

TESE

580

*Faint green pencil scribbles, possibly initials or a signature.*

Jocélio Souza de Sá

Engenheiro Eletricista pela Escola Federal de Engenharia de  
Itajubá - 1969

CONTRIBUIÇÃO À ANÁLISE DO COMPORTAMENTO TÉRMICO  
DE MOTORES DE INDUÇÃO TRIFÁSICOS COM ROTOR DO  
TIPO GAIOLA



Tese apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica da UNICAMP  
como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em  
Engenharia Elétrica

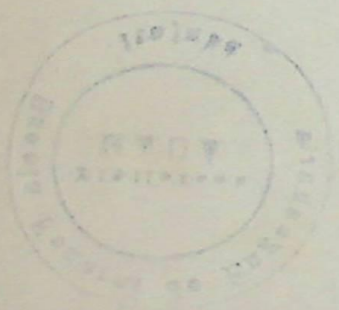
Orientador: Prof. Dr. Ernesto Ruppert Filho

Faculdade de Engenharia Elétrica

Departamento de Sistema e Controle de Energia

Abril de 1989

CLASS. 621.313.333:620.179.13 (043.2)  
CUTT. S III c  
TOMBO. 580



"... as realizações humanas se caracterizam mais pelas interrogações que provocam do que pelas conquistas que proporcionam".

À minha esposa,  
às minhas filhas,  
aos meus pais.

## AGRADECIMENTOS:

- Prof. Dr. Ernesto Ruppert Filho pela orientação e condução do presente trabalho.
- Prof. Hector Arango, a quem devo grande parte de minha forma  
ção profissional.
- Prof. Dr. Mauro Sérgio Miskulin pelo incentivo e colaboração no início de meu curso na UNICAMP.
- Prof. Dr. João Roberto Cogo pelo apoio junto à EFEI e à GSI.
- Engenheiro Alexandre Silva Santiago pela grande colabora  
ção, na elaboração da parte computacional deste trabalho.
- Eng<sup>o</sup> Marco Aurélio de Souza pela ajuda na obtenção dos resultata  
dos.
- Sr<sup>a</sup> Ilda de Carvalho Andrade pela datilografia do texto.
- Sr. Argemiro dos Santos pela elaboração dos desenhos.
- Sr. Benedito Victor Pereira pela confecção das cópias.
- Sta. Ilze Maria de Souza Mota pela assessoria.
- Escola Federal de Engenharia de Itajubá
- GSI - Engenharia e Comércio Ltda.
- Ao amigo Luiz Antônio Diniz.
- Eng<sup>o</sup> José Luiz de Moraes
- General Electric

## RESUMO

Para especificação de motores de indução Tri fásicos com rotor do tipo gaiola, considerados normais em listas técnicas de fabricantes, principalmente para acionamentos que operam em regime intermitente ou para acionamentos com elevados tempos de partida ou de frenação elétrica, é recomendável que se ja feita uma análise do comportamento térmico do motor durante os diversos ciclos de carga, visando garantir uma vida útil elevada.

Este trabalho apresenta uma metodologia com equações que permitem a determinação das elevações de temperatura do enrolamento do estator e das barras que constituem o enrolamento do rotor durante os ciclos de carga, bem como das diferenças de temperatura que se estabelecem entre as superfícies superior e inferior destas barras devido ao efeito pelicular (Skin), nos processos de aceleração e de frenação elétrica.

Estas equações são obtidas a partir de um circuito equivalente, cujos parâmetros constantes ou variáveis com a velocidade, são determinados a partir de dados disponíveis em catálogos de fabricantes.

### ABSTRACT

For the correct specification of three-phase induction motors it is recommended to carry out an adequate analysis of their thermic behaviour during the entire load-cycle. Such procedure aims at ensuring that the motor perform correctly during a long useful life. This is particularly true for squirrel-cage motors listed as normal in manufacturer's catalogues mainly those used in drives with an intermittent regime or in drives with high starting or braking times.

This work presents a complete methodology, with all relevant equations, which enables the determination of the temperature rise of stator windings and rotor bars of motors during their load-cycles, as well as the differences in temperature which appear between the outer and inner surfaces of those bars, due to Skin effect, during the acceleration and braking processes.

The equations are obtained from equivalent circuits, with parameters that may be constant or variable with the motor's speed. Such parameters can easily be obtained from data commonly available in manufacturer's catalogues.

## Í N D I C E

I	INTRODUÇÃO GERAL .....	001
II	OBTENÇÃO DO CIRCUITO EQUIVALENTE DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO A PARTIR DE DADOS DE FABRI CANTES .....	013
II.1	INTRODUÇÃO .....	013
II.2	OBTENÇÃO DOS PARÂMETROS DO CIRCUITO EQUIVALENTE QUE NÃO VARIAM COM A VELOCIDADE .....	015
II.3	VARIAÇÃO DA RESISTÊNCIA E DA REATÂNCIA DE ROTOR BLOQUEADO DO ENROLAMENTO DO ROTOR COM A VELOCI DADE .....	037
III	CARACTERÍSTICAS DE PARTIDA E FRENAÇÃO DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO A PARTIR DOS DADOS DO CIR CUITO EQUIVALENTE .....	046
III.1	INTRODUÇÃO .....	046
III.2	EQUAÇÃO DO CONJUGADO MOTOR EM FUNÇÃO DO ESCORREGAMENTO .....	046
III.3	COMPORTAMENTO DAS TENSÕES E CORRENTES DO CIRCUITO EQUIVALENTE DO MOTOR EM FUNÇÃO DO ESCORREGAMENTO .....	053
III.3.1	Corrente do estator em função do escorregamento ...	053
III.3.2	A tensão nos terminais do motor em função do escorregamento .....	054

III.3.3	A corrente do rotor em função do escorregamento ..	054
III.3.4	A tensão de partida do rotor bloqueado em função do escorregamento .....	055
III.4	TEMPO DE ACELERAÇÃO .....	055
III.5	FRENAÇÃO ELÉTRICA DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO ..	059
III.5.1	Frenação com corrente contínua .....	060
III.5.1.1	Corrente induzida no rotor para frenação com corrente contínua .....	060
III.5.1.2	A corrente do estator para frenação com corrente contínua .....	064
III.5.1.3	O comportamento do conjugado motor durante a frenação .....	066
III.5.2	Frenação com inversão de fases .....	066
III.5.2.1	Tempo de frenação .....	067
IV	ELEVAÇÃO DA TEMPERATURA DO ENROLAMENTO E DO NÚCLEO DO ROTOR .....	068
IV.1	INTRODUÇÃO .....	068
IV.2	EQUAÇÕES GERAIS .....	069
IV.3	EQUAÇÕES DE ELEVAÇÃO DE TEMPERATURAS PARA OS DIVERSOS ESTADOS OPERACIONAIS .....	079

IV.3.1	Partida do motor .....	079
IV.3.2	Operação com velocidade constante .....	082
IV.3.3	Frenação com corrente contínua .....	083
IV.3.4	Frenação com inversão de fases .....	084
IV.3.5	Motor desligado .....	085
IV.4	COMPORTAMENTO DA TEMPERATURA DURANTE UM CICLO DE OPERAÇÕES .....	086
V	COMPORTAMENTO TÉRMICO DAS BARRAS QUE CONSTITUEM O ENROLAMENTO DO ROTOR DURANTE OS PROCESSOS DE PARTIDA E DE FRENAÇÃO ELÉTRICA .....	087
V.1	INTRODUÇÃO .....	087
V.2	EQUAÇÕES GERAIS .....	088
V.3	ELEVAÇÕES DAS TEMPERATURAS NA SUPERFÍCIE E NO FUNDO DA RANHURA PARA OS DIVERSOS ESTADOS OPERACIONAIS .....	092
V.3.1	Partida do motor .....	092
V.3.2	Frenação com corrente contínua .....	092
V.3.3	Frenação com inversão de fases .....	093
V.4	DEFINIÇÃO DAS TEMPERATURAS .....	094
VI	ELEVAÇÃO DA TEMPERATURA DO ENROLAMENTO E DO NÚCLEO DO ESTATOR .....	095

VI.1	INTRODUÇÃO .....	095
VI.2	EQUAÇÃO GERAL .....	096
VI.3	EQUAÇÕES DE ELEVAÇÃO DE TEMPERATURA PARA OS DIVERSOS ESTADOS OPERACIONAIS .....	099
VI.3.1	Partida do motor .....	099
VI.3.2	Operação com velocidade constante .....	101
VI.3.3	Frenagem com corrente contínua .....	101
VI.3.4	Frenagem com inversão de fases .....	103
VI.3.5	Motor desligado .....	104
VI.4	DEFINIÇÃO DAS TEMPERATURAS .....	105
VII	COMPORTAMENTO TÉRMICO DO MOTOR QUANDO OCORRE BLOQUEIO DO ROTOR .....	106
VII.1	INTRODUÇÃO .....	106
VII.2	ELEVAÇÃO DA TEMPERATURA DO ENROLAMENTO E NÚCLEO DO ROTOR PARA SITUAÇÃO DE ROTOR BLOQUEADO .....	107
VII.3	ELEVAÇÃO DA TEMPERATURA DO ESTATOR PARA SITUAÇÃO DE ROTOR BLOQUEADO .....	108
VII.4	ELEVAÇÕES DE TEMPERATURA DAS SUPERFÍCIES SUPERIOR E INFERIOR DAS BARRAS DO ROTOR PARA SITUAÇÃO DE ROTOR BLOQUEADO .....	109

VIII	DESENVOLVIMENTO E IMPLEMENTAÇÃO DE UMA METODOLOGIA PARA ANÁLISE DO COMPORTAMENTO TÉRMICO DE MOTORES DE INDUÇÃO TRIFÁSICOS - FLUXOGRAMA .....	111
VIII.1	INTRODUÇÃO .....	111
VIII.2	DADOS DE SAÍDA .....	111
VIII.3	DADOS DE ENTRADA .....	114
VIII.4	FLUXOGRAMA .....	117
IX	CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS ....	164
X	ANEXOS .....	171
X.1	ANEXO A1 - Circuito equivalente e equações de potência e conjugado do Motor de Indução Tri <u>f</u> ásico .....	171
X.2	ANEXO A2 - Corrente nominal do rotor .....	179
X.3	ANEXO A3 - Cálculo da Reatância e da Resistência da rede de alimentação do motor .....	181
X.4	ANEXO A4 - Balanço de Energias durante a partida .	184
X.4.1	Energia transferida através do entreferro durante a partida .....	184
X.4.2	Energia dissipada no enrolamento do rotor durante a partida .....	185

## I INTRODUÇÃO GERAL

Um motor de indução trifásico operando com carga nominal, porém em regime intermitente cíclico ou aleatório tem o enrolamento do estator submetido a solicitações térmicas, que podem resultar em elevações de temperatura maiores que aquelas admissíveis, definidas em função da classe de isolamento do motor.

No caso de acionamentos com elevados tempos de aceleração ou de frenagem elétrica, resultante de cargas com altos momentos de inércia ou grandes conjugados de carga, as barras que constituem o enrolamento do rotor do motor de indução do tipo gaiola, ficam submetidas a solicitações térmicas tão elevadas e assimétricas, que os esforços mecânicos decorrentes podem provocar o rompimento das mesmas.

Em qualquer dos casos descritos anteriormente, o usuário é levado pelo fabricante à utilização de motores especiais, ou seja:

- motores com uma quantidade maior de cobre no enrolamento do estator, além de um isolamento de classe mais elevada para a operação intermitente.
- motores com perfis especiais das barras do enrolamento do rotor para acionamentos com elevados momentos de inércia ou altos conjugados resistentes.

Em qualquer dos casos o custo do motor é muito maior.

A utilização de motores de indução trifásicos com rotor do tipo gaiola, considerados normais em listas

técnicas de fabricantes é possível nestes acionamentos, desde que seja feita uma análise do comportamento térmico do motor, através da determinação das elevações de temperatura do enrolamento do estator e das barras que constituem o enrolamento do rotor, bem como através da determinação das diferenças de temperatura que ocorrem entre as superfícies superior e inferior destas barras nos processos de aceleração ou de frenagem elétrica e que são responsáveis pelo rompimento das mesmas, de modo que possa ser verificado se os valores máximos admissíveis não são ultrapassados nos diversos ciclos de carga do acionamento.

O cálculo das elevações e das diferenças de temperatura é feito a partir de equações de conjugado, de correntes e de perdas, obtidas a partir do circuito equivalente do motor.

Para que a especificação do motor normal possa ser feita com segurança em qualquer tipo de acionamento e, em particular em acionamentos tidos como especiais, o circuito equivalente deve representar o comportamento do motor tanto em regime permanente, quanto nos processos de aceleração ou frenagem elétrica, principalmente no que se refere à variação das grandezas elétricas do circuito do rotor em função da velocidade, devido ao efeito Skin, que provoca a distribuição não uniforme da corrente elétrica ao longo da seção transversal das barras que constituem o enrolamento do rotor, efeito este responsável pelo rompimento das mesmas.

Além disso, é condição fundamental, no circuito equivalente, que os parâmetros constantes e as equações dos parâmetros variáveis com a velocidade possam ser obtidos a

partir de dados disponíveis em catálogos de fabricantes, pois este é geralmente o único material que o usuário dispõe para especificação.

Visando fornecer ao usuário um método de especificação que permita tanto a escolha do motor em acionamentos com solicitações consideradas normais, quanto a utilização de motores normais em acionamentos com elevadas solicitações, no presente trabalho são obtidas:

a - equações para determinação dos parâmetros constantes e variáveis com a velocidade, para obtenção do circuito equivalente, a partir de dados disponíveis em catálogos de fabricantes. Convém destacar que nos métodos atualmente existentes os parâmetros constantes são obtidos, por exemplo, a partir de ensaios de rotor livre e de rotor bloqueado, enquanto que as equações que definem o comportamento das grandezas variáveis com a velocidade devido ao efeito Skin, dependem das dimensões e do formato das barras que constituem o enrolamento do rotor, ou seja de dados e métodos que geralmente não são acessíveis ao usuário.

b - equações para determinação da variação do conjugado motor, das correntes do estator e do rotor e das perdas do motor em função da velocidade e da carga.

Estas equações, obtidas a partir do circuito equivalente, levam em consideração o efeito da rede de alimentação no comportamento do motor.

c - equações para determinação dos tempos de aceleração e de frenagem por inversão de fases, além de equações para determinação do

conjugado e da corrente do motor quando a frenação é feita com corrente contínua, como é usual para motores de indução trifisicos do tipo gaiola.

O método desenvolvido para obtenção das equações que definiem o comportamento do motor em frenação com corrente continua, ao contrário dos métodos existentes, não é função de valores médios e aproximados, porém sendo obtido do circuito equivalente apresenta uma precisão maior.

d - equações para determinação da elevação de temperatura do enrolamento do estator para os diversos estados operacionais do motor, durante o ciclo de carga.

Estas equações, além de considerarem todos os efeitos mencionados anteriormente, levam em conta a variação dos parâmetros e conseqüentemente do conjugado, das correntes do estatator e do rotor e das perdas com a temperatura.

e - equações para determinação da elevação da temperatura média das barras que constituem o enrolamento do rotor para os divirsos estados operacionais do motor durante o ciclo de carga, com as mesmas considerações feitas para as equações de elevação de temperatura do enrolamento do estator.

f - equações para determinação das diferenças de temperatura que se estabelecem entre as superfícies superior e inferior das barras que constituem o enrolamento do rotor, durante os processos de aceleração e de frenação elétrica, também com as mesmas considerações feitas para as equações de elevação de temperatura dos enrolamentos do estator e do rotor.

g - equações para a determinação de elevações da temperatura dos enrolamentos do estator e do rotor e de diferenças de temperatura entre as superfícies superior e inferior das barras do rotor, para a condição particular de rotor bloqueado, durante o intervalo de tempo indicado pelo fabricante como admissível. Os valores de temperatura obtidos são tomados como referência para concluir se o motor é adequado ou não ao acionamento, através de comparação destes valores com aqueles correspondentes obtidos durante os diversos estados operacionais do motor no ciclo de carga desejado.

As soluções destas equações são obtidas através de um programa em computador digital, cujo fluxograma está indicado ao final deste trabalho.

A seguir está apresentada a relação das grandezas constantes no trabalho.

RELAÇÃO DAS GRANDEZAS CONSTANTES DO TRABALHO

- $A_E$  - Fator que define a transmissão de calor do estator para o ar ( $W/^\circ C$ )
- $A_N$  - Fator que define a transmissão de calor do núcleo do rotor para o ar ( $W/^\circ C$ )
- $A_{RN}$  - Fator que define a transmissão de calor do enrolamento para o núcleo do rotor
- $\alpha_E$  - Fator que define a variação da resistência do enrolamento do estator com a temperatura ( $^\circ C^{-1}$ )
- $\alpha_R$  - Fator que define a variação da resistência do enrolamento do rotor com a temperatura ( $^\circ C^{-1}$ )
- $C_E$  - Capacidade térmica do material que constitui o estator ( $W/^\circ C.s^{-1}$ )
- CI - Elevação de temperatura definida pela classe de isolamento ( $^\circ C$ )
- $c_N$  - Calor específico do material que constitui o núcleo do rotor ( $W/^\circ C.s^{-1}.Kg$ )
- $C_N$  - Capacidade térmica do núcleo do rotor ( $W/^\circ C.s^{-1}$ )
- $c_R$  - Calor específico do material que constitui o enrolamento do rotor ( $W/^\circ C.s^{-1}.Kg$ )
- $C_R$  - Capacidade térmica do enrolamento do rotor ( $W/^\circ C.s^{-1}$ )
- $\cos\psi_N$  - Fator de potência nominal
- $d_i$  - Densidade de corrente à profundidade  $x_b$  da barra do rotor ( $A/m^2$ )

- $d_o$  - Densidade de corrente na superfície superior da barra do rotor ( $A/m^2$ )
- $E$  - Força Eletromotriz induzida no enrolamento do rotor (V)
- $f_2$  - Frequência da tensão induzida no enrolamento do rotor (Hz)
- $f_N$  - Frequência nominal (Hz)
- $\phi$  - Fluxo magnético (Wb)
- $h_b$  - Altura da barra do rotor (m)
- $I_N$  - Corrente nominal do motor (A)
- $I_P$  - Corrente de partida do motor (A)
- $I$  - Corrente do estator (A)
- $I_o$  - Corrente a vazio (A)
- $I_2$  - Corrente do rotor, valor referido ao estator (A)
- $I_{2N}$  - Corrente nominal do rotor, valor referido ao estator (A)
- $I_{2p}$  - Corrente de partida do rotor, valor referido ao estator (A)
- $I_{2k}$  - Corrente do rotor para o escorregamento correspondente ao conjugado máximo, valor referido ao estator (A)
- $I_{2fR}$  - Corrente do rotor, para frenagem com corrente contínua, valor referido ao estator (A)
- $I_{fR}$  - Corrente contínua do estator para frenagem com corrente contínua (A)
- $J_c$  - Momento de inércia da carga ( $kg.m^2$ )
- $J_M$  - Momento de inércia do motor ( $kg.m^2$ )

- $J_{RED}$  - Momento de inércia do redutor ( $kg.m^2$ )  
 $J$  - Momento de inércia total do acionamento ( $kg.m^2$ )  
 $K$  - Fator que define a relação entre as perdas nos enrolamentos do estator e rotor e as perdas totais nominais do motor  
 $l$  - Largura da barra do rotor (m)  
 $M$  - Conjugado motor (N.m)  
 $M_N$  - Conjugado nominal do motor (N.m)  
 $\bar{M}_P$  - Conjugado de partida referido ao conjugado nominal do motor (p.u.)  
 $\bar{M}_K$  - Conjugado máximo referido ao conjugado nominal do motor (p.u.)  
 $M_C^*$  - Conjugado da carga referido ao eixo da carga (N.m)  
 $M_C$  - Conjugado da carga referido ao eixo do motor (N.m)  
 $M_{CN}$  - Conjugado nominal da carga referido ao eixo do motor (N.m)  
 $m_R$  - Massa do enrolamento do rotor (kg)  
 $m_N$  - Massa do núcleo do rotor (kg)  
 $n_N$  - Velocidade nominal do motor (rpm)  
 $n_1$  - Velocidade síncrona do motor (rpm)  
 $n_C$  - Velocidade da carga (rpm)  
 $n_{CN}$  - Velocidade nominal da carga (rpm)  
 $\eta_N$  - Rendimento nominal do motor

- $\eta_{red}$  - Rendimento do redutor
- $P_{EM}$  - Potência eletromagnética, transferida do estator para o rotor através do entreferro (W)
- $P_N$  - Potência nominal do motor (W)
- $P_{CN}$  - Potência nominal da carga (W)
- $R_1$  - Resistência do enrolamento do estator/fase ( $\Omega$ )
- $R_M$  - Resistência para representação das perdas no ferro ( $\Omega$ )
- $R_2$  - Resistência do enrolamento do rotor com valor referido ao estator ( $\Omega$ )
- $R_{2p}$  - Resistência do enrolamento do rotor na partida ( $s = 1$ ), valor referido ao estator ( $\Omega$ )
- $R_{2N}$  - Resistência do enrolamento do rotor na velocidade nominal, valor referido ao estator ( $\Omega$ )
- $R'_2(s)$  - Resistência do enrolamento do rotor variável com o escorregamento, valor referido ao estator ( $\Omega$ )
- $R_R$  - Resistência equivalente da rede de alimentação do motor ( $\Omega$ )
- $R_{TRAFO}$  - Resistência do transformador ( $\Omega$ )
- $R_{REDE}$  - Resistência da rede ( $\Omega$ )
- $R_{cabo}$  - Resistência do cabo ( $\Omega$ )
- $S_{cc}$  - Potência de curto-circuito (VA)
- $s$  - Escorregamento do motor
- $s_k$  - Escorregamento correspondente ao conjugado máximo

- $t$  - Tempo (s)  
 $t_{Rb}$  - Tempo de rotor bloqueado (s)  
 $T_R$  - Elevação de temperatura do enrolamento do rotor ( $^{\circ}C$ )  
 $T_N$  - Elevação de temperatura do núcleo do rotor ( $^{\circ}C$ )  
 $T_{RN}$  - Diferença entre as temperaturas do enrolamento e do núcleo do rotor ( $^{\circ}C$ )  
 $T$  - Constante de tempo equivalente do rotor (s)  
 $T_{RI}$  - Elevação de temperatura da superfície inferior da barra do rotor ( $^{\circ}C$ )  
 $T_{RS}$  - Elevação de temperatura da superfície superior da barra do rotor ( $^{\circ}C$ )  
 $T_E$  - Elevação de temperatura do estator ( $^{\circ}C$ )  
 $T_{AE}$  - Constante de tempo de aquecimento do estator (s)  
 $T_{AN}$  - Constante de tempo de aquecimento do núcleo do rotor (s)  
 $U$  - Tensão de fase (V) do estator  
 $U_N$  - Tensão nominal do motor (V)  
 $\Sigma V_N$  - Perdas totais nominais do motor (W)  
 $V_{1c}$  - Perdas no enrolamento do estator (W)  
 $V_{2c}$  - Perdas no enrolamento do rotor (W)  
 $V_1$  - Perdas no estator (W)  
 $V_{1Rb}$  - Perdas no estator para rotor bloqueado (W)  
 $V_{2Rb}$  - Perdas no rotor para rotor bloqueado (W)

- $W_{PR}$  - Energia dissipada no enrolamento do rotor durante a partida (W.s)
- $W_{FRR}$  - Energia dissipada no enrolamento do rotor durante a frenação com inversão de fases (W.s)
- $W_{PEF}$  - Energia transferida através do entreferro durante a partida (W.s)
- $W_{PW}$  - Energia cinética armazenada pelo rotor e carga ao final da partida (W.s)
- $W_{pes}$  - Energia dissipada no enrolamento do estator durante a partida (W.s)
- $W'_{FRR}$  - Energia dissipada no enrolamento do rotor durante a frenação com corrente contínua (W.s)
- $W'_{fRES}$  - Energia dissipada no enrolamento do estator durante a frenação com corrente contínua (W.s)
- $W'_{fRW}$  - Energia cinética a ser dissipada durante a frenação com corrente contínua (W.s)
- $W_{fRES}$  - Energia dissipada no enrolamento do estator durante a frenação com inversão de fases (W.s)
- $X_1$  - Reatância de dispersão do enrolamento do estator/fase ( $\Omega$ )
- $X_M$  - Reatância de magnetização do motor ( $\Omega$ )
- $X_{2p}$  - Reatância de dispersão do enrolamento do rotor, quando travado, com valor referido ao estator ( $\Omega$ )
- $X_{2Np}$  - Reatância de dispersão do enrolamento do rotor, para si

tuação de rotor travado, porém com uma distribuição de corrente na seção transversal das barras do rotor, que ocorre na velocidade nominal, valor referido ao estator ( $\Omega$ )

- $X'_2(s)$  - Reatância de dispersão do enrolamento do rotor variável com o escorregamento, referida ao estator ( $\Omega$ )
- $X_R$  - Reatância equivalente da rede de alimentação do motor ( $\Omega$ )
- $X_{\text{TRAFO}}$  - Reatância do transformador ( $\Omega$ )
- $X_{\text{REDE}}$  - Reatância da rede ( $\Omega$ )
- $X_{\text{cabo}}$  - Reatância do cabo ( $\Omega$ )
- $x_b$  - Profundidade das barras do rotor (m)
- $x$  - Expoente que define a variação da carga com a velocidade
- $y$  - Fator que define a relação entre as reatâncias de dispersão do rotor  $X_{2p}$  e do estator  $X_1$

## II OBTENÇÃO DO CIRCUITO EQUIVALENTE DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO COM ROTOR DO TIPO GAIOLA A PARTIR DE DADOS APRESENTADOS EM CATÁLOGOS DE FABRICANTES

### II.1 INTRODUÇÃO

Conforme já abordado no capítulo I, a utilização de motores de indução trifásicos com rotor do tipo gaiola, considerados normais em catálogos de fabricantes, em acionamentos que operam em regime intermitente cíclico ou aleatório ou com elevados tempos de aceleração e de frenagem elétrica, é possível a partir de uma análise criteriosa do comportamento térmico do motor, visando garantir a maior vida útil possível. Esta análise do comportamento térmico deve permitir:

- a determinação das elevações de temperatura do enrolamento do estator durante os diversos ciclos de carga, de modo que possa ser verificado se o limite definido pela classe de isolamento não foi ultrapassado.
- a determinação tanto da elevação da temperatura média, quanto da diferença de temperaturas das superfícies superior e inferior das barras que constituem o enrolamento do rotor, principalmente nos processos de aceleração ou de frenagem elétrica, de modo que possa ser verificado se o limite definido em termos de solicitação mecânica destas barras não foi ultrapassado.

As equações para o cálculo do conjugado, das correntes do estator e do rotor e das perdas que vão permitir a determinação

das elevações de temperatura, devem ser obtidas a partir de um circuito equivalente do motor, que além de representar seu comportamento em regime permanente, leve em consideração que tanto a resistência quanto a indutância do circuito do rotor variam com a velocidade devido ao efeito pelicular (Skin), ou seja devido à distribuição não uniforme da densidade de corrente na seção transversal das barras, que constituem o enrolamento do rotor, durante os processos de aceleração e de frenagem elétrica.

Em diversos trabalhos existentes sobre o assunto, a determinação dos parâmetros do circuito equivalente, que são constantes e independentes da velocidade, é feita a partir de dados obtidos em ensaios de rotor livre e de rotor bloqueado, sendo que as equações que definem tanto a variação da resistência, quanto da indutância do circuito do rotor, dependem das dimensões e do formato das barras que constituem o enrolamento do rotor.

Levando-se em consideração, que quem vai especificar o motor, geralmente tem em mãos apenas os dados constantes do catálogo do fabricante, neste capítulo são obtidas as equações para determinação dos parâmetros do circuito equivalente, tanto os constantes quanto aqueles variáveis nos processos de aceleração ou de frenagem elétrica.

A tabela II.1 mostra os dados geralmente disponíveis em catálogos de fabricantes.

Grandeza	Símbolo	Unidade
Potência nominal	$P_N$	W ou CV
Velocidade nominal	$n_N$	r.p.m.
Tensão nominal	$U_N$	V
Corrente nominal	$I_N$	A
Velocidade síncrona	$n_1$	r.p.m
Frequência nominal	$f_N$	Hz
Fator de potência nominal	$\cos \psi_N$	
Rendimento nominal	$\eta_N$	
Corrente de partida	$I_p$	A ou p.u. de $I_N$
Conjugado nominal	$M_N$	N.m
Conjugado de partida	$\bar{M}_p$	p.u. de $M_N$
Conjugado máximo	$\bar{M}_k$	p.u. de $M_N$
Momento de Inércia	$J_M$	kg.m <sup>2</sup>
Tempo de rotor bloqueado	$t_{rb}$	s

Tabela II.1 - Dados técnicos usuais de motores de indução tri-  
fásicos com rotor do tipo gaiola, fornecidos em  
catálogos de fabricantes

## II.2 OBTENÇÃO DOS PARÂMETROS DO CIRCUITO EQUIVALENTE QUE NÃO VARIAM COM A VELOCIDADE

A figura II.1 mostra o circuito equivalente  
usualmente adotado para representar o motor de indução trifási-  
co em regime permanente.

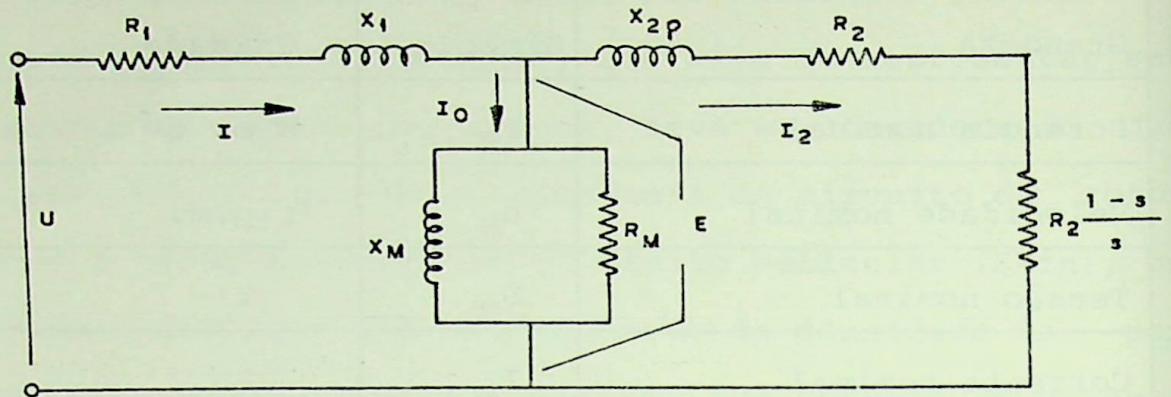


Figura II.1 - Circuito equivalente usualmente adotado para representação do motor de indução trifásico em regime permanente

No circuito equivalente da figura II.1 tem-se:

- U - tensão de fase aplicada ao enrolamento do estator (V)
- I - corrente no enrolamento do estator (A)
- $R_1$  - resistência do enrolamento do estator/fase ( $\Omega$ )
- $X_1$  - reatância de dispersão do enrolamento do estator/fase ( $\Omega$ )
- $I_0$  - corrente a vazio (A)
- $X_M$  - reatância de magnetização ( $\Omega$ )
- $R_M$  - resistência para representação das perdas no ferro ( $\Omega$ )
- $I_2$  - corrente do enrolamento do rotor, com valor referido ao estator (A)
- $X_{2p}$  - reatância de dispersão do enrolamento do rotor/fase, quan

do bloqueado, com valor referido ao estator ( $\Omega$ )

$R_2$  - resistência do enrolamento do rotor/fase, com valor referido ao estator ( $\Omega$ )

$s$  - escorregamento do motor

Conforme será analisado posteriormente, devido ao efeito Skin, ou seja a variação da densidade de corrente na seção transversal das barras, que constituem o enrolamento do rotor, com a velocidade, tanto a resistência quanto a indutância do circuito do rotor são variáveis com a velocidade. Isto significa que com o rotor bloqueado a resistência do enrolamento do rotor tem um valor  $R_{2p}$  enquanto que para velocidade nominal de operação a resistência, devido à nova distribuição de corrente passa a ter o valor  $R_{2N}$ .

Com relação à reatância de dispersão do rotor, é importante observar que no circuito equivalente é usual adotar-se o valor correspondente ao de rotor bloqueado, mesmo para o motor operando fora desta condição, ou seja para qualquer velocidade de operação. Como a densidade de corrente ao longo da seção transversal da barra varia com a velocidade, a reatância de rotor bloqueado assume valores diferentes para diversas velocidades.

Enquanto que para velocidade nula a reatância de rotor bloqueado vale  $X_{2p}$ , para o motor operando nas condições nominais a reatância de rotor bloqueado assume um valor diferente  $X_{2Np}$ ; ou seja considera-se o rotor bloqueado, porém com a distribuição de corrente ao longo da seção transversal das barras que ocorre nas condições nominais.

A resistência  $R_1$  e a reatância de dispersão  $X_1$  do enrolamento do estator bem como a reatância de magnetização  $X_M$  e a resistência  $R_M$  para representação das perdas no ferro são consideradas constantes, pois não variam com a velocidade do motor. A resistência  $R_{2p}$  e a reatância de partida  $X_{2p}$  do enrolamento do rotor são valores de rotor bloqueado enquanto que a resistência  $R_{2N}$  e a reatância de partida  $X_{2Np}$  são valores para operação com velocidade nominal.

As figuras II.2 e II.3 mostram respectivamente os circuitos equivalentes do motor para a condição de rotor bloqueado ( $n = 0$ ) e para condição de velocidade nominal ( $n = n_N$ ).

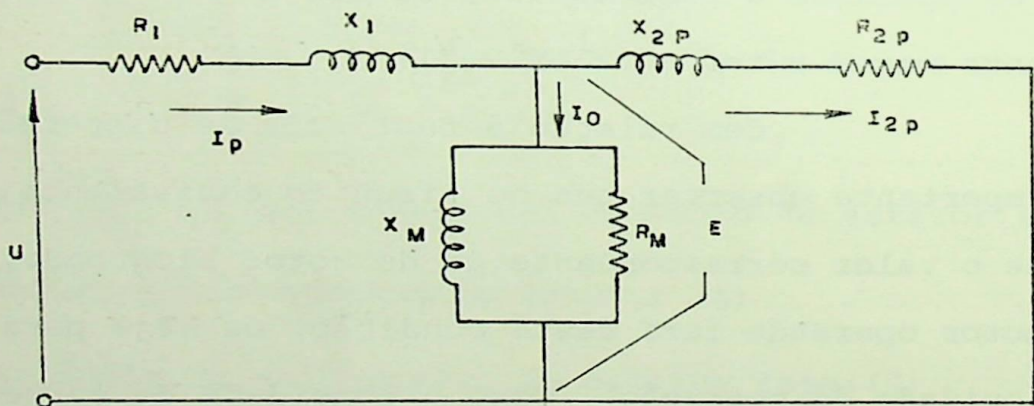


Figura II.2 - Circuito equivalente do motor para condição de rotor bloqueado ( $n = 0$ )

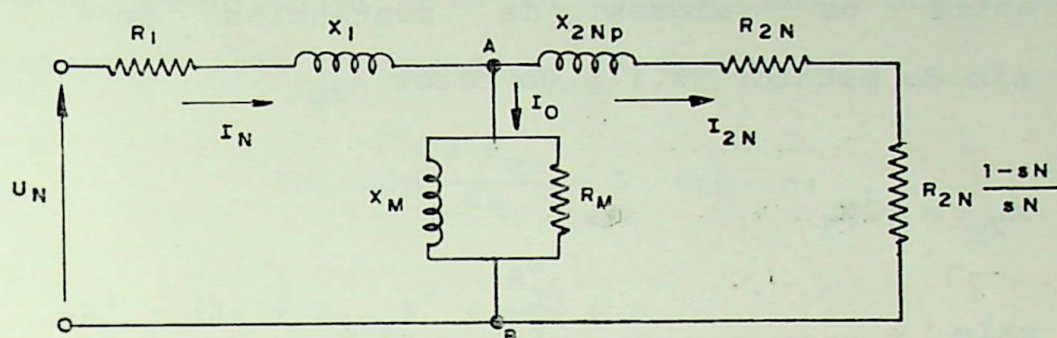


Figura II.3 - Circuito equivalente do motor para operação nas condições nominais

A obtenção dos parâmetros indicados nos circuitos das figuras II.2 e II.3 é feita a seguir, enquanto que as equações que definem as variações da resistência  $R_2(s)$  e da reatância de rotor bloqueado  $X_2(s)$  do circuito do rotor serão obtidas posteriormente.

Duas hipóteses devem ser formuladas para o equacionamento dos parâmetros constantes do circuito equivalente:

- a - na faixa de operação entre a velocidade em vazio (próxima da síncrona) e a velocidade correspondente ao conjugado máximo, os valores de  $R_2$  e  $X_2$  permanecem constantes e iguais a  $R_{2N}$  e  $X_{2Np}$  respectivamente. Esta hipótese é perfeitamente aceitável, uma vez que os motores de indução trifásicos com rotor do tipo gaiola, usualmente apresentam uma variação muito pequena de escorregamento entre o escorregamento para conjuga

do máximo e o escorregamento nulo.

- b - com o rotor travado existe uma relação definida [26] entre os valores de reatâncias de dispersão do estator ( $X_1$ ) e do rotor  $X_{2p}$ .

$$X_{2p} = y \cdot X_1 \quad (\text{II.1})$$

onde  $y$  vale:

$y = 1$  para motores da categoria D

$y = 1/1,67$  para motores da categoria N

$y = 1/0,43$  para motores da categoria H

Conforme [4], a potência eletromagnética transferida através do entreferro do estator para o rotor, para as condições nominais, é definida pela equação (II.2).

$$P_{em} = \frac{3 \cdot U_N^2 \frac{R_{2N}}{s_N}}{\left(R_1 + \frac{R_{2N}}{s_N}\right)^2 + (X_1 + X_{2Np})^2} \quad (\text{II.2})$$

sendo

$$s_N = \frac{n_1 - n_N}{n_1} \quad (\text{II.3})$$

onde

$P_{em}$  - potência eletromagnética (W)

$s_N$  - escorregamento nominal

$n_1$  - velocidade síncrona (rpm)

$n_N$  - velocidade nominal do motor (rpm)

A equação (II.2) permite definir o conjugado máximo  $M_k$  desenvolvido pelo motor, bem como o escorregamento correspondente a este conjugado  $s_k$  (Apêndice A1).

Fazendo  $\frac{d P_{em}}{ds} = 0$  tem-se:

$$-R_1^2 - (X_1 + X_{2Np})^2 + \frac{R_{2N}^2}{s_k^2} = 0 \quad (\text{II.4})$$

onde

$s_k$  - escorregamento correspondente ao conjugado máximo.

Desta forma, resulta

$$s_k = \pm \frac{R_{2N}}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_{2Np})^2}} \quad (\text{II.5})$$

Observe-se que neste desenvolvimento, para dedução da equação (II.5), foi considerada a hipótese "a" mencionada anteriormente.

Na equação (II.5) o sinal positivo corresponde ao regime de trabalho como motor e o sinal negativo corresponde à máquina operando como gerador de indução.

Nos motores de indução trifásicos normais  $R_1$  é consideravelmente menor que  $(X_1 + X_{2Np})$ , de modo que se pode desprezar  $R_1^2$  perante  $(X_1 + X_{2Np})^2$ .

Desta forma, resulta:

$$s_k = \frac{R_{2N}}{X_1 + X_{2Np}} \quad (\text{II.6})$$

ou ainda

$$X_1 + X_{2Np} = \frac{R_{2N}}{s_k} \quad (\text{II.7})$$

O escorregamento  $s_k$  correspondente ao conjugado máximo  $M_k$  pode ser calculado a partir de dados de catálogos com auxílio da equação de Kloos (Anexo A1).

$$\frac{M}{M_k} = \frac{2}{\frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s}} \quad (\text{II.8})$$

Para as condições nominais, tem-se:

$$\frac{M_N}{M_k} = \frac{2}{\frac{s_N}{s_k} + \frac{s_k}{s_N}} \quad (\text{II.9})$$

O valor de  $s_k$ , para máquina operando como motor é obtido então a partir de dados apresentados em catálogos de fabricantes (Tabela II.1).

$$s_k = s_N \left[ \bar{M}_k + \sqrt{\bar{M}_k^2 - 1} \right] \quad (\text{II.10})$$

onde

$$\bar{M}_k = \frac{M_k}{M_N}$$

O valor de  $R_{2N}$  pode ser calculado a partir dos dados apresentados na Tabela II.1, conforme mostrado a seguir.

No circuito equivalente válido para as condições nominais de operação (figura II.3), a potência dissipada

na resistência ( $R_{2N} \frac{1 - s_N}{s_N}$ ) corresponde à potência mecânica de desenvolvida pelo motor (Anexo A1).

$$P_N = 3 \cdot I_{2N}^2 R_{2N} \frac{1 - s_N}{s_N} \quad (\text{II.11})$$

Desta forma, resulta:

$$R_{2N} = \frac{s_N}{1 - s_N} \cdot \frac{P_N}{3 I_{2N}^2} \quad (\text{II.12})$$

onde

$I_{2N}$  - valor nominal da corrente do circuito do rotor referida ao estator (A)

A corrente do circuito do rotor pode ser obtida com auxílio da equação (II.13), que se encontra deduzida no Anexo A2.

$$I_{2N} = I_N \cdot \cos \psi_N \sqrt{1 + \left(\frac{s_N}{s_k}\right)^2} \quad (\text{II.13})$$

Combinando-se as equações (II.12) e (II.13), obtém-se o valor da resistência do circuito do rotor, para as condições nominais a partir dos dados da tabela II.1.

$$R_{2N} = \frac{s_N}{1 - s_N} \cdot \frac{P_N}{3} \cdot \frac{1}{I_N^2 \cos^2 \psi_N \left[1 + \left(\frac{s_N}{s_k}\right)^2\right]} \quad (\text{II.14})$$

Determinados os valores de  $R_{2N}$  e de  $s_k$ , pode-se voltar à equação (II.7) e calcular:

$$X_1 + X_{2Np} = \frac{R_{2N}}{s_k}$$

No circuito equivalente da figura II.2, válido para as condições de partida, a corrente de magnetização é muito pequena em relação à corrente de partida (A corrente de magnetização vale de 20 a 30% da corrente nominal e a corrente de partida vale de 5 a 8 vezes a corrente nominal).

Desta forma, pode-se escrever:

$$\frac{I_{2p}}{I_{2N}} = \frac{I_p}{I_N} \quad (\text{II.15})$$

Para qualquer valor do escorregamento  $s$ , conforme mostrado no Anexo A1, a equação (II.11) pode ser escrita como:

$$\frac{2\pi}{60} M \cdot n_1 (1 - s) = 3I_2^2 R_2 \left(\frac{1-s}{s}\right)$$

$$R_2 = s \cdot \frac{2\pi}{60} \cdot \frac{M \cdot n_1}{3 \cdot I_2^2} \quad (\text{II.16})$$

Para a condição de partida, ou seja para  $s = 1$  tem-se:

$$R_{2p} = \frac{2\pi}{60} \cdot \frac{M_N \cdot \bar{M}_p \cdot n_1}{3I_{2p}^2} \quad (\text{II.17})$$

Considerando-se a equação (II.15), obtém-se o valor de  $R_{2p}$  usando apenas dados da tabela II.1.

$$R_{2p} = \frac{2\pi}{60} \cdot \frac{M_N \cdot \bar{M}_p \cdot n_1}{3 \cdot I_{2N}^2 \left(\frac{I_p}{I_N}\right)^2} \quad (\text{II.18})$$

onde

$M_N$  = conjugado nominal do motor (N.m)

$\bar{M}_p$  - conjugado de partida do motor em pu do conjugado nominal do motor

A determinação da resistência do enrolamento do estator  $R_1$  pode ser feita a partir da consideração de que para o escorregamento  $s_k$ , correspondente ao conjugado máximo  $M_k$ , a corrente de magnetização é ainda muito pequena, se comparada com a corrente do enrolamento do rotor [4], podendo então ser desprezada. Com essa simplificação, o circuito equivalente da figura II.3, para esta condição, ficará reduzido ao indicado na figura II.4

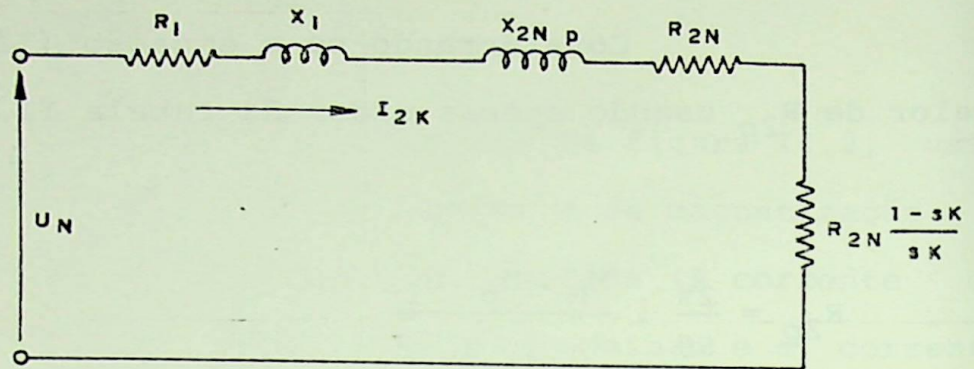


Figura II.4 - Circuito equivalente válido para o escorregamento  $s_k$  correspondente ao conjugado máximo  $M_k$ .

A partir do circuito da figura II.4 pode-se obter:

$$I_{2k} = \frac{U_N}{\sqrt{\left(R_1 + \frac{R_{2N}}{s_k}\right)^2 + (X_1 + X_{2Np})^2}} \quad (\text{II.19})$$

Levando-se em consideração a equação (II.7) resulta:

$$I_{2k} = \frac{U_N}{\sqrt{\left(R_1 + \frac{R_{2N}}{s_k}\right)^2 + \left(\frac{R_{2N}}{s_k}\right)^2}} \quad (\text{II.20})$$

Ainda com base na figura II.4 e no Anexo A1, pode-se concluir que a potência dissipada na resistência  $R_{2N} \cdot (1 - s_k) / s_k$  é igual a potência mecânica desenvolvida pelo mo

tor na velocidade correspondente ao escorregamento  $s_k$ . A partir daí, tem-se:

$$3R_{2N} \frac{1 - s_k}{s_k} \cdot I_{2k}^2 = \frac{2\pi}{60} (1 - s_k) \cdot n_1 \cdot \bar{M}_k \cdot M_N$$

$$I_{2k} = \sqrt{\frac{2\pi}{180} \cdot \frac{s_k \cdot n_1 \cdot \bar{M}_k \cdot M_N}{R_{2N}}} \quad (\text{II.21})$$

O valor de  $R_1$  pode ser obtido a partir da igualdade das expressões (II.20) e (II.21).

$$R_1 = \sqrt{\frac{180 \cdot R_{2N} \cdot U_N^2}{2 \cdot \pi \cdot s_k \cdot n_1 \cdot \bar{M}_k \cdot M_N} - \left(\frac{R_{2N}}{s_k}\right)^2 - \frac{R_{2N}}{s_k}} \quad (\text{II.22})$$

O circuito equivalente para as condições de partida (Figura II.2) fornece (desprezando-se a corrente de magnetização, conforme demonstrado anteriormente):

$$I_p = \frac{U_N}{\sqrt{(R_{2p} + R_1)^2 + (X_1 + X_{2p})^2}} \quad (\text{II.23})$$

Com a obtenção de  $R_1$ , através da equação (II.22), pode-se calcular a soma  $(X_1 + X_{2p})$ , uma vez que  $R_{2p}$  também já foi determinado e  $I_p$  é dado de catálogo.

$$X_1 + X_{2p} = \sqrt{\left(\frac{U_N}{I_p}\right)^2 - (R_{2p} + R_1)^2} \quad (\text{II.24})$$

Utilizando-se a segunda hipótese, pode-se separar  $X_1$  de  $X_{2p}$  de acordo com o tipo de motor em estudo.

$$X_1 + y X_1 = \sqrt{\left(\frac{U_N}{I_p}\right)^2 - (R_{2p} + R_1)^2}$$

$$X_1 = \frac{\sqrt{\left(\frac{U_N}{I_p}\right)^2 - (R_{2p} + R_1)^2}}{1 + y} \quad (\text{II.25})$$

$$X_{2p} = y X_1$$

Levando-se o valor encontrado para  $X_1$  na equação (II.7), torna-se possível a determinação da reatância de dispersão de partida do rotor  $X_{2Np}$ , para as condições nominais, ou seja:

$$X_{2Np} = \frac{R_{2N}}{s_k} - X_1 \quad (\text{II.26})$$

Os valores encontrados até agora permitem construir de maneira ainda parcial os circuitos equivalentes do motor para as condições de partida e nominal. O circuito estará completo com a determinação da reatância de magnetização  $X_M$  e da resistência  $R_M$  para representação das perdas no ferro, que devem constar do circuito para operação nas condições nominais já que a corrente de magnetização é desprezível na condição de partida.

Se no circuito da figura II.3 (condição nominal) for inicialmente desprezada a resistência  $R_M$  e for tomado

$$R = \frac{R_{2N}}{s_N}, \text{ obtém-se:}$$

$$\begin{aligned}
R_1 + jX_1 + \frac{jX_M(R + jX_{2Np})}{R + j(X_M + X_{2Np})} &= \frac{U_N}{I_N \cdot \cos\psi_N - j I_N \cdot \text{sen}\psi_N} \\
(R_1 + jX_1) \cdot [R + j(X_M + X_{2Np})] + jX_M(R + jX_{2Np}) &= \\
\left[ \frac{U_N}{I_N} \cdot \cos\psi_N + j \frac{U_N}{I_N} \cdot \text{sen}\psi_N \right] [R + j(X_M + X_{2Np})] & \\
R_1 \cdot R + jR_1 \cdot (X_M + X_{2Np}) + jX_1 R - X_1(X_M + X_{2Np}) + jX_M R - X_M X_{2Np} &= \\
= \frac{R U_N}{I_N} \cdot \cos\psi_N + j \frac{R U_N}{I_N} \cdot \text{sen}\psi_N + j \frac{U_N}{I_N} \cdot (\cos\psi_N) \cdot (X_M + X_{2Np}) - & \\
- \frac{U_N}{I_N} \cdot (\text{sen}\psi_N) \cdot (X_M + X_{2Np}) & \quad \text{(II.27)}
\end{aligned}$$

A partir desta equação, obtém-se então:

$$\begin{aligned}
R_1 \cdot R - X_1 \cdot (X_M + X_{2Np}) - X_M \cdot X_{2Np} &= \\
= \frac{R U_N}{I_N} \cdot \cos\psi_N - \frac{U_N}{I_N} \cdot (\text{sen}\psi_N) \cdot (X_M + X_{2Np}) & \\
R \cdot (R_1 - \frac{U_N}{I_N} \cdot \cos\psi_N) - X_M \cdot (X_1 + X_{2Np}) - \frac{U_N}{I_N} \cdot \text{sen}\psi_N &= \\
= X_1 \cdot X_{2Np} - X_{2Np} \cdot \frac{U_N}{I_N} \text{sen}\psi_N & \quad \text{(II.28)}
\end{aligned}$$

Também, a partir da equação (II.27), obtém-se

$$\begin{aligned}
R_1 \cdot (X_M + X_{2Np}) + X_I R + X_M R &= \frac{U_N}{I_N} \cdot (\cos \psi_N) \cdot (X_M + X_{2Np}) + \\
+ \frac{R U_N}{I_N} \cdot \text{sen} \psi_N & \\
X_M \left( R_1 - \frac{U_N}{I_N} \cdot \cos \psi_N \right) + R \left( X_1 - \frac{U_N}{I_N} \cdot \text{sen} \psi_N \right) + X_M \cdot R &= \\
= X_{2Np} \cdot \frac{U_N}{I_N} \cdot \cos \psi_N - R_1 \cdot X_{2Np} & \quad \text{(II.29)}
\end{aligned}$$

As equações (II.28) e (II.29) permitem a de terminação de R e de  $X_M$ .

De (II.28) resulta:

$$X_M = \frac{R \cdot \left( R_1 - \frac{U_N}{I_N} \cos \psi_N \right) - X_1 \cdot X_{2Np} + X_{2Np} \cdot \frac{U_N}{I_N} \cdot \text{sen} \psi_N}{X_1 + X_{2Np} - \frac{U_N}{I_N} \cdot \text{sen} \psi_N} \quad \text{(II.30)}$$

Substituindo o valor de  $X_M$  da equação (II.30) na equação (II.29), obtém-se:

$$\left( R_1 - \frac{U_N}{I_N} \cdot \cos \psi_N \right) \left[ \frac{R \cdot \left( R_1 - \frac{U_N}{I_N} \cdot \cos \psi_N \right) - X_1 \cdot X_{2Np} + X_{2Np} \cdot \frac{U_N}{I_N} \cdot \text{sen} \psi_N}{X_1 + X_{2Np} - \frac{U_N}{I_N} \cdot \text{sen} \psi_N} \right] +$$

$$R \left[ \frac{R \cdot (R_1 - \frac{U_N}{I_N} \cdot \cos \psi_N) - X_1 \cdot X_{2Np} + X_{2Np} \cdot \frac{U_N}{I_N} \cdot \text{sen} \psi_N}{X_1 + X_{2Np} - \frac{U_N}{I_N} \cdot \text{sen} \psi_N} \right] +$$

$$R \cdot (X_1 - \frac{U_N}{I_N} \cdot \text{sen} \psi_N) = X_{2Np} \cdot \frac{U_N}{I_N} \cdot \cos \psi_N - R_1 \cdot X_{2Np}$$

$$R^2 \cdot (R_1 - \frac{U_N}{I_N} \cdot \cos \psi_N) + R \cdot \left[ (R_1 - \frac{U_N}{I_N} \cdot \cos \psi_N)^2 - (X_1 \cdot X_{2Np} - X_{2Np} \cdot \frac{U_N}{I_N} \cdot \text{sen} \psi_N) \right. \\ \left. + (X_1 - \frac{U_N}{I_N} \cdot \text{sen} \psi_N) \cdot (X_1 + X_{2Np} - \frac{U_N}{I_N} \cdot \text{sen} \psi_N) \right] -$$

$$\left[ (X_{2Np} \cdot \frac{U_N}{I_N} \cdot \cos \psi_N - R_1 \cdot X_{2Np}) \cdot (X_1 + X_{2Np} - \frac{U_N}{I_N} \cdot \text{sen} \psi_N) - \right.$$

$$\left. (X_1 \cdot X_{2Np} - X_{2Np} \cdot \frac{U_N}{I_N} \cdot \text{sen} \psi_N) \cdot (R_1 - \frac{U_N}{I_N} \cdot \cos \psi_N) \right] = 0$$

$$R^2 \cdot (R_1 - \frac{U_N}{I_N} \cdot \cos \psi_N) + R \cdot \left[ (R_1 - \frac{U_N}{I_N} \cdot \cos \psi_N)^2 + (X_1 - \frac{U_N}{I_N} \cdot \text{sen} \psi_N)^2 \right]$$

$$+ X_{2Np}^2 \cdot (R_1 - \frac{U_N}{I_N} \cdot \cos \psi_N) = 0 \quad (\text{II.31})$$

Tomando-se:

$$a = R_1 - \frac{U_N}{I_N} \cdot \cos \psi_N \quad (\text{II.32})$$

$$b = \left(R_1 - \frac{U_N}{I_N} \cdot \cos\psi_N\right)^2 + \left(X_1 - \frac{U_N}{I_N} \cdot \sin\psi_N\right)^2 \quad (\text{II.33})$$

$$c = X_{2Np}^2 \cdot \left(R_1 - \frac{U_N}{I_N} \cos\psi_N\right) \quad (\text{II.34})$$

O valor de R será definido por:

$$R = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Determinado o valor de R, o valor de  $X_M$  pode ser calculado com auxílio da equação (II.30).

No circuito equivalente da figura II.3, válido para a condição de operação nominal, deve-se ainda incluir o efeito das perdas a vazio, através da resistência  $R_M$ .

As perdas totais nominais de um motor podem ser definidas pela equação (II.37).

$$\Sigma V_N = P_N \cdot \left( \frac{1}{\eta_N} - 1 \right) \quad (\text{II.37})$$

onde

$\Sigma V_N$  - perdas totais nominais do motor (W)

$P_N$  - potência nominal do motor (W)

$\eta_N$  - rendimento nominal do motor

As perdas do motor podem ser distribuídas em três parcelas mais importantes:

- perdas no enrolamento do estator
- perdas no enrolamento do rotor
- perdas a vazio

As perdas a vazio caracterizam-se por praticamente independem da carga e da velocidade do motor; já as perdas nos enrolamentos do estator e do rotor dependem principalmente da carga acionada pelo motor.

Se for definido o fator K como sendo a relação entre as perdas nos enrolamentos do estator e do rotor e as perdas totais para condição nominal de operação, as perdas a vazio  $V_{\text{vazio}}$  serão determinadas por:

$$V_{\text{vazio}} = (1 - K) \cdot \left( \frac{1}{\eta_N} - 1 \right) \cdot P_N \quad (\text{II.38})$$

O valor de K pode ser obtido a partir da equação (II.39):

$$K = \frac{V_{1c} + V_{2c}}{P_N \left( \frac{1}{\eta_N} - 1 \right)} \quad (\text{II.39})$$

onde

$V_{1c}$  - perdas no enrolamento do estator (W)

$V_{2c}$  - perdas no enrolamento do rotor (W)

Sabe-se ainda que:

$$V_{1c} = 3 \cdot R_1 \cdot I_N^2 \quad (\text{II.40})$$

$$V_{2c} = 3 \cdot R_{2N} \cdot I_{2N}^2 \quad (\text{II.41})$$

Desta forma, resulta:

$$K = \frac{3 \cdot R_1 \cdot I_N^2 + 3 \cdot R_{2N} \cdot I_{2N}^2}{P_N \left( \frac{1}{\eta_N} - 1 \right)} \quad (\text{II.42})$$

No circuito da figura II.3, a tensão  $E_N$  aplicada em  $R_M$  é:

$$|\dot{E}_N| = |\dot{U}_N - \dot{Z}_1 \dot{i}_N| \quad (\text{II.43})$$

onde

$$\dot{Z}_1 = R_1 + jX_1 \quad (\text{II.44})$$

Desta forma, resulta:

$$|\dot{E}_N| = \sqrt{U_N^2 + I_N^2 \cdot R_1^2 + X_1^2 - 2U_N \cdot I_N \cdot (R_1 \cos \psi_N + X_1 \cdot \text{sen} \psi_N)} \quad (\text{II.45})$$

Sabe-se ainda que:

$$V_{\text{vazio}} = 3 \frac{|\dot{E}_N|^2}{R_M}$$

resultando então:

$$R_M = \frac{3 \left[ U_N^2 + I_N^2 (R_1^2 + X_1^2) - 2 U_N \cdot I_N (R_1 \cos \psi_N + X_1 \sin \psi_N) \right]}{(1 - K) \cdot \left( \frac{1}{\eta_N} - 1 \right) \cdot P_N} \quad (\text{II.46})$$

A introdução de  $R_M$  altera, ainda que ligeiramente, a impedância de entrada e a corrente do enrolamento do estator.

Para evitar-se a alteração da corrente é necessária uma modificação dos valores de  $R_{2N}$  (consequentemente de  $R$ ) e de  $X_{2Np}$ , compensando, desta forma, a introdução de  $R_M$ .

O circuito equivalente resultante é o indicado na figura II.5.

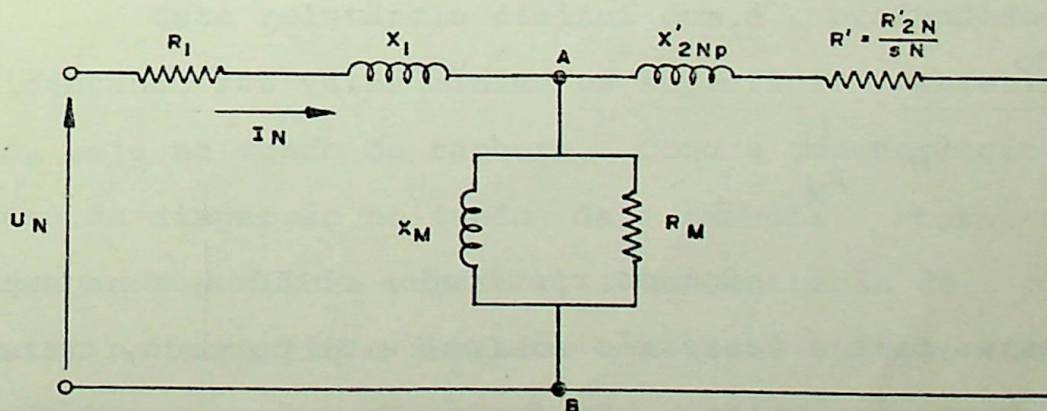


Figura II.5 - Circuito equivalente do motor para condição nominal de operação, corrigido devido à introdução de  $R_M$

A determinação dos valores  $X'_{2Np}$  e  $R' = \frac{R'_{2N}}{s_N}$  é feita partindo-se do princípio que as impedâncias entre os pontos A e B nos circuitos das figuras II.3 e II.5 devem ser iguais, lembrando que no desenvolvimento realizado a partir da figura II.3,  $R_M$  foi desprezado. Desta forma, resulta:

$$\frac{1}{R + jX_{2Np}} + \frac{1}{jX_M} = \frac{1}{R' + jX'_{2Np}} + \frac{1}{jX_M} + \frac{1}{R_M} \quad (\text{II.47})$$

Os valores de  $R'$ ,  $R'_{2N}$  e  $X'_{2Np}$  serão então definidos por:

$$R' = \frac{R'_{2N}}{s_N} = \frac{R - G_M \cdot (R^2 + X_{2Np}^2)}{1 - 2G_M R + G_M^2 (R^2 + X_{2Np}^2)} \quad (\text{II.48})$$

$$R'_{2N} = s_N \frac{R - G_M (R^2 + X_{2Np}^2)}{1 - 2G_M R + G_M^2 (R^2 + X_{2Np}^2)} \quad (\text{II.49})$$

$$X'_{2Np} = \frac{X_{2Np}}{1 - 2G_M R + G_M^2 (R^2 + X_{2Np}^2)} \quad (\text{II.50})$$

sendo

$$G_M = \frac{1}{R_M} \quad (\text{II.51})$$

Com os resultados obtidos, os circuitos equivalentes para a condição nominal e de partida, tornam-se completamente conhecidos. Em função da primeira hipótese simplificadora, o circuito determinado para condição nominal também representa o comportamento do motor entre a operação a vazio e de

conjugado máximo.

Para análise do comportamento do motor entre os estados operacionais de rotor travado ( $s=1$ ) e de velocidade correspondente ao conjugado máximo ( $s=s_k$ ), deve-se levar em conta as variações da resistência e da indutância do enrolamento do rotor com a velocidade, conforme será feito em seguida.

### II.3 VARIÇÃO DA RESISTÊNCIA E DA REATÂNCIA DE ROTOR BLOQUEADO DO ENROLAMENTO DO ROTOR COM A VELOCIDADE DE

A variação da densidade de corrente ao longo da seção transversal das barras que constituem o enrolamento do rotor é provocada pela variação da relutância do circuito magnético com a profundidade da barra [4].

Inicialmente, admita-se o rotor bloqueado. A relutância do circuito magnético na superfície superior das barras do rotor é bastante elevada devido à proximidade do entreferro.

Esta relutância diminui com a profundidade das barras alcançando seu valor mínimo na superfície inferior das mesmas, ou seja no fundo da ranhura. Como a concentração de linhas de fluxo de dispersão no fundo da ranhura torna-se muito maior que na superfície superior, a concentração de corrente será maior na superfície superior e sofrerá redução com a profundidade da barra, atingindo seu valor mínimo no fundo da ranhura.

Conclui-se então que para o rotor bloqueado ( $n=0$  ou

$s = 1$ ), a densidade de corrente varia com a profundidade  $x_b$  da barra.

Com a entrada em movimento do rotor, a frequência da tensão induzida no seu enrolamento diminui e a distribuição de corrente ao longo da seção transversal das barras uniformiza-se cada vez mais com o crescimento da velocidade [4]. Na velocidade nominal a densidade de corrente pode ser considerada uniforme ao longo de toda seção transversal das barras.

Este efeito, denominado efeito pelicular, pode ser simulado através de uma variação de resistência e de reatância com a velocidade (ou frequência).

Desta forma, verifica-se que a resistência e a reatância de rotor bloqueado das barras que constituem o enrolamento do rotor variam com o escorregamento.

As equações que representam a variação da resistência e da reatância de rotor bloqueado das barras que constituem o enrolamento do rotor desenvolvido em [4] e [29] tomam como base as dimensões e a forma geométrica das barras, dados estes que não são geralmente disponíveis em catálogos de fabricantes.

Torna-se então necessário procurar um modelo matemático alternativo, que permita a determinação de  $R_2'(s)$  e de  $X_2'(s)$ . Para isso, utilizam-se as seguintes hipóteses:

- desde que a não uniformidade na densidade da corrente e a variação da resistência do enrolamento do rotor são fenômenos provocados pela mesma causa, ou seja pela distribuição não uniforme da corrente, ambas seguem a mesma lei de variação.

A figura II.6 ilustra a distribuição da densidade de corrente com a profundidade da barra, para um determinado escorregamento.

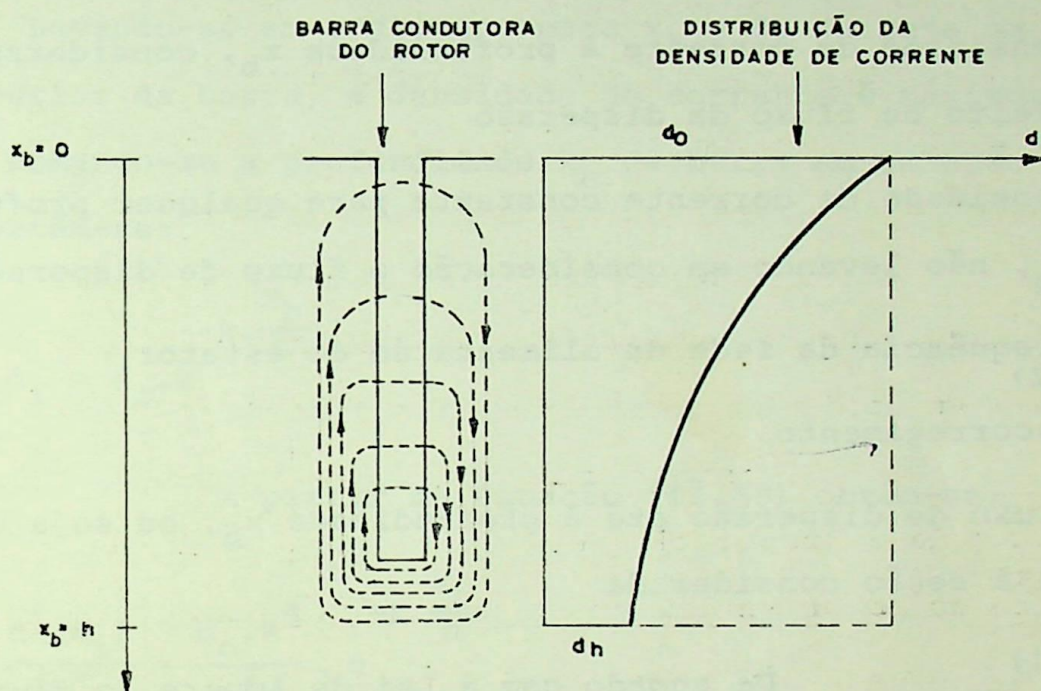


Figura II.6 - Distribuição irregular da corrente na seção transversal das barras do rotor

- a indutância varia obedecendo a mesma lei de variação da corrente.

De acordo com a Lei de Lenz, a força eletromotriz produzida pelo fluxo de dispersão se opõe à circulação de corrente originada pelo fluxo principal.

Se não existisse o fluxo de dispersão, a densidade de corrente seria constante e igual à  $d_0$  em qualquer profundidade  $x_b$  da barra. O fluxo de dispersão gera a f.e.m. que reduz esta densidade de corrente. A redução é proporcional à frequência da f.e.m. induzida e ao fluxo de dispersão enlaçado em torno

da seção à profundidade considerada.

$$d_i = d_o - k_i \cdot s \cdot f \int \phi \, dx_b \quad (\text{II.52})$$

onde

$d_i$  - densidade de corrente à profundidade  $x_b$ , considerando-se o efeito de fluxo de dispersão

$d_o$  - densidade de corrente constante para qualquer profundidade  $x_b$ , não levando em consideração o fluxo de dispersão

$f$  - frequência da rede de alimentação do estator

$s$  - escorregamento

$\phi$  - fluxo de dispersão até à profundidade  $x_b$ , ou seja que enlaça à seção considerada

De acordo com a Lei de Ampere, o fluxo de dispersão é proporcional à densidade de corrente que o produz.

$$\phi = k_\phi \int d_i \cdot dx_b \quad (\text{II.53})$$

Desta forma, tem-se:

$$\frac{d(d_i)}{dx_b} = k_i \cdot s \cdot f \cdot \phi$$

$$\frac{d\phi}{dx_b} = k_\phi \cdot d_i$$

ou ainda:

$$\frac{d^2(d_i)}{dx_b^2} = k_i \cdot s \cdot f \cdot \frac{d\phi}{dx_b} = k_i \cdot k_\phi \cdot f \cdot s \cdot d_i \quad (\text{II.54})$$

A solução da equação (II.54) é do tipo exponencial. Levando-se em conta que para  $x_b = 0$ , ou seja na superfície superior da barra, a densidade de corrente é máxima e vale  $d_o$ , e tomando-se a profundidade  $x_b$  da barra em relação à altura  $h$ , obtém-se:

$$d_i = d_o \cdot e^{-k \cdot \frac{x_b}{h}} \quad (\text{II.55})$$

A partir da equação (II.55) obtém-se:

$$\frac{d^2(d_i)}{dx_b^2} = \frac{d_o \cdot k^2}{h^2} \cdot e^{-k \frac{x_b}{h}} \quad (\text{II.56})$$

Levando-se em conta as equações (II.54), (II.55) e (II.56) obtém-se:

$$\frac{d_o \cdot k^2}{h^2} \cdot e^{-k \cdot \frac{x_b}{h}} = k_i \cdot k_\phi \cdot f \cdot s \cdot d_o \cdot e^{-k \cdot \frac{x_b}{h}}$$

$$k = h \cdot \sqrt{k_i \cdot k_\phi \cdot f \cdot s} \quad (\text{II.57})$$

Tomando-se

$$g_R = h \cdot \sqrt{k_i \cdot k_\phi \cdot f}$$

obtém-se

$$k = g_R \cdot \sqrt{s} \quad (\text{II.58})$$

A equação (II.58) que define o fator  $K$  do expoente da função de variação da densidade de corrente, da resistência e da reatância de rotor bloqueado do enrolamento do rotor, está perfeitamente compatível com a solução apresentada em [4], onde nas equações de resistência e reatância a solução é uma função exponencial dependente da  $\sqrt{s}$ .

Desta forma, resulta para variação da densidade de corrente:

$$d_i = d_o \cdot e^{-g_R \frac{x_b}{h} \sqrt{s}} \quad (\text{II.59})$$

Se a densidade de corrente na superfície superior da barra fosse mantida constante, a densidade de corrente à profundidade  $x_b$  cresceria a medida que o escorregamento diminuisse, até alcançar o valor final  $d_o$ .

Levando-se em conta as hipóteses consideradas tem-se para  $s \geq s_k$

$$R'_2(s) = R'_{2N} e^{g_R \sqrt{s-s_k}} \quad (\text{II.60})$$

$$X'_2(s, s_h) = X'_{2Np} e^{g_x \frac{x_b}{h} \sqrt{s-s_k}} \quad (\text{II.61})$$

e para  $s \leq s_k$ :

$$R'_2(s) = R'_{2N} \quad (\text{II.62})$$

$$X_2'(s, x_h) = X_{2Np}' \quad (\text{II.63})$$

Como a reatância do circuito equivalente corresponde a totalidade do fluxo de dispersão, é aquele que enlaça a seção inferior da barra ( $x_b = h$ ), o valor de  $X_2'(s, x_h)$  utilizado para todos os cálculos será:

$$X_2'(s) = X_2'(s, h) = X_{2Np}' e^{g_x \sqrt{s-s_k}} \quad (\text{II.64})$$

Os coeficientes  $g_R$  e  $g_x$  podem ser determinados a partir da condição de rotor bloqueado.

$$R_{2p} = R_{2N}' e^{g_R \sqrt{1-s_k}} \quad (\text{II.65})$$

$$X_{2p} = X_{2Np}' e^{g_x \sqrt{1-s_k}} \quad (\text{II.66})$$

Desta forma, obtém-se:

$$g_R = \frac{L_n R_{2p} - L_n R_{2N}'}{\sqrt{1-s_k}} \quad (\text{II.67})$$

$$g_x = \frac{L_n X_{2p} - L_n X_{2Np}'}{\sqrt{1-s_k}} \quad (\text{II.68})$$

Substituindo-se os valores de  $g_R$  e  $g_x$  nas equações (II.60) e (II.64), resulta:

$$R'_2(s) = R'_{2N} e^{\left( \frac{L_n R_{2p} - L_n R'_{2N}}{\sqrt{1 - s_k}} \sqrt{s - s_k} \right)} \quad (\text{II.69})$$

para  $1 \geq s \geq s_k$

$$R'_2(s) = R'_{2N} \quad (\text{II.70})$$

para  $0 \leq s \leq s_k$

$$X'_2(s) = X'_{2Np} e^{\left( \frac{L_n X_{2p} - L_n X'_{2Np}}{\sqrt{1 - s_k}} \sqrt{s - s_k} \right)} \quad (\text{II.71})$$

para  $1 \geq s \geq s_k$

$$X'_2(s) = X'_{2Np} \quad (\text{II.72})$$

para  $0 \leq s \leq s_k$

As equações propostas em [4] para definição da variação da resistência e da reatância de rotor bloqueado, levam em consideração, que os anéis de curto-circuito das barras do rotor não sofrem influência da variação da densidade de corrente ao longo da seção transversal da barra. Isto é feito através da separação dos valores de resistência e da reatância de rotor bloqueado em duas parcelas: uma variável com o escorregamento e outra constante.

Na formulação aqui proposta, além de se considerar a variação com o escorregamento e com a profundidade das barras, é possível prescindir sem grandes erros, da separação dos valores de resistência e reatância em duas parcelas

pois:

- os valores limites  $R'_2(s)$  e  $X'_2(s)$ , ou seja  $R'_{2N}$ ,  $R_{2p}$ ,  $X'_{2Np}$  e  $X_{2p}$  são calculados a partir de dados de catálogos de fabricantes, portanto são reais.
- os valores de  $R'_2(s)$  e  $X'_2(s)$  entre os limites são corrigidos através de  $g_R$  e  $g_X$ , que levam em consideração os valores de rotor bloqueado e nominal, calculados a partir de dados de catálogos.

### III CARACTERÍSTICAS DE ACELERAÇÃO E FRENAÇÃO DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO A PARTIR DOS DADOS DO CIRCUITO EQUIVALENTE

#### III.1 INTRODUÇÃO

No capítulo anterior, o motor foi modelado a través de seu circuito equivalente, a partir de dados de catálogos de fabricantes, considerando os parâmetros variáveis com a velocidade. Nos capítulos seguintes serão analisados os comportamentos térmicos dos enrolamentos do estator e do rotor, através de equações obtidas a partir do circuito equivalente. Neste capítulo, pretende-se além de estabelecer estas equações, apresentar uma metodologia para determinação do comportamento de grandezas elétricas e mecânicas nos processos de partida e de frenagem do motor.

#### III.2 EQUAÇÃO DO CONJUGADO MOTOR EM FUNÇÃO DO ESCORREGAMENTO

A partir do circuito equivalente, pode-se definir a potência mecânica no eixo do motor, conforme mostrado no Anexo A1.

$$P = 3I_2^2(s) \cdot R_2'(s) \cdot \frac{1-s}{s} \quad (\text{III.1})$$

onde:

$I_2(s)$  - corrente no rotor (função do escorregamento) (A).

A relação entre esta potência mecânica e o conjugado motor, para qualquer velocidade é dada por:

$$P = \frac{2\pi}{60} M(s) \cdot n$$

$$P = \frac{2\pi}{60} M(s) \cdot n_1 \cdot (1-s) \quad (\text{III.2})$$

A combinação das equações (III.1) e (III.2) fornece:

$$\frac{2\pi}{60} \cdot M(s) \cdot n_1 (1-s) = 3I_2^2(s) \cdot R_2'(s) \cdot \frac{1-s}{s}$$

$$M(s) = \frac{90}{\pi \cdot n_1} \cdot I_2^2(s) \cdot \frac{R_2'(s)}{s} \quad (\text{III.3})$$

A variação da resistência e da reatância do circuito do rotor com o escorregamento é definida pelas equações (II.69 e II.71), deduzidas no capítulo anterior, para  $s_k < s \leq 1$

$$R_2'(s) = R_{2N}' e^{\left( \frac{L_n R_{2p} - L_n R_{2N}}{\sqrt{1-s_k}} \cdot \sqrt{s-s_k} \right)}$$

$$X_2'(s) = X_{2Np}' e^{\left( \frac{L_n X_{2p} - L_n X_{2Np}'}{\sqrt{1-s_k}} \cdot \sqrt{s-s_k} \right)} \quad (\text{III.4})$$

Para  $s \leq s_k$ , com base na segunda hipótese simplificadora, apresentada no capítulo II, tem-se:

$$R_2'(s) = R_{2N}' \quad e \quad X_2'(s) = X_{2Np}' \quad (\text{III.5})$$

A equação para definição da corrente do rotor  $I_2(s)$  é obtida a partir do circuito equivalente do motor

$$\dot{I}_2(s) = \frac{\dot{E}}{\frac{R_2'(s)}{s} + jX_2'(s)} \quad (\text{III.6})$$

A tensão induzida  $\dot{E}$  nos terminais do ramo de magnetização é definida por:

$$\dot{E} = \dot{U} - (R_1 + jX_1) \dot{I}(s) \quad (\text{III.7})$$

onde  $U$  é a tensão de entrada do circuito, ou seja valor de fase da tensão aplicada ao motor.

A corrente  $I(s)$ , pode ser calculada a partir do circuito equivalente da figura II.5.

$$\dot{I}(s) = \frac{\dot{U}}{R_1 + jX_1 + \frac{1}{\frac{1}{\frac{R_2'(s)}{s} + jX_2'(s)} + G_M - jB_M}}} \quad (\text{III.8})$$

onde

$$G_M = \frac{1}{R_M} \quad (\text{III.9})$$

$$B_M = \frac{1}{X_M} \quad (\text{III.10})$$

$$\dot{I}(s) = \frac{\dot{U}}{R_1 + jX_1 + \frac{\left[ \frac{R_2'(s)}{s} + jX_2'(s) \right] \left[ \left( 1 + G_M \frac{R_2'(s)}{s} + B_M X_2'(s) \right) - j \left( G_M X_2'(s) - B_M \frac{R_2'(s)}{s} \right) \right]}{\left[ 1 + G_M \frac{R_2'(s)}{s} + B_M X_2'(s) \right]^2 + \left[ G_M X_2'(s) - B_M \frac{R_2'(s)}{s} \right]^2}} \quad (\text{III.11})$$

Tomando-se:

$$d = 1 + G_M \cdot \frac{R_2'(s)}{s} + B_M \cdot X_2'(s) \quad (\text{III.12})$$

$$e = G_M \cdot X_2'(s) - B_M \cdot \frac{R_2'(s)}{s} \quad (\text{III.13})$$

obtêm-se para equação III.11:

$$\dot{I}(s) = \frac{\dot{U} \cdot (d^2 + e^2)}{(R_1 + jX_1) \cdot (d^2 + e^2) + \left(\frac{R_2'(s)}{s} + jX_2'(s)\right) \cdot (d - je)} \quad (\text{III.14})$$

Levando-se em consideração a queda de tensão provocada na rede de alimentação do motor pela corrente do estator, resulta:

$$\dot{U} = \dot{U}_N - \dot{I}(s) \cdot (R_R + jX_R) \quad (\text{III.15})$$

onde

$R_R$  - resistência equivalente da rede de alimentação do motor (ohm)

$X_R$  - reatância equivalente da rede de alimentação do motor (ohm).

$U_N$  - tensão nominal do motor, igual a tensão da rede de alimentação ao motor (V)

No Anexo A3, sugerem-se métodos para determinação de  $R_R$  e de  $X_R$ . Combinando-se as equações (III.14) e (III.15) obtêm-se:

$$\dot{U} = \dot{U}_N - \frac{\dot{U} \cdot (d^2 + e^2) \cdot (R_R + jX_R)}{(R_1 + jX_1) \cdot (d^2 + e^2) + \left(\frac{R_2'(s)}{s} + jX_2'(s)\right) \cdot (d - je)} \quad (\text{III.16})$$

Desta forma, levando-se em conta a queda de tensão na rede de alimentação, a tensão nos terminais do motor poderá ser determinada pela expressão:

$$\dot{U} = \frac{\dot{U}_N}{1 + \frac{(d^2 + e^2) \cdot (R_R + jX_R)}{(R_1 + jX_1) \cdot (d^2 + e^2) + \left(\frac{R'_2(s)}{s} + jX'_2(s)\right) \cdot (d - je)}} \quad (\text{III.17})$$

ou ainda:

$$\dot{U} = \frac{\dot{U}_N \cdot \left\{ \left[ R_1 \cdot (d^2 + e^2) + d \cdot \frac{R'_2(s)}{s} + e \cdot X'_2(s) \right] + j \left[ X_1 \cdot (d^2 + e^2) + d \cdot X'_2(s) - e \cdot \frac{R'_2(s)}{s} \right] \right\}}{\left[ R_1 \cdot (d^2 + e^2) + d \cdot \frac{R'_2(s)}{s} + e \cdot X'_2(s) + R_R \cdot (d^2 + e^2) \right] + j \left[ X_1 \cdot (d^2 + e^2) + d \cdot X'_2(s) - e \cdot \frac{R'_2(s)}{s} + X_R \cdot (d^2 + e^2) \right]} \quad (\text{III.18})$$

Fazendo

$$h = R_1 \cdot (d^2 + e^2) + d \cdot \frac{R'_2(s)}{s} + e \cdot X'_2(s) \quad (\text{III.19})$$

$$\ell = X_1 \cdot (d^2 + e^2) + d \cdot X'_2(s) - e \cdot \frac{R'_2(s)}{s} \quad (\text{III.20})$$

$$m = (R_1 + R_R) \cdot (d^2 + e^2) + d \cdot \frac{R'_2(s)}{s} + e \cdot X'_2(s) \quad (\text{III.21})$$

$$n = (X_1 + X_R) \cdot (d^2 + e^2) + d \cdot X'_2(s) - e \cdot \frac{R'_2(s)}{s} \quad (\text{III.22})$$

Obtém-se:

$$\dot{U} = \frac{\dot{U}_N \cdot (h + j\ell)}{m + jn} \quad (\text{III.23})$$

Substituindo-se a expressão encontrada para tensão  $\dot{U}$  na equação (III.7) para definição da tensão  $\dot{E}$ , e levando-se em conta a equação III.14 de definição de  $\dot{I}(s)$ , obtém-se:

$$\dot{E} = \frac{\dot{U}_N(h-j\ell)}{m+jn} - \frac{\dot{U}_N(h+j\ell)}{m+jn} \cdot \frac{(d^2+e^2) \cdot (R_1+jX_1)}{(R_1+jX_1) \cdot (d^2+e^2) + \left(\frac{R'_2(s)}{s} + jX'_2(s)\right) \cdot (d-je)}$$

$$\dot{E} = \frac{\dot{U}_N(h+j\ell)}{m+jn} \left[ 1 - \frac{(d^2+e^2) \cdot (R_1+jX_1)}{(R_1+jX_1) \cdot (d^2+e^2) + \left(\frac{R'_2(s)}{s} + jX'_2(s)\right) \cdot (d-je)} \right]$$

$$\dot{E} = \frac{\dot{U}_N(h+j\ell)}{m+jn} \left[ \frac{\left[ d \cdot \frac{R'_2(s)}{s} + e \cdot X'_2(s) \right] + j \left[ d \cdot X'_2(s) - e \cdot \frac{R'_2(s)}{s} \right]}{\left[ R_1 \cdot (d^2+e^2) + d \cdot \frac{R'_2(s)}{s} + e \cdot X'_2(s) \right] + j \left[ X_1 \cdot (d^2+e^2) + d \cdot X'_2(s) - e \cdot \frac{R'_2(s)}{s} \right]} \right]$$

(III.24)

Fazendo

$$p = d \cdot \frac{R'_2(s)}{s} + e \cdot X'_2(s) \quad (III.25)$$

$$q = d \cdot X'_2(s) - e \cdot \frac{R'_2(s)}{s} \quad (III.26)$$

e levando-se em consideração as equações (III.19) e (III.20), obtém-se:

$$\dot{E} = \frac{\dot{U}_N(h+j\ell)}{m+jn} \cdot \frac{(p+jq)}{(h+j\ell)}$$

$$\dot{E} = \frac{\dot{U}_N(p + jq)}{m + jn} \quad (\text{III.27})$$

Substituindo-se  $\dot{E}$  da equação (III.27) em (III.6), obtêm-se:

$$\dot{I}_2(s) = \frac{\dot{U}_N(p + jq)}{(m + jn) \cdot \left( \frac{R'_2(s)}{s} + jX'_2(s) \right)}$$

$$\dot{I}_2(s) = \frac{\dot{U}_N(p + jq)}{\left( m \cdot \frac{R'_2(s)}{s} - n \cdot X'_2(s) \right) + j \left( n \cdot \frac{R'_2(s)}{s} + m \cdot X'_2(s) \right)} \quad (\text{III.28})$$

Fazendo:

$$t = m \cdot \frac{R'_2(s)}{s} - n \cdot X'_2(s) \quad (\text{III.29})$$

$$v = n \cdot \frac{R'_2(s)}{s} + m \cdot X'_2(s) \quad (\text{III.30})$$

obtêm-se:

$$\dot{I}_2(s) = \frac{\dot{U}_N(p + jq)}{t + jv} \quad (\text{III.31})$$

Para definição do comportamento do conjugado motor em função do escorregamento na equação (III.3), deve-se tomar o módulo da corrente rotórica  $\dot{I}_2(s)$ .

$$\left| \dot{I}_2(s) \right| = \frac{U_N}{t^2 + v^2} \sqrt{(p \cdot t + q \cdot v)^2 + (q \cdot t - p \cdot v)^2} \quad (\text{III.32})$$

Desta forma, a combinação das equações (III.3), (III.4), (III.5), (III.32) e respectivas equações para obtenção de termos destas equações, definem o comportamento do conjugado motor em função do escorregamento, levando-se em consideração o efeito da diminuição de tensão nos terminais do motor devido a queda de tensão na rede provocada pela corrente do estator e as variações da resistência e reatância do circuito do rotor com o escorregamento.

### III.3 COMPORTAMENTO DE TENSÕES E CORRENTES DO CIRCUITO EQUIVALENTE DO MOTOR EM FUNÇÃO DO ESCORREGAMENTO

#### III.3.1 Corrente do Estator em Função do Escorregamento

A equação (III.14) fornece:

$$\dot{I}(s) = \frac{\dot{U} \cdot (d^2 + e^2)}{\left[ R_1 \cdot (d^2 + e^2) + d \cdot \frac{R_2'(s)}{s} + e \cdot X_2'(s) \right] + j \left[ X_1 \cdot (d^2 + e^2) - e \cdot \frac{R_2'(s)}{s} + d \cdot X_2'(s) \right]} \quad (III.33)$$

[Utilizando-se as expressões (III.19) e

(III.20) obtém-se:

$$\dot{I}(s) = \frac{\dot{U} \cdot (d^2 + e^2)}{h + j\ell}$$

portanto:

O valor de  $\dot{U}$  está definido na equação (III.23),

$$\dot{I}(s) = \frac{\dot{U}_N \cdot (h + j\ell) \cdot (d^2 + e^2)}{(m + jn) \cdot (h + j\ell)}$$

$$\dot{I}(s) = \dot{U}_N \cdot \frac{d^2 + e^2}{m + jn}$$

O módulo da corrente do estator, em função do escorregamento será:

$$\left| \dot{I}(s) \right| = U_N \cdot \frac{d^2 + e^2}{m + n} \cdot \sqrt{m^2 + n^2} \quad (\text{III.35})$$

### III.3.2 A tensão nos terminais do motor em função do escorregamento

A equação (III.23) fornece o valor da tensão nos terminais do motor em função do escorregamento, quando se leva em conta a impedância da rede de alimentação do motor e portanto a queda de tensão provocada pela corrente do enrolamento do estator. Como esta corrente depende do escorregamento, a expressão da tensão nos terminais do motor será função do escorregamento.

O módulo da tensão será:

$$\left| \dot{U}(s) \right| = \frac{U_N}{m + n} \cdot \sqrt{(h \cdot m + \ell \cdot n)^2 + (\ell \cdot m - h \cdot n)^2} \quad (\text{III.36})$$

### III.3.3 A corrente do rotor em função do escorregamento

O valor referido da corrente do rotor em função do escorregamento é fornecido pela equação (III.31). O m

dulo de  $I_2(s)$  está definido na equação (III.32).

### III.3.4 A tensão de rotor bloqueado em função do escorregamento

Em alguns trabalhos sobre circuito equivalente de motores de indução trifásicos, a tensão de rotor bloqueado é considerada diretamente proporcional à tensão nominal do motor, o que não é verdadeiro, uma vez que a corrente do estator e, conseqüentemente a queda de tensão do estator e na rede, variam bastante com o escorregamento. A equação (III.27) fornece a expressão que define  $\dot{E}$ . Seu módulo é dado por:

$$\left| \dot{E}(s) \right| = \frac{U_N}{m+n} \sqrt{(m \cdot p + q \cdot n)^2 + (q \cdot m - p \cdot n)^2} \quad (\text{III.37})$$

Observe-se que todas estas equações, que definem o comportamento do motor, levam em consideração a variação da resistência e da indutância do rotor com o escorregamento.

### III.4 TEMPO DE ACELERAÇÃO

A determinação do tempo de aceleração do conjunto motor, carga e redutor resulta da solução da equação (III.38).

$$M(s) \pm M_c(s) = \frac{2\pi}{60} J \frac{dn}{dt}$$

$$M(s) \pm M_c(s) = -\frac{2\pi}{60} J \cdot n_1 \cdot \frac{ds}{dt} \quad (\text{III.38})$$

onde

$M_c(s)$  - conjugado da carga referido ao eixo do motor (N.m.)

$J$  - momento de inércia total do conjunto rotor do motor, re  
dutor e carga ( $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ )

$t$  - tempo (s)

$n$  - velocidade do motor (r.p.m)

Tanto o conjugado da carga  $M_C(s)$ , quanto o momento de inércia  $J$  do conjunto devem estar referidos à velocidade do eixo do motor. Como a carga pode se opor ou atuar no sentido do movimento, resulta a necessidade da duplicidade de sinal para  $M_C(s)$ .

Da mesma forma que o conjugado motor, o conjugado da carga pode variar com o escorregamento durante a aceleração.

O conjugado motor será representado pela equação (III.3).

Para representação do conjugado da carga, que pode ser variável com a velocidade, tem-se a equação:

$$M_C^*(s) = K_x \cdot n_C^x \quad (\text{III.39})$$

onde

$M_C^*(s)$  - conjugado da carga referido ao eixo da carga (N.m)

$n_C$  - velocidade da carga (r.p.m)

$x$  - expoente que define a variação do conjugado da carga com a velocidade

A constante  $K_x$  pode ser determinada a partir de uma condição conhecida, por exemplo a nominal:

$$M_{CN} = K_x \cdot n_{CN}^x \quad (\text{III.40})$$

$$K_x = \frac{M_{CN}}{n_{CN}^x} \quad (\text{III.41})$$

Desta forma, resulta:

$$M_C^*(s) = M_{CN} \left( \frac{n_C}{n_{CN}} \right)^x \quad (\text{III.42})$$

Levando-se em consideração a relação entre o conjugado, a potência e a velocidade da carga, tem-se:

$$M_C^*(s) = \frac{60P_{CN}}{2\pi n_{CN}} \cdot \left( \frac{n_C}{n_{CN}} \right)^x \quad (\text{III.43})$$

O conjugado da carga referido ao eixo do motor será:

$$M_C(s) = M_C^*(s) \cdot \frac{n_{CN}}{n_N} \cdot \frac{1}{\eta_{Red}} \quad (\text{III.44})$$

onde

$\eta_{Red}$  - rendimento do redutor, que leva em consideração as perdas por atrito.

Levando-se o valor de  $M_C^*(s)$  da equação (III.43) na equação (III.44), resulta:

$$M_C(s) = \frac{60P_{CN}}{2\pi n_{CN}} \cdot \left( \frac{n_C}{n_{CN}} \right)^x \cdot \frac{n_{CN}}{n_N} \cdot \frac{1}{\eta_{Red}} \quad (\text{III.45})$$

Por outro lado, tem-se:

$$\frac{n_C}{n} = \frac{n_{CN}}{n_N}$$

$$\frac{n_C}{n_{CN}} = \frac{n}{n_N}$$

$$\left(\frac{n_C}{n_{CN}}\right)^x = \left(\frac{n}{n_N}\right)^x \quad (\text{III.46})$$

Desta forma, obtém-se:

$$M_C(s) = \frac{60 P_{CN}}{2\pi n_{CN}} \cdot \left(\frac{n}{n_N}\right)^x \cdot \frac{n_{CN}}{n_N} \cdot \frac{1}{\eta_{Red}}$$

$$M_C(s) = \frac{60 \cdot P_{CN}}{2\pi \cdot n_N^{x+1}} \cdot \frac{1}{\eta_{Red}} \cdot n^x \quad (\text{III.47})$$

$$M_C(s) = \frac{60 \cdot P_{CN}}{2 \cdot \pi \cdot n_N^{x+1}} \cdot \frac{1}{\eta_{Red}} \cdot [n_1(1-s)]^x \quad (\text{III.48})$$

$$M_C(s) = K_1 \cdot [n_1(1-s)]^x \quad (\text{III.49})$$

$$K_1 = \frac{60}{2\pi} \cdot \frac{P_{CN}}{n_N^{x+1}} \cdot \frac{1}{\eta_{Red}} \quad (\text{III.50})$$

onde:

$P_{CN}$  - potência da carga [w]

Quanto ao momento de inércia do conjunto tem-se:

$$J = J_M + J_{Red} + J_C \left( \frac{n_{CN}}{n_N} \right)^2 \quad (\text{III.51})$$

onde

$J_M$  - momento de inércia do motor ( $\text{kg.m}^2$ )

$J_{Red}$  - momento de inércia do redutor ( $\text{kg.m}^2$ )

$J_C$  - momento de inércia da carga ( $\text{kg.m}^2$ )

$\frac{n_{CN}}{n_N}$  - relação de velocidades: carga/motor

Desta forma, a equação para o cálculo do tempo de aceleração será:

$$\frac{90}{\pi \cdot n_1} \cdot I_2^2(s) \cdot \frac{R_2'(s)}{s} \pm K_1 [n_1(1-s)]^x = - \frac{2\pi}{60} J \cdot n_1 \frac{ds}{dt}$$

$$t_a = - \frac{2\pi}{60} J \cdot n_1 \int_{s=1}^s \frac{ds}{\frac{90}{\pi \cdot n_1} I_2^2(s) \cdot \frac{R_2'(s)}{s} \pm K_1 [n_1(1-s)]^x}$$

(III.52)

A equação (III.52) também leva em conta para definição do tempo de aceleração a influência da queda de tensão na rede devido à corrente de partida.

### III.5 FRENAÇÃO ELÉTRICA DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO

A frenação com corrente contínua e a frenação com inversão de fases constituem os dois tipos mais usados em

acionamentos elétricos.

Para motores de indução trifásicos do tipo gaiola, a utilização de corrente contínua apresenta características elétricas mais vantajosas, apesar de apresentar um custo maior.

### III.5.1 Frenação com corrente contínua

Quando a frenação do motor de indução trifásico é feita com corrente contínua, o tempo de frenação é definido, e a partir daí calcula-se então o valor médio de corrente contínua no enrolamento do estator, em função do tipo de conexão adotado, para obtenção do tempo desejado.

A figura III.1, mostra os diversos tipos de conexão das fases do estator e respectiva alimentação com corrente contínua, usualmente adotados.

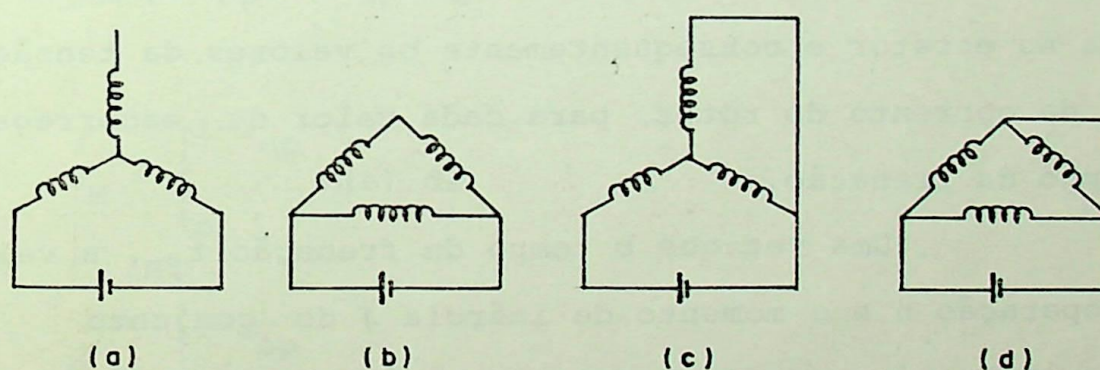


Figura III.1 - Tipos de conexão das fases do estator para frenação com corrente contínua

#### III.5.1.1 Corrente induzida no rotor para frenação com corrente contínua

Para qualquer das conexões apresentadas na figura III.1, a aplicação imediata de tensão contínua nas fases

do estator, após o desligamento da tensão alternada, provoca a "parada do campo girante" com o rotor movimentando-se à velocidade de operação.

Isto significa que o escorregamento assume o valor  $(1 - s)$ , sendo  $s$  definido pela velocidade de operação do motor, antes do início da frenação.

O comportamento do conjugado em função do escorregamento, ocorre como se fosse um processo de partida, sendo que a medida que a velocidade cai, o escorregamento se aproxima de zero.

Com a parada total, tem-se  $s = 0$ .

A intensidade do conjugado produzido pelo motor vai depender do valor da corrente contínua e do tipo de conexão dos enrolamentos.

Para um tipo definido de conexão de fases, o valor médio de corrente contínua define a força magnetomotriz produzida no estator e conseqüentemente os valores da tensão induzida e da corrente do rotor, para cada valor de escorregamento ao longo da frenação.

Uma vez que o tempo de frenação  $t_{fR}$ , a velocidade de operação  $n$  e o momento de inércia  $J$  do conjunto são grandezas conhecidas, pode-se calcular o valor médio do conjugado de frenação.

$$M_{fR} = \frac{2\pi}{60} J \frac{n}{t_{fR}} \quad (\text{III.53})$$

A figura III.2 mostra as curvas do conjugado motor e do conjugado da carga em função do escorregamento durante a frenação.

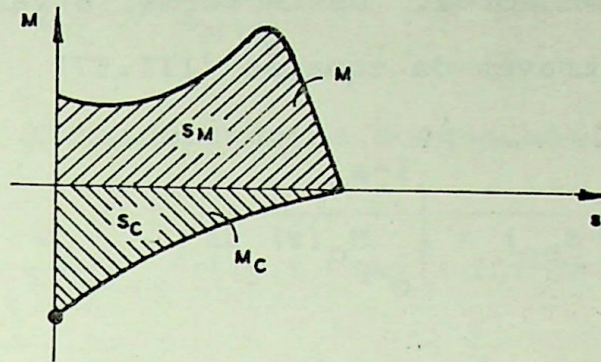


Figura III.2 - Curvas que representam os conjugados do motor e da carga durante a frenação

Uma vez que o valor médio do conjugado de frenação é conhecido através da equação (III.53) e que os limites do intervalo de frenação  $s = 1 - s_{op}$  até  $s = 0$  também são conhecidos, tem-se:

$$M_{fR}(1-s_{op}) = S_M \pm S_C \quad (III.54)$$

onde

$$S_M = \int_0^{1-s_{op}} M(s) ds \quad (III.55)$$

$$S_C = \int_0^{1-s_{op}} M_C(s) ds \quad (III.56)$$

$S_M$  - área sob a curva do conjugado motor

$S_C$  - área sob a curva do conjugado da carga

$s_{op}$  - valor do escorregamento antes do início da frenação

$M(s)$  - conjugado de frenação desenvolvido pelo motor, em função do escorregamento

O valor de  $S_C$  pode ser calculado, uma vez que a função  $M_C(s)$  é conhecida. Desta forma, o valor de  $S_M$  pode ser determinado, através da equação (III.57)

$$S_M = M_{fR}(1 - s_{op}) \pm \int_0^{1-s_{op}} M_C(s) ds \quad (\text{III.57})$$

A duplicidade do sinal de  $S_C$  é devido ao fato de que o conjugado da carga pode atuar a favor ou contra o movimento.

A equação (III.3) do conjugado desenvolvido pelo motor para tensão e frequência nominais é conhecida. A integração desta equação fornece o valor de  $S_{M(N)}$

$$S_{M(N)} = \int_0^{1-s_{op}} M(s) ds \quad (\text{III.58})$$

Por outro lado, tem-se:

$$S_{M(N)} = \frac{90}{\pi n_1} \cdot \int_0^{1-s_{op}} I_2^2(s) \cdot \frac{R_2'(s)}{s} ds \quad (\text{III.59})$$

$$S_M = \frac{90}{\pi n_1} \cdot \int_0^{1-s_{op}} I_{2fR}^2(s) \cdot \frac{R_2'(s)}{s} ds \quad (\text{III.60})$$

onde

$I_{2fR}$  - corrente do rotor para frenação com corrente contínua (A)

Desprezando-se a saturação, tem-se:

$$I_{2fr}^2(s) = K \cdot I_2(s)$$

Conclui-se então que:

$$I_{2fR}(s) = I_2(s) \cdot \sqrt{\frac{S_M}{S_{M(N)}}} \quad (\text{III.61})$$

Considerando-se a equação (III.32), obtém-se:

$$I_{2fR}(s) = \frac{U_N}{t^2 + v^2} \sqrt{[(p \cdot t + qv)^2 + (qt - pv)^2]} \cdot \frac{S_M}{S_{M(N)}} \quad (\text{III.62})$$

### III.5.1.2 A corrente do estator para frenação com corrente contínua

Geralmente na frenação com corrente contínua, a corrente do estator é mantida constante com um valor médio de finido pelo tempo de frenação desejado.

Para  $s = 1$ , quando circula uma corrente alternada de valor eficaz  $I_p$ , o motor produz o conjugado de partida  $M_p$ . Desprezando-se a corrente de magnetização, a corrente do estator  $I_p$  é igual a corrente de partida do rotor  $I_{2p}$ . A equação (III.61) mostra a relação entre as correntes do rotor  $I_{2fR}(s)$  e  $I_2(s)$  para produção do conjugado de frenagem necessário. A mesma relação vale para a corrente do estator para  $s = 1$ .

$$I = I_p \sqrt{\frac{S_M}{S_{M(N)}}} \quad (\text{III.63})$$

ou seja, é necessária a circulação da corrente alternada de valor eficaz  $I$ , para produção do conjugado de frenação desejado.

A relação entre o valor médio de corrente contínua  $I_{fR}$  e o valor eficaz de corrente  $I$ , vai depender do tipo de conexão das fases do estator.

$$I_{fR} = C_1 \cdot I$$

$$I_{fR} = C_1 \cdot I_P \sqrt{\frac{S_M}{S_{M(N)}}} \quad (\text{III.64})$$

O valor de  $C_1$  para os diversos tipos de conexão, é fornecido por [7], e indicado a seguir, tomando como base a figura III.1.

conexão (a) —  $C_1 = 1,225$

conexão (b) —  $C_1 = 2,12$

conexão (c) —  $C_1 = 1,41$

conexão (d) —  $C_1 = 2,45$

A obtenção destes valores é feita, a partir do princípio de que a corrente contínua de valor médio  $I_{fR}$  deve produzir a mesma força magnetomotriz, que a corrente alternada de valor eficaz  $I$ , percorrendo as três fases.

Desta forma, por exemplo, para conexão (a) a força magnetomotriz produzida pela corrente contínua  $I_{fR}$  vale:

$$F_{MM} = 2 \cdot N \cdot I_{fR} \cdot \cos 30^\circ = \sqrt{3} \cdot N \cdot I_{fR} \quad (\text{III.65})$$

onde

$N$  — número de espiras de cada fase do estator.

Se a corrente alternada  $I$  circula pelas três fases, conforme [4], tem-se:

$$F_{MM} = \frac{3}{2} N \cdot \sqrt{2} \cdot I \quad (\text{III.66})$$

Igualando-se as duas equações, obtém-se:

$$\sqrt{3} \cdot N \cdot I_{fR} = \frac{3}{2} N \cdot \sqrt{2} \cdot I$$

$$I_{fR} = 1,23I$$

ou seja

$$C_1 = 1,23$$

### III.5.1.3 O comportamento do conjugado motor durante a Frenação

Tomando-se como base a relação, entre as correntes do rotor definida pela equação (III.6), e levando-se em consideração a equação (III.3) do conjugado motor em função do escorregamento, obtém-se:

$$M(s) = \frac{\pi}{90} \cdot I_2^2(s) \cdot \frac{R_2'(s)}{s} \cdot \frac{S_M}{S_{M(N)}} \quad (\text{III.67})$$

A curva do conjugado estará deslocada da curva para condições nominais da relação  $\frac{S_M}{S_{M(N)}}$ .

### III.5.2 Frenação com inversão de fases

As equações para definição do comportamento de grandezas elétricas e do tempo na frenação com inversão de fases são idênticas àquelas de partida, modificando-se apenas a faixa de variação do escorregamento. Na frenação esta faixa será de  $(2-s_{op})$  até 1.

### III.5.2.1 Tempo de frenação

O tempo de frenação com inversão de fases é de finido por:

$$t_{fR} = \frac{2\pi}{60} \int_{1}^{2-s_{op}} \frac{ds}{M(s) \pm K_1 \cdot [n_1 \cdot (s-1)]^x} \quad (\text{III.69})$$

$$K_1 = \frac{60}{2\pi} \cdot \frac{P_{CN}}{n_N^{x+1}} \cdot \frac{1}{\eta_{Red}} \quad (\text{III.70})$$

## IV ELEVACÃO DA TEMPERATURA DO ENROLAMENTO E DO NÚCLEO DO ROTOR

### IV.1 INTRODUÇÃO

Em acionamentos elétricos com partidas pesadas e elevado número de ligações por hora é comum a recomendação, por parte do fabricante, de utilização de motores especiais, que diferenciam-se dos motores normais, em termos de rotor, por barras com seções transversais especiais. A possibilidade de utilização de motores de indução trifásicos com rotor do tipo gaiola, considerados normais, em catálogos de fabricantes, pode ser feita após uma análise do comportamento térmico, com a verificação se as elevações máximas admissíveis de temperatura não foram ultrapassadas, durante os diversos ciclos de carga.

A definição dos valores limites admissíveis deverá ser feita pelo fabricante do motor em função principalmente da diferença de temperaturas que se estabelece entre as partes superior e inferior das barras do rotor, provocando tensões mecânicas que levam ao rompimento da gaiola.

Neste capítulo, será analisado o comportamento das temperaturas médias nos enrolamentos e do núcleo do rotor durante diversos tipos de operação, que constituem um ciclo de carga.

Serão definidas equações que permitam calcular as temperaturas ao longo de um processo de partida, de operação com carga constante, de frenagem elétrica e durante o intervalo de tempo em que o motor permanece desligado. De posse

destas equações é possível analisar o comportamento térmico do rotor durante um regime de operação, sabendo-se que a temperatura inicial de cada processo será igual a temperatura final do processo anterior.

O motor estará, em termos de solicitação térmica do rotor, corretamente especificado, se durante toda operação sua temperatura não ultrapassar o valor limite admissível.

No capítulo V serão equacionados os comportamentos de temperaturas nas partes superior e inferior de uma barra do rotor.

#### IV.2 EQUAÇÕES GERAIS

Obtém-se o valor máximo de elevação de temperatura dos enrolamentos do rotor ao final de uma partida ou de uma frenagem elétrica, quando não se considera a transmissão do calor gerado nos enrolamentos para os meios vizinhos. Tem-se então:

$$T_{R(\max)p} = \frac{W_{PR}}{C_R} + T_{RO} \quad (IV.1)$$

*T<sub>a</sub> · C<sub>a</sub> = W<sub>R</sub> + C<sub>R</sub> T<sub>RO</sub>*

$$T_{R(\max)fR} = \frac{W_{fRR}}{C_R} + T_{RO} \quad (IV.2)$$

onde

$T_{R(\max)p}$  - elevação máxima de temperatura ao final de uma partida ( $^{\circ}\text{C}$ )

$T_{R(\max)fR}$  - elevação máxima de temperatura ao final de uma frenagem elétrica ( $^{\circ}\text{C}$ ).

$C_R$  - capacidade térmica dos enrolamentos do rotor ( $\text{W}/^{\circ}\text{C} \cdot \text{s}^{-1}$ ).

$W_{PR}$  - energia dissipada nos enrolamentos do rotor durante a partida (W).

$W_{FRR}$  - energia dissipada nos enrolamentos do rotor durante a frenagem elétrica (W).

$T_{RO}$  - elevação de temperatura no início do processo de partida ou de frenagem ( $^{\circ}C$ ).

Verifica-se, na realidade, que a elevação de temperatura dos enrolamentos em qualquer dos processos, é inferior aos valores obtidos usando as equações (IV.1) e (IV.2), principalmente nos processos de longa duração. Isto significa que a transmissão de calor para os meios vizinhos não pode ser desprezada.

Do calor gerado, parte é transferida dos enrolamentos diretamente para o ar e parte é transferida para o núcleo do rotor e daí para o ar. A transferência de calor dos enrolamentos para o núcleo do rotor depende praticamente apenas do fator de transmissão de calor entre as barras que constituem o enrolamento e as chapas que constituem o núcleo do rotor.

Durante a partida ou frenagem elétrica, ocorrem diferentes elevações de temperatura ao longo da seção transversal das barras do enrolamento do rotor, devido à variação da distribuição de corrente com a velocidade. Estas diferenças desaparecem após algum tempo; entretanto, enquanto persistem provocam tensões mecânicas no enrolamento. No capítulo V o assunto será abordado.

No presente capítulo, é analisada a elevação mé

dia da temperatura das barras do rotor, considerando-se a distri  
buição não uniforme de corrente na barra e determinada a equa  
ção geral de elevação de temperatura, tanto do enrolamento do  
rotor quanto do núcleo do rotor, sendo que posteriormente, es  
ta equação será particularizada para os seguintes estados de  
operação:

- partida
- operação sob carga
- frenação elétrica
- motor desligado

Algumas considerações devem ser feitas:

- mesmo para operação com velocidade constante, quando a trans  
ferência do calor do rotor para o ar é máxima, apenas uma par  
cela muito pequena da energia térmica é transferida diretamen  
te dos enrolamentos para o ar; a maior parte da transferência  
de calor ocorre dos enrolamentos para o núcleo, e daí para o  
ar [3].
- a transferência de calor do rotor para o ar depende da velo  
cidade em motores autoventilados. Isto significa que nestes  
motores, o fator que define a transmissão de calor varia sen  
sivelmente nos processos de aceleração e de frenação.

Para qualquer dos quatro estados de operação  
indicados anteriormente, pode-se escrever equações diferenciais  
que definem os comportamentos das elevações de temperaturas  $T_R$   
do enrolamento e  $T_N$  do núcleo do rotor. Estas elevações são  
consideradas em relação ao ar, cuja temperatura é admitida

constante [3].

$$C_R \cdot \frac{dT_R}{dt} + A_{RN}(T_R - T_N) = V_{2C} \quad (\text{IV.3})$$

$$C_N \cdot \frac{dT_N}{dt} + A_N T_N = A_{RN}(T_R - T_N) \quad (\text{IV.4})$$

onde:

$C_R$  - capacidade térmica dos enrolamentos do rotor ( $\text{W}/^\circ\text{C}\cdot\text{s}^{-1}$ )

$C_N$  - capacidade térmica do núcleo do rotor ( $\text{W}/^\circ\text{C}\cdot\text{s}^{-1}$ )

$T_R$  - elevação da temperatura dos enrolamentos do rotor ( $^\circ\text{C}$ )

$T_N$  - elevação da temperatura do núcleo do rotor ( $^\circ\text{C}$ )

$A_{RN}$  - fator que define a transmissão de calor dos enrolamentos para o núcleo do rotor ( $\text{W}/^\circ\text{C}$ )

$A_N$  - fator que define a transmissão de calor do núcleo do rotor para o ar ( $\text{W}/^\circ\text{C}$ )

$V_{2C}$  - perdas nos enrolamentos do rotor (w)

A equação (IV.3) estabelece que parte da potência de perdas  $V_{2C}$  eleva a temperatura dos enrolamentos ( $T_R$ ) e outra parte é transferida para o núcleo, sendo que esta última depende da diferença entre as temperaturas do enrolamento e do núcleo ( $T_R - T_N$ ).

A equação (IV.4) define que parte da potência recebida dos enrolamentos eleva a temperatura do núcleo ( $T_N$ ) e parte é transferida para o ar.

Definindo-se:

$$T_{AR} = \frac{C_R}{A_{RN}} = \text{constante de tempo de aquecimento do enrolamento do rotor.} \quad (\text{IV.5})$$

$$T_{AN} = \frac{C_N}{A_N} = \text{constante de tempo de aquecimento do núcleo do rotor.} \quad (\text{IV.6})$$

As equações de elevação de temperatura passam a ser escritas como:

$$\frac{dT_R}{dt} + \frac{1}{T_{AR}} (T_R - T_N) = \frac{V_2 c}{C_R} \quad (\text{IV.7})$$

$$\frac{dT_N}{dt} + \frac{1}{T_{AN}} \cdot T_N = \frac{A_{RN}}{C_N} (T_R - T_N) \quad (\text{IV.8})$$

A determinação de  $A_{RN}$ , que define a transmissão de calor do enrolamento do rotor para o núcleo do rotor, a partir de dados disponíveis de fabricantes, não é simples. Uma prova disto é que muitos trabalhos sobre aquecimento e métodos de especificação de motores não levam em conta tal transmissão, admitindo que o processo é adiabático, o que torna o equacionamento mais simples.

Rossmailer [1] e Schuisky [2], adotam para o fator de transmissão de calor dos enrolamentos para o núcleo do rotor o valor  $0,04 \text{ W/cm}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ . Para determinação do fator  $A_{RN}$  a partir deste dado, torna-se necessária a determinação da área de contato das barras do enrolamento com o pacote de chapas.

Uma outra possibilidade para determinação de  $A_{RN}$  é sugerida por Heiles [3]. A determinação é feita através de ensaios, como descrito a seguir.

No rotor do motor devem ser instalados 6 sensores de temperatura. Os sensores 1, 2 e 3 são colocados na superfície superior de uma barra, na entrada da ranhura. O sensor 4 é instalado no anel que curto-circuita as barras. Os sensores 5 e 6 devem ser instalados no pacote de chapas do rotor. O motor é submetido a um determinado valor de tensão com rotor travado, sendo então aquecido, e em seguida desenergizado para resfriar.

Os resultados deste ensaio em um motor de grande potência são mostrados na figura IV.1, onde estão indicados os comportamentos de temperatura nos pontos de instalação dos sensores [3].

As temperaturas indicadas são valores acima da temperatura ambiente. Inicialmente, a temperatura do anel é menor que as temperaturas das barras, resultado da menor densidade de corrente no anel, pois no mesmo não ocorre a redução de área, devido à distribuição não uniforme da corrente.

A figura IV.2 mostra o comportamento térmico do enrolamento do rotor.

Inicialmente, foi obtido o valor médio das temperaturas medidas na barra. Em seguida, levando-se em conta as massas da barra e do anel, obtém-se o valor médio para todo o enrolamento. A diferença entre este valor médio e a temperatura do núcleo do rotor, está mostrada na curva da figura IV.2.

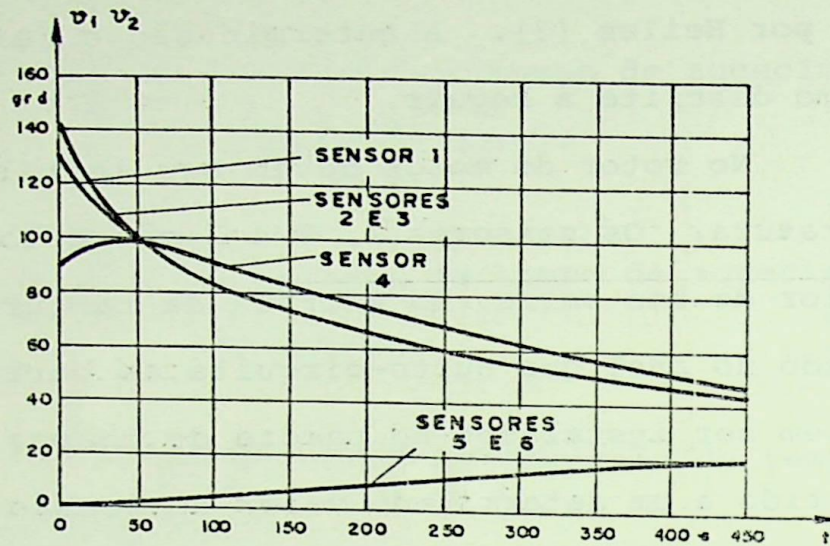


Figura IV.1 - Elevações de temperatura na barra e no anel do enrolamento e no núcleo do rotor, conforme ensaio descrito no texto.

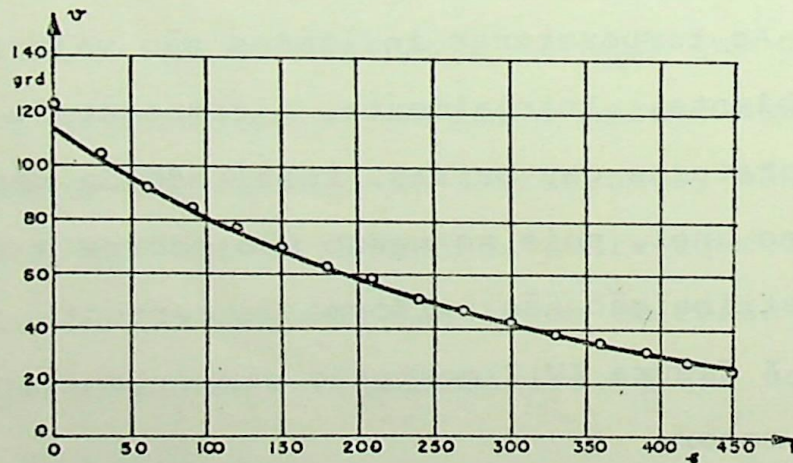


Figura IV.2 - Diferença de temperaturas do enrolamento e do núcleo do rotor

Como o ensaio é de curta duração, e a elevação de temperatura do núcleo do rotor é pequena, pode-se des

prezar a transmissão de calor do núcleo para o ar. Desta forma, obtém-se a partir da curva da figura IV.2 um valor  $T$  para constante de tempo de aquecimento, que leva em conta apenas as capacidades térmicas do enrolamento do rotor e do núcleo do rotor, bem como o fator de transmissão de calor do enrolamento para o núcleo do rotor.

Conhecido o valor de  $T$ , obtido da curva da figura IV.2, o valor de  $A_{RN}$  pode ser determinado a partir do equacionamento do comportamento térmico do motor ensaiado, onde não foi considerada a transmissão de calor do núcleo do rotor para o ar, devido à curta duração do ensaio, ou seja na equação VI.4 admitir  $A_N = 0$ .

$$C_R \frac{dT_R}{dt} + A_{RN} (T_R - T_N) = V_{2c}$$

$$C_N \frac{dT_N}{dt} - A_{RN} (T_R - T_N) = 0$$

Tomando-se

$$T_{RN} = T_R - T_N,$$

resulta da combinação das equações anteriores:

$$\frac{dT_{RN}}{dt} + A_{RN} \frac{C_R + C_N}{C_R \cdot C_N} \cdot T_{RN} - \frac{1}{C_R} V_{2c} = 0 \quad (\text{IV.9})$$

A equação (IV.9) define, portanto, a elevação da temperatura do enrolamento do rotor em relação ao núcleo do rotor, cuja temperatura é admitida constante.

A constante de tempo de aquecimento  $T$ , determinada no ensaio descrito anteriormente, é igual ao inverso do coeficiente do termo  $T_{RN}$  da equação (IV.9) [3].

$$T = \frac{1}{A_{RN}} \cdot \frac{C_R \cdot C_N}{C_R + C_N}$$

ou seja

$$A_{RN} = \frac{1}{T} \cdot \left( \frac{C_R \cdot C_N}{C_R + C_N} \right) \quad (\text{IV.10})$$

As capacidades térmicas  $C_R$  e  $C_N$  são de fácil determinação, pois dependem da massa e do tipo de material usado nos enrolamentos do rotor, ou seja:

$$C_R = c_R \cdot m_R \quad (\text{IV.11})$$

$$C_N = c_N \cdot m_N \quad (\text{IV.12})$$

onde

$c_R$  - calor específico do material que constitui o enrolamento do rotor ( $W/^\circ C \cdot s^{-1} \cdot kg$ )

$m_R$  - massa total do enrolamento do rotor (kg)

$c_N$  - calor específico do material que constitui o núcleo do rotor ( $W/^\circ C \cdot s^{-1} \cdot kg$ )

$m_N$  - massa total do núcleo do rotor (kg)

A constante de tempo  $T_{AN}$ , que define a transmissão de calor do núcleo do rotor para o ar, para o motor operando com velocidade nominal, pode ser calculada a partir da constante de tempo de aquecimento do estator, que é fornecida

em alguns catálogos de fabricantes (no anexo A7, está transcrita uma tabela de um fabricante, a título de exemplo).

Se  $T_A$  é a constante de tempo do estator tem-se:

$$T_A = \frac{C_E}{A_{EN}} \quad (IV.13)$$

*W.D. °C / W = [s]*

onde

$C_E$  - capacidade térmica do estator ( $W/°C \cdot s^{-1}$ )

$A_{E(N)}$  - fator que define a transmissão de calor do estator para o ar ( $W/°C$ ) para velocidade nominal

Desta forma, tem-se

$$\frac{T_{AN}}{T_A} = \frac{C_N}{C_E} \cdot \frac{A_{E(N)}}{A_N} \quad (IV.14)$$

Como a transmissão de calor do estator e do rotor para o ar no entreferro, ocorre em condições idênticas, resulta  $A_{E(N)} = A_N$ , logo:

$$\frac{T_{AN}}{T_A} = \frac{C_N}{C_E} \quad (IV.15)$$

Durante os processos de aceleração e frenagem elétrica, principalmente aqueles de longa duração, a variação de velocidade tem efeito sobre a transmissão de calor do núcleo para o ar em motores autoventilados, portanto influencia no fator de transmissão de calor  $A_E$  e na constante de tempo  $T_A$ .

No anexo A8 está indicada a influência da ventilação na constante de tempo  $T_A$  e no fator de transmissão

$A_E$  em motores de indução trifásicos.

Para qualquer dos tipos de operação, os comportamentos das elevações de temperatura são determinados através da solução das equações (IV.16) e (IV.17).

$$\Delta T_R + \frac{1}{T_{AR}} (T_R - T_N) \Delta t = \frac{V_{2c}}{C_R} \cdot t \quad (\text{IV.16})$$

$$\Delta T_N + \frac{1}{T_{AN}} T_N \cdot \Delta t = \frac{A_{RN}}{C_N} (T_R - T_N) \cdot \Delta t \quad (\text{IV.17})$$

Conhecidos os valores iniciais  $T_{R1}$  e  $T_{N1}$  e definido  $\Delta t$  em função do incremento  $\Delta s$  são determinados os primeiros incrementos  $\Delta T_R$  e  $\Delta T_N$ , permitindo o cálculo de  $T_{R2}$  e  $T_{N2}$  e assim sucessivamente.

Os estados operacionais são analisados a seguir.

### IV.3 EQUAÇÕES DE ELEVAÇÃO DE TEMPERATURAS PARA OS ESTADOS OPERACIONAIS

#### IV.3.1 Partida do motor

As equações tornam-se:

$$\Delta T_R + \frac{1}{T_{AR}} (T_R - T_N) \Delta t = \frac{V_{2cp}}{C_R} \cdot \Delta t \quad (\text{IV.18})$$

$$\Delta T_N + \frac{1}{T_{AN}} \cdot T_N \cdot \Delta t = \frac{A_{RN}}{C_N} (T_R - T_N) \cdot \Delta t \quad (\text{IV.19})$$

O fator de transmissão de calor  $A_{RN}$  é fornecido pela equação (IV.10).

A constante de tempo  $T_{AR}$  é definida pela equação (IV.5).

A constante de tempo  $T_{AN}$  conforme mostrado no anexo A8 é:

$$T_{AN} = \frac{T_A}{0,3} \cdot \frac{C_N}{C_E} \quad \text{para motores sem ventilação}$$

$$T_{AN} = T_A \cdot \frac{C_N}{C_E} \quad \text{para motores com ventilação forçada}$$

$$T_{AN} = T_A \cdot \left| 0,3 + K_4 \cdot (1 - s)^{0,7} \right|^{-1} \cdot \frac{C_N}{C_E} \quad (\text{IV.20})$$

$$K_4 = \frac{0,7}{(1 - s_N)^{0,7}} \quad (\text{IV.21})$$

para motores autoventilados.

As perdas  $V_{2cp}$ , responsáveis pelo aquecimento são definidas por:

$$V_{2cp} = 3 \cdot I_2^2 (s) \cdot R_2' (s) \quad (\text{IV.22})$$

Levando-se em consideração a variação da resistência do rotor com a temperatura, obtém-se:

- para  $1 \geq s \geq s_k$

$$R'_2(s) = (1 + \alpha_R T_R) R'_{2N} \cdot e^{g_R \sqrt{s-s_k}} \quad (\text{IV.23})$$

- para  $s < s_k$

$$R'_2(s) = (1 + \alpha_R T_R) R'_{2N} \quad (\text{IV.24})$$

onde

$\alpha_R$  - coeficiente que define a variação da resistência do enrolamento do rotor com a temperatura ( $^{\circ}\text{C}^{-1}$ )

Deve-se observar que na determinação de  $I_2(s)$  são levadas em consideração as novas equações para definição de  $R'_2(s)$ , ou seja a influência da elevação de temperatura no valor de resistência.

A relação entre  $\Delta s$  e  $\Delta t$  é definida por:

$$\Delta t = \frac{-\frac{2\pi}{60} \cdot J \cdot n_1 \cdot \Delta s}{M(s) \pm K_1 [n_1 (1 - S_{op})]^x}$$

Também na definição de  $M(s)$  são levadas em consideração as equações (IV.23) e (IV.24) para definição de  $R'_2(s)$ , ou seja a influência da elevação de temperatura nos valores de resistência e conseqüentemente de corrente do rotor.

### IV.3.2 Operação com velocidade constante

Neste caso, tem-se:

$$\Delta T_R + \frac{1}{T_{AR}} (T_R - T_N) \Delta t = \frac{V_{2cf}}{C_R} \Delta t \quad (\text{IV.25})$$

$$\Delta T_N + \frac{1}{T_{AN}} \cdot T_N \cdot \Delta t = \frac{A_{RN}}{C_N} (T_R - T_N) \cdot \Delta t \quad (\text{IV.26})$$

O fator de transmissão de calor  $A_{RN}$  é fornecido pela equação (IV.10).

A constante de tempo  $T_{AR}$  é definida pela equação (IV.5).

A constante de tempo  $T_{AN}$  será, conforme mostrado no Anexo A8:

$$T_{AN} = T_A \cdot \frac{C_N}{C_E} \quad \text{para motores autoventilados e com ventilação forçada}$$

$$T_{AN} = \frac{T_A}{0,3} \cdot \frac{C_N}{C_E} \quad \text{para motores sem ventilação}$$

As perdas  $V_{2cf}$  responsáveis pelo aquecimento são definidas por:

$$V_{2cf} = 3I_2^2(s) \cdot R_2'(s)$$

O valor de  $R_2'(s)$  é definido pela equação (IV.24).

Isto significa que tanto  $R_2'(s)$  quanto  $I_2(s)$  variam com a temperatura.

O intervalo de tempo  $\Delta t$  deve ser pequeno sufi

ciente para obter-se precisão na definição de  $T_R$  e  $T_N$ .

#### IV.3.3 Frenação com corrente contínua

Neste caso, tem-se:

$$\Delta T_R + \frac{1}{T_{AR}} (T_R - T_N) \Delta t = \frac{V_{2cfR}}{C_R} \Delta t \quad (\text{IV.27})$$

$$\Delta T_N + \frac{1}{T_{AN}} \cdot T_N \cdot \Delta t = \frac{A_{RN}}{C_N} (T_R - T_N) \cdot \Delta t \quad (\text{IV.28})$$

Tanto  $A_{RN}$ , quanto  $T_{AR}$  são obtidos conforme descrito anteriormente.

Os valores de  $T_{AN}$  para motores com ventilação forçada ou sem ventilação são aqueles definidos para partida.

Para motores autoventilados, tem-se:

$$T_{AN} = T_A \cdot [0,3 + K_4 \cdot s^{0,7}]^{-1} \cdot \frac{C_N}{C_E} \quad (\text{IV.29})$$

$$K_4 = \frac{0,7}{(1-s_N)^{0,7}}$$

As perdas  $V_{2cfR}$  são definidas por:

$$V_{2cfR} = 3 \cdot I_2^2(s) \cdot \frac{S_M}{S_{M(N)}} \cdot R_2'(s) \quad (\text{IV.30})$$

onde  $R_2'(s)$  deve ser definido pelas equações (IV.23) e (IV.24).

Os valores de  $S_M$  e  $S_{M(N)}$  são definidos pelas equações (III.57) e (III.58), porém levando-se em conta os novos valores de  $R'_2(s)$ , ou seja a influência da temperatura no valor da resistência.

A relação entre  $\Delta t$  e  $\Delta s$  é dada por:

$$\Delta t = \frac{-\frac{2\pi}{60} \cdot J \cdot n_1 \cdot \Delta s}{M_s \cdot \frac{S_M}{S_{M(N)}} \pm K_1 [n_1 (1-s)]^x}$$

com o escorregamento variando de  $(1-s_{op})$  até 0 (zero), onde  $s_{op}$  é o escorregamento no início da frenação.

#### IV.3.4 Frenação com inversão de fases

Valem as equações (IV.27) e (IV.28) definidas para frenação com corrente contínua.

Também são idênticas as considerações feitas para definição de  $A_{RN}$ ,  $T_{AR}$  e  $T_{AN}$  para motores com ventilação forçada e sem ventilação.

Para motores autoventilados tem-se:

$$T_{AN} = T_A [0,3 + K_4 (s-1)^{0,7}]^{-1} \frac{C_N}{C_E} \quad (IV.31)$$

$$K_4 = \frac{0,7}{(1-s_N)^{0,7}}$$

Para as perdas  $V_{2cfR}$  :

$$V_{2cfR} = 3 \cdot I_2^2(s) \cdot R'_2(s) \quad (IV.32)$$

$$R_2'(s) = (1 + \alpha_{R T_R}) R_{2N}' e^{g_R \cdot \sqrt{s-1}} \quad (\text{IV.33})$$

As considerações anteriores para definição de  $I_2(s)$  permanecem as mesmas.

A relação entre o tempo e o escorregamento é:

$$\Delta t = \frac{-\frac{2\pi}{60} \cdot J \cdot n_1 \cdot \Delta s}{M(s) \pm K_1 [n_1 (s-1)]^x}$$

A variação de escorregamento será entre  $(2-s_{OP})$  e 1.

#### IV.3.5 Motor desligado

Valem as equações:

$$\Delta T_R + \frac{1}{T_{AR}} (T_R - T_N) \Delta t = 0 \quad (\text{IV.34})$$

$$\Delta T_N + \frac{1}{T_{AN}} \cdot T_N \cdot \Delta t = \frac{A_{RN}}{C_N} (T_R - T_N) \cdot \Delta t \quad (\text{IV.35})$$

As considerações feitas para cálculo de  $A_{RN}$  e  $T_{AR}$  permanecem as mesmas. O valor de  $T_{AN}$  é:

$$T_{AN} = \frac{T_A}{0,3} \cdot \frac{C_N}{C_E}$$

uma vez que o motor está parado.

#### IV.4 COMPORTAMENTO DA TEMPERATURA DURANTE UM CICLO DE OPERAÇÕES

Com auxílio das equações para cálculo das elevações de temperatura desenvolvidas neste capítulo, é possível a definição do comportamento das temperaturas dos enrolamentos e do núcleo do rotor, uma vez definida a sequência de operações.

Ao final deste trabalho é apresentado o fluxograma básico do programa para cálculo das temperaturas do enrolamento e núcleo do rotor.

No Anexo A9 estão indicadas tabelas de fabricantes, que permitem a determinação aproximada das massas de alumínio, cobre e aço das diversas partes do motor, em função da potência nominal.

## V COMPORTAMENTO TÉRMICO DAS BARRAS QUE CONSTITUEM O ENROLAMENTO DO ROTOR DURANTE OS PROCESSOS DE ACELERAÇÃO E DE FRENAÇÃO ELÉTRICA

### V.1 INTRODUÇÃO

O fenômeno de distribuição não uniforme da corrente na seção transversal das barras do rotor foi levado em consideração no capítulo II, para determinação do circuito equivalente do motor, através do equacionamento da resistência, reatância e densidade de corrente do rotor como funções variáveis com o escorregamento.

O presente capítulo pretende estabelecer uma relação entre as temperaturas da superfície superior e da superfície inferior das barras do rotor durante os processos de aceleração e de frenagem elétrica, devido a esta distribuição não uniforme de corrente.

A equação (II.59) do capítulo II fornece a variação da densidade de corrente com a profundidade da ranhura e com o escorregamento.

De posse desta equação, será possível determinar o comportamento da temperatura da barra quando submetida à densidade de corrente que se estabelece na superfície superior (variável com o escorregamento).

Do mesmo modo, poderá ser definido o comportamento da temperatura da barra, quando submetida à densidade de corrente que ocorre no fundo da ranhura (variável com o escorregamento e com a profundidade).

Deve-se observar que o equacionamento feito

desta forma, permite analisar o fenômeno de forma bastante severa, pois estará sendo desprezada a transmissão de calor da parte superior para a parte inferior da barra.

Como a consequência direta desta diferença de temperatura entre as superfícies superior e inferior das barras são os esforços mecânicos que podem levá-las ao rompimento, a análise nestas condições mais severas será muito mais crítica.

## V.2 EQUAÇÕES GERAIS

Tomando como base a equação (II.59), repetida aqui por conveniência, é possível determinar a equação que fornece a variação da densidade de corrente na superfície superior da barra  $d_o$ , com o escorregamento.

$$d_i = d_o(s) \cdot e^{-g_R \frac{x_b}{h} \sqrt{s}}$$

A integração de  $d_i$  entre 0 (zero) e  $h$  (altura da ranhura, veja figura II.6), multiplicada pela largura  $l$  da barra, deve ser, para qualquer valor do escorregamento  $s$ , igual a corrente do rotor  $I_2(s)$ .

$$I_2(s) = l \int_0^h d_i \cdot dx_b = \frac{d_o(s) \cdot h \cdot l}{g_R \cdot \sqrt{s}} (1 - e^{-g_R \sqrt{s}}) \quad (V.1)$$

A densidade de corrente  $d_o$  será:

$$d_o(s) = \frac{g_R \cdot \sqrt{s} \cdot I_2(s)}{h \cdot l (1 - e^{-g_R \cdot \sqrt{s}})} \quad (V.2)$$

Se for admitida a densidade de corrente  $d_o(s)$  para toda seção da barra, durante um processo de partida ou de frenagem elétrica, é possível calcular a temperatura que a superfície superior da barra alcançará durante qualquer destes processos.

É importante observar, que a consideração anterior resulta em um valor de corrente na barra do rotor que não é real para toda seção, acontecendo apenas na superfície superior. Como o equacionamento admitirá este valor de corrente para toda barra, o aquecimento daí resultante levará à variações de resistência do rotor com a temperatura diferentes daquelas consideradas no capítulo IV. Se  $T_{RS}$  é a elevação de temperatura na superfície superior da barra, tem-se:

- para  $s > s_k$

$$R_2''(s) = (1 + \alpha_R T_{RS}) R_{2N}' \quad (V.3)$$

- para  $s \leq s_k$

$$R_2''(s) = (1 + \alpha_R T_{RS}) R_{2N}' \quad (V.4)$$

O novo comportamento da resistência do circuito do rotor implica em variações também diferentes das correntes do rotor e estator com o escorregamento. Daí a necessidade da definição da corrente do rotor por  $I_2''(s)$  ao invés de  $I_2(s)$ .

A corrente correspondente à densidade  $d_o(s)$  para toda seção é:

$$I_2''^*(s) = d_o(s) \cdot h \cdot l \quad (V.5)$$

A equação de aquecimento será:

$$C_R \frac{dT_{RS}}{dt} + A_{RN} (T_{RS} - T_N) = 3 \cdot R_2''(s) \cdot [I_2''^*(s)]^2$$

$$C_R \frac{dT_{RS}}{dt} + A_{RN} (T_{RS} - T_N) = 3 \cdot R_2''(s) \cdot \left[ \frac{g_R \cdot \sqrt{s} \cdot I_2''(s)}{1 - e^{-g_R \sqrt{s}}} \right]^2 \quad (V.6)$$

Do mesmo modo, admitindo-se toda barra percorrida pela corrente que se estabelece na superfície inferior da barra, é possível calcular a elevação de temperatura naquele ponto durante os processos de partida ou de frenagem elétrica.

A densidade de corrente na superfície inferior será:

$$d_h(s) = d_o(s) \cdot e^{-g_R \sqrt{s}} \quad (V.7)$$

A variação da resistência do rotor será também diferente dos casos anteriores, uma vez que o comportamento da temperatura é diferente.

Sendo  $T_{RI}$  a elevação de temperatura da superfície inferior da barra, tem-se:

- para  $s > s_k$

$$R_2'''(s) = (1 + \alpha_R \cdot T_{RI}) \quad (V.8)$$

- para  $s \leq s_k$

$$R_2'''(s) = (1 + \alpha_R \cdot T_{RI}) R_{2N}' \quad (V.9)$$

Pelas mesmas razões apresentadas anteriormente, a corrente do rotor será representada por  $I_2'''(s)$ .

A corrente correspondente à densidade  $d_n$  para toda seção é:

$$I_2'''^*(s) = d_h(s) \cdot h \cdot l \quad (V.10)$$

A equação de aquecimento será:

$$C_R \cdot \frac{dT_{RI}}{dt} + A_{RN} (T_{RI} - T_N) = 3 \cdot R_2'''(s) \cdot [I_2'''^*(s)]^2$$

$$C_R \cdot \frac{dT_{RI}}{dt} + A_{RN} (T_{RI} - T_N) = 3 \cdot R_2'''(s) \cdot \left[ \frac{g_R \cdot \sqrt{s} \cdot I_2'''(s)}{1 - e^{-g_R \sqrt{s}}} \right]^2 \cdot e^{-2g_R \sqrt{s}} \quad (V.11)$$

A elevação da temperatura do núcleo do rotor poderá ser calculada a partir da equação (V.12), que leva em consideração a transferência de calor das partes superior e inferior da barra para o núcleo e deste para o ar.

$$C_N \cdot \frac{dT_N}{dt} + A_N T_N = A_{RN} [(T_{RS} - T_N) + (T_{RI} - T_N)] \quad (V.12)$$

Levando-se em consideração a metodologia adotada para o cálculo de elevação de temperatura e as constantes de tempo definidas no capítulo anterior, as equações (V.6), (V.11) e (V.12) podem ser escritas:

$$\Delta T_{RS} = \left[ \frac{1}{C_R} \cdot 3 \cdot R_2'''(s) \left( \frac{g_R \cdot \sqrt{s} \cdot I_2'''(s)}{1 - e^{-g_R \sqrt{s}}} \right)^2 - \frac{1}{T_{AR}} (T_{RS} - T_N) \right] \Delta t \quad (V.13)$$

$$\Delta T_{RI} = \left[ \frac{1}{C_R} \cdot 3 \cdot R_2'''(s) \cdot \left( \frac{g_R \cdot \sqrt{s} \cdot I_2''''(s)}{1 - e^{-g_R \sqrt{s}}} \right)^2 \cdot e^{-2g_R \sqrt{s}} - \frac{1}{T_{AR}} (T_{RI} - T_N) \right] \Delta t \quad (V.14)$$

$$\Delta T_N = \left\{ \frac{A_{RN}}{C_N} [(T_{RS} - T_N) + (T_{RI} - T_N)] - \frac{1}{T_{AN}} \cdot T_N \right\} \Delta t \quad (V.15)$$

A seguir, estas equações serão particularizadas para os processos de partida e de frenação elétrica.

### V.3 ELEVACÃO DAS TEMPERATURAS NA SUPERFÍCIE E NO FUNDO DA RANHURA PARA OS DIVERSOS ESTADOS OPERACIONAIS

#### V.3.1 Partida do motor

As equações (V.13), (V.14) e (V.15) que definem as elevações de temperatura, são aplicáveis na forma apresentada para o processo de partida.

Com relação às constantes de tempo  $T_{AN}$  e  $T_{AR}$  valem exatamente as mesmas condições e equações definidas no capítulo IV.

A relação entre os incrementos  $\Delta t$  e  $\Delta s$  é a mesma fornecida naquele capítulo.

#### V.3.2 Frenação com corrente contínua

São válidas as equações (V.13), (V.14) e (V.15) para o cálculo das elevações de temperatura, levando-se em conta o valor da corrente do rotor durante a frenação forne

cido pela equação III.62. Desta forma, resulta:

$$\Delta T_{RS} = \left[ \frac{1}{C_R} \cdot 3 \cdot R_2''(s) \left( \frac{g_R \sqrt{s} \cdot I_2''(s) \sqrt{\frac{S_M}{S_{M(N)}}}}{1 - e^{-g_R \sqrt{s}}} \right)^2 - \frac{1}{T_{AR}} (T_{RS} - T_N) \right] \Delta t \quad (V.16)$$

$$\Delta T_{RI} = \left[ \frac{1}{C_R} \cdot 3 \cdot R_2''(s) \left( \frac{g_R \cdot \sqrt{s} \cdot I_2''(s) \sqrt{\frac{S_M}{S_{M(N)}}}}{1 - e^{-g_R \sqrt{s}}} \right)^2 \cdot e^{-2g_R \sqrt{s}} - \frac{1}{T_{AR}} (T_{RI} - T_N) \right] \Delta t \quad (V.17)$$

A equação (V.15) para cálculo da elevação de temperatura do núcleo permanece inalterada.

Para o cálculo das resistências do circuito do rotor são válidas as equações (V.3), (V.4), (V.8) e (V.9).

Com relação às constantes de tempo  $T_{AN}$  e  $T_{AR}$  e a dependência entre  $\Delta t$  e  $\Delta s$ , são válidas as equações do capítulo IV.

### V.3.3 Frenagem com inversão de fases

Também aqui são válidas as equações (V.13), (V.14) e (V.15) para definição das elevações de temperatura.

As resistências do rotor são definidas pelas equações (V.3), (V.4), (V.8) e (V.9).

As constantes de tempo  $T_{AN}$  e  $T_{AR}$  e a relação entre os incrementos  $\Delta t$  e  $\Delta s$  são definidas pelas equações do ca

pítulo IV.

#### V.4 DEFINIÇÃO DAS TEMPERATURAS

A determinação do comportamento das elevações das temperaturas de superfície e de fundo de ranhura, deve ser feita sempre junto com a definição do comportamento das elevações de temperaturas dos enrolamentos do rotor e do estator. Deve-se observar que os valores iniciais de  $T_{RS}$  e  $T_{RI}$  são sempre os valores finais do processo anterior e que a resistência do enrolamento do estator se altera com a elevação de temperatura.

No Anexo A9 estão indicadas tabelas de fabricante, que permitem a determinação aproximada das massas de alumínio, cobre e aço das diversas partes do motor em função da potência nominal.

## VI ELEVACÃO DA TEMPERATURA DO ENROLAMENTO E DO NÚCLEO DO ESTATOR

### VI.1 INTRODUÇÃO

A elevação da temperatura do estator é resultante das perdas no enrolamento e das perdas no ferro do estator.

A temperatura máxima admissível, definida pelo fabricante, é função do material usado para isolamento do enrolamento.

A tabela VI.1 mostra a classificação dos diversos tipos de isolamento (classe de isolamento) e as respectivas elevações admissíveis de temperatura.

Classe de Isolamento	Temperatura ambiente	Elevação admissível de temperatura
A	40°C	60°C
E	40°C	75°C
B	40°C	80°C
F	40°C	100°C
H	40°C	125°C
C	40°C	indefinido

Tabela VI.1 - Classes de isolamento e respectivas elevações admissíveis de temperatura

Como em vários trabalhos existentes sobre este assunto [6] [15], o estator será considerado um corpo homogêneo.

Como a resistência do enrolamento do estator não varia com o escorregamento e as perdas a vazio independem da carga e velocidade do motor, a análise torna-se mais simples.

Da mesma forma que para os enrolamentos do rotor, serão estabelecidas equações para os seguintes estados de operação:

- partida
- operação com velocidade constante
- frenação
- motor desligado

A análise de um ciclo de carga será resultado de uma sequência de operações, observando-se que a temperatura inicial de um estado é igual à temperatura final do estado anterior.

## VI.2 EQUAÇÃO GERAL

Considerando-se o estator como um corpo homogêneo, a elevação da temperatura do enrolamento e pacote de chapas será definida por:

$$C_E \cdot \frac{dT_E}{dt} + A_E \cdot T_E = V_1 \quad (\text{VI.1})$$

$T_E$  - elevação da temperatura do estator em  $^{\circ}\text{C}$

$C_E$  - capacidade térmica do material constituinte do estator  
( $\text{W}/^{\circ}\text{C} \cdot \text{s}^{-1}$ ).

$V_1$  - perdas no estator, ou seja a soma das perdas no enrolamento com as perdas a vazio (W).

$A_E$  - fator de transmissão de calor para uma ventilação qualquer (W/°C)

A equação VI.1 simplesmente define, que uma parte da potência de perdas eleva a temperatura do estator e a outra parte é transferida para o ar, sendo que a temperatura deste é considerada constante.

Definindo-se:

$$T_{AE} = \frac{C_E}{A_E} \quad (\text{VI.2})$$

onde:

$T_{AE}$  - constante de tempo de aquecimento do estator para uma condição de ventilação qualquer (s).

obtém-se:

$$T_{AE} \cdot \frac{dT_E}{dt} + T_E = \frac{V_1}{A_E} \quad (\text{VI.3})$$

Na equação (VI.3) deve-se observar que o termo  $V_1/A_E$  é igual à temperatura final do processo, para um tempo suficientemente longo de operação. Para cada tipo de motor, a constante de tempo e a capacidade térmica são conhecidas. Desta forma, o fator que define a transmissão de calor do estator para o ar, com velocidade nominal, pode ser calculado a partir de

$$A_{E(N)} = \frac{C_E}{T_A} \quad (\text{VI.4})$$

$C_E$  - capacidade térmica do material constituinte do estator  
(W/°C.s<sup>-1</sup>)

$T_A$  - constante de tempo de aquecimento (s)

A capacidade térmica  $C_E$  admite que o estator é um corpo homogêneo.

Da mesma forma que considerado para o rotor, a constante de tempo  $T_{AE}$ , que define a elevação de temperatura do estator é tomada igual à constante de tempo  $T_A$  fornecida em alguns catálogos de fabricantes, quando o motor opera com velocidade nominal.

Também aqui são válidas as mesmas considerações para  $T_{AE}$  em relação a  $T_A$ , em função do tipo de ventilação do motor.

Para qualquer dos tipos de operação, o comportamento da elevação de temperatura do estator é determinado através da solução da equação (VI.3).

$$T_{AE} \cdot \Delta T_E + T_E \Delta t = \frac{V_1}{A_E} \cdot \Delta t \quad (\text{VI.5})$$

Conhecido o valor inicial  $T_{E1}$  e definido o incremento  $\Delta t$  em função de um  $\Delta s$  escolhido, é determinado o incremento  $\Delta T_{E1}$ , que permitirá o cálculo de  $T_{E2}$ , e assim sucessivamente.

### VI.3 EQUAÇÕES DE ELEVAÇÃO DE TEMPERATURA PARA OS DIVERSOS ESTADOS OPERACIONAIS

#### VI.3.1 Partida do motor

A equação de elevação de temperatura será:

$$T_{AE} \cdot \Delta T_E + T_E \cdot \Delta t = \frac{V_{1p}}{A_E} \cdot \Delta t \quad (\text{VI.6})$$

Para o motor com ventilação forçada tem-se:

$$T_{AE} = T_A$$

Se o motor é do tipo sem ventilação:

$$T_{AE} = \frac{T_A}{0,3}$$

Para motores auto-ventilados:

$$T_{AE} = T_A \cdot \left[ 0,3 + K_4 (1-s)^{0,7} \right]^{-1} \quad (\text{VI.7})$$

As perdas  $V_{1p}$  no estator:

$$V_{1p} = V_{1c} + V_{\text{vazio}}$$

Sabe-se que:

$$V_{1c} = 3I^2 (s) \cdot R_1 (1 + \alpha_E T_E)$$

Conforme mostrado no capítulo II, as perdas a vazio são definidas por:

$$V_{\text{vazio}} = \left(\frac{1}{\eta_N} - 1\right) P_N (1-K)$$

Desta forma, resulta

$$V_{1p} = 3 \cdot I^2 (s) \cdot R_1 (1 + \alpha_E T_E) + \left(\frac{1}{\eta_N} - 1\right) P_N (1-K) \quad (\text{VI.8})$$

onde:

$\alpha_E$  - fator que define a variação da resistência dos enrolamentos do estator com a temperatura ( $^{\circ}\text{C}^{-1}$ ).

K - relação entre as perdas nominais nos enrolamentos do rotor e estator e as perdas totais também nominais.

É importante observar que na determinação das perdas do estator  $V_{1c}$  é levada em consideração a variação da resistência do rotor com a temperatura para determinação da corrente  $I(s)$ . Isto significa que a determinação do comportamento da temperatura do estator deve obrigatoriamente ser acompanhada da determinação do comportamento da temperatura do rotor.

O fator de transmissão de calor do estator para o ar  $A_E$ , é determinado com auxílio da equação (VI.4). Deve-se contudo para motores autoventilados levar em conta o efeito da redução de ventilação, da mesma forma que na constante de tempo  $T_{AE}$ , obtendo-se então:

$$A_E = A_{EN} \cdot [0,3 + K_4 (1-s)^{0,7}] \quad (\text{VI.9})$$

Para motores com ventilação forçada tem-se  $a_e = A_{E(N)}$ . No caso de motores sem ventilação  $A_E = 0,3 A_{E(N)}$ .

A relação entre os incrementos de tempo  $\Delta t$  e de escorregamento  $\Delta s$  é definida pela equação:

$$\Delta t = \frac{-\frac{2\pi}{60} \cdot J \cdot n_1 \Delta s}{M(s) \pm K_1 [n_1 (1-s_{op})]^x}$$

### VI.3.2 Operação com velocidade constante

A equação para determinação da elevação de temperatura:

$$T_{AE} \cdot \Delta T_E + T_E \cdot \Delta t = \frac{V_{1f}}{A_E} \Delta t \quad (\text{VI.10})$$

Para o motor autoventilado e com ventilação forçada, tem-se:

$$T_{AE} = T_A$$

Se o motor não tem ventilação:

$$T_{AE} = \frac{T_A}{0,3}$$

As perdas  $V_{1f}$  são definidas por:

$$V_{1f} = 3I^2(s) \cdot R_1 (1 + \alpha_E T_E) + \left(\frac{1}{\eta_N} - 1\right) P_N (1-K) \quad (\text{VI.11})$$

Para o fator de transmissão de calor  $A_E$  valem as considerações feitas anteriormente.

### VI.3.3 Frenagem com corrente contínua

A equação para elevação de temperatura será:

$$T_{AE} \cdot \Delta T_E + T_E \Delta t = \frac{V_{1fR}}{A_E} \cdot \Delta t \quad (\text{VI.12})$$

Para motores com ventilação forçada:

$$T_{AE} = T_A$$

Para motores sem ventilação:

$$T_{AE} = \frac{T_A}{0,3}$$

Para motores autoventilados:

$$T_{AE} = T_A [0,3 + K_4 \cdot s^{0,7}]^{-1} \quad (\text{VI.13})$$

$$K_4 = \frac{0,7}{(1-s_N)^{0,7}}$$

As perdas  $V_{1fR}$  vão depender do tipo de conexão dos enrolamentos do estator durante a frenagem.

Tomando-se a figura III.1 como referência, tem-se:

- Para conexão "a":

$$V_{1fR} = 2R_1 (1 + \alpha_E T_E) \cdot C_1^2 \cdot I_P^2 \cdot \frac{S_M}{S_{M(N)}} \quad (\text{VI.14})$$

- Para conexão "b":

$$V_{1fR} = \frac{2}{3} R_1 (1 + \alpha_E T_E) \cdot C_1^2 \cdot I_P^2 \cdot \frac{S_M}{S_{M(N)}} \quad (\text{VI.15})$$

- Para conexão "c":

$$V_{1fR} = \frac{3}{2} R_1 (1 + \alpha_{E T_E}) C_1^2 \cdot I_p^2 \cdot \frac{S_M}{S_{M(N)}} \quad (\text{VI.16})$$

- Para conexão "d":

$$V_{1fR} = \frac{1}{2} R_1 (1 + \alpha_{E T_E}) C_1^2 \cdot I_p^2 \cdot \frac{S_M}{S_{M(N)}}$$

Para motores autoventilados tem-se:

$$A_E = A_{E(N)} \cdot [0,3 + K_4 \cdot s^{0,7}] \quad (\text{VI.18})$$

Para motores com ventilação forçada e sem ventilação valem as considerações feitas anteriormente.

A relação entre os incrementos de tempo  $\Delta t$  e de escorregamento  $\Delta s$ :

$$\Delta t = \frac{-\frac{2\pi}{60} \cdot J \cdot n_1 \cdot \Delta s}{M(s) \frac{S_M}{S_{M(N)}} \pm K_1 [n_1 (1-s)]^x}$$

com o escorregamento variando de  $(1-s_{op})$  até 0 (zero).

#### VI.3.4 Frenação com inversão de fases

Vale a equação (VI.12) de elevação de temperatura.

Para motores sem ventilação e com ventilação forçada, valem as mesmas considerações anteriores, com relação a  $T_{AE}$  e a  $A_E$ .

Para motores autoventilados, tem-se:

$$T_{AE} = T_A [0,3 + K_4 (s-1)^{0,7}]^{-1} \quad (\text{VI.19})$$

$$K_4 = \frac{0,7}{(1-s_N)^{0,7}}$$

As perdas  $V_{1fR}$  são definidas por:

$$V_{1fR} = 3 \cdot I^2 (s) \cdot R_1 (1 + \alpha_E T_E) + \left(\frac{1}{\eta_N} - 1\right) \cdot P_N \cdot (1-K) \quad (\text{VI.20})$$

O fator de transmissão de calor  $A_E$  será:

$$A_E = A_{E(N)} \cdot [0,3 + K_4 (2-s)^{0,7}] \quad (\text{VI.21})$$

A relação entre os incrementos de tempo  $\Delta t$  e de escorregamento  $\Delta s$

$$\Delta t = \frac{-\frac{2\pi}{60} \cdot J \cdot n_1 \cdot \Delta s}{M(s) \pm K_1 [n_1 (s-1)]^x}$$

com o escorregamento variando de  $(2-s_{op})$  até 1.

### VI.3.5 Motor desligado

Neste caso, vale a equação:

$$T_{AE} \cdot \Delta T_E + T_E \cdot \Delta t = 0 \quad (\text{VI.22})$$

com

$$T_{AE} = \frac{T_A}{0,3}$$

#### VI.4 DEFINIÇÃO DAS TEMPERATURAS

Com auxílio das equações para cálculo das elevações de temperatura desenvolvidas neste capítulo, é possível a definição do comportamento das temperaturas do estator, uma vez definida a sequência de operações.

Ao final deste trabalho é apresentado o fluxograma básico para cálculo das temperaturas do estator.

No Anexo A9 estão indicadas tabelas de fabricante, que permitem a determinação aproximada das massas de alumínio, cobre e aço das diversas partes do motor, em função da potência nominal.

## VII COMPORTAMENTO TÉRMICO DO MOTOR QUANDO OCORRE BLOQUEIO DO ROTOR

### VII.1 INTRODUÇÃO

Nos capítulos anteriores, foram estabelecidas equações que permitem determinar as elevações de temperatura do enrolamento (barras) do rotor e do enrolamento do estator para os diversos estados de operação, bem como calcular a diferença de temperatura entre as superfícies superior e inferior das barras do rotor nos processos de partida e de frenagem elétrica.

Desta forma, conhecida a forma de operação de um acionamento elétrico é possível acompanhar o comportamento térmico, ou seja as elevações de temperatura do motor ao longo de toda operação.

Com relação ao enrolamento do estator, conhecida a classe de isolamento do motor, que se pretende usar no acionamento, fica definida a elevação máxima admissível de temperatura, conforme mostra a tabela VI.1.

Se as elevações de temperatura do estator calculadas ao longo de todo ciclo de operação não ultrapassarem o valor definido como máximo admissível, conclui-se que termicamente, em termos de enrolamento do estator, o motor é adequado.

Com relação a elevação de temperatura do enrolamento do rotor ou da diferença de temperatura entre as superfícies superior e inferior das barras do rotor, não existe qualquer referência ou tabela com valores admissíveis, em catálogos de fabricantes.

A verificação se os valores calculados de tem

peratura são admissíveis, pode ser feita através do dado "tempo de rotor bloqueado", que é fornecido em catálogos de fabricantes. Com este dado, o fabricante informa o tempo máximo admissível que o rotor pode permanecer bloqueado, sem que as elevações de temperatura ultrapassem os valores máximos admissíveis.

As equações de elevação de temperatura desenvolvidas nos capítulos anteriores podem ser adaptadas para a condição de rotor bloqueado, permitindo então o cálculo dos valores máximos admissíveis.

## VII.2 ELEVAÇÃO DA TEMPERATURA DO ENROLAMENTO E NÚCLEO DO ROTOR PARA SITUAÇÃO DE ROTOR BLOQUEADO

As equações IV.16 e IV.17 podem ser particularizadas para este caso.

$$\Delta T_R + \frac{1}{T_{AR}} (T_R - T_N) \Delta t = \frac{V_{2CRb}}{C_R} \cdot \Delta t \quad (\text{VII.1})$$

$$\Delta T_N + \frac{1}{T_{AN}} \cdot T_N \cdot \Delta t = \frac{A_{RN}}{C_N} (T_R - T_N) \cdot \Delta t \quad (\text{VII.2})$$

Nestas equações tem-se:

$$t_{Rb} = \sum \Delta t \quad (\text{VII.3})$$

$$T_{AN} = \frac{T_A}{0,3} \frac{C_N}{C_E}$$

$$V_{2CRb} = 3I_2^2 (s) \cdot R_2' (s)$$

para o escorregamento  $s = 1$ .

A resistência do circuito do circuito do rotor será:

$$R'_2(s) = (1 + \alpha_R T_R) R'_{2N} e^{g_R}$$

$$R'_2(s) = (1 + \alpha_R T_R) \cdot R_{2p} \quad (\text{VII.4})$$

### VII.3 ELEVAÇÃO DA TEMPERATURA DO ESTATOR PARA SITUAÇÃO DE ROTOR BLOQUEADO

Apesar da possibilidade de verificação da elevação da temperatura do estator em função da classe de isolamento, pode-se calcular a elevação de temperatura do estator quando ocorre bloqueio do rotor e comparar o valor encontrado com aquele definido como máximo admissível, em função da classe de isolamento.

A elevação de temperatura do estator para rotor bloqueado pode ser calculada a partir da equação VI.5, conforme indicado a seguir.

$$T_{AE} \cdot \Delta T_E + T_E \cdot \Delta t = \frac{V_{1Rb}}{A_E} \cdot \Delta t \quad (\text{VII.5})$$

Nesta equação tem-se:

$$t_{Rb} = \Sigma \Delta t$$

$$V_{1Rb} = 3I^2(s) \cdot R_1 (1 + \alpha T_E) + \left(\frac{1}{\eta_N} - 1\right) P_N (1 - K)$$

para  $s = 1$ .

A constante de tempo de aquecimento e o fator de transmissão de calor são dados por:

$$T_{AE} = \frac{T_A}{0,3} \quad ; \quad A_E = 0,3 A_{EN}$$

#### VII.4 ELEVAÇÕES DE TEMPERATURA DAS SUPERFÍCIES SUPERIOR E INFERIOR DAS BARRAS DO ROTOR PARA SITUAÇÃO DE ROTOR BLOQUEADO

As equações (V.13), (V.14) e (V.15) permitem calcular as elevações de temperatura das superfícies superior e inferior das barras do rotor, quando o rotor está bloqueado, se tomadas para  $s = 1$ .

$$\Delta T_{RS} = \left[ \frac{1}{C_R} \cdot 3R_2''(s) \left( \frac{g_R \sqrt{s} \cdot I_2''(s)}{1 - e^{-g_R \sqrt{s}}} \right)^2 - \frac{1}{T_{AR}} (T_{RS} - T_N) \right] \Delta t$$

$$\Delta T_{RI} = \left[ \frac{1}{C_R} \cdot 3R_2'''(s) \left( \frac{g_R \sqrt{s} \cdot I_2'''(s)}{1 - e^{-g_R \sqrt{s}}} \right)^2 e^{-2g_R \sqrt{s}} - \frac{1}{T_{AR}} (T_{RI} - T_N) \right] \Delta t$$

$$\Delta T_N = \left\{ \frac{A_{RN}}{C_N} [(T_{RS} - T_N) + (T_{RI} - T_N)] - \frac{1}{T_{AN}} T_N \right\} \Delta t$$

Nestas equações tem-se:

$$t_{Rb} = \sum \Delta t$$

$$T_{AN} = \frac{T_A}{0,3} \frac{C_N}{C_E}$$

As correntes  $I_2''(s)$  e  $I_2'''(s)$  são calculadas para  $s = 1$ . As resistências  $R_2''(s)$  e  $R_2'''(s)$  serão definidas por:

$$R_2''(s) = (1 + \alpha_{R_{RS}}^T) R_{2N}' \quad (\text{VII.6})$$

$$R_2'''(s) = (1 + \alpha_{R_{RI}}^T) R_{2N}' \quad (\text{VII.7})$$

## VIII DESENVOLVIMENTO E IMPLEMENTAÇÃO DE UMA METODOLOGIA PARA ANÁLISE DO COMPORTAMENTO TÉRMICO DE MOTORES DE INDUÇÃO TRIFÁSICOS - FLUXOGRAMA

### VIII.1 INTRODUÇÃO

A seguir, estão indicados todos os parâmetros envolvidos na definição de um programa em BASIC, que permitem a análise do comportamento térmico do motor.

Inicialmente, estão indicados todos os parâmetros e comportamentos de grandezas elétricas e mecânicas, que podem ser obtidos, e em seguida estão indicados os dados de entrada necessários em função das saídas desejadas.

O programa, cujo fluxograma está indicado no final deste capítulo, é baseado nas equações desenvolvidas nos capítulos anteriores.

### VIII.2 DADOS DE SAÍDA

O programa permite a obtenção:

- 1 - dos parâmetros do circuito equivalente do motor
- 2 - do tempo de partida do acionamento
- 3 - das seguintes características:
  - 3.a - conjugado motor em função do escorregamento e da variação dos parâmetros do motor com a temperatura
  - 3.b - conjugado da carga em função do escorregamento
  - 3.c - corrente do rotor (referida) em função do escorregamento

- 3.d - corrente do estator em função do escorregamento
- 3.e - tensão nos terminais do motor em função do escorregamento
- 3.f - tensão de rotor travado (referida) em função do escorregamento
- 4 - da relação entre as perdas nominais nos enrolamentos do rotor e estator e as perdas totais nominais
- 5 - do tempo de frenação com inversão de fases
- 6 - das seguintes características de frenação com inversão de fases
  - 6.a - conjugado motor em função do escorregamento
  - 6.b - corrente do rotor (referida) em função do escorregamento
  - 6.c - corrente do estator em função do escorregamento
  - 6.d - tensão nos terminais do motor em função do escorregamento
  - 6.e - tensão de rotor travado (referida)
- 7 - das seguintes características de frenação com corrente contínua
  - 7.a - conjugado motor em função do escorregamento
  - 7.b - corrente do rotor (referida) em função do escorregamento
- 8 - da elevação de temperatura dos enrolamentos e do núcleo do rotor durante um ciclo definido de carga em função do escorregamento e/ou do tempo

- 9 - da elevação de temperatura do estator durante um ciclo de de finido de carga, em função do escorregamento e/ou do tem po
- 10 - da elevação das temperaturas nas superfícies superior e inferior das barras do enrolamento do rotor durante um processo de partida ou de frenação em função do escorrega mento e/ou tempo
- 11 - comportamento das elevações de temperatura dos enrolamentos e núcleo do rotor, do estator e das superfícies supe rior e inferior das barras do rotor na condição de rotor bloqueado durante o intervalo de tempo indicado como ad missível pelo fabricante
- 12 - dos seguintes valores de energia:
  - 12.a - energia dissipada no rotor durante a partida
  - 12.b - energia transferida através do entreferro durante a partida
  - 12.c - energia dissipada nos enrolamentos do estator du rante a partida
  - 12.d - energia dissipada no rotor durante a frenação com inversão de fases
  - 12.e - energia dissipada nos enrolamentos do estator du rante a frenação com inversão de fases
  - 12.f - energia cinética a ser dissipada na frenação com inversão de fases
  - 12.g - energia dissipada no rotor durante a frenação com corrente contínua

12.h - energia cinética a ser dissipada na frenação com corrente contínua

12.i - energia dissipada nos enrolamentos do estator

### VIII.3 DADOS DE ENTRADA

- $P_N$  - Potência nominal do motor (W)
- $n_N$  - Velocidade nominal do motor (r.p.m.)
- $n_1$  - Velocidade síncrona do motor (r.p.m.)
- $\eta_N$  - Rendimento nominal do motor (p.u.)
- $\cos\psi_N$  - Fator de potência nominal do motor (p.u.)
- $U_N$  - Tensão nominal (na fase) do motor (V)
- $I_N$  - Corrente nominal do motor (A)
- $I_p$  - Corrente de partida do motor (A)
- $X_1/X_{2p}$  - Relação entre as reatâncias de dispersão do estator e de partida do rotor
- $\bar{M}_p$  - Relação entre os conjugados de partida e nominal do motor
- $\bar{M}_k$  - Relação entre os conjugados máximo e nominal do motor
- $X_R$  - Reatância da rede de alimentação do motor ( $\Omega$ )
- $R_R$  - Resistência da rede de alimentação do motor em ohm ( $\Omega$ )

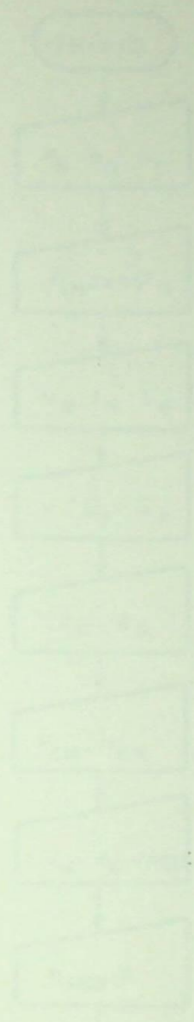
OBS.: Estes mesmos itens podem ser obtidos sem os dados  $X_R$  e  $R_R$ , se não for levada em consideração a queda de tensão na rede de alimentação do motor. Neste caso, deve-se tomar  $X_R = 0$  e  $R_R = 0$ .

- $P_{CN}$  - Potência nominal da carga (W)  
 $n_{CN}$  - Velocidade nominal da carga (r.p.m.)  
 $J_M$  - Momento de inércia do motor (kg.m<sup>2</sup>)  
 $J_C$  - Momento de inércia da carga (kg.m<sup>2</sup>)  
 $J_{Red}$  - Momento de inércia do redutor (kg.m<sup>2</sup>)  
 $\eta_{Red}$  - Rendimento do redutor (p.u.)  
 $x$  - Expoente que define a variação da carga com a velocidade  
 $t_{fR}$  - tempo de frenação desejado  
 $C_R$  - Capacidade térmica dos enrolamentos do rotor (°C/W.s<sup>-1</sup>)  
 $T$  - Constante de tempo térmica equivalente do rotor (s)  
 $T_A$  - Constante de tempo de aquecimento do estator (s)  
 $\alpha_R$  - Fator que define a variação da resistência do enrolamento do rotor com a temperatura  
 $\alpha_E$  - Fator que define a variação da resistência do enrolamento do estator com a temperatura  
 $C_N$  - Capacidade térmica do núcleo do rotor (°C/W.s<sup>-1</sup>)  
 $C_E$  - Capacidade térmica dos enrolamentos do estator (°C/W.s<sup>-1</sup>)  
 $CI$  - Elevação admissível de temperatura dos enrolamentos do estator em função da classe de isolamento (°C)  
 $t_{rt}$  - tempo de rotor bloqueado (s)

Além destes dados, deve-se ainda informar:

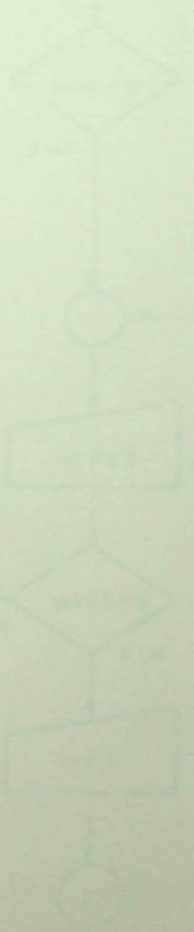
- se a partida ocorre sob carga
- se o conjugado da carga atua no sentido do movimento

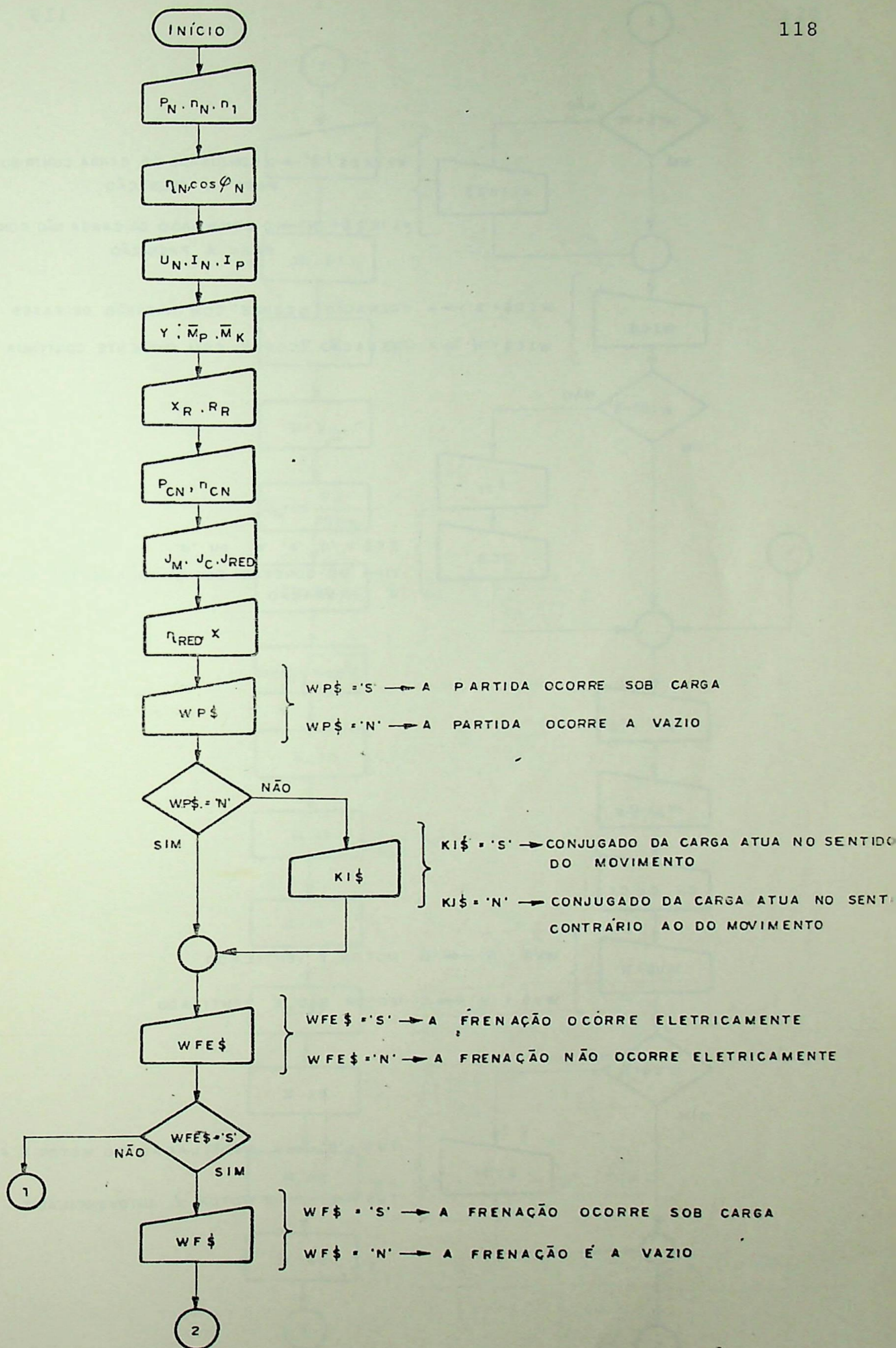
- se a frenagem é elétrica
- se a frenagem ocorre sob carga
- se o conjugado da carga contribui para frenagem
- se a frenagem ocorre com inversão de fases
- o tempo de frenagem desejado
- o tipo de conexão dos enrolamentos para frenagem com corrente contínua
- o tipo de ventilação do motor
- a descrição do ciclo de carga

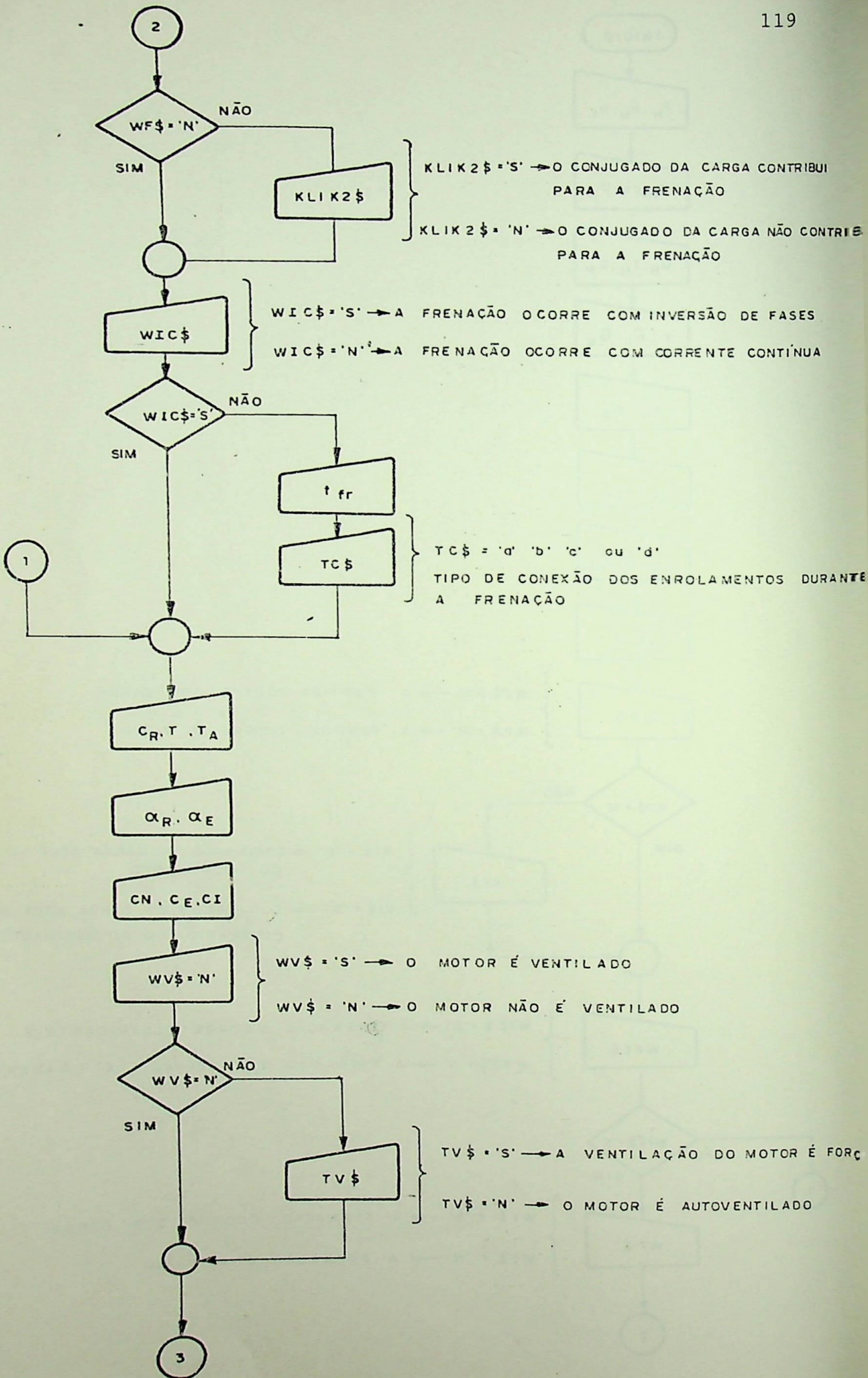


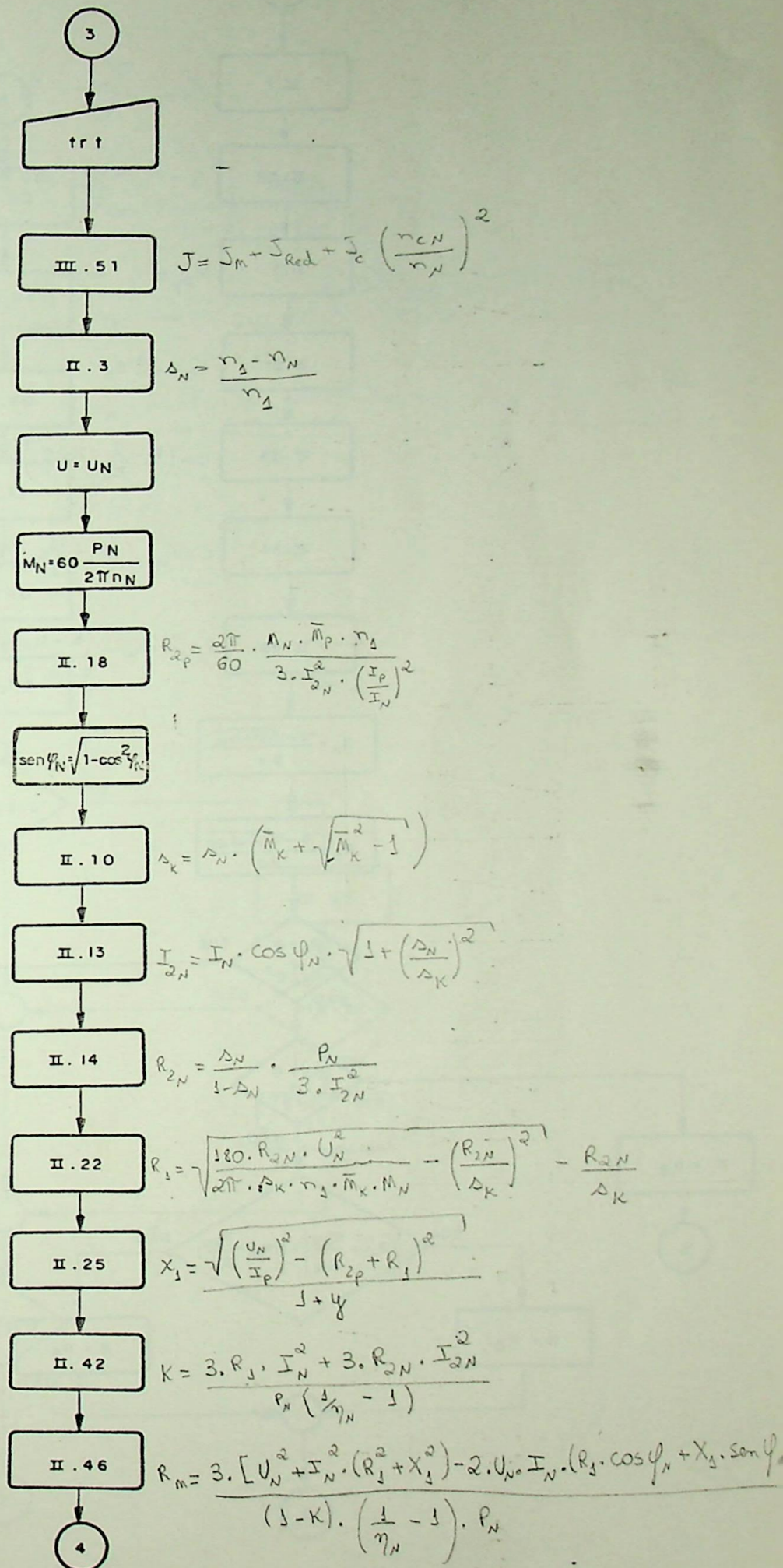
VIII.4

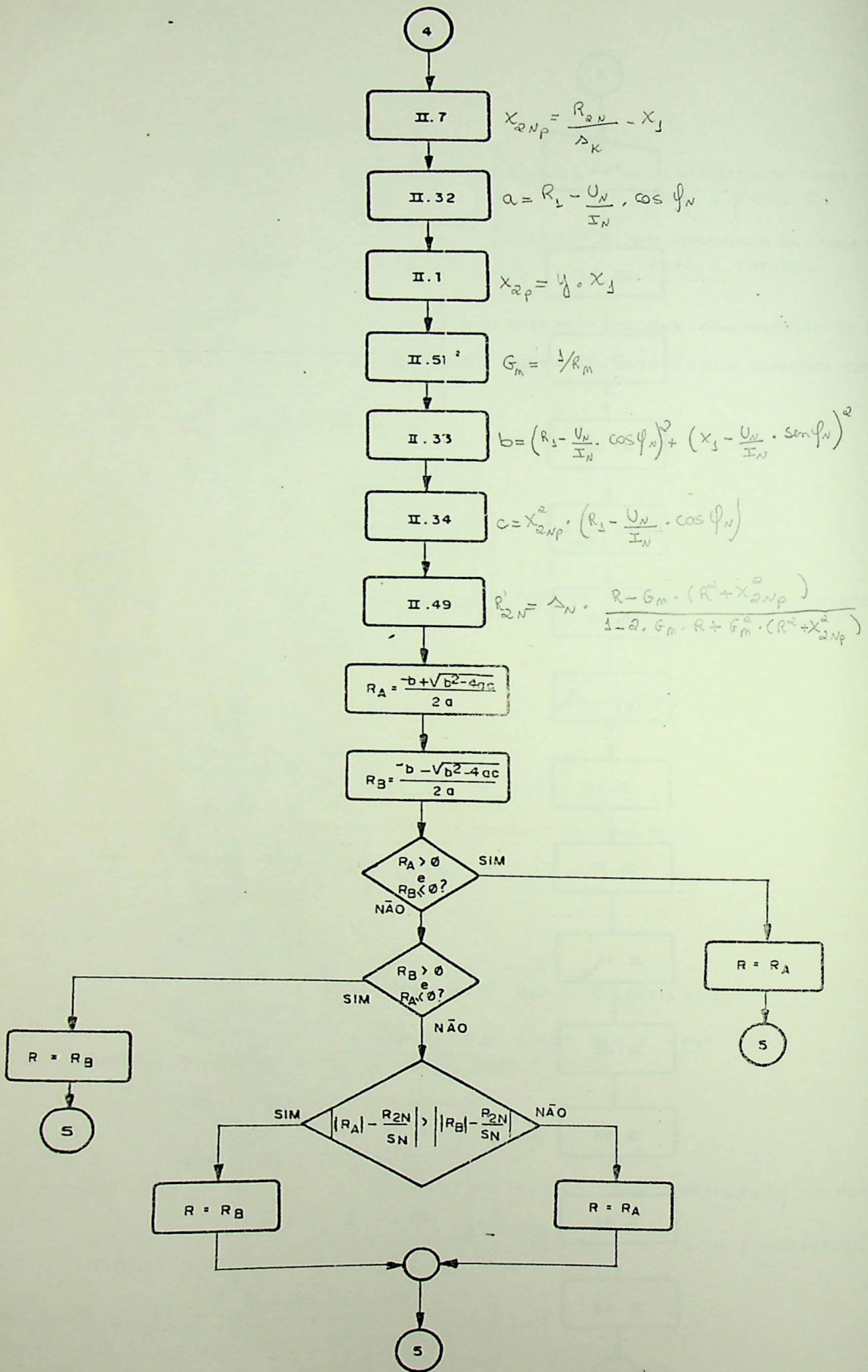
FLUXOGRAMA

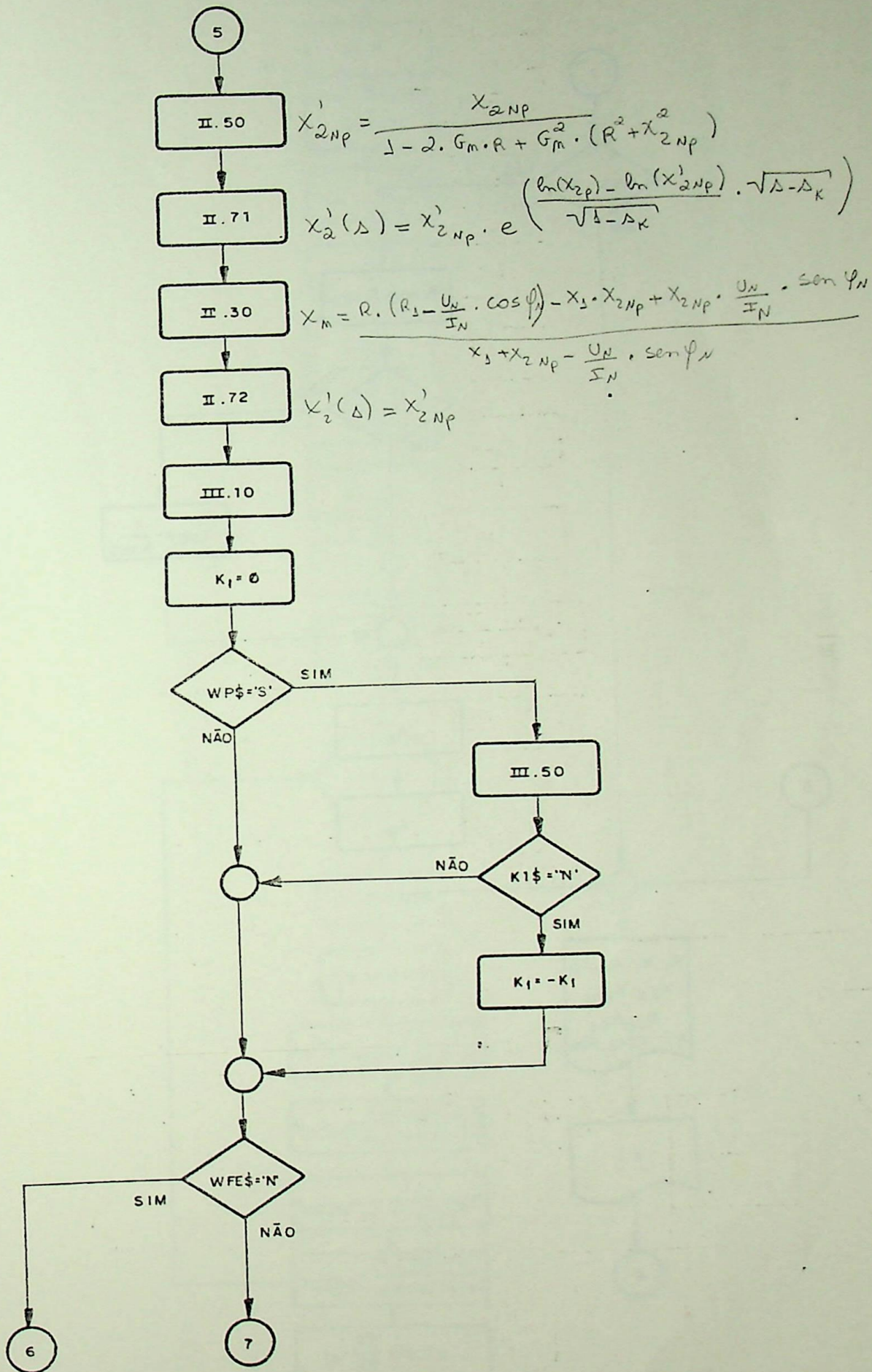


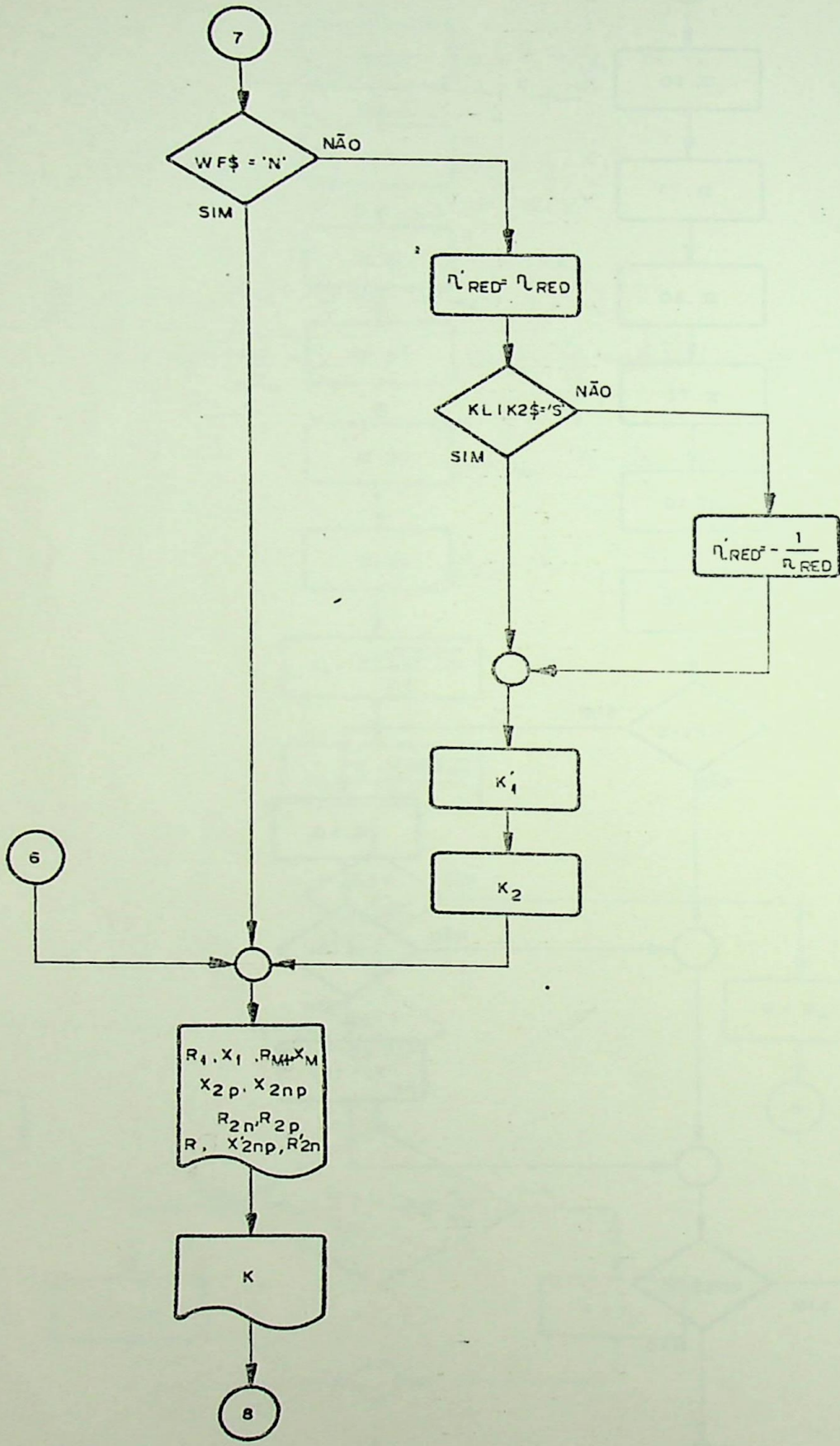


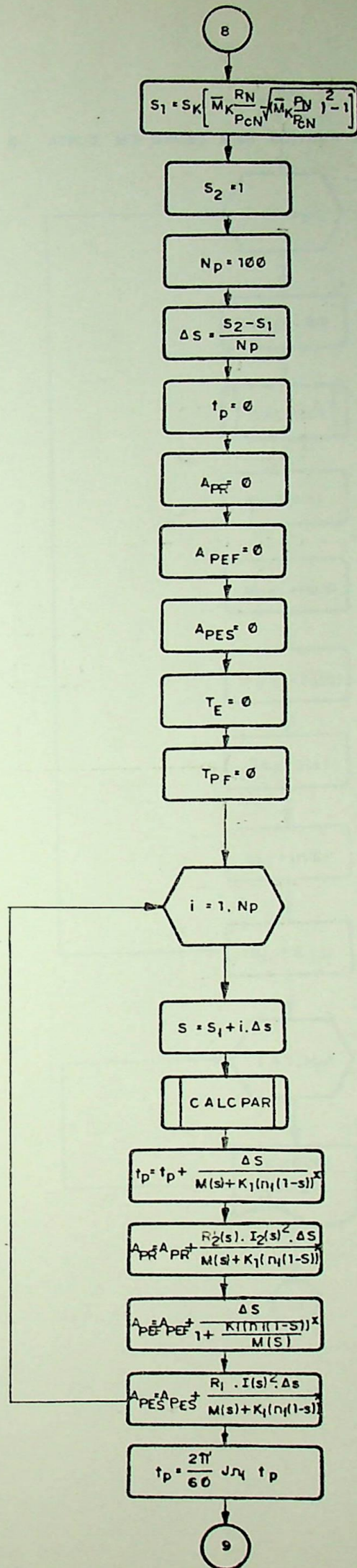


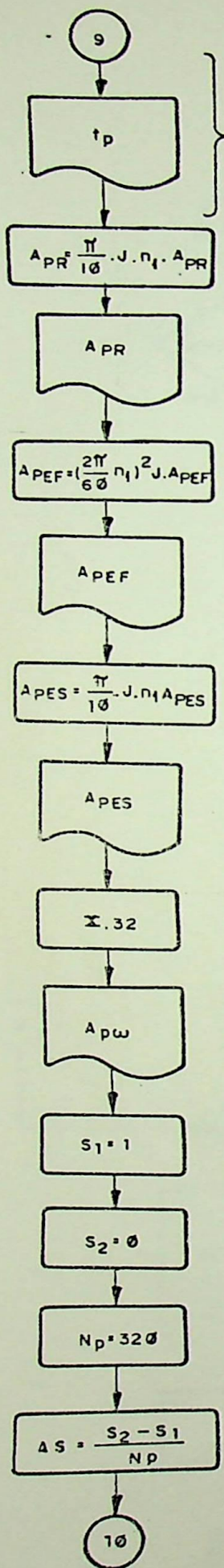




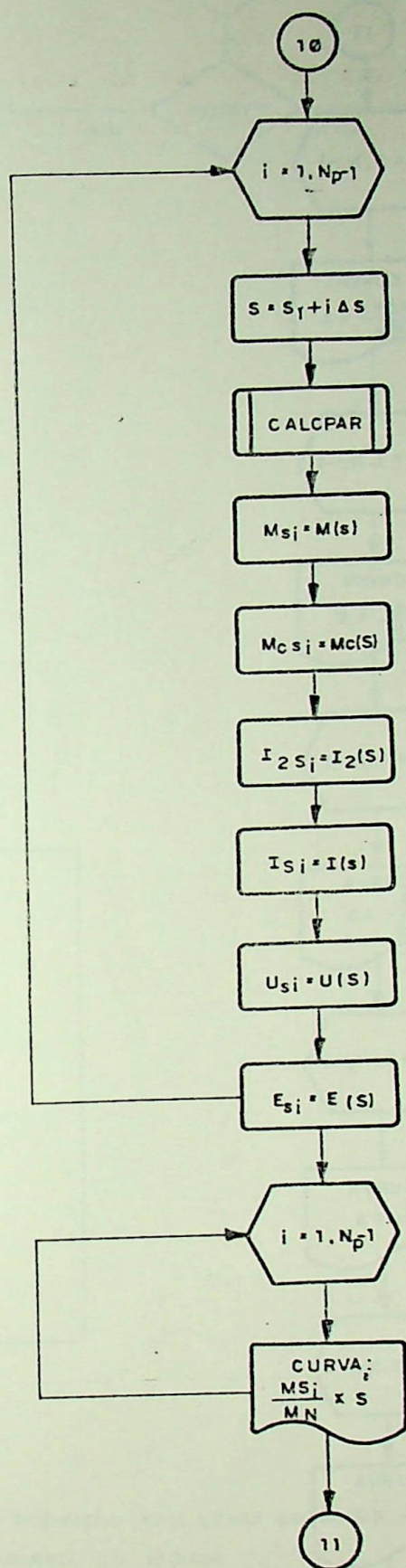


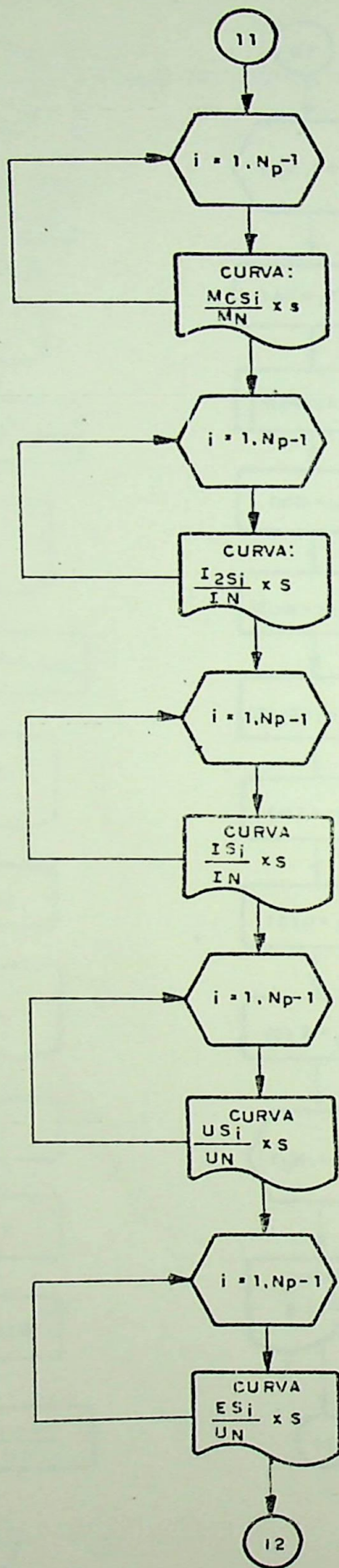






TEMPO DE PARTIDA SEM LEVAR EM CONTA O AQUECIMENTO DO MOTOR





12

WICS'S

SIM

NÃO

$$S_1 = 1$$

$$S_2 = 1 - S_K \left[ \frac{P_N}{P_{CN}} \sqrt{\frac{P_N}{P_{CN}}} - \sqrt{\left( \frac{P_N}{P_{CN}} \right)^2 - 1} \right]$$

$$N_p = 100$$

$$\Delta S = \frac{S_2 - S_1}{N_p}$$

$$t_{fr} = 0$$

$$A_{fRR} = 0$$

$$A_{fRES} = 0$$

i = 1, Np

$$S = S_1 + i \Delta S$$

CALCPAR

$$t_{fr} = t_{fr} + \frac{\Delta S}{M(s) + K_1(n_1(s-1))^x}$$

$$fRR = A_{fRR} + \frac{R_2(s) \cdot I_2(s)^2 \Delta S}{M(s) + K_1(n_1(s-1))^x}$$

$$fRES = A_{fRES} + \frac{R_1 \cdot I_1(s)^2 \Delta S}{M(s) + K_1(n_1(s-1))^x}$$

$$t_{fr} = \frac{2\pi}{60} \sum n_1 t_{fr}$$

tfr

13

TEMPO DE FRENAÇÃO SEM LEVAR EM CONTA O AQUECIMENTO DO MOTOR

$$S_1 = 0$$

$$S_2 = 1 - S_K \left[ \frac{P_N}{P_{CN}} \sqrt{\frac{P_N}{P_{CN}}} - \sqrt{\left( \frac{P_N}{P_{CN}} \right)^2 - 1} \right]$$

$$N_p = 100$$

$$\Delta S = \frac{S_2 - S_1}{N_p}$$

$$S_M = 0$$

$$S_{MN} = 0$$

i = 1, Np

$$S = S_1 + i \Delta S$$

$$S_M = S_M + K_2 S^x \Delta S$$

CALCPAR

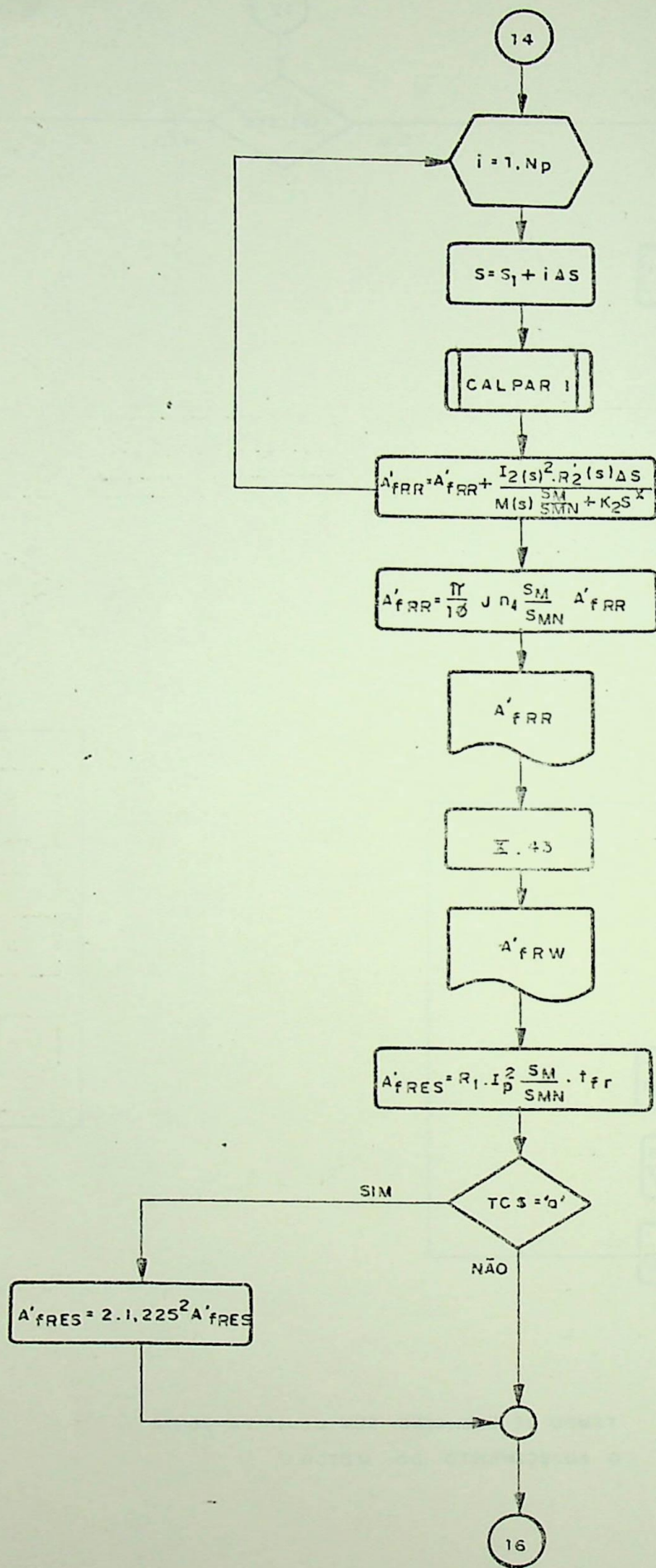
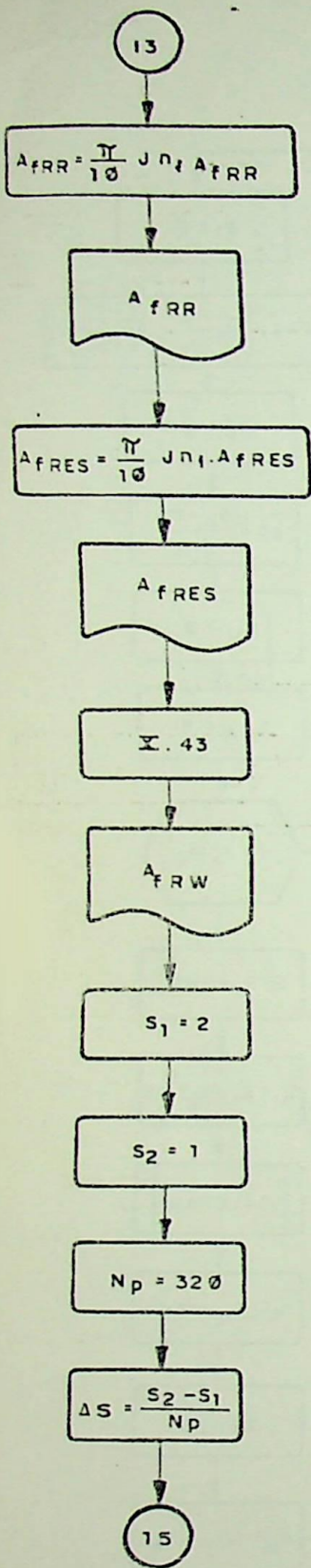
$$S_{MN} = S_{MN} + M(s) \Delta S$$

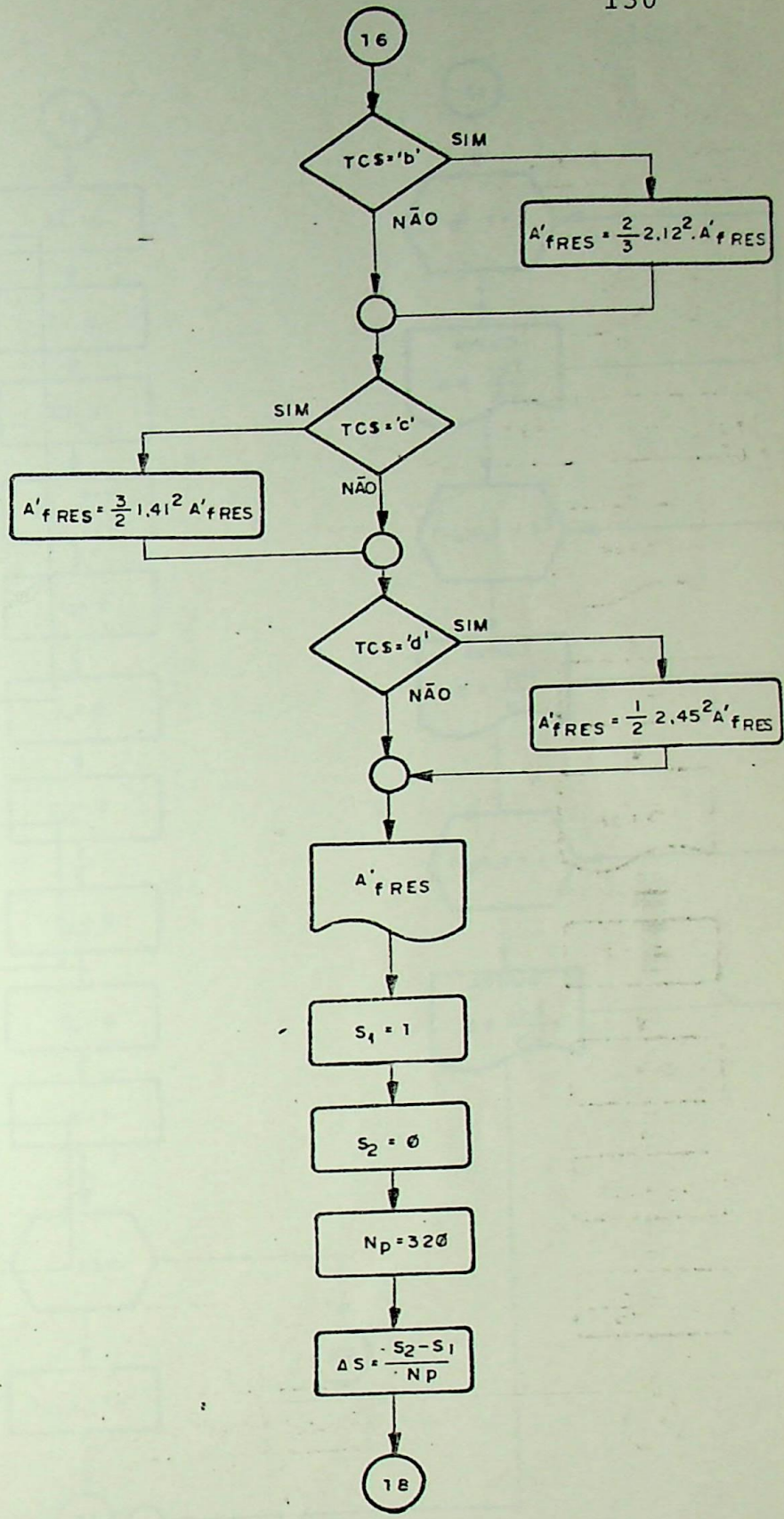
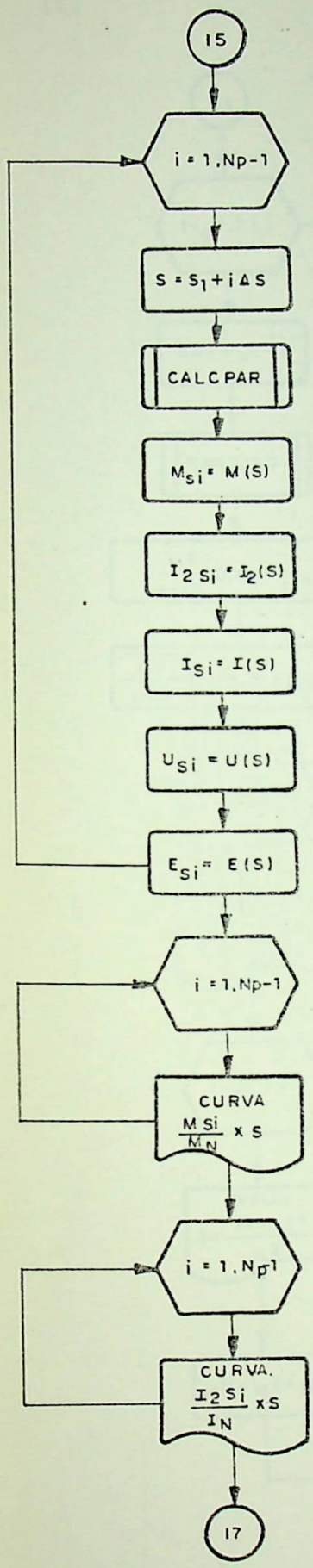
III . 53

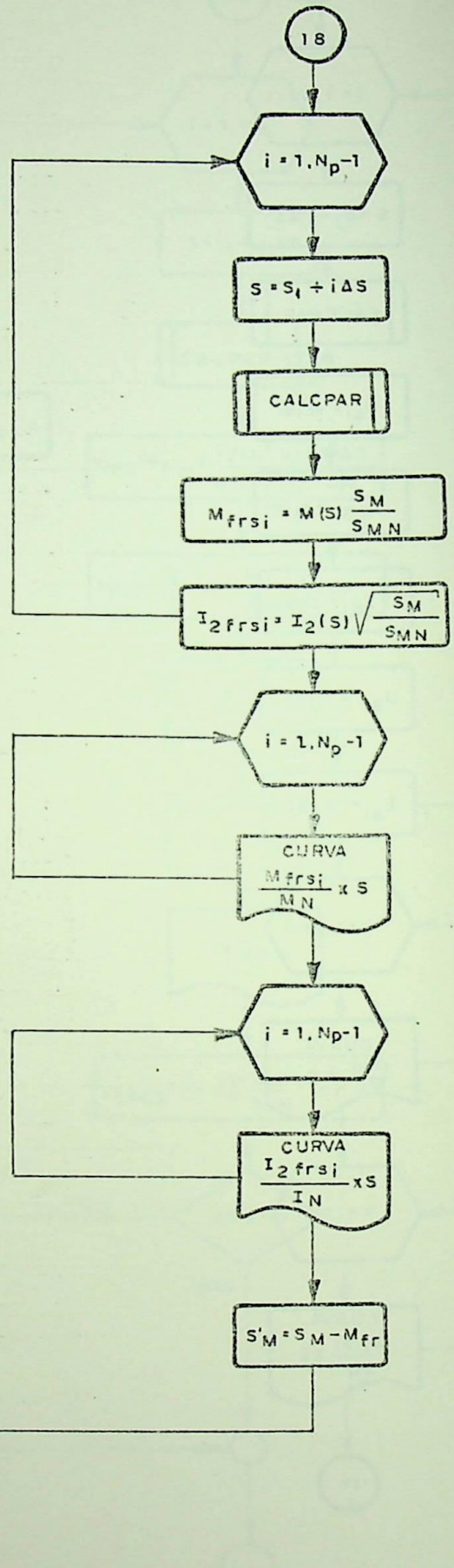
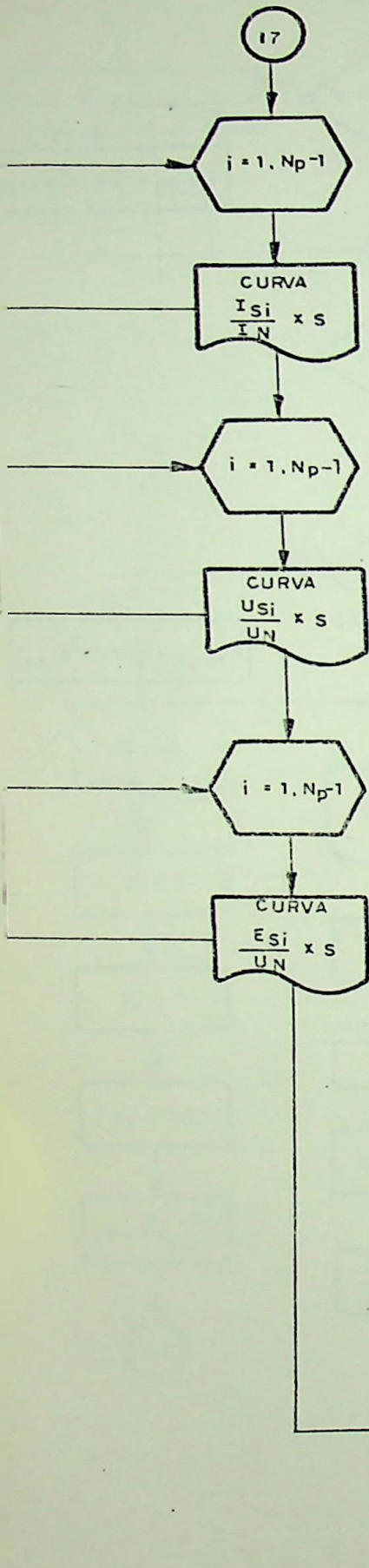
$$S_M = M_{fr} + S_M$$

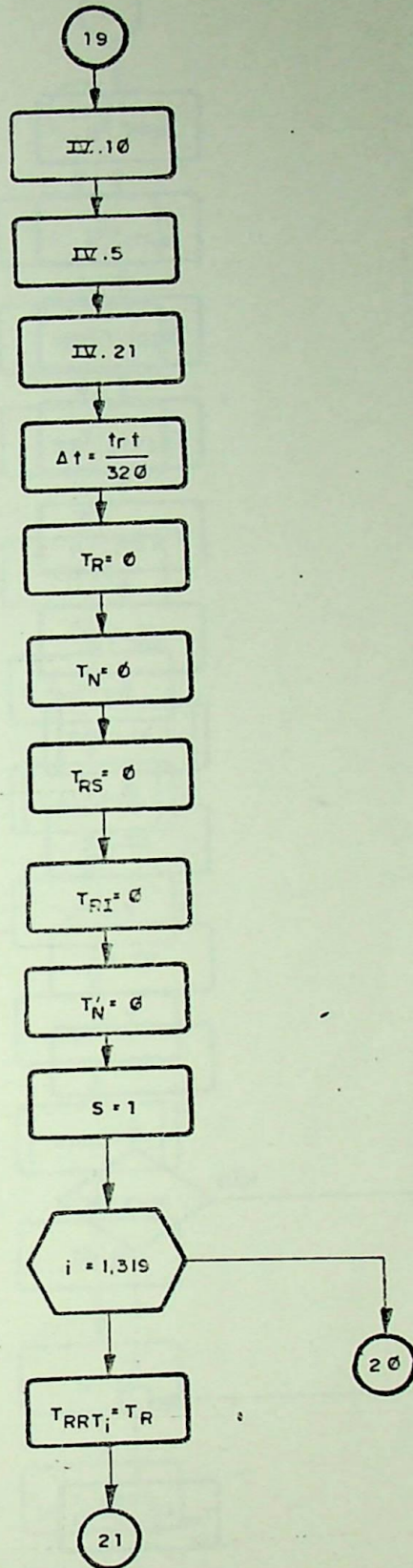
$$A_{fRR} = 0$$

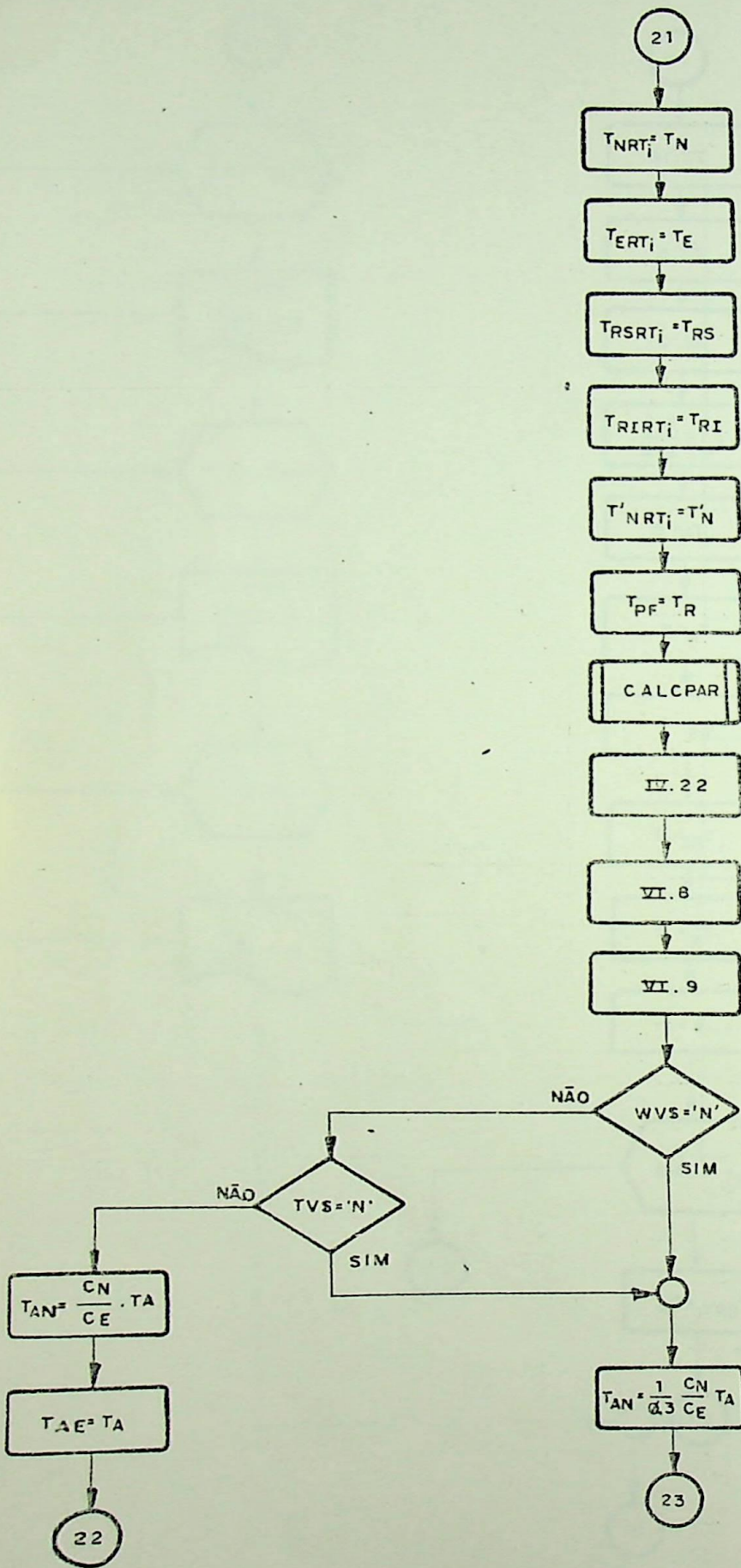
14

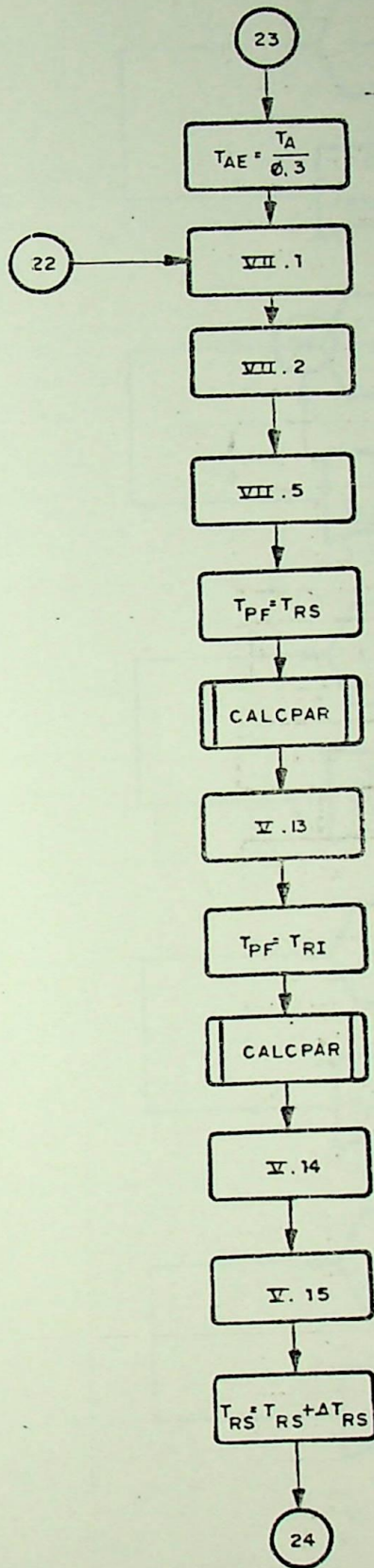


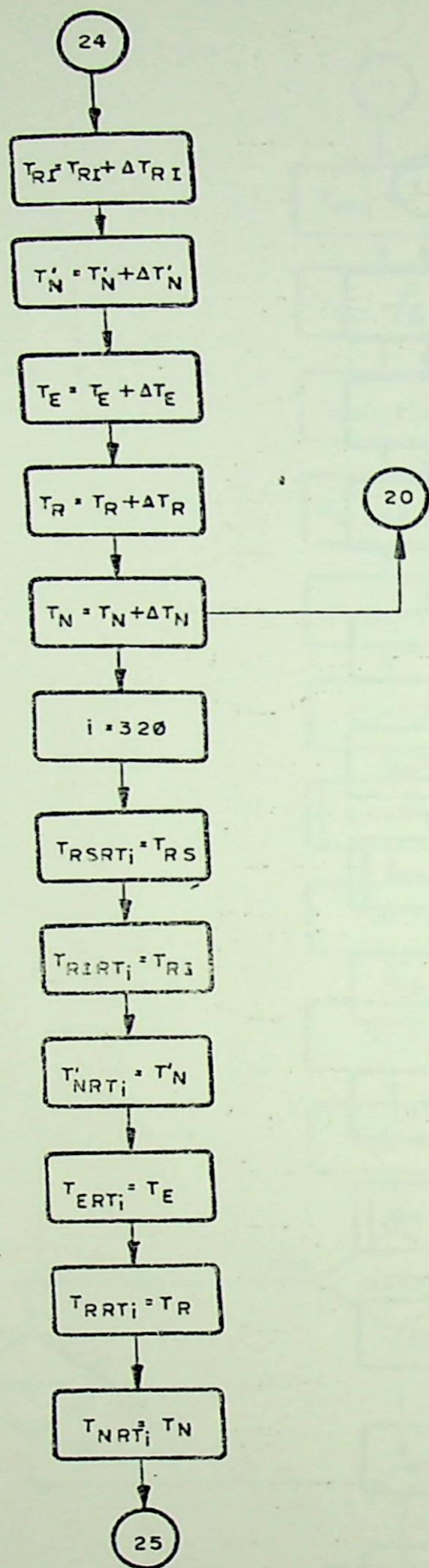


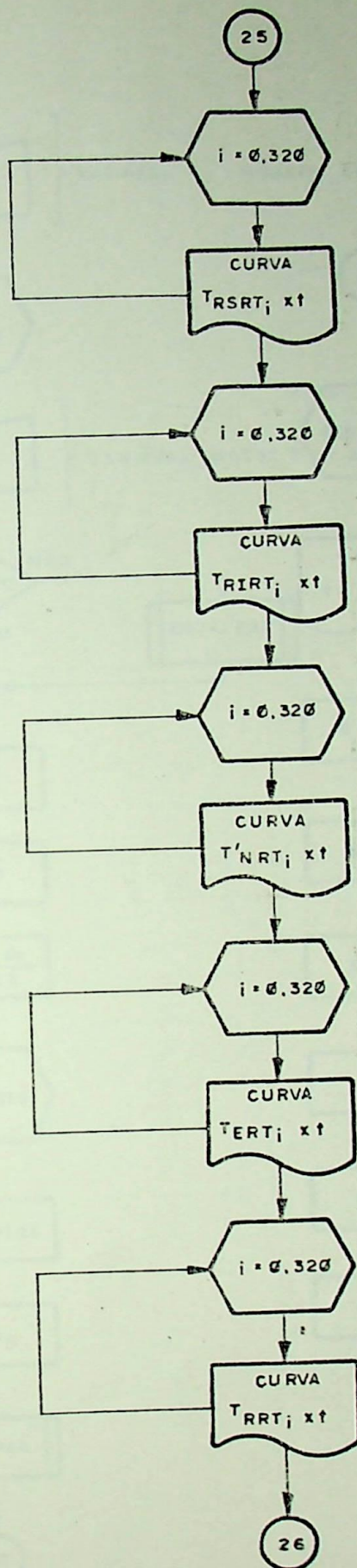


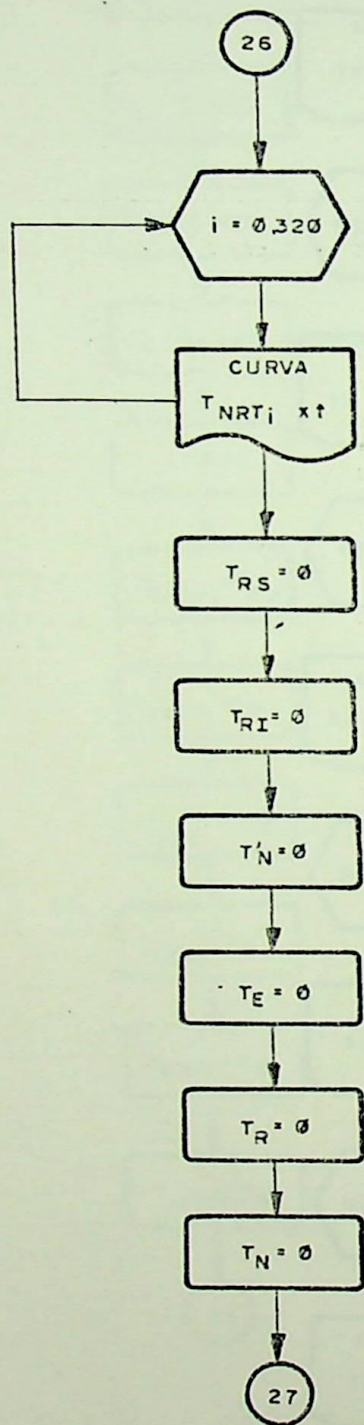


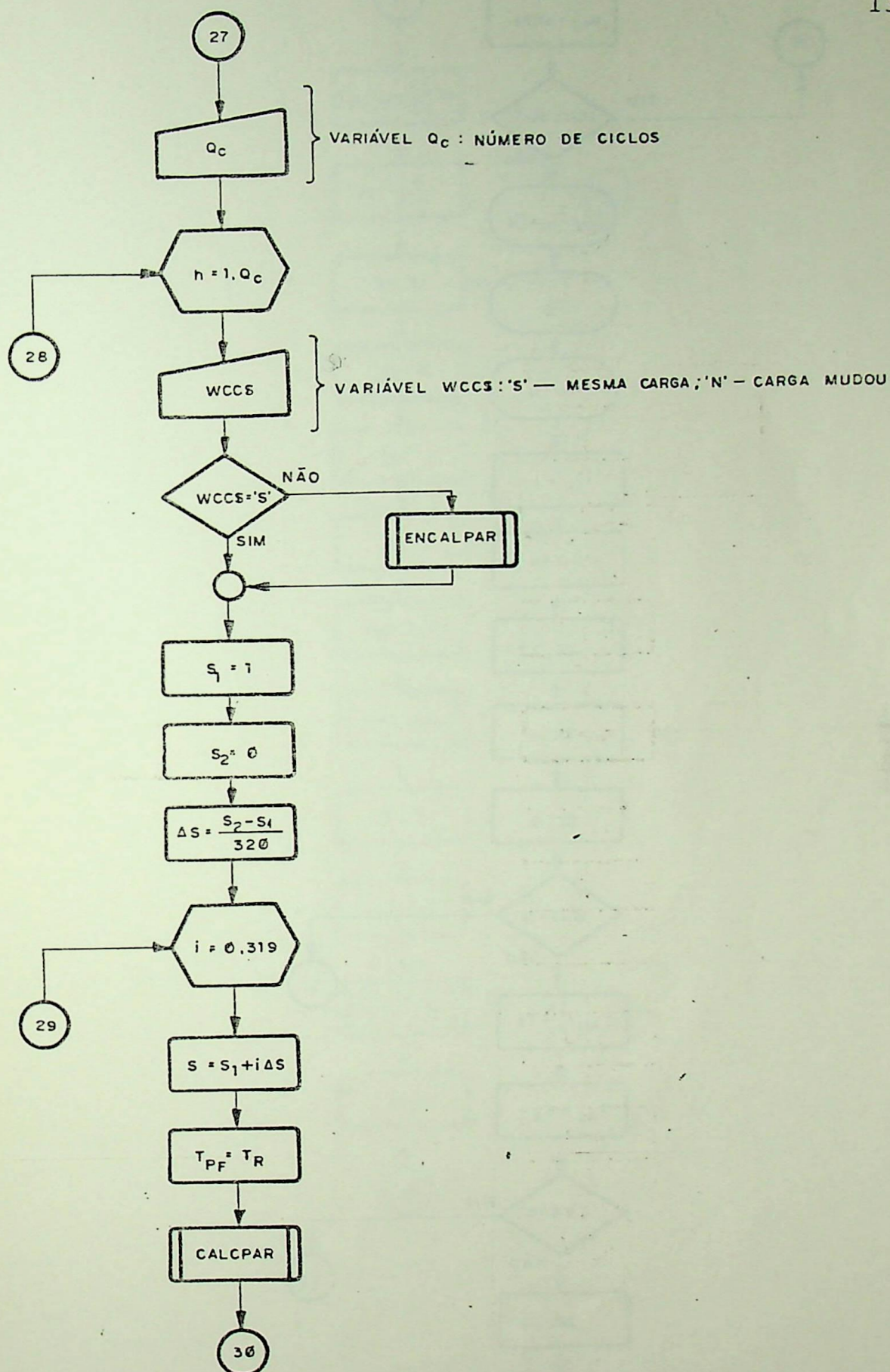


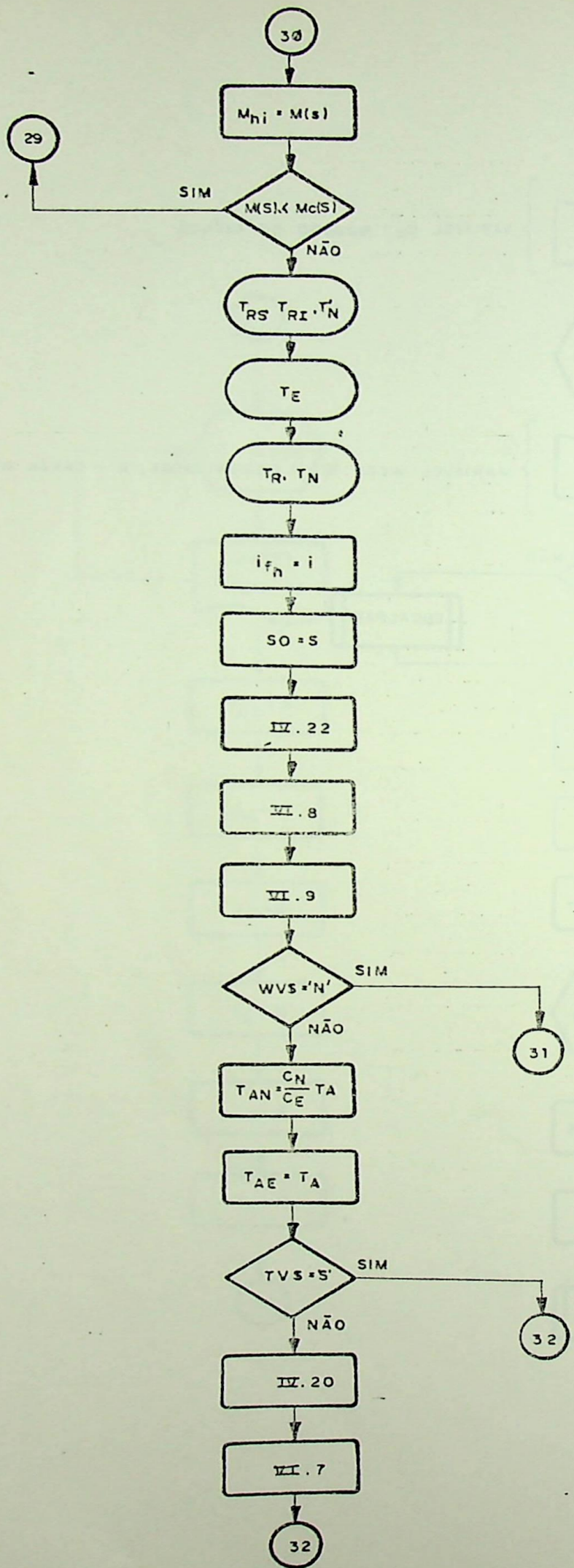


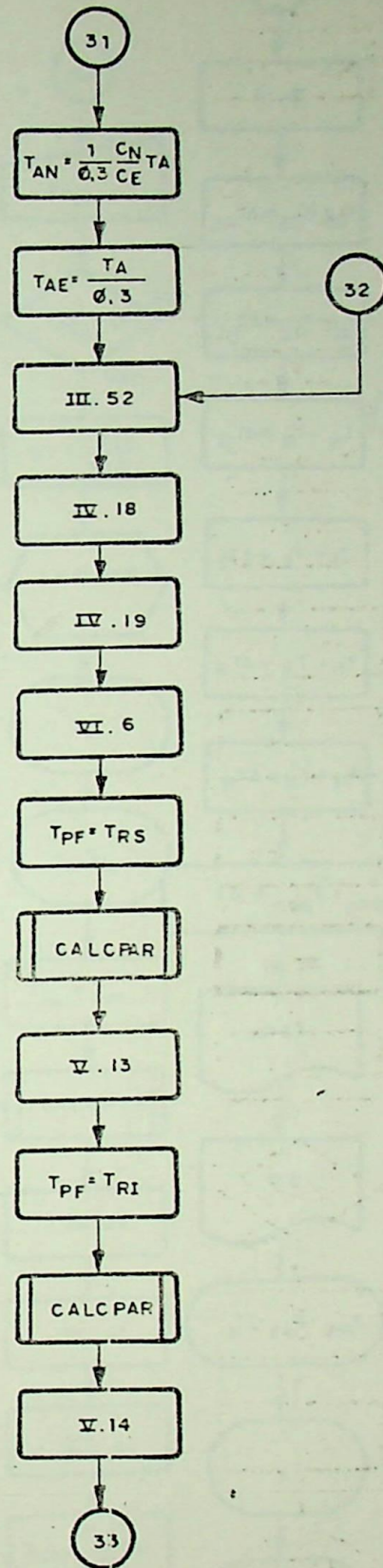


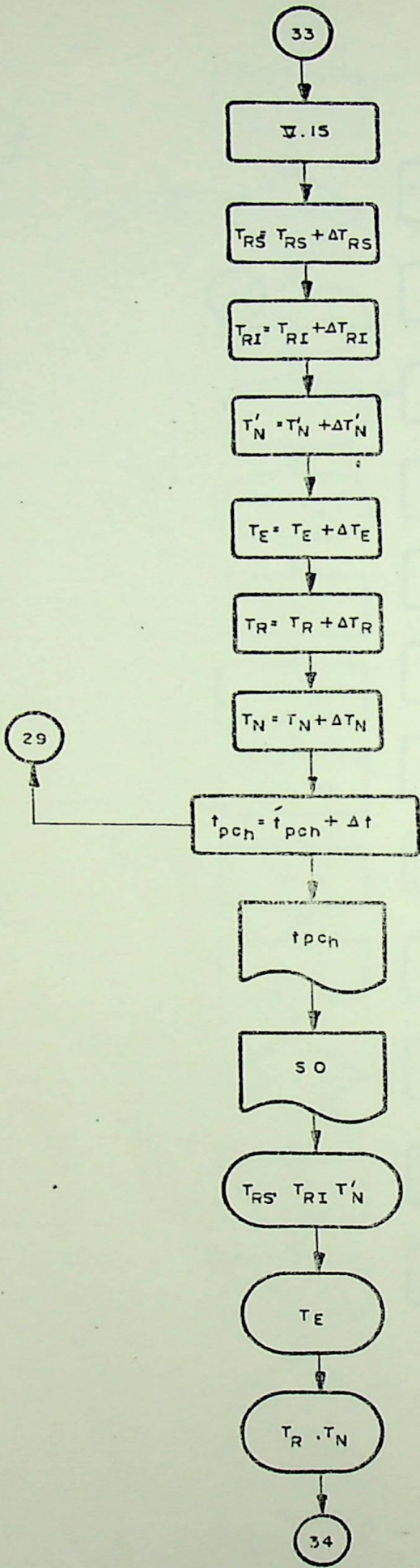


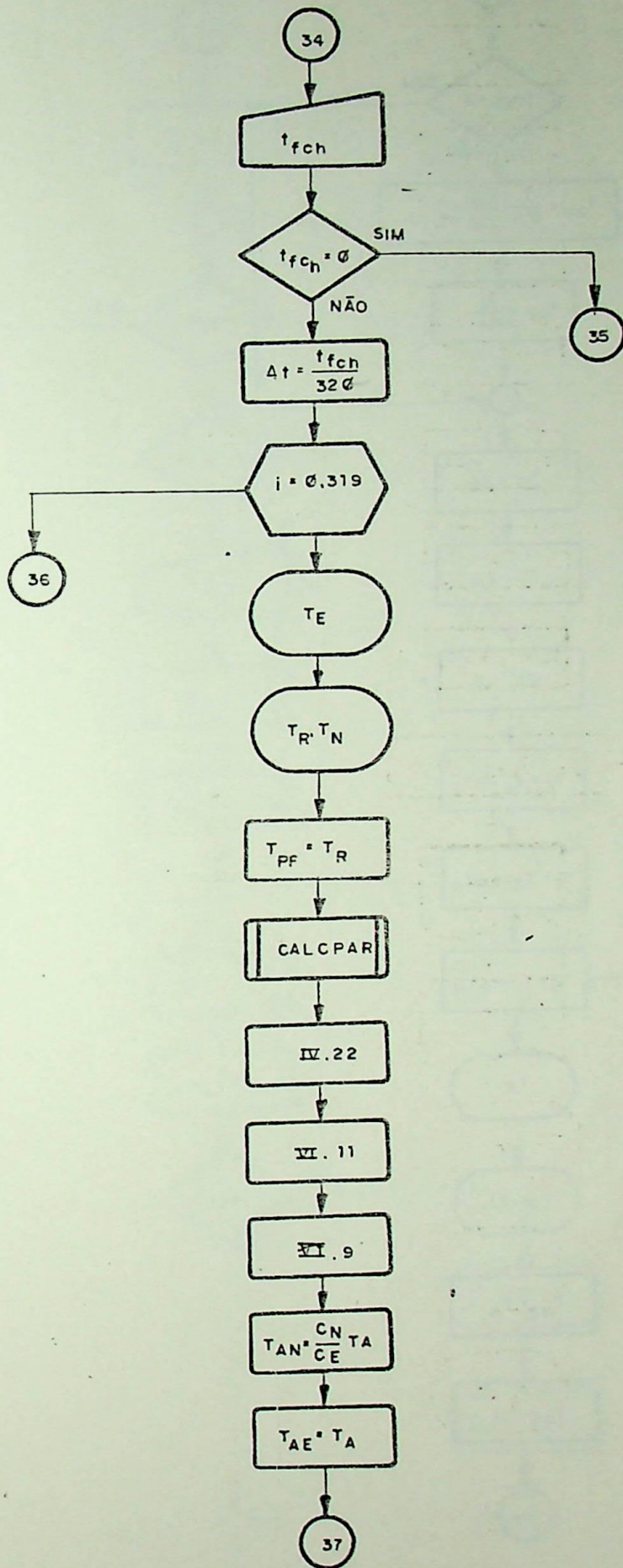


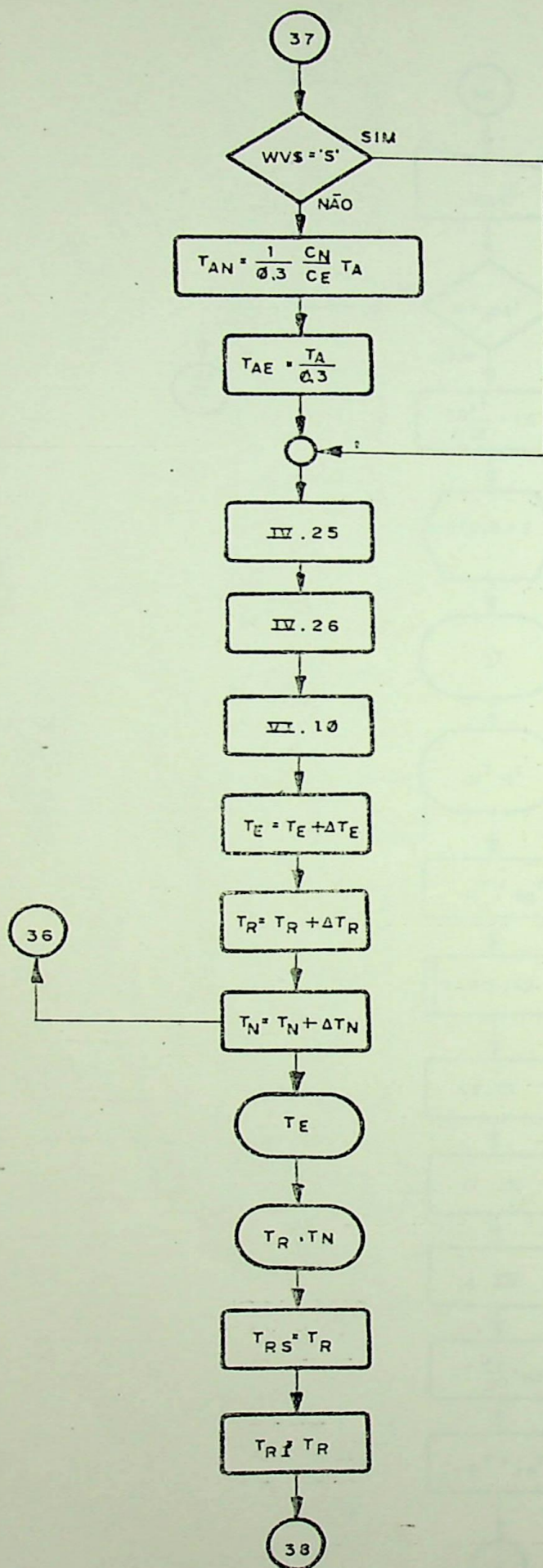


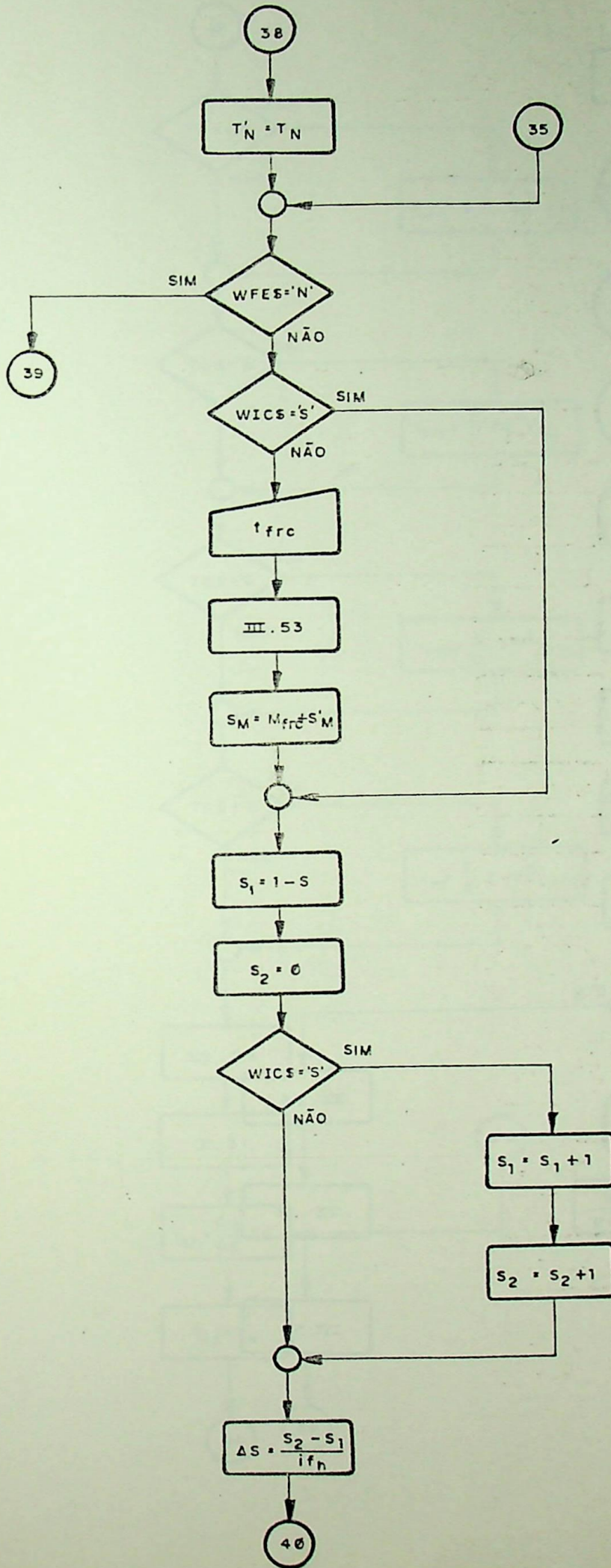


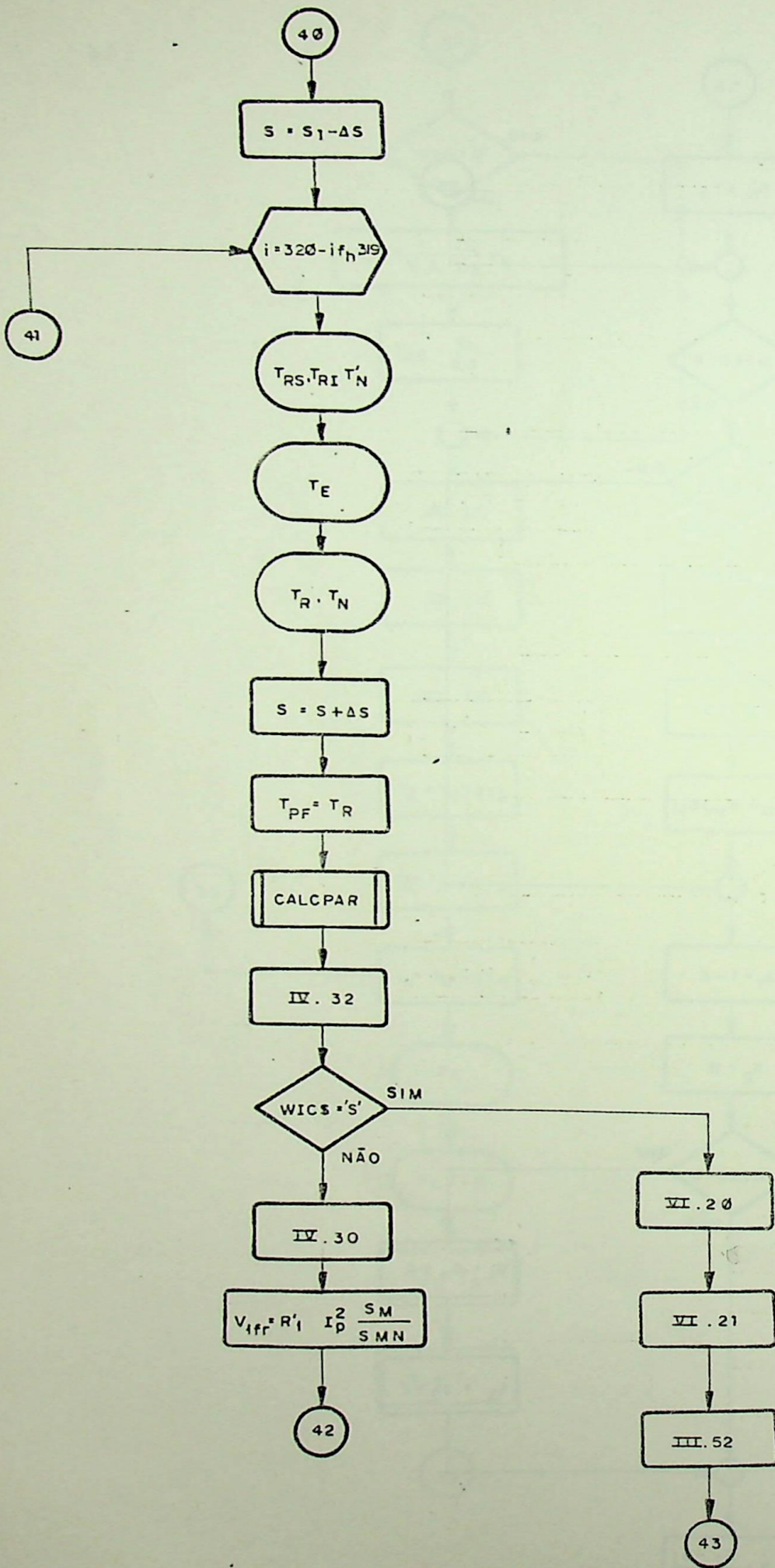


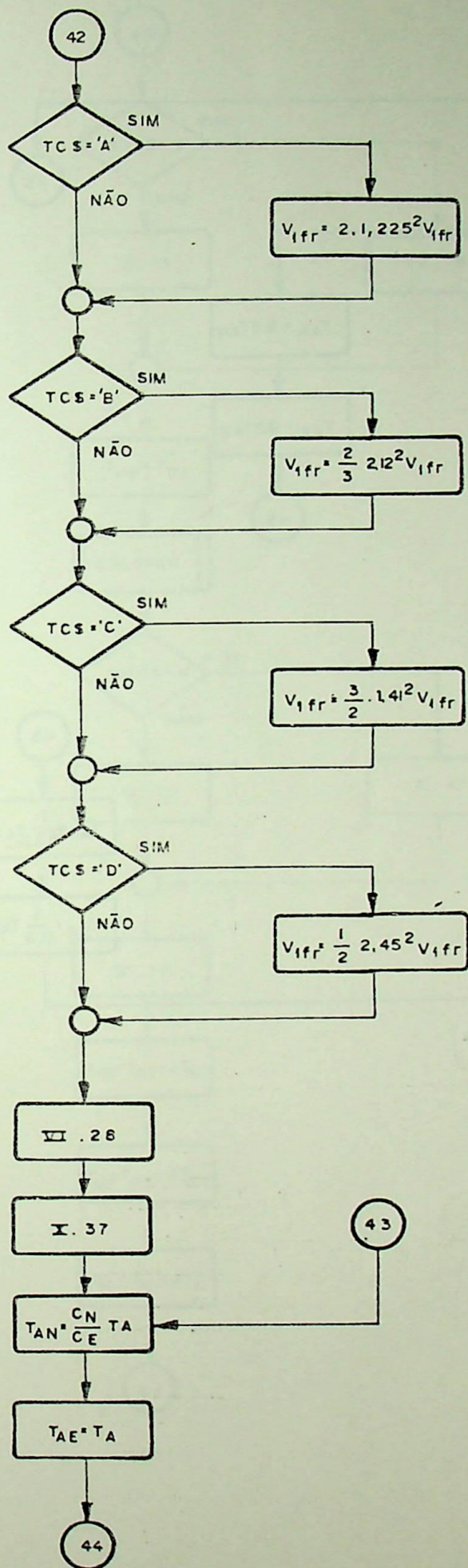


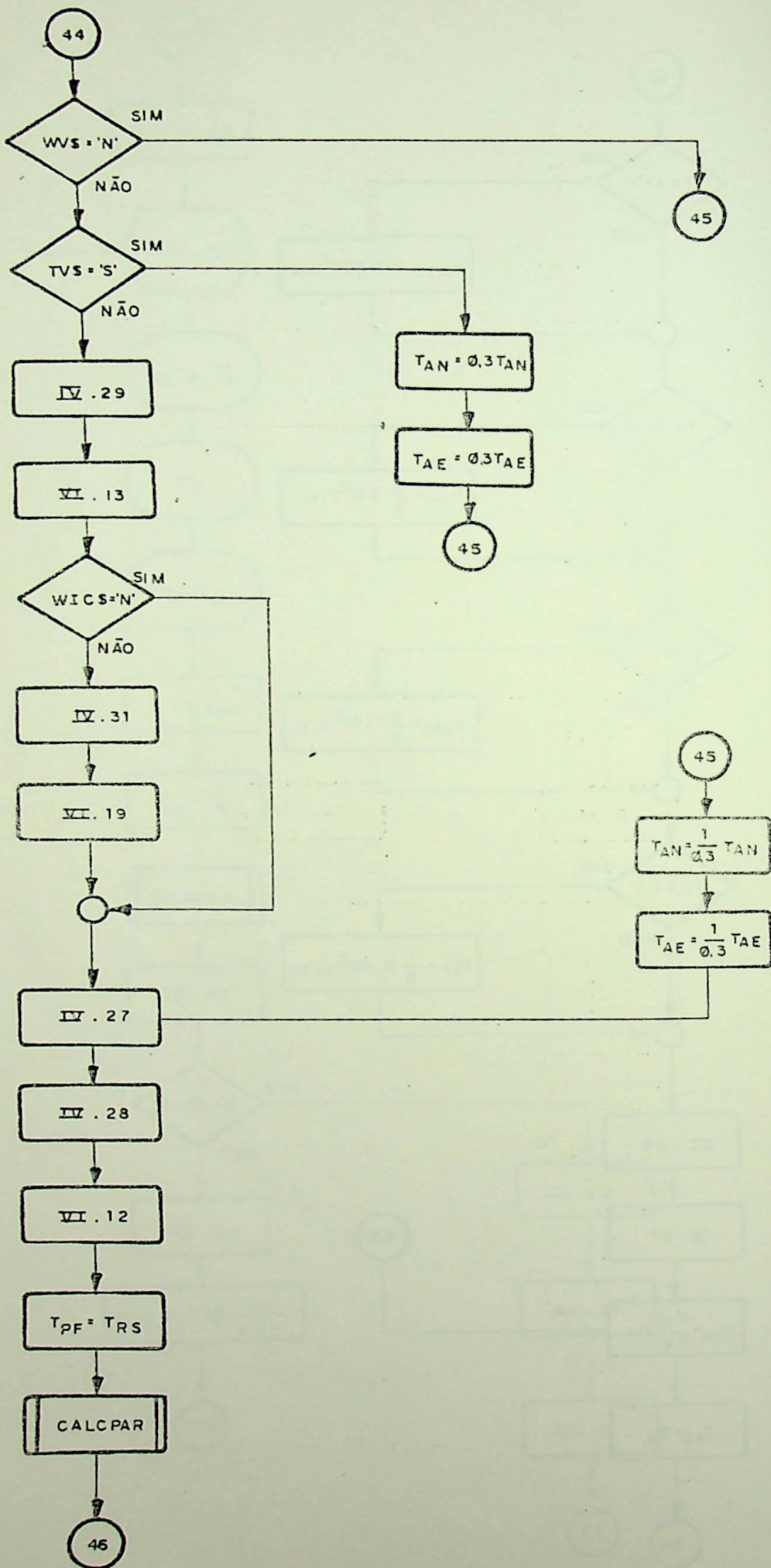


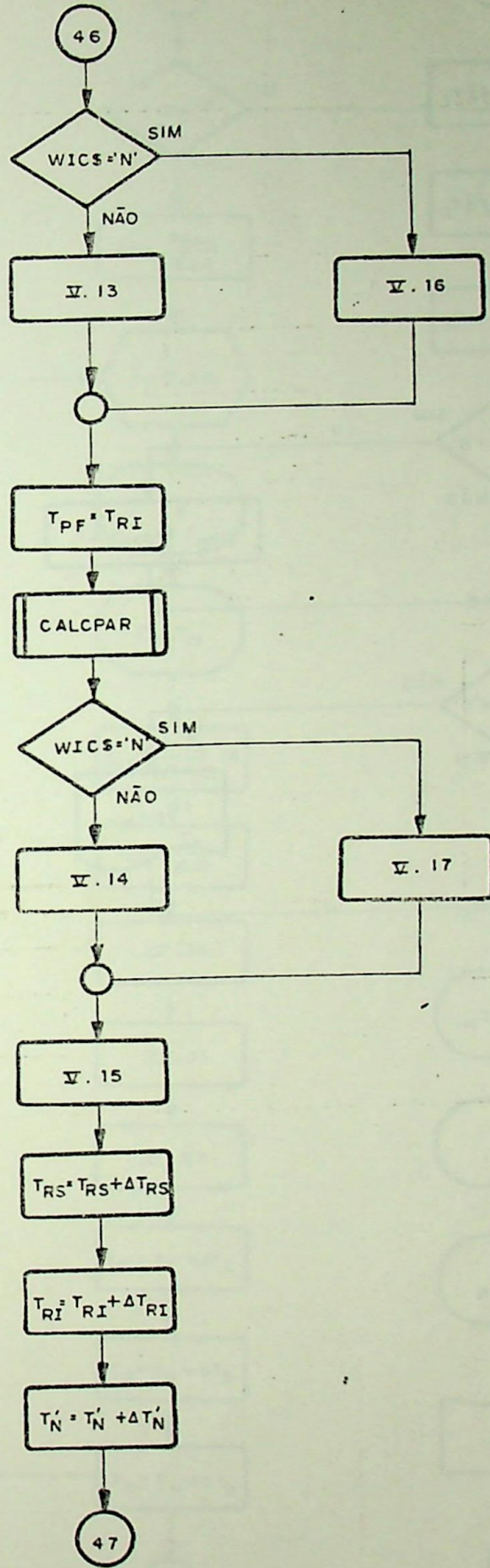


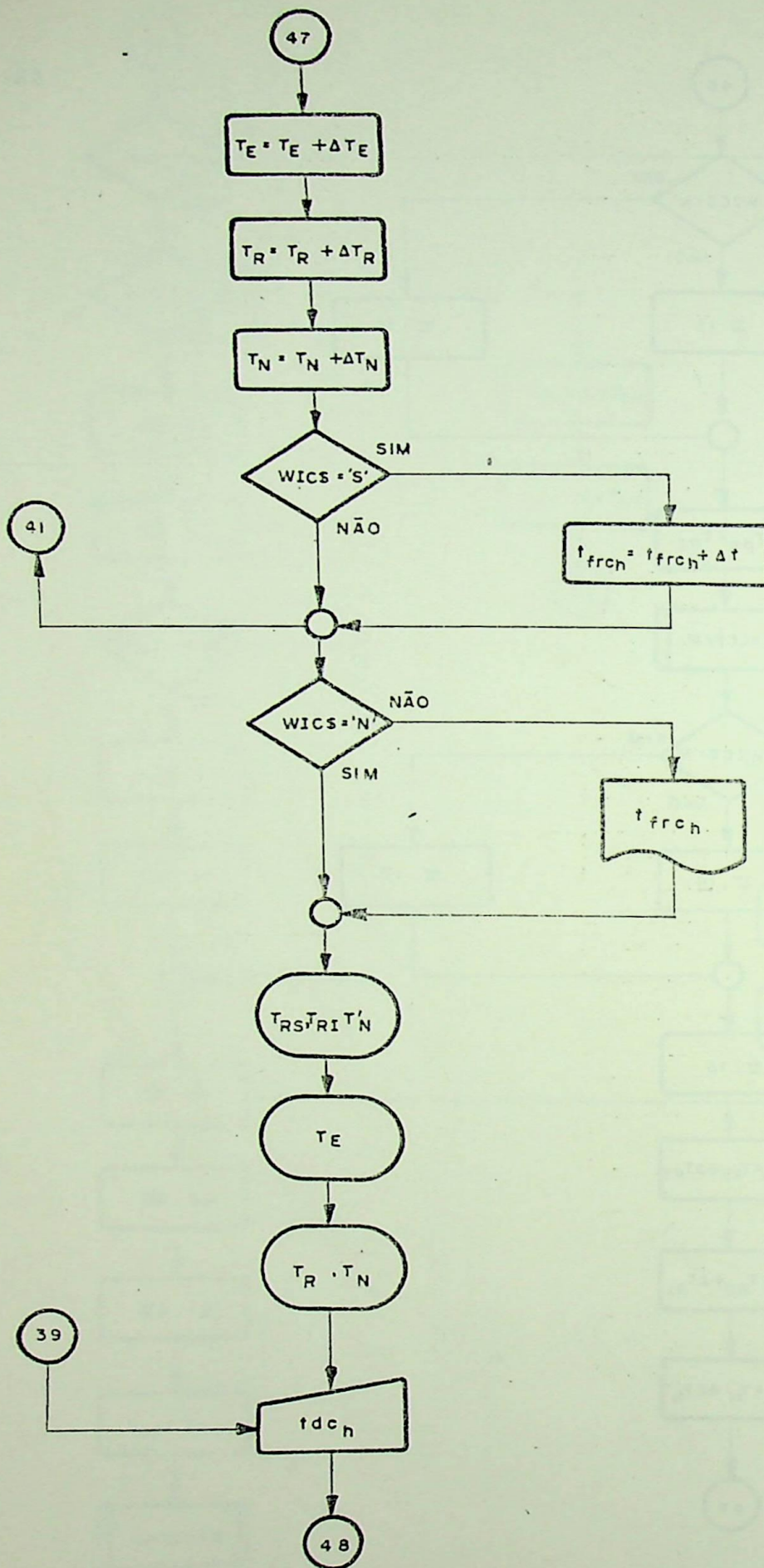


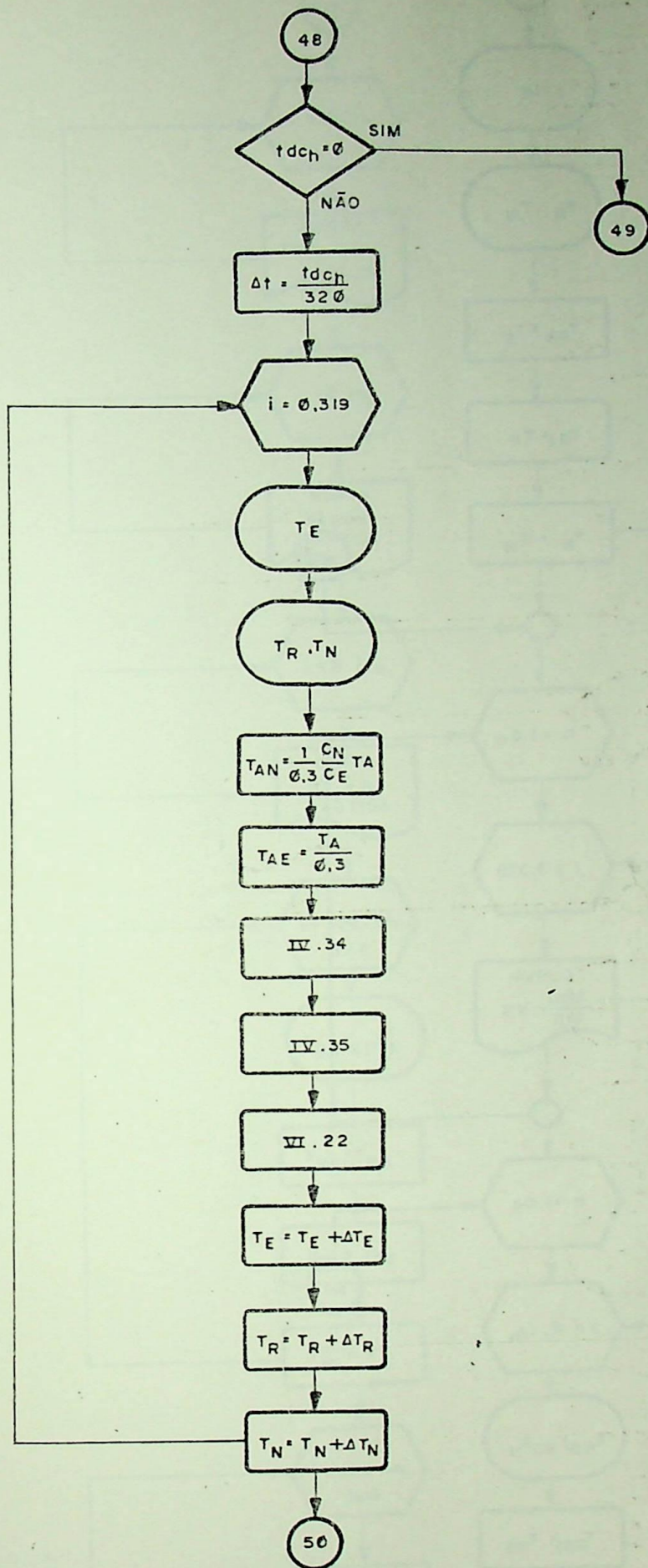


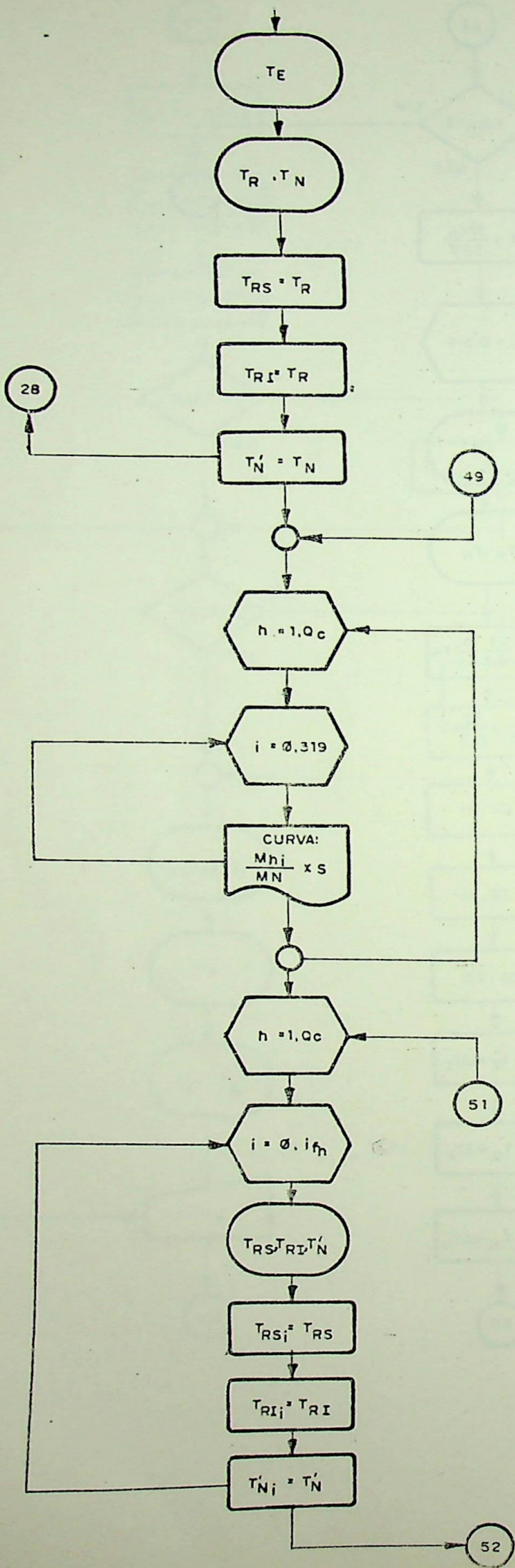


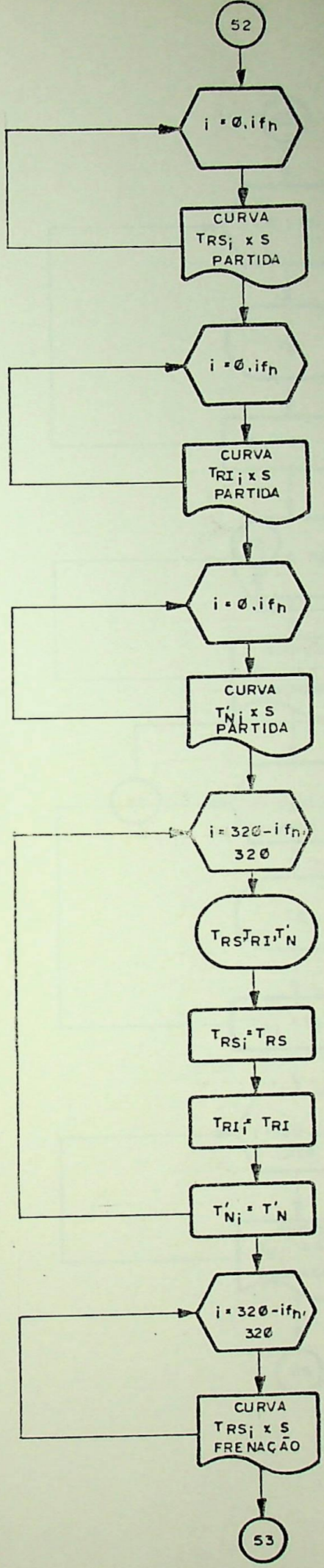


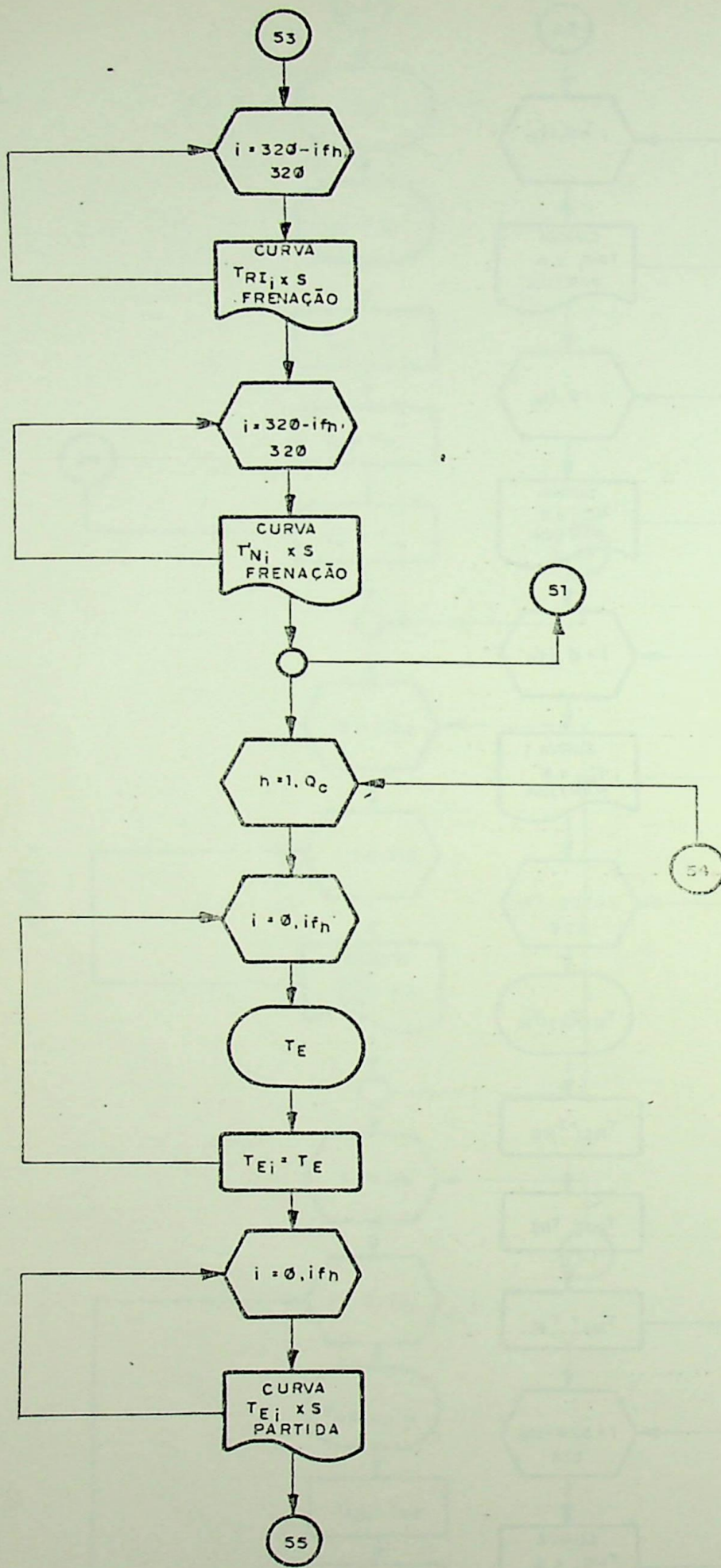


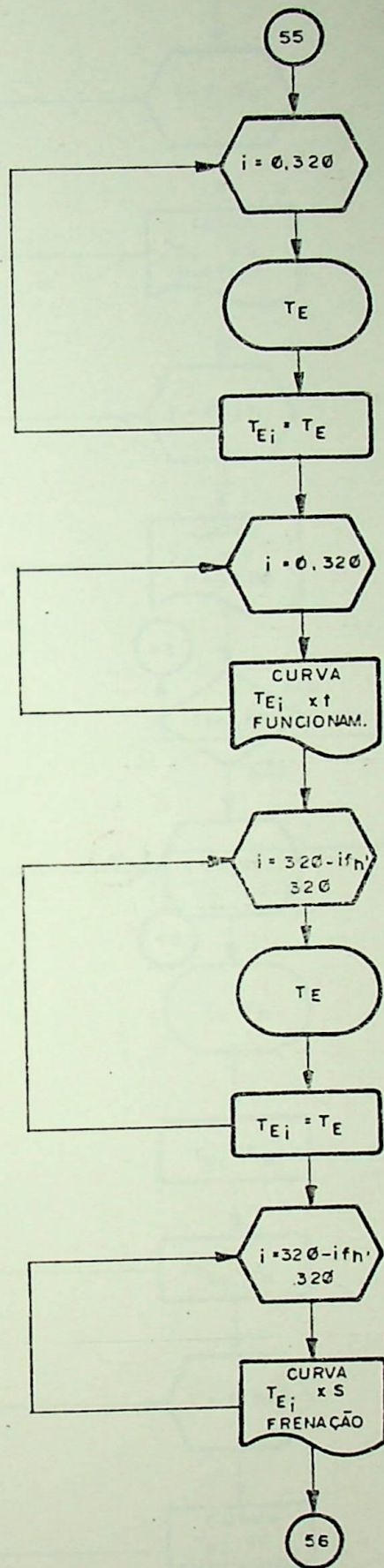


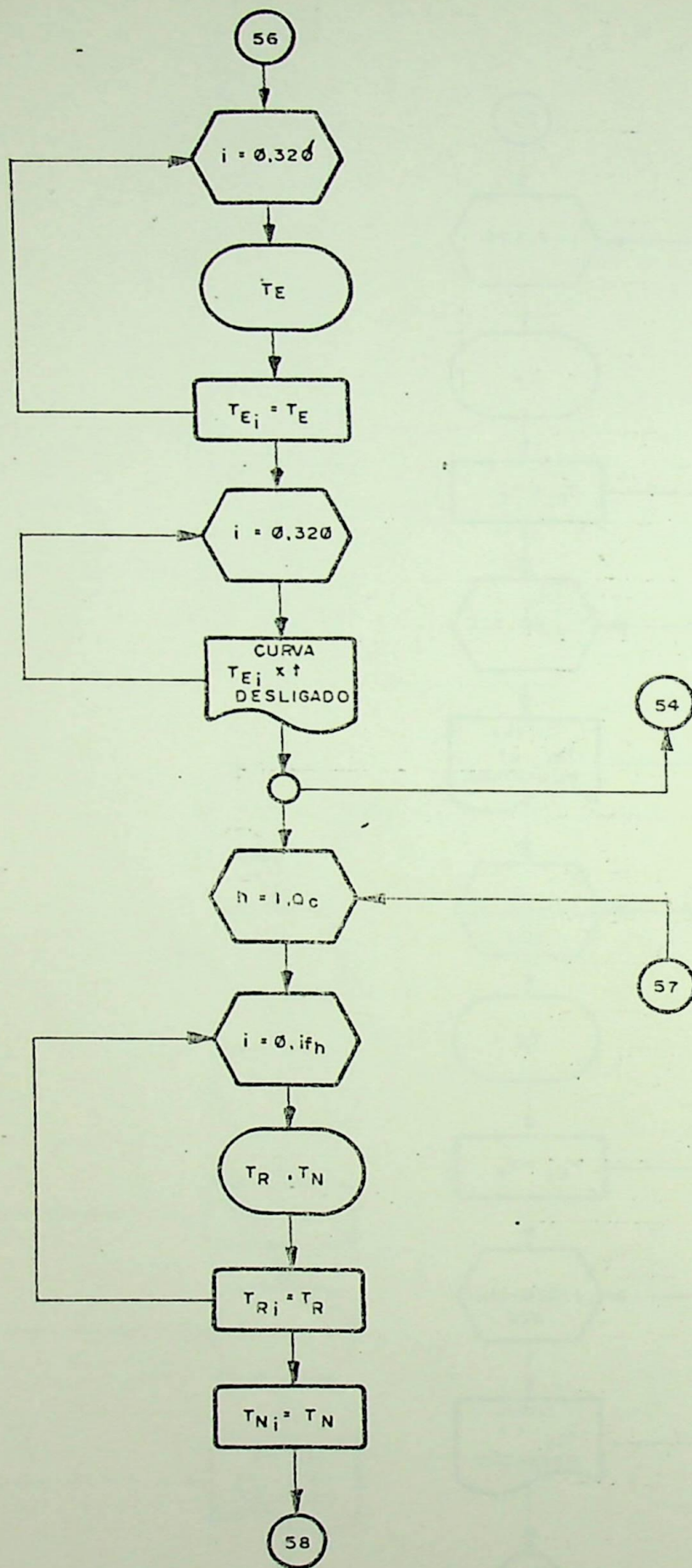


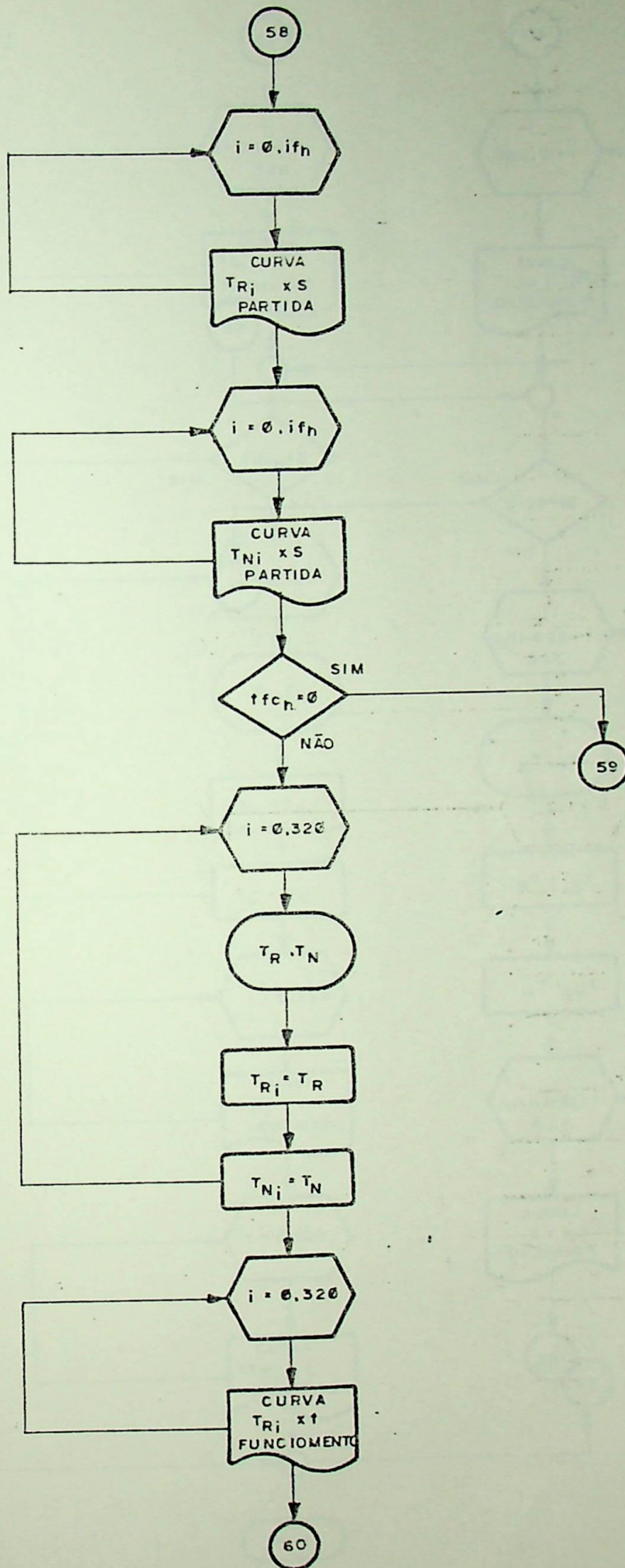


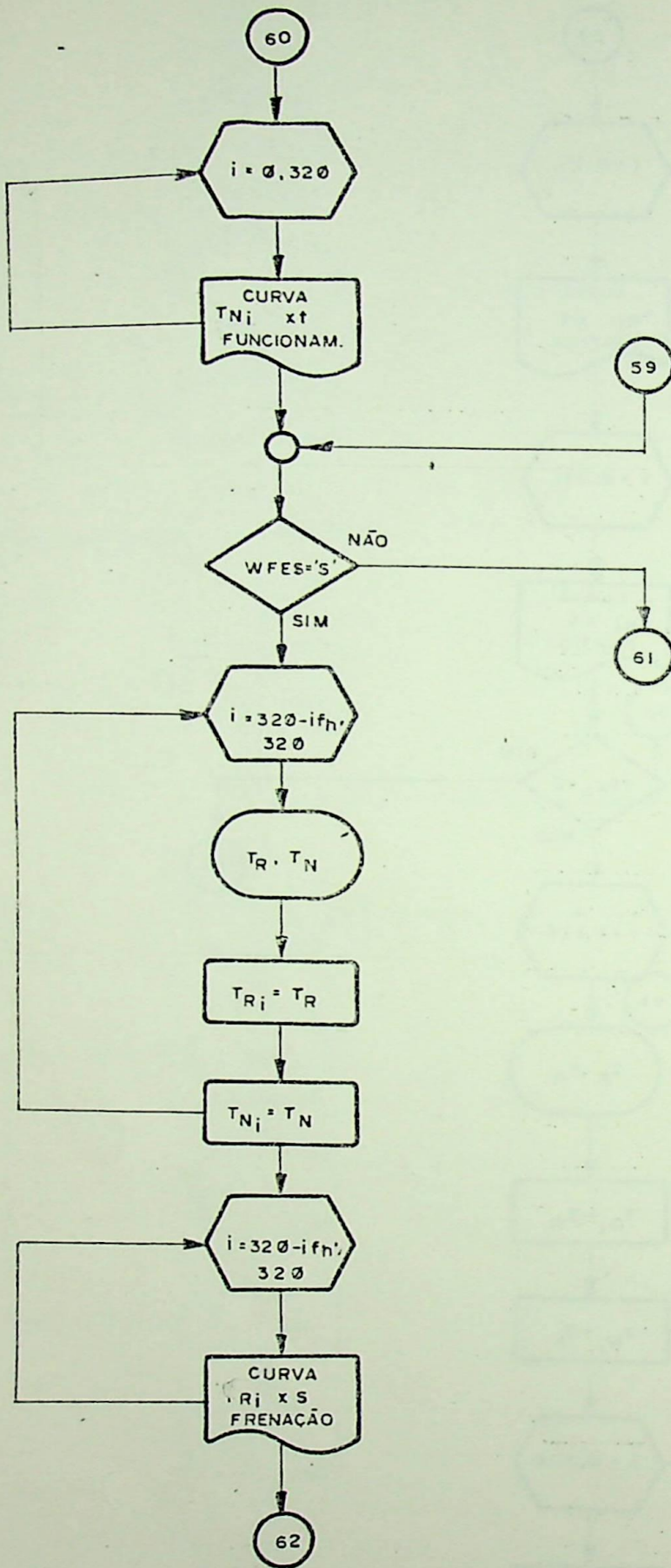


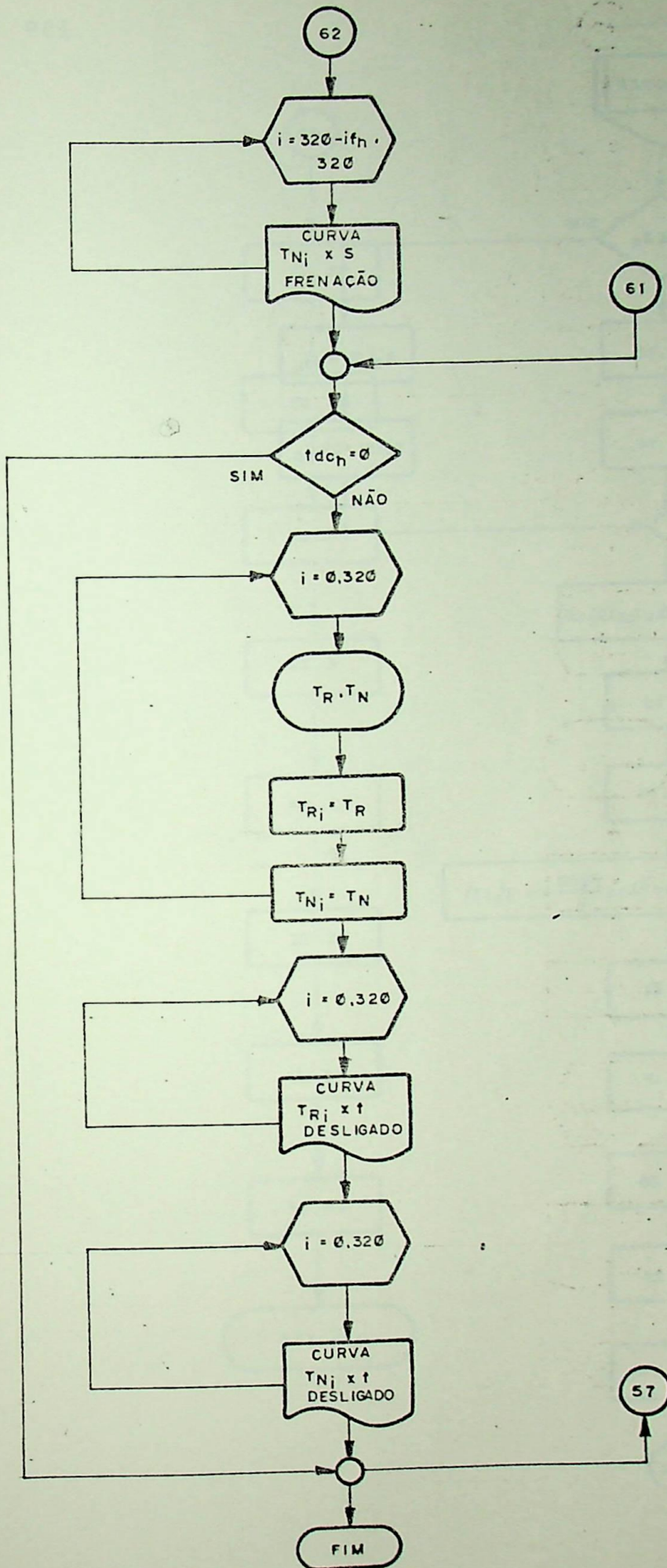


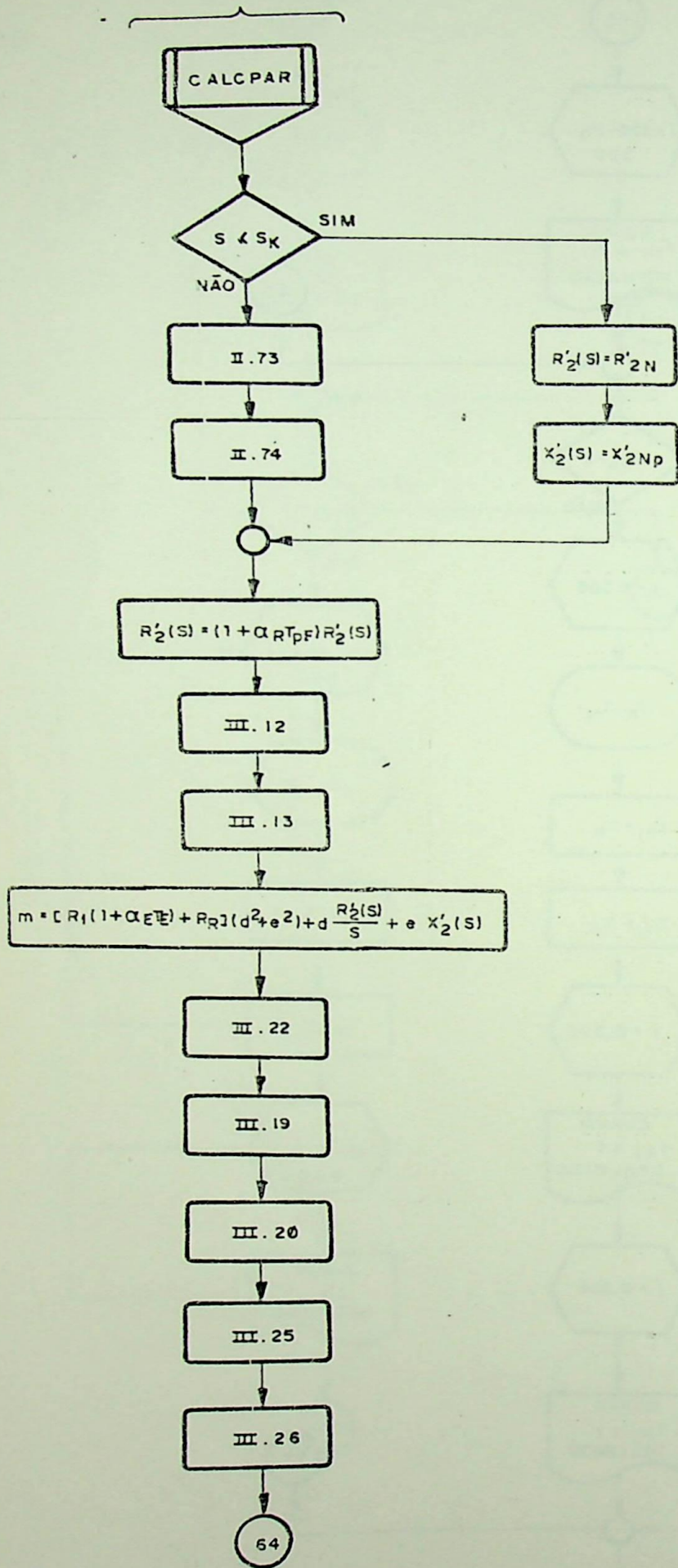


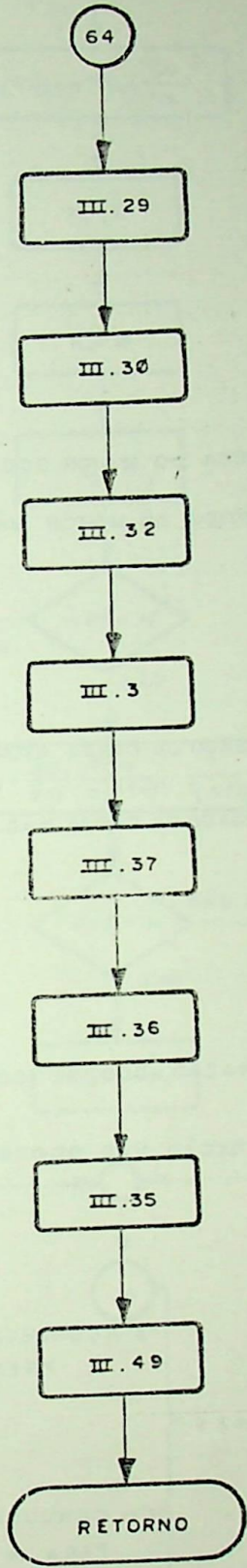


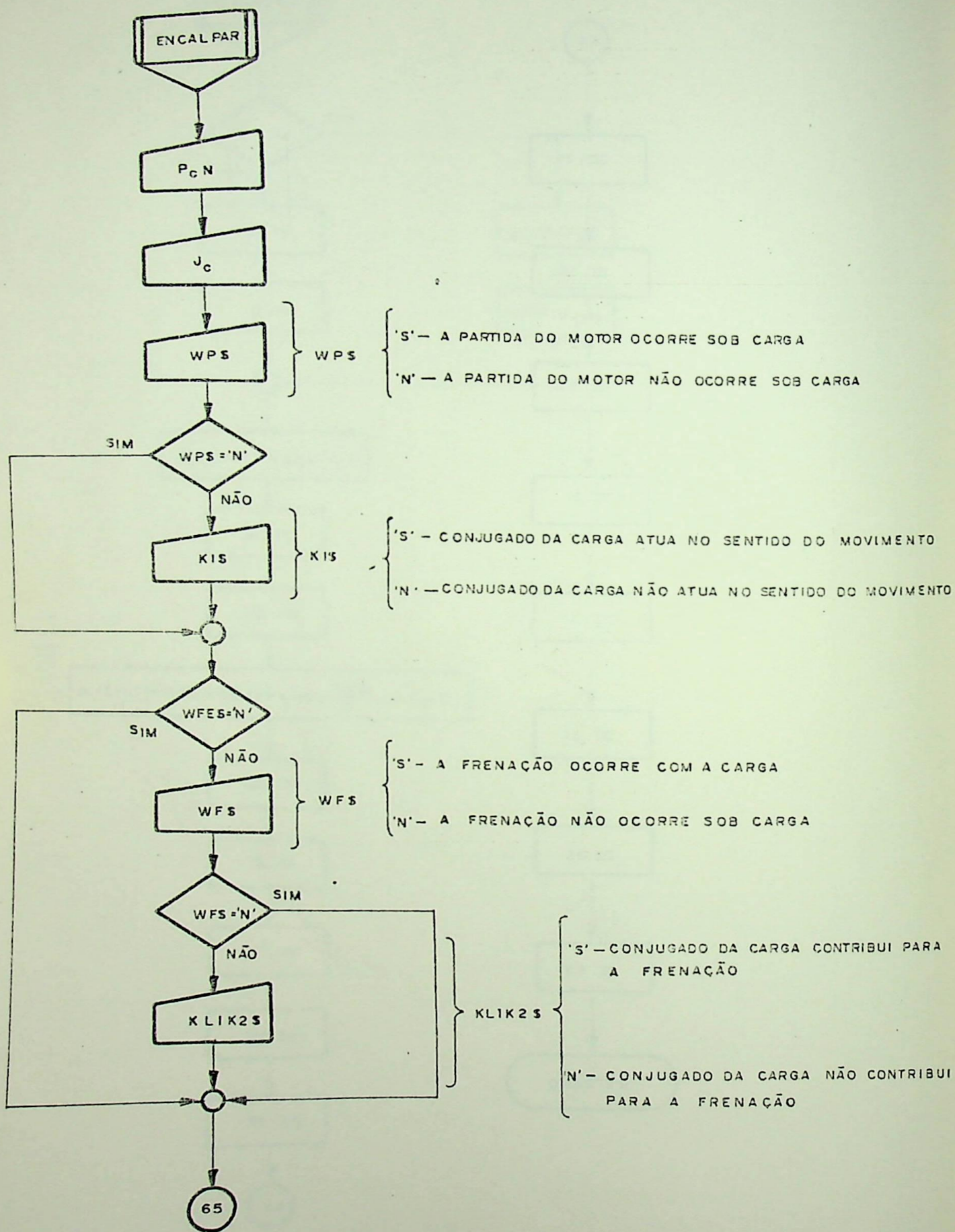


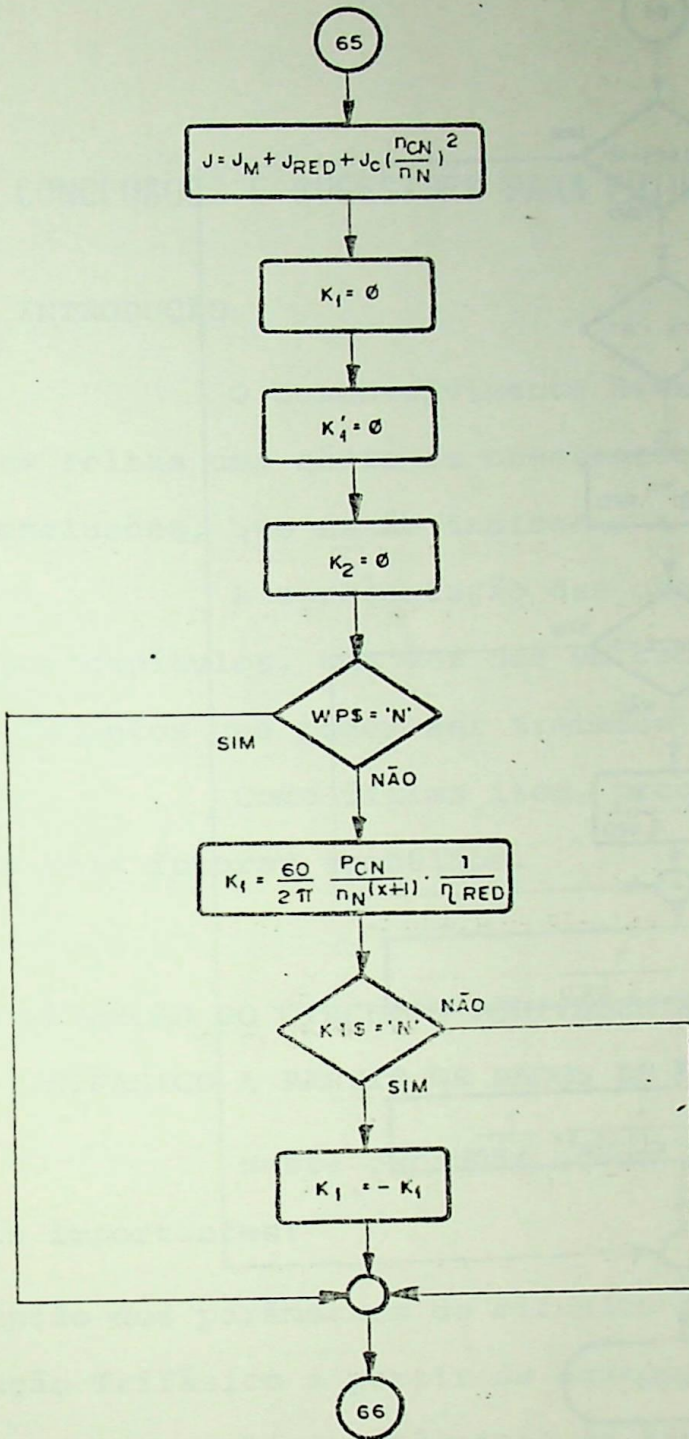


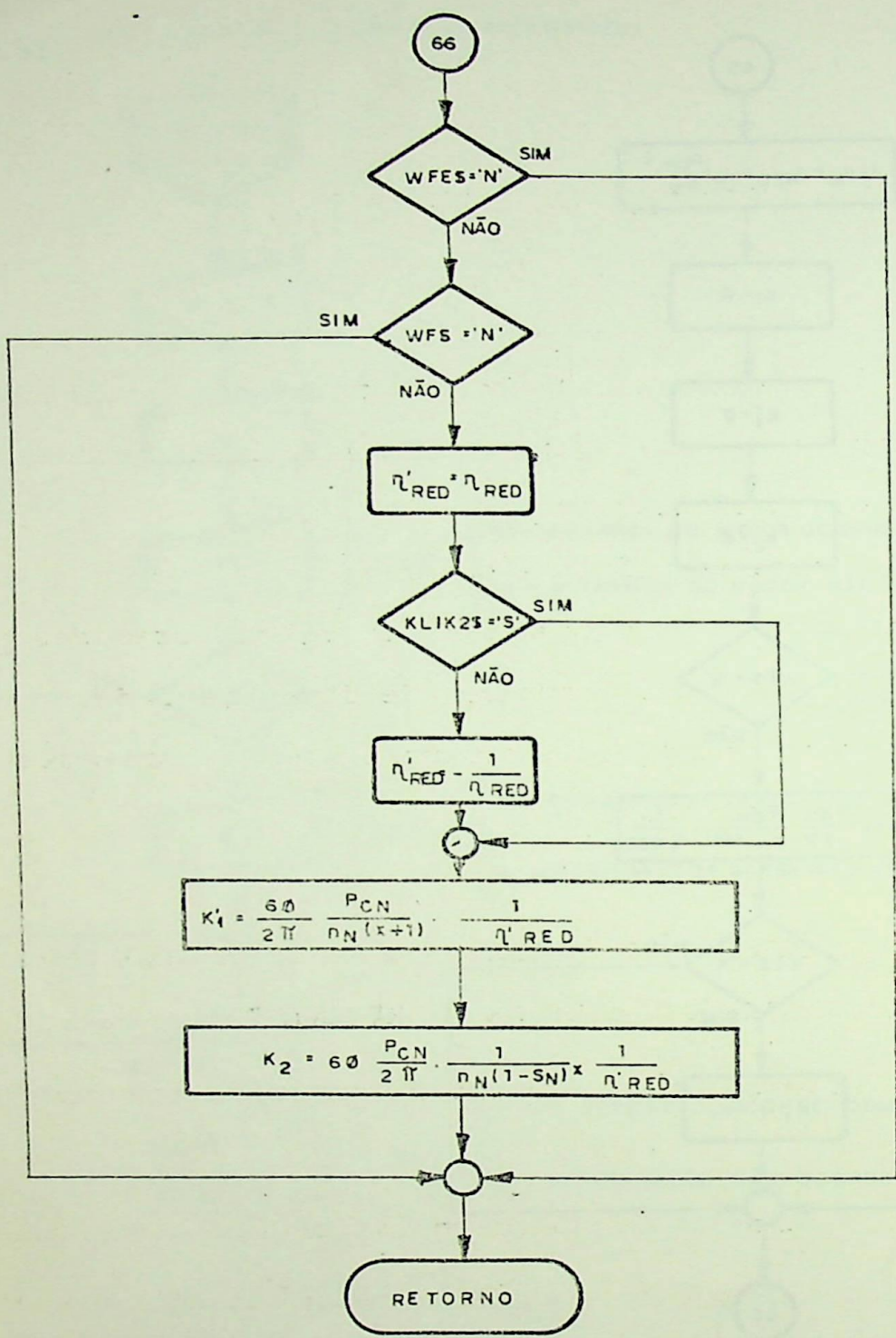












## IX CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

### IX.1 INTRODUÇÃO

O desenvolvimento deste trabalho permitiu que fossem feitas uma série de observações e que fossem tiradas várias conclusões, que estão indicadas a seguir.

A apresentação das observações e conclusões é feita por capítulos, uma vez que em cada um deles foram desenvolvidos assuntos que podem ser tratados de forma isolada.

Como último item, procurar-se-á apresentar sugestões para futuros trabalhos.

### IX.2 OBTENÇÃO DO CIRCUITO EQUIVALENTE DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO A PARTIR DE DADOS DE FABRICANTES

Neste capítulo, consideramos como contribuições mais importantes:

- a - obtenção dos parâmetros do circuito equivalente do Motor de Indução Trifásico a partir de equações em função de dados que constam em listas técnicas de fabricantes. Os resultados obtidos com a utilização das equações estão contidos dentro de faixas típicas, que aparecem na literatura técnica [5].
- b - o equacionamento da variação da densidade de corrente, da resistência e da reatância de partida do circuito do rotor com escorregamento, devido ao efeito pelicular. As equações obtidas para  $R_2(s)$  e  $X_2(s)$ , de natureza exponencial, estão perfeitamente compatíveis com as equações apresenta

das por [4], com a vantagem de poderem ser obtidas a partir de dados contidos em listas técnicas de fabricantes.

- c - a obtenção do fator K que relaciona as perdas Joule nos enrolamentos do estator e rotor com as perdas totais do motor, para as condições nominais de operação, a partir de dados de listas técnicas de fabricantes. Este parâmetro é bastante importante para especificação de motores de indução trifásicos, levando-se em consideração apenas a solicitação térmica no enrolamento do estator, para operações cíclicas [13].

### IX.3 CARACTERÍSTICAS DE PARTIDA E FRENAÇÃO DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO A PARTIR DE DADOS DO CIRCUITO EQUIVALENTE

Neste capítulo consideramos como contribuições mais importantes:

- a - a obtenção da curva do conjugado desenvolvido pelo motor em função do escorregamento, a partir do circuito equivalente obtido de dados de fabricantes e levando-se em consideração tanto o efeito pelicular no enrolamento do rotor, quanto a influência da queda de tensão na rede de alimentação do motor. Neste estudo também foi levado em consideração o efeito do aquecimento nos parâmetros do circuito equivalente (resistências do estator e do rotor) e a correspondente modificação da curva do conjugado motor em função do escorregamento, com a temperatura.

Se o motor opera com sucessivas partidas, para cada uma de

las a curva do conjugado em função do escorregamento terá comportamento diferente.

b - obtenção dos comportamentos de tensões e correntes do circuito equivalente do motor em função do escorregamento, a partir de dados de listas técnicas de fabricantes, levando-se em consideração todos os efeitos mencionados no item anterior.

c - obtenção de um método para cálculo do tempo de partida do motor. O método considera:

- o comportamento da carga em função da velocidade
- a influência da rede de alimentação do motor em termos de queda de tensão
- a variação dos parâmetros do rotor (resistência e indutância) com o escorregamento durante a partida
- a influência do aquecimento na curva do conjugado em função do escorregamento. Para uma operação cíclica com sucessivas partidas, verifica-se que o tempo de partida muda de um ciclo para outro, em função da variação da característica do conjugado.

d - o desenvolvimento de um método que permitiu o equacionamento do conjugado e das correntes do rotor e do estator para frenagem elétrica com corrente contínua.

Ao contrário dos métodos existentes [7] que consideram valores médios de conjugado, o método desenvolvido no trabalho levou em consideração a variação dos conjugados do motor e da carga com o escorregamento. Também aqui foram levados em consideração o efeito pelicular nos parâmetros do

rotor e a variação das resistências do estator e do rotor com a temperatura.

e - o desenvolvimento de um método que permitiu o equacionamento do conjugado e das correntes do estator e do rotor para frenagem elétrica com inversão de fases. Foram feitas as mesmas considerações mencionadas no item anterior.

#### IX.4 ELEVÇÃO DA TEMPERATURA DO ENROLAMENTO E DO NÚCLEO DO ROTOR

Neste capítulo foram definidas equações para análise do comportamento térmico do enrolamento do rotor para um regime de operação qualquer.

Estas equações permitem, que para uma sequência qualquer de operações, a temperatura do enrolamento do rotor possa ser acompanhada.

Devido ao efeito pelicular, ou seja a variação da densidade de corrente com o escorregamento e com a profundidade das barras do rotor, verificou-se que as maiores elevações de temperatura do enrolamento do rotor ocorrem nos processos de partida e de frenagem elétrica.

Verificou-se que, principalmente para partidas longas, a temperatura do enrolamento do rotor cresce rapidamente a medida que a velocidade aumenta, atingindo um valor máximo após um determinado tempo. A partir daí a temperatura cai e durante a operação com velocidade de constante tende a assumir o valor da temperatura do núcleo. A temperatura do núcleo varia muito pouco nos processos de partida ou

frenação elétrica.

Os valores encontrados nas diversas simulações realizadas estão perfeitamente compatíveis com os valores indicados em [1], [2], [3], [10], [30] e [33].

#### IX.5 COMPORTAMENTO TÉRMICO DAS BARRAS QUE CONSTITUEM O ENROLAMENTO DO ROTOR DURANTE OS PROCESSOS DE PARTIDA E DE FRENAÇÃO ELÉTRICA

A análise e o equacionamento realizados neste capítulo, mostraram, através de aplicações, que podem ocorrer diferenças de temperatura bastante elevadas entre as superfícies superior e inferior das barras, que constituem o enrolamento do rotor, durante os processos de partida e de frenação elétrica.

Estas diferenças de temperatura podem resultar em tensões mecânicas elevadas que levam a barra ao rompimento [1].

Verificou-se também, que o escorregamento para o qual ocorre a maior diferença de temperatura depende da duração da aceleração ou frenação.

#### IX.6 ELEVAÇÃO DA TEMPERATURA DO ESTATOR

A análise e o equacionamento abordados neste capítulo, mostraram que a solicitação térmica do estator é acumulativa, ou seja, ao contrário do rotor, que pode ter sua maior solicitação já na primeira partida, a elevação de temperatura do estator é mais função do tempo de operação com velocidade

constante e da sucessão de partidas e/ou frenações elétricas. Isto é perfeitamente justificável, uma vez que no estator não ocorre o efeito pelicular, que leva à distribuição de corrente variável com o escorregamento.

As simulações efetuadas, corroboraram [10], mostrando que nos processos de partida a elevação de temperatura do estator é pequena e que durante a operação com velocidade constante a taxa de crescimento é maior que no rotor. Verificou-se também que partidas sucessivas, com curtos tempos de partida, podem ser mais prejudiciais ao estator que ao rotor.

#### IX.7 COMPORTAMENTO TÉRMICO DO MOTOR QUANDO OCORRE BLOQUEIO DO ROTOR

O tempo de rotor travado é um dado fornecido pelo fabricante do motor.

Da análise feita, verificou-se que este dado tem por objetivo garantir que as elevações de temperatura do enrolamento do rotor não ultrapassem valores admissíveis.

As simulações realizadas mostraram que para bloqueio do rotor durante o tempo indicado pelo fabricante como admissível, a elevação de temperatura do estator não é grande enquanto que a elevação de temperatura do enrolamento do rotor e das superfícies superior e inferior das barras, que constituem este enrolamento, assumem valores bastante elevados, que podem ser tomados como os limites máximos admissíveis para análise

se do comportamento térmico do motor. Esta análise vem ainda mostrar o quanto é falha a proteção de motores de indução trifásicos feita por termistores instalados no enrolamento do estator, quando ocorrem sobrecargas pesadas ou travamento de rotor.

#### IX.8 CONCLUSÕES FINAIS E SUGESTÕES PARA PRÓXIMOS TRABALHOS

O equacionamento desenvolvido e a metodologia proposta neste trabalho permitem verificar, com bastante segurança a possibilidade de utilização de motores de indução trifásicos com rotor do tipo gaiola considerados normais em acionamentos com elevadas solicitações operacionais, como alta frequência de ligações e tempos de aceleração e frenação elevados, onde normalmente são usados motores especiais.

Evidentemente o método permite também a especificação de motores de indução trifásicos com rotor do tipo gaiola para qualquer outro tipo de acionamento, pois tanto a metodologia quanto as equações são gerais.

Este trabalho poderá ser ampliado para o estudo do comportamento térmico de motores alimentados por conversores estáticos, portanto sujeitos à formas de onda não senoidais de tensão e corrente.

Sugere-se que seja analisado o efeito da saturação no comportamento térmico do motor.

Sugere-se também a verificação da possibilidade de estabelecer-se uma relação entre as temperaturas do interior da máquina com a temperatura da carcaça (como é feito em diodos e tiristores), pois desta forma o acompanhamento do comportamento térmico do motor será feito de forma simples e rápida.

Como vantagem adicional, tem-se a necessidade de conhecimento apenas de grandezas constantes em catálogos de fabricantes.

## X ANEXOS

## X.1 ANEXO A1

Circuito equivalente e equações de potência  
e conjugado do Motor de Indução Trifásico

O motor de indução trifásico com o rotor bloqueado comporta-se como um transformador, sendo portanto seu circuito equivalente, nestas condições, idêntico ao circuito equivalente do transformador [4].

A figura X.1 mostra este circuito equivalente.

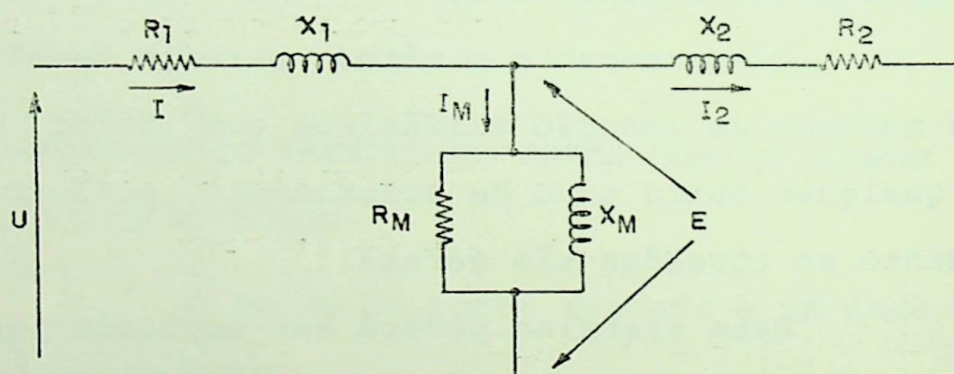


Figura X.1 - Circuito equivalente do motor de indução trifásico com o rotor travado. Re representação usual que considera  $R_2$  e  $X_{2p}$  constantes

Na figura X.1 tem-se:

$U$  = tensão de fase aplicada ao enrolamento do estator (V)

$I$  = corrente elétrica no enrolamento do estator (A)

$I_2$  = corrente elétrica no enrolamento do rotor (A)

$E_2$  = força eletromotriz/fase induzida no enrolamento do rotor, em repouso, pelo fluxo principal da máquina ( $\phi$ ), referida ao lado do estator

$E_2'$  = f.e.m anterior referida ao lado do estator

$R_1$  = resistência do enrolamento do estator ( $\Omega$ )

$X_1$  = reatância de dispersão do enrolamento do estator ( $\Omega$ )

$R_m$  = resistência para representação das perdas no ferro ( $\Omega$ )

$X_m$  = reatância de magnetização ( $\Omega$ )

$R_2$  = resistência elétrica do enrolamento do rotor/fase referida ao lado do estator ( $\Omega$ )

$X_{2p}$  = reatância de dispersão do enrolamento do rotor, quando travado/fase, referida ao lado do estator ( $\Omega$ )

$$X_{2p} = 2\pi f_2 L_{2p} = 2\pi f_1 L_{2p}$$

$L_{2p}$  = indutância de dispersão do rotor (H)

No circuito  $R_2$  e  $X_{2p}$  são constantes.

A corrente do rotor é dada por:

$$I_2 = \frac{E_2}{\sqrt{R_2^2 + X_{2p}^2}} \quad (\text{X.1})$$

A f.e.m no enrolamento do rotor pode ser calculada [4] pela expressão

$$E_2 = 4,44 f_2 N_2 K_2 \phi = 4,44 f_1 N_2 k_2 \phi \quad (\text{X.2})$$

Onde

$f_1 = f_2$  = frequência do campo girante (frequência de tensão de alimentação  $U_1$ ) (Hz)

$N_2$  = número de espiras em série no enrolamento do rotor

$k_2$  = fator de enrolamento do enrolamento do rotor

$\phi$  = fluxo magnético principal na máquina

Quando a máquina estiver girando numa velocidade tal que o escorregamento seja  $s$  pode-se escrever:

$$f_2 = s f_1 \quad (\text{X.3})$$

$$E_{2s} = 4,44 s f_1 N_2 k_2 \phi = s E_2 \quad (\text{X.4})$$

$E_{2s}$  = força eletromotriz/fase produzida no enrolamento do rotor, quando em escorregamento  $s$ , pelo fluxo principal da máquina ( $\phi$ )

A reatância de dispersão do rotor nessa situação é:

$$X_{2s} = 2\pi s f_1 L_2 = s X_{2p} \quad (\text{X.5})$$

Se não forem considerados o efeito pelicular nas barras do enrolamento do rotor e nem a variação da resistência elétrica do enrolamento do rotor com a temperatura,  $R_2$  e  $X_{2p}$  continuam constantes mesmo com o motor com escorregamentos. Nesta situação a corrente elétrica do rotor vale:

$$I_2 = \frac{s E_2}{\sqrt{R_2^2 + (s X_{2p})^2}} = \frac{E_2}{\sqrt{\left(\frac{R_2}{s}\right)^2 + X_{2p}^2}} = \frac{E_2}{\sqrt{\left(R_2 + R_2 \frac{1-s}{s}\right)^2 + X_{2p}^2}}$$

A expressão (X.6) permite escrever o seguinte circuito equivalente do motor de indução para qualquer velocidade do rotor.

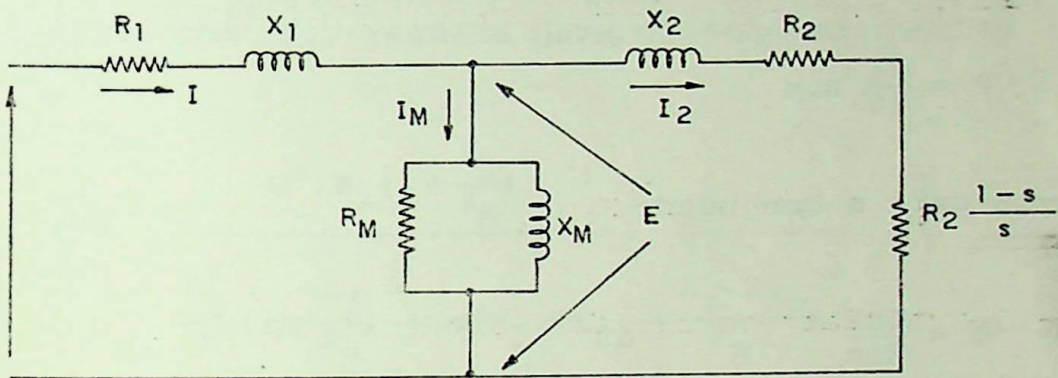


Figura X.2 - Circuito equivalente do motor de indução para qualquer velocidade porém não considerando as influências do efeito pelicular e da temperatura no enrolamento de rotor

A resistência  $R_2 \frac{1-s}{s}$  representa o efeito da

carga mecânica do eixo, no comportamento das grandezas elétricas do motor.

A potência dissipada nesta resistência representa a potência mecânica desenvolvida pelo motor.

$$P = 3 \cdot I_2^2 \cdot R_2 \frac{1-s}{s} \quad (\text{X.7})$$

Levando-se em consideração a relação entre a potência, o conjugado e a velocidade do motor:

$$P = \frac{2\pi}{60} M \cdot n \quad (\text{X.8})$$

obtém-se para o conjugado

$$M = \frac{60P}{2\pi n} \quad (\text{X.9})$$

Considerando-se a equação (X.7), resulta:

$$M = \frac{180}{2\pi n} \cdot I_2^2 \cdot R_2 \frac{1-s}{s}$$

ou ainda, considerando-se a definição de escorregamento:

$$M = \frac{180}{2\pi n_1 (1-s)} \cdot I_2^2 \cdot R_2 \frac{1-s}{s}$$

$$M = \frac{180}{2 \cdot \pi \cdot n_1} \cdot I_2^2 \cdot \frac{R_2}{s} \quad (\text{X.10})$$

Esta equação pode ser ainda alterada, levando-se em consideração algumas relações, que podem ser obtidas do circuito equivalente mostrado na figura X.2.

$$\dot{U} = (R_1 + jX_1) \dot{I} + \left(\frac{R_2}{s} + jX_{2p}\right) \dot{I}_2 \quad (\text{X.11})$$

$$\left(\frac{R_2}{s} + jX_{2p}\right) \dot{I}_2 = \frac{jX_M \cdot R_M}{R_M + jX_M} \dot{I}_M \quad (\text{X.12})$$

$$\dot{I} = \dot{I}_2 + \dot{I}_M \quad (\text{X.13})$$

Desprezando-se a resistência  $R_M$ , por ser muito elevada se comparada com  $X_M$  e a resistência  $R_1$  por ser muito pequena comparada com  $X_1$ , resulta para o conjugado motor:

$$M = \frac{180}{2\pi n_1} \cdot \frac{U^2 \cdot R_2 \left(1 + \frac{X_1}{X_M}\right)}{\frac{R_2^2}{s} \left(1 + \frac{X_1}{X_M}\right)^2 + s \left(X_1 + X_{2p} + \frac{X_1 \cdot X_{2p}}{X_M}\right)^2} \quad (\text{X.14})$$

O escorregamento  $s_k$  correspondente ao conjugado máximo  $M_k$  é obtido a partir de

$$\frac{dM}{ds} = 0$$

ou seja:

$$s_k = \frac{R_2 \left(1 + \frac{X_1}{X_M}\right)}{X_1 + X_{2p} + \frac{X_1 \cdot X_{2p}}{X_M}} \quad (\text{X.15})$$

O conjugado máximo será:

$$M_k = \frac{180}{2\pi n_1} \cdot \frac{U^2}{2 \left(X_1 + X_{2p} + \frac{X_1 X_{2p}}{X_M}\right)} \quad (\text{X.16})$$

A equação de Kloos pode ser obtida a partir das equações (X.14), (X.15) e (X.16).

$$\frac{M}{M_k} = \frac{\frac{180}{2\pi n_1} \cdot \frac{U^2 R_2 (1 + \frac{X_1}{X_M})}{\frac{R_2^2}{s} (1 + \frac{X_1}{X_M})^2 + s (X_1 + X_{2p} + \frac{X_1 \cdot X_{2p}}{X_M})^2}}{\frac{180}{2\pi n_1} \cdot \frac{U^2}{2 (X_1 + X_{2p} + \frac{X_1 \cdot X_{2p}}{X_M})}}$$

$$\frac{M}{M_k} = \frac{\frac{R_2 (1 + \frac{X_1}{X_M})}{\frac{R_2^2}{s} (1 + \frac{X_1}{X_M})^2 + s (X_1 + X_{2p} + \frac{X_1 \cdot X_{2p}}{X_M})^2}}{\frac{1}{2 (X_1 + X_{2p} + \frac{X_1 \cdot X_{2p}}{X_M})}}$$

$$\frac{M}{M_k} = \frac{2}{\frac{\frac{R_2 (1 + \frac{X_1}{X_M})}{s} (X_1 + X_{2p} + \frac{X_1 \cdot X_{2p}}{X_M})}{R_2 (1 + \frac{X_1}{X_M})} + \frac{s (X_1 + X_{2p} + \frac{X_1 \cdot X_{2p}}{X_M})}{(X_1 + X_{2p} + \frac{X_1 \cdot X_{2p}}{X_M})}}$$

$$\frac{M}{M_k} = \frac{2}{\frac{s_k}{s} + \frac{s}{s_k}}$$

(X.17)

O escorregamento  $s_k$  correspondente ao conjugua

do máximo  $M_k$  pode ser calculado a partir da equação de Kloos para as condições nominais de operação.

$$s_k = s_N \left[ \frac{M_k}{M_N} + \sqrt{\left(\frac{M_k}{M_N}\right)^2 - 1} \right] \quad (\text{X.18})$$

## X.2 ANEXO A2

Corrente nominal do rotor

A componente ativa da corrente nominal do estator é praticamente igual à componente ativa da corrente nominal do rotor, pois à velocidade nominal a reatância do rotor é muito pequena.

$$I_N \cdot \cos \psi_N = I_{2N} \cdot \cos \psi_{2N} \quad (\text{X.19})$$

onde

$\cos \psi_{2N}$  - fator de potência nominal do rotor.

Por outro lado, tem-se:

$$\cos \psi_{2N} = \frac{\sin \psi_{2N}}{\operatorname{tg} \psi_{2N}} = \frac{R_{2N}}{s_N \cdot X_{2Np}} \cdot \sin \psi_{2N}$$

$$\cos \psi_{2N} = \frac{R_{2N}}{s_N \cdot X_{2Np}} \cdot \sqrt{1 - \cos^2 \psi_{2N}}$$

$$\cos^2 \psi_{2N} = \frac{\left(\frac{R_{2N}}{s_N \cdot X_{2Np}}\right)^2}{1 + \left(\frac{R_{2N}}{s_N \cdot X_{2Np}}\right)^2} = \frac{\left(\frac{s_k}{s_N}\right)^2}{1 + \left(\frac{s_k}{s_N}\right)^2}$$

$$\cos^2 \psi_{2N} = \frac{1}{\left(\frac{s_N}{s_k}\right)^2 + 1} \quad (\text{X.20})$$

Desta forma, resulta:

$$I_N^2 \cos^2 \psi_N = I_{2N}^2 \frac{1}{\left(\frac{s_N}{s_k}\right)^2 + 1}$$

$$I_{2N} = I_N \cdot \cos \psi_N \sqrt{1 + \left(\frac{s_N}{s_k}\right)^2} \quad (\text{X.21})$$

## X.3 ANEXO A3

Cálculo da Reatância e da Resistência da rede de  
de alimentação do motor

Na determinação do comportamento do motor de indução trifásico, durante os processos de partida ou de frenagem elétrica, foram consideradas as variações de tensão nos terminais do motor, devido às quedas de tensão da rede provocadas pelas correntes elevadas daqueles processos.

A equação (III.15) que define a tensão nos terminais do motor leva em consideração a resistência equivalente da rede  $R_R$  e a reatância equivalente da rede  $X_R$ .

A determinação destes parâmetros é bastante simples, para a finalidade em questão.

Conhecida a potência de curto-circuito  $S_{CC}$  na barra de alimentação do motor, pode-se calcular a impedância equivalente da rede, conforme mostra a equação (X.22)

$$Z_R = \frac{U^2}{S_{CC}} \quad (X.22)$$

onde

$Z_R$  - impedância equivalente da rede ( $\Omega$ )

$U$  - tensão na barra de alimentação do motor (V)

$S_{CC}$  - potência de curto-circuito na barra de alimentação do motor (VA)

A determinação da resistência  $R_R$  e da reatância  $X_R$  vai depender do fator de potência de curto-circuito na barra de alimentação do motor.

Para redes de baixa tensão (até 1 kV), (27) sugere  $\cos\psi_{cc} = 0,25$  e para redes de alta tensão  $\cos\psi_{cc} = 0,1$ .

Uma outra possibilidade para o cálculo de  $R_R$  e  $X_R$  é mostrada a seguir, com base na figura X.3.

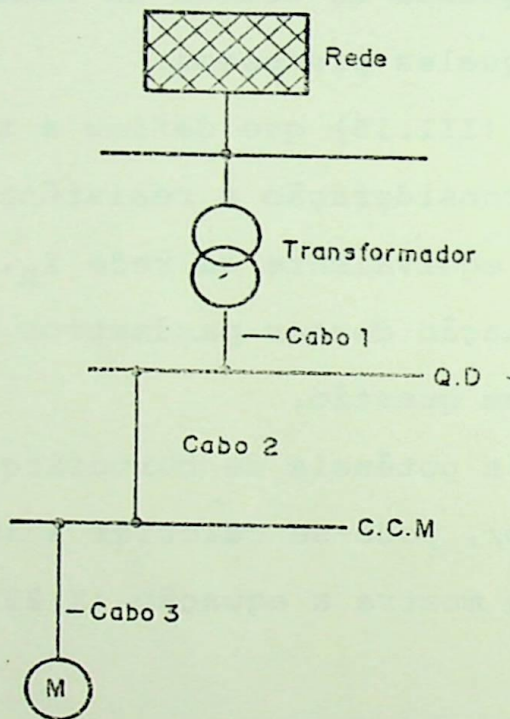


Figura X.3 - Rede de Alimentação do motor

A rede de alimentação do trafo pode ser representada pela resistência  $R_{REDE}$  e reatância  $X_{REDE}$ . Desta forma, resulta:

$$R_R = R_{REDE} + R_{TRAFO} + R_{cabo\ 1} + R_{cabo\ 2} + R_{cabo\ 3}$$

(X.23)

$$X_R = X_{REDE} + X_{TRAFO} + X_{cabo\ 1} + X_{cabo\ 2} + X_{cabo\ 3}$$

(X.24)

## X.4 ANEXO A4

Balço de energias durante a partida

## X.4.1 Energia transferida através do entreferro durante a partida

A potência transferida do estator para o rotor, através do entreferro, é definida por:

$$P_{EM} = \frac{2\pi}{60} M(s) \cdot n_1 \quad (X.25)$$

Durante o tempo de partida será transferida a energia:

$$W_{PEF} = \frac{2\pi}{60} n_1 \int_0^{t_p} M(s) dt \quad (X.26)$$

A relação entre o tempo e o escorregamento pode ser obtida da equação:

$$M(s) \pm K_1 [n_1 (1-s)]^x = - \frac{2\pi}{60} J n_1 \frac{ds}{dt}$$

$$dt = \frac{-\frac{2\pi}{60} \cdot J \cdot n_1 \cdot ds}{M(s) \pm K_1 [n_1 (1-s)]^x} \quad (X.27)$$

Desta forma, resulta para energia  $W_{PEF}$ :

$$W_{PEF} = - \left( \frac{2\pi}{60} n_1 \right)^2 \cdot J \int_{s=1}^s \frac{ds}{1 \pm \frac{K_1 [n_1 (1-s)]^x}{M(s)}} \quad (X.28)$$

#### X.4.2 Energia dissipada no enrolamento do rotor durante a partida

A potência de perdas no enrolamento do rotor durante a partida é dada por:

$$V_{2c} = 3I_2^2(s) \cdot R_2'(s) \quad (X.29)$$

A energia dissipada no enrolamento, durante a partida será:

$$W_{PR} = \int_0^{t_p} 3I_2^2(s) \cdot R_2'(s) dt \quad (X.30)$$

Levando-se em consideração a equação (X.27), resulta:

$$W_{PR} = \frac{\pi}{10} \cdot J \cdot n_1 \int_{s=1}^s \frac{I_2^2(s) \cdot R_2'(s) \cdot ds}{M(s) \pm K_1 [n_1(1-s)]^x} \quad (X.31)$$

#### X.4.3 Energia Cinética armazenada pelo rotor e carga ao final da partida

A energia cinética armazenada pelo rotor e carga ao final da partida será:

$$W_{PW} = \frac{\pi^2}{1800} \cdot n_N^2 \left[ J_M + J_{RED} + J_C \left( \frac{n_{CN}}{n_N} \right)^2 \right] \quad (X.32)$$

X.4.4 Energia dissipada no enrolamento do estator durante a partida

A potência de perdas no enrolamento do estator, em função do escorregamento, é dada por:

$$V_{1c} = 3 \cdot R_1 \cdot I^2(s) \quad (X.33)$$

A energia dissipada durante a partida será:

$$W_{pes} = \int_0^{t_p} 3 \cdot R_1 \cdot I^2(s) dt \quad (X.34)$$

Considerando-se a equação (X.27), obtém-se:

$$W_{pes} = \frac{\pi}{10} \cdot J \cdot n_1 \int_{s=1}^s \frac{R_1 \cdot I^2(s) \cdot ds}{M(s) \pm K_1 [n_1 (1-s)]^x} \quad (X.35)$$

## X.5 ANEXO A5

Balanco de Energias durante a frenação com corrente contínua

## X.5.1 Energia dissipada no enrolamento do rotor durante a frenação

A energia dissipada durante o tempo de frenação será:

$$W'_{fRR} = \int_0^{t_{fR}} 3 \cdot I_{2fR}^2(s) \cdot R'_2(s) \, dt$$

$$W'_{fRR} = 3 \cdot \frac{S_M}{S_{M(N)}} \int_0^{t_{fR}} I_2^2(s) \cdot R'_2(s) \, dt \quad (X.36)$$

A relação entre o tempo e o escorregamento é definida por:

$$dt = \frac{-\frac{2\pi}{60} \cdot J \cdot n_1 \cdot ds}{M(s) \cdot \frac{S_M}{S_{M(N)}} \pm M_C(s)} \quad (X.37)$$

resultando então:

$$W'_{fRR} = \frac{\pi}{10} \cdot J \cdot n_1 \cdot \frac{S_M}{S_{M(N)}} \int_0^{1-s_{op}} \frac{I_2^2(s) \cdot R'_2(s) \, ds}{M(s) \cdot \frac{S_M}{S_{M(N)}} \pm M_C(s)} \quad (X.38)$$

### X.5.2 Energia dissipada no enrolamento do estator durante a frenação

A energia dissipada durante a frenação vai depender do tipo de conexão e do tempo de frenação.

Tomando-se como base as definições estabelecidas no capítulo III, pode-se então concluir:

- Para conexão "a"

$$W'_{fR ES} = 2 \cdot R_1 \cdot I_{fR}^2 \cdot t_{fR}$$

$$W'_{fR ES} = 2 \cdot R_1 \cdot C_1^2 \cdot I_p^2 \cdot \frac{S_M}{S_{M(N)}} \cdot t_{fR} \quad (X.39)$$

- Para conexão "b"

$$W'_{fR ES} = \frac{2}{3} R_1 \cdot C_1^2 \cdot I_p^2 \cdot \frac{S_M}{S_{M(N)}} \quad (X.40)$$

- Para conexão "c"

$$W'_{fR ES} = \frac{3}{2} R_1 \cdot C_1^2 \cdot I_p^2 \cdot \frac{S_M}{S_{M(N)}} \cdot t_{fR} \quad (X.41)$$

- Para conexão "d"

$$W'_{fR ES} = \frac{1}{2} R_1 \cdot C_1^2 \cdot I_p^2 \cdot \frac{S_M}{S_{M(N)}} \cdot t_{fR} \quad (X.42)$$

### X.5.3 Energia cinética a ser dissipada na frenação

A energia cinética a ser dissipada durante a frenação é definida por:

$$W'_{fRW} = \frac{\pi^2}{1800} \cdot n^2 \left[ J_M + J_{RED} + J_C \left( \frac{n_{CN}}{n_N} \right)^2 \right] \quad (X.43)$$

## X.6 ANEXO A6

Balanco de Energias durante a frenação  
com inversão de fases

X.6.1 Energia dissipada no enrolamento do rotor  
durante a frenação

$$W_{fRR} = \frac{\pi}{10} \cdot J \cdot n_1 \int_1^{2-s} \frac{I_2^2(s) \cdot R_2'(s) \cdot ds}{M(s) \pm K_1 [n_1 (s-1)]^x} \quad (X.44)$$

X.6.2 Energia dissipada no enrolamento do estator  
durante a frenação

$$W_{fRES} = \frac{\pi}{10} \cdot J \cdot n_1 \int_1^{2-s} \frac{I^2(s) \cdot R_1 \cdot ds}{M(s) \pm K_1 [n_1 (s-1)]^x} \quad (X.45)$$

## X.7 ANEXO A7

Constantes de tempo de aquecimento de motores de indução trifásicos

Conforme definido nos capítulos referentes ao aquecimento dos enrolamentos do estator e do rotor, a transmissão de calor do estator e do núcleo do rotor para o ar é determinada a partir da constante de aquecimento  $T_A$  do estator para o ar. Este dado é fornecido por alguns fabricantes de motores, conforme mostra a tabela X.1.

Potência [kW]	TA = constante de tempo de aquecimento em minutos			
	2 polos	4 polos	6 polos	8 polos
0,12	-	12,5	-	-
0,18	7,5	12,5	12,0	-
0,25	7,5	10,0	12,0	-
0,37	8,0	10,0	12,0	-
0,55	8,0	10,0	12,0	-
0,75	7,5	10,0	-	16,0
1,1	10,0	-	-	16,0
1,5	-	-	-	12,0
2,2	-	12,0	13,0	10,0
3,0	6,0	12,0	13,0	10,0
4,0	14,5	11,0	14,0	12,0
5,5	10,9	10,0	16,0	-
7,5	10,9	7,0	20,0	14,0
11,0	15,0	8,0	20,0	45,0
15,0	15,0	8,0	40,0	50,0
18,5	15,0	30,0	45,0	55,0
22,0	25,0	30,0	45,0	55,0
30,0	30,0	35,0	50,0	60,0
37,0	30,0	40,0	50,0	65,0
45,0	35,0	40,0	55,0	65,0
55,0	40,0	45,0	55,0	75,0
75,0	40,0	50,0	60,0	75,0
90,0	40,0	50,0	60,0	-
110,0	45,0	55,0	-	-
132,0	-	55,0	-	-

Tabela X.1 - Constantes de tempo de aquecimento de motores de indução trifásicos da Siemens AG em função da potência e do número de polos.

## X.8 ANEXO A8

Influência da ventilação nas constantes de tempo de aquecimento do estator e do núcleo do rotor

De acordo com [8], na definição da potência de um motor com velocidade variável, deve-se levar em conta a redução da ventilação com a velocidade em motores autoventilados. Este fator de redução de ventilação é apresentado em função das perdas do motor, conforme a equação (X.46).

$$p_v = \frac{\Sigma V_{adm}(n_{min})}{\Sigma V_N} \quad (X.46)$$

onde:

$p_v$  - fator que leva em conta a redução da ventilação em motores autoventilados

$\Sigma V_{adm}(n_{min})$  - perdas admissíveis para velocidade mínima

$\Sigma V_N$  - perdas nominais

A variação do fator  $p_v$  em função da velocidade é mostrada na figura X.4.

Observe nesta figura, que para motores com ventilação forçada  $p_v = 1$  e para motores sem ventilação  $p_v = 0,3$ .

A equação (X.47) representa a curva da figura X.4.

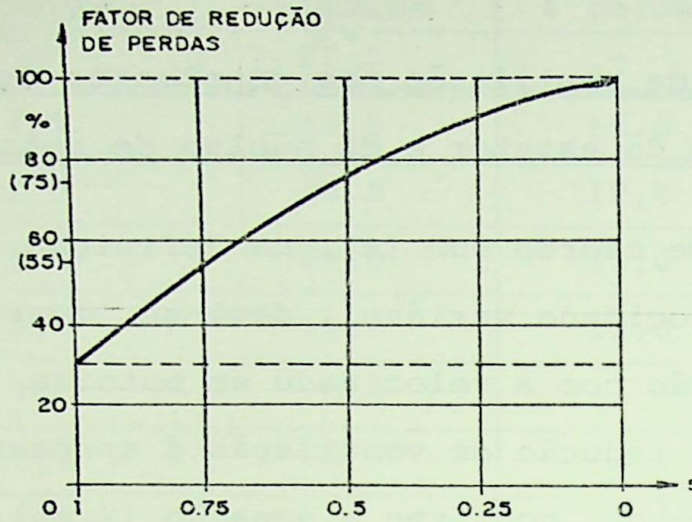


Figura X.4 - Influência da ventilação nas perdas admissíveis pelo motor

$$p_v = 0,3 + K_4 (1 - s)^{0,7} \quad (\text{X.47})$$

onde

$$K_4 = \frac{0,7}{(1 - s_N)^{0,7}} \quad (\text{X.48})$$

Isto significa que a relação entre as perdas admissíveis e as perdas nominais, em função do escorregamento é:

$$\frac{\Sigma V_{\text{adm}}(n_{\text{op}})}{\Sigma V_N} = 0,3 + K_4 (1 - s)^{0,7} \quad (\text{X.49})$$

Verifica-se então que com a redução de velocidade, as perdas devem ser também diminuídas para que a elevação de temperatura admissível pela classe de isolamento não seja ultrapassada.

Se as perdas não forem reduzidas, a temperatura crescerá com a diminuição da velocidade.

Como

$$T_A = \frac{C_E}{A_{E(N)}} \quad (X.50)$$

e

$$CI = \frac{\Sigma V}{A_{E(N)}} \quad (X.51)$$

pode-se concluir que em função da redução da ventilação com a velocidade, tanto o fator de transmissão de calor quanto a constante de tempo do estator variam conforme as equações (X.52).

$$T_{AE} = T_A [0,3 + K_4 (1-s)^{0,7}]^{-1} \quad (X.52a)$$

$$A_E = A_{EN} \cdot [0,3 + K_4 (1-s)^{0,7}] \quad (X.52b)$$

Para determinação da constante de tempo de aquecimento do núcleo do rotor, deve-se levar em conta que os fatores que definem a transmissão de calor do estator e do rotor para o ar são iguais, uma vez que as condições de ventilação no entreferro são semelhantes.

$$A_N \approx A_E \quad (X.53)$$

como

$$T_{AN} = \frac{C_N}{A_N}$$

$$T_A = \frac{C_E}{A_E}$$

resulta

$$T_{AN} = \frac{C_N}{C_E} \cdot T_A \quad (X.54)$$

## X.9 ANEXO A9

Relação entre as massas das diversas partes e a  
potência nominal de motores de indução trifási-  
cos do tipo gaiola

Apresentamos a seguir, tabelas com dados que permitem calcular o valor aproximado do peso de diversas partes de motores de indução trifásicos em função da potência nominal, da tensão nominal e do número de par de polos. Estas tabelas foram obtidas junto à General Electric.

## Motores de alta tensão com carcaça 355 ou maior

	2 Polos	4 Polos	6 Polos
massa em kg de cobre/CV	0,18 (2,3 kV) ⋮ 0,20 (4,0 kV)	0,22 (2,3 kV) ⋮ 0,22 (4,0 kV)	0,25 (2,3 kV) ⋮ 0,30 (4,0 kV)
massa em kg de aço (es tator+rotor) / CV	(13...17)xf f=0,125x0,9	15xf f=0,125x0,9	15xf f=0,125x0,9
massa em kg de alumínio/ CV	0,04	0,045 ⋮ 0,05	0,07

## Motores de baixa tensão com carcaça 355 ou maior

	2 Polos	4 Polos	6 Polos
massa em kg de cobre/CV	0,18 ⋮ 0,20	0,22 ⋮ 0,25	0,25 ⋮ 0,30
massa em kg de aço (es tator+rotor) / CV	(13...17)xf f=0,125x0,9	15xf f=0,125x0,9	15xf f=0,125x0,9
massa em kg de alumínio/ CV	0,05	0,06	0,07

## Motores de baixa tensão com carcaça 315 ou menores

	2 Polos	4 Polos	6 Polos
massa em kg de cobre/CV	0,30 : 0,39	0,35	0,29
massa em kg de aço (es- tator+rotor) / CV	$(18 \dots 20) \cdot f$ $f=0,125 \times 0,9$	$22 \times f$ $\bar{f}=(0,125 \times 0,9)$	$28 \cdot f$ $f=0,125 \times 0,9$
massa em kg de alumínio/ CV	0,08 : 0,07	0,09	0,11

## XI EXEMPLO DE APLICAÇÃO DA METODOLOGIA DESENVOLVIDA

A metodologia desenvolvida para análise do comportamento térmico de motores de indução trifásicos do tipo gaiola, acentua a necessidade de levar-se em consideração tanto o efeito Skin nas barras do rotor, quanto as transmissões de calor entre as diversas partes do motor.

Como usualmente o efeito Skin nas barras do rotor não é considerado e os processos de aquecimento são considerados adiabáticos, o exemplo de aplicação da metodologia desenvolvida foi feito para os dois casos:

1º Caso - análise do comportamento térmico do motor considerando-se o efeito Skin, ou seja a variação da densidade de corrente ao longo da seção transversal das barras do rotor com a profundidade e com a velocidade e consequentemente a variação da resistência e da reatância de rotor bloqueado do enrolamento do rotor com a velocidade. Também são levadas em consideração as transmissões de calor das diversas partes do motor.

2º Caso - análise do comportamento térmico do motor não levando em consideração o efeito Skin, ou seja a densidade da corrente é constante ao longo da seção transversal das barras do rotor e consequentemente tanto a resistência quanto a reatância de rotor bloqueado do enrolamento do rotor são consideradas constantes. Os processos de aquecimento são considerados adiabáticos.

Como exemplo, foi tomado um motor de indução trifásico do tipo gaiola de 300 CV e 2,3 kV operando em regime intermitente e acionando carga nominal com momento de inércia de  $60 \text{ kg.m}^2$ .

Os resultados mostram que tanto o efeito Skin quanto as transmissões de calor devem ser levados em consideração na análise do comportamento térmico do motor.

1º CASO

Análise do comportamento térmico do motor considerando-se o efeito Skin, ou seja a variação da densidade de corrente ao longo da seção transversal das barras do rotor com a profundidade e com a velocidade e conseqüentemente a variação da resistência e da reatância de rotor bloqueado do enrolamento do rotor com a velocidade. Também são levadas em consideração as transmissões de calor das diversas partes do motor.

POTENCIA NOMINAL DO MOTOR [W] : 220800  
 VELOCIDADE NOMINAL DO MOTOR [r.p.m.] : 1780  
 VELOCIDADE SINCRONA DO MOTOR [r.p.m.] : 1800  
 RENDIMENTO NOMINAL DO MOTOR [p.u.] : 0.920  
 FATOR DE POTENCIA NOMINAL DO MOTOR [p.u.] : 0.890  
 TEMPO NOMINAL (NA FASE) DO MOTOR [V] : 1328.000  
 CORRENTE NOMINAL DO MOTOR [A] : 67.700  
 COEFICIENTE DE PARTIDA DO MOTOR [A] : 421.000  
 RELACAO ENTRE AS REATANCIAS DE DISPERSAO DO ESTATOR E DE PARTIDA DO ROTOR : 0.599  
 RELACAO ENTRE OS CONJUGADOS DE PARTIDA E NOMINAL DO MOTOR : 1.500  
 RELACAO ENTRE OS CONJUGADOS MAXIMO E NOMINAL DO MOTOR : 2.650

REATANCIA DA REDE DE ALIMENTACAO DO MOTOR [Ohm] : 0.0900000  
 RESISTENCIA DA REDE DE ALIMENTACAO DO MOTOR [Ohm] : 0.0300000

POTENCIA NOMINAL DA CARGA [W] : 220800  
 VELOCIDADE NOMINAL DA CARGA [r.p.m.] : 1780  
 MOMENTO DE INERCIA DO MOTOR [kg.m<sup>2</sup>] : 4.045  
 MOMENTO DE INERCIA DA CARGA [kg.m<sup>2</sup>] : 60.000  
 MOMENTO DE INERCIA DO REDUTOR [kg.m<sup>2</sup>] : 0.000  
 RENDIMENTO DO REDUTOR [p.u.] : 1.000  
 EXPONENTE QUE DEFINE A VARIACAO DA CARGA COM A VELOCIDADE : 0

A PARTIDA DO MOTOR OCORRE SOB CARGA  
 O CONJUGADO DA CARGA NAO ATUA NO SENTIDO DO MOVIMENTO

CAPACIDADE TERMICA DOS ENROLAMENTOS DO ROTOR [C.s/W] : 22446  
 CONSTANTE DE TEMPO TERMICA EQUIVALENTE DO ROTOR [s] : 30  
 CONSTANTE DE TEMPO DE AQUECIMENTO DO ESTATOR [s] : 2400  
 FATOR QUE DEFINE A VARIACAO DA RESISTENCIA DO ENROLAMENTO DO ROTOR COM A TEMPERATURA : 0.0038500  
 FATOR QUE DEFINE A VARIACAO DA RESISTENCIA DO ENROLAMENTO DO ESTATOR COM A TEMPERATURA : 0.0039500  
 CAPACIDADE TERMICA DO NUCLEO DO ROTOR [C.s/W] : 113653  
 CAPACIDADE TERMICA DOS ENROLAMENTOS DO ESTATOR [C.s/W] : 173842  
 ELEVACAO ADMISSIVEL DE TEMPERATURA DOS ENROLAMENTOS DO ESTATOR EM FUNCAO DA CLASSE DE ISOLAMENTO [C] : 60

O MOTOR E AUTOVENTILADO

TEMPO DE ROTOR TRAVADO [s] : 17.00

## PARAMETROS DO CIRCUITO EQUIVALENTE DO MOTOR :

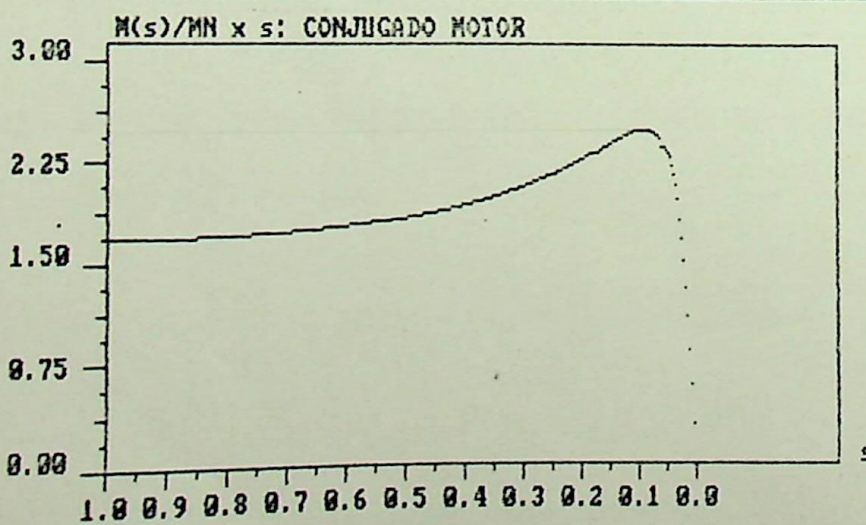
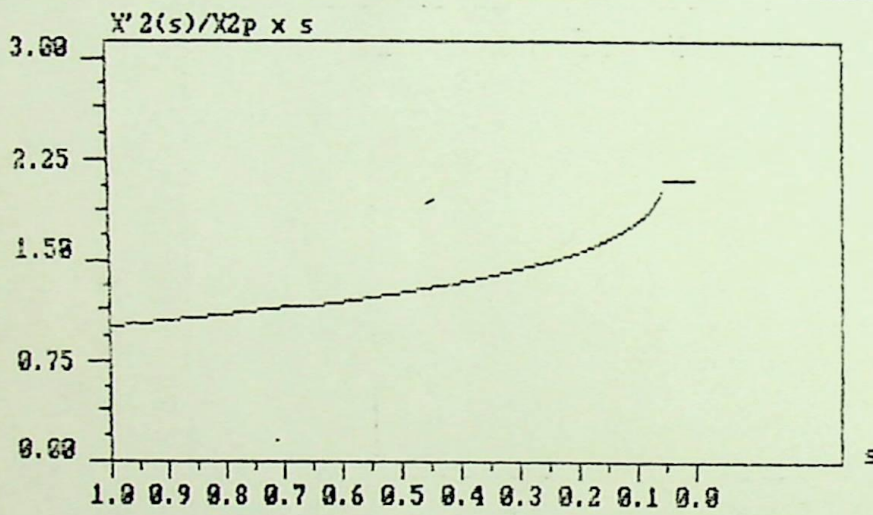
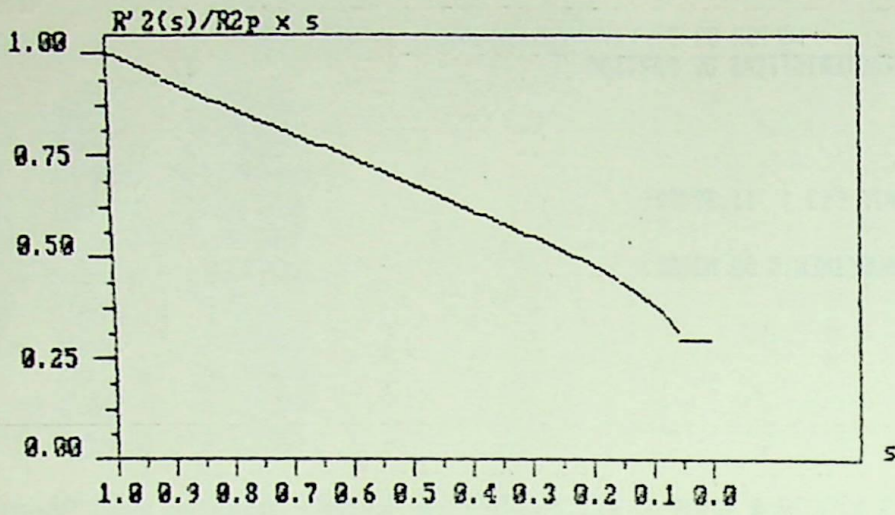
- R1 [Ohm] = 0.561936  
- X1 [Ohm] = 1.789460 -  
- RM [Ohm] = 514.782166  
- XM [Ohm] = 62.666630  
- X2p [Ohm] = 1.071887  
X2np [Ohm] = 2.078635 -  
R2n [Ohm] = 0.219367 -  
- R2p [Ohm] = 0.765806  
R [Ohm] = 19.706610  
- X'2np [Ohm] = 2.247370  
- R'2n [Ohm] = 0.227573

RELACAO ENTRE AS PERDAS NOMINAIS NOS ENROLAMENTOS DO ROTOR E ESTATOR E AS PERDAS TOTAIS NOMINAIS : 0.531638

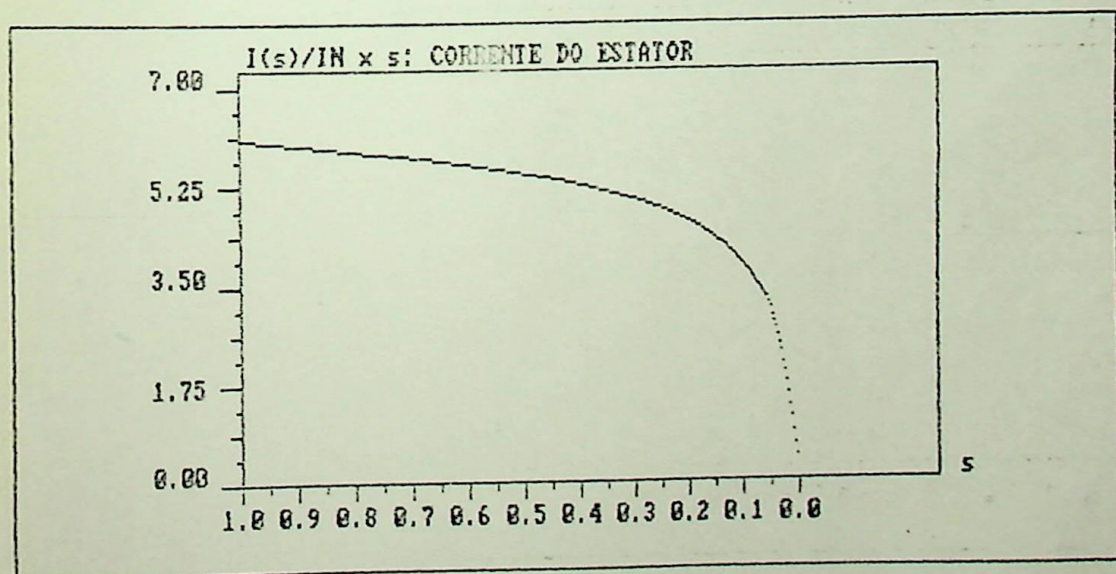
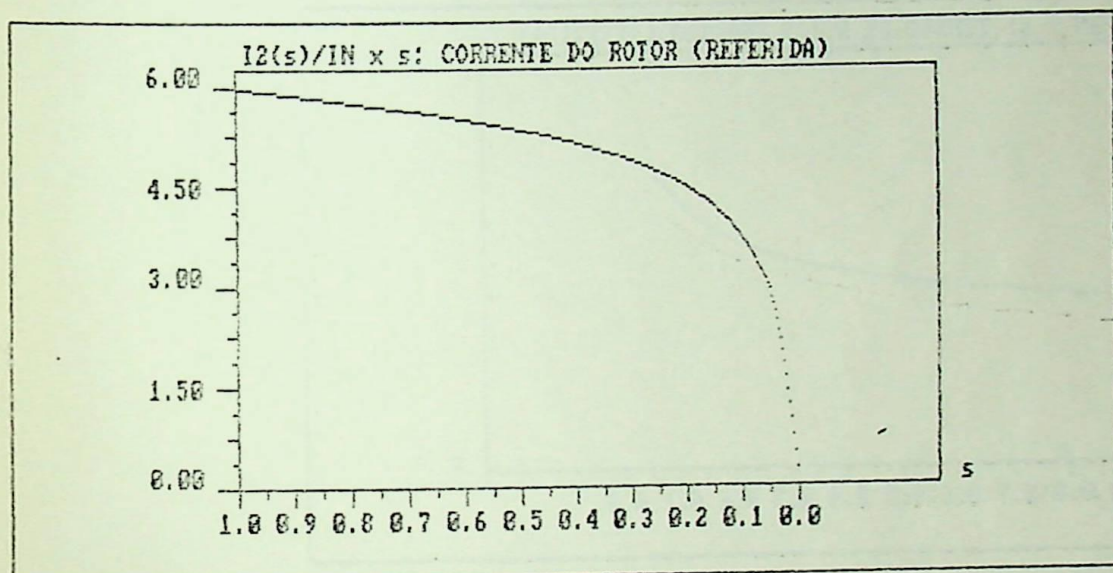
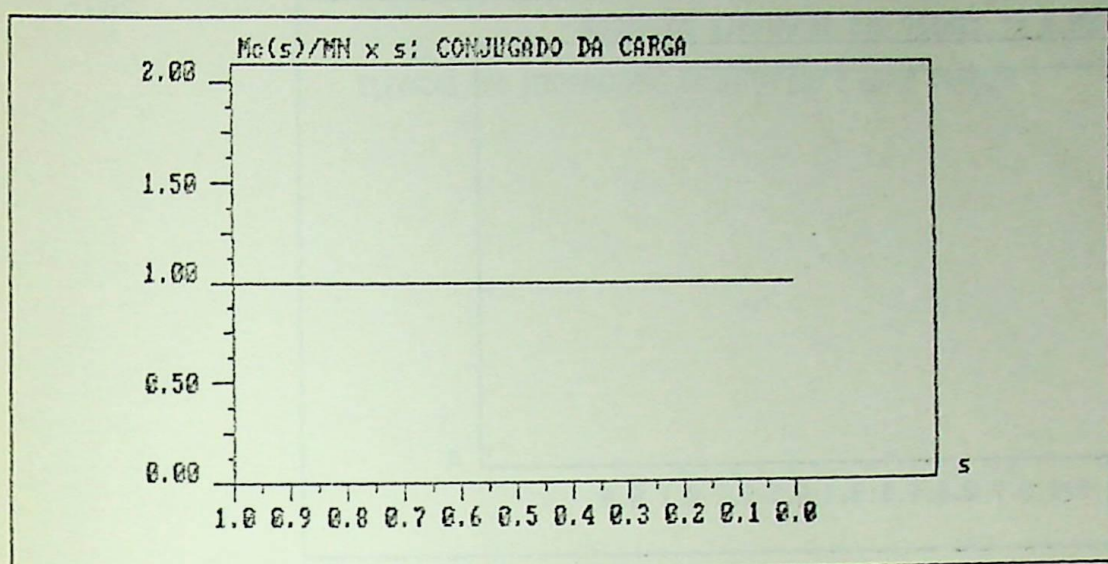
## CARACTERISTICAS DE PARTIDA :

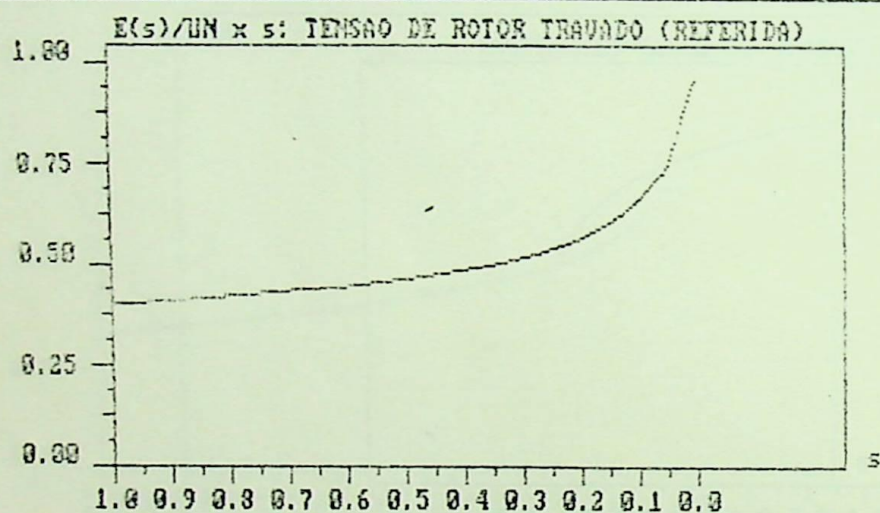
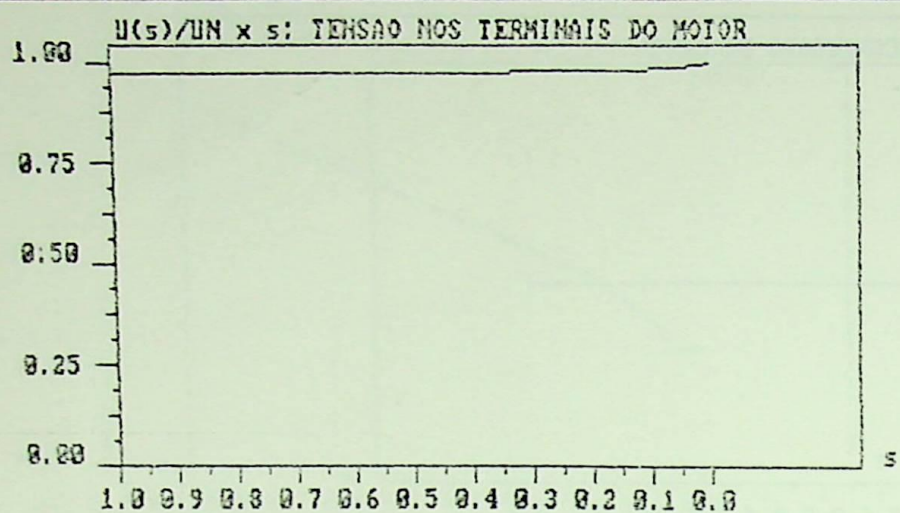
TEMPO DE PARTIDA DO ACIONAMENTO [s] : 11.594291

OBS.: SEM LEVAR EM CONTA O AQUECIMENTO DO MOTOR

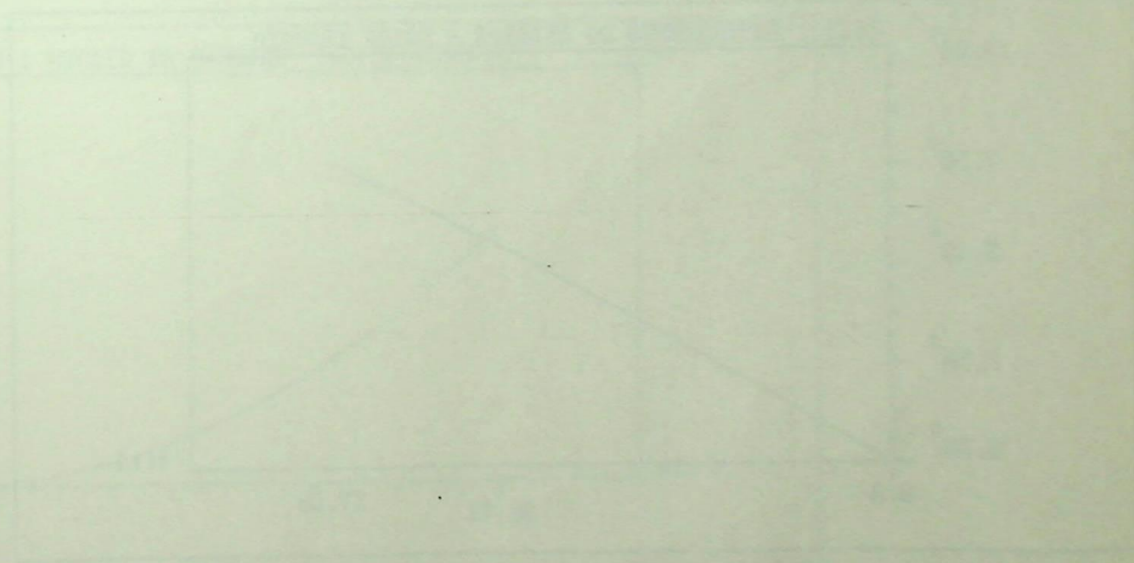
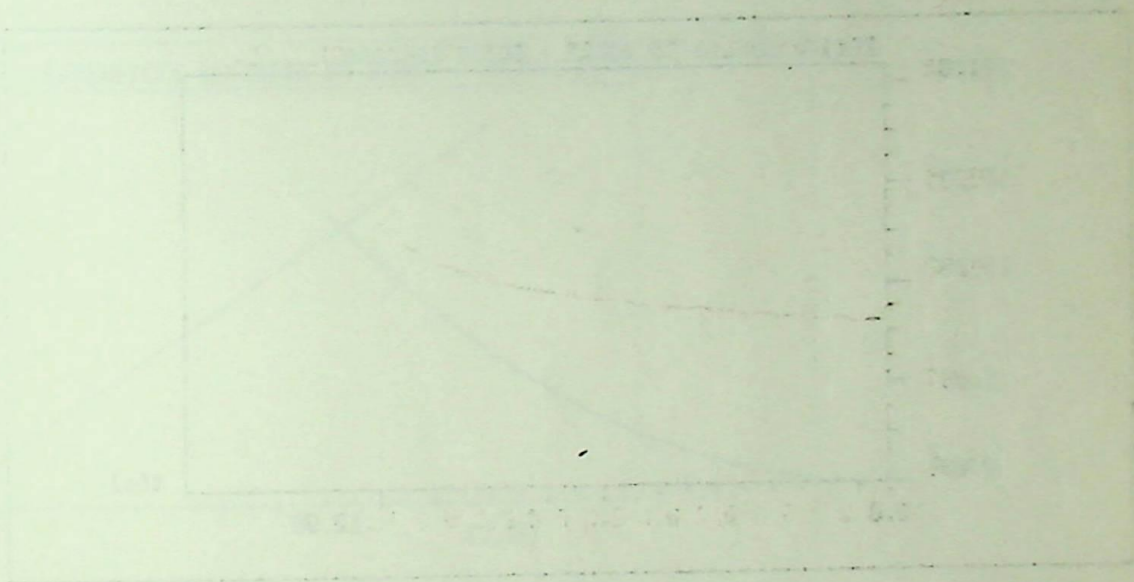
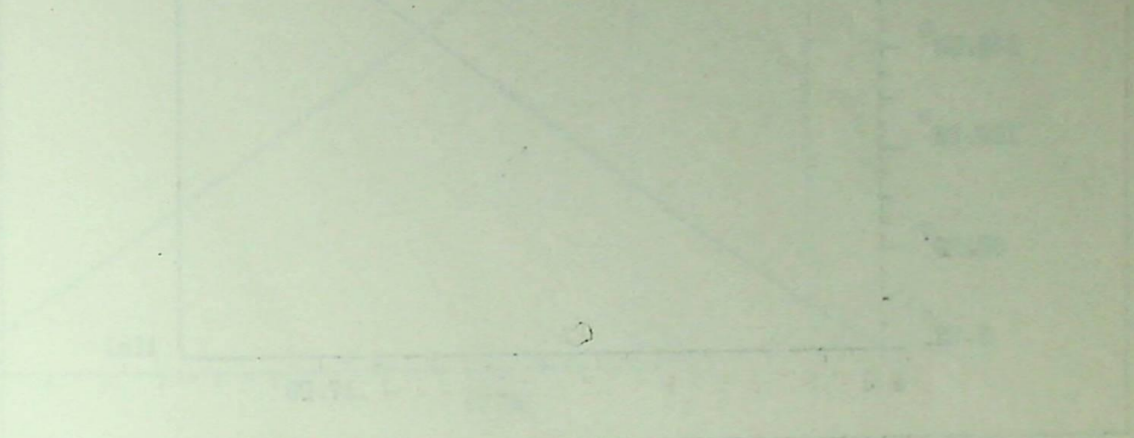


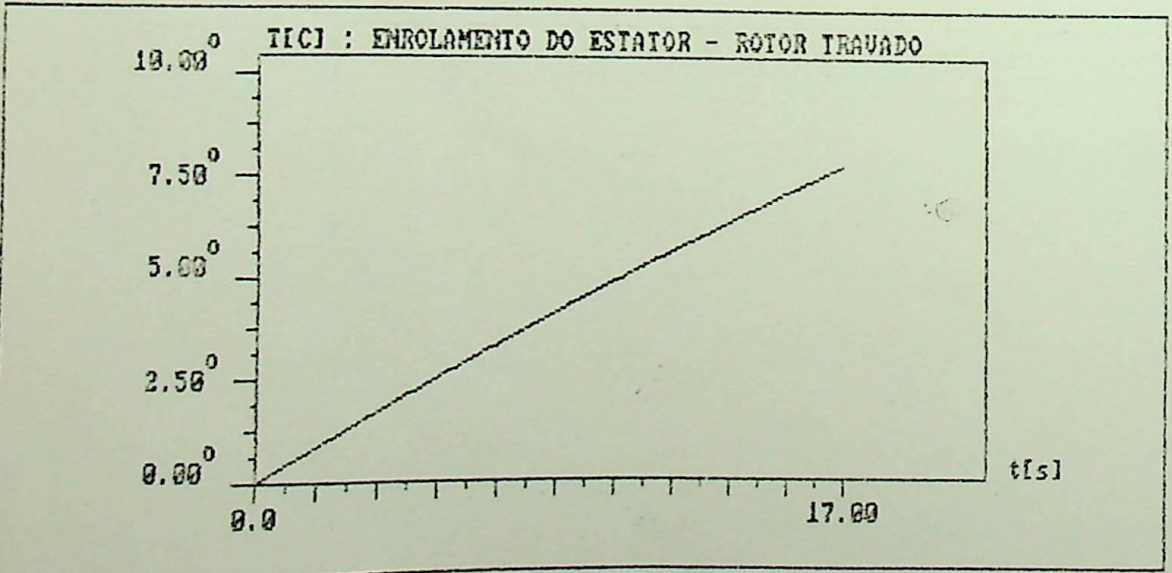
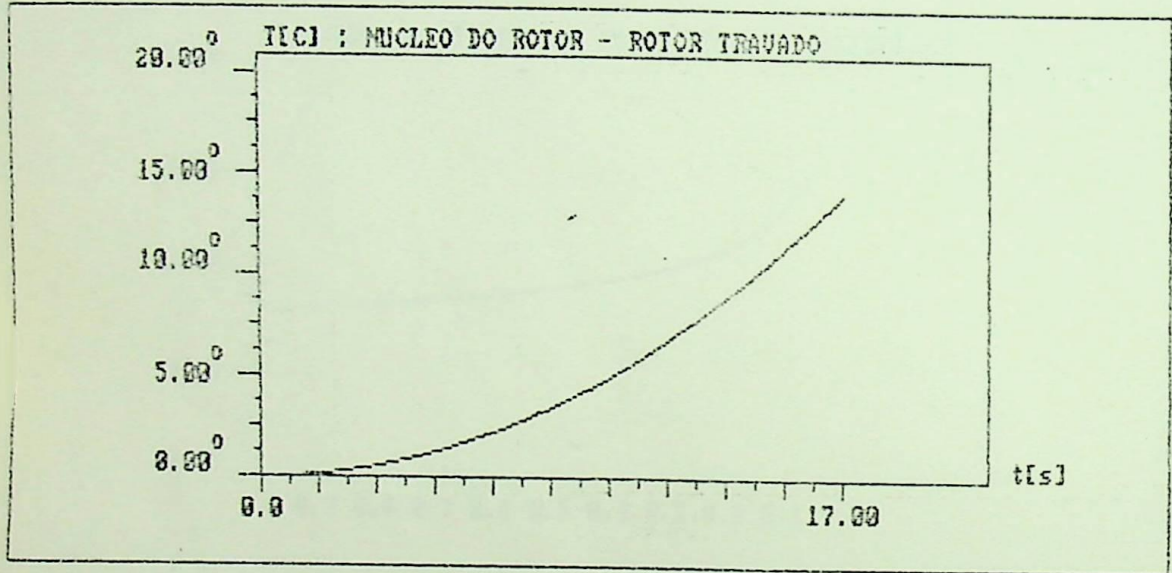
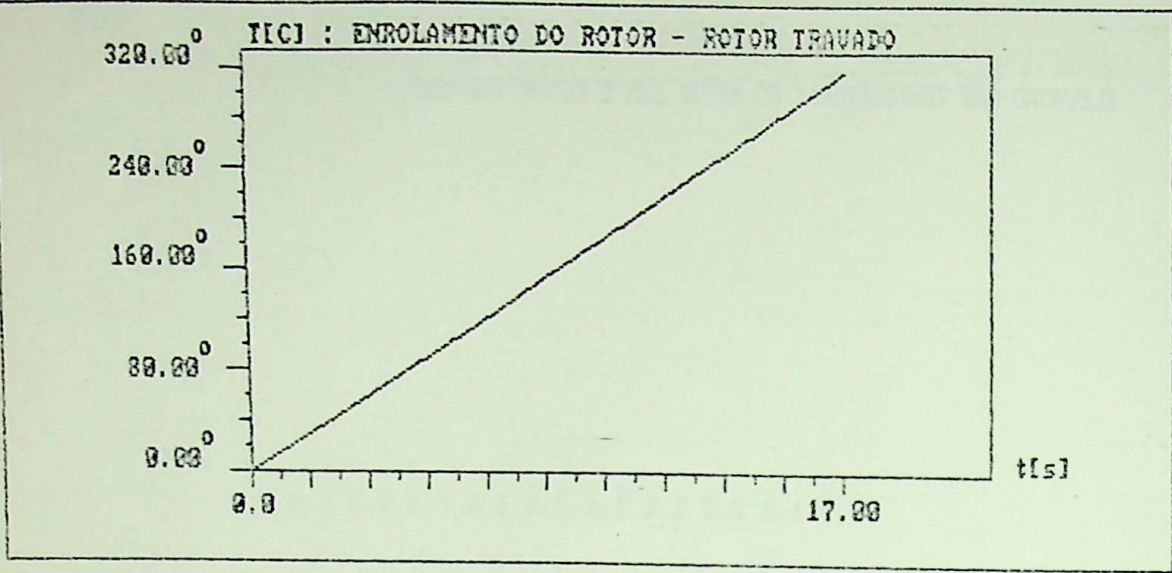
0,1875

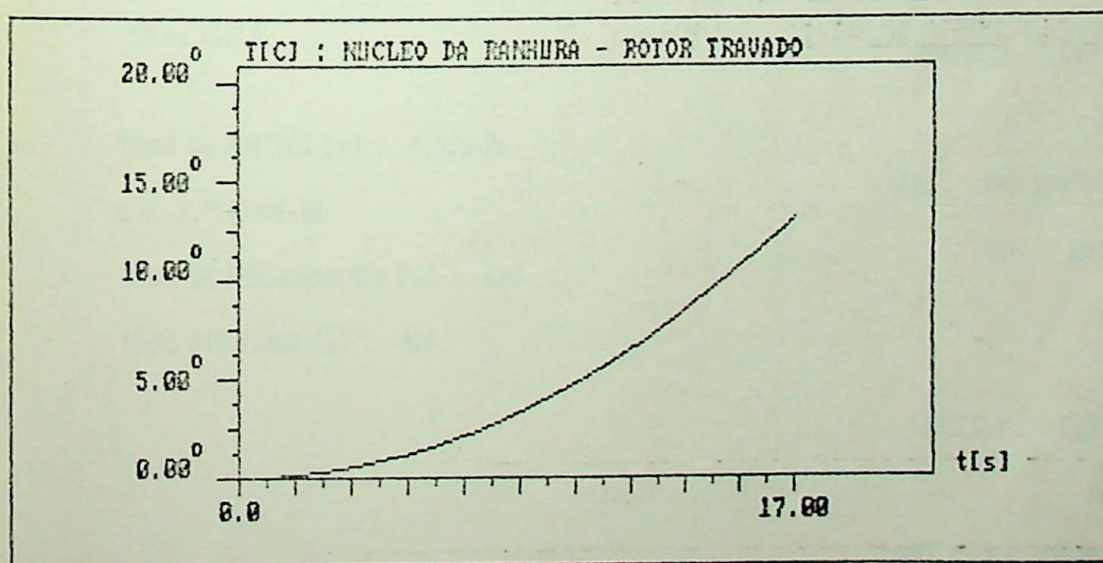
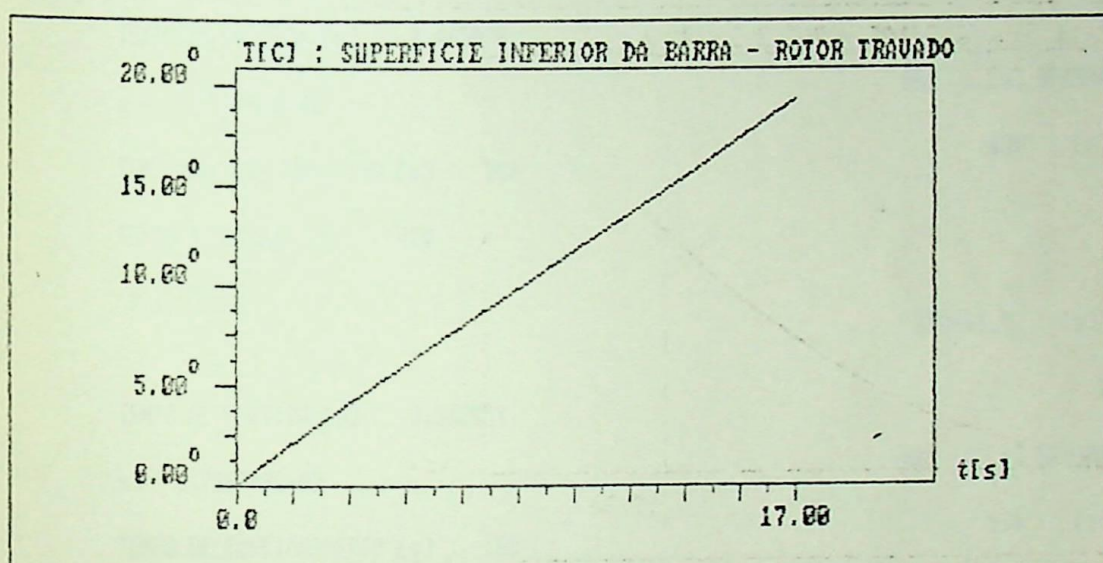
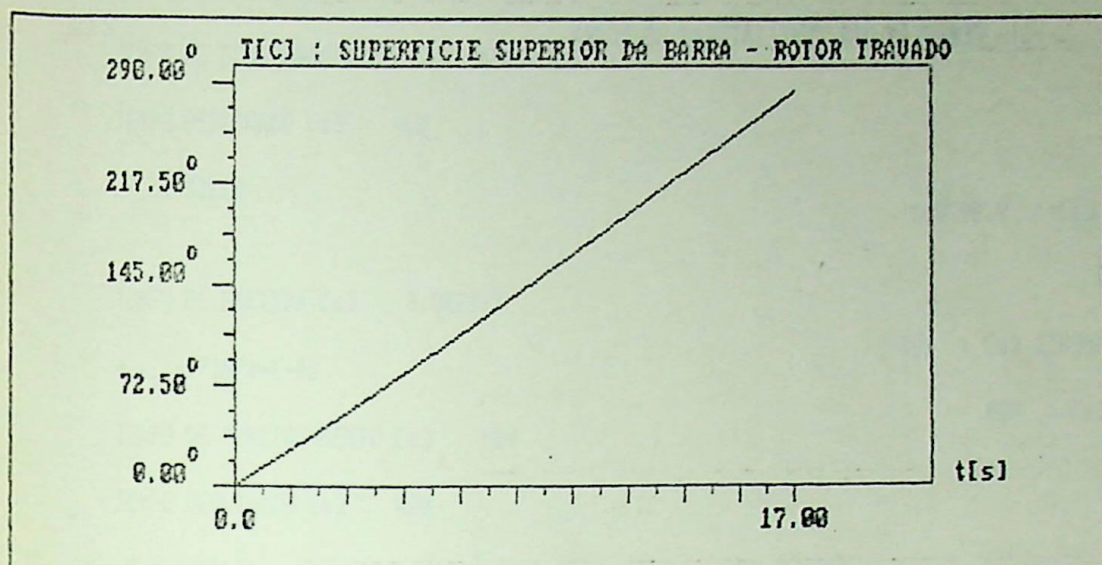




ELEVACAO DAS TEMPERATURAS DO MOTOR COM O ROTOR TRAVADO :







1 o. CICLO

TEMPO DE PARTIDA [s] : 9.897852

s = 1.562499E-02

TEMPO DE FUNCIONAMENTO [s] : 180

TEMPO DESLIGADO [s] : 420

2 o. CICLO

TEMPO DE PARTIDA [s] : 13.06829

s = 1.562499E-02

TEMPO DE FUNCIONAMENTO [s] : 180

TEMPO DESLIGADO [s] : 420

3 o. CICLO

TEMPO DE PARTIDA [s] : 9.190358

s = 1.718749E-02

TEMPO DE FUNCIONAMENTO [s] : 180

TEMPO DESLIGADO [s] : 420

4 o. CICLO

TEMPO DE PARTIDA [s] : 9.199096

s = 1.718749E-02

TEMPO DE FUNCIONAMENTO [s] : 180

TEMPO DESLIGADO [s] : 420

5 o. CICLO

TEMPO DE PARTIDA [s] : 9.253042

s = 1.718749E-02

TEMPO DE FUNCIONAMENTO [s] : 180

TEMPO DESLIGADO [s] : 420

6 o. CICLO

TEMPO DE PARTIDA [s] : 9.317701

s = 1.718749E-02

212

TEMPO DE FUNCIONAMENTO [s] : 180

TEMPO DESLIGADO [s] : 420

7 o. CICLO

TEMPO DE PARTIDA [s] : 9.382977

s = 1.718749E-02

TEMPO DE FUNCIONAMENTO [s] : 180

TEMPO DESLIGADO [s] : 420

8 o. CICLO

TEMPO DE PARTIDA [s] : 9.445078

s = 1.718749E-02

TEMPO DE FUNCIONAMENTO [s] : 180

TEMPO DESLIGADO [s] : 420

9 o. CICLO

TEMPO DE PARTIDA [s] : 9.502851

s = 1.718749E-02

TEMPO DE FUNCIONAMENTO [s] : 180

TEMPO DESLIGADO [s] : 420

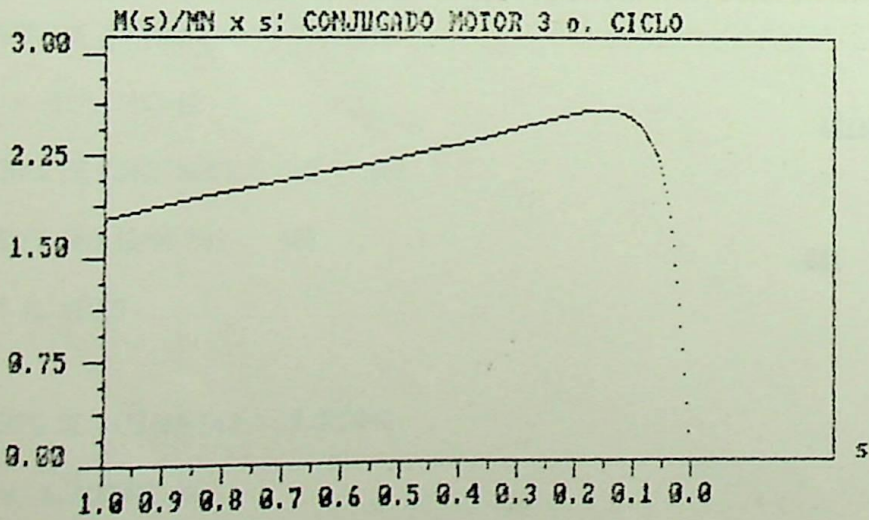
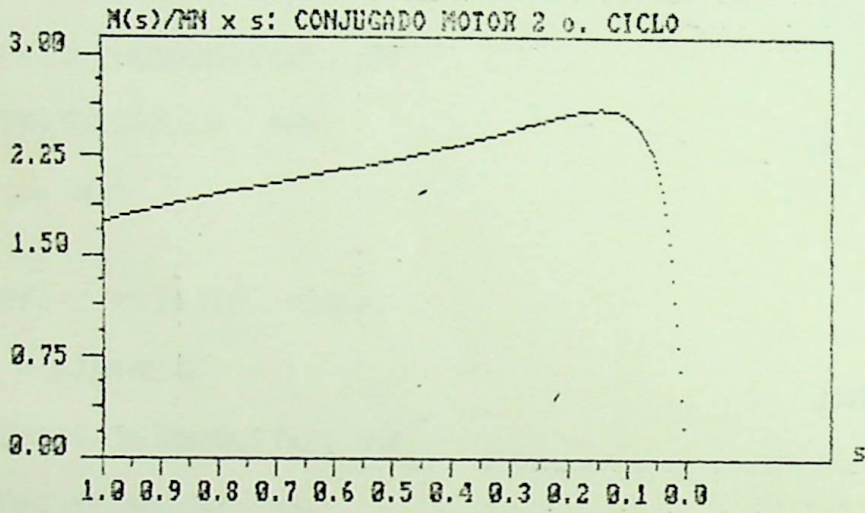
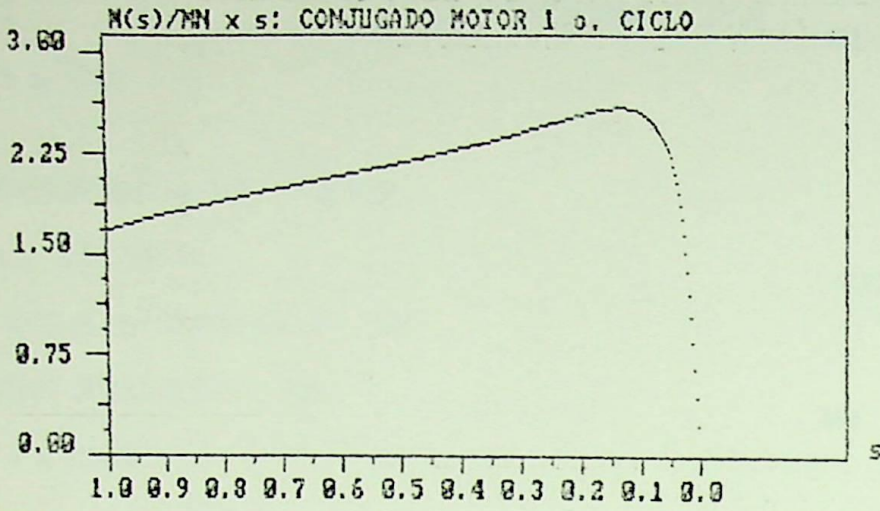
10 o. CICLO

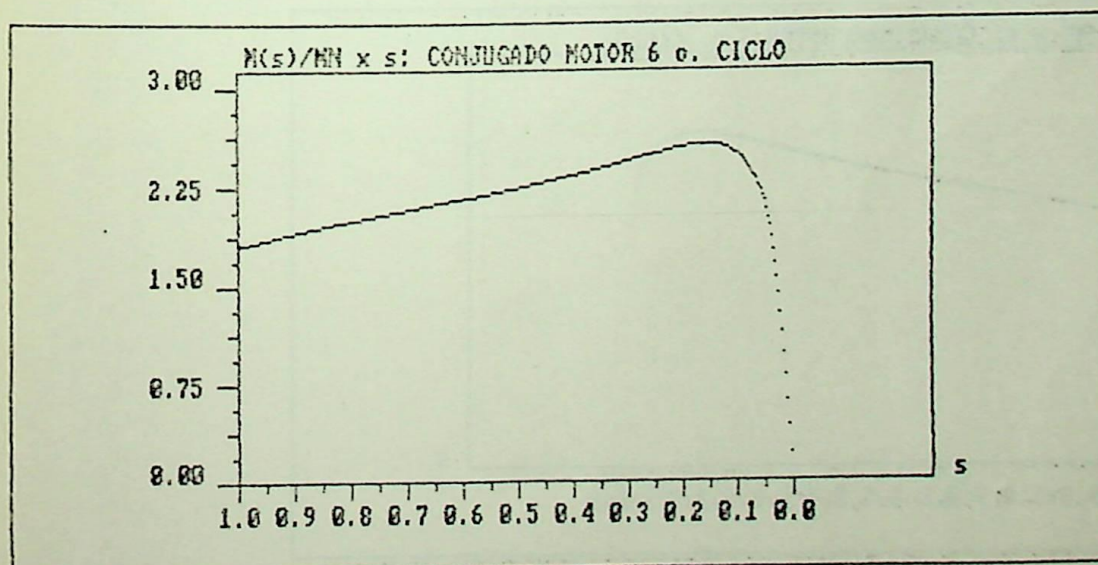
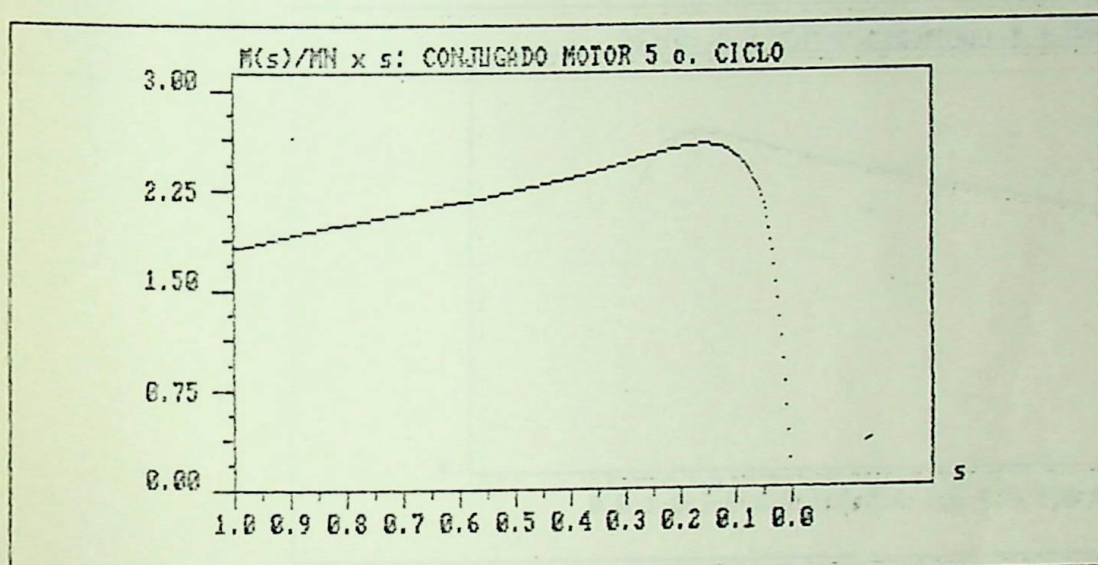
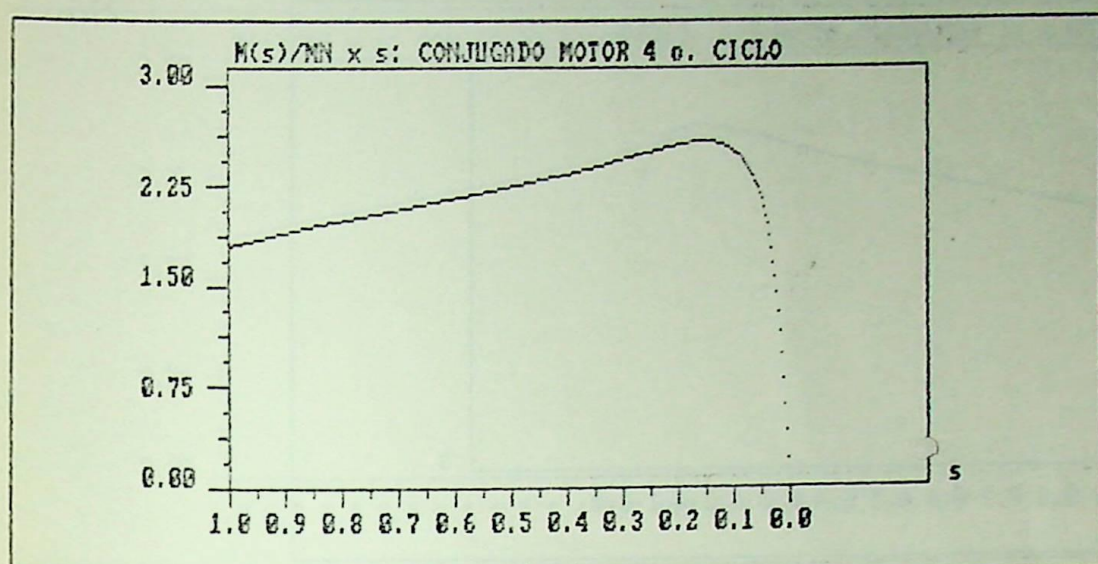
TEMPO DE PARTIDA [s] : 9.556126

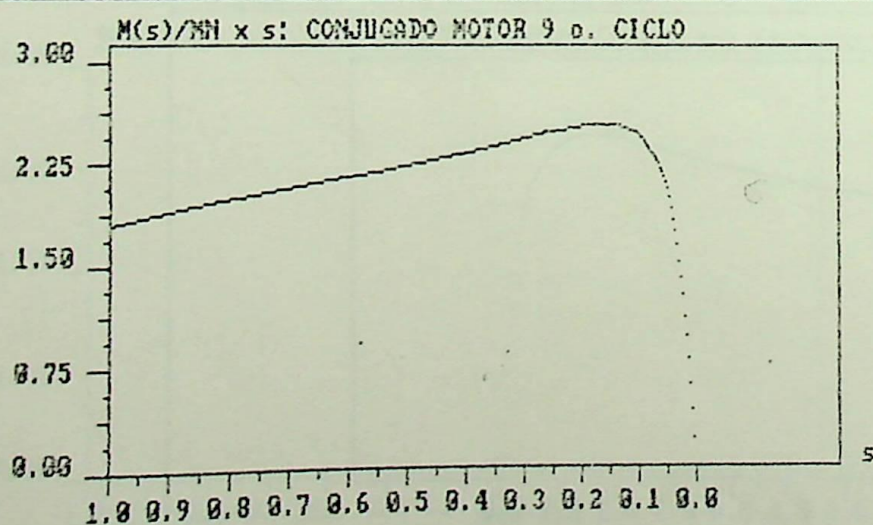
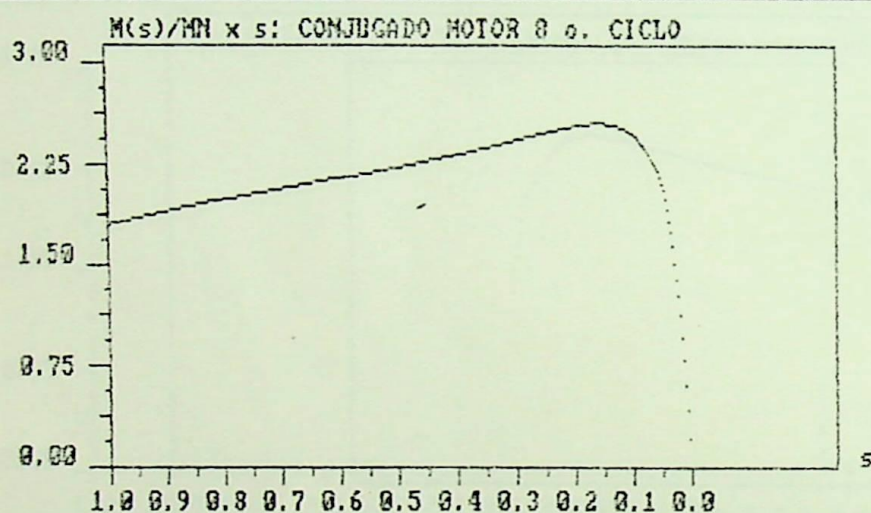
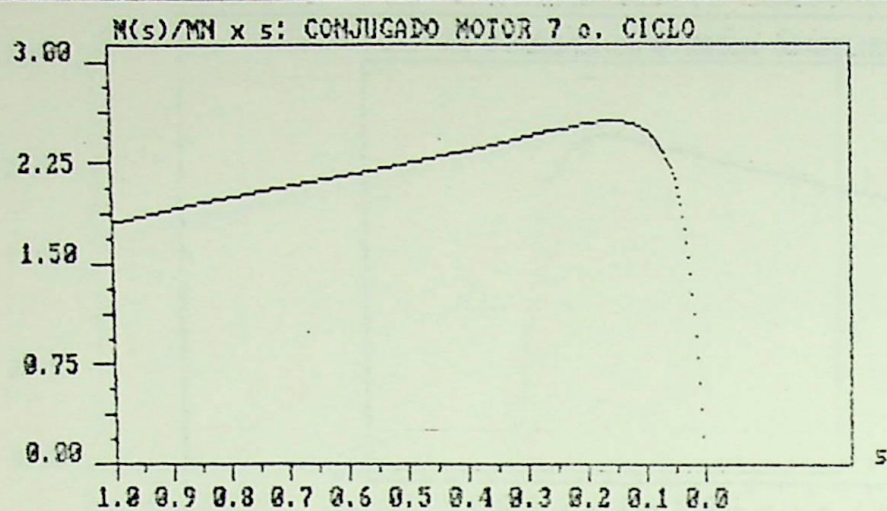
s = 1.718749E-02

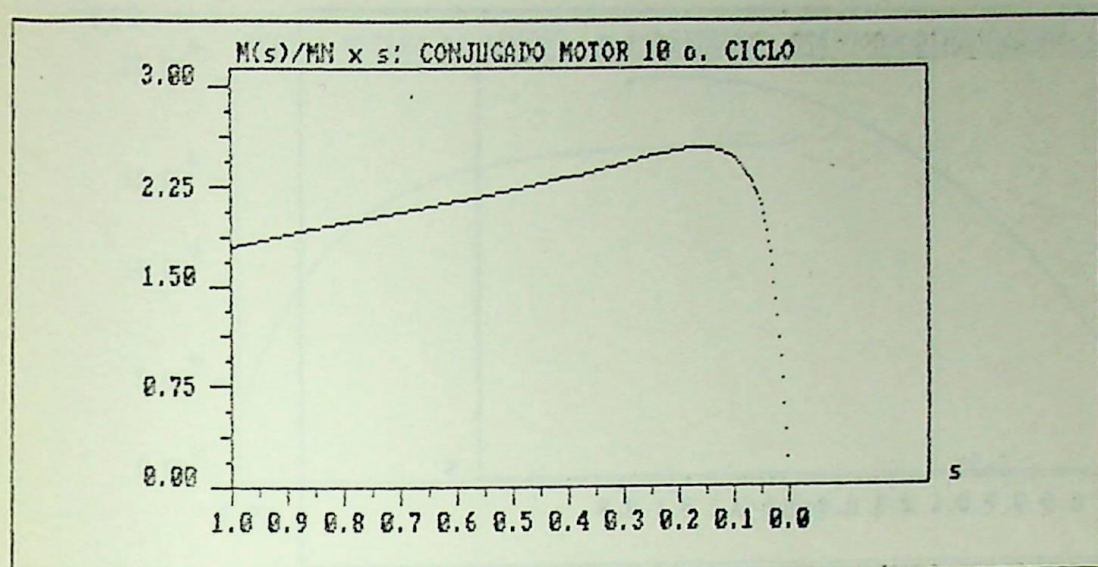
TEMPO DE FUNCIONAMENTO [s] : 180

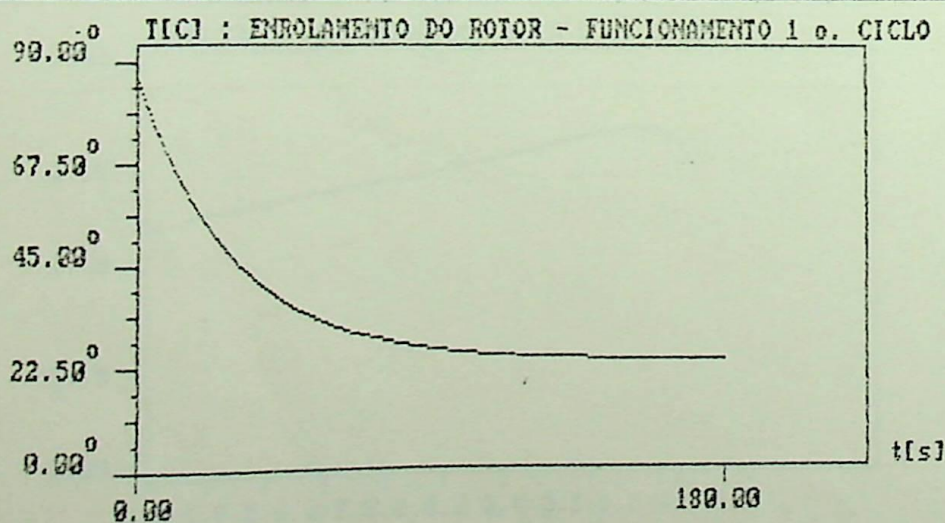
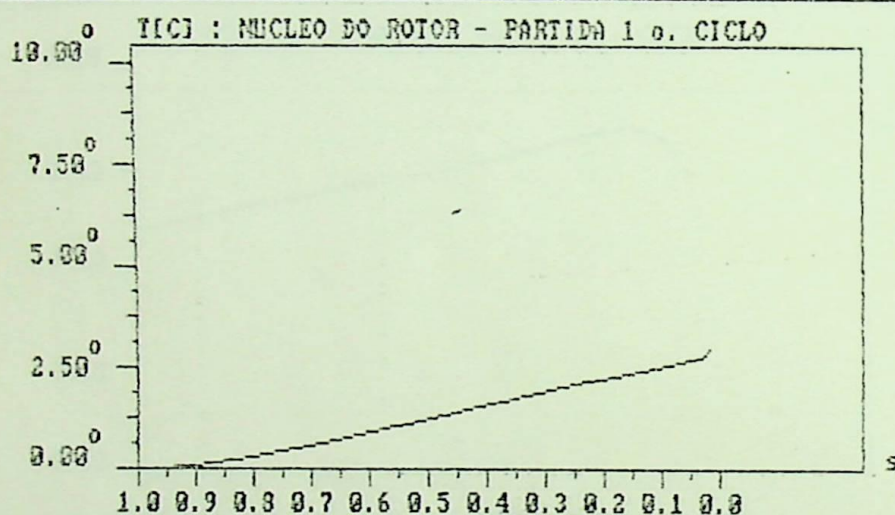
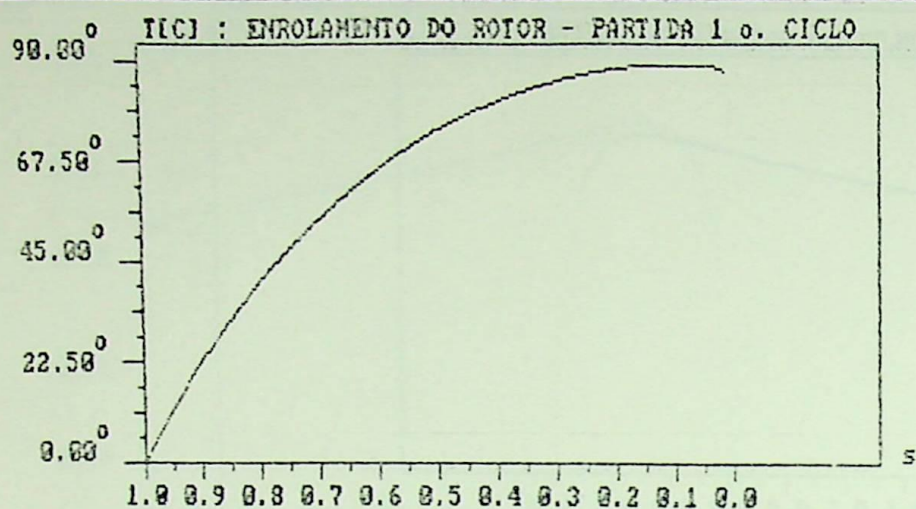
TEMPO DESLIGADO [s] : 420

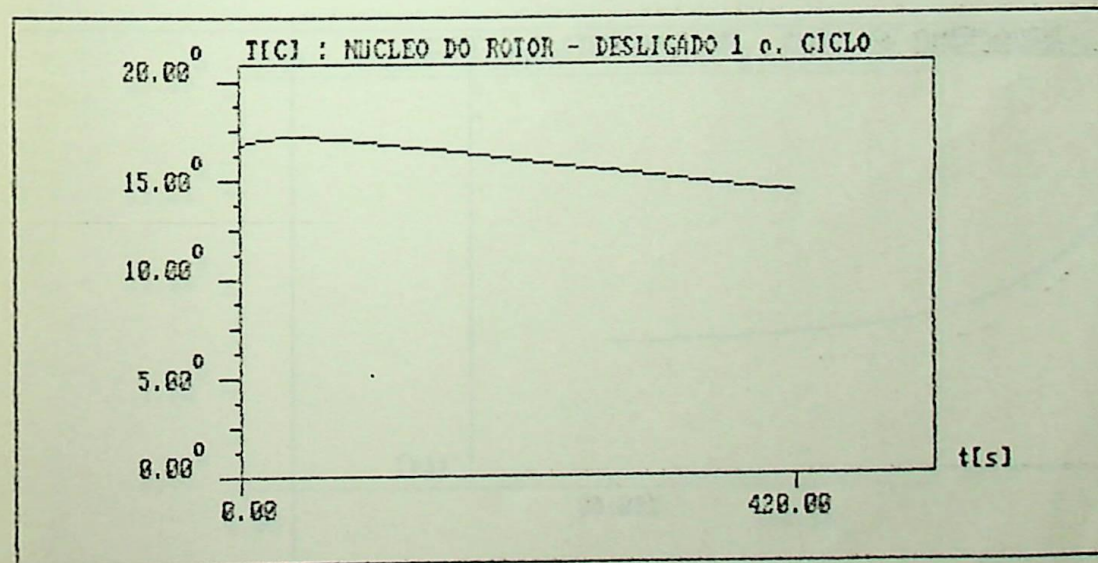
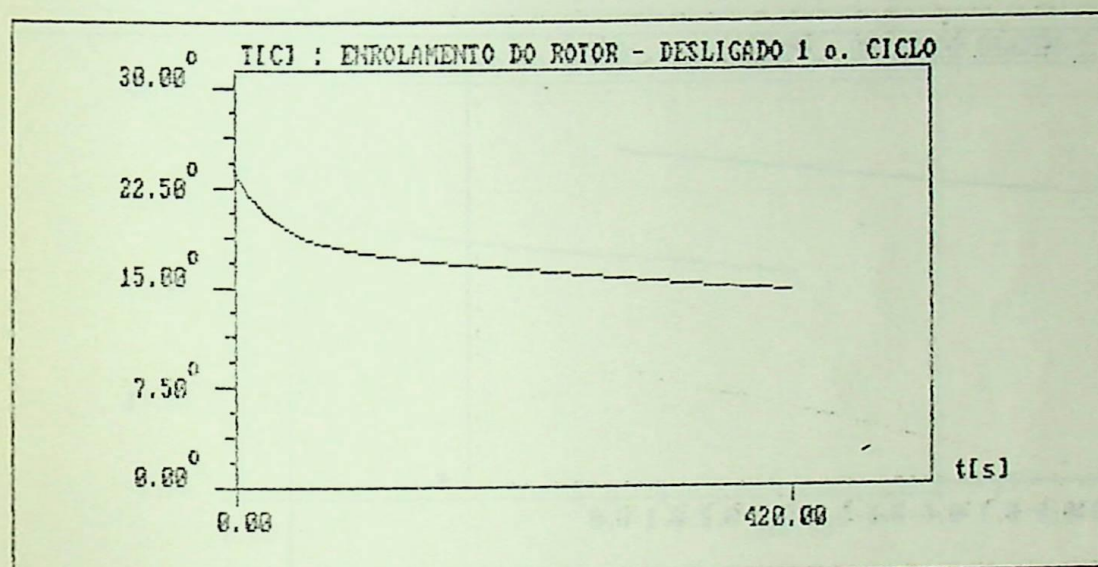
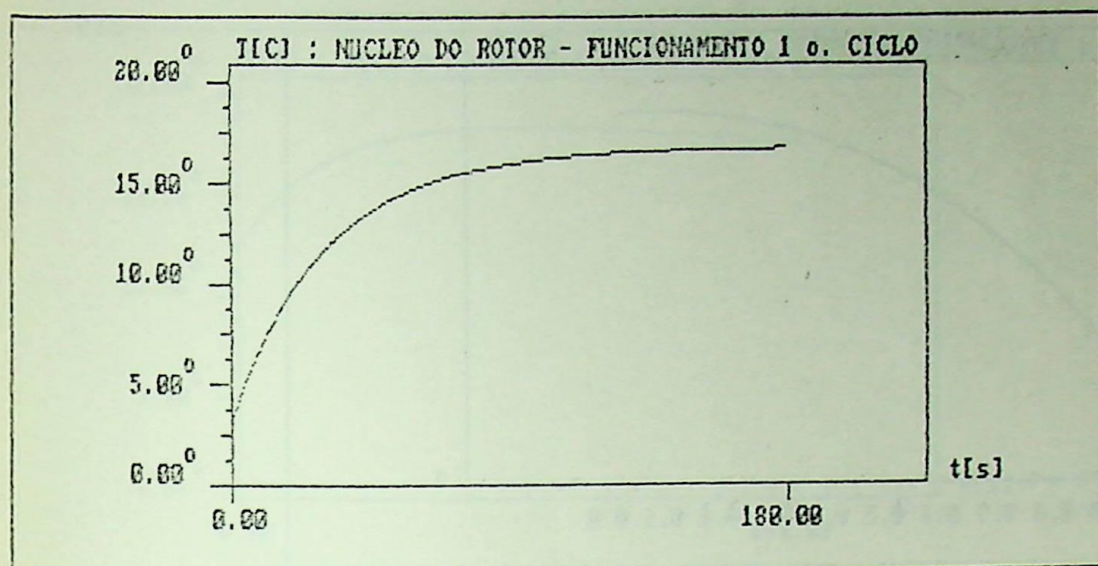


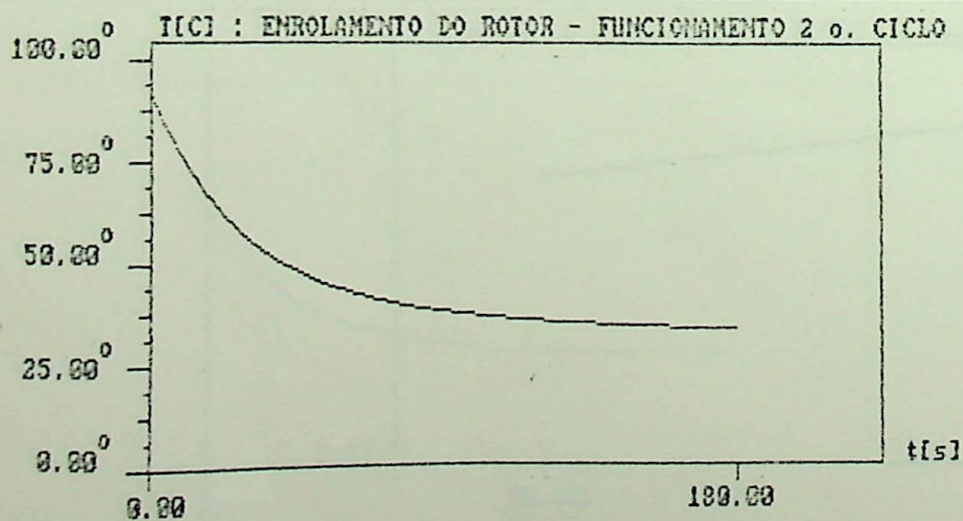
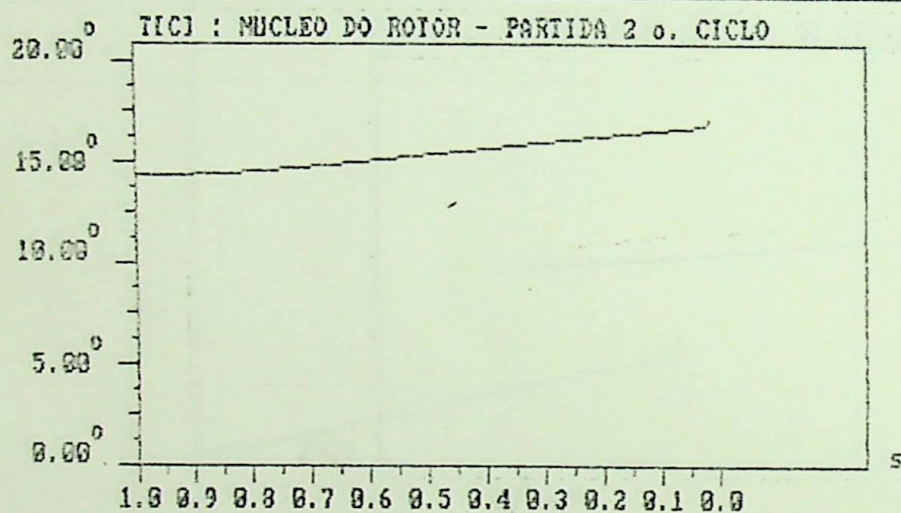
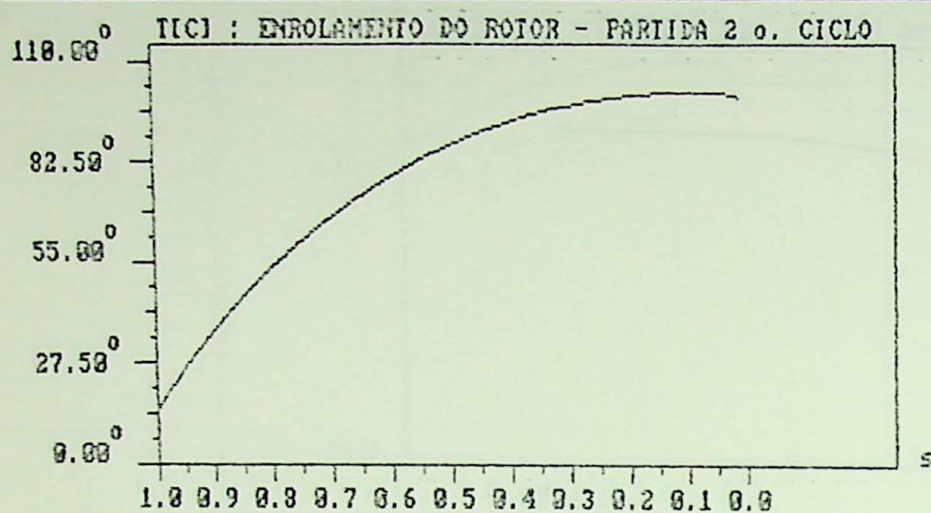


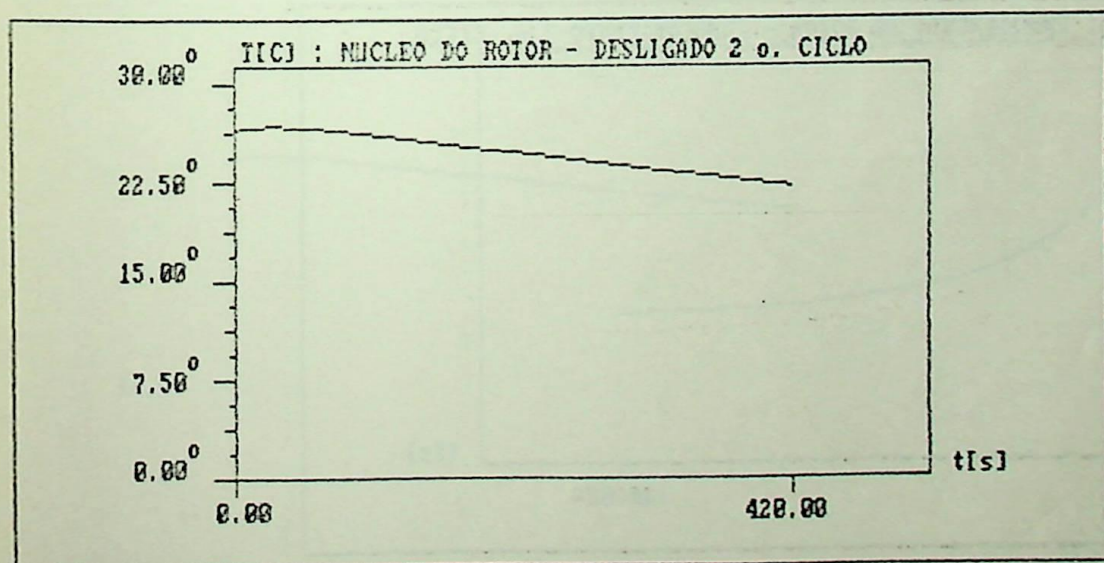
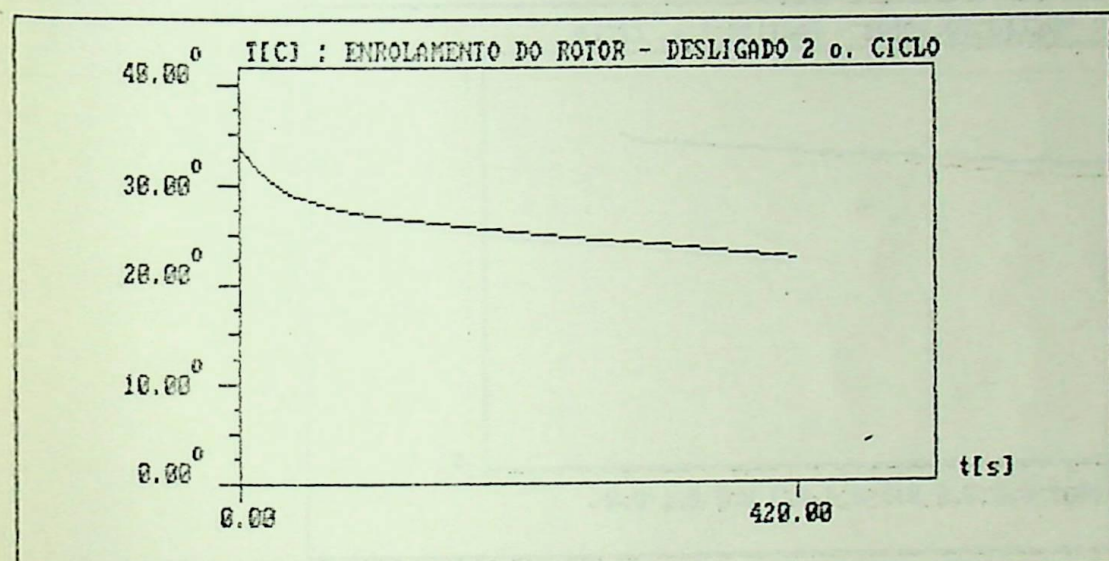
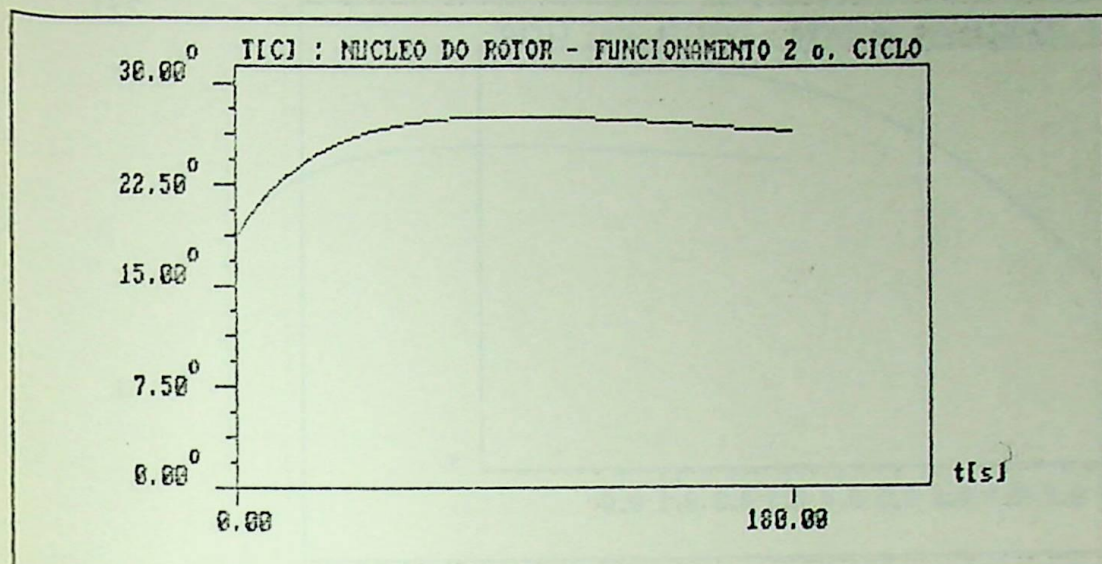


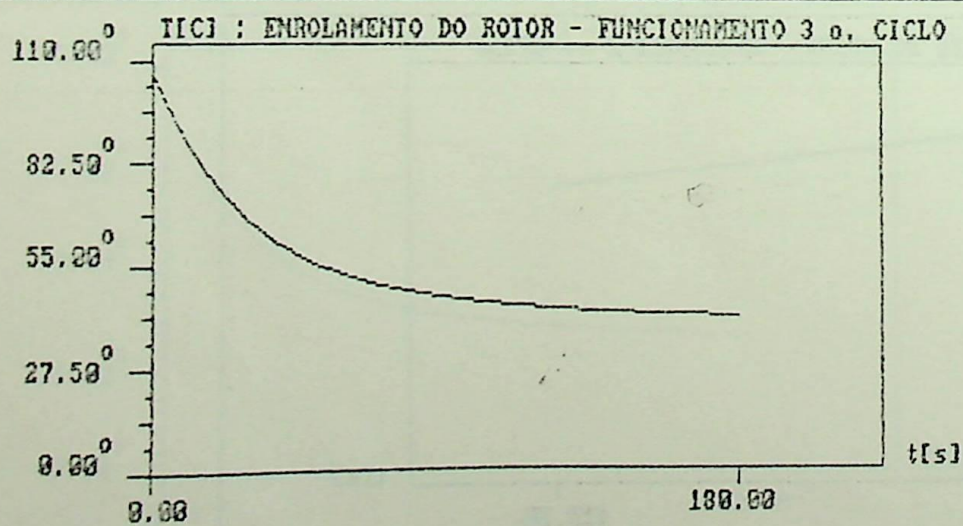
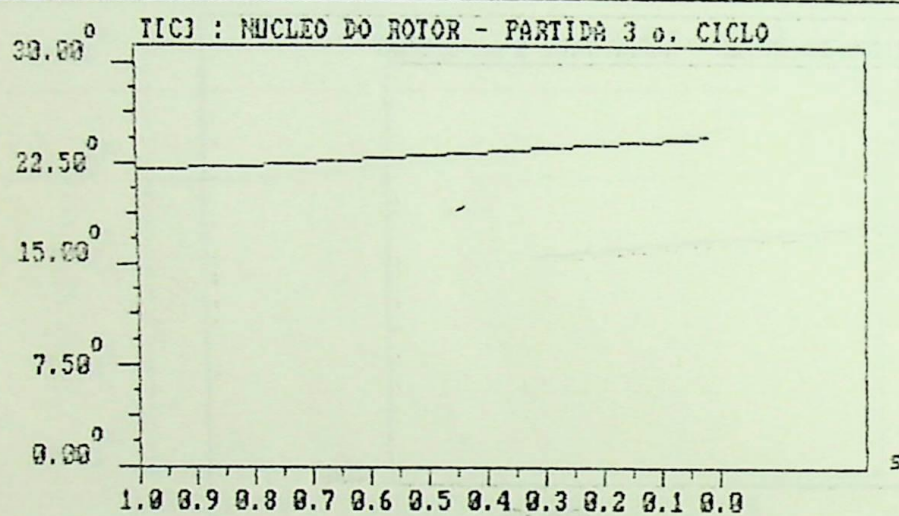
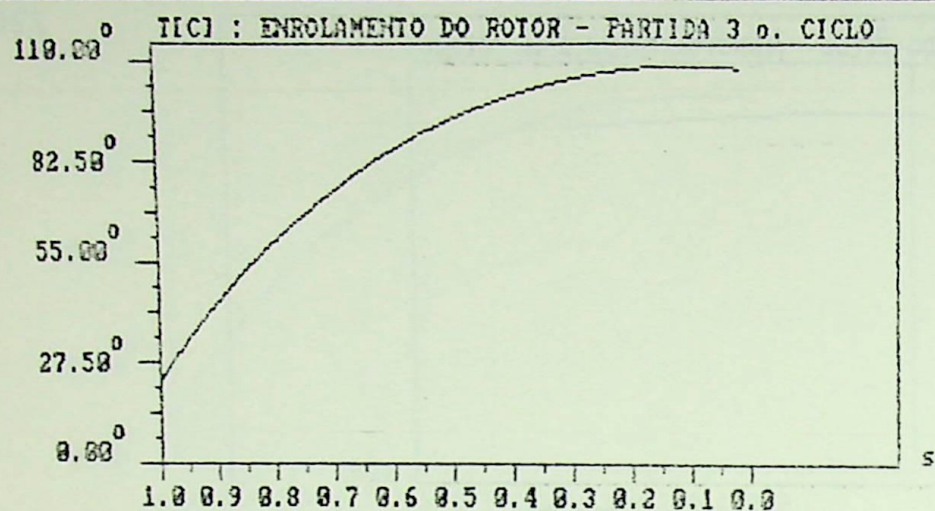


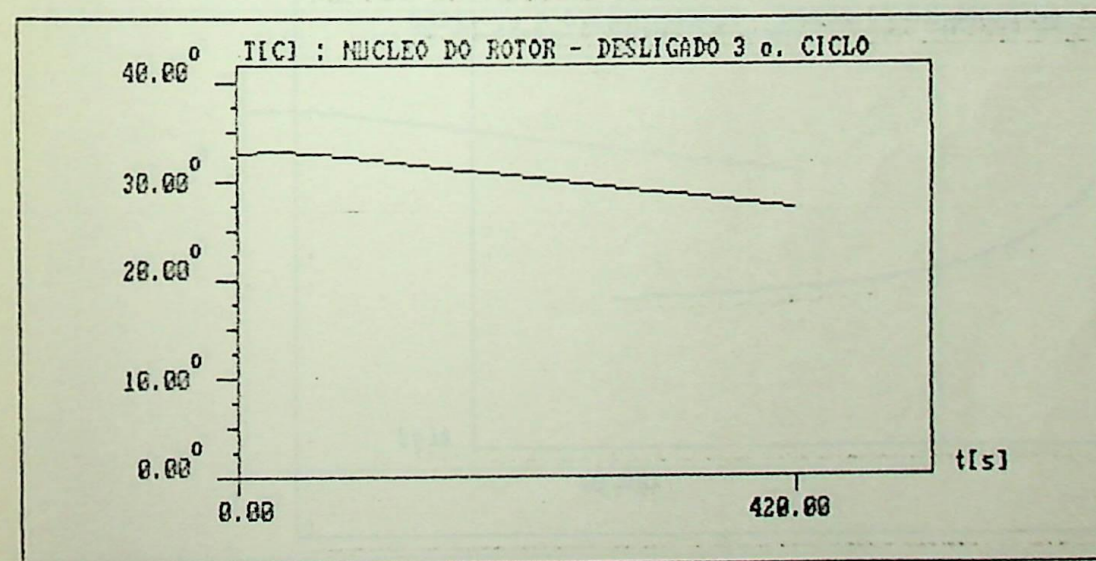
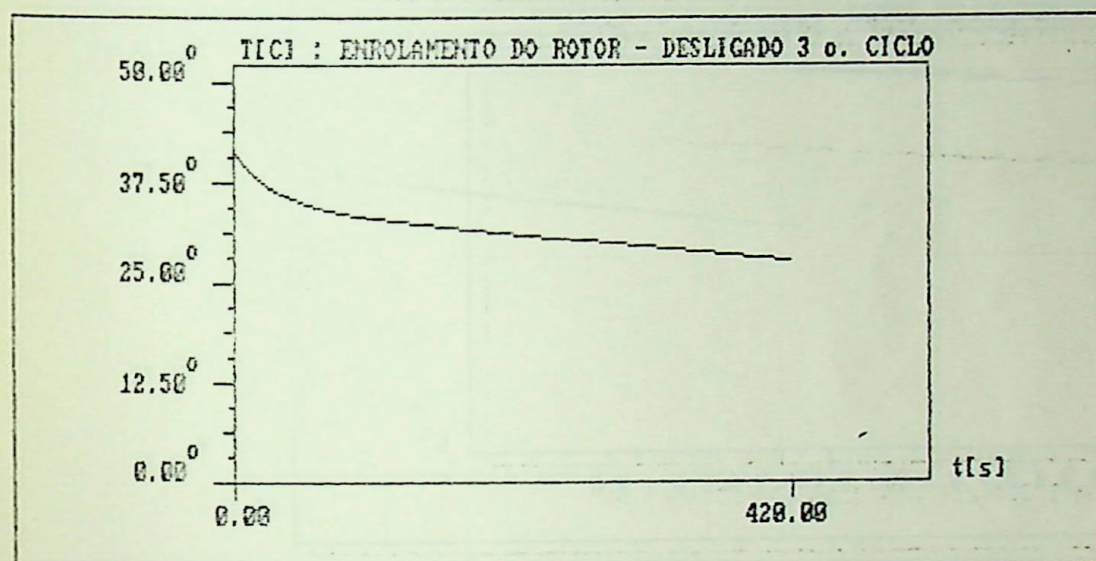
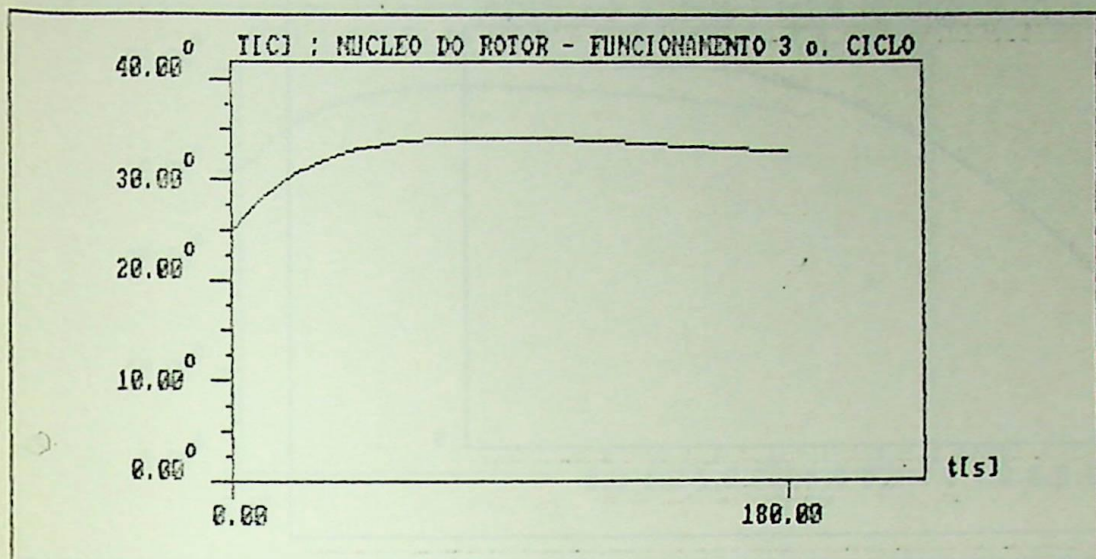


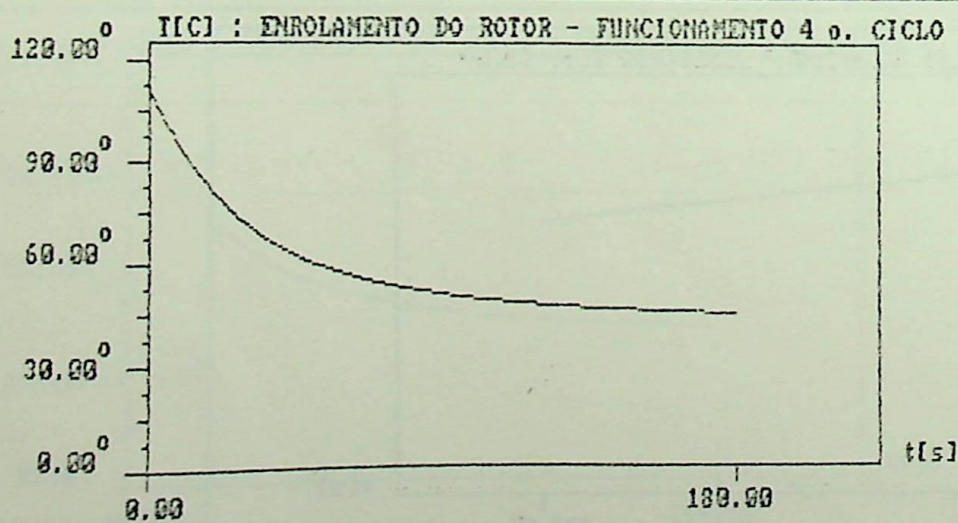
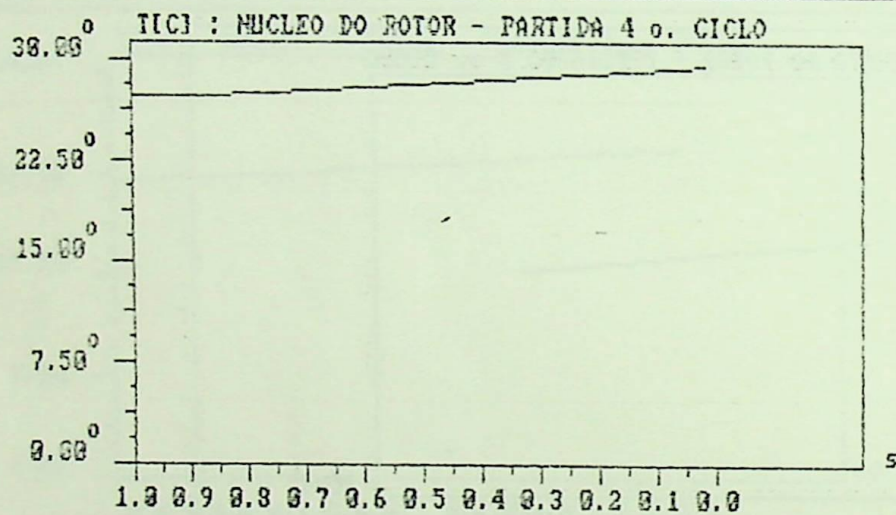
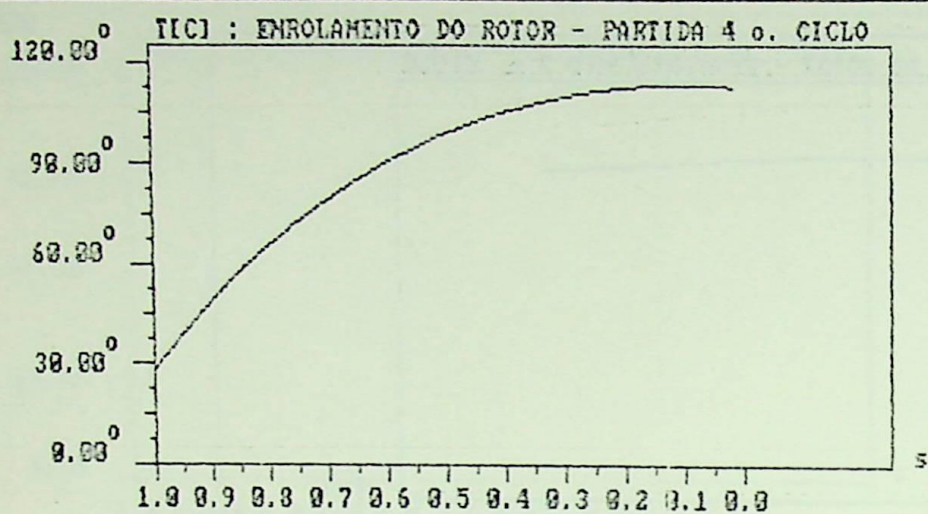


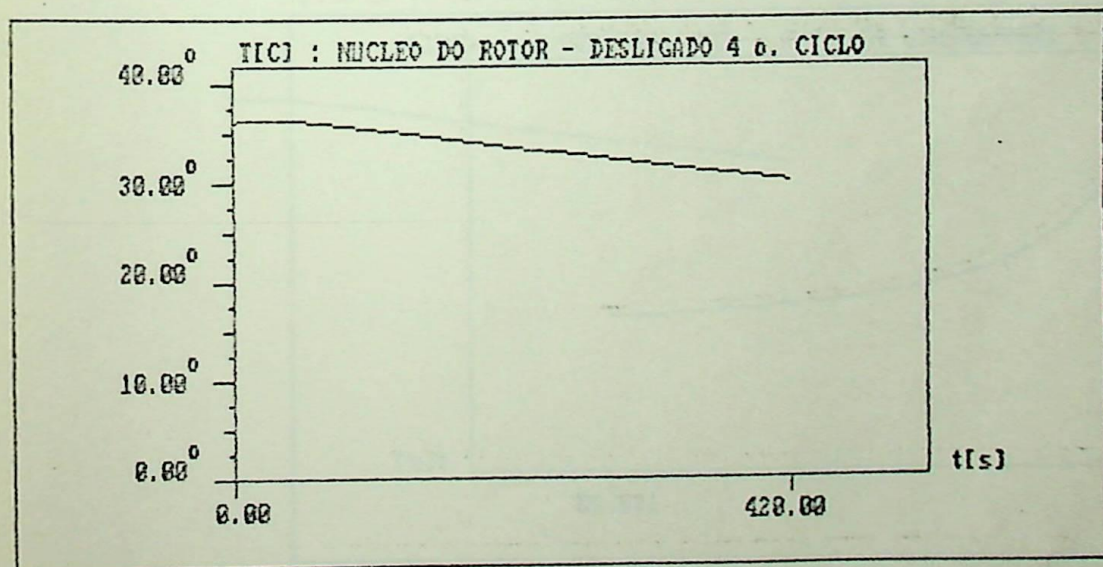
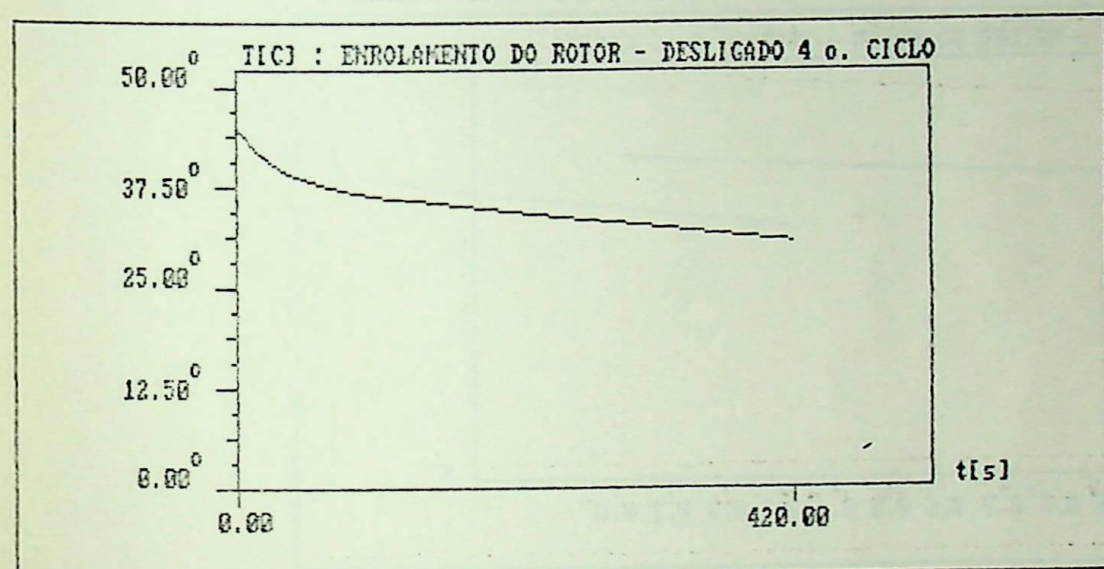
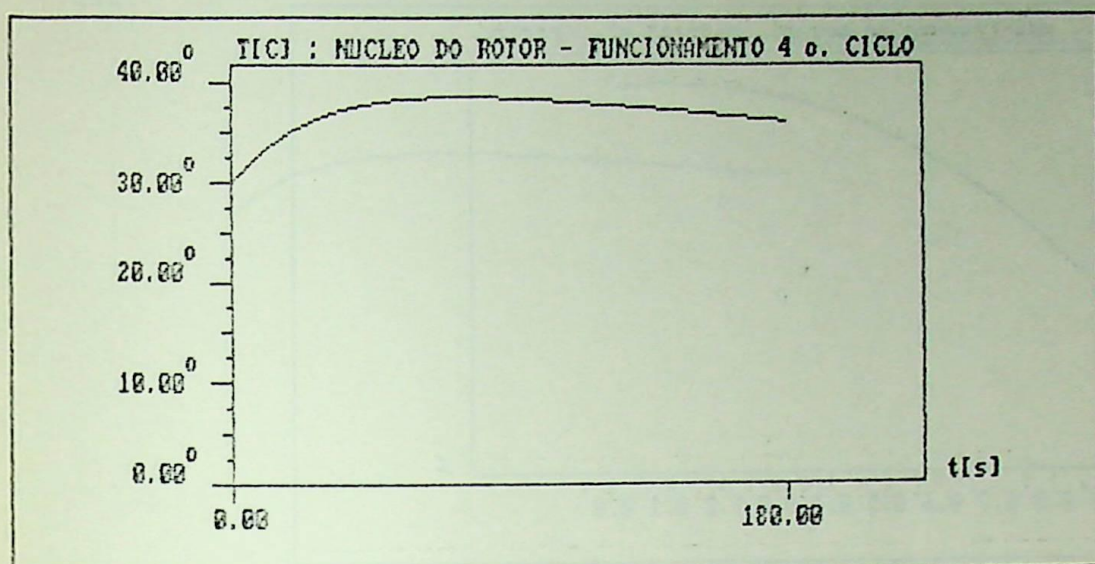


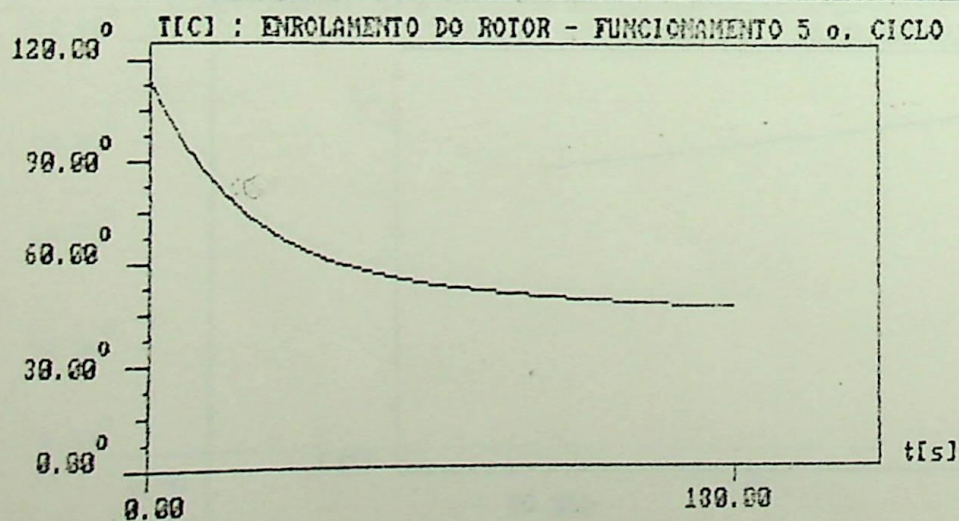
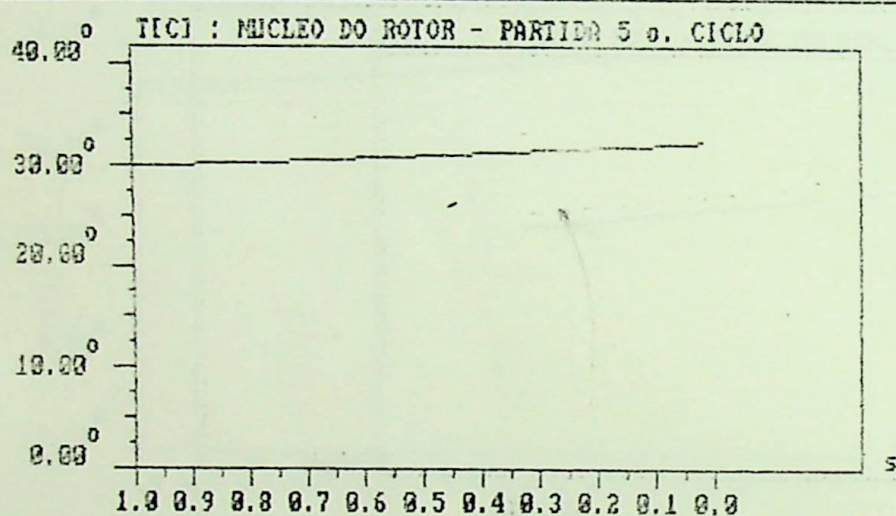
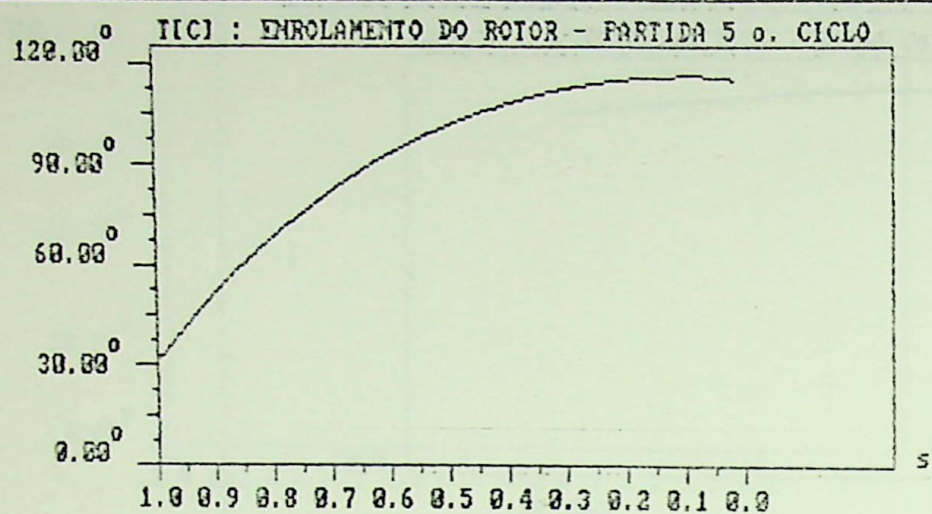


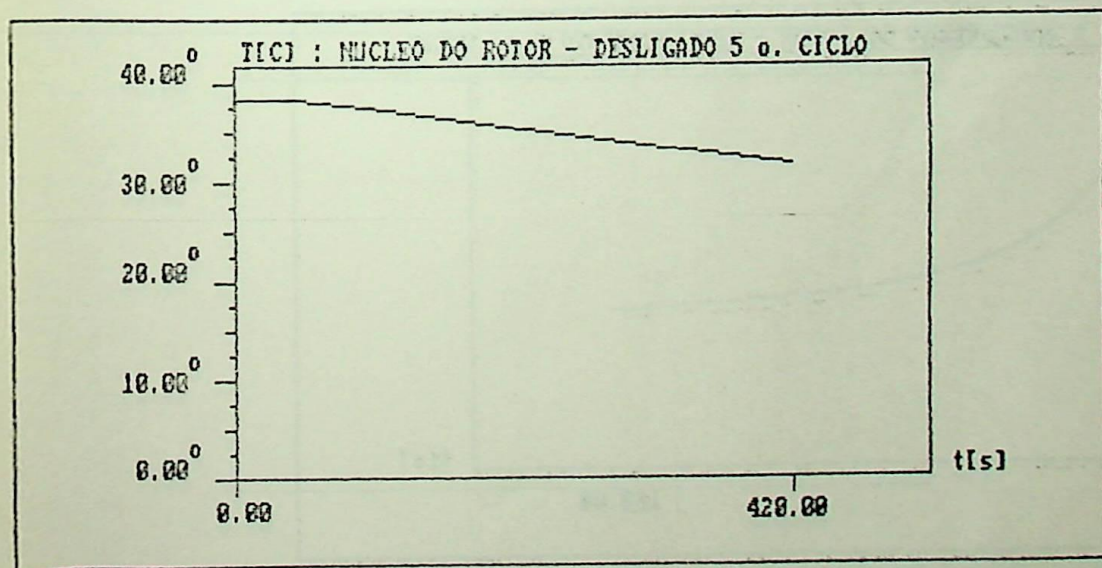
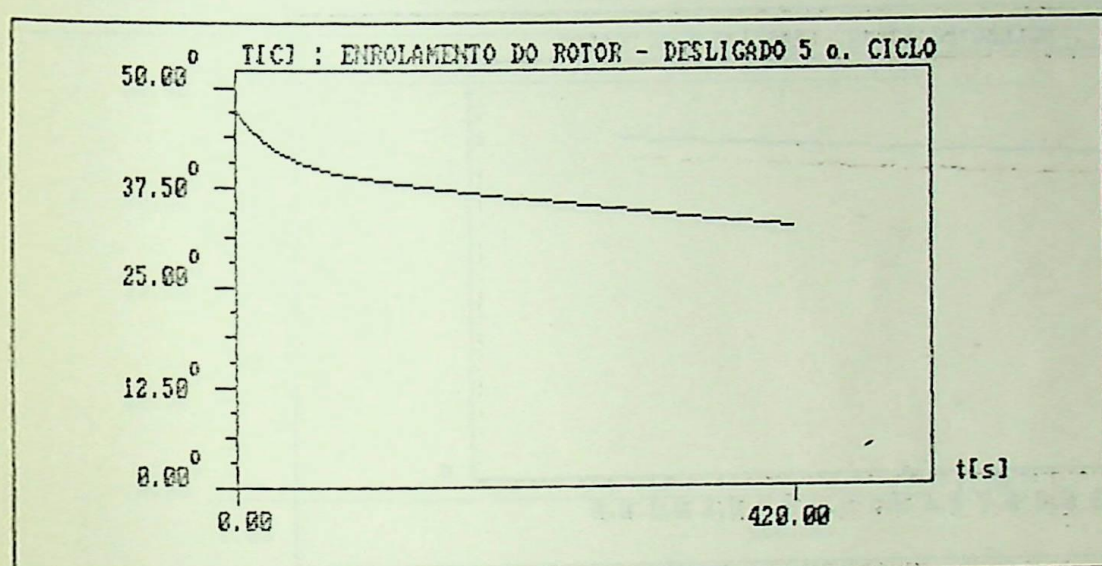
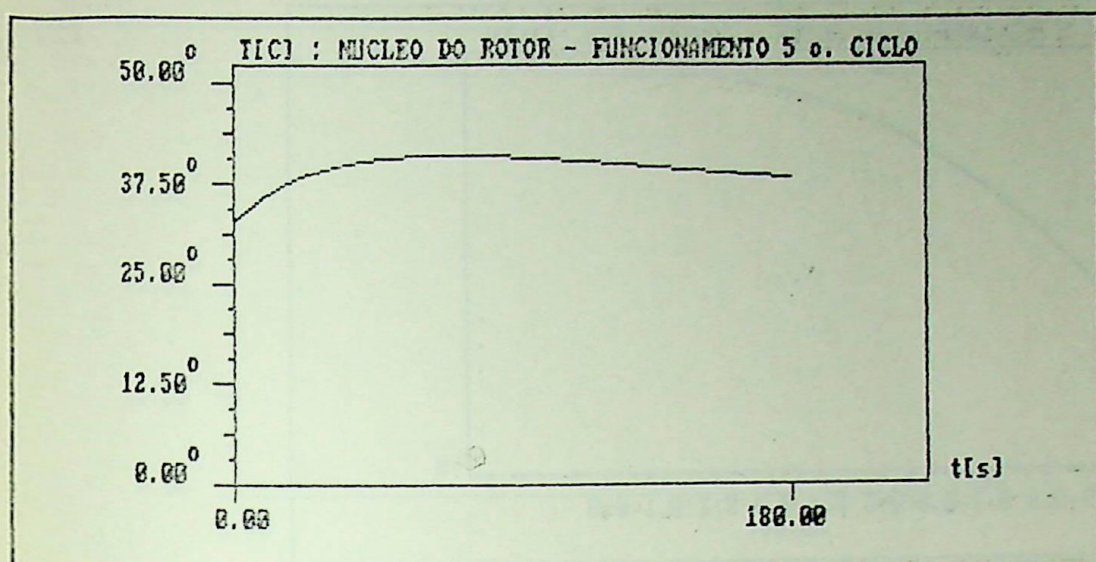




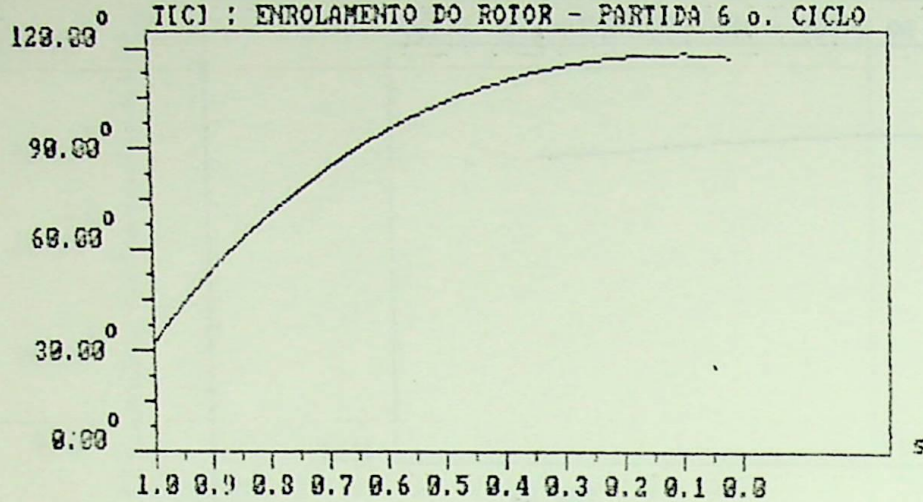




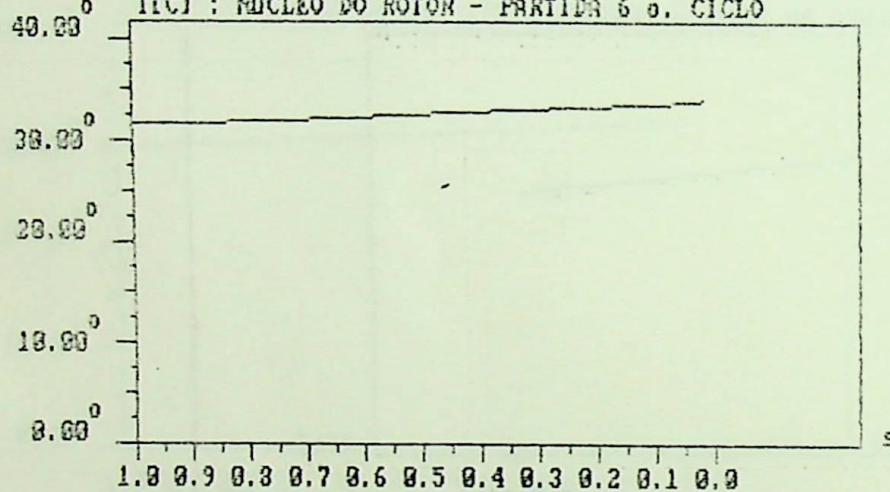




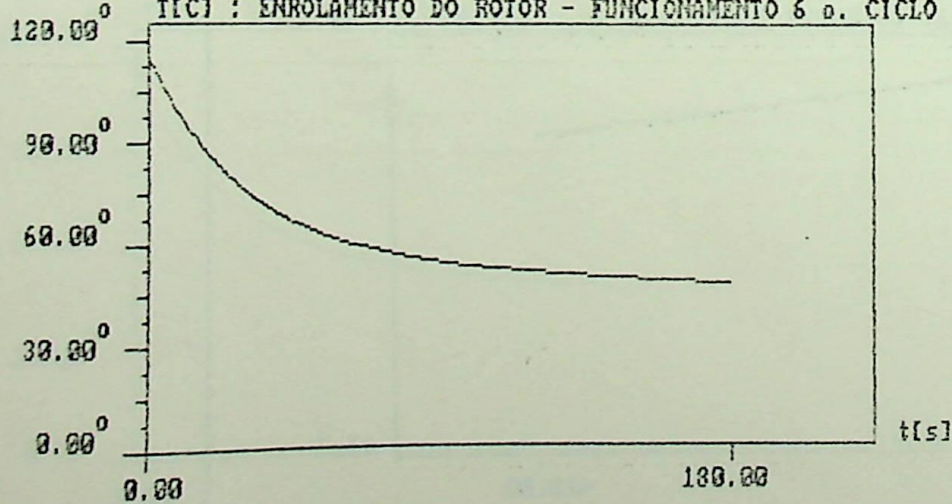
TIC1 : ENROLAMENTO DO ROTOR - PARTIDA 6 o. CICLO

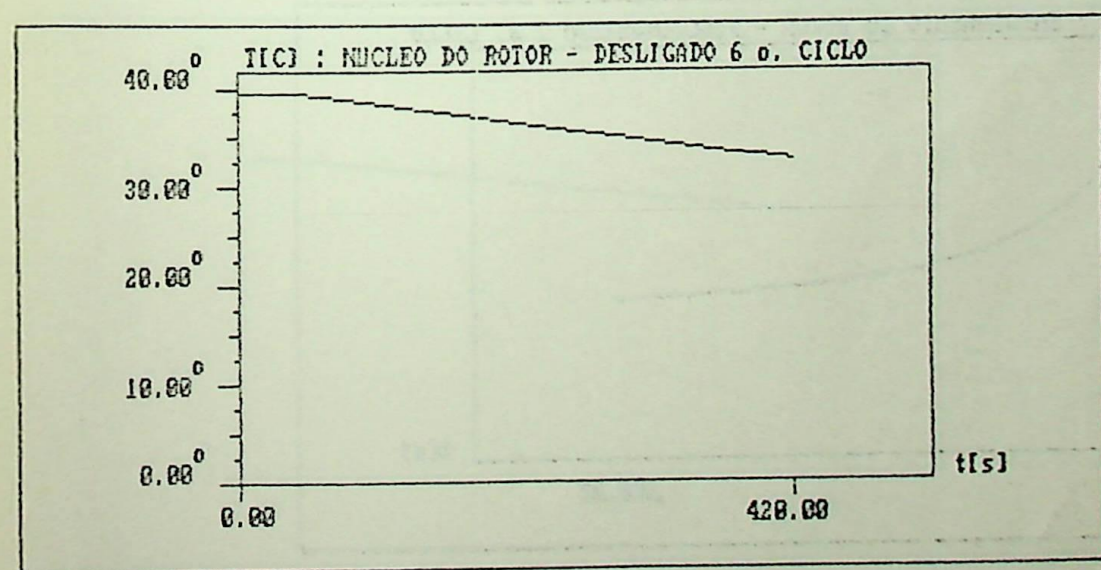
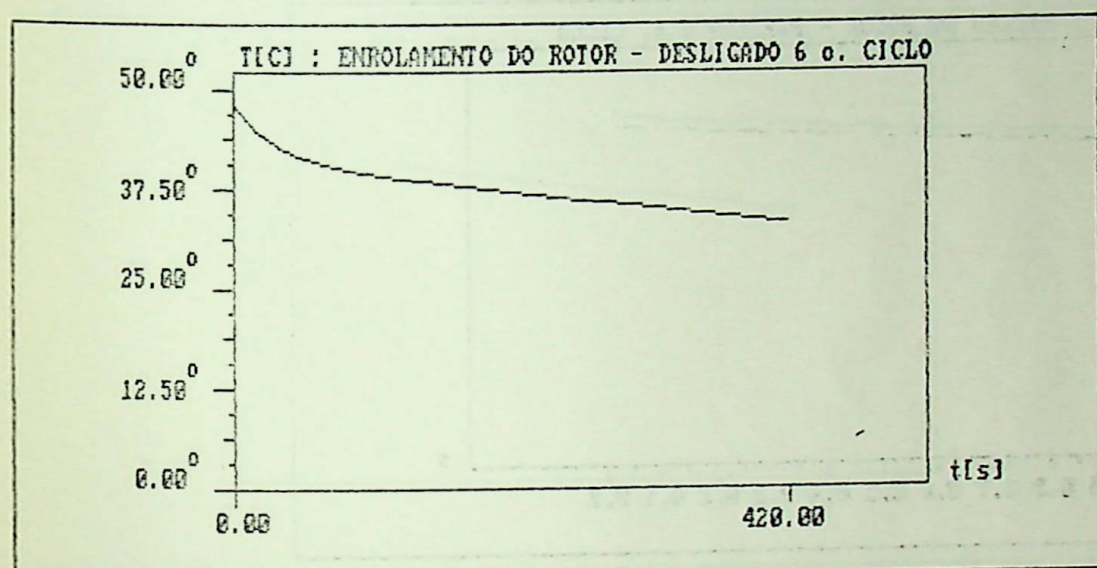
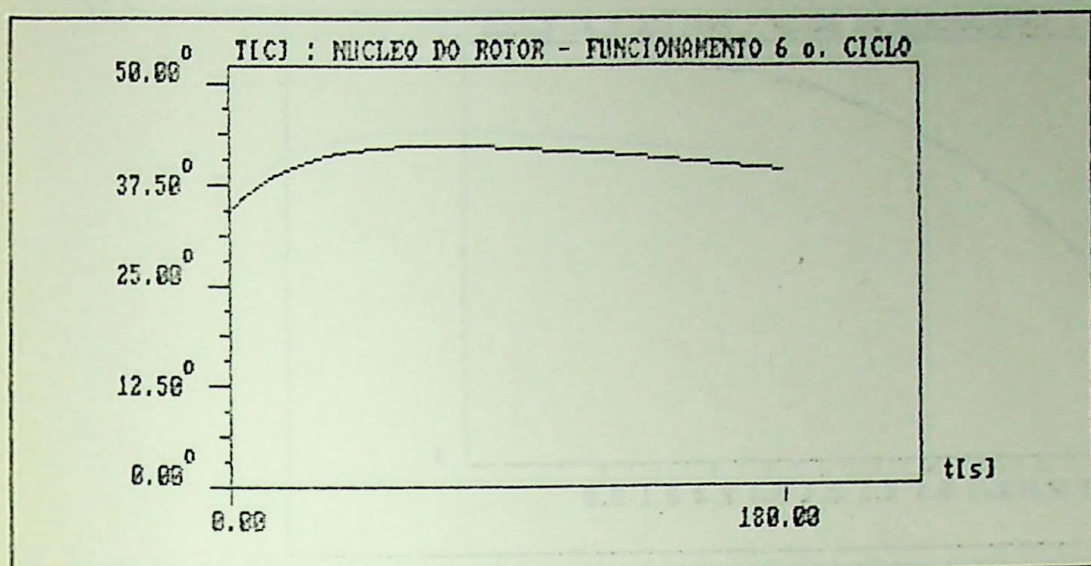


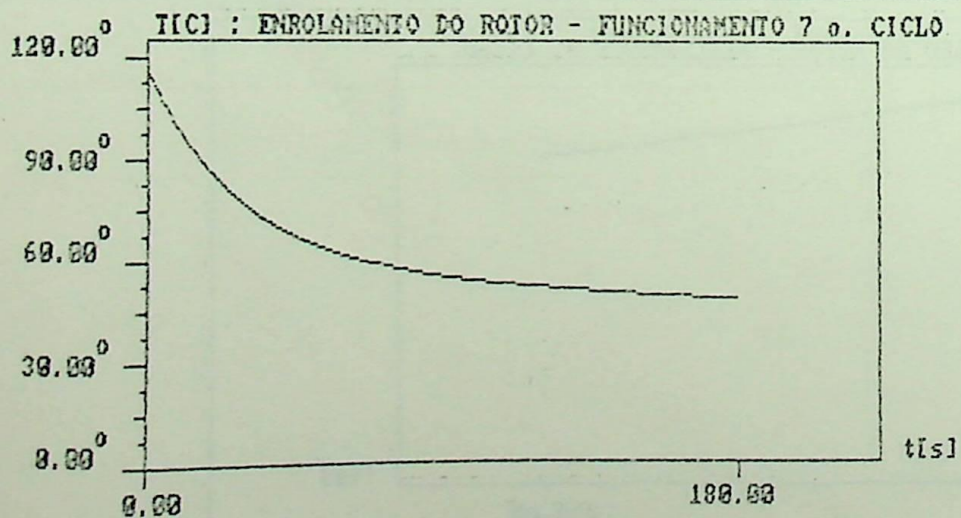
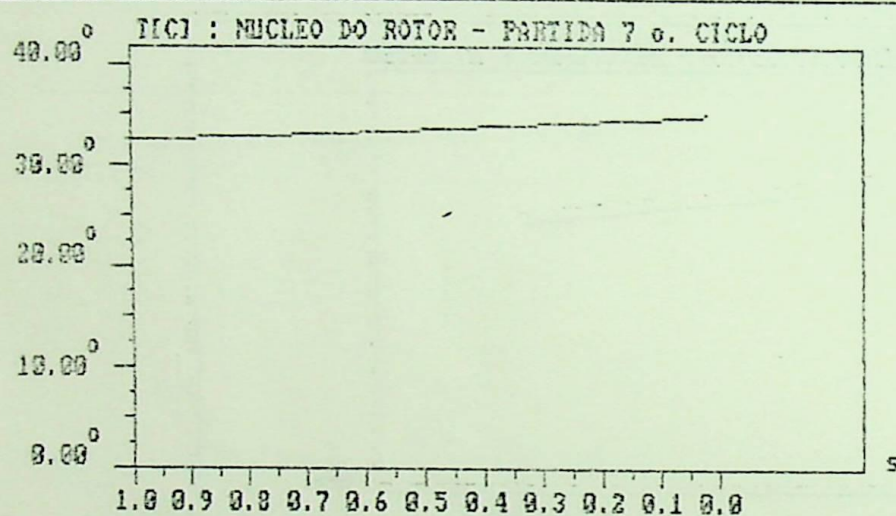
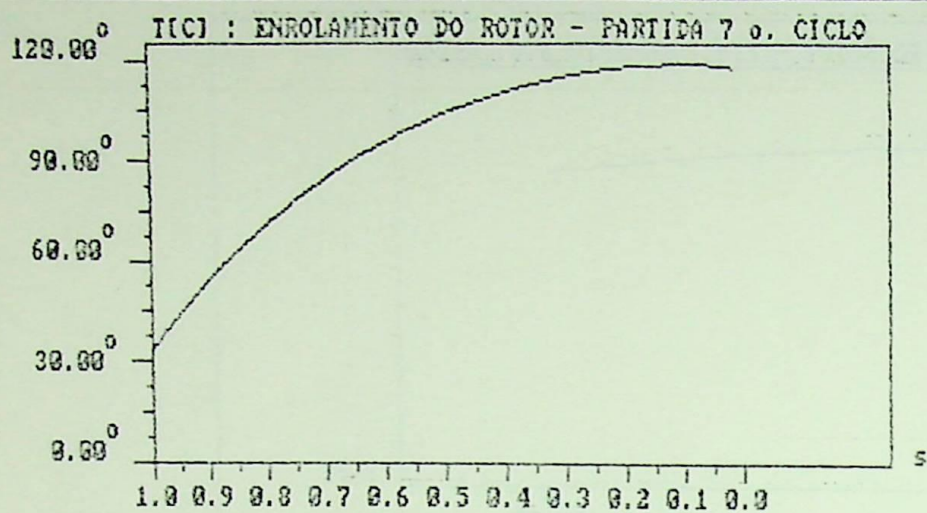
TIC1 : NUCLEO DO ROTOR - PARTIDA 6 o. CICLO

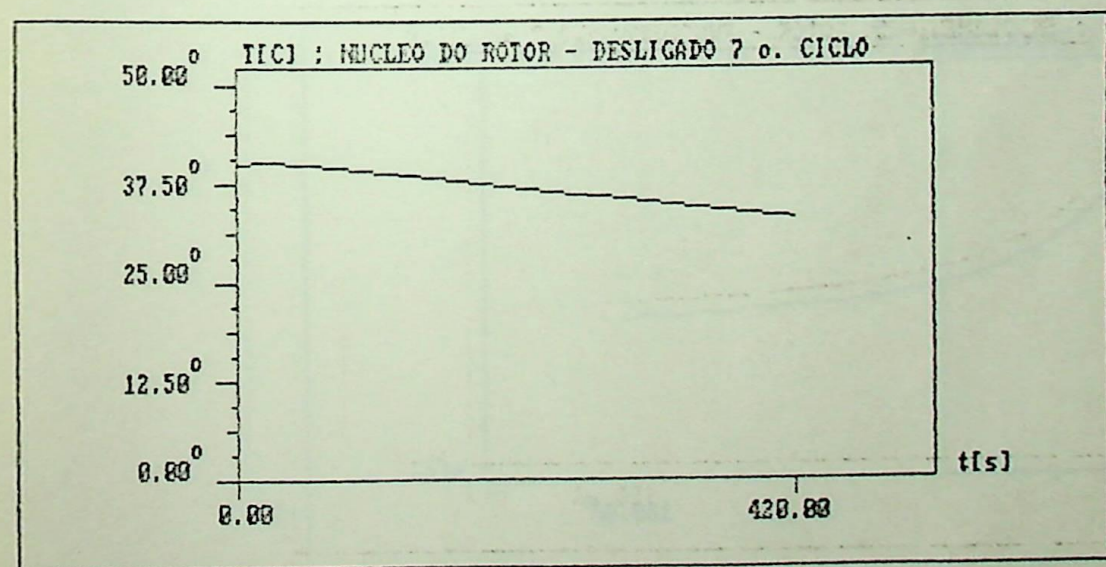
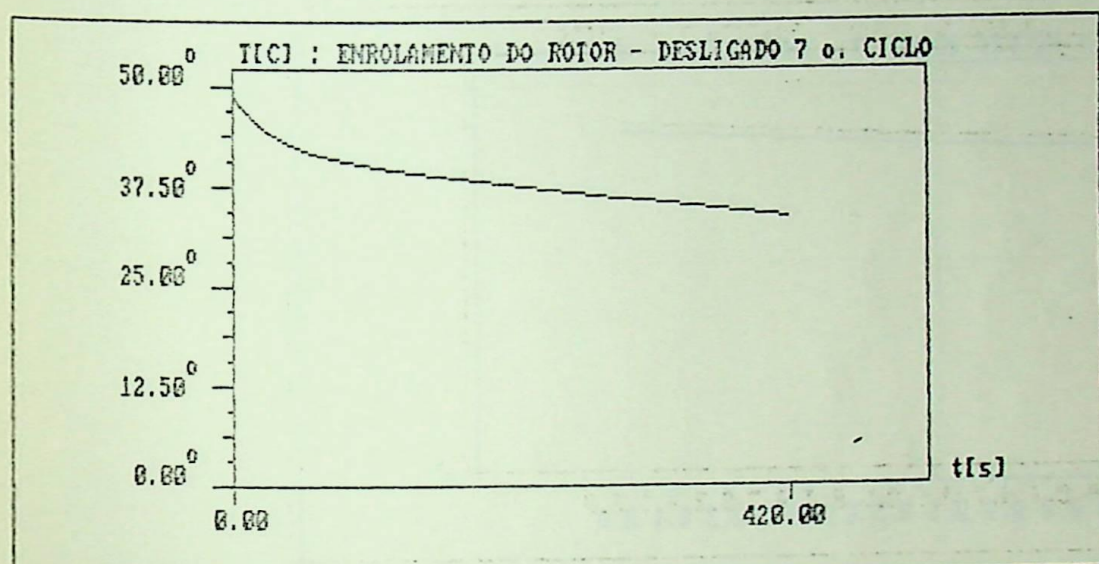
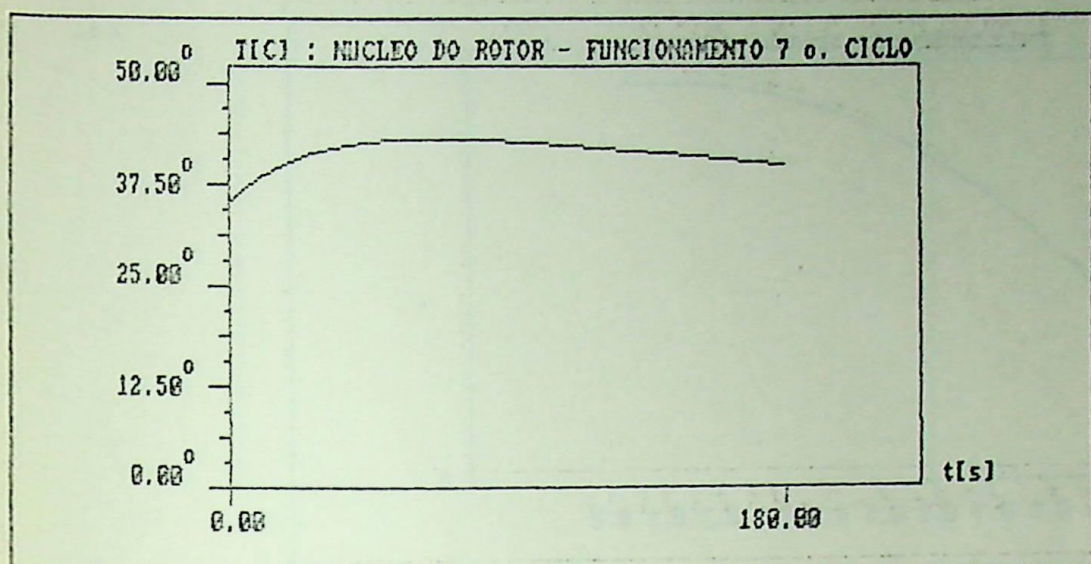


TIC1 : ENROLAMENTO DO ROTOR - FUNCIONAMENTO 6 o. CICLO

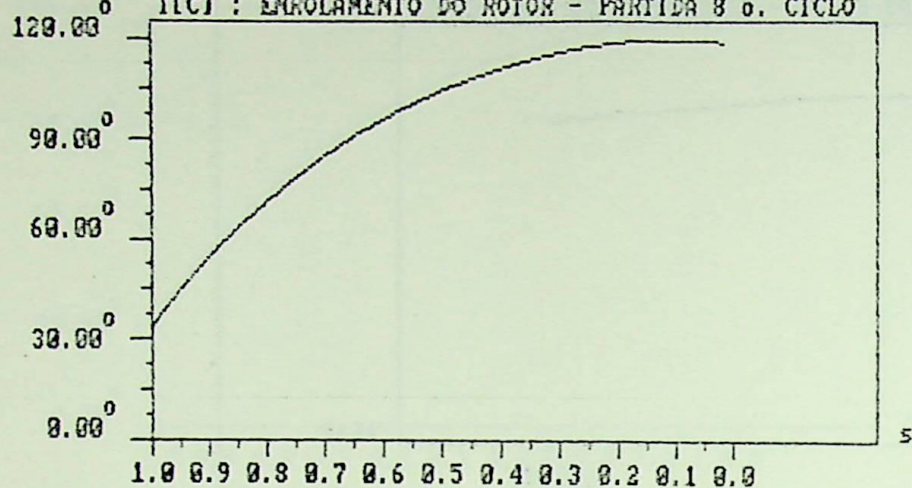




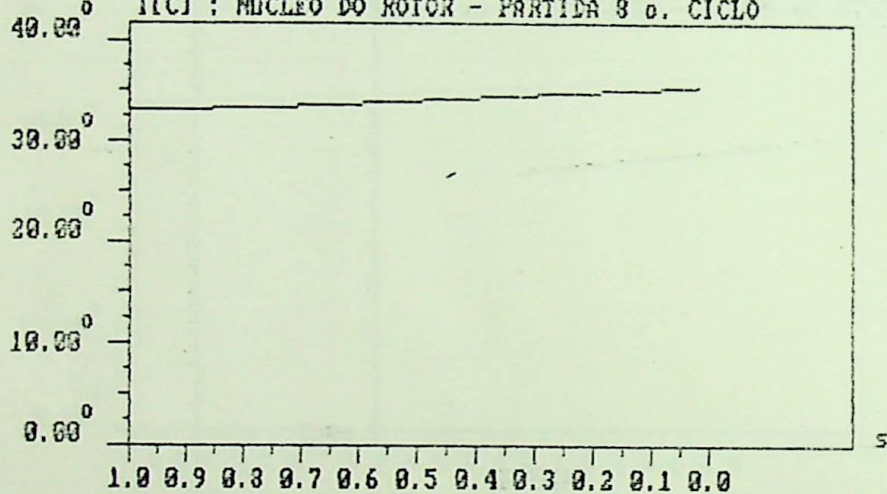




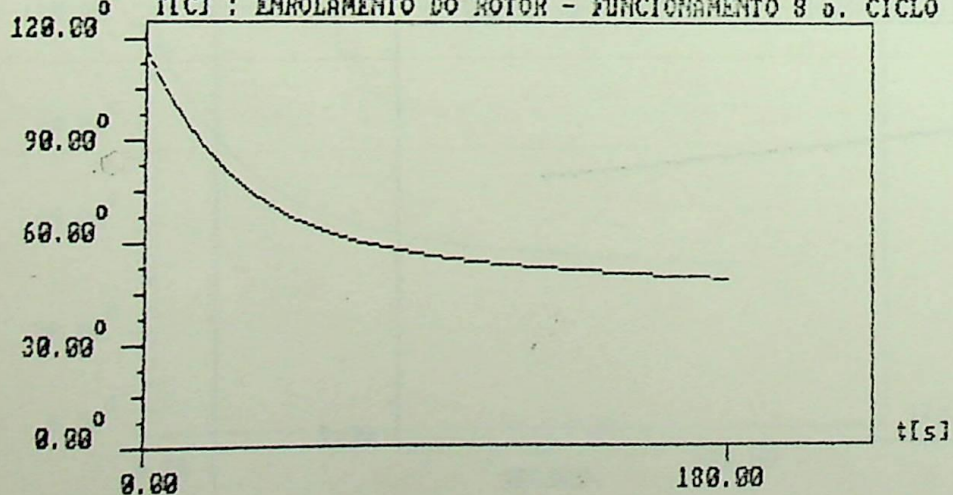
TIC1 : ENROLAMENTO DO ROTOR - PARTIDA 3 o. CICLO

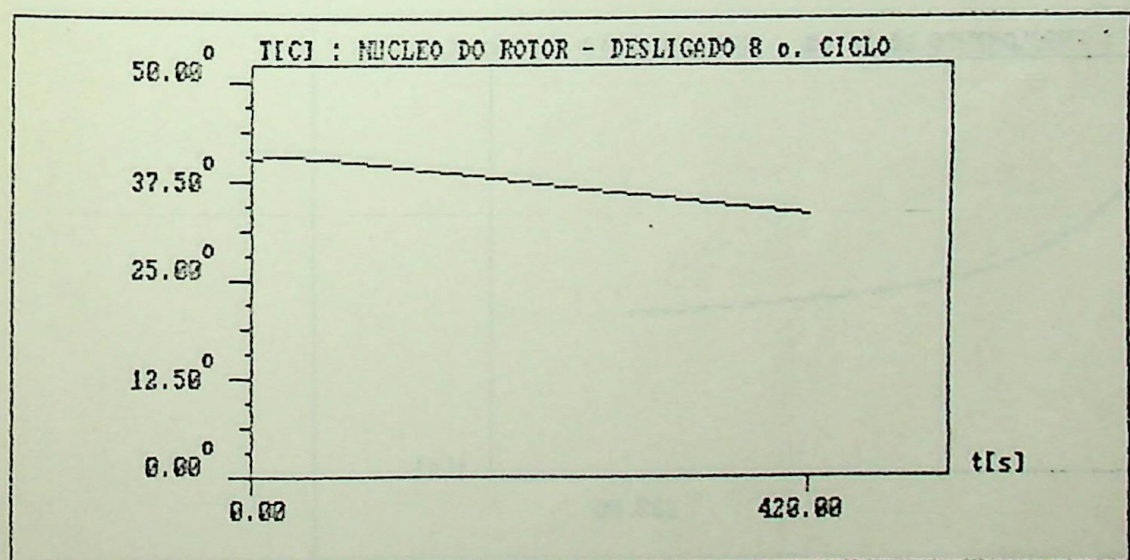
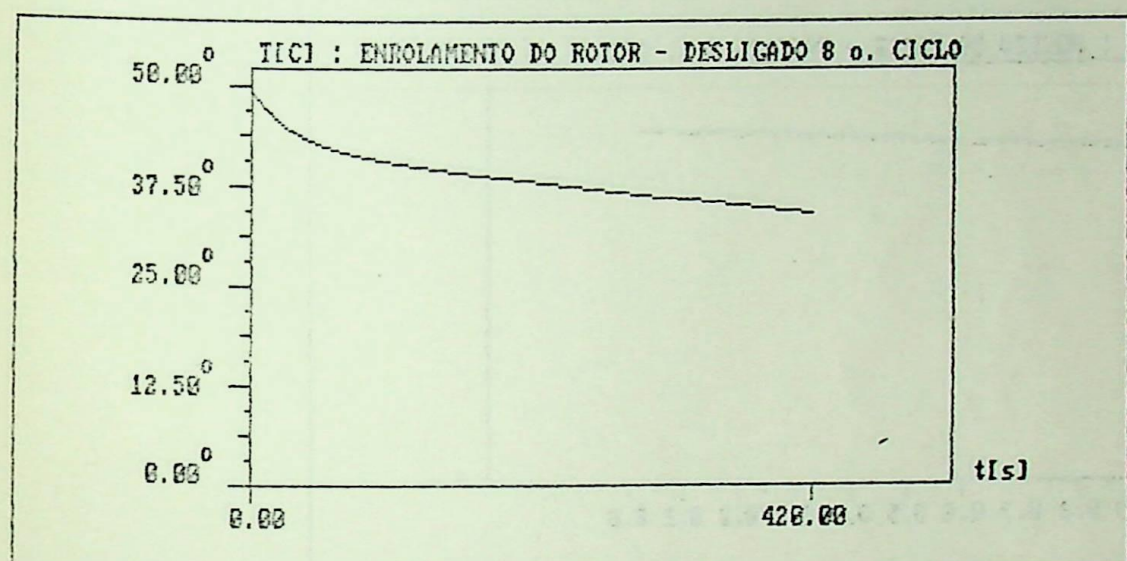
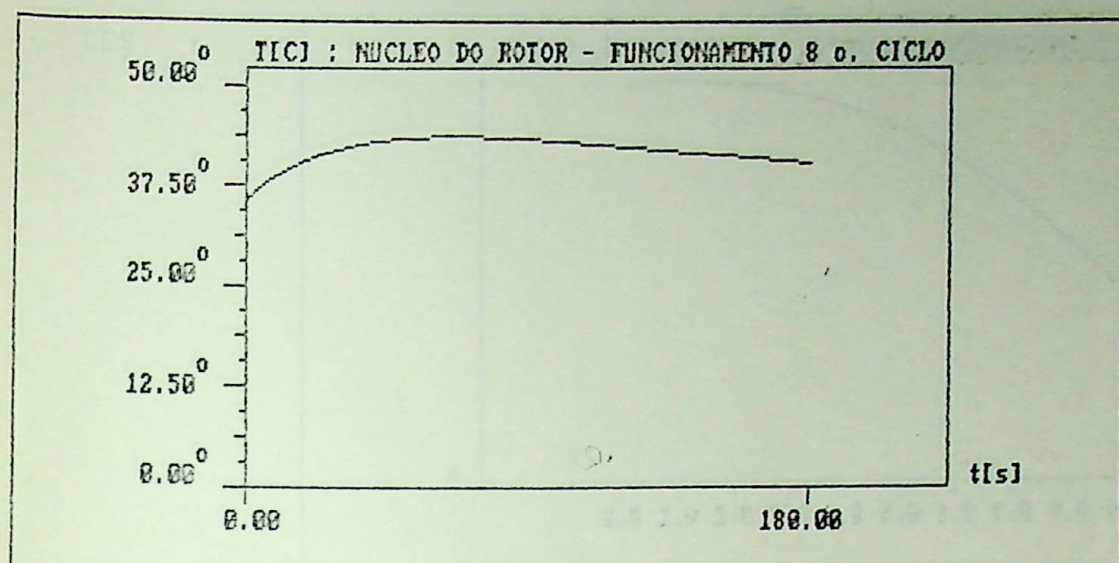


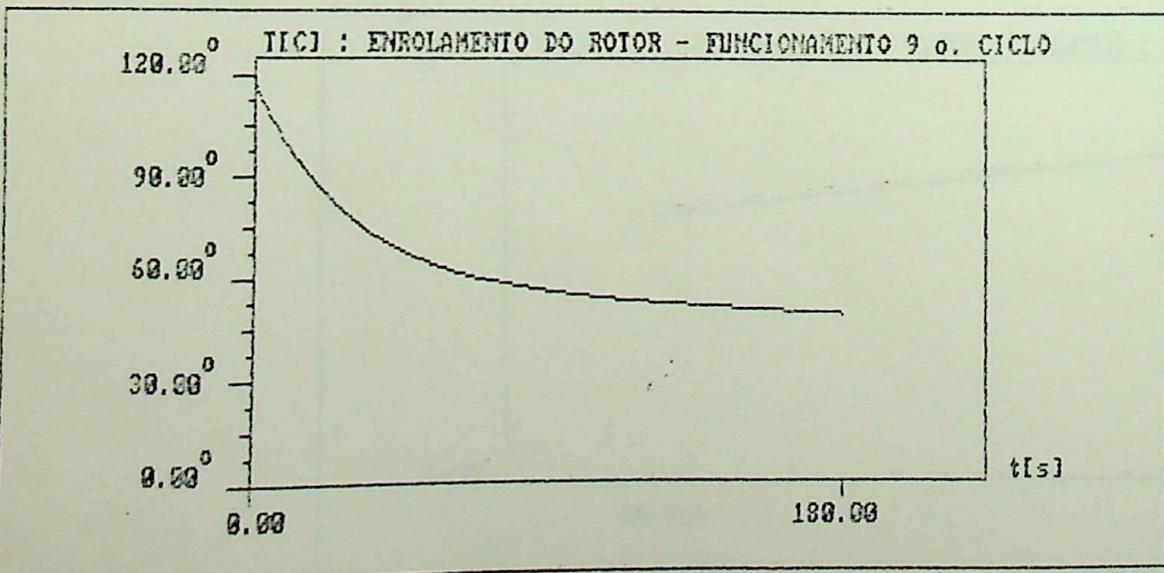
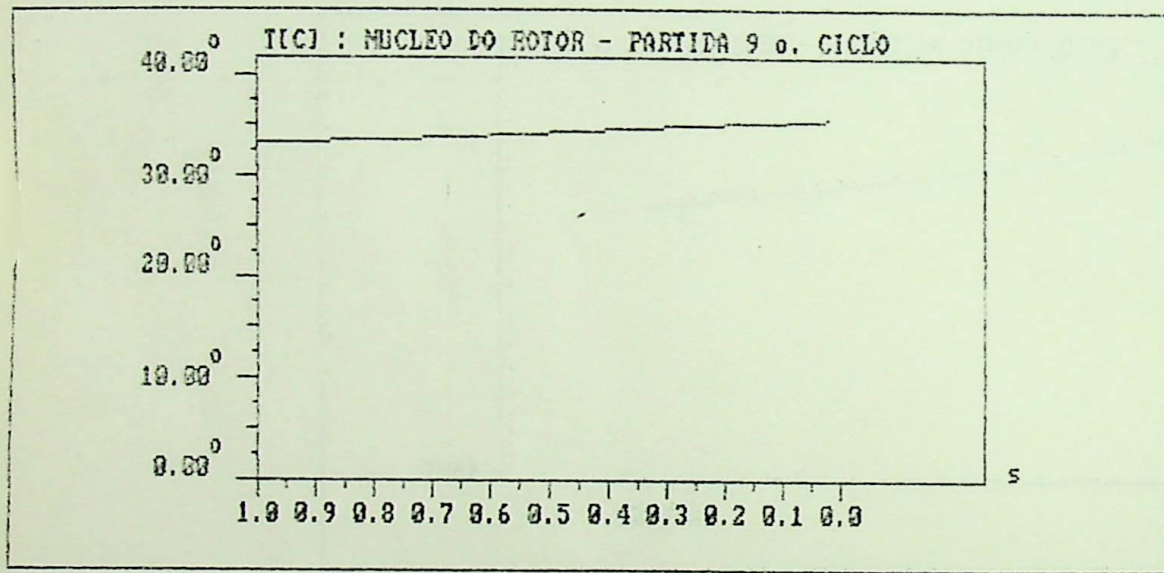
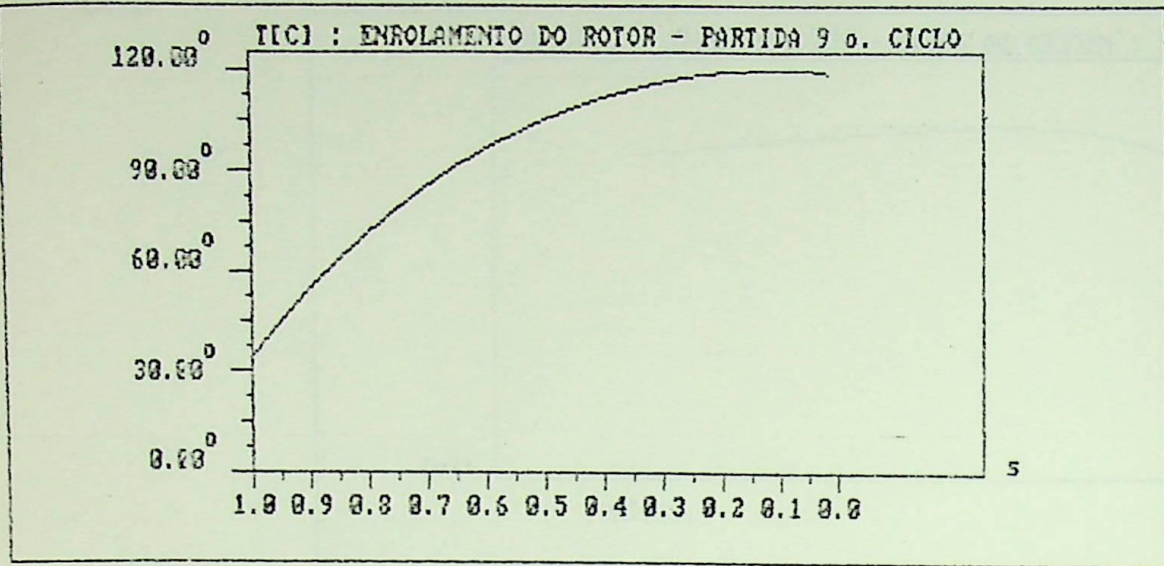
TIC1 : NUCLEO DO ROTOR - PARTIDA 3 o. CICLO

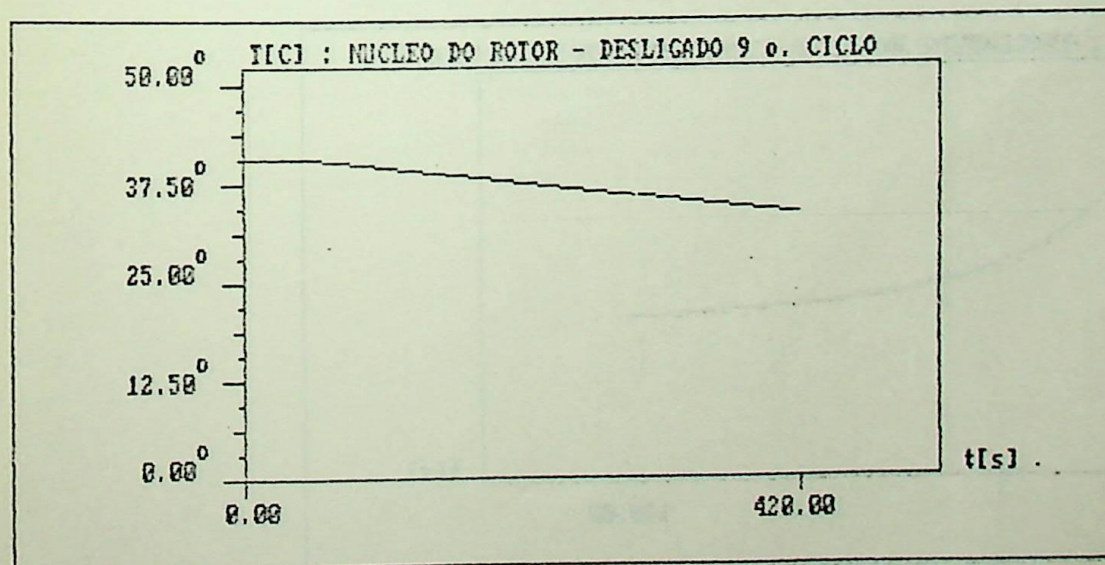
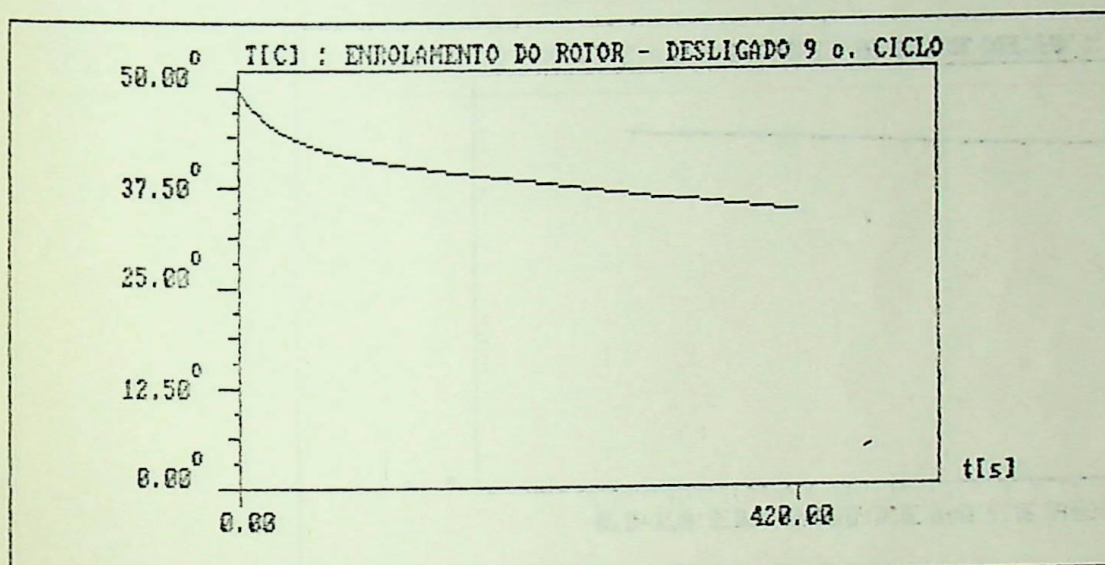
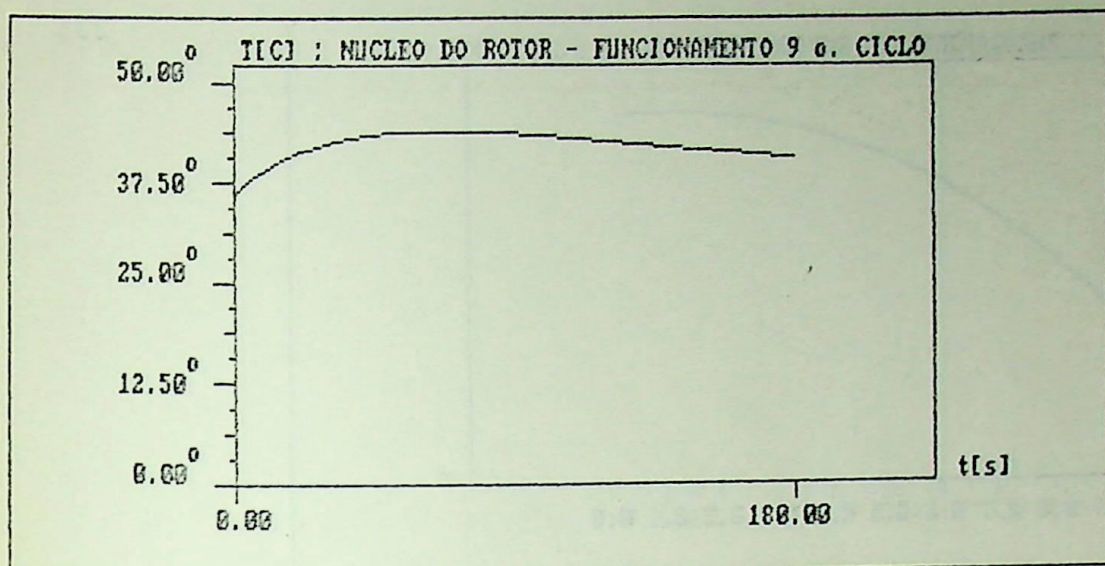


TIC1 : ENROLAMENTO DO ROTOR - FUNCIONAMENTO 3 o. CICLO

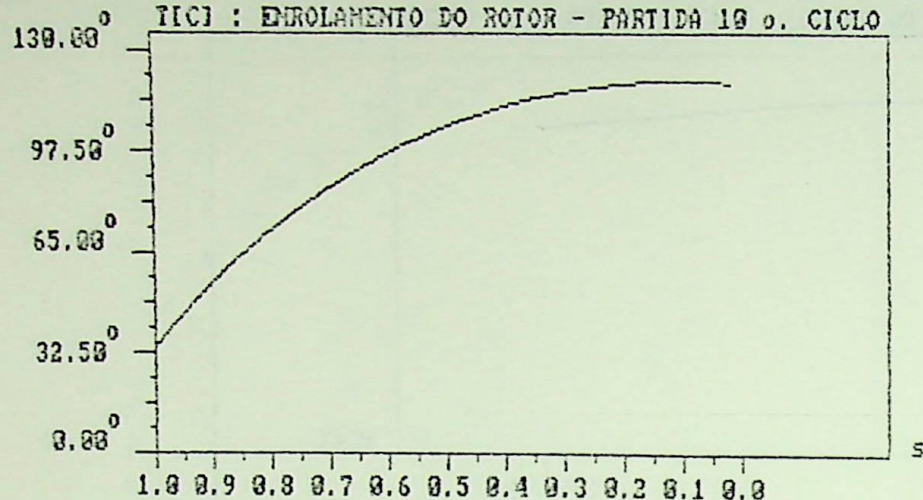




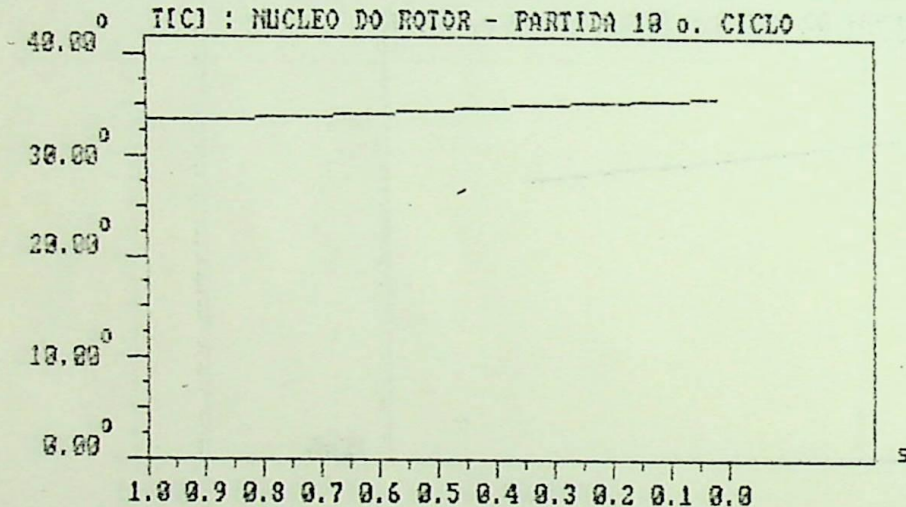




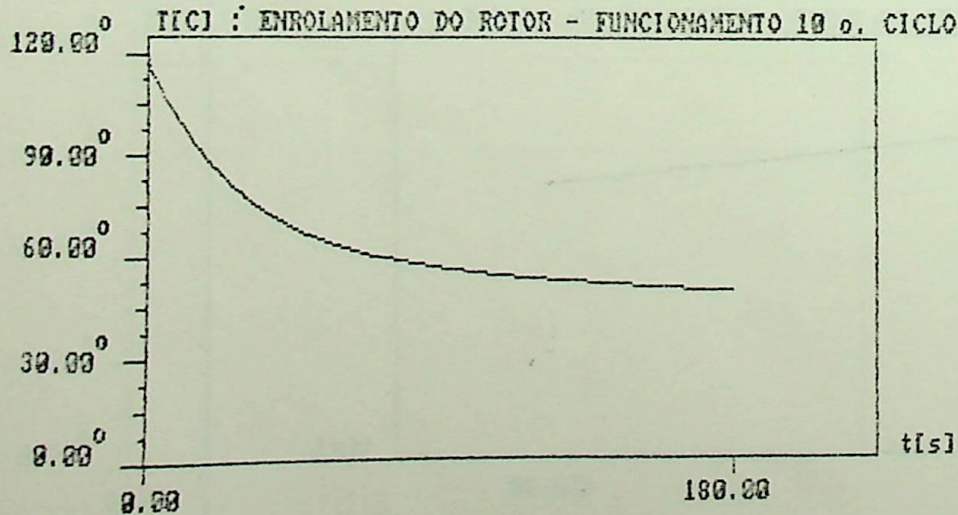
TIC1 : ENROLAMENTO DO ROTOR - PARTIDA 19 o. CICLO

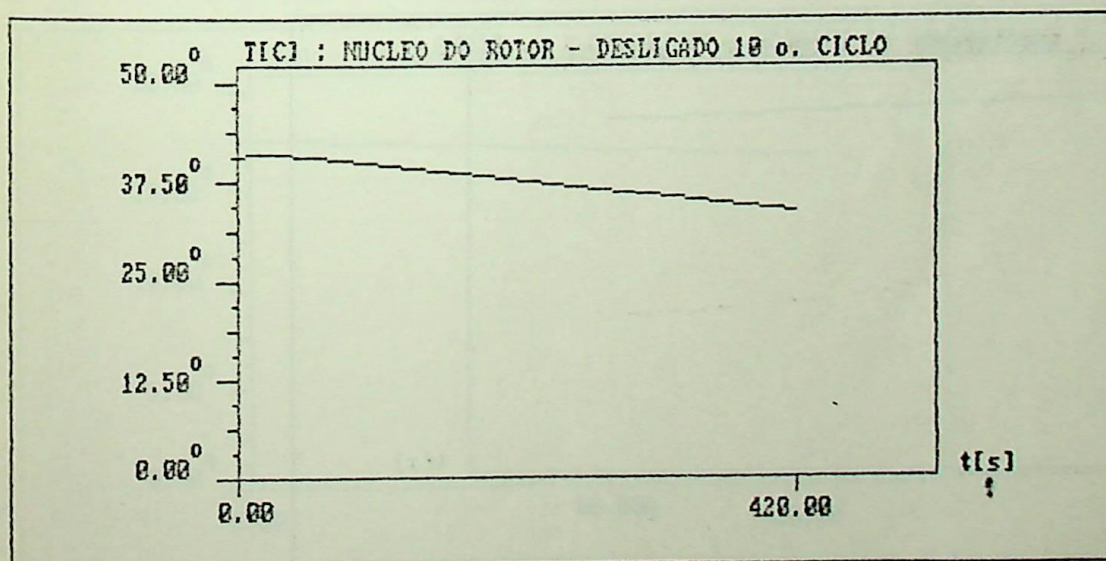
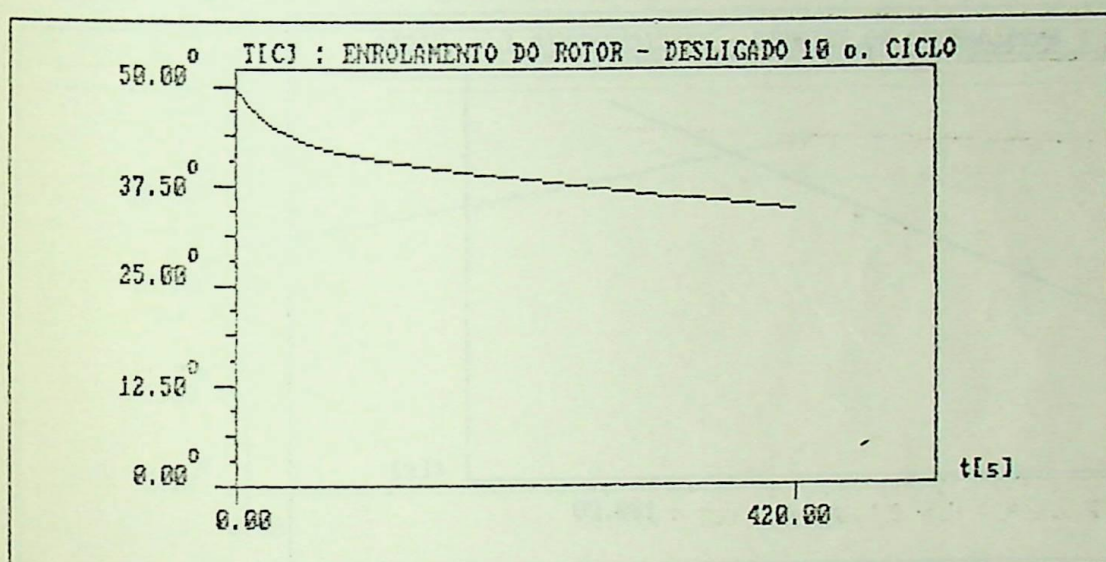
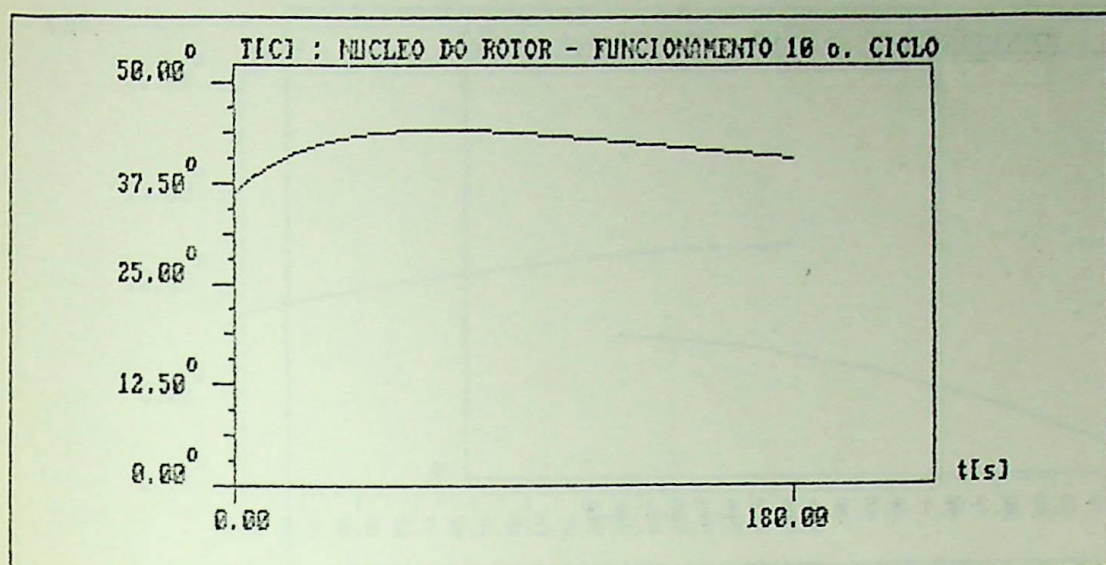


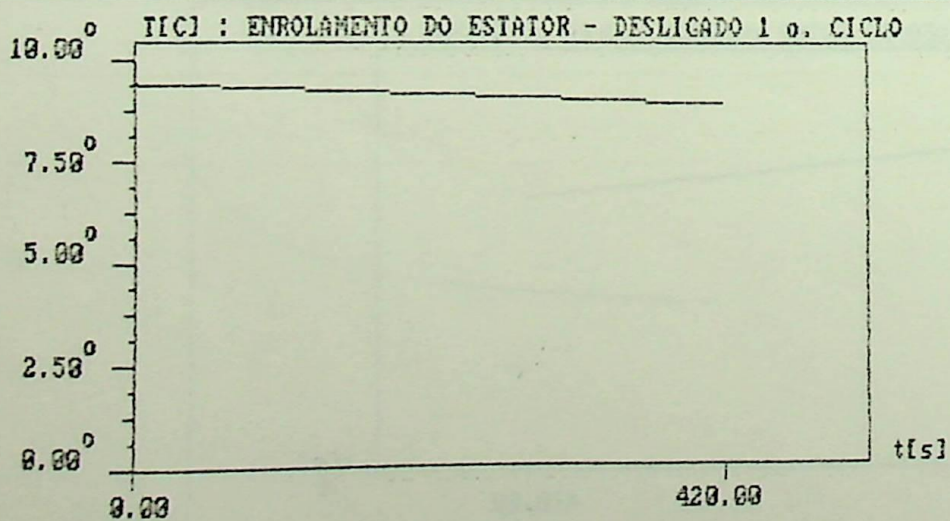
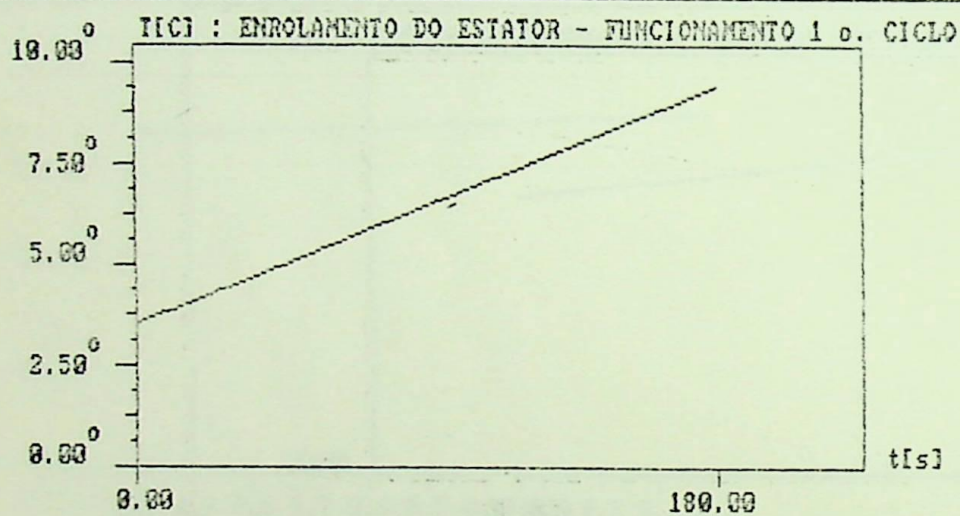
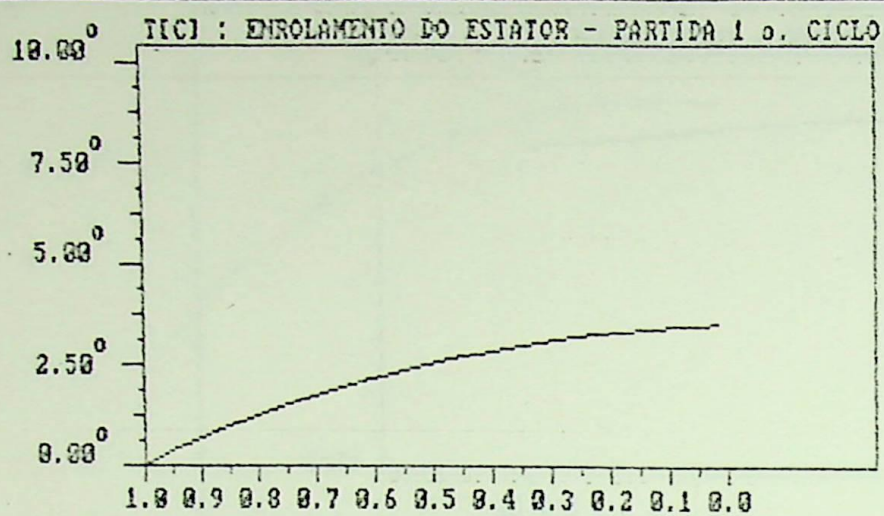
TIC1 : NUCLEO DO ROTOR - PARTIDA 19 o. CICLO

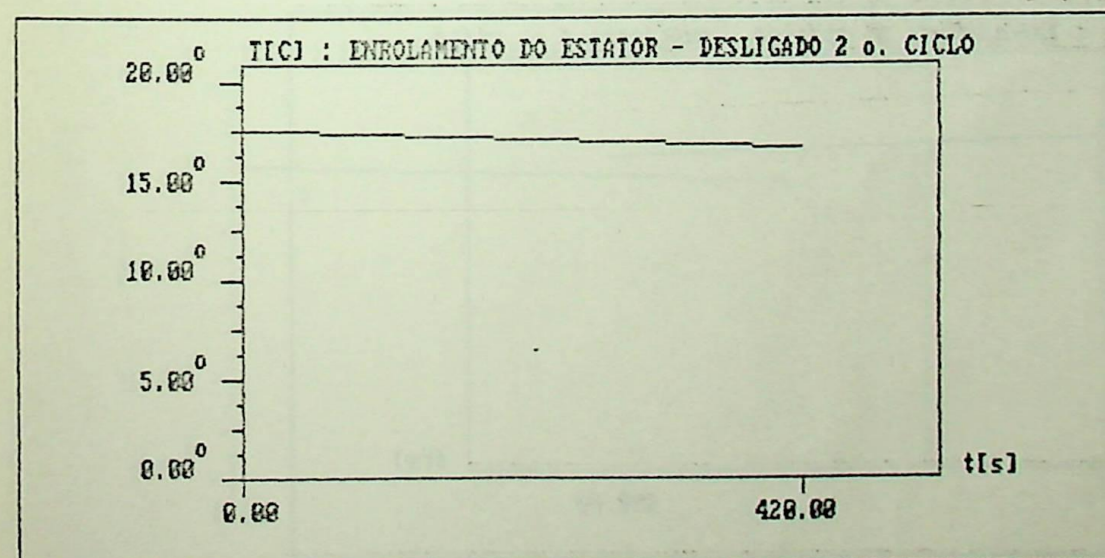
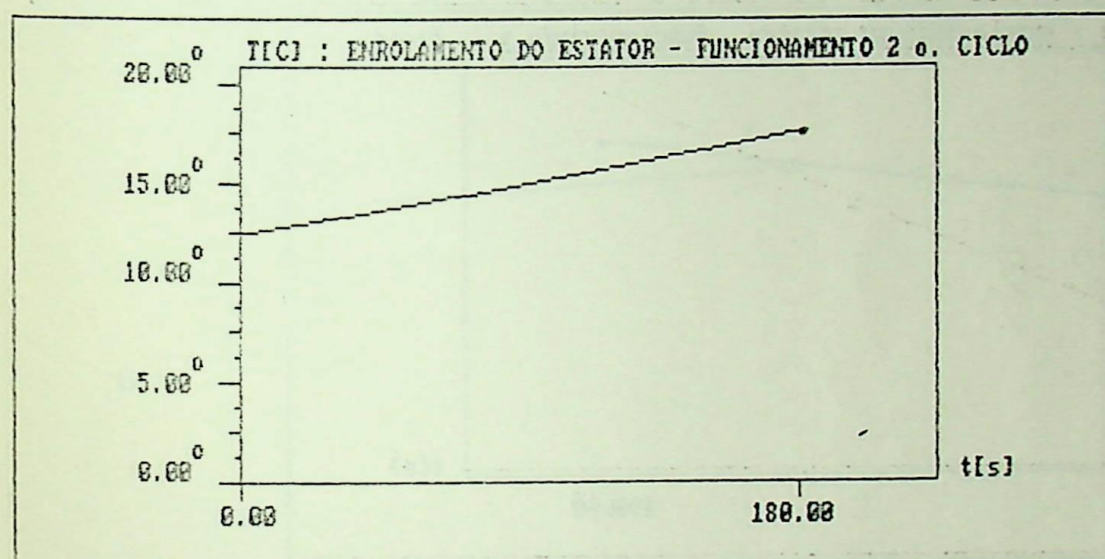
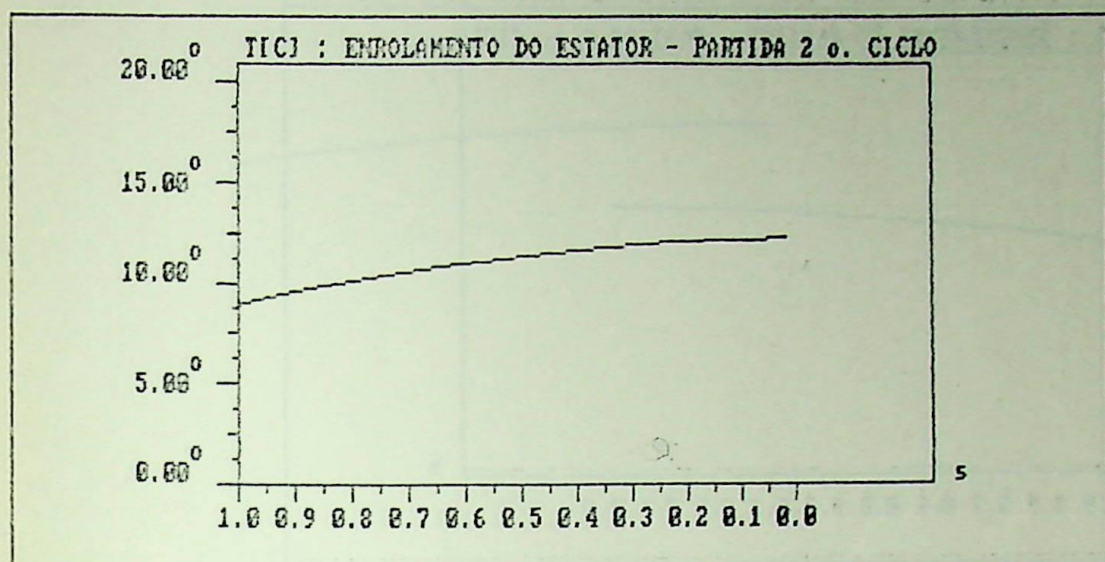


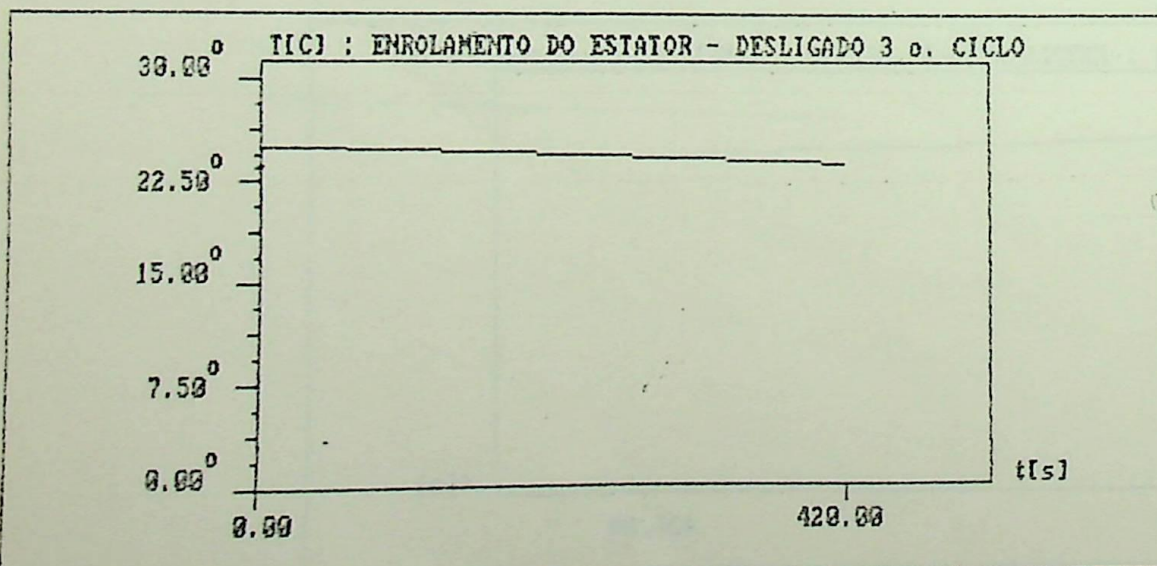
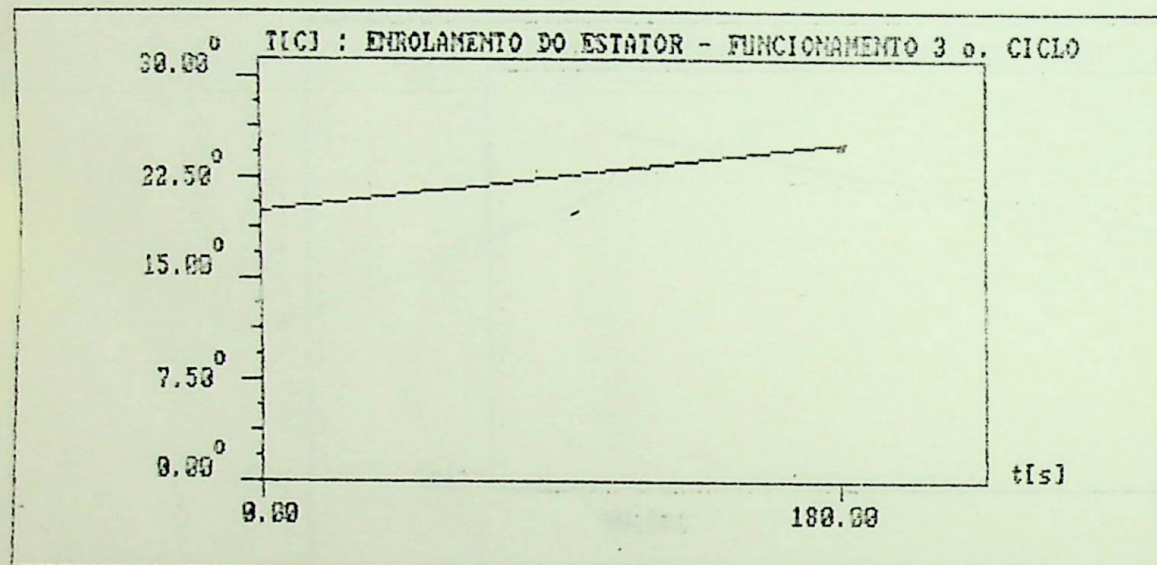
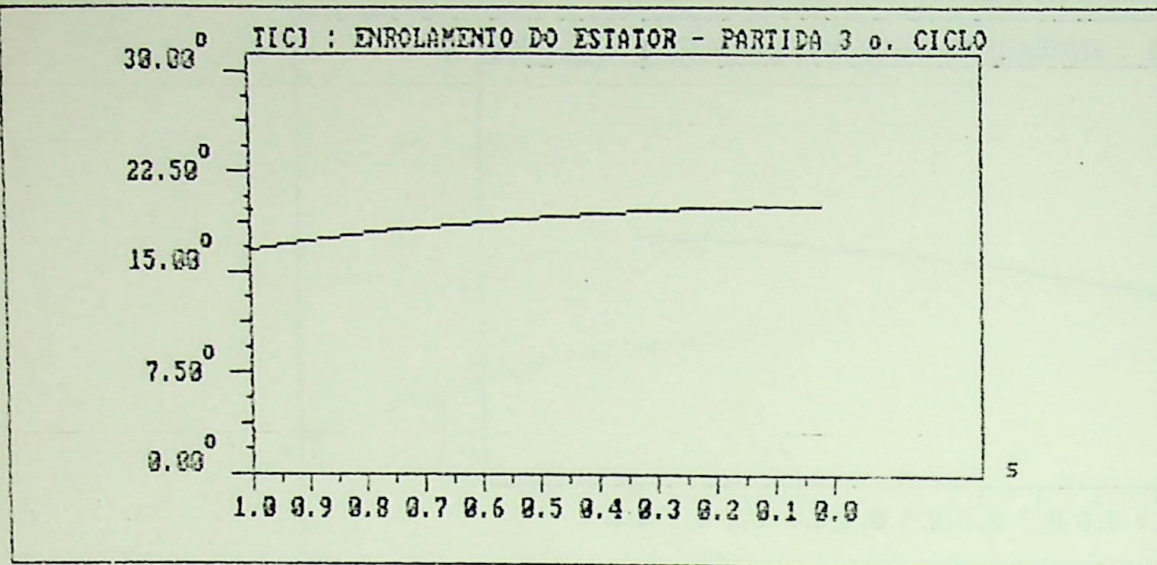
TIC1 : ENROLAMENTO DO ROTOR - FUNCIONAMENTO 19 o. CICLO

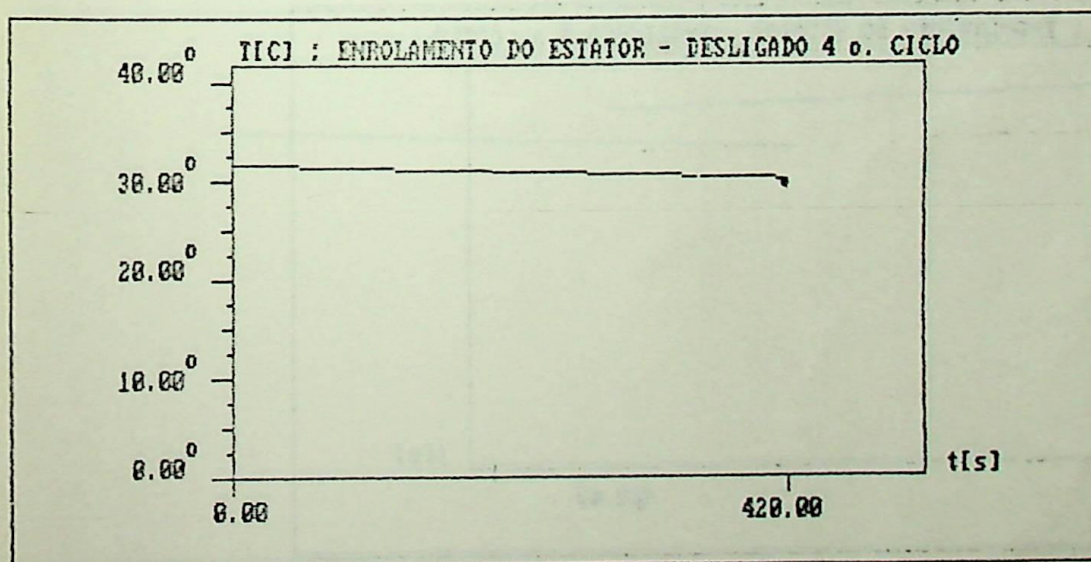
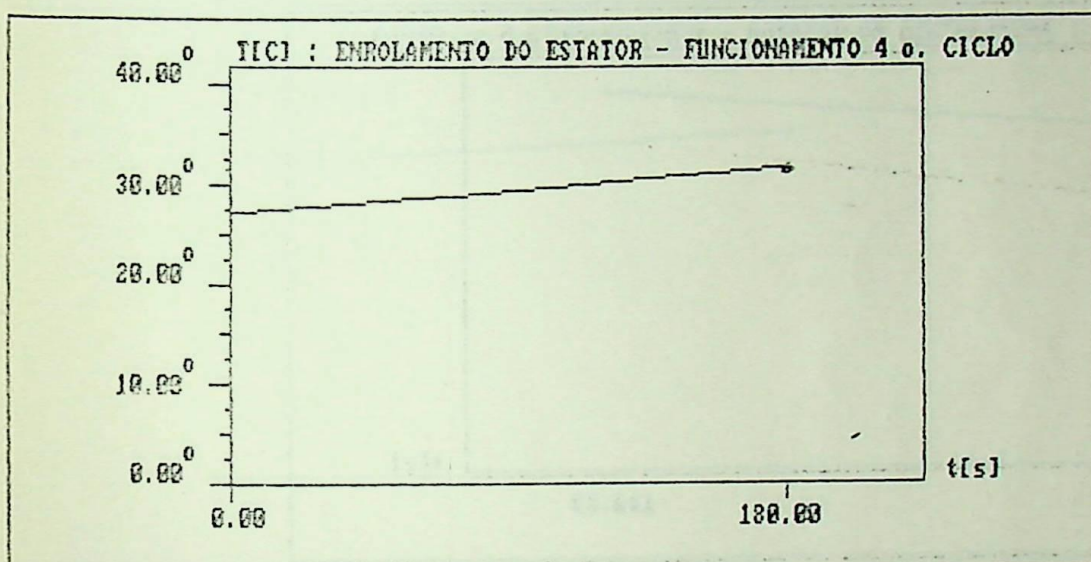
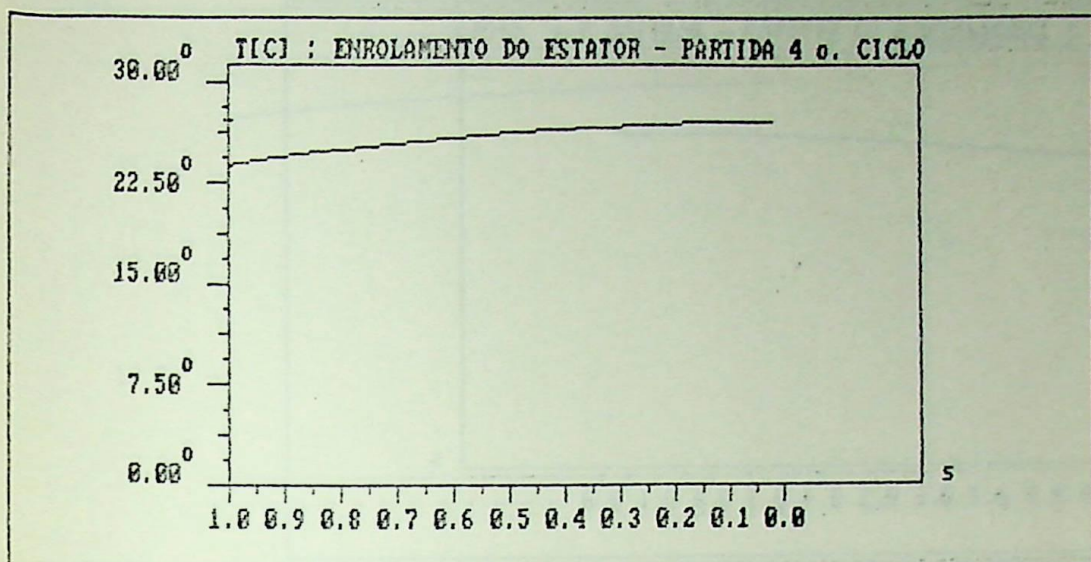


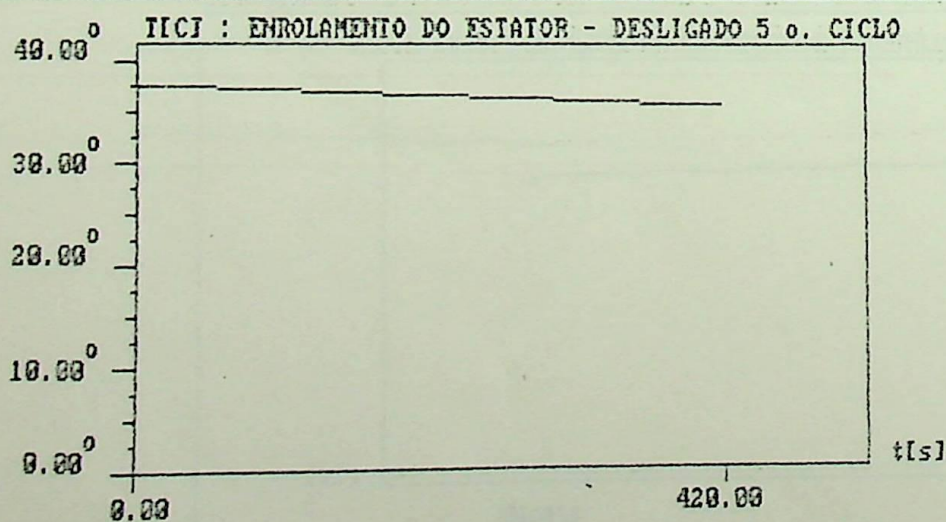
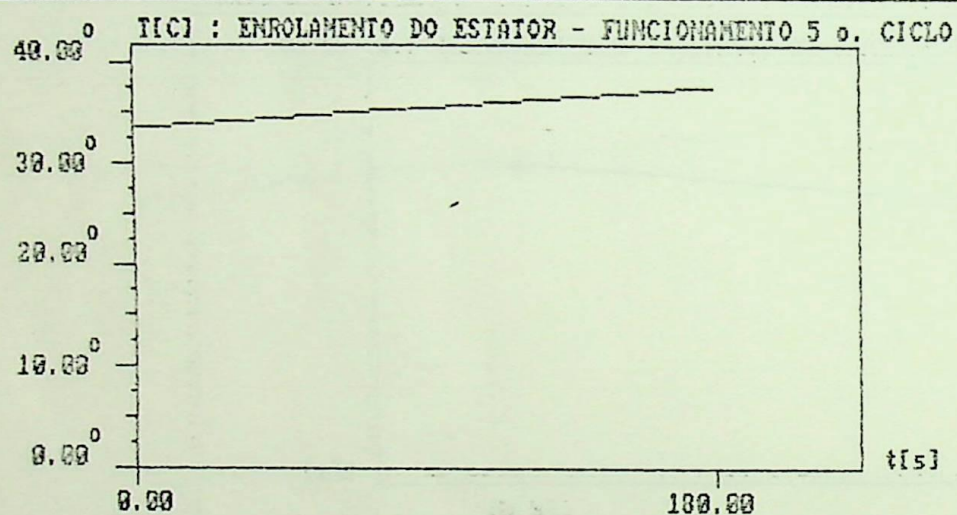
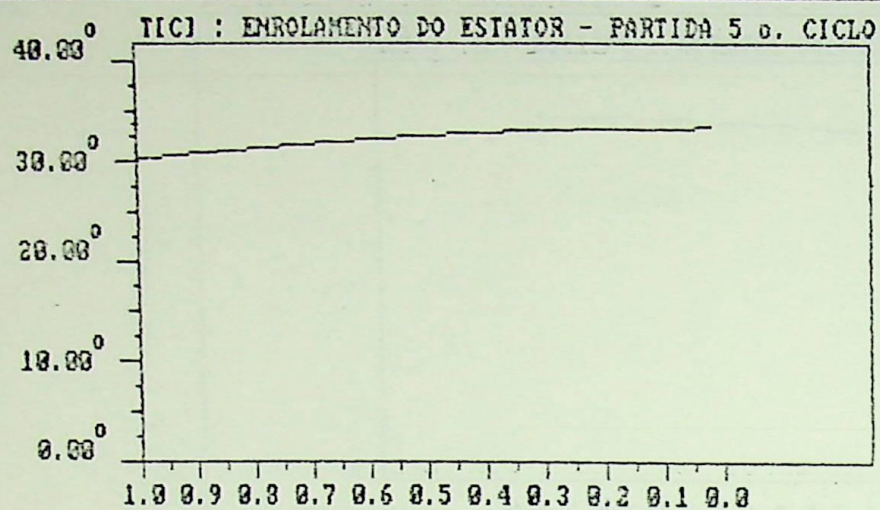


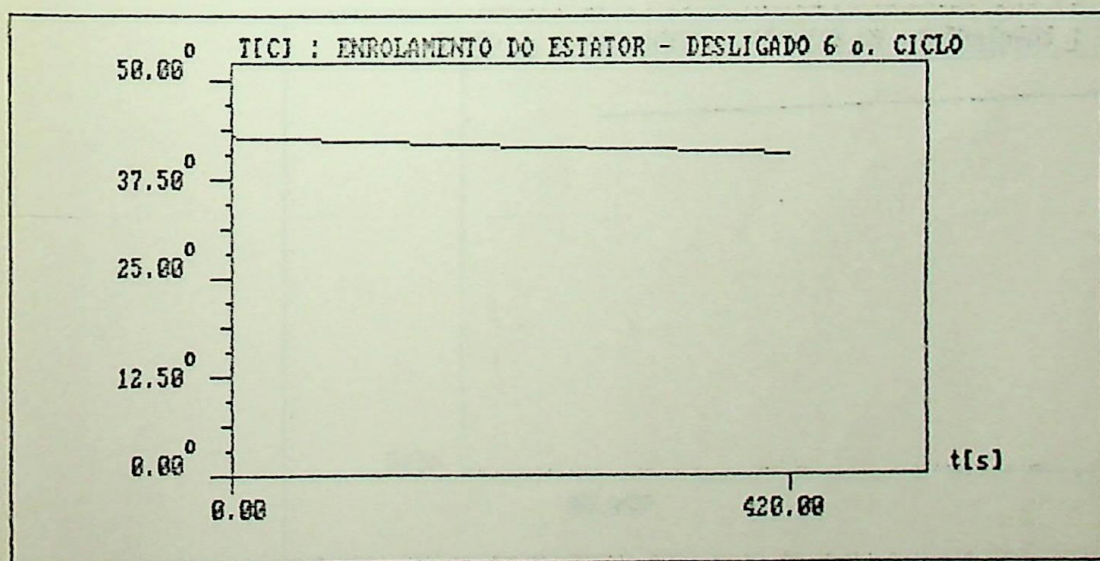
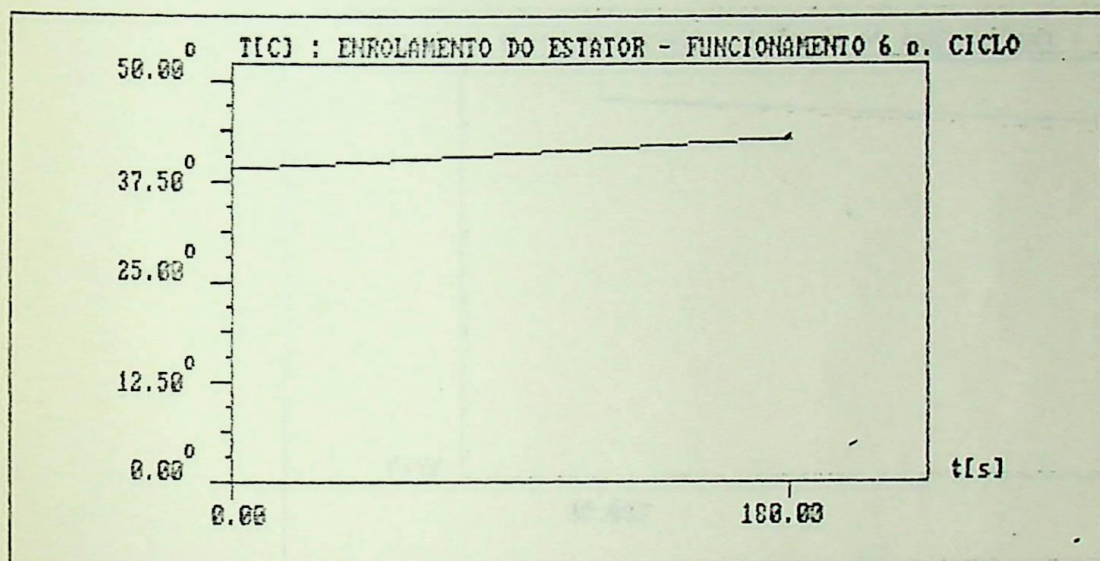
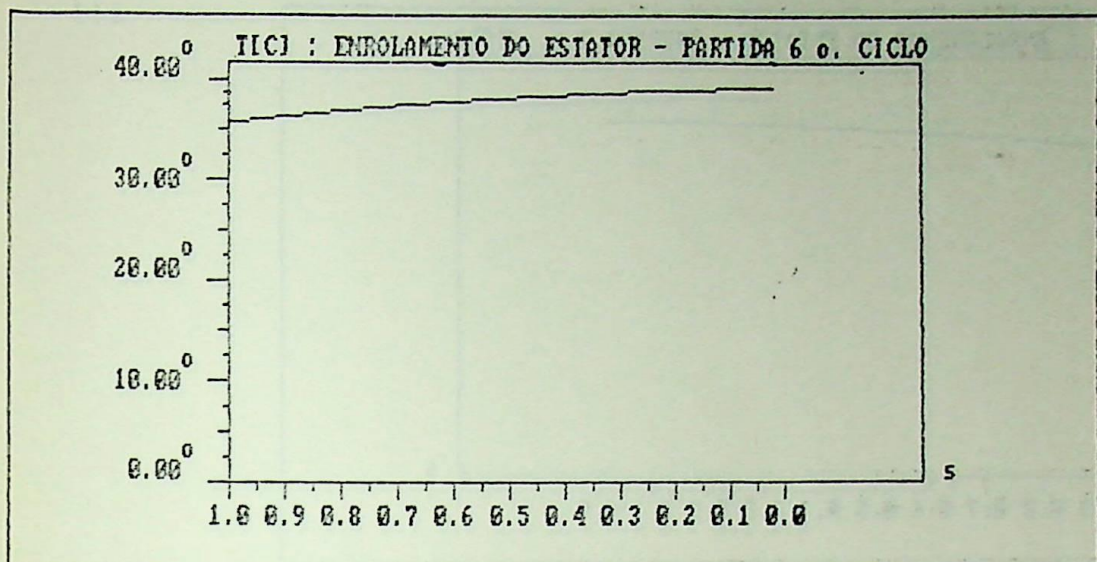


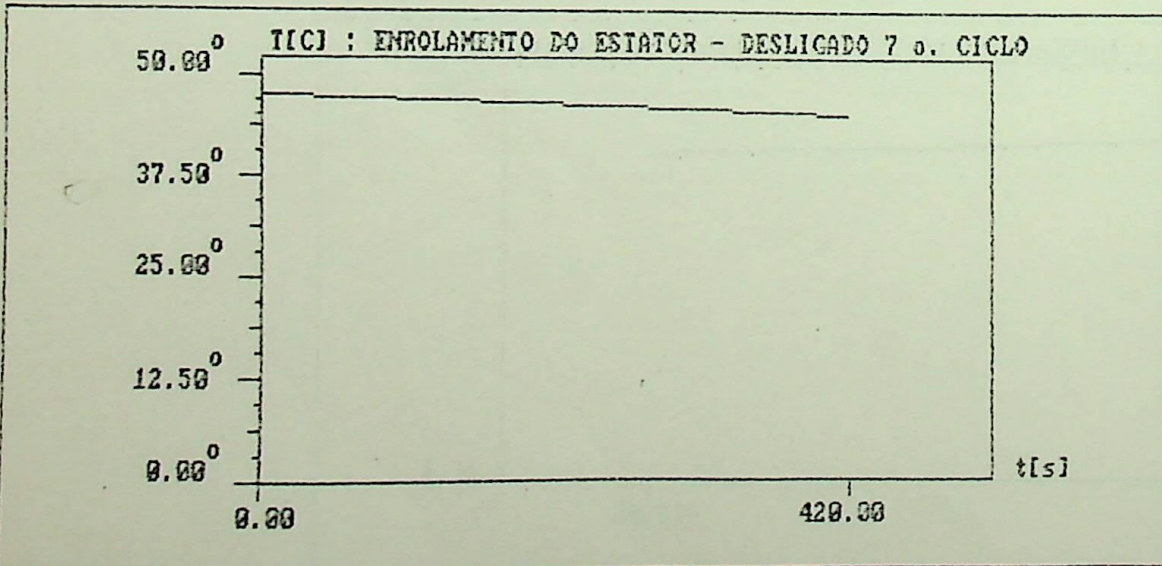
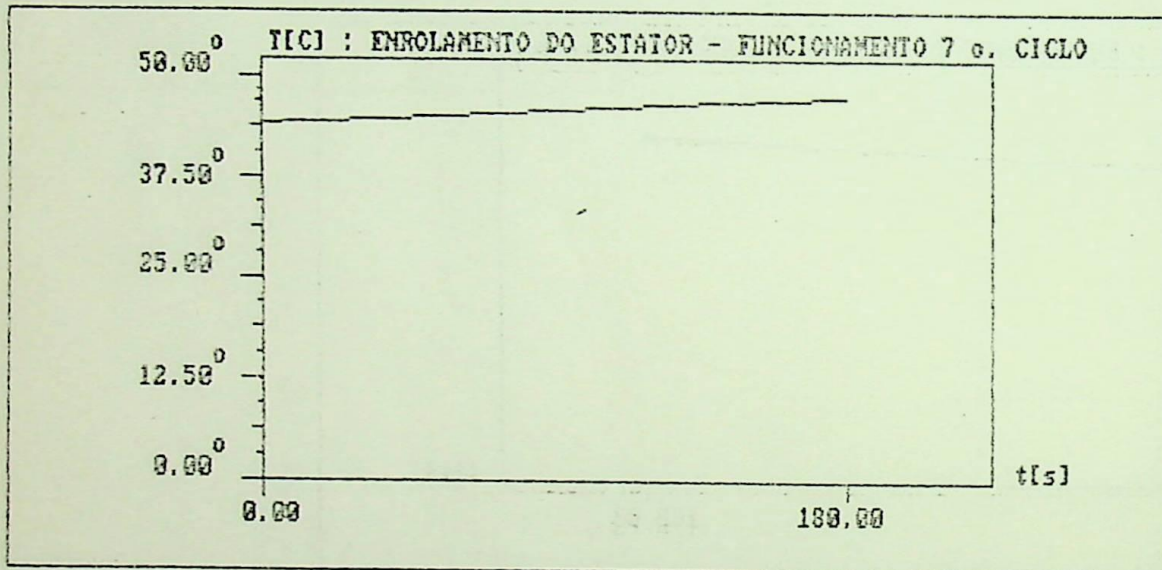
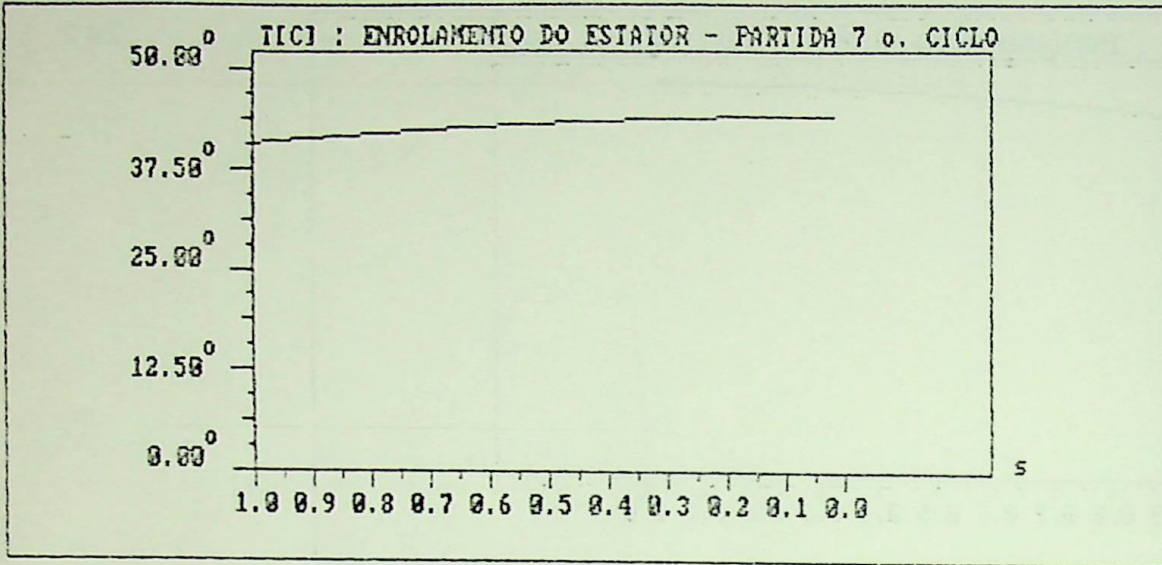


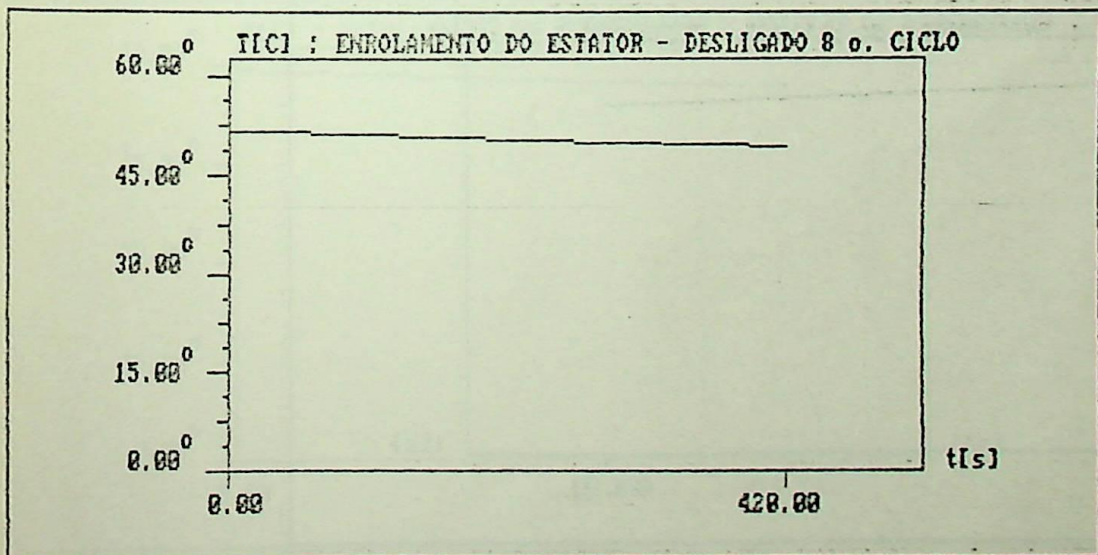
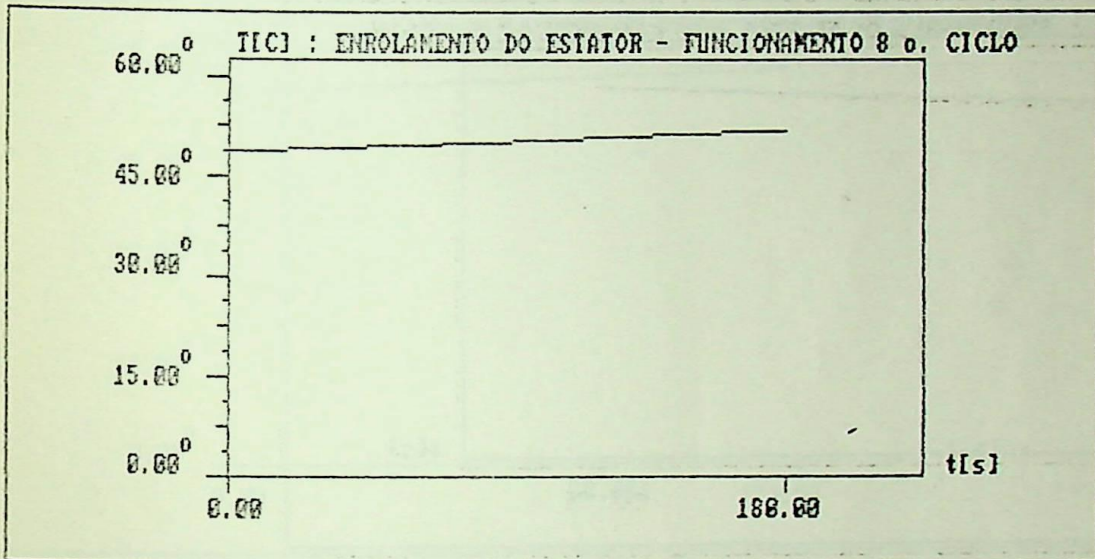
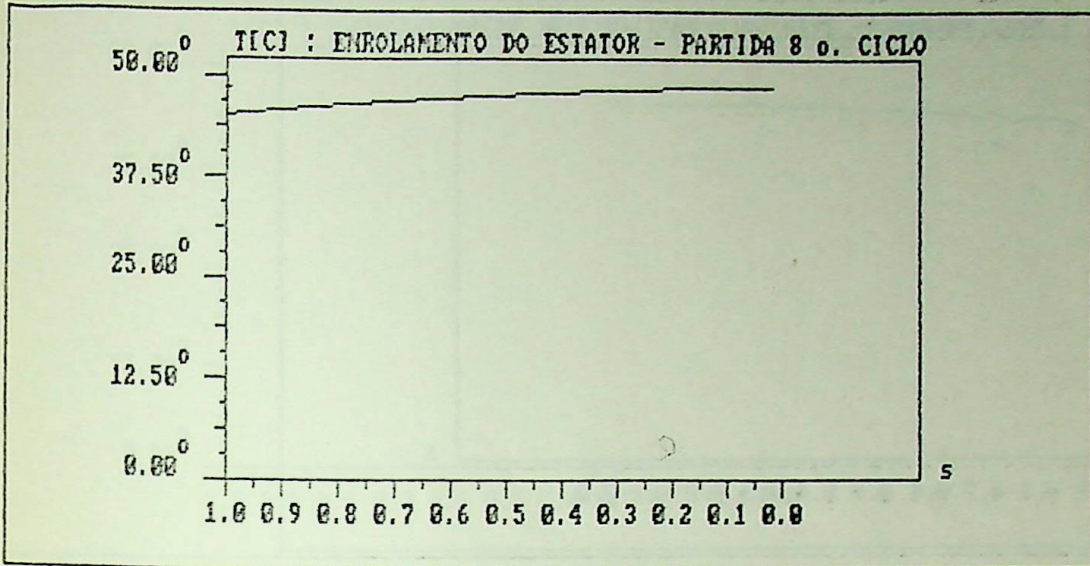


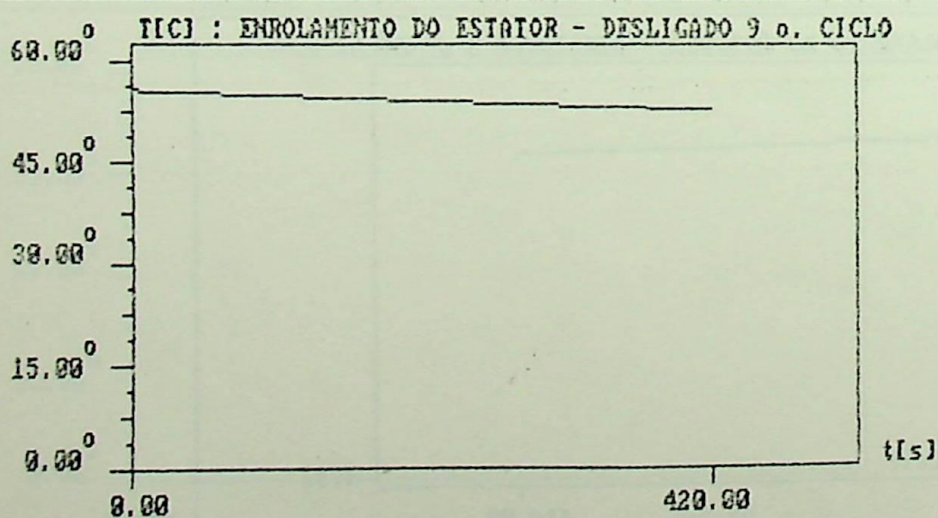
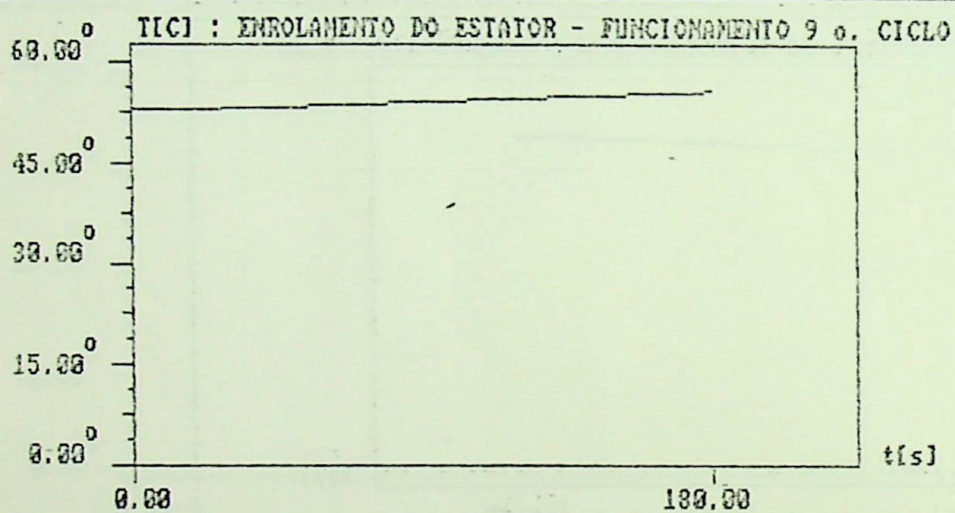
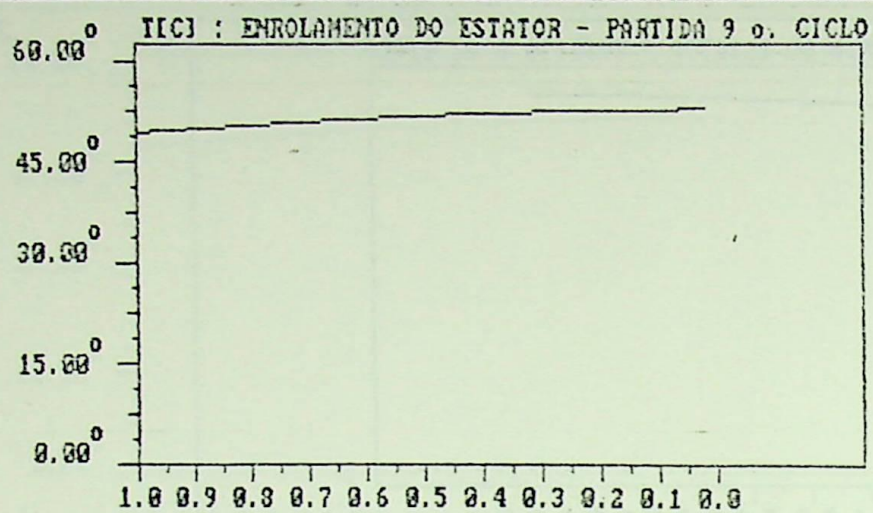


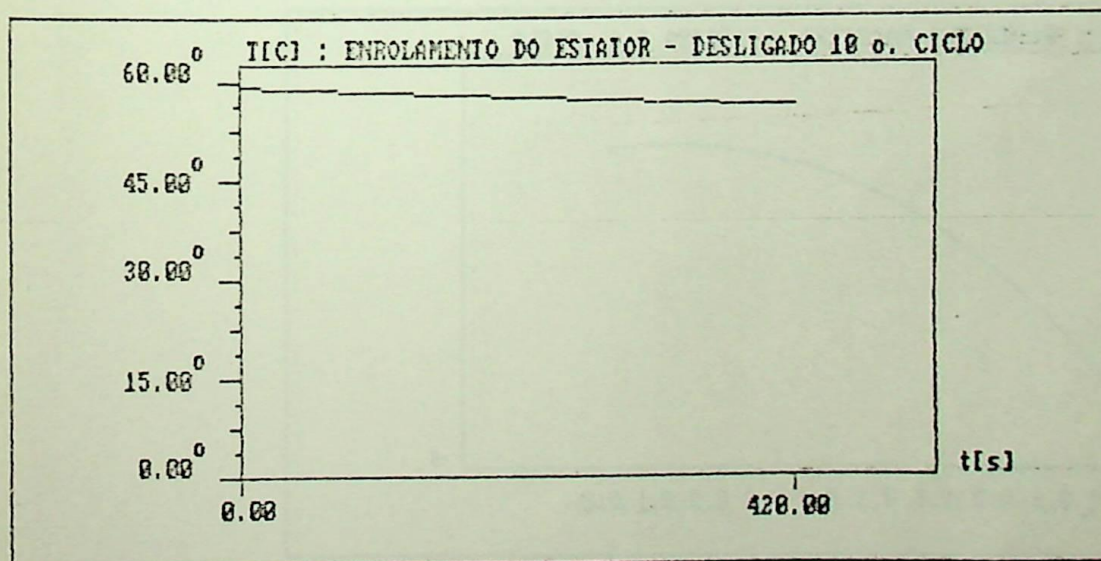
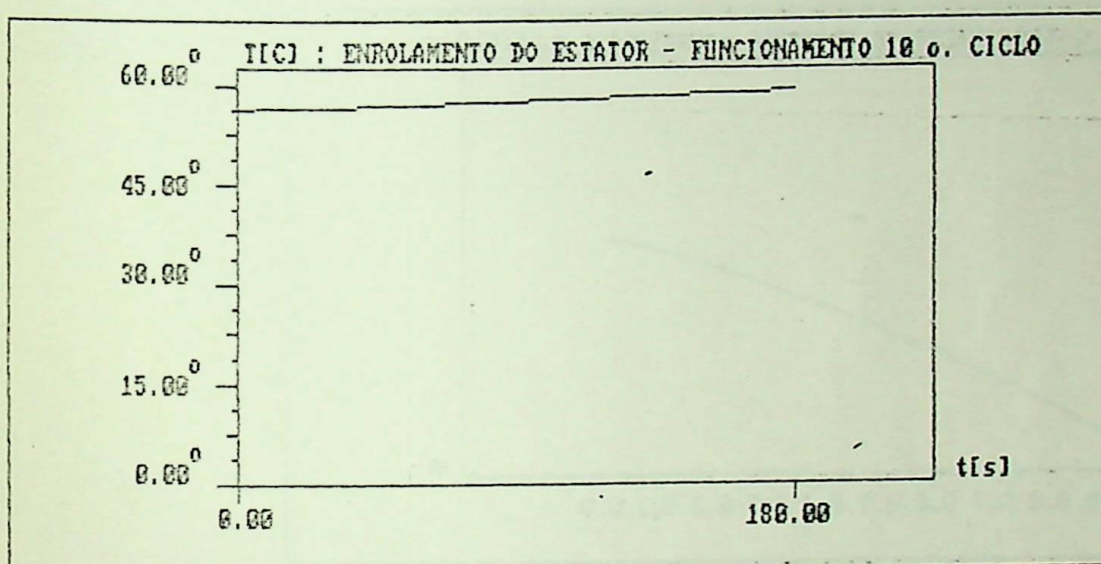
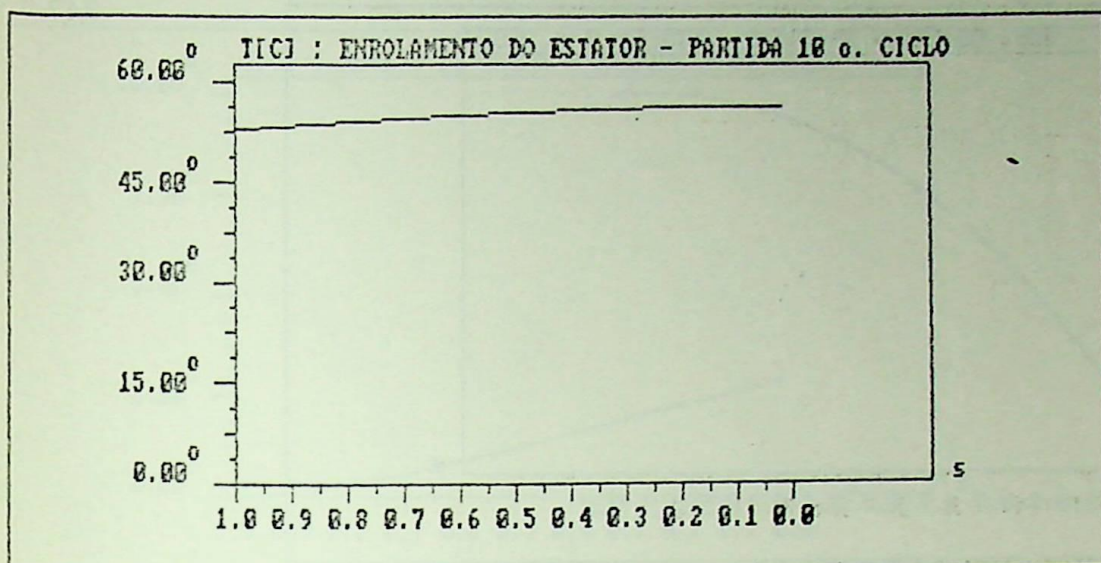


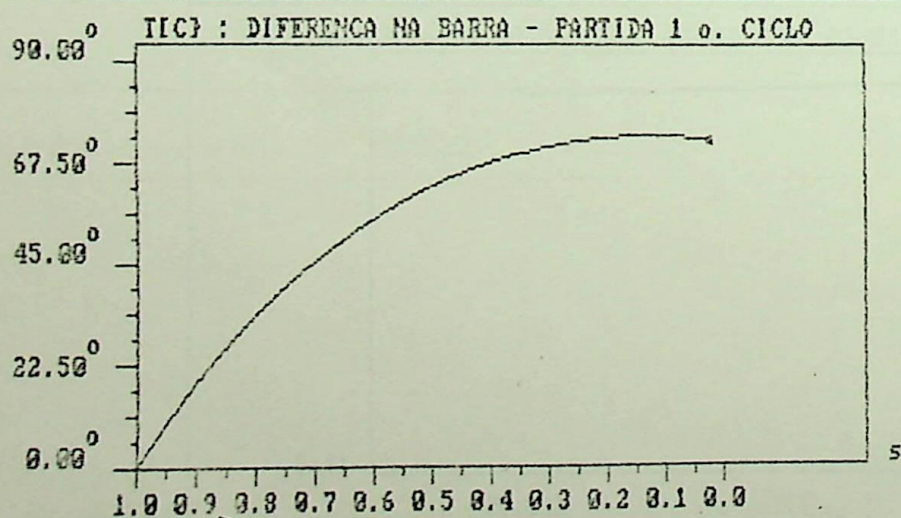
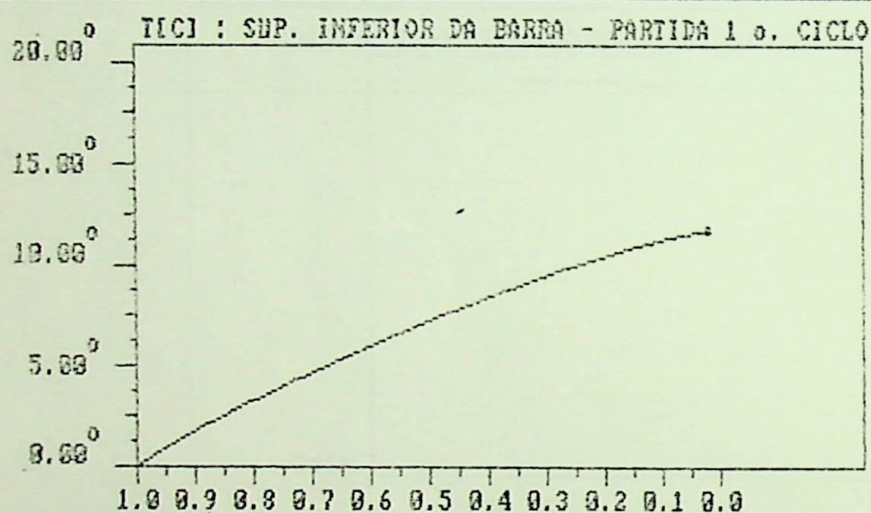
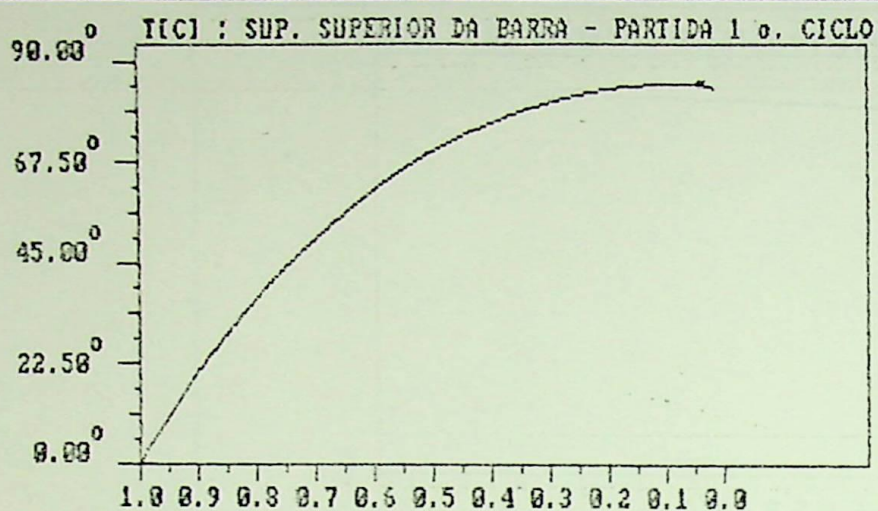


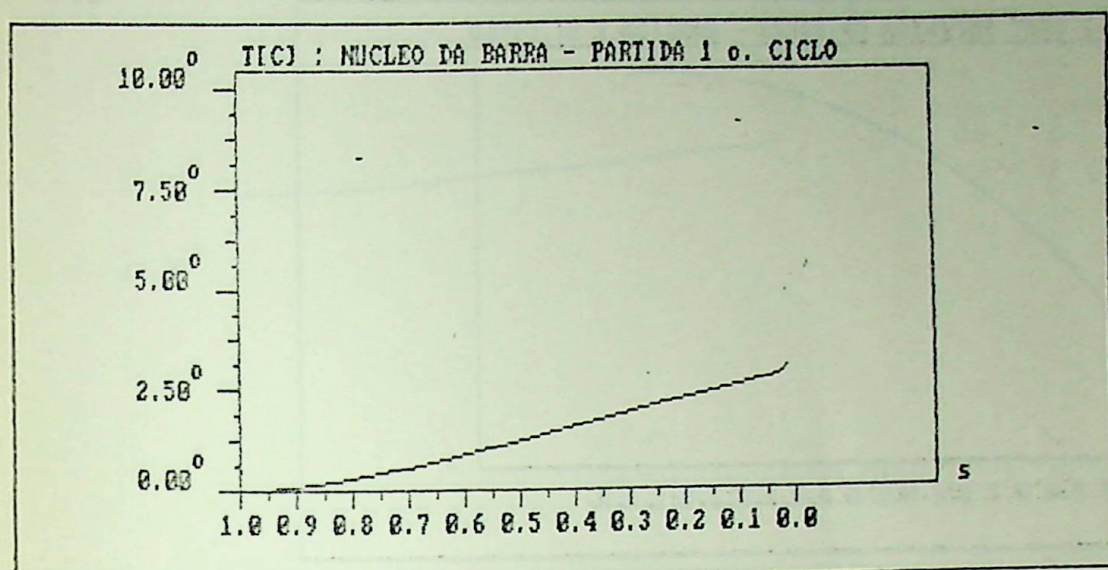


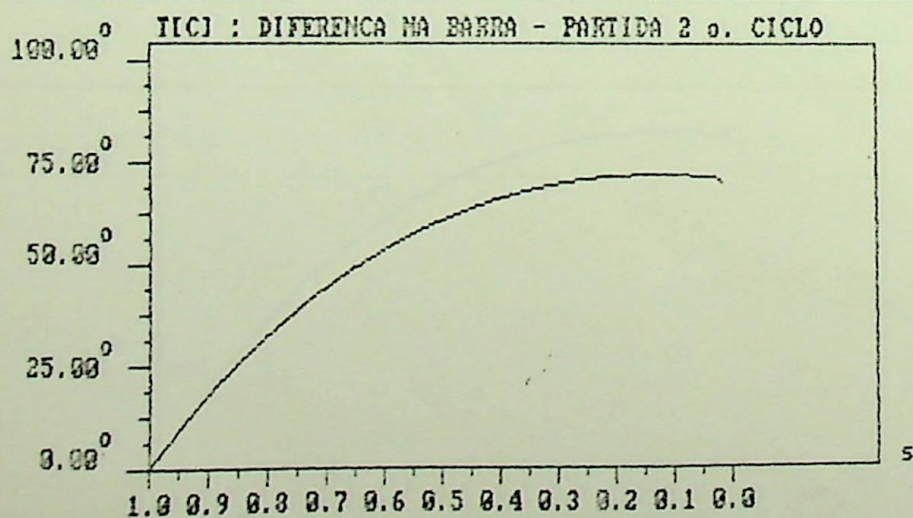
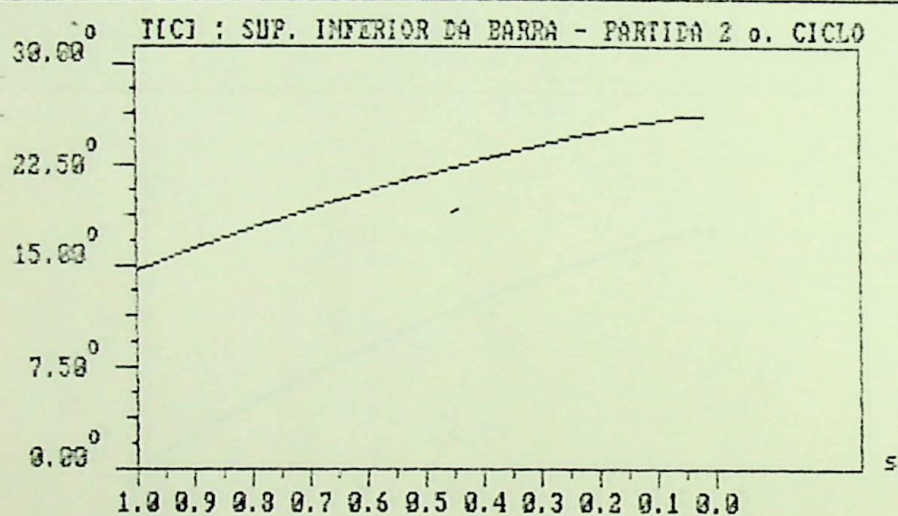
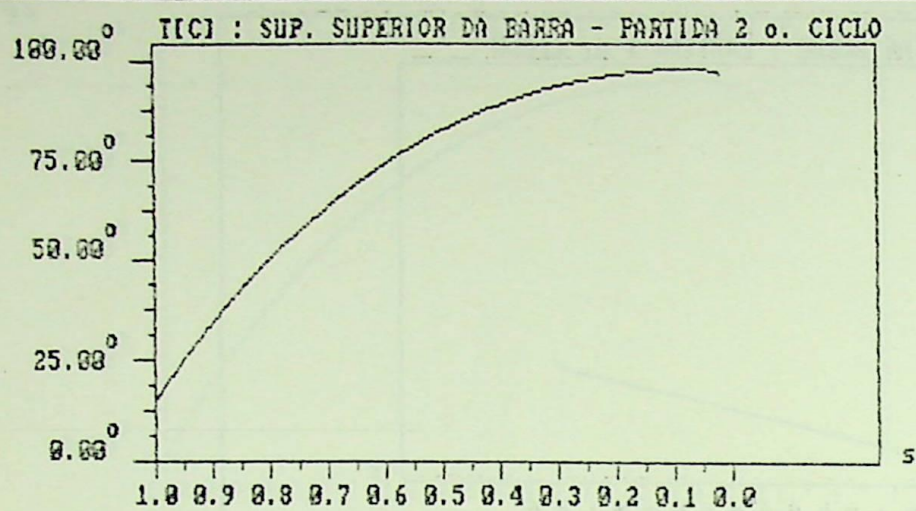


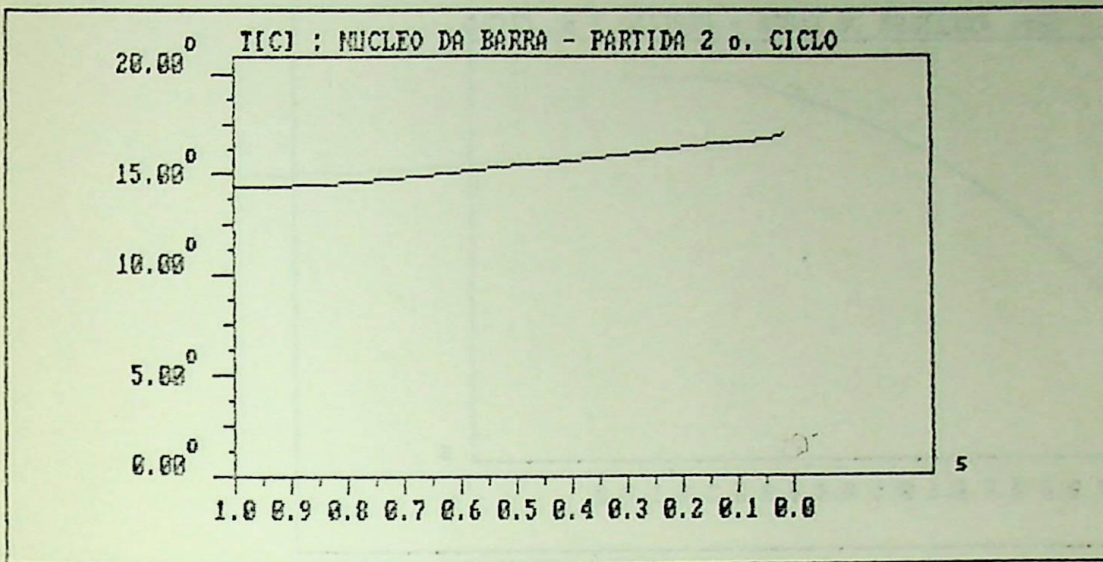




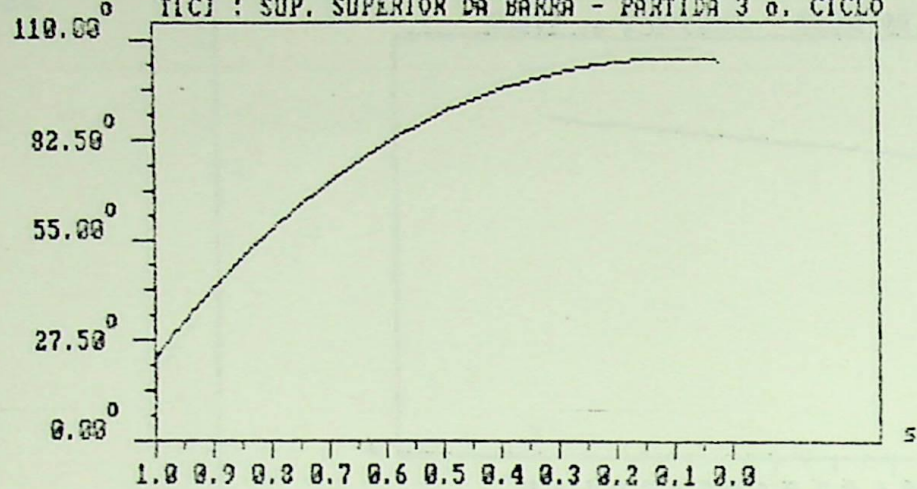




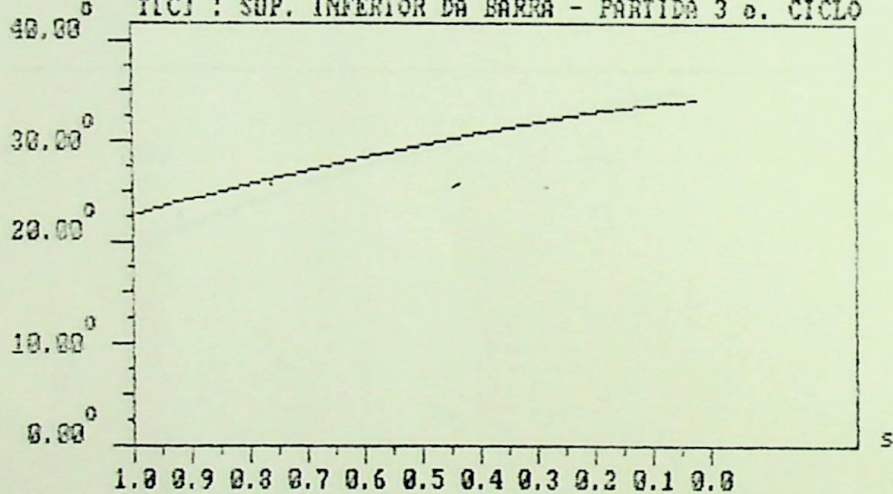




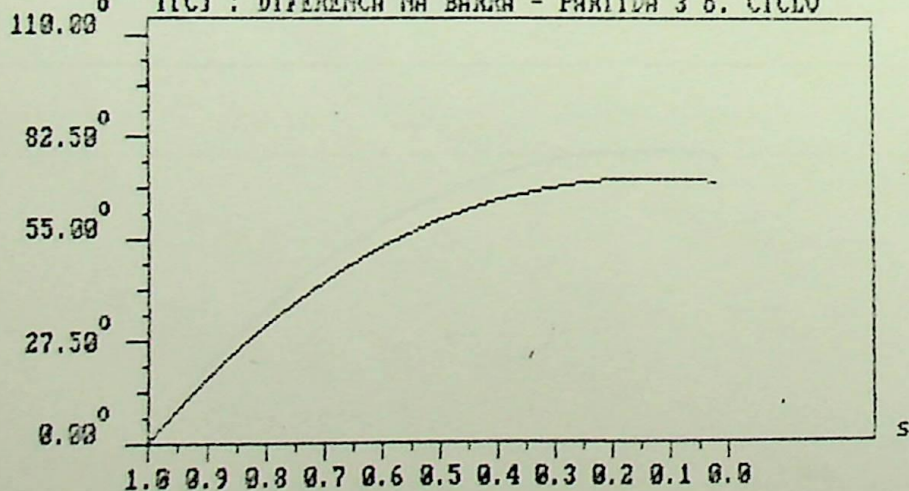
TICJ : SUP. SUPERIOR DA BARRA - PARTIDA 3 o. CICLO

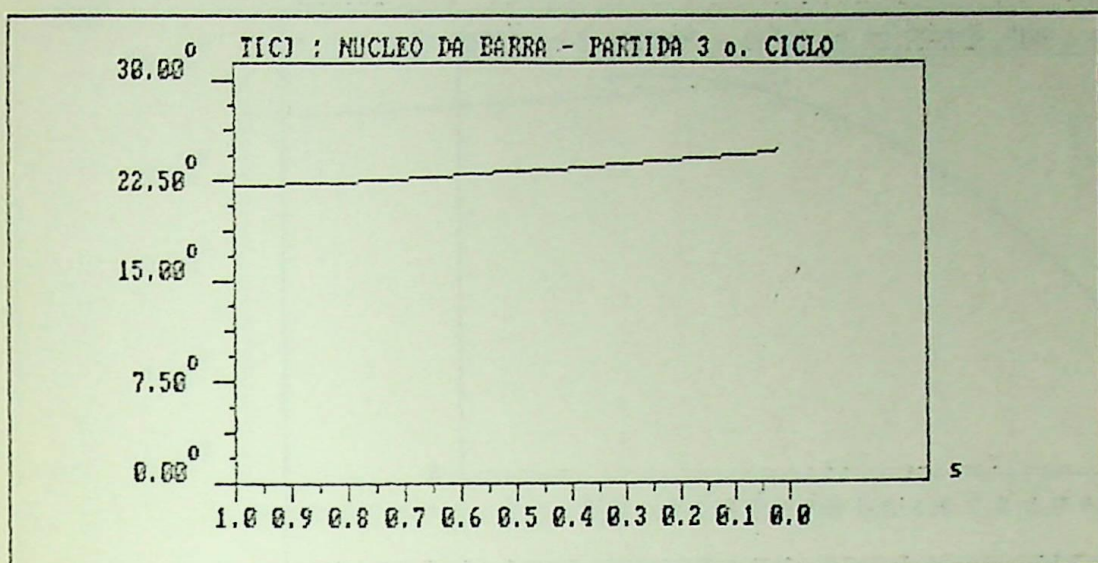


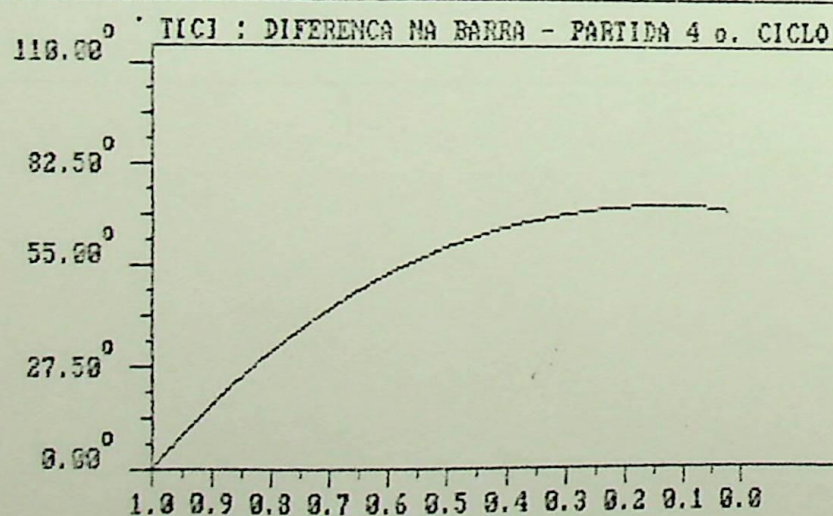
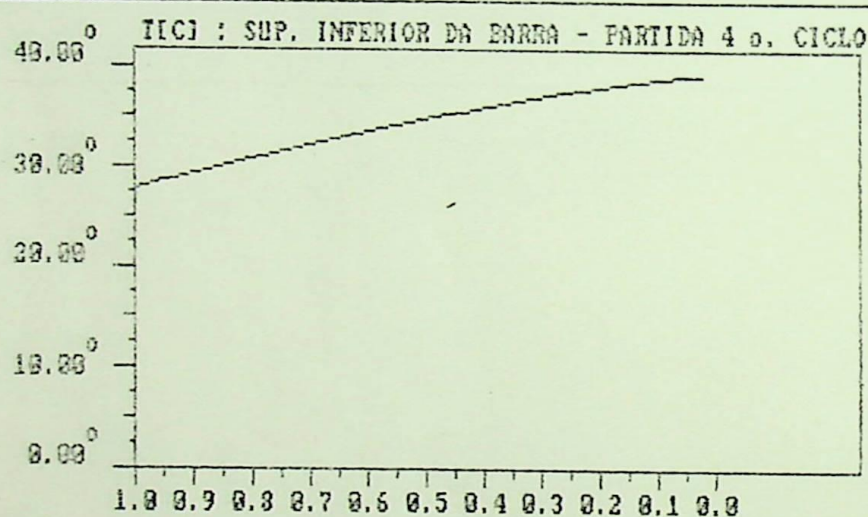
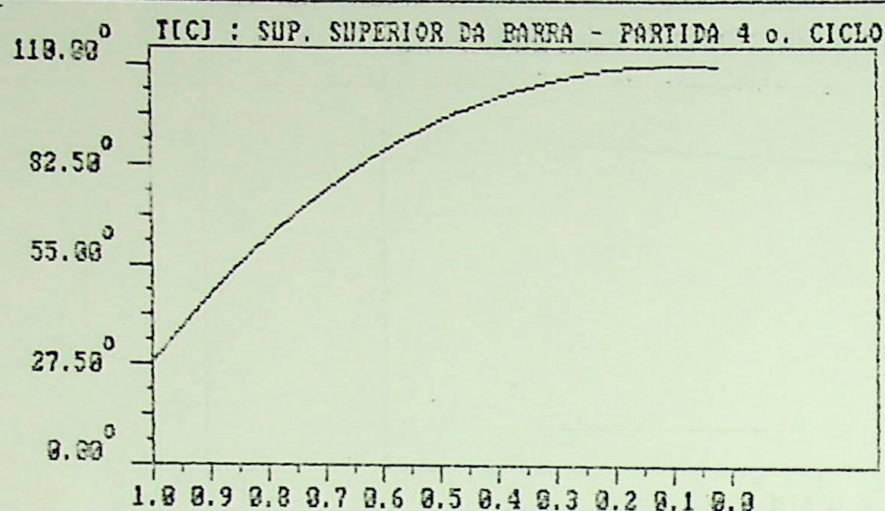
TICJ : SUP. INFERIOR DA BARRA - PARTIDA 3 o. CICLO

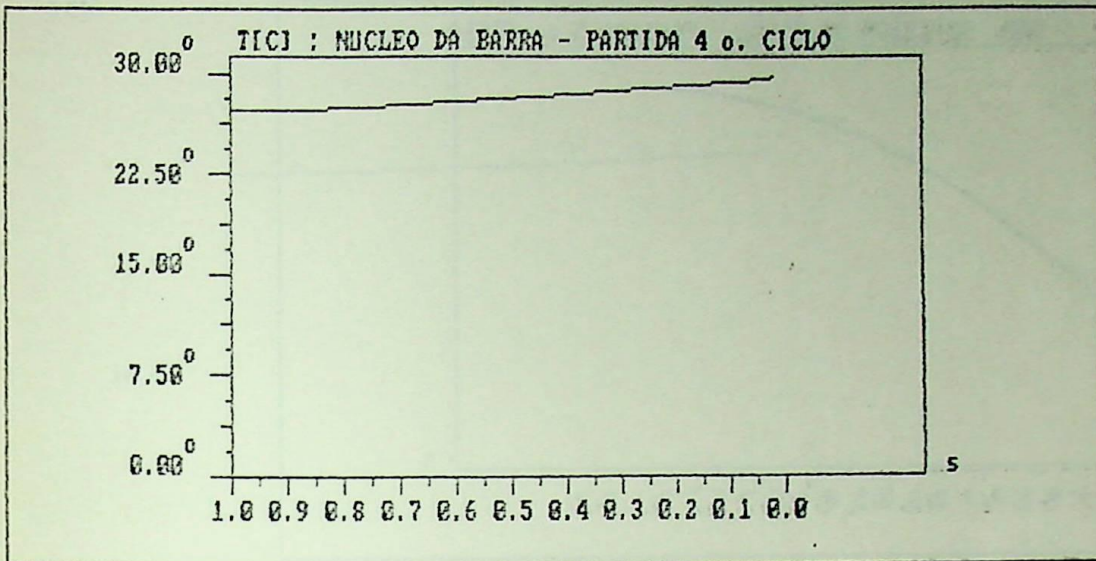


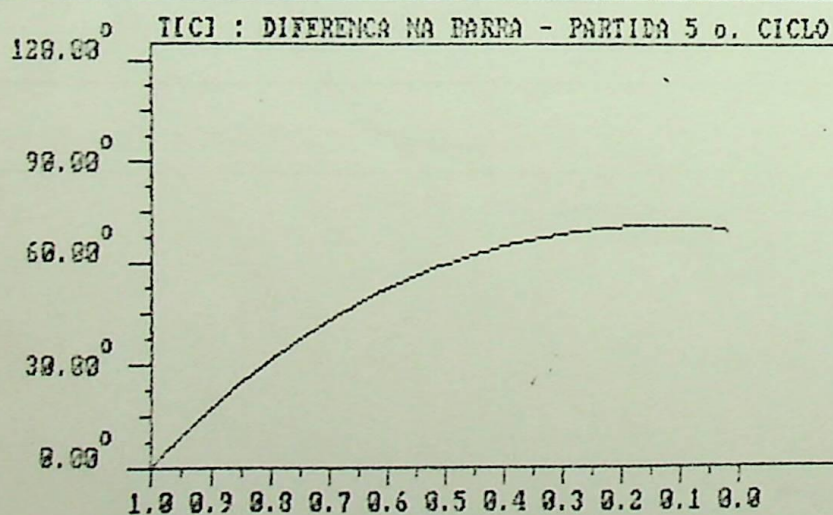
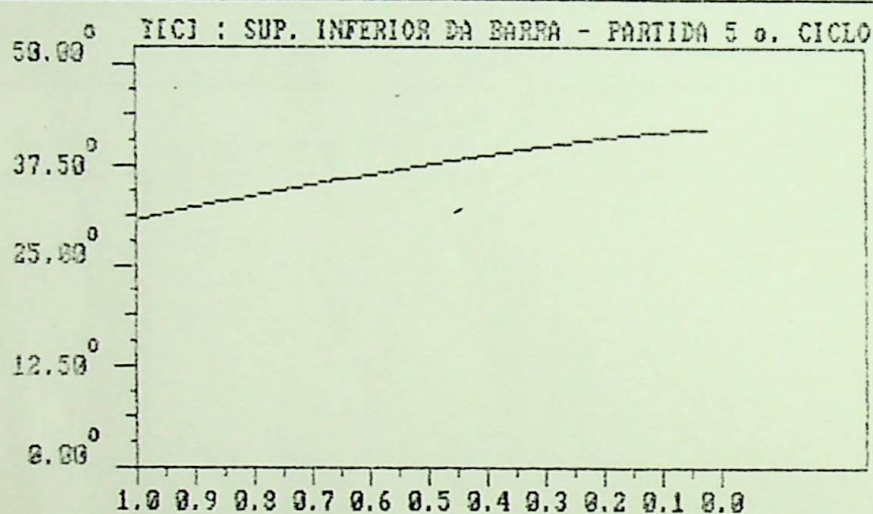
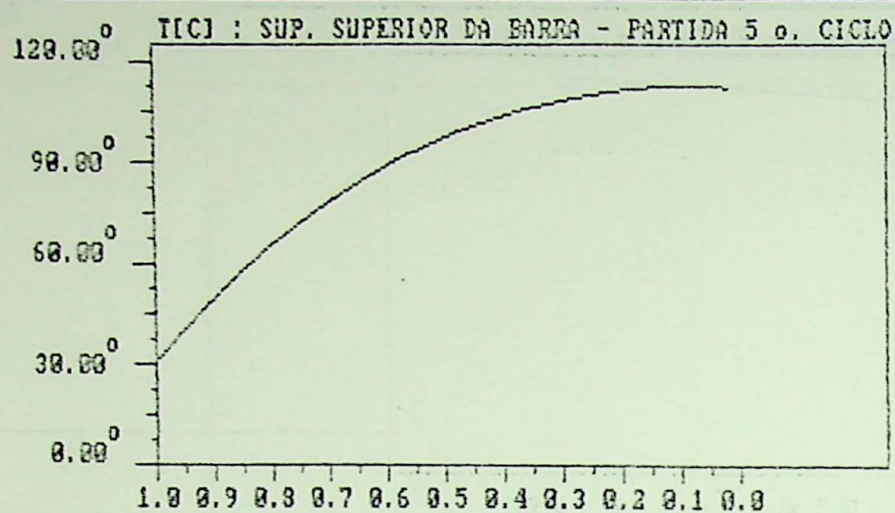
TICJ : DIFERENCA NA BARRA - PARTIDA 3 o. CICLO

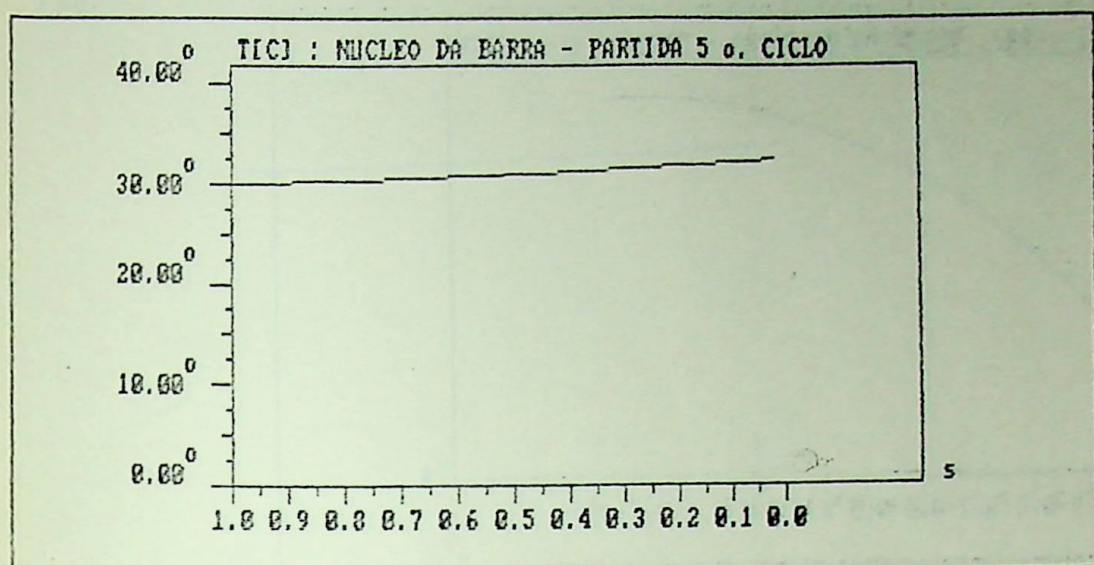


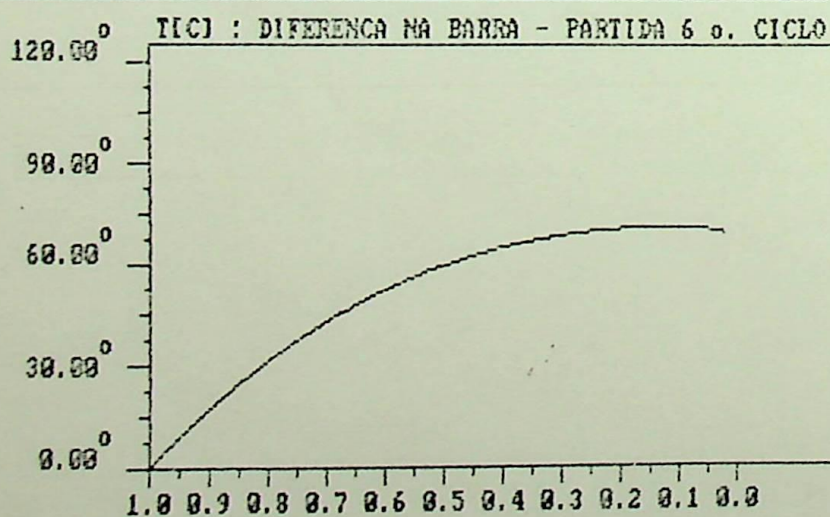
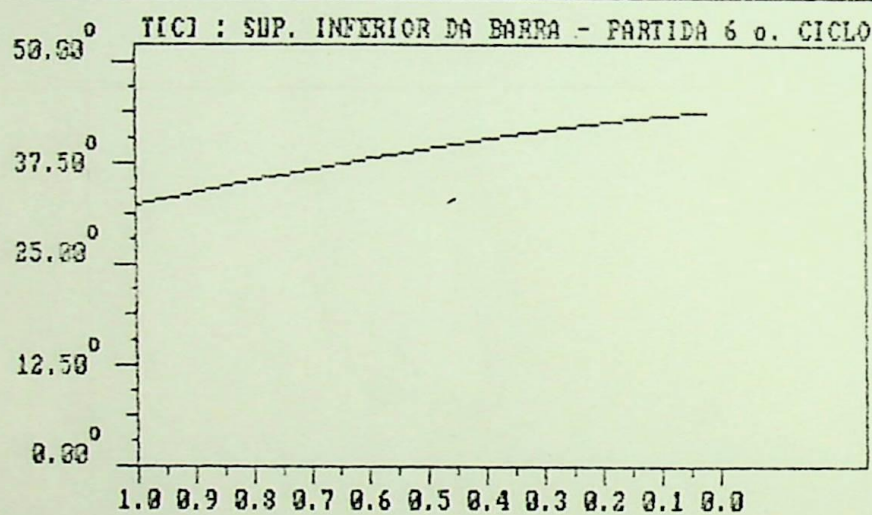
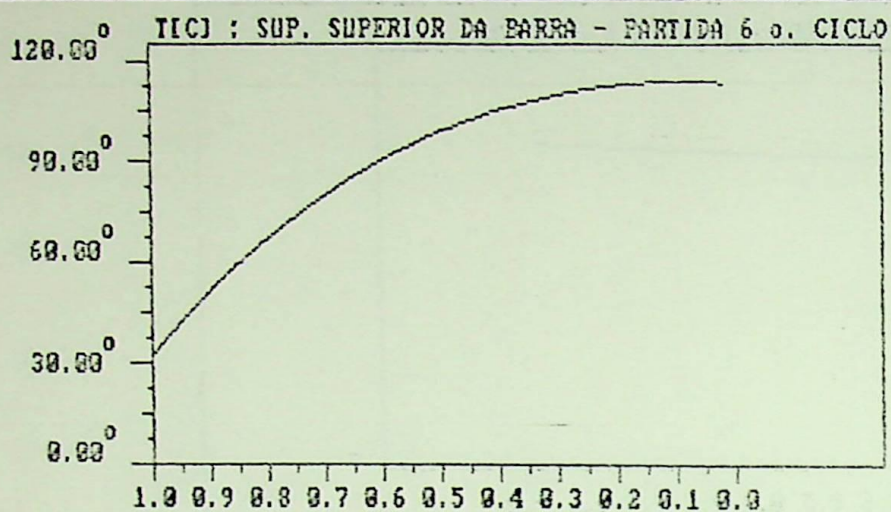


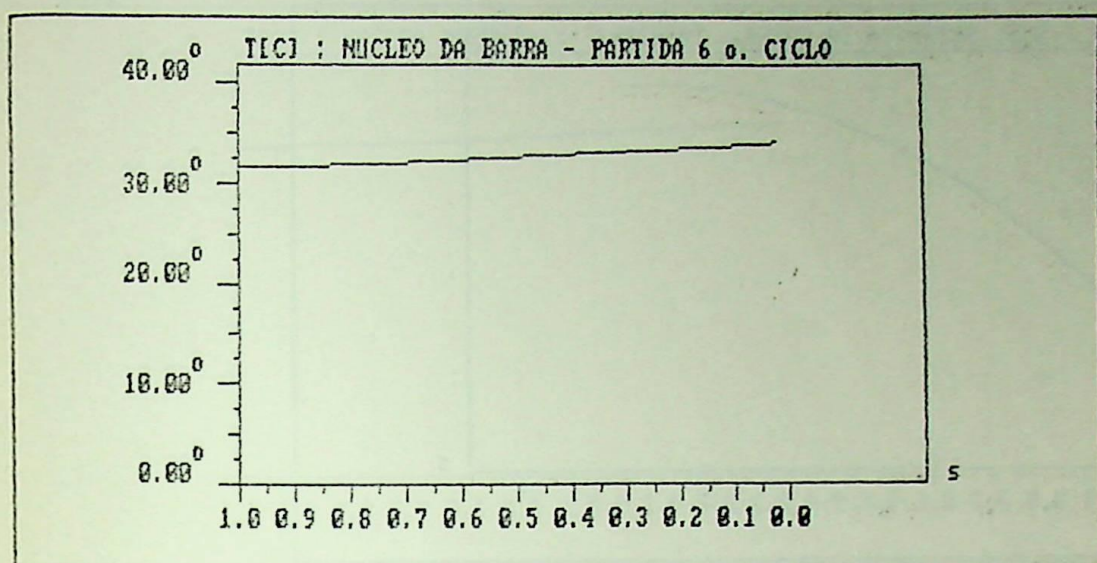


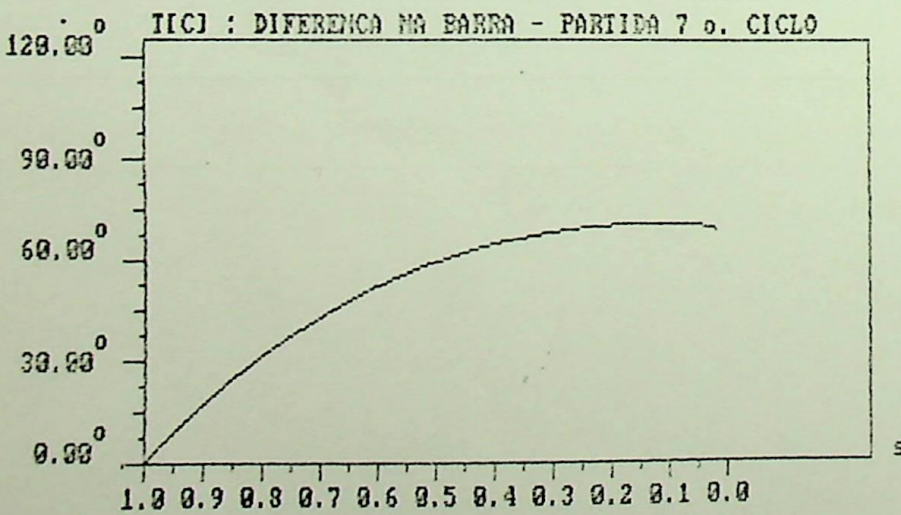
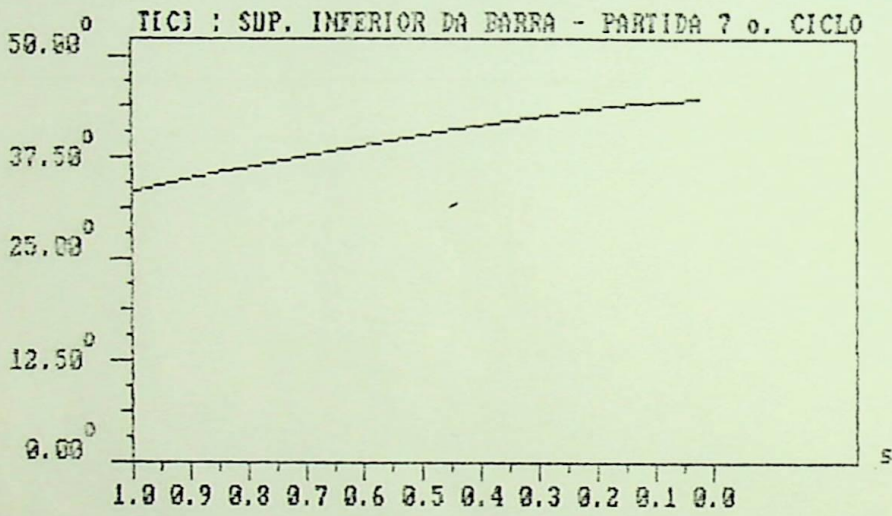
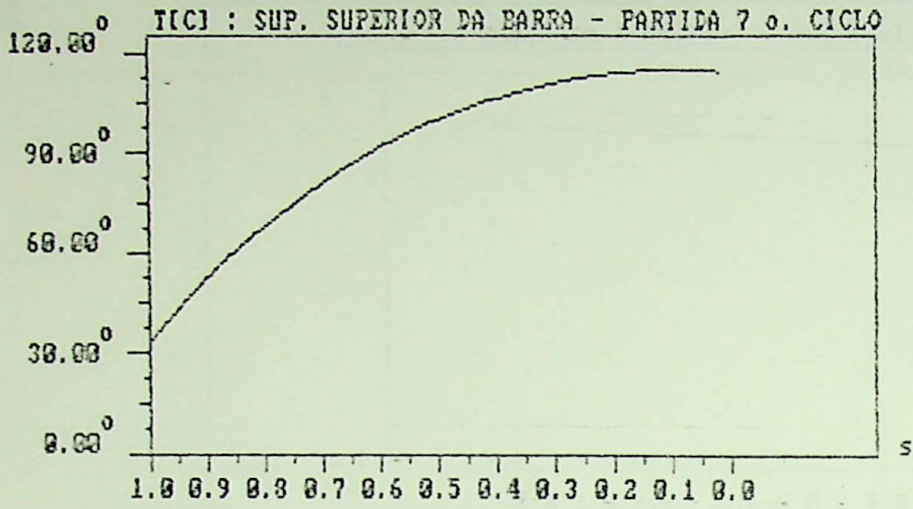


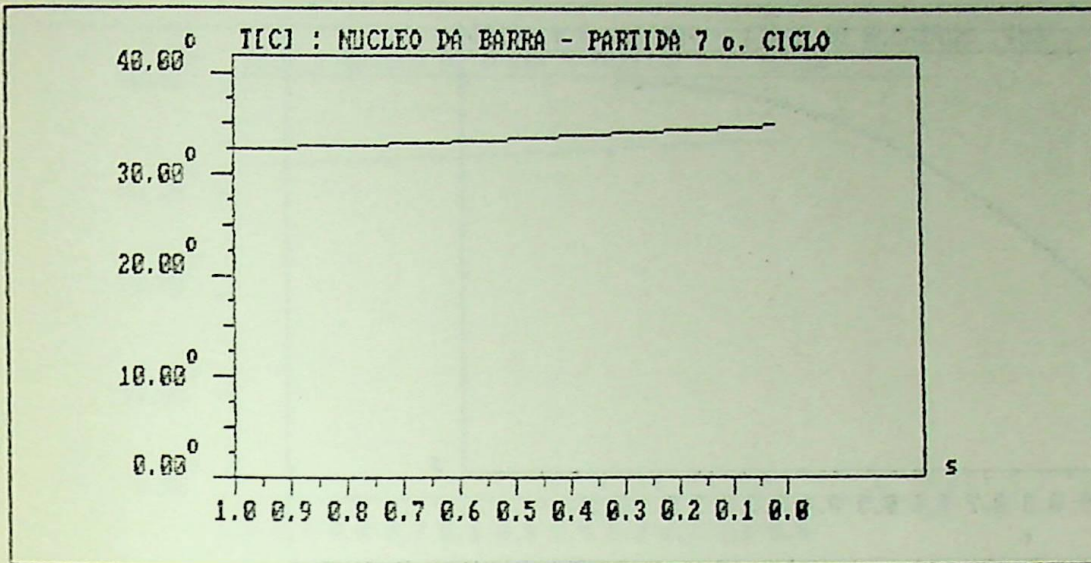








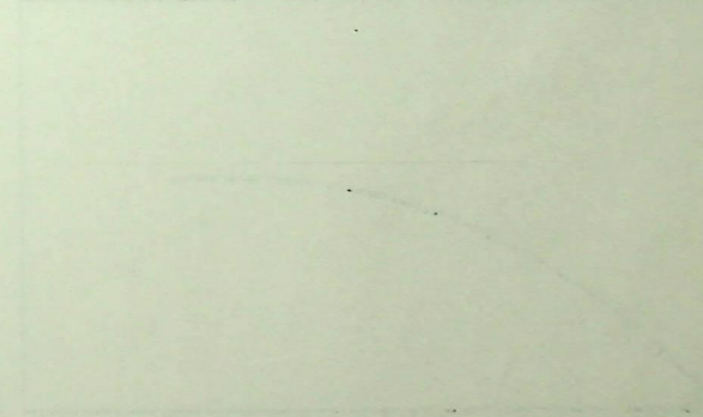




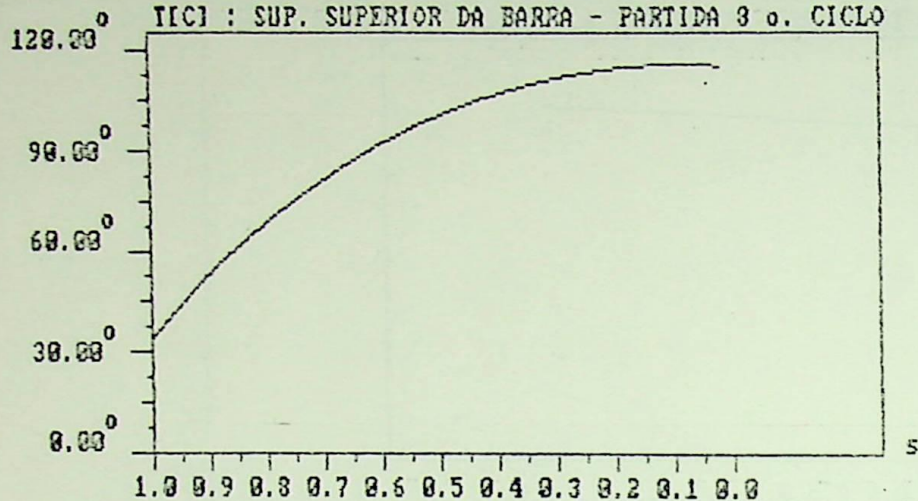
TIC2 : NUCLEO DA BARRA - PARTIDA 7 o. CICLO



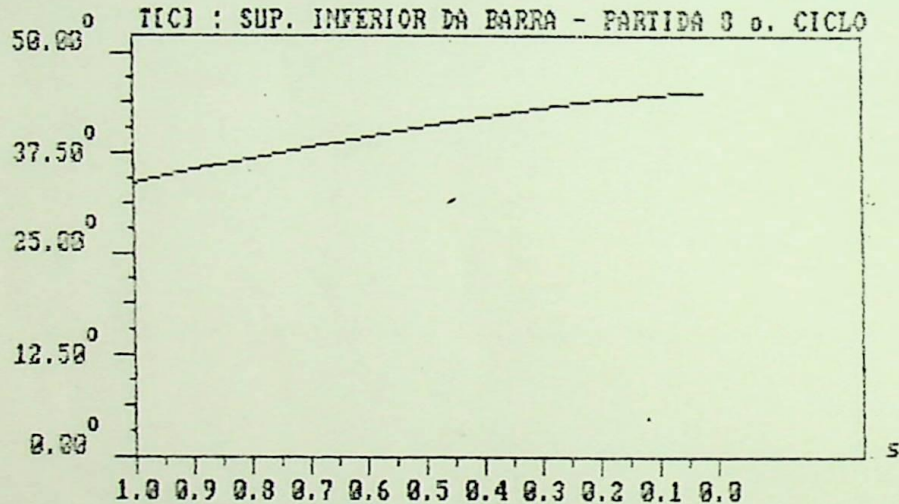
TIC3 : NUCLEO DA BARRA - PARTIDA 7 o. CICLO



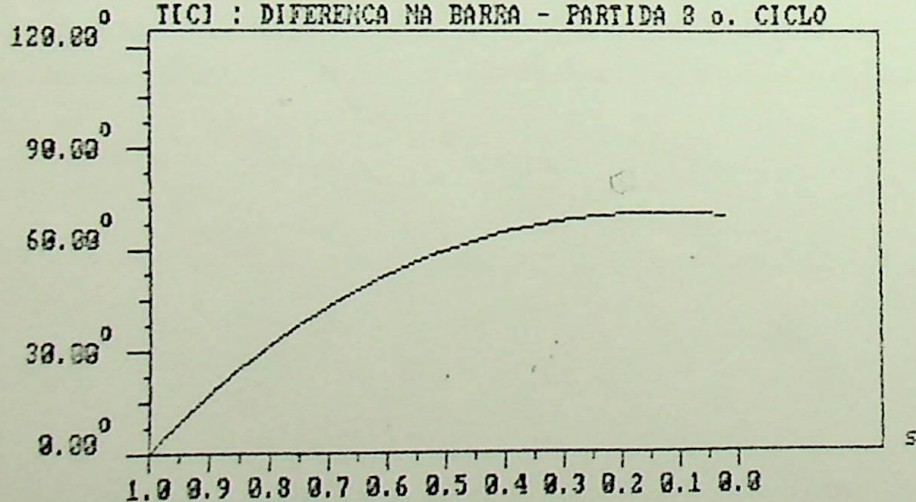
TICI : SUP. SUPERIOR DA BARRA - PARTIDA 3 o. CICLO

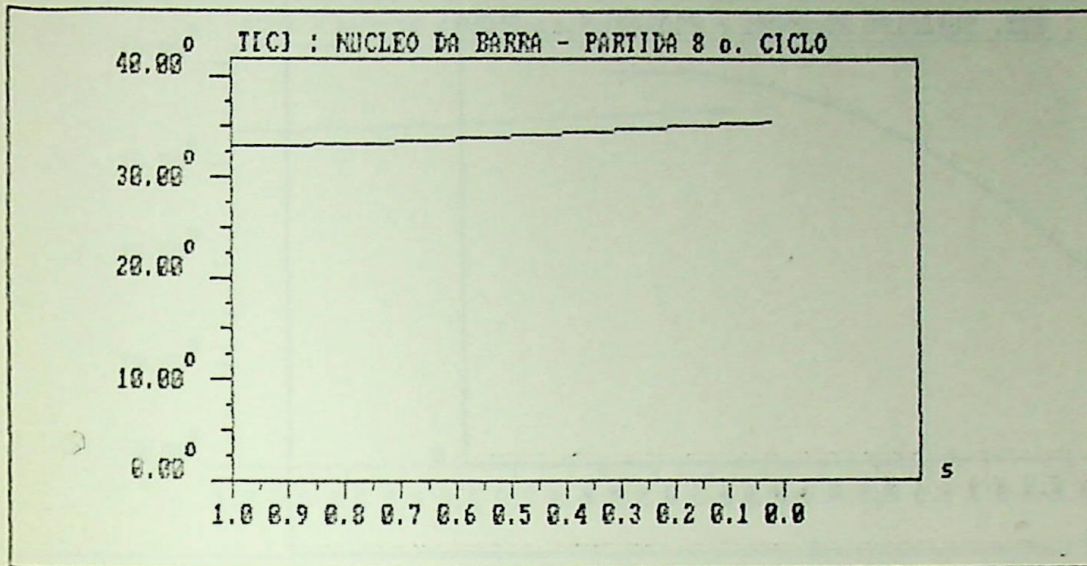


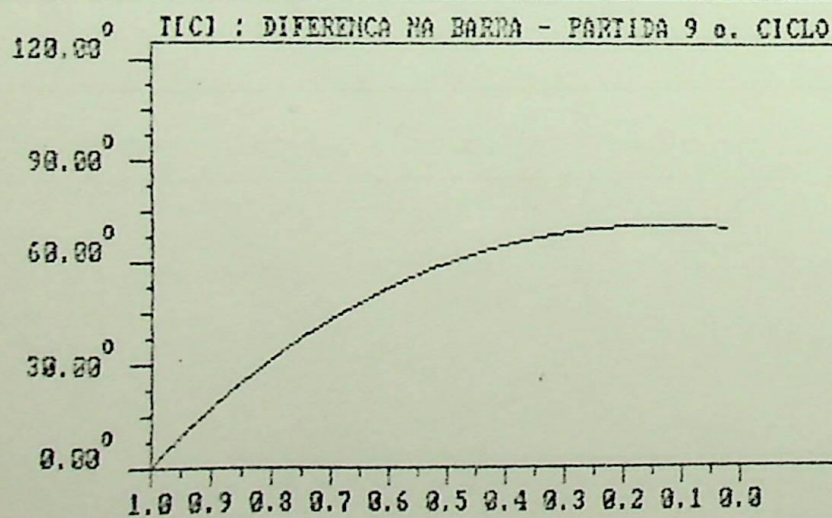
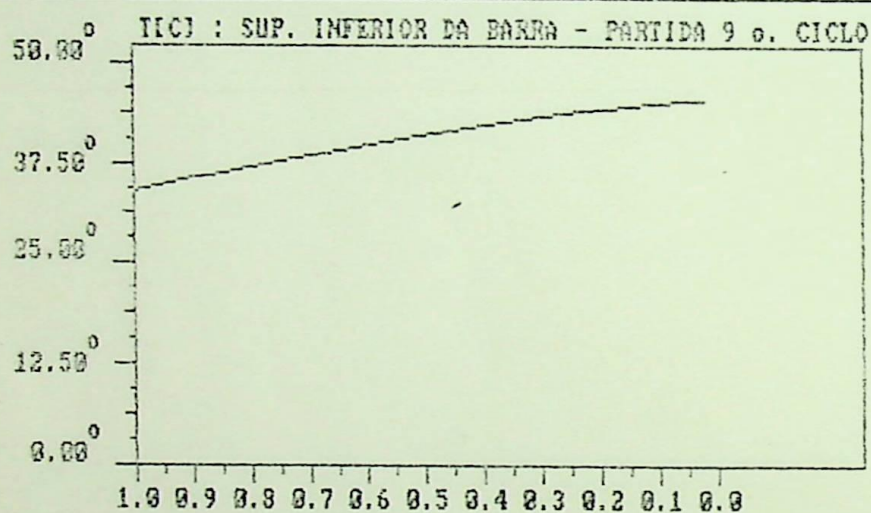
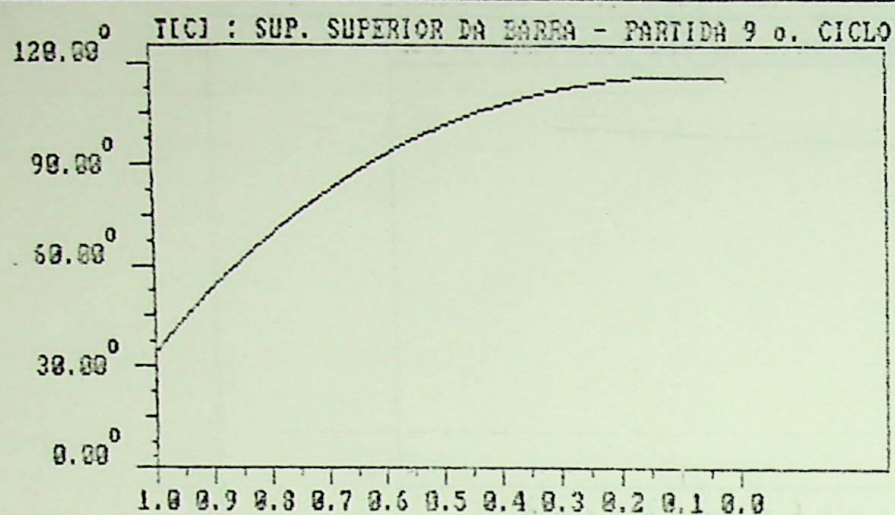
TICI : SUP. INFERIOR DA BARRA - PARTIDA 3 o. CICLO

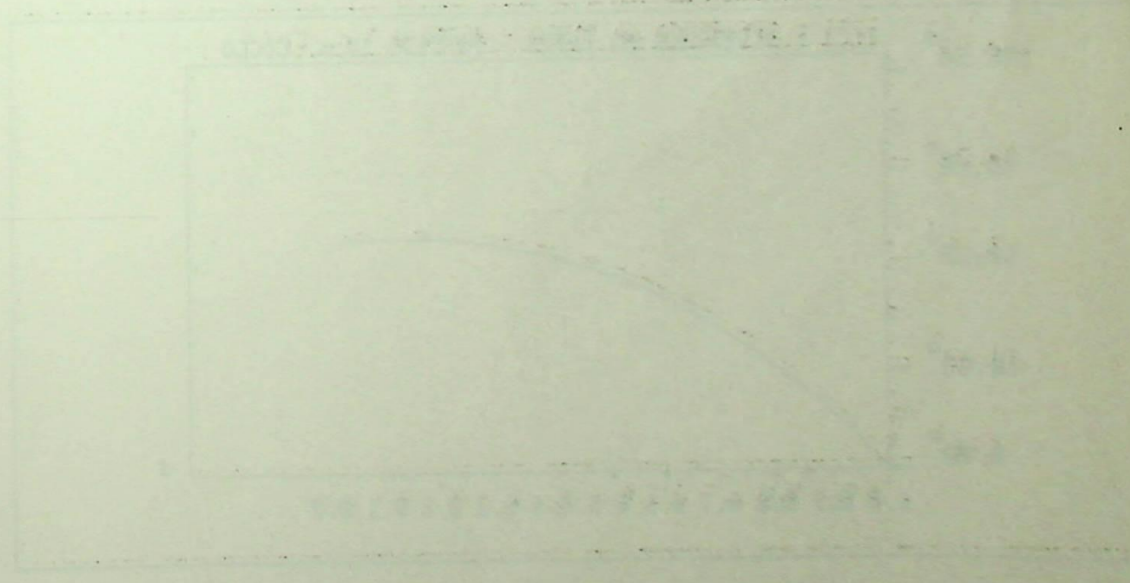
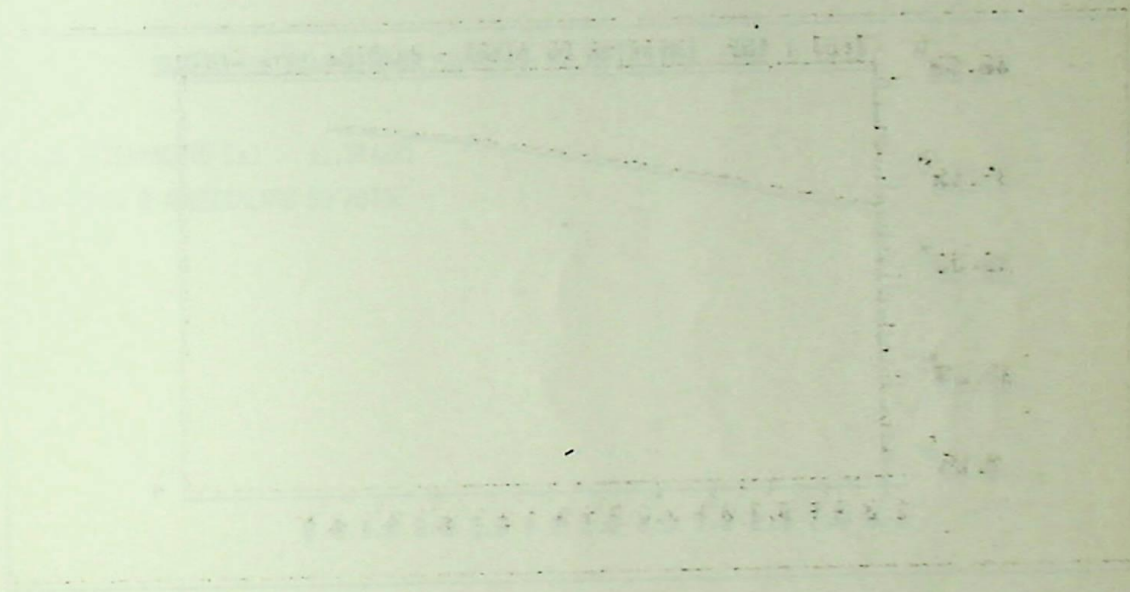
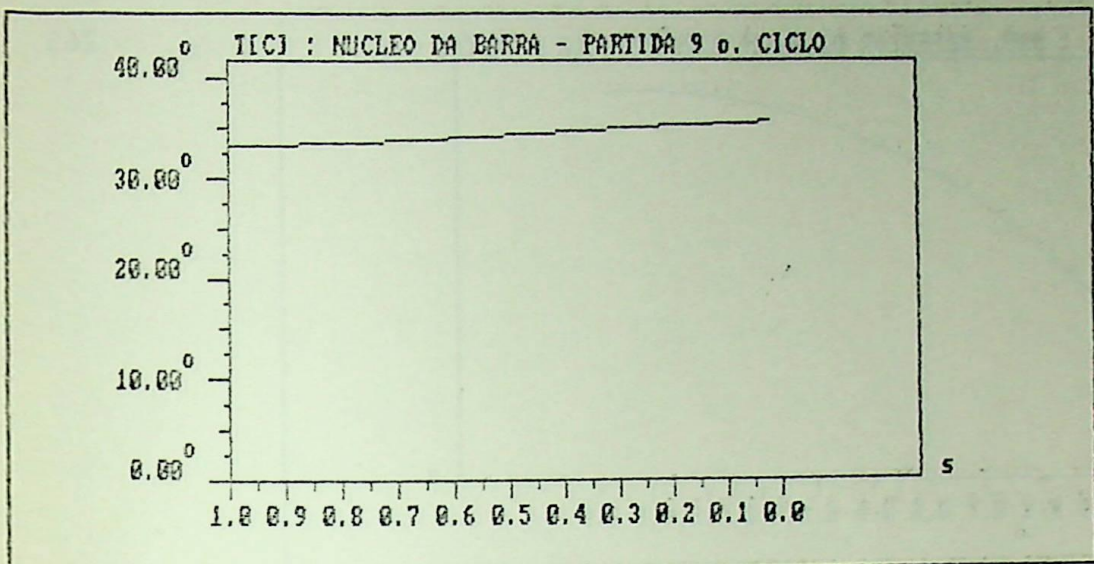


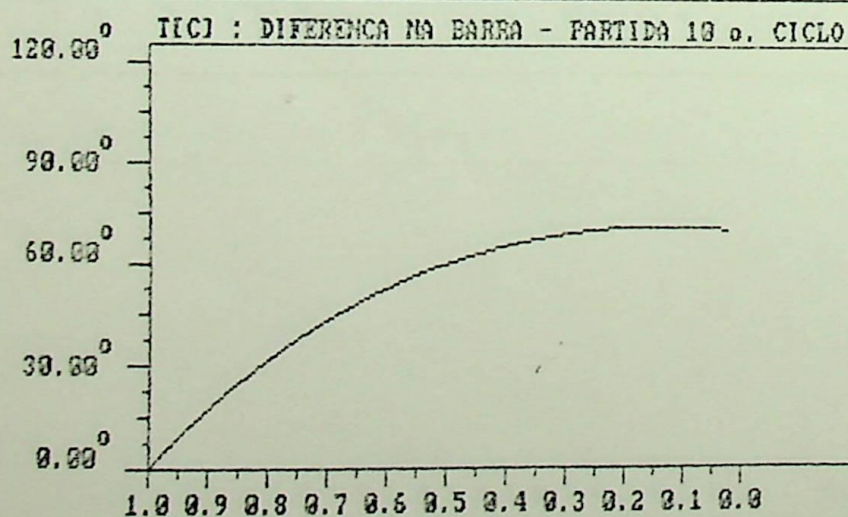
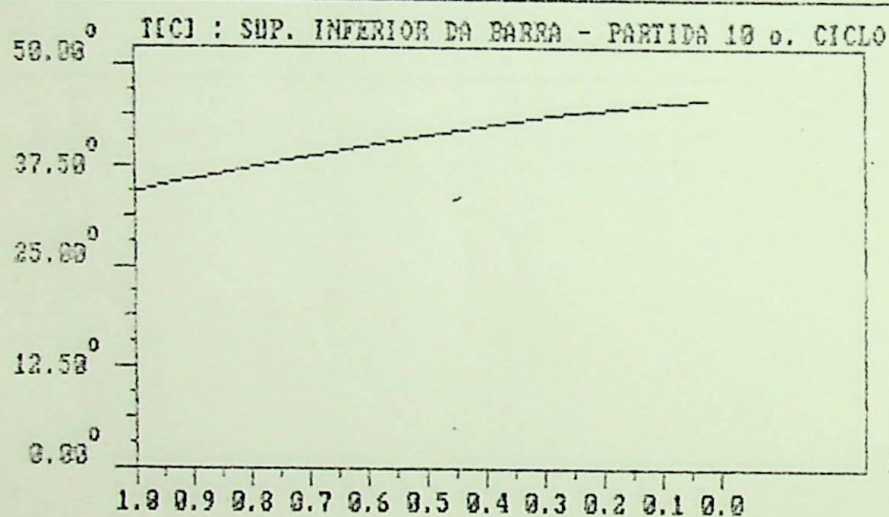
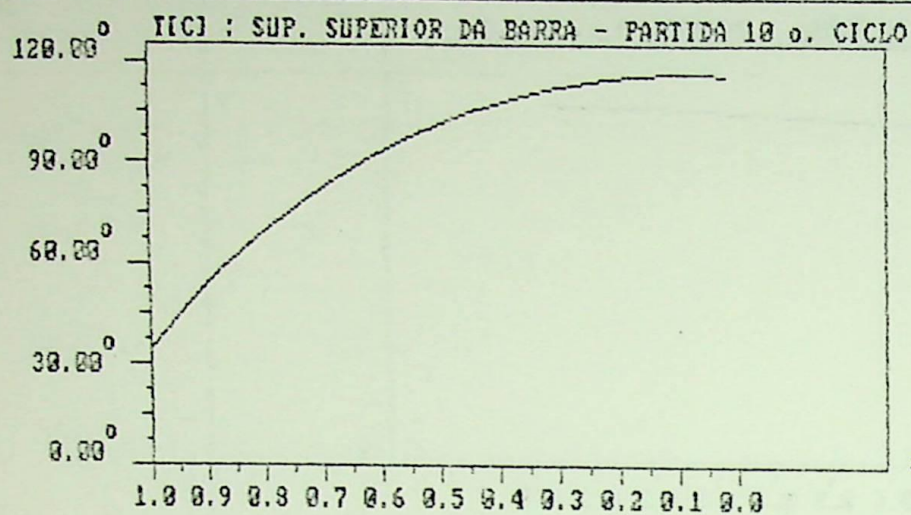
TICI : DIFERENCA NA BARRA - PARTIDA 3 o. CICLO

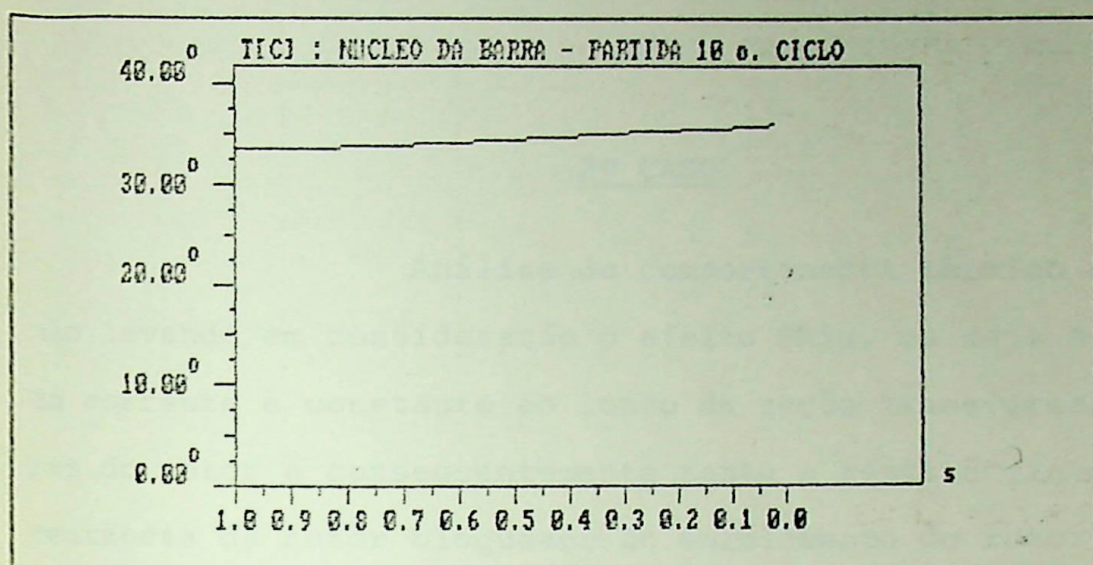












## CARACTERISTICAS DE PARTIDA :

TEMPO DE PARTIDA DO ACIONAMENTO [s] : 11.594291

OBS.: SEM LEVAR EM CONTA O AQUECIMENTO DO MOTOR

2º CASO

Análise do comportamento térmico do motor não levando em consideração o efeito Skin, ou seja a densidade da corrente é constante ao longo da seção transversal das barras do rotor e conseqüentemente tanto a resistência quanto a reatância de rotor bloqueado do enrolamento do rotor são consideradas constantes.

Os processos de aquecimentos são considerados adiabáticos.

DAIXOS DE ENTRADA :

268

POTENCIA NOMINAL DO MOTOR [W] : 220000  
 VELOCIDADE NOMINAL DO MOTOR [r.p.m.] : 1780  
 VELOCIDADE SINCRONA DO MOTOR [r.p.m.] : 1800  
 RENDIMENTO NOMINAL DO MOTOR [p.u.] : 0.920  
 FATOR DE POTENCIA NOMINAL DO MOTOR [p.u.] : 0.890  
 TENSÃO NOMINAL (NA FASE) DO MOTOR [V] : 1328.000  
 CORRENTE NOMINAL DO MOTOR [A] : 67.700  
 CORRENTE DE PARTIDA DO MOTOR [A] : 421.000  
 RELACAO ENTRE AS REATANCIAS DE DISPERSAO DO ESTATOR E DE PARTIDA DO ROTOR : 0.599  
 RELACAO ENTRE OS CONJUGADOS DE PARTIDA E NOMINAL DO MOTOR : 1.500  
 RELACAO ENTRE OS CONJUGADOS MAXIMO E NOMINAL DO MOTOR : 2.650

REATANCIA DA REDE DE ALIMENTACAO DO MOTOR [Ohm] : 0.0900000  
 RESISTENCIA DA REDE DE ALIMENTACAO DO MOTOR [Ohm] : 0.0300000

POTENCIA NOMINAL DA CARGA [W] : 220000  
 VELOCIDADE NOMINAL DA CARGA [r.p.m.] : 1780  
 MOMENTO DE INERCIA DO MOTOR [kg.m<sup>2</sup>] : 4.045  
 MOMENTO DE INERCIA DA CARGA [kg.m<sup>2</sup>] : 60.000  
 MOMENTO DE INERCIA DO ISOLADOR [kg.m<sup>2</sup>] : 0.000  
 RENDIMENTO DO REDUTOR [p.u.] : 1.000  
 EXPOENTE QUE DEFINE A VARIACAO DA CARGA COM A VELOCIDADE : 0

A PARTIDA DO MOTOR OCORRE SOB CARGA  
 O CONJUGADO DA CARGA NAO ATUA NO SENTIDO DO MOVIMENTO

CAPACIDADE TERMICA DOS ENROLAMENTOS DO ROTOR [C.s/W] : 22445  
 CONSTANTE DE TEMPO TERMICA EQUIVALENTE DO ROTOR [s] : 30  
 CONSTANTE DE TEMPO DE AQUECIMENTO DO ESTATOR [s] : 2400  
 FATOR QUE DEFINE A VARIACAO DA RESISTENCIA DO ENROLAMENTO DO ROTOR COM A TEMPERATURA : 0.0038000  
 FATOR QUE DEFINE A VARIACAO DA RESISTENCIA DO ENROLAMENTO DO ESTATOR COM A TEMPERATURA : 0.0034500  
 CAPACIDADE TERMICA DO NUCLEO DO ROTOR [C.s/W] : 113658  
 CAPACIDADE TERMICA DOS ENROLAMENTOS DO ESTATOR [C.s/W] : 173842  
 ELIVACAO ADMISSIVEL DE TEMPERATURA DOS ENROLAMENTOS DO ESTATOR EM FUNCAO DA CLASSE DE ISOLAMENTO [C] : 80

O MOTOR E AUTOVENTILADO

TEMPO DE ROTOR TRAVADO [s] : 17.00

## PARAMETROS DO CIRCUITO EQUIVALENTE DO MOTOR :

R1 [Ohm] = 0.561936  
X1 [Ohm] = 1.789460  
RM [Ohm] = 514.782227  
XM [Ohm] = 62.666615  
X2p [Ohm] = 1.071887  
X2n [Ohm] = 2.073635  
R2n [Ohm] = 0.219367  
R2p [Ohm] = 9.765886  
R [Ohm] = 19.706610  
X'2np [Ohm] = 2.247370  
R'2n [Ohm] = 0.227573

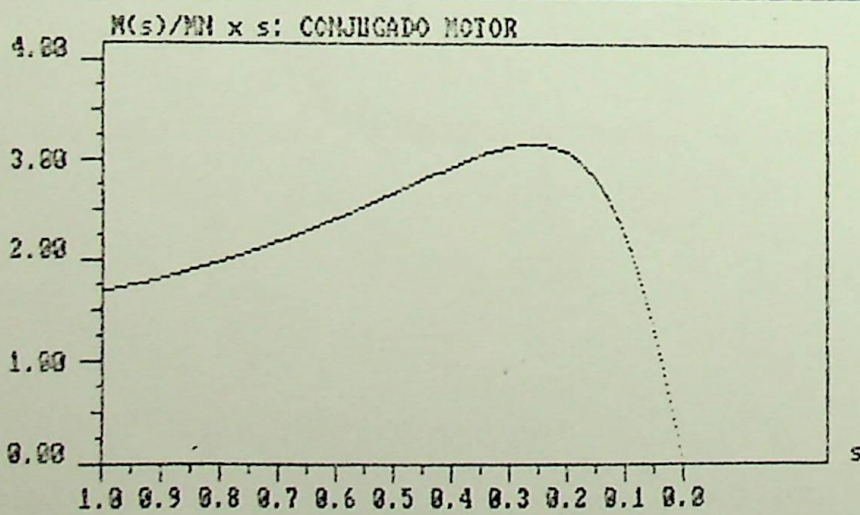
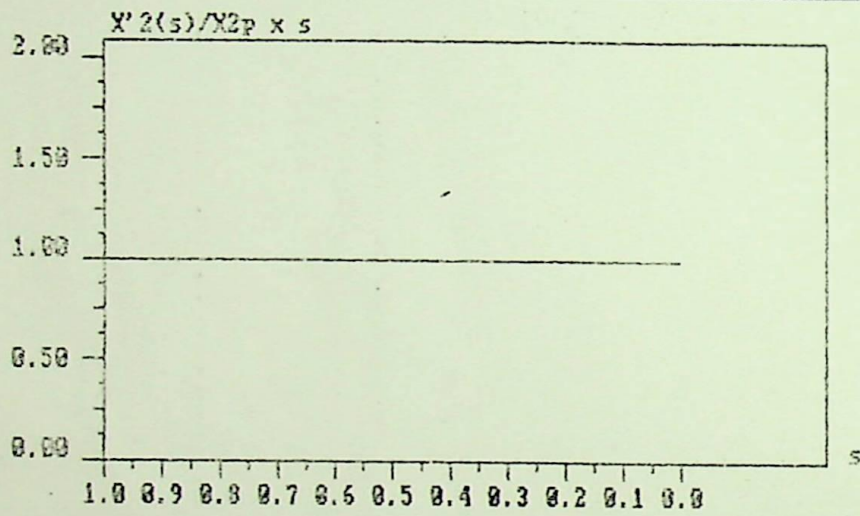
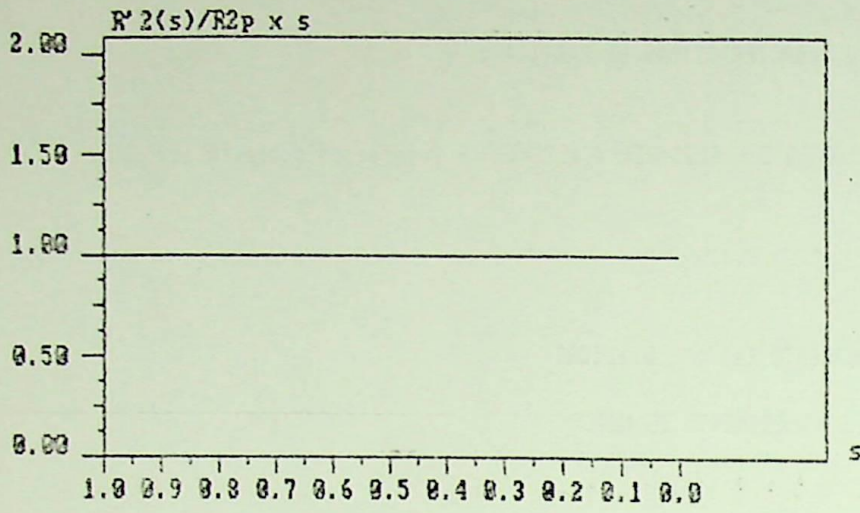
RELACAO ENTRE AS PERDAS NOMINAIS NOS ENROLAMENTOS DO ROTOR E ESTATOR E AS PERDAS TOTAIS NOMINAIS : 0.531638

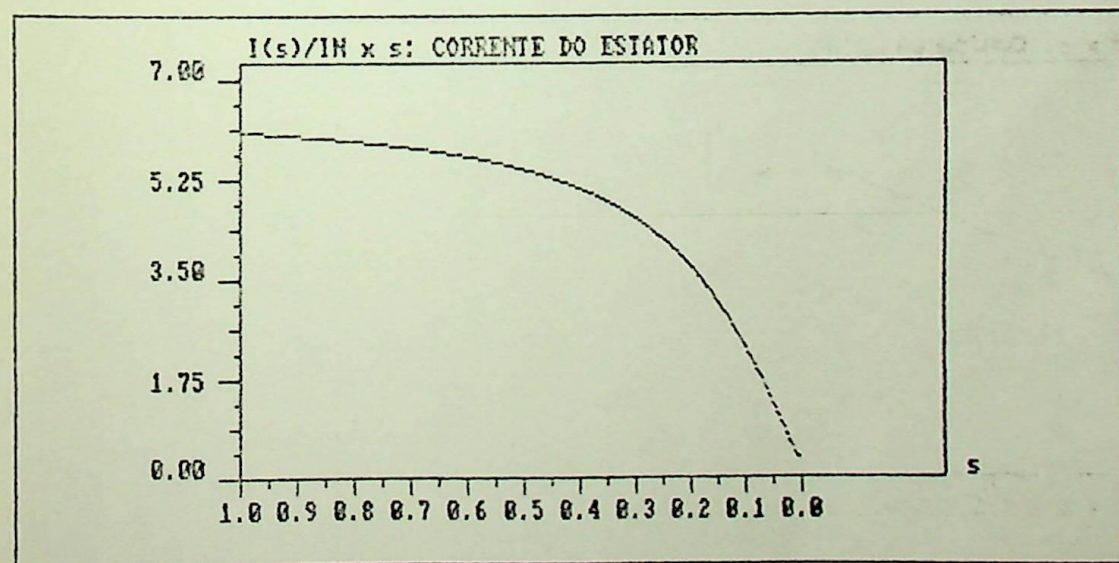
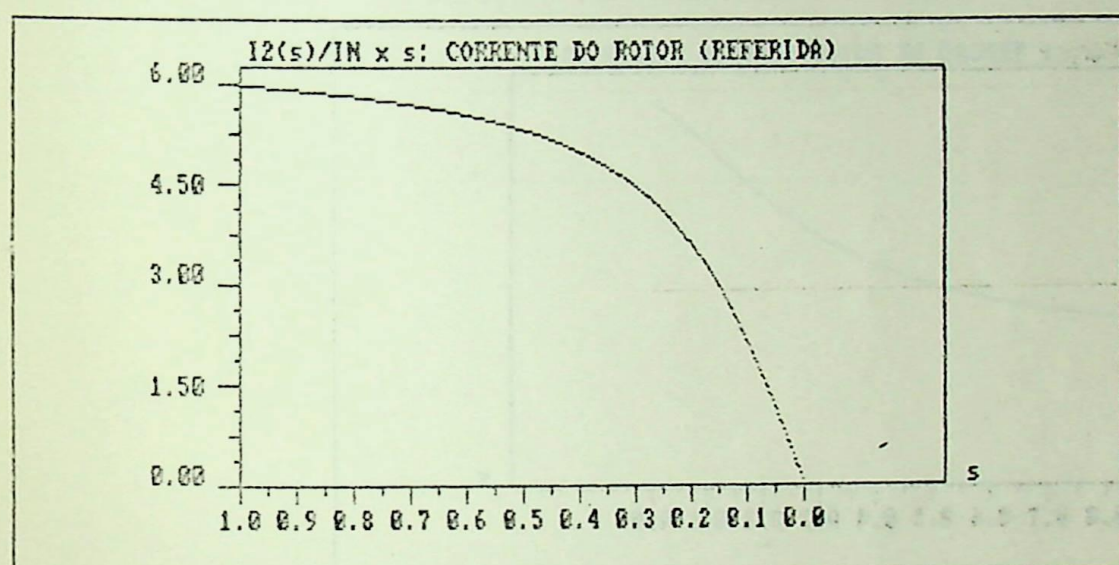
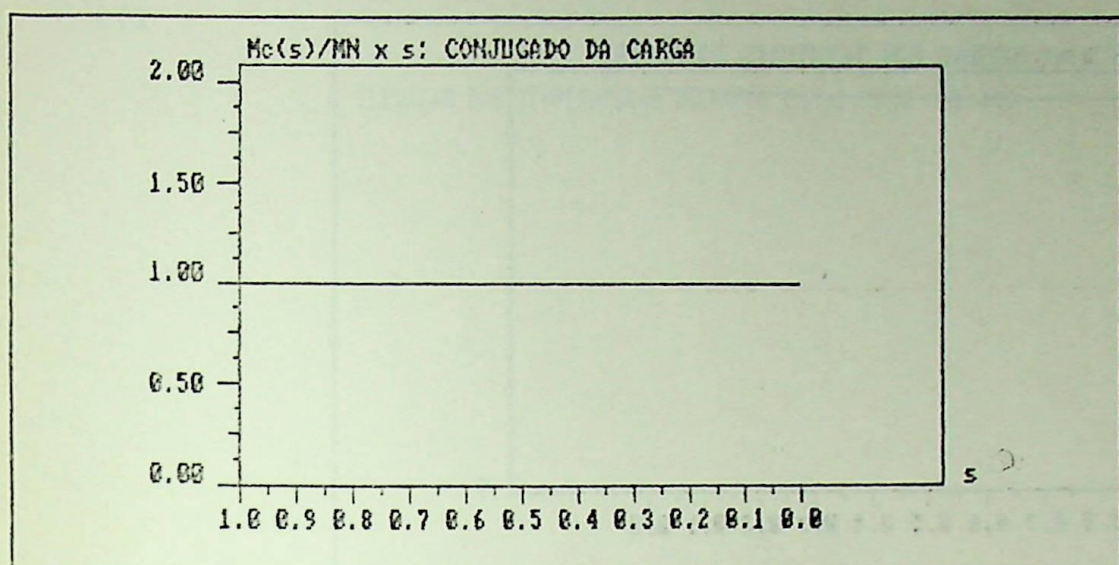
## CARACTERISTICAS DE PARTIDA :

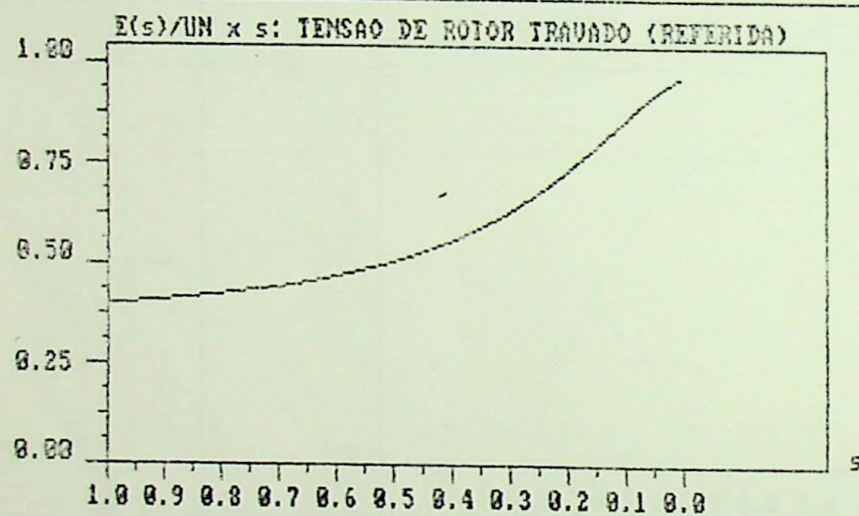
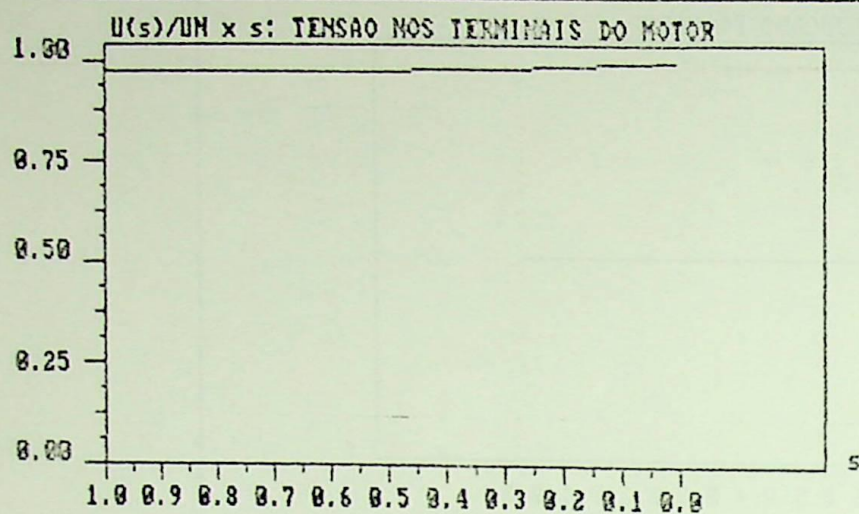
CASO 2 -  $RL2S=R2P$  e  $XL2S=X2P$  - Desprezado o efeito pelicular

TEMPO DE PARTIDA DO ADIONAMENTO [s] : 8.125287

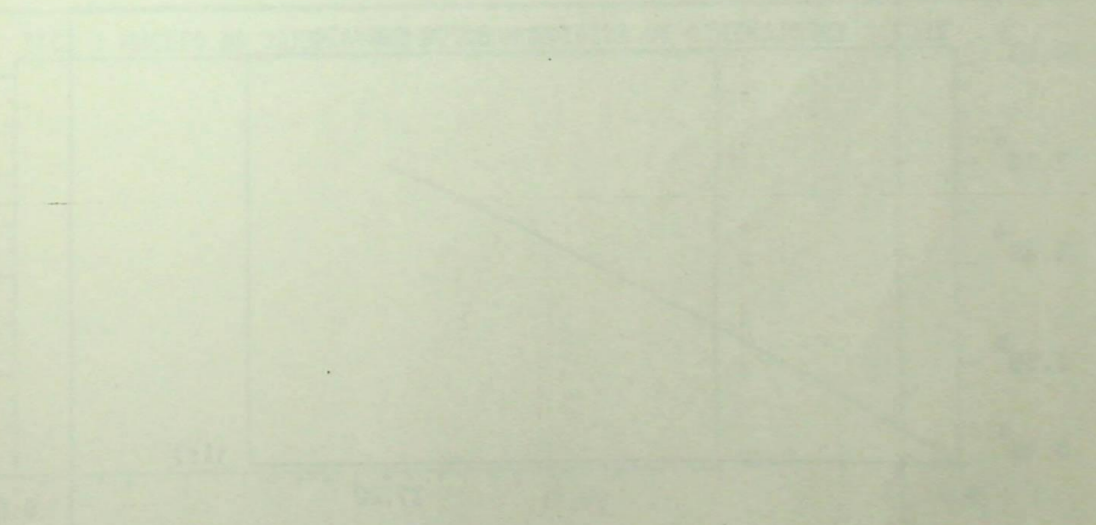
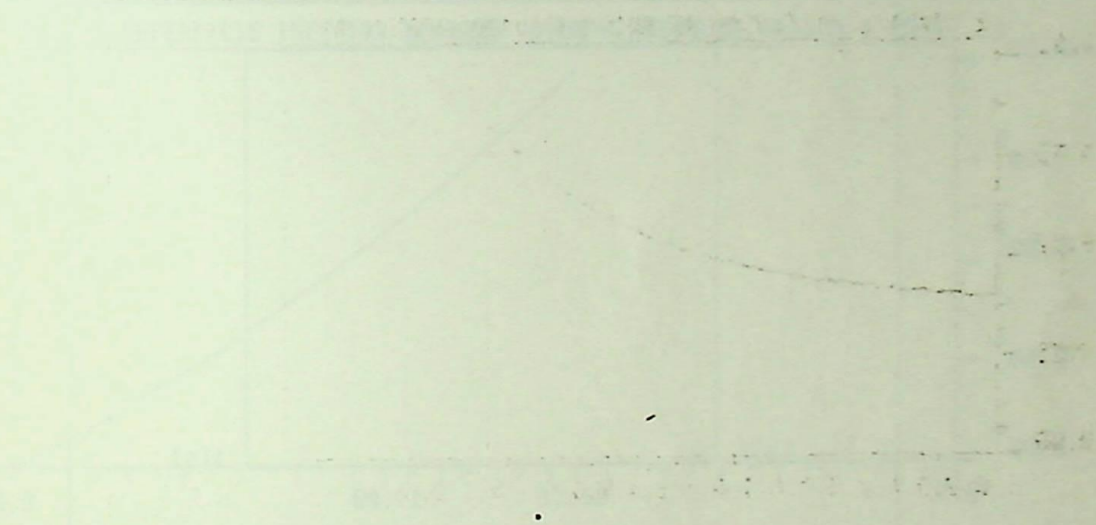
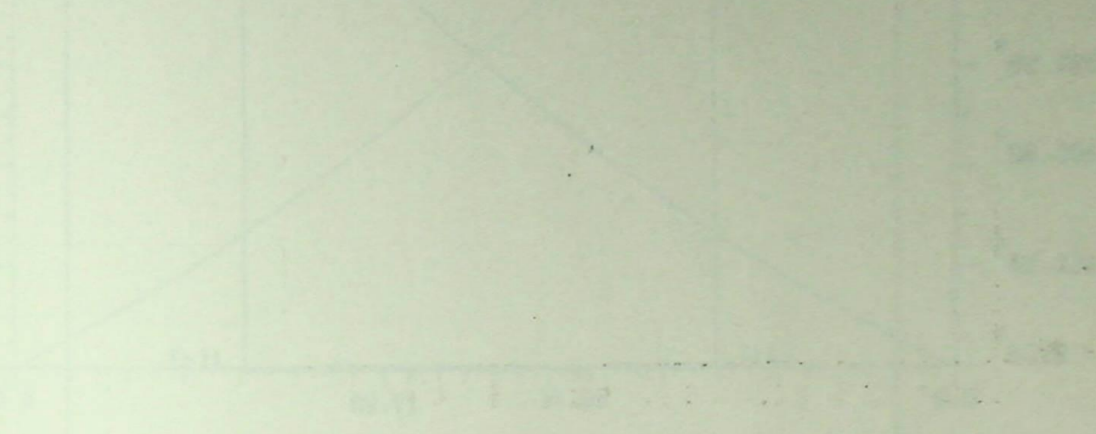
OBS.: SEM LEVAR EM CONTA O AQUECIMENTO DO MOTOR

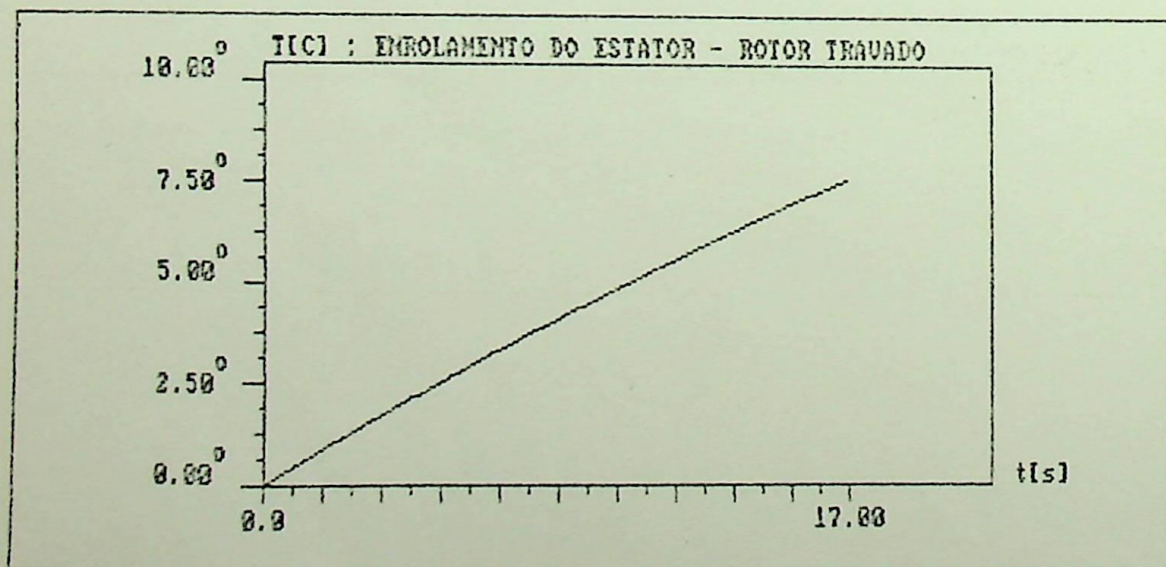
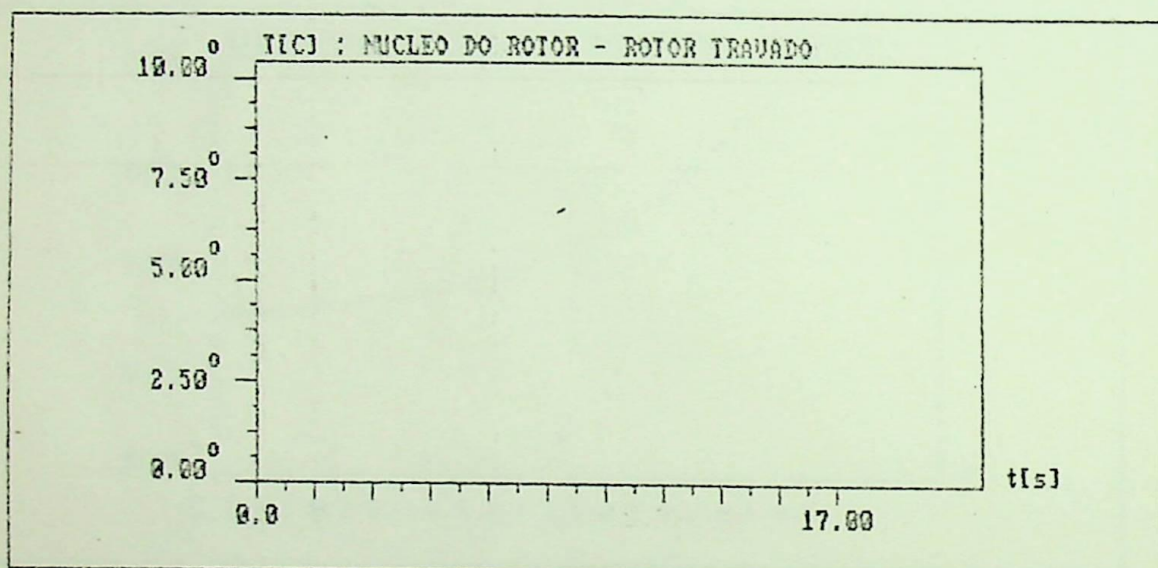
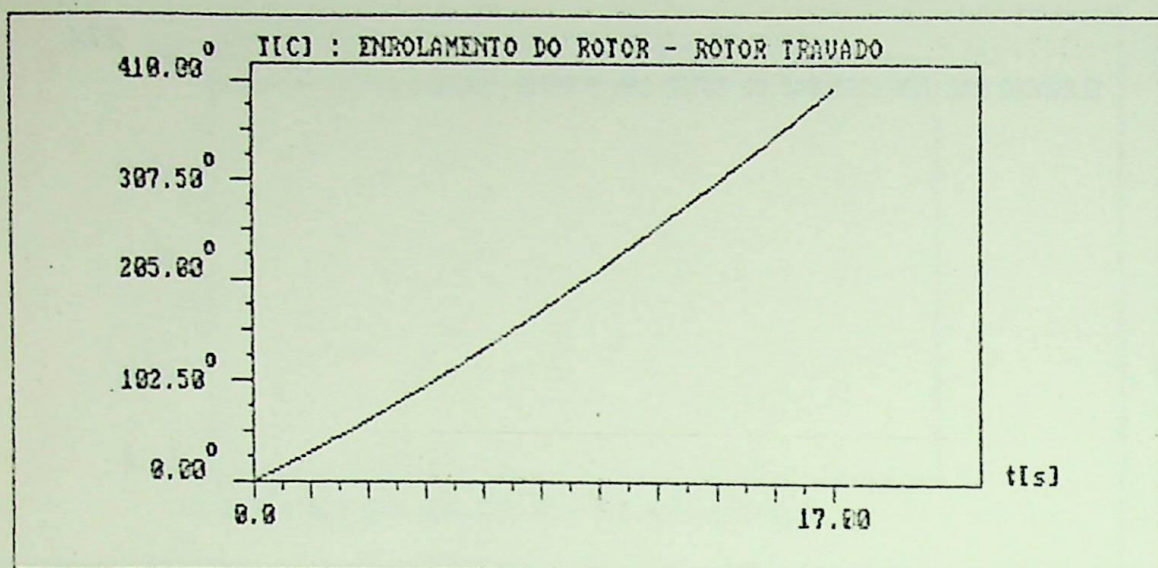


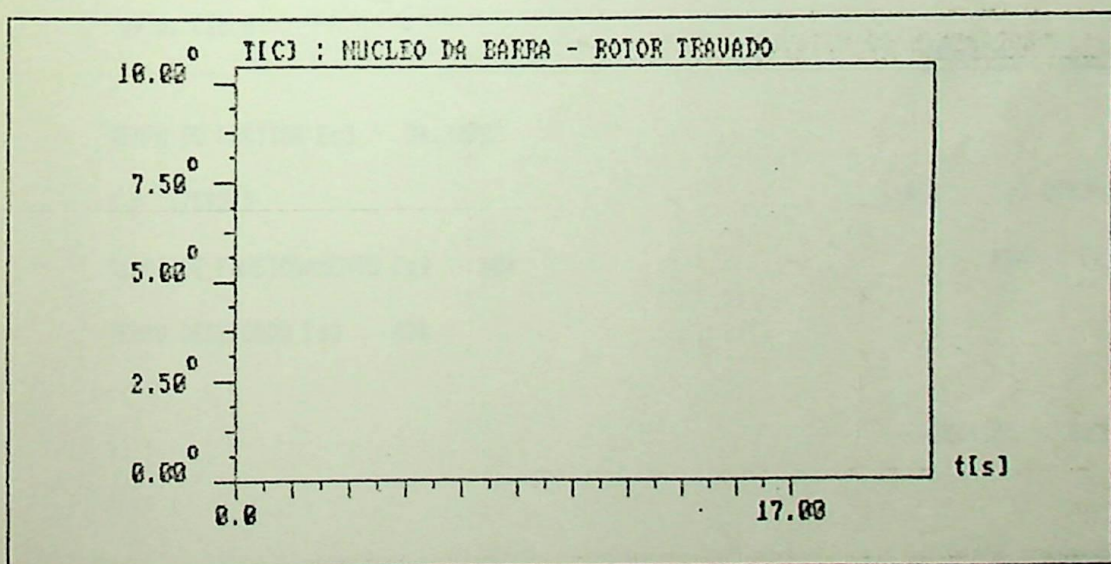
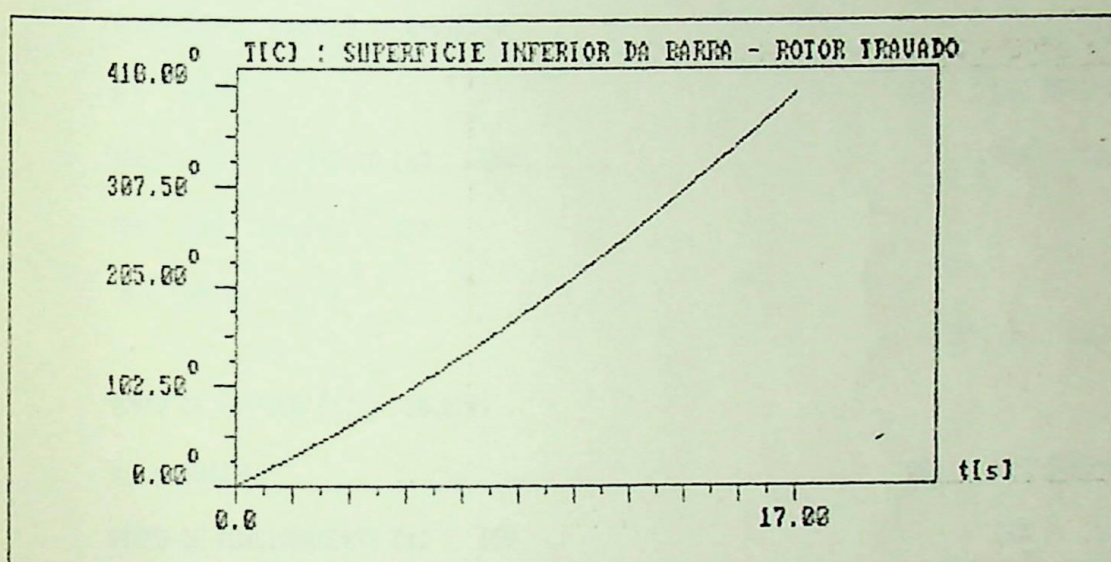
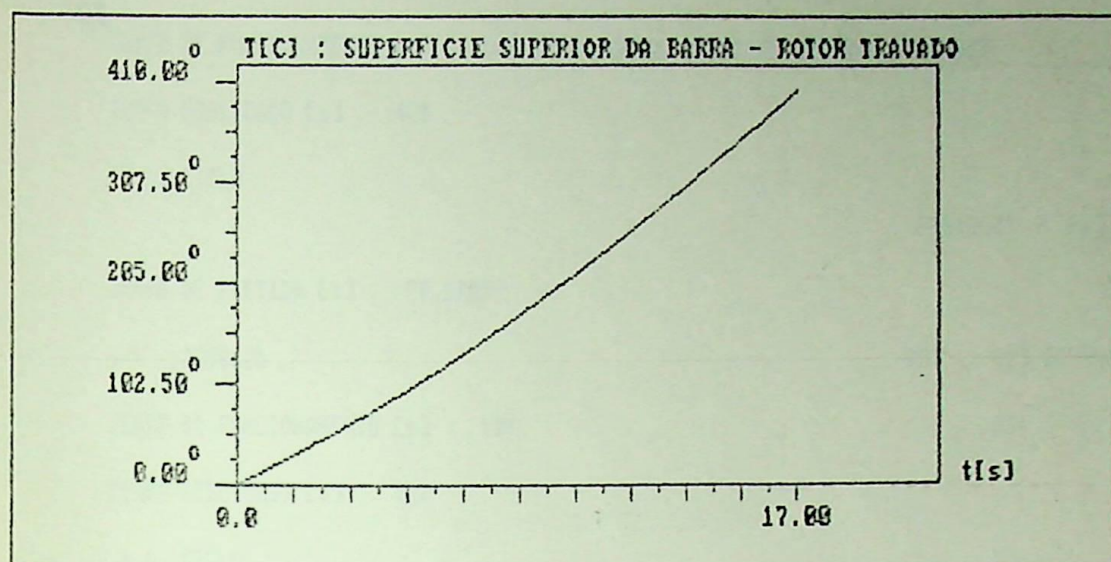




ELEVACAO DAS TEMPERATURAS DO MOTOR COM O ROTOR TRAVADO :







## ELEVACAO DAS TEMPERATURAS DO MOTOR :

## 1 o. CICLO

TEMPO DE PARTIDA [s] : 71.21863

 $s = 4.999999E-02$ 

TEMPO DE FUNCIONAMENTO [s] : 180

TEMPO DESLIGADO [s] : 420

## 2 o. CICLO

TEMPO DE PARTIDA [s] : 9.086559

 $s = 7.812499E-02$ 

TEMPO DE FUNCIONAMENTO [s] : 180

TEMPO DESLIGADO [s] : 420

## 3 o. CICLO

TEMPO DE PARTIDA [s] : 11.96164

 $s = .1070125$ 

TEMPO DE FUNCIONAMENTO [s] : 180

TEMPO DESLIGADO [s] : 420

## 4 o. CICLO

TEMPO DE PARTIDA [s] : 12.18952

 $s = .146875$ 

TEMPO DE FUNCIONAMENTO [s] : 180

TEMPO DESLIGADO [s] : 420

## 5 o. CICLO

TEMPO DE PARTIDA [s] : 15.73564

 $s = .1953125$ 

TEMPO DE FUNCIONAMENTO [s] : 180

TEMPO DESLIGADO [s] : 420

## 6 o. CICLO

TEMPO DE PARTIDA [s] : 20.51657

s = .2578125

278

TEMPO DE FUNCIONAMENTO [s] : 180

TEMPO DESLIGADO [s] : 420

7 o. CICLO

TEMPO DE PARTIDA [s] : 29.87839

s = .3390625

TEMPO DE FUNCIONAMENTO [s] : 180

TEMPO DESLIGADO [s] : 420

8 o. CICLO

TEMPO DE PARTIDA [s] : 24.98211

s = .4484375

TEMPO DE FUNCIONAMENTO [s] : 180

TEMPO DESLIGADO [s] : 420

9 o. CICLO

TEMPO DE PARTIDA [s] : 30.6704

s = .584375

TEMPO DE FUNCIONAMENTO [s] : 180

TEMPO DESLIGADO [s] : 420

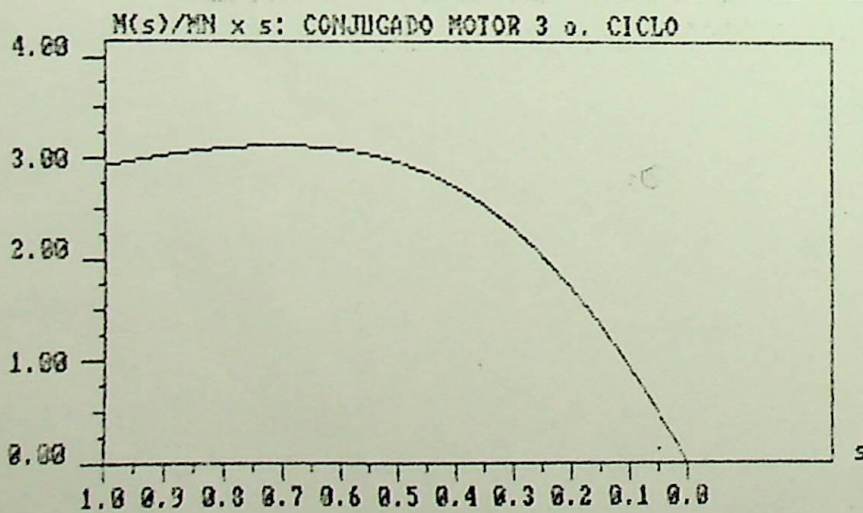
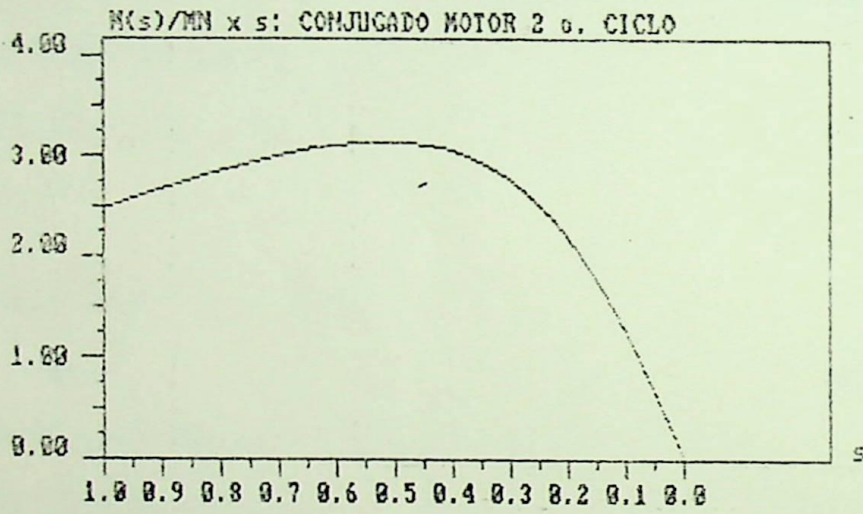
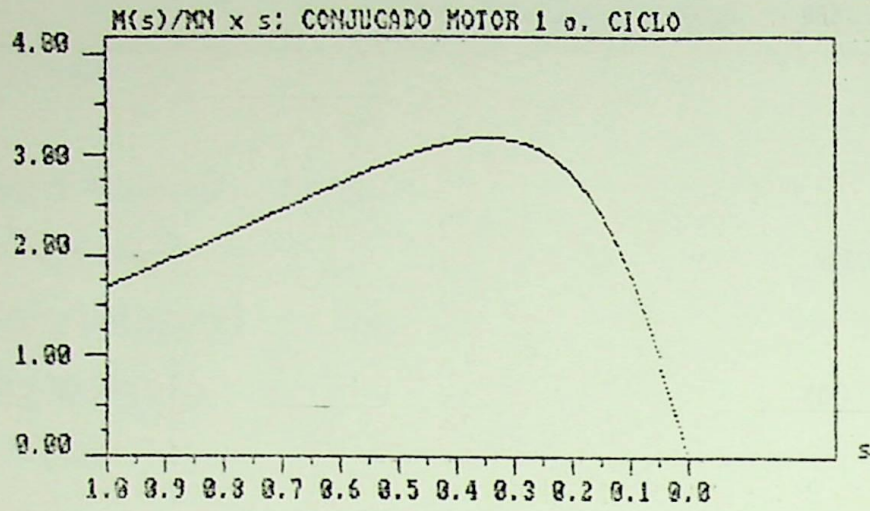
10 o. CICLO

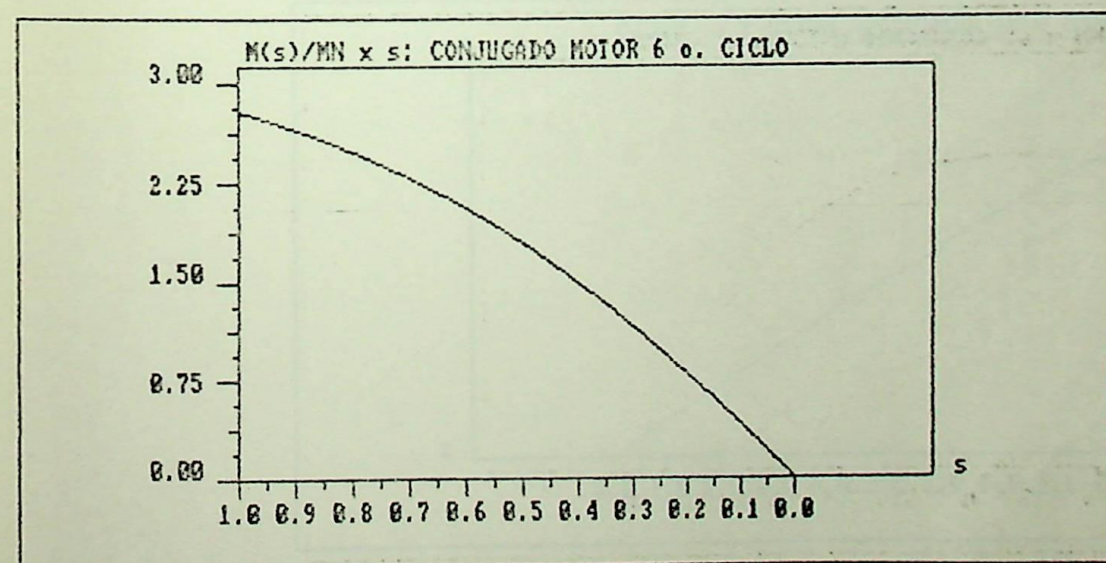
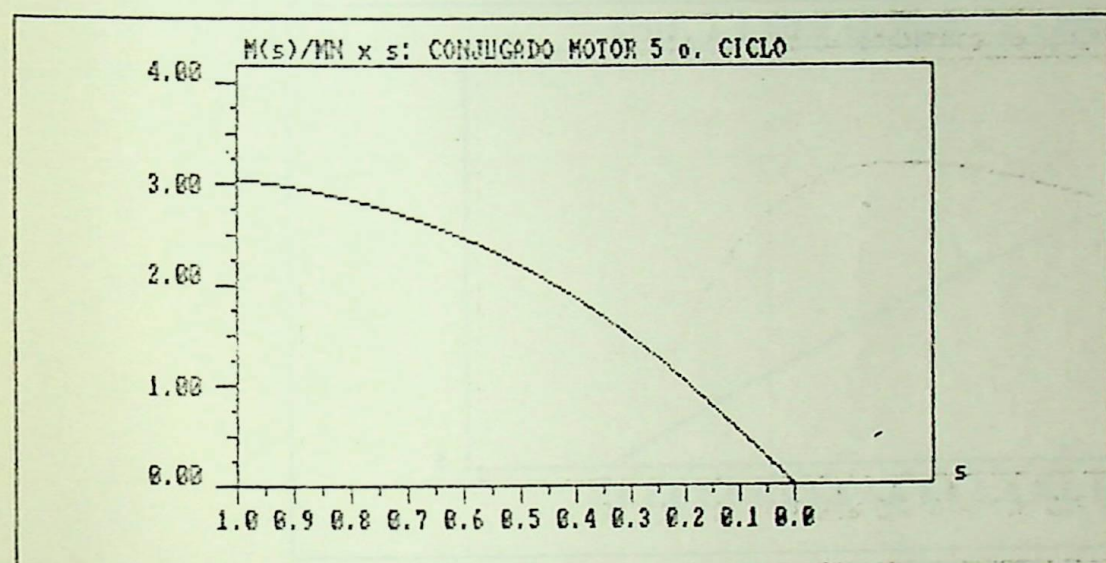
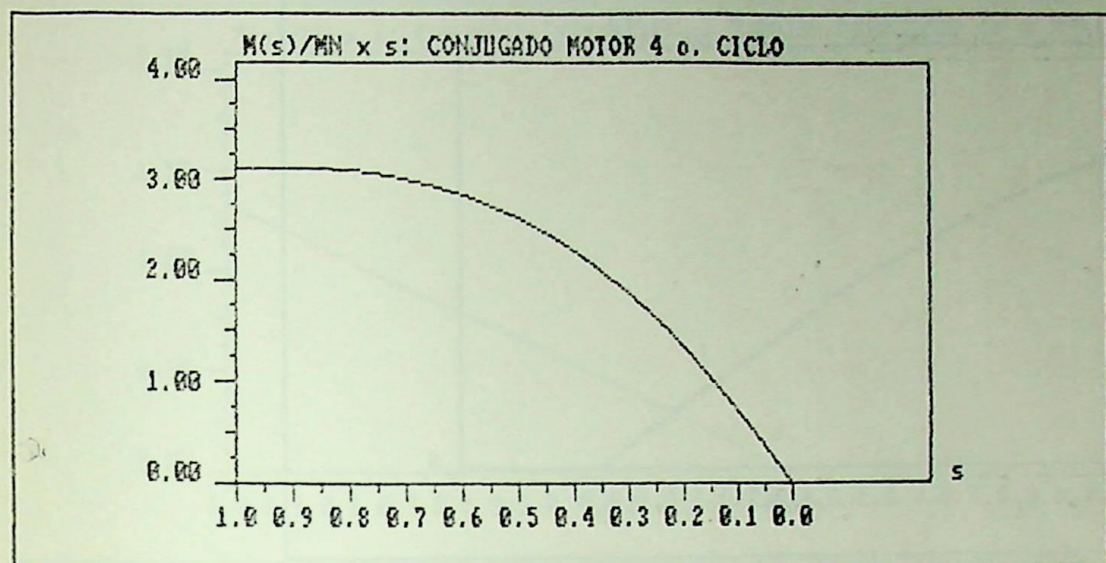
TEMPO DE PARTIDA [s] : 30.32732

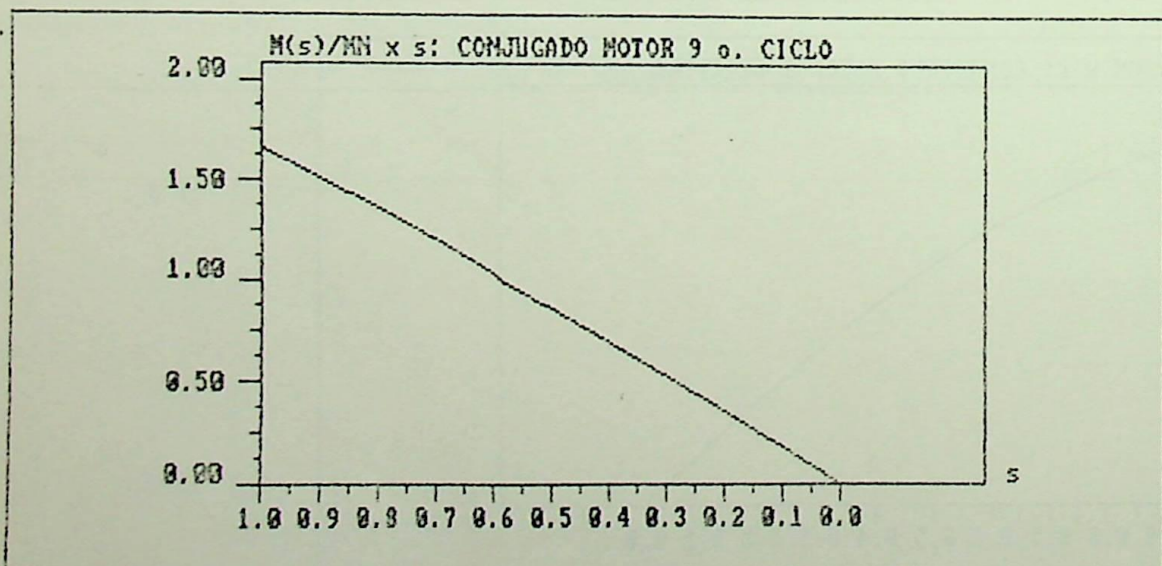
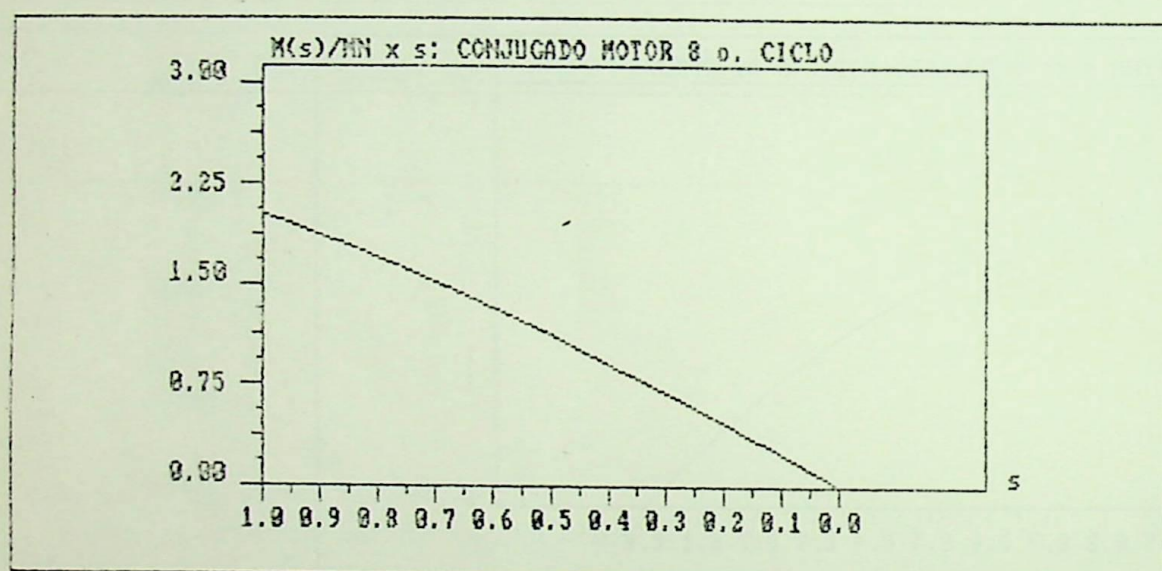
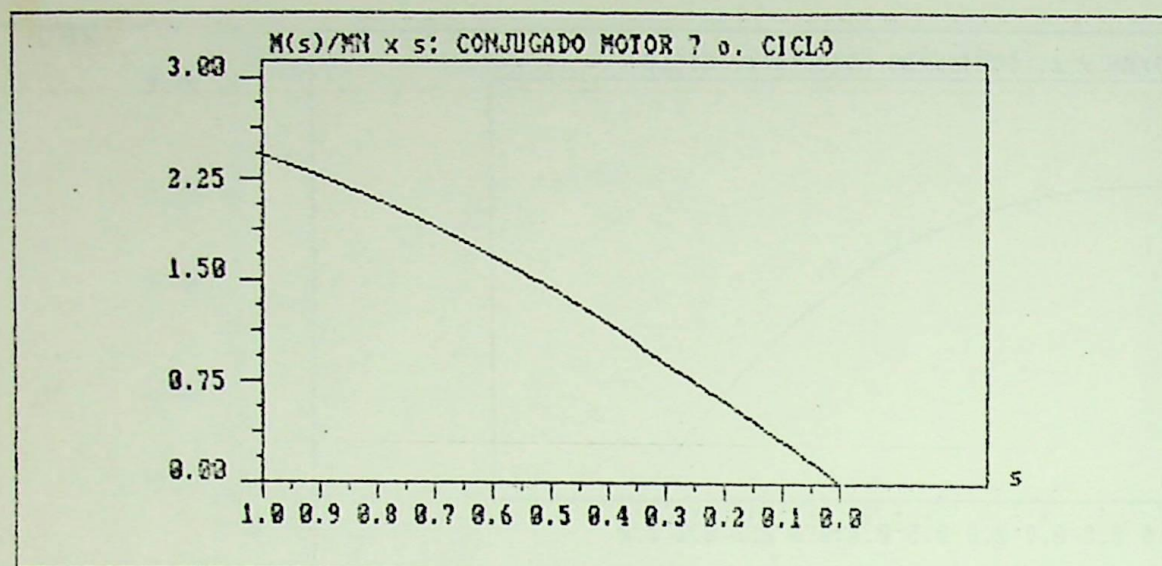
s = .759375

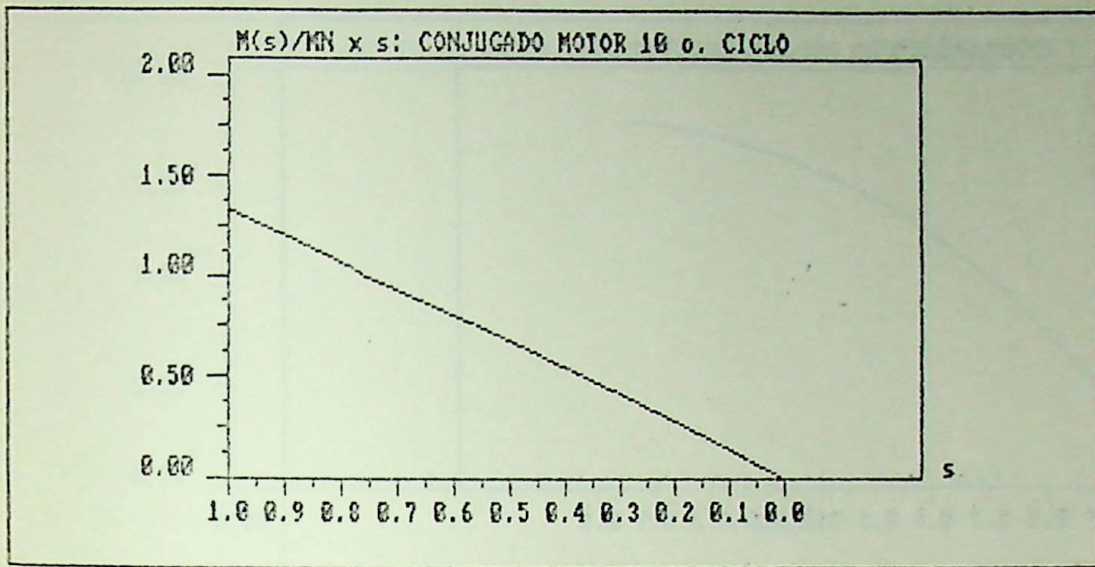
TEMPO DE FUNCIONAMENTO [s] : 180

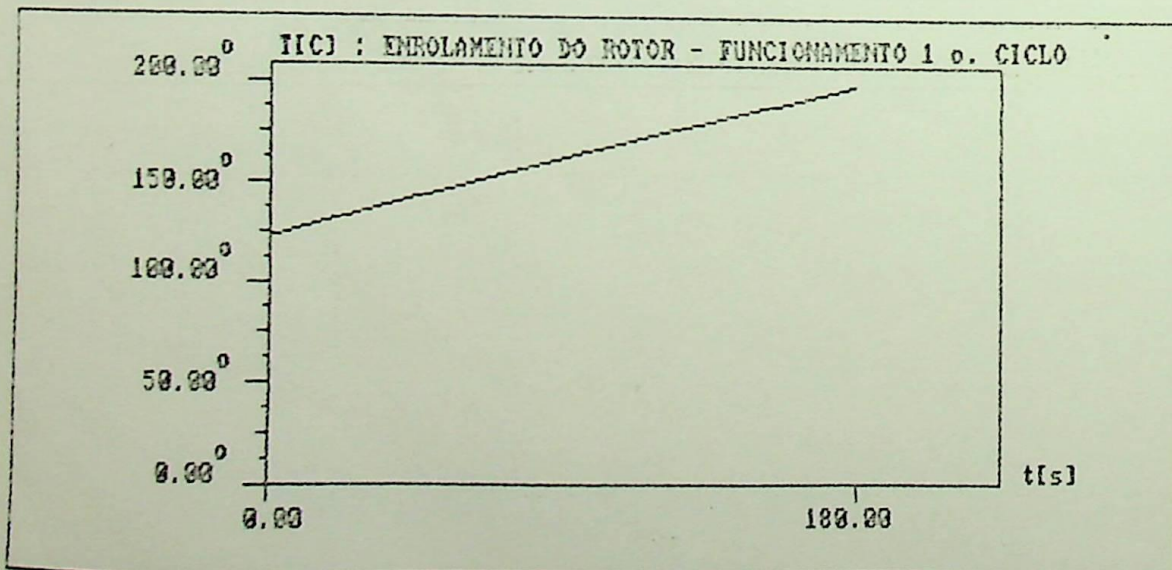
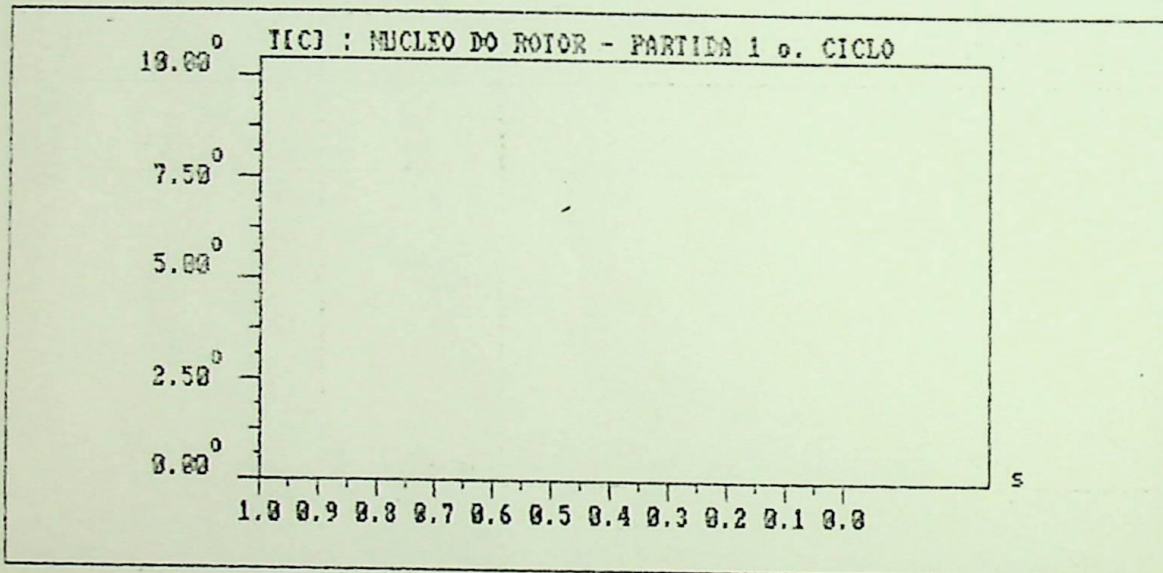
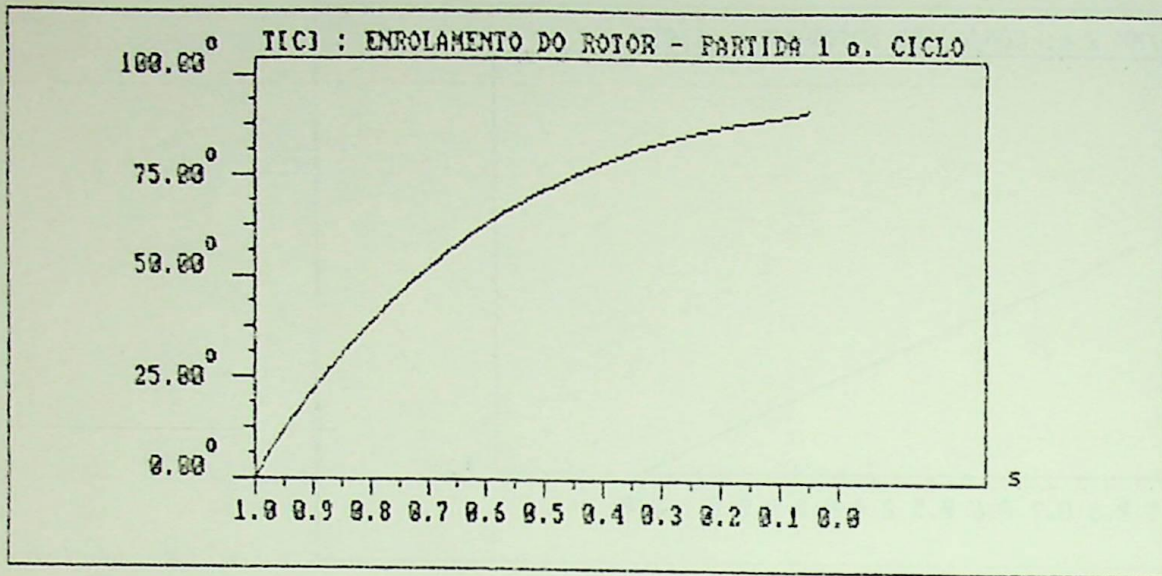
TEMPO DESLIGADO [s] : 420

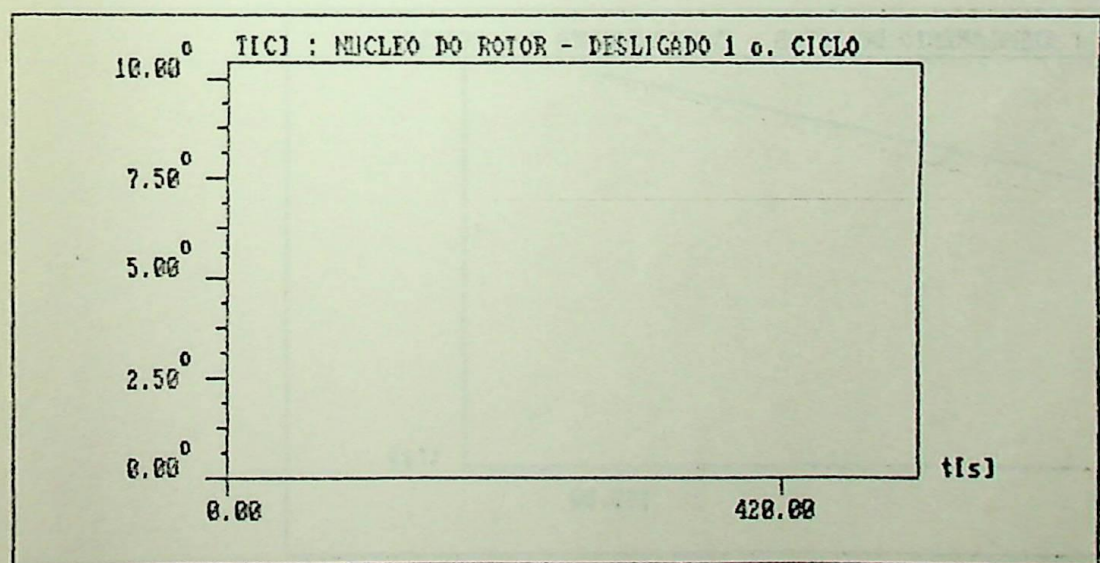
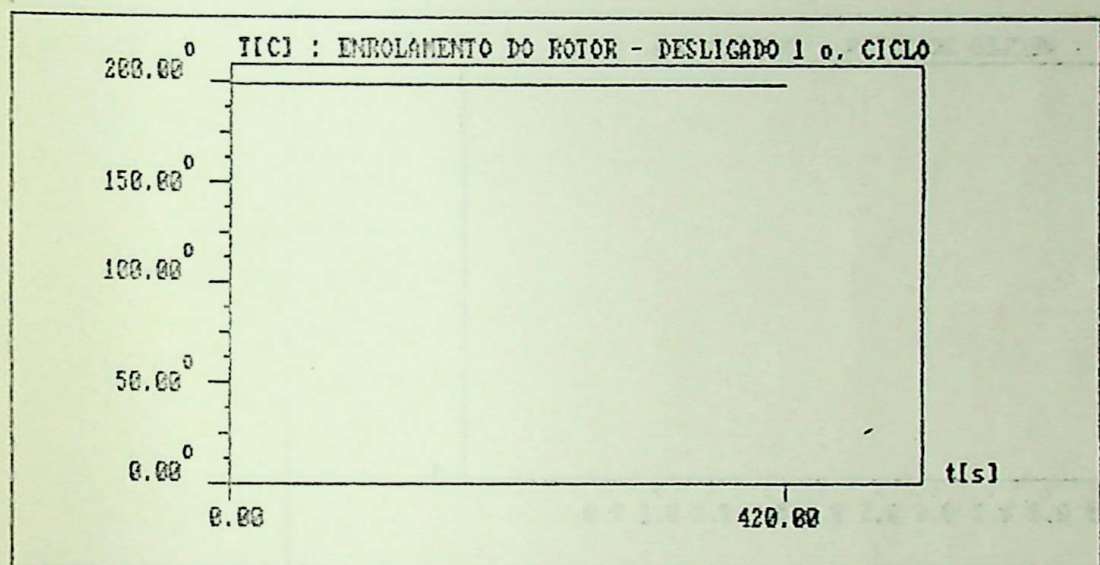
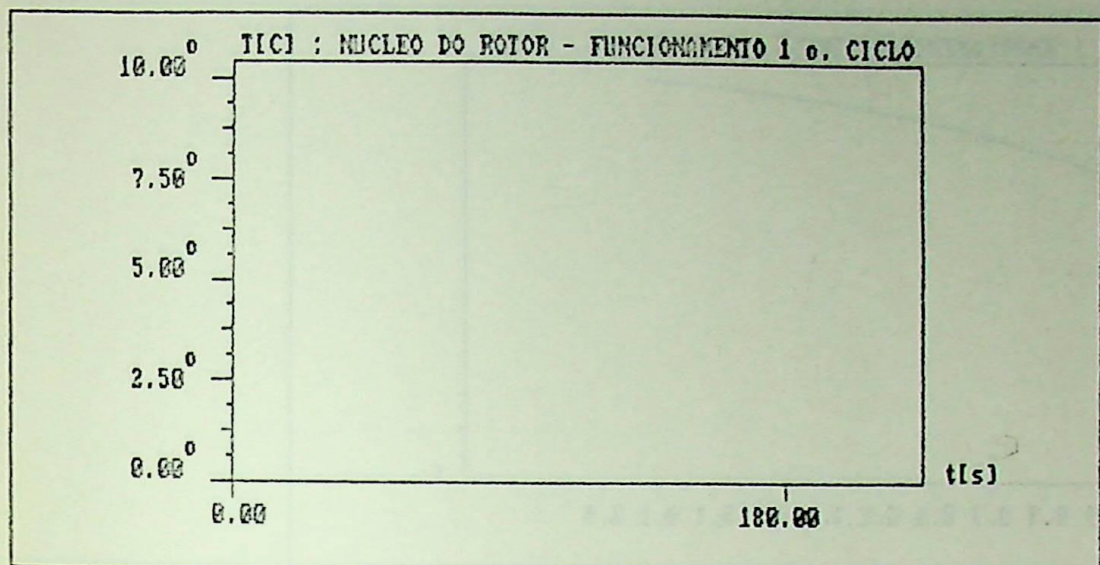


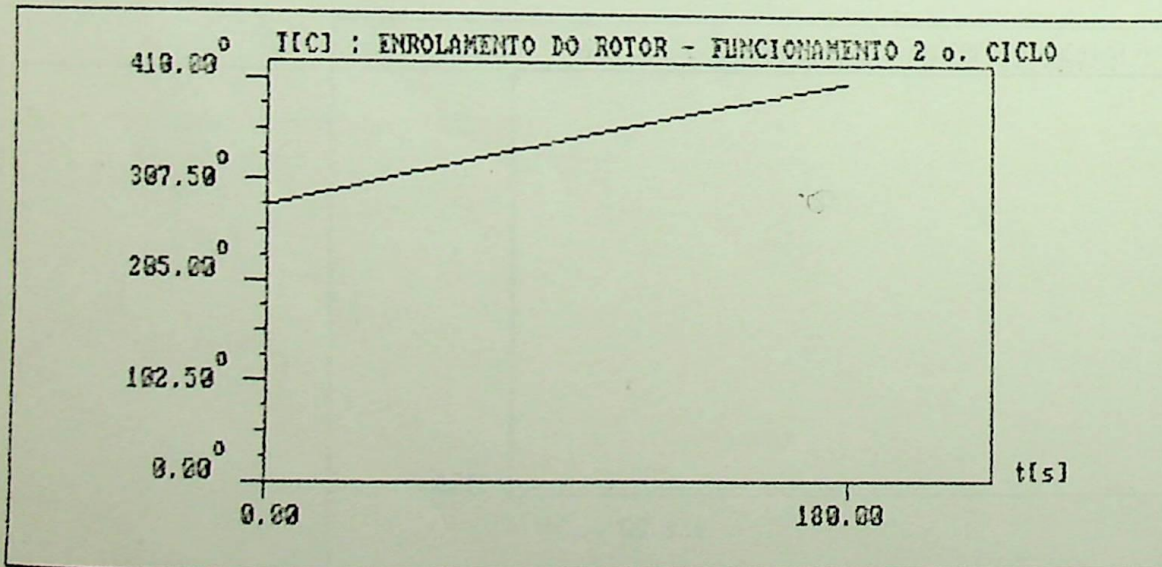
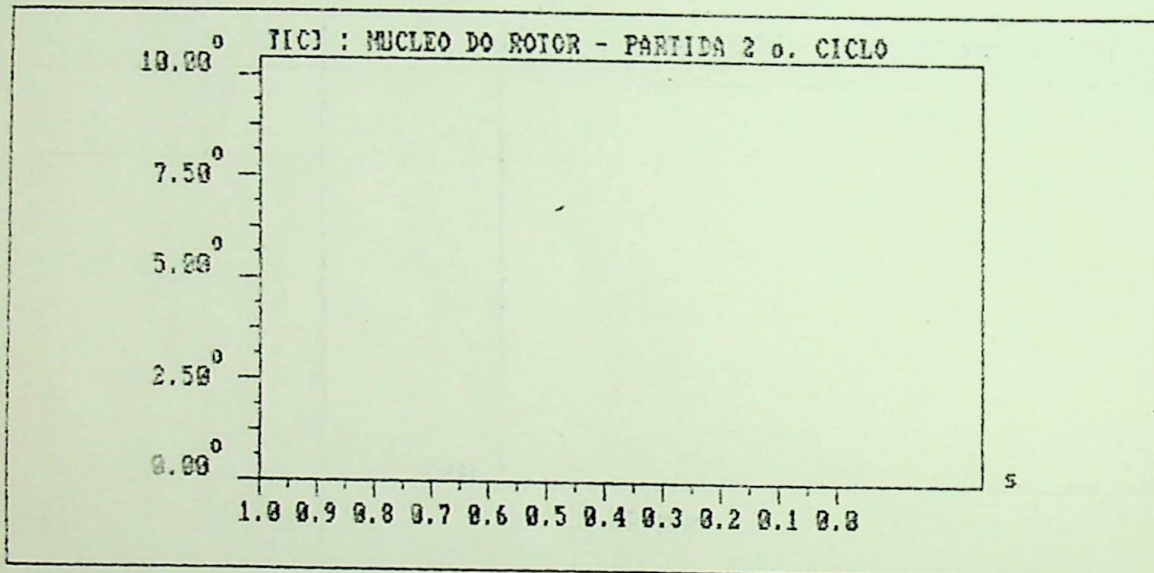
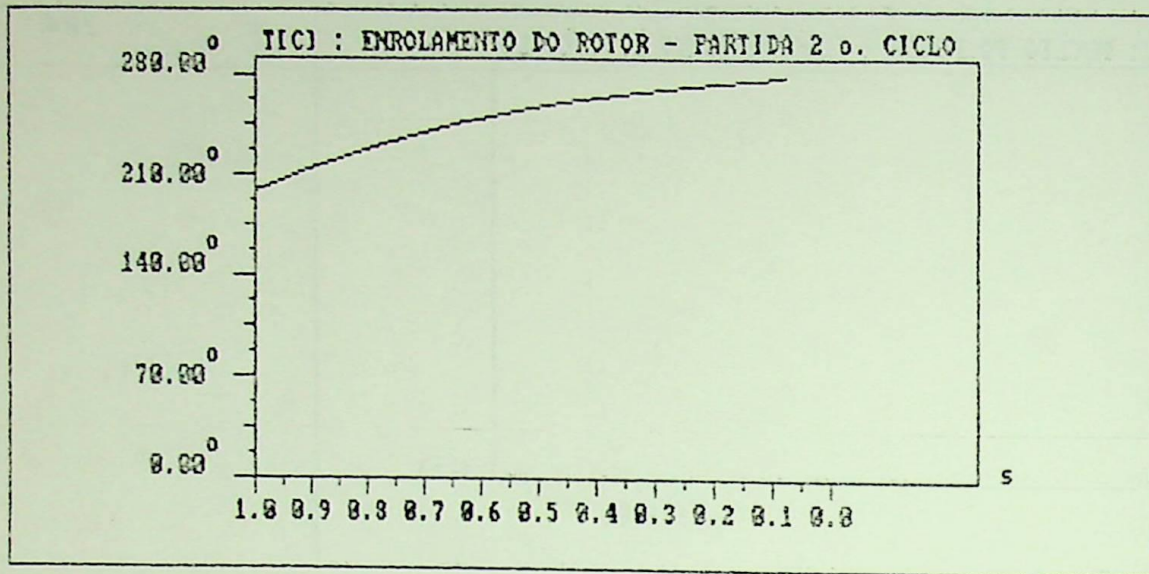


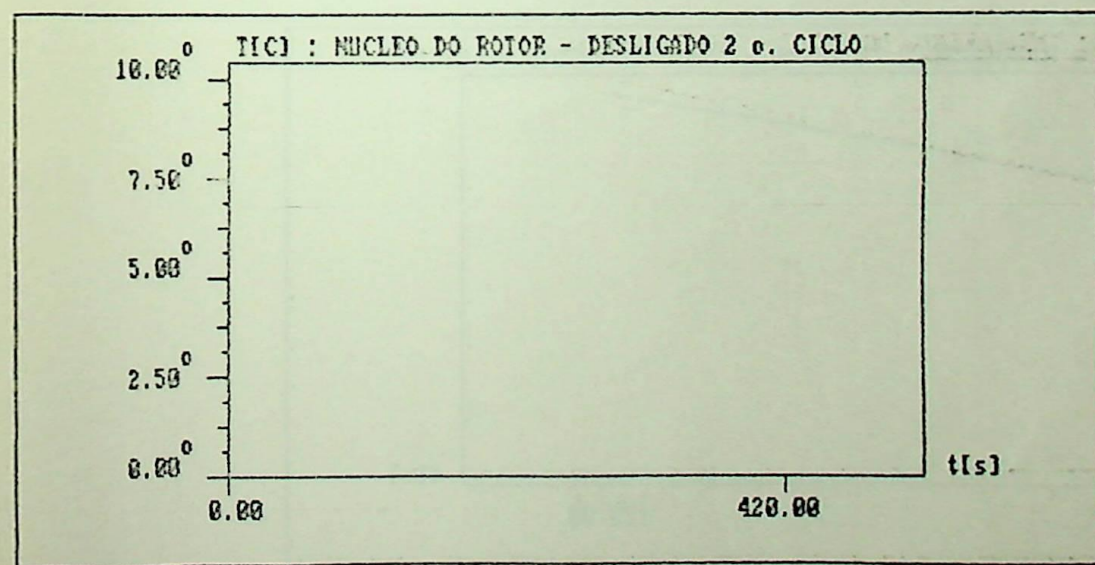
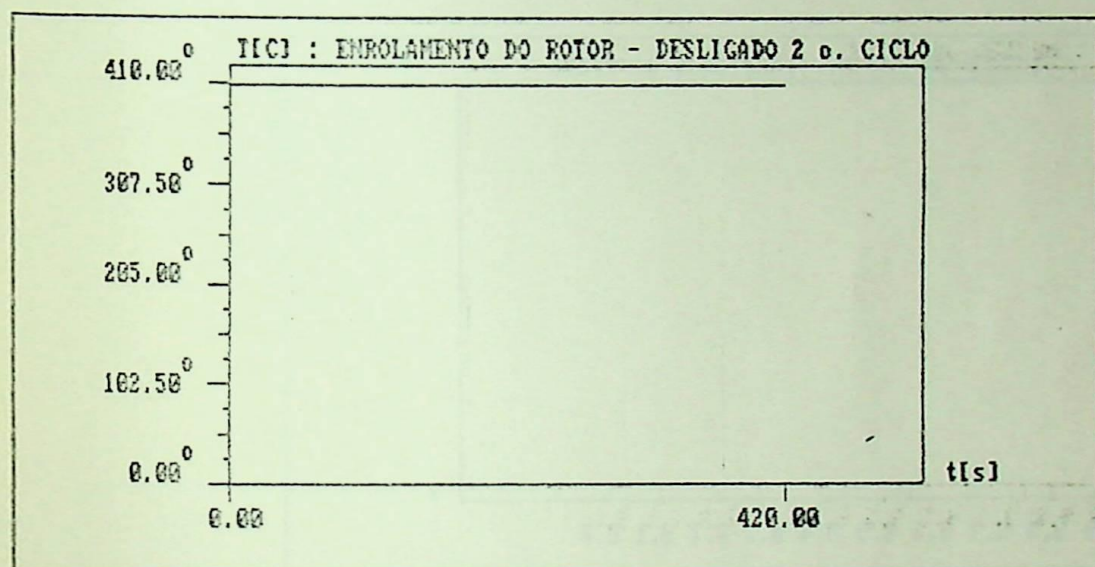
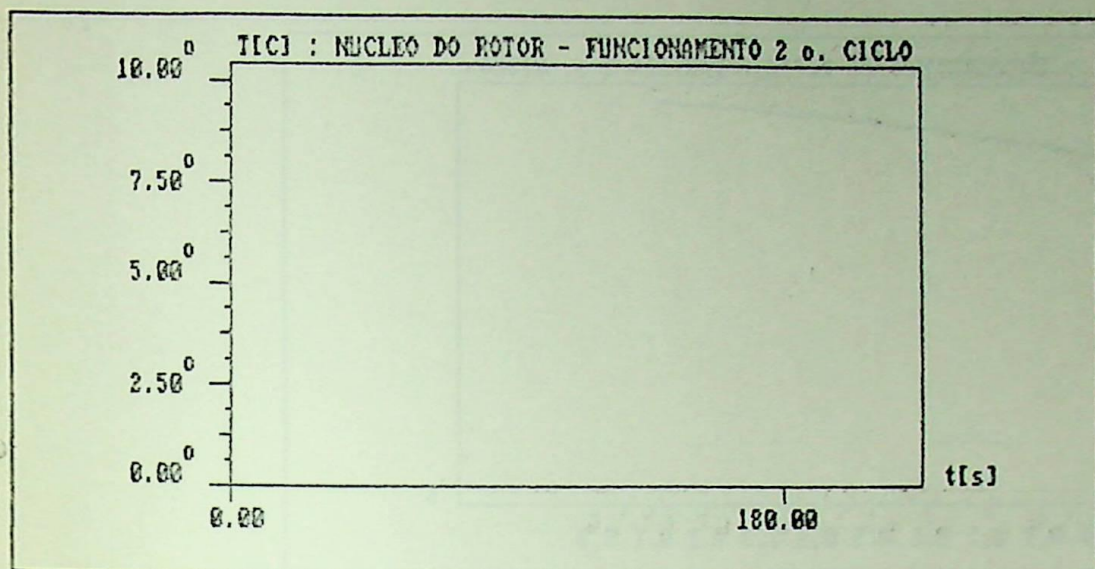


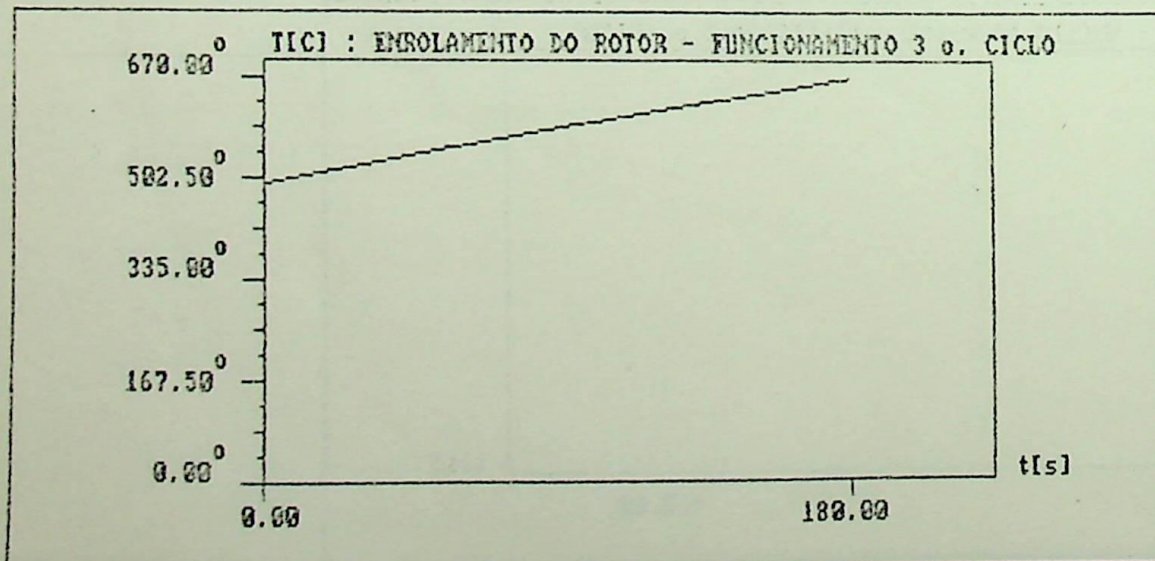
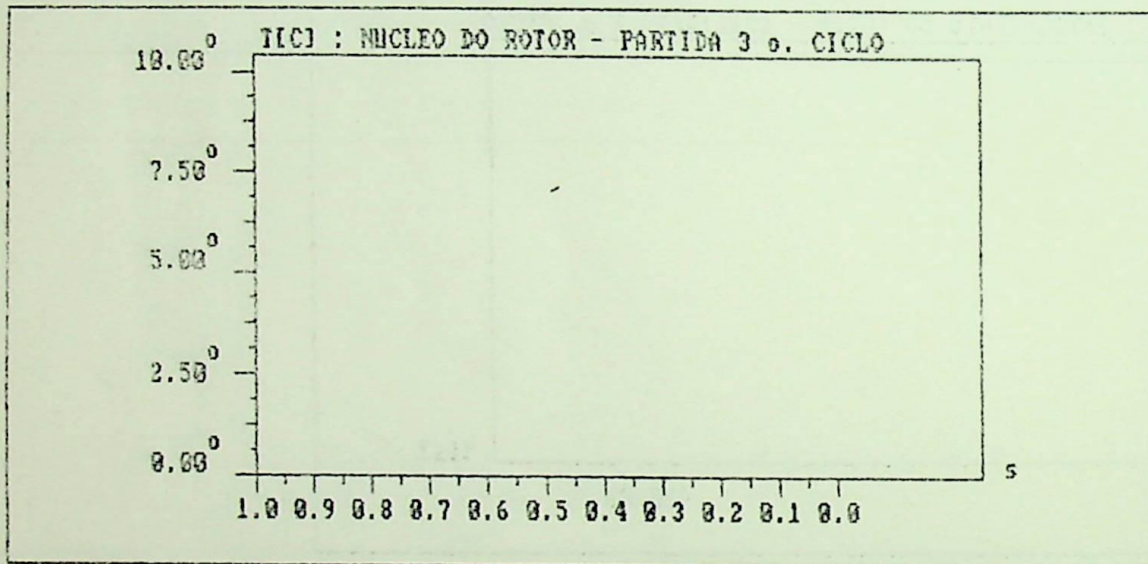
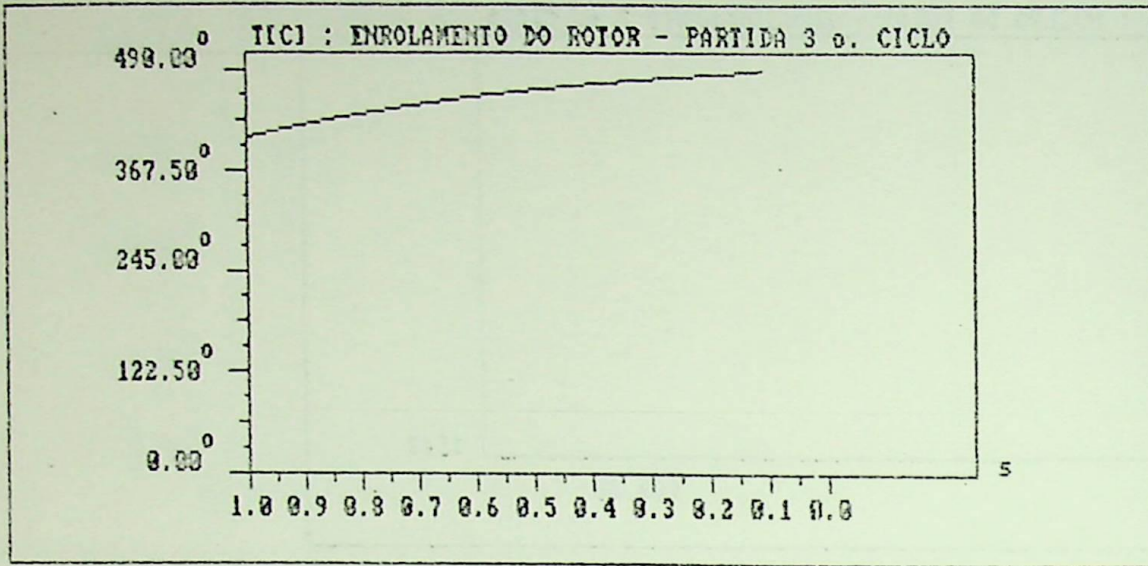


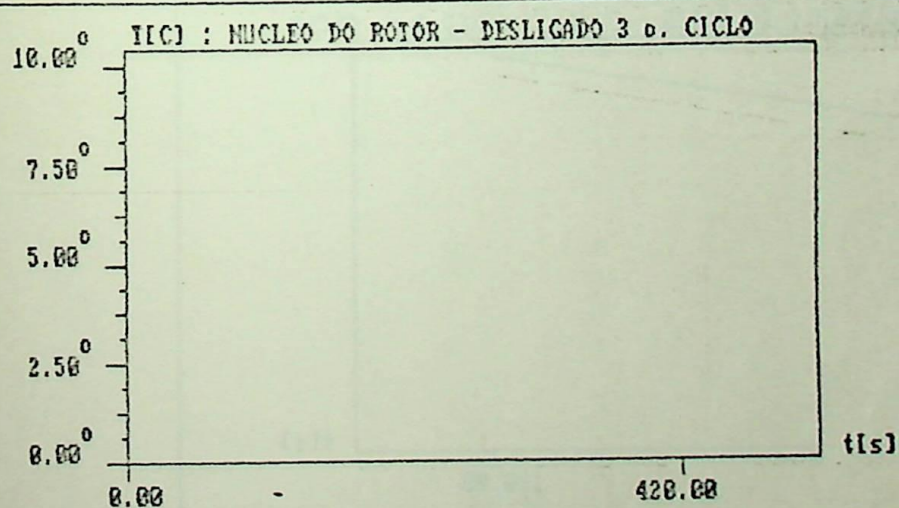
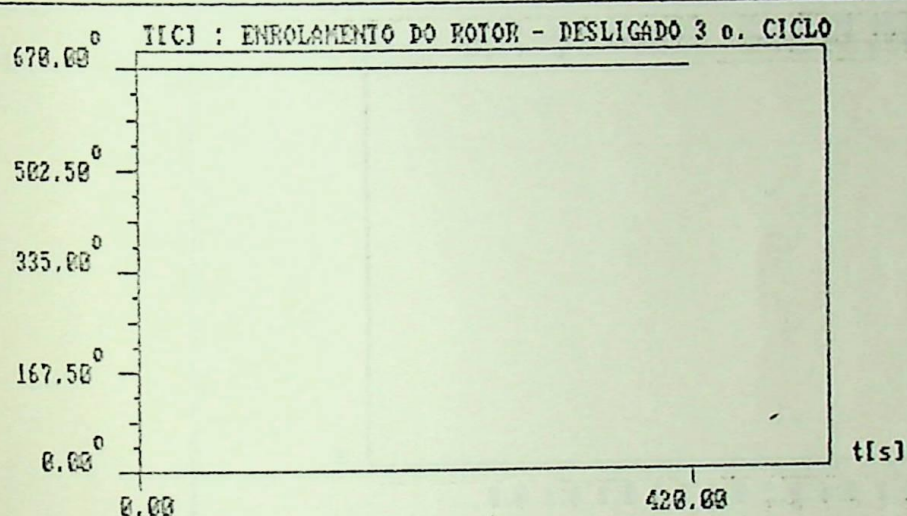
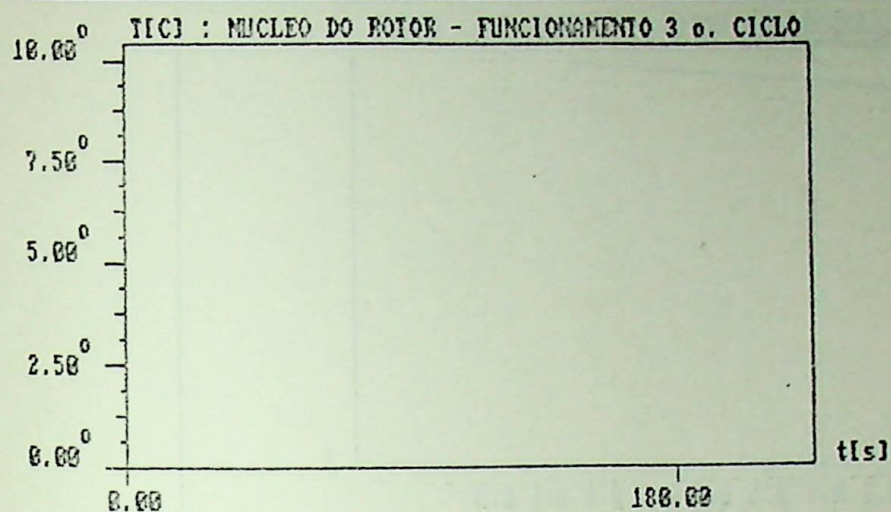


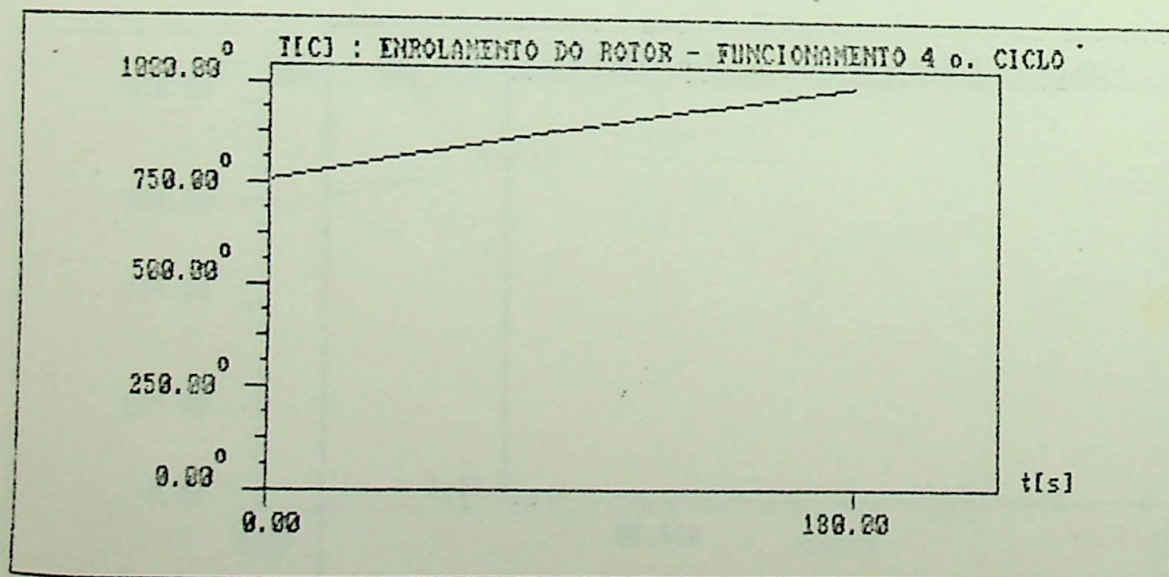
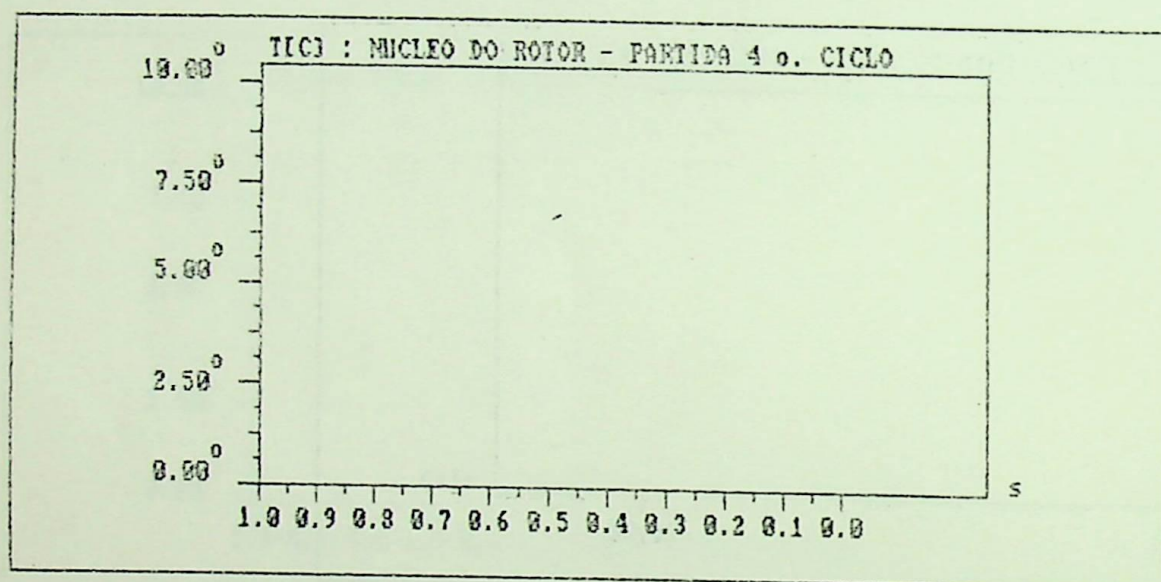
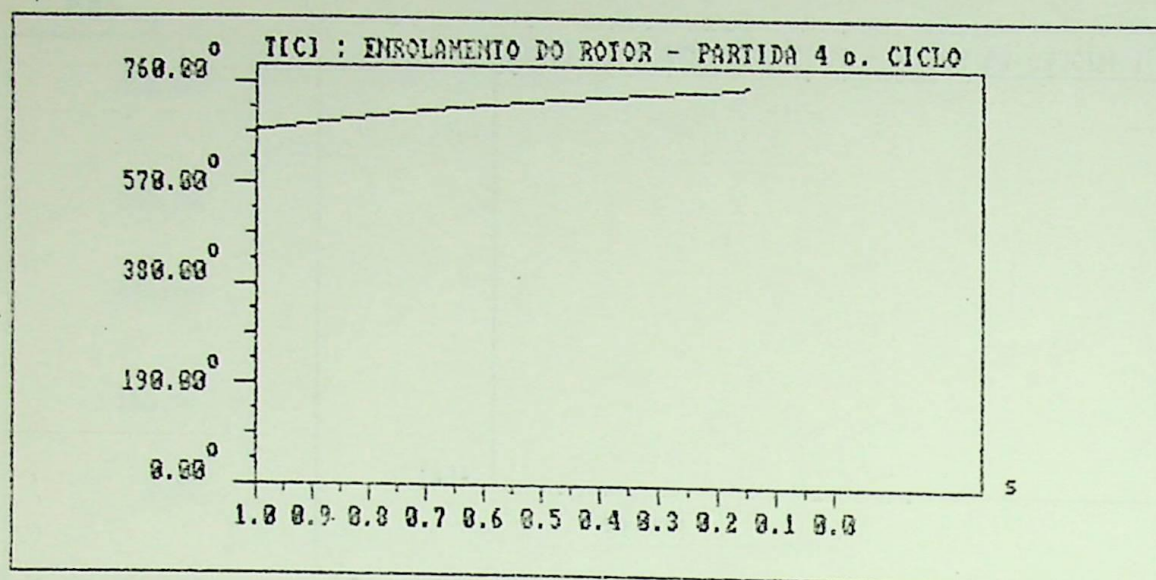


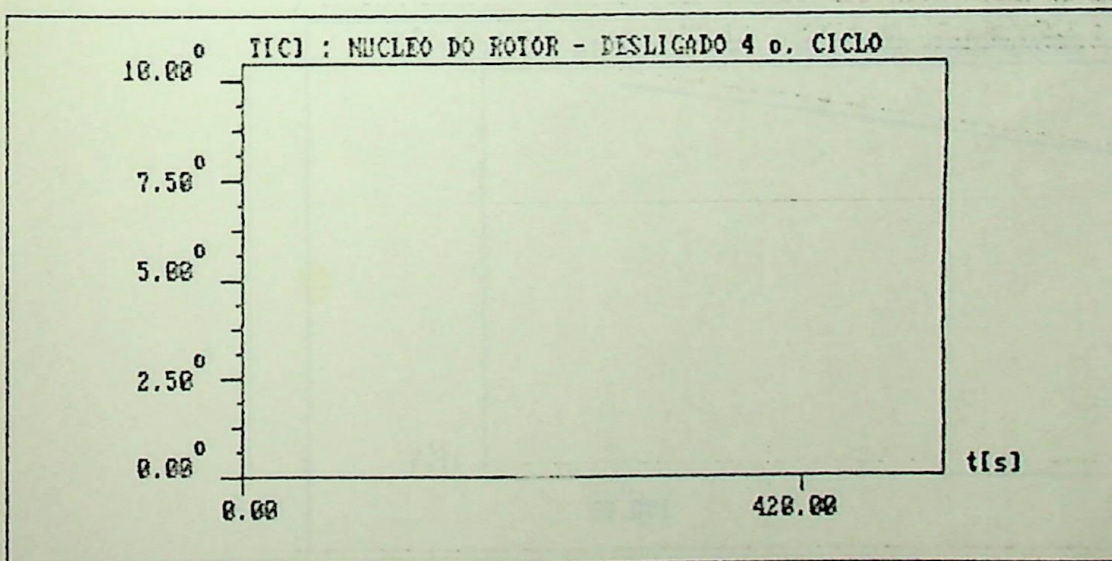
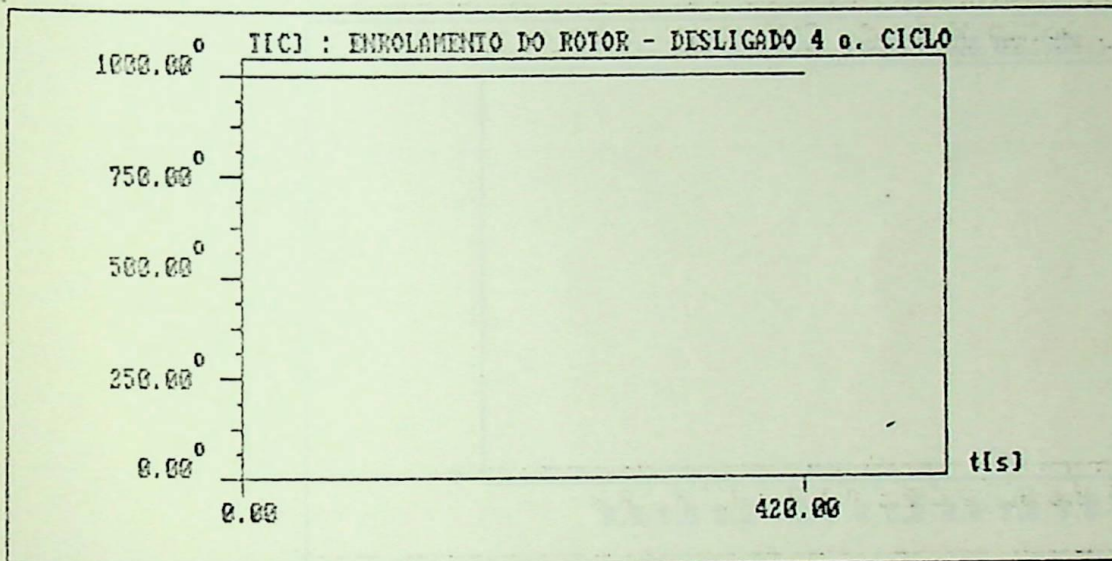
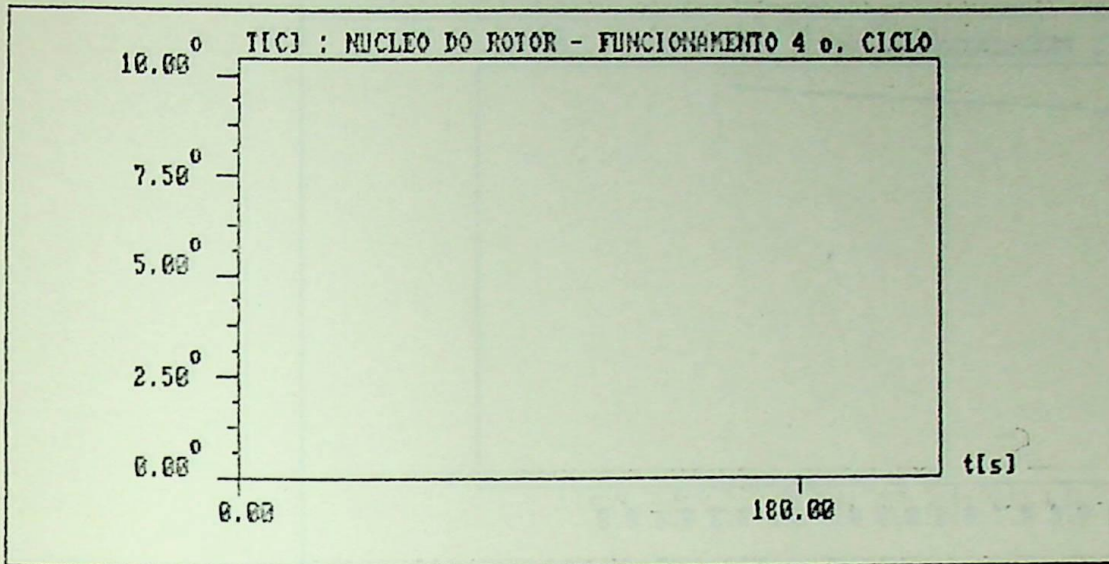


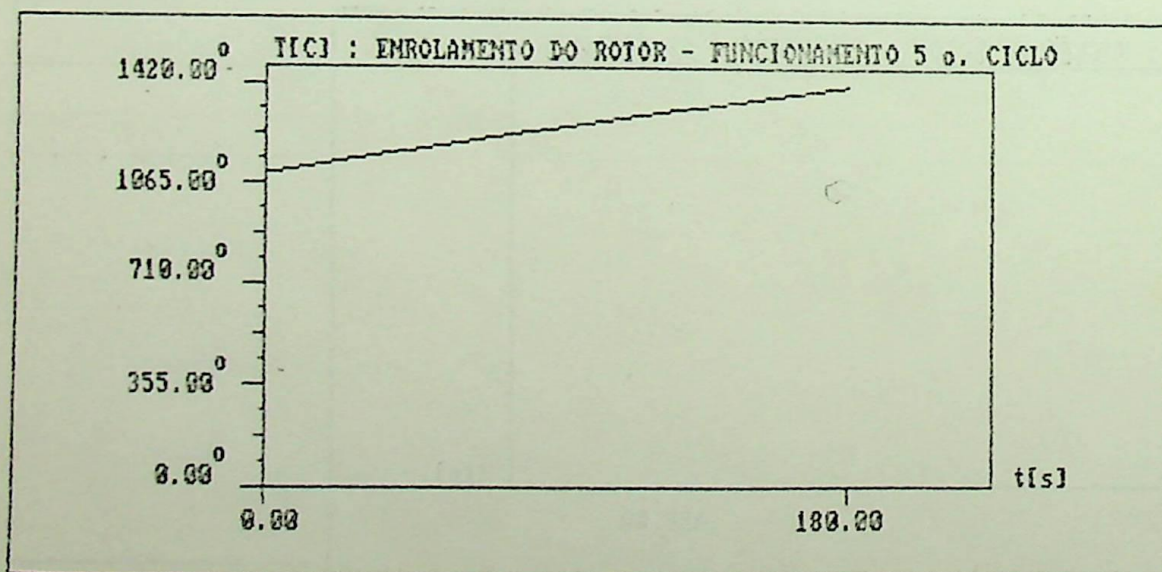
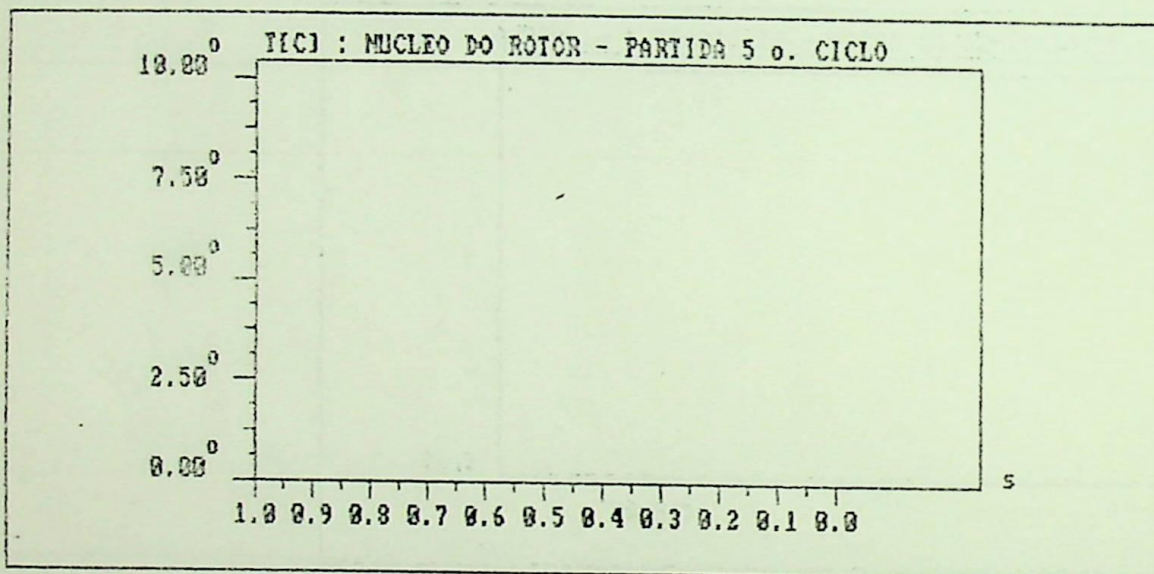
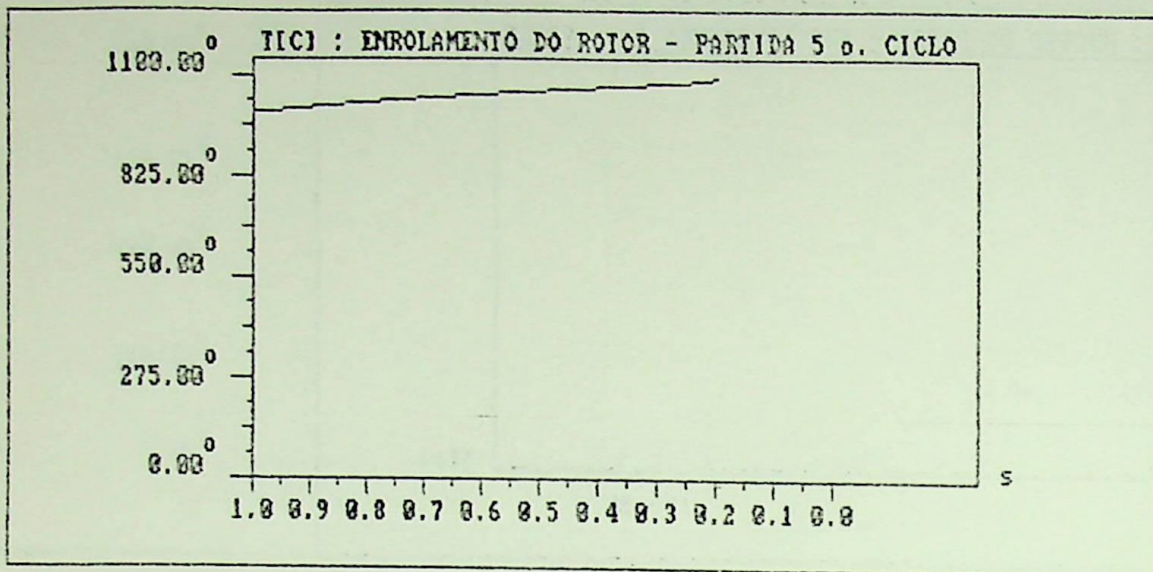


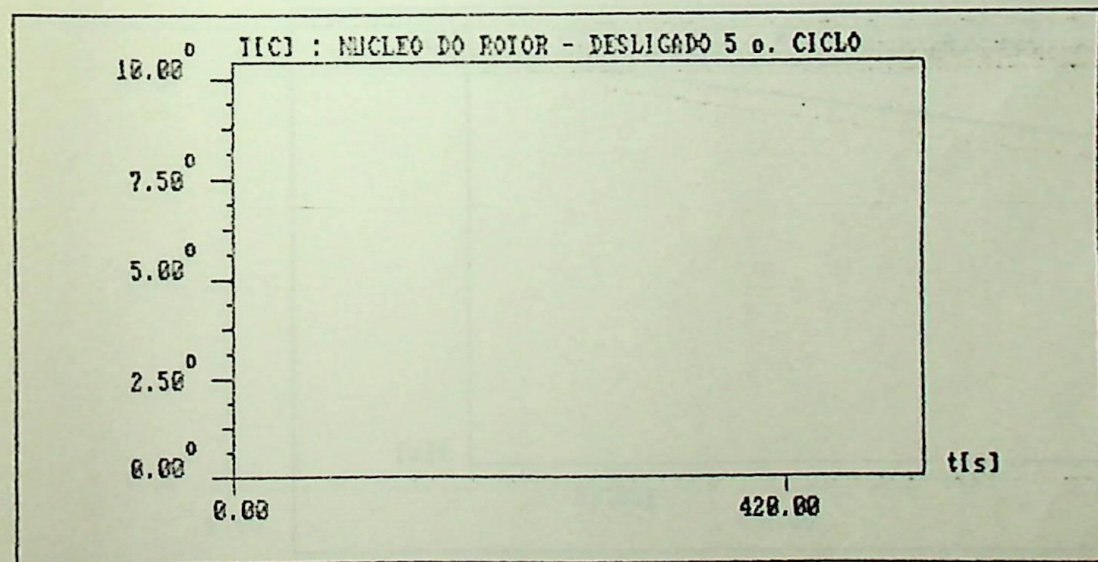
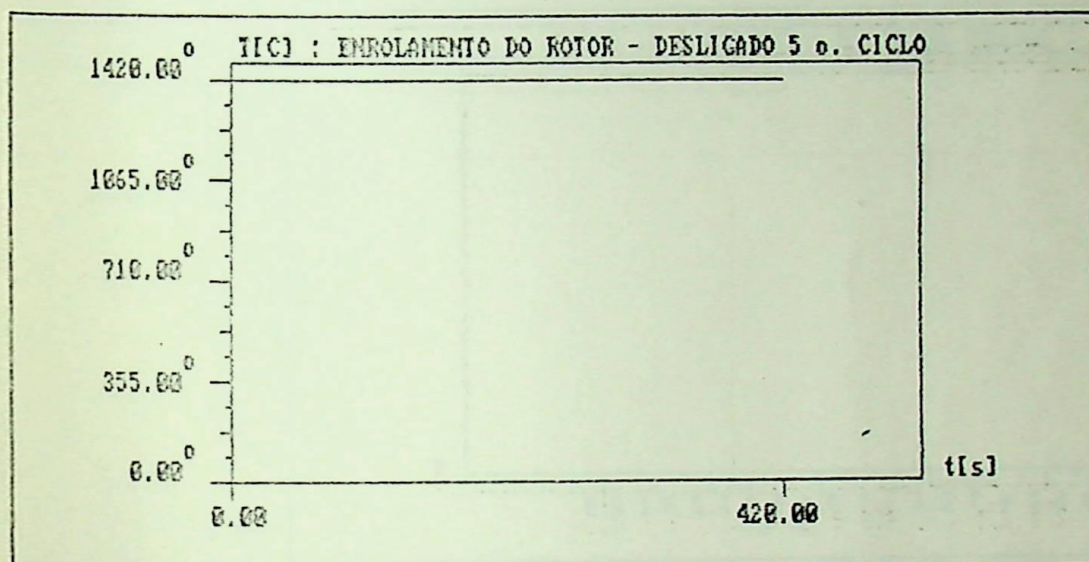
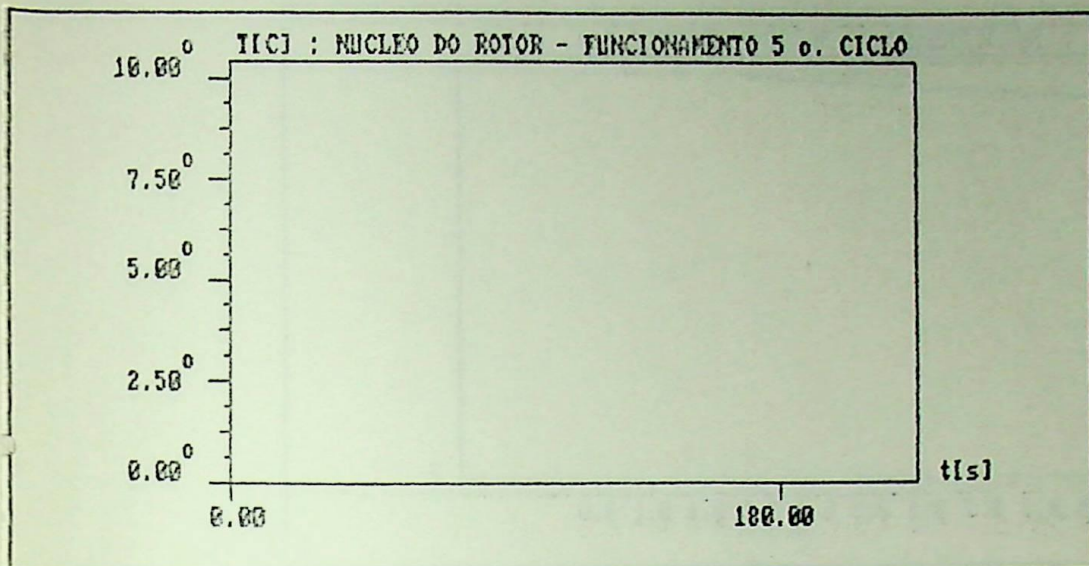


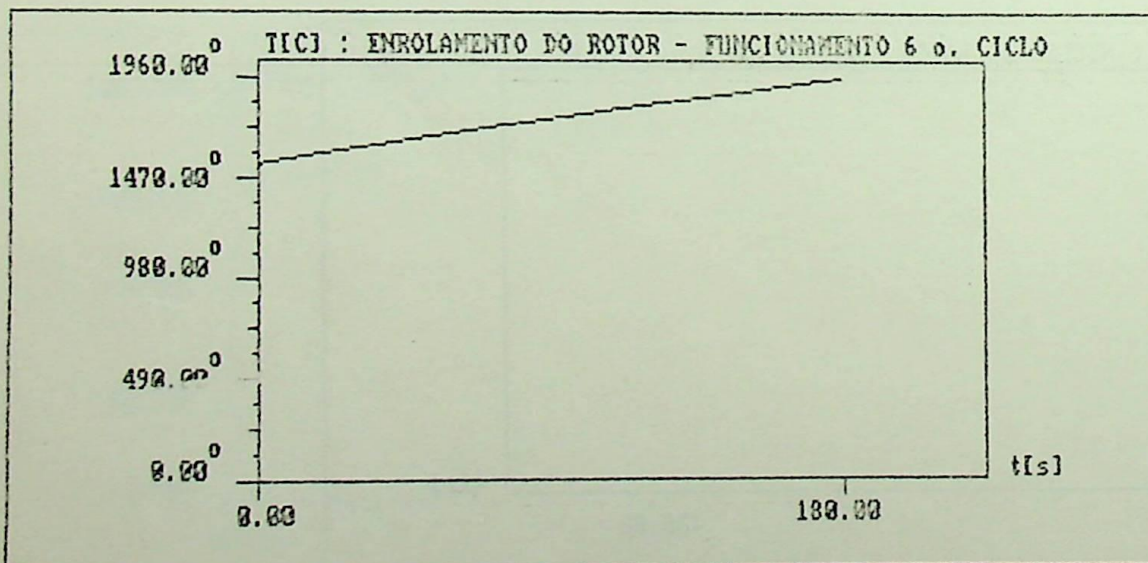
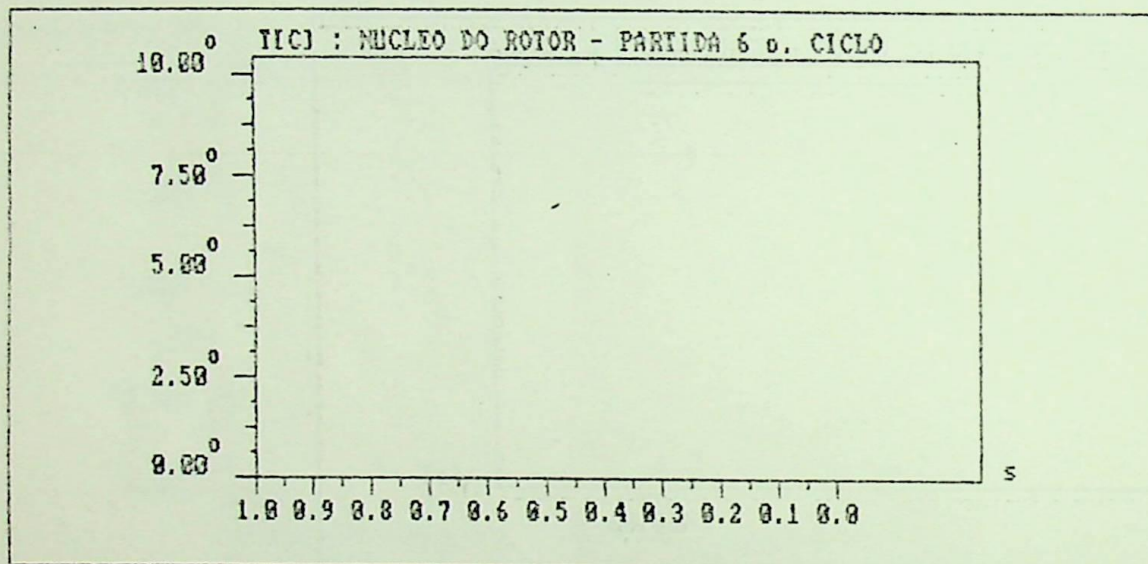
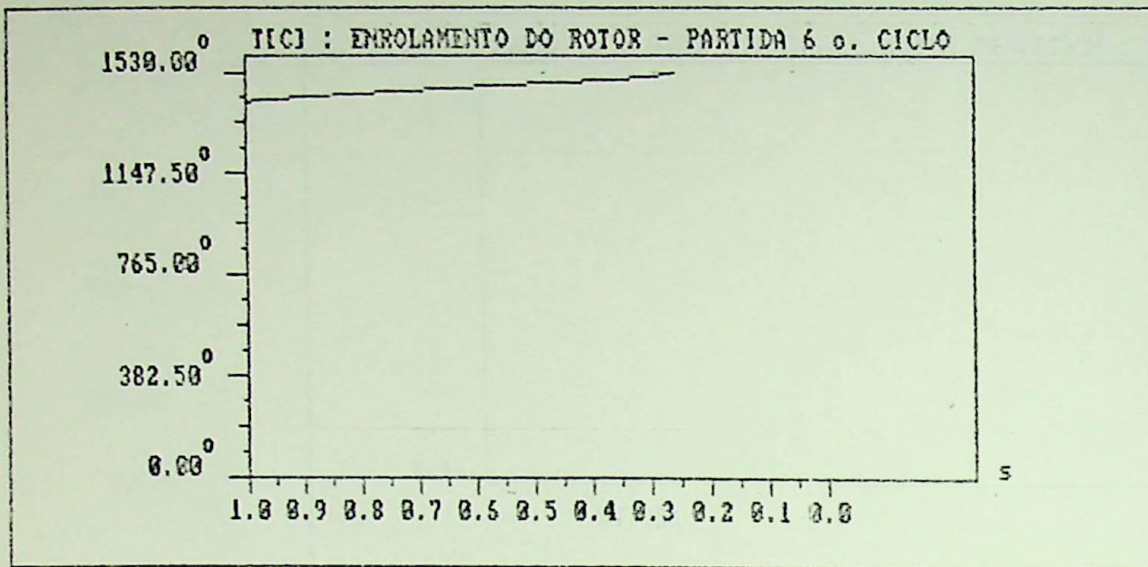


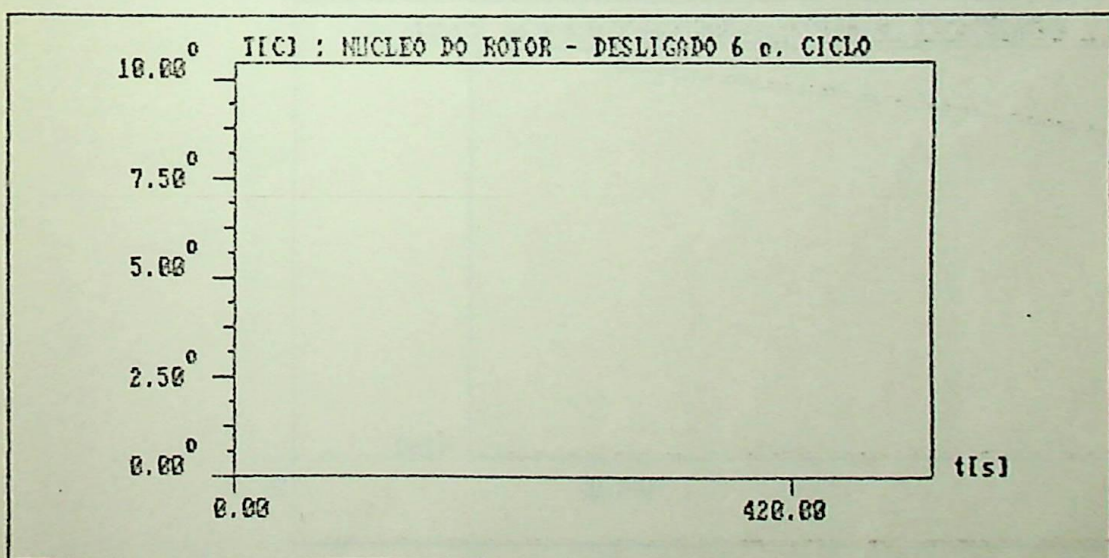
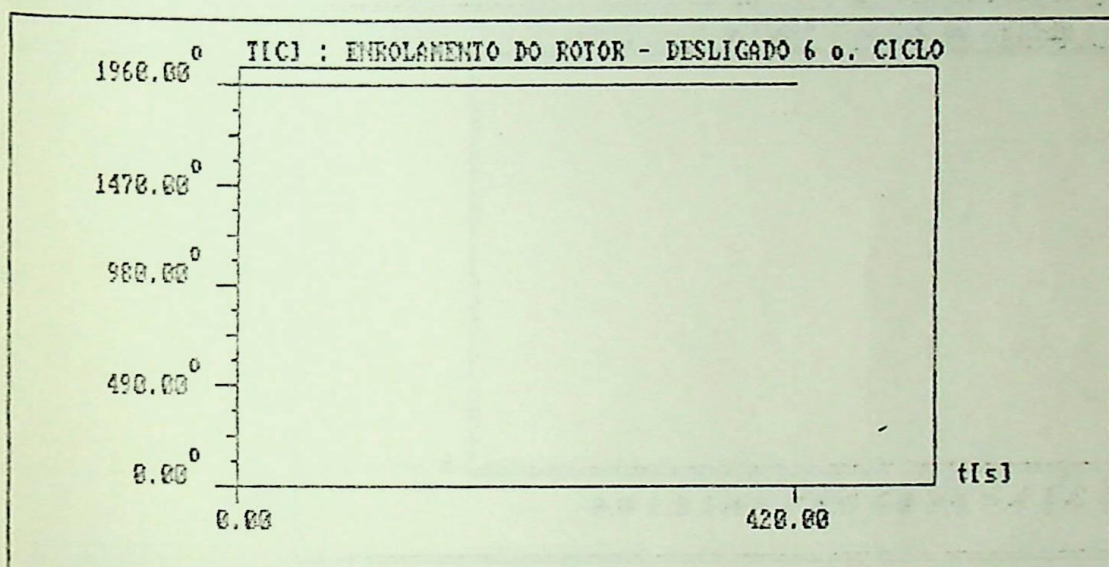
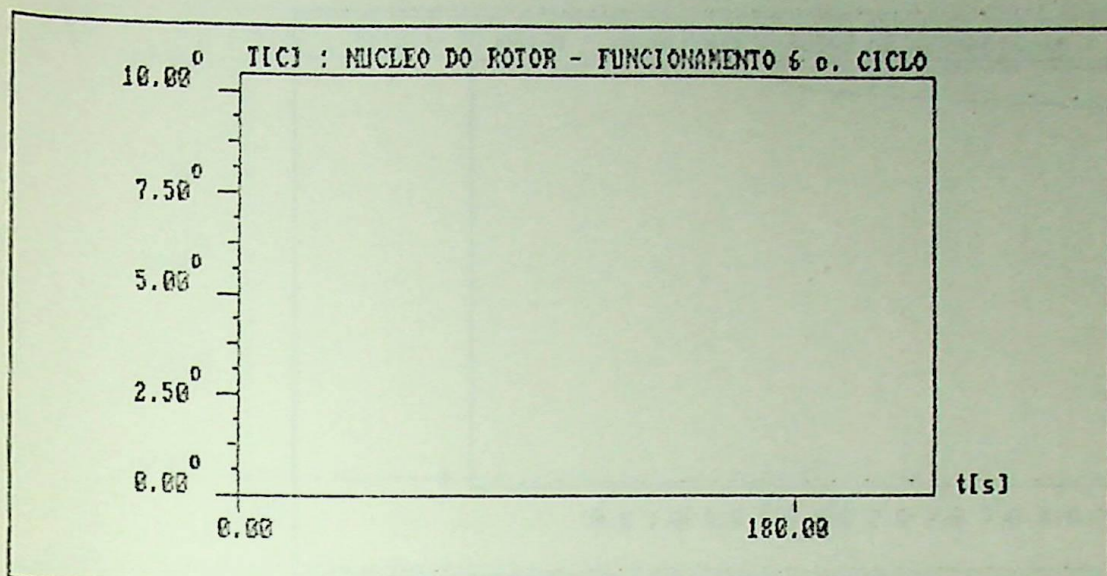


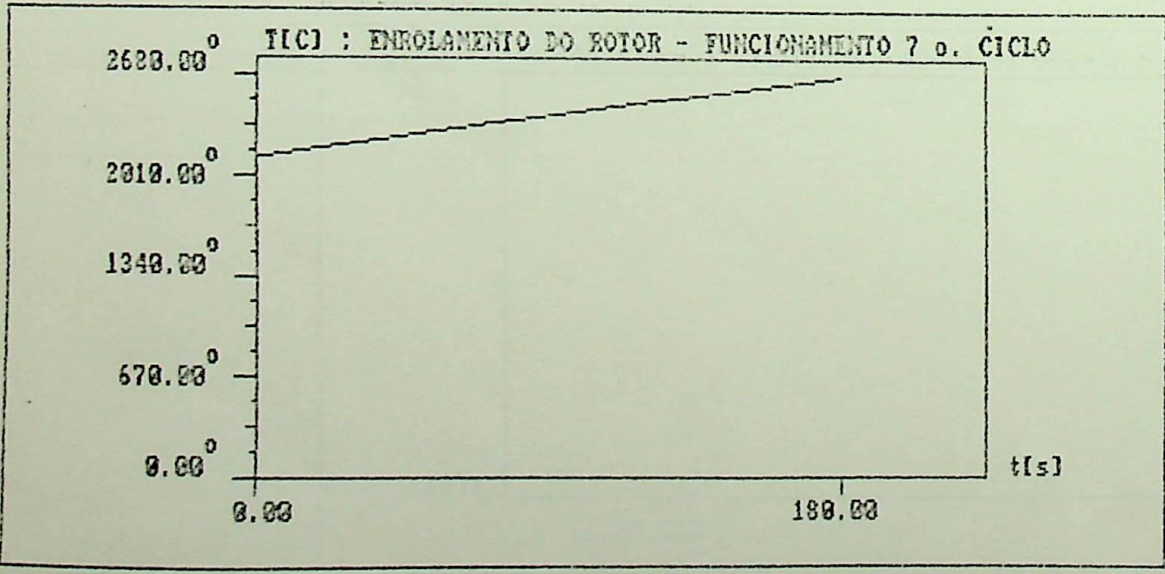
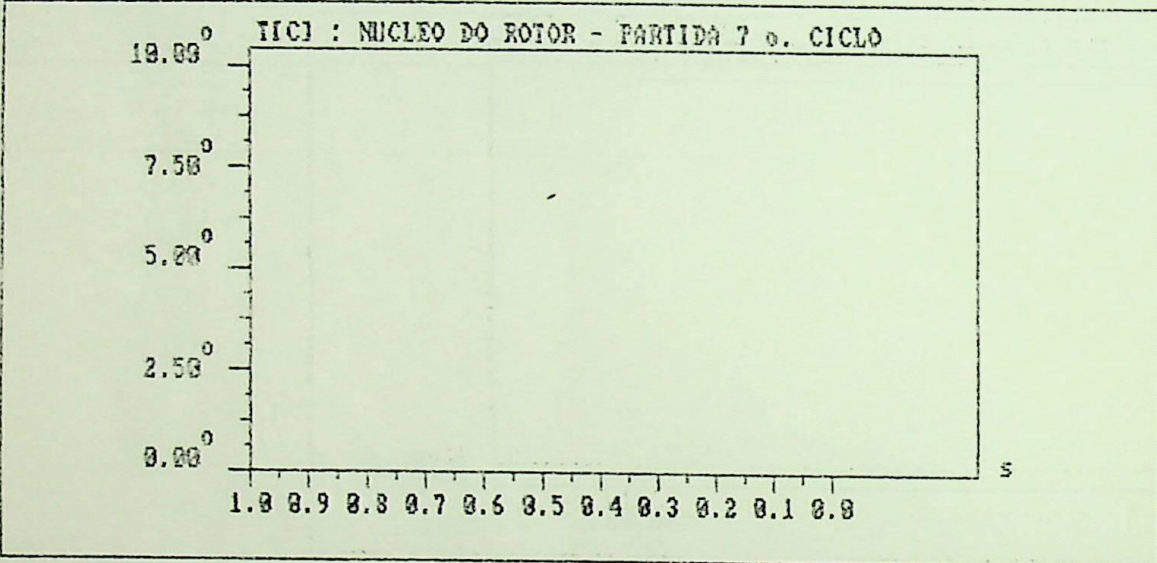
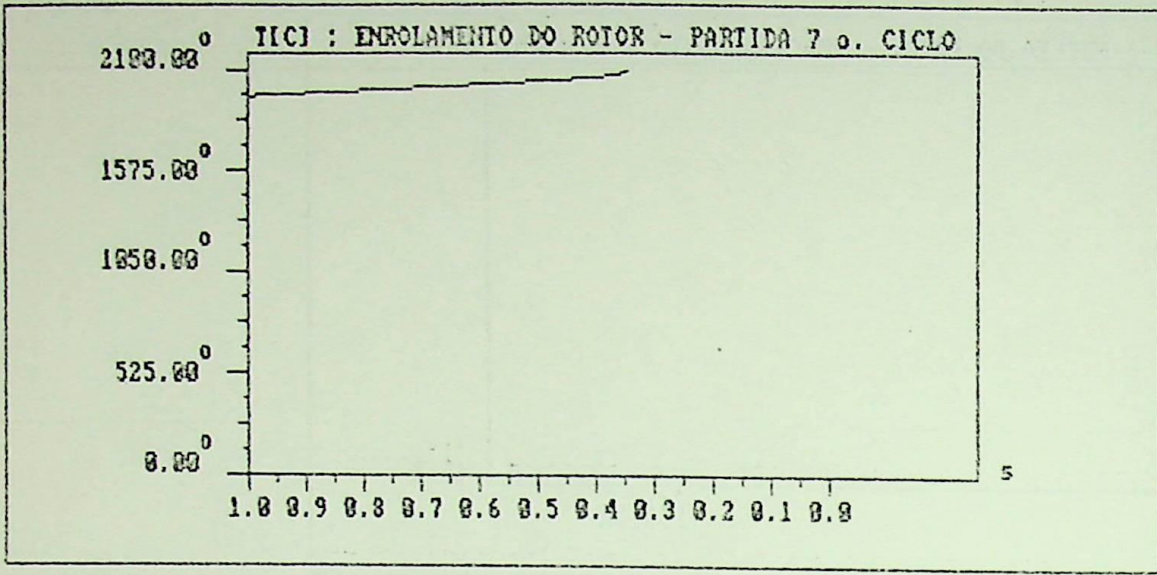


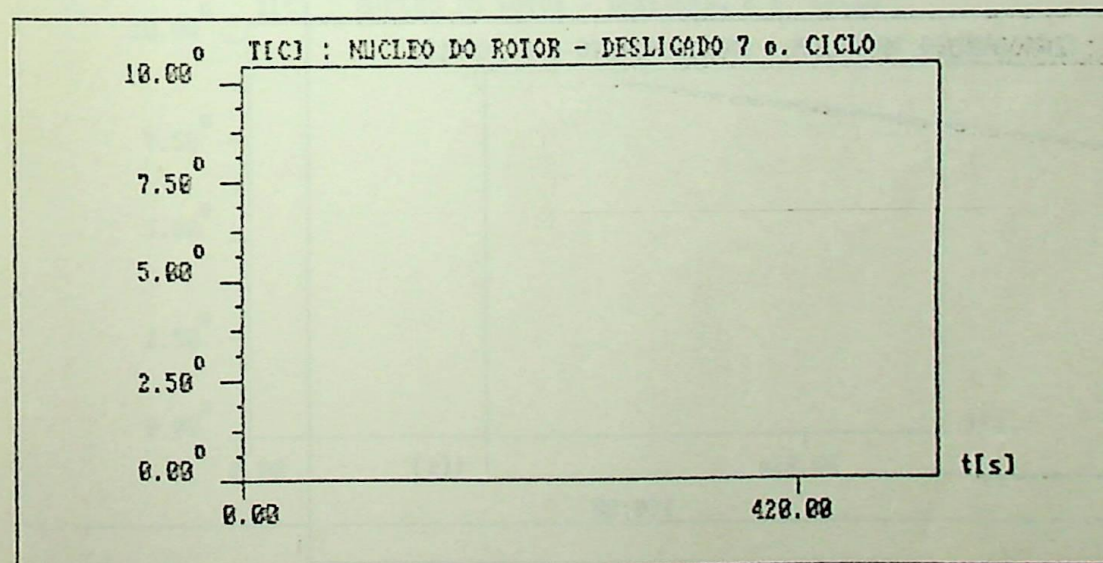
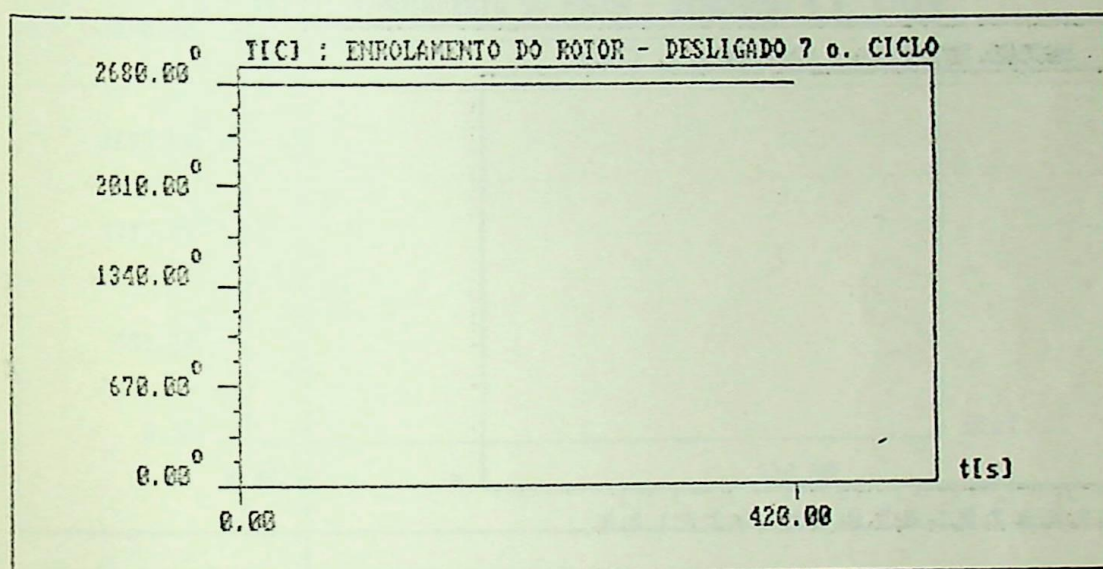
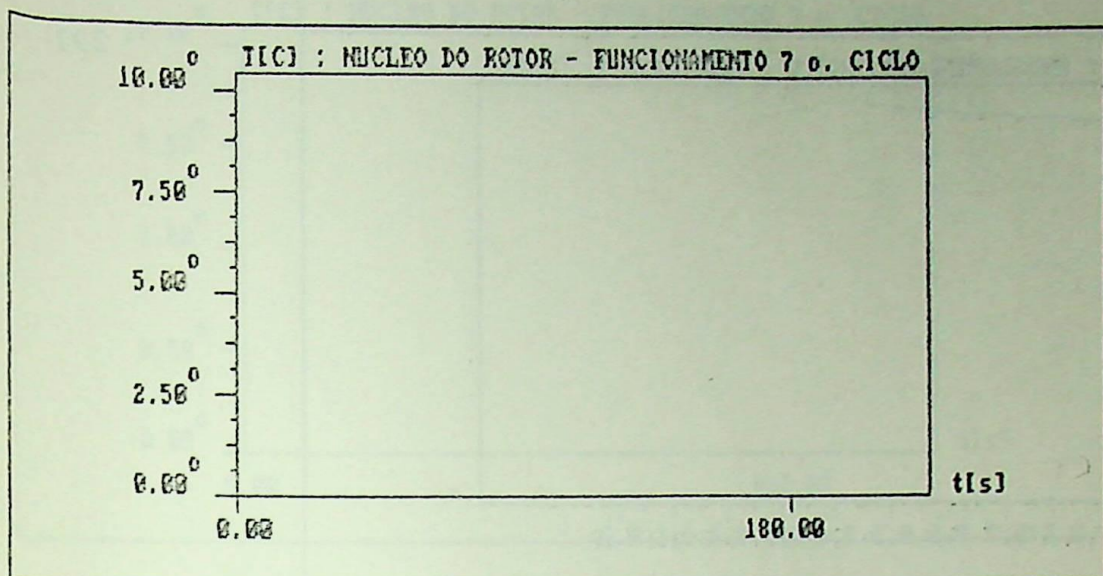


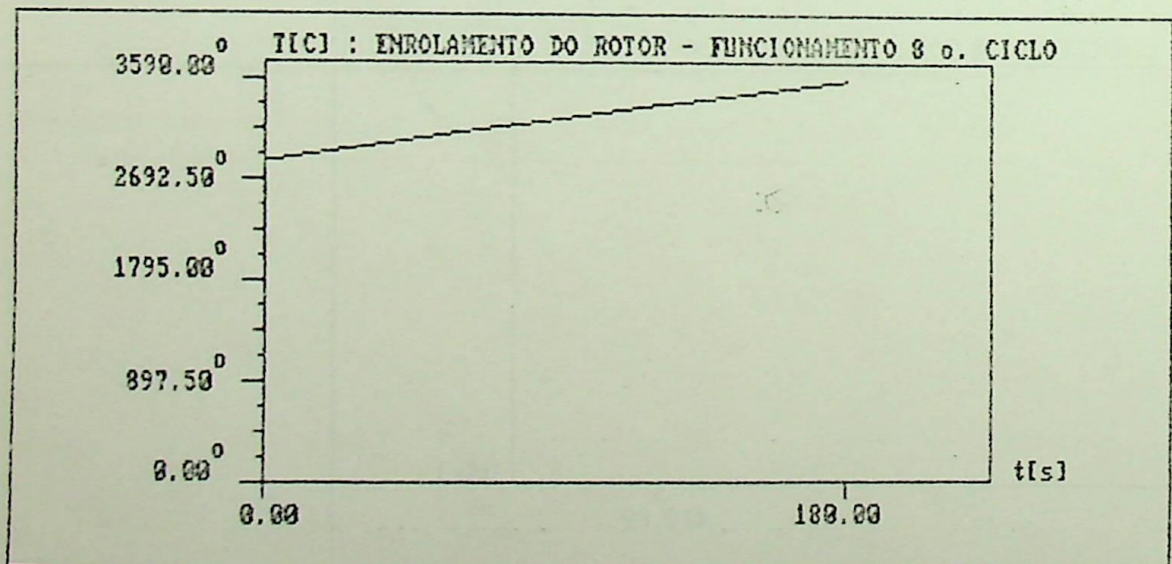
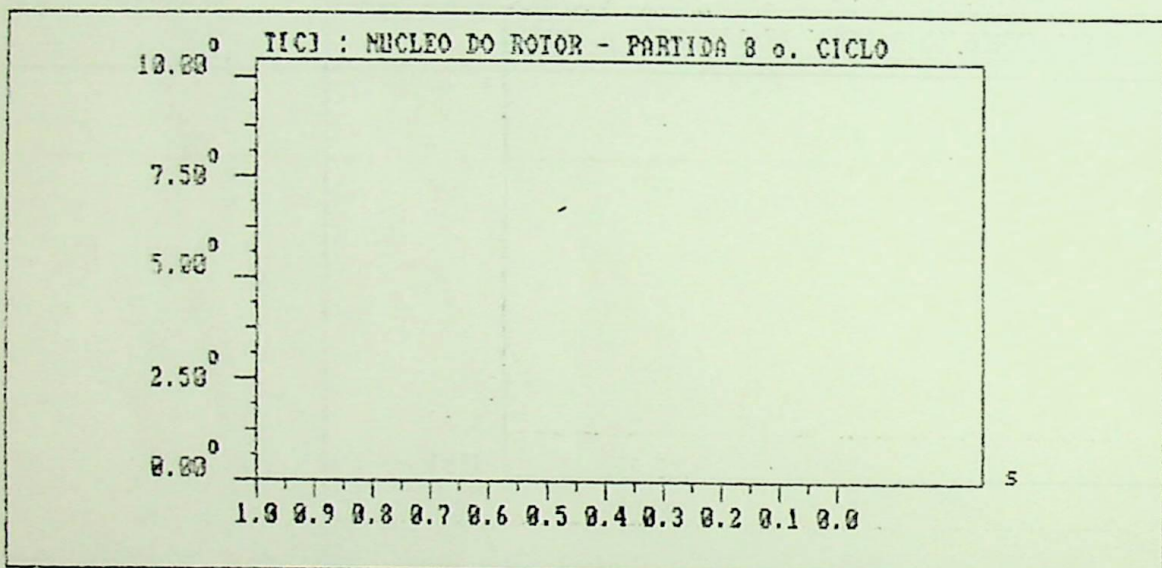
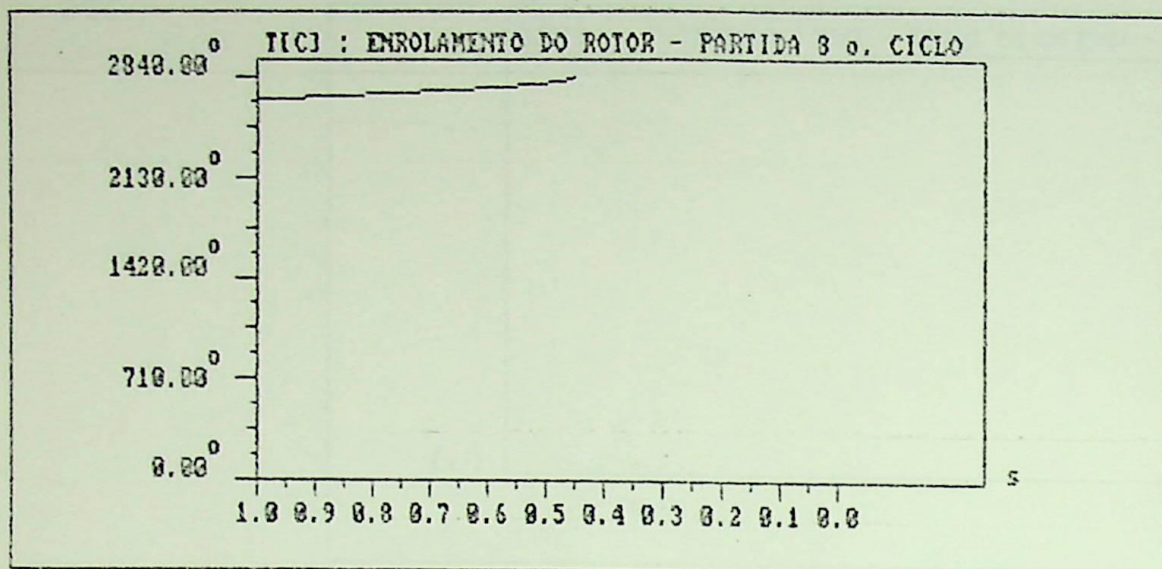


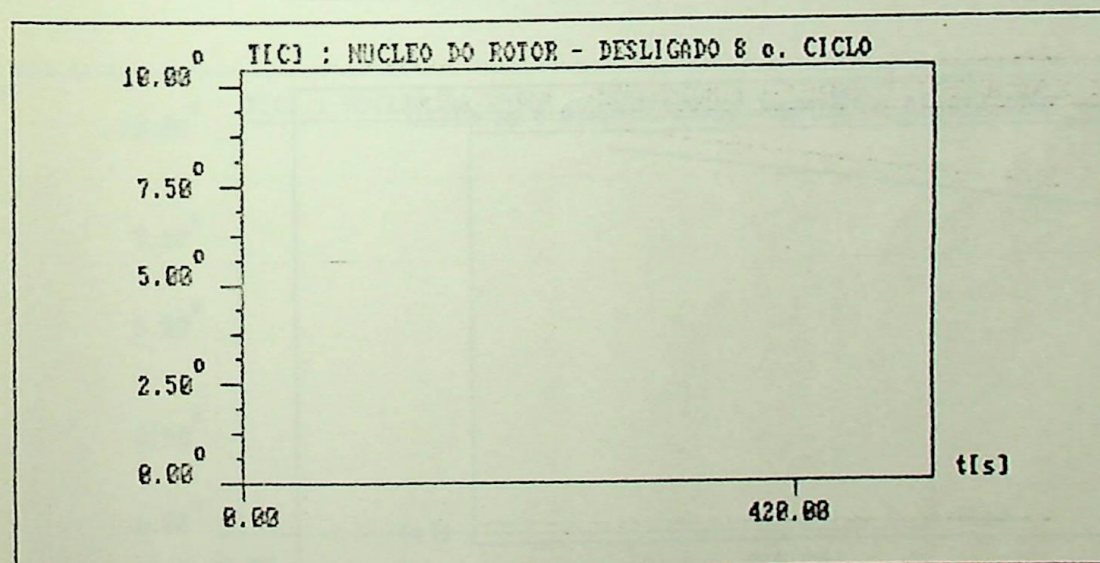
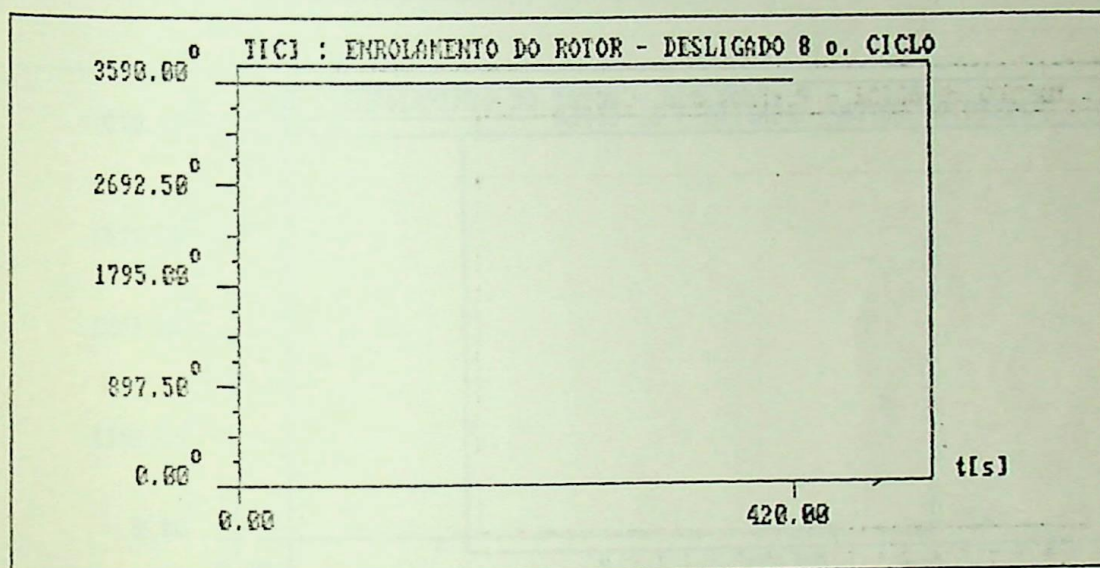
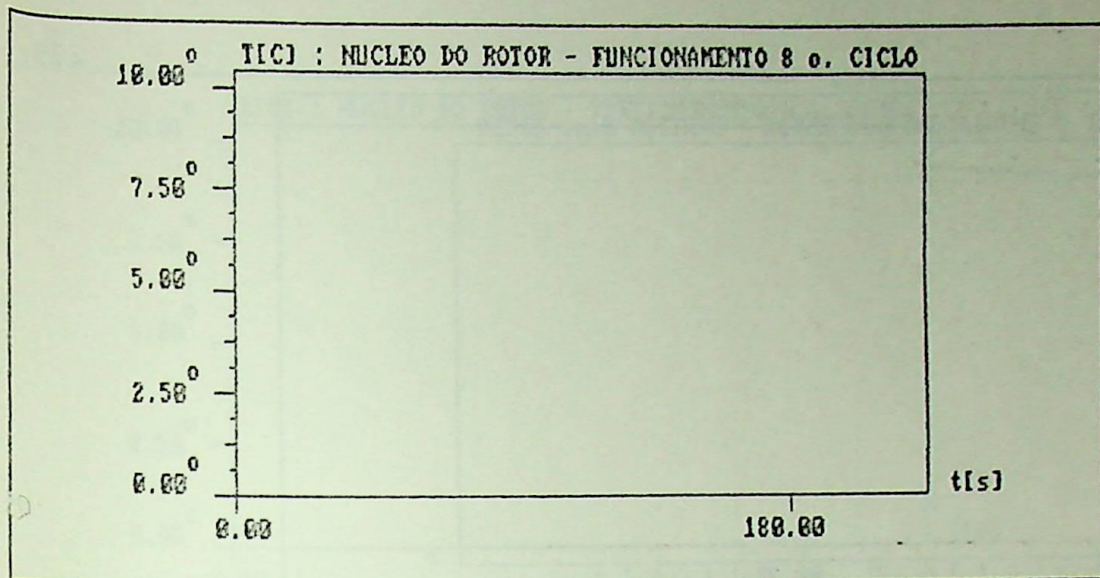


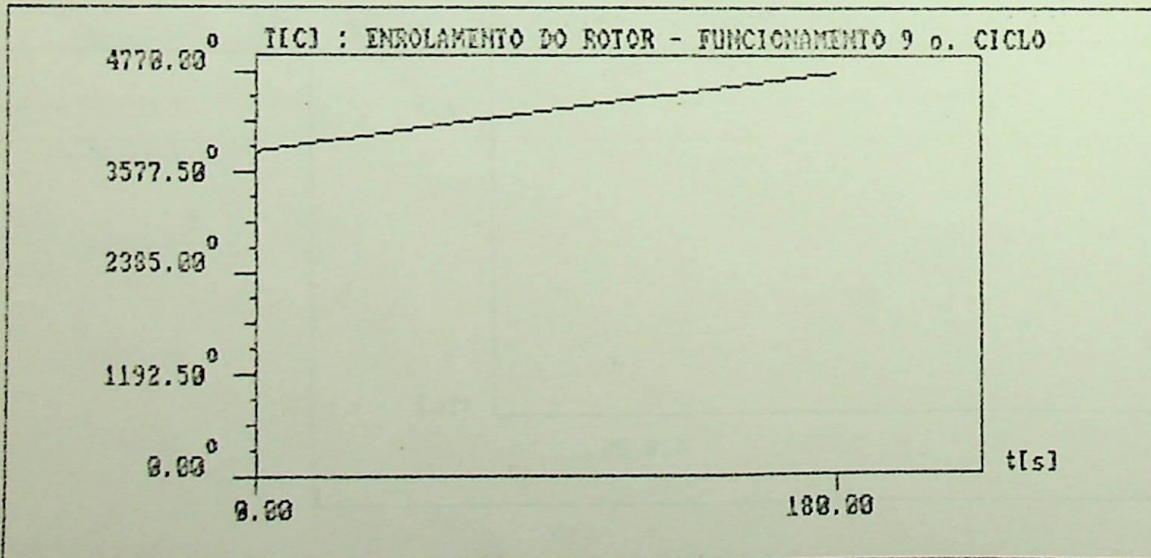
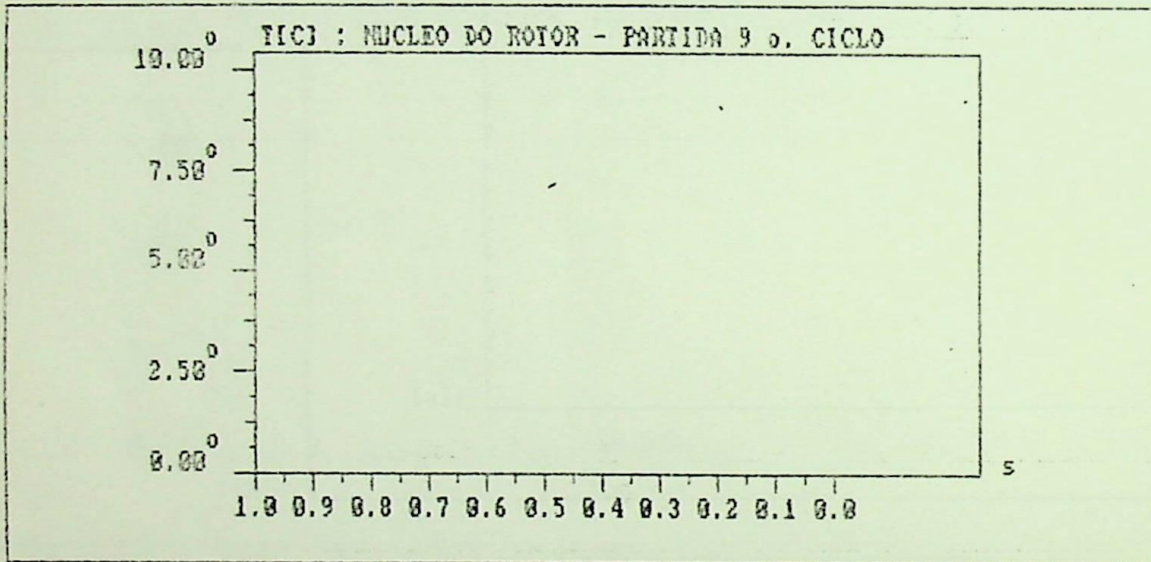
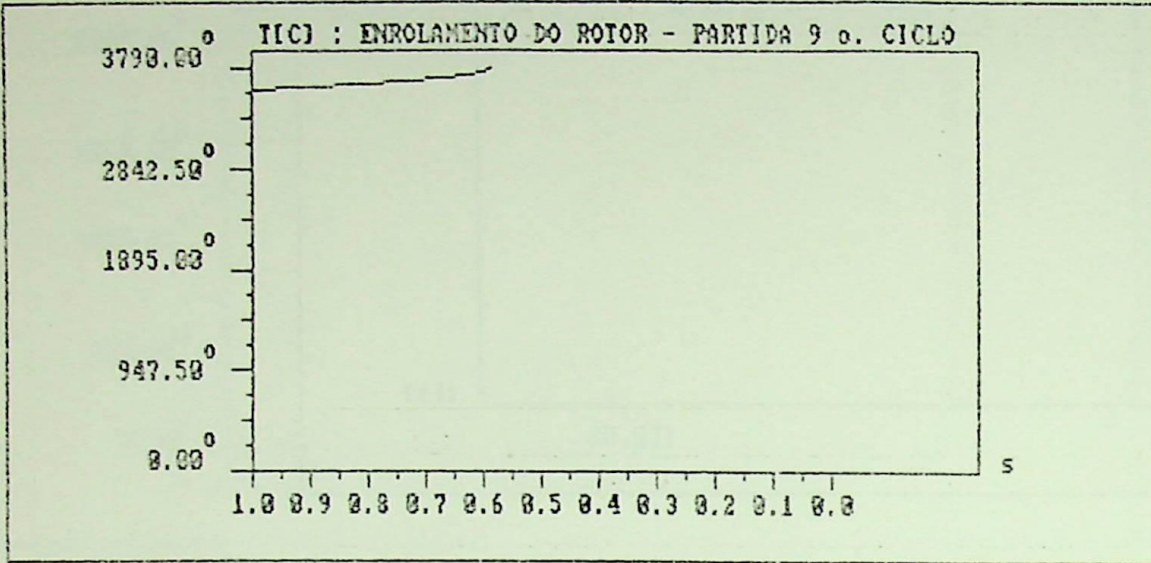


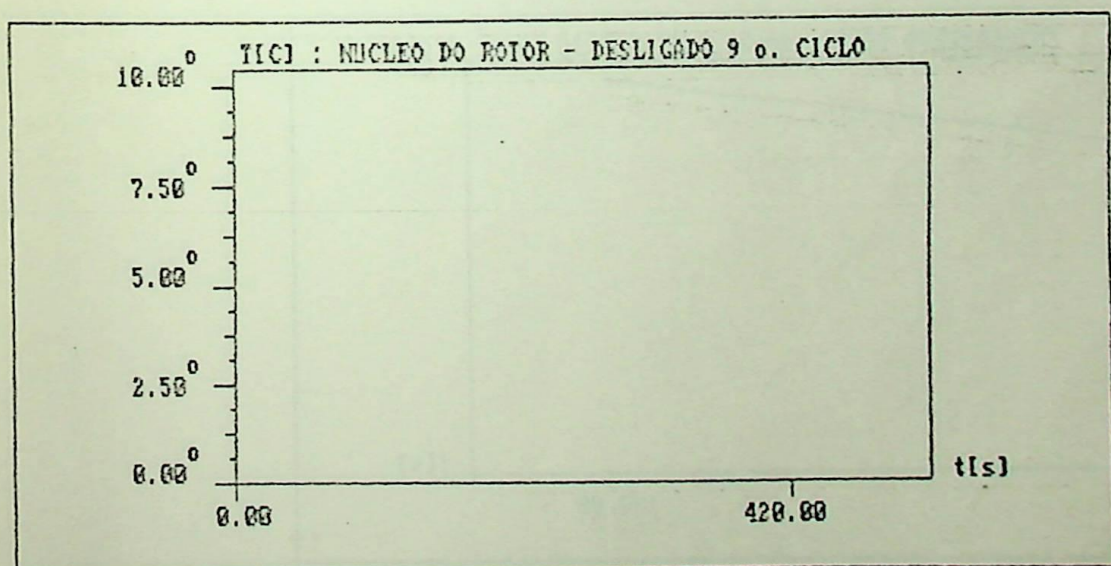
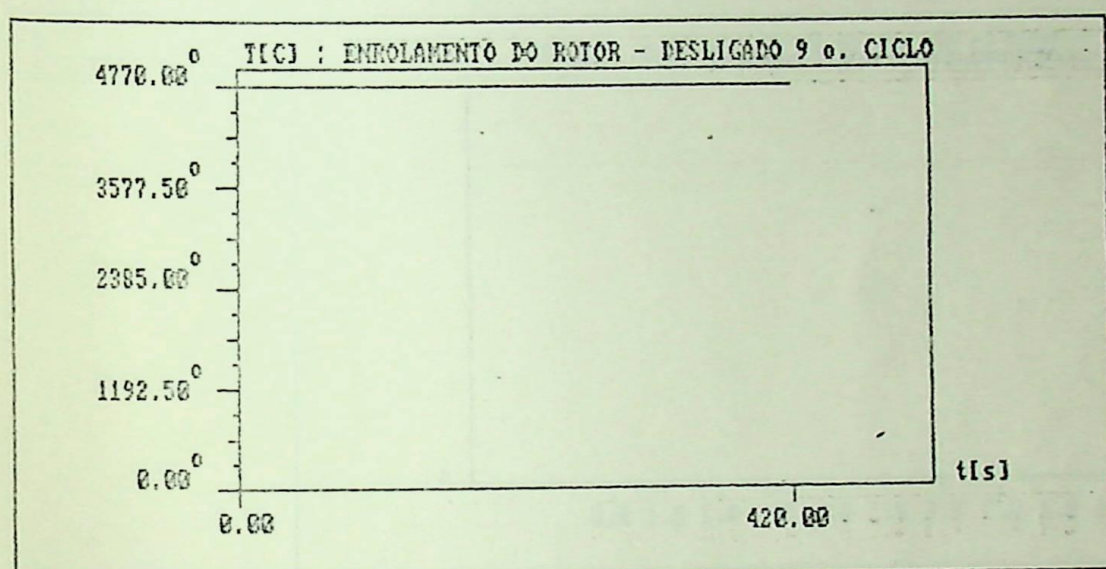
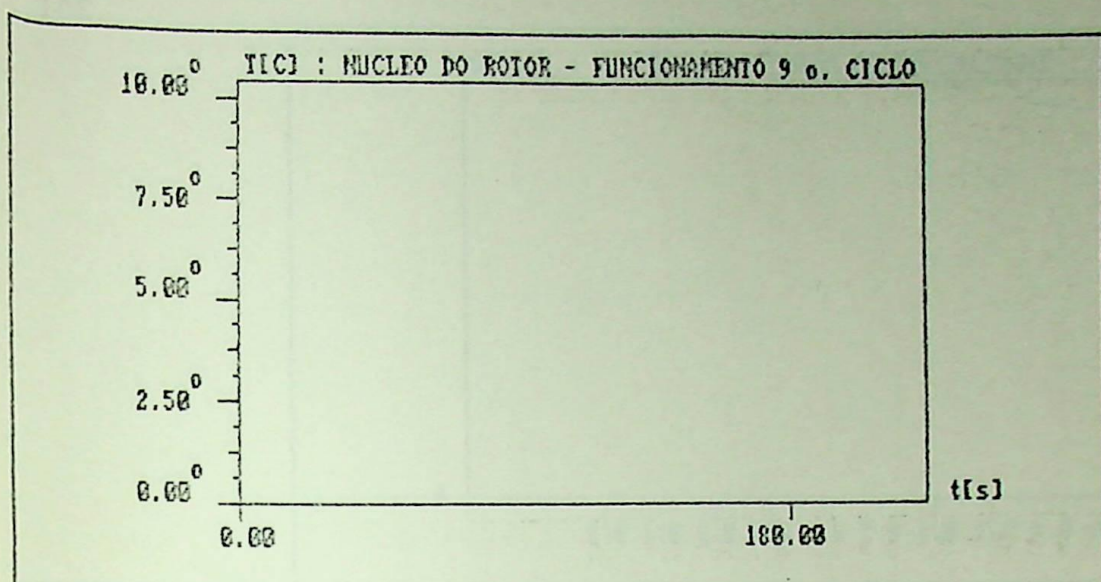


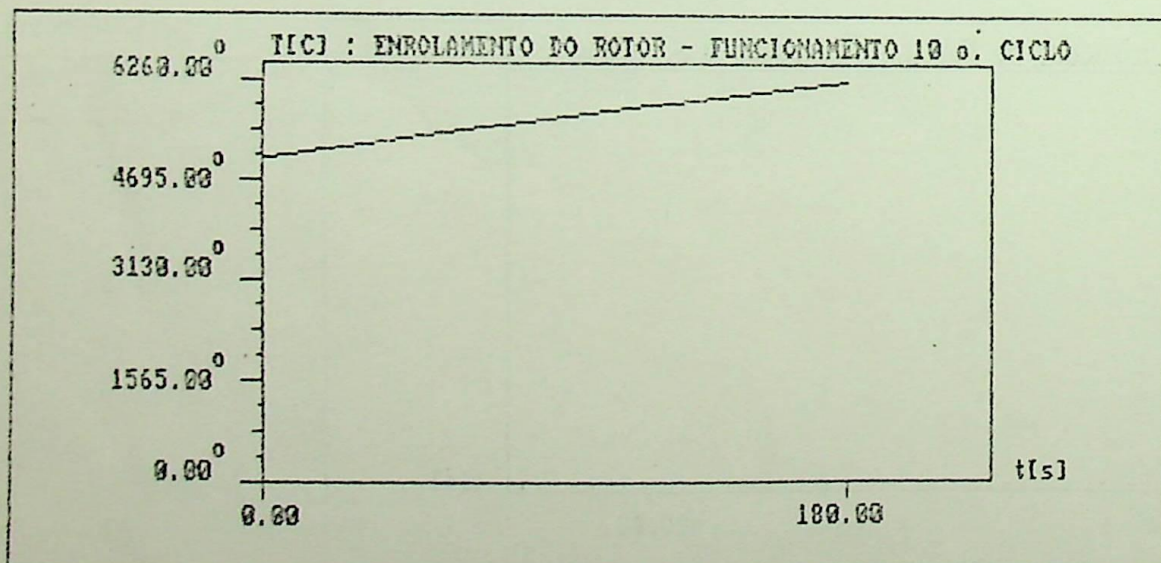
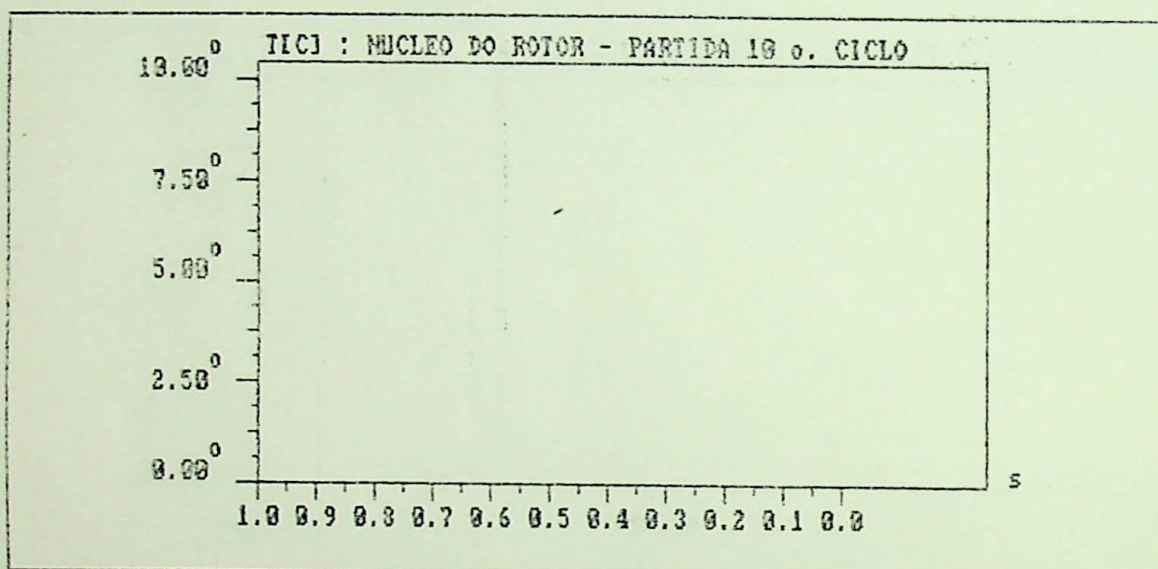
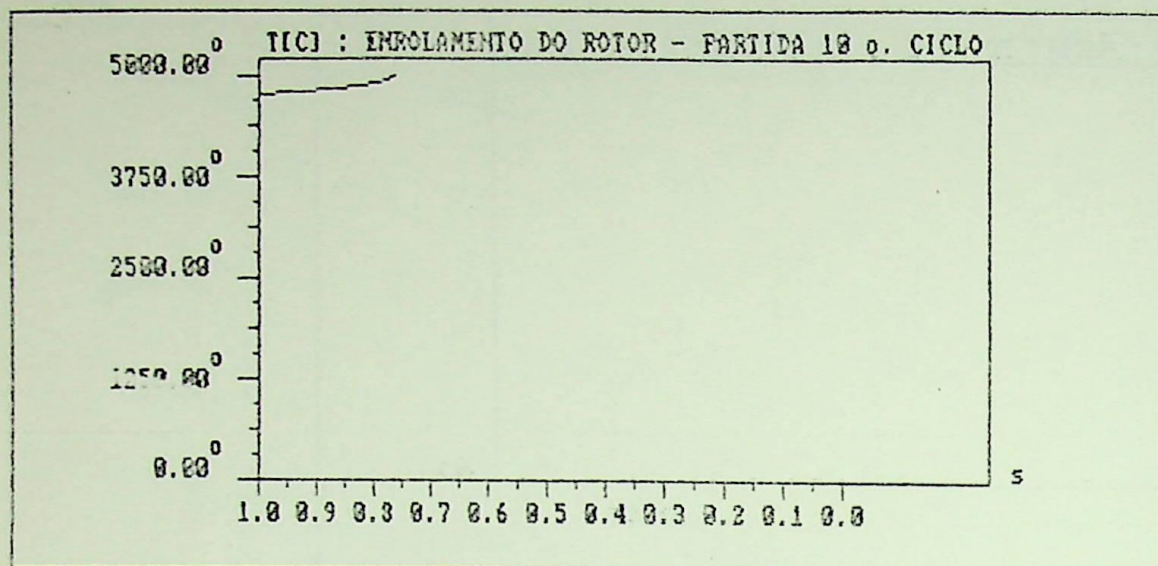


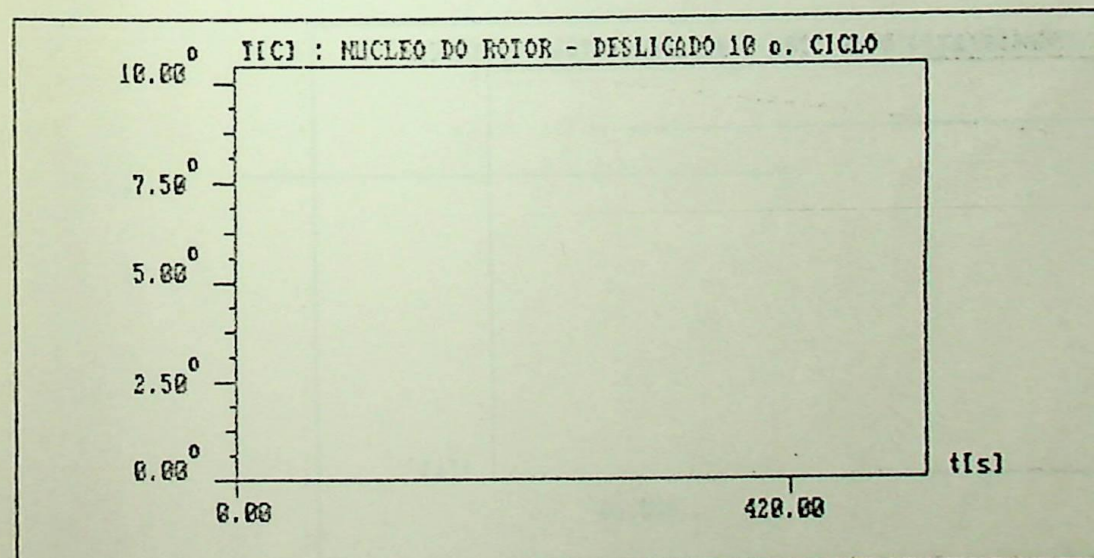
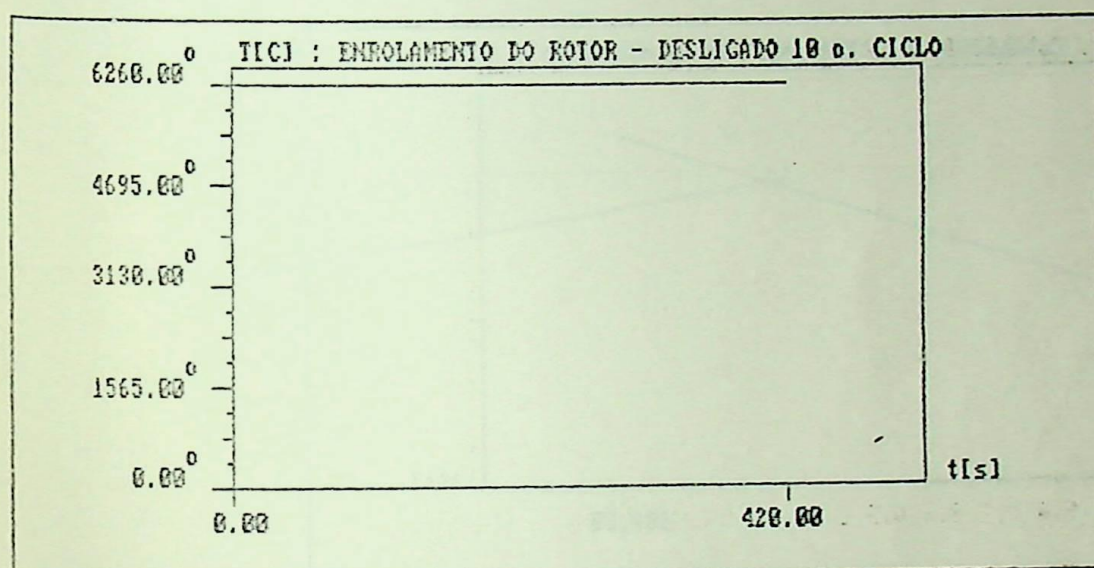
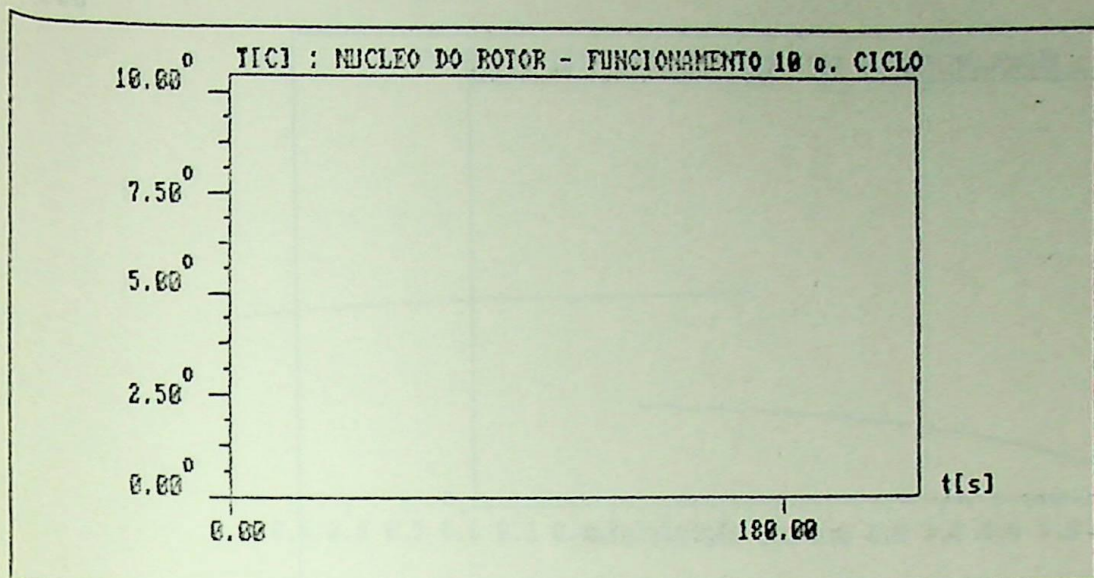


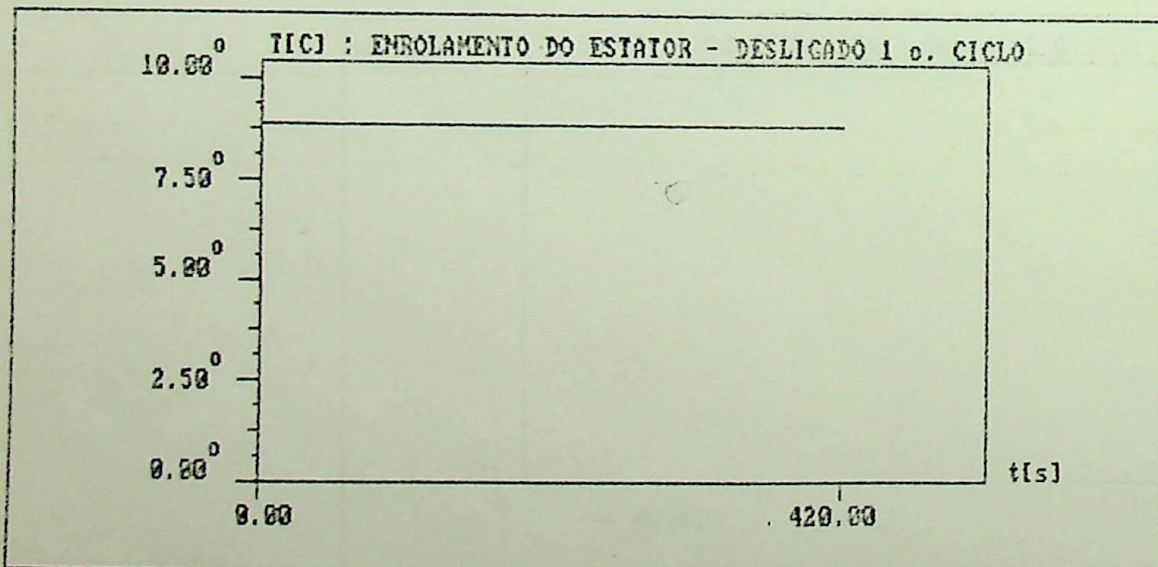
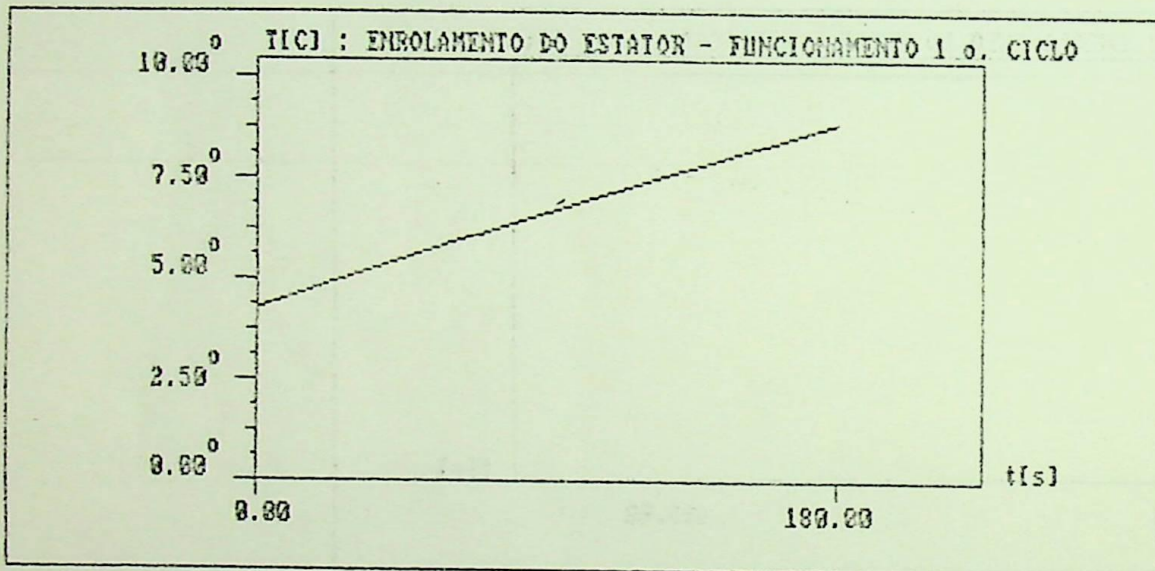
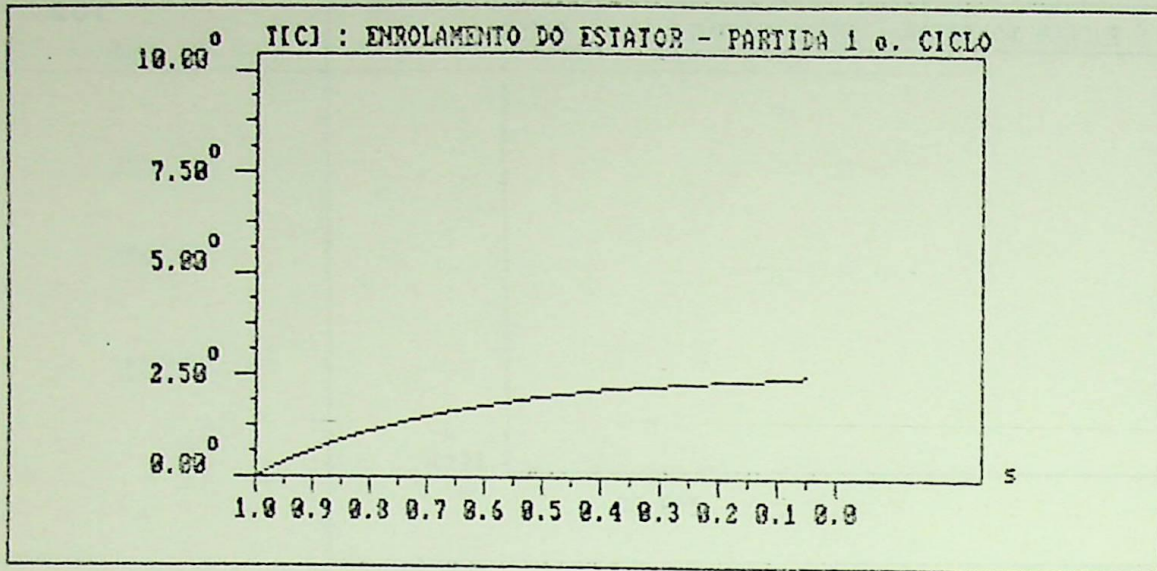


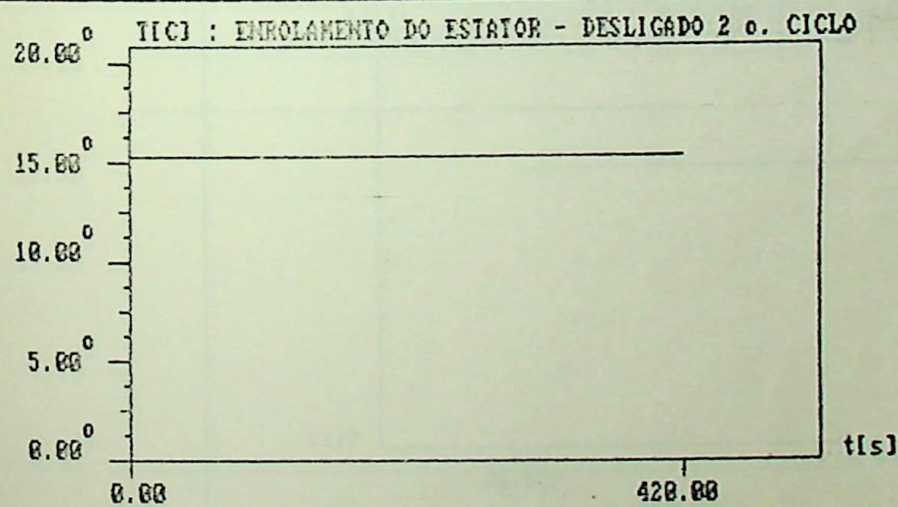
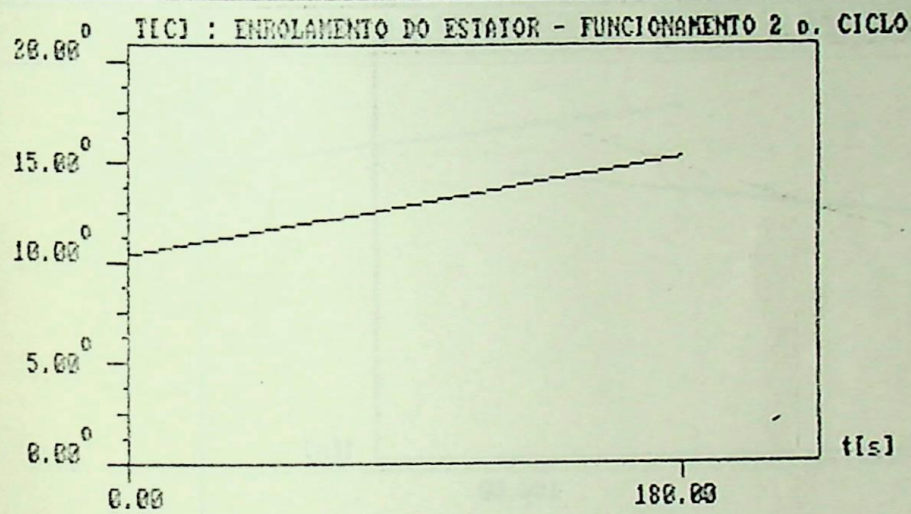
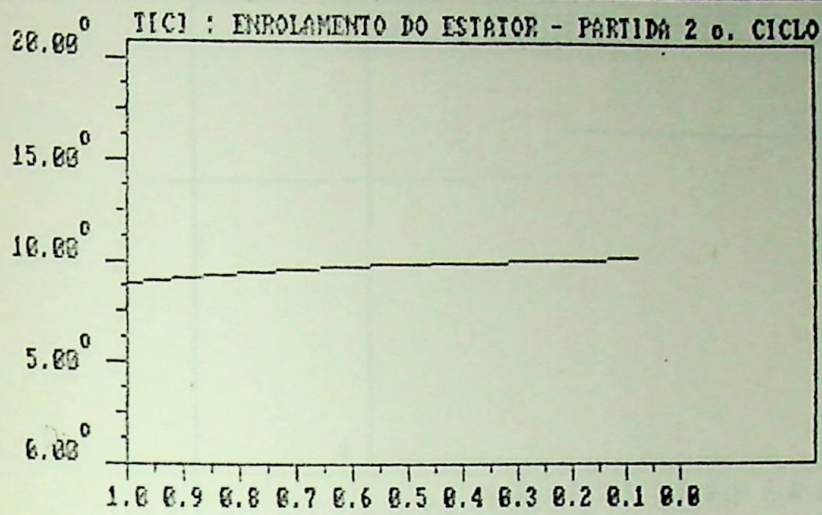


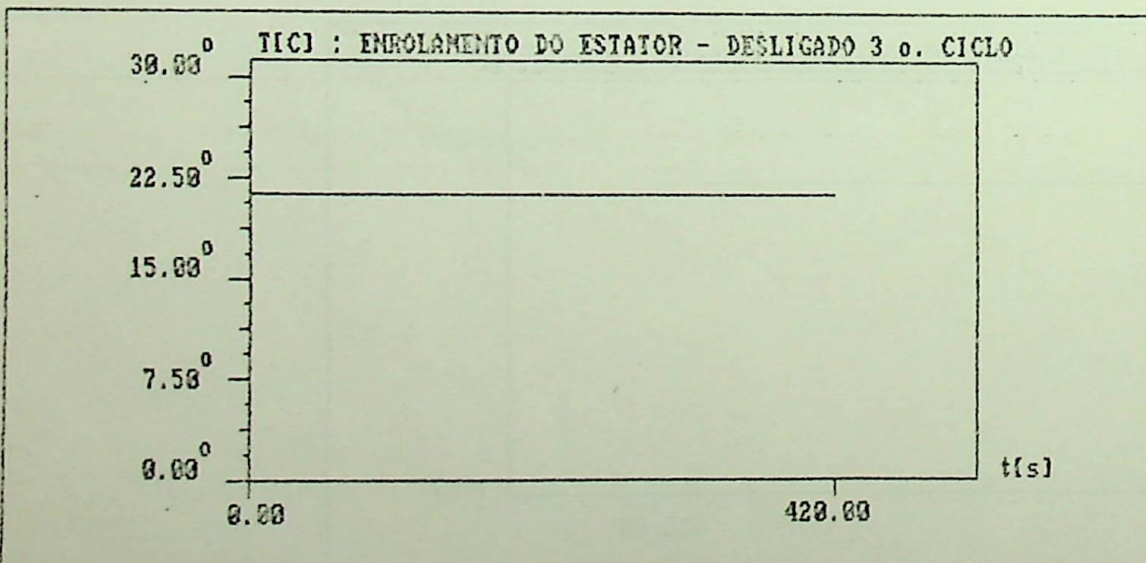
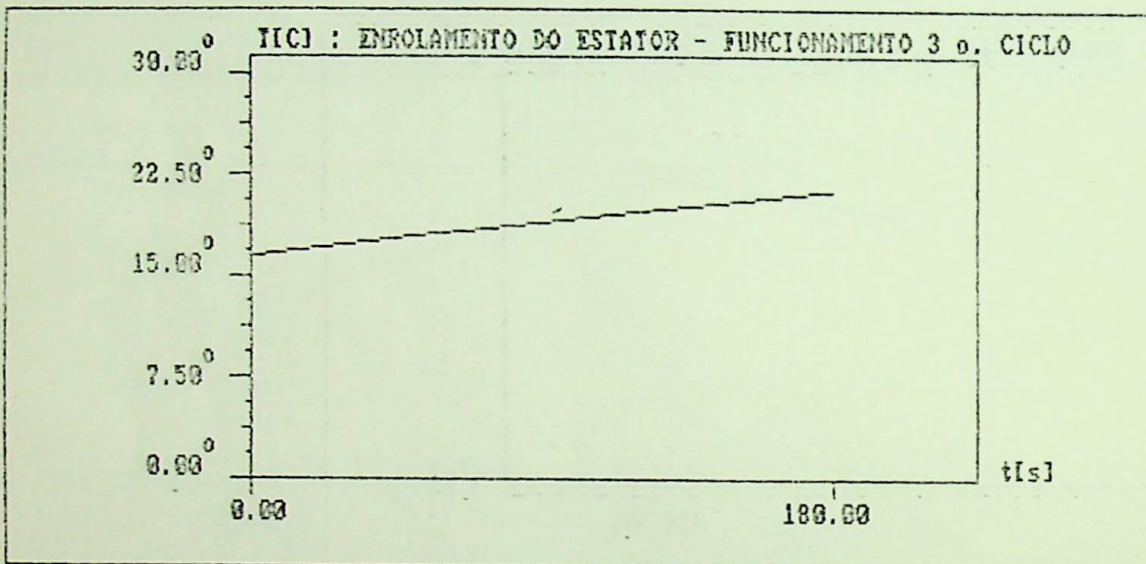
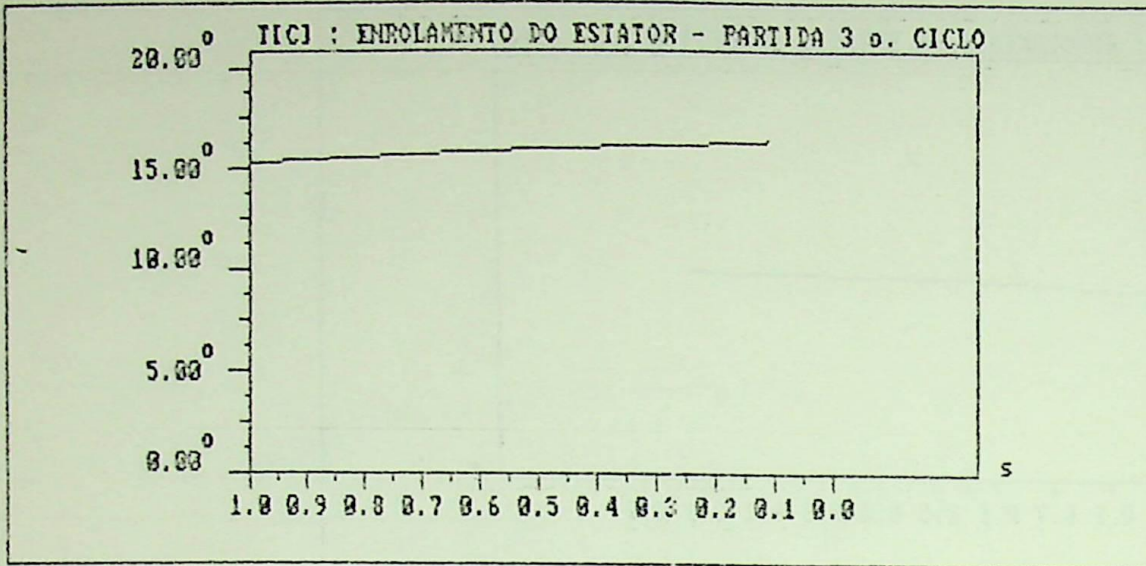




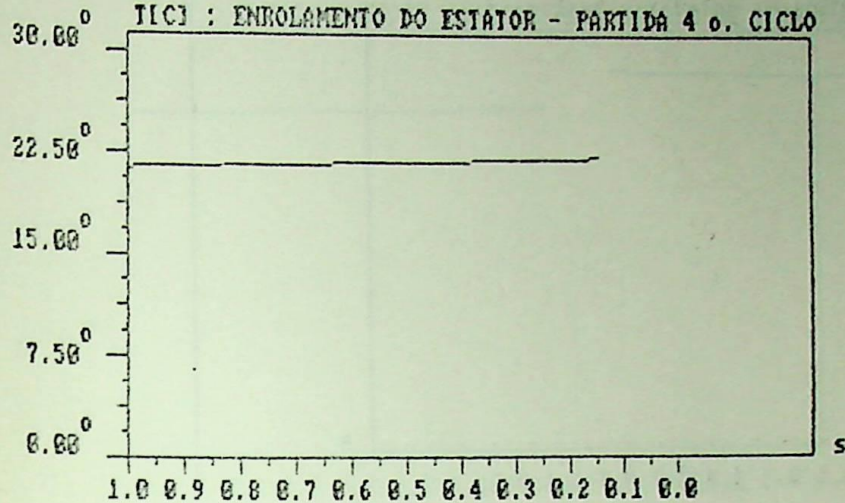




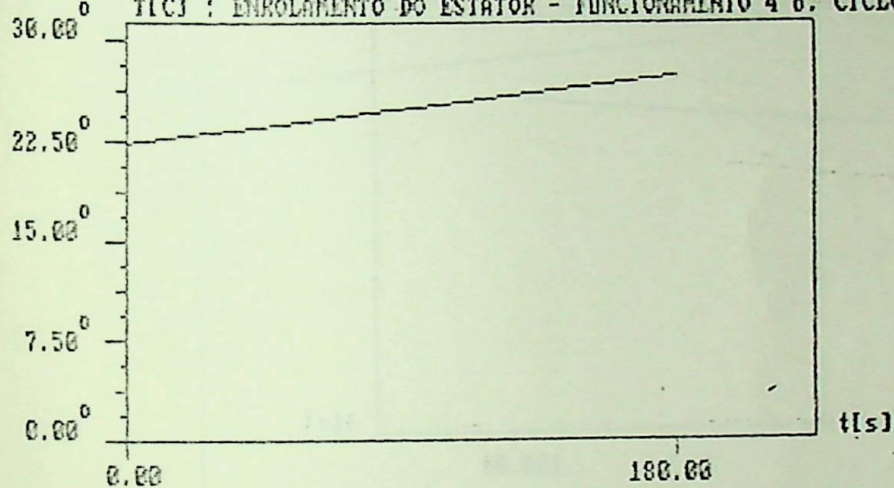




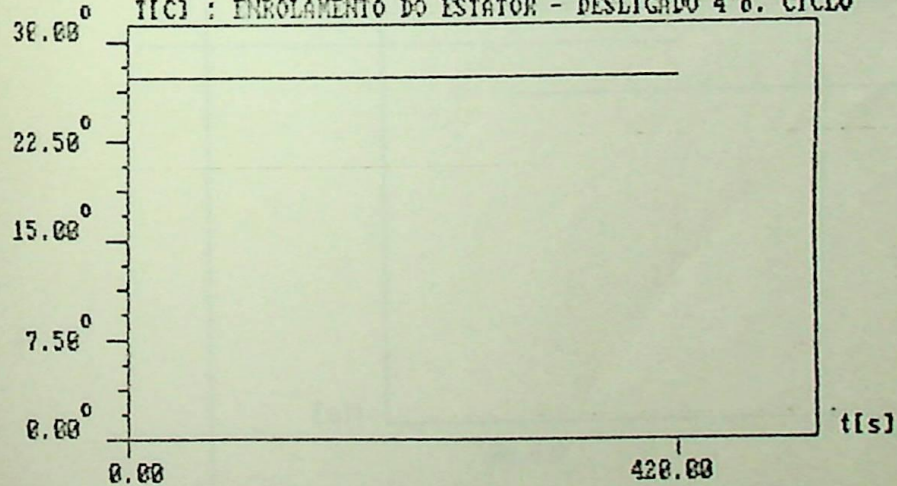
TIC1 : ENROLAMENTO DO ESTATOR - PARTIDA 4 o. CICLO

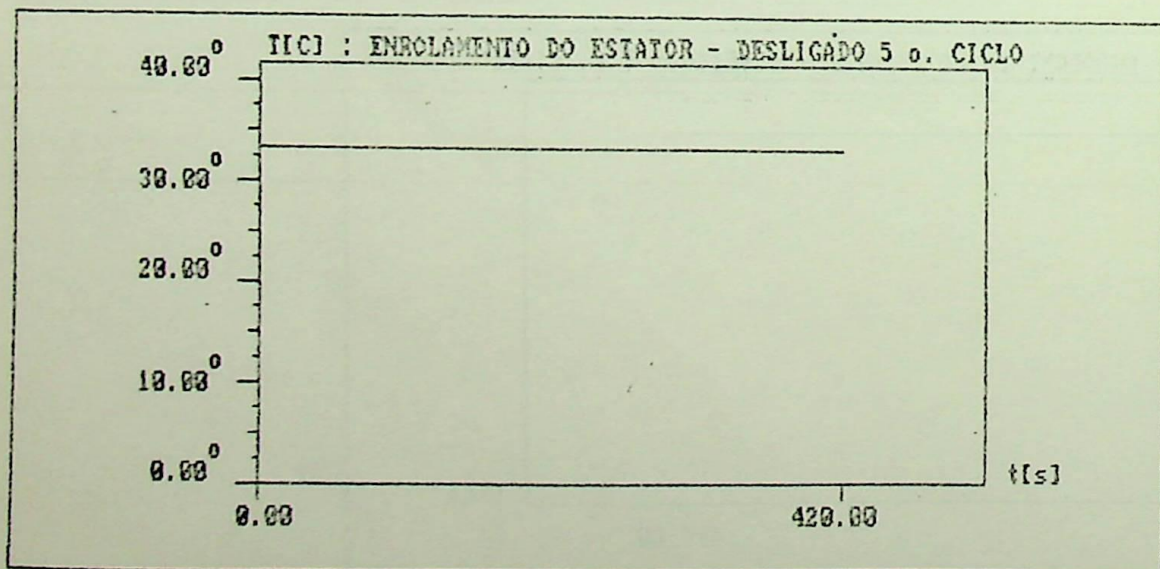
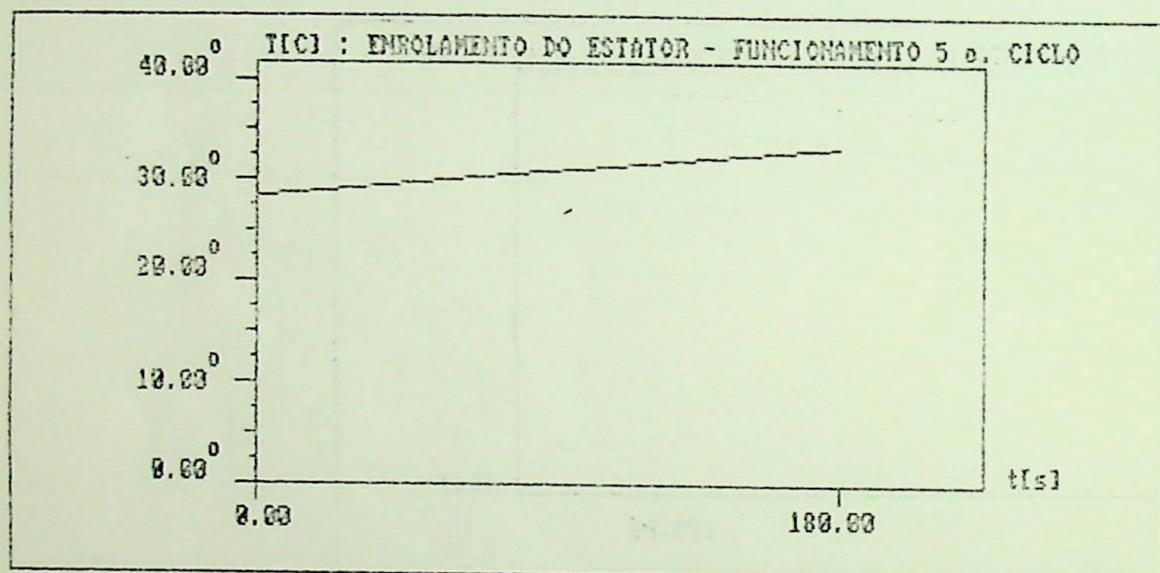
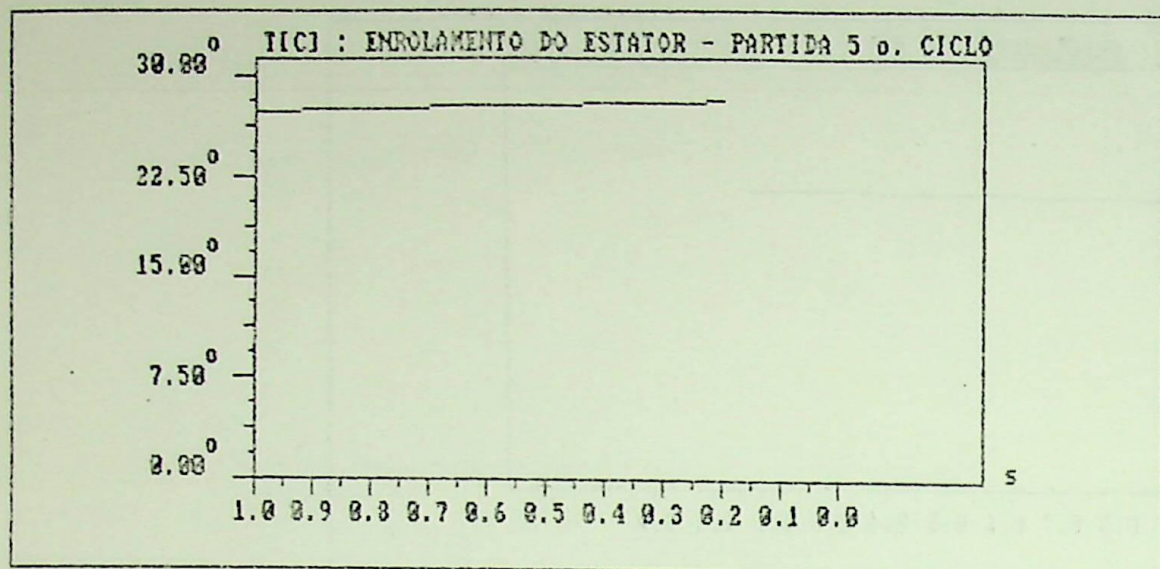


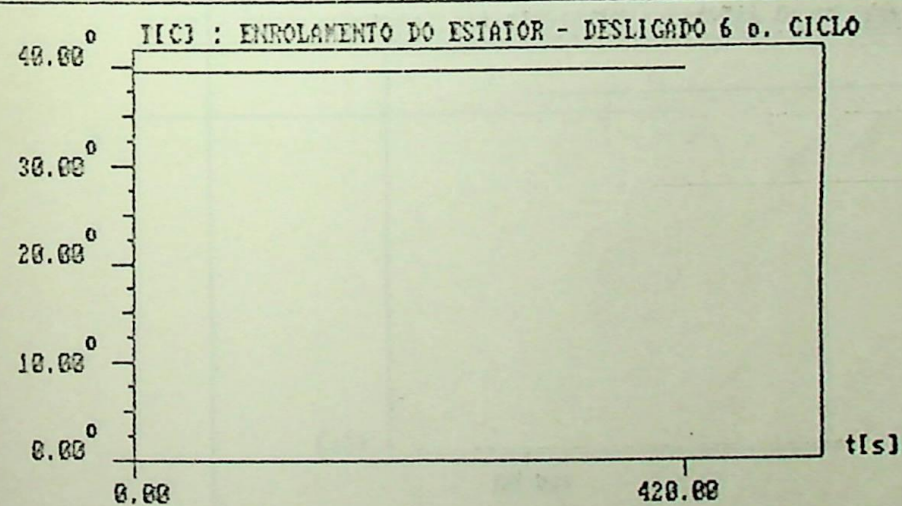
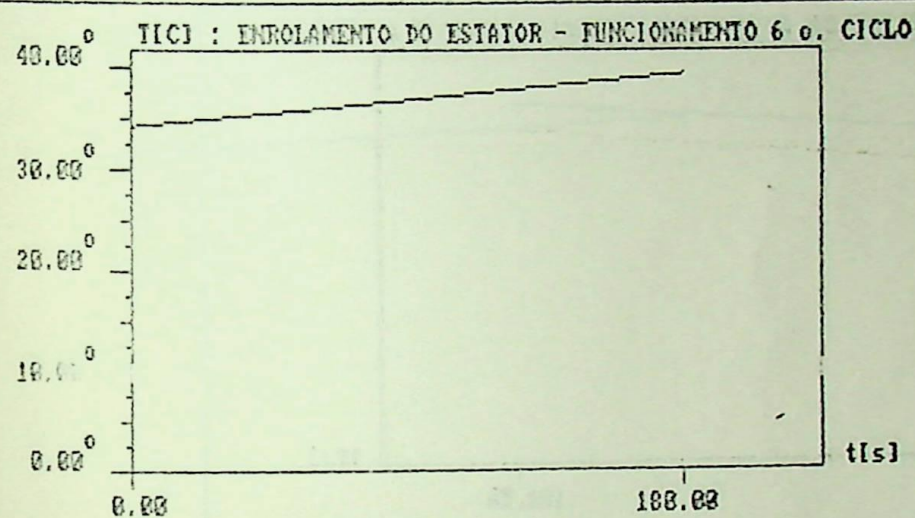
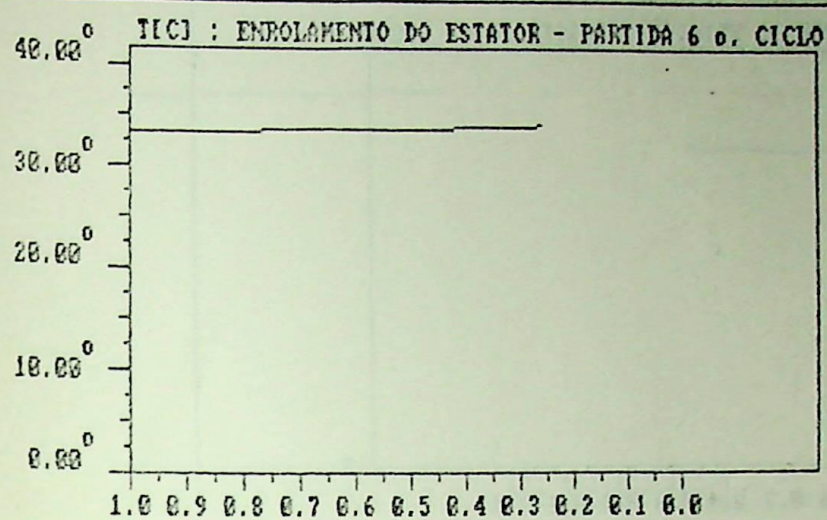
TIC1 : ENROLAMENTO DO ESTATOR - FUNCIONAMENTO 4 o. CICLO

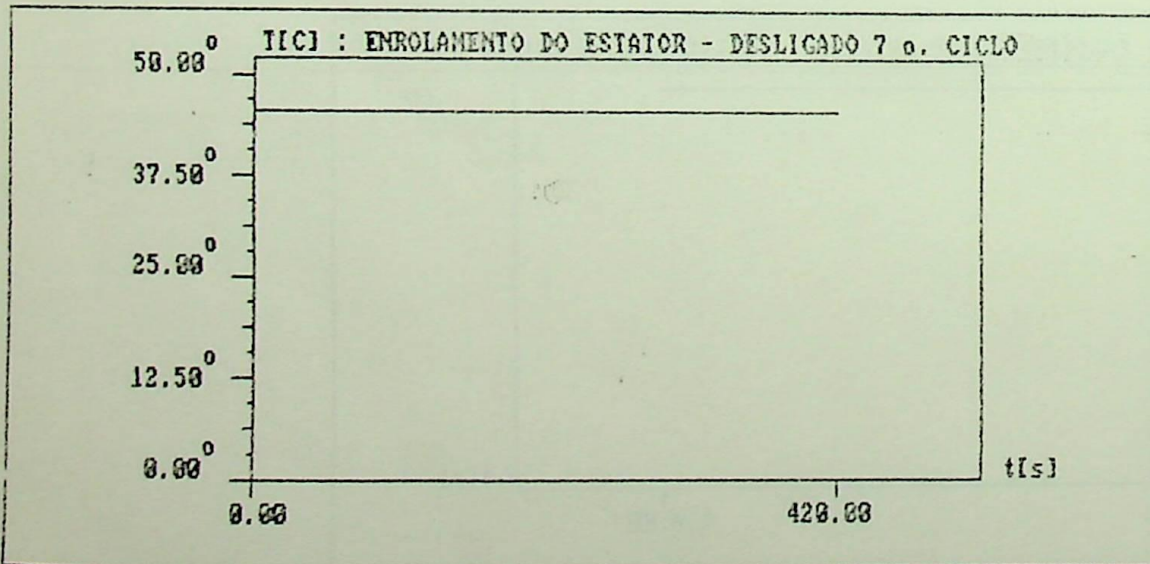
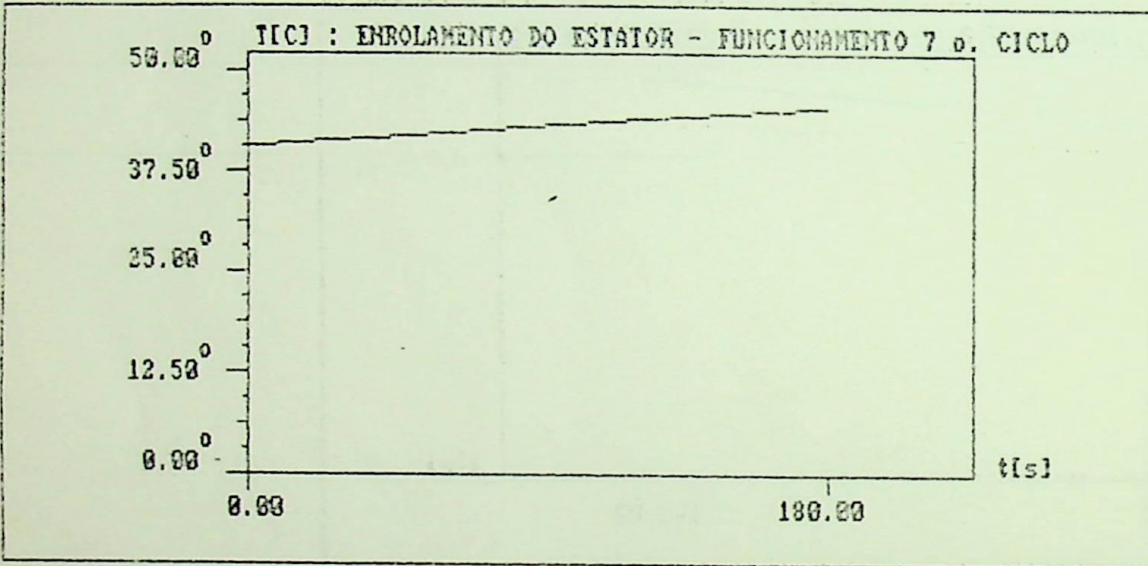
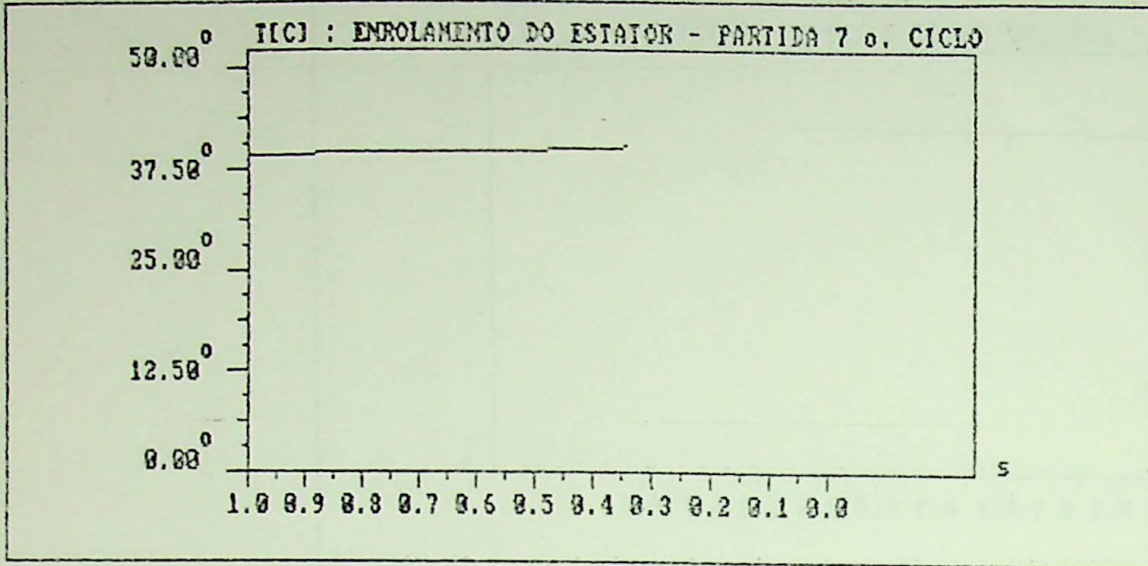


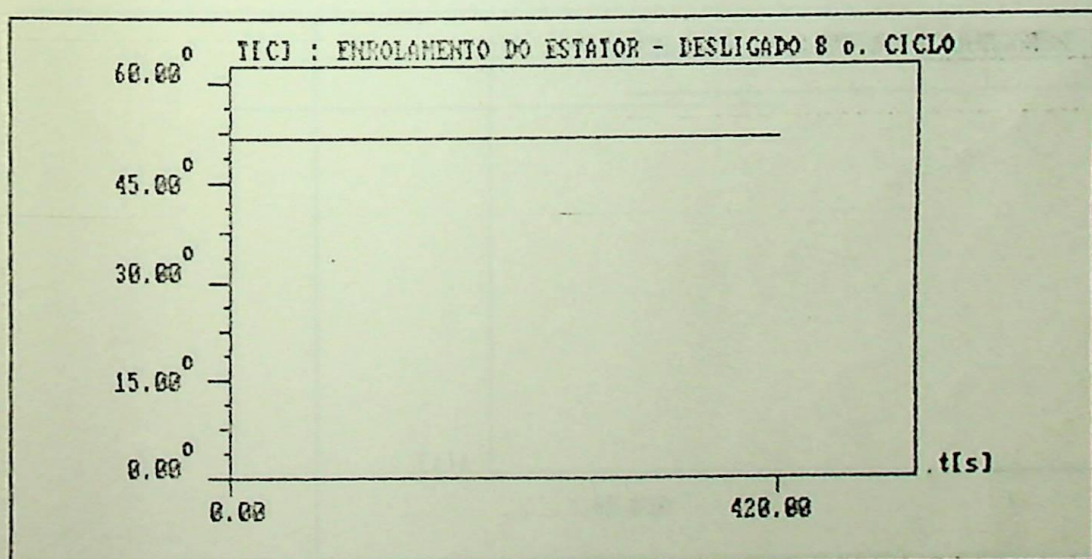
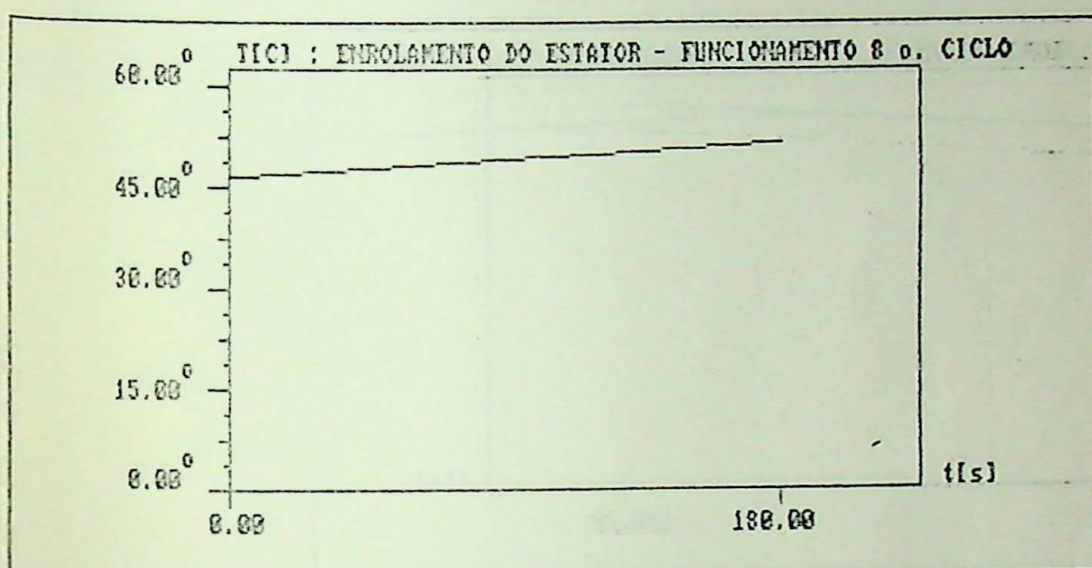
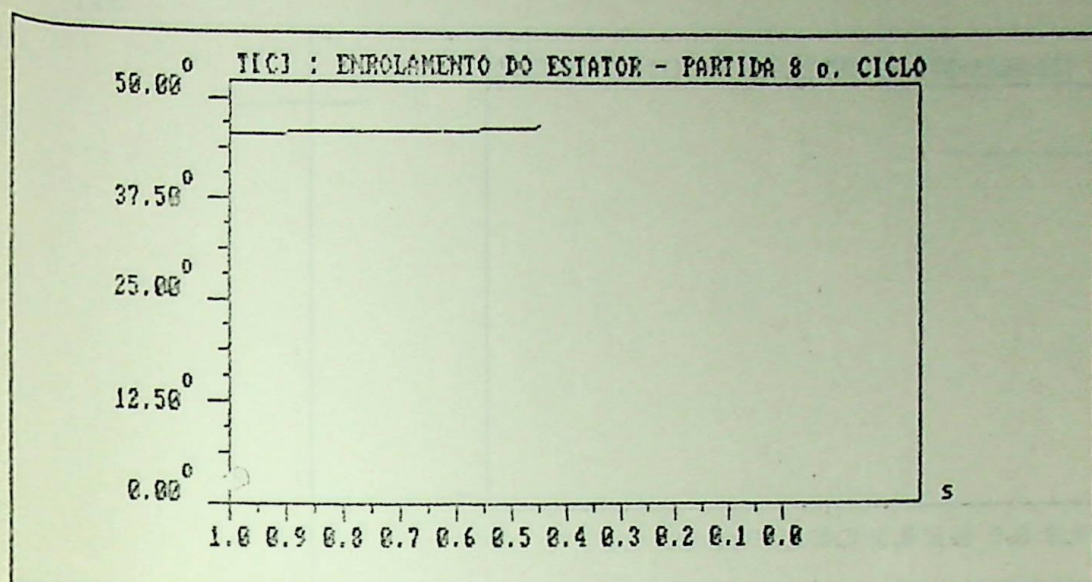
TIC1 : ENROLAMENTO DO ESTATOR - DESLIGADO 4 o. CICLO

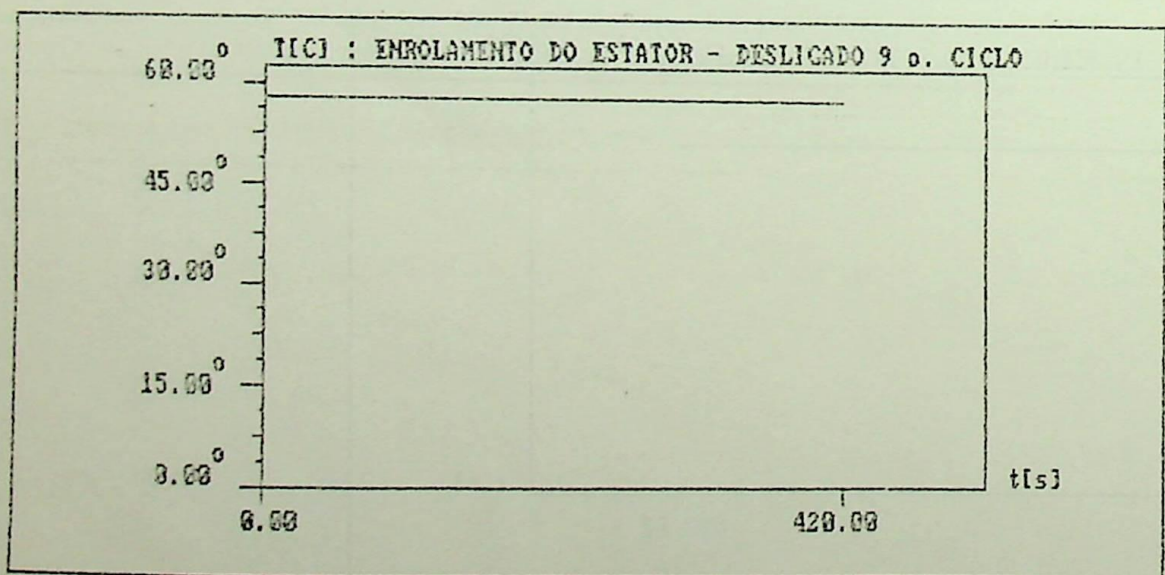
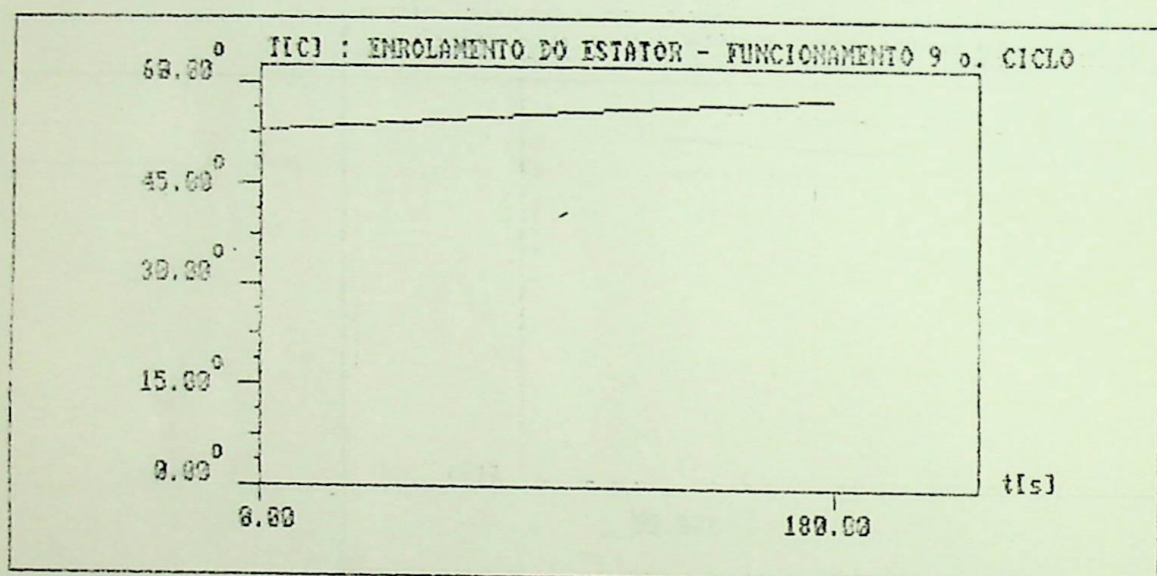
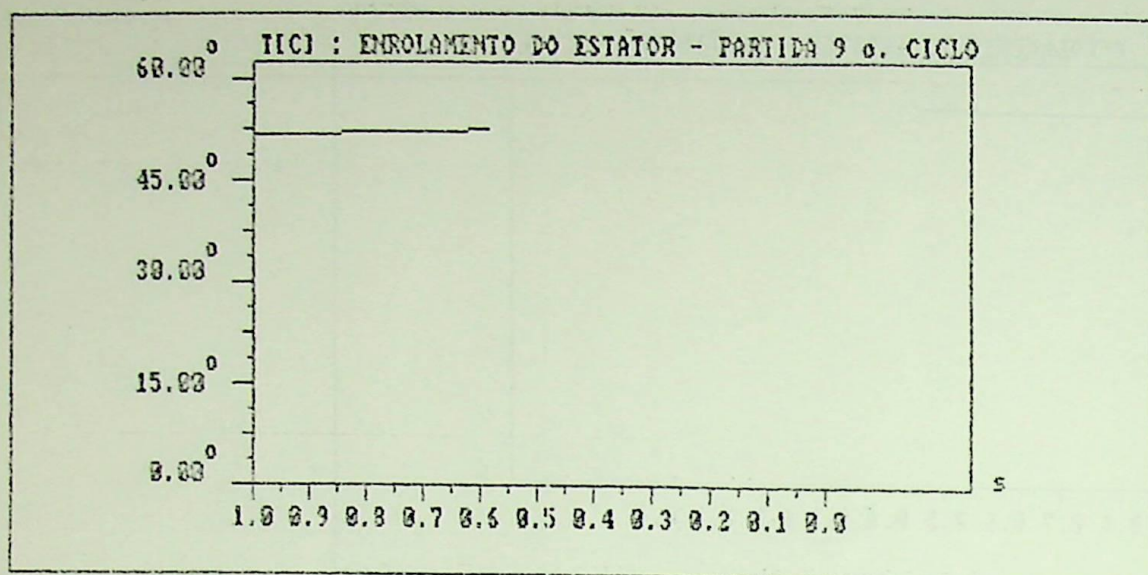


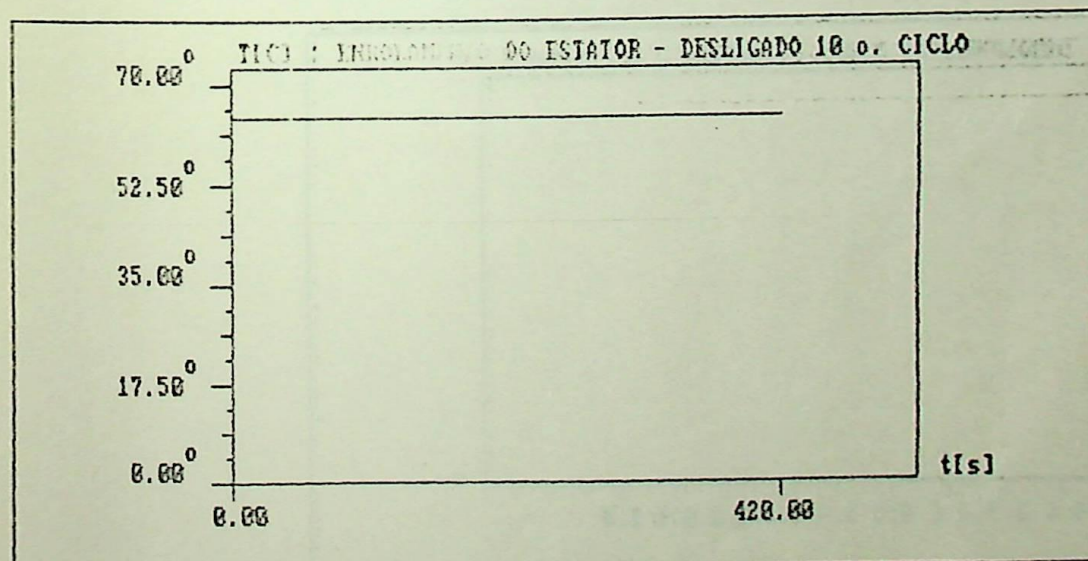
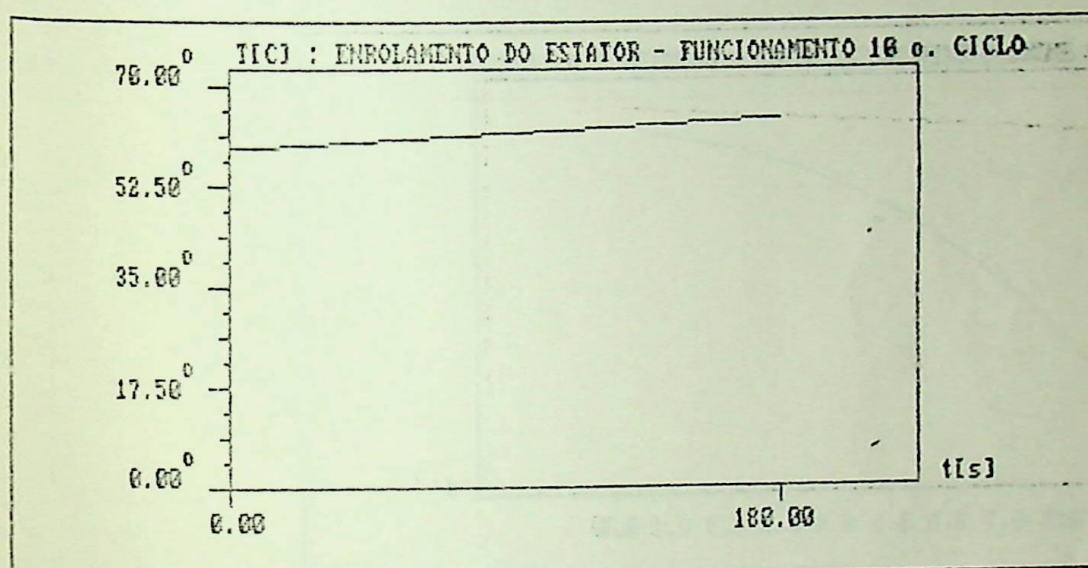
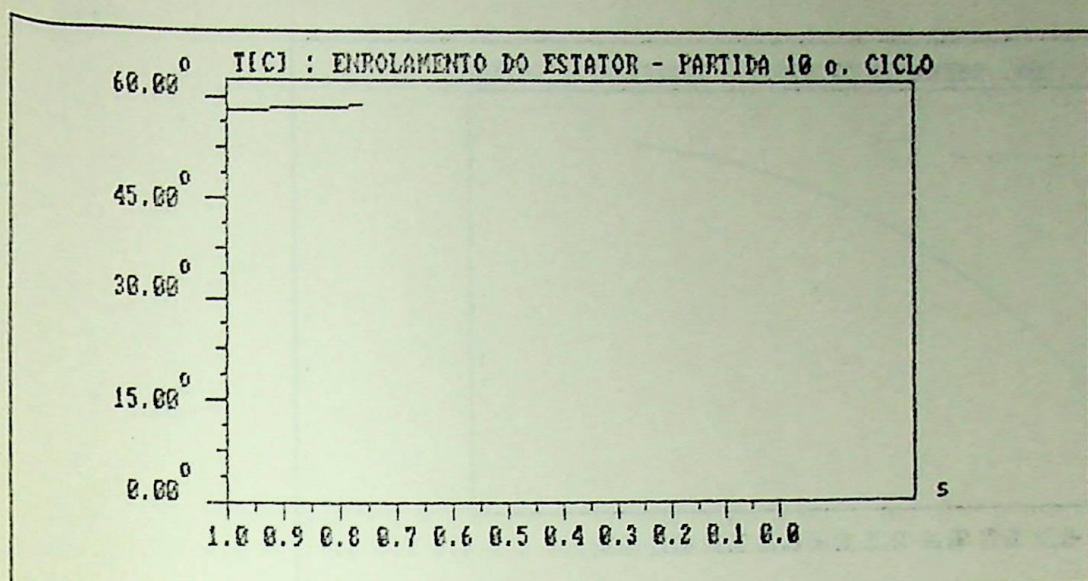


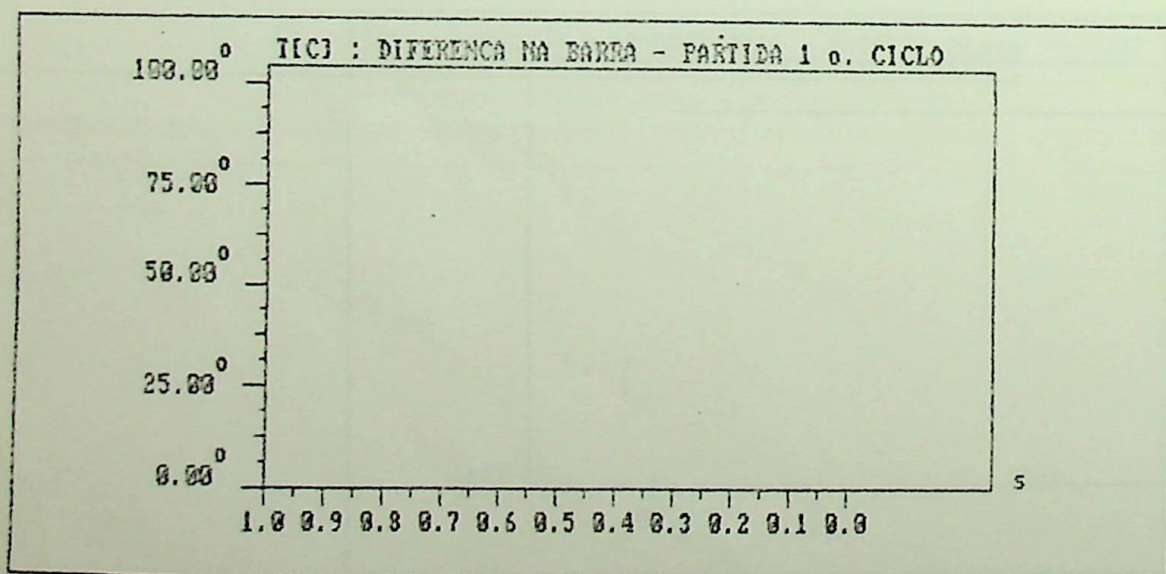
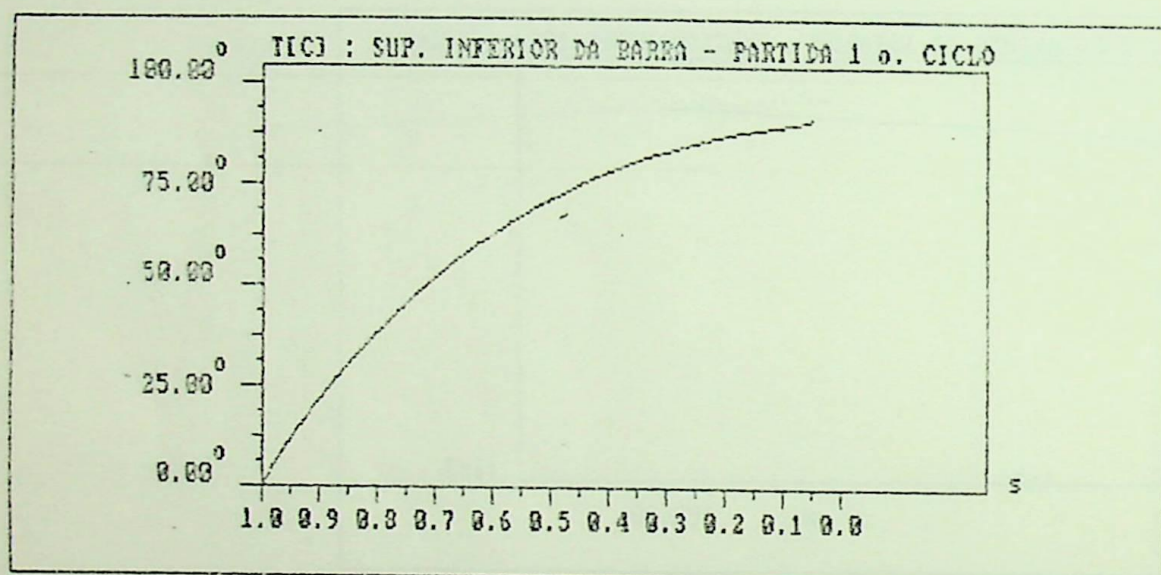
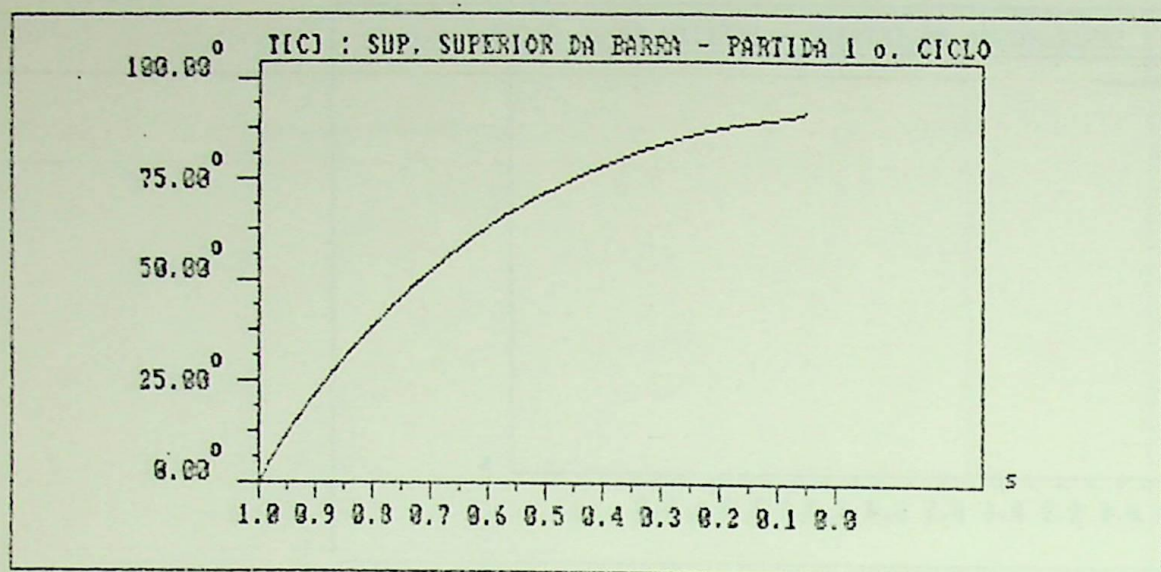


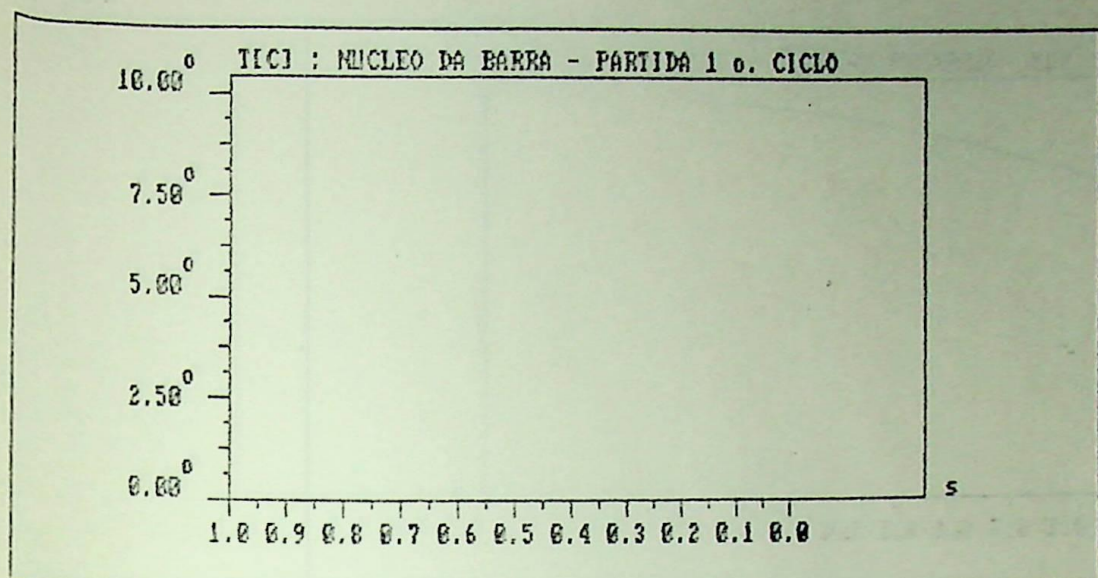


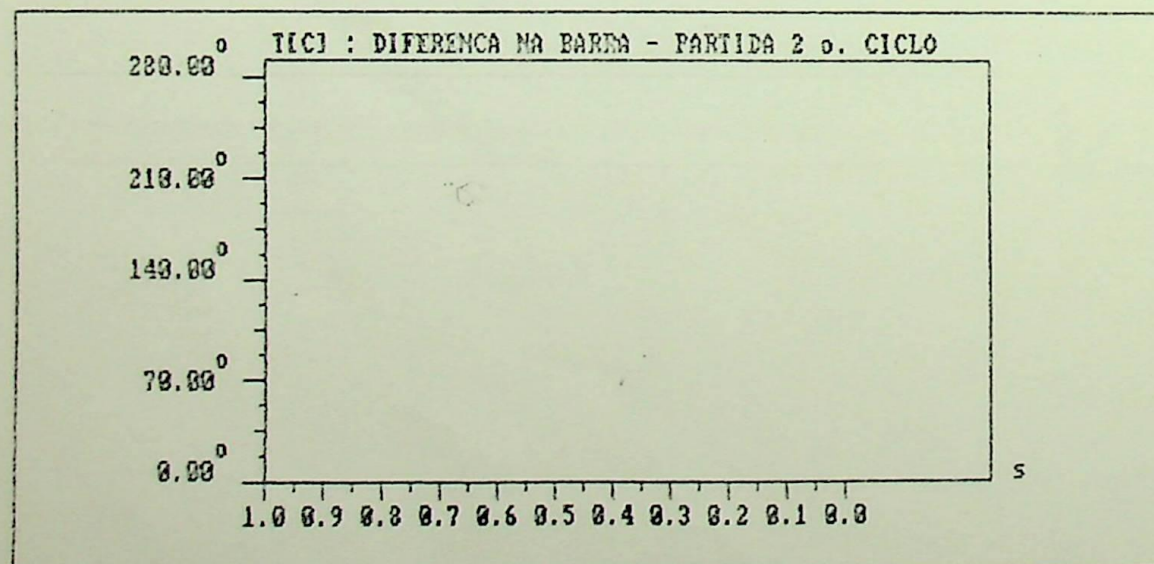
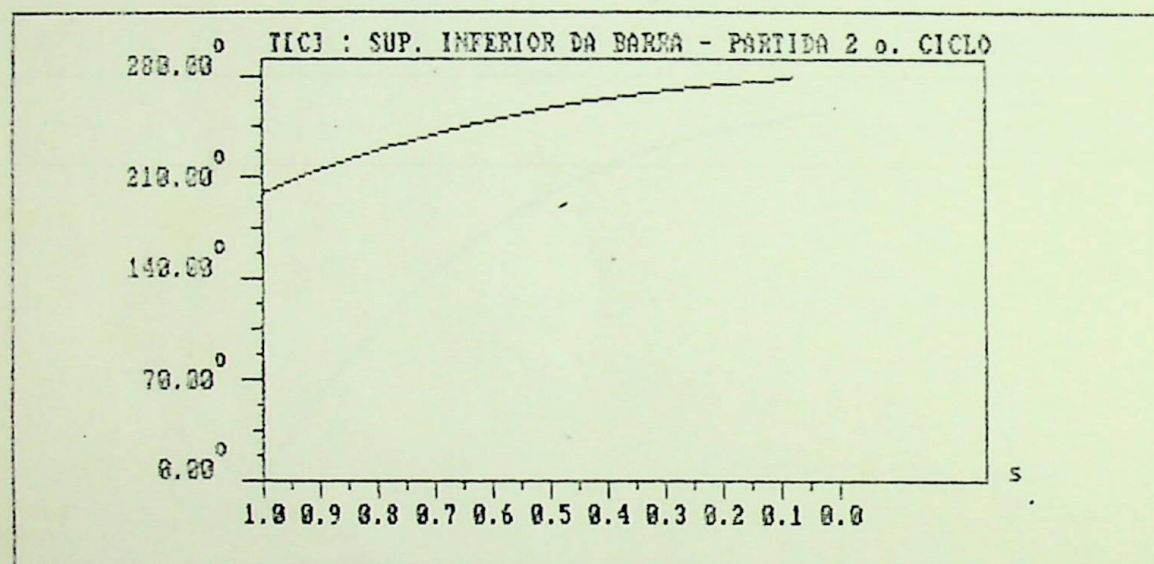
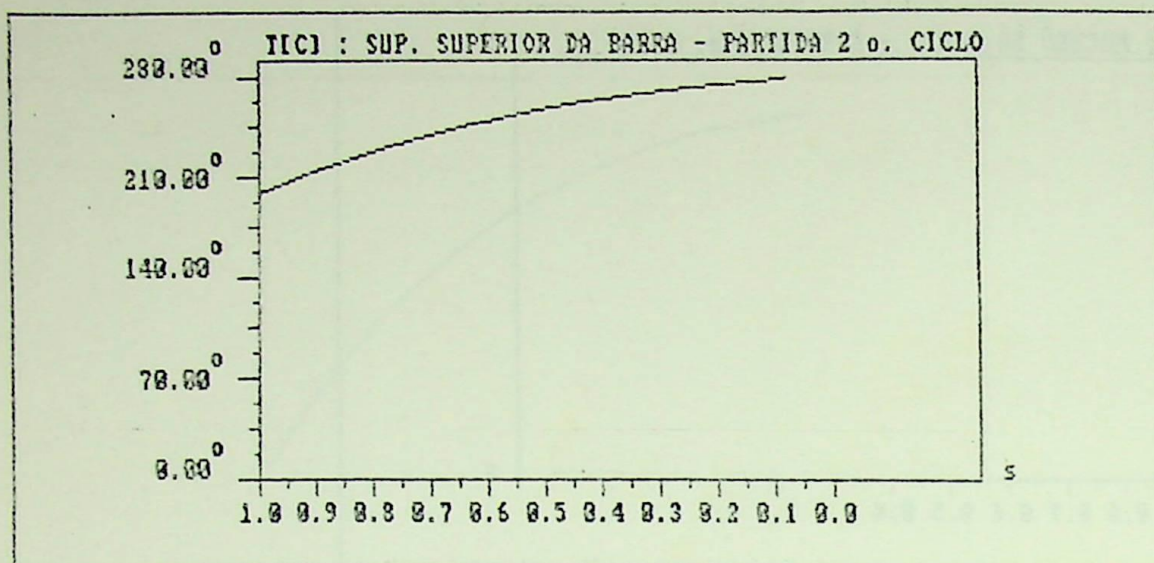


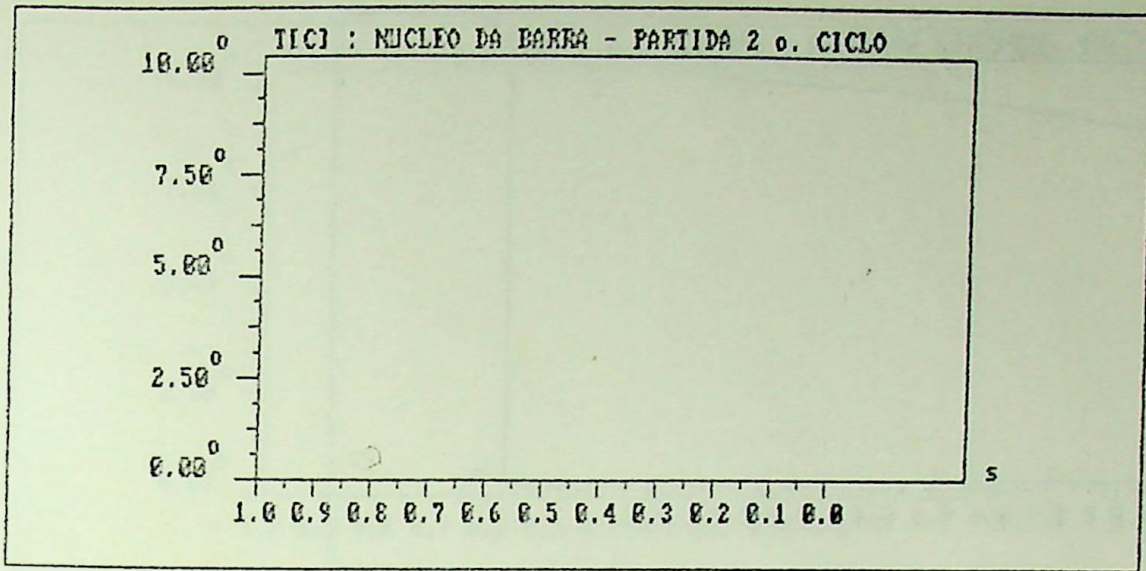


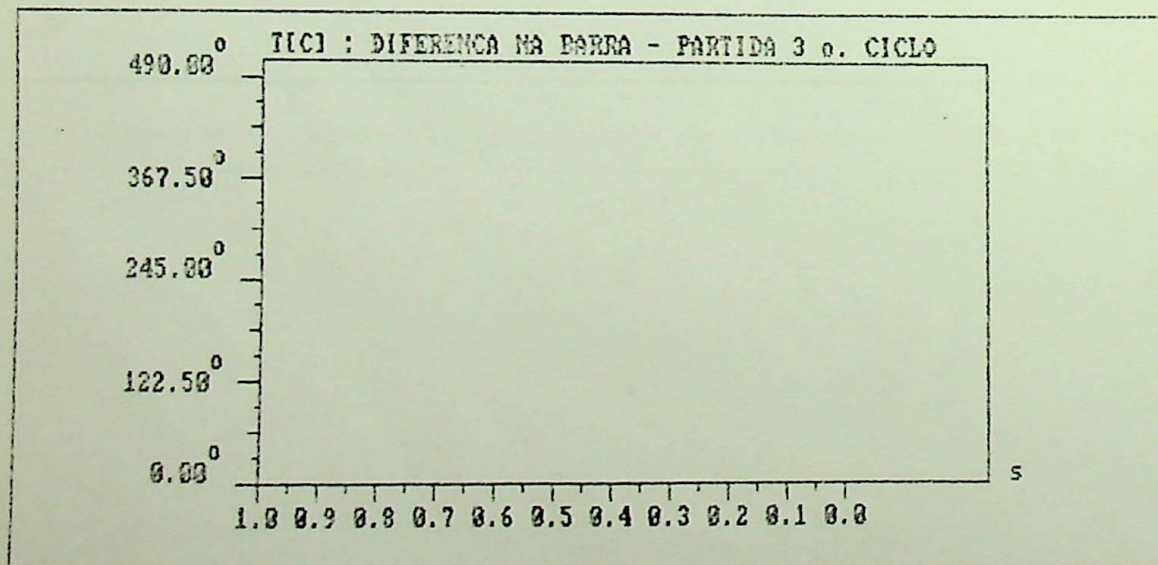
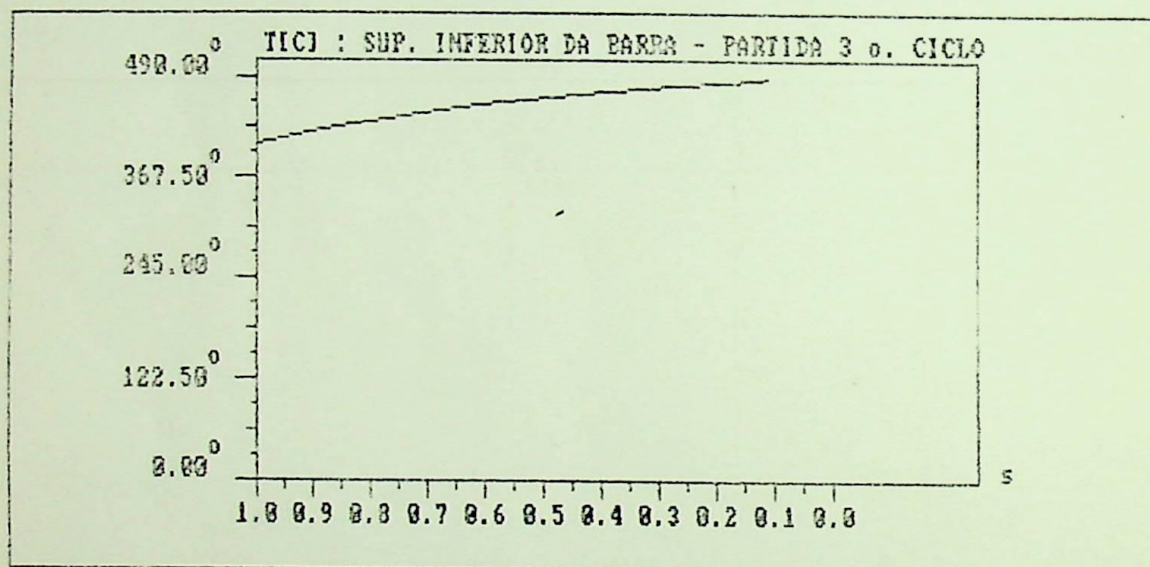
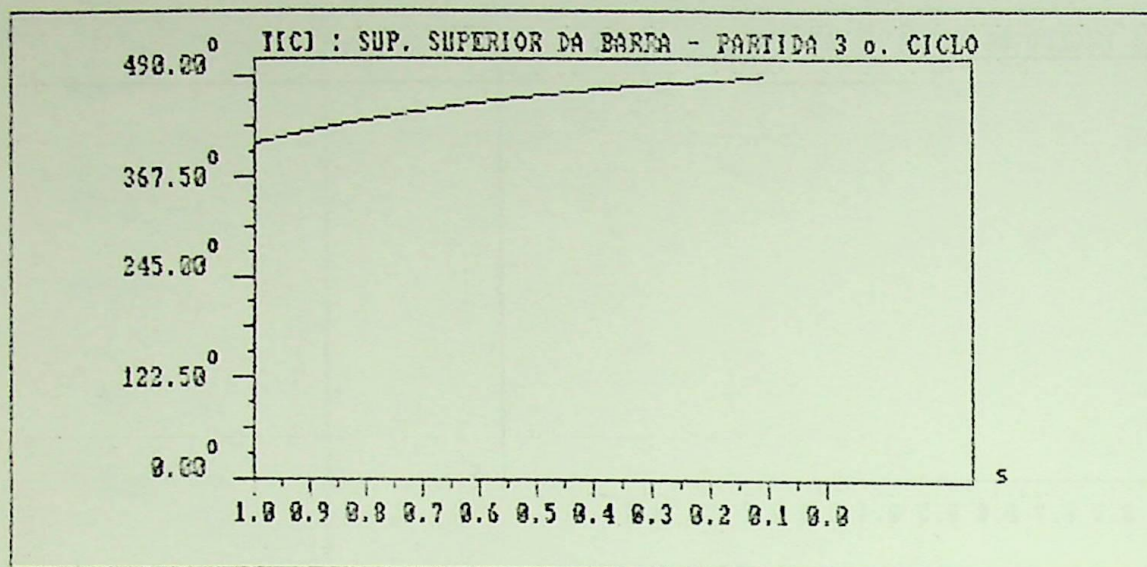


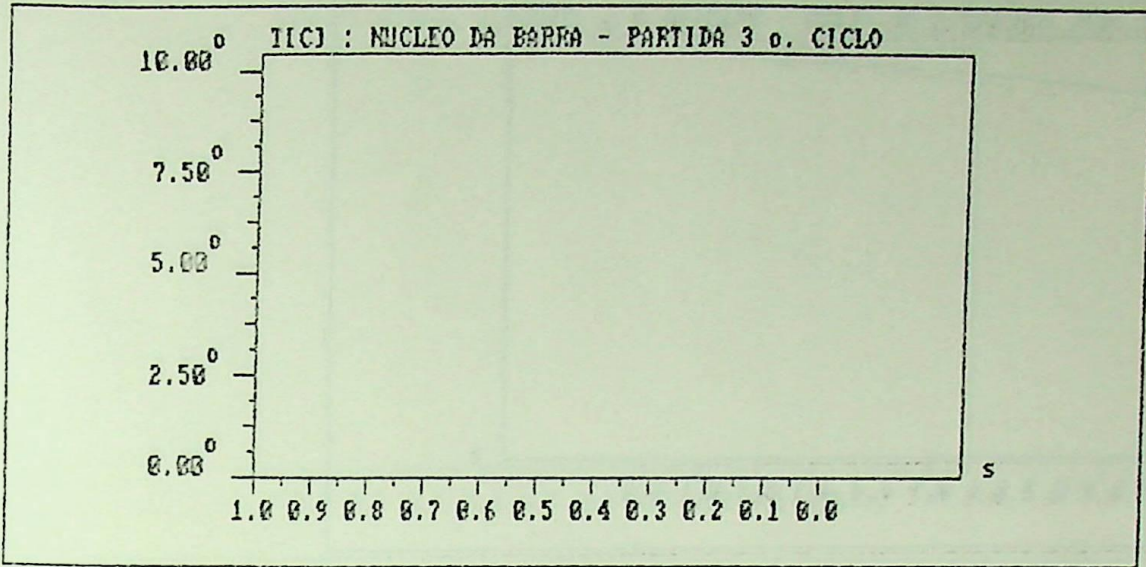


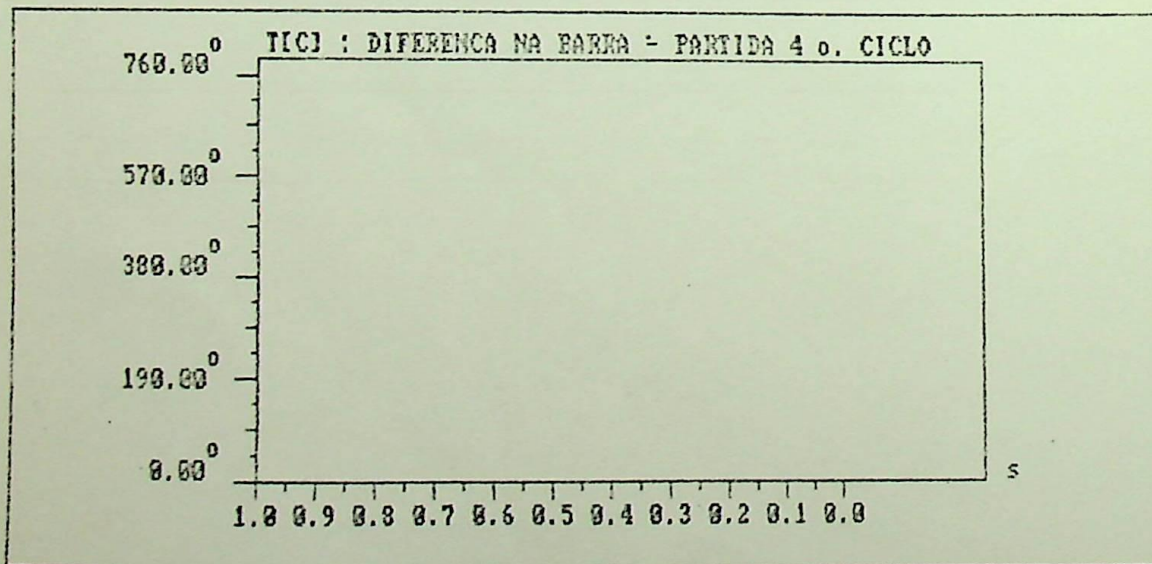
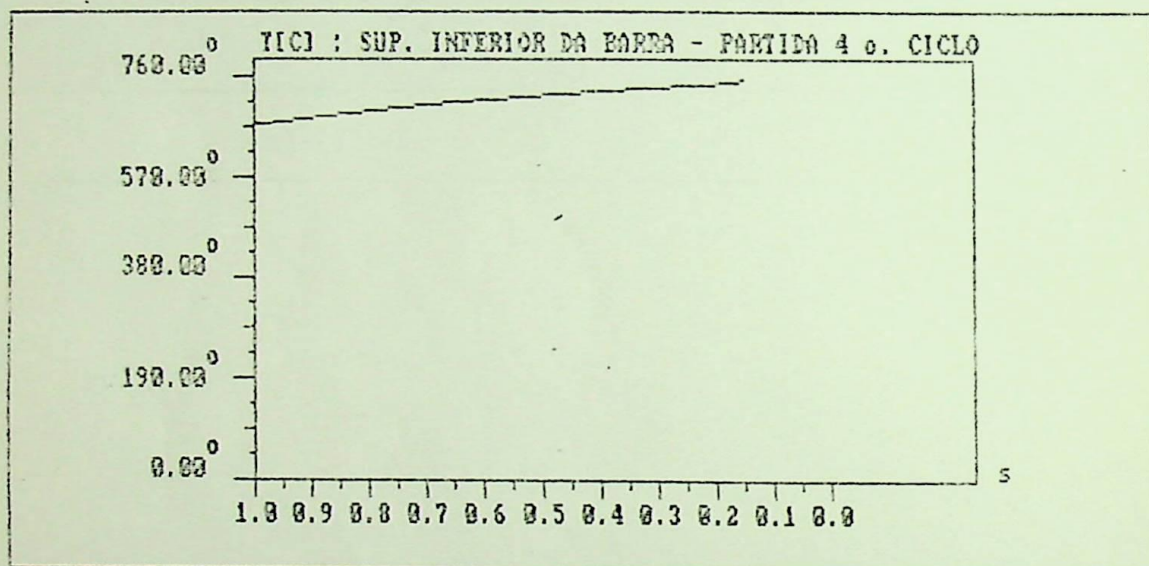
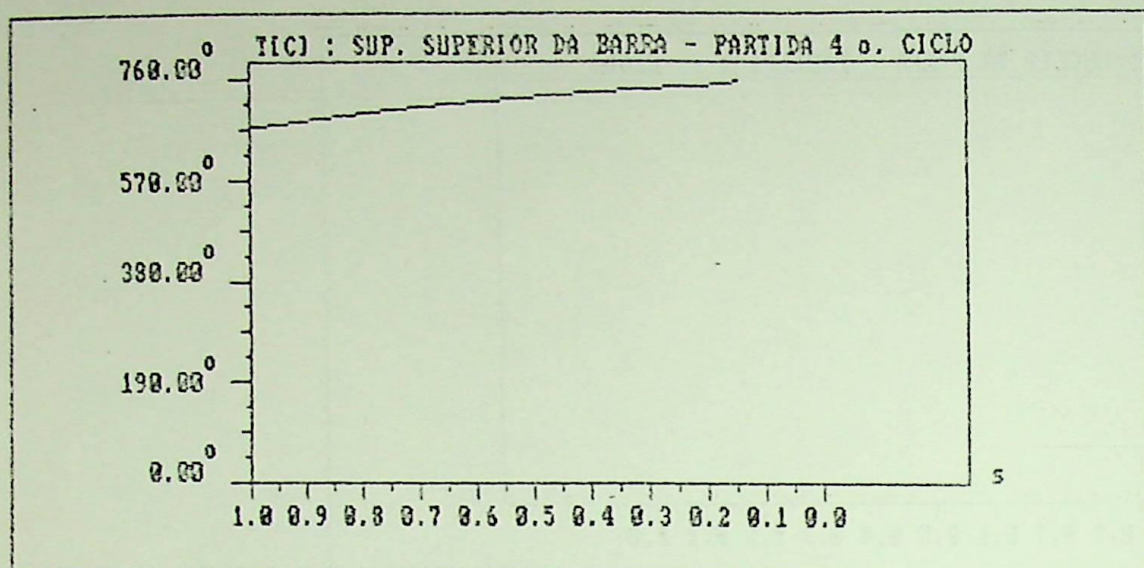


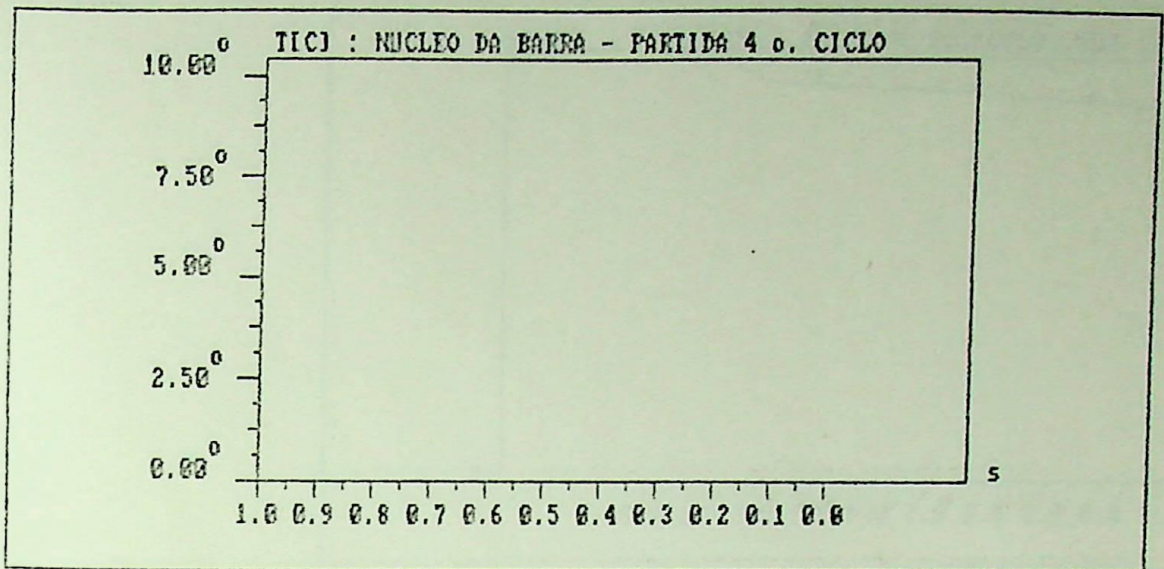


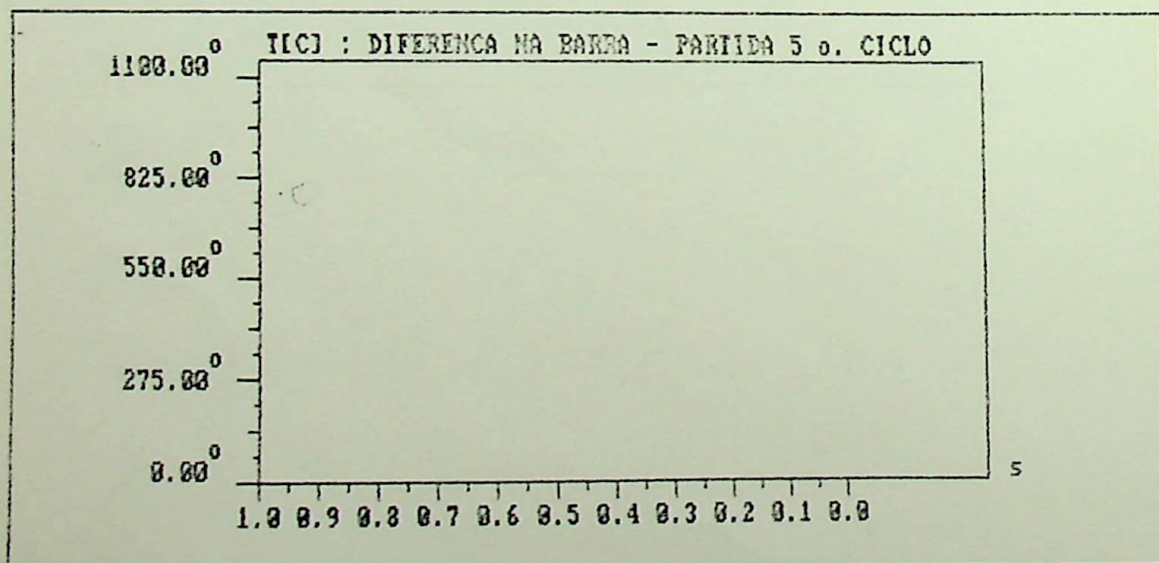
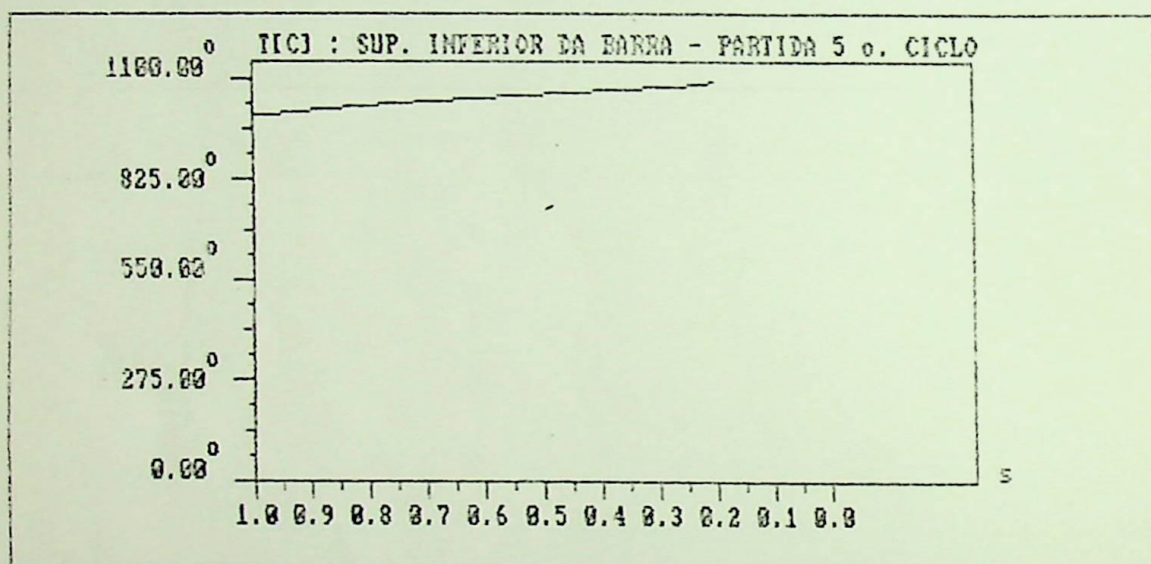
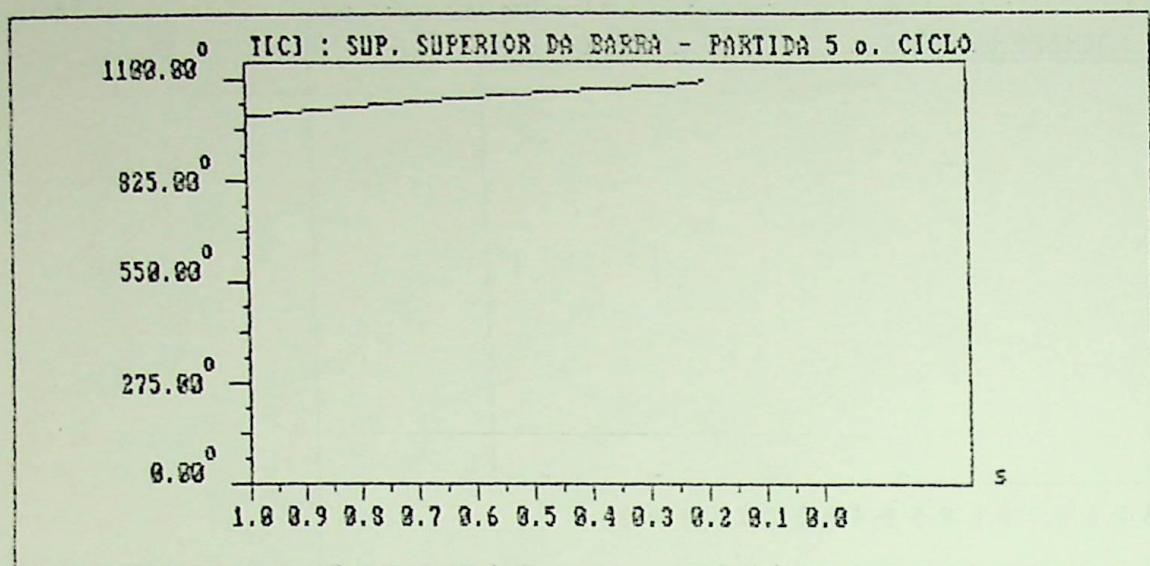


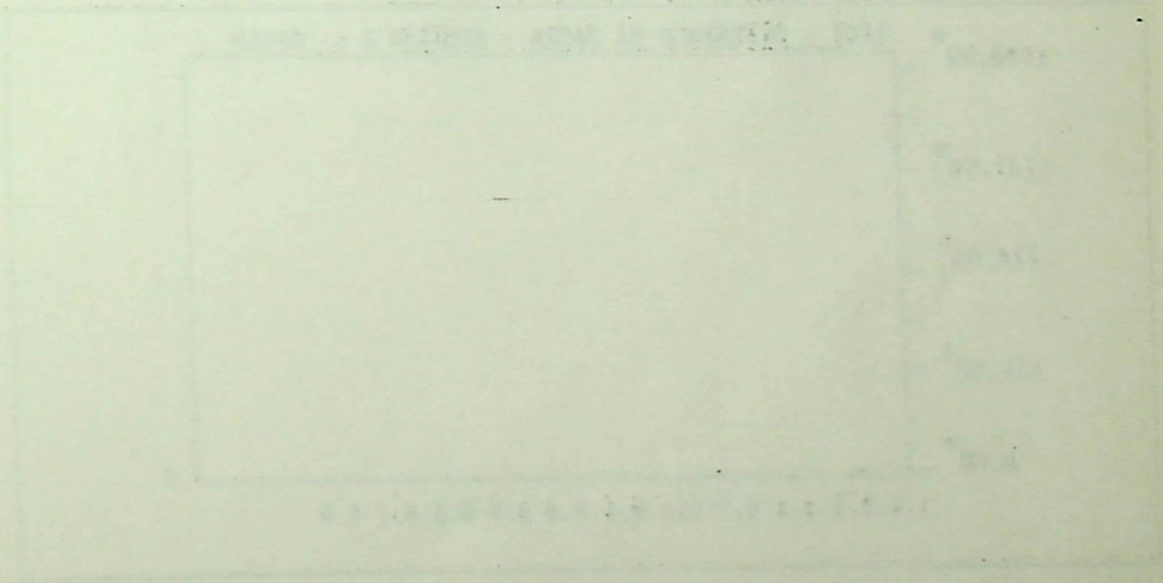
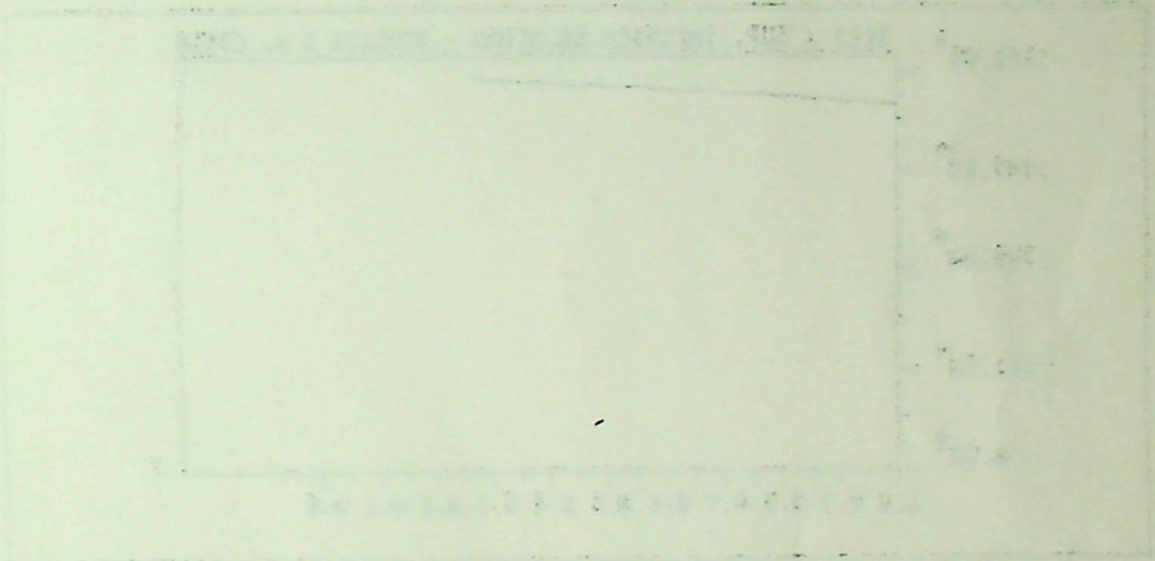
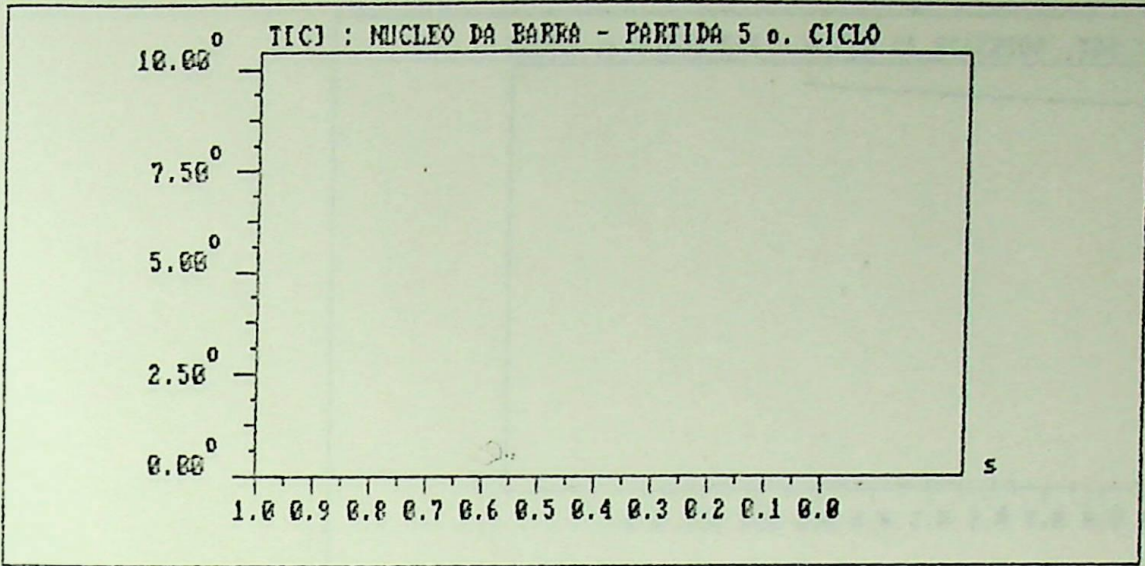


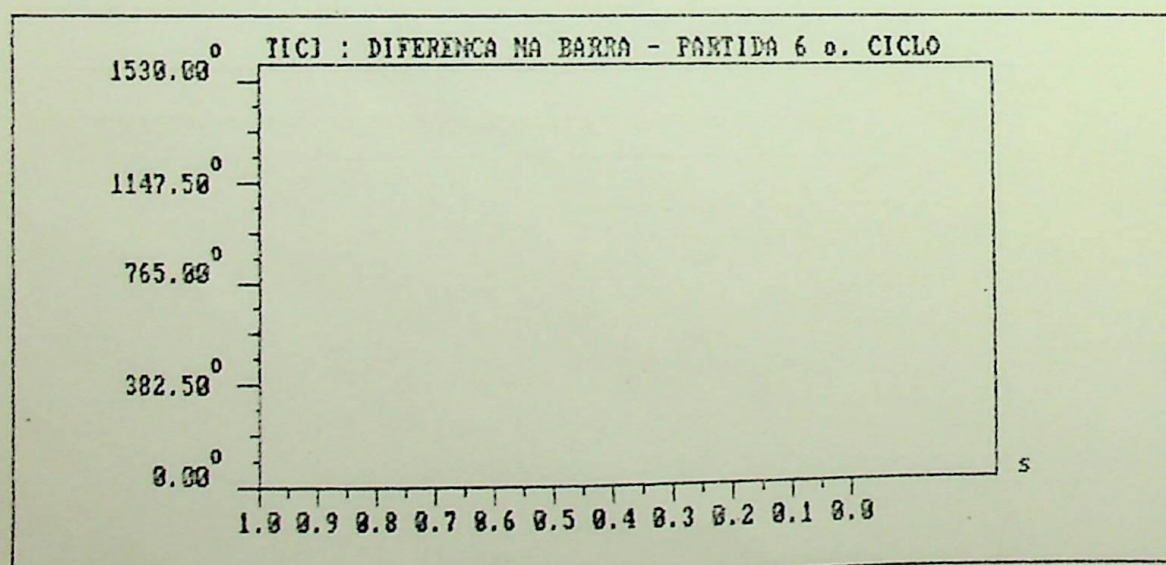
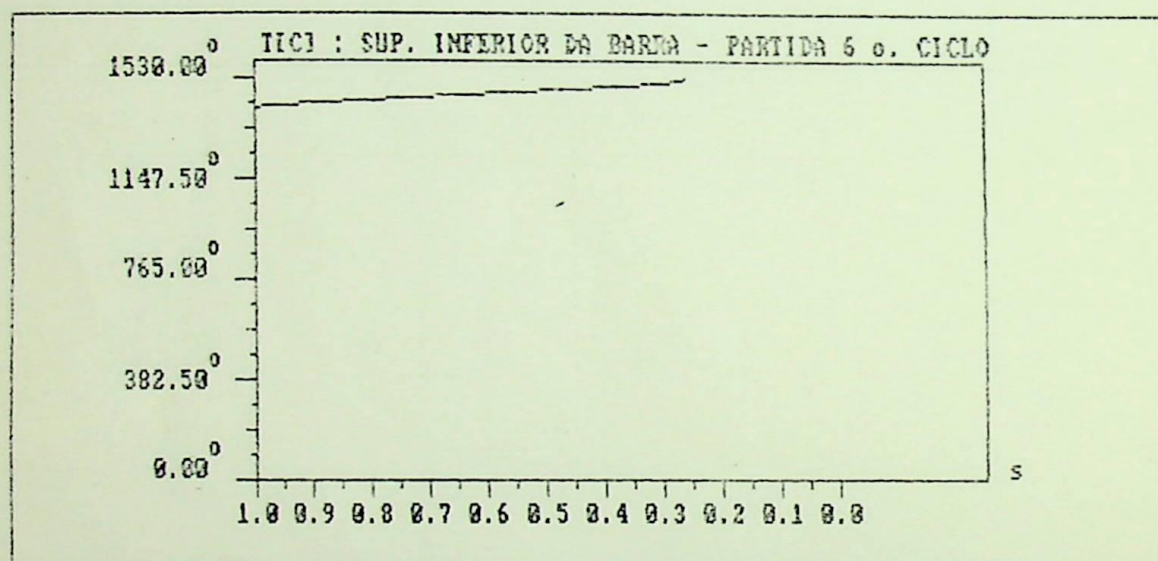
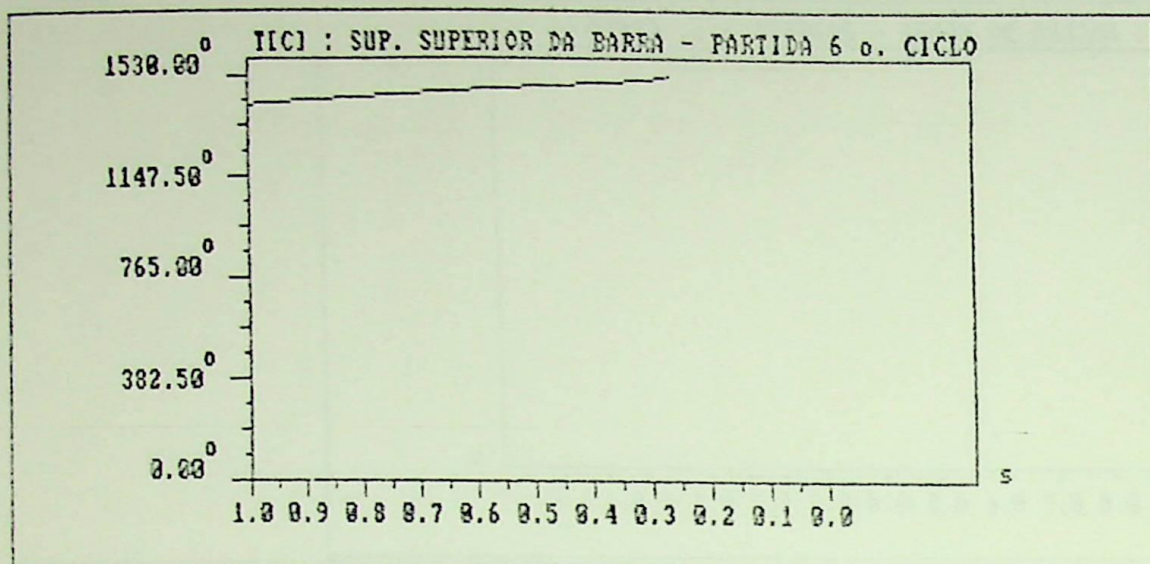


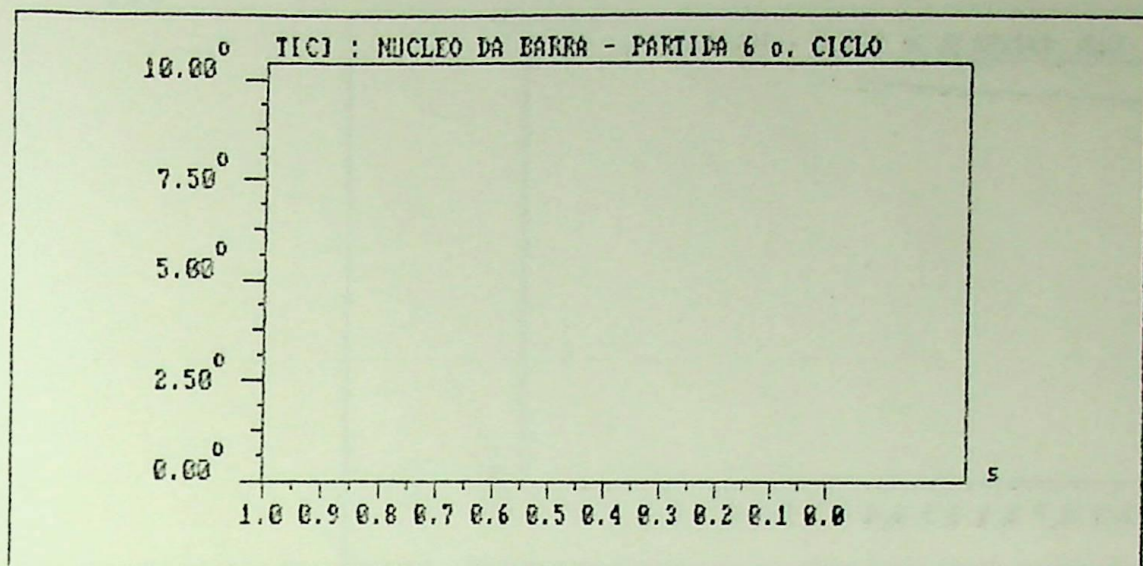


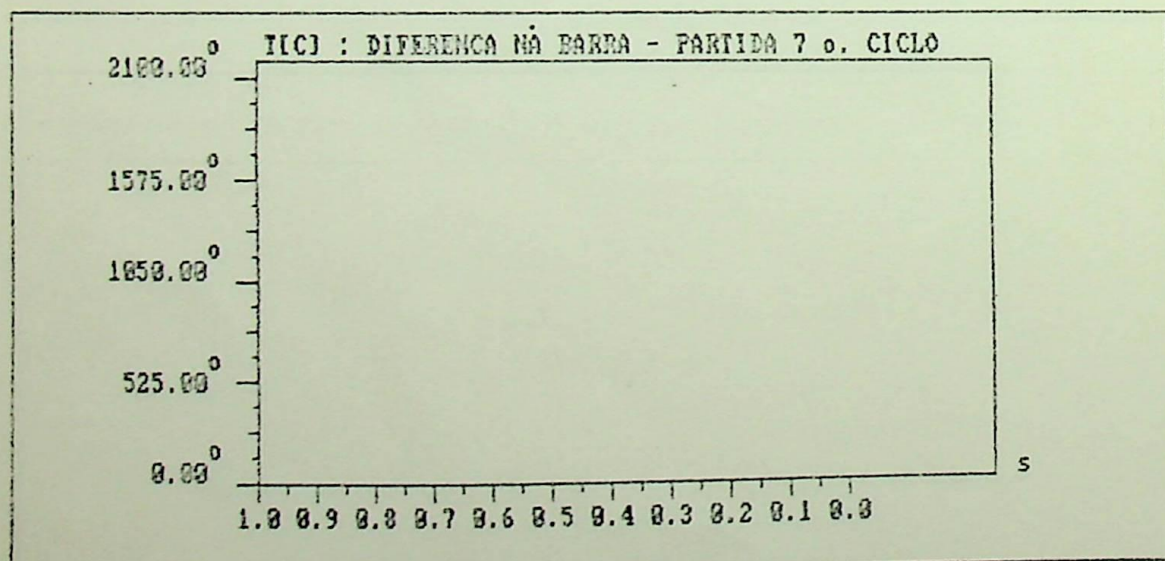
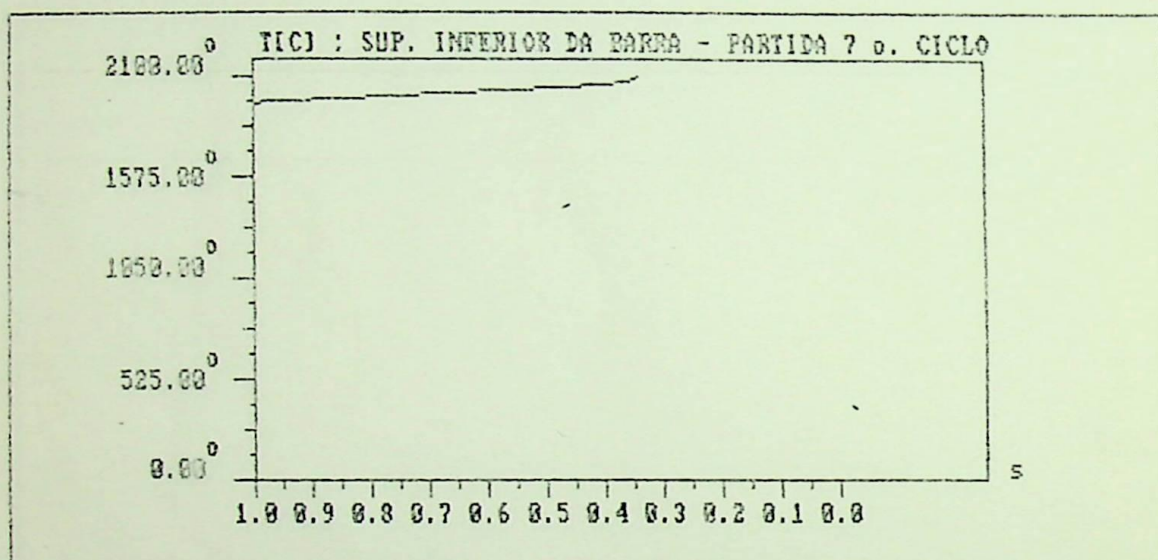
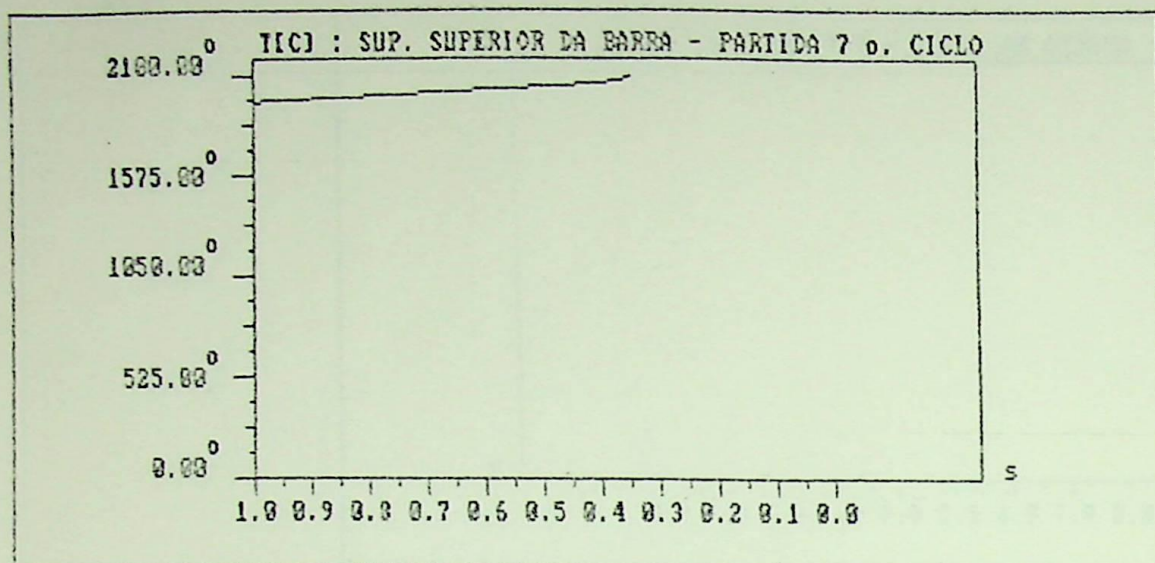


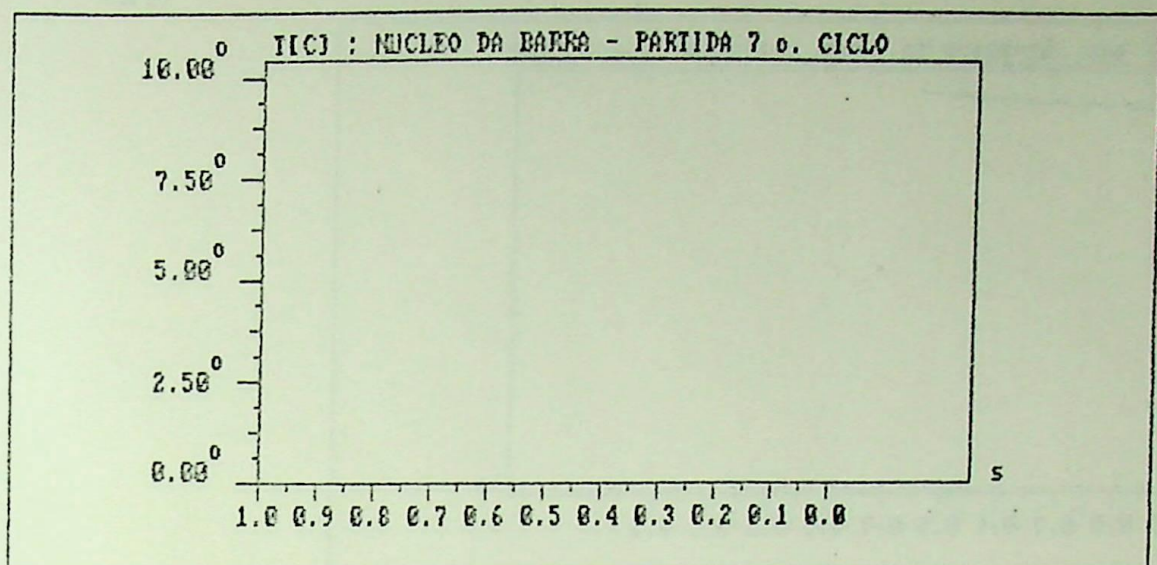


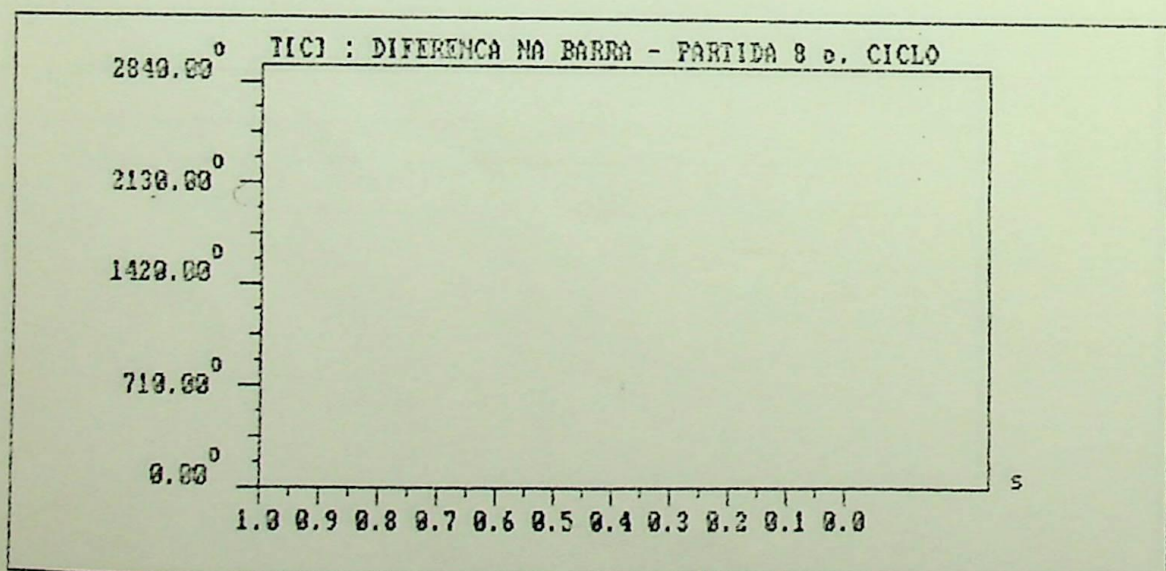
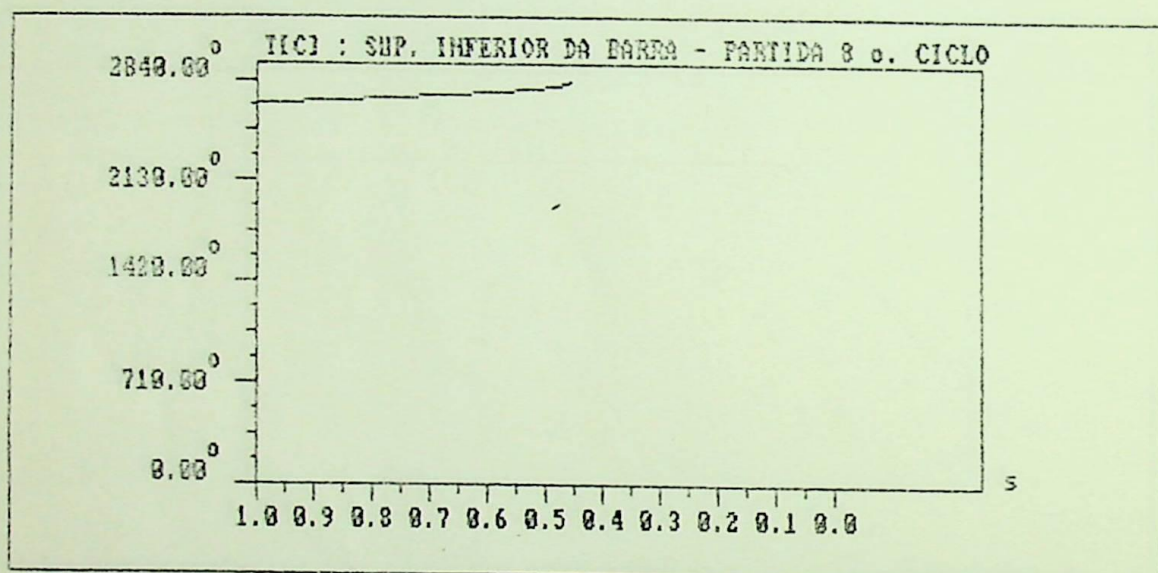
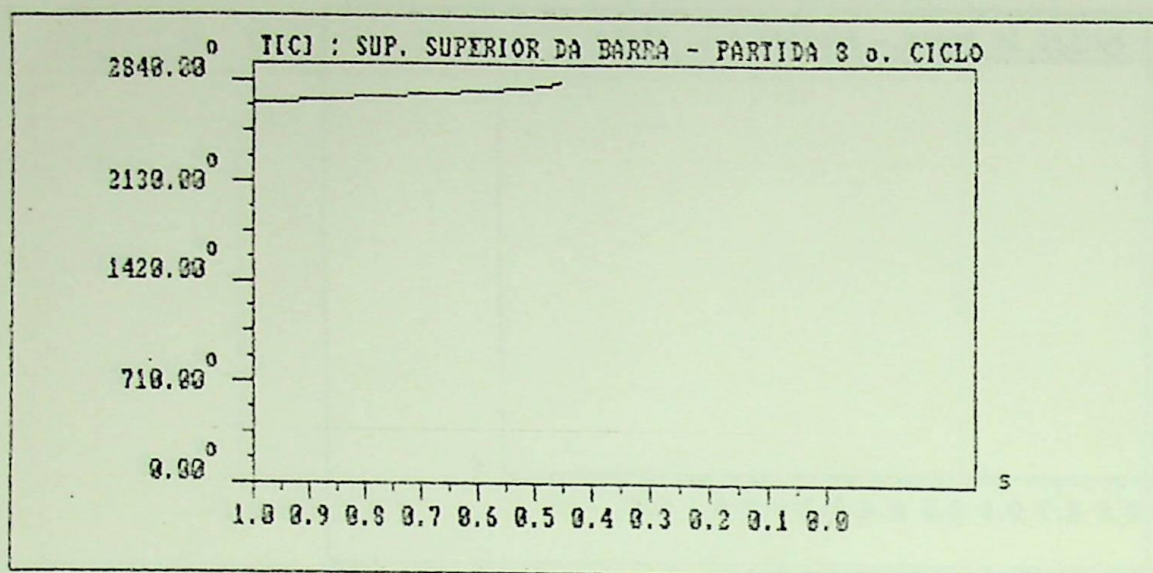


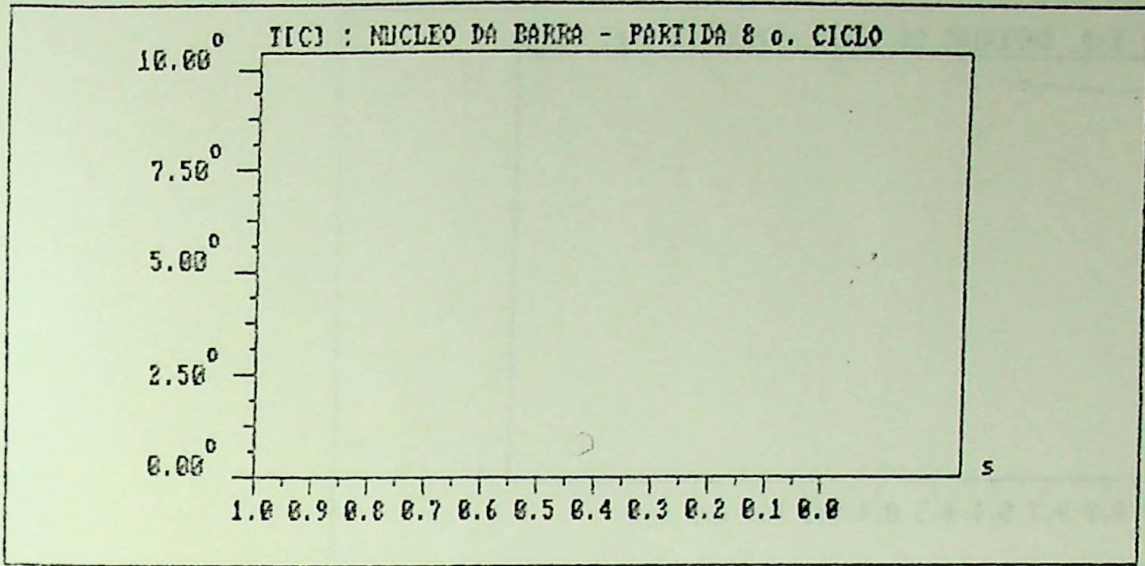


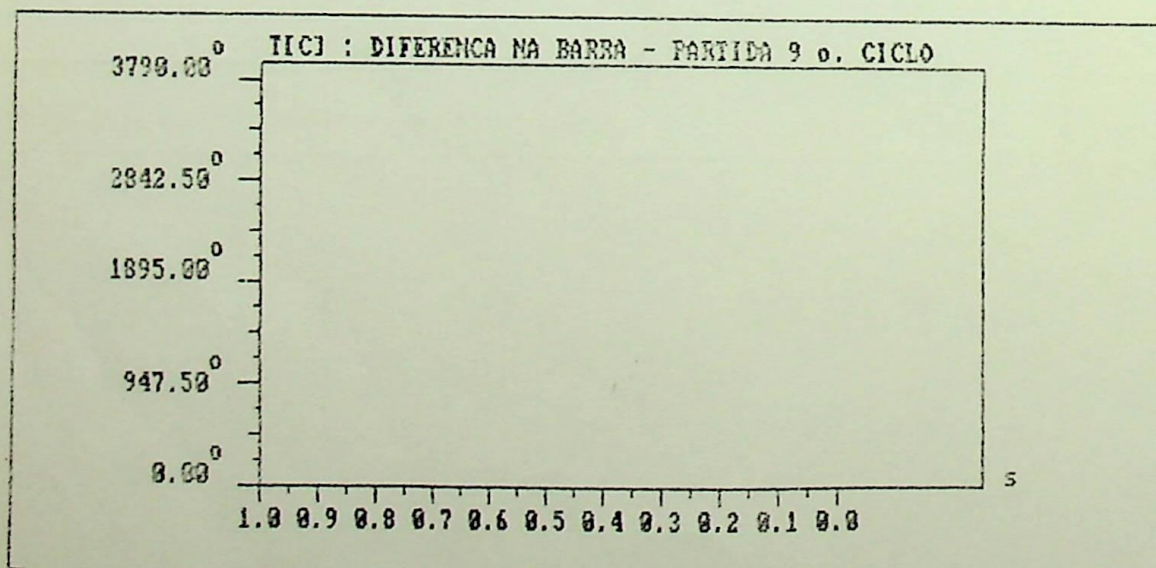
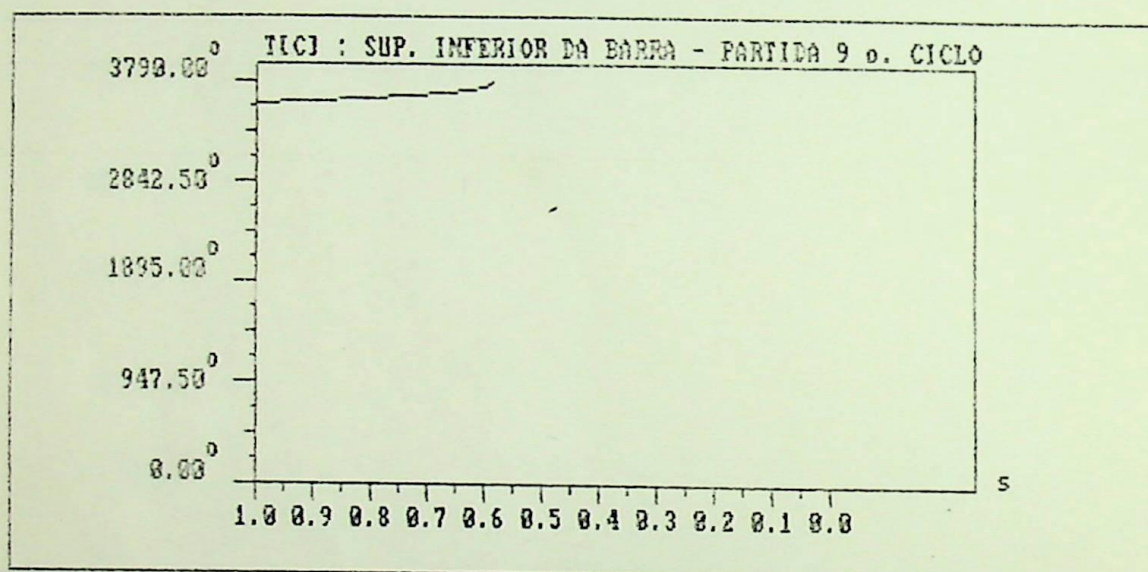
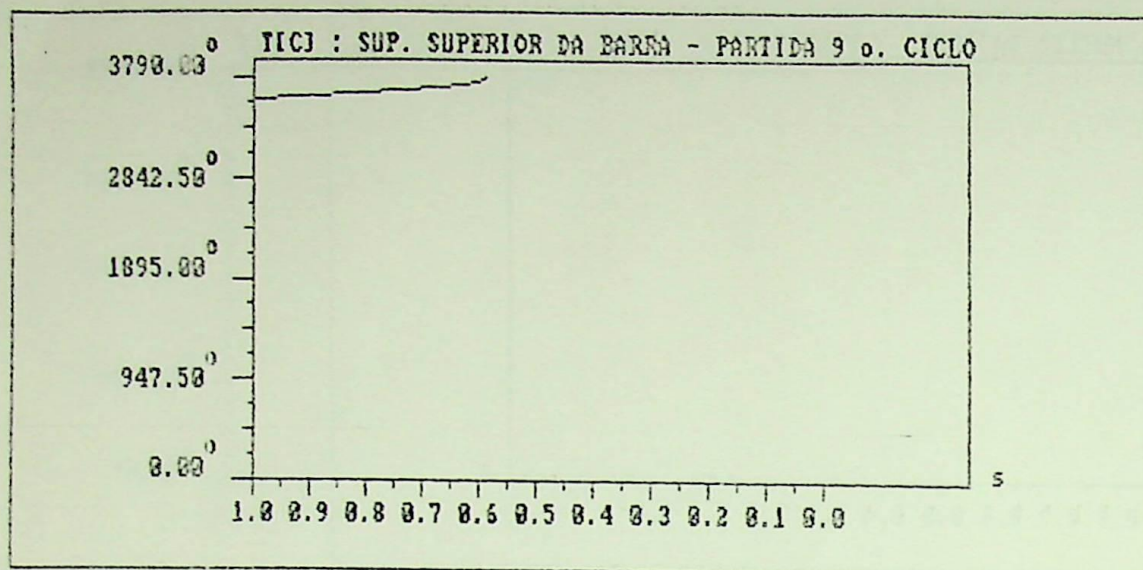


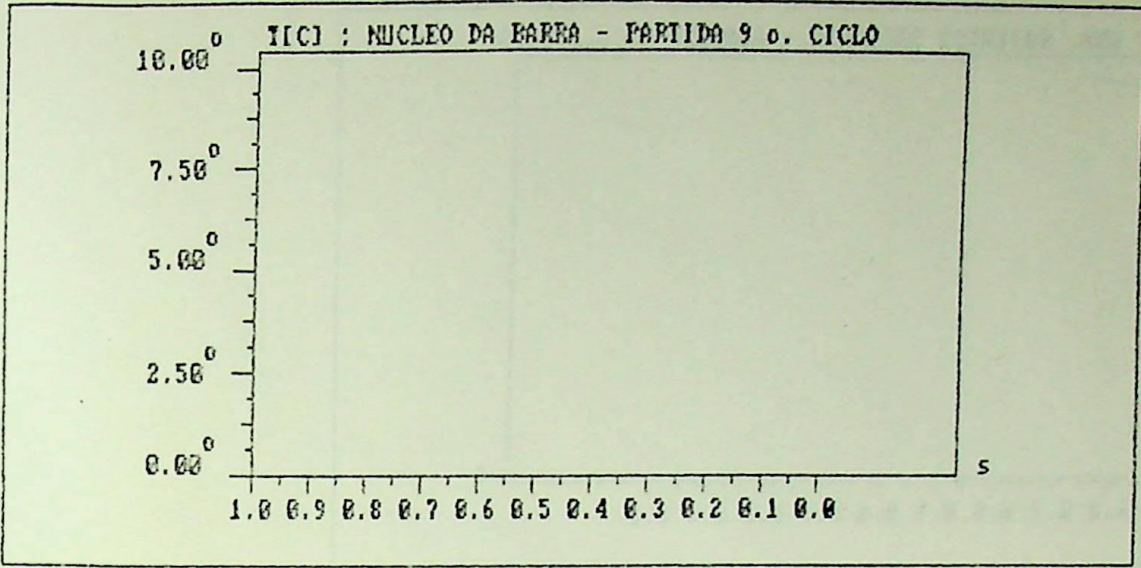


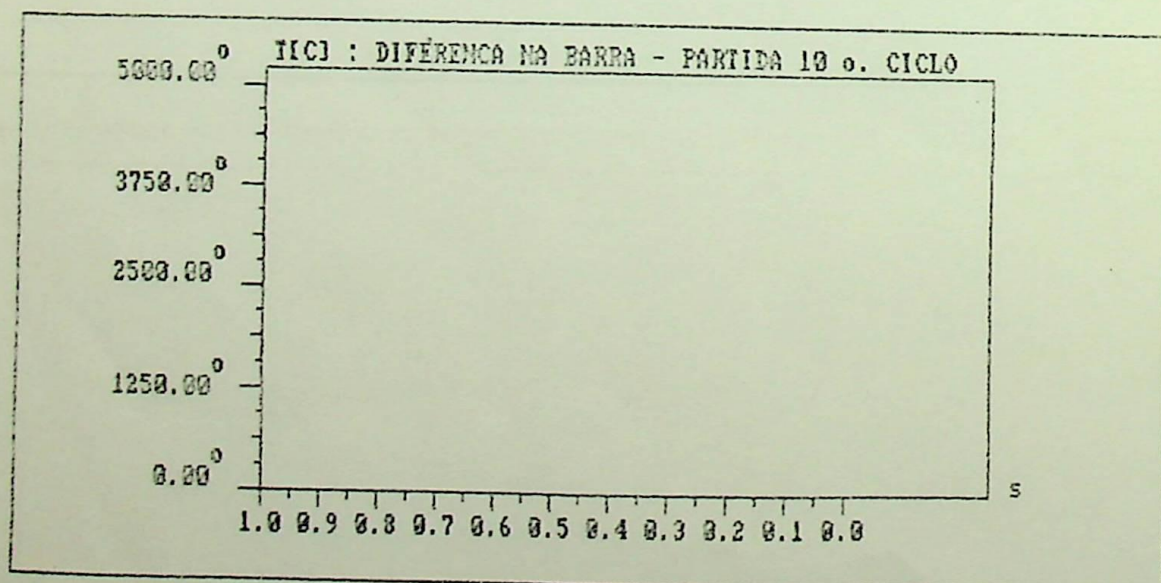
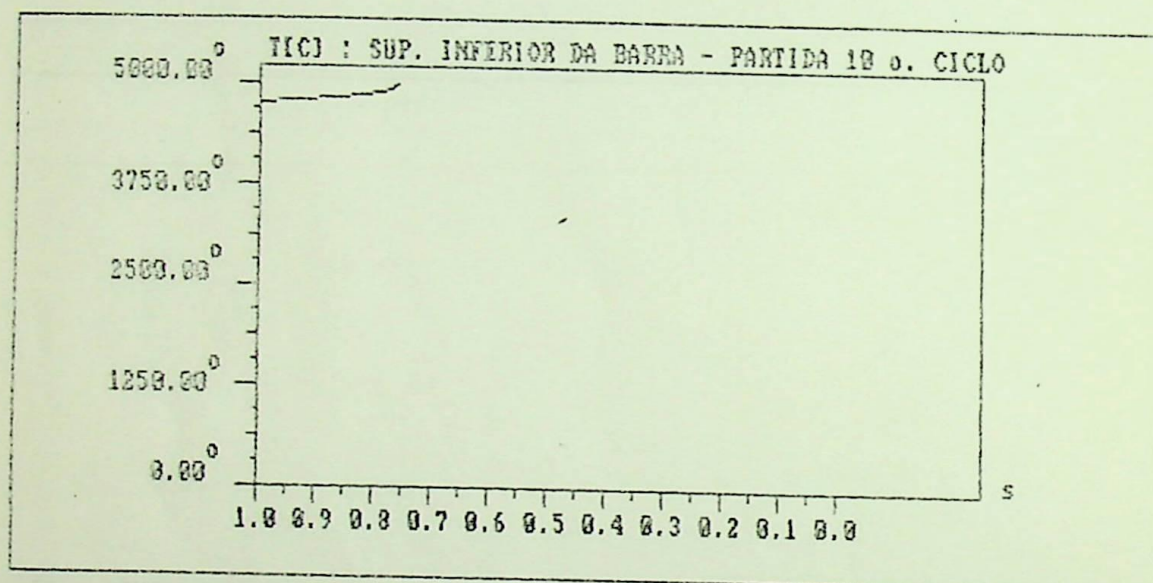
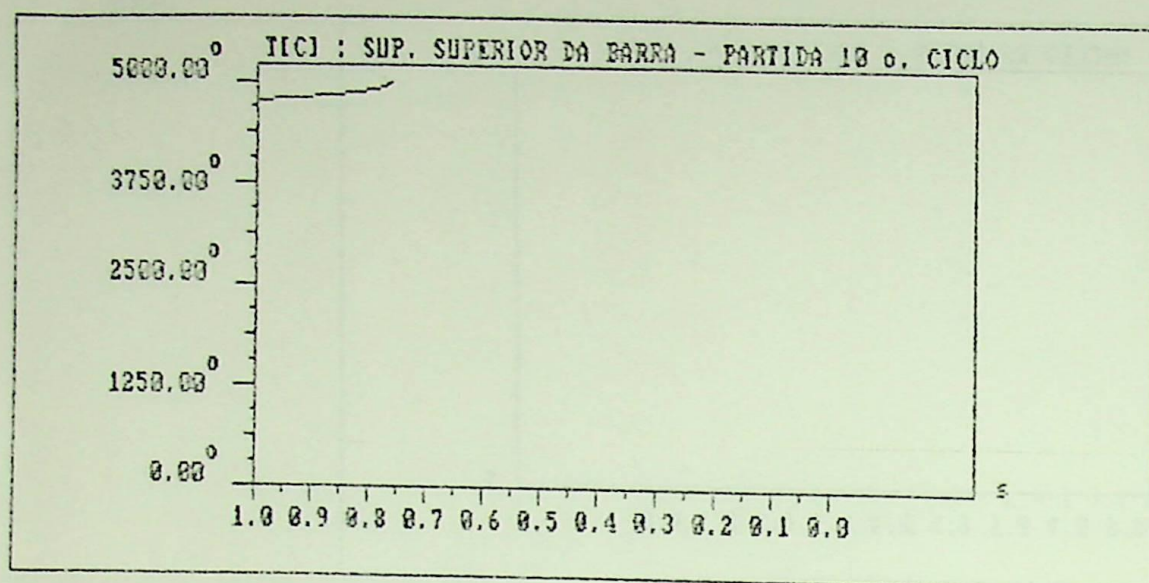


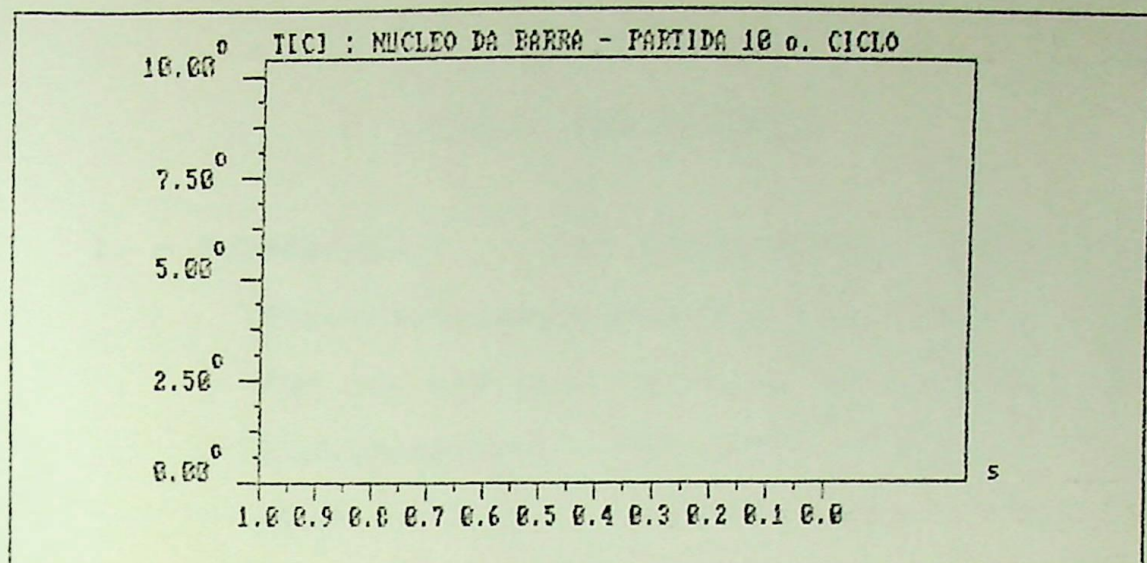












## XII - BIBLIOGRAFIA

- 1 - Rosismaier, V. - "Der Temperaturverlauf in einem Stab eines Stromverdraengungskaeufig laeufermotors in Abhaengigkeit von Ort und Zeit waehrend des Hochlaufes" - Archik fuer Elektrotechnik - Vol XXXII - Volume 2 - pg 124 a 131 - 1938
- 2 - Schuisky, W. - "Temperaturverteilung im Hochstab von Induk<sub>t</sub>ionsmotorenlaeufern beim Anlauf" - Elektrotechnik und Maschinenbau - Volume 23 - pg 521 a 525 - 1953
- 3 - Heiles, Franz - "Anlauferwaermung von Kaefigwicklungen und Zulaessige Schalthaeufigkeit" - ETZ Elektrotechnische Zeitschrift - Volume 20 - pg 641 a 648 - 1962
- 4 - Kostenko, M.P.; Piotrovski, L.M. - "Máquinas Elétricas" - Editorial Mir Moscu - 1976
- 5 - Kummel, Fritz - "Elektrische Antriebstechnik" - Springer Verlag - 1971
- 6 - Leonhard, A. - "Elektrische Antriebe" - Ferdinand Enke Verlag - 1959
- 7 - Siemens - "Motores Trifásicos Assíncronos para Baixa Ten<sub>s</sub>ão, Indicações Gerais para estudos e projetos"-Siemens S.A. - 1972
- 8 - Eder, Erich - "Stromrichter Zur Drehzahlsteuerung von Dreh<sub>f</sub>eldmaschinen" - Siemens Aktiengesellschaft - 1974

- 9 - Rosenberry, G.M.JR - "The Transient Stalled Temperature Rise of Cast-Aluminum Squirrel - Cage Rotors for Induction Motors" - IEE Trans. Pas Nº 74, pg 819 a 824 - 1955
- 10 - Heidbreder, J.F. - "Induction Motor Temperature Characteristics" - IEE Trans. - Pas nº 77 - pg 800 a 804 - 1958
- 11 - Johnson, A.E. - "The Application of Computers to the Solution of Induction Motor Thermal Circuits" - IEEE Trans. Pas nº 76 - pg 1543 a 1546 - 1957
- 12 - Arango, H; Cogo, J.R.; Sá, J.S. - "Especificação de Motores Elétricos" - Notas de Aula, Curso Graduação, EFEI 1985 a 1987
- 13 - Sá, J.S. - "Influência do tipo de operação na especificação de motores de indução trifásicos" - Tese de mestrado defendida na EFEI em 5.8.82
- 14 - Holman, J.P. - "Transferência de Calor" - McGraw-Hill - 1983
- 15 - Lehmann, W.; Geisweid, R. - "Die Elektrotechnik und die elektrischen Antriebe" - Springer Verlag - 1962
- 16 - Kaye, J.; Gouse, S.W.Jr. - "Thermal Analysis of a Small D-C Motor" - IEE Trans. - Pas nº 76 - pg 1463 a 1486 - 1957
- 17 - Marting, W.T.; McCoy, R.M.; Margolis, H.B. - "Thermal Relationships in a Induction Motor under Normal and

- Abnormal Operation" - IEE Trans. - Pas n<sup>o</sup> 80 - pg 66 a  
76 - 1961
- 18 - Butler, O.I. - "Stopping Time and Energy Loss of A-C Mo  
tors with D-C Braking" - IEE Trans. - Pas n<sup>o</sup> 76 - pg  
285 - 291 - 1957
- 19 - Schmitt, W. - "Ueber die Begrenzung des Anlaufstromes von  
Drehstrommotoren mit kurzschlusslaefer" - AEG. Mittei  
lungen - volume 4 - pg 232 a 234 - 1939
- 20 - Jordan, H.; Taegen, F. - "Drehmomentkurven und Zusatzver  
luste von Drehstrom - Asynchronmotoren" - ETZ Elektro  
technische Zeitschrift - Volume 81 - pg 816 a 820 - 196
- 21 - Gahleitner, A. - "Die Bemessungs - und Einsatzbedingungen  
von Drehstrom-Asynchronmotores groesserer Leistung" -  
ETZ - Elektrotechnische Zeitschrift - Vol. 91 - pg 16  
a 21 - 1970
- 22 - Scharll, R. - "Drehstrommotoren fuer hohe Shalthaeufig  
keit" - AEG Mitteilungen - vol 9 - pg 302 a 306 - 1937
- 23 - Rentzsch, H. - "Handbuch fuer Elektromotoren" - BBC Akti  
engesellschaft - 1968
- 24 - Enke, H. - "Steuerung fuer Kananlagen" - Siemens Aktienge  
sellschaft - 1969
- 25 - Lipkin, B.Y. - "Electrical Equipment for Industry" -  
Higher School Publishing House - Moscow -

- 26 - Projeto MB-216/1981 - ABNT
- 27 - Spitta, Albert F. - "Elektrische Installationstechnik" -  
Siemens AG - 1971
- 28 - Rüdberg, Reinhold - "Asynchronmotoren Mit Selbstlauf  
durch tertiaere Wirbelstroeme" - Elettrotechnische Zeits  
chrift - 1918
- 29 - Lobosco, Orlando Silvio - Dias, José Pereira da Costa -  
"Seleção e Aplicação de Motores Elétricos" - Editora  
McGraw-Hill - 1988
- 30 - Nailen, Richard L. - "Safe Locked Rotor Time: How Safe Is  
It" - IEE Trans. - November/December - 1971
- 31 - Reichert, Konrad - "Berechnung de Temperatur Verleilung in  
elektrischen Maschinen mit Hilfe der Differenzenrechnung"  
- ETZ - 1969
- 32 - Manone, Bruno - "Berechnung de Anlauf erwaermung von Käe  
figlauerferwicklungen" - ETZ - 1969
- 33 - Fürsich, H. - "Erwaermungsberechnung fuer einen Stromver  
draengungs laeufer im stillstand und beim Anlauf" -  
Siemens Forschung u. Entw - 1979

DATA	07.08.89
Q	P. R. C. F. José
N	lio
LIV.	João S.
Cz	

