TESE
592

Implementação de Reguladores PID - Digitais Em Sistemas Com Microprocessadores

Autor : Paulo César Rosa

ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ

Escola Federal de Engenharia
Biblioteca
MAUÁ
Itajubá

IMPLEMENTAÇÃO DE REGULADORES P I D - DIGITAIS EM SISTEMAS COM MICROPROCESSADORES

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

AUTOR : Paulo César Rosa

ORIENTADOR : Prof. Valberto Ferreira da Silva

CO-ORIENTADOR : Prof. Laércio Caldeira

TRABALHO DE DISSERTAÇÃO APRESENTADO À COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO DA ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS À OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

ITAJUBÁ, ABRIL DE 1989

CLASS. 621.316.7:681.31:621.38(043.2)
CUTT. R 788 i
TOMBO 592

RESUMO

Será discutido neste trabalho a implementação de reguladores PID-digitais em microprocessadores de 8 bits, visando-se a obtenção de sistemas de baixo custo, precisão e velocidade. A implementação foi efetuada em um CP 500, que possui como microprocessador um Z80, da Zilog.

Procurou-se, no desenvolvimento do hardware, a utilização de componentes comuns no mercado, obtendo-se, desta forma, redução de custos e facilidade na substituição dos mesmos.

Através de conceitos da Transformada-Z, será apresentada uma sistemática que reduz a função de transferência do sistema a uma simples equação algébrica, cuja simulação digital será comprovada por formas de ondas obtidas da bancada de testes através de um osciloscopio digital.

A nível de aplicação na área industrial, será apresentado o regulador digital atuando no controle de velocidade de um motor de corrente continua.

Este trabalho visa tornar-se um apoio no desenvolvimento de novas teses na área de Eletrônica de Potência, principalmente na utilização de microprocessadores no controle de conversores estáticos de energia e controle de processos voltados à área industrial, além de , a nível de laboratório, desenvolver software e hardware compatíveis com a realidade da EFEI.

ABSTRACT

This work discusses the implementation of PID regulators in 8-bit microprocessors to obtain low-cost, precision and high-speed systems. Implementation was conducted in a CP500 which has a Zilog Z80 microprocessor. To develop hardware, components common on the market were utilized. Cost reduction and substitution facilities were therefore obtained.

Through the concepts of z-Transform, a systematics will be presented that reduces the transference function of the system to a simple algebraic equation (recursive equation), the digital simulation of which will be confirmed by wave forms obtained from digital oscilloscope tests.

For use in the industrial area, a digital regulator will be presented which acts on the speed control of a continuous current motor.

The object of this work is to support the development of new theses in the area of Power Electronics, mainly as far as industrial processes are used in relation to microprocessors utilized to control energy and static converters, in addition to developing software and hardware laboratory work compatible with the EFEI reality.

À minha família e em especial à minha esposa, Lizete, que pelo carinho e apoio me conduziram ao final desta árdua jornada.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Valberto Ferreira da Silva que, pelo seu
centivo inconteste, se mostrou diversas vezes ser mais um amigo
polgado em prestar ajuda do que estar realizando um simples
abalho de orientaçao de dissertaçao.

Ao Prof. Laercio Caldeira pelo pronto e eficaz apoio
as horas dificeis.

Ao Prof. Carlos Alberto Murari Pinheiro pela
a inigualavel colaboraçao nas decisoes de configuraçoes
asicas de hardware do sistema. Exemplo de coleguismo que deveria
ortear a nossa comunidade academica e cuja presença foi uma das
esponsaveis pela chegada a termo deste trabalho.

Ao Prof. Jose Carlos Goulart de Siqueira pelo grande
uxilio dedicado na determinaçao e analise das respostas
emporais exatas do regulador PID-analogico .

Ao Prof. Carlos Alberto Dias Coelho pelo apoio e
ugestoes na analise do comportamento e especificaçoes dos
arametros do regulador PID em funçao das caracteristicas da
alha de controle do sistema.

Ao Prof. Joao Roberto Cogo, coordenador do
aboratorio Eletro-Mecanico para Pequenas Centrais Hidreletricas
LEPCH),pela sua dedicaçao e confiança no emprestimo de material
o referido laboratorio.

ÍNDICE

CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO pág.

1.1 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS - 1

1.2 - DESCRIÇÃO DO HARDWARE 3

1.3 - DESCRIÇÃO BÁSICA DO SOFTWARE 4

1.3.1 - Representação numérica em ponto flutuante 4

1.3.2 - Faixas numéricas alcançadas 5

1.3.3 - Subrotina de Normalização : NORMA 7

CAPÍTULO II - SUBROTINAS ARITMÉTICAS

2.1 - SUBROTINA DE ADIÇÃO - SOMA 10

2.2 - SUBROTINA DE SUBTRAÇÃO - SUBTR 12

2.3 - SUBROTINA DE MULTIPLICAÇÃO - MULT 14

2.4 - SUBROTINA DE DIVISÃO - DIV 16

CAPÍTULO III - IMPLEMENTAÇÃO DO REGULADOR PID

3.1 - REGULADOR PID ANALÓGICO 18

3.2 - MÉTODOS DE INTEGRAÇÃO NUMÉRICA 19

3.2.1 - Integração retangular 20

3.2.2 - Integração trapezoidal 21

3.2.3 - Integração por segmentos quadráticos 23
(Método de Simpson)

3.2.4 - Minimização de erros introduzidos por 25
sucessivas integrações
(Método de Madwed-Truxal)

3.2.5 - Operadores diferenciais e integrais (D e I) 27

3.3 - REGULADOR PID DIGITAL 31

3.4 - ATUAÇÃO DO FILTRO PASSA-BAIXAS SOBRE A FUNÇÃO FORÇANTE X(s) 32

3.5 - IMPLEMENTAÇÃO DO REGULADOR P I D NO Z80 34

3.6 - INTRODUÇÃO DE RUÍDOS NO REGULADOR P I D 37

CAPÍTULO IV - DETALHAMENTO DO HARDWARE PARA APLICAÇÃO NO CONTROLE DE VELOCIDADE DE MOTOR DE CORRENTE CONTÍNUA

4.1 - LAY-OUT DA MALHA DE CONTROLE 40

4.2 - SISTEMA MICROPROCESSADOR 41

4.3 - SISTEMA DE AQUISIÇÃO DE DADOS 41

4.3.1 - Operação do conversor A/D 42

4.3.1.1 - Endereços utilizados na conversão A/D 45

4.3.1.2 - Operação de leitura 46

4.3.2 - Operação do conversor D/A 48

4.4 - CIRCUITO DE DISPARO 49

4.5 - PONTE CONVERSORA AC/DC 52

4.6 - MÁQUINA DE CORRENTE CONTÍNUA 54

4.7 - REALIMENTAÇÃO - TACOGERADOR 54

4.7.1 - Levantamento experimental da constante de tempo RC 55

CAPÍTULO V - FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DO SISTEMA

5.1 - INTRODUÇÃO 56

5.2 - FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA DO CIRCUITO DE DISPARO 56

5.3 - FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA DA PONTE CONVERSORA AC/DC 58

5.4 - FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA DO MOTOR 60

5.4.1 - Levantamento experimental dos parâmetros do motor 64

5.4.1.1 - Constante de tempo mecânica do motor - τ_m 64

5.4.1.2 - Resistência de armadura R_a , indutância de armadura L_a e indutância de choque L 65

5.4.1.3 - Determinação da constante de torque do motor - K_m 68

5.4.1.4 - Determinação do momento de inércia total J e do coeficiente de atrito do motor B 68

5.5 - FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA DA REALIMENTAÇÃO 69

5.6 - ESPECIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS DO PID EM FUNÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS DA MALHA DE CONTROLE 70

5.6.1 - Emprego de estrutura Segurador de Ordem Zero (Zero-Order Hold) 70

5.6.2 - Especificação dos parâmetros T_I e T_D 73

5.6.3 - Especificação de T_F 76

5.6.4 - Simulação digital da malha realimentada e especificação do ganho proporcional K 77

5.7 - RESULTADOS OBTIDOS EM LABORATÓRIO PARA APLICAÇÃO NO SISTEMA EM MALHA FECHADA 81

CAPÍTULO VI - CONCLUSÕES

6.1 - ESCOLHA DO PROCESSADOR 85

6.2 - IDEALIZAÇÃO DE UMA PLACA DEDICADA 86

6.3 - ASPECTOS ECONÔMICOS DO CIRCUITO 86

6.4 - COMENTÁRIOS FINAIS 87

ANEXO 1 - LISTAGENS DO REGULADOR PID-DIGITAL, CONTENDO AS ROTINAS ARITMÉTICAS ASSEMBLER - S O M A , S U B T R , M U L T E D I V

- SUBROTINAS AUXILIARES - N O R M A, E I G U A L, A R R A, O V E R F L e C M P N U M

- LISTAGEM BASIC DO PROGRAMA "LOADER" DADOS

ANEXO 2 - SIMULAÇÃO DIGITAL DE UMA EQUAÇÃO DIFERENCIAL REPRESENTADA, PELA SUA EQUAÇÃO RECURSIVA

ANEXO 3 - SIMULAÇÃO DIGITAL DA EQUAÇÃO RECURSIVA DO REGULADOR P I D

ANEXO 4 - SUBSTITUIÇÃO DO CONJUNTO CHAVE+ZOH POR UMA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA APROXIMADA

ANEXO 5 - SIMULAÇÃO DIGITAL DO SISTEMA REALIMENTADO COM PRESENÇA DO SEGURADOR DE ORDEM ZERO - (ZOH)

ANEXO 6 - ANÁLISE DE ESTABILIDADE DO SISTEMA

BIBLIOGRAFIA

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

1.1 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Com o grande desenvolvimento de sistemas baseados em microprocessadores e microcomputadores, muitos sistemas analógicos vêm sendo gradualmente substituídos por motivos de redução de custo, eficiência, confiabilidade e alta flexibilidade quando se deseja operar mudanças de configuração de hardware ou software, ou mesmo, mudanças de comportamento do sistema em questão [1].

No caso de reguladores PID baseados em microprocessadores ou microcomputadores, as vantagens mais elevantes que fizeram com que os sistemas analógicos fossem substituídos por digitais, foram : [2]

1) O sistema digital microprocessado (hardware) está se tornando cada vez mais barato que o analógico com o mesmo potencial, embora o custo relativo do software tenda a aumentar
2) Oferece capacidade de controle elevada, por exemplo, sistemas de controle adaptativos
3) Permite grande flexibilidade no que diz respeito a mudanças de parâmetros do regulador e do algoritmo de controle, sem mudanças de hardware [1]
4) O sistema digital é menor, mais leve e o consumo de potência é reduzido

5) Com avanços da microeletrônica, principalmente em tecnologia VLSI, tem-se conseguido integrar diversas partes de um sistema em um só chip. Com isto, consegue-se redução de custos, de área utilizada (sistemas mais compactos) e aumenta-se a confiabilidade, já que o número de componentes é diminuído.

Os reguladores digitais necessitam de conversores analogo-digitais (ADC) devido ao fato da grande quantidade de sensores analógicos existentes. Esta necessidade advém do fato de se fazer o perfeito entendimento entre os mundos analógico e digital.

Da mesma forma, após o processamento da medida anteriormente obtida, é necessário fazer-se outra conversão, porém, esta agora será uma conversão digital-analógica (DAC), devido ao fato dos atuadores serem também analógicos. É possível que, ao longo do tempo, surjam sensores e atuadores também digitais. Isto não favorecerá apenas aos conversores A/D e D/A, mas também a contornar certos problemas de ruído, permitindo o uso de sensores com saída digital e a recuperação de sinais em transdutores digitais de medidas (por exemplo, escolha de faixas de medidas e correções de características não lineares) [2] .

Uma malha típica de controle baseada em microcomputador é apresentada na Fig.1.1. Pode-se notar a necessidade de um intercâmbio entre os mundos analógico e digital.

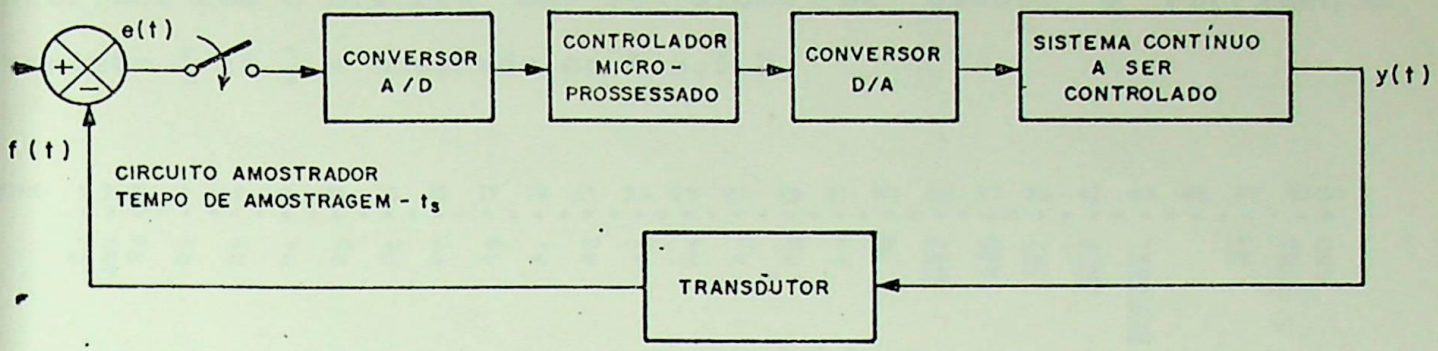


Fig.1.1 - Malha de controle de um sistema amostrado típico

Sistemas que manipulam sinais discretos e contínuos são chamados de sistemas amostrados e o controle de tais sistemas pode ser susceptível a alguns problemas [1] , e os mais importantes são :

1) Instabilidade surgida devido a uma baixa frequência de amostragem do sinal de realimentação
2) Devido ao comprimento de palavra do microcomputador, erros de truncamento podem causar problemas de estabilidade, respostas transitórias indesejáveis ou erro inaceitável de estado estável. A estabilidade do sistema é verificada através do Critério de Estabilidade de Routh-Hurwitz, ANEXO 6.

1.2 - DESCRIÇÃO DO HARDWARE

Para o desenvolvimento das subrotinas aritméticas do controlador PID, propriamente dito, foi utilizado um microcomputador CP-500, da Prológica, que possui como CPU um microprocessador Z-80, trabalhando com uma frequência de clock de 2.02 MHz e 64 Kbytes de memória RAM. Através do barramento de dados, de endereços e linhas de controle acessíveis, é feito o

nterface com o sistema de aquisição de dados. O barramento ompleto [15] é mostrado na Fig.1.2.

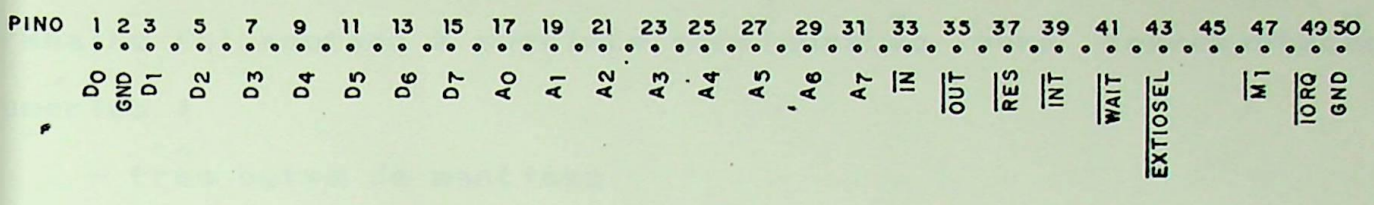


Fig.1.2 - Barramento completo do CP-500

1.3 - DESCRIÇÃO BÁSICA DO SOFTWARE

Com o intuito de se procurar manter a precisão dos cálculos à medida que forem sendo executados, foi adotada a representação numérica em ponto flutuante [1] .

Na maioria das operações, principalmente na adição e subtração, esta representação oferece : conveniências na programação, ampla faixa de representação numérica e uma melhor utilização dos recursos do processador [1] . Porém, deve-se salientar o aumento de área de memória e o tempo de processamento da subrotina em questão.

Neste trabalho, as subrotinas assembler foram desenvolvidas procurando-se ter o menor comprimento possível, tendo em vista que a área de memória é limitada.

1.3.1 - REPRESENTAÇÃO NUMÉRICA EM PONTO FLUTUANTE

Um número qualquer sendo representado por esta notação possui duas partes [20] : uma mantissa, que é um número compreendido entre -1.0 e 1.0 e um expoente [1] .

Diversas são as formas de se efetuar esta

presentação. Pode-se usar para expoente e mantissa a quantidade bytes que se desejar (precisão), bem como, posicionar-se, na moria, o expoente antes ou depois da mantissa. No presente abalho foi adotada a seguinte configuração para representação mérica :

- três bytes de mantissa
- um byte de expoente
- expoente posicionado após a mantissa
- o 1º bit do 1º byte de mantissa é o sinal do número e o 1º bit do expoente é o sinal do expoente

A forma de complemento de dois [20] foi a ilizada para se representar os números tanto positivos, quanto gativos. A Fig.1.3 mostra, esquematicamente, a representação mérica adotada.

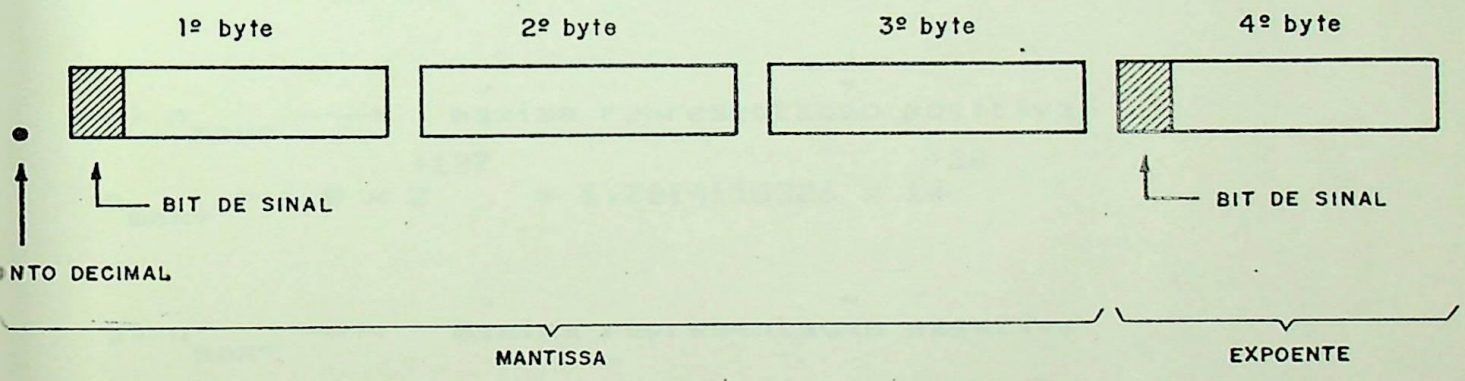


Fig.1.3 - Representação numérica em ponto flutuante

1.3.2 - FAIXAS NUMÉRICAS ALCANÇADAS

Com a representação adotada (3 bytes de ntissa),consegue-se uma precisão numérica dada por [1] :

$$d \leq c \log 2$$

onde c é o número de bits da mantissa menos 1 bit de sinal e d é a precisão expressa em dígitos decimais, assim :

$$d \leq 6.92$$

A parte fracionária de d indica que um número de até 7 dígitos decimais poderá ser representado [1] .

O erro obtido pelo truncamento é dado por [4] :

$$0 \geq e_T > -2^{-c}$$

Lembrando que os primeiros bits (da mantissa e do expoente) são sinais,tem-se as seguintes máximas e mínimas representações [1] :

a) n_{max+} ⟶ máxima representação positiva

$$n_{max+} = 1.0 \times 2^{+127} = 1.7014118326 \times 10^{+38}$$

b) n_{max-} ⟶ máxima representação negativa

$$n_{max-} = -1.0 \times 2^{+127} = -1.7014118326 \times 10^{+38}$$

c) n_{min+} ⟶ menor representação positiva

$$n_{min+} = [\, 1/256^3 \,] \times 2^{-105} = 1.469367940 \times 10^{-39}$$

d) n_{min-} ⟶ menor representação negativa

$$n_{min-} = -[\, 2^{-1} \,] \times 2^{-128} = -1.46936794 \times 10^{-39}$$

1.3.3 - SUBROTINA DE NORMALIZAÇÃO - N O R M A

Para se aumentar a eficiência das subrotinas do sistema, após cada operação aritmética, os números serão normalizados, fazendo com que a mantissa sempre tenha o maior valor possível (ficando dentro da faixa de 0.5 a -0.5)

A subrotina NORMA se faz necessária, principalmente, no caso da realização de operações de multiplicação e divisão, mantendo uma precisão numérica aceitável.

Sua eficiência pode ser percebida, por exemplo, no caso de soma de dois números normalizados cuja diferença entre seus expoentes seja maior que 23. O resultado da operação é simplesmente o número de maior expoente, fazendo com que o resultado seja mais rapidamente alcançado.

A normalização é realizada dando-se tantos deslocamentos à esquerda quantos forem necessários e fazendo-se o respectivo acerto no byte de expoente [1].

Exemplos de normalização são mostrados :

a) N = .00010110 00001100 11000110 00000101
(22) (12) (198) (5)

$$N = (22\times256^{-1}+12\times256^{-2}+198\times256^{-3})\times2^{5} = 2.75623703$$

após a normalização : (2 shifts à esquerda)

N = .01011000 00110011 00011000 00000011
(88) (51) (24) (3)

$$N = (88\times256^{-1}+51\times256^{-2}+24\times256^{-3})\times2^{3} = 2.75623703$$

b) N = .11111100 10001000 11100000 00000101
(252) (136) (224) (5)

$$N = [(252\times256^{-1}+136\times256^{-2}+224\times256^{-3}) - 1] \times 2^{5} =$$

$$= -0.433166504$$

após a normalização : (5 shifts à esquerda)

N = .10010001 00011100 00000000 00000000

(145) (28) (000) (000)

$$N = [(145 \times 256^{-1} + 28 \times 256^{-2}) - 1] \times 2^{0} = -0.433166503$$

A Fig.1.4 mostra o fluxograma da subrotina de normalização, NORMA, cuja listagem assembler é parte integrante do regulador PID apresentado no ANEXO 1.

O comprimento da subrotina NORMA é de 77 bytes e possui um tempo de execução de 0,713 mseg (1445 ciclos de clock) [1] .

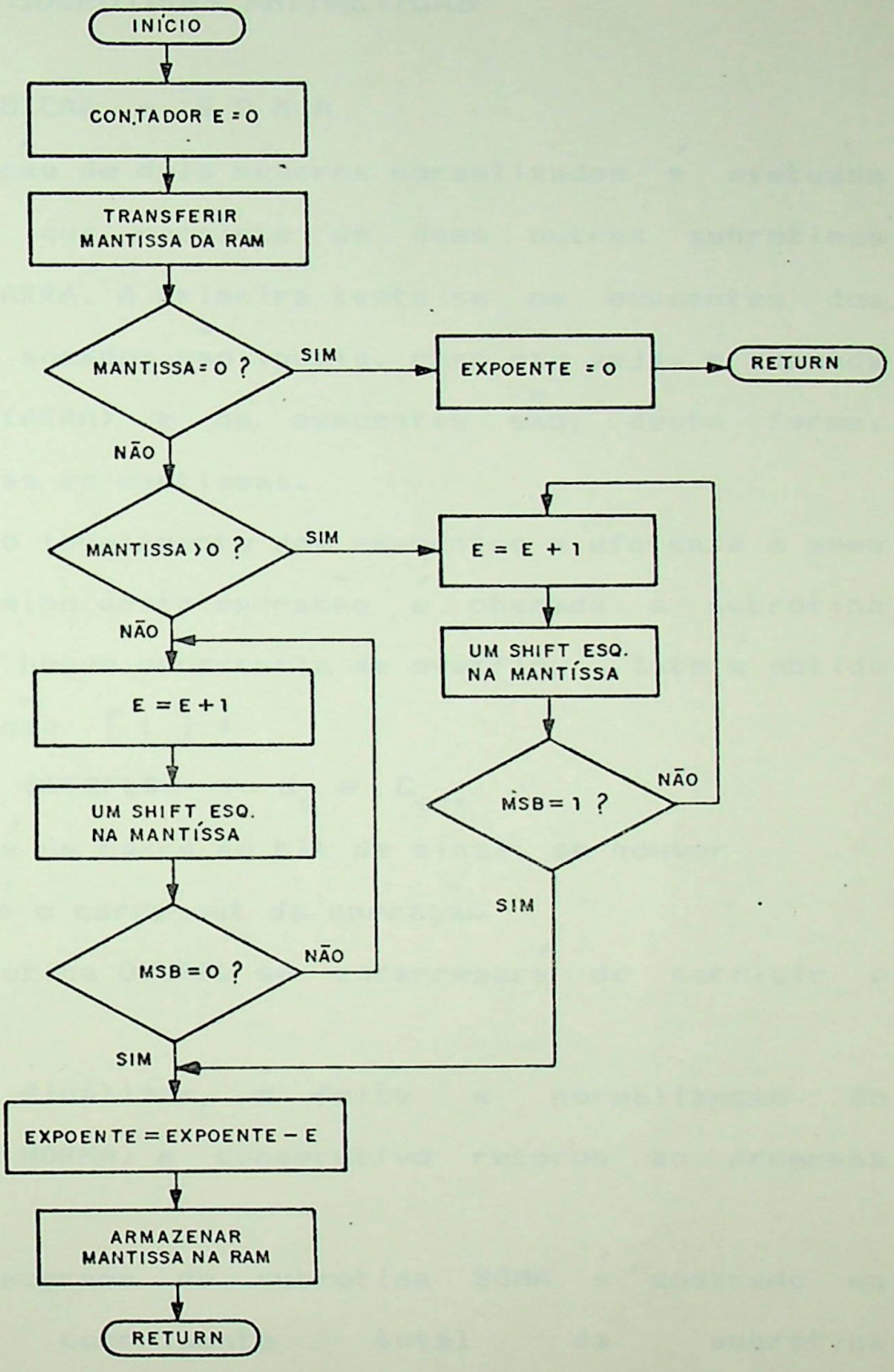


Fig.1.4 - Fluxograma da subrotina N O R M A

CAPÍTULO II

SUBROTINAS ARITMÉTICAS

2.1 - SUBROTINA DE ADIÇÃO - S O M A

A adição de dois números normalizados é efetuada pela subrotina SOMA, que consiste de duas outras subrotinas auxiliares EIGUAL e ARRA. A primeira testa se os expoentes dos dois números a serem somados são iguais, caso não seja, é chamada a segunda subrotina (ARRA) e os expoentes são, desta forma, igualados e corrigidas as mantissas.

Após o igualamento dos expoentes é efetuada a soma byte a byte e ao término desta operação é chamada a subrotina OVERFL, que testa se houve ocorrência de overflow . Isto é obtido efetuando-se a operação [1] :

$$OVERFLOW = C_s \oplus C_{s+1}$$

onde, C_s é um carry no bit de sinal, se houver

C_{s+1} é o carry-out da operação

baseado nisto a subrotina OVERFL se encarregará de corrigir o resultado.

Para finalizar, é feita a normalização do resultado (subrotina NORMA) e consecutivo retorno ao programa principal (PID).

O fluxograma da subrotina SOMA é mostrado na Fig.2.1 . O comprimento total da subrotina (SOMA+EIGUAL+ARRA+OVERFL+NORMA) é de 313 bytes com um tempo máximo de execução [1] de 3,353 mseg (6798 ciclos de clock).

[1] *O tempo máximo de execução depende da diferença entre os expoentes dos números da operação*

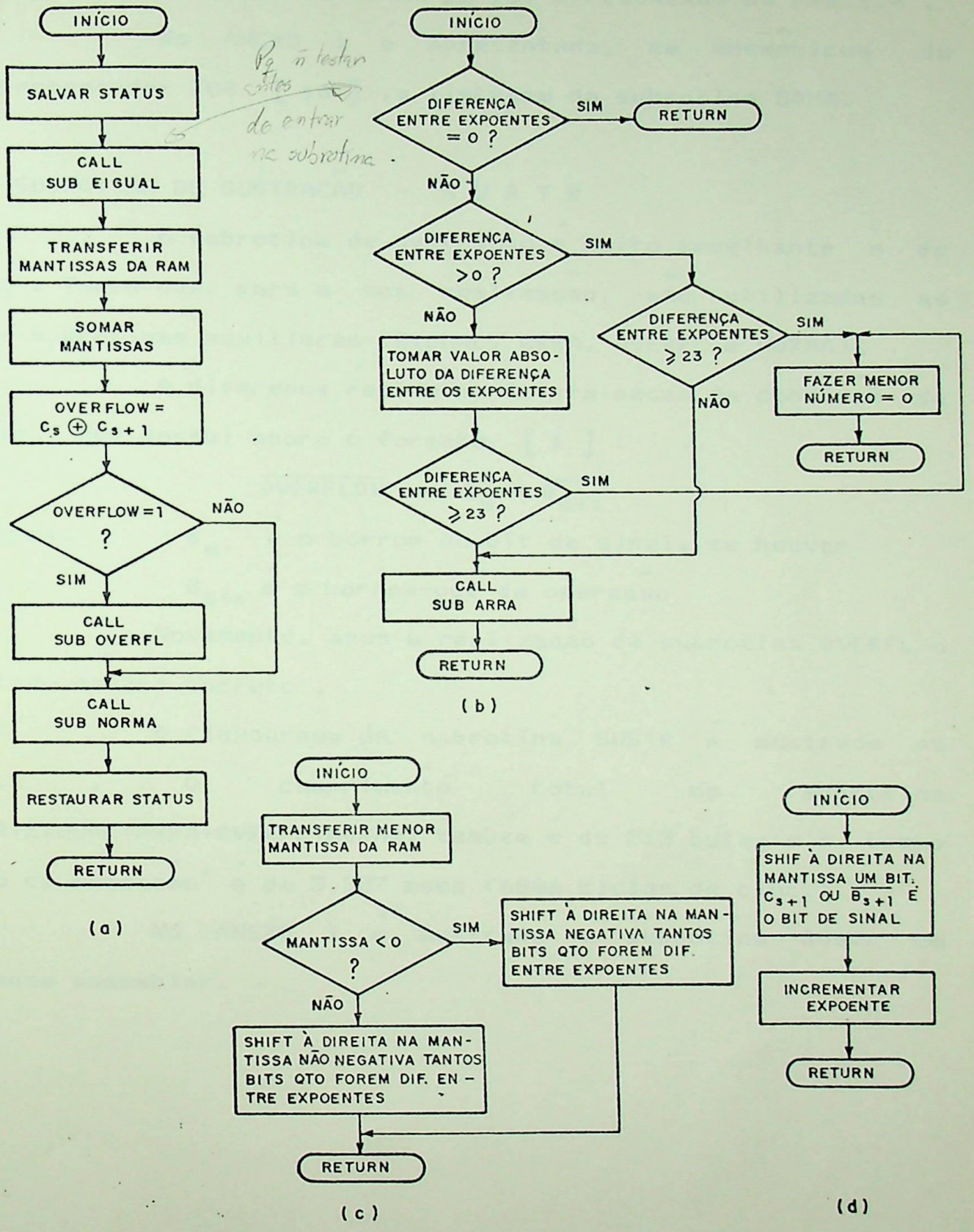


Fig.2.1 - (a) Subrotina SOMA . (b) Subrotina EIGUAL

(c) Subrotina ARRA . (d) Subrotina OVERFL

A subrotina NORMA já foi apresentada na Fig.1.4 .

No ANEXO 1 é apresentada, em mnemônicos do icroprocessador Z80 [16] ,a listagem da subrotina SOMA.

.2 - SUBROTINA DE SUBTRAÇÃO - S Ù B T R

A subrotina de subtração é muito semelhante à de dição . Tanto que, para a sua realização, são utilizadas as mesmas subrotinas auxiliares (EIGUAL, ARRA, OVERFL e NORMA).

A diferença reside na determinação da condição de overflow, que possui agora o formato [1] :

$$\overline{OVERFLOW} = B_s \oplus \overline{B_{s+1}}$$

onde, B_s é o borrow no bit de sinal, se houver

B_{s+1} é o borrow-out da operação

Novamente, após a realização da subrotina OVERFL o resultado estará correto .

O fluxograma da subrotina SUBTR é mostrado na Fig.2.2 . O comprimento total da subrotina (SUBTR+EIGUAL+ARRA+OVERFL+NORMA) também é de 313 bytes e o tempo máximo de execução é de 3,357 mseg (6806 ciclos de clock) .

No ANEXO 1 é mostrada a subrotina SUBTR em linguagem assembler.

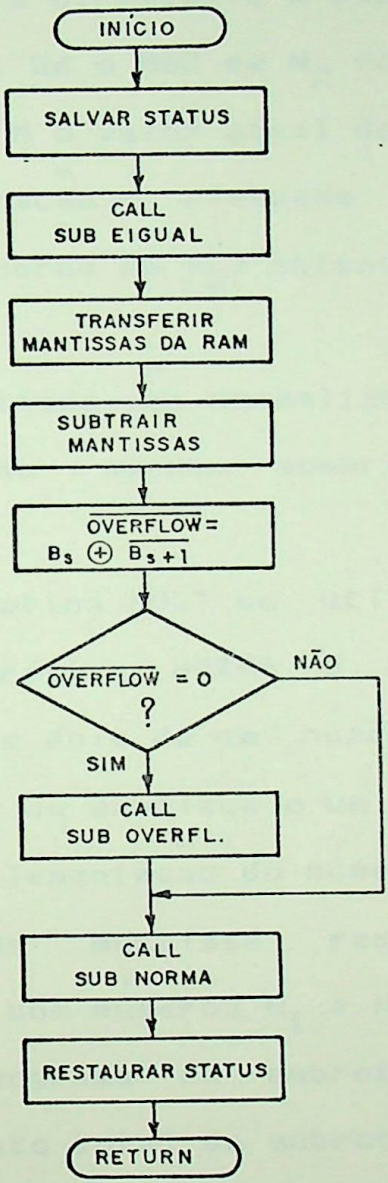


Fig.2.2 - Subrotina SUBTR

2.3 - SUBROTINA DE MULTIPLICAÇÃO - M U L T

A subrotina de multiplicação MULT é implementada segundo o método das somas sucessivas .

Tem-se dois números N_1 e N_2 . O número N_1 é dividido por 2 (shift à direita) e o número N_2 é multiplicado por 2 (shift à esquerda) . Se o MSB de N_2 for 1, é somado ao conteúdo da variável resultado M o valor atual de N_1 ; caso seja 0, nada é efetuado . Esta operação é efetuada 23 vezes (23 shifts à direita em N_1 e à esquerda em N_2) obtendo-se ao final, valor zero para a variável N_1 .

O resultado não normalizado encontra-se armazenado na variável M, restando apenas somar-se os dois expoentes (EXP = E1+E2) .

A subrotina MULT se utiliza de duas subrotinas auxiliares : a subrotina NORMA e a subrotina CMPNUM, que obtém o complemento de dois de um número em notação de ponto flutuante com 3 bytes de mantissa e um de expoente .

A complementação do número é necessária para se corrigir o sinal da mantissa resultante, levando-se em consideração o sinal dos números N_1 e N_2 .

O fluxograma da subrotina MULT é mostrado na Fig.2.3 . O comprimento total da subrotina (MULT+CMPNUM+NORMA) é de 224 bytes e o tempo máximo de execução é de 3,954 mseg (8014 ciclos de clock) .

No ANEXO 1 é mostrada a subrotina MULT em linguagem assembler.

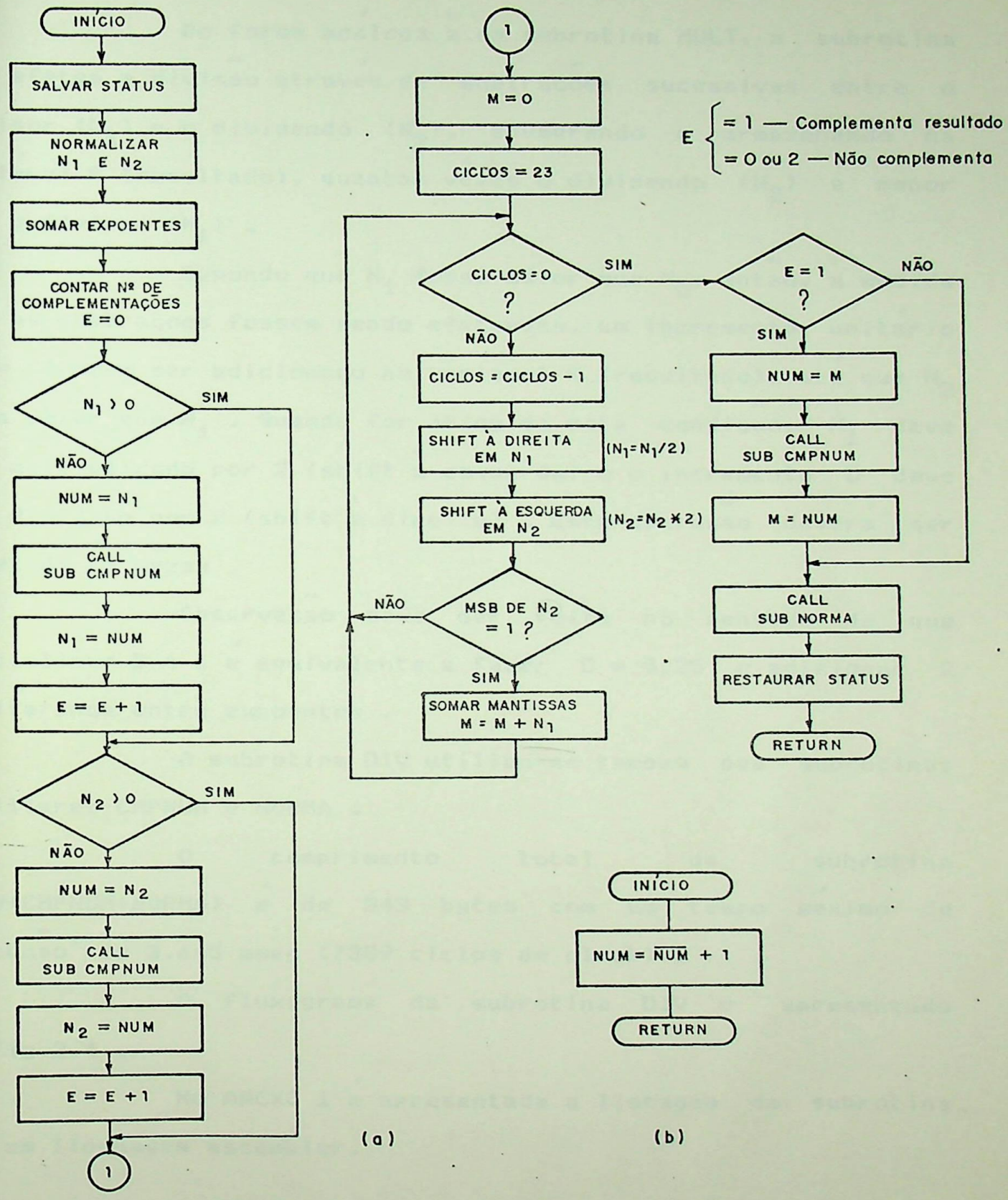


Fig.2.3 - (a) Subrotina MULT . (b) Subrotina CMPNUM

.4 - SUBROTINA DE DIVISÃO - D I V

De forma análoga à da subrotina MULT, a subrotina IV efetua a divisão através de subtrações sucessivas entre o ivisor (N_1) e o dividendo (N_2), enumerando e armazenando na variável R (resultado), quantas vêzes o dividendo (N_2) é menor que o divisor (N_1) .

Supondo que N_1 fosse maior que N_2, então, à medida que as subtrações fossem sendo efetuadas, um incremento unitário (D = 1) deve ser adicionado na variável R (resultado), até que N_2 seja maior que N_1 . Quando for atingida esta condição, N_1 deve ser multiplicado por 2 (shift à esquerda) e o incremento D deve ser dividido por 2 (shift à direita) . Esta operação deverá ser repetida 23 vêzes .

Observação deve ser feita no sentido de que inicializar D = 1 é equivalente a fazer D = 0.25 e adicionar 2 à diferença entre expoentes .

A subrotina DIV utiliza-se também das subrotinas auxiliares CMPNUM e NORMA .

O comprimento total da subrotina (DIV+CMPNUM+NORMA) é de 343 bytes com um tempo máximo de execução[1] de 3,645 mseg (7389 ciclos de clock) .

O fluxograma da subrotina DIV é apresentado na Fig.2.4 .

No ANEXO 1 é apresentada a listagem da subrotina DIV em linguagem assembler.

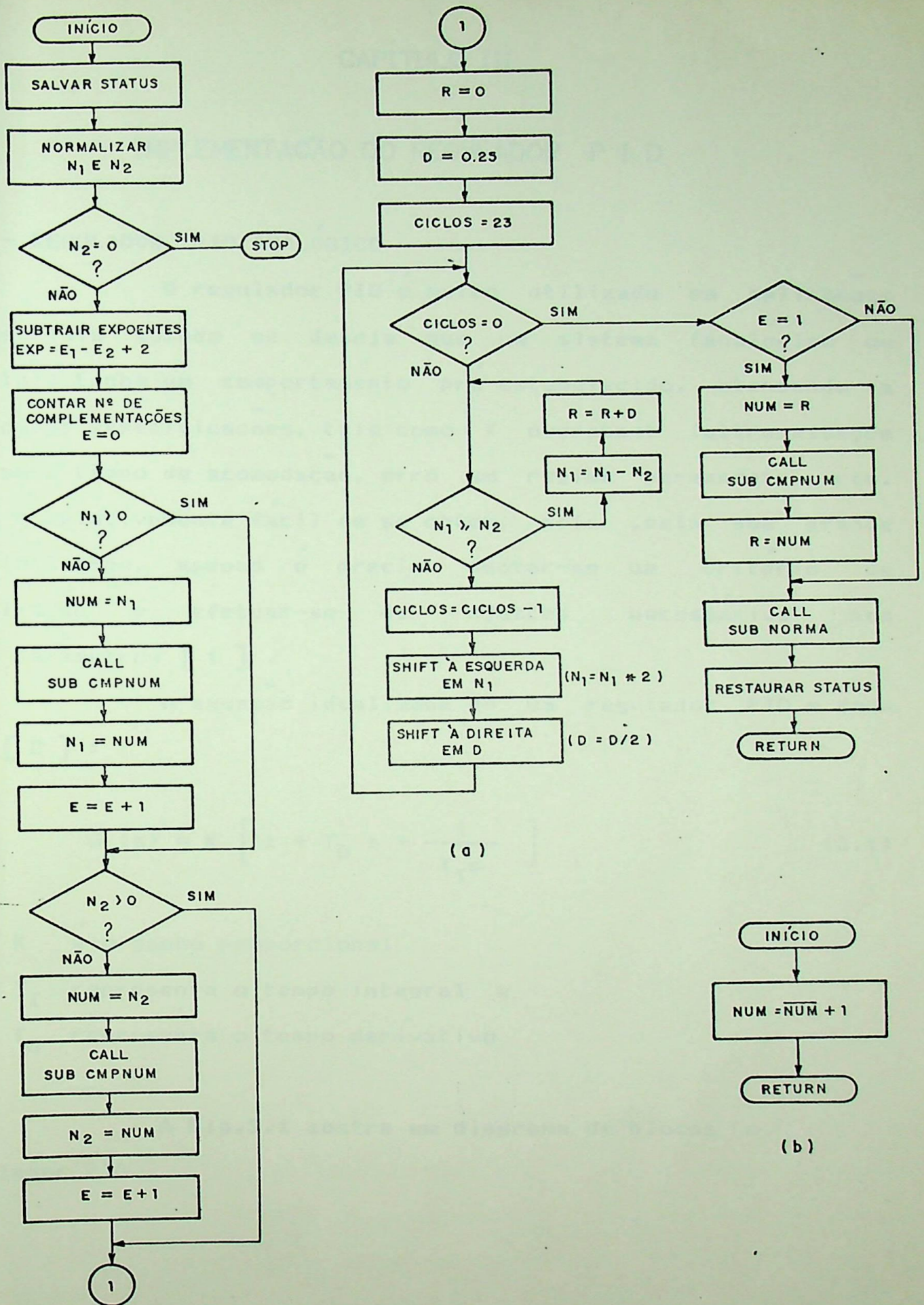


Fig.2.4 - (a) Subrotina DIV . (b) Subrotina CMPNUM

CAPÍTULO III

IMPLEMENTAÇÃO DO REGULADOR P I D

3.1 - REGULADOR PID ANALÓGICO

O regulador PID é muito utilizado em aplicações industriais quando se deseja que um sistema (analógico ou digital) tenha um comportamento pré-estabelecido, atendendo a a algumas especificações, tais como : overshoot (ultrapassagem máxima), tempo de acomodação, erro em regime permanente, etc. Isto é relativamente fácil de se obter, pois ,pela sua grande flexibilidade, apenas é preciso adotar-se um critério de otimização e efetuar-se os ajustes necessários nos seus parâmetros [1] .

A equação idealizada de um regulador PID é dada por [2] :

$$G_C(s) = K \left[1 + T_D\, s + \frac{1}{T_I s} \right] \qquad (3.1)$$

K é o ganho proporcional

T_I representa o tempo integral e

T_D representa o tempo derivativo

A Fig.3.1 mostra em diagrama de blocos o regulador PID .

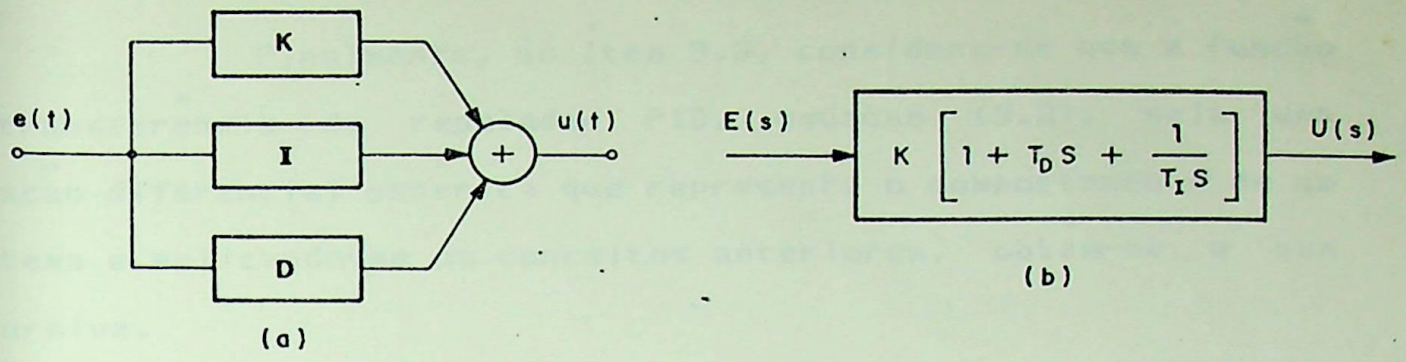


Fig.3.1 - (a) Representação esquemática do PID
(b) Função de Transferência do regulador PID

Com o intuito de se eliminar ruídos indesejáveis, introduzidos através do próprio processo de amostragem, na prática é incluído no modelo, um filtro passa-baixas, levando o PID a ter a seguinte forma [1] , [3] , [13] :

$$G_c(s) = \frac{K}{1 + T_F\, s}\left[1 + T_D\, s + \frac{1}{T_I\, s}\right] \qquad (3.2)$$

onde,

$\frac{1}{T_F}$ é a frequência de corte do filtro passa-baixas

3.2 - MÉTODOS DE INTEGRAÇÃO NUMÉRICA

O objetivo deste ítem é apresentar uma sistemática simples que, utilizando-se de métodos tradicionais de integração numérica e conceitos da Transformada-Z, conduza à uma equação recursiva que represente o comportamento de um sistema. Ainda , a título de complementação, será mostrado como se utilizar desta metodologia e se resolver numericamente uma equação diferencial.

Finalmente, no item 3.3, considera-se que a função de transferência do regulador PID, equação (3.2), seja uma equação diferencial genérica que representa o comportamento de um sistema e aplicando-se os conceitos anteriores, obtém-se a sua recursiva.

3.2.1 - INTEGRAÇÃO RETANGULAR

Dada a função genérica x, representada pela Fig.3.2, tem-se :

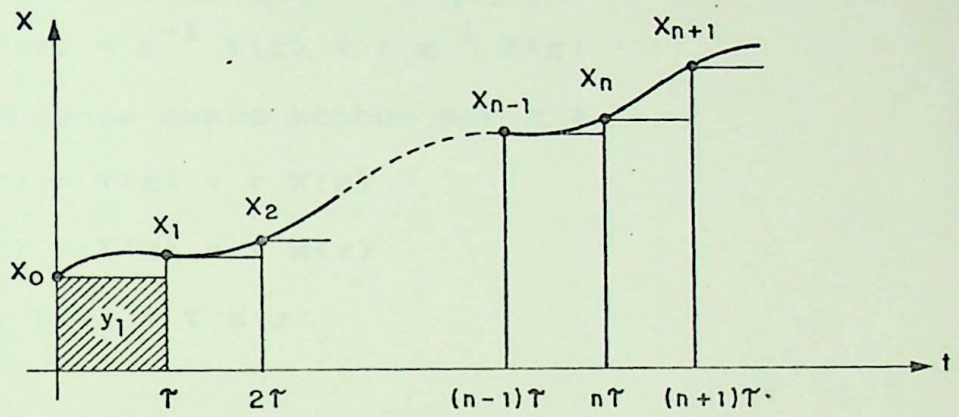


Fig.3.2 - Integração retangular da função x

cuja integral, y é dada por :

$$y = \int_0^t x \, dt$$

Assim , nos respectivos intervalos de amostragem, pelo método de integração retangular [14] :

$$y_1 = y_0 + \tau x_0$$

$$y_2 = y_1 + \tau x_1$$

$$y_3 = y_2 + \tau x_2$$

. . .

$$y_n = y_{n-1} + \tau\, x_{n-1} \qquad (3.3)$$

$$y_{n+1} = y_n + \tau\, x_n \qquad (3.4)$$

As expressões (3.3) e (3.4) são chamadas EQUAÇÕES RECURSIVAS e representam os valores de y_n para n inteiro variando de o a $+\infty$

Tomando-se a Transformada-Z [10] de ambos os membros de (3.3) tem-se [14] :

$$\mathcal{Z}\,[\,y_n\,] = \mathcal{Z}\,[\,y_{n-1} + \tau\, x_{n-1}\,]$$

$$Y(z) = z^{-1}\, Y(z) + \tau\, z^{-1}\, X(z)$$

multiplicando-se ambos membos por z :

$$z\, Y(z) = Y(z) + \tau\, X(z)$$

$$z\, Y(z) - Y(z) = \tau\, X(z)$$

$$(z-1)\, Y(z) = \tau\, X(z)$$

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\tau}{z-1} = I_R \qquad (3.5)$$

A expressão (3.5) é denominada função de transferência pulsada e fornece a relação entre a Transformada-Z da saída (que é a integral da entrada) e a respectiva entrada de um bloco integrador, realizando integração retangular.

3.2.2 - INTEGRAÇÃO TRAPEZOIDAL

Considerando-se a função genérica x, apresentada na Fig.3.3, tem-se :

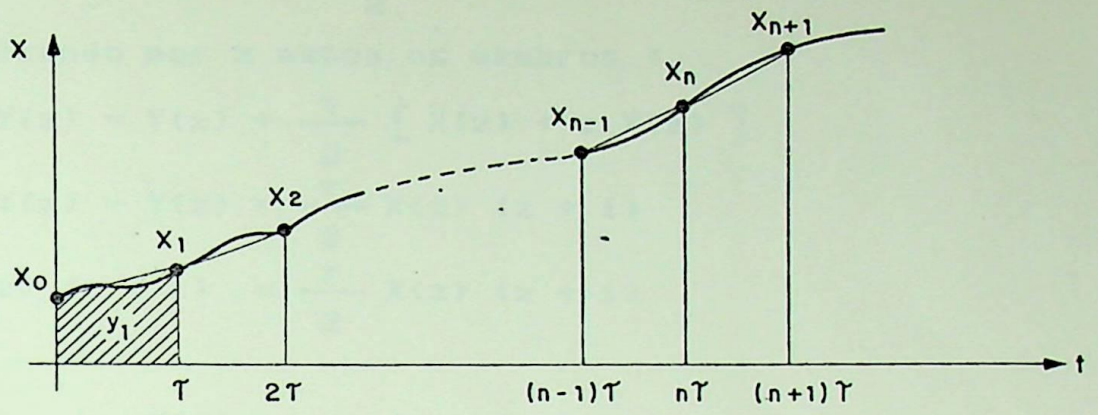


Fig.3.3 - Integração trapezoidal da função x

onde, $y = \int_0^t x \, dt$

pelo método de integração trapezoidal [14] ,

$$y_1 = y_0 + \frac{\tau}{2} (x_0 + x_1)$$

$$y_2 = y_1 + \frac{\tau}{2} (x_1 + x_2)$$

. . . .

. . . .

$$y_n = y_{n-1} + \frac{\tau}{2} (x_{n-1} + x_n) \qquad (3.6)$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{\tau}{2} (x_n + x_{n+1}) \qquad (3.7)$$

Estas expressões (3.6) e (3.7) também são chamadas de EQUAÇÕES RECURSIVAS e dão os valores de y_n para n inteiro , variando de 0 a $+\infty$.

Tendo em vista a equação (3.6) e tomando-se sua Transformada-Z em ambos os membros, tem-se [14] :

$$\mathcal{Z} [y_n] = \mathcal{Z} [y_{n-1}] + \frac{\tau}{2} \mathcal{Z} [x_{n-1} + x_n]$$

$$Y(z) = z^{-1}\, Y(z) + \frac{\tau}{2}\left[z^{-1}\, X(z) + X(z) \right]$$

ultiplicando por z ambos os membros :

$$z\, Y(z) = Y(z) + \frac{\tau}{2}\left[X(z) + z\, X(z) \right]$$

$$z\, Y(z) - Y(z) = \frac{\tau}{2} X(z)\, (z + 1)$$

$$Y(z)\, (z - 1) = \frac{\tau}{2} X(z)\, (z + 1)$$

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\tau}{2} \frac{(z + 1)}{(z - 1)} = I_T \qquad (3.8)$$

A equação (3.8) é denominada função de transferência pulsada e fornece a relação entre a Transformada-Z da saída e a respectiva entrada de um bloco integrador, realizando integração trapezoidal.

3.2.3 - INTEGRAÇÃO POR SEGMENTOS QUADRÁTICOS (MÉTODO DE SIMPSON)

A Fig.3.4 apresenta uma função genérica x

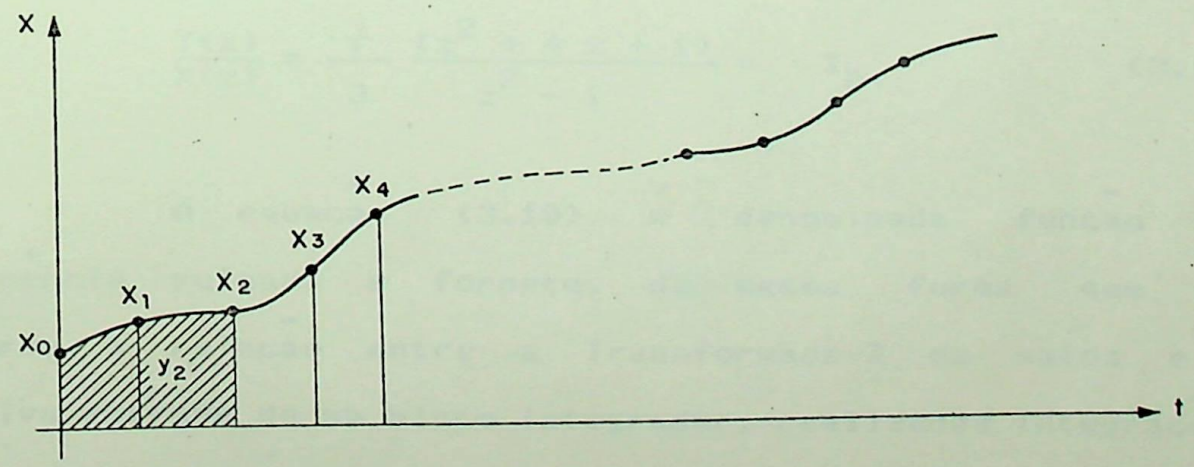


Fig.3.4 - Integração por segmentos quadráticos da função x

onde, $y = \int_o^t x\, dt$ é obtida pelo método de integração de Simpson [14] ,

$$y_2 = y_0 + \frac{\tau}{3} (x_2 + 4 x_1 + x_0)$$

$$y_4 = y_2 + \frac{\tau}{3} (x_4 + 4 x_3 + x_2)$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$y_n = y_{n-2} + \frac{\tau}{3} (x_n + 4 x_{n-1} + x_{n-2}) \qquad (3.9)$$

Seguindo-se o mesmo procedimento [14], de (3.9) :

$$\mathcal{Z} [y_n] = \mathcal{Z} [y_{n-2} + \frac{\tau}{3} (x_n + 4 x_{n-1} + x_{n-2})]$$

$$Y(z) = z^{-2} Y(z) + \frac{\tau}{3} [X(z) + 4 z^{-1} X(z) + z^{-2} X(z)]$$

multiplicando-se ambos membros por z^2 :

$$z^2 Y(z) = Y(z) + \frac{\tau}{3} X(z) [z^2 + 4 z + 1]$$

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\tau}{3} \frac{(z^2 + 4 z + 1)}{z^2 - 1} = I_Q \qquad (3.10)$$

A equação (3.10) é denominada função de transferência pulsada e fornece, da mesma forma que as anteriores, a relação entre a Transformada-Z da saída e a respectiva entrada de um bloco integrador, realizando integrações por segmentos quadráticos.

3.2.4 - MINIMIZAÇÃO DE ERROS INTRODUZIDOS POR SUCESSIVAS INTEGRAÇÕES (MÉTODO DE MADWED-TRUXAL)

O objetivo deste tópico é apresentar uma istemática que minimize o erro cometido em uma integração dupla e uma função genérica x(t), ambas efetuadas pelo mesmo método de integração.

A seguir é mostrada a função x(t) , aproximada por etângulos [$x_1(t)$] e sua 1ª e 2ª integrais , respectivamente, (t) e $z_1(t)$:

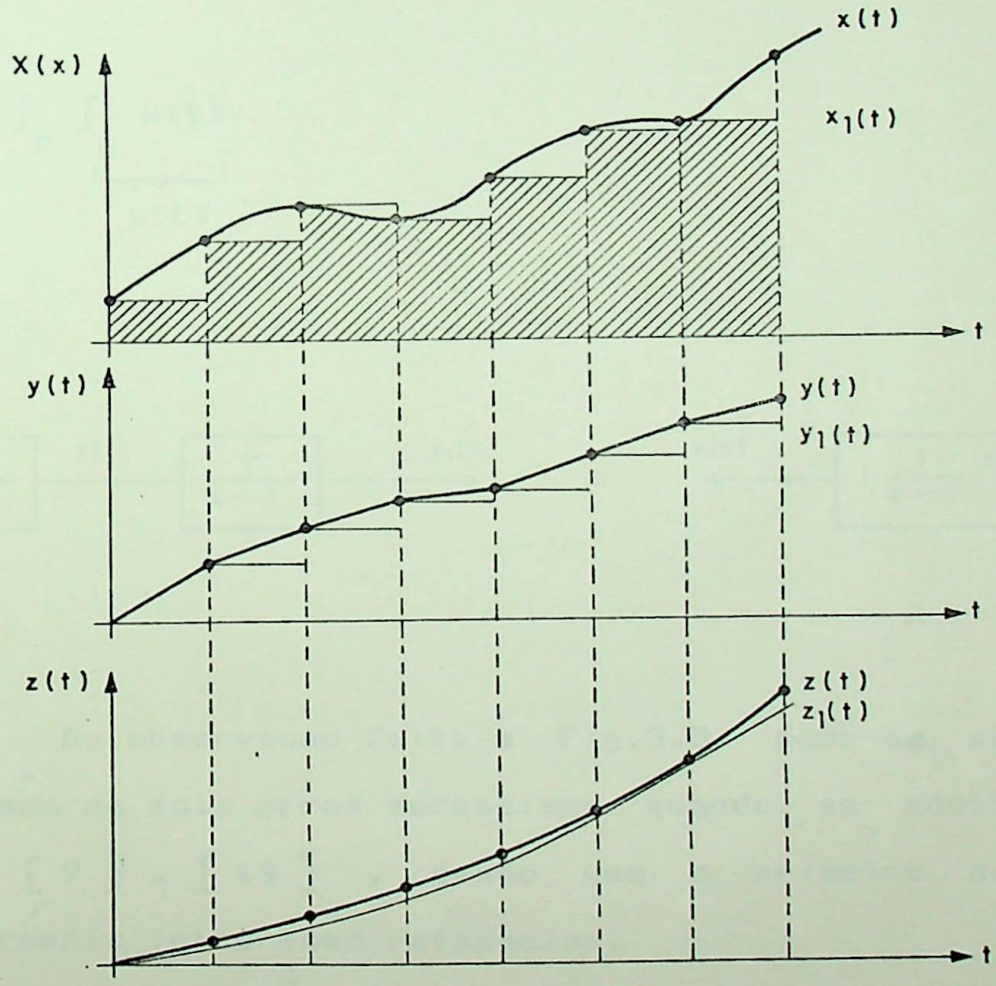


Fig.3.5 - Introdução de erros devido a sucessivas integrações

$x(t)$ ⟶ função genérica em estudo

$x_1(t)$ ⟶ aproximação retangular de $x(t)$

$y(t)$ ⟶ integral de $x(t)$ (trechos de retas) (*)

$y_1(t)$ ⟶ aproximação retangular de $y(t)$

$z(t)$ ⟶ integral de $y(t)$ (trechos de parábolas)

$z_1(t)$ ⟶ integral de $y(t)$ (trechos de retas)

Considerando-se a Fig.3.5, tem-se :

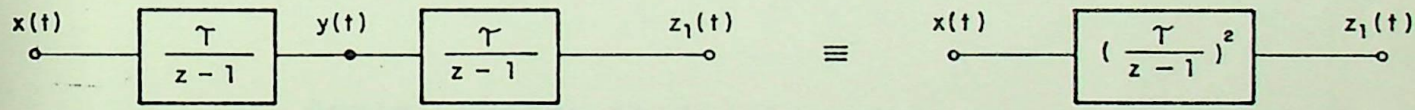
$(t) \longrightarrow 1^{a}$ integral de $x(t)$; $y(t) = \int_R x(t)$ [integração retangular]

$_1(t) \longrightarrow 2^{a}$ integral de $x(t)$; $z_1(t) = \int_R y(t)$

ou de outra forma :

$$z_1(t) = \int_R \underbrace{\int_R x(t)}_{y(t)}$$

em blocos :



Da observação feita à Fig.3.5, pode-se perceber que há inclusão de dois erros sucessivos quando se adota este procedimento [9] , [14] , sendo que o primeiro deles é inerente à própria integração retangular.

O segundo é cometido quando se integra $y(t)$ por retângulos, sendo que esta função é composta por segmentos de retas (*). Haveria eliminação deste erro se a segunda integral

fosse realizada pelo método dos trapezios.

Assim :

$$y(t) \longrightarrow 1^{\underline{a}} \text{ integral de } x(t) \; ; \; y(t) = \int_R x(t)$$

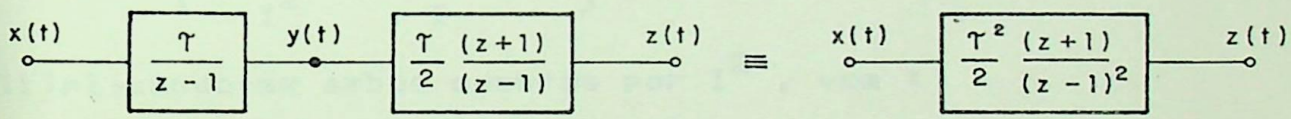
e

$$z(t) \longrightarrow 2^{\underline{a}} \text{ integral de } x(t) \; ; \; z(t) = \int_T y(t) \quad \left[\begin{array}{c} \text{integração} \\ \text{trapezoidal} \end{array} \right]$$

ou de outra forma :

$$z(t) = \int_T \underbrace{\int_R x(t)}_{y(t)}$$

em blocos :



Assim, quando se desejar minimizar os erros devido a sucessivas integraçoes, é necessario que, a partir da segunda integraçao, haja uma previa inspeçao da funçao a ser integrada e se adequar o método a ser utilizado [14] .

3.2.5 - OPERADORES DIFERENCIAIS E INTEGRAIS (D E I)

Quando se tem uma equaçao diferencial do tipo :

$$\ddot{Y} + k \dot{Y} + W Y = x(t) \qquad (3.11)$$

pode-se escreve-la sob a forma de operadores diferenciais (operadores de Heaviside), substituindo-se as derivadas de ordem n pelo operador D elevado à ordem da derivada em questão. Assim, a equação (3.11) poderia ser representada sob a forma de operadores diferenciais :

$$D^2 y + k\, Dy + W\, y = x(t)$$

$$(D^2 + k\, D + W)\, y(t) = x(t) \qquad (3.12)$$

Há também a forma integral de se apresentar (3.12), substituindo-se o operador D por $\frac{1}{I}$, onde I é chamado de operador integral .

Assim, (3.14) fica representada por [14] :

$$\left(\frac{1}{I^2} + k\, \frac{1}{I} + W \right) y(t) = x(t)$$

multiplicando-se ambos membros por I^2 , vem :

$$(1 + k\, I + W\, I^2)\, y(t) = I^2\, x(t) \qquad (3.13)$$

que se constitui na representação da equação diferencial (3.11) sob a forma de operadores integrais .

Seja um exemplo numérico para se obter a equação recursiva que soluciona a seguinte equação diferencial, usando aproximações retangulares e trapezoidais :

$$\ddot{Y} + 7\, \dot{Y} + 3\, Y = x(t) \qquad (3.14)$$

A solução consiste em se trabalhar a equação diferencial até se conseguir sua representação sob a forma de operadores integrais e em seguida fazer-se a substituição dos operadores I pelas funções de transferência pulsadas desejadas [14] .

Assim :

$$\ddot{Y} + 7\,\dot{Y} + 3\,Y = x(t)$$

$$(D^2 + 7\,D + 3)y(t) = x(t)$$

substitui-se D por $\frac{1}{I}$, ficando :

$$\left(\frac{1}{I^2} + 7\,\frac{1}{I} + 3 \right) y(t) = x(t)$$

multiplicando-se ambos os membros por I^2, vem :

$$(1 + 7\,I + 3\,I^2)y(t) = I^2\,x(t)$$

tem-se de (3.5) e (3.8) que :

$$I_R = \frac{\tau}{z - 1} \qquad e \qquad I_T = \frac{\tau}{2}\,\frac{(z + 1)}{(z - 1)}$$

assim ; $I^2 = I_R \cdot I_T = \frac{\tau}{z - 1} \cdot \frac{\tau}{2}\,\frac{(z + 1)}{(z - 1)}$

$$I^2 = \frac{\tau^2}{2}\,\frac{(z + 1)}{(z - 1)^2}$$

substituindo-se $I = I_R$ e I^2 na equação diferencial :

$$\left[1 + 7\,\frac{\tau}{z - 1} + 3\,\frac{\tau^2\,(z + 1)}{2\,(z - 1)^2} \right] Y(z) = \frac{\tau^2}{2}\,\frac{(z + 1)}{(z - 1)^2}\,X(z)$$

multiplicando-se ambos membros por $2\,(z - 1)^2$, chega-se a :

$$\left[2\,(z - 1)^2 + 14\,\tau\,(z - 1) + 3\,\tau^2\,(z + 1) \right] Y(z) =$$

$$= \tau^2\,(z + 1)\,X(z) =$$

$$\left[1 + z^{-1}\left(\frac{3}{2}\tau^2 + 7\tau - 2 \right) + z^{-2}\left(\frac{3}{2}\tau^2 - 7\tau + 1 \right) \right] Y(z) =$$

$$\frac{\tau^2}{2} z^{-1} X(z) + \frac{\tau^2}{2} z^{-2} X(z)$$

que se converte na sua equação recursiva, tomando-se a anti-transformada dos dois membros :

$$y_n + \left(\frac{3}{2}\tau^2 + 7\tau - 2 \right) y_{n-1} + \left(\frac{3}{2}\tau^2 - 7\tau + 1 \right] y_{n-2} = \frac{\tau^2}{2} x_{n-1} + \frac{\tau^2}{2} x_{n-2}$$

ou

$$y_n = -\left(\frac{3}{2}\tau^2 + 7\tau - 2 \right) y_{n-1} - \left(\frac{3}{2}\tau^2 - 7\tau + 1 \right) y_{n-2} + \frac{\tau^2}{2} \left(x_{n-1} + x_{n-2} \right) \qquad (3.15)$$

como complemento do exemplo é feito :

$x(t) = u(t) = 1$ (degrau unitário)

$K_1 = - \left(\frac{3}{2}\tau^2 + 7\tau - 2 \right)$

$K_2 = - \left(\frac{3}{2}\tau^2 - 7\tau + 1 \right)$

$K_3 = \tau^2$

tem-se de (3.15) :

$$y_n = K_1 y_{n-1} + K_2 y_{n-2} + K_3 \qquad (3.16)$$

Assim, a equação (3.16) representa, de maneira recursiva, a solução numérica da equação diferencial apresentada em (3.14) .

No ANEXO 2 é apresentado o programa SIMULA, em linguagem BASIC, que compara, através de tabela, os resultados obtidos através da equação recursiva (3.16) e o resultado analítico.

3.3 - REGULADOR P I D DIGITAL

Utilizando-se da equação (3.2) e da sistemática vista no ítem anterior, passa-se então à obtenção da equação recursiva que representará o comportamento do regulador PID .

Assim, com base na equação (3.2) :

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K}{1 + T_F\, s}\left[1 + T_D\, s + \frac{1}{T_I\, s}\right]$$

que pode ser agrupada como :

$$\left(1 + T_F\, s\right) Y(s) = K\left[1 + T_D\, s + \frac{1}{T_I\, s}\right] X(s)$$

dividindo-se ambos membros por s, vem :

$$\left(\frac{1}{s} + T_F\right) Y(s) = K\left[\frac{1}{s} + T_D + \frac{1}{T_I}\,\frac{1}{s^2}\right] X(s) \qquad (3.17)$$

lembrando que $\frac{1}{s}$ representa uma integral e empregando a sistemática vista no ítem anterior , tem-se[1] :

$$\frac{1}{s} \simeq I_T = \frac{\tau}{2}\,\frac{z + 1}{z - 1}\,\epsilon$$

$$\frac{1}{s^2} \simeq I_T \cdot I_Q = \frac{\tau^2}{6}\,\frac{z^2 + 4\,z + 1}{(z - 1)^2}$$

[1] Foram utilizadas estas aproximações (trapezoidal e quadrática) para se tentar reduzir a um mínimo o erro provocado pelas integrações numéricas.

que substituídas em (3.17) e anti-transformando, encontra-se a recursiva representativa do regulador PID :

$$y_n = K_1\, y_{n-1} + K_2\, y_{n-2} + K_3 \left[K_4\, x_n + K_5\, x_{n-1} + K_6\, x_{n-2} \right] \qquad (3.18)$$

onde :

$$K_1 = 4\, T_F / (\tau + 2\, T_F)$$
$$K_2 = (\tau - 2\, T_F) / (\tau + 2\, T_F)$$
$$K_3 = K / (\tau + 2\, T_F)$$
$$K_4 = (\tau^2 / 3\, T_I) + \tau + 2\, T_D$$
$$K_5 = (4\, \tau^2 / 3\, T_I) - 4\, T_D$$
$$K_6 = (\tau^2 / 3\, T_I) - \tau + 2\, T_D$$

A expressão (3.18) se constitui na equação recursiva do regulador PID .

No ANEXO 3 é apresentada a simulação digital do regulador, utilizando-se (3.18), e comparando-se resultados obtidos através da solução analítica [17] .

3.4 - ATUAÇÃO DO F P B SOBRE A FUNÇÃO FORÇANTE X(s)

Tomando-se a função de transferência do FPB em conjunto com o regulador PID, tem-se de (3.2) :

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K}{1 + T_F\, s} \left[1 + T_D\, s + \frac{1}{T_I\, s} \right]$$

que pode ser escrita sob a forma :

$$Y(s) = \underbrace{\frac{1}{1 + T_F\, s}}_{\text{FPB}} \quad \underbrace{K \left[1 + T_D\, s + \frac{1}{T_I\, s} \right]}_{\text{regulador PID}} \quad \underbrace{X(s)}_{\text{função forçante}}$$

ou seja :

o FPB atua sobre o regulador PID e este resultado atua sobre a função forçante X(s) .

Porém, outro enfoque pode ser apresentado, mudando-se a ordem dos fatores em (3.2) [17] :

$$Y(s) = \underbrace{K \left[1 + T_D\, s + \frac{1}{T_I\, s} \right]}_{\text{regulador PID}} \quad \underbrace{\frac{1}{1 + T_F\, s}}_{\text{FPB atuando sobre } X(s) \longrightarrow B(s)} \quad X(s)$$

e faz-se a suposição de que o regulador PID atua sobre uma função forçante B(s), que nada mais é do que a função forçante original X(s), modificada pelo FPB .

Em seguida é encontrada a equação recursiva que representa o comportamento do FPB . Assim tem-se :

$$B(s) = \frac{1}{1 + T_F\, s}\, X(s) \qquad (3.19)$$

$$B(s)\,(1 + T_F\, s) = X(s)$$

dividindo-se ambos membros por s :

$$B(s) \left(\frac{1}{s} + T_F \right) = \frac{1}{s}\, X(s)$$

utilizando-se integração trapezoidal e a sistemática proposta no item 3.2, vem :

$$b_n = - \frac{(\tau - 2\, T_F)}{(\tau + 2\, T_F)}\, b_{n-1} + \frac{\tau}{(\tau + 2\, T_F)}\, (x_n + x_{n-1}) \qquad (3.20)$$

No ANEXO 3, item A.3.3 é mostrada a solução analítica do comportamento do FPB e a listagem do programa BASIC, chamado "FILTRO", que compara os resultados obtidos pelo método analítico e pelo método acima . A simulação digital da equação (3.20) é mostrada na Fig.7 deste mesmo anexo.

3.5 - IMPLEMENTAÇÃO DO REGULADOR P I D NO Z80

A fase de implementação do regulador no microprocessador (no caso, Z80) é baseada integralmente na equação (3.18), que por facilidades computacionais é descrita como a seguir :

$$(3.21)\quad \begin{cases} Y = K_1\, Y_2 + K_2\, Y_1 + K_3\, [\, K_4\, X + K_5\, X_2 + K_6\, X_1\,] \\ X_1 = X_2 \\ X_2 = X \\ Y_1 = Y_2 \\ Y_2 = Y \end{cases}$$

onde,

X e Y são valores atuais de x_n e y_n, respectivamente e X_1, X_2, Y_1 e Y_2 são valores passados de x_n e y_n

Essa técnica de substituição de variáveis é muito útil em sistemas de processamento em tempo real ou em sistemas cuja capacidade de memória não é elevada.

O trecho de programa visto acima consiste na "essência" do regulador PID, cuja implementação em linguagem de máquina já foi apresentada no ANEXO 1. A seguir, Fig.3.6, é apresentado o fluxograma do regulador em estudo.

A implementação do regulador PID está, de acordo com a equação (3.18) e o trecho (3.21), baseada em :

1) uma operação de subtração (6806 ciclos)

2) quatro operações de adição (4 × 6798 ciclos) e

3) cinco operações de multiplicação (5 × 8014 ciclos)

perfazendo um total de 74068 ciclos, que corresponde a um tempo máximo de execução[2] de 36,5 mseg para o regulador PID.

Medidas efetuadas em laboratório, levam a um valor médio para o tempo de execução, τ, igual a $\underline{\tau = 20 \text{ ms}}$.

De acordo com [1] a diminuição desses tempos dependem de três fatores integrados entre si :

1) programação em linguagem de máquina

2) uma otimização das rotinas aritméticas e

3) utilização de microprocessadores operando com frequências de clock mais elevadas .

[2] No capítulo I já se comentou sobre a diferença de tempos que se pode esperar quando se executam as subrotinas aritméticas.

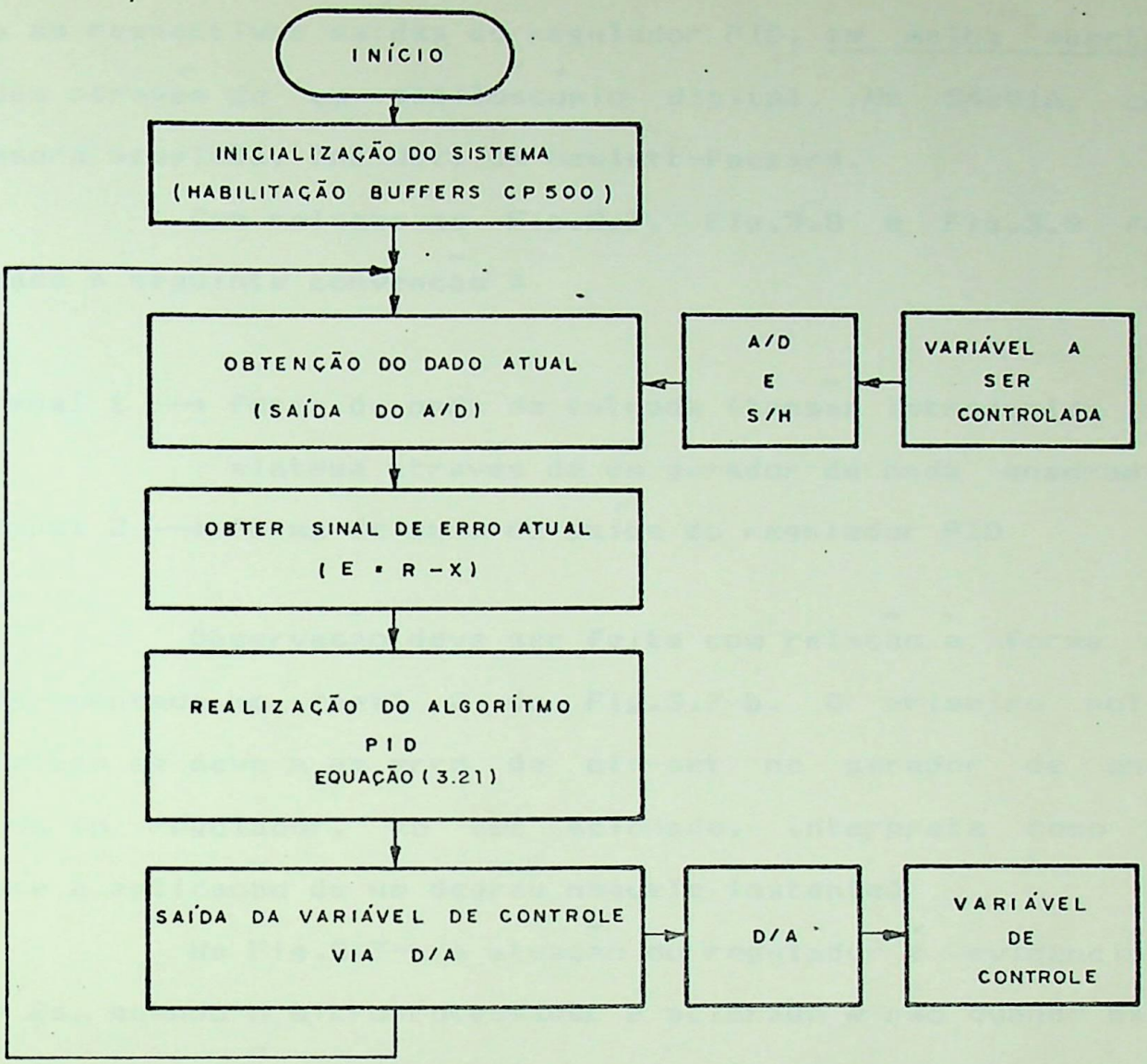


Fig.3.6 - Fluxograma do Regulador PID

No ANEXO 1 é mostrado um programa "loader" chamado DADOS, em linguagem BASIC, que efetua todo o carregamento inicial dos parâmetros do PID e variáveis auxiliares.

TESTES EXPERIMENTAIS DO PID

Com a utilização de um gerador de sinais aplicando uma forma de onda retangular na entrada do sistema, a Fig.3.7

mostra as respectivas saídas do regulador PID, em malha aberta, captadas através de um osciloscópio digital, Hp 54201A, com impressora acoplada, Ink-Jet, da Hewlett-Packard.

Com relação às Fig.3.7, Fig.3.8 e Fig.3.9 foi utilizada a seguinte convenção :

canal 1 ⟶ forma de onda de entrada (tensão introduzida ao sistema através de um gerador de onda quadrada)

canal 2 ⟶ forma de onda de saída do regulador PID

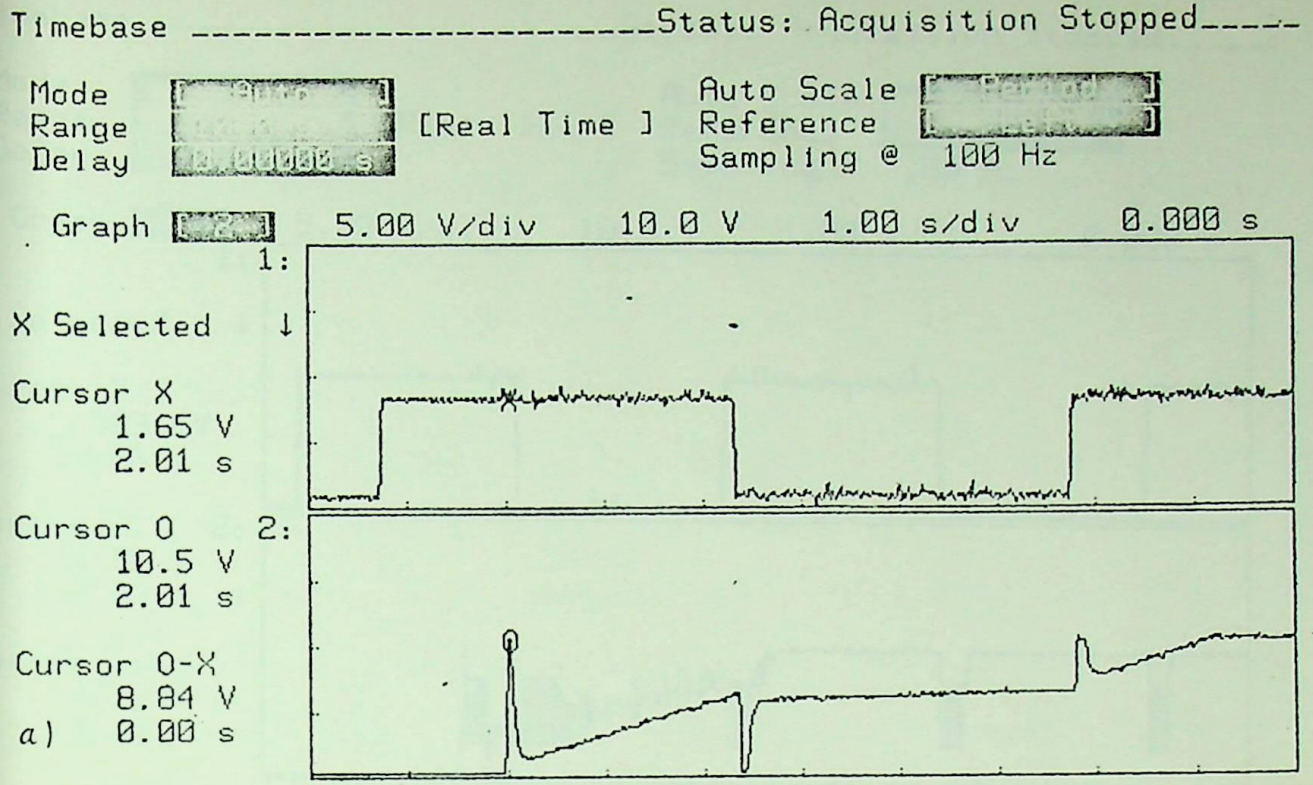
Observação deve ser feita com relação à forma de onda apresentada no canal 2 da Fig.3.7-b. O primeiro pulso apresentado se deve a um erro de off-set no gerador de onda quadrada (o regulador, ao ser acionado, interpreta como se houvesse a aplicação de um degrau naquele instante)

Na Fig.3.7-a a atuação do regulador é evidenciada em t = 2s, quando o microprocessador é acionado e não quando há a a primeira transição positiva (0 ⟶ 1) na forma de onda de entrada (canal 1).

3.6 - INTRODUÇÃO DE RUÍDOS NO REGULADOR P I D

Como visto no ANEXO 3, através de simulação digital, a diminuição gradativa do parâmetro T_F pode provocar uma instabilidade no PID, por aumento excessivo de ruído, Fig.5 e Fig.6 .

Para se evidenciar mais o fato, foram colhidas da bancada de testes, as formas de ondas apresentadas na Fig.3.8 (normal) e Fig.3.9 (expandida), que comprovam as simulações digitais do ANEXO 3.



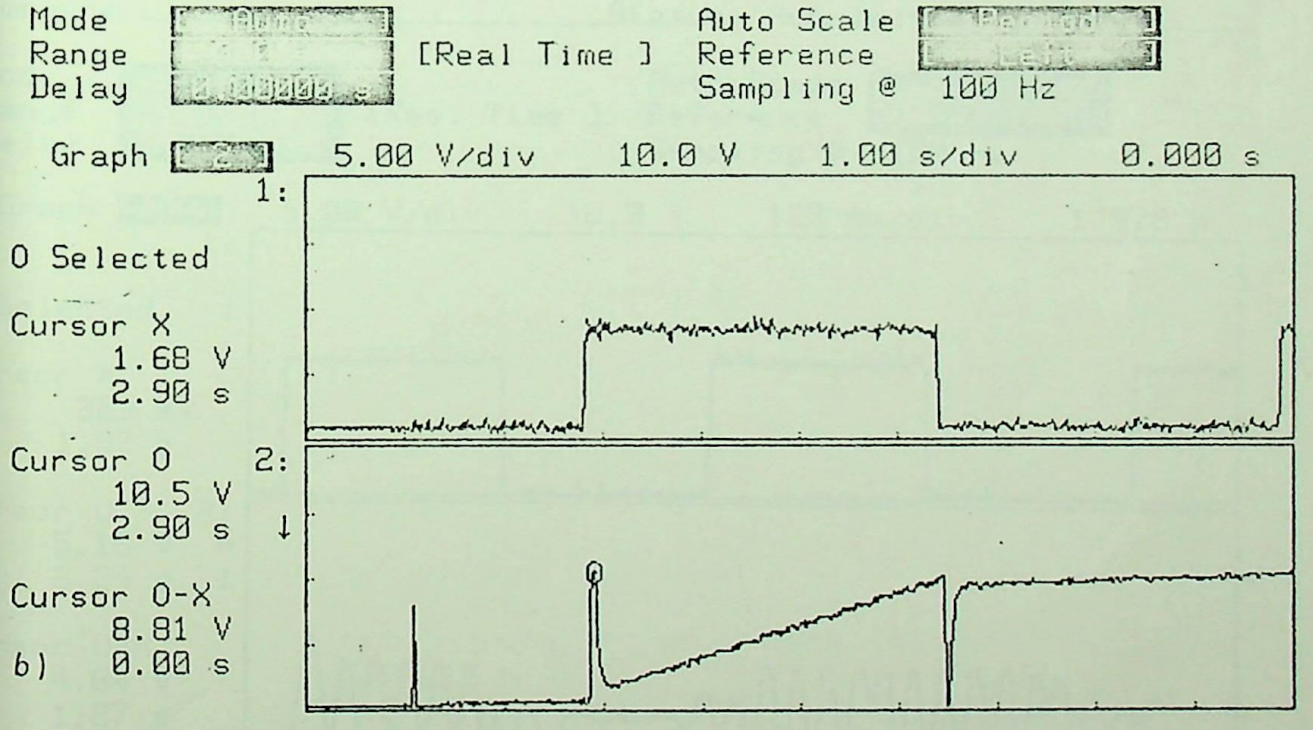


Fig.3.7 - Saída gráfica do regulador PID obtida da bancada de testes através do Hp 54201A

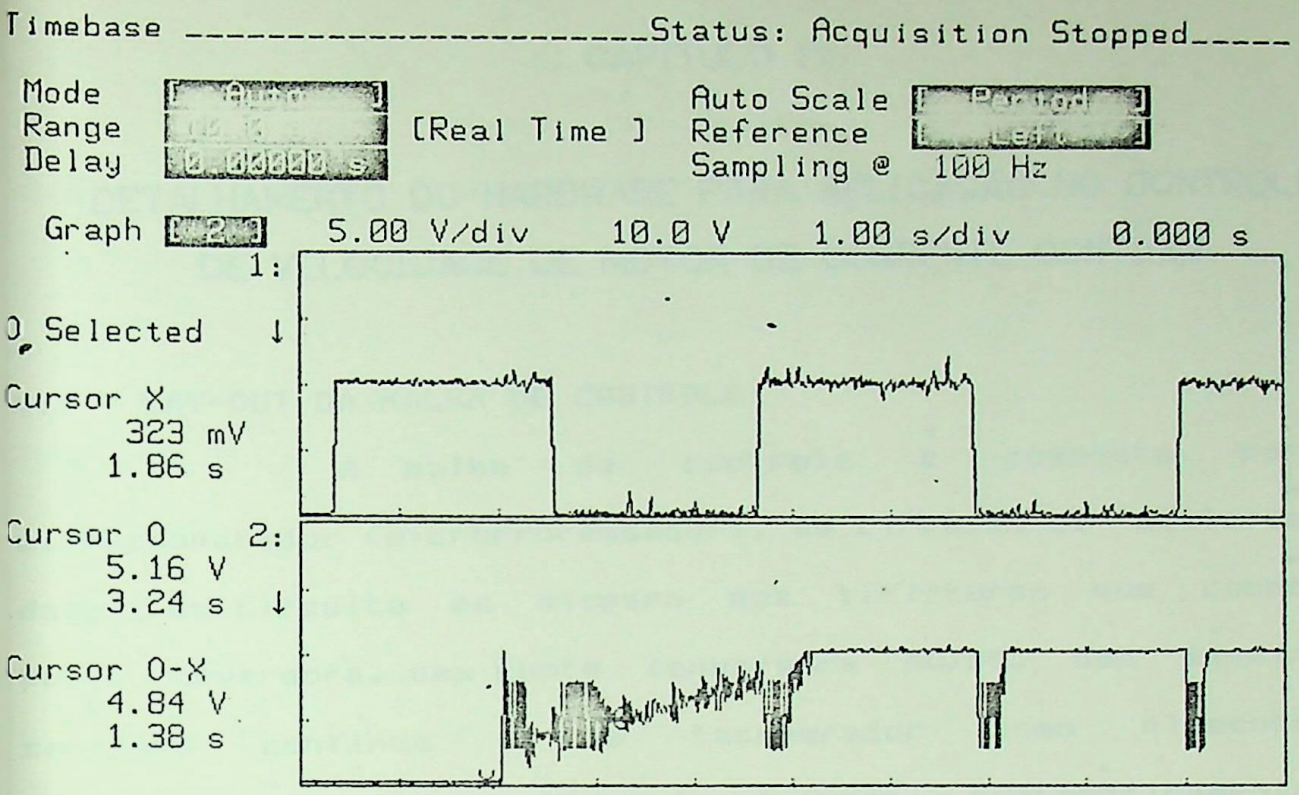


Fig.3.8 - Introdução de ruídos no PID pela diminuição de T_F (saída normal)

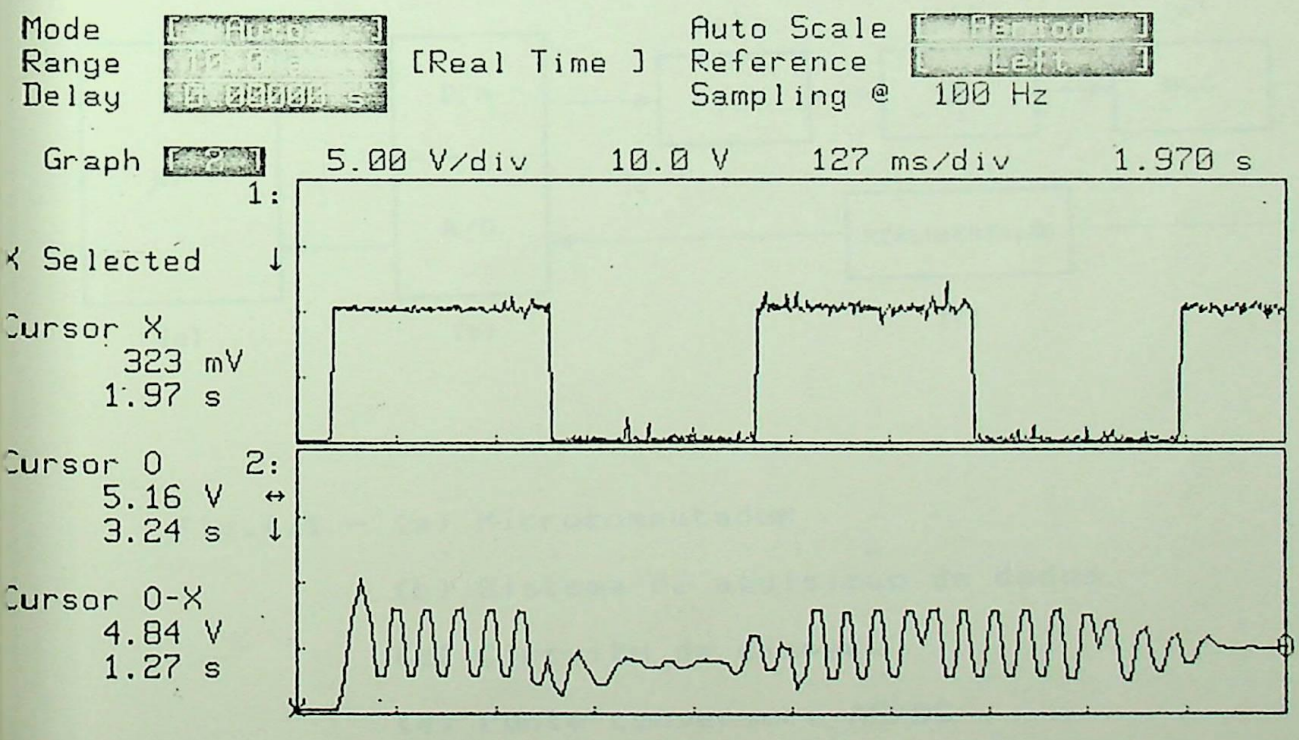


Fig.3.9 - Introdução de ruídos no PID pela diminuição de T_F (saída expandida)

CAPÍTULO IV

DETALHAMENTO DO HARDWARE PARA APLICAÇÃO NO CONTROLE DE VELOCIDADE DE MOTOR DE CORRENTE CONTÍNUA

4.1 - LAY-OUT DA MALHA DE CONTROLE

A malha de controle é composta por um microcomputador (microprocessador), um circuito de aquisição de dados, um circuito de disparo dos tiristores que compoem a ponte conversora, uma ponte conversora AC/DC, uma máquina de corrente contínua e um tacogerador como elemento de realimentação . A Fig.4.1 mostra, esquematicamente, a interligação entre os elementos da malha de controle .

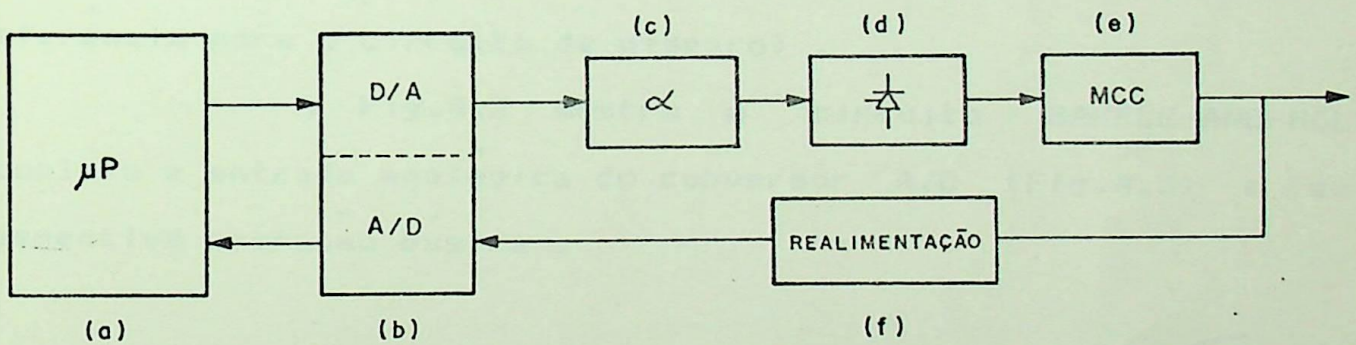


Fig.4.1 - (a) Microcomputador
(b) Sistema de aquisição de dados
(c) Circuito de disparo
(d) Ponte conversora AC/DC
(e) Máquina de corrente contínua
(f) Realimentação - tacogerador

4.2 - SISTEMA MICROPROCESSADOR

O sistema microprocessador utilizado na malha de controle, já descrito anteriormente, é o CP-500, da Prológica, configuração de 64 kbytes de memória RAM e frequência de operação do processador Z-80 igual a 2.02 Mhz. Como também já visto na Fig.1.2, o CP-500 possui seu barramento de dados, endereços e controle acessíveis, possibilitando, desta forma, seu interface com o mundo analógico [15] .

4.3 - SISTEMA DE AQUISIÇÃO DE DADOS

O sistema de aquisição de dados [5] é composto basicamente por um conversor analogo-digital (ADC0800), um conversor digital-analógico (DAC0800) e um multiplexador (74LS138) que identifica a ocorrência de uma conversão A/D (leitura de velocidade) ou uma conversão D/A (nova tensão de referência para o circuito de disparo) .

A Fig.4.2 mostra o circuito SAMPLE-AND-HOLD acoplado a entrada analógica do conversor A/D (Fig.4.3) e sua respectiva operação básica .

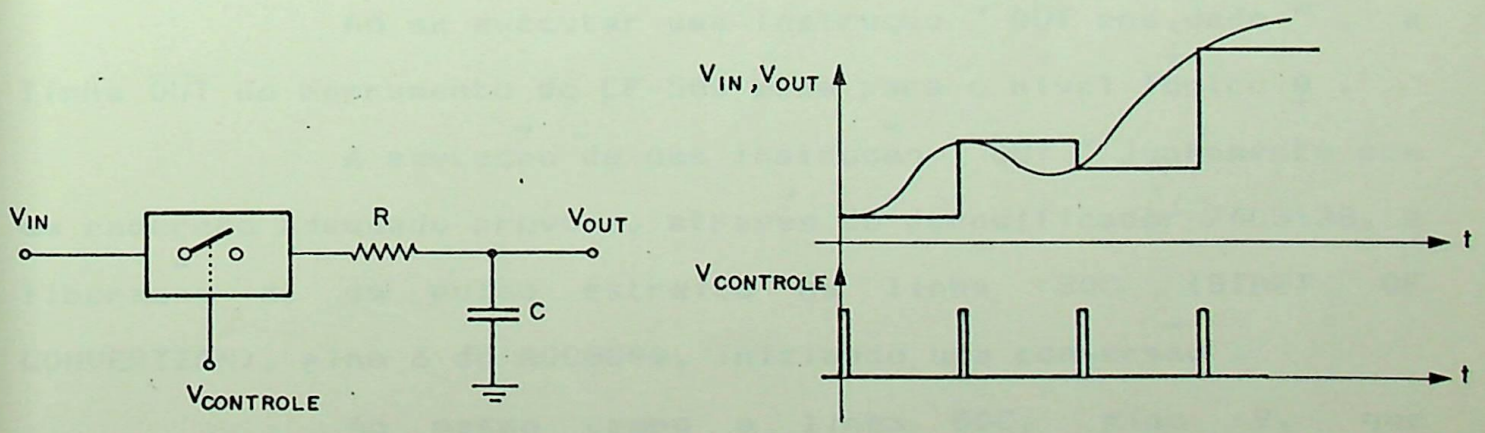


Fig.4.2 - Circuito SAMPLE-AND-HOLD

Em seguida, com base no barramento de dados [15] do CP-500 (Fig.1.2) (compatível com micros da linha TRS-80 modelo III), é mostrado o circuito completo de aquisição de dados [5], Fig.4.3 .

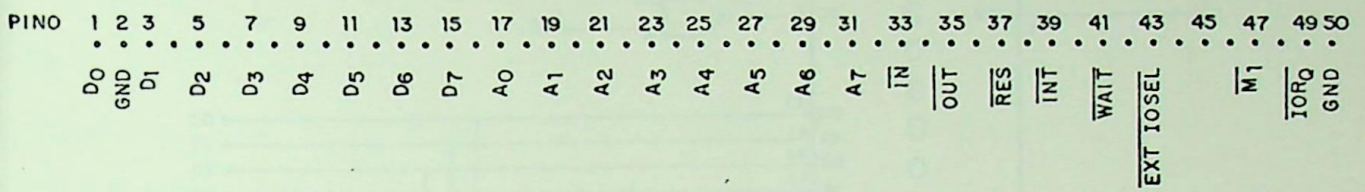


Fig.1.2 - Barramento de dados do CP-500

4.3.1 - OPERAÇÃO DO CONVERSOR A/D

Para que a aquisição de dados seja efetuada é necessário que o microcomputador execute dois passos :

PASSO 1 - Libere um pulso de início de conversão

PASSO 2 - Terminada a conversão, leia o barramento de dados do ADC0800

PASSO 1

Ao se executar uma instrução " OUT end,dado " , a linha $\overline{OUT}$ do barramento do CP-500 muda para o nível lógico 0 .

A execução de uma instrução " OUT " juntamente com um endereço adequado provoca, através do decodificador 74LS138, a liberação de um pulso estreito na linha SOC (START OF CONVERTION), pino 6 do ADC0800, iniciando uma conversão .

Ao mesmo tempo a linha EOC, pino 9, que normalmente está no nível lógico 1, muda para nível lógico 0 e permanece neste estado enquanto não se completar a conversão.

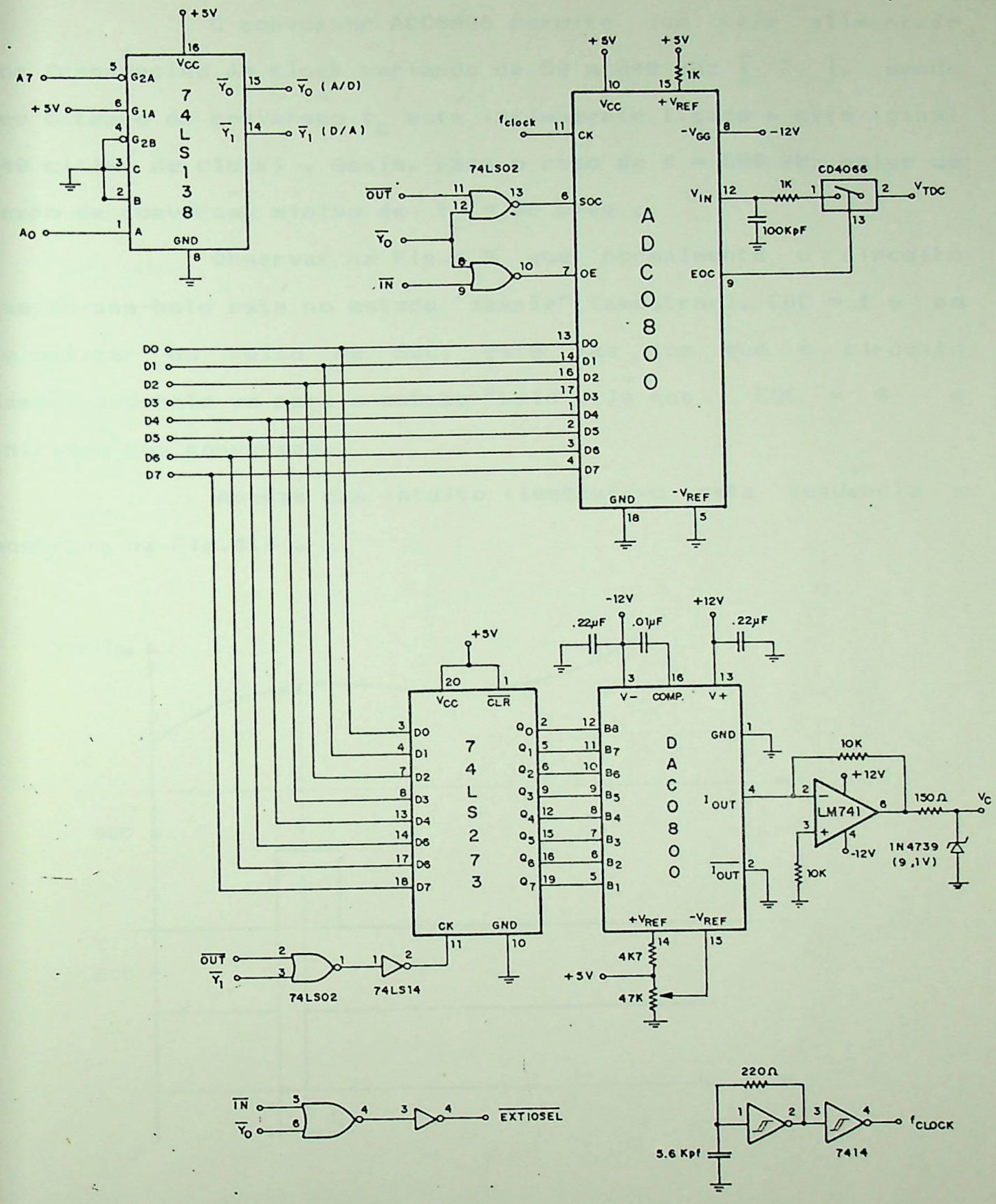


Fig.4.3 - Sistema de aquisiçao de dados

O conversor ADC0800 permite que seja alimentado por frequências de clock variando de 50 a 800 kHz [7], sendo que o tempo de conversão t_c está intimamente ligado a este sinal (40 ciclos de clock) . Assim, para o caso de f = 800 kHz exige um tempo de conversão mínimo de t_c = 50 μseg .

Observar na Fig.4.3 que normalmente o circuito sample-and-hold está no estado "sample" (amostrar), EOC = 1 e ao se aplicar um pulso de SOC, este faz com que o circuito sample-and-hold vá para o estado "hold", já que EOC = 0 e iniciada uma conversão .

Apenas com intuito ilustrativo esta seqüência é mostrada na Fig.4.4 .

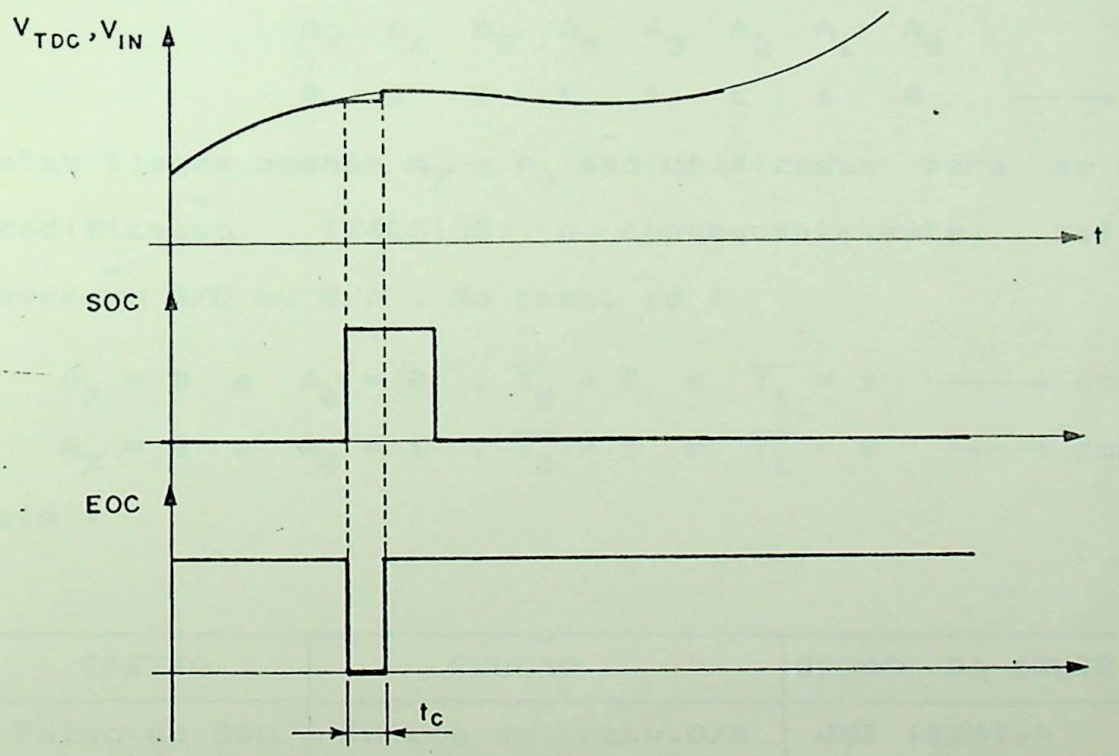


Fig.4.4 - Seqüência ilustrativa do início de uma conversão A/D

PASSO 2

Transcorrido o tempo de conversão, o dado se encontra disponível no buffer tri-state interno do ADC0800 e a aplicação de um pulso na linha OE (OUTPUT ENABLE), pino 7, faz com que o dado seja colocado no barramento de dados e acessado pelo microprocessador .

A instrução que habilita o decodificador 74LS138 e permite a leitura do buffer do ADC0800 é uma instrução que possui a forma " IN dado,end ", conduzindo o dado ao acumulador do microprocessador .

4.3.1.1 - ENDEREÇOS UTILIZADOS NA CONVERSÃO A/D

Tendo em vista o barramento de endereços :

A_7	A_6	A_5	A_4	A_3	A_2	A_1	A_0	
0	1	1	1	1	1	1	0	$\longrightarrow (126)_{10}$

destas linhas apenas A_7 e A_0 são utilizadas para se efetuar a decodificação (74LS138) e consequentememte, selecionar a conversão A/D ou D/A . No caso, se :

$A_7 = 0$ e $A_0 = 0$, $\overline{Y_0} = 0$ e $\overline{Y_1} = 1$ $\longrightarrow$ conversão A/D

$A_7 = 0$ e $A_0 = 1$, $\overline{Y_0} = 1$ e $\overline{Y_1} = 0$ $\longrightarrow$ conversão D/A

Assim :

EFEITO	FUNÇÃO	OPCODE DA INSTR.	CICLOS
Pulso de SOC	Inicio de conv.D/A	OUT (126),A	11
Pulso de OE	Leitura do conv.A/D	IN A,(126)	10

4.3.1.2 - OPERAÇÃO DE LEITURA

Quando se efetuar uma conversão A/D deve-se liberar um pulso de SOC [OUT (126),A], esperar um intervalo de tempo para se completar a conversão (t_c) e em seguida efetuar-se a leitura propriamente dita [IN A,(126)].

Existem, basicamente, três métodos para se implementar uma demora para se completar a conversão :

1) Leitura da linha EOC
2) Geração de uma interrupção
3) Subrotina de geração de atraso

Os dois primeiros métodos são mais eficientes mas possuem desvantagens (gasto de mais um conversor A/D e utilização de hardware adicional). Neste trabalho será empregado o terceiro método por questões de se utilizar apenas o software corrente, não implicando em alterações do hardware.

Geração de atraso

Com base na Fig.4.3 e em [8] tem-se que o circuito gerador do sinal de clock oscila numa frequência :

$$f = \frac{1}{1.1\ R\ C}$$

se R = 220 Ω e C = 5.6 KpF

$$f = \frac{1}{1.1 \times 220 \times 5.6 \times 10^{-9}} = \frac{1}{1.355 \times 10^{-6}} = 737\ kHz$$

sendo que a frequencia obtida experimentalmente é :

$$f = \frac{1}{1.5 \times 10^{-6}} = 666\ kHz$$

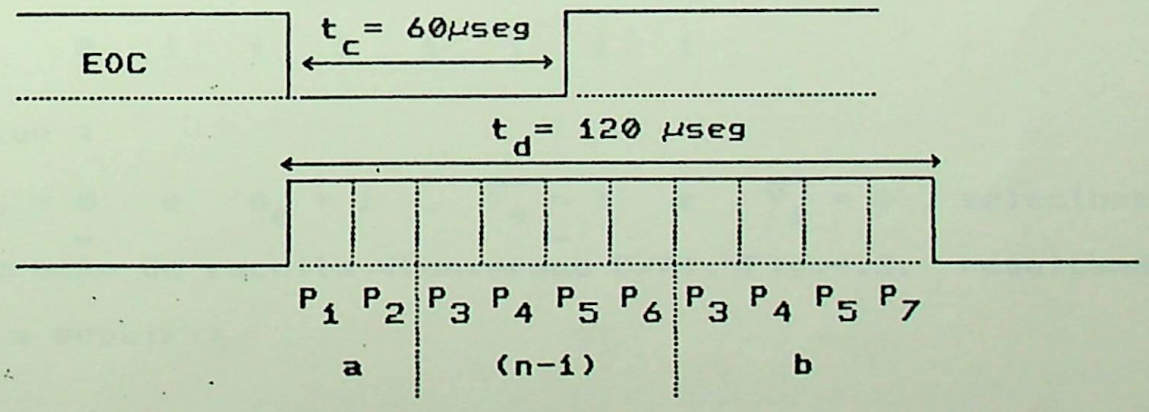
levando a um tempo de conversão t_c igual a :

$t_c = 40 \times T = 40 \times 1.5\ \mu seg = 60\ \mu seg$

Por haver discrepância entre os valores teórico e experimetal para a frequência de clock (tolerância nos valores do resistor e capacitor), é feita uma estimativa de tempo de 120 μseg para a rotina de implementação de demora t_d, que garantirá o término de uma conversão para uma posterior leitura do buffer de dados do ADC0800.

A seguir é apresentada a rotina de demora, que impõe um atraso de 120 μseg.

PASSO		INSTRUÇÃO		Nº DE CICLOS DE MÁQUINA
P_1		OUT	(126),A	11
P_2		LD	A,08H	7
P_3	DELAY	DEC	A	4
P_4		CP	00H	7
P_5		JP	Z,CONT	10
P_6		JP	DELAY	10
P_7	CONT	IN	A,(126)	10



para $f = 2.027$ MHz

$$n^{o} \text{ de ciclos} = \frac{t_d}{\frac{1}{f}} = t_d \, f = 120 \times 10^{-6} \times 2.027 \times 10^{6} =$$

n^{o} de ciclos = 243.24 ciclos

Calculo do número de loops

(a) + (b) + (n-1) [$P_3 + P_4 + P_5 + P_6$] = n^{o} de ciclos

(11+7) + (4+7+10+10) + (n-1) [4+7+10+10] = 243.24

49 + (n-1) [31] = 243.24

(n-1) 31 = 194.24

n = 7.3 ∴ n = 8 loops na rotina

4.3.2 - OPERAÇÃO DO CONVERSOR D/A

A operação de escrita no conversor D/A é muito mais simples. Apenas é necessário fazer com que o decodificador (74LS138) identifique uma operação de escrita (conversão D/A) e envie ao DAC0800 o dado a ser convertido. A instrução que executa esta tarefa é :

OUT (127),A

com o endereco $(127)_{10}$ tem-se :

A_7	A_6	A_5	A_4	A_3	A_2	A_1	A_0
0	1	1	1	1	1	1	1

sendo que :

$A_7 = 0$ e $A_0 = 1$, $\overline{Y_0} = 1$ e $\overline{Y_1} = 0$, seleciona uma uma operação de escrita (conversão D/A), Fig.4.3, resultando no quadro a seguir :

EFEITO	FUNÇAO	OPCODE DA INSTR	CICLOS
——	ESCRITA NO CONV. D/A	OUT (127),A	11

A tensao Vc (Fig. 4.3), chamada de tensao de controle, resultante da conversao D/A, ditará o ângulo de disparo da ponte conversora AC/DC.

4.4 - CIRCUITO DE DISPARO

O circuito de disparo é o circuito responsável pela fabricaçao dos pulsos que, ao serem aplicados aos gates dos tiristores integrantes da ponte conversora AC/DC, fazem com que esta varie o valor médio da tensao na sua saída, que em última análise, controla a velocidade da máquina de corrente continua.

Das filosofias atuais de confecçao de circuitos de disparo, foi escolhida a co-senoidal, por apresentar linearidade entre a tensao de controle Vc e a respectiva tensao na saída da ponte, Ua.

A filosofia co-senoidal consiste em obter-se uma forma de onda co-senoidal (daí o seu nome) a partir de uma forma de onda senoidal referência, vα.

Existem variaçoes na própria filosofia dependendo da tensao de controle, Vc, assumir valores positivos e/ou negativos. No caso presente será dada ênfase à filosofia adotando apenas Vc > 0.

Após a obtençao da tensao co-senoidal, esta é somada a uma componente continua igual ao seu valor de pico e, através de um circuito comparador, comparada com a tensao de

controle Vc. A saída do comparador é que acionará o gate dos tiristores através de um circuito driver. A Fig. 4.5 mostra, esquematicamente, a filosofia co-senoidal.

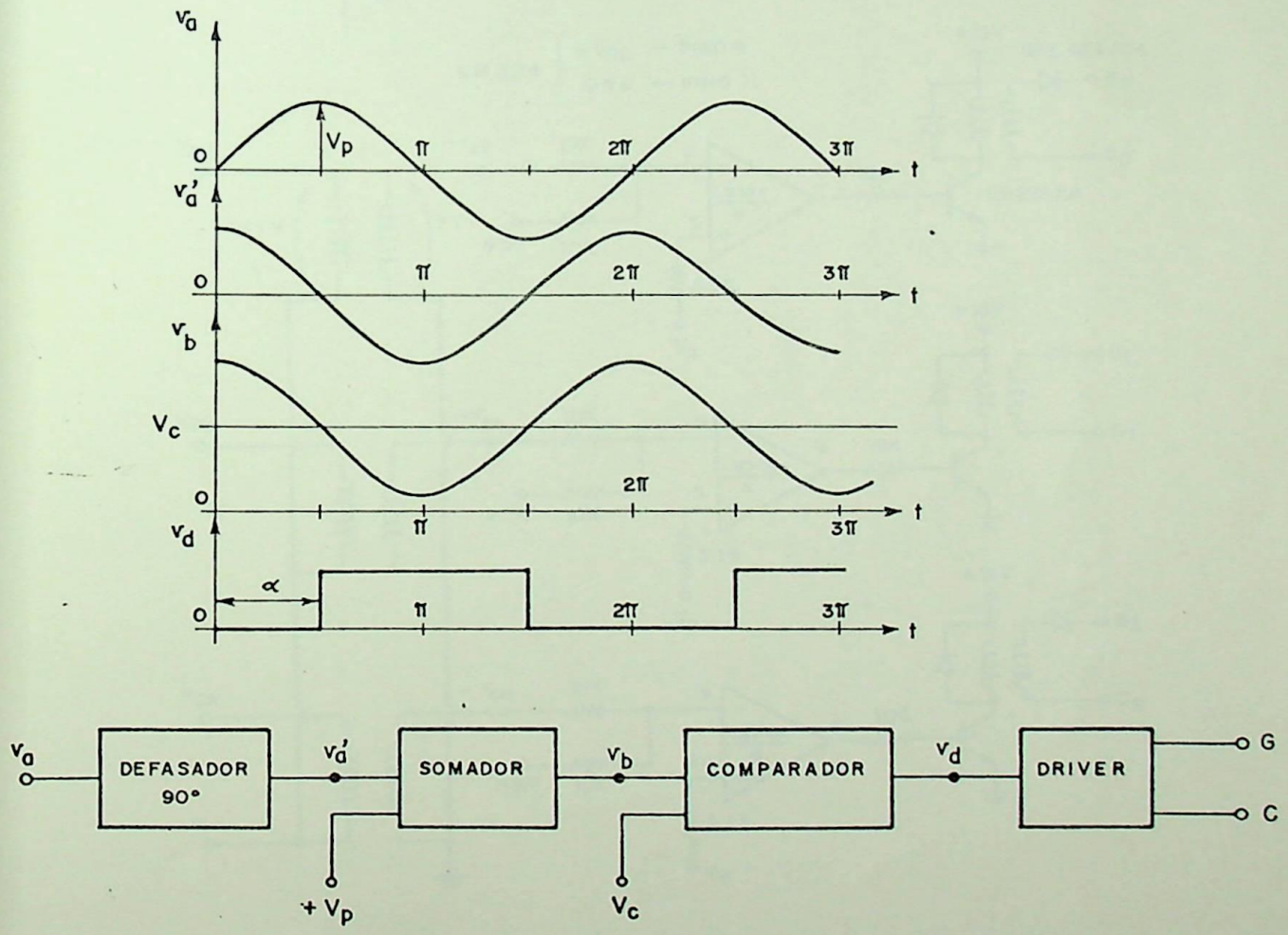


Fig. 4.5 – Filosofia de disparo tipo co-senoidal

No presente trabalho é apresentado um circuito co-senoidal trifásico simplificado, para ser utilizado com uma ponte conversora semi-controlada.

Tendo em vista um sistema trifásico senoidal, sequência de fases positiva ABC:

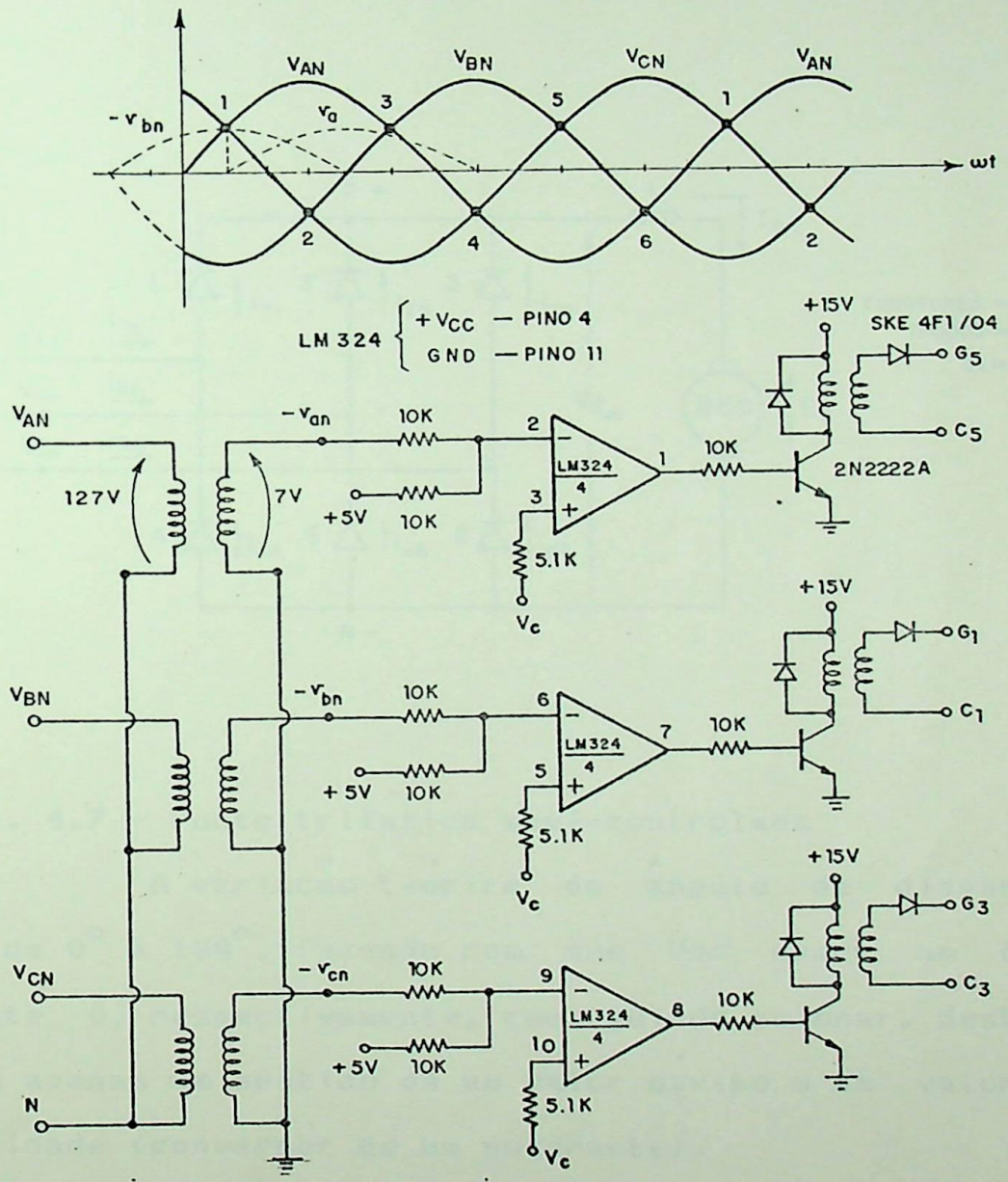


Fig. 4.6 – Circuito trifásico co-senoidal

Da Fig. 4.6 percebe-se que v_a e $-v_{bn}$ estão defasadas de 90°, constituindo a base da filosofia co-senoidal.

4.5 - PONTE CONVERSORA AC/DC

A ponte conversora utilizada possui três tiristores na parte superior e três diodos na parte inferior, chamada configuração semi-controlada. A Fig. 4.7 apresenta tal conexão.

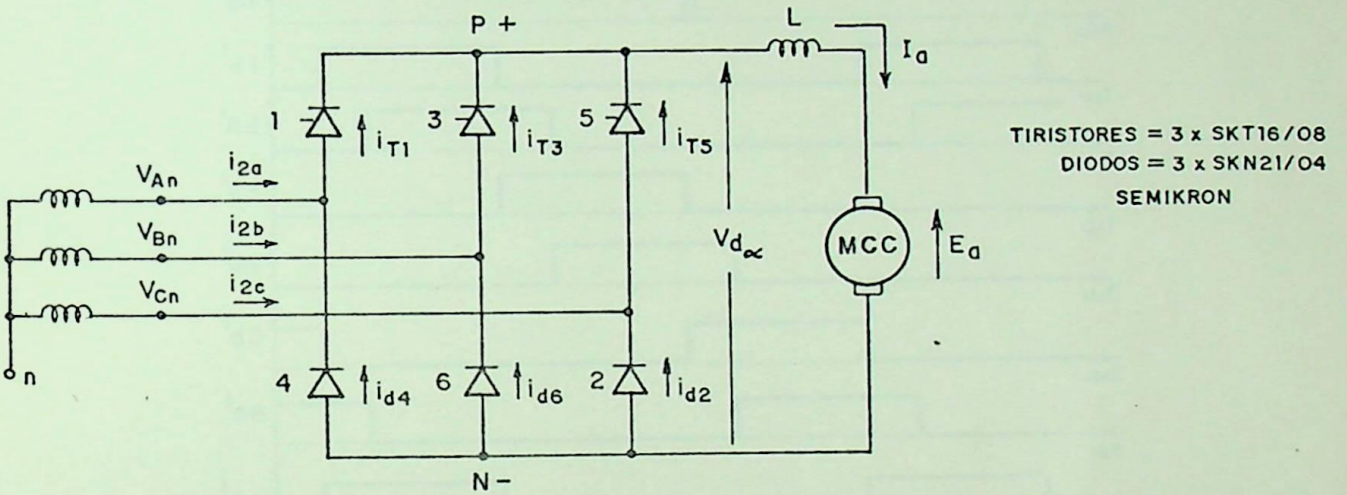


Fig. 4.7 - Ponte trifásica semi-controlada

A variação teórica do ângulo de disparo α se estende de 0° a 180°, fazendo com que $Vd\alpha$ opere na faixa de $Vd_{\alpha max}$ até 0, respectivamente, conseguindo acionar, desta forma, a MCC em apenas um sentido de um valor máximo a um valor mínimo de velocidade (conversor de um quadrante).

A Fig. 4.8 mostra as tensões do polo P_+ e do polo N_- em relação ao neutro do transformador bem como todas as correntes.

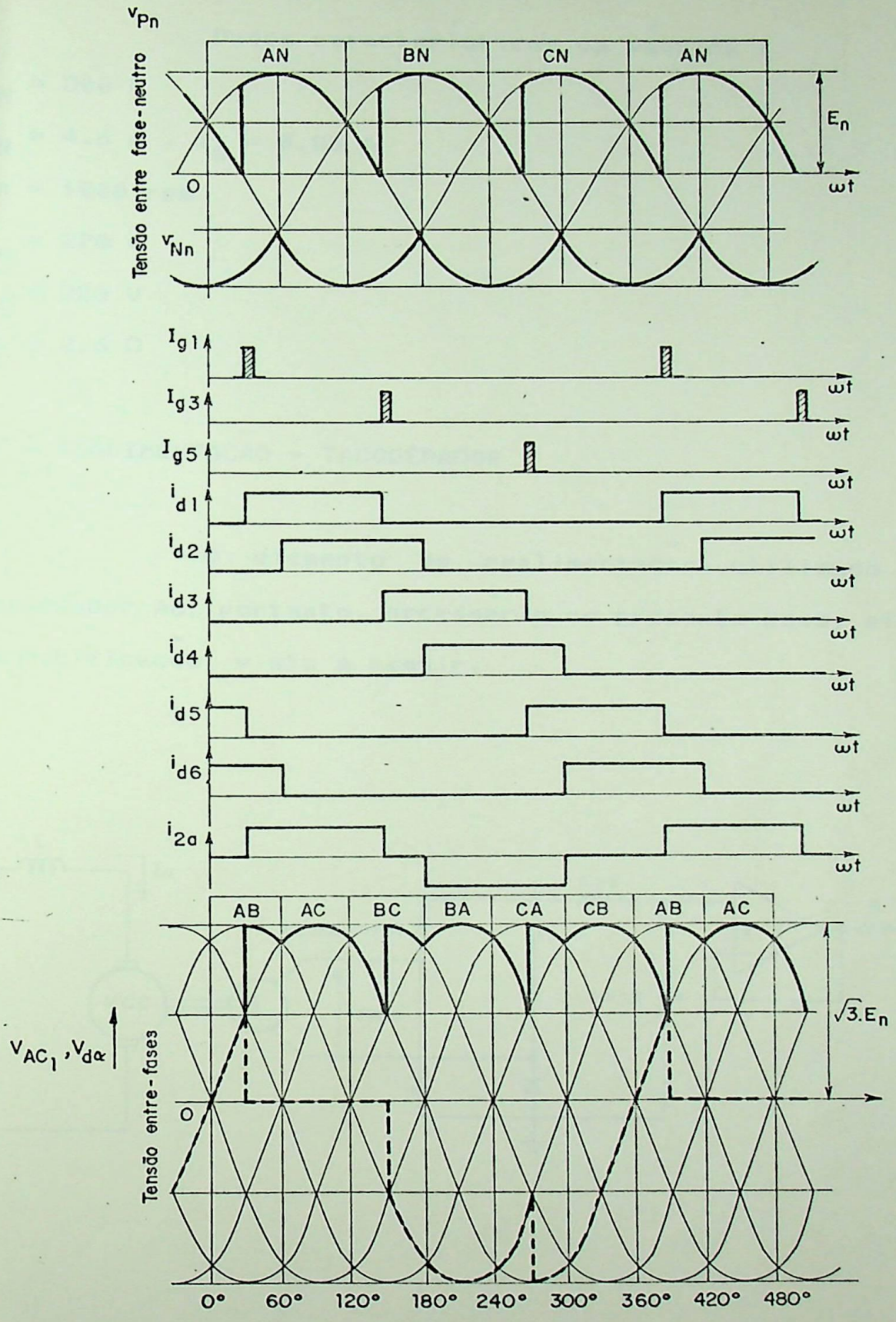


Fig.4.8 - Formas de onda da ponte semi-controlada

4.6 - MÁQUINA DE CORRENTE CONTÍNUA

Dados característicos da máquina :

P_N = 800 W

I_N = 4.6 A , $I_\emptyset$ = 0.85 A

, n = 1800 rpm

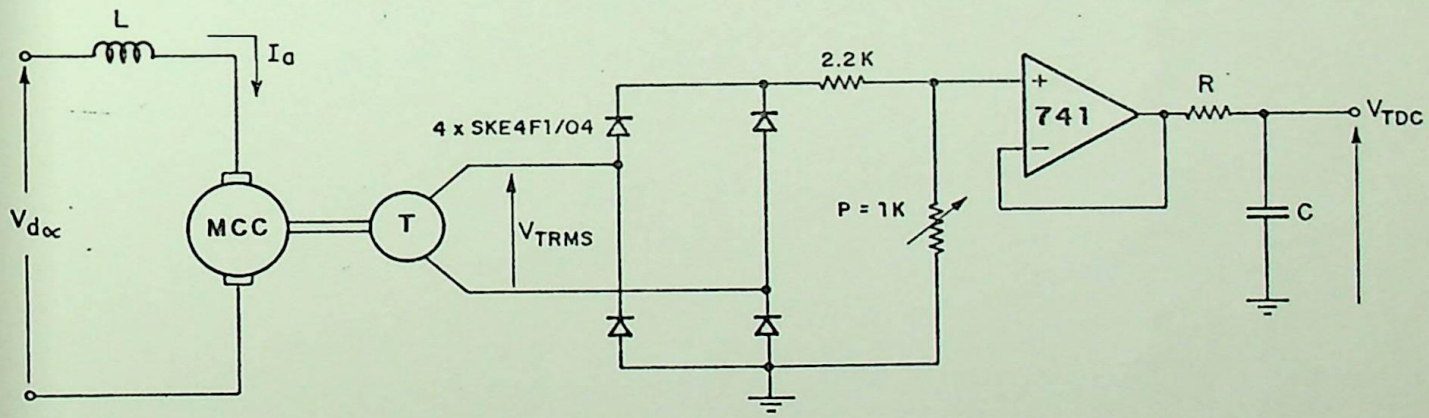
U_{ex} = 220 v

U_{an} = 220 V

Ra = 2.6 Ω

4.7 - REALIMENTAÇÃO - TACOGERADOR

O elemento de realimentação utilizado é um tacogerador AC, portanto, necessário no presente caso, efetuar-se uma retificação, vista a seguir.



4.7.1 - LEVANTAMENTO EXPERIMENTAL DA CONSTANTE DE TEMPO RC

Dados levantados :

n (rpm)	V_{TRMS} (V)	f (Hz)	V_{TPICO} (V)	V_{TDC} (V)
2435 192	47.1 3.3	125 22	66.6 4.7	5.00 0.34

- para n = 192 rpm , R = 68 KΩ e C = 1 μF

  obteve-se uma ondulação de 5%

- para n = 2435 rpm , ajusta-se P de tal modo que V_{TDC} = 5V

CAPÍTULO V

FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DO SISTEMA

5.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo serão analisadas as funções de transferência de cada bloco constituinte do sistema, mostrados na Fig.5.1.

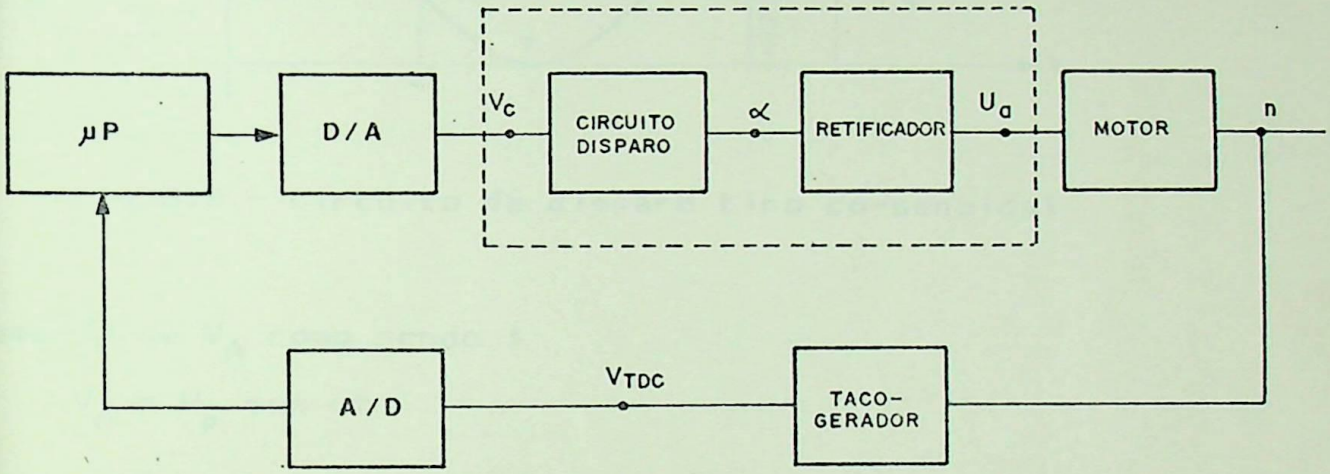


Fig.5.1 - Malha de controle

Assim, cada bloco será estudado distintamente e encontrada sua função de transferência.

5.2 - FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA DO CIRCUITO DE DISPARO

A análise da função de transferência do circuito de disparo é obtida diretamente da análise gráfica da filosofia co-senoidal. Assim, de acordo com a Fig.5.2, tem-se :

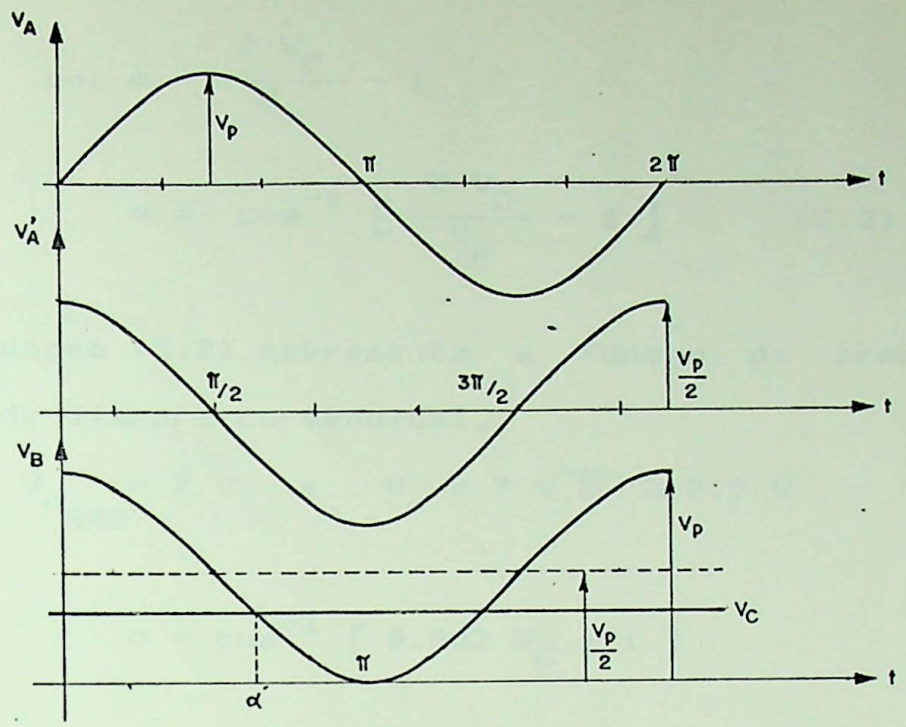


Fig.5.2 - Circuito de disparo tipo co-senoidal

Tomando-se V_A como sendo :

$$V_A = V_p \text{ sen } \omega t$$

em relaçao a esta, V'_A é um co-seno com amplitude dividida por dois :

$$V'_A = \frac{V_p}{2} \cos \omega t$$

e finalmente obtém-se V_B com a soma de uma componente contínua igual a $\frac{V_p}{2}$:

$$V_B = V'_A + \frac{V_p}{2} = \frac{V_p}{2} \cos \omega t + \frac{V_p}{2} = \frac{V_p}{2} (1 + \cos \omega t) \qquad (5.1)$$

observando-se V_B tem-se que :

para $\omega t = \alpha$, $V_B = V_C$

assim, substituindo-se estes valores em (5.1), vem :

$$V_C = \frac{V_p}{2} (1 + \cos \alpha)$$

$$(1 + \cos \alpha) = \frac{2 V_C}{V_p}$$

$$\cos \alpha = \frac{2\ V_C}{V_P} - 1$$

$$\alpha = \cos^{-1} \left[\frac{2\ V_C}{V_P} - 1 \right] \qquad (5.2)$$

A equação (5.2) representa a função de transferência do circuito de disparo co-senoidal.

se $V_{A_{RMS}} = 7\ V$ e $V_P = 7\sqrt{2} \cong 9.9\ V$

então :

$$\alpha = \cos^{-1} \left[0.202\ V_C - 1 \right]$$

Observando-se a Fig.4.3 nota-se a limitação de V_C em 9.1 V (Zener 1N4739), assim :

$$\alpha_{min} = \cos^{-1} \left[0.202 \times 9.1 - 1 \right] =$$

$$\alpha_{min} = 33^{o}$$

5.3 - FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA DA PONTE CONVERSORA AC/DC

A forma de onda da saída da ponte para um determinado ângulo α é vista a seguir :

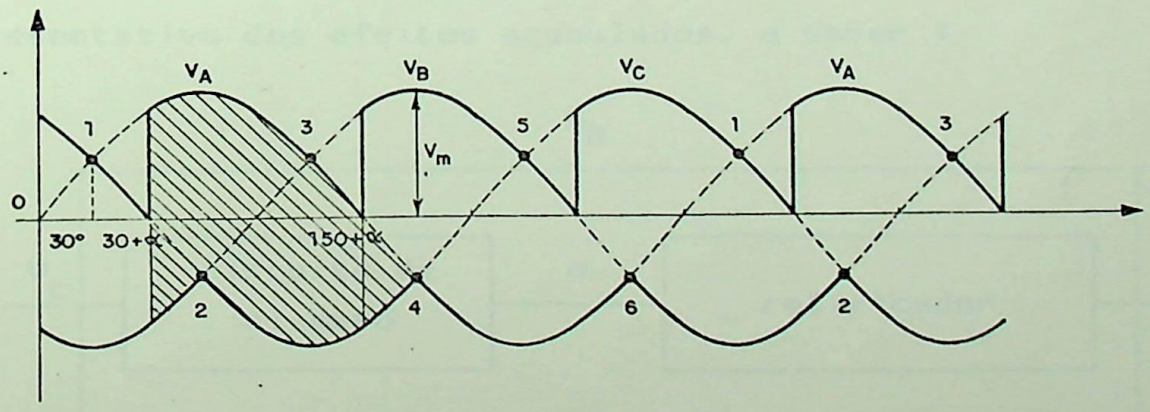


Fig.5.3 - Formas de onda na saída da ponte conversora

$$V_A = V_m \text{ sen } \omega t$$

$$V_B = V_m \text{ sen } (\omega t - 120)$$

$$V_C = V_m \text{ sen } (\omega t - 240)$$

$$U_a = \frac{3}{2\Pi} \left[\int_{30+\alpha}^{90} V_m \left[\text{sen } \omega t - \text{sen } (\omega t - 120) \right] d\omega t + \right.$$

$$\left. \int_{90}^{150+\alpha} V_m \left[\text{sen } \omega t - \text{sen } (\omega t - 240) \right] d\omega t \right]$$

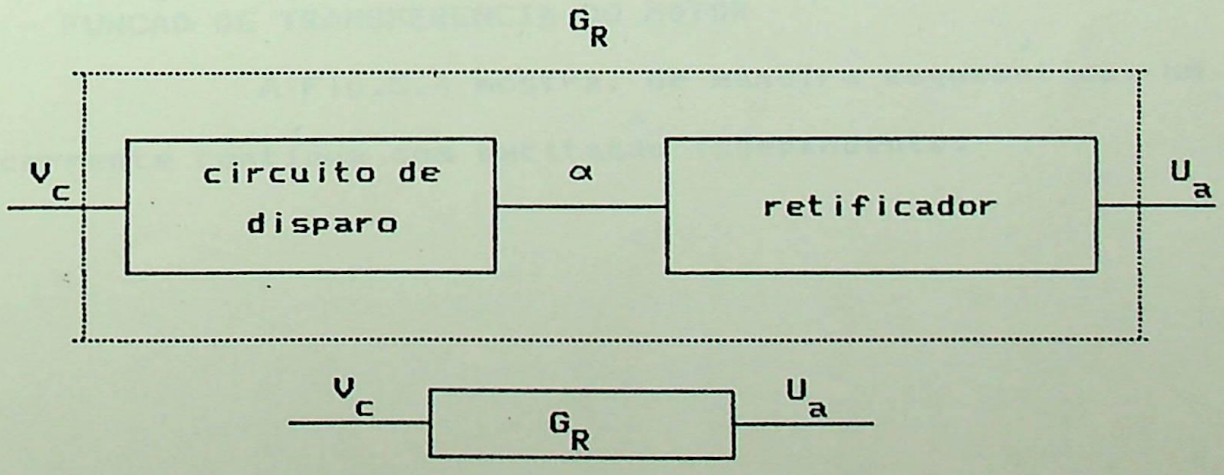
$$U_a = \frac{3\sqrt{3}}{2\Pi} V_m \left(1 + \cos \alpha \right)$$

se, $V_m = \sqrt{2}\, E_{2FN}$; $U_a = \frac{3\sqrt{6}}{2\Pi} E_{2FN} \left(1 + \cos \alpha \right)$ (5.3)

$$U_a \cong 1.17\, E_{2FN} \left(1 + \cos \alpha \right)$$

onde a equação (5.3) representa a função de transferência da ponte conversora.

Como esquematizado na Fig.5.1, por razões de simplificação da malha de controle, pode-se agrupar os circuitos de disparo e ponte conversora resultando apenas um bloco representativo dos efeitos acumulados, a saber :



Assim, substituindo-se (5.2) em (5.3), tem-se :

$$U_a = \frac{3\sqrt{6}}{2\Pi} E_{2FN} \left\{ 1 + \cos \underbrace{\left[\cos^{-1} \left(\frac{2V_c}{V_p} - 1 \right) \right]}_{\alpha} \right\}$$

$$U_a = \frac{3\sqrt{6}}{2\Pi} E_{2FN} \left[1 + \left(\frac{2\,V_c}{V_p} - 1 \right) \right]$$

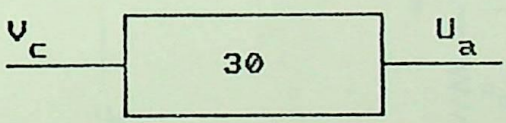
$$U_a = \frac{3\sqrt{6}}{\Pi} \frac{E_{2FN}}{V_p} V_c$$

como $V_{an} = 7\ V$, $V_p = 7\sqrt{2}$ e $E_{2FN} = 127\ V$;

$$U_a = \frac{3\sqrt{6}}{\Pi} \frac{127}{7\sqrt{2}} V_c$$

$$U_a \simeq 30\ V_c \qquad (5.4)$$

assim, tem-se que U_a é diretamente proporcional à tensão de controle V_c . Em blocos :



5.4 - FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA DO MOTOR

A Fig.5.4 mostra, de maneira esquemática, um motor de corrente contínua com excitação independente.

nomenclatura utilizada :

L_a ⟶ Indutância da armadura

R_a ⟶ Resistência da armadura

E_a ⟶ Força contra eletromotriz

U_a ⟶ Tensão aplicada ao circuito de armadura

I_a ⟶ Corrente de armadura

v_{ex} ⟶ Tensão de excitação

i_{ex} ⟶ Corrente de excitação

J ⟶ Momento de inércia do motor

B ⟶ Coeficiente de atrito do motor

B′ ⟶ Constante de torque da carga

T ⟶ Conjugado de carga

T_a ⟶ Conjugado de atrito

T_e ⟶ Conjugado elétrico do motor

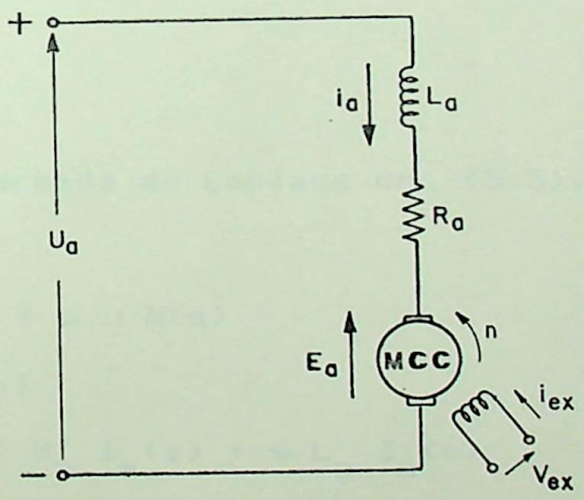


Fig.5.4 - Representação esquemática de um motor de corrente contínua, excitação independente

Definições [18] :

a) o conjugado de atrito é suposto proporcional à velocidade, desta forma :

$$T_a = B\, n$$

b) o conjugado de carga é também suposto proporcional à velocidade :

$$T = B'\, n$$

c) conjugado motor

$$T_e = B'\, n + B\, n + J \frac{dn}{dt} = (B + B')\, n + J \frac{dn}{dt} =$$

$$= \mathbb{B}\, n + J \frac{dn}{dt} \qquad (5.5)$$

$$T_e = K_m\, i_a \qquad (5.6)$$

onde K_m é a constante de torque do motor

Do circuito da armadura tem-se :

$$U_a = E_a + R_a\, i_a + L_a \frac{d\, i_a}{dt} \qquad (5.7)$$

e

$$E_a = K_m\, n \qquad (5.8)$$

Tomando-se a Transformada de Laplace de (5.5), (5.6), (5.7) e (5.8) :

$$T_e(s) = \mathbb{B}\, N(s) + s\, J\, N(s) \qquad (5.9)$$

$$T_e(s) = K_m\, I_a(s) \qquad (5.10)$$

$$U_a(s) = E_a(s) + R_a\, I_a(s) + s\, L_a\, I_a(s) \qquad (5.11)$$

$$E_a(s) = K_m\, N(s) \qquad (5.12)$$

de (5.11) tem-se :

$$I_a(s) = \frac{U_a(s) - E_a(s)}{R_a + s\, L_a}$$

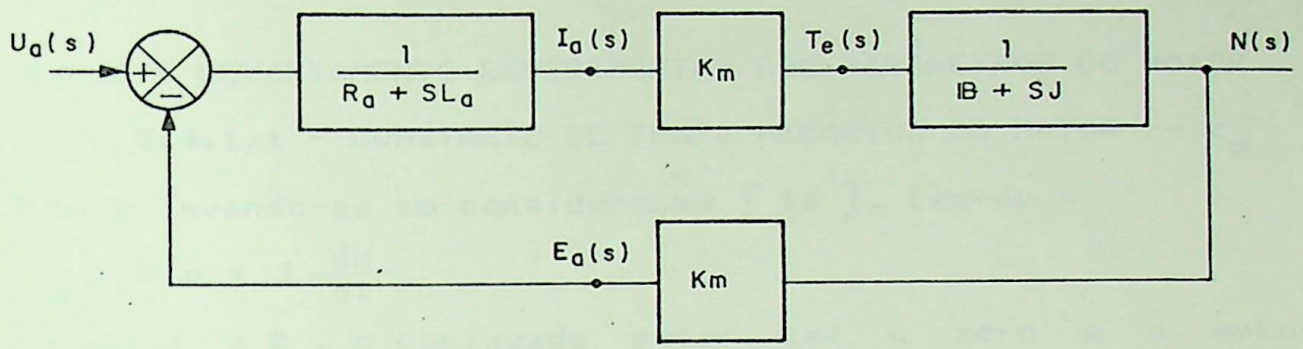
$$T_e(s) = K_m\, I_a(s)$$

de (5.9) tem-se :

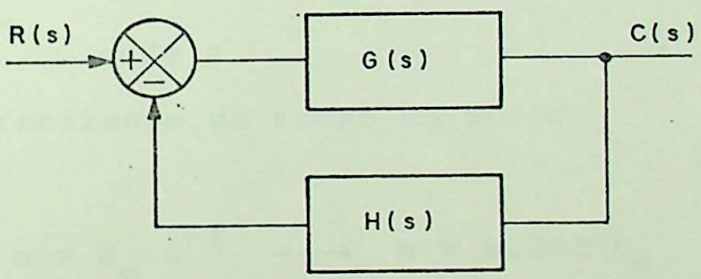
$$N(s) = \frac{T_e(s)}{\mathbb{B} + s\,J}$$

$$E_a(s) = K_m\,N(s)$$

com estas quatro últimas equações representa-se o motor através de sua transformada de Laplace e em diagrama de blocos, tem-se :



Tendo em vista que a função de transferência de um sistema realimentado é dada por [3] :

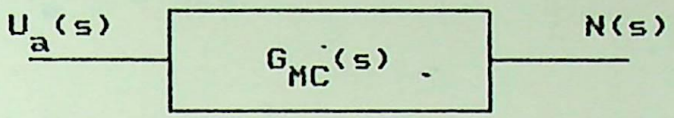


$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)\,H(s)}$$

tem-se que :

$$\frac{N(s)}{U_a(s)} = \frac{K_m}{J\,L_a\,s^2 + \left(J\,R_a + \mathbb{B}\,L_a\right)s + \left(\mathbb{B}\,R_a + K_m^{\,2}\right)} \qquad (5.13)$$

desta forma (5.13) é a função de transferência do motor de corrente contínua. Esquematicamente :



5.4.1 - LEVANTAMENTO EXPERIMENTAL DOS PARÂMETROS DO MOTOR

5.4.1.1 - CONSTANTE DE TEMPO MECÂNICA DO MOTOR - τ_m

De (5.5) e levando-se em consideração [18], tem-se :

$$T_e = \mathbb{B}\, n + J \frac{dn}{dt}$$

fazendo-se $U_a = 0$, o conjugado motor cai a zero e o motor desacelera de sua velocidade inicial n_o até 0.

Assim, tem-se :

$$J \frac{dn}{dt} + \mathbb{B}\, n = 0$$

cuja solução é :

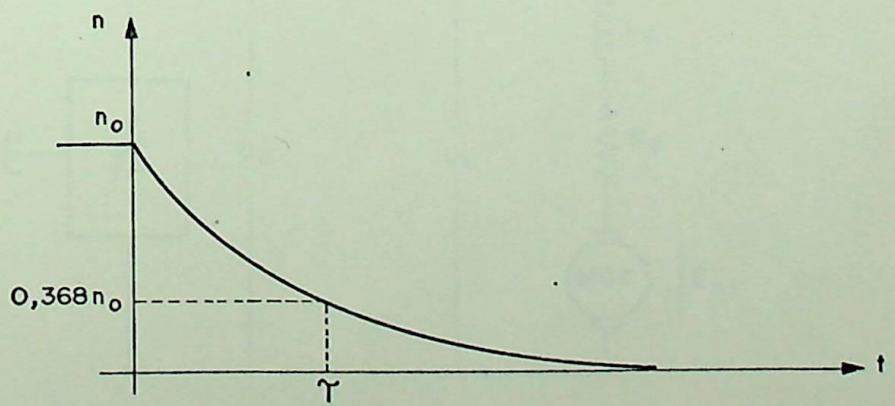
$$n = n_o\, e^{-\frac{t}{\tau_m}} \text{ , onde :}$$

$\tau_m = \frac{J}{\mathbb{B}}$ é a constante de tempo do motor

fazendo-se :

$$t = \tau_m \longrightarrow n = n_o\, e^{-1} \longrightarrow n = 0.368\, n_o$$

que graficamente conduz a :



Através de um osciloscópio de memória da Hewlett Packard tipo Hp 1741 A , levantou-se esta constante de tempo

$$\tau_m = 5 \text{ seg}$$

5.4.1.2 - RESISTÊNCIA DE ARMADURA R_a, INDUTÂNCIA DE ARMADURA L_a E INDUTÂNCIA DE CHOQUE L

Utilizando-se do circuito da Fig.5.5 levantou-se os dados constantes da tabela 5.1.

A força contra-eletromotriz, E_a , foi determinada para cada linha da tabela, com base na equação (5.7)

Determinação de R_a

A determinação da resistência da armadura se fez de maneira aproximada e estática, com auxílio de um ohmímetro. Com a utilização de um processo dinâmico obter-se-ia resultados mais precisos.

$R_a = 2.6\ \Omega$ e

$r = 1.6\ \Omega$ (resistência ôhmica intrínseca da indutância de choque)

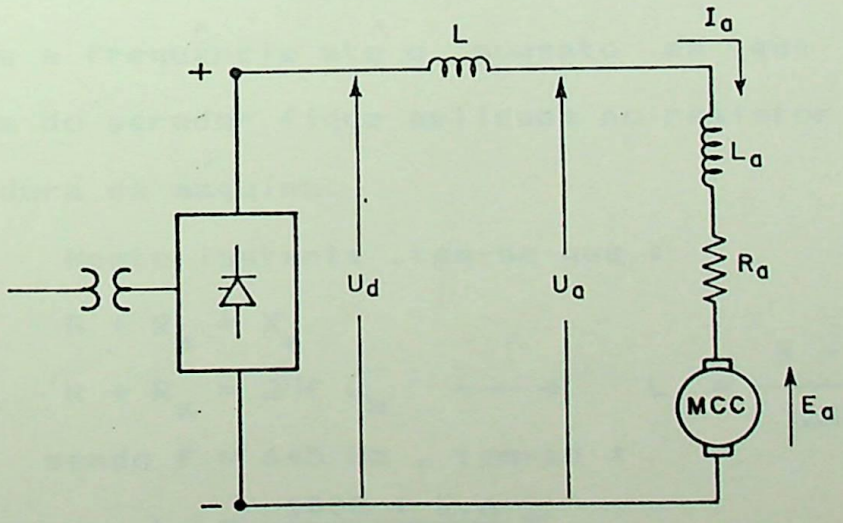


Fig.5.5 - Circuito completo de armadura

V_c v	U_d v	U_a v	E_a v	I_a A	n Rpm	n Rad/s	V_{TRMS} v	V_{TDC} v	K_m V/rad/s
8.82	261	259.50	257.05	0.94	2623	274.68	50.4	5.37	0.9358
8.29	243	241.51	239.09	0.93	2435	255.00	47.1	5.00	0.9376
8.00	235	233.53	231.14	0.92	2362	247.35	45.5	4.84	0.9345
7.00	207	205.58	203.26	0.89	2074	217.19	40.1	4.28	0.9359
6.00	180	178.64	176.43	0.85	1800	188.50	34.8	3.71	0.9360
5.00	153	151.69	149.56	0.82	1531	160.33	29.5	3.15	0.9328
4.00	123	121.80	119.85	0.75	1208	126.50	23.6	2.51	0.9474
3.00	85	83.90	82.10	0.69	836	87.55	16.2	1.72	0.9377
2.00	48	47.04	45.48	0.60	474	49.64	9.0	0.93	0.9162
1.00	20	19.25	18.03	0.47	192	20.11	3.3	0.34	0.8966
—	—	—	—	—	—	—	—	—	0.9310

Tabela 5.1 - Levantamento dos dados do motor de corrente contínua - operação a vazio

Determinação de L_a

Através do método de variação de frequência , com auxílio de um gerador de áudio e considerando-se a figura abaixo, varia-se a frequência até o momento em que metade da tensão de saída do gerador fique aplicada no resistor de 1 KΩ e metade na armadura da máquina.

Neste instante ,tem-se que :

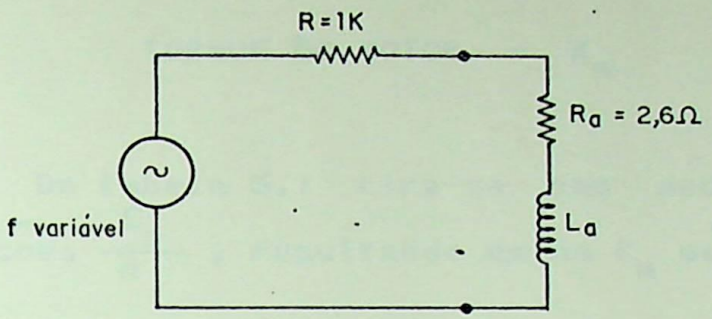
$$R + R_a = X_a$$

$$R + R_a = 2\Pi f L_a \longrightarrow L_a = \frac{R + R_a}{2\Pi f}$$

sendo f = 645 Hz , tem-se :

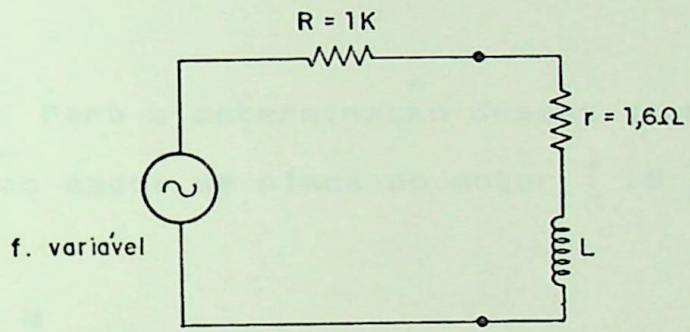
$$L_a = \frac{1000 + 2.6}{2\Pi \times 645} =$$

$$L_a = 247 \text{ mH}$$



Determinação de L

Com a utilização do mesmo método, tem-se :



$$R + r = X_L$$

$$R + r = 2\Pi f L$$

$$L = \frac{R + r}{2\Pi f}$$

para f = 6875 Hz

$$L = \frac{1000 + 1.6}{2\Pi \times 6875}$$

$$L = 23 \text{ mH}$$

Portanto, a indutância total, vista pelo circuito retificador será :

$$L = L_a + L = 247 + 23$$

$$L = 270 \text{ mH}$$

5.4.1.3 - DETERMINAÇÃO DA CONSTANTE DE TORQUE DO MOTOR - K_m

Da tabela 5.1 tira-se uma média aritmética de todas as relações $\frac{E_a}{n}$, resultando em um K_m médio igual a :

$$K_m = 0.931 \ [\ V/rad/s\ ]$$

5.4.1.4 - DETERMINAÇÃO DO MOMENTO DE INÉRCIA TOTAL J E DO COEFICIENTE DE ATRITO DO MOTOR B

Para a determinação dessas grandezas foram levados em consideração dados de placa do motor [18] :

$P_N = 800$ W

$I_N = 4.6$ A

$I_o = 0.85$ A (corrente à vazio)

$n = 1800$ rpm (188.4955 rad/s)

Tem-se que :

$$P_N = T_N\, n \longrightarrow T_N = \frac{P_N}{n}$$

substituindo-se os dados do motor :

$$T_N = \frac{800}{188.4955} = 4.2441 \ [\ N.m\ ]$$

Tem-se ainda que :

$T_N = K_m\, I_N$ e

$T_o = K_m\, I_o$ (conjugado à vazio)

assim :

$$\frac{T_N}{T_o} = \frac{I_N}{I_o} \quad e$$

$$T_o = T_N \frac{I_o}{I_N}$$

portanto :

$$T_o = 4.2441 \times \frac{0.85}{4.6}$$

$$T_o = 0.7842 \ [\ N.m\ ]$$

lembrando que :

$$T = B\ n \qquad \therefore \quad T_o = B\ n_o$$

$$B = \frac{T_o}{n_o} = \frac{0.7842}{188.4955}$$

$$B = 4.1605 \times 10^{-3} \ [\ N.m\ /\ rad/s\ ]$$

sabendo que :

$$\tau_m = \frac{J}{B} \qquad e \qquad \tau_m = 5\ seg$$

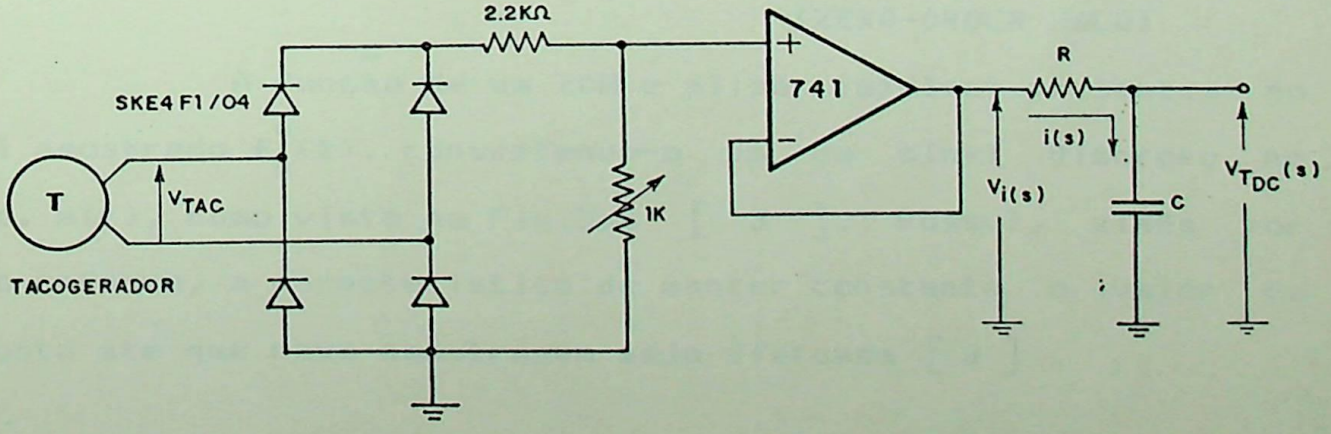
tem-se que :

$$J = B\ \tau_m = 4.1605 \times 10^{-3} \times 5$$

$$J = 20.8027 \times 10^{-3} \ [\ Kg.m^2\ ]$$

5.5 - FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA DA REALIMENTAÇÃO

Por questões de disponibilidade, a realimentação é constituída por um tacogerador AC , sendo necessária uma retificação e consequente filtragem de harmônicas. A seguir é apresentado o circuito retificador utilizado.



$$\frac{V_{TDC}(s)}{V_i(s)} = ?$$

$$i(s) = \frac{V_i(s)}{R + \frac{1}{sC}} \qquad (1)$$

$$V_{TDC}(s) = \frac{1}{sC} \times \frac{V_i(s)}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{V_i(s)}{1 + R\,C\,s}$$

$$\frac{V_{TDC}(s)}{V_{i(s)}} = \frac{1}{1 + R\,C\,s} = \frac{\frac{1}{R\,C}}{s + \frac{1}{R\,C}}$$

do item 4.7 tem-se que :

$R = 68\ K\Omega$ e $C = 1\mu F$

levando a função de transferência a :

$$\frac{V_{TDC}(s)}{V_i(s)} = \frac{14.7}{s + 14.7}$$

5.6 - ESPECIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS DO P I D EM FUNÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS DA MALHA DE CONTROLE

5.6.1 - EMPREGO DE ESTRUTURA SEGURADOR DE ORDEM ZERO (ZERO-ORDER HOLD)

A função de um ZOH é alisar impulsos presentes no sinal amostrado $f_p^*(t)$, convertendo-o em um sinal discreto no tempo, m(t), como visto na Fig.5.6 [3]. Possui, ainda por outro enfoque, a característica de manter constante o valor da resposta até que nova amostragem seja efetuada [3] .

Sua função de transferência é dada por :

$$G_{ZOH}(s) = \frac{1 - e^{-Ts}}{s}$$

É utilizado em sistemas de controle digital e devido ao seu efeito passa-baixas, atuando juntamente com os elementos da malha de controle, possui uma característica atenuante dos espectros complementares gerados pelo processo de amostragem .

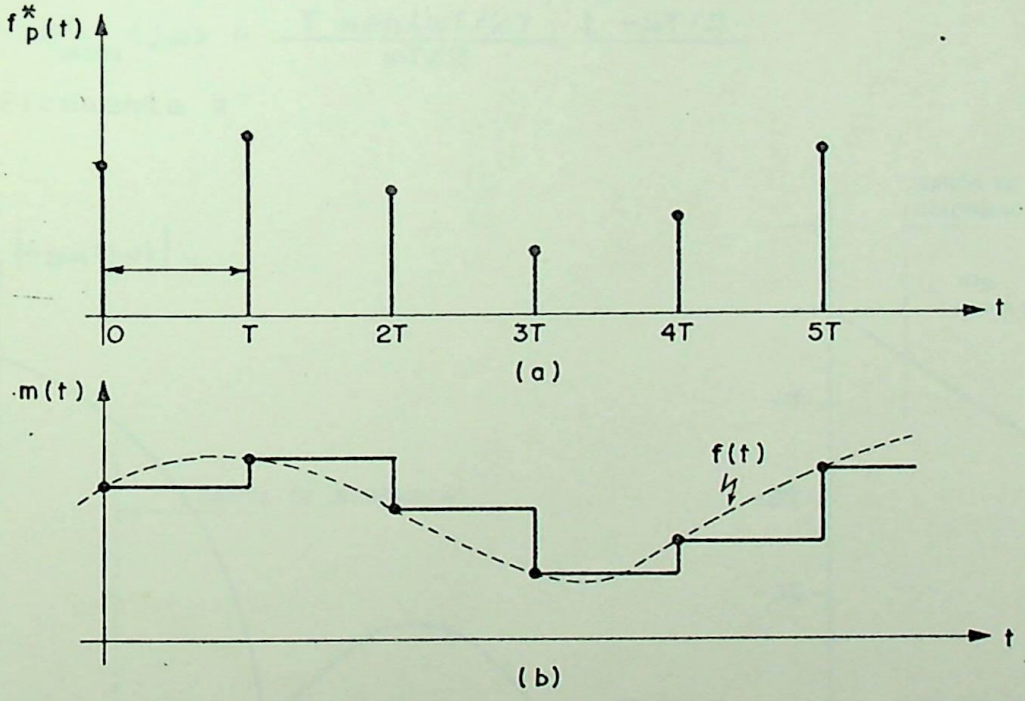


Fig.5.6 - (a) Sinal amostrado, $f_p^*(t)$

(b) Sinal discreto, m(t)

A Fig.5.7 mostra, esquematicamente, um sistema amostrado utilizando ZOH.

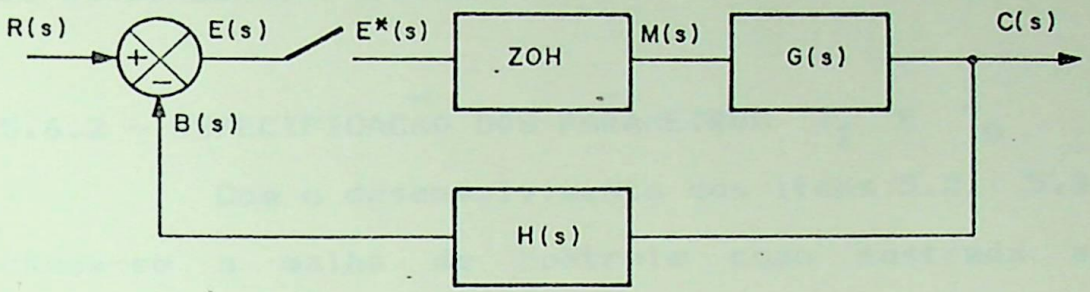


Fig.5.7 - Sistema amostrado possuindo ZOH

Tomando-se a função de transferência do ZOH :

$$G_{ZOH}(s) = \frac{1 - e^{-Ts}}{s}$$

no domínio da frequencia : [9]

$$G_{ZOH}(j\omega) = \frac{1 - e^{-j\omega T}}{j\omega} = \frac{2}{\omega} e^{-j\omega T/2} \operatorname{sen}(\omega T/2)$$

explicitando de maneira fasorial, tem-se :

$$G_{ZOH}(j\omega) = \frac{T \operatorname{sen}(\omega T/2)}{\omega T/2} \angle -\omega T/2$$

graficamente :

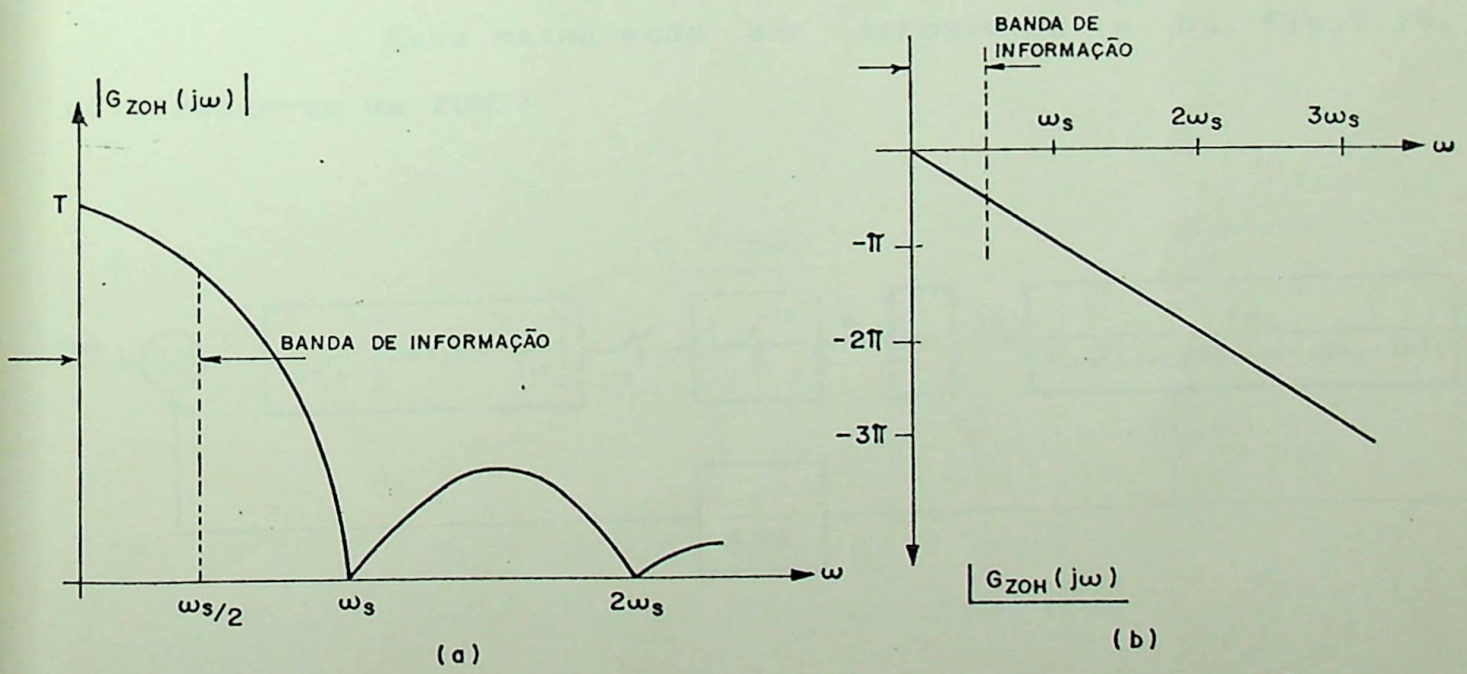


Fig.5.8 - (a) Módulo de $G_{ZOH}(s)$ (b) Fase de $G_{ZOH}(s)$

Observação deve ser feita no sentido de que à medida que a frequência de amostragem aumenta, há introdução de grandes defasagens, Fig.5.8-b.

5.6.2 - ESPECIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS T_I E T_D

Com o desenvolvimento dos itens 5.2, 5.3, 5.4 e 5.5 chega-se à malha de controle como mostrada a seguir (Fig.5.9).

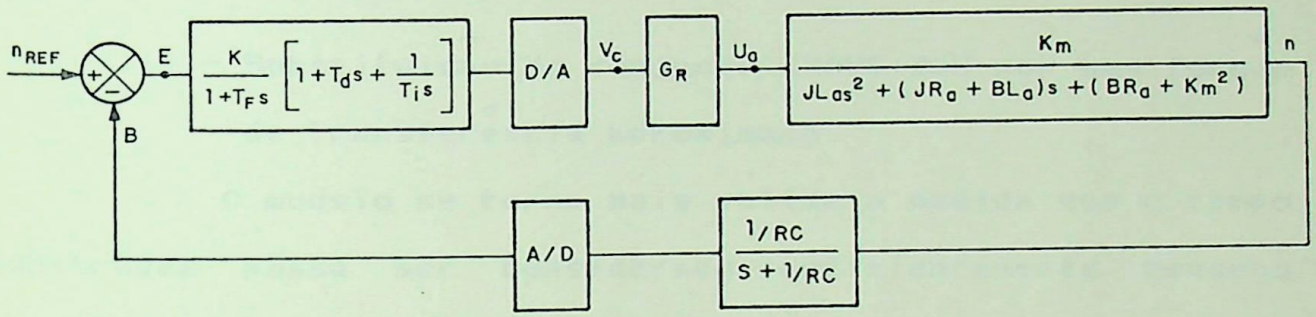


Fig.5.9 - Malha de controle digital

Esta malha pode ser aproximada à da Fig.5.10, utilizando-se um ZOH :

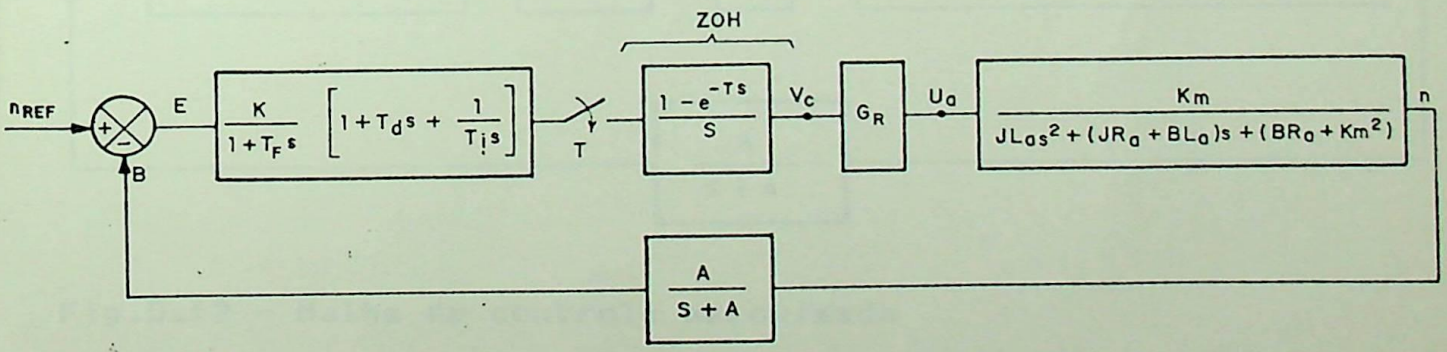


Fig.5.10 - Malha de controle digital com ZOH

No ANEXO 4 é apresentada uma sistemática que conduz o conjunto CHAVE+ZOH a uma função de transferência aproximada, vista a seguir.

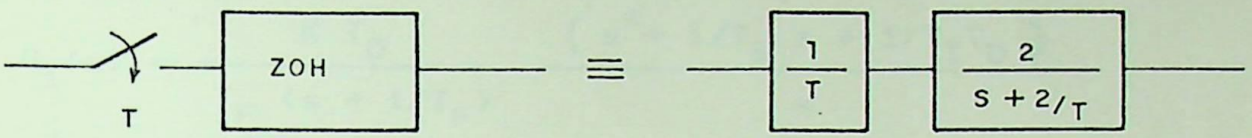


Fig.5.11 - Substituição do conjunto CHAVE+ZOH por uma função de transferência aproximada

O modelo se torna mais válido à medida que o tempo de amostragem possa ser considerado suficientemente pequeno (altas taxas de amostragens).

Utilizando-se do resultado mostrado na Fig.5.11, a malha de controle aproximada fica finalmente constituída :

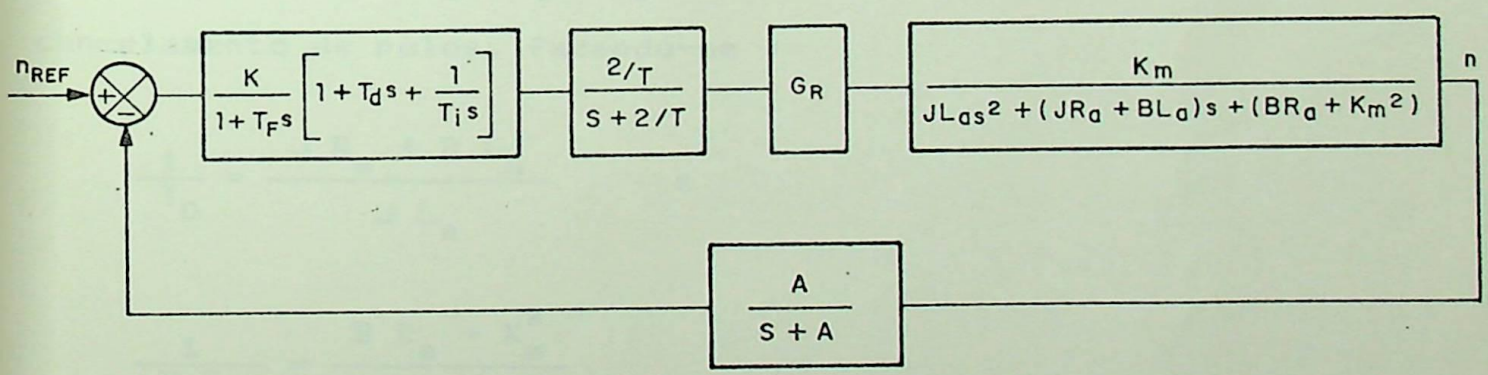


Fig.5.12 - Malha de controle aproximada (Sistema de controle pseudo-contínuo)

Observando-se a Fig.5.12, identifica-se os seguintes blocos do ramo direto :

$$G_1(s) = \frac{K}{1 + T_F s} \left[1 + T_D s + \frac{1}{T_I s} \right]$$

que pode ser escrito sob a forma :

$$G_1(s) = \frac{K T_D}{T_F (s + 1/T_F)} \frac{\left(s^2 + 1/T_D s + 1/T_I T_D \right)}{s}$$

$$G'_{ZOH} = \frac{2/T}{s + 2/T}$$

$$G_R(s) = G_R$$

$$G_{MC}(s) = \frac{K_m / J L_a}{s^2 + \left[(J R_a + B L_a)/J L_a \right] s + \left[(B R_a + K_m^2)/J L_a \right]}$$

assim, a função de transferência do ramo direto G(s), pode ser escrita como :

$$G(s) = G_1(s) \cdot G'_{ZOH}(s) \cdot G_R(s) \cdot G_{MC}(s)$$

de acordo com [13] e [19] pode ser adotado um critério de cancelamento de polos, fazendo-se :

$$\frac{1}{T_D} = \frac{J R_a + B L_a}{J L_a} \quad \text{e}$$

$$\frac{1}{T_I T_D} = \frac{B R_a + K_m^2}{J L_a}$$

e a função de transferência do ramo direto fica sendo :

$$G(s) = \frac{K\ T_D}{T_F\ s(s + 1/T_F)} \times \frac{2/T}{s + 2/T} \times G_R \times \frac{K_m}{J\ L_a}$$

agrupando os termos :

$$G(s) = \frac{K_1}{s(s + 1/T_F)} \quad \frac{2/T}{s + 2/T}$$

onde :

$$K_1 = \frac{K\ T_D\ G_R\ K_m}{T_F\ J\ L_a}$$

Do item 5.4 tem-se que :

$$J = 20.8027 \times 10^{-3}\ [\ Kg.m^2\ ]$$

$$B = 4.1605 \times 10^{-3}\ [\ N.m/rad/s\ ]$$

$$r + R_a = 4.2\ \Omega$$

$$L + L_a = 0.27\ [\ H\ ]$$

$$K_m = 0.931\ [\ V/rad/s\ ]$$

$$\frac{1}{T_D} = \frac{J\ R_a + B\ L_a}{J\ L_a} = \frac{20.8027 \times 10^{-3} \times 4.2 + 4.1605 \times 10^{-3} \times 0.27}{20.8027 \times 10^{-3} \times 0.27}$$

$$= 15.7556$$

$$\therefore \quad T_D = 0.0635\ s$$

$$\frac{1}{T_I T_D} = \frac{B\ R_a + K_m^2}{J\ L_a} = \frac{4.1605 \times 10^{-3} \times 4.2 + 0.931^2}{20.8027 \times 10^{-3} \times 0.27} =$$

$$= 157.4288$$

$$\therefore \quad T_I = 0.1001\ s$$

5.6.3 - ESPECIFICAÇÃO DE T_F

Tendo-se em vista a Fig. 5.8, nota-se que a banda de informação situa-se em $\omega_s/2$, onde ω_s é a frequência de

amostragem do sistema . Assim adota-se esta faixa ($\omega_s/2$) como sendo a frequência de corte, ω_c, do filtro passa-baixas com constante de tempo T_F [3] .

$$\omega_c = \frac{\omega_s}{2}$$

$$2\Pi f_c = \frac{2\Pi f_s}{2}$$

$$\frac{1}{T_F} = \frac{f_s}{2}$$

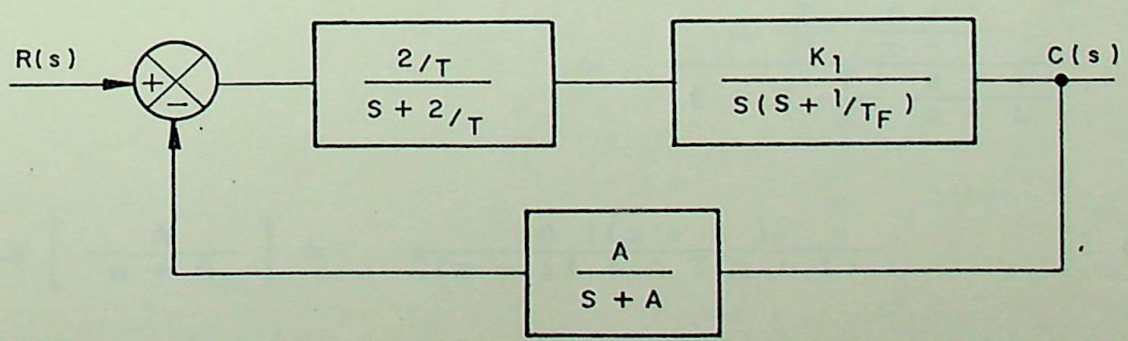
$$\frac{1}{T_F} = \frac{1}{2T} = \quad \therefore \quad T_F = 2T$$

sendo $T = 0.02$ s $\qquad\qquad T_F = 0.04$ s

onde T é o intervalo de amostragem

5.6.4 - SIMULAÇÃO DIGITAL DA MALHA REALIMENTADA E ESPECIFICAÇÃO DO GANHO PROPORCIONAL K

Com base nas conclusões do ítem anterior, tem-se a seguinte malha realimentada :



usando-se aproximação trapezoidal (3.8), tem-se :

$$\frac{1}{s} \simeq I_T = \frac{T}{2}\,\frac{z+1}{z-1}$$

$$G(z) = \mathcal{Z}\left[\frac{2/T}{s+2/T}\right]\mathcal{Z}\left[\frac{K_1}{s(s+1/T_F)}\right]$$

$$\mathcal{Z}\left[\frac{2/T}{s+2/T}\right] = \mathcal{Z}\left[\frac{\frac{2}{T}\,\frac{1}{s}}{1+\frac{2}{T}\,\frac{1}{s}}\right] \simeq \left[\frac{\frac{2}{T}\,\frac{T}{2}\,\frac{z+1}{z-1}}{1+\frac{2}{T}\,\frac{T}{2}\,\frac{z+1}{z-1}}\right]$$

$$\simeq \frac{z+1}{2z}$$

$$\mathcal{Z}\left[\frac{K_1}{s\,(s+1/T_F)}\right] = \mathcal{Z}\left[\frac{K_1/s^2}{1+\frac{1}{T_F}\,\frac{1}{s}}\right] \simeq$$

$$\simeq \left[\frac{K_1\,\frac{T^2}{4}\,\frac{(z+1)^2}{(z-1)^2}}{1+\frac{1}{T_F}\,\frac{T}{2}\,\frac{z+1}{z-1}}\right] \simeq \frac{K_1\,T^2\,(z+1)^2}{4(z-1)^2+\frac{2T}{T_F}\,(z+1)(z-1)}$$

$$G(z) \simeq \frac{K_1\,T^2\,(z+1)^9}{8\,z(z-1)^2+\frac{4T}{T_F}\,z(z+1)(z-1)} \qquad (5.6.1)$$

lembrando que :

$$\frac{C(z)}{R(z)} = \frac{G(z)}{1+G\,H(z)} \qquad (5.6.2)$$

$$\mathcal{Z}\,[\,H(z)\,] = \mathcal{Z}\left[\frac{A}{s+A}\right] = \mathcal{Z}\left[\frac{A/s}{1+A/s}\right] \simeq$$

$$\simeq \frac{A\,\frac{T}{2}\,\frac{z+1}{z-1}}{1+A\,\frac{T}{2}\,\frac{z+1}{z-1}}$$

$$\mathcal{Z}\left[\frac{A}{s+A}\right] \simeq \frac{A\,T(z+1)}{2(z-1)+A\,T(z+1)} \qquad (5.6.3)$$

substituindo-se as expressoes (5.6.1) e (5.6.3) em (5.6.2), tem-se :

$$\frac{C(z)}{R(z)} = \frac{\dfrac{K_1 T^2 (z+1)^3}{8z(z-1)^2 + \dfrac{4T}{T_F} z(z+1)(z-1)}}{1 + \dfrac{A K_1 T^3 (z+1)^4}{\left[8z(z-1)^2 + \dfrac{4T}{T_F} z(z+1)(z-1) \right]\left[2(z-1) + A T(z+1) \right]}}$$

desenvolvendo a expressao acima e fazendo-se as substituiçoes abaixo,tem-se :

$$\frac{C(z)}{R(z)} = \frac{Q_0 z^4 + Q_1 z^3 + Q_2 z^2 + Q_3 z + Q_4}{Q_5 z^4 + Q_6 z^3 + Q_7 z^2 + Q_8 z + Q_9}$$

onde :

$L_1 = K_1 * T * T$

$L_2 = K_1 * A * T * T * T$

$L_3 = 4 * A * T * T / F$

$L_4 = 8 * T / F$

$L_5 = 8 * A * T$

$Q_0 = L_1 * (A*T+2)$ $\quad Q_1 = 4 * L_1 * (A*T+1)$ $\quad Q_2 = 6 * L_1 * A * T$

$Q_3 = 4 * L_1 * (A*T-1)$ $\quad Q_4 = L_1 * (A*T-2)$ $\quad Q_5 = L_2 + L_3 + L_4 + L_5 + 16$

$Q_6 = 4 * L_2 + L_3 - L_4 - L_5 - 48$ $\quad Q_7 = 6 * L_2 - L_3 - L_4 - L_5 + 48$

$Q_8 = 4 * L_2 - L_3 + L_4 + L_5 - 16$ $\quad Q_9 = L_2$

e cuja expressão recursiva é representada por :

$$C = \frac{1}{Q_5}\left[-Q_6C_4 - Q_7C_3 - Q_8C_2 - Q_9C_1 + Q_0R + Q_1R_4 + Q_2R_3 + Q_3R_2 + Q_4R_1 \right]$$

$C_1 = C_2$

$C_2 = C_3$

$C_3 = C_4$

$C_4 = C$

$R_1 = R_2$

$R_2 = R_3$

$R_3 = R_4$

$R_4 = R$

No ANEXO 5 são apresentadas as listagens de um programa BASIC chamado SIMD e o respectivo resultado gráfico para um overshoot $M_p = 4.321\ \%$[1] . Os valores que levam a este resultado são :

$K_1 = 100.62$

$T_F = 0.04\ s$

$T = 0.02\ s$

$A = 14.7\ s^{-1}$

do item 5.6.2 tem-se que :

[1] Segundo [3], um sistema de 2^{a} ordem com fator de amortecimento $\xi = 0.707$ possui um overshoot $M_p = 4.321\ \%$. O sistema acima possui um comportamento análogo, por este motivo adotou-se o mesmo overshoot.

$$K_1 = \frac{K \cdot T_D \cdot G_R \cdot K_m}{T_F \cdot J \cdot L_a}$$

de onde tira-se que K é igual a :

$$K = \frac{K_1 \cdot T_F \cdot J \cdot L_a}{T_D \cdot G_R \cdot K_m}$$

sabendo que :

$K_1 = 100.62$ $\quad T_F = 0.04$ s $\quad J = 20.8027 \times 10^{-3}$ [$Kg.m^2$] $\quad L_a = 0.27$ H

$T_D = 0.0635$ s $\quad G_R = 30$ $\quad$ e $\quad K_m = 0.931$ [V/rad/s] ;

leva K (ganho proporcional) a :

$$K = \frac{100.62 \times 0.04 \times 20.8027 \times 10^{-3} \times 0.27}{0.0635 \times 30 \times 0.931}$$

$\therefore \quad K = 0.0127$

5.7 - RESULTADOS OBTIDOS EM LABORATÓRIO PARA APLICAÇÃO NO SISTEMA EM MALHA FECHADA

Com base na equação 3.18, capítulo III, foi implementado o sistema completo em malha fechada, cuja simulação digital efetuada do ANEXO 5, demonstrou que o sistema teria comportamentos tais como :

1) Overshoot $\quad M_p$: 4.321 %
2) Frequência de oscilação $\quad \omega_n$: $\simeq$ 4.7 [rad/s]
3) Tempo de estabilização $\quad t_s$: $\simeq$ 0.8 [s]
4) Tempo de pico $\quad t_p$: $\simeq$ 0.58 [s]

As Fig.5.13 e Fig.5.14 apresentam as formas de ondas referentes ao comportamento do regulador PID quando submetido a uma variação brusca de tensão[2] de alimentação AC da ponte conversora (degrau), representado pelo canal 1 e a consequente resposta em velocidade (saída do tacogerador - V_{TDC}) , representada pelo canal 2.

RESULTADOS GRÁFICOS OBTIDOS

I) Da Fig.5.13 extrai-se que a referência de velocidade é 1800 rpm e V_{TDC}= 3.69 v, cursor-X (verificação deve ser feita na Tabela 1, V = 1800 rpm e V_{TDC}= 3.71 v).

Outras comprovações :

1. Overshoot - M_p

$$M_p = \frac{4.44}{3.69} \simeq 20.32\ \%$$

2. Tempo de pico - t_p

t_p= cursor 0-X = 0.65 s

II) Da Fig.5.14 obtem-se as seguintes comprovações :

3. Frequência de oscilação - ω_n

$$\omega_n = \frac{2\pi}{t} = \frac{2\pi}{\text{cursor } 0\text{-}X} = \frac{2\pi}{5.42}$$

ω_n = 1.16 [rad/s]

4. Tempo de estabilização - t_s

$t_s \simeq$ 5 s

[2] a tensão representada pelo canal 1 se refere à retificação da tensão trifásica de alimentação da ponte conversora AC/DC.

Comparando-se estes resultados com os da simulação digital do ANEXO 5, percebe-se que não houve cumprimento das especificações. Isto se deveu, principalmente, ao fato de que as constantes do motor de corrente contínua foram levantadas em função de dados de placa e não em função de testes experimentais mais precisos.

A adoção de uma sistemática mais eficiente que a utilizada para a determinação dos parâmetros T_I e T_D, contribuiria também para que o sistema tivesse um comportamento mais próximo do esperado.

O resultado obtido, apesar de não corresponder ao esperado, não invalida o trabalho, cuja meta principal não se constituiu na otimização do sistema e sim na sua implementação a nível de linguagem de máquina, utilizando-se de um ferramental matemático aproximado.

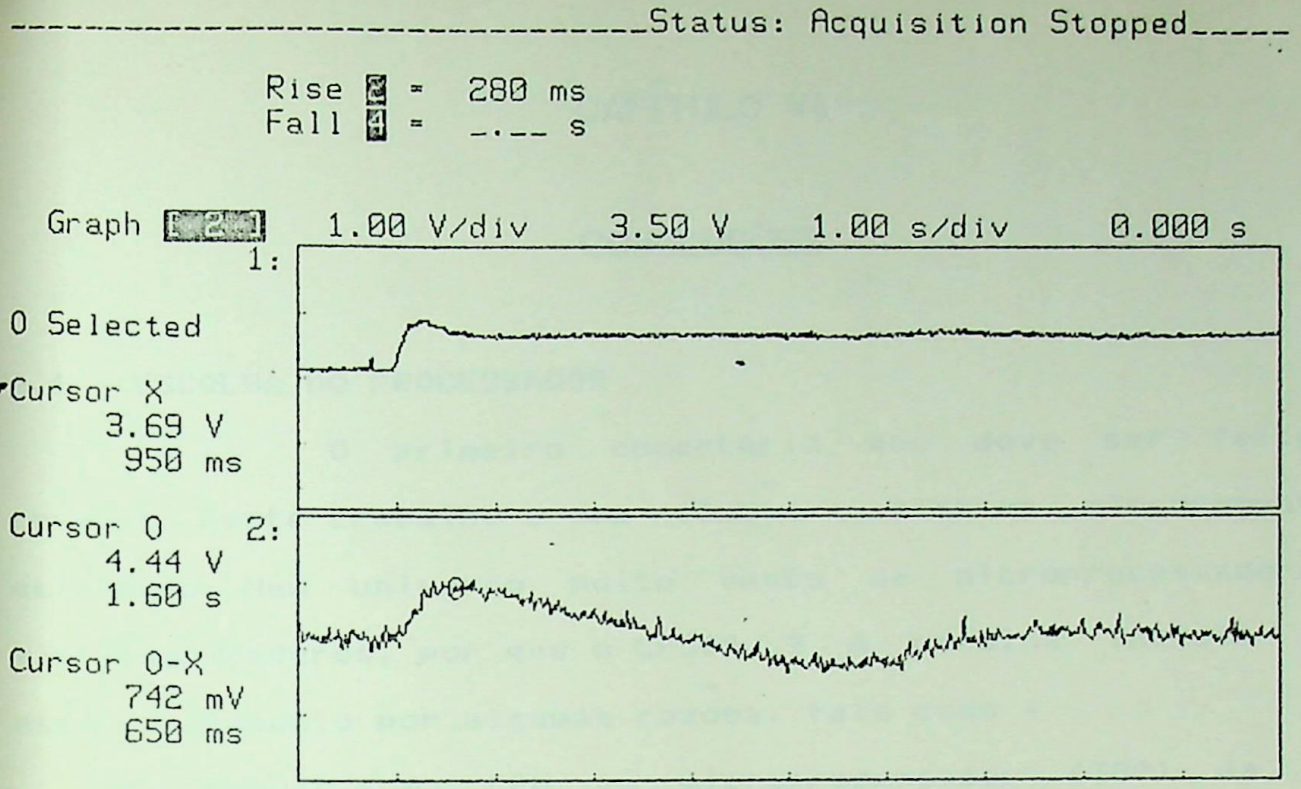


Fig.5.13 - Resultados experimentais do regulador PID

Overshoot M_p e Tempo de subida T_p

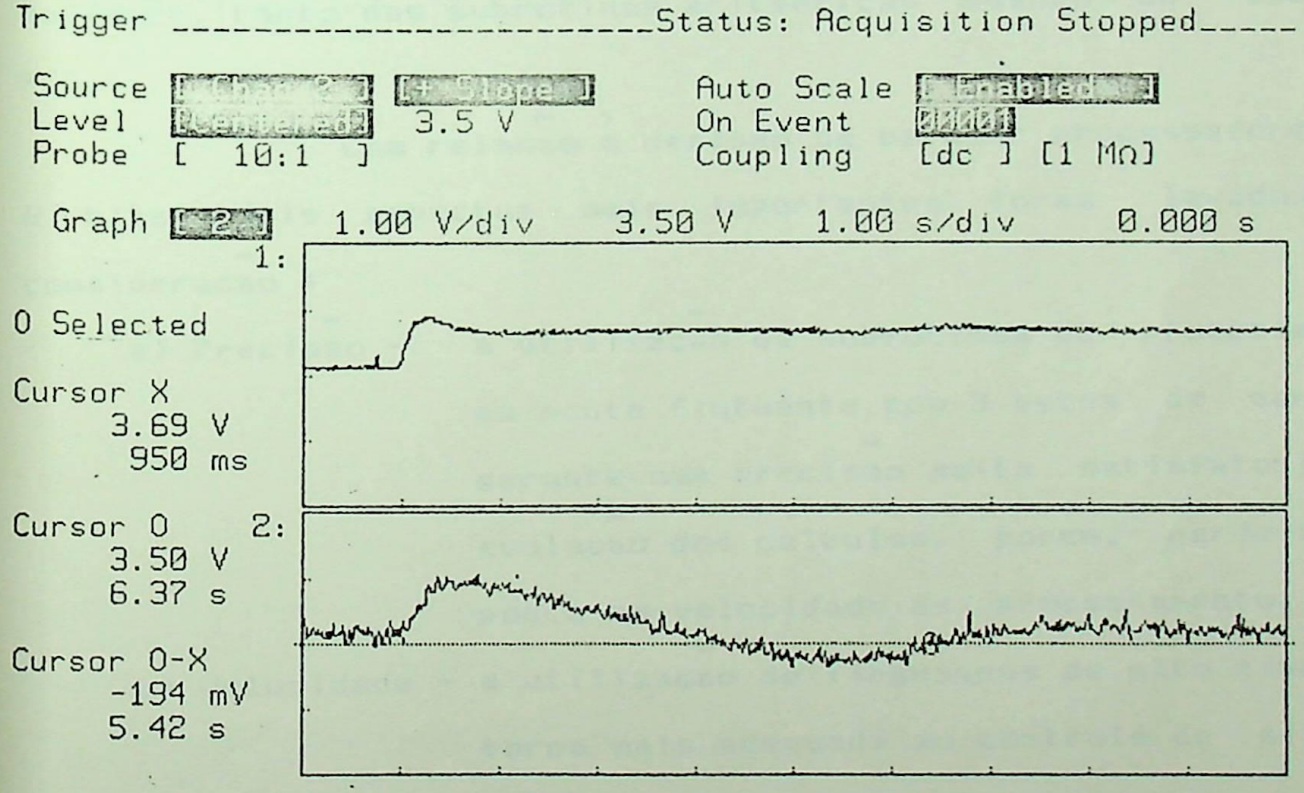


Fig.5.14 - Resultados experimentais do regulador PID

Frequência de oscilação $\hat{\omega}_n$ e Tempo de estabilização $\bar{T}_s$

CAPÍTULO VI

CONCLUSÕES

6.1 - ESCOLHA DO PROCESSADOR

O primeiro comentário que deve ser feito a respeito deste trabalho é com relação ao sistema microcomputador utilizado. Num universo muito vasto de microprocessadores e microcomputadores, por que o CP500 ? A escolha incidiu sobre este equipamento por algumas razões, tais como :

a) possuir como CPU um microprocessador (Z80) da linha INTEL, cujo custo é dos menores,

b) possuir unidades de disco, que facilitam o projeto de software, tanto das subrotinas aritméticas quanto do regulador PID.

Com relação à decisão de se usar processadores de 8 bits, dois aspectos mais importantes foram levados em consideração :

a) Precisão - a utilização de subrotinas de processamento em ponto flutuante com 3 bytes de mantissa garante uma precisão muito satisfatória na evolução dos cálculos, porém, perde-se um pouco em velocidade de processamento.

b) Velocidade - a utilização de linguagens de alto nível se torna mais adequada ao controle de sistemas complexos ou que tenham grandes constantes de tempo. Na aplicação presente, como as constantes de tempo são menores, o projeto

do software em linguagem de máquina aumenta em muito o potencial do regulador PID

6.2 - IDEALIZAÇÃO DE UMA PLACA DEDICADA

Como já comentado no Capítulo III, no caso de implementar-se o sistema em uma placa dedicada, esta necessitaria de :

a) CPU Z80 - necessária ao controle do processo
b) Memória ROM - armazenamento das rotinas aritméticas e do regulador PID
c) Memória RAM - armazenamento dos parâmetros do regulador PID, referência e variáveis auxiliares
d) Sistema de Aquisição de dados - composto por um conversor A/D e um D/A
e) Teclado - necessário à introdução inicial dos dados

A Fig.6.1 mostra, esquemáticamente, como poderia ser efetuada a disposição dos diversos componentes na placa.

6.3 - ASPECTOS ECONÔMICOS DO CIRCUITO

Como já mencionado anteriormente, este trabalho visa, fundamentalmente, utilizando-se de conceitos simples de recursividade da Transformada-z, a implementação de um regulador PID, de constituição simples e atingindo a meta principal, que é a obtenção de um sistema de controle de custo mínimo.

A própria implementação do regulador em uma placa dedicada não implica em aumento de custos, pois, os componentes

utilizados são, comercialmente, fáceis de se encontrar, portanto, de simples reposição e de baixo custo.

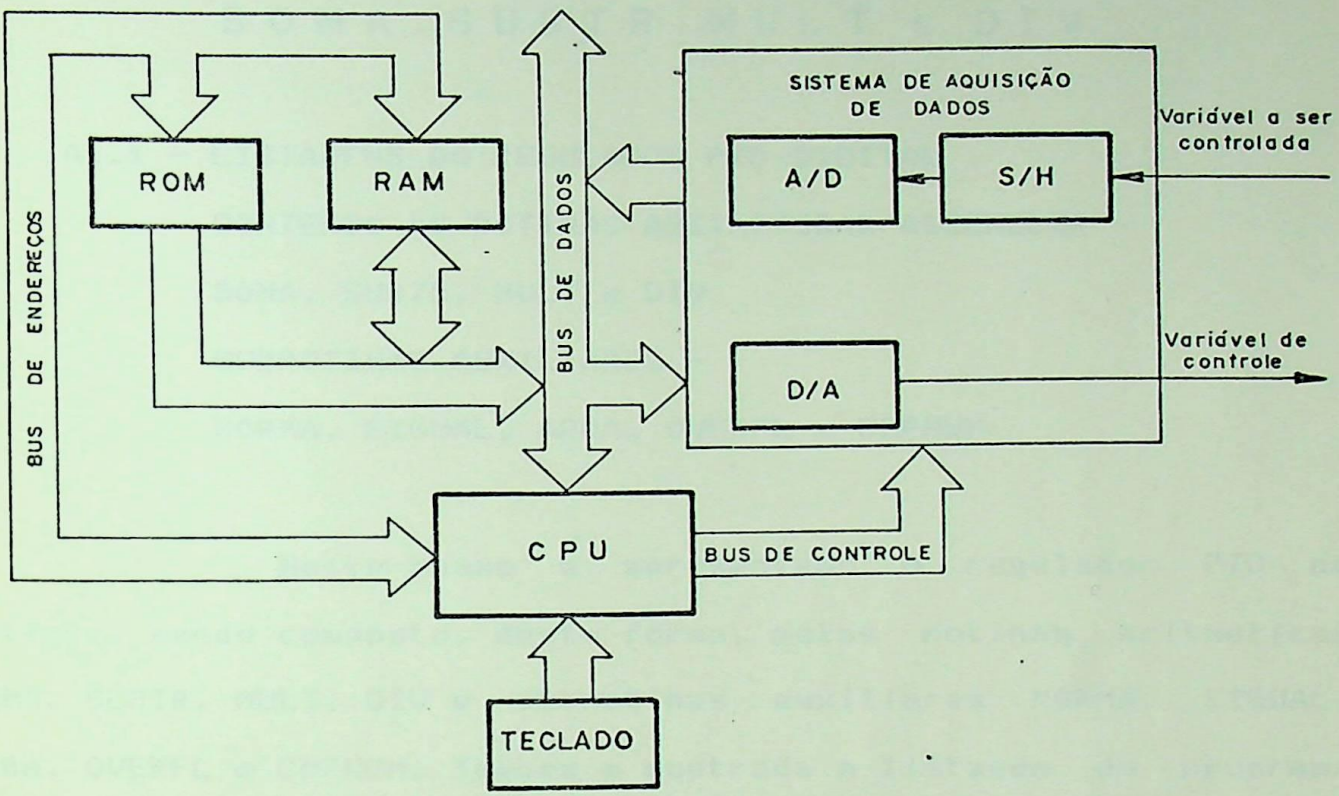


Fig.6.1 - Diagrama em blocos de uma placa dedicada voltada ao controle de um sistema utilizando regulador PID digital

6.4 - COMENTÁRIOS FINAIS

A filosofia básica deste trabalho é de servir como suporte inicial e como banco de dados para futuros trabalhos de tese na área de eletrônica de potência, no que diz respeito ao controle de conversores estáticos com microprocessadores, de acordo com a realidade e desenvolvimento de software e hardware a nível de EFEI.

ANEXO 1

LISTAGENS DAS ROTINAS ARITMÉTICAS ASSEMBLER - S O M A , S U B T R , M U L T E D I V

A1.1 - LISTAGENS DO REGULADOR PID-DIGITAL ,
CONTENDO AS ROTINAS ARITMÉTICAS ASSEMBLER -
SOMA, SUBTR, MULT e DIV
SUBROTINAS AUXILIARES -
NORMA, EIGUAL, ARRA, OVERFL e CMPNUM

Neste anexo é apresentado o regulador PID na íntegra, sendo composto, desta forma, pelas rotinas aritméticas SOMA, SUBTR, MULT, DIV e subrotinas auxiliares NORMA, EIGUAL, ARRA, OVERFL e CMPNUM. Também é mostrada a listagem do programa loader, responsável pela conversão para ponto flutuante e armazenamento de variáveis na memória.

LISTA DE VARIÁVEIS UTILIZADAS NO PROGRAMA REGULADOR PID-DIGITAL

A : Variável auxiliar

B : Variável auxiliar

R : Referência

K_1, K_2, K_3, K_4, K_5, K_6 e K_7 : constantes da equação recursiva do PID (eq. 3.18)

X : Valor de x_n

Y : Valor de y_n

X_1 : Valor de x_{n-2}

X_2 : Valor de x_{n-1}

Y_1 : Valor de y_{n-2}

Y_2 : Valor de y_{n-1}

V_{max} : Valor máximo da variável a ser controlada (velocidade)

SUBROTINAS OPERATIVAS

- SOMA : Adição de dois números em ponto flutuante
- SUBTR : Subtração de dois números em ponto flutuante
- MULT : Multiplicação de dois números em ponto flutuante
- DIV : Divisão de dois números em ponto flutuante

SUBROTINAS AUXILIARES

- EIGUAL : Tornar iguais os expoentes de dois números em ponto flutuante para posterior adição ou subtração
- ARRA : Auxiliar de EIGUAL
- OVERFL : Teste de overflow na adicao ou subtracao
- NORMA : Normalizacao de números em ponto flutuante
- CMPNUM : Complementar números em ponto flutuante

```
7F50            00100           ORG     7F50H
                00110 ;
                00120 ;
                00130 ;   Filtro  P I D - digital  possuindo  subrotinas
                00140 ;   aritmeticas  com  representacao  numerica     em
                00150 ;   ponto  flutuante  e  equacoes  recursivas  obti
                00160 ;   das  sob  o enfoque  da  transformada-Z
                00170 ;
                00180 ;
7F00            00190 AD0       DEFL    7F00H
7F01            00200 AD1       DEFL    7F01H           ; A
7F02            00210 AD2       DEFL    7F02H
7F03            00220 AD3       DEFL    7F03H
7F04            00230 AD4       DEFL    7F04H
7F05            00240 AD5       DEFL    7F05H           ; B
7F06            00250 AD6       DEFL    7F06H
7F07            00260 AD7       DEFL    7F07H
7F08            00270 AD8       DEFL    7F08H
7F09            00280 AD9       DEFL    7F09H           ; R
7F0A            00290 AD10      DEFL    7F0AH
7F0B            00300 AD11      DEFL    7F0BH
7F0C            00310 AD12      DEFL    7F0CH
7F0D            00320 AD13      DEFL    7F0DH           ; K1
7F0E            00330 AD14      DEFL    7F0EH
7F0F            00340 AD15      DEFL    7F0FH
7F10            00350 AD16      DEFL    7F10H
7F11            00360 AD17      DEFL    7F11H           ; K2
7F12            00370 AD18      DEFL    7F12H
7F13            00380 AD19      DEFL    7F13H
7F14            00390 AD20      DEFL    7F14H
7F15            00400 AD21      DEFL    7F15H           ; K3
7F16            00410 AD22      DEFL    7F16H
7F17            00420 AD23      DEFL    7F17H
7F18            00430 AD24      DEFL    7F18H
7F19            00440 AD25      DEFL    7F19H           ; K4
7F1A            00450 AD26      DEFL    7F1AH
7F1B            00460 AD27      DEFL    7F1BH
7F1C            00470 AD28      DEFL    7F1CH
7F1D            00480 AD29      DEFL    7F1DH           ; K5
7F1E            00490 AD30      DEFL    7F1EH
7F1F            00500 AD31      DEFL    7F1FH
7F20            00510 AD32      DEFL    7F20H
7F21            00520 AD33      DEFL    7F21H           ; K6
7F22            00530 AD34      DEFL    7F22H
7F23            00540 AD35      DEFL    7F23H
7F24            00550 AD36      DEFL    7F24H
7F25            00560 AD37      DEFL    7F25H           ; K7
7F26            00570 AD38      DEFL    7F26H
7F27            00580 AD39      DEFL    7F27H
7F28            00590 AD40      DEFL    7F28H
7F29            00600 AD41      DEFL    7F29H           ; X
7F2A            00610 AD42      DEFL    7F2AH
7F2B            00620 AD43      DEFL    7F2BH
7F2C            00630 AD44      DEFL    7F2CH
7F2D            00640 AD45      DEFL    7F2DH           ; Y
7F2E            00650 AD46      DEFL    7F2EH
7F2F            00660 AD47      DEFL    7F2FH
7F30            00670 AD48      DEFL    7F30H
7F31            00680 AD49      DEFL    7F31H           ; X1
7F32            00690 AD50      DEFL    7F32H
7F33            00700 AD51      DEFL    7F33H
7F34            00710 AD52      DEFL    7F34H
7F35            00720 AD53      DEFL    7F35H           ; X2
```

```
7F36            00730 AD54    DEFL    7F36H
7F37            00740 AD55    DEFL    7F37H
7F38            00750 AD56    DEFL    7F38H
7F39            00760 AD57    DEFL    7F39H           ; Y1
7F3A            00770 AD58    DEFL    7F3AH
7F3B            00780 AD59    DEFL    7F3BH
7F3C            00790 AD60    DEFL    7F3CH
7F3D            00800 AD61    DEFL    7F3DH           ; Y2
7F3E            00810 AD62    DEFL    7F3EH
7F3F            00820 AD63    DEFL    7F3FH
7F40            00830 AD64    DEFL    7F40H
7F41            00840 AD65    DEFL    7F41H           ; Vmax
7F42            00850 AD66    DEFL    7F42H
7F43            00860 AD67    DEFL    7F43H
7F44            00870 AD68    DEFL    7F44H
                00880 ;
                00890 ;
                00900 ; Habilitar buffers de saida do barr. do CP500
                00910 ;
7F50 3E10       00920 CONTRL  LD      A,16
7F52 D3EC       00930         OUT     (236),A
                00940 ;
                00950 ;
                00960 ; Leitura de velocidade
                00970 ;
7F54 AF         00980 LER     XOR     A
7F55 32067F     00990         LD      (AD6),A
7F58 32077F     01000         LD      (AD7),A
7F5B 3A447F     01010         LD      A,(AD68)
7F5E 32087F     01020         LD      (AD8),A
                01030 ;
                01040 ; Liberacao do pulso de SOC
                01050 ;
7F61 D37E       01060         OUT     (126),A
                01070 ;
                01080 ;
                01090 ; Atraso para espera de conversao
                01100 ;
7F63 3E08       01110         LD      A,08H
7F65 3D         01120 DELAY   DEC     A
7F66 FE00       01130         CP      00H
7F68 CA6E7F     01140         JP      Z,CONT
7F6B C3657F     01150         JP      DELAY
                01160 ;
                01170 ;
                01180 ; Aquisicao de velocidade
                01190 ; e habilitacao do A/D (EO=1)
                01200 ;
7F6E DB7E       01210 CONT    IN      A,(126)
                01220 ;
                01230 ; Conversao : 1 BYTE ==) PONTO FLUTUANTE
                01240 ;
7F70 2F         01250         CPL
7F71 1F         01260         RRA
7F72 32057F     01270         LD      (AD5),A
7F75 D27D7F     01280         JP      NC,PID
7F78 3E80       01290         LD      A,80H
7F7A 32067F     01300         LD      (AD6),A
                01310 ;
                01320 ; Inicio PID digital
                01330 ;
7F7D 2A097F     01340 PID     LD      HL,(AD9)        ; A=R
7F80 22017F     01350         LD      (AD1),HL
```

```
7F83 2A0B7F   01360          LD      HL,(AD11)
7F86 22037F   01370          LD      (AD3),HL
              01380 ;
7F89 CD5F81   01390          CALL    SUBTR
              01400 ;
7F8C 2A017F   01410          LD      HL,(AD1)          ; X=A
7F8F 22297F   01420          LD      (AD41),HL
7F92 2A037F   01430          LD      HL,(AD3)
7F95 222B7F   01440          LD      (AD43),HL
              01450 ;
7F98 2A257F   01460          LD      HL,(AD37)         ; A=K7
7F9B 22017F   01470          LD      (AD1),HL
7F9E 2A277F   01480          LD      HL,(AD39)
7FA1 22037F   01490          LD      (AD3),HL
7FA4 2A317F   01500          LD      HL,(AD49)         ; B=X1
7FA7 22057F   01510          LD      (AD5),HL
7FAA 2A337F   01520          LD      HL,(AD51)
7FAD 22077F   01530          LD      (AD7),HL
              01540 ;
7FB0 CD8F82   01550          CALL    MULT
              01560 ;
7FB3 2A017F   01570          LD      HL,(AD1)          ; Y=A
7FB6 222D7F   01580          LD      (AD45),HL
7FB9 2A037F   01590          LD      HL,(AD3)
7FBC 222F7F   01600          LD      (AD47),HL
              01610 ;
7FBF 2A217F   01620          LD      HL,(AD33)         ; A=K6
7FC2 22017F   01630          LD      (AD1),HL
7FC5 2A237F   01640          LD      HL,(AD35)
7FC8 22037F   01650          LD      (AD3),HL
7FCB 2A357F   01660          LD      HL,(AD53)         ; B=X2
7FCE 22057F   01670          LD      (AD5),HL
7FD1 2A377F   01680          LD      HL,(AD55)
7FD4 22077F   01690          LD      (AD7),HL
              01700 ;
7FD7 CD8F82   01710          CALL    MULT
              01720 ;
7FDA 2A2D7F   01730          LD      HL,(AD45)         ; B=Y
7FDD 22057F   01740          LD      (AD5),HL
7FE0 2A2F7F   01750          LD      HL,(AD47)
7FE3 22077F   01760          LD      (AD7),HL
              01770 ;
7FE6 CD0A81   01780          CALL    SOMA
              01790 ;
7FE9 2A017F   01800          LD      HL,(AD1)          ; Y=A
7FEC 222D7F   01810          LD      (AD45),HL
7FEF 2A037F   01820          LD      HL,(AD3)
7FF2 222F7F   01830          LD      (AD47),HL
              01840 ;
7FF5 2A1D7F   01850          LD      HL,(AD29)         ; A=K5
7FF8 22017F   01860          LD      (AD1),HL
7FFB 2A1F7F   01870          LD      HL,(AD31)
7FFE 22037F   01880          LD      (AD3),HL
8001 2A297F   01890          LD      HL,(AD41)         ; B=X
8004 22057F   01900          LD      (AD5),HL
8007 2A2B7F   01910          LD      HL,(AD43)
800A 22077F   01920          LD      (AD7),HL
              01930 ;
800D CD8F82   01940          CALL    MULT
              01950 ;
8010 2A2D7F   01960          LD      HL,(AD45)         ; B=Y
8013 22057F   01970          LD      (AD5),HL
8016 2A2F7F   01980          LD      HL,(AD47)
```

```
8019 22077F    01990          LD       (AD7),HL
               02000 ;
801C CD0A81    02010          CALL     SOMA
               02020 ;
801F 2A017F    02030          LD       HL,(AD1)          ; Y=A
8022 222D7F    02040          LD       (AD45),HL
8025 2A037F    02050          LD       HL,(AD3)
8028 222F7F    02060          LD       (AD47),HL
               02070 ;
802B 2A157F    02080          LD       HL,(AD21)         ; A=K3
802E 22017F    02090          LD       (AD1),HL
8031 2A177F    02100          LD       HL,(AD23)
8034 22037F    02110          LD       (AD3),HL
8037 2A397F    02120          LD       HL,(AD57)         ; B=Y1
803A 22057F    02130          LD       (AD5),HL
803D 2A3B7F    02140          LD       HL,(AD59)
8040 22077F    02150          LD       (AD7),HL
               02160 ;
8043 CD8F82    02170          CALL     MULT
               02180 ;
8046 2A2D7F    02190          LD       HL,(AD45)         ; B=Y
8049 22057F    02200          LD       (AD5),HL
804C 2A2F7F    02210          LD       HL,(AD47)
804F 22077F    02220          LD       (AD7),HL
               02230 ;
8052 CD0A81    02240          CALL     SOMA
               02250 ;
8055 2A017F    02260          LD       HL,(AD1)          ; Y=A
8058 222D7F    02270          LD       (AD45),HL
805B 2A037F    02280          LD       HL,(AD3)
805E 222F7F    02290          LD       (AD47),HL
               02300 ;
8061 2A117F    02310          LD       HL,(AD17)         ; A=K2
8064 22017F    02320          LD       (AD1),HL
8067 2A137F    02330          LD       HL,(AD19)
806A 22037F    02340          LD       (AD3),HL
806D 2A3D7F    02350          LD       HL,(AD61)         ; B=Y2
8070 22057F    02360          LD       (AD5),HL
8073 2A3F7F    02370          LD       HL,(AD63)
8076 22077F    02380          LD       (AD7),HL
               02390 ;
8079 CD8F82    02400          CALL     MULT
               02410 ;
807C 2A2D7F    02420          LD       HL,(AD45)         ; B=Y
807F 22057F    02430          LD       (AD5),HL
8082 2A2F7F    02440          LD       HL,(AD47)
8085 22077F    02450          LD       (AD7),HL
               02460 ;
8088 CD0A81    02470          CALL     SOMA
               02480 ;
808B 2A017F    02490          LD       HL,(AD1)          ; Y=A
808E 222D7F    02500          LD       (AD45),HL
8091 2A037F    02510          LD       HL,(AD3)
8094 222F7F    02520          LD       (AD47),HL
               02530 ;
               02540 ;
               02550 ;
               02560 ; Escrita no Conv.D/A
               02570 ;
               02580 ;
               02590 ; Conversao : PONTO FLUTUANTE ==) 1 BYTE
               02600 ;
8097 3A017F    02610 ESCRV    LD       A,(AD1)
```

```
809A FE00      02620          CP      00H
809C CAA280    02630          JP      Z,YNEG
809F F2A680    02640          JP      P,YPOS
80A2 AF        02650 YNEG     XOR     A
80A3 C3D580    02660          JP      OUT
80A6 21447F    02670 YPOS     LD      HL,AD68
80A9 3A047F    02680          LD      A,(AD4)
80AC BE        02690          CP      (HL)
80AD DAB680    02700          JP      C,SFDIR
80B0 C2C880    02710          JP      NZ,SAT
80B3 C3CD80    02720          JP      SFESQ
80B6 AF        02730 SFDIR    XOR     A
80B7 21017F    02740          LD      HL,AD1
80BA 7E        02750          LD      A,(HL)
80BB 1F        02760          RRA
80BC 77        02770          LD      (HL),A
80BD 23        02780          INC     HL
80BE 7E        02790          LD      A,(HL)
80BF 1F        02800          RRA
80C0 77        02810          LD      (HL),A
80C1 21047F    02820          LD      HL,AD4
80C4 34        02830          INC     (HL)
80C5 C3A680    02840          JP      YPOS
80C8 3EFF      02850 SAT      LD      A,0FFH
80CA C3D580    02860          JP      OUT
80CD 21027F    02870 SFESQ    LD      HL,AD2
80D0 7E        02880          LD      A,(HL)
80D1 17        02890          RLA
80D2 2B        02900          DEC     HL
80D3 7E        02910          LD      A,(HL)
80D4 17        02920          RLA
               02930 ;
               02940 ; Escrita de velocidade ( Conversao D/A )
               02950 ;
80D5 D37F      02960 OUT      OUT     (127),A
               02970 ;
               02980 ;
               02990 ; Atualizacao de parametros
               03000 ; ( X1=X2  X2=X  Y1=Y2  Y2=Y )
               03010 ;
80D7 2A357F    03020          LD      HL,(AD53)       ; X1=X2
80DA 22317F    03030          LD      (AD49),HL
80DD 2A377F    03040          LD      HL,(AD55)
80E0 22337F    03050          LD      (AD51),HL
               03060 ;
80E3 2A297F    03070          LD      HL,(AD41)       ; X2=X
80E6 22357F    03080          LD      (AD53),HL
80E9 2A2B7F    03090          LD      HL,(AD43)
80EC 22377F    03100          LD      (AD55),HL
               03110 ;
80EF 2A3D7F    03120          LD      HL,(AD61)       ; Y1=Y2
80F2 22397F    03130          LD      (AD57),HL
80F5 2A3F7F    03140          LD      HL,(AD63)
80F8 223B7F    03150          LD      (AD59),HL
               03160 ;
80FB 2A2D7F    03170          LD      HL,(AD45)       ; Y2=Y
80FE 223D7F    03180          LD      (AD61),HL
8101 2A2F7F    03190          LD      HL,(AD47)
8104 223F7F    03200          LD      (AD63),HL
               03210 ;
               03220 ;
               03230 ;
8107 C3547F    03240          JP      LER
```

```
                03250 ;
                03260 ;
                03270 ;
                03280 ; S u b r o t i n a s   a r i t m e t i c a s
                03290 ;
                03300 ;
                03310 ;
                03320 ; S U B   S O M A
                03330 ;
                03340 ; SOMA DE DOIS NUMEROS EM PONTO FLUTUANTE
                03350 ;
810A F5         03360 SOMA    PUSH    AF
810B C5         03370         PUSH    BC
810C D5         03380         PUSH    DE
810D E5         03390         PUSH    HL
810E CDC681     03400         CALL    EIGUAL
8111 2A017F     03410         LD      HL,(AD1)
8114 EB         03420         EX      DE,HL
8115 2A057F     03430         LD      HL,(AD5)
8118 3A037F     03440         LD      A,(AD3)
811B 47         03450         LD      B,A
811C 3A077F     03460         LD      A,(AD7)
811F 4F         03470         LD      C,A
8120 80         03480         ADD     A,B
8121 32037F     03490         LD      (AD3),A
8124 7C         03500         LD      A,H
8125 8A         03510         ADC     A,D
8126 32027F     03520         LD      (AD2),A
8129 7D         03530         LD      A,L
812A 8B         03540         ADC     A,E
812B 32017F     03550         LD      (AD1),A
812E 1F         03560         RRA
812F 32007F     03570         LD      (AD0),A
8132 AF         03580         XOR     A
8133 78         03590         LD      A,B
8134 17         03600         RLA
8135 47         03610         LD      B,A
8136 7A         03620         LD      A,D
8137 17         03630         RLA
8138 57         03640         LD      D,A
8139 7B         03650         LD      A,E
813A 17         03660         RLA
813B 5F         03670         LD      E,A
813C AF         03680         XOR     A
813D 79         03690         LD      A,C
813E 17         03700         RLA
813F 4F         03710         LD      C,A
8140 7C         03720         LD      A,H
8141 17         03730         RLA
8142 67         03740         LD      H,A
8143 7D         03750         LD      A,L
8144 17         03760         RLA
8145 6F         03770         LD      L,A
8146 79         03780         LD      A,C
8147 80         03790         ADD     A,B
8148 7C         03800         LD      A,H
8149 8A         03810         ADC     A,D
814A 7D         03820         LD      A,L
814B 8B         03830         ADC     A,E
814C 1F         03840         RRA
814D 21007F     03850         LD      HL,AD0
8150 AE         03860         XOR     (HL)
8151 FCB581     03870         CALL    M,OVERFL
```

```
8154 21017F    03880          LD      HL,AD1
8157 CD4282    03890          CALL    NORMA
815A E1        03900          POP     HL
815B D1        03910          POP     DE
815C C1        03920          POP     BC
815D F1        03930          POP     AF
815E C9        03940          RET
               03950 ;
               03960 ; S U B   S U B T R
               03970 ;
               03980 ; SUBTRACAO DE DOIS NUMEROS EM PONTO FLUTUANTE
               03990 ;
815F F5        04000 SUBTR    PUSH    AF
8160 C5        04010          PUSH    BC
8161 D5        04020          PUSH    DE
8162 E5        04030          PUSH    HL
8163 CDC681    04040          CALL    EIGUAL
8166 2A017F    04050          LD      HL,(AD1)
8169 EB        04060          EX      DE,HL
816A 2A057F    04070          LD      HL,(AD5)
816D 3A077F    04080          LD      A,(AD7)
8170 4F        04090          LD      C,A
8171 3A037F    04100          LD      A,(AD3)
8174 47        04110          LD      B,A
8175 91        04120          SUB     C
8176 32037F    04130          LD      (AD3),A
8179 7A        04140          LD      A,D
817A 9C        04150          SBC     A,H
817B 32027F    04160          LD      (AD2),A
817E 7B        04170          LD      A,E
817F 9D        04180          SBC     A,L
8180 32017F    04190          LD      (AD1),A
8183 1F        04200          RRA
8184 2F        04210          CPL
8185 32007F    04220          LD      (AD0),A
8188 AF        04230          XOR     A
8189 78        04240          LD      A,B
818A 17        04250          RLA
818B 47        04260          LD      B,A
818C 7A        04270          LD      A,D
818D 17        04280          RLA
818E 57        04290          LD      D,A
818F 7B        04300          LD      A,E
8190 17        04310          RLA
8191 5F        04320          LD      E,A
8192 AF        04330          XOR     A
8193 79        04340          LD      A,C
8194 17        04350          RLA
8195 4F        04360          LD      C,A
8196 7C        04370          LD      A,H
8197 17        04380          RLA
8198 67        04390          LD      H,A
8199 7D        04400          LD      A,L
819A 17        04410          RLA
819B 6F        04420          LD      L,A
819C 78        04430          LD      A,B
819D 91        04440          SUB     C
819E 7A        04450          LD      A,D
819F 9C        04460          SBC     A,H
81A0 7B        04470          LD      A,E
81A1 9D        04480          SBC     A,L
81A2 1F        04490          RRA
81A3 21007F    04500          LD      HL,AD0
```

```
81A6 AE        04510          XOR      (HL)
81A7 F4B581    04520          CALL     P,OVERFL
81AA 21017F    04530          LD       HL,AD1
81AD CD4282    04540          CALL     NORMA
81B0 E1        04550          POP      HL
81B1 D1        04560          POP      DE
81B2 C1        04570          POP      BC
81B3 F1        04580          POP      AF
81B4 C9        04590          RET
               04600 ;
               04610 ; S U B   O V E R F L O W
               04620 ;
81B5 7E        04630 OVERFL   LD       A,(HL)
81B6 17        04640          RLA
81B7 23        04650          INC      HL
81B8 7E        04660          LD       A,(HL)
81B9 1F        04670          RRA
81BA 77        04680          LD       (HL),A
81BB 23        04690          INC      HL
81BC 7E        04700          LD       A,(HL)
81BD 1F        04710          RRA
81BE 77        04720          LD       (HL),A
81BF 23        04730          INC      HL
81C0 7E        04740          LD       A,(HL)
81C1 1F        04750          RRA
81C2 77        04760          LD       (HL),A
81C3 23        04770          INC      HL
81C4 34        04780          INC      (HL)
81C5 C9        04790          RET
               04800 ;
               04810 ; S U B   E X P I G U A L
               04820 ;
81C6 3A047F    04830 EIGUAL   LD       A,(AD4)
81C9 21087F    04840          LD       HL,AD8
81CC 96        04850          SUB      (HL)
81CD CAEB81    04860          JP       Z,NIVEL1
81D0 F2F981    04870          JP       P,NIVEL2
81D3 2F        04880          CPL
81D4 3C        04890          INC      A
81D5 FE17      04900          CP       17H
81D7 D2EC81    04910          JP       NC,NIVEL3
81DA 21047F    04920          LD       HL,AD4
81DD CD1882    04930          CALL     ARRA
81E0 70        04940          LD       (HL),B
81E1 23        04950          INC      HL
81E2 71        04960          LD       (HL),C
81E3 23        04970          INC      HL
81E4 72        04980          LD       (HL),D
81E5 3A087F    04990          LD       A,(AD8)
81E8 32047F    05000          LD       (AD4),A
81EB C9        05010 NIVEL1   RET
81EC 7E        05020 NIVEL3   LD       A,(HL)
81ED 21047F    05030          LD       HL,AD4
81F0 77        05040          LD       (HL),A
81F1 AF        05050          XOR      A
81F2 2B        05060          DEC      HL
81F3 77        05070          LD       (HL),A
81F4 2B        05080          DEC      HL
81F5 77        05090          LD       (HL),A
81F6 2B        05100          DEC      HL
81F7 77        05110          LD       (HL),A
81F8 C9        05120          RET
81F9 FE17      05130 NIVEL2   CP       17H
```

```
81FB D20C82   05140          JP       NC,NIVEL4
81FE CD1882   05150          CALL     ARRA
8201 70       05160          LD       (HL);B
8202 23       05170          INC      HL
8203 71       05180          LD       (HL),C
8204 23       05190          INC      HL
8205 72       05200          LD       (HL),D
8206 23       05210          INC      HL
8207 3A047F   05220          LD       A,(AD4)
820A 77       05230          LD       (HL),A
820B C9       05240          RET
820C 3A047F   05250 NIVEL4   LD       A,(AD4)
820F 77       05260          LD       (HL),A
8210 AF       05270          XOR      A
8211 2B       05280          DEC      HL
8212 77       05290          LD       (HL),A
8213 2B       05300          DEC      HL
8214 77       05310          LD       (HL),A
8215 2B       05320          DEC      HL
8216 77       05330          LD       (HL),A
8217 C9       05340          RET
              05350 ;
              05360 ; S U B    A R R A
              05370 ;
8218 5F       05380 ARRA     LD       E,A
8219 2B       05390          DEC      HL
821A 56       05400          LD       D,(HL)
821B 2B       05410          DEC      HL
821C 4E       05420          LD       C,(HL)
821D 2B       05430          DEC      HL
821E 46       05440          LD       B,(HL)
821F AF       05450          XOR      A
8220 B0       05460          OR       B
8221 FA3382   05470          JP       M,NIVEL5
8224 B7       05480 NIVEL6   OR       A
8225 78       05490          LD       A,B
8226 1F       05500          RRA
8227 47       05510          LD       B,A
8228 79       05520          LD       A,C
8229 1F       05530          RRA
822A 4F       05540          LD       C,A
822B 7A       05550          LD       A,D
822C 1F       05560          RRA
822D 57       05570          LD       D,A
822E 1D       05580          DEC      E
822F C22482   05590          JP       NZ,NIVEL6
8232 C9       05600          RET
8233 37       05610 NIVEL5   SCF
8234 78       05620          LD       A,B
8235 1F       05630          RRA
8236 47       05640          LD       B,A
8237 79       05650          LD       A,C
8238 1F       05660          RRA
8239 4F       05670          LD       C,A
823A 7A       05680          LD       A,D
823B 1F       05690          RRA
823C 57       05700          LD       D,A
823D 1D       05710          DEC      E
823E C23382   05720          JP       NZ,NIVEL5
8241 C9       05730          RET
              05740 ;
              05750 ; S U B    N O R M A
              05760 ;
```

```
8242 AF       05770 NORMA   XOR     A
8243 5F       05780         LD      E,A
8244 46       05790         LD      B,(HL)
8245 23       05800         INC     HL
8246 4E       05810         LD      C,(HL)
8247 23       05820         INC     HL
8248 56       05830         LD      D,(HL)
8249 B8       05840         CP      B
824A C25882   05850         JP      NZ,NIVEL7
824D B9       05860         CP      C
824E C25882   05870         JP      NZ,NIVEL7
8251 BA       05880         CP      D
8252 C25882   05890         JP      NZ,NIVEL7
8255 23       05900         INC     HL
8256 77       05910         LD      (HL),A
8257 C9       05920         RET
8258 B0       05930 NIVEL7  OR      B
8259 F27E82   05940         JP      P,NIVE10
825C 1C       05950 NIVEL8  INC     E
825D 7A       05960         LD      A,D
825E 17       05970         RLA
825F 57       05980         LD      D,A
8260 79       05990         LD      A,C
8261 17       06000         RLA
8262 4F       06010         LD      C,A
8263 78       06020         LD      A,B
8264 17       06030         RLA
8265 47       06040         LD      B,A
8266 B7       06050         OR      A
8267 FA5C82   06060         JP      M,NIVEL8
826A 37       06070         SCF
826B 1F       06080 NIVEL9  RRA
826C 47       06090         LD      B,A
826D 79       06100         LD      A,C
826E 1F       06110         RRA
826F 4F       06120         LD      C,A
8270 7A       06130         LD      A,D
8271 1F       06140         RRA
8272 77       06150         LD      (HL),A
8273 23       06160         INC     HL
8274 1D       06170         DEC     E
8275 7E       06180         LD      A,(HL)
8276 93       06190         SUB     E
8277 77       06200         LD      (HL),A
8278 2B       06210         DEC     HL
8279 2B       06220         DEC     HL
827A 71       06230         LD      (HL),C
827B 2B       06240         DEC     HL
827C 70       06250         LD      (HL),B
827D C9       06260         RET
827E 1C       06270 NIVE10  INC     E
827F 7A       06280         LD      A,D
8280 17       06290         RLA
8281 57       06300         LD      D,A
8282 79       06310         LD      A,C
8283 17       06320         RLA
8284 4F       06330         LD      C,A
8285 78       06340         LD      A,B
8286 17       06350         RLA
8287 47       06360         LD      B,A
8288 B7       06370         OR      A
8289 F27E82   06380         JP      P,NIVE10
828C C36B82   06390         JP      NIVEL9
```

```
                06400 ;
                06410 ;  S U B   M U L T
                06420 ;
                06430 ; MULTIPLICA DOIS NUMEROS EM PONTO FLUTUANTE
                06440 ;
828F F5         06450 MULT      PUSH    AF
8290 C5         06460           PUSH    BC
8291 D5         06470           PUSH    DE
8292 E5         06480           PUSH    HL
8293 21017F     06490           LD      HL,AD1
8296 CD4282     06500           CALL    NORMA
8299 21057F     06510           LD      HL,AD5
829C CD4282     06520           CALL    NORMA
829F 21047F     06530           LD      HL,AD4
82A2 3A087F     06540           LD      A,(AD8)
82A5 86         06550           ADD     A,(HL)
82A6 77         06560           LD      (HL),A
82A7 1E00       06570           LD      E,00H
82A9 3A017F     06580           LD      A,(AD1)
82AC 17         06590           RLA
82AD D2B782     06600           JP      NC,NIVE11
82B0 21037F     06610           LD      HL,AD3
82B3 CD4683     06620           CALL    CMPNUM
82B6 1C         06630           INC     E
82B7 21017F     06640 NIVE11    LD      HL,AD1
82BA 46         06650           LD      B,(HL)
82BB 23         06660           INC     HL
82BC 4E         06670           LD      C,(HL)
82BD 23         06680           INC     HL
82BE 56         06690           LD      D,(HL)
82BF 3A057F     06700           LD      A,(AD5)
82C2 17         06710           RLA
82C3 D2CD82     06720           JP      NC,NIVE12
82C6 21077F     06730           LD      HL,AD7
82C9 CD4683     06740           CALL    CMPNUM
82CC 1C         06750           INC     E
82CD D5         06760 NIVE12    PUSH    DE
82CE 210000     06770           LD      HL,0000H
82D1 22007F     06780           LD      (AD0),HL
82D4 22027F     06790           LD      (AD2),HL
82D7 1E17       06800           LD      E,23
82D9 AF         06810 NIVE13    XOR     A
82DA BB         06820           CP      E
82DB CA1C83     06830           JP      Z,NIVE14
82DE 1D         06840           DEC     E
82DF AF         06850           XOR     A
82E0 78         06860           LD      A,B
82E1 1F         06870           RRA
82E2 47         06880           LD      B,A
82E3 79         06890           LD      A,C
82E4 1F         06900           RRA
82E5 4F         06910           LD      C,A
82E6 7A         06920           LD      A,D
82E7 1F         06930           RRA
82E8 57         06940           LD      D,A
82E9 1F         06950           RRA
82EA 32087F     06960           LD      (AD8),A
82ED AF         06970           XOR     A
82EE 21077F     06980           LD      HL,AD7
82F1 7E         06990           LD      A,(HL)
82F2 17         07000           RLA
82F3 77         07010           LD      (HL),A
82F4 2B         07020           DEC     HL
```

```
82F5 7E       07030          LD      A,(HL)
82F6 17       07040          RLA
82F7 77       07050          LD      (HL),A
82F8 2B       07060          DEC     HL
82F9 7E       07070          LD      A,(HL)
82FA 17       07080          RLA
82FB 77       07090          LD      (HL),A
82FC D2D982   07100          JP      NC,NIVE13
82FF AF       07110          XOR     A
8300 21037F   07120          LD      HL,AD3
8303 7E       07130          LD      A,(HL)
8304 82       07140          ADD     A,D
8305 77       07150          LD      (HL),A
8306 2B       07160          DEC     HL
8307 7E       07170          LD      A,(HL)
8308 89       07180          ADC     A,C
8309 77       07190          LD      (HL),A
830A 2B       07200          DEC     HL
830B 7E       07210          LD      A,(HL)
830C 88       07220          ADC     A,B
830D 77       07230          LD      (HL),A
830E 3A087F   07240          LD      A,(AD8)
8311 17       07250          RLA
8312 D2D982   07260          JP      NC,NIVE13
8315 21007F   07270          LD      HL,AD0
8318 34       07280          INC     (HL)
8319 C3D982   07290          JP      NIVE13
831C 21037F   07300 NIVE14   LD      HL,AD3
831F 3A007F   07310          LD      A,(AD0)
8322 86       07320          ADD     A,(HL)
8323 77       07330          LD      (HL),A
8324 2B       07340          DEC     HL
8325 7E       07350          LD      A,(HL)
8326 CE00     07360          ADC     A,00H
8328 77       07370          LD      (HL),A
8329 2B       07380          DEC     HL
832A 7E       07390          LD      A,(HL)
832B CE00     07400          ADC     A,00H
832D 77       07410          LD      (HL),A
832E D1       07420          POP     DE
832F 3E01     07430          LD      A,01H
8331 BB       07440          CP      E
8332 C23B83   07450          JP      NZ,NIVE15
8335 21037F   07460          LD      HL,AD3
8338 CD4683   07470          CALL    CMPNUM
833B 21017F   07480 NIVE15   LD      HL,AD1
833E CD4282   07490          CALL    NORMA
8341 E1       07500          POP     HL
8342 D1       07510          POP     DE
8343 C1       07520          POP     BC
8344 F1       07530          POP     AF
8345 C9       07540          RET
8346 AF       07550 CMPNUM   XOR     A
8347 7E       07560          LD      A,(HL)
8348 2F       07570          CPL
8349 C601     07580          ADD     A,01H
834B 77       07590          LD      (HL),A
834C 2B       07600          DEC     HL
834D 7E       07610          LD      A,(HL)
834E 2F       07620          CPL
834F CE00     07630          ADC     A,00H
8351 77       07640          LD      (HL),A
8352 2B       07650          DEC     HL
```

```
8353 7E        07660          LD      A,(HL)
8354 2F        07670          CPL
8355 CE00      07680          ADC     A,00H
8357 77        07690          LD      (HL),A
8358 C9        07700          RET
               07710 ;
               07720 ; FINAL  SUB  MULT
               07730 ;
               07740 ;
               07750 ; S U B     D I V
               07760 ;
               07770 ; DIVIDE DOIS NUMEROS EM PONTO FLUTUANTE
               07780 ;
8359 F5        07790 DIV      PUSH    AF
835A C5        07800          PUSH    BC
835B D5        07810          PUSH    DE
835C E5        07820          PUSH    HL
835D 21017F    07830          LD      HL,AD1
8360 CD4282    07840          CALL    NORMA
8363 21057F    07850          LD      HL,AD5
8366 CD4282    07860          CALL    NORMA
8369 7E        07870          LD      A,(HL)
836A FE00      07880          CP      00H
836C CA4F84    07890          JP      Z,NIVE26
836F 21087F    07900          LD      HL,AD8
8372 3A047F    07910          LD      A,(AD4)
8375 96        07920          SUB     (HL)
8376 C602      07930          ADD     A,02H
8378 32047F    07940          LD      (AD4),A
837B 1E00      07950          LD      E,00H
837D 3A017F    07960          LD      A,(AD1)
8380 17        07970          RLA
8381 D28B83    07980          JP      NC,NIVE16
8384 21037F    07990          LD      HL,AD3
8387 CD4683    08000          CALL    CMPNUM
838A 1C        08010          INC     E
838B 21017F    08020 NIVE16   LD      HL,AD1
838E 46        08030          LD      B,(HL)
838F 23        08040          INC     HL
8390 4E        08050          LD      C,(HL)
8391 23        08060          INC     HL
8392 56        08070          LD      D,(HL)
8393 3A057F    08080          LD      A,(AD5)
8396 17        08090          RLA
8397 D2A183    08100          JP      NC,NIVE17
839A 21077F    08110          LD      HL,AD7
839D CD4683    08120          CALL    CMPNUM
83A0 1C        08130          INC     E
83A1 D5        08140 NIVE17   PUSH    DE
83A2 210000    08150          LD      HL,0000H
83A5 22007F    08160          LD      (AD0),HL
83A8 22027F    08170          LD      (AD2),HL
83AB 3E40      08180          LD      A,40H
83AD 32087F    08190          LD      (AD8),A
83B0 1E17      08200          LD      E,23
83B2 AF        08210 NIVE18   XOR     A
83B3 BB        08220          CP      E
83B4 CA3784    08230          JP      Z,NIVE24
83B7 21057F    08240 NIVE19   LD      HL,AD5
83BA 78        08250          LD      A,B
83BB BE        08260          CP      (HL)
83BC FAD483    08270          JP      M,NIVE20
83BF F2F083    08280          JP      P,NIVE21
```

```
83C2 23       08290          INC     HL
83C3 79       08300          LD      A,C
83C4 BE       08310          CP      (HL)
83C5 FAD483   08320          JP      M,NIVE20
83C8 F2F083   08330          JP      P,NIVE21
83CB 23       08340          INC     HL
83CC 7A       08350          LD      A,D
83CD BE       08360          CP      (HL)
83CE DAD483   08370          JP      C,NIVE20
83D1 C3F083   08380          JP      NIVE21
83D4 1D       08390 NIVE20   DEC     E
83D5 AF       08400          XOR     A
83D6 7A       08410          LD      A,D
83D7 17       08420          RLA
83D8 57       08430          LD      D,A
83D9 79       08440          LD      A,C
83DA 17       08450          RLA
83DB 4F       08460          LD      C,A
83DC 78       08470          LD      A,B
83DD 17       08480          RLA
83DE 47       08490          LD      B,A
83DF AF       08500          XOR     A
83E0 21087F   08510          LD      HL,AD8
83E3 7E       08520          LD      A,(HL)
83E4 0F       08530          RRCA
83E5 77       08540          LD      (HL),A
83E6 D2B283   08550          JP      NC,NIVE18
83E9 21007F   08560          LD      HL,AD0
83EC 34       08570          INC     (HL)
83ED C3B283   08580          JP      NIVE18
83F0 AF       08590 NIVE21   XOR     A
83F1 21077F   08600          LD      HL,AD7
83F4 7A       08610          LD      A,D
83F5 96       08620          SUB     (HL)
83F6 57       08630          LD      D,A
83F7 2B       08640          DEC     HL
83F8 79       08650          LD      A,C
83F9 9E       08660          SBC     A,(HL)
83FA 4F       08670          LD      C,A
83FB 2B       08680          DEC     HL
83FC 78       08690          LD      A,B
83FD 9E       08700          SBC     A,(HL)
83FE 47       08710          LD      B,A
83FF AF       08720          XOR     A
8400 21027F   08730          LD      HL,AD2
8403 3A007F   08740          LD      A,(AD0)
8406 FE01     08750          CP      01H
8408 CA1784   08760          JP      Z,NIVE22
840B F22484   08770          JP      P,NIVE23
840E 2B       08780          DEC     HL
840F 3A087F   08790          LD      A,(AD8)
8412 86       08800          ADD     A,(HL)
8413 77       08810          LD      (HL),A
8414 C3B783   08820          JP      NIVE19
8417 3A087F   08830 NIVE22   LD      A,(AD8)
841A 86       08840          ADD     A,(HL)
841B 77       08850          LD      (HL),A
841C 2B       08860          DEC     HL
841D 7E       08870          LD      A,(HL)
841E CE00     08880          ADC     A,00H
8420 77       08890          LD      (HL),A
8421 C3B783   08900          JP      NIVE19
8424 23       08910 NIVE23   INC     HL
```

```
8425 3A087F   08920           LD      A,(AD8)
8428 86       08930           ADD     A,(HL)
8429 77       08940           LD      (HL),A
842A 2B       08950           DEC     HL
842B 7E       08960           LD      A,(HL)
842C CE00     08970           ADC     A,00H
842E 77       08980           LD      (HL),A
842F 2B       08990           DEC     HL
8430 7E       09000           LD      A,(HL)
8431 CE00     09010           ADC     A,00H
8433 77       09020           LD      (HL),A
8434 C3B783   09030           JP      NIVE19
8437 D1       09040 NIVE24    POP     DE
8438 3E01     09050           LD      A,01H
843A BB       09060           CP      E
843B C24484   09070           JP      NZ,NIVE25
843E 21037F   09080           LD      HL,AD3
8441 CD4683   09090           CALL    CMPNUM
8444 21017F   09100 NIVE25    LD      HL,AD1
8447 CD4282   09110           CALL    NORMA
844A E1       09120           POP     HL
844B D1       09130           POP     DE
844C C1       09140           POP     BC
844D F1       09150           POP     AF
844E C9       09160           RET
844F 76       09170 NIVE26    HALT
              09180 ;
              09190 ; FINAL  SUB  DIV
              09200 ;
              09210 ;
7F50          09220           END     CONTRL
00000 Total Errors

NIVE25  8444
NIVE23  8424
NIVE22  8417
NIVE21  83F0
NIVE20  83D4
NIVE19  83B7
NIVE24  8437
NIVE18  83B2
NIVE17  83A1
NIVE16  838B
NIVE26  844F
DIV     8359
NIVE15  833B
NIVE14  831C
NIVE13  82D9
NIVE12  82CD
CMPNUM  8346
NIVE11  82B7
NIVEL9  826B
NIVEL8  825C
NIVE10  827E
NIVEL7  8258
NIVEL6  8224
NIVEL5  8233
NIVEL4  820C
ARRA    8218
NIVEL3  81EC
NIVEL2  81F9
NIVEL1  81EB
NORMA   8242
```

OVERFL	81B5
EIGUAL	81C6
SFESQ	80CD
SAT	80C8
SFDIR	80B6
OUT	80D5
YPOS	80A6
YNEG	80A2
ESCRV	8097
SOMA	810A
MULT	828F
SUBTR	815F
PID	7F7D
CONT	7F6E
DELAY	7F65
LER	7F54
CONTRL	7F50
AD68	7F44
AD67	7F43
AD66	7F42
AD65	7F41
AD64	7F40
AD63	7F3F
AD62	7F3E
AD61	7F3D
AD60	7F3C
AD59	7F3B
AD58	7F3A
AD57	7F39
AD56	7F38
AD55	7F37
AD54	7F36
AD53	7F35
AD52	7F34
AD51	7F33
AD50	7F32
AD49	7F31
AD48	7F30
AD47	7F2F
AD46	7F2E
AD45	7F2D
AD44	7F2C
AD43	7F2B
AD42	7F2A
AD41	7F29
AD40	7F28
AD39	7F27
AD38	7F26
AD37	7F25
AD36	7F24
AD35	7F23
AD34	7F22
AD33	7F21
AD32	7F20
AD31	7F1F
AD30	7F1E
AD29	7F1D
AD28	7F1C
AD27	7F1B
AD26	7F1A
AD25	7F19
AD24	7F18
AD23	7F17

AD22	7F16
AD21	7F15
AD20	7F14
AD19	7F13
AD18	7F12
AD17	7F11
AD16	7F10
AD15	7F0F
AD14	7F0E
AD13	7F0D
AD12	7F0C
AD11	7F0B
AD10	7F0A
AD9	7F09
AD8	7F08
AD7	7F07
AD6	7F06
AD5	7F05
AD4	7F04
AD3	7F03
AD2	7F02
AD1	7F01
AD0	7F00

A1.2 - LISTAGEM BASIC DO PROGRAMA "LOADER" DADOS

LISTA DE VARIÁVEIS DO PROGRAMA "LOADER"

K : Ganho proporcional

I : Constante de tempo integral

D : Constante de tempo derivativa

F : Constante de tempo do FPB

T : Intervalo de amostragem

R : Referência

V_{max} : Valor máximo da variável a ser controlada (velocidade)

X_1 : Valor de x_{n-2}

X_2 : Valor de x_{n-1}

Y_1 : Valor de y_{n-2}

Y_2 : Valor de y_{n-1}

K_1, K_2, K_3, K_4, K_5, K_6 e K_7 : constantes da equação recursiva do PID (eq. 3.18)

```
10 REM
20 REM     PROGRAMA LOADER DE DADOS P/ O    P I D
30 REM     FAZ CONVERSAO PARA PONTO FLUTUANTE  E
40 REM     ESCREVE 3 BYTES DE MANT.E 1 DE EXP
50 REM
60      PRINT "Introduza K,TI,TD,TF,T,REF"
70      INPUT   K,I,D,F,T,R
80 R=R*2*3.141592654/60
90      PRINT "Condicoes iniciais X1,X2,Y1,Y2
100      INPUT   X1,X2,Y1,Y2
110      PRINT "Vmax
120      INPUT V
130 V=V*2*3.141592654/60
140      K1=T+2D0*F
150      K2=4D0*F/K1
160      K3=(T-2D0*F)/K1
170      K4=K/K1
180      K5=K4*((T*T)/(3D0*I)+T+2D0*D)
190     K6=K4*((4D0*T*T)/(3D0*I)-4D0*D)
200     K7=K4*((T*T)/(3D0*I)-T+2D0*D)
210     REM
220     REM      Escrita de X1
230     REM
240     AD=32561
250     M=X1
260     E=0
270     GOSUB    1140
280     REM
290     REM      Escrita de X2
300     REM
310     AD=32565
320     M=X2
330     E=0
340     GOSUB    1140
350     REM
360     REM      Escrita de Y1
370     REM
380     AD=32569
390     M=Y1
400     E=0
410     GOSUB    1140
420     REM
430     REM      Escrita de Y2
440     REM
450     AD=32573
460     M=Y2
470     E=0
480     GOSUB    1140
490     REM
500     REM      Escrita de R
510     REM
520     AD=32521
530     M=R
540     E=0
550     GOSUB    1140
560     REM
570     REM      Escrita de K1
580     REM
590     AD=32525
600     M=K1
610     E=0
620     GOSUB    1140
630     REM
                  scrita de K2
```

```
650     REM
660     AD=32529
670     M=K2
680     E=0
690     GOSUB    1140
700     REM
710     REM      Escrita de K3
720     REM
730     AD=32533
740     M=K3
750     E=0
760     GOSUB    1140
770     REM
780     REM      Escrita de K4
790     REM
800     AD=32537
810     M=K4
820     E=0
830     GOSUB    1140
840     REM
850     REM      Escrita de K5
860     REM
870     AD=32541
880     M=K5
890     E=0
900     GOSUB    1140
910     REM
920     REM      Escrita de K6
930     REM
940     AD=32545
950     M=K6
960     E=0
970     GOSUB    1140
980     REM
990     REM      Escrita de K7
1000     REM
1010     AD=32549
1020     M=K7
1030     E=0
1040     GOSUB    1140
1050     REM
1060     REM      Escrita de Vmax
1070     REM
1080     AD=32577
1090     M=V
1100     E=0
1110     GOSUB    1140
1120     REM
1130    END
1140    IF M = 0  THEN 1220
1150    IF ABS(M) >= .5 THEN 1350
1160    IF ABS(M) < .25 THEN 1380
1170    IF M > 0. THEN 1190
1180    M=1+M
1190    IF E >= 0  THEN 1210
1200    E=E+256
1210    M=M*256
1220    A=INT(M)
1230    POKE AD,A
1240    AD=AD+1
1250    M=(M-A)*256
1260    A=INT(M)
1270    POKE AD,A
1280    AD=AD+1
1290    M=(M-A)*256
        A=INT(M)
```

```
1310    POKE AD,A
1320    AD=AD+1
1330    POKE AD,E
1340    GOTO 1410
1350    M=M/2DO
1360    E=E+1
1370    GOTO 1150
1380    M=M*2DO
1390    E=E-1
1400    GOTO 1150
1410    RETURN
```

ANEXO 2

SIMULAÇÃO DIGITAL DE UMA EQUAÇÃO DIFERENCIAL , REPRESENTADA PELA SUA EQUAÇÃO RECURSIVA

A2.1 - REPRESENTAÇÃO DA EQUAÇÃO RECURSIVA

Como visto no Capítulo III, tem-se a equação diferencial (3.14), representada pela sua recursiva (3.15).

Para efeito de simulação computacional faz-se as seguintes considerações :

$x(t) = 1$

$x_n = 1$ para $n = 1,2,3 \ldots$

$K_1 = -(3/2\ \tau^2 + 7\tau - 2)$

$K_2 = -(3/2\ \tau^2 - 7\tau + 1)$

$K_3 = \tau^2$

e tem-se :

$$y_n = K_1 y_{n-1} + K_2 y_{n-2} + K_3 \qquad (3.16)$$

com finalidades computacionais, faz-se :

$Y = K_1 * Y_2 + K_2 * Y_1 + K_3$

$Y_1 = Y_2$

$Y_2 = Y$

A2.2 - SOLUÇÃO ANALÍTICA DA EQUAÇÃO DIFERENCIAL

Seja a equação diferencial definida por (3.14) e condições iniciais nulas $y(o) = y'(o) = 0$, tem-se sob a forma

de operadores diferenciais :

$$(D^2 + 7D + 3)y = 1$$

a) solução homogenea $y_H(t)$:

$$(D^2 + 7D + 3)y = 0$$

$$D^2 + 7D + 3 = 0 \quad \therefore \quad D_1 = \frac{-7+\sqrt{37}}{2} \quad e \quad D_2 = \frac{-7-\sqrt{37}}{2}$$

$$y_H(t) = K_1 e^{D_1 t} + K_2 e^{D_2 t}$$

b) solução particular $y_p(t)$:

$$y_p(t) = K$$

assim, a solução total, y(t), fica sendo :

$$y(t) = y_H(t) + y_p(t)$$

$$y(t) = K_1 e^{D_1 t} + K_2 e^{D_2 t} + K \qquad (1)$$

p/ $y(o) = K_1 + K_2 + K = 0$ (2)

derivando-se (1) obtém-se :

$$y'(t) = D_1 K_1 e^{D_1 t} + D_2 K_2 e^{D_2 t} \qquad (3)$$

p/ $y'(o) = D_1 K_1 + D_2 K_2 = 0$ (4)

derivando-se (3), tem-se :

$$y''(t) = D_1^2 K_1 e^{D_1 t} + D_2^2 K_2 e^{D_2 t} \qquad (5)$$

substituindo-se (5), (3) e (1) em (3.16) vem :

$$K_1 D_1^2 e^{D_1 t} + K_2 D_2^2 e^{D_2 t} + 7\left[K_1 D_1 e^{D_1 t} + K_2 D_2 e^{D_2 t} \right] + 3\left[K_1 e^{D_1 t} + K_2 e^{D_2 t} + K \right] = 1$$

p/ t = 0 :

$$K_1 D_1^2 + K_2 D_2^2 + 7\left(K_1 D_1 + K_2 D_2 \right) + 3\left(K_1 + K_2 + K \right) = 1 \qquad (6)$$

(2) e (4) em (6) :

$$K_1 D_1^2 + K_2 D_2^2 = 1 \qquad (7)$$

com (4) monta-se o seguinte sistema :

$$\begin{cases} K_1 D_1^2 + K_2 D_2^2 = 1 & (7) \\ K_1 D_1 + K_2 D_2 = 0 & (4) \end{cases}$$

cuja solução é :

$$K_1 = \frac{1}{D_1(D_1 - D_2)} \quad ; \quad K_2 = \frac{-1}{D_2(D_1 - D_2)}$$

aplicando-se os resultados de K_1 e K_2 em (2), tem-se :

$$K = \frac{1}{D_1 D_2}$$

substituindo-se os valores de D_1 e D_2 obtidos anteriormente, tem-se :

$$K_1 = \frac{2}{37 - 7\sqrt{37}} \quad ; \quad K_2 = \frac{2}{37 + 7\sqrt{37}} \quad e \quad K = \frac{1}{3}$$

substituindo-se K_1, K_2 e K em (1) vem :

$$y(t) = \frac{2}{37 - 7\sqrt{37}} e^{\frac{-7 + \sqrt{37}}{2} t} + \frac{2}{37 + 7\sqrt{37}} e^{\frac{-7 - \sqrt{37}}{2} t} + \frac{1}{3} \qquad (8)$$

para fins de simulação computacional são feitas as seguintes atribuições :

$$A = \frac{2}{37 - 7\sqrt{37}}$$

$$B = \frac{-7 + \sqrt{37}}{2}$$

$$C = \frac{2}{37 + 7\sqrt{37}}$$

$$D = \frac{-7 - \sqrt{37}}{2}$$

ficando a expressão (8) resumida a :

$$y(t) = A\, e^{Bt} + C\, e^{Dt} + \frac{1}{3} \qquad (9)$$

A seguir é apresentada a listagem de um programa BASIC , chamado SIMULA, mostrando os resultados, em forma de tabela, comparativos da simulação digital e da solução analítica da equação diferencial (3.14).

```
SIMULA
   10 LONG Y[5001],T,T1,T2,I,P,J
   20 LONG K1,K2,K3
   30 LONG A,B,C,D,L
   40 PRINT " TEMPO INICIAL , TEMPO FINAL "
   50 INPUT T1,T2
   60 PRINT " NUM. DE INTERVALOS P/ INTEGRACAO "
   70 INPUT N1
   80 PRINT " NUM. DE PONTOS P/ PLOTAGEM "
   90 INPUT N2
  100 REM
  110 REM
  120 T=(T2-T1)/N1
  130 I=INT((T1/T)+1)
  140 P=INT((N1+1-I)/(N2-1))
  150 REM
  160 REM
  170 K1=-(1.5L0*T*T+7L0*T-2L0)
  180 K2=-(1.5L0*T*T-7L0*T+1L0)
  190 K3=T*T
  200 REM
  210 REM
  220 PRINT ""
  230 PRINT " T = ";T
  240 PRINT "K1 = ";K1
  250 PRINT "K2 = ";K2
  260 PRINT "K3 = ";K3
  270 REM
  280 REM
  290 Y[1]=0L0
  300 Y[2]=0L0
  310 FOR N=3 TO N1+1
  320    Y[N]=K1*Y[N-1]+K2*Y[N-2]+K3
  330 NEXT N
  340 PRINT ""
  350 PRINT "TEMPO";SPA(20);"Y";SPA(12);"POS.DE P";SPA(9);"RES.CORRETO"
  360 PRINT ""
  370 REM
  380 REM
  390 A=2L0/(3.7L1-7L0*SQR(3.7L1))
  400 B=(-7L0+SQR(3.7L1))/2L0
  410 C=2L0/(3.7L1+7L0*SQR(3.7L1))
  420 D=(-7L0-SQR(3.7L1))/2L0
  430 REM
  440 REM
  450 FOR N=1 TO N2
  460    J=P*T*(N-1)+T1
  470    K=P*(N-1)+I
  480    REM
  490    REN
  500    L=A*EXP(B*J)+C*EXP(D*J)+(1L0/3L0)
  510    REM
  520    REM
  530    T3=J
  540    PRINT TAB(1);T3;TAB(14);Y[K];TAB(37);K;TAB(49);L
  550 NEXT N
  560 END
```

```
 1      TEMPO INICIAL , TEMPO FINAL
 2     ?0,10
 3      NUM. DE INTERVALOS P/ INTEGRACAO
 4     ?5000
 5      NUM. DE PONTOS P/ PLOTAGEM
 6     ?41
 7
 8      T =  2.000000000000000L-03
 9     K1 =  1.985994000000000L+00
10     K2 = -9.860060000000000L-01
11     K3 =  4.000000000000000L-06
12
13     TEMPO                    Y              POS.DE P        RES.CORRETO
14
15       0            0.000000000000000L+00    1          1.387778780781446L-17
16       .25          1.855768732444150L-02    126        1.859684117312162L-02
17       .5           4.927424431104020L-02    251        4.927821486867837L-02
18       .75          7.939298005394234L-02    376        7.938366788975693L-02
19       1            1.067749737620204L-01    501        1.067634008933740L-01
20       1.25         1.312921688834901L-01    626        1.312815546400650L-01
21       1.5          1.531731122209014L-01    751        1.531640926268340L-01
22       1.75         1.726876162489356L-01    876        1.726801463350534L-01
23       2            1.900889849674107L-01    1001       1.900828764469959L-01
24       2.25         2.056055338556671L-01    1126       2.056005089575548L-01
25       2.5          2.194413186522307L-01    1251       2.194373590845328L-01
26       2.75         2.317763821889795L-01    1376       2.317752529723207L-01
27       3            2.427790654815310L-01    1501       2.427766332848131L-01
28       3.25         2.525881277388525L-01    1626       2.525862782940776L-01
29       3.5          2.613346481442463L-01    1751       2.613332837433801L-01
30       3.75         2.691337238296707L-01    1876       2.691327610912974L-01
31       4            2.760879843451823L-01    2001       2.760873522600112L-01
32       4.25         2.822889421587493L-01    2126       2.822885803882181L-01
33       4.5          2.878181968823245L-01    2251       2.878180542801618L-01
34       4.75         2.927485090562042L-01    2376       2.927485423849858L-01
35       5            2.971447576190065L-01    2501       2.971449304368733L-01
36       5.25         3.010647936622370L-01    2626       3.010650753579939L-01
37       5.5          3.045602017040271L-01    2751       3.045605666615853L-01
38       5.75         3.076769784999275L-01    2876       3.076774053752903L-01
39       6            3.104561383231443L-01    3001       3.104566094194455L-01
40       6.25         3.129342526793342L-01    3126       3.129347534071615L-01
41       6.5          3.151439315581983L-01    3251       3.151444499700203L-01
42       6.75         3.171142525546939L-01    3376       3.171147789436850L-01
43       7            3.188711435067436L-01    3501       3.188716700615497L-01
44       7.25         3.204377236847373L-01    3626       3.204382441927166L-01
45       7.5          3.218346080225080L-01    3751       3.218351176150287L-01
46       7.75         3.230801783532566L-01    3876       3.230806733274216L-01
47       8            3.241908255002050L-01    4001       3.241913029720939L-01
48       8.25         3.251811645650545L-01    4126       3.251816225502162L-01
49       8.5          3.260642276525411L-01    4251       3.260646647700210L-01
50       8.75         3.268516351619104L-01    4376       3.268520505525927L-01
51       9            3.275537487419975L-01    4501       3.275541419944718L-01
52       9.25         3.281798076422369L-01    4626       3.281801786736820L-01
53       9.5          3.287380502936787L-01    4751       3.287383993037711L-01
54       9.75         3.292358227201662L-01    4876       3.292361501260556L-01
55       10           3.296796752060484L-01    5001       3.296799815929171L-01
```

ANEXO 3

SIMULAÇÃO DIGITAL DA EQUAÇÃO RECURSIVA DO REGULADOR P I D

A3.1 - REPRESENTAÇÃO DA EQUAÇÃO RECURSIVA

Como apresentado no Capítulo III, tem-se a função de transferência do regulador PID, dada pela equação (3.2) e representada por sua recursiva (3.18). Para fins de simulação digital faz-se as seguintes substituições :

$$K_1 = (4T_F)/(\tau + 2T_F)$$

$$K_2 = (\tau - 2T_F)/(\tau + 2T_F)$$

$$K_3 = K/(\tau + 2T_F)$$

$$K_4 = \tau^2/3T_I + \tau + 2T_D$$

$$K_5 = 4\tau^2/3T_I - 4T_D$$

$$K_6 = \tau^2/3T_I - \tau + 2T_D$$

e,

$$y_n = K_1 y_{n-1} + K_2 y_{n-2} + K_3 [K_4 x_n + K_5 x_{n-1} + K_6 x_{n-2}] \quad (3.18)$$

é feita a simulação para as seguintes condições :

$y(0_-) = 1$ e

função forçante : $x(t) = U_{-1}(t) - U_{-1}(t-5)$

(janela de duração $t = 5$ seg)

A Fig.1 mostra o resultado da simulação digital da equação representada por (3.18).

A3.2 - SOLUÇÃO ANALÍTICA DO REGULADOR P I D

Tendo-se (3.2) :

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K}{1 + T_F s} \left[1 + T_D s + \frac{1}{T_I s} \right]$$

e que pode ser escrita sob a forma :

$$Y(s) = \frac{K}{1 + T_F s} \left[\frac{T_I T_D s^2 + T_I s + 1}{T_I s} \right] X(s)$$

$$(1 + T_F s)(T_I s)\, Y(s) = K\, (T_I T_D s^2 + T_I s + 1)\, X(s)$$

dividindo-se ambos membros por $T_I T_F$, vem :

$$s \left(s + \frac{1}{T_F} \right) Y(s) = K \left(\frac{T_D}{T_F} s^2 + \frac{s}{T_F} + \frac{1}{T_I T_F} \right) X(s)$$

que pode ser escrita sob a forma diferencial :

$$y'' + \frac{1}{T_F} y' = K \frac{T_D}{T_F} x'' + \frac{K}{T_F} x' + \frac{K}{T_I T_F} x \qquad (1)$$

supondo a função forçante :

$$x(t) = U_{-1}(t) - U_{-1}(t-5)$$

pode-se aplicar apenas , $x = U_{-1}(t)$, como função forçante, encontrar a resposta a esta solicitação e finalmente, aplicando o teorema da superposição, encontrar a resposta para :

$$x(t) = U_{-1}(t) - U_{-1}(t-5)$$

Assim, considera-se, inicialmente como função forçante :

$x(t) = U_{-1}(t)$ e

condições iniciais $y(0_-) = 1$ e $y'(0_-) = 0$

desta forma, (1) se transforma em :

$$y'' + \frac{1}{T_F} y' = K \frac{T_D}{T_F} U_1(t) + \frac{K}{T_F} U_0(t) + \frac{K}{T_I T_F} U_{-1}(t) \qquad (2)$$

para $t > 0$ tem-se :

$$y'' + \frac{1}{T_F} y' = \frac{K}{T_I T_F}$$

que pode ser escrita sob a forma :

$$D \left(D + \frac{1}{T_F} \right) y = \frac{K}{T_I T_F}$$

cuja soluçao homogenea e :

$$y_H(t) = K_1 + K_2 \, e^{-\frac{t}{T_F}}$$

e tem por soluçao particular :

$$y_p(t) = \frac{1}{D \left(D + \frac{1}{T_F} \right)} \frac{K}{T_I T_F} = \frac{1}{D} \left[\frac{K}{T_I} \right] = \frac{K}{T_I} t$$

assim :

$$y(t) = y_H(t) + y_p(t)$$

$$y(t) = \frac{K}{T_I} t + K_1 + K_2 \, e^{-\frac{t}{T_F}} \qquad \text{p/ } 0 < t < 5 \qquad (3)$$

se :

$$\begin{aligned} y(t) &= C_o U_{-1}(t) \\ y'(t) &= C_o U_o(t) + C_1 U_{-1}(t) \\ y''(t) &= C_o U_1(t) + C_1 U_o(t) + C_2 U_{-1}(t) \end{aligned} \qquad (4)$$

substituindo-se as equaçoes (4) em (2) e agrupando os termos, tem-se :

$$C_o U_1(t) + \left[C_1 + \frac{C_o}{T_F} \right] U_o(t) + \left[C_2 + \frac{C_1}{T_F} \right] U_{-1}(t) = \frac{K \, T_D}{T_F} U_1(t) + \frac{K}{T_F} U_o(t) + \frac{K}{T_I T_F} U_{-1}(t) \qquad (5)$$

tem-se ainda que :

$$\begin{aligned} y(o_+) &= y(o_-) + C_o \\ y'(o_+) &= y'(o_-) + C_1 \end{aligned} \qquad (6)$$

de (5) tira-se que :

$$C_o = \frac{K \, T_D}{T_F} \quad e \quad C_1 + \frac{C_o}{T_F} = \frac{K}{T_F} \longrightarrow C_1 = \frac{K \left(T_F - T_D \right)}{T_F^2}$$

C_o e C_1 em (6), tem-se :

$$y(o_+) = 1 + \frac{K\ T_D}{T_F} = K_1 + K_2 \qquad (7)$$

$$y'(o_+) = \frac{K(T_F - T_D)}{T_F^2} \qquad (8)$$

derivando-se (3) e igualando a (8), tem-se :

$$y'(t) = \frac{K}{T_I} - \frac{K_2}{T_F}\ e^{-\frac{t}{T_F}}$$

$$\frac{K}{T_I} - \frac{K_2}{T_F}\ e^{-\frac{t}{T_F}} = \frac{K(T_F - T_D)}{T_F^2}$$

$$K_2 = \frac{K\ T_F}{T_I} - K + \frac{K\ T_D}{T_F}$$

substituindo-se K_2 em (7) obtem-se K_1 :

$$K_1 = 1 + K - \frac{K\ T_F}{T_I}$$

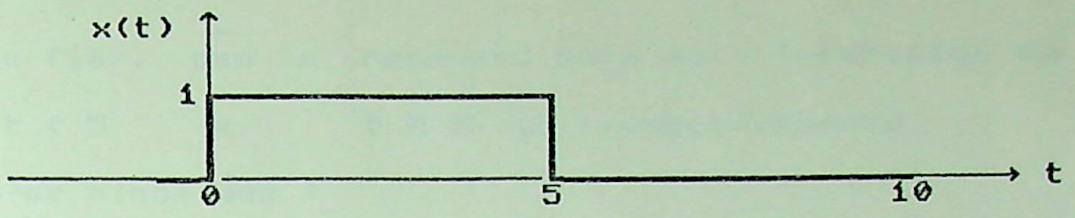
assim (3) fica determinada por :

$$y_1(t) = \left(1 + K - \frac{K\ T_F}{T_I}\right) + \frac{K}{T_I}\ t + \left(\frac{K\ T_F}{T_I} - K + \frac{K\ T_D}{T_F}\right) e^{-\frac{t}{T_F}}$$

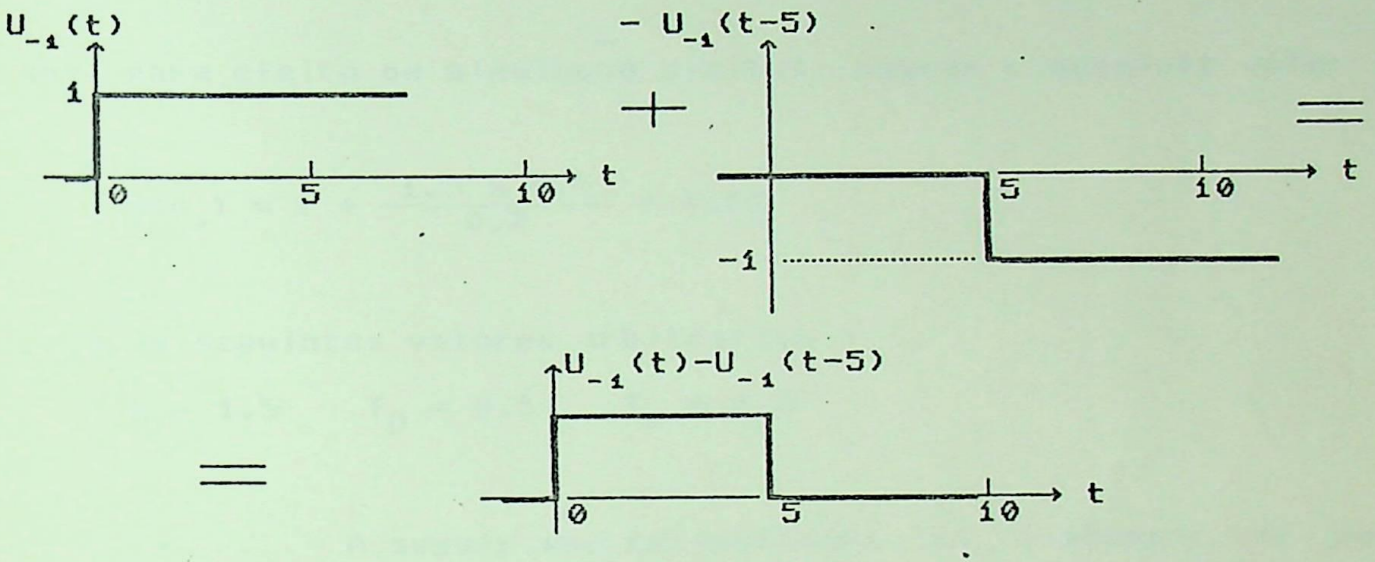
$$p/\ \ 0 < t < 5 \qquad (9)$$

devendo-se lembrar que a função forçante é dada por :

$x(t) = U_{-1}(t) - U_{-1}(t-5)$, representada por :



que pode ser representada, graficamente, pela soma de dois outros degrais unitários :



assim :

$$y_2(t) = -\left(1 + K - \frac{K\,T_F}{T_I} \right) - \frac{K}{T_I}\,(t-5) -$$

$$-\left(\frac{K\,T_F}{T_I} - K + \frac{K\,T_D}{T_F} \right) e^{-\frac{(t-5)}{T_F}}$$

é a resposta à $-U_{-1}(t-5)$

$\therefore$ p/ $t \geq 5$, tem-se :

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t) + y(o_-) = y_1(t) + y_2(t) + 1$$

$$y(t) = \left(1 - e^{-\frac{5}{T_F}} \right) \left[\left(\frac{K\,T_F}{T_I} - K + \frac{K\,T_D}{T_F} \right) e^{-\frac{t}{T_F}} \right] + \frac{5K}{T_I} + 1$$

(10)

assim (9) e (10), são a resposta para dois intervalos de tempo

$0 < t < 5$ e $t \geq 5$, respectivamente

de (7) tem-se ainda que :

$$y(o_+) = 1 + \frac{K\ T_D}{T_F}$$

que, para efeito de simulação digital, assume o seguinte valor :

$$y(o_+) = 1 + \frac{1.5 \times 0.5}{0.2} = 4.75$$

para os seguintes valores arbitrários :

$K = 1.5 \quad T_D = 0.5 \quad T_F = 0.2$

A seguir são apresentadas as listagens de dois programas BASIC, demonstrando resultados da simulação digital da equação recursiva (3.18) e seu resultado analítico, expressões (9) e (10). Estes programas recebem os nomes PID e RESPOSTA, respectivamente.

As figuras FIG 1 e FIG 2, respectivamente, mostram os resultados obtidos através da simulação digital da equação recursiva (3.18), ou trecho (3.21), e pelas equações obtidas através de método analítico (Eq.9 e Eq.10, ANEXO III), para os mesmos valores atribuídos aos parâmetros K, T_I, T_D, T_F e τ .

Nas FIG.3 e FIG.4 é ressaltada a predominância do parâmetro T_D pela diminuição gradativa de T_F. Esta influência é mais evidenciada ainda, quando T_F tende a valores próximos de zero, e o regulador PID fica mais susceptível a ruídos (FIG.5 e FIG.6) .

```
PID
   10 LONG X,X1,X2,Y,Y1,Y2
   20 LONG K,I,D,F,T,R
   30 LONG T1
   40 FILES G11,G22
   50 REM
   60 REM     LEITURA DOS PARAMETROS DO  P I D    (K,TI,TD,TF,T,R)
   70 REM
   80 PRINT "INTRODUZA K,TI,TD,TF,T,REF"
   90 INPUT K,I,D,F,T,R
  100 REM
  110 REM     GERACAO DO ARQUIVO SIMULADOR DE VELOCIDADE  (X)
  120 REM
  130 FOR T1=0 TO 5+T STEP T
  140   N=T1
  150   PRINT #1;1L0,N
  160 NEXT T1
  170 FOR T1=T1 TO 10+T STEP T
  180   N=T1
  190   PRINT #1;0L0,N
  200 NEXT T1
  210 REM
  220 REM     CONSTANTES DA EQUACAO RECURSIVA (K1,K2,K3,K4,K5,K6)
  230 REM
  240 K1=(4L0*F)/(T+2L0*F)
  250 K2=(T-2L0*F)/(T+2L0*F)
  260 K3=K/(T+2L0*F)
  270 K4=(T*T)/(3L0*I)+T+2L0*D
  280 K5=4L0*((T*T)/(3L0*I)-D)
  290 K6=(T*T)/(3L0*I)-T+2L0*D
  300 REM
  310 REM     CONDICOES INICIAIS
  320 REM
  330 X1=0
  340 X2=0
  350 Y1=1
  360 Y2=1
  370 REM
  380 RESTORE #1
  390 REM
  400 FOR I=0 TO 501
  410   REM
  420   READ #1;X,N
  430   REM
  440   X=X-R
  450   Y=K1*Y2+K2*Y1+K3*(K4*X+K5*X2+K6*X1)
  460   REM
  470   REM  ESCRITA DA SAIDA   (Y)
  480   REM
  490   PRINT #2;N;X;Y
  500   REM
  510   X1=X2
  520   X2=X
  530   Y1=Y2
  540   Y2=Y
  550   REM
  560 NEXT I
  570 END
```

1	0	1.000000000000000L+00	4.643094363875662L+00
2	.02	1.000000000000000L+00	4.440417534877040L+00
3	.04	1.000000000000000L+00	4.258471666659903L+00
4	.06	1.000000000000000L+00	4.095282379653324L+00
5	.08	1.000000000000000L+00	3.949063330660146L+00
6	.1	1.000000000000000L+00	3.818198304609561L+00
7	.12	1.000000000000000L+00	3.701225011859090L+00
8	.14	1.000000000000000L+00	3.596620426612510L+00
9	.16	1.000000000000000L+00	3.503787533490110L+00
10	.18	1.000000000000000L+00	3.421043397284244L+00
11	.2	1.000000000000000L+00	3.347607875596685L+00
12	.22	1.000000000000000L+00	3.282594685511637L+00
13	.24	1.000000000000000L+00	3.225201617825099L+00
14	.26	1.000000000000000L+00	3.174702945709204L+00
15	.28	1.000000000000000L+00	3.130442059327342L+00
16	.3	1.000000000000000L+00	3.091624887112367L+00
17	.32	1.000000000000000L+00	3.058313920207161L+00
18	.34	1.000000000000000L+00	3.029422864011549L+00
19	.36	1.000000000000000L+00	3.004711722865822L+00
20	.38	1.000000000000000L+00	2.983782409405909L+00
21	.4	1.000000000000000L+00	2.966274748499991L+00
22	.42	1.000000000000000L+00	2.951962868667790L+00
23	.44	1.000000000000000L+00	2.940251933084146L+00
24	.46	1.000000000000000L+00	2.931175194435960L+00
25	.48	1.000000000000000L+00	2.924391272460713L+00
26	.5	1.000000000000000L+00	2.919991830376862L+00
27	.52	1.000000000000000L+00	2.916849289749705L+00
28	.54	1.000000000000000L+00	2.915714897946467L+00
29	.56	1.000000000000000L+00	2.916116926024457L+00
30	.58	1.000000000000000L+00	2.917909048307219L+00
31	.6	1.000000000000000L+00	2.920958274854573L+00
32	.62	1.000000000000000L+00	2.925146823940433L+00
33	.64	1.000000000000000L+00	2.930363921932693L+00
34	.66	1.000000000000000L+00	2.936512716438247L+00
35	.68	1.000000000000000L+00	2.943504893397131L+00
36	.7	1.000000000000000L+00	2.951258838771828?L+00
37	.72	1.000000000000000L+00	2.959702378613976L+00
38	.74	1.000000000000000L+00	2.968770561570202L+00
39	.76	1.000000000000000L+00	2.978403489553190L+00
40	.78	1.000000000000000L+00	2.988547377048656L+00
41	.8	1.000000000000000L+00	2.999153562359305L+00
42	.82	1.000000000000000L+00	3.010176015755016L+00
43	.84	1.000000000000000L+00	3.021580902584961L+00
44	.86	1.000000000000000L+00	3.033326181526726L+00
45	.88	1.000000000000000L+00	3.045391243768884L+00
46	.9	1.000000000000000L+00	3.057721594104797L+00
47	.92	1.000000000000000L+00	3.070300515160383L+00
48	.94	1.000000000000000L+00	3.083123879790691L+00
49	.96	1.000000000000000L+00	3.096143829962558L+00
50	.98	1.000000000000000L+00	3.109363592696076L+00
51	1.	1.000000000000000L+00	3.122747293868814L+00

```
RESPOSTA
   10 LONG K,I,D,F,T,R
   20 LONG T1,V
   30 FILES G22
   40 REM
   50 REM      LEITURA DOS PARAMETROS  (K,TI,TD,TF,T)
   60 REM
   70 PRINT "INTRODUZA K,TI,TD,TF,T"
   80 INPUT K,I,D,F,T
   90 REM
  100 REM      GERACAO DA RESPOSTA ANALITICA   (V)
  110 REM
  120 FOR T1=0 TO 5+T STEP T
  130    N=T1
  140    V=(1+K-K*F/I)+K*T1/I+K*(F/I-1+D/F)*EXP(-T1/F)
  150    PRINT #1;N;1L0;V
  160 NEXT T1
  170 FOR T1=T1 TO 10+T STEP T
  180    N=T1
  190    V=(1-EXP(5L0/F))*(K*(F/I-1+D/F)*EXP(-T1/F))+5L0*K/I+1
  200    PRINT #1;N;0L0;V
  210 NEXT T1
  220 END
```

1	0	1.000000000000000L+00	4.750000000000000L+00
2	.02	1.000000000000000L+00	4.536609803286303L+00
3	.04	1.000000000000000L+00	4.344953807387157L+00
4	.06	1.000000000000000L+00	4.172963729636123L+00
5	.08	1.000000000000000L+00	4.018768110485534L+00
6	.1	1.000000000000000L+00	3.880673583310320L+00
7	.12	1.000000000000000L+00	3.757147926625663L+00
8	.14	1.000000000000000L+00	3.646604729099383L+00
9	.16	1.000000000000000L+00	3.548389513851332L+00
10	.18	1.000000000000000L+00	3.460767183377438L+00
11	.2	1.000000000000000L+00	3.382910658811461L+00
12	.22	1.000000000000000L+00	3.313690600875391L+00
13	.24	1.000000000000000L+00	3.252266105892851+00
14	.26	1.000000000000000L+00	3.199076302291630L+00
15	.28	1.000000000000000L+00	3.151932713459855L+00
16	.3	1.000000000000000L+00	3.110512384356231L+00
17	.32	1.000000000000000L+00	3.074591643187173L+00
18	.34	1.000000000000000L+00	3.043440457726562L+00
19	.36	1.000000000000000L+00	3.016717331731808L+00
20	.38	1.000000000000000L+00	2.993964684134324L+00
21	.4	1.000000000000000L+00	2.974604679767870L+00
22	.42	1.000000000000000L+00	2.958855427807157L+00
23	.44	1.000000000000000L+00	2.945927580069601L+00
24	.46	1.000000000000000L+00	2.935621224954729L+00
25	.48	1.000000000000000L+00	2.927722087894590L+00
26	.5	1.000000000000000L+00	2.922003996697357L+00
27	.52	1.000000000000000L+00	2.918256587714401L+00
28	.54	1.000000000000000L+00	2.916229322057539L+00
29	.56	1.000000000000000L+00	2.915944150300523L+00
30	.58	1.000000000000000L+00	2.917055728135277L+00
31	.6	1.000000000000000L+00	2.919488964002874L+00
32	.62	1.000000000000000L+00	2.923116085744539L+00
33	.64	1.000000000000000L+00	2.927829285546079L+00
34	.66	1.000000000000000L+00	2.933519601762976L+00
35	.68	1.000000000000000L+00	2.940095847904783L+00
36	.7	1.000000000000000L+00	2.947473720213564L+00
37	.72	1.000000000000000L+00	2.955576933872502L+00
38	.74	1.000000000000000L+00	2.964336463528815L+00
39	.76	1.000000000000000L+00	2.973699852454797L+00
40	.78	1.000000000000000L+00	2.983580587469930L+00
41	.8	1.000000000000000L+00	2.993957533329521+00
42	.82	1.000000000000000L+00	3.004774420964227L+00
43	.84	1.000000000000000L+00	3.015989384369146L+00
44	.86	1.000000000000000L+00	3.027564541629282L+00
45	.88	1.000000000000000L+00	3.039465615767364L+00
46	.9	1.000000000000000L+00	3.051661591691781L+00
47	.92	1.000000000000000L+00	3.064124405787121L+00
48	.94	1.000000000000000L+00	3.076829665044070L+00
49	.96	1.000000000000000L+00	3.089751392917648L+00
50	.98	1.000000000000000L+00	3.102871799370210L+00
51	1.	1.000000000000000L+00	3.116171072797805L+00

A3.3 - SOLUÇÃO ANALÍTICA DA ATUAÇÃO DO F P B SOBRE A FUNÇÃO FORÇANTE X(s)

Tomando-se a equação (3.19)

$$B(s) = \frac{1}{1 + T_F s} \; X(s)$$

se $x(t) = u_{-1}(t) - u_{-1}(t-5)$, tem-se de [11] que :

$$X(s) = \frac{1}{s} \left[1 - e^{-5s} \right]$$

ficando (3.22) :

$$B(s) = \frac{1}{1 + T_F s} \frac{1}{s} \left[1 - e^{-5s} \right]$$

que pode ser colocada sob a forma :

$$B(s) = \frac{1}{T_F} \frac{1 - e^{-5s}}{s} \frac{1}{s + 1/T_F} =$$

$$= \frac{1}{T_F} \left[\frac{1}{s(s + 1/T_F)} - \frac{1}{s(s + 1/T_F)} e^{-5s} \right] \qquad (3.22)$$

de [11] , decompondo em frações parciais, vem :

$$B(s) = \frac{1}{T_F} \left[\frac{1}{1/T_F} \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s + 1/T_F} \right) - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{1/T_F} \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s + 1/T_F} \right) e^{-5s} \right] =$$

$$= \left[\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s + 1/T_F} \right) - \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s + 1/T_F} \right) e^{-5s} \right]$$

de [11] tem-se $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s + a} \right] = e^{-at} \; U_{-1}(t)$

que aplicada à equação anterior fica :

$$b(t) = U_{-1}(t) - U_{-1}(t) \; e^{-\frac{t}{T_F}} - U_{-1}(t-5) + U_{-1}(t-5) \; e^{-\frac{t-5}{T_F}}$$

$$b(t) = U_{-1}(t) \left(1 - e^{-\frac{t}{T_F}} \right) - U_{-1}(t-5) \left(1 - e^{-\frac{t-5}{T_F}} \right)$$

(3.23)

A equação (3.23) é a solução analítica da atuação do FPB sobre uma função forçante do tipo :

$$x(t) = U_{-1}(t) - U_{-1}(t-5)$$

A3.3.1 - SIMULAÇÃO DIGITAL DA EQUAÇÃO RECURSIVA REPRESENTATIVA DA ATUAÇÃO DO FPB SOBRE A FUNÇÃO FORÇANTE $x(t)$

De (3.20) :

$$b_n = -\frac{\tau - 2\,T_F}{\tau + 2\,T_F}\,b_{n-1} + \frac{\tau}{\tau + 2\,T_F}\,(x_n + x_{n-1})$$

onde :

$$K_1 = -(\tau - 2\,T_F)/(\tau + 2\,T_F)$$

$$K_2 = \tau/(\tau + 2\,T_F)$$

ficando (3.20) representada por :

$$b_n = K_1\,b_{n-1} + K_2\,(x_n + x_{n-1})$$

para fins da simulação digital faz-se :

$$Y = K_1 Y + K_2(X + X_1) \quad \text{e}$$

$$X_1 = X$$

A seguir é mostrada a listagem do programa FILTRO e a FIG 7, representando o comportamento do FPB .

CONCLUSÕES :

1. Percebe-se claramente, através da FIG 7, a ação atenuadora de variações bruscas (subidas e descidas

rápidas). Como num caso prático o máximo que se pode esperar é que a grandeza possua variações rápidas (degrau), a utilização de uma função forçante do tipo janela fica aqui justificada.

2. Dois aspectos importantes do FPB

a) Atenuar espectros de frequência complementares introduzidos pelo próprio processo de amostragem (Capítulo IV) [3] .

b) Garantir a convergência do regulador PID, equação (3.18), através da filtragem de ruídos indesejáveis [1], (FIG 1 e FIG 2).

FILTRO

```
   10 LONG X,X1,Y,T,T1,F,K1,K2
   20 FILES G11,G22
   30 REM
   40 REM      LEITURA DOS PARAMETROS DO FILTRO  (F,T)
   50 REM
   60 PRINT "INTRODUZA TF E T"
   70 INPUT F,T
   80 REM
   90 REM      GERACAO DO AROUIVO DE ENTRADA  (X)
  100 REM
  110 FOR T1=T TO 5+T STEP T
  120    N=T1
  130    PRINT #1;1L0,N
  140 NEXT T1
  150 FOR T1=T1 TO 10+T STEP T
  160    N=T1
  170    PRINT #1;0L0,N
  180 NEXT T1
  190 REM
  200 REM      CONSTANTES DA EQUACAO RECURSIVA
  210 REM
  220 K1=-(T-2L0*F)/(T+2L0*F)
  230 K2=T/(T+2L0*F)
  240 REM
  250 REM      CONDICOES INICIAIS
  260 X=0
  270 X1=0
  280 Y=0
  290 REM
  300 T1=0
  310 N=T1
  320 PRINT #2;N,X,Y
  330 REM
  340 RESTORE #1
  350 REM
  360 FOR I=1 TO 501
  370    REM
  380    READ #1;X,N
  390    REM
  400    Y=K1*Y+K2*(X+X1)
  410    REM
  420    REM    ESCRITA DA SAIDA   (Y)
  430    REM
  440    PRINT #2;N;X;Y
  450    REM
  460    X1=X
  470    REM
  480 NEXT I
  490 END
```

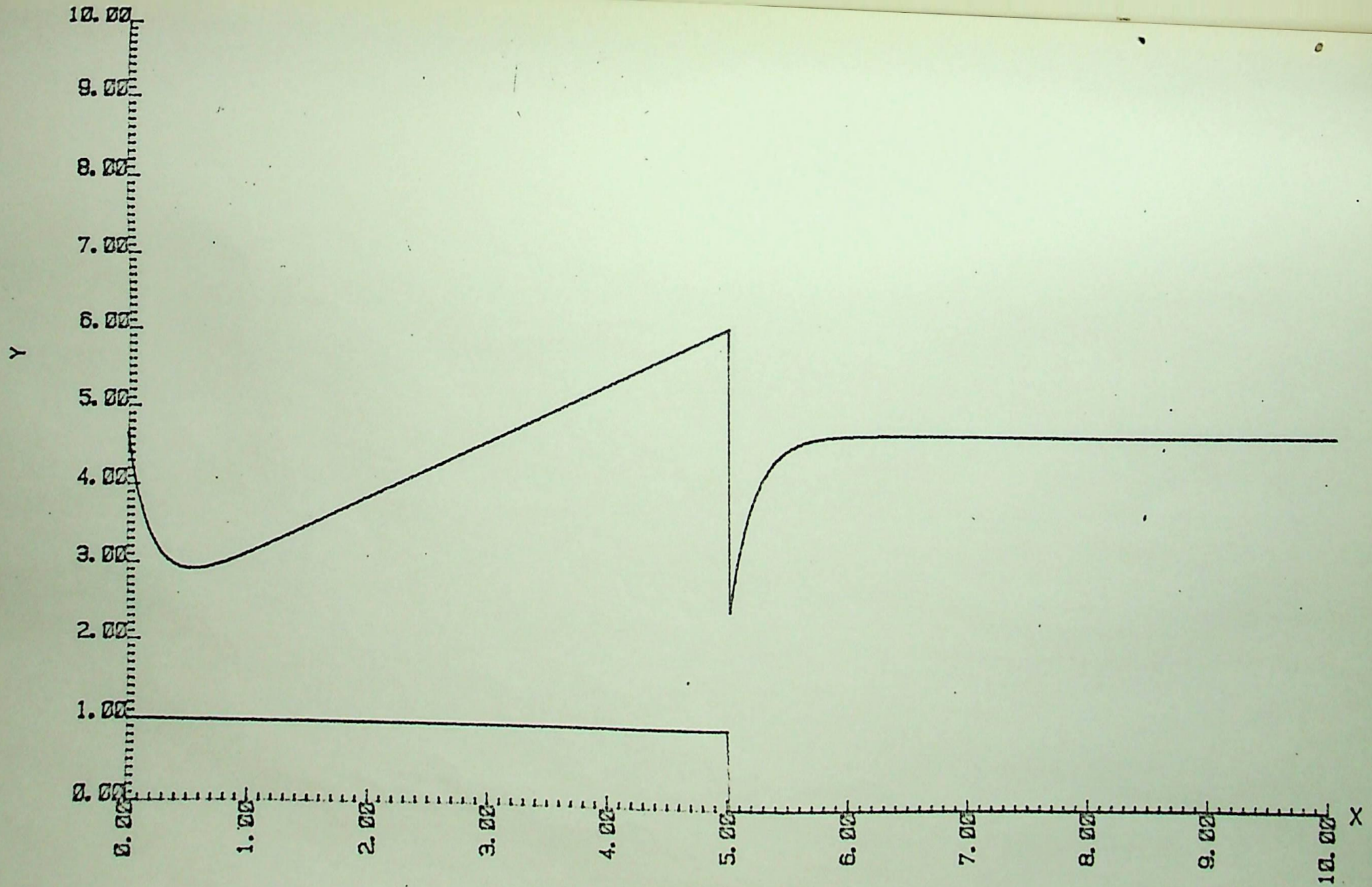


FIG. 1 RESPOSTA A SIMULACAO COM FUNCAO FORCANTE JANELA
K=1.5 TI=2 TD=.5 TF=.2 T=.02

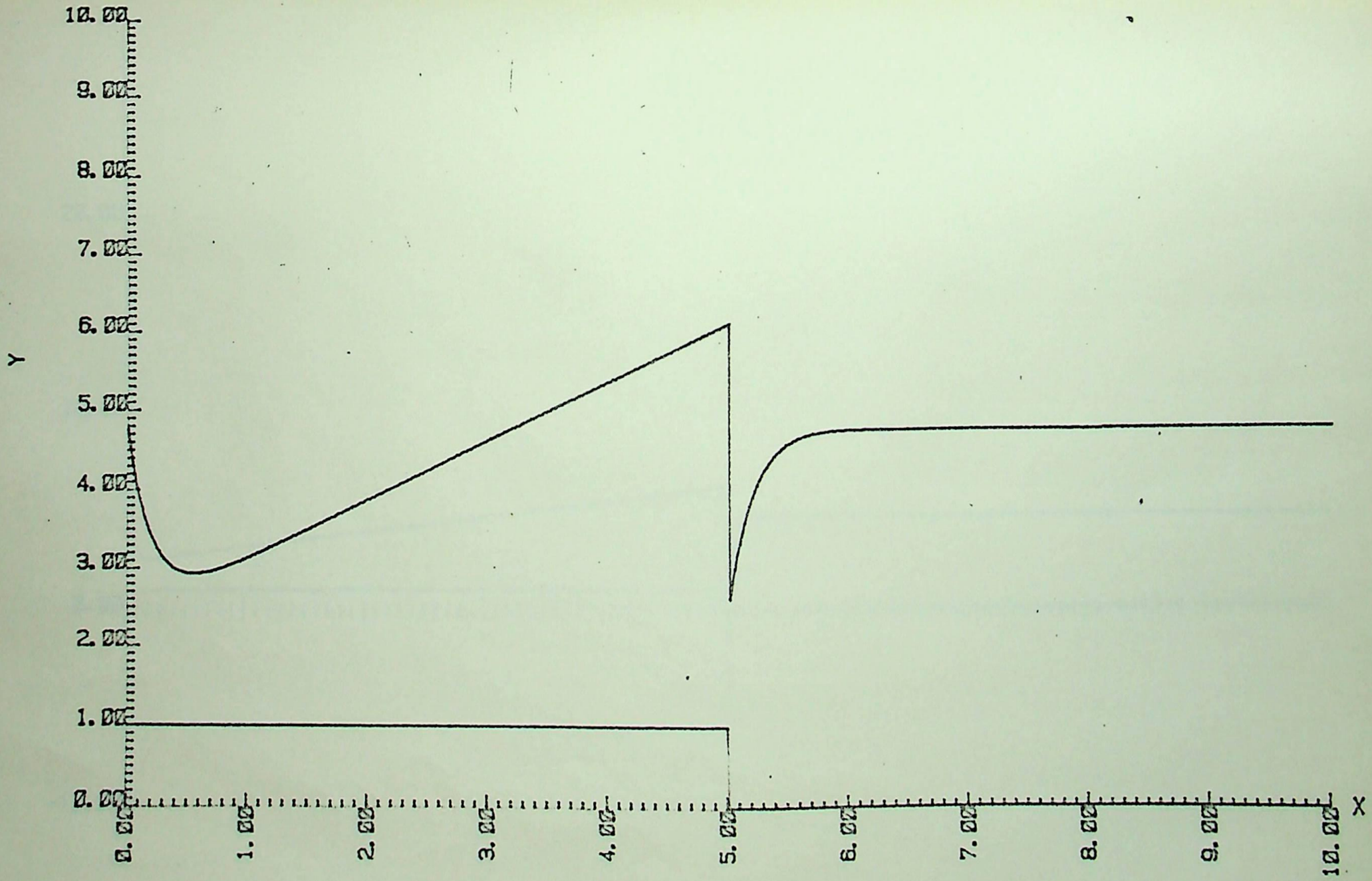


FIG. 2 RESPOSTA ANALITICA COM FUNCAO FORCANTE JANELA
K=1.5 TI=2 TD=.5 TF=.2 T=.02

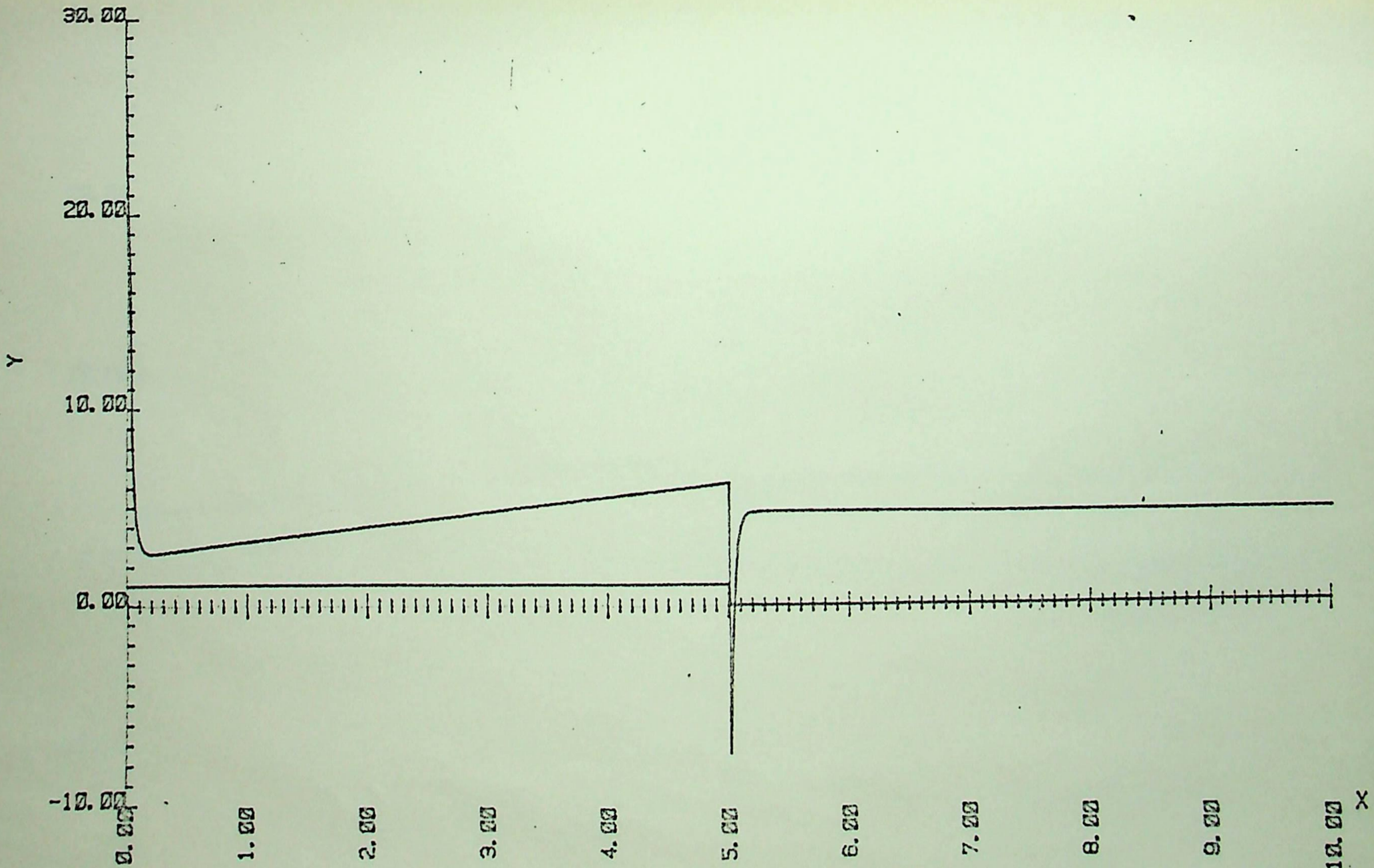


FIG. 3 RESPOSTA ANALITICA COM FUNCAO FORCANTE JANELA
K=1.5 TI=2 TD=.5 TF=.03 T=.02

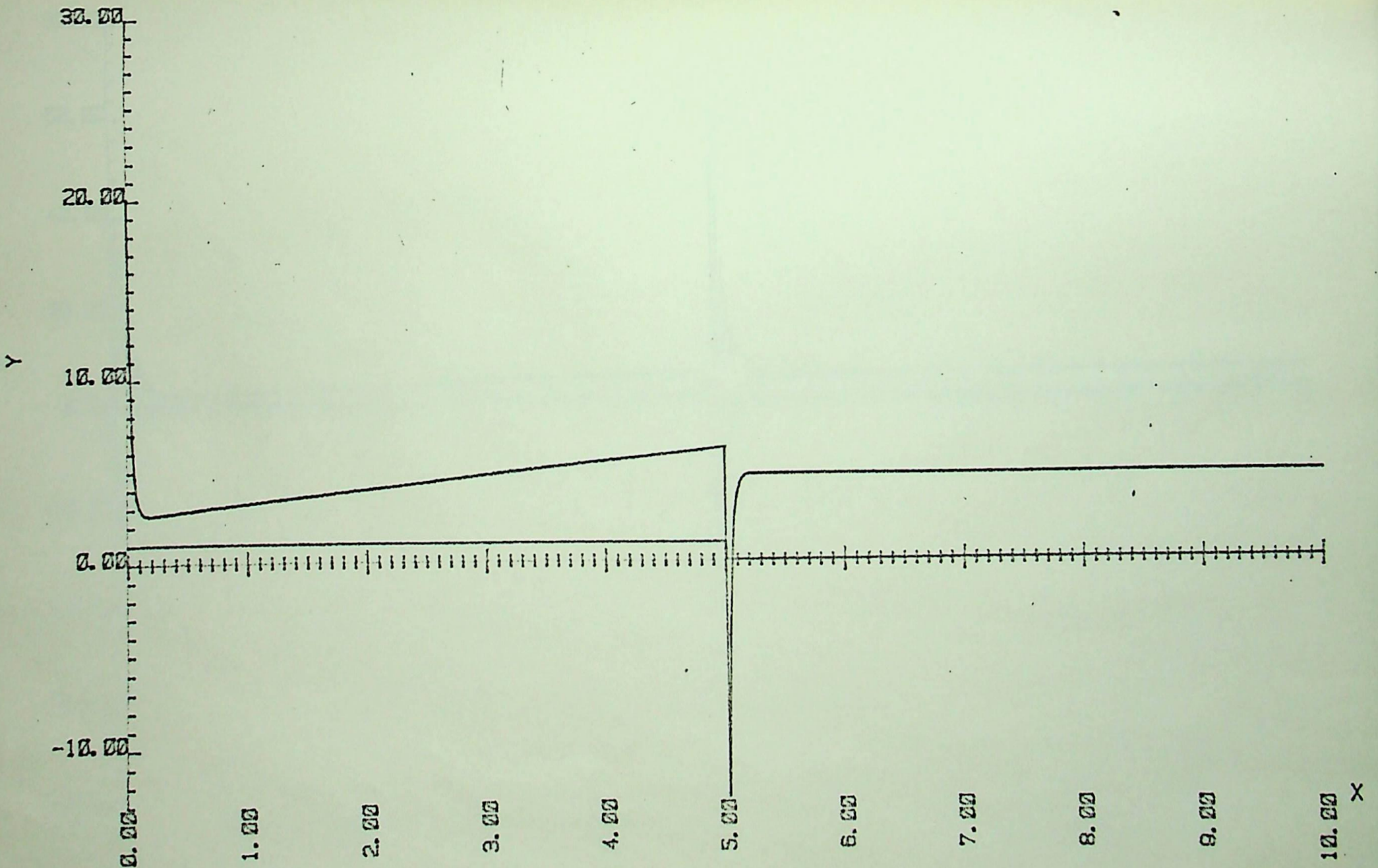


FIG. 4 RESPOSTA A SIMULACAO COM FUNCAO FORCANTE JANELA
K=1.5 TI=2 TD=.5 TF=.03 T=.02

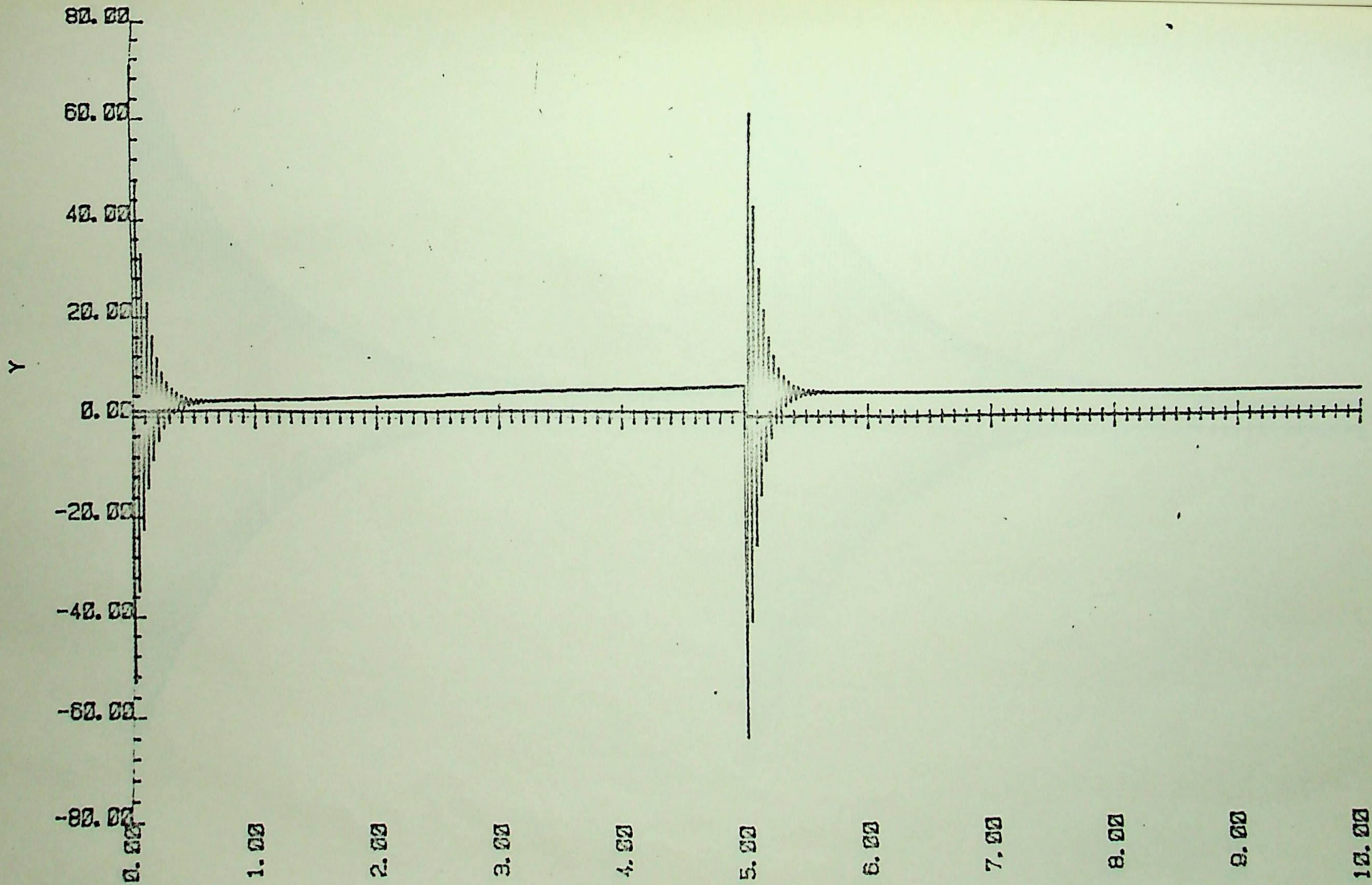


FIG. 5 RESPOSTA A SIMULACAO COM FUNCAO FORCANTE JANELA
K=1.5 TI=2 TD=.5 TF=.001 T=.02

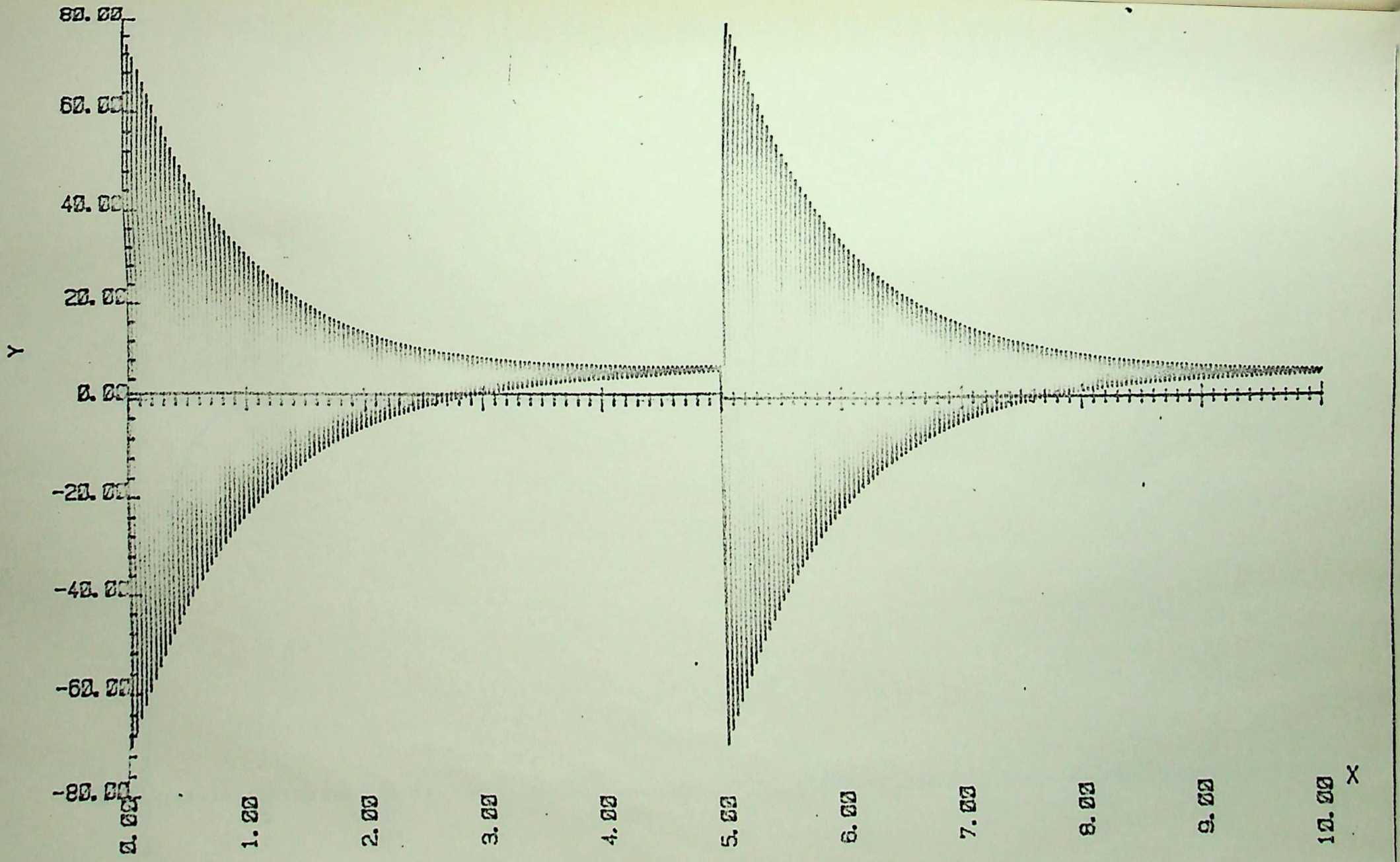


FIG. 6 RESPOSTA A SIMULACAO COM FUNCAO FORCANTE JANELA
K=1.5 TI=2 TD=.5 TF=.0001 T=.02

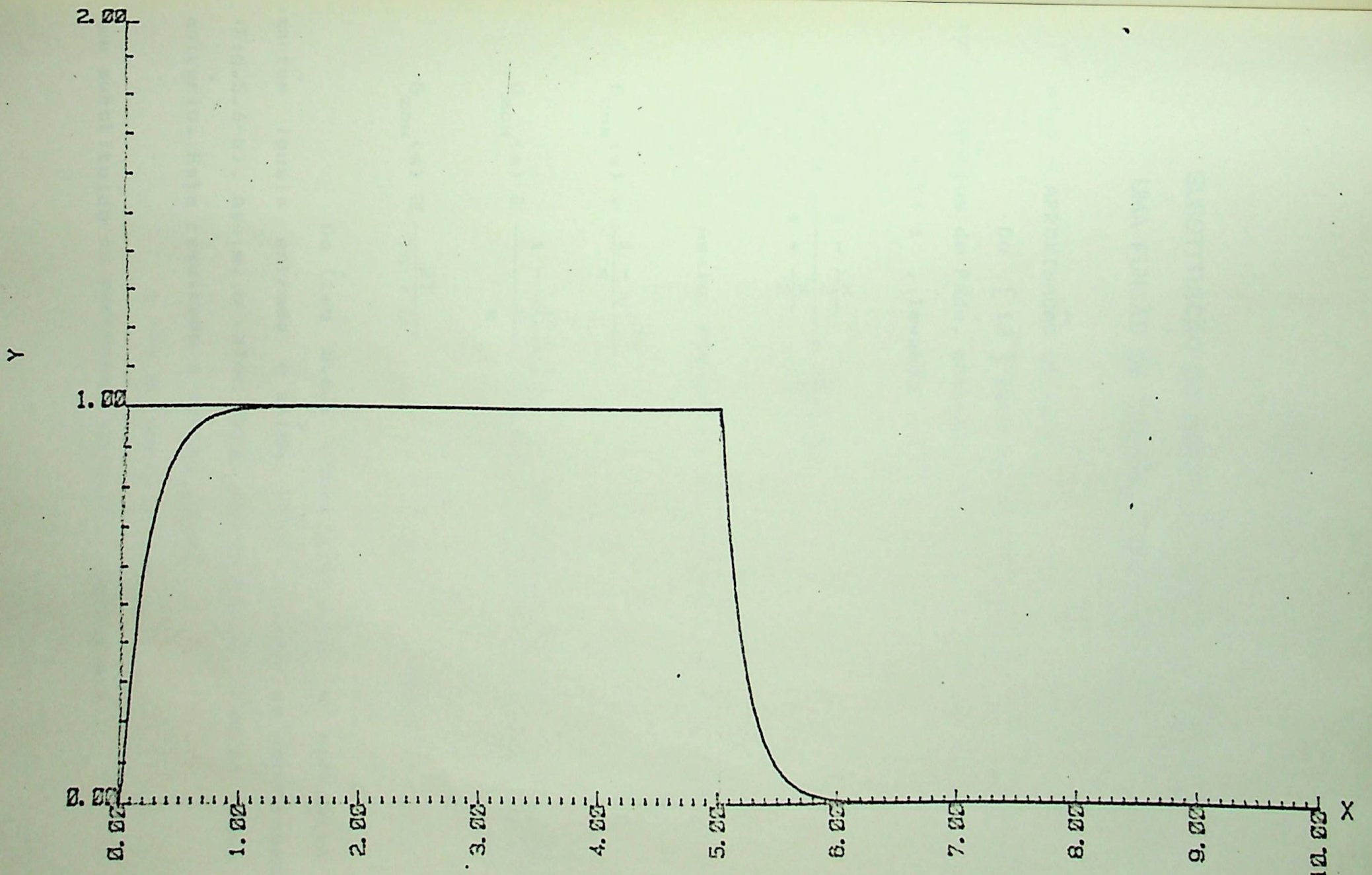


FIG. 7 INFLUENCIA DO FPB NA FUNCAO FORCANTE JANELA
TF=.2 T=.02

ANEXO 4

SUBSTITUIÇÃO DO CONJUNTO CHAVE+ZOH POR UMA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA APROXIMADA

A4.1 - APROXIMAÇÃO DE PADÉ

De [12] pode-se aproximar funções exponenciais por polinômios de Padé, obtendo razoável precisão, desde que :

$x \ll 1$, levando e^{-x} a

$$e^{-x} \cong \frac{1 - \frac{x}{2}}{1 + \frac{x}{2}} = \frac{2 - x}{2 + x}$$

Assim, tomando-se a expressão do ZOH tem-se :

$$G_{ZOH}(s) = \frac{1 - e^{-Ts}}{s}$$

$$G_{ZOH}(s) \cong \frac{1 - \frac{2 - Ts}{2 + Ts}}{s} = \frac{\frac{2 + Ts - 2 + Ts}{2 + Ts}}{s} = \frac{\frac{2Ts}{2 + Ts}}{s}$$

$$G_{ZOH}(s) \cong \frac{2T}{Ts + 2} \qquad \text{(A4.1)}$$

Do ítem 5.6.1 observa-se que a estrutura ZOH mantém iguais entrada e saída pelo período de amostragem T , (Fig.5.6-b). Assim, o valor final da expressão (A4.1) deve ser unitário. Este resultado é obtido quando :

$$t \longrightarrow \infty \quad \text{ou} \quad s \longrightarrow 0$$

que substituído na expressão seguinte, conduz a :

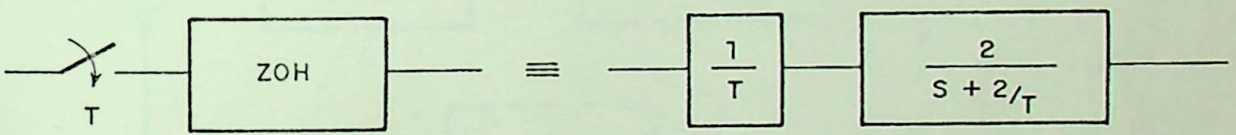
$$\left| G_{ZOH}(s) \right|_{s \to 0} = \frac{2T}{T \times 0 + 2} = T$$

Verifica-se que a condição de módulo unitário só é alcançada quando a expressão (A4.1) for multiplicada por um fator igual a $\frac{1}{T}$, que pode ser tomado como a função de transferência do amostrador (chave).

Assim, a expressão final converte-se em :

$$G_{ZOH}(s) = \underbrace{\frac{1}{T}}_{\text{CHAVE}} \times \underbrace{\frac{2T}{Ts + 2}}_{\text{APROX. PADÉ DO ZOH}} = \frac{1}{T} \times \frac{2}{s + 2/T} = \frac{2/T}{s + 2/T}$$

que é a função de transferência do conjunto CHAVE + ZOH a ser utilizada na simulação .



ANEXO 5

SIMULAÇÃO DIGITAL DO SISTEMA REALIMENTADO COM PRESENÇA DO SEGURADOR DE ORDEM ZERO - (Z O H)

A5.1 - SIMULADOR DIGITAL - S I M D

Com a utilização do programa em linguagem BASIC chamado SIMD, pode-se estudar o comportamento do sistema abaixo e obter-se informações importantes tais como overshoot (Mp), frequência de oscilação (ω_n), tempo de pico (tp), tempo de estabelecimento (ts), etc...

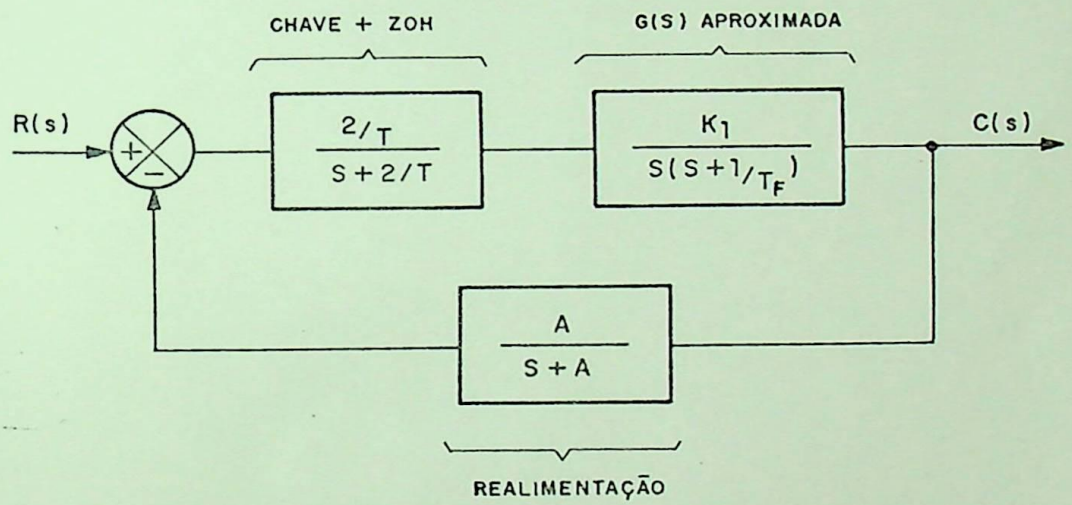


Fig A5.1 - Malha de controle do sistema em estudo

O programa exige dados de entrada, tais como : T_{max} , T, Ref, K_1, T_F e A . Uma vez levantados os parâmetros T, T_F e A, atribui-se diversos valores para K_1 até obter-se o valor de overshoot Mp desejado (no caso, Mp = 4.321 %) (ver nota de rodapé, ítem 5.6.4, capítulo V) .

Da saída gráfica, Fig.A5.2, extrai-se os valores aproximados de ω_n e ts. Para um erro ε em regime permanente de 5% obtém-se :

$$t_p \cong 0.6 \text{ s}$$

$$t_s \cong 0.8 \text{ s}$$

$$\omega_n \cong 2\pi \times \frac{1}{2 \times (t_2 - t_1)} = \frac{\pi}{(1.095 - 0.452)} \cong 4.9 \text{ [rad/s]}$$

A seguir são apresentadas as listagens e as respectivas saídas gráficas .

```
SIMD
   10 REM   SIMULACAO DIGITAL SISTEMA 3a ORDEM COM ZOH
   20 REM
   30 INTEGER N
   40 LONG A,F,K1,T,R,R2,R3,R4,C,C1,C2,C3,C4
   50 LONG L1,L2,L3,L4,L5,L6,L7,Q1,Q2,Q3,Q4,Q5,Q6,Q7,Q8,Q9
   60 LONG L,M9
   70 LONG T1,V
   80 FILES G11,G22
   90 PRINT "ENTRE COM TMAX,T,REF"
  100 INPUT T1,T,V
  110 N=T1/T+1L0
  120 PRINT #2;N
  130 FOR J=0L0 TO T1/5L0 STEP T
  140    I=J
  150    PRINT #1;I;0L0
  160 NEXT J
  170 FOR J=J TO T1+T STEP T
  180    I=J
  190    PRINT #1;I;1L0
  200    REM
  210 NEXT J
  220 REM
  230 PRINT "ENTRE COM K1,TF,A"
  240 INPUT K1,F,A
  250 REM
  260 REM
  270 L1=K1*T*T
  280 L2=K1*A*T*T*T
  290 L3=4*A*T*T/F
  300 L4=8*T/F
  310 L5=8*A*T
  320 Q0=L1*(A*T+2)
  330 Q1=4*L1*(A*T+1)
  340 Q2=6*L1*A*T
  350 Q3=4*L1*(A*T-1)
  360 Q4=L1*(A*T-2)
  370 Q5=L2+L3+L4+L5+16
  380 Q6=4*L2+L3-L4-L5-48
  390 Q7=6*L2-L3-L4-L5+48
  400 Q8=4*L2-L3+L4+L5-16
  410 Q9=L2
  420 REM
  430 C=C1=C2=C3=C4=R=R1=R2=R3=R4=0L0
  440 REM
  450 RESTORE #1
  460 REM
  470 M9=0L0
  480 FOR K=0 TO N
  490    READ #1;I,R
  500    C=1L0/Q5*(-Q6*C4-Q7*C3-Q8*C2-Q9*C1+Q0*R+Q1*R4+Q2*R3+Q3*R2+Q4*R1&
     )
  510    PRINT #2;I;R;C
  520    REM
  530    C1=C2
  540    C2=C3
  550    C3=C4
  560    C4=C
  570    R1=R2
  580    R2=R3
```

```
590    R3=R4
600    R4=R
610    REM
620    IF C<=M9 THEN 650
630    M9=C
640    T9=I
650 NEXT K
660 PRINT LIN(2);"Mp=";M9;SPA(5);"Tp=";T9
670 END
```

```
ENTRE COM TMAX,T,REF
?2,0.02,1
ENTRE COM K1,TF,A
?100.62,0.04,14.7

Mp= 1.043217281605448E+00          Tp= .999999
```

```
  1       101
  2       0       0.000000000000000L+00    0.000000000000000L+00
  3       .02           0.000000000000000L+00    0.000000000000000L+00
  4       .04           0.000000000000000L+00    0.000000000000000L+00
  5       .06           0.000000000000000L+00    0.000000000000000L+00
  6       .08           0.000000000000000L+00    0.000000000000000L+00
  7       .1            0.000000000000000L+00    0.000000000000000L+00
  8       .12           0.000000000000000L+00    0.000000000000000L+00
  9       .14           0.000000000000000L+00    0.000000000000000L+00
 10       .16           0.000000000000000L+00    0.000000000000000L+00
 11       .18           0.000000000000000L+00    0.000000000000000L+00
 12       .2            0.000000000000000L+00    0.000000000000000L+00
 13       .22           0.000000000000000L+00    0.000000000000000L+00
 14       .24           0.000000000000000L+00    0.000000000000000L+00
 15       .26           0.000000000000000L+00    0.000000000000000L+00
 16       .28           0.000000000000000L+00    0.000000000000000L+00
 17       .3            0.000000000000000L+00    0.000000000000000L+00
 18       .32           0.000000000000000L+00    0.000000000000000L+00
 19       .34           0.000000000000000L+00    0.000000000000000L+00
 20       .36           0.000000000000000L+00    0.000000000000000L+00
 21       .38           0.000000000000000L+00    0.000000000000000L+00
 22       .4            0.000000000000000L+00    0.000000000000000L+00
 23       .42           1.000000000000000L+00    4.022724738946337L-03
 24       .44           1.000000000000000L+00    2.251410276093732L-02
 25       .46           1.000000000000000L+00    6.167585576588608L-02
 26       .48           1.000000000000000L+00    1.170263777342544L-01
 27       .5            1.000000000000000L+00    1.816040305523025L-01
 28       .52           1.000000000000000L+00    2.509257920397024L-01
 29       .54           1.000000000000000L+00    3.219909447318963L-01
 30       .56           1.000000000000000L+00    3.927223489705222L-01
 31       .58           1.000000000000000L+00    4.616496137158604L-01
 32       .6            1.000000000000000L+00    5.277240231751003L-01
 33       .62           1.000000000000000L+00    5.902056517728151L-01
 34       .64           1.000000000000000L+00    6.485904718697992L-01
 35       .66           1.000000000000000L+00    7.025600589205356L-01
 36       .68           1.000000000000000L+00    7.519444921566425L-01
 37       .7            1.000000000000000L+00    7.966933584642339L-01
 38       .72           1.000000000000000L+00    8.368520846379723L-01
 39       .74           1.000000000000000L+00    8.725420648718707L-01
 40       .76           1.000000000000000L+00    9.039437122274308L-01
 41       .78           1.000000000000000L+00    9.312819132922660L-01
 42       .8            1.000000000000000L+00    9.548135493682357L-01
 43       .82           1.000000000000000L+00    9.748168435697585L-01
 44       .84           1.000000000000000L+00    9.915823432644190L-01  } t1
 45       .86           1.000000000000000L+00    1.005405373872307L+00  }
 46       .88           1.000000000000000L+00    1.016579815103071L+00
 47       .899999       1.000000000000000L+00    1.025393060490639L+00
 48       .919999       1.000000000000000L+00    1.032122028759454L+00
 49       .939999       1.000000000000000L+00    1.037030102660882L+00
 50       .959999       1.000000000000000L+00    1.040364878128652L+00
 51       .979999       1.000000000000000L+00    1.042356614146372L+00
 52       .999999       1.000000000000000L+00    1.043217281605448L+00 →
 53       1.02          1.000000000000000L+00    1.043140117563992L+00
 54       1.04          1.000000000000000L+00    1.042299599564562L+00
 55       1.06          1.000000000000000L+00    1.040851762893403L+00
 56       1.08          1.000000000000000L+00    1.038934791739904L+00
 57       1.1           1.000000000000000L+00    1.036669823033674L+00
```

58	1.12	1.000000000000000L+00	1.034161909209657L+00
59	1.14	1.000000000000000L+00	1.031501093211058L+00
60	1.16	1.000000000000000L+00	1.028763555636076L+00
61	1.18	1.000000000000000L+00	1.026012800035006L+00 } t_s
62	1.2	1.000000000000000L+00	1.023300847951070L+00 }
63	1.22	1.000000000000000L+00	1.020669420365821L+00
64	1.24	1.000000000000000L+00	1.018151086762675L+00
65	1.26	1.000000000000000L+00	1.015770367073163L+00
66	1.28	1.000000000000000L+00	1.013544775339383L+00
67	1.3	1.000000000000000L+00	1.011485797037658L+00
68	1.32	1.000000000000000L+00	1.009599794690765L+00
69	1.34	1.000000000000000L+00	1.007888838680306L+00
70	1.36	1.000000000000000L+00	1.006351462089040L+00
71	1.38	1.000000000000000L+00	1.004983339988326L+00
72	1.4	1.000000000000000L+00	1.003777894871069L+00
73	1.42	1.000000000000000L+00	1.002726830947963L+00
74	1.44	1.000000000000000L+00	1.001820600805439L+00
75	1.46	1.000000000000000L+00	1.001048808497254L+00
76	1.48	1.000000000000000L+00	1.000400553535896L+00 } t_2
77	1.5	1.000000000000000L+00	9.998647204909734L-01 }
78	1.52	1.000000000000000L+00	9.994302190134335L-01
79	1.54	1.000000000000000L+00	9.990861791086479L-01
80	1.56	1.000000000000000L+00	9.988221063978964L-01
81	1.58	1.000000000000000L+00	9.986280019542480L-01
82	1.6	1.000000000000000L+00	9.984944510909911L-01
83	1.62	1.000000000000000L+00	9.984126952323500L-01
84	1.64	1.000000000000000L+00	9.983746207192316L-01
85	1.66	1.000000000000000L+00	9.983728781074194L-01
86	1.68	1.000000000000000L+00	9.984007852106958L-01
87	1.7	1.000000000000000L+00	9.984523668340903L-01
88	1.72	1.000000000000000L+00	9.985223238387876L-01
89	1.74	1.000000000000000L+00	9.986060038850074L-01
90	1.76	1.000000000000000L+00	9.986993659161296L-01
91	1.78	1.000000000000000L+00	9.987989401793551L-01
92	1.8	1.000000000000000L+00	9.989017853273046L-01
93	1.82	1.000000000000000L+00	9.990054439125374L-01
94	1.84	1.000000000000000L+00	9.991078973738007L-01
95	1.86	1.000000000000000L+00	9.992075214191820L-01
96	1.88	1.000000000000000L+00	9.993030425371254L-01
97	1.9	1.000000000000000L+00	9.993934962110353L-01
98	1.92	1.000000000000000L+00	9.994781872762293L-01
99	1.94	1.000000000000000L+00	9.995566527384065L-01
100	1.96	1.000000000000000L+00	9.996286272695258L-01
101	1.98	1.000000000000000L+00	9.996940115088807L-01
102	2.	1.000000000000000L+00	9.997528432230112L-01
103	2.02	1.000000000000000L+00	9.998052713166620L-01

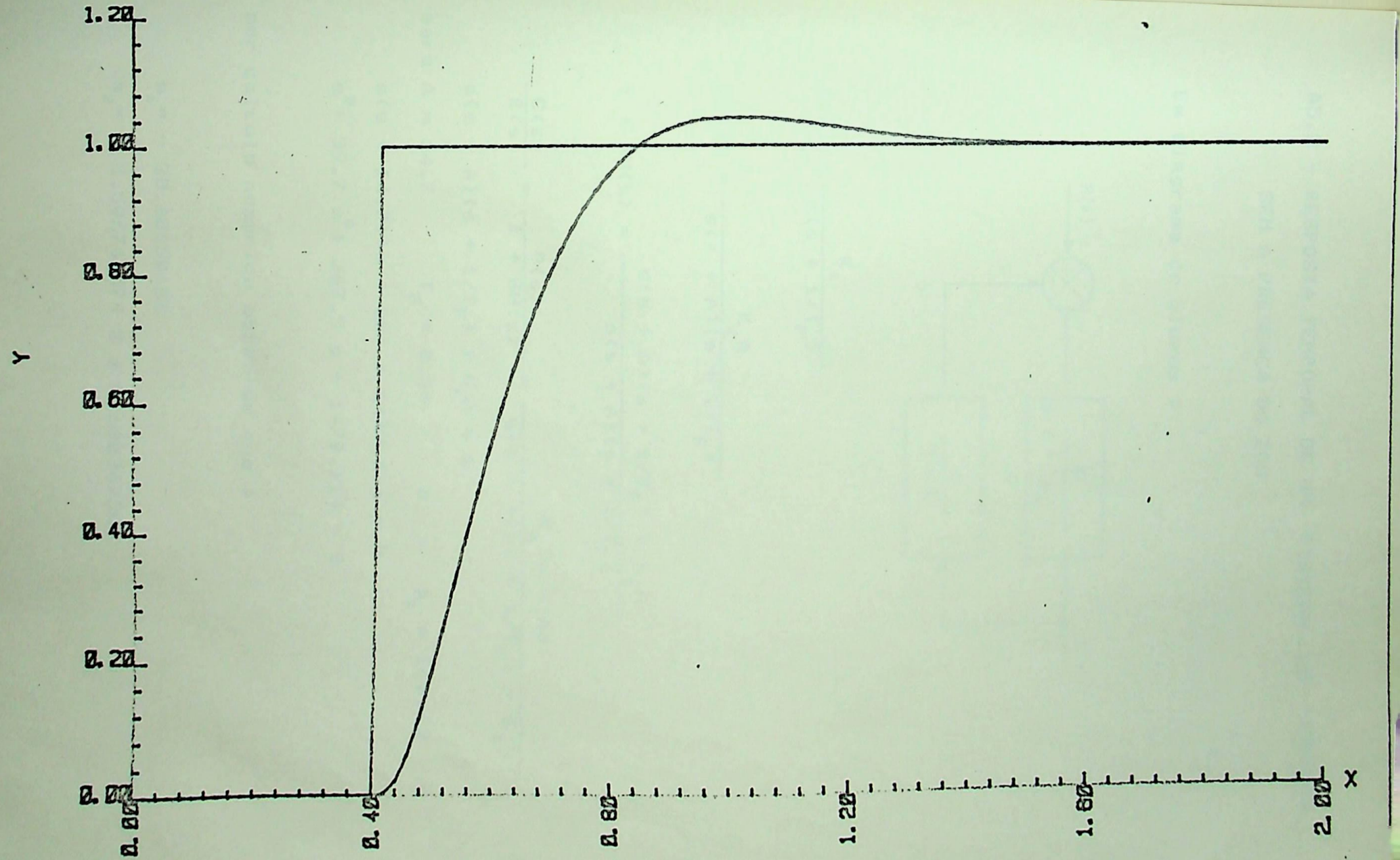
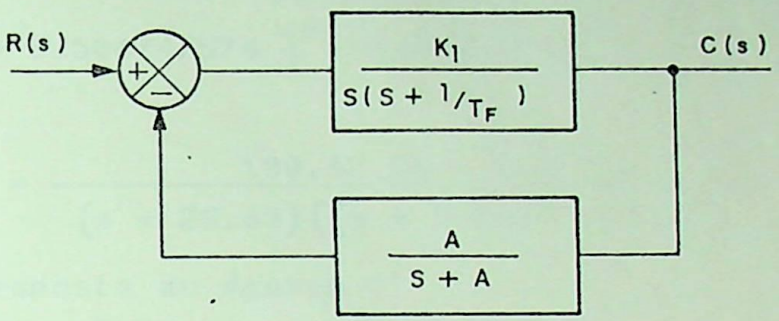


FIG. A5.2 - SIMULACAO DIGITAL COM ZOH
K1=100.62 TF=0.04 A=14.7 T=0.02

A5.2 - RESPOSTA TEMPORAL DE UM SISTEMA DE 3ª ORDEM SEM A PRESENCA DO ZOH

Em diagrama de blocos :



$$G(s) = \frac{K_1}{s(s + 1/T_F)}$$

$$GH(s) = \frac{K_1 A}{s(s + A)(s + 1/T_F)}$$

$$1 + GH(s) = \frac{s(s + A)(s + 1/T_F) + K_1 A}{s(s + A)(s + 1/T_F)}$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + GH(s)} = \frac{K_1(s + A)}{s(s + A)(s + 1/T_F) + K_1 A}$$

$$s(s + A)(s + 1/T_F) + K_1 A = 0$$

para $A = 14.7$ $\quad T_F = 0.04$ $\quad$ e $\quad K_1 = 100.62$;

$$s(s + 14.7)(s + 25) + 1479.114 = 0$$

$$s^3 + 39.7\, s^2 + 367.5\, s + 1479.114 = 0$$

por cálculo numérico obtém-se que :

$$s_1 = -28.68650485$$

$$s_2 = -5.506747574 \pm j\ 4.608367301$$

dividindo-se o polinômio anterior por (s + 28.68650485) obtém-se

28.68650485	1	39.7	367.5	1479.114
	1	11.01349515	51.56131802	0

$$s^2 + 11.01349515\, s + 51.56131802 =$$

$$= (s + 5.506747574)^2 + 4.608367301^2$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{100.62\,(s + 14.7)}{(s + 28.69)\left[(s + 5.51)^2 + 4.61^2\right]}$$

sendo sua resposta ao degrau :

$$c(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{100.62\,(s + 14.7)}{s(s + 28.69)\left[(s + 5.51)^2 + 4.61^2\right]}\right]$$

de [3] tem-se que :

$$\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{s + \alpha}{s(s + c)\left[(s + a)^2 + b^2\right]}\right] = \frac{\alpha}{c(a^2 + b^2)} + \frac{(c - \alpha)\, e^{-ct}}{c\left[(c - a)^2 + b^2\right]} +$$

$$+ \frac{\sqrt{(\alpha - a)^2 + b^2}}{b\sqrt{a^2 + b^2}\sqrt{(c - a)^2 + b^2}}\, e^{-at}\, \text{sen}\,(bt - \phi)$$

onde :

$$\phi = tg^{-1}\frac{b}{\alpha - a} - tg^{-1}\frac{b}{-a} - tg^{-1}\frac{b}{c - a}$$

assim :

$$c(t) = 1 + 0.087834068\, e^{-28.68650485\, t} +$$

$$+ 1.323107117\, e^{-5.506747574\, t}\, \text{sen}\,(4.608367301\, t - 0.965232712)$$

gerando a seguinte tabela :

t	c(t)
0.00	0
0.02	0.141324162
0.04	0.280651368
0.06	0.411403281
0.08	0.530380837
0.10	0.636316924

A seguir é apresentada a listagem de um programa BASIC, chamado REAL2, que gera a resposta do sistema em forma de tabela com respectiva saída gráfica, Fig.A5.3 .

Para um erro ε em regime permanente de 5 % obtém-se, da Fig.A5.3 :

$$t_s \cong 0.7 \text{ s}$$

$$\omega_n \cong 2\pi \times \frac{1}{2 \times (t_2 - t_1)} = \frac{\pi}{(0.892 - 0.210)} \cong 4.6 \text{ [rad/s]}$$

Apesar de possuir um overshoot um pouco maior (Mp = 11.65 %), o sistema possui, praticamente, as mesmas características do sistema do caso anterior (com ZOH), apenas sendo um pouco mais rápido ($t_p \cong 0.36$s)

```
REAL2
   10 REM   RESPOSTA TEMPORAL SISTEMA DE 3a ORDEM SEM ZOH
   20 REM
   30 INTEGER N
   40 LONG T,T1,C,I,J,R,P1,P2
   50 LONG A,B,F,O,A1,A2,A3,M9,T9,V,D1
   60 FILES G22
   70 C=1L0
   80 PRINT "ENTRE COM K1, TF e A"
   90 INPUT G,P1,P2
  100 P1=1L0/P1
  110 REM
  120 REM   RESOLUCAO NUMERICA (METODO DAS TANGENTES) DE C
  130 REM
  140 FOR M=1 TO 300
  150   F=C*C*C+(P1+P2)*C*C+P1*P2*C+G*P2
  160   C=C-F/(3L0*C*C+2L0*(P1+P2)*C+P1*P2)
  170 NEXT M
  180 REM
  190 REM   FINAL RESOLUCAO NUMERICA
  200 REM
  210 D1=(P1+P2+C)*(P1+P2+C)-4L0*(C*C+(P1+P2)*C+P1*P2)
  220 IF D1<0 THEN 370
  230 REM
  240 REM  RAIZES REAIS
  250 REM
  260 A=((-P1-P2-C)+SQR(D1))/2L0
  270 B=((-P1-P2-C)-SQR(D1))/2L0
  280 REM
  290 PRINT LIN(1),"TRES RAIZES REAIS",LIN(2)
  300 PRINT "A=";A;"B=";B
  310 PRINT "C=";C
  320 REM
  330 END
  340 REM
  350 REM  RAIZES IMAGINARIAS
  360 REM
  370 A=-(P1+P2+C)/2L0
  380 B=SQR(ABS(D1))/2L0
  390 PRINT LIN(1),"UMA RAIZ REAL E UM PAR COMPLEXO CONJUGADO",LIN(2)
  400 PRINT "C=";C
  410 PRINT "A=";A;"+j";B
  420 PRINT "B=";A;"-j";B
  430 PRINT LIN(1)
  440 REM
  450 A=-A
  460 C=-C
  470 REM
  480 REM  M9,T9 ==>  VALOR MAXIMO DE M E T  ( M9=Mp e T9=Tp )
  490 REM
  500 M9=0L0
  510 T9=0L0
  520 REM
  530 REM   A1,A2,A3  COEFICIENTES DA RESPOSTA TEMPORAL
  540 REM          O   DEFASAGEM
  550 REM
  560 O=ATN(B/(P2-A))-ATN(-B/A)-ATN(B/(C-A))
  570 A1=P2/(C*(A*A+B*B))
  580 A2=(C-P2)/(C*((C-A)*(C-A)+B*B))
  590 A3=SQR((P2-A)*(P2-A)+B*B)/(B*SQR(A*A+B*B)*SQR((C-A)*(C-A)+B*B))
```

```
600 REM
610 REM
620 PRINT "ENTRE COM TMAX,T,REF"
630 INPUT T1,T,V
640 N=T1/T+1L0
650 PRINT #1;N
660 FOR J=0L0 TO T1/5L0 STEP T
670    T2=J
680    PRINT #1;T2;0L0;0L0
690 NEXT J
700 FOR J=J TO T1+T STEP T
710    I=J-T1/5L0
720    R=A1+A2*EXP(-C*I)+A3*EXP(-A*I)*SIN(B*I-D)
730    R=R*G*V
740    T2=J
750    PRINT #1;T2;V;R
760    REM
770    REM
780    IF R<=M9 THEN 810
790    M9=R
800    T9=J
810 NEXT J
820 REM
830 PRINT LIN(1),"Mp=";M9/V;"Tp=";T9
840 END
```

```
ENTRE COM K1, TF e A
?100,62,0.04,14.7

UMA RAIZ REAL E UM PAR COMPLEXO CONJUGADO


C=-2.868650472534222L+01
A=-5.506747637328891L+00  +j 4.608366979719392L+00
B=-5.506747637328891L+00  -j 4.608366979719392L+00


ENTRE COM TMAX,T,REF
?2,0.02,1

Mp= 1.116533985789269L+00  Tp= 7.599999999999999L-01
```

```
1
2   10!
3   0       0,00000000000000000L+00    0,00000000000000000L+00
4   .02           0,00000000000000000L+00    0,00000000000000000L+00
5   .04           0,00000000000000000L+00    0,00000000000000000L+00
6   .06           0,00000000000000000L+00    0,00000000000000000L+00
7   .08           0,00000000000000000L+00    0,00000000000000000L+00
8   .1            0,00000000000000000L+00    0,00000000000000000L+00
9   .12           0,00000000000000000L+00    0,00000000000000000L+00
10  .14           0,00000000000000000L+00    0,00000000000000000L+00
11  .16           0,00000000000000000L+00    0,00000000000000000L+00
12  .18           0,00000000000000000L+00    0,00000000000000000L+00
13  .2            0,00000000000000000L+00    0,00000000000000000L+00
14  .22           0,00000000000000000L+00    0,00000000000000000L+00
15  .24           0,00000000000000000L+00    0,00000000000000000L+00
16  .26           0,00000000000000000L+00    0,00000000000000000L+00
17  .28           0,00000000000000000L+00    0,00000000000000000L+00
18  .3            0,00000000000000000L+00    0,00000000000000000L+00
19  .32           0,00000000000000000L+00    0,00000000000000000L+00
20  .34           0,00000000000000000L+00    0,00000000000000000L+00
21  .36           0,00000000000000000L+00    0,00000000000000000L+00
22  .38           0,00000000000000000L+00    0,00000000000000000L+00
23  .4            1,00000000000000000L+00    4,36369669206142 1L-16
24  .42           1,00000000000000000L+00    1,41324166655586 5L-01
25  .44           1,00000000000000000L+00    2,80651374075059 6L-01
26  .46           1,00000000000000000L+00    4,11403287690096 1L-01
27  .48           1,00000000000000000L+00    5,30380842359108 9L-01
28  .5            1,00000000000000000L+00    6,36316927696954 1L-01
29  .52           1,00000000000000000L+00    7,29045513168848 4L-01
30  .54           1,00000000000000000L+00    8,09020905465215 4L-01
31  .56           1,00000000000000000L+00    8,77036771183406 0L-01
32  .58           1,00000000000000000L+00    9,34059899010555 7L-01
33  .6            1,00000000000000000L+00    9,81130510195931 1L-01
34  .62           1,00000000000000000L+00    1,01930170083395 9L+00
35  .64           1,00000000000000000L+00    1,04960232647402 3L+00
36  .66           1,00000000000000000L+00    1,07301426880878 4L+00
37  .68           1,00000000000000000L+00    1,09045878145871 1L+00
38  .7            1,00000000000000000L+00    1,10278874949053 6L+00
39  .72           1,00000000000000000L+00    1,11078492245450 7L+00
40  .74           1,00000000000000000L+00    1,11515488988156 4L+00
41  .76           1,00000000000000000L+00    1,11653398578926 9L+00
42  .78           1,00000000000000000L+00    1,11548756061159 7L+00
43  .8            1,00000000000000000L+00    1,11251421610783 7L+00
44  .82           1,00000000000000000L+00    1,10804970118822 9L+00
45  .84           1,00000000000000000L+00    1,10247123675839 7L+00
46  .86           1,00000000000000000L+00    1,09610208836981 8L+00
47  .88           1,00000000000000000L+00    1,08921624390307 8L+00
48  .9            1,00000000000000000L+00    1,08204308384860 0L+00
49  .92           1,00000000000000000L+00    1,07477195639805 6L+00
50  .94           1,00000000000000000L+00    1,06755589960499L+00
51  .96           1,00000000000000000L+00    1,06051929276846 3L+00
52  .98           1,00000000000000000L+00    1,05375490353317 9L+00
53  1.            1,00000000000000000L+00    1,04733446906378 7L+00
54  1,02          1,00000000000000000L+00    1,04130863470215 0L+00
55  1,04          1,00000000000000000L+00    1,03571074160198 1L+00
56  1,06          1,00000000000000000L+00    1,03055963151996 0L+00
57  1,08          1,00000000000000000L+00    1,02586216508267 7L+00
    1,1           1,00000000000000000L+00    1,02161546362201 5L+00
```

58	1.12	1.0000000000000000L+00	1.0178088779190 4L+00
59	1.14	1.0000000000000000L+00	1.0144257684354 66L+00
60	1.16	1.0000000000000000L+00	1.0114449066939 26L+00
61	1.18	1.0000000000000000L+00	1.0088418612550 63L+00
62	1.2	1.0000000000000000L+00	1.0065900410349 03L+00
63	1.22	1.0000000000000000L+00	1.0046616215655 53L+00
64	1.24	1.0000000000000000L+00	1.0030283030076 23L+00
65	1.26	1.0000000000000000L+00	1.0016619270900 08L+00
66	1.28	1.0000000000000000L+00	1.0005349694660 97L+00
67	1.3	1.0000000000000000L+00	9.9962092301786 58L-01
68	1.32	1.0000000000000000L+00	9.9889458658400 67L-01
69	1.34	1.0000000000000000L+00	9.9833227247405 27L-01
70	1.36	1.0000000000000000L+00	9.9791194498960 80L-01
71	1.38	1.0000000000000000L+00	9.9761330103265 01L-01
72	1.4	1.0000000000000000L+00	9.9741780276057 50L-01
73	1.42	1.0000000000000000L+00	9.9730867116479 43L-01
74	1.44	1.0000000000000000L+00	9.9727084841687 63L-01
75	1.46	1.0000000000000000L+00	9.9729093585262 81L-01
76	1.48	1.0000000000000000L+00	9.9735711355645 68L-01
77	1.5	1.0000000000000000L+00	9.9745904666961 10L-01
78	1.52	1.0000000000000000L+00	9.9758778277832 06L-01
79	1.54	1.0000000000000000L+00	9.9773564404150 66L-01
80	1.56	1.0000000000000000L+00	9.9789611709144 05L-01
81	1.58	1.0000000000000000L+00	9.9806374318218 75L-01
82	1.6	1.0000000000000000L+00	9.9823401055682 56L-01
83	1.62	1.0000000000000000L+00	9.9840325065160 49L-01
84	1.64	1.0000000000000000L+00	9.9856853909934 89L-01
85	1.66	1.0000000000000000L+00	9.9872760273118 16L-01
86	1.68	1.0000000000000000L+00	9.9887873280064 91L-01
87	1.7	1.0000000000000000L+00	9.9902070498306 01L-01
88	1.72	1.0000000000000000L+00	9.9915270623099 90L-01
89	1.74	1.0000000000000000L+00	9.9927426849023 92L-01
90	1.76	1.0000000000000000L+00	9.9938520914465 45L-01
91	1.78	1.0000000000000000L+00	9.9948557796035 21L-01
92	1.8	1.0000000000000000L+00	9.9957561022458 11L-01
93	1.82	1.0000000000000000L+00	9.9965588572067 95L-01
94	1.84	1.0000000000000000L+00	9.9972629314340 33L-01
95	1.86	1.0000000000000000L+00	9.9978799953666 13L-01
96	1.88	1.0000000000000000L+00	9.9984142432550 87L-01
97	1.9	1.0000000000000000L+00	9.9988721751399 20L-01
98	1.92	1.0000000000000000L+00	9.9992604162815 45L-01
99	1.94	1.0000000000000000L+00	9.9995855699747 24L-01
100	1.96	1.0000000000000000L+00	9.9998540998670 91L-01
101	1.98	1.0000000000000000L+00	1.0000072238123 63L+00
102	2	1.0000000000000000L+00	1.0000245916024 46L+00
103	2.02	1.0000000000000000L+00	9.9980527131666 20L-01

t_2

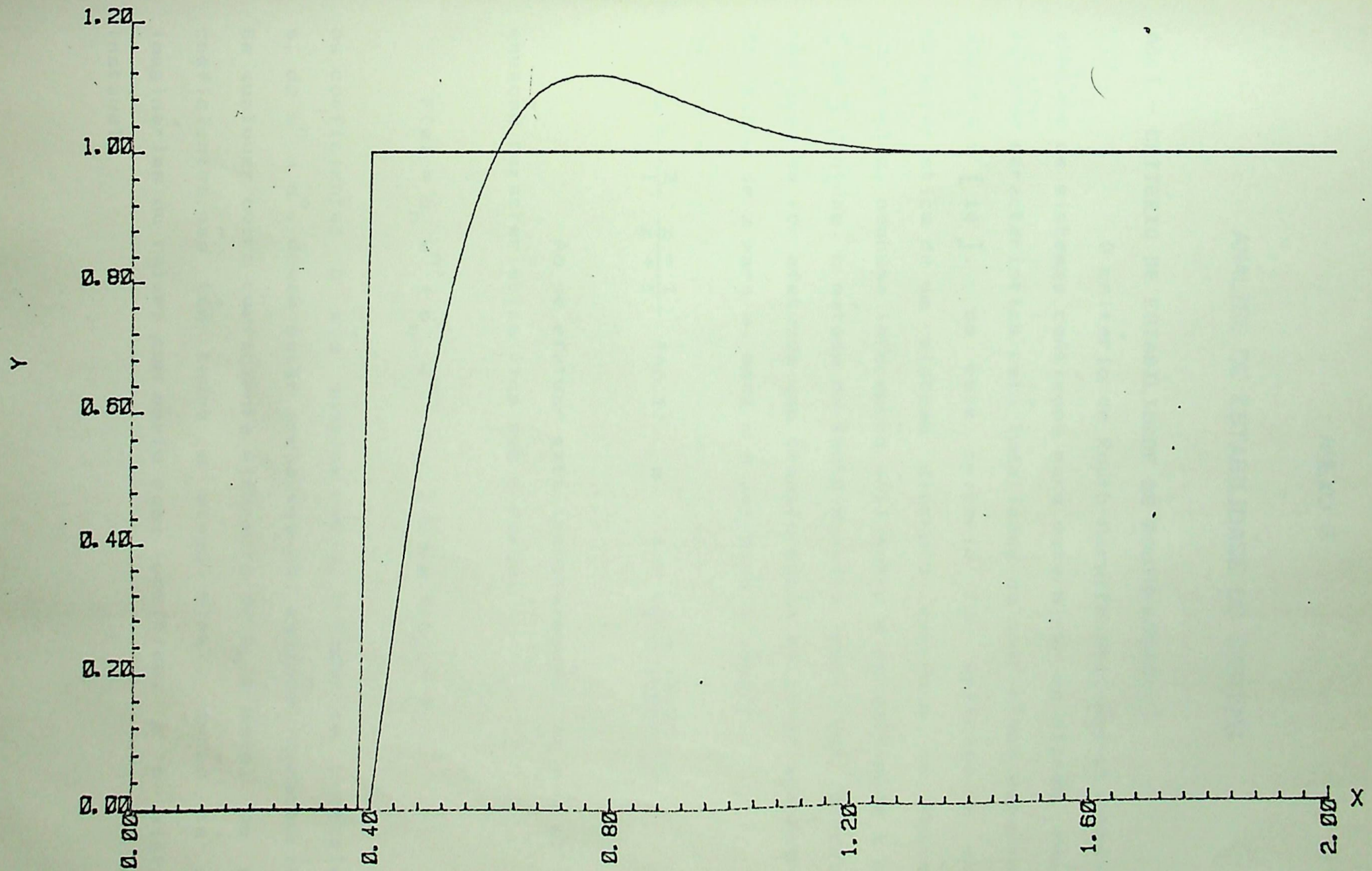


FIG. A5.3 - RESPOSTA ANALITICA SEM ZOH
K1=100.62 TF=0.04 A=14.7 T=0.02

ANEXO 6

ANÁLISE DE ESTABILIDADE DO SISTEMA

A6.1 - CRITÉRIO DE ESTABILIDADE DE ROUTH-HURWITZ

O critério de Routh-Hurwitz pode ser utilizado na análise de sistemas contínuos para determinar se alguma raiz da equação característica está localizada no semi-plano esquerdo no domínio s [10]. Se este critério for aplicado à equação característica de um sistema discreto expresso em função da variável z, nenhuma informação útil sobre a estabilidade é obtida [10] Contudo, o método de Routh-Hurwitz pode ser diretamente aplicado se for efetuada uma transformação bilinear mudando-se de domínios, de z para w, onde w é definida a seguir.

$$w = \frac{2}{T}\,\frac{z-1}{z+1} \qquad (A6.1) \qquad e \qquad z = \frac{1+(T/2)\,w}{1-(T/2)\,w} \qquad (A6.2)$$

Ao se efetuar esta transformação ($z \longrightarrow w$) a equação característica fica sob a forma:

$$F(w) = b_n w^n + b_{n-1} w^{n-1} + \ldots + b_1 w + b_o = 0$$

os coeficientes b são números reais, e todas as potências de s, de s^n a s^o, devem estar presentes na equação característica. Se qualquer outro coeficiente diferente de b_o é nulo, ou se os coeficientes não têm todos o mesmo sinal, então há raízes imaginárias ou raízes com parte real positiva, e o sistema é instável.

Do Capítulo V, ítem 5.6.4, tem-se que a equação característica do sistema é dada por:

$$Q_5 z^4 + Q_6 z^3 + Q_7 z^2 + Q_8 z + Q_9 = 0 \qquad (A6.3)$$

onde :

$$Q_5 = K_1 A T^3 + \frac{4 A T^2}{T_F} + \frac{8 T}{T_F} + 8 A T + 16$$

$$Q_6 = 4 K_1 A T^3 + \frac{4 A T^2}{T_F} - \frac{8 T}{T_F} - 8 A T - 48$$

$$Q_7 = 6 K_1 A T^3 - \frac{4 A T^2}{T_F} - \frac{8 T}{T_F} - 8 A T + 48$$

$$Q_8 = 4 K_1 A T^3 - \frac{4 A T^2}{T_F} + \frac{8 T}{T_F} + 8 A T - 16$$

$$Q_9 = K_1 A T^3$$

utilizando (A6.2) e substituindo em (A6.3), vem :

$$Q_5 \left[\frac{1 + T/2\ w}{1 - T/2\ w} \right]^4 + Q_6 \left[\frac{1 + T/2\ w}{1 - T/2\ w} \right]^3 + Q_7 \left[\frac{1 + T/2\ w}{1 - T/2\ w} \right]^2 +$$

$$+ Q_8 \left[\frac{1 + T/2\ w}{1 - T/2\ w} \right] + Q_9 = 0$$

$$Q_5 [1 + T/2\ w]^4 + Q_6 [1 + T/2\ w]^3 [1 - T/2\ w] +$$

$$+ Q_7 [1 + T/2\ w]^2 [1 - T/2\ w]^2 + Q_8 [1 + T/2\ w][1 - T/2\ w]^3$$

$$+ Q_9 [1 - T/2\ w]^4 = 0$$

$$w^4 [(T/2)^4 (Q_5 - Q_6 + Q_7 - Q_8 + Q_9)] + w^3 [(T/2)^3 (4Q_5 - 2Q_6 + 2Q_8 - 4Q_9)] +$$

$$+ w^2 [(T/2)^2 (6Q_5 - 2Q_7 + 6Q_9)] + w [(T/2) (4Q_5 + 2Q_6 - 2Q_8 - 4Q_9)] +$$

$$+ (Q_5 + Q_6 + Q_7 + Q_8 + Q_9) = 0$$

sabendo que :

$T = 0.02$

$T_F = 0.04$

$A = 14.7$

$Q_5 = 1.176\times10^{-4}K_i + 22.94$

$Q_6 = 4.704\times10^{-4}K_i - 53.764$

$Q_7 = 7.056\times10^{-4}K_i + 41.060$

$Q_8 = 4.704\times10^{-4}K_i - 10.236$

$Q_9 = 1.176\times10^{-4}K_i$

$$1.280\times10^{-6}w^4 + 1.78816\times10^{-4}w^3 + 5.552\times10^{-3}w^2 + 0.04704\ w + 1.8816\times10^{-3}K_i = 0$$

$$w^4 + 139.7\ w^3 + 4337.5\ w^2 + 36750\ w + 1470\ K_i = 0$$

o algoritmo fica definido :

w^4	1	4337.5	$1470\ K_i$
w^3	139.7	36750	0
w^2	4074.44	$1470\ K_i$	0
w^1	$(36750-50.402\ K_i)$	0	
w^0	$1470\ K_i$		

Para que não haja nenhuma mudança de sinal na primeira coluna (apenas raízes com parte real negativa) é necessário que :

$1470\ K_i > 0$ e

$36750 - 50.402\ K_i > 0$

Isto impõe a condição de que K_1 deva situar-se na faixa :

$$0 < K_1 < 729.14$$

Da linha w^2 tira-se que :

$$4074.44\ w^2 + 1470\ K_1 = 0$$

$$w^2 = - \frac{1470 \times 729.14}{4074.44}$$

$$w = \pm j\ 16.22$$

este valor, $w = 16.22$ [rad/s] , constitui a frequência de oscilação do sistema quando submetido ao limite de estabilidade ($K_1 = 729.14$).

A6.2 - COMPROVAÇÕES GRÁFICAS NO LIMITE DE ESTABILIDADE

A Fig.A6.1 mostra que para o ganho $K_1 = 729.14$ o sistema produz uma oscilação auto sustentada para uma entrada do tipo degrau unitário (limite de estabilidade) .

A Fig.A6.2 mostra uma saída com oscilação amortecida (semi-plano S esquerdo), pois $K_1 = 720$.

A Fig.A6.3 mostra uma saída com oscilação não amortecida, levando o sistema a operar na região de instabilidade (semi-plano S direito), para um ganho $K_1 = 740$

Estimativa gráfica para ω_n

Da Fig.A6.1 obtém-se :

$$\left.\begin{array}{l} 15.7 \text{ cm} \longrightarrow t_1 \\ 18.3 \text{ cm} \longrightarrow 1.6 \text{ s} \end{array}\right\} \; t_1 = 3.5\,T$$

$T \longrightarrow$ período

$t_1 = 1.373$ s

$$T = \frac{t_1}{3.5} = 0.392 \text{ s}$$

$f \cong 2.55$ Hz

$\omega_n = 2\pi f = 2\pi \times 2.55$ $\quad \therefore \quad$ $\omega_n = 16.02$ [rad/s]

que, por ser um resultado gráfico, se aproxima muito do resultado teórico esperado, $\omega_n = 16.22$ [rad/s].

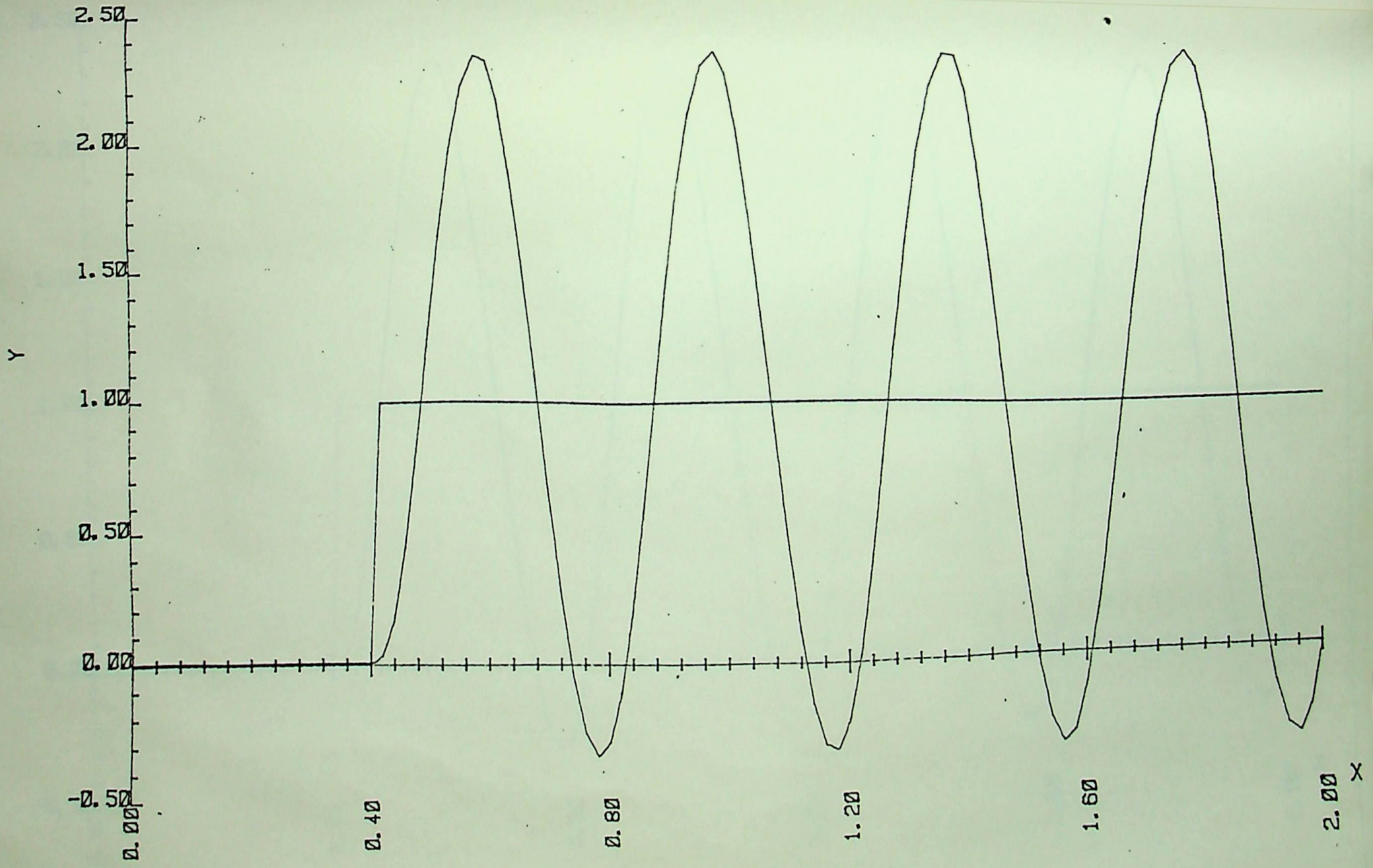


FIG. A6.1 - Limite de Estabilidade (Criterio Routh-Hurwitz)
K1=729.14 TF=0.04 A=14.7 T=0.02

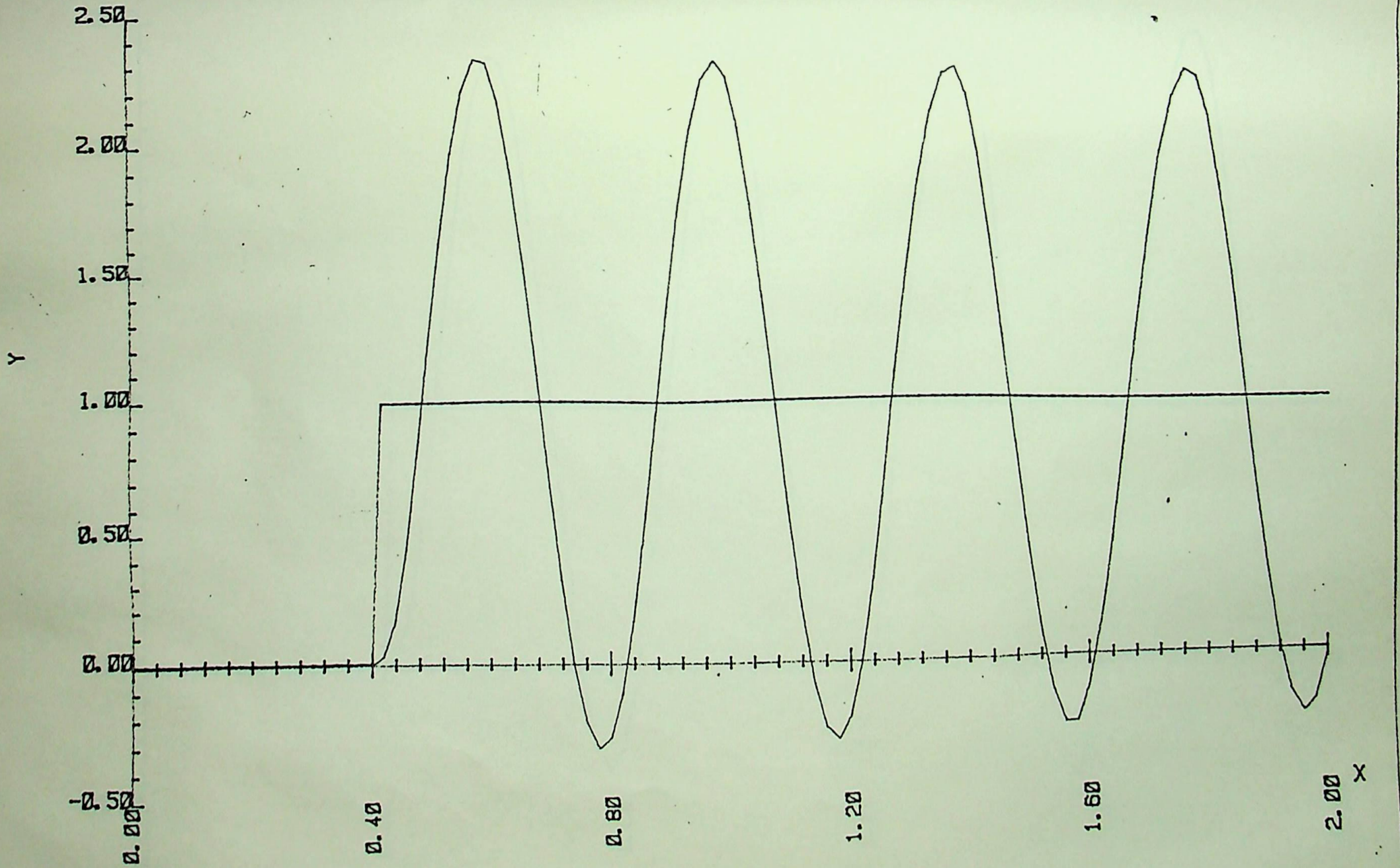


FIG. A6.2 - Limite de Estabilidade (Criterio Routh-Hurwitz)
K1=720 TF=0.04 A=14.7 T=0.02

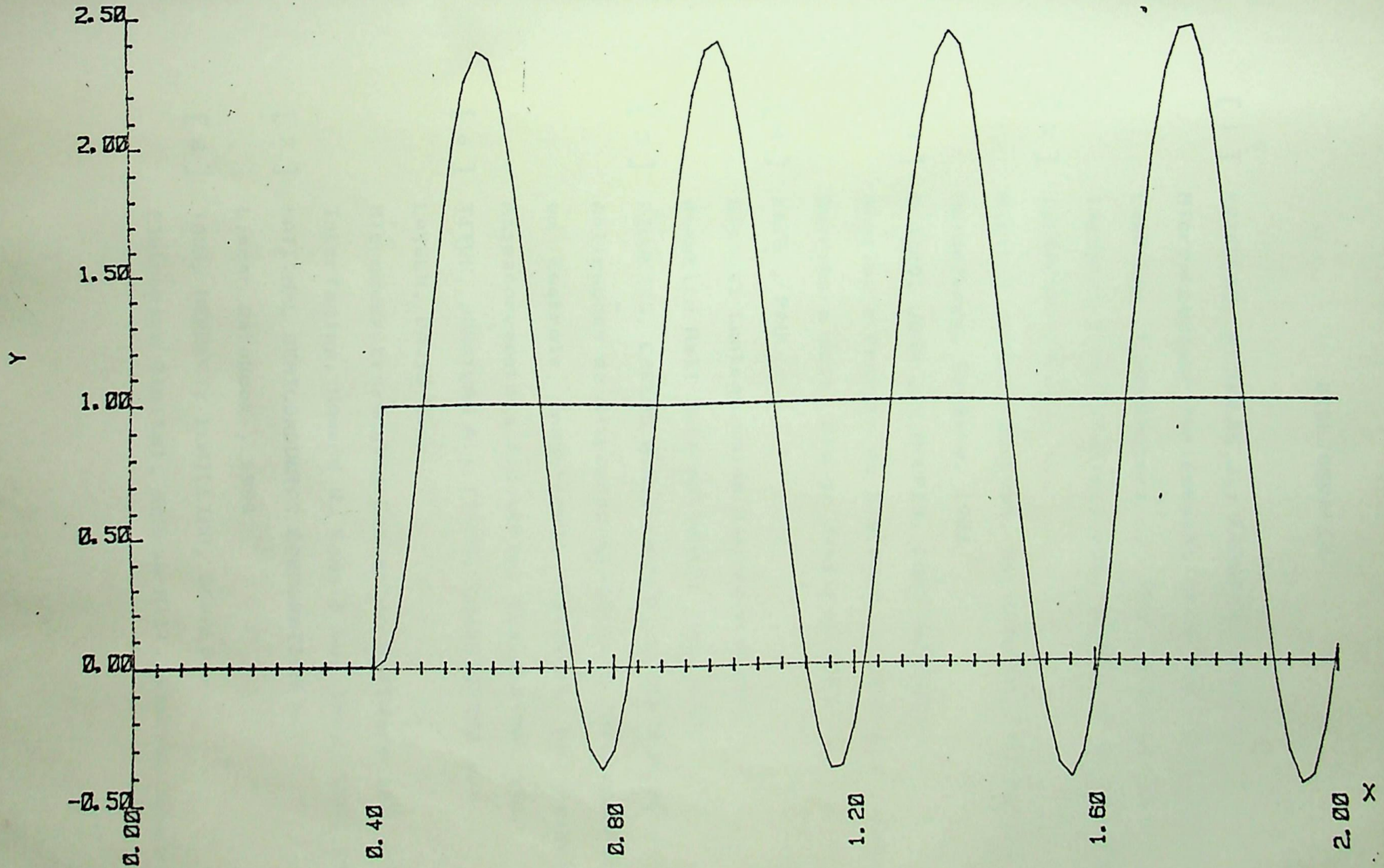


FIG. A6.3 - Limite de Estabilidade (Criterio Routh-Hurwitz)
K1=740 TF=0.04 A=14.7 T=0.02

BIBLIOGRAFIA

[1] KRIKELIS, NICHOLAS J.; FASSOIS, SPILIOS D. -
Microprocessor Implementation of PID Controllers and Lead-Lag Compensators , IEEE Transactions on Industrial Electronics, VOL. IE-31, Nº 1, FEB 1984

[2] ISERMANN, ROLF -
Digital Control Systems, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Germany, 1981

[3] D'AZZO, JOHN J.; HOUPIS, CONSTANTINE H. -
Análise e Projeto de Sistemas de Controle Lineares, Guanabara Dois, Rio de Janeiro, 1984

[4] KATZ , PAUL -
Digital Control using Microprocessors
Prentice Hall International, Inc, 1981

[5] PINHEIRO, CARLOS A.M.; FRANCO ,LÚCIA R.H.R. -
Aplicações de Microprocessadores e Microcomputadores em Controle Industrial, Fundação de Pesquisa e Assessoramento à Indústria, Itajubá-MG, 1987

[6] TITUS, JONATHAN A.; TITUS, CHRISTOPHER A.; LARSEN, DAVID G. -
Microcomputer-Analog Converter Software and Hardware Interfacing, Howard W. Sams & Co, Inc., USA, 1978

[7] NATIONAL SEMICONDUCTOR CORPORATION -
Linear Databook , 1980

[8] TAUB, HERBERT; SCHILLING, DONALD -
Eletrônica Digital, McGraw-Hill, Rio de Janeiro, 1982

[9] SMITH, JON M. -
Mathematical Modeling and Digital Simulation for Engineers and Scientists, John Wiley & Sons, New York, 1977 .

[10] PHILLIPS, CHARLES L.; NAGLE JR., H.TROY -
Digital Control System Analysis and Design, Englewood Cliff, Prentice Hall, 1984

[11] DISTEFANO III, JOSEPH J.; STUBBERUD, ALLEN R.; WILLIAMS, IVAN J. -
Feedback and Control Systems, Schaum's Outline Series, McGraw-Hill Inc., New York, 1980

[12] LAMONT, GARY B.; HOUPIS, CONSTANTINE H. -
Digital Control Systems - Theory, Hardware, Software
McGraw-Hill Book Company, 1987

[13] FRÖHR, F. ; ORTTENBURGER, F. -
Introduction to Electronic Control Engineering
Siemens Aktiengesellschaft
Heyden and Son Ltd, 1982

[14] DURLING, A. -
Computational Techniques
Intext Educational Publishers, New York, 1974

[15] SERVICE MANUAL TRS80, MODEL III -
Radio Shack

[16] EDTASM - EDITOR/ASSEMBLER MANUAL Version 1.0 -
Tandy Corporation, 1981

[17] SIQUEIRA, JOSÉ C.G. -
E703 - Tópicos de Matemática Aplicada
Apostila do curso de Mestrado da EFEI

[18] REZEK, ÂNGELO J.J. -

Análise em Regime Permanente e Transitório de um

Sistema de Conversão de Energia Elétrica AC/DC

Dissertação de Mestrado, EFEI, Junho de 1986

[19] COELHO, CARLOS A.D. -

E714 - Controle Clássico e Moderno

Apostila do curso de Mestrado da EFEI

[20] BAER, J.L. -

Computer Systems Architecture

Computer Science Press, 1980

DATA 08/11/1989
TROC
FED. PPG
I.V.
Cz$ DOAÇÃO

I.V.N.O
BIM - EFEI
DATA | Rubrica

EFEI - BIBLIOTECA MAUÁ
8200592
NÃO DANIFIQUE ESTA ETIQUETA