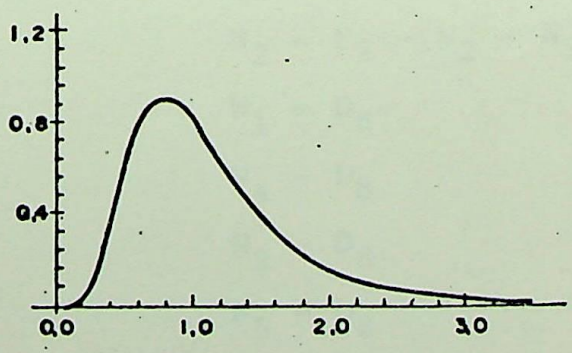



*Fig. 3.19 - Distribuição Log-Normal $LN_2$*

Estas distribuições, para efeito de análise, foram combinadas da seguinte forma:

| NÚMERO DA COMBINAÇÃO | DISTRIBUIÇÕES ENVOLVIDAS |
|---|---|
| 01 | $N_1 - D_1$ |
| 02 | $N_1 - D_2$ |
| 03 | $N_1 - D_3$ |
| 04 | $N_2 - D_1$ |
| 05 | $N_2 - D_2$ |
| 06 | $N_2 - D_3$ |
| 07 | $N_3 - D_1$ |
| 08 | $N_3 - D_2$ |
| 09 | $N_3 - D_3$ |
| 10 | $N_1 - D_4$ |
| 11 | $N_1 - D_5$ |
| 12 | $N_1 - D_6$ |
| 13 | $N_1 - D_7$ |
| 14 | $N_2 - D_5$ |
| 15 | $N_3 - D_5$ |
| 16 | $N_2 - N_3 - D_4$ |
| 17 | $N_2 - N_2 - N_3 - D_4$ |
| 18 | $N_2 - N_2 - N_2 - N_3 - D_4$ |
| 19 | $W_1 - D_8$ |
| 20 | $N_4 - D_8$ |
| 21 | $W_2 - D_8$ |
| 22 | $N_5 - D_8$ |
| 23 | $LN_1 - D_8$ |
| 24 | $N_6 - D_8$ |

| NÚMERO DA COMBINAÇÃO | DISTRIBUIÇÕES ENVOLVIDAS |
|---|---|
| 25 | $LN_2 - D_8$ |
| 26 | $N_7 - D_8$ |

Os resultados utilizados para efetuar esta análise foram obtidos com um programa, desenvolvido durante o trabalho, que permite calcular as funções de densidade e de distribuição de probabilidade resultantes da combinação linear de variáveis aleatórias, através do método dos cumulantes e também através da Transformada de Laplace. No primeiro método utilizou-se a série de Gram- Charlier aproximada pelos seus primeiros nove termos, o que corresponde conforme a expressão 2.92, à utilização dos oito primeiros cumulantes. A análise comparativa entre os resultados obtidos pelos dois métodos permite avaliar a influência de alguns parâmetros relevantes tal como descrito nos ítens seguintes.

### 3.3.1 INFLUÊNCIA DO DESVIO PADRÃO DA DISTRIBUIÇÃO NORMAL EM RELAÇÃO AO ESPAÇAMENTO ENTRE OS PULSOS DA DISTRIBUIÇÃO DISCRETA

Quando o desvio padrão da distribuição normal é maior que o espaçamento entre os pulsos da distribuição discreta envolvida na combinação linear, nota-se uma quase perfeita identidade entre os resultados obtidos pelos dois métodos, tanto para a função de densidade quanto para a função de distribuição de probabilidade resultante. Esta conclusão pode ser facilmente constatada pela observação das figuras 3.20 a 3.22 correspondentes

tes as combinações 1, 2 e 3 respectivamente. Nestas combinações a distribuição normal possui um desvio padrão igual a 2.0 enquanto que as distribuições discretas envolvidas apresentam um espaçamento entre os pulsos igual a 1.0.

As distribuições $D_1$, $D_2$ e $D_3$ foram utilizadas para tentar constatar qual a influência do valor das probabilidades da distribuição discreta no erro resultante da aplicação da série de Gram-Charlier. Enquanto nas combinações 1, 2 e 3 o erro é praticamente inexistente, o mesmo não acontece nas combinações 4 a 9. Todas estas combinações demonstram que o fator determinante do erro não é, então, o valor das probabilidades da distribuição discreta mas sim a relação entre o desvio padrão da distribuição normal e o espaçamento entre os pulsos da distribuição discreta.

As figuras 3.23 a 3.34 demonstram também, com clareza, que a função de densidade obtida pela série de Gram-Charlier é incapaz de acompanhar os vários picos da função de densidade de probabilidade resultante. Este fato permite concluir que a aproximação é melhor quando a distribuição resultante é unimodal ou multimodal com picos pequenos e pior quando a mesma é multi-nodal com picos pronunciados. As figuras 3.29 e 3.30 referentes as combinações 10 e 11 demonstram também que quanto mais afastados forem os picos da distribuição multimodal pior será a aproximação obtida pela série de Gram-Charlier. É interessante notar novamente que a compensação dos erros na função de densidade faz com que as funções de distribuição sejam em todas as combinações pouco diferente.

### 3.3.2 INFLUÊNCIA DO VALOR DAS PROBABILIDADES DA DISTRIBUIÇÃO DISCRETA

Quando a distribuição discreta apresenta pulsos com valores significativamente elevados para as probabilidades, a função de densidade obtida pelo método dos cumulantes pode ou não sentir sua influência, dependendo do valor do desvio padrão da distribuição normal.

À medida que o desvio padrão da distribuição normal vai diminuindo em relação à distância entre os pulsos da distribuição discreta, começam a aparecer discrepâncias entre as funções de densidade de probabilidade obtidas pelo método dos cumulantes e pela Transformada de Laplace. Os erros existentes são ora positivos, ora negativos. Por tal fato, as diferenças existentes entre as funções de distribuição são menores que as diferenças constatadas para as funções de densidade de probabilidade. As figuras 3.23 a 3.28 correspondentes as combinações 4 a 9 corroboram estas conclusões.

Finalmente, quando o espaçamento entre os pulsos da distribuição discreta for superior a 6 vezes o desvio padrão da distribuição normal os erros decorrentes da aplicação do método dos cumulantes tomam valores significativos. Este fato pode ser constatado através das curvas das figuras 3.33 e 3.34 que correspondem as combinações 14 e 15, onde uma vez mais se observa que as diferenças são maiores para a função de densidade de probabilidade do que para a função de distribuição.

### 3.3.3 INFLUÊNCIA DO NÚMERO DE DISTRIBUIÇÕES NORMAIS (CONTÍNUAS) PRESENTES NA COMBINAÇÃO LINEAR

Se a combinação linear em estudo envolver uma distribuição discreta e várias distribuições normais (contínuas), a aproximação fornecida pela série de Gram-Charlier será tanto melhor quanto quanto maior for o número de distribuições normais (contínuas) existentes. Esta conclusão baseia-se nos seguintes fatos:

- o desvio padrão de uma soma de variáveis aleatórias é sempre maior que os desvios padrões individuais das variáveis aleatórias parcelas;
- como já foi demonstrado no item 3.3.1 à medida que o desvio padrão da variável aleatória normal (contínua) aumenta menor é o erro cometido na aproximação pela série de Gram-Charlier.

As curvas das figuras 3.28 e 3.35 a 3.37 referentes as combinações 9 e 16 a 18 confirmam a conclusão mencionada acima.

### 3.3.4 INFLUÊNCIA DA FORMA DAS DISTRIBUIÇÕES CONTÍNUAS PRESENTES NA COMBINAÇÃO LINEAR

Nas combinações lineares de variáveis aleatórias resultantes da formulação de alguns problemas as distribuições de probabilidade são estimadas a partir das características de amostras disponíveis.

. Em muitos de tais problemas, como é o caso do fluxo de potência probabilístico, a distribuição normal tem sido frequentemente utilizada, mesmo na ausência de testes estatísticos que comprovem a sua total aplicabilidade. Este procedimento é usualmente justificado com base na argumentação de que a vantagem associada à facilidade encontrada na obtenção de soluções analíticas exatas, é superior à desvantagem decorrente de eventuais erros cometidos.

Como a aplicação da série de Gram-Charlier só exige a disponibilidade dos cumulantes das distribuições envolvidas, se tais cumulantes puderem ser calculados, a obtenção da solução final independe da forma das distribuições das variáveis aleatórias presentes na combinação linear. Por outro lado a utilização da distribuição normal em casos onde outras distribuições seriam mais aplicáveis pode levar a erros sensíveis. É o que se pode constatar através da análise das curvas das figuras 3.38 a 3.45 correspondentes as combinações 19 a 26, onde foram utilizadas distribuições de Weibull e de Gauss com a mesma média e o mesmo desvio padrão, mas com formatos nitidamente distintos.

### 3.3.5 INFLUÊNCIA DO NÚMERO DE TERMOS DA SÉRIE DE GRAM-CHARLIER UTILIZADOS

Tal como referido anteriormente, todos os resultados calculados nos itens precedentes através da aplicação da série de Gram-Charlier foram obtidos utilizando os nove primeiros termos da mesma, o que corresponde a tentar reconstituir a função de densidade de probabilidade utilizando as informações

contidas nos oito primeiros cumulantes respectivos.

A convergência obtida parece ter sido, em todos os casos mostrados, muito boa. Esta conclusão pode ser confirmada através da análise das figuras 3.39 e 3.46 a 3.48 que contêm as curvas das funções de densidade de probabilidade correspondentes a vigésima combinação calculadas com os termos da série que utilizam os cumulantes de oitava, sétima, sexta e quinta ordem, respectivamente.

É interessante notar que ao truncar a série em termos que utilizam sucessivamente cumulantes de ordem cada vez menor, a função de densidade de probabilidade resultante, tende para a função normal.

### 3.3.6 CONSIDERAÇÕES GERAIS

Uma análise cuidadosa dos resultados aqui apresentados e de muitos outros que foram obtidos no desenvolvimento do trabalho, permitem ressaltar vários fatos importantes:

- algumas das funções de densidade de probabilidade calculadas pela série de Gram-Charlier apresentam valores negativos. Tais valores podem ser atribuidos a erros inerentes ao truncamento da série ou a erros de arredondamento originados durante os cálculos, que foram efetuados num computador HP-3000, cuja palavra é de 16 bits;

- em algumas das combinações testadas a utilização da série de Gram-Charlier com termos correspondentes aos cumulantes de ordem superior a quarta, forneceu resultados incoerentes. Este é

o caso da combinação 25 (figuras 3.44.A e 3.44.B).

A função de densidade de probabilidade calculada pela série utilizando os termos até o cumulante de quarta ordem, encontra-se descrita na figura 3.44*. Com a utilização dos cumulantes de ordem superior a quarta, a série parece não convergir. Estes resultados só poderão ser considerados definitivos se confirmados através da utilização de um sistema computacional de maior precisão;

- o método dos cumulantes pode ser aplicado com vantagem quando a distribuição teórica de uma, ou mais, das variáveis aleatórias envolvidas na combinação linear não for conhecida. Neste caso, os cumulantes correspondentes podem ser estimados a partir de amostras dos valores possíveis de tais variáveis aleatórias.

OBS.: Nas figuras que se seguem àquelas de linha cheia foram obtidas utilizando-se o método dos cumulantes e as de linha tracejada foram obtidas utilizando-se o método da Transformada de Laplace.

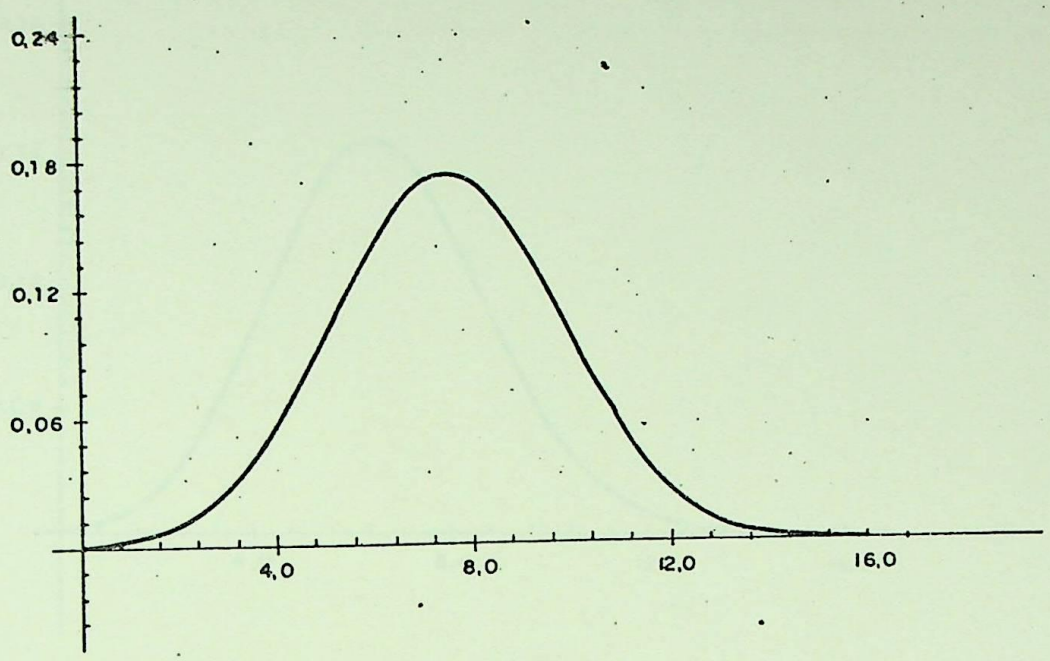



Fig. 3.20.A - Funções de Densidade de Probabilidade - Combinação 01.

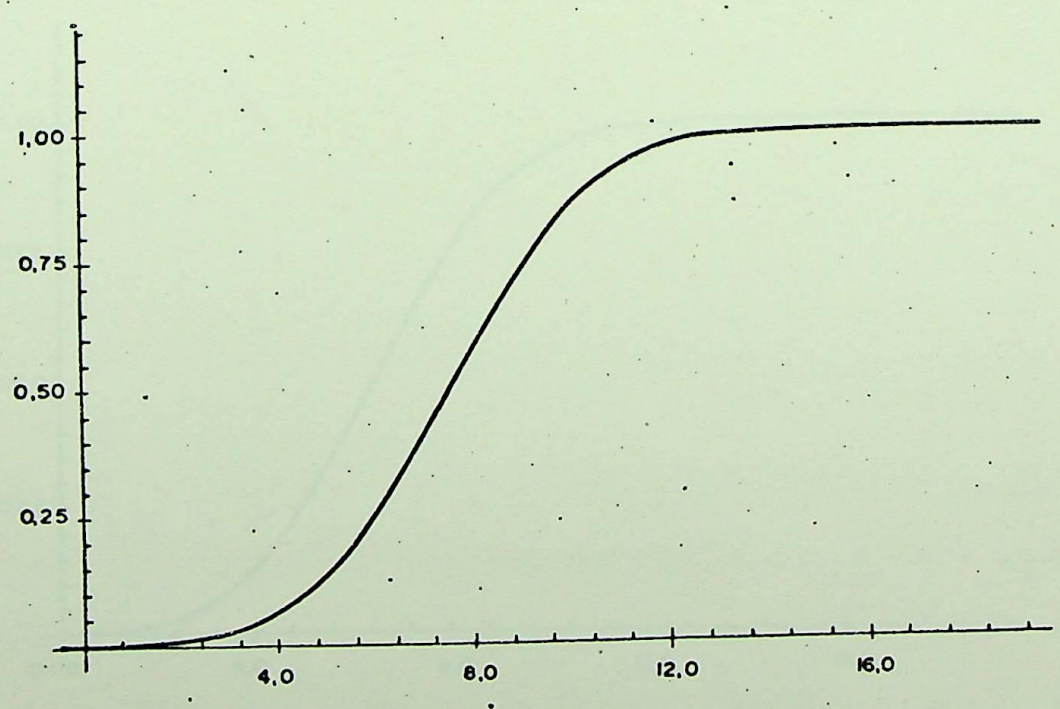



Fig. 3.20.B - Funções de Distribuição de Probabilidade Combinação 01.

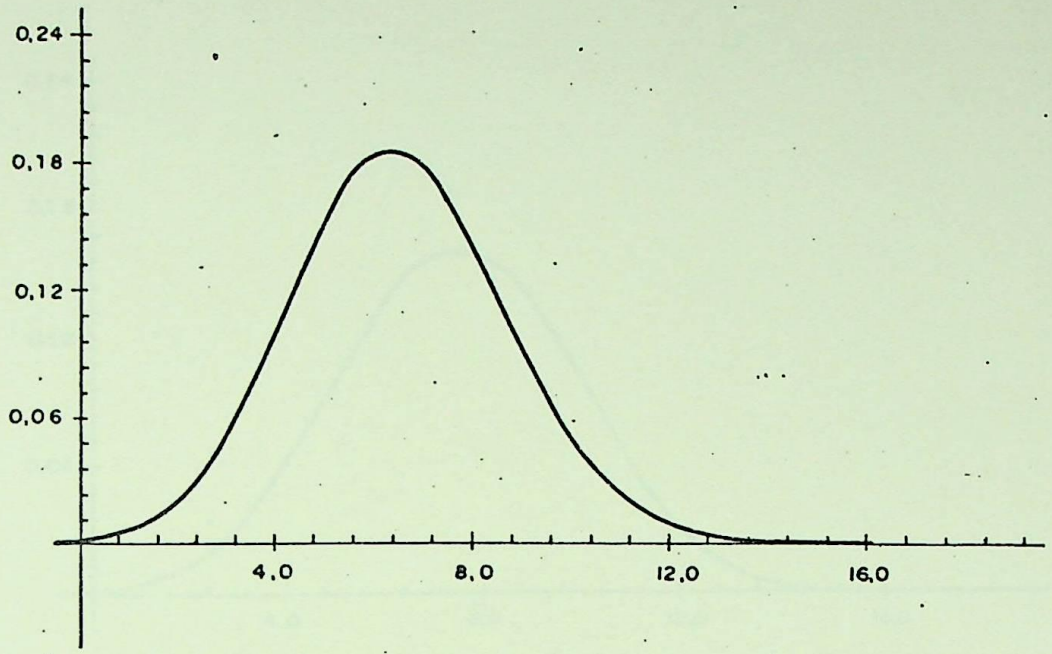



Fig. 3.21.A - Funções de Densidade de Probabilidade Combinação 02.

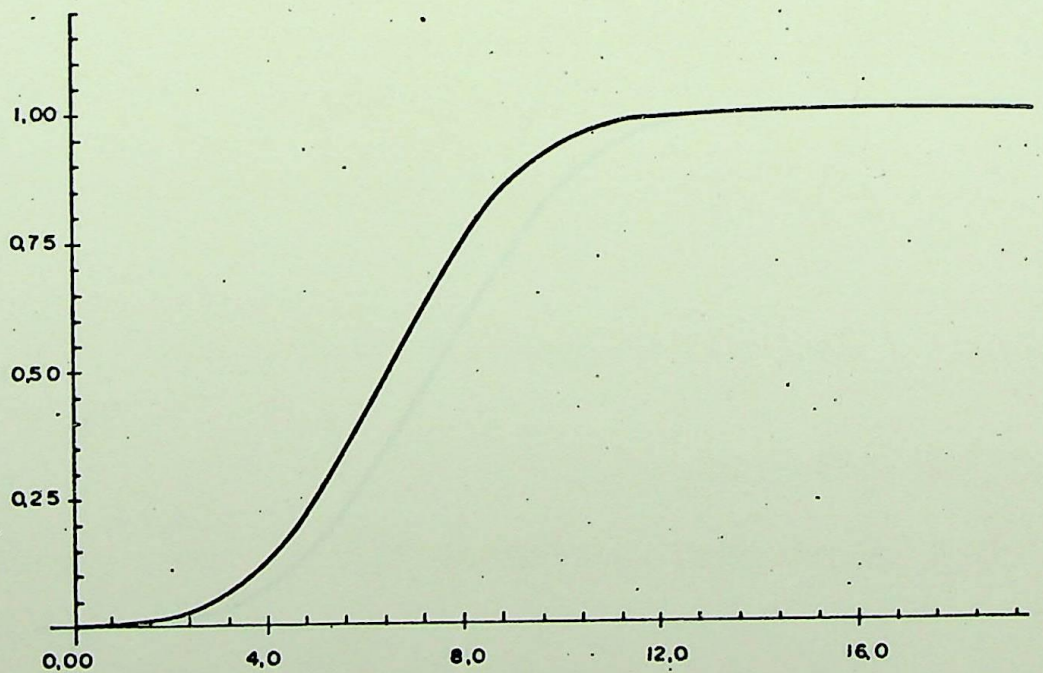



Fig. 3.21.B - Funções de Distribuição de Probabilidade Combinação 02.

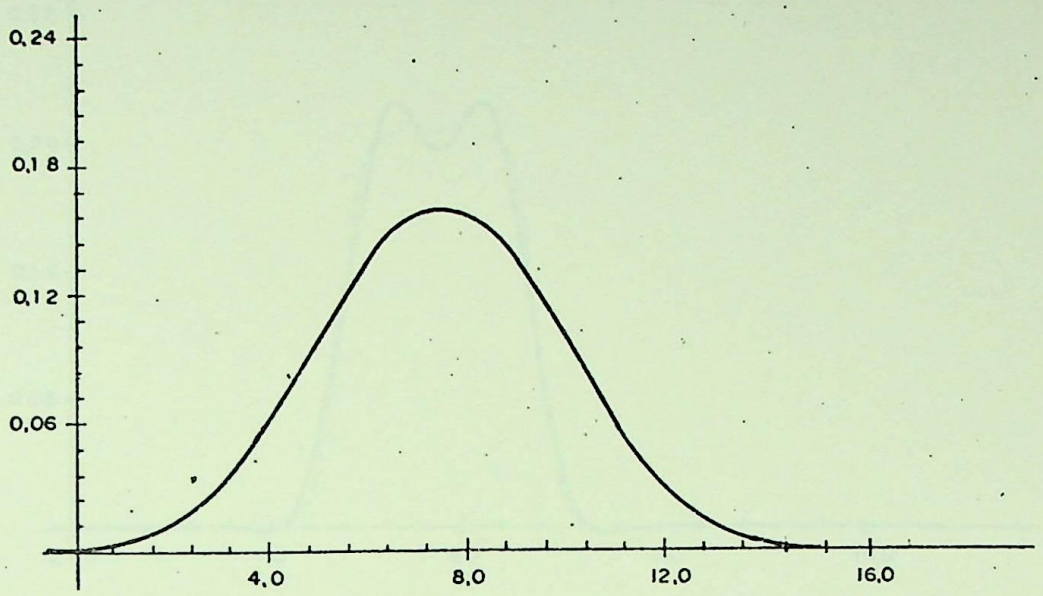



Fig. 3.22.A - Funções de Densidade de Probabilidade Combinação 03.

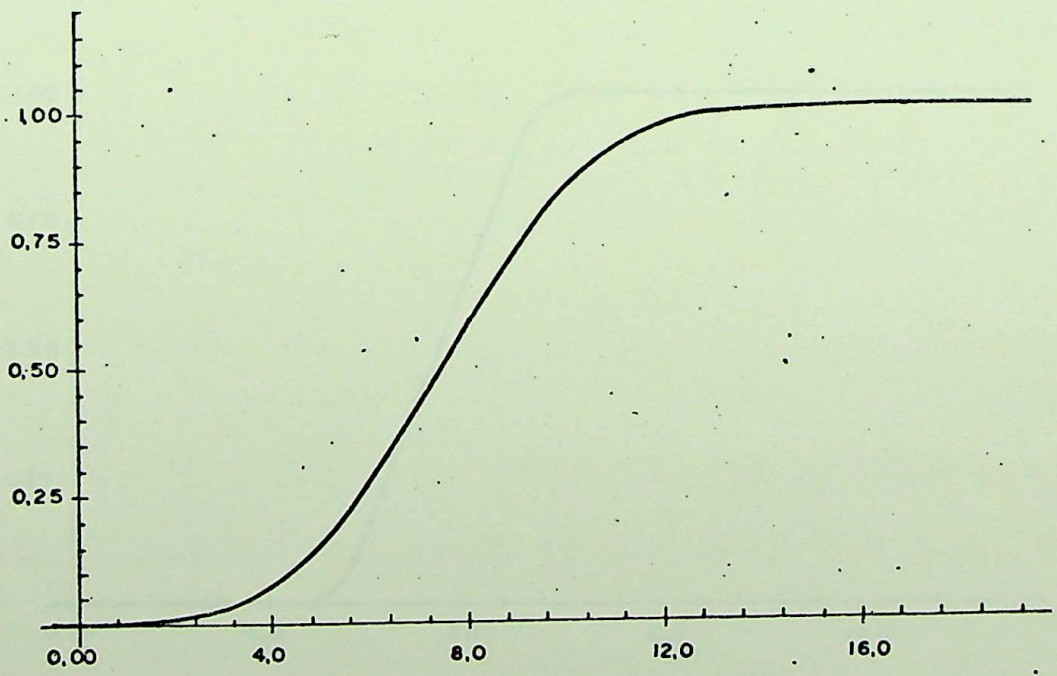



Fig. 3.22.B - Funções de Distribuição de Probabilidade Combinação 03.

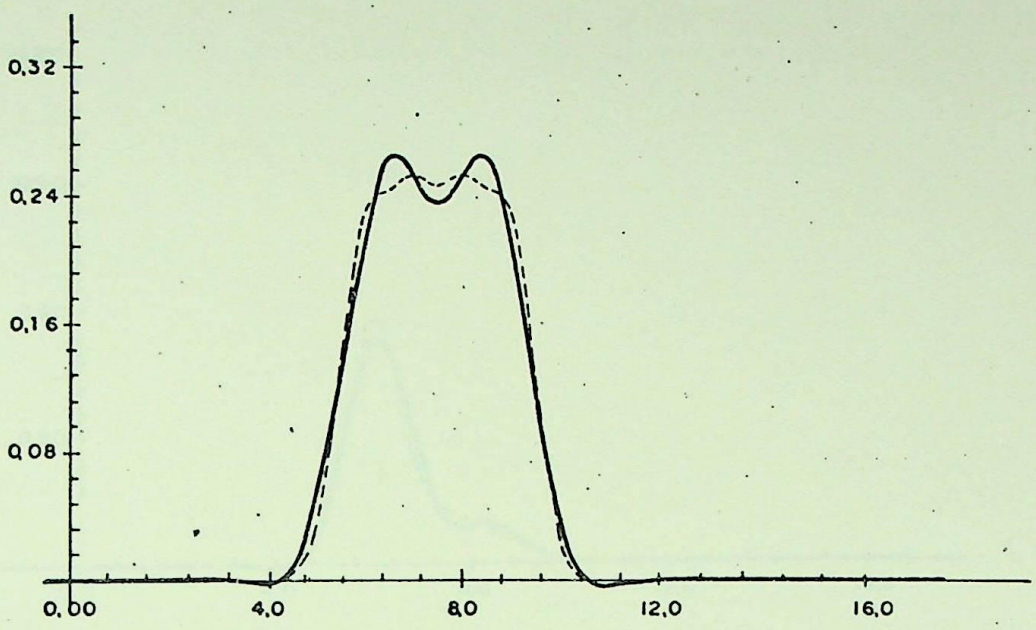



*Fig. 3.23.A - Funções de Densidade de Probabilidade Combinação 04.*

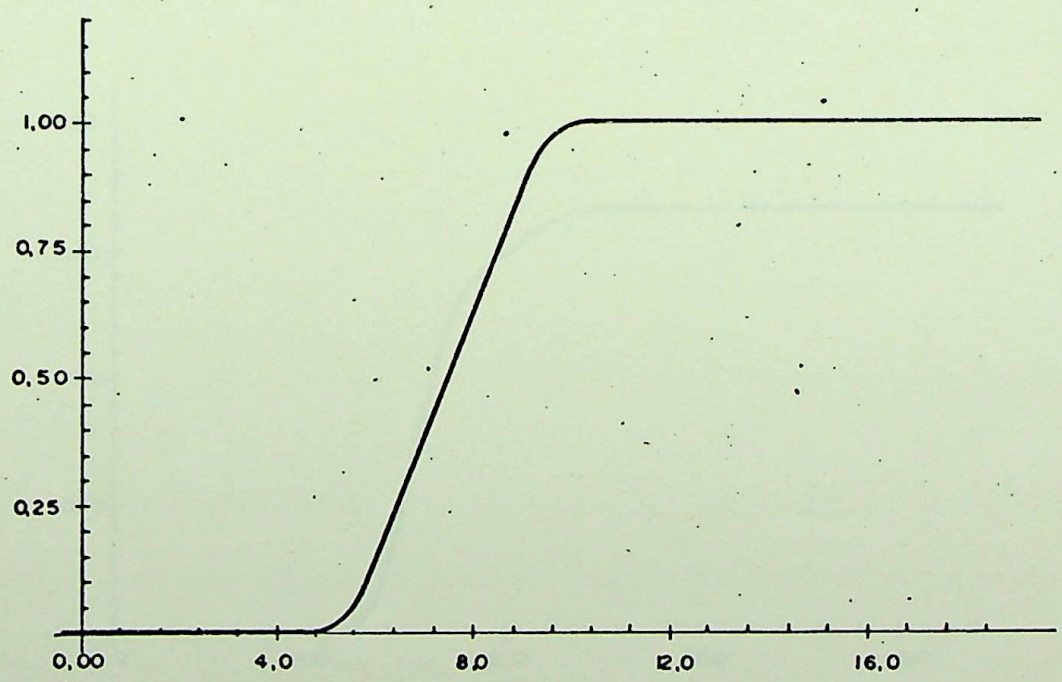



*Fig. 3.23.B - Funções de Distribuição de Probabilidade Combinação 04.*

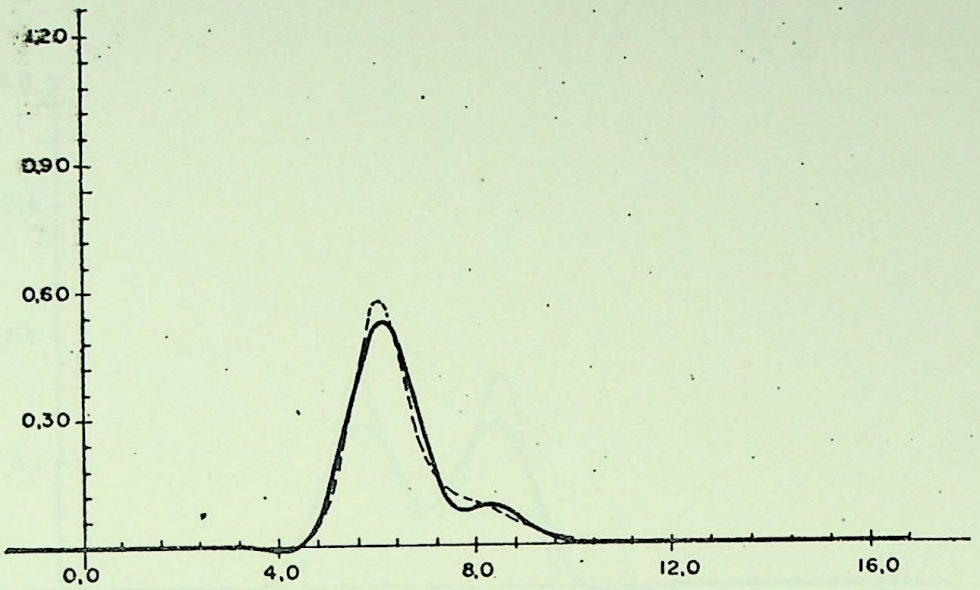



*Fig. 3.24.A - Funções de Densidade de Probabilidade Combinação 05.*

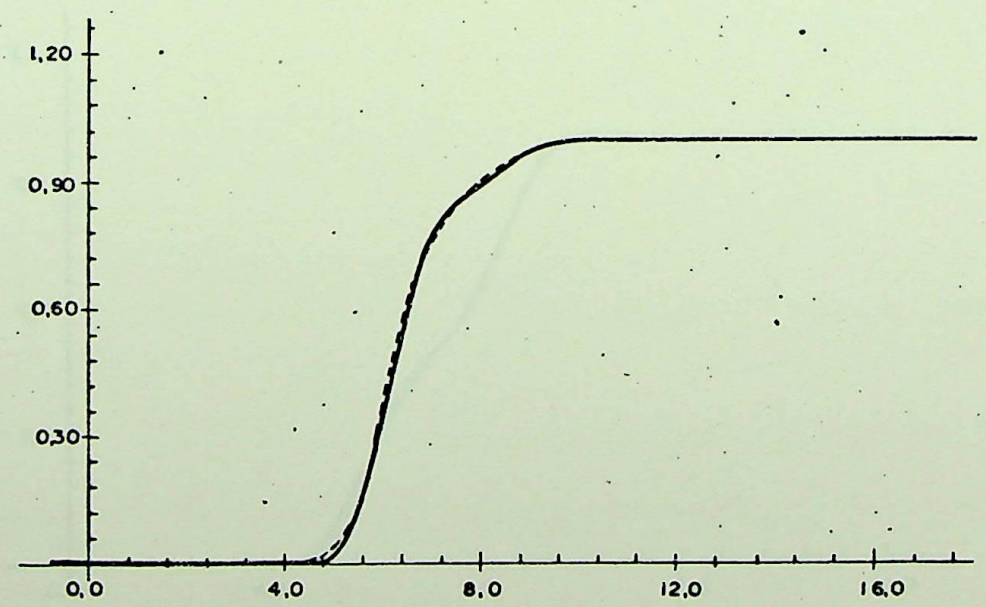



*Fig. 3.24.B - Funções de Distribuição de Probabilidade Combinação 05.*

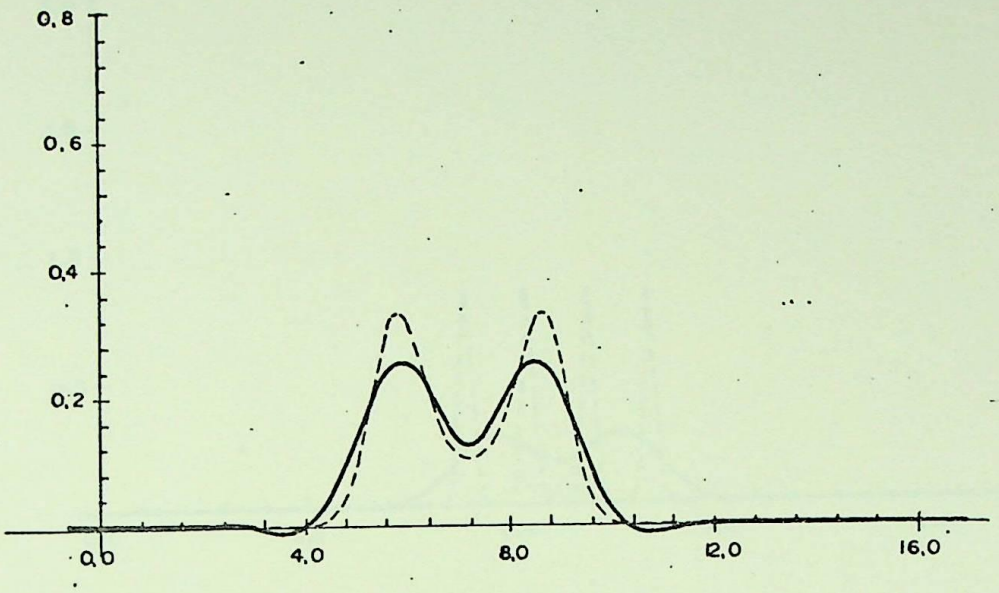



Fig. 3.25.A - Funções de Densidade de Probabilidade Combinação 06.

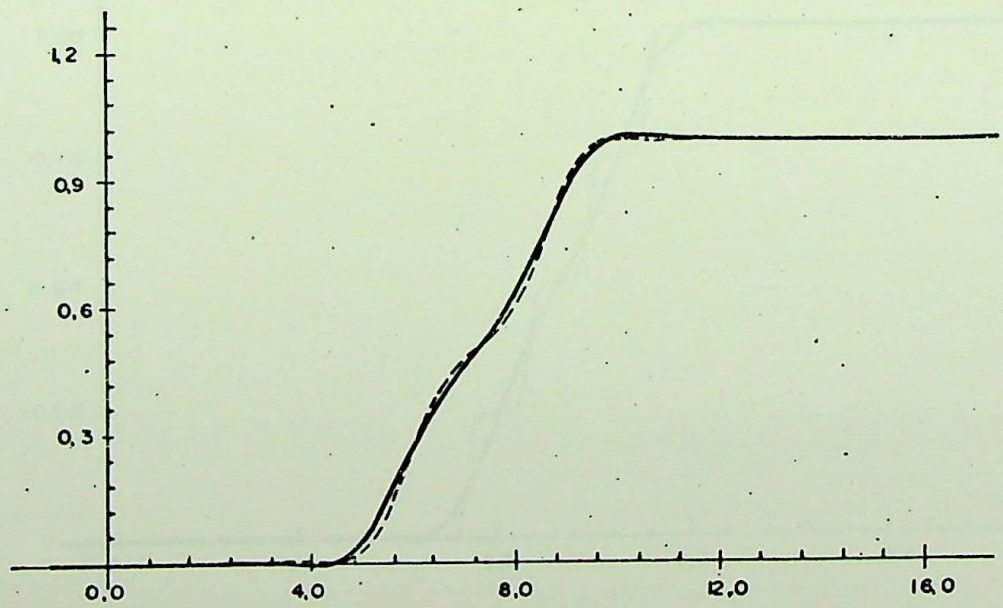



Fig. 3.25.B - Funções de Distribuição de Probabilidade Combinação 06.

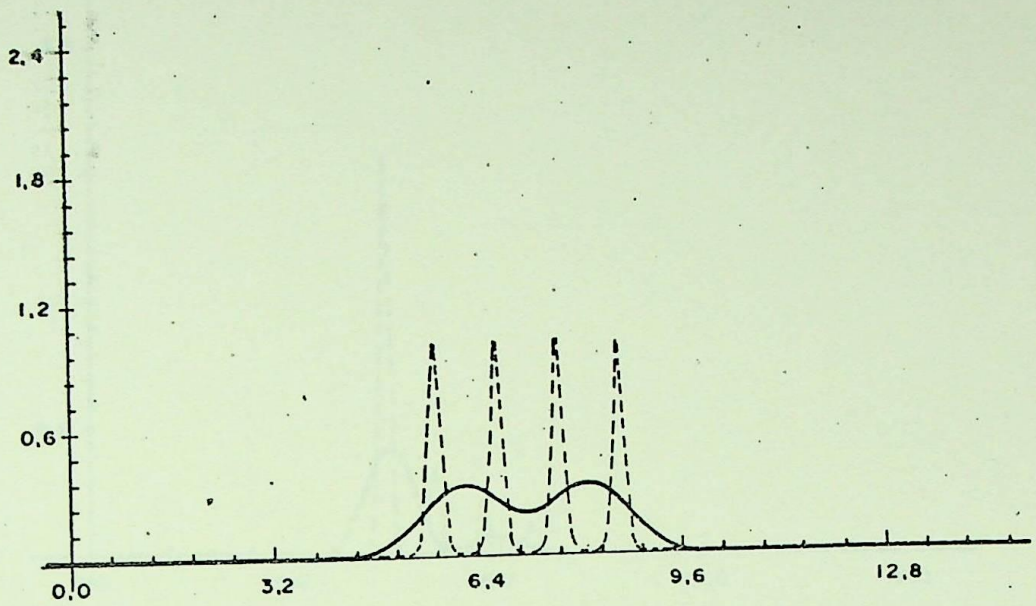



Fig. 3.26.A - Funções de Densidade de Probabilidade Combinação 07.

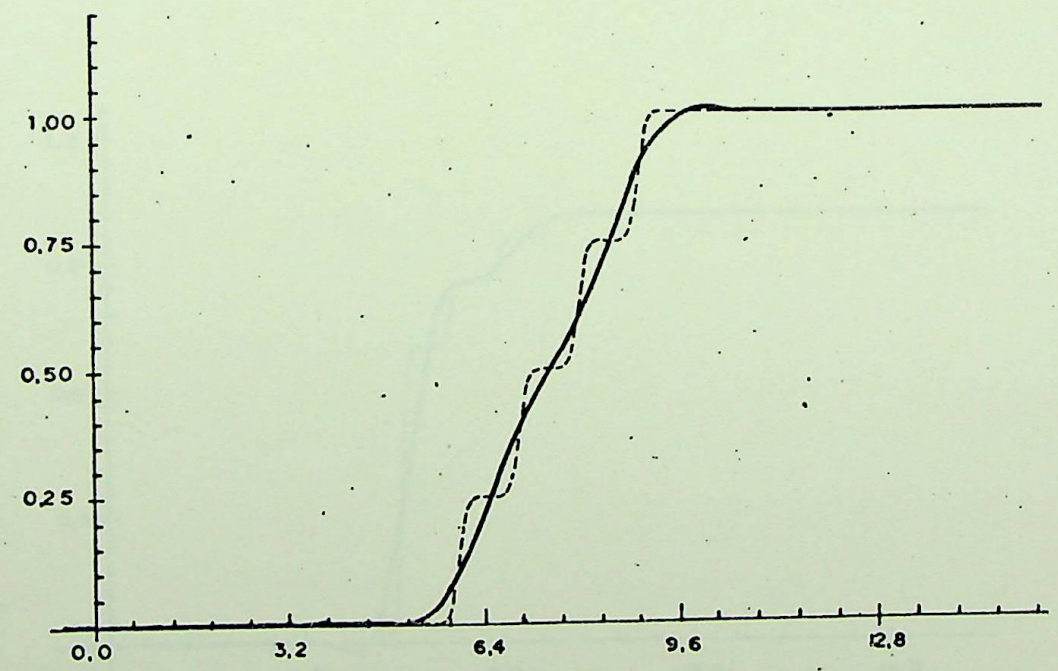



Fig. 3.26.B - Funções de Distribuição de Probabilidade Combinação 07.

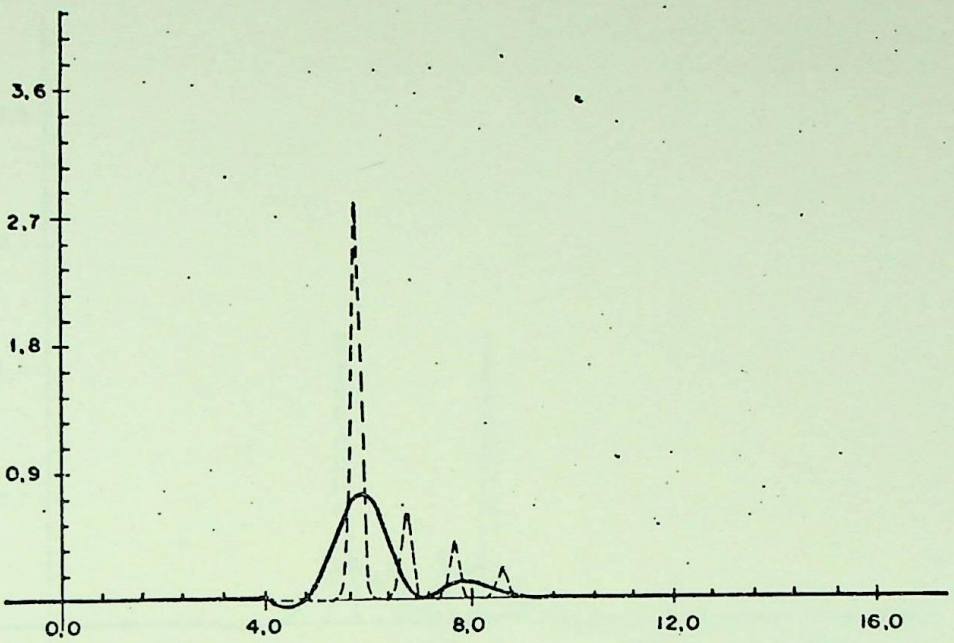



*Fig. 3.27.A - Funções de Densidade de Probabilidade Combinação 08.*

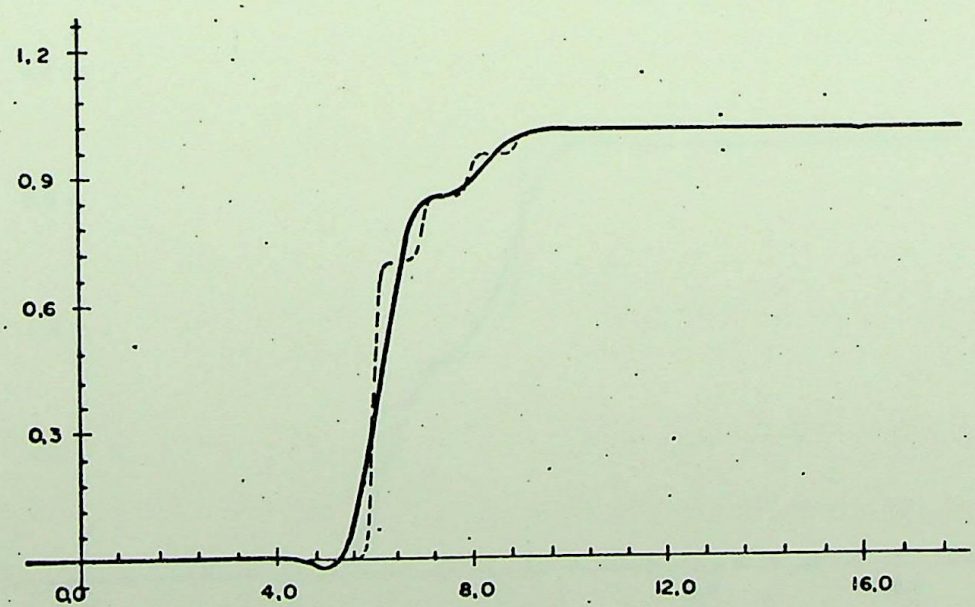



*Fig. 3.27.B - Funções de Distribuição de Probabilidade Combinação 08.*

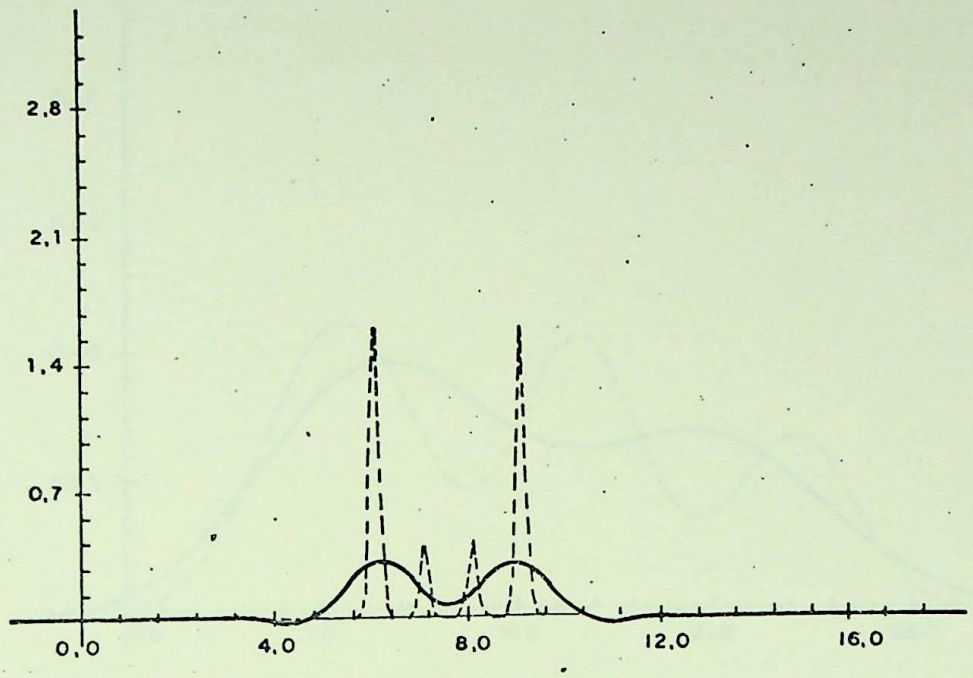



Fig. 3.28.A - Funções de Densidade de Probabilidade Combinação 09.

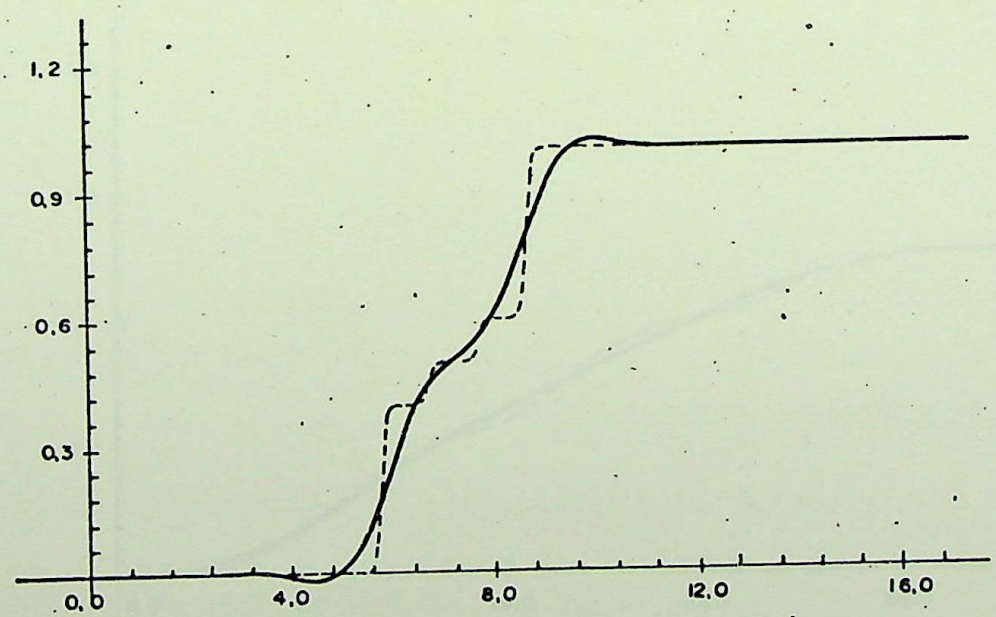



Fig. 3.28.B - Funções de Distribuição de Probabilidade Combinação 09.

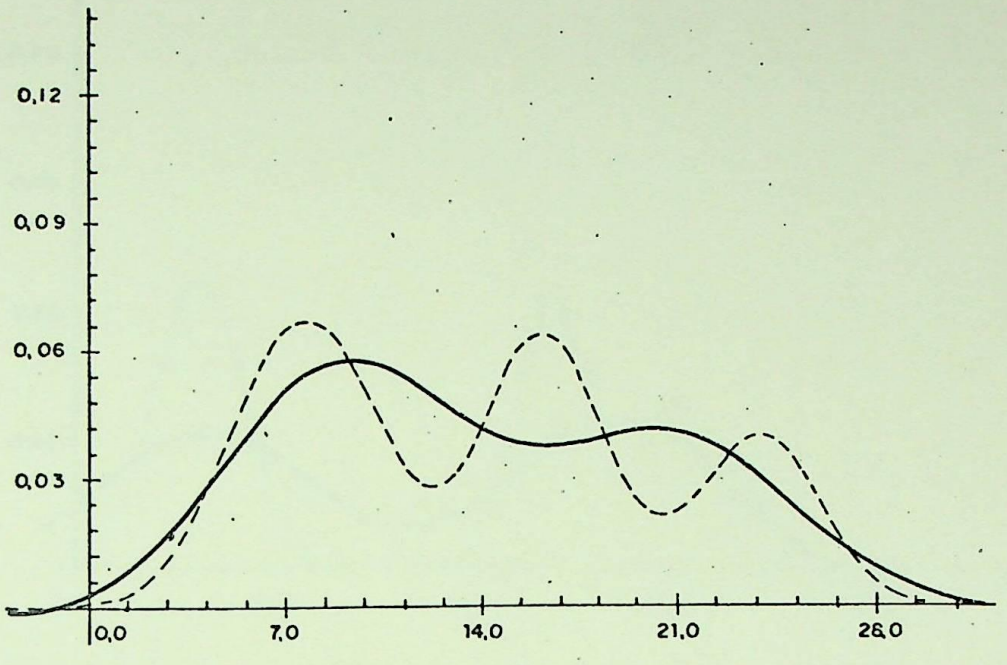



*Fig. 3.29.A - Funções de Densidade de Probabilidade Combinação 10.*

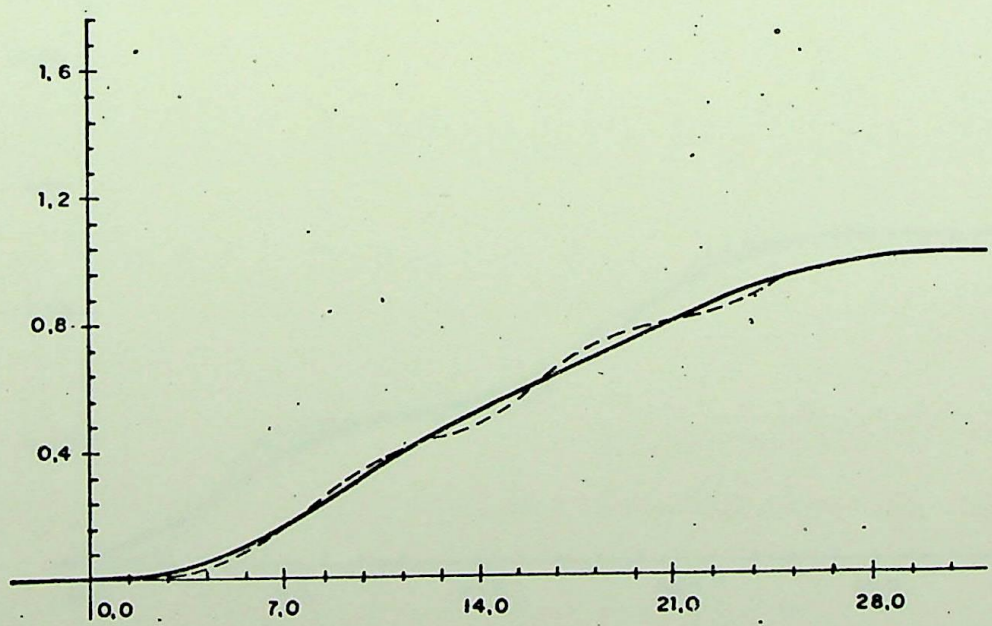



*Fig. 3.29.B - Funções de Distribuição de Probabilidade Combinação 10.*

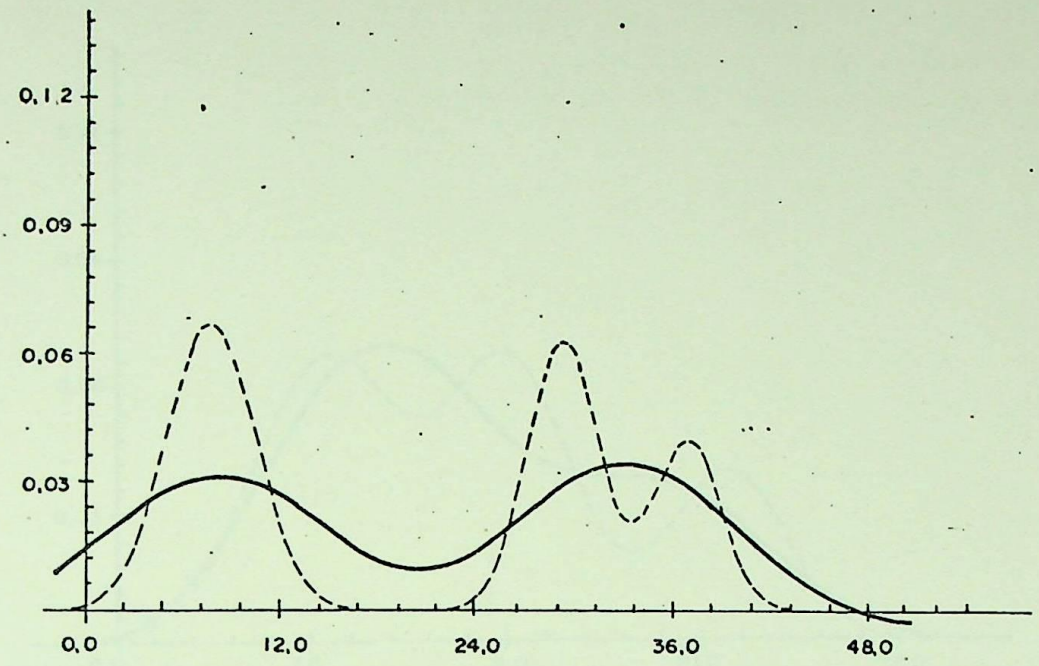



*Fig. 3.30.A - Funções de Densidade de Probabilidade Combinação 11.*

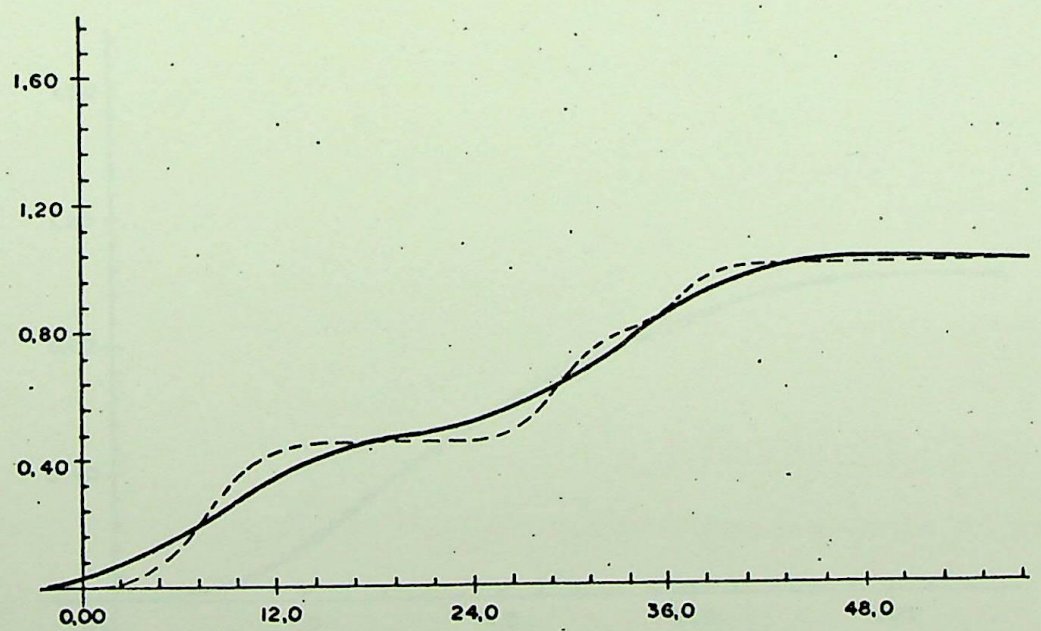



*Fig. 3.30.B - Funções de Distribuição de Probabilidade Combinação 11.*

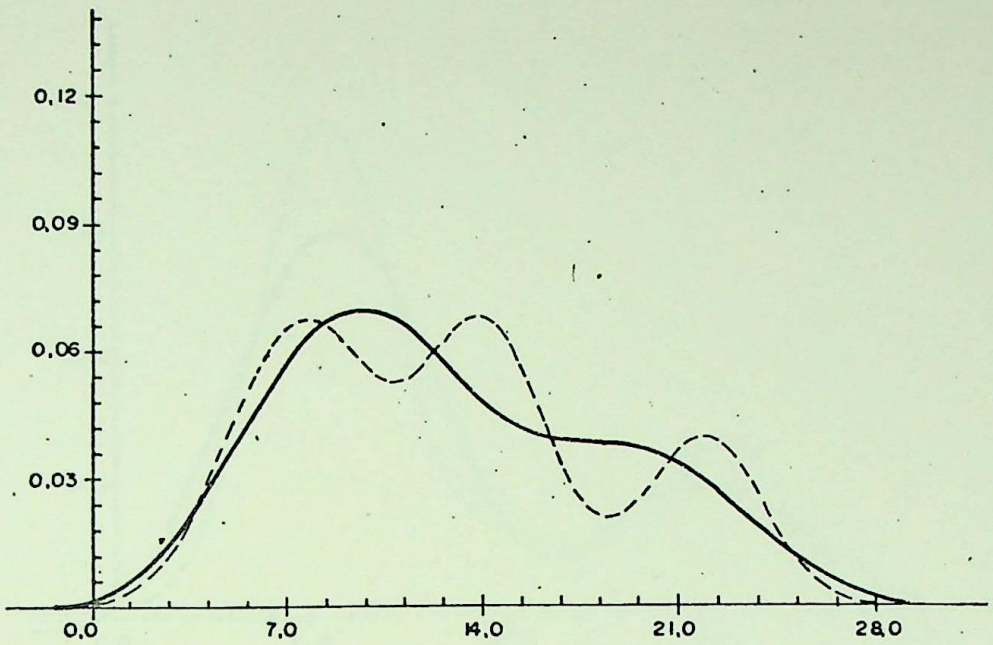



Fig. 3.31.A - Funções de Densidade de Probabilidade Combinação 12.

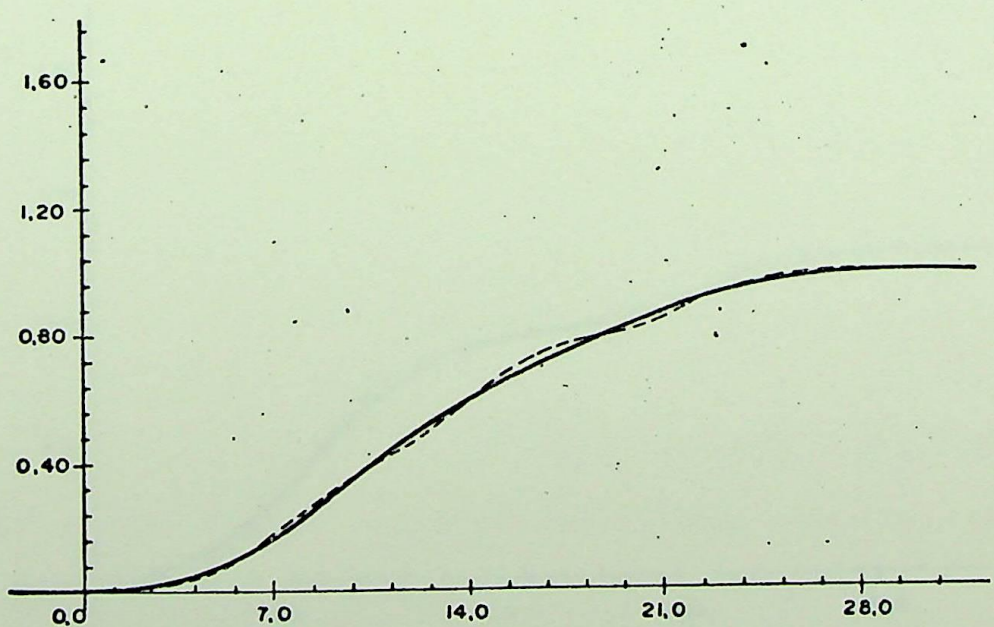



Fig. 3.31.B - Funções de Distribuição de Probabilidade Combinação 12.

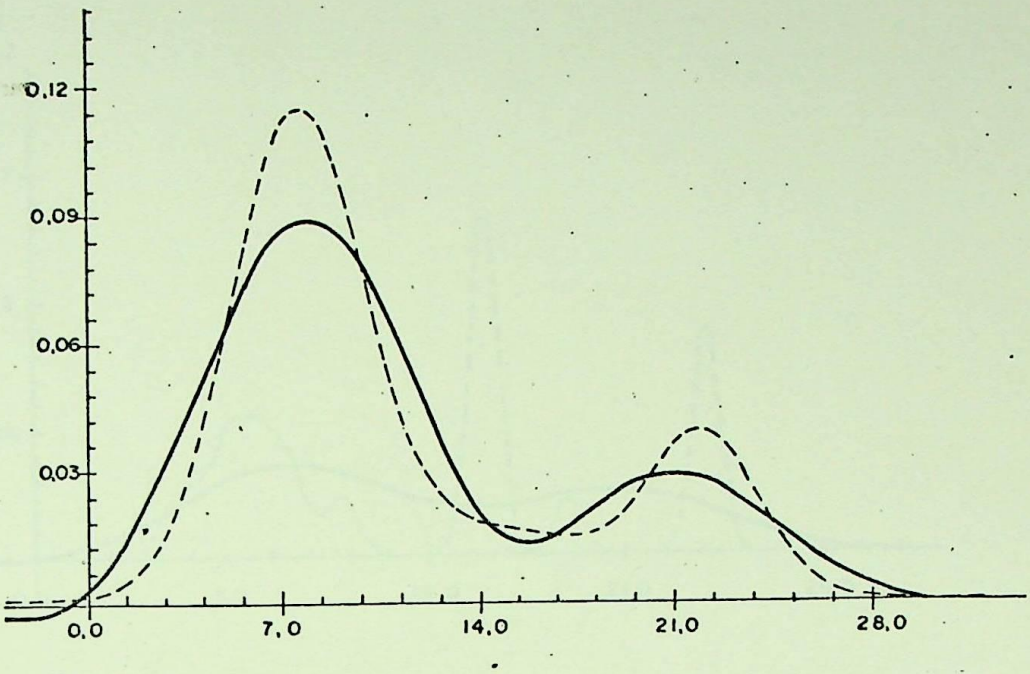



Fig. 3.32.A - Funções de Densidade de Probabilidade Combinação 13.

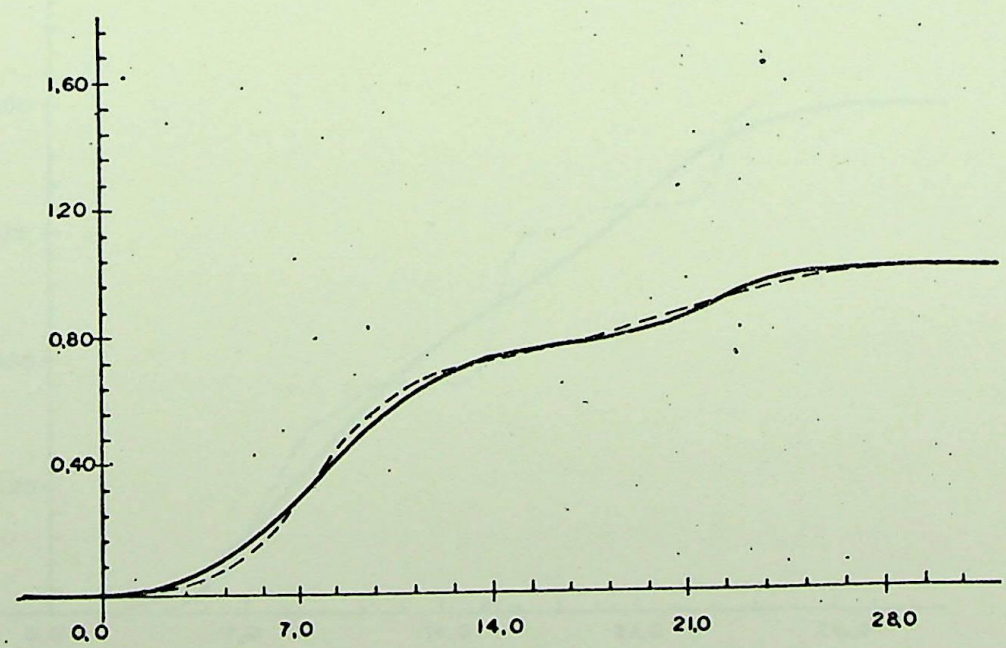



Fig. 3.32.B - Funções de Distribuição de Probabilidade Combinação 13.

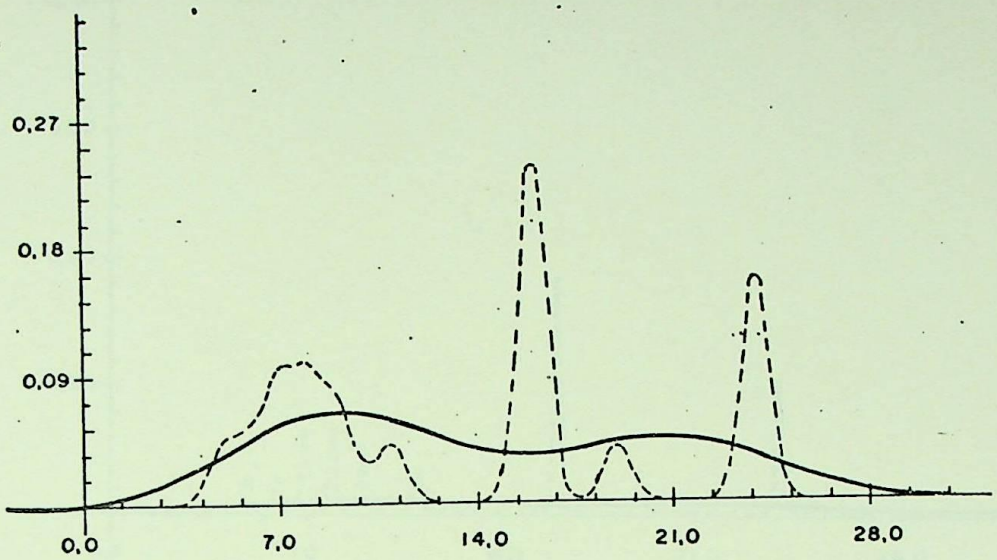



*Fig. 3.33.A - Funções de Densidade de Probabilidade Combinação 14.*

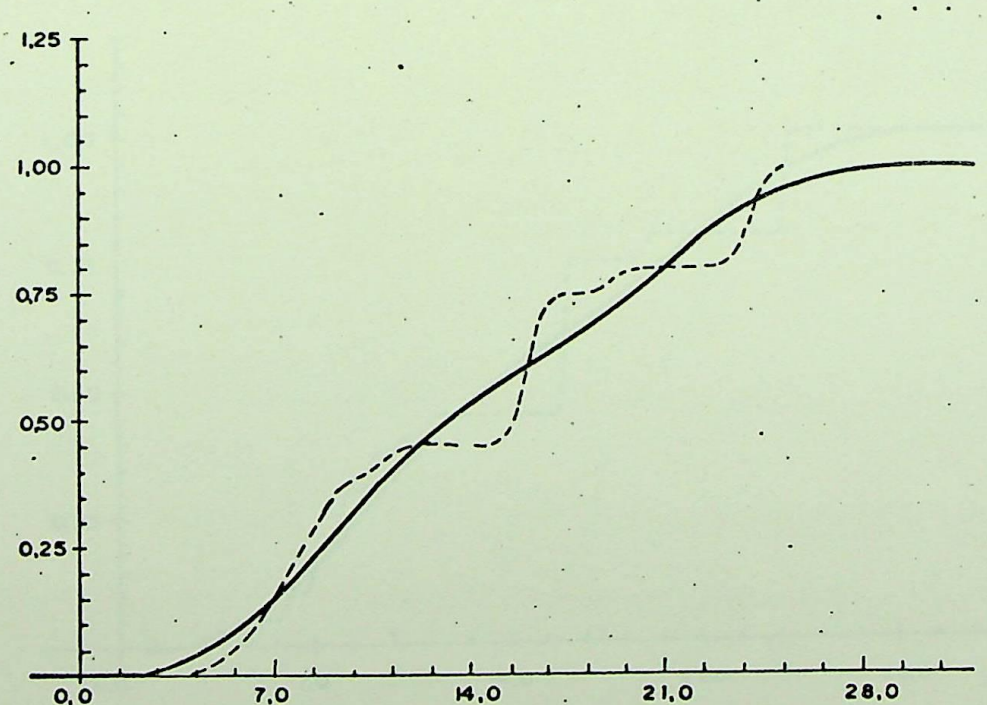



*Fig. 3.33.B - Funções de Distribuição de Probabilidade Combinação 14.*

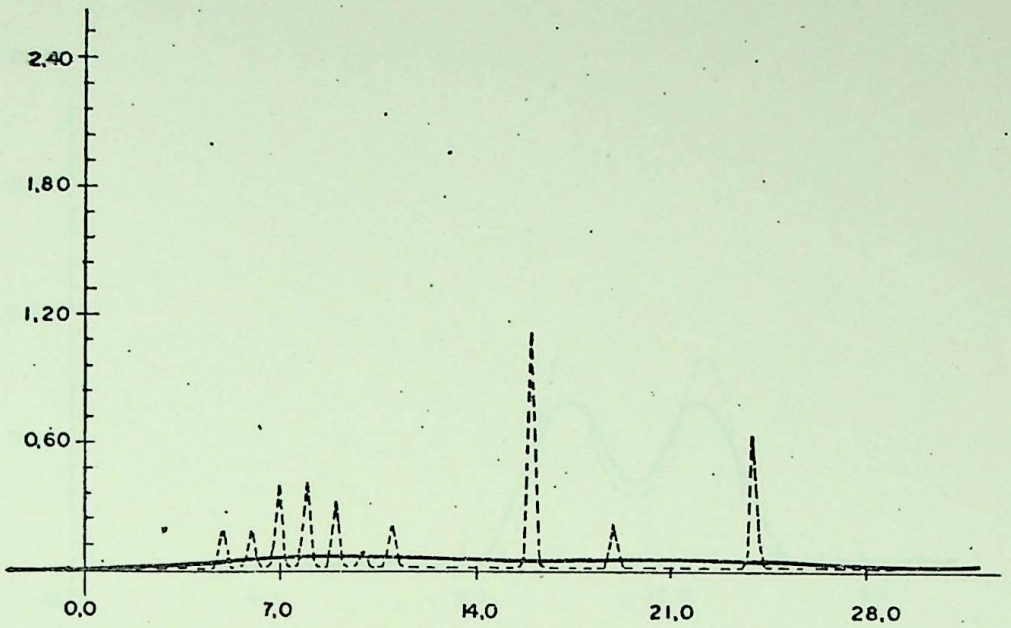



*Fig. 3.34.A - Funções de Densidade de Probabilidade Combinação 15.*

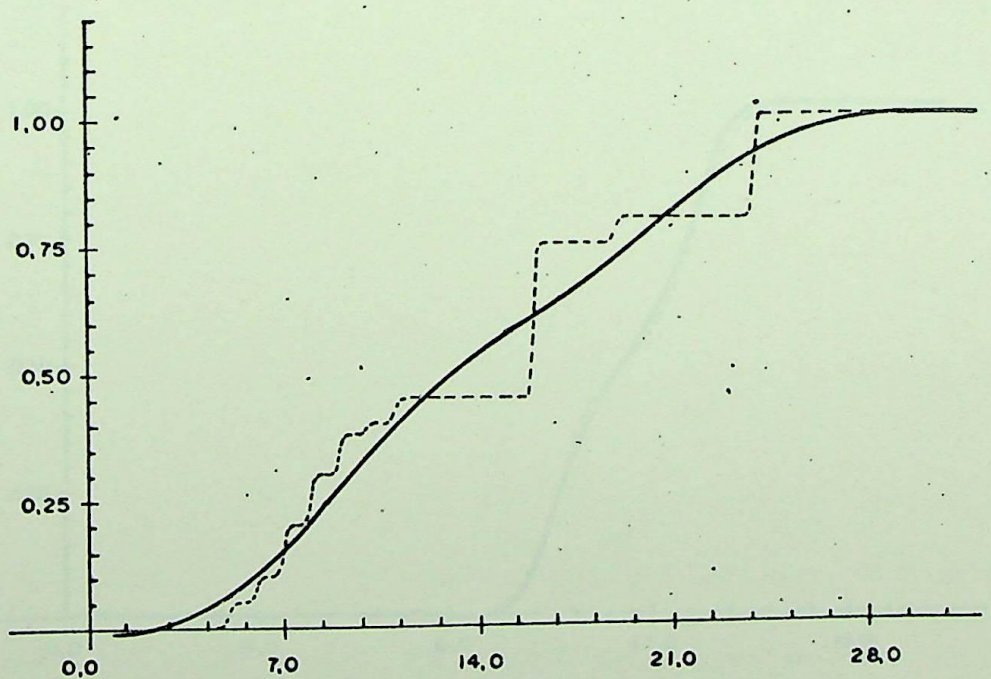



*Fig. 3.34.B - Funções de Distribuição de Probabilidade Combinação 15.*

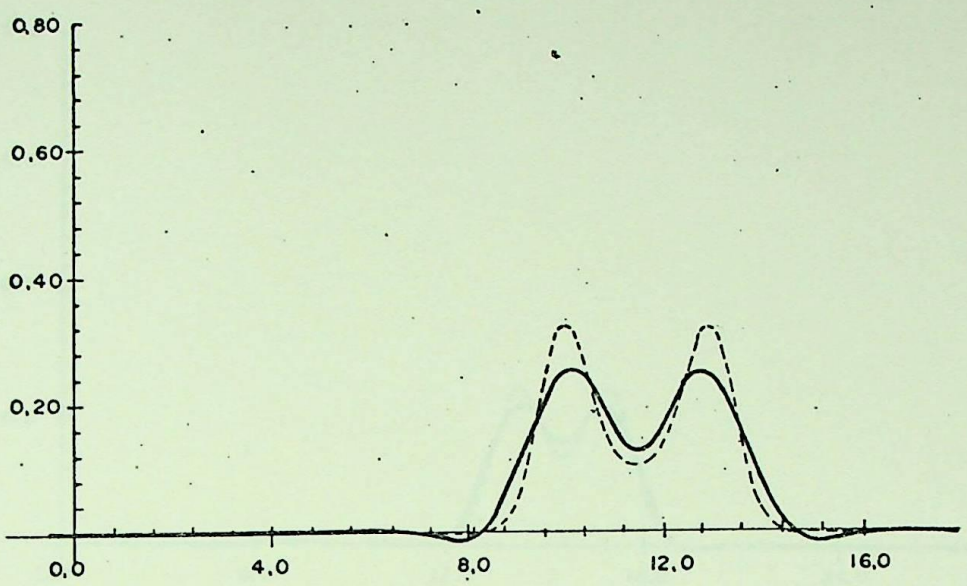



Fig. 3.35.A - Funções de Densidade de Probabilidade Combinação 16.

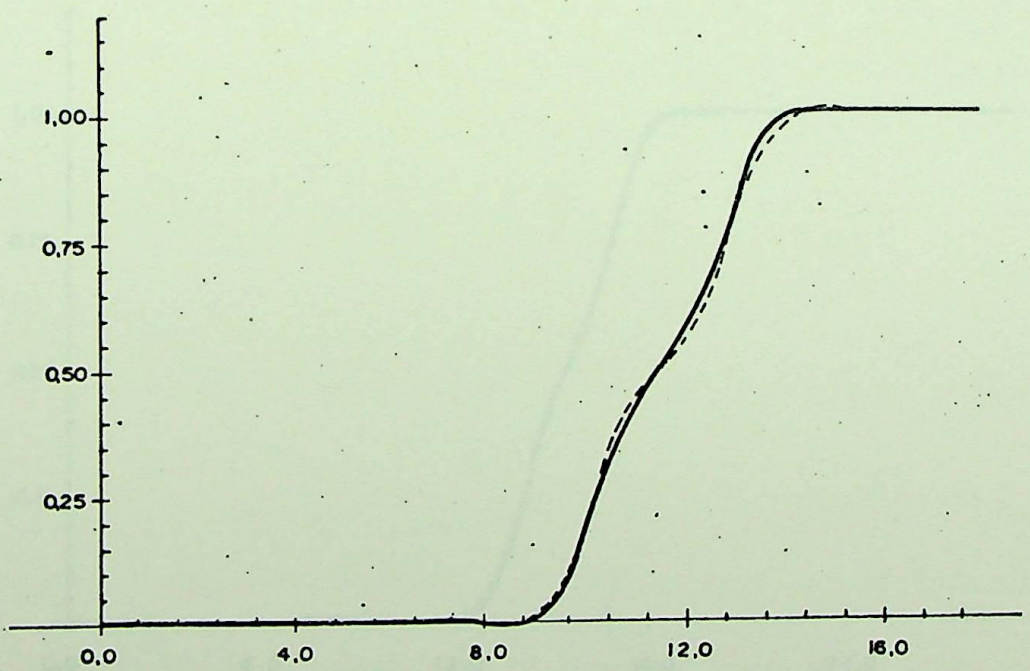



Fig. 3.35.B - Funções de Distribuição de Probabilidade Combinação 16.

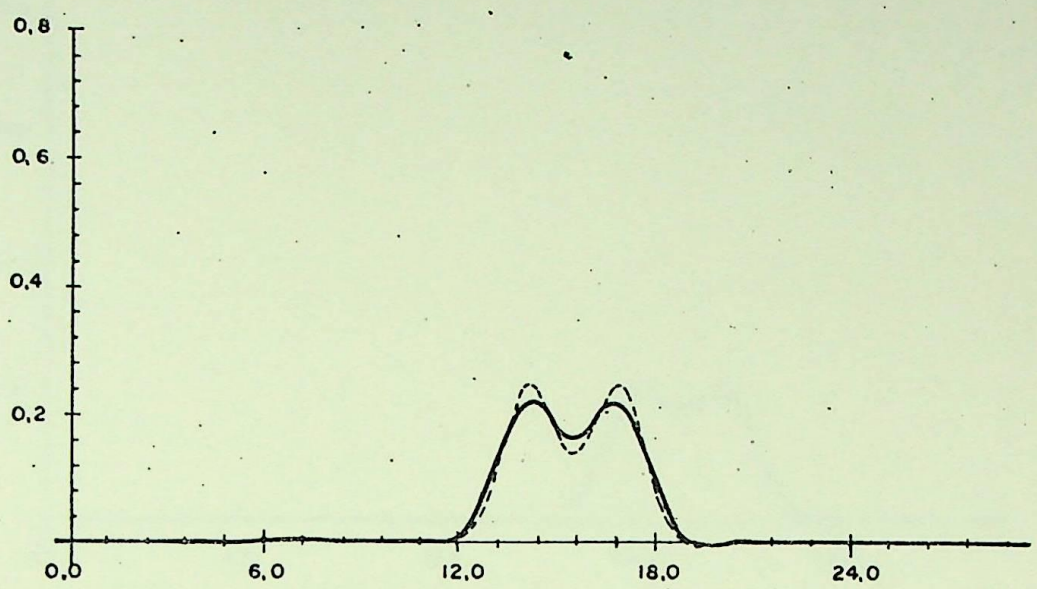



*Fig. 3.36.A - Funções de Densidade de Probabilidade Combinação 17.*

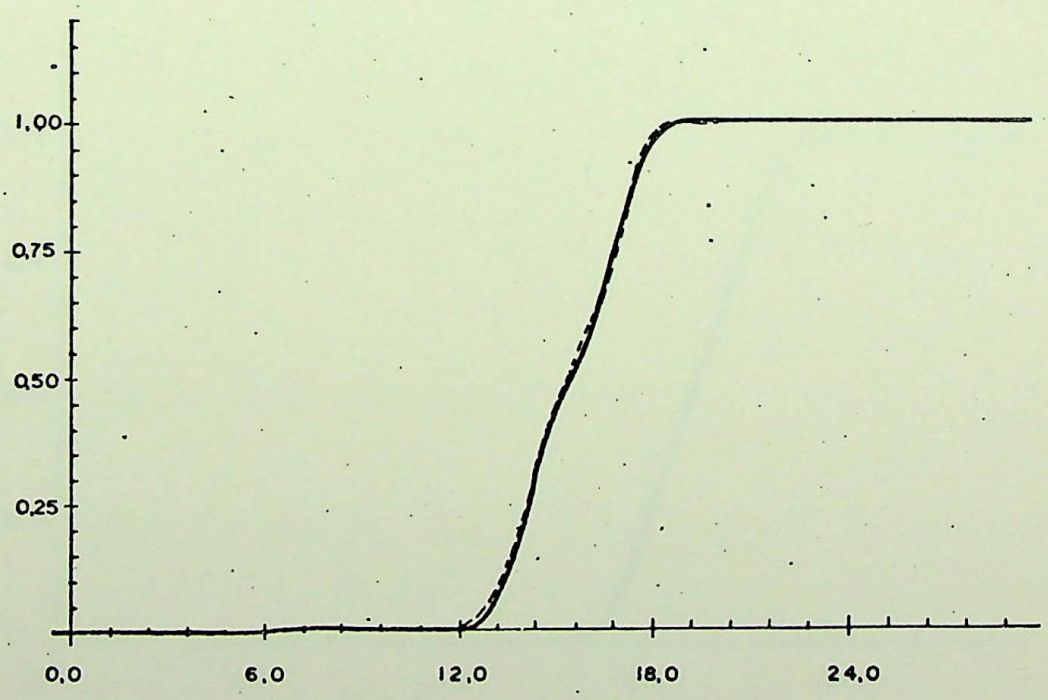



*Fig. 3.36.B - Funções de Distribuição de Probabilidade Combinação 17.*

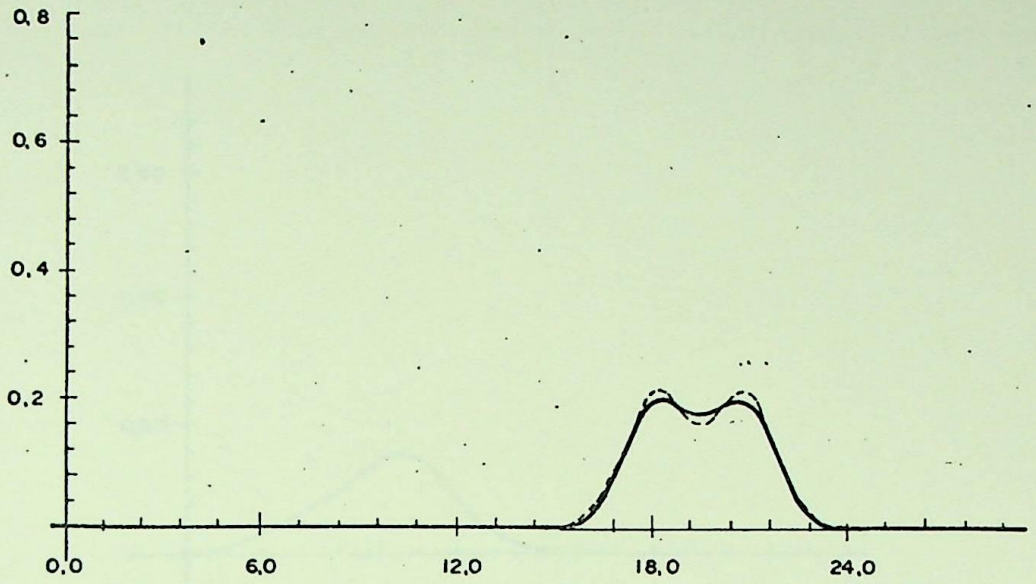



*Fig. 3.37.A - Funções de Densidade de Probabilidade Combinação 18.*

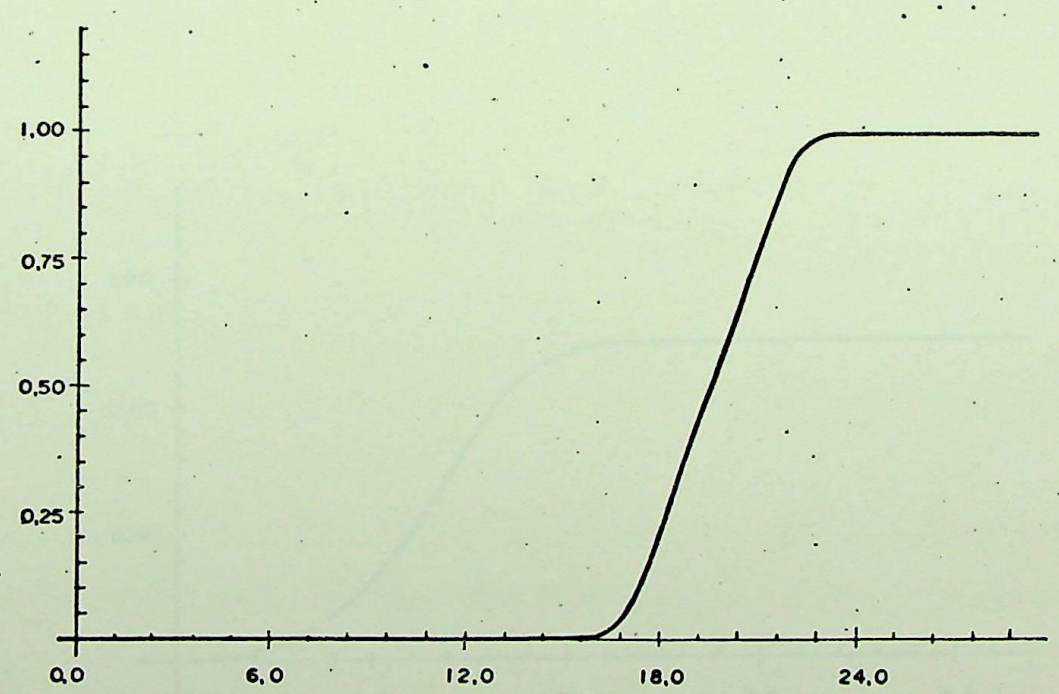



*Fig. 3.37.B - Funções de Distribuição de Probabilidade Combinação 18.*

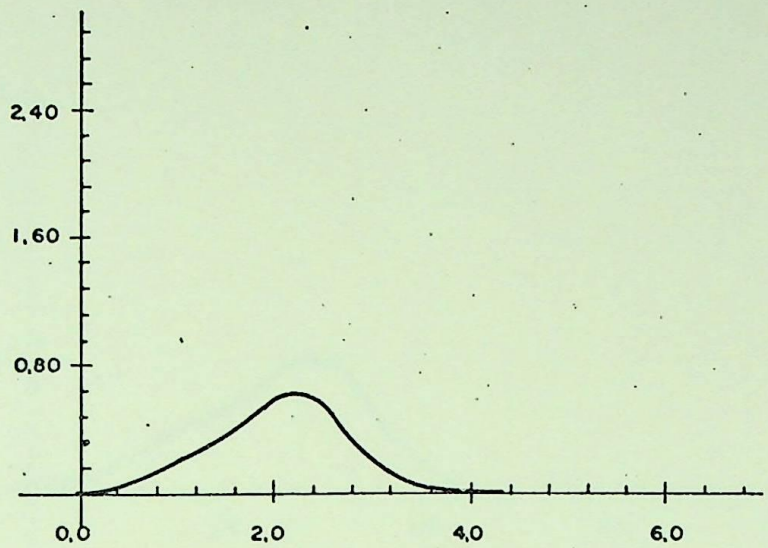



*Fig. 3.38.A - Função de Densidade de Probabilidade Combinação 19.*

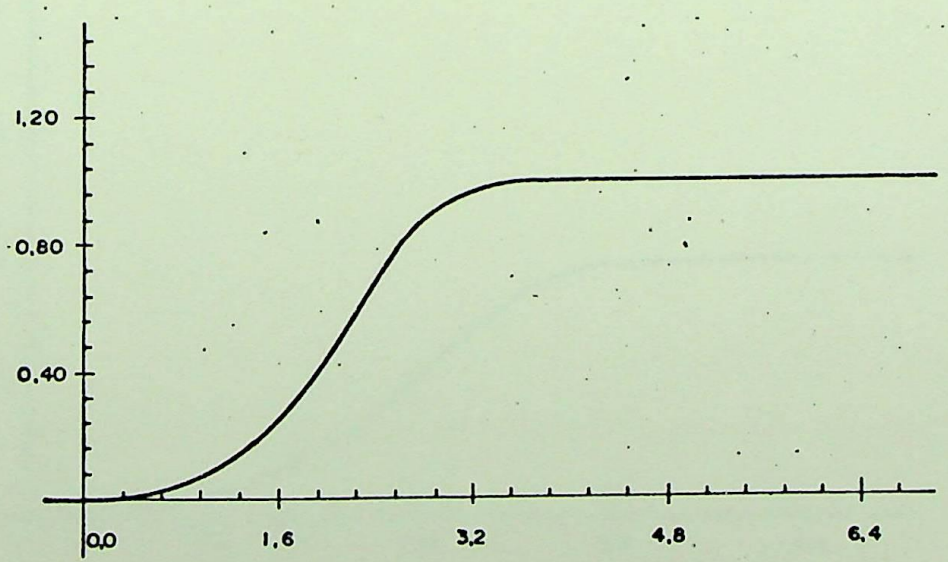



*Fig. 3.38.B - Função de Distribuição de Probabilidade Combinação 19.*

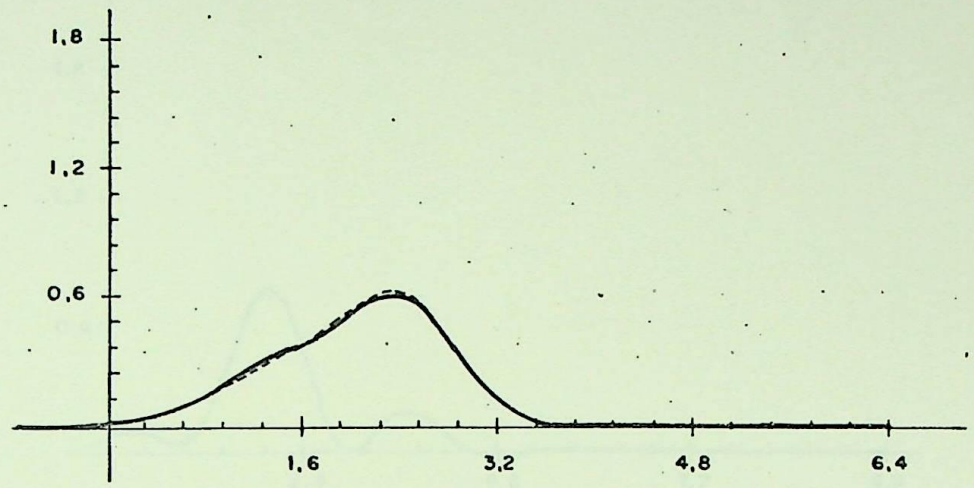



*Fig. 3.39.A - Funções de Densidade de Probabilidade Combinação 20.*

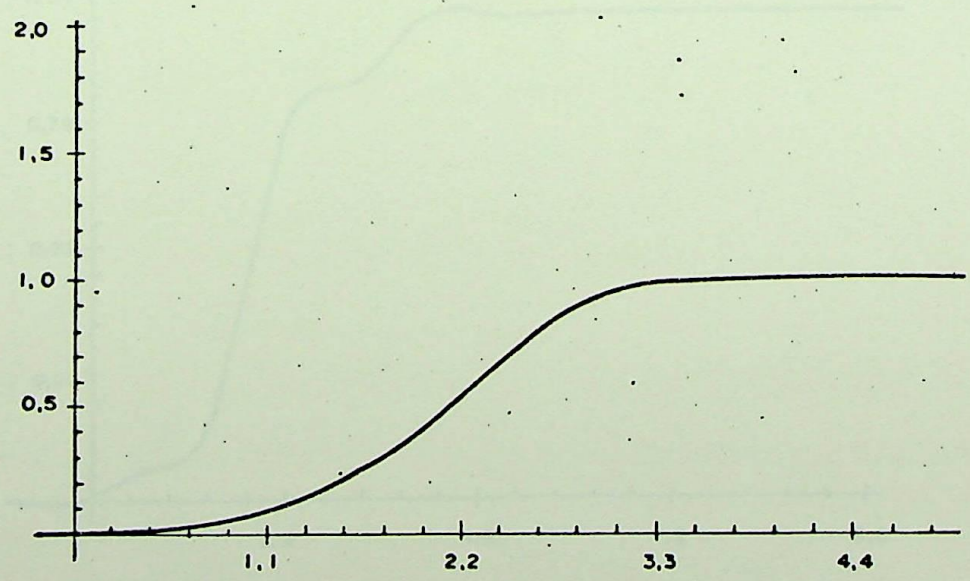



*Fig. 3.39.B - Funções de Distribuição de Probabilidade Combinação 20.*

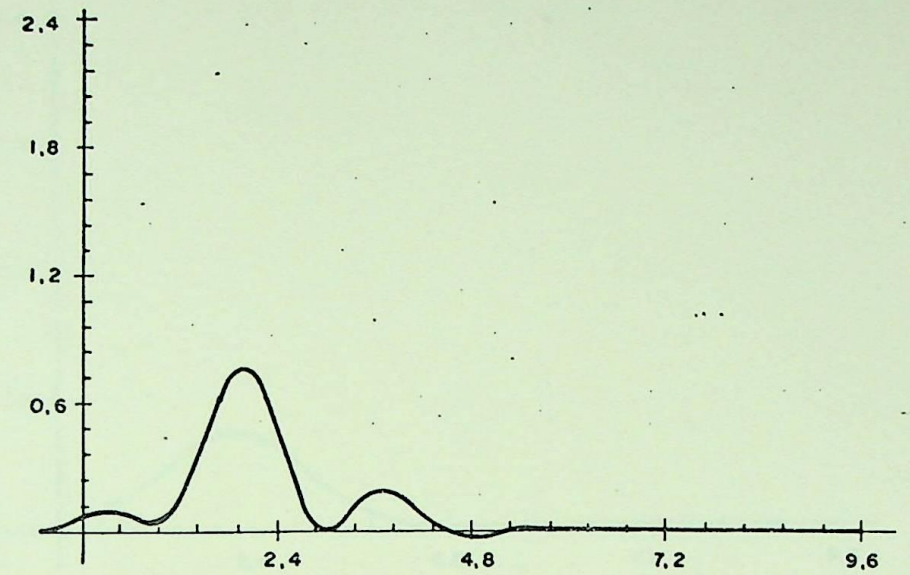



Fig. 3.40.A - Função de Densidade de Probabilidade Combinação 21.

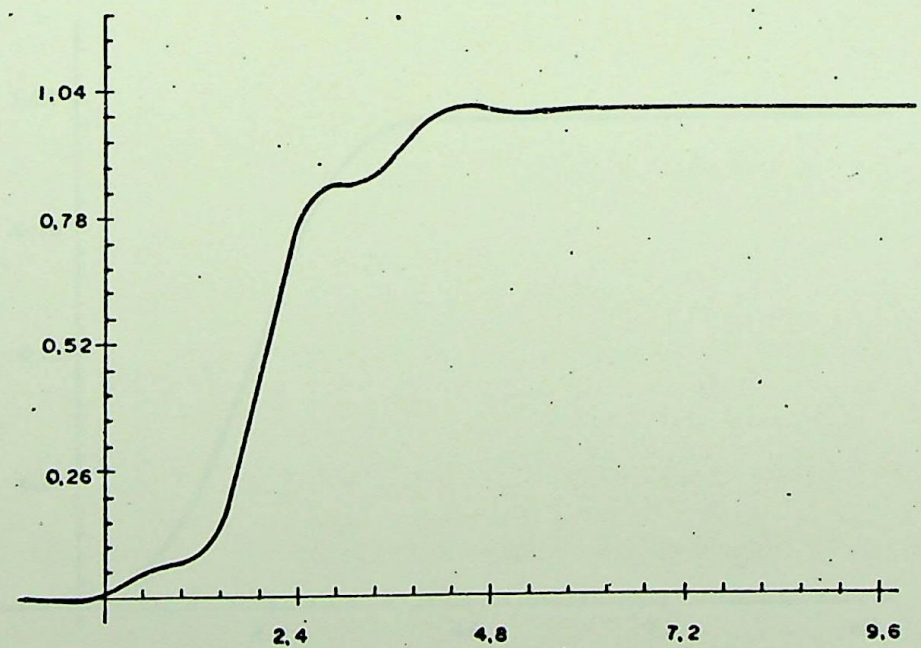



Fig. 3.40.B - Função de Distribuição de Probabilidade Combinação 21.

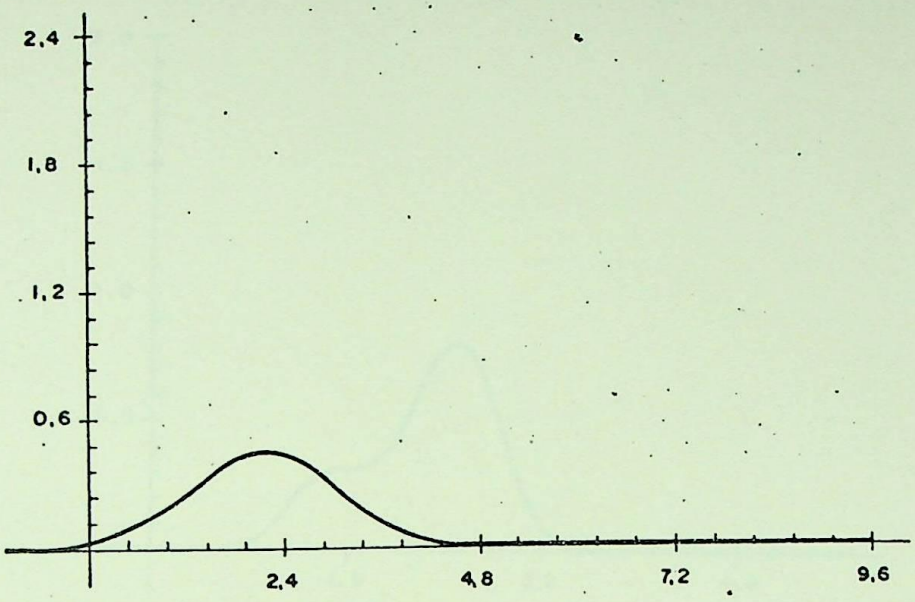



*Fig. 3.41.A - Funções de Densidade de Probabilidade Combinação 22.*

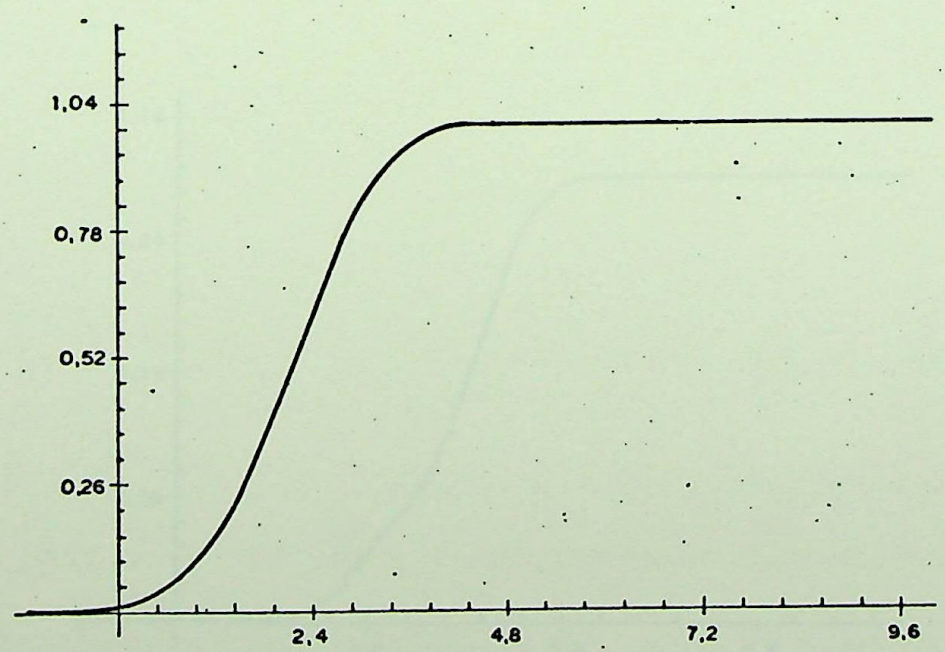



*Fig. 3.41.B - Funções de Distribuição de Probabilidade Combinação 22.*

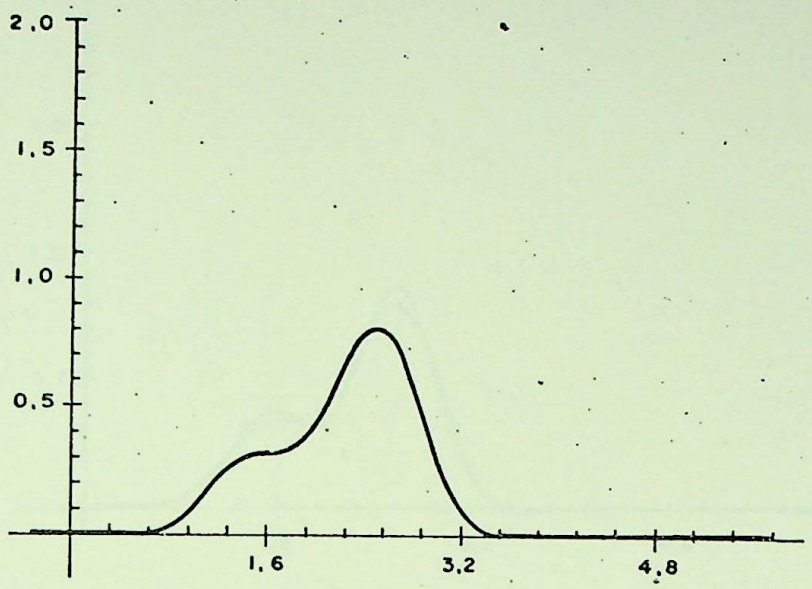



*Fig. 3.42.A - Função de Densidade de Probabilidade Combinação 23.*

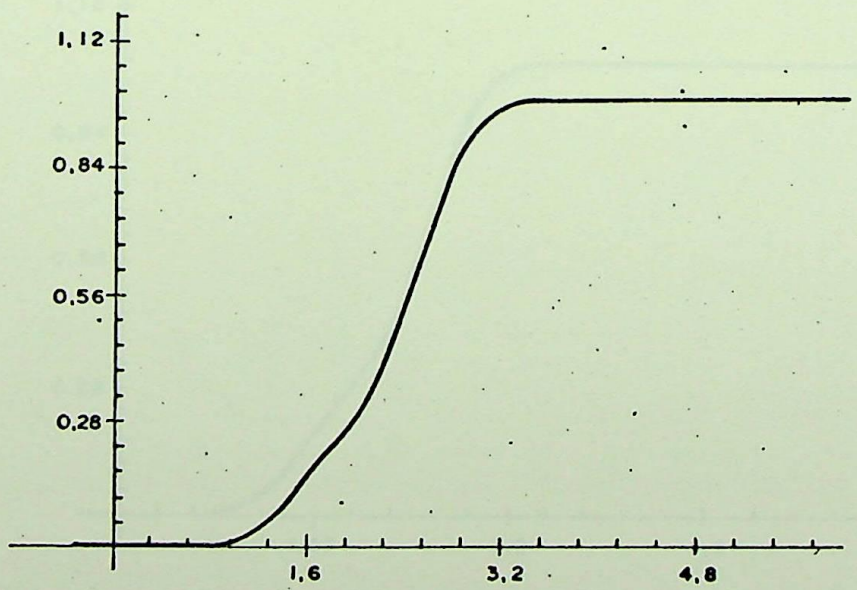



*Fig. 3.42.B - Função de Distribuição de Probabilidade Combinação 23.*

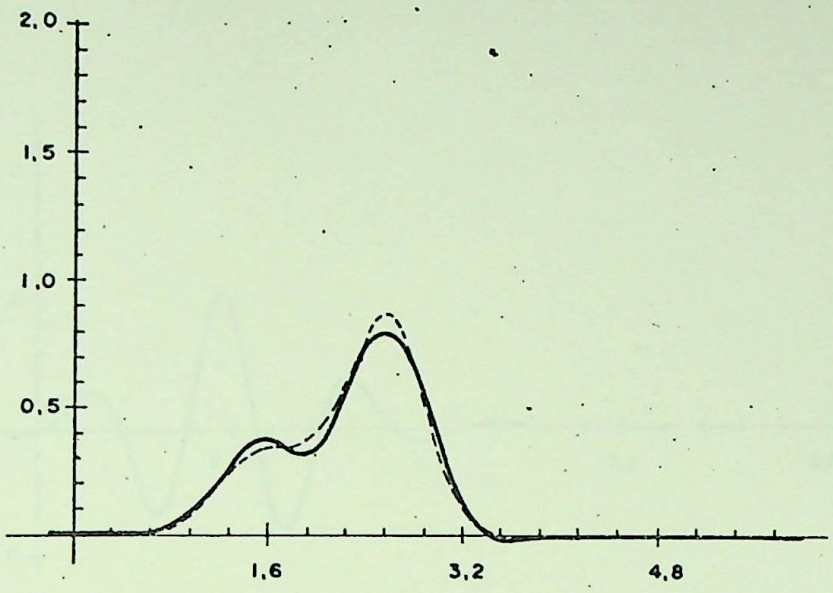



*Fig. 3.43.A - Funções de Densidade de Probabilidade Combinação 24.*

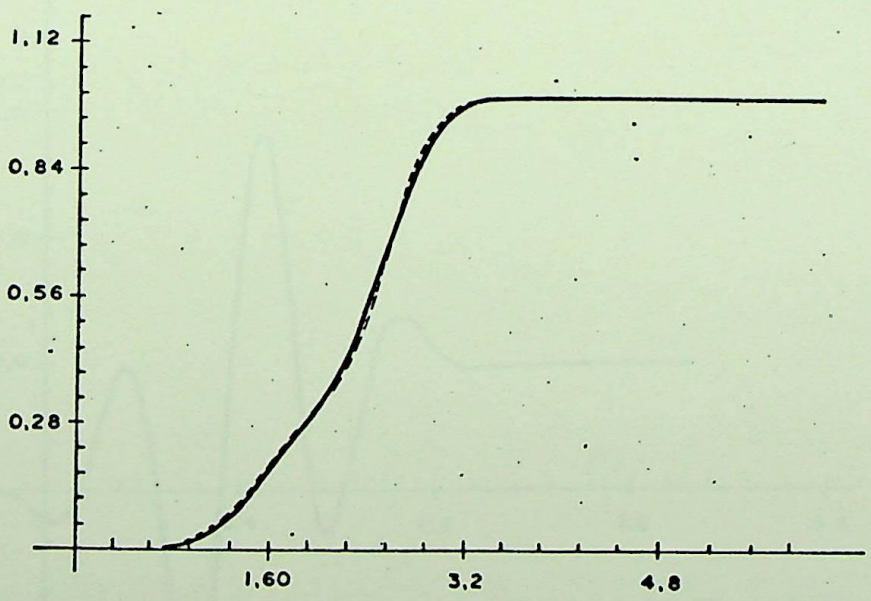



*Fig. 3.43.B - Funções de Distribuição de Probabilidade Combinação 24.*

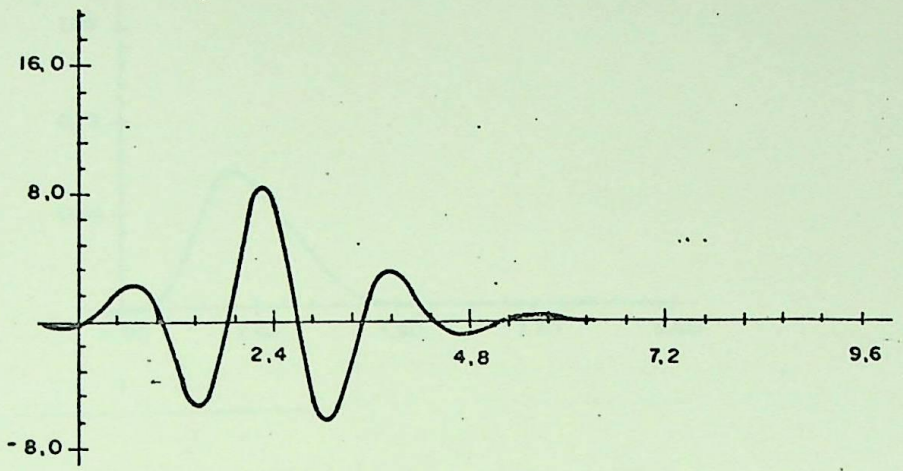



*Fig. 3.44.A - Função de Densidade de Probabilidade Combinação 25.*

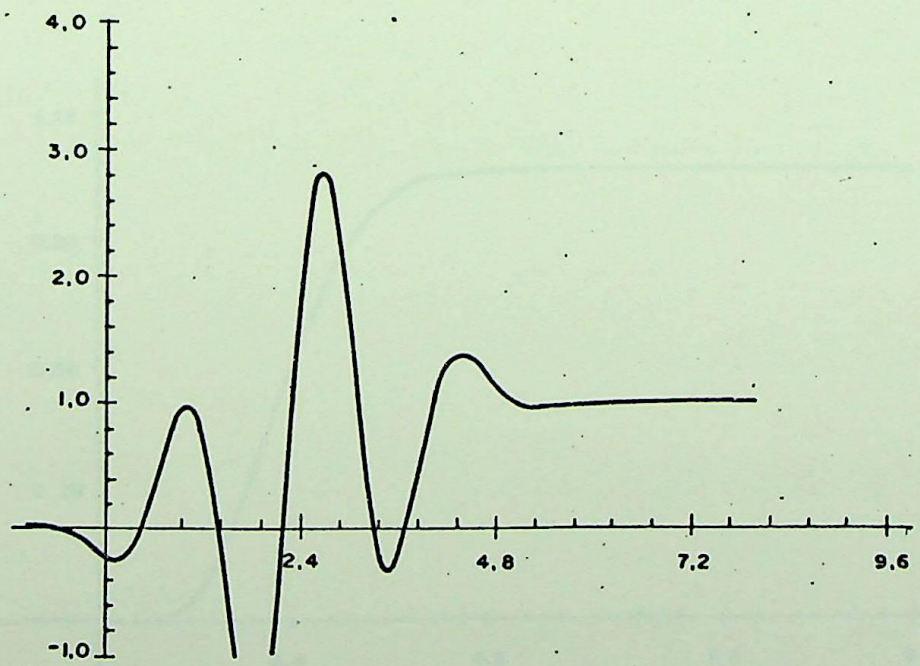



*Fig. 3.44.B - Função de Distribuição de Probabilidade Combinação 25.*

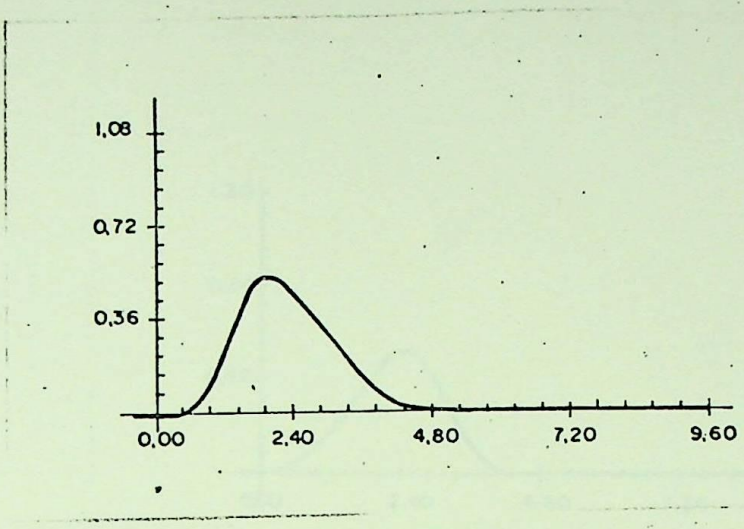



Fig. 3.44*.A - Função de Densidade de Probabilidade
Combinação 25
(Utilizando Cumulantes até 4ª Ordem).

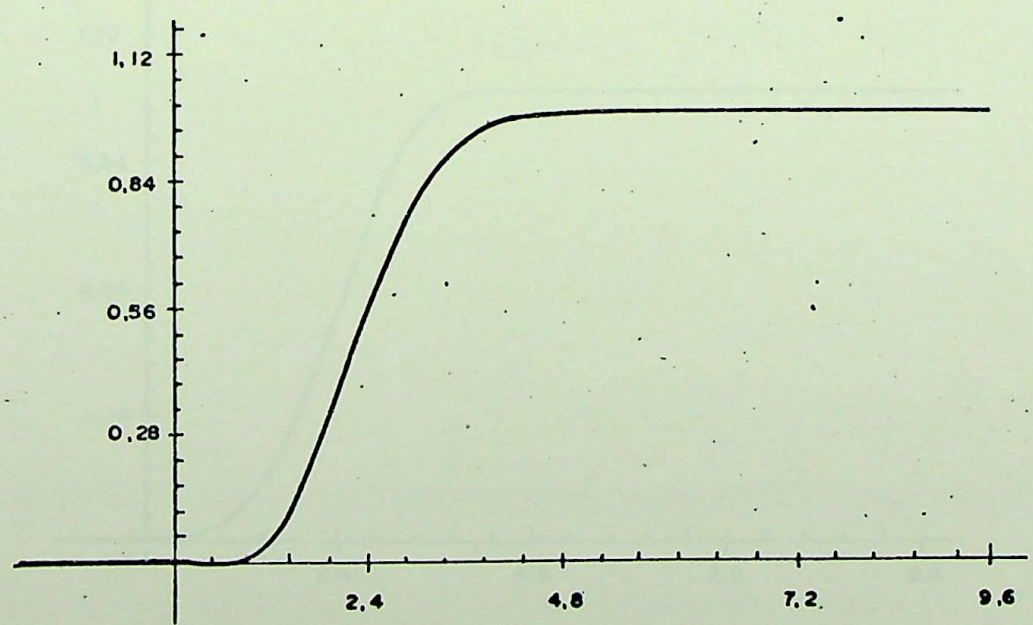



Fig. 3.44*.B - Função de Distribuição de Probabilidade
Combinação 25
(Utilizando Cumulantes até 4ª Ordem).

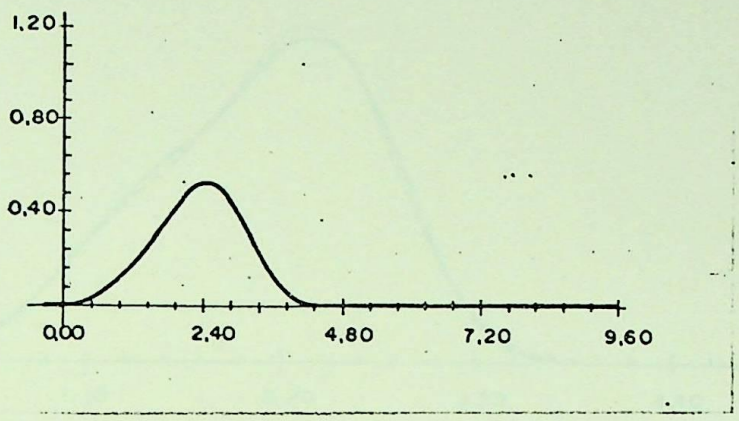



*Fig. 3.45.A - Funções de Densidade de Probabilidade Combinação 26.*

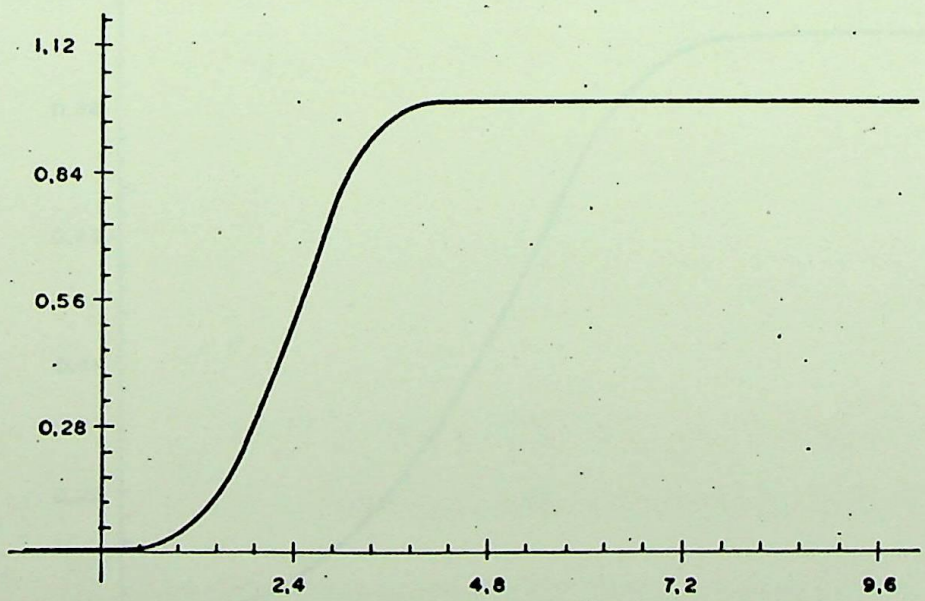



*Fig. 3.45.B - Funções de Distribuição de Probabilidade Combinação 26.*

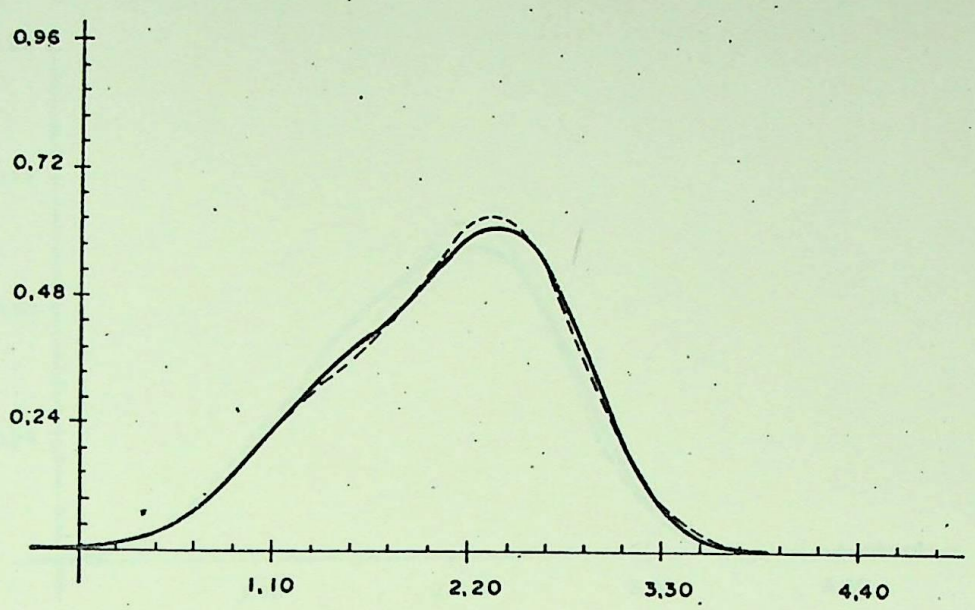



*Fig. 3.46.A - Funções de Densidade de Probabilidade*
*Combinação 20*
*(Utilizando Cumulantes até 7ª Ordem).*

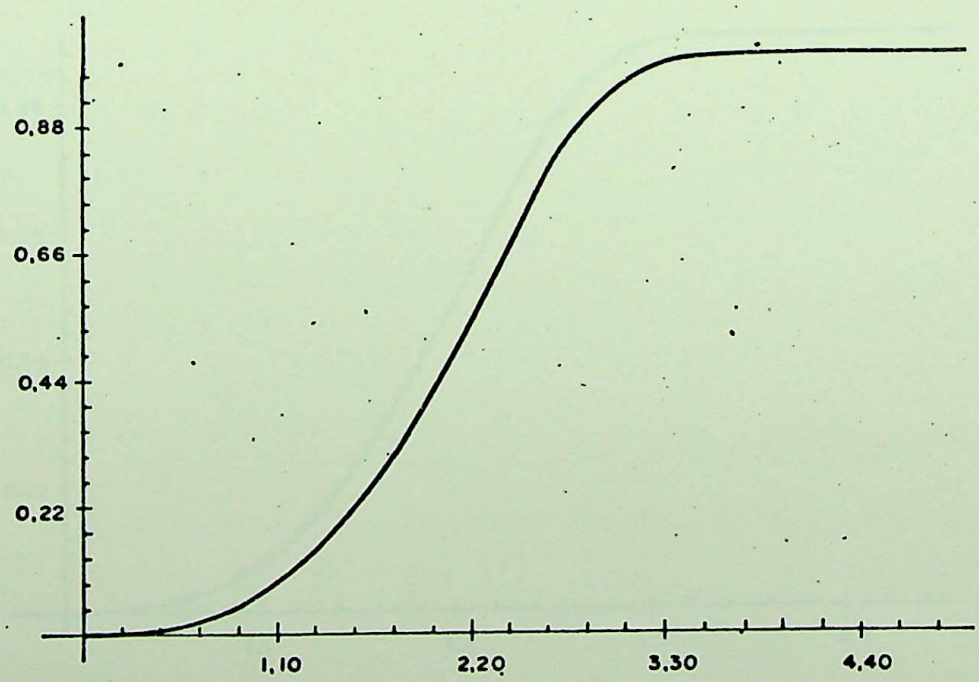



*Fig. 3.46.B - Funções de Distribuição de Probabilidade*
*Combinação 20*
*(Utilizando Cumulantes até 7ª Ordem).*

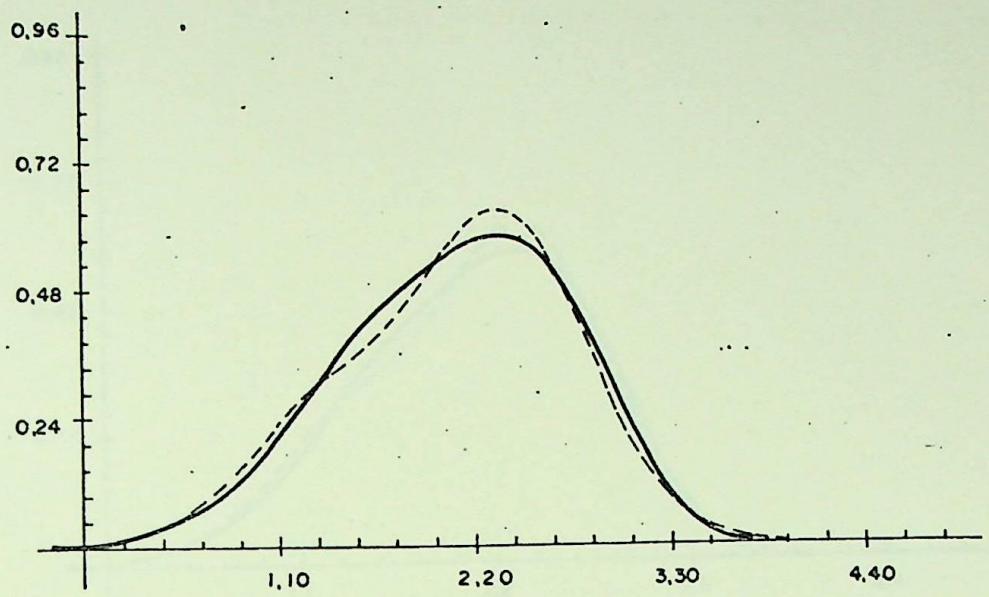



Fig. 3.47.A - Funções de Densidade de Probabilidade
Combinação 20
(Utilizando Cumulantes até 6ª Ordem).

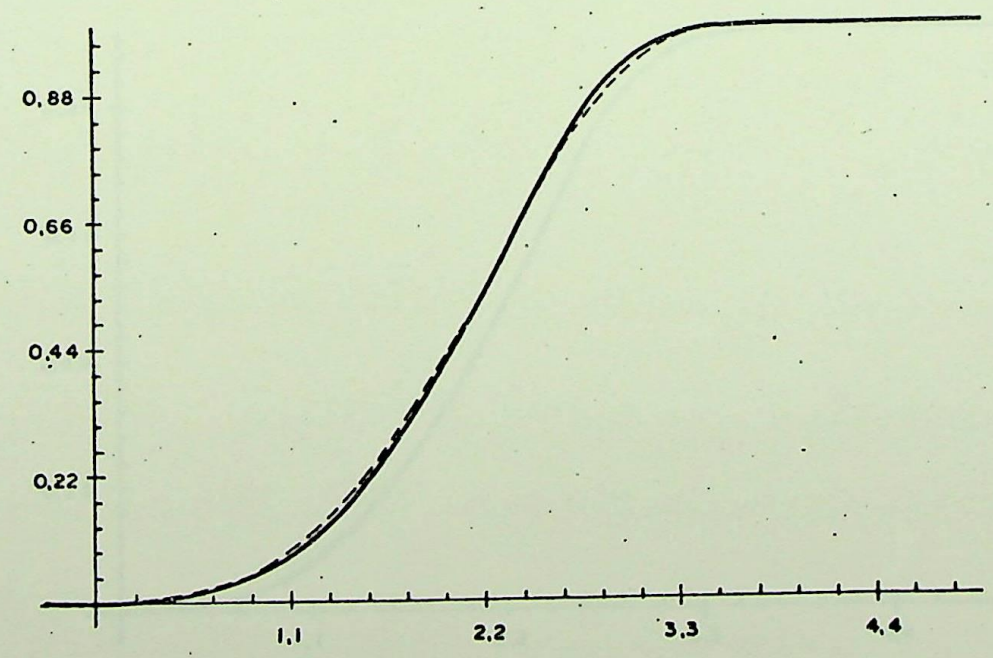



Fig. 3.47.B - Funções de Distribuição de Probabilidade
Combinação 20
(Utilizando Cumulantes até 6ª Ordem).

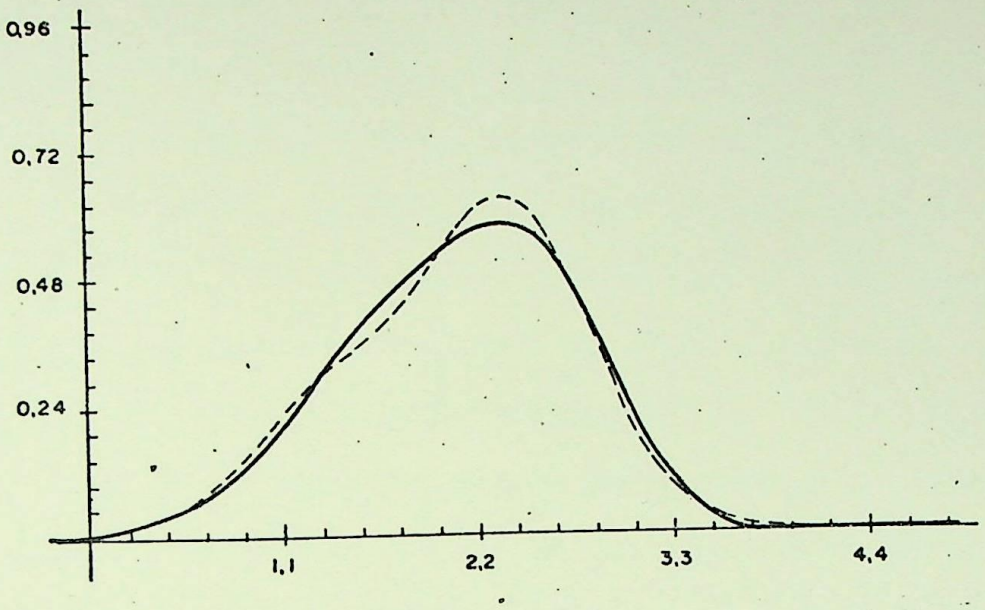



*Fig. 3.48.A - Funções de Densidade de Probabilidade*
*Combinação 20*
*(Utilizando Cumulantes até 5ª Ordem).*

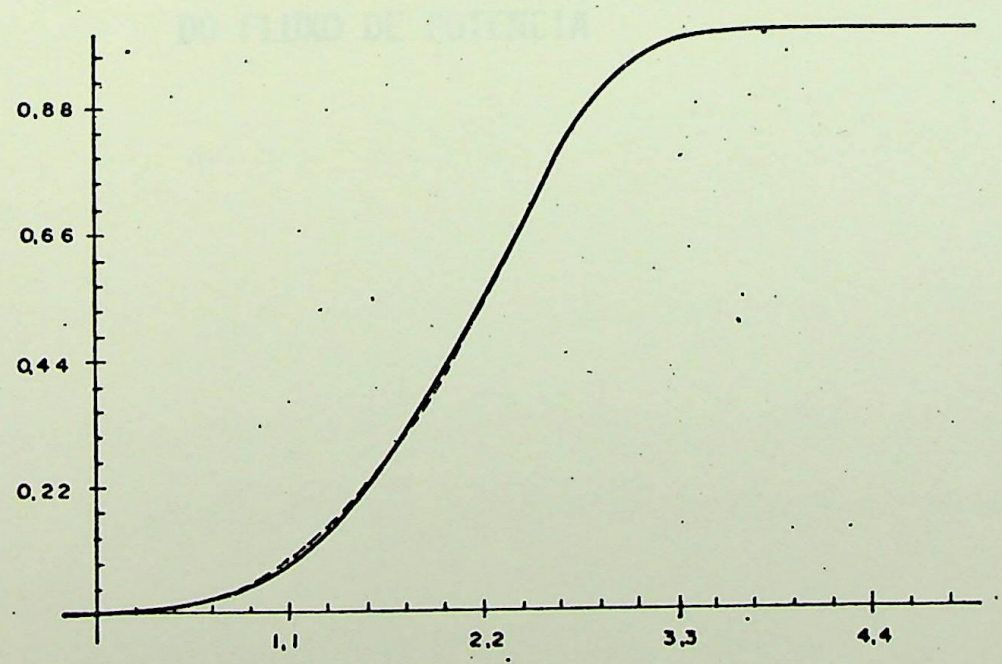



*Fig. 3.48.B - Funções de Distribuição de Probabilidade*
*Combinação 20*
*(Utilizando Cumulantes até 5ª Ordem).*

# C A P I T U L O  4

## FORMULAÇÕES DETERMINÍSTICAS E PROBABILÍSTICA DO FLUXO DE POTÊNCIA

## 4.1. INTRODUÇÃO

Os métodos determinísticos empregados na solução do fluxo de potência consideram inalterados os parâmetros de entrada tais como cargas, geração e topologia da rede. Por outro lado os métodos probabilísticos levam em consideração as incertezas associadas aos valores destes parâmetros.

Desta forma obtém-se resultados que permitem planejar a expansão e a operação de um sistema elétrico de potência com mais segurança e confiança visto que, os resultados do processo determinístico dependem da exatidão dos valores dos dados de entrada.

Na tabela 4.1 são mostrados os resultados determinísticos das tensões nas barras de um sistema elétrico de potência de 14 barras.

| NOME | TIPO | TENSAO | |
|---|---|---|---|
| | | MODULO (P.U.) | FASE (GR.) |
| NA01 | REF. | 1.0600 | .00 |
| NA02 | PV | 1.0450 | -4.98 |
| NA03 | PV | 1.0100 | -12.73 |
| NA04 | PQ | 1.0171 | -10.31 |
| NA05 | PQ | 1.0187 | -8.76 |
| NA06 | PV | 1.0700 | -14.22 |
| NA07 | PQ | 1.0614 | -13.35 |
| NA08 | PV | 1.0900 | -13.35 |
| NA09 | PQ | 1.0552 | -14.93 |
| NA10 | PQ | 1.0509 | -15.09 |
| NA11 | PQ | 1.0569 | -14.78 |
| NA12 | PQ | 1.0552 | -15.07 |
| NA13 | PQ | 1.0504 | -15.15 |
| NA14 | PQ | 1.0355 | -16.03 |

Tabela 4.1 - Tensões nas barras: formulação determinística.

Utilizando-se as técnicas probabilísticas, que possibilitam introduzir incertezas nos parâmetros de entrada, é possível efetuar-se uma análise quantitativa abrangente em uma única solução do fluxo de potência. As grandezas de entrada e de saída do sistema são descritas por variáveis aleatórias definidas pelas funções de densidade de probabilidade correspondentes.

Na tabela 4.2 mostram-se os resultados probabilísticos referentes as tensões, nas bases do mesmo sistema elétrico de potência, onde se destacam o valor esperado (V.E.) e o desvio padrão (D.P.) das grandezas em análise.

| NOME | TIPO | TENSAO | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | MODULO (P.U.) | | FASE (GR.) | |
| | | V.E. | D.P. | V.E. | D.P. |
| NA01 | REF. | 1.0600 | .0000 | .00 | .000 |
| NA02 | PV | 1.0450 | .0000 | -4.98 | .341 |
| NA03 | PV | 1.0100 | .0000 | -12.73 | .459 |
| NA04 | PQ | 1.0171 | .0021 | -10.31 | .551 |
| NA05 | PQ | 1.0187 | .0017 | -8.76 | .476 |
| NA06 | PV | 1.0700 | .0000 | -14.22 | .805 |
| NA07 | PQ | 1.0614 | .0030 | -13.35 | .910 |
| NA08 | PV | 1.0900 | .0000 | -13.35 | .910 |
| NA09 | PQ | 1.0558 | .0053 | -14.93 | 1.119 |
| NA10 | PQ | 1.0509 | .0046 | -15.09 | 1.066 |
| NA11 | PQ | 1.0569 | .0024 | -14.78 | .939 |
| NA12 | PQ | 1.0552 | .0008 | -15.07 | .848 |
| NA13 | PQ | 1.0504 | .0014 | -15.15 | .873 |
| NA14 | PQ | 1.0355 | .0041 | -16.03 | 1.048 |

Tabela 4.2 - Tensões nas barras do sistema: formulação probabilística.

Estes últimos resultados são complementados pelas funções de densidade de probabilidade das variáveis corres

pondentes. A título de exemplo as figuras 4.2 e 4.2 apresentam

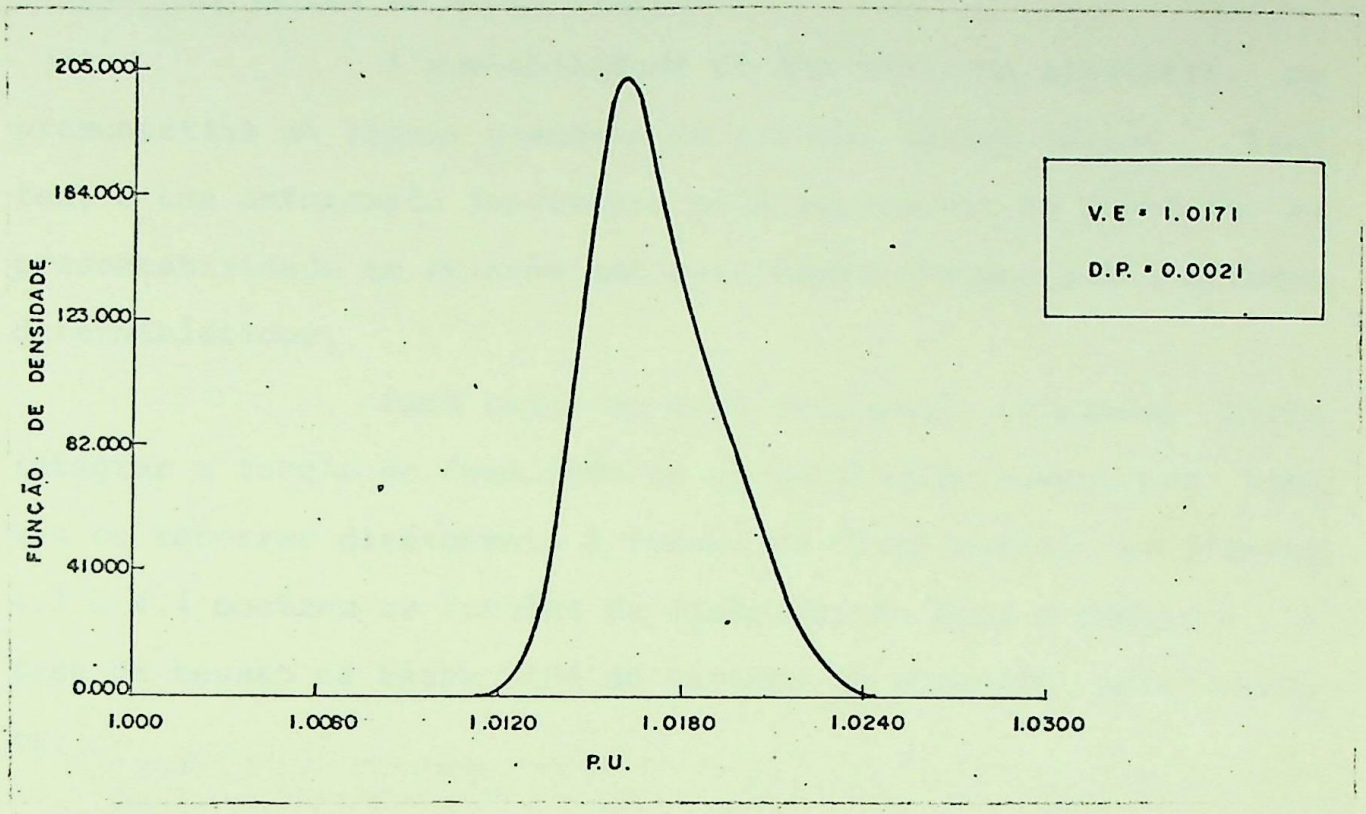



Figura 4.1 - Função de densidade de probabilidade do módulo da tensão na barra NA04

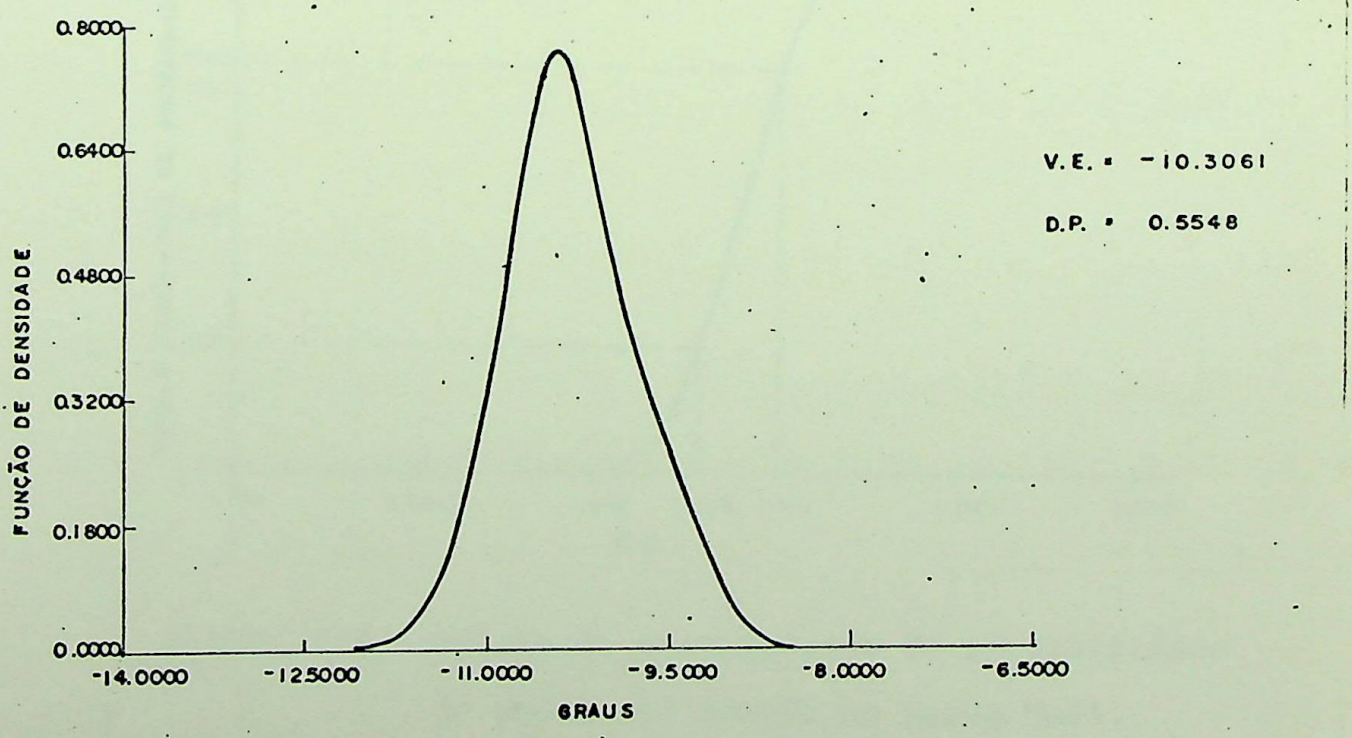



Figura 4.2 - Função de densidade de probabilidade da fase da tensão na barra NA04

as funções de densidade de probabilidade do módulo e da fase da tensão numa barra do mesmo sistema.

A probabilidade de uma variável aleatória, representativa de alguma grandeza do sistema violar certos limites, é uma informação importante pois representa um ganho de representatividade em relação aos resultados obtidos pelos métodos determinísticos.

Para obter-se esta informação adicional basta integrar a função de densidade de probabilidade entre tais limites ou recorrer diretamente à função de distribuição. As figuras 4.3 e 4.4 mostram as funções de distribuição para o módulo e a fase da tensão na barra NA04 do sistema já referido anteriormente.

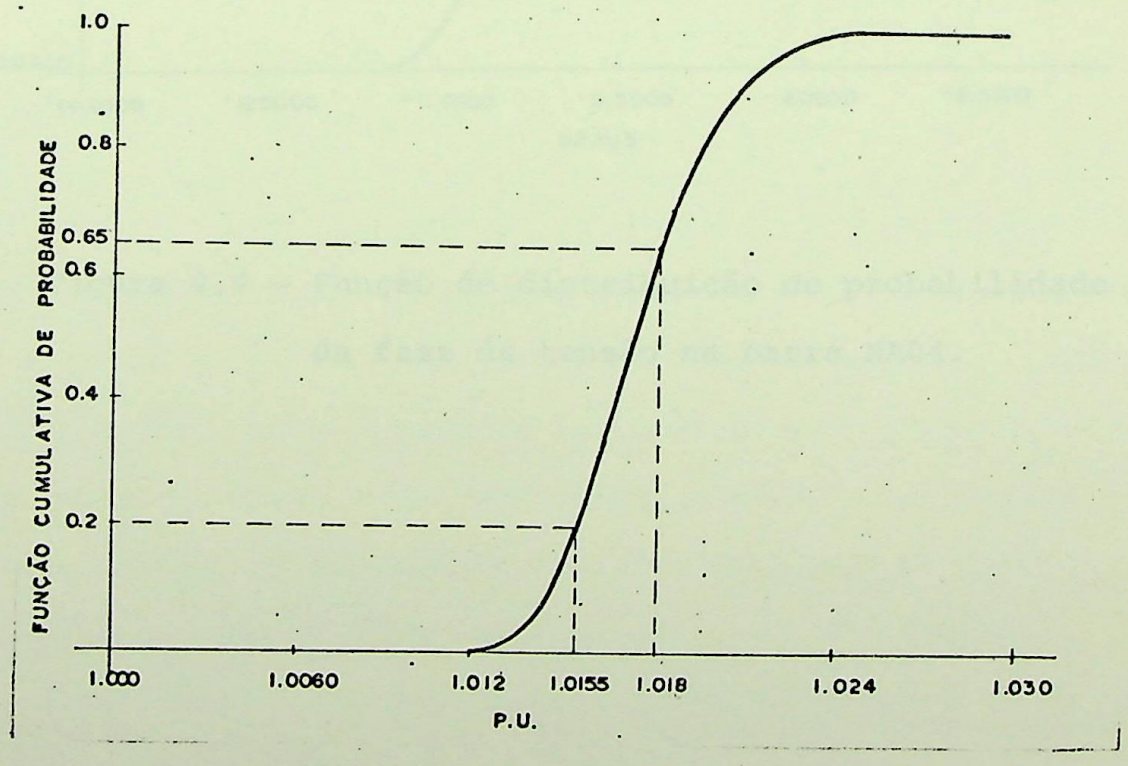



Figura 4.3 - Função de distribuição de probabilidade do módulo da tensão na barra NA04.

Nota-se, por exemplo pelas figuras 4.1 e 4.3,

que a probabilidade da variável aleatória módulo da tensão na barra NA04 situar-se entre 1.015 [pu] e 1.018 [pu] é aproximadamente 0.45.

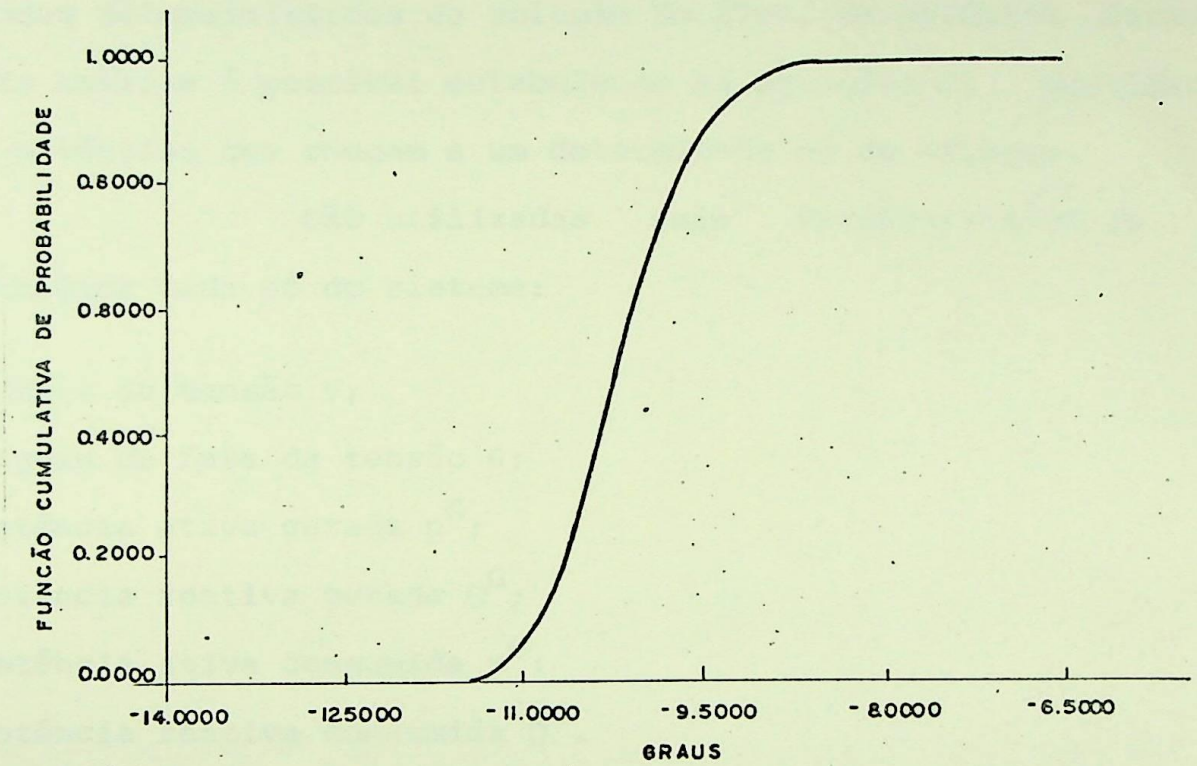



Figura 4.4 - Função de distribuição de probabilidade da fase da tensão na barra NA04.

## 4.2. FORMULAÇÃO DETERMINÍSTICA DO FLUXO DE POTÊNCIA

A análise nodal é empregada pela maioria dos métodos determinísticos de solução do fluxo de potência. Através desta análise é possível estabelecer as equações de equilíbrio das potências que chegam a um determinado nó do sistema.

São utilizadas seis variáveis para se caracterizar cada nó do sistema:

- Módulo da tensão V;
- Ângulo de fase da tensão $\theta$;
- Potência ativa gerada $p^G$;
- Potência reativa gerada $Q^G$;
- Potência ativa consumida $p^C$;
- Potência reativa consumida $Q^C$.

Para cada nó do sistema existe uma equação de equilíbrio de potência complexa que é geralmente decomposta nas suas partes real e imaginária. Assim, um sistema com n nós fornece 2n equações reais não-lineares. Considerando-se conhecidas as cargas através das suas potências ativas e reativas, restam quatro variáveis a serem calculadas em cada nó: V; $\theta$; $p^G$ e $Q^G$.

Desta forma para se analisar um problema de fluxo de carga convencional é necessário resolver um sistema com 2n equações e 4n variáveis.

Esta desigualdade entre o número total de equações e o de incógnitas faz com que se fixem, por barra, duas variáveis para que o número de equações e incógnitas se torne compatível. Como já mencionado anteriormente nas barras definidas

como de carga, ou PQ, especificam-se as potências nodais ativas e reativas; nas barras conhecidas como de geração, ou PV, especificam-se o módulo da tensão e a potência nodal ativa e finalmente na barra definida como referência, ou slack, especifica-se o módulo e a fase da tensão.

Assim estas variáveis do sistema podem ser classificadas em:

- *Variáveis de controle ou de entrada*: são as potências ativas injetadas nas barras PV e PQ, as potências reativas injetadas nas barras PQ e os módulos das tensões nas barras PV. Estas variáveis são reunidas em um vetor $\underline{U}$ tal que:

$$\underline{U}^t = [\underline{P}_{pqv}, \underline{Q}_{pq}, \underline{V}_{pv}] \tag{4.1}$$

- *Variáveis de estado*: são os ângulos de fase das tensões nas barras PV e PQ, assim como os módulos das tensões nas barras PQ. Estas variáveis são reunidas em um vetor $\underline{X}$ tal que:

$$\underline{X}^t = [\underline{\theta}_{pqv}, \underline{V}_{pq}] \tag{4.2}$$

- *Variáveis de saída*: são os fluxos de potência ativa e reativa nas linhas, perdas ativas e reativas nas linhas, potências reativas injetadas nas barras PV, potências ativa e reativa injetadas na barra de referência e potências reativas injetada pelos elementos shunt. Estas variáveis são reunidas em um vetor $\underline{W}$ tal que:

$$\underline{W}^t = [\underline{P}_e, \underline{Q}_e, \underline{P}_{p\ell}, \underline{Q}_{p\ell}, \underline{Q}_{pv}, P_r, Q_r, \underline{Q}_{(sh)}] \tag{4.3}$$

Assim, utilizando-se estes vetores, as equações do fluxo de potência podem ser escritas de forma compacta como:

$$\underline{U} = f_1(\underline{X}) \tag{4.4}$$

$$\underline{W} = f_2(\underline{X}) \tag{4.5}$$

Da expressão 4.4 podem-se obter expressões não lineares que representam o balanço das potências nodais ativas e reativas [20]:

$$P_i = V_i \sum_{k=1}^{n} V_k \, (G_{ik} \cos\theta_{ik} + B_{ik} \operatorname{sen}\theta_{ik}) \tag{4.6}$$

$$Q_i = V_i \sum_{k=1}^{n} V_k \, (G_{ik} \operatorname{sen}\theta_{ik} - B_{ik} \cos\theta_{ik}) \tag{4.7}$$

onde se tem $i = 1, 2, 3, \ldots, n$ e $\theta_{ik} = \theta_i - \theta_k$

Através de métodos iterativos, como os de Newton Raphson, desacoplado rápido ou outros, cálculam-se as incógnitas módulos e fases das tensões. Em seguida, utilizando-se o valor destas incógnitas e as equações da expressão 4.5 pode-se calcular os elementos do vetor $\underline{W}$ [20]:

$$P_{ik} = -t_{ik} \, G_{ik} \, V_i^2 + V_i V_k (G_{ik} \cos\theta_{ik} + B_{ik} \operatorname{sen}\theta_{ik}) \tag{4.8}$$

$$P_{ki} = -t_{ki} \, G_{ik} \, V_k^2 + V_i V_k (G_{ik} \cos\theta_{ki} + B_{ik} \operatorname{sen}\theta_{ki}) \tag{4.9}$$

$$P_{ik}^{p} = P_{ik} + P_{ki} \tag{4.10}$$

$$Q_{ik} = t_{ik} B_{ik} V_i^2 - B'_{ik} V_i^2 + V_i V_k (G_{ik} \operatorname{sen}\theta_{ik} - B_{ik} \cos\theta_{ik}) \quad (4.11)$$

$$Q_{ki} = t_{ki} B_{ik} V_k^2 - B'_{ik} V_k^2 + V_i V_k (G_{ik} \operatorname{sen}\theta_{ki} - B_{ik} \cos\theta_{ki}) \quad (4.12)$$

$$Q_{ik}^p = Q_{ik} + Q_{ki} \quad (4.13)$$

$$Q_{i(sh)} = V_i^2 B_{i(sh)}$$

Nestas expressões

$$t_{ki} = \frac{1}{t_{ik}} \quad (4.14)$$

## 4.3. AS INJEÇÕES NODAIS COMO VARIÁVEIS ALEATÓRIAS

Como já foi referido anteriormente, o fluxo de potência determinístico admite as cargas e as gerações como injeções nodais constantes, sendo a partir destes valores que se calculam as tensões e os fluxos de potência no sistema.

A representação probabilística do fluxo de potência adota as variáveis das expressões 4.6 a 4.13 como variáveis aleatórias descritas por funções de densidade de probabilidade. Desta forma é possível, ao contrário do método determinístico, incorporar-se às variáveis do processo a quantificação das incertezas associadas entre outras, às cargas e à disponibilidade de geração do sistema.

### 4.3.1. INCERTEZA ASSOCIADA À DISPONIBILIDADE DE GERAÇÃO

Um dos modelos de grupos geradores utilizados em estudos probabilísticos de sistemas elétricos de potência considera que os mesmos somente podem ser encontrados em dois estados diferentes: em funcionamento ou em avaria.

Assim a potência disponível em uma central elétrica com n geradores idênticos com C megawatt de potência cada um e possuindo uma probabilidade individual de falha igual a $q$ pode ser representada por uma variável aleatória distribuida binomialmente.

Desta forma designando por $X_{cd}$ a variável aleatória associada à capacidade disponível na central, a função densidade de probabilidade correspondente é dada por

$$f(x_{cd}) = P\{X_{cd}=x_{cd}\} = \sum_{k=0}^{n} pk.\delta(x_{cd}-Ck) \qquad (4.15)$$

e

$$P_k = \frac{m!}{k!\ (m-k)!} \cdot (1 - q)^k \cdot q^{m-k} \qquad (4.16)$$

Nestas expressões tem-se:

m - número de grupos geradores

q - probabilidade estacionária de falha de cada grupo gerador

k - número total de unidades em funcionamento

$\delta(X_{cd} - CK)$ - função delta de Dirac ou função impulso unitário

Como visto no Capítulo 2, o primeiro momento em relação à origem da variável aleatória $X_{cd}$ é igual a sua esperança matemática e calcula-se, neste caso, por:

$$M_1 = E[X_{cd}] = \sum_{i=1}^{m} x_{cd_i} \cdot f(x_{cd_i}) \qquad (4.17)$$

ou seja

$$E[X_{cd}] = (1-q)\ C_m \qquad (4.18)$$

O momento central de segunda ordem, também conhecido por variância, vale neste caso

$$VAR\ [X_{cd}] = mcq\ (1-q) \qquad (4.19)$$

Desta forma, utilizando-se a distribuição binomial é possivel quantificar a incerteza decorrente da indisponi

bilidade de geração na central elétrica.

A figura 4.5 ilustra a função $f(x_{cd})$ para o exemplo de uma central de três geradores com q = 0,05 e uma capacidade individual de C = 100 [MW].

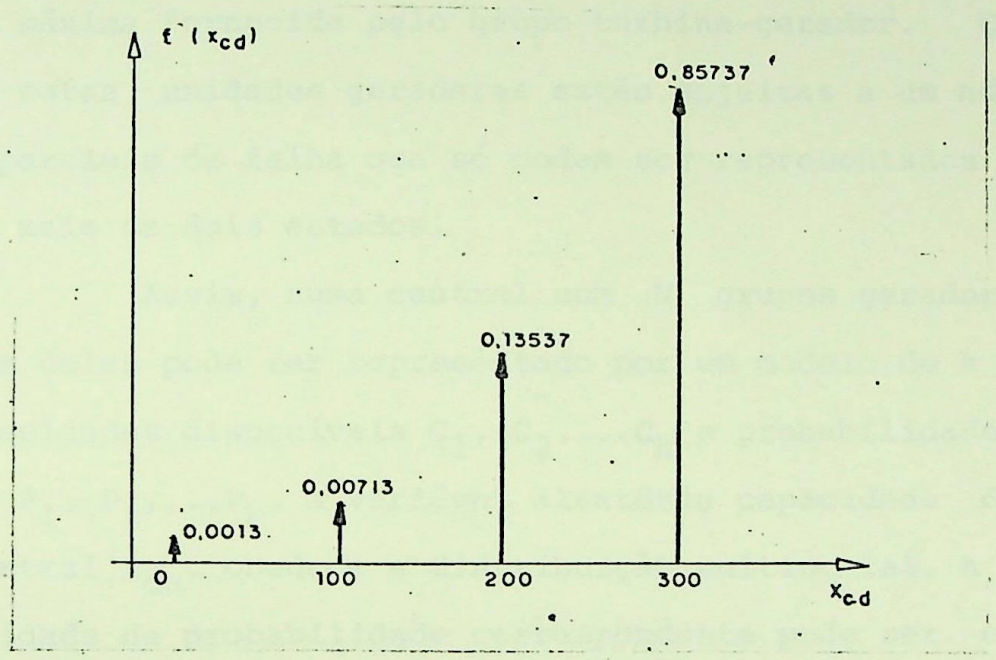



Figura 4.5 - Função de densidade de probabilidade da variável aleatória $X_{cd}$.

A função de distribuição da mesma variável aleatória, $F(x_{cd}) = P(X_{cd} \leq x_{cd})$, está representada na figura 4.6.

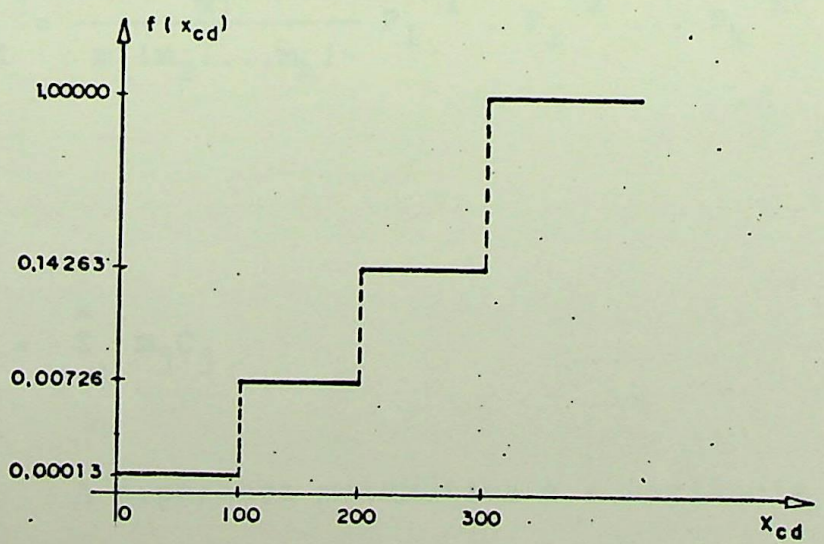



Figura 4.6 - Função de distribuição de probabilidade da variável aleatória $X_{cd}$.

Este modelo de dois estados nem sempre é o mais apropriado para descrever o comportamento de algumas unidades geradoras. Em algumas centrais térmicas, por exemplo, avarias em equipamentos dos serviços auxiliares podem provocar restrições na potência máxima fornecida pelo grupo turbina-gerador. Consequentemente estas unidades geradoras estão sujeitas a um número de estados parciais de falha que só podem ser representados por modelos com mais de dois estados.

Assim, numa central com N grupos geradores, onde cada um deles pode ser representado por um modelo de k estados com capacidades disponíveis $C_1, C_2, \ldots C_k$ e probabilidades estacionárias $P_1, P_2, \ldots P_k$, a variável aleatória capacidade disponível na central $X_{cd}$, obedece a distribuição multinomial. A função de densidade de probabilidade correspondente pode ser escrita na forma

$$f(x_{cd}) = P\{X_{cd}=x_{cd}\} = \sum_{i=1}^{N} P_{x_{cd_i}} \delta(x_{cd}-x_{cd_i}) \qquad (4.20)$$

onde

$$P_{x_{cd_i}} = \frac{N!}{m_1!m_2!\ldots m_k!} P_1^{m_1} \cdot P_2^{m_2} \cdots P_k^{m_k} \qquad (4.21)$$

e

$$x_{cd_i} = \sum_{j=1}^{k} m_j C_j \qquad (4.22)$$

A esperança matemática e a variância de $X_{cd}$ calculam-se respectivamente por

$$E[X_{cd}] = \sum_{i=1}^{N} \left( \sum_{j=1}^{k} C_j P_j \right) = N \sum_{j=1}^{k} C_j P_j \qquad (4.23)$$

$$VAR[X_{cd}] = N \left[ \sum_{j=1}^{k} (C_j - N \sum_{j=1}^{k} C_j P_j)^2 \right] \qquad (4.24)$$

## 4.3.2. INCERTEZA ASSOCIADA À PREVISÃO DE CARGA

A distribuição normal é muito utilizada em estudos de confiabilidade de sistemas elétricos de potência para representar as incertezas associadas à previsão de potência de carga. Este fato deve-se em grande parte ao teorema do limite central que estabelece que a soma de número considerável de variáveis aleatórias independentes e idênticas tende para uma variável aleatória normalmente distribuida, isto é:

$$\lim_{\to\infty} P \left( a \leq \frac{S_n - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} \leq b \right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_a^b e^{-u^2/2} \, du$$

onde: $S_n = X_1 + X_2 + \ldots + X_n$

e as variáveis aleatórias $X_1$, $X_2$,... $X_n$ são independentes, idênticas e com média $\mu$ e variância $\sigma^2$.

A função de densidade de probabilidade $f(x_{pc})$ de uma distribuição normal é dada pela expressão

$$f(x_{pc}) = \frac{1}{\sigma x_{pc}\sqrt{2\pi}} \cdot \exp \left( - \frac{(x_{pc} - \mu x_{pc})^2}{2\sigma^2_{x_{pc}}} \right) \qquad (4.25)$$

$\mu x_{pc}$ - valor esperado da variável aleatória potência

de carga, $X_{pc}$

$\sigma x_{pc}$ - desvio padrão da variável aleatória potência de carga, $X_{pc}$

Uma representação típica desta função está mostrada na figura 4.7.

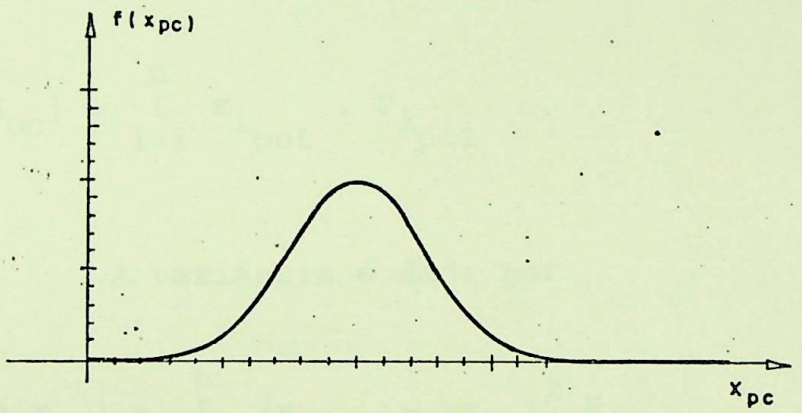



Figura 4.7 - Distribuição normal da variável aleatória potência de carga $X_{pc}$.

Num sistema elétrico de potência, algumas cargas são melhor representadas por valores distribuidos por patamares com suas respectivas probabilidades.

A função de densidade de probabilidade $f(x_{pc})$ de uma distribuição discreta pode ser representada pela expressão:

$$f(x_{pc}) = \sum_{i=1}^{n} P_{i_{pci}} \delta(x_{pc} - x_{i_{pci}}) \qquad (4.26)$$

e $$P_{i_{pci}} = P\{X_{pc} = x_{i_{pci}}\}$$

onde

n - número total de patamares

$x_{i_{pci}}$ - um dos valores anteriores do patamar de carga

$\delta(x_{pc}-x_{i_{pci}})$ - função delta de Dirac ou função impulso unitário

O valor esperado ou esperança matemática de tal variável aleatória é

$$E[X_{pc}] = \sum_{i=1}^{n} x_{i_{pci}} \cdot P_{i_{pci}} \qquad (4.27)$$

A variância é dada por

$$VAR[X_{pc}] = \sum_{i=1}^{n} (x_{i_{pci}} - \mu x_{pc})^2 \, P_{i_{pci}} \qquad (4.28)$$

A figura 4.8 ilustra o caso de uma carga que assume quatro valores diferentes $x_{1_{pc_1}}$, $x_{2_{pc2}}$, $x_{3_{pc3}}$ e $x_{4_{pc4}}$.

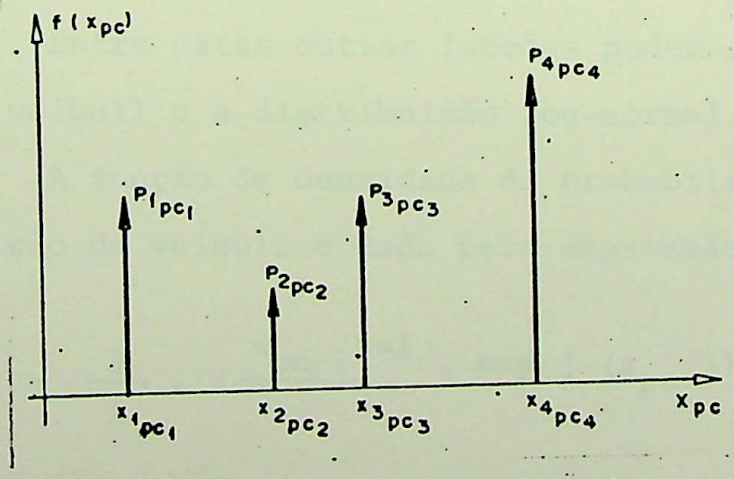



Figura 4.8 - Representação de carga através de uma distribuição discreta.

Quando existem cargas com valores deterministicamente conhecidos, as mesmas podem ser representadas por esta distribuição discreta com um único valor de probabilidade unitária conforme mostra a figura 4.9.

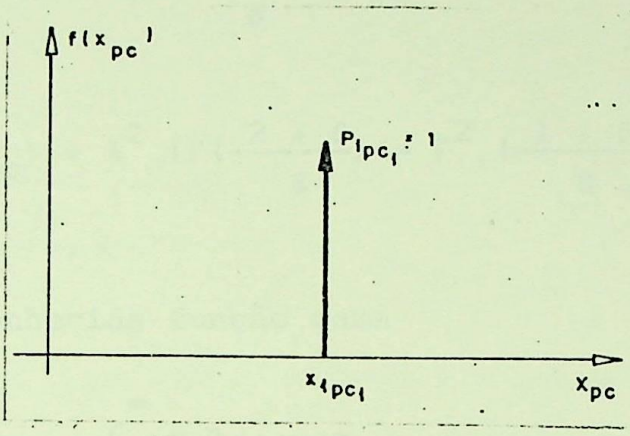



Figura 4.9 - Distribuição discreta como modelo de cargas deterministicamente conhecidas.

O método descrito neste trabalho permite, teóricamente o emprego de outras funções de densidade de probabilidade que não poderiam ser analiticamente manipulados com facilidade pelos métodos hoje disponíveis para o cálculo do fluxo probabilístico.

Entre estas outras funções podem-se citar a distribuição de weibull e a distribuição Log-normal.

A função de densidade de probabilidade $f(x_{pc})$ de uma distribuição de weibull é dada pela expressão:

$$f(x_{pc}) = \frac{\beta}{\lambda} \cdot \left(\frac{x_{pc}}{\lambda}\right)^{\beta-1} \cdot \exp\left[-(x_{pc}/\lambda)^{\beta}\right] \qquad (4.29)$$

onde $\beta$ e $\lambda$ são parâmetros tais que:

$$\beta > 0, \quad \lambda > 0 \quad \text{e} \quad x_{pc} \geq 0 \qquad (4.30)$$

A esperança matemática e a variância da variável aleatória potência de carga $X_{pc}$ calculam-se, neste caso, respectivamente por:

$$E[X_{pc}] = \lambda \cdot \Gamma\left(\frac{1 + \beta}{\beta}\right) \tag{4.31}$$

$$VAR(X_{pc}) = \lambda^2 \left[\Gamma\left(\frac{2 + \beta}{\beta}\right) - \Gamma^2 \cdot \left(\frac{1 + \beta}{\beta}\right)\right. \tag{4.32}$$

onde $\Gamma(\gamma)$ é a conhecida função gama

definida por $\Gamma(\gamma) = \int_0^\infty t^{\gamma-1} \cdot e^{-t}\, dt$ para $\gamma > 0$

A figura 4.10 mostra esboços da função de densidade de probabilidade para três valores do parâmetro $\beta$.

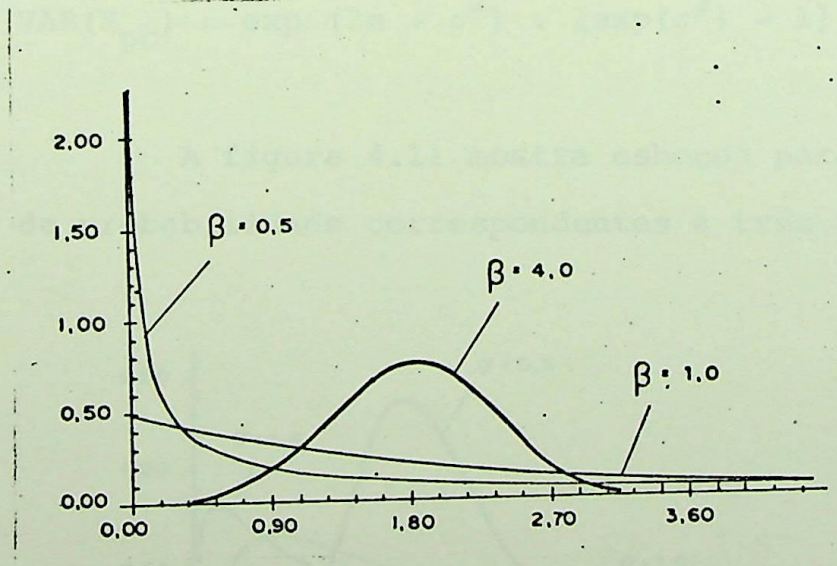



Figura 4.10 - Distribuição de weibull

A distribuição Log-normal também pode ser utilizada para representar as incertezas associadas a previsão de carga.

A função de densidade de probabilidade $f(x_{pc})$ de uma distribuição Log-normal é dada pela expressão

$$f(x_{pc}) = \frac{1}{x_{pc}\,\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left[-(\mathrm{Ln}x_{pc} - m)^2/2\sigma^2\right] \qquad (4.33)$$

onde $x_{pc} \geq 0$ e:

m - valor esperado de $\mathrm{Ln}X_{pc}$

$\sigma$ - desvio padrão de $\mathrm{Ln}X_{pc}$

A esperança matemática e a variância da variável aleatória potência de carga $X_{pc}$ calculam-se, neste caso, respectivamente por:

$$E[X_{pc}] = \exp(m + \sigma^2/2) \qquad (4.34)$$

$$VAR(X_{pc}) = \exp(2m + \sigma^2) \cdot [\exp(\sigma^2) - 1] \qquad (4.35)$$

A figura 4.11 mostra esboços para a função de densidade de probabilidade correspondentes a três valores de $\sigma$.

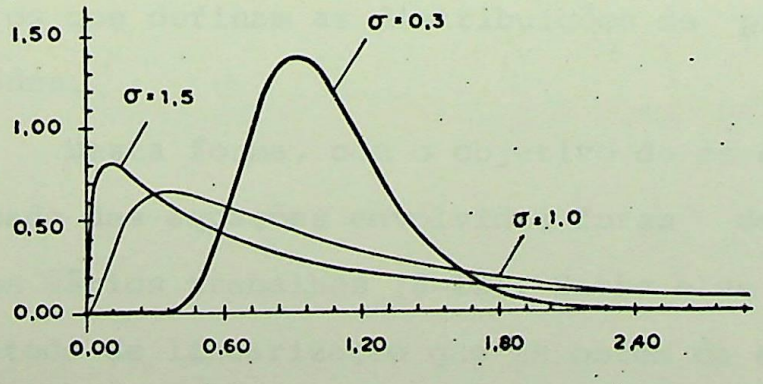



Figura 4.11 - Distribuição Log-normal.

## 4.4. FORMULAÇÕES PROBABILÍSTICAS DO FLUXO DE POTÊNCIA

O primeiro trabalho sobre fluxo de potência probabilístico que se tem conhecimento foi o de Bárbara Borkowska [03].

No seu trabalho, a autora limitou-se a considerar o chamado modelo DC do fluxo de potência, que por ser um modelo linear, permite estabelecer relações simples entre as variáveis aleatórias fases das tensões e potências ativas injetados nas barras. Verifica-se pois que, para que a caracterização probabilística das fases e módulos das tensões, fluxos e perdas de potências ativas e reativas, potência ativa injetada na barra slack, potências reativas injetadas nas barras de geração e potências reativas injetadas pelos elementos shunts possa ser efetuada é necessário recorrer a uma representação a.c. do fluxo probabilístico.

A natureza não linear das equações envolvidas é a principal dificuldade proveniente da modelagem probabilística a.c.. Pois sendo não linear a relação entre as grandezas de interesse (como por exemplo a tensão, potências geradas e gerações e cargas) não é possível estabelecer-se relações simples entre os parâmetros que definam as distribuições de probabilidade dessas quantidades.

Desta forma, com o objetivo de se encontrar um modelo linearizado das equações envolvidas foram desenvolvidos nos últimos anos vários trabalhos [8-12]. Entre eles este texto descreverá o método de linearização que se obtém da expansão das equações em série de Taylor em torno da solução determinística do fluxo de potência, utilizando-se uma formulação semi-desacoplada [20].

Uma propriedade bastante conhecida dos sistemas elétricos é o fraco acoplamento existente entre os fluxos de potência ativa e os módulos das tensões.

As variações nos módulos das tensões não exercem, geralmente, influência significativa nos fluxos de potência ativa nos ramos do sistema.

As figuras seguintes mostram a pequena diferença existente para as funções de densidade de probabilidade utilizando-se uma formulação totalmente acoplada e a formulação semi-acoplada [20].

Por outro lado o desacoplamento entre as fases das tensões e as potências reativas nos ramos pode provocar a ocorrência de erros significativos nos valores das potências reativas geradas nas barras de geração e nos fluxos de potência reativa nos ramos do sistema.

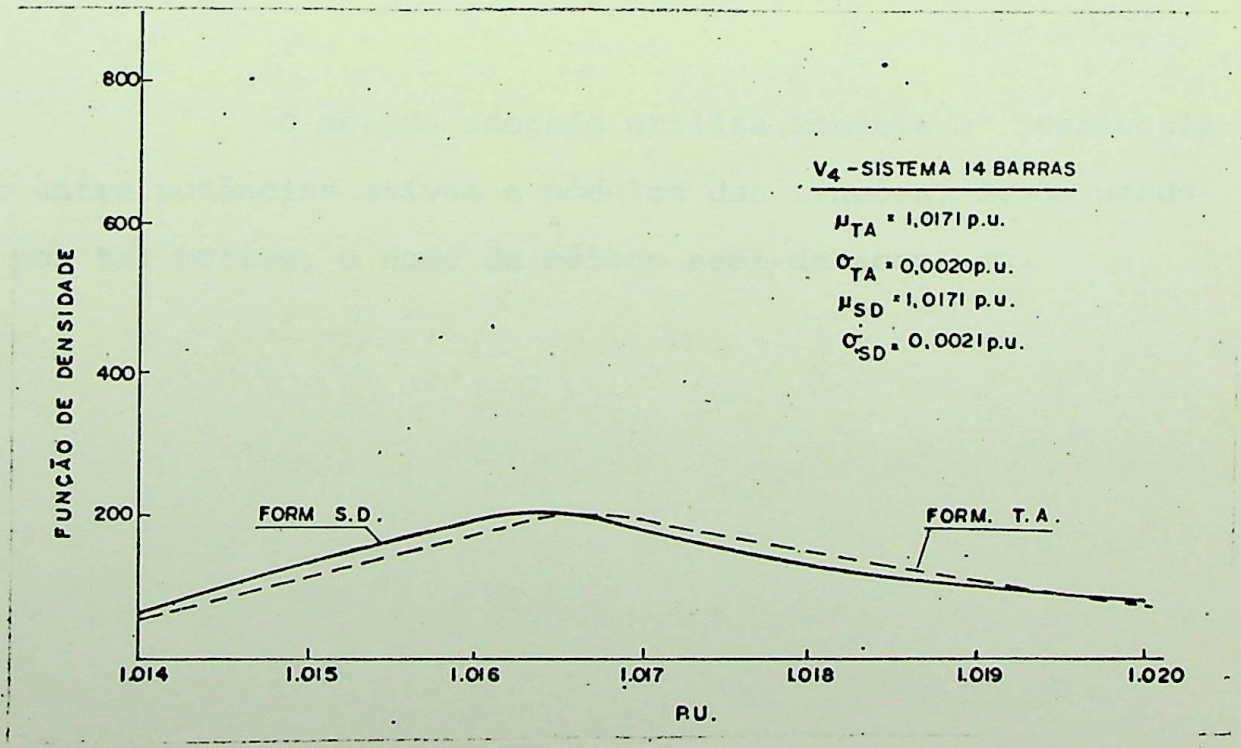



Figura 4.12 - Tensão na barra $V_4$ de um sistema de 14 barras: formulações semi-desacoplada (S.D.) e totalmente acoplada (T.A.).

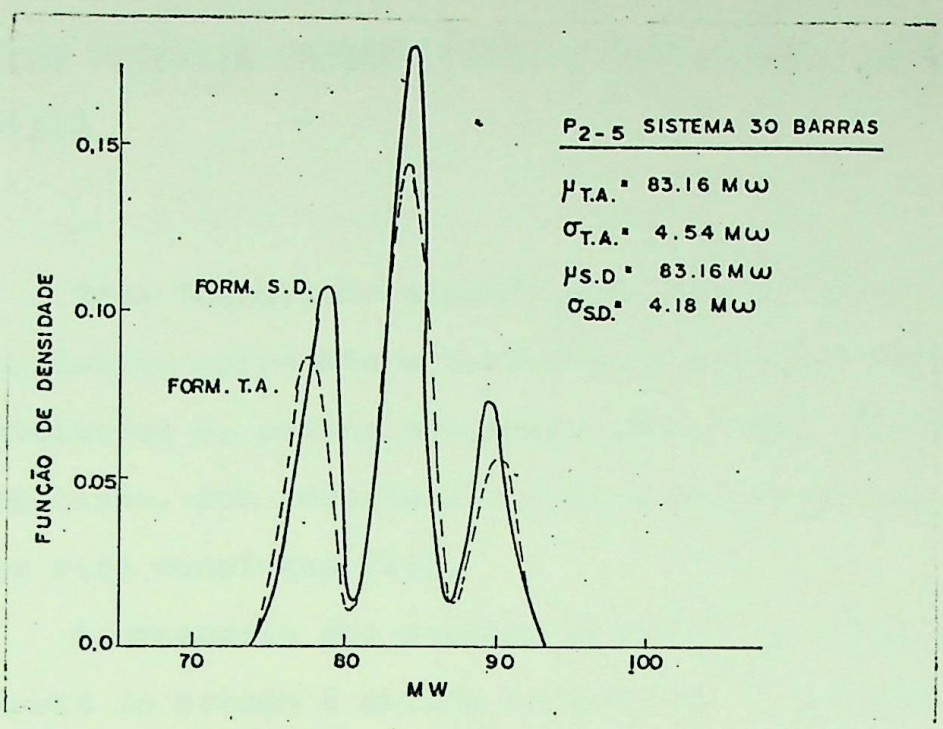



Figura 4.13 - Fluxo de potência ativa entre as barras $V_2$ e $V_5$ de um sistema de 30 barras: formulações semi-desacoplada (S.D.) e totalmente acoplada (T.A.).

O método adotado utiliza somente o desacoplamento entre potências ativas e módulos das tensões, denominando-se, por tal motivo, o nome de método semi-desacoplado.

## 4.5. FLUXO DE POTÊNCIA PROBABILÍSTICO: FORMULAÇÃO SEMI-DESACOPLADA

Esta formulação semi-desacoplada do fluxo de potência probabilístico apresenta a vantagem de requerer um número menor de convoluções e, consequentemente leva a uma economia de tempo de computação, com resultados muito próximos aos de outras formulações mais completas [13].

A expressão que permite calcular as características das variáveis de estado é obtida através da linearização da equação

$$\underline{U} = f_1(\underline{X}) \tag{4.36}$$

Esta linearização é obtida pela expansão em série de Taylor, em torno da solução determinística do fluxo de potência, ou seja, na vizinhança do ponto $\underline{X} = \underline{X}_0$, desprezando-se os termos de ordem igual ou superior à segunda.

Desta forma tem-se:

$$\underline{U} = f_1(\underline{X}_0) + \underline{\underline{J_1}} \, (\underline{X} - \underline{X}_0) \tag{4.37}$$

onde a matriz $\underline{\underline{J_1}}$ representa o Jacobiano $f_1(\underline{X})$ no ponto $\underline{X} = \underline{X}_0$, ou seja:

$$\underline{\underline{J_1}} = \left. \frac{\partial f_1(\underline{X})}{\partial \underline{X}} \right|_{\underline{X} = \underline{X}_0} \tag{4.38}$$

Fazendo $f_1(\underline{X}_0) = \underline{U}_0$ tem-se

$$\underline{U} = \underline{U}_0 + \underline{\underline{J}}_1 \, (\underline{X} - \underline{X}_0) \tag{4.39}$$

Através da partição do vetor aleatório de controle $\underline{U}$ em potências ativas e reativas, a matriz $\underline{\underline{J}}_1$ em submatrizes $\underline{\underline{H}}$, $\underline{\underline{N}}$, $\underline{\underline{J}}$ e $\underline{\underline{L}}$, e o vetor aleatório de estado $\underline{X}$ em fases e módulos das tensões, a expressão 4.39 torna-se:

$$\begin{bmatrix} \underline{P} \\ \hline \underline{Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{P}_0 \\ \hline \underline{Q}_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{\underline{H}} & \underline{\underline{N}} \\ \hline \underline{\underline{J}} & \underline{\underline{L}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\theta} - \underline{\theta}_0 \\ \hline \underline{V} - \underline{V}_0 \end{bmatrix} \tag{4.40}$$

ou ainda:

$$\underline{P} = \underline{P}_0 + \underline{\underline{H}} \, [\underline{\theta} - \underline{\theta}_0] + \underline{\underline{N}} \, [\underline{V} - \underline{V}_0] \tag{4.41}$$

$$\underline{Q} = \underline{Q}_0 + \underline{\underline{J}} \, [\underline{\theta} - \underline{\theta}_0] + \underline{L} \, [\underline{V} - \underline{V}_0] \tag{4.42}$$

Em um sistema elétrico de potência os fluxos de potência ativa são fortemente influenciados pelos ângulos de fase das tensões ao mesmo tempo que são práticamente independentes dos módulos das mesmas.

Este desacoplamento traduz-se pelo fato de que os valores numéricos dos elementos da submatriz $\underline{\underline{N}}$ são pequenos, em magnitude, quando comparados com elementos da submatriz $\underline{\underline{H}}$.

Assim desprezando a submatriz $\underline{\underline{N}}$ obtém-se:

$$\underline{P} = \underline{P}_0 + [\underline{\underline{H}}] [\underline{\theta} - \underline{\theta}_0] \tag{4.43}$$

Explicitando-se o vetor incógnita $\underline{\theta}$, vem:

$$\underline{\theta} = \underline{\theta}_0 - (\underline{\underline{H}})^{-1} \underline{P}_0 + (\underline{\underline{H}})^{-1} \underline{P} \qquad (4.44)$$

onde os elementos da submatriz $\underline{\underline{H}}$ são:

$$H_{ij} = V_{i0} V_{j0} (G_{ij} \operatorname{sen}\theta_{ij0} - B_{ij} \cos\theta_{ij0}) \qquad (4.45)$$

$$H_{ii} = -(V_{i0}^2 B_{ii} + Q_{i0}) \qquad (4.46)$$

Considerando-se ainda que em um sistema elétrico de potência tem-se:

- $G_{ij} <<< B_{ij}$
- $\theta_{ij0}$ muito pequeno, ou seja, $\theta_{ij0} \cong 0$
- $V_{i0} = V_{j0} \cong 1$ [pu]
- $V_{i0}^2 B_{ii} >>> Q_{i0}$ em valores p.u.

As expressões 4.45 e 4.46 podem ser reescritas como:

$$H_{ij} = -B_{ij} \qquad (4.47)$$

$$H_{ii} = -B_{ii} \qquad (4.48)$$

Desta forma, após estas considerações, a submatriz $\underline{\underline{H}}$ original passa a ser denominada de submatriz $\underline{\underline{B}}'$ proveniente da modelagem do fluxo de carga determinístico desacoplado rá

pido [17].

A equação 4.44 pode ser reescrita como:

$$\underline{\theta} = \underline{\theta}_0 - (-\underline{\underline{B}}')^{-1} \underline{P}_0 + (-\underline{\underline{B}}')^{-1} \underline{P} \qquad (4.49)$$

Fazendo $\underline{\underline{N}}_1 = (-\underline{\underline{B}}')^{-1}$ vem:

$$\underline{\theta} = \underline{\theta}_0 - \underline{\underline{N}}_1 \underline{P}_0 + \underline{\underline{N}}_1 \underline{P} \qquad (4.50)$$

Para um sistema com n barras a matriz $\underline{\underline{N}}_1$ tem dimensão (n-1) x (n-1)

Observando-se a expressão 4.50 conclui-se, que por este processo de linearização e cálculo, o vetor das variáveis aleatórias *ângulos de fase das tensões* nas barras PV e PQ obtém-se através de uma combinação linear dos vetores das variáveis aleatórias potências ativas injetadas nas barras.

Particularizando esta equação para o ângulo de fase da tensão em uma barra (i), vem:

$$\theta_i = \theta_{i0} - \sum_j N_{1ij} P_{j0} + \sum_j N_{1ij} P_j \qquad (4.51)$$

onde o índice j no somatório representa a variação de j por todas as barras menos a slack.

O valor esperado e a variância da variável aleatória $\theta_i$ são dados por:

$$E[\theta_i] = \theta_{i0} \qquad (4.52)$$

$$VAR\ (\Theta_i) = \sum_j (N_{lij})^2\ VAR\ (P_j)$$

ou

$$\sigma^2_{\Theta i} = \sum_j (N_{lij})^2\ \sigma^2_{pj} \qquad (4.53)$$

Para o desvio padrão resulta então:

$$\sigma_{\Theta i} = \left[ \sum_j (N_{lij})^2\ \sigma^2_{pj} \right]^{1/2} \qquad (4.54)$$

Note-se que a expressão 4.51 é constituida por um termo constante $(\Theta_{i0} - \sum_j N_{lij} P_{j0})$, e por um outro termo que é uma combinação linear de várias variáveis aleatórias $(\sum_j N_{lij} P_j)$.

O termo constante pode ser considerado como uma variável aleatória discreta cuja função de densidade de probabilidade contém um impulso de área unitária no valor correspondente ao termo. Consequentemente $\Theta_i$ como um todo é considerada uma combinação linear de variáveis aleatórias independentes. Portanto a função de densidade de probabilidade de $\Theta_i$ é dada pela convolução de todas as funções de densidade de probabilidade dessas variáveis aleatórias.

Para efetuar-se esta convolução existem métodos, como por exemplo, os que utilizam a transformada de Laplace, transformada de Fourier ou transformada rápida de Fourier [25].

Estes métodos apresentam a dificuldade de cál

culo das transformadas inversas de Laplace ou de Fourier para convoluções que envolvam funções de densidade contínuas.

Nestes casos é ainda possível efetuar, de modo aproximado, a convolução discretizando as funções contínuas em n pontos. Este trabalho procura apresentar uma alternativa para este processo da convolução utilizando o método dos cumulantes descrito no Capítulo 3.

Para a expressão 4.21 tem-se:

$$\underline{Q} = \underline{Q}_0 + \underline{\underline{J}} [\underline{\theta} - \underline{\theta}_0] + \underline{\underline{L}} [\underline{V} - \underline{V}_0]$$

Conforme visto anteriormente, no modelo proposto esta equação não sofre nenhum desacoplamento.

Explicitando o vetor das variáveis aleatórias módulo das tensões:

$$\underline{V} = \underline{V}_0 - (\underline{\underline{L}})^{-1} \underline{Q}_0 + (\underline{\underline{L}})^{-1} \underline{Q} - (\underline{\underline{L}})^{-1} \underline{\underline{J}} [\underline{\theta} - \underline{\theta}_0] \qquad (4.55)$$

onde os elementos das submatrizes $\underline{\underline{J}}$ e $\underline{\underline{L}}$ valem respectivamente [20]:

$$J_{ij} = -V_{i0}V_{j0} (G_{ij} \cos\theta_{ij0} + B_{ij} \operatorname{sen}\theta_{ij0}) \qquad (4.56)$$

$$J_{ii} = -(V_{i0}^2 G_{ii} - P_{i0}) \qquad (4.57)$$

e

$$L_{ij} = V_{i0} (G_{ij} \operatorname{sen}\theta_{ij0} - B_{ij} \cos \theta_{ij0}) \qquad (4.58)$$

$$L_{ii} = - \frac{V_{i0}^2 B_{ii} - Q_{i0}}{V_{i0}} \qquad (4.59)$$

As aproximações adotadas para simplificar os elementos da submatriz $\underline{\underline{H}}$ permitem também simplificar os elementos da matriz $\underline{\underline{L}}$ que passam a ser calculados por:

$$L_{ij} = -V_{i0} B_{ij} \qquad (4.60)$$

$$L_{ii} = -V_{i0} B_{ii} \qquad (4.61)$$

Assim $\underline{\underline{L}} = -(\text{diag } V_0)\underline{\underline{B}}''$, onde a submatriz $\underline{\underline{B}}''$ é a mesma determinada pelo método do fluxo de carga determinístico desacoplado rápido.

A equação 4.34 pode ser reescrita como:

$$\underline{V} = \underline{V_0} - (-\underline{\underline{B}}'')^{-1} (\text{diag } \frac{1}{V_0}) \underline{Q_0} + (-\underline{\underline{B}}'')^{-1} (\text{diag } \frac{1}{V_0}) \underline{Q} -$$

$$- (-\underline{\underline{B}}'')^{-1} (\text{diag } \frac{1}{V_0}) \underline{\underline{J}} [\underline{\theta} - \underline{\theta_0}] \qquad (4.62)$$

Substituindo a expressão 4.29 nesta última e fazendo $\underline{\underline{N_2}} = (-\underline{\underline{B}}'')^{-1}$ tem-se:

$$\underline{V} = \underline{V_0} - \underline{\underline{N_2}} (\text{diag } \frac{1}{V_0}) (-\underline{\underline{J}}) \underline{\underline{N_1}} \underline{P_0} - \underline{\underline{N_2}} (\text{diag } \frac{1}{V_0}) \underline{Q_0} +$$

$$+ \underline{\underline{N_2}} (\text{diag } \frac{1}{V_0}) (-\underline{\underline{J}}) \underline{\underline{N_1}} \underline{P} + \underline{\underline{N_2}} (\text{diag } \frac{1}{V_0}) \underline{Q} \qquad (4.63)$$

Para um sistema com n barras a matriz $\underline{\underline{N_2}}$ tem

dimensão $n_{pq} \times n_{pq}$, onde $n_{pq}$ representa o número de barras PQ.

Fazendo $\underline{\underline{T}} = \underline{\underline{N_2}}(\text{diag}\ \frac{1}{V_0})\ (-\underline{\underline{J}})\underline{\underline{N_1}}$ na expressão 4.42 tem-se:

$$\underline{V} = \underline{V_0} - \underline{\underline{T}}\ \underline{P_0} - \underline{\underline{N_2}}(\text{diag}\ \frac{1}{V_0})\ \underline{Q_0} + \underline{\underline{T}}\ \underline{P} + \underline{\underline{N_2}}\ (\text{diag}\frac{1}{V_0})\ \underline{Q} \qquad (4.64)$$

Particularizando esta equação para o módulo da tensão na barra (i), resulta:

$$V_i = V_{i0} - \sum_j T_{ij}\ P_{j0} - \sum_{j_{pq}} (N_{2ij}/V_{j0})\ Q_{j0} + \sum_j T_{ij}\ P_j + \sum_{j_{pq}} (N_{2ij}/V_{j0}) Q_j \qquad (4.65)$$

onde o índice $j_{pq}$ no somatório representa a variação de j apenas para as barras PQ

O valor esperado e a variância do variável aleatória $V_i$ são dados por:

$$E\ [V_i] = V_{i0} \qquad (4.66)$$

$$VAR(V_i) = \sum_j (T_{ij})^2\ VAR(P_j) + \sum_{j_{pq}} (N_{2ij}/V_{j0})^2\ VAR(Q_j)$$

ou

$$\sigma^2_{vi} = \sum_j (T_{ij})^2\ \sigma^2_{pj} + \sum_{jpq} (N_{2ij}/V_{j0})^2\ \sigma^2_{qj} \qquad (4.67)$$

O desvio padrão será dado por:

$$\sigma_{vi} = \left[ \Sigma \ (T_{ij})^2 \ \sigma_{pj}^2 + \Sigma (N_{2ij}/V_{j0}) \ \sigma_{qj}^2 \right]^{1/2} \qquad (4.68)$$

Note-se que a expressão 4.65 é constituida por um termo constante

$(V_{i0} - \sum_{j} T_{ij} \ P_{j0} - \sum_{jpq} (N_{2ij}/V_{j0}) \ Q_{j0})$ e por um outro termo que é uma combinação linear de várias variáveis aleatórias $(\sum_{j} T_{ij} P_j + \sum_{jpq} (N_{2ij}/V_{j0}) \ Q_j)$.

O termo constante pode ser considerado como uma variável aleatória discreta cuja função de densidade de probabilidade contém um impulso de área unitária no valor correspondente ao termo. Consequentemente $V_i$ como um todo é considerado uma combinação linear de variáveis aleatórias independentes. Portanto a função de densidade de probabilidade de $V_i$ é dada pela convolução de todas as funções de densidade de probabilidade dessas variáveis aleatórias.

A expressão que permite calcular as características (esperança matemática, variância e função densidade de probabilidade) das variáveis de saída, é obtida também através da linearização por expansão em série de Taylor da equação:

$$\underline{W} = f_2 \ (\underline{X}) \qquad (4.69)$$

Da linearização em torno da solução determinística do fluxo de potência, $\underline{X} = \underline{X_0}$, obtém-se

$$\underline{W} = f_2 \ (\underline{X}) + \underline{\underline{J_2}} \ (\underline{X} - \underline{X_0}) \qquad (4.70)$$

onde a matriz $\underline{\underline{f_2}}$ representa o Jacobiano de $f_2$ $(\underline{X})$ no ponto $\underline{X}=\underline{X_0}$, ou seja:

$$\underline{\underline{J_2}} = \left.\frac{\partial f_2\ (\underline{X})}{\partial \underline{X}}\right|_{\underline{X} = \underline{X_0}} \tag{4.71}$$

Fazendo $f_2(\underline{X_0}) = \underline{W_0}$, tem-se: (4.72)

$$\underline{W} = \underline{W_0} + \underline{\underline{J_2}}\ (\underline{X} - \underline{X_0}) \tag{4.73}$$

Ainda:

$$\underline{W} = \underline{W_0} + [\underline{\underline{J_2}}' \ / \ \underline{\underline{J_2}}''] \begin{bmatrix} \underline{\Theta} - \underline{\Theta_0} \\ \hline \underline{V} - \underline{V_0} \end{bmatrix} \tag{4.74}$$

onde as submatrizes $\underline{\underline{J_2}}'$ e $\underline{\underline{J_2}}''$ representam dois conjuntos de submatrizes, tal que a expressão anterior pode ser reescrita da seguinte forma [20].

$$\begin{bmatrix} \underline{P_r} \\ \underline{P_\ell} \\ \underline{P_{p\ell}} \\ \underline{Q} \\ \underline{Q_\ell} \\ \underline{Q_{p\ell}} \\ \underline{Q_{i(sh)}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{P_{r0}} \\ \underline{P_{\ell 0}} \\ \underline{P_{p\ell 0}} \\ \underline{Q_0} \\ \underline{Q_{\ell 0}} \\ \underline{Q_{p\ell 0}} \\ \underline{Q_{i0(sh)}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{A_1} & \underline{A_2} \\ \underline{B_1} & \underline{B_2} \\ \underline{C_1} & \underline{C_2} \\ \underline{D_1} & \underline{D_2} \\ \underline{E_1} & \underline{E_2} \\ \underline{F_1} & \underline{F_2} \\ \underline{G_1} & \underline{G_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\Theta} - \underline{\Theta_0} \\ \hline \underline{V} - \underline{V_0} \end{bmatrix} \tag{4.75}$$

Aplicando-se as equações 4.50 e 4.63 em 4.74

obtém-se:

$$\underline{W} = \underline{W_0} + \underline{\underline{J_2}}' [\underline{\underline{N_1}}\,\underline{P} - \underline{\underline{N_1}}\,\underline{P_0}] + \underline{\underline{J_2}}'' [-\underline{\underline{T}}\,\underline{P_0} - \underline{\underline{N_2}}\,(\text{diag}\frac{1}{V_0})\underline{Q_0} +$$

$$+ \underline{\underline{T}}\,\underline{P} + \underline{\underline{N_2}}\,(\text{diag}\,\frac{1}{V_0})\,\underline{Q}\,] \qquad (4.76)$$

ou ainda:

$$\underline{W} = \underline{W_0} - [\underline{\underline{J_2}}'\,\underline{\underline{N_1}} + \underline{\underline{J_2}}''\,\underline{\underline{T}}]\,\underline{P_0} - \underline{\underline{J_2}}''\,\underline{\underline{N_2}}\,(\text{diag}\,\frac{1}{V_0})\,\underline{Q_0} +$$

$$+ [\underline{\underline{J_2}}'\,\underline{\underline{N_1}} + \underline{\underline{J_2}}''\,\underline{\underline{T}}]\underline{P} + \underline{\underline{j_2}}''\,\underline{\underline{N_2}}\,(\text{diag}\,\frac{1}{V_0})\,\underline{Q} \qquad (4.77)$$

Particularizando esta equação para uma grandeza genérica (t) do vetor aleatório de saída $\underline{W}$, vem:

$$W_t = W_{t0} - \sum_i (\sum_j J'_{2tj}\,N_{1ji} + \sum_{jpq} J''_{2tj}\,T_{ji})\,P_{i0} -$$

$$- \sum_{ipq} (\sum_{jpq} (J''_{2tj}\,N_{2ji}/V_{i0})Q_{i0} + \sum_i (\sum_j J'_{2tj}\,N_{1ji} +$$

$$+ \sum_{jpq} J''_{2tj}\,T_{ji})\,P_i + \sum_{ipq} (\sum_{jpq} (J''_{2tj}\,N_{2ji}/V_{i0})Q_i$$

(4.78)

Nesta expressão os índices jpq e ipq representam a variação do somatório somente para as barras PQ e os índices i e j representam a variação do somatório para as barras excluindo-se a barra slack.

O valor esperado e a variância são dados por:

$$E\,[W_t] = W_{t0} \tag{4.79}$$

$$VAR\,(W_t) = \sum_i \left(\sum_j J'_{2tj}\, N_{1ji} + \sum_{ipq} J''_{2tj}\, T_{ji}\right)^2 VAR\,(P_i) +$$

$$+ \sum_{ipq} \left(\sum_{jpq} (J'_{2tj}\, N_{2ji}/V_{i0})^2\, VAR\,(Q_i)\right) \tag{4.80}$$

ou ainda:

$$\sigma_{wt} = \left[\sum_i \left(\sum_j J'_{2tj}\, N_{1ji} + \sum_{jpq} J''_{2tj}\, T_{ji}\right)^2 \sigma_{pi}^2 + \right.$$

$$\left. + \sum_{ipq} \left(\sum_{ipq} (J'_{2tj}\, N_{2ji}/V_{i0})^2\, \sigma_{qi}^2\right]^{1/2} \right. \tag{4.81}$$

Para efetuar-se um desacoplamento entre os componentes ativos do vetor aleatório de saída e os módulos das tensões particiona-se a equação 4.54 em suas partes ativa e reativa da seguinte forma:

$$\underline{W}' = \begin{bmatrix} P_r \\ \underline{P_\ell} \\ \underline{P_{p\ell}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{r0} \\ \underline{P_{\ell 0}} \\ \underline{P_{p\ell 0}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ \underline{B_1} & \underline{B_2} \\ \underline{C_1} & \underline{C_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\theta} - \underline{\theta_0} \\ \hline \underline{V} - \underline{V_0} \end{bmatrix} \tag{4.82}$$

$$\underline{W}'' = \begin{bmatrix} \underline{Q} \\ \underline{Q}_{\ell} \\ \underline{Q}_{p\ell} \\ \underline{Q}_{i(sh)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Q}_0 \\ \underline{Q}_{\ell 0} \\ \underline{Q}_{p\ell 0} \\ \underline{Q}_{i(sh)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{D}_1 & \underline{D}_2 \\ \underline{E}_1 & \underline{E}_2 \\ \underline{F}_1 & \underline{F}_2 \\ \underline{G}_1 & \underline{G}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\theta} - \underline{\theta}_0 \\ \hline \underline{V} - \underline{V}_0 \end{bmatrix} \quad (4.83)$$

Retirando a influência dos módulos das tensões na equação 4.61 tem-se:

$$\underline{W}' = \begin{bmatrix} P_r \\ \underline{P}_{\ell} \\ \underline{P}_{p\ell} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{r0} \\ \underline{P}_{\ell 0} \\ \underline{P}_{p\ell 0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_1 \\ \underline{B}_1 \\ \underline{C}_1 \end{bmatrix} \left[ \underline{\theta} - \underline{\theta}_0 \right] \quad (4.84)$$

Substituindo-se a expressão 4.29 em 4.63 tem-se:

$$\underline{W}' = \underline{W}_0' + \underline{\underline{J}}_2' \left[ \underline{\underline{N}}_1 \underline{P} - \underline{\underline{N}}_1 \underline{P}_0 \right] \quad (4.85)$$

Para um elemento (t) vem:

$$W_t' = W_{t0}' - \sum_i \left( \sum_j J_{2tj}' N_{1ji} \right) P_{i0} + \sum_i \left( \Sigma J_{2tj}' N_{1ji} \right) P_i \quad (4.86)$$

O valor esperado e a variância são dados por:

$$E\left[W_t'\right] = W_{t0}' \quad (4.87)$$

$$VAR(W'_t) = \sum_i \left(\sum_j J'_{2tj} N_{1ji}\right)^2 VAR(P_i) \qquad (4.88)$$

ou ainda:

$$\sigma_{W'_t} = \left[\sum_i \left(\sum_j J'_{2tj} N_{1ji}\right)^2 \sigma_{pi}^2\right]^{1/2} \qquad (4.89)$$

A função de densidade de probabilidade da variável aleatória $w'_t$ obtém-se através da convolução das diversas funções de densidade de probabilidade das variáveis aleatórias envolvidas tal como descrito anteriormente.

Os elementos do vetor aleatório de saída $\underline{w}''$ obtém-se utilizando-se equações análogas as 4.57, 4.58, 4.59 e 4.60 visto que neste caso não existem diferenças entre as expressões 4.54 e 4.62.

Para uma melhor visualização deste método probabilístico para o fluxo de potência A.C. é apresentado a seguir um algorítmo de cálculo:

(1) Ler os dados determinísticos (dados das linhas de transmissão e transformadores, tensão complexa na barra slack, módulos das tensões e potências ativas geradas nas barras P.V. , cargas ativas e reativas nas barras do sistema, etc.).

(2) Ler os dados probabilísticos (funções de densidade de probabilidade das potências ativas e reativas injetadas nas barras do sistema).

(3) Resolver um fluxo de potência determinístico, utilizando o método desacoplado rápido com os valores esperados $\underline{U_0}$ dos

dados nodais probabilísticos (que são os dados nodais determinísticos descritos no item (1)), para obter-se os vetores de estado e saída $\underline{X}_0$ e $\underline{W}_0$ respectivamente.

(4) Calcular $\underline{\underline{T}} = \underline{\underline{N}}_2 \left(\text{diag } \frac{1}{V_0}\right) (-\underline{\underline{J}}) \underline{\underline{N}}_1$

(5) Utilizando as equações 4.51, 4.52, 4.54, 4.65, 4.66 e 4.68 obter as funções de densidade, valores esperados e desvios padrões das variáveis do vetor aleatório de estado $\underline{X}$.

(6) Calcular o Jacobiano $\underline{\underline{J}}_2$

(7) Utilizando as equações 4.78, 4.79, 4.81, 4.86, 4.87 4 4.89, obter as funções de densidade, valores esperados e desvios padrões das variáveis do vetor aleatório de saída $\underline{W}$.

# CAPITULO 5

## FLUXO PROBABILÍSTICO UTILIZANDO O MÉTODO DOS CUMULANTES

## 5.1. INTRODUÇÃO

O principal objetivo deste capítulo é apresentar uma formulação alternativa para a resolução do fluxo de potência probabilístico que recorre à utilização do método dos cumulantes para obter as funções de densidade e de distribuição de probabilidade das variáveis de estado e saída do sistema.

O capítulo contém ainda uma descrição do algorítmo do método utilizado, a resolução, a título didático, de um sistema simples e outras aplicações em sistemas teste, efetuadas com a finalidade de comparar as principais características do método proposto com as do método convencional.

## 5.2 RESOLUÇÃO DO FLUXO DE POTÊNCIA PROBABILÍSTICO UTILIZANDO O MÉTODO DOS CUMULANTES

No capítulo anterior, utilizando-se a formulação adotada neste trabalho, concluiu-se que o vetor das variáveis aleatórias de estado e de saída podem exprimir-se como combinações lineares dos vetores das variáveis aleatórias de entrada. Assim, por exemplo, para a fase da tensão em uma barra i, tem-se:

$$\theta_i = \theta_{i_o} - \sum_j N_{l_{ij}} P_{j_o} + \sum_j N_{l_{ij}} P_j$$

A função de densidade de probabilidade de $\theta_i$ é dada pela convolução de todas as funções de densidade de probabilidade (discretas e/ou contínuas) das variáveis aleatórias, $P_j$, envolvidas na expressão anterior. Esta convolução pode ser realizada utilizando-se, por exemplo, métodos que empregam a transformada de Laplace, transformada de Fourier ou a transformada rápida de Fourier [23]. Tais métodos apresentam a dificuldade de cálculo das transformadas inversas de Laplace ou de Fourier para convoluções que envolvam funções de densidade, de variáveis aleatórias contínuas não normais, muito embora seja possível, nestes casos, efetuar-se de, modo aproximado, a convolução, discretizando as funções contínuas em n pontos o que pode provocar um aumento do tempo de cálculo. Conforme o ponto do sistema a ser analisado e consequentemente a quantidade e tipo de variáveis aleatórias envolvidas, os ítens computacionais tempo e memória podem tornar-se preocupantes.

Utilizando-se o método dos cumulantes no cálculo da convolu

ção das funções de densidade de probabilidade procura-se obter, também, uma redução nestes dois parâmetros. O método é aplicado utilizando-se o mesmo procedimento descrito no ítem 3.2 do terceiro capítulo.

Com o objetivo de facilitar a compreensão do método proposto, descreve-se seguidamente o algorítmo utilizado na correspondente implementação computacional.

(1) Ler os dados determinísticos (dados das linhas de transmissão e transformadores, tensão complexa na barra slack, módulos das tensões e potências ativas geradas nas barras P.V., cargas ativas e reativas nas barras do sistema, etc.).

(2) Ler os dados probabilísticos (funções de densidade de probabilidade das variáveis aleatórias potências ativas e reativas injetadas nas barras do sistema, obtendo os valores médios e desvios padrões correspondentes).

(3) Resolver um fluxo de potência determinístico, utilizando o método desacoplado rápido, com os valores esperados $\underline{U_o}$ dos dados nodais probabilísticos que são os valores médios descritos no item (2), obtendo-se assim os vetores de estado e saída $\underline{X_o}$ e $\underline{W_o}$ respectivamente.

(4) Calcular $\underline{\underline{T}} = \underline{\underline{N_2}} \left(\text{diag} \frac{1}{V_o}\right) (-\underline{\underline{J}}) \underline{\underline{N_1}}$

(5) Utilizando as equações 4.51, 4.52, 4.54, 4.65, 4.66 e 4.68 do capítulo anterior, obter os valores esperados e desvios padrões das variáveis do vetor aleatório de estado $\underline{X}$.

(6) Utilizando as equações 4.51, 4.65 e o método dos cumulantes descrito no terceiro capítulo, calcular a função de densidade de

probabilidade e/ou a função de distribuição de probabilidade das variáveis do vetor aleatório de estado $\underline{X}$.

(7) Calcular o jacobiano $\underline{\underline{J_2}}$ conforme descrito no capítulo anterior.

(8) Utilizando as equações 4.78, 4.79, 4.81, 4.86, 4.87 e 4.89 do capítulo anterior, obter os valores esperados e desvios padrões das variáveis do vetor aleatório de saída $\underline{W}$.

(9) Utilizando as equações 4.78, 4.86 e o método dos cumulantes descrito no terceiro capítulo, calcular a função de densidade de probabilidade e/ou a função de distribuição de probabilidade das variáveis do vetor aleatório de saída $\underline{W}$.

## 5.3 APLICAÇÃO NUMÉRICA

Com o objetivo de ilustrar a metodologia empregada no método de solução do fluxo de potência probabilístico utilizando-se o método dos cumulantes, torna-se conveniente resolver numericamente um sistema simples.

Considere-se, desta forma, o sistema de 3 barras cujos dados se apresentam no apêndice A. Os cálculos são efetuados de acordo com a sequência descrita no algorítmo acabado de descrever, o que, para a variável aleatória "módulo da tensão da barra 3" se traduz em:

(1) Dados determinísticos: encontram-se descritos no anexo A.

(2) Dados probabilísticos: encontram-se descritos no anexo A.

Considerando-se uma potência base de 100 [MVA] tem-se para os dados nodais probabilísticos os seguintes valores:

a - Barra 2: Carga com distribuição normal conforme os dados apresentados no anexo A.

Para a potência ativa $P_2$

$$\text{valor esperado } E[P_2] = -\frac{53}{100} = -0{,}53 \text{ [pu]}$$

$$\text{desvio padrão } \sigma_{P_2} = \frac{5}{100} \times 0{,}53 = 0{,}0265 \text{ [pu]}$$

Para a potência reativa $Q_2$

$$\text{valor esperado } E[Q_2] = -\frac{17}{100} = -0{,}17 \text{ [pu]}$$

desvio padrão $\sigma_{Q_2} = \frac{5}{100} \times 0,17 = 0,0085$ (pu)

b - Barra 3: Carga com distribuição discreta, conforme os dados apresentados no anexo A.

Para a potência ativa $P_3$

valor esperado $E[P_3] = (-0,4 \times 0,2) - (0,38 \times 0,5) - (0,32 \times 0,3) = -0,37$ [pu]

desvio padrão $\sigma_{P_3}$

$$VAR(P_3) = [(-0,4 + 0,37)^2 \times 0,2] + [(-0,38 + 0,37)^2 \times 0,5] + [(-0,32 + 0,37)^2 \times 0,3]$$

$$VAR(P_3) = 0,000964$$

O desvio padrão resulta então, igual a:

$$\sigma_{P_3} = + \sqrt{VAR\ (P_3)}$$

$$\sigma_{P_3} = 0,0313 \text{ [pu]}$$

Para a potência reativa $Q_3$

valor esperado $E[Q_3] = (-0,1899 \times 0,25) - (0,1473 \times 0,55) - (0,125 \times 0,2) = -0,153$ [pu]

desvio padrão $\sigma_{Q_3}$

$$VAR\ (Q_3) = [(-0,1899 + 0,1535)^2 \times 0,25] + [(-0,1473 + 0,1535)^2 \times 0,55] + [(-0,125 + 0,1535)^2 \times 0,2]$$

O desvio padrão resulta então, igual a:

$$\sigma_{Q_3} = + \sqrt{VAR\ (Q_3)}$$

$$\sigma_{Q_3} = 0,0228\ [pu]$$

(3) Resultados do fluxo de potência determinístico, utilizando os valores esperados $\underline{U_o}$ dos dados nodais probabilísticos.

a - Resultados de Barra

| NOME | TIPO | TENSÃO | | POTÊNCIA GERADA | | POTÊNCIA CONSUMIDA | | REATIVO SHUNT (MVAR) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | MÓDULO (PU) | FASE (GR) | ATIVA (MW) | REATIVA (MVAR) | ATIVA (MW) | REATIVA (MVAR) | |
| 1 | Slack | 1.0500 | 0.00 | 93.9 | 38.6 | 0.0 | 0.0 | 3.7 |
| 2 | PQ | 1.0156 | -9.33 | 0.0 | 0.0 | 53.0 | 17.0 | 3.0 |
| 3 | PQ | 0.9797 | -9.58 | 0.0 | 0.0 | 37.0 | 15.3 | 3.4 |

b - Resultados dos Ramos

| BARRA EMISSORA | BARRA RECEPTORA | POT. ATIVA (MW) | | PERDA DE POT. ATIVA (MW) | POT. REAT. (MVAR) | | PERDA DE POT. REAT. (MVAR) | POT. APARENTE (MVA) | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | EMITIDA | RECEBIDA | | EMITIDA | RECEBIDA | | EMITIDA | RECEBIDA |
| 1 | 2 | 58.8 | 56.0 | 2.80 | 34.6 | 21.7 | 12.94 | 68.2 | 60.0 |
| 1 | 3 | 35.1 | 33.6 | 1.46 | 7.7 | 3.4 | 4.26 | 35.9 | 33.7 |
| 2 | 3 | 3.0 | 3.0 | 0.07 | 7.7 | 8.5 | -0.84 | 8.3 | 9.0 |

(4) Cálculo da matriz $\underline{\underline{T}}$

Quando as matrizes $\underline{\underline{N_1}}$ e $\underline{\underline{N_2}}$ são previamente obtidas durante a execução do fluxo de potência determinístico, apenas os elementos da submatriz $\underline{\underline{J}}$ do Jacobiano $\underline{\underline{J_1}}$ devem ser calculados. Assim pode-se obter, utilizando a fórmula

$$\underline{\underline{T}} = \underline{\underline{N_2}} \left(\text{diag}\left(\frac{1}{V_o}\right)\right) - \underline{\underline{J}}) \; \underline{\underline{N_1}}$$

$$\underline{\underline{T}} = \begin{bmatrix} 0{,}281 & 0{,}159 \\ 0{,}159 & 0{,}334 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/1{,}0156 & 0 \\ 0 & 1/0{,}9797 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1{,}677 & -0{,}541 \\ -0{,}562 & 1{,}314 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0{,}247 & 0{,}138 \\ 0{,}138 & 0{,}305 \end{bmatrix}$$

$$T = \begin{bmatrix} 0{,}101 & 0{,}071 \\ 0{,}068 & 0{,}121 \end{bmatrix}$$

(5) Cálculo dos valores esperados e dos desvios padrões das variáveis aleatórias do vetor de estado $\underline{\underline{X}}$.

Utilizando a expressão 4.65 do capítulo anterior, tem-se para a variável aleatória módulo da tensão da barra 3:

$$V_3 = V_{30} - \sum_j T_{3j} P_{j0} - \sum_{j_{pq}} (N_{23j}/V_{j0}) Q_{j0} + \sum_j T_{3j} P_j +$$

$$+ \sum_{j_{pq}} (N_{23j}/V_{j0}) Q_j$$

onde o índice $j_{pq}$ no somatório representa a variação de j apenas para as barras PQ.

Substituindo os valores calculados nos itens anteriores obtém-se:

$$V_3 = 1,140 + 0,068P_2 + 0,121P_3 + 0,157Q_2 + 0,341Q_3 \qquad (5.1)$$

A constante 1,140 pode ser representada por uma distribuição normal com valor esperado $\mu_{cte} = 1,140$ e desvio padrão igual a $\sigma_{cte} = 0$.

Para o valor esperado da variável aleatória módulo da tensão da barra 3, tem-se:

$$E[V_3] = 0,068\ E[P_2] + 0,121\ E[P_3] + 0,157\ E[Q_2] +$$

$$+ 0,341\ E[Q_3] + \mu_{cte}$$

Substituindo os valores calculados no item (2) encontra-se:

$$E[V_3] = 0,9797\ [pu]$$

De forma idêntica para o desvio padrão da variável aleatória "módulo da tensão da barra 3" tem-se:

$$VAR(V_3) = (0,068)^2\ VAR(P_2) + (0,121)^2\ .\ VAR(P_3) +$$

$$+ (0,157)^2\ VAR(Q_2) + (0,341)^2\ VAR(Q_3)$$

Substituindo-se os valores calculados no item (2) encontra-se:

$$VAR(V_3) = 0,0000792$$

O desvio padrão resulta, então, igual a:

$$\sigma_{V_3} = + \sqrt{VAR\ (V_3)}$$

$$\sigma_{V_3} = 0,0089\ [pu]$$

(6) Aplicação do método dos cumulantes para o cálculo da função de densidade de probabilidade da variável aleatória $V_3$

Conforme descrito no capítulo 2, calcula-se inicialmente os momentos das variáveis aleatórias envolvidas na expressão do módulo da tensão da barra 3.

a - Cálculo dos momentos das variáveis aleatórias com relação a origem

Utilizando-se as expressões descritas no capítulo 2, ítem 2.5.3.2 tem-se para as distribuições normais e discretas.

a.1 - Distribuição normal da variável aleatória $P_2$

$$M_1 = -0,3604000 \times 10^{-1}$$

$M_2 = 0,1302129 \times 10^{-2}$

$M_3 = -0,4716278 \times 10^{-4}$

$M_4 = 0,1712431 \times 10^{-5}$

$M_5 = -0,6232862 \times 10^{-7}$

$M_6 = 0,2274126 \times 10^{-8}$

$M_7 = -0,8317388 \times 10^{-10}$

$M_8 = -0,3049279 \times 10^{-11}$

a.2 - Distribuição normal da variável aleatória $Q_2$

$M_1 = -0,2669000 \times 10^{-1}$

$M_2 = 0,7141370 \times 10^{-3}$

$M_3 = 0,1915538 \times 10^{-4}$

$M_4 = 0,5150725 \times 10^{-6}$

$M_5 = -0,1388374 \times 10^{-7}$

$M_6 = 0,3751434 \times 10^{-9}$

$M_7 = -0,1016093 \times 10^{-10}$

$M_8 = 0,2758719 \times 10^{-12}$

a.3 - Distribuição normal com valor esperado $\mu_{cte} = 1,140$ e desvio padrão $\sigma_{cte} = 0$

$M_1 = 0,1140000 \times 10^{1}$

$M_2 = 0,1299600 \times 10^{1}$

$M_3 = 0,1481544 \times 10^{1}$

$M_4 = 0,1688960 \times 10^{1}$

$M_5 = 0,1925415 \times 10^{1}$

$M_6 = 0,2194973 \times 10^{1}$

$M_7 = 0,2502269 \times 10^{1}$

$M_8 = 0,2852586 \times 10^{1}$

a.4 - Distribuição discreta da variável aleatória $P_3$

$M_1 = -0,4428600 \times 10^{-1}$

$M_2 = 0,1975363 \times 10^{-2}$

$M_3 = -0,8869568 \times 10^{-4}$

$M_4 = 0,4006669 \times 10^{-5}$

$M_5 = -0,1819871 \times 10^{-6}$

$M_6 = 0,8306763 \times 10^{-8}$

$M_7 = -0,3808272 \times 10^{-9}$

$M_8 = 0,1752738 \times 10^{-10}$

a.5 - Distribuição discreta da variável aleatória $Q_3$

$M_1 = -0,5234009 \times 10^{-1}$

$$M_2 = 0,2799350 \times 10^{-2}$$

$$M_3 = -0,1530748 \times 10^{-3}$$

$$M_4 = 0,8557207 \times 10^{-5}$$

$$M_5 = -0,4886609 \times 10^{-6}$$

$$M_6 = 0,2846633 \times 10^{-7}$$

$$M_7 = -0,1688503 \times 10^{-8}$$

$$M_8 = 0,1017639 \times 10^{-9}$$

b - Cálculo dos momentos centrais das variáveis aleatórias

Os momentos centrais podem ser calculados através de expressões que os relacionam com os momentos relativos à origem (ítem 2.5.2.4 do capítulo 2) ou utilizando-se as fórmulas gerais descritas no ítem 2.5.3.2 do mesmo capítulo.

b.1 - Distribuição normal da variável aleatória $P_2$

$$\bar{M}_1 = 0$$

$$\bar{M}_2 = 0,3247204 \times 10^{-5}$$

$$\bar{M}_3 = 0$$

$$\bar{M}_4 = 0,3163300 \times 10^{-10}$$

$$\bar{M}_5 = 0$$

$$\bar{M}_6 = 0,5135940 \times 10^{-15}$$

$\bar{M}_7 = 0$

$\bar{M}_8 = 0{,}1167421 \times 10^{-19}$

b.2 - Distribuição normal da variável aleatória $Q_2$

$\bar{M}_1 = 0$

$\bar{M}_2 = 0{,}1780890 \times 10^{-5}$

$\bar{M}_3 = 0$

$\bar{M}_4 = 0{,}9514710 \times 10^{-11}$

$\bar{M}_5 = 0$

$\bar{M}_6 = 0{,}8472327 \times 10^{-16}$

$\bar{M}_7 = 0$

$\bar{M}_8 = 0{,}1056180 \times 10^{-20}$

b.3 - Distribuição normal com valor esperado $\mu_{cte} = 1{,}140$ e desvio padrão $\sigma_{cte} = 0$

$\bar{M}_1 = 0$

$\bar{M}_2 = 0$

$\bar{M}_3 = 0$

$\bar{M}_4 = 0$

$\bar{M}_5 = 0$

$\overline{M}_6 = 0$

$\overline{M}_7 = 0$

$\overline{M}_8 = 0$

b.4 - Distribuição discreta da variável aleatória $P_3$

$\overline{M}_1 = 0$

$\overline{M}_2 = 0,1411392 \times 10^{-4}$

$\overline{M}_3 = 0,3537453 \times 10^{-7}$

$\overline{M}_4 = 0,3493432 \times 10^{-9}$

$\overline{M}_5 = 0,1359974 \times 10^{-11}$

$\overline{M}_6 = 0,9901787 \times 10^{-14}$

$\overline{M}_7 = 0,4564134 \times 10^{-16}$

$\overline{M}_8 = 0,2927999 \times 10^{-18}$

b.5 - Distribuição discreta da variável aleatória $Q_3$

$\overline{M}_1 = 0$

$\overline{M}_2 = 0,5986516 \times 10^{-4}$

$\overline{M}_3 = -0,2899212 \times 10^{-6}$

$\overline{M}_4 = 0,7733282 \times 10^{-8}$

$\overline{M}_5 = -0,5642731 \times 10^{-10}$

$$\overline{M}_6 = 0,1083982 \times 10^{-11}$$

$$\overline{M}_7 = -0,9736381 \times 10^{-14}$$

$$\overline{M}_8 = 0,15704059 \times 10^{-15}$$

c - Cálculo dos cumulantes das variáveis aleatórias

Conforme descrito no ítem 2.5.4 do capítulo 2, os cumulantes podem ser calculados através de expressões que os relacionam com os momentos centrais ou com os momentos relativos à origem.

c.1 - Cumulantes da distribuição normal da variável aleatória $P_2$

$$K_1 = -0,3604000 \times 10^{-1}$$

$$K_2 = 0,3247204 \times 10^{-5}$$

$$K_i = 0 \qquad \text{para } i > 2$$

c.2 - Cumulantes da distribuição normal da variável aleatória $Q_2$

$$K_1 = -0,2669000 \times 10^{-1}$$

$$K_2 = 0,1780890 \times 10^{-5}$$

$$K_i = 0 \qquad \text{para } i > 2$$

c.3 - Cumulantes da distribuição normal com valor esperado $\mu_{cte}$ = = 1,140 e desvio padrão $\sigma_{cte} = 0$.

$K_1 = 1,14$

$K_i = 0$ para $i > 1$

c.4 - Cumulantes da distribuição discreta da variável aleatória $P_3$

$K_1 = -0,4428600 \times 10^{-1}$

$K_2 = 0,1411392 \times 10^{-4}$

$K_3 = 0,3537453 \times 10^{-7}$

$K_4 = -0,2482653 \times 10^{-9}$

$K_5 = -0,3632759 \times 10^{-11}$

$K_6 = 0,7775171 \times 10^{-14}$

$K_7 = 0,6898389 \times 10^{-15}$

$K_8 = 0,3533047 \times 10^{-17}$

c.5 - Cumulantes da distribuição discreta da variável aleatória $Q_3$

$K_1 = -0,5234009 \times 10^{-1}$

$K_2 = 0,5986517 \times 10^{-4}$

$K_3 = -0,2899212 \times 10^{-6}$

$K_4 = -0,3018232 \times 10^{-8}$

$K_5 = 0,1171345 \times 10^{-9}$

$K_6 = -0,2644626 \times 10^{-12}$

$$K_7 = -0,7852272 \times 10^{-13}$$

$$K_8 = 0,1697238 \times 10^{-14}$$

d - Cálculo dos cumulantes da variável aleatória $V_3$

Conforme a teoria descrita no capítulo 3, item 3.2.2, os cumulantes da variável aleatória $V_3$, $K_j\ (V_3)$, podem agora ser calculados como a soma dos cumulantes da mesma ordem das variáveis aleatórias envolvidas na expressão 5.1. Assim é possível calcular:

$$K_1(V_3) = 0,9806439$$

$$K_2(V_3) = 0,7900719 \times 10^{-4}$$

$$K_3(V_3) = -0,2545467 \times 10^{-6}$$

$$K_4(V_3) = -0,3266497 \times 10^{-8}$$

$$K_5(V_3) = 0,1135018 \times 10^{-1}$$

$$K_6(V_3) = -0,2566874 \times 10^{-12}$$

$$K_7(V_3) = -0,7783288 \times 10^{-13}$$

$$K_8(V_3) = 0,1700771 \times 10^{-14}$$

A normalização da soma dos cumulantes é obtida dividindo-se cada valor anteriormente calculado pelo desvio padrão resultante elevado a um expoente igual a ordem do cumulante em análise, conforme expressão 3.13 do capítulo 3.

Assim tem-se:

$$K_j(V_{3n}) = \frac{K_j(V_3)}{(\sigma_{V_3})^j}$$

onde

$K_j(V_{3n})$ representa o cumulante da variável aleatória $V_3$ normalizada.

Substituindo-se os valores de $K_j(V_3)$ na equação anterior, obtém-se, para os cumulantes da variável aleatória $V_3$ normalizada, os seguintes valores:

$K_1(V_{3n}) = 110,3260419$

$K_2(V_{3n}) = 0,9999999$

$K_3(V_{3n}) = -0,3624663$

$K_4(V_{3n}) = -0,5232980$

$K_5(V_{3n}) = 2,0456726$

$K_6(V_{3n}) = -0,5204809$

$K_7(V_{3n}) = -17,7553818$

$K_8(V_{3n}) = 43,6495253$

Utilizando-se agora a expressão 2.92 do capítulo 2 e fazendo a variável $V_{3n}$ variar, por exemplo, no intervalo $-3,4396 \leq v_{3n} \leq 4,4356$, é possível obter a função $f(v_{3n})$.

A função de densidade de probabilidade da variável aleatória $V_3$ desnormalizada, obtém-se pela aplicação das

expressões 3.17 e 3.19 do terceiro capítulo. Assim tem-se:

$$V_3 = V_{3n} \cdot \sigma_{V_3} + E[V_3]$$

$$f(v_3) = \frac{f(v_{3n})}{\sigma_{V_3}}$$

onde

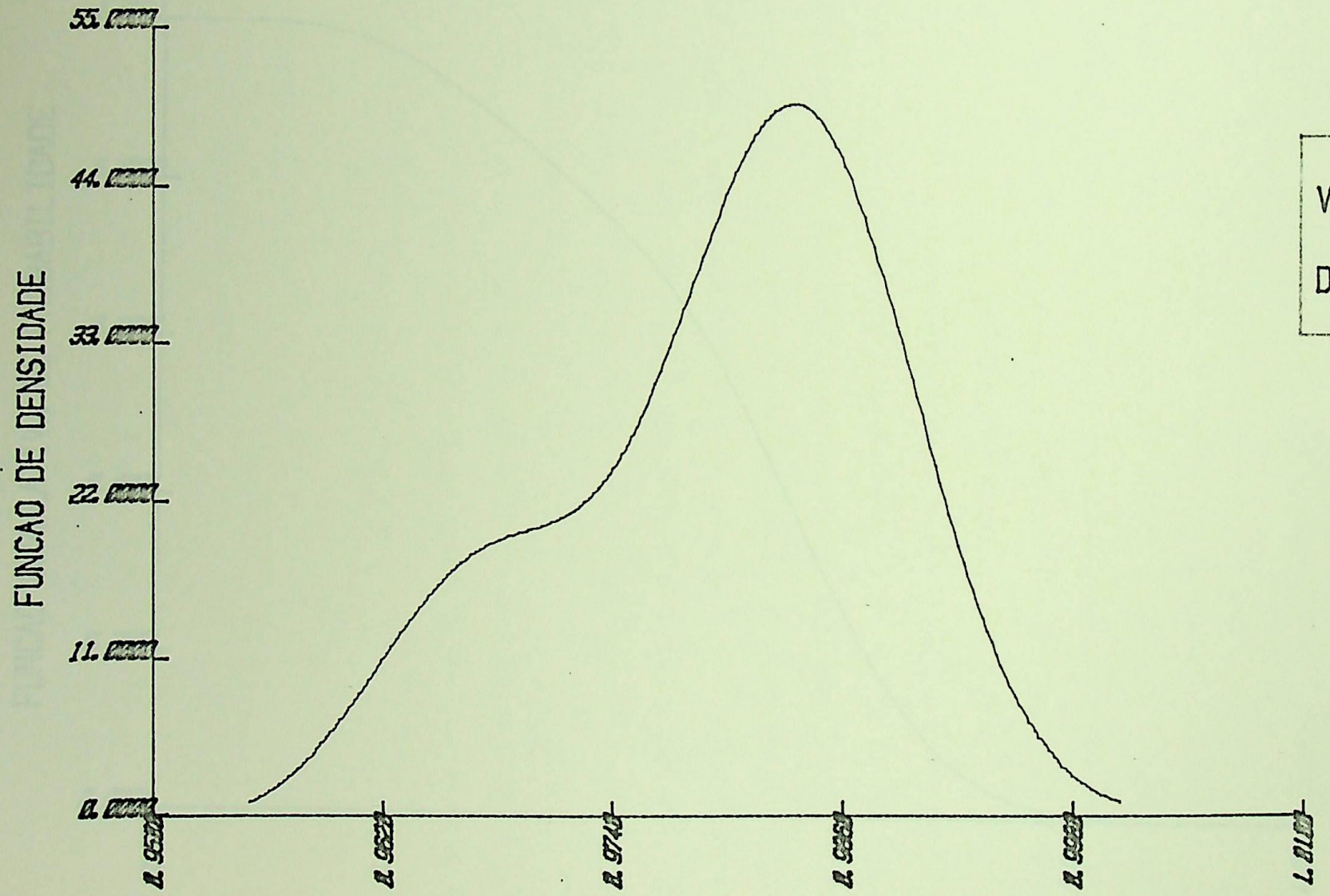
$$\sigma_{V_3} = 0,0089 \text{ [pu]}$$

$$E[V_3] = 0,9797 \text{ [pu]}$$

Nas figuras 5.1 e 5.2 apresentam-se os gráficos da função de densidade e de distribuição de probabilidade da variável aleatória módulo da tensão da barra 3.

SISTEMA TESTE DE Ø3 BARRAS

TENSAO : BARRA NAØ3




V.E. = Ø.9797

D.P. = Ø.ØØ89



Fig. 5.1

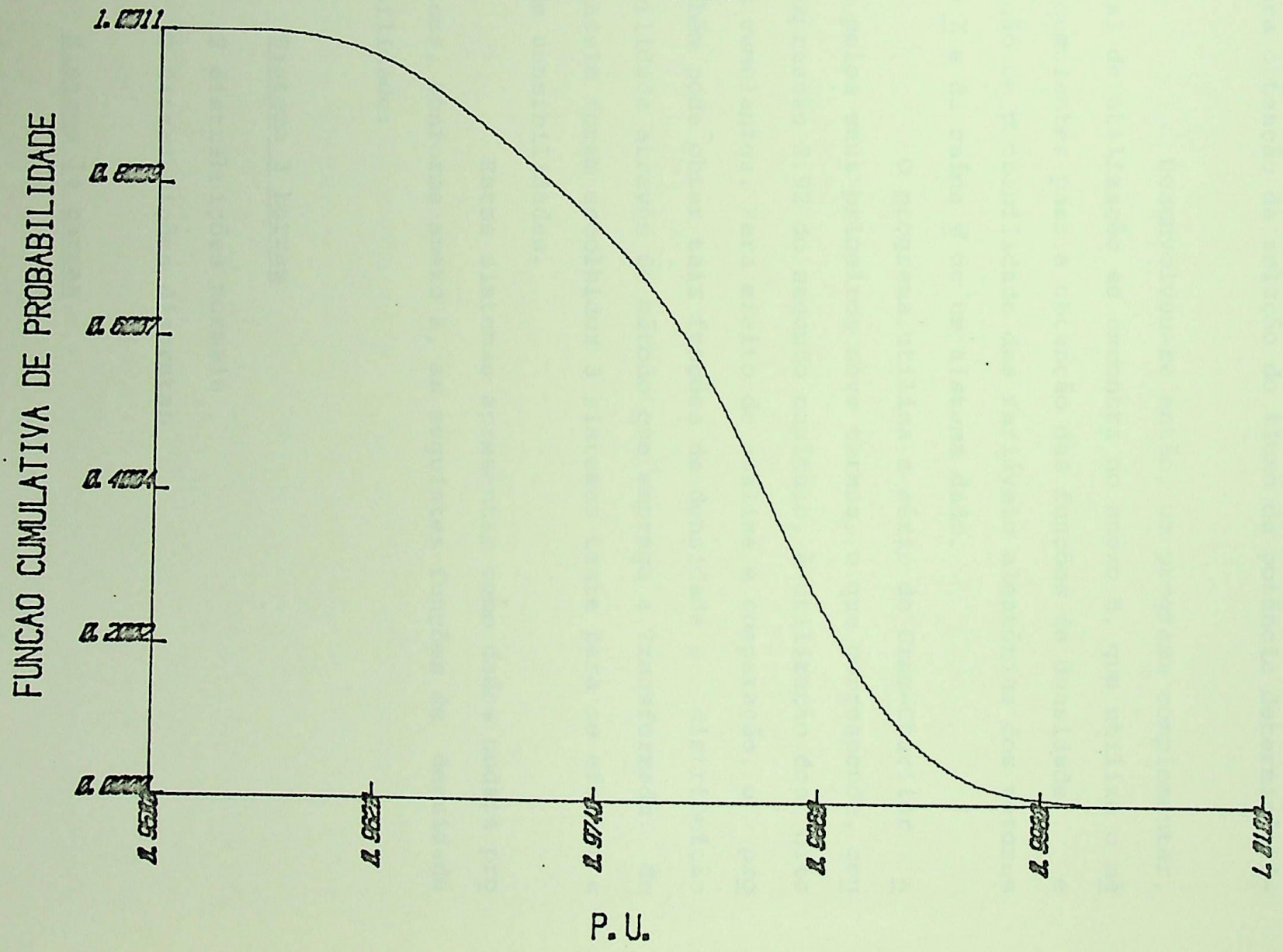

SISTEMA TESTE DE Ø3 BARRAS
TENSAO : BARRA NAØ3
FUNCAO CUMULATIVA DE PROBABILIDADE
P.U.



Fig. 5.2

## 5.4 ANÁLISE DE SENSIBILIDADES

Neste trabalho foi utilizado um programa para cálculo do fluxo probabilístico que utiliza o método desacoplado rápido para obtenção da solução do fluxo de potência determinístico [20].

Desenvolveu-se então, um programa complementar, cujo manual de utilização se encontra no anexo B, que utiliza o método dos cumulantes para a obtenção das funções de densidade e distribuição de probabilidade das variáveis aleatórias dos vetores de estado $\underline{X}$ e da saída $\underline{W}$ de um sistema dado.

O programa utiliza a série de Gram-Charlier aproximada pelos seus primeiros nove termos, o que corresponde, conforme a expressão 2.92 do segundo capítulo, à utilização dos oito primeiros cumulantes. Para efeito de análise e comparação, o programa também pode obter tais funções de densidade e distribuição de probabilidade através do método que emprega a Transformada de Laplace. Assim foram escolhidos 3 sistemas teste para se efetuar a análise de sensibilidades.

Estes sistemas apresentam como dados nodais probabilísticos, conforme anexo A, as seguintes funções de densidade de probabilidade:

Sistema 3 barras

2 distribuições normais

2 distribuições discretas

Sistema 14 barras

10 distribuições normais

1 distribuição binomial

10 distribuições discretas

Sistema 30 barras

35 distribuições normais

1 distribuição binomial

4 distribuições discretas

A análise comparativa entre os resultados obtidos pelos dois métodos e considerando-se ainda, a análise de sensibilidades já desenvolvida no capítulo terceiro, permitem agrupar as conclusões segundo dois aspectos: a forma de cada curva e o tempo de utilização de CPU (unidade central de processamento) empregado em cada método.

## 5.4.1 ANÁLISE DAS CURVAS FUNÇÃO DE DENSIDADE E FUNÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE

Efetuando-se uma análise comparativa entre as curvas das função de densidade e distribuição de probabilidade obtidas pelos dois métodos, nos 3 sistemas em análise, nota-se uma repetição das influências já analisadas nos itens 3.3.1, 3.3.2 e 3.3.3 do terceiro capítulo. Assim, por exemplo, a não perfeita identidade entre as funções de densidade da variável aleatória módulo da tensão da barra 3 no sistema de 3 barras, deve-se à relação entre o valor do desvio padrão da distribuição normal resultante e o valor do espaçamento entre os pulsos da distribuição discre

ta resultante, envolvidas na combinação linear. Mas neste exemplo, como nos demais, nota-se por outro lado, que existe uma compensação destas diferenças observadas em algumas funções de densidade nas funções de distribuição de probabilidade. Nestas últimas, comparando as curvas obtidas pelos dois métodos, nota-se uma quase perfeita identidade nos resultados. As curvas das figuras que se encontram no final deste capítulo ilustram estas análises.

Durante o desenvolvimento deste trabalho publicou-se um artigo [23] onde o autor comenta que ao se utilizar o método dos cumulantes não se obtém resultados satisfatórios quando a função densidade de probabilidade envolvida apresenta uma forma multi-modal.

Apesar deste fato, é importante salientarmos conforme visto anteriormente, que a função de distribuição de probabilidade, que pode fornecer informações importantes a respeito do comportamento do sistema, é perfeitamente utilizável apesar de pequenas variações.

## 5.4.2 ANÁLISE DO TEMPO DE UTILIZAÇÃO DE CPU

Entre as possíveis funções de densidade e distribuição de probabilidade das variáveis aleatórias dos vetores de estado $\underline{X}$ e de saída $\underline{W}$, taïs como, fase da tensão, módulo da tensão, potência ativa emitida no ramo, etc. escolheu-se aleatóriamente, para análise do tempo de utilização de CPU, as seguintes quantidades de variáveis aleatórias por sistema teste:

Sistema de 3 barras: 26 variáveis aleatórias

Sistema de 14 barras: 30 variáveis aleatórias

Sistema de 30 barras: 58 variáveis aleatórias.

Assim com relação ao tempo de utilização da CPU para se efetuar a convolução pelos dois métodos, nos casos analisados, foram obtidos para as funções densidade de probabilidade os seguintes valores num computador HP-3000.

| Sistema (número de barras) | TEMPO DE UTILIZAÇÃO DE CPU (em miliseg.) | | Relação MCC/MSC Em Porcentagem |
|---|---|---|---|
| | Método sem Cumulantes (MSC) | Método com Cumulantes (MCC) | |
| 03 | 581.733 | 124.945 | 21,48% |
| 14 | 866.897 | 383.269 | 44,21% |
| 30 | 2.060.156 | 1.161.487 | 56,38% |

Tabela 5.1 - Tempo de utilização de CPU: comparação entre os métodos.

A tabela anterior mostra que a utilização do método dos cumulantes reduz significativamente o tempo de cálculo. Este fato também já tinha sido reconhecido no trabalho da referência [23]. É possível obter-se uma comparação deste tempo de cálculo por variável aleatória, bastando para isto, dividir-se o tempo de utilização da CPU pelo número destas variáveis empregadas em cada sistema.

Os resultados desta relação encontram-se na Tabela 5.2.

| Sistema (Número de barras) | RELAÇÃO TEMPO DE UTILIZAÇÃO DE CPU POR VARIÁVEL ALEATÓRIA (miliseg./V.A.) | |
|---|---|---|
| | Método sem Cumulantes | Método com Cumulantes |
| 03 | 22.374 | 4.805 |
| 14 | 28.896 | 12.775 |
| 30 | 35.520 | 20.025 |

Tabela 5.2 - Relação tempo de utilização de CPU por variável aleatória: comparação entre os 2 métodos.

Considerando-se agora as distribuições normais e discretas é possível obter-se uma relação que envolva o tempo de utilização de CPU por variável aleatória e pelo número de distribuições envolvidas em cada sistema teste. Os resultados desta relação encontram-se na Tabela 5.3 e mostram que os mesmos são cada vez mais reduzidos a medida que os sistemas são cada vez maiores.

Para se analisar a influência da quantidade de distribuições discretas envolvidas na convolução em relação ao tempo de cálculo, considere-se o sistema de 14 barras anteriormente descrito, mas agora com as seguintes configurações:

Configuração A: 1 distribuição discreta
1 distribuição binomial
19 distribuições normais

Configuração B: 18 distribuições discretas
1 distribuição binomial
2 distribuições normais

| Sistema (Número de barras) | RELAÇÃO TEMPO DE UTILIZAÇÃO DE CPU POR VARIÁVEL ALEATÓRIA E PELO Nº DE DISTRIBUIÇÕES. (miliseg./V.A. x nº distribuição) | |
|---|---|---|
| | Método sem Cumulantes | Método com Cumulantes |
| 03 | 5.593 | 1.201 |
| 14 | 1.376 | 608 |
| 30 | 888 | .501 |

Tabela 5.3 - Relação tempo de utilização de CPU por variável aleatória e pelo número de distribuições envolvidas: comparação entre os 2 métodos.

As configurações do sistema de 14 barras encontram-se detalhadas no anexo A. Os tempos de utilização de CPU para se efetuar a convolução para obter-se as funções densidade de probabilidade foram os seguintes:

| Configuração | TEMPO DE UTILIZAÇÃO DE CPU (miliseg.) | | Relação MCC/MSC Em Porcentagem |
|---|---|---|---|
| | Método sem Cumulantes (MSC) | Método com Cumulantes (MCC) | |
| A | 862.214 | 381.750 | 44,27% |
| B | 930.123 | 382.021 | 41,07% |

Tabela 5.4 - Tempo de utilização de CPU: comparação entre as configurações A e B do sistema de 14 barras.

Efetuando-se para estas 2 configurações a relação tempo de utilização de CPU por variável aleatória tem-se:

| Configuração | RELAÇÃO TEMPO DE UTILIZAÇÃO DE CPU POR VARIÁVEL ALEATÓRIA (miliseg./V.A.) | |
|---|---|---|
| | MSC | MCC |
| A | 28.740 | 42.725 |
| B | 31.004 | 12.734 |

Tabela 5.5 - Relação tempo de utilização de CPU por variável aleatória: comparação entre as configurações A e B.

Observando-se as tabelas 5.1, 5.2, 5.4 e 5.5, conclui-se que quanto maior for a quantidade de distribuições discretas envolvidas no processo da convolução, maior será o ganho relativo na redução do tempo de CPU do método com cumulantes em relação ao método da Transformada de Laplace. Quando se compara as tabelas 5.1 e 5.4 nota-se que o método dos cumulantes não é muito influenciado quando se utiliza um maior número de distribuições discretas. O mesmo não ocorre com o outro método, pois com o aumento do número de distribuições discretas aumenta também o número de pontos a serem diretamente convolucionados.

É de se supor que em sistemas de maior parte e com um número muito maior de distribuições envolvidas, estas análises e conclusões possam acentuar-se ainda mais.

Contudo, devido a restrições da capacidade do computador utilizado neste trabalho, não foi possível testar as metodologias disponíveis em tais sistemas.

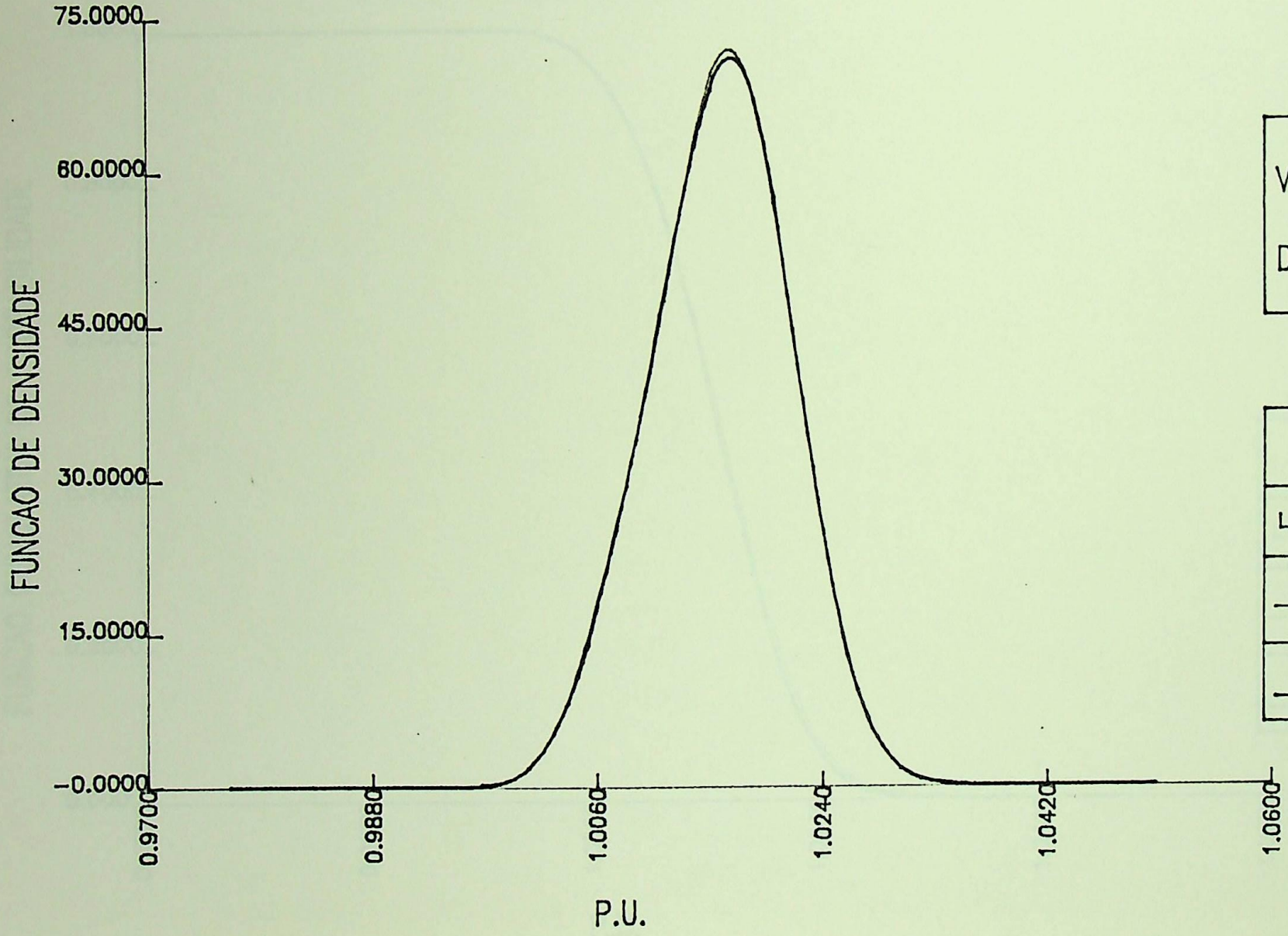
## 5.5 CURVAS EXTRAÍDAS DOS SISTEMAS-TESTE

A seguir são apresentadas as curvas obtidas nos sistemas-teste de 03, 14 e 30 barras descritos no anexo A.

São apresentadas as curvas de funções de densidade e de distribuição de probabilidade resultantes da combinação linear de variáveis aleatórias, através do método dos cumulantes e também através da Transformada de Laplace. No primeiro método utilizou-se a série de Gram-Charlier aproximada pelos seus primeiros nove termos, o que corresponde conforme a expressão 2.92 do segundo capítulo, à utilização dos oito primeiros cumulantes.

SISTEMA TESTE DE 03 BARRAS

TENSAO : BARRA NA02

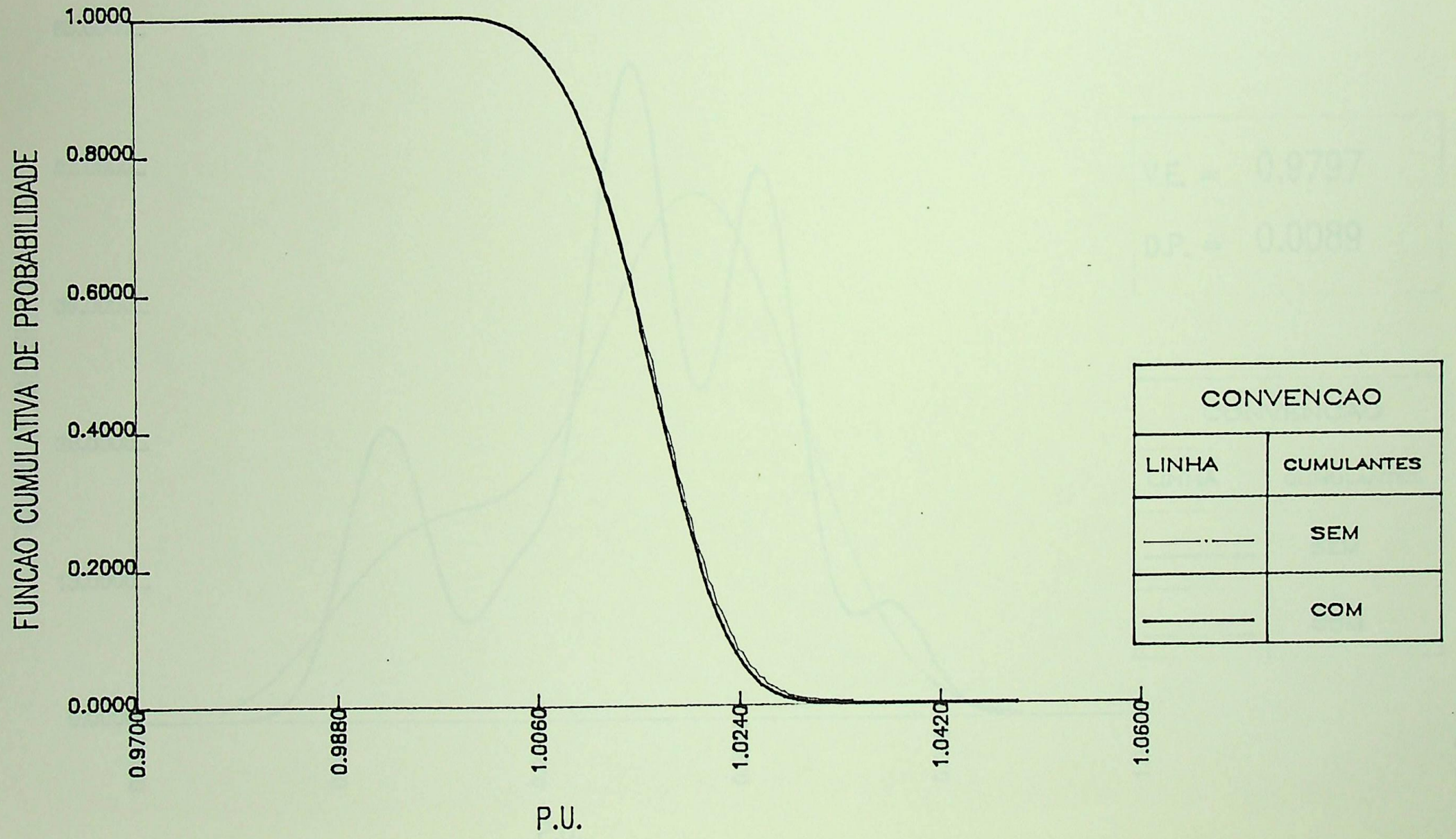



| | |
|---|---|
| V.E. = | 1.0158 |
| D.P. = | 0.0056 |

| CONVENCAO | |
|---|---|
| LINHA | CUMULANTES |
| ——·—— | SEM |
| ——— | COM |

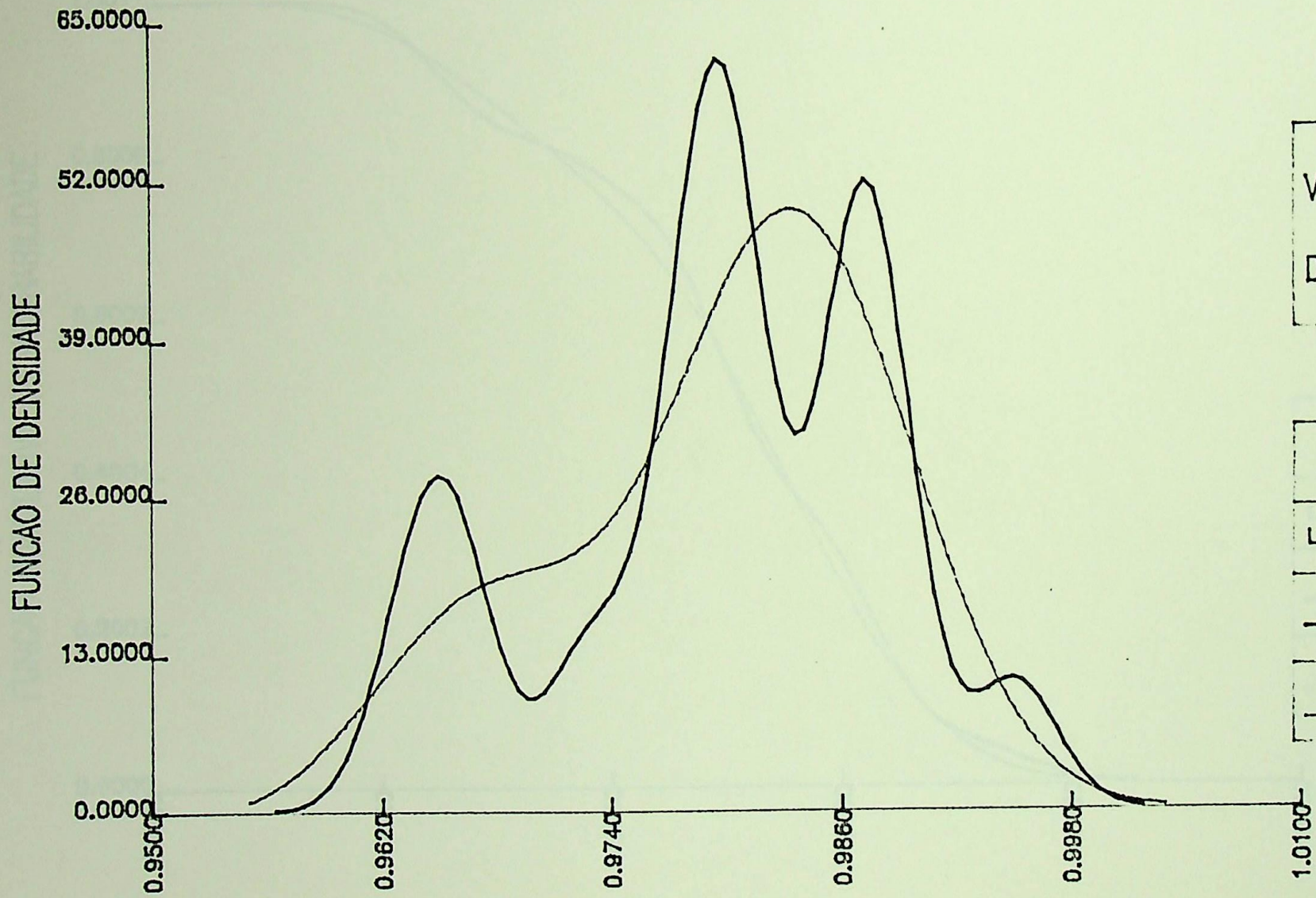
SISTEMA TESTE DE 03 BARRAS

TENSAO : BARRA NA02



SISTEMA TESTE DE 03 BARRAS

TENSAO : BARRA NA03




V.E. = 0.9797

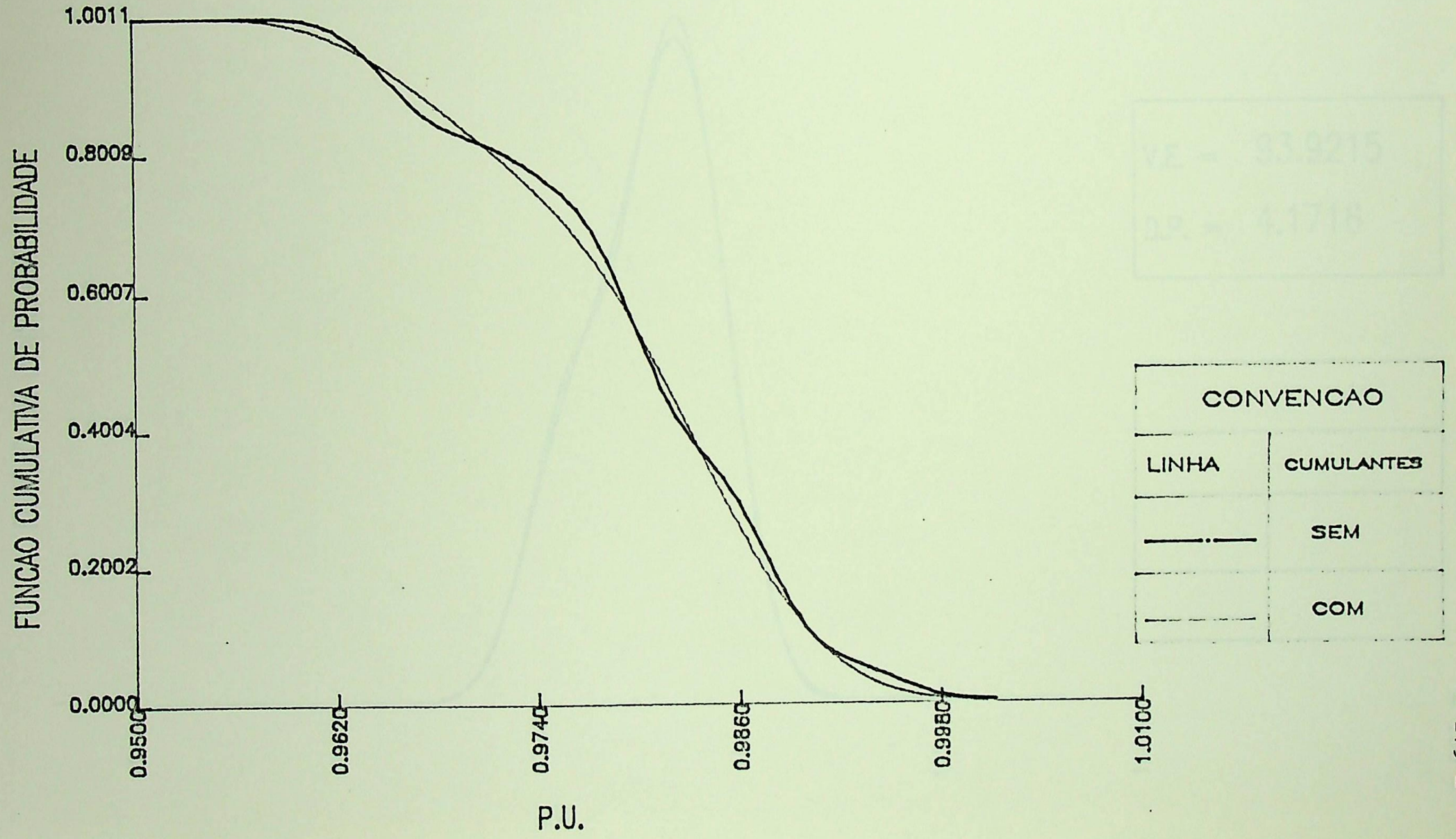
D.P. = 0.0089

CONVENCAO

| LINHA | CUMULANTES |
|---|---|
| —·— | SEM |
| — — | COM |

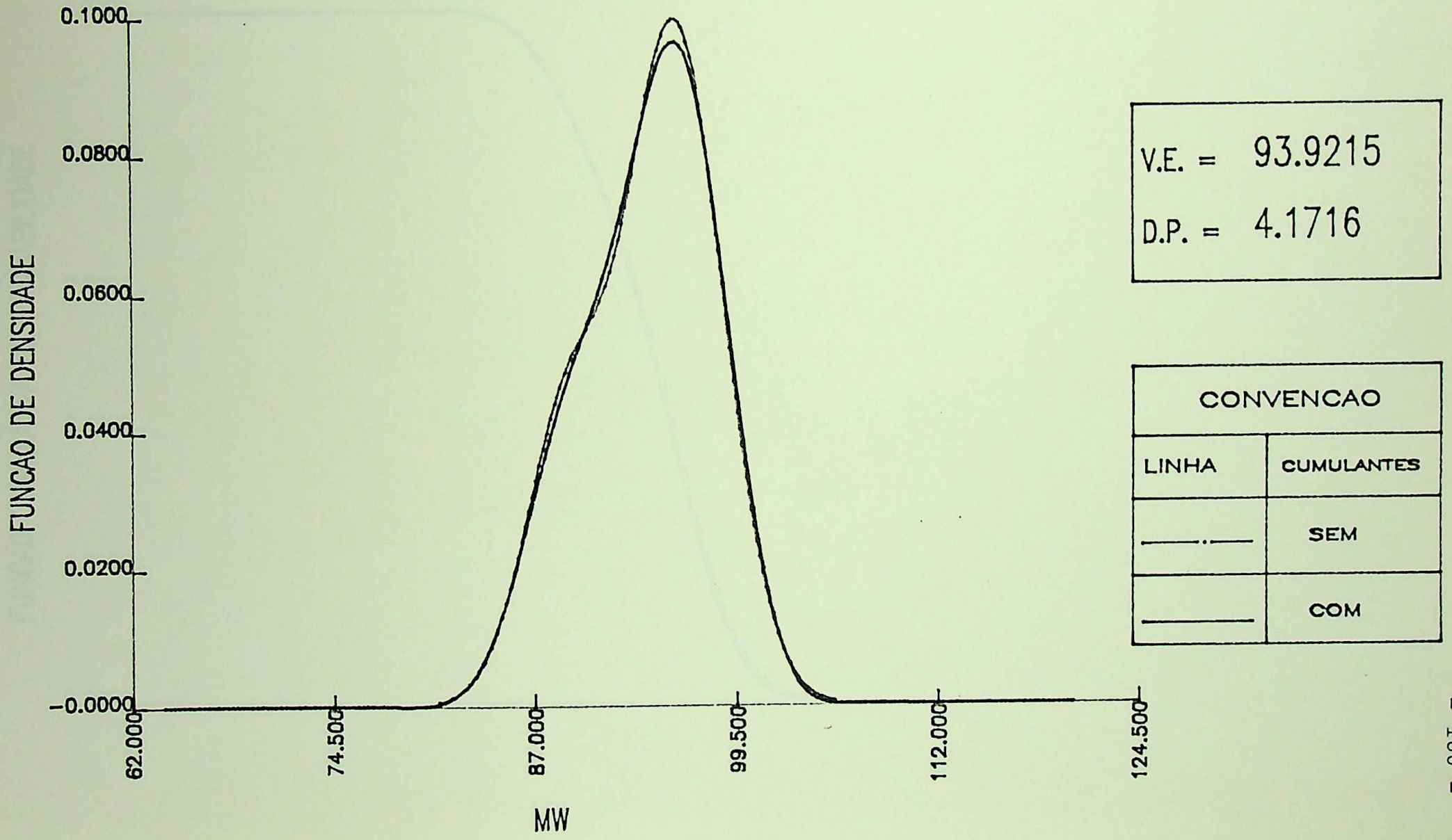
SISTEMA TESTE DE 03 BARRAS

TENSAO : BARRA NA03



SISTEMA TESTE DE 03 BARRAS

POTENCIA ATIVA GERADA : BARRA NA01

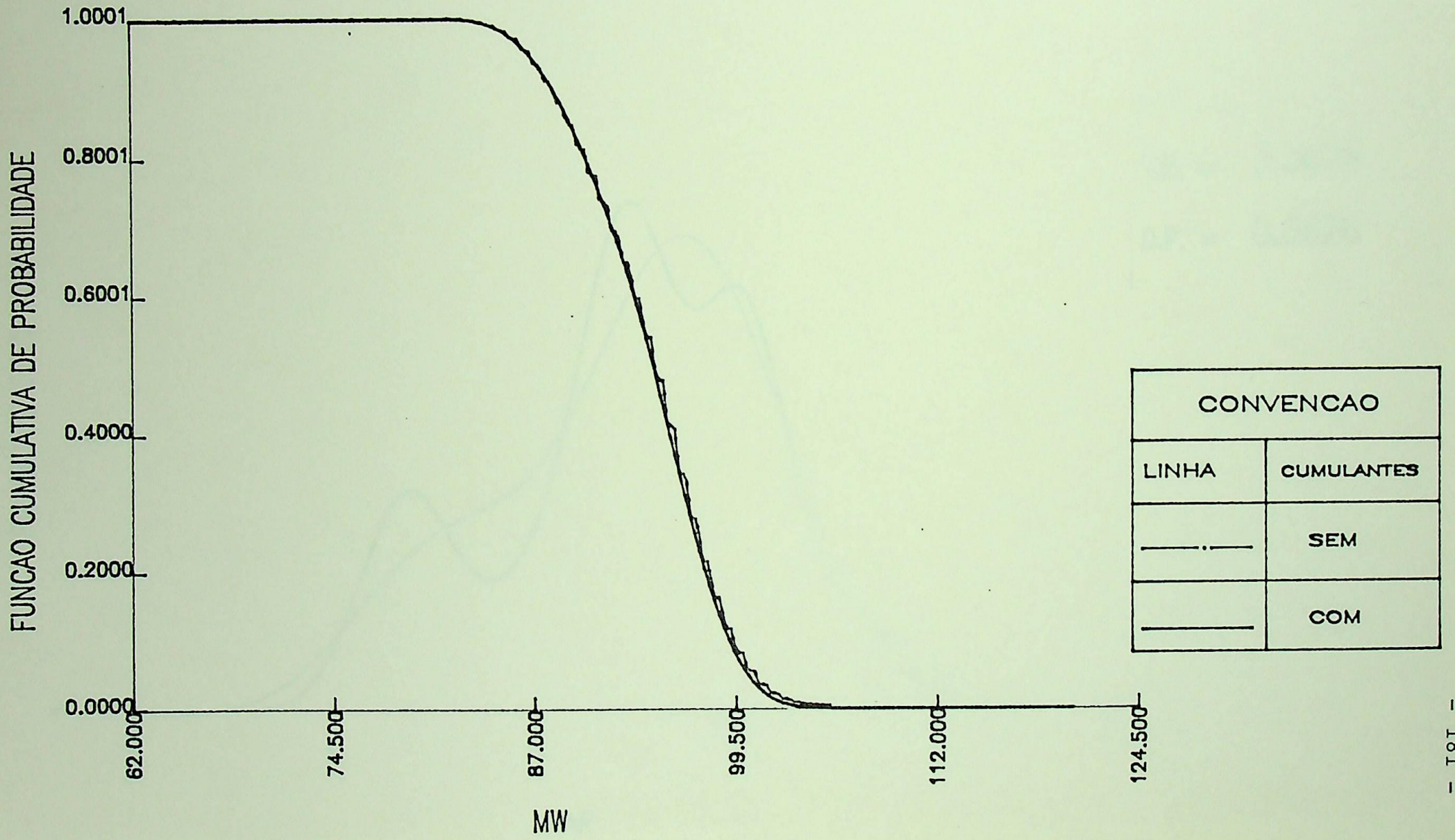



| | |
|---|---|
| V.E. = | 93.9215 |
| D.P. = | 4.1716 |

| CONVENCAO | |
|---|---|
| LINHA | CUMULANTES |
| ——·—— | SEM |
| ——— | COM |

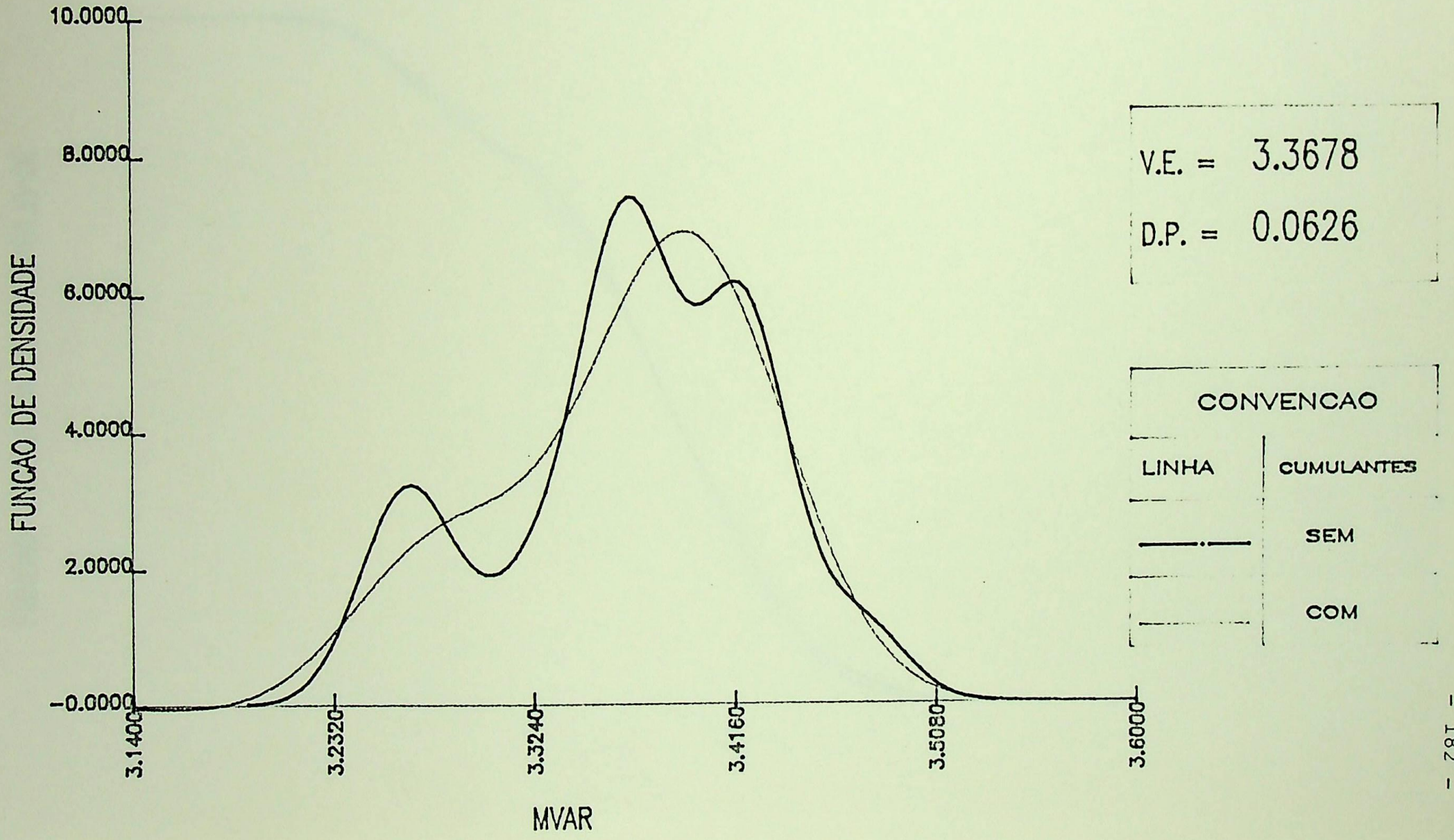
SISTEMA TESTE DE 03 BARRAS

POTENCIA ATIVA GERADA : BARRA NA01



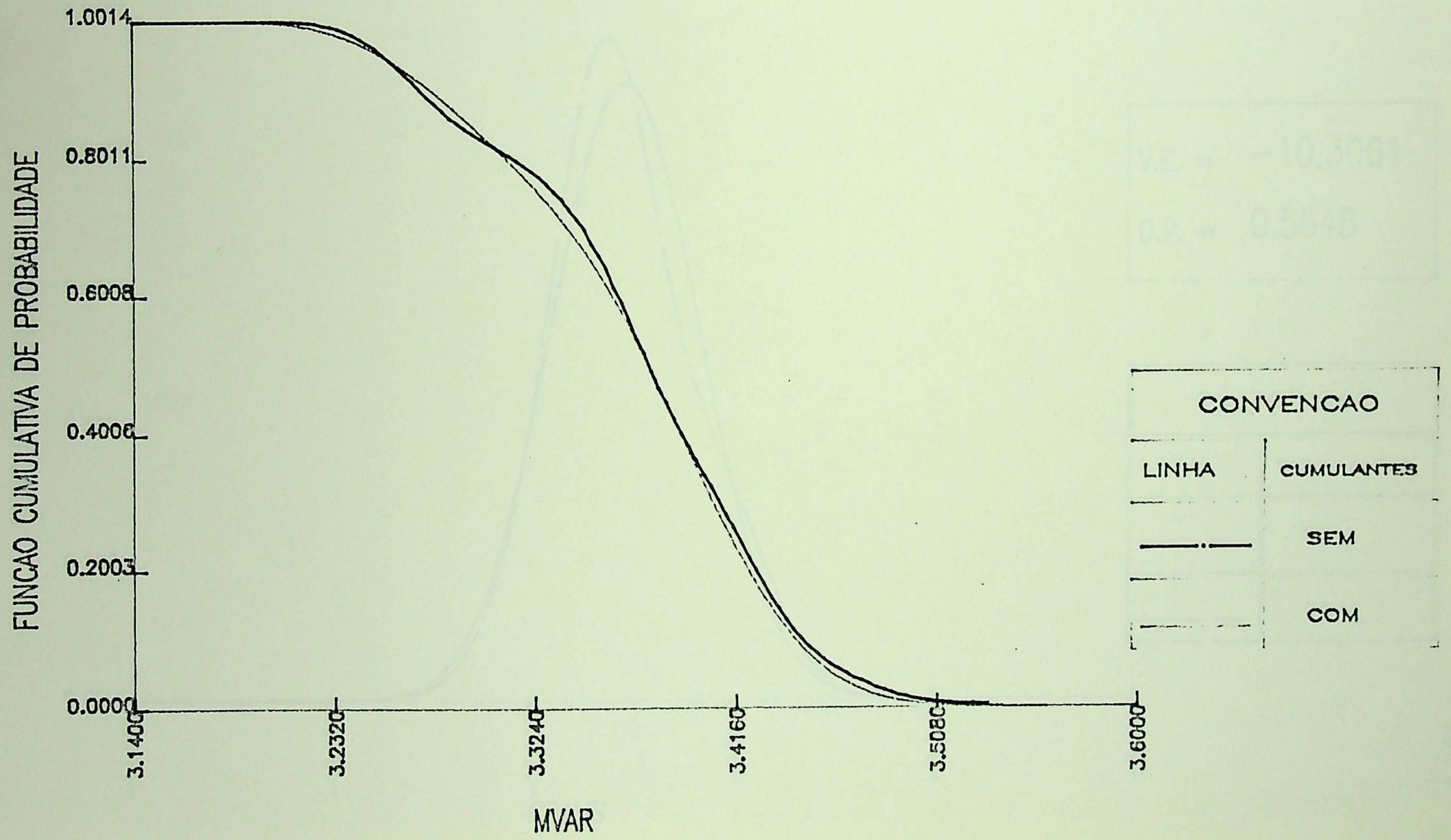
SISTEMA TESTE DE 03 BARRAS

POTENCIA REATIVA DEVIDA AO SHUNT : BARRA NA03



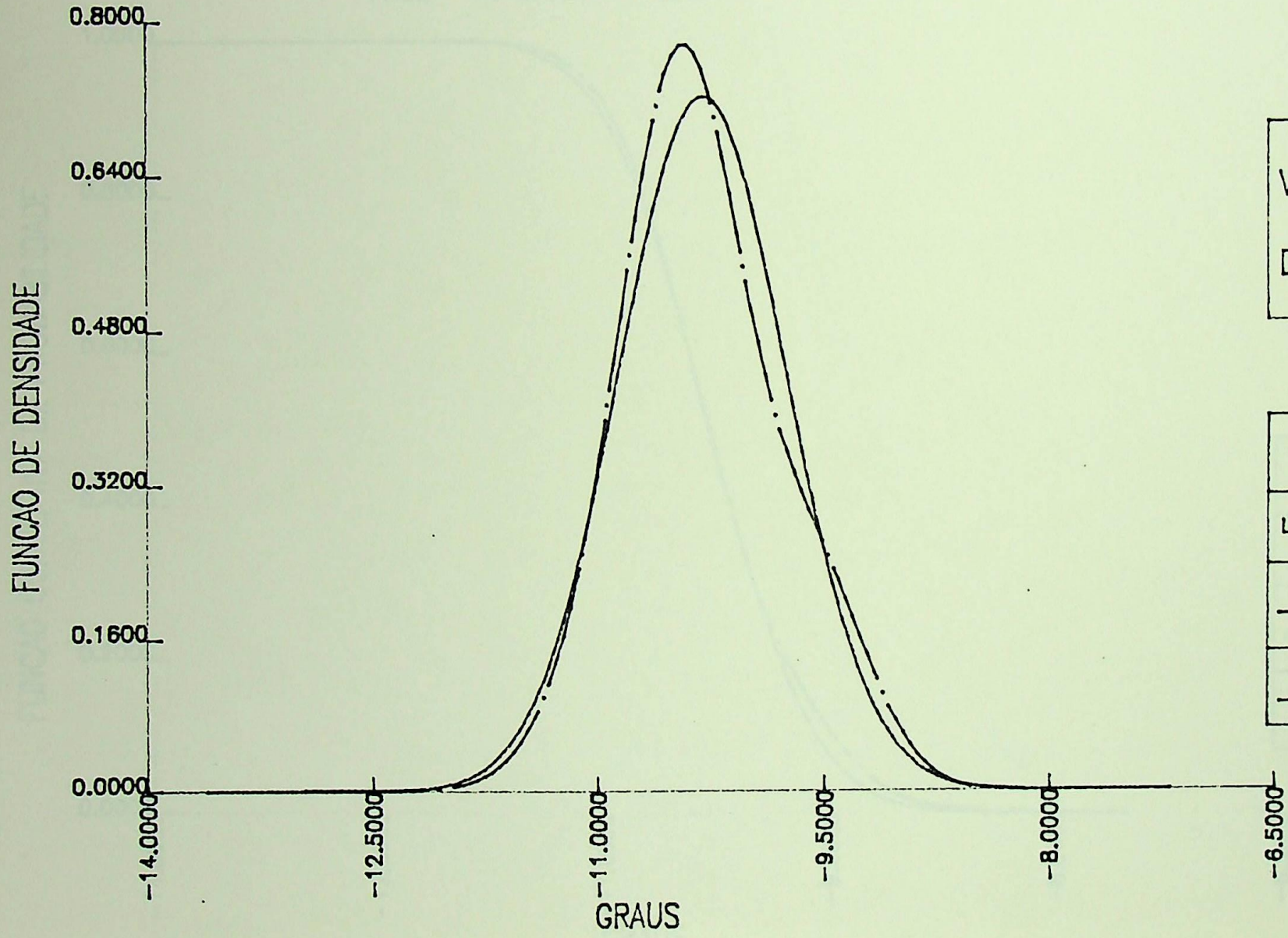
SISTEMA TESTE DE 03 BARRAS

POTENCIA REATIVA DEVIDA AO SHUNT : BARRA NA03



SISTEMA TESTE DE 14 BARRAS

FASE : BARRA NA04



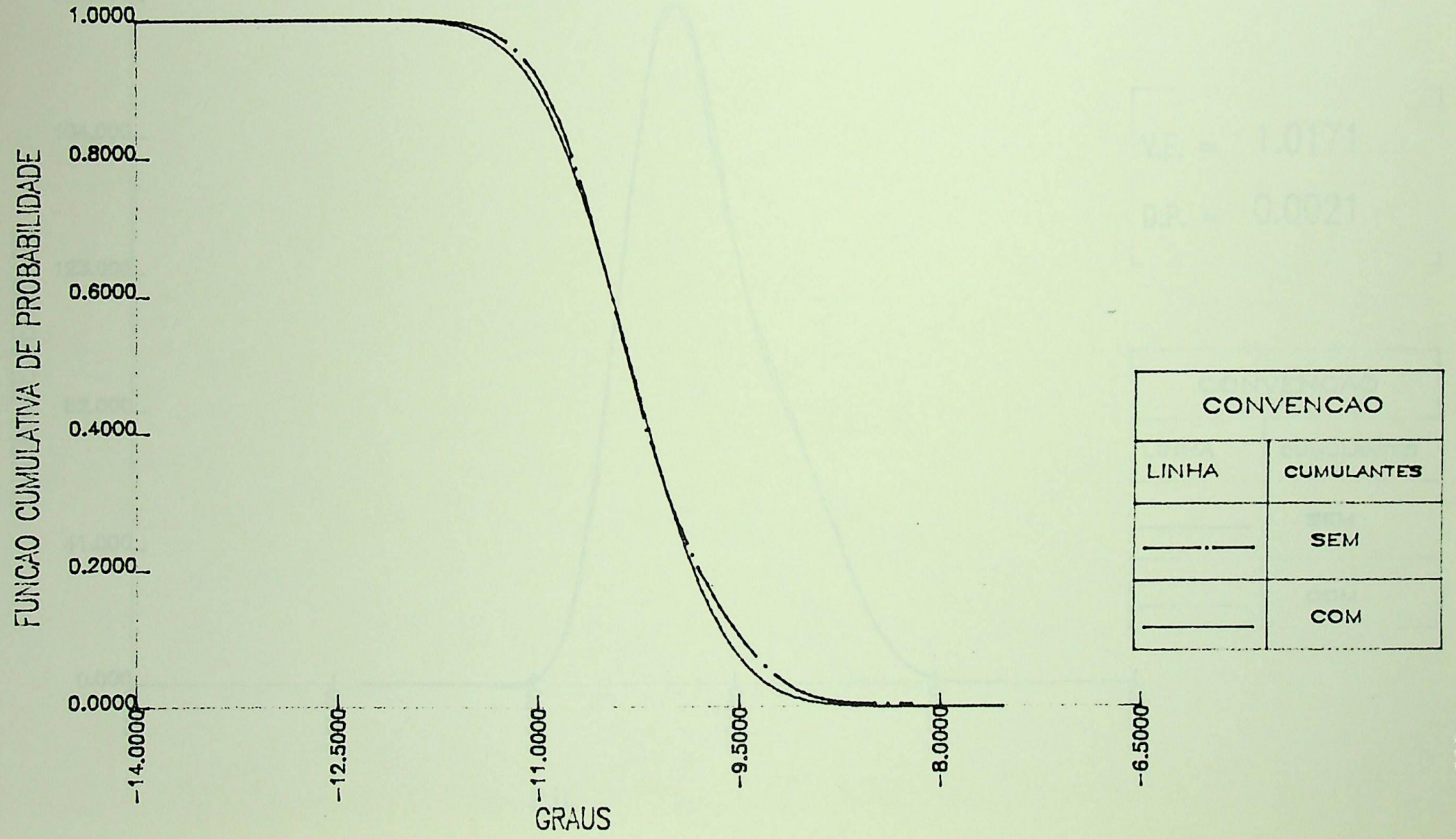

V.E. = -10.3061

D.P. = 0.5548

| CONVENCAO | |
|---|---|
| LINHA | CUMULANTES |
| ——·—— | SEM |
| ———— | COM |

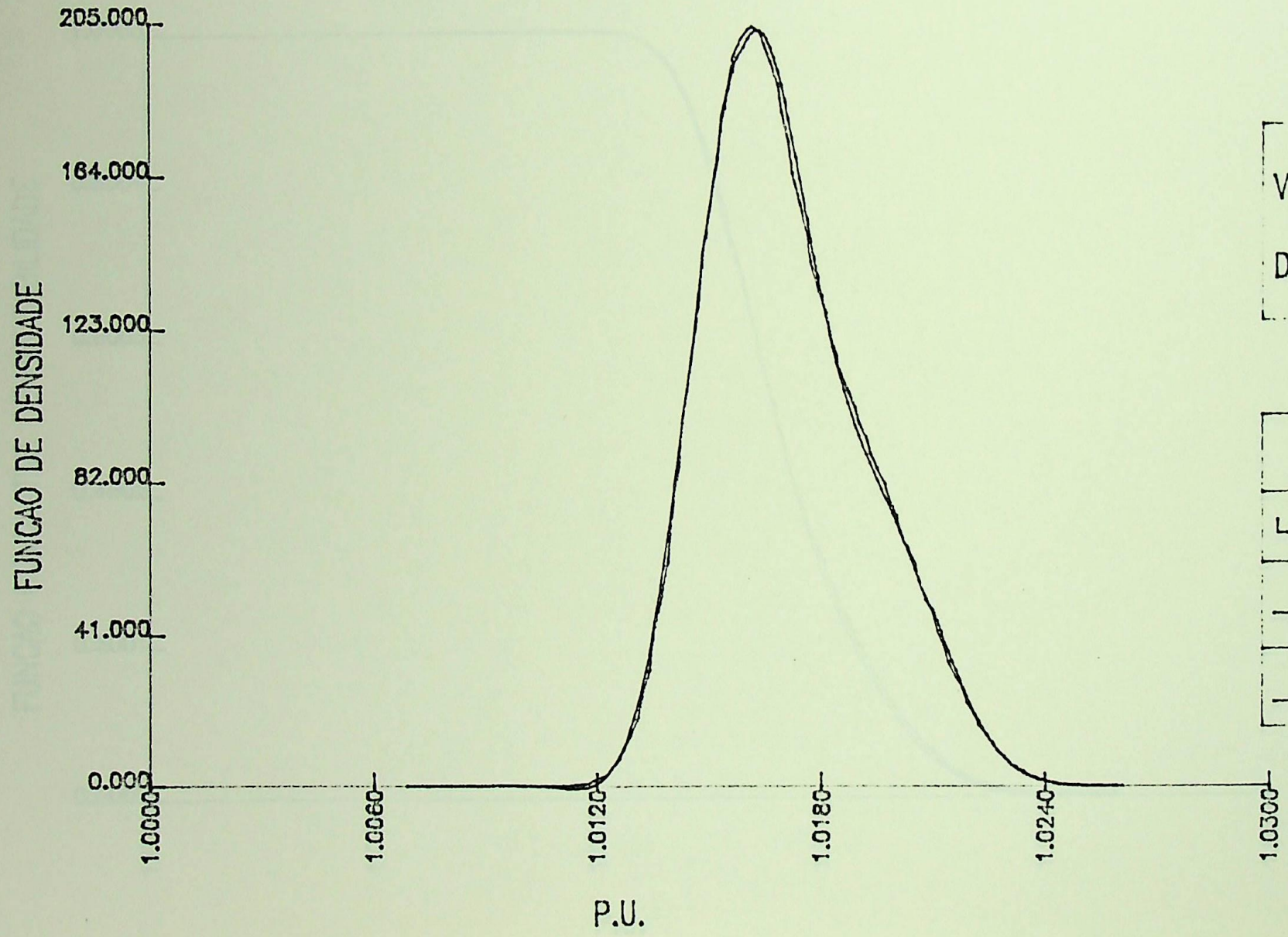
SISTEMA TESTE DE 14 BARRAS

FASE : BARRA NA04



SISTEMA TESTE DE 14 BARRAS

TENSAO : BARRA NA04



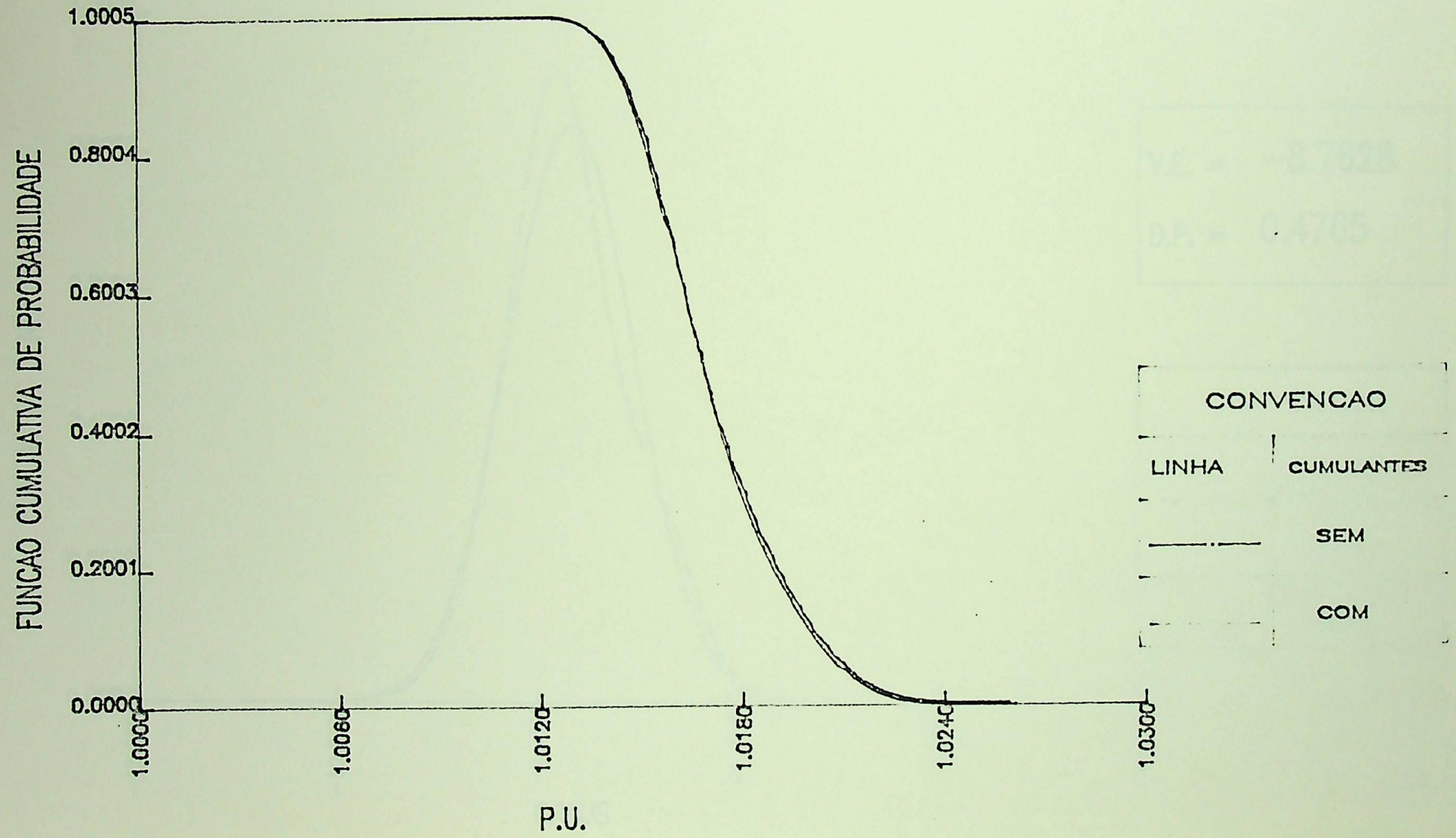

V.E. = 1.0171

D.P. = 0.0021

| CONVENCAO | |
|---|---|
| LINHA | CUMULANTES |
| ——·—— | SEM |
| ———— | COM |

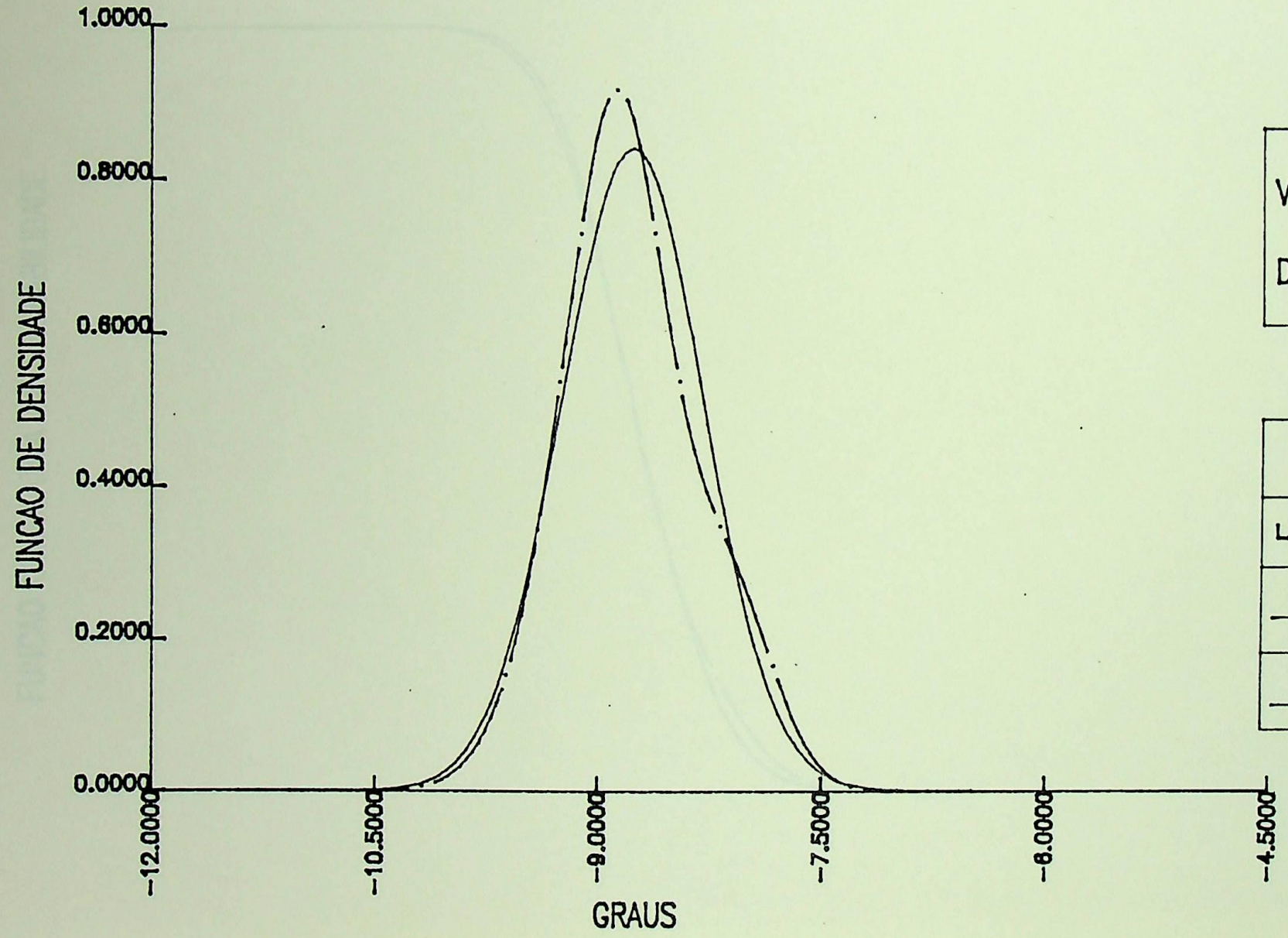
SISTEMA TESTE DE 14 BARRAS

TENSAO : BARRA NA04



SISTEMA TESTE DE 14 BARRAS

FASE : BARRA NA05

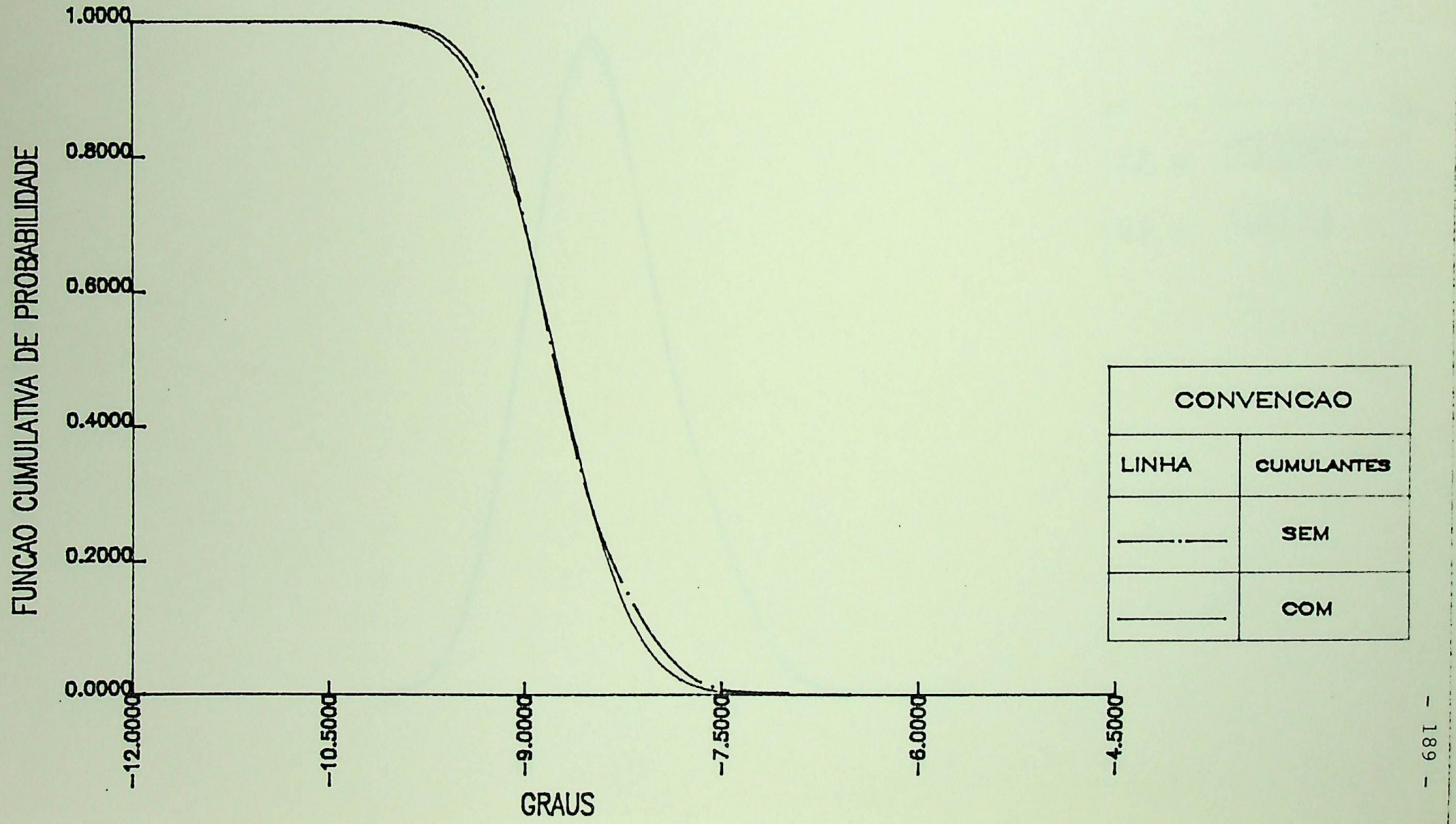



| | |
|---|---|
| V.E. = | -8.7628 |
| D.P. = | 0.4765 |

| CONVENCAO | |
|---|---|
| LINHA | CUMULANTES |
| ——.—— | SEM |
| ———— | COM |

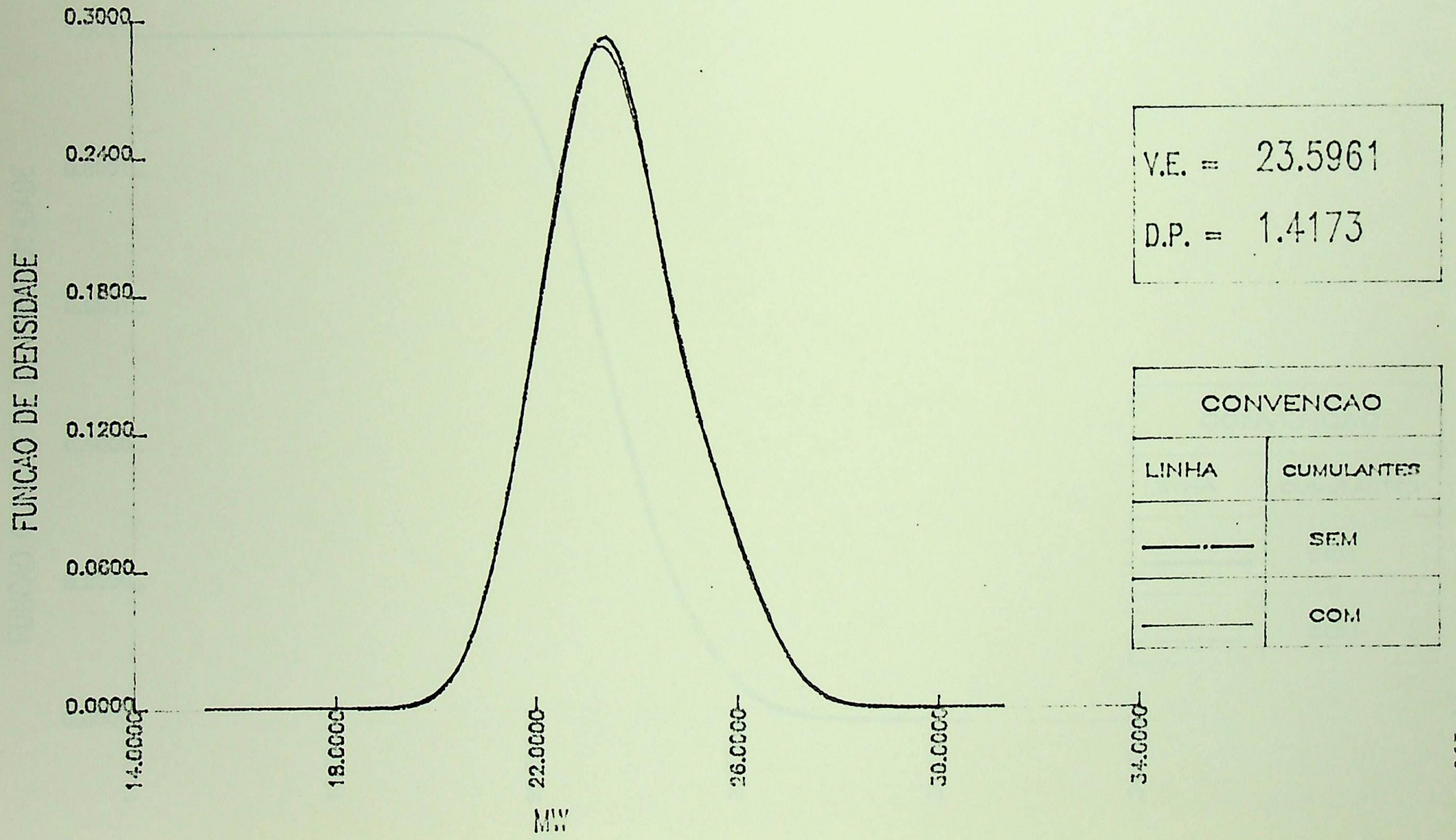
SISTEMA TESTE DE 14 BARRAS

FASE : BARRA NA05



SISTEMA TESTE DE 14 BARRAS

POTENCIA ATIVA EMITIDA : RAMO NA04 NA03



SISTEMA TESTE DE 14 BARRAS

POTENCIA ATIVA EMITIDA : RAMO NA04 NA03

| CONVENCAO | |
|---|---|
| LINHA | CUMULANTES |
| —·— | SEM |
| ——— | COM |

FUNCAO CUMULATIVA DE PROBABILIDADE

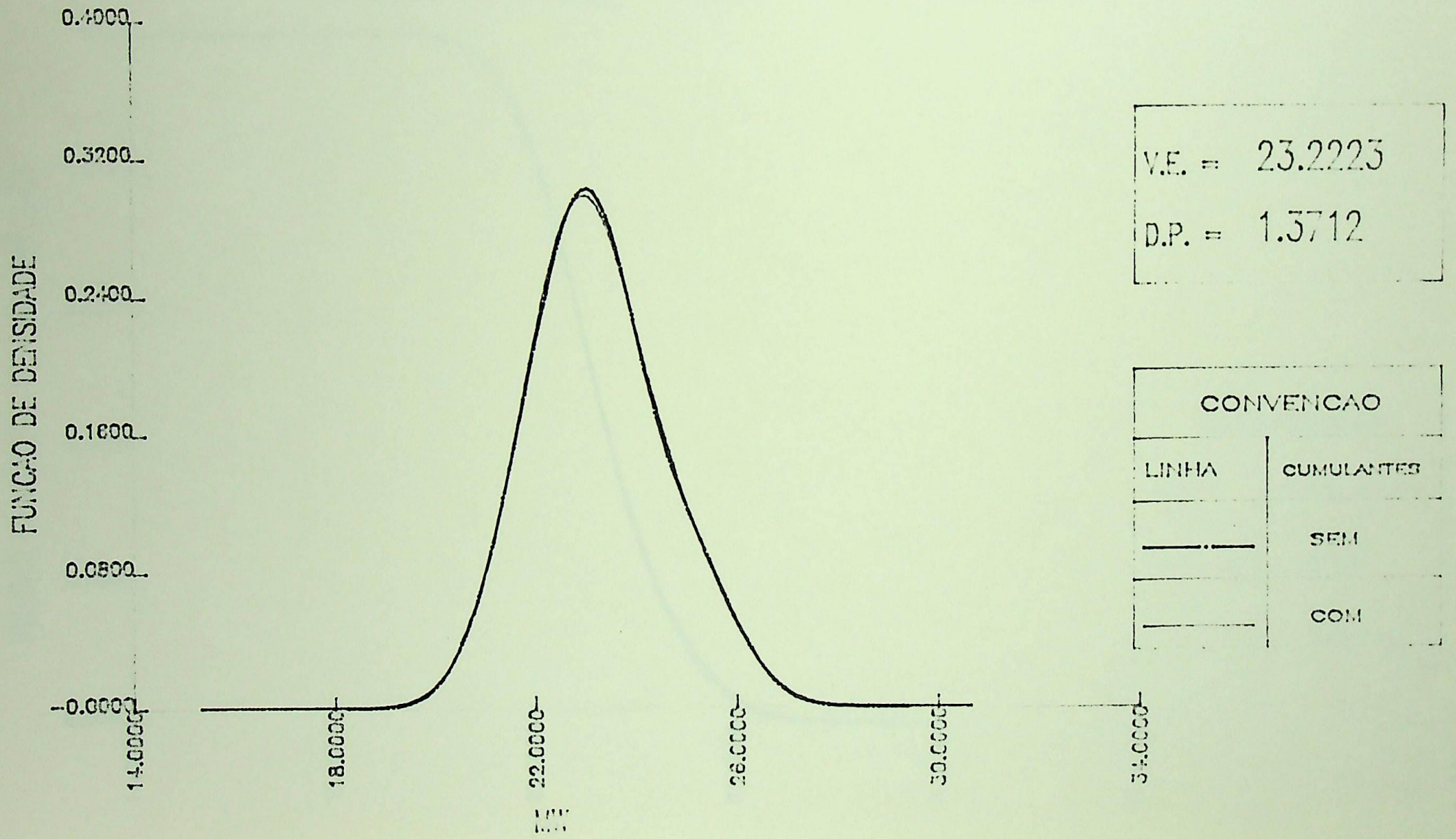
1.0001
0.8001
0.6001
0.4000
0.2000
0.0000

14.0000
18.0000
22.0000
26.0000
30.0000
34.0000

MW

SISTEMA TESTE DE 14 BARRAS

POTENCIA ATIVA RECEBIDA : RAMO NA04 NA03




V.E. = 23.2223

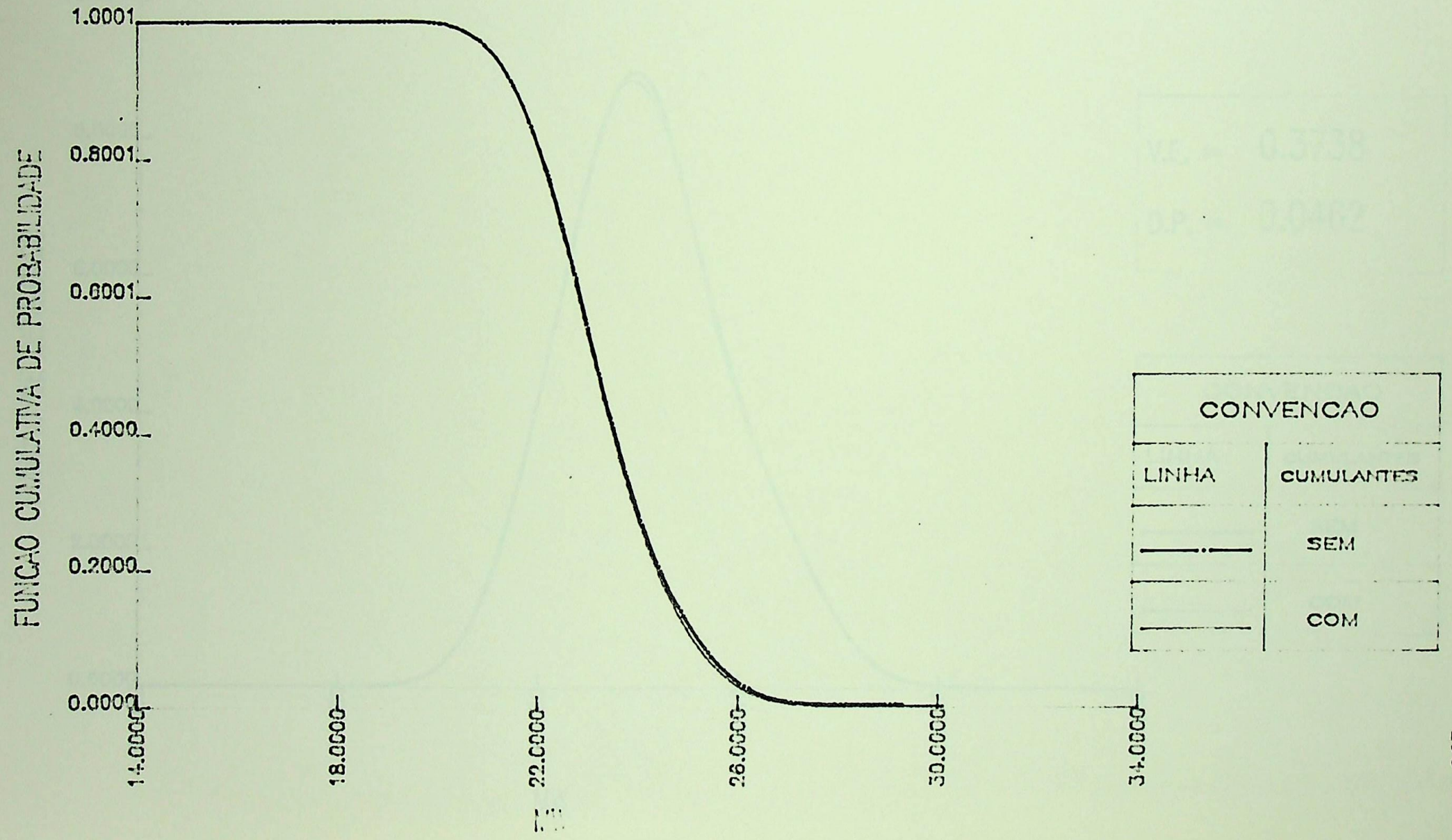
D.P. = 1.3712

CONVENCAO

| LINHA | CUMULANTES |
|---|---|
| ——— | SEM |
| ——— | COM |

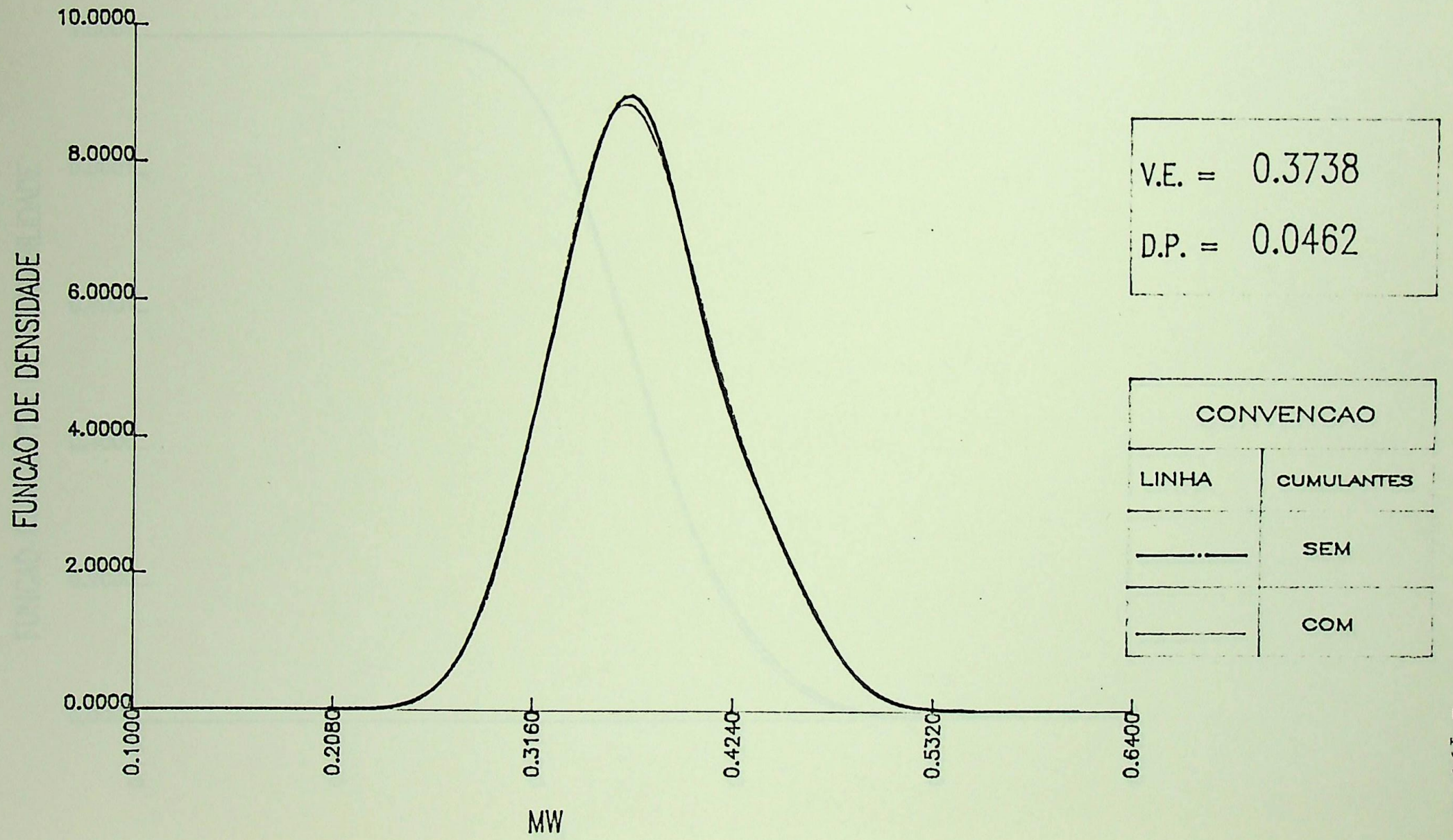
SISTEMA TESTE DE 14 BARRAS

POTENCIA ATIVA RECEBIDA : RAMO NA04 NA03



SISTEMA TESTE DE 14 BARRAS

PERDA DE POTENCIA ATIVA : RAMO NA04 NA03



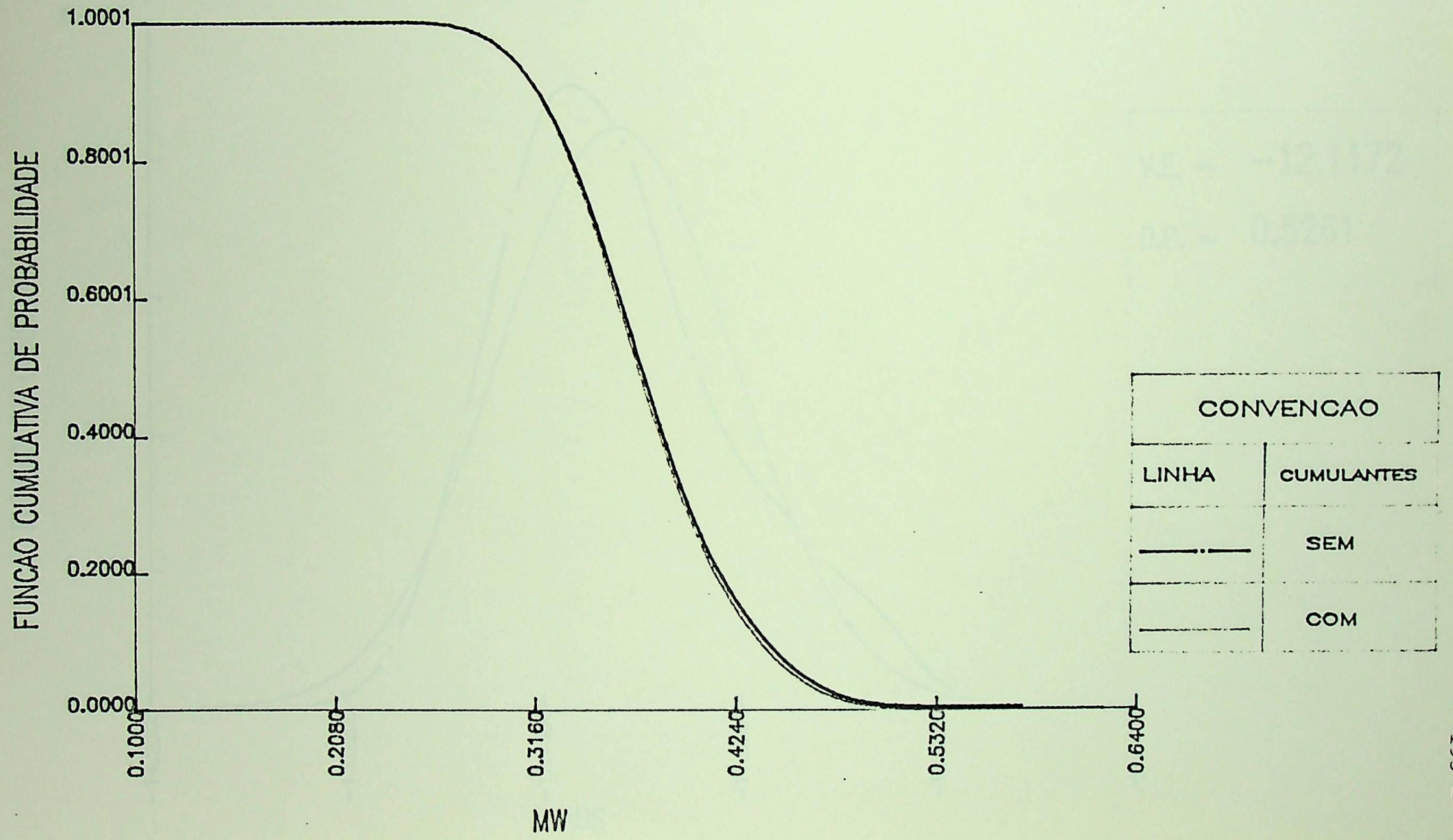

V.E. = 0.3738

D.P. = 0.0462

| CONVENCAO | |
|---|---|
| LINHA | CUMULANTES |
| —·— | SEM |
| ——— | COM |

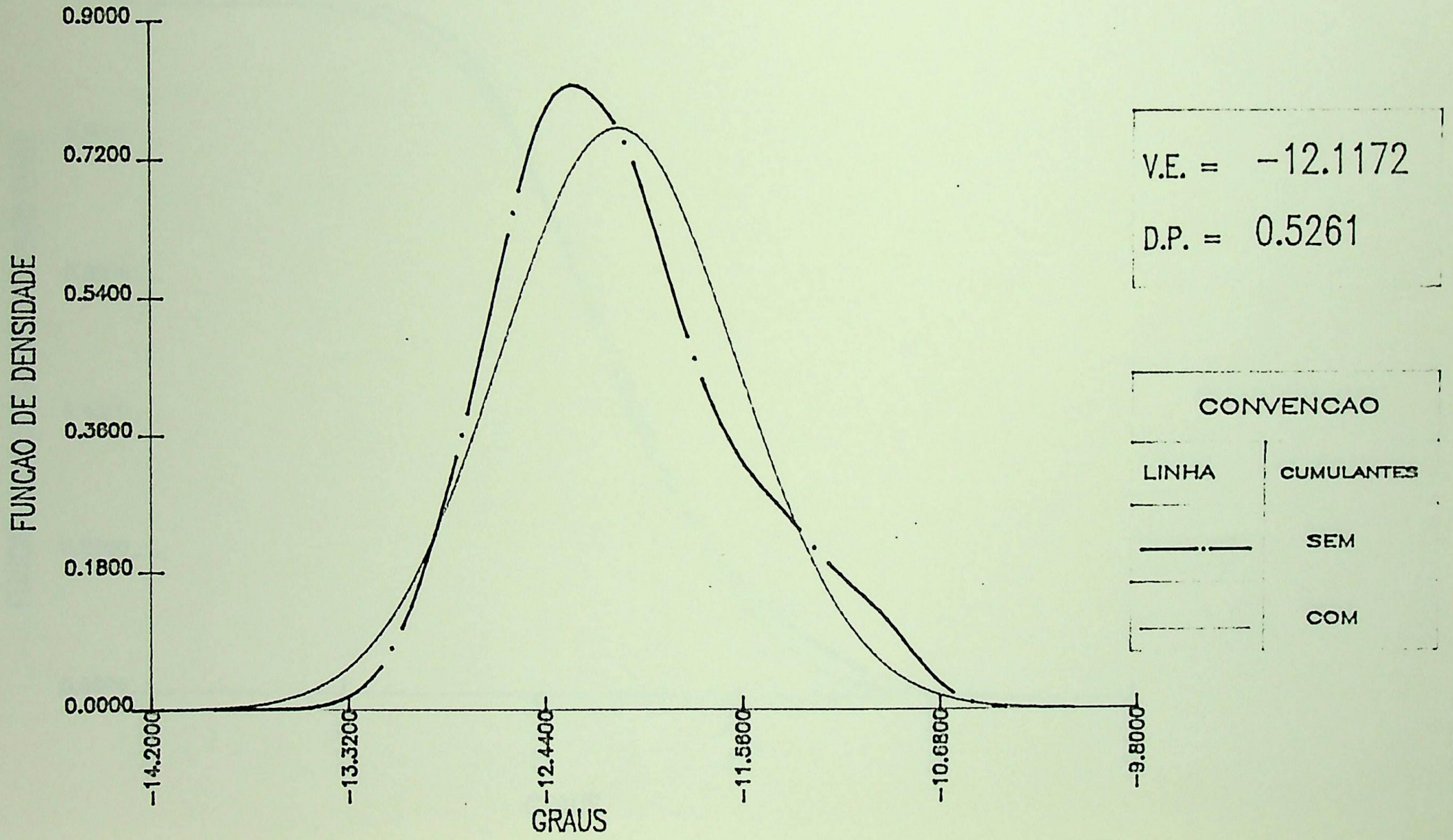
SISTEMA TESTE DE 14 BARRAS

PERDA DE POTENCIA ATIVA : RAMO NA04 NA03



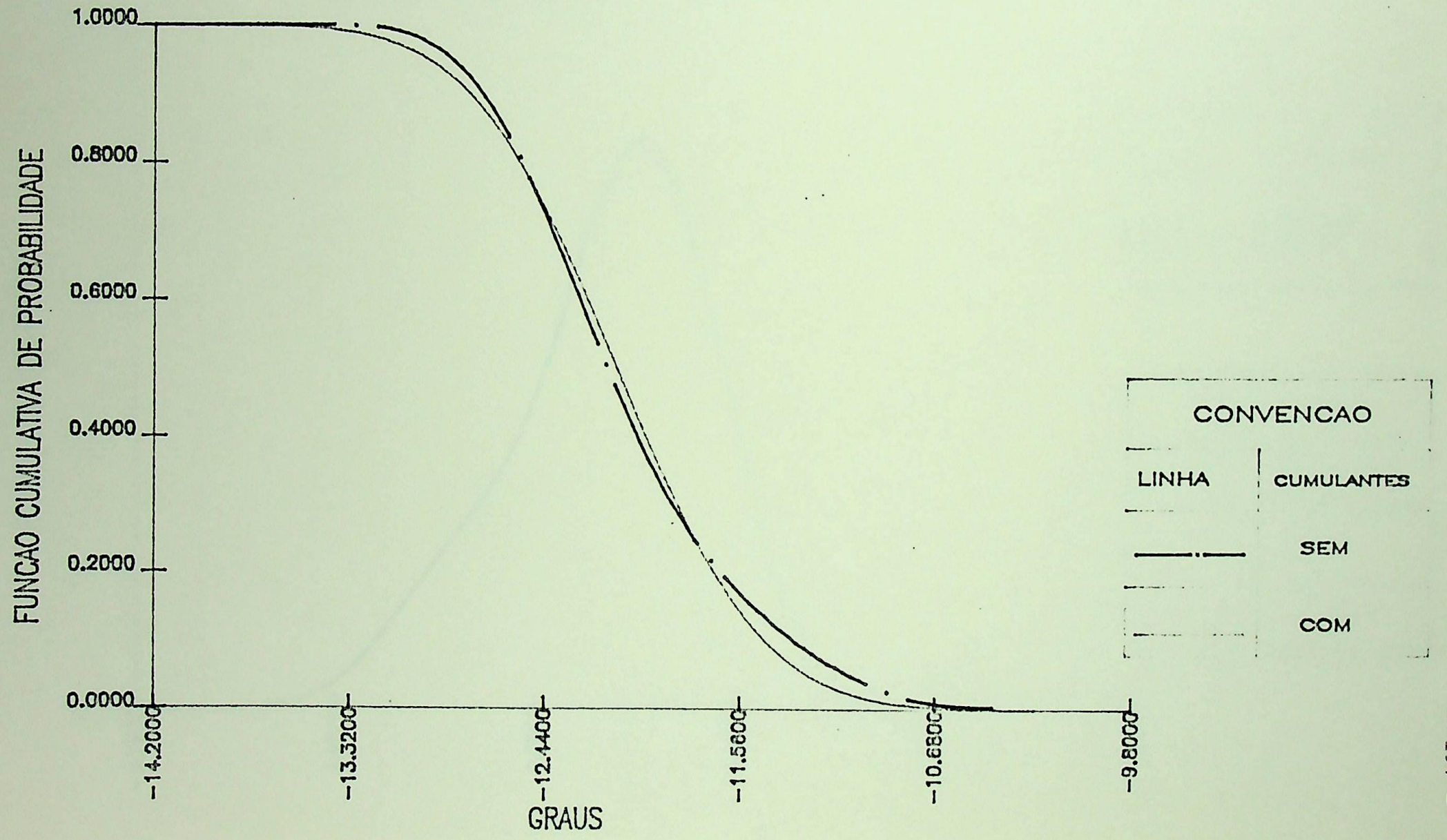
SISTEMA TESTE DE 30 BARRAS

FASE : BARRA NA08



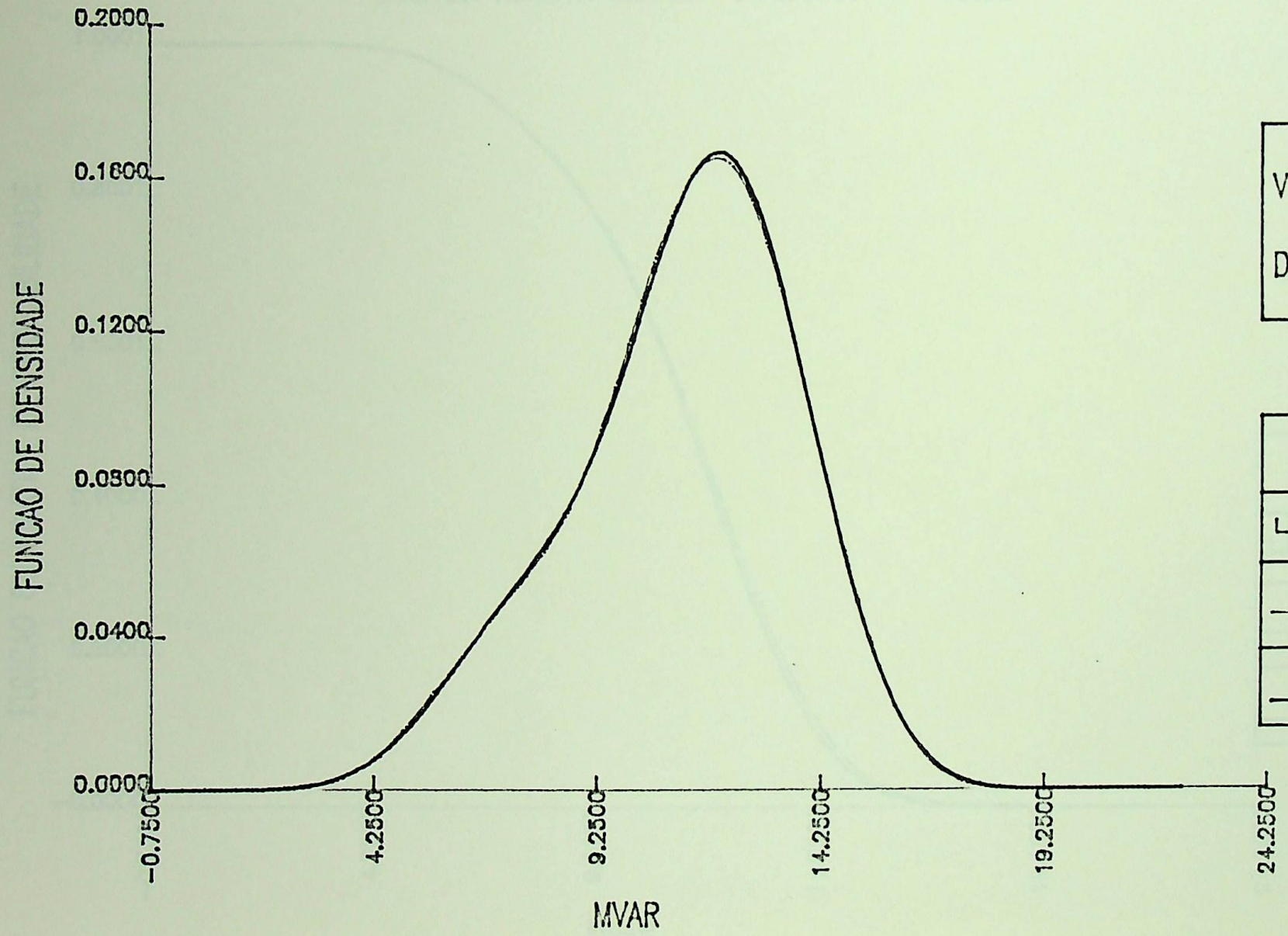
SISTEMA TESTE DE 30 BARRAS

FASE : BARRA NA08



SISTEMA TESTE DE 30 BARRAS

POTENCIA REATIVA GERADA : BARRA NA08

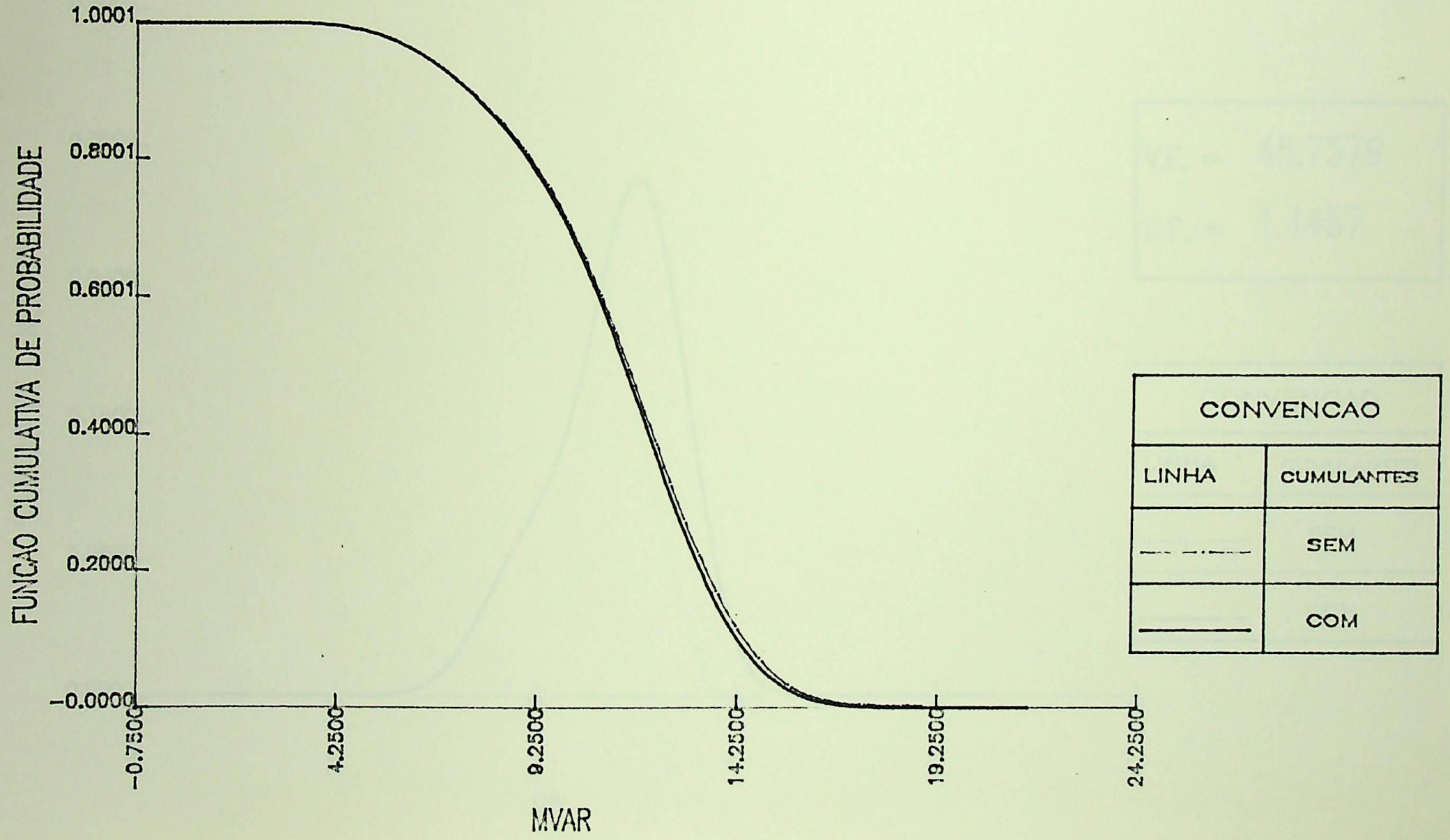



| | |
|---|---|
| V.E. = | 11.1344 |
| D.P. = | 2.5788 |

| CONVENCAO | |
|---|---|
| LINHA | CUMULANTES |
| ——·—·—— | SEM |
| ———— | COM |

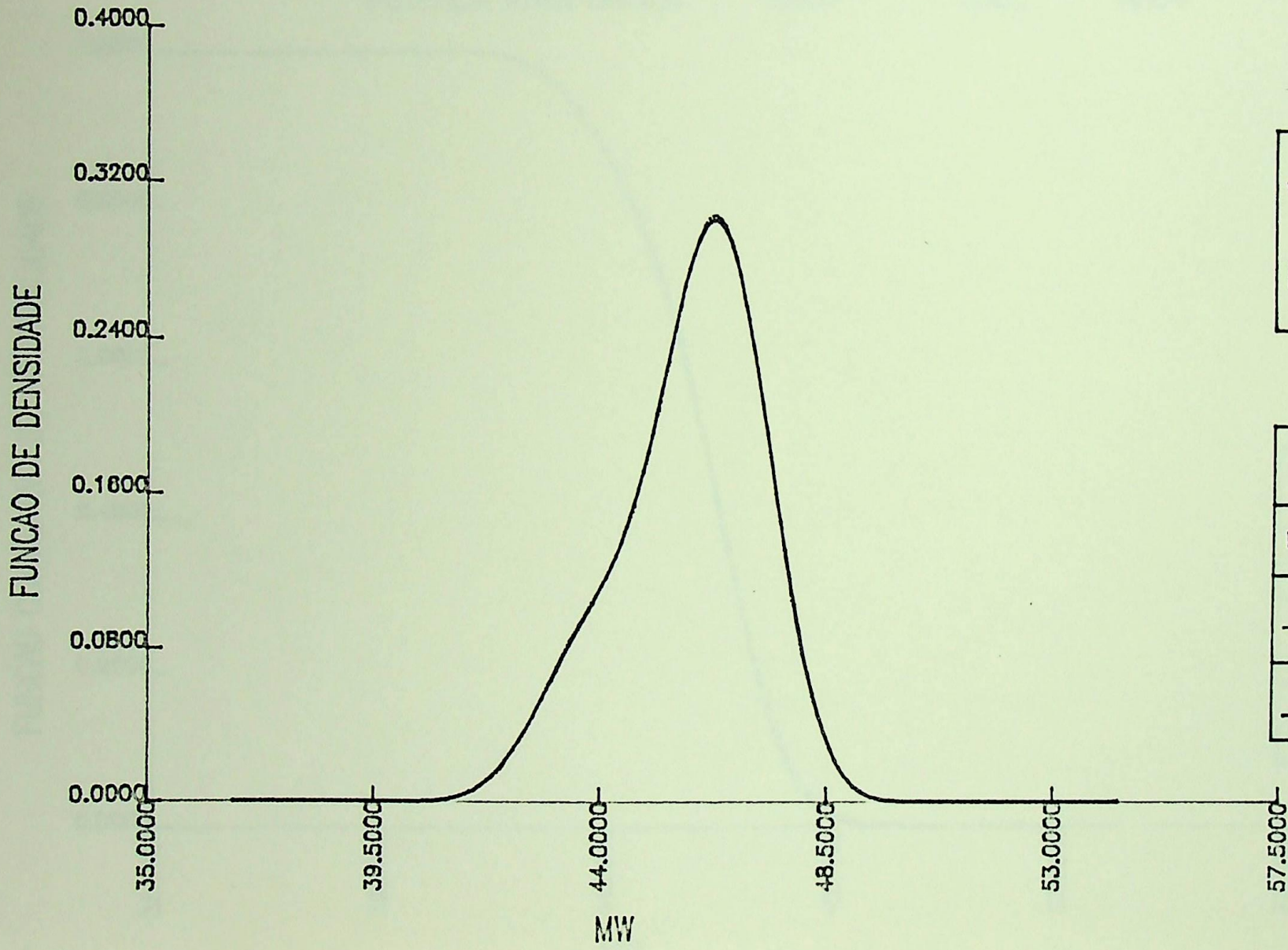
SISTEMA TESTE DE 30 BARRAS

POTENCIA REATIVA GERADA : BARRA NA08



SISTEMA TESTE DE 30 BARRAS

POTENCIA ATIVA EMITIDA : RAMO NA02 NA04

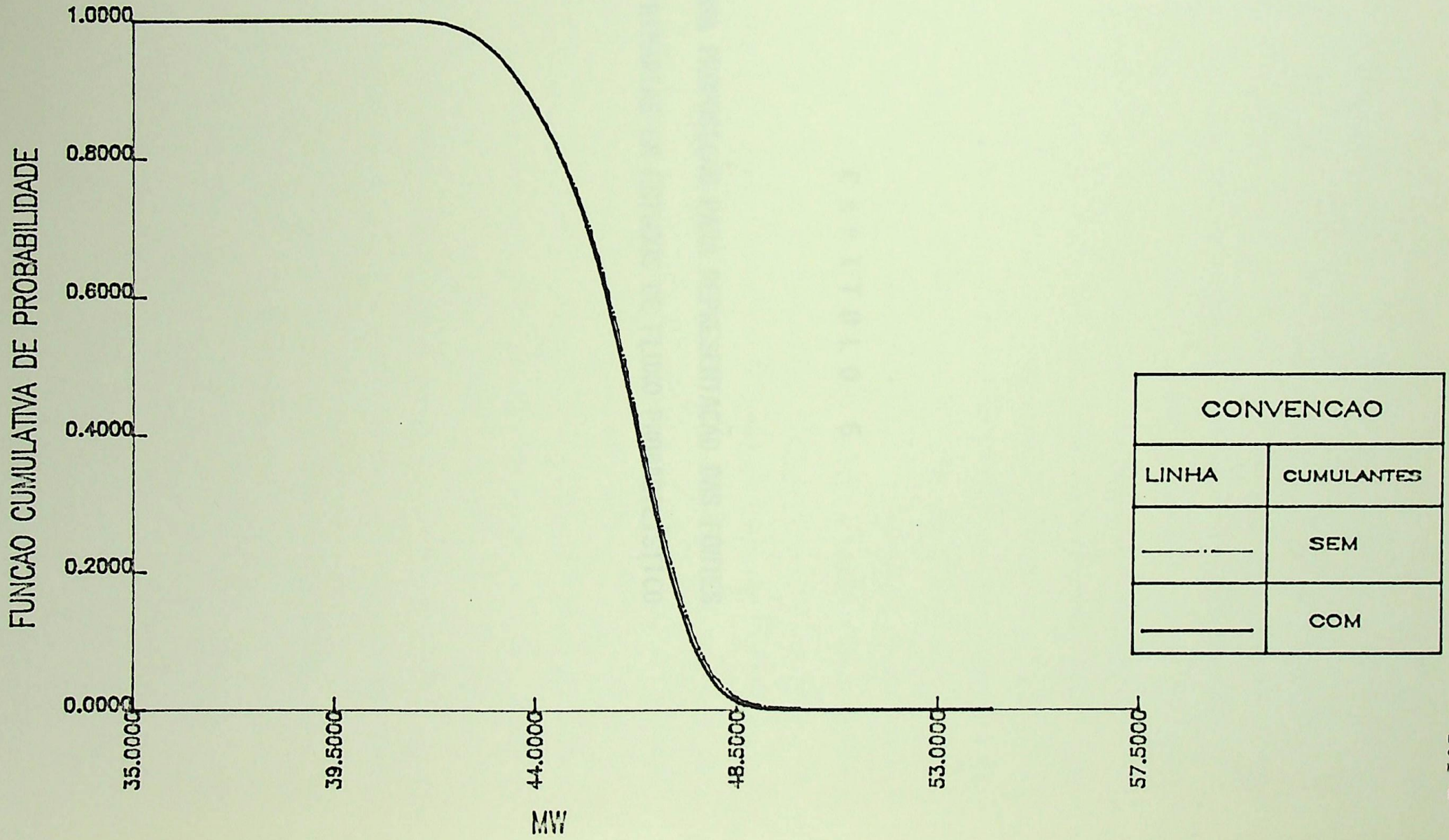



| | |
|---|---|
| V.E. = | 45.7579 |
| D.P. = | 1.4457 |

| CONVENCAO | |
|---|---|
| LINHA | CUMULANTES |
| ——.—— | SEM |
| ——— | COM |

SISTEMA TESTE DE 30 BARRAS

POTENCIA ATIVA EMITIDA : RAMO NA02 NA04



# CAPITULO 6

## UMA PROPOSIÇÃO PARA REPRESENTAÇÃO DAS FONTES PRIMÁRIAS EM ESTUDOS DE FLUXO PROBABILÍSTICO

## 6.1. INTRODUÇÃO

A formulação do fluxo de potência probabilístico descrita nos capítulos anteriores, bem como as demais que podem ser encontradas na bibliografia especializada [08,13], não permite avaliar a influência sobre o desempenho do sistema, de eventuais limitações de potência dos geradores decorrentes de restrições associadas às fontes primárias de energia.

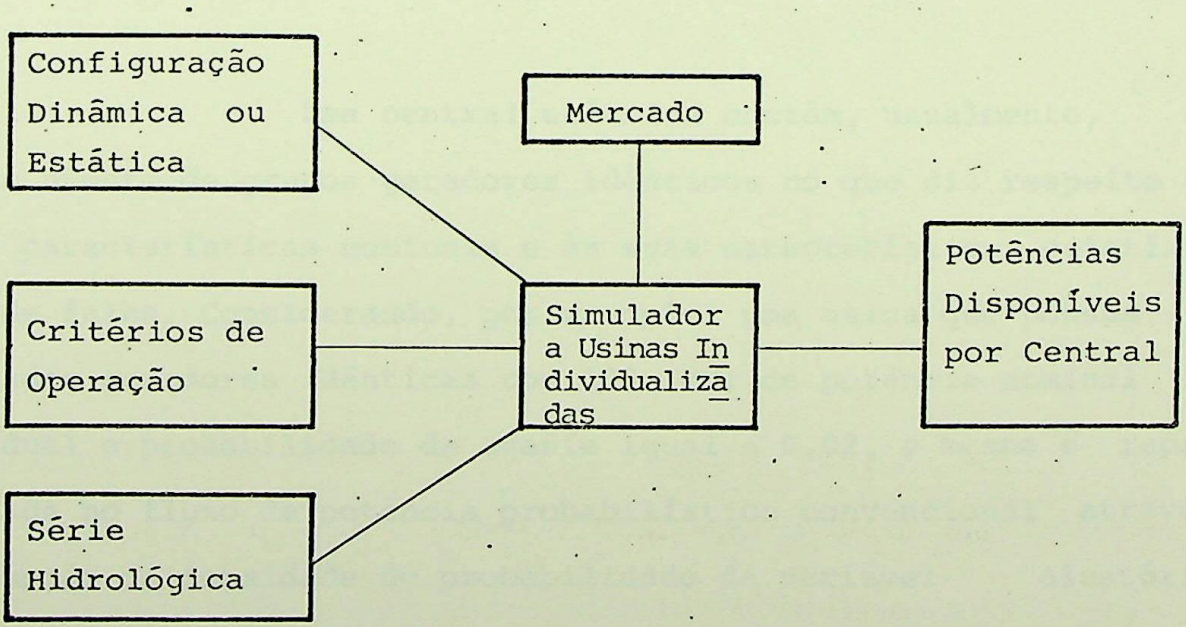
Num sistema de potência com predominância de geração hidroelétrica, como é o caso do sistema brasileiro, tais limitações podem tornar-se significativas. De fato, sabe-se que, numa central hidroelétrica, a potência unitária disponível é função, entre outras variáveis, da queda líquida, calculada como a diferença entre os níveis da água no reservatório de armazenamento e do canal de fuga correspondente. Esta queda líquida, por sua vez, depende de fatores tais como as vazões afluentes ao sistema e a política vigente de operação de reservatórios.

Os demais ítens deste capítulo apresentam uma proposta de formulação para incorporar estes efeitos as formulações de fluxo de potência probabilísticos existentes, possibilitando assim o desenvolvimento de um modelo mais abrangente e essencial à representação e análise dos vários sistemas de potência hoje existentes no Brasil.

## 6.2. DETERMINAÇÃO DA POTÊNCIA UNITÁRIA DISPONÍVEL NAS CENTRAIS HIDROELÉTRICAS

A potência disponível em uma usina hidroelétrica, para um dado período de tempo, considerando entre outros fatores, as vazões afluentes, o estado dos reservatórios, a política de operação e os limites de turbinamento, pode ser obtida com o emprego de um simulador de usinas individualizadas, como por exemplo, o simulador desenvolvido pelo Departamento de Estudos Energéticos da Eletrobrás e denominado "Modelo de Simulação a Usinas Individualizadas" também conhecido por MSUI [24].

Esquemàticamente o cálculo da potência unitária disponível em cada central pode ser feito de acordo com a sequência indicada no seguinte fluxograma.




Os dados de entrada típicos são:

- configuração estática ou dinâmica do sistema hidro-térmico;

——— critérios de operação: prioridades de enchimento e de plecionamento, prioridades de colocação das centrais térmicas, etc.;

——— série hidrológica histórica ou sintética.

Utilizando estes dados de entrada o simulador a usinas individualizadas opera o sistema com a finalidade de atender o mercado consumidor e obtém, como resultado da simulação, potências disponíveis em cada central para o período, geralmente mensal, em estudo.

## 6.3. DETERMINAÇÃO DA FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE DA CAPACIDADE DISPONÍVEL NAS USINAS HIDROÉLETRICAS COM RESTRIÇÃO DE QUEDA LÍQUIDA

Uma central elétrica contém, usualmente, um certo número de grupos geradores idênticos no que diz respeito às suas características nominais e às suas características estatísticas de falha. Considerando, por exemplo, uma usina que possua 3 unidades geradores idênticas com 100 [MW] de potência nominal individual e probabilidade de avaria igual a 0,02, a mesma é representada no fluxo de potência probabilístico convencional através da função de densidade de probabilidade da variável aleatória capacidade disponível que se apresenta na tabela a seguir.

Considerando agora que, como consequência de uma certa série hidrológica desfavorável e da adoção de uma certa política de operação dos reservatórios, ocorra uma restrição da altura líquida disponível de tal forma que a potência máxima de

| Potência disponível [MW] | Probabilidade |
|---|---|
| 300 | 0,94119 |
| 200 | 0,05762 |
| 100 | 0,00118 |
| 0 | 0,00001 |

Tabela 6.1 - Função de densidade de probabilidade da variável aleatória capacidade disponível sem restrição.

cada gerador fique limitada a, por exemplo, 80% da sua potência nominal, a função de densidade de probabilidade da capacidade disponível na central é agora dada pela tabela 6.2.

| Potência disponível [MW] | Probabilidade |
|---|---|
| 240 | 0,94119 |
| 160 | 0,05762 |
| 80 | 0,00118 |
| 0 | 0,00001 |

Tabela 6.2 - Função de densidade de probabilidade da variável aleatória capacidade disponível com restrição.

## 6.4. MODELAGEM PARA INCORPORAÇÃO NO FLUXO PROBABILÍSTICO

Utilizando-se o processo descrito anteriormente é possível obter-se uma amostra de valores para as potências disponíveis nas centrais hidroelétricas, dada a ocorrência de uma certa série hidrológica. Assim é possível incorporar ao fluxo probabilístico as restrições associadas às fontes primárias condicionadas a cada ponto desta amostra.

Considere-se como exemplificação, o cálculo da função de distribuição da variável aleatória fase da tensão de uma dada barra k, designada por $F(\Theta_k)$. Para m realizações diferentes de séries hidrológicas a fase da tensão na barra k pode ser calculada por:

$$F(\Theta_k) = \sum_{n=1}^{m} (F(\Theta_k)|H_n) \cdot P(H_n) \qquad (6.1)$$

onde

$F(\Theta_k)$ - função de distribuição da fase da tensão na barra k

$P(H_n)$ - probabilidade de ocorrência da enésima série hidrológica

m - número de séries hidrológicas consideradas

$(F(\Theta_k)|H_n)$ - função de distribuição da fase da tensão na barra k dada a ocorrência da enésima série hidrológica.

A função de distribuição da fase da tensão na barra k, condicionada pela ocorrência da enésima série hidrológica, obtém-se como resultado de um fluxo probabilístico onde as potências disponíveis nas usinas hidroelétricas, utilizadas como dados de entrada, são as que se obtêm através do simulador de usinas individualizadas.

Se as séries hidrológicas forem igualmente prováveis a expressão 6.1 simplifica-se para:

$$F(\Theta_k) = \frac{1}{m} \sum_{n=1}^{m} (F(\Theta_k) | H_n) \qquad (6.2)$$

## 6.5. ILUSTRAÇÃO DA APLICAÇÃO DO MÉTODO PROPOSTO

Considere-se o sistema de 14 barras cujos dados se encontram no apêndice A. A potência disponível em cada barra de geração é representada por uma variável aleatória distribuida binomialmente onde cada unidade geradora possui uma probabilidade individual de falha igual a q.

Para este sistema tem-se:

| Nome da Barra | Capacidade da Unidade [MW] | Taxa de Falha Forçada | Número de Unidades Idênticas |
|---|---|---|---|
| NA 02 | 22,00 | 0,09 | 2 |
| NA 03 | 30,00 | 0,09 | 2 |
| NA 06 | 30,00 | 0,09 | 1 |
| NA 08 | 25,00 | 0,09 | 2 |

Tabela 6.3 - Dados da geração do sistema de 14 barras

Considerando-se a capacidade nominal de cada unidade, a taxa de falha forçada e unidades geradoras idênticas, tem-se para a função de densidade de probabilidade da variável aleatória capacidade disponível em cada barra as seguintes tabelas:

| Potência disponível barra NA 02 [MW] | Probabilidade |
|---|---|
| 44,0 | 0,82810 |
| 22,0 | 0,16380 |
| 0,0 | 0,00810 |

| Potência disponível barra NA 03 [MW] | Probabilidade |
|---|---|
| 60,0 | 0,82810 |
| 30,0 | 0,16380 |
| 0,0 | 0,00810 |

| Potência disponível barra NA 06 [MW] | Probabilidade |
|---|---|
| 30,0 | 0,91000 |
| 0,0 | 0,09000 |

| Potência disponível barra NA 08 [MW] | Probabilidade |
|---|---|
| 50,0 | 0,82810 |
| 25,0 | 0,16380 |
| 0,0 | 0,00810 |

Tabelas 6.4 - Função densidade de probabilidade da variável aleatória capacidade disponível: sem restrição de altura líquida.

Considerando-se agora que, ocorram restrições da queda líquida disponível de tal forma que a potência máxima de cada gerador fique limitada a 90%, 80% e 70% da sua potência nominal, tem-se as seguintes tabelas:

| Potência disponível barra NA 02 [MW] | Potência disponível barra NA 03 [MW] | Potência disponível barra NA 08 [MW] | Probabilidade |
|---|---|---|---|
| 39,6 | 54,0 | 45,0 | 0,82810 |
| 19,8 | 27,0 | 22,5 | 0,16380 |
| 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,00810 |

Tabela 6.5 - Função densidade de probabilidade com potência máxima de cada gerador limitada a 90% da potência nominal.

| Potência disponível barra NA 02 [MW] | Potência disponível barra NA 03 [MW] | Potência disponível barra NA 08 [MW] | Probabilidade |
|---|---|---|---|
| 35,2 | 48,0 | 40,0 | 0,82810 |
| 17,6 | 24,0 | 20,0 | 0,16380 |
| 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,00810 |

Tabela 6.6 - Função densidade de probabilidade com potência máxima de cada gerador limitada a 80% da potência nominal.

| Potência disponível barra NA 02 [MW] | Potência disponível barra NA 03 [MW] | Potência disponível barra NA 08 [MW] | Probabilidade |
|---|---|---|---|
| 30,8 | 42,0 | 35,0 | 0,82810 |
| 15,4 | 21,0 | 17,5 | 0,16380 |
| 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,00810 |

Tabela 6.7 - Função densidade de probabilidade com potência máxima de cada gerador limitada a 70% da potência nominal.

| Potência disponível barra NA 06 ($P_{máx}$ = 0,9 $P_n$) [MW] | Potência disponível barra NA 06 ($P_{máx}$ = 0,8 $P_n$) [MW] | Potência disponível barra NA 06 ($P_{máx}$ = 0,7 $P_n$) [MW] | Probabilidade |
|---|---|---|---|
| 27,0 | 24,0 | 21,0 | 0,91000 |
| 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,09000 |

Tabela 6.8 - Função densidade de probabilidade da barra NA06 com restrição de queda líquida.

Assim, por exemplo, considerando-se uma restrição da queda líquida de tal forma que a potência máxima de cada gerador fique limitada a 90% da sua potência nominal, tem-se as funções de densidade e distribuição de probabilidade para a potência reativa gerada na barra NA02 das figuras 6.1 e 6.2.

Utilizando-se como dados de entrada do fluxo probabilístico os valores para a potência disponível das tabelas 6.4 a 6.8, obtém-se as funções de densidade e distribuição de probabilidade das diversas variáveis aleatórias de interesse.

Empregando-se estas funções, a probabilidade de ocorrência de cada série hidrológica e a simulação com um número suficientemente grande de tais séries hidrológicas, é possível utilizando a expressão 6.1, obter resultados do fluxo probabilístico, que incorporam, desta forma, a incerteza às restrições decorrentes das fontes primárias de energia. A seguir são mostradas algumas funções de densidade e distribuição de probabilídade que se obtém, utilizando-se para a variável aleatória potência disponível, as funções de densidade de probabilidade das tabelas 6.4

SISTEMA TESTE DE 14 BARRAS (COM RESTRICAO DE 10%)

POTENCIA REATIVA GERADA : BARRA NA02

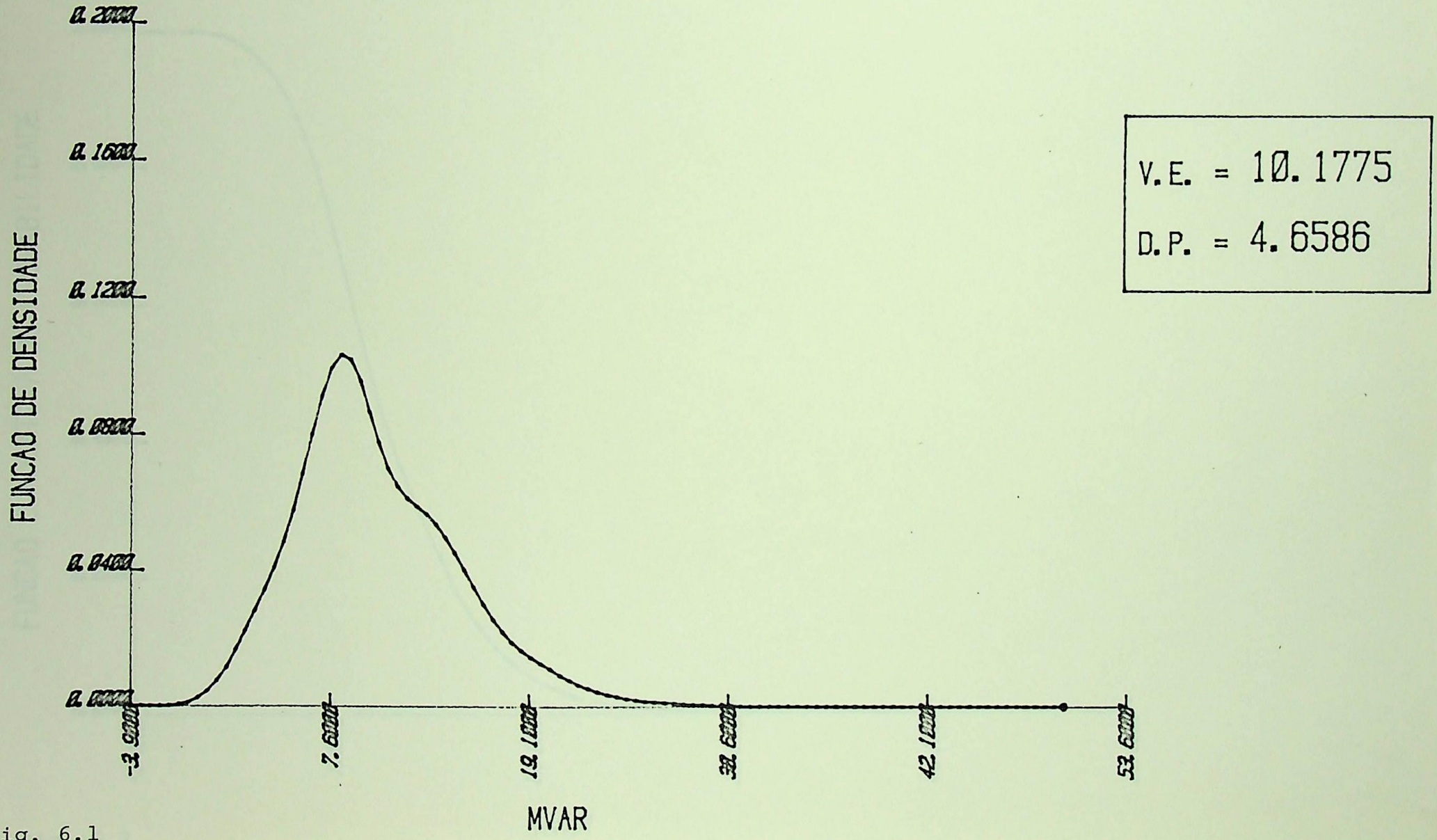



Fig. 6.1

SISTEMA TESTE DE 14 BARRAS (COM RESTRICAO DE 10%)

POTENCIA REATIVA GERADA : BARRA NA02

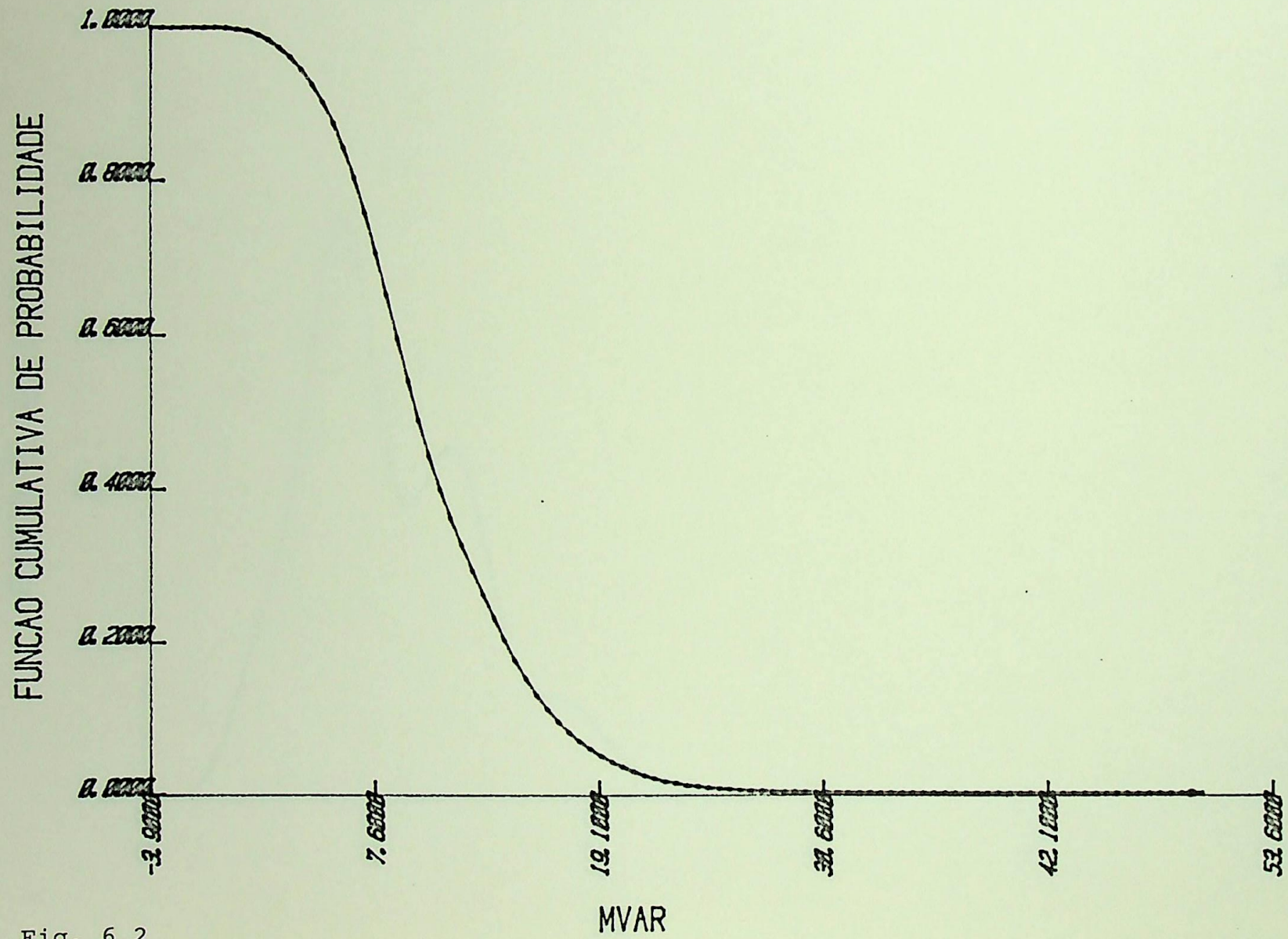
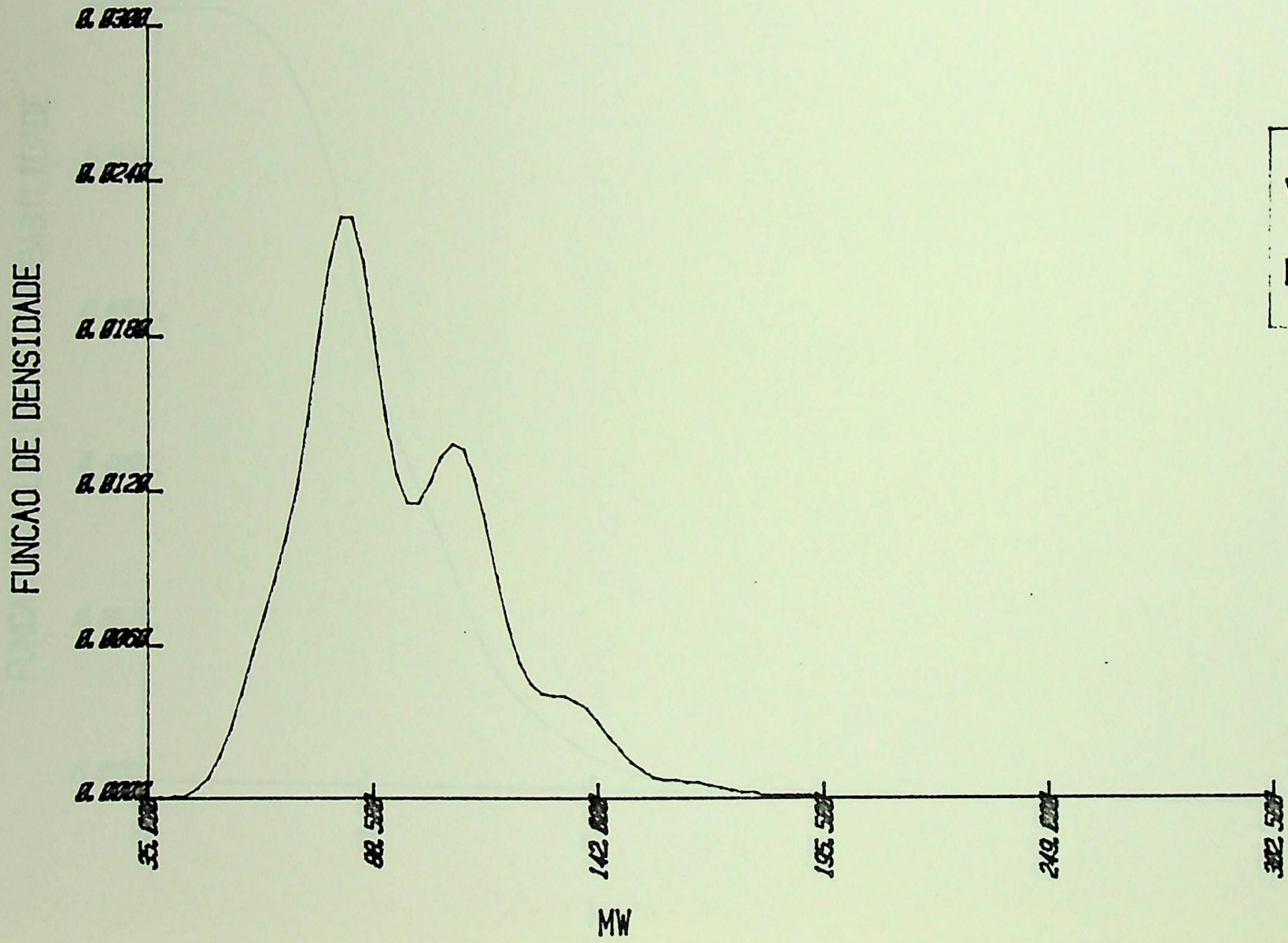



Fig. 6.2

SISTEMA TESTE DE 14 BARRAS (SEM RESTRICAO)

POTENCIA ATIVA GERADA : BARRA NAØ1




V.E. = 94.6513

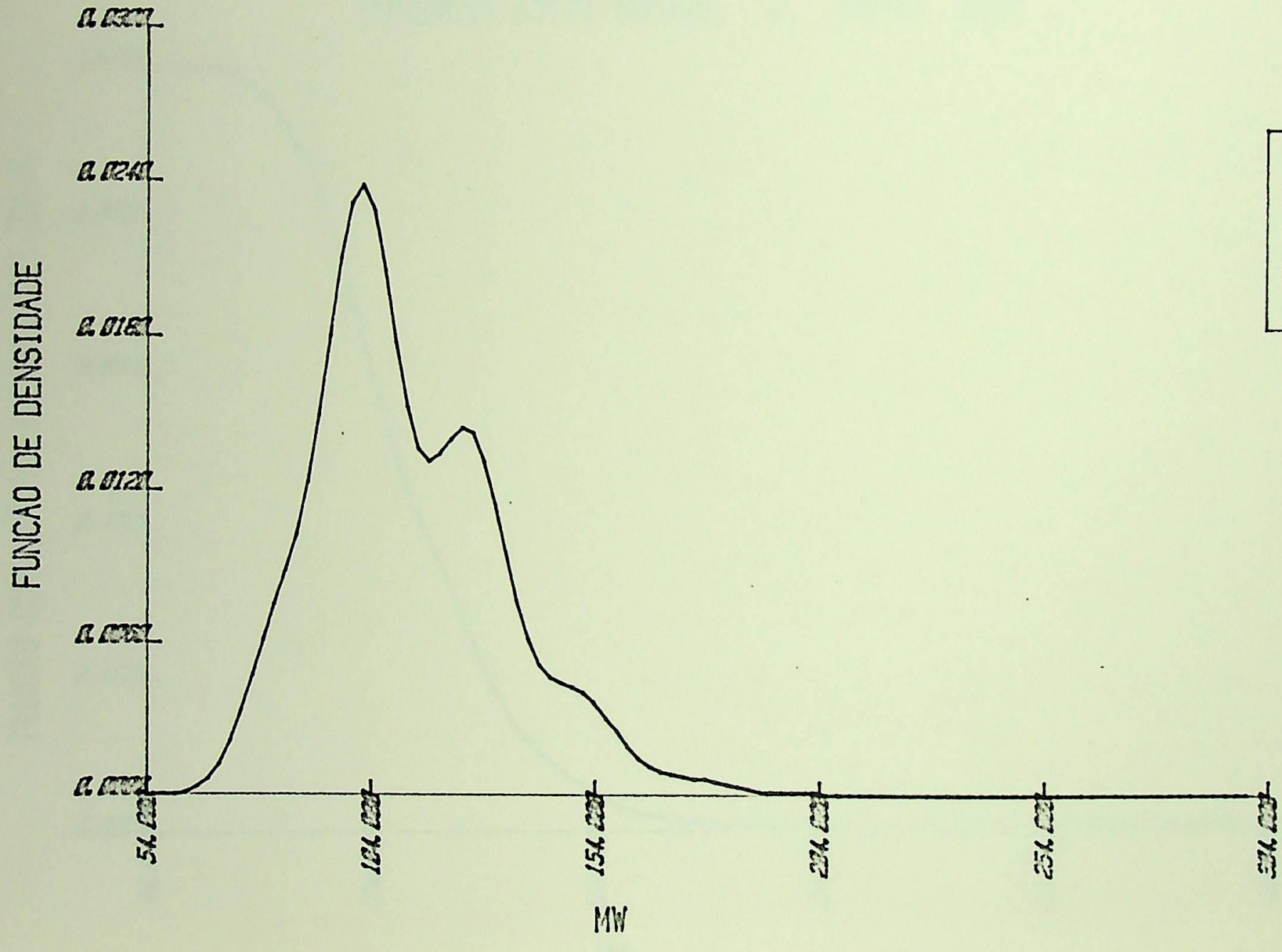
D.P. = 22.9428

SISTEMA TESTE DE 14 BARRAS (SEM RESTRICAO)

POTENCIA ATIVA GERADA : BARRA NA01

SISTEMA TESTE DE 14 BARRAS (COM RESTRICAO DE 10%)

POTENCIA ATIVA GERADA : BARRA NA01




V.E. = 112.1108

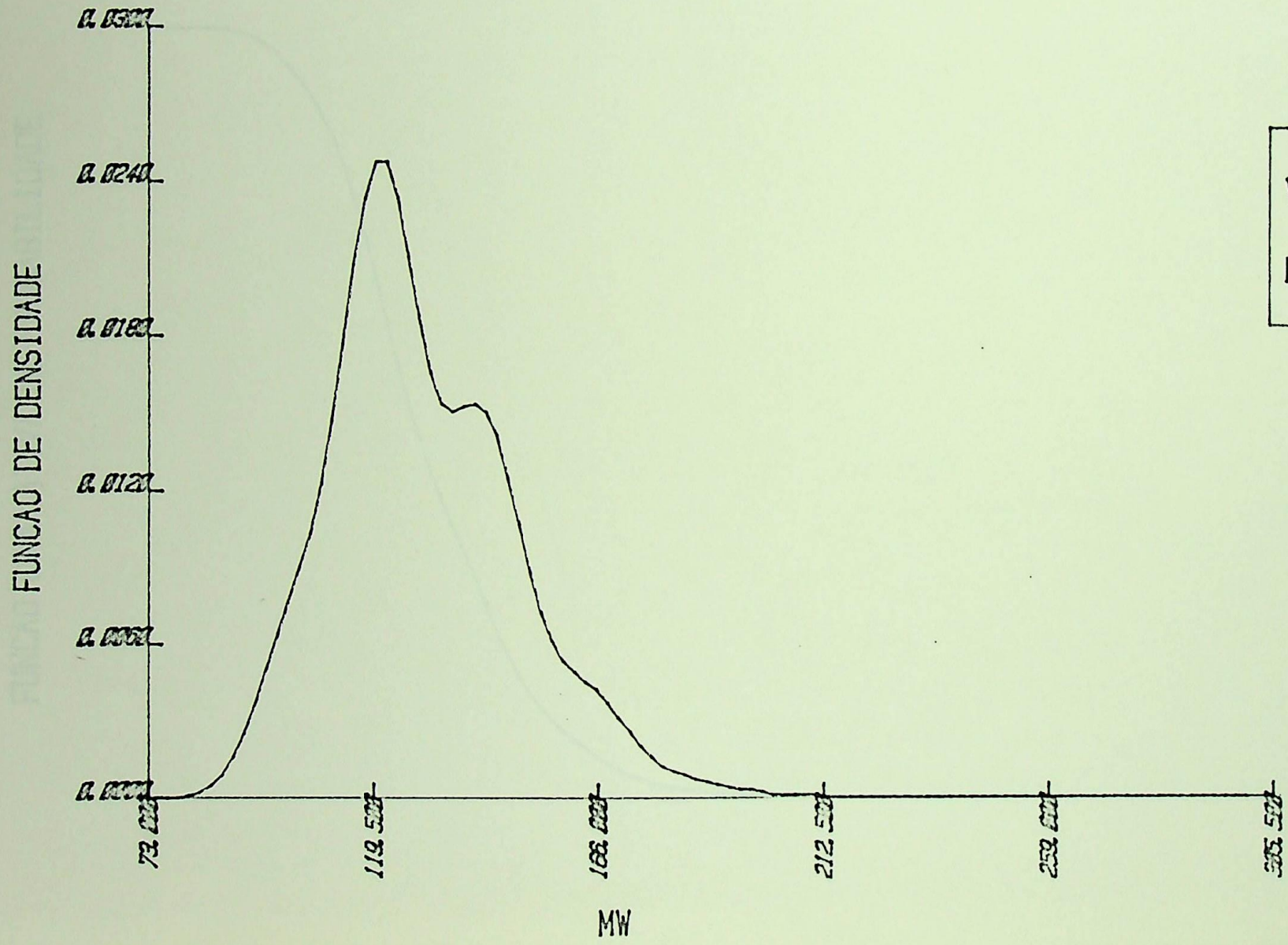
D.P. = 21.1752

SISTEMA TESTE DE 14 BARRAS (COM RESTRICAO DE 10%)

POTENCIA ATIVA GERADA : BARRA NA01

SISTEMA TESTE DE 14 BARRAS (COM RESTRICAO DE 20%)

POTENCIA ATIVA GERADA : BARRA NA01

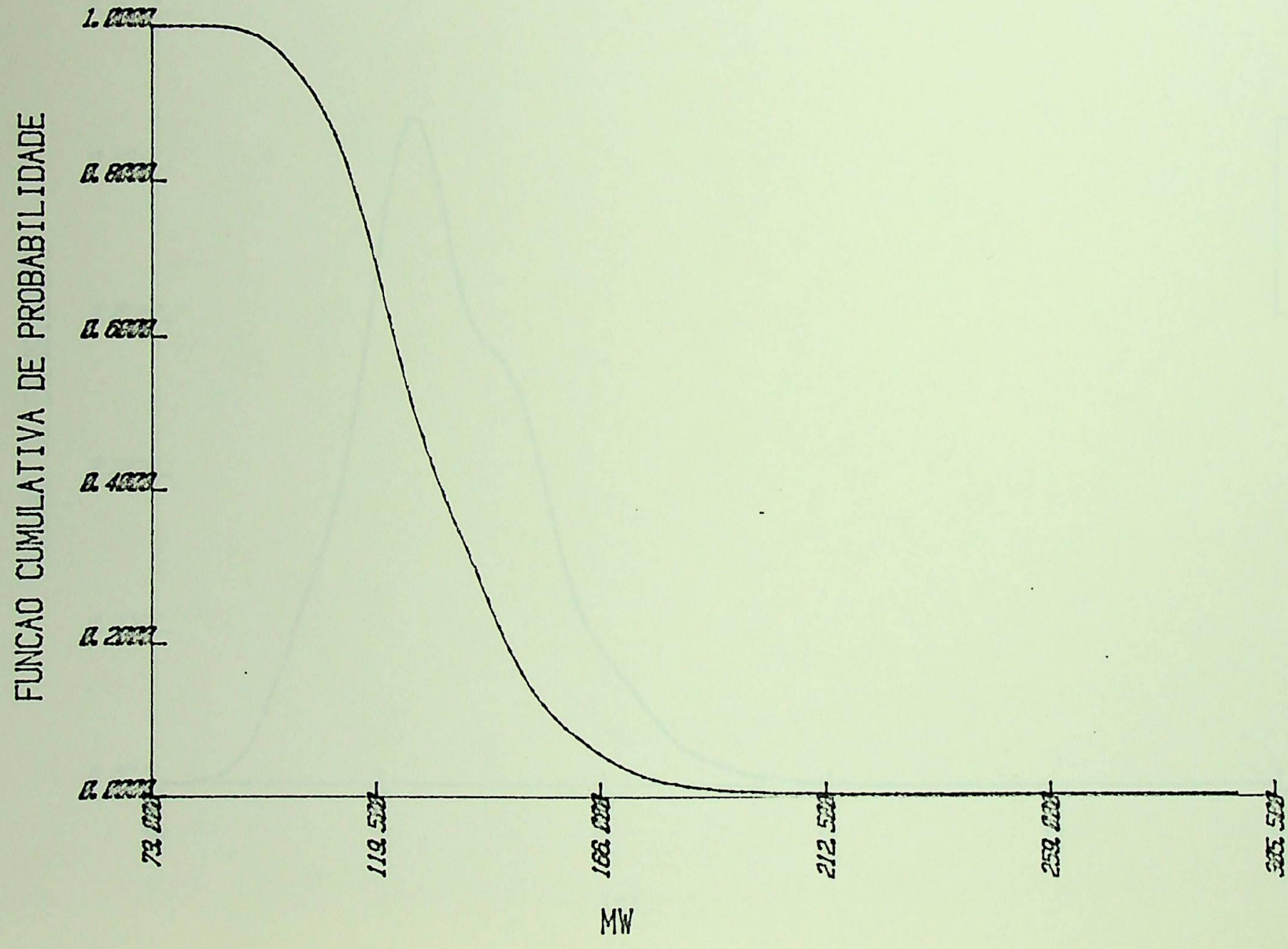



V. E. = 129.6900

D. P. = 19.4478

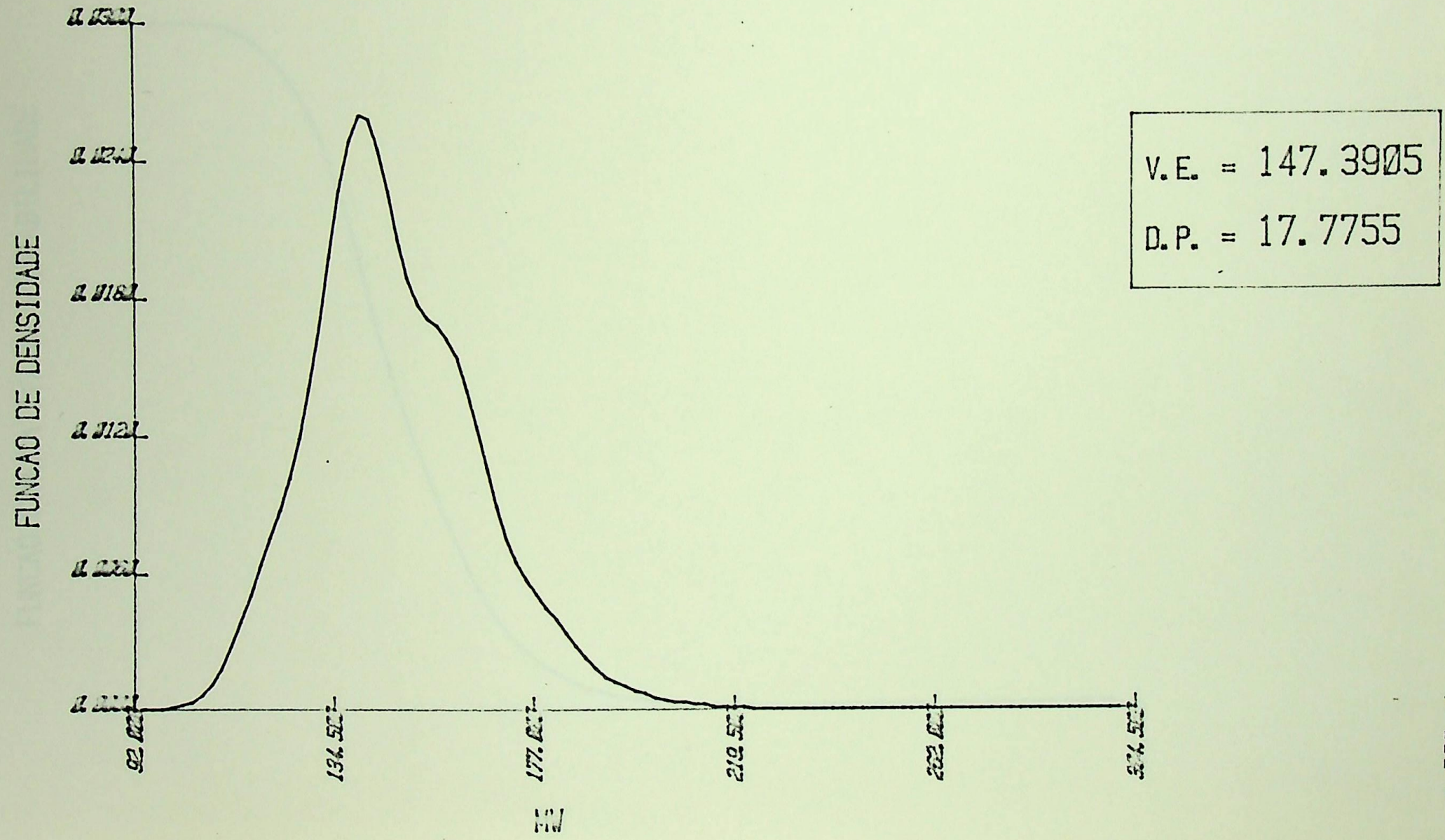
SISTEMA TESTE DE 14 BARRAS (COM RESTRICAO DE 20%)

POTENCIA ATIVA GERADA : BARRA NA01



SISTEMA TESTE DE 14 BARRAS (COM RESTRICAO DE 30%)

POTENCIA ATIVA GERADA : BARRA NA01




V.E. = 147.3905

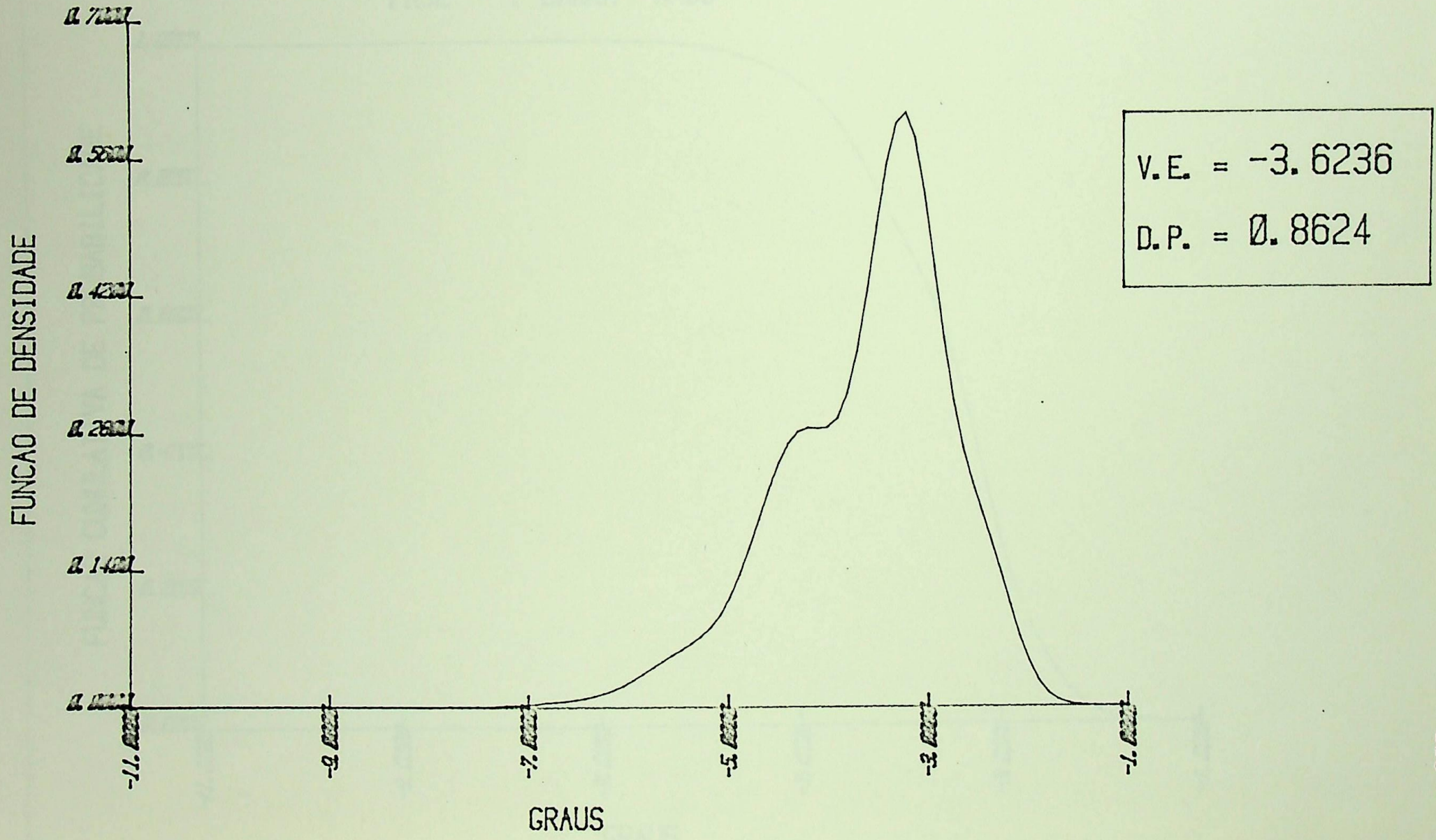
D.P. = 17.7755

SISTEMA TESTE DE 14 BARRAS (COM RESTRICAO DE 30%)

POTENCIA ATIVA GERADA = BARRA NA01

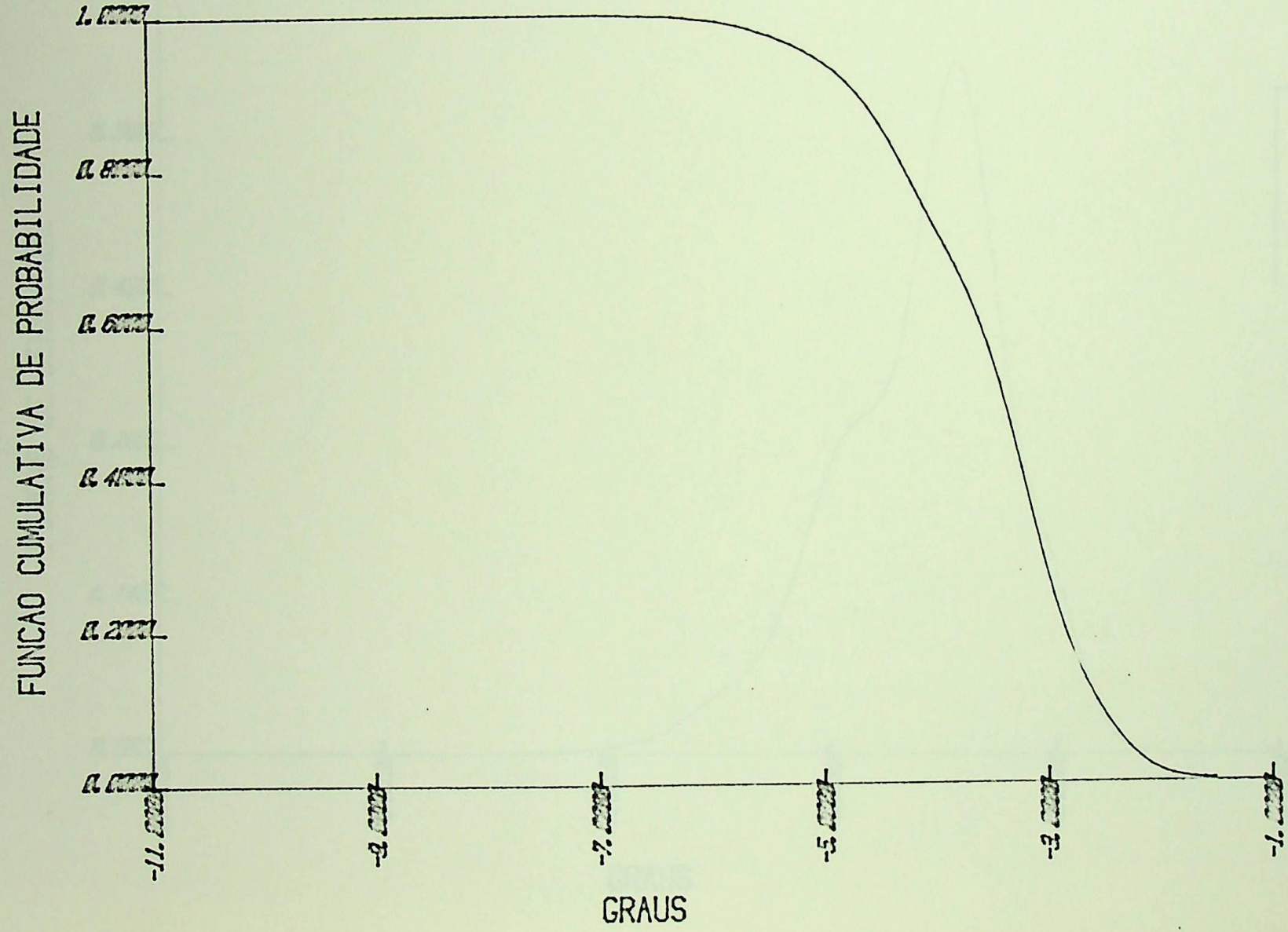
SISTEMA TESTE DE 14 BARRAS (SEM RESTRICAO)

FASE : BARRA NAØ5



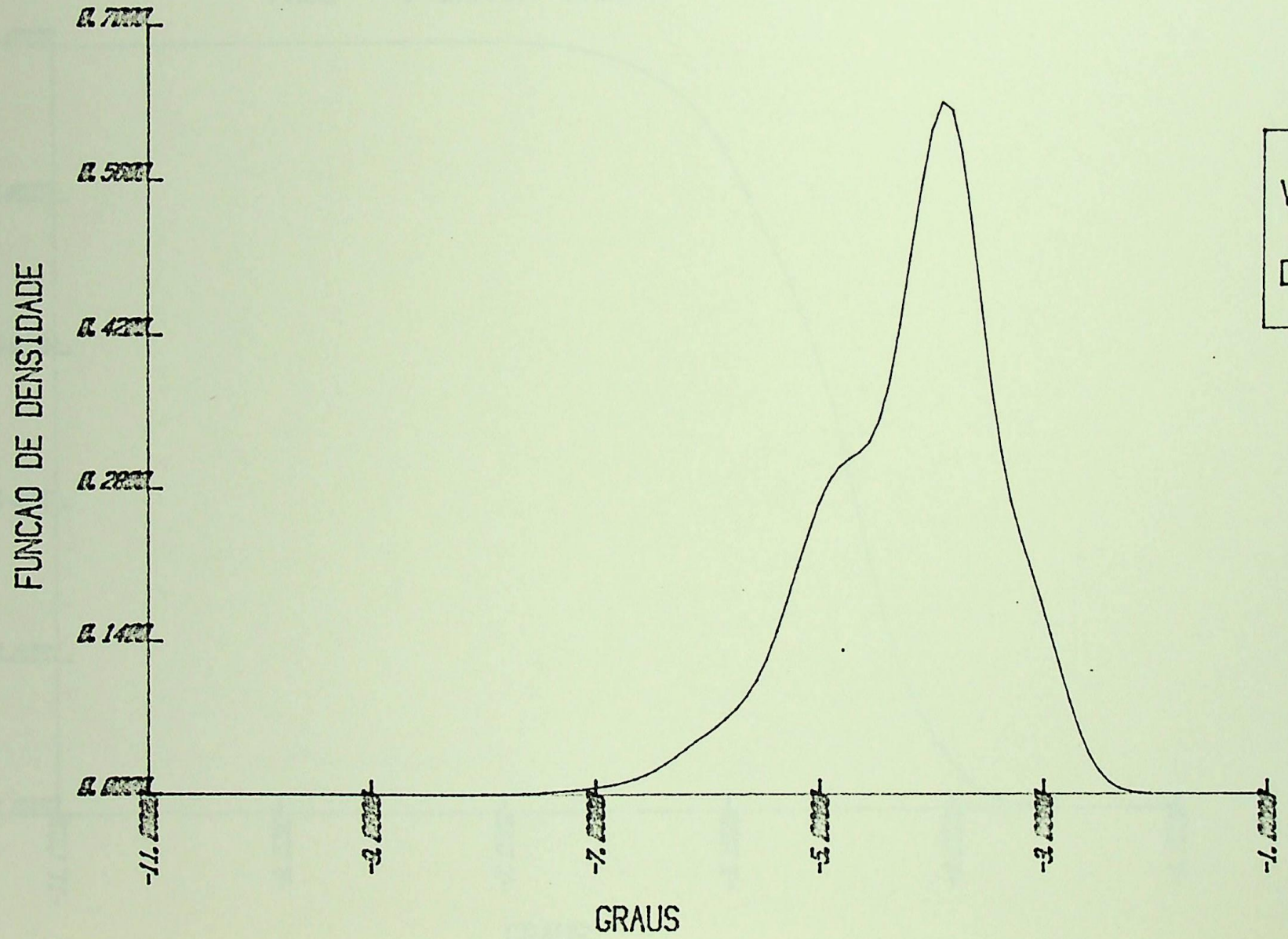
SISTEMA TESTE DE 14 BARRAS (SEM RESTRICAO)

FASE : BARRA NA05



SISTEMA TESTE DE 14 BARRAS (COM RESTRICAO DE 10%)

FASE : BARRA NA05

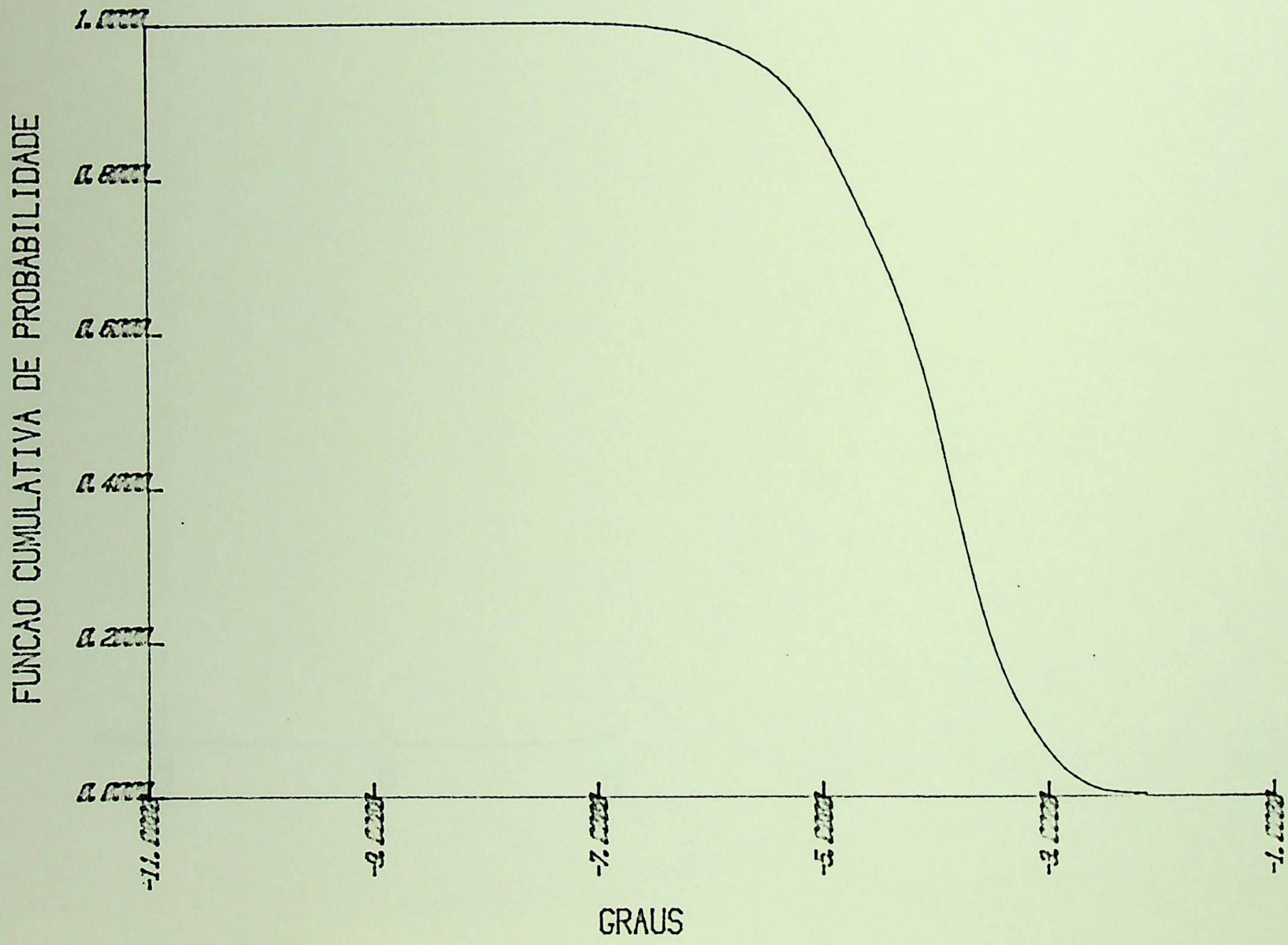



V.E. = -4.2106

D.P. = 0.7994

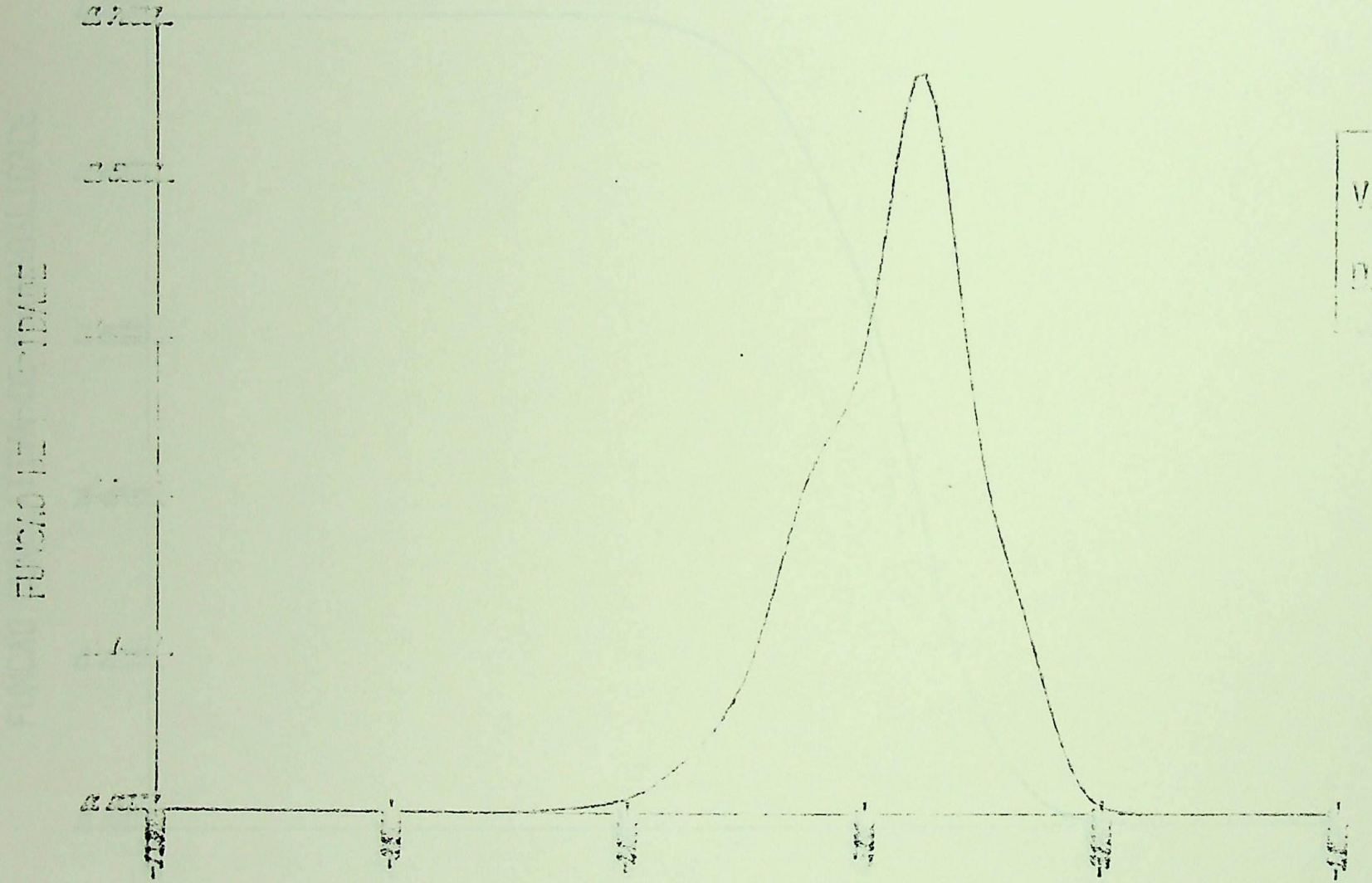
SISTEMA TESTE DE 14 BARRAS (COM RESTRICAO DE 10%)

FASE : BARRA NA05



SISTEMA TESTE DE 14 BARRAS (COM RESTRICAO DE 20%)

FASE : BARRA NADS



SISTEMA TESTE DE 14 BARRAS (COM RESTRICAO DE 20%)

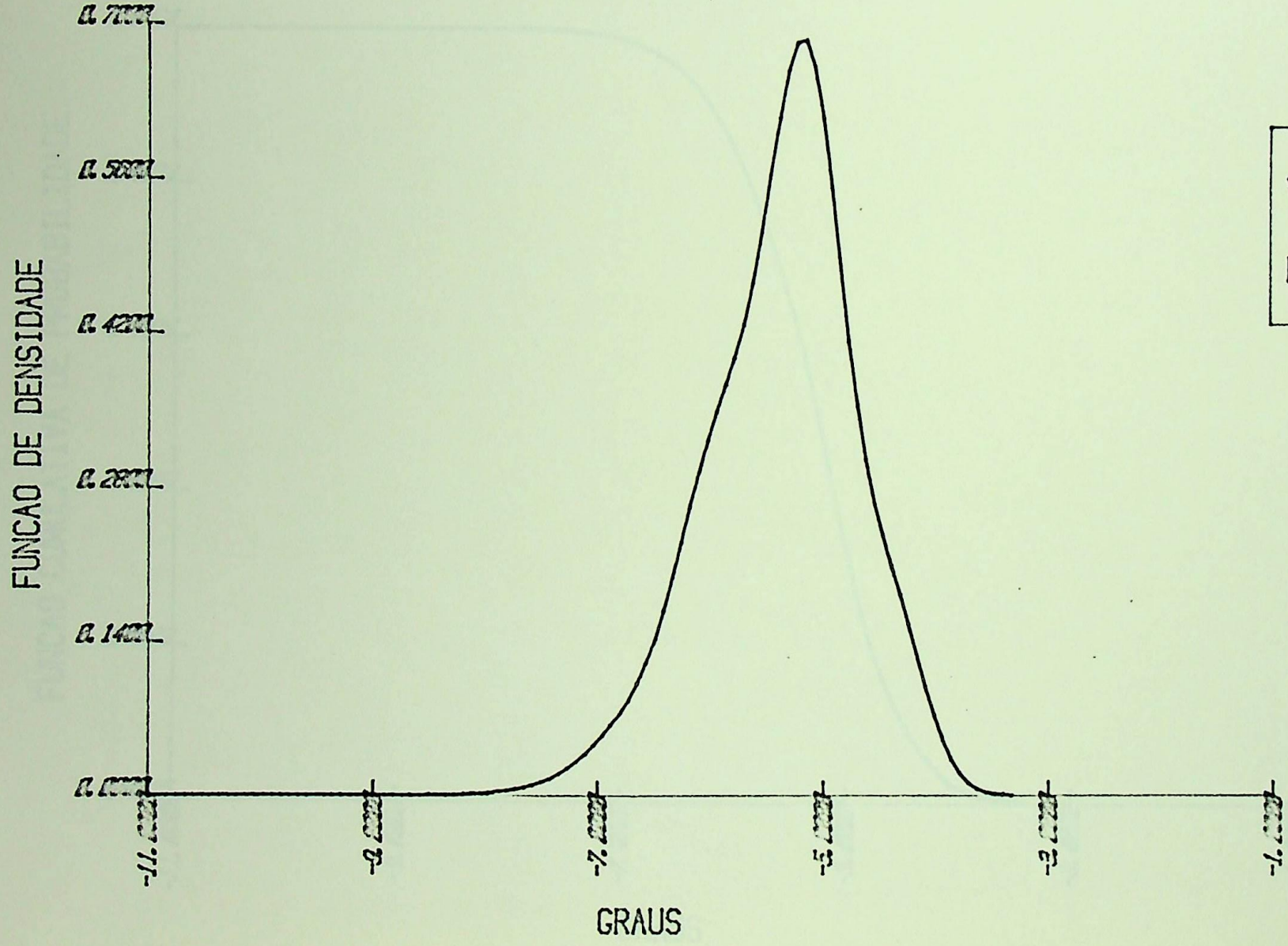
FASE : BARRA NA05

FUNCAO CUMULATIVA DE PROBABILIDADE

GRAUS

SISTEMA TESTE DE 14 BARRAS (COM RESTRICAO DE 30%)

FASE : BARRA NA05

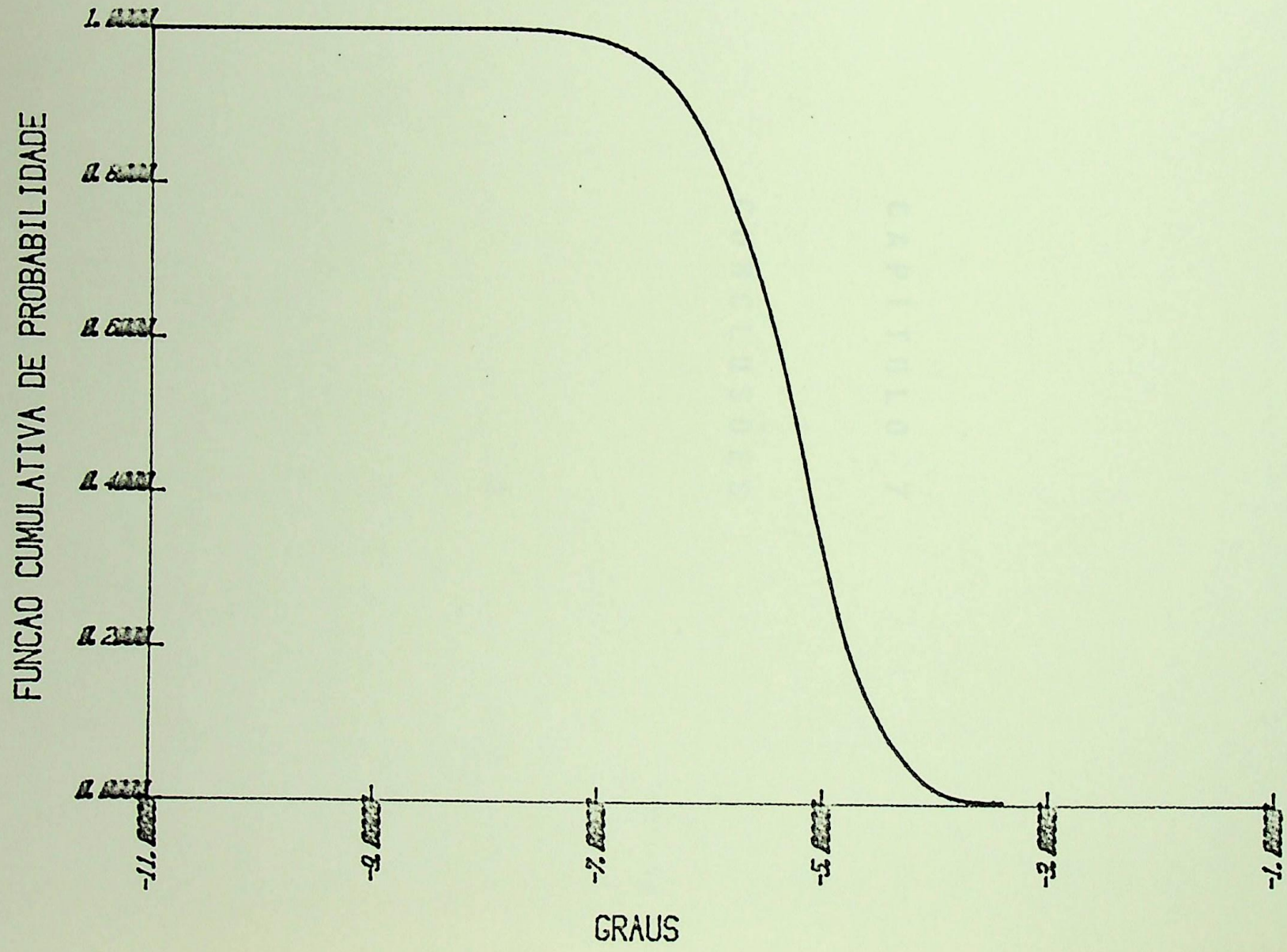



V.E. = -5.3915

D.P. = 0.6803

SISTEMA TESTE DE 14 BARRAS (COM RESTRICAO DE 30%)

FASE : BARRA NA05



# CAPITULO 7

# CONCLUSÕES

# CONCLUSÕES

Na resolução do fluxo de potência probabilístico uma das tarefas mais importantes, mas também mais morosas, é a que permite calcular as funções de densidade e distribuição de probabilidade das variáveis aleatórias de estado e de saída do sistema. O presente trabalho descreve uma forma de cálculo de tais funções, através da utilização do chamado método dos cumulantes (série de Gram-Charlier).

A análise do comportamento do método dos cumulantes, quando aplicado à convolução de funções de densidade de probabilidade de variáveis aleatórias discretas e contínuas, constituiu uma fase relevante do trabalho. Como resultado de tal análise torna-se possível concluir, por exemplo, que quando o desvio padrão da distribuição normal (contínua) é maior que o espaçamento entre os pulsos da distribuição discreta envolvida na combinação linear, tem-se uma quase perfeita identidade entre os resultados obtidos pelos dois métodos, tanto para a função de densidade quanto para a função de distribuição de probabilidade resultantes. Outro resultado importante mostra que a função de densidade obtida com o emprego do método com cumulantes é incapaz de acompanhar os vários picos da função de densidade de probabilidade resultante. Assim a aproximação é melhor quando a distribuição resultante é unimodal ou multimodal com picos pequenos e pior quando o mesmo é multi-nodal com picos pronunciados. Mas mesmo assim é igualmente importante notar-se que existe uma compensação de erros na função de densidade que faz com que as funções de distribuição sejam pouco diferentes.

Uma outra conclusão a se ressaltar é que se a combinação linear envolver uma distribuição discreta e várias distribuições contínuas a aproximação fornecida pelo emprego do método com cumulantes será tanto melhor quanto maior for o número de distribuições contínuas existentes.

O trabalho desenvolvido permite concluir também que a utilização da formulação que emprega o método dos cumulantes, possibilita conseguir uma redução significativa no tempo computacional empregado no cálculo das convoluções das funções de densidade de probabilidade das variáveis aleatórias independentes, em relação aos métodos tradicionalmente utilizados.

Nota-se também que a relação tempo de utilização de CPU por variável aleatória e pelo número de distribuições envolvidas em cada sistema é significativamente menor para o método com cumulantes. Esta relação vai diminuindo em valor à medida que vamos aumentando o número de barras do sistema em análise. Observa-se ainda que quanto maior for a quantidade de distribuições discretas envolvidas no processo da convolução, maior será o ganho relativo na redução do tempo de CPU do método proposto em relação ao método da Transformada de Laplace.

Apesar das limitações do computador utilizado nas simulações pode-se verificar esta redução nos sistemas-teste utilizados. Estes fatos tornam-se mais evidentes quando analisamos os resultados obtidos no capítulo 5. Esta redução no tempo computácional possibilita a utilização de um modelo cada vez mais completo e realista para a representação das fontes primárias de energia no fluxo probabilístico. Uma proposição preliminar desta formulação é apresentada no capítulo 6 e pode servir como um

tema para dar continuidade a este trabalho.

Com o emprego do método dos cumulantes é possível também utilizar-se outras distribuições de probabilidade não convencionais no fluxo de potência probabilístico ou utilizar dados estatísticos das várias cargas do sistema que se encontram disponíveis. Pode-se também dar continuidade a esta dissertação procurando estudar-se com maiores detalhes outras distribuições que melhor se adaptem a formulação aqui empregada.

Estes são alguns tópicos que podem ser melhor explorados em trabalhos futuros.

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[01] PAPOULIS, A.
Probability, random variables and stochastic processes
McGraw-Hill, 1965, Chapters 4 to 8.

[02] BREIPOHL, A.M.
Probabilistic systems analysis
Wiley, 1970, Chapters 5 and 6.

[03] BORKOWSKA, B.
Probabilistic load flow
IEEE Trans., 1974, PAS-93, pp. 752-759.

[04] DOPAZO, J.F., KLITIN, O.A. AND SASSON, A.M.
Stochastic load flows
IEEE Trans. 1975, PAS-94, pp. 299-309.

[05] ABOYTES, F. AND CORY, B.J.
An alternative formulation of the stochastic load flow method
Proceedings of the PICA Conference, New Orleans, 1975.

[06] CLIFFORD, A.A.
Multivariate error analysis
Applied Science, 1973, Chapter 4.

[07] HEYDT, G.T.
Stochastic power flow calculations
IEEE PES Summer Meeting, San Francisco, California
July 20-25, 1975.

[08] ALLAN, R.N., BORKOWSKA, B. AND GRIGG, C.H.
Probabilistic analysis of power flows
Proc. IEE, 1974, 121, pp. 1551-1556.

[09] ALLAN, R.N., GRIGG, C.H., AND AL-SHAKARCHI, M.R.G.
Numerical techniques in probabilistic load flow problems
International Journal for Numerical Methods in Engineering
Vol. 10, nº 4, June 1976, pp. 853-860.

[10] ALLAN, R.N. AND AL-SHAKARCHI, M.R.G.
Probabilistic a.c. load flow
Proc. IEE , 1976, 123, pp. 531-536.

[11] ALLAN, R.N. and AL-SHAKARCHI, M.R.G.
Probabilistic Techniques in A.C. - Load Flow Analysis
Proc. IEE , Vol. 124, nº 2, pp. 154-160, February 1977

[12] LEITE DA SILVA, ARMANDO MARTINS
Fluxo de Potência Probabilístico - Uma formulação alternativa
Dissertação de Mestrado, COPPE/UFRJ, agosto de 1977.

[13] AL-SHAKARCHI, M.R.G.
Probabilistic analysis of A.C. Power Flow
Ph.D, thesis, U.M.I.S.T., june 1976.

[14] ALLAN, R.N., GRIGG, C.H., NEWEY, D.A., and SIMMONS, R.F.
Probabilistic power-flow techniques extended and applied to operational decision making
Proc. IEE , 1976, 123, (12), pp 1317-1324.

[15] ALLAN, R.N., and AL SHAKARCHI, M.R.G.
Linear dependence between nodal powers in probabilistic a.c. load flow
Proc. IEE , 1977, 124,(6), pp. 529-534.

[16] ZOLLENKOPF, K.
Bi-Factorisation, basic computational algorithm and Programming techniques, Large Sparce Sets of Linear Equations
Academic Press, 1971, pp. 75-96.

[17] STOTT, B., AND ALSAC, O.
Fast decoupled load flow
IEEE Trans., 1974, PAS-93, pp. 859-867.

[18] GREEN, A.E., AND BOURNE, A.J.
Reliability Technology
Wiley, 1972.

[19] KENDALL, Sir. MAURICE and STUART, ALAN
The Advanced Theory of Statistics
Charles Griffin & Company Limited, 1976, Vol. 1.

[20] MIRHAN, WALDIR B. SEROR
Fluxo de Potência Probabilístico a.c. Formulação Semi-Desacoplada
Dissertação de Mestrado, EFEI, 1984.

[21] SOBIERAJSKI, M.
Optimal Stochastic load flows
Electr. Power Systems Res., 2(1979) 71

[22] Y. TAMURA, H. MORI AND S. IWAMOTO
Relationship between voltage instability and multiple load flow solutions in electrical power systems
IEEE Trans., PAS-102 (1983) 1115.

[23] L.A. SANABRIA AND T.S. DILLON
Stochastic power flow using cumulants and Von Mises functions
Electrical power and Energy Systems, vol. 8, nº 1, January 1986, pp. 47-60.

[24] GOMES, FREDERICO B.M., CUNHA, SERGIO H.F., and OLIVEIRA, GERSON COUTO DE
Confiabilidade de Geração Hidrotermoelétrica (CONFGER)
Manual de Metodologia
Eletrobrás - CEPEL, 1979.

[25] H. DURAN
On Improving the Convergence and Accuracy of the Cumulant Methodo of Calculating Reliability and Production Cost
IEEE Trans., August 1986, nº 3, pp. 121-126.

[26] JOHN P. STREMEL AND NORAYAN S. RAU
The Cumulant Method of Calculating LOLP
IEEE. PES Summer Meeting, July 1979.

[27] L. R. NOYES
Two Area Probabilistic Production Costing by the Method of bi-variant Cumulants
IEEE Trans., Vol. PAS-102, nº 2, February, 1983.

[28] A. M. LEITE DA SILVA, J. F. DE QUEIRÓZ
Probabilistic Loadflow - An Alternative Solution
10th IEEE Pan-American Meeting of Eletrical and Electronic Engineering, Paper TA-II-13, Salvador, Brasil, 1978.

[29] A. M. LEITE DA SILVA
Probabilistic Techniques in loadflow Analysis
Proc. 1984 IEEE Int. Symposium on Circuits and Systems, Vol. 1, May 1984, pp. 381-384.

# ANEXO A

## SISTEMAS-TESTE

# 1. SISTEMA TESTE DE 3 BARRAS

A base é 100 MVA. Nos dados nodais probabilísticos, a geração é definida como potência nodal positiva e carga como potência nodal negativa.

(1) Dados nodais determinísticos

| Nó | | Tensão | Potência Ativa (MW) | | Potência Reativa (MVAR) |
|---|---|---|---|---|---|
| Número | Tipo | P.U. | Geração | Carga | Carga |
| 01 | SLACK | 1,050 | - | 0,00 | 0,00 |
| 02 | PQ | - | 0,00 | 53,00 | 17,00 |
| 03 | PQ | - | 0,00 | 37,00 | 15,35 |

(2) Dados nodais probabilísticos

(a) Distribuição Normal

| Número do Nó | Potência Ativa | | Potência Reativa | |
|---|---|---|---|---|
| | μ MW | σ % | μ MVAR | σ % |
| 2 | -53,00 | 5% | -17,00 | 5% |

(b) Distribuição Discreta

| Número do Nó | Potência Ativa Injetada | | Potência Reativa Injetada | |
|---|---|---|---|---|
| | MW | PROB. | MVAR | PROB. |
| 3 | -40,00 | 0,20 | -12,50 | 0,20 |
| | -38,00 | 0,50 | -14,73 | 0,55 |
| | -32,00 | 0,30 | -18,99 | 0,25 |

(3) Dados de Linha

| Nó | | Resistência | Reatância | Susceptância | Tap |
|---|---|---|---|---|---|
| Emissor | Receptor | P.U. | P.U. | P.U. | % |
| 1 | 2 | 0,08000 | 0,37000 | - | 9,90 |
| 1 | 3 | 0,12300 | 0,51800 | 0,18300 | - |
| 2 | 3 | 0,09700 | 0,40700 | 0,11500 | - |
| 1 | 1 | - | -29,50000 | - | - |
| 2 | 2 | - | -34,10000 | - | - |
| 3 | 3 | - | -28,50000 | - | - |

## 2. SISTEMA TESTE IEEE DE 14 BARRAS

A base é 100 MVA. Nos dados nodais probabilísticos, a geração é definida como potência nodal positiva e carga como potência nodal negativa.

(1) Dados nodais determinísticos

| Nó | | Tensão | Potência Ativa (MW) | | Potência Reativa (MVAR) |
|---|---|---|---|---|---|
| Número | Tipo | P.U. | Geração | Carga | Carga |
| 1 | SLACK | 1,060 | – | 0,00 | – |
| 2 | PV | 1,045 | 40,04 | 21,74 | 12,70 |
| 3 | PV | 1,010 | 0,00 | 94,20 | – |
| 4 | PQ | – | 0,00 | 47,80 | -3,90 |
| 5 | PQ | – | 0,00 | 7,60 | 1,60 |
| 6 | PV | 1,070 | 0,00 | 11,20 | – |
| 7 | PQ | – | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 8 | PV | 1,090 | 0,00 | 0,00 | – |
| 9 | PQ | – | 0,00 | 29,50 | 16,60 |
| 10 | PQ | – | 0,00 | 9,00 | 5,80 |
| 11 | PQ | – | 0,00 | 3,50 | 1,80 |
| 12 | PQ | – | 0,00 | 6,10 | 1,60 |
| 13 | PQ | – | 0,00 | 13,50 | 5,80 |
| 14 | PQ | – | 0,00 | 14,90 | 5,00 |

(2) Dados nodais probabilísticos

(a) Distribuições normais

| Número do Nó | Potência Ativa | | Potência Reativa | |
|---|---|---|---|---|
| | μ MW | σ % | μ MVAR | σ % |
| 2 | -21,74 | 9,00 | -12,70 | 9,20 |
| 4 | -47,80 | 11,00 | 3,90 | 9,70 |
| 5 | - 7,60 | 10,00 | - 1,60 | 10,00 |
| 12 | - 6,10 | 10,00 | - 1,60 | 10,00 |
| 13 | -13,50 | 10,00 | - 5,80 | 10,00 |

(b) Distribuição binomial

| Número do Nó | Capacidade de Unidade (MW) | Taxa de Falha Forçada | Número de Unidades Idênticas |
|---|---|---|---|
| 2 | 22,00 | 0,09 | 2 |

(c) Distribuições discretas

| Número do Nó | Potência Ativa | | Potência Reativa | |
|---|---|---|---|---|
| | MW | PROB. | MVAR | PROB. |
| 3 | -92,00 | 0,30 | - | - |
| | -94,90 | 0,45 | - | - |
| | -95,58 | 0,25 | - | - |
| 6 | -13,40 | 0,30 | - | - |
| | -10,00 | 0,45 | - | - |
| | - 9,82 | 0,25 | - | - |
| 9 | -13,40 | 0,10 | -7,50 | 0,10 |
| | -19,60 | 0,15 | -11,00 | 0,15 |
| | -30,20 | 0,30 | -17,00 | 0,30 |
| | -34,80 | 0,25 | -19,60 | 0,25 |
| | -37,30 | 0,20 | -21,00 | 0,20 |
| 10 | - 7,85 | 0,35 | - 5,06 | 0,35 |
| | - 9,06 | 0,45 | - 5,84 | 0,45 |
| | -10,88 | 0,20 | - 7,00 | 0,20 |
| 11 | - 3,05 | 0,35 | - 1,57 | 0,35 |
| | - 3,53 | 0,45 | - 1,81 | 0,45 |
| | - 4,23 | 0,20 | - 2,18 | 0,20 |
| 14 | -13,00 | 0,35 | - 4,36 | 0,35 |
| | -15,00 | 0,45 | - 5,04 | 0,45 |
| | -18,00 | 0,20 | - 6,04 | 0,20 |

(3) Dados de linha

| Nó | | Resistência | Reatância | Susceptância | Tap |
|---|---|---|---|---|---|
| Emissor | Receptor | P.U. | P.U. | P.U. | % |
| 1 | 2 | 0,01938 | 0,05917 | 0,02640 | - |
| 1 | 5 | 0,05403 | 0,22304 | 0,02640 | - |
| 2 | 3 | 0,04699 | 0,19797 | 0,02190 | - |
| 2 | 4 | 0,05811 | 0,17632 | 0,01870 | - |
| 2 | 5 | 0,05695 | 0,17388 | 0,01700 | - |
| 3 | 4 | 0,06701 | 0,17103 | 0,01730 | - |
| 4 | 5 | 0,01335 | 0,04211 | 0,00640 | - |
| 4 | 7 | 0,00000 | 0,20912 | - | 2,25 |
| 4 | 9 | 0,00000 | 0,55618 | - | 3,20 |
| 5 | 6 | 0,00000 | 0,25202 | - | 7,30 |
| 6 | 11 | 0,09498 | 0,19890 | 0,00000 | - |
| 6 | 12 | 0,12291 | 0,25581 | 0,00000 | - |
| 6 | 13 | 0,06615 | 0,13027 | 0,00000 | - |
| 7 | 8 | 0,00000 | 0,17615 | 0,00000 | - |
| 7 | 9 | 0,00000 | 0,11001 | 0,00000 | - |
| 9 | 10 | 0.03181 | 0,08450 | 0,00000 | - |
| 9 | 14 | 0,12711 | 0,27038 | 0,00000 | - |
| 10 | 11 | 0,08205 | 0,19207 | 0,00000 | - |
| 12 | 13 | 0,22092 | 0,19988 | 0,00000 | - |
| 13 | 14 | 0,17093 | 0,34802 | 0,00000 | - |
| 9 | 9 | - | -5,26000 | - | - |

# 3. SISTEMA TESTE IEEE DE 30 BARRAS

A base é 100 MVA. Nos dados nodais probabilísticos, a geração é definida como potência nodal positiva e carga como potência nodal negativa.

(1) Dados nodais determinísticos

| Nó | | Tensão | Potência Ativa (MW) | | Potência Reativa (MVAR) |
|---|---|---|---|---|---|
| Número | Tipo | P.U. | Geração | Carga | Carga |
| 1 | SLACK | 1,060 | - | 0,00 | - |
| 2 | PV | 1,045 | 19,32 | 1,02 | - |
| 3 | PQ | - | 0,00 | 2,40 | 1,20 |
| 4 | PQ | - | 0,00 | 7,60 | 1,60 |
| 5 | PV | 1,010 | 0,00 | 94,20 | - |
| 6 | PQ | - | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 7 | PQ | - | 0,00 | 22,80 | 10,90 |
| 8 | PV | 1,010 | 0,00 | 30,00 | - |
| 9 | PQ | - | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 10 | PQ | - | 0,00 | 5,80 | 2,00 |
| 11 | PV | 1,082 | 0,00 | 0,00 | - |
| 12 | PQ | - | 0,00 | 11,20 | 7,50 |
| 13 | PV | 1,071 | 0,00 | 0,00 | - |
| 14 | PQ | - | 0,00 | 6,20 | 1,60 |
| 15 | PQ | - | 0,00 | 8,20 | 2,50 |
| 16 | PQ | - | 0,00 | 3,50 | 1,80 |
| 17 | PQ | - | 0,00 | 9,00 | 5,80 |
| 18 | PQ | - | 0,00 | 3,20 | 0,90 |
| 19 | PQ | - | 0,00 | 9,50 | 3,40 |
| 20 | PQ | - | 0,00 | 2,20 | 0,70 |
| 21 | PQ | - | 0,00 | 17,50 | 11,20 |
| 22 | PQ | - | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 23 | PQ | - | 0,00 | 3,20 | 1,60 |
| 24 | PQ | - | 0,00 | 8,70 | 6,70 |
| 25 | PQ | - | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 26 | PQ | - | 0,00 | 3,50 | 2,30 |
| 27 | PQ | - | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 28 | PQ | - | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 29 | PQ | - | 0,00 | 2,40 | 0,90 |
| 30 | PQ | - | 0,00 | 10,60 | 1,90 |

(2) Dados nodais probabilísticos

(a) Distribuições normais

| Número do Nó | Potência Ativa | | Potência Reativa | |
|---|---|---|---|---|
| | μ MW | σ % | μ MVAR | σ % |
| 2 | -1,02 | 9,00 | - | - |
| 3 | -2,40 | 10,00 | -1,20 | 10,00 |
| 4 | -7,60 | 10,00 | -1,60 | 10,00 |
| 7 | -22,80 | 10,00 | -10,90 | 10,00 |
| 10 | -5,80 | 10,00 | -2,00 | 10,00 |
| 12 | -11,20 | 10,00 | - | - |
| 14 | -6,20 | 10,00 | -1,60 | 10,00 |
| 15 | -8,20 | 10,00 | -2,50 | 10,00 |
| 16 | -3,50 | 10,00 | -1,80 | 10,00 |
| 17 | -9,00 | 10,00 | -5,80 | 10,00 |
| 18 | -3,20 | 10,00 | -0,90 | 10,00 |
| 19 | -9,50 | 10,00 | -3,40 | 10,00 |
| 20 | -2,20 | 10,00 | -0,70 | 10,00 |
| 21 | -17,50 | 10,00 | - | - |
| 23 | -3,20 | 10,00 | -1,60 | 10,00 |
| 24 | -8,70 | 10,00 | -6,70 | 10,00 |
| 26 | -3,50 | 10,00 | -2,30 | 10,00 |
| 29 | -2,40 | 10,00 | -0,90 | 10,00 |
| 30 | -10,60 | 10,00 | -1,90 | 10,00 |

(b) Distribuição binomial

| Número do Nó | Capacidade da Unidade MW | Taxa de Falha Forçada | Número de Unidades Idênticas |
|---|---|---|---|
| 2 | 10,50 | 0,08 | 2 |

(c) Distribuições discretas

| Número do Nó | Potência Ativa | | Potência Reativa | |
|---|---|---|---|---|
| | MW | PROB. | MVAR | PROB. |
| 5 | -85,00 | 0,30 | - | - |
| | -95,40 | 0,50 | - | - |
| | -105,00 | 0,20 | - | - |
| 8 | -20,00 | 0,20 | - | - |
| | -33,75 | 0,40 | - | - |
| | -30,00 | 0,30 | - | - |
| | -35,00 | 0,10 | - | - |
| 12 | - | - | -5,04 | 0,25 |
| | - | - | -9,00 | 0,45 |
| | - | - | -7,30 | 0,30 |
| 21 | - | - | -18,00 | 0,15 |
| | - | - | -14,00 | 0,25 |
| | - | - | -10,00 | 0,40 |
| | - | - | -5,00 | 0,20 |

(3) Dados de linha

| Nó | | Resistência | Reatância | Susceptância | Tap |
|---|---|---|---|---|---|
| Emissor | Receptor | P.U. | P.U. | P.U. | % |
| 1 | 2 | 0,01920 | 0,05750 | 0,02640 | - |
| 1 | 3 | 0,04520 | 0,18520 | 0,02040 | - |
| 2 | 4 | 0,05700 | 0,17370 | 0,01840 | - |
| 3 | 4 | 0,01320 | 0,03790 | 0,00420 | - |
| 2 | 5 | 0,04720 | 0,19830 | 0,02090 | - |
| 2 | 6 | 0,05810 | 0,17630 | 0,01870 | - |
| 4 | 6 | 0,01190 | 0,04140 | 0,00450 | - |

| Nó | | Resistência | Reatância | Susceptância | Tap |
|---|---|---|---|---|---|
| Emissor | Receptor | P.U. | P.U. | P.U. | % |
| 5 | 7 | 0,04600 | 0,11600 | 0,01020 | - |
| 6 | 7 | 0,02670 | 0,08200 | 0,00850 | - |
| 6 | 8 | 0,01200 | 0,04200 | 0,00450 | - |
| 6 | 9 | 0,00000 | 0,20800 | - | 2,25 |
| 6 | 10 | 0,00000 | 0,55600 | - | 3,20 |
| 9 | 11 | 0,00000 | 0,20800 | 0,00000 | - |
| 9 | 10 | 0,00000 | 0,11000 | 0,00000 | - |
| 4 | 12 | 0,00000 | 0,25600 | - | 7,30 |
| 12 | 13 | 0,00000 | 0,14000 | 0,00000 | - |
| 12 | 14 | 0,12310 | 0,25590 | 0,00000 | - |
| 12 | 15 | 0,06620 | 0,13040 | 0,00000 | - |
| 12 | 16 | 0,09450 | 0,19870 | 0,00000 | - |
| 14 | 15 | 0,22100 | 0,19970 | 0,00000 | - |
| 16 | 17 | 0,08240 | 0,19230 | 0,00000 | - |
| 15 | 18 | 0,10700 | 0,21850 | 0,00000 | - |
| 18 | 19 | 0,06390 | 0,12920 | 0,00000 | - |
| 19 | 20 | 0,03400 | 0,06800 | 0,00000 | - |
| 10 | 20 | 0,09360 | 0,20900 | 0,00000 | - |
| 10 | 17 | 0,03240 | 0,08450 | 0,00000 | - |
| 10 | 21 | 0,03480 | 0,07490 | 0,00000 | - |
| 10 | 22 | 0,07270 | 0,14990 | 0,00000 | - |
| 21 | 22 | 0,01160 | 0,02360 | 0,00000 | - |
| 15 | 23 | 0,10000 | 0,20200 | 0,00000 | - |
| 22 | 24 | 0,11500 | 0,17900 | 0,00000 | - |
| 23 | 24 | 0,13200 | 0,27000 | 0,00000 | - |
| 24 | 25 | 0,18850 | 0,32920 | 0,00000 | - |
| 25 | 26 | 0,2540 | 0,38000 | 0,00000 | - |
| 25 | 27 | 0,10930 | 0,20870 | 0,00000 | - |
| 28 | 27 | 0,00000 | 0,39600 | - | 3,30 |
| 27 | 29 | 0,21980 | 0,41530 | 0,00000 | - |
| 27 | 30 | 0,32020 | 0,60270 | 0,00000 | - |
| 29 | 30 | 0,23990 | 0,45330 | 0,00000 | - |
| 8 | 28 | 0,06360 | 0,20000 | 0,02140 | - |
| 6 | 28 | 0,01690 | 0,05990 | 0,00650 | - |
| 10 | 10 | - | -5,26000 | - | - |
| 24 | 24 | - | -25,00000 | - | - |

# 4. SISTEMA TESTE DE 14 BARRAS

## CONFIGURAÇÃO A

A base é 100 MVA. Nos dados nodais probabilísticos, a geração é definida como potência nodal positiva e a carga como potência nodal negativa.

(1) Dados nodais determinísticos

| Nó | | Tensão | Potência Ativa (MW) | | Potência Reativa (MVAR) |
|---|---|---|---|---|---|
| Número | Tipo | P.U. | Geração | Carga | Carga |
| 1 | SLACK | 1,060 | - | 0,0 | - |
| 2 | PV | 1,045 | 40,04 | 21,74 | 12,70 |
| 3 | PV | 1,010 | 0,00 | 94,20 | - |
| 4 | PQ | - | 0,00 | 47,80 | -3,90 |
| 5 | PQ | - | 0,00 | 7,60 | 1,60 |
| 6 | PV | 1,070 | 0,00 | 11,20 | - |
| 7 | PQ | - | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 8 | PV | 1,090 | 0,00 | 0,00 | - |
| 9 | PQ | - | 0,00 | 29,50 | 16,60 |
| 10 | PQ | - | 0,00 | 9,00 | 5,80 |
| 11 | PQ | - | 0,00 | 3,50 | 1,80 |
| 12 | PQ | - | 0,00 | 6,10 | 1,60 |
| 13 | PQ | - | 0,00 | 13,50 | 5,80 |
| 14 | PQ | - | 0,00 | 14,90 | 5,00 |

(2) Dados nodais probabilísticos

(a) Distribuições normais

| Número do Nó | Potência Ativa | | Potência Reativa | |
|---|---|---|---|---|
| | μ MW | σ % | μ MVAR | σ % |
| 2 | -21,74 | 9,00 | -12,70 | 9,20 |
| 4 | -47,80 | 11,00 | 3,90 | 9,70 |
| 5 | - 7,60 | 10,00 | - 1,60 | 10,00 |
| 6 | -11,20 | 13,08 | - | - |
| 9 | -29,50 | 26,25 | -16,60 | 26,36 |
| 10 | - 9,00 | 10,00 | - 5,79 | 11,95 |
| 11 | - 3,50 | 12,04 | - 1,80 | 12,10 |
| 12 | - 6,10 | 10,00 | - 1,60 | 10,00 |
| 13 | -13,50 | 10,00 | - 5,80 | 10,00 |
| 14 | -14,90 | 11,98 | - 5,00 | 12,00 |

(b) Distribuição binomial

| Número do Nó | Capacidade da Unidade (MW) | Taxa de Falha Forçada | Número de Unidades Idênticas |
|---|---|---|---|
| 2 | 22,00 | 0,09 | 2 |

(c) Distribuição discreta

| Número do Nó | Potência Ativa | | Potência Reativa | |
|---|---|---|---|---|
| | MW | PROB. | MVAR | PROB. |
| 3 | -92,00 | 0,30 | - | - |
| | -94,90 | 0,45 | - | - |
| | -95,58 | 0,25 | - | - |

(3) Dados de Linha

| Nó | | Resistência | Reatância | Susceptância | Tap |
|---|---|---|---|---|---|
| Emissor | Receptor | P.U. | P.U. | P.U. | % |
| 1 | 2 | 0,01938 | 0,05917 | 0,02640 | - |
| 1 | 5 | 0,05403 | 0,22304 | 0,02640 | - |
| 2 | 3 | 0,04699 | 0,19797 | 0,02190 | - |
| 2 | 4 | 0,05811 | 0,17632 | 0,01870 | - |
| 2 | 5 | 0,05695 | 0,17388 | 0,01700 | - |
| 3 | 4 | 0,06701 | 0,17103 | 0,01730 | - |
| 4 | 5 | 0,01335 | 0,04211 | 0,00640 | - |
| 4 | 7 | 0,00000 | 0,20912 | - | 2,25 |
| 4 | 9 | 0,00000 | 0,55618 | - | 3,20 |
| 5 | 6 | 0,00000 | 0,25202 | - | 7,30 |
| 6 | 11 | 0,09498 | 0,19890 | 0,00000 | - |
| 6 | 12 | 0,12291 | 0,25581 | 0,00000 | - |
| 6 | 13 | 0,06615 | 0,13027 | 0,00000 | - |
| 7 | 8 | 0,00000 | 0,17615 | 0,00000 | - |
| 7 | 9 | 0,00000 | 0,11001 | 0,00000 | - |
| 9 | 10 | 0,03181 | 0,08450 | 0,00000 | - |
| 9 | 14 | 0,12711 | 0,27038 | 0,00000 | - |
| 10 | 11 | 0,08205 | 0,19207 | 0,00000 | - |
| 12 | 13 | 0,22092 | 0,19988 | 0,00000 | - |
| 13 | 14 | 0,17093 | 0,34802 | 0,00000 | - |
| 9 | 9 | - | -5,26000 | - | - |

# 5. SISTEMA TESTE DE 14 BARRAS

## CONFIGURAÇÃO B

A base é 100 MVA. Nos dados nodais probabilísticos, a geração é definida como potência nodal positiva e a carga como potência nodal negativa.

(1) Dados nodais determinísticos

| Nó | | Tensão P.U. | Potência Ativa (MW) | | Potência Reativa (MVAR) |
|---|---|---|---|---|---|
| Número | Tipo | | Geração | Carga | Carga |
| 1 | SLACK | 1,060 | - | 0,00 | - |
| 2 | PV | 1,045 | 40,04 | 29,50 | 16,60 |
| 3 | PV | 1,010 | 0,00 | 94,20 | - |
| 4 | PQ | - | 0,00 | 29,50 | -16,60 |
| 5 | PQ | - | 0,00 | 9,00 | 5,80 |
| 6 | PV | 1,070 | 0,00 | 11,20 | - |
| 7 | PQ | - | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 8 | PQ | 1,090 | 0,00 | 0,00 | - |
| 9 | PQ | - | 0,00 | 29,50 | 16,60 |
| 10 | PQ | - | 0,00 | 9,00 | 5,80 |
| 11 | PQ | - | 0,00 | 3,50 | 1,80 |
| 12 | PQ | - | 0,00 | 9,00 | 5,80 |
| 13 | PQ | - | 0,00 | 13,50 | 5,80 |
| 14 | PQ | - | 0,00 | 14,90 | 5,00 |

(2) Dados nodais probabilísticos

(a) Distribuições normais

| Número do Nó | Potência Ativa | | Potência Reativa | |
|---|---|---|---|---|
| | μ MW | σ % | μ MVAR | σ % |
| 13 | -13,50 | 10,00 | -5,80 | 10,00 |

(b) Distribuição binomial

| Número do Nó | Capacidade da Unidade (MW) | Taxa de Falha Forçada | Número de Unidade Idênticas |
|---|---|---|---|
| 2 | 22,00 | 0,09 | 2 |

(c) Distribuições discretas

| Número do Nó | Potência Ativa | | Potência Reativa | |
|---|---|---|---|---|
| | MW | PROB. | MVAR | PROB. |
| 2 | -13,40 | 0,10 | - 7,50 | 0,10 |
| | -19,60 | 0,15 | -11,00 | 0,15 |
| | -30,20 | 0,30 | -17,00 | 0,30 |
| | -34,80 | 0,25 | -19,60 | 0,25 |
| | -37,30 | 0,20 | -21,00 | 0,20 |
| 3 | -92,00 | 0,30 | - | - |
| | -94,90 | 0,45 | - | - |
| | -95,58 | 0,25 | - | - |
| 4 | -13,40 | 0,10 | 7,50 | 0,10 |
| | -19,60 | 0,15 | 11,00 | 0,15 |
| | -30,20 | 0,30 | 17,00 | 0,30 |
| | -34,38 | 0,25 | 19,60 | 0,25 |
| | -37,30 | 0,20 | 21,00 | 0,20 |
| 5 | - 7,85 | 0,35 | -5,06 | 0,35 |
| | - 9,06 | 0,45 | -5,84 | 0,45 |
| | -10,88 | 0,20 | -7,00 | 0,20 |
| 6 | -13,40 | 0,30 | - | - |
| | -10,50 | 0,45 | - | - |
| | - 9,82 | 0,25 | - | - |

| Número do Nó | Potência Ativa | | Potência Reativa | |
|---|---|---|---|---|
| | MW | PROB. | MVAR | PROB. |
| 9 | -13,40 | 0,10 | - 7,50 | 0,10 |
| | -19,60 | 0,15 | -11,00 | 0,15 |
| | -30,20 | 0,30 | -17,00 | 0,30 |
| | -34,80 | 0,25 | -19,60 | 0,25 |
| | -37,30 | 0,20 | -21,00 | 0,20 |
| 10 | - 7,85 | 0,35 | - 5,06 | 0,35 |
| | - 9,06 | 0,45 | - 5,84 | 0,45 |
| | -10,88 | 0,20 | - 7,00 | 0,20 |
| 11 | - 3,05 | 0,35 | - 1,57 | 0,35 |
| | - 3,53 | 0,45 | - 1,81 | 0,45 |
| | - 4,23 | 0,20 | - 2,18 | 0,20 |
| 12 | - 7,85 | 0,35 | - 5,06 | 0,35 |
| | - 9,06 | 0,45 | - 5,84 | 0,45 |
| | -10,88 | 0,20 | - 7,00 | 0,20 |
| 14 | -13,00 | 0,35 | - 4,36 | 0,35 |
| | -15,00 | 0,45 | - 5,04 | 0,45 |
| | -18,00 | 0,20 | - 6,04 | 0,20 |

(3) Dados de linha

| Nó | | Resistência | Reatância | Susceptância | Tap |
|---|---|---|---|---|---|
| Emissor | Receptor | P.U. | P.U. | P.U. | % |
| 1 | 2 | 0,01938 | 0,05917 | 0,02640 | - |
| 1 | 5 | 0,05403 | 0,22304 | 0,02640 | - |
| 2 | 3 | 0,04699 | 0,19797 | 0,02190 | - |
| 2 | 4 | 0,05811 | 0,17632 | 0,01870 | - |
| 2 | 5 | 0,05695 | 0,17388 | 0,01700 | - |
| 3 | 4 | 0,06701 | 0,17103 | 0,01730 | - |
| 4 | 5 | 0,01335 | 0,04211 | 0,00640 | - |
| 4 | 7 | 0,00000 | 0,20912 | - | 2,25 |
| 4 | 9 | 0,00000 | 0,55618 | - | 3,20 |
| 5 | 6 | 0,00000 | 0,25202 | - | 7,30 |
| 6 | 11 | 0,09498 | 0,19890 | 0,00000 | - |
| 6 | 12 | 0,12291 | 0,25581 | 0,00000 | - |
| 6 | 13 | 0,06615 | 0,13027 | 0,00000 | - |
| 7 | 8 | 0,00000 | 0,17615 | 0,00000 | - |
| 7 | 9 | 0,00000 | 0,11001 | 0,00000 | - |
| 9 | 10 | 0,03181 | 0,08450 | 0,00000 | - |
| 9 | 14 | 0,12711 | 0,27038 | 0,00000 | - |
| 10 | 11 | 0,08205 | 0,19207 | 0,00000 | - |
| 12 | 13 | 0,22092 | 0,19988 | 0,00000 | - |
| 13 | 14 | 0,17093 | 0,34802 | 0,00000 | - |
| 9 | 9 | - | -5,2600 | - | - |

## 6. SISTEMA TESTE DE 14 BARRAS

(UTILIZADO NAS SIMULAÇÕES PARA REPRESENTAÇÃO DAS FONTES PRIMÁRIAS EM ESTUDOS DE FLUXO PROBABILÍSTICO-SEM RESTRIÇÃO DE ALTURA LÍQUIDA)

A base é 100 MVA. Nos dados nodais probabilísticos, a geração é definida como potência nodal positiva e a carga como potência nodal negativa.

(1) Dados nodais determinísticos

| Nó | | Tensão | Potência Ativa (MW) | | Potência Reativa (MVAR) |
|---|---|---|---|---|---|
| Número | Tipo | P.U. | Geração | Carga | Carga |
| 1 | SLACK | 1,060 | - | 0,00 | - |
| 2 | PV | 1,045 | 40,04 | 21,74 | 12,70 |
| 3 | PV | 1,010 | 54,60 | 94,20 | - |
| 4 | PQ | - | 0,00 | 47,80 | - 3,90 |
| 5 | PQ | - | 0,00 | 7,60 | 1,60 |
| 6 | PV | 1,070 | 27,30 | 11,20 | - |
| 7 | PQ | - | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 8 | PV | 1,090 | 45,50 | 0,00 | - |
| 9 | PQ | - | 0,00 | 29,50 | 16,60 |
| 10 | PQ | - | 0,00 | 9,00 | 5,80 |
| 11 | PQ | - | 0,00 | 3,50 | 1,80 |
| 12 | PQ | - | 0,00 | 6,10 | 1,60 |
| 13 | PQ | - | 0,00 | 13,50 | 5,80 |
| 14 | PQ | - | 0,00 | 14,90 | 5,00 |

(2) Dados nodais probabilísticos

(a) Distribuições normais

| Número do Nó | Potência Ativa | | Potência Reativa | |
|---|---|---|---|---|
| | μ MW | σ % | μ MVAR | σ % |
| 2 | -21,74 | 9,00 | -12,70 | 9,20 |
| 4 | -47,80 | 11,00 | 3,90 | 9,70 |
| 5 | - 7,60 | 10,00 | - 1,60 | 10,00 |
| 12 | - 6,10 | 10,00 | - 1,60 | 10,00 |
| 13 | -13,50 | 10,00 | - 5,80 | 10,00 |

(b) Distribuições binomiais

| Número do Nó | Capacidade da Unidade (MW) | Taxa de Falha Forçada | Número de Unidades Idênticas |
|---|---|---|---|
| 2 | 22,00 | 0,09 | 2 |
| 3 | 30,00 | 0,09 | 2 |
| 6 | 30,00 | 0,09 | 1 |
| 8 | 25,00 | 0,09 | 2 |

(c) Distribuições discretas

| Número do Nó | Potência Ativa | | Potência Reativa | |
|---|---|---|---|---|
| | MW | PROB. | MVAR | PROB. |
| 3 | -92,00 | 0,30 | - | - |
| | -94,90 | 0,45 | - | - |
| | -95,58 | 0,25 | - | - |
| 6 | -13,40 | 0,30 | - | - |
| | -10,50 | 0,45 | - | - |
| | - 9,82 | 0,25 | - | - |
| 9 | -13,40 | 0,10 | -7,50 | 0,10 |
| | -19,60 | 0,15 | -11,00 | 0,15 |
| | -30,20 | 0,30 | -17,00 | 0,30 |
| | -30,20 | 0,30 | -17,00 | 0,30 |
| | -34,80 | 0,25 | -19,60 | 0,25 |
| | -37,30 | 0,20 | -21,00 | 0,20 |
| 10 | - 7,85 | 0,35 | - 5,06 | 0,35 |
| | - 9,06 | 0,45 | - 5,84 | 0,45 |
| | -10,88 | 0,20 | - 7,00 | 0,20 |
| 11 | - 3,05 | 0,35 | - 1,57 | 0,35 |
| | - 3,53 | 0,45 | - 1,81 | 0,45 |
| | - 4,23 | 0,20 | - 2,18 | 0,20 |
| 14 | -13,00 | 0,35 | - 4,36 | 0,35 |
| | -15,00 | 0,45 | - 5,04 | 0,45 |
| | -18,00 | 0,20 | - 6,04 | 0,20 |

(3) Dados de linha

| Nó | | Resistência | Reatância | Susceptância | Tap |
|---|---|---|---|---|---|
| Emissor | Receptor | P.U. | P.U. | P.U. | % |
| 1 | 2 | 0,01938 | 0,05917 | 0,02640 | - |
| 1 | 5 | 0,05403 | 0,22304 | 0,02640 | - |
| 2 | 3 | 0,04699 | 0,19797 | 0,02190 | - |
| 2 | 4 | 0,05811 | 0,17632 | 0,01870 | - |
| 2 | 5 | 0,05695 | 0,17388 | 0,01700 | - |
| 3 | 4 | 0,06701 | 0,17103 | 0,01730 | - |
| 4 | 5 | 0,01335 | 0,04211 | 0,00640 | - |
| 4 | 7 | 0,00000 | 0,20912 | - | 2,25 |
| 4 | 9 | 0,00000 | 0,55618 | - | 3,20 |
| 5 | 6 | 0,00000 | 0,25202 | - | 7,30 |
| 6 | 11 | 0,09498 | 0,19890 | 0,00000 | - |
| 6 | 12 | 0,12291 | 0,25581 | 0,00000 | - |
| 6 | 13 | 0,06615 | 0,13027 | 0,00000 | - |
| 7 | 8 | 0,00000 | 0,17615 | 0,00000 | - |
| 7 | 9 | 0,00000 | 0,11001 | 0,00000 | - |
| 9 | 10 | 0,03181 | 0,08450 | 0,00000 | - |
| 9 | 14 | 0,12711 | 0,27038 | 0,00000 | - |
| 10 | 11 | 0,08205 | 0,19207 | 0,00000 | - |
| 12 | 13 | 0,22092 | 0,19988 | 0,00000 | - |
| 13 | 14 | 0,17093 | 0,34802 | 0,00000 | - |
| 9 | 9 | - | -5,26000 | - | - |

# A N E X O  B

## MANUAL DE UTILIZAÇÃO DO PROGRAMA

**********

# ANEXO B

## MANUAL DE USO DO PROGRAMA

**********

ESTE PROGRAMA,EFETUA A ANALISE DE SISTEMAS ELETRICOS DE POTENCIA PROBABILISTICAMENTE,UTILIZANDO A FORMULACAO SEMI-DESACOPLADA DO FLUXO DE CARGA ,EXECUTANDO AINDA A CONVOLUCAO DAS FUNCOES DENSIDADE DE PROBABILIDADE PELO METODO DOS CUMULANTES OU DA TRANSFORMADA DE LAPLACE

O OBJETIVO DESTE MANUAL,E MOSTRAR A MANEIRA COMO OS DADOS DEVEM SER INTRODUZIDOS NO PROGRAMA,PARA A SUA PERFEITA UTILIZACAO.DEVE-SE OBSERVAR,QUE A PLOTAGEM DAS CURVAS DE DENSIDADE E CUMULATIVA DE PROBABILIDADE,SERA EXECUTADA COM UM PROGRAMA A PARTE(PLOTEX),CUJA MANEIRA DE UTILIZA-LO, ENCONTRA-SE NO FINAL DESTE MANUAL.

**********
*
*  DADOS PARA ESTUDO DE FLUXO DE CARGA PROBABILISTICO:  *
*
**********

OS DADOS AQUI REQUERIDOS,SAO DIVIDIDOS NOS SEGUINTES CONJUNTOS:

CONJUNTO-1

DOIS (2) CARTOES OBRIGATORIOS

FINALIDADE:ESTE CONJUNTO ESPECIFICA AS PALAVRAS-CHAVES UTILIZADAS PARA SE EFETUAR A LEITURA DOS DADOS DE ENTRADA DO SISTEMA.

| NOME DA VARIAVEL | COLUNA | DADO | TIPO |
|---|---|---|---|
| ATIT | 01-08 | PALAVRA-CHAVE 01 | ALFANUMERICO |
| AMIS | 09-16 | PALAVRA-CHAVE 02 | ALFANUMERICO |
| ASIS | 17-24 | PALAVRA-CHAVE 03 | ALFANUMERICO |
| ABAR | 25-32 | PALAVRA-CHAVE 04 | ALFANUMERICO |
| ALIN | 33-40 | PALAVRA-CHAVE 05 | ALFANUMERICO |
| AINT | 41-48 | PALAVRA-CHAVE 06 | ALFANUMERICO |
| ACAM | 49-56 | PALAVRA-CHAVE 07 | ALFANUMERICO |
| AFIN | 57-64 | PALAVRA-CHAVE 08 | ALFANUMERICO |
| ASTUDY | 65-72 | PALAVRA-CHAVE 09 | ALFANUMERICO |
| AGENER | 01-08 | PALAVRA-CHAVE 10 | ALFANUMERICO |
| AOUPAR | 09-16 | PALAVRA-CHAVE 11 | ALFANUMERICO |
| ASHPAR | 17-24 | PALAVRA-CHAVE 12 | ALFANUMERICO |
| ATSPAR | 25-32 | PALAVRA-CHAVE 13 | ALFANUMERICO |
| ASPEQU | 33-40 | PALAVRA-CHAVE 14 | ALFANUMERICO |
| AFFIN | 41-48 | PALAVRA-CHAVE 15 | ALFANUMERICO |
| APROB | 49-56 | PALAVRA-CHAVE 16 | ALFANUMERICO |
| ITOTI | 73-80 | PALAVRA-CHAVE 20 | INTEIRO |

OBSERVACAO

AS PALAVRAS CHAVES 7 E 17 A 19,NAO SAO UTILIZADAS. O USO E LIVRE PARA ESPECIFICAR AS PALAVRAS CHAVES COMO QUISER,POREM, CUIDADO MAIOR SERIA CONSIDERAR AS PALAVRAS CHAVES COM NOMES DIFERENTES DOS NOMES DAS BARRAS DO SISTEMA. UMA BOA PRECAUCAO SERIA INICIAR CADA PALAVRA CHAVE,COM UM ASTERISCO. NA PALAVRA CHAVE 20,INSERIR O NUMERO DE REDES A SER ANALIZADAS.

---

CONJUNTO-2

UM (1) CARTAO OBRIGATORIO

FINALIDADE)ESTE CONJUNTO POSSIBILITA A LEITURA DO CONJUNTO-3.

| NOME DA VARIAVEL | COLUNA | DADO | TIPO |
|---|---|---|---|
| CONTRL | 01-08 | PALAVRA-CHAVE 01 | ALFANUMERICO |

CONJUNTO-3

DOIS (2) CARTOES OBRIGATORIOS

FINALIDADE: ESTE CONJUNTO POSSIBILITA QUE SEJAM FEITAS AS OPCOES DE IMPRESSAO DE RESULTADOS DETERMINISTICOS E PROBABILISTICOS DO FLUXO DE CARGA.

| NOME DA VARIAVEL | COLUNA | DADO | TIPO | DEFAULT |
|---|---|---|---|---|
| ANOM | 1-60/1-40 | TITULO | ALFANUMERICO | BRANCO |
| NEST | 49-51 | NUMERO DO ESTUDO | INTEIRO | 0 |
| NCASO | 52-54 | NUMERO DO CASO | INTEIRO | 0 |
| DCONV | 55-59 | TOLER. DE CONV. MW/MVA | F5.3 | .1 MW/MVA |
| MAXIT | 60-63 | NUMERO MAXIMO DE ITERACOES | INTEIRO | 30 |
| BASE | 64-67 | MVA BASE | F4.0 | 100MVA. |
| IOPT(1) | 68 | ADMITANCIA DE ENTRADA DE CADA BARRA | INTEIRO=1 | SEM SAIDA |
| IOPT(2) | 69 | ADMITANCIA DE TRASFERENCIA ENTRE BARRAS | INTEIRO=1 | SEM SAIDA |
| IOPT(3) | 70 | NAO USADO | | |
| IOPT(4) | 71 | MISMATCH MAXIMO ATIVO REATIVO DE DE CADA ITERACAO | INTEIRO=1 | SEM SAIDA |
| IOPT(5) | 72 | AJUSTE NAS BARRAS SWING EM CADA ITERACAO | INTIERO=1 | SEM SAIDA |
| IOPT(6) | 73 | AJUSTES NAS BARRAS PQ COM LIMITES DE TENSAO, E NAS BARRAS PV COM LIMITE DE GERACAO REATIVA, EM CADA ITERACAO | INTEIRO=1 | SEM SAIDA |
| IOPT(7) | 74 | AJUSTES NOS TRANSFORMADORES ON-LINE DE CADA ITERACAO | INTEIRO=1 | SEM SAIDA |
| IOPT(8) | 75 | RESULTADOS DOS AJUSTES NO FIM DO FLUXO DE CARGA | INTEIRO=1 | SEM SAIDA |
| IOPT(9) | 76 | RESULTADOS COMPLETOS DO FLUXO DE CARGA | INTEIRO=1 | SEM SAIDA |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| IOPT(10) | 77 | RESULTADO DO FLUXO DE CARGA PROBABILISTICO DESACOPLADO A.C. | INTEIRO=1 | RESULTADO DO FLUXO DE CARGA PROBABILISTICO SEMI-DESACOPLADO A.C |
| P | 78/80 | FATOR DE TOLERANCIA DE CONV. MW/MVAR, QUE MOSTRA A CONVERGENCIA INICIAL AO INTRODUZIR OS AJUSTES. | F3.0 | 50.0 |

OBSERVACOES

SE A COLUNA 75 NAO CONTEM O NUMERO 1 E UMA VARIAVEL CONTROLADA ESTÁ FORA DOS LIMITES ESPECIFICADOS, A VARIAVEL SERA IMPRESSA.

SE A COLUNA 76 NAO CONTEM O NUMERO 1 E EXISTE SOBRECARGA OU O INTERCAMSIO DE POTENCIA ATIVA ENTRE OS SISTEMAS ESTA FORA DOS LIMITES, ENTAO A CORRESPONDENTE LINHA SERA IMPRESSA.

SE A TOLER. DE CONV. MW/MVAR = 0.1 E O FATOR DE ESCALA E IGUAL A 50.0, OS AJUSTES (QUALQUER UM) SOMENTE SERAO INTRODUZIDOS QUANDO A MAXIMA TOLER. DE CONV. MW/MVAR, E MENOR QUE 5MW/MVAR. SE ISTO NAO E CUMPRIDO ATE A TERCEIRA ITERACAO, O PROGRAMA AUTOMATICAMENTE INTRODUZ OS AJUSTES ESPECIFICADOS.

DE AGORA EM DIANTE O PONTO DECIMAL E IMPLICITO, ENTRETANTO, ESTE PODE SER ESCRITO.

---

CONJUNTO-4.

UM (1) CARTAO OPCIONAL

FINALIDADE: ESTE CONJUNTO POSSIBILITA A LEITURA DO CONJUNTO-5.

| NOME DA VARIAVEL. | COLUNA | DADO | TIPO |
|---|---|---|---|
| CONTRL | 01-08 | PALAVRA-CHAVE 02 | ALFANUMERICO |

CONJUNTO-5

DE UM (1) ATE DEZ (10) CARTOES OPCIONAIS

FINALIDADE:ESTE CONJUNTO POSSIBILITA A IMPESSAO DE COMENTARIOS.

| NOME DA VARIAVEL | COLUNA | SIGNIFICADO | TIPO | DEFAULT |
|---|---|---|---|---|
| ANOM(1) ATE ANOM(9) | 01-80 | COMENTARIOS | ALFANUMERICO | BRANCO |

OBSERVACAO

OS CONJUNTOS 4 E 5 SAO RELACIONADOS ENTRE SI.PORTANTO SE O CONJUNTO-4 E INCLUIDO,O CONJUNTO-5 TAMEEM DEVERA SER.

---

CONJUNTO-6

UM (1) CARTAO OBRIGATORIO

FINALIDADE:ESTE CONJUNTO POSSIBILITA A LEITURA DO CONJUNTO-7.

| NOME DA VARIAVEL | COLUNA | DADO | TIPO |
|---|---|---|---|
| CONTRL | 01-08 | PALAVRA-CHAVE 03 | ALFANUMERICO |

CONJUNTO-7

UM (1) CARTAO OBRIGATORIO

FINALIDADE: ESTE CONJUNTO POSSIBILITA A LEITURA DE DADOS RELATIVOS A BARRA DE REFERENCIA OU SWING DE SISTEMAS ISOLADOS OU INTERLIGADOS.

| NOME DA VARIAVEL | COLUNA | DADO | TIPO | DEFAULT |
|---|---|---|---|---|
| AREFER | 01-08 | NOME DA BARRA DE REFERENCIA OU SWING | ALFANUMERICO | BRANCO |
| NSIS | 09-12 | NUMERO DO SISTEMA | INTEIRO | 0 |
| PS | 13-17 | ESPECIFICACAO DA POTENCIA DE INTERCAMBIO DO SISTEMA EM MW. (SE +=EXPORT. E -=IMPORT.) | F5.0 | 0.0 |
| TSP | 18-20 | TOLERANCIA ESPECIFICADA DA POT. INTERCAMBIO. | F3.0 | 5% DA POT. INTERCAMB. |
| ANOM(1) ATE ANOM(9) | 21-77 | NOME DO SISTEMA | ALFANUMERICO | BRANCO |

OBSERVACOES

QUANDO DOIS OU MAIS SISTEMAS SAO INTERCONECTADOS, SURGEM DUAS POSSIBILIDADES DE OPERACAO:

(1) O INTECAMEIO DE POTENCIA ENTRE SISTEMAS NAO E CONTROLADO. NESTE CASO, O PRIMEIRO SISTEMA A ENTRAR, DEVE TER ESPECIFICADA A BARRA DE REFERENCIA (A QUAL SERA REFERENCIA PARA TODOS OS SISTEMAS), O NUMERO DO SISTEMA E O NOME DO SISTEMA. O SEGUNDO E SUBSEQUENTES SISTEMAS A ENTRAR, NECESSITAM SO DO NUMERO E NOME DO SISTEMA. O CAMPO ENTRE AS COLUNAS 1-8, DEVE SER DEIXADO EM BRANCO.

(2) O INTERCAMBIO DE POTENCIA ENTRE OS SISTEMAS E CONTROLADO. NESTE CASO, NO PRIMEIRO SISTEMA DEVEM SER PREENCHIDOS COMO NO CASO ANTERIOR, POREM, INTRODUZINDO A POTENCIA DE INTERCAMBIO, O SEU SINAL E A TOLERANCIA. PARA O SEGUNDO E SUBSEQUENTES SISTEMAS A ENTRAREM, O NOME DE UMA BARRA SWING DEVE SER ESPECIFICADO NAS COLUNAS 01-08, ASSIM COMO O SINAL DA POTENCIA DE INTERCAMBIO, A TOLERANCIA, O NUMERO E O NOME DO SISTEMA. A BARRA SWING DEVE SER SELECIONADA NO SISTEMA EM QUESTAO ENTRE AS BARRAS QUE TENHAM SUA TENSAO FIXA E A POSSIBILIDADE DE GERACAO DE POTENCIA, ISTO E, UMA BARRA DE GERACAO. A SOMA DOS INTERCAMBIOS DE POTENCIA, DEVE SER ZERO.

QUANDO UM DOS SISTEMAS INTERLIGADOS POSSUIR TRANSFORMADORES COM TAPS CONTROLAVEIS, ESTE SISTEMA DEVE SER FORNECIDO COMO O ULTIMO NA ENTRADA DE DADOS.

CONJUNTO-8

UM (1) CARTAO OBRIGATORIO

FINALIDADE:ESTE CONJUNTO POSSIBILITA A LEITURA DO CONJUNTO-9.

| NOME DA VARIAVEL | COLUNA | DADO | TIPO |
|---|---|---|---|
| CONTRL | 01-08 | PALAVRA-CHAVE 04 | ALFANUMERICO |

---

CONJUNTO-9

N CARTOES OBRIGATORIOS (N=NUMERO DE BARRAS)

FINALIDADE:ESTE CONJUNTO POSSIBILITA A LEITURA DOS DADOS DE BARRAS DE CADA SISTEMA , OPCAO PARA IMPRESSAO E PLOTAGEM DOS RESULTADOS PROBABILISTICOS DOS NOS,ESCOLHA DO METODO PARA SE EFETUAR A CONVOLUCAO(UTILIZANDO-SE CUMULANTES OU NAO), CASO SE UTILIZE O METODO DOS CUMULANTES FORNECER A ORDEM DO TERMO NO QUAL A SERIE DE GRAM-CHARLIER SERA EXPANDIDA

| NOME DA VARIAVEL | COLUNA | DADO | TIPO |
|---|---|---|---|
| CONTRL | 01-08 | NOME DA BARRA | ALFANUMERICO |
| VK | 09-14 | TENSAO ESPECIFICADA(PU OU KV) | F6.4 |
| PGK | 15-20 | POTENCIA ATIVA GERADA (MW) | F6.1 |
| QGK | 21-26 | POTENCIA REATIVA GERADA (MVAR) | F6.1 |
| PLK | 27-32 | POTENCIA ATIVA CONSUMIDA (MW) | F6.1 |
| QLK | 33-38 | POTENCIA REATIVA CONSUMIDA(MVAR) | F6.1 |
| QMINK | 39-44 | MINIMO REATIVO GERADO (MVAR) | F6.1 |
| QMAXK | 45-50 | MAXIMO REATIVO GERADO (MVAR) | F6.1 |
| VMINK | 51-56 | TENSAO MINIMA (P.U. OU KV) | F6.4 |
| VMAXK | 57-62 | TENSAO MAXIMA (P.U. OU KV) | F6.4 |
| VBASE | 63-67 | TENSAO BASE (KV) | F5.0 |
| NAMEK | 68-75 | NOME DA BARRA CONTROLADORA | ALFANUMERICO |
| IOPT(11) | 76 | OPCAO DE IMPRESSAO E PLOTAGEM DOS RESULTADOS PROBABILISTICOS. | INTEIRO |

| | | | |
|---|---|---|---|
| IOM | 77 | OPCAO DE ESCOLHA DO METODO PARA SE EFETUAR A CONVOLUCAO. | INTEIRO |
| INOC | 78 | ORDEM DO TERMO NO QUAL A SERIE DE GRAM-CHARLIER SERA DESENVOLVIDA. | INTEIRO |

OBSERVACOES

SE A TENSAO BASE NAO E FORNECIDA, ENTAO A TENSAO ESPECIFICADA E AS TENSOES MINIMA E MAXIMA, DEVEM SER EM P.U.

SE A TENSAO BASE E FORNECIDA, ENTAO OS VALORES DE TENSAO DEVEM SER ESPECIFICADOS EM KV.

SE O FLUXO DE CARGA PROBABILISTICO E REQUERIDO, O CAMPO REFERENTE AS VARIAVEIS PGK, QGK, PLK E QLK, PODEM SER DEIXADOS EM BRANCO, UMA VEZ QUE DURANTE A EXECUCAO DO PROGRAMA, AS MESMAS ASSUMEM OS VALORES MEDIOS DAS FUNCOES DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE DOS DADOS NODAIS.

O PROGRAMA AUTOMATICAMENTE ASSUME OS TIPOS DE BARRA DE ACORDO COM OS SEGUINTES CRITERIOS:

(1) SE A TENSAO ESPECIFICADA E DEIXADA EM BRANCO, O TIPO DE BARRA SERA:

-PQ SE NAO SAO ESPECIFICADOS LIMITES DE TENSAO

-PQV SE OS LIMITES DE TENSAO SAO ESPECIFICADOS, E O NOME DA BARRA CONTROLADORA E DEIXADO EM BRANCO, OU IGUAL AO NOME DA BARRA.

-PQRV SE OS LIMITES DE TENSAO SAO ESPECIFICADOS, E O NOME DA BARRA CONTROLADORA E DIFERENTE DO NOME DA BARRA.

(2) SE A TENSAO ESPECIFICADA E FORNECIDA, O TIPO DA BARRA SERA:

-PV SE OS LIMITES DE REATIVO GERADO, NAO SAO ESPECIFICADOS.

-PVQ SE OS LIMITES DE REATIVO GERADO, SAO ESPECIFICADOS.

-SWING COM OU SEM LIMITES DE REATIVO GERADO, SE O NOME DA BARRA FOR IGUAL AO NOME DA BARRA ESPECIFICADA PREVIAMENTE NO CONJUNTO-7 DE DADOS NO CAMPO 1-8.

-REFERENCIA
COM OU SEM LIMITES DE REATIVO GERADO, SE O NOME DA BARRA FOR IGUAL AO NOME DA BARRA PREVIAMENTE ESPECIFICADA, COMO TAL NO CONJUNTO-7 DE DADOS.

UMA BARRA PQV,ASSUME QUE EXISTE UMA FONTE LOCAL DE POTENCIA REATIVA, AO PASSO QUE NUMA BARRA PQRV, A TENSAO E REMOTAMENTE CONTROLADA POR UMA OUTRA BARRA (POR EXEMPLO TRANSFORMADORES QUE TEM CONDENSADORES SINCRONOS NO ENROLAMENTO TERCIARIO E MANTEM A TENSAO SECUNDARIA CONSTANTE).

PARA A OPCAO DE IMPRESSAO(VALOR ESPERADO E DESVIO PADRAO) E PLOTAGEM(FUNCOES DE DENSIDADE E CUMULATIVA DE PROBABILIDADE)DOS RESULTADOS PROBABILISTICOS DAS BARRAS,UTILIZAM-SE OS SEGUINTES CRITERIOS:

(1) SE IOPT(11)= 0,NADA IMPRIME,NEM PLOTA OS RESULTADOS PROBABILISTICOS DA BARRA EM QUESTAO.

(2) SE IOPT(11)= 1, IMPRIME RESULTADOS PROBABILISTICOS E POSSIBILITA A PLOTAGEM APENAS DAS RESPECTIVAS FUNCOES DE DENSIDADE PROBABILISTICA (F.D.P).

(3) SE IOPT(11)= 2, IMPRIME RESULTADOS PROBABILISTICOS E POSSIBILITA A PLOTAGEM APENAS DAS RESPECTIVAS FUNCOES CUMULATIVAS DE PROBABILIDADE (F.C.P).

(4) SE IOPT(11)= 3, IMPRIME RESULTADOS PROBABILISTICOS E POSSIBILITA A PLOTAGEM DE AMBAS AS F.D.P E F.C.P.

(5) SE IOPT(11)= 4, IMPRIME RESULTADOS PROBABILISTICOS E NAO POSSIBILITA APLOTAGEM DE AMBAS AS F.D.P E F.C.P.

A PLOTAGEM DAS F.D.P E F.C.P, SERA EFETUADA COM UM PROGRAMA A PARTE.

PARA A OPCAO DE ESCOLHA DO METODO QUE SERA UTILIZADO NO PROCESSO DA CONVOLUCAO TEM-SE O SEGUINTE CRITERIO:

(1) SE IOM= 1, UTILIZA-SE SOMENTE O METODO DA TRANSFORMADA DE LAPLACE.

(2) SE IOM= 2, UTILIZA-SE SOMENTE O METODO DOS CUMULANTES

(3) SE IOM= 3, UTILIZA-SE OS 2 METODOS

O PROGRAMA PERMITE UTILIZAR A SERIE DE GRAM-CHARLIER EXPANDIDA ATE O NONO TERMO(QUE CORRESPONDE A UTILIZACAO DOS CUMULANTES ATE A OITAVA ORDEM).DESTA FORMA A VARIAVEL INOC PODE ASSUMIR VALORES INTEIROS DE 1 A 8.QUANDO SE FOR UTILIZAR O METODO DA TRANSFORMADA DE LAPLACE,DEVE-SE DEIXAR ESTE ESPACO EM BRANCO.

CONJUNTO-9.1

UM(1) CARTAO OBRIGATORIO

FINALIDADE:ESTE CONJUNTO POSSIBILITA A LEITURA DOS CONJUNTOS-9.2 A 9.5 ,RELATIVOS AS FUNCOES DE DENSIDADE NORMAIS,BINOMIAIS E MULTINOMIAIS DOS DADOS PROBABILISTICOS NODAIS.

| NOME DA VARIAVEL | COLUNA | DADO | TIPO |
|---|---|---|---|
| CONTRL | 01-08 | PALAVRA-CHAVE 16 | ALFANUMERICO |

---

CONJUNTO-9.2

N1 CARTOES OPCIONAIS ONDE:
N1= NUMERO DE DADOS NODAIS COM DISTRIBICOES NORMAIS

FINALIDADE:ESTE CONJUNTO POSSIBILITA A LEITURA DOS DADOS NODAIS PROBABILISTICOS COM DISTRIBUICOES NORMAIS.

| NOME DA VARIAVEL | COLUNA | DADO | TIPO |
|---|---|---|---|
| CONTRL | 01-08 | NOME DA BARRA | ALFANUMERICO |
| POTP | 11-20 | VALOR ESPERADO DA POTENCIA ATIVA (MW) | F10.2 |
| AP | 21-25 | DESVIO PADRAO DA DA POTENCIA ATIVA (%) | F5.2 |
| POTQ | 31-40 | VALOR ESPERADO DA POTENCIA REATIVA (MVAR) | F10.2 |
| AQ | 41-45 | DESVIO PADRAO DA POTENCIA REATIVA (%) | F5.2 |

OBSERVACAO

SE EM UMA BARRA TIVER MAIS QUE UMA DISTRIBUICAO NORMAL,

DEVERA SER INCLUIDO TANTOS CARTOES QUANTAS FOREM AS DISTRIBUICOES COM O MESMO NOME DA BARRA.

SE POTP E POTQ SAO VARIAVEIS REPRESENTATIVAS DAS CARGAS, ENTAO ESTAS DEVEM APARECER COM UM SINAL NEGATIVO.

---

CONJUNTO-9.2.1

UM (1) CARTAO OPCIONAL EM BRANCO

OS CONJUNTOS 9.2 E 9.2.1,SAO RELACIONADOS ENTRE SI.PORTANTO, SE O CONJUNTO 9.2 E INCLUIDO, O CONJUNTO 9.2.1 TAMBEM DEVE SER, EXCETO,SE NAO EXISTIR QUALQUER OUTRO TIPO DE DISTRIBUICAO A ENTRAR.

---

CONJUNTO-9.3

N2 CARTOES OPCIONAIS ONDE:
N2= NUMERO DE DADOS NODAIS COM DISTRIBUICOES BINOMIAIS

FINALIDADE:ESTE CONJUNTO POSSIBILITA A LEITURA DOS DADOS NODAIS PROBABILISTICOS COM DISTRIBUICOES BINOMIAIS.

| NOME DA VARIAVEL | COLUNA | DADO | TIPO |
|---|---|---|---|
| CONTRL | 01-08 | NOME DA BARRA | ALFANUMERICO |
| POTP | 11-20 | CAPACIDADE DE CADA UNIDADE EM MW | F10.2 |
| AP | 21-25 | TAXA DE FALHA FORCADA DE CADA UNIDADE | F5.2 |
| KBP | 26-30 | NUMERO DE UNIDADES IDENTICAS | I5 |

OBSERVACOES

SE EM UMA BARRA TIVER MAIS DO QUE UMA DISTRIBUICAO BINOMIAL, DEVERA SER INCLUIDO TANTOS CARTOES QUANTOS FOREM AS DISTRIBUICOES COM O MESMO NOME DA BARRA.

CONJUNTO-9.3.1

UM (1) CARTAO OPCIONAL EM BRANCO

OS CONJUNTOS 9.3 E 9.3.1 SAO RELACIONADOS ENTRE SI. PORTANTO, SE O CONJUNTO 9.3 E INCLUIDO, O CONJUNTO 9.3.1 TAMBEM DEVE SER, EXCETO, SE NAO EXISTIR QUALQUER OUTRO TIPO DE DISTRIBUICAO A ENTRAR.

---

CONJUNTO-9.4

(I +I +I +,,,,,,,,,,,,+I )CARTOES OPCIONAIS
1 2 3 N3

I = NUMERO DE IMPULSOS DE CADA DADO NODAL COM DISTRIBUICAO MULTINOMIAL.
N3= NUMERO DE DADOS NODAIS COM DISTRIBUICOES MULTINOMIAIS.

FINALIDADE: ESTE CONJUNTO POSSIBILITA A LETURA DOS DADOS NODAIS PROBABILISTICOS COM DISTRIBUICOES MULTINOMIAIS.

| NOME DA VARIAVEL | COLUNA | DADO | TIPO |
|---|---|---|---|
| CONTRL | 01-08 | NOME DA BARRA | ALFANUMERICO |
| POTP | 11-20 | VALOR DA POTENCIA ATIVA (MW) EM CADA IMPULSO | F10.2 |
| AP | 21-25 | PROBABILIDADE DA POTENCIA ATIVA NO IMPULSO | F5.2 |
| KBP | 26-30 | NUMERO INDICATIVO DE CADA GRUPO DE VARIAVEIS ALEATORIAS LINEARMENTE DEPENDENTE | I5 |
| POTQ | 31-40 | VALOR DA POTENCIA REATIVA(MVAR) EM CADA IMPULSO | F10.2 |
| AQ | 41-45 | PROBABILIDADE DA POTENCIA REATIVA NO IMPULSO | F5.2 |
| KBQ | 46-50 | NUMERO INDICATIVO DE CADA GRUPO DE VARIAVEIS ALE- | I5 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | ATORIAS LINERAR- | |
| | | MENTE DEPENDENTE | |
| KC | 51-55 | NUMERO DE IDENTI- | I5 |
| | | FICACAO DA DISTRI- | |
| | | BUICAO MULTINOMIAL | |

OBSERVACOES

APENAS O PRIMEIRO CARTAO DE CADA DISTRIBUICAO,DEVERA CONTER O NOME DA BARRA. (CAMPO DE 01-08 DO CARTAO)

QUANDO EXISTIR DEPENDENCIA LINEAR ENTRE DUAS OU MAIS DISTRIBUICOES, CADA GRUPO DEVE RECEBER O MESMO NUMERO INDICATIVO DIFERENTE DE ZERO E GRUPOS DISTINTOS NAO PODEM TER NUMEROS INDICATIVOS IGUAIS (26-30 E/OU 46-50 DO CARTAO). SO O PRIMEIRO CARTAO DA DISTRIBUICAO PRECISA CONTER O NUMERO INDICATIVO, PODENDO OS CARTOES SUBSEQUENTES TER O CAMPO RELATIVO A ESTA VARIAVEL,EM BRANCO.

CADA DISTRIBUICAO COM DEPENDENCIA LINEAR OU NAO, DEVE RECEBER UM NUMERO DE IDENTIFICACAO NO CAMPO 51-55 EM TODOS OS CARTOES DA RESPECTIVA DISTRIBUICAO.

SE POTP E POTQ SAO VARIAVEIS REPRESENTATIVAS DAS CARGAS,ENTAO ESTAS DEVEM APARECER COM SINAL NEGATIVO.

---

CONJUNTO-9.4.1

UM(1) CARTAO OPCIONAL EM BRANCO

OS CONJUNTOS 9.4 E 9.4.1 SAO RELACIONADOS ENTRE SI.PORTANTO, SE O CONJUNTO 9.4 E INCLUIDO, O CONJUNTO 9.4.1 TAMBEM DEVE SER, EXCETO,SE NAO EXISTIR QUALQUER OUTRO TIPO DE DISTRIBUICAO A ENTRAR.

---

CONJUNTO-9.5

N4 CARTOES OPCIONAIS ONDE:

N4= NUMERO DE DADOS NODAIS COM DISTRIBUICOES SIMPLES (DADOS DETERMINISTICOS)

FINALIDADE:ESTE CONJUNTO POSSIBILITA A LEITURA DOS DADOS NODAIS COM DISTRIBUICOES SIMPLES.

| NOME DA VARIAVEL | COLUNA | DADO | TIPO |
|---|---|---|---|
| CONTRL | 01-08 | NOME DA BARRA | ALFANUMERICO |
| POTP | 11-20 | POTENCIA ATIVA (MW) | F10.2 |
| POTQ | 31-40 | POTENCIA REATIVA (MVAR) | F10.2 |

OBSERVACAO

SE POTP E POTQ SAO VARIAVEIS REPRESENTATIVAS DAS CARGAS, ENTAO ESTAS DEVEM APARECER COM SINAL NEGATIVO.

---

CONJUNTO-9.6

N5 CARTOES OPCIONAIS ONDE:
N5= NUMERO DE DADOS NODAIS COM DISTRIBICOES DE WEIBULL

FINALIDADE: ESTE CONJUNTO POSSIBILITA A LEITURA DOS DADOS NODAIS PROBABILISTICOS COM DISTRIBUICOES DE WEIBULL

| NOME DA VARIAVEL | COLUNA | DADO | TIPO |
|---|---|---|---|
| CONTRL | 01-08 | NOME DA BARRA | ALFANUMERICO |
| POTP | 11-20 | VALOR ESPERADO DA POTENCIA ATIVA (MW) | F10.2 |
| BWP | 21-25 | DESVIO PADRAO DA DA POTENCIA ATIVA (MW) | F5.2 |
| POTQ | 31-40 | VALOR ESPERADO DA POTENCIA REATIVA (MVAR) | F10.2 |
| BWQ | 41-45 | DESVIO PADRAO DA POTENCIA REATIVA (MVAR) | F5.2 |

OBSERVACAO

SE EM UMA BARRA TIVER MAIS QUE UMA DISTRIBUICAO DE WEIBULL, DEVERA SER INCLUIDO TANTOS CARTOES QUANTAS FOREM AS DISTRIBUICOES COM O MESMO NOME DA BARRA.

SE POTP E POTQ SAO VARIAVEIS REPRESENTATIVAS DAS CARGAS, ENTAO ESTAS DEVEM APARECER COM UM SINAL NEGATIVO.

CONJUNTO-9.7

N6 CARTOES OPCIONAIS ONDE:
N6= NUMERO DE DADOS NODAIS COM DISTRIBUICOES LOG-NORMAIS

FINALIDADE: ESTE CONJUNTO POSSIBILITA A LEITURA DOS DADOS NODAIS PROBABILISTICOS COM DISTRIBUICOES LOG-NORMAIS.

| NOME DA VARIAVEL | COLUNA | DADO | TIPO |
|---|---|---|---|
| CONTRL | 01-08 | NOME DA BARRA | ALFANUMERICO |
| POTP | 11-20 | VALOR ESPERADO DA POTENCIA ATIVA (MW) | F10.2 |
| BLNP | 21-25 | DESVIO PADRAO DA DA POTENCIA ATIVA. (MW) | F5.2 |
| POTQ | 31-40 | VALOR ESPERADO DA POTENCIA REATIVA.(MVAR) | F10.2 |
| BLNQ | 41-45 | DESVIO PADRAO DA POTENCIA REATIVA (MVAR) | F5.2 |

OBSERVACAO

SE EM UMA BARRA TIVER MAIS QUE UMA DISTRIBUICAO LOG-NORMAL, DEVERA SER INCLUIDO TANTOS CARTOES QUANTAS FOREM AS DISTRIBUICOES COM O MESMO NOME DA BARRA.

SE POTP E POTQ SAO VARIAVEIS REPRESENTATIVAS DAS CARGAS, ENTAO ESTAS DEVEM APARECER COM UM SINAL NEGATIVO.

CONJUNTO-10

UM (1) CARTAO OBRIGATORIO

FINALIDADE:ESTE CONJUNTO POSSIBILITA A LEITURA DO CONJUNTO-11.

| NOME DA VARIAVEL | COLUNA | DADO | TIPO |
|---|---|---|---|
| CONTRL | 01-08 | PALAVRA-CHAVE 05 | ALFANUMERICO |

---

CONJUNTO-11

N+M+P CARTOES OBRIGATORIOS ONDE:
N=NUMERO DE LINHAS
M=NUMERO DE LIGACOES SHUNT
P=NUMERO DE PHASE-SHIFTERS.

FINALIDADE:ESTE CONJUNTO POSSIBILITA A LEITURA DOS DADOS DE RAMOS DO SISTEMA E OPCAO PARA IMPRESSAO E PLOTAGEM DOS RESULTADOS PROBABILISTICOS DOS RAMOS.

| NOME DA VARIAVEL | COLUNA | DADO | TIPO | DEFAULT |
|---|---|---|---|---|
| CONTRL | 01-08 | NOME DA BARRA EMISSORA | ALFANUMERICO | |
| CNAMEK | 09-16 | NOME DA BARRA RECEPTORA | ALFANUMERICO | |
| RR | 17-23 | RESISTENCIA EM P.U. | F7.5 | |
| XX | 24-30 | REATANCIA EM P.U. | F7.5 | |
| SS | 31-37 | SUSCEPTANCIA TOTAL EM P.U | F7.5 | |
| INDIC | 38 | INDICADOR | INTEIRO | 0 |
| TAP | 39-43 | TAP INICIAL EM % | F5.2 | 100% |
| BB | 44-48 | LIMITE INFERIOR DE TAPE % | F5.2 | |
| ST | 49-52 | INCREMENTO DE TAPE POR STEP EM % | F4.2 | TAPE CONTINUO. |
| TT | 53-57 | LIMITE SUPERIOR DE TAPE % | F5.2 | |
| VS | 58-63 | TENSAO ESPECIFICADA EM PU | F6.4 | |
| TS | 64-69 | TOLERANCIA ESPECIFICADA PU | F6.4 | 0.005 PU |
| LF1 | 70-73 | LIMITE DE AVISO EM MVA | INTEIRO | |
| LF2 | 74-77 | LIMITE CRITICO EM MVA | INTEIRO | 0 |
| NC | 79 | NUMERO DO CIRCUITO. | INTEIRO | 0 |
| IOPT(12) | 80 | OPCAO DE IMPRESSAO E PLOTAGEM DOS RESULTADOS PROBABILISTICOS | INTEIRO | |

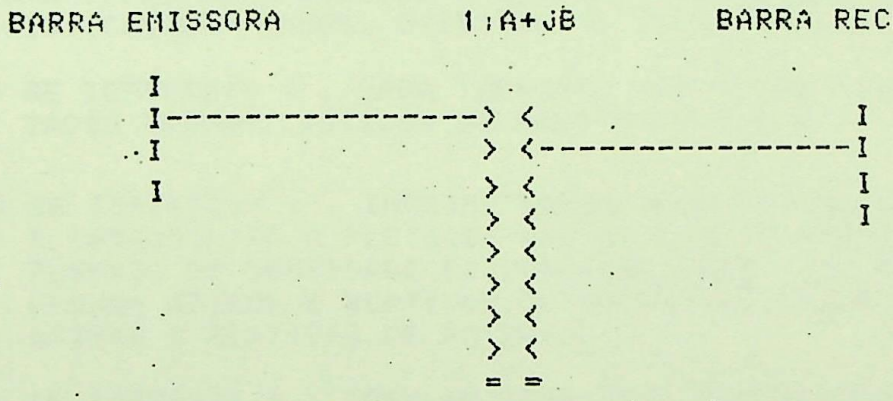
OBSERVACOES

UM SHUNT E ESPECIFICADO,FAZENDO O NOME DA BARRA EMISSORA IGUAL AO NOME DA BARRA RECPTORA E DETERMINADO O VALOR DE REATANCIA X=( TENSAO NOMINAL EM P.U.)**2/(POTENCIA REATIVA EM P.U.),COM A SEGUINTE CONVENSAO DE SINAIS:

(+) REATOR
(-) CAPACITOR

PARA RAMOS COM TRANSFORMADORES, UTILIZAM-SE OS SEGUINTES CRITERIOS:

(1) A REPRESENTACAO DE TRANSFORMADORES FIXOS E CONTROLADRES EM FASE E DEFASEADORES (PHASE SHIFTERS),E FEITA CONVENCIONANDO QUE O LADO DO TAPE,E CONECTADO DO LADO DA BARRA RECEPTORA.




(2) TRANSFORMADORES FIXOS EM FASE,SAO REPRESENTADOS OCUPANDO O CAMPO DE TAPE INICIAL E DEIXANDO EM BRANCO OS ESPACOS PARA INDICADOR, TAPE INFERIOR,INCREMENTO,TAPE SUPERIOR, TENSAO ESPECIFICADA E TOLERANCIA ESPECIFICADA.

(3) TRANSFORMADORES CONTROLADORES EM FASE,SAO REPRESENTADOS PREENCHENDO OS CAMPOS PARA TAPE INICIAL,TAPE INFERIOR, INCREMENTO,TAPE SUPERIOR,TENSAO ESPECIFICADA E TOLERANCIA ESPECIFICADA,E DEIXANDO EM BRANCO O CAMPO DO INDICADOR, SE A BARRA CONTROLADA ESTA DO LADO DO TAPE ( E A BARRA RECEPTORA) NA TENSAO ESPECIFICADA E COLOCADO O SINAL(+); SE A BARRA CONTROLADA E A BARRA EMISSORA, A TENSAO ESPECIFICADA E PRECEDIDA PELO SINAL(-).

(4) TRANSFOMADORES DEFASEADORES FIXOS,SAO REFRESENTADOS PREENCHENDO O CAMPO DO TAPE INICIAL E COLOCANDO NO CAMPO DO INDICADOR UM (1),E DEIXANDO EM BRANCO OS CAMPOS DO TAPE INFERIOR, INCREMENTO, TAPE SUPERIOR,TENSAO ESPECIFICADA E TOLERANCIA ESPECIFICADA.

DOIS NIVEIS DE LIMITES DE MVA PODEM SER ESPECIFICADOS PARA DETECTAR SOBRECARGAS PARA QUALQUER TIPO DE LINHA.O PRIMEIRO PODE SER UM LIMITE DE AVISO E O SEGUNDO UM LIMITE DE EMERGENCIA. SE AMBOS OS LIMITES SAO IGUAIS A ZERO, AS SOBRECARGAS NAO SAO CHECADAS. SE O LIMITE DE AVISO E ZERO E O LIMITE CRITICO E DIFERENTE DE ZERO, O PROGRAMA ASSUME QUE O LIMITE DE AVISO E 85% DO LIMITE CRITICO. SE O LIMITE CRITICO E ZERO E O LIMITE DE AVISO E DIFERENTE DE ZERO, O PROGRAMA ASSUME QUE O LIMITE CRITICO E IGUAL AO LIMITE DE AVISO.

O NUMERO DO CIRCUITO E UM INDICADOR,UTILIZADO PARA DIFERENCIAR LINHAS PARALELAS.

O PROGRAMA DURANTE A SUA EXECUCAO,NAO PODE MANIPULAR PHASE SHIFTERS CONTROLAVEIS,NEM UMA BARRA QUE TENHA DOIS OU MAIS TIPOS DE DISPOSITIVOS CONTROLADORES ATUANDO AO MESMO TEMPO.

PARA A OPCAO DE IMPRESSAO E PLOTAGEM DOS RESULTADOS PROBABILISTICOS DOS RAMOS, UTILIZAM-SE OS SEGUINTES CRITERIOS:

(1) SE IOPT(12)= 0 , NADA IMPRIME, NEM PLOTA OS RESULTADOS PROBABILISTICOS DO RAMO EM QUESTAO.

(2) SE IOPT(12)= 1 , IMPRIME RESULTADOS PROBABILISTICOS E POSSIBILITA A PLOTAGEM APENAS DAS RESPECTIVAS FUNCOES DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE (F.D.P.) DOS FLUXOS ATIVOS E REATIVOS DE POTENCIA, E DAS PERDAS ATIVAS E REATIVAS DE POTENCIA.

(3) SE IOPT(3)= 2 , IDEM AO ITEM (2), POREM,POSSIBILITA A PLOTAGEM APENAS DA FUNCAO CUMULATIVA DE PROBABILIDADE (F.C.P.).

(4) SE IOPT(12)= 3 , IDEM AO ITEM (2), POREM, POSSIBILITA A PLOTAGEM DOS (F.C.P.) E (F.D.P).

(5) SE IOPT(12)= 4 , IMPRIME RESULTADOS PROBABILISTICOS E POSSIBILITA A PLOTAGEM APENAS DAS RESPECTIVAS FUNCOES DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE (F.D.P.) DOS FLUXOS DE POTENCIA ATIVA,DAS PERDAS DE POTENCIA ATIVA E DOS ANGULOS DE FASE DOS RAMOS.

(6) SE IOPT(12)= 5 , IDEM AO ITEM (4),POREM,POSSIBILITA A PLOTAGEM APENAS DA FUNCAO CUMULATIVA DE PROBABILIDADE (F.C.P.).

(7) SE IOPT(12)= 6 , IDEM AO ITEM (4),POREM, POSSIBILITA A PLOTAGEM DAS (F.D.P.) E (F.C.P.).

(8) SE IOPT(12)= 7 , IDEM AO ITEM (2),POREM, NAO HA POSSIBILIDADE DE PLOTAGEM.

(9) SE IOPT(12)= 8 , IDEM AO ITEM (4),POREM, NAO HA POSSIBILIDADE DE PLOTAGEM.

A PLOTAGEM DAS F.D.P E F.C.P, SERA EFETUADA COM UM PROGRAMA A PARTE.

---

CONJUNTO-12

M CARTOES(M=NUMERO DE PHASE SHIFTERS).
ESTE CONJUNTO DE DADOS,SO SERA UTILIZADO QUANDO EXISTIREM PHASE SHIFTERS. CADA CARTAO DEVE SER COLOCADO IMEDIATAMENTE DEPOIS DO CORRESPONDENTE CARTAO DO CONJUNTO-11

| NOME DA VARIAVEL | COLUNA | SIGNIFICADO | TIPO |
|---|---|---|---|
| TEP | 01-05 | TAP EM QUADRATURA (%) | F5.2 |

---

OBSERVACOES IMPORTANTES

(1) EXISTE INTERCONEXOES ?

NAO:_ VA AO CONJUNTO-15
SIM:_ VOLTE AO CONJUNTO-6 ,PARA ENTRAR COM UM NOVO SUB-SISTEMA.

(2) NO CASO DE EXISTIR INTERCONEXOES,VA AO CONJUNTO-13 SE OS DADOS DE TODOS OS SUB-SISTEMAS FORAM FORNECIDOS, OU SEJA,DEVE-SE VOLTAR AO CONJUNTO-6 PARA CADA NOVO SUB-SISTEMA,PARA ENTAO PROSSEGUIR AO CONJUNTO-13.

---

CONJUNTO-13

UM (1) CARTAO,SOMENTE QUANDO EXISTEM DOIS OU MAIS SISTEMAS

FINALIDADE:ESTE CONJUNTO POSSIBILITA A LEITURA DO CONJUNTO-14.

| NOME DA VARIAVEL | COLUNA | DADO | TIPO |
|---|---|---|---|
| CONTRL | 01-08 | PALAVRA-CHAVE 06 | ALFANUMERICO |

---

CONJUNTO-14

N CARTOES (N=NUMERO DE INTERCONECCOES), SOMENTE QUANDO EXISTEM DOIS OU MAIS SISTEMAS.

FINALIDADE:ESTE CONJUNTO POSSIBILITA A LEITURA DOS DADOS DAS IN-TERCONEXOES ENTRE SISTEMAS.

| NOME DA VARIAVEL | COLUNA | DADO | TIPO |
|---|---|---|---|
| CONTRL | 01-06 | NOME DA BARRA EMISSORA | ALFANUMERICO |
| CONTRK | 09-16 | NOME DA BARRA RECEPTORA | ALFANUMERICO |
| RR | 17-23 | RESISTENCIA EM P.U. | F7.5 |
| XX | 24-30 | REATANCIA EM P.U. | F7.5 |
| SS | 31-37 | SUSEPTANCIA TOTAL EM PU | F7.5 |
| NS1 | 38-39 | NUMERO DO SIST. EMISSOR | INTEIRO |
| NS2 | 40-41 | NUMERO DO SIST. RECEPTOR | INTEIRO |
| LF1 | 70-73 | LIMITE DE AVISO EM MVA | INTEIRO |
| LF2 | 74-78 | LIMITE CRITICO EM MVA | INTEIRO |
| NC | 79 | NUMERO DO CIRCUITO | INTEIRO |
| IOPT(13) | 80 | OPCAO DE IMPRESSAO E PLOTAGEM DOS RESULTADOS PROBABILISTICOS DAS INTERCONEXOES | INTEIRO |

OBSERVACOES

AS INTERCONEXOES DEVEM SER LINHAS.

AS MESMAS CONSIDERACOES OBSERVADAS NO CASO DAS LINHAS RELATIVAS AOS LIMITES DE MVA E AO NUMERO DO CIRCUITOS, DEVEM SER TOMADAS.

AS INTERCONEXOES PODEM SER DE DOIS TIPOS: CONTROLAVEIS OU FIXAS. ISTO NAO E ESPECIFICADO NESTE CONJUNTO DE CARTOES. A DISTINCAO E FEITA DEPENDENDO SE O INTERCAMBIO DE POTENCIA ATIVA FOI OU NAO ESPECIFICADA.

PARA A OPCAO DE IMPRESSAO E PLOTAGEM DOS RESULTADOS PROBABILISTICOS DAS INTERCONECCOES, UTILIZAM-SE OS MESMOS CRITERIOS DO CONJUNTO-11

---

CONJUNTO-15

UM (1) CARTAO OBRIGATORIO.

FINALIDADE:ESTE CONJUNTO POSSIBILITA A LEITURA DO CONJUNTO-16.

| NOME DA VARIAVEL | COLUNA | DADO | TIPO |
|---|---|---|---|
| CONTRL | 01-08 | PALAVRA-CHAVE 08 | ALFANUMERICO |

---

CONJUNTO-16

UM (1) CARTAO OBRIGATORIO.

FINALIDADE:ESTE CONJUNTO POSSIBILITA EXECUTAR O PROGRAMA.

| NOME DA VARIAVEL | COLUNA | SIGNIFICADO | TIPO |
|---|---|---|---|
| CONTRL | 01-08 | NOME DIFERENTE DA PALAVRA-CHAVE 09 PARA RODAR O CASO BASE DO FLUXO DE CARGA. | ALFANUMERICO |

OBSERVACAO IMPORTANTE

SE SE DESEJA EXECUTAR VARIOS CASOS SIMULTANEAMENTE, VOLTE SEMPRE AO CONJUNTO-2 ATE QUE TODOS OS CASOS TERMINEM. CASO NAO SE DESEJE EXECUTAR MAIS NENHUM CASO,VA AO CONJUNTO-17

CONJUNTO-17

UM (1) CARTAO OBRIGATORIO.SAIDA DO PROGRAMA

FINALIDADE:ESTE CONJUNTO POSSIBILITA FINALIZAR A EXECUCAO DO PROGRAMA.

| NOME DA VARIAVEL | COLUNA | DADO | TIPO |
|---|---|---|---|
| CONTRL | 01-08 | PALAVRA-CHAVE 15 | ALFANUMERICO |

---

MENSAGENS DE ERROS DO PROGRAMA

AS MENSAGENS DE ERROS DO PROGRAMA SAO APRESENTADAS ATRAVES DA VARIAVEL "KILL", A QUAL, SAO ATRIBUIDOS VALORES DE NUMEROS INTEIROS QUE DIFERENCIAM OS VARIOS ERROS EXISTENTES.

A SEGUIR,SAO MOSTRADOS OS VALORES QUE A VARIAVEL PODE ASSUMIR, BEM COMO O CONJUNTO DE DADOS DE ENTRADA ONDE O ERRO FOI COMETIDO E A DESCRICAO DO ERRO, AFIM DE PROVIDENCIAR UMA RAPIDA CORRECAO.

| VALOR DE KILL | CONJUNTO DE DADOS | DESCRICAO DO ERRO |
|---|---|---|
| 1 | 1 | ERRO NA PALAVRA CHAVE 1 |
| 2 | 4 | ERRO NA PALAVRA CHAVE 2 |
| | 6 | ERRO NA PALAVRA CHAVE 5 |
| 3 | 6 | ERRO NA PALAVRA CHAVE 3 |
| | 5 | NUMERO DE CARTOES DE COMENTARIOS MAIOR QUE 11 |
| 4 | 8 | ERRO NA PALAVRA CHAVE 4 |
| 5 | 9 | O NOME DE UMA BARRA E REPETIDO NUM MESMO SISTEMA ( SO PARA OS DADOS DETERMINISTICOS) |
| 6 | 9 | UMA TENSAO ESPECIFICADA, E MENOR QUE 0,5 OU MAIOR QUE 1,5 P.U. |
| 7 | 9 | A POTENCIA REATIVA MINIMA GERADA, E MAIOR OU IGUAL A POTENCIA REATIVA MAXIMA GERADA |
| 8 | 9 | TENSAO MINIMA MAIOR OU IGUAL A TENSAO MAXIMA |

| | | |
|---|---|---|
| 9 | 9 | BARRA DE REFERENCIA OU SWING SEM TENSAO ESPECIFICADA |
| 10 | 9 | NOME DA,BARRA COINCIDINDO COM NOME DA BARRA ESPECIFICADA COMO REFERENCIA NO CONJUNTO 7 |
| 11 | 9 | NOME DA BARRA CONTROLADORA NAO COINCIDE COM NENHUM DOS NOMES DE BARRA |
| 12 | 11 | NOME DA BARRA EMISSORA,NAO COINCIDE COM NENHUM DOS NOMES DE BARRA EXISTENTE |
| 13 | 11 | NOME DA BARRA RECEPTORA,NAO COINCIDE COM NENHUM DOS NOMES DE BARRA EXISTENTES |
| 14 | 11 | TRANSFORMADOR COM VALOR ESPECIFICADO DE SUCEPTANCIA, OU A BARRA CONTROLADA FOR UM TRANSFORMADOR,E DO TIPO PV, REFERENCIA OU SWING, OU, A TENSAO ESPECIFICADA CONTROLADA PELO TRANSFORMADOR, E MENOR QUE 0,5 OU MAIOR QUE 1,5 P.U. |
| 15 | 11 | O TAP INICIAL DE UM TRANSFORMADOR CONTROLADOR,ESTA FORA DOS LIMITES DO TAP |
| 16 | 11 | O LIMITE SUPERIOR DO TAP DE UM TRANSFORMADOR CONTROLADOR,E MENOR OU IGUAL AO,LIMITE INFERIOR DO TAP |
| 17 | 11 | O INCREMENTO POR STEP PARA UM TRANSFORMADOR CONTROLADOR,E MAIOR OU IGUAL A DIFERENCA ENTRE OS LIMITES SUPERIOR E INFERIOR, OU O INCREMENTO FOR STEP,E MAIOR QUE O DOBRO DA TOLERANCIA ESPECIFICADA PARA A TENSAO CONTROLADA |
| 19 | 14 | O NUMERO DO SISTEMA EMISSOR OU RECEPTOR NAO COINCIDE COM OS NUMEROS ESPECIFICADOS TAL COMO NO CONJUNTO DE DADOS NUMERO 7 |
| 20 | 14 | NOME DA BARRA EMISSORA,NAO COINCIDE COM NENHUM DOS NOMES DE BARRAS DE SISTEMA ESPECIFICADO COMO EMISSOR |
| 21 | 14 | NOME DA BARRA RECEPTORA,NAO COINCIDE COM NENHUM DOS NOMES DE BARRAS DO SISTEMA ESPECIFICADO COMO RECEPTOR |
| 22 | 14 | NOMES DE BARRAS EMISSORA E RECEPTORA COINCIDEM |
| 27 | 7 | SOMATORIO DO INTERCAMBIO DE POTENCIAS ATIVAS DIFERENTE DE ZERO |
| 33 | 10 | NUMERO DO SISTEMA NAO COINCIDE COM NENHUM DOS NUMEROS DOS SISTEMAS ESPECIFICADOS NO CONJUNTO DE DADOS 7. |

## COMANDOS PARA UTILIZACAO DO PROGRAMA

OS COMANDOS A SEGUIR DAO A POSSIBILIDADE DE EXECUCAO DO PROGRAMA "FLUC",VIA TERMINAL,DIVIDIDOS EM DOIS GRUPOS:

GRUPO (1)

```
FILE FTN01=NOME DO ARQUIVO DE DADOS DO SISTEMA,OLD
FILE FTN02;DEV=LP;CCTL
FILE FTN03=JTAPE,OLD
FILE FTN04=JTEPE,OLD
FILE FTN05=JTIPE,OLD
FILE FTN07=JTOPE,OLD
FILE FTN08=JTUPE,OLD
FILE FTN09=KTAPE,OLD
FILE FTN10=KTEPE,OLD
FILE FTN11=KTIPE,OLD
FILE FTN12=KTOPE,OLD
FILE FTN13=KTUPE,OLD
FILE FTN14=ARQGRAF1,OLD
FILE FTN15=ARQGRAF,OLD
FILE FTN16=ARQGRAF2,OLD
FILE FTN17=ARQGRAF3,OLD
FILE FTN18=ARQGRAF4,OLD
PURGE ARQGRAF1
PURGE ARQGRAF2
PURGE ARQGRAF3
PURGE ARQGRAF4
BUILD ARQGRAF1;REC=-80,3,F,ASCII;DISC=5000
BUILD ARQGRAF2;REC=-80,3,F,ASCII;DISC=5000
BUILD ARQGRAF3;REC=-80,3,F,ASCII,DISC=5000
BUILD ARQGRAF4;REC=-80,3,F,ASCII;DISC=5000
```

OBSERVACOES:

(1) O ARQUIVO DE DADOS DO SISTEMA ,E OBTIDO COM A UTILIZACAO DO MANUAL DE ENTRADA DE DADOS.

(2) OS ARQUIVOS "JTAPE" ATE "KTUPE",DEVEM SER CRIADOS PARA A UTILIZACAO DE DISCO,CONTENDO LINHAS SEM NENHUMA INSTRUCAO, COM DUZENTAS LINHAS EM BRANCO PARA CADA UM DESTES ARQUIVOS,CONSEGUE-SE EXECUTAR O PROGRAMA COM SISTEMAS DE 30 BARRAS SEM MAIORES PROBLEMAS.

(3) OS ARQUIVOS ARQGRAF1 E ARQGRAF2,SAO CRIADOS AUTOMATICAMENTE PARA ARQUIVAR OS PONTOS DAS FUNCOES DE DENSIDADE E CUMULATIVA DE PROBABILIDADE QUANDO SE UTILIZA A TRANSFORMADA DE LAPLACE PARA A CONVOLUCAO.OS ARQUIVOS ARQGRAF3 E ARQGRAF4 SAO TAMBEM CRIADOS AUTOMATICAMENTE PARA ARQUIVAR OS PONTOS DAS MESMAS FUNCOES QUANDO SE UTILIZA O METODO DOS CUMULANTES.

---

GRUPO (2)

```
BUILD JULUSL;CODE=USL;DISC=,1
FORTRAN FLUP,JULUSL,$NULL
PREP JULUSL,DAVID1;MAXDATA=32767
PURGE JULUSL
SAVE DAVID1
RUN DAVID1
```

OBSERVACOES:

(1) ESTE GRUPO DEVE DER EXECUTADO UMA UNICA VEZ,A NAO SER QUE O PROGRAMA DEVA SER MODIFICADO,NCESSITANDO SER NOVAMENTE RECOMPILADO.O PROGRAMA FLUC,DEVE SER RECUPERADO DA FITA PARA A CONTA DO USUARIO.

(2) PARA CALCULAR UM NOVO SISTEMA,DEVE-SE REDIFINIR FILE FTN01, DAR O PURGE EM ARQGRAF1 ATE ARQGRAF4 E RECRIA-LOS NOVAMENTE. NAO ESQUECER QUE ARQGRAF1 ATE ARQGRAF4 CONTEM OS PONTOS DAS FUNCOES DE DENSIDADE E CUMULATIVA DE PROBABILIDADE,DEVENDO AMBOS SEREM UTILIZADOS ANTES DE SE DAR O PURGE.

(3) CASO NAO SEJA PRECISO RECOMPILAR FLUC NOVAMENTE,E SO EXECUTAR A INSTRUCAO RUN DAVID1.

---

COMANDOS PARA UTILIZACAO DO PLOTTER

APOS A EXECUCAO DO PROGRAMA ANTERIOR,CASO SE DESEJE OBTER A SAIDA DOS RESULTADOS PROBABILISTICOS EM FORMA GRAFICA,DEVEM SER FORNECIDOS OS COMANDOS SEGUINTES,QUE PERMITEM A OBTENCAO DAS FUNCOES DE DENSIDADE E CUMULATIVA DE PROBABILIDADE VIA TERMINAL (COMPUTADOR HP3000):

```
FILE FTN07;DEV=24;CCTL
FILE FTN08;DEV=24;CCTL
FILE FTN14=ARQGRAF1,OLD
FILE FTN15=ARQGRAF,OLD
FILE FTN16=ARQGRAF2,OLD
FILE FTN17=ARQGRAF3,OLD
FILE FTN18=ARQGRAF4,OLD
FORTRAN PLOTEX,,$NULL
PREPRUN $OLDPASS;RL=RLPLOT21.PUB.SYS
```

OS ARQUIVOS ARQGRAF1 ATE ARQGRAF4,SAO CRIADOS DURANTE A EXECUCAO DO PROGRAMA ANTERIOR,ONDE NELES ESTAO ARQUIVADOS OS PONTOS DE CADA FUNCAO DE DENSIDADE E CUMULATIVA DE PROBABILIDADE
JA O PROGRAMA PLOTEX E O ARQUIVO ARQGRAF DEVEM RECUPERADOS DA FITA PARA A CONTA DO USUARIO.
COM A EXECUCAO DOS COMANDOS ACIMA,IRAO APARECENDO SEQUENCIALMENTE NO VIDEO,MENSAGENS SE E DESEJADO PLOTTAR OS RESULTADOS DE CADA NO OU RAMO,COM "CODIGO=K",ONDE "K" TEM OS SEGUINTES SIGNIFICADOS:

```
K= 1,....FASE DA TENSAO
K= 2,....MODULO DA TENSAO
K= 3,....POTENCIA ATIVA GERADA NA BARRA SLACK
K= 4,....POTENCIA REATIVA GERADA NAS BARRAS PV E SLACK
K= 5,....POTENCIA REATIVA DEVIDA AO SHUNT DE BARRA
K= 6,....POTENCIA ATIVA EMITIDA DO RAMO
K= 7,....POTENCIA ATIVA RECEBIDA DO RAMO
K= 8,....PERDA DE POTENCIA ATIVA DO RAMO
K= 9,....POTENCIA REATIVA EMITIDA DO RAMO
K=10,....POTENCIA REATIVA RECEBIDA DO RAMO
K=11,....PERDA DE POTENCIA REATIVA DO RAMO
K=12,....POTENCIA APARENTE EMITIDA DO RAMO
K=13,....POTENCIA APARENTE RECEBIDA DO RAMO
K=14,....ANGULO DE FASE DO RAMO
```

# CAPITULO 7

# CONCLUSÕES

# CONCLUSÃO

Esta dissertação procura contribuir na análise de sistemas elétricos de potência aplicando-se técnicas probabilísticas na solução do fluxo de potência. O principal objetivo deste trabalho foi apresentar uma formulação alternativa, que se utiliza do método dos cumulantes, para obter as funções de densidade e de distribuição de probabilidade das variáveis de estado e saída do sistema. Com a aplicação desta formulação, pode-se conseguir uma redução significativa no tempo computacional empregado no cálculo das convoluções das variáveis aleatórias independentes, em relação ao método sem cumulantes. Este fato torna-se mais evidente quando analisamos os resultados obtidos no capítulo 5.

Desta forma, conclui-se teoricamente que quanto maior for o sistema e consequentemente mais distribuições de probabilidade são convolucionadas, menor será este tempo. Apesar das limitações do computador utilizado nas simulações pode-se verificar esta redução nos sistemas-teste utilizados. Como consequência torna-se viável introduzir por exemplo, as fontes primárias de energia no fluxo de potência probabilístico. Uma proposição preliminar desta formulação é apresentada no capítulo 6 e pode servir como um tema para dar continuidade a este trabalho.

Com o emprego do método dos cumulantes é possível também utilizar-se outras distribuições de probabilidade não convencionais no fluxo de potência probabilístico. Com relação a esta característica pode-se também dar continuidade a este trabalho procurando estudar-se com maiores detalhes outras distribuições que melhor se adaptem a esta formulação.

# RESUMO

A presente dissertação tem por objetivo analisar a solução de um fluxo de potência probabilístico utilizando-se o método dos cumulantes para obter as funções de densidade e distribuição de probabilidade das variáveis aleatórias de interesse do sistema.

Esta análise começa por um desenvolvimento teórico a respeito de variável aleatória até se chegar a definição dos cumulantes e o emprego da série de Gram-Charlier. Em seguida estuda-se o processo para obter-se a função de densidade de probabilidade de uma combinação linear de variáveis aleatórias utilizando-se o método dos cumulantes. Posteriormente utiliza-se este processo incorporado a solução de um fluxo de potência probabilístico aplicando-o em sistemas-teste de até 30 barras. Os resultados obtidos incentivam-nos a continuar o desenvolvimento deste trabalho aplicando-o agora, por exemplo, em sistemas de maior porte.