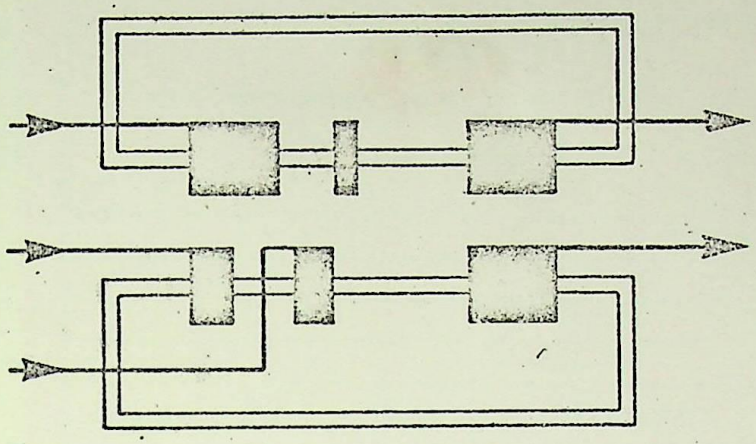
Escola Federal de Engenharia
Biblioteca
MAUÁ
Nº Reg.



BASES PARA A ANÁLISE DE SISTEMAS HETEROFÁSICOS

Hector Arango

CLASS. 621.315:621.314(043.2)
CUTT. A662b
TOMBO. 690

EFEI / BIBLIOTECA

ESTE LIVRO DEVE SER DEVOLVIDO NA ÚLTIMA DATA CARIMBADA.

27/8/93		

ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ

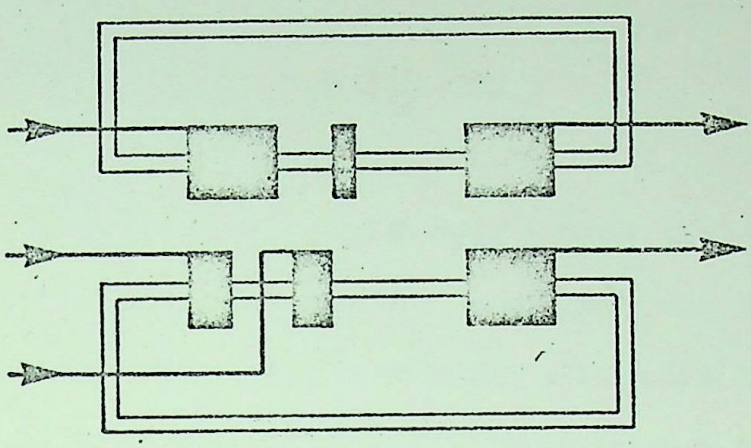
BASES PARA A ANÁLISE DE SISTEMAS HETEROFÁSICOS

DISSERTAÇÃO PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA

CANDIDATO: HECTOR ARANGO

ORIENTADOR: PROF. JOSÉ POLICARPO G. DE ABREU

ITAJUBÁ - JANEIRO, 1992



BASES PARA A ANÁLISE DE SISTEMAS HETEROFÁSICOS

Hector Arango

À EFEI

Refúgio, desafio, esperança

"And he knew that he would never come again, and that lost magic would not came again. Lost now was all of it - the street, the heat, King's Highway, and Tom the Piper's son, all mixed with the vast and drowsy murmur of the fair, and with the sense of absence in the afternoon, and the house that waited, and the child that dreamed. And out of the enchanted wood, that thicket of man's memory, Eugene knew that the dark eyes and the quiet face of his friend and brother - poor child, life's stranger and life's exiled, lost like all of us, a cipher in blind mazes, long ago - the lost boy was gone forever, and would not return".

THOMAS WOLFE

INDICE

	Pag.
SIMBOLOGIA	i

CAP. I - INTRODUÇÃO — Pag.

I.1. O porque dos Sistema Heterofásicos	I.01

CAP. II - TEORIA DOS SISTEMAS POLIFÁSICOS

II.1. O Modelo Adotado	II.01
II.2. Grandezas Polifásicas	II.04
II.3. Coordenadas Simétricas	II.10
II.4. Coordenadas Simétricas Harmônicas	II.13
II.5. Ordem de Sequência	II.15
II.6. Cargas Polifásicas	II.18
II.7. Transformações Heterofásicas	II.22
II.8. Potência Transmitida	II.23

CAP. III- MODELAGEM GERAL DOS TRANSFORMADORES

III.1. Introdução	III.01
III.2. Equacionamento	III.02
III.3. O Caso Trifásico	III.05
III.4. Exemplo de aplicação	III.07
III.5. O Efeito das Assimetrias Intrínsecas	III.13

CAP. IV - TRANSFORMADORES HETEROFÁSICOS

IV.1. A Transformação Tri-bifásica	IV.01

Pag.

IV.2. A Conexão Scott IV.02

IV.3. Coordenadas de Scott IV.04

IV.4. Possibilidades Analíticas IV.05

CAP. V - FLUXO DE CARGA HETEROFÁSICO

V.1. Introdução V.01

V.2. Modelagem dos Componentes V.02

V.3. Análise dos Sistemas de Tração V.10

APÊNDICE A - TEORIA MATEMÁTICA DAS TRANSFORMAÇÕES

A.1. Transformações Lineares e Formas Quadráticas A.01

A.2. Sistemas Elétricos de Potência A.02

A.3. Caso das Transformações Regulares A.03

APÊNDICE B - EQUACIONAMENTO DE SISTEMAS ELÉTRICOS

B.1. Equacionamento Básico B.01

B.2. Valores e P.U. B.02

B.3. Deviações "off-nominal" B.03

B.4. Teste de Nominalidade B.04

B.5. Sensibilidade B.05

APÊNDICE C - PROGRAMA PARA OBTENÇÃO DA INVERSA MULTIPLICATIVA

C.1. Conceitos Básicos C.01

C.2. Esboço de Programa C.02

C.3. Exemplo de Aplicação C.03

APÊNDICE D - ALGUMAS DEMONSTRAÇÕES

D.1. Demonstrações referentes a Aritmética Residual D.01

D.2. Prova de I(n) D.02

D.3. Prova de Ordem de Sequência de um harmônico D.03

BIBLIOGRAFIA

SIMBOLOGIA

I.1.1 - Operações

$a\|b$	"(Resíduo) de a-módulo-b" onde a, b, ε, R
$\|F\|$	Módulo de F, onde $F \varepsilon C$
ReF	Parte Real
ImF	Parte imaginária

I.1.2 - Conjuntos

R	Números Reais
P	Fases
N	Números Naturais
C	Números Complexos
R^p	Vetores de p componentes

I.1.3 - Variáveis e Constantes

t	Tempo
T	Período
T_p	Intervalo de Fase
i,&	Unidade Imaginária
$\omega = \frac{2\pi}{T}$	Pulsação ou Velocidade Angular

a Vetor Unitário a 120^{o}

$\underline{F}(t)$ Vetor de Variáveis de Fase

$F_k(t)$ Componente k-gésima de $\underline{F}$

I.1.4 - Inteiros e Subíndices

p Número de Fases

k Número de uma das Fases

ℓ Número de um Período

I.1.5 - Grandezas Eletromagnéticas

E, U Tensão (Usa-se duas letras diferentes para enfatizar a existência de dois ou mais subsistemas interligados).

I, J Correntes

Z Impedância

$|E|, |U|$ Módulos

θ ξ Fases

Ψ Defasagem tensão-corrente

W Impedância Magnética

C, D Matrizes de Laços

N_p Matriz de Números de Espirais

j Correntes de Elemento

i	Correntes de Laço
Φ	Fluxos de Elemento
ψ	Fluxos de Laço

CAPITULO I

INTRODUÇÃO

I. 1 *O PORQUE DOS SISTEMAS HETEROFÁSICOS*

A coexistência de vários "números de Fases" associados com partes de um sistema eletroenergético é uma tendência que obedece a múltiplas causas.

Sem pretensão de exaurir esta motivação, apontamos:

a) Vantagens de transmitir energia com número de fases diferente de três;

b) Vantagens da conversão de energia para a corrente contínua a partir de um número de fases múltiplo de três;

c) Vantagens da conversão eletromecânica da energia quando campos girantes com número de fases maior que três.

As três causas mencionadas serão analisadas sucessivamente:

a) Transmissão de Energia

Já em 1972, um trabalho apresentado na CIGRÉ por L. O. Barthold discutia, desde um ângulo bastante geral, os limites impostos à transmissão de energia elétrica.

A idéia fundamental sustentada neste trabalho, é o cálculo da energia transmitida em função, não da seção física dos condutores, mas da área abrangida pelos efeitos de campo derivados das tensões e correntes atuando neles.

Como é perfeitamente sabido, a densidade de energia transmitida é medida pelo vetor de Poynting (produto vetorial dos campos elétricos e magnéticos).

Ora, se fosse possível criar uma distribuição de potencial e densidades de corrente que, por sua vez, produzissem um vetor de Poynting distribuído uniformemente num "túnel de servidão" de área A m², a quantidade de energia transmitida alcançaria a 13.200 x A Mw, se este túnel fosse composto apenas por ar, sem objetos estranhos no seu interior.

Se se considerar as dimensões das torres e correspondentes faixas de servidão para vários níveis de tensão em que é transmitida a energia elétrica, concluir-se-á que está longe de atingir os vetores ideais indicados.

As análises feitas no trabalho mencionado favorecem a conversão dos circuitos duplos trifásicos, montados na mesma torre, para hexafásico.

No capítulo II (seção 7) é determinada uma expressão geral para aferição de potência transmitida por um sistema p-fásico. Por exemplo, uma linha pentafásica transmite 4,25 vezes o produto da tensão fase-fase para corrente e o fator de potência de uma linha trifásica, empregando apenas 1,67 vezes o peso de cobre ou alumínio.

Seria entretanto ingênuo concluir, a partir destes resultados teóricos, uma futura "revolução" no perfil tecnológico básico da transmissão de energia elétrica. Entretanto, resulta plausível preparar ferramentas de análise que possam permitir a predição do desempenho de sistemas não ortodoxos, calibrando suas possibilidades frente aos métodos tradicionais.

b) *Conversão para Links DC*

. Esta conversão obedece a três razões tecnológicas:

- b1) Alimentação de troncos de transmissão DC

- b2) Alimentação de motores de CC controlados

- b3) Alimentação de inversores para acionamentos AC trifásicos (motores de indução e motores síncronos).

A conveniência de utilizar sistemas multifásicos reside fundamentalmente na supressão ou atenuação de harmônicos de corrente, os que injetados no circuito alimentador, podem gerar sobretensões quando encontram uma ligação de transformador ou uma condição de ressonância que impeçam seu livre trânsito.

Também os harmônicos do lado DC manifestam-se por irregularidades do conjugado motor, podendo acontecer os seguintes fenômenos:

1. desgaste prematuro dos mancais;
2. modulação da velocidade com consequências sobre o processo industrial atendido (como, por exemplo, flutuações no diâmetro do fio no caso da produção de nylon ou polyester);
3. instabilidade no sistema de controle.

Deve-se ressaltar que não é tão simples como poder-se-ia imaginar, levar vantagem de um maior número de fases para eliminar harmônicos . Assim, o sistema hexafásico, eficiente na transmissão, resulta extremamente difícultoso neste outro aspecto.

c) *Motores de alto número de fases*

Quando acontece uma falta fase-terra com desligamento monofásico, o campo girante de natureza circular passa a ser elíptico como consequência da subtração do campo pulsante que correspondia à fase ausente.

Em geral, o módulo do campo girante de um sistema p-fásico é dado por (vide apêndice D).

$$\frac{p}{2} \qquad \text{I.(1)}$$

E a "amplitude de modulação de campo girante" produzida para perda de uma fase, é

$$1 - \frac{p/2 - 1}{p/2} = \frac{2}{p} \qquad \text{I.(2)}$$

Assim, para p=3, ter-se-á 2/p=0,67 e para p=6, 2/p=0,33 . Como este valor representa também a percentagem de torque flutuante introduzida pela perda de fase, conclue-se que a gravidade deste fato para um motor hexafásico é notavelmente menor que para o motor trifásico tradicional, suportando-se a falta fase-terra sem maiores problemas, ainda na alimentação de tais motores industriais.

CAPITULO II

TEORIA DOS SISTEMAS POLIFÁSICOS

II.1. O MODELO DE SISTEMA ADOTADO

A maneira de estarem ligadas as várias componentes físicas que fazem parte de um Sistema Elétrico de Potência (SEP) é dita de Configuração do SEP.

A configuração de um SEP é expressada matematicamente pela Estrutura Algébrica conhecida como Grafo. Lembramos que um Grafo é composto de dois conjuntos E, B, uma função

$$G : E \rightarrow B^2$$

e certas relações envolvendo E, B.

Entretanto, é muitas vezes preferível adotar a Representação Mímica de um SEP, a que pode fornecer informação adicional a respeito da índole das componentes físicas do SEP mediante um código ideográfico conveniente.

As figuras II.1 e II.2 ilustram, respectivamente, o Grafo e a Mímica de um mesmo SEP, indicando-se ainda no segundo caso a nomenclatura adotada para classificar as componentes físicas.

As relações entre SEP, Grafo e Mímica, assim como as operações que podem ser definidas sobre a estrutura constituem uma teoria por direito próprio. Neste trabalho serão mencionados apenas os aspectos relevantes para o seu objetivo específico.

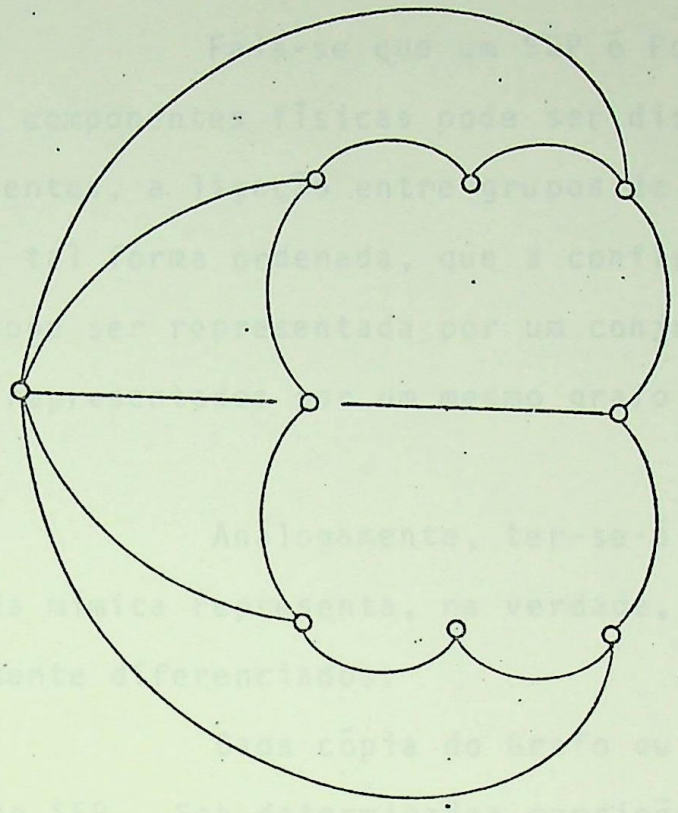


Figura II.1 - O grafo de um sistema.

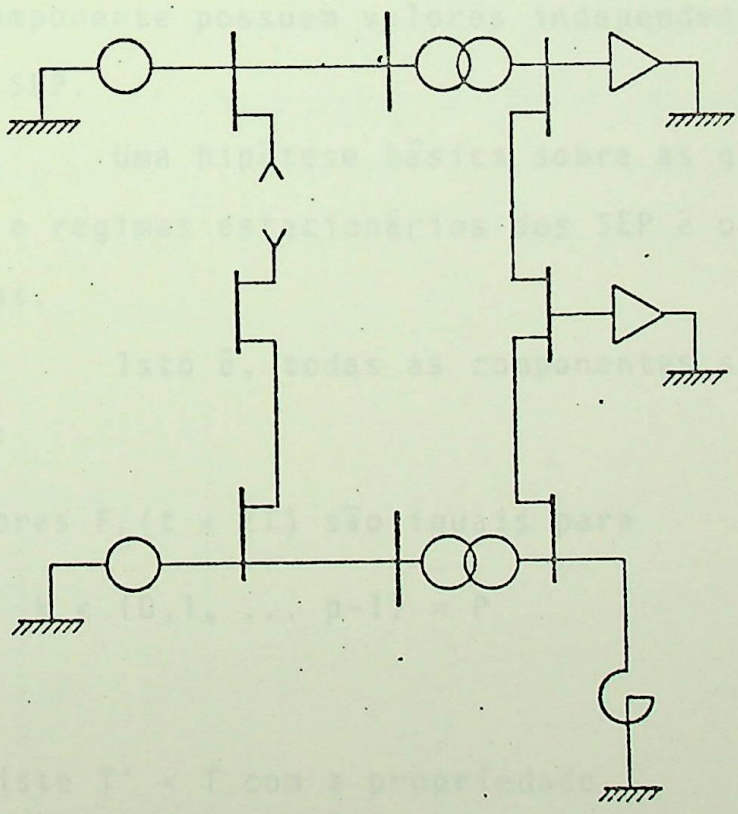


Figura II.2 - Representação mímica do sistema.

Fala-se que um SEP é Polifásico quando cada uma das suas componentes físicas pode ser discriminada em grupos de subcomponentes, a ligação entre grupos de diferentes componentes sendo de tal forma ordenada, que a configuração do SEP na sua totalidade pode ser representada por um conjunto de cópias, isto é, subSEP's representados por um mesmo grafo, chamado de Grafo Unifilar.

Análogamente, ter-se-á uma Mímica Unifilar. Cada barra da mímica representa, na verdade, um conjunto de terminais fisicamente diferenciados.

Cada cópia do Grafo ou Mímica Unifilar é dito de Fase do SEP. Sob determinadas condições operativas, a situação nas várias fases pode ser determinada a partir de uma única delas (Fase Base). No caso geral, porém, as grandezas elétricas em cada componente possuem valores independentes em cada uma das Fases do SEP.

Uma hipótese básica sobre as grandezas p-físicas associadas a regimes estacionários dos SEP é o caráter Periódico das mesmas.

Isto é, todas as componentes são dotadas de Periodicidade - T:

1. Os valores $F_k(t + \ell T)$ são iguais para

   $t \in R$, $k \in \{0,1, \ldots p-1\} = P$

   $\ell \in N$

2. Não existe $T' < T$ com a propriedade 1

Onde R é o conjunto dos números reais e N dos naturais.

Ainda, o valor T é chamado de Período Fundamental. Finalmente, o valor

$$T_p = T/p$$

Será dito de Intervalo de Fase, que é a fatia de período por cada fase do SEP.

II.2. GRANDEZAS POLIFÁSICAS

Consequentemente, as Grandezas Polifásicas serão representadas por Vetores, isto é, Listas Ordenadas dos valores que acontecem em cada uma das fases.

Com a finalidade de descrever a evolução que sofre o Estado do SEP no decorrer do tempo, as componentes dos Vetores mencionados são consideradas Funções Temporais.

Esta circunstância será enfatizada adotando a notação indicada a seguir:

$$\underline{F}(t) = \begin{bmatrix} F_0(t) \\ F_1(t) \\ \vdots \\ F_{p-1}(t) \end{bmatrix} \qquad \text{II.(1)}$$

A barra debaixo da F no primeiro membro indica o caráter vetorial da grandeza. $F_k(t)$ designa a componente

vetorial k-gésima de $\underline{F}(t)$, referindo-se obviamente a k-gésima fase do SEP.

A figura II.3 ilustra as definições anteriores.

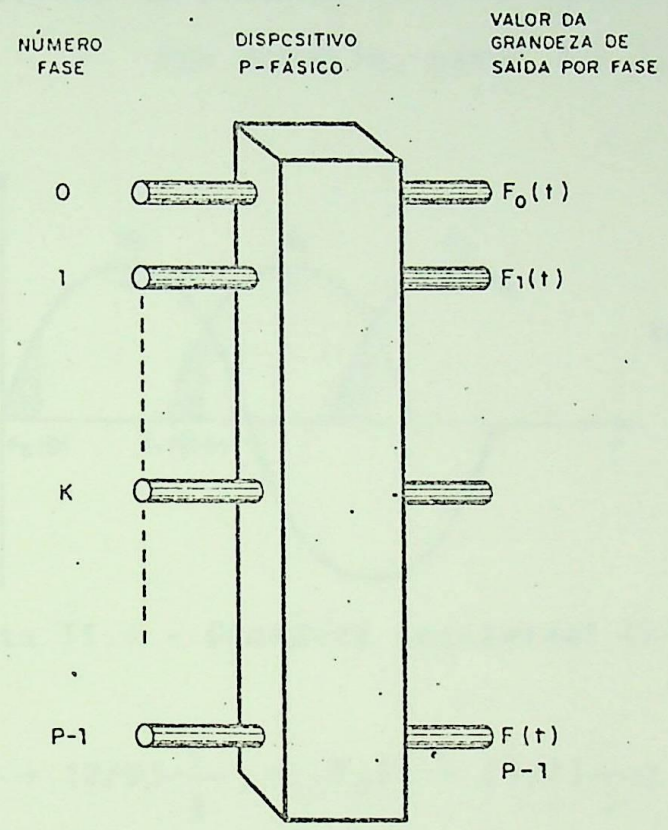


Figura II.3 - Visualização da nomenclatura adotada.

A definição a seguir é fundamental na teoria de SEP polifásicos.

A grandeza p-fásica $\underline{F}(t)$ será dita Sequencial de Ordem ℓ se os:

$$F_k(t + a_{k\ell}\, T_p) \qquad \text{II. (2)}$$

são iguais para :

$\forall t \in R,\ k \in P,\ \ell \in N$

onde

$a_{k\ell} = k\ell|p$

O símbolo $k\ell/p$ lê-se "$k\ell$-módulo-p" e indica o resíduo na divisão do produto $k\ell$ pelo número p.

Por exemplo, para $\ell = 1$, p = 3, vem (figura II.4).

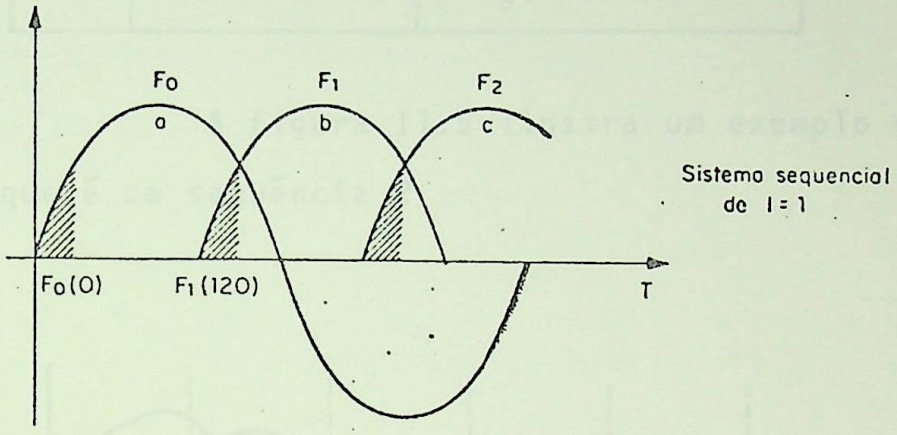


Figura II.4 - Grandeza sequencial trifásica de ordem 1.

$$F_0(t + (0/3)\frac{T}{3}) = F_1(t + (1/3)\frac{T}{3})$$

$$F_0(t) = F_1(t + 120^o)$$

Isto mostra como a definição geral é coerente com o caso mais conhecido de p = 3 (grandeza trifásica). Aqui as fases 0, 1 e 2 são identificadas pelos códigos literais a, b,e ou, às vezes, r, s,t (alemã) e r,y,b (inglês). Outrossim, as sequências 0,1,2 são mais conhecidas por "zero", "positiva" e "negativa".

Agora, para p = 5, $\ell = 2$, ter-se-á

k	a_{k2}	$F_k(t + a_{k\ell}\, T_p)$
0	0	$F_1(t)$
1	2	$F_2(t + 2/5T)$
2	4	$F_3(t + 4/5T)$
3	1	$F_4(t + 1/5T)$
4	3	$F_5(t + 3/5T)$

A figura II.5 ilustra um exemplo de função pentafásica que é de sequência 2.

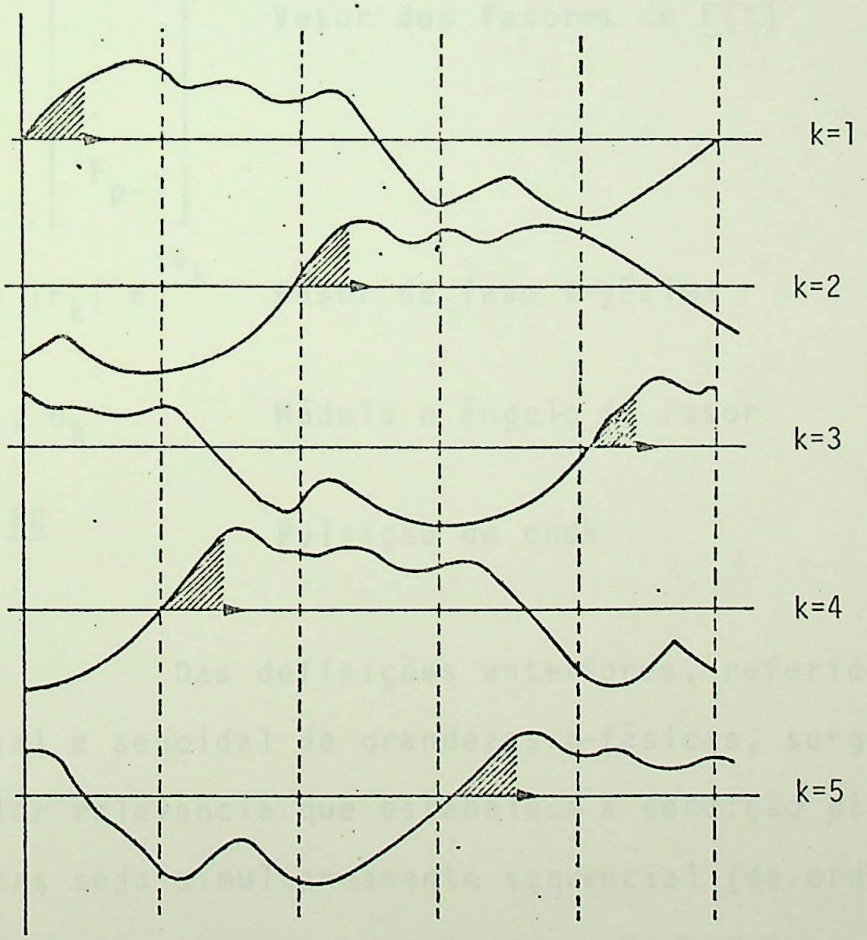


Figura II.5 - Grandeza pentafásica de sequência 2.

Convêm introduzir nesta altura uma extensão bastante óbvia do conceito de grandeza senoidal:

A grandeza p-fásica $\underline{F}(t)$ é Senoidal, quando:

II. (3)

$$\underline{F}(t) = \sqrt{2}\ I_m\ \underline{F}\ e^{i\omega t}$$

onde

i - unidade imaginária

I_m - parte imaginária

$$\underline{F} = \begin{bmatrix} F_0 \\ F_1 \\ \vdots \\ F_{p-1} \end{bmatrix}$$ Vetor dos fasores de $\underline{F}(t)$ II.(4)

$F_k = |F_k|\ e^{i\theta_k}$ Fasor de fase k-gésima II.(5)

$|F_k|,\ \theta_k$ Módulo e ângulo do fasor

$\omega = \frac{2\Pi}{T}$ Pulsação de onda II.(6)

Das definições anteriores, referidas ao caráter sequencial e senoidal de grandezas p-fásicas, surge um resultado da maior relevância que estabelece a condição para que uma destas grandezas seja simultaneamente sequencial (de ordem ℓ) e senoidal.

Grandezas usufruindo deste dupla caracterís

tica receberão o nome de Grandezas Simétricas.

O resultado antes mencionado, enuncia-se desta maneira:

A grandeza p-fásica $\underline{F}(t)$ é simétrica (ordem ℓ) se:

(ordem ℓ) se

$$F_k = F_0 \, e^{-i\alpha_{k\ell}} \qquad \text{II.(7)}$$

onde

$$\alpha_{k\ell} = (2\Pi/p)(k\ell|p)$$

Com efeito, uma grandeza do tipo anterior satisfaz:

$$F_k(t + a_{k\ell} T_p) = \sqrt{2}\ I_m\ F_k . e^{i\omega t}\ e^{i\omega a_{k\ell} T_p}$$

$$= \sqrt{2}\ I_m\ F_k\ e^{i\frac{2\Pi}{T}(k\ell|p)\frac{T}{p}}\ e^{i\omega t}$$

$$= \sqrt{2}\ I_m\ F_k\ e^{i\frac{2\Pi}{p}(k\ell|p)}\ e^{i\omega t} = F_0(t)$$

Verificando assim a condição II(2).

II.3. *COORDENADAS SIMÉTRICAS*

Considere-se agora um conjunto de grandezas p-fásicas simétricas

II.3 COORDENADAS SIMÉTRICAS

Considere-se agora um conjunto de grandezas p-fásicas simétricas:

$$\underline{S}^{(0)}(t),\ \underline{S}^{(1)}(t),\ \ldots\ \underline{S}^{(p-1)}(t)$$

onde cada membro $\underline{S}^{(\ell)}(t)$ é de ordem ℓ.

Consequentemente, em virtude do fasor k-gésimo da grandeza de ordem ℓ será

$$S_k^{(\ell)} = S_0^{(\ell)}\ e^{-i\alpha k\ell} \qquad \text{II.(8)}$$

onde $S_0^{(\ell)}$ é o fasor base da grandeza ℓ.

O vetor $\underline{F}(t)$ soma dos $\underline{S}^{(\ell)}(t)$, é uma grandeza p-fásica senoidal, pois em virtude da (3)

$$\underline{F}(t) = \sum_{\ell=0}^{p-1} \underline{S}^{(\ell)}(t) = \sqrt{2}\ I_m \left(\sum_{\ell=0}^{p-1} \underline{S}^{(\ell)}\right) e^{i\omega t}$$

Isto é, $\underline{F}(t)$ possue o vetor de fasores

$$\underline{F} = \sum_{\ell=0}^{p-1} \underline{S}^{(\ell)} \qquad \text{II.(9)}$$

Introduzindo agora a (8) chega-se à seguinte expressão do vetor de fasores

$$\underline{F} = \underline{\underline{A}}.\underline{S} \qquad \text{II.(10)}$$

onde

$\underline{\underline{A}}$ matriz cujo elemento de linha k + 1 e coluna ℓ+1 tem o valor

$$p^{-1/2}\ e^{-i\alpha k\ell} \qquad \text{II.(11)}$$

$\underline{S}$ vetor cuja componente $\ell + 1$-gésima tem o valor

$$p^{1/2}\, S_0^{(\ell)} \qquad \text{II.(12)}$$

A igualdade permite expressar o vetor de fasores de uma soma de grandezas simétricas em termos de um outro vetor, $\underline{S}$ que contém os fasores base de cada somando. $\underline{S}$ será chamado de Vetor de Sequência da grandeza senoidal $\underline{F}(t)$.

Especificamente, $\underline{F}$ é obtido de $\underline{S}$ por uma transformação linear de matriz $\underline{\underline{A}}$.

Provar-se-á agora uma importante propriedade da matriz $\underline{\underline{A}}$ transformando o vetor de sequência para o vetor de fasores de uma grandeza senoidal:

$\underline{\underline{A}}$ é Hermitiana, isto é

$$\underline{\underline{A}}^{-1} = \underline{\underline{A}}' \qquad \text{II.(13)}$$

onde $\underline{\underline{A}}'$ é a transconjugada de $\underline{\underline{A}}$.

Com efeito, o elemento de linha $k + 1$, coluna $\ell + 1$ do produto $\underline{\underline{A}}\,\underline{\underline{A}}'$ será

$$p^{-1} \sum_{T\,e\,P} e^{i(\alpha_{\ell r} - \alpha_{k\ell})} \qquad \text{II.(14)}$$

Da II(7), esta somatória resulta

$$p^{-1} \sum_{T\,e\,P} e^{\frac{2\Pi i}{P}(hr|p)}$$

onde $h = \ell - k$.

Ora, é possível demonstrar (vide apêndice E)

$$R = \{(hr|p) : T \text{ e } P\} = P$$

para todo h em P diferente de 0.

(Para $r = 0$, é trivialmente $R = \{0\}$)

Em consequência, o elemento $k + 1$, $\ell + 1$ de $\underline{\underline{A}}\ \underline{\underline{A}}'$ será

$$\sum_{T \text{ e } P} e^{\frac{2\Pi i}{P} \cdot r} = 0 \qquad \text{II.(15)}$$

para $r \neq 0$ e

$$p^{-1} \sum_{T \text{ e } P} e^{\frac{2\Pi i}{P} \cdot 0} = 1 \qquad \text{II.(16)}$$

daí vem

$$\underline{\underline{A}}\ \underline{\underline{A}}' = \underline{\underline{U}}$$

onde $\underline{\underline{U}}$ indica a matriz unidade de ordem p.

Consequência direta desta propriedade é a expressão a seguir:

$$\underline{S} = \underline{\underline{A}}'\ \underline{F} \qquad \text{II.(17)}$$

Esta igualdade tem um significado transcendente na teoria que esta se desenvolvendo:

> Dada uma grandeza senoidal p-fásica qualquer, com vetor de fasores $\underline{F}$, é possível obter seu vetor de sequência $\underline{S}$ mediante uma transformação linear cuja matriz é a transconjugada de $\underline{\underline{A}}$.

Consequentemente, os vetores $\underline{F}$ e $\underline{S}$ revelam se como representações alternativas das grandezas senoidais. $\underline{A}'$, $\underline{A}$ são assim as transformações que permitem passar de um Sistema de Referência Fásico (SRF) para um Sistema de Referência Sequencial (SRS) e vice versa. Muitas vezes, o SRS oferece vantagem para a representação das grandezas pois as simetrias físicas no SEP manifestam-se no SRS pela anulação de todas as componentes exceto uma.

II.4. *COORDENADAS SIMÉTRICAS HARMÔNICAS*

Introduzir-se-á agora uma extensão (também bastante óbvia) da Decomposição Harmônica de uma função temporal periódica.

A grandeza trifásica $\underline{G}(t)$ de pulsação fundamental ω pode ser expressada como

$$\underline{G}(t) = \sqrt{2}\ I_m\ (\underline{\underline{F}}\ \underline{E}) \qquad \text{II.(18)}$$

$\underline{\underline{F}}$ é a matriz cujo k + 1, n + 1 elemento tem o valor

$$\frac{1}{T}\int_0^T G_k(t)\ e^{in\omega t}\ dt \qquad \text{II.(19)}$$

n = 0, 1, 2, ...

Isto é, a fornece $\underline{G}(t)$ como uma soma de grandezas p-fásicas senoidais com pulsação $n\omega$ e vetor de fasores $\underline{F}^{(n)}$.

Onde $\underline{\underline{F}}^{(n)}$ indica a (n+1)-gésima coluna da Matriz de Fase $\underline{\underline{F}}$. Ora, em virtude da II(10), cada um destes vetores de fase é expressável em termos de um vetor de sequências

$$\underline{\underline{F}}^{(n)} = \underline{\underline{A}}\ \underline{\underline{S}}^{(n)}$$

então

$$\underline{\underline{F}} = \underline{\underline{A}}\ \underline{\underline{S}} \qquad \text{II.(20)}$$

Onde $\underline{\underline{S}}$ é a matriz cuja (n+1)-gésima coluna é o vetor (dito de componente harmônica de ordem n)

$$\underline{\underline{S}}^{(n)}$$

Introduzindo a II(20) na II(18) vem finalmente

$$\underline{G}(t) = \sqrt{2}\ I_m\ (\underline{\underline{A}}\ \underline{\underline{S}}\ \underline{E}) \qquad \text{II.(21)}$$

Esta igualdade permite a sintese de uma grandeza p-fásica arbitrária em função de grandezas simétricas, cujos vetores base aparecem como elementos da Matriz de Sequência $\underline{\underline{S}}$.

Quando calculada a Matriz de Fase de uma grandeza p-fásica (em geral, não senoidal ou poliharmônica), a sua Matriz de Sequência será dada por

$$\underline{\underline{S}} = \underline{\underline{A}}'\ \underline{\underline{F}} \qquad \text{II.(22)}$$

Conclue-se que as grandezas poliharmônicas, podem também ser representadas em dois marcos de referência, um de fase, outro de sequência. $\underline{\underline{A}}$, $\underline{\underline{A}}'$ continuam sendo as matrizes de transformação para trocar de marco ou de sistema.

ae

Ainda, se costuma falar que $\underline{\underline{F}}$ expressa a grandeza em Coordenadas de Fase, no entanto $\underline{\underline{S}}$ o faz em Coordenadas Simétricas.

II.5. *ORDEM DE SEQUÊNCIA DOS HARMÔNICOS DE UMA GRANDEZA SIMÉTRICA*

Nesta altura, resulta conveniente indagar sobre a natureza das matrizes de sequência associadas a grandezas que sejam sequenciais.

A questão é: terão estas matrizes alguma estrutura especial, que permita, a priori, afirmar a "sequencialidade" da grandeza que representam ?

É possível demonstrar (vide apêndice D), a seguinte propriedade:

Se a grandeza p-fásica

$$\underline{G}\ \ell(t)$$

é sequencial de ordem ℓ, sua componente harmônica de ordem n é sequencial de ordem

$$n\ell|p \qquad \text{II.(23)}$$

Em consequência, a coluna n+1 da Matriz de Sequência $\underline{\underline{S}}$ de uma grandeza sequencial de ordem ℓ terá seus elementos todos nulos com exceção do $(n\ell|p)$-gésimo.

No exemplo a seguir, ilustrado na fig. II.6 mostra-se o caso do 9 no harmônico de uma fundamental pentafásica.

$\ell' = n\ell \mid p$

$n = 2p-1 \qquad \ell = 1 \qquad p = 5 \qquad n = 10-1 = 9$

$\ell' = 9 \mid 5 = 4$

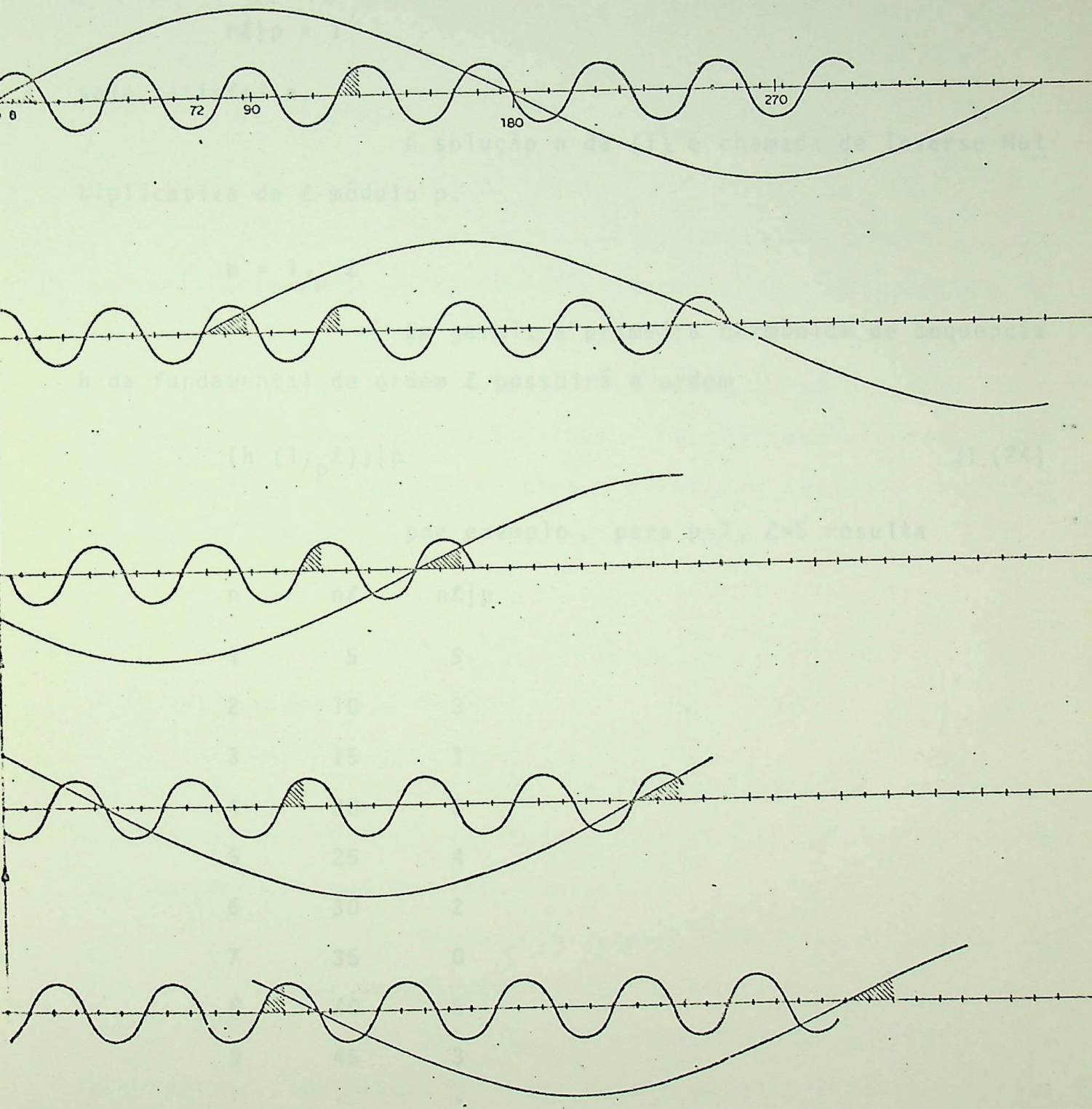


Figura II.6 - Ilustra a ordem de sequência de harmônico 9 num sistema pentafásico.

O resultado anterior permite deduzir que o harmônico de sequência 1 de uma fundamental de sequência 1 deve ter uma ordem m tal que a equação

$$n\ell|p = 1$$

seja satisfeita.

A solução n da (1) é chamada de Inversa Multiplicativa de ℓ módulo p.

$$n = 1/_p\ \ell$$

Em geral, a primeira harmônica de sequência h da fundamental de ordem ℓ possuirá a ordem

$$(h\ (1/_p \ell))|p \qquad \text{II.(24)}$$

por exemplo, para p=7, ℓ=5 resulta

n	nℓ	nℓ|p
1	5	5
2	10	3
3	15	1
4	20	6
5	25	4
6	30	2
7	35	0
8	40	5
9	45	3
.	.	.
.	.	.
.	.	.

No caso, $1/p\,\ell = 3$. Note-se que, a primeira harmônica de sequência 1 de uma fundamental de sequência 5 é o número 3.

Entretanto, a primeira harmônica de sequência 3 é a

$$(3\ (1/p\,\ell))\,|\,7 = 9\,|\,7 = 2$$

como efetivamente resulta da tabela.

Conclue-se que as sucessivas ordens de sequência correspondem a harmônicos separados (em número) pela inversa multiplicativa da ordem de sequência da fundamental.

No apêndice C é fornecido um Programa para o cálculo da inversa multiplicativa. É extremanente curioso que este programa usa uma rotina para o cálculo do resto de uma divisão que não usa nem divisão nem multiplicação.

II.6. CARGAS POLIFÁSICAS

Uma carga polifásica é dita Balanceada quando, ao aplicar nela uma tensão simétrica, resulta a circular uma corrente dotada da mesma simetria.

É bem interessante considerar o caso de cargas modeladas por impedâncias (cargas lineares).

Sejam $\underline{\underline{E}}_S$, $\underline{I}_S$ as matrizes que expressam, em Coordenadas simétricas, a Tensão Poliharmônica polifásica aplicada e a Corrente resultante.

Se a tensão for simétrica (ordem ℓ), o úni

co elemento não nulo haverá de ser

$$(\underline{\underline{E}}_S)_{\ell,1}$$

Ora, para que $\underline{\underline{I}}_S$ possua a mesma estrutura quer que seja ℓ, na transformação linear

$$\underline{\underline{E}}_S = \underline{\underline{Z}}_S \; \underline{\underline{I}}_S \qquad \text{II.(25)}$$

a matriz $\underline{\underline{Z}}_S$ (Matriz de Impedância da Carga em Coordenadas Simétricas) deverá ser diagonal.

Isto é,

$$\underline{\underline{Z}}_S = \text{dg } \underline{Z}_S$$

onde

$$(\underline{\underline{Z}}_S)_{kk} = (\underline{Z}_S)_k$$

$$(\underline{\underline{Z}}_S)_{hk} = 0 \qquad \text{para } h \neq k$$

Por outro lado, chamando de $\underline{\underline{E}}_F$, $\underline{\underline{I}}_F$ as grandezas de tensão e corrente em coordenadas de fase, vem

$$\underline{\underline{E}}_F = \underline{\underline{A}} \; \underline{\underline{E}}_S \qquad \text{II.(26)}$$

$$\underline{\underline{I}}_S = \underline{\underline{A}}' \; \underline{\underline{I}}_F \qquad \text{II.(27)}$$

Substituindo na (25) , vem

$$\underline{\underline{E}}_F = \underline{\underline{A}} \; \underline{\underline{Z}}_S \; \underline{\underline{A}}' \; \underline{\underline{I}}_F$$

Daí vem,

$$\underline{\underline{Z}}_F = \underline{\underline{A}} \; \underline{\underline{Z}}_S \; \underline{\underline{A}}' \qquad \text{II.(28)}$$

onde $\underline{\underline{Z}}_F$ indica a Matriz de Impedância em coordenadas de fase(fig. II.7).

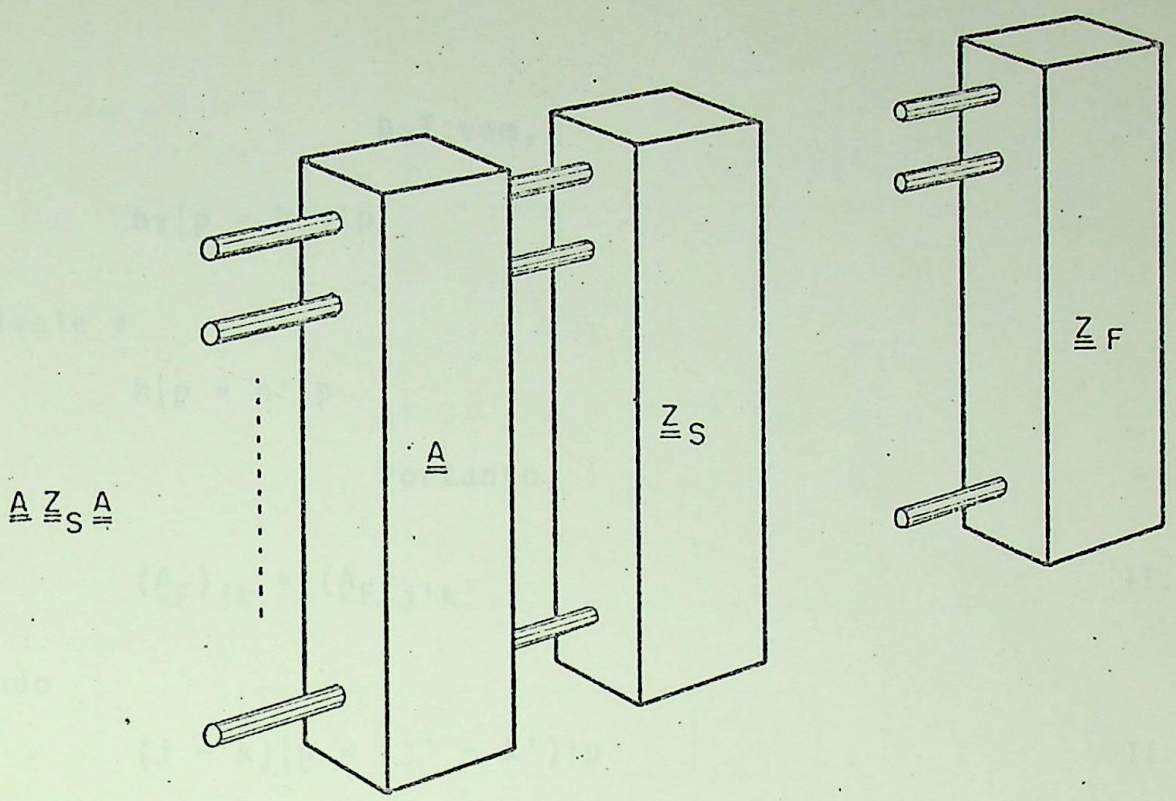


Figura II.7 - Ilustra a equivalência entre as representações fásica e sequencial.

A (28) é uma expressão bem conhecida, ao menos nos casos mono-e trifásicos, e o único motivo de apresentá-la é indagar sobre a estrutura da $\underline{\underline{Z}}_F$ quando a $\underline{\underline{Z}}_S$ é diagonal.

Substituição das (11) fornece

$$(\underline{\underline{Z}}_S)_{jk} = \sum_{\gamma \in P} (\underline{Z}_S)_\gamma \, e^{i(\alpha_{j\gamma} - \alpha_{k\gamma})}$$

$$= \sum_{\gamma \in P} (\underline{Z}_S) \, e^{i.\frac{2\Pi}{p}(h\gamma|p)}$$

onde $h = j-k$

A estrutura decorrente destas expressões é melhor enxergada lembrando que

$$h\gamma|p = (h|p)(\gamma|p)|p$$

Daí vem,

$$h\gamma|p = h'\gamma|p$$

equivale a

$$h|p = h'|p$$

Portanto,

$$(\underline{\underline{A}}_F)_{jk} = (\underline{\underline{A}}_F)_{j'k'} \qquad \text{II.(29)}$$

quando

$$(j - k)|p = (j' - k')|p \qquad \text{II.(30)}$$

como $h|p \in P$, conclue-se que uma Matriz Balanceada (nome adotado para designar as matrizes de cargas balanceadas) poderão ter P valores distintos nos seus elementos.

Exemplos

Para o caso trifásico (p=3), temos;

$(i-j)|p = 0$ (elemento 11,22 e 33 iguais)

$(i-j)|p = 1$ (elemento 21,32 e 13 iguais)

$(i-j)|p = 2$ (elemento 12,23 e 31 iguais)

(lembre-se que para $X < 0$, $X|p = p - (p-X)|p$)

$$\underline{\underline{Z}} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline z & m_2 & m_1 \\ \hline m_1 & z & m_2 \\ \hline m_2 & m_1 & z \\ \hline \end{array}$$

para o caso p=5 (pentafásico)

(i-j) p	Elemento	Valor
0	11,22,33,44,55	z
1	21,32,43,54,15	m_1
2	31,42,53,14,25	m_2
3	41,52,13,24,35	m_3
4	51,12,23,34,45	m_4

$\underline{\underline{Z}} =$

z	m_4	m_3	m_2	m_1
m_1	z	m_4	m_3	m_2
m_2	m_1	z	m_4	m_3
m_3	m_2	m_1	z	m_4
m_4	m_3	m_2	m_1	z

II.7. TRANSFORMAÇÕES HETEROFÁSICAS

Na análise de Sistemas Heterofásicas, os pontos essenciais são aqueles que representam a interface entre Subsistemas que posuem diferentes números de fases.

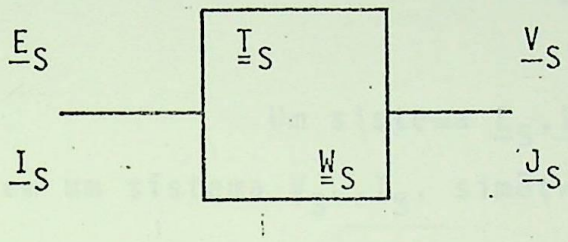
O esquema a seguir ilustra uma situação típica., $\underline{E}_S$, $\underline{I}_S$ representam as grandezas presentes numa barra de um subsistema p-fásico. Entretanto, $\underline{V}_S$, $\underline{I}_S$ assumem a mesma significação para um subsistema p-fásico.

O retângulo simboliza um transformador hete

rofásico (TH), cujo desempenho físico é expressado matematicamente pelas transformações lineares (coordenadas simétricas).

$$\underline{V}_S = \underline{\underline{T}}_S \, \underline{E}_S$$

$$\underline{I}_S = \underline{\underline{W}}_S \, \underline{J}_S$$



É bem sabido que, se $\underline{\underline{W}}_S = \underline{\underline{T}}'_S$ então o transformador preserva a potência circulante através dele. Ainda, uma carga $\underline{\underline{Y}}_S$ conectada à direita aparece, olhada desde a esquerda, como

$$\underline{\underline{T}}'_S \, \underline{\underline{Y}}_S \, \underline{\underline{T}}_S \qquad \text{II.(32)}$$

Se $\underline{\underline{Y}}_S$ é balanceada e o trafo homofásico ($\mathbf{p} = \mathbf{p}$) basta que seja diagonal para que a carga, olhada da esquerda, apareça também como balanceada.

Por tal motivo, uma transformação

$$\underline{\underline{T}}_S = dg \, \underline{T}_S$$

preserva o balanço das cargas. Ela será chamada então de Transformação Balanceada Homofásica.

Para $\mathbf{p} \neq \mathbf{p}'$ $\underline{\underline{T}}_S$ não é quadrada. Entretanto, é possível definir Transformações Balanceadas Heterofásicas à luz das considerações seguintes.

Em primeiro lugar, mostrar-se-á que a pre

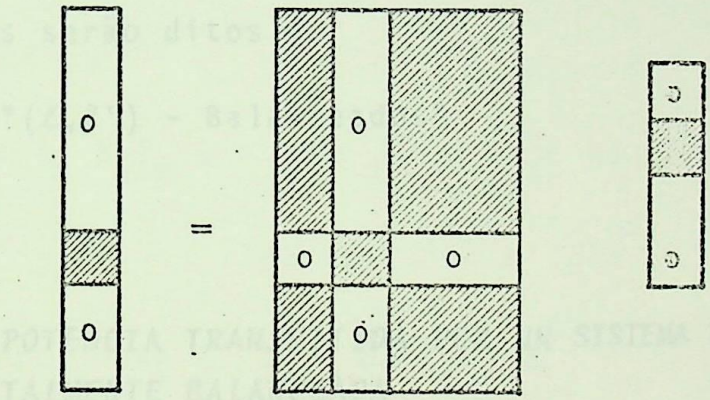
servação da potência transmitida acontece ainda com $\underline{\underline{T}}_S$ singular.

$$\underline{V}_S^t \, \underline{J}_S^* = \underline{E}_S^t \, \underline{\underline{T}}_S^t \, \underline{J}_S^*$$

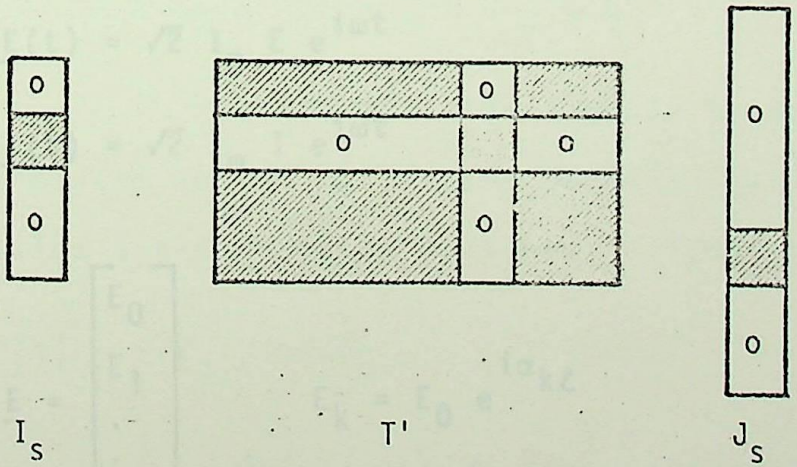
$$\underline{E}_S^t \, \underline{I}_S^* = \underline{E}_S^t \, \underline{\underline{T}}_S'^* \, \underline{J}_S^* = \underline{E}_S \, \underline{\underline{T}}_S^t \, \underline{J}_S \qquad \text{II.(33)}$$

Agora é possível indagar sob quais condições uma transformação heterofásica $\underline{\underline{N}}$ possue a seguinte propriedade.

Um sistema $\underline{E}_S, \underline{I}_S$ simétrico de ordem ℓ converte-se em um sistema $V_{S'}, I_{S'}$ simétrico de ordem ℓ'.



II.(34)



Inspeção das (34) mostra que certos elementos da matriz $\underline{\underline{T}}_S$ devem ser zero. Ora, a matriz $\underline{\underline{T}}_S$ pode ser expressa como

$$\underline{\underline{A}}_p \; \underline{\underline{T}}_F \; \underline{\underline{A}}'_Q \qquad \text{II.(35)}$$

onde $\underline{\underline{A}}_p$, $\underline{\underline{A}}_Q$ indicam as matrizes de transformação de coordenadas em cada sistema polifásico, e $\underline{\underline{N}}_F$ a matriz do trafo em coordenadas fásicas.

Resulta evidente que os valores $(\underline{\underline{T}}_F)_{hk}$ dos elementos de $\underline{\underline{T}}_F$ que satisfazem a estrutura de zeros indicada e conduzem a um transformador físico que possui a propriedade indicada. Tais trafos serão ditos de

"(ℓ,ℓ') - Balanceados"

II.8. *POTÊNCIA TRANSMITIDA POR UM SISTEMA POLIFÁSICO EM CONDIÇÃO TOTALMENTE BALANCEADA*

Das expressões (3) e (6) vem:

$$\underline{E}(t) = \sqrt{2}\; I_m \; E \; e^{i\omega t}$$

$$\underline{I}(t) = \sqrt{2}\; I_m \; I \; e^{i\omega t}$$

onde

$$\underline{E} = \begin{bmatrix} E_0 \\ E_1 \\ . \\ . \\ . \\ E_p \end{bmatrix} \qquad E_k = E_0 \; e^{-i\alpha_{k\ell}}$$

$$\underline{I} = \begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ I_p \end{bmatrix} \qquad I_k = I_0 \, e^{i\alpha_{k\ell}}$$

Ora, a potência instantânea transmitida pelo sistema é

$$P(t) = \underline{E}(t)^t \, \underline{I}(t) = 2 . I_m \, \underline{E}^t e^{i\omega t} \; I_m \, \underline{I} \, e^{i\omega t} \qquad \text{II.(36)}$$

Por outro lado, se A e B são complexos, é válida a identidade

$$2 \; I_m \, A \; I_m \, B = Re(A \, \overset{*}{B}) - Re(A \, B) \qquad \text{II.(37)}$$

Introduzindo a (37) na (36) vem:

$$P(t) = Re \; \underline{E}^t \, \underline{I}^* + Re \; \underline{E}^t \, \underline{I} \, e^{2i\omega t}$$

$$= p \; Re(E_o I_o) + Re \; E_o I_o \, e^{2i\omega t} \; \Sigma \; e^{-2i\alpha_{k\ell}}$$

$$= p \; E_o I_o \cos\psi_o + 2 \; Re \; E_o I_o \, e^{2i\omega t} \; \Sigma \; e^{-i\alpha_{k\ell}}$$

O somatório do segundo termo é nulo (vide (15), o que mostra que em um sistema p-fásico qualquer, a potência transmitida é independente do tempo, e igual a

$$P(t) = \tfrac{1}{2} p \; E_o I_o \cos\psi_o \qquad \text{II.(38)}$$

Os valores da fórmula são eficazes fase-neutro. Entretanto, a tensão eficaz fase-fase é

$$H_Q = E_o \left| e^{i\frac{2\Pi}{f}} - 1 \right| = 2\, E_o\, \text{sen}\left(\frac{\Pi}{p}\right)$$

Substituindo na (38) vem:

$$P(t) = \frac{p}{2\ \text{sen}\left(\frac{\Pi}{p}\right)}\ H_o\ I_o\ \cos\psi_o \qquad \text{II.(39)}$$

Para p grande, temos a expressão aproximada

$$P(t) \doteq \frac{p^2}{2\Pi}\ H_o\ I_o\ \cos\psi_o \qquad \text{II.(40)}$$

O que mostra que, se o fator crítico de projeto da linha fora a tensão fase-fase (o que não é em geral certo) a relação

$$P_c(t) = \frac{P(t)}{p} = \frac{p}{2\Pi}\ H_o\ I_o\ \cos\psi_o$$

que dá a potência máxima transmitida pelo condutor, aumenta linearmente com o número de fases.

CAPITULO III

MODELAGEM GERAL DOS TRANSFORMADORES

III.1. INTRODUÇÃO

As equações e os circuitos equivalentes dos transformadores polifásicos são discutidos neste capítulo por uma metodologia geral.

As expressões analíticas após obtidas são exemplificadas através da conexão Δ/Y trifásico muito bem conhecida. As influências de assimetrias intrínsecas são também aqui discutidas.

O trafo é, obviamente, uma componente fundamental nos sistemas elétricos de energia. Ao seu emprego, como conversor estático de tensão-corrente, para atingir níveis econômicos de transmissão a longa distância, agrega-se atualmente o de elemento regulador dos fluxos de potenciais ativa e reativa.

Porém, a nosso julgamento, o trafo não tem recebido uma análise sistemática das equações que regem o seu comportamento eletromagnético, visando um modelo que exprima explicitamente os parâmetros do circuito elétrico equivalente, em termos da estrutura da rede magnética de acoplamento.

Esse é o objetivo deste capítulo, onde simplesmente se aplicam as leis fundamentais numa adequada linguagem matricial, a fim de obter resultados analíticos gerais, susceptíveis de realização mediante tripolos e transformadores ideais.

III.2. EQUACIONAMENTO

O trafo polifásico é fundamentalmente um caso particular de circuitos elétricos acoplados mediante circuitos magnéticos |1|. Tais sistemas podem ser descritos na maneira seguinte:

1) Um conjunto de Elementos Elétricos primitivos em número n_E formados por um dipolo elétrico passivo z, uma fonte de tensão série e vários enrolamentos série.

2) Um conjunto de Elementos magnéticos primitivos, em número n_M formados por um dipolo magnético passivo, sobre o qual enrolam se um ou mais dos enrolamentos de (1).

3) Descrições das topologias da ligação elétrica e da ligação magnética.

4) A interação entre os Elementos Primitivos Elétricos e Magnéticos pode ser expressa mediante uma matriz N_p de dimensões n_E x n_M onde o elemento hk de N_p indica o número de voltas do enrolamento em série com o elemento elétrico h-ésimo e enrolado sobre o elemento magnético k. Se o enrolamento não existir, o elemento de N será zero.

A situação é ilustrada na figura I.

As equações correspondentes aos conjuntos de elementos primitivos podem ser expressos em termos dos vetores de tensões e correntes elétricas e tensões (FMM) e correntes (fluxos) magnéticas $\underline{v}$, $\underline{j}$, $\underline{\Theta}$, $\underline{\Phi}$ respectivamente, um vetor de fontes elétricas $\underline{u}$ e as matrices Z, W de impedâncias elétricas e magnéticas

(relutâncias), respectivamente.

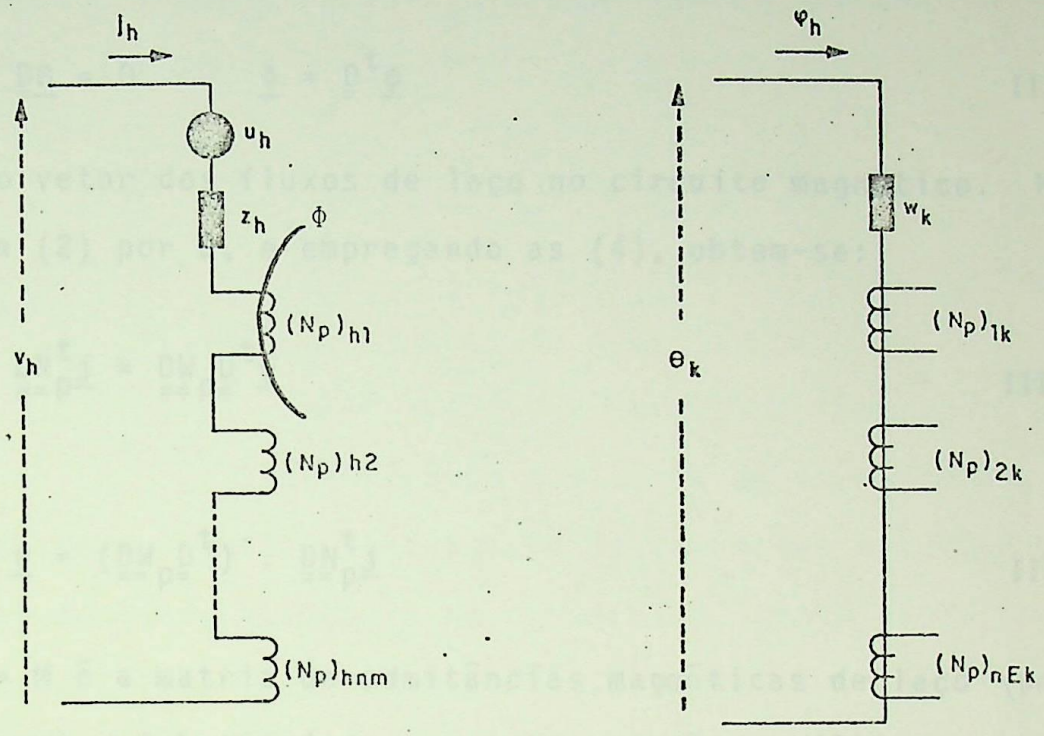


Figura III.1 - Modelo multi-terminal do elemento básico

Em assim sendo:

$$\underline{v} + \underline{\bar{u}} = \underline{\underline{Z}}_p \underline{j} + \&\omega N_p \underline{\Phi} = Z_p \underline{j} + N_p \underline{v}_i \qquad \text{III.(1)}$$

$$\underline{\theta} + N_p^{t*} \underline{j} = W_p \underline{\Phi} \qquad \text{III.(2)}$$

onde $\& = \sqrt{-1}$ e a unidade imaginária e ω a frequência angular dos fasores.

A ligação entre os elementos passivos elétricos pode ser expressa mediante uma matriz de laços elétrica C.

Resulta:

$$C\underline{v} = 0 \qquad \underline{j} = C^t \underline{i} \qquad \text{III.(3)}$$

onde o vetor $\underline{i}$ é o das correntes de laço.

Analogamente, a ligação entre elementos magnéticos é considerado mediante uma matriz de laços magnética D:

$$\underline{\underline{D}}\,\underline{\Theta} = 0 \qquad \underline{\Phi} = \underline{\underline{D}}^{t}\,\underline{\psi} \qquad \text{III.(4)}$$

onde $\underline{\psi}$ é o vetor dos fluxos de laço no circuito magnético. Multiplicando a (2) por D, e empregando as (4), obtem-se:

$$\underline{\underline{D}}\,\underline{\underline{N}}_{p}^{t}\,\underline{j} = \underline{\underline{D}}\,\underline{\underline{W}}_{p}\,\underline{\underline{D}}^{t}\,\underline{\psi} \qquad \text{III.(5)}$$

de onde

$$\underline{\psi} = (\underline{\underline{D}}\,\underline{\underline{W}}_{p}\,\underline{\underline{D}}^{t})^{-}.\ \underline{\underline{D}}\,\underline{\underline{N}}_{p}^{t}\,\underline{j} \qquad \text{III.(6)}$$

$(\underline{\underline{D}}\,\underline{\underline{W}}_{p}\,\underline{\underline{D}}^{t})^{-} = M$ é a matriz de admitâncias magnéticas de laço (permeâncias de laço). Substituindo com esta notação na (1) tem-se:

$$\underline{v} + \underline{u} = \underline{\underline{Z}}_{p}\,\underline{j} + \&\omega\,\underline{\underline{N}}_{p}\,\underline{\underline{D}}^{t}\,\underline{\underline{M}}\,\underline{\underline{D}}\,\underline{\underline{N}}_{p}^{t}\,\underline{j} \qquad \text{III.(7)}$$

Agora introduzem-se as (3), multiplicando a (7) por C e substituindo $\underline{j}$ em função de $\underline{i}$:

$$\underline{\underline{C}}\,\underline{u} = (\underline{\underline{C}}\,\underline{\underline{Z}}_{p}\,\underline{\underline{C}}^{t} + \&\omega\,\underline{\underline{C}}\,\underline{\underline{N}}_{p}\,\underline{\underline{D}}^{t}\ .\ \underline{\underline{M}}\ .\ \underline{\underline{D}}\,\underline{\underline{N}}_{p}^{t}\,\underline{\underline{C}}^{t})\,\underline{i} \qquad \text{III.(8)}$$

$\underline{\underline{C}}\,\underline{\underline{Z}}_{p}\,\underline{\underline{C}}^{t}$ é obviamente a matriz de impedâncias elétricas de laço, que será chamada de $\underline{\underline{Z}}$. A matriz $\underline{\underline{C}}\,\underline{\underline{N}}_{p}\,\underline{\underline{D}}^{t}$ exprime a interação laço a laço entre os circuitos elétrico e magnético, e será chamada de N. Finalmente, $\underline{\underline{C}}\,\underline{v} = \underline{e}$ exprime as tensões atuantes nos laços elétricos.

Resulta assim:

$$\bar{e} = (\underline{\underline{Z}} + \&\omega \underline{\underline{NMN}}^t)\underline{i} \qquad \text{III.(9)}$$

onde a matriz $\underline{\underline{Z}} + \&\omega \underline{\underline{NMN}}^t = \underline{\underline{Z}} + \underline{\underline{Z}}_M$ é a matriz de impedância total de laço, $\underline{\underline{Z}}_T$. Ter-se-á:

$$\underline{i} = \underline{\underline{Z}}_T \bar{e} \qquad \text{III.(10)}$$

e portanto

$$\underline{j} = \underline{\underline{C}}^t \underline{\underline{Z}}_T \underline{\underline{C}}\ \underline{v} \qquad \text{III.(11)}$$

Esta fórmula explicita de forma geral, as relações entre as tensões aplicadas e as correntes resultantes em um circuito acoplado qualquer; em particular, de um trafo com enrolamentos elétricos e partes magnéticas em qualquer número e disposição. Os parâmetros ficam expressos através das fórmulas, em termos dos dados básicos do sistema.

III.3. O CASO TRIFÁSICO

Em geral, os circuitos acoplados trifásicos podem ser considerados como um conjunto de elementos primitivos elétricos trifásicos interaturando com um conjunto de elementos primitivos magnéticos trifásicos. Portanto, as equações desenvolvidas na seção 2 são perfeitamente aplicáveis aos circuitos trifásicos, interpretando cada elemento dos vetores das variáveis elétricas e/ou magnéticas como um vetor de três elementos escalares, cada um deles expressando o valor de uma das fases a,b,c.

A fim de aproveitar a simetria física e geométrica, tanto no caso elétrico como também no caso magnético, é obviamente possível o emprego de variáveis de sequência: tensões, correntes, forças magnetomotrizes e fluxos de sequências zero, positiva e negativa.

Os vetores cujas componentes sejam vetores das três componentes de sequência, serão indicados com um til acima. Também as matrizes de imitâncias elétricas e magnética correspondentes as variáveis de sequência serão indicadas com um til acima.

As relações entre as matrizes de fase e sequência são do tipo

$$\tilde{\underline{\underline{Z}}} = \underline{\underline{T}}\ \underline{\underline{Z}}\underline{\underline{T}} \quad , \quad \tilde{\underline{\underline{Z}}}_M = \underline{\underline{T}}\ \underline{\underline{Z}}_M\underline{\underline{T}} \qquad \text{III.(12)}$$

onde $\underline{\underline{T}}$ é uma soma direta de matrizes

$$\underline{\underline{F}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \qquad \text{III.(13)}$$

onde $a = \exp(\&.120^o)$

$$\underline{\underline{T}} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{F}} & & \\ & \underline{\underline{F}} & \\ & & \underline{\underline{F}} \end{bmatrix} \qquad \text{III.(14)}$$

III.4. EXEMPLO DE APLICAÇÃO

A fim de ilustrar o procedimento de modelagem, será estudado o caso do trafo estrela aterrada-triângulo. Embora o caso seja muito simples e portanto tratável por métodos elementares, considera-se interessante este exemplo com a finalidade de uma melhor compreensão das fórmulas desenvolvidas na seção 2 e, também, para a possibilidade de comparar resultados amplamente conhecidos.

A conexão em estudo é indicada na fig. 2a na sua parte elétrica e na 2b na sua parte magnética. A permeância no elemento magnézico 4 é obviamente muito diferente segundo seja o tipo de núcleo (banco, três ou cinco pernas).

O primário é indicado com o algarismo romano I, o secundário com II. O circuito de aterramento é considerado unifilar, atribuindo-lhe a letra G. As fases são designadas, por a. b. c. tanto na parte elétrica como na magnética. No caso mangético existe um só elemento trifásico M, mais um elemento adicional que será considerado unifilar A.

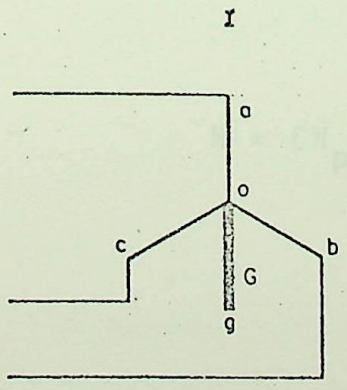
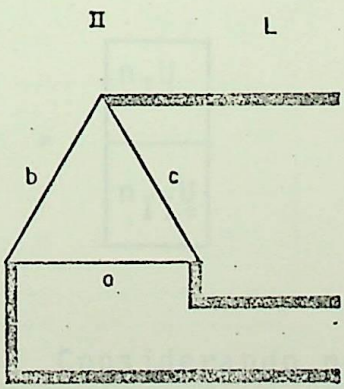


Figura III.2a



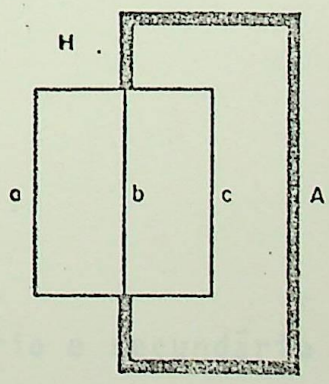


Figura III.2b

Grafos elétrico e magnético do trafo em estudo

Nas figuras 2a e 2b as árvores adotadas foram indicadas traçando seus laus (ramas) com linha grossa, em tanto os laus da co-árvore (en laces) com linha magra. Em tais condições, as matrizes de laços elétrica e magnética serão:

$$\underline{\underline{C}} = \begin{array}{c|c|c|c} & I & II & G \\ \hline I & \underline{\underline{U}} & & \underline{1} \\ \hline II' & & \underline{U} & \end{array} \qquad D = M \begin{array}{c|c|c} & M & A \\ \hline & \underline{\underline{U}} & \underline{1} \end{array} \qquad \text{III.(15)}$$

A matriz de interligação eletro - magnética será:

$$N_p = \begin{array}{c|c|c} & M & A \\ \hline I & n_I \underline{\underline{U}} & \\ \hline II & \underline{\underline{N}}_{II} \underline{\underline{U}} & \\ \hline G & & \end{array} \qquad \text{III.(16)}$$

As submatrizes em branco possuem elementos todos zero n_I, n_{II} são escalares que indicam os números de voltas dos enrolamentos.

Operando segundo a seção 2, resulta:

$$N = C N_p D^t = \begin{array}{|c|} \hline n_I \underline{\underline{U}} \\ \hline n_{II} \underline{\underline{U}} \\ \hline \end{array} \qquad \text{III.(17)}$$

Considerando primário e secundário equilibrados. com suas impedâncias iguais aos escalares z_I, z_{II} respectivamente, resulta:

$$\underline{\underline{Z}} = \underline{\underline{C}}\underline{\underline{Z}}_p\underline{\underline{C}}^t = \begin{array}{|c|c|}\hline z_I\underline{\underline{U}} + z_G II & \\ \hline & z_{II}\underline{\underline{U}} \\ \hline \end{array} \qquad \text{III.(18)}$$

onde II é a matriz cheia de unidades e z_G indica a impedância de aterramento. A transformação à coordenadas simétricas produz:

$$\underline{\underline{\tilde{Z}}} = \begin{array}{|c|c|}\hline \underline{\underline{\tilde{Z}}}_I & \\ \hline & \underline{\underline{\tilde{Z}}}_{II} \\ \hline \end{array} \qquad \text{III.(19)}$$

onde

$$\underline{\underline{\tilde{Z}}}_I = \begin{array}{c|ccc} & 0 & + & - \\ \hline 0 & z_I+3z_G & & \\ + & & z_I & \\ - & & & z_I \end{array} \qquad \underline{\underline{\tilde{Z}}}_{II} = \begin{array}{c|ccc} & 0 & + & - \\ \hline 0 & z_{II} & & \\ + & & z_{II} & \\ - & & & z_{II} \end{array} \qquad \text{III.(20)}$$

No caso magnético considera-se também um circuito equilibrado com relutância comum W_H. A relutância do circuito de fechamento de fluxo será indicado W_A. Resulta portanto:

$$\underline{\underline{D}}\underline{\underline{W}}_p\underline{\underline{D}}^t = \underline{\underline{W}}_H\underline{\underline{U}} + 3\underline{\underline{W}}_A II = \underline{\underline{M}}^- \qquad \text{III.(21)}$$

logo:

$$\underline{\underline{Z}}_M = \&\underline{\underline{W}}.\underline{\underline{N}}(\underline{\underline{W}}_H\underline{\underline{U}} + 3\underline{\underline{W}}_A II)^-\underline{\underline{N}}^t = \qquad \text{III.(22)}$$

$$= \&\underline{\underline{W}} \begin{array}{|c|c|}\hline n_I^2\underline{\underline{M}} & n_In_{II}\underline{\underline{M}} \\ \hline n_In_{II}\underline{\underline{M}} & n_{II}^2\underline{\underline{M}} \\ \hline \end{array} \qquad \text{III.(23)}$$

finalmente,

$$\underline{\underline{\tilde{Z}}}_M = \&\underline{\underline{W}} \begin{array}{|c|c|}\hline n_I^2\underline{\underline{\tilde{M}}} & n_In_{II}\underline{\underline{\tilde{M}}} \\ \hline n_In_{II}\underline{\underline{\tilde{M}}} & n_{II}^2\tilde{m} \\ \hline \end{array} \qquad \text{III.(24)}$$

onde

$$\tilde{\underline{\underline{M}}} = \underline{\underline{F}}^{-}\underline{\underline{M}}\underline{\underline{F}} = \underline{\underline{F}}^{-}(\underline{\underline{W}}_H\underline{\underline{U}} + \underline{\underline{W}}_A II)^{-}\underline{\underline{F}} = (\underline{\underline{F}}^{-}(\underline{\underline{W}}_H\underline{\underline{U}} + 3\underline{\underline{W}}_A II)\ \underline{\underline{F}})^{-}$$

$$\tilde{\underline{\underline{M}}} = \begin{array}{c|c|c|c} & & & \\ 0 & (\underline{\underline{W}}_H+3\underline{\underline{W}}_A)^{-1} & & \\ + & & \underline{\underline{W}}_H^{-1} & \\ - & & & \underline{\underline{W}}_H^{-1} \end{array} \qquad \text{III.(25)}$$

Resulta assim:

$$\underline{\underline{Z}}_T = \begin{array}{|c|c|} \hline \tilde{\underline{\underline{Z}}}_I + \&\underline{\underline{W}}n_I^2\tilde{\underline{\underline{M}}} & \&\underline{\underline{W}}n_I n_{II}\tilde{\underline{\underline{M}}} \\ \hline \&\underline{\underline{W}}n_I n_{II}\tilde{\underline{\underline{M}}} & \underline{\underline{Z}}_{II} + \&\underline{\underline{W}}n_{II}^2\tilde{\underline{\underline{M}}} \\ \hline \end{array} \qquad \text{III.(26)}$$

esta matriz transforma as correntes de laço em tensões de laço:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\underline{\tilde{e}}}_I \\ \tilde{\underline{\tilde{e}}}_{II} \end{bmatrix} = \tilde{\underline{\underline{Z}}}_T \begin{bmatrix} \tilde{\underline{\tilde{i}}}_I \\ \tilde{\underline{\tilde{i}}}_{II} \end{bmatrix} \qquad \text{III.(27)}$$

Observa-se que a relação entre as correntes "internas" do secundário e as correntes de linha i_{II} é dada por

$$\tilde{\underline{\tilde{i}}}_{LII} = \underline{\underline{F}}^{-}\underline{\underline{\nabla}}\underline{\underline{F}}\tilde{\underline{\tilde{i}}}_{II} = \tilde{\underline{\underline{\nabla}}}\tilde{\underline{\tilde{i}}}_{II} \qquad \text{III.(28)}$$

onde

$$\tilde{\underline{\underline{\nabla}}} = \underline{\underline{F}}^{-}\underline{\underline{\nabla}}\underline{\underline{F}} \qquad \text{III.(29)}$$

Ter-se-á:

$$\underline{\underline{\nabla}} = \begin{array}{|c|c|c|}\hline 1 & & -1 \\ \hline -1 & 1 & \\ \hline & -1 & 1 \\ \hline \end{array} \qquad \underline{\underline{\tilde{\nabla}}} = \begin{array}{|c|c|c|}\hline & & \\ \hline & b & \\ \hline & & b \\ \hline \end{array} \qquad \text{III.(30)}$$

com $b = \exp(\&30^{o})$

Dualmente, no primário as tensões de linha $\underline{\tilde{e}}_{LI}$ são expressáveis como

$$\tilde{e}_{LI} = \underline{\underline{\tilde{\nabla}}}\,\tilde{e}_{I} \qquad \text{III.(31)}$$

Substituindo na (26), e reordenando filas e colunas numa ordem (IO, IIO), (I+, II+), (I-, II-) resulta finalmente uma definitiva expressão para a matriz de impedâncias do trafo. Como era de esperar, já que os circuitos foram supostos equilibrados, existe um total desacoplamento entre as sequências. Naturalmente, o método teria permitido a consideração de tais desequilíbrios (por exemplo, assimetrias nas impedâncias, relutâncias ou números de voltas dos enrolamentos, normais ou acidentais), e exprimir a sua influência quantitativa nos blocos não diagonais de Z_T.

A fim de estabelecer os circuitos de cada sequência, é necessário fazer a habitual redução ao primário, transformando as variáveis secundárias a valores reduzidos

$$e'_{II} = (n_I/n_{II})\, e_{II} \,, \qquad i'_{II} = (n_{II}/n_I)\, i_{II}$$

e incluindo um trafo ideal de relação n_I/n_{II} em cada circuito de sequência. O resultado é ilustrado na fig. 3.

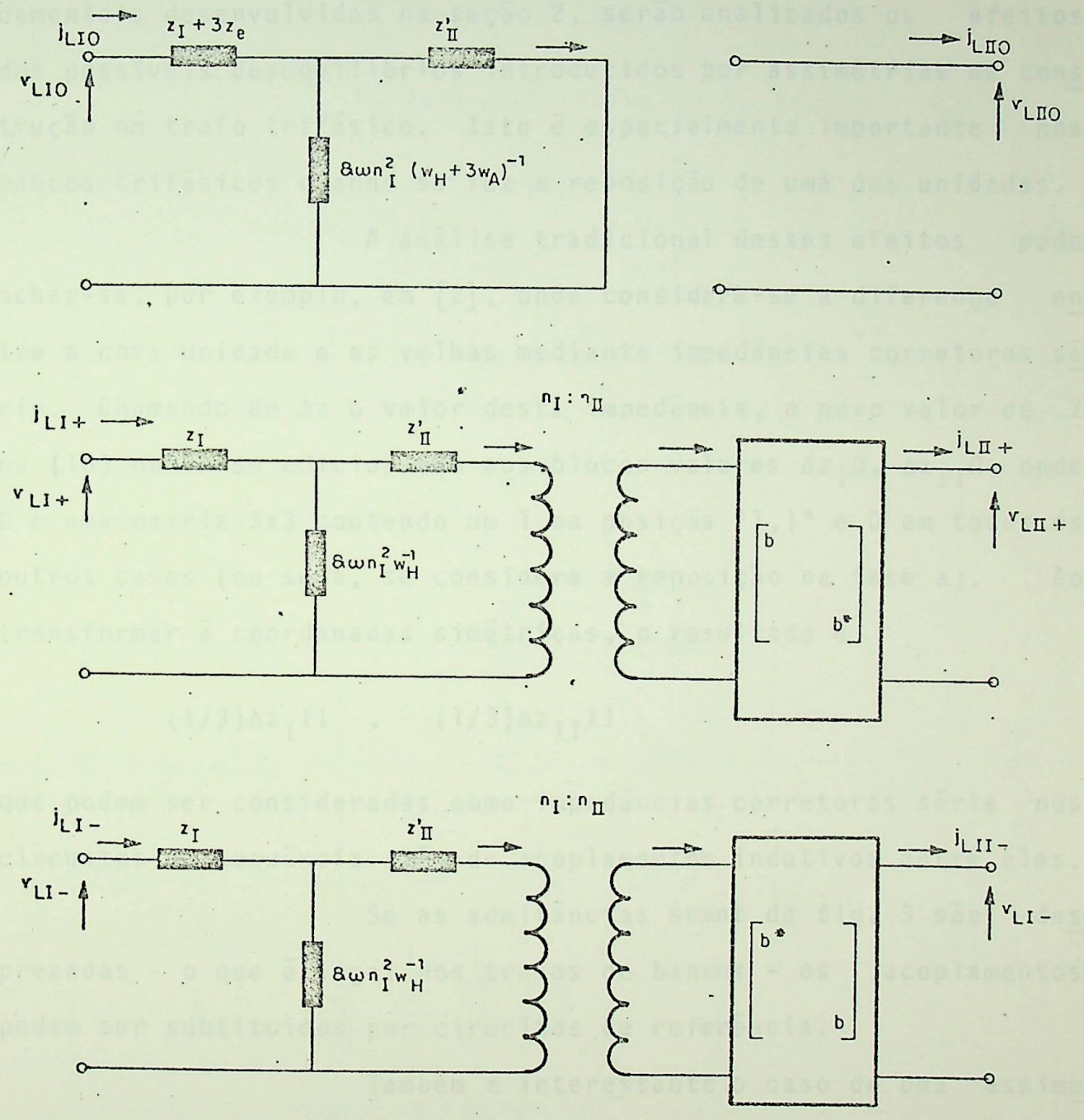


Figura III.3 - Circuito sequencial equivalente.

III.5. O EFEITO DAS ASSIMETRIAS INTRÍNSECAS

Como uma última aplicação das equações fundamentais desenvolvidas na seção 2, serão analizados os efeitos dos possíveis desequilíbrios introduzidos por assimetrias de construção no trafo trifásico. Isto é especialmente importante nos bancos trifásicos quando se faz a reposição de uma das unidades.

A análise tradicional desses efeitos pode achar-se, por exemplo, em [2], onde considera-se a diferença entre a nova unidade e as velhas mediante impedâncias corretoras série. Chamando de Δz o valor desta impedância, o novo valor de Z na (18) obtem-se adicionando aos blocos valores $\Delta z_I \Omega$, $\Delta z_{II} \Omega$, onde Ω e uma matriz 3x3 contendo um 1 na posição "1,1" e 0 em todos os outros casos (ou seja, se considera a reposição na fase a). Ao transformar à coordenadas simétricas, o resultado é

$$(1/3)\Delta z_I \, II \quad , \quad (1/3)\Delta z_{II} \, II$$

que podem ser consideradas como impedâncias corretoras série nos circuitos de sequência além de acoplamentos indutivos entre eles.

Se as admitâncias shunt da fig. 3 são desprezadas - o que é legal nos trafos de bancos - os acoplamentos podem ser subtituidos por cirucitos de referência.

Também é interessante o caso de uma assimetria no número de voltas, produzido por exemplo, por um curto circuito entre algumas espiras de uma perna. Nesse caso, a propagação da assimetria no comportamento elétrico é menos trivial. Seja k o número de espiras de um curto ocorrido no primário. O efeito

é uma impedância adicional cujo valor, suposto $K << n_1$, será

$$Z_{AD} = \&\omega\kappa n_1 \begin{bmatrix} F^{-}(-\Omega M - M\Omega + \kappa\Omega M\Omega)F - F^{-}\Omega MF \\ -F^{-}M\Omega F \qquad\qquad 0 \end{bmatrix} \tag{32}$$

No caso dos trafos de banco, $M = W_H^{-}U$, e

$$Z_{AD} = \&\omega\kappa_I W_H^{-} \begin{bmatrix} (-2 + \kappa)II & -II \\ -II & 0 \end{bmatrix} \tag{33}$$

o que é equivalente a adicionar impedância série (no lado primário) convenientemente acopladas, mais um conjunto similar nos braços shunt e um similar - mas negativo - no lado secundário. (vide fig. 4 onde $x_A = \omega\kappa n_I W_H^{-}$)

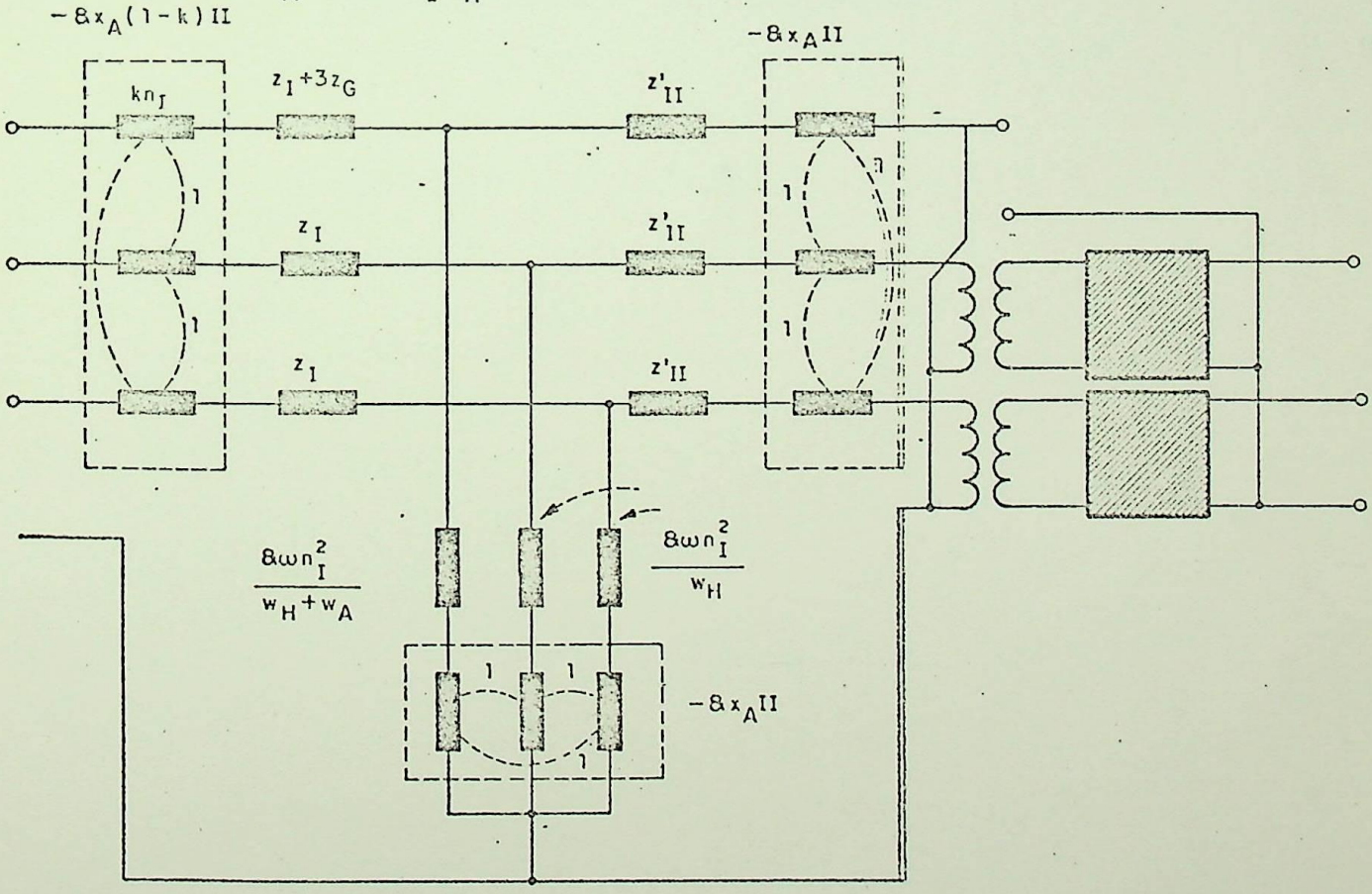


Figura III.4 - Circuito equivalente para uma assimetria intrínseca.

Obviamente o conjunto shunt pode ser substituído por uma única reatância (capacitiva) em série com a soma das correntes por as três impedâncias originais. Nos outros casos, o conjunto é trivialmente implementável com trafos ideais e uma reatância x_A ou $-x_A$. As assimetrias do circuito magnético tem um efeito qualitativamente similar ao curto. Portanto, o circuito equivalente da fig. 4 é suficientemente geral para tomar em conta os principais desequilibrios intrínsecos que podem acontecer num trafo, e os valores exatos em cada caso são calculáveis por aplicação dos resultados quantitavos da seção 2.

CAPITULO IV

TRANSFORMADORES HETEROFÁSICOS

IV.1. A TRANSFORMAÇÃO TRIFÁSICA-BIFÁSICA

A RFFSA tem adotado como padrão de alimentação para ferrovias eletrificadas de longa distância (ferrovia do aço e Ferrovia Serra de Carajás - São Luiz do Maranhão) 25 kV monofásico 60 Hz.

A conveniência de não impôr ao sistema trifásico primário desequilibrios excessivos, aconselha efetuar a transformação para um sistema bifásico através de um transformador que seja totalmente balanceado, isto é (vide seção II.6 e fórmula (36), "(p,q) - balanceado" para todo p=0,1,2 e q=0,1. A necessidade do transformador de ser totalmente balanceado decorre da existência de harmônicos na forma de onda da alimentação aos conversores das locomotivas, e consequentemente, circulação de várias componentes de sequência em forma simultânea. Esta circunstância será discutida com maior detalhe na seção IV.4.com referência à transformação heterofásica geral.

IV.2. A CONEXÃO SCOTT

A fig. IV.1 mostra o circuito de um transformador trifásico-bifásico conhecido por "conexão de Scott". Não é intenção deste trabalho o estudo deste transformador (descrito em detalhe em [25]. Ele será analizado apenas na perspectiva de ilustrar as considerações teóricas desenvolvidas nos Capítulos anteriores.

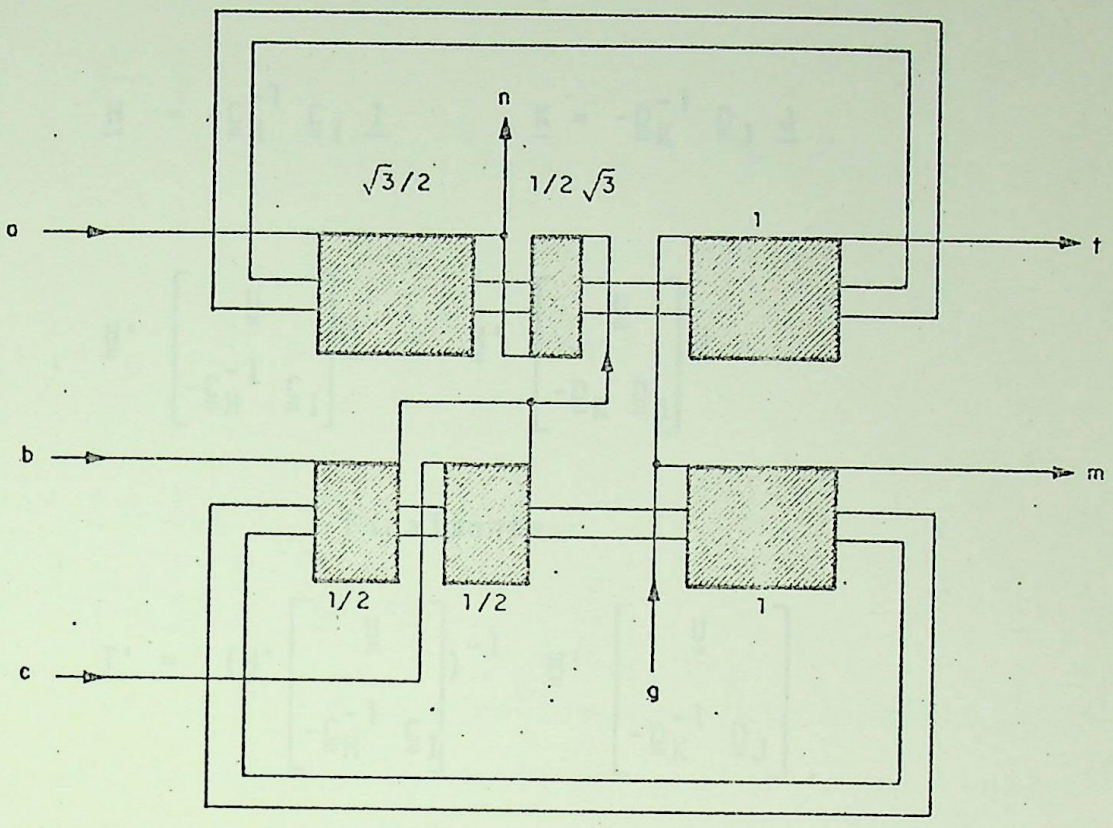


Figura IV.1 - Conexão de Scott.

Observa-se que este trafo obedece a estrutura geral

$$\underline{\underline{C}} \begin{bmatrix} \underline{I} \\ \underline{H} \end{bmatrix} = 0 \qquad \underline{\underline{N}}' \begin{bmatrix} \underline{I} \\ \underline{H} \end{bmatrix} = \underline{\underline{M}}' \begin{bmatrix} \underline{J} \\ \underline{K} \end{bmatrix} \qquad \underline{\underline{D}} \begin{bmatrix} \underline{J} \\ \underline{K} \end{bmatrix} = 0 \qquad \text{IV.(1)}$$

As equações nos extremos expressam o balanço de correntes nos circuitos primário e secundário. A equação central reflete o balanço das FMM nos circuitos magnéticos (supostos ideais).

No caso em análise,

$$\underline{I} = \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \qquad \underline{H} = \begin{bmatrix} I_n \end{bmatrix} \qquad \underline{J} = \begin{bmatrix} I_t \\ I_m \end{bmatrix} \qquad \underline{K} = \begin{bmatrix} I_g \end{bmatrix} \qquad \text{IV.(2)}$$

A matriz $\underline{\underline{T}}'$ é facilmente obtida mediante

$$\underline{H} = -\underline{\underline{C}}_H^{-1}\ \underline{\underline{C}}_I\ \underline{I} \qquad \underline{K} = -\underline{\underline{D}}_K^{-1}\ \underline{\underline{D}}_J\ \underline{J} \qquad \text{IV.(3)}$$

então

$$\underline{\underline{N}}' \begin{bmatrix} \underline{\underline{U}} \\ -\underline{\underline{C}}_H^{-1} \quad \underline{\underline{C}}_I \end{bmatrix} \underline{I} = \underline{\underline{M}}' \begin{bmatrix} \underline{\underline{U}} \\ -\underline{\underline{D}}_K \quad \underline{\underline{D}}_J \end{bmatrix} \underline{J} \qquad \text{IV.(4)}$$

Finalmente,

$$\underline{\underline{T}}' = \left(\underline{\underline{N}}' \begin{bmatrix} \underline{\underline{U}} \\ -\underline{\underline{C}}_H^{-1} \quad \underline{\underline{C}}_I \end{bmatrix}\right)^{-1} \underline{\underline{M}}' \begin{bmatrix} \underline{\underline{U}} \\ -\underline{\underline{D}}_K^{-1} \quad \underline{\underline{D}}_J \end{bmatrix} \qquad \text{IV.(5)}$$

Para o caso em análise,

$$\underline{\underline{C}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad \underline{\underline{D}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad \text{IV.(6)}$$

$$\underline{\underline{N}}' = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & 0 & -\frac{1}{2\sqrt{3}} \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad \underline{\underline{M}}' = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \qquad \text{IV.(7)}$$

Aplicando a fórmula anterior, vem:

$$\underline{\underline{T}}' = \begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{3}} & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{3}} & -1 \\ -\frac{1}{\sqrt{3}} & 1 \end{bmatrix} \qquad \text{IV.(8)}$$

Sabe-se ainda, da teoria desenvolvida que

$$\underline{V} = \underline{\underline{T}}\ \underline{E} \qquad \text{IV.(9)}$$

Cabe agregar que, modificando as equações para

$$\underline{\underline{N}}' \begin{bmatrix} \underline{I} \\ \\ \underline{H} \end{bmatrix} - \underline{\underline{M}}' \begin{bmatrix} \underline{J} \\ \\ \underline{K} \end{bmatrix} = \underline{\underline{Z}}_M\ \underline{\phi} \qquad \text{IV.(10)}$$

$$\underline{V} - \underline{\underline{Z}}_V \underline{J} = \underline{T}\ (\underline{E} - \underline{\underline{Z}}_E \underline{I}) \qquad \text{IV.(11)}$$

$$\underline{V} = \underline{\underline{N}}\phi \qquad \underline{E} = \underline{\underline{M}}\phi \qquad \text{IV.(12)}$$

É possível obter a relação entre $\underline{V}$, $\underline{E}$, $\underline{J}$ e $\underline{I}$ para um transformador de Scott real, e daí a sua regulação, rendimento, etc.

Tal estudo não é o objetivo deste trabalho. Passar-se-á então para a análise do desempenho deste trafo no que diz respeito ao balanceamento das componentes simétricas.

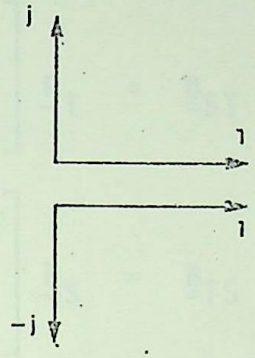
IV.3. COORDENADAS DE SCOTT

A conexão de Scott mostrada na Fig.IV.1 não é balanceada no sentido ortodoxo definido no Cap. II . Este fato não deve causar desapontamento, antes bem, indica que a própria concepção de simetria proposta como simples extensão das coordenadas trifásicas de Fortescue não é suficientemente abrangente para incluir várias aplicações de relevância tecnológica. É justamente a par

tir da luz projetada pela análise da conexão de Scott que surge a possibilidade de definir novos tipos de coordenadas para descobrir fluxos de energia dotados de propriedades úteis.

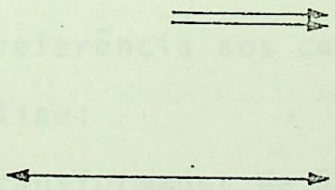
Começar-se-á apresentando as seguintes grandezas bifásicas senoidais.

$$(\sqrt{2})^{-1}\begin{bmatrix}1\\ \\ j\end{bmatrix} \qquad (\sqrt{2})^{-1}\begin{bmatrix}1\\ \\ -j\end{bmatrix} \qquad \text{IV.(13)}$$



Resulta evidente que os fasores de cada grandeza estão defasados 90^{o} um respeito do outro, a diferença das grandezas bifásicas simétricas que resultam da definição original as quais são indicadas a seguir:

$$(\sqrt{2})^{-1}\begin{bmatrix}1\\ \\ 1\end{bmatrix} \qquad (\sqrt{2})^{-1}\begin{bmatrix}1\\ \\ -1\end{bmatrix} \qquad \text{IV.(14)}$$



As matrizes de transformação dos vetores fásicos para estes dois tipos de grandezas são facilmente obtidos, indicando-se a continuação.

$$\underline{F}_F = (\sqrt{2})^{-1}\begin{bmatrix}1 & 1\\ \\ j & -j\end{bmatrix} \qquad \underline{F}_T = (\sqrt{2})^{-1}\begin{bmatrix}1 & 1\\ \\ 1 & -1\end{bmatrix}\underline{F}_S \qquad \text{IV.(15)}$$

$$\underline{F}_F = \underline{\underline{B}}_{FT}\,\underline{F}_T = \underline{\underline{B}}_{FS}\,\underline{F}_S$$

onde $\underline{F}_T$ é o vetor dos fasores da grandeza em termos das coordenadas indicadas em primeiro lugar.

Note-se que, ambas matrizes são Hermitianas induzindo transformações iso-potentes.

Ainda tem-se:

$$\underline{F}_S = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1+j & 1-j \\ 1-j & 1+j \end{bmatrix}\underline{F}_T = \underline{\underline{B}}_{ST}\,\underline{F}_T$$

$$\underline{F}_T = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1-j & 1+j \\ 1+j & 1-j \end{bmatrix}\underline{F}_S = \underline{\underline{B}}_{TS}\,\underline{F}_S \qquad \text{IV.(16)}$$

As matrizes $\underline{\underline{B}}_{ST}$, $\underline{\underline{B}}_{TS}$ são também obviamente hermitianas. Elas possibilitam a passagem direta entre coordenadas simétricas e as novas coordenadas propostas, que serão chamadas "de Scott", $\underline{F}_T$ por sua vez será chamado Vetor de Scott da grandeza.

Com referência aos conceitos recém introduzidos, cabe a seguinte análise:

No transformador de Scott,

$$\underline{V}_F = \underline{\underline{T}}\,\underline{E}_F \qquad \text{IV.(17)}$$

ora, $$\underline{V}_F = \underline{\underline{B}}_{FT}\,\underline{V}_T \qquad \underline{E}_F = \underline{\underline{A}}\,\underline{E}_S \qquad \text{IV.(18)}$$

(onde $\underline{\underline{A}}$ é a matriz trifásica ordinária)

Substituindo, vem:

$$\underline{V}_T = \underline{\underline{B}}_{FT}^{-1}\,\underline{\underline{T}}\,\underline{\underline{A}}\,\underline{E}_S = \underline{\underline{B}}'_{FT}\,\underline{\underline{T}}\,\underline{\underline{A}}\,\underline{E}_S \qquad \text{IV.(19)}$$

Sendo

$$\underline{\underline{T}}_T = \underline{\underline{B}}'_{FT}\ \underline{\underline{T}}\ \underline{\underline{A}} \qquad \text{IV.(20)}$$

a matriz que liga as coordenadas de Scott do lado bifásico com as simétricas do lado trifásico.

Operando com os valores destas matrizes, vem:

$$\underline{\underline{T}}_T = (\sqrt{6})^{-1} \begin{bmatrix} 1 & -j \\ 1 & j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2/\sqrt{3} & -1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{3} \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^* & a \\ 1 & a & a^* \end{bmatrix}$$

$$= (\sqrt{6})^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 4\sqrt{3} & 0 \\ 0 & 0 & 4\sqrt{3} \end{bmatrix} = 2\sqrt{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Substituindo, resulta:

$$\underline{V}_T = 2\sqrt{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \underline{E}_S \qquad \text{IV.(21)}$$

Da análise desta última expressão, é possível inferir que o desempenho do transformador de Scott em termos de coordenadas escolhidas é muito simples, podendo ser sintetizado em palavras da maneira seguinte:

1. Uma sequência zero circulando no lado trifásico não se manifesta no bifásico.
2. Uma sequência positiva (negativa) trifásica produz a circulação de uma única componente $\uparrow_{\rightarrow}$ ($\downarrow^{\rightarrow}$) de Scott bifásica.

O conceito de Coordenadas de Scott pode ser extendido ao caso p-fásico de maneira indicada a seguir:

A grandeza p-fásica $\underline{F}(t)$ é Scott Simétrica (ordem ℓ) se

$$F_k = F_0 e^{-i\beta_{k\ell}} \qquad \text{IV.(22)}$$

onde

$$\beta_{k\ell} = (2\Pi/p)(k(\ell + \tfrac{1}{2})|p) \qquad \text{IV.(23)}$$

Segundo esta definição, o caso bifásico(p=2) corresponde a

$\ell = 0$ $\quad \beta_{k0} = \Pi(\frac{k}{2}|p)$

$\beta_{00} = 0 \qquad \beta_{10} = \frac{\Pi}{2}$

$F_0 = F_0 \qquad F_1 = jF_0$

$\ell = 1$ $\quad \beta_{k1} = \Pi(\frac{3k}{2}\ p)$

$\beta_{01} = 0 \qquad \beta_{11} = \frac{3\Pi}{2}$

$F_0 = F_0 \qquad F_1 = -jF_0$

Que, obviamente coincide com a definição restrita anterior.

As grandezas Scott-simétricas trifásicas resultam as seguintes (vide ainda fig.

$\ell = 0$

$\beta_{00} = 0 \qquad \beta_{10} = \frac{\Pi}{3} \qquad \beta_{20} = \frac{\Pi}{3}$

$F_{00} = 1 \qquad F_{10} = e^{-i\Pi/3} \qquad F_{20} = e^{-i2\Pi/3}$

$\ell = 1$

$\beta_{01} = 0 \qquad \beta_{11} = \Pi \qquad \beta_{21} = 0$

$F_{01} = 1 \qquad F_{11} = e^{-i\Pi} \qquad F_{21} = 1$

$\ell = 2$

$\beta_{02} = 0 \qquad \beta_{12} = \frac{5\Pi}{3} \qquad \beta_{22} = \frac{4\Pi}{3}$

$F_{02} = 1 \qquad F_{12} = e^{i\frac{\Pi}{3}} \qquad F_{22} = e^{i\frac{2\Pi}{3}}$

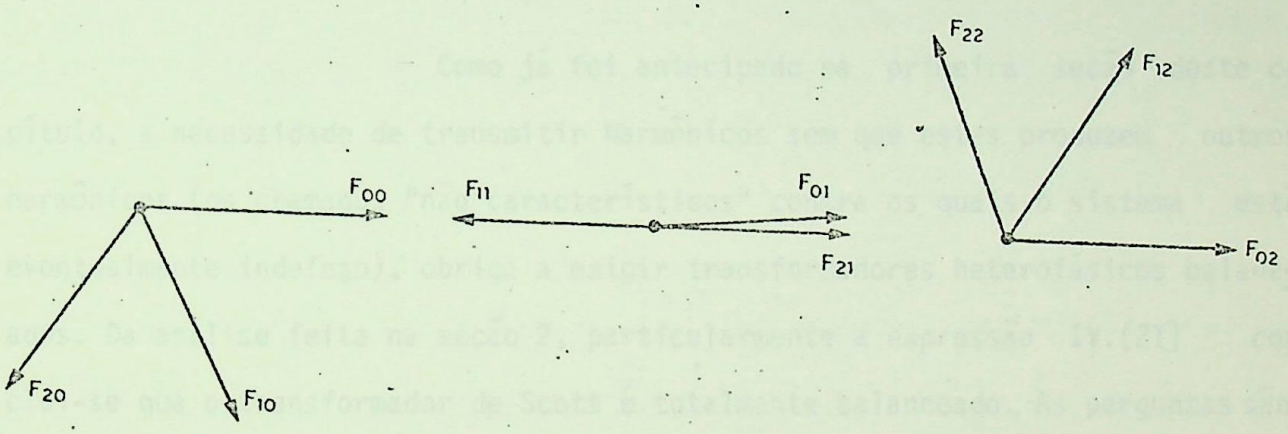


Figura IV.2 - Mostra os três sistemas de sequência para as coordenadas de Scott trifásicas.

A matriz para expressar o vetor fásico em termos do vetor de Scott trifásico resulta ser

$$\underline{\underline{A}}_{FT} = (\sqrt{3})^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^{1/2} & -1 & a^{1/2}* \\ a & 1 & a^{*} \end{bmatrix} \qquad \text{IV .(24)}$$

É simples de constatar que:

$$\underline{\underline{A}}_{FT} = \underline{\underline{A}}'_{TF} \qquad \text{IV.(25)}$$

A passagem de simetria para Scott é feita como:

$$\underline{\underline{A}}_{ST} = \underline{\underline{A}}_{SF}\,\underline{\underline{A}}_{FT} \qquad \text{IV.(26)}$$

IV.4. POSSIBILIDADES ANALÍTICAS DE TRANSFORMAÇÕES HETEROFÁSICAS COM $p > 3$

Como já foi antecipado na primeira seção deste capítulo, a necessidade de transmitir harmônicos sem que estes produzem outros harmônicos (os chamados "não característicos" contra os quais o sistema está eventualmente indefeso), obriga a exigir transformadores heterofásicos balanceados. Da análise feita na seção 2, particularmente a expressão IV.(21) conclui-se que o transformador de Scott é totalmente balanceado. As perguntas são: existe a possibilidade ao menos teórica de construir transformadores heterofásicos balanceados para outros números de fases? Qual o grau de balanceamento realmente necessário para evitar a "disseminação" de harmônicos no sistema ?

É bem sabido que um conversor trifásico de P pulsos tem harmônicos característicos na ponte alternada de ordens

$$n = P\,q \pm 1 \qquad \text{IV.(27)}$$

Na hipótese de ser esta fórmula extensível para qualquer número p de fases e indicando com k o "grau de mul

tiplicidade do conversor, vem:

$$P = 2kp \qquad \text{IV.(28)}$$

Nestas fórmulas, q e k são inteiros positivos.

Daí que:

$$n = 2pq \pm 1 \qquad \text{IV.(29)}$$

Substituindo na (23):

$$n = (2pq \pm 1)|p \qquad \text{IV.(30)}$$

Conclui-se que, para um conversor p-fásico ideal, as ordens de sequência dos harmônicos características são apenas

$$1 \quad e \quad p-1$$

(P.Ex., para p=3 temos 1 e 2 positiva e negativa, não havendo sequência 0)

Em consequência, será necessário que os transformadores heterofásicos montados em sistemas que alimentam conversores, estejam balanceados só para essas duas ordens de sequência.

Um estudo analítico seria possível mediante a (35). Entretanto, experiência obtida em sistemas desequilibrados reais mostra que trafos aproximadamente balanceados satisfazem perfeitamente as limitações práticas impostas as percentagens de desequilíbrio nos sistemas. O mesmo raciocínio é aplicável à produção de harmônicos não característicos produzidos em virtude des fenômeno.

A figura IV.3 mostra um trafo tri-pentafási co que efetue a conversão correspondente em forma aproximadamente balanceada.

Por sua vez a figura IV.4 ilustra o diagra ma fasorial que permite conferir as características balanceadas do trafo no que diz respeito ao caso (1,1). Uma troca nos símbo los das fases permite usar a mesma figura para o caso (2,4).

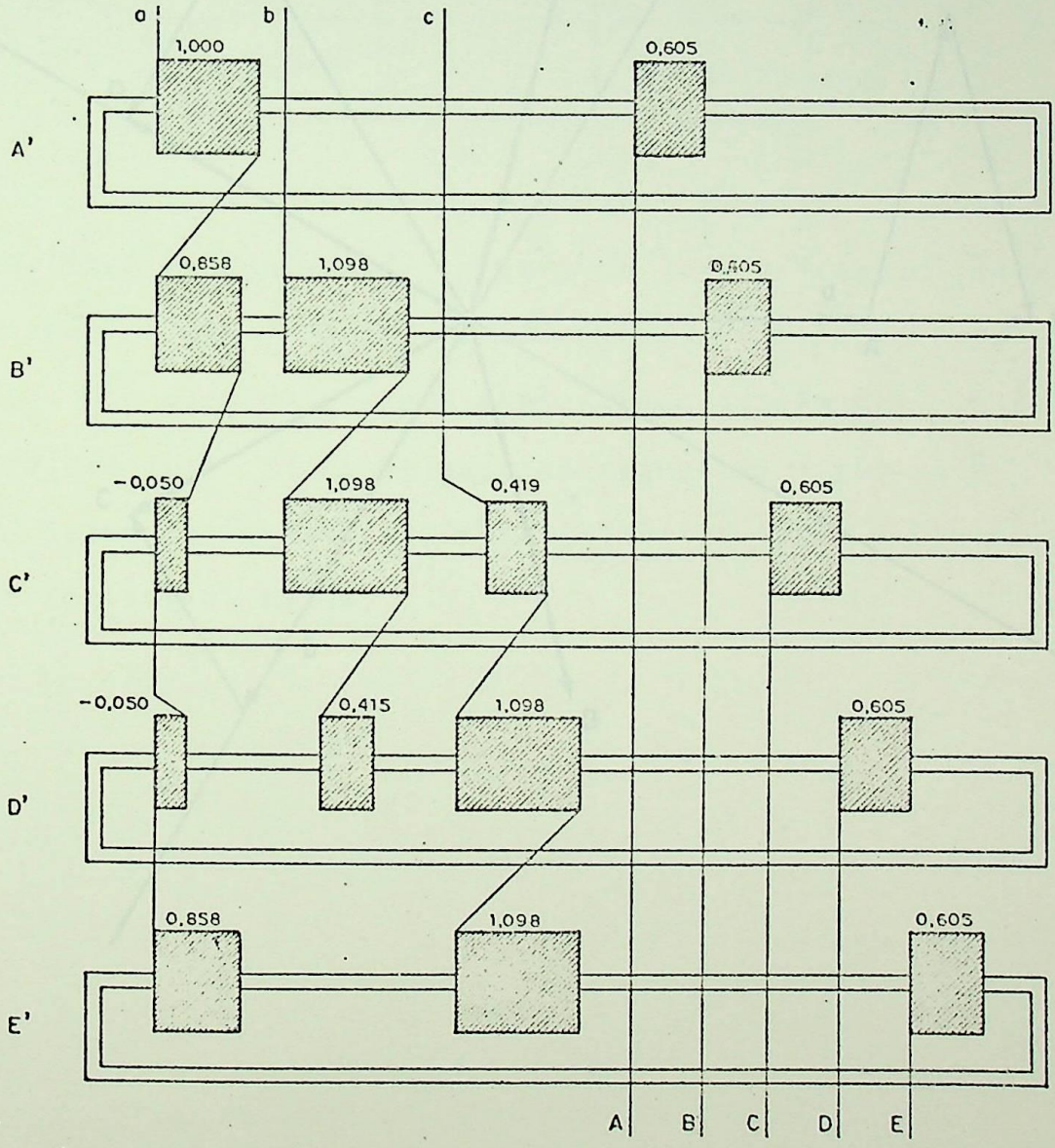


Figura IV.3 - Ligações de um trafo (3.5) fásico (1,4) balanceado.

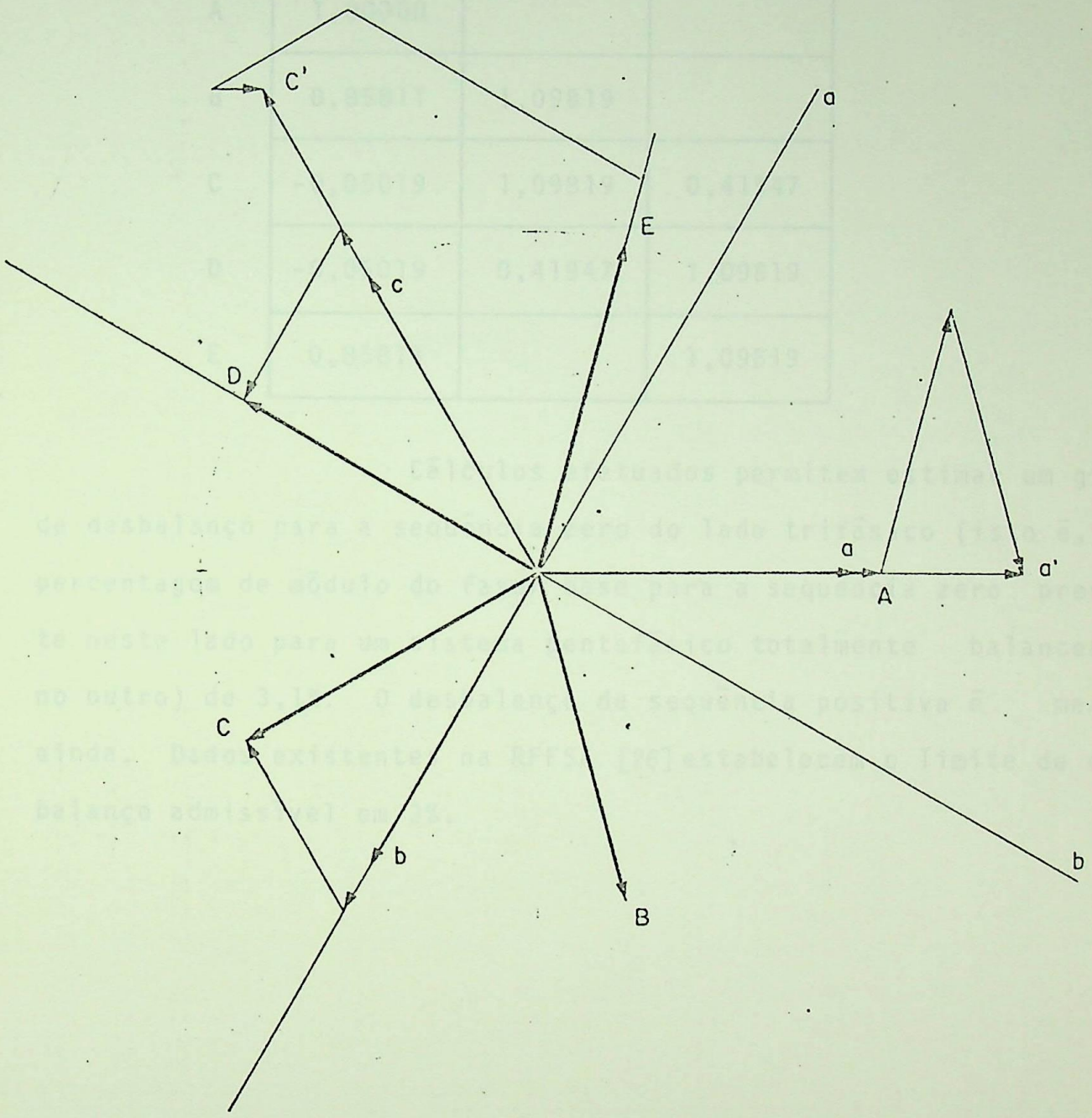


Figura IV.4 - Mostra a conversão de um sistema 1-simétrico trifásico em 1-simétrico pentafásico.

A matriz do trafo proposto é indicada a continuação

	a	b	c
A	1,00000		
B	0,85811	1,09819	
C	-0,05019	1,09819	0,41947
D	-0,05019	0,41947	1,09819
E	0,85811		1,09819

Cálculos efetuados permitem estimar um grau de desbalanço para a sequência zero do lado trifásico (isto é, a percentagem de módulo do fasor base para a sequência zero presente neste lado para um sistema pentafásico totalmente balanceado no outro) de 3,1%. O desbalanço de sequência positiva é menor ainda. Dados existentes na RFFSA [26] estabelecem o limite de desbalanço admissível em 3%.

CAPITULO V

FLUXO DE CARGA HETEROFASICO

V.1. INTRODUÇÃO

O presente capítulo tem por objetivo exemplificar o fluxo de carga heterofásico mediante a análise dos sistemas alimentadores para ferrovias eletrificadas em regime permanente e dinâmico.

O primeiro regime corresponde ao caso de composições (vagões e locomotivas) paradas ou em marcha regular, isto é, sem flutuações imprevistas na demanda de energia. O segundo regime inclue os casos de partidas, frenagem, mudanças de velocidade ou mesmo os casos de rampa (inclinações) nos trilhos e ainda contingências decorrentes de anormalidades no serviço.

Para qualquer dos regimes, várias magnitudes, elétricas e mecânicas, devem ser testadas com a finalidade de verificar a viabilidade da operação nas condições supostas. Uma determinada condição operativa pode tornar-se inviável tanto por aspectos relativos ao funcionamento da ferrovia como também por efeitos indesejáveis no sistema de concessionária fornecedora de energia elétrica primária.

Logo, é necessário analisar as duas parcelas constituintes do sistema alimentador: a parte AC, diretamente ligada à rede de alta tensão, e a parte DC, que fornece a energia às máquinas. Entre ambas parcelas existe uma interface, representada pelo sistema conversor, que pode assumir vários graus de complexidade, segundo se trate de conversores não controlados, controlados e retificadores-inversores. Vide [27] e [28].

Em decorrência da complexidade do sistema a ser analisado, os métodos a serem empregados lançam mão de várias ferramentas próprias dos estudos de sistemas de potência. Entretanto, as características peculiares de um sistema ferroviário eletrificado exigem técnicas especialmente adaptadas às finalidades específicas do assunto. O enfoque geral adotado neste capítulo foi o de simplificar drasticamente os aspectos mais sofisticados dos métodos habituais na análise de sistemas elétricos, no intuito de oferecer métodos sem excessivas complicações, matemáticas ou computacionais. Tal enfoque tem a vantagem adicional de facilitar e induzir um sentimento físico dos problemas envolvidos o que resulta essencial para o engenheiro que pretende projetar, operar e manter efeicientemente um sistema de transporte eletrificado.

V.2. *MODELAGEM DAS COMPONENTES DO SISTEMA ELÉTRICO*

V.2.1. *Introdução*

O primeiro estágio na análise do desempenho de um sistema alimentador é a modelagem das várias partes envolvidas. Como o ponto de vista básico é o estudo global do sistema focalizando mais a interrelação dos diferentes estágios, que o funcionamento detalhado de cada um os modelos enfatizam a performance "externa" dos dipositivos, sem entrar na representação minuciosa das características internas, ou mesmo nas nuances construtivas. (Este último aspecto tem sido desenvolvido, aliás, nos

capítulos anteriores).

Isto não implica, de maneira alguma, que os modelos mais completos já desenvolvidos tenham significado um esforço supérfluo, por duas razões:

- em primeiro lugar, existem problemas que necessitam imperativamente de tais modelos completos (como entre outros muitos exemplos, para as especificações de compra e instalação de equipamentos);
- em segundo lugar, o modelo completo representa a base a partir da qual é possível efetuar-se simplificações, conscientemente do sacrifício da precisão ou detalhamento que implica cada hipótese aproximativa introduzida.

Em resumo: a modelagem empregada neste capítulo está entrosada no chamado "enfoque de sistema". Este representa uma verdadeira filosofia no que diz respeito aos métodos e objetivos do engenheiro e, na verdade, pretende focalizar um modelo técnico-econômico da problemática estudada. Entretanto, neste curso as implicações econômicas serão levadas em conta apenas subsidiariamente.

V.2.2. *O Sistema AC*

A rede AC alimentadora de um sistema elétrico ferroviário, como os demais consumidores de energia elétrica, está ligada ao sistema interligado brasileiro (S-SE), estando conectado a este sistema a um certo nível de tensão.

Seria, obviamente, absurdo modelar o siste

ma interligado (com 835 barras e 1357 linhas em EHV, e uma potência instalada da ordem de 25 GVA), para a análise do que acontece na rede do sistema em análise. Consequentemente, pode-se imaginar o sistema interligado no ponto de conexão como um "barramento infinito", isto é, uma fonte de tensão fixa.

No que diz respeito à rede AC, que distribui a energia na parte DC através das subestações conversoras, existe a eventual necessidade de efetuar a modelagem, à medida que a rede ferroviária represente uma parcela substancial do consumo. Como não é possível dar uma regra geral para o assunto, esta modelagem será também incluída neste capítulo.

Por outro lado, existem duas razões que impelem a modelar o sistema AC como algo mais que um barramento paralelo infinito: a extensão das ferrovias brasileiras, que implica em absorver energia de uma extensa parcela do S-SE, e as exigências de confiabilidade da alimentação, o que exige uma multiplicidade de pontos de interface no sistema AC-DC.

Um sistema AC está caracterizado por um conjunto de barramentos, ligados por elementos de transmissão, tais como linhas e transformadores. Nos barramentos estão conectados geradores e cargas.

Esquematicamente, um sistema AC é ilustrado na figura V.1.

O círculo na figura V.1 representa uma fronteira artificialmente colocada de modo a separar um sistema AC em subsistema de transmissão do subsistema de geração-carga.

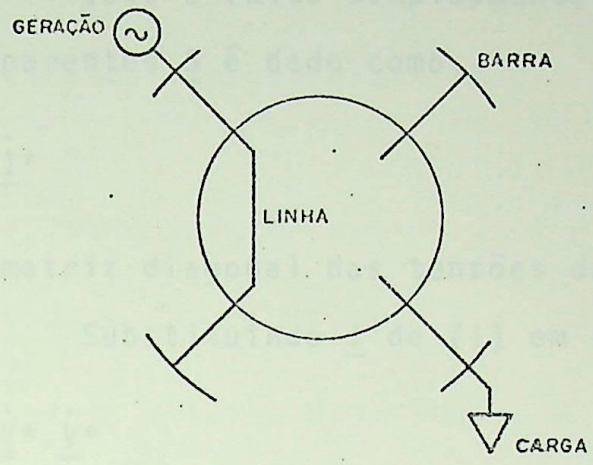


Figura V.1 - Esquema simplificado de um sistema AC.

O interface entre ambos é o conjunto de barramentos, cujas tensões relativas a uma referência serão designadas por: E_1, E_2,..., E_n. Os barramentos recebem dos geradores e cargas injeções de corrente I_1, I_2,..., I_n.

O modelo matemático do sistema AC implica em uma relação linear entre o vetor $\underline{\dot{V}}$ dos fasores das tensões e o vetor $\underline{\dot{I}}$ das correntes, materializado na equação matricial

$$\underline{\dot{I}} = \underline{\underline{Y}}\,\underline{\dot{V}} \qquad V.(1)$$

onde $\underline{\underline{Y}}$ é uma matriz complexa chamada de admitâncias de barra do subsistema de transmissão.

Como já foi dito quanto à análise do modelo do trem, as cargas penduradas no sistema DC devem ser consideradas mediante um modelo de potência especificada. Consequentemente, as magnitudes relevantes no modelo AC deverão refletir esta condição operativa. Resulta pois conveniente estabelecer as equações de

potência do sistema AC.

Isto é feito simplesmente notando que o vetor de potências aparentes $\underline{S}$ é dado como

$$\underline{\dot{S}} = dg\underline{\dot{V}}.\underline{\dot{I}}^* \qquad V.(2)$$

onde $dg\underline{V}$ indica a matriz diagonal das tensões das barras AC.

Substituindo $\underline{I}$ de (1) em (2) vem:

$$\underline{\dot{S}} = dg\underline{\dot{V}}.\underline{\underline{Y}}^*.\underline{\dot{V}}^* \qquad V.(3)$$

Esta última equação é, provavelmente, a mais importante para a análise dos sistemas AC. Ela exprime as potências S "injetadas" nas barras em termos de $\underline{V}$, que é o "perfil das tensões" no sistema, e da matriz $\underline{\underline{Y}}$ que caracteriza o subsistema de transmissão.

Devido à equação dada em (3) ter uma natureza não linear, sua solução não é simples, tendo dado origem a uma das maiores pesquisas visando métodos eficientes para resolver este tipo de problema, métodos estes denominados por "fluxo de carga" do sistema.

No caso das ferrovias eletrificadas, não é sempre necessário recorrer a este métodos sofisticados. O exemplo desenvolvido anteriormente permite notar a complicação adicional introduzida pela presença do sistema DC ainda nos casos mais elementares.

Por este motivo, desenvolver-se-á um método baseado na extensão do chamado Modelo Linear Desacoplado (MLD) no caso de sistemas híbridos AC/DC.

No que diz respeito à parcela AC, o tal MLD apoia-se nas seguintes hipóteses simplificativas:

1. As grandezas são expressas em p.u.
2. $\dot{\underline{V}} = \underline{V} + j\underline{\delta}$
3. $V_k \approx 1$ para toda barra k
4. $\dot{\underline{\underline{Y}}} \simeq j\dot{\underline{\underline{B}}}$

onde $\underline{V}$, $\underline{\delta}$ representam os vetores dos módulos e fases das tensões de barra, e $\dot{\underline{\underline{B}}}$ as susceptâncias (inverso das reatâncias).

Levando em conta ainda que:

$$\dot{\underline{S}} = \underline{P} + j\underline{Q} \qquad \text{V.(4)}$$

onde $\underline{P}$, $\underline{Q}$ são os vetores das potências ativa e reativa. Logo V.(4) converte-se em:

$$\underline{P} + j\underline{Q} = -j\underline{\underline{B}}.(\underline{V} - J\underline{\delta}) \qquad \text{V.(5)}$$

(OBS.: Os sinais negativos provêm da operação conjugado(*) aos vetores).

Separando as partes reais e imaginárias, de (5) resulta finalmente em:

$$\underline{P} = -\underline{\underline{B}}\delta \qquad \text{V.(6)}$$

$$\underline{Q} = -\underline{\underline{B}}\underline{V} \qquad \text{V.(7)}$$

Estas equações ligam, separadamente, as potências ativas $\underline{P}$ com as fases $\underline{\delta}$, e as reativas $\underline{Q}$ com os módulos V das tensões. Por este motivo, o modelo é dito desacoplado.

Fisicamente falando, o desacoplamento indica que a circulação de potência ativa praticamente não cria quedas de tensão, e sim defasagens. Entretanto, a circulação de reativo é a causa dominante das quedas de tensão no sistema, influindo pouco nas defasagens.

V.2.3. O Sistema DC

A rede DC que liga a saída dos conversores aos motores de composições é modelada de maneira semelhante à rede AC.

Chamando de $\underline{U}$ o vetor de tensões nos barramentos DC e de $\underline{J}$ o vetor das injeções de corrente, vem:

$$\underline{J} = \underline{\underline{G}}'\underline{U} \qquad V.(9)$$

onde $\underline{\underline{G}}'$ representa a matriz de condutâncias do sistema DC.

Ainda, o vetor de potências injetadas é dado por:

$$\underline{P}' = dg\underline{U}.\underline{J} \qquad V.(10)$$

Substituindo, vem:

$$\underline{P}' = dg\underline{U}.\underline{\underline{G}}'.\underline{U} \qquad V.(11)$$

Quando parte dos dados é constituída por potências, (11) estabelece uma relação não linear entre $\underline{P}$ e $\underline{U}$, que deve ser resolvida por métodos análogos aos fluxos de carga AC.

Entretanto, admitindo os $U_k \approx 1$, chega-se

ao modelo linear

$$\underline{P}' \approx \underline{\underline{G}}'\underline{U} \qquad \text{V.(12)}$$

V.2.4. O Conversor

Como já foi dito, os conversores constituem o interface AC-DC, e portanto amarram as variáveis AC($\underline{V}$,$\underline{I}$) com as grandezas DC($\underline{U}$,$\underline{J}$), como mostra a figura 3.

O modelo adotado para um sistema de conversores controlados será indicado no ítem 3.2 deste capítulo Para um conversor controlado são válidas as seguintes equações:

$$\underline{U} = \underline{V}\cos\underline{\alpha} - R_c\underline{J} \qquad \text{V.(13)}$$

$$\underline{I} = \underline{J} \qquad \text{V.(14)}$$

Para o caso de pontes retificadoras a diodos, isto é, conversores não controlados, o vetor dos ângulos de disparo assume sempre o valor 0 para fins práticos e as equações simplificam-se para

$$\underline{U} = \underline{V} - \underline{\underline{R}}_c\underline{J} \qquad \text{V.(15)}$$

$$\underline{I} = \underline{J}$$

$\underline{\underline{R}}_c$ é a matriz das resistências de comutação, sendo, normalmente uma matriz diagonal (isto é, os conversores são eletricamente independentes).

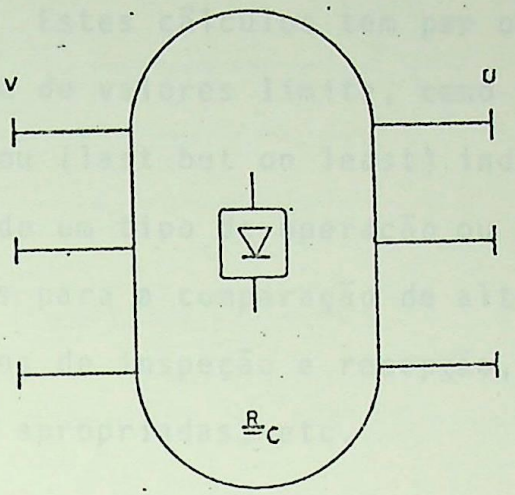


Figura V.2 - Esquema simplificado do conversor.

V.3. ANÁLISE DOS SISTEMAS DE TRAÇÃO ELÉTRICA

V.3.1. Introdução

Como já foi expresso na apresentação deste capítulo, existem múltiplas razões para dispor-se de uma ferramenta matemática capaz de fornecer a situação elétrica no sistema de alimentação nas várias situações, normais ou anormais, decorrentes da operação dos trens.

Assim, o projetista poderá simular as condições extremas em que deverá funcionar o sistema, quer seja pela demanda das composições, ou por anormalidades no sistema de alimentação (contingências).

O operador, por sua vez, poderá preparar medidas preventivas ou corretivas para garantir a continuidade e qualidade de serviço, assim como elaborar esquemas de manutenção

racionais.

Estes cálculos tem por objetivo tanto verificar a ultrapassagem de valores limite, como avaliar a confiabilidade de operação, ou (last but on least) indagar sobre as consequências econômicas de um tipo de operação ou de falha, assim como de obter subsídios para a comparação de alternativas de compra elaboração de roteiros de inspeção e recepção, redação de especificações contratuais apropriadas, etc.

V.3.2. Representação por Unidade do Sistema Elétrico AC-DC

Na análise de sistemas elétricos, resulta extremamente útil referir as várias grandezas aos chamados Valores Base. Nestas condições, o número que mede a grandeza está indicando o seu "tamanho" em vezes o valor base. Por exemplo, seja E_B a tensão base de um barramento, e E a tensão que efetivamente existe nele. Então, E/E_B é o valor "per unidade" (pu) da tensão. Um valor pu igual a 1 indica então que o barramento tem uma tensão igual ao valor base.

Exemplo:

Seja E_B = 13,8 kV. Um valor p.u. 1,1 indica E=1, 1x13,8 = 15,2 kV. Se E = 12,5 kV, o valor p.u. será de 0,9.

Para que a técnica p.u. seja realmente proveitosa, são fixados valores base apenas para algumas grandezas. Os valores base das demais resultam então das próprias leis que as ligam com as anteriores.

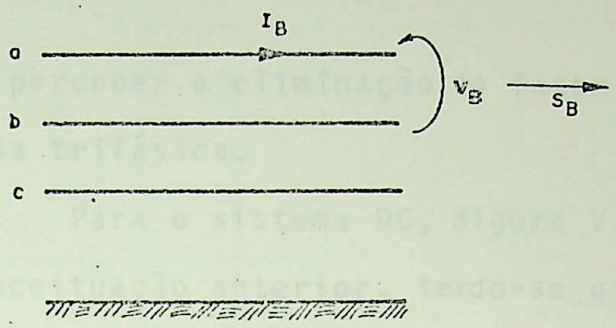


Figura V.3 - Sistema AC com seus valores base.

Assim, nos sistemas AC trifásicos equilibrados (figura V.3) são dados os valores base da tensão eficaz fase-fase e da potência aparente total V_B e S_B respectivamente. Logo:

$$I_B = S_B/\sqrt{3}\ V_B \qquad V.(17)$$

$$Z_B = V_B/\sqrt{3}\ I_B = V_B^2/S_B \qquad V.(18)$$

onde I_B é o valor base da corrente eficaz por fase e Z_B é o quociente entre a tensão fase-neutro e a corrente de fase sendo denominado por impedância base AC.

Nestas condições, os valores p.u. serão:

$$V_{pu} = V/V_B \qquad V.(19)$$

$$I_{pu} = I/I_B \qquad V.(20)$$

e

$$V_{pu}\ I_{pu} = VI/V_B I_B = \sqrt{3}\ V_I/\sqrt{3}\ V_B I_B = S/S_B$$

isto é:

$$S_{pu} = V_{pu} \cdot I_{pu} \qquad V.(21)$$

Logo, é importante perceber a eliminação do fator $\sqrt{3}$ presente na fórmula da potência trifásica.

Para o sistema DC, figura V.4, é possível aplicar a mesma conceituação anterior, tendo-se que:

$$S'_B = U_B J_B \qquad V.(22)$$

onde S'_B é o valor base da potência contínua, e U_B, U_B os valores base da tensão e da corrente contínua do condutor.

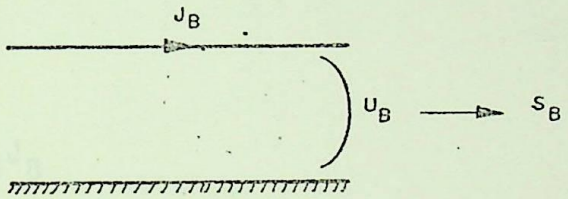


Figura V.4 - Sistema DC com seus valores base.

Quando os sistemas AC e DC estão vinculados através do sistema conversor, existe um grande interesse por coordenar os valores base AC e DC.

Com esta finalidade, convém lembrar que, numa ponte retificadora trifásica (figura V.5) operando com os valores base, tem-se:

$$U_B = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} V_B \qquad V.(23)$$

Como esta ponte é ideal, deve-se ter:

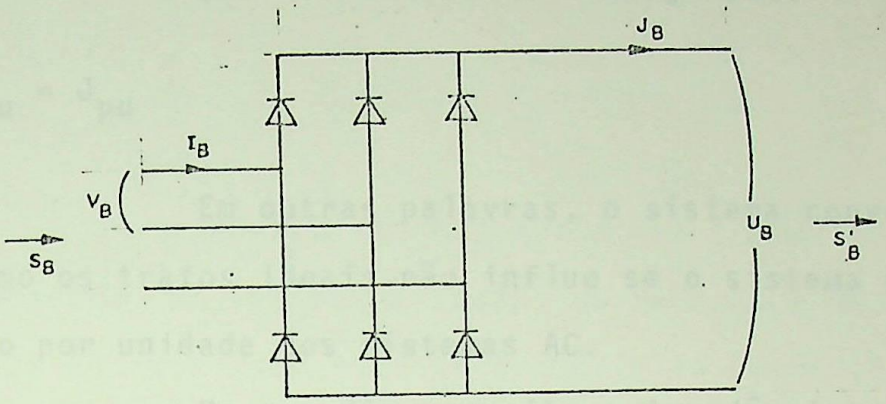


Figura V.5 - Ponte retificadora trifásica trabalhando com os valores base.

$$S_B = S'_B \qquad \text{V.(24)}$$

ou seja:

$$3\ V_B I_B = U_B J_B \qquad \text{V.(25)}$$

daí tira-se a relação devida entre as correntes base:

$$3\ V_B I_B = \frac{3\sqrt{2}}{\pi}\ V_B J_B \qquad \text{V.(26)}$$

$$I_B = \frac{\sqrt{6}}{\pi}\ J_B \qquad \text{V.(27)}$$

O que vai acontecer agora com as grandezas expressas em p.u. é o seguinte: para a ponte ideal operando a qualquer regime, tem-se:

$$U = \frac{3\sqrt{2}}{\pi}\ V \qquad \text{V.(28)}$$

Dividindo pela igualdade (23), resulta:

$$U_{pu} = V_{pu} \qquad \text{V.(29)}$$

Por um raciocínio análogo vem:

$$I_{pu} = J_{pu} \qquad V.(30)$$

Em outras palavras, o sistema conversor é exatamente como os trafos ideais não influe se o sistema está em representação por unidade dos sistemas AC.

No que diz respeito a impedância, resulta:

$$Z'_B = U_B/J_B = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} V_B/\frac{\pi}{\sqrt{6}} I_B =$$

$$= \frac{3\sqrt{2}\sqrt{6}}{\pi^2} \sqrt{3} \; (V_B/\sqrt{3} \; I_B) =$$

logo:

$$Z'_B = (\frac{3\sqrt{2}}{\pi})^2 . Z_B \qquad V.(31)$$

Ora, para um retificador a diodos, a tensão em seus terminais, considerando a comutação, é dada por:

$$U = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} V - R_C J \qquad V.(32)$$

esta relação, dividida por U_B, fornece:

$$U_{pu} = V_{pu} - \frac{R_C}{U_B} J_{pu} . J_B$$

ou

$$U_{pu} = V_{pu} - \frac{R_C}{Z'_B} J_{pu}$$

e finalmente,

$$U_{pu} = V_{pu} - R_{Cpu}\, J_{pu} \qquad V.(33)$$

Percebe-se que quando se trabalha em valores em por unidade, os valores eficazes do lado AC e os correspondentes no lado DC interagem como se tratasse de um único sistema. Devido a esta grande simplificação, empregar-se-á representação p.u. salvo indicação em contrátio, eliminando-se o subíndice p.u. daqui em diante.

V.3.3. *Análise de um Sistema Elementar*

A figura V.6 representa a forma mais simples que pode assumir um sistema AC/DC.

A parte AC consiste de uma linha e um transformador, representados por uma reatância equivalente X. Existe um único conversor alimentando a linha DC de resistência R e um trem que consome uma potência P.

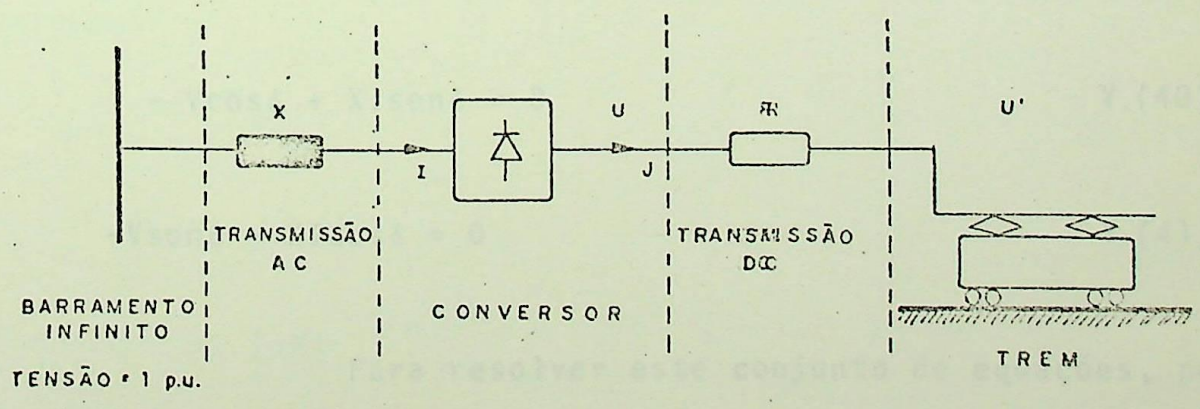


Figura V.6 - Esquema de um sistema elementar.

Para retificadores a diodos, as equações deste sistema serão:

Sistema AC:

$$1 - Ve^{j\delta} = jXIe^{j\delta} \qquad V.(34)$$

Sistema de conversão AC/DC:

$$U = V - R_C J \qquad V.(35)$$

$$J = I \qquad V.(36)$$

Sistema DC:

$$U - U' = RJ \qquad V.(37)$$

$$P = U'J \qquad V.(38)$$

Combinando adequadamente as equações anteriores tem-se:

$$V - \frac{P}{I} + (R + R_C)I = 0 \qquad V.(39)$$

$$1 - V\cos\delta + XI\operatorname{sen}\delta = 0 \qquad V.(40)$$

$$-V\operatorname{sen}\delta - XI\cos\delta = 0 \qquad V.(41)$$

Para resolver este conjunto de equações, pode ser empregado o Método de Newton-Raphson.

O Jacobiano correspondente às duas últimas

equações (40) e (41) resulta em:

$$\begin{bmatrix} -\frac{\partial V}{\partial I}\cos\delta + X\operatorname{sen}\delta & V\operatorname{sen}\delta + XI\cos\delta \\ -\frac{\partial V}{\partial I}\operatorname{sen}\delta + X\cos\delta & -V\cos\delta + XI\operatorname{sen}\delta \end{bmatrix} \qquad V.(42)$$

onde o valor $\frac{\partial V}{\partial I}$ é obtido da equação (39) sendo dado por:

$$\frac{\partial V}{\partial I} = -\frac{P}{I^2} + R + R_C \qquad V.(43)$$

O Jacobiano Inverso pode ser facilmente calculado, obtendo-se a expressão:

$$\frac{1}{V\frac{\partial V}{I} + X^2 I}\begin{bmatrix} -V\cos\delta + XI\operatorname{sen}\delta & -V\operatorname{sen}\delta - XI\cos\delta \\ \frac{\partial V}{I}\operatorname{sen}\delta + X\cos\delta & -\frac{\partial V}{I}\cos\delta + X\operatorname{sen}\delta \end{bmatrix} \qquad V.(44)$$

Adotando-se como condição inicial os seguintes valores:

$$I^{(0)} = P \qquad V.(45)$$

$$\delta^{(0)} = XP \qquad V.(46)$$

pode-se obter de (39):

$$V^{(0)} = 1 + (R + R_C)P \qquad V.(47)$$

de (43):

$$\left(\frac{\partial V}{\partial I}\right)^{(0)} = -P + (R + R_C) \qquad V.\ (48)$$

Para esclarecer melhor o funcionamento do método de Newton-Raphson, executar-se-ão alguns passos de interação para um sistema com os seguintes dados:

$$P = 1 \qquad R = 0,1 \qquad R_C = 0 \qquad X = 0,1$$

Para estes valores de (45), (46), (47) e (48), vem:

$$I^{(0)} = 1$$

$$\delta^{(0)} = 0,1$$

$$V^{(0)} = 1,1$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial I}\right)^{(0)} = -0,9$$

O valor do inverso do Jacobiano para esta condição inicial será então:

$$\frac{1}{0,98}\begin{bmatrix} -1,1045 & 0,0103 \\ 0,9980 & 0,9755 \end{bmatrix}$$

E o erro (mismatching) das equações

$$\begin{bmatrix} -0,1045 \\ 0,0103 \end{bmatrix}$$

Daí vem um valor corretivo (produto do inverso do jacobiano pelo erro) de

$$\begin{bmatrix} -0,11786 \\ 0,00992 \end{bmatrix}$$

Produzindo os valores para $I^{(1)}$, $\delta^{(1)}$

$$\begin{bmatrix} 1,11786 \\ -0,10992 \end{bmatrix}$$

E também $V^{(1)} = 1,00635$ $\qquad$ $(\frac{\partial V}{\partial I})^{(1)} = -0,70024$

Com estes valores, o inverso do Jacobiano vai para:

$$\frac{1}{-0,6929} \begin{bmatrix} -1,01254 & 0,00072 \\ 0,17621 & 0,68502 \end{bmatrix}$$

e o erro:

$$\begin{bmatrix} -0,011243 \\ -0,000721 \end{bmatrix}$$

Calculando as correções, chega-se aos valores:

$$I^{(2)} = 1,13429$$

$$\delta^{(2)} = 0,10636$$

E ainda

$$V^{(2)} = 0,99503$$

Note como a equação (39) fica verificada para estes valores:

$$0,99503 - \frac{1}{1,13429} = (1,13429)(0,1+0,0)$$

Assim, fica fácil compreender o custo computacional qeu implicaria resolver um sistema com a complexidade dos casos reais. Por este motivo, na próxima seção abandonar-se-á este método exato e sacrificar-se-á a precisão por uma maior rapidez e simplicidade de cálculo.

V.3.4. *Um Modelo Geral Aproximado*

O modelo linear-desacoplado (MLD) do sistema AC pode ser combinado com os modelos do sistema interface (conversor) e do sistema DC.

Com a finalidade de simplificar as equações em tudo quanto permite o sistema particular a ser estudado, imaginar-se-á que todas as gerações estão do lado AC e todas as cargas do lado DC.

A figura V.7 ilustra esquematicamente este modelo.

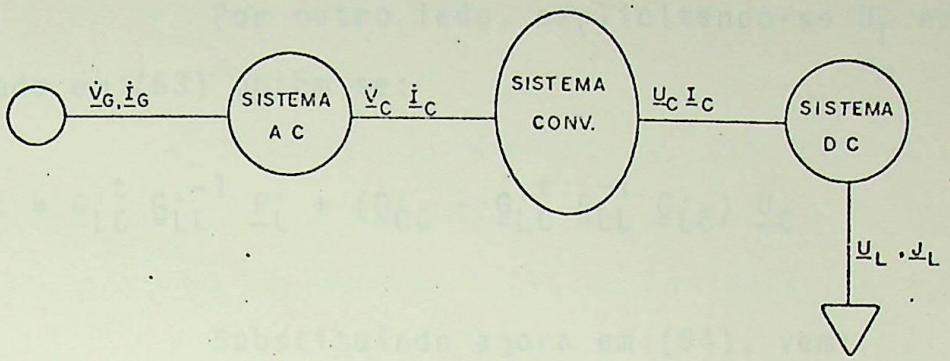


Figura V.7 - Modelo geral de um sistema alimentador para ferrovia eletrificada.

Nota-se que na figura V.8 o ponto na parte superior dos vetores de grandezas AC, indicando que seus elementos são fasores.

As equações que exprimem o balanço energético neste sistema são, para o caso de conversores a diodos, as seguintes:

$$\text{AC} \begin{cases} \underline{P}_G = -\underline{\underline{B}}_{GG}\,\underline{G} - \underline{\underline{B}}_{GC}\,\underline{C} & \text{V.(49)} \\ \underline{P}_C = -\underline{\underline{B}}_{GC}^{t}\,\underline{G} + \underline{\underline{B}}_{CC}\,\underline{C} & \text{V.(50)} \end{cases}$$

$$\underline{Q}_C = \underline{\underline{B}}_{GC}^{t}\,\underline{V}_G + \underline{\underline{B}}_{CC}\,\underline{V}_C = 0 \qquad \text{V.(51)}$$

$$\text{DC} \begin{cases} \underline{P}'_L = \underline{\underline{G}}'_{LL}\,\underline{U}_L + \underline{\underline{G}}'_{LC}\,\underline{U}_C & \text{V.(52)} \\ \underline{P}'_C = \underline{\underline{G}}'^{t}_{LC}\,\underline{U}_L + \underline{\underline{G}}'_{CC}\,\underline{U}_C & \text{V.(53)} \end{cases}$$

$$\text{CONV} \begin{cases} \underline{U}_C = \underline{V}_C - \underline{\underline{R}}_C\,\underline{P}'_C & \text{V.(54)} \\ \underline{V}_C = -\underline{\underline{B}}_{CC}^{-1}\,\underline{\underline{B}}_{GC}^{t}\,\underline{V}_G & \text{V.(55)} \end{cases}$$

Por outro lado, explicitando-se $\underline{U}_L$ em (52) e substituindo em (53) obtêm-se:

$$\underline{P}'_C = \underline{\underline{G}}'^{t}_{LC}\ \underline{\underline{G}}'^{-1}_{LL}\ \underline{P}'_L + (\underline{\underline{G}}'_{CC} - \underline{\underline{G}}'^{t}_{LC}\ \underline{\underline{G}}^{-1}_{LL}\ \underline{\underline{G}}'_{LC})\ \underline{U}_C \qquad \text{V.(56)}$$

Substituindo agora em (54), vem:

$$\underline{U}_C = -\underline{\underline{Y}}^{-1}_{CC}\ \underline{\underline{Y}}^{t}_{GC}\ \underline{V}_G - \underline{\underline{R}}_C\ \underline{\underline{G}}'^{t}_{LC}\ \underline{\underline{G}}'^{-1}_{LL}\ \underline{P}'_L - \underline{\underline{R}}(\underline{\underline{G}}'_{CC} - \underline{\underline{G}}'^{t}_{LC}\ \underline{\underline{G}}^{-1}_{LL}\ \underline{\underline{G}}'_{LC} \quad \text{V.(57)}$$

Explicitando $\underline{U}_C$, vem finalmente:

$$\underline{U}_C = (\underline{\underline{1}} + \underline{\underline{R}}_C\ (\underline{\underline{G}}'_{CC} - \underline{\underline{G}}'^{t}_{LC}\ \underline{\underline{G}}^{-1}_{LL}\ \underline{\underline{G}}'_{LC}))^{-1}\ (\underline{\underline{Y}}^{t}_{CC}\ \underline{\underline{Y}}^{t}_{GE}\ \underline{V}_G +$$

$$+ \underline{\underline{R}}_C\ \underline{\underline{G}}'^{t}_{LC}\ \underline{\underline{G}}'^{-1}_{LL}\ \underline{P}'_L) \qquad \text{V.(58)}$$

onde $\underline{\underline{1}}$ é a matriz unidade.

Percebe-se que $\underline{U}_C$ fica em função dos dados, que são as tensões nos geradores AC e os consumos nas cargas DC. Conhecido $\underline{U}_C$, $\underline{U}_L$ é facilmente obtido de (52) e $\underline{P}'_E$ de (53).

Por outro lado, como para fins práticos $\underline{P}_C \overset{\sim}{=} P'_C + \underline{\underline{R}}_C\ \underline{P}^2_C$, o uso de (49) e (5) permitem conhecer, se for necessário, as fases δ_{-G}, δ_{-C} nas barras de tensão alternada.

Considere o sistema de corrente contínua que alimenta uma determinada composição, como sendo suprido através de duas barras infinitas pelo sistema elétrico de potência, em tensão alternada.

Para melhor conhecer o problema são apresentados alguns exemplos de aplicação do método desenvolvido, empre

gando-se um sistema de duas estações conversoras agindo em paralelo sobre um ramo de ferrovias.

A linha alimentadora AC, que possue duas subestações transformadoras ligando-as com o sistema interligado será imaginada como um barramento infinito de tensão de 1,0 pu.

A figura 8 ilustra este sistema considerado. Entretanto, a figura 9 apresenta um diagrama contendo os valores de reatâncias e resistências de linha quando a composição está avançando na metade da extensão da ferrovia e consumindo uma potência de 1 pu.

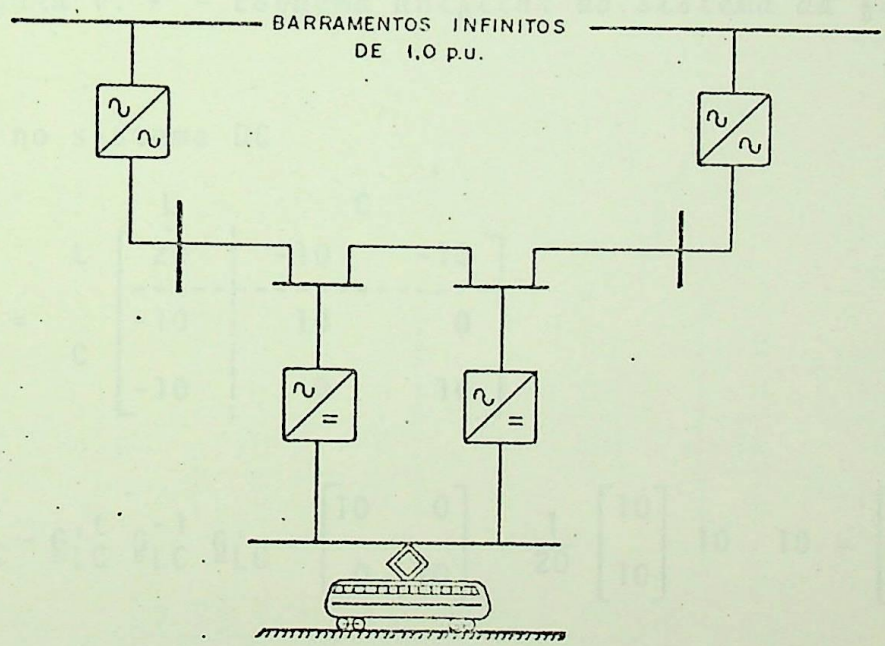


Figura V.8 - Esquema de um sistema AC/DC com duas subestações transformadoras e duas retificadoras.

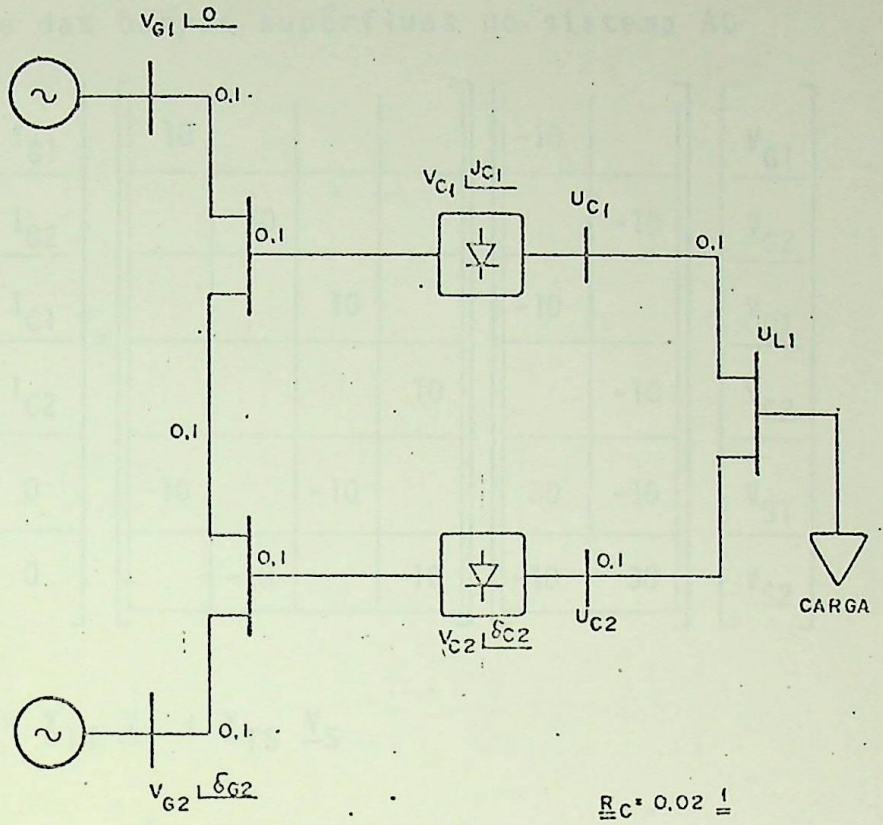


Figura V. 9 - Esquema unifilar do sistema da figura V.8.

a - Cálculos no sistema DC

$$G' = \begin{array}{c} \\ L \\ \\ C \\ \\ \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} L & C \end{array} \\ \left[\begin{array}{c|cc} 20 & -10 & -10 \\ \hline -10 & 10 & 0 \\ -10 & 0 & 10 \end{array}\right] \end{array}$$

$$G'_{CC} - \underline{\underline{G}}'^{t}_{LC}\ \underline{\underline{G}}^{-1}_{LC}\ \underline{\underline{G}}'_{LC} = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix} - \frac{1}{20} \begin{bmatrix} 10 \\ 10 \end{bmatrix} 10 \quad 10 = \begin{bmatrix} 5 & -5 \\ -5 & 5 \end{bmatrix}$$

$$(\underline{\underline{1}} + \begin{bmatrix} 0,1 & -0,1 \\ -0,1 & 0,1 \end{bmatrix}) = \begin{bmatrix} 1,1 & -0,1 \\ -0,1 & 1,1 \end{bmatrix}$$

$$(\begin{bmatrix} 1.1 & -0,1 \\ -0,1 & 1,1 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{1,2} \begin{bmatrix} 1,1 & -0,1 \\ -0,1 & 1,1 \end{bmatrix}$$

b - Eliminação das barras supérfluas no sistema AC

$$\begin{bmatrix} I_T \\ \hline I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{G1} \\ I_{G2} \\ I_{C1} \\ I_{C2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cccc} 10 & & & \\ & 10 & & \\ & & 10 & \\ & & & 10 \\ -10 & & -10 & \\ & -10 & & -10 \end{array}\right] \left[\begin{array}{cc} -10 & \\ & -10 \\ -10 & \\ & -10 \\ 30 & -10 \\ -10 & 30 \end{array}\right] \begin{bmatrix} V_{G1} \\ V_{G2} \\ V_{C1} \\ V_{C2} \\ V_{S1} \\ V_{S2} \end{bmatrix}$$

$$\underline{I}_T = \underline{\underline{Y}}_{TT}\ \underline{V}_T + \underline{\underline{Y}}_{TS}\ \underline{V}_S$$

$$\underline{I}_S = 0 = \underline{\underline{Y}}^t_{TS}\ \underline{V}_T + \underline{\underline{Y}}_{SS}\ \underline{V}_S$$

$$\underline{V}_S = -\underline{\underline{Y}}^{-1}_{SS}\ \underline{\underline{Y}}^t_{TS}\ \underline{V}_T$$

$$\underline{I}_T = \underline{\underline{Y}}_{TT} - \underline{\underline{Y}}_{TS}\ \underline{\underline{Y}}^{-1}_{SS}\ \underline{\underline{Y}}^t_{TS}$$

$$\underline{\underline{Y}}_{TS}\ \underline{\underline{Y}}^{-1}_{SS}\ \underline{\underline{Y}}^t_{TS} = \frac{1}{800}\left(\left[\begin{array}{cc} -10 & 0 \\ 0 & -10 \\ -10 & 0 \\ 0 & -10 \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{cc} 30 & 10 \\ 10 & 30 \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{cccc} -10 & 0 & & \\ 0 & -10 & & \\ -10 & 0 & & \\ 0 & -10 & & \end{array}\right]\right) = \underline{\underline{Y}}$$

$$\underline{\underline{Y}} = \frac{1}{800}\left[\begin{array}{cccc} 3000 & 1000 & 3000 & 1000 \\ 1000 & 3000 & 1000 & 3000 \\ 3000 & 1000 & 3000 & 1000 \\ 1000 & 3000 & 1000 & 3000 \end{array}\right]$$

logo:

$$\underline{\underline{Y}} = \begin{array}{c} \\ G_1 \\ G_2 \\ C_1 \\ C_2 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} G_1 & G_2 & C_1 & C_2 \end{array} \\ \left[\begin{array}{c|c|c|c} 6,25 & -1,25 & -3,75 & -1,25 \\ \hline -1,25 & 6,25 & -1,25 & -3,75 \\ \hline -3,75 & -1,25 & 6,25 & -1,25 \\ \hline -1,25 & -3,75 & -1,25 & 6,25 \end{array}\right] \end{array}$$

$$\underline{\underline{Y}}_{CC} = \left[\begin{array}{c|c} 6,25 & -1,25 \\ \hline -1,25 & 6,25 \end{array}\right] = \frac{1}{8}\left[\begin{array}{c|c} 50 & -10 \\ \hline -10 & 50 \end{array}\right]$$

$$\underline{\underline{Y}}_{CC}^{-1} = 8\,\frac{1}{2400}\left[\begin{array}{c|c} 50 & 10 \\ \hline 10 & 50 \end{array}\right] = \frac{1}{30}\left[\begin{array}{c|c} 5 & 1 \\ \hline 1 & 5 \end{array}\right]$$

$$Y_{cc}^{-1}\, Y_{GC} = \frac{1}{30}\left[\begin{array}{c|c} 5 & 1 \\ \hline 1 & 5 \end{array}\right]\left[\begin{array}{c|c} -3,75 & -1,25 \\ \hline -1,25 & -3,75 \end{array}\right] = -\frac{1}{240}\left[\begin{array}{c|c} 5 & 1 \\ \hline 1 & 5 \end{array}\right]\left[\begin{array}{c|c} -30 & -10 \\ \hline -10 & -30 \end{array}\right]$$

$$= -\frac{4}{24}\left[\begin{array}{c|c} 5 & 1 \\ \hline 1 & 5 \end{array}\right]\left[\begin{array}{c|c} 3 & 1 \\ \hline 1 & 3 \end{array}\right] = \frac{1}{24}\left[\begin{array}{c|c} 16 & 8 \\ \hline 8 & 16 \end{array}\right]$$

$$Y_{CC}'^{-1}\, Y_{GC} = -\frac{1}{3}\left[\begin{array}{c|c} 2 & 1 \\ \hline 1 & 2 \end{array}\right]$$

$$G_{LC}'^{t}\, G_{LL}'^{-1} = -\left[\begin{array}{c} 0,5 \\ \hline 0,5 \end{array}\right]$$

$$\underline{\underline{R}}_C = \left[\begin{array}{c|c} 0,02 & \\ \hline & 0,02 \end{array}\right]$$

$$\underline{\underline{R}}_C\, \underline{\underline{G}}'_{LC}\, G_{LL}'^{-1} = -\left[\begin{array}{c} 0,01 \\ \hline 0,01 \end{array}\right]$$

$$\underline{V}_C = Y_{CC}^{-1}\, Y_{GC}^{t}\, V_G = \frac{1}{3}\left[\begin{array}{c|c} 2 & 1 \\ \hline 1 & 2 \end{array}\right]\left[\begin{array}{c} 1 \\ \hline 1 \end{array}\right]\left[\begin{array}{c} 1 \\ \hline 1 \end{array}\right]$$

$$\underline{\underline{R}}_C\, \underline{\underline{G}}'_{LC}\, \underline{\underline{G}}'^{-1}_{LL}\, P' = \left[\begin{array}{c} 0,01 \\ \hline 0,01 \end{array}\right].$$

$$\underline{U}_C = \frac{1}{1,2}\left[\begin{array}{c|c} 1,1 & 0,1 \\ \hline 0,1 & 1,1 \end{array}\right]\left[\begin{array}{c} 0,99 \\ \hline 0,99 \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} 0,99 \\ \hline 0,99 \end{array}\right]$$

Da equação (52) vem:

$$-1 = P'_L = G'_{LL}\, U_L + G'_{LC}\, U_C = 20U_L + \begin{bmatrix} 10 & 10 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0,99 \\ 0,99 \end{bmatrix}$$

$$-1 = 20U_L - 19,8$$

$$U_L = \frac{18,8}{20} = 0,94$$

$$\underline{P}'_C = \left[\begin{array}{c} \underline{P}'_{C1} \\ \hline P'_{C2} \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} -10 \\ \hline -10 \end{array}\right] \cdot 0,949 + \left[\begin{array}{c|c} 10 & 0 \\ \hline 0 & 10 \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{c} 0,99 \\ \hline 0,99 \end{array}\right] =$$

$$= \left[\begin{array}{c} -9,4 \\ \hline -9,4 \end{array}\right] + \left[\begin{array}{c} 9,9 \\ \hline 9,9 \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} 0,50 \\ \hline 0,50 \end{array}\right]$$

Para comprovação usa-se a equação (4)

$$\underline{U}_C = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,02 & 0 \\ 0 & 0,02 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,5 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c} 0,99 \\ \hline 0,99 \end{array}\right]$$

c - Cálculo dos ângulos de fases

O cálculo das fases permite avaliar o perigo de instabilidade estacionária. Em geral, diferenças entre os ângulos δ nos extremos de uma linha, transformador ou gerador não devem ultrapassar certos limites para garantir um bom funcionamento do sistema GTD da concessionária.

No exemplo, a fase do barramento 1 é adotada como referência. Então, ter-se-á

$$\underline{\delta} = \begin{bmatrix} 6,25 & -1,25 & -3,75 \\ -1,25 & 6,25 & -1,25 \\ -3,75 & -1,25 & 6,25 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} P_{G2} \\ 0,50 \\ 0,50 \end{bmatrix}$$

Note-se que as perdas no sistema DC, que atingem valores da ordem de

$$0,1(0,5)^2 + 0,1(0,5)^2 = 0,05$$

tem sido desprezadas.

Por outro lado, um fluxo de carga rodado no sistema de concessionária permite obter o valor de P_{G2}. Entretanto, imagina-se aqui que os despachantes da concessionária estão indagando qual seria o melhor valor de P_{G2}, isto é, a potência ótima despachada do barramento 2..

Invertendo a matriz, vem:

$$\underline{\delta} = \begin{bmatrix} 0,3 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,2 & 0,1 \\ 0,2 & 0,1 & 0,3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_{G2} \\ -0,5 \\ -0,5 \end{bmatrix}$$

ou seja:

$$\begin{bmatrix} \delta_{G_2} \\ \delta_{C1} \\ \delta_{C_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,15 + 0,3PG_2 \\ -0,15 + 0,1PG_2 \\ -0,20 + 0,2PG_2 \end{bmatrix}$$

Por exemplo, se PG_2 fornecesse toda a potência demandada (o que equivaleria a uma saída da subestação transformada 1), os ângulos ficariam:

$$\begin{bmatrix} G_2 \\ \hline C_1 \\ \hline C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,15 \\ \hline -0,05 \\ \hline 0 \end{bmatrix} \quad \text{radianos} = \begin{bmatrix} 8,59 \\ \hline 2,86 \\ \hline 0,00 \end{bmatrix} \quad \text{graus}$$

Estes ângulos, além de serem úteis para verificação de estabilidade, carregamento de linhas, etc. são essenciais para determinar a correta expansão das interligações do sistema AC.

A figura V.10 ilustra o caso de uma composição entre dois pontos quaisquer de dois conversores.

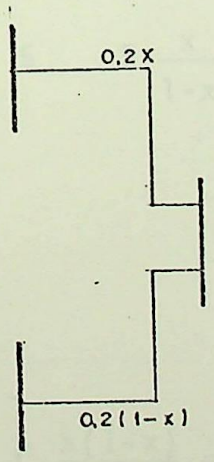


Figura V.10.- Localização de composição entre dois pontos quaisquer de dois conversores.

$$
\begin{array}{c} \\ L \\ \\ \\ C \\ \\ \end{array}
\left[\begin{array}{c|cc}
\dfrac{5}{x(1-x)} & -\dfrac{5}{x} & -\dfrac{5}{1-x} \\
\hline
-\dfrac{5}{x} & \dfrac{5}{x} & 0 \\
-\dfrac{5}{1-x} & 0 & \dfrac{5}{1-x}
\end{array}\right]
$$

reduzindo a matriz, vem:

$$
G'_{CC} - G'^{t}_{LC}\, G'_{LL}\, G'_{LC} = \begin{bmatrix} \frac{5}{x} & 0 \\ 0 & \frac{5}{1-x} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -5x \\ -\frac{5}{1-x} \end{bmatrix} - \left[\frac{5}{x} - \frac{5}{1-x}\right]\left[\frac{x(1-x)}{5}\right]
$$

$$
= \begin{bmatrix} \frac{5}{x} & 0 \\ 0 & \frac{5}{1-x} \end{bmatrix} - \frac{x(1-x)}{5} \begin{bmatrix} \frac{25}{x^2} & \frac{25}{x(1-x)} \\ \frac{25}{x(1-x)} & \frac{25}{(1-x)^2} \end{bmatrix} =
$$

$$
= \begin{bmatrix} \frac{5}{x} & 0 \\ 0 & \frac{5}{1-x} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5\,\frac{1-x}{x} & 5 \\ 5 & 5\,\frac{x}{1-x} \end{bmatrix} = 5 \begin{bmatrix} \frac{1}{x} - \frac{1-x}{x} & -1 \\ -1 & \frac{1}{1-x} - \frac{x}{1-x} \end{bmatrix}
$$

$$
= 5 \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}
$$

$$
G'^{t}_{LC}\, G^{-1}_{LL} = \begin{bmatrix} -5x \\ -\frac{5}{1-x} \end{bmatrix} \frac{x(1-x)}{5} = - \begin{bmatrix} 1-x \\ x \end{bmatrix}
$$

$$\underline{\underline{R}}_C \; G'^{t}_{LC} \; \underline{\underline{G}}^{-1}_{LL} = -0,02 \begin{bmatrix} 1-x \\ x \end{bmatrix}$$

$$GGRP = 0,02 \begin{bmatrix} 1-x \\ x \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} -0,02 \begin{bmatrix} 1-x \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-0,02(1-x) \\ 1-0,02x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{C1} \\ U_{C2} \end{bmatrix}$$

A figura V.11 ilustra as tensões no sistema elétrico.

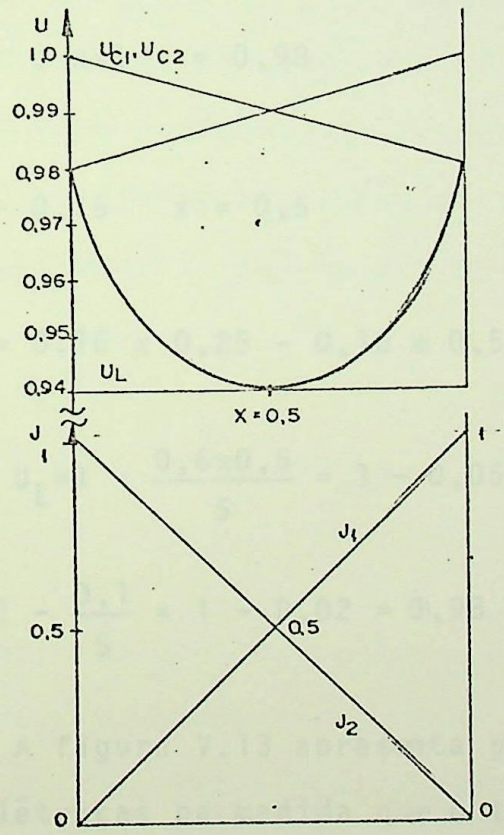


Figura V.11 - Evolução das tensões e correntes do sistema durante o percurso do trem.

$$-1 = G'_{LL}\, U_L + G'_{LL}\, U_C = \frac{5U_L}{x(1-x)} + \frac{5}{x} - \frac{5}{1-x}\,\frac{1-0,02(1-x)}{1-0,02x} =$$

$$-x(1-x) = 5U_L - 5(1-x) + 0,1(1-x)^2 + 5x - 0,1x^2$$

$$5U_L = -x(1-x) + 5(1-x) - 0,1(1-x)^2 + 5x - 0,1x^2$$

$$= -x + x^2 + 5 - 5x - 0,1 + 0,2x - 0,1x^2 + 5x - 0,1x^2$$

$$5U_L = 0,8x^2 + 0,8x + 4,9$$

$$U_L = 0,16x^2 - 0,16x + 0,98$$

U_L : $x=0$ e $x=1$ $= 0,98$

$$\frac{U_L}{x} = 0,32x - 0,16 \qquad x = 0,5$$

$$U_L \quad x=0,5 = 0,16 \times 0,25 - 0,16 \times 0,5 + 0,98 = 0,94$$

Para $x=0,5$ $U_L = 1 - \frac{0,6 \times 0,5}{5} = 1 - 0,06 = 0,94$

$x=0$ $U_L = 1 - \frac{0,1}{5} = 1 - 0,02 = 0,98$

A figura V.13 apresenta graficamente a evolução das grandezas elétricas na medida que o trem avança de uma subestação para outra.

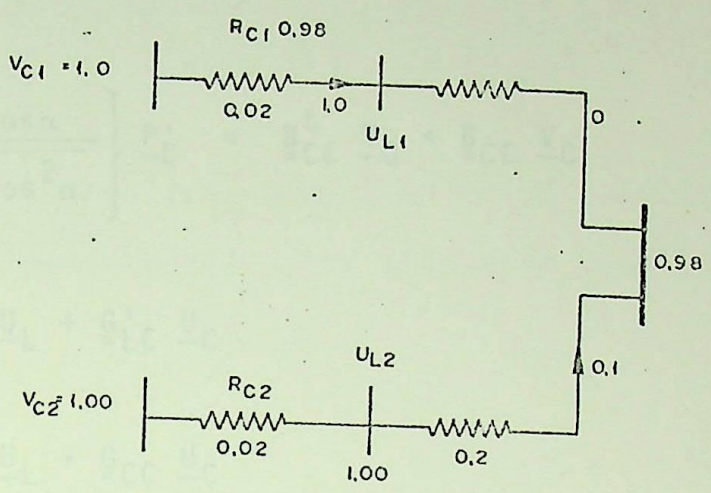


Figura V.12 - Representação das grandezas elétricas envolvidas.

A figura V.12 indica ainda o circuito de corrente contínua com o trem avançando justamente à altura da subestação conversora 1. Nota-se o pequeno erro introduzido pelo método na tensão U_{L2}, que deveria ser levado em conta o valor $V_{C2} = 1,00$ e $J_{L2} = 0,1$. Logo:

$$U_{L2} = 1,00 - 0,02 \times 0,1 = 0,998 \text{ pu}$$

em vez de 1 pu.

No caso de subestações conversoras dotadas de pontes tiristorizadas, as equações que regem o desempenho do sistema (equações (49) e (54)) experimentam apenas ligeiras mudanças, quais sejam:

$$\underline{P}_G = -\underline{\underline{B}}_{GG}\,\underline{\delta}_G - \underline{\underline{B}}_{GC}\,\underline{\delta}_C \qquad V.(59)$$

$$\underline{P}_C = -\underline{\underline{B}}^t_{GC}\ \underline{\delta}_G + \underline{\underline{B}}_{GC}\ \underline{\delta}_C \qquad V.(60)$$

$$dg\left\{\frac{\cos\alpha}{\sqrt{1-\cos^2\alpha.}}\right\}\underline{P}'_C = \underline{\underline{B}}^t_{CC}\ \underline{V}_G + \underline{\underline{B}}_{CC}\ \underline{V}_C \qquad V.(61)$$

$$\underline{P}'_L = \underline{\underline{G}}'_{LL}\ \underline{U}_L + \underline{\underline{G}}'_{LC}\ \underline{U}_C \qquad V.(62)$$

$$\underline{P}'_C = \underline{\underline{G}}'_{LC}\ \underline{U}_L + \underline{\underline{G}}_{CC}\ \underline{U}_C \qquad V.(63)$$

$$\underline{U}_C = \underline{V}_C\ \cos\alpha - \underline{\underline{R}}_C\ P'_C \qquad V.(64)$$

Percebe-se que as diferenças estão na parte AC, devido a introdução de uma demanda de potência reativa por parte das subestações conversoras, demanda esta que é tanto maior quanto maior for o ângulo de disparo. O efeito básico desta demanda é um abaixamento no perfil de tensão dos conversores. Por este motivo, as especificações das subestações controladas no que diz respeito à regulação do sistema AC são bem mais severas que no caso das não controladas.

No exemplo anterior desenvolvido, imagine-se a existência de $P'_{C1} = P'_{C2} = 0{,}5$ e um ângulo de disparo $\alpha = 45^o$.

Substituindo, vem:

$$\left[\begin{array}{c}-0{,}5\\ \hline -0{,}5\end{array}\right] = \frac{1}{8}\left[\begin{array}{c|c}-30 & -10\\ \hline -10 & -30\end{array}\right]\left[\begin{array}{c}1\\ \hline 1\end{array}\right] + \frac{1}{8}\left[\begin{array}{c|c}-50 & -10\\ \hline -10 & -50\end{array}\right]\left[\begin{array}{c}V_{C1}\\ \hline V_{C2}\end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{c}4{,}5\\ \hline 4{,}5\end{array}\right] = \frac{1}{8}\left[\begin{array}{c|c}-5 & -1\\ \hline -1 & -5\end{array}\right]\left[\begin{array}{c}V_{C1}\\ \hline V_{C2}\end{array}\right]$$

$$\begin{bmatrix} V_{C1} \\ \hline V_{C2} \end{bmatrix} = \frac{1}{30} \left[\begin{array}{c|c} 5 & 1 \\ \hline 1 & 5 \end{array}\right] \begin{bmatrix} 4,5 \\ \hline 4,5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,90 \\ \hline 0,90 \end{bmatrix}$$

Note que, agora, a tensão que chega ao trilho será de aproximadamente 90% da existente no caso de ponto não controlada, isto é:

$$V_L = 0,9 \times 0,94 = 0,846$$

Para compensar esta perda de regulação deveriam ser instalados TCUL'S e/ou compensadores de reativo nas subestações.

APENDICE A

TEORIA MATEMATICA DAS TRANSFORMAÇÕES

A.1. TRANSFORMAÇÕES LINEARES E FORMAS QUADRÁTICAS

Uma importante propriedade das matrizes hermitianas e anti-hermitianas é a seguinte.

Seja $\underline{\underline{Y}}$ h. (anti h.) e $\underline{\underline{B}}$ uma matriz complexa qualquer. (premultiplicável por $\underline{\underline{Y}}$). Então, a matriz

$$\underline{\underline{B}}^* \; \underline{\underline{Y}} \; \underline{\underline{B}}^t$$

é h. (anti h.)

Com efeito

$$(\underline{\underline{B}}^* \; \underline{\underline{Y}} \; \underline{\underline{B}}^t)^t = \underline{\underline{B}} \; \underline{\underline{Y}}^t \; \underline{\underline{B}}^{*t} = \underline{\underline{B}} \; \underline{\underline{Y}}^* \; \underline{\underline{B}}^{t*} = (\underline{\underline{B}}^* \; \underline{\underline{Y}} \; \underline{\underline{B}}^t)^*$$

No que respeita aos SEP's, a consequência deste fato é que transformações dos VEL's da forma

$$\underline{E} = \underline{\underline{B}}^t \; \underline{E}'$$

$$\underline{I}' = \underline{\underline{B}}^* \; \underline{I}$$

que conduzem da TL $\underline{I} = \underline{\underline{Y}} \; \underline{E}$ até a nova TL

$$\underline{I}' = \underline{\underline{B}}^* \; \underline{\underline{Y}} \; \underline{\underline{B}}^t \; \underline{E}'$$

não mudam as características resistivas ou reativas do SEP.

Daí resulta à igualdade entre as normas seguintes

$$|\underline{E}|^2_{\underline{\underline{Y}}^*} = E'^2_{(\underline{\underline{B}}^* \; \underline{\underline{Y}} \; \underline{\underline{B}}^t)^*}$$

chegando-se à conclusão que toda transformação do tipo indicado preserva a forma (potência) do SEP.

A.2. *SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA*

Um exemplo destas transformações é a adição nas barras de um SEP de transformadores (figura 5(1)).

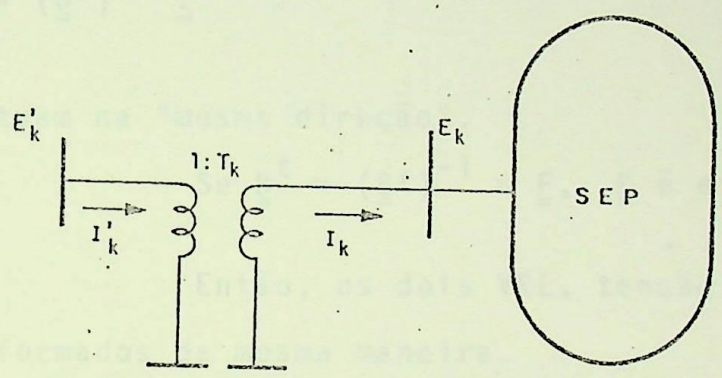


Figura 5(1)

Se $\underline{T}$ é o vetor dos T_k, resulta $B^t = dg\ T$ (onde $dg\ \underline{T}$ é a matriz diagonal $(dg\ \underline{T})_{kk} = T_k$).

Com efeito,

$$E_k = T_k\ E'_k \quad , \qquad I'_k = T^*_k\ I_k$$

ou

$$\underline{E} = df\ \underline{T}\ .\ E' \qquad \underline{I} = dg\ \underline{T}^*\ .\ \underline{I}$$

Isto é;

$$\underline{\underline{Y}}' = dg^*\underline{T}\ .\ \underline{\underline{Y}}\ dg\ \underline{T}$$

é a matriz de admitâncias do novo sistema.

A.3. CASO DAS TRANSFORMAÇÕES REGULARES

Um aspecto interessante vinculado a esta teoria é o caso de ser $\underline{\underline{B}}$ regular.

Neste caso, pode-se escrever

$$\underline{E} = \underline{\underline{B}}^{t}\ \underline{E}'$$

$$\underline{I} = (\underline{\underline{B}}^{*})^{-1}\ \underline{I}'$$

as duas TL atuam na "mesma direção".

Se $\underline{\underline{B}}^{t} = (\underline{\underline{B}}^{*})^{-1} = \underline{\underline{F}}$, $\underline{\underline{B}}$ é dita unitária

Então, os dois VEL, tensão e corrente, resultam transformados da mesma maneira.

$$\underline{E} = \underline{\underline{F}}\ \underline{E}'$$

$$\underline{I} = \underline{\underline{F}}\ \underline{I}'$$

Estas recebem o nome de Transformações de Coordenadas Elétricas. Só as transformações unitárias de C.E. tem a propriedade de conservar a potência.

APENDICE B

EQUACIONAMENTO DOS SISTEMAS ELETRICOS

B.1. EQUACIONAMENTO BÁSICO

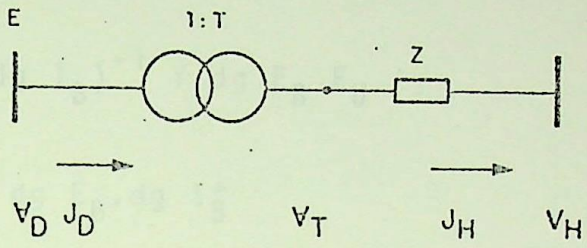


Figura B.1 - Elemento Básico do Sistema.

$V_T = dg\ T\ V_D$ $\qquad$ $V_D = A_D^t\ E$

$F_D = dg\ T^*\ J_H$ $\qquad$ $V_H = A_H^t\ E$

$Y_P(V_T - V_H) = J_H$ $\qquad$ $I = A_D\ J_D - A_H\ J_H$

$$I = (A_D\ dg\ T^* - A_H)J_H =$$

$$= (A_D\ dg\ T^* - A_H)Y_P(V_T - V_H)$$

$$= (A_D\ dg\ T^* - A_H)Y_P(T\ V_D - V_H)$$

$$= (A_D\ dg\ T^* - A_H)Y_P(T\ A_D^t - A_H^t)E$$

$$I = (A_D\ dg\ T^* - A_H)Y_P(A_D\ T^* - A_H)E$$

$$A = A_D\ dg\ T^* - A_H$$

$$I = (A\ Y_P\ A\ T^*)E = YE$$

B.2. *VALORES BASE e PU*

$$I = dg\ I_B\ I_U$$

$$E = dg\ E_B\ E_U$$

$$I_U = (dg\ I_B)^{-1}\ Y\ dg\ E_B\ E_U$$

$$dg\ S = dg\ E_B . dg\ I_B^*$$

$$(dg\ I_B)^{-1} = (dg\ S_B^*)^{-1}\ dg\ E_B^*$$

$$I_U = (dg\ S_B^*).(dg\ E_B^* . Y\ dg\ E_B)\ .\ E_U$$

$$Y_U$$

Definindo agora V_B tal que:

$$dg\ T\ A_D t\ dg\ E_B = dg\ V_B . A_D^t$$

$$A_H^t\ dg\ E_B = dg\ V_B\ A_H^t$$

vem:

$$Y_U = (dg\ S_B^*)^{-1}\ A_U (dg\ V_B^*\ Y_P\ dg\ V_B) A_U^{t*}$$

onde

$$A_U = A_H - A_D$$

colocando agora

$$dg\ S_{PB} = dg\ V_B . dg\ J_B^*$$

vem:

$$(dg\ V_B)^* = (dg\ S_B^*)(dg\ J_B)^{-1}$$

então:

$$Y_U = (dg\ S_B^*)^{-1}\ A_U(dg\ S_{PB}^*).(dg\ J_B)^{-1} Y_P\ (dg\ V_B)\ A_U^{t*}$$

colocando finalmente:

$$Y_{PU} = (dg\ J_B)^{-1}\ Y_P(dg\ V_B)$$

Como matriz primitiva de admitâncias de barra, vem:

$$Y_U = (dg\ S_B^*)^{-1}\ A_U(dg\ S_{PB}^*).Y_{PU}\ A_U^{t*}$$

se

$$dg\ S_B^* = dg\ S_{PB}^* = s_B.U$$

vem:

$$Y_U = A_U\ Y_{PU}\ A_U^{t*}$$

que representa a matriz p.u. de admitâncias de barra.

B.3. *DEVIAÇÕES "OFF NOMINAL"*

Seja agora a passagem a uma relação de taps "off-nominal", caracterizada por dg T' = dg T + dg F dg T. Então a primeira das equações (X) da pág.2 ficará

$$(dg\ T + dg\ F\ dg\ T)\ A_D^t\ dg\ V_B = dg\ V_B\ A_D^t + dg\ F\ dg\ V_B\ A_D^t$$

$$= dg\ V_B\ A_D^t + dg\ V_B . dg\ F\ A_D^t = dg\ V_B (U + dg\ F)\ A_D^t$$

Aplicando o processo das págs. 2 e 3, vem:

$$Y_U = A_F\ Y_{PU}\ A_F^{t*}$$

onde

$$A_F = A_D\ dg\ F^* + A$$

F indica as "Deviações off nominal" relativas à relação original T. Isto é, para um transformador particular.

$$t' = t + ft$$

$$f = \frac{t' - t}{t}$$

os f podem ser dados em percentuais.

B.4. *TESTE DE NOMINALIDADE*

As condições (t) podem se escrever como:

$$dg\ T\ A_D^t\ E_B = A_H^t\ E_B \qquad (**)$$

ou

$$(dg\ T\ A_D^t - A_H^t) E_B = 0$$

Para que exista um $E_B \neq 0$ que satisfaça esta condição, deve ser

$$posto(dg\ T\ A_D^t - A_H^t) < \nu$$

onde ∿ e o número de barras. Isto é, deve ser

$$\det(dg\ T\ A_D^t - A_H^t)_{\underline{k}} = 0$$

onde $\underline{k}$ representa qualquer escolha de filas de $T\ A_D^t - A_H^t$. Ora, prova-se em teoria de grafos que qualquer produto não nulo de elementos de A tem valor absoluto 1 e corresponde aos lados de um circuito ou conjunto disjunto de circuitos do sistema. A estrutura de $T\ A_D^t - A_H^t$ é análoga, portanto produtos não nulos de $TA_D^t - A_H^t$ serão homólogos aos de A; porém o seu valor será obtido multiplicando as relações de transformação dos ramos de circuitos do sistema.

Pois bem, se tais relações verificam que estes produtos são todos iguais a 1, resultará

$$\det(dg\ T\ A_D^t - A_H^t) = \det(A)_{\underline{k}}$$

Ora, sabe-se que $\det(A)_{\underline{k}} = 0$, portanto, se dg T verifica a condição enunciada, existiram V_B's não nulas que satisfaçam a (**).

Aliás, é possível escolher um elemento de V_B arbitrariamente, sendo os restantes expressáveis em termos dele.

Provaremos agora que se C_1, C_2 são circuitos para os quais a condição é cumprida, ela é também satisfeita para $C_1 + C_2$ (onde $C_1 + C_2 = (C_1 \cup C_2) - (C_1 \cap C_2)$).

Seja Π_{teG} o produto das t (relações de transformação) associadas a um subgrafo G do sistema. Note-se, então:

$$\Pi t_{C_1 \cup C_2} = \Pi t_{C_1} \; \Pi t_{C_2} \; \Pi t_{C_1 \cap C_2} \qquad (1)$$

$$\Pi t_{C_1 \oplus C_2} = \Pi_{C_1 \cup C_2} \; / \; \Pi t_{C_1 \cap C_2} \qquad (2)$$

Introduzindo (2) em (1), vem:

$$\Pi t_{C_1 \cup C_2} = \Pi t_{C_1} \; \Pi t_{C_2}$$

resultando imediatamente a hipótese.

Concluimos então:

Para que dg T cumpra a condição, é portanto apenas necessário que sejam iguais a um os produtos de t's associadas a cada um dos circuitos que pertençam a um conjunto base do espaço correspondente.

B.5. *SENSIBILIDADE*

A variação de Y_{PU} com respeito a uma relação off-nominal f_i será:

$$\Delta A_F = A_P \begin{matrix} 0 \\ \ddots \\ \Delta f_i \\ \ddots \\ 0 \end{matrix} = A_{Di} \, \Delta f_i$$

onde A_{Di} exprime a i-gésima coluna de A_D.

Então,

$$\Delta Y_U \approx \Delta A_F \, Y_{PU} \, A_F^{t*} + A_F \, Y_{PU} \, \Delta A_F^{t*}$$

$$= A_{Di} \, Y_{PU} \, A_F^{t*} \, \Delta f + A_F \, Y_{PU} (A_D^t)_i \, \Delta f^*$$

A P E N D I C E . C

PROGRAMA PARA OBTENCAO DA INVERSA MULTIPLICATIVA

C.1. CONCEITOS BÁSICOS

A inversa multiplicativa de um número inteiro N armazenado em sistema binário pode ser facilmente obtida analisando os resíduos da divisão dos seus sucessivos múltiplos NUM por o módulo NUP.

O resíduo de NUM por NUP é obtido analisando os bits de NUM. Seja IBIT(I) I-gésimo bit deste número. Então

$$NUM = \sum_{I}^{N} IBIT(I) * 2^{I-1}$$

$$NUM|NUP = \left(\sum_{I=1}^{N} IBIT(I) * (2^{I-1}|NUP) \right) |NUP$$

Ainda aproveita-se o fato de ser

$$2^{I-1}|NUP = (2 * (2^{I-2}|NUP))|NUP$$

Para calcular os resíduos das potências de dois em forma iterativa. Um esboço da implementação destas idéias é mostrado a continuação.

C.2. ESBOÇO DO PROGRAMA

Programa Principal

```
      INV(NUM, NUP)
      K = 1
      NUM = N
   10 CALL IMOD(NUM, NUP)
      IF(IMOD.EQ.1) GO TO 11
      K = K + 1
      NUM = NUM + N
      GO TO 10
   11 INV = K
```

Subrotina IMOD

```
      IMOD(NUM, NUP)
      IMOD = 0
      I = 0
      IBAS = 1
1     IF(I.GE.N NUM) GO TO 4
      IF(IBAS.LT.NUP) GO TO 2
      IBAS = IBAS - NUP
2     IB = TBIT(NUM, I)
      IF(IB.EQ.0) GO TO 3
      IMOD = IMOD + IBAS
      IF(IMOD.LT.NUP) GO TO 3
      IMOD = IMOD - NUP
3     I = I + 1
      IBAS = LSL(2, IBAS)
      GO TO 1
4     END
```

C.3. EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO PROGRAMA

Por exemplo, para NUM = 13 NUP = 5 o programa funciona assim para K = 3.

	IMOD	I	IBAS	IB
1	0	0	1	1
0	1	1	2	1
1	5	2	4	0
1	0	3	8	1
			3	

↓
valor de 13|5

APENDICE D

ALGUMAS DEMONSTRACOES

D.1. DEMONSTRAÇÕES REFERENTES A ARITMÉTICA RESIDUAL

A equação

$$k\gamma|p = h \qquad \gamma,h = 0,1,\ldots,p-1$$

tem sempre solução se $MCD(k,p) = 1$

1) Vamos provar que $\gamma \neq \gamma' \rightarrow k\gamma|p \neq k\gamma|p \neq k\gamma'|p$

Com efeito, se fosse falso,

$$k\gamma = tp + h$$

$$k\gamma' = t'p + h$$

$$k(\gamma - \gamma') = p(t - t')$$

ou

$$\frac{\gamma - \gamma'}{t - t'} = \frac{p}{k}$$

Mas, por hipótese, $\frac{p}{k}$ é irreduzível, logo deveira ser

$$\gamma - \gamma' \geq p$$

contrário à suprição $\gamma = 0,1,\ldots, p-1$

2) É claro então que $k\gamma|p$ para $\gamma = 0,1,\ldots,p-1$ tem p valores diferentes. Além disso, por definição de $|$,

$$k\gamma|p \in 0,1,\ldots,p-1$$

logo todo h é produzido por um certo $\gamma \in 0,1,\ldots,p-1$.

Em geral, $\frac{(\frac{p}{MCD(p,k)})}{(\frac{k}{MCD(p,k)})}$ é irreduzível. Se $\frac{p}{k}$, $\frac{p'}{k'}$ são irreduzíveis

$$\frac{p}{k} = \frac{p'}{k'} \rightarrow p = p' \cap k = k'$$

D.2. PROVA DA I(1)

A fase k de um enrolamento p-fásico para produção do campo girante contribue para as componentes horizontal e vertical do vetor geométrico "campo instantâneo" com as seguintes parcelas (vide figura).

Seja,

$$\theta_k = \frac{2\Pi}{p} k$$

$$\cos\theta_k = c_k \qquad \text{sen}\theta_k = s_k$$

$$\cos\omega t = c_t \qquad \text{sen}\omega t = s_t$$

Horizontal

$$\cos(\theta_k + \omega t).c_k =$$

$$= c_k^2 c_t + s_k c_k s_t =$$

$$= \frac{1+c_{2k}}{2} c_t + \frac{s_{2k}}{2}.s_t$$

Vertical

$$\cos(\theta_k + \omega t).s_k =$$

$$= s_k c_k c_t + s_k^2 s_t =$$

$$= \frac{s_{2k}}{2}.c_t + \frac{1-c_{2k}}{2} s_t$$

onde $\cos 2\theta_k = c_{2k}$ $\qquad$ $\text{sen}2\theta_k = s_{2k}$

Ora, $c_{2k} = \mathrm{Re}\, e^{2i\theta_k}$ $\qquad$ $s_{2k} = J_m\, e^{2i\theta_k}$

portanto, somando as contribuições para os p enrolamentos os somatórios referentes a c_{2k} e s_{2k} anulam-se, ficando

$$\frac{p}{2}\, c_t \qquad\qquad \frac{p}{2}\, s_t$$

E módulo $\qquad \frac{p}{2}(c_t^2 + s_t^2)^{1/2} = \frac{p}{2}$

D.3. PROVA DA ORDEM DE SEQUÊNCIA DE UM HARMÔNICO

A II.2(8) implica que a grandeza $\underline{G}$ é uma soma de grandezas $\underline{G}_{(n)}$ da forma

$$\underline{G}_n(t) = \sqrt{2}\, I_m(\mathrm{COL}_n\, \underline{\underline{F}}\, e^{in\omega t}) \qquad (11)$$

onde $\underline{G}_{(n)}$ é de período $T' = \frac{T}{n}$

Ora, se $\underline{G}$ é sequencial de ordem ℓ, deverá ser

$$\underline{G}_n(t + a_{k\ell}T)$$

a mesma para todo n, k.

Por outro lado,

$$\underline{G}_n(t + a_{k\ell}T) = \underline{G}_n\left(t + \frac{n((k-1)\ell]p}{p}\, T'\right)$$

$$\underline{G}_n(t + \frac{n((k-1)\ell|p)}{p} T' + \frac{(n(k-1)\ell|p)|p}{p} T')$$

onde

$$\frac{n((k-1)\ell|p)}{p}$$

indica o quociente por efeito de $n((k-1)\ell|p)$ por p. Este valor é um número inteiro, daí que, levando em conta a periodicidade de $\underline{G}_n$.

$$\underline{G}_n(t + a_{k\ell}T) = \underline{G}_n(t + \frac{(n((k-1)\ell|p))|p}{p} T')$$

Ainda, prova-se que

$$\frac{n((k-1)\ell|p)|p}{p} = \frac{((k-1)(n\ell|p)|p}{p}$$

Com efeito,

$$ab|p = (a(b|p))|p$$

$$b = p\,\frac{b}{p} + b|p$$

então

$$ab|p = (a\,\frac{b}{p}.p + a(b|p))|p =$$

$$= a\,\frac{b}{p}.p|p + (a(b|p)|p) = (a((b|p))|p$$

aplicando

$$(n(k-1)\ell|p))|p = (n(k-1)\ell)|p = ((k-1)(n\ell|p))|p$$

Portanto, $\underline{G}_n$ é sequencial de ordem $|n\ell|p$.

B I B L I O G R A F I A

[1] Barthold. L.O. - "Limits on Energy Transmission"
Conference International de Réseaux Electriques, 1972.

[2] Arango, H. - "On the Analysis of Magnetic Compled Linear Networks"
IEE Transactions CT-10 nº 2, pag. 235-7, June, 1963

[3] Arango, H. - "On the Solution of a General Linear Networks"
IEEE Int. Symposium on Network Theory, Miami, 1969.

[4] Arango, H. - "On the Set of Trees of an Interconnection of Graphs".
Proceedings of the Kyoto Int. Conference on Networks and Systems, January, 1971.

[5] Arango, H. et al - "A Network Model for Power Systems"
II International Symposium on Electrical Engineering.
Monterey, México - September, 1977.

[6] E.C. Cherry - "The Duality of Interlinked Electric and Magnetic Circuits and the Formation of Transformer Equivalent Circuits"
Proc. Physical Society, London, England - Vol. 62B, pp.101-110 July, 1949.

[7] E. C. Cherry - "Duality, Partial Duality and Contact Transformations"
Proc. Symposium of Modern Network Synthesis. Polytechnic Institute of Brooklin, N.York, Vol.5, pp. 323-347.

[8] Y. Tokad and H.K. Kesavan - "On the Analysis and Synthesis of Inductance Networks"
AIEE Summer General Meeting, Denver, Colorado, June, 17-22/62

[9] H. E. Höenig and V.A. Blarkwell - "Electromechanical System Theory"
MacGraw-Hill Book Co. Inc., N.Y. - 1961

[10] S.Seshu and M.B. Reed - "Linear Graphs and Electrical Networks"
Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1961

[11] E.A. Guillemin - "How to grow your own trees from a given cut-set or tie-set matrices"
IRE Trans. Circuit Theory, Vol. CT-6,pp 110-126, May, 1959

[12] R. Gould - "Graphs and vector spaces"
J. Math Phys., Vol. 3, pp. 193-214, 1958

[13] L. Lofgren - "Irredundant and redundant Boolean branch-networks"
IRE Trans. Circuit Theory, Vol. CT-6, pp.158-175,May, 1959

[14] G. Biorci and P.P. Civalleri - "On the synthesis of resistive N-port networks"
IRE Trans. Circuit Theory, vol. CT-8, pp. 22-28,March 1961

[15] Y. Fu - "Realization of circuit matrices"
IEEE Trans. Circuit Theory, vol. CT-12, pp. 604-407, Dec. 1965.

[16] W.H. Kim and R.T.Chien - "Topological Analysis and Synthesis of Communication Networks"
New York: Colombia Univ. Press, ç962

[17] C.C. Halkias and W. H. Kim - "Realization of fundamental circuit and cut-set-matrices"
IRE Internat'l Conv. Rec., pt.2, pp.8-15, 1962.

[18] W.T. Tutte - "Matroids and graphs"
Trans. Am. Math. Soc., vol. 90, pp. 527-552, 1959.

[19] W. Mayeda - "Necessary and sufficient conditions for realizability of cut-set matrices"
IRE Trans.Circuit Theory, vol. CT-7, pp. 79-81, March 1960.

[20] M. Iri - "A necessary and sufficient condition for a matrix to be the loop or cut-set-matrix of a graph and a practical method for the topological synthesis of networks"
RAAG Res. Notes, 3rd ser., nº 50, January 1962.

[21] H.J.Lohse - "A procedure for the synthesis of a loop or cut-set matrix"
Thesis, Naval Postgraduate School, Monterey, Calif. 1968

[22] V.I.Shatolov e G.I. Samadorov - "Alternatives for Amazon Grid Formation with Half-Wave Transmission"
Private Communication à CPTA.
Siberian Res. Institute of Energetico (SIBNIIE), 1991.

[23] CPTA - "Hypotheses for the Amazon Transmission Planning"
DEST - ELETROBRÁS, 1991.

[24] V.A. Gamieko e G.A. Yevdokunin - "Four-phase Power Transmission"
SibNIIE Document, 1990.

[25] S.A. Stigant and A.C. Franklin - "The J&P Transformer Handbook"
Newnes-Butterworth London-Boston, 1973. Cap.8, pp. 166-195.

[26] Mölgen, Gottfried - "Line Commutated Thyristor Converters"
Siemens, Akt. - Pittman Pub., 1972 - Berlin/London

[27] Von Fröhr, Friedrich e F. Orttenburger - "Einführung in die Elektronische Regelungstechik"
Siemens Akt - 1970 - Berlim-München

DATA 03/03/93
PROC.
FED. PPG
LIV.
CÓ DOAÇÃO

I V
BIB - EFEI
DATA | Publica

EFEI - BIBLIOTECA MAUÁ
8200690
NÃO DANIFIQUE ESTA ETIQUETA