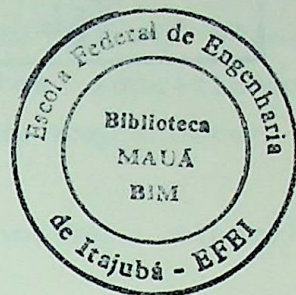


ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ



DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

ANÁLISE PREDITIVA DO COMPORTAMENTO OPERACIONAL
DE MANCAIS AXIAIS DE DESLIZAMENTO HIDRODINÂMICO

WALDEMIR DE JESUS SALLES

ORIENTADOR :

PROF. Ph.D. VILMAR ARTHUR SCHWARZ

CO-ORIENTADOR:

PROF. AMÉRICO TETUO MIYAZIMA

ITAJUBÁ - MG

1994

CLASS. 621.82:621.89(043.2)
CUTTER. S.168a
TOMBO. 156

DISSEMINACAO DE MESTRADO

ANALISE PREDITIVA DO COMPORTAMENTO OPERACIONAL
DE MANCAIS AXIAIS DE DESLIZAMENTO HIDRODINAMICO

WALDEMAR DE JESUS GALLES

ORIENTADOR
PROF. DR. WILMAR ARTHUR SCHWARTZ
CO-ORIENTADOR
PROF. ANGELO TETOU RIVAZINI

TITULADA - DR.
1984

AGRADECIMENTOS

O desenvolvimento deste trabalho deveu-se, em grande parte, a soma de esforços dos diversos segmentos educacionais da área de pesquisas, os quais com o objetivo de engrandecer a nobre arte de ensinar, muito nos auxiliaram.

Queremos deixar aqui expresso nossos sinceros agradecimentos a esses que nos apoiaram:

Aos orientadores Vilmar Arthur Schwarz e Américo Tetuo Miyazima pelo dedicação na orientação deste trabalho.

Aos professores Genésio José Menon e Waldir de Oliveira pelo incentivo e apóio prestado nas diversas fases do desenvolvimento do trabalho na área computacional.

A todos os professores e funcionários da EFEI que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste.

Ao desenhista Messias Tadeu Salgado, pelo excelente trabalho na execução dos desenhos.

A CAPES que cumprindo sua nobre finalidade de apoiar a iniciativa no campo do desenvolvimento de pesquisas, nos proporcionou as necessárias condições financeiras para que pudessemos atingir nosso objetivo.

Dedico este trabalho à minha esposa Edna que nas horas mais difíceis nos deu o maior apoio, à meus filhos Claudia, Dayse, Silvia e em especial à meu filho Tenente Luis Arthur de Lima Salles (in memoriam)

RESUMO

No presente trabalho, é apresentado um modelo teórico para a determinação dos "parâmetros resultantes", na forma adimensional, que permitem elaborar uma análise preditiva do comportamento operacional de um mancal axial de deslizamento.

No desenvolvimento do estudo, aplicou-se a teoria isotérmica da lubrificação hidrodinâmica, ou seja, resolve-se a equação clássica de Reynolds através de um processo iterativo, no qual o critério de parada foi definido por dois parâmetros pré-fixados, tais como erro máximo e número máximo de iterações.

Desenvolveu-se ainda um modelo computacional para simular o comportamento operacional de mancais axiais finitos, utilizando-se o método numérico das diferenças finitas, operacionalizado num computador CYBER 930 - 31.

Foram desenvolvidas simulações para uma ampla faixa de relações B/L e K , tendo sido observada uma boa concordância com os resultados publicados por outros pesquisadores.

Elaborou-se uma série de tabelas e gráficos que auxiliam na análise preditiva do comportamento operacional desses mancais, em função das inclinações adimensionais

$$K = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 3.0, 4.0, 5.0$$

e das relações $B/L = \nu$

$$\nu = \infty, 8.0, 2.0, 1.5, 1.0, 0.75, 0.50.$$

Uma malha 20×20 foi utilizada, embora malhas menos refinadas, por exemplo 16×20 , já apresentassem resultados suficientemente precisos.

ABSTRACT

A theoretical model is presented for obtaining the dimensionless "resultant parameters", necessary to perform a predictive analysis of the operational behaviour of a hydrodynamic thrust bearing. The isothermal hydrodynamic theory was applied, i.e., the classical Reynolds equation was solved through a computer program developed on the basis of the finite difference method. A CYBER 930-31 computer was employed.

Simulations were performed for a wide range of dimensionless inclinations K and B/L ratios; a good correlation being observed with the results of current literature.

Thus, a series of tables and graphs were elaborated, for the predictive analysis of the operational behaviour of hydrodynamic thrust bearings.

Dimensionless inclinations

$K = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 3.0, 4.0, 5.0$,

and B/L ratios

$\nu = \infty, 8, 0, 2.0, 1.5, 1.0, 0.75$ and 0.5 were taken into account.

A 20×20 grid was finally employed, though, a 20×16 one was already sufficiently accurate.

CONTEÚDO

	Página
RESUMO	i
ABSTRACT	ii
CONTEÚDO	iii
SIMBOLOGIA	v
ÍNDICE DE FIGURAS E TABELAS	vii
CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	
1.1 - Generalidades	1
1.2 - Revisão Bibliográfica	1
1.3 - Objetivo deste Trabalho	4
1.4 - Desenvolvimento	5
CAPÍTULO 2 - FORMULAÇÃO DO ESTUDO	
2.1 - Modelo Físico	8
2.2 - Síntese do Sistema	9
CAPÍTULO 3 - SOLUÇÃO ANALÍTICA DA EQUAÇÃO DE REYNOLDS APLICADA A UM MANCAL AXIAL - SAPATA PLANA DE LARGURA INFINITA	
3.1 - Introdução	11
3.2 - Determinação dos Parâmetros Resultantes	11
CAPÍTULO 4 - SOLUÇÃO NUMÉRICA DA EQUAÇÃO DE REYNOLDS APLICADA A UM MANCAL AXIAL - SAPATA PLANA DE LARGURA FINITA	
4.1 - Introdução	25
4.2 - Adimensionalização da Equação de Reynolds	25
4.3 - Cálculo dos Parâmetros Resultantes	33

CAPÍTULO 5 - RESULTADOS	
5.1 - Introdução	52
5.2 - Análise Comparativa dos Resultados	52
5.3 - Resultados do Presente Trabalho	53
 CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES E SUGESTÕES	
6.1 - Conclusões	79
6.2 - Sugestões para Trabalhos Futuros	80
 APÊNDICE A1 - Dedução da Equação Bidimensional de Reynolds.....	81
 APÊNDICE A2 - Técnica Numérica para Solução da Equação de Reynolds	86
 APÊNDICE A3 - Capacidade de Carga e Ponto de Apli- cação de carga - Método de Integração .	92
 APÊNDICE A4 - Fatores Adimensionalizadores	100
 APÊNDICE A5 - Dedução dos Valores de ξ^* e H^* para Condição de Pressão Máxima	103
 APÊNDICE A6 - Determinação da Inclinação K para Con- dição de Máxima Capacidade de Carga ...	105
 APÊNDICE A7 - Solução Numérica das Integrais das Vazões	106
 APÊNDICE A8 - Exemplo de Aplicação	111
 REFERÊNCIAS	123
 BIBLIOGRAFIA	125

SIMBOLOGIA

CARACTERES LATINOS

Símbolo	Descrição	Página
B ,b.....	largura da sapata	34
C ₁	constante de integração	13
C ₂	constante de integração	14
c.....	calor específico global do óleo	21
c _p	calor específico do óleo lubrificante	45
d.....	diferencial total	13
d _m	diâmetro médio	112
E.....	potência perdida	20
E _o	potência perdida adimensional	21
f.....	perda de potência relativa	22
F.....	carga aplicada ou capacidade de carga	15
F _o	capacidade de carga adimensional	15
Fa.....	força de atrito	20
Fa _o	força de atrito adimensional	20
h.....	espessura do filme de óleo	12
h _{min}	espessura mínima do filme de óleo	12
h _{max}	espessura máxima do filme de óleo	16
H.....	relação entre as espessuras h e h _{min}	14
IF.....	fator de integração	94
K.....	coeficiente de inclinação da sapata	12
L ,l.....	comprimento da sapata	12
ln.....	logarítmo neperiano	15
m.....	número de divisões da malha na direção x	32
n.....	número de divisões da malha na direção z	32
p.....	pressão hidrodinâmica	13
p _o	pressão hidrodinâmica adimensional	13
q.....	vazão por unidade de largura	17

ÍNDICE DAS FIGURAS E TABELAS

Símbolo	Descrição	Página
q_o	vazão adimensional por unidade de largura	19
Q	vazão de óleo lubrificante	39
Q_{oe}	vazão adimensional na entrada da sapata	38
Q_{ol}	vazão adimensional nas laterais da sapata	40
Q_{os}	vazão adimensional na saída da sapata	41
t_m	temperatura média do filme de óleo	44
u, v, w ..	componentes de velocidade nas direções x, y e z, respectivamente	36
U	velocidade do colar	36

CARACTERES GREGOS

Símbolo	Descrição	Página
α	constante de convergência das iterações	31
δ	diferencial parcial	13
Δt	elevação de temperatura	21
ζ	coordenada adimensional na direção z	26
η	viscosidade do óleo lubrificante	17
λ	parâmetro da lubrificação	115
μ	coeficiente de atrito	22
ν	relação largura / comprimento da sapata	33
ξ	coordenada adimensional na direção x	12
π	número irracional 3,14159265	31
ρ	densidade do óleo lubrificante	21
σ	rugosidade superficial combinada	115
τ	tensão cisalhante do filme de óleo	19
ψ	fator de convergência do processo iterativo	32

ÍNDICE DAS FIGURAS E TABELAS

F I G U R A S

Figuras	Página
2.1 - Parâmetros geométricos da sapata	10
2.2 - Perfil da distribuição de pressão e velocidade	10
3.1 - Geometria da cunha hidrodinâmica	23
3.2 - Distribuição de pressão hidrodinâmica e posição de pivotamento	24
4.1 - Desenvolvimento da malha na sapata	49
4.2 - Distribuição de pressão hidrodinâmica	50
4.3 - Perfil de velocidade numa seção do meio fluido	51
5.1 - Capacidade de carga. $B/L = 0.5$ (comparação)	59
5.2 - Capacidade de carga. $B/L = 1.0$ (comparação)	60
5.3 - Capacidade de carga. $B/L = 1.5$ (comparação)	61
5.4 - Perda de potência. $B/L = 0.5$ (comparação)	62
5.5 - Perda de potência. $B/L = 1.0$ (comparação)	63
5.6 - Perda de potência. $B/L = 1.5$ (comparação)	64
5.7 - Elevação de temperatura. $B/L = 0.5$ (comparação) .	65
5.8 - Elevação de temperatura. $B/L = 1.5$ (comparação) .	66
5.9 - Capacidade de carga	67
5.10 - Centro de carga	68
5.11 - Vazão de entrada	69
5.12 - Vazão lateral	70
5.13 - Vazão de saída	71
5.14 - Perda de potência	72
5.15 - Elevação de temperatura	73
5.16 - Perda de potência relativa	74
5.17 - Distribuição de pressão. $B/L = 0.5$	75
5.18 - Distribuição de pressão. $B/L = 1.0$	76
5.19 - Distribuição de pressão. $B/L = 1.5$	77
5.20 - Distribuição de pressão. $B/L = 2.0$	78
A1.1 - Superfícies em movimento relativo	85
A2.1 - Aproximação por diferenças finitas	91
A2.2 - Notação para diferenças finitas	91

Figuras	Página
A3.1 - Notação para regra de Simpson	99
A3.2 - Malha para integração	99
A7.1 - Distribuição de fluxo teórico de óleo	110
A8.1 - Esquema de mancal axial	121
A8.2 - Gráfico da viscosidade x temperatura	122

T A B E L A S

Tabelas	Página
5.1a - Parâmetros resultantes, relação B/L = ∞	56
5.1b - Parâmetros resultantes, relação B/L = 8,0.....	56
5.2 - Parâmetros resultantes, relação B/L = 2.0	56
5.3 - Parâmetros resultantes, relação B/L = 1.5	57
5.4 - Parâmetros resultantes, relação B/L = 1.0	57
5.5 - Parâmetros resultantes, relação B/L = 0.75	58
5.6 - Parâmetros resultantes, relação B/L = 0.5	58

CAPITULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 - GENERALIDADES.

Quando duas superfícies metálicas em contato se deslocam com movimentos relativos, é evidente o aparecimento, praticamente instantâneo, de atritos, elevação de temperatura, desgastes e possível travamento do sistema. Para minimizar esses efeitos, desenvolveu-se a chamada lubrificação e mais comumente a lubrificação hidrodinâmica, que normalmente é feita através de óleo mineral, podendo, em alguns casos e sob condições específicas, serem usados água, ar ou óleo sintético.

A lubrificação hidrodinâmica tem como objetivo fundamental separar as superfícies metálicas em movimento relativo através da interposição de um filme de lubrificante entre as partes em movimento, filme este que deve ter uma espessura mínima tal que impossibilite o contato direto entre as partes móveis.

Sem o contato direto, praticamente os efeitos do atrito metal contra metal é desfeito. Surge, entretanto, o atrito denominado viscoso, originado pelo cisalhamento do filme de óleo lubrificante, que por sua vez também gera calor, causando elevação da temperatura do lubrificante e em consequência, modificando sua viscosidade.

Portanto, num mancal hidrodinâmico, os efeitos térmicos da lubrificação devem ser cuidadosamente avaliados, pois a determinação da temperatura efetiva do filme de lubrificante, durante operação em regime de trabalho, é de fundamental importância no projeto e análise preditiva do comportamento operacional dos mancais, bem como na determinação da capacidade de carga dos mesmos.

1.2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.

Alguns estudos pioneiros de mancais não são

facilmente encontrados nas literaturas de línguas inglesa e francesa. Por isso, êsses estudos, serão comentados a partir de dados relatados por CAMERON [01], sem relacioná-los na lista de referências.

Um dos pesquisadores pioneiros a se preocupar com a elevação de temperatura do filme de óleo foi Hirn ainda em 1854. Em seu trabalho, o torque de atrito e a elevação de temperatura foram medidos para vários lubrificantes tais como óleos vegetais, animais, minerais, água e ar. Hirn descobriu, o que ele chamou de efeito do "amaciamento" sobre o atrito e sugeriu que um mancal devesse girar continuamente durante certo tempo, até que se estabelecesse um torque de atrito constante, menor que o valor inicial. Hirn foi o primeiro a observar que a lubrificação de um mancal era função da viscosidade do lubrificante, da velocidade do eixo ou colar, no caso de mancal axial, assim como da carga aplicada.

Em 1883 Petroff apresentou resultados experimentais sobre a temperatura média do filme de óleo em um mancal radial de deslizamento para diferentes velocidades, surgindo dessa pesquisa, um método gráfico para calcular o atrito e a temperatura média do filme de óleo, para diferentes velocidades, temperaturas ambientes e lubrificantes.

Em 1886, Osborne Reynolds [02], publicou seu trabalho clássico sobre a lubrificação, com mais de 80 páginas, onde ele estabelecia os princípios básicos, físicos e matemáticos da lubrificação hidrodinâmica. Nesse trabalho, observa-se sua preocupação com os efeitos térmicos, tanto que o levou a medir a viscosidade do óleo de oliva para diferentes temperaturas.

Em 1933, Kingsbury [03], apresentava sua pesquisa com conclusões teóricas e experimentais realizadas em um viscosímetro de Couette. Mostrava ele a relação entre a carga que poderia ser suportada por um mancal e a tensão de cisalhamento do fluido, evidenciando que o aquecimento interno do filme de óleo era fator de suma importância na definição da capacidade de carga de um mancal.

Outros pesquisadores como Fillon et alli [04], Pinkus [05] e Khonsari [06], exploraram exaustivamente os efeitos térmicos na lubrificação hidrodinâmica de mancais.

Todos os conceitos desenvolvidos pelos pesquisadores citados deveriam, de alguma forma, serem equacionados matematicamente. Assim, em 1886, Reynolds [02], obteve a equação diferencial para a distribuição de pressão num filme de óleo e dava a solução para um mancal de sapata infinitamente larga.

Em 1905, Michell [07] obteve uma solução para um mancal de sapata finita, fixando a pressão para um ponto pré-determinado do mancal. Para obter a capacidade de carga, ele desenvolveu uma integração numérica. Este método era complicado e não foi muito usado.

Shaw e Macks [08], desenvolveram diagramas para análise de mancais de largura infinita, com curvas obtidas em função da intensidade da carga. Este método exigia um número demasiadamente grande de curvas e tornou-se impraticável.

Wilcock e Booser [09], desenvolveram um diagrama da relação da espessura mínima do filme de óleo, para mancais longos, como função de duas variáveis: valor da carga e relação largura-comprimento. Estas, entretanto não mostravam a influência da relação da espessura do filme.

Em 1956, Pinkus [10], usou pela primeira vez um sistema computacional na solução da equação de Reynolds.

Aplicando a teoria de cálculo numérico, usando o método das diferenças finitas, simulou o comportamento operacional de mancais radiais com relação $L/D=1/4$, $L/D=1/2$ e $L/D=1$.

Em 1958, Jakobsson e Floberg [11], desenvolveram cálculos para diversos valores de dois parâmetros: relação largura-comprimento e relação de espessura do filme de óleo para mancais axiais de sapatas planas. Nesses cálculos foram utilizados métodos numéricos. Foram desenvolvidos gráficos e tabelas para determinação da capacidade de carga, localização do ponto de aplicação de carga ou pivotamento, vazão de óleo, perda de potência, aumento de temperatura e perda de potência relativa.

Já nos anos de 1969/70 numerosos estudos foram desenvolvidos com os chamados mancais de sapatas basculantes ou pivotadas, tais como os de C. Ettles [13] que desenvolveu

estudos sobre o calor retirado pelo óleo das sapatas de um mancal axial e comprovava que a quantidade de calor retirada pelo óleo circulante era aproximadamente de 60 a 80% em todos os mancais com canais transversais de separação das sapatas, inundadas em óleo.

Taylor [14], desenvolveu estudos sobre a teoria da lubrificação com escoamento turbulento, obtendo resultados para várias relações B/L e várias inclinações das sapatas. Apresentou também uma comparação entre os resultados obtidos para uma condição de escoamento laminar e turbulento, para vários números de Reynolds.

Bielec e Leopard [15], estudaram os fatores que afetavam a performance de um mancal axial com lubrificação dirigida, destacando-se o efeito da velocidade de rotação e a carga, o efeito do ajuste ideal no suprimento de óleo, o efeito da pressão de óleo e o efeito do desalinhamento do conjunto.

Martin [16], desenvolveu estudos e os apresentou em forma de gráficos (slide-chart), os quais permitem uma orientação rápida no projeto de um mancal axial, considerando-se a capacidade de carga, os limites mínimos permissíveis da espessura do filme de óleo e a temperatura máxima da sapata. Esses gráficos, permitem que o projetista possa estimar diretamente a perda total de potência num mancal axial duplo.

1.3 - OBJETIVOS DESTE TRABALHO.

a- Estudar analiticamente a equação de Reynolds aplicada à lubrificação hidrodinâmica para um mancal axial de sapatas retangulares.

b- Aplicar o método numérico das diferenças finitas, mostrando a transformação da equação diferencial de Reynolds para lubrificação hidrodinâmica em um sistema de equações algébricas e obter as variáveis resultantes na forma adimensional.

c- Desenvolver um modelo computacional para simular o comportamento operacional de mancais axiais de deslizamento, através do qual seja possível analisar a influência de determinados parâmetros físicos e geométricos.

d- Verificar a validade do modelo apresentado nesse trabalho através de comparações com resultados obtidos por outros pesquisadores e simular condições para várias relações B/L e K , de modo a obter os parâmetros resultantes que possibilitem a análise preditiva do comportamento operacional de mancais axiais de sapatas retangulares ou setoriais.

e- Apresentar um modelo teórico para a determinação da temperatura efetiva do filme de óleo, bem como sua correspondente viscosidade efetiva durante operação em regime.

1.4 - DESENVOLVIMENTO.

Com o propósito de colocar os objetivos citados no item anterior numa forma clara e didática, os capítulos desse trabalho, foram desenvolvidos como segue:

Capítulo 2 - Formulação do Estudo.

Neste capítulo, foi desenvolvido o modelo físico de um mancal axial, genérico, de deslizamento com lubrificação hidrodinâmica, bem como os parâmetros básicos envolvidos na análise preditiva do comportamento operacional desses mancais.

Capítulo 3 - Solução Analítica da Equação de Reynolds Aplicada a Mancal Axial.

Neste capítulo, é apresentado a solução analítica da equação bidimensional de Reynolds, aplicada a um mancal axial de sapata plana, retangular, de largura infinita, tratando-se pois, de um mancal teórico, cujo objetivo maior é a apresentação das variáveis e ou parâmetros dependentes e as equações regentes desses parâmetros.

Capítulo 4 - Soluções Numéricas da Equação de Reynolds Aplicadas a Mancais Axiais.

Apresenta-se nesse capítulo, soluções numéricas da equação de Reynolds, aplicadas a mancais axiais de sapata

plana, retangular de largura finita.

Nessa condição, largura finita, outro parâmetro é destacado: a vazão lateral, que alterará significativamente outros parâmetros aos quais se relacione.

Com objetivo de racionalização, a equação de Reynolds, bem como todos os parâmetros dependentes, são apresentados na forma adimensional.

Ainda nesse capítulo, são estudados os recursos matemáticos para solução numérica da equação de Reynolds pela aplicação de diferenças finitas.

Capítulo 5 - Resultados.

Apresenta-se nesse capítulo, um estudo comparativo entre os resultados obtidos por outros pesquisadores tais como Taylor [14], Jakobsson e Floberg [11] e os obtidos no presente trabalho. É mostrado através de gráficos e tabelas, o comportamento dos parâmetros resultantes, bem como os resultados obtidos pela simulação computacional para diversos valores da relação B/L e diversas inclinações K da sapata.

Capítulo 6 - Conclusões e Sugestões.

Neste capítulo são apresentadas as conclusões mais relevantes do presente trabalho e algumas sugestões para trabalhos futuros.

Apêndice A-1 :- Apresenta a dedução da equação isotérmica de Reynolds da lubrificação hidrodinâmica na sua forma bidimensional, deduzida à partir da equação da continuidade e Navier-Stokes.

Apêndice A-2 :- Apresenta a técnica numérica para solução da equação de Reynolds, onde são estudadas as aproximações de derivadas por diferenças finitas para sua aplicação à equação isotérmica.

Apêndice A-3 :- Apresenta o desenvolvimento matemático com aplicação da regra de Simpson, para integração

numérica, no cálculo dos parâmetros resultantes, tais como capacidade de carga e ponto de aplicação de carga ou de pivotamento.

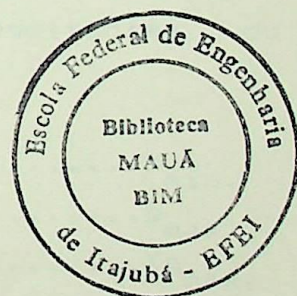
Apêndice A-4 :- Apresenta os fatores adimensionais utilizados no desenvolvimento e cálculo dos parâmetros dependentes e resultantes.

Apêndice A-5 :- Apresenta a dedução dos valores de ξ^* e H^* correspondentes à pressão máxima, para o caso de uma sapata de largura infinita, (teórica).

Apêndice A-6 :- Apresenta a dedução da condição de inclinação K ótima, para capacidade máxima de carga.

Apêndice A-7 :- Apresenta o desenvolvimento matemático para a solução numérica do cálculo das integrais das vazões.

Apêndice A-8 :- Apresenta uma aplicação prática da utilização dos valores apresentados nas tabelas obtidas nesse trabalho. É estudado o comportamento e análise preditiva de um mancal, utilizando-se dados reais de uma turbina da Usina de Paulo Afonso III.



CAPITULO 2

FORMULAÇÃO DO ESTUDO

2.1 - MODELO FÍSICO.

A figura 2.1 apresenta os parâmetros geométricos e físicos de um mancal axial, sapata retangular, de deslizamento com lubrificação hidrodinâmica. No projeto de um mancal com essas características, normalmente, o projetista conhece ou fixa previamente os chamados " parâmetros independentes" relacionados a seguir:

- Comprimento da sapata,L ou l
- Largura da sapata,B ou b
- Capacidade de carga, $F_{tot.}$
- Tipo de óleo lubrificante
- Temperatura do lubrificante na entrada, ... T_e
- Velocidade de deslizamento do colarU
- Rugosidade superficial da sapata e colar .. σ
- Inclinação da sapataK

A análise preditiva do comportamento operacional do mancal é feita com base nos parâmetros resultantes ou dependentes seguintes:

- Espessura mínima do filme de óleo $h_{min.}$
- Pressão hidrodinâmica máxima $P_{max.}$
- Posição da pressão máxima $X_{P_{max.}}$
- Vazão de entrada Q_e
- Vazão lateral Q_l
- Perda de potência $E_{tot.}$
- Coeficiente de atritoCa.
- Elevação de temperatura $\Delta T.$
- Temperatura média ou efetiva de trabalho ... $T_{ef.}$
- Viscosidade efetiva $\eta.$

2.2 - SÍNTESE DO SISTEMA.

Seja uma superfície S (sapata), fixa e inclinada, mostrada na figura 2.2 e uma outra, horizontal C (colar), movendo-se com uma velocidade U. O espaço convergente entre as duas superfícies, sendo preenchido com óleo. A espessura h do filme de óleo, numa seção qualquer desse espaço, decresce de um valor $h_{max.}$, na entrada, para um valor $h_{min.}$, na saída. A camada de óleo em contato com a superfície fixa tem velocidade nula, enquanto que a camada em contato com a superfície móvel terá a mesma velocidade desta. À medida que o fluido é conduzido para o interior da cunha, sendo esse fluido virtualmente incompressível, inicia-se, então, o processo de geração de uma pressão chamada de pressão hidrodinâmica. Observa-se que esta pressão está diretamente associada à convergência da superfície, portanto, é uma função da inclinação da mesma. Está ainda, associada à viscosidade do fluido lubrificante e à velocidade U da superfície móvel. Se esta pressão hidrodinâmica for maior do que a pressão externa aplicada ao mancal, devido à aplicação da carga externa, haverá então a separação das duas superfícies através de um filme de óleo de espessura $h_{min.}$. Logo a lubrificação hidrodinâmica, ou seja, a formação desse filme de óleo, está relacionada às variáveis:

- Espessura da película em qualquer seção h
- Velocidade U da superfície móvel
- Viscosidade do fluido lubrificante
- Variação da pressão hidrodinâmica na direção do movimento.

O aspecto da curva da distribuição de pressão na sapata de um mancal axial, bem como a distribuição de velocidades na direção do movimento é mostrado na figura 2.2.

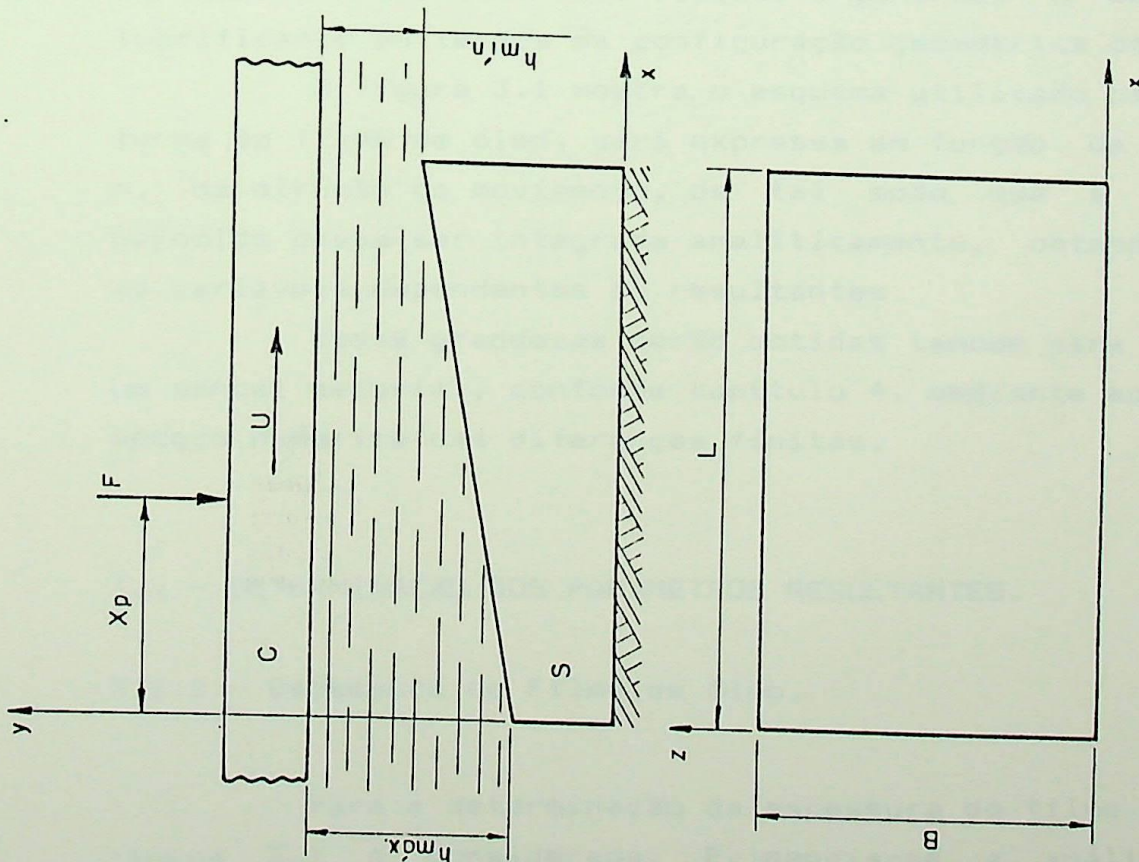


FIGURA 2.1 - Parâmetros geométricos da sapata.

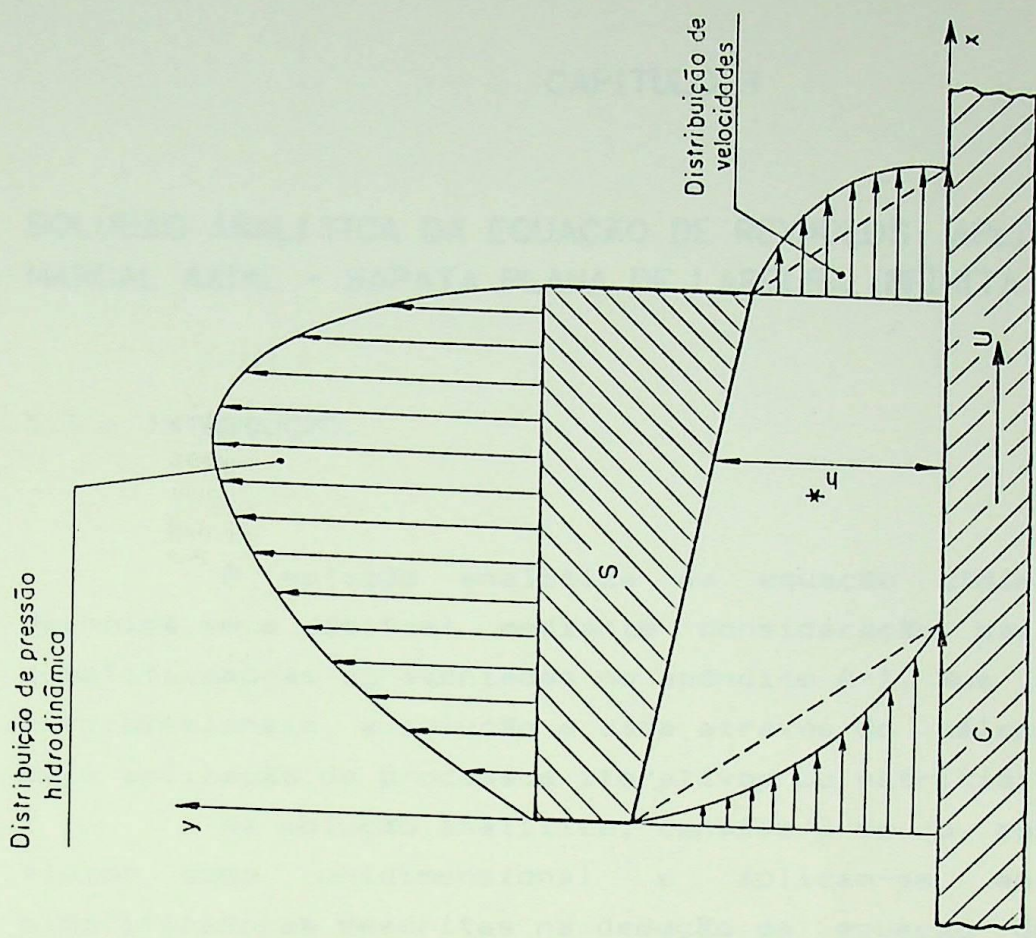


FIGURA 2.2 - Perfil da distribuição de pressão e velocidade.

CAPITULO 3

SOLUÇÃO ANALÍTICA DA EQUAÇÃO DE REYNOLDS APLICADA A UM MANCAL AXIAL - SAPATA PLANA DE LARGURA INFINITA

3.1 - INTRODUÇÃO.

A solução analítica da equação bidimensional de Reynolds só é possível mediante consideração das hipóteses simplificadoras apresentadas no apêndice A-1. Nos casos bi e tridimensionais, a solução é dada através do cálculo numérico pela aplicação de processos iterativos ou matriciais.

Na solução analítica, considera-se o escoamento do fluido como unidimensional e aplicam-se as hipóteses simplificadoras descritas na dedução da equação de Reynolds, mostrada no apêndice A-1. Inicialmente, faz-se necessário equacionar racionalmente a espessura genérica h do filme de lubrificante em termos da configuração geométrica do mancal.

A figura 3.1 mostra o esquema utilizado para tal. A forma do filme de óleo, será expressa em função da coordenada x , na direção do movimento, de tal modo que a equação de Reynolds possa ser integrada analiticamente, obtendo-se então as variáveis dependentes ou resultantes.

Essas grandezas serão obtidas também para o caso de um mancal setorial, conforme capítulo 4, mediante aplicação do método numérico das diferenças finitas.

3.2 - DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS RESULTANTES.

3.2.1 - Espessura do Filme de Óleo.

Para a determinação da espessura do filme de óleo, a figura 3.1 é considerada. Evidencia-se a análise de um

escoamento unidimensional, na direção x , a mesma do sentido de movimento do colar.

A espessura do filme de óleo é calculada aplicando-se semelhança de triângulos à figura 3.1., tem-se:

$$\text{fazendo } h_{\min} = h_o \quad \text{e} \quad h_{\max} = h_1$$

resulta :

$$\frac{h_1 - h_o}{l} = \frac{h - h_o}{l - x} \quad \text{ou} \quad h = h_1 - (h_1 - h_o) \frac{x}{l}$$

Para:

$$K = \frac{h_1 - h_o}{h_o} \quad \text{ou} \quad \frac{h_1}{h_o} = K + 1$$

$$\text{vem: } \frac{h}{h_o} = 1 + K - K \frac{x}{l} \quad \text{ou}$$

$$h = h_{\min.} \left(1 + K - K \frac{x}{l} \right) \quad (3.1)$$

ou, na forma adimensional:

$$H = 1 + K - K \xi \quad (3.2)$$

onde:

l = comprimento do mancal

$h_{\min.}$ = mínima espessura do filme de óleo

K = coeficiente de inclinação

3.2.2 - Distribuição de Pressão.

Na análise da distribuição de pressão é considerada uma sapata plana de largura infinita.

A pressão numa fina camada de óleo é determinada pela equação de Reynolds [02] da lubrificação hidrodinâmica que aqui é repetida.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right] = 6 \eta U \frac{\partial h}{\partial x} \quad (3.3)$$

Para um mancal de sapata infinitamente larga, não há escoamento ou vazão lateral, então o segundo termo da equação de Reynolds desaparece, ficando:

$$\frac{d}{dx} \left[h^3 \frac{dp}{dx} \right] = 6 \eta U \frac{dh}{dx} \quad (3.4)$$

Introduzindo os adimensionais definidos no apêndice A-4 :
isto é:

$$x = \xi \cdot l$$

$$h = H \cdot h_{\min.}$$

a equação (3.4) adquire a forma:

$$\frac{d}{dx} \left[H^3 \frac{dp}{d\xi} \right] = \frac{\eta U l}{h_{\min.}^2} \frac{6dH}{d\xi} \quad (3.5)$$

Introduzindo a pressão adimensional dada por:

$$p_o = \frac{p h_{\min.}^2}{\eta U l} \quad \text{a equação (3.5) fica:}$$

$$\frac{d}{d\xi} \left[H^3 \frac{dp_o}{d\xi} \right] = 6 \frac{dH}{d\xi} \quad (3.6)$$

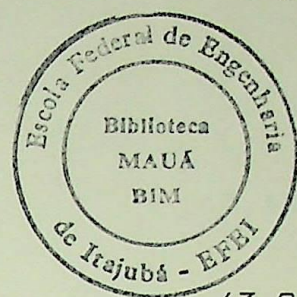
Integrando-se a equação (3.6) :

$$H^3 \frac{dp_o}{d\xi} = 6H + C_1$$

ou

$$\frac{dp_o}{d\xi} = \frac{6H}{H^3} + \frac{C_1}{H^3} \quad (3.7)$$

Tem-se que:



$$H = \frac{h}{h_{\min.}} \quad \text{e} \quad \xi = \frac{x}{l}$$

e ainda,

$$h = h_{\min.} (1 + K - K\xi) \quad (3.8)$$

Levando-se as equações (3.8) em (3.7), vem:

$$\frac{dp_o}{d\xi} = \frac{6}{(1 + K - K\xi)^2} + \frac{C_1}{(1 + K - K\xi)^3} \quad (3.9)$$

Integrando-se a equação (3.9), obtém-se:

$$p_o = \frac{6}{K(1+K-K\xi)} + \frac{C_1}{2K(1+K-K\xi)^2} + C_2 \quad (3.10)$$

Tendo-se em vista os altos valores das pressões hidrodinâmicas no interior da cunha, sendo estas da ordem de MPa., as seguintes condições de contorno podem ser consideradas:

$$p_o = 0 \quad \text{para} \quad \xi = 0 \quad (\text{entrada})$$

$$p_o = 0 \quad \text{para} \quad \xi = 1 \quad (\text{saida})$$

Aplicando-se as condições de contorno acima, resulta:

$$C_1 = \frac{-12(1+K)}{2+K} \quad \text{e} \quad C_2 = \frac{-6}{K(2+K)}$$

Substituindo-se os valores de C_1 e C_2 em (3.10), tem-se:

$$p_o = \frac{6}{K(2+K)} \left[-1 + \frac{2+K}{1+K-K\xi} - \frac{1+K}{(1+K-K\xi)^2} \right] \quad \text{ou}$$

$$p_o = \frac{6K}{K(2+K)} \cdot \frac{\xi(1-\xi)}{(1+K-K\xi)^2} \quad (3.11)$$

A pressão máxima será:

$$P_{o_{max.}} = \frac{3 K}{2 (1 + K) (2 + K)} \quad (3.12)$$

onde:

$$\xi^* = \frac{1 + K}{2 + K} \quad e \quad H^* = \frac{2(1 + K)}{2 + K}$$

A dedução dos valores de ξ^* e H^* é apresentada no apêndice A-5.

3.2.3 - Capacidade de Carga e Ponto de Aplicação (Pivotamento)

Integrando-se a curva de pressão hidrodinâmica sobre a sapata, determina-se a força resultante que é a carga suportada por unidade de largura. Assim, a capacidade de carga por unidade de largura é dada por:

$$F = \int_0^l p \, dx \quad (3.13)$$

Introduzindo-se o fator adimensional de pressão dado por:

$$p = P_o \frac{\eta U l}{h_{min.}^2} \quad (3.14)$$

resulta:

$$F = \frac{\eta U l^2}{h_{min.}^2} \int_0^1 P_o \, d\xi \quad (3.15)$$

A capacidade de carga adimensional por unidade de largura será:

$$F_o = \frac{F h_{min.}^2}{\eta U l^2} = \int_0^1 P_o \, d\xi \quad (3.16)$$

Integrando a equação (3.16), obtem-se:

$$F_o = \frac{6}{K} \left[\frac{\ln(1 + K)}{K} - \frac{2}{2 + K} \right] \quad (3.17)$$

O apêndice A-6 mostra que a capacidade de carga máxima, ocorre para $K \cong 1.2$ ou seja: considerando-se que $h_{\max} = K + 1$ deduzido na equação 3.1, resulta:

$$\frac{h_{\max.}}{h_{\min.}} = 2.2 \quad (3.18)$$

Conclui-se que $K = 1.2$ pode ser considerado como objetivo básico de projeto, ou seja, a obtenção da máxima capacidade hidrodinâmica de carga do mancal.

A distância entre a entrada da sapata e a linha de carga, corresponde a posição do centro de pressão x_p . Essa é também a posição teórica do ponto de pivotamento.

A posição desse ponto é calculada, tomando-se os momentos em torno do ponto $x=0$, conforme mostrado na figura 3.2 e é expressa pela equação:

$$x_p = \frac{\int_0^l p \cdot x \cdot dx}{F} \quad (3.19)$$

onde $p \cdot dx$ define a força por unidade de largura, atuante numa faixa infinitesimal de comprimento dx a uma distância x da origem $x = 0$.

Introduzindo, na equação (3.19), os fatores adimensionais de F , p , e x descritos no apêndice A-4, tem-se:

$$\xi_p = \frac{2(3+K)(1+K)\ln(1+K) - K(6+5K)}{2K \left[(2+K)\ln(1+K) - 2K \right]} \quad (3.20)$$

3.2.4 - Vazão de Lubrificante.

Dentro da hipótese de ser o escoamento unidimensional e ainda a consideração de uma sapata de largura infinita ou seja, a relação largura / comprimento, infinita, não existirá

vazão lateral, sendo então, considerada somente a vazão de entrada que será a mesma vazão de saída.

A equação de equilíbrio de uma partícula fluida elementar no filme de óleo é dada por:

$$\frac{dp}{dx} = \frac{\partial \tau}{\partial y} = \eta \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (3.21)$$

Integrando-se duas vezes a equação (3.21), tem-se:

$$u = \frac{1}{2\eta} \frac{dp}{dx} (y^2 - hy) - \frac{U}{h} y + U \quad (3.22)$$

Denotando-se por q a vazão de fluido na direção x , por unidade de largura, tem-se:

$$q = \int_0^h u \, dy \quad (3.23)$$

substituindo-se a equação (3.22) em (3.23), obtem-se:

$$q = \int_0^h \left(\frac{1}{2\eta} \frac{dp}{dx} (y^2 - hy) - \frac{U}{h} y + U \right) dy \quad (3.24)$$

resolvendo-se a equação (3.24), resulta:

$$q = \frac{U h}{2} - \frac{h^3}{12\eta} \frac{dp}{dx} \quad (3.25)$$

Não havendo escoamento no sentido transversal, este fluxo será constante para todas as seções.

Considerando-se a seção onde se tem a pressão máxima, o gradiente de pressão será nulo, ou seja:

$$\frac{dp}{dx} = 0 \quad (3.26)$$

denotando-se por h^* a espessura do filme de óleo nessa posição e substituindo-se a equação (3.26) em (3.25), resulta:

$$q = \frac{U h^*}{2} \quad (3.27)$$

Da equação (3.7), resulta:

$$\frac{dp_o}{d\xi} = \frac{6}{H^2} + \frac{C_1}{H^3} \quad (3.28)$$

Para a condição de pressão máxima, tem-se:

$$H = H^* = \frac{2(1+K)}{2+K} \quad (3.29)$$

conforme mostrado no apêndice A-5, equação (A5-7).

Pela aplicação das condições de contorno à equação (3.10), obteve-se:

$$C_1 = \frac{-12(1+K)}{2+K} \quad (3.30)$$

Substituindo-se as equações (3.29) e (3.30) em (3.28), resulta:

$$0 = \frac{6}{(H^*)^2} - \frac{12(1+K)}{(2+K)(H^*)^3}$$

ou

$$\frac{2}{H^*} = 1 + \frac{1}{1+K} \quad (3.31)$$

Considerando-se que:

$$H^* = \frac{h^*}{h_{\min}} \quad \text{e} \quad \frac{h_{\max}}{h_{\min}} = 1+K$$

e substituindo-se em (3.31), resulta:

$$\frac{h^*}{2} = h_{\min} \left[\frac{1+K}{2+K} \right] \quad (3.32)$$

O fluxo de óleo por unidade de largura pode, pela

substituição de (3.32) em (3.27), ser escrito como:

$$q = U h_{\min} \left[\frac{1 + K}{2 + K} \right] \quad (3.33)$$

mas $q = q_o U h_{\min}$

logo, a equação (3.33) pode ser escrita, na forma adimensional como:

$$q_o = \frac{1 + K}{2 + K} \quad (3.34)$$

3.2.5 - Cálculo da Perda de Potência.

Na lubrificação hidrodinâmica, mesmo com a separação total entre as superfícies da sapata e do colar, haverá uma resistência ao deslocamento desse colar, devido ao cisalhamento do filme de lubrificante entre as superfícies.

Essa resistência pode ser equacionada, a partir da lei de Newton para um escoamento viscoso, donde se tira a tensão de cisalhamento em um elemento do óleo, a qual é dado por:

$$\tau = \eta \frac{\partial u}{\partial y} \quad (3.35)$$

Derivando a equação (3.22), obtem-se:

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2\eta} \frac{dp}{dx} (2y-h) - \frac{U}{h} \quad (3.36)$$

Substituindo-se (3.36) em (3.35), resulta:

$$\tau = \frac{1}{2} \frac{dp}{dx} (2y-h) - \eta \frac{U}{h} \quad (3.37)$$

A tensão de cisalhamento para $y=0$ será:

$$\tau_{y=0} = - \frac{h}{2} \frac{dp}{dx} - \eta \frac{U}{h} \quad (3.38)$$

mas

$$\tau = \frac{Fa}{A} \quad \text{ou} \quad Fa = \tau A$$

A força de atrito por unidade de largura será:

$$Fa = \int_0^l (\tau_y)_{y=0} dx$$

ou

$$Fa = - \int_0^l \left[\frac{h}{2} \frac{dp}{dx} + \eta \frac{U}{h} \right] dx \quad (3.39)$$

o sinal negativo é apenas indicativo de que o sentido desta força é contrário ao do movimento do fluido.

Colocando-se (3.39) na forma adimensional, obtém-se:

$$Fa_o = \frac{F h_{\min}}{\eta U l} = \int_0^1 \left[\frac{H}{2} \frac{dp_o}{d\xi} + \frac{1}{H} \right] d\xi \quad (3.40)$$

Resolvendo-se a equação (3.40), resulta:

$$Fa_o = \frac{K}{2} F_o + \frac{\ln(1+K)}{K} \quad (3.41)$$

A potência perdida por unidade de largura será:

$$E = Fa U \quad \text{ou} \quad E = Fa_o \frac{\eta U^2 l}{h_{\min}} \quad (3.42)$$

Do apêndice A-4 tem-se que:

$$E = E_o \frac{\eta U^2 l}{h_{\min}} \quad (3.43)$$

Substituindo-se (3.43) em (3.42), resulta:

$$E_o \frac{\eta U^2 l}{h_{\min}} = Fa_o \frac{\eta U^2 l}{h_{\min}}$$

ou

$$E_o = Fa_o \quad (3.44)$$

Logo de (3.41), pode-se escrever:

$$E_o = Fa_o = \frac{K}{2} F_o + \frac{\ln(1+K)}{K} \quad (3.45)$$

Substituindo-se a equação (3.17) em (3.45), e simplificando-se resulta:

$$E_o = \frac{4 \ln(1+K)}{K} - \frac{6}{2+K} \quad (3.46)$$

3.2.6 - Elevação da Temperatura.

Considerada a hipótese de que toda a potência perdida gera calor, e que esse é totalmente transferido para o filme de óleo, a equação da energia resulta:

$$E = c \rho q \Delta t \quad (3.47)$$

onde:

c = calor específico do óleo

ρ = densidade do óleo

Δt = elevação de temperatura desde a entrada até a saída da sapata

q = vazão de óleo

Então, de (3.47) tira-se que:

$$\Delta t = \frac{E}{\rho c q} \quad (3.48)$$

Considerando-se os adimensionais de E , q , e Δt , vistos no apêndice A-4, resulta:

$$\Delta t_o = \left[\frac{4 \ln(1+K)}{K} - \frac{6}{2+K} \right] \frac{2+K}{1+K} \quad (3.49)$$

3.2.7 - Coeficiente de Atrito e Perda de Potência Relativa.

Define-se coeficiente de atrito μ como sendo a força de atrito por unidade de carga e a perda de potência relativa f , como sendo a perda de potência por unidade de carga.

Assim pode-se escrever:

$$\mu = \frac{Fa}{F}$$

Usando os adimensionais de Fa , F , e E resulta:

$$\mu = \frac{Fa_o}{F_o} \frac{h_{\min}}{l} \quad \text{ou} \quad \frac{Fa_o}{F_o} = \frac{\mu l}{h_{\min}} \quad (3.50)$$

$$f = \frac{E}{F}$$

ou na forma adimensional:

$$f = \frac{E_o}{F_o} \frac{U h_{\min}}{l} \quad \text{ou} \quad \frac{E_o}{F_o} = \frac{f l}{U h_{\min}} \quad (3.51)$$

A equação (3.44) permite escrever que:

$$\frac{\mu l}{h_{\min}} = \frac{f l}{U h_{\min}} = \frac{E_o}{F_o} \quad (3.52)$$

Substituindo-se as equações (3.17) e (3.46) em (3.52), resulta:

$$\frac{E_o}{F_o} = \frac{K}{3} \left[\frac{2(2+K) \ln(1+K) - 3K}{(2+K) \ln(1+K) - 2K} \right] \quad (3.53)$$

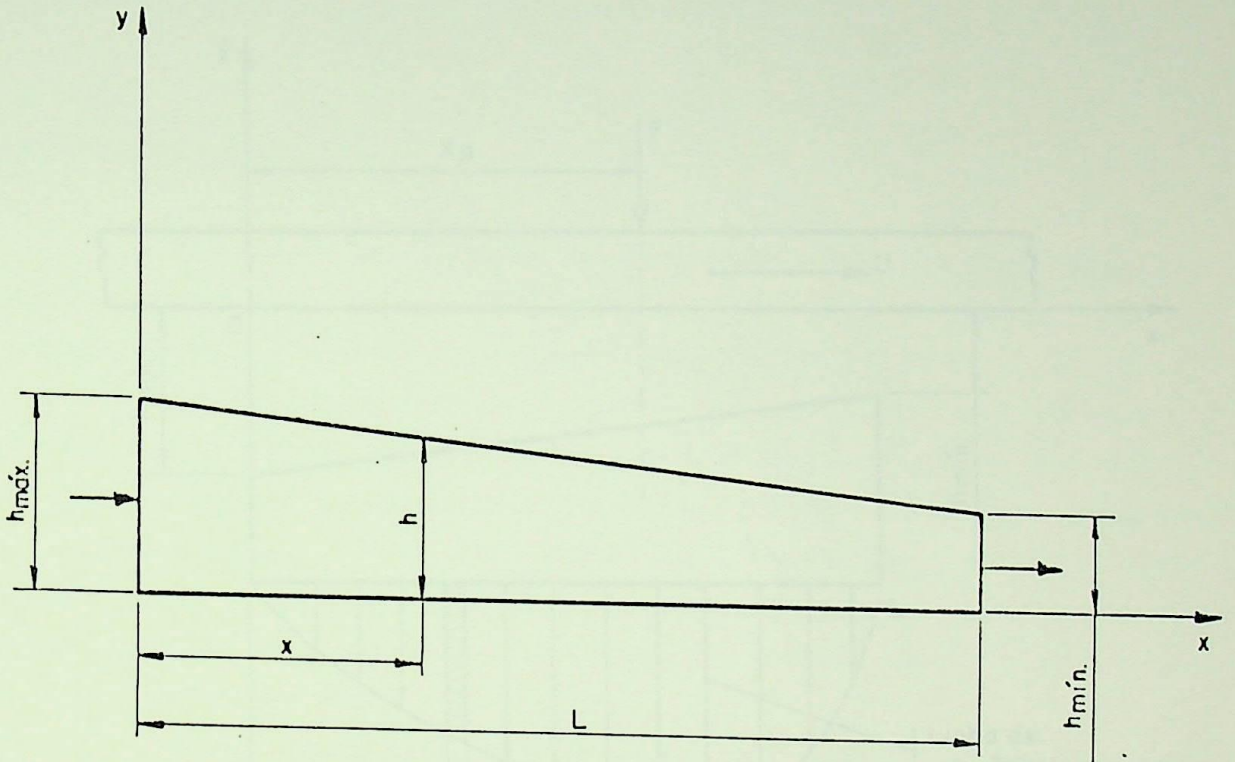


FIGURA 3.1- Geometria da cunha hidrodinâmica.

FIGURA 3.2- Distribuição de pressão hidrodinâmica.
Posição de pivô.

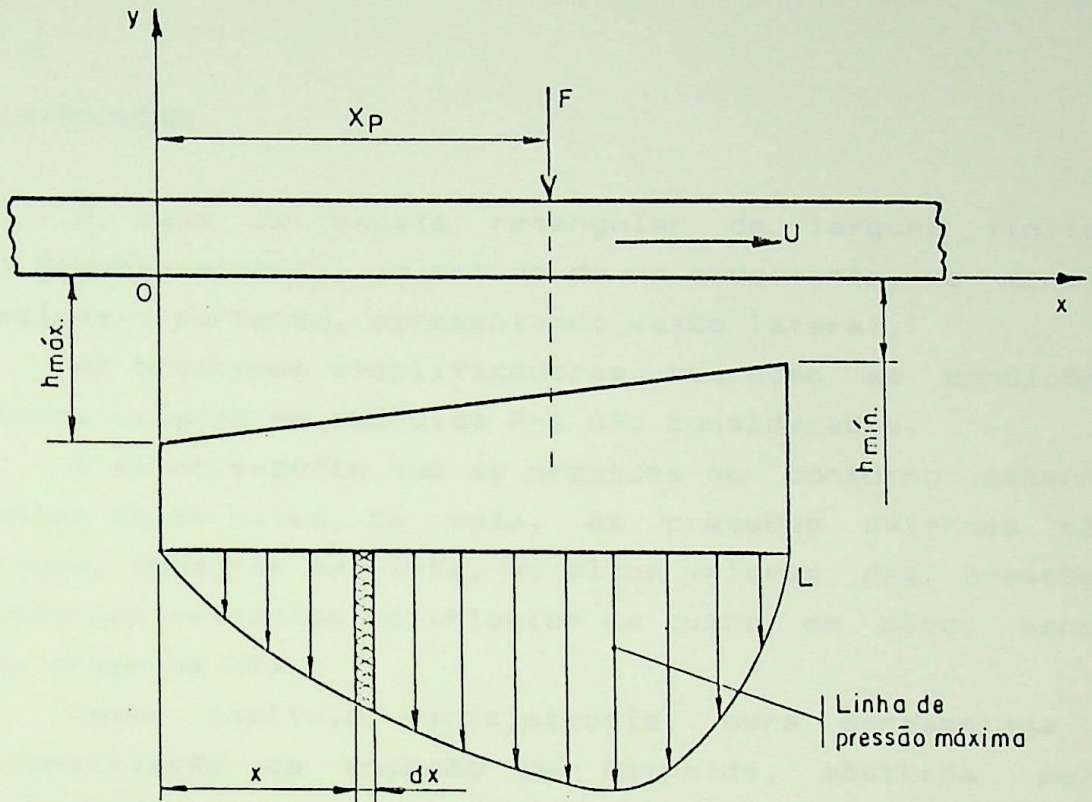


FIGURA 3-2- Distribuição de pressão hidrodinâmica.
Posição de pivotamento.

CAPITULO 4

SOLUÇÃO NUMÉRICA DA EQUAÇÃO DE REYNOLDS APLICADA A UM MANCAL AXIAL - SAPATA PLANA DE LARGURA FINITA

4.1 - INTRODUÇÃO.

O caso de sapata retangular de largura finita, conduz, invariavelmente, ao estudo de um escoamento, no mínimo bidimensional, portanto, apresentando vazão lateral.

As hipóteses simplificadoras, bem como as condições de contorno citadas no apêndice A-1 são consideradas.

É ainda suposto que as pressões no contorno externo das sapatas sejam nulas, ou seja, as pressões externas são desprezadas, tendo-se em vista, os altos valores das pressões hidrodinâmicas reinantes no interior da cunha de óleo, sendo estas da ordem de MPa.

Nesse capítulo, inicialmente, será apresentada a adimensionalização da equação de Reynolds, mostrada pela equação (A1.17).

Para o cálculo da distribuição de pressão, é aplicado o método numérico de diferenças finitas por iterações.

O método de sobre-relaxação sucessiva com critério de parada, é também aplicado.

Para o cálculo dos demais parâmetros resultantes, o método de integração numérica de Simpson foi usado.

Os valores do ponto de pressão máxima foram obtidos diretamente da malha de distribuição de pressão, no plano central, pelo uso de uma interpolação do tipo spline cúbica.

4.2 - ADIMENSIONALIZAÇÃO DA EQUAÇÃO DE REYNOLDS

Tem-se de (A1.17) que:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right] = 6 \eta U \frac{\partial h}{\partial x} \quad (4.1)$$

sujeita às seguintes condições de contorno:

$$\begin{aligned} P_o(o, z) = P_o(x, b) = P_o(l, z) = P_o(x, o) = 0 \\ \text{ou} \\ P_o(o, \zeta) = P_o(\xi, \nu) = P_o(1, \zeta) = P_o(\xi, o) = 0 \end{aligned}$$

Utilizando-se os adimensionais descritos em A-4

$$\xi = x/l \quad \text{ou} \quad x = \xi l \quad (4.2)$$

$$\zeta = z/l \quad \text{ou} \quad z = \zeta l \quad (4.3)$$

$$H = h/h_{\min} \quad \text{ou} \quad h = H h_{\min} \quad (4.4)$$

$$P_o = \frac{p h_{\min}^2}{\eta U l} \quad \text{ou} \quad p = \frac{P_o \eta U l}{h^2} \quad (4.5)$$

Substituindo-se (4.2), (4.3), (4.4) e (4.5) em (4.1) tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial(\xi l)} \left[(H h_{\min})^3 \frac{\partial}{\partial(\xi l)} \left[\frac{P_o \eta U l}{h_{\min}^2} \right] \right] + \\ + \frac{\partial}{\partial(\zeta l)} \left[(H h_{\min})^3 \frac{\partial}{\partial(\zeta l)} \left[\frac{P_o \eta U l}{h^2} \right] \right] = 6 \eta U \frac{\partial}{\partial(\xi l)} (H h_{\min}) \end{aligned}$$

ou

$$\begin{aligned} \left(\frac{\eta U l h_{\min}^3}{h_{\min}^2 l^2} \right) \left[\frac{\partial}{\partial \xi} \left[H^3 \frac{\partial P_o}{\partial \xi} \right] + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left[H^3 \frac{\partial P_o}{\partial \zeta} \right] \right] = \\ = \frac{6 \eta U h_{\min}}{l} \frac{\partial H}{\partial \xi} \quad (4.6) \end{aligned}$$

Considerando-se o sistema em regime, pode-se multiplicar ambos os membros da equação (4.6) pela relação

$$\frac{l}{h_{\min} \eta U}, \quad \text{resultando:}$$

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left[H^3 \frac{\partial P_o}{\partial \xi} \right] + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left[H^3 \frac{\partial P_o}{\partial \zeta} \right] = 6 \frac{\partial H}{\partial \xi} \quad (4.7)$$

4.2.1 - Distribuição de Pressão.

A distribuição de pressão mostrada na figura 4.2, é determinada pela solução da equação (4.7).

Para sua solução numérica, esta será transformada numa equação na forma de diferenças finitas.

Diferenciando-se a equação (4.7), lembrando que H é somente função de ξ , ou seja $H = f(\xi)$, resulta:

$$3H^2 \frac{\partial H}{\partial \xi} \frac{\partial p_o}{\partial \xi} + H^3 \frac{\partial^2 p_o}{\partial \xi^2} + H^3 \frac{\partial^2 p_o}{\partial \zeta^2} = 6 \frac{\partial H}{\partial \xi} \quad (4.8)$$

Para colocar a equação (4.8) na forma de diferenças finitas, considerou-se a figura 4.1 que representa uma sapata, onde se desenvolveu uma malha cujos comprimento l e a largura b são representados por valores que variam no intervalo de 0 a 1 e de 0 a ν , respectivamente.

O comprimento da sapata, na direção de ξ , é dividido em m partes iguais de tal forma que cada malha tenha um comprimento:

$$h = \frac{1}{m} \quad (4.9)$$

Analogamente, a largura, na direção ζ , é dividido em n partes iguais, tal que cada malha tenha largura igual a:

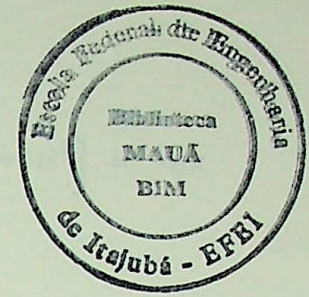
$$k = \frac{\nu}{n} \quad (4.10)$$

Com essas considerações, as derivadas de primeira e segunda ordem de p_o em relação a ξ e de p_o em relação a ζ , serão expressas em forma de diferenças finitas com o uso das equações (4.9), (4.10), (A2-13), (A2-14) e (A2-15), ou seja:

$$\left(\frac{\partial p_o}{\partial \xi} \right)_{i,j} = \frac{p_o \text{ }_{i+1,j} - p_o \text{ }_{i-1,j}}{2h}$$

ou

$$\left(\frac{\partial p_o}{\partial \xi} \right)_{i,j} = \left[p_o \text{ }_{i+1,j} - p_o \text{ }_{i-1,j} \right] \frac{m}{2} \quad (4.11)$$



$$\left(\frac{\partial^2 p_o}{\partial \xi^2} \right)_{i,j} = \frac{p_o_{i+1,j} - 2p_o_{i,j} + p_o_{i-1,j}}{h^2}$$

$$\left(\frac{\partial^2 p_o}{\partial \xi^2} \right)_{i,j} = \left[p_o_{i+1,j} - 2p_o_{i,j} + p_o_{i-1,j} \right] m^2 \quad (4.12)$$

$$\left(\frac{\partial^2 p_o}{\partial \zeta^2} \right)_{i,j} = \frac{p_o_{i,j+1} - 2p_o_{i,j} + p_o_{i,j-1}}{k^2}$$

ou

$$\left(\frac{\partial^2 p_o}{\partial \zeta^2} \right)_{i,j} = \left[p_o_{i,j+1} - 2p_o_{i,j} + p_o_{i,j-1} \right] \frac{n^2}{\nu^2} \quad (4.13)$$

Da equação (3.2) tem-se:

$$H = 1 + K - K\xi \quad (4.14)$$

logo, tem-se:

$$\frac{\partial H}{\partial \xi} = -K \quad (4.15)$$

Substituindo-se as equações (4.11), (4.12), (4.13) e (4.15) em (4.8), resulta:

$$\begin{aligned} & 3H^2(-K) \left[p_{oi+1,j} - p_{oi-1,j} \right] \frac{m}{2} + H^3 \left[p_{oi+1,j} - 2p_{oi,j} + p_{oi-1,j} \right] m^2 \\ & + H^3 \left[p_{oi,j+1} - 2p_{oi,j} + p_{oi,j-1} \right] \frac{n^2}{\nu^2} = -6K \end{aligned}$$

ou

$$p_{oi+1,j} \left[m^2 H^3 - 3H^2 \frac{m}{2} K \right] + p_{oi-1,j} \left[m^2 H^3 + 3H^2 \frac{m}{2} K \right] +$$

$$+\frac{n^2}{\nu^2} H^3 \left(P_{oi,j+1} + P_{oi,j-1} \right) - 2P_{oi,j} \left(m^2 H^3 + \frac{n^2}{\nu^2} + H^3 \right) = -6K$$

ou

$$P_{oi,j} \left[2H^3 \left(m^2 + \frac{n^2}{\nu^2} \right) \right] = P_{oi+1,j} \left[m^2 H^3 - 3H^2 \frac{m}{2} K \right] +$$

$$+ P_{oi-1,j} \left[m^2 H^3 + 3H^2 \frac{m}{2} K \right] + \frac{n^2}{\nu^2} H^3 \left(P_{oi,j+1} + P_{oi,j-1} \right) + 6K$$

ou

$$P_{oi,j} = P_{oi+1,j} \left[\frac{2m^2 H^3 - 3mH^2 K}{4H^3 \left(m^2 + \frac{n^2}{\nu^2} \right)} \right] + P_{oi-1,j} \left[\frac{2m^2 H^3 + 3mH^2 K}{4H^3 \left(m^2 + \frac{n^2}{\nu^2} \right)} \right] +$$

$$+ \left(P_{oi,j+1} + P_{oi,j-1} \right) \left[\frac{\frac{2n^2 H^3}{\nu^2}}{4H^3 \left(m^2 + \frac{n^2}{\nu^2} \right)} \right] + \frac{12 K}{4H^3 \left(m^2 + \frac{n^2}{\nu^2} \right)}$$

ou

$$P_{oi,j} = P_{oi+1,j} \left[\frac{2m^2 - \frac{3m}{H} K}{4 \left(m^2 + \frac{n^2}{\nu^2} \right)} \right] + P_{oi-1,j} \left[\frac{2m^2 + \frac{3m}{H} K}{4 \left(m^2 + \frac{n^2}{\nu^2} \right)} \right] +$$

$$+ \left(P_{oi,j+1} + P_{oi,j-1} \right) \left[\frac{\frac{2n^2}{\nu^2}}{4 \left(m^2 + \frac{n^2}{\nu^2} \right)} \right] + \frac{12 K}{H^3 \left(m^2 + \frac{n^2}{\nu^2} \right)} \quad (4.16)$$

A equação (4.16), pode ser representada como:

$$P_{o(i,j)} = A_1 P_{o(i+1,j)} + A_2 P_{o(i-1,j)} + A_3 \left[P_{o(i,j+1)} + P_{o(i,j-1)} \right] + A_4$$

(4.17)

onde

$$C_o = \frac{1}{4 \left[m^2 + \frac{n^2}{\nu^2} \right]} \quad (4.18)$$

$$A_1 = C_o \left[2m^2 - \frac{3 m K}{H} \right] \quad (4.19)$$

$$A_2 = C_o \left[2m^2 + \frac{3 m K}{H} \right] \quad (4.20)$$

$$A_3 = C_o \left[\frac{2 n^2}{\nu^2} \right] \quad (4.21)$$

$$A_4 = C_o \left[\frac{12 K}{H^3} \right] \quad (4.22)$$

As equações (4.16) e (4.17), mostram a equação de Reynolds na forma de diferenças finitas, cujo método de solução por processo iterativo é mostrado a seguir:

4.2.2 - Solução da Equação Sob Forma de Diferenças Finitas Pelo Método de Sobre Relaxação Sucessiva.

Esse método normalmente resulta em aceleração de convergência. De acordo com o método, a pressão em um nó da malha é calculada como:

$$[P_{oi,j}]^{k+1} = [P_{oi,j}]^k + W_{ot} \left([P_{oi,j}]^{k+1} - [P_{oi,j}]^k \right) \quad (4.23)$$

onde:

$W_{ot.}$ = fator de sobre-relaxação,

$[P_{o(i,j)}]^k$ e $[P_{o(i,j)}]^{k+1}$ são pressões em um nó para duas iterações sucessivas.

A equação (4.17), colocada na forma de sobre-relaxação sucessiva, é dada por:

$$[P_{oi,j}]^{k+1} = [P_{oi,j}]^k + W_{ot.} \left([A_1 P_{oi+1,j} + A_2 P_{oi-1,j} + A_3 (P_{oi,j+1} + P_{oi,j-1}) + A_4]^{k+1} - [P_{oi,j}]^k \right) . \quad (4.24)$$

Esta equação converge quando W_{ot} fica compreendido no intervalo entre 1 e 2. A convergência ocorre mais rapidamente, quando W_{ot} for dado por:

$$W_{ot.} = \frac{8 - \sqrt{4 - \alpha^2}}{\alpha^2} , \quad (4.25)$$

onde:

$$\alpha = \cos \frac{\pi}{m} + \cos \frac{\pi}{n} . \quad (4.26)$$

A equação (4.26) foi obtida por Rooche [19]

4.2.3 - Critério de Convergência.

Em qualquer método numérico, faz-se necessário estabelecer um critério de parada.

Vários critérios podem ser usados. No método de sobre-relaxação sucessivas é usual o critério seguinte:

$$\sum_{i,j} \left| \left(P_{oi,j} \right)^{k+1} - \left(P_{oi,j} \right)^k \right| \leq \psi \sum_{i,j} \left| \left(P_{oi,j} \right)^{k+1} \right|$$

onde ψ é o fator de convergência do processo.

No presente trabalho, usou-se como critério de parada, dois parâmetros pré-fixados, que são:

- número máximo de iterações ITERMAX
- erro máximo entre duas iterações sucessivas ERROMAX

onde se pré-fixou :

$$\text{ITERMAX} = N = 500 \quad e$$

$$\text{ERROMAX} = \psi = 0,001$$

Observou-se, nos cálculos dos diversos parâmetros resultantes, para diversos valores de ν e K e diversas malhas $m \times n$, que o número de iterações ficava em torno de 106 para valores de $m = 50$ e $n = 50$ e o erro em torno de 0,0009 satisfazendo, plenamente, os valores pré-fixados.

4.2.4 - Análise das Malhas Estudadas.

Sabe-se que a precisão dos resultados da distribuição de pressão, praticamente, não é afetada pelo nível de refinamento da malha utilizada, entretanto, tal não acontece nos cálculos da capacidade de carga. Esses, tem a precisão de seus resultados, afetados pelo refinamento das malhas. Assim sendo, tornou-se necessário um estudo das malhas para que se obtivesse uma precisão satisfatória.

Estudou-se as malhas definidas na tabela abaixo:

m	x	n	m	x	n
16		8	12		20
16		12	16		20
12		16	16		16
20		12	20		20

Como resultado da análise das malhas, ficou evidente que:

- Para valores de $\nu > 1$, as malhas com $n > m$ resultavam em valores mais precisos.
- Para valores de $\nu < 1$, as malhas com $m > n$ conduziam a resultados mais satisfatórios.
- Para malhas em que $m = n$, os valores mais altos de m e n conduziam a melhores resultados.

Observou-se que a partir da malha 16×20 , os resultados já não apresentavam variações significativas, nos quais, somente a partir da quarta casa decimal se observavam pequenas variações. Assim sendo, no presente trabalho, os gráficos foram obtidos a partir de valores resultantes dos cálculos onde considerou-se a malha 20×20 .

4.3 - CÁLCULO DOS PARÂMETROS RESULTANTES.

Os parâmetros mais comumente utilizados para a análise de um mancal hidrodinâmico axial, são os seguintes:

- Pressão máxima e sua posição.
- Capacidade de carga.
- Posição do ponto de aplicação de carga ou ponto de pivotamento.
- Vazão de entrada.
- Vazão lateral.
- Vazão de saída.
- Perda de potência
- Elevação de temperatura
- Coeficiente de atrito e perda de potência relativa.

4.3.1 - Pressão Máxima - Posição.

A pressão máxima foi calculada à partir do cálculo da distribuição de pressão, considerando-se a linha de pressões situadas no plano central, perpendicular ao plano da sapata.

Essa linha, delimita uma simetria de pressões em relação ao eixo z, conforme mostrado na figura 4.2.

O valor de $p_{max.}$ e a posição em que ela ocorre, medida no eixo x, foi calculada através do processo de interpolação do tipo spline cúbica, desenvolvida no programa computacional.

4.3.2 - Capacidade de Carga.

A capacidade de carga é obtida pela integração da curva de pressão hidrodinâmica.

Assim, a capacidade de carga por unidade de largura, é dada por:

$$F = \frac{1}{b} \int_0^b \int_0^l p \, dx \, dz \quad (4.27)$$

onde :

b = largura da sapata.

l = comprimento da sapata.

p = pressão

Os seguintes parâmetros adimensionais são considerados:

$$p = p_0 \frac{\eta U l}{h_{min}^2} \quad (4.28)$$

$$F = F_0 \frac{\eta U l^2}{h_{min}^2} \quad (4.29)$$

$$x = \xi l \quad e \quad dx = l \, d\xi \quad (4.30)$$

$$z = \zeta l \quad e \quad dz = l \, d\zeta \quad (4.31)$$

$$\nu = b/l \quad ou \quad b = \nu l \quad (4.32)$$

Substituindo-se as equações (4.28), (4.30), (4.31), e

(4.32) em (4.27), resulta:

$$F = \frac{1}{\nu l} \int_0^{\nu l} \int_0^l p_o \frac{\eta U l}{h_{\min}^2} l d\xi l d\zeta$$

ou

$$F = \frac{1}{\nu l} \frac{\eta U l^3}{h_{\min}^2} \int_0^{\nu l} \int_0^l p_o d\xi d\zeta$$

ou

$$F = \frac{1}{\nu} \frac{\eta U l^2}{h_{\min}^2} \int_0^{\nu} \int_0^1 p_o d\xi d\zeta \quad (4.33)$$

Na forma adimensional, substituindo-se (4.29) em (4.33), resulta:

$$F_o = \frac{1}{\nu} \int_0^{\nu} \int_0^1 p_o d\xi d\zeta \quad (4.34)$$

A solução da equação (4.34) é desenvolvida no apêndice A-3.

4.3.3 - Posição de Aplicação da Carga.

Tal como no caso de sapata com largura infinita, a localização do ponto de aplicação de carga, também denominado ponto de pivotamento, é calculado pela integração da curva de pressões, sendo aqui considerado o plano x-z.

Assim, aplicando-se o momento em relação a $x = 0$, ver figura 3.2, tem-se:

$$F \cdot x_p = \frac{1}{b} \int_0^b \int_0^l x \cdot p dx dz \quad (4.35)$$

Analogamente ao cálculo da capacidade de carga,

aplicando-se os adimensionais (4.28), (4.30), (4.31) e (4.32) em (4.35), resulta:

$$F \cdot \xi_p \cdot l = \frac{1}{\nu l} \left[\int_0^{\nu l} \int_0^l \xi \cdot l \cdot p_o \cdot \frac{\eta U l}{h_{\min}^2} \cdot l \cdot d\xi \cdot l \cdot d\zeta \right]$$

ou

$$F \cdot \xi_p = \frac{1}{\nu} \frac{\eta U l^2}{h_{\min}^2} \left[\int_0^{\nu} \int_0^1 p_o \cdot \xi \cdot d\xi \cdot d\zeta \right] \quad (4.36)$$

Na forma adimensional, substituindo-se (4.29) em (4.36), resulta:

$$\xi_p = \frac{1}{\nu F_o} \int_0^{\nu} \int_0^1 p_o \cdot \xi \cdot d\xi \cdot d\zeta \quad (4.37)$$

A solução da equação (4.37) é desenvolvida e mostrada no apêndice A-3.

4.3.4 - Vazão de Lubrificante.

No estudo de mancal de sapata com largura finita, é evidente a necessidade de se considerar a vazão lateral. Assim o estudo da vazão de lubrificante é feito, considerando-se as vazões de entrada, lateral e de saída, ou seja, as vazões nas direções x e z.

Para se determinar essas vazões, torna-se necessário conhecer as velocidades de escoamento u e w, relativas às direções x e z, respectivamente.

Aplicando-se os conceitos da mecânica dos fluidos, para um fluido newtoniano, em um elemento infinitesimal, analisando-se as forças atuantes sobre esse elemento, chega-se às velocidades u e w dadas como:

$$u = \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} y (y - h) + \frac{(h - y)}{h} U \quad (4.38)$$

$$w = \frac{1}{2} \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial z} y (y - h) \quad (4.39)$$

Sabe-se que as vazões nas direções x e z são dadas por:

$$q_x = \int_0^h u \, dy \quad (4.40)$$

$$q_z = \int_0^h w \, dy \quad (4.41)$$

Assim, substituindo-se as equações (4.38) em (4.40) e (4.39) em (4.41) respectivamente, resulta:

$$q_x = \int_0^h \left[\frac{1}{2} \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} y (y - h) + \frac{(h - y)}{h} U \right] dy \quad (4.42)$$

$$q_z = \int_0^h \frac{1}{2} \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial z} y (y - h) \, dy \quad (4.43)$$

Integrando-se as equações (4.42) e (4.43), resulta:

$$q_x = \frac{U h}{2} - \frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (4.44)$$

$$q_z = - \frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (4.45)$$

Adimensionalizando-se as equações (4.44) e (4.45), usando-se os adimensionais:

$$q_o = \frac{q}{U h_{\min}} \quad \text{ou} \quad q = q_o U h_{\min} \quad (4.46)$$

$$H = \frac{h}{h_{\min}} \quad \text{ou} \quad h = H h_{\min} \quad (4.47)$$

$$P_o = P \frac{h_{\min}^2}{\eta U l} \quad \text{ou} \quad P = P_o \frac{\eta U l}{h_{\min}^2} \quad (4.48)$$

$$\xi = \frac{x}{l} \quad \text{ou} \quad x = \xi l \quad (4.49)$$

$$\zeta = \frac{z}{l} \quad \text{ou} \quad z = \zeta l \quad (4.50)$$

resulta:

$$q_{xo} = \frac{H}{2} - \frac{H^3}{12} \frac{\partial P_o}{\partial \xi} \quad (4.51)$$

$$q_{zo} = - \frac{H^3}{12} \frac{\partial P_o}{\partial \zeta} \quad (4.52)$$

4.3.4.1 - Vazão de Entrada, Q_{oe}

Para melhor identificação, no cálculo das vazões, a figura A7-1, do apêndice A-7, é considerada.

O fluxo total de óleo entrando na sapata, será:

$$Q_e = \int_0^b (q_x)_{x=0} dz \quad (4.53)$$

Para expressar a equação (4.53) em forma

adimensional, os seguintes parâmetros adimensionais serão utilizados:

$$Q = Q_o U h_{\min} l \quad (4.54)$$

$$z = \zeta l \quad dz = l d\zeta \quad \Rightarrow \quad d\zeta = \frac{dz}{l} \quad (4.55)$$

dz variando no intervalo de 0 a $b \Rightarrow$ em

$$d\zeta \text{ variar no intervalo de } 0 \text{ a } \frac{b}{l} = \nu$$

Logo, a equação (4.53) ficará :

$$Q_o U h_{\min} l = \int_0^\nu \left[q_{x0} U h_{\min} \right]_{\zeta=0} l d\zeta \quad (4.56)$$

substituindo-se a equação (4.51) em (4.56), resulta:

$$Q_o U h_{\min} l = \int_0^\nu U h_{\min} \left[\frac{H}{2} - \frac{H^3}{12} \frac{\partial p_o}{\partial \zeta} \right]_{\zeta=0} l d\zeta$$

ou

$$Q_o = \left[\frac{H}{2} \right]_{\zeta=0} \left[\zeta \right]_0^\nu - \left[\frac{H^3}{12} \right]_{\zeta=0} \int_0^\nu \left[\frac{\partial p_o}{\partial \zeta} \right]_{\zeta=0} l d\zeta \quad (4.57)$$

Da equação (3.2), tem-se que:

$$H = 1 + K - K\zeta \quad (4.58)$$

Substituindo-se (4.58) em (4.57), resulta:

$$Q_{oe} = \frac{1 + K}{2} \nu - \frac{(1 + K)^3}{12} \int_0^\nu \left[\frac{\partial p_o}{\partial \zeta} \right]_{\zeta=0} d\zeta \quad (4.59)$$

O problema agora, consiste basicamente, na solução da equação (4.59). O desenvolvimento é dado pela aplicação da equação (A2-11) e a regra de Simpson, conforme mostrado no apêndice A-7.

4.3.4.2 - Vazão Lateral, Q_{ol} .

Analogamente à vazão de entrada, o fluxo de óleo, saindo lateralmente na sapata, é dado por:

$$Q_l = -2 \int_0^l (q_z)_{z=0} dx \quad (4.60)$$

O sinal negativo é apenas indicativo de saída.

Na forma adimensional, utilizando-se os fatores adimensionalizadores dados por:

$$Q = Q_o U h_{\min} l \quad (4.61)$$

$$z = \zeta l \quad (4.62)$$

$$x = \xi l \quad \Rightarrow \quad d\xi = \frac{dx}{l} \quad (4.63)$$

dx variando no intervalo de 0 a $l \Rightarrow$ em

$d\xi$ variar no intervalo de 0 a 1

A equação (4.60) ficará :

$$Q_o U h_{\min} l = 2 \int_0^1 \left[q_{oz} U h_{\min} \right]_{\zeta=0} l d\xi \quad (4.64)$$

Substituindo-se as equações (4.52) em (4.64), resulta:

$$Q_{ol} = \frac{1}{6} \int_0^1 \left[H^3 \frac{\partial p_o}{\partial \zeta} \right]_{\zeta=0} d\xi \quad (4.65)$$

A solução é obtida, resolvendo-se a integral com auxílio da equação (A2.12) e aplicação da regra de Simpson, como mostrado no apêndice A-7.

4.3.4.3 - Vazão de Saída, Q_{os} .

O fluxo de óleo na saída da sapata é dado por:

$$Q_s = \int_0^b (q_x)_{x=l} dz \quad (4.66)$$

Na forma adimensional, utilizando-se os adimensionais dados pelas equações (4.54) e (4.55) e considerando-se que:

se dx varia no intervalo de 0 a b , logo

$d\zeta$ varia no intervalo de 0 a ν

Logo a equação (4.66) toma o aspecto seguinte:

$$Q_o U h_{\min} l = \int_0^\nu \left[q_{ox} U h_{\min} \right]_{\xi=1} l d\zeta \quad (4.67)$$

Substituindo-se a equação (4.51) em (4.67), resulta:

$$Q_o = \left[\frac{H}{2} \right]_{\xi=1} \left[\zeta \right]_0^\nu - \left[\frac{H^3}{12} \right]_{\xi=1} \int_0^\nu \left[\frac{\partial p_o}{\partial \xi} \right]_{\xi=1} d\zeta \quad (4.68)$$

Da equação (3.2), tem-se:

$$H = 1 + K - K\xi \quad (4.69)$$

Substituindo-se (4.69) em (4.68), resulta:

$$Q_{os} = \frac{\nu}{2} - \frac{1}{12} \int_0^\nu \left[\frac{\partial p_o}{\partial \xi} \right]_{\xi=1} d\zeta \quad (4.70)$$

A vazão é calculada resolvendo-se a integral da equação (4.70), pela aplicação da equação (A2.12) e o método de Simpson, como mostrado no apêndice A-7.

Devido a configuração típica das curvas de pressão,

os valores da vazão de saída calculados pela equação (4.70), mostram-se de pouca precisão.

É aconselhável que o cálculo dessa vazão seja feito pela diferença entre a vazão de entrada e a vazão de lateral, ou seja:

$$Q_{os} = Q_{oe} - Q_{ol} \quad (4.71)$$

4.3.5 - Perda de Potência.

A perda de potência, aqui caracterizada, é resultante do efeito das tensões de cisalhamento, geradas no meio fluido.

Considerando-se o sistema mostrado na figura 4.3, sabe-se, da mecânica dos fluidos, que a tensão cisalhante é dada por:

$$\tau = \eta \frac{\partial u}{\partial y} \quad (4.72)$$

e

$$u = \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} (y^2 - hy) + \frac{(h - y)}{h} U \quad (4.73)$$

Derivando-se a equação (4.73), em relação a x , por exemplo e substituindo-se em (4.72), resulta:

$$\tau_x = \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} (2y - h) - \eta \frac{U}{h} \quad (4.74)$$

A tensão cisalhante junto à superfície móvel, ou seja para $y = 0$, será:

$$(\tau_x)_{y=0} = - \frac{h}{2} \frac{\partial p}{\partial x} - \eta \frac{U}{h} \quad (4.75)$$

A força de atrito, por unidade de largura é obtida pelo produto da tensão de cisalhamento pela área de apoio da sapata, isto é:

$$F_a = \frac{1}{b} \int_0^b \int_0^l (\tau_x)_{y=0} dx dz \quad (4.76)$$

Na forma adimensional, usando-se os fatores

adimensionalizadores definidos no apêndice A-4. resulta:

$$Fa_o = \frac{1}{\nu} \int_0^{\nu} \int_0^1 \left[\frac{H}{2} \frac{\partial p_o}{\partial \xi} + \frac{1}{H} \right] d\xi d\zeta \quad (4.77)$$

ou

$$Fa_o = \frac{1}{\nu} \int_0^{\nu} \int_0^1 \frac{H}{2} \frac{\partial p_o}{\partial \xi} d\xi d\zeta + \frac{1}{\nu} \int_0^{\nu} \int_0^1 \frac{1}{H} d\xi d\zeta$$

Resolvendo-se as integrais, resulta:

$$Fa_o = \frac{K}{2} \frac{1}{\nu} \int_0^{\nu} \int_0^1 p_o d\xi d\zeta + \frac{1}{\nu} \int_0^{\nu} \frac{1}{K} \ln(1+K) d\zeta \quad (4.78)$$

Mas, da equação (4.34), tem-se:

$$\frac{1}{\nu} \int_0^{\nu} \int_0^1 p_o d\xi d\zeta = F_o \quad (4.79)$$

Substituindo-se (4.79) em (4.78), resulta:

$$Fa_o = \frac{K}{2} F_o + \frac{\ln(1+K)}{K} \quad (4.80)$$

A equação (4.80) define a força de atrito por unidade de largura.

Tem-se ainda que:

$$E = Fa \cdot U \quad (4.81)$$

Utilizando-se os adimensionais:

$$Fa = \frac{Fa_o \eta U l}{h_{min}} \quad e \quad E = \frac{E_o \eta U^2 l}{h_{min}} \quad (4.82)$$

Levando-se (4.82) em (4.81), resulta:

$$E_o \left(\frac{\eta U^2 l}{h_{min}} \right) = Fa_o \left(\frac{\eta U l}{h_{min}} \right) U$$

ou

$$E_o = Fa_o = \frac{K}{2} F_o + \frac{\ln(1 + K)}{K} \quad (4.83)$$

4.3.6 - Elevação da Temperatura.

A determinação da elevação da temperatura do fluido lubrificante é feita, supondo-se que todo o calor gerado pelo atrito interno, responsável pela perda de potência, seja transferido para o lubrificante. Essa hipótese será tanto mais correta, quanto maior for a velocidade de rotação do colar.

Um método muito usado para o cálculo da temperatura média de trabalho do filme lubrificante, é a consideração de que :

$$t_m = t_e + \lambda (t_s - t_e) \quad (4.84)$$

onde:

t_m = temperatura média do filme lubrificante.

t_e = temperatura do lubrificante na entrada.

t_s = temperatura do lubrificante na saída.

λ = constante empírica.

Segundo Raimondi e Boyd [12], $\lambda = 0.5$

e conforme Cameron [01], $\lambda = 0.8$

Resultados experimentais, evidenciam que λ varia para cada mancal específico.

No presente trabalho, considerou-se $\lambda = 0.5$

Assim, a equação (4.84), dará a temperatura média t_m , como:

$$t_m = t_e + \frac{t_s - t_e}{2}$$

ou

$$t_m = \frac{t_e + t_s}{2} \quad (4.85)$$

Será admitido também que a parcela de lubrificante que sai pelas extremidades laterais da sapata, apresenta uma temperatura $t_l = t_m$.

Assim, para o cálculo da elevação da temperatura, aplicou-se um balanço de energia à cada sapata do mancal, resultando:

$$E b + Q_e \rho c_p t_e = Q_s \rho c_p t_s + Q_l \rho c_p \frac{(t_e + t_s)}{2} \quad (4.86)$$

onde:

$E b$ = quantidade de calor devido a perda de potência

$Q_e \rho c_p t_e$ = quantidade de calor no óleo na entrada

$Q_s \rho c_p t_s$ = quantidade de calor no óleo na saída

$Q_l \rho c_p \frac{t_e + t_s}{2}$ = quantidade de calor no óleo nas saídas laterais

Tem-se ainda de (4.71) que:

$$Q_s = Q_e - Q_l \quad (4.87)$$

logo, em (4.86), tem-se:

$$E b + Q_e \rho c_p t_e = (Q_e - Q_l) \rho c_p t_s + Q_l \rho c_p \frac{(t_e + t_s)}{2}$$

$$E b + Q_e \rho c_p t_e = Q_e \rho c_p t_s - Q_l \rho c_p t_s + Q_l \rho c_p \frac{(t_e + t_s)}{2}$$

$$E b = \rho c_p Q_e (t_s - t_e) - \rho c_p Q_l \left(t_s - \frac{(t_e - t_s)}{2} \right)$$

$$E b = \rho c_p Q_e (t_s - t_e) - \rho c_p Q_l \frac{(t_s - t_e)}{2}$$

$$E b = \rho c_p Q_e \Delta t - \rho c_p Q_l \frac{\Delta t}{2}$$

$$2 E b = 2 \rho c_p Q_e \Delta t - \rho c_p Q_l \Delta t$$

Assim, tem-se:

$$\Delta t = \frac{2 E b}{\rho c_p (2 Q_e - Q_l)} \quad (4.88)$$

Introduzindo os adimensionais abaixo:

$$E = E_o \frac{\eta U^2 l}{h_{\min}} \quad (4.89)$$

$$Q = Q_o U h_{\min} l \quad (4.90)$$

$$\Delta t = \Delta t_o \left(\frac{\eta U l}{c \rho h_{\min}^2} \right) \quad (4.91)$$

Resulta:

$$\Delta t_o \left(\frac{\eta U l}{c \rho h_{\min}^2} \right) = \frac{2 b E_o \eta U^2 l}{c \rho h_{\min} (2 Q_e - Q_l)}$$

ou

$$\Delta t_o = U h_{\min} \left(\frac{2 b E_o}{2 Q_e - Q_l} \right)$$

ou

$$\Delta t_o = U h_{\min} \left(\frac{2 b E_o}{l U h_{\min} (2 Q_{oe} - Q_{ol})} \right)$$

ou

$$\Delta t_o = 2 \nu \left(\frac{E_o}{2 Q_{oe} - Q_{ol}} \right) \quad (4.92)$$

4.3.7 - Coeficiente de Atrito e Perda de Potência Relativa.

Define-se coeficiente de atrito μ , como sendo a relação entre a força de atrito e a unidade de carga; e perda de potência relativa f , como a relação entre a potência perdida e a unidade de carga.

Assim, tem-se:

$$\mu = \frac{Fa}{F} \quad (4.93)$$

$$f = \frac{E}{F} \quad (4.94)$$

Considerando-se os adimensionais abaixo:

$$Fa = Fa_o \left(\frac{\eta U l}{h_{min}} \right) \quad (4.95)$$

$$F = F_o \left(\frac{\eta U l^2}{h_{min}^2} \right) \quad (4.96)$$

$$E = E_o \left(\frac{\eta U^2 l}{h_{min}} \right) \quad (4.97)$$

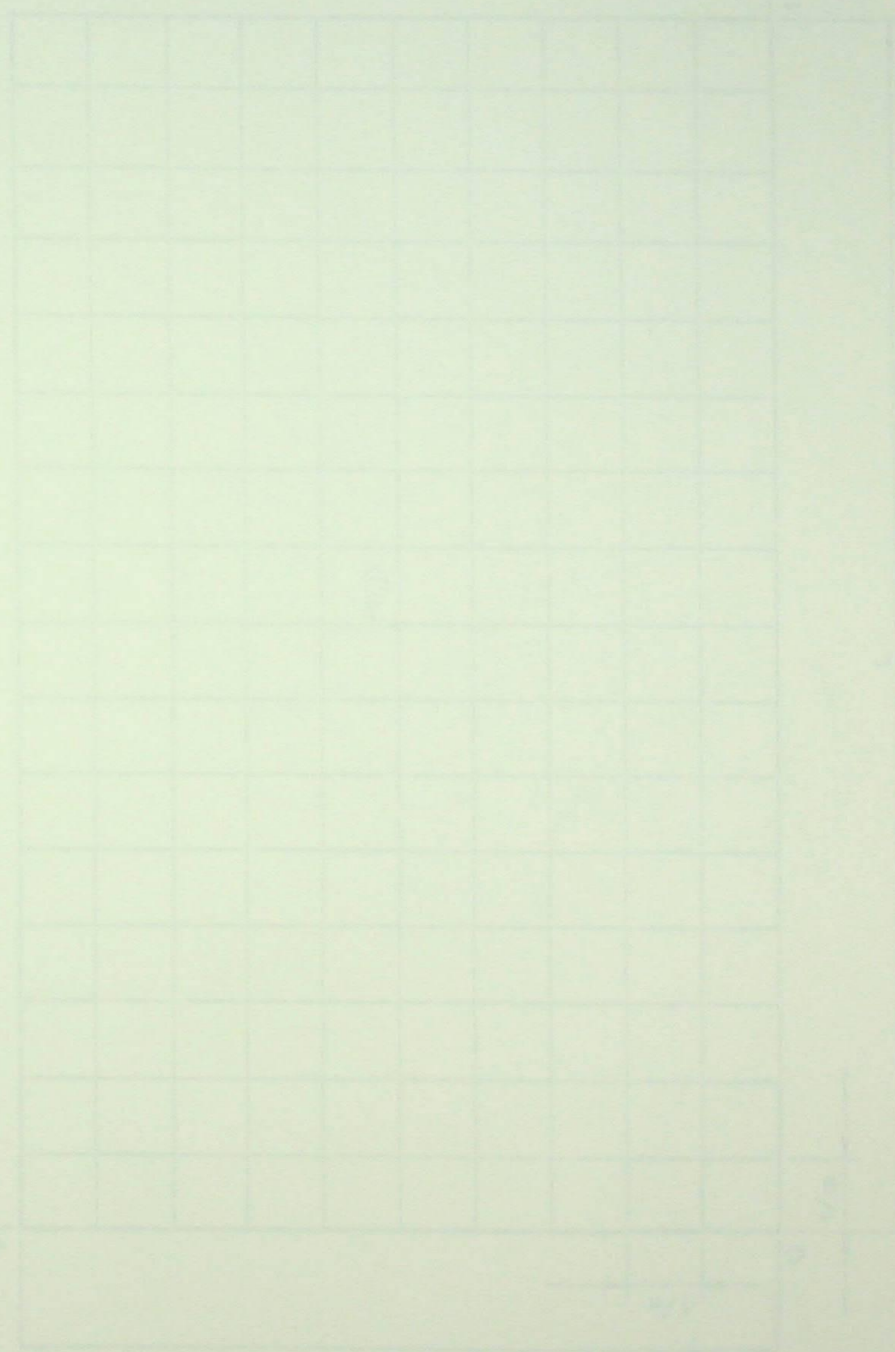
Pode-se escrever:

$$\mu = \frac{Fa_o}{F_o} \cdot \frac{h_{min}}{l} \quad (4.98)$$

$$f = \frac{E_o}{F_o} \frac{U h_{min}}{l} \quad (4.99)$$

Da equação (4.83) tem-se que $E_o = Fa_o$ o que conduz a seguinte igualdade:

$$\frac{\mu l}{h_{\min}} = \frac{f l}{U h_{\min}} = \frac{E_o}{F_o} = \frac{Fa_o}{F_o} \quad (4.100)$$



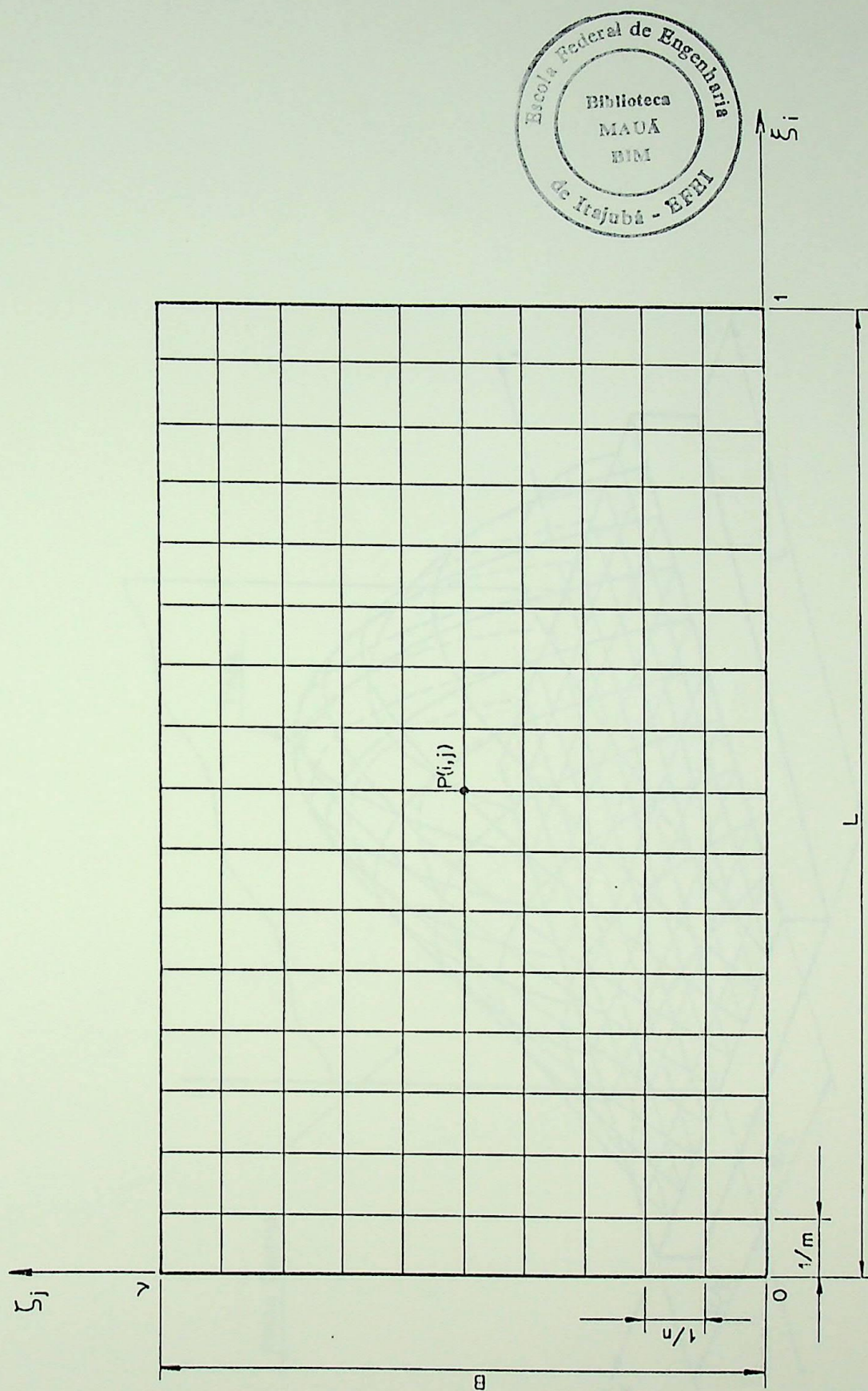


FIGURA 4.1 - Desenvolvimento da malha na sapata.

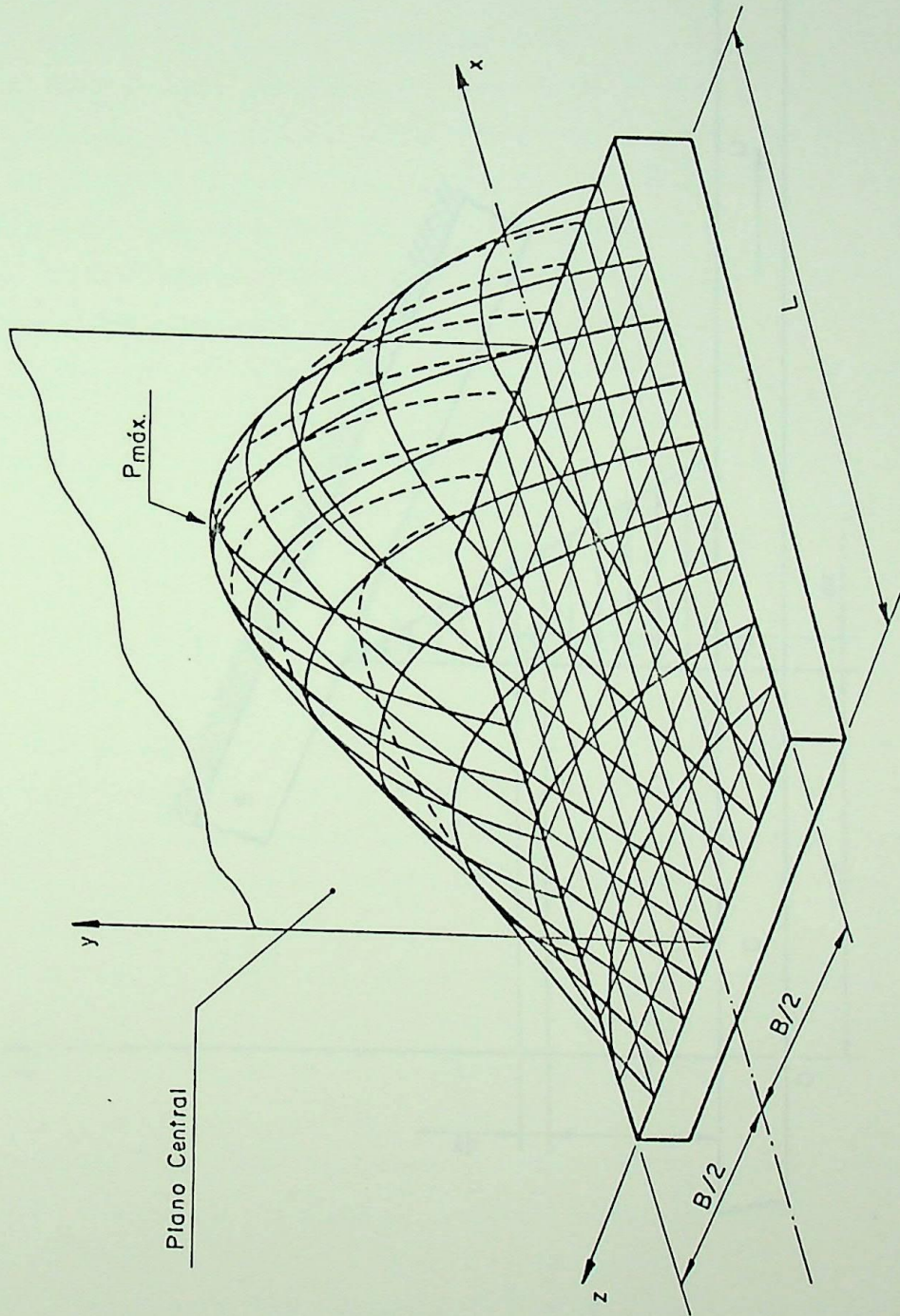


FIGURA 4.2 – Distribuição de pressão hidrodinâmica.

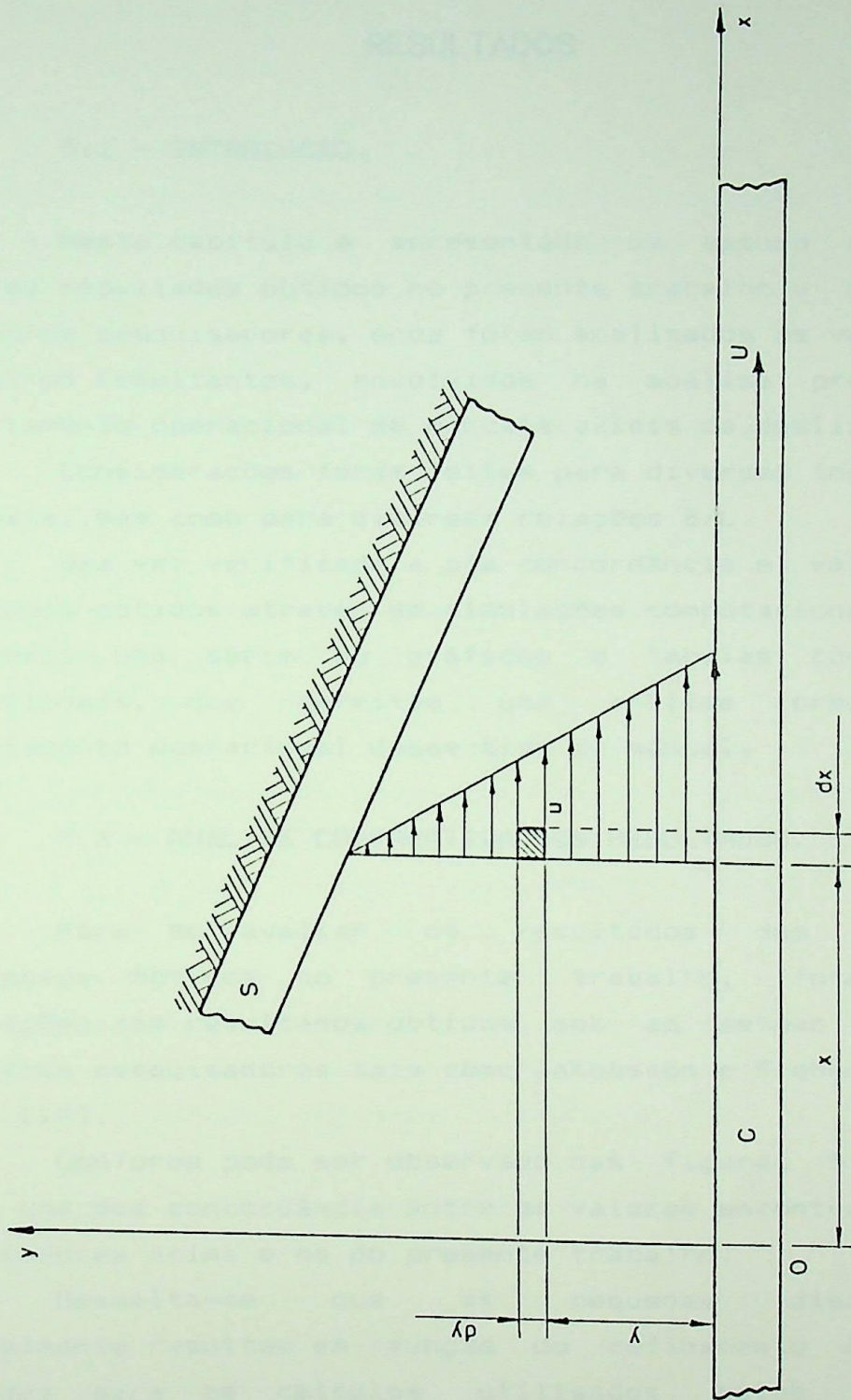


FIGURA 4.3 - Perfil de velocidade numa seção do meio fluido.

CAPITULO 5

RESULTADOS

5.1 - INTRODUÇÃO.

Neste capítulo é apresentado um estudo comparativo entre os resultados obtidos no presente trabalho e os obtidos por outros pesquisadores, onde foram analisados os valores dos parâmetros resultantes, envolvidos na análise preditiva do comportamento operacional de mancais axiais de deslizamento.

Considerações foram feitas para diversas inclinações K da sapata, bem como para diversas relações B/L .

Uma vez verificada a boa concordância e validade dos resultados obtidos através de simulações computacionais, foram elaborados uma série de gráficos e tabelas com valores adimensionais, que permitem uma análise preditiva do comportamento operacional desse tipo de mancal.

5.2 - ANÁLISE COMPARATIVA DOS RESULTADOS.

Para se avaliar os resultados dos parâmetros resultantes obtidos no presente trabalho, foram feitas comparações com resultados obtidos, sob as mesmas condições, por outros pesquisadores tais como Jakobsson e Floberg [11] e Taylor [14].

Conforme pode ser observado nas figuras 5.1 a 5.8, existe uma boa concordância entre os valores encontrados pelos pesquisadores acima e os do presente trabalho.

Ressalta-se que as pequenas discordâncias, provavelmente resultem em função do refinamento das malhas definidas para os cálculos utilizados pelos diferentes pesquisadores.

Observa-se nas figuras 5.7 e 5.8 uma discordância mais acentuada nos resultados da elevação de temperatura obtidas por Jakobsson e Floberg [11], em relação aos obtidos no presente trabalho. Tal se deve ao fato de que esses pesquisadores não

levaram em consideração os efeitos das vazões laterais.

Segundo Jakobsson e Floberg [11], a elevação de temperatura é dada por:

$$\Delta t_o = v \frac{E_o}{Q_o}$$

No presente trabalho, a elevação da temperatura é obtida efetuando-se um balanço de energia, equação (4.86), onde é considerado o efeito das vazões laterais.

5.3 - RESULTADOS DO PRESENTE TRABALHO.

5.3.1 - Considerações.

Os resultados do presente trabalho foram colocados sob forma de tabelas e alguns gráficos.

As tabelas 5.1 a 5.6, apresentam os valores dos parâmetros resultantes para várias relações B/L e várias inclinações K, simuladas pelo programa computacional.

Esses parâmetros são apresentados na forma adimensional, o que permite uma generalização de soluções, fazendo-se com que esses dependam exclusivamente da relação B/L e da inclinação K.

Tais parâmetros, na forma dimensional, dão um caráter particular de solução e são obtidos pela aplicação dos fatores adimensionalizadores mostrados no apêndice A-4.

5.3.2 - Análise do Comportamento.

A capacidade de carga, a perda de potência, o aumento de temperatura e o coeficiente de atrito são funções do comprimento L e da viscosidade η .

É considerado que a capacidade de carga, a velocidade do colar e a espessura mínima admissível sejam conhecidas.

O objetivo é projetar um mancal com a mínima perda de potência.

Essa perda mínima está caracterizada na equação (5.1),

$$f = \frac{E}{F} = \left(\frac{U h_{\min.}}{L} \right) \frac{E_o}{F_o} \quad (5.1)$$

O alcance do objetivo, conduz às seguintes conclusões:

1 - Pela análise da equação (5.1), observa-se ser vantajoso se ter U e h_{\min} as menores possíveis e L o maior tanto quanto permitido.

2 - A perda de potência E_o e a capacidade de carga F_o , são independentes das variáveis U, L e h_{\min} . e o mínimo da relação E_o / F_o , pode ser determinado separadamente.

3 - Os valores mínimos citados no item 2, acima resultam nos valores ótimos para ν e K.

Assim, as curvas da figura 5.16, mostram que $\nu = B/L$ deveria ser escolhido o maior possível, resultando numa inclinação K tal que a perda de potência relativa seja mínima.

Algumas vezes, L e ν são fixados pelo projeto, em função de imposições geométricas dimensionais ou outras razões que assim o determinem.

Nesse caso, uma análise em outros parâmetros deverá ser feita, para minimizar a perda de potência.

4 - A figura 5.9, apresenta as curvas do comportamento da capacidade de carga e mostram que a capacidade máxima é atingida para valores de inclinação próximos de 1.2, para qualquer que seja o valor da relação B/L.

Esse fato, já fora previsto e mostrado no apêndice A-6 para sapatas de largura infinita.

Ainda na figura 5.9, observa-se que para uma mesma inclinação, a capacidade de carga diminui à medida que se diminui a relação B/L, fato que confirma a conclusão do item 3.

5 - As figuras de 5.11 a 5.13, mostram o comportamento das vazões.

Observa-se que a vazão de entrada aumenta com o aumento da inclinação K e com o aumento da relação B/L.

O mesmo ocorre com a vazão lateral.

Já na figura 5.13, que mostra o comportamento da vazão de saída, observa-se que o comportamento é muito mais afetado pelo aumento da relação B/L do que pelo aumento da inclinação.

Observa-se que o aumento de K influe muito pouco, sendo mais sensível para valores mais altos da relação B/L .

6 - A figura 5.14 mostra o comportamento da perda de potência E_o , muito importante na determinação da elevação de temperatura e rendimento do conjunto.

Observa-se que a perda de potência aumenta com o aumento da relação B/L e diminui com o aumento da inclinação K .

Torna-se, então, necessário uma análise mais criteriosa na escolha da relação B/L e K , como evidenciados no item 3.

7 - A figura 5.15 mostra o comportamento da elevação de temperatura Δt_o , que evidentemente determinará a temperatura efetiva do filme de óleo.

Observa-se que a elevação de temperatura diminui com o aumento da inclinação K e com a diminuição da relação B/L .

A temperatura efetiva do óleo, geralmente, é limitada pelo tipo de óleo lubrificante e pelo material de revestimento da sapata. Geralmente, os óleos minerais e as sapatas com revestimento de babbitt podem admitir temperaturas de até 120°C . Valores acima comprometem a eficiência do sistema, ficando o óleo sujeito a oxidação e com isso ocorrendo a formação de ácidos que atacam as partes metálicas do mancal.

As figuras 5.17 a 5.20 mostram a distribuição de pressão adimensional no plano central da sapata (ver também a figura 4.2), ao longo do comprimento L adimensional da mesma, para quatro valores da relação B/L . Pode-se observar que a posição da pressão máxima se aproxima da extremidade de saída da sapata à medida que a inclinação adimensional K aumenta.

TABELAS DE PARAMETROS RESULTANTES

Tabela 5.1a - Relação B/L = ∞

K	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0
Fo	0,00000	0,13116	0,15888	0,15773	0,14792	0,12419	0,10354	0,08716
ξ_p	0,50000	0,54042	0,56868	0,59019	0,60741	0,63378	0,65438	0,66903
Qoe	0,50000	0,60000	0,66666	0,71428	0,75000	0,80000	0,83333	0,85714
Eo	1,00000	0,84372	0,77258	0,72915	0,69722	0,64839	0,60943	0,57626
Δto	2,00000	1,40620	1,15880	1,02080	0,92960	0,81049	0,73130	0,67230
CA	∞	6.43260	4,86260	4,62280	4,71350	5,22070	5.88600	6,61120

Tabela 5.1b - Relação B/L = 8.0

K	0.5	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0
Fo	0,12016	0,14577	0,14494	0,13613	0,11461	0,09575	0,08074
ξ_p	0,54090	0,56950	0,59120	0,60860	0,63520	0,65510	0,67080
Qoe	4,89330	5,54460	6,06000	6,48970	7,19550	7,78130	8,30130
Qol	0,09830	0,19720	0,29690	0,39720	0,59930	0,80280	1,00720
Qos	4,79500	5,34740	5,76310	6,09240	6,59610	6,97850	7,29410
Eo	0,84100	0,76600	0,71960	0,68540	0,63400	0,59390	0,56020
Δto	1,38880	1,12530	0,97380	0,87160	0,73550	0,64380	0,57470
CA.	6,99900	5,25500	4,96500	5,03500	5,53200	6,20200	6,93800

Tabela 5.2 - Relação B/L = 2.0

K	0.5	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0
Fo	0,09018	0,11019	0,11040	0,10447	0,08913	0,07531	0,06411
ξ_p	0,54330	0,57350	0,59640	0,61470	0,64270	0,66350	0,67980
Qoe	1,28620	1,52880	1,74660	1,94880	2,32380	2,67570	3,01440
Qol	0,12970	0,26040	0,39210	0,52470	0,79200	1,06140	1,33200
Qos	1,15640	1,26840	1,35450	1,42410	1,53170	1,61440	1,68240
Eo	0,83350	0,74820	0,69370	0,65380	0,59580	0,55300	0,51860
Δto	1,36490	1,07000	0,89470	0,77530	0,61810	0,51560	0,44170
CA.	9,24200	6,79100	6,28300	6,25800	6,68500	7,34300	8,08900

TABELAS DE PARAMETROS RESULTANTES

Tabela 5.3 - Relação B/L = 1.5

K	0.5	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0
Fo	0,07738	0,09494	0,09554	0,09079	0,07805	0,06637	0,05681
ξ_p	0,54470	0,57590	0,59960	0,61840	0,64710	0,66840	0,68500
Qoe	0,98480	1,19250	1,38450	1,56670	1,91230	2,24300	2,56440
Qol	0,13000	0,26100	0,39300	0,52610	0,79470	1,06550	1,33810
Qos	0,85490	0,93150	0,99160	1,04060	1,11770	1,17760	1,22630
Eo	0,83030	0,74060	0,68250	0,64010	0,57920	0,53510	0,50040
Δto	1,35390	1,04610	0,86170	0,73650	0,57340	0,46930	0,39600
CA.	10,7300	7,80100	7,14300	7,05000	7,42100	8,06200	8,80800

Tabela 5.4 - Relação B/L = 1.0

K	0.5	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0
Fo	0,05583	0,06910	0,07020	0,06732	0,05882	0,05071	0,04392
ξ_p	0,54830	0,58190	0,60720	0,62730	0,65770	0,68000	0,69740
Qoe	0,67930	0,84660	1,00690	1,16310	1,46680	1,76350	2,05640
Qol	0,12330	0,24780	0,37360	0,50010	0,75650	1,01580	1,27680
Qos	0,55590	0,59880	0,63330	0,66300	0,71030	0,74770	0,77960
Eo	0,82490	0,72770	0,66350	0,61660	0,55030	0,50380	0,46820
Δto	1,33560	1,00700	0,80910	0,67540	0,50560	0,40120	0,33020
CA.	14,7750	10,5310	9,45200	9,15900	9,35600	9,93400	10,6590

TABELAS DE PARAMETROS RESULTANTES

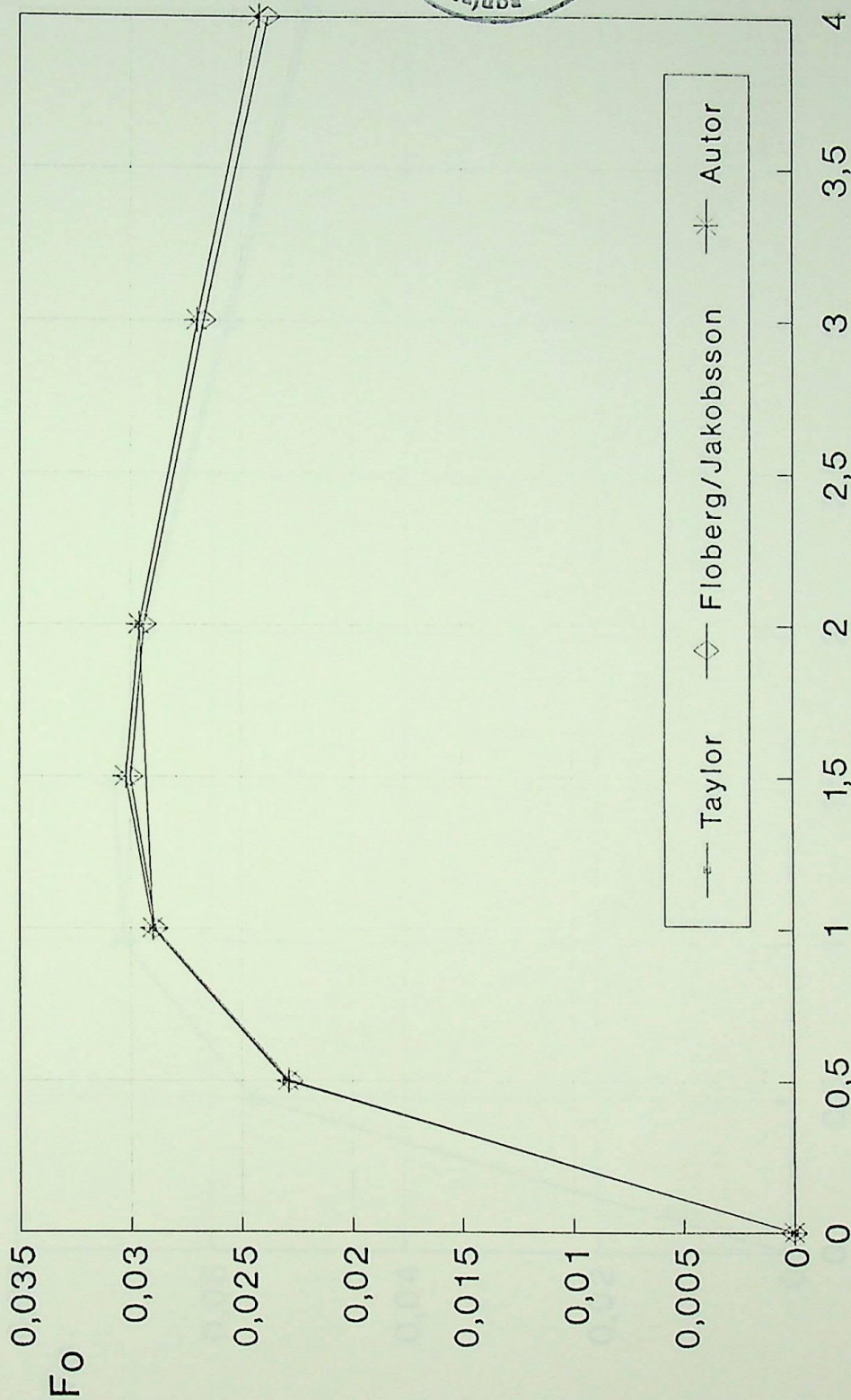
Tabela 5.5 - Relação B/L = 0.75

K	0.5	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0
Fo	0,04049	0,05053	0,05179	0,05010	0,04448	0,03887	0,03405
ξ_p	0,55240	0,58850	0,61570	0,63710	0,66910	0,69250	0,71040
Qoe	0,52170	0,66250	0,80000	0,93550	1,20250	1,46610	1,72780
Qol	0,11230	0,22570	0,34030	0,45600	0,69020	0,92680	1,16570
Qos	0,40940	0,43680	0,45970	0,47950	0,51230	0,53930	0,56210
Eo	0,82110	0,71840	0,64970	0,59940	0,52880	0,48010	0,44350
Δ_{to}	1,32280	0,98030	0,77360	0,63540	0,46260	0,35910	0,29050
CA.	20,2780	14,2190	12,5450	11,9640	11,8900	12,3520	13,0240

Tabela 5.6 - Relação B/L = 0.5

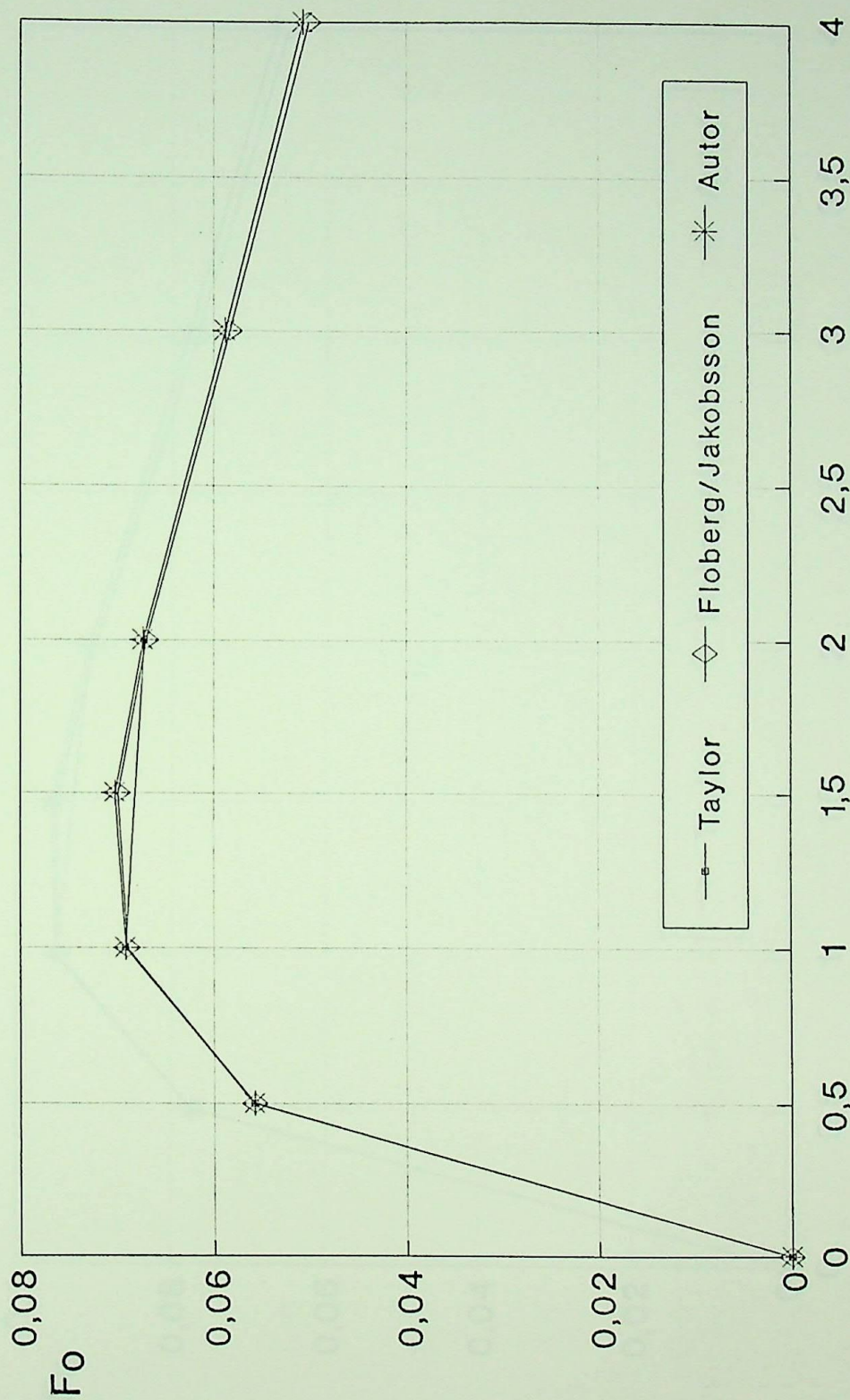
K	0.5	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0
Fo	0,02296	0,02905	0,03022	0,02967	0,02705	0,02419	0,02161
ξ_p	0,55990	0,60100	0,63140	0,63510	0,69020	0,71510	0,73410
Qoe	0,35730	0,46280	0,56730	0,67130	0,87840	1,08470	1,29070
Qol	0,09060	0,18190	0,27410	0,36710	0,55470	0,74400	0,93430
Qos	0,26670	0,28090	0,29330	0,30430	0,32370	0,34070	0,35640
Eo	0,81670	0,70770	0,63350	0,57900	0,50270	0,45070	0,41240
Δ_{to}	1,30870	0,95160	0,73610	0,59340	0,41820	0,31620	0,25040
CA.	35,5620	24,3600	20,9610	19,5150	18,5840	18,6360	19,0820

$B/L = 0.5$



Inclinação adimensional K

Figura 5.1 - Capacidade de carga

$B/L = 1.0$ 

Inclinação adimensional K

Figura 5.2 - Capacidade de carga

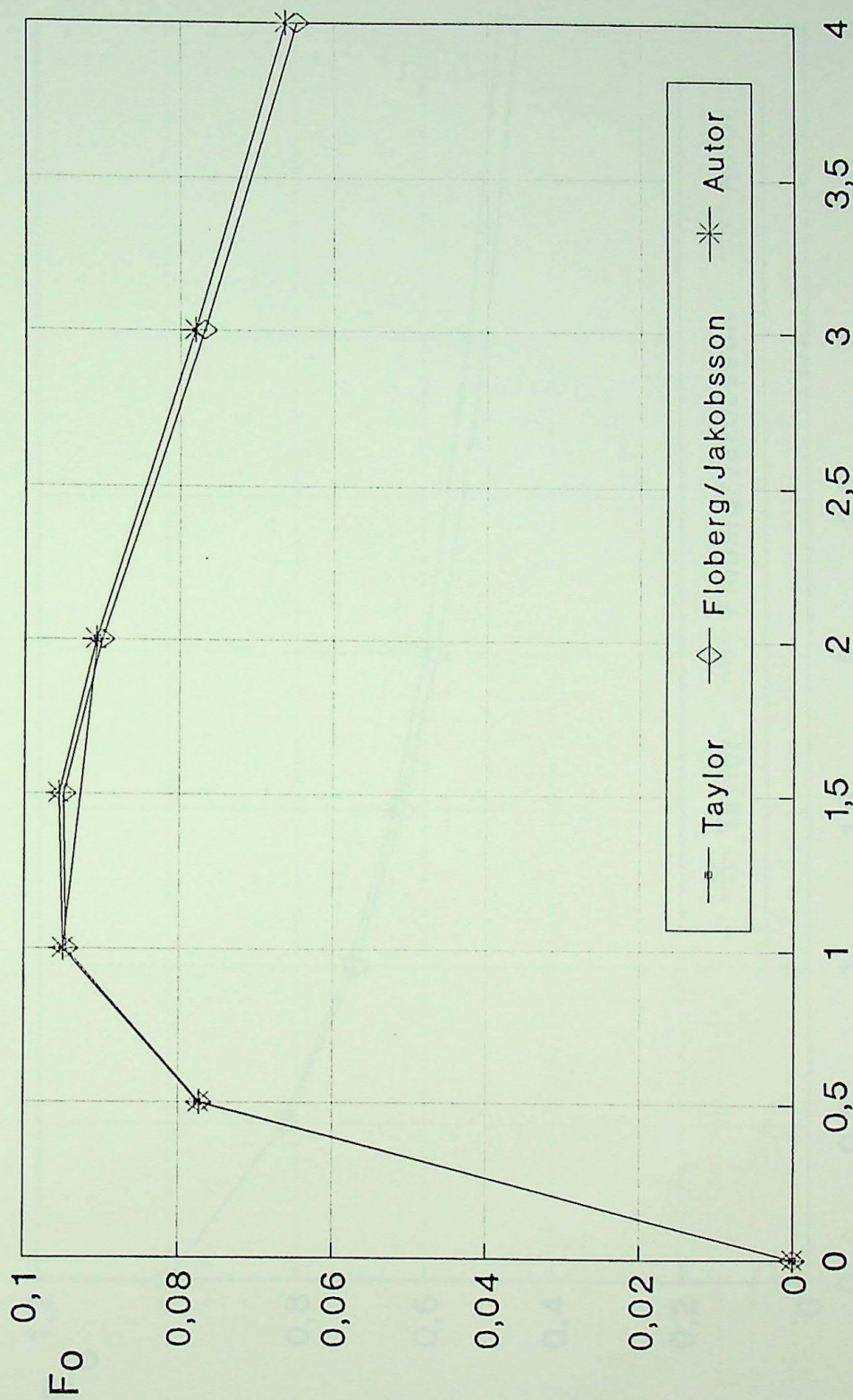
$B/L = 1.5$

 Inclinação adimensional K

Figura 5.3 - Capacidade de carga

$B/L = 0.5$

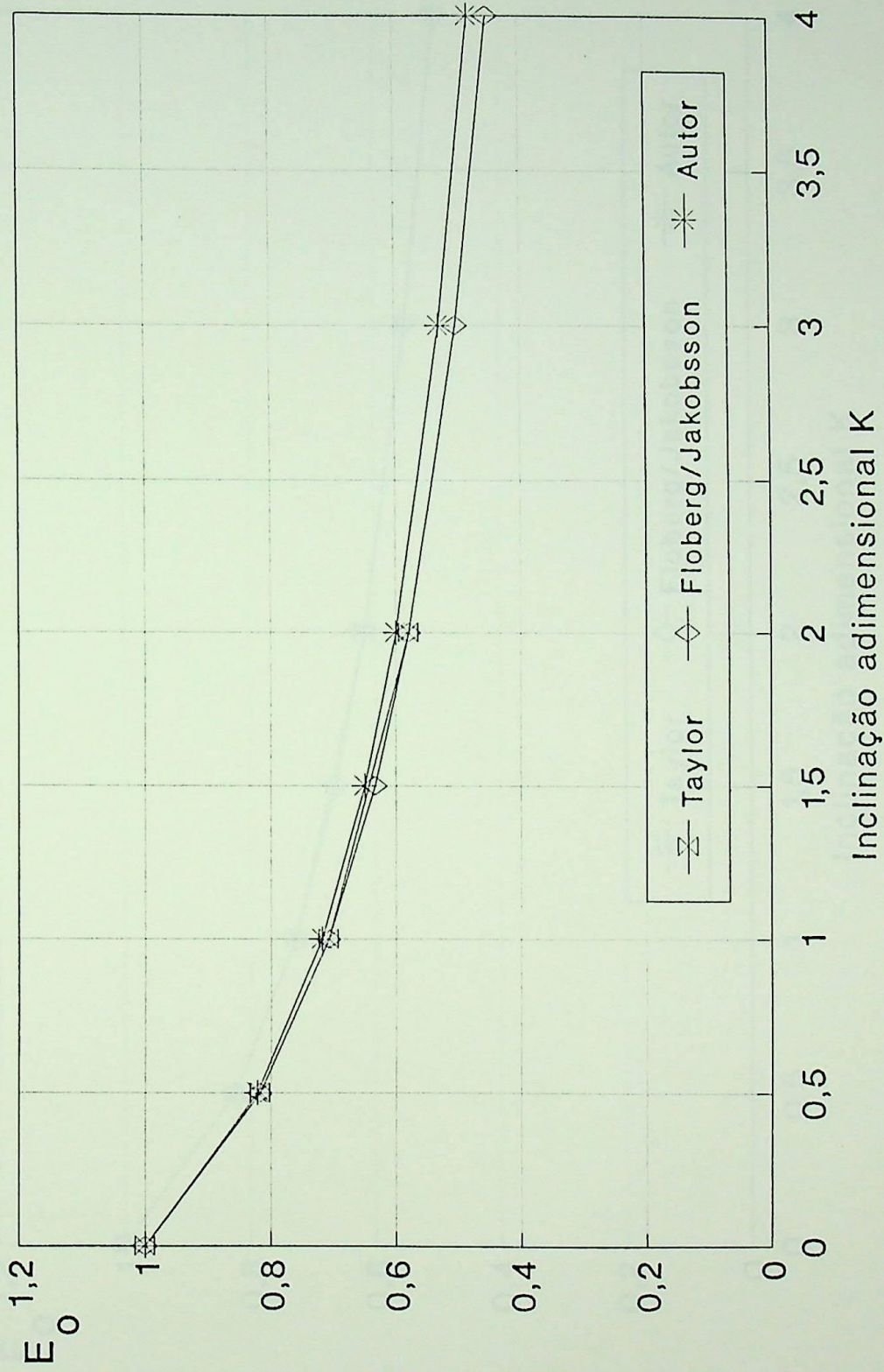
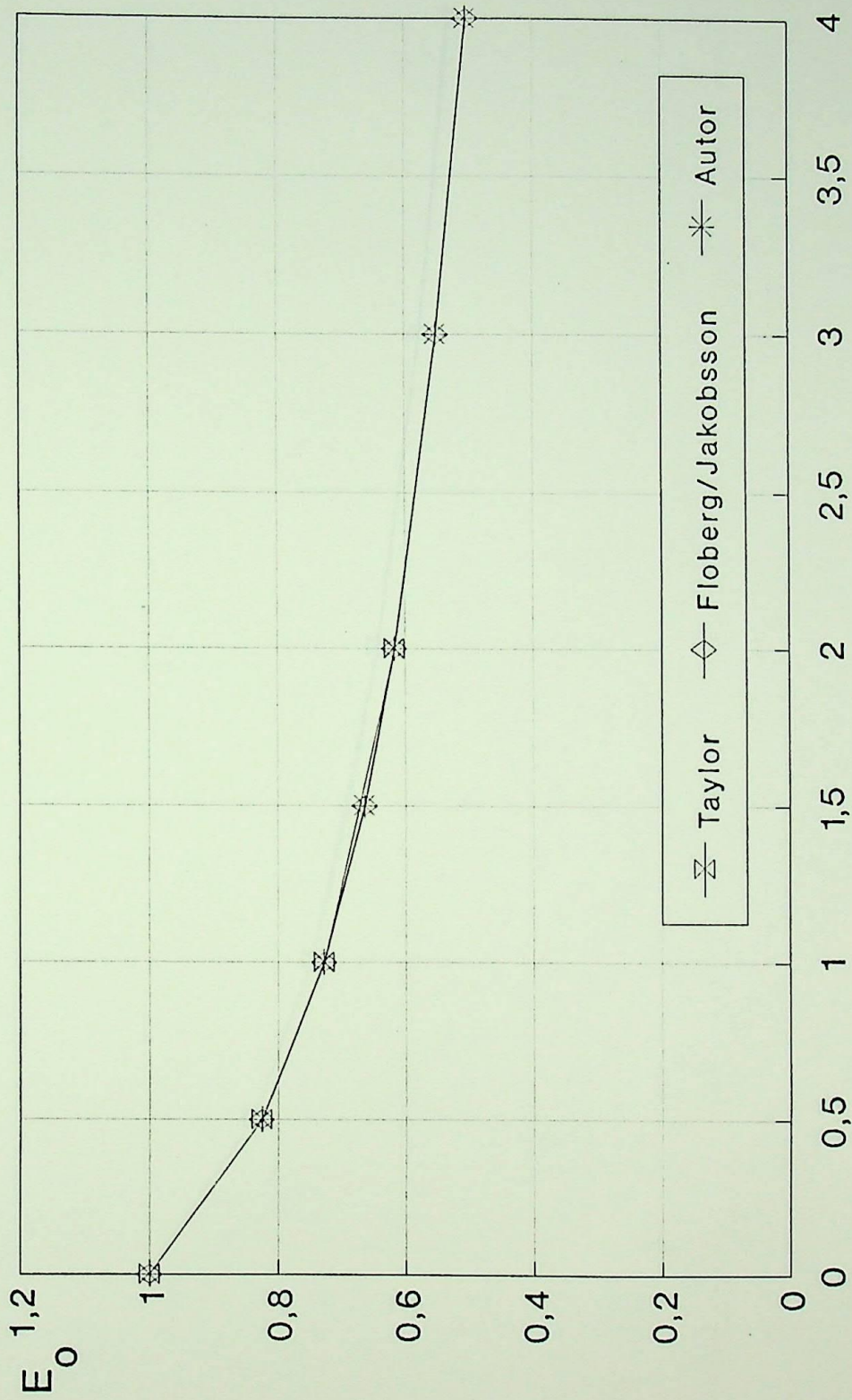


Figura 5.4 - Perda de potência

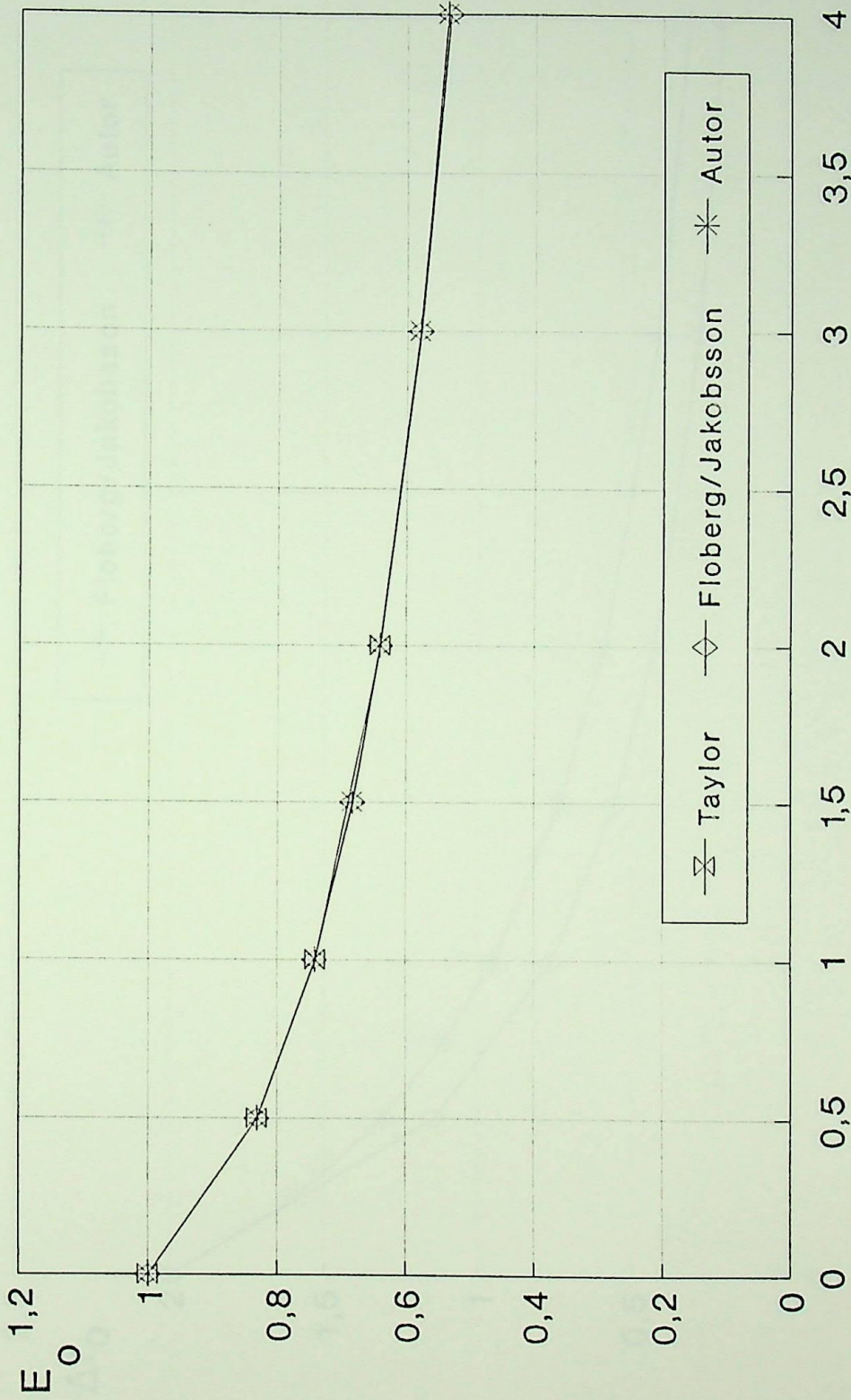
$B/L = 1.0$



Inclinação adimensional K

Figura 5.5 - Perda de potência

$B/L = 1.5$



Inclinação adimensional K

Figura 5.6 - Perda de potência

B/L = 0.5

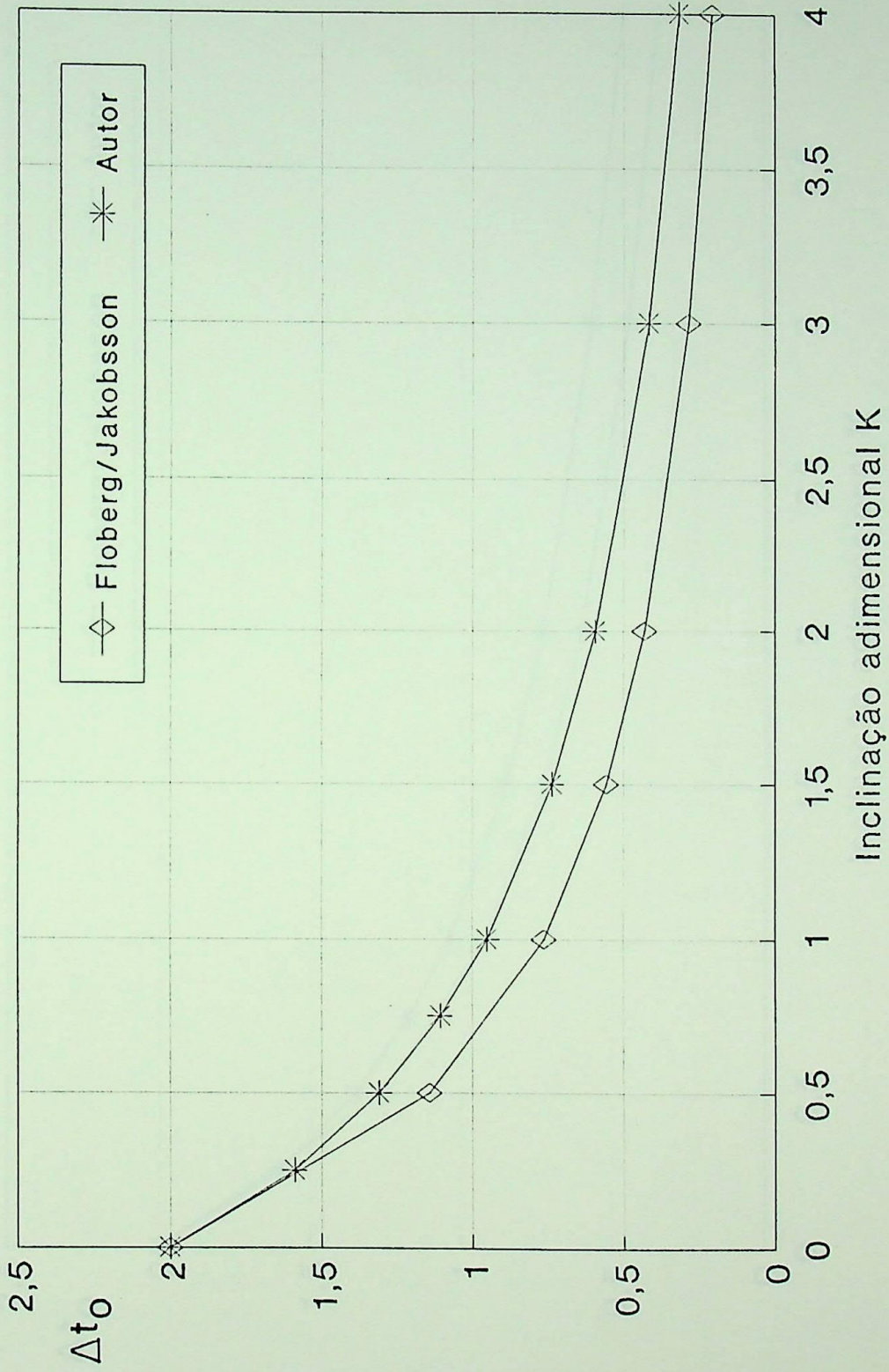
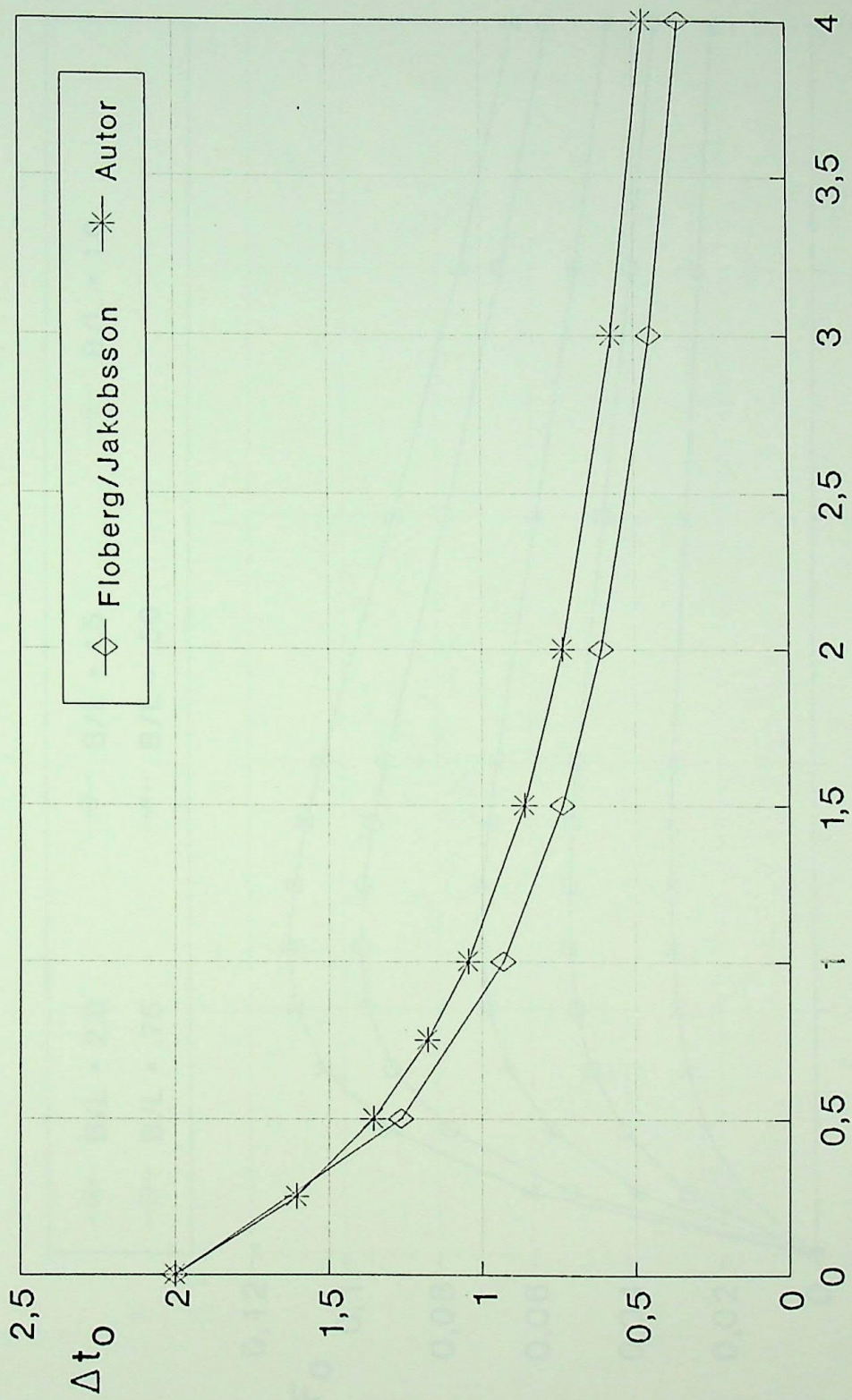


Figura 5.7 - Elevação de temperatura

$B/L = 1.5$



Inclinação adimensional K

Figura 5.8 - Elevação de temperatura

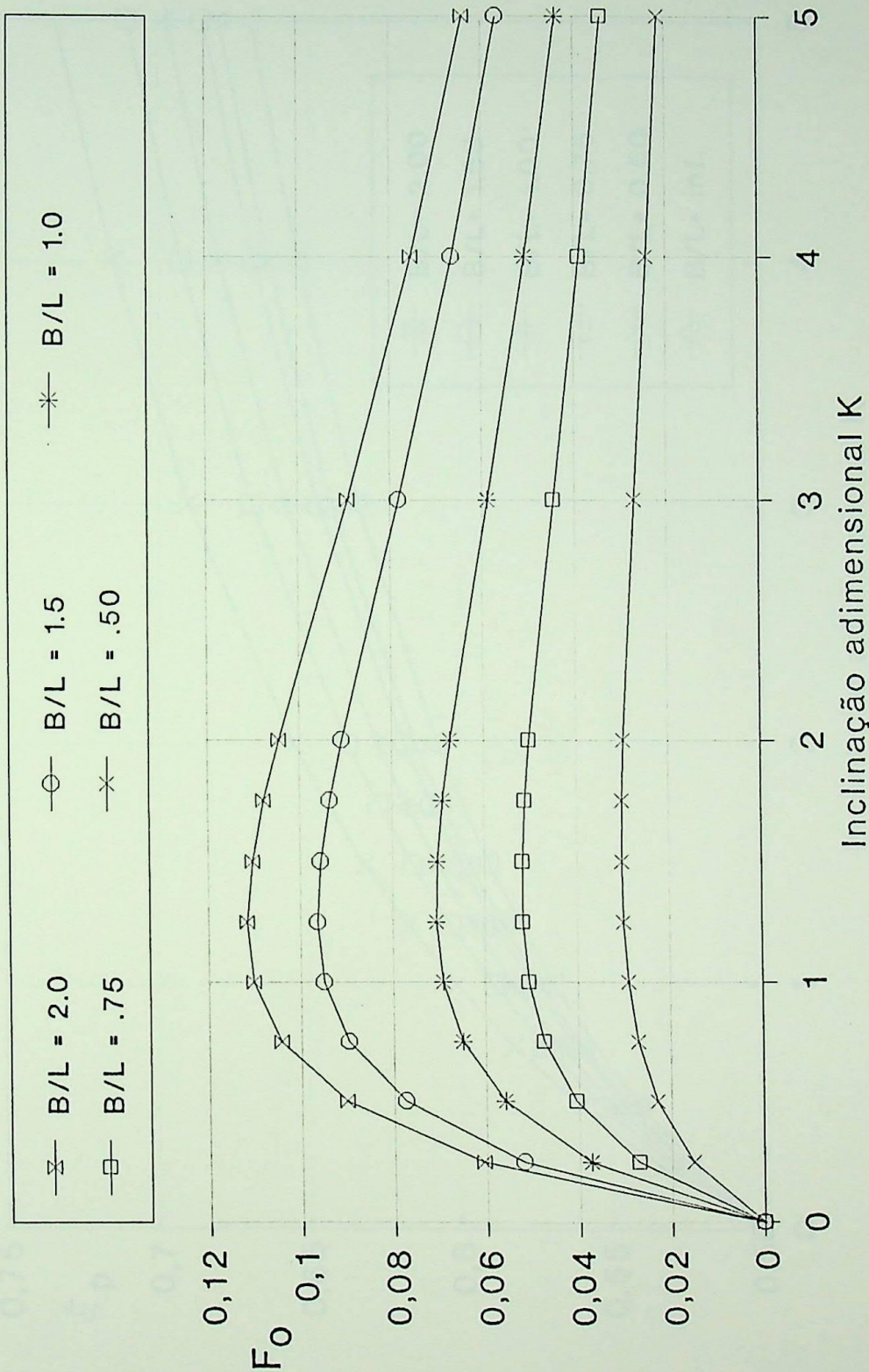


Figura 5.9 - Capacidade de carga

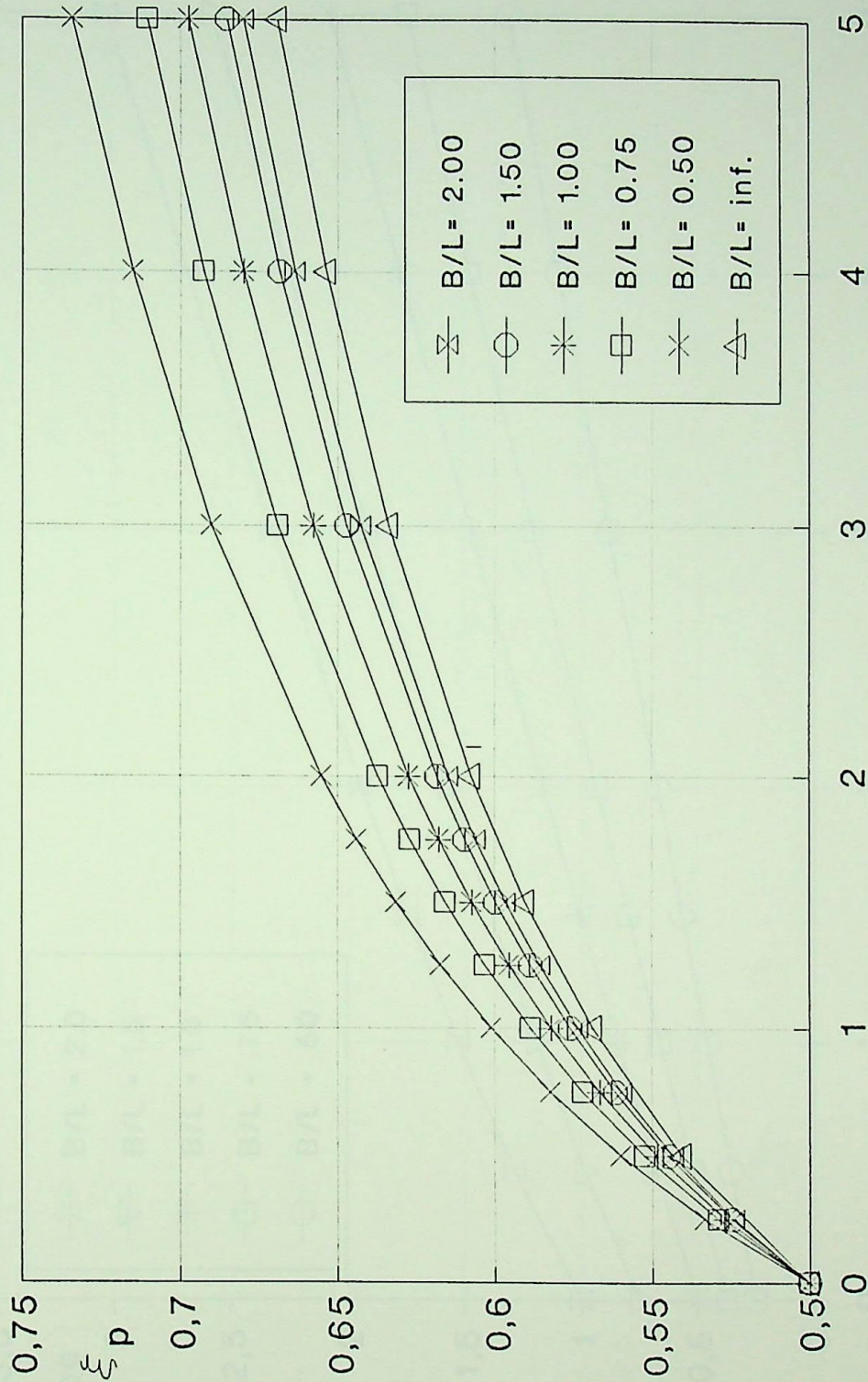
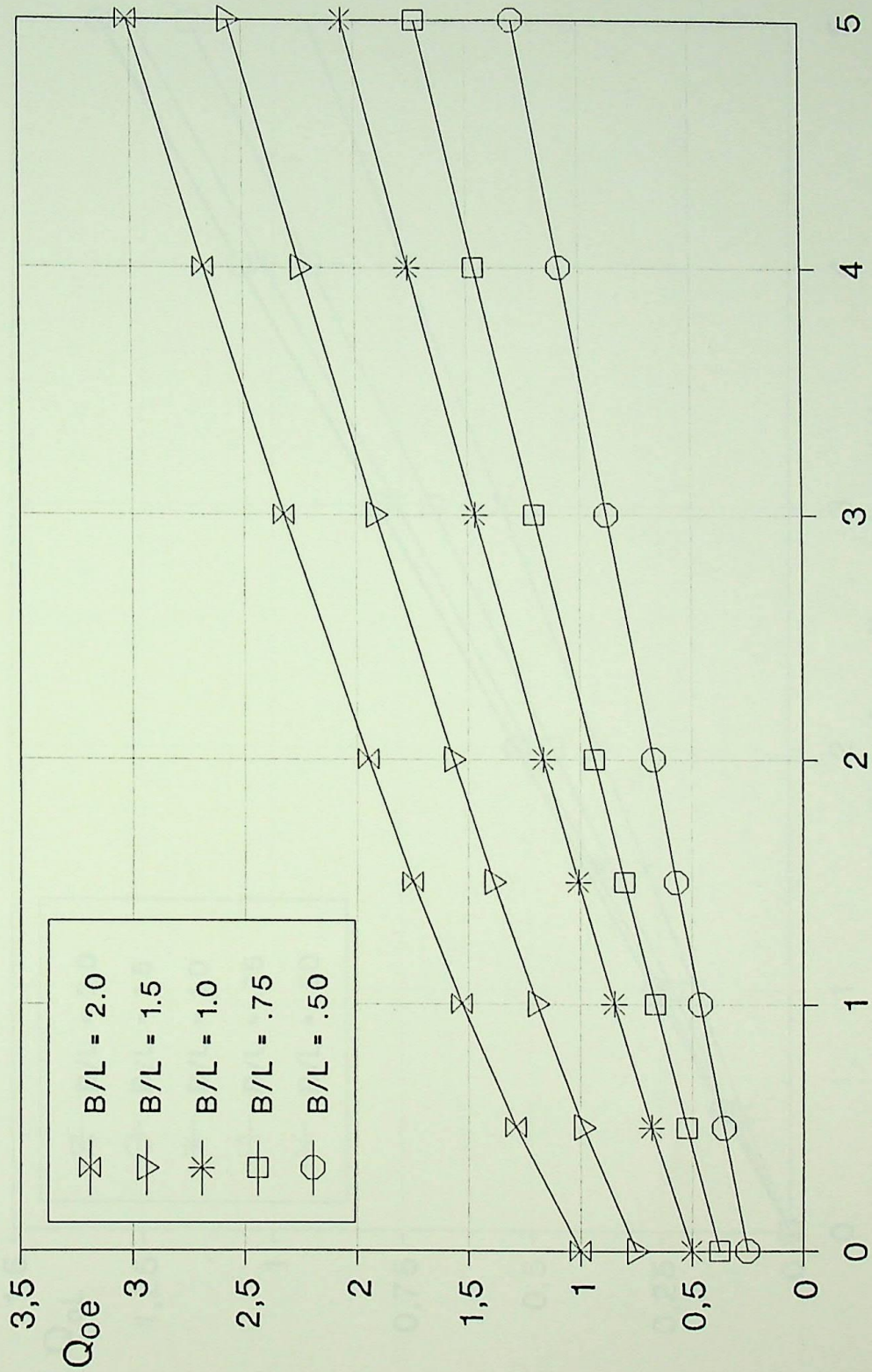
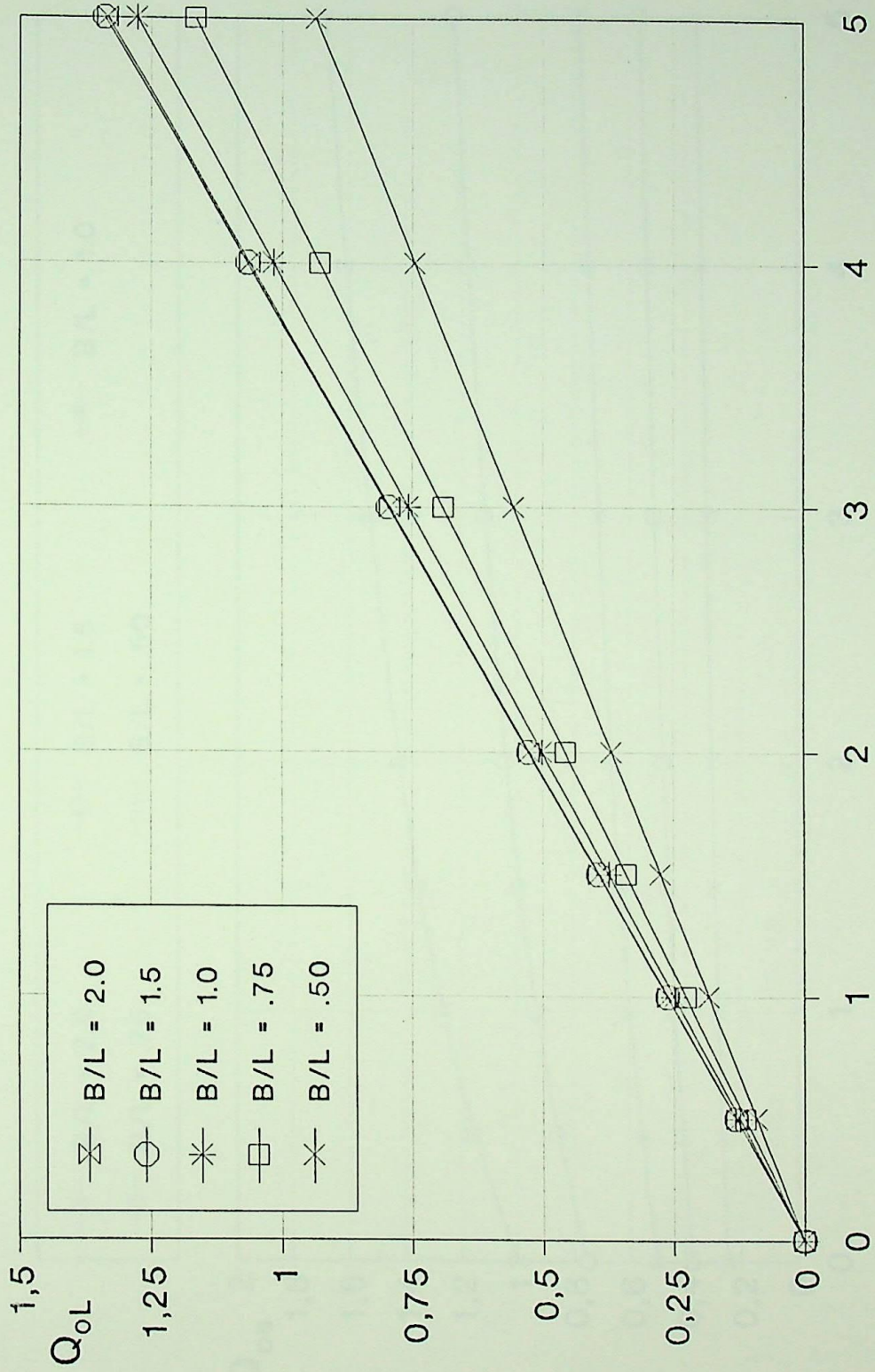


Figura 5.10 - Centro de Carga



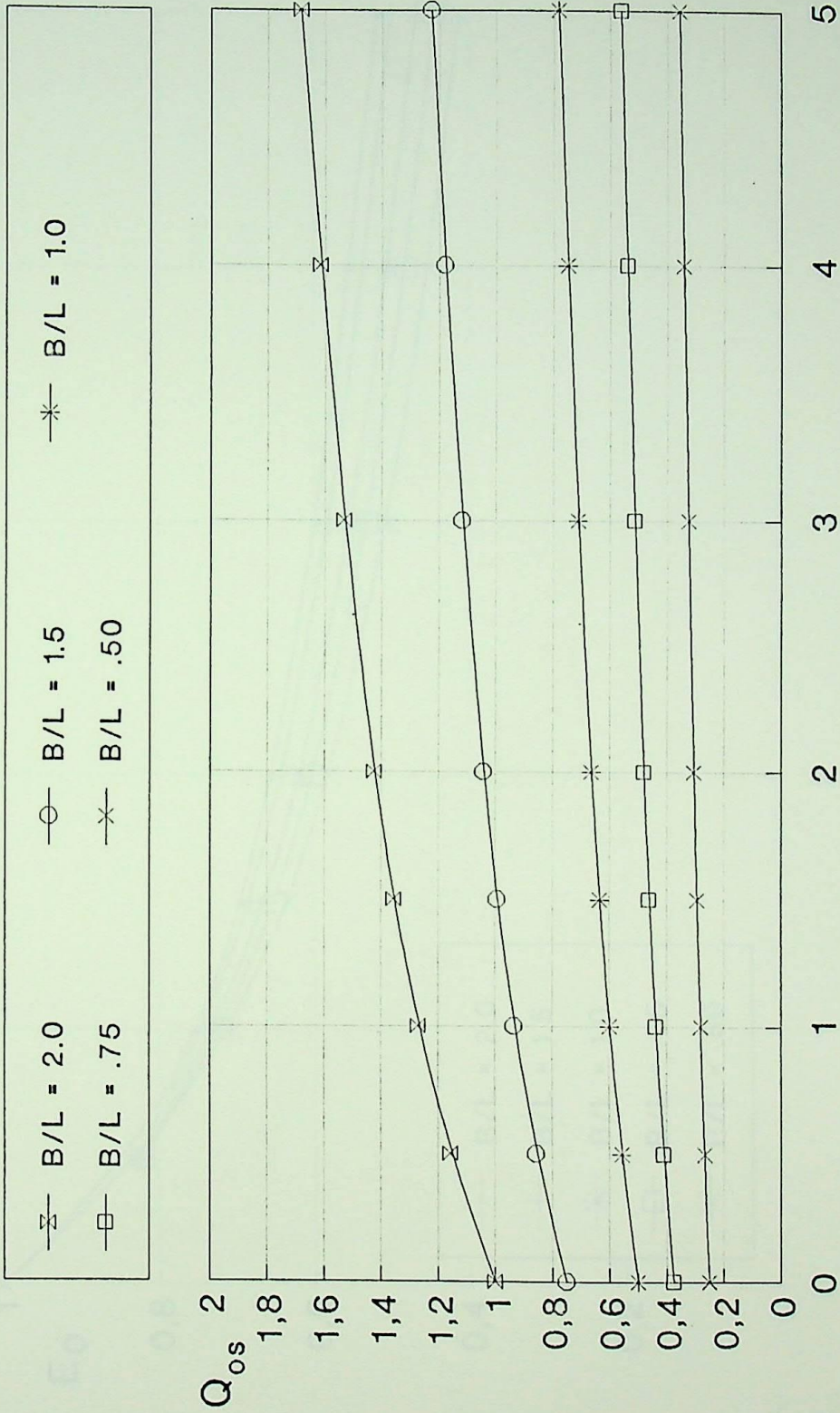
Inclinação adimensional K

Figura 5.11 - Vazão de entrada.



Inclinação adimensional K

Figura 5.12- Vazão lateral.



Inclinação adimensional K

Figura 5.13 - Vazão de saída.

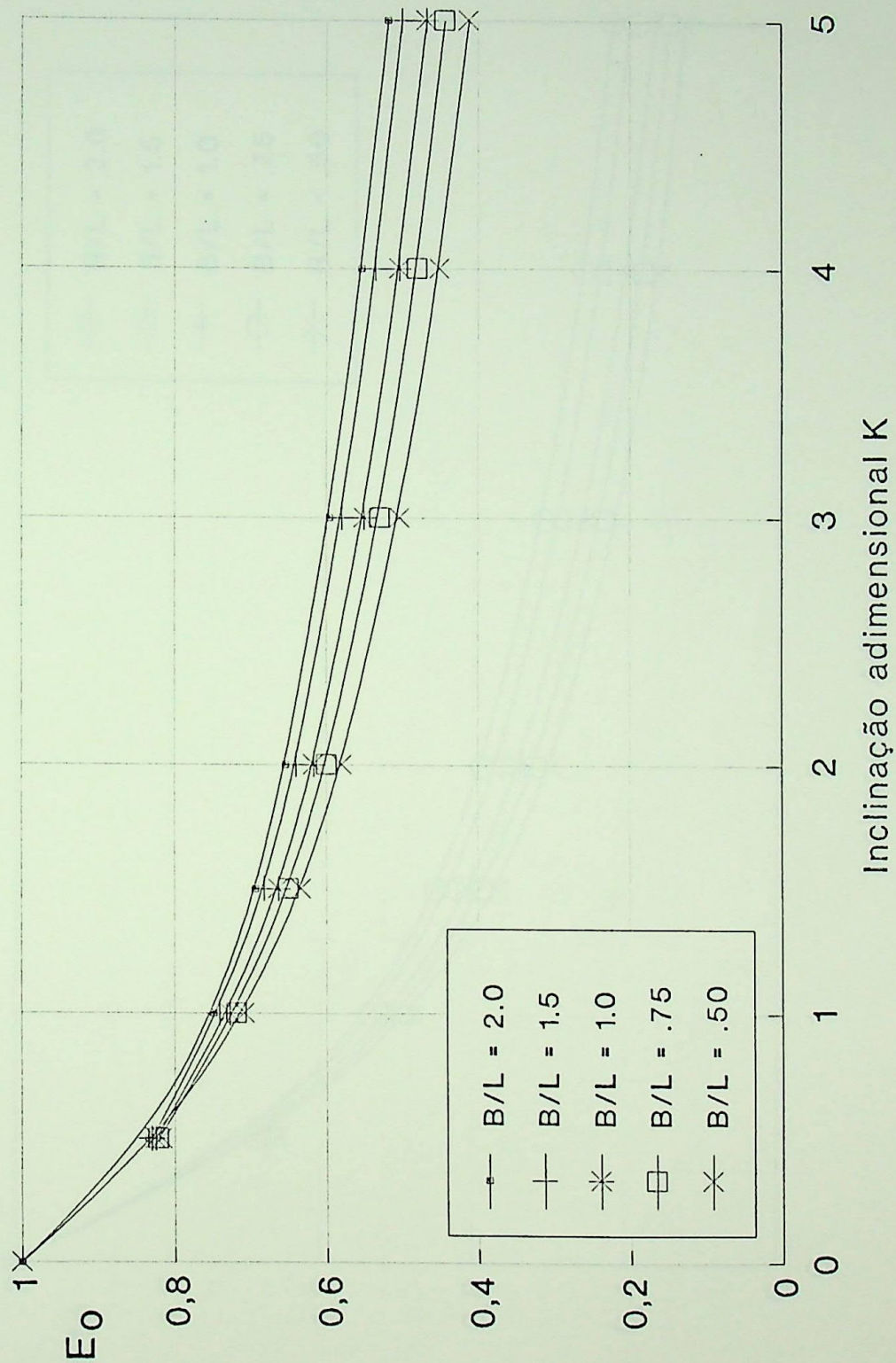


Figura 5.14 - Perda de potência

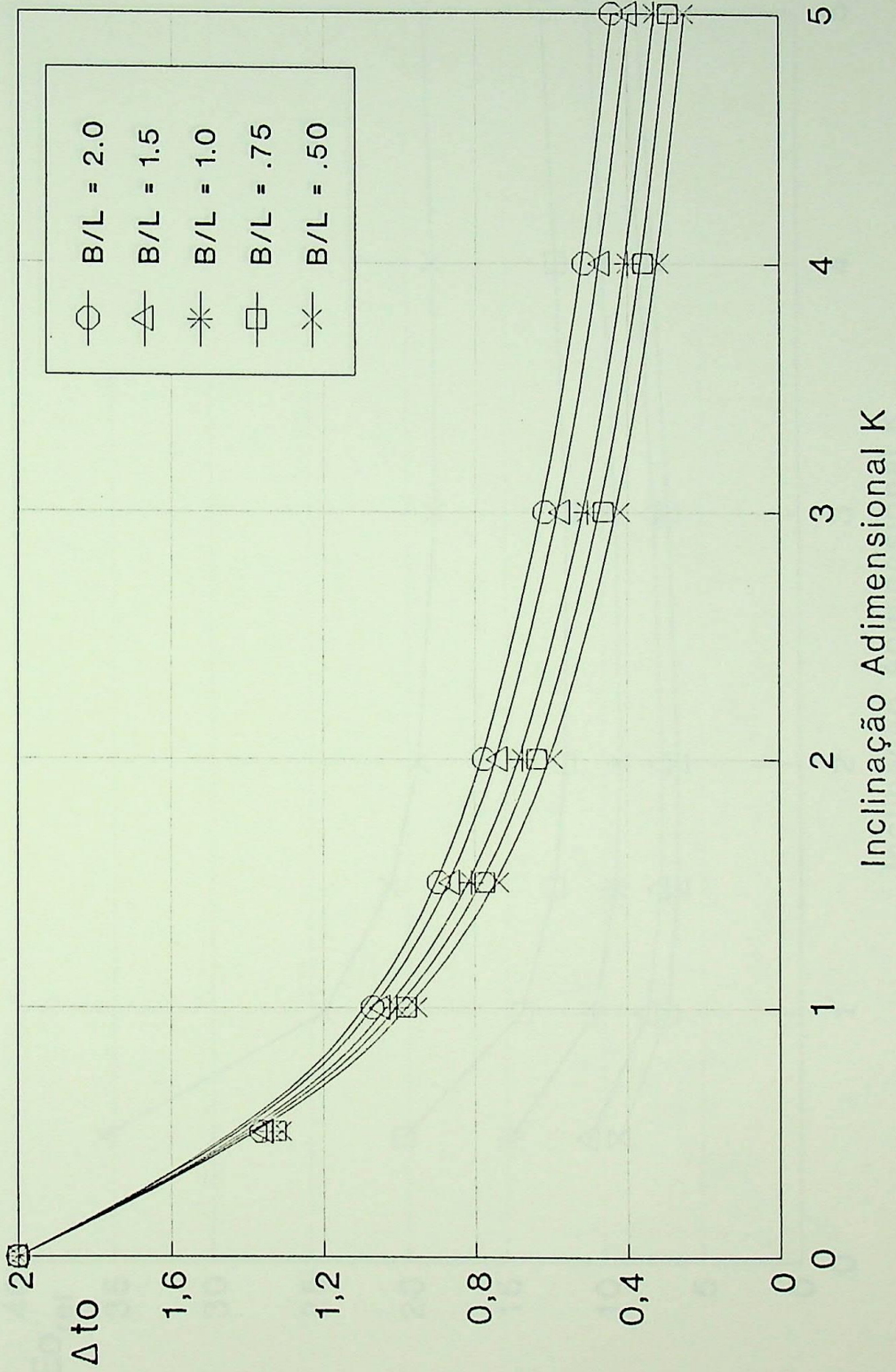


Figura 5.15 - Elevação de Temperatura

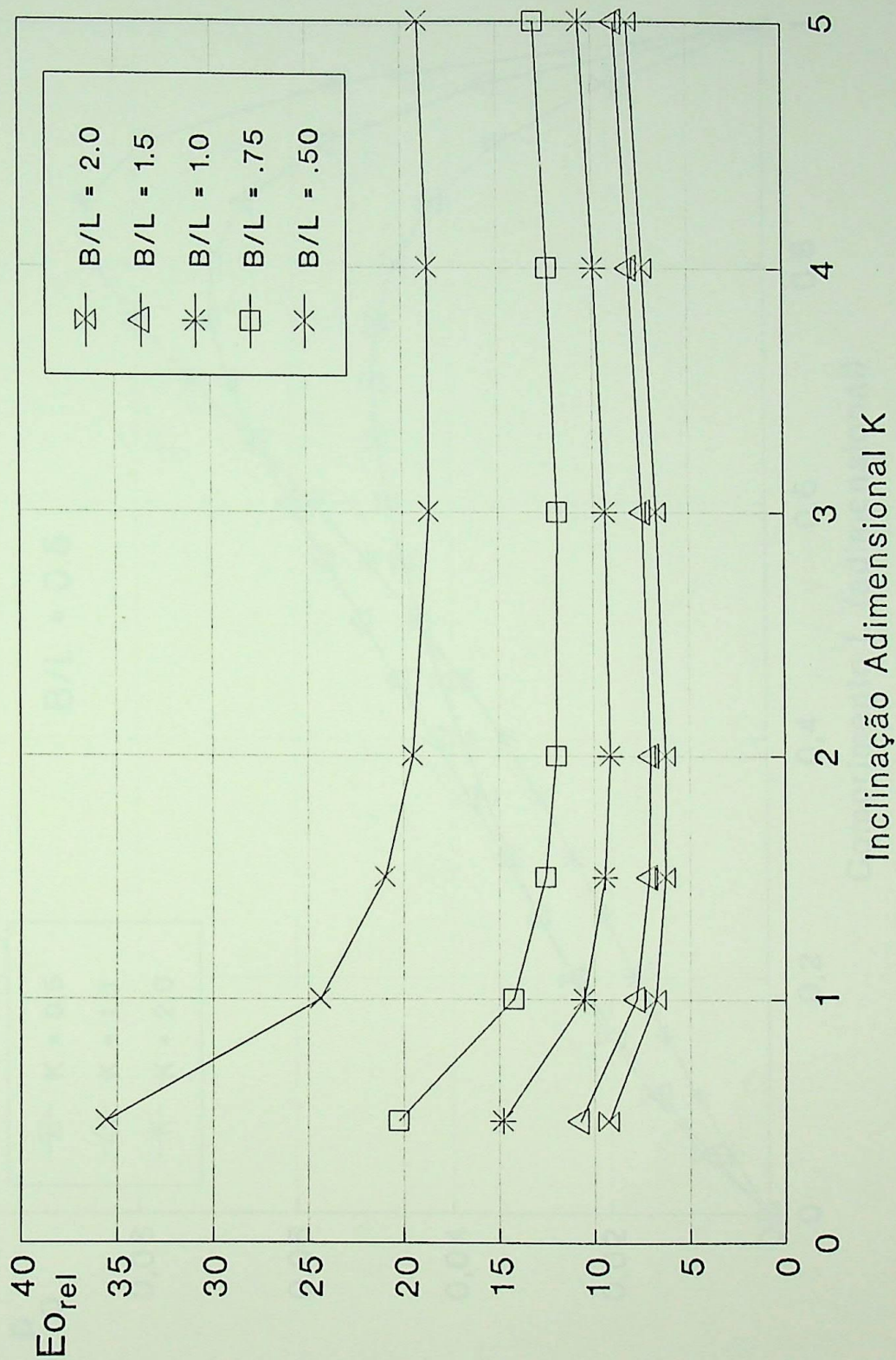


Figura 5.16 - Perda de potência relativa

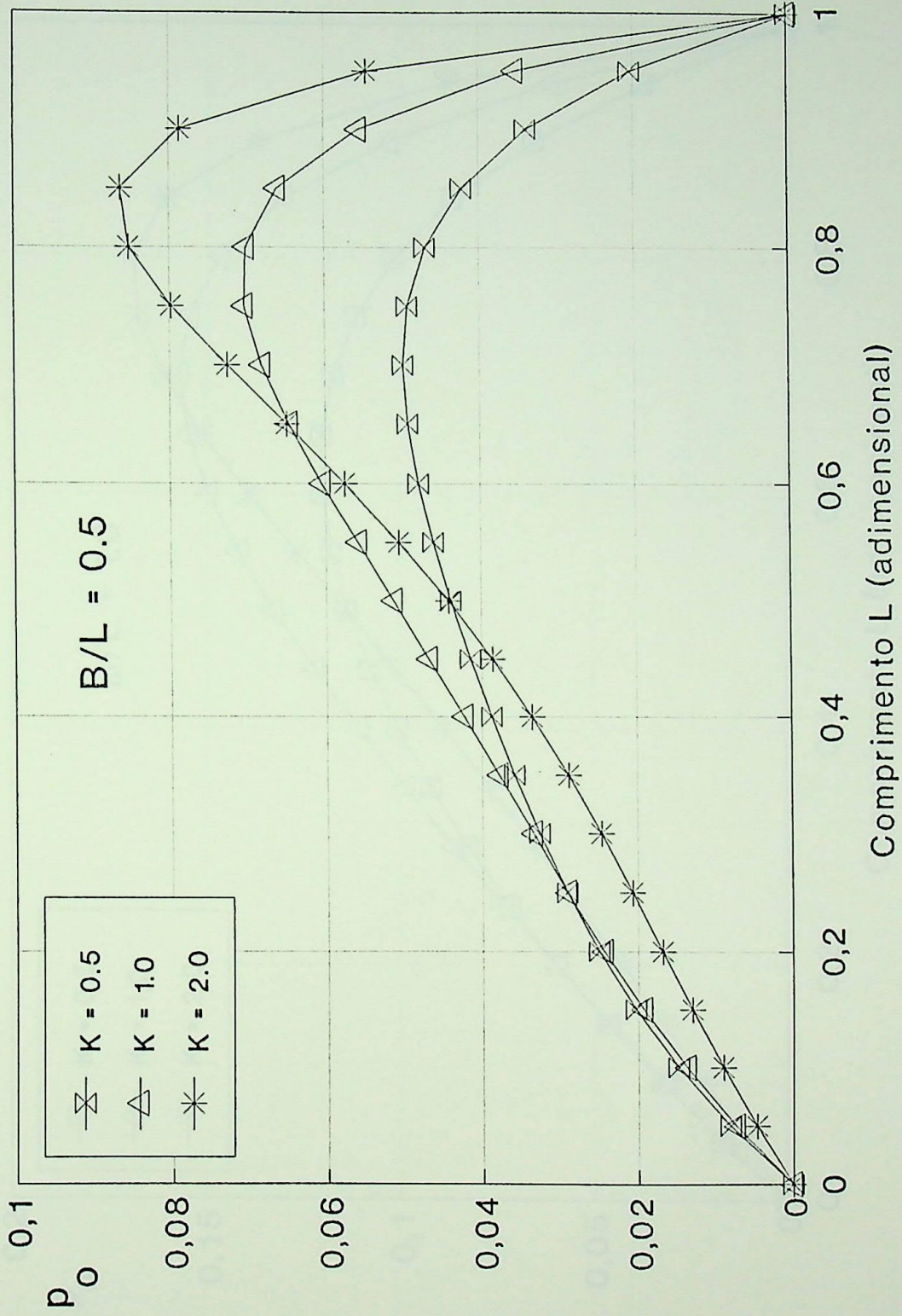
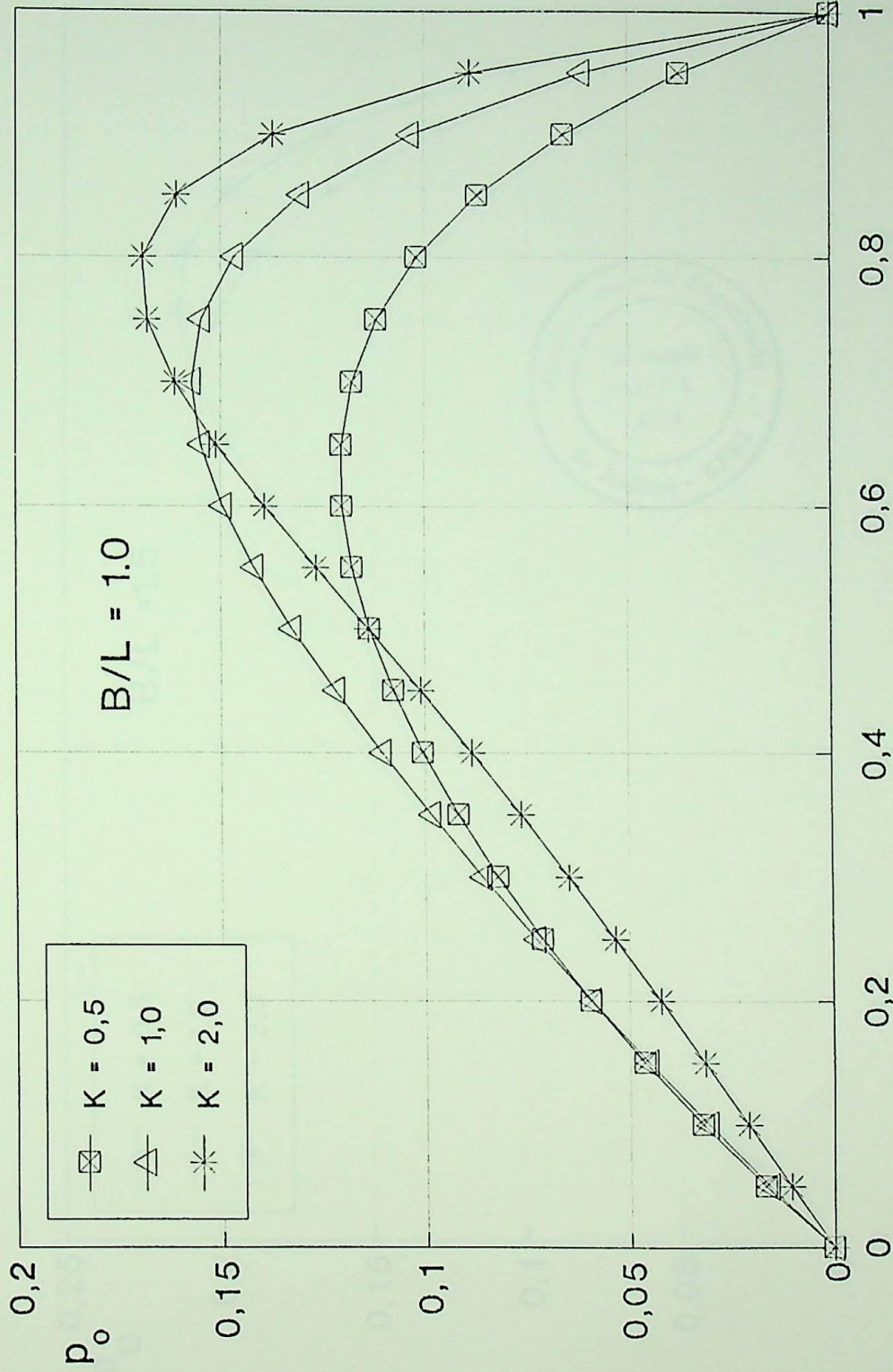


Figura 5.17 - Distribuição de Pressão



Comprimento L (adimensional)

Figura 5.18 - Distribuição de Pressão

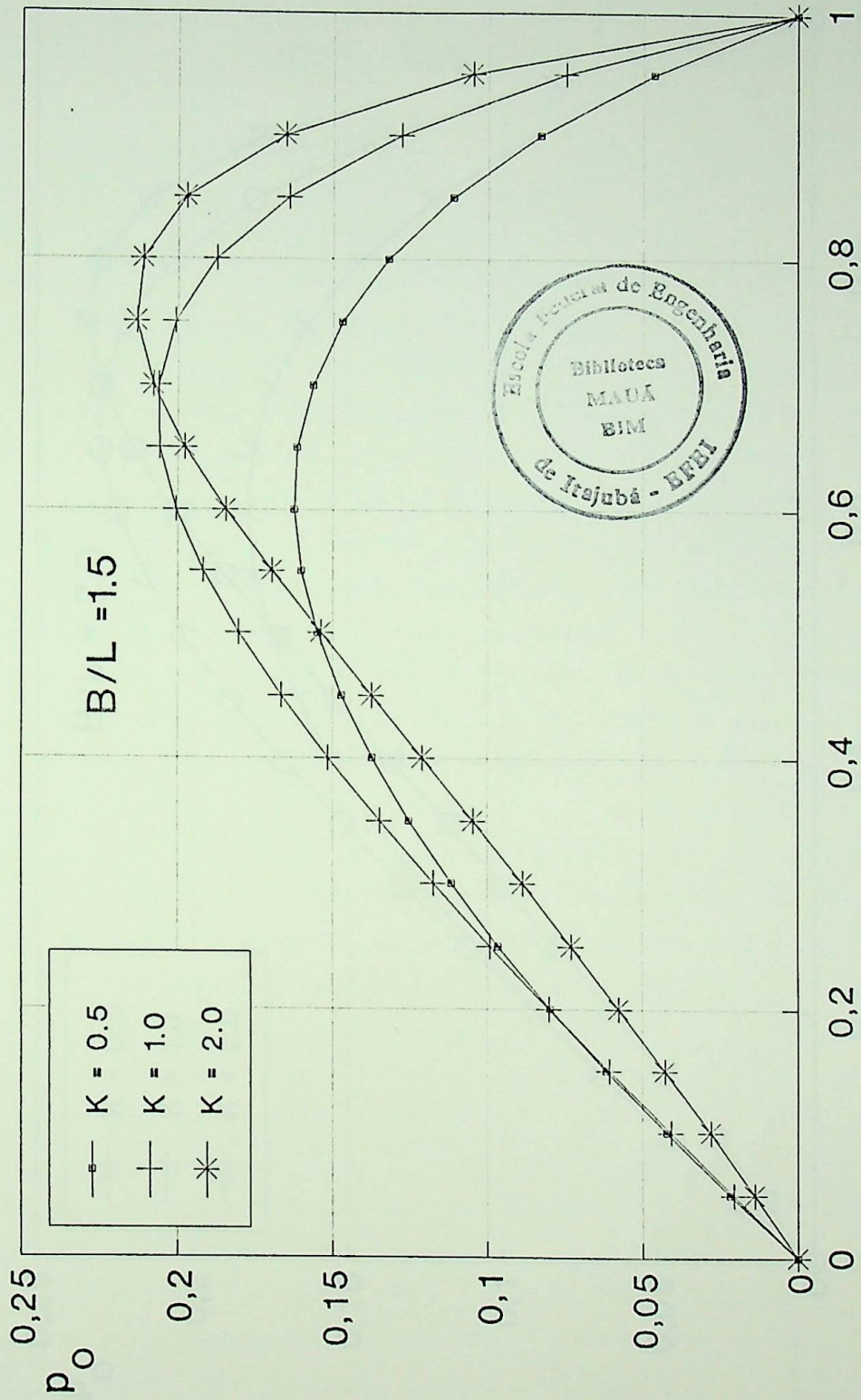


Figura 5.19 - Distribuição de Pressão

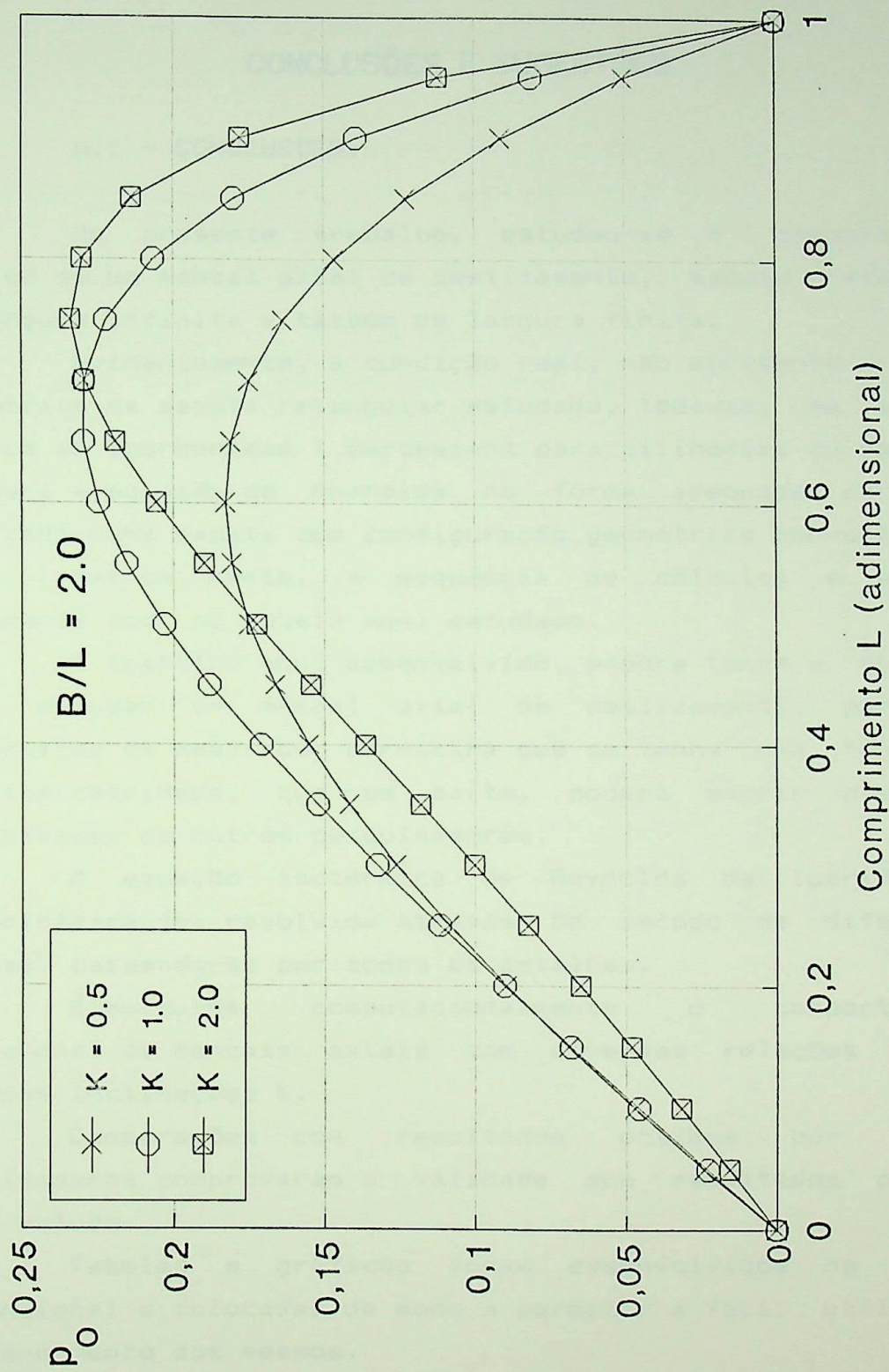


Figura 5.20 - Distribuição de Pressão

CAPITULO 6

CONCLUSÕES E SUGESTÕES

6.1 - CONCLUSÕES.

No presente trabalho, estudou-se o comportamento teórico de um mancal axial de deslizamento, sapata retangular de largura infinita e também de largura finita.

Evidentemente, a condição real, não apresenta a forma geométrica da sapata retangular estudada, todavia, uma simples mudança de coordenadas (cartesiana para cilíndrica ou polar), colocará a equação de Reynolds na forma adequada para ser utilizada numa sapata com configuração geométrica convencional.

Daí em frente, a sequência de cálculos é seguida exatamente como no modelo aqui estudado.

O trabalho aqui desenvolvido, embora tenha o objetivo de se estudar um mancal axial de deslizamento, para uma dissertação de mestrado, permitirá que se tenha uma fonte de consulta detalhada, que em parte, poderá suprir eventuais necessidades de outros pesquisadores.

A equação isotérmica de Reynolds da lubrificação hidrodinâmica foi resolvida através do método de diferenças finitas, passando-se por todos os detalhes.

Simulou-se computacionalmente o comportamento operacional de mancais axiais com diversas relações B/L e diversas inclinações K .

Comparações com resultados obtidos por outros pesquisadores comprovaram a validade dos resultados obtidos nesse estudo.

Tabelas e gráficos foram desenvolvidos na forma adimensional e colocadas de modo a permitir a fácil utilização e entendimento dos mesmos.

Finalizando, desenvolveu-se um estudo de um mancal axial, com aplicação dos resultados obtidos.

6.2 - SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.

Durante a elaboração do presente trabalho, várias idéias para trabalhos futuros surgiram, tais como:

- Estudar mancais de sapatas com superfícies curvas.
- Estudar o comportamento de mancais com sapatas setoriais e comparar com os resultados do presente trabalho.
- Fazer uma análise térmica mais profunda, levando-se em conta a equação da energia, isto é, considerando-se a viscosidade do óleo variando de ponto a ponto sôbre a superfície de cada sapata e do colar.
- Projetar e construir um banco de ensaios para investigar o comportamento do mancal, principalmente quanto ao efeito da variação da inclinação adimensional K , conforme mostrado nas figuras 5.14 e 5.15, onde se observa que teóricamente é vantajoso aumentar a inclinação, resultando em menores temperaturas de trabalho e menor perda de potência. A comparação experimental desses efeitos seria de grande relevância.

APENDICE A-1

DEDUÇÃO DA EQUAÇÃO BIDIMENSIONAL DE REYNOLDS

É considerado o sistema de eixos cartesianos, e a figura A1.1, mostrando duas superfícies quaisquer S e C, separadas por um filme fluido de espessura $h = h(x, y)$, movimentando-se uma sobre a outra, sendo S fixa e C com velocidade U, na direção x.

As componentes de velocidade v e w, nas direções y e z, respectivamente, serão consideradas nulas.

p é a pressão hidrodinâmica gerada no filme de óleo lubrificante.

Portanto, as condições de contorno serão:

$$\text{para } Y = 0 \quad u = U \quad v = 0 \quad w = 0 \quad (A1.1)$$

$$\text{para } Y = h \quad u = 0 \quad v = 0 \quad w = 0$$

Para deduzir a equação isotérmica de Reynolds, para lubrificação hidrodinâmica, algumas hipóteses simplificadoras são consideradas:

1- O lubrificante é Newtoniano, ou seja, um fluido em que as tensões de cisalhamento são proporcionais às taxas de variação das velocidades. Assim, tem-se:

$$\tau_x = \eta \frac{du}{dy} \quad \text{e} \quad \tau_z = \eta \frac{dw}{dy}$$

onde:

u e w são as velocidades nas direções x e z respectivamente e η , a viscosidade dinâmica do fluido.

2- O escoamento é laminar.

3- O lubrificante adere aos sólidos, nas superfícies onde $y = 0$ e $y = h$.

4- São desprezados os efeitos da inércia e do peso do lubrificante.

5- O fluido lubrificante é incompressível

6- A viscosidade é constante em todos os pontos e correspondente à temperatura média do fluido lubrificante.

Com essas hipóteses, a equação da continuidade pode ser escrita:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (\text{A1.2})$$

As equações da conservação da quantidade de movimento (Navier - Stokes), são definidas:

$$\text{direção } x \quad \frac{\partial p}{\partial x} = \eta \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (\text{A1.3})$$

$$\text{direção } z \quad \frac{\partial p}{\partial z} = \eta \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (\text{A1.4})$$

onde, p é a pressão hidrodinâmica gerada no filme de óleo.

Integrando-se duas vezes as equações (A1.3) e (A1.4), considerando-se as condições de contorno, definidas em (A1.1), resulta:

$$u = \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} y (y - h) + U \left(\frac{h - y}{h} \right) \quad (\text{A1.5})$$

$$w = \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial z} y (y - h) \quad (\text{A1.6})$$

Conhecidas as velocidades, pode-se, então, definir os fluxos.

Assim tem-se:

$$q_x = \int_0^h u \, dy \quad (A1.7)$$

$$q_z = \int_0^h w \, dy \quad (A1.8)$$

Substituindo-se as equações (A1.5) e (A1.6) em (A1.7) e (A1.8), respectivamente e efetuando-se as respectivas integrais, resulta:

$$q_x = - \frac{h^3}{12 \eta} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{U h}{2} \quad (A1.9)$$

$$q_z = - \frac{h^3}{12 \eta} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (A1.10)$$

Integrando-se a equação (A1.2), no intervalo de 0 a h, em relação a y tem-se:

$$\int_0^h \frac{\partial u}{\partial x} \, dy + \int_0^h \frac{\partial w}{\partial z} \, dy = 0 \quad (A1.11)$$

Aplicando-se a regra de Leibnitz, em cada um dos termos da equação (A1.11), resulta:

$$\int_0^h \frac{\partial u}{\partial x} \, dy = \frac{\partial}{\partial x} \int_0^h u \, dy - u(h) \frac{\partial h}{\partial x} \quad (A1.12)$$

$$\int_0^h \frac{\partial w}{\partial z} \, dy = \frac{\partial}{\partial z} \int_0^h w \, dy - w(h) \frac{\partial h}{\partial z} \quad (A1.13)$$

Pelas condições de contorno definidas em (A1.1), tem-se:

$$u(h) = 0 \quad \text{e} \quad w(h) = 0$$

Comparando-se as equações (A1.12) e (A1.13), respectivamente com (A1.7) e (A1.8), obtém-se:

$$\int_0^h \frac{\partial u}{\partial x} dy = \frac{\partial}{\partial x} (q_x) \quad (\text{A1.14})$$

$$\int_0^h \frac{\partial w}{\partial z} dy = \frac{\partial}{\partial z} (q_z) \quad (\text{A1.15})$$

Então a equação da continuidade (A1.2) pode ser escrita:

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_z}{\partial z} = 0 \quad (\text{A1.16})$$

Substituindo-se as equações (A1.9) e (A1.10) em (A1.16), resulta:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[-\frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{Uh}{2} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \right] = 0$$

ou

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{Uh}{2} \right] - \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \right] = 0$$

ou

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right] = 6 \eta U \frac{\partial h}{\partial x} \quad (\text{A1.17})$$

A equação (A1.17), mostra a forma clássica da equação isotérmica de Reynolds para a lubrificação hidrodinâmica, no caso de escoamento bidimensional, onde:

- x, y, z = coordenadas retangulares
- h = espessura do filme de óleo
- p = pressão hidrodinâmica
- η = viscosidade absoluta
- U = velocidade da superfície.

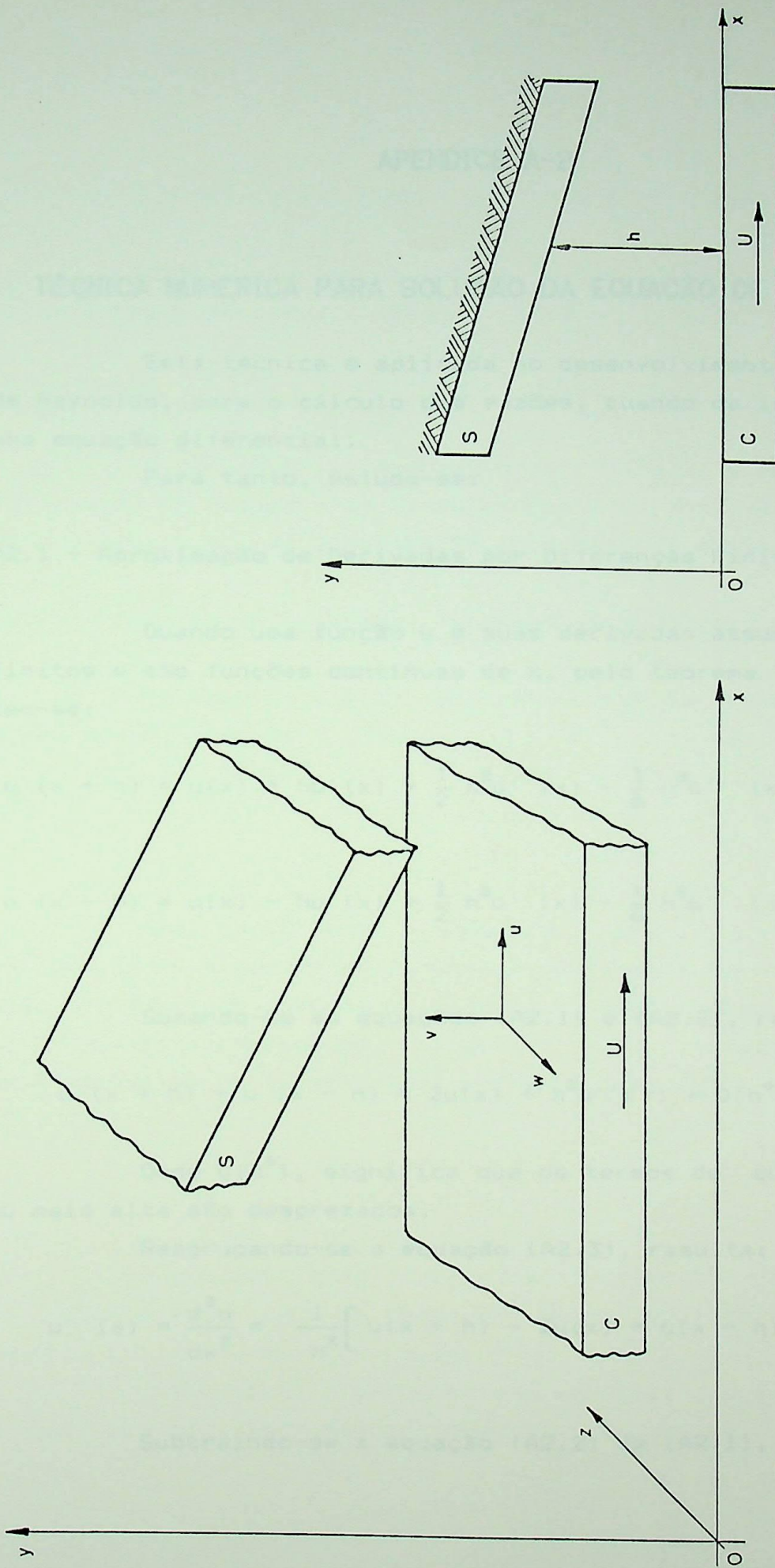


FIGURA A1.1 - Superfícies em movimento relativo.

APENDICE A-2

TÉCNICA NUMÉRICA PARA SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE REYNOLDS

Esta técnica é aplicada no desenvolvimento da equação de Reynolds, para o cálculo das vazões, quando da integração de uma equação diferencial.

Para tanto, estuda-se:

A2.1 - Aproximação de Derivadas por Diferenças Finitas.

Quando uma função u e suas derivadas assumem valores finitos e são funções contínuas de x , pelo teorema de Taylor, tem-se:

$$u(x+h) = u(x) + hu'(x) + \frac{1}{2} h^2 u''(x) - \frac{1}{6} h^3 u'''(x) + \dots \quad (A2.1)$$

$$u(x-h) = u(x) - hu'(x) + \frac{1}{2} h^2 u''(x) - \frac{1}{6} h^3 u'''(x) + \dots \quad (A2.2)$$

Somando-se as equações (A2.1) e (A2.2), resulta:

$$u(x+h) + u(x-h) = 2u(x) + h^2 u''(x) + O(h^4) \quad (A2.3)$$

Onde $O(h^4)$, significa que os termos de quarta ordem ou mais alta são desprezados.

Reagrupando-se a equação (A2.3), resulta:

$$u''(x) = \frac{d^2 u}{dx^2} = \frac{1}{h^2} \left[u(x+h) - 2u(x) + u(x-h) \right] \quad (A2.4)$$

Subtraindo-se a equação (A2.2) de (A2.1), resulta:

$$u(x+h) - u(x-h) = 2hu'(x) + \frac{1}{3}h^3u'''(x) \quad (\text{A2.5})$$

Desprezando-se os termos de terceira ordem ou mais altas e reagrupando-se a equação (A2.5), resulta:

$$u'(x) = \frac{du}{dx} = \frac{1}{2h} \left[u(x+h) - u(x-h) \right] \quad (\text{A2.6})$$

A figura A2.1, elucidada o que foi dito e mostra que a inclinação da tangente em P, se aproxima da inclinação da corda AB e é denominada de aproximação de diferença central.

A2.2 - Fórmulas de Diferença Progressiva e Regressiva.

Na equação (A2.1), desprezando-se os termos de h^2 e ordem maior, tem-se:

$$u'(x) = \frac{1}{h} \left[u(x+h) - u(x) \right] \quad (\text{A2.7})$$

Observa-se que a equação (A2.7), aproxima a inclinação da tangente em P, para a inclinação da corda PB a qual é chamada de fórmula de diferença progressiva.

Considerando-se, agora, a equação (A2.2), desprezando-se os termos de h^2 e ordens superiores, tem-se:

$$u'(x) = \frac{1}{h} \left[u(x) - u(x-h) \right] \quad (\text{A2.8})$$

A equação (A2.8), aproxima a inclinação da tangente em P para a inclinação da corda PA. Nessa condição é denominada fórmula de diferença regressiva.

Entretanto, a precisão das equações (A2.7) e (A2.8), é questionável. Uma melhor precisão é obtida, usando-se a

fórmula de três pontos.

Estendendo-se a série de Taylor, para definir as funções, tem-se:

$$u(x + 2h) = u(x) + (2h)u'(x) + \frac{1}{2} (2h)^2 u''(x) + \frac{1}{6} (2h)^3 u'''(x) + \dots \quad (\text{A2.9})$$

$$u(x - 2h) = u(x) - (2h)u'(x) + \frac{1}{2} (2h)^2 u''(x) - \frac{1}{6} (2h)^3 u'''(x) + \dots \quad (\text{A2.10})$$

Multiplicando-se a equação (A2.1) por quatro e subtraindo-se da equação (A2.9), desprezando-se os termos de terceira ordem e mais altas, resulta:

$$u'(x) = \frac{1}{2h} \left[4u(x+h) - u(x+2h) - 3u(x) \right] \quad (\text{A2.11})$$

A equação (A2.11) é denominada aproximação de diferenças progressivas de três pontos para a inclinação da tangente em P.

Analogamente, multiplicando-se a equação (A2.2) por quatro e subtraindo-se da equação (A2.10), teremos:

$$u'(x) = \frac{1}{2h} \left[u(x-2h) - 4u(x-h) + 3u(x) \right] \quad (\text{A2.12})$$

A equação (A2.12) é denominada de aproximação de diferenças regressivas de três pontos para a inclinação da tangente em P.

A2.3 - Notação Para Funções de Várias Variáveis.

Seja u uma função das variáveis independentes x e z .
O plano $X-Z$ é subdividido em um conjunto de retângulos de lados:

$$\delta(x) = h \quad \text{e} \quad \delta(z) = k$$

como mostrado na figura A2.2

Seja um ponto P nesse plano, de coordenadas:

$$x = i \cdot h \quad \text{e} \quad z = j \cdot k$$

onde i e j são inteiros.

O valor da função no ponto P , pode ser escrito por:

$$(u)_P = u(ih, jk) = u_{i,j}$$

Esta notação pode ser estendida para qualquer número de variáveis, incluindo-se tempo e espaço.

A2.4 - Fórmulas de Derivadas por Diferenças Finitas.

Da equação (A2.4), a derivada de segunda ordem em p é dada por:

$$\left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right]_P = \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right]_{i,j}$$

ou

$$\left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right]_{i,j} = \frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{h^2} \quad (\text{A2.13})$$

análogamente, tem-se:

$$\left[\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right]_{i,j} = \frac{u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1}}{k^2} \quad (\text{A2.14})$$

As derivadas primeiras, podem ser também expressas da mesma forma. Observar a figura A2.2 e a equação (A2.6).

Assim, tem-se:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i,j} = \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2h} \quad (\text{A2.15})$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)_{i,j} = \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j-1}}{2k} \quad (\text{A2.16})$$

FIGURA A2-1- Aproximação por diferenças finitas.



FIGURA A2-2- Notação para diferenças finitas.

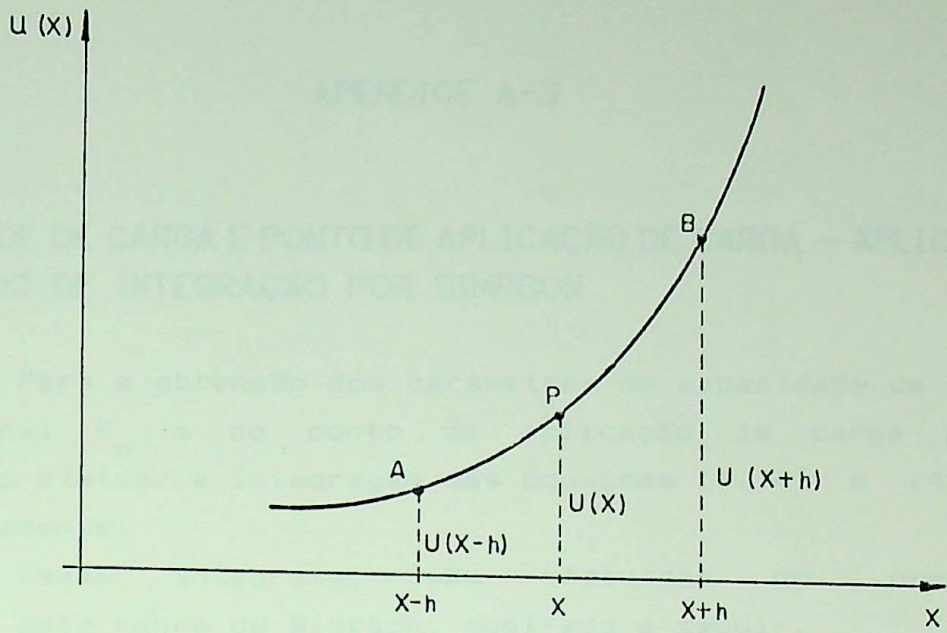


FIGURA A2.1- Aproximação por diferenças finitas.

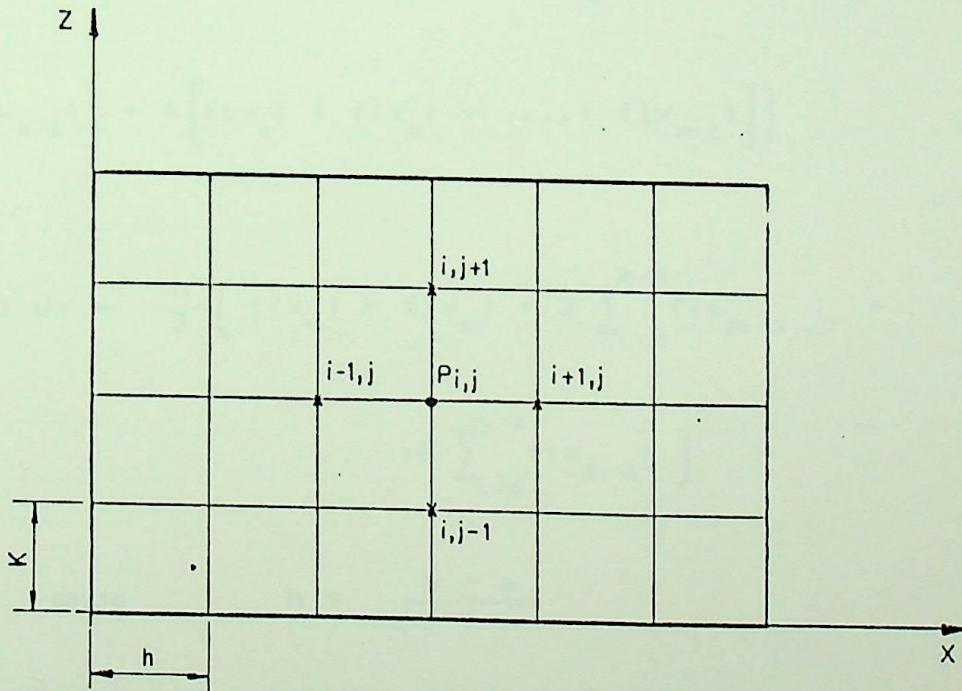


FIGURA A2.2- Notação para diferenças finitas.

APENDICE A-3

CAPACIDADE DE CARGA E PONTO DE APLICAÇÃO DE CARGA - APLICAÇÃO DO MÉTODO DE INTEGRAÇÃO POR SIMPSON

Para a obtenção dos parâmetros de capacidade de carga adimensional F_o e do ponto de aplicação de carga ξ_p é necessário efetuar a integração das equações (4.34) e (4.37), respectivamente.

Essas integrais, são efetuadas no presente trabalho, pela regra de Simpson, mostrada a seguir.

A3.1 - Regra de Simpson Para Integração Numérica.

Seja uma função $f(x)$, contínua, num intervalo (a, b) conforme mostrado na figura A3-1 e que deva ser integrada nesse intervalo. A regra de Simpson estabelece que:

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{h}{3} \left[f(x_o) + f(x_m) + 2 \left[f(x_2) + f(x_4) + \dots + \dots + f(x_{m-2}) \right] + 4 \left[f(x_1) + f(x_3) + \dots + f(x_{m-1}) \right] \right] \quad (A3.1)$$

ou

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{h}{3} \left[f(x_o) + f(x_m) + 2 \sum_{i=2}^{m/2} f(x_{2i-2}) + \dots + 4 \sum_{i=1}^{m/2} f(x_{2i-1}) \right] \quad (A3.2)$$

onde $h = \frac{b - a}{m}$

e $m =$ número par e inteiro de divisões do intervalo (a, b) .

A3.2 - Cálculo da Capacidade de Carga.

A equação da capacidade de carga tem a seguinte forma:

$$F_o = \frac{1}{\nu} \int_0^{\nu} \int_0^1 p_o \, d\xi \, d\zeta \quad (\text{A3.3})$$

ou na forma de diferenças finitas

$$F_o(i,j) = \frac{1}{\nu} \int_{j=1}^{n+1} \int_{i=1}^{m+1} p_{o(i,j)} \, d\xi \, d\zeta \quad (\text{A3.4})$$

É considerada uma sapata genérica de forma retangular de largura b e comprimento l , conforme mostrada na figura A3.2. São também considerados os fatores adimensionais seguintes:

$$\xi = \frac{x}{l} \quad \zeta = \frac{z}{l} \quad \nu = \frac{b}{l}$$

Na figura A3.2, tem-se:

$$\Delta\xi = \frac{1}{m} \quad e \quad \Delta\zeta = \frac{1}{n}$$

onde m e n são números pares de divisões do comprimento e largura respectivamente.

Tem-se:

$$\begin{aligned} m \text{ divisões, correspondendo a } i &= m + 1 \text{ nós} \\ n \text{ divisões, correspondendo a } j &= n + 1 \text{ nós} \end{aligned}$$

Para aplicação da regra de Simpson, deve-se observar que $f(x_o)$ corresponde ao nó 1 da malha da figura A3.2; $f(x_1)$ corresponde a nó 2; $f(x_2)$ corresponde ao nó 3 e assim sucessivamente.

Dessa forma, tem-se:

$$f(x_o) = f(i_1)$$

$$f(x_1) = f(i_2)$$

$$f(x_2) = f(i_3)$$

Para a solução da equação (A3.4), fez-se:

$$IF_{oj} = \int_{i=1}^{m+1} P_{o(i,j)} d\xi \quad (A3.5)$$

Pela regra de Simpson, conforme equação (A3.2) e utilizando-se a figura A3.2, tem-se:

$$h = \Delta\xi = \frac{1}{m}$$

$$f(x_0) = f(i_1) = 0 \quad (\text{condição de contorno})$$

$$f(x_m) = f(i_{m+1}) = 0 \quad (\text{condição de contorno})$$

$$f(x_2), f(x_4), \dots, f(x_{m-2}) = \sum_{i=2}^{m/2} P_o(2i-1)$$

$$f(x_1), f(x_3), \dots, f(x_{m-1}) = \sum_{i=2}^{m/2} P_o(2i)$$

Aplicando-se a regra de Simpson na equação (A3.5), resulta:

$$IF_o = \frac{1}{3m} \left(0 + 0 + 2 \sum_{i=2}^{m/2} P_o(2i-1) + 4 \sum_{i=2}^{m/2} P_o(2i) \right)$$

ou

$$IF_o = \frac{2}{3m} \sum_{i=2}^{m/2} P_o(2i-1) + \frac{4}{3m} \sum_{i=2}^{m/2} P_o(2i) \quad (A3.6)$$

Resolvendo-se a equação (A3.6), resultará em uma

série de valores para IF_{oj} .

Agora, a equação (A3.4), toma o aspecto:

$$F_{o(i,j)} = \frac{1}{\nu} \int_{j=1}^{n+1} IF_{oj} d\zeta \quad (A3.7)$$

Aplicando-se novamente Simpson na equação (A3.7), para integrar IF_{oj} em relação a ζ , tem-se:

$$h = \Delta\zeta = \frac{\nu}{n}$$

$$f(x_o) = IF_o(1)$$

$$f(x_n) = IF_o(n+1)$$

$$f(x_2), f(x_4), \dots, f(x_{n-2}) = \sum_{j=2}^{n/2} P_o(2j-1)$$

$$f(x_1), f(x_3), \dots, f(x_{n-1}) = \sum_{j=2}^{n/2} P_o(2j)$$

Aplicando-se a equação (A3.2), resulta:

$$IP_o = \frac{\nu}{3n} \left[IF_o(1) + IF_o(n+1) + 2 \sum_{j=2}^{n/2} P_o(2j-1) + \dots \right. \\ \left. \dots + 4 \sum_{j=2}^{n/2} P_o(2j) \right]$$

ou

$$F_{o(i,j)} = \frac{1}{\nu} IF_o \quad (A3.8)$$

A3.3 - Localização do Ponto de Aplicação de Carga, ou Ponto de

Pivotamento.

A posição do ponto de pivotamento, é dado pela expressão:

$$\xi_p = \frac{\int_0^{\nu} \int_0^1 p_o \xi \, d\xi \, d\zeta}{\nu F_o} \quad (\text{A3.9})$$

Na forma de diferenças finitas, tem-se:

$$\xi_{p(i,j)} = \frac{\int_{j=1}^{n+1} \int_{i=1}^{m+1} P_{o(i,j)} \xi_{(i,j)} \, d\xi \, d\zeta}{\nu F_{o(i,j)}} \quad (\text{A3.10})$$

A solução das integrais da equação (A3.10), é obtida pela aplicação da regra de Simpson, como segue:

fazendo-se

$$SI_j = \int_{i=1}^{m+1} P_{o(i,j)} \xi_{(i,j)} \, d\xi$$

ξ é função de i e de m

$$\xi = \frac{i-1}{m} \quad \text{para} \quad 2 \leq i \leq m+1$$

$$SI_j = \int_{i=1}^{m+1} P_{o(i,j)} \frac{(i-1)}{m} \, d\xi \quad (\text{A3.11})$$

$$f(x_2), f(x_4), \dots, f(x_{n-2}) = \sum_{j=2}^{n/2} p_o(2j-1) \sum_{i=2}^{m/2} \left(\frac{2i-2}{m}\right)$$

$$f(x_1), f(x_3), \dots, f(x_{n-1}) = \sum_{j=2}^{n/2} p_o(2j) \sum_{i=2}^{m/2} \left(\frac{2i-1}{m}\right)$$

Logo:

$$SI = \frac{\nu}{3} \frac{1}{n} \left[SI(1) + SI(n+1) + 2 \sum_{j=2}^{n/2} p_o(2j-1) \sum_{i=2}^{m/2} \left(\frac{2i-2}{m}\right) + \dots \right. \\ \left. \dots + 4 \sum_{j=2}^{n/2} p_o(2j) \sum_{i=2}^{m/2} \left(\frac{2i-1}{m}\right) \right]$$

Conforme definido na equação (A3.10), resulta:

$$\xi_{p(i,j)} = \frac{SI}{\nu F_o(i,j)} \quad (A3.13)$$

Mas, da equação (A3.8) tem-se:

$$F_o(i,j) = \frac{1}{\nu} IF_o \quad (A3.14)$$

Levando-se (A3.14) em (A3.13), resulta:

$$\xi_{p(i,j)} = \frac{SI}{IF_o} \quad (A3.15)$$

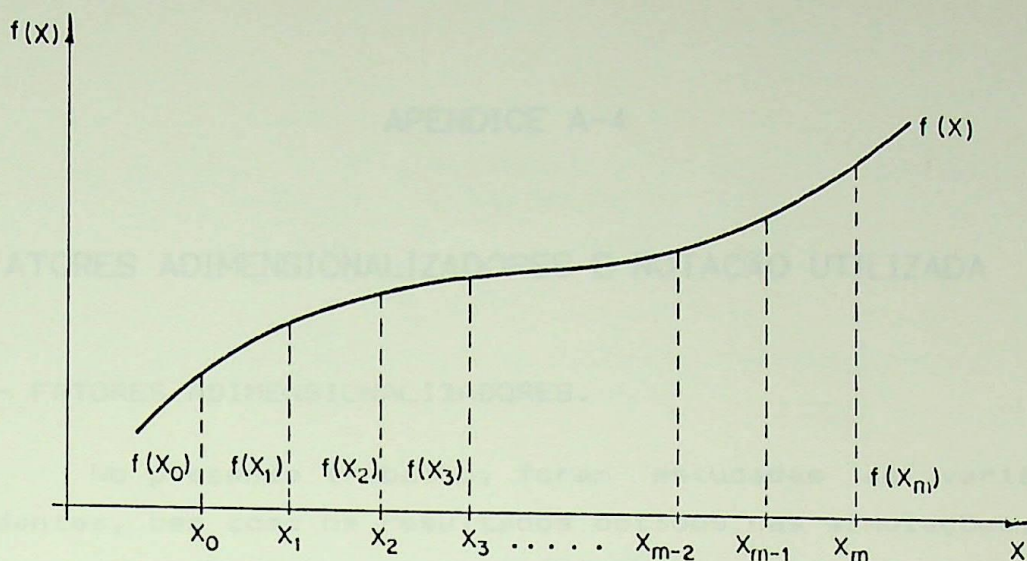


FIGURA A3.1 - Notação para regra de Simpson.

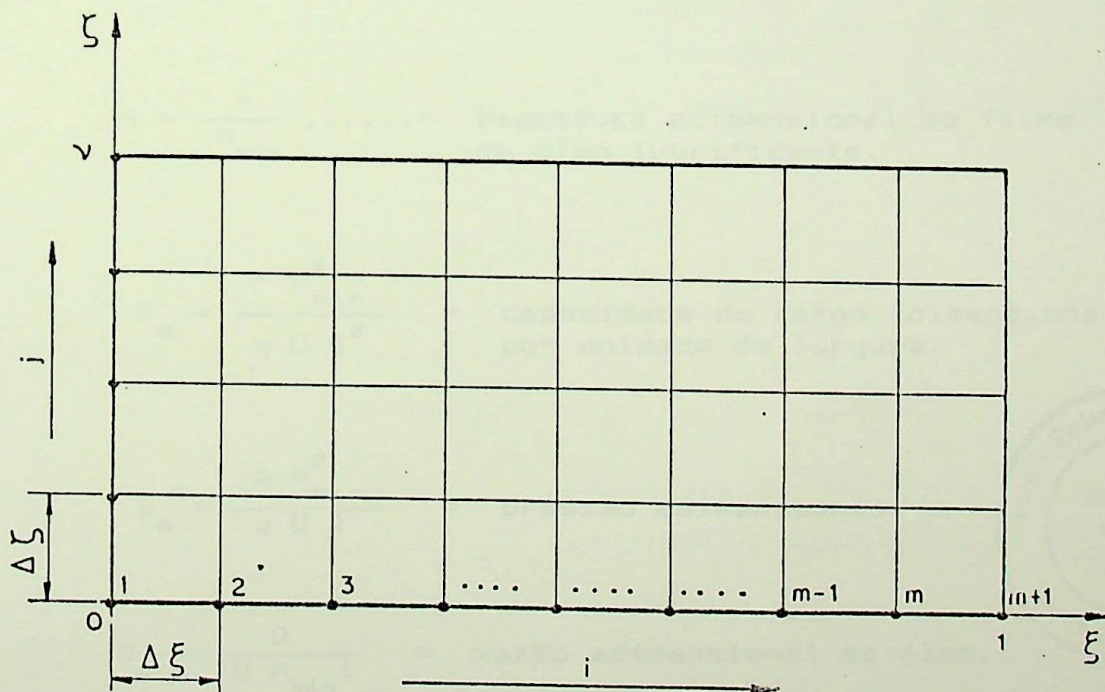


FIGURA A3.2 - Malha para integração.

APENDICE A-4

FATORES ADIMENSIONALIZADORES E NOTAÇÃO UTILIZADA

A4.1 - FATORES ADIMENSIONALIZADORES.

No presente trabalho, foram estudadas as variáveis dependentes, bem como os resultados obtidos nas simulações, sob o aspecto de parâmetros adimensionais.

Os seguintes fatores adimensionais foram utilizados:

$$E_o = \frac{E h_{min}}{\eta U^2 l} = \text{perda de potência adimensional por unidade de largura.}$$

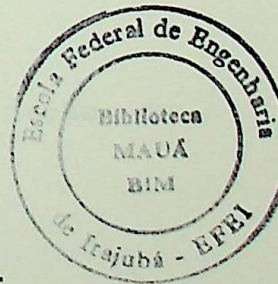
$$F_{a_o} = \frac{F_a h_{min}}{\eta U l} = \text{força de atrito adimensional por unidade de largura.}$$

$$H = \frac{h}{h_{min}} \dots\dots = \text{espessura adimensional do filme de óleo lubrificante.}$$

$$F_o = \frac{F h_{min}^2}{\eta U l^2} = \text{capacidade de carga adimensional por unidade de largura.}$$

$$P_o = \frac{p h_{min}^2}{\eta U l} = \text{pressão adimensional.}$$

$$Q_o = \frac{Q}{U h_{min} l} = \text{vazão adimensional de óleo.}$$



$$q_o = \frac{q}{U h_{\min}} = \text{vazão adimensional de óleo por unidade de largura.}$$

$$\Delta t_o = \frac{\rho c \Delta t h_{\min}^2}{\eta U l} = \text{aumento de temperatura adimensional.}$$

$$\xi = \frac{x}{l} \dots\dots\dots = \text{coordenada adimensional.}$$

$$\zeta = \frac{z}{l} \dots\dots\dots = \text{coordenada adimensional.}$$

A4.2 - NOTAÇÃO UTILIZADA.

b, B ...= Largura do mancal.

C₁.....= Constante de integração.

C₂.....= Constante de integração.

c= Calor específico do óleo.

E= Perda de potência por unidade de largura.

E_{tot.} ...= Perda de potência total.

Fa= Força de atrito por unidade de largura.

Fa_{tot} ...= Força de atrito.

f = $\frac{E}{F}$ = Perda de potência relativa.

h= Espessura do filme de óleo.

i, j ...= Pontos nodais.

K = $\frac{h_{\max} - h_{\min}}{h_{\min}}$ = Coeficiente de inclinação ou inclinação específica.

l, L ...= Comprimento do mancal.

m, n ...= Número de divisões da malha.

F= Capacidade de carga por unidade de largura.

F_{tot.} .. = Capacidade de carga total.

p = Pressão.

Q = Vazão de óleo.

q = Vazão de óleo por unidade de largura.

Δt = Aumento de temperatura.

U = Velocidade da superfície na direção de x .

u = Velocidade da partícula de fluido na direção de x .

v = Velocidade da partícula de fluido na direção de y .

x, y, z = coordenadas retangulares.

x_p = Posição da carga resultante ou ponto de pivotamento.

η = Viscosidade do óleo lubrificante no mancal.

$\mu = \frac{Fa}{F}$ = Coeficiente de atrito.

$\nu = \frac{b}{l}$ = Relação largura-comprimento.

ρ = Densidade do óleo.

τ = Tensão cisalhante.

σ = Rugosidade superficial.

APENDICE A-5

DEDUÇÃO DOS VALORES DE ξ^* E H^* PARA PRESSÃO MÁXIMA

Definição:

ξ^* e H^* = coordenadas do ponto de pressão máxima.

A-5.1 - Dedução do valor de ξ^*

Tem-se da equação (3.9), a expressão:

$$\frac{dp_o}{d\xi} = \frac{6}{(1 + K - K\xi)^2} + \frac{C_1}{(1 + K - K\xi)^3} \quad (A5.1)$$

na condição de pressão máxima tem-se $\frac{dp}{d\xi} = 0$

Então, pode-se escrever:

$$6(1 + K - K\xi) + C_1 = 0 \quad \text{ou}$$

$$\xi = \frac{C_1 + 6K + 6}{6K} \quad (A5.2)$$

Da equação (3.10), obteve-se:

$$C_1 = \frac{-12(1 + K)}{2 + K} \quad (A5.3)$$

Levando-se (A5.3) em (A5.2), resulta:

$$\xi^* = \frac{1 + K}{2 + K} \quad (A5.4)$$

A-5.2 - Dedução do valor de H^*

Tem-se da equação (3.2) que:

$$H = 1 + K - K\xi \quad (\text{A5.5})$$

Para p_{\max} tem-se: $\xi = \xi^*$ e $H = H^*$

Logo, substituindo-se ξ^* e H^* na equação (A5.5), resulta:

$$H^* = 1 + K - K\xi^* \quad \text{ou}$$

$$H^* = 1 + K - K \left[\frac{1 + K}{2 + K} \right] \quad (\text{A5.6})$$

Desenvolvendo-se (A5.6), resulta:

$$H^* = \frac{2(1 + K)}{2 + K} \quad (\text{A5.7})$$

APENDICE A-6

DETERMINAÇÃO DO VALOR DA INCLINAÇÃO K PARA CONDIÇÃO DE MÁXIMA CAPACIDADE DE CARGA

Da equação (3.17), tem-se:

$$F_o = \frac{6}{K} \left[\frac{\ln(1+K)}{K} - \frac{2}{2+K} \right] \quad (A6.1)$$

Para a condição de máxima capacidade, de carga tem-se:

$$\frac{dp_o}{dK} = 0$$

Derivando-se a equação (A6.1), em relação a K, tem-se:

$$\frac{dp_o}{dK} = \frac{K(2+K)^2 + 2(2+K)^2(1+K)\ln(1+K) + 4K(1+K)^2}{K^4(1+K)(2+K)^2}$$

Aplicando-se a condição de máximo, resulta:

$$K(2+K)^2 - 2(2+K)^2(1+K)\ln(1+K) + 4K(1+K)^2 = 0$$

$$5K^3 + 12K^2 + 8K - (2K^3 + 10K^2 + 16K + 8)\ln(1+K) = 0 \quad (A6.2)$$

A solução dessa equação pode ser dada através de um método numérico tal como o método de Newton ou Bisseção.

Resolvendo-se a equação (A6.2), resulta:

$$K = 1,1887049$$

podendo-se utilizar

$$K \cong 1,20 \quad (A6.3)$$

APENDICE A-7

SOLUÇÃO NUMÉRICA DAS INTEGRAIS DAS VAZÕES

Para esse desenvolvimento, a figura A7-1 é considerada.

A7-1 - Vazão de Entrada.

A equação (4.59), mostra que:

$$Q_{oe} = \frac{(1+K)}{2} v - \frac{(1+K)^3}{12} \int_0^v \left[\frac{dp_o}{d\xi} \right]_{\xi=0} d\xi \quad (A7.1)$$

Demonstra-se aqui, a solução numérica da integral

$$\int_0^v \left[\frac{\partial p_o}{\partial \xi} \right]_{\xi=0} d\xi \quad (A7.2)$$

Da equação (A2.11), tem-se:

$$u'(x) = \frac{1}{2h} \left[4u(x+h) - u(x+2h) - 3u(x) \right] \quad (A7.3)$$

da figura A7-1 tira-se:

$$h = \frac{1}{m} = \Delta\xi \quad (A7.4)$$

A equivalência é dada por:

$$u'(x) = \frac{\partial p_o}{\partial \xi} \quad \text{ou} \quad u(x) = p_o(\xi) \quad (A7.5)$$

Substituindo-se (A7.4) e (A7.5) em (A7.3), resulta:

$$\frac{\partial p_o}{\partial \xi} = \frac{1}{2\Delta\xi} \left[4 p_o(\xi + \Delta\xi) - p_o(\xi + 2\Delta\xi) - 3 p_o(\xi) \right] \quad (A7.6)$$

Observa-se que para trabalhar a equação (A7.6),

tem-se que lançar mão de três nós.

Na equação (A7.2), para $\xi = 0$, ou seja, na entrada da sapata, lança-se mão dos três primeiros nós.

Assim, já na forma de diferenças finitas, tem-se:

$$\left[\frac{\partial p_o}{\partial \xi} \right]_{\xi=0} = \frac{m}{2} \left[4 p_o(2, j) - p_o(3, j) - 3 p_o(1, j) \right] \quad (A7.7)$$

A equação (A7.2) é resolvida substituindo-se (A7.7) em (A7.2) e aplicando-se a regra de Simpson.

Resolvida a equação (A7.2), obviamente, estará resolvida a equação (A7.1), que dá a vazão de entrada.

A7.2 - Vazão Lateral.

O cálculo da vazão lateral é definido pela equação (4.65), dada por:

$$Q_{ol} = \frac{1}{6} \int_0^1 H^3 \left[\frac{\partial p_o}{\partial \xi} \right]_{\xi=0} d\xi \quad (A7.8)$$

A solução numérica da equação (A7.8) é obtida, com auxílio da equação (A2.11) dada por:

$$u'(x) = \frac{1}{2h} \left[4 u(x+h) - u(x+2h) - 3 u(x) \right] \quad (A7.9)$$

Da figura A7-1, tira-se que:

$$h = \frac{v}{n} = \Delta \zeta \quad (A7.10)$$

A equivalência com (A7.9), resulta:

$$u'(x) = \frac{\partial p_o}{\partial \xi} \quad \text{ou} \quad u(x) = p_o(\zeta) \quad (A7.11)$$

Substituindo-se (A7.10) e (A7.11) em (A7.9), resulta:

$$\frac{\partial p_o}{\partial \zeta} = \frac{1}{2\Delta\zeta} \left[4 p_o(\zeta + \Delta\zeta) - p_o(\zeta + 2\Delta\zeta) - 3 p_o(\zeta) \right] \quad (A7.12)$$

Na forma de diferenças finitas, para $\zeta = 0$, tem-se:

$$\left[\frac{\partial p_o}{\partial \zeta} \right]_{\zeta=0} = \frac{n}{2\nu} \left[4 p_o(i, 2) - p_o(i, 3) - 3 p_o(i, 1) \right] \quad (A7.13)$$

A vazão lateral é então calculada, substituindo-se a equação (A7.13) em (A7.8) e aplicando-se a regra de Simpson, mostrada no apêndice A-3.

A7.3 - Vazão de Saida.

A vazão de saída, é calculada pela equação (4.70) dada por:

$$Q_{os} = \frac{\nu}{2} - \frac{1}{12} \int_0^\nu \left[\frac{\partial p_o}{\partial \zeta} \right]_{\zeta=1} d\zeta \quad (A7.14)$$

O cálculo da vazão de saída, basicamente, consiste na solução da integral mostrada em (A7.14).

Se no cálculo da vazão de entrada, utilizou-se o desenvolvimento da derivada numa aproximação de diferenças progressivas, definida pela equação (A2.11), para o cálculo da vazão de saída utiliza-se do desenvolvimento da derivada numa aproximação de diferenças regressivas, definida pela equação (A2.12), dada por:

$$u'(x) = \frac{1}{2h} \left[u(x - 2h) - 4 u(x - h) + 3 u(x) \right] \quad (A7.15)$$

O cálculo da equação (A7.14) é feito pelo desenvolvimento da derivada, pela aplicação da equação (A7.15).

Assim resulta:

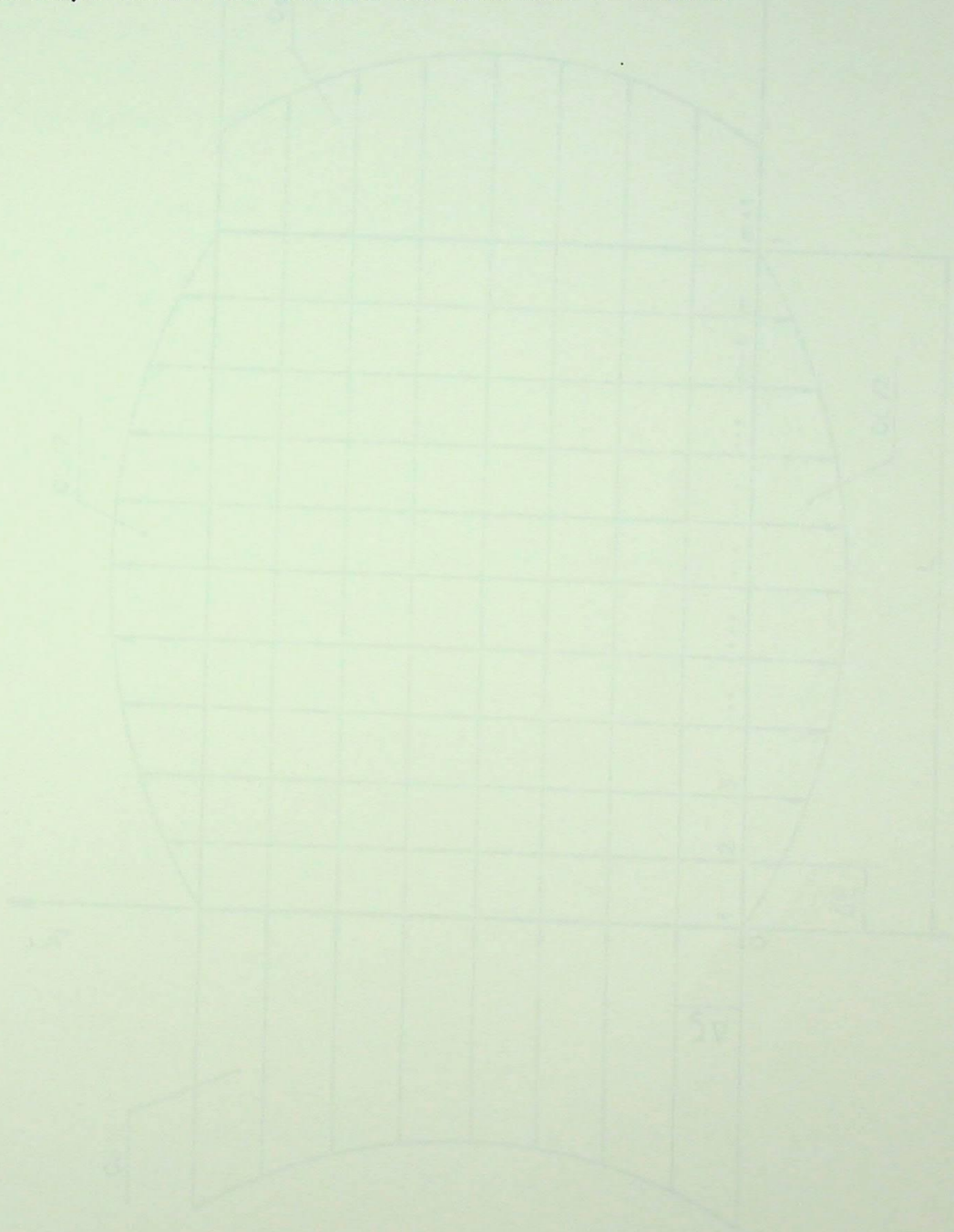
$$\frac{\partial p_o}{\partial \xi} = \frac{1}{2\Delta\xi} \left[p_o(\xi - 2\Delta\xi) - 4 p_o(\xi - \Delta\xi) + 3 p_o(\xi) \right] \quad (A7.16)$$

Na forma de diferenças finitas para $\xi = 1$, tem-se:

$$\left(\frac{\partial p_o}{\partial \xi} \right)_{\xi=1} = \frac{m}{2} \left[p_o(m-1, j) - 4 p_o(m, j) + 3 p_o(m+1, j) \right] \quad (A7.17)$$

Assim, o cálculo da vazão de saída é obtido pela substituição de (A7.17) em (A7.14) e aplicando-se Simpson.

É recomendado que se calcule essa vazão pela diferença entre as vazões de entrada e saída.



APÊNDICE A-8

EXEMPLO DE APLICAÇÃO

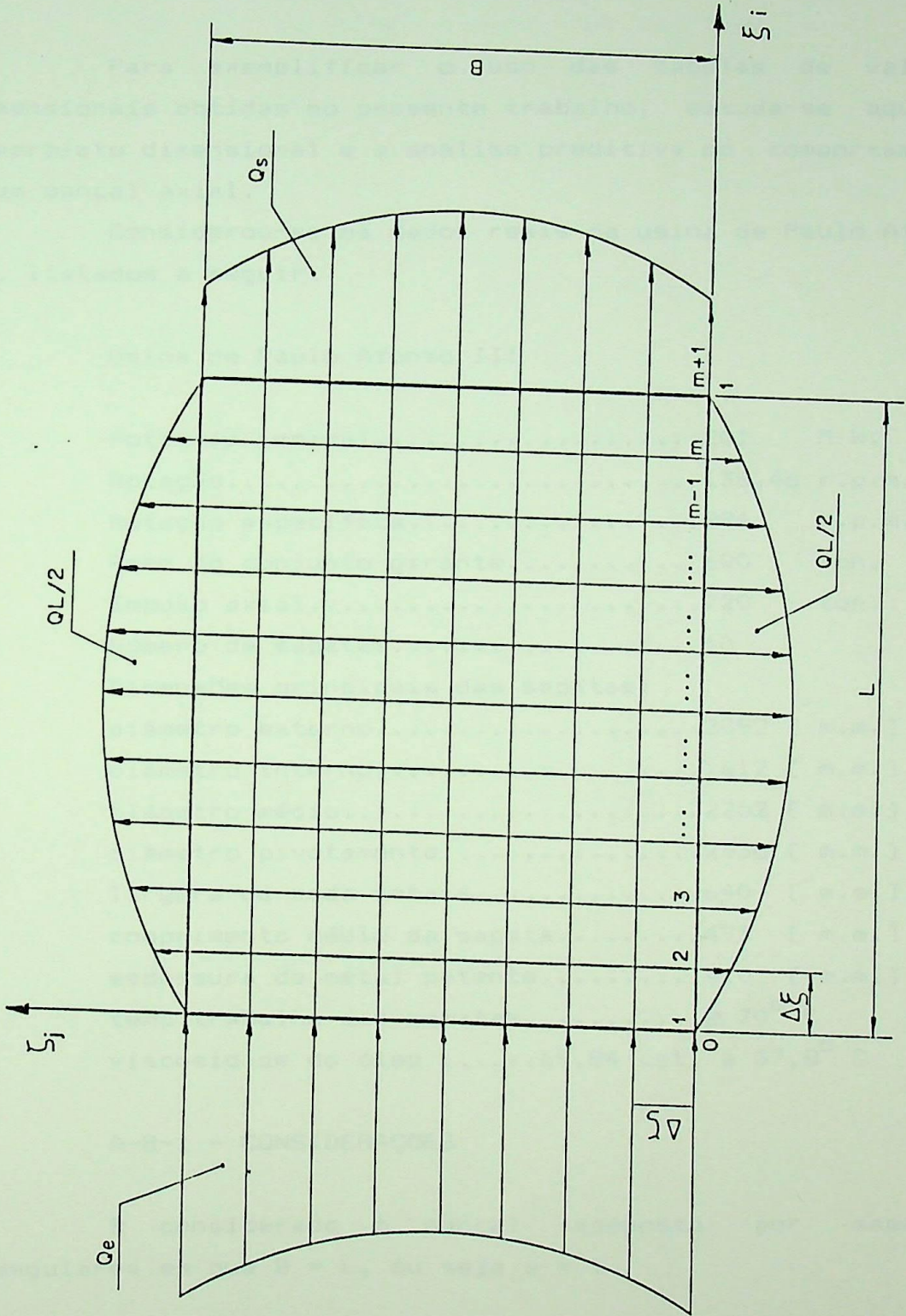


FIGURA A7.1 – Distribuição do fluxo teórico de óleo.

APENDICE A-8

EXEMPLO DE APLICAÇÃO

Para exemplificar o uso das tabelas de valores adimensionais obtidas no presente trabalho, estuda-se aqui o anteprojeto dimensional e a análise preditiva do comportamento de um mancal axial.

Considerou-se os dados reais da usina de Paulo Afonso III, listados a seguir.

Usina de Paulo Afonso III

Potência nominal.....	201	M W.
Rotação.....	138,46	r.p.m.
Rotação específica.....	296	r.p.m.
Peso do conjunto girante.....	600	ton.
Empuxo axial.....	720	ton.
Número de sapatas.....	10	
Dimensões principais das sapatas:		
diâmetro externo.....	2892	[m.m.]
diâmetro interno.....	1612	[m.m.]
diâmetro médio.....	2252	[m.m.]
diâmetro pivotamento.....	2338	[m.m.]
largura de cada sapata.....	640	[m.m.]
comprimento médio da sapata.....	495	[m.m.]
espessura de metal patente.....	4,0	[m.m.]
temp.trabalho das sapatas.....	$\cong 70^{\circ}$	C
viscosidade do óleo	69,84	cst. a $37,8^{\circ}$ C

A-8-1 - CONSIDERAÇÕES

É considerado o mancal composto por sapatas retangulares em que $B = L$, ou seja $\nu = 1$

Para melhor entendimento, a figura AB-1 é considerada.

A-8-2 - DESENVOLVIMENTO

- Cálculo do número e dimensões das sapatas:

Da figura A8-1, tem-se:

$$\pi d_m = Z (L + 0,2 L) \quad Z = n^\circ \text{ de sapatas}$$

$$\pi d_m = 1,2 L Z \quad d_m = d + L$$

$$\pi (d + L) = 1,2 L Z \quad (\text{A8-1})$$

A pressão atuante em cada sapata, será:

$$p = \frac{F}{A} = \frac{F}{Z L B} = \frac{F}{Z L^2} \quad (\text{A8-2})$$

onde:

$$F = P_{\text{conj. gir.}} + \text{Emp. axial}$$

$$F = 12,950 \cdot 10^6 \text{ [N]} \quad (\text{A8-3})$$

Considerando-se um coeficiente de segurança igual a 2, tem-se:

$$p = \frac{P_{\text{adm.}}}{2} \quad (\text{A8-4})$$

Usando-se um revestimento de babbitt "BRUMACO 80 ou 83" cuja pressão admissível $p_{\text{adm.}} \simeq 700 \text{ [N/cm}^2\text{]}$, tem-se:

$$p = \frac{700}{2} = 350 \text{ [N/cm}^2\text{]} \quad (\text{A8-5})$$

Levando-se (A8-3) e (A8-5) em (A8-2), resulta:

$$350 = \frac{12,950 \cdot 10^6}{Z L^2} \quad \text{ou}$$

$$Z L^2 = 37000 \text{ [cm}^2\text{]} \quad (\text{A8-6})$$

Da equação (A8-1), tem-se:

$$Z L = \frac{\pi}{1,2} (161,2 + L)$$

multiplicando-se ambos os membros por L, resulta:

$$Z L^2 = \frac{\pi L}{1,2} (161,2 + L) \quad (\text{A8-7})$$

Igualando-se (A8-7) e (A8-6), tem-se:

$$\frac{\pi L}{1,2} (161,2 + L) = 37000 \quad \text{ou}$$

$$L^2 + 161,2 L - 14\,133 = 0$$

resultando em $L = 63,03$ [cm]

Da equação (A8-6), tem-se:

$$Z = \frac{37000}{(63,03)^2} = 9,31$$

Considera-se então $Z = 10$

Torna-se necessário ajustar o valor de L para $Z = 10$

Assim, da equação (A8-1), tem-se:

$$\pi (161,2 + L) = 1,2 L \times 10 \quad \text{ou}$$

$$L = \frac{161,2 \pi}{12 - \pi} = 57,2 \text{ [cm]}$$

Então, tem-se 10 sapatas com $L = B = 57,2$ [cm]

A pressão específica em cada sapata é dada pela equação (A8-2):

$$p = \frac{12,950 \cdot 10^6}{10 (57,2)^2} = 395,8 \text{ [N/cm}^2\text{]}$$

$$p = 395,8 \text{ [N/cm}^2\text{]} = 3958 \text{ [kN/m}^2\text{]} = 3,958 \text{ [MPa]}$$

- Análise preditiva do comportamento do mancal.

a - Viscosidade Mínima do Lubrificante a 70° C

Da equação (4.29) tem-se:

$$\eta = \frac{F h_o^2}{B F_o U L^2} \quad \text{ou} \quad \eta = \frac{F h_o^2}{F_o U L^3}$$

onde:

F = carga aplicada por sapata, por unidade de largura

h_o = espessura mínima do filme de óleo

F_o = capacidade de carga adimensional por unidade de largura

U = velocidade do colar

L = comprimento da sapata

No cálculo da viscosidade mínima, pode-se considerar as condições críticas, ou sejam:

a - a espessura do filme de óleo h_o é a menor possível, desde que não permita o contato metal com metal.

b - a capacidade de carga F_o é a maior possível, tal que garanta a condição imposta para h_o .

Assim, tem-se:

$$F_o = 0,0702 \quad \text{obtido da tab. 5.4 para } \nu = 1.0 \text{ e } K = 1,5$$

b - Cálculo da Espessura Mínima do Filme de Óleo

Considerações:

h_o é um parâmetro dependente de várias condições funcionais, tais como oscilações das cargas aplicadas, eventuais desalinhamentos e desnivelamentos das sapatas e

ainda, das rugosidades superficiais, das sapatas e do colar giratório.

Num ante-projeto, h_o pode ser imposto através de valores experimentais conhecidos, ou calculado através de parâmetros influentes.

São métodos práticos que podem serem definidos em função por exemplo, da relação pressão específica x velocidade de rotação, ou em função do fator de rugosidade das superfícies metálicas.

Segundo Osanna [17] e Strohmaier [18], para uma superfície deslizante, os valores da rugosidade R_t , estão entre 2,0 e 4,0 μm .

No presente estudo, para o cálculo de h_o , utilizou-se o parâmetro rugosidade combinada das superfícies numa condição mais crítica.

Considerou-se a rugosidade $R_t = 5,0 \mu\text{m}$.

Foi considerado ainda o parâmetro de lubrificação λ dado por:

$$\lambda = \frac{h_o}{\sigma} \quad \text{onde } h_o = \text{espessura mínima do filme}$$

$$\sigma = \text{rugosidade combinada}$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} = R_t$$

σ_1 = rugosidade da sapata

σ_2 = rugosidade do colar (parte girante)

Em geral, recomenda-se $\lambda \geq 8$, para garantir a lubrificação completa sem nenhum contato metálico entre as superfícies deslizantes.

Prevendo-se possíveis desalinhamentos, oscilações de carga, considerou-se aqui $\lambda = 10$

Assim, tem-se:

$$h_o = \lambda \sigma \quad \text{ou}$$

$$h_o = 10 \times 0,005$$

$$h_o = 0,050 \text{ [m.m.]}$$

c - Cálculo da Velocidade U

$$U = \pi d_m N$$

$$d_m = d_{int.} + L$$

$$d_m = 161,2 + 57,2 = 218,4 \text{ [cm]} = 2,184 \text{ [m]}$$

$$U = \pi \cdot 2,184 \times \frac{138,46}{60} = 15,83 \text{ [m/s]}$$

Assim, tem-se

$$F_{tot.} = 12,950 \cdot 10^6 \text{ [N]} \quad \text{ou} \quad F_{unit.} = 1,295 \cdot 10^6 \text{ [N]}$$

$$F_o = 0,0702$$

$$h_o = 50 \cdot 10^{-3} \text{ [m.m.]} = 50 \cdot 10^{-6} \text{ [m]}$$

$$U = 15,83 \text{ [m/s]}$$

$$L = 0,572 \text{ [m]}$$

Logo:

$$\eta_{min.} = \frac{1,295 \cdot 10^6 \times (50 \cdot 10^{-6})^2}{0,0702 \times 15,83 \times (0,572)^3}$$

$$\eta_{min.} = 15,56 \cdot 10^{-3} \text{ (Pa . s)} = 15,56 \text{ cP}$$

d - Especificação do Lubrificante

Utilizando-se o gráfico da figura A8-2 que relaciona temperatura x viscosidade, considerando-se a temperatura média de funcionamento à 70° C e a viscosidade mínima $\eta = 15,56 \text{ cP}$, resulta que o óleo recomendado é o óleo ISO 68

e - Inclinação da Sapata

A inclinação K é obtida da figura 5.16, tal que a perda de potência relativa seja mínima.

Assim da figura 5.16 tem-se: $K = 2$

Pode-se, também, calcular h_{\max} para efeito ilustrativo, como segue:

$$h_{\max} = (1 + K) h_{\min}$$

$$h_{\max} = 3 h_{\min} = 3 \cdot 50 \cdot 10^{-3} = 0,15 \text{ [m.m.]}$$

f - Vazão de Entrada

$$Q_e = Q_{oe} \times U \times h_o \times L$$

$$Q_{oe} = 1,1631 \quad \text{ver tabela 5.4 p/ } K = 2.0 \text{ e } \nu = 1.0$$

$$Q_e = 1,1631 \times 15,83 \times 50 \times 10^{-6} \times 572 \cdot 10^{-3}$$

$$Q_e = 5,27 \cdot 10^{-4} \quad (\text{m}^3/\text{s})$$

g - Vazão Lateral

$$Q_L = Q_{ol} \times U \times h_o \times L$$

$$Q_{ol} = 0,5001 \quad \text{ver tab. 5.4 para } K = 2.0 \text{ e } \nu = 1.0$$

$$Q_L = 0,5001 \times 15,83 \times 50 \cdot 10^{-6} \times 572 \cdot 10^{-3}$$

$$Q_L = 2,264 \cdot 10^{-4} \text{ [m}^3/\text{s]}$$

h - Perda de Potência

$$E = \frac{E_o \times \eta \times U^2 \times L}{h_{\min}}$$

$$E_o = 0,6166 \quad \text{ver tab. 5.4 para } K = 2.0 \text{ e } \nu = 1.0$$

$$E = \frac{0,6166 \times 15,56 \cdot 10^{-3} \times (15,83)^2 \times (572 \cdot 10^{-3})^2}{50 \cdot 10^{-6}}$$

$$E = 15732 \text{ [W]} = 15,732 \text{ [KW] por sapata}$$

i - Elevação de Temperatura

$$\Delta t = \Delta t_o \cdot \frac{\eta \times U \times L}{\rho \times c \times h_o^2} \quad c = c_p \cdot J$$

Δt deve ser colocado em função da carga aplicada.

Assim, tem-se:

$$\Delta t = \Delta t_o \times \frac{1}{\rho \times c} \times \frac{\eta \times U \times L}{h_o^2}$$

$$\Delta t = \Delta t_o \times \frac{1}{\rho \times c} \times \frac{\eta \times U \times L^2}{h_o^2 \times L} \quad (1)$$

Da equação (4.29) tem-se que:

$$F_o = \frac{F \times h_o^2}{\eta \times U \times L^2} \quad \text{ou} \quad \frac{F}{F_o} = \frac{\eta \times U \times L^2}{h_o^2} \quad (2)$$

Levando-se (2) em (1), resulta:

$$\Delta t = \Delta t_o \times \frac{1}{\rho \times c} \times \frac{F}{F_o \times L} \quad \text{onde:}$$

$$\Delta t_o = 0,6754 \quad \text{ver tab. 5.4 p/ } K = 2.0 \text{ e } \nu = 1.0$$

$$\rho = 870 \text{ [kg/m}^3 \text{]}$$

$$c = c_p \cdot J \quad c_p = 0,47 \text{ [kcal/kg } ^\circ\text{C]}$$

$$J = 4186 \text{ [J/kcal]}$$

$$F_o = 0,06732 \quad \text{ver tab. 5.4 p/} \quad K = 2.0 \text{ e } \nu = 1.0$$

Lembrando-se que F_o é a capacidade de carga adimensional por unidade de largura, tem-se:

$$F = 1,295 \cdot 10^6 \text{ [N]} \quad \text{carga por sapata}$$

$$L = 572 \cdot 10^{-3} \text{ [m]} \quad \text{largura da sapata}$$

Logo:

$$\Delta t = \Delta t_o \times \frac{1}{\rho \times c} \times \frac{F}{F_o \times L \times L}$$

$$\Delta t = 0,6754 \times \frac{1}{870 \times 0,47 \times 4186} \times \frac{1,295 \cdot 10^6}{0,06732 \times (572 \cdot 10^{-3})^2}$$

$$\Delta t = 23.2 \text{ }^\circ\text{C}$$

j - Força de Atrito Fluido

Das equações (4-82) e (4-83), tem-se:

$$F_a = \frac{F_{a_o} \times \eta \times U \times L}{h_{\min.}} \quad \text{e} \quad F_{a_o} = E_o$$

$$\text{Logo:} \quad F_a = E_o \times \frac{\eta \times U \times L}{h_{\min.}}$$

$$F_a = \frac{0,6166 \times 572 \cdot 10^{-3} \times 15.56 \cdot 10^{-3} \times 15,83 \times 572 \cdot 10^{-3}}{50 \cdot 10^{-6}}$$

$$F_a = 993,84 \text{ [N]}$$

k - Coeficiente de Atrito Fluido μ

$$\frac{\mu \times L}{h_{\min.}} = \frac{E_o}{F_o} = CA \quad (\text{tabela})$$

Da tabela 5.4, para $K = 2.0$ e $B/L = 1.0$ tem-se $CA = 9,159$
Logo:

$$\frac{\mu \times L}{h_{\min.}} = 9,159 \quad \Rightarrow$$

$$\mu = \frac{9,159 \times 50 \cdot 10^{-6}}{572 \cdot 10^{-3}} = 8,006 \cdot 10^{-4}$$

L - Ponto de Aplicação de Carga ou Pivotamento

Da tabela 5.4 para $K = 2.0$ e $B/L = 1.0$, tem-se:

$$\xi = 0,6273 \quad \text{mas,} \quad \xi_p = \frac{x_p}{L} \Rightarrow$$

$$x_p = \xi_p \cdot L$$

$$\text{Logo:} \quad x_p = 0,6273 \times 572 \quad \text{ou} \quad x_p = 358,82 \text{ [m.m]}$$

FIGURA A81- Esquema de mancal axial.

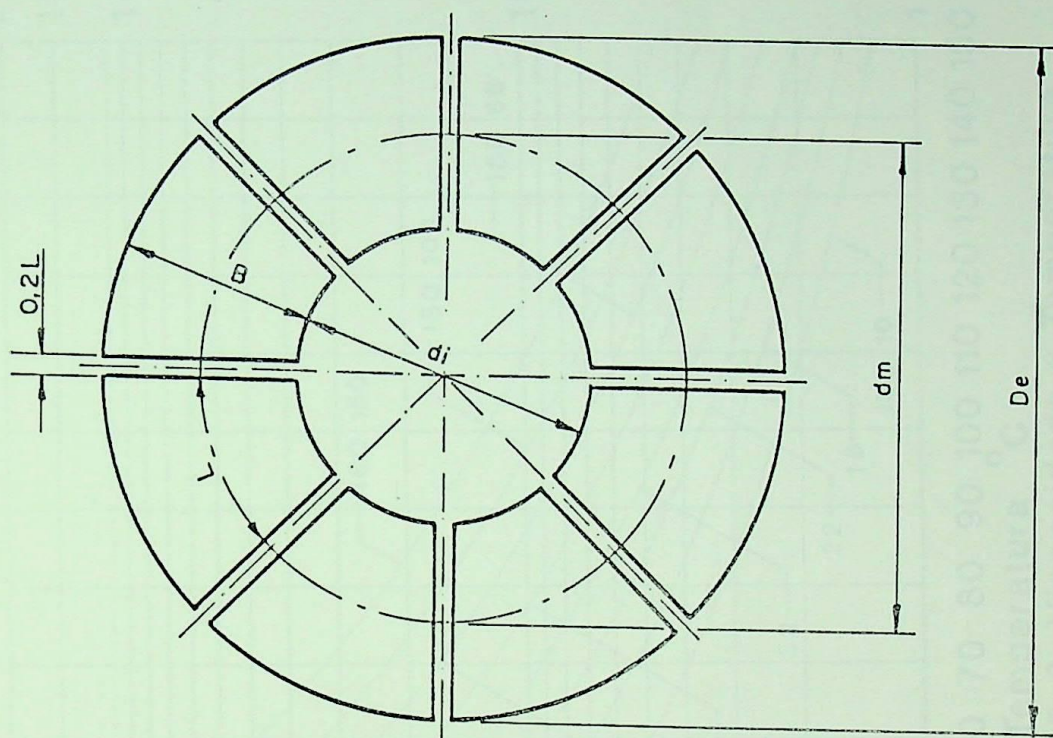


FIGURA A8-1- Esquema de mancal axial.

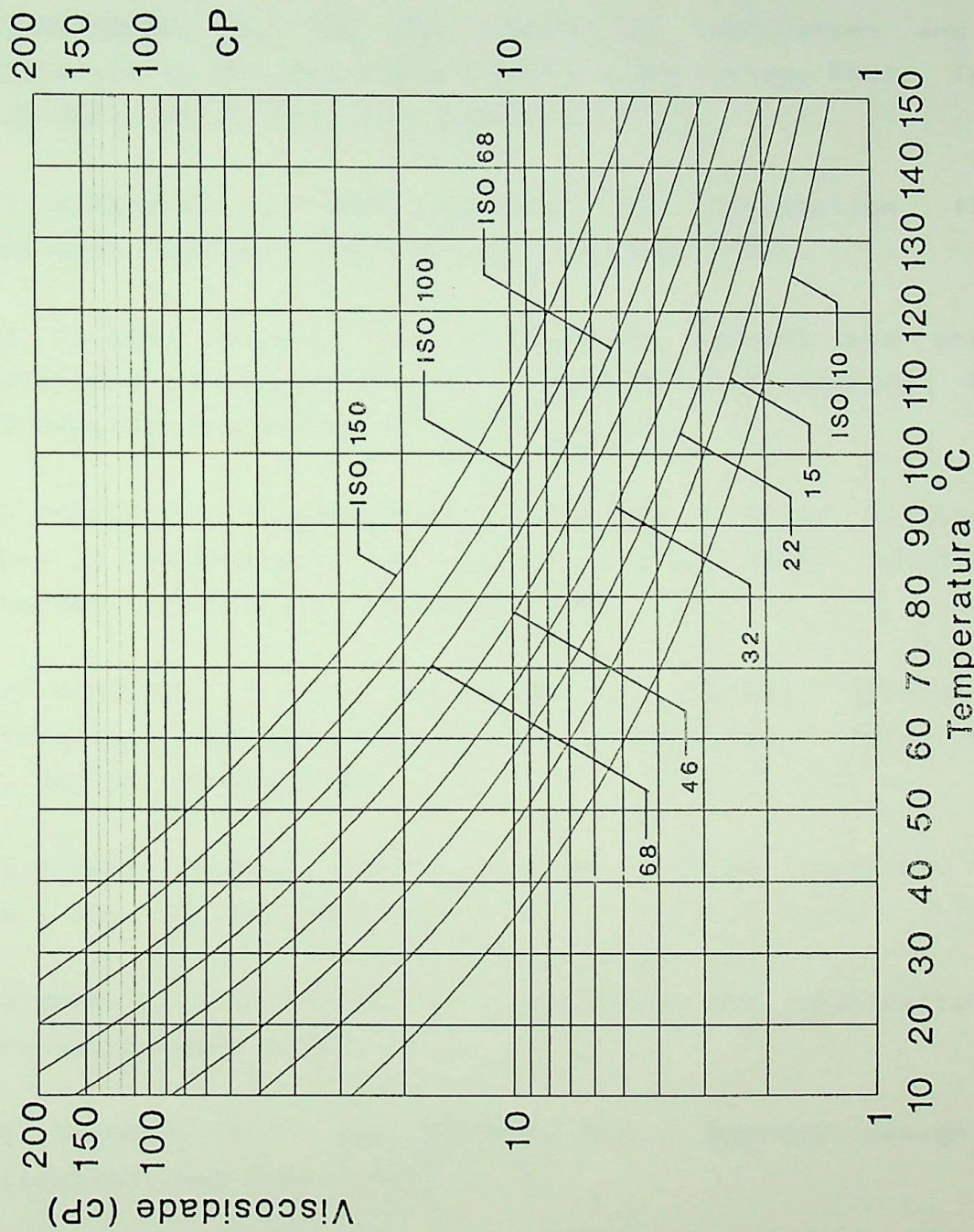


Figura A8-2 Viscosidade x Temperatura

REFERÊNCIAS

- [01] CAMERON, A., The principles of lubrication, Longmans Green, London, 1966
- [02] REYNOLDS, O., On the theory of lubrication and its application to Mr. Beauchamp Tower's experiments, Phil. Trans. Royal Soc., A177, 157, 234, 1886.
- [03] KINGSBURY, A., Heat effects in lubrication films, Mechanical Engineering, N 55, pp. 685-688, 1933.
- [04] FILLON, M., et alli Historical aspects and present development on thermal effects in hydrodynamic bearing. Proc. pp 27-47, 13th Leeds-Lyon Symposium, 1979.
- [05] PINKUS, O., The Reynolds centesimal: A brief history of theory of hydrodynamic lubrication. Trans. ASME, Journal of Tribology. 109(1): pp. 1-20 jan. 1987.
- [06] KHONSARI, M. M., A Review of thermal effects in hydrodynamic bearings, Part 2: Journal bearings, Trans. ASLE, Vol. 30, pp. 26-33, 1987.
- [07] MICHELL, A.G.M., The lubrication of plane surfaces, Math. Phys., Vol. 52, pp. 123, 1905.
- [08] SHAW, M.C. and MACKS, E.F., Analysis and lubrication of bearings, London, 1949.
- [09] WILCOCK, D.F. and BOOSER, E.R., Bearing design and application, New York, 1957.
- [10] PINKUS, O., Analysis of elliptical bearings, Trans. ASME, Vol. 78, pp. 965-73, july, 1956.
- [11] JAKOBSSON, B. and FLOBERG, L., The rectangular plane pad

bearing, Report N 5 From the Institute of Machine Elements Chalmers University of Technology, Gothenburg-Sweden, 1958.

[12] RAIMONDI, A.A. E BOYD, J., A solution for the finite journal bearing and its application to analysis and design, Trans.ASLE, Vol 1, pp. 159-209, 1958.

[13] ETTLES, C., Hot oil carry over in thrust bearings. Paper 11. Proc. Instn. Mech. Engrs. 1969-70, Vol. 184 Pt. 3L.

[14] TAYLOR, C.M., Turbulent lubrication theory applied to fluid film bearing design. Paper 6, Proc. Instn. Mech. Engrs. Vol. 184, Pt. 3L, 1969-70.

[15] BIELEC, M.K. e LEOPARD, A.J., Tilting pad thrust bearings: Factors affecting performance and improvements with directed lubrication. Paper 13, Proc. Instn. Mech. Engrs. Vol. 184, Pt. 3L, 1969-70.

[16] MARTIN, F.A. Tilting pad thrust bearings: Rapid design aids. Paper 16, Proc. Instn. Mech. Engrs, Vol 184, Pt.3L, 1969-70.

[17] OSANNA, P.H. Surface roughness and size tolerance, Wear, 57, pp.227-236. 1979

[18] STROHMAIER, D., Zuordnung zwischen funktion und zullssigen werten für rauheitsmaße, Institut für industrielle fertigung und fabrikbetrieb der Univesität, Stuttgart, Trab. N 101 647, 34 pg., 1976.

[19] ROOCHE, P.J., Computational Fluid Dynamics, Hermosa Publisher, Albuquerque, 1972.

BIBLIOGRAFIA

[01] CAMERON, A., The principles of lubrication. Longmans Green, London, 1966

[02] FRÈNE, J., Paliers hydrodynamiques Techniques de l'ingénieur, Vol. B5-11, pp. B671- 1-12, 1982.

[03] JAKOBSSON, B. and FLOBERG, L., The rectangular plane pad bearing, Report N 5. Institute of Machine Elements, Chalmers University of Technology, 1958.

[04] PINKUS, O e STERNLIGHT, B., Theory of hydrodynamic lubrication, Mc Graw-Hill Book Company Inc. pp. 1-135, 1961.

[05] PINKUS, O e LYNN, W., Solution of the tapered-land sector thrust bearing, Trans. ASME Vol. 80, pp. 1510-1516, 1958.

[06] OSTERLE, F. and SAIBEL, E., The effect of bearing deformation in slider-bearing lubrication. Trans. ASLE Technical Committee of Bearing and Bearing Lubrication, pp.213-216, 1957.

[07] KUHN, E.C., Load capacity and losses in the infinite slider bearing with a transversely forced-cooled lubrication film, ASLE Trans., pp. 135-139, 1969.

[08] GERD, L.R. and ETTLES, C., An evaluation of finite difference and finite element methods for the solution of the Reynolds equation, Trans. ASLE Vol. 29, 2. pp.166-172, 1985.

