

TESE
725

ESCOLA FEDERAL DE ENG. DE ITAJUBÁ

Método de Determinação do Tempo
de Depuração (BURN IN) ótimo de
Sistemas Eletrônicos

Maria do Carmo Vitarelli Pereira
Irlany de Andrade Azevedo

ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ



MÉTODO DE DETERMINAÇÃO DO TEMPO DE DEPURAÇÃO (BURN-IN)
ÓTIMO DE SISTEMAS ELETRÔNICOS

MARIA DO CARMO VITARELLI PEREIRA

ORIENTADOR : *Irany de Andrade Azevedo*

Dissertação apresentada à Escola
Federal de Engenharia de Itajubá,
para obtenção do título de Mestre
em Ciências em Engenharia Elétrica.

ITAJUBÁ - MG

- 1992 -

624.38; 621.3. 049.77(043.2)

P 436 m

725

ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ

MÉTODO DE DETERMINAÇÃO DO TEMPO DE DEPURACÃO CBURM-IND
 ÓTIMO DE SISTEMAS ELETRÔNICOS

MARIA DO CARMO VITARELLI PEREIRA

ORIENTADOR : Irany de Andrade Assenedo

Dissertação apresentada à Escola
 Federal de Engenharia de Itajubá
 para obtenção do título de Mestre
 em Ciências em Engenharia Elétrica.

ITAJUBÁ - MG

- 1992 -

RESUMO

A partir do levantamento dos métodos existentes na literatura são identificados aqueles que se aplicam aos sistemas contendo número elevado de CIs. Os métodos são analisados e comparados criticamente, escolhendo-se o mais completo como referência.

A modelagem da função taxa de falhas dos componentes discretos e dos CIs é discutida e o modelo bimodal identificado como o de maior adequação para os CIs.

É proposta a obtenção direta da função taxa de falhas para o sistema. Com ela o tempo de depuração do sistema pode ser obtido também diretamente, em contraposição à utilização dos dados relativos aos componentes de forma individual.

A função custo é escolhida na forma aditiva para permitir a incorporação das parcelas desejadas como os custos de aquisição, garantia, depuração e riscos à imagem do produto, entre outras, que são desenvolvidas.

Usando os resultados obtidos é feita uma proposta de determinação do tempo de depuração ótimo através de uma expressão consolidada que permite combinar as várias alternativas estudadas.

Dados numéricos encontrados na literatura são usados como dados práticos a partir dos quais os modelos de

referência e os propostos neste trabalho são aplicados e comparados.

A influência da forma da função taxa de falhas dos CIs na determinação do tempo ótimo de depuração é estabelecida.

É mostrado que a determinação do tempo ótimo de depuração a partir do modelo proposto, que considera a depuração do sistema montado, pode reduzir de até uma ordem de grandeza o tempo de depuração até aqui considerado o mais adequado.

Uma aplicação mostrando distribuição equilibrada entre componentes discretos e contínuos mostra a influência decisiva exercida pelos CIs na determinação da duração ótima da depuração.

Desdobramentos do trabalho são apresentados como alternativas de continuação e aumento da abrangência do método.

ABSTRACT

Static burn-in theory and practice is surveyed and two methods are found useful to test cards and systems containing a large number of ICs. Both methods are criticized and compared to each other one of them being chosen as a reference to be used in this work.

Hazard functions are discussed and conventional bathtub curve is found adequate to model discrete parts behaviour whereas a bimodal curve is chosen for CIs.

A cost function in additive form is chosen that accounts for such different estimated costs as acquisition, warrant, manpower, energy and consumer satisfaction, as a few examples.

A closed expression for the hazard function of the whole system is proposed and an expression to yield optimal static burn-in time is established.

Published data are used as practical data for both the proposed and reference methods with their results being compared.

Different shapes for ICs hazard functions are used and their influence is clearly established.

Results show that the proposed method is able to curtail static burn-in times up to one order of magnitude lower.

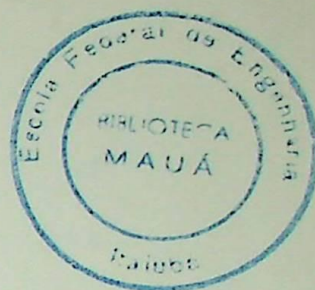
A numerical example of a hypothetical system composed of equal numbers of typical ICs and discrete components clearly shows the conclusive influence of ICs behaviour in the process.

Suggestions are made to enlarge the effectiveness of the method.

Agradecimento Especial:

A Paulo Marcelo Imasaki

(em memória)



Agradecimentos:

Ao orientador pela orientação e apoio recebidos no decorrer deste trabalho.

A todos os professores que me apoiaram nas várias fases deste trabalho.

Ao prof. Ernani Ferreira da Silva, em especial, pela atenção e tempo dedicados ao esclarecimento de minhas dúvidas.

Aos colegas de curso

Agradecimento Especial:

Aos amigos de

À Paulo Makoto Imasaki

graduação pela

(em memória)

CONTÉUDO	
RESUMO	v
ABSTRACT	vi
AGRADECIMENTO ESPECIAL	vii
AGRADECIMENTOS	viii
CONTÉUDO	viii
LISTA DE FIGURAS	x
LISTA DE TABELAS	xii
LISTA DE SÍMBOLOS	xiii

Agradecimentos:

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	
1.1 - Considerações	Ao orientador pela orientação e apoio
1.2 - Características	recebidos no decorrer deste trabalho.
1.3 - Competências	A todos os professores que me apoiaram
1.4 - Depuração	nas várias fases deste trabalho.
1.4.1 - Considerações	Ao prof. Ernani Ferreira da Silva, em
1.4.2 - Características	especial, pela atenção e tempo dedicados
1.4.3 - Competências	ao esclarecimento de minhas dúvidas.
1.5 - Considerações	Aos colegas de curso.
1.6 - Características	Aos amigos do departamento de pos-
1.7 - Competências	graduação pela atenção indispensável.

CONTEÚDO	12
RESUMO	i
ABSTRACT	iii
AGRADECIMENTO ESPECIAL	v
AGRADECIMENTOS	vi
CONTEÚDO	vii
LISTA DE FIGURAS	xvi
LISTA DE TABELAS	xxi
LISTA DE SIMBOLOS	xxv
	PÁGINA
CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	1
1.1 - Considerações Iniciais	1
1.2 - Caracterização da Proposta de Solução	2
1.3 - Comportamento da Taxa de Falhas	3
1.4 - Depuração (Burn-In)	5
1.4.1 - Conceituações	5
1.4.2 - Execução	6
1.4.3 - Aplicação	6
1.5 - Formulação do Problema	7
1.6 - Resenha Histórica	7
1.7 - Característica dos Principais Métodos de Depuração	16

1.7.1 - Modelo de KUO [30] [34] [36]	16
1.7.2 - Modelo de GOVIL & AGGARWAL	18
1.7.3 - Modelo de MOLTOFT [33]	18

CAPÍTULO 2 - MODELAGEM DA TAXA DE FALHAS DE

COMPONENTES

2.1 - Considerações Gerais	20
2.2 - Modelos Existentes	20
2.2.1 - Modelo de KUO [30] [34] [36]	20
2.2.2 - Modelo de GOVIL & AGGARWAL [26]	27
2.2.3 - Modelo NÃO-MONOTÔNICO	29
2.2.3.1 - Modelo NÃO - MONOTÔNICO Segundo uma Distribuição de WEIBULL	30
2.2.3.2 - Modelo NÃO - MONOTÔNICO de MOLTOFT [34]	34

CAPÍTULO 3 - MODELAGEM DA TAXA DE FALHAS PARA

SISTEMAS

3.1 - Considerações Gerais	44
3.2 - Hipótese de Trabalho	44
3.3 - Função Taxa de Falhas Segundo uma Curva da Banheira Tradicional	47
3.3.1 - Modelo de KUO [30] [34] [36]	52

3.3.2 - Proposta de Modificação do	
Modelo de KUO Válido para a	
Região de Transição	58
3.3.3 - Considerações Sobre o Modelo	
Modificado	60
3.3.4 - Modelo de GOVIL & AGGARWAL [26]	62
3.3.5 - Modificações do Modelo de GOVIL	
& AGGARWAL	64
3.4 - Função Taxa de Falhas Segundo uma Curva	
da Banheira Generalizada	67
3.4.1 - Modelo NÃO-MONOTÔNICO, Baseado	
nos Parâmetros de WEIBULL	67
3.4.2 - Modelo de MOLTOFT [33]	73
3.5 - Proposta de Obtenção Direta da Função	
Taxa de Falhas	74
3.6 - Função Taxa de Falhas Segundo o Modelo	
de MOLTOFT	79
 CAPÍTULO 4 - MODELAGEM DO CUSTO TOTAL DA	
DEPURAÇÃO CONSIDERANDO AS DIFERENTES	
FUNÇÕES TAXA DE FALHAS	86
4.1 - Considerações Gerais	86
4.2 - Custo do Sistema	87
4.2.1 - Modelo de KUO [30] [34] [36]	91
4.2.2 - Modelo de GOVIL & AGGARWAL [26]	94

CAPÍTULO 4.2.3 - Modelo NÃO-MONOTÔNICO	96
4.3 - Custo Total do Sistema	98
4.3.1 - Custo do Sistema Cujo Compor- tamento de Falhas Segue uma	100
4.3.1.1 - Curva da Banheira Tradicional	100
4.3.1.1 - Modelo de KUO [30] [34] [36]	100
4.3.1.2 - Modelo de GOVIL & AGGARWAL	101
4.3.2 - Custo do Sistema cujo compor- tamento de Falhas Segue uma Curva da Banheira Generalizada	102
4.3.2.1 - Modelo NÃO-MONOTÔNICO	102
4.3.3 - Custo do Sistema que possui Componentes Cujos Comportamento de Falhas Seguem Curvas da Banheira Tradicional e Generali- zada.	103
4.3.3.1 - Curva Tradicional Segundo o Modelo de KUO	103
4.3.3.2 - Curva Tradicional Segundo o Modelo de GOVIL & AGGARWAL	104

CAPÍTULO 5 - MODELOS DE OTIMIZAÇÃO DO TEMPO DE DEPURAÇÃO	106
5.1 - Tempo Ótimo de Depuração para Componentes	106
5.1.1 - Modelo de KUO	108
5.1.2 - Modelo de GOVIL & AGGARWAL	111
5.1.3 - Modelo NÃO-MONOTÔNICO	113
5.2 - Tempo Ótimo de Depuração para Sistemas	116
5.2.1 - Tempo Ótimo de Depuração para Sistemas que Possuem Taxa de Falhas Segundo uma Curva da Banheira Tradicional	117
5.2.1.1 - Modelo de KUO	117
5.2.1.2 - Modelo de GOVIL & AGGARWAL	118
5.2.2 - Tempo Ótimo de Depuração para Sistemas que Possuem Taxa de Falhas Segundo Curvas da Banheira Generalizadas	118
5.2.2.1 - Modelo NÃO-MONOTÔNICO	118
5.2.3 - Tempo Ótimo de Depuração para Sistemas que Possuem Componentes Cujas Taxas de Falhas Seguem Curvas da Banheira Tradicional e Generalizada	119

5.2 3.1 - Função Taxa de Falhas Tradicional Segundo o Modelo de KUO e Generalizada Segundo o Modelo NÃO-MONOTÔNICO	119
5.2 3.2 - Função Taxa de Falhas Tradicional Segundo o Modelo de GOVIL & AGGARWAL e Generalizada Segundo o Modelo NÃO-MONOTÔNICO	120
 CAPÍTULO 6 - APLICAÇÃO DA PROPOSTA E VALIDAÇÃO	
DOS MODELOS	121
6.1 - Dados Experimentais	121
6.2 - Modelo de KUO	123
6.2.1 - Taxa de Falhas dos Componentes	123
6.2.2 - Taxa de Falhas na Região de Vida Útil dos Componentes	130
6.2.3 - Tempo Ótimo de Depuração dos Componentes	133
6.2.4 - Taxa de Falhas para Componentes Depurados	135
6.2.5 - Taxa de Falhas do Sistema	141
6.2.6 - Taxa de Falhas na Região de Vida Útil do Sistema	144

6.2.7 - Tempo Ótimo de Depuração do Sistema	145
6.2.8 - Taxa de Falhas para o Sistema Depurado	147
6.3 - Modelo de GOVIL & AGGARWAL	149
6.3.1 - Taxa de Falhas dos Componentes	149
6.3.2 - Taxa de Falhas na Região de Vida Útil dos Componentes	156
6.3.3 - Tempo Ótimo de Depuração dos Componentes	158
6.3.4 - Taxa de Falhas para Componentes Depurados	163
6.3.5 - Taxa de Falhas do Sistema	168
6.3.6 - Taxa de Falhas na Região de Vida Útil do Sistema	168
6.3.7 - Tempo Ótimo de Depuração do Sistema	172
6.3.8 - Taxa de Falhas para o Sistema Depurado	174
6.4 - Modelo de NÃO-MONOTÔNICO	176
6.4.1 - Taxa de Falhas dos Componentes	176
6.4.2 - Taxa de Falhas na Região de Vida Útil dos Componentes	177
6.4.3 - Tempo Ótimo de Depuração dos Componentes	186

CAPÍTULO 6.4.4 - Taxa de Falhas para Componentes Depurados	188
6.4.5 - Taxa de Falhas do Sistema	194
CAPÍTULO 6.4.6 - Taxa de Falhas na Região de Vida Útil do Sistema	194
APÊNDICES 6.4.7 - Tempo Ótimo de Depuração do Sistema	198
6.4.8 - Taxa de Falhas para o Sistema Depurado	200
6.5 - Resultados Gerais do Tempo de Depuração Obtidos pelos Modelos	202
6.6 - Modelagem para Sistemas Formados por Componentes Discretos e Integrados	204
6.6.1 - Taxa de Falhas para o Sistema Formado por Componentes Discretos Segundo o Modelo de KUO e Integrados Segundo o Modelo NÃO-MONOTÔNICO	205
6.6.2 - Taxa de Falhas para o Sistema Formado por Componentes Discretos Segundo o Modelo de GOVIL & AGGARWAL e Componentes Integrados Segundo o Modelo NÃO- MONOTÔNICO	206
6.7 - Validação do Método Proposto	211

CAPÍTULO 7 - CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA
CONTINUAÇÃO DO TRABALHO

212

FIGURA TÍTULO PÁGINA

CAPÍTULO 8 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

215

APÊNDICES

220

	Função Distribuição da Taxa de Falhas Prematuras de Cilindros	22
2.2	Curva Típica do Número Esperado de Falhas para Vários Períodos de Depuração	23
2.3	Função Taxa de Falhas Segundo o Modelo de KUO	25
2.4	Função Taxa de Falhas Segundo o Modelo de GOVIL & ASSAFVAL	26
2.5	Função Taxa de Falhas Generalizada	27
2.6	Função Taxa de Falhas Generalizada Usando Distribuição de WEIBULL	29
2.7	Função Taxa de Falhas Segundo o Modelo Elástico de MILTOFT	30
2.8	Função Taxa de Falhas Segundo o Modelo Triangular de MILTOFT	40
2.9	Função Taxa de Falhas Segundo uma Curva da Banheira Simplificada	43
3.1	Comportamento dos Elementos que Seguem uma Curva da Banheira Tradicional	45

LISTA DE FIGURAS

<u>FIGURA</u>	<u>TÍTULO</u>	<u>PÁGINA</u>
1.1	Representação de uma Curva da Banheira Tradicional	4
2.1	Função Distribuição da Taxa de Falhas Prematuras de CI's	22
2.2	Curva Típica do Número Esperado de Falhas para Vários Períodos de Depuração	23
2.3	Função Taxa de Falhas Segundo o Modelo de KUO	26
2.4	Função Taxa de Falhas Segundo o Modelo de GOVIL & AGGARWAL	28
2.5	Função Taxa de Falhas Generalizada	31
2.6	Função Taxa de Falhas Generalizada Usando Distribuição de WEIBULL	33
2.7	Função Taxa de Falhas Segundo o Modelo Bimodal de MOLTOFT	39
2.8	Função Taxa de Falhas Segundo o Modelo Trimodal de MOLTOFT	40
2.9	Função Taxa de Falhas Segundo uma Curva da Banheira Simplificada	43
3.1	Comportamento dos Elementos que Seguem uma Curva da Banheira Tradicional	45

3.2	Comportamento dos Elementos que Seguem	
3.1	uma Curva da Banheira Generalizada	46
3.3	Função Taxa de Falhas dos Componentes	
3.2	de um Sistema	48
3.4	Valores de Tempo Envolvidos e Seu	
3.3	Relacionamento	49
3.5	Sistema Com Topologia Série	51
3.6	Taxa de Falhas para Unidades Constituí-	
3.2	das de Componentes Idênticos Sob	
3.2	Condições Diferentes	54
3.7	Função Taxa de Falhas Tradicional	
3.3	Resultante para o Sistema	59
3.8	Taxa de Falhas para Componentes Segundo	
3.4	GOVIL & AGGARWAL	63
3.9	Função Taxa de Falhas Segundo uma Curva	
3.5	da Banheira Generalizada	68
3.10	Função Taxa de Falhas Generalizada para	
3.6	Componentes de um Sistema	72
3.11	Taxa de Falhas Genéricas para Componen-	
3.7	tes Discretos e CI's	75
3.12	Função Taxa de Falhas de um Sistema	
3.8	Constituido por Componentes Discretos e	
3.8	CI's	76
3.13	Função Taxa de Falhas Unimodal	83
3.14	Função Taxa de Falhas Bimodal	84

3.15	Função Taxa de Falhas Trimodal	85
5.1	Variação do Custo com o Tempo de Depuração	107
5.2	Período de Depuração para Minimizar o Custo Total do Sistema	112
5.3	Tempo Ótimo de Depuração para o Modelo NÃO-MONOTÔNICO	115
6.1	Taxa de Falhas $[h_{ij}(t) \times 10^{-6} / \text{hs}]$ Comp. 1 e 2]	126
6.2	Taxa de Falhas $[h_{ij}(t) \times 10^{-6} / \text{hs}]$ Comp. 3 e 4]	127
6.3	Taxa de Falhas $[h_{ij}(t) \times 10^{-6} / \text{hs}]$ Comp. 5 e 6]	128
6.4	Taxa de Falhas $[h_{ij}(t) \times 10^{-6} / \text{hs}]$ Comp. 7 e 8]	129
6.5	Taxa de Falhas (Componentes 1 e 2 Depurados, Modelo de KUO)	137
6.6	Taxa de Falhas (Componentes 3 e 4 Depurados, Modelo de KUO)	138
6.7	Taxa de Falhas (Componentes 5 e 6 Depurados, Modelo de KUO)	139
6.8	Taxa de Falhas (Componentes 7 e 8 Depurados, Modelo de KUO)	140
6.9	Taxa de Falhas para o Sistema. Modelo de KUO	143

6.10	Taxa de Falhas do Sistema Depurado Modelo de KUO	148
6.11	Taxa de Falhas dos Componentes 1 e 2. Modelo de GOVIL & AGGARWAL	152
6.12	Taxa de Falhas dos Componentes 3 e 4. Modelo de GOVIL & AGGARWAL	153
6.13	Taxa de Falhas dos Componentes 5 e 6. Modelo de GOVIL & AGGARWAL	154
6.14	Taxa de Falhas dos Componentes 7 e 8. Modelo de GOVIL & AGGARWAL	155
6.15	Taxa de Falhas dos Componentes 1 e 2 Depurados. Modelo de GOVIL & AGGARWAL	164
6.16	Taxa de Falhas dos Componentes 3 e 4 Depurados. Modelo de GOVIL & AGGARWAL	165
6.17	Taxa de Falhas dos Componentes 5 e 6 Depurados. Modelo de GOVIL & AGGARWAL	166
6.18	Taxa de Falhas dos Componentes 7 e 8 Depurados. Modelo de GOVIL & AGGARWAL	167
6.19	Taxa de Falhas para o Sistema. Modelo de GOVIL & AGGARWAL	170
6.20	Taxa de Falhas do Sistema Depurado Modelo de GOVIL & AGGARWAL	175
6.21	Taxa de Falhas dos Componentes 1 e 2. Modelo NÃO-MONOTÔNICO	179

6.22	Taxa de Falhas dos Componentes 3 e 4. Modelo NÃO-MONOTÔNICO	180
6.23	Taxa de Falhas dos Componentes 5 e 6. Modelo NÃO-MONOTÔNICO	181
6.24	Taxa de Falhas dos Componentes 7 e 8. Modelo NÃO-MONOTÔNICO	182
6.25	Taxa de Falhas dos Componentes 1 e 2 Depurados. Modelo NÃO-MONOTÔNICO	190
6.26	Taxa de Falhas dos Componentes 3 e 4 Depurados. Modelo NÃO-MONOTÔNICO	191
6.27	Taxa de Falhas dos Componentes 5 e 6 Depurados. Modelo NÃO-MONOTÔNICO	192
6.28	Taxa de Falhas dos Componentes 7 e 8 Depurados. Modelo NÃO-MONOTÔNICO	193
6.29	Taxa de Falhas para o Sistema. Modelo NÃO-MONOTÔNICO	196
6.30	Taxa de Falhas para o Sistema Depurado. Modelo de NÃO-MONOTÔNICO	201
6.31	Curva de Taxa de Falhas por Tempo de Vida do Sistema. Modelo NÃO-MONOTÔNICO e KUO	208
6.32	Curva da Taxa de Falhas por Tempo de Vida do Sistema. Modelo NÃO-MONOTÔNICO e GOVIL & AGGARWAL	210

LISTA DE TABELAS

<u>TABELA</u>	<u>TÍTULO</u>	<u>PÁGINA</u>
6.1	Configuração do Sistema	121
6.2	Valores Experimentais da Taxa de Falhas dos Diversos Tipos de Componentes do Sistema	122
6.3	Taxa de Falhas dos Componentes para o Modelo de KUO	125
6.4	Taxa de Falhas Constante dos Componentes para $t_{ij,c} = 10000$ hs. Modelo de KUO	130
6.5	Taxa de Falhas Constante dos Componentes com $t_{ij,c}$ Relativo a Cada Componente. Modelo de KUO	131
6.6	Taxa de Falhas na Região de Falhas Prematuras. Modelo de KUO	132
6.7	Valores de Custos dos Componentes do Sistema	133
6.8	Tempo Ótimo de Depuração para $t_{ij,c} = 10000$ hs. Modelo de KUO	134
6.9	Tempo Ótimo de Depuração Considerando $t_{ij,c}$ Relativo a Cada Componente. Modelo de KUO	135
6.10	Taxa de Falhas para Componentes	

	Depurados. Modelo de KUO	136
6.11	Taxa de Falhas do Sistema. (Modelo de Proposto, Função Taxa de Falhas de KUO)	142
6.12	Taxa de Falhas do Sistema Depurado. Modelo de KUO.	147
6.13	Taxa de Falhas dos Componentes para o Modelo de GOVIL & AGGARWAL	151
6.14	Taxa de Falhas Constante dos Componentes para $t_{ij,c} = 10000$ hs. Modelo de GOVIL & AGGARWAL	156
6.15	Taxa de Falhas Constante dos Componentes, Relativas ao Modelo de KUO, para 10000 hs de Teste. Modelo de GOVIL & AGGARWAL	157
6.16	Taxa de Falhas Constante para os Componentes com $t_{ij,c}$ Relativo a Cada Componente. Modelo de GOVIL & AGGARWAL	158
6.17	Taxa de Falhas na Região de Falhas Prematuras. Modelo de GOVIL & AGGARWAL	159
6.18	Tempo Ótimo de Depuração para $t_{ij,c} = 10000$ hs. Modelo de GOVIL & AGGARWAL	160
6.19	Tempo Ótimo de Depuração para $h_{ij,c}$ Referente a Mesma Taxa de Falhas a 10000 hs do Modelo de KUO. Modelo de GOVIL & AGGARWAL	161

6.20	Tempo Ótimo de Depuração para $t_{ij,c}$ Relativo a Cada Componente. Modelo de GOVIL & AGGARWAL	162
6.21	Taxa de Falhas para Componentes Depurados. Modelo de GOVIL & AGGARWAL	163
6.22	Taxa de Falhas do Sistema Depurado GOVIL & AGGARWAL	169
6.23	Taxa de Falhas do Sistema Depurado Modelo de GOVIL & AGGARWAL	174
6.24	Taxa de Falhas dos Componentes para o Modelo de NÃO-MONOTÔNICO	178
6.25	Taxa de Falhas Constante dos Componentes, Relativas ao Modelo de KUO, para 10000 hs de Teste. Modelo NÃO-MONOTÔNICO	183
6.26	Taxa de Falhas Constante para os Componentes com $t_{ij,c}$ Relativo a Cada Componente. Modelo NÃO-MONOTÔNICO	184
6.27	Taxa de Falhas na Região de Falhas Prematuras. Modelo NÃO-MONOTÔNICO	185
6.28	Tempo Ótimo de Depuração dos Componentes Relacionado a Taxa de Falhas a 10000 hs do Modelo de KUO. Modelo NÃO-MONOTÔNICO	187
6.29	Tempo Ótimo de Depuração dos Componentes	

	tes para $t_{ij,c}$ Relativo a Cada Componente Modelo NÃO-MONOTÔNICO	188
6.30	Taxa de Falhas para Componentes Depurados. Modelo NÃO-MONOTÔNICO	189
6.31	Taxa de Falhas do Sistema. Modelo NÃO-MONOTÔNICO	195
6.32	Taxa de Falhas do Sistema Depurado. Modelo NÃO-MONOTÔNICO	200
6.33	Tempo de Depuração dos Componentes para $t_{ij,c} = 10000$ hs.	202
6.34	Tempo de Depuração dos Componentes para $h_{ij,c}$ Igual aos Valores Encontrados Pelo Modelo de KUO a 10000 hs de Vida	203
6.35	Tempo de Depuração dos Componentes para $h_{ij,c}$ relativa ao Comportamento de Falhas do Sistema	203
6.36	Tempo de Depuração do Sistema	204
6.37	Tempo de Depuração do Sistema Segundo o Seu Tipo de Componente	206
6.38	Taxa de Falhas do Sistema. Modelo NÃO-MONOTÔNICO e KUO	207
6.39	Taxa de Falhas do Sistema. Modelo NÃO-MONOTÔNICO e GOVIL & AGGARWAL	210

LISTA DE SÍMBOLOS

i	- Componente
j	- Unidade
$h_{ij}(t)$	- Taxa de Falhas do Componente i Contido na Unidade j
t_{ij}	- Tempo de Vida do Componente i da Unidade j
α_{ij}	- Parâmetro de WEIBULL, Fator de Forma
β_{ij}	- Parâmetro de WEIBULL, Fator de Escala
$h_{ij,c}$	- Taxa de Falhas Constante Alcançada no Período Vida Útil
$t_{ij,c}$	- Tempo Necessário para o Componente i da Unidade j Alcançar uma Taxa de Falhas Constante
$t_{ij,d}$	- Tempo de Depuração do Componente i Contido na Unidade j
$t^*_{ij,d}$	- Tempo Ótimo de Depuração do Componente i Contido na Unidade j
$h_{ij}(t/t_{ij,d})$	- Taxa de Falhas de um Componente Submetido à Determinado Período de Depuração
$h_{ij}(0)$	- Taxa de Falhas em $t = 0$ do Componente i da Unidade j
$h_{ij,m}$	- Taxa de Falhas Máxima do Componente i da Unidade j
$h_{ij,cmax}$	- Taxa de Falhas Constante Máxima do Componente

	i da Unidade j
$h_{ij,cmin}$	- Taxa de Falhas Constante Mínima do Componente i da Unidade j
r_{ij}	- Taxa de Falhas do Componente i Contido na Unidade j
$r_{ij}(0)$	- Taxa de Falhas Inicial em $t = 0$ do Componente i da Unidade j
$r_{ij,c}$	- Taxa de Falhas Constante do Período de Vida Útil do Componente i da Unidade j
b_{ij} e n_{ij}	- Parâmetros de WEIBULL
$h_s(t)$	- Taxa de Falhas do Sistema
$h_{s,c}$	- Taxa de Falhas Constante do Sistema Alcançada no Período de Vida Útil
$t_{s,c}$	- Tempo Necessário para o Sistema Alcançar o Período de Vida Útil
$t_{s,d}$	- Tempo de Depuração do Sistema
$t^*_{ij,d}$	- Tempo Ótimo de Depuração do Sistema
$h_s(t/t_{s,d})$	- Taxa de Falhas do Sistema Depurado
$r_s(0)$	- Taxa de Falhas do Sistema
$r_s(t/t_{s,d})$	- Taxa de Falhas do Sistema Depurado
C_T	- Custo Total do Componente i da Unidade j
C_{ij}	- Custo do Componente i da Unidade j
δ	- Coeficiente de Tempo para o Custo de Depuração
B_0	- Coeficiente de Custo de Depuração

$C_{ij,s}$	- Custo de Reparo na Fábrica do Componente i da Unidade j
$e_{ij,d}$	- Fração Estatisticamente Esperada de Falhas Durante o Tempo de Depuração do Componente i da Unidade j
$C_{ij,f}$	- Custo de Reparo no Campo do Componente i da Unidade j
$e_{ij,t}$	- Fração Estatisticamente Esperada de Falhas em um Intervalo t após $t_{ij,d}$ Horas de Depuração
L	- Relação Referente ao Custo de Perda da Credibilidade
$F(t)$	- Função Distribuição de Falhas Acumulativas
$F_j(t)$	- Função Distribuição de Falhas Acumulativas para Componentes Resistentes
$F_t(t)$	- Função Distribuição de Falhas Acumulativas para Componentes com Aberrações
$F_s(t)$	- Função Distribuição de Falhas Acumulativas para Componentes de Falhas Prematuras
P_j	- Proporção de Falhas para Componentes com Resistentes
P_t	- Proporção de Falhas para Componentes com Aberrações
P_s	- Proporção de Falhas para Componentes com Falhas Prematuras

1 - INTRODUÇÃO

1.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A análise das etapas de formação dos sistemas eletrônicos modernos mostra um processo altamente metódico. Desde a concepção e esboço do projeto ao julgamento de sua viabilidade, passando o desenvolvimento em laboratórios e depois pela fabricação em empresas especializadas, até se encontrar no local de aplicação, os sistemas passam por um conjunto muito numeroso de procedimentos que definem a relação entre a sua constituição e seu desempenho.

Entre estes procedimentos estão os métodos usados para reduzir a probabilidade de ocorrência de falhas, como o "screening" e a depuração ("burn-in"). A finalidade destes testes é provocar a manifestação de falhas dentro das instalações da fábrica e não no campo, nas instalações do cliente, fato que pode gerar maior custo de reparo além da perda de credibilidade entre outras implicações.

Todo empenho é colocado em traçar uma diretriz para melhor implementar um programa de depuração, que irá agir no período de mortalidade precoce do sistema caracterizado por uma elevada taxa de falhas.

É de especial interesse a identificação de métodos adequados de estabelecimento de condições ótimas de depuração de sistemas eletrônicos complexos, particularmente aqueles formados por um grande número de circuitos

integrados, cuja aplicação é intensa em várias áreas de atividades. Os métodos que otimizam o programa de depuração usam em geral os critérios de menores custo e tempo de ensaio, considerando a confiabilidade necessária para manter o bom desempenho do sistema.

1.2. CARACTERIZAÇÃO DA PROPOSTA DE SOLUÇÃO

Neste trabalho é realizado um estudo dos métodos de depuração, são realizadas análises críticas e efetuadas aplicações práticas. A partir do estudo propõe-se um procedimento para modelar um programa de depuração aplicável a sistemas eletrônicos em geral.

O modelo parte da distribuição da taxa de falhas instantânea e das equações de custo e estabelece o tempo adequado para realizar a depuração. Com o resultado é possível realizar um paralelo crítico para os casos do sistema ser e não ser depurado, fornecendo base para o julgamento da conveniência de se realizar o programa de depuração.

Os CI's analógicos e digitais, e os dispositivos discretos apresentam taxa de falhas com comportamentos bastante diferentes entre si. Um componente discreto, considerado subpadrão, em geral falha após muitas horas de funcionamento, enquanto um CI, também considerado subpadrão, falhará nos primeiros momentos de funcionamento.

O tempo de depuração deve ser determinado baseando-se no aumento da confiabilidade e na redução de falhas no

campo, cujo custo é, em geral, bem maior que a soma do custo de reparo na fábrica e da depuração.

Portanto, o método deve proporcionar meios para que se possa definir um programa de depuração adequado e o tempo ótimo de realização, considerando um custo mínimo e uma confiabilidade adequada ao seu bom desempenho, tendo sempre o compromisso com a realidade do comportamento de falha do sistema.

1.3. COMPORTAMENTO DA TAXA DE FALHAS

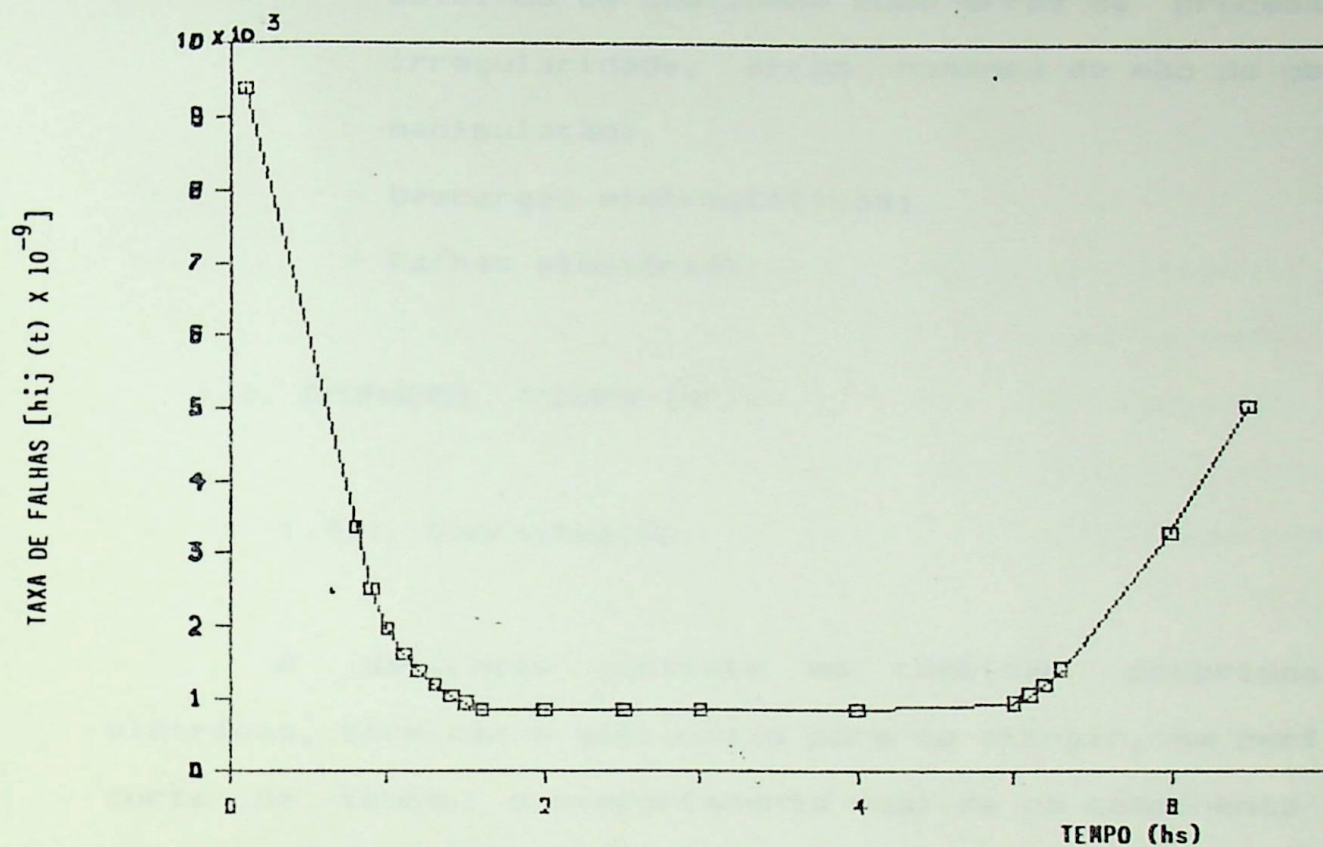
A curva da banheira mostrada na Figura 1.1, tem sido usada para representar a probabilidade de falhas de componentes ou sistemas. Dada sua importância na determinação do tempo de depuração é necessário seu conhecimento com boa precisão.

Em condições normais a taxa de falhas aproximadamente constante, que caracteriza a região de vida útil, só é atingida depois de algum tempo de operação do sistema. A depuração visa proporcionar ao sistema atingir uma região de operação próxima à região de taxa de falhas constante, o que é feito pela colocação do sistema em funcionamento até atingir a taxa de falhas desejada, identificando os componentes subpadrões antes de sua utilização.

Os principais fatores que contribuem para as falhas prematuras são:

- Contaminação, eletromigração, umidade;

CURVA DA BANHEIRA TRADICIONAL



$0 \leq t \leq 1.8$ hs - Período de Falhas Prematuras.

$1.8 \leq t \leq 4.5$ hs - Período de Taxa de Falhas Constante.

$t > 4.5$ hs - Período de Falhas Devido à Deterioração

FIGURA 1.1 - Representação de uma Curva da Banheira Tradicional.

- Manufaturas e processos de controle imperfeitos;
- Defeitos de qualidade como erros de processos, irregularidade, erros humanos de mão de obra, manipulação;
- Descargas eletrostáticas;
- Falhas aleatórias.

1.4. DEPURAÇÃO ("BURN-IN")

1.4.1. Conceituação

A depuração consiste em combinar propriedades elétricas, térmicas e ambientais para se atingir, em período curto de tempo, o comportamento real de um componente ou sistema nas condições de uso. É uma operação que visa acelerar o aparecimento de falhas dos membros fracos da população total, permitindo sua exclusão.

Um programa de depuração eficaz visa eliminar a região de falhas prematuras em um ambiente de laboratório, permitindo ao sistema atingir a região constante, ou aproximadamente constante, de sua taxa de falhas.

A NBR - 5462 [1] define: "A depuração é o funcionamento de um item, antes de entrar em uso, para que se possa detectar e substituir partes defeituosas ou na iminência de falhar, e para corrigir possíveis erros de fabricação ou de montagem".

1.4.2. Execução

Os tipos mais usados de depuração são:

- estática
- dinâmica
- monitorada

A depuração estática, apropriada para dispositivos como os SSI/MSI, é executada seguindo uma temperatura elevada, durante a qual uma tensão é aplicada ao dispositivo ou sistema sob teste, mediante os pinos de suprimento de energia, com o sistema desligado para operação.

A depuração dinâmica, usada para dispositivos com tecnologia mais complexa, consiste em aplicar temperatura e tensão extremas, estando o sistema operando durante a atividade da depuração.

Quando é necessária maior precisão, a depuração dinâmica é acrescida de técnicas que possibilitarão um monitoramento dos sinais de entrada e saída, sendo realizada através de interface entre um microprocessador e instrumentos de medição. Contudo, quanto melhor a tecnologia empregada no programa de depuração, mais gastos se somarão ao custo do programa.

1.4.3. Aplicação

A depuração é exigida quando as falhas de campo devem ser mantidas ao mínimo, como no caso de computadores e

de máquinas de serviço, onde o interesse de desempenho está associado à necessidade de uma extensiva redução no tempo de resposta.

O sistema depurado fará parte de equipamentos que podem se encontrar em áreas sujeitas a condições rigorosas de operação, envolvendo temperaturas muito baixas ou muito altas, vibrações de várias origens ou umidade excessiva. São equipamentos aplicados em instrumentação médica, em aeronaves e em equipamentos militares, de segurança, de controle de metrô ou siderúrgicas, em geral de difícil reparo no campo, ou até mesmo de manutenção proibitiva, como os satélites artificiais.

1.5. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Neste trabalho o modelo de depuração é aplicado a sistemas com as características:

- São eletrônicos, montados geralmente em placas de circuito impresso (cartões), e são aplicados em áreas que exigem alta confiabilidade;
- São complexos, formados por muitos CI's e exigem taxa de falhas pequenas.

1.6. RESENHA HISTÓRICA

O problema de modelamento da depuração e da determinação do tempo ótimo de depuração tem sido abordado por muitos autores, com diferentes enfoques.

WATSON & WELL [2] estudam a depuração como uma ferramenta para aumentar a confiabilidade de dispositivos visando a operação fora do período de falhas prematuras. Usam modelo simplificado considerando a função taxa de falhas unimodal tradicional, número de dispositivos infinito, tempo de depuração ilimitado e não consideram custos.

LAWRENCE [3] investiga o tempo de depuração requerido para alcançar uma vida futura específica das unidades que sobreviveram à depuração. Examina o tempo mínimo de depuração para alcançar a confiabilidade necessária. Considera a taxa de falhas decrescente e que a maioria dos procedimentos da depuração utiliza teste acelerado. Determina limites para valores mínimo e máximo do tempo de depuração que permitem atingir o valor de vida média desejada.

COLEMAN & WILLIAMS [4] são os primeiros a estudar o problema da depuração como um método de incremento de confiabilidade para dispositivos com alta taxa de falhas inicial. Aditem número finito de dispositivos avaliados e não limitam o período de depuração. Não mencionam o custo.

COZZOLINO [5] considera o tempo de depuração ótimo para maximizar o lucro de um programa de depuração para produtos reparáveis.

WASHBURN [6] propõe um modelo que apresenta uma relação entre a depuração e a eficácia do sistema, baseado na monotonicidade da região de falhas prematuras. Considera a distribuição unimodal e não considera reposição dos

dispositivos falhados.

HEAD & JONES [7] descrevem o método de depuração usado em equipamentos de testes automáticos, sujeitando os módulos a agentes aceleradores, induzindo as falhas prematuras. Questionam a liberação de equipamentos que contêm grande proporção de tipos de defeitos no período de falhas prematuras. Analisam a necessidade da depuração e avaliam a sua eficiência.

WEISS & DISHORN [8] consideram o tempo de depuração ótima para maximizar o lucro e definem um programa para produtos reparáveis.

STEWART & JOHNSON [9] estudam a depuração ótima e o tempo de substituição que minimiza o custo por unidade de tempo de serviço. Utilizam a teoria Bayesiana de decisão e o método de Monte Carlo para a otimização desejada.

DISHORN & WEISS [10] analisam programas de depuração para produtos reparáveis com diferentes suposições em torno da natureza da falha e os processos de reparo.

CANFIELD [11] estuda a depuração ótima e o tempo de substituição que minimiza o custo.

STITCH e outros [12] discutem o teste acelerado de microcircuitos usando alta temperatura, tendo também como agente acelerador outras variáveis tais como pressão e umidade. Destacam que as falhas prematuras e a vida útil de determinado dispositivo vêm de uma distribuição simples e que a distribuição de vida de componentes eletrônicos segue a distribuição bimodal, a qual mistura duas subpopulações (a principal e a anômala).

GLICKMAN & BERGER [13] estudam o custo ótimo de depuração e o período de garantia que maximiza o lucro total.

DISHON & WEISS [14] analisam o programa de depuração para produtos reparáveis, considerando que após os testes a taxa de falhas é constante e depende do número de defeitos remanescentes. Seu programa de depuração se baseia no tempo médio para falhas, dado em termos da pior distribuição do número de defeitos e da taxa de falhas.

FOSTER [15] descreve métodos com fatores ótimos de "screening", para os testes de depuração de sistemas alcançarem o nível desejado de confiabilidade.

PLESSER & FIELD [16] estudam a forma de depuração ótima e o tempo de substituição, que minimizam o custo por unidade de tempo de serviço, para produtos com uma curva da banheira tradicional. Propõem um modelo matemático que permite determinar o tempo de depuração para otimizar o custo. Os custos estatisticamente esperados associados com as falhas na fábrica e no campo são compensados com o custo de implantar um programa de depuração. Considera que as falhas na região de falhas prematuras ocorrem de acordo com um processo de Poisson.

CHANDRASEKARAN [17] estuda a depuração de unidades de circuitos híbridos. Minimiza o custo determinando o tempo ótimo de depuração.

SOLOMOND & MARSEGLIA [18] propõem programas de otimização analisados por computador com respeito a seus custos e resultados de confiabilidade.

COPPOLA [19] descreve uma depuração poderosa, capaz de prever mais falhas em um dado período, reduzindo o tempo de teste através do uso de uma temperatura extremamente alta. Procura obter menor tempo de depuração com menor capital investido.

FLEISHMANN [20] pesquisa a depuração de "chips" versus a depuração de cartões, bem como depuração dinâmica de cartões versus depuração estatística, que deve ser desempenhada para atingir o equilíbrio adequado sobre uma redução da taxa de falhas no campo e baixo custo total.

PATTERSON [21] descreve o teste de campo elétrico equivalente como um teste eficaz para análise de falhas. Usado como depuração para circuitos integrados este teste produz considerável melhoria na confiabilidade e reduz o custo total de cartões de circuitos impressos.

DINITTO e outros [22] consideram a substituição de dispositivos falhados durante a depuração, que são trocados no final do programa por componentes que não tenham sido depurados.

CHENG [23] estuda o processo lognormal para dispositivos tais como lasers semicondutores. Mostra que a depuração reduz o custo de substituições por falhas prematuras e determina o tempo de depuração ótimo para minimizar o custo do ciclo de vida.

REICH [24] estabelece uma estratégia para explorar uma boa taxa de falhas e obter retorno do investimento. Para minimizar o custo total de ciclo de vida é proposta a determinação econômica da depuração ótima.

SARAIANDIS [25] discute o conceito estático e dinâmico de depuração para cartões de circuito impresso usados em equipamentos de transmissão com portadora digital. Seus resultados indicam que a depuração dinâmica é melhor processo do que a estática, tornando-se mais atraente.

GOVIL & AGGARWAL [26] analisam os modelos existentes para a taxa de falhas no período de falhas prematuras. Propõem um modelo em que a taxa de falha é finita em $t = 0$ e decresce com o tempo.

AMBEKAR [27] estuda o efeito da depuração no período de vida útil e sugere um modelamento de depuração ótima para minimizar o tempo de teste.

NGUYEN & MURTHY [28] determinam que para produtos com alta taxa de falhas inicial a depuração pode ser usada para reduzir o custo de garantia. Examinam o tempo de depuração para alcançar a compensação entre a redução do custo de garantia e o incremento do custo de fabricação, devido ao teste. O custo de garantia envolve o custo de falha do produto durante o período de falhas prematuras.

KOHOUTEK [29] propõe modelos matemáticos de confiabilidade e custo de garantia, para novas famílias de circuitos integrados, como a NMOS. Seu estudo se baseia na forma da função taxa de falhas e no processo de "screening", comparando resultados de confiabilidade dos dispositivos em campo e em fábrica. Desenvolve modelo para o custo de confiabilidade aplicado aos componentes NMOS.

KUD [30] [36] apresenta a depuração como um importante método de "screening" usado para melhoramento da

confiabilidade. Pesquisa modelos de otimização de custo sob o ponto de vista do sistema, com períodos ótimos de depuração para componentes. Admite que as falhas prematuras têm uma distribuição de Weibull de dois parâmetros e seguem uma curva da banheira tradicional.

MARKO & SHOONMAKER [31] apresentam um método simples para otimização da depuração. Os sistemas são tratados como módulos e o método opera passo a passo, partindo da curva da taxa de falhas até a obtenção do tempo de depuração significando maior economia.

JENSEN & PETERSEN [32] estudam o tempo para falha e as funções densidade de falhas, distribuição de falhas e taxa de falhas para componentes com distribuição bimodal. Fazem análises de componentes e sistemas por técnicas gráficas e distribuição truncada e propõem procedimentos para depuração em sistemas reparáveis e não reparáveis, teste acelerado de depuração e otimização da depuração através de otimização de custos.

MOLTOFT [33] propõe um modelo que rejeita as formas tradicionais de expor a curva da banheira sob o argumento de que elas não representam a realidade do comportamento das falhas de um sistema. O modelo proposto é baseado nas funções distribuição de falhas bimodal e trimodal e é estruturado segundo o conhecimento de dois parâmetros de Weibull obtidos de dados de falhas.

KUO & KUO [34] abordam problemas e conceitos gerais em torno da depuração, caracterizando o fenômeno de falhas através da curva da banheira tradicional. Apresentam vários

modelos de custo da realização de programas de depuração.

SCHOONMAKER & MARKO [35] propõem um método de previsão do desempenho da depuração para equipamentos recentemente projetados, para os quais não haja experiência prévia de ensaio ambiental. Estima o tempo de depuração adequado que permite um compromisso entre custo e confiabilidade e obtém uma curva de taxa de falhas usando experiência de ensaios e equipamentos semelhantes ao novo projeto. Usa simulação de Monte Carlo ou integração para determinar as falhas esperadas e a duração do teste. Especifica modelo para ensaio acelerado da depuração.

PANTIC [37] [42] [43] questiona a viabilidade da depuração em sistemas constituídos de vários CIs. Já que os CIs modernos têm alta tecnologia de fabricação, resultando em um decréscimo da taxa de falhas no período de falhas prematuras. Apresenta casos práticos para modelar a curva da banheira de taxa de falhas, utilizando cálculos simples. Propõe matematicamente a obtenção de um fator de mérito da depuração, para avaliar a viabilidade de sua realização.

QUINN [38] posiciona-se favoravelmente aos testes de depuração e "screening", para melhorar a confiabilidade de sistemas e equipamentos. Mostra resultados obtidos com o uso da depuração estática, dinâmica e por ciclagem térmica, realizadas em empresas e laboratórios.

WAYER & COOK [39] estudam a dependência com a temperatura das falhas ocorridas em circuitos integrados. Analisam os métodos de "Burn-in" e "screening", para eliminar falhas prematuras e utilizam distribuição de

Weibull e lognormal. Analisam fontes de stress elétrico (tensão e corrente), mecânico e químico. Tem como principal aplicação os dispositivos FETS e CMOS.

BAS [40] expõe vantagens da depuração monitorada e comenta resultados obtidos ao traçar curvas da banheira, a partir do ponto de ativação. Quando a falha é determinada, aparece inicialmente uma protuberância ascendente e após determinado tempo volta a ter seu comportamento tradicional.

PARK [41] examina o efeito da depuração no período de vida útil mostrando que a taxa de falhas neste período é constante. Avalia matematicamente o fato da depuração eliminar falhas prematuras levando o sistema a ter baixa taxa de falhas mas não constante.

PLUMB [43] considera que, face ao fato do número de falhas dos sistemas modernos ser baixo, os resultados têm que ser obtidos da análise estatística adequada à pequena quantidade de dados. Admite que a função taxa de falhas segue uma função unimodal, tradicional e modelada de modo que melhor se conforma com dados obtidos no ensaio de depuração.

SULTAN [44] propõe modelos para um tempo ótimo de depuração e um período ótimo de garantia, minimizando o custo. Considera a depuração como um meio de reduzir o custo da garantia.

SHAW [45] analisa dados de campo e a depuração de componentes (display-IBM), mostrando o desenvolvimento usado e seus resultados. Usa distribuição bimodal de Weibull, técnicas gráficas e procedimento sequencial.

YOUNG [46] descreve o sistema de depuração definindo seus testes e vantagens. Desenvolve procedimentos de depuração estática, dinâmica e monitorada. Relata condições de testes durante a depuração, abrangendo testes eletrônicos em ambiente de laboratório.

PHELPS [47] comenta processos de depuração monitorada em fabricação de componentes eletrônicos discretos e CI's.

GUESS & PARK [48] propõe um modelo matemático para analisar a influência da depuração no tempo de falha de um sistema, através de funções de vida média residual.

1.7. CARACTERÍSTICAS DOS PRINCIPAIS METODOS DE DEPURAÇÃO

A partir da revisão apresentada é possível identificar os trabalhos que abordam a modelagem da depuração adequados aos sistemas eletrônicos formados por vários CIs e que apresentam resultados mais diretamente relacionados aos propósitos deste trabalho. São eles:

1.7.1. Modelo de KUO & KUO [30] [34] [36]

E, pela sua abrangência, aquele de maior interesse para este trabalho e que será usado como referência.

Usa como hipóteses ou modelos:

- a) A função taxa de falhas segue a curva da banheira tradicional e é uma função contínua de "t".
- b) A função taxa de falhas não se altera com a

depuração, havendo apenas deslocamento em direção ao eixo das ordenadas, de um valor igual ao tempo de depuração.

c) O período de taxa de falhas devido a deterioração não é atingido no processo de depuração.

d) A confiabilidade do sistema é uma constante a ser satisfeita.

e) O custo de um componente é uma função linear do tempo de depuração.

f) A função taxa de falhas possui um valor inicial infinito.

g) A região de taxa de falhas prematuras é modelada por uma distribuição de Weibull unimodal de dois parâmetros.

h) Componentes diferentes em um sistema, possuem diferentes parâmetros de Weibull e diferentes valores de taxa de falhas constante.

i) Os parâmetros da distribuição de Weibull e o estado da taxa de falhas constante não se alteram após a depuração.

j) O custo total a ser minimizado é formulado como uma função dos custos: médio do componente, do programa de depuração, de reparo na fábrica e de reparo no campo.

k) O sistema considerado tem uma configuração série cuja maioria é de itens eletrônicos (CIs) com "n" unidades independentes.

Proposições discutíveis no modelo:

1) O modelo baseia-se em uma função taxa de falhas tradicional.

2) O valor infinito da taxa de falha inicial.

3) Calcula-se o tempo de depuração e a taxa de falhas para componentes não realizando análises a nível de componentes.

4) É fixado arbitrariamente um tempo para alcançar a taxa de falhas constante igual para todos os componentes. Devido aos componentes passivos este tempo é elevado, o que irá gerar um valor muito elevado para o tempo de depuração.

1.7.2. Modelo de GOVIL & AGGARWAL [26]

Os autores analisam os modelos existentes para modelar a taxa de falhas no período de falhas prematuras, propondo um modelo que apresente um valor finito no início da região. Consideram que a função taxa de falhas segue uma curva da banheira tradicional, destacando a possibilidade de se poder avaliar seu valor em $t = 0$ a partir de dados experimentais. Este valor, de acordo com as condições impostas pela realidade física, deve ser finito embora grande.

1.7.3. Modelo de MOLTOFT [33]

O autor baseando-se em fatos comprovados pela experiência, propõe abandonar a curva da banheira tradicional para modelar a taxa de falha de sistemas com vários CI's.

Considera que os componentes internos a um sistema são categorizados em três grupos considerando o seu

comportamento de falha: FA DE COMPONENTES

- a) Os que falham devido ao desgaste (resistentes);
- b) Os que falham devido a enfraquecimentos internos;
- c) Os que falham devido ao sistema reunir processos que introduzem enfraquecimentos (falhas prematuras).

O novo modelo baseia-se nas funções distribuição de falhas bimodal e trimodal descritas por uma distribuição de Weibull de três parâmetros. Os tipos de componentes de um sistema determinam a forma de distribuição: unimodal, bimodal ou trimodal.

Embora o modelo seja o mais adequado à realidade física de um sistema é um dos mais completos para a análise de falhas, possui complexidade que pode tornar um programa de depuração muito laborioso, não reduzindo sensivelmente o tempo ótimo de depuração em relação a métodos mais conservadores, como o de KUO & KUO [30] [34] [36].

Define a depuração com uma operação de "screening"

que combina condições físicas específicas com condições

2. MODELO DA TAXA DE FALHA DE COMPONENTES

2.1. CONSIDERAÇÕES GERAIS

O estudo da confiabilidade de um sistema ou componente está estruturalmente ligado à análise das falhas ocorridas ao longo do seu ciclo de vida. Em particular, os testes de depuração têm se apoiado na modelagem detalhada da taxa de falhas.

A região de falhas precoces tem papel relevante na vida de um sistema ou componente por apresentar elevada taxa de falhas. Esforço deve ser realizado para levar o sistema ao campo operando na sua região de taxa de falhas constante, em plena vida útil.

A forma usual de descrever esta região consiste em utilizar as versões de modelagens que mais se adaptem aos propósitos de cada trabalho. Para as aplicações previstas neste trabalho, se destacam, as de KUO [36], GOVIL & AGGARWAL [26] e os BIMODAIS [33].

Pretende-se, neste capítulo, desenvolver matematicamente as características de taxa de falha de cada modelo.

2.2. MODELOS EXISTENTES

2.2.1. Modelo de KUO [30] [34] [36]

Define a depuração como uma operação de "screening" que combina condições térmicas específicas com condições

elétricas apropriadas para acelerar o desempenho do componente ou sistema solicitando-o em um período de tempo reduzido.

Apresenta modelagem de otimização de custo sob o ponto de vista do sistema, considerando períodos de depuração específicos para cada tipo de componente. Os componentes, excluídos os CI's, são considerados como uma caixa preta, sendo desprezados nos cálculos, por terem taxa de falhas precoces relativas insignificantes.

Admite a função distribuição acumulativa típica das falhas precoces em relação ao tempo de operação dos CI's, como mostrado na Figura 2.1, que mostra tendência à saturação após as primeiras 1.200 horas de operação. Isto implica que poucas centenas de horas de depuração podem estabilizar significativamente o número de falhas prematuras. Este fato é apoiado posteriormente através da comparação do número de falhas esperadas no campo e durante o período de depuração. Considerando que o número de CI's falhados no campo decresce com o aumento do período de depuração, como mostrado na Figura 2.2, conclui-se que poucas horas de teste seriam necessárias para uma redução substancial da taxa de falhas e alcançar a confiabilidade necessária.

O modelo:

a) considera o sistema composto de subsistemas tendo uma configuração série/série com n unidades estatisticamente independentes. Possui predominância de produtos eletrônicos

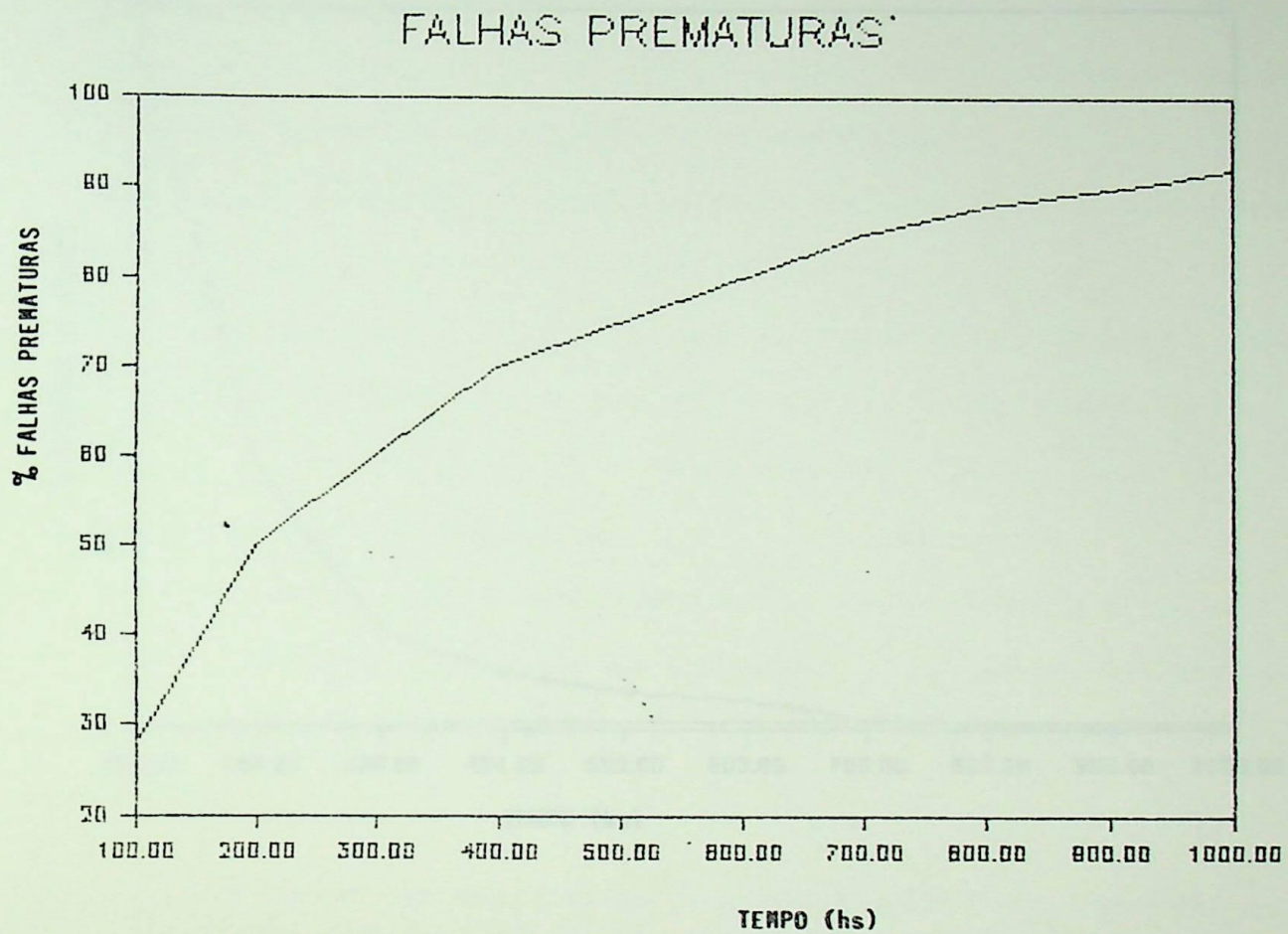


FIGURA 2.1 - Função Distribuição da Taxa de Falhas Prematuras de CI's.

NUMERO ESPERADO DE FALHAS

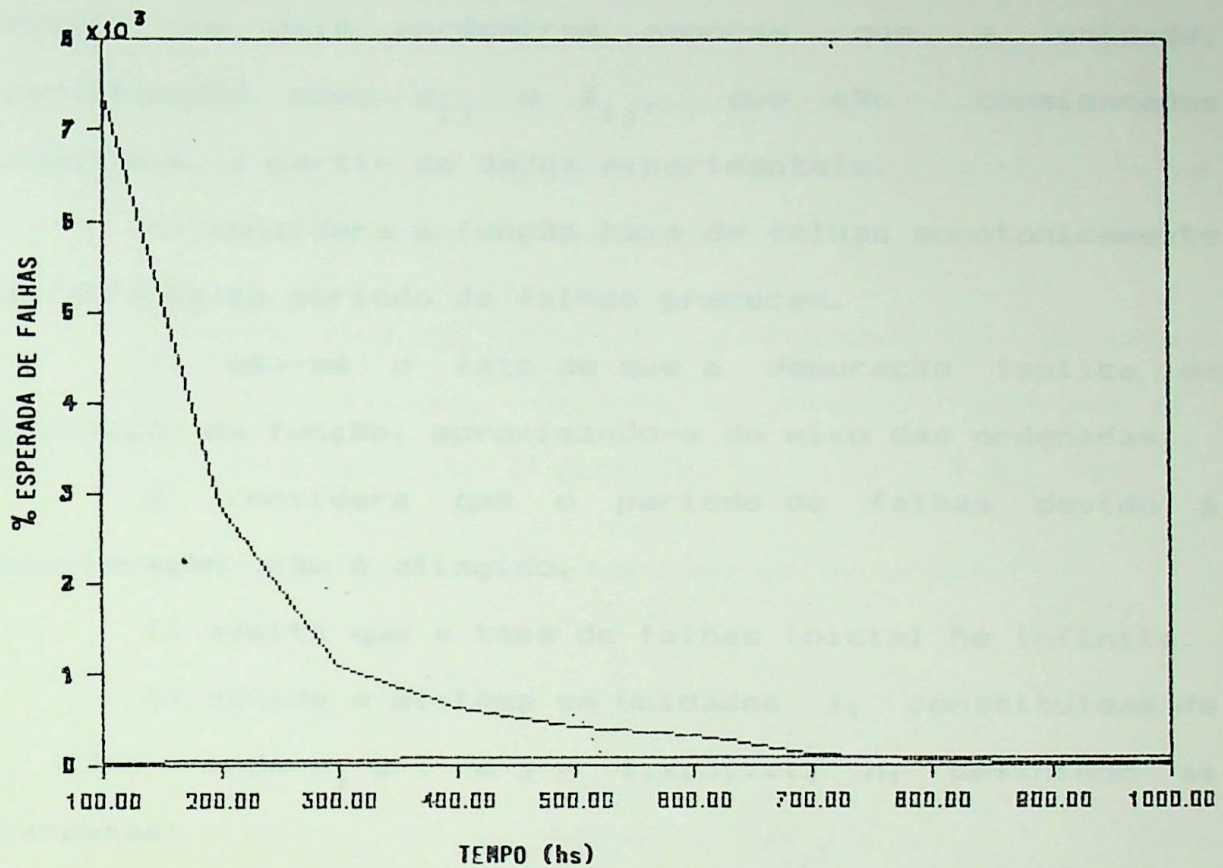


FIGURA 2.2 - Curva Típica do Número Esperado de Falhas para Vários Períodos de Depuração

como CI's com alta taxa de falhas e curtos períodos de falhas prematuras.

b) é unimodal, representado por uma distribuição de Weibull com dois parâmetros menores que a unidade, identificados como α_{ij} e β_{ij} , que são considerados conhecidos, a partir de dados experimentais.

c) considera a função taxa de falhas monotonicamente decrescente no período de falhas precoces.

d) usa-se o fato de que a depuração implica em translação da função, aproximando-a do eixo das ordenadas.

e) considera que o período de falhas devido à deterioração não é atingido.

f) admite que a taxa de falhas inicial h_e é infinita.

g) divide o sistema em unidades j , constituídas de x_j CI's onde $x_j \geq 1$ e $j = 1, 2, 3, \dots, n$, definindo as grandezas:

$t_{ij,d}$ = tempo de depuração do componente i da unidade j .

$h_{ij}(t)$ = taxa de falhas do componente i da unidade j .

t_{ij} = tempo de vida do componente i da unidade j .

$t_{ij,c}$ = tempo necessário para o componente i da unidade j alcançar seu período de vida útil com taxa de falhas constante.

$h_{ij,c}$ = taxa de falhas constante alcançada no período de vida útil da curva da banheira.

$h_{ij}(t/t_{ij,d})$ = Taxa de falhas de um sistema considerando determinado período de depuração.

h) com estas definições o modelo considera ainda que: a $h_{ij}(t)$ é uma função contínua de t com uma descontinuidade na derivada para $t_{ij,c}$; e

i) que a depuração depende dos requisitos exigidos para a confiabilidade mínima do componente i da unidade j no instante t ($R_{ij, \min}$) e para a confiabilidade mínima requerida para o sistema no instante t ($R_{S, \min}$).

A função taxa de falhas é representada por uma curva da banheira tradicional, segundo uma equação exponencial, cujas características são ilustradas na Figura 2.3, onde:

a - Desconsiderando o período de depuração:

$$h_{ij}(t) = \alpha_{ij}(t)^{-B_{ij}} \quad \text{para } 0 < t \leq t_{ij,c} \quad (2.1)$$

$$= h_{ij,c} \quad \text{para } t \geq t_{ij,c} \quad (2.2)$$

Sendo:

ϵ = tempo referente a taxa de falhas inicial.

b - Considerando o período de depuração:

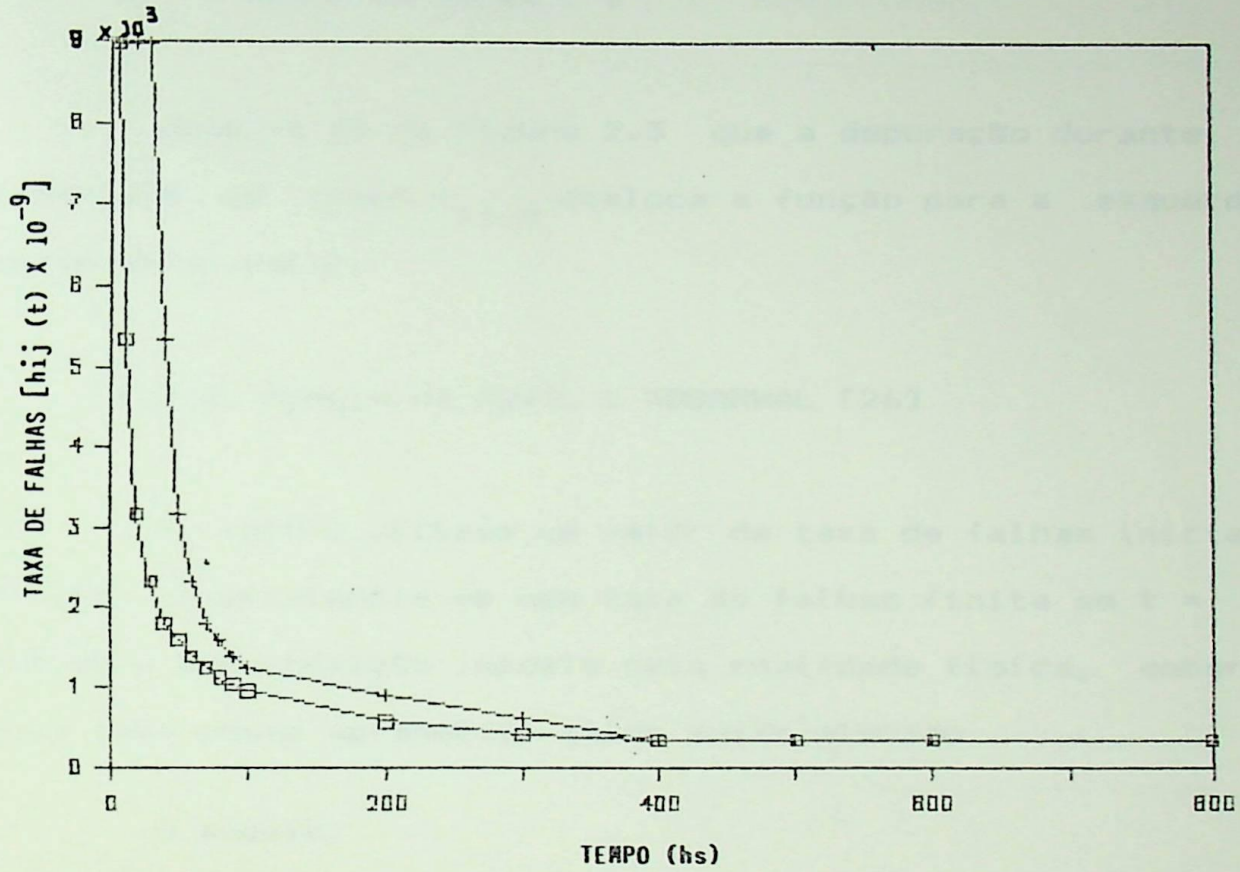
$$h_{ij}(t/t_{ij,d}) = \alpha_{ij}(t + t_{ij,d})^{-B_{ij}} \quad (2.3)$$

$$\text{para } 0 < t \leq t_{ij,c} - t_{ij,d}$$

$$= h_{ij,c} \quad (2.4)$$

$$\text{para } t \geq t_{ij,c} - t_{ij,d}$$

MODELO DE KUO



+ Função Taxa de Falhas Sem Depuração.

o Função Taxa de Falhas Com Depuração.

FIGURA 2.3 - Função Taxa de Falhas Segundo o Modelo de KUO.

sendo:

α_{ij} = fator de escala > 0

B_{ij} = fator de forma < 1

Observa-se da Figura 2.3 que a depuração durante um intervalo de tempo $t_{ij,d}$ desloca a função para a esquerda deste mesmo valor.

2.2.2. Modelo de GOVIL & AGGARWAL [26]

O modelo utiliza um valor de taxa de falhas inicial finito. A existência de uma taxa de falhas finita em $t = 0$ atende a uma condição imposta pela realidade física, embora esta taxa possa apresentar valor muito elevado.

O modelo:

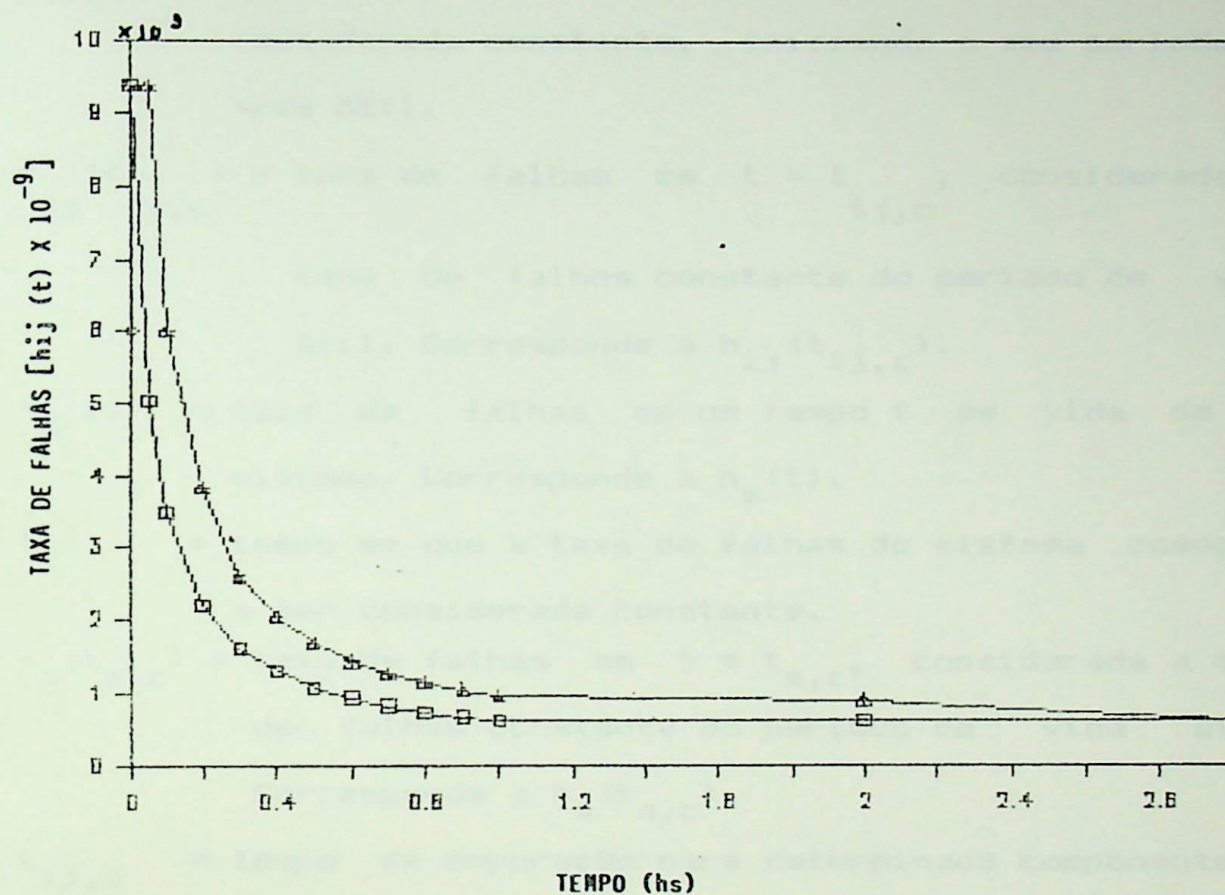
a) Considera a função taxa de falhas decrescente monotonicamente com o tempo; e

b) Admite que existem três tipos de falhas: as prematuras, as acidentais e as devidas à deterioração, sendo que somente as primeiras são consideradas na depuração.

Definindo:

$r_{ij}(t)$ = taxa de falhas em um tempo t de vida do componente i contido na unidade j . Corresponde ao valor $h_{ij}(t)$.

MODELO DE GOVIL & AGGARWAL



+ Função Taxa de Falhas Sem Depuração

o Função Taxa de Falhas Com Depuração

FIGURA 2.4 - Função Taxa de Falhas Segundo o Modelo de GOVIL & AGGARWAL.

$r_{ij}(0)$ = taxa de falhas em $t = 0$ (ou parâmetro de escala).

Corresponde ao valor $h_{ij}(0)$.

$t_{ij,c}$ = tempo em que a taxa de falhas começa a ser considerada constante, iniciando o seu período de vida útil.

$r_{ij}(t_{ij,c})$ = taxa de falhas em $t = t_{ij,c}$, considerada a

taxa de falhas constante do período de vida útil. Corresponde a $h_{ij}(t_{ij,c})$.

$r_s(t)$ = taxa de falhas em um tempo t de vida de um sistema. Corresponde a $h_s(t)$.

t_c = tempo em que a taxa de falhas do sistema começa a ser considerada constante.

$r_s(t_{s,c})$ = taxa de falhas em $t = t_{s,c}$, considerada a taxa de falhas constante do período de vida útil. Corresponde a $h_s(t_{s,c})$.

$t_{ij,d}$ = tempo de depuração para determinado componente; e

b_{ij}, n_{ij} = parâmetros de forma.

A função taxa de falhas é desenvolvida pelas equações, nos dois casos:

a) Desconsiderando o período de depuração

$$r_{ij}(t) = \frac{r_{ij}(0)}{[1 + b_{ij}(t)]^{n_{ij}}} \quad \text{para } 0 \leq t \leq t_{ij,c} \quad (2.5)$$

$$= r_{ij}(t_{ij,c}) \quad \text{para } t \geq t_{ij,c} \quad (2.6)$$

b) Considerando o período de depuração

$$r_{ij}(t/t_{ij,d}) = \frac{r_{ij}(0)}{[1 + b_{ij}(t + t_{ij,d})]^{n_{ij}}} \quad (2.7)$$

$$\text{para } 0 \leq t_{ij,c} \leq t_{ij,c} - t_{ij,d}$$

$$= r_{ij}(t_{ij,c}) = r_{ij,c} \quad (2.8)$$

$$\text{para } t \geq t_{ij,c} - t_{ij,d}$$

onde:

$$0 < t < t_{ij,c}$$

$$r_{ij}(t), b_{ij} > 0$$

Observar das expressões e da Figura 2.4 que também ocorre a translação da curva, na direção do eixo das ordenadas e no valor do tempo de depuração (t_d).

2.2.3. Modelagem Não-Monotônica para a Função Taxa de Falhas

CI's novos possuem uma probabilidade elevada de falharem tão logo o sistema seja colocado para funcionar. Observa-se, contudo, que este máximo da taxa de falhas de tais componentes não ocorre na origem, como é sugerido pelo comportamento da curva da banheira tradicional.

CURVA DA BANHEIRA GENERALIZADA

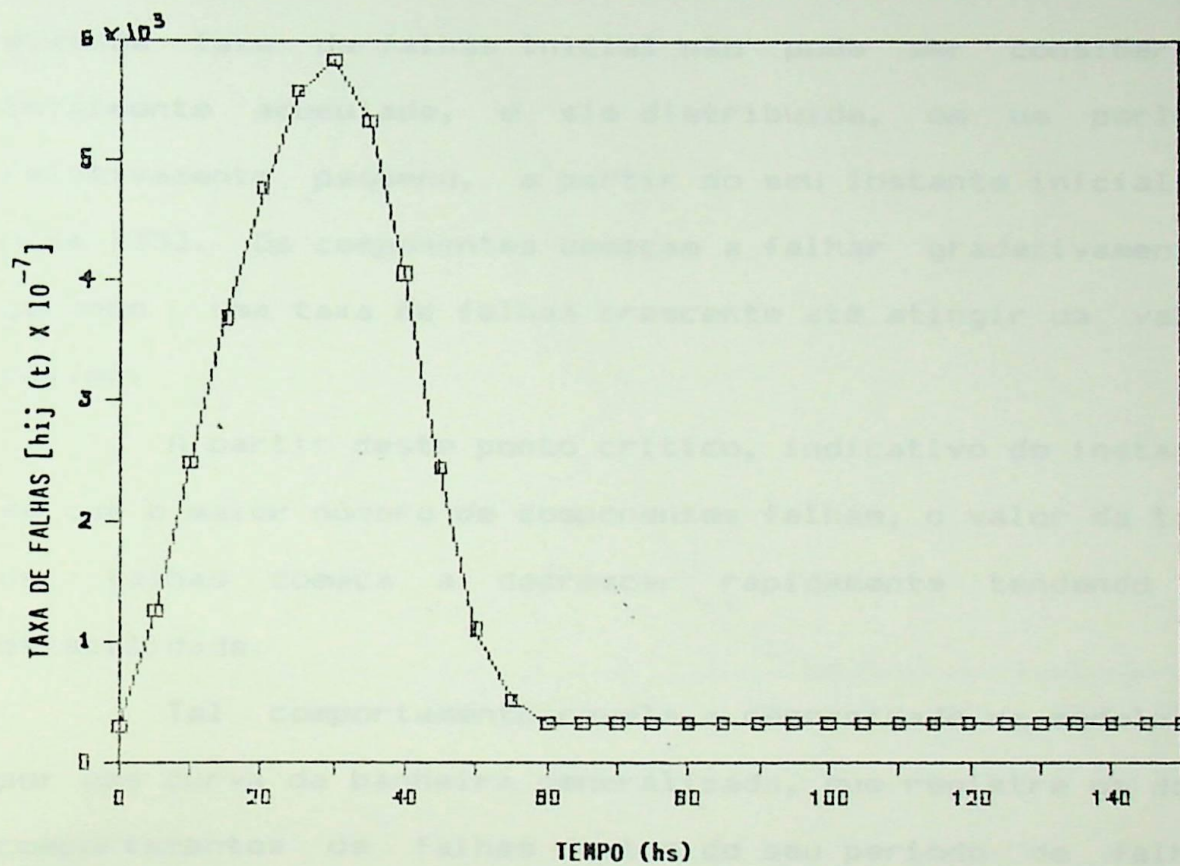


FIGURA 2.5 - Função Taxa de Falhas Generalizada [33].

Tal fato leva a crer que para tais componentes a curva da banheira tradicional mostra somente a tendência de ir decrescendo com o tempo até estabilizar, não sendo sugestiva para os primeiros instantes de vida.

O comportamento experimental dos CI's mostra que a elevada taxa de falhas inicial não pode ser considerada totalmente acumulada, e sim distribuída, em um período relativamente pequeno, a partir do seu instante inicial de vida [33]. Os componentes começam a falhar gradativamente, gerando uma taxa de falhas crescente até atingir um valor máximo.

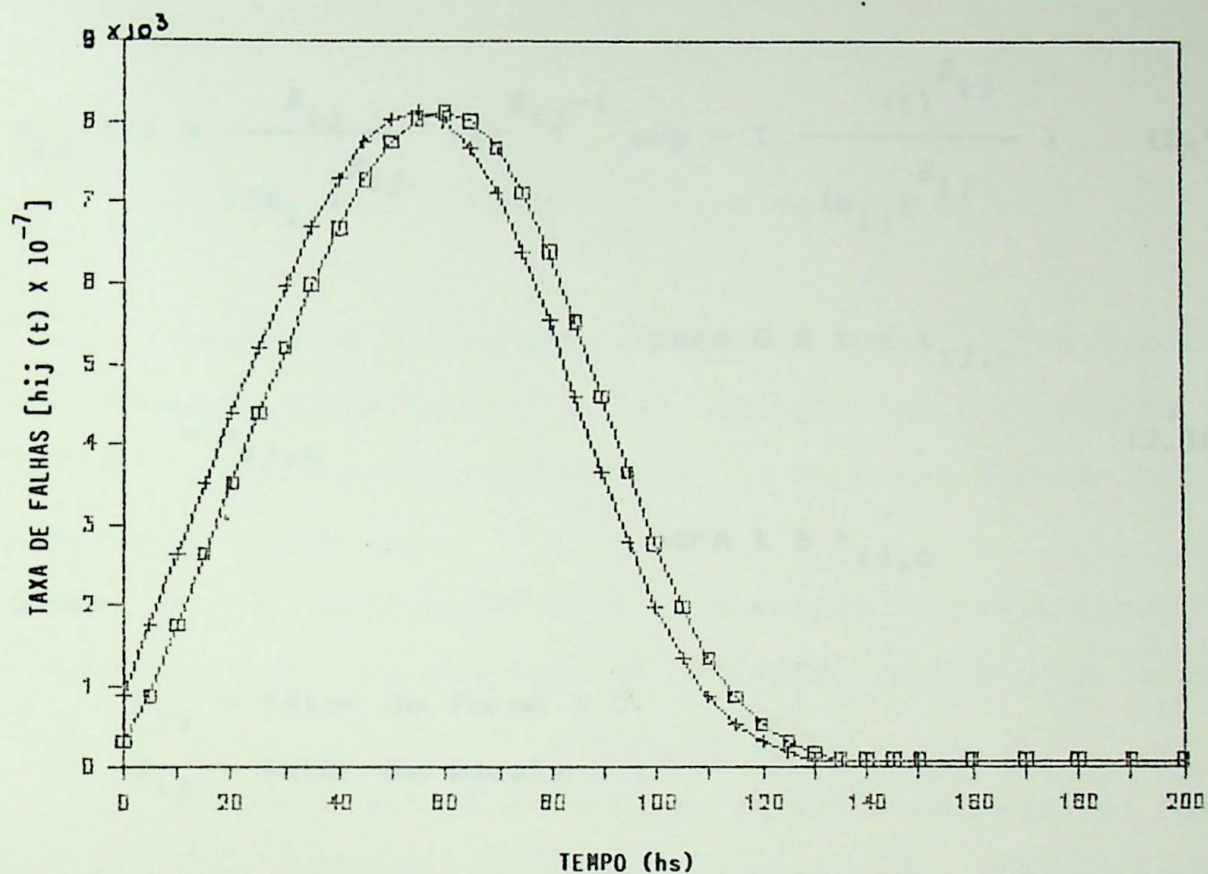
A partir deste ponto crítico, indicativo do instante em que o maior número de componentes falham, o valor da taxa de falhas começa a decrescer rapidamente tendendo à estabilidade.

Tal comportamento revela a necessidade da modelagem por uma curva da banheira generalizada, que registre os dois comportamentos de falhas dentro do seu período de falhas precoces, conforme indicado na Figura 2.5.

2.2.3.1. Modelo Não Monotônico Segundo uma Distribuição de Weibull

Neste modelo a curva da banheira generalizada é obtida através de uma distribuição unimodal de Weibull com dois parâmetros, que resulta, para o instante $t = 0$, taxa de falhas zero.

MODELO NÃO - MONOTÔNICO



+ Função Taxa de Falhas Sem Depuração
 □ Função Taxa de Falhas Com Depuração

FIGURA 2.6 - Função Taxa de Falhas Generalizada Usando Distribuição de Weibull [33].

Abordando com destaque o período de falhas prematuras a equação que rege o comportamento da taxa de falhas tem, com a definição adicional:

$$h_{ij}(t) = \frac{\beta_{ij}}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}}} (t)^{\beta_{ij}-1} \exp - \left[\frac{(t)^{\beta_{ij}}}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}}} \right] \quad (2.9)$$

para $0 \leq t \leq t_{ij,c}$

$$= h_{ij,c} \quad (2.10)$$

para $t \geq t_{ij,c}$

onde:

α_{ij} = fator de forma > 0

β_{ij} = fator de escala > 1

O comportamento da função é ilustrado na Figura 2.6.

Considerando não ser conveniente entregar determinado sistema ao campo com taxa de falhas elevada, deduz-se que o período de depuração deve ser maior do que o tempo de ocorrência da taxa de falhas máxima, $t_{ij,p}$.

Havendo um período de depuração, tem-se:

$$h_{ij}(t/t_{ij,d}) = \frac{\beta_{ij}}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}}} (t+t_{ij,d})^{\beta_{ij}-1} \exp - \left[\frac{(t+t_{ij,d})^{\beta_{ij}}}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}}} \right] \quad (2.11)$$

para $0 \leq t \leq t_{ij,c} - t_{ij,d}$

$$h_{ij}(t/t_{ij,d}) = h_{ij,c} \quad (2.12)$$

para $t \geq t_{ij,c} - t_{ij,d}$

2.2.3.2. Modelo Não-Monotônico de Moltoft [33]

Baseia-se nas funções distribuição de falhas bimodal e trimodal e nos conceitos de resistência, aberração e falhas prematura dos componentes, procurando adequá-los à experiência prática.

É um modelo dedicado a sistemas constituídos de diferentes tipos de componentes e propõe a existência de uma taxa de falha em $t = 0$ diferente de zero.

O modelo da função taxa de falhas baseia-se no fato de que, na prática, um sistema pode possuir três tipos de componentes que seguem comportamentos de falhas diferentes, e que são agrupados na forma:

- 1º grupo: Resistentes - falham acidentalmente ou devido a deterioração e desgaste.
- 2º grupo: Com aberração - falham devido ao enfraquecimento interno dos componentes.
- 3º grupo: Com falhas prematuras - falham devido ao fato do sistema reunir processos que introduzem enfraquecimentos.

A experiência mostra que componentes resistentes falham muito tarde, tipicamente além de 90.000 horas. Componentes com aberrações falham tipicamente dentro de um tempo que abrange desde 1000 a 2000 horas. Componentes com falhas prematuras falham tipicamente antes de 200 horas e, frequentemente muito cedo (entre 10 a 20 horas).

Nos sistemas práticos, tem-se, em geral, os quatro casos seguintes:

1. Somente componentes resistentes.
2. Componentes com aberrações + componentes resistentes.
3. Componentes com falhas prematuras + componentes resistentes.
4. Componentes com falhas prematuras + componentes resistentes + componentes com aberrações.

O primeiro grupo determina uma distribuição unimodal. O segundo e o terceiro grupos determinam uma distribuição bimodal. O quarto grupo determina uma distribuição trimodal.

Componentes novos podem aparecer somente nos 2º e 3º grupos, fato que explica porque frequentemente os testes de componentes novos apresentam bimodalidade.

O modelo da curva da banheira generalizada supõe que cada componente pertença à população de um dos quatro grupos, havendo uma distribuição heterogênea e mutuamente exclusiva entre os tipos de falhas.

Em uma distribuição BIMODAL a função distribuição de falhas acumulativas tem a forma:

$$F(t) = p F_1(t) + (1 - p) F_2(t) \quad (2.13)$$

onde:

p é a proporção de falhas resultante da distribuição

$F_1(t)$; e

$p_2 = (1 - p)$ é a proporção de falhas resultante da distribuição $F_2(t)$.

Uma falha é associada a uma de duas funções possíveis, $F_1(t)$ ou $F_2(t)$. As falhas pertencentes a $F_1(t)$ são mutuamente exclusivas em relação às falhas pertencentes a $F_2(t)$.

No nosso caso de interesse $F_1(t)$ define o grupo das falhas prematuras, enquanto $F_2(t)$ define o grupo das falhas dos componentes resistentes. Cada grupo é tratado como uma população separada, usando os três parâmetros de Weibull:

$$F(t) = p_1 \{1 - \exp [-(t/n_1)^{\beta_1}]\} + p_2 \{1 - \exp [-(t/n_2)^{\beta_2}]\} \quad (2.14)$$

Um detalhe importante a ser observado está no parâmetro $B > 1$, contradizendo a filosofia da tradicional curva da banheira.

A função taxa de falha correspondente é calculada pelas relações:

$$R(t) = 1 - F(t) \quad (2.15)$$

$$= 1 - \{p_1 [1 - \exp - (t/n_1)^{B_1}] + \\ + p_2 [1 - \exp - (t/n_2)^{B_2}]\}$$

e,

$$h(t) = \frac{1}{R(t)} \frac{dR(t)}{dt} \quad (2.16)$$

$$= - \frac{[B_1/(n_1)^{B_1} (t)^{B_1-1} [p_1 \exp - (t/n_1)^{B_1}]}{1 - \{p_1 - p_1 [\exp - t/(n_1)^{B_1}] + p_2 - p_2 [\exp - t/(n_2)^{B_2}]\}} \\ - \frac{[B_2/(n_2)^{B_2} (t)^{B_2-1} [p_2 \exp - (t/n_2)^{B_2}]}{1 - \{p_1 - p_1 [\exp - t/(n_1)^{B_1}] + p_2 - p_2 [\exp - t/(n_2)^{B_2}]\}} \quad (2.17)$$

A função taxa de falhas do modelo BIMODAL apresenta a característica da Figura 2.7.

Considerando o período de depuração, $t_d > t_{ij,p}$, tem-se:

$$h(t) = - \frac{[\beta_1/(n_1)^{\beta_1} (t+t_d)^{\beta_1-1} \{p_1 \exp - [(t+t_d)/n_1]^{\beta_1}\}]}{1 - \{p_1 - p_1 [\exp - (t+t_d)/(n_1)^{\beta_1}] + p_2 - p_2 [\exp - (t+t_d)/(n_2)^{\beta_2}]\}}$$

MODELO BIMODAL DE MOLTOFT

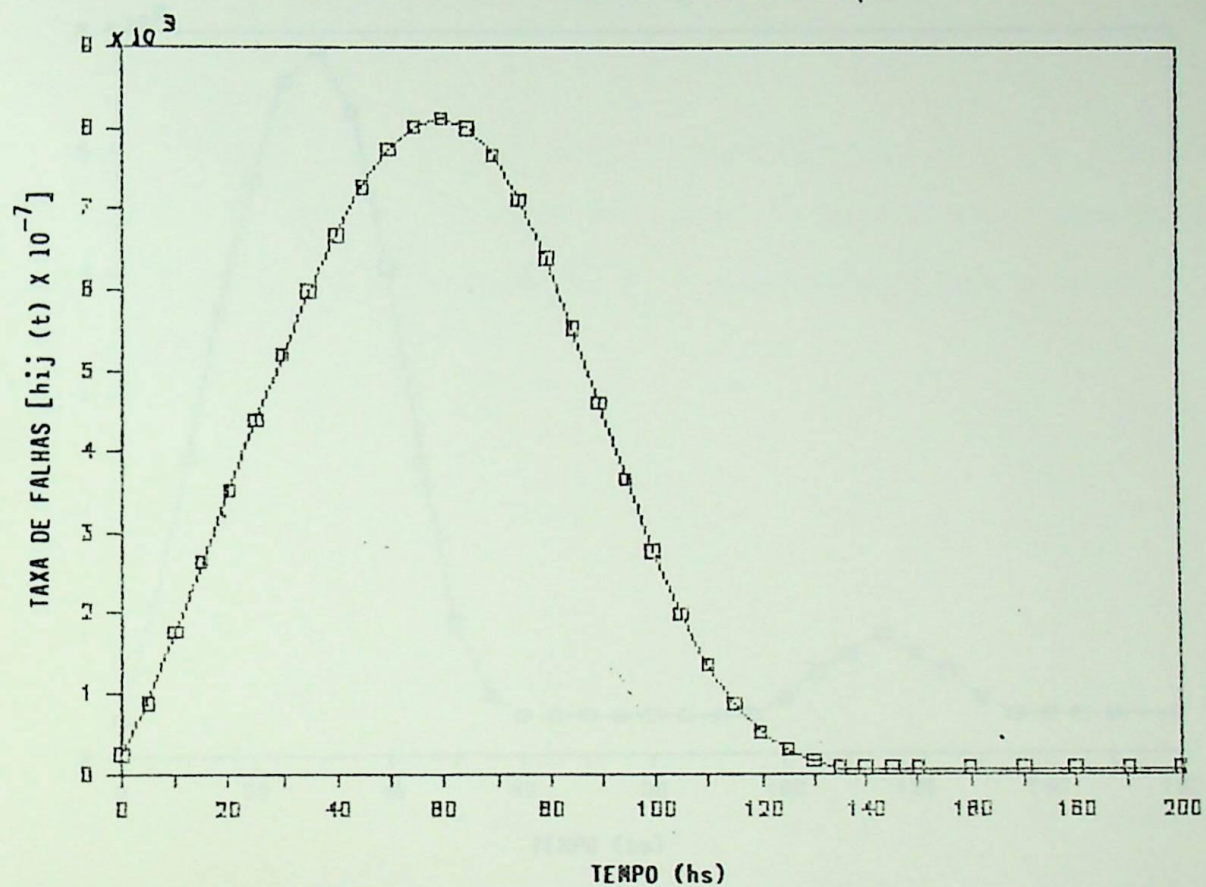


FIGURA 2.7 - Função Taxa de Falhas Segundo o Modelo Bimodal de MOLTOFT.

MODELO TRIMODAL DE MOLTOFT

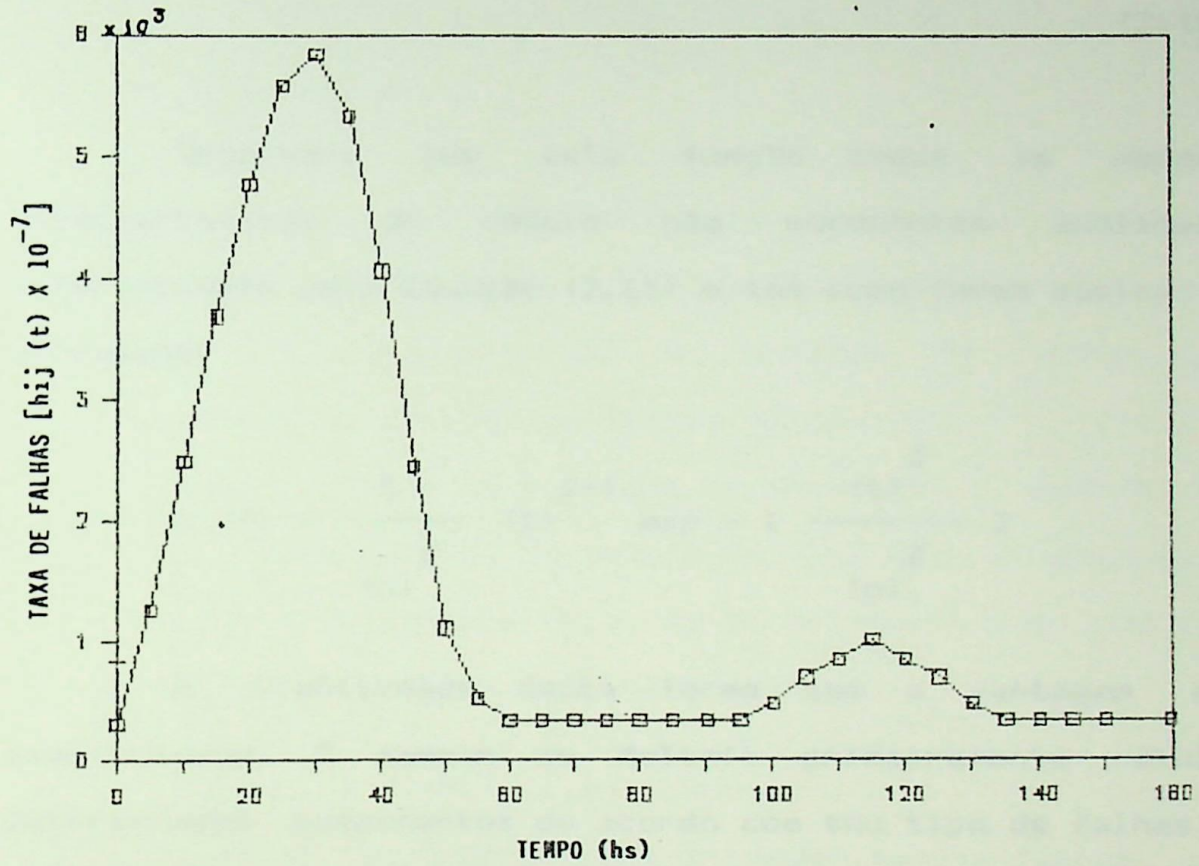


FIGURA 2.8 - Função Taxa de Falhas Segundo o Modelo Trimodal de MOLTOFT

$$- \frac{[\beta 2 / (n 2)^{\beta 2}] (t+t_d)^{\beta 2-1} [p_2 \exp-(t+t_d/n 2)^{\beta 2}]}{1-\{p_1-p_1[\exp-(t+t_d)/(n 1)^{\beta 1}]+p_2-p_2[\exp-(t+t_d)/(n 2)^{\beta 2}]\}} \quad (2.17)$$

$$1-\{p_1-p_1[\exp-(t+t_d)/(n 1)^{\beta 1}]+p_2-p_2[\exp-(t+t_d)/(n 2)^{\beta 2}]\} \quad (2.18)$$

Observar, que esta função segue as mesmas características do modelo não monotônico analisado anteriormente pela Equação (2.11) e tem como forma básica a expressão:

$$h(t) = \frac{\beta}{(n)} (t)^{\beta-1} \exp - \left[\frac{(t)^{\beta}}{(n)} \right]$$

A viabilidade desta forma tem a vantagem da simplicidade. O modelo de Moltoft primeiramente rotula determinados componentes de acordo com seu tipo de falhas e depois conta com sua probabilidade de ocorrência. O modelo não monotônico considera o sistema formado por vários CI's cujas falhas irão ocorrer de acordo com possíveis irregularidades do sistema como um todo.

Da mesma forma que em todos os modelos anteriores a taxa de falhas inicial, em $t = 0$, tem seu valor relativo ao tempo de depuração, $h(t_d)$.

Um sistema que exiba, em conjunto, os três grupos de componentes apresentará uma função de distribuição TRIMODAL, ilustrada na Figura 2.8 e que tem para expressão:

$$F(t) = P_j F_j(t) + P_t F_t(t) + P_s F_s(t) \quad (2.19)$$

onde:

$F_j(t)$, $F_t(t)$ e $F_s(t)$ são funções de Weibull com dois parâmetros.

A curva resultante apresenta os períodos inicial e final da curva tradicional, mas o período de taxa de falhas constante é substituído por um período de falhas por aberração mais um período de falhas acidentais.

Como o interesse deste trabalho é o estudo da depuração, desenvolvida no início da vida dos componentes, não é necessário considerar a região de senilidade. Assim, só têm interesse as duas possibilidades:

1. Usar a distribuição bimodal
2. Usar a distribuição trimodal com as falhas por desgaste igualadas a zero.

No caso da distribuição trimodal a sequência de cálculos produz as relações:

$$F(t) = 1 - R(T) \quad (2.20)$$

$$F_j(t) = 1 - \exp - (t/n_j)^{\beta_j} \quad (2.21)$$

$$F_t(t) = 1 - \exp - (t/n_t)^{\beta_t} \quad (2.22)$$

$$F_s(t) = 1 - \exp - (t/n_s)^{\beta_s} \quad (2.23)$$

$$F(t) = P_j[1 - \exp - (t/n_j)^{\beta_j}] + P_t[1 - \exp - (t/n_t)^{\beta_t}] + P_s[1 - \exp - (t/n_s)^{\beta_s}] \quad (2.24)$$

$$h(t) = \frac{1}{R(t)} \frac{dR(t)}{dt}$$

$$= \frac{-1}{1 - \{p_j[1 - \exp - (t/n_j)^{\beta_j}] + p_t[1 - \exp - (t/n_t)^{\beta_t}] + p_s[1 - \exp - (t/n_s)^{\beta_s}]\}}$$

2.2. HIPÓTESES DE TRABALHO

$$x \left[\frac{\beta_j}{(n_j)^{\beta_j}} (t)^{\beta_j-1} \times P_j \exp - \frac{(t)^{\beta_j}}{(n_j)^{\beta_j}} + \right.$$

$$+ \frac{\beta_t}{(n_t)^{\beta_t}} (t)^{\beta_t-1} \times P_t \exp - \frac{(t)^{\beta_t}}{(n_t)^{\beta_t}} +$$

$$+ \frac{\beta_s}{(n_s)^{\beta_s}} (t)^{\beta_s-1} \times P_s \exp - \frac{(t)^{\beta_s}}{(n_s)^{\beta_s}} \quad (2.25)$$

3. MODELO DA TAXA DE FALHAS PARA SISTEMAS

3.1. CONSIDERAÇÕES GERAIS

Neste capítulo deseja-se estabelecer um método que possa fornecer o tempo ótimo de depuração para sistemas e não somente valores específicos para cada componente. A intenção é obter um processo que permita realizar a depuração de determinado cartão de circuito impresso contendo elementos discretos e CI's.

3.2. HIPÓTESES DE TRABALHO

Serão consideradas as situações que modelam, com razoável precisão, a realidade:

a) O Sistema possui dois tipos de elementos, cada um apresentando comportamento diferente para a função taxa de falhas.

Tipo 1 - Curva da banheira tradicional.

Para $0 \leq t \leq t_c$ a taxa de falhas decresce monotonicamente com o tempo.

Para $t \geq t_{ij,c}$, taxa de falhas constante.

Tipo 2 - Curva da banheira generalizada.

Para $0 \leq t \leq t_{ij,c}$ a taxa de falhas cresce, atinge um máximo e decresce em curto período de tempo.

Para $t \geq t_{ij,c}$, taxa de falhas constante.

CURVA DA BANHEIRA TRADICIONAL

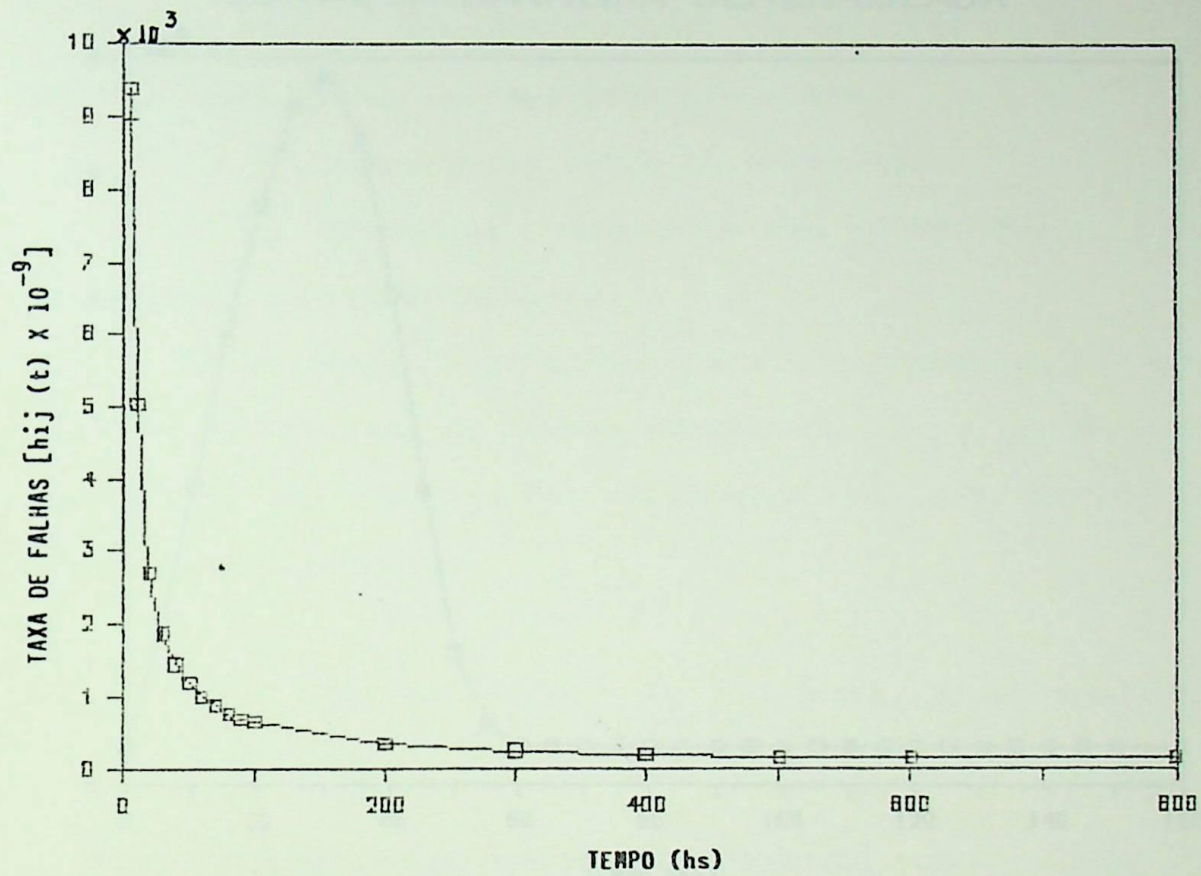


FIGURA 3.1 - Comportamento para os Elementos que Seguem uma Curva da Banheira Tradicional.

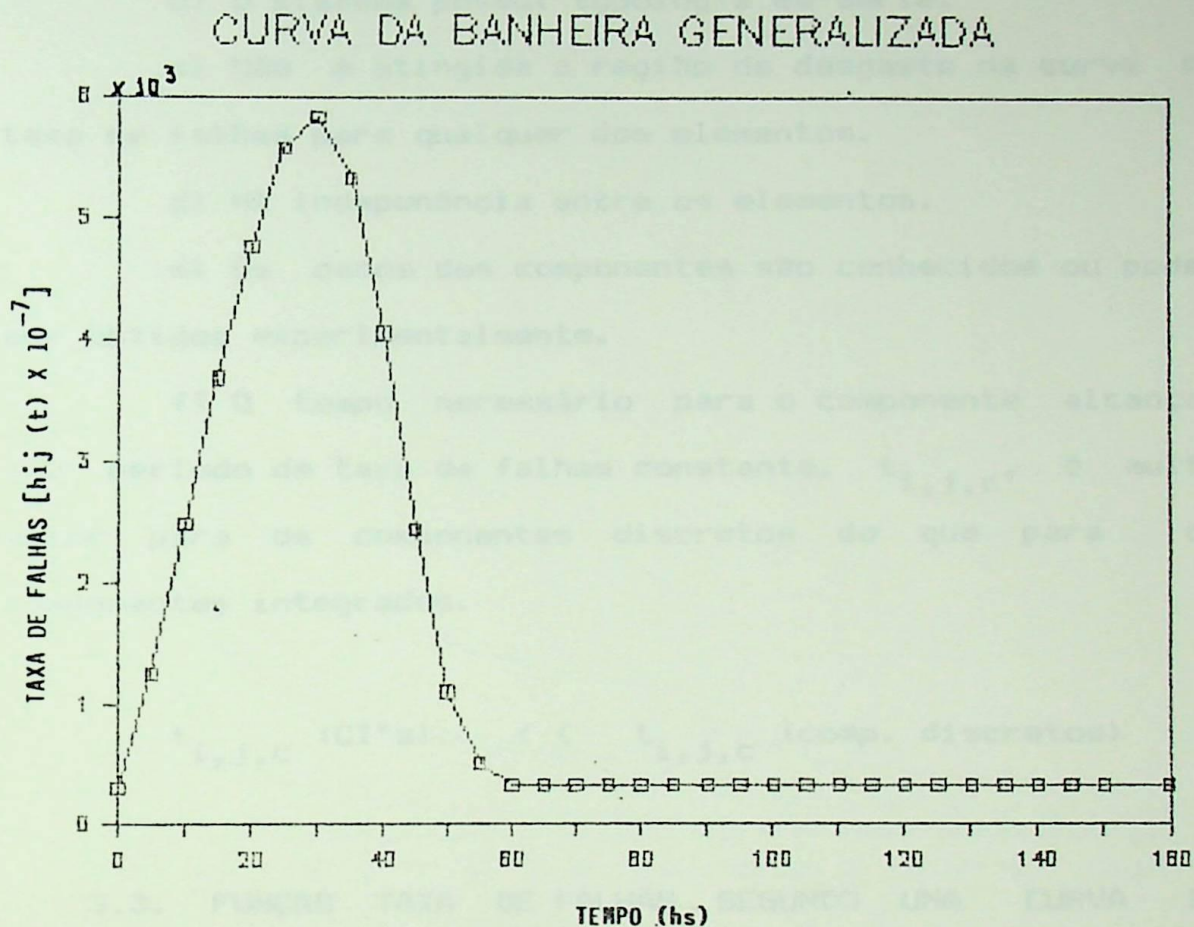


FIGURA 3.2 - Comportamento para os Elementos que Seguem uma Curva da Banheira Generalizada.

- b) O sistema possui topologia em série.
- c) Não é atingida a região de desgaste na curva de taxa de falhas para qualquer dos elementos.
- d) Há independência entre os elementos.
- e) Os dados dos componentes são conhecidos ou podem ser obtidos experimentalmente.
- f) O tempo necessário para o componente alcançar seu período de taxa de falhas constante, $t_{i,j,c}$, é muito maior para os componentes discretos do que para os componentes integrados.

$$t_{i,j,c} \text{ (CI's)} \ll t_{i,j,c} \text{ (comp. discretos)}$$

3.3. FUNÇÃO TAXA DE FALHAS SEGUNDO UMA CURVA DA BANHEIRA TRADICIONAL

Da observação da Figura 3.3, representativa das curvas de taxa de falhas dos componentes envolvidos pode-se concluir que:

- a) Cada item atinge o valor de taxa de falhas constante em um tempo, $t_{ij,c}$, diferente.
- b) De todas os itens há uma que mais rapidamente atinge o valor de taxa de falhas constante e outro que mais demora a atingir tal condição.

Destas observações resultam valores máximo e mínimo de $t_{i,j,c}$ definidos como na Figura 3.4.

TAXA DE FALHAS PREMATURAS

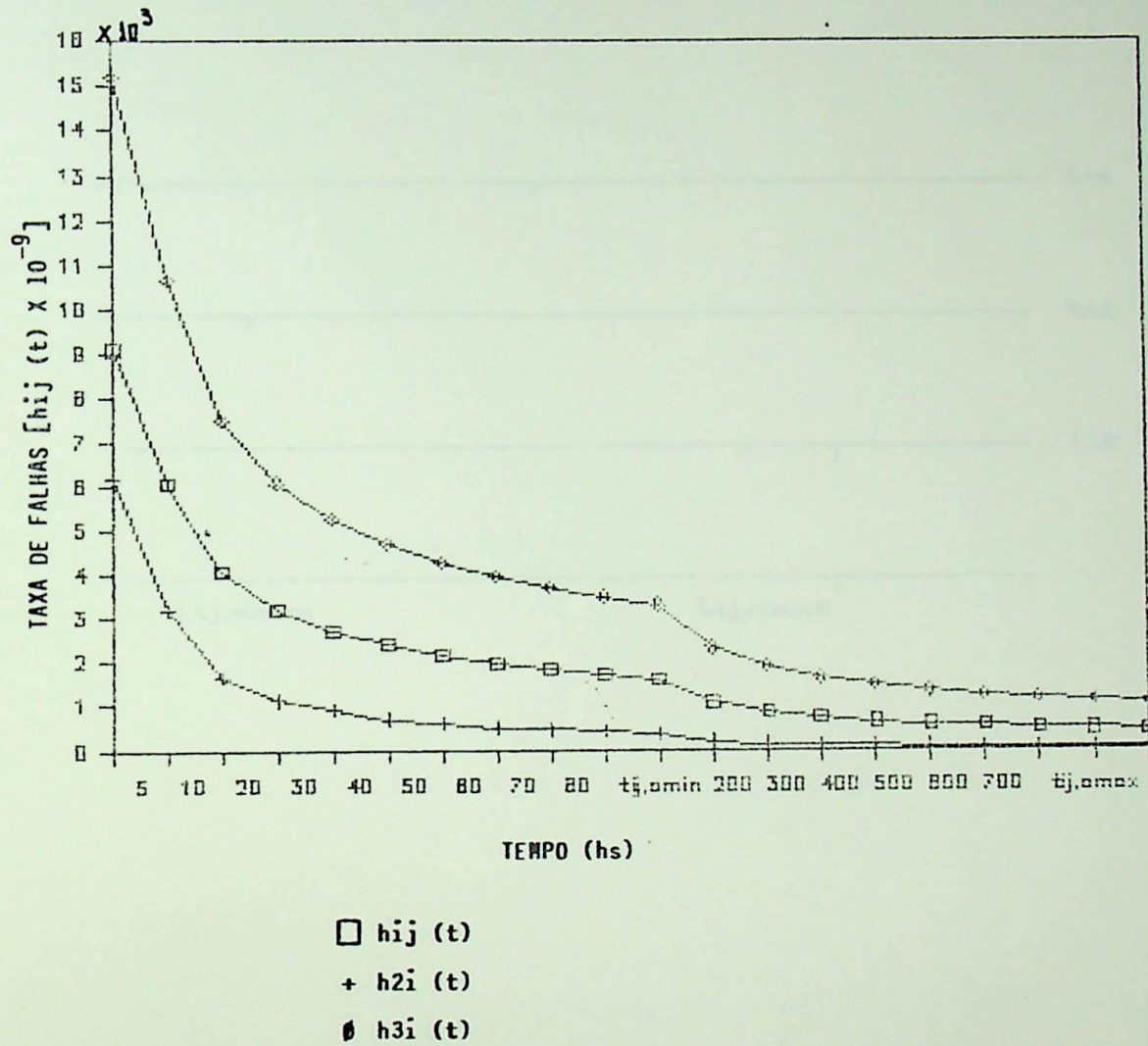


FIGURA 3.3 - Função Taxa de Falhas dos Componentes de um Sistema.

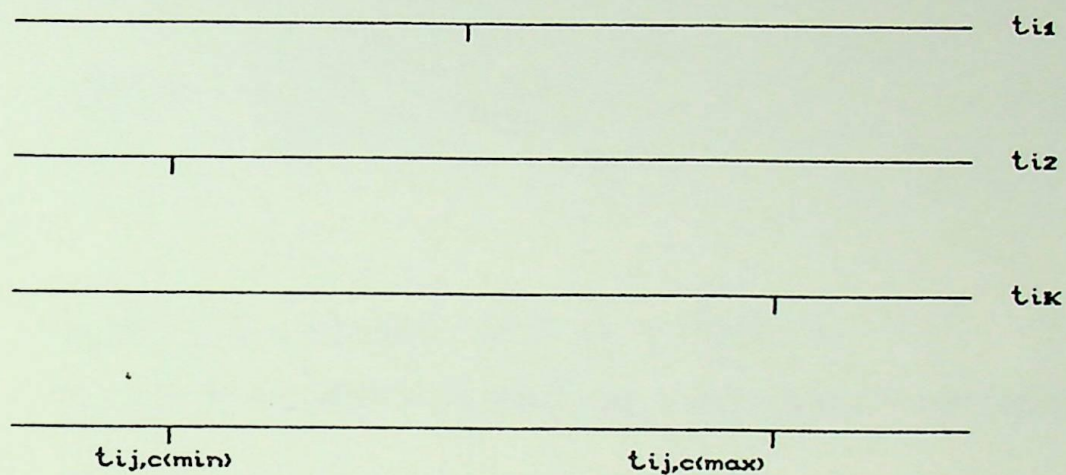


FIGURA 3.4 - Valores de Tempo Envolvidos e Seu Relacionamento.

Considerar a topologia série significa que todos os ítems do sistema, são representados por blocos em série no diagrama de blocos de confiabilidade, como indicado na Figura 3.5.

Este fato permite escrever:

$$R_S(t) = \prod_{j=1}^k \prod_{i=1}^{x_j+1} R_{ij}(t) \quad (3.1)$$

onde:

$R_S(t)$   a confiabilidade do sistema, e

$R_{ij}(t)$   a confiabilidade do componente i da unidade j .

Com isto:

$$R_S(t) = \prod_{j=1}^k \prod_{i=1}^{x_j+1} \exp \left[- \int_{\epsilon}^t h_{ij}(t) dt \right] \quad (3.2)$$

onde:

$h_{ij}(t)$   a taxa de falhas do componente i da unidade j e,

ϵ   o valor inicial de tempo da vida do sistema. Em geral ϵ tende   zero.

$$R_S(t) = \exp - \left[\int_{\epsilon}^t h_{i1}(t) dt + \int_{\epsilon}^t h_{i2}(t) dt + \dots \right.$$

$$\left. \dots \int_{\epsilon}^t h_{in}(t) dt \right] \quad (3.3)$$

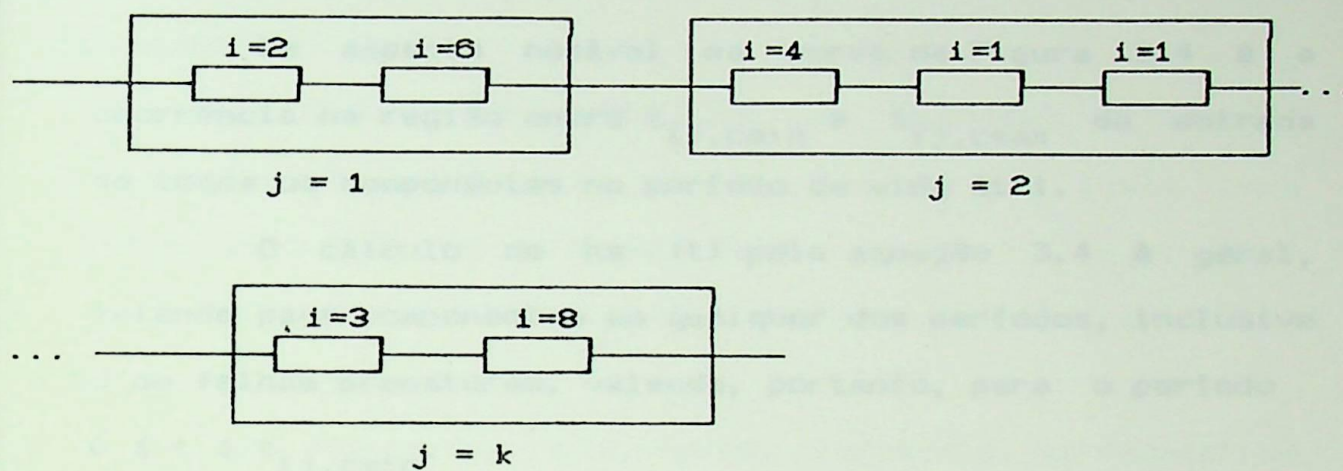


FIGURA 3.5 - Sistema com Topologia Sêrie.

O valor de $R_S(t)$ está relacionado com a taxa de falhas do sistema pela expressão:

$$h_S(t) = - \frac{1}{R_S(t)} \frac{dR_S(t)}{dt} \quad (3.4)$$

c) Não é atingida a deterioração em qualquer

Um aspecto notável na curva da Figura 3.4 é a ocorrência na região entre $t_{ij,cmin}$ e $t_{ij,cmax}$ da entrada de todos os componentes no período de vida útil. Igual para todos.

O cálculo de $h_S(t)$ pela equação 3.4 é geral, valendo para componentes em qualquer dos períodos, inclusive o de falhas prematuras, valendo, portanto, para o período $0 \leq t \leq t_{ij,cmin}$.

Para $t_{ij,cmin} \leq t \leq t_{ij,cmax}$ é proposta, neste trabalho, a aplicação de "curvas de ajuste" para obter o melhor comportamento da curva $h_S(t)$ nesta região.

3.3.1. Modelo de KUO [30] [34] [36]

Supõe os parâmetros α_{ij} e B_{ij} , da distribuição de Weibull conhecidos, tratando os componentes individualmente. Considera o custo de depuração de todos os componentes isoladamente, alegando ser difícil obter valores precisos para o sistema, pois para cada componente valores de tempo e condições são muito diferentes.

As características principais do modelo podem ser catalogadas como:

a) A depuração é realizada em cada componentes individualmente.

b) A taxa de falhas é fornecida para cada componente pertencente a determinada unidade e segue uma curva da banheira tradicional.

c) Não é atingida a deterioração em qualquer componente.

d) Componentes idênticos em unidades diferentes apresentam o mesmo valor para $h_{ij,c}$ e $t_{ij,c}$ é igual para todos, como indicado na Figura 3.6.

e) Não define o valor da taxa de falhas em $t = 0$: ou seja, considera $h(0) \rightarrow \infty$.

f) Admite que componentes idênticos, apresentam os mesmos parâmetros de Weibull e, em consequência, possuem as mesmas taxas de falhas:

$$\alpha_{11} = \alpha_{12} = \alpha_{13} = \dots \quad (3.5)$$

$$\beta_{11} = \beta_{12} = \beta_{13} = \dots \quad (3.6)$$

Para o período de falhas prematuras:

$$h_{ij}(t) = \alpha_{ij}(t)^{-\beta_{ij}} \quad (3.7)$$

Observar que, neste caso, não se considera a existência de um período entre $t_{ij,cmin}$ e $t_{ij,cmax}$. Para fins de análise é considerado que os componentes entram no período de vida útil em instantes diferentes, o que

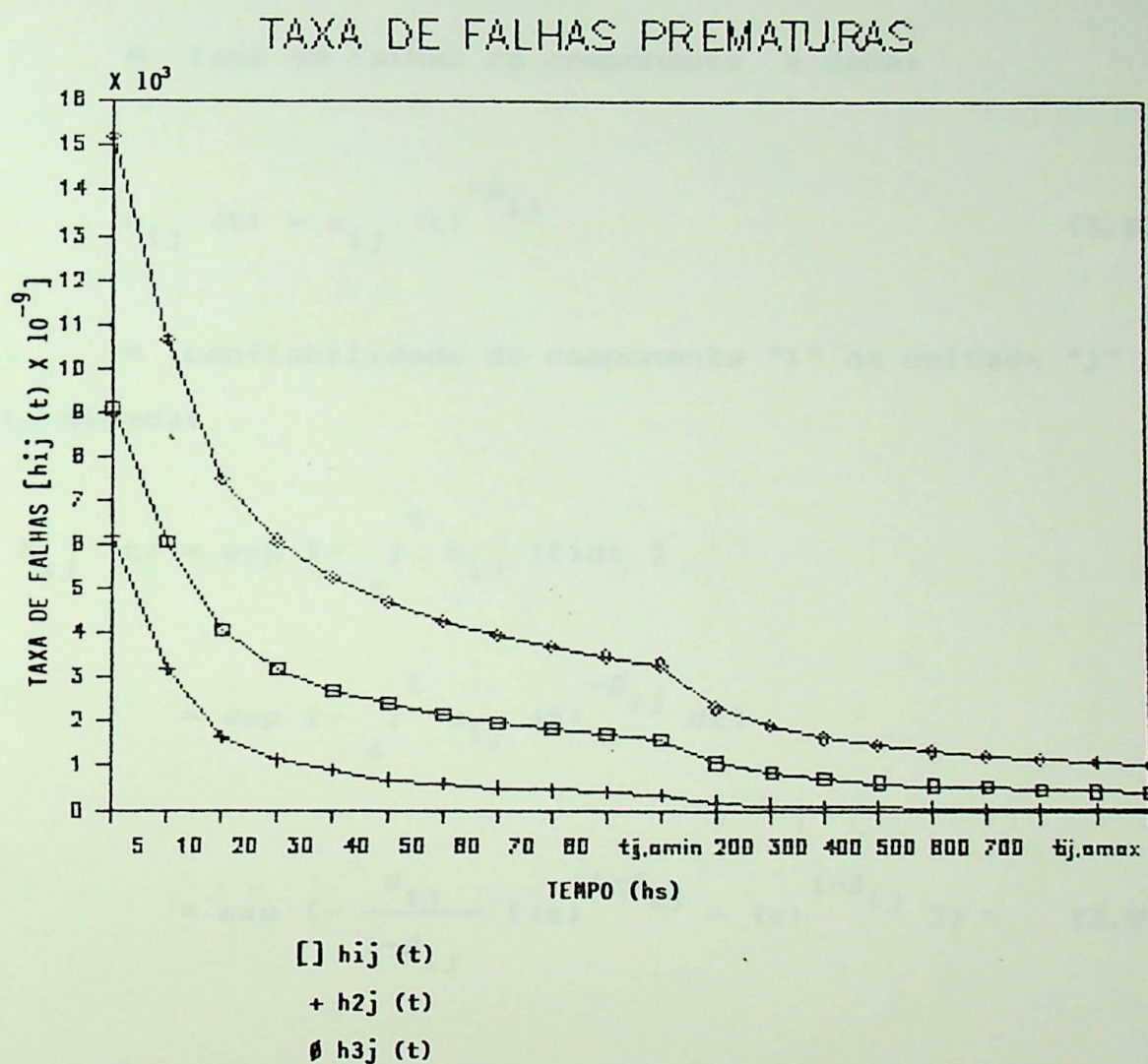


FIGURA 3.6 - Taxa de Falhas para Unidades Constituidas de Componentes Idênticos sob condições diferentes.

geralmente acontece na prática.

Com estas considerações é possível efetuar a análise matemática da taxa de falhas para um sistema:

a) Para $\epsilon \leq t \leq t_{i,d,c,min}$

A taxa de falhas do componente é dada:

$$h_{ij}(t) = \alpha_{ij}(t)^{-\beta_{ij}} \quad (3.8)$$

A confiabilidade do componente "i" da unidade "j" é determinada:

$$\begin{aligned} R_{ij}(t) &= \exp \left[- \int_{\epsilon}^t h_{ij}(t) dt \right] \\ &= \exp \left[- \int_{\epsilon}^t \alpha_{ij}(t)^{-\beta_{ij}} dt \right] \\ &= \exp \left\{ - \frac{\alpha_{ij}}{1-\beta_{ij}} \left[(t)^{1-\beta_{ij}} - (\epsilon)^{1-\beta_{ij}} \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.9)$$

Considerando um sistema de topologia série:

$$\begin{aligned} R_S(t) &= \prod_{j=1}^{k \times j+1} R_{ij}(t) \\ &= \exp \left\{ \sum_{j=1}^{k \times j+1} \left[- \int_{\epsilon}^t h_{ij}(t) dt \right] \right\} \end{aligned}$$

$$= \exp - \left\{ \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_j+1} \frac{\alpha_{ij}}{1-\beta_{ij}} [(t)^{1-\beta_{ij}} - (\epsilon)^{1-\beta_{ij}}] \right\} \quad (3.10)$$

Fazendo:

$$a_{ij} = \frac{\alpha_{ij}}{1 - \beta_{ij}}, \quad (a) \quad (3.11)$$

$$b_{ij} = 1 - \beta_{ij} \quad (b) \quad (3.11)$$

tem-se:

$$R_S(t) = \exp \left\{ - \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_j+1} a_{ij} [(t)^{b_{ij}} - (\epsilon)^{b_{ij}}] \right\} \quad (3.12)$$

Resultando:

$$\frac{dR_S(t)}{dt} = \left[- \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_j+1} a_{ij} b_{ij} (t)^{b_{ij}-1} \right] [e^{- \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_j+1} a_{ij} (t^{b_{ij}} - \epsilon^{b_{ij}})}] \quad (3.13)$$

e também:

$$h_S(t) = - \frac{1}{R_S(t)} \frac{dR_S(t)}{dt} \\ = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_j+1} a_{ij} b_{ij} (t)^{b_{ij}-1} \quad (3.14)$$

$$h_s(t) = \sum_{j=1}^{k \times j+1} \alpha_{ij}(t) \beta_{ij} \quad (3.14)$$

b) Para $t \geq t_{ij,cmax}$

A obtenção da taxa de falhas é realizada da mesma forma que no período de falhas prematuras:

$$R_s(t) = \exp - \left[\sum_{j=1}^{k \times j+1} \int_{t_{ij,cmax}}^t h_{ij}(t) dt \right] \quad (3.15)$$

como:

$$h_{ij}(t) = h_{ij,c} \quad \text{para } t = t_{ij,cmax} \quad (3.18)$$

resulta:

$$\begin{aligned} R_s(t) &= \exp - \left[\sum_{j=1}^{k \times j+1} \int h_{ij,c} dt_{ij,c} \right] \\ &= \exp - \left[\sum_{j=1}^{k \times j+1} h_{ij,c} (t_{ij,c}) \right] \end{aligned} \quad (3.16)$$

Com isto:

$$\frac{dR_s(t)}{dt} = \sum_{j=1}^{k \times j+1} -h_{ij,c} \exp - \left[\sum_{j=1}^{k \times j+1} h_{ij,c} (t_{ij,c}) \right] \quad (3.17)$$

E a equação para a taxa de falhas do sistema para a região $t \geq t_{ij,cmax}$ toma a forma:

$$\begin{aligned}
 h_s(t) &= - \left[\exp - \left(\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_j+1} h_{ij,c} t_{ij,c} \right) \right]^{-1} \times \\
 &\times \left\{ \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_j+1} h_{ij,c} \left[\exp - \left(\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_j+1} h_{ij,c} t_{ij,c} \right) \right] \right\} \\
 &= \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_j+1} h_{ij,c} \\
 &= h_{s,c} \tag{3.18}
 \end{aligned}$$

3.3.2 - Proposta de Modificação do Modelo de KUO Válido para a Região de Transição.

Para a região $t_{ij,cmin} < t < t_{ij,cmax}$ há unidades que já estão operando no período de vida útil, enquanto outras ainda permanecem no período de falhas prematuras. Forma-se, então, uma região de transição até a última unidade atingir $t_{ij,cmin}$.

Propõe-se que para esta região seja encontrada a curva para a taxa de falhas do sistema utilizando métodos tradicionais de ajuste de curvas. Como regra geral, quanto menor a região delimitada por $t_{ij,cmin}$ e $t_{ij,cmax}$, melhor é a aproximação da curva no intervalo.

MODELO DE KUO PARA SISTEMAS

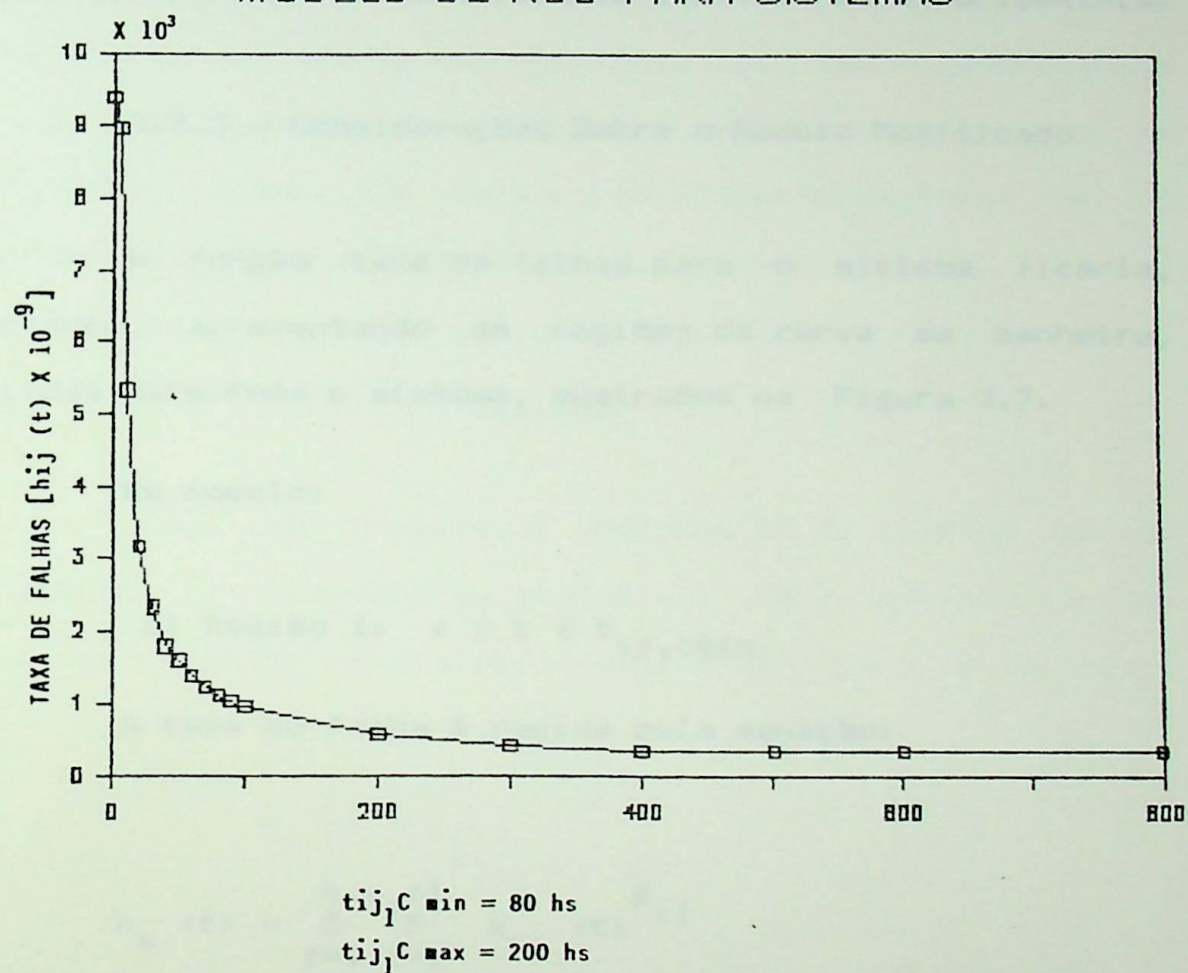


FIGURA 3.7 - Função Taxa de Falhas Tradicional Resultante para o Sistema.

O ajuste será feito utilizando o ponto $h(t_{ij,cmin})$ obtido da expressão válida para a região $0 \leq t \leq t_{ij,cmin}$ e o ponto $h_{s,c}$, início da região $h_s(t)$ constante.

A forma do ajuste, de linear a função de ordem mais elevada, vai depender do grau de precisão desejado para a solução, bem como da concordância com valores experimentais.

3.3.3 - Considerações Sobre o Modelo Modificado

A função taxa de falhas para o sistema ficaria, portanto, apresentando as regiões da curva da banheira, válidas para todo o sistema, mostrados na Figura 3.7.

No modelo:

a) Região I: $\epsilon \leq t \leq t_{ij,cmin}$

A taxa de falha é regida pela equação:

$$h_s(t) = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{j+1} \alpha_{ij}(t)^{\beta_{ij}}$$

$$= \alpha_{ij}(t)^{-\beta_{ij}} \quad (3.19)$$

Nesta região todas unidades e componentes do sistema se encontram no período de falhas prematuras, sendo que " ϵ "

é o instante referente à taxa de falhas inicial do sistema correspondente à primeira leitura no teste.

b) Região II: $t_{ij, \text{cimin}} \leq t \leq t_{ij, \text{cm\acute{a}x}}$ para este trabalho, é necessário um processo que defina a taxa de falhas.

A função taxa de falhas nesta região é obtida através de um ajuste que considera os comportamentos da função nas outras duas regiões, onde os componentes se encontram, todos, no período de falhas prematuras ou no período de falhas constantes.

Região III: $t \geq t_{ij, \text{cm\acute{a}x}}$

Todas as unidades e componentes do sistema já se encontram no período de vida útil, caracterizado por uma taxa de falhas constante, resultando, para o sistema:

Para o modelamento do sistema é desejável destacar certos aspectos visíveis na Figura 3.8, que estão de acordo com o obtido do modelo proposto na ite anterior.

$$h_s(t) = h_{s,c}$$

Com as modificações propostas obtem-se simplificação cada tipo de componente, o que é importante na representação do comportamento de $h_s(t)$, com reflexo na simplificação do cálculo do tempo ótimo de depuração, como se provará adiante.

Conclui-se, também, que um sistema cujas unidades e componentes seguem uma curva da banheira tradicional poderá ser regido por uma curva da banheira tradicional.

3.3.4. Modelo de GOVIL & AGGARWAL

A taxa de falha gerada pelas equações (2.5) e (2.7) considera os componentes isoladamente. No entanto, para este trabalho, é necessário um processo que defina a taxa de falhas para um sistema constituído por "n" componentes diferentes, divididos em grupos de componentes discretos e integrados.

A partir de dados experimentais é possível obter a função taxa de falhas válida para determinado período de vida dos componentes, a partir de dois parâmetros, "b" e "n" e um valor inicial, $r_{ij}(0)$, na forma:

$$r_{ij}(t) = \frac{r_{ij}(0)}{(1 + b_{ij}t)^{n_{ij}}} \quad (3.20)$$

Para o modelamento do sistema é desejável destacar certos aspectos visíveis na Figura 3.8, que estão de acordo com o obtido do modelo estudado no item anterior:

a) Há uma taxa de falhas, $r_{ij}(t_c)$, característica de cada tipo de componente em um sistema.

b) O instante que define o período de vida útil, $t_{ij,c}$ também é diferente para cada tipo de componente. Tal fato permite se determinar valores máximos e mínimos de $t_{ij,c}$ (t_{cmax} e t_{cmin}).

A equação de taxa de falhas para o sistema é obtida como nos casos anteriores:

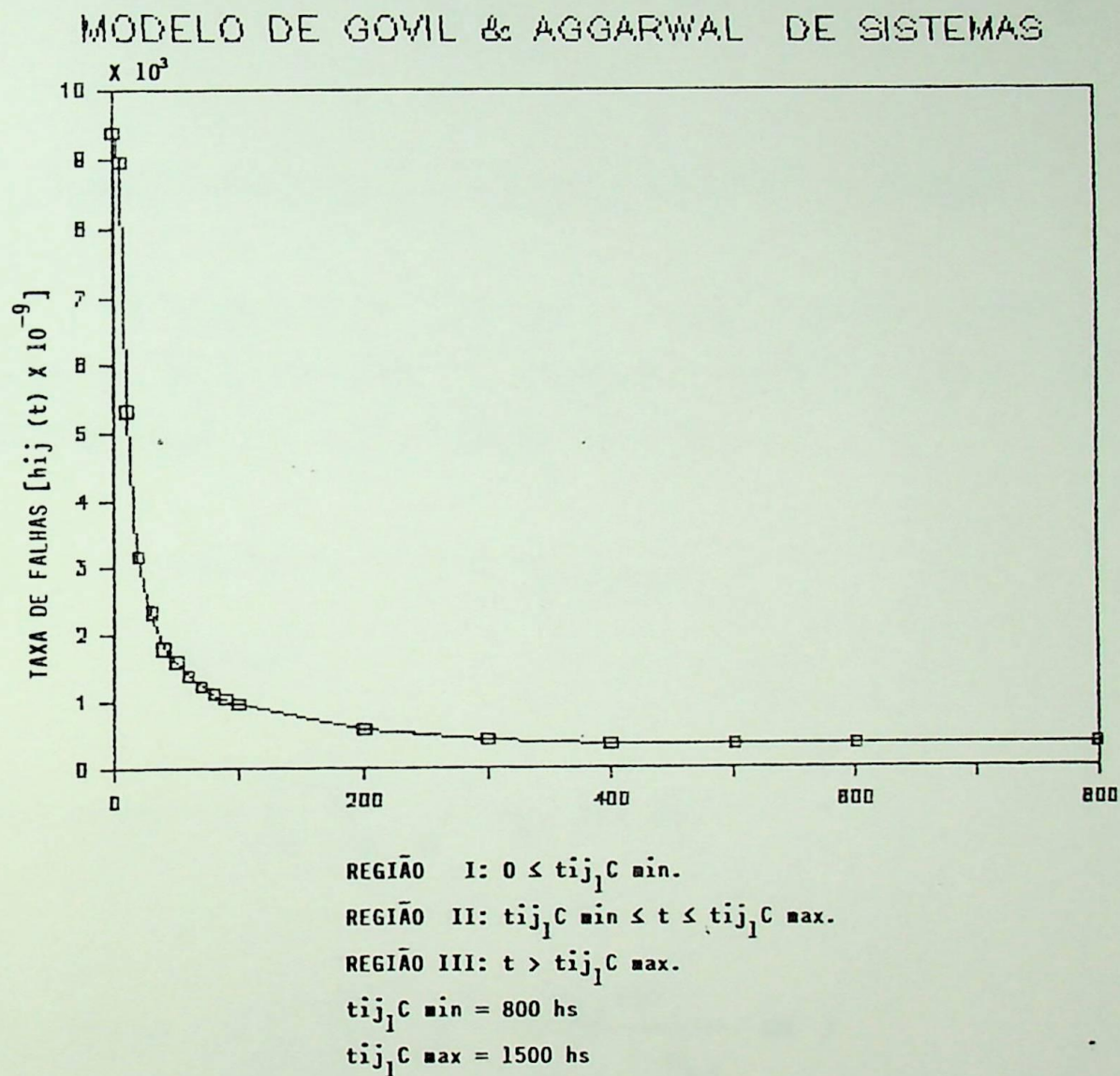


FIGURA 3.8 - Taxa de Falhas para o Sistema Segundo GOVIL & AGGARWAL

$$R_s(t) = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{x_j+1} R_{ij}(t)$$

$$R_s(t) = \exp - \left[\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_j+1} \int_0^t r_{ij}(t) dt \right] \quad (3.22)$$

3.3.5 - Modificações do Modelo de GOVIL & AGGARWAL

Ao aplicar esta expressão a todo o sistema, como é o objetivo deste trabalho, é necessário adaptar a região de transição como no caso do modelo de KUO.

a) Região I: $0 \leq t \leq t_{ij,cmin}$

Tem-se:

$$R_s(t) = \exp - \left[\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_j+1} \int_0^t r_{ij}(t) dt \right]$$

$$= \exp - \left[\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_j+1} \int_0^t \frac{r_{ij}(0)}{(1+b_{ij}t)^{n_{ij}}} dt \right]$$

$$= \exp \left\{ \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_j+1} - \frac{r_{ij}(0)}{b_{ij}(1-n_{ij})} [(1+b_{ij}t)^{-n_{ij}-1}] \right\} \quad (2.25)$$

Do resultado:

$$\frac{dR_S(t)}{dt} = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_j+1} r_{ij}(0) (1+b_{ij}t)^{-n_{ij}-1} \times$$

$$\times \exp \left\{ - \frac{r_{ij}(0)}{b_{ij}(1-n_{ij})} [(1+b_{ij}t)^{n_{ij}-1} - 1] \right\} \quad (3.24)$$

com isto:

$$h_S(t) = - \frac{1}{R_S(t)} \frac{dR_S(t)}{dt}$$

$$= - \frac{1}{\exp \left\{ \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_j+1} \frac{r_{ij}(0)}{b_{ij}(1-n_{ij})} [(1+b_{ij}t)^{n_{ij}-1} - 1] \right\}}$$

$$\times \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_j+1} r_{ij}(0) (1+b_{ij}t)^{-n_{ij}-1}$$

$$\times \exp \left\{ \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_j+1} \frac{r_{ij}(0)}{b_{ij}(1-n_{ij})} [(1+b_{ij}t)^{n_{ij}-1} - 1] \right\}$$

$$= \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_j+1} r_{ij}(0) (1+b_{ij}t)^{-n_{ij}-1} \quad (3.25)$$

Com esta expressão é possível obter um valor $h_s(0)$ a ser utilizado no modelamento proposto neste trabalho.

$$b) \text{ Região II: } t_{ij,cmin} \leq t \leq t_{ij,cmax}$$

Deve ser realizado o mesmo ajuste realizado entre as funções válidas para $0 \leq t \leq t_{ij,cmin}$ e para $t \geq t_{ij,cmax}$, determinando o comportamento no período de transição $t_{ij,cmin} \leq t \leq t_{ij,cmax}$.

$$c) \text{ Região III: } t \geq t_{ij,cmax}$$

Neste caso, tem-se:

$$R_S(t) = \exp \left\{ - \left[\sum_{j=1}^{k \times j + 1} \sum_{i=1}^j \int_0^{t_{ij,c}} r_{ij,c} dt \right] \right\}$$

3.4. FUNÇÃO TAXA DE FALHAS SEGUNDO UMA CURVA DE

$$= \exp \left\{ - \left[\sum_{j=1}^{k \times j + 1} \sum_{i=1}^j r_{ij,c} (t_{ij,c}) \right] \right\} \quad (3.26)$$

Da mesma forma que a curva de banheira tradicional a banheira generalizada pode ser dividida em três regiões, conforme indicado na Figura 3.9.

$$\frac{dR_S(t)}{dt} = \sum_{j=1}^{k \times j + 1} \sum_{i=1}^j - r_{ij,c} \times$$

$$\exp \left\{ - \left[\sum_{j=1}^{k \times j + 1} \sum_{i=1}^j r_{ij,c} (t_{ij,c}) \right] \right\} \quad (3.27)$$

resultando:

$$\begin{aligned}
 r_s(t) &= - \frac{1}{\exp \left[- \left(\sum_{j=1}^k x_j^{j+1} \sum_{i=1}^{\infty} r_{i,c} t_{i,c} \right) \right]} \times \\
 &\times \left\{ \sum_{j=1}^k x_j^{j+1} \sum_{i=1}^{\infty} r_{i,c} \left[\exp - (r_{i,c} t_{i,c}) \right] \right\} \\
 &= \sum_{j=1}^k x_j^{j+1} \sum_{i=1}^{\infty} r_{ij,c} \quad (3.28)
 \end{aligned}$$

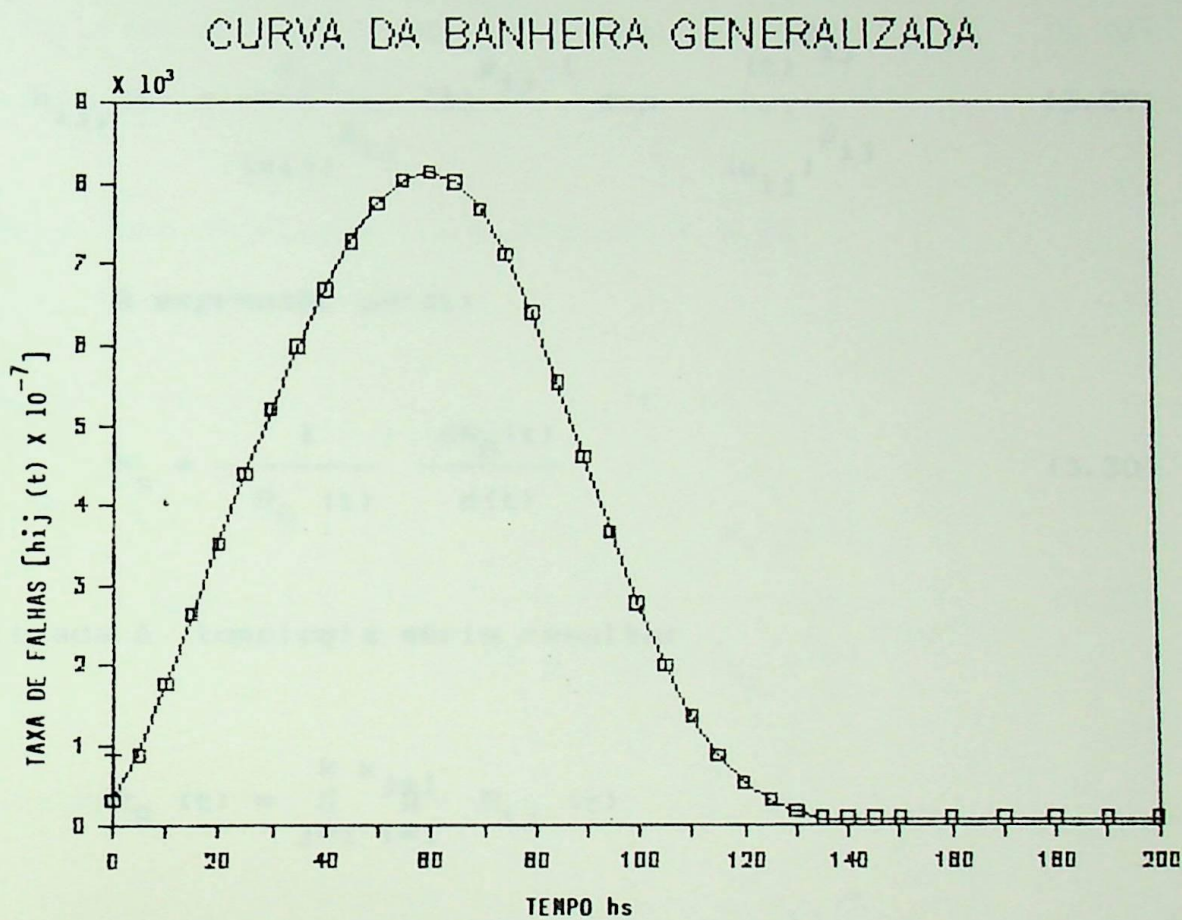
Uma observação importante é que também para o modelo de GOVIL & AGGARWAL a função taxa de falhas do sistema apresenta a mesma forma de taxa de falhas dos componentes.

3.4. FUNÇÃO TAXA DE FALHAS SEGUNDO UMA CURVA DA BANHEIRA GENERALIZADA.

Da mesma forma que a curva da banheira tradicional a curva da banheira generalizada pode ser dividida em três regiões, conforme indicado na Figura 3.9.

3.4.1. Modelo não Monotômico, Baseado nos Parâmetros de Weibull

Pode-se observar da Figura 3.10 que as considerações válidas para os modelos anteriores continuam válidas,



REGIÃO I: $0 \leq t \leq t_{ij1C \min}$.

REGIÃO II: $t_{ij1C \min} < t \leq t_{ij1C \max}$

REGIÃO III: $t > t_{ij1C \max}$

$t_{ij1C \min} = 60 \text{ hs}$

$t_{ij1C \max} = 75 \text{ hs}$

FIGURA 3.9 - Função Taxa de Falhas Segundo uma Curva da Banheira Generalizada.

particularmente a existência dos valores $t_{ij,c}$ diferentes.

Para cada componente a função taxa de falhas é definida por:

$$h_{ij}(t) = \frac{\beta_{ij}}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}}} (t)^{\beta_{ij}-1} \exp - \frac{(t)^{\beta_{ij}}}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}}} \quad (3.29)$$

A expressão geral:

$$h_s = - \frac{1}{R_s(t)} \frac{dR_s(t)}{dt} \quad (3.30)$$

aplicada à topologia série resulta:

$$\begin{aligned} R_s(t) &= \prod_{j=1}^k \prod_{i=1}^{x_j+1} R_{ij}(t) \\ &= \exp \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_j+1} \left[- \int_0^t h_{ij}(t) dt \right] \end{aligned} \quad (3.31)$$

Considerando que das hipóteses de trabalho, os $t_{ij,c}$ para os elementos discretos apresentam valores muito mais elevados, em geral, do que aqueles dos CI's que seguem uma curva da banheira generalizada, o comportamento da taxa de falhas na região de falhas prematuras será denominado pelos CI's. Assim:

a) Região I: $0 \leq t \leq t_{ij,cmin}$

Para cada componente:

$$h_{ij}(t) = \frac{\beta_{ij}}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}}} (t)^{\beta_{ij}-1} \exp - \frac{(t)^{\beta_{ij}}}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}}} \quad (3.32)$$

Então, como detalhado nos apêndices A e B:

$$R_S(t) = \exp \left[- \sum_{j=1}^k x_j \sum_{i=1}^{j+1} \int_0^t h_{ij}(t) dt \right] \quad (3.33)$$

$$= \exp - \left[\sum_{j=1}^k x_j \sum_{i=1}^{j+1} \frac{(-1)^n \beta_{ij}^{(n+1)} (t)^{\beta_{ij}^{(n+1)}}}{n! \beta_{ij}^{(n+1)} (\alpha_{ij})^{\beta_{ij}^{(n+1)}}} \right] \quad (3.33)$$

E também:

$$h_S(t) = \sum_{j=1}^k x_j \sum_{i=1}^{j+1} \sum_{n=0}^{\infty} a_{ij} b_{ij} (t)^{b_{ij}-1} \quad (3.34)$$

onde:

$$a_{ij} = \frac{(-1)^n \beta_{ij}^{(n+1)}}{n! \beta_{ij}^{(n+1)} (\alpha_{ij})^{\beta_{ij}^{(n+1)}}} \quad (3.35)$$

$$b_{ij} = \beta_{ij}^{(n+1)} \quad (3.36)$$

com isto:

$$\begin{aligned}
 h_s(t) &= \sum_{j=1}^k x_j + 1 \sum_{i=1}^y \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \beta_{ij}}{n! (\alpha_{ij}) \beta_{ij}^{(n+1)}} (t)^{\beta_{ij}^{(n+1)}-1} \\
 &= \sum_{j=1}^k x_j + 1 \sum_{i=1}^y \frac{\beta_{ij}}{(\alpha_{ij}) \beta_{ij}} (t)^{\beta_{ij}-1} \exp \left[- \frac{(t)^{\beta_{ij}}}{(\alpha_{ij}) \beta_{ij}} \right] \quad (3.37)
 \end{aligned}$$

Propõe-se a equação geral:

$$h_s(t) = \frac{\beta_s}{(\alpha_s) \beta_s} (t)^{\beta_s-1} \exp \left[- \frac{(t)^{\beta_s}}{(\alpha_s) \beta_s} \right] \quad (3.38)$$

b) Região II: $t_{ij,cmin} \leq t \leq t_{ij,cmax}$

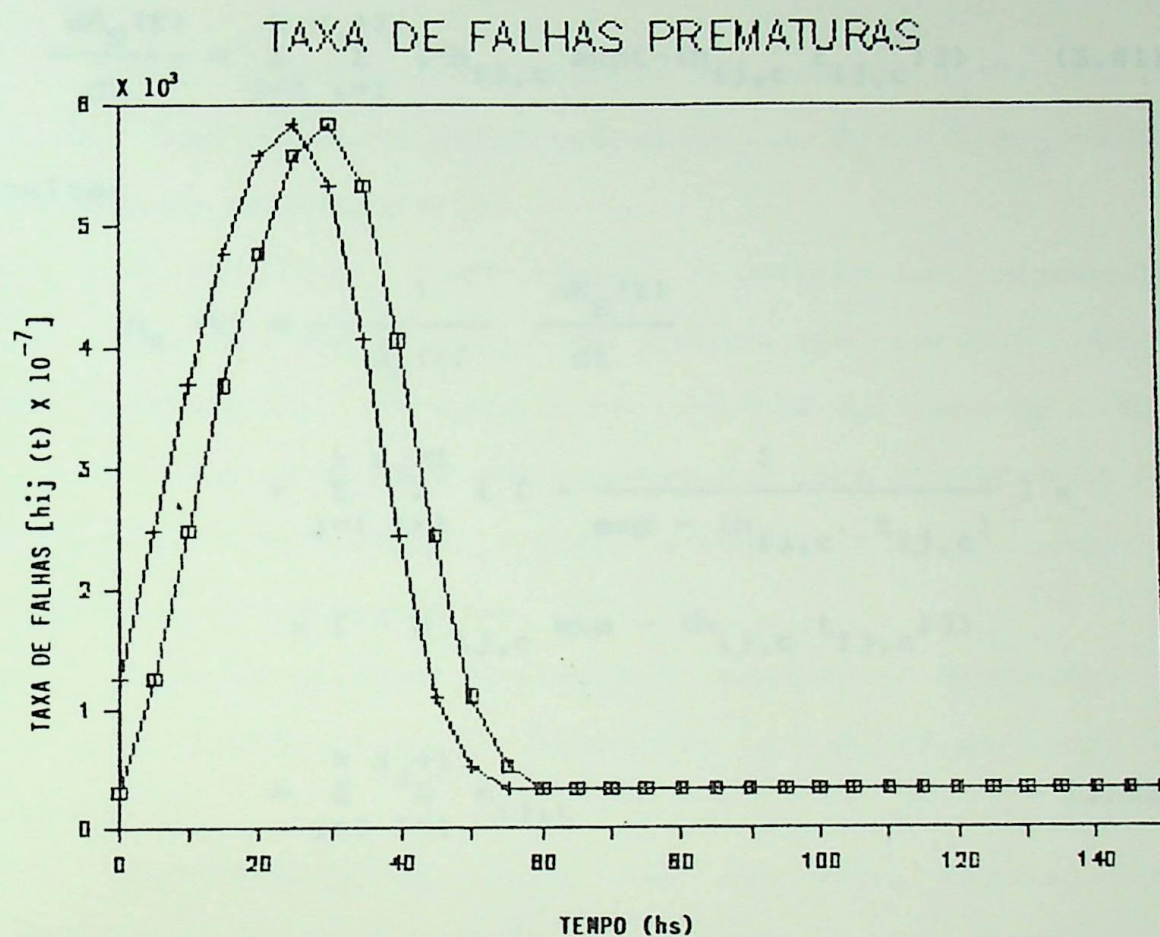
O valor de t , neste caso, torna-se igual à $t_{ij,c}$ dos componentes que já se encontram no período de vida útil.

$$h_s(t) = \sum_{j=1}^k x_j + 1 \sum_{i=1}^y \frac{\beta_{ij}}{(\alpha_{ij}) \beta_{ij}} (t)^{\beta_{ij}-1} \exp \left[- \frac{(t)^{\beta_{ij}}}{(\alpha_{ij}) \beta_{ij}} \right] \quad (3.39)$$

c) Região III: $t \geq t_{ij,cmax}$

A confiabilidade do sistema toma a forma:

$$R_s(t) = \exp \left\{ - \left[\sum_{j=1}^k x_j + 1 \sum_{i=1}^y \int_0^{t_{ij,c}} h_{ij,c} dt \right] \right\}$$



Região I : $0 \leq t \leq t_{ij,cmin}$

Região II : $t_{ij,cmin} \leq t \leq t_{ij,cmax}$

Região III : $t \geq t_{ij,cmax}$

FIGURA 3.10 - Função Taxa de Falhas Generalizada para Componentes de um Sistema.

$$= \exp\left\{-\left[\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_j+1} h_{ij,c} (t_{ij,c})\right]\right\} \quad (3.40)$$

Com isto:

$$\frac{dR_S(t)}{dt} = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_j+1} \{-h_{ij,c} \exp[-(h_{ij,c} t_{ij,c})]\} \quad (3.41)$$

resulta:

$$\begin{aligned} h_S(t) &= - \frac{1}{R_S(t)} \frac{dR_S(t)}{dt} \\ &= \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_j+1} \left\{ \left[- \frac{1}{\exp - (h_{ij,c} \cdot t_{ij,c})} \right] \times \right. \\ &\quad \left. \times \left[- h_{ij,c} \exp - (h_{ij,c} \cdot t_{ij,c}) \right] \right\} \\ &= \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_j+1} h_{ij,c} \end{aligned} \quad (3.42)$$

$$= h_{S,c} \quad (3.43)$$

3.4.2. Modelo de MOLTOFT

Moltoft trata exclusivamente do modelamento da taxa de falhas para sistemas, não realizando estudo a nível de componentes. É possível, através do seu modelo, obter a taxa de falhas para sistemas formados por componentes resistentes, com aberrações e na região de falhas prematuras.

3.5 - PROPOSTA DE OBTENÇÃO DIRETA DA FUNÇÃO TAXA DE FALHAS CONSIDERANDO FORMAS TRADICIONAIS E GENERALIZADA

Nos estudos anteriores os valores de $h_s(t)$ foram obtidos indiretamente pelas expressões de $R_s(t)$ e $dR_s(t)/dt$ determinadas separadamente.

O objetivo, nesta etapa, é definir uma expressão geral para a taxa de falhas do sistema que permita obter $h_s(t)$ diretamente, para qualquer instante do tempo de vida. Em particular propõe-se uma equação que gere a expressão da função taxa de falhas, para unidades seguindo modelo tradicional ou generalizado.

Seja um sistema formado por componentes discretos e CI's com funções taxa de falhas nas formas ilustradas na Figura 3.11.

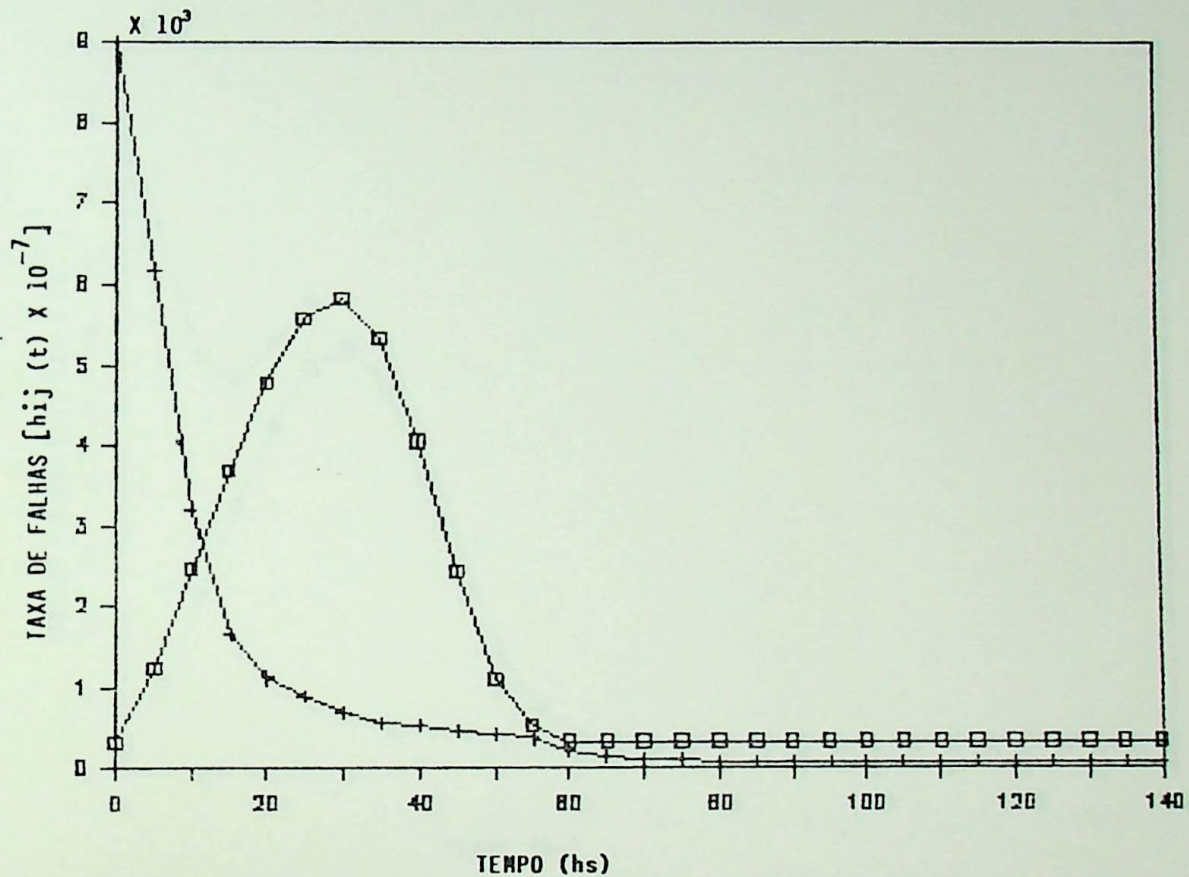
Considerando-se cada uma das três regiões já discutidas e topologia série:

a) Região I: $0 \leq t \leq t_{ij,cmin}$

$$R_s(t) = \exp \left[- \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_j+1} \int_0^t h_{ij}(t) dt \right]$$

$$= R_s(t)_{\text{Disp. Discretos}} \times R_s(t)_{\text{CI's}} \quad (3.44)$$

TAXA DE FALHAS PARA SISTEMAS



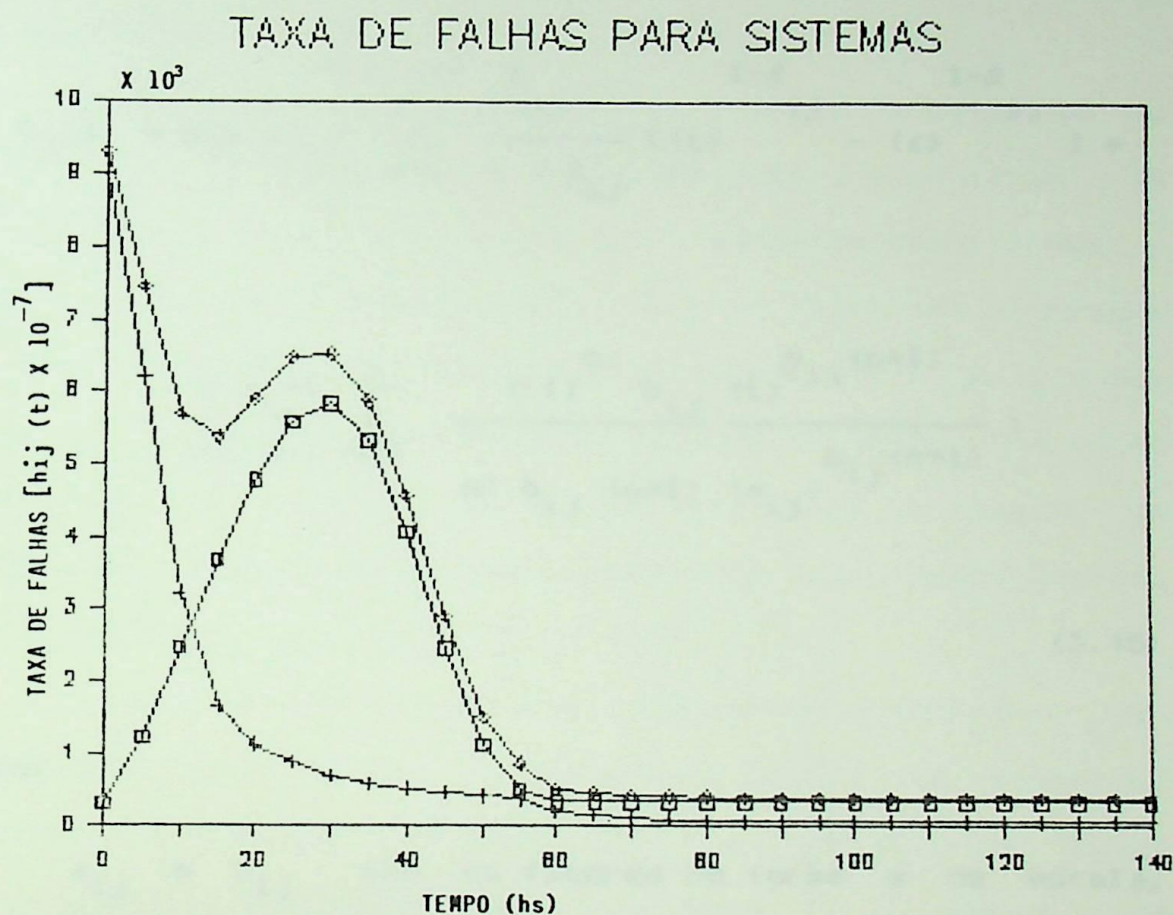
[] CURVA A

+ CURVA B

a - Componentes Discretos

b - Componentes Integrados

FIGURA 3.11 - Taxas de Falhas Genéricas para Componentes Discretos e CI's.



- a - Curva dos Componentes Discretos.
- b - Curva dos Componentes Integrados.
- c - Curva do Sistema (Componentes Discretos e CI's).

FIGURA 3.12 - Função Taxa de Falhas de um Sistema Constituído por Componentes Discretos e CI's.

Supondo que os elementos discretos sejam modelados pelo modelo de KUO e os elementos integrados pela equação de Weibull, resulta, como mostrado no Apêndice B:

$$\begin{aligned}
 R_S(t) = & \exp \left\{ - \sum_{j=1}^{k \times j+1} \sum_{i=1}^{\alpha} \frac{1 - \beta_{ij}}{1 - \beta_{ij}} [(t)^{1-\beta_{ij}} - (\epsilon)^{1-\beta_{ij}}] + \right. \\
 & \left. + \sum_{j=1}^{k \times j+1} \sum_{i=1}^{\gamma} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n b_{ij}^{(n+1)} (t)^{b_{ij}^{(n+1)}}}{n! b_{ij}^{(n+1)} (a_{ij})^{b_{ij}^{(n+1)}}} \right\}
 \end{aligned}
 \tag{3.45}$$

onde:

a_{ij} e b_{ij} são os fatores de forma e de escala, respectivamente, na equação de Weibull. Correspondem a α_{ij} e β_{ij} do modelo não monotônico.

$$\begin{aligned}
 h_S(t) = & \sum_{j=1}^{k \times j+1} \sum_{i=1}^{\alpha} \{ \alpha_{ij} (t)^{-\beta_{ij}} + \\
 & + \frac{b_{ij}}{(a_{ij})^{b_{ij}}} (t)^{b_{ij}-1} \exp \left[- \frac{(t)^{b_{ij}}}{(a_{ij})^{b_{ij}}} \right] \}
 \end{aligned}
 \tag{3.46}$$

b) Região II: $t_{ij,cmin} \leq t \leq t_{ij,cmax}$

A utilização do mesmo processo utilizado nas situações anteriores, implicaria em erro demasiado na região de transição.

Como pode ser visto na Figura 3.12, a obtenção do $h_s(t)$ resultante para todos os CI's produziria um comportamento igual a da curva "b", caso fôsse utilizada a curva da banheira generalizada. Para os elementos discretos o comportamento seria do tipo indicado em "a". O sistema como um todo, na hipótese de topologia série, teria o comportamento indicado na figura "c", onde a região de transição aparentemente seria diferente caso fossem tomados os valores $t_{ij,cmin}$ e $t_{ij,cmax}$.

Considerando, contudo, que as taxas de falhas dos elementos discretos são, tipicamente, uma ou mais ordens de grandeza inferiores às dos CI's no período de falhas constantes, propõe-se usar o valor $t_{ij,c}$ obtido da resultante dos CI's, com valor $h_s(t_{ij,cmin,CI's})$. Caso haja interesse de aumentar a precisão poder-se-ia determinar o valor $t_{ij,cmin}^*$ resolvendo numericamente a expressão:

$$h_{s,Disp.discretos}(t) = h_{s,CI's}(t) \quad (3.47)$$

b) Região III: $t \geq t_{ij,cmax}$

O procedimento é idêntico ao já desenvolvido nos modelos anteriores:

$$h_s(t) = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_j+1} h_{ij,c} \quad (3.50)$$

$$= h_{s,c} \quad (3.48)$$

De acordo com estes modelos resulta para a função Taxa de Falhas para o sistema um comportamento como o esboçado na Figura 3.12.

A taxa de falhas para o sistema é o resultado da composição das taxas de falhas de todos os elementos; seu valor inicial é igual ao valor inicial da taxa de falhas total dos elementos discretos e, a partir deste ponto, segue o comportamento dos componentes integrados.

O valor de pico ocorre antes daquele dos elementos integrados. O início do período de vida útil resulta igual ao valor para os elementos discretos.

3.6 - FUNÇÃO TAXA DE FALHAS SEGUNDO O MODELO DE MOLTOFT

Quando o sistema é formado somente por componentes resistentes se tem a distribuição unimodal mostrada na Figura 3.13.

Neste caso:

$$R(t) = \exp \left[- \alpha \left(\frac{t}{n} \right)^\beta \right] \quad (3.49)$$

$$h(t) = \frac{\alpha\beta}{\beta} t^{\beta-1} \quad (3.50)$$

Quando o sistema é formado por componentes resistentes ou com falhas prematuras mais componentes com aberração, resulta uma distribuição bimodal como a mostrada na Figura 3.14.

A confiabilidade $R(t)$ é obtida da função distribuição acumulativa de falhas, $F(t)$.

$$R(t) = 1 - F(t) \quad (3.51)$$

onde $F(t)$ é definida por dois parâmetros de Weibull, na forma:

$$F(t) = p_1 \{1 - \exp[-(t/n_1)^{\beta_1}]\} + p_2 \{1 - \exp[-(t/n_2)^{\beta_2}]\} \quad (3.52)$$

onde:

p_1 é o número relativo de componentes com falhas prematuras; e

p_2 é o número relativo de componentes resistentes.

Portanto:

$$h(t) = - \frac{1}{1 - \{p_1 [1 - \exp(-(t/n_1)^{\beta_1})] + p_2 [1 - \exp(-(t/n_2)^{\beta_2})]\}} \times$$

$$\begin{aligned}
 & \times \left\{ \frac{\beta_1}{(n_1)^{\beta_1}} (t)^{\beta_1-1} p_1 \exp[-(t/n_1)^{\beta_1}] + \right. \\
 & \left. + \frac{\beta_2}{(n_2)^{\beta_2}} (t)^{\beta_2-1} p_2 \exp[-(t/n_2)^{\beta_2}] \right\} \quad (3.53)
 \end{aligned}$$

Quando o sistema é formado por componentes dos três tipos (com aberração, resistentes e com falhas prematuras) resulta a distribuição trimodal representada na Figura 3.15.

a) o período de vida útil não possui taxa de falhas constante, pois é neste período que os componentes com falhas prematuras têm a probabilidade de falhar;

b) os componentes com falhas prematuras falham, em geral com menos de 500 horas ou mesmo entre 10 à 20 horas; e

c) componentes com aberrações falham tipicamente dentro de um tempo que abrange de 100 à 200 horas.

A obtenção da equação de taxa de falhas segue desenvolvimento matemático semelhante àquele da distribuição bimodal, resultando:

$$h_s(t) =$$

$$= \frac{1}{1 - \{p_1[1 - \exp(-(t/n_1)^{\beta_1})] + p_2[1 - \exp(-(t/n_2)^{\beta_2})] + p_3[1 - \exp(-(t/n_3)^{\beta_3})]\}}$$

$$\begin{aligned}
x & \left\{ \frac{\beta_1}{(n_1)^{\beta_1}} (t)^{\beta_1-1} p_1 \exp [- (t/n_1)^{\beta_1}] + \right. \\
& + \frac{\beta_2}{(n_2)^{\beta_2}} (t)^{\beta_2-1} p_2 \exp [- (t/n_2)^{\beta_2}] + \\
& + \left. \frac{\beta_3}{(n_3)^{\beta_3}} (t)^{\beta_3-1} p_3 \exp [- (t/n_3)^{\beta_3}] \right\} \quad (3.54)
\end{aligned}$$

onde:

p_1 é a fração de componentes com falhas prematuras;

p_2 idem, com aberrações;

p_3 idem, de componentes resistentes.

A distribuição trimodal não será considerada neste trabalho, por estarmos interessados apenas no problema da depuração.

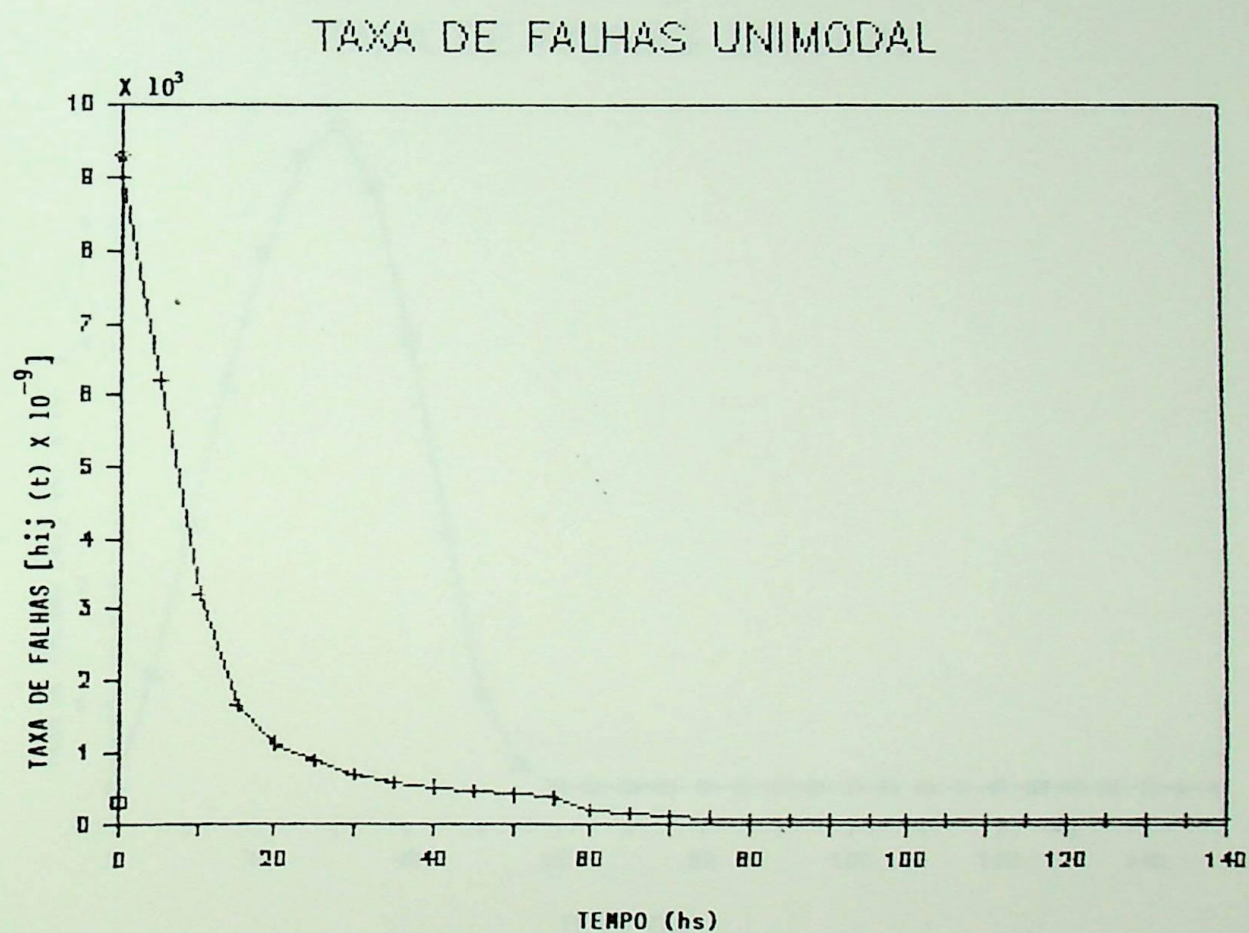


FIGURA 3.13. Função Taxa de Falhas Unimodal.

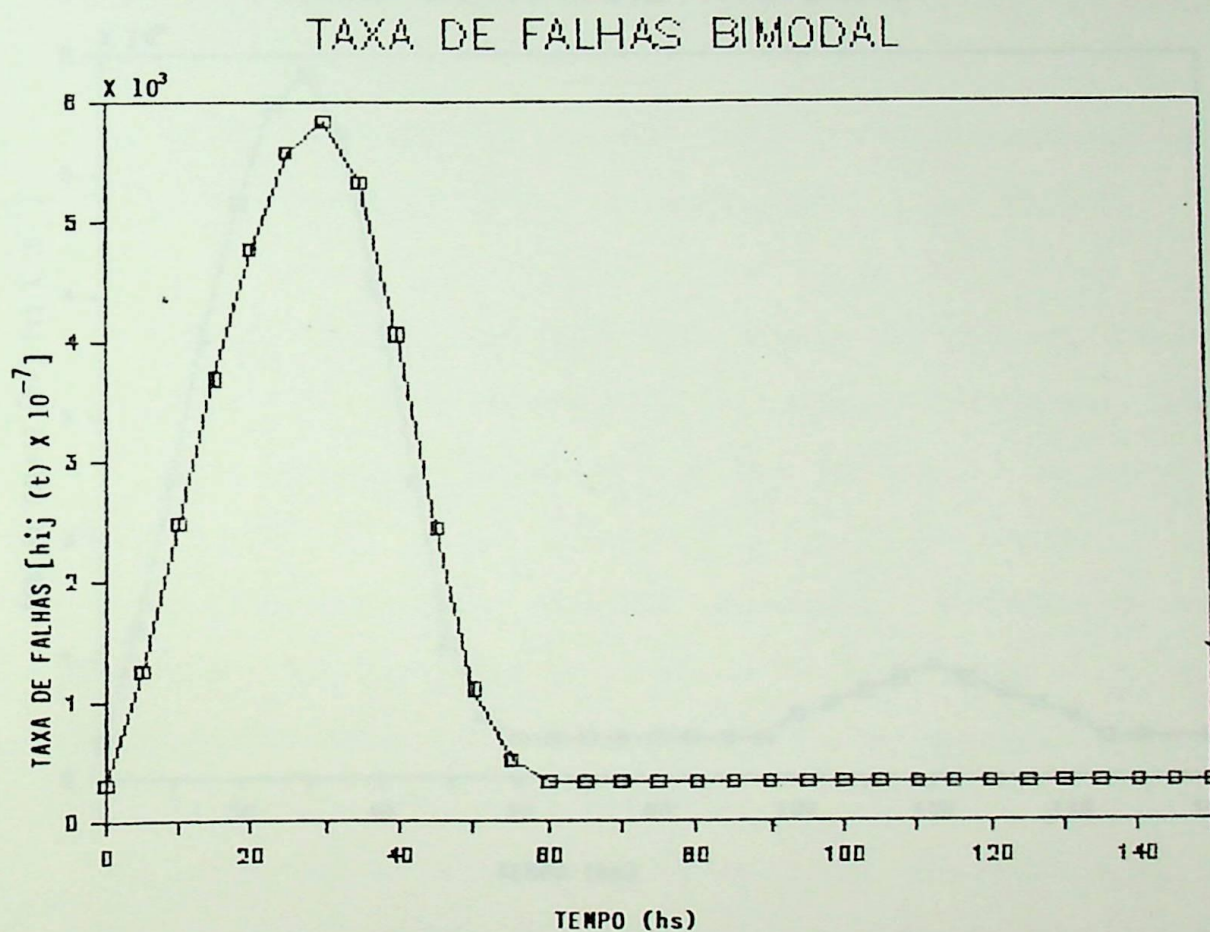


FIGURA 3.14 - Função Taxa de Falhas Bimodal.

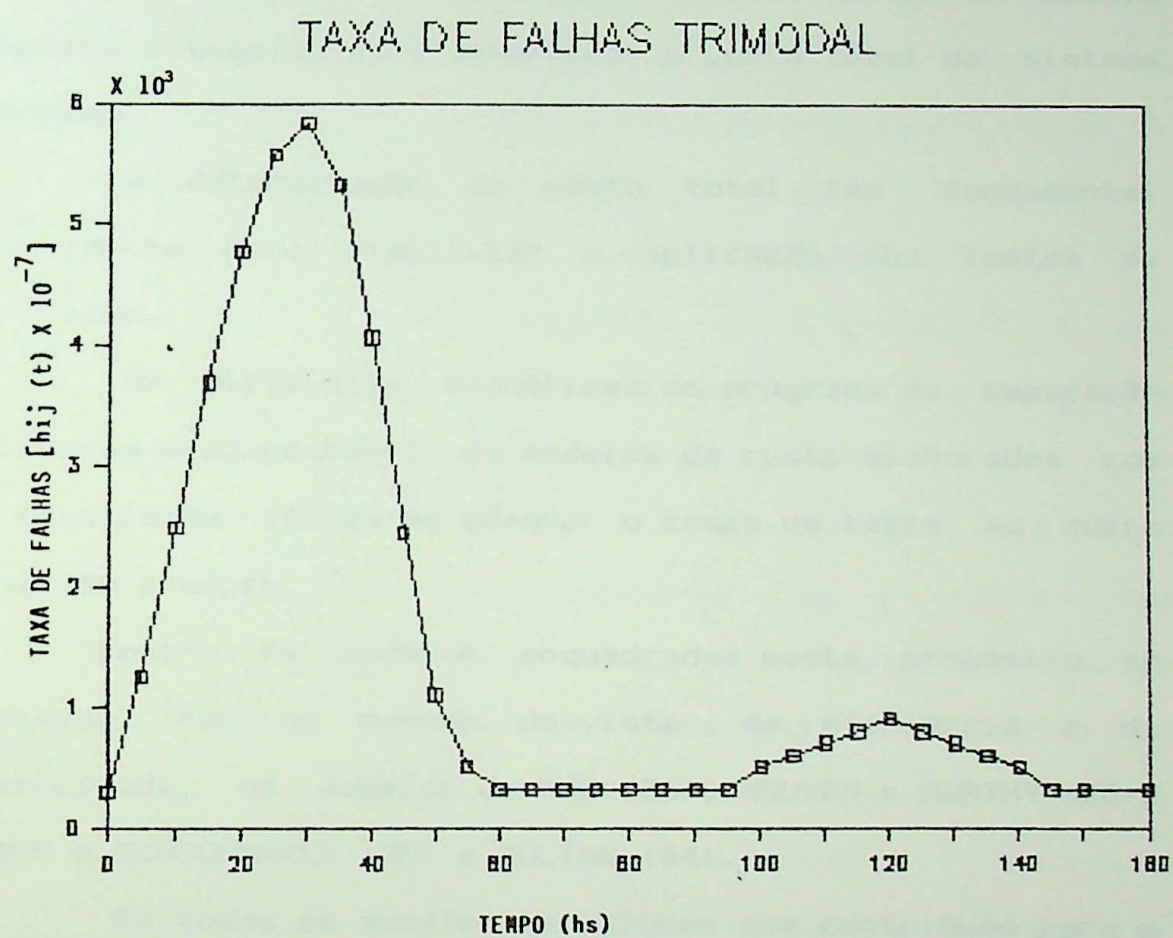


FIGURA 3.15 - Função Taxa de Falhas Trimodal.

4. MODELO DO CUSTO TOTAL DA DEPURAÇÃO CONSIDERANDO AS DIFERENTES FUNÇÕES TAXAS DE FALHAS

4.1 - CONSIDERAÇÕES GERAIS

O objetivo deste trabalho é identificar um modelo completo e simples para determinar o custo total do sistema depurado.

A determinação do custo total tem fundamental importância para viabilizar a aplicação dos testes de depuração.

As exigências econômicas do programa de depuração motivaram o aparecimento de modelos de custo elaborados com a finalidade básica em adequar o tempo de teste ao custo final do produto.

Dentre os modelos enquadrados neste propósito se destacam, sob os pontos de vista da eficiência e da praticidade, os modelos de KUO (36), NGUYEN e MURTHY (28), MARKO e SCHOONMAKER (35) e SULTAN (44).

Em todos os modelos os valores que contribuem para o custo total são semelhantes, diferindo apenas na forma apresentação.

Tomando como base o modelo mais usado, o de KUO [30][34][36], desenvolve-se um método matemático que possibilita estimar o custo do sistema depurado, segundo cada tipo de taxa de falhas.

A dedução das fórmulas estão apresentadas nos Anexos.

4.2 - CUSTO DO SISTEMA

No estudo de otimização do processo de depuração entra em julgamento o tempo adequado de teste, com finalidade dese obter um equilíbrio entre o custo mínimo e a confiabilidade necessária para a um bom desempenho do sistema, tornando a depuração economicamente viável.

Propõe-se, neste trabalho, o uso de um modelo que combina todas as parcelas de custo envolvidas, e que, em conjunto, determinam o custo total do sistema.

A função custo utiliza os vários parâmetros relacionados direta e indiretamente com o produto: de aquisição, de montagem, de projeto, de falhas na fábrica, de falhas no campo e do teste de depuração ("burn-in"). Os demais custos poderão ser agrupados em qualquer destes itens.

Desenvolve-se, no trabalho, um método que permite calcular o custo de um sistema formado por componentes cujos comportamentos de falhas seguem curvas da banheira tradicional e/ou generalizada.

A equação matemática básica de custo parte dos custos individuais de cada componente e por meio de um somatório chega-se ao custo final do sistema, na forma:

Custo total do sistema = custo de produção + custo de testes de depuração + (número de componentes falhados no período de depuração x custo de reparo na fábrica) + (número de componentes falhados após a depuração x custo de reparo no campo x parcela de penalidade referente à perda de credibilidade).

Matematicamente se tem a expressão:

$$C_{TS} = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{j+1} [C_{ij} + C_{ij,d} + e_{ij,d} C_{ij,s} + (1+L)e_{ij,t} C_{ij,f}] \quad (4.1)$$

onde:

C_{ij} = custo do componente i na unidade j , variando com cada tipo de componente.

$C_{ij,d}$ = custo de depuração do componente i na unidade j .

$$C_{ij,d} = B_o (1 - \delta t_{ij,d}) \quad (4.2)$$

δ = coeficiente de tempo para o custo de depuração

B_o = coeficiente de custo de depuração

$C_{ij,s}$ = custo de reparo, na fábrica, do componente "i" na unidade j. Refere-se ao custo de reparo das falhas que ocorreram devido a testes como a depuração.

$e_{ij,d}$ = fração estatisticamente esperada de falhas durante a depuração do componente i da unidade j correspondendo à área sob a curva de zero a $t_{ij,d}$.

$$e_{ij,d} = \int_0^{t_{ij,d}} h_{ij}(t) dt \quad (4.3)$$

$C_{ij,s}$ e $e_{ij,d}$ irão gerar o custo total de todas as falhas, provenientes da depuração, seguida de reparos dentro da própria fábrica.

$C_{ij,f}$ = custo de reparo no campo do componente i da unidade j. Refere-se às falhas que ocorrem no campo, mas de responsabilidade do fabricante, dentro do período de garantia.

L = relação referente ao custo de perda de credibilidade, é um multiplicador de penalidade igual a 1, 2, 3, ... Depende da precisão exigida ao perfeito funcionamento do sistema.

$e_{ij,t}$ = fração estatisticamente esperada de falhas num intervalo t após $t_{ij,d}$ horas de depuração. É o número de falhas do sistema no campo. Corresponde a área sob a curva compreendida

entre os limites definidos por "t"

$$e_{ij,t} = \int_{t_{ij,d}}^{t+t_{ij,d}} h_{ij}(t) dt \quad (4.4)$$

para $0 \leq t \leq t_{ij,c} - t_{ij,d}$

$$e_{ij,t} = \int_{t_{ij,d}}^{t+t_{ij,c}} h_{ij}(t) dt + \int_{t_{ij,c}-t_{ij,d}}^t h_{ij,c} dt \quad (4.5)$$

para $0 \leq t \leq t_{ij,c} - t_{ij,d}$

O equilíbrio entre o custo viável e a confiabilidade necessária estão colocados implicitamente dentro do contexto destas equações, pois a confiabilidade é adequada quando o número de falhas no campo é reduzida. Como matematicamente este número é gerado por $C_{ij,f}$ pode-se adequar estas equações como uma medida de confiabilidade. Portanto, a forma usada para calcular o custo do sistema possui dependência com o número de falha.

$C_{ij,f}$ e $C_{ij,s}$ geram o custo total de todas as falhas ocorridas no campo, que irão influenciar no custo de produção, como aqueles dependentes de reparos e perda de credibilidade caso este tipo de falha ocorra. Sendo que

$C_{ij,f}$ representa o número de falhas indesejáveis devendo ser reduzidas pela depuração.

C_{ij} , $C_{ij,d}$, $C_{ij,s}$, $C_{ij,f}$ e L de uma certa forma se relacionam, com dados obtidos de aplicações e experiências diárias dentro das fábricas e laboratórios. São dados resultantes do processo de fabricação, teste e utilização do sistema.

$e_{ij,t}$, $e_{ij,d}$ são dados que podem ser obtidos a partir da curva da banheira da taxa de falha através de integrações, isto é, dependem diretamente da função taxa de falhas.

4.2.1. Modelo de KUD [30] [34] [36]

Se aplica a sistemas cujo comportamento de falha dos componentes segue uma curva da banheira tradicional.

A função de custo é desenvolvida obedecendo as características fundamentais do modelo representada pela Equação (4.1)

$$C_{TS} = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^{x_j+1} [C_{ij} + C_{ij,d} + e_{ij,d} C_{ij,s} + (1+L)e_{ij,t} C_{ij,f}]$$

Kuo propõe $C_{ij,d}$ desprezível, ao propor $B_0 \delta$ desprezível, considerando que muitos CI's de cada tipo são depurados ao mesmo tempo. Sendo $C_{ij,d} = B_0 (1 - \delta t_{ij,d})$ desprezível. Os termos $e_{ij,d}$ e $e_{ij,t}$ podem ser obtidos:

$$h_{ij}(t) = \alpha_{ij} (t)^{-\beta_{ij}} \quad (4.6)$$

$$e_{ij,d} = \frac{\alpha_{ij}}{1 - \beta_{ij}} (t)^{1-\beta_{ij}} \quad (4.7)$$

$$e_{ij,t} = \frac{\alpha_{ij}}{1 - \beta_{ij}} [(t+t_{ij,d})^{1-\beta_{ij}} - (t_{ij,d})^{1-\beta_{ij}}] \quad (4.8)$$

$$\text{para } \epsilon \leq t \leq t_{ij,c} - t_{ij,d}$$

$$e_{ij,t} = \frac{\alpha_{ij}}{1 - \beta_{ij}} [(t_{ij,c})^{1-\beta_{ij}} - (t_{ij,d})^{1-\beta_{ij}}] +$$

$$+ h_{ij,c} (t - t_{ij,c} + t_{ij,d}) \quad (4.9)$$

$$\text{para } t > t_{ij,c} - t_{ij,d}$$

Observa-se que para o Kuo o valor da taxa de falhas inicial não se dá em $t = 0$ e sim em $t = \epsilon$.

Com este resultado pode-se obter o custo de um sistema constituído por elementos que seguem uma curva da banheira tradicional. Considerando que os CI's têm inicialmente uma alta taxa de falhas em um curto período, como considerado no capítulo anterior, pode-se usar as equações desenvolvidas segundo este modelo, considerando taxa de falhas inicial maior que a dos componentes

discretos, e um período de falhas prematuras, bem menor que o dos componentes discretos.

$$\begin{aligned}
 C_{TS} = & \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^{j+1} \{ C_{ij} + B_0(1+\delta t_{ij,d}) + \\
 & + C_{ij,s} \left[\frac{\alpha_{ij}}{1 - \beta_{ij}} (t_{ij,d})^{1-\beta_{ij}} \right] + \\
 & + (1+L)C_{ij,f} \left\{ \frac{\alpha_{ij}}{1 - \beta_{ij}} [(t+t_{ij,d})^{1-\beta_{ij}} - (t_{ij,d})^{1-\beta_{ij}}] \right\} \} \\
 & \quad \quad \quad (4.10)
 \end{aligned}$$

para $\epsilon \leq t \leq t_{ij,c} - t_{ij,d}$

$$\begin{aligned}
 C_{TS} = & \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^{j+1} \{ C_{ij} + B_0(1+\delta t_{ij,d}) + \\
 & + C_{ij,s} \left[\frac{\alpha_{ij}}{1 - \beta_{ij}} (t_{ij,d})^{1-\beta_{ij}} \right] + \\
 & + (1+L)C_{ij,f} \left\{ \frac{\alpha_{ij}}{1 - \beta_{ij}} [(t_{ij,c})^{1-\beta_{ij}} - (t_{ij,d})^{1-\beta_{ij}}] + \right. \\
 & \quad \quad \quad \left. + h_{ij,c} (t - t_{ij,c} + t_{ij,d}) \right\} \} \\
 & \quad \quad \quad (4.11)
 \end{aligned}$$

para $t > t_{ij,c} - t_{ij,d}$

4.2.2. Modelo de GOVIL & AGGARWAL [26]

Este modelo se aplica a sistemas cujo comportamento de falhas segue uma curva da banheira tradicional.

Os critérios de custo servem de referência para determinar o período de depuração que gerará menor custo sem afetar a confiabilidade necessária do sistema.

A partir da equação básica (4.1) aqui repetida:

$$C_{TS} = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^{x_j+1} \{ C_{ij} + C_{ij,d} + e_{ij,d} C_{ij,s} + (1+L) e_{ij,t} C_{ij,f} \}$$

considerando a função taxa de falha, e

$$r_{ij}(t) = \frac{r_{ij}(0)}{(1 + b_{ijt})^{n_{ij}}} \quad (4.12)$$

definindo o custo de depuração:

$$C_{ij,d} = \delta t_{ij,d} \quad (4.13)$$

Resultado:

$$e_{ij,d} = \frac{r_{ij}(0)}{b_{ij}(1-n_{ij})} [(1 + b_{ij} t_{ij,d})^{1-n_{ij}} - 1] \quad (4.14)$$

$$e_{ij,t} = \frac{r_{ij}(0)}{b_{ij}(1-n_{ij})} \{ [1+b_{ij}(t+t_{ij,d})]^{1-n_{ij}} - [1+b_{ij}t_{ij,d}]^{1-n_{ij}} \} \quad (4.15)$$

$$\text{para } 0 \leq t \leq t_{ij,c} - t_{ij,d}$$

$$e_{ij,t} = \frac{r_{ij}(0)}{b_{ij}(1-n_{ij})} [(1+b_{ij}t_{ij,c})^{1-n_{ij}} - (1+b_{ij}t_{ij,d})^{1-n_{ij}}] +$$

$$+ r_{ij,c} (t - t_{ij,c} + t_{ij,d}) \quad (4.16)$$

$$\text{para } t \geq t_{ij,c} - t_{ij,d}$$

Portanto para um sistema formado por componentes discretos e/ou CI's o custo resultante fica:

$$C_{TS} = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^{xi+1} \{ C_{ij} + \delta t_{ij,d} +$$

$$+ C_{ij,s} \frac{r_{ij}(0)}{b_{ij}(1-n_{ij})} [(1+b_{ij}t_{ij,d})^{1-n_{ij}} - 1] +$$

$$+ (1+L)C_{ij,f} \frac{r_{ij}(0)}{b_{ij}(1-n_{ij})} [1+b_{ij}(t+t_{ij,d})]^{1-n_{ij}} -$$

$$- \frac{r_{ij}(0)}{b_{ij}(1-n_{ij})} (1+b_{ij}t_{ij,d})^{1-n_{ij}} \} \quad (4.17)$$

$$\text{para } 0 \leq t \leq t_{ij,c} - t_{ij,d}$$

$$\begin{aligned}
C_{TS} = & \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^{x_{i+1}} C_{ij} + \delta t_{ij,d} + \\
& + C_{ij,s} \frac{r_{ij}(0)}{b_{ij}(1-n_{ij})} [(1 + b_{ij}t_{ij,d})^{1-n_{ij}} - 1] + \\
& + (1+L) C_{ij,f} \frac{r_{ij}(0)}{b_{ij}(1-n_{ij})} (1+b_{ij}t_{ij,c})^{1-n_{ij}} - \\
& - \frac{r_{ij}(0)}{b_{ij}(1-n_{ij})} (1+b_{ij}t_{ij,d})^{1-n_{ij}} + \\
& + r_{ij} (t - t_{ij,c} + t_{ij,d}) \} \quad (4.18)
\end{aligned}$$

para $t \geq t_{ij,d} - t_{ij,d}$

4.2.3. Modelo NÃO-MONOTONICO

Para o caso de sistemas cujo comportamento de falhas dos componentes segue uma curva da banheira generalizada o estudo de otimização de custo pode seguir a mesma equação básica desenvolvida até o momento, já que matematicamente esta equação não faz restrição quanto à forma da curva de taxa de falhas.

Obedecendo a mesma linha de custos, que se vinculam para gerar o custo total do sistema através do somatório da contribuição de cada componente, pode-se propor a mesma equação básica (4.1) de novo representada:

$$C_{TS} = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^{x_j+1} [C_{ij} + C_{ij,d} + e_{ij,d} C_{ij,s} + (1+L)e_{ij,t} \cdot C_{ij,f}]$$

As parcelas de custo dependentes da área sob a curva de taxa de falha são deduzidas:

$$e_{ij,d} = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_j+1} \sum_{n=0}^n \frac{(-1)^n \beta_{ij}^{(n+1)} (t_{ij,d})^{\beta_{ij}^{(n+1)}}}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}^{(n+1)}} \beta_{ij}^{(n+1)} n!} \quad (4.19)$$

$$e_{ij,t} = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_j+1} \sum_{n=0}^n \frac{(-1)^n \beta_{ij}^{(n+1)} [(t+t_{ij,d})^{\beta_{ij}^{(n+1)}} - (t_{ij,d})^{\beta_{ij}^{(n+1)}}]}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}^{(n+1)}} \beta_{ij}^{(n+1)} n!} \quad (4.20)$$

para $0 \leq t \leq t_{ij,c} - t_{ij,d}$

$$e_{ij,t} = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_j+1} \sum_{n=0}^n \left\{ \frac{(-1)^n \beta_{ij}^{(n+1)} [(t_{ij,c})^{\beta_{ij}^{(n+1)}} - (t_{ij,d})^{\beta_{ij}^{(n+1)}}]}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}^{(n+1)}} \beta_{ij}^{(n+1)} n!} + \right. \\ \left. + h_{ij,c} (t - t_{ij,c} + t_{ij,d}) \right\} \quad (4.21)$$

para $t \geq t_{ij,c} - t_{ij,d}$

4.3 - CUSTO TOTAL DO SISTEMA

O custo final de um sistema pode ser modelado a partir de dados obtidos da sua função taxa de falhas. Neste caso a equação matemática terá a forma:

$$C_{TS} = C_s + C_{s,d} + e_{s,d} C_{s,s} + (1+L) e_{s,t} C_{s,f} \quad (4.22)$$

onde:

C_s = Custo de produção do sistema incluindo os custos de projeto, mão de obra, equipamentos e todos os demais ligados à fabricação, a pesquisa e ao desenvolvimento.

$C_{s,d}$ = Custo de depuração do sistema, que envolve todos os custos decorrentes do processo de testes diretos e indiretos.

$$C_{s,d} = \delta t_{s,d} \quad (4.23)$$

O termo δ é um fator de custo de depuração, em geral preço por unidade de tempo de teste.

$e_{s,d}$ = número de falhas ocorridas nas unidades do sistema correspondente em consequência da falha ou de mau funcionamento do sistema.

$$e_{s,d} = \int_0^{t_{s,d}} h_s(t) dt \quad (4.24)$$

$C_{s,s}$ = custo de reparo do sistema na fàbrica por falhas ocorridas devido a testes e forçadas instalações a ocorrerem na fàbrica pela depuração.

$(e_{s,d} \times c_s)$ = representa os gastos decorrentes de reparos ou substituições em unidades e componentes do sistema devido á falhas provocadas por testes realizados dentro das instalações da fàbrica.

$(1+L)$ = parcela correspondente á custos decorrentes da perda de credibilidade do sistema, caso ocorram falhas nas instalações dos clientes, refletido no custo resultante do sistema. $L = 0, L = 1, L = 2, \dots$ dependerá da importância da ocorrência de falhas no campo.

$e_{s,t}$ = número de componentes que falham durante a operação do sistema dentro das instalações do cliente.

$$e_{s,t} = \int_{t_{s,d}}^{t+t_{s,d}} h_s(t) dt \quad (4.25)$$

$$\text{para } 0 \leq t \leq t_{s,c} - t_{s,d}$$

$$e_{s,t} = \int_{t_{s,d}}^{t_{s,c}} h_s(t) dt + \int_{t_{s,c}-t_{s,d}}^t h_{s,c} dt \quad (4.26)$$

$$\text{para } t \geq t_{s,c} - t_{s,d}$$

$[(1+L)e_{s,t} C_{s,f}]$ = representa o custo total devido a todas as falhas de ocorrência provável no campo, ou seja, nas instalações do cliente. Pode considerar a perda de credibilidade do produto caso ocorra a falha no campo.

$t_{s,d}$ = tempo de depuração do sistema

$C_{s,f}$ = custo de substituição ou reparo de componentes do sistema caso este falhe após iniciar seu funcionamento dentro das instalações do cliente.

4.3.1.2. Modelo de GUTL & MONTGOM [26]

4.3.1. Custo do Sistema Cujo Comportamento de Falhas

Segue uma Curva da Banheira Tradicional

4.3.1.1. Modelo de KUO [30] [34] [36]

Para este modelo, como apresentado nas análises anteriores, o custo pode ser descrito pelas equações:

$$C_{TS} = C_s + \delta t_{s,d} + C_{s,s} \frac{\alpha_s}{1-\beta_s} [(t_{s,d})^{1-\beta_s} - 1] +$$

$$+ (1+L)C_{s,f} \frac{\alpha_s}{\beta_s} [(t+t_{s,d})^{1-\beta_s} - (t_{s,d})^{1-\beta_s}]$$

(4.27)

Para $\epsilon \leq t \leq t_{s,c} - t_{s,d}$

$$C_{TS} = C_s + \delta t_{s,d} + C_{s,s} \frac{\alpha_s}{1-\beta_s} [(t_{s,d})^{1-\beta_s} - 1] +$$

$$\begin{aligned}
 & + (1+L) C_{s,f} \frac{\alpha_s}{\beta_s} [(t_{s,c})^{1-\beta_s} - (t_{s,d})^{1-\beta_s}] + \\
 & + h_{s,c} (t - t_{s,c} + t_{s,d}) \quad (4.28)
 \end{aligned}$$

$$\text{para } t > t_{s,c} - t_{s,d}$$

Resumindo: o cálculo de custo se reduz a uma simples substituição de valores de parâmetros e grandezas referentes a cada parcela.

4.3.1.2. Modelo de GOVIL & AGGARWAL [26]

Difere do anterior por apresentar curva da banheira tradicional sem taxa de falhas finita a partir de zero. Matematicamente o modelo é descrito pelas equações:

$$\begin{aligned}
 C_{TS} &= C_s + \delta t_{s,d} + \\
 & + C_{s,s} \frac{r_s(0)}{b_s(1-n_s)} [(1+b_s t_{s,d})^{1-n_s} - 1] + \\
 & + (1+L) C_{s,f} \left\{ \frac{r_s(0)}{b_s(1-n_s)} \times \right. \\
 & \times [(1+b_s(t_s+t_{s,d}))^{1-n_s} - (1+b_s t_{s,d})^{1-n_s}] \left. \right\} \quad (4.29)
 \end{aligned}$$

para $0 \leq t \leq t_{sc} - t_{sd}$

$$C_{TS} = C_s + \delta t_{s,d} + C_{s,s} \left\{ \frac{r_s(0)}{b_s(1-n_s)} [(1+b_s t_{s,d})^{1-n_s} - 1] \right\} +$$

$$\begin{aligned}
 & + (1+L)C_{s,f} \left\{ \frac{r_s(o)}{b_s(1-n_s)} [(1+b_s t_{s,c})^{1-n_s} - \right. \\
 & \left. - (1+b_s t_{s,d})^{1-n_s}] + r_{s,c}(t_s - t_{s,c} + t_{s,d}) \right\} \quad (4.30)
 \end{aligned}$$

$$\text{para } t \geq t_{s,c} - t_{s,d}$$

4.3.2. Custo do Sistema Cujo Comportamento de Falha Segue uma Curva da Banheira Generalizada

4.3.2.1. Modelo NÃO-MONOTONICO

Matematicamente a equação desenvolvida por este modelo é descrita segundo as mesmas parcelas já relatadas. Neste caso, no entanto, as parcelas representam os custos decorrentes do processo de todo o sistema, sem definir o valor de cada componente em particular.

$$\begin{aligned}
 C_{TS} = C_s + \delta t_{s,d} + C_{s,s} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \beta_s (t_{s,d})^{n\beta_s+2}}{n! (n\beta_s+2) (\alpha_s)^{\beta_s(n+1)}} + \\
 + (1+L)C_{s,f} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \beta_s [(t+t_{s,d})^{n\beta_s+2} (t_{s,d})^{\beta_s+2}]}{(\alpha_s)^{\beta_s(n+1)} (n\beta_s+2) n!} \quad (4.31)
 \end{aligned}$$

$$\text{para } 0 \leq t_{s,d} \leq t_{s,c} - t$$

$$\begin{aligned}
C_{TS} = C_s + \delta t_{s,d} + C_{s,s} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \frac{(-1)^n \beta_s (t_{s,d})^{n\beta_s+2}}{(\alpha_s)^{\beta_s(n+1)} \beta_s(n+2) n!} + \right. \\
+ (1+L) C_{s,f} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \frac{(-1)^n \beta_s [(t_{s,c})^{n\beta_s+2} - (t_{s,d})^{n\beta_s+2}]}{n! \beta_s(n+2) (\alpha_s)^{\beta_s(n+1)}} \right. \\
\left. \left. + h_{s,c} (t - t_{s,c} + t_{s,d}) \right\} \right\} \quad (3.32)
\end{aligned}$$

para $t_{s,d} \geq t_{s,c} - t$

4.3.3. Custo do Sistema que Possui Componentes Cujos Comportamentos de Falhas Seguem Curvas da Banheira Tradicional e a Generalizada

4.3.3.1. Curva Generalizada Segundo Modelo de KUO

Se:

$$\begin{aligned}
h_s(t_s) = \alpha_s (t_s)^{-\beta_s} + \\
+ \frac{B_s}{(\alpha_s)^{B_s}} (t_s)^{B_s-1} \exp - \frac{(t_s)^{B_s}}{(\alpha_s)^{B_s}} \quad (4.33)
\end{aligned}$$

resulta:

$$C_{TS} = C_s + \delta t_{s,d} + C_{s,s} \left[\frac{\alpha_s}{1-\beta_s} (t_{s,d})^{1-\beta_s} \right]$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n B_s(t_{s,d})^{nB_s+2}}{n! (nB_s+2) (a_s)^{B_s(n+1)}}] + \\
& + (1+L) C_{s,f} \left\{ \frac{\alpha_s}{1-\beta_s} [(t_{s,c})^{1-\beta_s} - (t_{s,d})^{1-\beta_s}] + \right. \\
& + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n B_s [(t_{s,c})^{nB_s+2} - (t_{s,d})^{nB_s+2}]}{n! (nB_s+2) (a_s)^{nB_s+2}} \left. \right\} + \\
& + h_{s,c} (t_s - t_{s,c} + t_{s,d}) \quad (4.34)
\end{aligned}$$

Observar que neste caso os parâmetros α e B do modelo obtido da distribuição de Weibull foram substituídos por a e B , respectivamente, para não serem confundidas com os parâmetros α e β do modelo de KUO.

4.3.3.2. Curva Generalizada Segundo o Modelo de GOVIL & AGGARWAL

Se:

$$h_s(t_s) = \frac{r_s(o)}{(1+b_s t_s)^{n_s}} + \frac{\beta_s}{(\alpha_s)^{\beta_s}} (t_s)^{\beta_s-1} \exp \left[- \frac{(t_s)^{\beta_s}}{(\alpha_s)^{\beta_s}} \right]$$

resulta:

$$C_{TS} = C_s + \delta t_{s,d} + C_{s,s} \left\{ \frac{r_s(o)}{b_s (1-n_s)} [(1+b_s t_{s,d})^{1-n_s} - 1] + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \beta_s (t_{s,d})^{n\beta_s-2}}{n! (n\beta_s+2) (\alpha_s) \beta_s^{(n+1)}} + \\
& + (1+L)C_{s,f} \left\{ \frac{r_s(0)}{b_s(1-n_s)} [(1+b_s t_{s,c})^{1-n_s} (1+b_s t_{s,d})^{1-n_s}] + \right. \\
& + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \beta_s [(t_{s,c})^{n\beta_s+2} - (t_{s,d})^{n\beta_s+2}]}{n! (n\beta_s+2) (\alpha_s) \beta_s^{(n+1)}} + \\
& \left. + h_{s,c} (t_s - t_{s,c} + t_{s,d}) \right\} \quad (4.36)
\end{aligned}$$

5 - MODELOS DE OTIMIZAÇÃO DO TEMPO DE DEPURAÇÃO

5.1. TEMPO ÓTIMO DE DEPURAÇÃO PARA COMPONENTES ($t_{ij,d}^*$)

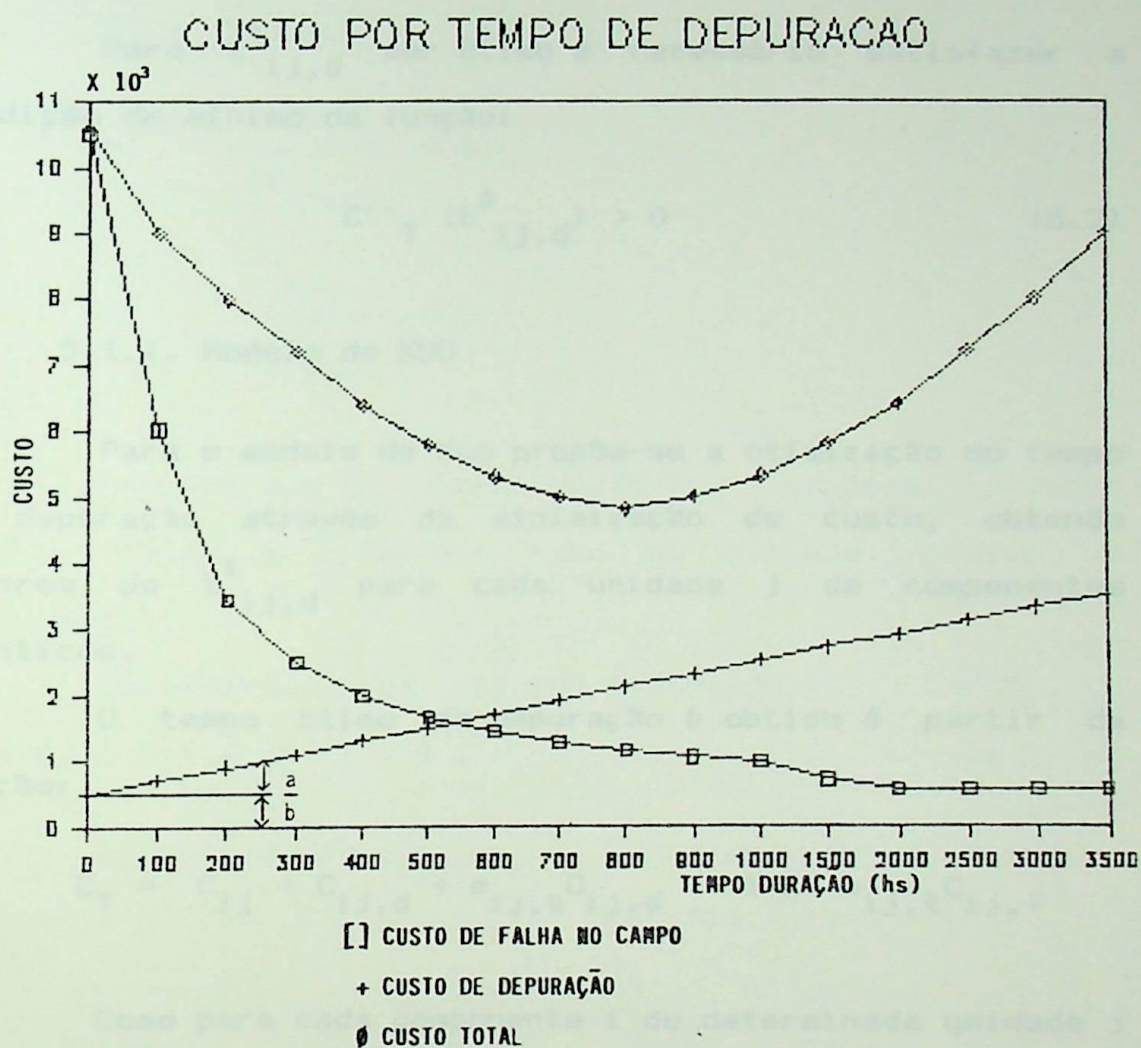
Para otimizar o tempo de teste de depuração, tendo como meta sua viabilidade, parte-se da idéia de obter um tempo que resulta um custo mínimo. Este tempo deve ser tal que o custo de depuração somado ao custo de falhas provocadas na fábrica pelo teste, seja menor que o custo de reparo no campo caso as falhas venham ocorrer nas instalações do cliente.

Por outro lado, a depuração não é aconselhável quando o custo de reparo na fábrica ($C_{ij,s}$) for mais dispendioso que os custos de reparo no campo ($C_{ij,f}$) e da perda de reputação do produto. O custo de depuração, definido por $\delta(t_{ij,d})$, deve cobrir com uma margem de lucro estipulada o custo de reparo no campo e a perda de credibilidade, para que aquela seja considerada compensadora.

Tem-se um período ótimo de depuração somente quando: $C_{ij,f} > C_{ij,s}$ e $C_{ij,f} > \delta(t_{ij,d})$. O custo mínimo deve levar o programa de depuração à viabilidade, respeitando a confiabilidade necessária ao bom desempenho do sistema.

O custo ótimo é a coordenada referente ao pico de mínimo do gráfico da função de custo, como observado na Figura 5.1

$$\frac{\delta C_T}{\delta t_{ij,d}^*} \quad (5.1)$$



a - Custo Variável

b - Custo Fixo

FIGURA 5.1 - Variação do Custo com o Tempo de Depuração.

onde:

C_T é o custo total do componente.

$\delta C_T / t_{ij,d}^*$ é a derivada da função custo em relação ao tempo de depuração.

Para $t_{ij,d}^*$ ser ótimo é necessário satisfazer a condição de mínimo da função:

$$C''_T(t_{ij,d}^*) > 0 \quad (5.2)$$

5.1.1. Modelo de KUO

Para o modelo de Kuo propõe-se a otimização do tempo de depuração através da minimização de custo, obtendo valores de $t_{ij,d}^*$ para cada unidade j de componentes idênticos.

O tempo ótimo de depuração é obtido a partir da função:

$$C_T = C_{ij} + C_{ij,d} + e_{ij,s} C_{ij,s} + (1+L) e_{ij,t} C_{ij,f}$$

Como para cada componente i de determinada unidade j os valores C_{ij} , $C_{ij,d}$, $C_{ij,s}$ e $C_{ij,f}$ independem da equação da função taxa de falhas, deve-se examinar a influência desta função na obtenção de $e_{ij,d}$ e $e_{ij,t}$.

Serão consideradas nesta otimização:

a) Se o custo de reparo na fábrica for maior que o custo de reparo no campo a depuração não se justifica.

b) Se o custo de reparo na fábrica for menor que o custo de reparo no campo a depuração é viável.

Como $t > t_{ij,cmax}$ tem-se que para minimizar o custo dado pelo caso 2 do Apêndice C, sujeito à confiabilidade determinada, quando $0 < t_{ij,d} \leq t_{ij,c}$:

$$a) \quad C_{ij,s} > (1 + L) C_{ij,f}$$

$$b) \quad \frac{\delta C_T}{\delta t_{ij,d}} = 0$$

$$c) \quad \frac{\delta C_T}{\delta t_{ij,d}^2} < 0$$

Uma vez que C_{ij} é uma função $t_{ij,d}$ côncava, o custo mínimo total é alcançado para um período mínimo de depuração.

Considerando os valores exatos de $t_{ij,c}$ e $t_{ij,d}$, isto é, $0 \leq t \leq t_{ij,c}$ e $0 \leq t_{ij,d} \leq t_{ij,c} - t$, tem-se.

$$C_{ij,s} \geq (1+L) C_{ij,f}$$

então:

$$\frac{\delta C_T}{\delta t_{ij,d}} \quad \text{para } 0 < t_{ij,d} \leq t_{ij,c} - t$$

o que indica que C_{ij} é uma função crescente de $t_{ij,d}$ para $t_{ij,c} < t_{ij,c} - t$, a qual indica a concavidade de C_{ij} .

Assim, o custo mínimo total é alcançado com um período mínimo de depuração, isto é: $t_{ij,d} = 0$ e o custo máximo total é obtido para $t_{ij,d}$ máximo permitido, isto é, $t_{ij,c}$.

A depuração no período de falhas prematuras será benêfica se o custo de reparo no campo por unidade for mais alto de que o custo de reparo na fábrica mais o custo de depuração, por unidade.

Portanto, o custo total mínimo é obtido para $t_{ij,d}^*$ tal que:

$$\frac{\delta C_T}{\delta t_{ij,d}} = 0 \quad (5.3)$$

$$B_o \delta + C_{ij,s} [\alpha_{ij} (t_{ij,d})^{-\beta_{ij}}] + (1+L) C_{ij,f} [-\alpha_{ij} (t_{ij,d})^{\beta_{ij}} + h_{ij,c}] = 0 \quad (5.4)$$

$$t_{ij,d}^* = \frac{\alpha_{ij} [(1+L) C_{ij,f} - C_{ij,s}]}{(1+L) h_{ij,c} C_{ij,f} + B_o \delta} \quad (5.5)$$

No Apêndice E determinado o valor de $t_{ij,d}^*$ a partir da equação de custo, considerando o modelo de Kuo. Similarmente no Apêndice C é determinado o valor de $t_{ij,d}^*$ para os casos:

caso 1 :

$$\text{para } 0 \leq t_{ij,d} \leq t_{ij,cmin} - t$$

caso 2 :

$$\text{para } t_{ij,c} - t \leq t_{ij,d} \leq t_{ij,c}$$

Assim $t_{ij,d1}^*$ será a solução de:

$$\frac{\delta C_T \text{ (caso 1)}}{\delta t_{ij,d}} = 0 \quad (5.6)$$

e, $t_{ij,d2}$ será a solução de:

$$\frac{\delta C_T \text{ (caso 2)}}{\delta t_{ij,d}} = 0 \quad (5.7)$$

O valor de $t_{ij,d1}$ é definido pela equação (5.5) e $t_{ij,d2}$ fica definido:

$$t_{ij,d2}^* = \frac{\alpha_{ij} - [(1+L) C_{ij,f} - C_{ij,s}]^{1/\beta_{ij}}}{(1+L) h_{ij,c} C_{ij,f} + B_o \delta} \quad (5.8)$$

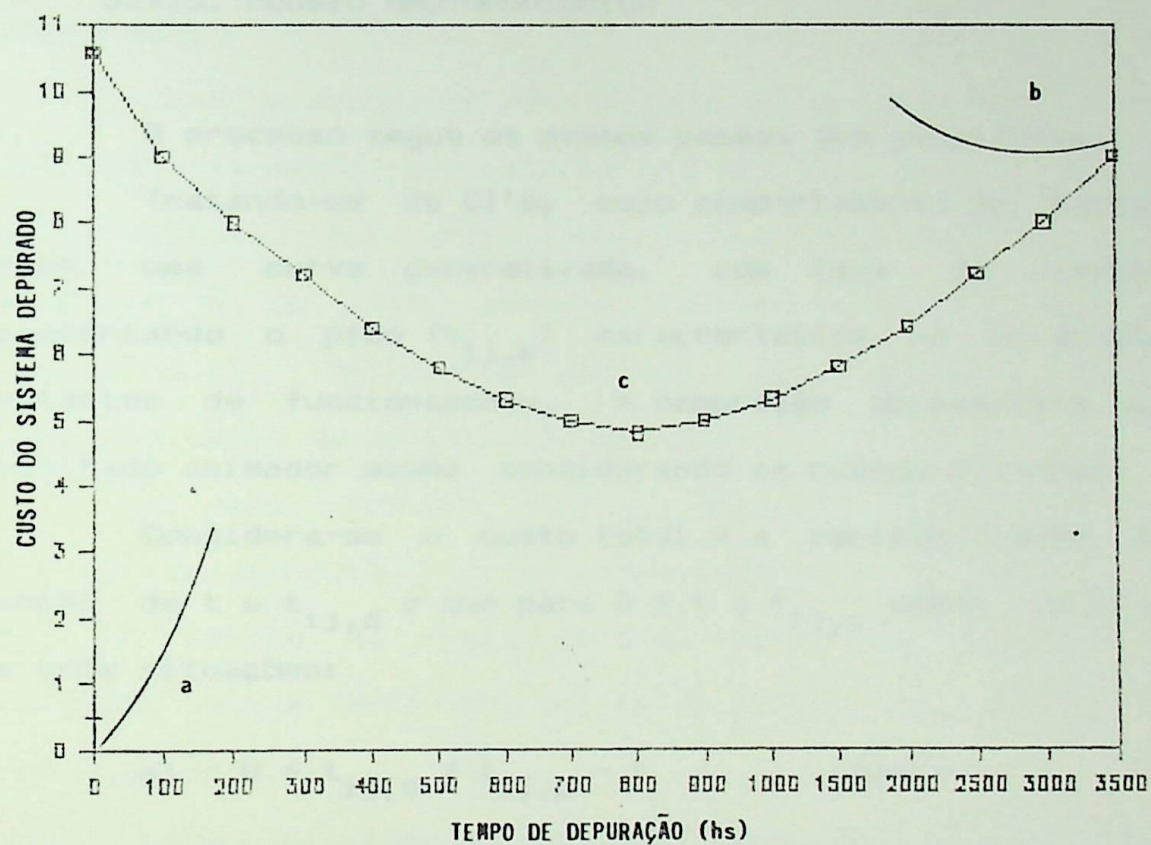
O estudo do período de depuração ótimo para minimizar o custo do sistema pode ser interpretado pela Figura 5.1. As curvas "A" e "B" indicam as condições para um período de depuração igual a zero e um período de depuração máximo respectivamente. A curva "C" indica que a equação deduzida para $t_{ij,d}^*$, assegura uma decisão ótima $t_{ij,d}^*$.

5.1.2. Modelo de GOVIL & AGGARWAL

Baseia-se nos mesmos princípios relatados no modelo de KUD, com as adaptações adequadas às características fundamentais do modelo de GOVIL & AGGARWAL, apresentando o tempo de ótimo de depuração para componentes com comportamento de falhas semelhante.

Obtem a situação de custo mínimo a partir da derivada de custo em relação ao tempo de depuração igualada a zero, sendo deduzida no Apêndice F.

TEMPO OTIMO DE DEPURAÇÃO



$$a - C_{ij,s} > (1+L) C_{ij,f}$$

$$b - C_{ij,f} \gg C_{ij,s}$$

$$c - C_{ij,f} > B\phi$$

FIGURA 5.2 - Período de Depuração para Minimizar o Custo Total do Sistema.

$$t_{ij,d}^* = \frac{1}{b_{ij}} \left\{ \frac{r_{ij}(0) [C_{ij,f}^{(1+L)} - C_{ij,s}]^{1/n_{ij}}}{\delta + C_{ij,f}^{(1+L)} r_{ij,c}} - 1 \right\} \quad (5.9)$$

5.1.3. Modelo NÃO-MONOTONICO

O processo segue os mesmos passos dos anteriores.

Tratando-se de CI's, cujo comportamento de falhas segue uma curva generalizada, com taxa de falhas apresentando o pico ($t_{ij,p}$) característico no primeiros instantes de funcionamento, a depuração apresentará um resultado animador mesmo considerando os custos elevados.

Considera-se o custo total e a confiabilidade em função de t e $t_{ij,d}$ e que para $0 \leq t \leq t_{ij,c}$ podem ocorrer as três situações:

$$a) - 0 \leq t_{ij,d} \leq t_{ij,p} - t \quad \text{caso 1}$$

$$b) - t_{ij,p} - t \leq t_{ij,d} \leq t_{ij,p} \quad \text{caso 2}$$

$$c) - t_{ij,p} \leq t_{ij,d} \leq t_{ij,c} \quad \text{caso 3}$$

onde:

CASO 1: O componente é entregue ao campo antes de alcançar sua taxa de falhas máxima.

CASO 2: O componente é entregue ao campo após sua taxa de falhas máxima porém ainda com valor elevado.

CASO 3: O componente apresentará taxa de falhas bastante baixa se $t_{ij,d}$ for bastante próximo de $t_{ij,c}$.

Não é aconselhável entregar um sistema para sua atividade em campo, enquanto sua taxa de falha permanece elevada. A pergunta é: qual deve ser o tempo de depuração que leve o sistema atingir uma probabilidade de falha aceitável?

Como é observado pela Figura 5.3 a taxa de falhas continua alta mesmo para valores bem próximos de $t_{ij,c}$, onde se estabiliza. Por outro lado, o tempo adequado para a depuração é um valor pequeno, quando comparado com os valores de $t_{ij,c}$ de componentes cujo comportamento de falhas segue uma curva da banheira tradicional.

Um valor pequeno de $t_{ij,d}$ gera um custo baixo do programa de depuração, sendo estimulado pelo fato de que a taxa de falhas na região de vida útil dos componentes discretos é bem inferior a dos CI's, para componentes de alta qualidade.

Para um tempo de depuração menor do que o tempo $t_{ij,c}$, a soma dos custos de depuração e de reparo na fábrica deve ser menor do que a soma dos custos de reparo no campo e da perda de credibilidade do produto.

Otimizando a partir da derivada de custo tem-se como resultado, de acordo com o Apêndice G, o tempo ótimo de depuração:

$$t_{ij,d}^* = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{[n! (\alpha_{ij})^{\beta_{ij}(n+1)}] [\delta + (1+L) C_{ij,f} h_{ij,c}]^{1/\beta_{ij} n+1}}{(-1)^n \beta_{ij} [(1+L) C_{ij,f} - C_{ij,s}]}$$

(5.10)

LOCALIZACAO DO TEMPO OTIMO DE DEPURACAO

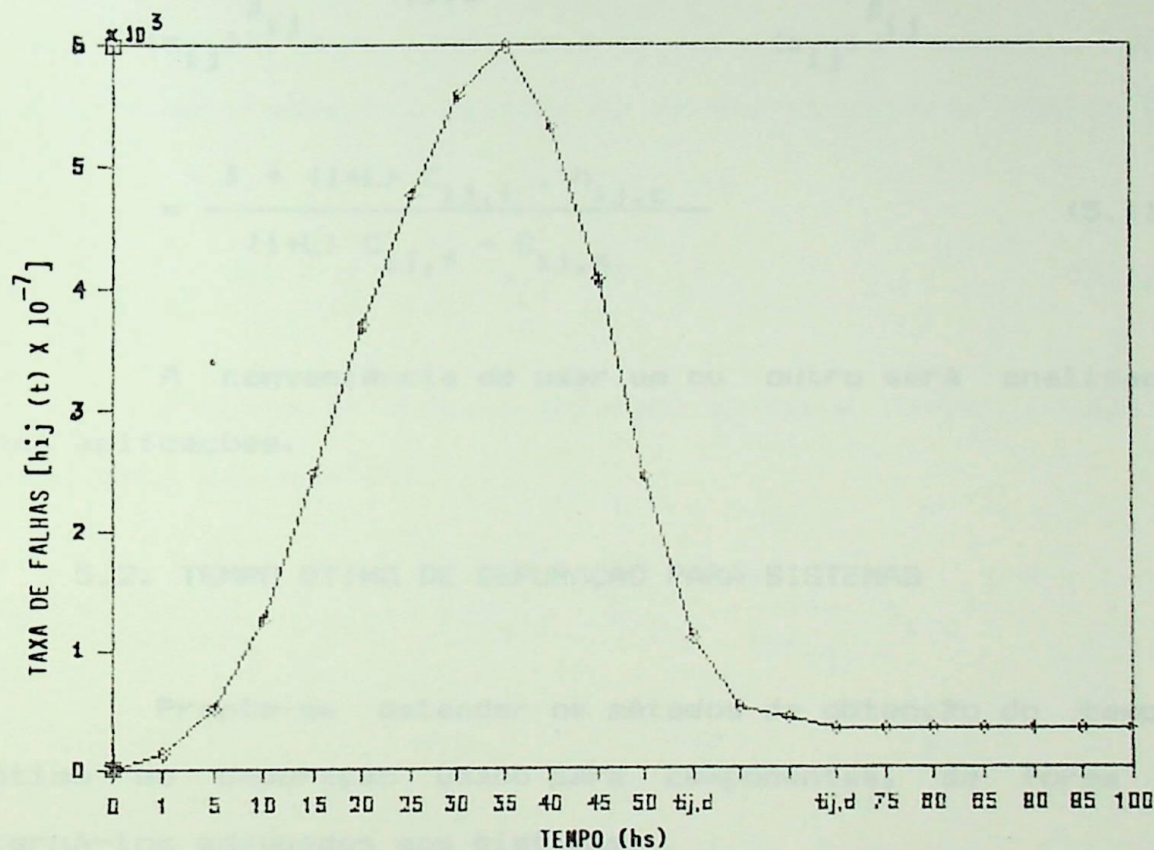


FIGURA 5.3 - Tempo Ótimo de Depuração para o Modelo
NÃO-MONOTONICO

O tempo ótimo de depuração também pode ser obtido diretamente pela função taxa de falhas, igualada aos termos relativos aos custos, como é desenvolvido no Apêndice H.

$$\frac{\beta_{ij}}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}}} (t^*_{ij,d})^{\beta_{ij}-1} \exp - \frac{(t^*_{ij,d})^{\beta_{ij}}}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}}} =$$

$$= \frac{\delta + (1+L) C_{ij,f} \cdot h_{ij,c}}{(1+L) C_{ij,f} - C_{ij,s}} \quad (5.11)$$

A conveniência de usar um ou outro será analisada nas aplicações.

5.2. TEMPO ÓTIMO DE DEPURAÇÃO PARA SISTEMAS

Propõe-se estender os métodos de obtenção do tempo ótimo de depuração usado para componentes, de forma a torná-los adequados aos sistemas.

Inicialmente serão considerados sistemas cujo comportamento de falhas seguem uma curva da banheira tradicional, como os tratados por Kuo e Govil. Em seguida considera-se sistemas cujas taxas de falhas seguem curvas da banheira generalizada descritas pelo modelo Bimodal. Finalmente serão considerados sistemas cujas taxas de falhas apresentam comportamento misto, envolvendo curvas generalizadas bem como tradicionais.

5.2.1. Tempo Ótimo de Depuração para Sistemas que possuem Taxa de Falhas Segundo uma Curva da Banheira Tradicional

5.2.1.1. Modelo de KUD

Um sistema cuja taxa de falhas seja descrita por este modelo possui o período de falhas prematuras definido por:

$$h_s(t) = \sum_{j=1}^{k \times j + 1} \sum_{i=1}^j \alpha_{ij} (t)^{-\beta_{ij}} \quad (5.12)$$

O custo do sistema depurado ao final deste período é dado pela expressão:

$$\begin{aligned} C_{Ts} = & \sum_{j=1}^{k \times j + 1} \sum_{i=1}^j \{ C_{ij} + \delta t_{s,d} + C_{ij,s} \frac{\alpha_{ij}}{1-\beta_{ij}} (t_{s,d})^{1-\beta_{ij}} + \\ & + (1+L) C_{ij,f} \left[\frac{\alpha_{ij}}{1-\beta_{ij}} [(t_{s,c})^{1-\beta_{ij}} - (t_{s,d})^{1-\beta_{ij}}] + \right. \\ & \left. + h_{ij,c} (t - t_{s,c} + t_{s,d}) \right] \} \quad (5.13) \end{aligned}$$

E o tempo ótimo de depuração obtido a partir da derivada do custo resulta:

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{k \times j + 1} \sum_{i=1}^j \alpha_{ij} (t_{s,d}^*)^{-\beta_{ij}} = \\ & = \sum_{j=1}^{k \times j + 1} \sum_{i=1}^j \frac{\delta + (1+L) C_{ij,f} \cdot h_{ij,c}}{(1+L) C_{ij,f} - C_{ij,s}} \quad (5.14) \end{aligned}$$

5.2.1.2. Modelo de GOVIL & AGGARWAL

As equações correspondentes, para as mesmas condições são:

$$r_s(t) = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_j+1} \frac{r_{ij}(0)}{(1+b_{ij}t)^{n_{ij}}} \quad (5.15)$$

$$C_{TS} = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_j+1} \{ C_{ij} + \delta t_{s,d} + C_{ij,s} \frac{r_{ij}(0)}{b_{ij}(1-b_{ij})} [(1+b_{ij}t_{s,d})^{1-n_{ij}} - 1] + r_{ij,c} (t - t_{s,c} + t_{s,d}) \} \quad (5.16)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_j+1} \frac{r_{ij}(0)}{(1+b_{ij}t_{s,d}^*)^{n_{ij}}} = \\ & = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_j+1} \frac{\delta + (1+L) C_{ij,f} - h_{ij,c}}{(1+L) C_{ij,f} - C_{ij,s}} \end{aligned} \quad (5.17)$$

5.2.2. Tempo Ótimo de Depuração para Sistemas que Possuem Taxa de Falhas Segundo Curvas da Banheira Generalizadas

5.2.2.1. Modelo NÃO-MONOTONICO

O tempo ótimo de depuração pode ser determinado através da equação de $t_{s,d}^*$ ou diretamente pela função Taxa de Falhas:

$$\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_j+1} \frac{\beta_{ij}}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}}} (t_{s,d}^*)^{\beta_{ij}-1} \exp - \frac{(t_{s,d}^*)^{\beta_{ij}}}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}}}$$

$$= \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{j+1} \frac{\delta + (1+L) C_{ij,f} \cdot h_{ij,c}}{(1+L) C_{ij,f} - C_{ij,s}} \quad (5.18)$$

5.2.3. Tempo Ótimo de Depuração para Sistemas que Possuem Componentes Cujos Taxas de Falhas Seguem Curvas da Banheira Tradicionais e Generalizada.

Como já foi mostrado, a partir do custo total do sistema, pode-se chegar ao valor de $t_{s,d}^*$ considerando-se o mínimo da função.

5.2.3.1. Função Taxa de Falhas Tradicional Segundo o Modelo de Kuo e Generalizada Segundo o Modelo NÃO-MONOTONICO

O tempo ótimo de depuração $t_{s,d}^*$ pode ser obtido resolvendo a equação já apresentada.

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{j+1} \alpha_{ij} (t_{s,d}^*)^{\beta_{ij}} + \\ & + \frac{B_{ij}}{(a_{ij})^{B_{ij}}} (t_{s,d}^*)^{B_{ij}-1} \exp - \frac{(t_{s,d}^*)^{B_{ij}}}{(a_{ij})^{B_{ij}}} = \\ & = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{j+1} \frac{\delta + (1+L) C_{ij,f} \cdot h_{ij,c}}{(1+L) C_{ij,f} - C_{ij,s}} \end{aligned} \quad (5.19)$$

Observe-se que os parâmetros α_{ij} e β_{ij} do modelo Não-Monotônico são escritos a_{ij} e B_{ij} , respectivamente, para não serem confundidos com os parâmetros α_{ij} e β_{ij} do modelo de Kuo.

5.2.3.2. Função Taxa de Falhas Tradicional Segundo o Modelo de GOVIL & AGGARWAL e Generalizada Segundo o Modelo NÃO-MONOTONICO

A equação desenvolvida para este caso permite obter o tempo ótimo de depuração de forma direta:

$$\begin{aligned}
 & \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_j+1} \frac{r_{ij}(0)}{(1+b_{ij}t_{s,d}^*)^{n_{ij}}} + \\
 & + \frac{B_{ij}}{(a_{ij})^{B_{ij}}} (t_{s,d}^*)^{B_{ij}-1} \exp - \frac{(t_{s,d}^*)^{B_{ij}}}{(a_{ij})^{B_{ij}}} = \\
 & = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_j+1} \frac{\delta + (1+L) C_{ij,f} \cdot h_{ij,c}}{(1+L) C_{ij,f} - C_{ij,s}} \quad (5.20)
 \end{aligned}$$

Aplicando estas expressões a situações existentes na literatura é possível comparar e avaliar os resultados, o que será feito nos próximos capítulos.

6 - APLICAÇÃO DA PROPOSTA E VALIDAÇÃO DOS MODELOS

Os modelos são validados mediante aplicação a um sistema formado por componentes discretos e CI's, seus resultados são comparados aos existentes na literatura.

A partir de dados típicos sugeridos os modelos de KUO, GOVIL & AGGARWAL e NAO-MONOTONICO são avaliados a nível de componentes e sistema.

O tempo de depuração é calculado para todos os modelos e é realizada análise crítica dos resultados.

6.1 - DADOS EXPERIMENTAIS

O sistema a ser utilizado na validação apresenta a constituição mostrada na Tabela 6.1. Os dados típicos, descritos na Tabela 6.2, são sugeridos pela autora, servirão para as aplicações numéricas e relacionam as taxas de falhas em função do tempo. Estes dados serão ajustados em relação aos modelos de KUO, GOVIL & AGGARWAL e NAO-MONOTONICO, através da determinação dos seus parâmetros.

Tipo de componente i	Componente i por Unidade j					Número Total de Componentes
	1	2	3	4	5	
1			4	6	12	22
2			23	1	7	31
3	12	12		15		39
4	1	1				2
5	1	1				2
6			1			1
7			1			1
8			4			4

TABELA 6.1 - Configuração do Sistema.

Tempo (hs)	h_{1j}	h_{2j}	h_{3j}	h_{4j}	h_{5j}	h_{6j}	h_{7j}	h_{8j}
5	120	260	325	7	2	6927	4074	2659
10	3800	3900	7800	65	100	4019	2543	1581
20	10900	7500	9000	157	311	1668	1102	693
30	4380	2900	4020	151	109	1325	950	946
40	1200	900	2300	94	392	958	812	554
50	960	1200	1300	1190	1003	1109	715	412
60	820	500	970	1668	5640	847	585	332
70	260	600	450	1325	2837	692	642	367
80	400	330	210	4019	5954	761	538	304
90	220	280	235	6997	9486	460	376	281
100	280	160	170	2308	2478	306	263	207
200	123	200	150	958	1294	365	308	141
300	198	120	190	761	417	264	131	109
400	65	85	98	847	105	210	103	123
500	84	92	70	697	15	75	99	91

A partir dos valores apresentados na Tabela 6.2 são obtidos os parâmetros de função taxa de falhas, dos componentes. O método dos mínimos quadrados é utilizado como descrito no apêndice I. Para os parâmetros de modelo resultam:

$$\theta_{11} = 12709 \times 10^{-6}$$

$$\beta_{11} = 0.75$$

$$\theta_{21} = 3814 \times 10^{-6}$$

$$\beta_{21} = 0.71$$

Tabela 6.2 - Valores Experimentais da Taxa de Falhas dos Diversos Tipos de Componentes do Sistema.

$$h_{ij}(t) \times 10^{-6} / \text{hs.}$$

onde:

- a) i, j significa componente i contido na unidade j ; e
- b) cada unidade é formada por determinado número de componentes com características de falhas diferentes.
- c) o sistema possui 8 tipos de componentes

6.2 - MODELO DE KUO [30] [34] [36]

Por se tratar do trabalho mais usado e mais detalhado, aplica-se-à o modelo de KUO aos dados sugeridos e o resultado servirá como referência para a validação da proposta deste trabalho.

6.2.1 - Taxa de Falhas dos Componentes

A partir dos valores sugeridos na Tabela 6.2 são obtidos os parâmetros da função taxa de falhas, dos componentes. O teorema dos mínimos quadrados é utilizado como descrito no apêndice I. Para os parâmetros do modelo resultam:

$$\alpha_{1j} = 12709 \times 10^{-6}$$

$$\beta_{1j} = 0.78$$

$$\alpha_{2j} = 8814 \times 10^{-6}$$

$$\beta_{2j} = 0.71$$

$$\alpha_{3j} = 18736 \times 10^{-6}$$

$$\beta_{3j} = 0.83$$

$$\alpha_{4j} = 28576 \times 10^{-6}$$

$$\beta_{4j} = 0.95$$

$$\alpha_{5j} = 9454 \times 10^{-6}$$

$$\beta_{5j} = 0.68$$

$$\alpha_{6j} = 10619 \times 10^{-6}$$

$$\beta_{6j} = 0.77$$

$$\alpha_{7j} = 15639 \times 10^{-6}$$

$$\beta_{7j} = 0.82$$

$$\alpha_{8j} = 8060 \times 10^{-6}$$

$$\beta_{8j} = 0.74$$

Os parâmetros resultantes definem a Tabela 6.3, das taxas de falhas para o modelo de KUO. Cada tipo de componente seguirá a curva da banheira tradicional sendo a taxa de falhas na região de falhas prematuras descrita pela equação:

$$h_{ij} = \alpha_{ij} (t)^{-\beta_{ij}} \quad (6.1)$$

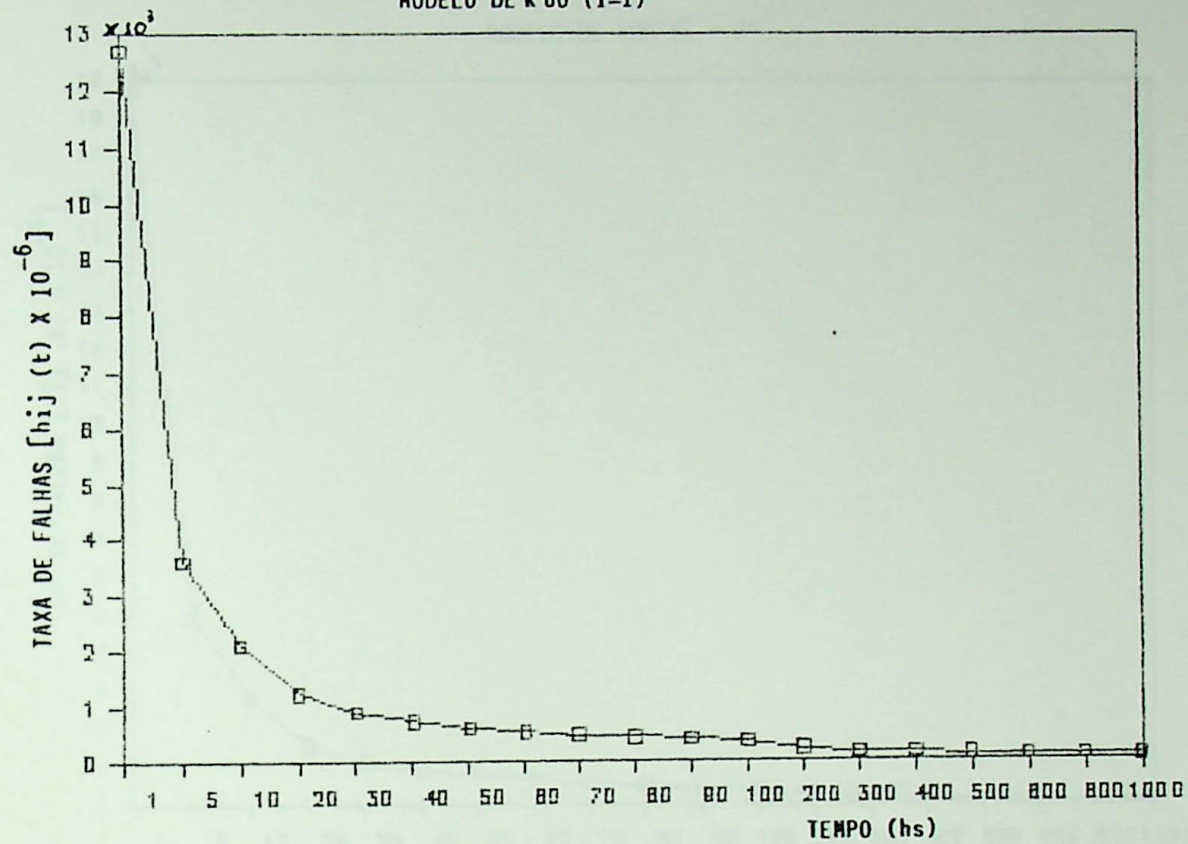
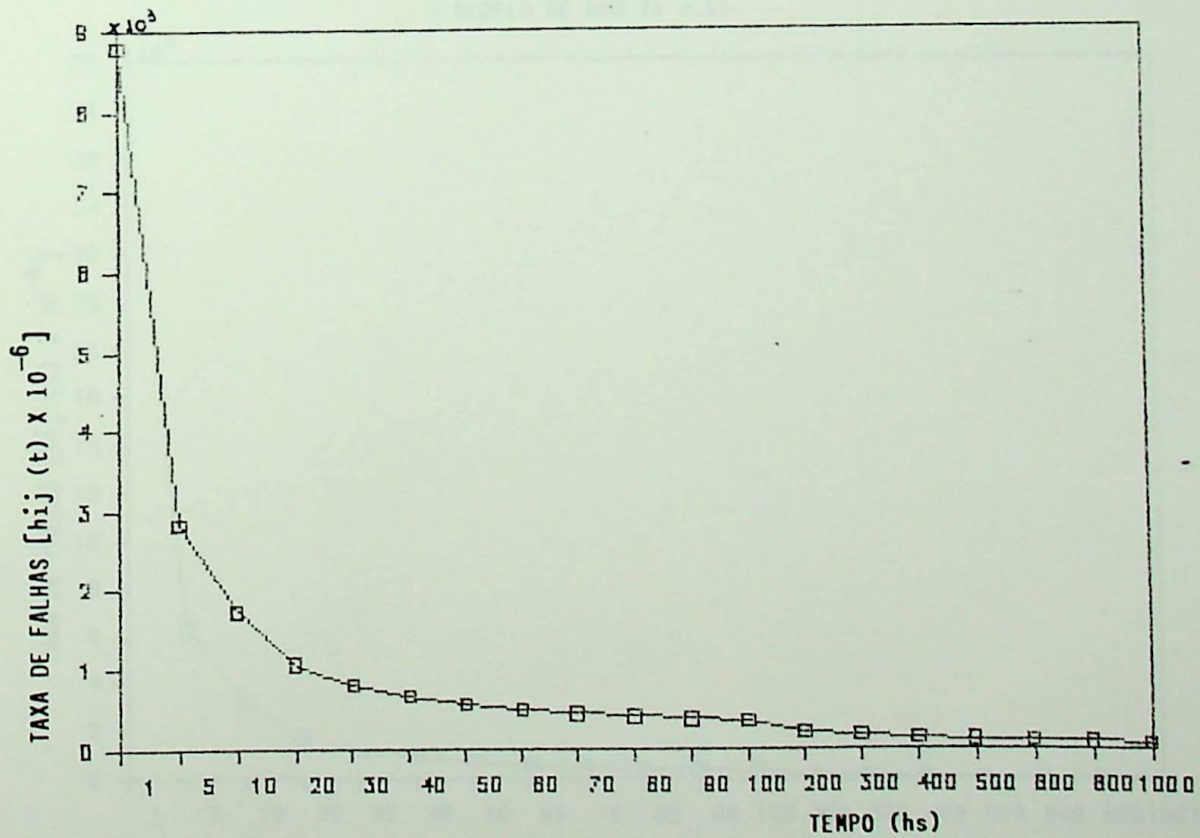
As Figuras 6.1 à 6.8 mostram as taxas de falhas para cada tipo de componente i de acordo com a Tabela 6.3. Para o modelo de KUO é importante observar:

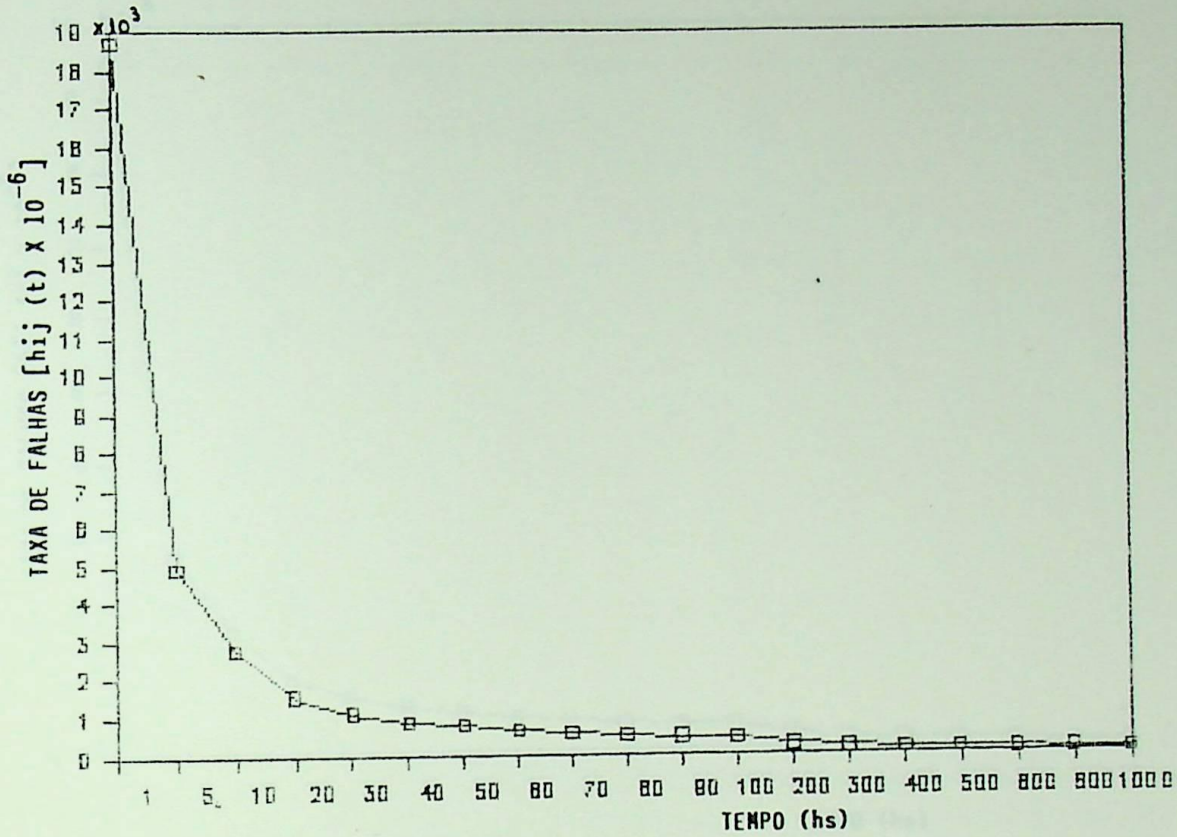
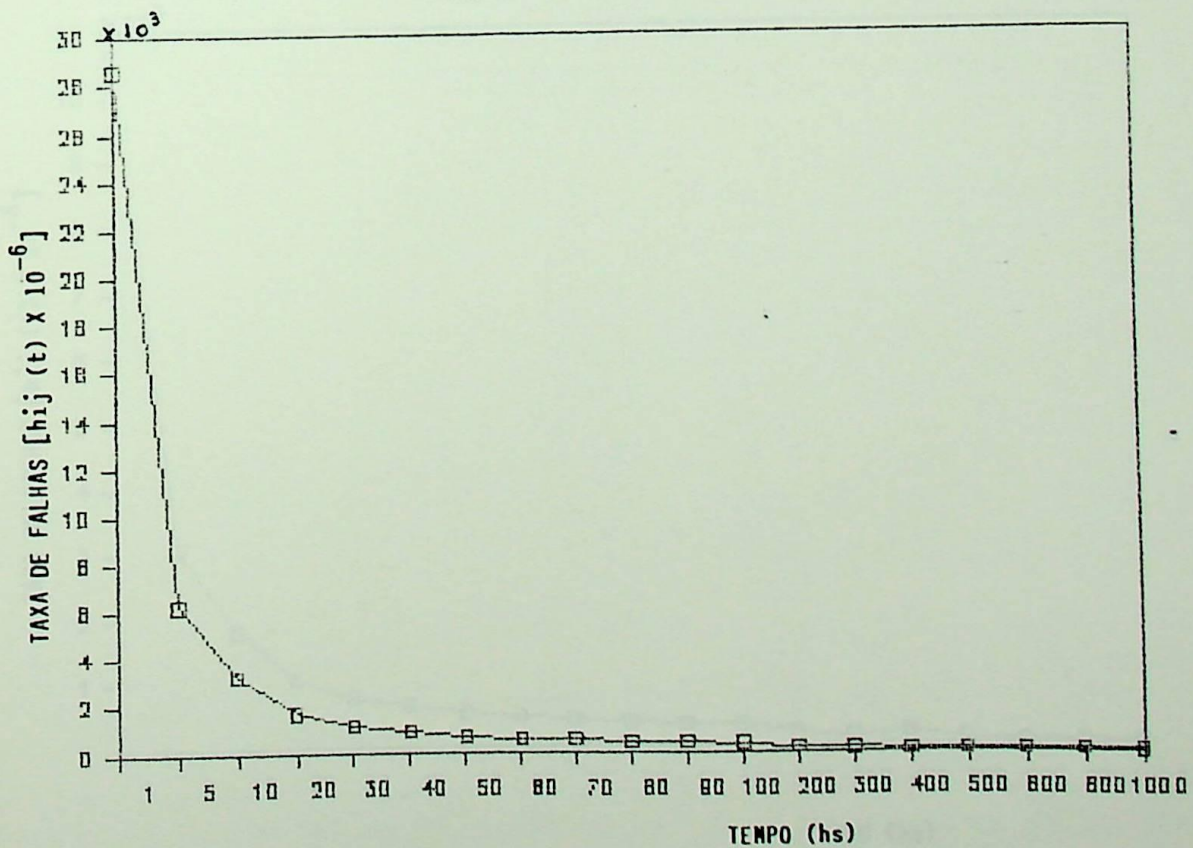
- valor da taxa de falhas para $t = 10000$ horas.
- quando a taxa de falhas do componente começa a ficar constante.
- a taxa de falhas em $t = 0$ não é definida.

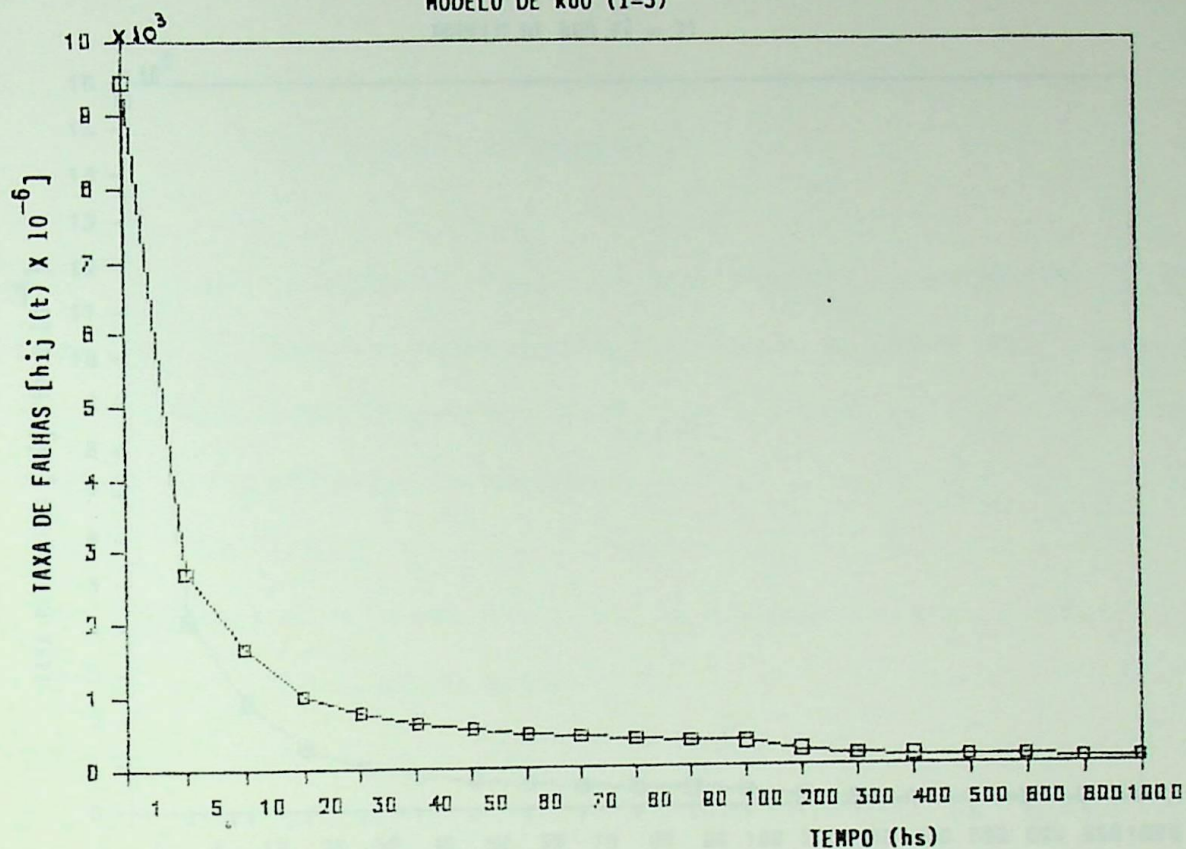
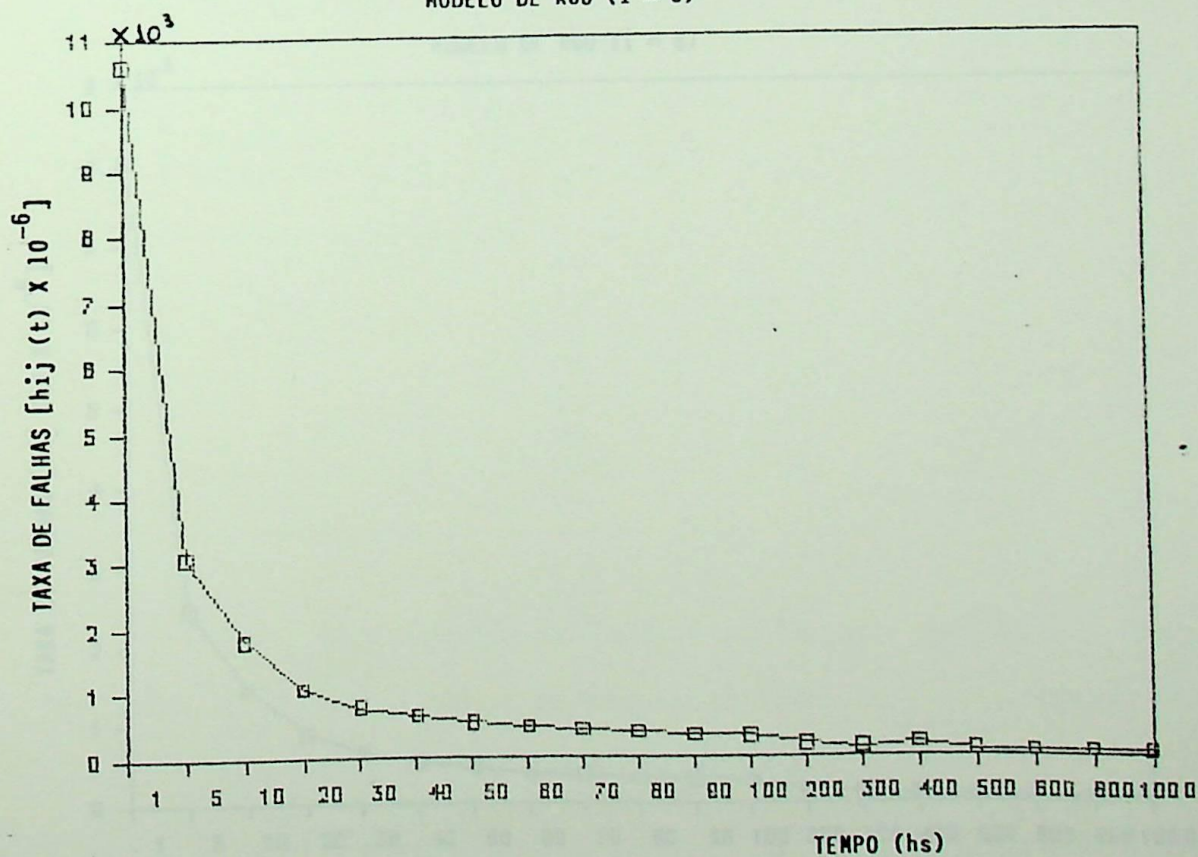
Tempo (hs)	h_{1j}	h_{2j}	h_{3j}	h_{4j}	h_{5j}	h_{6j}	h_{7j}	h_{8j}
1	12709	8814	18736	28576	9453	10619	15639	8060
5	3622	2812	4927	6195	2696	3075	4178	2450
10	2109	1719	2772	3207	1648	1804	2367	1467
20	1229	1051	1559	1660	1007	1058	1341	878
30	896	788	1114	1129	756	774	922	651
40	715	643	877	889	616	620	759	516
50	601	549	729	695	526	522	633	446
60	522	482	627	555	462	453	545	390
70	463	432	552	505	414	403	480	348
80	417	393	594	448	377	363	430	314
90	380	361	448	398	346	332	391	289
100	350	335	410	360	322	306	359	267
200	204	205	231	186	196	179	203	160
300	149	154	165	127	147	131	146	118
400	119	125	130	97	120	205	115	96
500	100	107	108	78	103	89	96	81
600	87	94	93	66	90	77	83	71
800	70	77	73	50	73	62	66	58
1000	58	65	61	41	65	52	54	49
2000	34	40	35	21	38	31	31	29
4000	20	25	19	11	23	18	17	18
6000	14	19	14	8	19	13	11	13
8000	11	15	10	6	17	10	9	11
10000	9	12	8	5	16	8	6	9

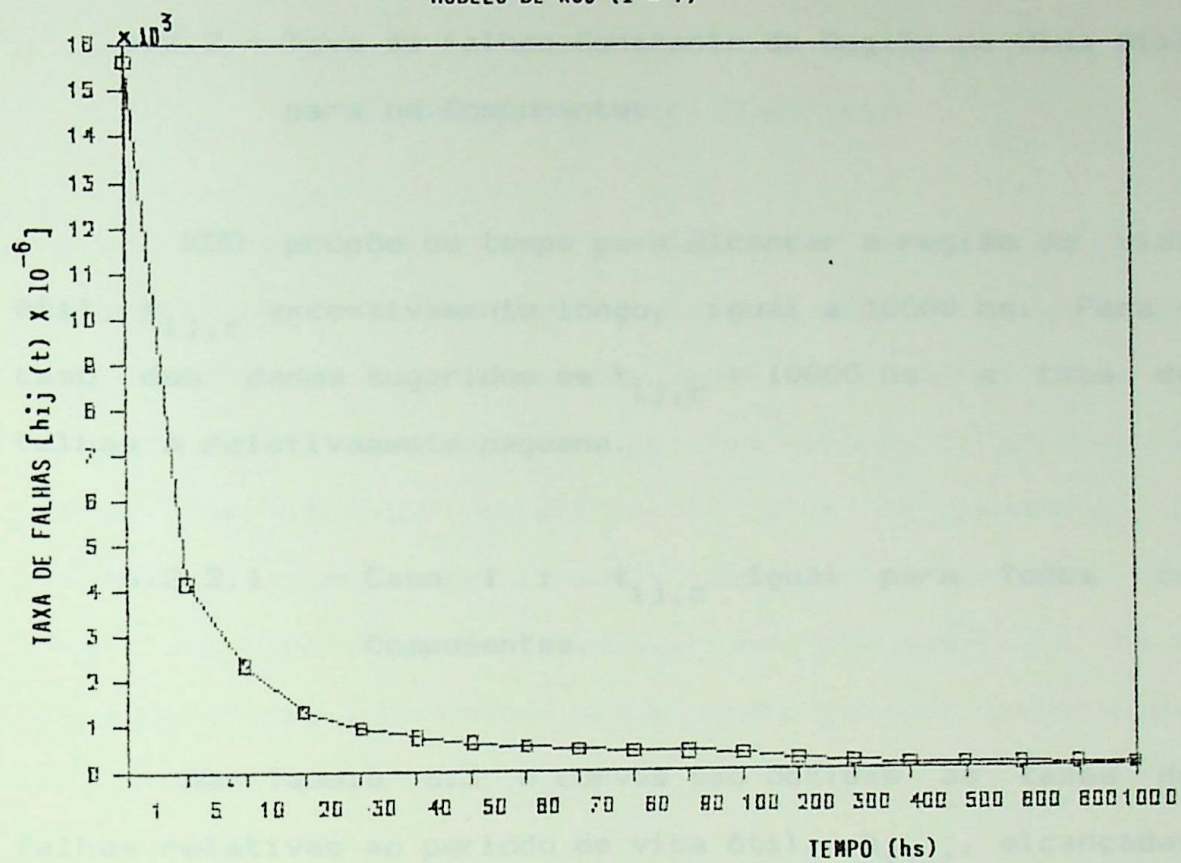
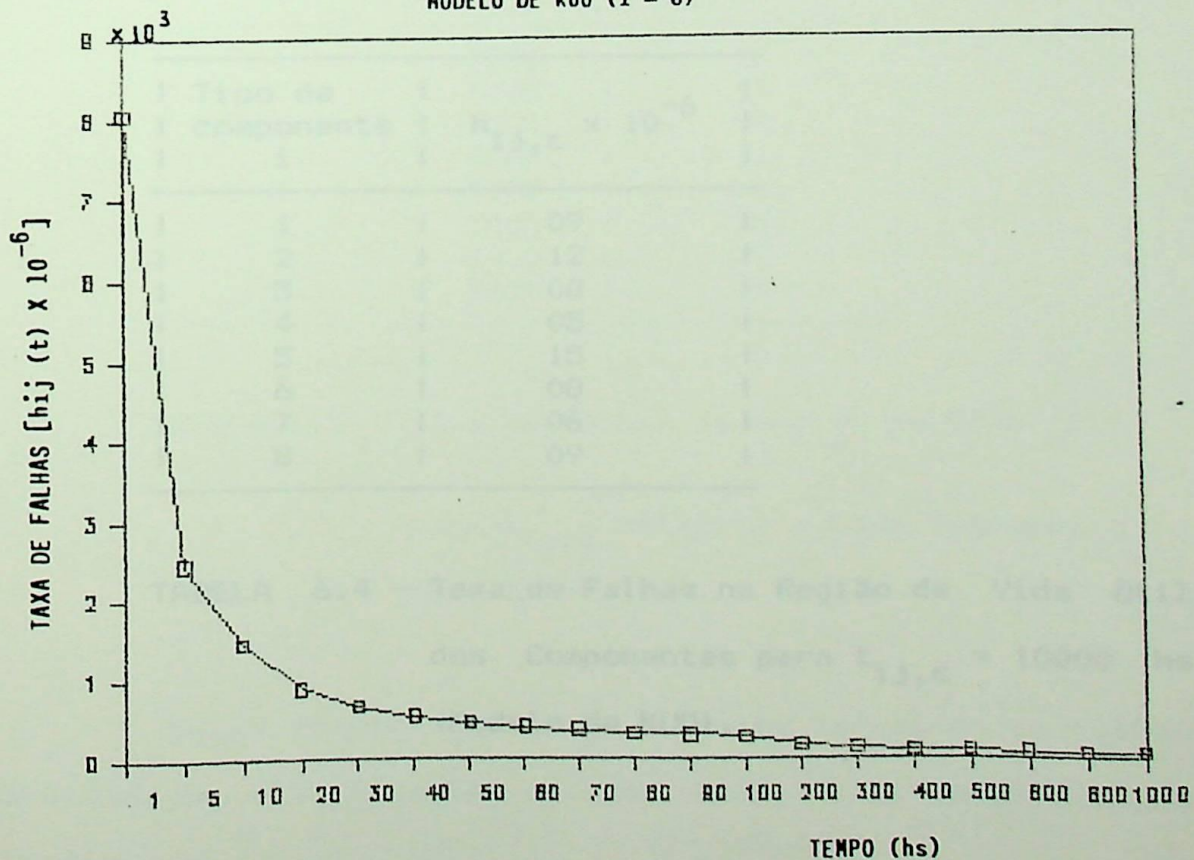
Tabela 6.3 - Taxa de Falhas dos Componentes. Modelo de KUO.

$$h_{ij}(t) \times 10^{-6}/hs$$

MODELO DE KUO ($i=1$)MODELO DE KUO ($i=2$)FIGURA 6.1 - Taxa de Falhas $h_{ij}(t) \times 10^{-6}$ /hs, Comp. 1 e 2].

MODELO DE KUO ($i = 3$)MODELO DE KUO ($i = 4$)FIGURA 6.2 - Taxa de Falhas $h_{ij}(t) \times 10^{-6}$, Comp. 3 e 4).

MODELO DE KUO ($i=5$)MODELO DE KUO ($i=6$)FIGURA 6.3 - Taxa de Falhas $h_{ij}(t) \times 10^{-6}$. Comp. 5 e 6].

MODELO DE KUO ($i = 7$)MODELO DE KUO ($i = 8$)FIGURA 6.4 - Taxa de Falhas $[h_{ij}(t) \times 10^{-6}]$. Comp. 7 e 81.

6.2.2 - Taxa de Falhas Constante da Região de Vida Útil para os Componentes

KUD propõe um tempo para alcançar a região de vida útil $t_{ij,c}$ excessivamente longo, igual a 10000 hs. Para o caso dos dados sugeridos em $t_{ij,c} = 10000$ hs a taxa de falhas é relativamente pequena.

6.2.2.1 - Caso 1 : $t_{ij,c}$ Igual para Todos os Componentes.

Da Tabela 6.3 e curvas são obtidas as taxas de falhas relativas ao período de vida útil, $h_{ij,c}$, alcançadas para $t_{ij,c} = 10000$ hs.

Tipo de componente i	$h_{ij,c} \times 10^{-6}$
1	09
2	12
3	08
4	05
5	15
6	08
7	06
8	09

TABELA 6.4 - Taxa de Falhas na Região de Vida Útil dos Componentes para $t_{ij,c} = 10000$ hs

(Modelo de KUD).

6.2.2.2 - Caso 2 : Taxa de Falhas da Região de Vida Útil Relativa a Cada Componente.

A Tabela 6.3 mostra a tendência de cada tipo de componente entrar no seu período de vida útil em um instante $t_{ij,c}$ diferente. Cada componente segue sua característica de falhas particular e natural, gerando valores diferentes de falhas nos períodos relativos à curva da banheira. É importante, para este estudo, respeitar a tendência de falhas de cada componente, trabalhando com dados os mais reais possíveis. Portanto, são proposto para os componentes os seguintes valores de $t_{ij,c}$.

Tipo de componente i	$t_{ij,c}$ (horas)	$h_{ij,c} \times 10^{-6}$
1	9000	10
2	9000	13
3	9000	09
4	4000	11
5	9000	16
6	5000	15
7	8000	09
8	9000	10

TABELA 6.5 - Taxa de Falhas na Região de Vida Útil

para $t_{ij,c}$ Relativo a Cada Componente
(Modelo de KUO).

Estes valores definirão o limite da região de falhas prematuras com a região de vida útil, como mostrado na Tabela 6.6.

6.2.3 - Tempo Médio de Separação das Componentes

Tempo (hs)	h_{1j}	h_{2j}	h_{3j}	h_{4j}	h_{5j}	h_{6j}	h_{7j}	h_{8j}
1	12709	8814	18736	28576	9453	10619	15639	8060
5	3622	2812	4927	6195	2696	3075	4178	2450
10	2109	1719	2772	3207	1648	1804	2367	1467
20	1229	1051	1559	1660	1007	1058	1341	878
30	896	788	1114	1129	756	774	922	651
40	715	643	877	889	616	620	759	516
50	601	549	729	695	526	522	633	446
60	522	482	627	555	462	453	545	390
70	463	432	552	505	414	403	480	348
80	417	393	594	448	377	363	430	314
90	380	361	448	398	346	332	391	289
100	350	335	410	360	322	306	359	267
200	204	205	231	186	196	179	203	160
300	149	154	165	127	147	131	146	118
400	119	125	130	97	120	205	115	96
500	100	107	108	78	103	89	96	81
600	87	94	93	66	90	77	83	71
800	70	77	73	50	73	62	66	58
1000	58	65	61	41	65	52	54	49
2000	34	40	35	21	38	31	31	29
4000	20	25	19	11	23	18	17	18
6000	14	19	14	11	19	15	11	13
8000	11	15	10	11	17	15	9	11
10000	10	13	9	11	15	15	9	10

Tabela 6.6 - Taxa de Falhas na Região de Falhas Prematuras.

$$h_{ij}(t) \times 10^{-6} / \text{hs. Modelo de KUO}$$

6.2.3 - Tempo Ótimo de Depuração dos Componentes

O tempo ótimo de depuração de cada componente é obtido diretamente das equações desenvolvidas no Capítulo 5. O modelo de KUO define, para o tempo ótimo de depuração dos componentes a seguinte expressão:

$$t_{ij,d}^* = \left[\frac{\alpha_{ij} [(1+L)C_{ij,f} - C_{ij,s}]}{(1+L) h_{ij,c} C_{ij,f} - B\phi} \right]^{1/\beta_{ij}} \quad (6.2)$$

Os custos de falhas na fábrica e no campo são dados na Tabela 6.7, a partir de valores usados por KUO. Estes custos, juntamente com o valor das taxas de falhas constantes, são dados básicos para o estudo da otimização do tempo de depuração.

A unidade matemática para o custo não é definida, podendo ser usada qualquer uma.

Unidade	Custo de Falhas na Fábrica	Custo de Falhas no Campo	Números de Componentes
j	$C_{ij,s}$	$C_{ij,f}$	
1	14.35	25.50	22
2	6.29	9.31	31
3	11.00	15.45	39
4	19.35	29.25	2
5	10.95	43.25	2
6	9.00	18.00	3
7	24.35	38.00	1
8	21.00	27.00	4

TABELA 6.7 - Valores de Custo dos Componentes do Sistema.

6.2.3.1 - Tempo Ótimo de Depuração dos Componentes para

$$t_{ij,c} = 10000 \text{ hs.}$$

A Equação 6.2 é aplicada considerando:

- a) $L = 1$, sem influência da perda de credibilidade;
- b) $Bo\delta$ é desprezível quando a depuração é realizada em grande número de componentes, como é proposto por KUO;
- c) Dados da Tabela 6.4 e 6.7;
- d) Parâmetros calculados a partir dos dados sugeridos;
- e) $t_{ij,c} = 10000 \text{ hs}$, para todos componentes;

Os tempos ótimos obtidos pelo modelo de KUO estão mostrados na Tabela 6.8.

Tipo de componente i	Tempo Ótimo de Depuração $t_{ij,d}^*$ (horas)
1	3781
2	2228
3	3031
4	2881
5	7472
6	4622
7	4204
8	1279

TABELA 6.8 - Tempo ótimo de Depuração para $t_{ij,c} = 10000 \text{ hs}$ (Modelo de KUO).

Pode-se observar das Figuras 6.1 a 6.4 que 10000 horas para $t_{ij,c}$ é um valor elevado resultando tempos ótimos excessivamente longos, indicando que é necessário repensar a determinação de tais valores.

6.2.3.2 - Tempo Ótimo de Depuração para $t_{ij,c}$ Relativo a cada Componente.

A Tabela 6.9 mostra a aplicação do modelo de KUO quando, ao invés de 10000 horas, são usados os $t_{ij,c}$ aproximados tirados das Figuras 6.1 a 6.4 para cada componente.

Tipo de componente	Tempo Ótimo de Depuração	variação
i	$t_{ij,d}^*$ (horas)	
1	3303	-12.6
2	1785	-19.9
3	2631	-13.2
4	1256	-56.4
5	6805	-8.9
6	2043	-55.8
7	2564	-39.0
8	1108	-13.4

TABELA 6.9 - Tempo ótimo de Depuração considerando $t_{ij,c}$ Relativo a Cada Componente [Modelo de KUO].

Comparando os valores das duas tabelas obtêm-se redução do tempo de depuração até maior que 50% (cinquenta por cento) indicando necessidade de repensar o método.

6.2.4 - Taxa de Falhas para Componentes Depurados.

Como analisado nos capítulos anteriores, a depuração reduzirá substancialmente a taxa de falhas dos componentes no campo. Após os testes de depuração é possível entregar componentes e sistemas ao campo com taxas de falhas pequenas, equivalente àquelas do seu período de vida útil.

O quadro abaixo mostra a redução da taxa de falhas, quando é realizado testes de depuração nos componentes. Considera-se $t_{ij,d}$ relativo ao comportamento de falhas dos componentes dado pela Tabela 6.9. Em seguida tem-se as curvas referentes as taxas de falhas dos componentes 1 a 8 depurados.

Tempo (hs)	h_{1j}	h_{2j}	h_{3j}	h_{4j}	h_{5j}	h_{6j}	h_{7j}	h_{8j}
1	23	43	27	32	21	30	25	45
100	22	41	27	31	20	29	24	42
500	20	36	23	30	19	25	21	36
1000	18	31	20	25	18	22	18	28
2000	16	25	17	15	16	17	15	21
3000	14	21	14	11	14	14	13	17
4000	12	19	12	9	13	13	11	14
5000	11	17	11	7	12	11	10	12

TABELA 6.10 - Taxa de Falhas dos Componentes Depurados.

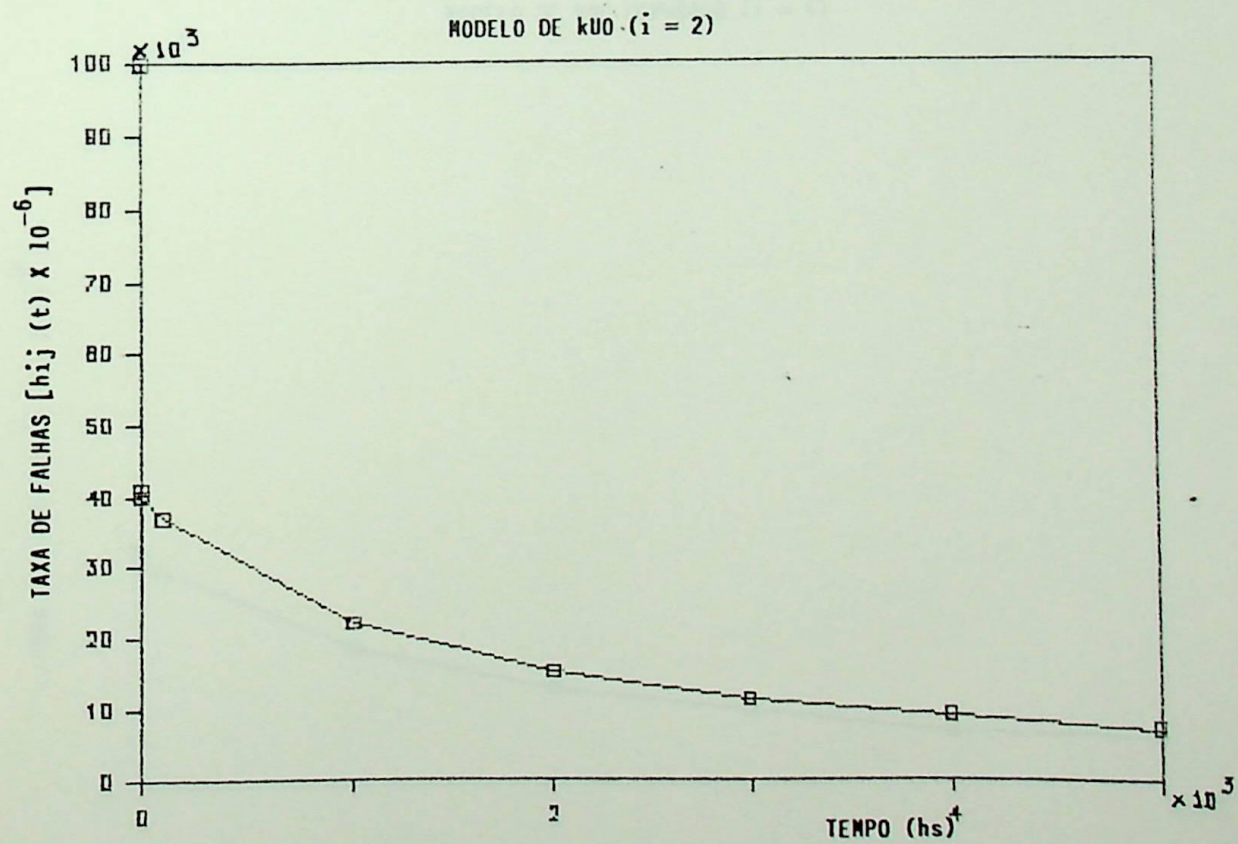
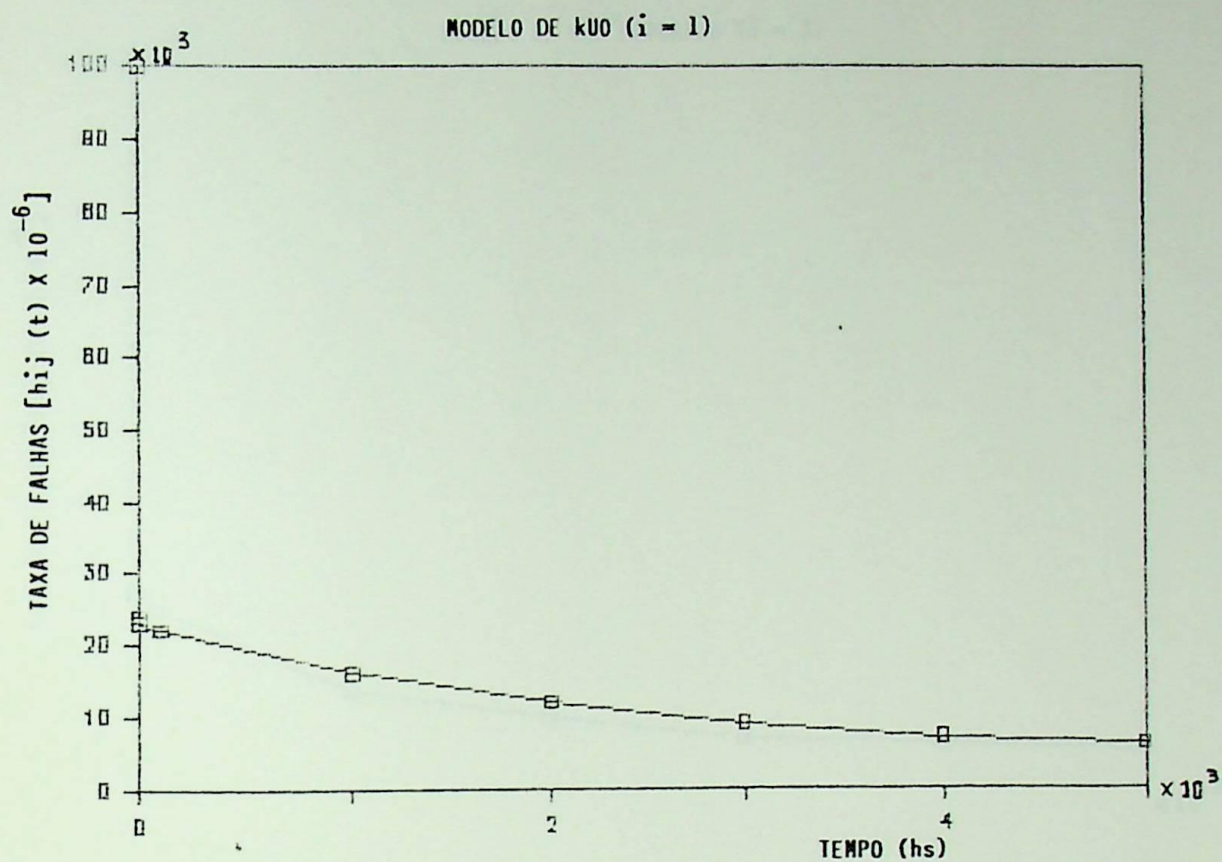


FIGURA 6.5 - $h_{ij}(t) \times 10^{-6}$ /hs, Componentes 1 e 2 Depurados.

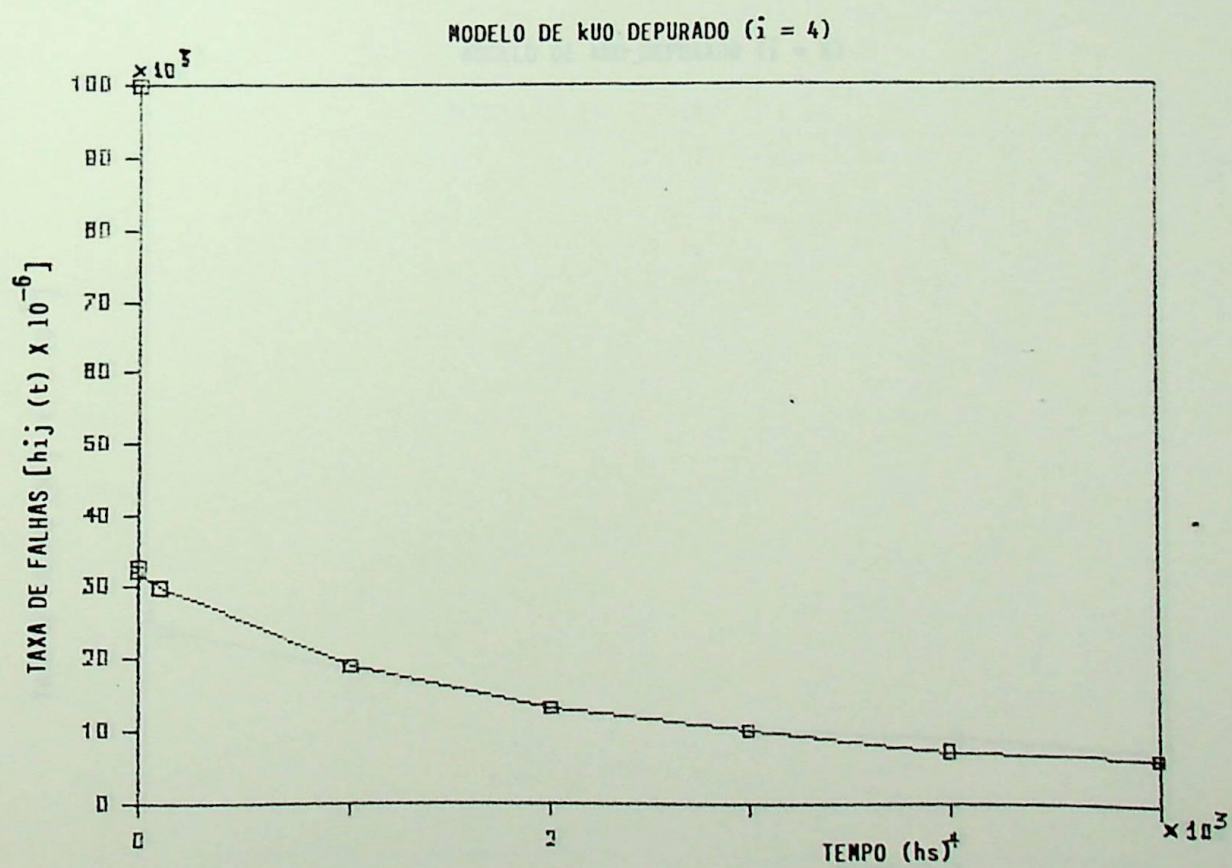
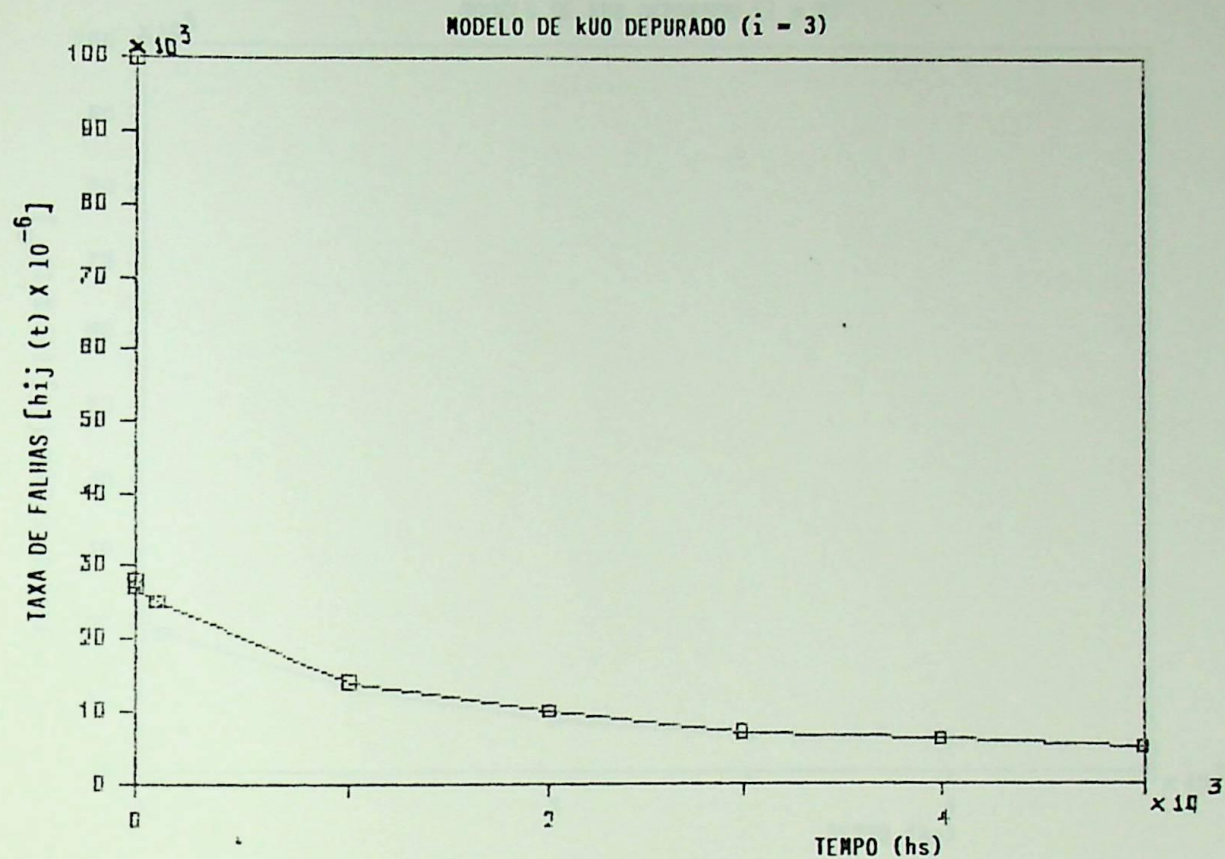
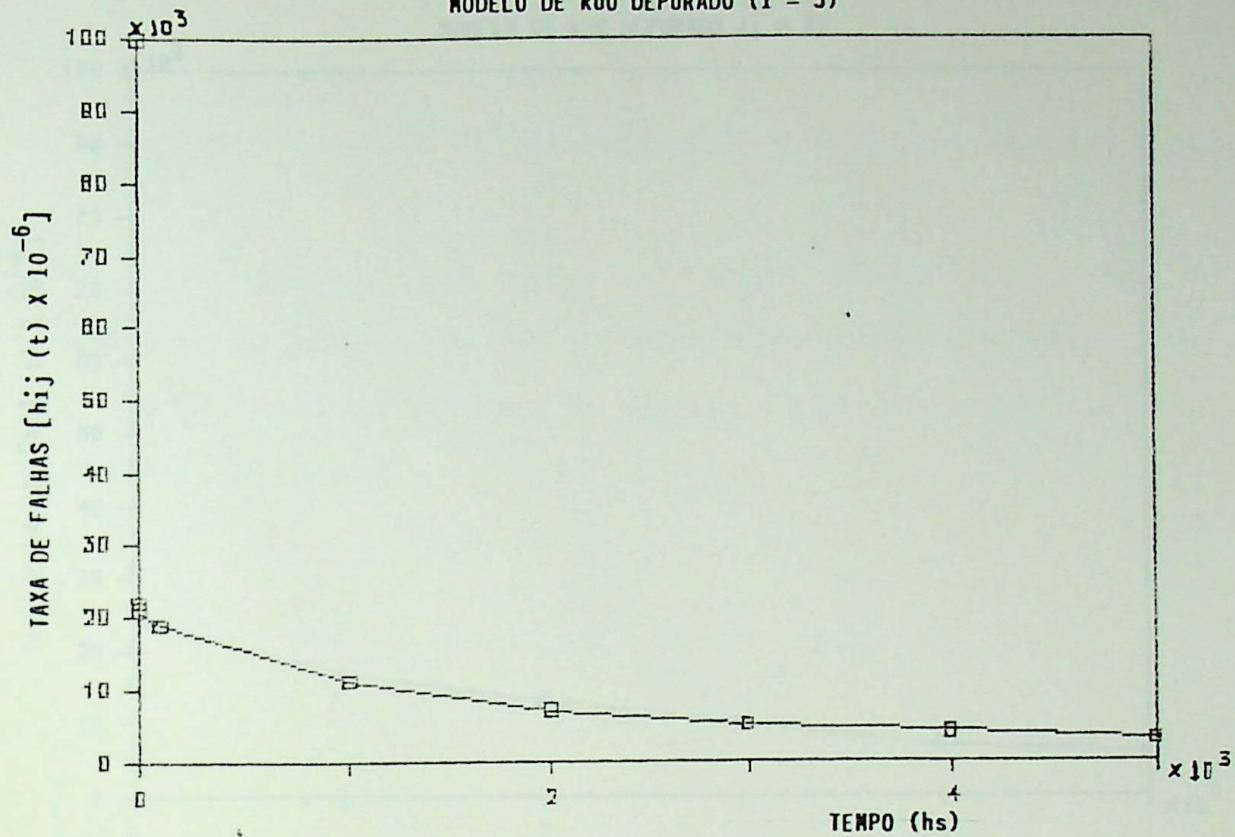
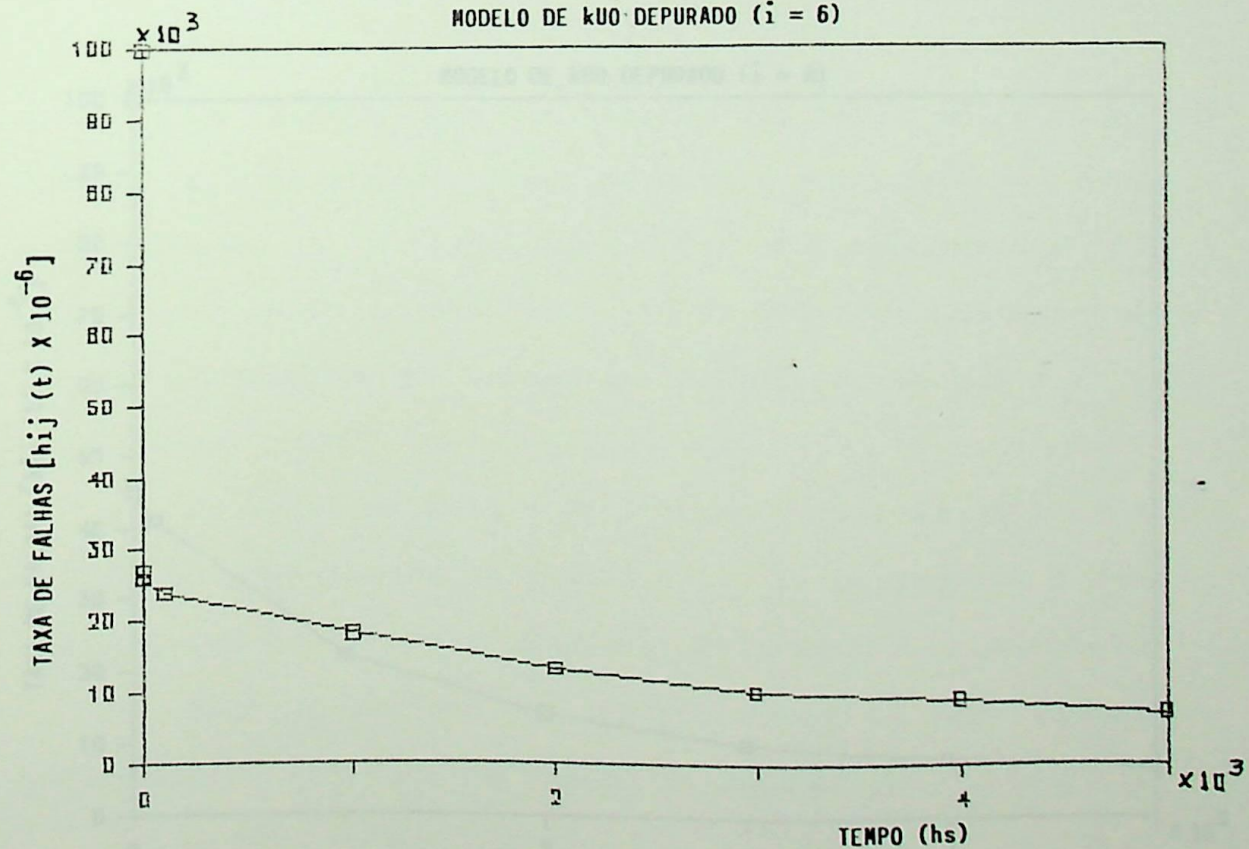
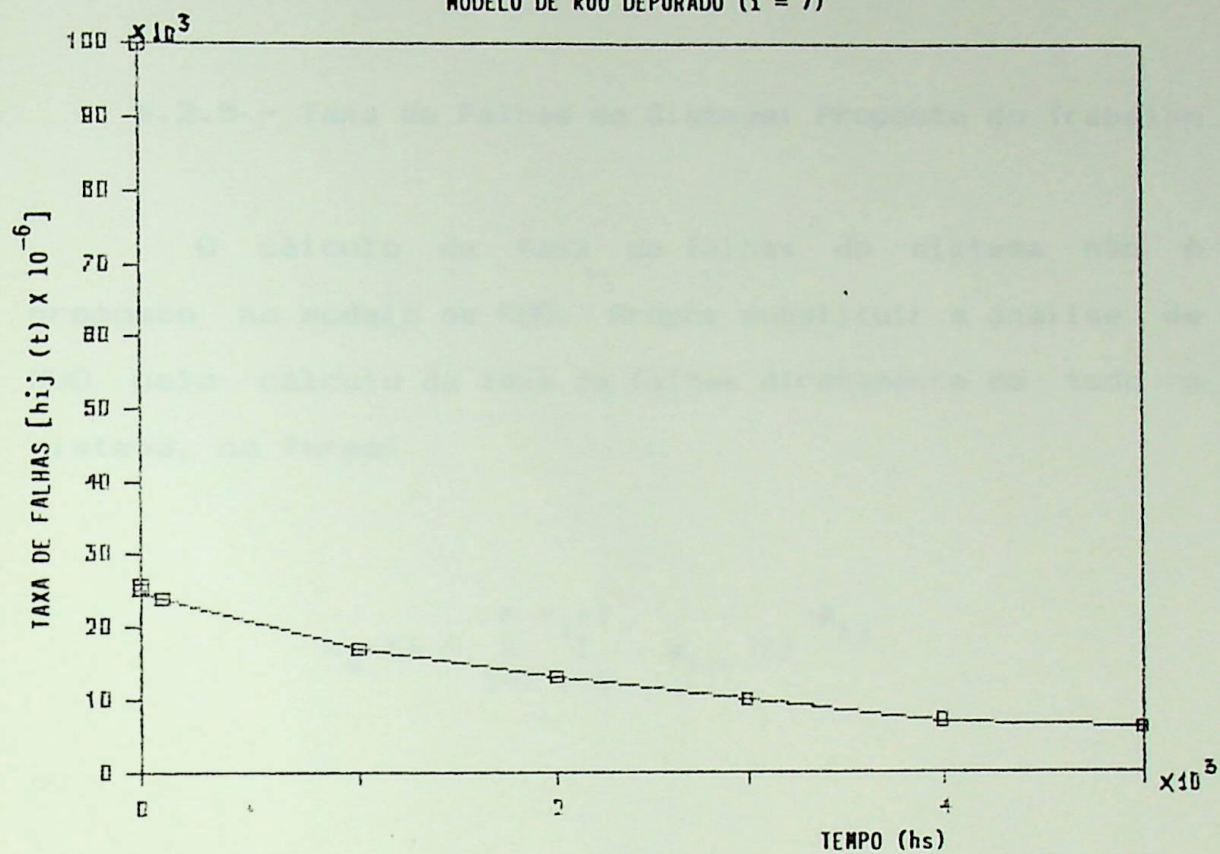
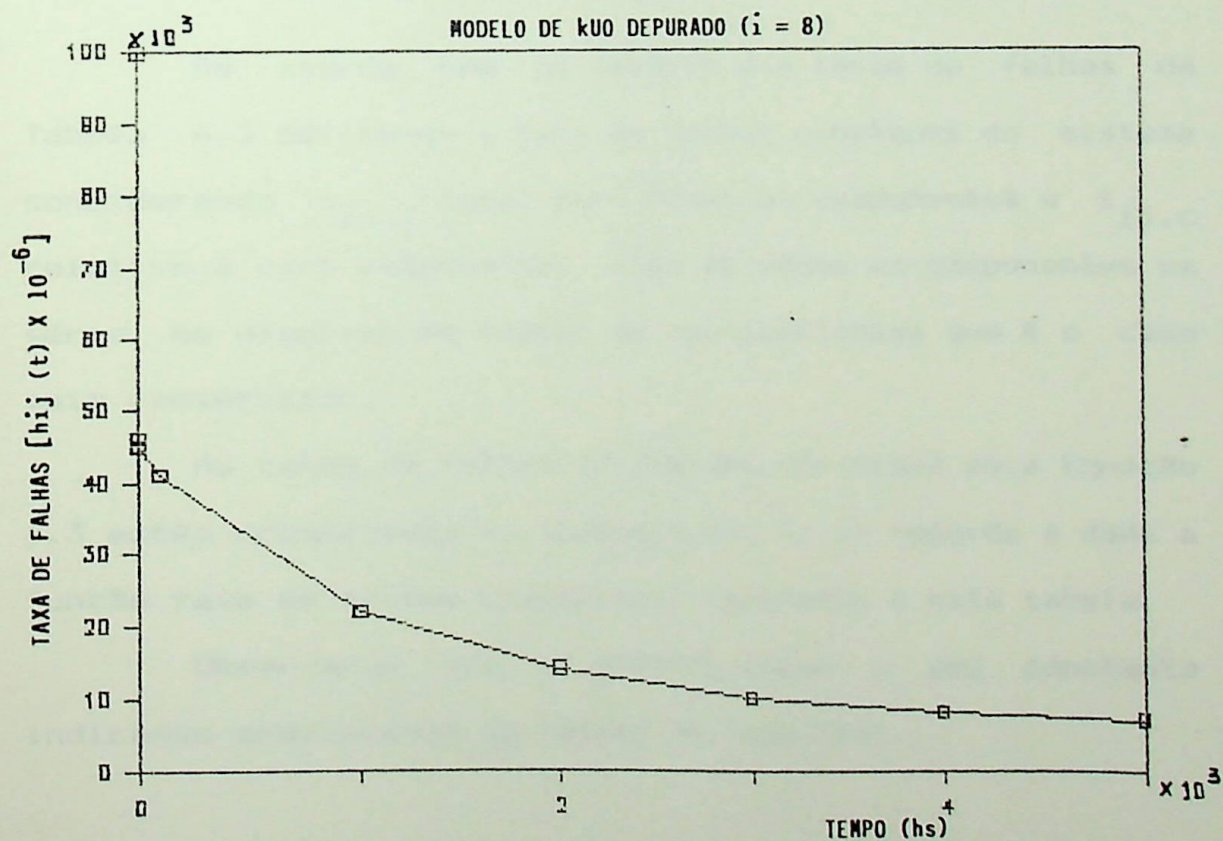


FIGURA 6.6 - $h_{ij}(t) \times 10^{-6}$ /hs, Componentes 3 e 4 Depurados.

MODELO DE KUO DEPURADO ($\hat{i} = 5$)MODELO DE KUO DEPURADO ($\hat{i} = 6$)FIGURA 6.7 - $h_{ih}(t) \times 10^{-6}$ /hs, Componentes 5.e 6 Depurados.

MODELO DE KUO DEPURADO ($i = 7$)MODELO DE KUO DEPURADO ($i = 8$)FIGURA 6.8 - $h_{ij}(t) \times 10^{-6}$ /hs, Componentes 7 e 8 Depurados.

6.2.5 - Taxa de Falhas do Sistema: Proposta do Trabalho

O cálculo da taxa de falhas do sistema não é proposto no modelo de KUO. Propõe substituir a análise de KUO pelo cálculo da taxa de falhas diretamente de todo o sistema, na forma:

$$h_s(t) = \sum_{j=1}^n x_j + 1 \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_{ij}(t)^{-\beta_{ij}}$$

ou

$$h_s(t) = \alpha_s(t)^{-\beta_s}$$

De acordo com os valores das taxas de falhas da Tabela 6.3 define-se a taxa de falhas constante do sistema considerando $t_{ij,c}$ igual para todos os componentes e $t_{ij,c}$ relativo a cada componente, além de todos os componentes em série no diagrama de blocos de confiabilidade que é o caso mais conservador.

As taxas de falhas do sistema definidas pela Equação 6.3 estão organizadas na Tabela 6.11. E, em seguida é dada a função taxa de falhas tradicional referente a esta tabela.

Observa-se que o gráfico tende a uma constante indicando proximidade da região de vida útil.

Tempo (hs)	$h_s(t) \times 10^{-6}$
1	1439315
5	3999994
10	231152
20	133781
30	97238
40	77683
50	65097
60	56777
70	50025
80	45048
90	41054
100	37784
200	21996
300	16046
400	12811
500	10778
600	9365
800	7504
1000	6284
2000	3711
4000	2167
6000	1615
8000	1220
10000	988

Tabela 6.11 - Taxa de Falhas do Sistema [Modelo Proposto].

MODELO DE KUO DO SISTEMA

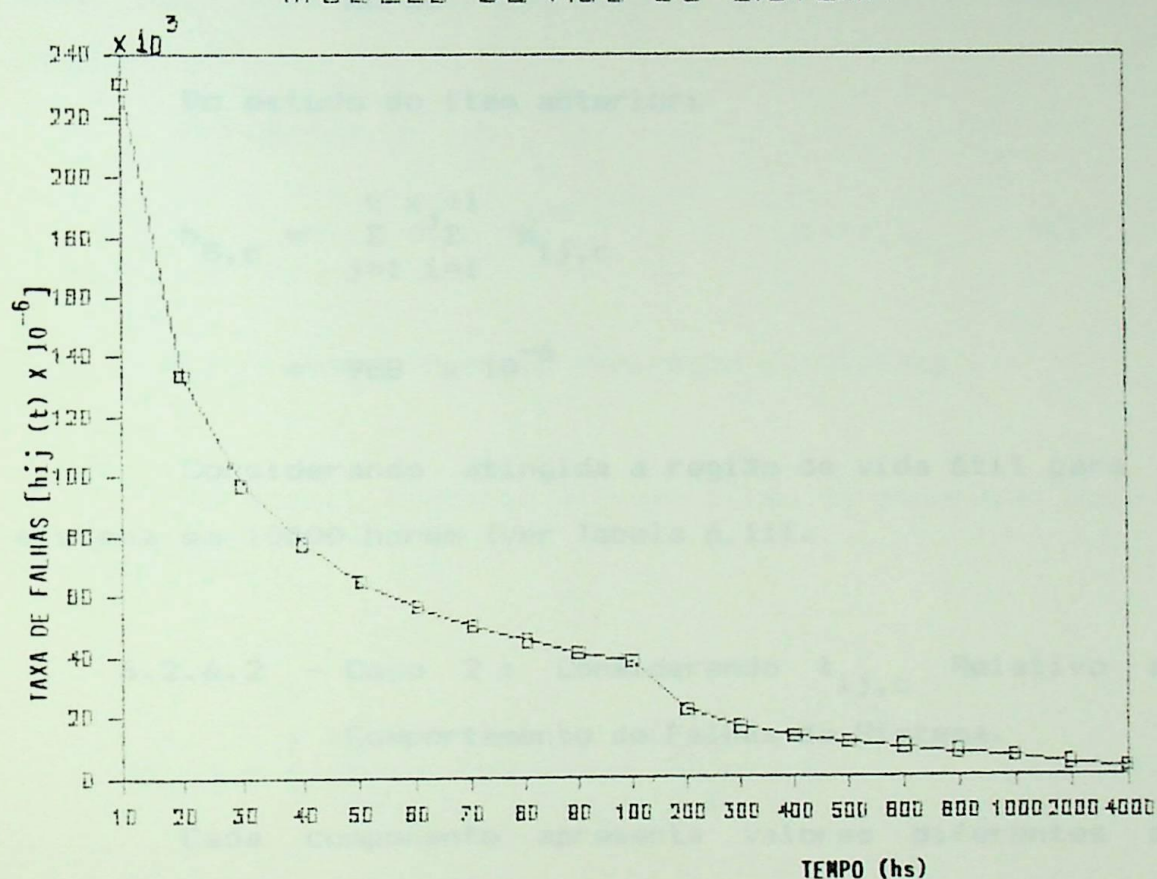


FIGURA 6.9 - Função Taxa de Falhas do Sistema [Modelo Proposto; $t_{ij,c} = 10000$ horas; Taxa de Falhas Tradicional (Modelo de Kuo)].

Tabela 6.2.6 - Taxa de Falhas na Região de Vida Útil do Sistema

6.2.6.1 - Caso 1 : Considerando $t_{ij,c}$ igual a 10000 horas

Do estudo do item anterior:

$$h_{S,c} = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{j+1} h_{ij,c} \quad \text{para } t_{S,c} = 9000 \text{ hs}$$

$$= 988 \times 10^{-6} \text{ Depuração do Sistema}$$

Considerando atingida a região de vida útil para o sistema em 10000 horas (ver Tabela 6.11).

6.2.6.2 - Caso 2 : Considerando $t_{ij,c}$ Relativo ao Comportamento de Falhas do Sistema.

Cada componente apresenta valores diferentes de $t_{ij,c}$, transição entre a região de falhas prematuras e a região de vida útil, sendo os valores limites os indicados na Tabela 6.5.

$$t_{ij,c \text{ min}} = 4000 \text{ hs}$$

$$t_{ij,c \text{ max}} = 9000 \text{ hs}$$

A partir de $t_{ij,c \text{ min}}$ cada tipo de componente vai entrando no seu período de vida útil de acordo com suas características de falhas. As taxas de falhas dos Componentes variam de 9×10^{-6} a 16×10^{-6} , como indicado na

Tabela 6.5.

Da Tabela 6.11 pode-se observar a tendência do sistema entrar no seu período de vida útil em $t_{S,c}$ cerca de 5000 hs, porém considerando-se o pior caso faz-se $t_{S,c} = 9000$ hs, obtendo o somatório da taxa de falhas igual a 1088×10^{-6} .

Portanto:

$$h_{S,c} = 1088 \times 10^{-6} \quad \text{para } t_{S,c} = 9000 \text{ hs}$$

6.2.7 - Tempo Ótimo de Depuração do Sistema

No modelo proposto o tempo ótimo de depuração para o sistema fica:

$$t^*_{s,d} = \left\{ \frac{\alpha_S [(1+L) C_{S,f} - C_{S,S}]}{(1+L) h_{S,c} C_{S,f} - B\alpha\delta} \right\}^{1/\beta_S} \quad (6.4) (a)$$

ou

$$\alpha_S (t^*_{s,d})^{-\beta_S} = \frac{(1+L) h_{S,c} C_{S,f} - B\alpha\delta}{(1+L) C_{S,f} - C_{S,S}} \quad (6.4) (b)$$

Os custos de reparo na fábrica e no campo são calculados considerando todos os componentes e todas as unidades.

$$C_{S,S} = 1196.56$$

$$C_{S,f} = 1877.56$$

6.2.6 O valor da taxa de falhas constante determina os casos a seguir.

A Tabela 6.12 mostra a redução da taxa de falhas do

6.2.7.1 - Caso 1: Tempo Ótimo de DEpuração para o Sistema Considerando $t_{S,c}$ igual à 10000 hs

Ao arbitrar um valor para $t_{S,c}$ o tempo ótimo de depuração é calculado pela simples substituição de $h_{S,c}$ na equação geral. Portanto, se:

$$h_{S,c} = 988 \times 10^{-6}$$

e considerando o mesmo $t_{S,c} = 10000$ hs com que vem se trabalhando, o valor do tempo ótimo de depuração resulta:

$$t_{S,d}^* = 2900 \text{ hs}$$

6.2.7.2 - Tempo Ótimo de Depuração para o Sistema Considerando $t_{S,c}$ Relativo ao Sistema

Ao se considerar a tendência real da função taxa de falhas do sistema, a região de vida útil apresenta para valor: $h_{S,c} = 1088 \times 10^{-6}$ e é atingida em $t_{S,c} = 5000$ hs.

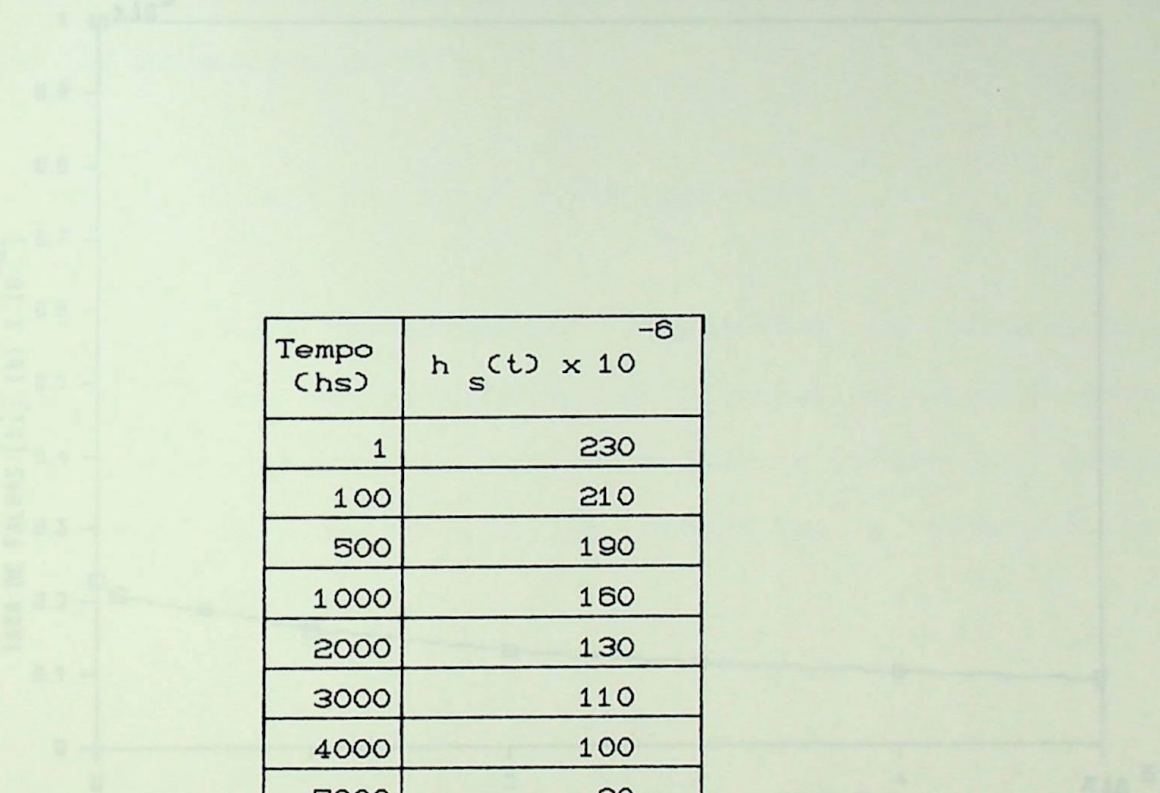
O tempo ótimo de depuração usando estes valores, resulta :

$$t_{S,c}^* = 2300 \text{ hs}$$

Pode-se observar, de novo, diferença sensível em favor do uso da tendência real do sistema.

6.2.8 - Taxa de Falhas do Sistema Depurado.

A Tabela 6.12 mostra a redução da taxa de falhas do sistema quando são realizados testes de depuração e a Figura 6.10 mostra a taxa de falhas resultante.



Tempo (hs)	$h_s(t) \times 10^{-6}$
1	230
100	210
500	190
1000	160
2000	130
3000	110
4000	100
5000	90

FIGURA 6.10 - Curva para o Sistema Depurado. Modelo de KUO.

TABELA 6.12 - Taxa de Falhas do Sistema Depurado.

Modelo de KUO.

MODELO DE KUO DO SISTEMA DEPURADO

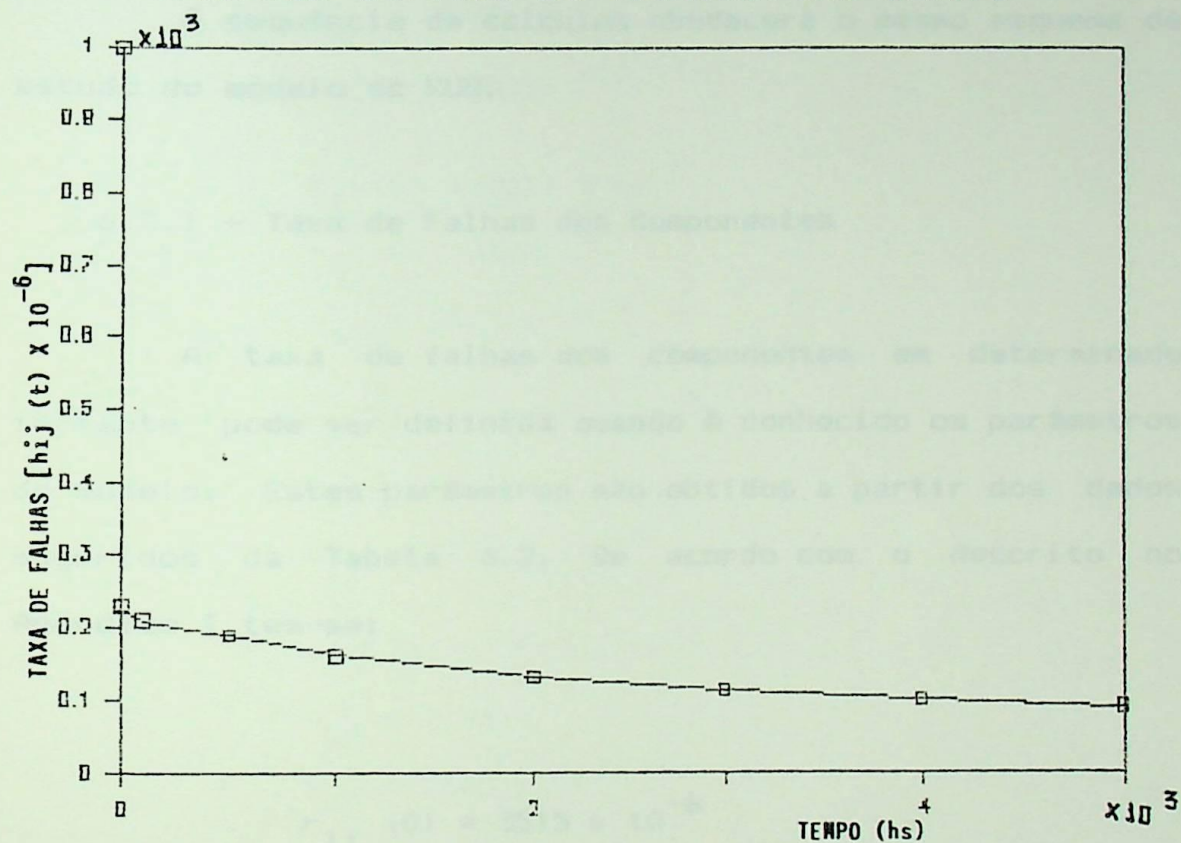


FIGURA 6.10 - Curva para o Sistema Depurado. Modelo de KUO.

6.3 - MODELO DE GOVIL & AGGARWAL [26]

Neste modelo é definida uma taxa de falhas inicial em $t = 0$, não definida pelo modelo de KUO.

A sequência de cálculos obedecerá o mesmo esquema de estudo do modelo de KUO.

6.3.1 - Taxa de Falhas dos Componentes

A taxa de falhas dos componentes em determinado instante pode ser definida quando é conhecido os parâmetros do modelo. Estes parâmetros são obtidos a partir dos dados sugeridos da Tabela 6.2. De acordo com o descrito no Apêndice I tem-se:

$$r_{1j}(0) = 3515 \times 10^{-6}$$

$$n_{1j} = 1.6404$$

$$b_{1j} = 5123 \times 10^{-6}$$

$$r_{2j}(0) = 3486 \times 10^{-6}$$

$$n_{2j} = 1.8817$$

$$b_{2j} = 3738 \times 10^{-6}$$

$$r_{3j}(0) = 6001 \times 10^{-6}$$

$$n_{3j} = 2.0154$$

$$b_{3j} = 3313 \times 10^{-6}$$

$$r_{4j}(0) = 16032 \times 10^{-6}$$

$$n_{4j} = 3.9615$$

$$b_{4j} = 1332 \times 10^{-6}$$

$$r_{5j}(0) = 11679 \times 10^{-6}$$

$$n_{5j} = 3.9869$$

$$b_{5j} = 1396 \times 10^{-6}$$

$$r_{6j}(0) = 4214 \times 10^{-6}$$

$$n_{6j} = 2.0294$$

$$b_{6j} = 3317 \times 10^{-6}$$

$$r_{7j}(0) = 2325 \times 10^{-6}$$

$$n_{7j} = 1.8795$$

$$b_{7j} = 3777 \times 10^{-6}$$

$$r_{8j}(0) = 1567 \times 10^{-6}$$

$$n_{8j} = 1.9127$$

$$b_{8j} = 3682 \times 10^{-6}$$

As taxas de falhas dos componentes podem ser determinadas pela equação:

$$r_{ij}(t) = \frac{r_{ij}(0)}{(1+b_{ij}t)^{n_{ij}}} \times 10^{-6} \quad (6.5)$$

Através desta função é possível propor a Tabela 6.13 e as taxas de falhas por ela geradas.

Tempo (hs)	h_{1j}	h_{2j}	h_{3j}	h_{4j}	h_{5j}	h_{6j}	h_{7j}	h_{8j}
0	3515	3486	6001	16032	11675	4212	2325	1567
1	3486	3461	5961	15947	11610	4185	2308	1556
5	3372	3367	5806	15616	11546	4074	2244	1513
10	3238	3253	5620	15213	11048	3942	2168	1467
20	2995	3044	5273	14447	10416	3978	2027	1368
30	2780	2854	4958	13728	9914	3475	1900	1287
40	2589	2682	4670	13053	9402	3271	1785	1205
50	2418	2525	4406	12420	8922	3085	1680	1134
60	2265	2382	4164	11824	8473	2915	1584	1040
70	2126	2251	3942	11264	8052	2758	1496	1010
80	2001	2130	3736	10737	7659	2613	1416	960
90	1887	2020	3747	10240	7285	2480	1341	906
100	1783	1918	3371	9771	6936	2355	1273	860
200	1105	1219	2115	6293	4376	1500	807	546
300	763	847	1494	4235	2896	1037	560	378
400	565	629	1096	2955	1992	759	411	278
500	437	480	838	2124	1415	580	317	213
600	351	381	661	1566	1033	456	251	169
800	243	258	441	996	588	304	170	114
1000	180	187	315	560	359	217	123	82
2000	67	63	100	94	58	69	42	27
4000	23	19	29	11	7	20	13	9
6000	12	10	14	3	2	9	7	4
8000	8	6	8	1	1	5	4	3
10000	5	4	5	1	1	3	2	2

TABELA 6.13 - Taxas de Falhas $[h_{ij}(t) \times 10^{-6}]$ dos Componentes. Modelo de GOVIL & AGGARWAL.

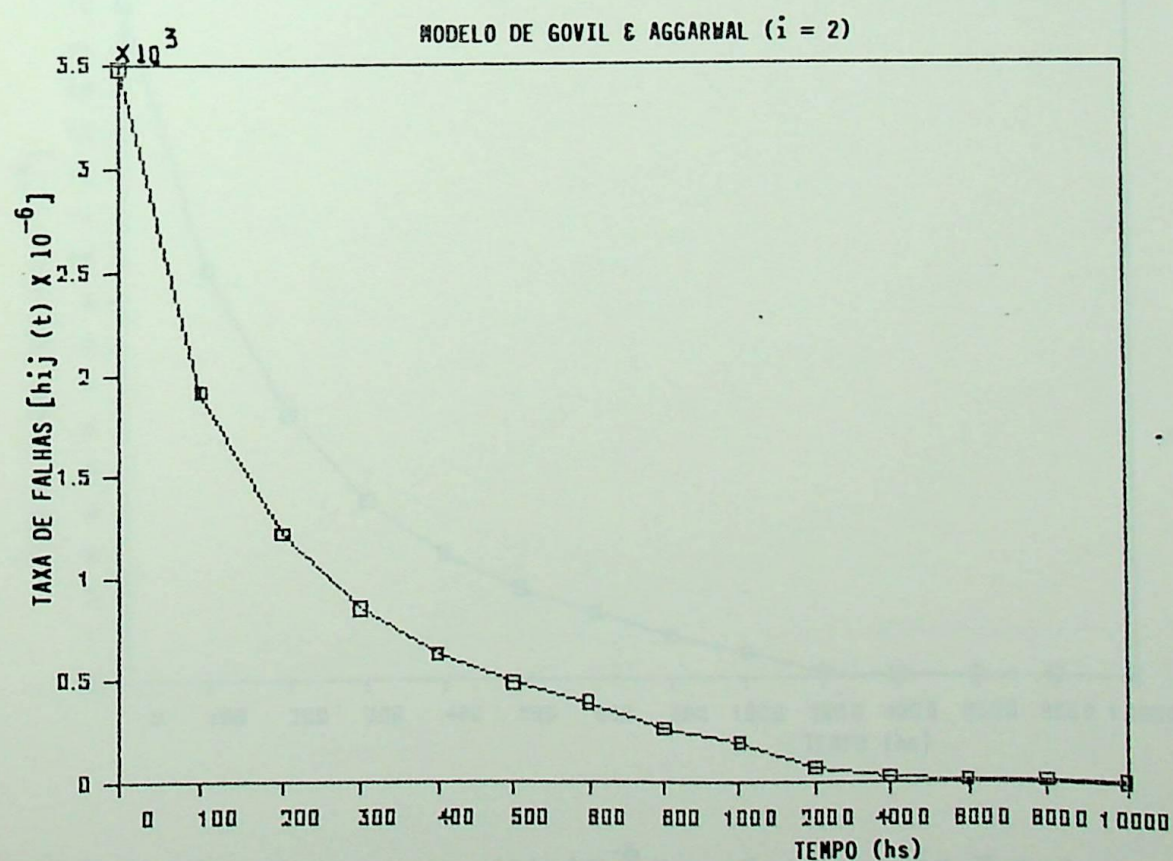
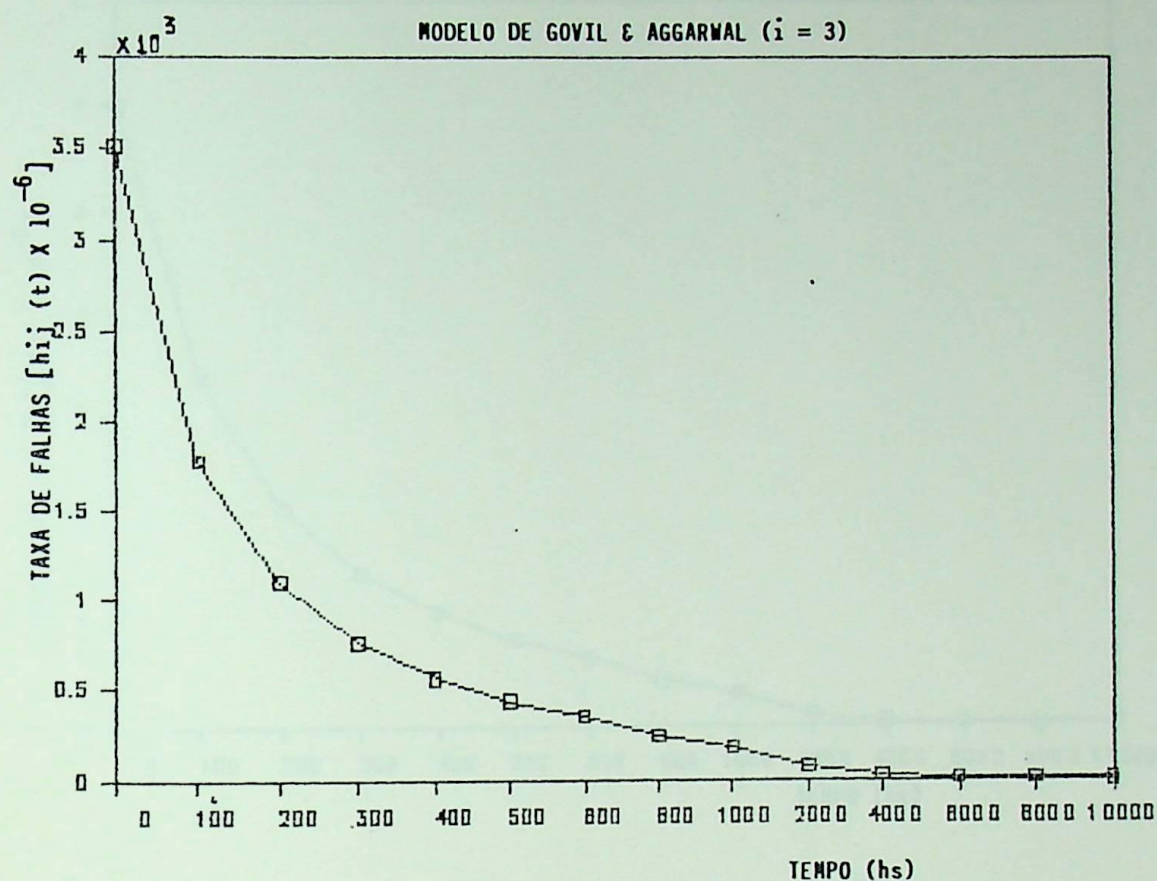
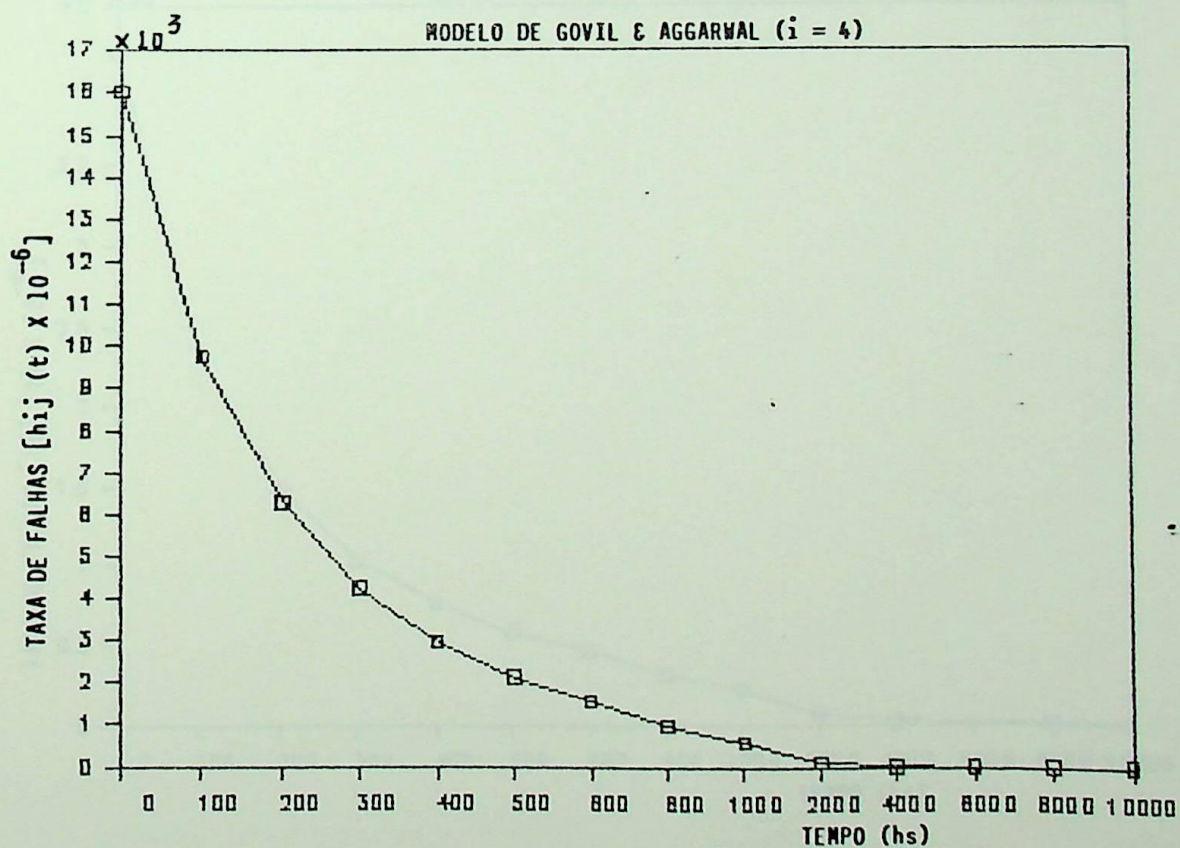
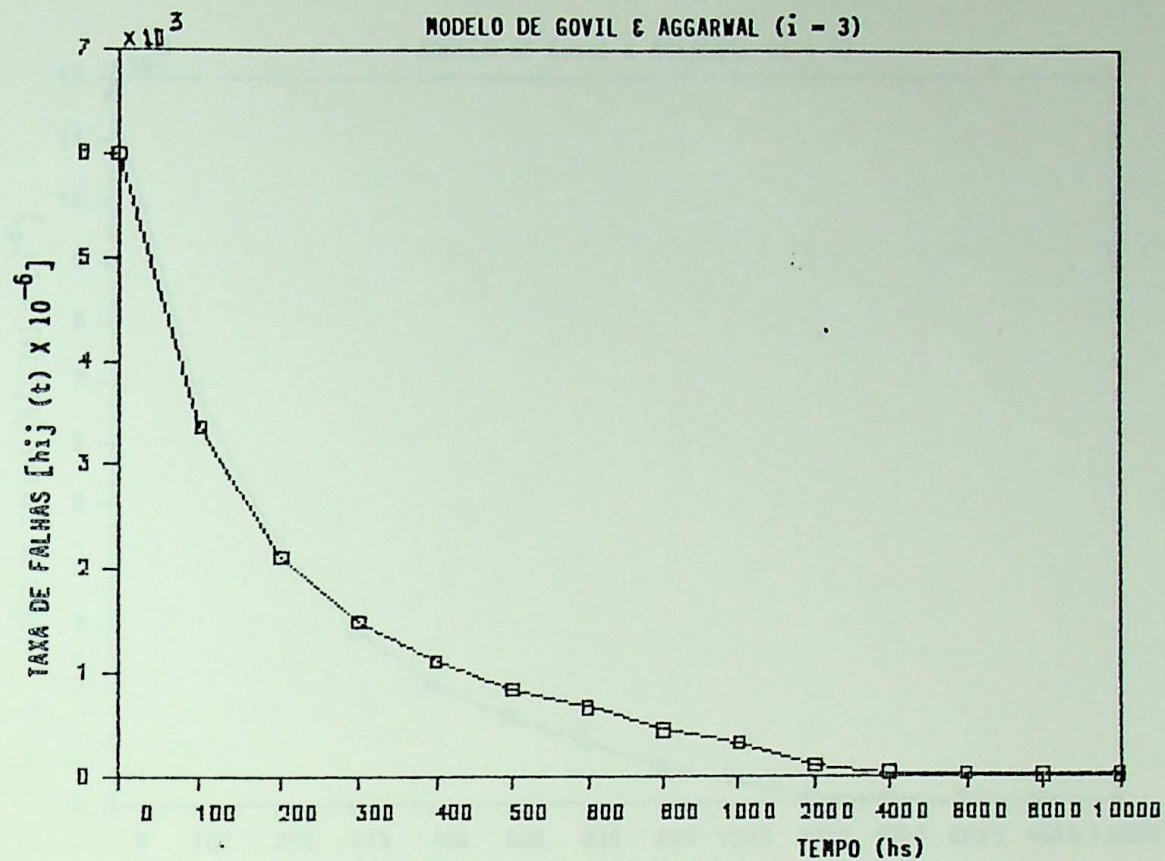


FIGURA 6.11 - Curvas, $h_{ij}(t) \times 10^{-6}$ /hs, Componentes 1 e 2 .



FIGURAS 6.12 - Curvas, $h_{ij}(t) \times 10^{-6}/\text{hs}$, Componentes 3 e 4 .

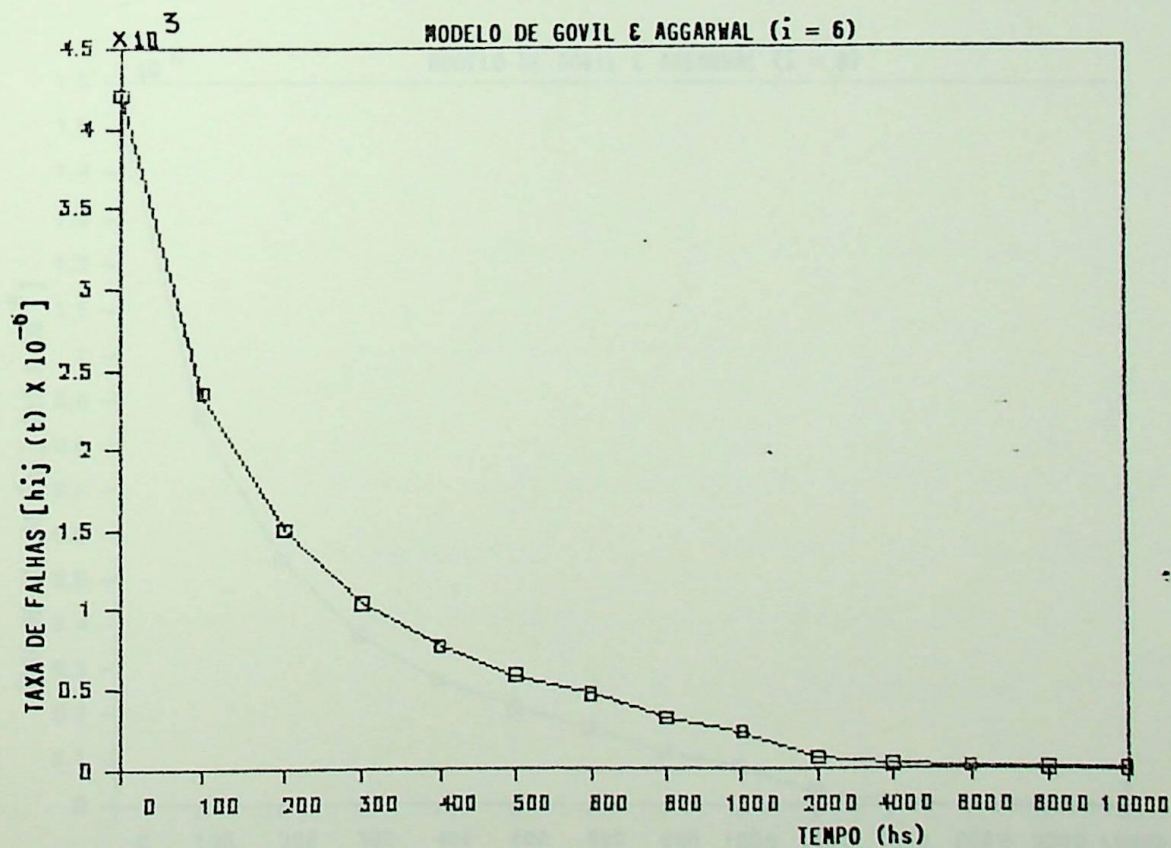
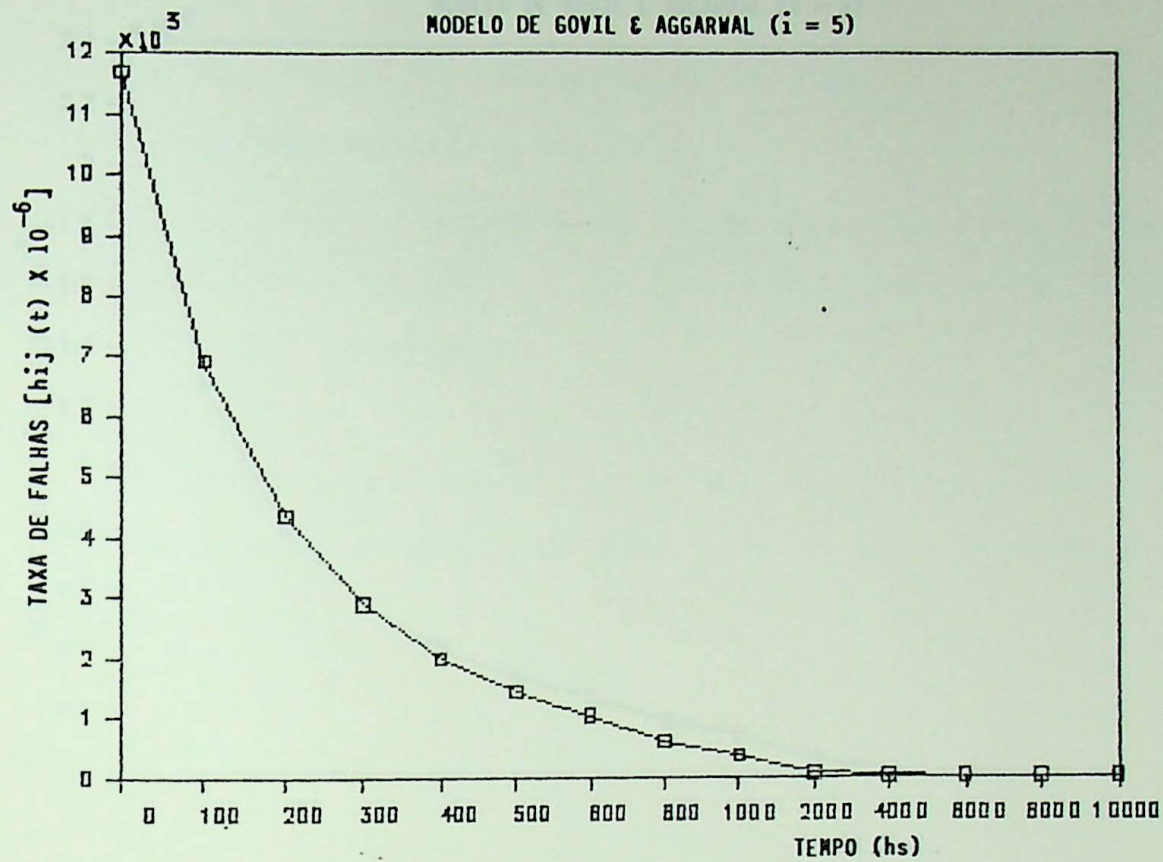
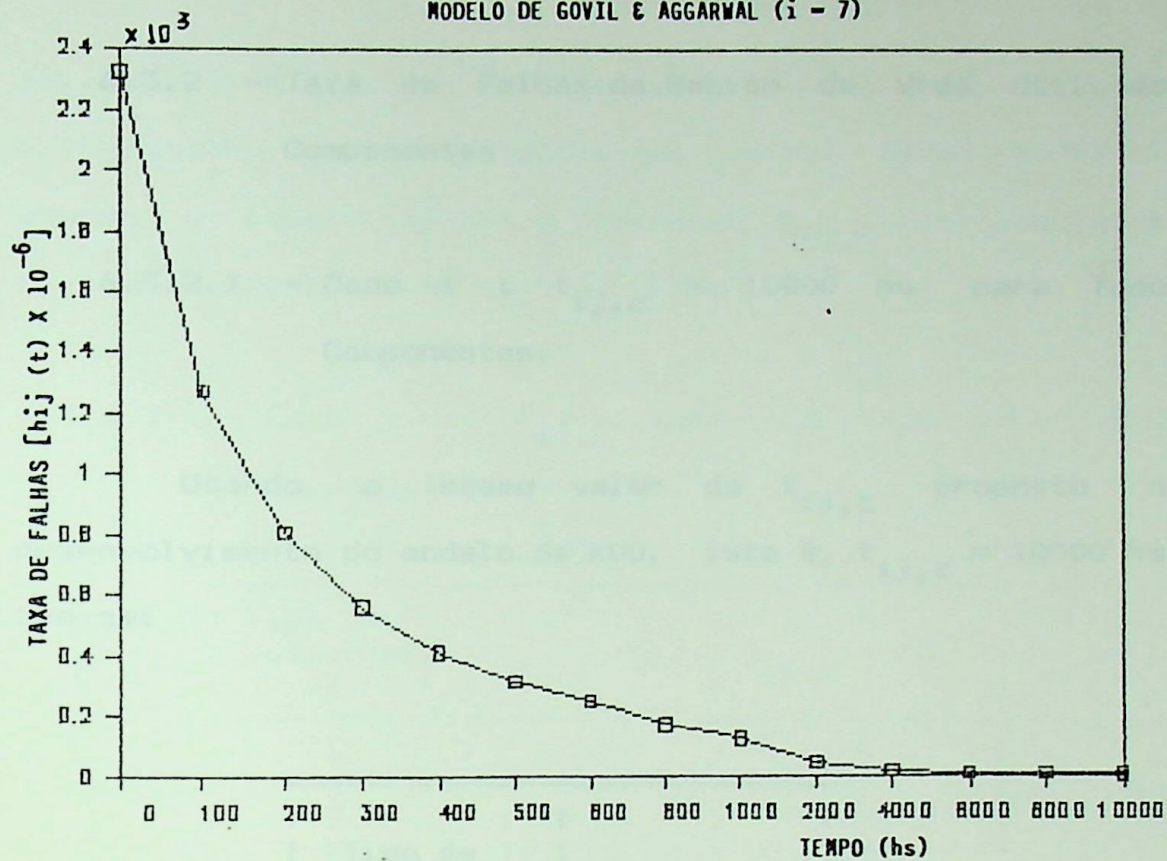
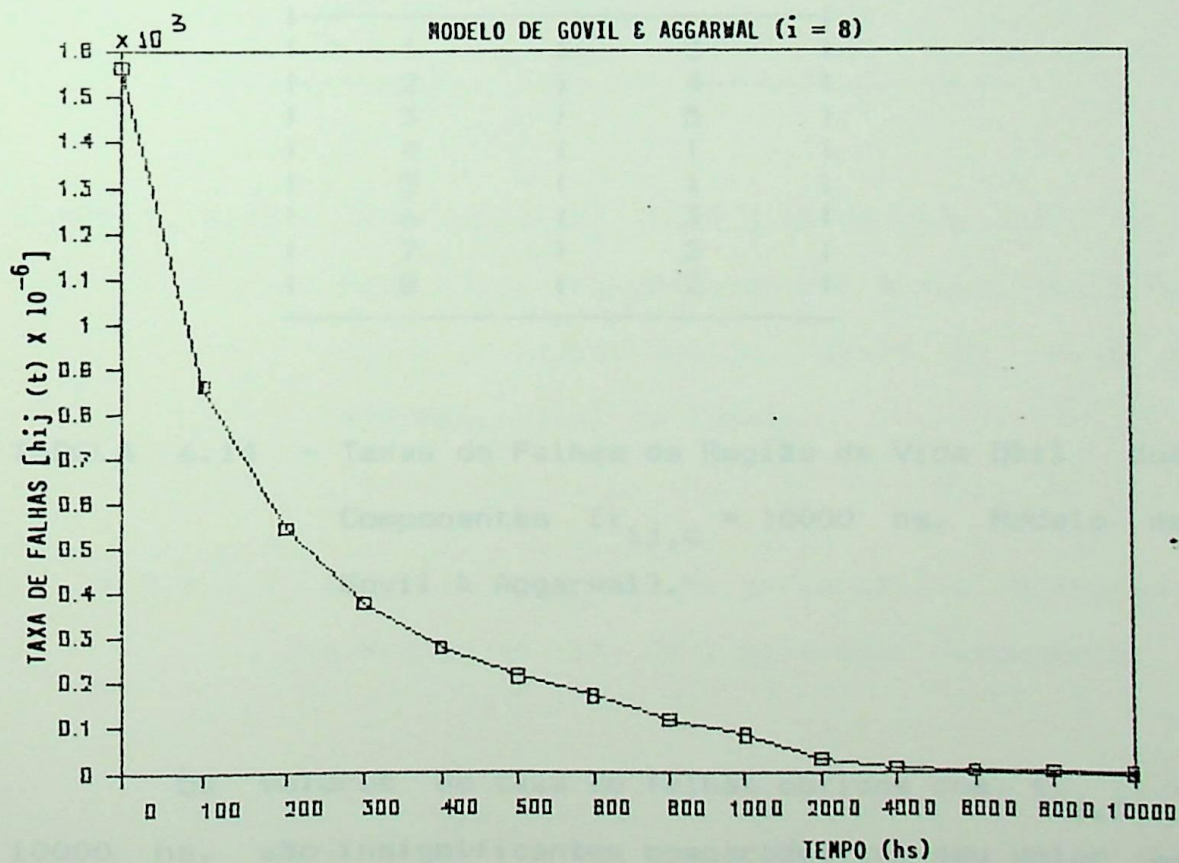


FIGURA 6.13 - Curvas, $h_{ij}(t) \times 10^{-6}/\text{hs}$, Componentes 5 e 6.

MODELO DE GOVIL & AGGARWAL ($i = 7$)MODELO DE GOVIL & AGGARWAL ($i = 8$)FIGURA 6.14 - Curvas, $h_{ij}(t) \times 10^{-6}/\text{hs}$, Componentes 7 e 8.

6.3.2 - Taxa de Falhas da Região de Vida Útil dos Componentes

6.3.2.1 - Caso 1 : $t_{ij,c} = 10000$ hs para Todos Componentes.

6.3.2.2 - Caso 2 : $t_{ij,c} = 10000$ hs para Todos Componentes.

Usando o mesmo valor de $t_{ij,c}$ proposto no desenvolvimento do modelo de KUO, isto é, $t_{ij,c} = 10000$ hs, tem-se:

Tipo de Componente i	$h_{ij,c} \times 10^{-6}$
1	5
2	4
3	5
4	1
5	1
6	3
7	2
8	2

TABELA 6.14 - Taxas de Falhas da Região de Vida Útil dos Componentes [$t_{ij,c} = 10000$ hs. Modelo de Govil & Aggarwal].

Os valores de taxa de falhas obtidos com $t_{ij,c} = 10000$ hs, são insignificantes comparados com seu valor em $t = 0$. Observa-se que os componentes têm seu período de vida

útil antes de 10000 hs como destaca a Tabela 6.13. A Tabela 6.15 mostra taxas de falhas que ocorrem para 10000 hs usando o modelo de KUO e também o $t_{ij,c}$ correspondente segundo o modelo de GOVIL & AGGARWAL.

6.3.2.2 - Caso 2 : $t_{ij,c}$ Individualizado para Cada Componente

Tipo de Componente i	$t_{ij,c}$ (hs)	$h_{ij,c} \times 10^{-6}$
1	7000	09
2	5300	12
3	8000	08
4	5000	05
5	3200	15
6	6350	08
7	6500	06
8	4000	09

TABRELA 6.15 - Taxa de Falhas da Região de Vida Útil para Cada Tipo de Componentes (Modelo de KUO, $t_{ij,c} = 10000$ hs ou Modelo de GOVIL & AGGARWAL Valor de Tabela)

6.3.2.3 - Caso 3 : $t_{ij,c}$ Obtido da Tendência de Entrada na Região de Vida Útil para Cada Componente.

De acordo com as características de falhas de cada componente, identifica-se os valores de $t_{ij,c}$ a partir das Figuras 6.11 e 6.14.

Tipo de Componente	$t_{ij,c}$ (hs)	$h_{ij,c} \times 10^{-6}$
i		
1	6800	10
2	5000	13
3	7500	09
4	4000	11
5	3100	16
6	4600	15
7	6000	09
8	3800	10

TABELA 16 - Taxa de Falhas Constante com $t_{ij,c}$ Relativo as Características de Falhas dos Componentes. Modelo de GOVIL & AGGARWAL.

Em relação à Tabela 6.6, do modelo de KUD, vê-se que a mesma taxa de falhas ocorre para valores de $t_{ij,c}$ menores devido a deslocamentos da curva para direita, quando é considerada a taxa de falhas inicial para $t = 0$.

Considerando a região de falhas prematuras limitada por estas taxas de falhas, a função taxa de falhas de cada componentes terá a forma da Tabela 6.17.

6.3.3 - Tempo Ótimo de Depuração dos Componentes

Conforme apresentado no Capítulo 5, o tempo ótimo de depuração para componentes segundo o modelo de GOVIL & AGGARWAL é:

Tempo (hs)	h_{1j}	h_{2j}	h_{3j}	h_{4j}	h_{5j}	h_{6j}	h_{7j}	h_{8j}
0	3515	3486	6001	16032	11675	4212	2325	1567
1	3486	3461	5961	15947	11610	4185	2308	1556
5	3372	3367	5806	15616	11546	4074	2244	1513
10	3238	3253	5620	15213	11048	3942	2168	1467
20	2995	3044	5273	14447	10416	3978	2027	1368
30	2780	2854	4958	13728	9914	3475	1900	1287
40	2589	2682	4670	13053	9402	3271	1785	1205
50	2418	2525	4406	12420	8922	3085	1680	1134
60	2265	2382	4164	11824	8473	2915	1584	1040
70	2126	2251	3942	11264	8052	2758	1496	1010
80	2001	2130	3736	10737	7659	2613	1416	960
90	1887	2020	3747	10240	7285	2480	1341	906
100	1783	1918	3371	9771	6936	2355	1273	860
200	1105	1219	2115	6293	4376	1500	807	546
300	763	847	1494	4235	2896	1037	560	378
400	565	629	1096	2955	1992	759	411	278
500	437	480	838	2124	1415	580	317	213
600	351	381	661	1566	1033	456	251	169
800	243	258	441	996	588	304	170	114
1000	180	187	315	560	359	217	123	82
2000	67	63	100	94	58	69	42	27
4000	23	19	29	11	16	15	13	10
6000	12	13	14	11	16	15	9	10
8000	10	13	9	11	16	15	9	10
10000	10	13	9	11	16	15	9	10

TABELA 6.17 - Taxa de Falhas dos Componentes na Região de Falhas Prematuras. $h_{ij}(t) \times 10^{-6}$.

$$t_{ij,d}^* = \left\{ \left[\frac{r_{ij}^{(0)} [C_{ij,f}^{(1+L)} - C_{ij,s}]}{B_0 \delta + C_{ij,f}^{(1+L)} r_{ij,c}} \right]^{1/n_{ij}-1} \right\} \frac{1}{b_{ij}} \quad (6.6)$$

Usando a Tabela 6.7 de custos, os respectivos parâmetros deste modelo e considerando as mesmas propostas relatadas no modelo de KUO, pode-se definir o valor do tempo ótimo de depuração, como será feito a seguir.

6.3.3.1 - Caso 1: $t_{ij,c} = 10000$ hs

Pela simples substituição na equação e considerando a taxa de falhas constante da Tabela 6.14, é obtido:

Tipo de Componente i	$t_{ij,d}$ (hs)
1	6217
2	5104
3	5582
4	5829
5	6258
6	7316
7	5944
8	3760

TABELA 18 - Tempo Ótimo de Depuração para $t_{ij,c} = 10000$ hs.

(Modelo de GOVL & AGGARWAL).

O valor elevado do tempo de depuração, resulta da reduzida taxa de falhas obtidas para $t_{ij,c} = 10000$ hs. O tempo ótimo de depuração torna-se menor quando a taxa de falhas no período de vida útil tem valor maior. Deve-se buscar equilíbrio entre valores mínimos de confiabilidade máximos de custo e tempo de depuração.

6.3.3.2 - Caso 2: $t_{ij,c}$ para Valores de Taxa de Falhas Equivalente ao Modelo de KUO (GOVIL & AGGARWAL)

Como visto na Tabela 6.15 os valores de $t_{ij,c}$ obtidos pelo método de GOVIL & AGGARWAL são inferiores às 10000 hs, usadas no método de KUO. Como resultado os tempos de depuração também serão reduzidos para os valores da Tabela 6.19

Tipo de Componente i	$t_{ij,d}$ (hs)	variação %
1	4285	-31.1
2	2729	-46.5
3	4358	-21.9
4	3632	-37.7
5	2819	-54.9
6	4397	-39.9
7	3233	-45.6
8	1564	-57.8

TABELA 6.19 - Tempo Ótimo de Depuração componentes Considerando $h_{ij,c}$ da Tabela 6.15 (Modelo de GOVIL & AGGARWAL)

6.3.3.3 - Caso 3: $t_{ij,c}$ Obtido da Tendência da Função
Taxa de Falhas.

De acordo com as tendências a atingir a região de vida útil indicada na Tabela 6.16 e usando a Equação 6.6 resulta:

Tipo de Componente i	$t_{ij,d}$ (hs)	variação %
1	4007	-35.5
2	2604	-40.9
3	4093	-26.7
4	2841	-51.3
5	2763	-55.8
6	3145	-57.1
7	2563	-56.9
8	1466	-61.1

TABELA 6.20 - Tempo Ótimo de Depuração para $h_{ij,c}$
Considerando a Tendência da Taxa de Falhas
(Modelo de GOVIL & AGGARWAL)

A Tabela 6.20 comparada com a Tabela 6.9 válida para o mesmo caso do modelo de Kuo mostra um tempo de depuração maior para a maioria dos componentes, considerando os mesmos parâmetros de custos e taxas de falhas.

6.3.4 - Taxa de Falhas dos Componentes Depurados

A redução da taxa de falhas pode ser observada na Tabela 6.21.

Tempo (hs)	h_{1j}	h_{2j}	h_{3j}	h_{4j}	h_{5j}	h_{6j}	h_{7j}	h_{8j}
0	24	41	28	33	22	27	26	46
1	23	40	27	32	21	26	25	45
100	22	37	25	30	19	24	24	41
1000	16	22	14	19	11	18	17	22
2000	12	15	10	13	7	13	13	14
3000	9	11	7	10	5	10	10	10
4000	7	9	6	8	4	9	7	8
5000	6	7	5	7	3	7	6	7

TABELA 6.21 - Taxa de Falhas dos Componentes Depurados.
(Modelo de GOVIL & AGGARWAL).

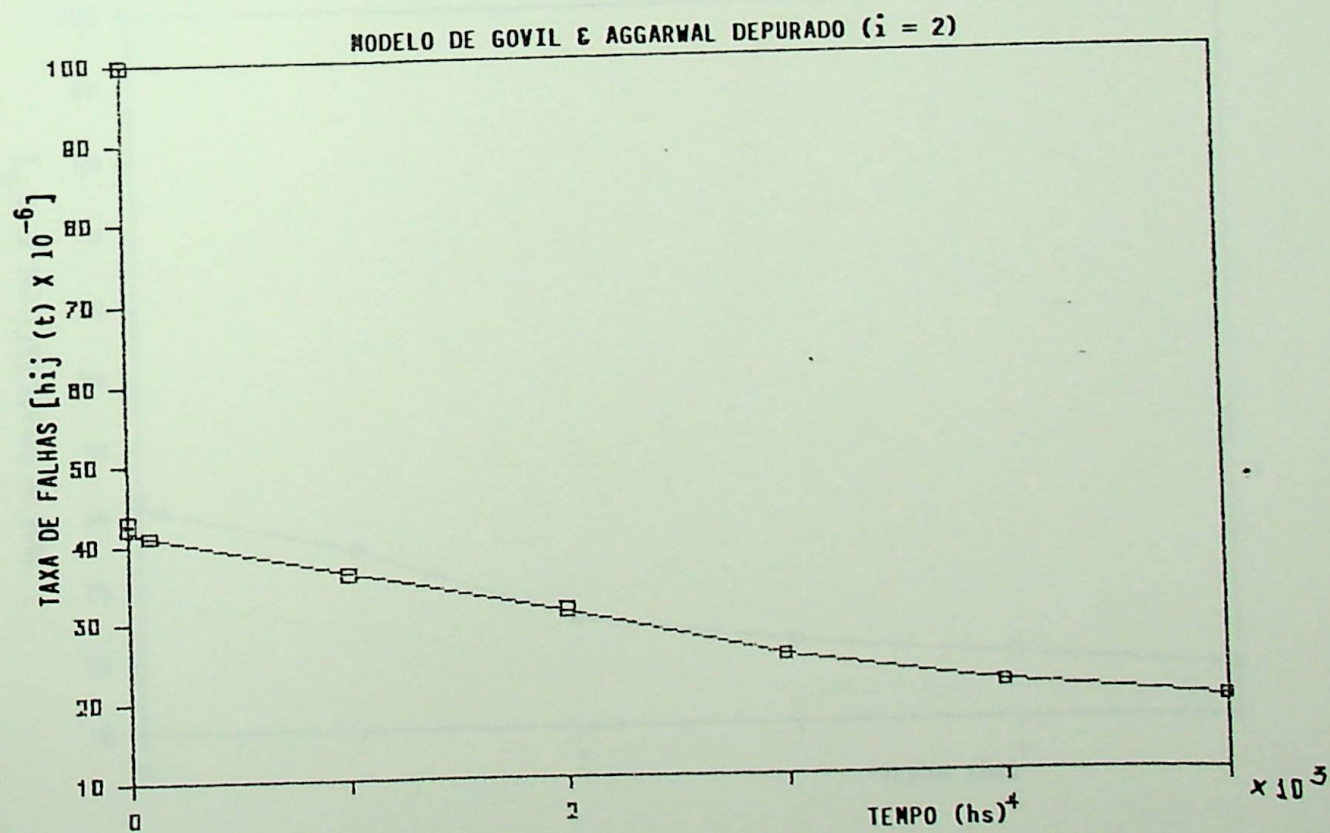
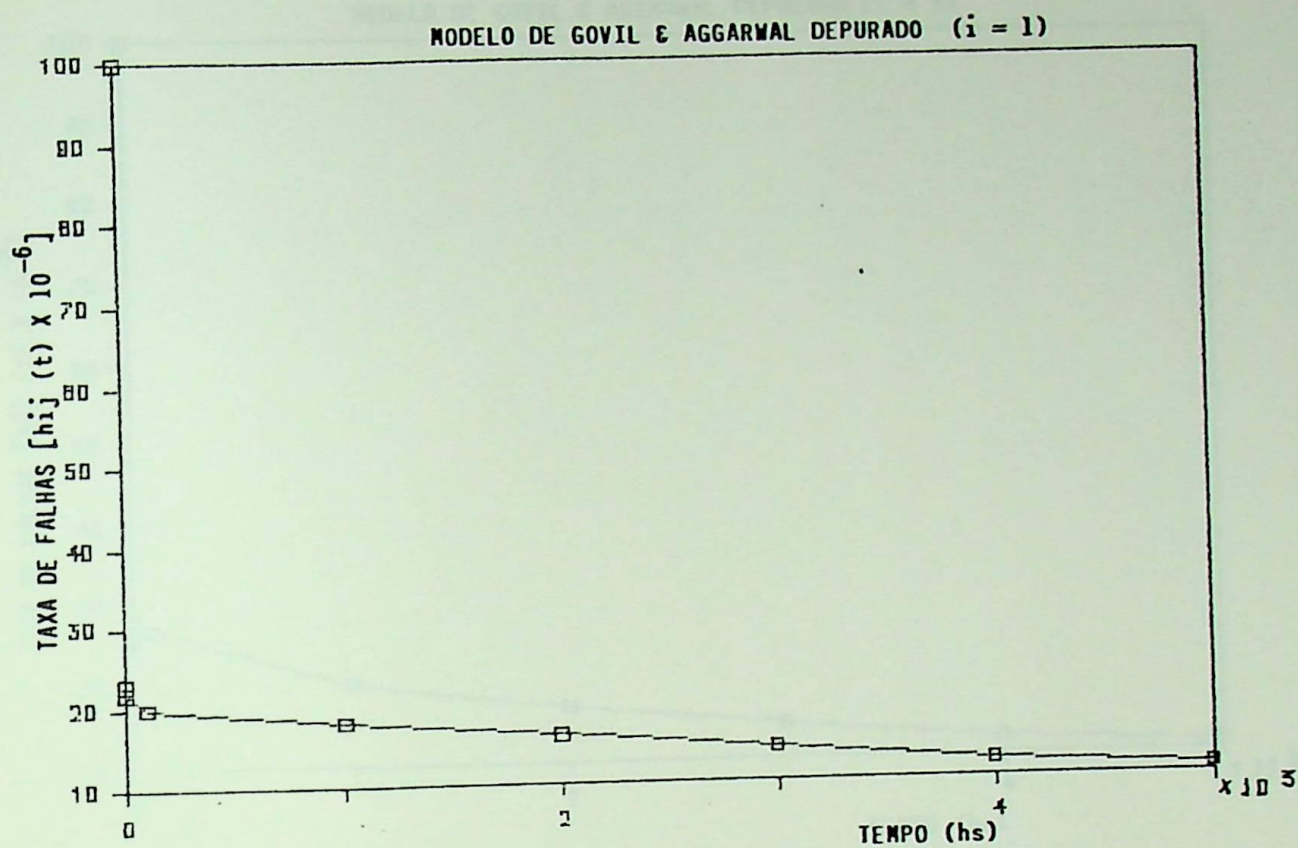


FIGURA 6.15 - Curvas, $h_{ij}(t) \times 10^{-6}$ /hs, Comp. 1 e 2 Depurados.

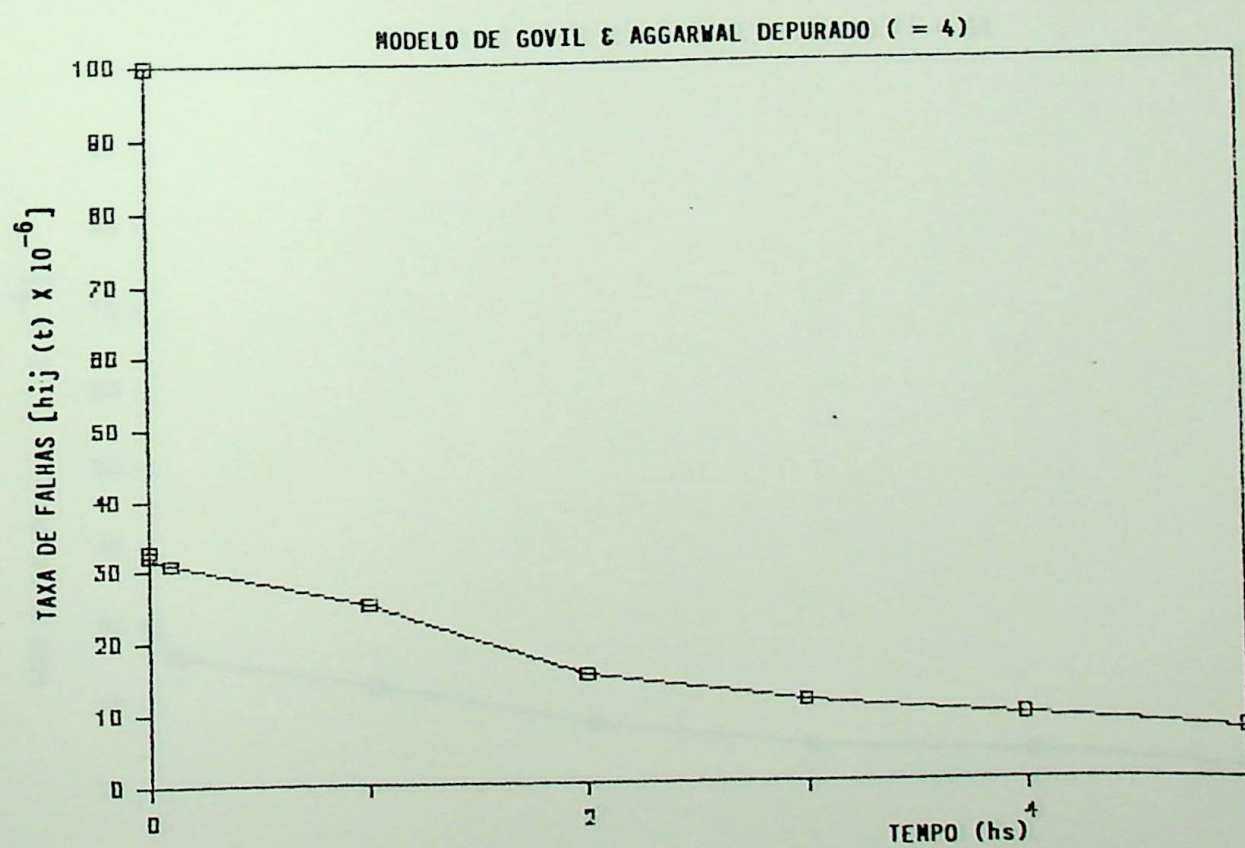
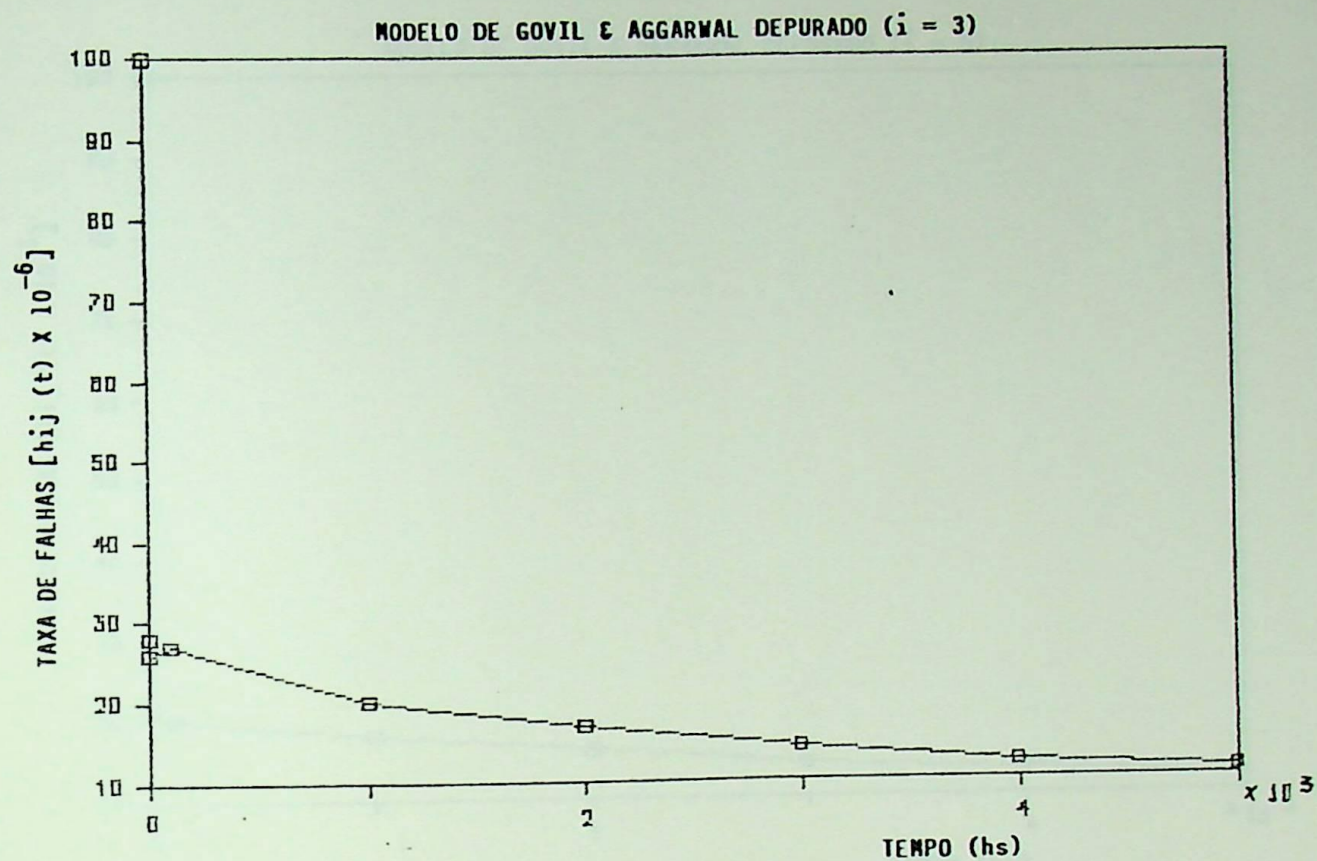


FIGURA 6.16 - Curvas, $h_{ij}(t) \times 10^{-6}/\text{hs}$, Comp. 3 e 4 Depurados.

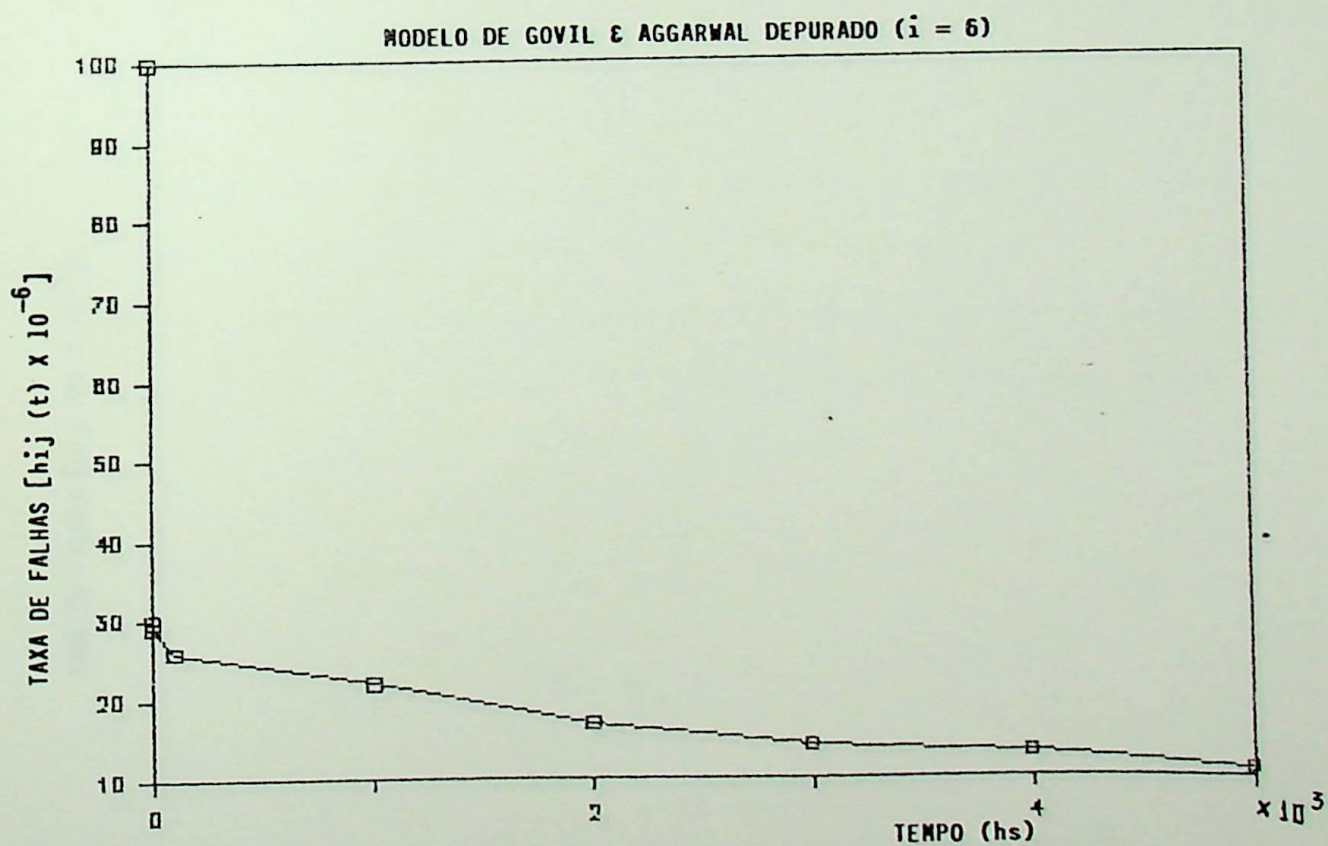
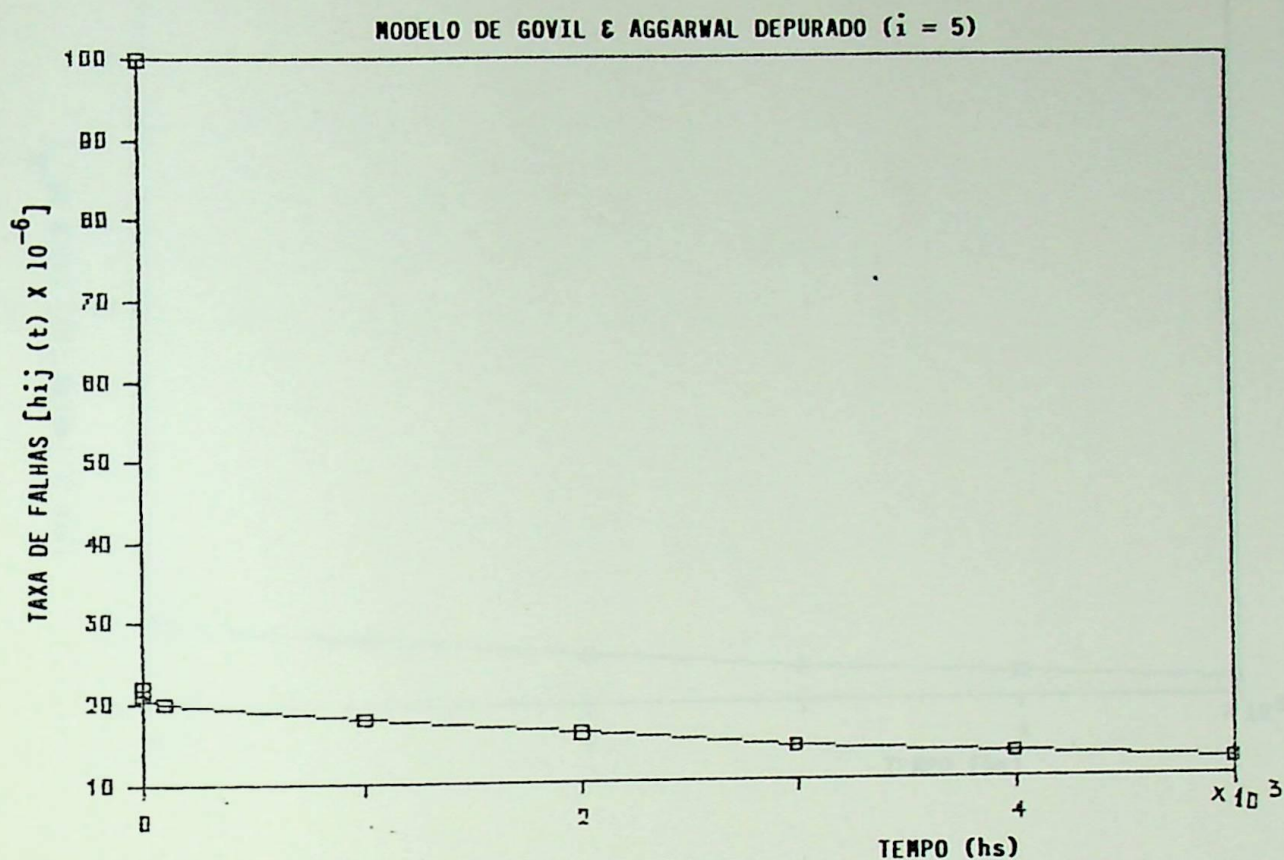


FIGURA 6.17 - Curvas, $h_{ij}(t) \times 10^{-6}$ /hs, Comp. 5 e 6 Depurados.

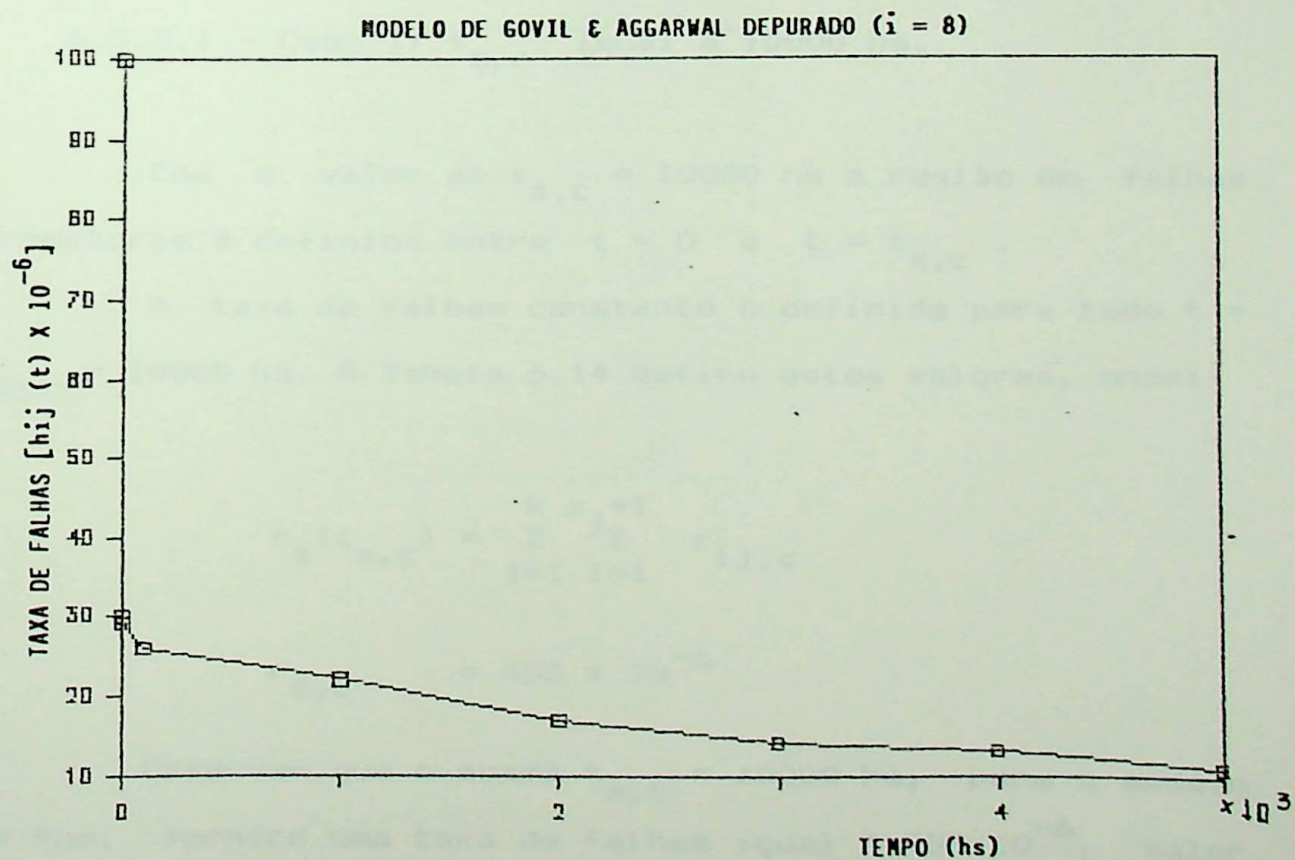
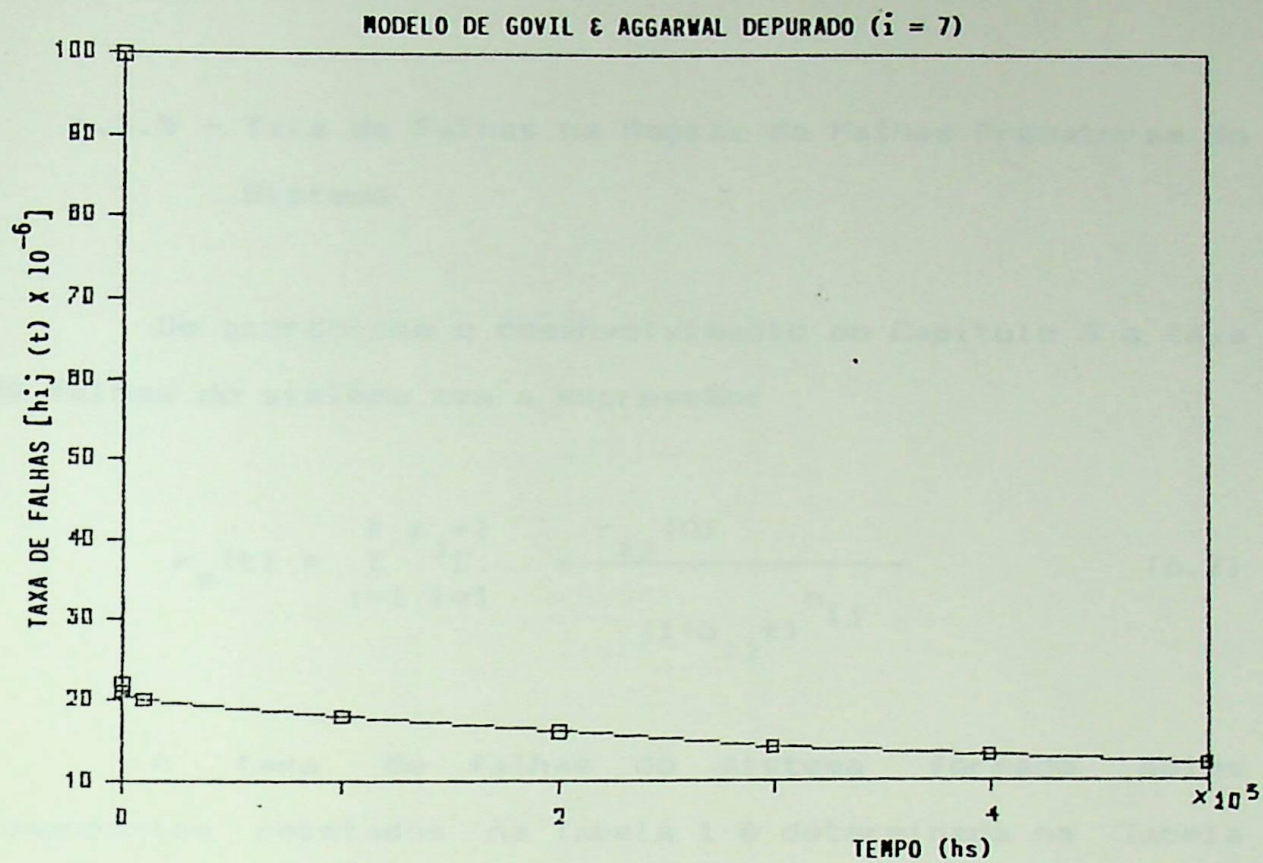


FIGURA 6.18 - Curvas, $h_{ij}(t) \times 10^{-6}$ /hs, Comp. 7 e 8 Depurados.

6.3.5 - Taxa de Falhas na Região de Falhas Prematuras do Sistema

De acordo com o desenvolvimento do Capítulo 3 a taxa de falhas do sistema tem a expressão:

$$r_s(t) = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_j+1} \frac{r_{ij}(0)}{(1+b_{ij}t)^{n_{ij}}} \quad (6.7)$$

A taxa de falhas do sistema formado pelos componentes relatados na Tabela 1 é determinada na Tabela 6.22.

6.3.5.1 - Caso 1: $t_{s,c}$ Igual a 10000 hs.

Com o valor de $t_{s,c} = 10000$ hs a região de falhas prematuras é definida entre $t = 0$ e $t = t_{s,c}$.

A taxa de falhas constante é definida para todo $t = t_{s,c} = 10000$ hs. A Tabela 6.14 define estes valores, onde:

$$r_s(t_{s,c}) = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_j+1} r_{ij,c}$$

$$r_{s,c} = 453 \times 10^{-6}$$

Observar que o mesmo $t_{s,c} = 10000$ hs, para o modelo de Kuo, fornece uma taxa de falhas igual a 988×10^{-6} , valor superior ao dobro do agora obtido.

Tempo (hs)	$h_s(t) \times 10^{-6}$
0	496078
1	492714
5	479954
10	463307
20	434307
30	407733
40	383558
50	361460
100	275345
200	173419
300	120736
400	88212
500	67163
600	52805
800	35189
1000	24982
2000	7988
4000	2371
6000	1180
8000	709
10000	452

TABELA 6.22 : Taxa de Falhas para o Sistema. Modelo de GOVIL
& AGGARWAL.

MODELO DE GOVIL & AGGARWAL DO SISTEMA

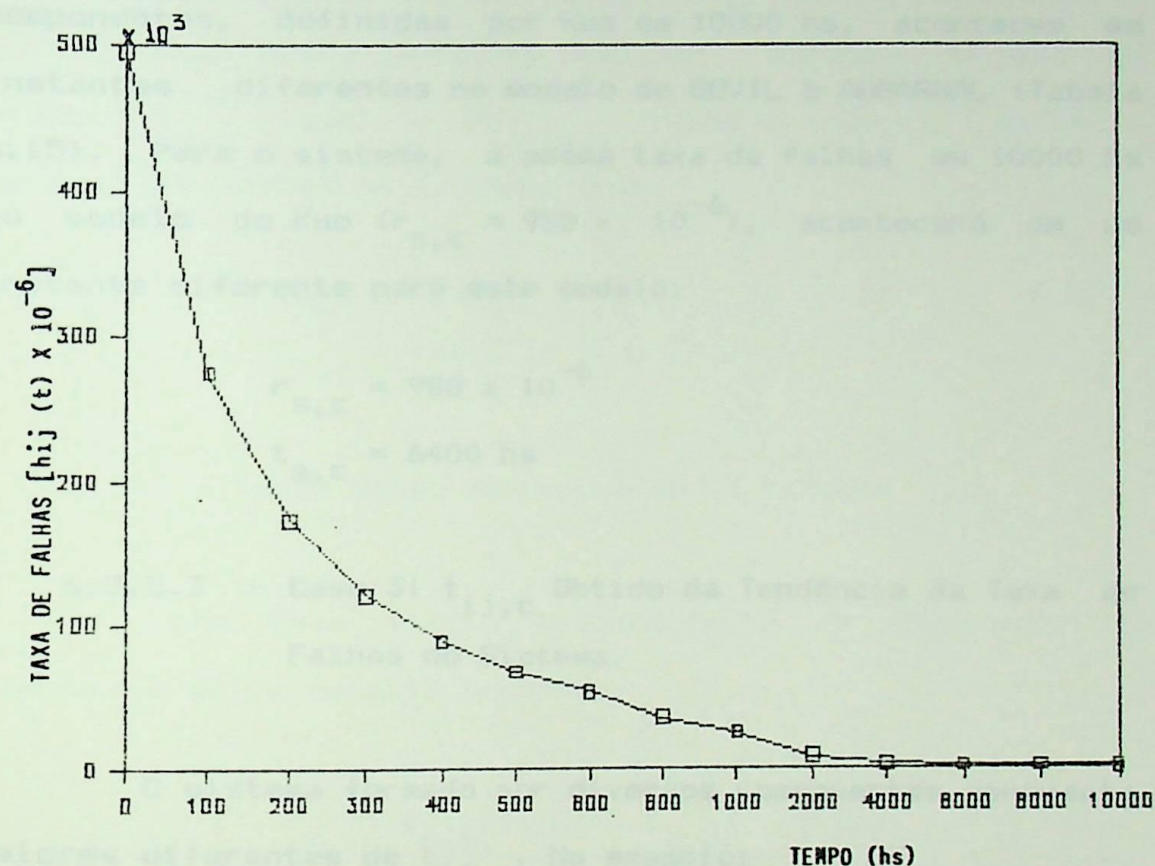


Figura 6. 19 - Curva da Banheira do Sistema. Modelo de GOVIL & AGGARWAL

6.3.5.2 - Caso 2: $t_{ij,c}$ para Valores de Taxa de Falhas Equivalente no Modelo de KUO

As mesmas taxas de falhas constantes dos componentes, definidas por Kuo em 10000 hs, acontecem em instantes diferentes no modelo de GOVIL & AGGARWAL (Tabela 6.15). Para o sistema, a mesma taxa de falhas em 10000 hs no modelo de Kuo ($r_{s,c} = 988 \times 10^{-6}$), acontecerá em um instante diferente para este modelo.

$$r_{s,c} = 988 \times 10^{-6}$$

$$t_{s,c} = 6400 \text{ hs}$$

6.3.5.3 - Caso 3: $t_{ij,c}$ Obtido da Tendência da Taxa de Falhas do Sistema.

O sistema formado por diversos componentes apresenta valores diferentes de $t_{ij,c}$. No exemplo:

$$t_{ij,cmin} = 3100 \text{ hs, para } r_{ij}(t) = 16 \times 10^{-6}$$

$$t_{ij,cmax} = 7500 \text{ hs, para } r_{ij}(t) = 9 \times 10^{-6}$$

A variação da taxa de falhas de $t_{ij,cmin}$ à $t_{ij,cmax}$ se encontra na Tabela 6.21. Observa-se a tendência da curva entrar em uma região constante a partir de poucas horas de vida do sistema. Porém, utiliza-se para estudo o valor de $t_{s,c}$ que gere uma taxa de falhas igual à 1088×10^{-6} . Esta taxa é a mesma definida no modelo de Kuo, proporcionando comparação de resultados.

$$6.3.6.1 \quad r_{s,c} = 1088 \times 10^{-6}, \text{ para } t_{s,c} = 6100 \text{ hs}$$

Se:

O valor de $t_{s,c}$ para a mesma taxa de falhas é menor para o modelo de GOVIL & AGGARWAL, comparando com o modelo de Kuo onde $t_{s,c} = 9000 \text{ hs}$.

Uma outra forma de analisar o modelo consiste em propor $t_{s,c}$ igual a $t_{ij,cmax}$ considerando a tendência natural de falhas do sistema. Onde:

$$6.3.6.2 \quad \begin{aligned} t_{s,c} &= 7500 \text{ hs} \\ r_{s,c} &= 780 \times 10^{-6} \end{aligned}$$

6.3.6 - Tempo Ótimo de Depuração do Sistema

Para este modelo o tempo ótimo de depuração do sistema é definido pela equação:

$$t_{s,d}^* = \left\{ \left[\frac{r_s(0) [C_{s,f} (1+L) - C_{s,s}]}{B_0 \delta + C_{s,f} (1+L) r_{s,c}} \right]^{1/n_s} - 1 \right\} \frac{1}{b_s}$$

ou

$$\frac{r_s(0)}{(1+b_s t_{s,d}^*)^{n_s}} = \frac{B_0 \delta + C_{s,f} (1+L) r_{s,c}}{C_{s,f} (1+L) - C_{s,s}} \quad (6.8)$$

Considerando o custo de reparo na fábrica e no campo:

$$C_{s,f} = 1877,56$$

$$C_{s,s} = 1196,56$$

6.3.6.1 - Caso 1: $t_{s,c} = 10000$ hs.

Se:

$$t_{s,c} = 10000 \text{ hs}$$

$$r_{s,c} = 452 \times 10^{-6}$$

portanto :

$$r_s(t_{s,d}^*) = 1260 \times 10^{-6}$$

$$t_{s,d}^* = 5700 \text{ hs}$$

6.3.6.2 - Caso 2: $t_{s,c}$ para Valores de Taxa de Falhas

Equivalente no Modelo de GOVIL & AGGARWAL

Para a mesma taxa de falhas constante obtida a 10000 hs com o modelo de Kuo o modelo de Govil & Aggarwal definirá o seguinte tempo de depuração:

Se:

$$r_{s,c} = 988 \times 10^{-6}$$

$$r_s(t_{s,d}^*) = 2725 \times 10^{-6}$$

$$t_{s,d}^* = 3700 \text{ hs}$$

6.3.6.3 - Caso 3: $T_{s,c}$ Considerando a Tendência da Taxa de Falhas do Sistema

Considerando $r_{s,c} = 1088 \times 10^{-6}$, valor da taxa de falhas constante também definida para o modelo de Kuo, tem-se o tempo ótimo de depuração:

$$r_{s,c} = 1088 \times 10^{-6}$$

$$r_s(t_{s,d}^*) = 3000 \times 10^{-6}$$

$$t_{s,d}^* = 3650 \text{ hs}$$

Resultado, dentre todos, que mais aproxima da realidade de falhas do sistema.

6.3.7 - Taxa de Falhas para o Sistema Depurado

A depuração, usada para exercitar o sistema até próximo a sua taxa de falhas constante, mostra sua atuação no seguinte quadro de taxa de falhas considerando:

a) taxa de falhas constante igual a 1088×10^{-6} , comparando com o modelo de Kuo.

b) tempo ótimo de depuração igual a 3659 hs para $r_{s,c} = 1088 \times 10^{-6}$.

Tempo (hs)	$h_s(t) \times 10^{-6}$
0	259
1	240
100	190
1000	130
2000	90
3000	70
4000	65
5000	55

TABELA 6.23 - Taxa de Falhas para o Sistema Depurado.

6.4 - MODELO DO COMPONENTE

Caracterizado por uma taxa de falhas constante ao longo do período de falhas precoces e por uma taxa de falhas constante para o sistema substituído de vários tipos. A generalização para o sistema substituído de vários tipos é dada por:

MODELO DE GOVIL & AGGARWAL DO SISTEMA

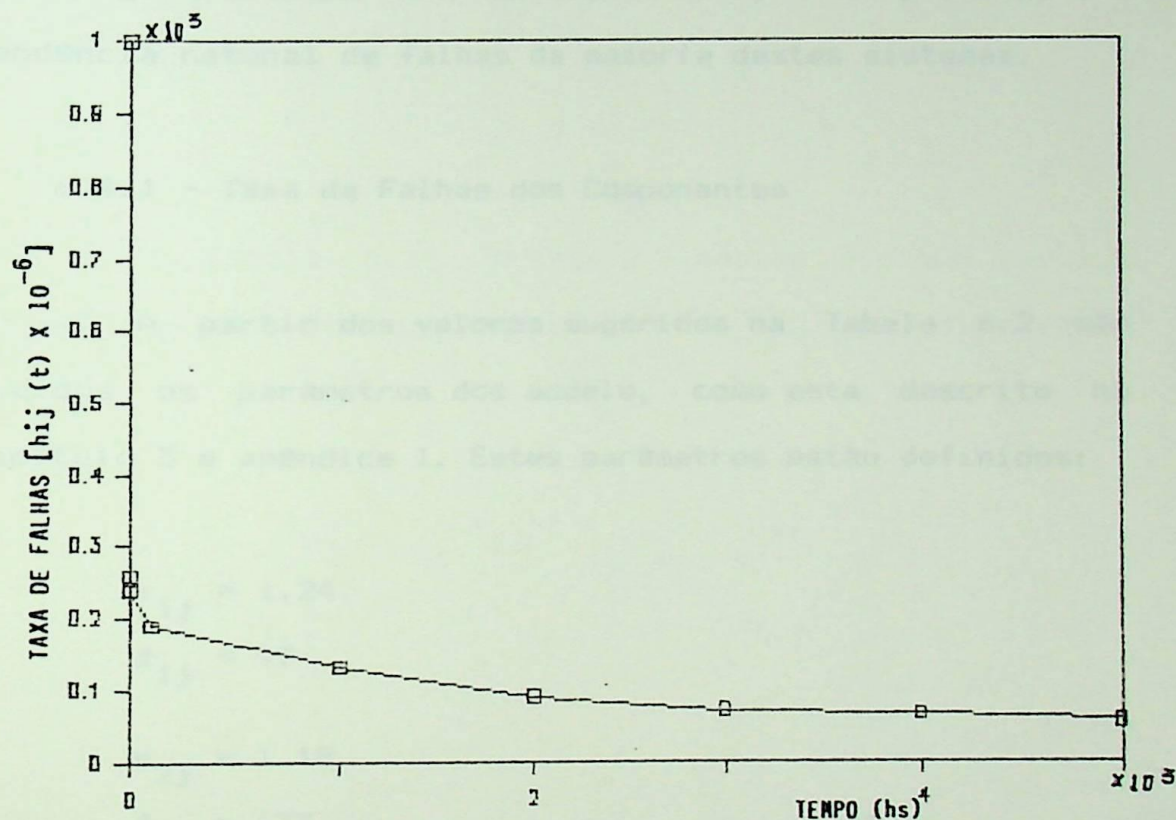


FIGURA 6.20 - Curva da Banheira da Taxa de Falhas para o Sistema Depurado.

6.4 - MODELO NÃO-MONOTONICO

Caracterizado por uma taxa de falhas bimodal no seu período de falhas prematuras e curva da banheira generalizada para o sistema constituído de vários CI's. A forma generalizada vem mostrando ser, na prática, a tendência natural de falhas da maioria destes sistemas.

6.4.1 - Taxa de Falhas dos Componentes

A partir dos valores sugeridos na Tabela 6.2 são obtidos os parâmetros dos modelo, como esta descrito no Capítulo 3 e apêndice I. Estes parâmetros estão definidos:

$$\alpha_{1j} = 1.24$$

$$\beta_{1j} = 97$$

$$\alpha_{2j} = 1.18$$

$$\beta_{2j} = 133$$

$$\alpha_{3j} = 1.26$$

$$\beta_{3j} = 67$$

$$\alpha_{4j} = 1.35$$

$$\beta_{4j} = 47$$

$$\alpha_{5j} = 1.18$$

$$\beta_{5j} = 124$$

$$\alpha_{6j} = 1.23$$

$$\beta_{6j} = 115$$

$$\alpha_{7j} = 1.25$$

$$\beta_{7j} = 79$$

$$\alpha_{8j} = 1.22$$

$$\beta_{8j} = 151$$

A Tabela 6.24 fornece a taxas de falhas para o modelo segundo estes parâmetros e de acordo com a expressão:

$$h_{ij}(t) = \frac{\beta_{ij}}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}}} (t)^{\beta_{ij}-1} \exp \left[- \frac{(t)^{\beta_{ij}}}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}}} \right] \quad (6.8)$$

6.4.2 - Taxa de Falhas dos Componentes na Região de Vida Útil

A Tabela 6.24 mostra as variações das taxas de falhas com o tempo de vida dos componentes, obtida pelo modelo não monotônico. E, as Figuras 6.21 e 6.24 representam as curvas da banheira da taxa de falhas de cada componente, obtidas segundo a Tabela 6.24

Tempo (hs)	h_{1j}	h_{2j}	h_{3j}	h_{4j}	h_{5j}	h_{6j}	h_{7j}	h_{8j}
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	4249	3667	6271	7424	3985	3582	5285	2674
5	6118	4814	9220	12490	5220	5092	7688	3759
10	6980	5312	10474	14766	5747	5804	8751	4289
20	7599	5669	11044	15535	6101	6368	9379	4758
25	7665	5714	10903	15034	6103	6461	9360	4866
30	7638	5711	10611	14227	6111	6483	9219	4926
40	7405	5609	9757	12145	5967	6389	8708	4950
50	7025	5428	8728	98984	5735	6167	8025	4887
60	6524	5200	7655	7789	5461	5877	7269	4768
70	6965	4946	6611	5960	5159	5544	6498	4613
80	5554	4676	5640	4453	4885	5189	5748	4432
90	5047	4401	4761	3259	4528	4825	5038	4236
100	4558	4126	3983	2342	4215	4462	4383	4031
150	2449	2864	1466	359	2816	2841	1999	2992
200	1309	1893	473	41	1788	1689	819	2101
250	632	1210	138	4	1097	951	310	1419
300	291	754	37	4	655	516	110	932
350	128	461	10	3	382	271	37	598
400	55	279	2	3	219	139	12	376
450	22	163	1	3	123	70	4	232
500	9	95	1	1	68	34	1	145
600	2	31	1	1	21	8	1	51
700	1	9	1	1	6	2	1	18
800	1	3	1	1	1	1	1	6

TABELA 6.24 - Taxa de Falhas dos Componentes [$h_{ij}(t) \times 10^{-6}$]

Modelo NAO-MONOTONICO.

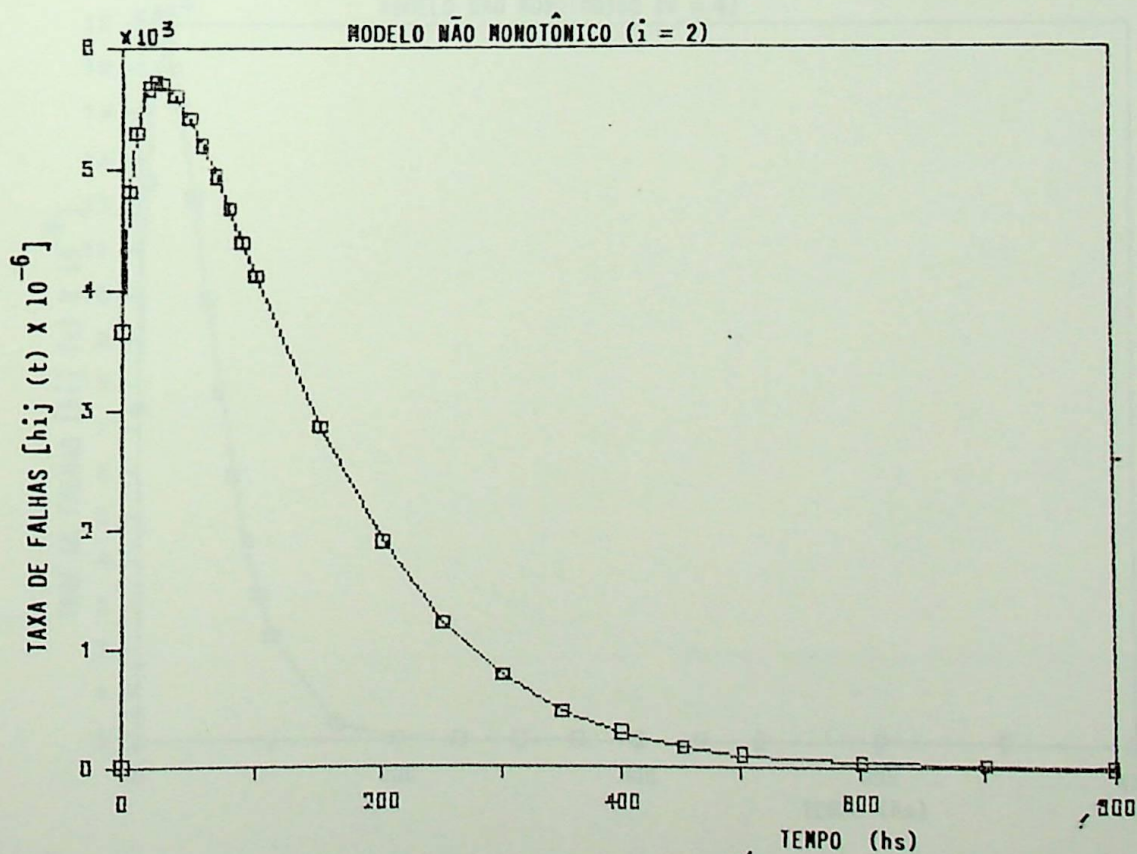
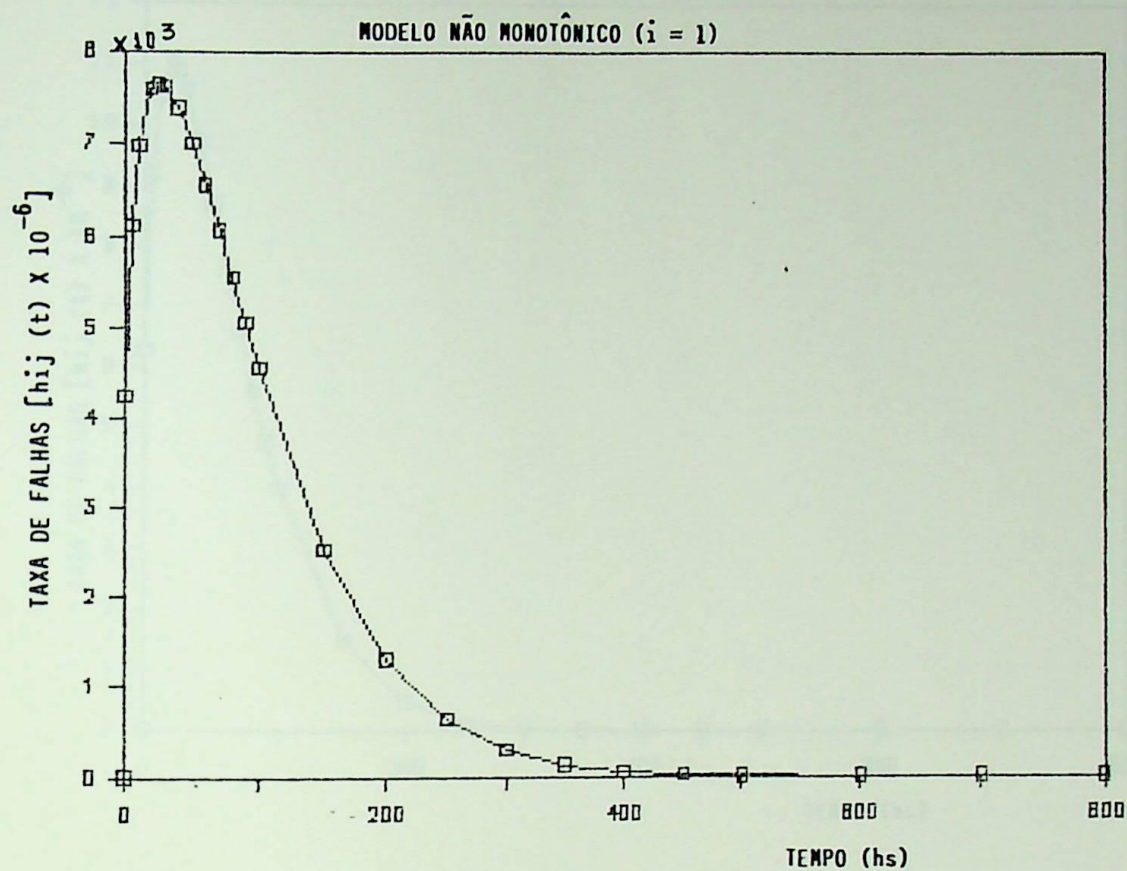


FIGURA 6.21 - Taxa de Falhas, $h_{ij}(t) \times 10^{-6}$ /hs, Comp.1 e 2.

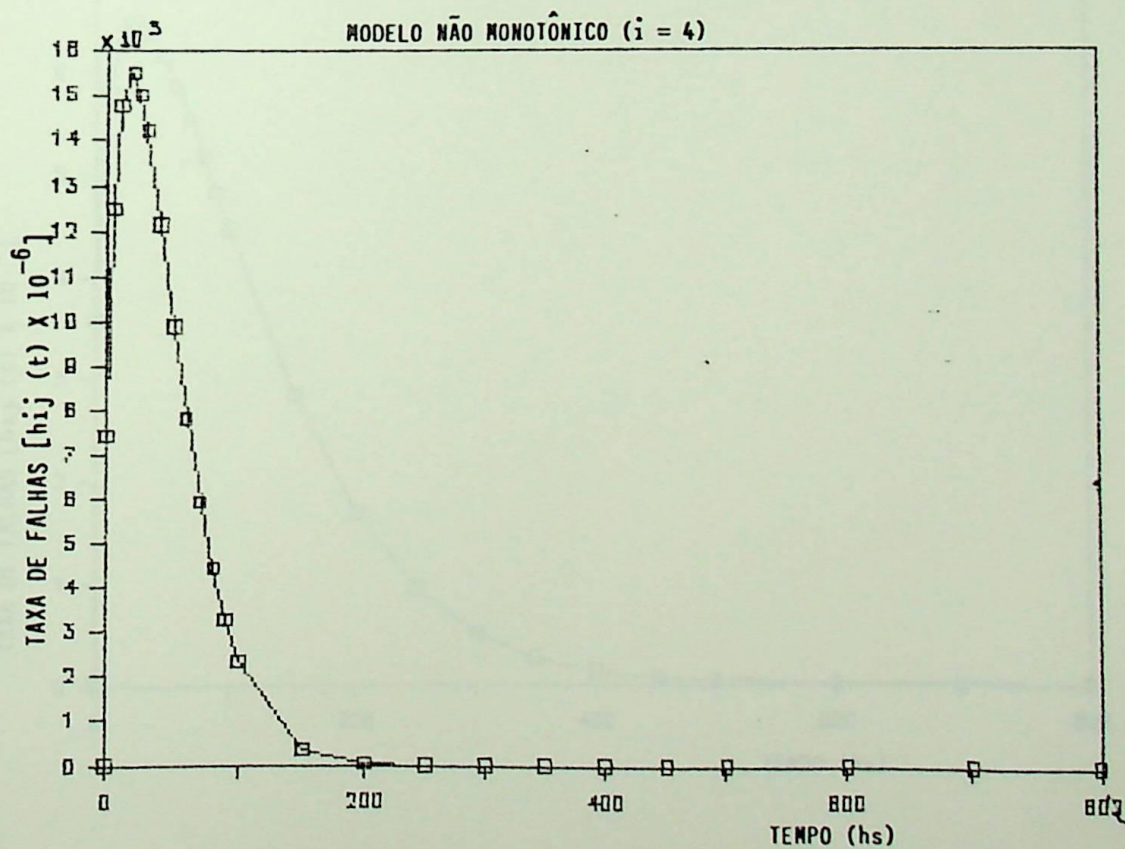
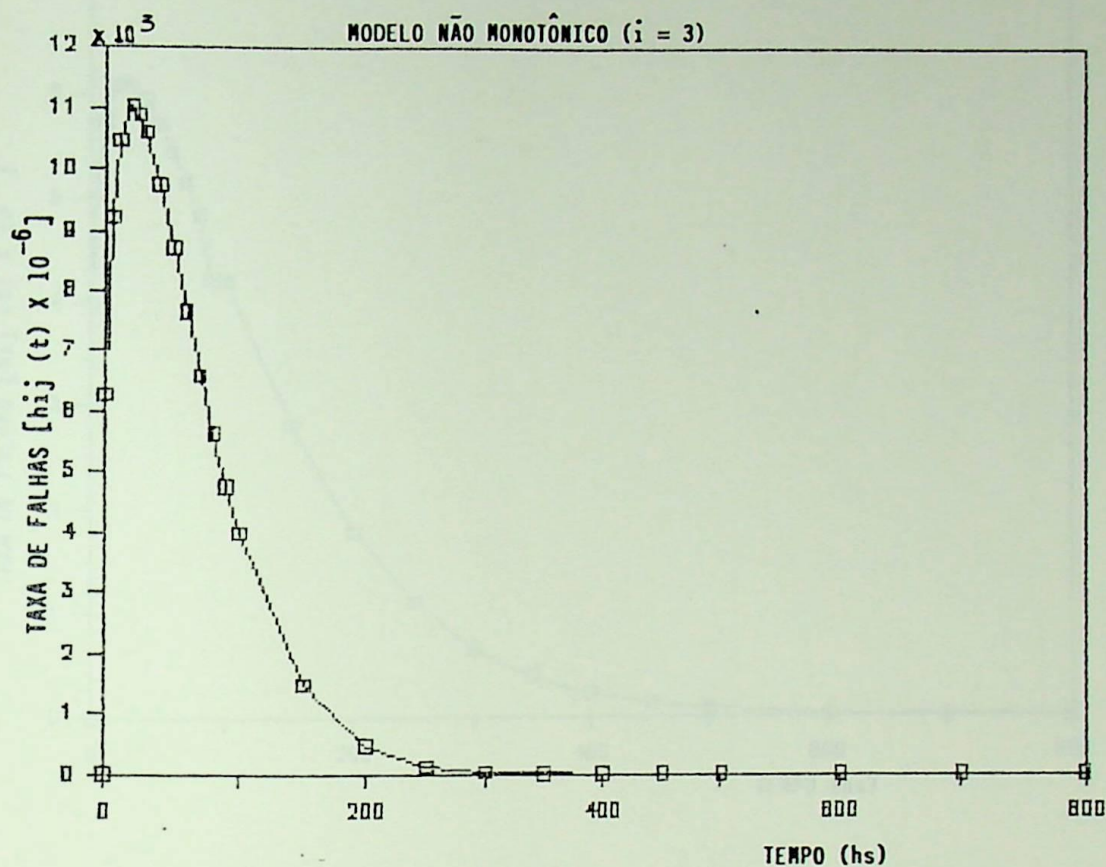


FIGURA 6.22 - Taxa de Falhas, $h_{ij}(t) \times 10^{-6}$ /hs, Comp. 3 e 4.

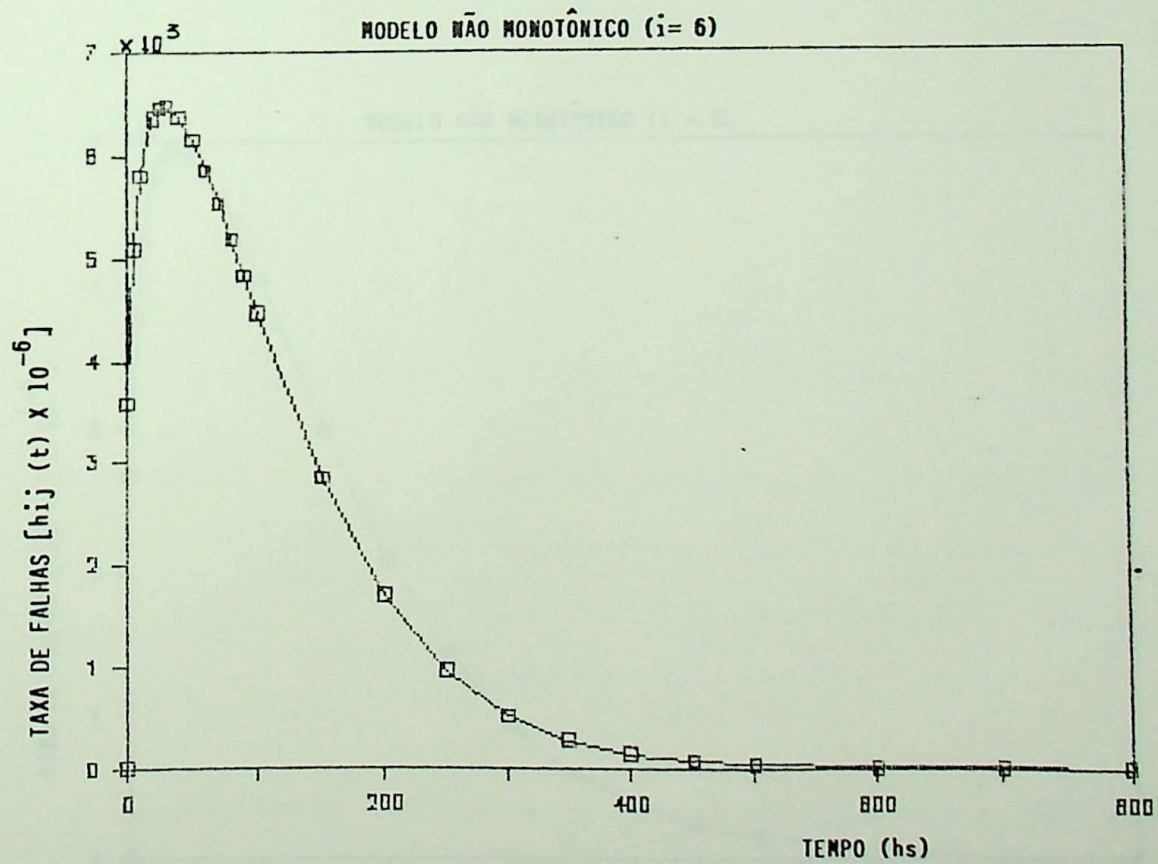
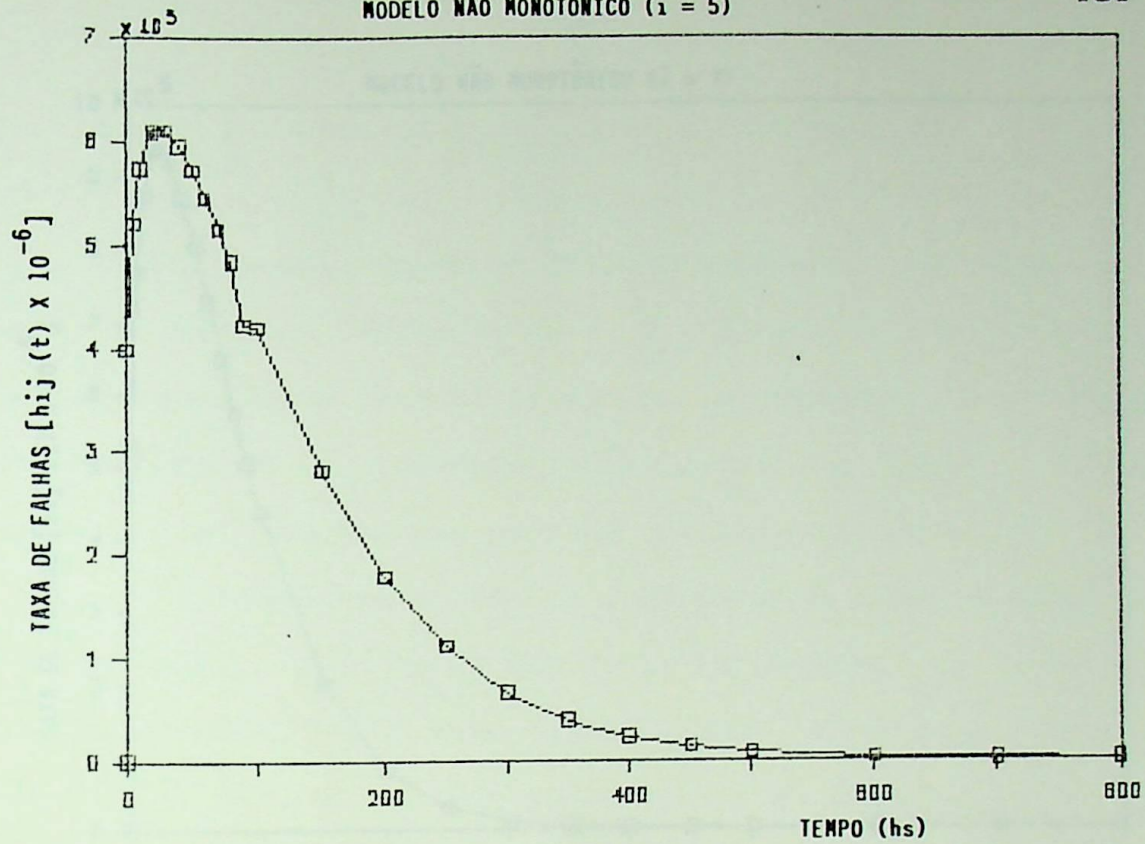


FIGURA 6.23 - Taxa de Falhas, $h_{ij}(t) \times 10^{-6}$ /hs, Comp. 5 e 6.

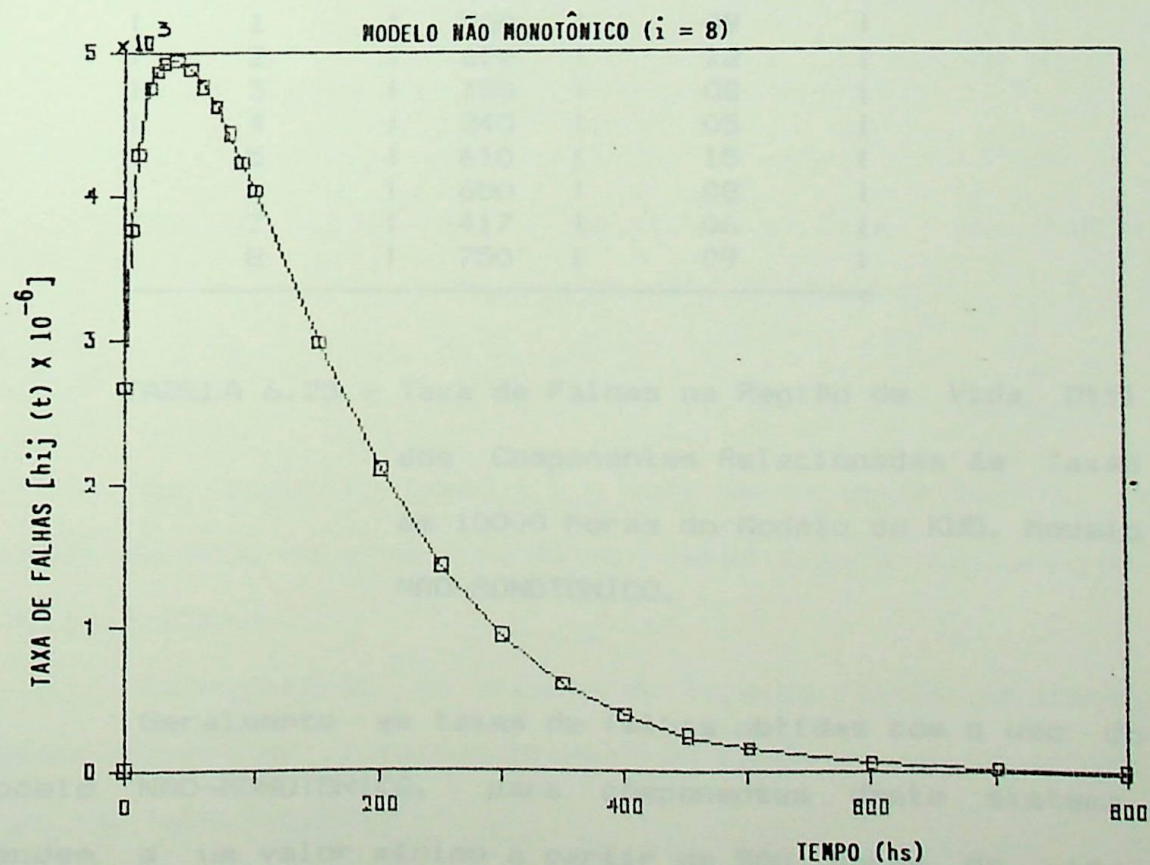
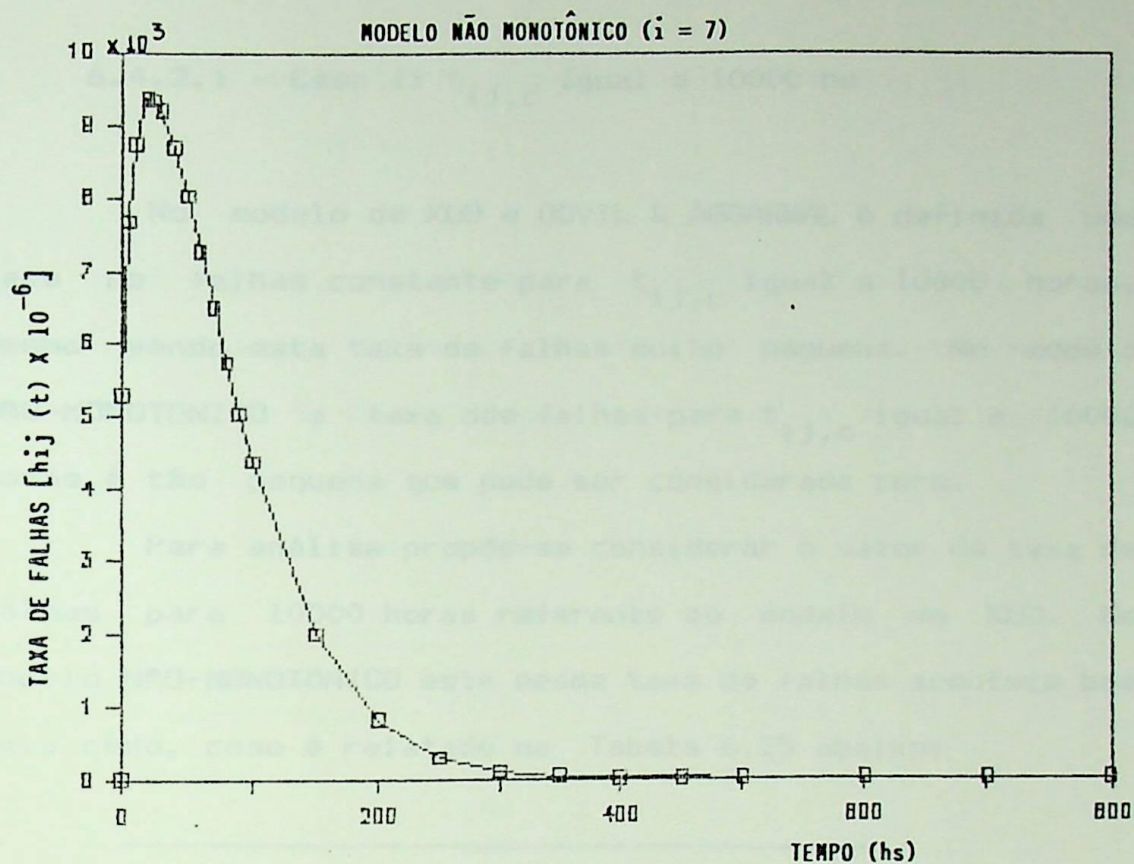


FIGURA 6.24 - Taxa de Falhas, $h_{ij}(t) \times 10^{-6}$ /hs, Comp. 7 e 8.

6.4.2.1 - Caso 1: $t_{ij,c}$ Igual a 10000 hs

No modelo de KUO e GOVIL & AGGARWAL é definida uma taxa de falhas constante para $t_{ij,c}$ igual a 10000 horas, mesmo sendo esta taxa de falhas muito pequena. No modelo NAO-MONOTONICO a taxa de falhas para $t_{ij,c}$ igual a 10000 horas é tão pequena que pode ser considerada zero.

Para análise propõe-se considerar o valor da taxa de falhas para 10000 horas referente ao modelo de KUO. No modelo NAO-MONOTONICO esta mesma taxa de falhas acontece bem mais cedo, como é relatado na Tabela 6.25 abaixo:

Tipo de componente i	$t_{ij,c}$ (horas)	$h_{ij,c} \times 10^{-6}$
1	500	09
2	670	12
3	350	08
4	240	05
5	610	15
6	600	08
7	417	06
8	750	09

TABELA 6.25 - Taxa de Falhas na Região de Vida Útil dos Componentes Relacionadas às Taxas em 10000 horas do Modelo de KUO. Modelo NAO-MONOTONICO.

Geralmente as taxas de falhas obtidas com o uso do modelo NAO-MONOTONICO, para componentes deste sistema, tendem a um valor mínimo a partir de 500 horas de vida.

6.4.2.2 - Caso 2 : Considerando Tendência da Taxa de Falhas

A taxa de falhas constante relativa a cada componente segue os mesmos valores encontrados nos modelos de KUO e GOVIL & AGGARWAL como é relatado na Tabela 6.26.

Tipo de componente i	$t_{ij,c}$ (horas)	$h_{ij,c} \times 10^{-6}$
1	490	10
2	675	13
3	340	09
4	225	11
5	650	16
6	555	15
7	410	09
8	725	10

TABELA 6.26 - $t_{ij,c}$ Relativo a Cada Componente (Modelo de NÃO-MONOTONICO).

Em todos os casos $t_{ij,c}$ vale em torno de 500 hs. A partir de 5000 hs a taxa de falhas tende a zero tornando-se insignificante.

Considerando os valores de taxa de falhas constante acima o período de falhas prematuras passa a ser descrito como na Tabela 6.27.

Falhas Prematuras, $h_{ij,c} \times 10^{-6}$ /hs.

Tempo (hs)	h_{1j}	h_{2j}	h_{3j}	h_{4j}	h_{5j}	h_{6j}	h_{7j}	h_{8j}
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	4249	3667	6271	7424	3985	3582	5285	2674
5	6118	4814	9220	12490	5220	5092	7688	3759
10	6980	5312	10474	14766	5747	5804	8751	4289
20	7599	5669	11044	15535	6101	6368	9379	4758
25	7665	5714	10903	15034	6103	6461	9360	4866
30	7638	5711	10611	14227	6111	6483	9219	4926
40	7405	5609	9757	12145	5967	6389	8708	4950
50	7025	5428	8728	98984	5735	6167	8025	4887
60	6524	5200	7655	7789	5461	5877	7269	4768
70	6965	4946	6611	5960	5159	5544	6498	4613
80	5554	4676	5640	4453	4885	5189	5748	4432
90	5047	4401	4761	3259	4528	4825	5038	4236
100	4558	4126	3983	2342	4215	4462	4383	4031
150	2449	2864	1466	359	2816	2841	1999	2992
200	1309	1893	473	41	1788	1689	819	2101
250	632	1210	138	11	1097	951	310	1419
300	291	754	37	11	655	516	110	932
350	128	461	9	11	382	271	37	598
400	55	279	9	11	219	139	12	376
450	22	163	9	11	123	70	9	232
500	10	95	9	11	68	34	9	145
600	10	31	9	11	21	15	9	51
700	10	13	9	11	16	15	9	18
800	10	13	9	11	16	15	9	10

Tabela 6.27 - Taxa de Falhas dos Componentes na Região de Falhas Prematuras. $h_{ij}(t) \times 10^{-6}/\text{hs.}$

6.4.3 - Tempo Ótimo de Depuração dos Componentes

levando $t^*_{ij,d}$ a ser menor que $t_{ij,c}$. Portanto, o tempo ótimo de depuração para o modelo NAO-MONOTONICO é obtido das equações já desenvolvidas no Capítulo 5.

$$t^*_{ij,d} = \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{[n! (\alpha_{ij})^{\beta_{ij}(n+1)}] [\delta + (1+L) C_{ij,f} h_{ij,c}]}{(-1)^n \beta_{ij} [(1+L) C_{ij,f} - C_{ij,s}]} \right]^{1/\beta_{ij}(n+1)}$$

ou

$$\begin{aligned} \frac{\beta_{ij}}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}}} (t^*_{ij,d})^{\beta_{ij}-1} \exp \left[- \frac{(t^*_{ij,d})^{\beta_{ij}}}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}}} \right] &= \\ &= \frac{Bo\delta + (1+L) C_{ij,f} h_{ij,c}}{(1+L) C_{ij,f} - C_{ij,s}} \end{aligned} \quad (6.9)$$

A equação pode ser solucionada considerando as mesmas propostas relatadas no modelo de KUO. Usando a Tabela 6.7 de custos e os respectivos parâmetros β_{ij} e α_{ij} do modelo, pode-se definir o tempo ótimo de depuração considerando os valores da taxa de falhas constante.

O valor do tempo de depuração deve ser menor do que o tempo necessário para alcançar a taxa de falhas constante do período de vida útil:

$$t^*_{ij,d} < t_{ij,c}$$

Em todos os casos $t_{ij,c}$ é menor que 600 horas levando $t_{ij,d}^*$ também a ser menor que 600 horas. Portanto, o tempo de depuração definido pelo modelo NAO-MONOTONICO será menor que nos modelos de KUO e GOVIL & AGGARWAL, onde giram em torno de 1000 a 2000 horas.

6.4.3.1 - Caso 1: $t_{ij,c}$ Igual ao Correspondente a 10000 Horas no Modelo de KUO.

Considerando as taxas de falhas constante da Tabela 6.25 com os respectivos parâmetros e custos dos componentes é calculado pela Equação 6.9 os seguintes tempo de depuração:

Tipo de componente i	Tempo Ótimo de Depuração $t_{ij,d}^*$ (horas)
1	445
2	585
3	330
4	222
5	600
6	549
7	340
8	620

TABELA 6.28 - Tempo Ótimo de Depuração dos Componentes Relacionados a Taxa de Falhas a 10000 hs do Modelo de KUO. Modelo NAO-MONOTONICO

Através da Tabela 6.28 pode-se observar um tempo de depuração menor do que os encontrados nos outros modelos.

6.4.3.2 - Caso 2: $t_{ij,c}$ Obtido da Tendência de Entradas
na Região de Vida Útil para Cada Componente.

Seguindo os mesmos princípios das análises desenvolvidas, calcula-se o tempo de depuração considerando os valores de taxa de falhas constantes relatadas no modelo de KUO, obedecendo a tendência de falhas dos componentes.

Tipo de componente i	Tempo Ótimo de Depuração $t_{ij,d}^*$ (horas)
1	440
2	575
3	310
4	205
5	590
6	505
7	321
8	600

TABELA 6.29 - Tempo ótimo de Depuração dos Componentes
Relativo ao Seu Comportamento de Falhas
Modelo (NAO-MONOTONICO).

6.2.4 - Taxa de Falhas para Componentes Depurados.

O processo de depuração revela, para o modelo NAO-MONOTONICO, bons resultados para a confiabilidade do sistema. Os componentes depurados mostram taxas de falhas reduzidas tendendo a zero para este modelo. Limitando a taxa de falhas para um valor constante este estudo mostra que esta é alcançada em um curto período de depuração.

Considerando valores de tempo de depuração relacionados ao comportamento de falhas de cada componente, descritos na Tabela 6.29, tem-se o seguinte quadro para a taxa de falhas e curvas da banheira dos componentes depurados.

Tempo (hs)	h_{1j}	h_{2j}	h_{3j}	h_{4j}	h_{5j}	h_{6j}	h_{7j}	h_{8j}
0	31	24	37	40	30	34	90	51
1	30	23	36	39	28	30	85	45
10	22	20	23	25	21	25	80	40
50	9	9	10	5	13	16	37	30
100	1	3	2	4	6	8	8	1

TABELA 6.30 - Taxa de Falhas dos Componentes Depurados.

$[h_{ij}(t_{ij,d}^*) \times 10^{-6}/\text{hs}]$. Modelo NAO-MONOTONICO.

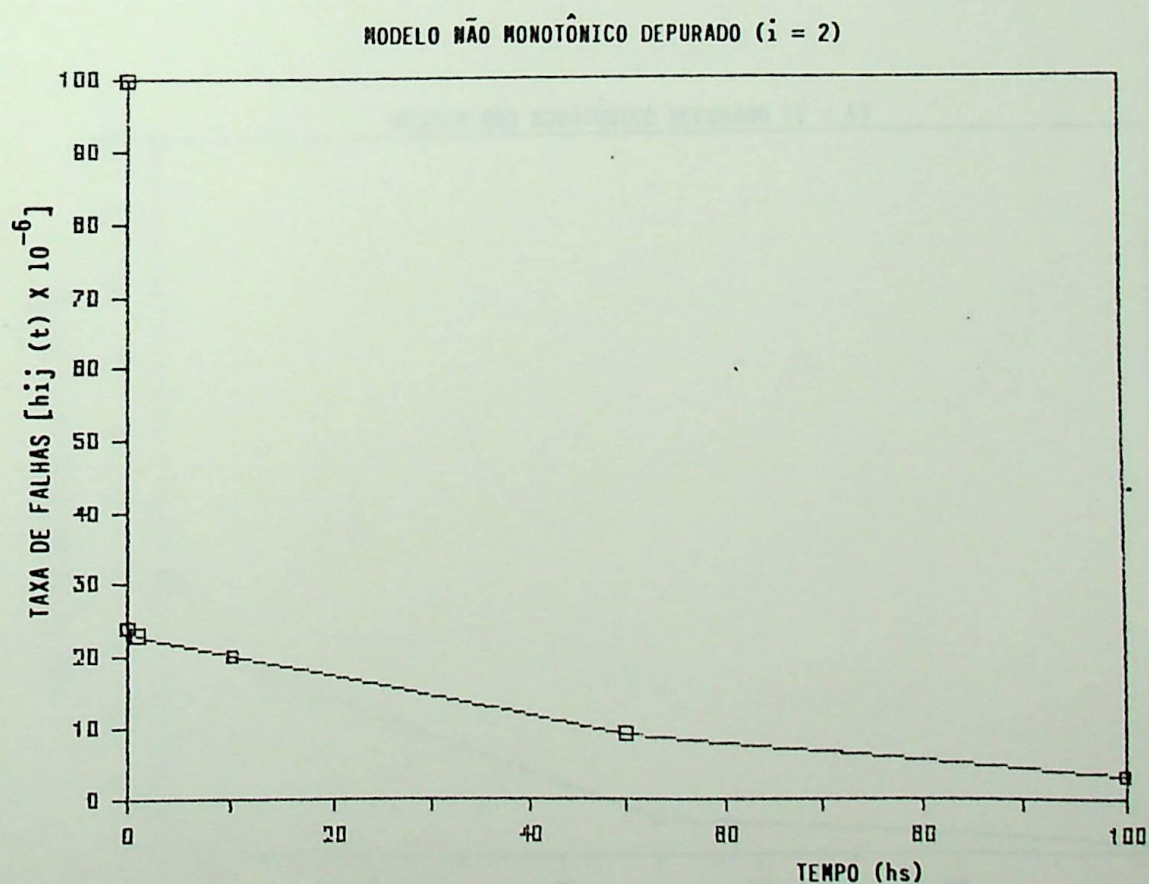
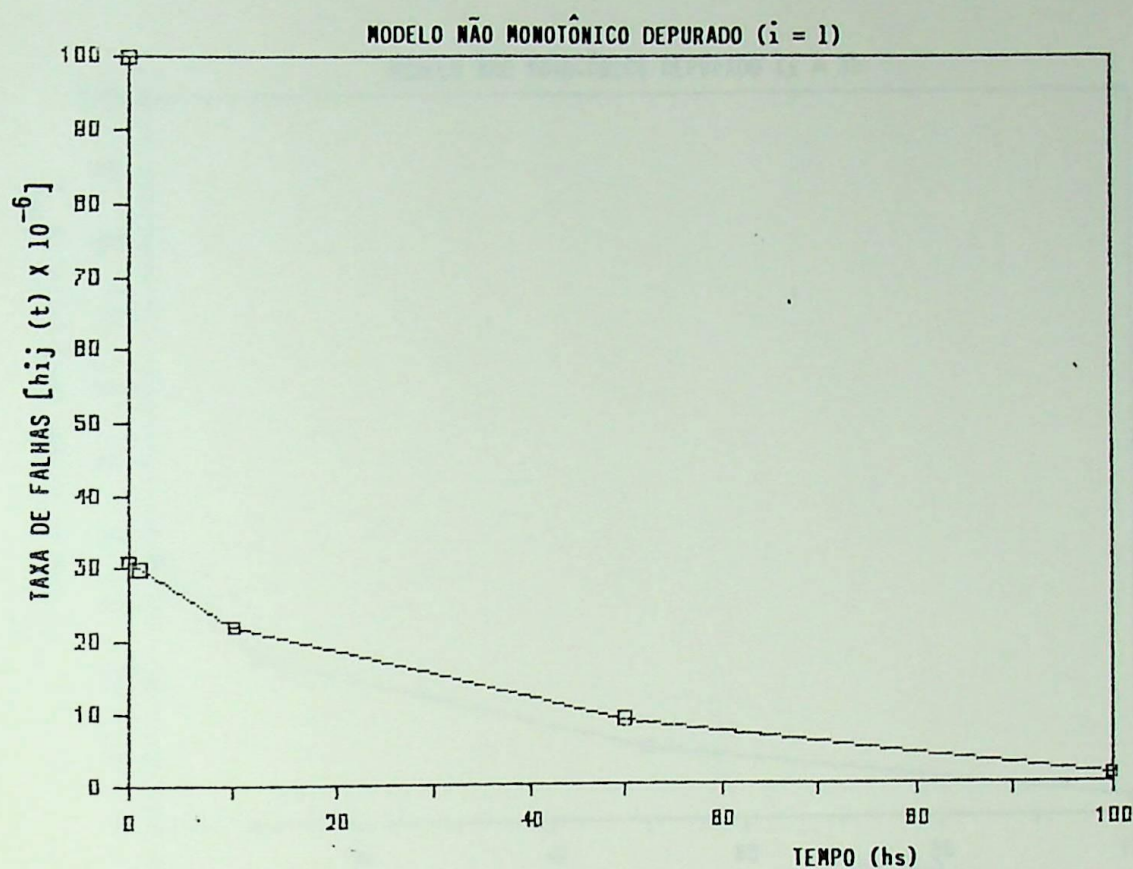


FIGURA 6.25 - $h_{ij}(t) \times 10^{-6}$ /hs. Componentes 1 e 2 Depurados.

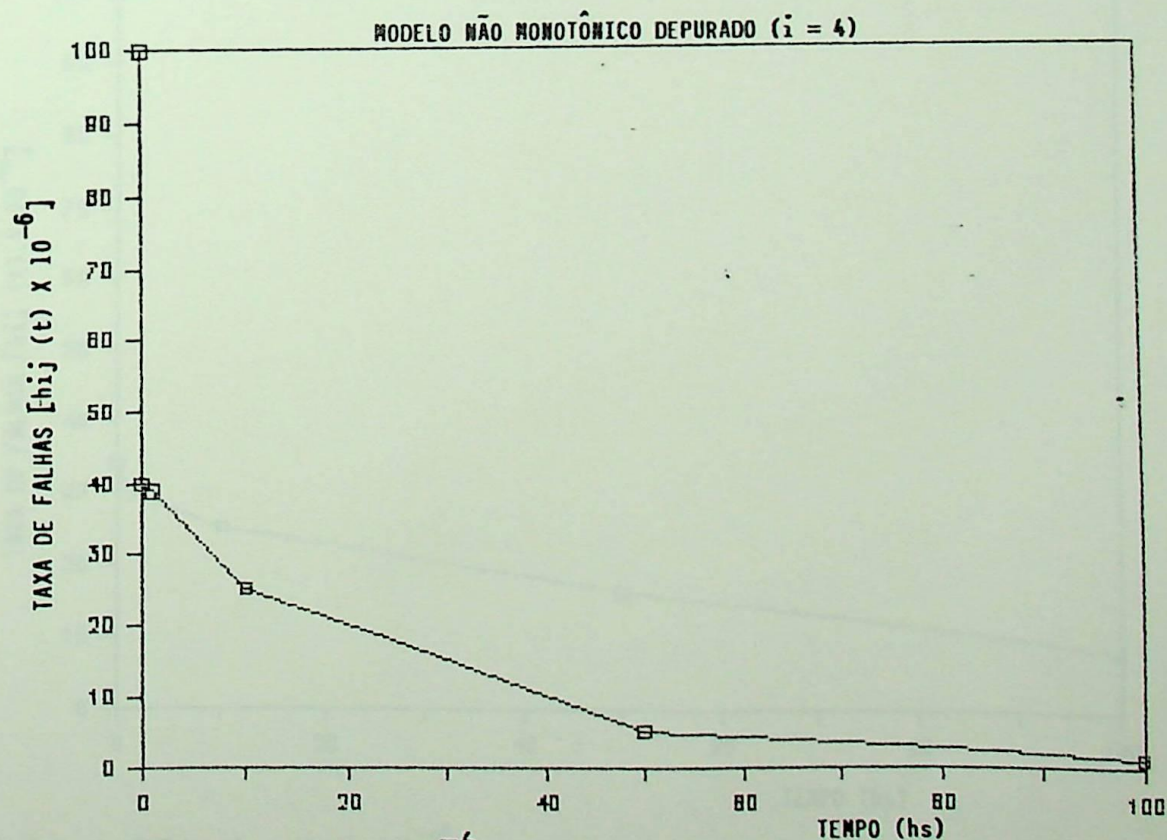
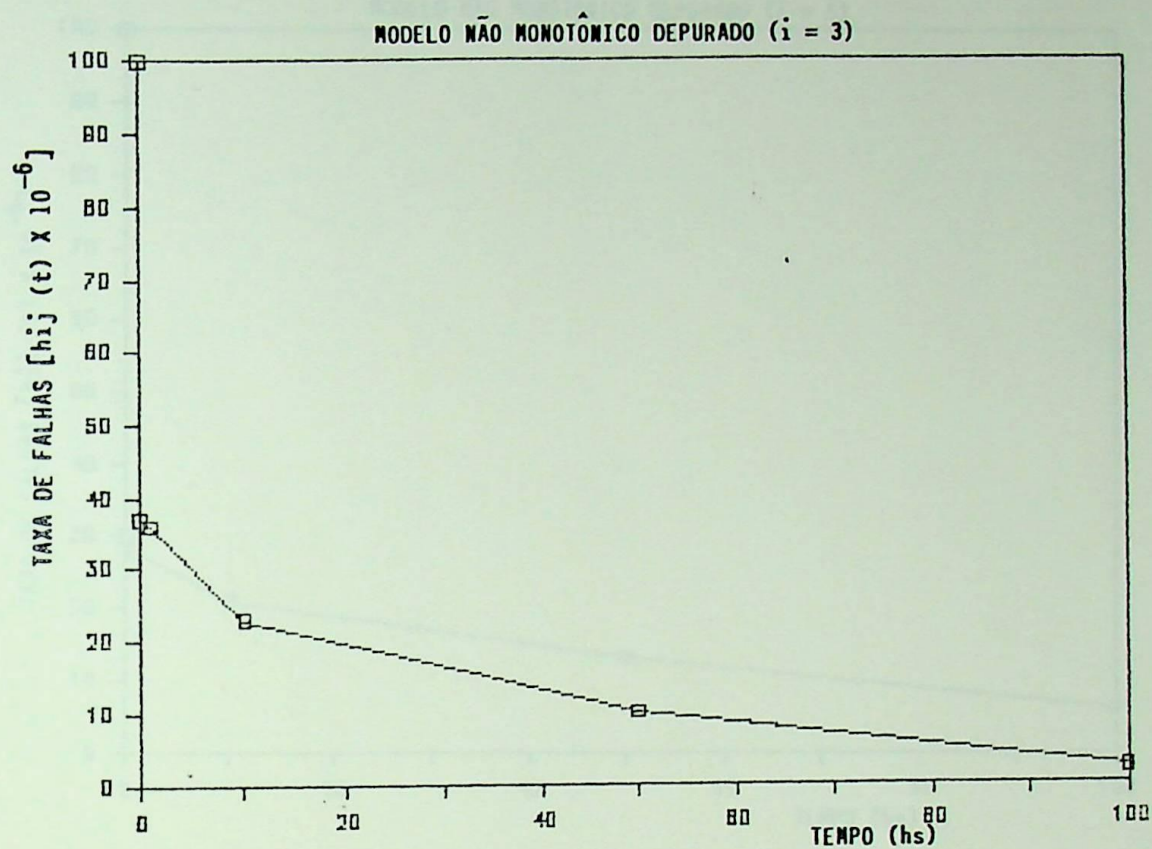


FIGURA 6.26 - $h_{ij}(t) \times 10^{-6}$ /hs. Componentes 3 e 4 Depurados

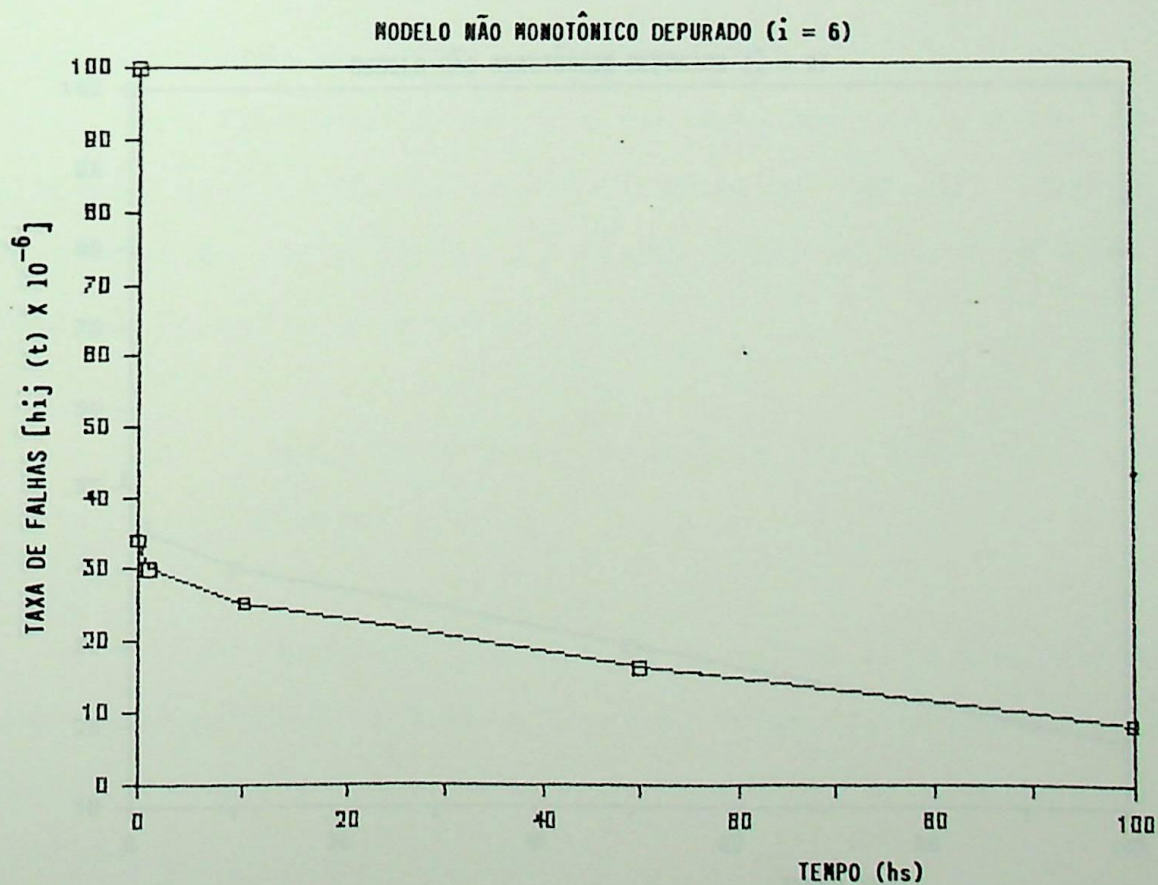
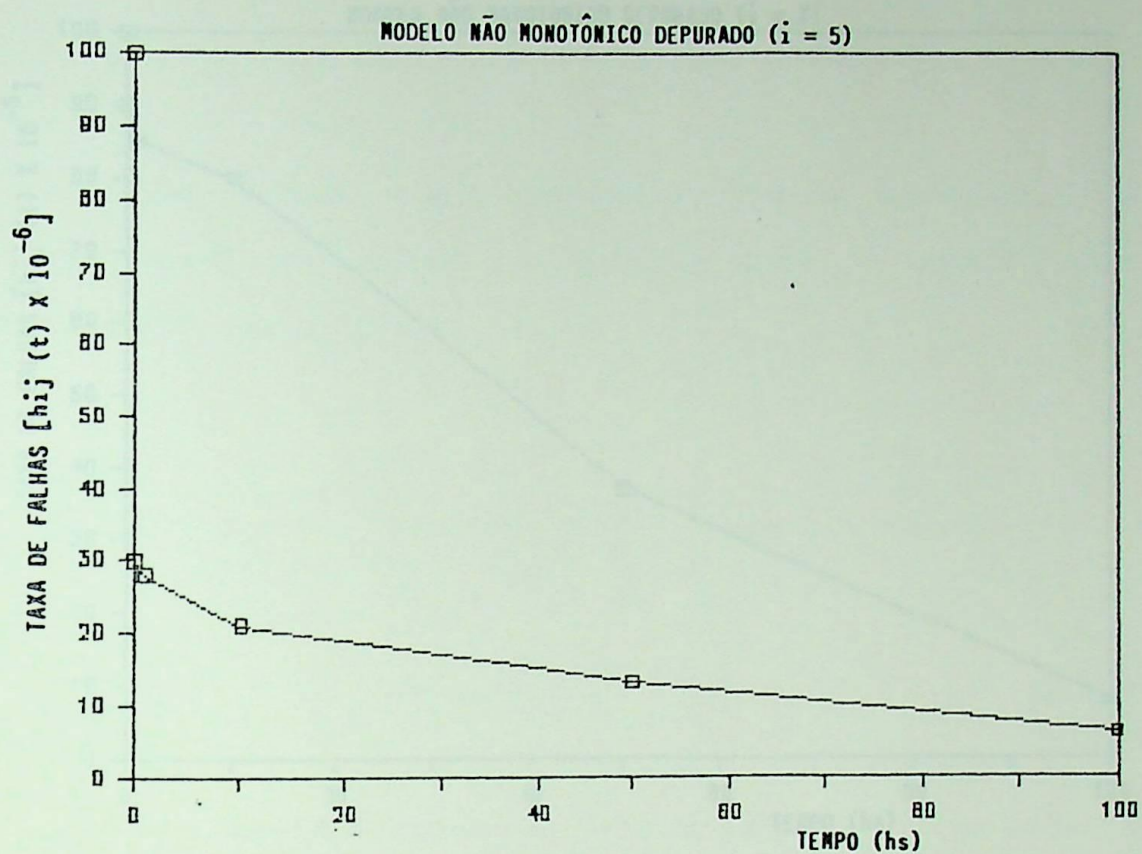


FIGURA 6.27 - $h_{ij}(t) \times 10^{-6}$ /hs. Componentes 5 e 6 Depurados.

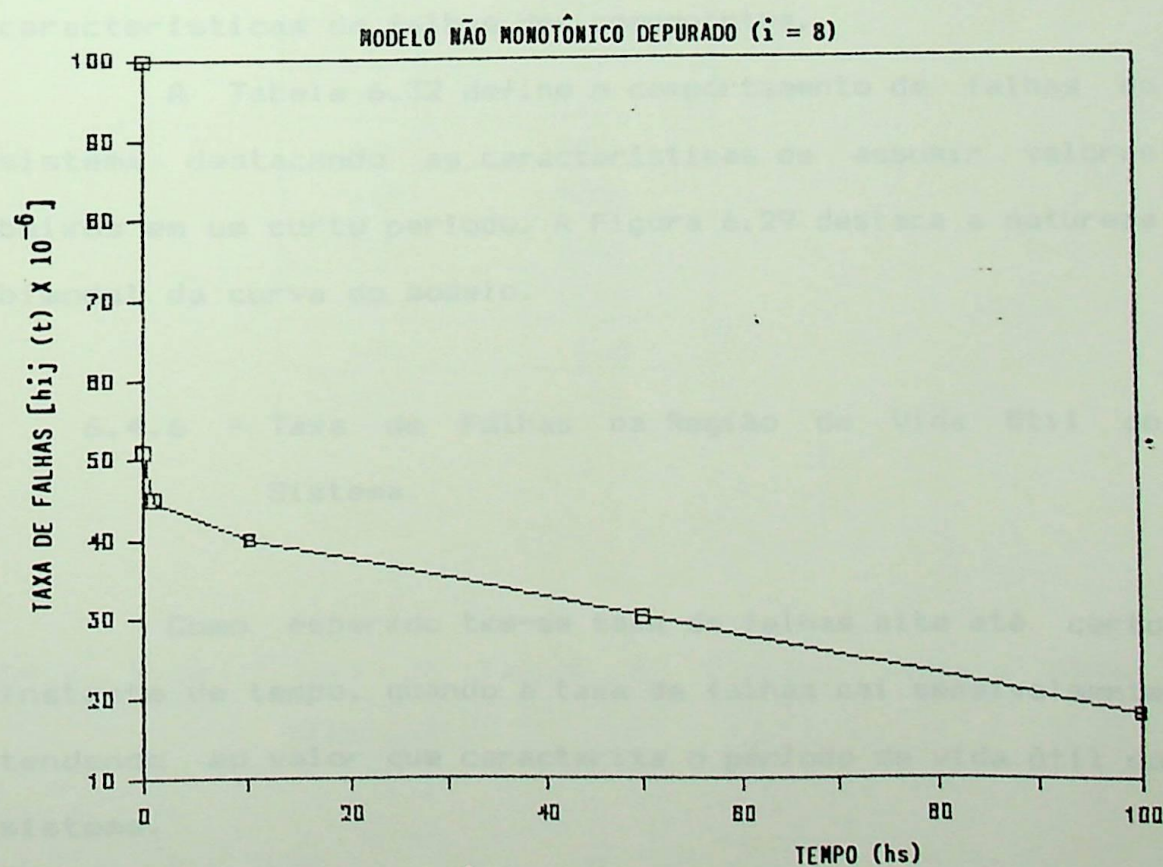
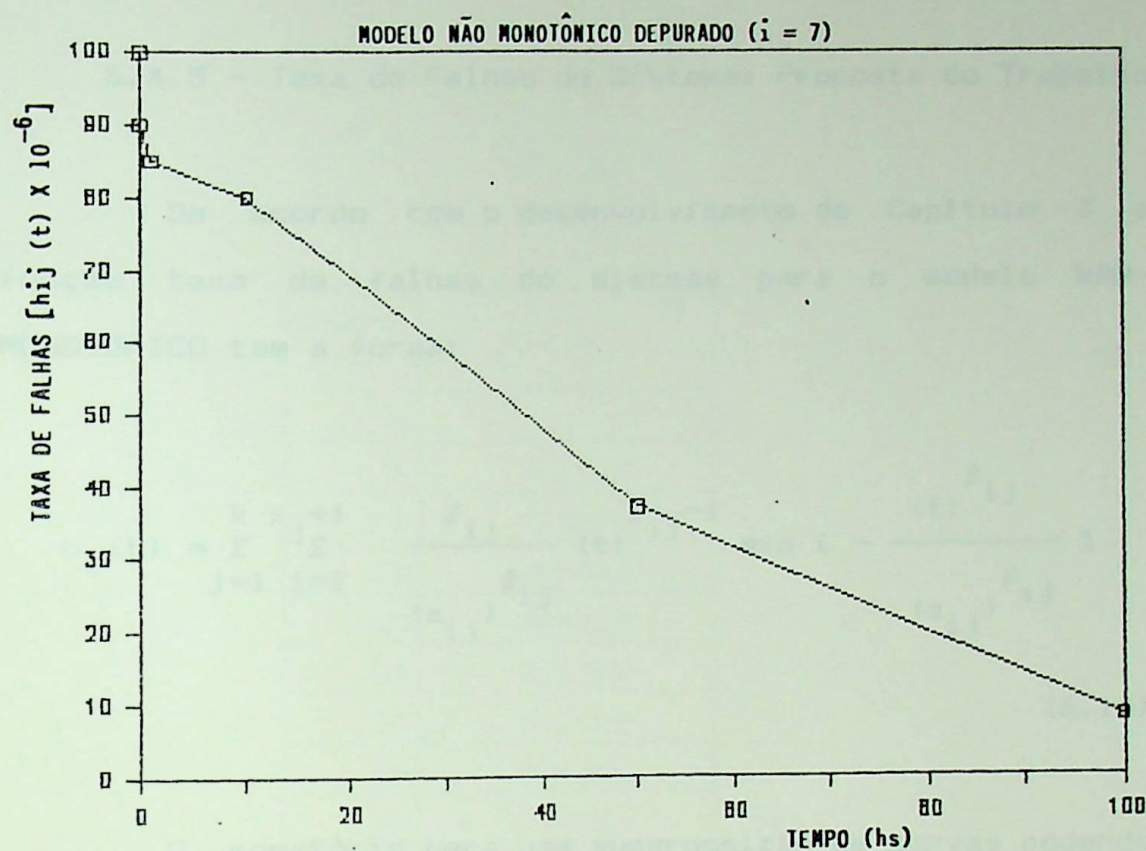


FIGURA 6.28 - $h_{ij}(t) \times 10^{-6}$ /hs. Componentes 7 e 8 Depurados.

6.4.5 - Taxa de Falhas do Sistema: Proposta do Trabalho

De acordo com o desenvolvimento do Capítulo 3 a função taxa de falhas do sistema para o modelo NAO-MONOTONICO tem a forma:

$$h_s(t) = \sum_{j=1}^k x_j \sum_{i=1}^{j+1} \frac{\beta_{ij}}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}}} (t)^{\beta_{ij}-1} \exp \left[- \frac{(t)^{\beta_{ij}}}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}}} \right] \quad (6.10)$$

O somatório gera uma superposição de curvas podendo em alguns casos resultar vários picos em uma só função. A existência destes picos dependerá das diferenças nas características de falhas dos componentes.

A Tabela 6.32 define o comportamento de falhas do sistema destacando as características de assumir valores baixos em um curto período. A Figura 6.29 destaca a natureza bimodal da curva do modelo.

6.4.6 - Taxa de Falhas na Região de Vida Útil do Sistema.

Como esperado tem-se taxa de falhas alta até certo instante de tempo, quando a taxa de falhas cai sensivelmente tendendo ao valor que caracteriza o período de vida útil do sistema.

Tempo (hs)	$h_s(t) \times 10^{-6}$
0	0
1	501127
5	716830
10	808840
20	864422
25	861522
30	847954
40	801202
50	740556
100	430619
150	230879
200	123867
250	65861
300	37923
350	21511
400	12221
450	6966
500	3991
600	1115
700	372
1000	40

Tabela 6.32 - Taxa de Falhas do Sistema (Modelo NAO-MONOTONICO)

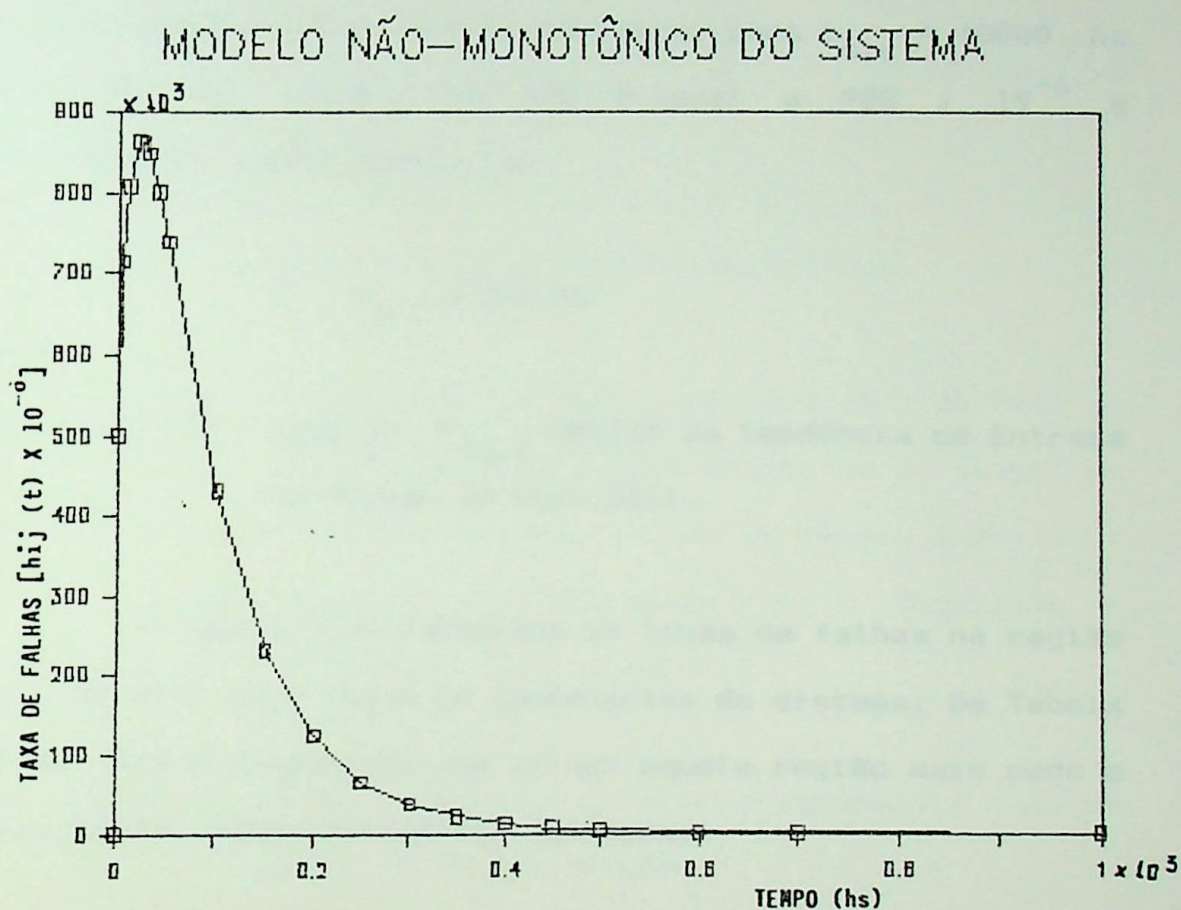


Figura 6.29 - Taxa de Falhas do Sistema (Modelo NÃO-MONOTÔNICO)

6.4.6.1 - Caso 1: $h_{s,c}$ Igual ao Correspondentes a 10000 horas no Modelo de KUD.

A taxa de falhas para 10000 horas de vida do sistema é zero neste modelo. A taxa de falhas para $t_{s,c} = 10000$ hs definida pelo modelo de KUD é igual a 988×10^{-6} e corresponde, neste modelo, a:

$$t_{s,c} = 610 \text{ hs}$$

6.2.6.2 - Caso 2: $t_{ij,c}$ Obtido da tendência de Entrada na Região de Vida Útil.

A Tabela 6.26 relaciona as taxas de falhas na região de vida útil para todos os componentes do sistema. Da Tabela vê-se que o componente que atinge aquela região mais cedo e mais tarde, respectivamente, fornecem:

$$\begin{aligned} t_{ij,c \text{ min}} &= 235 \text{ hs} & \text{com } h_{ij,c} &= 11 \times 10^{-6} \\ t_{ij,c \text{ max}} &= 725 \text{ hs} & \text{com } h_{ij,c} &= 10 \times 10^{-6} \end{aligned}$$

Considerando o mais desfavorável dos dois casos como a tendência de falhas do sistema, resulta:

$$t_{s,c} = 725 \quad \text{com } h_{s,c} = 320 \times 10^{-6}$$

Para análise comparativa com o modelo de KUD propõe-se também avaliar o sistema considerando:

$$h_{s,c} = 1088 \times 10^{-6}$$

do que resulta:

$$t_{s,c} = 590 \text{ hs}$$

Tempo sensivelmente inferior às 9000 horas obtidas pelo modelo de KUO.

6.4.7 - Tempo Ótimo de Depuração do Sistema

Como o tempo para alcançar o período de vida útil do sistema ($t_{ij,c}$) é pequeno gera a expectativa de um tempo de depuração também pequeno, comparado com os demais modelos.

A determinação do tempo ótimo para a depuração é realizada considerando os casos a seguir:

6.4.7.1 - Caso 1: $h_{s,c}$ Igual ao Correspondente a 10000 Horas no Modelo de KUO.

Ao considerar a mesma taxa de falhas correspondentes a 10000 hs no modelo de KUO tem-se para o modelo NÃO-MONOTÔNICO os valores.

$$h_{s,c} = 988 \times 10^{-6}$$

$$h_s(t_{s,d}^*) = 2724 \times 10^{-6}$$

portanto:

$$t_{s,d}^* = 2900 \text{ hs}$$

Observar que este tempo ótimo de depuração é bem menor que os determinados nos modelos de KUO e GOVIL & AGGARWAL para as mesmas condições.

6.4.7.2 - Caso 2: $t_{ij,c}$ Obtido da Tendência de Entrada na Região de Vida Útil.

Considerando a tendência de falhas do sistema gerando valores constantes iguais a 1088×10^{-6} , como nos outros modelos tem-se os valores:

$$h_{s,c} = 1088 \times 10^{-6}$$

$$h_s(t_{s,d}^*) = 3000 \times 10^{-6}$$

portanto:

$$t_{s,d}^* = 310 \text{ hs}$$

Obedecendo a tendência de falhas do sistema, que gera um $t_{s,cmax}$ ao considerar a lei do pior caso, tem-se os valores:

$$h_{s,c} = 320 \times 10^{-6}$$

$$h_s(t_{s,d}^*) = 883 \times 10^{-6}$$

portanto:

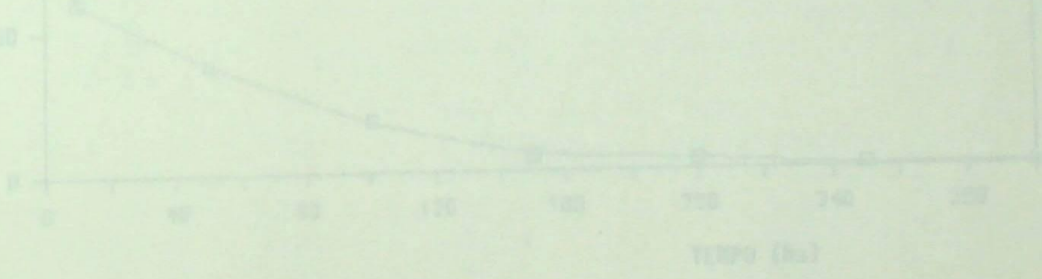
$$t_{s,d}^* = 615 \text{ hs}$$

Portanto, o modelo NÃO-MONOTONICO resulta em tempo de depuração razoavelmente menor que os modelos de KUO e GOVIL & AGGARWAL, mas apresenta o inconveniente sério de considerar taxas de falhas tendentes a zero, que foi corrigida neste trabalho com a introdução de valor constante a partir de certo instante de tempo.

6.4.8 - Taxa de Falhas do Sistema Depurado.

O modelo NAO-MONOTONICO produz resultados para taxa de falhas do sistema depurado de valor muito baixo. Quando comparado aos correspondentes de KUO e GOVIL & AGGARWAL. Como é observado na Tabela 6.32 e Figuras 6.30 esta taxa de falhas será conseguida em períodos de testes de depuração muito inferior aos daqueles modelos.

É da maior importância que a aplicação do modelo reflita com fidelidade o comportamento da taxa de falhas de cada componente, truncando a função de Weibull para valores de taxa de falhas da Região de Vida Útil e para valores de $t_{ij,c}$, realista.



Tempo (hs)	$h_s(t) \times 10^{-6}$
0	221
10	190
50	111
100	75
150	35
200	10
250	7
300	2

TABELA 6.32 - Taxa de Falhas do Sistema Depurado. (Modelo NAO-MONOTONICO)

MOD. NÃO-MONOTÔNICO DO SISTEMA DEPURADO

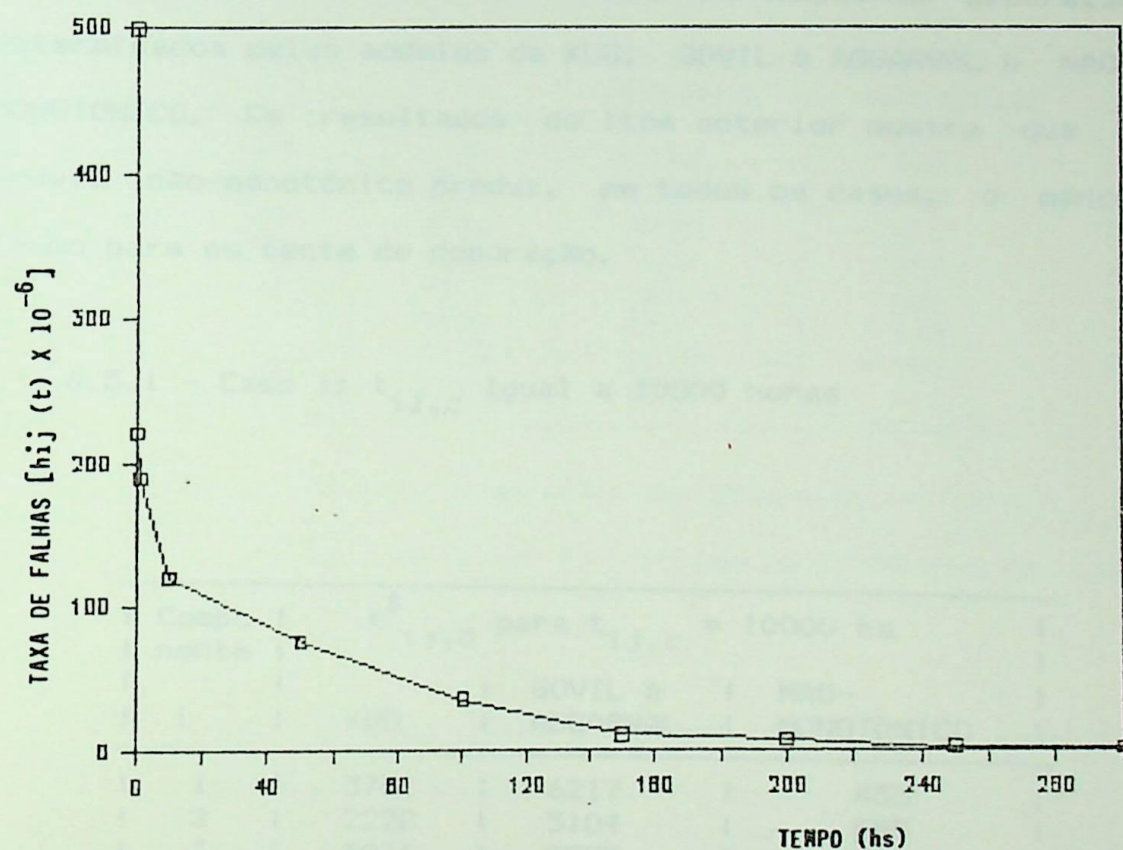


FIGURA 6.30 - Taxa de Falhas do sistema Depurado (Modelo NAO-MONOTONICO)

6.5 - RESULTADOS GERAIS DO TEMPO DE DEPURAÇÃO OBTIDO PELOS MODELOS

As tabelas abaixo destacam os tempos de depuração determinados pelos modelos de KUD, GOVIL & AGGARWAL e NÃO-MONOTONICO. Os resultados do item anterior mostra que o modelo não-monotônico produz, em todos os casos, o menor tempo para os teste de depuração.

6.5.1 - Caso 1: $t_{ij,c}$ Igual a 10000 horas

Compo nente i	$t_{ij,d}^*$ para $t_{ij,c} = 10000$ hs		
	KUD	GOVIL & AGGARWAL	NÃO- MONOTONICO
1	3781	6217	455
2	2228	5104	585
3	3031	5582	330
4	2881	5829	222
5	7472	6258	600
6	4622	7316	549
7	4204	5944	340
8	1279	3760	620

TABELA 6.33 - Tempo de Ótimo de Depuração dos Componentes para $t_{ij,c} = 10000$ hs

6.5.2 - Caso 2: $t_{ij,c}$ para Valores de Taxa de Falhas Equivalente ao Modelo de KUO.

Compo	$t_{ij,d}^*$ para $h_{ij,c}$ em 10000 hs				
nente	do modelo de KUO [em horas]				
	$h_{ij,c}$				
i	$\times 10^{-6}$	KUO	GOVIL & AGGARWAL	NAO-MONOTONICO	
1	09	3781	4285	455	
2	12	2228	2729	585	
3	08	3031	4558	330	
4	05	2881	3632	222	
5	15	7472	2819	600	
6	08	4622	4397	549	
7	06	4204	3233	340	
8	09	1279	1564	620	

TABELA 6.34 - Tempo de Depuração dos Componentes para $h_{ij,c}$ Igual ao Valor Encontrado pelo Modelo de KUO a 10000 hs de Vida.

6.5.2 - Caso 3: $t_{ij,c}$ Considerando Tendência de Entrada na Região de Vida Útil.

Compo	$t_{ij,d}^*$ para $h_{ij,c}$ Relativa ao				
nente	Comportamento de Falhas [em horas]				
	$h_{ij,c}$				
i	$\times 10^{-6}$	KUO	GOVIL & AGGARWAL	NAO-MONOTONICO	
1	10	3303	4007	440	
2	13	1785	2604	575	
3	09	2631	4093	315	
4	11	1256	2841	205	
5	16	6805	2763	590	
6	15	2043	3145	508	
7	09	2564	2563	321	
8	10	1108	1466	600	

TABELA 6.35 - Tempo Ótimo de Depuração dos Componentes para $h_{ij,c}$ Relativa ao Comportamento de Falha do Sistema.

6.5.4 - Tempo Ótimo de Depuração do Sistema

$t_{s,c}$	Tempo de Depuração do Sistema.		
10^{-6}	[em horas]		
	GOVIL &	NAO-	
	KUD	AGGARWAL	MONOTONICO
320	10000	6900	615
452	8000	5700	580
780	3031	5582	530
988	2881	5829	510
1088	7472	6258	310

TABELA 6.36 - Tempo de Depuração do Sistema. Consolidação de Resultados

Observa-se que o modelo NAO-MONOTONICO produz em qualquer dos casos, tempos de depuração cerca de uma ordem de grandeza inferior aos dos outros métodos.

6.6 - MODELAMENTO PARA SISTEMAS FORMADOS POR COMPONENTES DISCRETOS E INTEGRADOS

Deseja-se, agora, avaliar a influência dos componentes discretos e dos integrados em um sistema. Os componentes discretos mostram uma tendência de seguir uma curva da banheira tradicional enquanto os componentes integrados tendem a seguir uma curva da banheira generalizada.

Para este estudo considera-se o sistema formado por oito componentes, quatro possuindo comportamento de falhas seguindo uma curva da banheira tradicional e quatro

6.6.2 - Taxa de Falhas para o Sistema Formado por Componentes Discretos Seguindo o Modelo de GOVIL & AGGARWAL e Componentes Integrados Seguindo o Modelo NAO-MONOTONICO

Os resultados de taxa de falhas e gráfico, para este caso, se encontram na Tabela 6.39 e Figura 6.32.

6.6.3 - Tempo de Depuração do Sistema

Através dos resultados abaixo é possível avaliar a influência, no tempo ótimo de depuração do sistema, dos diversos tipos de comportamento no período de falhas prematuras, de cada componente. Para os cálculos são definidos:

$$C_{s,f} = 206,66$$

$$C_{s,s} = 116,29$$

$t_{s,c}$		Tempo de Depuração do Sistema.	
10^{-6}			
[horas]			
		KUD e	GOVIL & AGGARWAL e
		NAO-	NAO-
		MONOTONICO	MONOTONICO
320		640	590
452		515	505
780		430	420
988		390	370
1088		480	500

TABELA 6.37 - Tempo de Depuração do Sistema.

6.6.2 - Taxa de Falhas para o Sistema Formado por Componentes Discretos Seguindo o Modelo de GOVIL & AGGARWAL e Componentes Integrados Seguindo o Modelo NAO-MONOTONICO

Os resultados de taxa de falhas e gráfico, para este caso, se encontram na Tabela 6.39 e Figura 6.32.

6.6.3 - Tempo de Depuração do Sistema

Através dos resultados abaixo é possível avaliar a influência, no tempo ótimo de depuração do sistema, dos diversos tipos de comportamento no período de falhas prematuras, de cada componente. Para os cálculos são definidos:

$$C_{s,f} = 206,66$$

$$C_{s,s} = 116,29$$

Tempo de Depuração do Sistema.			
$t_{s,c}$			
10^{-6}	KUD e NAO-MONOTONICO	GOVIL & AGGARWAL e NAO-MONOTONICO	
[horas]			
320	640	590	
452	515	505	
780	430	420	
988	390	370	
1088	480	500	

TABELA 6.37 - Tempo de Depuração do Sistema.

Tempo (hs)	$h_s(t) \times 10^{-6}$
0	0
5	84825
10	79540
20	76462
30	72176
40	66726
50	60732
60	54741
70	49105
80	43876
90	39137
100	34900
200	11739
400	2030
600	804
800	566
1000	468
2000	275
4000	164
6000	118
8000	95
10000	69

Figura 4.31 - Curva de Taxa de Falhas por Tempo de Vida do
TABELA 6.38 - Taxa de Falhas do Sistema (Modelos KUO e NAO-
MONOTONICO)

KUD E NÃO-MONOTÔNICO

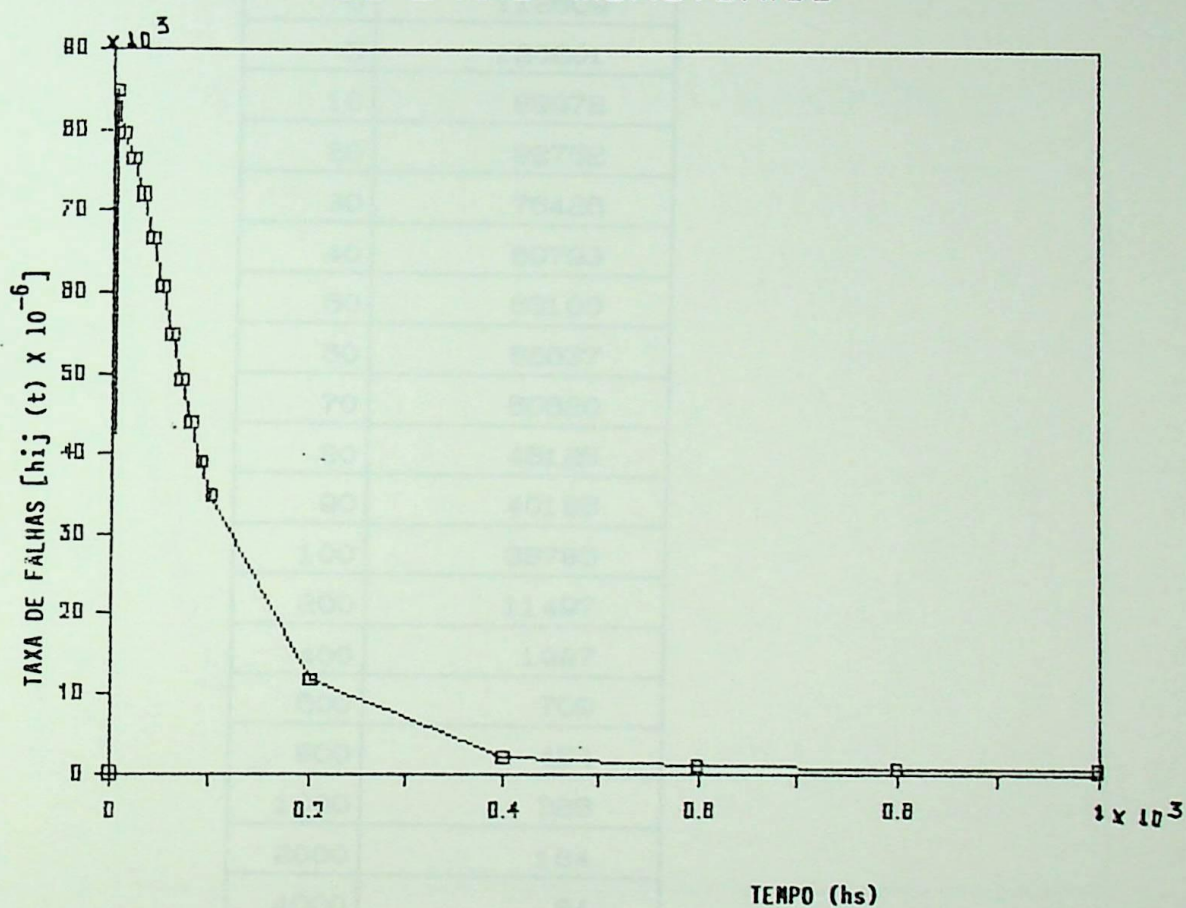


Figura 6.31 - Curva da Taxa de Falhas por Tempo de Vida do Sistema (Modelo NÃO-MONOTÔNICO e KUD)

Tempo (hs)	$h_s(t) \times 10^{-6}$
0	112609
5	120201
10	89978
20	82752
30	76426
40	69793
50	63100
60	56637
70	50620
80	45125
90	40185
100	35785
200	11497
400	1987
600	709
800	454
1000	328
2000	164
4000	84
6000	58
8000	42
10000	29

TABELA 6.39 - Taxa de Falhas do Sistema (Modelos GOVIL & AGGARWAL e NAO-MONOTONICO)

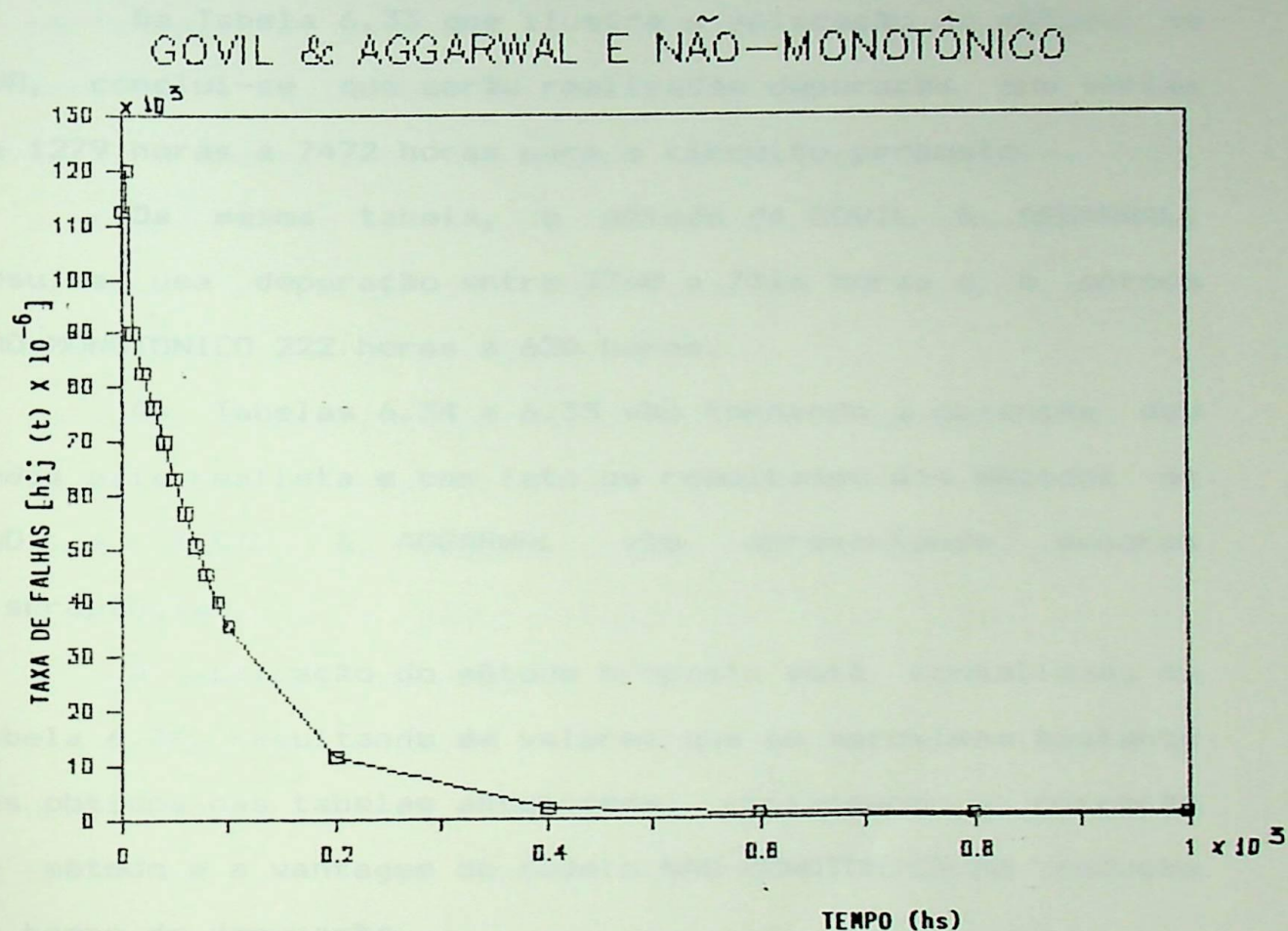


Figura 6.32 - Curva da Taxa de Falhas Por Tempo de Vida do Sistema (Modelo NÃO-MONOTÔNICO e GOVIL & AGGARWAL)

6.7 - VALIDAÇÃO DO METODO PROPOSTO

A validação do método de cálculo do tempo ótimo de depuração proposto neste trabalho pode ser conseguida dos resultados das Tabelas 6.33 a 6.36.

Da Tabela 6.33 que ilustra a aplicação do método de KUD, conclui-se que serão realizadas depurações que variam de 1279 horas a 7472 horas para o circuito proposto.

Da mesma tabela, o método de GOVIL & AGGARWAL, resulta uma depuração entre 3760 a 7316 horas e o método NÃO-MONOTONICO 222 horas a 620 horas.

As Tabelas 6.34 a 6.35 vão tornando a obtenção dos dados mais realista e com isto os resultados dos métodos de KUD e GOVIL & AGGARWAL vão apresentando menores discrepâncias.

A aplicação do método proposto está consolidada na Tabela 6.36, resultando em valores que se aproximam bastante dos obtidos nas tabelas anteriores, confirmando a correção do método e a vantagem do modelo NÃO-MONOTONICO na redução do tempo de depuração.

7 - CONCLUSÕES SUGESTÕES PARA CONTINUAÇÃO DO TRABALHO

Os resultados principais obtidos com a aplicação das propostas contidas neste trabalho foram:

- a) mostrar que o modelo do sistema a partir dos modelos individualizados do comportamento de cada componente é perfeitamente possível e permite caracterização mais precisa da região de falhas prematuras;
- b) levar à obtenção de expressões matemáticas fechadas para o tempo ótimo de depuração de cada componente e do sistema, a partir dos comportamentos da função taxa de falhas existentes na literatura;
- c) permitir o estudo comparativo entre os tempos ótimo de depuração obtidos com os diferentes modelos de comportamento da função taxa de falhas do componente, possibilitando a identificação do pior caso, o que assegura melhor depuração;
- d) mostrar que os melhores resultados obtidos da literatura, apresentados por KUO [30][34][36], são muito conservadores e os tempos ótimos de depuração para os sistemas eletrônicos podem ser fortemente reduzidos em relação aos atualmente utilizados;
- e) explicitar as importâncias do custo de cada operação envolvida no processo de depuração e, em particular, permite um balanceamento adequado entre os custos das falhas no teste e no campo, contribuindo para o estabelecimento, em bases mais seguras, do período de garantia mais adequado e do risco à imagem do fabricante.

- f) indicar, como consequência, que o modelo adequado dos CIs é indispensável à determinação precisa do tempo ótimo de depuração, o que estimula o prosseguimento destes estudos e, em particular, aumenta a importância do modelamento bimodal.
- g) conseguir resultados absolutamente gerais, que constituem uma ferramenta de investigação que se presta a qualquer sistema eletrônico, seja ele constituído somente por componentes discretos, somente por componentes integrados ou por componentes de qualquer tipo, tecnologia ou complexidade, desde que seja possível determinar a função taxa de falhas de cada componente.

Os resultados, por sua generalidade, servem como exemplo de validação e são influenciados, basicamente, pelo pequeno período de falhas prematuras com altas taxas de falhas dos CI's em contraste com o longo período de falhas prematuras com baixas taxas de falhas dos componentes discretos usuais.

Um tempo de depuração acima de mil horas, como exigido no método de KUO, pode ser reduzido pela proposta apresentada para até cem horas, equivalente a uma ordem de grandeza.

A proposta de obtenção dos parâmetros dos modelos, a partir de dados experimentais de falhas, se torna útil quando estes dados não são facilmente encontrados ou estão desorganizados, necessitando equacionamento e interpretação.

A depuração do sistema como um todo resulta, claramente, em trabalho menor do que depurar cada componente

B - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

isoladamente, como atualmente.

Como continuação destes trabalhos propõe:

- a) incluir os efeitos das falhas na ligação dos componentes à placa do circuito ou a soquetes;
- b) estudar a aceleração da depuração usando elevação dos níveis de solicitação;
- c) integrar a depuração com outros testes de verificação da confiabilidade, otimizando o custo; e
- d) analisar o efeito da depuração dinâmica, particularmente em regime chaveado.

[5] COLLINGS, J. R. - Optimal Burn-In Testing of Repairable Equipment. *Naval Research Logistics Quarterly*, (17)2, 167-182, June/1970.

[6] WASHBURN, L. A. - Determination of Optimum Burn-In Time: A Composite Criterion. *IEEE Transactions on Reliability*, (19)4, 134-140, October/1970.

[7] HEAD, K. E. & JONES, P. A. W. - The Use of Burn-In to Achieve Burn-In Electronic Equipment. *Proc. Conf. Automatic Test Systems (England)*, 169-189, 1970.

[8] WEISS, G. H. & DISHORN, A. - Some Economic Problems Related to Burn-In Programs. *IEEE Transactions on Reliability*, (R-20)3, August/1971.

[9] STEWART, L. T. & JENSEN, J. B. - Determining Optimum Burn-In and Replacement Times Using Bayesian Decision Theory. *IEEE Transactions on Reliability*, (R-21)3, 170-175, August/1971.

[10] DISHORN, A. & WEISS, G. H. - Burn-In Programs for Repairable Systems. *IEEE Transactions on Reliability*, (R-22)3, 238-243, August/1973.

8 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] NBR 5462 - Confiabilidade : Terminologia. ABNT, SP, 1981.
- [2] WATSON, G. S. & WELLS, W. T. - On the Possibility of Improving the Mean Useful Life of Items by Eliminating Those With Short Lives, Technometrics, (3)2, 281-286, May/1961.
- [3] LAWRENCE, M. J. - An Investigation of Burn-In Policies, Technometrics, (8)1, 61-67, February/1976.
- [4] COLEMAN, G. - Justifying Burn-In, Electron Prod. vol. 9, no 2, 57-60, 1968.
- [5] COZZOLINO, J. M. - Optimal Burn-In Testing of Repairable Equipment, Naval Research Logistics Quarterly, (17)2, 167-182, June/1970.
- [6] WASHBURN, L. A. - Determination of Optimum Burn-In Time: a Composite Criterion, IEEE Transactions Reliability, (19)4, 134-140, October/1970.
- [7] HEAD, K. E. & JONES, P. A. W. - The Use of Burn-In to Achieve Burn-In Electronic Equipment. Proc. Conf. Automatic Test Systems (England). 169-189, 1970
- [8] WEISS, G. H. & DISHORN, M. - Some Economic Problems Related to Burn-In Programs. IEEE Transactions on Reliability, (R-20)3, August/1971
- [9] STEWART, L. T. & JOHNSON, J. D. - Determining Optimum Burn-In and Replacement Times Using Bayesian Decision Theory. IEEE Transactions on Reliability, (R-21)3, 170-175, August/1972.
- [10] DISHORN, M. & WEISS, G. H. - Burn-In Programs for Repairable Systems. IEEE Transactions on Reliability. (R-22)5, 256-267, August/1975.

- [111] CANFIELD, R. V. - Cost Effective Burn-In and Replacement Times. IEEE Transactions on Reliability. (R-24)2, 154-156 june/1975.
- [121] STITCH, M.; JOHNSON, G. M.; BRAUER, J. B. & KIRK, J. - Microcircuit Accelerated Testing Using High Temperature Operating Tests. IEEE Transactions on Reliability. (R-25)4, 238-250, 1975.
- [131] GLICKMAN, T. S. & BERGER, P. D. - Optimal Price and Protection Period for Product Under Warranty. Management Science. (22)12, 1381-1390, August/1976.
- [141] DISHORN, M. & WEISS, G. - A Model for Burn-In Programs for Componentes With Eliminateable Defects. IEEE Transactions on Reliability, (R-25)4, 259-260, October/1976.
- [151] FOSTER, R. G. - Why Consider Screening Burn-In, and 100-Percent Testing for Commercial Devices, IEEE Trans. Manufac. Technol. (MFT-5)3, 52-58, 1976.
- [161] PLESSER, K. & FIELD, T. - Cost-Optimized Burn-In Duration for Repairable Electronic Systems. IEEE Transactions on Reliability. (R-26)3, 195-197, 1977.
- [171] CHANDRASEKARAN, R. - Optimal Policies for Burn-In Procedures. (India). (14), 149-160, May/1977.
- [181] SOLOMOND, J. & MARSEGLIA, A. - Cost Optimizing System to Evaluate Burn-in Time. Proc. Annu. Reliability and Maintainability Symp.. 385-390, 1977.
- [191] ANTHONY, C. - Experimental Determination of a More Powerful Burn-In. IEEE Transactions on Reliability. (27)3, 181-182, August/1978.
- [201] FLEISHMANN, A. & LEVER, R. J. - Total Testing.

Circuits. Manufac.. 32-40 , 1978.

- [21] PATTERSON, J. M. - Electric Field Equivalency Test, a Method to Burn-In Nonpackaged Integrated Circuits. Proc. ATFA - 78 Conf.. (Los. Angeles) , 39-41, 1978.
- [22] DINITTO, J. A. & LASCH, K. B. - Prelid Burn-In of Hybrid Circuits. Proc. 28 th Eletronic Components Conf. 340-343, 1978.
- [23] CHENG, S. - Optimal Replacement Rate of Devices With Lognormal Failure Distributions. Proc. Optical Communication Conf. Amsterdam, (18)3,1-(18)3,5, 1979.
- [24] REICH, P. G. - Problems in the Investigation of Reliability Associated Life-Cycle-Cost of Military Airborne Systems, AGARD Lect. ser. no 100 Methodology for Control of lyfe-cycle-costs for Avionics System. (5)1, 1-5, 1979.
- [25] SARAIDANDIS, C. I. - System Approach to Burn-In of Digital Systems, Part 1, Factory and Field Device Failure Rates, Economic Analysis, Bell Labs . 1980.
- [26] GOVIL, H. M. & AGGARWAL, K. K. - New Concepts in Early Failure Modelling. Microelectron & Reliability. (22)4, 709-710, Novenber/1981.
- [27] AMBEKAR, S. M. - Optimum Length of Burn-In for Electric Equipment Proc. Electronics Components Conf.. 1(17), 1982.
- [28] NGUYEN, D. G. & MURTHY, D. N. P. - Optimal Burn-In Time to Minimize Cost for Products Sod Under Warranty. IEEE Transactions (14)3, 167-174, Sep/1982.
- [29] KOHOUTEK, H. J. - Development of Reliability Strategy

- for New IC Component Family and Process.
Microelectron & Reliability (23)2, 383-389,
 September/1982.
- [30] KUO, W. - On Optimal Burn-In Modeling and its
 Application to an Electronic Product. Proceedings of
the 3rd International Conference on Reliability &
Maintainability (France). 517-524, October/1982.
- [31] MARKO, D. M. & SCHOONMAKER - Optimizing Spare Module
 Burn-In Proceedings Annual Reliability and
Maintainability Symposium, 83-86, 1982.
- [32] JENSEN, N. F. & PETERSEN, N. E. - Burn-In. John Wiley
N.Y. 1982.
- [33] MOLTOFT, J. - Behind the Bathtub-Curve: a New Model and
 its Consequences Microelectron & Reliability .
 (23), 489-500, 1983.
- [34] KWO, Y. & KWO, Y. - Facing the Headaches of Early
 Failures: A State-of-the-Art Review of Burn-In
 Decisions. Proceedings of the IEEE (71)11, 1257-
 1266, November/1983.
- [35] SCHOONMAKER, T. D. & MARKO, D. M. - Predicting Burn-In
 Performance for a New Design. Proceedings Annual
Reliability and Maintainability Symposium. 423-427,
 1983.
- [36] KWO, W. - Reliability Enhancement Through Optimal
 Burn-In. IEEE Transactions on Reliability. (R33)2,
 145-156, June/1984.
- [37] PANTIC, D. - Questioning the Benefits of Burn-In
Electronics Engineering. 45-47, July/1984.
- [38] QUINN, G. C. - Burn-In / Screening Services: A Status

Report. Electronics Test.. 64-71, August/1984.

- [39] WAGER, A. & COOK, H. - Modeling the Temperature Dependence of Integrated Circuit Failures. The International Society for Hybrid Microelectronics. (7)3, September/1984.
- [40] BAS, R. - Ensuring Top-Quality Products Via Monitored Burn-In. Electronics Test. 41-42, June/1985.
- [41] PARK, K. - Effect of Burn-In on Mean Residual Life IEEE Transactions on Reliability. (R-34)5, 522-523, 1985.
- [42] PANTIC, D. - Benefits of Integrated-Circuit Burn-In to Obtain High Reliability Parts. IEEE Transactions on Reliability. (R35)1, 3-6, 1986.
- [43] PLUMB, P. - A Reliability Testing Method Proc. Annual Reliability & Maintainability Symp.. 267-272, 1986
- [44] SULTAN, T. I. - Optimum Burn-In Time: Model, and Application Microelectron Reliability. (26)5, 909-906, May/1986.
- [45] SHAW, M. - Recognizing the Optimum Burn-In Period Quality and Reliability Engineering International. (3), 259-263.
- [46] YONG, D. N. - Conducting Burn-In Without Getting Burned: Optimizing the Process Reaps Cost and Quality Benefits, Electronics Test 53-57, 1987.
- [47] PHELPS, L. - Combining Test With Burn-In: An Examination of Benefits. Electronics Test, 55, Sep. 1987.
- [48] GUESS, F. M. & PARKO, D. H. - Modeling Discrete Bathtub and Upsid-Down Bathtub Mean Residual-Life Functions. IEE Transactions on Reliability. (37)5, December/1988.

APÊNDICE A - DEDUÇÃO DAS EXPRESSÕES DA FUNÇÃO TAXA DE FALHAS
DO SISTEMA PARA TAXAS DE FALHAS GENERALIZADAS

Partindo da expressão geral:

$$hs(t) = - \frac{1}{R(t)} \frac{dR_s(t)}{dt}$$

chega-se a:

$$R_s(t) = \exp \left\{ - \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_j+1} \int_0^t \frac{\beta_{ij}}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}}} (t)^{\beta_{ij}-1} x \right. \\ \left. \times \exp - \left[\frac{(t)^{\beta_{ij}}}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}}} \right] \right\}$$

Dedução:

seja:

$$\exp x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$$

como:

$$x = - \frac{(t)^{\beta_{ij}}}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}}}$$

resulta:

$$\exp x = 1 - \frac{(t)^{\beta_{ij}}}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}}} + \frac{(t)^{2\beta_{ij}}}{(\alpha_{ij})^{2\beta_{ij}} 2!} + \dots + \frac{(-)^n (t)^n \beta_{ij}}{n! (\alpha_{ij})^n \beta_{ij}} + \dots$$

e:

$$R_s(t) = \exp - \sum_{j=1}^k \sum_{i=0}^{x_{j+1}} \int_0^t \left[\frac{\beta_{ij}}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}}} (t)^{\beta_{ij}-1} \times \right.$$

$$\times \sum_{n=0}^y \frac{(-1)^n \beta_{ij} (t)^n \beta_{ij}}{n! (\alpha_{ij})^n \beta_{ij}} \left. \right] dt$$

$$= \exp - \left[\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_{j+1}} \sum_{n=0}^y \int_0^t \frac{(-1)^n \beta_{ij} (t)^{\beta_{ij}(n+1)-1}}{n! (\alpha_{ij})^{\beta_{ij}(n+1)}} dt \right]$$

$$= \exp - \left[\sum_{i=1}^n \sum_{n=0}^n \frac{(-1)^n \beta_{ij} (t)^{\beta_{ij}(n+1)}}{n! \beta_{ij} (n+1) (\alpha_{ij})^{\beta_{ij}(n+1)}} \right]$$

fazendo:

$$R_s(t) = \exp - [a(t)^b]$$

considerando:

$$Y = \exp - a(t)^b$$

$$Y_u = e^u, \quad u = -a(t)^b$$

$$Y'_u = e^u, \quad u' = -ab(t)^{b-1}$$

$$Y'_t = e^u [-ab(t)^{b-1}]$$

$$= e^{-a(t)^b} [-ab(t)^{b-1}]$$

$$\frac{dR_s(t)}{dt} = Y_t$$

$$h_s(t) = - \frac{-ab(t)^{b-1} e^{-a(t)^b}}{e^{-a(t)^b}}$$

$$= ab(t)^{b-1}$$

$$= \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_{j+1}} \sum_{n=0}^y \frac{(-1)^n \beta_{ij} \beta_{ij}^{(n+1)}}{\beta_{ij}^{(n+1)} (\alpha_{ij})^{\beta_{ij}^{(n+1)}} n!} \times$$

$$\times (t)^{\beta_{ij}^{(n+1)} - 1}$$

$$= \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_{j+1}} \sum_{n=0}^y \frac{(-1)^n \beta_{ij}}{n! (\alpha_{ij})^{\beta_{ij}^{(n+1)}}} (t)^{\beta_{ij}^{(n+1)} - 1}$$

$$= \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_{j+1}} \frac{\beta_{ij}}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}}} (t)^{\beta_{ij}-1} \exp - \left[\frac{(t)^{\beta_{ij}}}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}}} \right]$$

Mudando a notação, faz-se β_{ij} e α_{ij} do modelo não-monotônico na distribuição de Weibull para os i 's séries b_{ij} e a_{ij} respectivamente, para diferenciá-los dos parâmetros β_i e α_i das taxas de falhas dos elementos discretos.

Com isto:

$$R_s(t) = \exp - \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_{j+1}} \int_0^t h_{ij}(u) du$$

APÊNDICE B - DEDUÇÃO DA EXPRESSÃO DE $h_s(t)$ PARA OBTENÇÃO
DIRETA COM COMPONENTES DISCRETOS E INTEGRADOS

Usando-se da expressão geral :

$$h_s(t) = - \frac{1}{R_s(t)} \frac{dR_s(t)}{dt}$$

e considerando :

$$h_{ij}(t)_{\text{comp. discretos}} = \alpha_{ij} (t)^{-\beta_{ij}}$$

$$h_{ij}(t)_{\text{CI's}} = \frac{\beta_{ij}}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}}} (t)^{\beta_{ij}-1} \exp - \left[\frac{(t)^{\beta_{ij}}}{\alpha_{ij}^{\beta_{ij}}} \right]$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\beta_{ij}}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}}} (t)^{\beta_{ij}-1} \times$$

$$\times \left[\frac{(-1)^n \beta_{ij} (t)^{n \beta_{ij}}}{n! (\alpha_{ij})^{n \beta_{ij}}} \right] dt$$

Mudando a notação, faz-se β_{ij} e α_{ij} do modelo não-monotônico na distribuição de Weibull para os CI's serem b_{ij} e a_{ij} respectivamente, para diferenciá-los dos parâmetros α_{ij} e β_{ij} das taxas de falhas dos elementos discretos.

Com isto :

$$R_s(t) = \exp - \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_{j+1}} \int_0^t h_{ij}(t) dt$$

$$= \exp \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_{j+1}} \left\{ - \frac{\alpha_{ij}}{1 - \beta_{ij}} \left[(t)^{1-\beta_{ij}} - (\varepsilon)^{1-\beta_{ij}} \right] + \right. \\ \left. + \sum_{n=0}^y \frac{(-1)^n \beta_{ij} (t)^{\beta_{ij}(n+1)}}{n! \beta_{ij} (n+1) (\alpha_{ij})^{\beta_{ij}(n+1)}} \right\}$$

fazendo :

$$a = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_{j+1}} \sum_{n=0}^y \frac{(-1)^n b_{ij}}{n! b_{ij} (n+1) (\alpha_{ij})^{b_{ij}(n+1)}}$$

$$b = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_{j+1}} \sum_{n=0}^y b_{ij} (n+1)$$

$$\alpha = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_{j+1}} \frac{\alpha_i}{1 - \beta_{ij}}$$

$$\beta = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_{j+1}} 1 - \alpha_{ij}$$

resultam :

$$R_s(t) = \exp \left\{ - \left[\alpha (t^\beta - \varepsilon^\beta) + a (t)^b \right] \right\}$$

$$h_s(t) = \frac{\alpha \beta (t)^{\beta-1} + a b (t)^{b-1}}{e^{-\alpha (t^\beta - \varepsilon^\beta) + (t)^b}}$$

$$= \alpha \beta (t)^{\beta-1} + a b (t)^{b-1}$$

$$= \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_{j+1}} \sum_{n=0}^y \alpha_{ij} (t)^{-\beta_{ij}} + \frac{(-1)^n b_{ij} (t)^{b_{ij}(n+1)-1}}{n! (a_{ij})^{b_{ij}(n+1)}}$$

$$= \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_{j+1}} \alpha_{ij} (t)^{-\beta_{ij}} + \frac{b_{ij}}{(a_{ij})^{b_{ij}}} (t)^{b_{ij}} \exp \left[- \frac{\beta_{ij}}{(a_{ij})^{b_{ij}}} \right]$$

No caso de componentes discreto, modelados pela equação de GOVIL & AGGARWAL, pode-se chegar à equação geral seguindo este mesmo desenvolvimento.

$$h_s(t) = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_{j+1}} \frac{r_{ij}(0)}{1 + b_{ij}(t)^{-n_{ij}}} + \frac{\beta_{ij}}{(a_{ij})^{\beta_{ij}}} (t)^{\beta_{ij}-1} \exp \left[- \frac{(t)^{\beta_{ij}}}{(a_{ij})^{\beta_{ij}}} \right]$$

APENDICE C: ESTUDO DE CUSTO DE UM SISTEMA DEPURADO
CONSIDERANDO A FORMA TRADICIONAL

* Caso 1:

$$- \text{Para } \delta \leq t_{ij,d} \leq t_{ij,cmin} - t$$

Nenhum componente alcança o estado constante pela depuração e todos os componentes são ensaiados permanecendo dentro do período de taxa de falhas prematuras.

Neste caso é necessário minimizar:

$$C_{TS} = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_{i+1}} \{ C_{ij} + B_0 (1 + \delta t_{ij,d}) + \frac{\alpha_{ij}}{1 - \beta_{ij}} (t_{ij,d})^{1 - \beta_{ij}} + C_{ij,s} + \\ + \frac{(1+L) \alpha_{ij}}{1 - \beta_{ij}} [(t + t_{ij,d})^{1 - \beta_{ij}} - (t_{ij,d})^{1 - \beta_{ij}}] C_{ij,f} \}$$

sujeito a:

$$R_S(t/t_{ij,d}) = \exp \left[- \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_{i+1}} \frac{\alpha_{ij}}{(1 - \beta_{ij})} [(t/t_{ij,d})^{1 - \beta_{ij}} - (t_{ij,d})^{1 - \beta_{ij}}] \right] \\ \geq R_{S,min}$$

* Caso 2:

$$- \text{Para } t_{ij,c} - t \leq t_{ij,d} < t_{ij,c}$$

Nenhum componente alcança o estado de vida útil pela depuração, porém todos os componentes são ensaiados além do período de falhas prematuras.

$$C_{TS} = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_j+1} \{ C_{ij} + B_0 (1 + \delta t_{ij,d}) + \frac{\alpha_{ij}}{1 - \beta_{ij}} (t_{ij,d})^{1 - \beta_{ij}} C_{ij,s} +$$

$$+ \frac{(1+L)\alpha_{ij}}{1 - \beta_{ij}} [(t_{ij,c})^{1 - \beta_{ij}} - (t_{ij,d})^{1 - \beta_{ij}}] C_{ij,f} +$$

$$+ (1 + L) h_{ij,c} (t - t_{ij,c} + t_{ij,d}) C_{ij,f} \}$$

$$R_S(t/t_{ij,d}) = \exp \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_j+1} \left\{ \frac{\alpha_{ij}}{1 - \beta_{ij}} [(t_{ij,c})^{1 - \beta_{ij}} - (t_{ij,d})^{1 - \beta_{ij}}] + \right.$$

$$+ h_{ij,c} [(t - t_{ij,c}) + t_{ij,d}] \}$$

$$\geq R_{S,\min}$$

APENDICE D: ESTUDO DE CUSTO DE UM SISTEMA DEPURADO
CONSIDERANDO A FORMA GENERALIZADA.

* Caso 1:

$$\text{Para } 0 \leq t_{ij,d} \leq t_{ij,cmin} - t$$

Nenhum componente alcança o período de vida útil pela depuração e todos os componentes são ensaiados permanecendo dentro do período de falhas prematuras.

E necessário minimizar:

$$C_{TS} = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_{j+1}} \{ \beta_{ij} + \delta t_{ij,d} +$$

$$+ C_{ij,s} \sum_{n=0}^y \frac{(-1)^n \beta_{ij} (t_{ij,d})^{\beta_{ij}^{n+2}}}{n! (\beta_{ij}^{n+2}) (\alpha_{ij})^{\beta_{ij}^{(n+1)}}} +$$

$$+ (1+L) C_{ij,f} \sum_{n=0}^y \frac{(-1)^n \beta_{ij} [(t+t_{ij,d})^{\beta_{ij}^{n+2}} - (t_{ij,d})^{\beta_{ij}^{n+2}}]}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}^{(n+1)}} (\beta_{ij}^{n+2}) n!} \}$$

* Caso 2:

$$\text{Para } t_{ij,c} - t \leq t_{ij,d} < t_{ij,c}$$

$$C_{TS} = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_{j+1}} \{ C_{ij} + \delta t_{ij,d}$$

$$\begin{aligned}
 & + C_{ij,s} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \beta_{ij} (t_{ij,d})^{\beta_{ij}n+2}}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}(n+1)} \beta_{ij}^{n+2} n!} + (1+L)C_{ij,f} \times \\
 & \times \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \beta_{ij} [(t_{ij,c})^{\beta_{ij}n+2} - (t_{ij,d})^{\beta_{ij}n+2}]}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}(n+1)} \beta_{ij}^{n+2} n!} \\
 & + h_{ij,c} (t_{ij,c} + t_{ij,d})
 \end{aligned}$$

* Caso 1:

C_s sujeito a

$$R_S(t/t_{ij,d}) =$$

$$\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^j \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \beta_{ij} [(t+t_{ij,d})^{\beta_{ij}n+2} - (t_{ij,d})^{\beta_{ij}n+2}]}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}(n+1)} (\beta_{ij}^{n+2}) n!}$$

$$\geq R_{Smin}$$

* Caso 2:

C_s sujeito a:

$$R_S(t/t_{ij,d}) =$$

$$\begin{aligned}
 & = \exp - \sum_{j=1}^j \sum_{i=1}^j \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \beta_{ij} [(t+t_{ij,d})^{\beta_{ij}n+2} - (t_{ij,d})^{\beta_{ij}n+2}]}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}(n+1)} (\beta_{ij}^{n+2}) n!}
 \end{aligned}$$

$$\geq R_{Smin}$$

APENDICE E : DESENVOLVIMENTO DA FUNÇÃO $t_{ij,d}^*$ A PARTIR DA
EQUAÇÃO DE CUSTO PARA O MODELO DE KUO

$$C_s = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_j+1} \{ C_{ij} + B_o (1+\delta t_{ij,d}) + C_{ij,s} \int_0^{t_{ij,d}} h_{ij}(t) dt + \\ + (1+L) (C_{ij,f}) \int_{t_{ij,d}}^{t_{ij,c}} h_{ij}(t) dt \\ + \int_{t_{ij,c}-t_{ij,d}}^t h_{ij,c} dt \}$$

$$h_{ij}(t) = \alpha_{ij} (t)^{\beta_{ij}}$$

$$C_s = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{x_j+1} \{ C_{ij} + B_o (1+\delta t_{ij,d}) + \\ + C_{ij,s} \frac{\alpha_{ij}}{1-\beta_{ij}} (t_{ij,d})^{1-\beta_{ij}} + \\ + (1+L) C_{ij,f} \frac{\alpha_{ij}}{1-\beta_{ij}} [(t_{ij,c})^{1-\beta_{ij}} - (t_{ij,d})^{1-\beta_{ij}}] + \\ + h_{ij,c} (t - t_{ij,c} + t_{ij,d}) \}$$

$$\frac{\delta C_s}{\delta t_{ij,d}} = B_o \delta + C_{ij,s} [\alpha_{ij} (t_{ij,d})^{-\beta_{ij}}] + \\ + (1+L) C_{ij,f} [-\alpha_{ij} (t_{ij,d})^{-\beta_{ij}} + h_{ij,c}] \\ = 0$$

$$(t_{ij,d})^{-\beta_{ij}} [C_{ij,s} \alpha_{ij} - (1+L)C_{ij,f} \alpha_{ij}] =$$

$$= B_0 \delta - (1+L) C_{ij,d} h_{ij,c}$$

$$(t_{ij,d})^{\beta_{ij}} [\alpha_{ij} (1+L) C_{ij,f} - C_{ij,s}] = B_0 \delta (1+L) C_{ij,f} h_{ij,c}$$

$$t_{ij,d}^* = \frac{\alpha_{ij} [(1+L) C_{ij,f} - C_{ij,s}]^{1/\beta_{ij}}}{(1+L) h_{ij,c} C_{ij,f} + B_0 \delta}$$

APENDICE - F: DESENVOLVIMENTO DA FUNÇÃO $t_{ij,d}^*$ A PARTIR DA
EQUAÇÃO DE CUSTO PARA O MODELO DE GOVIL &
AGGARWAL

$$C_{Tij} = C_{ij} + \delta t_{ij,d} + C_{ij,s} \frac{r_{ij}(o)}{b_{ij}(1-n_{ij})} [(1+b_{ij} t_{ij,d})^{1-n_{ij}} - 1] +$$

$$+ C_{i,f} (1+L) \frac{r_{ij}(o)}{b_{ij}(1-n_{ij})} [(1+b_{ij} t_{i,c})^{1-n_{ij}} +$$

$$+ (1+b_{ij} t_{ij,d})^{1-n_{ij}}] + r_{ij,c} (t - t_{ij,c} + t_{ij,d})]$$

$$\frac{\delta C_{Tij}}{\delta t_{ij,d}} = \delta + C_{i,s} \frac{r_{ij}(o)}{b_{ij}(1-n_{ij})} (1-n_{ij}) b_{ij} [(1+b_{ij} t_{ij,d})^{-n_{ij}}] +$$

$$+ C_{i,f} (1+L) - \frac{r_{ij}(o)}{b_{ij}(1-n_{ij})} (1-n_{ij}) b_{ij} [(1+b_{ij} t_{ij,d})^{-n_{ij}}] + r_{ij,c}$$

$$= 0$$

$$t_{ij,d}^* = \left[\frac{r_{ij}(o) [C_{i,f} (1+L) - C_{i,s}]^{1/n_{ij}}}{\delta + C_{i,f} (1+L) r_{ij,c}} - 1 \right] \frac{1}{b_{ij}}$$

APENDICE G: DESENVOLVIMENTO DA FUNÇÃO $t^*_{ij,d}$ A PARTIR DA EQUAÇÃO DE CUSTO PARA O MODELO BIMODAL

Faz-se : $\delta C_{Tij} / \delta t_{ij,d} = 0$

onde:

$$C_{Tij} = C_{ij} + \delta t_{ij,d} + C_{ij,s} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \beta_{ij} (t_{ij,d})^{\beta_{ij}n+2}}{n! (\beta_{ij}n+2) (\alpha_{ij})^{\beta_{ij}(n+1)}}$$

$$+ (1+L) C_{ij,f} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\beta_{ij} [(t+t_{ij,d})^{\beta_{ij}n+2} - (t_{ij,d})^{\beta_{ij}n+2}]}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}(n+1)} (\beta_{ij}n+2) n!}$$

$$\frac{\delta C_{Tij}}{\delta (t_{ij,d})} = \delta + C_{ij,s} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \beta_{ij} (t_{ij,d})^{\beta_{ij}n+1}}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}(n+1)} n!} +$$

$$+ (1+L) C_{ij,f} \frac{(-1)^n [-\beta_{ij} (t_{ij,d})^{\beta_{ij}n+1}]}{n! (\alpha_{ij})^{\beta_{ij}(n+1)}} + h_{ij,c}$$

= 0

$$t^*_{ij,d} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{[n! (\alpha_{ij})^{\beta_{ij}(n+1)}] [\delta + (1+L) C_{ij,f} h_{ij,c}]^{1/\beta_{ij}n+1}}{(-1)^n \beta_{ij} [(1+L) C_{ij,f} - C_{ij,s}]}$$

APENDICE - H : TEMPO ÓTIMO DE DEPURACÃO OBTIDO A PARTIR DA
FUNÇÃO TAXA DE FALHA

Faz-se:

$$\frac{\delta C_{Tij}}{\delta t_{ij,d}} = 0$$

onde:

$$C_{Tij} = C_{ij} + \delta t_{ij,d} + C_{ij,s} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \beta_{ij} (t_{ij,d})^{\beta_{ij}n+2}}{n! (\beta_{ij}n+2) (\alpha_{ij})^{\beta_{ij}(n+1)}} +$$

$$+ (1+L)C_{ij,f} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \beta_{ij} [(t_{ij,c})^{\beta_{ij}n+2} - (t_{ij,d})^{\beta_{ij}n+2}]}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}(n+1)} (\beta_{ij}n+2) n!} +$$

$$+ h_{ij,c} (t - t_{ij,c} + t_{ij,d})$$

resulta:

$$\frac{\delta C_{Tij}}{\delta t_{ij,d}} = \delta + C_{ij,s} \frac{\beta_{ij}}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}}} (t_{ij,d})^{\beta_{ij}-1} \exp \frac{(t_{ij,d})^{\beta_{ij}}}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}}} +$$

$$+ (1+L)C_{ij,f} - \frac{\beta_{ij}}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}}} (t_{ij,d})^{\beta_{ij}-1} \exp - \frac{(t_{ij,d})^{\beta_{ij}}}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}}} + h_{ij,c}$$

$$= 0$$

APENDICE I - FORMA DE INTEGRAL DO TIPO

$$\frac{\beta_{ij}}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}}} (t^*_{ij,d})^{\beta_{ij}} \exp - \frac{(t_{ij,d})^{\beta_{ij}}}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}}} = \frac{\delta + (1+L) C_{ij,f} h_{ij,c}}{(1+L) C_{ij,f} - C_{ij,s}}$$

$$h_{ij} (t^*_{ij,d}) = \frac{\delta + (1+L) C_{ij,f} h_{ij,c}}{(1+L) C_{ij,f} - C_{ij,s}}$$

Os dados experimentais podem ser obtidos em testes de tempo real ou acelerados.

Por exemplo, uma simples equação relacionando o número de falhas em determinado instante de tempo com o número de componentes sobreviventes naquele instante permite uma aproximação da função taxa de falhas.

$$h(t) = \frac{\text{número de falhas em determinado instante}}{\text{número de sobreviventes em determinado instante}}$$

Como os pontos obtidos em geral são muito espaçados segundo uma curva de falhas tradicional, não há necessidade de ajustar a retcula de medições.

Realização de ajuste de curvas. Para ajuste de curvas aos dados experimentais, sobrepõe-se uma curva teórica.

Os ajustes foram feitos com o auxílio de uma

APENDICE I - FORMA DE OBTENÇÃO DOS DADOS

Os dados exigidos para a construção da função taxa de falhas para componentes ou sistemas, são em geral obtidos de dados experimentais ajustados a uma distribuição de Weibull, a partir da qual são determinados os parâmetros com α e β .

Os dados experimentais podem ser obtidos dos testes em tempo real ou acelerados.

Por exemplo, uma simples equação relacionando o número de falhas em determinado instante de tempo com o número de componentes sobreviventes àquele instante permite boa aproximação da função taxa de falhas.

$$h(t) = \frac{\text{número de falhas num intervalo}}{\text{número de sobrevivência no intervalo}}$$

Como os pontos obtidos em geral não estão alinhados segundo uma curva da banheira tradicional ou generalizada há necessidade de ajustar a eles estas curvas.

A realização do ajuste das curvas, feita através do método dos mínimos quadrados, mostra-se adequada.

Os ajustes foram feitos como mostrado a seguir.

I.1 - MODELO DE KUO

Para ajustar os pontos experimentais à função:

$$h_{ij}(t) = \alpha_{ij}(t)^{-\beta_{ij}}$$

reescreve-se a expressão na forma:

$$Y = a_0 - a_1 X$$

$$\log h_{ij}(t) = \log \alpha_{ij} - \beta_{ij} \log t$$

fazendo:

$$\log h_{ij} t = Y$$

e

$$\log \alpha_{ij} = a_0$$

resultam:

$$\beta_{ij} \log t = a_1 X$$

$$X = \log t$$

$$\beta_{ij} = a_1$$

que é equivalente à equação geral de uma reta, e que resultará no sistema :

$$\sum Y - n a_0 - a_1 \sum X = 0$$

$$\sum XY - a_0 \sum X - a_1 \sum X^2 = 0$$

Para o caso em questão, o sistema tem a forma:

$$\sum \log h_{ij}(t) - n a_0 - a_1 \sum \log t = 0$$

$$\sum \log h_{ij}(t) \log t - a_0 \sum \log t - a_1 \sum (\log t)^2 = 0$$

onde n é o número total de pontos correspondentes aos valores experimentais.

Utilizando nos somatórios os pares de valores $[h_{ij}(t_i), t_i]$ ter-se-á um sistema de duas equações e duas incógnitas, α_{ij} e β_{ij} , de obtenção imediata.

1.2 - MODELO DE GOVIL & AGGARWAL

Para ajustar os pontos experimentais à função:

$$r_{ij}(t) = \frac{r_{ij}(0)}{(1 + b_{ij} t)^{n_{ij}}}$$

reescreve-se a expressão na forma:

$$r_{ij}(t) = r_{ij}(0) (1 + b_{ij} t)^{-n_{ij}}$$

pode ser feita a mudança de variáveis:

$$x = b_{ij} t$$

$$m = -n_{ij}$$

e a expressão:

$$(1 + b_{ij} t)^{-n_{ij}}$$

resulta:

$$f(x) = (1 + x)^{-m}$$

derivando em relação a x :

$$f'(x) = -m (1+x)^{-(m+1)}$$

ou

$$(1+x) f'(x) = -m f(x)$$

Expandindo $f(x)$ em série de Taylor e de Maclaurin:

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n + \dots$$

cuja derivada tem a expressão:

$$f'(x) = a_1 + 2a_2 x + 3a_3 x^2 + \dots + na_n x^{n-1} + \dots =$$

o que levado à equação que relaciona $f'(x)$ e $f(x)$ produz:

$$\begin{aligned} (1+x) (a_1 + 2a_2 x + 3a_3 x^2 + \dots + na_n x^{n-1} + \dots) = \\ = -m (a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n + \dots) \end{aligned}$$

Igualando os termos de mesma potência de x :

$$a_1 = -m a_0$$

$$a_2 = \frac{-a_1 (m+1)}{2}$$

$$a_3 = \frac{-a_1 (m+1) (m+2)}{2 \times 3}$$

...

$$a_n = \frac{-a_1 (m+1) (m+2) \dots m + (n-1)}{2 \times 3 \times \dots \times n}$$

Da análise física:

$$f(0) = 1$$

e, em decorrência:

$$a_0 = 1$$

o que implica que:

$$a_1 = -\frac{m}{1!}$$

$$a_2 = \frac{m (m+1)}{2!}$$

$$a_3 = \frac{m (m+1) (m+2)}{3!}$$

...

...

$$a_n = \frac{m(m+1)(m+2) \dots m+(n+1)}{n!}$$

Voltando às variáveis originais e truncando a expansão no termo de potência 3.

$$r_{ij}(t) = r_{ij}(0) - r_{ij}(0)n_{ij}b_{ij}t + r_{ij}(0)\frac{n_{ij}(n_{ij}+1)b_{ij}^2}{2!}t^2 - r_{ij}(0)\frac{n_{ij}(n_{ij}+1)(n_{ij}+2)b_{ij}^3}{3!}t^3 + \dots$$

Considerando a função:

$$Y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$$

identifica-se os termos correspondentes:

1.3 - MODELO NRO-MONITORING

$$Y = r_{ij}(t)$$

$$a_0 = r_{ij}(0)$$

$$a_1 x = -r_{ij}(0)n_{ij}b_{ij}t$$

$$a_2 x^2 = r_{ij}(0)\frac{n_{ij}(n_{ij}+1)b_{ij}^2}{2}t^2$$

reescrivendo a expressão na forma:
simplificando:

$$x = t$$

$$a_0 = r_{ij}(0)$$

$$a_1 = -r_{ij}(0) n_{ij} b_{ij}$$

$$a_2 = r_{ij}(0) \frac{n_{ij}(n_{ij} + 1)}{2} b_{ij}^2$$

Aplicando o teorema dos mínimos quadrados:

$$\Sigma Y = n a_0 + a_1 \Sigma X + a_2 \Sigma X^2$$

$$\Sigma YX = a_0 \Sigma X + a_1 \Sigma X^2 + a_2 \Sigma X^3$$

$$\Sigma YX^2 = a_0 \Sigma X^2 + a_1 \Sigma X^3 + a_2 \Sigma X^4$$

Fazendo:

O sistema resultante fornecerá os valores de a_0 , a_1 , a_2 e com eles podem ser obtidos os valores dos parâmetros $r_{ij}(0)$, n_{ij} e b_{ij}

1.3 - MODELO NÃO-MONOTONICO

Ajusta-se os pontos experimentais à função:

$$h_{ij}(t) = \frac{\beta_{ij}}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}}} (t)^{\beta_{ij}-1} \exp - \frac{(t)^{\beta_{ij}}}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}}}$$

reescrevendo a expressão na forma:

$$\begin{aligned}
 h_{ij}(t) &= \frac{\beta_{ij}}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}}} (t)^{\beta_{ij}-1} \left[1 - \frac{(t)^{\beta_{ij}}}{(\alpha_{ij})^{\beta_{ij}}} + \frac{(t)^{2\beta_{ij}}}{2! (\alpha_{ij})^{2\beta_{ij}}} - \dots \right. \\
 &\quad \left. \dots + (-1)^n \frac{(t)^{n\beta_{ij}}}{n! (\alpha_{ij})^{n\beta_{ij}}} \right] \\
 &= \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\beta_{ij}}{n! (\alpha_{ij})^{n\beta_{ij}+1}} (t)^{\beta_{ij}(n+1)-1}
 \end{aligned}$$

Fazendo:

$$P = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\beta_{ij}}{n! (\alpha_{ij})^{n\beta_{ij}+1}}$$

$$m = \sum_{n=0}^{\infty} \beta_{ij} (n+1) - 1$$

$$h_{ij}(t) = P(t)^m$$

tem-se, pela aplicação do logaritmo aos dois membros:

$$\log h_{ij}(t) = \log P + m \log t$$

fazendo:

$$Y = \log h_{ij}(t)$$

$$a_0 = \log P$$

$$a_1 x = m \log t$$

$$x = \log t$$

ou seja:

$$Y = a_0 - a_1 x$$

equivalente à expressão geral da reta.

Aplicando o teorema dos mínimos quadrados:

$$\sum Y - na_0 - a_1 \sum x = 0$$

$$\sum XY - a_0 \sum x - a_1 \sum x^2 = 0$$

Utilizando nos somatório os pares de valores $[h_{ij}(t), t_{ij}]$.

DATA 28/07/93
 PROC. DADOS PPG
 FED. _____
 LIV. _____
 C75 _____

INV N° 10 BIM - EFEI	
DATA	Publino

tabuada

$$Y = \log h(t) \\ a_0 = \log P \\ a_1 x = m \log t \\ x = \log t$$

ou seja

$$Y = a_0 - a_1 x$$

equivalente à expressão geral da reta.

Aplicando o teorema dos mínimos quadrados:

$$\begin{aligned} E Y - n a_0 - a_1 E x &= 0 \\ E XY - a_0 E x - a_1 E x^2 &= 0 \end{aligned}$$

Utilizando nos somatório os pares de valores

$$[h_i(t_i), t_i]$$