

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

TESE DE DOUTORADO

**Estudo de Efeitos de Rugosidade Superficial
sobre Escoamentos ao Redor de Dois Corpos
Rombudos Idênticos e Alinhados In Tandem
Utilizando o Método de Vórtices Discretos**

Autor: **Paulo Guimarães de Moraes**

Orientador: **Prof. Dr. Luiz Antonio Alcântara Pereira**

Curso: **Doutorado em Engenharia Mecânica**

Área de Concentração: **Térmica, Fluidos e Máquinas de Fluxo**

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica como parte dos requisitos para obtenção do Título de Doutor em Engenharia Mecânica.

Itajubá, dezembro de 2021

MG – Brasil

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

TESE DE DOUTORADO

**Estudo de Efeitos de Rugosidade Superficial
sobre Escoamentos ao Redor de Dois Corpos
Rombudos Idênticos e Alinhados In Tandem
Utilizando o Método de Vórtices Discretos**

Autor: **Paulo Guimarães de Moraes**

Composição da Banca Examinadora:

Prof. Dr. William Roberto Wolf - UNICAMP

Prof. Dr. Alex Mendonça Bimbato – FEG/UNESP

Prof. Dr. Ramiro Gustavo Ramirez Camacho – UNIFEI

Prof. Dr. Nelson Manzanares Filho – UNIFEI

Prof. Dr. Luiz Antonio Alcântara Pereira (Orientador)

(Moderador) – UNIFEI

Dedicatória

Dedico este trabalho à minha mãe, Mary Elizabeth, e à minha avó, Inácia, por suas orações e por estarem ao meu lado me encorajando nas horas difíceis e me aplaudindo nos momentos de glória.

Ao meu avô Paulo (*in memoriam*) com muito carinho e saudade. Pessoa que com gestos, expressões e atitudes me transmitiu valiosos ensinamentos. Obrigado por ter sido minha figura de pai: correto, competente, fonte de inspiração, apoio e ensino diário.

Ao meu padrinho Roberto e minha madrinha Rosângela, por me tratarem como um filho com amor e apoio incondicional.

Aos meus familiares que me acompanharam de perto, por toda essa trajetória, sempre com palavras de apoio, solicitude e encorajamento.

Aos meus amigos pela convivência, conversas e pelo incentivo em seguir a carreira acadêmica.

Agradecimentos

Agradeço à Deus, em quem me amparo nos momentos difíceis e consigo força interior para superar as dificuldades.

Agradeço minha mãe e ao seu esposo Luiz David, que sempre acreditaram em mim e me proporcionam um ambiente familiar saudável. Obrigado por sempre me receberem de braços abertos.

Agradeço à minha família, amigos e ex-alunos aos quais tenho um carinho muito grande.

Agradeço ao meu orientador, Professor Dr. Luiz Antonio Alcântara Pereira pela paciência, pelos ensinamentos, conversas, discussões e pelas dicas de pesquisa. Sua dedicação e seu comprometimento me possibilitaram concluir este trabalho.

Agradeço aos colegas do Laboratório de Modelagem e Algoritmos de Métodos Lagrangeanos – LMAML na UNIFEI, em especial ao colega e Dr. Marcos André de Oliveira, pela companhia ao longo dessa trajetória.

Agradeço ao Professor Dr. Alex Mendonça Bimbato pelo suporte que tem dado aos membros do grupo de pesquisa do LMAML na UNIFEI.

A todos que contribuíram direta e indiretamente para realização desse trabalho.

Agradeço à FAPEMIG pelo financiamento de recursos computacionais por meio do projeto de pesquisa APQ-02175-14.

“O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES)”, à qual encerro com meus agradecimentos pela bolsa de estudo.

“Quanto mais aumenta nosso conhecimento, mais evidente fica nossa ignorância”. (John Fitzgerald Kennedy)

RESUMO

Este trabalho investiga numericamente o efeito de novos padrões de interferência sobre escoamentos com números de Reynolds no regime subcrítico, os quais se desenvolvem ao redor de dois cilindros circulares *in tandem*. Os novos padrões de interferência estão atrelados à inclusão de efeitos de rugosidade e, conseqüentemente, as interações esteira-corpo e esteira-esteira impõem nova dinâmica de vorticidade para o problema. Em geral, os resultados numéricos indicam as potencialidades da abordagem numérica para capturar redução de força de arrasto associada com aumento da pressão de base, intermitência na geração de estruturas vorticosas e destruição de esteira, para certos padrões de interferência. A literatura é escassa de resultados de escoamentos ao redor de arranjos de cilindros com interferência de rugosidade, o que motivou este estudo. A análise dos principais resultados numéricos permite tirar conclusões importantes e, principalmente, propicia a evolução da ciência. Duas contribuições deste trabalho podem ser destacadas: (i) implementação de um algoritmo para a inclusão de efeitos de interferência de rugosidade, a partir de um método de vórtices puramente Lagrangeano com modelagem de turbulência do tipo LES implementado em um código caseiro; e (ii) aplicação de processamento paralelo usando OpenMP com Fortran para todos os casos de testes. Os resultados numéricos ratificam que o modelo de rugosidade é mais sensível para capturar fenômenos físicos do que somente a modelagem bidimensional de turbulência. No passado, a modelagem de turbulência propiciou o desenvolvimento do atual modelo de rugosidade, que, em essência, distribui pontos ao redor de um corpo para combinar geração de vórtices discretos e mudança instantânea do campo de vorticidades no interior da camada limite por injeção de quantidade de movimento.

Palavras-chaves: dois cilindros *in tandem* com modelo de rugosidade; redução de arrasto; intermitência; comportamento destrutivo de esteira; OpenMP com Fortran; método de vórtices discretos.

ABSTRACT

This work numerically investigates new interference patterns on flows around two circular cylinders aligned *in tandem* at subcritical Reynolds number regime. The origin of these interference patterns is hitched to surface roughness effects; consequently, the interactions viscous wake-body and viscous wake-viscous wake establish new vorticity dynamics for the problem. Overall, the numerical results reveal the potentialities of the present numerical approach to capture drag reduction accompanied of base pressure increasing, intermittence of vortex shedding and wake destruction under certain interference patterns. There is a lack of data published in the literature discussing roughness interference on flows around cylindrical structures in cross flow, which motivated the present study. The analysis of the main numerical results enables important conclusions and, mainly, contributes to science evolution. Two contributions of this work can be highlighted: (i) implementation of an in-house vortex code to include surface roughness effects from a two-dimensional Lagrangian vortex method with LES type turbulence modeling, and (ii) implementation and parallel programming of the vortex code using OpenMP with Fortran. The numerical results confirm that the present model of surface roughness effects is much more sensitive than a simple two dimensional turbulence modeling. However, the turbulence modeling provided earlier the development of the model of surface roughness effects utilized in the present study. The latter utilizes points set near every solid boundary combining the generation of vortex elements and instantaneous change in the vorticity field into the boundary layer by introducing momentum because of roughness protruding out of the surface.

Key-words: two cylinders in tandem with model de roughness; drag reduction; intermittence; wake destructive behavior; OpenMP with Fortran; discrete vortex method.

Produção Científica do Autor desta Tese de Doutorado

a) Artigos Publicados em Revistas QUALIS-CAPES

MORAES, P. G., ALCÂNTARA PEREIRA, L. A., (2021) “Surface Roughness Effects on Flows past Two Circular Cylinders in Tandem Arrangement at Co-Shedding Regime.” *Energies*, v. 14, p. 8237.

MORAES, P. G., OLIVEIRA, M. A., ANDRADE, C. L., BIMBATO, A. M., ALCÂNTARA PEREIRA, L. A., (2021) “Effects of surface roughness and wall confinement on bluff body aerodynamics at large-gap regime.” *J Braz. Soc. Mech. Sci. Eng.* 43, 397.

ALCÂNTARA PEREIRA, L. A., OLIVEIRA, M. A., MORAES, P. G., BIMBATO, A. M., (2020) “Numerical experiments of the flow around a bluff body with and without roughness model near a moving wall.” *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, v. 42, p. 129.

OLIVEIRA, M. A., MORAES, P. G., ANDRADE, C. L., BIMBATO, A. M., ALCÂNTARA PEREIRA, L. A., (2020) “Control and Suppression of Vortex Shedding from a Slightly Rough Circular Cylinder by a Discrete Vortex Method.” *Energies*, v. 13, p. 4481.

b) Artigos Publicados em Congressos Internacionais da ABCM

MORAES, P. G.; ALCANTARA PEREIRA, L.A. ; HIRATA, M. H., (2012) “The Formation of Binary-Vortex Street behind Two Circular Cylinders Arranged In Tandem.” In: 14th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering, RJ. Proceedings of ENCIT 2012.

OLIVEIRA, M. A.; MORAES, P.G. ; ALCÂNTARA PEREIRA, L.A., (2020)

“Wing Tip Vortices Dynamics with Cross Wind Effect Using the Large Eddy Simulation (LES) Theory.” In: 12th Spring School on Transition and Turbulence, Blumenau. Proceedings of EPTT 2020.

c) Dissertação de Mestrado

MORAES, P.G., (2011), “Efeitos de Interferência entre Dois Corpos Idênticos Alinhados com o escoamento”. Dissertação de Mestrado, IEM/UNIFEI.

SUMÁRIO

SUMÁRIO.....	i
LISTA DE FIGURAS.....	v
LISTA DE TABELAS.....	xiii
SIMBOLOGIA.....	xiv
LETRAS LATINAS.....	xiv
LETRAS GREGAS.....	xvi
SOBRESCRITOS.....	xvii
SUBSCRITOS.....	xvii
ABREVIATURAS.....	xviii
SIGLAS.....	xviii
CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO.....	1
1.1 – MOTIVAÇÕES.....	1
1.2 – PROPOSTA DA TESE DE DOUTORADO.....	7
1.2.1 – PROPOSTA GERAL.....	7
1.2.2 – PROPOSTAS ESPECÍFICAS.....	8
1.3 – METODOLOGIA.....	10
1.4 – ESTRUTURA DO TRABALHO.....	12
CAPÍTULO 2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	15

2.1 – INTRODUÇÃO.....	15
2.2 – ARRANJOS DE DOIS CILINDROS CIRCULARES.....	16
2.3 – SUPRESSÃO DE DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES E CONTROLE DE ESTEIRA.....	27
CAPÍTULO 3 – FORMULAÇÃO GERAL DO PROBLEMA.....	33
3.1 – INTRODUÇÃO.....	33
3.2 – GEOMETRIA E DEFINIÇÕES.....	33
3.3 – HIPÓTESES ASSUMIDAS.....	35
3.4 – EQUAÇÕES GOVERNANTES E CONDIÇÕES DE CONTORNO.....	36
3.5 – TURBULÊNCIA.....	38
3.5.1 – FILTRAGEM DAS EQUAÇÕES GOVERNANTES.....	39
3.5.2 – MODELAGEM DA TURBULÊNCIA.....	42
3.5.3 – MODELAGEM NUMÉRICA DA TURBULÊNCIA.....	46
3.5.4 – SIMULAÇÃO DE EFEITOS DE RUGOSIDADE SUPERFICIAL.....	48
3.6 – ADIMENSIONALIZAÇÃO DO PROBLEMA.....	51
3.7 – A EQUAÇÃO DO TRANSPORTE DA VORTICIDADE.....	54
3.8 – A LEI DE BIOT-SAVART.....	56
3.9 – CARREGAMENTOS FLUIDODINAMICOS ATUANTES.....	57
CAPÍTULO 4 – MÉTODO DE SOLUÇÃO: MÉTODO DE VÓRTICES DISCRETOS COM MODELO DE EFEITOS DE RUGOSIDADE SUPERFICIAL.....	59
4.1 – INTRODUÇÃO.....	59

4.2 – GERAÇÃO DE VORTICIDADE.....	60
4.3 – CONTRIBUIÇÃO DE FRONTEIRAS SÓLIDAS: O MÉTODO DE PAINÉIS.....	64
4.4 – CRITÉRIO DE CONVERGENCIA.....	68
4.4.1 – GERAÇÃO SIMULTÂNEA DE FONTES E DE VÓRTICES DISCRETOS DE LAMB (SEM EFEITOS DE RUGOSIDADE).....	68
4.5 – ADVECÇÃO DA NUVEM DE VORTICES DISCRETOS DE LAMB.....	69
4.6 – DIFUSÃO DA VORTICIDADE.....	71
4.7 – CÁLCULO DE CARREGAMENTOS FLUIDODINÂMICOS ATUANTES.....	73
4.8 – MODELO DE RUGOSIDADE SUPERFICIAL.....	74
4.8.1 – GERAÇÃO DA VORTICIDADE COM EFEITOS DE RUGOSIDADE SUPERFICIAL.....	74
4.9 – SEQUÊNCIA DE IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL.....	77
CAPÍTULO 5 – RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	80
5.1 – INTRODUÇÃO.....	80
5.2 – DOIS CILINDROS ALINHADOS <i>IN TANDEM</i> COM ESPAÇAMENTO CENTRO A CENTRO DE $L/D=1000$ E SEM EFEITOS DE RUGOSIDADE SUPERFICIAL.....	84
5.3 – AVANÇOS NA IMPLEMENTAÇÃO DO PROCESSAMENTO PARALELO.....	91
5.3.1 – SIMULAÇÕES SERIAL <i>VERSUS</i> PARALELA PARA DOIS CILINDROS ALINHADOS <i>IN TANDEM</i> E SEM EFEITOS DE RUGOSIDADE SUPERFICIAL.....	93

5.4 – DOIS CILINDROS ALINHADOS <i>IN TANDEM</i> SEM EFEITOS DE RUGOSIDADE SUPERFICIAL.....	97
5.5 – DOIS CILINDROS ALINHADOS <i>IN TANDEM</i> COM EFEITOS DE RUGOSIDADE SUPERFICIAL.....	108
CAPÍTULO 6 – CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	123
6.1 – INTRODUÇÃO.....	123
6.2 – CONCLUSÕES.....	125
6.2 – SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	131
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	134
APÊNDICE A – DIFUSÃO RADIAL DA VORTICIDADE E O MODELO DO VÓRTICE DE LAMB.....	144
APÊNDICE B – ALGORITMO UTILIZADO NAS SIMULAÇÕES.....	150
APÊNDICE C – PARALELISMO COM OPENMP.....	155

LISTA DE FIGURAS

- Figura 1.1 – Esquema do modelo estrutural para a investigação do fenômeno de interferência entre dois cilindros circulares idênticos para vários arranjos e distâncias centro a centro (L/D). Fonte: o autor.....3
- Figura 1.2 – Esquema de um sistema oceânico flutuante para produção “*offshore*” de petróleo com destaque para os *risers*. Fonte: <http://todaynewsair.com/2019/06/21/global-oil-gas-subsea-umbilicals-risers-flowline-market-rising-trend-2019-aker-solutions-technip-fmc-technologies-prysmian-group>.....6
- Figura 1.3 – Linha de transmissão de energia sujeita a efeitos de troca de calor e rugosidade superficial. Fonte: <https://www.fiern.org.br/empresa-indiana-vence-leilao-de-linhas-de-transmissao-de-energia-no-rn>.....6
- Figura 1.4 – Trocador de calor do tipo casco e tubos sujeito a efeitos de troca de calor e rugosidade superficial. Fonte: adaptado de Incropera e DeWitt (2002).....7
- Figura 2.1 – Variação do arrasto combinado com o ângulo de alinhamento dos fios circulares para vários espaçamentos. Fonte: Adaptada de Pannell *et al.* (1915).....16
- Figura 2.2 – Espaçamento centro a centro dos cilindros *versus* (a) Coeficiente de Arrasto e (b) Strouhal. Fonte: Reproduzida de Igarashi (1981).....18
- Figura 2.3 – Classificação dos regimes de interferência entre dois cilindros *in tandem*. Fonte: Reproduzida de Igarashi (1981).....19

Figura 2.4 – Classificação dos regimes de interferência entre dois cilindros <i>in tandem</i> , em função do Número de Reynolds (Re) e do espaçamento entre os cilindros (L/D) Fonte: Reproduzida de Igarashi (1981).....	20
Figura 2.5 – Variação do número de Strouhal em função da variação do espaçamento entre os cilindros. Fonte: Reproduzida de Alam et al. (2003).....	20
Figura 2.6 – Variação do coeficiente de arrasto em função do espaçamento entre os cilindros. Fonte: Reproduzida de Alam et al. (2003).....	21
Figura 2.7 – Posicionamento das sondas para análise de número de Strouhal utilizando a ferramenta FFT. Reproduzido de Xu & Zhou (2004).....	22
Figura 2.8 – Arranjo de dois cilindros alinhados <i>staggered</i> e suas dimensões. Fonte: Reproduzida de Carmo et al. (2008).....	23
Figura 2.9 – Visualização da esteira formada por dois cilindros alinhados <i>in tandem</i> para espaçamento de $L/D=4.5$. Fonte: Reproduzida de Moraes et al. (2012)...	23
Figura 2.10 – Comparação entre (a) os resultados experimentais de Alam et al. (2003) e (b) simulação numérica para regime bi-estável. Fonte: Reproduzida de Silva Siqueira et al. (2013).....	24
Figura 2.11 – Comparação entre (a) os resultados de Alam et al. (2003) e (b) simulação numérica para regime de esteira paralela. Fonte: Reproduzido de Silva Siqueira et al. (2013).....	24
Figura 2.12 – Representação do escoamento ao redor de dois cilindros circulares <i>in tandem</i> , com efeito solo, para diversos espaçamentos centro a centro (L^*) e distâncias do chão (G^*). Fonte: Reproduzida de Wang et al. (2005).....	25
Figura 2.13 – Classificação dos métodos de controle para corpos rombudos. Fonte: Adaptada de Choi et al. (2008).....	28
Figura 2.14 – Método de Controle por Campo Magnético. Fonte: Reproduzida de Rashidi et al. (2016).....	29

Figura 2.15 – Representação da discretização rugosa e sua esteira de vórtices feita por Oliveira (2020). Fonte: Adaptada de Oliveira (2020).....	32
Figura 3.1 – Modelo estrutural e definições. Fonte: o autor.....	34
Figura 3.2 – Espectro e distribuição de energia nas grandes escalas (maiores que o tamanho característico do filtro) e nas pequenas escalas (menores que o tamanho característico do filtro) Fonte: Reproduzida de Silveira Neto (2003).....	41
Figura 3.3 – Adaptação do modelo de turbulência ao Método de Vórtices Discretos. Fonte: Reproduzida de Bimbato (2012).....	47
Figura 3.4 – Esquema de caixas em níveis e numeração das caixas para aceleração do cálculo do coeficiente de viscosidade turbulenta. Fonte: Adaptada de Andrade et al. (2016).....	48
Figura 3.5 - Representação da distribuição dos NR pontos rugosos sobre cada painel plano. Fonte: adaptada de Moraes <i>et al.</i> (2021).....	50
Figura 4.1 – Representação da vorticidade nascente a partir de uma fronteira sólida por vórtices discretos de Lamb. Fonte: Reproduzida de Moraes (2011).....	61
Figura 4.2 – Distribuição constante de fontes sobre o eixo x. Fonte: Adaptado de Katz & Plotkin (1991).....	65
Figura 4.3 – Velocidade induzida no ponto P(x,y) por uma distribuição de fontes com densidade constante, $\sigma(x)$, ao longo de uma superfície de comprimento $(x_2 - x_1)$. Fonte: Reproduzida de Recicar (2007).....	65
Figura 4.4 – Modelo de efeito de rugosidade superficial de Bimbato (2012): (a) geração de vórtices discretos de Lamb na superfície de um painel plano hidraulicamente liso; (b) modificação do raio do núcleo do vórtice discreto de vórtice nascente pelos efeitos da viscosidade turbulenta; (c) geração de vórtices discretos de Lamb na superfície de um painel plano hidraulicamente rugoso. Fonte: o autor.....	75

- Figura 4.5 – Estrutura para determinação da influência da rugosidade superficial na turbulência do escoamento. Fonte: Reproduzida de Bimbato (2012).....76
- Figura 5.1 – (a) Forças fluidodinâmicas atuantes no cilindro a montante para espaçamento $L/D=1.000$ e (b) espectro FFT da curva de sustentação para cálculo do número de Strouhal. Fonte: o autor.....85
- Figura 5.2 – (a) Forças fluidodinâmicas atuantes no cilindro a jusante para espaçamento $L/D=1.000$ e (b) espectro FFT da curva de sustentação para cálculo do número de Strouhal. Fonte: o autor.....86
- Figura 5.3 – Esteira próxima (Ponto A): (a) cilindro a montante e (b) cilindro a jusante. Fonte: o autor.....86
- Figura 5.4 – Esteira próxima (Ponto B): (a) cilindro a montante e (b) cilindro a jusante. Fonte: o autor.....86
- Figura 5.5 – Esteira próxima (Ponto C): (a) cilindro a montante e (b) cilindro a jusante. Fonte: o autor.....87
- Figura 5.6 – Esteira próxima (Ponto D): (a) cilindro a montante e (b) cilindro a jusante. Fonte: o autor.....87
- Figura 5.7 – Esteira próxima (Ponto E): (a) cilindro a montante e (b) cilindro a jusante. Fonte: o autor.....88
- Figura 5.8 – Campo de velocidades final do cilindro a montante para espaçamento $L/D=1000$ e $Re=10 \times 10^5$. Fonte: o autor.....89
- Figura 5.9 – Campo de velocidades final do cilindro a jusante para espaçamento $L/D=1000$ e $Re=1,0 \times 10^5$. Fonte: o autor.....90
- Figura 5.10 – Comparação das cargas fluidodinâmicas integradas atuantes no cilindro a montante para simulação serial *versus* paralela com $L/D=2,0$ e $Re=6,5 \times 10^4$. Fonte: o autor.....94

- Figura 5.11 – Comparação das cargas fluidodinâmicas integradas atuantes no cilindro a jusante para simulação serial *versus* paralela com $L/D=2,0$ e $Re=6,5 \times 10^4$.
Fonte: o autor.....94
- Figura 5.12 – Campo de velocidades ao final da simulação de dois cilindros alinhados *in tandem* com espaçamento centro a centro $L/D=2,0$ e 300 avanços com $\Delta t=0,05$ (serial) e $Re=6,5 \times 10^4$. Fonte: o autor.....95
- Figura 5.13 – Campo de velocidades ao final da simulação de dois cilindros alinhados *in tandem* com espaçamento centro a centro $L/D=2,0$ e 300 avanços com $\Delta t=0,05$ (paralelo) e $Re=6,5 \times 10^4$. Fonte: o autor.....96
- Figura 5.14 – Comparação do tempo de processamento de cada passo do programa serial *versus* paralelo para dois cilindros *in tandem* com $L/D=2,0$ e $Re=6,5 \times 10^4$. Fonte: o autor.....96
- Figura 5.15 – Comparação dos resultados de arrasto para cilindro de montante com os resultados experimentais de Alam *et al.* (2003) para $Re=6,5 \times 10^5$. Fonte: o autor.....98
- Figura 5.16 – Comparação dos resultados de arrasto para cilindro de jusante com os resultados experimentais de Alam *et al.* (2003). Fonte: o autor.....99
- Figura 5.17 – Resultados para (a) arrasto nos cilindros de montante e jusante de Igarashi (1981) e Imaichi *et al.* (1974); (b) Número de Strouhal para cilindro de jusante para duas faixas de número de Reynolds. Fonte: Reproduzida de Igarashi (1981).....100
- Figura 5.18 – Comparação dos números de Strouhal da presente simulação com o experimental de Alam *et al.* (2003) para cilindro de montante. Fonte: o autor.....101
- Figura 5.19 – Comparação dos números de Strouhal da presente simulação com o experimental de Alam *et al.* (2003) para cilindro de jusante. Fonte: o autor..102
- Figura 5.20 – Esteira final da simulação ($T=80$) para espaçamento de $L/D=1,5$. Fonte: o autor.....103

- Figura 5.21 – Esteira próxima aos cilindros para espaçamento $L/D=2,0$ com evidencia de recolamento da esteira de montante no cilindro de jusante (a) na parte inferior e (b) na parte superior. Fonte: o autor.....103
- Figura 5.22 – Distribuição de pressão média no cilindro de jusante para espaçamento $L/D=2,0$ e $Re=6,5 \times 10^4$. Fonte: o autor.....104
- Figura 5.23 – Distribuição de pressão média ao redor dos cilindros de montante e jusante para espaçamento $L/D=2,0$ e $Re=6,5 \times 10^4$. Fonte: o autor.....105
- Figura 5.24 – Esteira próxima nos instantes (a) regime de esteira quase-estacionária, (b) momento em que a camada cisalhante altera o regime, (c) regime de co-desprendimento. Fonte: o autor.....106
- Figura 5.25 – Esteira próxima entre os cilindros de montante e jusante para espaçamento $L/D=4,5$ nos instantes de tempo de (a) $T=17$; (b) $T=21$; (c) $T=28$. Fonte: o autor.....107
- Figura 5.26 – Distribuição de pressão média ao redor dos cilindros de montante e jusante para espaçamento $L/D=4,5$ e $Re=6,5 \times 10^4$ sem efeitos rugosos. Fonte: o autor.....108
- Figura 5.27 – Comparação entre as distribuições de pressão do cilindro de (a) montante e (b) jusante para arranjos onde os dois cilindros apresentam rugosidade com o caso sem rugosidade ($L/D=4,5$ e $Re=6,5 \times 10^4$). Fonte: o autor.....110
- Figura 5.28 – Comparação entre as distribuições de pressão do cilindro de (a) montante e (b) jusante para arranjos onde os apenas o cilindro de montante apresenta rugosidade com o caso sem rugosidade ($L/D=4,5$ e $Re=6,5 \times 10^4$). Fonte: o autor.....112
- Figura 5.29 – Comparação entre as distribuições de pressão do cilindro de (a) montante e (b) jusante para arranjos onde os apenas o cilindro de jusante apresenta rugosidade com o caso sem rugosidade ($L/D=4,5$ e $Re=6,5 \times 10^4$). Fonte: o autor.....113

- Figura 5.30 – Comparação entre as distribuições de pressão do cilindro de (a) montante e (b) jusante para arranjos onde os dois cilindros apresentam rugosidade com o caso sem rugosidade ($L/D=2,0$ e $Re=6,5 \times 10^4$). Fonte: o autor.....116
- Figura 5.31 – Comparação entre as distribuições de pressão do cilindro de (a) montante e (b) jusante para arranjos onde apenas o cilindro de montante apresenta rugosidade com o caso sem rugosidade ($L/D=2,0$ e $Re=6,5 \times 10^4$). Fonte: o autor.....117
- Figura 5.32 – Comparação entre as distribuições de pressão do cilindro de (a) montante e (b) jusante para arranjos onde apenas o cilindro de jusante apresenta rugosidade com o caso sem rugosidade ($L/D=2,0$ e $Re=6,5 \times 10^4$). Fonte: o autor.....118
- Figura 5.33 – Formação da região deficiente de quantidade de movimento entre os cilindros de montante ($\epsilon/D_M=0,007$) e jusante ($\epsilon/D_J=0,000$) para $L/D=2,0$. Fonte: o autor.....118
- Figura 5.34 – Esteira final da simulação numérica para o caso de $L/D=4,5$, $\epsilon/D_M=0,001$ e $\epsilon/D_J=0,000$ para $Re=6,5 \times 10^4$. Fonte: o autor.....118
- Figura 5.35 – Esteira final da simulação numérica para o caso de $L/D=4,5$, $\epsilon/D_M=0,000$ e $\epsilon/D_J=0,007$ para $Re=6,5 \times 10^4$. Fonte: o autor.....119
- Figura 5.36 – Esteira final da simulação numérica para o caso de $L/D=2,0$, $\epsilon/D_M=0,000$ e $\epsilon/D_J=0,001$ para $Re=6,5 \times 10^4$. Fonte: o autor.....119
- Figura 5.37 – Esteira final da simulação numérica para o caso de $L/D=2,0$, $\epsilon/D_M=0,000$ e $\epsilon/D_J=0,007$ para $Re=6,5 \times 10^4$. Fonte: o autor.....119
- Figura 6.1 – (a) História temporal do coeficiente de sustentação dos cilindros de montante e jusante e (b) Espectro FFT do cilindro de montante para o caso de $L/D=2,0$, $\epsilon/D_M=0,001$ e $\epsilon/D_J=0,001$ para $Re=6,5 \times 10^4$. Fonte: o autor.....130
- Figura A.1 – Difusão radial da vorticidade. Fonte: Notas de aula de MCC10 (2018)..144

Figura A.2 – Modelo do vórtice discreto de Lamb. Fonte: Notas de aula de MCC10 (2018).....	149
Figura B.1 – Algoritmo utilizado nas simulações. Fonte: o autor.....	150

Lista de Tabelas

Tabela 5.1 – Comparação dos valores do coeficiente de arrasto e do número de Strouhal com os resultados experimentais para dois cilindros circulares in tandem com $L/D=1000$. Fonte: o autor.....	89
Tabela 5.2 – Casos simulados em função do espaçamento (L/D) entre os cilindros sem efeitos de rugosidade superficial ($Re=6,5 \times 10^5$). Fonte: o autor.....	98
Tabela 5.3 – Casos simulados para $L/D=4,5$ com a inclusão dos efeitos rugosos ($Re=6,5 \times 10^4$). Fonte: o autor.....	109
Tabela 5.4 – Casos simulados para $L/D=2,0$ com a inclusão dos efeitos rugosos ($Re=6,5 \times 10^4$). Fonte: o autor.....	114
Tabela 5.5 – Resumo do estudo de efeitos de rugosidade superficial sobre escoamentos ao redor de dois cilindros circulares para $L/D=4,5$ ($Re=6,5 \times 10^4$). Fonte: o autor.....	121
Tabela 5.6 – Resumo do estudo de efeitos de rugosidade superficial sobre escoamentos ao redor de dois cilindros circulares para $L/D=2,0$ ($Re=6,5 \times 10^4$). Fonte: o autor.....	122
Tabela A.1 – Matriz dimensional para a difusão da vorticidade. Fonte: Notas de aula de MCC10 (2018).....	146

Simbologia

LETRAS LATINAS

A	Vetor potencial
C_D	Coefficiente de arrasto
C_{ij}	Tensor Cruzado
$C_{\theta j}$	Fluxo turbulento cruzado
C_k	Constante de Kolmogorov
C_L	Coefficiente de sustentação
C_P	Coefficiente de pressão
C_{SM}	Constante de Smagorinsky
co	Ponto de controle de um painel plano
d	Derivada local
D	Diâmetro do cilindro circular
D	Derivada total
ds	Elemento orientado de uma superfície sólida
E	Energia cinética
eps	Posição de geração das partículas
f()	Referente a uma função qualquer
\bar{F}_2	Função estrutura de velocidade de segunda ordem
g	Vetor aceleração da gravidade local
\bar{G}	Filtro passa baixo
i	Vetor unitário na direção de x

\mathbf{j}	Vetor unitário na direção de y
K	Componente da matriz de influência de vórtices e fontes
K_c	Número de onda de corte
L	Distância centro a centro entre os cilindros
L_{ij}	Tensor de Leonard
M	Número total de painéis planos utilizados
MB	Número de painéis para discretização dos cilindros
Ma	Número de Mach
\mathbf{n}	Vetor normal
NVC	Número total de vórtices discretos
NR	Número de pontos rugosos
p	Campo de pressões
\bar{P}	Pressão modificada pela energia cinética turbulenta
P_i	Número randômico entre 0 e 1
ps_{hed}	Ponto de desprendimento a partir de uma superfície lisa
Q_i	Número randômico entre 0 e 1
r_{int}	Raio interno da coroa circular
r_{ext}	Raio externo da coroa circular
R_0	Raio do cilindro circular
Re	Número de Reynolds
Re_m	Número de Reynolds modificado
r	Distância entre dois pontos quaisquer
r_{kj}	Distância entre um vórtice discreto k e um vórtice discreto j
S	Referente à superfície das fronteiras sólidas
\bar{S}_{ij}	Tensor de deformação do campo filtrado
S_c	Referente à composição das superfícies dos dois corpos
S_1	Relativo ao contorno da superfície do corpo a montante
S_2	Relativo ao contorno da superfície do corpo a jusante
St	Número de Strouhal
S_∞	Região fluida infinita e não perturbada
t	Tempo adimensional
\mathbf{t}_{ij}	Tensor das tensões viscosas
th_p	Ângulo de orientação de um painel plano

U_{∞}	Velocidade do escoamento incidente
\mathbf{u}	Campo de velocidades
u	Componente da velocidade na direção x
\bar{u}	Componente filtrado da velocidade na direção x
u_i	Componente horizontal da velocidade do escoamento incidente
v	Componente da velocidade na direção y
\bar{v}	Componente filtrado da velocidade na direção y
x	Coordenada de posição horizontal
\mathbf{x}	Vetor posição
y	Coordenada de posição vertical
Y	Trabalho específico total
Z	Incremento de posição por efeito difusivo

LETRAS GREGAS

β	Ângulo de alinhamento dos dois cilindros circulares
Γ	Intensidade de um vórtice discreto de Lamb
∂	Derivada parcial
δ_{ij}	Delta de Kronecker
Δ	Relativo a variação
∇	Operador Nabla
Δs	Relativo ao comprimento de cada painel plano
Δt	Relativo ao incremento de tempo discreto
ε	Referente à altura média de rugosidade superficial
ξ	Constante numérica no cálculo de cargas fluidodinâmicas
η	Variável de substituição
θ	Referente a ângulo entre painel e ponto de indução
μ	Coefficiente de viscosidade dinâmica
ν	Coefficiente de viscosidade cinemática
ν_T	Coefficiente de viscosidade cinemática turbulento
π	3,14159265359

ρ	Massa específica do fluido
Σ	Representa um somatório
τ	Referente à direção tangencial
τ_{ij}	Tensor de Reynolds sub-malha
σ_0	Raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb
$\sigma(x)$	Densidade uniforme de uma distribuição de fontes sobre um painel plano
Ω	Define o domínio fluido
ω	Campo de vorticidades
ω	Único componente não nulo do vetor vorticidade no plano

SOBRESCRITOS

*	Designa grandeza adimensional
˘	Referente à derivada
˘	Referente à flutuações de um campo

SUBSCRITOS

∞	Referente ao comportamento do fluido no infinito
τ	Referente à direção tangencial
d	Referente à difusão
i	Referente à direção x na notação indicial
i	Contador
f	Relativo ao fluido
j	Referente à direção y na notação indicial
j	Contador
J	Referente às condições a jusante
k	Contador

M	Referente às condições a montante e também define o número total de painéis planos
n	Referente à direção normal
s	Relativo à fronteira sólida
V	Referente aos vórtices discretos de Lamb
x	Referente à direção do eixo dos x
y	Referente à direção do eixo dos y

ABREVIATURAS

CFD	<i>Computacional Fluid Dynamics</i>
COUPS	Matriz de influência para geração de fontes
COUPV	Matriz de influência de para geração de vórtices discretos
E.T.V.	Equação do Transporte da Vorticidade
FFT	<i>Fast Fourier Transform</i>
FEVSO	Função Estrutura de Velocidades de Segunda Ordem
GAMMA	Vetor incógnita de vórtices discretos de Lamb nascentes
LES	<i>Large Eddy Simulation</i>
MVD	Método de Vórtices Discretos
P.C.M.	Princípio de conservação da Massa
P.C.Q.M.L.	Princípio de conservação da Quantidade de Movimento Linear
RHSS	Vetor coluna lado direito para geração de fontes
RHSV	Vetor coluna lado direito para geração de vórtices discretos de Lamb
SIGMA	Vetor coluna incógnita de fontes

SIGLAS

ABCM	Associação Brasileira de Engenharia e Ciências Mecânicas
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

CNPq	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
FAPEMIG	Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais
FEG	Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá
IEM	Instituto de Engenharia Mecânica
LMAML	Laboratório de Modelagem e Algoritmos de Métodos Lagrangeanos
UNESP	Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”
UNICAMP	Universidade Estadual de Campinas
UNIFEI	Universidade Federal de Itajubá

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

1.1 – MOTIVAÇÕES

Com o avanço tecnológico, novas metodologias têm sido criadas para o entendimento do escoamento de fluidos ao redor de corpos rombudos. A principal característica que diferencia estes escoamentos, quando comparados com a sua idealização usando a teoria potencial, é a presença do campo de vorticidades. Em decorrência da dinâmica da vorticidade, identificam-se fenômenos físicos da hidrodinâmica não linear presentes nas vizinhanças de um corpo ou de um arranjo de corpos, tais como: separação da camada limite, desprendimento de estruturas vorticosas contrarrotativas, transição para turbulência na esteira viscosa e, posteriormente, na camada limite, efeitos de ressonância, etc. Um corpo rombudo é aquele que quando sujeito a uma corrente de fluido irá apresentar considerável proporção de sua superfície submersa exposta ao fenômeno da separação do escoamento (BEARMAN, 1984). Embora a simples compreensão dos fenômenos envolvidos no escoamento ao redor de um corpo rombudo não resulte em aplicações diretas à engenharia, há o grande desafio de se entender os aspectos fundamentais da interação dinâmica entre o fluido e esta estrutura. O entendimento destes aspectos essenciais de interação fluido-estrutura ajuda a contribuir para o desenvolvimento das mais diversas áreas da engenharia.

A área de Dinâmica dos Fluidos tem recebido grande atenção de pesquisadores devido a sua relevância tecnológica e a necessidade de modelagem matemática mais

robusta de problemas. Em associação, é preciso entender a física envolvida em situações experimentais e, neste caso, túneis de vento ou canais de recirculação de água são empregados para estudos de interação fluido-estrutura. Outra vertente para a compreensão da física envolvida nos problemas de interação fluido-estrutura é a utilização da Dinâmica dos Fluidos Computacional (DFC, ou do inglês, *Computational Fluid Dynamics*, CFD). Em essência, CFD significa a união entre o arcabouço matemático regido pelas equações diferenciais parciais, que são discretizadas em sistemas de equações algébricas, e a robustez dos computadores com alta velocidade de processamento. O uso do CFD permite modelar a física de um problema complexo com níveis elevados de refinamento. Os dados experimentais servem, neste caso, como fonte de resultados capaz de validar e comprovar os modelos simulados usando CFD.

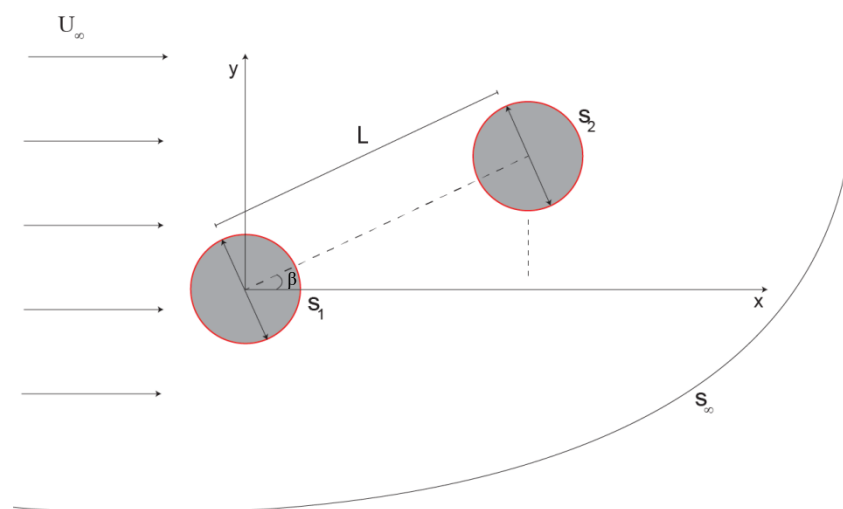
Diversos pesquisadores ao redor do mundo têm estudado os fenômenos não lineares que envolvem arranjos de corpos imersos em escoamentos de fluidos e, para entender as interações do tipo fluido-estrutura e estrutura-estrutura, desenvolvem metodologias que são fundamentais para a compreensão dessas interações. Um arranjo muito utilizado pelos pesquisadores, que ainda se encontra longe de ser totalmente compreendido, é o escoamento ao redor de cilindros circulares com efeitos de rugosidade superficial. O estudo do escoamento que incide sobre uma estrutura cilíndrica permite a compreensão da física essencial que ocorre em diversas situações do cotidiano como, por exemplo, escoamentos ao redor de um carro, ao redor de uma bola numa partida de futebol, ao redor de cabos de linhas de transmissão de energia elétrica, ao redor de tubos de um trocador de calor do tipo casco e tubos, e também ao redor de *risers* (tubulações submarinas verticais) e de dutos submarinos usados na prospecção de petróleo.

O entendimento da física do escoamento ao redor de um cilindro único de superfície hidraulicamente lisa é bem explicado na literatura, o que tem possibilitado o estudo de efeitos de sua interferência com outros corpos podendo-se, ainda, incluir efeitos de troca de calor, modelagem de turbulência, efeitos de rugosidade superficial e vibração estrutural em base elástica ou forçada.

A figura 1.1, particularmente, exemplifica os arranjos possíveis de alinhamento de um par de cilindros circulares idênticos. O ângulo formado entre o cilindro de jusante (posterior) e o cilindro de montante (anterior) pode variar no intervalo de 0° a 90° ,

configurando-se em: arranjo *in tandem* ou (*in line*), quando $\beta = 0^\circ$; arranjo *staggered*, quando $0^\circ < \beta < 90^\circ$; arranjo *side-by-side*, quando $\beta = 90^\circ$. Em outras palavras, no arranjo *in tandem* a linha que une os centros dos cilindros é paralela à direção do escoamento incidente, enquanto que no arranjo *side-by-side* a linha entre centros é perpendicular à direção do escoamento incidente. O arranjo *staggered* pode ser considerado uma combinação de *in tandem* e *side-by-side*. A emissão de estruturas vorticosas contrarrotativas, a partir de um cilindro a montante, pode interferir na emissão de estruturas vorticosas contrarrotativas do cilindro a jusante para diferentes espaçamentos e podem ser identificados regimes de formação de esteira viscosa.

Figura 1.1¹ – Esquema do modelo estrutural para a investigação do fenômeno de interferência entre dois cilindros circulares idênticos para vários arranjos e distâncias centro a centro (L/D)



Fonte: o autor.

A solução numérico-computacional do problema da interferência entre múltiplos corpos na presença de escoamentos turbulentos é motivo de anos de pesquisas e de grande dificuldade de entendimento devido ao alto esforço computacional para se realizar uma simulação completa. A inclusão de efeitos de rugosidade superficial onera ainda mais este esforço e, devido a isto, é difícil encontrar resultados na literatura relacionados com esta classe de investigação e de novos fenômenos identificados, o que motivou o presente estudo.

¹ Todas as figuras deste texto seguem a norma ABNT disponível em: <https://normas-abnt.espm.br/index.php?title=Figuras> <último acesso 26 de outubro de 2021>

É neste contexto, portanto, que se insere a proposta desta Tese de Doutorado, cujo objetivo primordial consiste em estudar numericamente a interação de um par de cilindros circulares idênticos, imóveis e alinhados *in tandem* com a direção do escoamento incidente, incluindo-se efeitos de rugosidade superficial e programação computacional usando processamento paralelo. O Método de Vórtices Discretos (MVD) é a técnica numérica escolhida para os casos de teste de interesse partindo-se de números de Reynolds no regime subcrítico.

Cabe ressaltar que outros trabalhos realizados pelo grupo de pesquisa do Laboratório de Modelagem e Algoritmos de Métodos Lagrangeanos (LMAML) na UNIFEI contribuíram para a construção de uma biblioteca de rotinas, a qual foi o ponto de partida para a realização desta Tese de Doutorado. A Dissertação de Mestrado de Moraes (2011), autor desta Tese de Doutorado, contribuiu com rotinas para simulação da interferência entre dois cilindros lisos alinhados *in tandem*, sendo fixo o cilindro a montante e oscilante o cilindro a jusante. A Tese de Doutorado de Bimbato (2012) contribuiu com rotinas para a simulação de escoamentos bidimensionais ao redor de um cilindro circular rugoso na presença de efeito solo. A Dissertação de Mestrado de Andrade (2017) contribuiu com rotinas para a aceleração do cálculo da modelagem de turbulência, não implementado por Bimbato (2012). O Trabalho Final de Graduação de Los Reis (2017) contribuiu com rotinas para simulação de escoamentos ao redor de um cilindro liso com processamento paralelo usando OpenMP, principalmente, para o cálculo da interação vórtice-vórtice (parte da solução do campo de velocidades).

O processamento paralelo já vem sendo empregado por pesquisadores no LMAML/UNIFEI para melhorar o desempenho do MVD. As simulações numérico-computacionais são realizadas através de algoritmos desenvolvidos em linguagem de programação FORTRAN e paralelizados com o padrão OpenMP, o qual permite o compartilhamento de memória, a utilização de todo poder de processamento de um computador e a redução significativa do tempo final de uma simulação numérica típica. Sem a paralelização de rotinas críticas, o presente trabalho não poderia ser realizado com mais eficiência, devido ao elevado tempo final de processamento requerido, principalmente, para o cálculo do campo de velocidades usando a Lei de Biot-Savart (interação vórtice-vórtice).

Existem diversas situações na engenharia em que a interferência de arranjos de múltiplos corpos com efeitos de rugosidade superficial se fazem presentes para elevados valores do número de Reynolds. A figura 1.2 mostra o exemplo de *risers* e de dutos submarinos e as figuras 1.3 e 1.4 mostram, respectivamente, exemplos de cabos de linha de transmissão de energia elétrica e de trocadores de calor do tipo casco e tubos.

Portanto, o modelo estrutural proposto para esta Tese de Doutorado trata de um arranjo de dois cilindros circulares alinhados sob a hipótese de escoamento bidimensional com efeitos de rugosidade superficial para altos valores de número de Reynolds. Resultados recentes dentro do LMAML/UNIFEI têm comprovado que a modelagem do tipo LES de turbulência bidimensional é um meio que viabiliza a proposição de modelos de efeitos de rugosidade superficial. A utilização de modelagem de rugosidade bidimensional é mais sensível do que um simples modelo de turbulência bidimensional e ela tem capturado efeitos de antecipação de transição dentro de camada limite para escoamentos ao redor de um cilindro rugoso na presença de uma superfície plana móvel em regime de número de Reynolds subcrítico (BIMBATO *et al.*, 2019; OLIVEIRA, 2020).

É conhecido na literatura que o escoamento viscoso ao redor arranjos de um par de cilindros, a geração e o desprendimento de estruturas vorticosas contrarrotativas (do inglês, *vortex shedding*) que formam a esteira viscosa do cilindro de montante, conduzem a grandes flutuações da força fluidodinâmica (arrasto e sustentação), podendo-se causar a sincronização com a frequência de emissão de estruturas vorticosas a partir do cilindro de jusante. As discussões apresentadas neste trabalho envolvendo efeitos combinados de interferência entre fronteiras sólidas e entre esteiras viscosas, com efeitos de rugosidade superficial, servem de preparação para análises futuras de modelos estruturais mais abrangentes e aplicáveis em outras situações de interesse. O foco deste trabalho, no entanto, é desenvolver um algoritmo computacional puramente Lagrangeano para simular a dinâmica do campo de vorticidade, a fim de se analisar a supressão parcial do desprendimento de estruturas vorticosas contrarrotativas a partir da configuração de dois cilindros circulares idênticos e imóveis arranjados *in line*. Na literatura clássica, a frequência de desprendimento de pares alternados de estruturas vorticosas contrarrotativas é quantificada pelo parâmetro adimensional chamado de número de Strouhal, St , obtido a partir da história temporal do coeficiente de sustentação.

A partir da biblioteca de rotinas disponibilizada pelo LMAML/UNIFEI, foi desenvolvido um programa computacional usando processamento paralelo capaz de simular a interferência entre dois cilindros sem efeitos de rugosidade superficial e, ainda, dois novos arranjos: um modelo com ambos os cilindros com efeitos de rugosidade e outro onde apenas um dos dois cilindros apresenta efeito de rugosidade superficial.

Figura 1.2 – Esquema de um sistema oceânico flutuante para produção “*offshore*” de petróleo com destaque para os *risers*



Fonte: <http://todaynewsair.com/2019/06/21/global-oil-gas-subsea-umbilicals-risers-flowline-market-rising-trend-2019-aker-solutions-technip-fmc-technologies-prysmian-group>

É importante comentar que o auxílio concedido por órgãos de fomento, como CAPES, CNPq e FAPEMIG, tem sido fundamental para a aquisição e atualização de uma infraestrutura computacional apropriada que possibilite a redução do tempo de simulação numérica destes escoamentos no grupo de pesquisa do LMAML/UNIFEI.

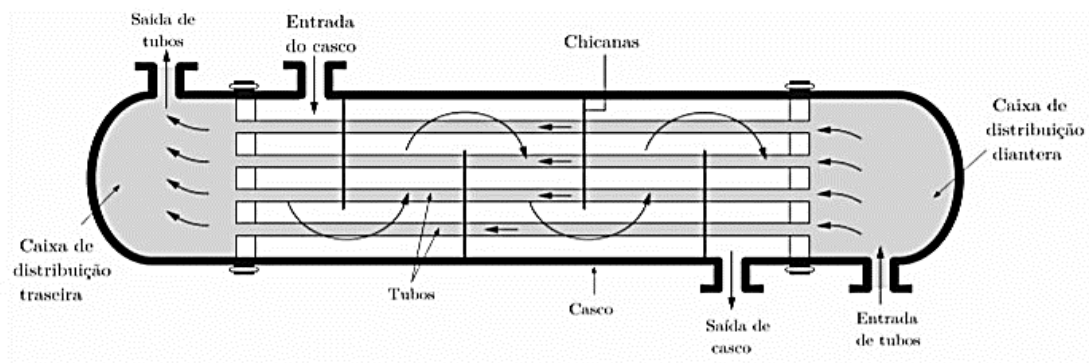
Figura 1.3 – Linha de transmissão de energia sujeita a efeitos de troca de calor e rugosidade superficial.



Fonte: <https://www.fiern.org.br/empresa-indiana-vence-leilao-de-linhas-de-transmissao-de-energia-no-rr>

Finalmente, é necessário fazer uma observação de que é comum neste texto e, também, na literatura especializada usar o termo popular “vórtice” para se fazer menção a uma estrutura vorticosa.

Figura 1.4 - Trocador de calor do tipo casco e tubos sujeito a efeitos de troca de calor e rugosidade superficial.



Fonte: adaptado de Incropera e DeWitt (2002).

1.2 – PROPOSTA DA TESE DE DOUTORADO

A partir das justificativas apresentadas na seção anterior, esta Tese de Doutorado utiliza uma técnica numérica puramente Lagrangeana, chamada Método de Vórtices Discretos (MVD), onde o campo de vorticidades é discretizado e representado por uma nuvem de vórtices discretos de Lamb e apresenta as propostas a seguir.

1.2.1 – PROPOSTA GERAL

Pretende-se simular numericamente o escoamento bidimensional, incompressível e em regime não permanente de um fluido Newtoniano com propriedades termodinâmicas constantes ao redor de dois cilindros circulares idênticos, imóveis, e alinhados *in tandem* considerando-se alguns arranjos de efeitos de parede hidraulicamente rugosa e diferentes espaçamentos centro a centro. O processamento paralelo, em padrão OpenMP, é utilizado para a redução do tempo final de processamento, que se torna bastante oneroso. A pesquisa visa encontrar novos (diferentes) padrões de interferência para este problema de hidrodinâmica não linear. É de interesse prático, para controle e supressão de geração de vórtices, que estes padrões estejam atrelados a redução de força de arrasto, aumento da pressão de base,

comportamento destrutivo de vórtices de esteira do tipo de von Kármán e intermitência no mecanismo de geração de vórtices a partir da superfície dos dois corpos.

1.2.2 – PROPOSTAS ESPECÍFICAS

a) Explicação física dos mecanismos de geração e desprendimento de vórtices e de formação de esteira, que se manifestam à jusante de um cilindro circular imóvel excluindo-se, aproximadamente, os efeitos de interferência de outro cilindro alinhado *in tandem*. Esta etapa é possível através da investigação da história temporal dos coeficientes de arrasto, de sustentação e de distribuição média de pressões ao redor dos cilindros. A visualização do mecanismo de formação de vórtices nas vizinhanças do corpo e o cálculo da frequência de emissão de estruturas vorticosas contrarrotativas (número de Strouhal) tornam-se importantes para auxiliar no entendimento dos resultados gráficos. A comparação dos resultados numéricos obtidos com resultados experimentais disponíveis na literatura e a identificação de possíveis erros numéricos, possivelmente, associados à ausência de efeitos tridimensionais nas simulações numéricas devem ser consideradas.

b) Análise da eficiência do processamento paralelo aplicado para a simulação do escoamento ao redor de dois cilindros sem efeitos de rugosidade superficial. Esta etapa está associada com a aplicação da ferramenta OpenMP para a paralelização da rotina de cálculo da interação vórtice-vórtice (lei de Biot-Savart) e avaliação da paralelização de outras rotinas, que contribuem para o aumento do tempo final de uma simulação numérica típica. Outra associação possível é com a utilização da técnica de aceleração para o cálculo do coeficiente de viscosidade turbulenta (modelagem do tipo LES de turbulência) e para a inclusão dos efeitos da rugosidade superficial. Andrade (2017), originalmente, desenvolveu esta técnica para acelerar o cálculo do coeficiente de viscosidade turbulenta, mas sem emprego de processamento paralelo.

c) Investigação das características do efeito de interferência entre dois cilindros circulares idênticos, imóveis, sem efeitos de rugosidade superficial e montados *in line*, através da variação do espaçamento entre eles; e comparação dos resultados numéricos obtidos com os resultados experimentais encontrados na literatura. Os

resultados experimentais dão suporte para comparações de comportamentos do coeficiente de arrasto e do número de Strouhal.

d) Análise da dependência da natureza do escoamento ao redor de dois cilindros alinhados *in tandem* com vários espaçamentos entre eles, mas sem efeitos de rugosidade superficial. O comportamento numérico da distribuição média do coeficiente de pressão (particularmente o resultado para a pressão de base) é utilizado para justificar a queda do coeficiente de arrasto. Uma redução da força de arrasto é justificada pelo aumento da pressão de base.

e) Estudo de dois arranjos de pares de cilindros circulares alinhados *in tandem* com a inclusão de efeitos de rugosidade superficial e comparação dos resultados com os próprios resultados numéricos sem modelo de rugosidade. Novamente, o comportamento da distribuição média do coeficiente de pressão é muito importante para justificar as variações da força de arrasto devidas, principalmente, aos efeitos de interferência de rugosidade. É importante a verificação da sincronização da frequência de emissão de vórtices do cilindro a jusante com a frequência de emissão de vórtices do cilindro a montante. E também a identificação da instabilidade no comportamento do número de Strouhal associado à mudança no regime de formação de esteira do cilindro a jusante, causada por perturbações do cilindro a montante (visualização do campo de velocidades instantâneo).

f) Análise qualitativa dos fenômenos envolvidos nas simulações numéricas típicas utilizando-se animações computacionais (visualização no ambiente *TecPlot* ®360) que auxiliem na identificação de padrões de desprendimento de vórtices e de formação de esteiras.

g) Apresentação das conclusões mais importantes relativas à sensibilidade do Método de Vórtices Discretos com modelo de efeitos de rugosidade superficial. Conforme já foi comentado, a sensibilidade do MVD para a configuração de um cilindro rugoso nas imediações de uma superfície plana móvel tem sido capturada com sucesso pelo grupo de pesquisa do LMAML/UNIFEI, inclusive contando com a colaboração do autor desta Tese de Doutorado.

h) Apresentação de sugestões que apontem a melhor trajetória para futuras investigações e novos desenvolvimentos.

1.3 – METODOLOGIA

Utiliza-se a técnica numérica chamada Método de Vórtices Discretos (MVD) para a obtenção dos resultados pretendidos dentro dos objetivos deste trabalho (seção 1.2). Adota-se uma versão puramente Lagrangeana do MVD e que tem como característica a discretização do campo de vorticidades, presente no domínio fluido, por uma nuvem de vórtices discretos de Lamb. Cada vórtice discreto presente no domínio fluido tem sua trajetória acompanhada individualmente e ao longo de toda a simulação numérica.

Os vórtices discretos são submetidos aos processos de advecção e de difusão da vorticidade. Na solução do problema puramente advectivo, identifica-se uma das principais características (vantagem) do MVD, isto é, o campo de velocidades do escoamento é calculado apenas nas posições onde se encontram os vórtices discretos, sendo esta velocidade a própria velocidade induzida no meio fluido.

O cálculo do vetor velocidade induzido sobre cada vórtice discreto é feito durante cada incremento de tempo da simulação numérica levando-se em conta as seguintes contribuições: escoamento incidente, fronteiras sólidas (dois cilindros) e nuvem de vórtices discretos. A interação vórtice-vórtice (do inglês, *vortex-vortex interaction*) é a responsável pelo consumo do maior tempo de processamento durante uma simulação numérica típica. O contador do número de operações realizadas por um único processador é proporcional ao quadrado do número total de vórtices discretos, quando se utiliza apenas a Lei de Biot-Savart.

Uma ferramenta da teoria potencial fundamental para ser associada com o MVD é o Método de Painéis (KATZ & PLOTKIN, 1991). Este método é, em geral, utilizado para a discretização da superfície de um corpo de forma qualquer e conhecida em segmentos planos ou curvos. Em seguida deve-se adotar uma distribuição de singularidades sobre os painéis e a escolha de certo tipo de condição de contorno. A distribuição de singularidades do tipo fontes, vórtices ou dipolos garante certas condições de contorno no ponto de controle de cada painel. Neste trabalho, para a representação da superfície discretizada dos dois cilindros são usados painéis planos sobre os quais se distribuem singularidades do tipo fontes com densidade uniforme para, assim, garantirem a condição de impenetrabilidade (condição de contorno de Neumann)

e a condição de conservação da massa. Outras características do Método de Painéis estão apresentadas no Capítulo 4.

Para impor a condição de contorno de escorregamento-nulo (do inglês, *no-slip condition*) e a condição de conservação da circulação global deve ser gerado nas vizinhanças de cada ponto de controle de cada painel um vórtice discreto de Lamb durante cada incremento de tempo de uma simulação numérica típica. Estes vórtices discretos simulam a presença da camada limite hidrodinâmica e, quando incorporados no domínio fluido simulam a região da esteira próxima em cada incremento da simulação numérica. Realmente, a região da esteira viscosa é a parte do escoamento perturbado que necessita de muita atenção, pois grandes estruturas vorticosas contrarrotativas podem ser formadas na porção desta região mais próxima dos corpos, também conhecida como região da esteira próxima.

Além de serem advectadas, via vórtices discretos, as estruturas vorticosas contrarrotativas no mesmo incremento de tempo decaem de intensidade por efeitos viscosos. A inclusão dos efeitos viscosos no MVD é considerada na solução do problema puramente difusivo. Há métodos que utilizam técnicas probabilísticas [Método de Avanço Randômico (LEWIS, 1991)] e outros métodos que utilizam técnicas determinísticas [Método do Crescimento do Raio do Núcleo do Vórtice, (ROSSI, 1996; ROSSI, 1997; ROSSI, 2005; ROSSI 2006)]. Neste trabalho utiliza-se o método de avanço randômico, técnica que se comporta bem para valores altos de número de Reynolds.

A formulação integral apresentada por Shintani & Akamatsu (1994) para o cálculo do campo de pressão é utilizada no cálculo das cargas fluidodinâmicas distribuídas (a própria pressão estática) e integradas (força de arrasto de forma e força de sustentação). Esta formulação tem como vantagem levar em conta a contribuição de todos os vórtices discretos presentes na esteira viscosa. Em geral, nesta classe de problemas, a força de arrasto de forma contribui com mais de noventa e oito por cento do valor da força de arrasto total.

Para que seja possível a realização de simulações numéricas com a inclusão dos efeitos de modelagem de turbulência, rugosidade superficial e interferência entre dois corpos alinhados, faz-se necessário o uso de paralelismo em computadores com

processadores *multicore* ou em *clusters*. O paralelismo pode obrigar os próprios compiladores a, automaticamente, detectar e explorar os vários núcleos de processamento (*threads*) de maneira eficiente. No entanto, na maioria dos casos, o programador precisa instruir o compilador quando e onde utilizar ações paralelas visto que existem situações onde o paralelismo, ao invés de acelerar, retarda o processamento. Alguns modelos de programação paralela foram estudados pelo grupo do LMAML/UNIFEI. No presente trabalho, o modelo escolhido foi o OpenMP que consiste em um modelo de programação paralela baseada no conceito de *Data Parallel Programming*, ou seja, ele utiliza memória compartilhada permitindo que todas as tarefas tenham acesso à estrutura de dados na memória global. O trabalho paralelo é dito executado quando um conjunto de dados, que deve estar organizado, é dividido e enviado para cada *thread* que irá trabalhar com sua parte da estrutura de dados e efetuar a operação desejada simultaneamente com outros *threads*. A paralelização utilizando o padrão OpenMP foi desenvolvida para as rotinas que calculam as interações vórtice-vórtice e que resolvem o sistema linear de equações pelo método de Eliminação de Gauss, rotinas que comprovadamente consomem o maior tempo computacional da simulação, permitindo-se, assim, ter um ganho importante no tempo final de processamento de cada simulação numérica.

Outra contribuição importante para a redução do tempo de processamento é o conceito de uso de caixas desenvolvido por Andrade (2017) para a aceleração do cálculo do coeficiente de viscosidade turbulenta, associado a cada vórtice discreto de Lamb.

1.4 – ESTRUTURA DO TRABALHO

Esta Tese de Doutorado está estruturada em 6 Capítulos e 3 Apêndices.

O Capítulo 2 tem como objetivo a apresentação dos principais trabalhos, que são importantes para o estudo dos efeitos de interferência entre dois cilindros circulares imóveis e alinhados para diversos espaçamentos e arranjos. Para atender aos propósitos desta pesquisa, é feita uma descrição sobre os métodos de controle de emissão de vórtices e de controle de esteira de vórtices. Os principais trabalhos numéricos, que

viabilizaram a realização desta Tese de Doutorado, são comentados no final do capítulo 2.

No Capítulo 3 encontra-se a formulação geral para o escoamento bidimensional, incompressível e em regime não permanente de um fluido Newtoniano, que se desenvolve ao redor de um par de cilindros circulares alinhados *in tandem*. As hipóteses assumidas para a formulação geral do problema, as equações governantes, as condições de contorno e a adimensionalização das equações e das condições de contorno estão apresentadas. O capítulo também apresenta a formulação para modelagem da turbulência, descreve o modelo de efeitos de rugosidade superficial, apresenta a lei de Biot-Savart e desenvolve a teoria para o cálculo das cargas fluidodinâmicas distribuídas e integradas.

O Capítulo 4 descreve as principais características do MVD, utilizado para a solução numérica do problema formulado no Capítulo 3. O objetivo primordial desta técnica é a obtenção das cargas fluidodinâmicas distribuídas e integradas causadas pela geração e desprendimento de vórtices a partir da superfície dos dois cilindros circulares alinhados *in tandem*.

No Capítulo 5 estão apresentados resultados das simulações numéricas acompanhados das discussões associadas a cada caso analisado. O capítulo é subdividido em quatro seções: (i) análise do escoamento ao redor de dois cilindros sem efeitos de rugosidade e espaçados centro a centro de uma distância da ordem de mil diâmetros; (ii) análise do desempenho da programação paralela e do ganho computacional ao se empregar a técnica de OpenMP; (iii) análise de escoamentos ao redor de dois cilindros espaçados centro a centro para diferentes valores, mas sem efeitos de rugosidade superficial; (iv) análise de escoamentos ao redor de duas configurações de cilindros espaçados centro a centro e com efeitos de rugosidade superficial.

O Capítulo 6 traz as principais conclusões e sugestões para futuros trabalhos dentro do Grupo do LMAML/UNIFEI.

As Referências Bibliográficas necessárias para o desenvolvimento da Tese de Doutorado se encontram listadas no final do texto.

O Apêndice A apresenta o modelo do vórtice discreto de Lamb, que é solução da equação da difusão da vorticidade em coordenadas cilíndricas.

O programa computacional, desenvolvido em linguagem de programação FORTRAN, tem sua estrutura apresentada no Apêndice B. Uma descrição da função de cada rotina é feita para auxiliar na montagem do programa computacional. O programa principal foi montado fazendo-se uso da biblioteca de rotinas disponibilizada aos pesquisadores do LMAML/UNIFEI.

Finalmente, o Apêndice C apresenta uma breve descrição sobre o padrão OpenMP, bem como alguns exemplos de estruturas de programação em paralelo utilizadas na versão final do programa para simular o problema proposto nesta pesquisa.

Capítulo 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1– INTRODUÇÃO

O primeiro objetivo do Capítulo 2 é apresentar as principais referências bibliográficas sobre o tema de um arranjo de dois corpos rombudos (cilindros de seção circular). Conhecer a física que acontece quando há interferência de um corpo sobre outro é de suma importância. Existem três arranjos possíveis relacionados com o ângulo de posicionamento do cilindro a jusante em relação com o cilindro a montante: $\beta=0^\circ$ (*in tandem*), $0^\circ < \beta < 90^\circ$ (*staggered*) e $\beta=90^\circ$ (*side-by-side*), veja a figura 1.1.

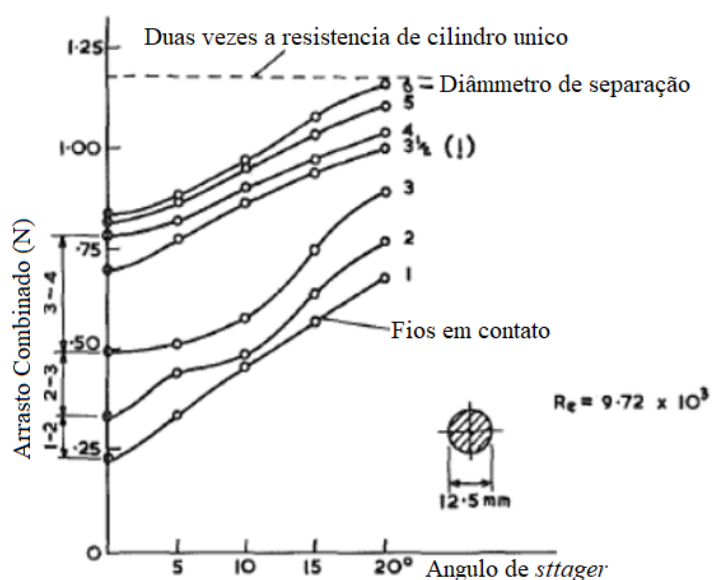
E, encerrando este capítulo de revisão bibliográfica é apresentada uma descrição a respeito das principais técnicas de controle de supressão e de desprendimento de vórtices, incluindo-se publicações utilizando o Método de Vórtices Discretos (MVD). É importante observar uma escassez na literatura especializada do assunto efeitos de rugosidade superficial sobre escoamentos ao redor de dois cilindros circulares alinhados de acordo com os três arranjos acima mencionados.

2.2 – ARRANJOS DE DOIS CILINDROS CIRCULARES

O primeiro interesse para o estudo do escoamento ao redor de cilindros circulares alinhados se deu no início da era dos aviões biplanos e na engenharia aeronáutica. Nessa época era comum, também, o estudo do comportamento do ar ao redor de fios de telégrafos alinhados com espaçamento variável entre eles (ZDRAVKOVICH, 1977).

Pannell *et al.* (1915) mediram as forças fluidodinâmicas atuantes sobre fios circulares dispostos em vários arranjos (distância centro a centro e diferentes ângulos de alinhamento dos cilindros). Os autores relataram que no caso de dois fios circulares encostados um no outro, o arrasto mínimo é 40% do arrasto de um fio circular único (figura 2.1). Com o aumento do espaçamento entre os cilindros, foi constatado um aumento no arrasto combinado (soma dos coeficientes de arrasto do cilindro a montante e a jusante).

Figura 2.1 – Variação do arrasto combinado com o ângulo de alinhamento dos fios circulares para vários espaçamentos.



Fonte: Adaptada de Pannell *et al.* (1915).

A Figura 2.1 mostra a variação do arrasto combinado com o ângulo de alinhamento dos fios e a distância centro a centro para um número de Reynolds (Re) de

9.720. É possível notar um aumento significativo do arrasto combinado até espaçamentos de quatro diâmetros entre os dois fios. Na mesma figura, é possível observar uma marca de exclamação para espaçamentos de 3,5D, que os autores utilizaram, pois a variação do arrasto combinado de três diâmetros para quatro diâmetros era muito significativa, exigindo que uma análise intermediária fosse realizada para verificar essa discrepância. A partir do espaçamento de quatro diâmetros, o arrasto combinado continua aumentando, porém, com menor intensidade. Os autores sugerem que pode haver uma mudança no padrão do escoamento a partir de três diâmetros e meio que causa essa observação. Os autores não apresentaram formas de visualização da esteira, o que dificultou a análise (PANNELL *et al.*, 1915).

Biermann & Herrnstein (1933) foram os primeiros a estudar o comportamento de vários corpos (aerofólios e cilindros) alinhados em diversos arranjos (*in tandem*, *side-by-side* e *staggered*) e analisaram o comportamento do coeficiente de arrasto para diversos espaçamentos e número de Reynolds variando de 65.000 a 163.000. Para cilindros alinhados *in tandem*, os autores contribuíram com o que chamaram de “arrasto de interferência”, que é a diferença entre o arrasto medido em cada cilindro com o arrasto medido em um cilindro único para o mesmo número de Reynolds. Para cilindros alinhados *side-by-side*, observaram que o coeficiente de arrasto para espaçamentos centro a centro superiores a 5 diâmetros é igual em ambos os cilindros e, também, igual ao coeficiente de arrasto de um cilindro único.

Zdravkovich (1977) apresentou uma revisão bibliográfica extensa sobre cilindros alinhados em diversas configurações. O trabalho foi dividido em três seções, a primeira dedicada somente para cilindros alinhados *in tandem*, a segunda dedicada para cilindros alinhados *side-by-side* e a terceira dedicada para cilindros alinhados *staggered*. Essa revisão permitiu que se apontassem as lacunas da época quanto ao perfil de escoamento e sua possibilidade de interferir nas cargas fluidodinâmicas dos dois cilindros e ocasionar vibrações induzidas pelo escoamento (V.I.E.).

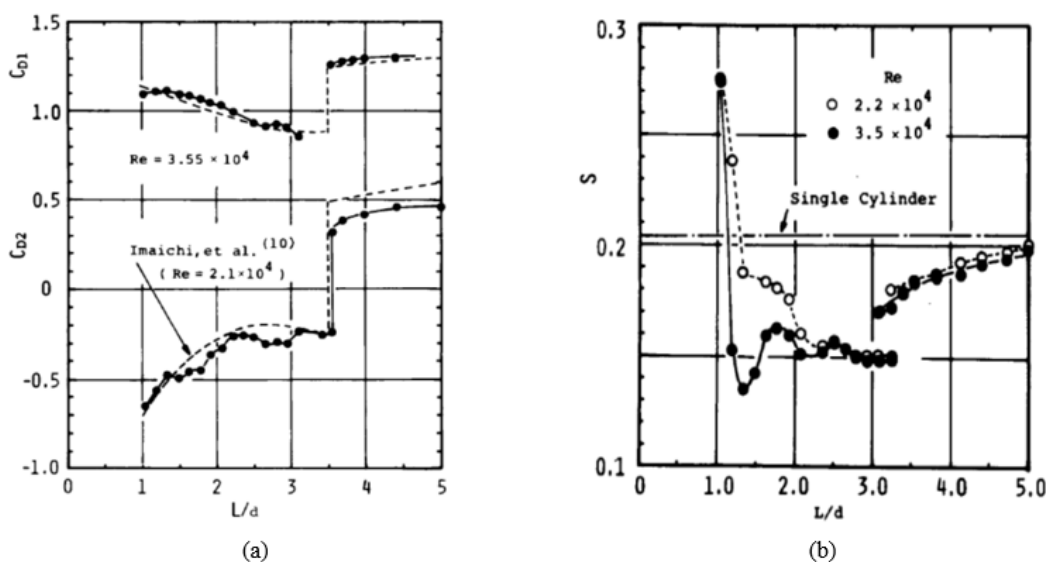
Igarashi (1981) estudou o comportamento de cilindros alinhados *in tandem* sobre vários espaçamentos L/D (centro a centro). No trabalho foi possível destacar a relação de coeficiente de arrasto *versus* espaçamento, bem como o número de Strouhal, parâmetro adimensional, já introduzido no capítulo anterior, relacionado à frequência de

emissão de um par de estruturas vorticosas contrarrotativas, *versus* espaçamento ($1,03 \leq L/D \leq 5,0$) para número de Reynolds na faixa de 8.700 a 52.000.

Nas Figuras 2.2 (a) e (b) é possível observar uma descontinuidade, causada pela mudança no regime de formação de esteira, nas curvas de coeficiente de arrasto dos cilindros de montante (C_{D1}) e de jusante (C_{D2}) e do número de Strouhal quando o espaçamento centro a centro entre os dois cilindros está na faixa de $3,0 \leq L/D \leq 3,5$ para número de Reynolds de 35.500. O comportamento dos resultados obtidos está em concordância com os resultados de Imaichi *et al.* (1974) para número de Reynolds de 21.000 (IGARASHI, 1981).

Outra contribuição importante de Igarashi (1981) é a classificação dos regimes de interferência de esteira em função do espaçamento centro a centro entre os dois cilindros. A figura 2.3 mostra uma representação desses padrões de esteira, que foram denominados de A até F.

Figura 2.2 – Espaçamento centro a centro dos cilindros *versus* (a) Coeficiente de Arrasto e (b) Strouhal.

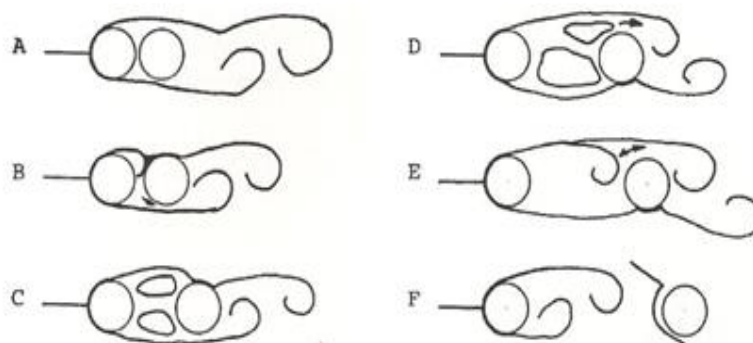


Fonte: Reproduzida de Igarashi (1981).

Na figura 2.3, o regime A mostra que, para pequenos espaçamentos L/D , a camada limite descolada do cilindro a montante não recolha no cilindro a jusante, formando-se, assim, uma única esteira; neste caso é possível comparar a esteira formada a jusante dos dois cilindros com a esteira de um cilindro único. O regime B indica que há formação de vórtices na camada cisalhante e desprendimento de vórtices na esteira

próxima do cilindro a jusante e ocorre recolamento da camada cisalhante em ambas as partes superior e inferior do cilindro a jusante. No regime C, vórtices estacionários são formados entre os dois cilindros. No regime D, os vórtices estacionários se tornam instáveis e o desprendimento de vórtices se torna intermitente. No regime E, a separação da camada limite do cilindro a montante desliza intermitentemente por um momento na frente do cilindro a jusante. Nesse regime, ocorre a transição entre o regime D e o regime F, tornando o escoamento bi-estável. No regime F, a esteira desprendida do cilindro a montante desliza na frente do cilindro a jusante. Na figura 2.4, os autores representam graficamente os regimes de escoamento em função do número de Reynolds e do espaçamento entre os cilindros (IGARASHI,1981).

Figura 2.3– Classificação dos regimes de interferência entre dois cilindros *in tandem*.



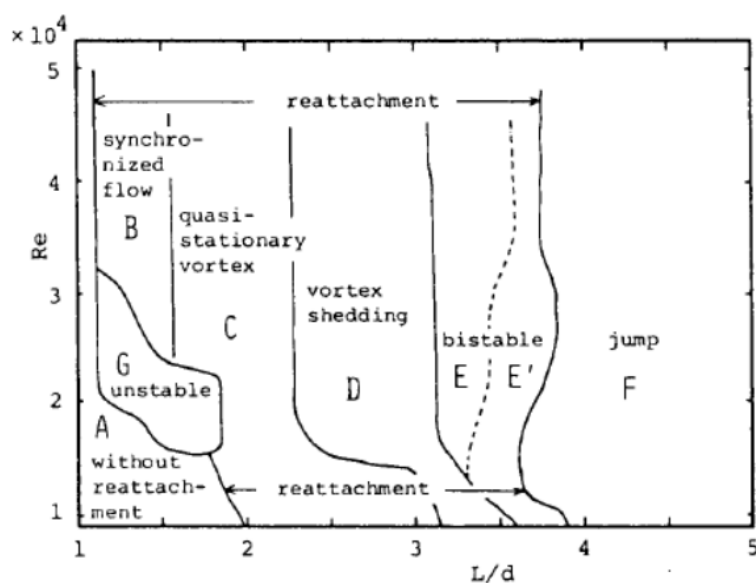
Fonte: Reproduzida de Igarashi (1981).

É possível notar, na figura 2.4, dois novos regimes de esteira, que são os regimes E', onde o escoamento é bi-estável e, diferentemente do regime E, tende a manter um dos regimes (D ou F) por mais tempo, e o regime G, que pode ser considerado uma transição entre os regimes A, B e C (IGARASHI,1981).

Alam *et al.* (2003) estudaram o comportamento experimental de dois cilindros alinhados com o escoamento para número de Reynolds de 65.000 e chegaram a quatro conclusões importantes: 1) As cargas fluidodinâmicas (coeficientes de arrasto e de sustentação) atuando no cilindro a jusante são muito sensíveis em relação ao espaçamento dos dois cilindros, antes do espaçamento crítico ($L/D=3,0$). 2) O escoamento bi-estável ocorre no espaçamento crítico e, antes desse espaçamento, a camada limite cisalhante do cilindro a montante recola no cilindro a jusante. 3) Existe claramente uma relação entre as forças atuantes no cilindro a jusante e o ângulo onde

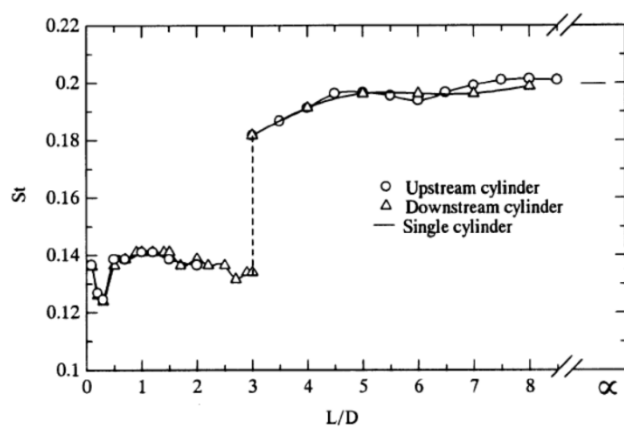
ocorre o recolamento da camada cisalhante do cilindro a montante, fato esse constatado pois as forças de arrasto e sustentação do cilindro a jusante aumentam quando o ângulo de recolamento se desloca para frente e diminuem quando o ângulo de recolamento recua. 4) Além do espaçamento crítico, a força de sustentação atuante no cilindro a montante está estritamente relacionada com o padrão do escoamento do cilindro a jusante.

Figura 2.4– Classificação dos regimes de interferência entre dois cilindros *in tandem*, em função do Número de Reynolds (Re) e do espaçamento entre os cilindros (L/D)



Fonte: Reproduzida de Igarashi (1981).

Figura 2.5 – Variação do número de Strouhal em função da variação do espaçamento entre os cilindros

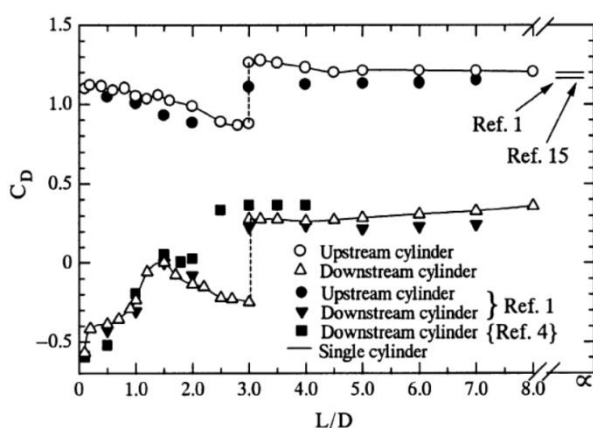


Fonte: Reproduzida de Alam et al. (2003).

A figura 2.5 mostra a variação do número de Strouhal em função do espaçamento (L) entre os cilindros alinhados *in tandem*. Diferentemente de trabalhos citados anteriormente, o valor de L representa a distância entre os dois cilindros e não a distância entre seus centros. É possível observar que para espaçamento $L/D=3,0$ ($4,0$ se for considerado a distância centro a centro), ocorre um salto no valor do número de Strouhal. Esta região é denominada de bi-estável (ocorrência de dois regimes de esteira) (ALAM *et al.*, 2003).

Na figura 2.6 também é possível observar o salto para espaçamento crítico no coeficiente de arrasto, tanto do cilindro a jusante quanto do cilindro a montante. Os autores compararam seus resultados com os resultados apresentados por Biermann & Herrnstein (1933) (ref.1), Zdravkovich & Pridden (1977) (ref. 4) e os resultados para cilindro único de Batham (1973) (ref. 15) (ALAM *et al.*, 2003).

Figura 2.6 – Variação do coeficiente de arrasto em função do espaçamento entre os cilindros.



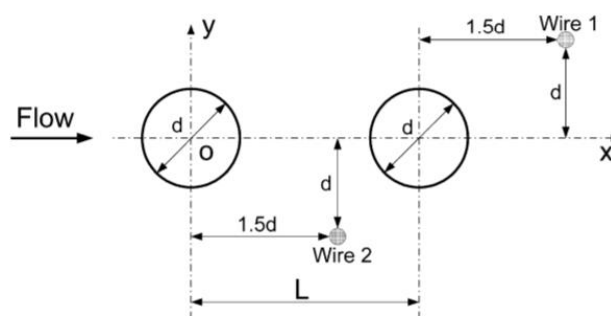
Fonte: Reproduzida de Alam et al. (2003).

Xu & Zhou (2004) estudaram o comportamento do número de Strouhal para vários espaçamentos entre cilindros alinhados *in tandem*. Os autores analisaram o número de Strouhal usando Transformada Rápida de Fourier (do inglês, *Fast Fourier Transform*, FFT) em duas sondas colocadas conforme posição mostrada na figura 2.7.

Na figura 2.7 é possível verificar o posicionamento de duas sondas (*Wire 1* e *Wire 2*) colocadas em pontos estratégicos do escoamento. Utilizando-se a ferramenta FFT é possível analisar o espectro da frequência versus amplitude e determinar o número de Strouhal relacionado a cada cilindro (XU & ZHOU, 2004)

Carmo et al. (2008), utilizando a teoria de Floquet e simulações numéricas diretas usando uma discretização espacial de elemento espectral/hp, analisaram o comportamento de dois cilindros alinhados *staggered* para números de Reynolds entre 200 e 350. Em todas as simulações, L_x , conforme figura 2.8, foi considerado $5D$ e o espaçamento L_y variou de $0D$ à $3D$. Com o auxílio de contorno de vorticidade, os autores conseguiram verificar a simetria e periodicidade de alguns modos de desprendimento de vórtices.

Figura 2.7 – Posicionamento das sondas para análise de número de Strouhal utilizando a ferramenta FFT.



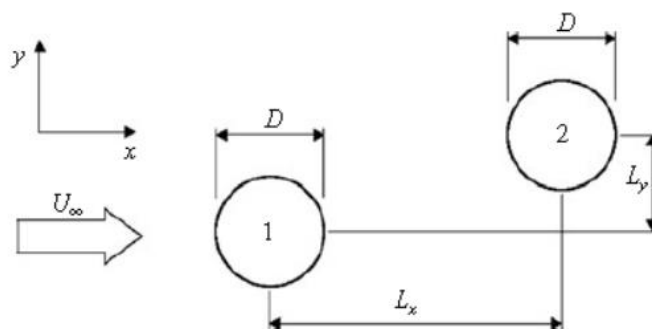
Reproduzido de Xu & Zhou (2004).

Sumner (2010) fez uma revisão bibliográfica extensa sobre o escoamento ao redor de dois cilindros em três arranjos possíveis: *in tandem*, *side-by-side* e *staggered*. O trabalho mostrou que os efeitos de interferência entre dois cilindros circulares de mesmo tamanho vêm sendo estudado por diferentes pesquisadores ao redor do mundo nas últimas três décadas. O trabalho de revisão é bem completo quanto aos efeitos do número de Reynolds, do número de Strouhal, coeficientes de arrasto e sustentação, regimes de desprendimento de vórtices e coeficiente de pressão ao redor de ambos os cilindros para diversos espaçamentos.

Moraes (2011) utilizou o Método de Vórtices Discretos para estudar o comportamento de cilindros alinhados *in tandem* para diversos espaçamentos, e também, casos de cilindros alinhados *in tandem* com cilindro a jusante oscilando forçadamente. As simulações numéricas foram feitas com número de Reynolds de 65.000. Para cilindros fixos, o autor observou um salto no coeficiente de arrasto para um espaçamento $L/D=2.0$, resultado próximo aos descritos nos trabalhos de Biermann & Herrnstein (1933) e Zdravkovich & Pridden (1977). Para a análise do número de

Strouhal o autor utilizou FFT em pontos estratégicos do escoamento (mesma ideia de Xu & Zhou (2004)) e também, nas curvas de coeficiente de arrasto e de sustentação; os resultados obtidos são muito próximos.

Figura 2.8 – Arranjo de dois cilindros alinhados *staggered* e suas dimensões.



Fonte: Reproduzida de Carmo et al. (2008).

Moraes et al. (2012) apresentaram uma análise numérica, via MVD, da esteira formada a jusante de cilindros alinhados *in tandem* e do comportamento das cargas fluidodinâmicas (coeficientes de pressão, de arrasto e de sustentação) para espaçamentos superiores ao espaçamento crítico, mostrando uma possível visualização da esteira binária, onde os dois corpos emitem estruturas vorticosas independentes. A esteira final da simulação numérica para espaçamento de $L/D=4.5$ pode ser visualizada na figura 2.9.

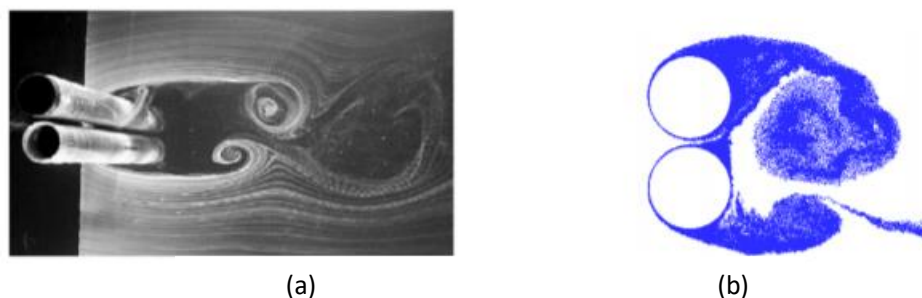
Figura 2.9 – Visualização da esteira formada por dois cilindros alinhados *in tandem* para espaçamento de $L/D=4.5$.



Fonte: Reproduzida de Moraes et al. (2012).

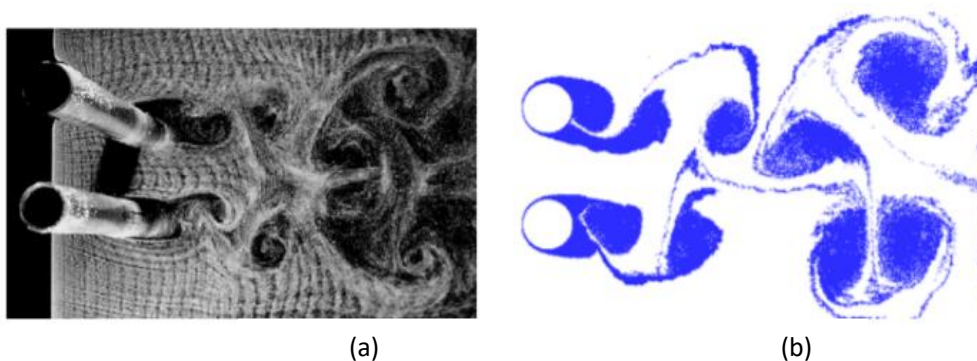
Utilizando-se o Método de Vórtices Discretos, Silva Siqueira et al. (2013) reproduziram os padrões do escoamento a jusante de dois cilindros alinhados side-by-side para Reynolds 55.000. Seus resultados foram comparados com os resultados de Alam et al. (2003). Os regimes encontrados foram: bi-estável (figura 2.10) e esteira paralela (figura 2.11).

Figura 2.10 - Comparação entre (a) os resultados experimentais de Alam et al. (2003) e (b) simulação numérica para regime bi-estável



Fonte: Reproduzida de Silva Siqueira et al. (2013).

Figura 2.11 - Comparação entre (a) os resultados de Alam et al. (2003) e (b) simulação numérica para regime de esteira paralela



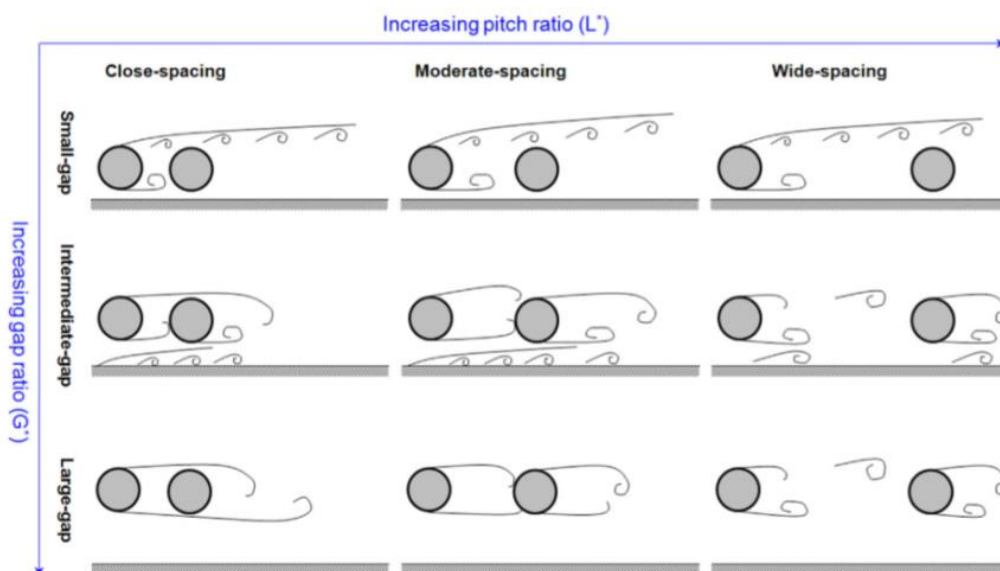
Fonte: Reproduzido de Silva Siqueira et al. (2013).

Wang et al. (2015) estudaram, experimentalmente, o escoamento ao redor de dois cilindros alinhados *in tandem* para número de Reynolds 6.300 e na presença de uma parede lisa (efeito solo) para diversos espaçamentos L^*/D e G^*/D . Os autores concluíram que a presença do solo, em pequenas distâncias, ocasiona a supressão do desprendimento periódico de vórtices dos cilindros e, a longas distâncias ($G^*/D \geq 5$), o efeito solo pode ser negligenciado, conforme pode ser observado na figura 2.12. O efeito solo foi comentado, uma vez que poderá ser investigado futuramente.

Pang et al. (2016) estudaram, numericamente, o escoamento ao redor de dois cilindros alinhados *side-by-side* para espaçamentos variando de $1,1D$ a $7D$ e número de Reynolds de 60.000. Os autores utilizaram um método de vórtices baseado em condições de contorno conservadas por vorticidade instantânea (*Instantaneous Vorticity Conserved Boundary Conditions* – IVCBC - em inglês). Esse método é bastante similar ao utilizado pelo grupo de pesquisa do LMAML/UNIFEI, porém, tal método é baseado na utilização de funções correntes. Diferentemente das simulações realizadas nesta tese,

os autores utilizaram valores de 64 e 120 como quantidade de novos vórtices discretos nascentes a cada instante de tempo. Outra diferença entre as duas metodologias está na resolução da parcela advectiva da equação do transporte da vorticidade, onde os autores utilizaram o método de avanço de segunda ordem de Adams-Basforth. Para a parcela difusiva os autores utilizaram o método de avanço randômico (LEWIS, 1991), a mesma utilizada nesta Tese de Doutorado. Como resultados, os autores identificaram padrões de esteira, e calcularam os coeficientes de arrasto, de sustentação e de pressões e os números de Strouhal.

Figura 2.12 – Representação do escoamento ao redor de dois cilindros circulares *in tandem*, com efeito solo, para diversos espaçamentos centro a centro (L^*) e distâncias do chão (G^*).



Fonte: Reproduzida de Wang et al. (2005).

Alam et al. (2018) estudaram, experimentalmente, o comportamento de dois cilindros alinhados *in tandem* e de diâmetros diferentes. O cilindro a montante tinha diâmetro D_M variável de $0.25D$ a $1.0D$, onde D representa o diâmetro do cilindro a jusante, para uma faixa de Reynolds entre 8.000 e 24.200. No trabalho, os autores definem o chamado regime de “*lock-in*” onde o cilindro a jusante emitia sua esteira viscosa em sincronia com a emissão da esteira viscosa do cilindro a montante quando os cilindros possuíam o mesmo diâmetro.

Hu et al. (2019) utilizaram um código CFD baseado no Método de Volumes Finitos para estudarem, numericamente, o comportamento de dois cilindros alinhados *in*

tandem para espaçamentos centro a centro variando de 2D a 5D para números de Reynolds de 22.000 (subcrítico) e 3.000.000 (supercrítico). As análises foram realizadas no espaço tridimensional. Para ambos os números de Reynolds, os autores observaram que a esteira viscosa do cilindro a montante recola no cilindro a jusante para espaçamentos inferiores a 3,5D.

Hishikar et al. (2021) publicaram uma revisão bibliográfica sobre o comportamento esperado para arranjos de dois cilindros alinhados *in tandem*, *side-by-side* e *staggered*. As perspectivas e investigações do escoamento para esses arranjos foram analisadas e os autores também apresentam uma discussão dos principais artigos com resultados numéricos e experimentais publicados na literatura para uma ampla faixa de números de Reynolds.

Schewe et al. (2021) fizeram uma análise experimental das forças fluidodinâmicas atuantes sobre um par de cilindros alinhados *in tandem* para número de Reynolds variando de subcrítico ($400 \leq Re \leq 3,5 \times 10^5$) a trans-crítico ($4,0 \times 10^6 \leq Re$) para duas distâncias centro a centro (L/D): 2,8 e 4,0. No trabalho, o intuito foi mostrar o comportamento das forças fluidodinâmicas atuantes em ambos os cilindros com a variação do número de Reynolds. A principal contribuição deste trabalho consistiu na interpretação do comportamento fluidodinâmico e dos efeitos de interferência entre dois cilindros alinhados *in tandem* para números de Reynolds elevados, para este trabalho o número de Reynolds máximo atingido foi da ordem de 10^7 .

A revisão bibliográfica apresentada nesta seção, realmente, comprova a escassez de resultados experimentais e de resultados numéricos considerando-se efeitos combinados de arranjos de dois cilindros e de rugosidade superficial. A inclusão de efeitos de rugosidade superficial para análise dos carregamentos fluidodinâmicos atuantes sobre dois cilindros circulares idênticos, imóveis e alinhados *in tandem* é uma contribuição desta Tese de Doutorado, abrindo portas e mostrando caminhos, para um campo de pesquisa muito aplicado em problemas de aerodinâmica de corpos rombudos. O uso de processamento paralelo também se justifica neste trabalho, uma vez que as simulações numéricas se tornam bastantes onerosas. Na seção sobre conclusão e sugestões para futuros trabalhos (Capítulo 6) é apresentado um cenário com as perspectivas para futuros trabalhos neste campo de pesquisa destacando-se a

necessidade de serem levados em conta efeitos de rugosidade superficial para controle de desprendimento e supressão de vórtices.

O Método de Vórtices Discretos (MVD), particularmente, é uma técnica numérica que facilita a inclusão de diferentes efeitos de interferência através da simulação do movimento do campo de vorticidades e da sua interação com estruturas sólidas. A aplicação deste método é novamente referida na próxima seção.

2.3 – SUPRESSÃO DE DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES E CONTROLE DE ESTEIRA

O estudo da supressão do desprendimento de vórtices e controle de esteiras, utilizando-se efeitos de rugosidade superficial é o foco principal desta Tese de Doutorado.

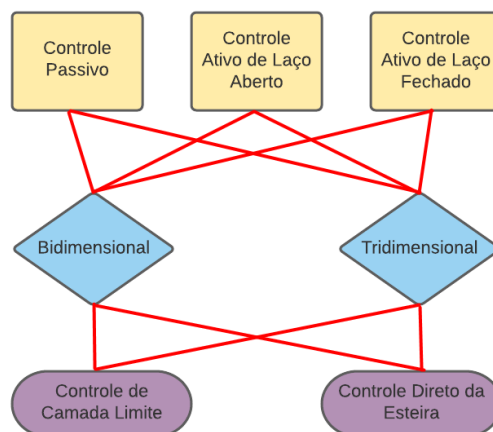
Em sua revisão sobre o tema de supressão de desprendimento de vórtices e controle de esteiras em corpos rombudos, Choi et al. (2008) dividiu os métodos em três grandes grupos: (a) passivos (b) ativo de laço aberto e (c) ativo de laço fechado. Esses três métodos são subdivididos em outros dois subgrupos que distinguem regime bidimensional e tridimensional e por fim divididos novamente em outros 2 subgrupos, controle da camada limite ou controle direto de esteira (figura 2.13). Os autores explicam que a diferença entre os métodos passivos e ativos é que o segundo necessita de uma fonte de energia externa.

Em outra revisão bibliográfica, Rashidi et al. (2016) reclassificou os métodos de controle de desprendimento de vórtices e de esteira em três grupos: (a) Métodos Ativos; (b) Métodos Passivos e (c) Métodos com emprego de elemento externo. Os métodos ativos são aqueles que dependem de uma fonte de energia externa e os métodos passivos não possuem tal dependência. Dentro do grupo de métodos ativos os autores separam 7 subgrupos:

- 1) Métodos Elétricos – Nestes métodos, uma descarga elétrica cria uma força elétrica agindo nas partículas fluidas, resultando numa mudança no campo de

velocidades. Esta força leva a um atraso na separação no lado posterior do corpo.

Figura 2.13 – Classificação dos métodos de controle para corpos rombudos



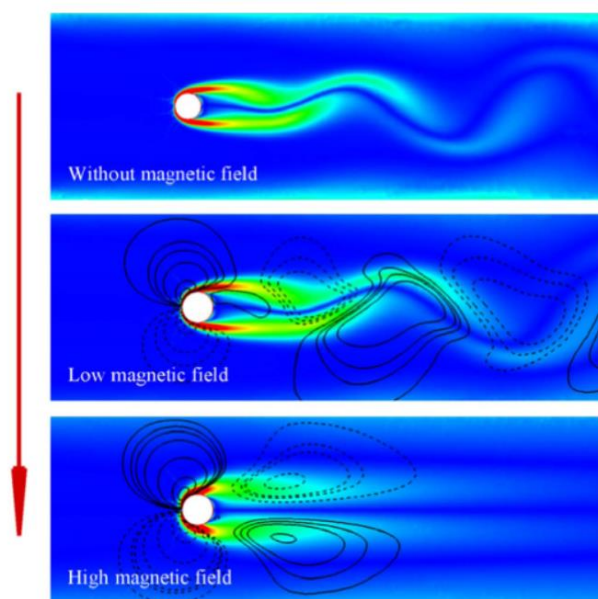
Fonte: Adaptada de Choi et al. (2008).

- 2) Métodos de Controle por *Feedback* – Nestes métodos é possível aplicar um *feedback* num sensor de forma a atuar na estabilização da esteira e supressão do desprendimento de vórtices a números de Reynolds próximos ao do início do desprendimento de vórtices. A entrada de controle é modificada de acordo com a resposta do escoamento.
- 3) Métodos de Geração de Fluxos Secundário – Neste método é possível controlar a esteira pela geração de fluxos secundários (bolhas, sucções, etc.).
- 4) Métodos de Controle por Campos Magnéticos – Uma força eletromagnética é aplicada no fluido agindo no fluxo a jusante do corpo na direção oposta ao escoamento, reduzindo a velocidade do escoamento e levando-se a uma estabilização do fluxo. Este método é efetivo em escoamentos em trocadores de calor e tubulações (figura 2.14)
- 5) Método de Controle por Rotações Oscilatórias ou Constantes – Uma sustentação positiva ou negativa pode ser criada girando-se o cilindro. A rotação neste método pode ser oscilatória ou constante. A direção da sustentação é dependente da direção da rotação, que acelera ou desacelera o escoamento ao redor do cilindro.
- 6) Método de Controle por Efeitos Térmicos – Efeitos de força de empuxo são gerados ao redor de um corpo rombudo, se o nível de aquecimento for alto.

Esses efeitos de empuxo criam uma inércia e uma força viscosa ao redor do corpo, que resulta num atraso da separação da camada limite e supressão de desprendimento de vórtices.

- 7) Métodos de Controle por outros Métodos Ativos – Outros métodos ativos podem ser utilizados para controlar a emissão de vórtices e suprimir a esteira. Os autores citam dois métodos: um por excitação acústica interna do corpo e outro realizado por Bimbato et al. (2013), onde o controle da emissão de vórtices é feito numa simulação bidimensional com uma superfície plana móvel abaixo do cilindro que, por efeito Venturi, suprime a emissão de vórtices e, conseqüentemente, reduz a força de arrasto e aumenta a força de sustentação. Esta mesma metodologia foi empregada em outros trabalhos do grupo do LMAML/UNIFEI (ALCÂNTARA PEREIRA *et al.*, 2020; OLIVEIRA *et al.*, 2020; MORAES *et al.*, 2021)

Figura 2.14 – Método de Controle por Campo Magnético



Fonte: Reproduzida de Rashidi et al. (2016).

Os métodos passivos são subdivididos por Rashid *et al.* (2016) em três subgrupos:

1. Métodos de Controle por Rugosidade Superficial – Nestes métodos, a rugosidade superficial afeta a localização do ponto de separação da camada

limite e, conseqüentemente, as forças distribuídas sobre a superfície do corpo rombudo. A literatura relata que a rugosidade superficial acelera a transição de regime laminar para turbulento em corpos rombudos, o que acarreta numa queda abrupta do coeficiente de arrasto. Neste ponto, vale a pena destacar os esforços do grupo de pesquisa do LMAML/UNIFEI na linha de pesquisa de efeitos de rugosidade superficial na supressão de emissão de vorticidade e controle de esteira. Uma nova metodologia foi proposta por Bimbato *et al.* (2018) e vem sendo utilizada em novos trabalhos dentro do grupo, inclusive é a metodologia utilizada nesta Tese de Doutorado (mais informações na seção 3.5.4)

2. Métodos de Controle por Porosidade e Superfície Permeável – O parâmetro de controle principal deste método é a porosidade ou porções vazias do meio poroso. A porosidade tem um efeito significativo no controle das estruturas vorticosas de grandes escalas a jusante do corpo rombudo.
3. Outros métodos de controle passivo – Os autores citam outras formas de controle, que não se enquadram nos subgrupos anteriores, mas ainda são passivos por não precisarem de uma fonte externa de energia para ocorrer. Podem-se citar métodos utilizando geometrias diferentes (cilindros quadrados), efeitos de parede ou efeito solo, utilização de *end-plates*, múltiplos corpos e ranhuras helicoidais.

Como última classificação citam-se os métodos de controle por emprego de elementos externos. Ainda, segundo Rashidi *et al.* (2016), estes métodos podem ser alocados tanto como ativos ou passivos quanto ao uso de fontes de energias. Estes métodos podem utilizar elementos externos tais como cilindros menores, aletas, elementos de formas variáveis, fios helicoidais, etc. Os autores afirmam que não é prático aplicar elementos externos como parte integrante da configuração principal.

Os principais trabalhos dentro do LMAML/UNIFEI, utilizando MVD, na linha de supressão de desprendimento de vórtices e controle de esteira são descritos a seguir.

Bimbato *et al.* (2019) propuseram o modelo de efeitos de rugosidade superficial utilizado nesta Tese de Doutorado. A nova abordagem simulou escoamentos ao redor de um cilindro circular de superfície hidraulicamente rugosa capturando com sucesso a

crise do arrasto, característica de regimes de escoamento supercríticos, para número de Reynolds de $Re=1,0 \times 10^5$ (regime subcrítico).

Bimbato *et al.* (2020) utilizaram o mesmo modelo de efeitos de rugosidade superficial de forma a capturar as principais características do escoamento ao redor de um cilindro circular hidraulicamente rugoso. Os autores conseguiram, através do histórico temporal das cargas fluidodinâmicas (coeficiente de arrasto, de sustentação e de pressão) identificar em suas simulações a ocorrência de bolhas de separação assimétricas partindo-se de um número de Reynolds de $Re=1,0 \times 10^5$.

Utilizando-se a essência do modelo de rugosidade de Bimbato *et al.* (2019), Oliveira *et al.* (2020) propuseram uma técnica híbrida de controle de desprendimento de vórtices, onde a técnica passiva de modelagem de rugosidade superficial de um cilindro circular foi combinada com a proximidade de uma parede móvel (técnica ativa). Os autores conseguiram capturar uma queda do coeficiente de arrasto e do número de Strouhal com a proximidade de um cilindro circular da parede.

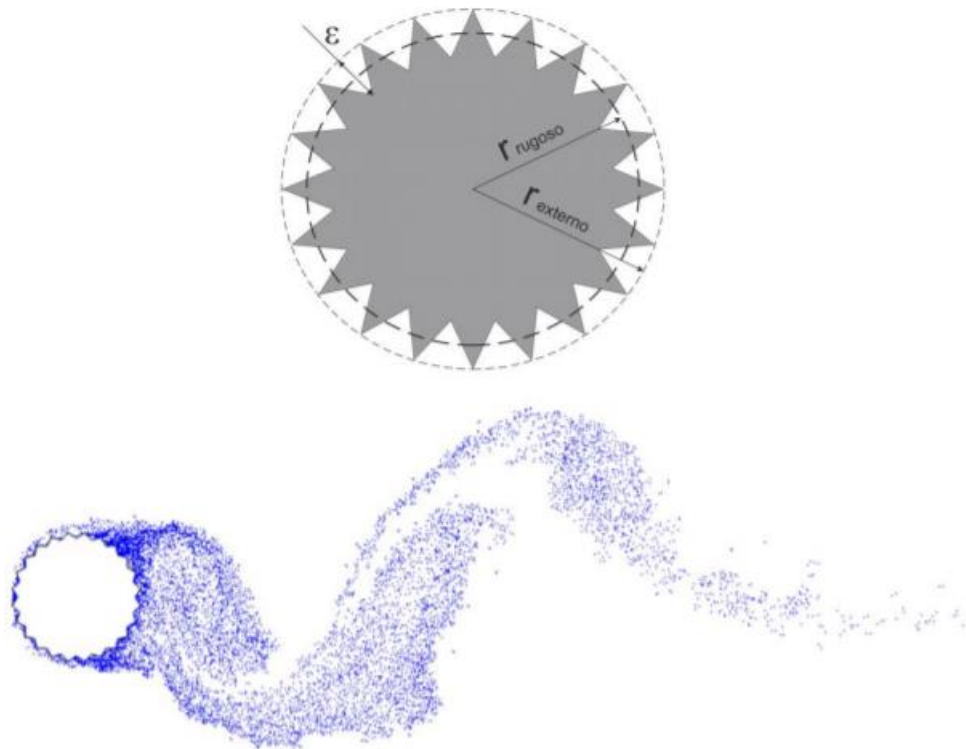
Alcântara Pereira *et al.* (2020) realizaram testes com a metodologia híbrida de controle de esteira, anteriormente mencionada, considerando-se diferentes alturas médias de rugosidade superficial, conseguindo com sucesso atingir a supressão total da emissão da esteira de von Kármán de um cilindro circular muito próximo da parede plana móvel.

Alternativamente ao modelo que simula efeitos de rugosidade, utilizado nesta Tese de Doutorado, Oliveira (2020) desenvolveu um modelo de rugosidade associado ao MVD, em que a superfície de um cilindro circular foi, realmente, discretizada em elementos triangulares (figura 2.15). O trabalho fez uma ampla investigação sobre o comportamento da força de arrasto em função da variação do número de Reynolds.

Moraes *et al.* (2021) utilizaram esta mesma metodologia híbrida para cilindro circular de parede hidraulicamente rugosa no regime de grande espaçamento entre o corpo e o chão. As principais contribuições deste trabalho foram a análise temporal das cargas fluidodinâmicas (arrasto, sustentação e pressão) e do número de Strouhal, além da possibilidade de previsão da supressão de desprendimento de vórtices. Os autores identificaram uma redução de 13% no valor do coeficiente de arrasto na comparação das simulações com modelagem de rugosidade superficial com o caso de cilindro de

parede hidraulicamente lisa. Os autores também conseguiram identificar mudanças no ponto de separação que caracteriza o atraso na separação da camada limite.

Figura 2.15 – Representação da discretização rugosa e sua esteira de vórtices feita por Oliveira (2020)



Fonte: adaptada de Oliveira (2020).

Fechando o Capítulo 2, os resultados numéricos apresentados no Capítulo 5 para escoamentos ao redor de dois cilindros circulares alinhados *in tandem*, com a inclusão de interferência de rugosidade, contribuem na literatura, principalmente, apontando a existência de diferentes padrões de interferência, que contribuem para redução de força de arrasto, aumento da pressão de base, intermitência no mecanismo de geração de vórtices e comportamento destrutivo de esteira (campo de velocidades instantâneo).

Capítulo 3

FORMULAÇÃO GERAL DO PROBLEMA

3.1 – INTRODUÇÃO

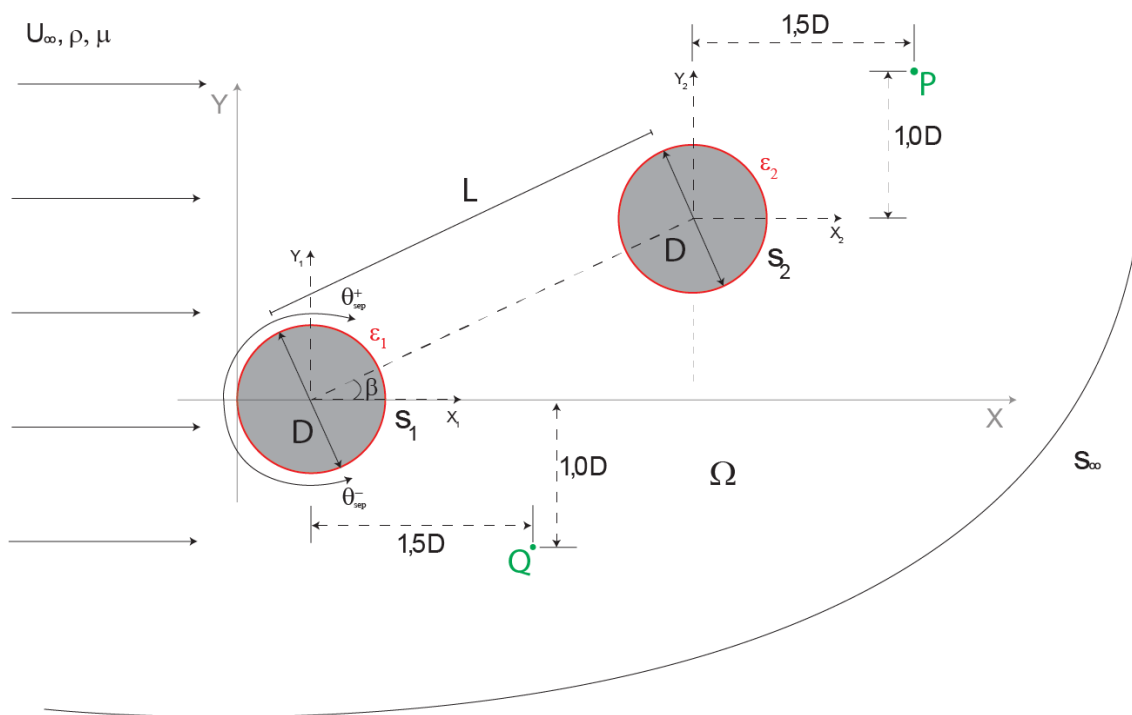
O Capítulo 3 apresenta a formulação geral para o estudo de efeitos de interferência entre dois cilindros idênticos, imóveis e alinhados in *tandem*. A geometria do problema é definida pelo espaçamento centro a centro entre os corpos, as hipóteses assumidas são discutidas, as equações governantes e as condições de contorno são apresentadas, a modelagem sub-malha de turbulência é apresentada possibilitando-se o desenvolvimento do modelo de efeitos de rugosidade superficial e o problema é também adimensionalizado para que se tenha um ganho de generalidade.

3.2 – GEOMETRIA E DEFINIÇÕES

O problema considerado nesta Tese de Doutorado (figura 3.1) apresenta efeitos de interferência importantes quando o par de cilindros se apresenta um mais próximo do outro. Um sistema de coordenadas fixo XoY (global) é utilizado como referência e dois outros eixos auxiliares X_1oY_1 e X_2oY_2 são colocados passando pelo centro de cada um dos cilindros para facilitar a inclusão dos pontos P e Q, de coleta das flutuações na velocidade nas vizinhanças dos cilindros, a serem alternativamente utilizados no cálculo

do número de Strouhal de ambos os cilindros. Esse referencial global é necessário para a simulação numérica da dinâmica da vorticidade, representada por uma nuvem de vórtices discretos de Lamb (Capítulo 4).

Figura 3.1 – Modelo estrutural e definições.



Fonte: o autor.

As definições mais importantes utilizadas na figura 3.1 são listadas a seguir:

$U_\infty \equiv$ velocidade do escoamento incidente (escoamento não perturbado);

$D \equiv$ diâmetro externo dos cilindros (condição de superfície hidraulicamente lisa);

$S_1 \equiv$ contorno que delimita a superfície do cilindro a montante;

$S_2 \equiv$ contorno que delimita a superfície do cilindro a jusante;

$S_\infty \equiv$ fronteira fluida definida a grandes distâncias de S_1 e S_2 ;

$\Omega = S_1 \cup S_2 \cup S_\infty \equiv$ domínio fluido;

$L \equiv$ distância centro a centro entre os dois cilindros;

$\epsilon_i \equiv$ altura média de rugosidade superficial utilizada pelo modelo de rugosidade;

μ \equiv coeficiente de viscosidade dinâmica do fluido;

ρ \equiv massa específica do fluido.

3.3 – HIPÓTESES ASSUMIDAS

Devem ser assumidas algumas hipóteses para a solução do problema; estas hipóteses se relacionam com a geometria do problema, com as propriedades termodinâmicas dos fluidos e com as propriedades do escoamento. As seguintes hipóteses são estabelecidas para que se estude o escoamento não-permanente que se desenvolve a partir da camada limite descolada na superfície de cada um dos cilindros de mesmo diâmetro e imóveis:

a) HIPÓTESES RELATIVAS À GEOMETRIA

H1 – Região fluida infinita e bidimensional (2D). Em geral, a experiência do grupo de pesquisa do LMAML/UNIFEI tem mostrado que os resultados numéricos bidimensionais, obtidos para carregamento fluidodinâmicos, são bastante aplicados para projetos conservadores de escoamento ao redor de estruturas rombudas para altos valores de Reynolds.

H2 – Escoamento incidente sem a presença de efeitos viscosos (sem camadas fluidas cisalhantes contendo vorticidade).

b) HIPÓTESES RELATIVAS ÀS PROPRIEDADES TERMODINÂMICAS DOS FLUIDOS

H3 – Fluido Newtoniano com propriedades termodinâmicas constantes (massa específica e coeficiente de viscosidade dinâmica).

H4 – Não há a presença de gradientes de temperatura para, moderadamente, modificarem o campo de massas específicas (efeitos de força de empuxo).

c) HIPÓTESES RELATIVAS AO ESCOAMENTO

H5 – Escoamento é incompressível: os efeitos da compressibilidade podem ser desprezados, ou seja, o número de Mach é $Ma < 0,3$.

H6 – O número de Reynolds é assumido no regime subcrítico, a fim de que os efeitos bidimensionais de rugosidade superficial indiquem a sensibilidade da modelagem do tipo LES de turbulência. A modelagem do tipo LES de turbulência não apenas estabiliza os resultados numéricos como também viabiliza o emprego do modelo de rugosidade superficial.

3.4 – EQUAÇÕES GOVERNANTES E CONDIÇÕES DE CONTORNO

As equações diferenciais governantes utilizadas para a formulação matemática do problema são estabelecidas através dos princípios físicos de conservação que um fluido em movimento deve obedecer. A seguir são apresentados o Princípio de Conservação da Massa e a equação da Quantidade de Movimento Linear (Segunda Lei de Newton).

Princípio de Conservação da Massa (P. C. M.)

O balanço de massa é dado pela equação da continuidade na forma diferencial usando referencial Euleriano, como por exemplo, no livro de White (2002):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (3.1)$$

Com a consideração da hipótese H5, escoamento incompressível, a massa específica é considerada constante e a equação 3.1 toma a forma:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (3.2)$$

Princípio de Conservação da Quantidade de Movimento Linear (P.C.Q.M.L.)

O P.C.Q.M.L., ou balanço de forças (Segunda Lei de Newton), considerando-se as hipóteses H3 e H5, pode ser escrito na forma vetorial:

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} = \rho \mathbf{g} - \nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (3.3)$$

Na equação 3.3, \mathbf{u} é o vetor velocidade do fluido, ρ é o campo de massas específicas, \mathbf{g} é o vetor aceleração gravidade, p é o campo de pressões e μ é o coeficiente de viscosidade dinâmica do fluido.

Considerando-se ainda as hipótese H1e H4, pode-se escrever o P.C.Q.M.L., para as direções x e y . Essas equação são popularmente nomeadas como equações de Navier-Stokes em coordenadas cartesianas e são dadas respectivamente por:

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (3.4)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (3.5)$$

Condição de contorno de impenetrabilidade (impermeabilidade)

A idealização de fronteira sólida não permeável exige que a velocidade normal do fluido (u_{nf}) se iguale à velocidade normal de cada fronteira sólida (u_{ns}) no contato com estas fronteiras. Assim,

$$u_{nf} = u_{ns} \text{ em } S_1 \text{ e } S_2 \quad (3.6)$$

Condição de contorno de escorregamento nulo (não deslizamento)

A ação dos efeitos da viscosidade do fluido exige que a velocidade tangencial do fluido (u_{tf}) se iguale à velocidade tangencial de cada fronteira sólida (u_{ts}) no contato com estas fronteiras. Assim:

$$u_{tf} = u_{ts} \text{ em } S_1 \text{ e } S_2 \quad (3.7)$$

Condição de escoamento não-perturbado à grandes distâncias das duas fronteiras sólidas estabelecidas para o problema

A grandes distâncias das duas fronteiras sólidas, a velocidade do fluido tende ao valor da velocidade do escoamento não-perturbado (corrente do escoamento incidente - U_∞). Assim:

$$|\mathbf{u}| \rightarrow U_\infty \text{ em } S_\infty \quad (3.8)$$

3.5 – TURBULÊNCIA

A turbulência é um fenômeno presente na maioria dos problemas envolvendo escoamentos de fluidos. Um escoamento é dito turbulento quando ocorre salto macroscópico de partículas fluidas em um escoamento e, conseqüentemente, os campos de velocidade, de vorticidade e de pressão apresentam um componente de flutuação somado ao componente médio (SOUZA *et al.*, 2011).

O escoamento turbulento pode ainda ser caracterizado pela imprevisibilidade, pela maior capacidade de mistura de grandezas transportáveis e pela multiplicidade de escalas (fenômenos importantes se manifestam nas diferentes escalas do escoamento).

Um dos pioneiros no estudo de escoamentos turbulentos foi Osborne Reynolds, em 1883, quando trabalhava com óleos lubrificantes, observando em seu experimento que a transição para a turbulência se manifestava devido à amplificação de perturbações no escoamento, tornando-o instável e levando-o à transição para turbulência.

Brito (2005) explicitou que a multiplicidade de escalas é uma característica importante do escoamento turbulento. Essa característica torna o problema muito complexo de se analisar analiticamente devido às interações não lineares entre as escalas do escoamento. As maiores estruturas carregam as baixas frequências do escoamento, são controladas pela geometria do problema e possuem maior quantidade de energia que as pequenas estruturas, enquanto estas trazem consigo as maiores frequências do escoamento, são controladas pelas escalas de Kolmogorov, que são as

menores possíveis no escoamento turbulento, e têm mais vorticidade que as grandes escalas.

Em alternativa às técnicas experimentais, faz-se uso de métodos numéricos para viabilizar a análise de escoamentos que envolvem turbulência devido à complexidade física causada pelo amplo espectro de escalas e a dificuldade de solução das equações que governam escoamentos turbulentos. Dentre estes métodos estão a Simulação Numérica Direta (SND), ou do inglês, *Direct Numeric Simulation* (DNS) e a Simulação de Grandes Escalas (SGE), ou do inglês, *Large Eddy Simulation* (LES).

Na Simulação Numérica Direta, o problema é discretizado através de uma malha que deve ser suficientemente refinada para fornecer uma solução para as múltiplas escalas do escoamento. Porém este método é muito caro computacionalmente, pois depende de muitos incrementos de tempo e grande esforço das máquinas. Este método responde bem para baixos números de Reynolds não sendo vantajoso, assim, a sua utilização no presente trabalho.

A Simulação de Grandes Escalas (SGE) é uma metodologia que consiste na separação das escalas do escoamento. As maiores escalas, que transportam maior quantidade de movimento e de massa, são resolvidas diretamente através da filtragem das equações governantes do problema (Princípios de Conservação) enquanto as menores escalas são modeladas. Essa abordagem tornou possível a solução de escoamentos a altos números de Reynolds, permitindo assim, o uso das SGE para solução do problema da turbulência nas simulações do presente trabalho. Este método consiste na aplicação de um filtro espacial nas equações que governam o problema, o que resulta no campo de grandes escalas do escoamento e em tensões adicionais, e estas, por sua vez, são resolvidas através de modelagem do tipo LES (seção 3.5.1).

3.5.1 – FILTRAGEM DAS EQUACOES GOVERNANTES

A SGE é utilizada para separação das escalas do escoamento (figura 3.2). Nas macro escalas se concentram os fenômenos de maior interesse (LESIEUR & MÉTAIS, 1996) e nesta Tese de Doutorado a análise destes fenômenos pode ser realizada

utilizando-se um número considerável de vórtices discretos. Já as micro escalas devem ser modeladas.

Através do processo de filtragem das equações governantes separam-se as grandes escalas ($\bar{f}(\mathbf{x}, t)$) das escalas sub-malha ($f'(\mathbf{x}, t)$):

$$f(\mathbf{x}, t) = \bar{f}(\mathbf{x}, t) + f'(\mathbf{x}, t) \quad (3.9)$$

A parte filtrada é dada por:

$$\bar{f}(\mathbf{x}, t) = \int_{\forall} f(\mathbf{x} - \mathbf{y}, t) \bar{G}(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \quad (3.10)$$

Na equação 3.10 a função \bar{G} representa um filtro passa baixo.

As equações governantes a serem filtradas são as equações 3.2 e 3.3, as quais, com o auxílio da notação indicial, assumem, respectivamente, as seguintes formas:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\overline{u_i u_j})}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right) \quad (3.12)$$

A filtragem das equações resulta no termo não linear $\overline{u_i u_j}$. Para solucionar o sistema aplica-se a equação da composição:

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i \quad (3.13)$$

então,

$$\overline{u_i u_j} = \overline{\bar{u}_i \bar{u}_j} + \overline{\bar{u}_i u'_j} + \overline{u'_i \bar{u}_j} + \overline{u'_i u'_j} \quad (3.14)$$

Neste ponto torna-se necessário definir os tensores turbulentos, tal que:

Tensor de Leonard

$$L_{ij} = \overline{\bar{u}_i \bar{u}_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (3.15)$$

Tensor cruzado

$$C_{ij} = \overline{\overline{u_i u_j}} + \overline{u_i' u_j'} \quad (3.16)$$

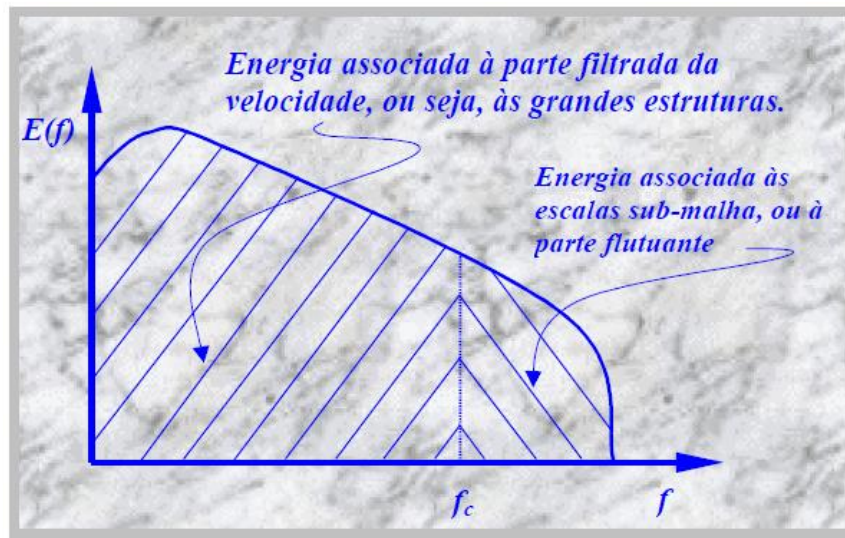
Tensor de Reynolds sub-malha

$$\tau_{ij} = \overline{u_i' u_j'} \quad (3.17)$$

Assim, a equação 3.14 torna-se:

$$\overline{u_i u_j} = \overline{u_i} \overline{u_j} + L_{ij} + C_{ij} + \tau_{ij} \quad (3.18)$$

Figura 3.2 - Espectro e distribuição de energia nas grandes escalas (maiores que o tamanho característico do filtro) e nas pequenas escalas (menores que o tamanho característico do filtro)



Fonte: Reproduzida de Silveira Neto (2003).

Conforme discutido por Silveira Neto et al. (1993) na simulação de um escoamento sobre o degrau, os tensores de Leonard e cruzado podem ser desprezados quando comparados ao tensor de Reynolds sub-malha quando se trabalha com esquemas de avanço advectivo de até terceira ordem. Como o presente trabalho utiliza esquema de avanço advectivo de primeira ordem de Euler (seção 4.5), pode-se utilizar a consideração proposta anteriormente. Assim, as equações 3.11 e 3.12 ficam:

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_i} = 0 \quad (3.19)$$

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial (\overline{u_i} \overline{u_j})}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ v \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(-\overline{u_i' u_j'} \right) \quad (3.20)$$

Para solucionar o sistema de equações formado pelas equações 3.19 e 3.20 faz-se necessária à modelagem do tensor de Reynolds sub-malha, $\overline{u_i u_j}$, para que se possam recuperar as frequências mais altas do escoamento perdidas no processo de filtragem. Este termo corresponde ao transporte turbulento de quantidade de movimento entre as escalas resolvidas e as escalas não resolvidas que resultam do movimento do fluido presente nas pequenas escalas, as quais não podem ser resolvidas com o número de vórtices discretos de uma simulação numérica típica, explicando-se assim a necessidade da modelagem dos mesmos.

3.5.2 – MODELAGEM DA TURBULÊNCIA

Para a solução do problema da turbulência é utilizada a modelagem por Simulação de Grandes Escalas (SGE). O processo de filtragem das equações, explicitado na seção anterior, resulta em tensores que estão associados às pequenas escalas do escoamento. O tensor de maior interesse é o tensor de Reynolds sub-malha. Para os tensores que não são resolvidos faz-se necessário a modelagem numérica.

A modelagem numérica da turbulência nesta formulação é feita por meio do conceito de coeficiente de viscosidade turbulenta, ν_t , proposta por Boussinesq. É ela a responsável pelo transporte da energia entre as grandes e as pequenas escalas do escoamento. Segundo Boussinesq, a anisotropia do tensor de Reynolds sub-malha, $\tau_{ij} = \overline{u_i' u_j'}$ é proporcional ao tensor taxa de deformação do campo filtrado, \overline{S}_{ij} . Em sua metodologia, Smagorinsky (1963) define o tensor taxa de deformação do campo filtrado como:

$$\overline{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.21)$$

A relação entre este tensor e o tensor de Reynolds sub-malha é:

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \tau_{kk} = -2\nu_T \left(\overline{S}_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \overline{S}_{kk} \right) \quad (3.22)$$

sendo ν_t calculado por um modelo e δ_{ij} é o delta de Kronecker. Se a energia turbulenta de escala sub-malha $\tau_{kk}/2\rho$ for representada por um símbolo k' , então o lado esquerdo da equação 3.22 pode ser reescrito na forma:

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\tau_{kk} = \tau_{ij} - \frac{2}{3}\delta_{ij}\rho k' \quad (3.23)$$

Substituindo a equação 3.23 na equação 3.22 tem-se:

$$\tau_{ij} - \frac{2}{3}\delta_{ij}\rho k' = -2\nu_T \left(\bar{S}_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\bar{S}_{kk} \right) \quad (3.24)$$

$$\tau_{ij} = -2\nu_T \left(\bar{S}_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\bar{S}_{kk} \right) + \frac{2}{3}\delta_{ij}\rho k' \quad (3.25)$$

$$\tau_{ij} = -2\nu_T \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{1}{3}\delta_{ij} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} + \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \right) \right] + \frac{2}{3}\delta_{ij}\rho k' \quad (3.26)$$

$$\tau_{ij} = -\nu_T \left[\left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{1}{3}\delta_{ij} \left(\frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} + \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \right) \right] + \frac{2}{3}\delta_{ij}\rho k' \quad (3.27)$$

E, considerando-se a equação 3.20, tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \left(\frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} \right) + \\ & \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu_T \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} - \frac{1}{3}\delta_{ij} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \right) - \frac{2}{3}\delta_{ij}\rho k' \right] \right] \end{aligned} \quad (3.28)$$

Considerando-se, ainda, equação da continuidade, representada pela equação 3.19, tem-se:

$$\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (3.29)$$

Observa-se que o divergente do termo envolvendo a energia cinética turbulenta e o delta de Kronecker resultam no gradiente da energia cinética turbulenta:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(-\frac{2}{3} \delta_{ij} \rho k' \right) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(-\frac{2}{3} \rho k' \right) \quad (3.30)$$

o que permite incorporar este termo ao termo da pressão $\left(\bar{P} = \bar{p} + \frac{2}{3} \rho k' \right)$, gerando uma pressão modificada na equação modelada (equação 3.28):

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \nu \left(\frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu_T \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (3.31)$$

Assim, com a equação 3.29, tem-se:

$$\nu \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j} \right) = \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_j}{\partial x_i \partial x_j} = 0 \quad (3.32)$$

Somando o segundo termo do lado direito da equação 3.30 com a equação 3.32, obtém-se:

$$\nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_j}{\partial x_j \partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (3.33)$$

Das equações 3.28 e 3.33, resulta:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_T) \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (3.34)$$

Esta equação de transporte para os componentes médios da velocidade tem uma natureza fechada – tem um mesmo número de equações e incógnitas. Contudo o problema central reside na modelagem da turbulência – o cálculo do coeficiente de viscosidade turbulenta, ν_T .

Para recuperar o campo de pressões torna-se necessário também modelar a energia cinética turbulenta, o que deve ser feito simultaneamente com o cálculo da viscosidade turbulenta. É importante enfatizar que, quando se resolve as equações modeladas da turbulência, o que se chama de pressão não é a pressão estática (ou termodinâmica) e sim, uma pressão modificada pela energia cinética turbulenta:

$$\bar{P} = \bar{p} + \frac{2}{3} \rho k' \quad (3.35)$$

O cálculo do coeficiente de viscosidade turbulenta pode ser realizado através do modelo proposto por Smagorinsky (1963) e dado pela equação:

$$v_t = (C_{SM} l)^2 \sqrt{2 \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij}} \quad (3.36)$$

sendo $C_{SM} = 0,18$ e $l = \sqrt{\Delta x \Delta y}$. Neste caso, Δx e Δy são, respectivamente, a largura e a altura da malha, quando se utiliza uma descrição Euleriana.

O modelo de Smagorinsky (1963) utiliza uma malha em seu desenvolvimento, o que não é compatível com a versão puramente Lagrangeana do Método de Vórtices Discretos (MVD). Utiliza-se, então, a definição de Chollet & Lesieur (1981), os quais observam que em regiões de baixa atividade turbulenta não é necessária modelagem sub-malha e que as manifestações locais da turbulência são dissipadas onde se encontram as escalas sub-malha – onde os fenômenos são aproximadamente homogêneos e isotrópicos. Sendo assim, eles definem o coeficiente de viscosidade turbulenta através do espectro de energia cinética local, $E(K_c, t)$.

$$v_t(K_c, t) = \frac{2}{3} C_K^{-3/2} \sqrt{\frac{E(K_c, t)}{K_c}} \quad (3.37)$$

sendo $C_K = 1,4$ a constante de Kolmogorov e K_c^* é o número de onda de corte.

O espectro de energia cinética local é calculado através do modelo da Função Estrutura de Velocidade de Segunda Ordem (FEVSO), \bar{F}_2 , (MÉTAIS & LESIEUR, 1992):

$$\bar{F}_2(\mathbf{x}, \Delta, t) = \left\| \overline{\bar{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t) - \bar{\mathbf{u}}(\mathbf{x} + \mathbf{r}, t)} \right\|_{\|\mathbf{r}\| = \Delta}^2 \quad (3.38)$$

Para escoamentos tridimensionais, o operador “média” é aplicado entre as velocidades $\bar{\mathbf{u}}(\mathbf{x} + \mathbf{r}, t)$, calculadas sobre pontos da superfície de uma esfera com o centro em \mathbf{x} e raio $\|\mathbf{r}\| = \Delta$, e a velocidade $\bar{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t)$, calculada sobre o ponto do

escoamento definido por \mathbf{x} (centro da esfera), onde se deseja determinar a atividade turbulenta.

Métais & Lesieur (1992) utilizam a FEVSO para calcular o coeficiente de viscosidade turbulenta conforme a equação:

$$v_t(\mathbf{x}, \Delta, t) = 0,105 C_k^{-3/2} \Delta \sqrt{\bar{F}_2(\mathbf{x}, \Delta, t)} \quad (3.39)$$

3.5.3 – MODELAGEM NUMÉRICA DA TURBULÊNCIA

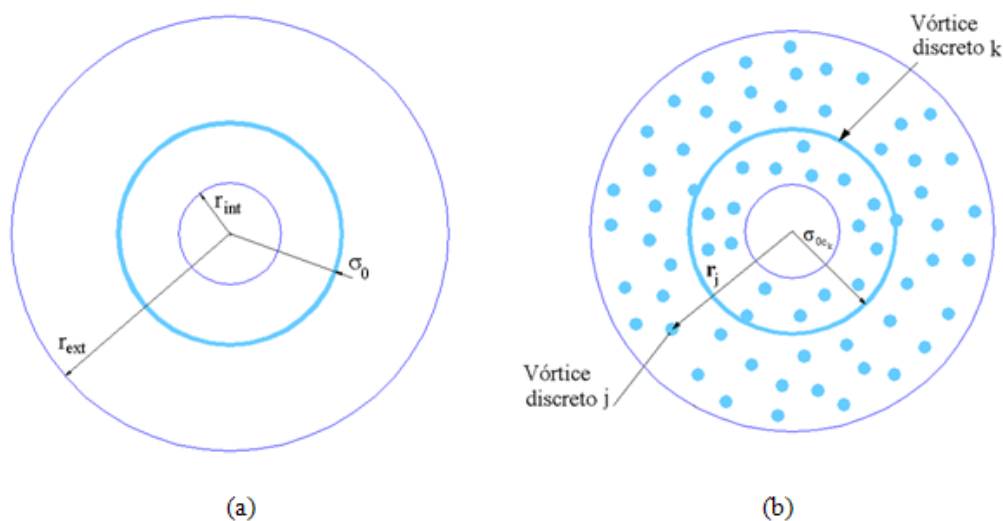
A presente formulação utiliza o conceito do coeficiente de viscosidade turbulenta para modelagem da turbulência e este conceito está associado a uma Função Estrutura de Velocidade de Segunda Ordem (FEVSO), conforme Métais & Lesieur (1992).

Para a aplicação deste conceito no problema proposto, Alcântara Pereira (2002) realizou duas adaptações para a implementação da modelagem de turbulência bidimensional: (i) os pontos sobre os quais as velocidades são calculadas devem situar-se no interior de uma coroa circular definida pelos raios $r_{int} = 0,1\sigma_{0V}$ e $r_{ext} = sm \times \sigma_{0V}$, onde r_{int} e r_{ext} são os raios interno e externo, respectivamente, da coroa circular e σ_{0V} é o raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb (o conceito de vórtice discreto de Lamb é apresentado no apêndice A) conforme apresentado na figura 3.3a. O valor de sm é dado por um estudo estatístico; e (ii) no cálculo da FEVSO, os pontos onde as velocidades devem ser calculadas devem coincidir com a posição dos vórtices discretos que se encontram nas vizinhanças do vórtice discreto considerado (figura 3.3b).

A FEVSO calcula as diferenças de velocidades entre um determinado vórtice discreto k , em análise, e os vórtices discretos que estão presentes no interior da coroa circular definida ao redor do vórtice em análise (equação 3.40). Este cálculo se repete em toda a região onde a atividade turbulenta possui maior intensidade, ou seja, para todos os vórtices discretos:

$$\bar{F}_{2v_{c_k}} = \frac{1}{NVC} \sum_{j=1}^{NVC} \left\| \mathbf{u}_{v_{t_k}}(\mathbf{x}_k) - \mathbf{u}_{v_{t_j}}(\mathbf{x}_k + \mathbf{r}_j) \right\|^2 \left(\frac{\sigma_{0V_{c_k}}}{r_j} \right)^{2/3} \quad (3.40)$$

Figura 3.3 Adaptação do modelo de turbulência ao Método de Vórtices Discretos.



Fonte: Reproduzida de Bimbato (2012).

Na equação 3.40, o termo u_{vt} representa a velocidade total atribuída aos vórtices discretos, NVC o número total de vórtices discretos presentes no interior da coroa circular, r_j a distância entre o vórtice discreto em análise (vórtice discreto k) e os pontos da coroa circular onde as velocidades são calculadas (vórtice discreto j). O fator $(\sigma_{ovc_k}/r_j)^{2/3}$ se faz necessário na expressão da FEVSO, pois a distância entre os vórtices discretos da coroa e o vórtice discreto k em análise não possui mesma magnitude. (ALCÂNTARA PEREIRA, 2002)

O cálculo da FEVSO é feito a cada incremento de tempo e, com este valor conhecido, calcula-se o coeficiente de viscosidade turbulenta que é associado a cada vórtice discreto k que simula a turbulência.

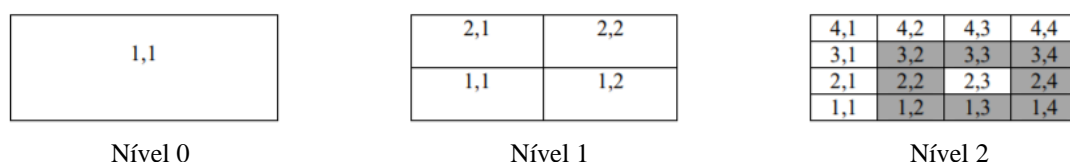
A viscosidade turbulenta associa-se com a viscosidade molecular, o que leva à conclusão de que o número de Reynolds deve ser corrigido localmente conforme apresentado na equação 3.41. Esta correção é função da atividade turbulenta existente ao redor do vórtice discreto k que está sendo analisado, isto é:

$$Re_m = \frac{Ud}{\nu + \nu_{tv_k}(t)} \quad (3.41)$$

Conforme corrigido por Bimbato (2012), o processo de difusão turbulenta é considerado apenas na etapa da difusão viscosa, pois é esta a responsável pela dissipação de energia. Esta proposição aperfeiçoou o modelo proposto por Alcântara Pereira (2002) que, além de corrigir o número de Reynolds localmente, ainda corrigia o raio do núcleo do vórtice discreto k para realizar o processo de difusão turbulenta; isto fazia com que este processo fosse levado em conta duas vezes em cada iteração do algoritmo, o que acarretava um aumento na força de arrasto.

Andrade (2017) implementou um esquema de caixas para o cálculo do coeficiente de viscosidade turbulenta. O domínio fluido foi dividido em vários níveis de caixas (figura 3.4) e a busca sequencial dos vórtices no interior da coroa circular para cálculo de diferenças de velocidades passou a ser considerada apenas nas regiões das caixas vizinhas ao vórtice discreto em análise. Assim, ao invés de buscar os vórtices discretos em todo domínio fluido o algoritmo proposto apenas analisa as caixas vizinhas e os vórtices dentro das mesmas. Desta forma houve uma aceleração significativa do cálculo e redução do esforço computacional.

Figura 3.4 – Esquema de caixas em níveis e numeração das caixas para aceleração do cálculo do coeficiente de viscosidade turbulenta.



Fonte: Adaptada de Andrade et al. (2016).

3.5.4 – SIMULAÇÃO DE EFEITOS DE RUGOSIDADE SUPERFICIAL

O modelo de efeito de rugosidade superficial adotado neste trabalho, viabilizado pela modelagem de turbulência do tipo LES, foi originalmente proposto para o Método de Vórtices Discretos por Bimbato (2012).

Parte-se do princípio de que a rugosidade de um contorno sólido estimula o desenvolvimento da turbulência no escoamento (BIMBATO, 2012) e, portanto, a

FEVSO, dada pela equação 3.40, é utilizada. Neste enquadramento, o cálculo da FEVSO é realizado considerando a velocidade do ponto de desprendimento do vórtice discreto nascente, em um dado painel $i(\sigma_{0v_i})$ discretizado pelo método dos painéis (seção 4.3), em relação às velocidades de um número específico de pontos situados sobre uma semicircunferência definida por um raio $b = 2\varepsilon - \sigma_{0i}$ (nomeados de pontos rugosos).

Assim tem-se (BIMBATO, 2012):

$$\bar{F}_{2v_i}(t) = \frac{1}{NR} \sum_{w=1}^{NR} \left\| u_{v_{t_i}}(\mathbf{x}_i, t) - u_{v_{t_w}}(\mathbf{x}_i + \mathbf{b}, t) \right\|_w^2 (1 + \varepsilon) \quad (3.42)$$

onde ε é a altura média de rugosidade relativa.

Na equação 3.42, u_i é a velocidade total sobre um ponto de desprendimento e seus respectivos pontos rugosos (determinada através das velocidades induzidas pela soma das três contribuições: escoamento incidente; nuvem de vórtices discretos e pelas fontes distribuídas sobre os painéis planos, que representam a superfície discretizada dos dois corpos, seção 4.3); $NR=21$ (ver figura 3.5) é o número de pontos rugosos situados sobre a semicircunferência; b a distância entre o ponto de desprendimento localizado no painel i (supondo que o contorno é hidraulicamente liso) e seus correlacionados pontos rugosos; w é o número de pontos rugosos; e o termo $(1 + \varepsilon)$ é um fator de amplificação da energia cinética devido aos efeitos da rugosidade superficial.

Em seguida, pode ser obtido o coeficiente de viscosidade turbulenta associado ao ponto de desprendimento do vórtice discreto de cada painel (i) que discretiza a fronteira dos dois cilindros, onde se busca adicionar os efeitos da rugosidade superficial. O coeficiente de viscosidade turbulenta toma a forma:

$$v_{tv_i}(t) = 0,105 C_k^{-3/2} \sigma_{0v_i} \sqrt{\bar{F}_{2v_i}(t)} \quad (3.43)$$

sendo σ_{0v_i} o raio do núcleo do vórtice discreto i (que seria desprendido neste painel se a superfície fosse considerada hidraulicamente lisa) posicionado no ponto de desprendimento do painel i de modo a tangenciar o ponto de controle deste painel; C_k é

$$\sigma_{ovmi}(t) = 1,41421 \sqrt{\frac{\Delta t}{\text{Re}} \left(1 + \frac{v_{tvi}(t)}{v} \right)} \quad (3.46)$$

Com $\sigma_{ovmi}(t)$ sendo considerado o raio do núcleo do vórtice discreto nascente posicionado sobre o painel i, com efeitos da rugosidade.

3.6 – ADIMENSIONALIZAÇÃO DO PROBLEMA

A adimensionalização das equações governantes e das condições de contorno em problemas de mecânica dos fluidos é uma técnica bastante utilizada quando se trabalha com problemas de complexidade tanto geométrica quanto física, a fim de se obter ganho de generalidade na solução do problema. Quando se trabalha com *Computacional Fluid Dynamics* (CFD), muitas vezes os resultados gerados são apresentados na forma de curvas ajustadas. A técnica de análise adimensional e semelhança é um pilar importante na mecânica dos fluidos e, também, largamente utilizada em outros ramos da engenharia.

Na adimensionalização de um problema é possível identificar a dependência entre grandezas e sugerir como elas devem ser relacionadas entre si e, também, preparar uma apresentação dos resultados com a presença fundamental dos parâmetros adimensionais de importância da mecânica dos fluidos.

Para aplicar a adimensionalização nas grandezas de interesses, nas equações governantes e nas condições de contorno envolvidas no problema utilizam-se escalas representativas. São elas:

- Escala de comprimento, representada pelo diâmetro, D (mesmo tamanho para os dois cilindros);
- Escala de velocidade, representada pela velocidade, U_∞ , do escoamento incidente;
- Escala de tempo, que resulta da relação entre as escalas anteriormente definidas,

$$\frac{D}{U_\infty}$$

Assim tem-se:

Variáveis de uso geral:

$$x^* = \frac{x}{D} : \text{coordenada na direção do eixo } x;$$

$$y^* = \frac{y}{D} : \text{coordenada na direção do eixo } y;$$

$$\text{eps}^* = \frac{\text{eps}}{D} : \text{posição de geração dos vórtices discretos de Lamb};$$

$$L^* = \frac{L}{D} : \text{espaçamento entre cilindro a montante e o cilindro a jusante};$$

$$\nabla^* = D\nabla : \text{operador Nabla};$$

$$\nabla^{*2} = D^2 \nabla^2 : \text{operador Laplaciano};$$

$$\sigma_{0v}^* = \frac{\sigma_{0v}}{D} : \text{raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb};$$

$$\sigma^* = \frac{\sigma}{U_\infty} : \text{densidade de fontes/sumidouros};$$

$$p^* = \frac{p}{\rho U_\infty^2} : \text{pressão estática};$$

$$t^* = \frac{tU_\infty}{D} : \text{tempo físico};$$

$$\Delta t^* = \frac{\Delta t U_\infty}{D} : \text{incremento de tempo de uma simulação numérica};$$

$$\Gamma^* = \frac{\Gamma}{DU_\infty} : \text{intensidade de um vórtice discreto de Lamb};$$

$$\omega^* = \frac{\omega D}{U_\infty} : \text{componente não nulo do vetor vorticidade no plano};$$

$\Delta s_j^* = \frac{\Delta s_j}{D}$: comprimento de um painel plano que discretiza as fronteiras sólidas (mais detalhes na seção 4.3);

$St = f_s \frac{D}{U_\infty}$: número de Strouhal, utilizado para o cálculo da frequência de emissão de vórtices f_s de um corpo (opcionalmente aos pontos P e Q na figura 3.1, é obtido a partir da curva histórica temporal do coeficiente de sustentação);

$Re = \frac{\rho U_\infty D}{\mu}$: número de Reynolds global, contrapondo-se forças inerciais com forças viscosas;

Variáveis de uso na rugosidade e turbulência

$\varepsilon^* = \frac{\varepsilon}{D}$: altura média de rugosidade relativa;

$\bar{u}^* = \frac{\bar{u}}{U_\infty}$: componente da velocidade média (\bar{u}) na direção do eixo dos x;

$\bar{v}^* = \frac{\bar{v}}{U_\infty}$: componente da velocidade média (\bar{v}) na direção do eixo dos y;

$\bar{p}^* = \frac{\bar{p}}{\rho U_\infty^2}$: pressão estática filtrada;

Equações adimensionalizadas

Adimensionalizando-se as equações governantes e omitindo-se o asterisco (*) por comodidade de digitação, tem-se como resultados:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.47)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{1}{Re_m} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right) \quad (3.48)$$

Sendo Re_m , na equação 3.48, o número de Reynolds modificado dado por:

$$Re_m(t) = \frac{Ud}{\nu + \nu_T(t)} \quad (3.49)$$

As equações 3.47 e 3.48, adimensionalizadas, escritas na forma vetorial, são dadas, respectivamente, por:

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} = 0 \quad (3.50)$$

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{u}}}{\partial t} + (\bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla) \bar{\mathbf{u}} = \nabla \bar{p} + \frac{1}{Re_m} \nabla^2 \bar{\mathbf{u}} \quad (3.51)$$

Adimensionalização das condições de contorno

As condições de contorno adimensionalizadas ficam da seguinte maneira:

Condição de impenetrabilidade sobre a superfície dos dois cilindros

$$u_{nf} = u_{ns} \text{ em } S_1 \text{ e } S_2 \quad (3.52)$$

Condição de escorregamento nulo sobre a superfície dos dois cilindros

$$u_{\tau f} = u_{\tau s} \text{ em } S_1 \text{ e } S_2 \quad (3.53)$$

Condição de escoamento não-perturbado na fronteira fluida a grandes distâncias dos dois cilindros

$$|\mathbf{u}| \rightarrow 1 \text{ em } S_\infty \quad (3.54)$$

3.7 – A EQUAÇÃO DO TRANSPORTE DA VORTICIDADE

As expressões matemáticas adimensionalizadas que governam o fenômeno em estudo são estabelecidas na forma da equação da continuidade (equação 3.50) e das equações de Navier-Stokes (equação 3.51). A análise das equações de Navier-Stokes mostra a presença do termo de pressão estática, que pode, apropriadamente, ser

eliminado numa primeira análise para obter uma versão das Equações de Navier-Stokes apenas com grandezas cinemáticas. Com esta finalidade, utilizando-se o conceito de vorticidade e aplicando-se o operador rotacional ($\nabla \times$) em ambos os lados da equação 3.51, tem-se como primeira vantagem que $\nabla \times (\nabla p) = 0$; assim, utilizando-se da definição matemática da vorticidade ($\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u}$), considerando-se as hipóteses H1 (escoamento bidimensional) e H5 (escoamento incompressível) e a equação 3.51 obtém-se a versão bidimensional para a Equação do Transporte da Vorticidade (E.T.V) na sua versão filtrada (ALCÂNTARA PEREIRA, 2002):

$$\frac{\partial \bar{\omega}}{\partial t} + (\bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla) \bar{\omega} = \frac{1}{\text{Re}_m} \nabla^2 \bar{\omega} \quad (3.55)$$

sendo \mathbf{u} o vetor velocidade do fluido, Re_m o número de Reynolds modificado levando-se em conta os efeitos da turbulência e ω representa o único componente não-nulo do vetor vorticidade no plano (x,y) .

Na equação 3.55 não se faz presente o termo correspondente à variação da vorticidade devido à deformação dos tubos de vorticidade, o que conduzirá a resultados conservadores de carregamentos fluidodinâmicos para projetos de engenharia envolvendo escoamento ao redor de estruturas rombudas.

A equação 3.55 é escalar e não inclui o termo de pressão estática. O referido termo de pressão é recuperado através da aplicação do operador divergente nas equações de Navier-Stokes e a posterior obtenção de uma equação de Poisson para a pressão (SHINTANI & AKAMATSU, 1994). Para mais detalhes, consulte a seção 3.9.

A evolução do campo de vorticidades é governada pela equação 3.55. O lado esquerdo da equação representa a variação temporal da vorticidade e contém os termos que representam o fenômeno da advecção da vorticidade, enquanto que o lado direito contém os termos necessários para descrever a difusão da vorticidade (problema do decaimento da vorticidade ao longo do tempo). A inclusão dos efeitos da viscosidade no problema fica concentrada apenas no lado direito da equação.

3.8 – A LEI DE BIOT-SAVART

Tem-se como objetivo determinar o campo de velocidades \mathbf{u} partindo-se de uma distribuição de vorticidade conhecida. Sabe-se que a relação entre o campo de vorticidade e o campo de velocidades é dado pela relação:

$$\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u} \quad (3.56)$$

E, segundo Katz & Plotkin (2001), existe um vetor $\vec{\mathbf{A}}$, que pode ser selecionado de forma a:

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0 \quad (3.57)$$

Pode-se reescrever a equação 3.56 com o auxílio da equação 3.57 da seguinte forma:

$$\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u} = \nabla \times (\nabla \cdot \mathbf{A}) = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A} \quad (3.58)$$

A equação que descreve o campo de vorticidades se reduz a uma equação de Poisson para o vetor potencial \mathbf{A} :

$$\boldsymbol{\omega} = -\nabla^2 \mathbf{A} \quad (3.59)$$

A equação 3.59 pode ser resolvida utilizando o teorema de Green, conforme apresentado por Karamcheti (1980):

$$\mathbf{A} = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{\boldsymbol{\omega}}{|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_1|} dV \quad (3.60)$$

Na equação 3.60, \mathbf{A} é avaliado no ponto P, que está a uma distância r_1 da origem e é resultado da integração da vorticidade no ponto \mathbf{r}_0 , dentro do volume (KATZ & PLOTKIN, 2001). Assim, o campo de velocidades é dado por:

$$\mathbf{u} = \frac{1}{4\pi} \int_V \nabla \times \frac{\boldsymbol{\omega}}{|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_1|} dV \quad (3.61)$$

Cuja solução é denominada Lei de Biot-Savart, para o campo de velocidades incompressível, induzido pela vorticidade concentrada em uma região finita, e V representa o volume no qual a vorticidade está distribuída.

$$\mathbf{u} = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{\boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_1)}{|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_1|^3} dV \quad (3.62)$$

Para escoamentos bidimensionais, têm-se que:

$$\mathbf{u} = \frac{1}{2\pi} \int_V \frac{\boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_1)}{|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_1|^2} dV \quad (3.63)$$

Sendo, $|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_1|^2 = (x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2$, o índice 1 denota o ponto onde se deseja determinar a velocidade induzida pelo campo de vorticidades localizado no ponto de índice 0 e $|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_1|$ é considerada a distância entre os dois pontos.

3.9 – CARREGAMENTOS FLUIDODINÂMICOS ATUANTES

Os esforços resultantes da ação de um fluido em movimento sobre a superfície de um corpo recebem o nome de cargas fluidodinâmicas atuantes. Esses esforços se devem à distribuição da pressão estática e da tensão de cisalhamento sobre as duas fronteiras sólidas do problema. A integração destas distribuições resultam na força de arrasto de forma (integração da distribuição de pressão na direção do escoamento incidente), na força de arrasto de atrito (integração da distribuição de tensão cisalhante na mesma direção do escoamento incidente) e na força de sustentação (integração da distribuição de pressão na direção normal ao escoamento incidente) ao longo dos dois corpos.

A metodologia utilizada no cálculo dos carregamentos fluidodinâmicos atuantes é apresentada no trabalho de Shintani & Akamatsu (1994) sendo vantajosa porque leva em consideração toda a vorticidade presente no domínio fluido.

Essa metodologia é baseada no Método de Elementos de Contorno e, aplicando-se o divergente nas equações de Navier-Stokes (equação 3.51) obtêm-se uma equação de Poisson em termos de pressão. A equação resultante é multiplicada por uma função de Green e integrada no domínio do escoamento. Ricci (2002) apresenta um detalhamento do desenvolvimento dessa formulação integral que resulta na equação 3.64, onde é possível determinar o valor da pressão em um ponto genérico, i , do domínio fluido.

$$\xi \tilde{Y}_i + \int_{S_1+S_2} \frac{1}{2\pi} \frac{n_x(x-x_i) + n_y(y-y_i)}{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} \tilde{Y} dS = - \int_{\Omega} \frac{1}{2\pi} \frac{v(x-x_i) + u(y-y_i)}{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} \omega d\Omega - \frac{1}{\text{Re}} \int_{S_1+S_2} \frac{1}{2\pi} \frac{n_y(x-x_i) + n_x(y-y_i)}{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} \omega dS \quad (3.64)$$

Na equação 3.64, ξ representa uma constante que assume valor de $1/2$ nas fronteiras sólidas e $1,0$ no domínio fluido. n_x é o componente do vetor unitário na direção x e n_y a componente do vetor unitário na direção y , (x,y) são as coordenadas de um ponto qualquer pertencente ao domínio fluido que induz um trabalho específico \tilde{Y} no ponto i (x_i,y_i) e dS é uma coordenada que percorre o perímetro das fronteiras sólidas.

A primeira integral da equação 3.64 representa a contribuição da fronteira sólida dos dois cilindros no cálculo da pressão estática. A segunda integral faz o somatório dos efeitos da vorticidade presente no domínio fluido e a terceira integral compreende a contribuição da vorticidade que está sendo gerada sobre a superfície dos corpos.

A implementação numérica do cálculo dos carregamentos fluidodinâmicos atuantes é discutida na seção 4.7.

Capítulo 4

MÉTODO DE SOLUÇÃO: MÉTODO DE VÓRTICES DISCRETOS COM MODELO DE EFEITOS DE RUGOSIDADE SUPERFICIAL

4.1 – INTRODUÇÃO

Neste capítulo são apresentados os fundamentos do algoritmo do Método de Vórtices Discretos (MVD), versão puramente Lagrangeana, para a solução do problema matemático formulado no Capítulo 3. A presença constante do mecanismo de desprendimento de estruturas vorticosas contrarrotativas a partir da superfície dos dois corpos rombudos e a subsequente formação das esteiras viscosas não permitem que o problema formulado apresente solução analítica. O cálculo da evolução temporal das forças fluidodinâmicas atuantes é muito importante para a identificação de fenômenos resultantes de interferência, tais como o comportamento da distribuição de pressão ao redor da superfície dos dois cilindros (cálculo da pressão na região de descolamento da camada limite), a supressão parcial da emissão de estruturas vorticosas contrarrotativas (cálculo do número de Strouhal), a redução do valor da força do arrasto, a descontinuidade no comportamento da força de arrasto em função da variação do espaçamento entre os dois cilindros e o recolamento na superfície do cilindro a jusante da camada cisalhante oriunda da separação do escoamento na superfície do cilindro de montante. Evidentemente, que os efeitos de rugosidade superficial irão interferir, definitivamente, sobre estes fenômenos de interferência, já conhecidos para dois

cilindros com superfície hidraulicamente lisas. Os efeitos de rugosidade superficial apresentam um novo termo fonte de quantidade de movimento para o problema.

4.2 – GERAÇÃO DE VORTICIDADE

Quando um fluido incide sobre a superfície de um corpo rombudo, as partículas fluidas contornam esta superfície e vão perdendo energia devido à ação dos efeitos viscosos e à presença de gradientes adversos de pressão (condição de aderência). Devido à ação da viscosidade, ocorre um movimento de rotação nas partículas fluidas que se localizam na região compreendida pela camada limite. A presença de vorticidade está diretamente ligada aos efeitos de rotação nas proximidades da parede. Fora da camada limite, ou seja, a partir de certas distâncias da parede, o perfil de velocidades do escoamento é uniforme, e o escoamento é dito irrotacional. Logo, a ação da viscosidade é diretamente responsável pelo mecanismo de geração de vorticidade.

A seguir, é apresentada uma ideia do mecanismo de geração de vorticidade a partir de um contorno sólido elementar (figura 4.1). Alternativamente, as equações de Navier-Stokes podem ser escritas na seguinte forma vetorial:

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p - \frac{1}{Re} \nabla \times \boldsymbol{\omega} \quad (4.1)$$

Neste ponto, desconsidera-se a modelagem de turbulência nas equações de Navier-Stokes.

O escoamento estudado nesta formulação se realiza no plano (hipótese H1 apresentada no Capítulo 3) e, assim, seja considerado, para fins de ilustração a passagem deste escoamento por um comprimento elementar da superfície de um dos corpos. Seja considerado, ainda, que o escoamento realiza-se num semi-plano em que o eixo real representa este comprimento elementar (em $y=0$), onde a condição de aderência deve ser verificada. Com estas considerações (condição de escorregamento-nulo) a equação 4.1 é simplificada, mais ainda, e resulta em:

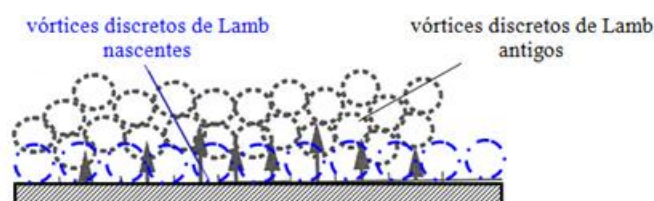
$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial \omega}{\partial y} \quad (4.2)$$

A equação 4.2 é a responsável pela interpretação matemática do mecanismo de geração da vorticidade numa superfície sólida coincidente com o eixo dos x . A derivada do lado direito da equação representa o fluxo de vorticidade que atravessa a fronteira sólida elementar coincidente o eixo dos x , onde $y = 0$. Como não existe passagem de escoamento para $y < 0$, este fluxo de vorticidade representa a quantidade de vorticidade gerada a partir do comprimento elementar. O lado esquerdo da equação 4.2 permite a interpretação do fluxo de geração da vorticidade, de maneira que, se o gradiente de pressão for favorável, então haverá a geração de vorticidade, já que o fluxo passa a ser positivo. Alternativamente, se o gradiente de pressão for adverso (desfavorável), então haverá uma destruição de vorticidade, já que o fluxo passa a ser negativo.

O processo descrito, anteriormente, deve ser implementado numericamente. O termo fonte de geração de vorticidade (dado pela equação 4.2) é implementado impondo-se a condição de escorregamento-nulo (equação 3.7) sobre a superfície discretizada do corpo (especificamente o ponto de controle de cada painel plano); veja mais detalhes sobre o Método de Painéis na seção 4.3.

A estratégia numérica para garantir a condição de escorregamento-nulo sobre o ponto de controle de cada painel plano emprega uma distribuição de vórtices discretos de Lamb nas vizinhanças de cada painel; veja o esquema mostrado na Fig. 4.1. No apêndice A encontram-se detalhes do modelo do vórtice discreto de Lamb.

Figura 4.1 – Representação da geração de vorticidade por vórtices discretos de Lamb a partir de um contorno sólido elementar.



Fonte: Reproduzida de Moraes (2011).

Os vórtices discretos nascentes são posicionados de tal maneira que tangenciem o ponto de controle de cada painel plano.

Esta abordagem não pode violar o Princípio da Conservação da Circulação Global. O balanço da circulação global na região fluida deve ser constante durante toda a simulação numérica, a fim de se garantir o Teorema de Kelvin-Helmholtz (KATZ & PLOTKIN, 1991).

Para satisfazer a condição de escorregamento-nulo e para conservar a circulação global, se necessita da solução numérica da equação matricial para geração dos vórtices discretos de Lamb:

$$\begin{bmatrix} K_{1^1 1^1} & \dots & K_{1^1 j^1} & \dots & K_{1^1 k^1} & \dots & K_{1^1 j^2} & \dots & K_{1^1 k^2} & \dots & K_{1^1 M^2} \\ & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & \\ K_{j^1 1^1} & \dots & K_{j^1 j^1} & \dots & K_{j^1 k^1} & \dots & K_{j^1 j^2} & \dots & K_{j^1 k^2} & \dots & K_{j^1 M^2} \\ & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & \\ K_{k^1 1^1} & \dots & K_{k^1 j^1} & \dots & K_{k^1 k^1} & \dots & K_{k^1 j^2} & \dots & K_{k^1 k^2} & \dots & K_{k^1 M^2} \\ & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & \\ K_{j^2 1^1} & \dots & K_{j^2 j^1} & \dots & K_{j^2 k^1} & \dots & K_{j^2 j^2} & \dots & K_{j^2 k^2} & \dots & K_{j^2 M^2} \\ & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & \\ K_{k^2 1^1} & \dots & K_{k^2 j^1} & \dots & K_{k^2 k^1} & \dots & K_{k^2 j^2} & \dots & K_{k^2 k^2} & \dots & K_{k^2 M^2} \\ & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & \\ K_{M^2 1^1} & \dots & K_{M^2 j^1} & \dots & K_{M^2 k^1} & \dots & K_{M^2 j^2} & \dots & K_{M^2 k^2} & \dots & K_{M^2 M^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \dots \\ \Gamma_{j^1} \\ \dots \\ \Gamma_{k^1} \\ \dots \\ \Gamma_{j^2} \\ \dots \\ \Gamma_{k^2} \\ \dots \\ \Gamma_{M^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{RHSV}_1 \\ \dots \\ \text{RHSV}_{j^1} \\ \dots \\ \text{RHSV}_{k^1} \\ \dots \\ \text{RHSV}_{j^2} \\ \dots \\ \text{RHSV}_{k^2} \\ \dots \\ \text{RHSV}_{M^2} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

onde os índices subscritos j e k representam a numeração do painel onde será feito o cálculo e os sobrescritos 1 e 2 representam, respectivamente, cilindro 1 e cilindro 2. M , neste caso, significa o último painel do cilindro 2.

A equação 4.3 constitui um sistema linear de equações algébricas, cuja incógnita representa a intensidade dos vórtices discretos de Lamb nascentes; uma outra forma para a equação 4.3 é:

$$[\text{COUPV}]\{\text{GAMMA}\} = \{\text{RHSV}\} \quad (4.3a)$$

sendo:

[COUPV] a matriz de influência de vórtices discretos de Lamb nascentes. Cada coeficiente da matriz de influência representa a velocidade tangencial induzida no ponto de controle de um painel plano por um vórtice discreto de Lamb nascente com intensidade unitária e localizado tangenciando outro painel plano;

{GAMMA} o vetor incógnita de vórtices discretos de Lamb nascentes;

{RHSV} o vetor coluna lado direito de vórtices discretos de Lamb nascentes (*Right Hand Sides Vortices*).

O cálculo do vetor coluna lado direito vórtices para o ponto de controle do painel plano genérico k^1 , pertencente ao cilindro a montante, é calculado como:

$$\text{RHSV}(k^1) = \begin{cases} -(\mathbf{u}_i) \cos(\text{th}_{p_{k^1}}) - (\mathbf{v}_i) \sin(\text{th}_{p_{k^1}}) + \\ -\mathbf{u}_{k^1,j} \cos(\text{th}_{p_{k^1}}) - \mathbf{v}_{k^1,j} \sin(\text{th}_{p_{k^1}}) \end{cases} \quad (4.4a)$$

e para o ponto de controle do painel plano genérico k^2 , pertencente ao cilindro a jusante, ele é calculado como:

$$\text{RHSV}(k^2) = \begin{cases} -(\mathbf{u}_i) \cos(\text{th}_{p_{k^2}}) - (\mathbf{v}_i) \sin(\text{th}_{p_{k^2}}) + \\ -\mathbf{u}_{k^2,j} \cos(\text{th}_{p_{k^2}}) - (\mathbf{v}_{k^2,j}) \sin(\text{th}_{p_{k^2}}) \end{cases} \quad (4.4b)$$

sendo u_i e v_i os componentes do vetor velocidade do escoamento não-perturbado; $u_{k^1,j}$ e $v_{k^1,j}$ os componentes da velocidade total induzida pela nuvem de vórtices discretos de Lamb ($j=1,Z$) no ponto de controle k^1 ; $u_{k^2,j}$ e $v_{k^2,j}$ os componentes da velocidade total induzida pela nuvem de vórtices discretos ($j=1,Z$) no ponto de controle k^2 ; $\text{th}_{p_{k^1}}$ o ângulo de orientação do painel k^1 e $\text{th}_{p_{k^2}}$ o ângulo de orientação do painel k^2 .

Para se garantir a conservação da circulação global, impõe-se que a soma de todos os vórtices discretos de Lamb nascentes tenha circulação total igual a zero. Assim, a implementação dessa condição é imposta acrescentando uma linha de valores unitários na matriz COUPV e uma linha de valor nulo no vetor RHSV. A matriz resultante deixa de ser quadrada e faz-se necessário a utilização do Método de Mínimos Quadrados, juntamente com o método de Eliminação de Gauss para a solução do novo sistema.

É importante comentar que o processo de geração de vorticidade acima descrito não considera efeitos de rugosidade superficial. Na seção 4.8 apresenta-se o modelo de rugosidade superficial utilizado neste trabalho.

4.3 – CONTRIBUIÇÃO DE FRONTEIRAS SÓLIDAS: O MÉTODO DE PAINÉIS

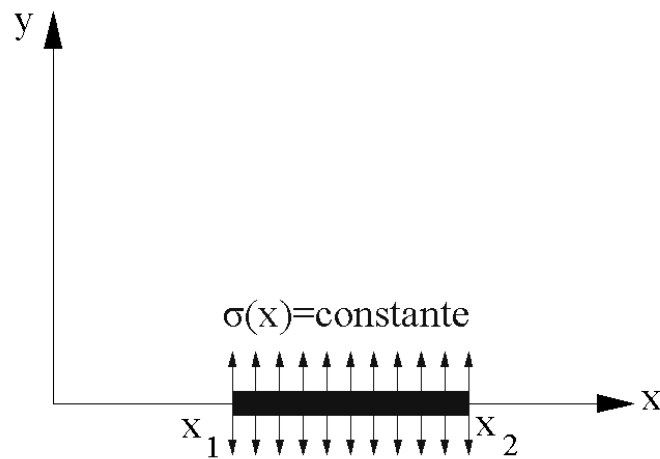
O Método de Painéis contribui de forma fundamental na solução potencial do problema formulado e se insere no contexto do MVD.

O Método de Painéis (KATZ & PLOTKIN, 1991) tem a grande vantagem do estudo numérico do escoamento ao redor de corpos de geometria qualquer e conhecida. Este método tem como característica marcante a discretização de contornos sólidos em segmentos retos ou curvos de forma a garantir a validade de condições de contorno específicas no ponto de controle de cada painel. Observa-se que esta técnica numérica garante tais condições de contorno em apenas um único ponto de cada painel, e não ao longo de todo o seu comprimento. No presente trabalho há um polígono formado por painéis planos com comprimentos iguais para representar a discretização do contorno de cada cilindro circular.

No que concerne à escolha do tipo de singularidade, pode-se optar por uma distribuição com densidade concentrada, constante ou linear ao longo de cada painel. No presente trabalho são distribuídas singularidades do tipo fontes com densidade constante (ou uniforme), como mostra a figura 4.2. Sendo assim, impõe-se a condição de impenetrabilidade (condição de contorno de Neumann) sobre o ponto de controle de cada painel.

Os componentes na direção dos eixos x e y da velocidade induzida no ponto $P(x, y)$ (Figura 4.3) pela distribuição de fontes com densidade constante, $\sigma(x)$, ao longo de uma superfície de comprimento $(x_2 - x_1)$ valem, respectivamente:

Figura 4.2 – Distribuição constante de fontes sobre o eixo x.

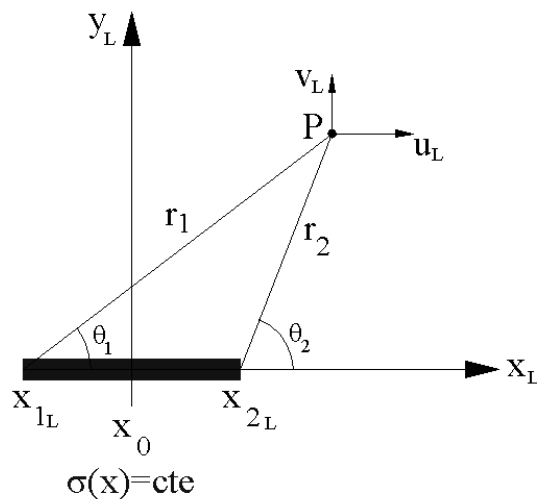


Fonte: Adaptado de Katz & Plotkin (1991).

$$u = \frac{\sigma(x)}{2\pi} \int_{x_1}^{x_2} \frac{(x - x_0)}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} dx_0 \quad (4.5)$$

$$v = \frac{\sigma(x)}{2\pi} \int_{x_1}^{x_2} \frac{(y - y_0)}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} dx_0 \quad (4.6)$$

Figura 4.3 – Velocidade induzida no ponto P(x,y) por uma distribuição de fontes com densidade constante, $\sigma(x)$, ao longo de uma superfície de comprimento $(x_2 - x_1)$.



Fonte: Reproduzida de Recicar (2007).

Resolvendo-se as duas integrais acima (KATZ & PLOTKIN, 1991), obtém-se:

$$u = \frac{\sigma(x)}{2\pi} \ln \frac{r_1}{r_2} = \frac{\sigma(x)}{4\pi} \ln \frac{r_1^2}{r_2^2} \quad (4.7)$$

$$v = \frac{\sigma(x)}{2\pi} (\theta_2 - \theta_1) \quad (4.8)$$

onde:

$$\theta_k = \text{tg}^{-1} \frac{y}{x - x_k}, k = 1, 2 \quad (4.9)$$

$$r_k = \sqrt{(x - x_k)^2 + y^2}, k = 1, 2 \quad (4.10)$$

A indução de velocidades na direção do eixo dos x para $y \rightarrow 0^\pm$ de um painel sobre ele mesmo, considerando a Figura 4.3, é dada pela equação:

$$v\left(\frac{x_2 - x_1}{2}, 0^\pm\right) = \pm \frac{\sigma(x)}{2} \quad (4.11)$$

Quando aplicada sobre os M pontos de controle dos painéis (que incluem ambos os cilindros), a condição de contorno de Neumann pode ser expressa na seguinte forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 0,5 & \dots & K_{1^1j^1} & \dots & K_{1^1k^1} & \dots & K_{1^1j^2} & \dots & K_{1^1k^2} & \dots & K_{1^1M^2} \\ & & & & & \dots & & & & & \\ K_{j^11^1} & \dots & 0,5 & \dots & K_{j^1k^1} & \dots & K_{j^1j^2} & \dots & K_{j^1k^2} & \dots & K_{j^1M^2} \\ & & & & & \dots & & & & & \\ K_{k^11^1} & \dots & K_{k^1j^1} & \dots & 0,5 & \dots & K_{k^1j^2} & \dots & K_{k^1k^2} & \dots & K_{k^1M^2} \\ & & & & & \dots & & & & & \\ K_{j^21^1} & \dots & K_{j^2j^1} & \dots & K_{j^2k^1} & \dots & 0,5 & \dots & K_{j^2k^2} & \dots & K_{j^2M^2} \\ & & & & & \dots & & & & & \\ K_{k^21^1} & \dots & K_{k^2j^1} & \dots & K_{k^2k^1} & \dots & K_{k^2j^2} & \dots & 0,5 & \dots & K_{k^2M^2} \\ & & & & & \dots & & & & & \\ K_{M^21^1} & \dots & K_{M^2j^1} & \dots & K_{M^2k^1} & \dots & K_{M^2j^2} & \dots & K_{M^2k^2} & \dots & 0,5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \dots \\ \sigma_{j^1} \\ \dots \\ \sigma_{k^1} \\ \dots \\ \sigma_{j^2} \\ \dots \\ \sigma_{k^2} \\ \dots \\ \sigma_{M^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{RHSS}_{1^1} \\ \dots \\ \text{RHSS}_{j^1} \\ \dots \\ \text{RHSS}_{k^1} \\ \dots \\ \text{RHSS}_{j^2} \\ \dots \\ \text{RHSS}_{k^2} \\ \dots \\ \text{RHSS}_{M^2} \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

onde os índices subscritos j e k representam a numeração do painel onde será feito o cálculo e os sobrescritos 1 e 2 representam, respectivamente, cilindro 1 e cilindro 2. M neste caso significa o último painel do cilindro 2.

Esta equação matricial constitui um sistema linear de equações algébricas, cuja incógnita representa a densidade uniforme de fontes; outra forma para se escrever a equação 4.12 é:

$$[\text{COUPS}]\{\text{SIGMA}\} = \{\text{RHSS}\} \quad (4.12a)$$

sendo:

$[\text{COUPS}]$ a matriz de influência de fontes;

$\{\text{SIGMA}\}$ o vetor incógnita de fontes;

$\{\text{RHSS}\}$ o vetor coluna lado direito de fontes (*Right Hand Sides Sources*).

O cálculo do vetor coluna lado direito fontes para o ponto de controle do painel plano genérico k^1 , pertencente ao corpo a montante, é calculado como:

$$\text{RHSS}(k^1) = \left\{ \begin{array}{l} (u_i) \sin(\text{th}_{p_{k^1}}) - (v_i) \cos(\text{th}_{p_{k^1}}) + \\ + u_{k^1,j} \sin(\text{th}_{p_{k^1}}) - v_{k^1,j} \cos(\text{th}_{p_{k^1}}) \end{array} \right\}, \quad (4.13a)$$

e para o ponto de controle do painel plano genérico k^2 , pertencente ao corpo a jusante, é calculado como:

$$\text{RHSS}(k^2) = \left\{ \begin{array}{l} (u_i) \sin(\text{th}_{p_{k^2}}) - (v_i) \cos(\text{th}_{p_{k^2}}) + \\ + u_{k^2,j} \sin(\text{th}_{p_{k^2}}) - (v_{k^2,j}) \cos(\text{th}_{p_{k^2}}) \end{array} \right\} \quad (4.13b)$$

sendo u_i e v_i os componentes do vetor velocidade do escoamento não-perturbado; $u_{k^1,j}$ e $v_{k^1,j}$ os componentes da velocidade total induzida pela nuvem de vórtices discretos ($j=1,Z$) no ponto de controle k^1 ; $u_{k^2,j}$ e $v_{k^2,j}$ os componentes da velocidade total induzida pela nuvem de vórtices discretos ($j=1,Z$) no ponto de controle k^2 ; th_{pk^1} o ângulo de orientação do painel k^1 e th_{pk^2} o ângulo de orientação do painel k^2 .

Para se garantir a conservação da massa, impõe-se que a soma do produto da densidade uniforme das fontes geradas pelo seu respectivo comprimento do painel plano seja zero. Assim, a implementação dessa condição é imposta acrescentando uma linha de valores unitários na matriz COUPS e uma linha de valor nulo no vetor RHSS. A matriz resultante deixa de ser quadrada e faz-se necessário a utilização do Método de Mínimos Quadrados, juntamente com o método de Eliminação de Gauss para a solução do novo sistema.

4.4 – CRITÉRIO DE CONVERGÊNCIA

4.4.1 GERAÇÃO SIMULTÂNEA DE FONTES E DE VORTICES DISCRETOS DE LAMB (SEM EFEITOS DE RUGOSIDADE)

Para a geração de vorticidade, conforme Seção 4.2, é necessário impor a condição de escorregamento nulo sobre o ponto de controle de cada painel plano e, conforme a Seção 4.3, gera-se uma distribuição uniforme de fontes sobre os painéis para satisfazer a condição de impenetrabilidade. Para garantir a condição de aderência, deve-se resolver o conjunto de equações matriciais de vórtices discretos de Lamb nascentes (equação 4.3) e de fontes (equação 4.12) num processo iterativo até que se convirja para uma solução desejada. A solução final de ambos os sistemas lineares resulta numa distribuição de fontes que será utilizada para garantir a condição de impenetrabilidade e um conjunto de vórtices discretos de Lamb nascentes para satisfazer a condição de escorregamento nulo. Estes vórtices discretos de Lamb nascentes representam a formação da camada limite e posteriormente são advectados e difundidos para a região da esteira próxima de cada um dos corpos.

No Apêndice B encontra-se a estrutura geral do algoritmo implementado e este processo de convergência pode ser identificado (figura B.1) para melhor acurácia na verificação das condições de contorno de escorregamento-nulo e impenetrabilidade. O algoritmo foi implementado com a inclusão dos efeitos de rugosidade superficial (seção

4.8 incluída). Os dois sistemas lineares são resolvidos via Método dos Mínimos Quadrados.

4.5 – ADVECÇÃO DA NUVEM DE VÓRTICES DISCRETOS DE LAMB

O transporte da vorticidade, presente no domínio fluido, é governado pela equação do transporte da vorticidade (equação 3.55).

A equação 3.55 deve ser resolvida para cada vórtice discreto de Lamb durante cada incremento de tempo da simulação numérica.

O algoritmo de separação da parte viscosa da equação 3.55, proposto por Chorin (1973), permite que os problemas da advecção (mais efeitos de forças de empuxo) e da difusão da vorticidade possam ser separados, e calculados independentemente, dentro de cada incremento de tempo Δt .

A versão puramente Lagrangeana da equação advecção da vorticidade é dada por:

$$\frac{D\bar{\omega}}{Dt} = 0 \quad (4.19)$$

O deslocamento advectivo de cada vórtice discreto de Lamb é, então, resolvido integrando-se a equação para a sua trajetória. Portanto, o transporte advectivo da vorticidade usando uma nuvem de vórtices discretos de Lamb é escrito da seguinte maneira:

$$\frac{d\mathbf{x}^{(i)}}{dt} = \mathbf{u}^{(i)}(\mathbf{x}^{(i)}, t) \quad (4.20)$$

sendo que, $\mathbf{x}^{(i)}$ representa o vetor posição de cada vórtice discreto de Lamb (i) no instante de tempo t e $\mathbf{u}^{(i)}(\mathbf{x}^{(i)}, t)$ representa o vetor velocidade total induzida na posição $\mathbf{x}^{(i)}$ ocupada pelo vórtice discreto de Lamb em análise neste mesmo instante de tempo t.

Tem-se $i = 1, \dots, NVC$, sendo NVC o número total de vórtices discretos de Lamb presentes na nuvem durante o instante de tempo t .

O cálculo do campo de velocidades sobre cada vórtice discreto de Lamb é composto pelas contribuições do escoamento incidente, da velocidade induzida pelos corpos (Método dos Painéis, como apresentado na seção 4.3) e da velocidade induzida pela nuvem de vórtices discretos de Lamb sobre eles mesmos (interação vórtice-vórtice). A partir do cálculo da velocidade total $\mathbf{u}^{(i)}(\mathbf{x}^{(i)}, t)$, a solução numérica da equação 4.20 é obtida neste trabalho empregando um esquema de avanço de primeira ordem de Euler (FERZIGER, 1981). Este esquema corresponde a uma primeira aproximação para a solução da equação do avanço advectivo e resulta em:

$$\mathbf{x}^{(i)}(t + \Delta t) = \mathbf{x}^{(i)}(t) + \mathbf{u}^{(i)}(\mathbf{x}^{(i)}, t)\Delta t \quad (4.21)$$

onde, a velocidade total $\mathbf{u}^{(i)}(\mathbf{x}^{(i)}, t)$ induzida sobre cada vórtice discreto de Lamb, formada pelas contribuições do escoamento incidente, \mathbf{u}_i , da velocidade induzida pelos painéis com distribuição uniforme de singularidades do tipo fontes, \mathbf{u}_c , e pela velocidade induzida pela nuvem de vórtices discretos de Lamb, \mathbf{u}_v .

O cálculo da velocidade induzida pelos dois corpos é feito utilizando o sistema de coordenadas fixo sobre cada painel plano. Portanto, uma mudança de referencial se faz necessária.

O cálculo da velocidade total induzida pela nuvem de vórtices discretos de Lamb sobre eles mesmos, \mathbf{u}_v , é a etapa que consome maior tempo de CPU, uma vez que o número de operações realizadas por um processador é proporcional ao quadrado do número total NVC de vórtices discretos de Lamb presentes no domínio. Este cálculo é efetuado no sistema de coordenadas inercial (X, o, Y) (figura 3.1). Desta maneira, os componentes da velocidade total nas direções x e y , induzida no vórtice discreto k pelos demais vórtices discretos são calculados, respectivamente, pelas expressões:

$$\mathbf{u}_{k_{NV}} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^{NVC} \Gamma_j \mathbf{U}_{V_{k,j}} \quad (4.22)$$

$$v_{k_{NV}} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^{NVC} \Gamma_j V_{V_{k,j}} \quad (4.23)$$

onde Z representa o número total de vórtices discretos de Lamb presentes no domínio fluido, j representa o vórtice discreto indutor e k o vórtice discreto induzido.

O vetor velocidade instantânea do fluido é, então:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_i + \mathbf{u}_c + \mathbf{u}_v \quad (4.24)$$

Como o ângulo de ataque do escoamento incidente \mathbf{u}_i é nulo (escoamento uniforme na direção do eixo x), em termos de componentes tem-se, respectivamente:

$$u_i = 1 \quad (4.25)$$

$$v_i = 0 \quad (4.26)$$

A contribuição das duas fronteiras sólidas, \mathbf{u}_c , é obtida através do Método de Painéis (KATZ & PLOTKIN, 1991).

Para reduzir o tempo gasto no cálculo da lei de Biot-Savart, o grupo de pesquisa do LMAML/UNIFEI vem desenvolvendo constantemente rotinas paralelizadas no padrão OpenMP, a fim de se dividir as operações matemáticas entre as unidades de processamento, chamadas *threads*. No capítulo 5 serão discutidos os avanços da paralelização. Detalhes sobre processamento paralelo com OpenMP são também apresentados no Apêndice C.

4.6 – DIFUSÃO DA VORTICIDADE

A solução numérica do processo de difusão da vorticidade inclui os efeitos da viscosidade molecular (problema do decaimento) e da viscosidade turbulenta. Entre os métodos numéricos existentes na literatura para simulação da difusão da vorticidade, pode-se citar o Método do Avanço Randômico, o método de Redistribuição da

Vorticidade, o Método da Velocidade de Difusão, e o Método de Crescimento do Raio do Núcleo do Vórtice Modificado (SUBRAMANIAM, 1996)

O presente trabalho utiliza o método de avanço randômico (CHORIN, 1973; LEWIS, 1991), que é baseado em uma técnica probabilística relacionada com o movimento browniano de partículas (EINSTEIN, 1956).

A evolução de um vórtice discreto i da nuvem de vórtices, no tempo, é calculada através do seguinte deslocamento:

$$\mathbf{x}^{(i)}(t + \Delta t) = \mathbf{x}^{(i)}(t) + \mathbf{u}^{(i)}(\mathbf{x}^{(i)}, t)\Delta t + \mathbf{Z}_d \quad (4.27)$$

onde, $\mathbf{x}^{(i)}(t)$ é a posição do vórtice discreto de Lamb i no instante de tempo t , $\mathbf{u}^{(i)}(\mathbf{x}^{(i)}, t)\Delta t$ é o termo advectivo de transporte da vorticidade (avanço de primeira ordem de Euler, como apresentado na seção 4.5) e $\mathbf{Z}_d \equiv (x_d, y_d)$ é o deslocamento no plano xy devido ao efeito difusivo. Os componentes x_d e y_d do vetor de avanço randômico \mathbf{Z}_d , para cada vórtice discreto de Lamb, são definidos, respectivamente:

$$x_d^{(i)} = \sqrt{\frac{4\Delta t}{\text{Re}_{mi}} \ln\left(\frac{1}{P_i}\right)} [\cos(2\pi Q_i)] \quad (4.28)$$

$$y_d^{(i)} = \sqrt{\frac{4\Delta t}{\text{Re}_{mi}} \ln\left(\frac{1}{P_i}\right)} [\sin(2\pi Q_i)] \quad (4.29)$$

sendo P_i e Q_i números randômicos contidos no intervalo entre 0 e 1.

A modelagem de turbulência está incluída nas equações 4.28 e 4.29 com a correção local do número de Reynolds devido à associação da viscosidade turbulenta com a viscosidade molecular (seção 3.5.3).

Segundo o algoritmo da separação da parte viscosa da equação do transporte da vorticidade, proposto por Chorin (1973), a solução das equações que simulam, separadamente, os termos de advecção e de difusão, converge para a solução da equação original se o incremento de tempo for suficientemente pequeno.

4.7 – CÁLCULO DE CARREGAMENTOS FLUIDODINÂMICOS ATUANTES

Conforme já comentado na seção 3.9, mostra-se nessa seção a solução numérica das cargas fluidodinâmicas atuantes sobre a superfície discretizada de cada cilindro. A discretização da equação 3.64, dada pela equação 4.30, pode ser resolvida numericamente e possui a seguinte forma (RICCI, 2002):

$$\xi \tilde{Y}_i + \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1, j \neq i}^M \frac{n_x(x-x_i) + n_y(y-y_i)}{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} \tilde{Y}_j \Delta S_j = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^{NVC} \frac{v(x-x_i) + u(y-y_i)}{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} \Gamma_j + \frac{1}{Re} \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1, j \neq i}^M \frac{n_y(x-x_i) + n_x(y-y_i)}{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} \Delta S_j \gamma_j \quad (4.30)$$

sendo M o número total de painéis planos utilizados para discretizar o contorno real dos cilindros, NVC o número total de vórtices discretos de Lamb presentes no domínio fluido, γ_j a densidade de vórtices distribuídas uniformemente sobre o painel j que é obtida dividindo-se a intensidade do vórtice de Lamb nascente em cada instante de tempo pelo comprimento do painel correspondente ao seu ponto de desprendimento:

$$\gamma_j = \frac{\Gamma_j}{\Delta S_j} \quad (4.31)$$

Aplicando-se a equação 4.30 sobre os M painéis que discretizam as superfícies dos dois corpos obtêm-se um sistema linear com M equações e M incógnitas. Resolvendo o sistema com o método de eliminação de Gauss e, uma vez conhecidos os valores das incógnitas \tilde{Y}_i , para cada painel (ponto de controle), têm-se os valores de pressão e do coeficiente de pressão associados a ela, respectivamente, dados por (RICCI, 2002):

$$\tilde{Y}_i = \frac{p_i}{\rho} + \frac{v_{co_i}^2}{2} \quad (4.32)$$

$$C_{p_i} = 2\tilde{Y}_i + 1 \quad (4.33)$$

Mas, v_{co_i} , que representa a velocidade no ponto de controle do painel i deve ser identicamente nula para satisfazer a condição de escorregamento-nulo.

Para obter os coeficientes de arrasto (ΔC_{D_i}) e sustentação (ΔC_{L_i}) elementares que atuam em um dado painel i , decompõe-se o coeficiente de pressão C_{p_i} que atua neste painel, respectivamente, nas direções tangencial e normal ao sentido do escoamento incidente. Considerando-se que o painel tem comprimento Δs_i e ângulo de orientação θ obtêm-se:

$$\Delta C_{D_i} = C_{p_i} \Delta s_i \sin(\theta) \quad (4.34)$$

$$\Delta C_{L_i} = -C_{p_i} \Delta s_i \cos(\theta) \quad (4.35)$$

E, para se obter os coeficiente de arrasto (C_D) e sustentação (C_L) somam-se as contribuições de todos os painéis planos:

$$C_D = \sum_{i=1}^M C_{p_i} \Delta s_i \sin(\theta) \quad (4.36)$$

$$C_L = \sum_{i=1}^M -C_{p_i} \Delta s_i \cos(\theta) \quad (4.37)$$

4.8 – MODELO DE RUGOSIDADE SUPERFICIAL

4.8.1 GERAÇÃO DA VORTICIDADE COM EFEITOS DE RUGOSIDADE SUPERFICIAL

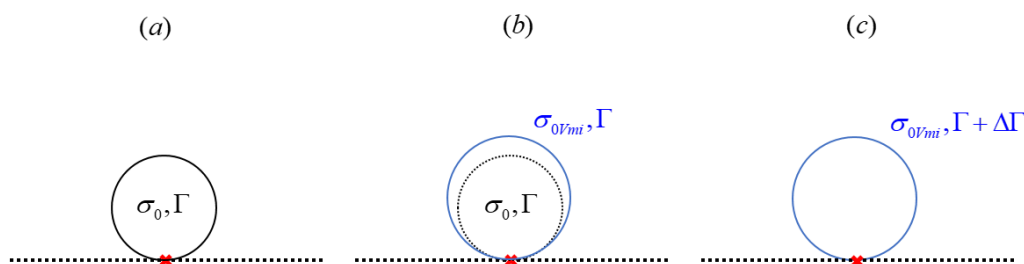
O cálculo numérico apresentado na seção 4.2, para geração da vorticidade, é realizado considerando-se que os dois cilindros possuem contorno sólido idealizado como superfície hidraulicamente lisa.

Bimbato (2012) observou que a altura média de rugosidade implica na presença de protuberâncias na superfície real de um corpo. O efeito imediato é a geração extra de vorticidade local, que aumenta a manifestação da turbulência local, isto é, maior manifestação de efeitos inerciais. Desta maneira, ele propôs um modelo dinâmico para inclusão de efeitos de rugosidade superficial, onde não há inserção, na superfície de um corpo, de elementos geométricos representando alturas médias de rugosidade.

A técnica numérica utilizada nesta Tese de Doutorado é a mesma desenvolvida por Bimbato (2012), no que concerne à simulação de efeitos de rugosidade superficial através da injeção de quantidade de movimento no interior de camada limite hidrodinâmica.

Neste contexto, os vórtices discretos de Lamb nascentes (com valor constante de raio do núcleo – figura 4.4 (a)) influenciam no cálculo da viscosidade turbulenta que modifica o raio do vórtice discreto de Lamb nascente (liso, figura 4.4 (b)), mas que ainda não foram desprendidos. Um novo conjunto de fontes e vórtices discretos de Lamb com intensidade diferente dos vórtices gerados inicialmente, é utilizado para satisfazer, novamente, a condição de aderência. Atenta-se ao fato de que os pontos de desprendimento dos vórtices discretos (de raios variados) do novo conjunto são modificados (figura 4.4 (c)).

Figura 4.4 – Modelo de efeito de rugosidade superficial de Bimbato (2012): (a) geração de vórtices discretos de Lamb na superfície de um painel plano hidraulicamente liso; (b) modificação do raio do núcleo do vórtice discreto nascente pelos efeitos da viscosidade turbulenta; (c) geração de vórtices discretos de Lamb na superfície de um painel plano hidraulicamente rugoso.



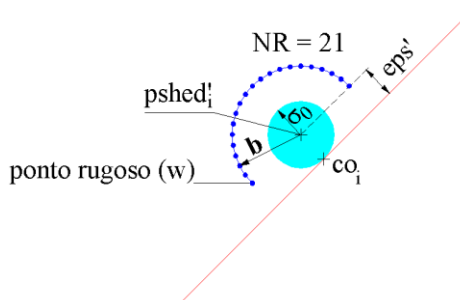
Fonte: o autor.

Assim, para simulação numérica de efeitos de rugosidade, considerando-se a influência de um contorno rugoso, calcula-se a velocidade total induzida no ponto de

desprendimento de cada vórtice discreto de Lamb nascente e nos pontos rugosos distribuídos ao redor destes. Sobre cada painel há a distribuição de $NR=21$ pontos rugosos, conforme estudo recomendado por Bimbato (2012) e exemplificado na figura 4.5. Obtido o componente da velocidade total induzida com a utilização da FEVSO, calcula-se o coeficiente de viscosidade turbulenta referente ao ponto de desprendimento de cada vórtice discreto de Lamb nascente em cada instante de tempo. O número de Reynolds local é modificado pela influência do coeficiente de viscosidade turbulenta, por consequência, o raio do núcleo dos vórtices discretos de Lamb nascentes é modificado, uma vez que este valor é também dependente do número de Reynolds.

Para o cálculo do efeito da turbulência local em torno do ponto de desprendimento, $pshed'_i$, de um vórtice discreto de Lamb i , associado a um painel plano i , que discretiza um contorno sólido, consideram-se os NR pontos rugosos (BIMBATO, 2012; BIMBATO *et al.*, 2018), que são pontos localizados sobre uma semicircunferência definida por um raio $b=2\varepsilon-\varepsilon s'$ (ε é a altura média de rugosidade), cujo centro coincide com o ponto de desprendimento do vórtice discreto de Lamb (veja novamente a figura 4.5). O que permite calcular a Função FEVSO para cada vórtice discreto de Lamb a partir da velocidade conhecida sobre os seus respectivos $NR=21$ pontos rugosos, que numericamente simula efeitos de rugosidade superficial na dinâmica do escoamento que se desenvolve na região da camada limite hidrodinâmica (BIMBATO, 2012)

Figura 4.5 – Estrutura para determinação da influência da rugosidade superficial na turbulência do escoamento



Fonte: Reproduzida de Bimbato (2012).

Obtido o valor do novo raio do núcleo para cada vórtice discreto de Lamb nascente (Equação 3.46), a intensidade desses mesmos vórtices discretos, Γ , deve ser obtida a partir da equação matricial 4.3, para imposição da condição de escorregamento

nulo no ponto de controle de cada painel. A matriz de influência é alterada devido ao deslocamento do ponto de desprendimento pela inclusão dos efeitos da rugosidade e a intensidade de cada vórtice discreto de Lamb nascente é corrigida da seguinte forma:

$$\Gamma_{\text{rugoso}} = \Gamma_{\text{liso}} + \Delta\Gamma \quad (4.38)$$

Segundo Bimbato (2012), o incremento de intensidade, $\Delta\Gamma$, para os vórtices discretos nascentes, gera uma modificação nos efeitos inerciais no interior da camada limite, provocando, assim, uma variação na taxa de transferência de quantidade de movimento nas camadas adjacentes do fluido, postergando o descolamento da camada limite e modificando o valor da força de arrasto médio, que tende a diminuir.

Com a inclusão dos efeitos de rugosidade na geração instantânea de vórtices discretos de Lamb, deve-se satisfazer a condição de contorno de aderência, e, novamente, resolver, iterativamente, os sistemas de equações lineares de vórtices discretos nascentes (agora modificado pela rugosidade) e de fontes. A convergência deste processo é necessária para satisfazer as condições de contorno de escorregamento-nulo e de impenetrabilidade, respectivamente.

4.9 – SEQUÊNCIA DE IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

No Apêndice B está apresentada a estrutura do algoritmo implementado neste trabalho e as respectivas descrições das rotinas. A sequência de implementação do programa é dada na seguinte ordem:

- a) Discretização da superfície dos dois cilindros alinhados *in tandem* usando painéis planos e cálculo das principais grandezas associadas com cada painel plano (pontos extremos, pontos de controle, posição de desprendimento dos vórtices discretos nascentes, comprimento e ângulo de orientação);
- b) Cálculo da posição dos NR pontos rugosos nas imediações de cada painel plano;

- c) Cálculo das matrizes de influência de fontes, de vórtices discretos nascentes e de pressão, considerando-se corpos de superfícies hidraulicamente lisas;
- d) Cálculo do vetor coluna lado direito fontes;
- e) Cálculo da densidade das fontes gerada para representar os dois corpos;
- f) Cálculo do vetor coluna lado direito vórtices discretos de Lamb nascentes;
- g) Cálculo da intensidade dos vórtices discretos de Lamb nascentes (sem efeitos de rugosidade);
- h) Processo de convergência da condição de aderência (para superfície hidraulicamente lisa) usando Mínimos Quadrados e solução pelo Método de Eliminação de Gauss;
- i) Cálculo da velocidade total induzida sobre o ponto de desprendimento (liso) e sobre os NR pontos rugosos considerando-se as contribuições das fontes, vórtices discretos de Lamb presentes no domínio fluido e do escoamento incidente;
- j) Cálculo da viscosidade turbulenta local no ponto de desprendimento de cada vórtice discreto de Lamb nascente (liso)
- k) Cálculo do novo raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb nascente considerando-se os efeitos rugosos;
- l) Processo de convergência da condição de aderência (para superfície hidraulicamente rugosa);
- m) Cálculo da intensidade dos vórtices discretos de Lamb nascentes (considerando-se os efeitos rugosos);
- n) Cálculo da velocidade total induzida sobre cada vórtice discreto de Lamb nascente (e aqueles que já estiveram construindo as duas esteiras viscosas) considerando-se as contribuições do escoamento incidente, das fontes e dos vórtices discretos presentes no domínio fluido (quando já houver);
- o) Cálculo do vetor coluna lado direito de pressão;
- p) Cálculo do sistema linear de equações para o coeficiente de pressão, usando o Método de Eliminação de Gauss, e das cargas fluidodinâmicas integradas para cada corpo;
- q) Cálculo da viscosidade turbulenta associada a cada vórtice discreto de Lamb presente no domínio fluido para a simulação da manifestação da turbulência local no escoamento;
- r) Advecção da nuvem de vórtices discretos de Lamb;

- s) Difusão da nuvem de vórtices discretos de Lamb com a inclusão da modelagem do tipo LES de turbulência;
- t) Reflexão de vórtices discretos de Lamb que, eventualmente, migrarem para o interior de um dos contornos sólidos;
- u) Impressão dos resultados de interesse;
- v) Cálculo da velocidade total induzida sobre cada ponto de controle devido às contribuições do escoamento incidente, dos painéis de fontes e da nuvem de vórtices discretos de Lamb;
- w) Cálculo do vetor coluna lado direito vórtices discretos de Lamb nascentes e cálculo dos carregamentos fluidodinâmicos atuantes sobre os dois corpos;
- x) Avanço no tempo de Δt .

Capítulo 5

RESULTADOS E DISCUSSÕES

5.1 – INTRODUÇÃO

O Método de Vórtices Discretos (MVD), como apresentado no capítulo 4, foi implementado usando OpenMP com Fortran; detalhes da implementação estão discutidos na seção 4.9 e nos Apêndices B e C. O código computacional desenvolvido é a fonte de obtenção dos resultados numéricos desta Tese de Doutorado. O programa computacional foi subdividido, já planejando futuras investigações, em opções que permitam ao usuário as escolhas: da forma do arranjo (dois cilindros alinhados *in tandem*, dois cilindros alinhados *side-by-side* ou dois cilindros alinhados *staggered*, para qualquer ângulo de posicionamento e espaçamento, veja a figura 3.1); a utilização, ou não, de modelo de efeitos de rugosidade superficial pode ser habilitada.

Este capítulo está dividido em quatro partes. Na primeira parte analisa-se o escoamento ao redor da configuração de dois cilindros idênticos, imóveis e alinhados *in tandem*, com um espaçamento centro a centro $L/D=1.000$. O número de Reynolds adotado é $Re=1,0 \times 10^5$. Este resultado é utilizado para comparações com outros resultados disponíveis na literatura, todos sem efeitos de rugosidade superficial. Na segunda parte, a finalidade é avaliar os avanços atingidos com a programação paralela no ambiente OpenMP. A terceira parte consiste no estudo da interferência entre dois cilindros alinhados *in tandem* para espaçamentos centro a centro (L/D) variando-se de

1,5 a 4,5, em intervalos de 0,5D em 0,5D. Não há inclusão de efeitos de rugosidade superficial e o número de Reynolds é de $Re=6,5 \times 10^4$, porque há resultados experimentais disponíveis para comparação. O capítulo se encerra com a quarta parte, que consiste no estudo numérico e identificação de diferentes padrões de interferência devido aos efeitos de rugosidade superficial. São consideradas situações de alguns arranjos de interesse, ou seja, os dois cilindros com efeitos de rugosidade superficial; apenas o cilindro de montante com efeitos de rugosidade superficial e apenas o cilindro de jusante com efeitos de rugosidade superficial. Os espaçamentos centro a centro escolhidos foram $L/D=2,0$ e $4,5$. Os valores adotados de altura média de rugosidade relativa foram $\varepsilon/D=0,001$ e $0,007$. O número de Reynolds adotado é $Re=6,5 \times 10^4$.

As finalidades das análises realizadas na primeira parte do capítulo são: (a) definição dos parâmetros numéricos e variáveis usadas nas simulações numéricas utilizando o algoritmo desenvolvido para o MVD; (b) cálculo das séries temporais dos coeficientes das cargas fluidodinâmicas para a apresentação de uma discussão física sobre o comportamento do regime de formação de vórtices a partir das superfícies dos corpos, especialmente na região envolvida pelas duas camadas cisalhantes de sinais opostos formadas a partir da superfície de cada cilindro; (c) comparação dos resultados numéricos obtidos na simulação numérica ($L/D=1.000$) com os valores experimentais de Blevins (1984) para número de Reynolds no regime subcrítico, isto é, $Re=1,0 \times 10^5$. Os resultados experimentais apresentados por Blevins (1984) são referentes ao coeficiente de arrasto e ao número de Strouhal para um cilindro circular único e apresentam uma incerteza experimental de $\pm 10\%$.

Para cumprir os propósitos deste capítulo, necessita-se da definição dos parâmetros numéricos envolvidos nas simulações numéricas para análise dos resultados. Estes parâmetros estão divididos em duas classes: a primeira classe está relacionada com o fenômeno físico e a segunda classe está relacionada com o método numérico.

Os parâmetros relacionados com o fenômeno físico são os seguintes:

a) Número de Reynolds: (Re)

Simulações numéricas com altos valores para o número de Reynolds (regime subcrítico) compreendem a faixa de interesse das investigações deste trabalho. Valores da ordem de $10^4 < Re < 10^6$ mostram-se, portanto, apropriados para atenderem a um dos

objetivos deste trabalho, ou seja, o de realizar simulações numéricas com um alto valor do número de Reynolds. Assim, é feita uma escolha apropriada para a solução da difusão da vorticidade através do Método de Avanço Randômico objetivando mostrar a sensibilidade do MVD (seção 4.6) para capturar alguns efeitos de escoamentos bidimensionais, incompressíveis e não-permanentes a altos valores de número de Reynolds. Quando se utiliza descrição puramente Lagrangeana, não se faz necessário resolver o termo advectivo da equação do transporte da vorticidade $(\mathbf{V} \cdot \nabla)\omega$ (equação 3.55), que é não linear.

b) Ângulo de ataque para o escoamento incidente: (α)

Não é adotado ângulo de ataque diferente de $\alpha=0^\circ$ para o escoamento incidente sobre o cilindro de montante. (Figura 3.1)

c) Raio do Núcleo do Vórtice Discreto de Lamb: (σ_{V_0})

O valor do raio para o núcleo do vórtice discreto de Lamb é adotado como igual ao valor do raio referente à posição de geração dos vórtices discretos de Lamb sobre cada painel plano. Esta escolha estabelece que o centro do núcleo dos vórtices discretos de Lamb nascentes se localize a uma pequena distância (ϵ) sobre uma normal que passa pelo ponto de controle do painel, de maneira que o vórtice discreto sempre tangencie este ponto de controle. Há um valor nominal para o raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb estimado pela equação 3.45 (MUSTTO *et al.*, 1998 e BIMBATO *et al.*, 2019), isto é:

$$\sigma_{0V_{mi}}(t) = 1,41421 \sqrt{\frac{\Delta t}{Re_{mi}}} \quad (5.1)$$

Na simulação numérica realizada adotou-se $\Delta t = 0,05$ e $Re = 1,0 \times 10^5$. Como resultado desta aferição, encontrou-se o valor final de ajuste para o raio do núcleo dos vórtices discretos de Lamb sem efeitos de rugosidade como $\sigma_0 = 0,0010$.

d) Espaçamento centro a centro entre os dois corpos (L/D)

Conforme figura 3.1, o valor adotado para espaçamento centro a centro (L/D) pode variar. Para a aferição do código, optou-se por $L=1.000D$, a fim de simular dois

cilindros alinhados, porém, com interferência, praticamente, nula entre as duas esteiras viscosas. Assim, o resultado numérico obtido pôde ser, aproximadamente, comparado com os resultados experimentais para cilindro único (BLEVINS, 1984).

Os parâmetros relacionados com a simulação numérica são:

a) Número de painéis planos: (M)

A superfície dos dois cilindros circulares é discretizada e cada uma delas representada por um mesmo número de painéis planos. A soma total dos painéis é igual a M (M/2 para cada cilindro); e sobre estes painéis se distribuem singularidades do tipo fontes com densidade uniforme (KATZ & PLOTKIN, 1991). Em todos os casos analisados utilizaram-se 300 painéis planos para cada cilindro, que se encontram inscritos para a discretização de cada superfície; todos os painéis possuem comprimentos iguais. Este valor foi também aferido em simulações numéricas realizadas anteriormente (BIMBATO, 2012) para cilindro circular único.

b) Incremento de tempo: (Δt)

O valor do incremento de tempo é fixado de modo que ele seja compatível com a ordem de grandeza do esquema de avanço de primeira ordem de Euler utilizado no processo da advecção da nuvem de vórtices discretos de Lamb (seção 4.5). O valor adotado é $\Delta t = 0,05$. O incremento de tempo é estimado de acordo com a seguinte expressão (MUSTTO *et al.*, 1998):

$$\Delta t = \frac{4k\pi}{M} \quad (5.2)$$

onde $0 \leq k \leq 1$ e M é o número total de painéis planos que discretiza a superfície de um cilindro único.

Nas simulações numéricas foram utilizados 1.600 avanços de tempo, resultando em um tempo adimensional final igual a $t = 1.600 \times 0,05 = 80$. A utilização de M=600 painéis planos e a inclusão dos efeitos de rugosidade superficial oneram bastante o tempo final de uma simulação numérica típica e, decisivamente, necessitou-se da utilização de paralelismo no padrão OpenMP. Detalhes sobre o desempenho do processamento paralelo são apresentados na seção 5.3.

c) Posição de geração de vórtices discretos de Lamb (ϵ):

A posição de geração de vórtices discretos de Lamb (ϵ), sem efeitos de rugosidade superficial, apresenta o mesmo valor numérico do raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb (σ_{v_0}), o que estabelece que os vórtices discretos nascentes sempre sejam posicionados tangenciando-se o ponto de controle de cada painel plano. Desta forma, em todas as simulações numéricas adota-se $\epsilon = \sigma_0 = 0,0010$.

5.2 – DOIS CILINDROS ALINHADOS *IN TANDEM* COM ESPAÇAMENTO CENTRO A CENTRO DE $L/D=1.000$ E SEM EFEITOS DE RUGOSIDADE SUPERFICIAL

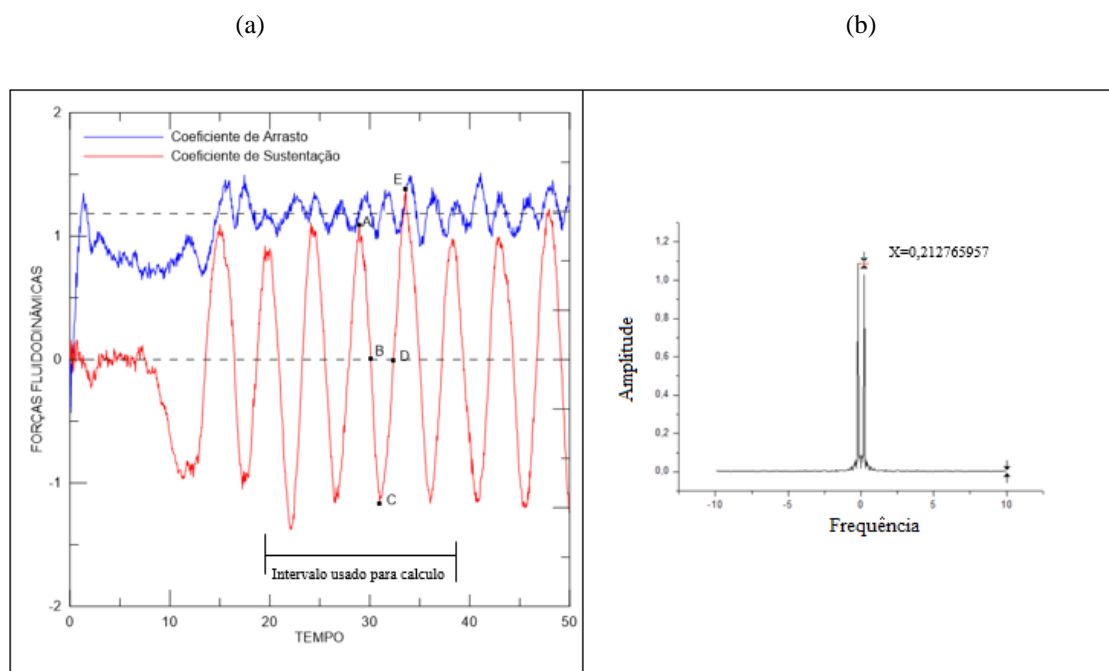
Para os testes iniciais com o programa computacional desenvolvido, utiliza-se a opção de dois cilindros idênticos, imóveis e alinhados *in tandem* com espaçamento entre eles de $L/D=1.000$ (figura 3.1). A modelagem da turbulência é considerada. Particularmente, esta simulação adotou 1.000 avanços no tempo com incremento de tempo $\Delta t = 0,05$. O tempo adimensional final de simulação é $t=50$. Este primeiro caso de teste permite que se comparem resultados numéricos de coeficiente de arrasto e de número de Strouhal para ambos os cilindros com resultados experimentais para cilindro único (Blevins, 1984). Uma análise do comportamento instantâneo da distribuição do coeficiente de pressão ao redor da superfície discretizada dos dois cilindros é também apresentada para descrever o mecanismo de formação de vórtices (GERRARD, 1966).

As figuras 5.1 e 5.2 registram, respectivamente, o comportamento das forças fluidodinâmicas (coeficiente de arrasto de forma e coeficiente de sustentação) para os cilindros a montante e a jusante. Os pontos A, B, C, D e E representam, nas mesmas figuras, instantes de tempo de interesse associados com o mecanismo de formação de vórtices e são interpretados a seguir.

O instante de tempo correspondente ao Ponto A, indicado, concomitantemente, nas figuras 5.1 e 5.2, indica que uma estrutura vorticosa horária está se desprendendo na parte superior de cada cilindro, onde atua uma força de sustentação máxima e positiva e

uma a força de arrasto que ainda está aumentando. E o valor da força de arrasto irá aumentar até o instante em que a estrutura vorticosa horária começa a ser incorporada pela esteira viscosa próxima formada a jusante de cada cilindro (Ponto B para ambos os cilindros). As figuras 5.3 (a) e (b) mostram as esteiras próximas de ambos os cilindros para visualização do Ponto A.

Figura 5.1 – (a) Forças fluidodinâmicas atuantes no cilindro a montante para espaçamento $L/D=1.000$ e (b) espectro FFT da curva de sustentação para cálculo do número de Strouhal.

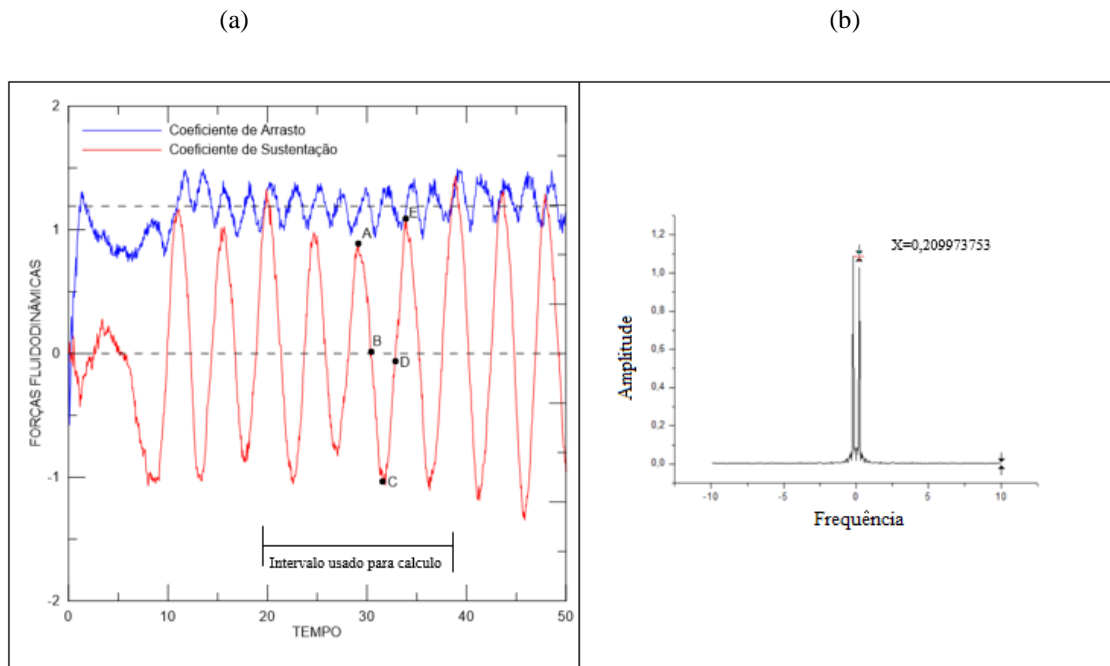


Fonte: o autor.

O instante representado pelo Ponto B indica a iminência de uma inversão no valor do coeficiente de sustentação, o qual passa de um valor positivo para um valor negativo. Esta inversão significa que a estrutura vorticosa horária, despreendida na superfície de cada um dos cilindros, próxima do Ponto A, começa a ser incorporada pela respectiva esteira viscosa formada a jusante. As figuras 5.4 (a) e (b) mostram as esteiras próximas de ambos os cilindros para visualização do Ponto B.

O Ponto C indica o desprendimento de uma estrutura vorticosa anti-horária na parte inferior de cada cilindro, onde atua uma força de sustentação máxima negativa e uma força de arrasto que ainda está aumentando. As figuras 5.5 (a) e (b) mostram as esteiras próximas de ambos os cilindros para visualização do Ponto C.

Figura 5.2 – (a) Forças fluidodinâmicas atuantes no cilindro a jusante para espaçamento $L/D=1.000$ e (b) espectro FFT da curva de sustentação para cálculo do número de Strouhal.



Fonte: o autor

Figura 5.3 – Esteira próxima (Ponto A) para $L/D=1.000$: (a) cilindro a montante e (b) cilindro a jusante



Fonte: o autor

Figura 5.4 – Esteira próxima (Ponto B) para $L/D=1.000$: (a) cilindro a montante e (b) cilindro a jusante



Fonte: o autor

O instante de tempo representado pelo Ponto D indica a iminência de uma inversão no valor do coeficiente de sustentação, o qual passa, agora, de um valor negativo para um valor positivo. Esta inversão indica que a estrutura vorticosa anti-horária desprendida da superfície de cada cilindro no Ponto C começa a ser incorporada pela respectiva esteira viscosa formada a jusante. As figuras 5.6 (a) e (b) mostram as esteiras próximas de ambos os cilindros para visualização do Ponto D.

Figura 5.5 – Esteira próxima (Ponto C) para $L/D=1000$: (a) cilindro a montante e (b) cilindro a jusante



Fonte: o autor

Figura 5.6 – Esteira próxima (Ponto D) para $L/D=1.000$: (a) cilindro a montante e (b) cilindro a jusante



Fonte: o autor

O Ponto E representa uma força de sustentação máxima positiva. Neste instante de tempo, de maneira análoga ao acontecido para o instante representado pelo Ponto A, identifica-se uma nova estrutura vorticosa horária se desprendendo na parte superior de cada cilindro. As figuras 5.7 (a) e (b) mostram as esteiras próximas de ambos os cilindros para visualização do Ponto E.

Na tabela 5.1 é feita uma comparação entre os resultados numéricos médios obtidos para o coeficiente de arrasto e para o número de Strouhal com os respectivos resultados experimentais de Blevins (1984). O coeficiente de arrasto é calculado integrando-se apenas a distribuição de pressão sobre a superfície de cada cilindro, uma vez que este valor retém cerca de 98% do valor do coeficiente de arrasto total. O número de Strouhal representa a frequência de emissão de um par de estruturas

vorticosas contrarrotativas quando interpretado a partir de um período de oscilação na curva do coeficiente de sustentação. O intervalo de tempo utilizado para o cálculo dos valores médios dos parâmetros adimensionais de interesse está mostrado nas figuras 5.1 e 5.2 (dois picos anteriores e dois picos posteriores ao ponto A). Os valores de coeficiente de arrasto (C_D) foram obtidos como a média simples de todos os valores do intervalo e o número de Strouhal foi obtido utilizando-se a ferramenta Transformada Rápida de Fourier (do inglês, *Fast Fourier Transform*, FFT), cujos espectros estão apresentados nas figuras 5.1 e 5.2 para os cilindros a montante e a jusante, respectivamente.

Figura 5.7 – Esteira próxima (Ponto E) para $L/D=1.000$: (a) cilindro a montante e (b) cilindro a jusante



Fonte: o autor

Ainda na tabela 5.1, C_{D_M} representa o coeficiente de arrasto médio para o cilindro a montante, C_{D_J} representa o coeficiente de arrasto médio para o cilindro a jusante, St_M representa o número de Strouhal para o cilindro a montante e St_J representa o número de Strouhal para o cilindro a jusante. A diferença entre os resultados numéricos (tabela 5.1) obtidos para cilindro a montante e para cilindro a jusante pode ser atribuída ao fato de que as séries dos números randômicos gerados para a simulação da difusão da vorticidade são diferentes entre os dois corpos. Ou seja, o deslocamento randômico modifica, suavemente, a posição dos vórtices discretos da esteira do cilindro a montante em relação à esteira do cilindro a jusante. A técnica do avanço randômico é, portanto, estatística e não determinística. No entanto, o resultado do valor médio não apresenta diferenças significativa na comparação entre os dois corpos. No experimento realizado em túnel de vento ou em canal de recirculação de água é, praticamente impossível de se obter o mesmo resultado entre dois testes seguidos; o que justifica o emprego da técnica numérica estatística para a simulação da difusão da vorticidade.

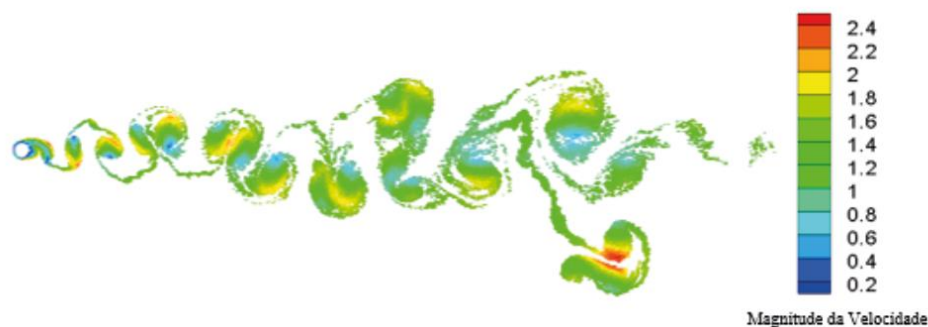
Tabela 5.1 – Comparação dos valores do coeficiente de arrasto e do número de Strouhal com os resultados experimentais para dois cilindros circulares in tandem com $L/D=1.000$.

$Re = 1,0 \times 10^5$	CD_M	CD_J	St_M	St_J
Blevins (1984)	$1,20 \pm 10\%$	-	$0,19 \pm 10\%$	-
Presente Simulação	1,1830	1,1912	0,2127	0,2099

Fonte: o autor

As figuras 5.8 e 5.9 mostram, respectivamente, o comportamento do campo de velocidades instantâneo influenciado pelos cilindros a montante e a jusante para o tempo final de simulação. O campo de velocidades é visualizado utilizando-se o *software* de pós-processamento TecPlot @360. No instante final da simulação numérica há 300.000 vórtices discretos de Lamb simulando a esteira de Von Kármán para cada cilindro.

Figura 5.8 – Campo de velocidades final do cilindro a montante para espaçamento $L/D=1.000$ e $Re=1,0 \times 10^5$.



Fonte: o autor

Os valores para o coeficiente de arrasto comparado entre os dois cilindros, são próximos (erro relativo em torno de 0,7%) o que comprova que para maiores espaçamentos centro a centro (neste caso $1.000D$), os dois cilindros se comportam, aproximadamente, como cilindro único.

O maior erro relativo entre o valor experimental do coeficiente de arrasto e o valor numérico (para cilindro à montante) é de aproximadamente 1,42%. Evidentemente, se o espaçamento centro a centro entre os dois cilindros aumentar além

de $L/D=1.000$, então a tendência destes erros relativos seria diminuir mais. No entanto, esta análise extra não foi incluída nos resultados apresentados.

Figura 5.9 – Campo de velocidades final do cilindro a jusante para espaçamento $L/D=1.000$ e $Re=1,0 \times 10^5$.



Fonte: o autor.

O maior erro relativo entre o valor experimental e o valor numérico do número de Strouhal (para cilindro à montante) é de aproximadamente 12% (tabela 5.1).

Em geral, esta ordem de grandeza para o erro relativo é aceitável devido às hipóteses assumidas (seção 3.3) e ao nível de refinamento das simulações numéricas, no entanto, em termos de valores médios os resultados são muito úteis para projetos conservadores. O fato dos valores numéricos para o coeficiente de arrasto se apresentarem, suavemente abaixo do valor experimental (a simulação numérica é bidimensional) podem ser vinculados ao espaçamento centro a centro $L/D=1.000$ entre os dois cilindros, onde uma pequena interferência de esteira foi capturada, provavelmente, pelo MVD (lei de Biot-Savart).

Nas figuras 5.1 e 5.2, o coeficiente de arrasto oscila uma vez para cada estrutura vorticosa desprendida a partir da superfície de cada um dos cilindros, enquanto que o coeficiente de sustentação oscila uma vez para cada par contrarrotativo de estruturas vorticosas desprendido a partir da superfície dos mesmos corpos. Estas oscilações são capturadas pelo código computacional. Ainda nesta linha de argumentos físicos, o valor do coeficiente de sustentação oscila, aproximadamente, em torno de zero para cada cilindro, o que caracteriza comportamento de corpo rombudo. Estes resultados são

muito interessantes para projetos conservadores de engenharia voltados para análise de escoamentos ao redor de estruturas cilíndricas.

Para este primeiro caso de teste, foi utilizado processamento paralelo apenas na rotina que calcula a interação vórtice-vórtice (lei de Biot-Savart), que foi, originalmente, implementada por Los Reis (2017), e se encontrava na biblioteca de rotinas disponibilizada aos pesquisadores do LMAML/UNIFEI no início do desenvolvimento desta Tese de Doutorado.

5.3 – AVANÇOS NA IMPLEMENTAÇÃO DO PROCESSAMENTO PARALELO

As simulações numéricas realizadas pelo grupo de pesquisa do LMAML/UNIFEI não são mais executadas sem a utilização do paralelismo, pois, por exemplo, Roselli (2017) ao não utilizar processamento paralelo, teve que diminuir o número de painéis para a discretização de um cilindro único para $M=100$, pois para $M=300$ a simulação serial (cilindro circular liso, imóvel, único e sem efeitos de turbulência) levava 208,9 horas para atingir 1.000 avanços em uma máquina com processador Intel® Core i7 - 2.8ghz 8mb cache (i7-860), mb intel dh55tc, 8gb ram ddr3 1333 mhz e sistema operacional Window ® 10. Reconhece-se aqui a necessidade de atualização da infraestrutura computacional.

Para justificar a necessidade do uso de paralelismo em todas as simulações deste trabalho, tem-se o caso de dois cilindros alinhados sem efeito de rugosidade, onde o tempo final da simulação paralela usando 1.000 passos de tempo foi de 205,08 horas numa máquina com mesma configuração anterior. Ou seja, com a paralelização, é possível fazer uma simulação, com o dobro do número de vórtices discretos de Lamb nascentes (600 vórtices discretos por incremento de tempo) no mesmo tempo de máquina (aproximadamente 200 horas).

Todas as simulações numéricas apresentadas neste trabalho foram realizadas em máquinas com a mesma configuração descrita, anteriormente.

A implementação do paralelismo no padrão OpenMP em várias partes do algoritmo descrito no Apêndice B é uma contribuição importante desta Tese de Doutorado, que possibilitou o avanço desta pesquisa envolvendo descrição puramente Lagrangeana para interferência entre dois corpos rombudos.

Em geral, o uso de programação paralela permite ao compilador distribuir as operações, simultaneamente, para todos os núcleos de processamento (*core/threads*). Um programa que utiliza apenas uma unidade de processamento durante sua execução é dito SERIAL e aquele que utiliza simultaneamente mais de uma unidade de processamento é chamado de PARALELO. Basicamente, paralelizar um cálculo é dividir o mesmo entre *threads* ociosas de forma que no final do processo o tempo de execução desse cálculo seja reduzido significativamente. Com o advento de processadores *multi-cores*, o não uso de paralelismo significa perdas de potencial pois enquanto um *thread* realiza uma tarefa, os outros ficam ociosos. Por exemplo, um processador Intel® i7 possui oito núcleos de processamento e, quando um programa serial é executado, sete núcleos ficam ociosos. A paralelização é eficiente quando a quantidade de operações realizadas é alta. Para poucas operações, o uso de paralelização às vezes se mostra ineficaz, pois a criação de seções paralelas no programa exige tempo de execução e em alguns casos o ganho não é expressivo e assim, essa parte do programa deve ser executada na forma serial.

Paralelizar um programa, uma função ou uma sub-rotina, não é uma tarefa tão trivial, uma vez que existem poucos exemplos do uso de programação paralela disponível na literatura e, muitas das vezes, é apenas comentado que foi utilizado o OpenMP, mas sem detalhes de como foi utilizado. Para isto, deve-se recorrer a fóruns na rede mundial de computadores, onde diversas pessoas de forma indireta auxiliam com exemplos e opiniões próprias sobre o assunto.

Algumas sub-rotinas possuem operações semelhantes e muitas vezes a utilização de estrutura paralela é feita por comparação. Neste trabalho, a paralelização de algumas rotinas foi realizada seguindo-se a metodologia da rotina paralelizada desenvolvida por Los Reis (2017) para o cálculo da interação vórtice-vórtice.

O padrão OpenMP pode ser utilizado por diversas linguagens computacionais (FORTRAN, C, C++), porém a maioria do material disponível na literatura é focado nas

linguagens C e C++, que foram, respectivamente, a segunda e a quarta linguagens mais usadas em 2019 pelos desenvolvedores de *softwares*. Desta forma, os exemplos disponíveis na literatura, muitas vezes, são apresentados nestas linguagens, o que dificulta a implementação, do OpenMP, na linguagem FORTRAN. A opção pela linguagem FORTRAN se justifica pela biblioteca de rotinas já existente nesta linguagem no grupo do LMAML/UNIFEI e, também, pela facilidade de manuseio de grandes quantidades de dados que a linguagem oferece. Uma simulação típica gera dezenas de *gigabytes* de dados.

No Apêndice C estão apresentadas estruturas importantes para o entendimento de programação paralela no padrão OpenMP/FORTRAN.

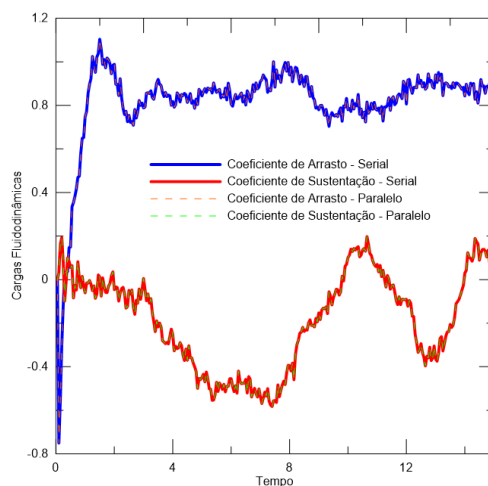
Para este trabalho, utiliza-se estrutura computacional que simula o escoamento ao redor de dois cilindros alinhados *in tandem* (Apêndice B), com a rotina que calcula a interação vórtice-vórtice paralelizada e, também, a rotina que faz o cálculo das incógnitas chamadas de intensidade de vórtices discretos de Lamb nascentes (equação 4.3), densidade de fontes (equação 4.12) e coeficientes de pressão (equação 4.32) por eliminação de Gauss paralelizada (mais detalhes no Apêndice C). Para mostrar o ganho computacional, executa-se o mesmo programa com os mesmos dados de entrada, porém, desabilitando-se todas as estruturas paralelizadas.

Com o intuito de mostrar os avanços do paralelismo, realizou-se um par de simulações numéricas (serial x paralelo) para o caso de dois cilindros idênticos, imóveis, alinhados *in tandem* e sem efeitos de rugosidade superficial. Para este par de simulações numéricas não se habilitou a modelagem de turbulência. Como parâmetros de entrada, utilizaram-se 300 painéis planos para a discretização da superfície de cada cilindro circular, $Re=1,0 \times 10^5$, 300 avanços de tempo, incremento de tempo $\Delta t = 0,05$, raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb nascente $\sigma_0 = 0,001$ e espaçamento centro a centro entre os dois cilindros de $L/D=2,0$. Os resultados estão discutidos na próxima seção.

5.3.1 – Simulações serial versus paralela para dois cilindros alinhados *in tandem* e sem efeitos de rugosidade superficial

A figura 5.10 apresenta uma comparação entre os resultados numéricos para as cargas fluidodinâmicas integradas (coeficiente de arrasto de forma e coeficiente de sustentação) para o cilindro a montante, considerando-se o caso serial e o caso paralelizado.

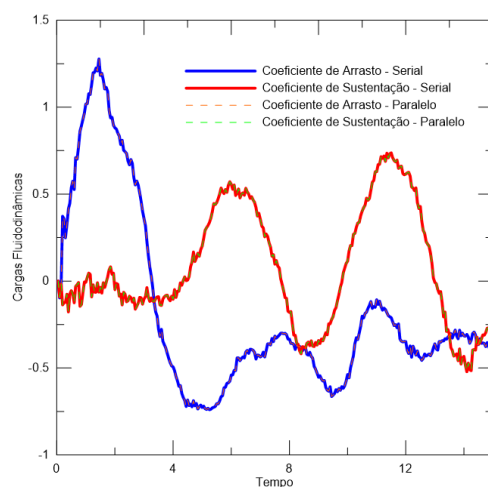
Figura 5.10 – Comparação das cargas fluidodinâmicas integradas atuantes no cilindro a montante para simulação serial *versus* paralela com $L/D=2,0$ e $Re=6,5 \times 10^4$.



Fonte: o autor.

Da mesma forma, a figura 5.11 apresenta a comparação das cargas fluidodinâmicas integradas (coeficiente de arrasto forma e coeficiente de sustentação) para o cilindro a jusante, considerando-se o caso serial e o caso paralelizado.

Figura 5.11 – Comparação das cargas fluidodinâmicas integradas atuantes no cilindro a jusante para simulação serial *versus* paralela com $L/D=2,0$ e $Re=6,5 \times 10^4$.



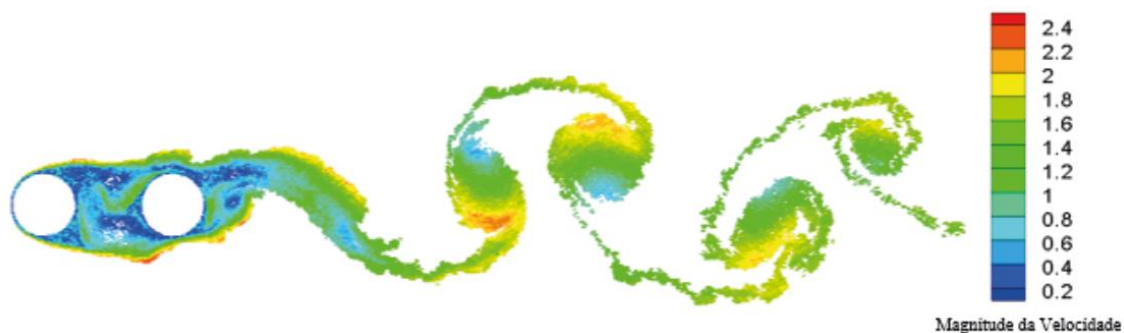
Fonte: o autor

A história temporal do coeficiente de arrasto de forma e do coeficiente de sustentação das simulações serial e paralelo para cilindro a montante e a jusante são idênticas, comprovando que as rotinas foram paralelizadas com sucesso.

A sobreposição das curvas permite concluir o êxito no paralelismo das rotinas do programa. O tempo final de simulação considerando-se 300 avanços é ilustrativo apenas para verificar a eficácia da paralelização. A experiência adquirida, anteriormente, aponta que um número maior de avanços no tempo irá manter o mesmo comportamento de sincronização entre as curvas apresentadas, quando usando a técnica desenvolvida para o processamento paralelo (LOS REIS, 2017).

As figuras 5.12 e 5.13 apresentam o comportamento instantâneo do campo de velocidades, respectivamente, para os casos serial e paralelo, ao final das simulações, com 300 avanços, para o caso de dois cilindros alinhados *in tandem* com espaçamento centro a centro $L/D=2$. Mais uma vez, a distribuição instantânea do campo de velocidades para cada caso é idêntica, o que comprova que as rotinas foram paralelizadas com êxito.

Figura 5.12 – Campo de velocidades ao final da simulação de dois cilindros alinhados *in tandem* com espaçamento centro a centro $L/D=2,0$ e 300 avanços com $\Delta t=0,05$ (serial) e $Re=6,5 \times 10^4$.



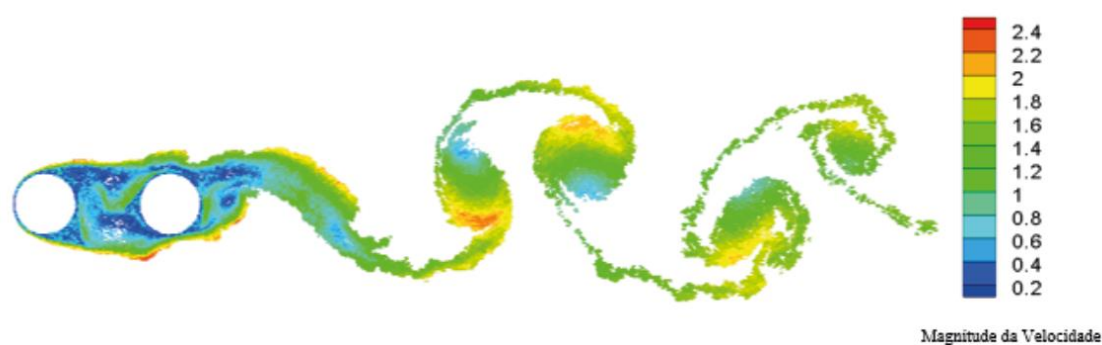
Fonte: o autor.

O tempo final de processamento de cada passo da simulação numérica é calculado em segundos e a figura 5.14 mostra a diferença entre os tempos de cada passo do programa serial *versus* o tempo de cada passo do programa paralelizado, ambos para o caso de dois cilindros alinhados *in tandem*.

Na figura 5.14 é possível observar o ganho computacional ao utilizar o código paralelizado. No início da simulação numérica, o ganho é menor devido às poucas

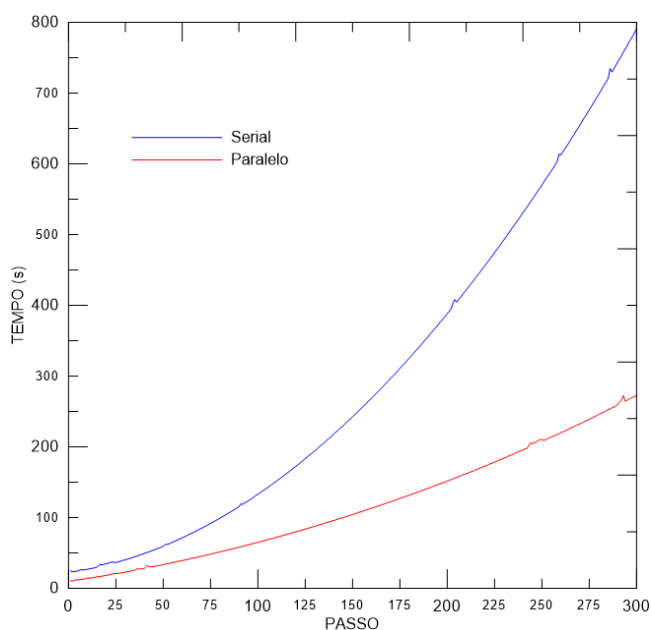
operações presentes nesses passos da simulação. A cada avanço de tempo no programa, 600 vórtices discretos são acrescentados e a quantidade de operações na rotina que calcula a interação vórtice-vórtice é proporcional ao quadrado do número total de vórtices discretos de Lamb presentes no domínio fluido. A rotina paralelizada, que faz o cálculo da eliminação de Gauss para solução dos sistemas lineares de 600 equações, realiza a mesma quantidade de operações durante toda a simulação, mas a paralelização da mesma reduziu mais ainda o tempo final simulação.

Figura 5.13 – Campo de velocidades ao final da simulação de dois cilindros alinhados *in tandem* com espaçamento centro a centro $L/D=2,0$ e 300 avanços com $\Delta t=0,05$ (paralelo) e $Re=6,5 \times 10^4$.



Fonte: o autor.

Figura 5.14 – Comparação do tempo de processamento de cada passo do programa serial *versus* paralelo para dois cilindros *in tandem* com $L/D=2,0$ e $Re=6,5 \times 10^4$.



Fonte: o autor

O tempo final usando simulação serial, para a mesma configuração de máquina, é de 24,88 horas, enquanto o tempo final de simulação para configuração paralela é de 9,77 horas. Portanto, tem-se um ganho no tempo final de aproximadamente 60,73%. Este ganho só não é maior devido ao tempo consumido pelas rotinas serial do programa, como por exemplo, as rotinas de impressão para os resultados numéricos instantâneos (dados necessários para pós-processamento), que são impossibilitadas de serem paralelizadas.

Portanto, as constatações da evolução do processamento paralelo, discutida nesta seção, é uma contribuição importante desta Tese de Doutorado, uma vez que várias rotinas da biblioteca de rotinas original foram revisadas e paralelizadas. Outros tipos de problemas de interação fluido-estrutura (escoamento ao redor de múltiplos corpos) poderão ser investigados, futuramente.

5.4 – DOIS CILINDROS ALINHADOS *IN TANDEM* E SEM EFEITOS DE RUGOSIDADE SUPERFICIAL

No caso deste trabalho, foram realizadas sete simulações numéricas para escoamentos ao redor de dois cilindros alinhados *in tandem* variando-se o espaçamento centro a centro (L/D) entre os dois corpos. O número de Reynolds subcrítico adotado é $Re=6.5 \times 10^4$. Na tabela 5.2 encontra-se o resumo dos casos numericamente simulados, onde os efeitos de rugosidade superficial ainda não são considerados.

Para cada caso de teste, foi calculado o valor médio para as cargas fluidodinâmicas integradas de cada cilindro, bem como a análise da distribuição do coeficiente de pressão médio ao redor da superfície discretizada de cada corpo. Novamente, o número de Strouhal associado com a frequência de emissão de um par de estruturas vorticosas contrarrotativas foi calculado utilizando-se a ferramenta de FFT aplicada na evolução temporal da curva do coeficiente de sustentação de cada cilindro. Estes resultados foram ratificados pela utilização da mesma ferramenta nas flutuações de velocidades usando informações do componente horizontal da velocidade total induzida sobre “as sondas numéricas” P e Q (figura 3.1). Uma análise do

comportamento da esteira viscosa e eventuais efeitos de interferência entre os dois corpos são investigados através da visualização do campo de velocidades instantâneo.

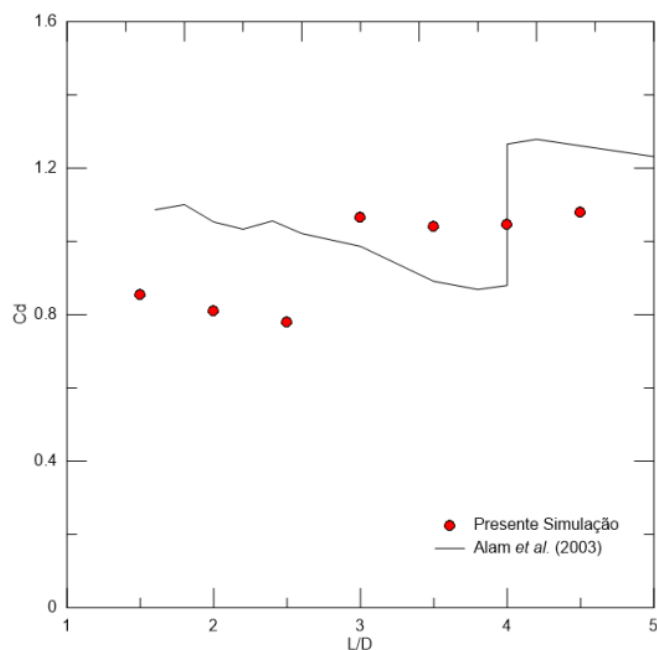
Tabela 5.2 – Casos simulados em função do espaçamento (L/D) entre os cilindros sem efeitos de rugosidade superficial ($Re=6,5 \times 10^4$)

Caso	L/D	CD_M	CD_J	St_M	St_J
1	1,5	0,856529	-0,294601	0,1397	0,15
2	2,0	0,81084	-0,336255	0,15	0,15
3	2,5	0,78312	-0,381122	0,15	0,15
4	3,0	1,06649	0,433382	0,1875	0,1875
5	3,5	1,042105	0,417954	0,1875	0,1875
6	4,0	1,046403	0,408135	0,20	0,1875
7	4,5	1,078981	0,489682	0,20	0,20

Fonte: o autor

Os resultados numéricos para o coeficiente de arrasto do cilindro de montante e do cilindro de jusante foram comparados com os resultados experimentais de Alam *et al.* (2003), para número de $Re=6,5 \times 10^5$ e estão organizados nas figura 5.15 e 5.16.

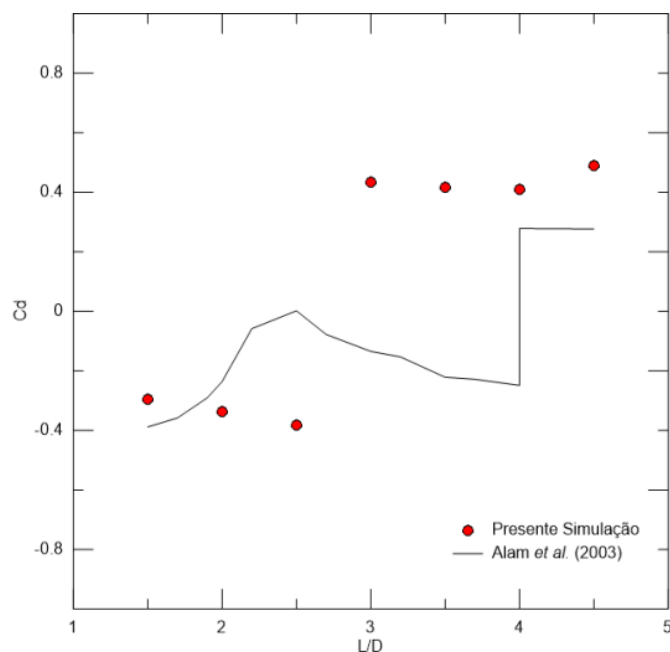
Figura 5.15 – Comparação dos resultados de arrasto para cilindro de montante com os resultados experimentais de Alam *et al.* (2003) para $Re=6,5 \times 10^4$



Fonte: o autor

É possível verificar pelas figuras 5.15 e 5.16 que o comportamento das curvas de coeficiente de arrasto para ambos os cilindros segue o padrão da curva de coeficiente de arrasto experimental de Alam *et al.* (2003), porém, os resultados encontrados nas simulações numéricas tem capturado o comportamento da descontinuidade (salto) no coeficiente de arrasto para espaçamento centro a centro entre os dois corpos diferente daquele previsto nos resultados experimentais. É possível verificar que o espaçamento crítico (onde o salto acontece) encontrado nos resultados experimentais foi $L_c \approx 4,0D$, porém, nos resultados da simulação numérica, o espaçamento crítico ocorre para $2,5 < L_c \leq 3,0$. Em outras palavras, o código computacional é sensível para capturar o comportamento da descontinuidade no valor do coeficiente de arrasto, para ambos os cilindros, no entanto, a previsão acontece para espaçamento centro a centro menor do que o previsto nos resultados experimentais. Esta descontinuidade é fisicamente interpretada como um regime bi-estável, onde, aquém deste valor, a camada limite cisalhante do cilindro a montante recola no cilindro a jusante (este conceito foi discutido na seção 2.2).

Figura 5.16 – Comparação dos resultados de arrasto para cilindro de jusante com os resultados experimentais de Alam *et al.* (2003)



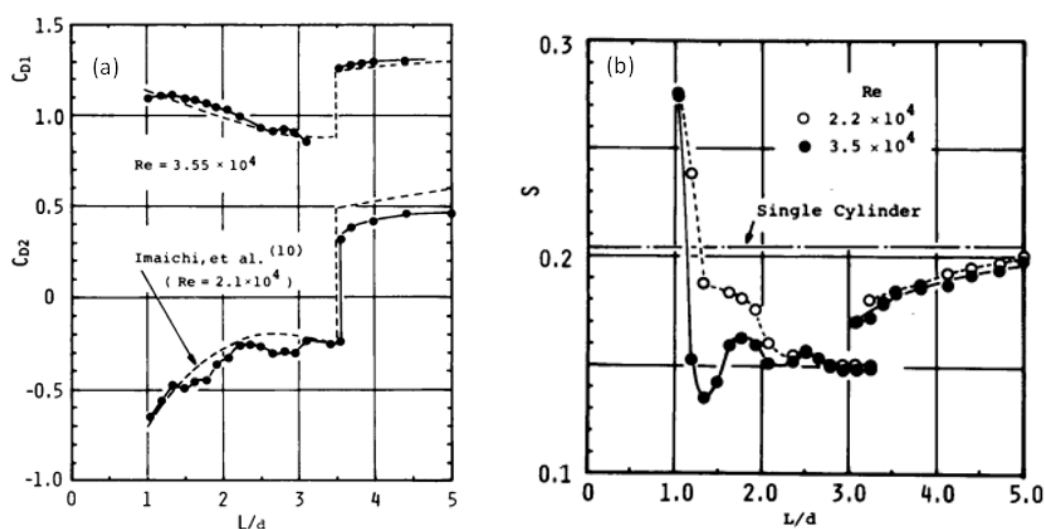
Fonte: o autor

Em contrapartida, outros trabalhos experimentais como Igarashi (1981) e Imaichi *et al.* (1974) apresentaram valores mais próximos ao encontrado nas simulações numéricas. Porém, seus experimentos foram realizados para número de Reynolds entre

$2,1 \times 10^4$ e $3,55 \times 10^4$, conforme pode ser visualizado na figura 5.17. Realmente, fatores como intensidade de turbulência para o escoamento incidente, textura de superfície e razão de bloqueio para túneis de vento e canais de recirculação de água interferem nos resultados experimentais. Os resultados numéricos, por outro lado, são livres de efeitos de razão de bloqueio, mas simulam turbulência bidimensional. Como filosofia de trabalho, os resultados obtidos são significativos, permitem tirar conclusões importantes e podem servir de suporte para comparação com futuros resultados na literatura clássica.

Mais detalhadamente, na figura 5.17 (a) são apresentados os resultados de Igarashi (1981) e Imaichi *et al.* (1974) para os coeficientes de arrasto dos cilindros de montante e jusante, onde é possível observar que o espaçamento crítico para o salto encontra-se entre $3,0 < L/D < 3,5$. Igarashi (1981) descreveu que o valor do coeficiente de arrasto para cilindro de montante decresce antes do espaçamento crítico e, após o espaçamento crítico, esse valor atinge seu máximo e se estabiliza perto do valor do coeficiente de arrasto para cilindro único. Para cilindro de jusante, o mesmo autor indica que, antes do espaçamento crítico, o valor do coeficiente de arrasto medido apresenta valores negativos, como se houvesse um efeito de menor resistência no cilindro e que, após o espaçamento crítico, o valor médio deste coeficiente se torna positivo e oscila perto de 0,45. Ljungkrona *et al.* (1991) relataram que este espaçamento crítico diminui com o aumento da intensidade da turbulência no escoamento incidente.

Figura 5.17 – Resultados para (a) arrasto nos cilindros de montante e jusante de Igarashi (1981) e Imaichi *et al.* (1974); (b) Número de Strouhal para cilindro de jusante para duas faixas de número de Reynolds.

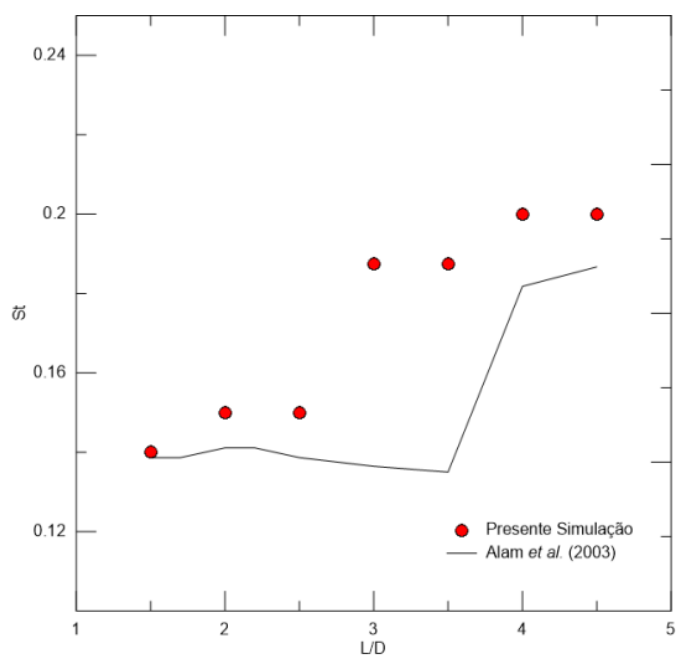


Fonte: Reproduzida de Igarashi (1981)

O comportamento do coeficiente de arrasto para os casos analisados neste trabalho está em conformidade com as interpretações de Igarashi (1981), embora para outro valor elevado de número de Reynolds. Mesmo assim, reforça-se a filosofia de que os presentes resultados gerados pelo código computacional são importantes, mostram avanços, e podem servir como suporte para investigar efeitos de rugosidade superficial sobre eles; conclusões importantes já puderam ser apresentadas na seção 5.5, uma vez que a ciência evolui desta maneira. É importante salientar a escassez de resultados experimentais e numéricos disponíveis na literatura clássica incluindo-se análises concernentes a efeitos de interferência entre os dois corpos devidos à ação da rugosidade superficial.

As figuras 5.18 e 5.19 apresentam uma comparação entre os valores do número de Strouhal obtidos neste trabalho e os valores experimentais de Alam *et al.* (2003) para cilindro de montante e jusante, respectivamente. É possível identificar nas figuras uma mesma tendência para o comportamento entre os presentes resultados e os resultados experimentais, embora os resultados numéricos estejam um pouco mais elevados que os resultados experimentais. Novamente, pelas figuras 5.18 e 5.19, é possível identificar a mesma defasagem no comportamento do espaçamento crítico (salto)

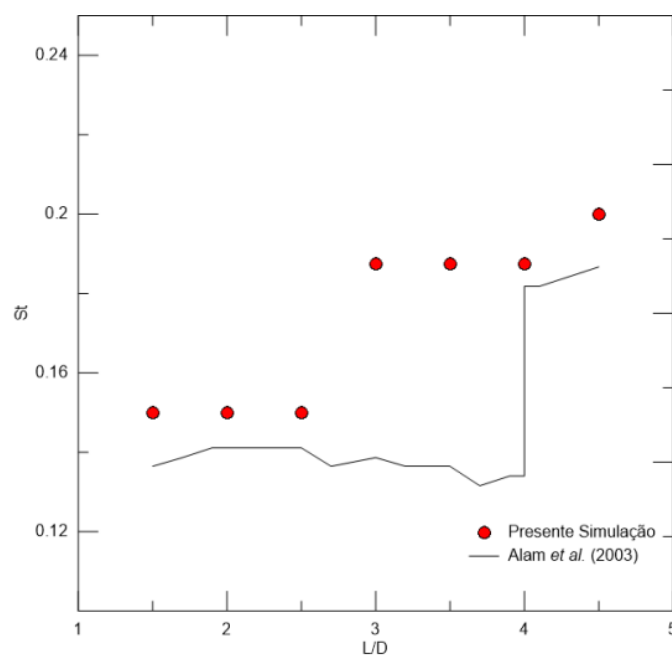
Figura 5.18 – Comparação dos números de Strouhal da presente simulação com o experimental de Alam *et al.* (2003) para cilindro de montante.



Fonte: o autor.

Por questões de planeamento para organização desta seção, o menor espaçamento entre os dois corpos numericamente simulado foi $L/D=1,5$. Nesse espaçamento, há emissão de vorticidade (presença de duas camadas cisalhantes de sinais opostos oriundas da separação da camada limite) entre os dois cilindros, porém, não há formação de pares de estruturas vorticosas contrarrotativas a partir do cilindro de montante devido à proximidade do cilindro de jusante. A esteira viscosa formada é considerada como sendo a mesma para os dois corpos, configurando-se, assim, o regime de esteira de ‘corpo estendido’. A esteira viscosa final apresenta o padrão clássico de formação da esteira de von Kármán (figura 5.20). Este resultado numérico fornece subsídios para afirmar que o código computacional captura um padrão de esteira formado antes da manifestação do regime bi-estável; realmente, a camada limite cisalhante do cilindro a montante recola na superfície do cilindro a jusante.

Figura 5.19 – Comparação dos números de Strouhal da presente simulação com o experimental de Alam *et al.* (2003) para cilindro de jusante.

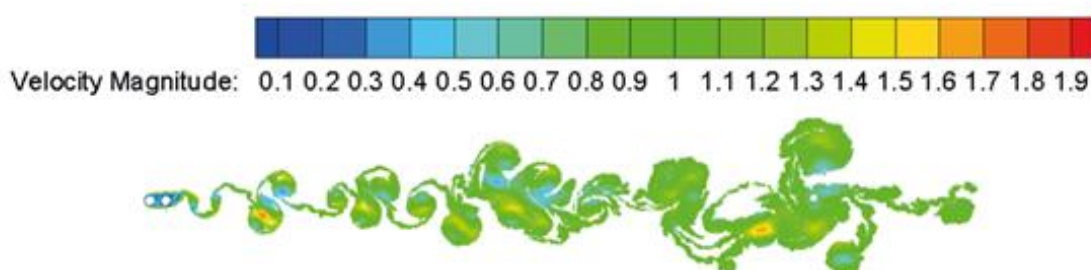


Fonte: o autor

Para outro espaçamento centro a centro entre os cilindros, nominalmente, $L/D=2,0$, é possível identificar um par alternado de estruturas vorticosas contrarrotativas quase estacionário na região entre os dois cilindros (figura 5.21) e há um recolamento da esteira do cilindro de montante na parte superior e inferior do cilindro de jusante, visualmente presente na esteira próxima (figura 5.21) e, pelos picos na curva da distribuição do coeficiente médio de pressão para cilindro de jusante (figura

5.22), o valor do ângulo de recolamento é estimado próximo de 76° (tanto na parte superior quanto inferior).

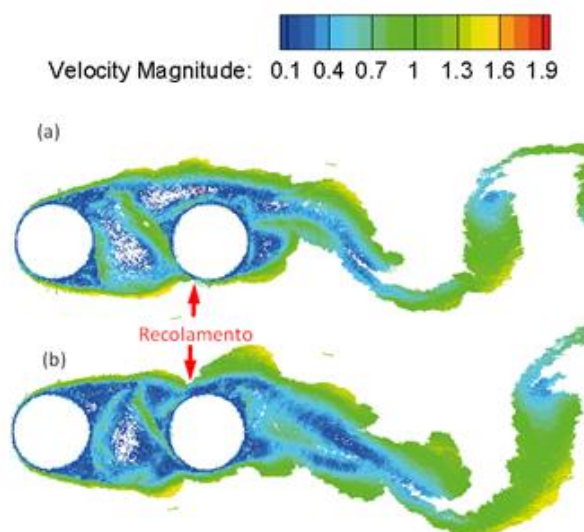
Figura 5.20 – Esteira final da simulação ($T=80$) para espaçamento de $L/D=1,5$.



Fonte: o autor

Ainda para o espaçamento $L/D=2,0$, o resultado experimental de Alam *et al.* (2003) para coeficiente de arrasto é 1,0531 para cilindro de montante e -0,23629 para o cilindro de jusante. O número de Strouhal reportado pelos autores é 0,14112, para ambos os cilindros, evidenciando uma sincronização na emissão das esteiras dos dois cilindros.

Figura 5.21 – Esteira próxima aos cilindros para espaçamento $L/D=2,0$ com evidência de recolamento da esteira de montante no cilindro de jusante (a) na parte inferior e (b) na parte superior.

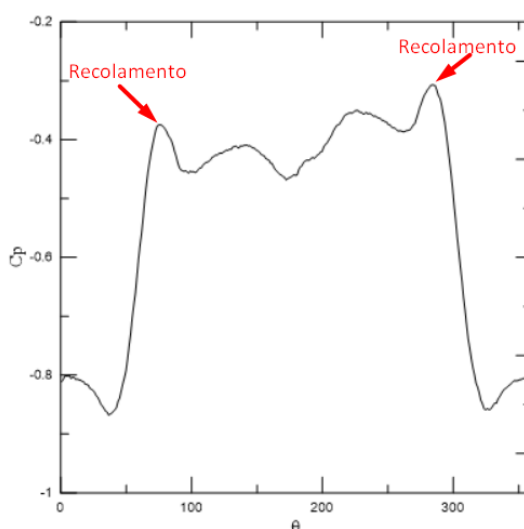


Fonte: o autor.

Os resultados numéricos obtidos neste trabalho para o coeficiente de arrasto no espaçamento $L/D=2,0$ são 0,81084 para o cilindro de montante e -0,336255 para o

cilindro de jusante. E o resultado numérico para o número de Strouhal de ambos os cilindros é 0,15. A esteira viscosa formada pode ser classificada como uma esteira quase estacionária entre os dois cilindros, e uma vorticidade gerada fica “confinada” entre os dois cilindros impossibilitando-se que o mecanismo clássico de formação de vórtices descritos por Gerrard (1966) se manifeste. Essa região de pressão negativa (deficiente em quantidade de movimento) é evidenciada na figura 5.23; é possível observar que na parte frontal do cilindro de jusante a distribuição de pressão é menor que na sua parte posterior, ao contrário do cilindro de montante.

Figura 5.22 – Distribuição de pressão média no cilindro de jusante para espaçamento $L/D=2,0$ e $Re=6,5 \times 10^4$.



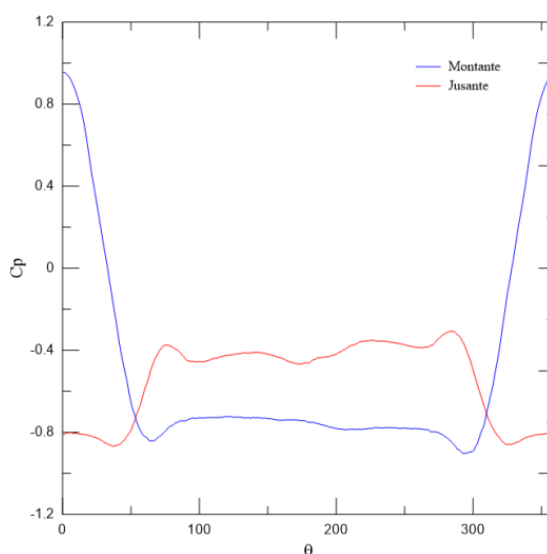
Fonte: o autor.

Para os espaçamentos entre os dois cilindros de $L/D=2,5$ e $3,0D$, acontecem três tipos de regime de formação de esteira durante as simulações numéricas: no primeiro regime, a esteira viscosa é quase estacionária entre os dois cilindros; no segundo regime, uma camada cisalhante oriunda do cilindro de jusante consegue desprender essas estruturas quase estacionárias, que estão na região entre os cilindros; no terceiro regime, ambos os cilindros passam a emitir suas próprias esteiras, isto é, o regime de co-desprendimento se manifesta. Estes comportamentos foram discutidos na seção 2.2 e estão de acordo com a física esperada para o problema.

A esteira próxima entre os dois cilindros, para espaçamento $L/D=2,5$, está representada na figura 5.24 (a), (b) e (c), via distribuição instantânea do campo de velocidades, sendo possível identificar os três regimes distintos de formação de vórtices em diferentes tempos da simulação. Analisando-se o valor dos coeficientes de arrasto

médio (tabela 5.2) para cada cilindro é possível verificar que ocorre um salto a partir deste espaçamento. A literatura denomina este salto de ‘espaçamento crítico’. Neste espaçamento crítico, o escoamento é dito como bi-estável podendo a esteira ter características dominantes de um ou de outro regime. No caso do espaçamento $L/D=2,5$, não é possível determinar o regime de esteira dominante, visto que 50% da simulação apresentou uma região quase estacionária e nos outros 50% ambos os cilindros emitiram esteira própria. Para espaçamento $L/D=3,0$ os cilindros emitiram sua própria esteira, no caso, 80% da simulação ocorreu neste padrão de interferência.

Figura 5.23 – Distribuição de pressão média ao redor dos cilindros de montante e jusante para espaçamento $L/D=2,0$ e $Re=6,5 \times 10^4$.



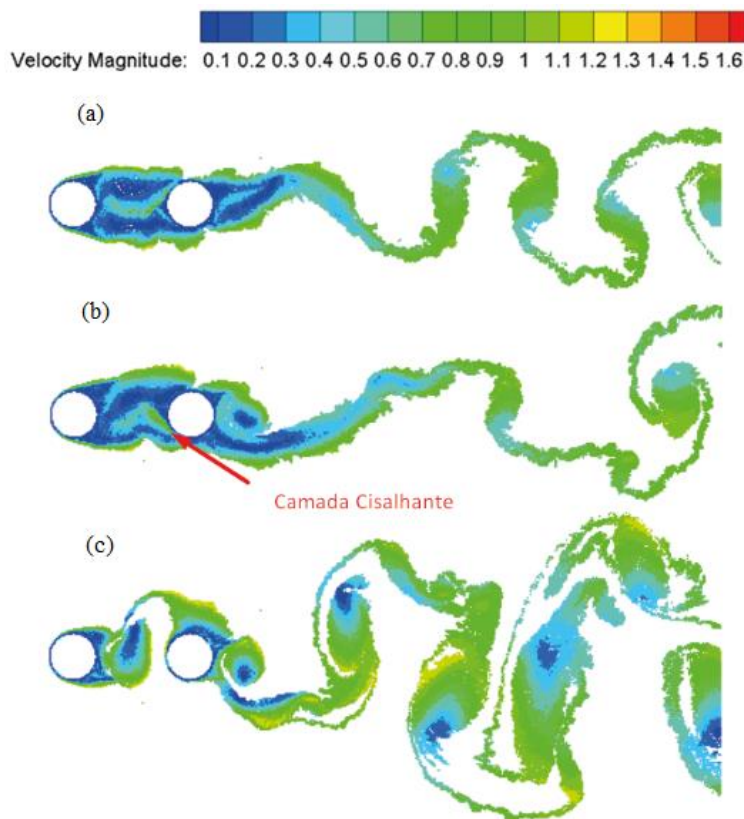
Fonte: o autor.

Para os espaçamentos de $L/D=3,5$ e $4,0$, a esteira viscosa formada no cilindro de montante atinge o cilindro de jusante e modifica a sua geração de estruturas vorticosas contrarrotativas.

Para o espaçamento $L/D=4,5$, algumas estruturas vorticosas da esteira formada a partir da superfície do cilindro de montante conseguem se desviar do cilindro de jusante. Porém, a maioria das estruturas vorticosas choca-se com o cilindro de jusante, interferindo no mecanismo de geração de vórtices a partir deste corpo. A figura 5.25 ilustra alguns instantes de tempo da simulação numérica, onde ocorre o desvio e o choque da esteira de montante em relação ao cilindro de jusante. Quando uma estrutura vorticosas desvia-se do cilindro de jusante, pode ocorrer um aumento da magnitude de

velocidade da ordem do dobro da velocidade do escoamento incidente na região próxima ao cilindro de jusante.

Figura 5.24 – Esteira próxima nos instantes (a) regime de esteira quase-estacionária, (b) momento em que a camada cisalhante altera o regime, (c) regime de co-desprendimento



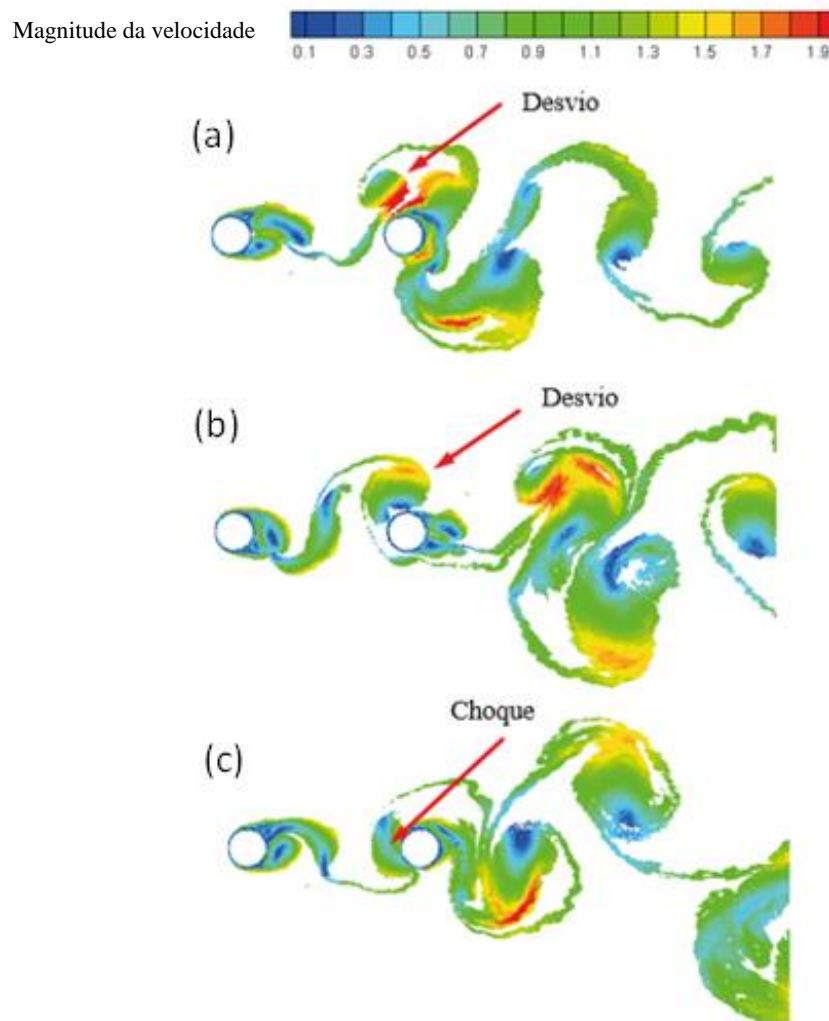
Fonte: o autor

Ainda na simulação numérica para espaçamento $L/D=4,5$, o resultado obtido para coeficiente de arrasto no cilindro de montante é 1,1079 e 0,0490 para o coeficiente de arrasto no cilindro de jusante. Para o número de Strouhal, o resultado foi de 0,2 para ambos os cilindros. A percepção que se tem é que a esteira viscosa formada a partir do cilindro de montante se impõe à dinâmica do mecanismo de desprendimento de pares contrarrotativos de estruturas vorticosas do cilindro a jusante ao passar por este cilindro, fato este identificado nos valores para o número de Strouhal que se apresentam sincronizados. O valor numérico para o número de Strouhal é mais próximo do comportamento de cilindro único, porém com interferência de esteira.

É possível observar na figura 5.26 uma diferença na distribuição do coeficiente de pressão entre os dois cilindros para espaçamento $L/D=4,5$. Essa diferença do cilindro de montante para o cilindro de jusante é interpretada como uma forte interferência da

esteira do cilindro de montante sobre o cilindro de jusante. Essa esteira ainda governa o mecanismo de desprendimento de vórtices do cilindro de jusante e a evolução das cargas fluidodinâmicas atuantes.

Figura 5.25 – Esteira próxima entre os cilindros de montante e jusante para espaçamento $L/D=4,5$ nos instantes de tempo de (a) $T=17$; (b) $T=21$; (c) $T=28$.

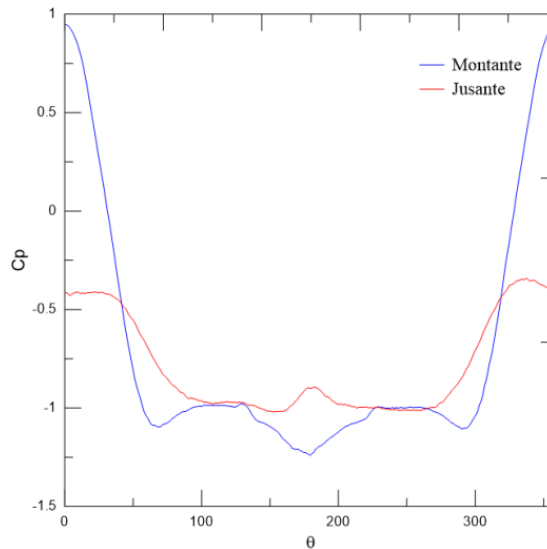


Fonte: o autor.

Cada caso de teste na tabela 5.2 foi simulado numa máquina com a mesma configuração descrita anteriormente e consumiu trinta dias ininterruptos, aproximadamente. Por um lado houve avanços com a interpretação do processamento paralelo, por outro, torna-se evidente, mais uma vez, a necessidade de atualização da configuração dos processadores do LMAML/UNIFEI. A técnica de expansão em multipolos também pode passar a ser integrada na biblioteca de rotinas e num ambiente

paralelizado. O Método de Expansão em Multipólos é utilizado para acelerar o cálculo da interação vórtice-vórtice (GREENGARD & ROHKLIN, 1987; RICCIARDI, 2016).

Figura 5.26 – Distribuição de pressão média ao redor dos cilindros de montante e jusante para espaçamento $L/D=4,5$ e $Re=6,5 \times 10^4$ sem efeitos rugosos.



Fonte: o autor.

5.5 – DOIS CILINDROS ALINHADOS *IN TANDEM* COM EFEITOS DE RUGOSIDADE SUPERFICIAL

Os resultados numéricos discutidos nas seções anteriores foram cruciais para esta tentativa de capturar a sensibilidade (e de apontar futuras extensões) do presente modelo de efeitos de rugosidade superficial aplicado para o problema da interferência entre dois cilindros circulares idênticos, imóveis e alinhados *in tandem*. Este modelo de rugosidade foi aplicado com sucesso para os problemas de escoamento ao redor de um cilindro único e ao redor de um cilindro imóvel na presença de uma superfície plana móvel. Os principais resultados foram publicados por Bimbato *et al.* (2018), Alcântara Pereira *et al.* (2020), Bimbato *et al.* (2020), Oliveira *et al.* (2020) e Moraes *et al.* (2021). Os efeitos dos principais valores de altura média de rugosidade relativa investigados nestes trabalhos também são utilizados para as análises desta seção. Infelizmente, não há resultados experimentais para comparação com os presentes resultados numéricos e a

metodologia utilizada para suprir esta deficiência é a utilização de senso físico para entender eventuais mudanças no comportamento das grandezas analisadas na seção 5.4.

Portanto, para cumprir um dos objetivos principais desta Tese de Doutorado, foram, estrategicamente, realizadas simulações numéricas para dois espaçamentos centro a centro entre os dois cilindros (nominalmente, $L/D=2,0$ no regime de esteira ‘quase estacionaria’ entre os dois cilindros e $L/D=4,5$ no regime de co-desprendimento de vórtices) utilizando-se combinações entre duas alturas médias de rugosidade relativa (nominalmente $\varepsilon/D=0,001$ e $0,007$). Em outras palavras, para cada espaçamento centro a centro entre os dois cilindros, foram cumpridos seis casos de teste envolvendo três arranjos distintos de modelo de efeitos de rugosidade superficial (os dois cilindros rugosos; somente o cilindro de montante rugoso; e somente o cilindro de jusante rugoso).

Em primeiro lugar, a tabela 5.3 apresenta os resultados médios para coeficiente de arrasto e para o número de Strouhal obtidos para os casos analisados de espaçamento $L/D=4,5$. Os arranjos com ambas as alturas médias de rugosidade relativa ($\varepsilon/D=0,001$ e $0,007$) foram considerados na análise. Apresentam-se, adicionalmente, os resultados numéricos para configuração de ambos os cilindros sem efeitos de rugosidade (destacados em azul na tabela 5.3 e que já foram discutidos na seção 5.4) para servirem como padrão de comparação.

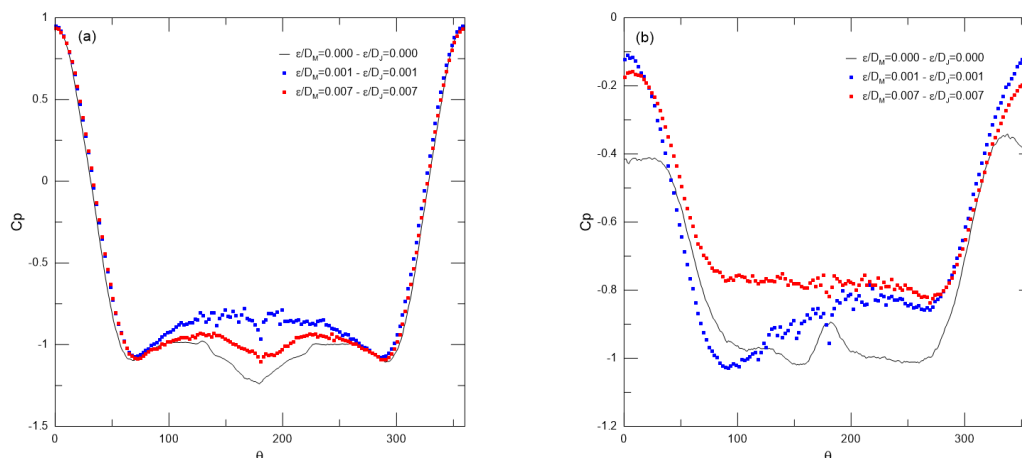
Tabela 5.3 –Casos simulados para $L/D=4,5$ com a inclusão dos efeitos rugosos ($Re=6,5 \times 10^4$)

Caso	ε/D_M	ε/D_J	CD_M	CD_J	St_M	St_J
7	0,000	0,000	1,078981	0,489682	0,20	0,20
8	0,001	0,001	0,901846	0,505972	0.1875	0.1875
9	0,001	0,000	0,924528	0,644990	0.1875	0.1875
10	0,000	0,001	1,103525	0,440877	0.20	0.20
11	0,007	0,007	1,024633	0,419355	0.1875	0.1875
12	0,007	0,000	0,990363	0,485975	0.20	0.20
13	0,000	0,007	1,032111	0,379798	0.20	0.20

Fonte: o autor

É possível observar na figura 5.27 que o comportamento do coeficiente de distribuição de pressão (de base) no cilindro de montante aumenta devido aos efeitos da menor altura média de rugosidade relativa, o que explica a maior queda do coeficiente de arrasto do caso em discussão. Para o cilindro de jusante, o aumento do efeito da altura média de rugosidade relativa para este corpo aumenta o valor do coeficiente de pressão (de base); já o valor do coeficiente de arrasto para o mesmo efeito simulado de rugosidade superficial apresenta maior queda. A pressão na região frontal do cilindro de jusante, para ambas as alturas médias de rugosidade relativa, é maior quando se compara com a configuração dos cilindros sem efeitos de rugosidade superficial. Essa diferença explica o comportamento do coeficiente de arrasto ter aumentado no caso de $\varepsilon/D=0,001$ e ter diminuído para $\varepsilon/D=0,007$. O comportamento do número Strouhal para ambos os casos indica uma forte interferência da esteira do cilindro de montante na emissão de vórtices do cilindro de jusante. O mesmo valor do número de Strouhal para os dois cilindros evidencia a influência da esteira de montante no cilindro de jusante para o espaçamento centro a centro $L/D=4,5$ e as duas alturas médias de rugosidade relativa.

Figura 5.27 – Comparação entre as distribuições de pressão do cilindro de (a) montante e (b) jusante para arranjos onde os dois cilindros apresentam rugosidade com o caso sem rugosidade ($L/D=4,5$ e $Re=6,5 \times 10^4$).



Fonte: o autor

O primeiro comportamento de destaque, identificado na tabela 5.3, aparece comparando-se os resultados numéricos para os casos 7, 9 e 12, uma vez que o efeito da maior altura média de rugosidade relativa (caso 12) no cilindro de montante reduz, em torno de 25%, o valor do coeficiente de arrasto do cilindro de jusante. Esta redução teve como comparação a configuração de $\varepsilon/D=0,001$ para o cilindro de montante e

$\varepsilon/D=0,000$ para o cilindro de jusante (caso 9). Ainda, na tabela 5.3, comparando-se os resultados para o coeficiente de arrasto (casos 9 e 12) com os resultados do caso 7, verifica-se que o cilindro de jusante (caso 9) comporta-se, aerodinamicamente, como o cilindro de jusante da configuração dos dois cilindros sem efeito de rugosidade superficial (caso 7). O comportamento do número de Strouhal também ratifica esta conclusão.

O segundo comportamento de destaque é identificado na tabela 5.3 comparando-se os resultados numéricos para os casos 7, 10 e 13, uma vez que o efeito da maior altura média de rugosidade relativa (caso 13) no cilindro de jusante também reduz, em torno de 14%, o valor do coeficiente de arrasto de tal cilindro. Esta redução tem, novamente, como comparação a configuração de $\varepsilon/D=0,000$ para o cilindro de montante e $\varepsilon/D=0,001$ para o cilindro de jusante (caso 10). Interessantemente, não houve variação do número de Strouhal entre os dois casos e o caso 7.

O terceiro comportamento de destaque, também identificado na tabela 5.3, é aquele para a situação onde são incluídos efeitos de rugosidade superficial (mesmo valor) para a superfície dos dois cilindros (casos 8 e 11). O efeito da maior altura média de rugosidade relativa (caso 11) reduz, em torno de 17%, o valor do coeficiente de arrasto do cilindro de jusante. Esta redução teve como comparação a configuração de $\varepsilon/D=0,001$ para os dois cilindros (caso 8). E a frequência de emissão de estruturas vorticosas contrarrotativas é a mesma para as duas configurações com efeitos de rugosidade superficial, porém há uma redução em torno de 6% na comparação com a configuração para os dois cilindros sem efeitos de rugosidade (caso 7). Esta queda no valor do número de Strouhal indica intermitência (supressão parcial) no mecanismo de geração de estruturas vorticosas contrarrotativas a partir da superfície dos dois corpos devido à ação dos efeitos de rugosidade superficial.

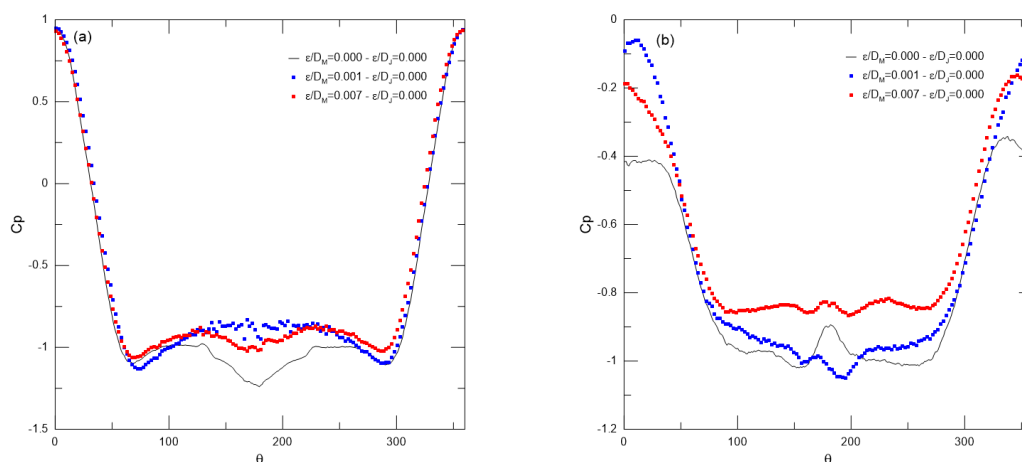
Os valores experimentais de Alam *et al.* (2003) para o coeficiente de arrasto e para o número de Strouhal são 1,2612 para o cilindro de montante e 0,27655 para o cilindro de jusante. Estes valores foram medidos para o número de Reynolds $Re=6,5 \times 10^4$, $L/D=4,5$ e $\varepsilon/D=0,000$ em ambos os cilindros.

Quando somente a superfície do cilindro de montante inclui efeitos de rugosidade superficial, figuras 5.28 (a) e (b) observa-se, novamente, que a pressão de base do cilindro de montante aumenta para ambas as alturas médias de rugosidade

superficial. Porém, esta distribuição de pressão local continua maior para os efeitos de altura média de rugosidade relativa $\varepsilon/D=0,001$ e, novamente, esse caso apresenta menor coeficiente de arrasto médio. Para cilindro de jusante, há um maior aumento na pressão frontal para a altura média de rugosidade relativa $\varepsilon/D=0,001$ do que para a altura de $\varepsilon/D=0,007$; esse comportamento altera a distribuição da pressão de base.

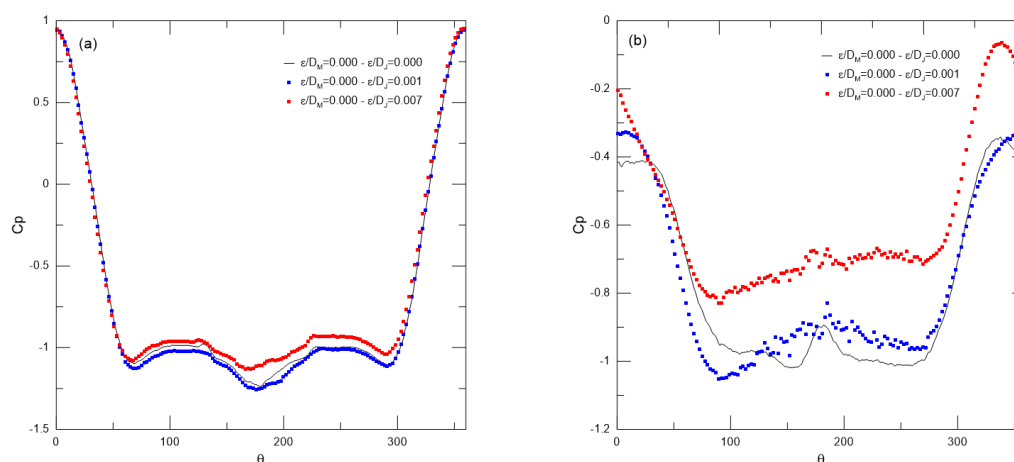
Os efeitos de rugosidade superficial apenas no cilindro de jusante, figuras 5.29 (a) e (b), tem baixa interferência no cilindro de montante. É possível observar que a menor altura média de rugosidade relativa diminui a pressão de base do cilindro de montante e aumenta o valor do coeficiente de arrasto. Porém, com a maior altura média de rugosidade relativa no cilindro de jusante, a pressão de base do cilindro de montante cresce e o coeficiente de arrasto diminui. O comportamento das curvas é muito semelhante, o que indica que a resposta do coeficiente de arrasto no cilindro de montante é pouco sensível ao efeito de rugosidade superficial simulado pelo cilindro de jusante. Para cilindro de jusante, há maior aumento da pressão frontal para a altura média de rugosidade relativa $\varepsilon/D=0,007$ do que para a altura de $\varepsilon/D=0,001$, indicando a alta sensibilidade do cilindro de jusante aos efeitos rugosos. O coeficiente de arrasto do cilindro de jusante, quando o cilindro de montante apresenta efeitos de altura de média de rugosidade de $\varepsilon/D=0,001$, aumenta quando comparado ao caso de ambos os cilindros com $\varepsilon/D=0,000$ (simulação de uma parede hidraulicamente lisa).

Figura 5.28 – Comparação entre as distribuições de pressão do cilindro de (a) montante e (b) jusante para arranjos onde apenas o cilindro de montante apresenta rugosidade com o caso sem rugosidade ($L/D=4,5$ e $Re=6,5 \times 10^4$).



Fonte: o autor

Figura 5.29 – Comparação entre as distribuições de pressão do cilindro de (a) montante e (b) jusante para arranjos onde apenas o cilindro de jusante apresenta rugosidade com o caso sem rugosidade ($L/D=4,5$ e $Re=6,5 \times 10^4$).



Fonte: o autor.

No arranjo de testes numéricos (regime ‘quase estacionário’ de formação de esteira), a tabela 5.4 resume os resultados numéricos obtidos para os casos analisados de espaçamento centro a centro entre os cilindros de $L/D=2,0$ com valores de alturas médias de rugosidade $\varepsilon/D=0,001$ e $0,007$. Usando a mesma metodologia de análise, os resultados para o caso onde ambos os cilindros estão sem efeitos de rugosidade estão apresentados novamente (destacados em azul).

O primeiro comportamento de destaque, identificado na tabela 5.4, aparece comparando-se os resultados numéricos para os casos 2, 15 e 18, uma vez que o efeito da maior altura média de rugosidade relativa (caso 18) no cilindro de montante reduz, em torno de 123%, o valor do coeficiente de arrasto do cilindro de jusante. Esta redução teve como comparação a configuração de $\varepsilon/D=0,001$ para o cilindro de montante e $\varepsilon/D=0,000$ para o cilindro de jusante (caso 15). Os valores negativos do coeficiente de arrasto para cilindro de jusante nos casos 15 e 18 indicam, portanto, que o efeito de rugosidade superficial apenas simulado pelo cilindro de montante não é capaz de remover a região deficiente em quantidade de movimento entre os cilindros. Observa-se que apenas o efeito de rugosidade superficial no cilindro de montante não antecipa o salto (espaçamento crítico) para $L/D=2,0$.

O segundo comportamento de destaque é identificado na tabela 5.4 comparando-se os resultados numéricos para os casos 2, 16 e 19, uma vez que o efeito da maior altura média de rugosidade superficial (caso 19) no cilindro de jusante também

reduz, em torno de 51%, o valor do coeficiente de arrasto do cilindro de jusante. Esta redução também teve como comparação a configuração de $\varepsilon/D=0,000$ para o cilindro de montante e $\varepsilon/D=0,001$ para o cilindro de jusante (caso 16). Em ambos os casos simulados (16 e 19) o coeficiente de arrasto médio do cilindro de jusante é positivo, indicando que o efeito de rugosidade superficial antecipa o salto (espaçamento crítico) para a distância centro a centro de $L/D=2,0$, quando o cilindro de jusante apresenta efeitos de rugosidade superficial.

Tabela 5.4 – Casos simulados para $L/D=2,0$ com a inclusão dos efeitos rugosos ($Re=6,5 \times 10^4$)

Caso	ε/D_M	ε/D_J	CD_M	CD_J	St_M^2	St_J^2
2	0,000	0,000	0,81084	-0,336255	0,15	0,15
14	0,001	0,001	0,924324	0,259909	0,15/0,125	0,125/0,15
15	0,001	0,000	0,763711	-0,104772	0,12	0,14
16	0,000	0,001	0,996512	0,307429	0,138	0,125/0,138
17	0,007	0,007	0,777658	0,128583	0,15/0,125	0,163/0,125
18	0,007	0,000	0,808383	-0,233161	0,125	0,175/0,138
19	0,000	0,007	0,876626	0,150738	0,188/0,15	0,138

Fonte: o autor.

O terceiro comportamento de destaque, também identificado na tabela 5.4, é aquele para a situação onde são incluídos efeitos de rugosidade superficial (mesmo valor) para a superfície dos dois cilindros (casos 14 e 17). O efeito da maior altura média de rugosidade relativa (caso 17) reduz, em torno de 51%, o valor do coeficiente de arrasto do cilindro de jusante. Esta redução teve como comparação a configuração de $\varepsilon/D=0,001$ para os dois cilindros (caso 14). Novamente, o efeito de rugosidade superficial em ambos os cilindros consegue antecipar o salto (espaçamento crítico) para $L/D=2,0$, fato esse observado pelo valor positivo no coeficiente médio de arrasto calculado para o cilindro de jusante para ambos os casos (14 e 17).

² Os valores em vermelho no número de St indicam outro pico dominante (mas de menor amplitude) na curva de FFT.

Outro comportamento de destaque é a identificação de dois picos na curva de FFT, representados em vermelho na tabela 5.4, para alguns casos de teste. É possível que, nos casos que esses novos picos aparecem, seja identificada a antecipação do efeito de salto no valor de número de Strouhal e do coeficiente de arrasto para valores pós-espacamento crítico, o que acarretaria possível mudança do regime de esteira de quase estacionário para regime bi-estável. Esses novos picos podem estar relacionados a uma intermitência na emissão de vórtices causada pelos efeitos de superfície rugosa para o espacamento centro a centro de $L/D=2,0$.

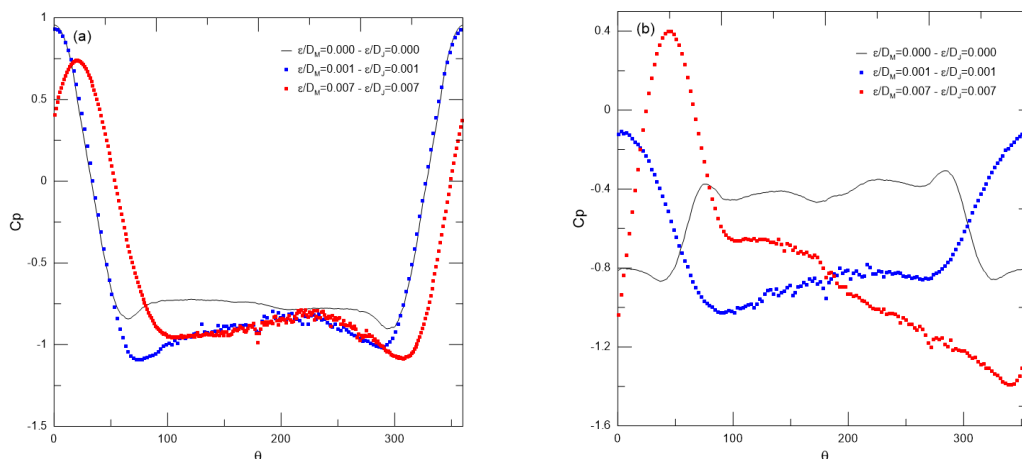
Os valores experimentais de Alam *et al.* (2003) para o coeficiente de arrasto e são 0,9867 para o cilindro de montante e -0,1346 para o cilindro de jusante. Estes valores foram medidos para o número de Reynolds $Re=6,5 \times 10^4$, $L/D=2,0$ e $\varepsilon/D=0,000$ para ambos os cilindros.

O descolamento da camada limite no cilindro de montante, para espacamento $L/D=2,0$, provoca uma região mais deficiente em quantidade de movimento (“zona morta”) próxima a parte frontal do cilindro de jusante. A região deficiente em quantidade de movimento atrás do cilindro de jusante, que não é a região mais deficiente de quantidade de movimento, é a causadora do arrasto negativo neste cilindro. Não há ponto de estagnação sobre a superfície do cilindro de jusante, fato este possível de ser observado ao analisar a distribuição de pressão ao redor do cilindro de jusante nas curvas de distribuição de pressão. As figuras de distribuição instantânea do campo de velocidades, apresentadas a seguir, permitem tirar essas conclusões.

Quando ambos os cilindros apresentam rugosidade superficial, figura 5.30 (a) e (b), é possível notar a interferência do efeito de rugosidade em ambos os cilindros. Ambas as alturas médias de rugosidade relativa conseguem alterar a região deficiente em quantidade de movimento entre os cilindros, causando uma mudança brusca de sinal no coeficiente de arrasto do cilindro de jusante. O aumento da altura de rugosidade média relativa em ambos os cilindros também ocasiona uma redução no coeficiente de arrasto. O cilindro de jusante, para a maior altura média de rugosidade relativa, apresenta queda no coeficiente de pressão entre 180° e 360° (parte de baixo), na visualização da esteira formada, é possível identificar que essa altura média de rugosidade relativa cria uma região de vorticidade de mesmo sinal do que a vorticidade gerada pelo cilindro de montante e quando essas duas vorticidades se aproximam elas se repelem (visualização a seguir), ocasionando o direcionamento da esteira para a parte de

baixo dos cilindros, explicando o comportamento da curva de distribuição do coeficiente de pressão para $\varepsilon/D=0,007$ do cilindro de jusante.

Figura 5.30 – Comparação entre as distribuições de pressão do cilindro de (a) montante e (b) jusante para arranjos onde os dois cilindros apresentam rugosidade com o caso sem rugosidade ($L/D=2,0$ e $Re=6,5 \times 10^4$).



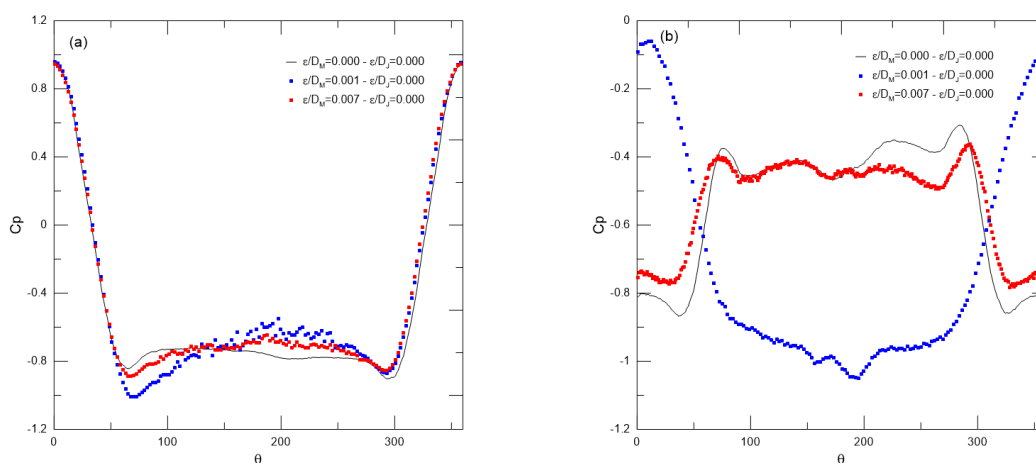
Fonte: o autor.

A figura 5.31 (a) e (b) apresenta uma comparação da distribuição do coeficiente de pressão ao redor dos cilindros de montante e jusante, respectivamente. É possível observar que ambos os cilindros são mais sensíveis devido aos efeitos da altura média de rugosidade relativa $\varepsilon/D=0,001$. Esta altura de rugosidade consegue aumentar a distribuição da pressão de base do cilindro de montante e, conseqüentemente, altera a região deficiente em quantidade de movimento entre os dois cilindros, diminuindo-se, desta maneira, consideravelmente, o valor do coeficiente de arrasto para o cilindro de montante e aumentando o valor do coeficiente de arrasto do cilindro de jusante. Apesar da altura média de rugosidade relativa $\varepsilon/D=0,007$ aumentar a distribuição da pressão de base do cilindro de montante, ela não se mostra suficiente para vencer a região deficiente de quantidade de movimento entre os dois cilindros, assim, há uma ligeira redução do coeficiente de arrasto no cilindro de montante e um aumento do coeficiente de arrasto do cilindro de jusante para este caso analisado. A esteira viscosa desse caso se apresenta na mesma forma da esteira do caso liso, indicando pouca sensibilidade de ambos os cilindros para esta altura de rugosidade (visualização a seguir).

Quando apenas o cilindro de jusante apresenta efeitos de rugosidade superficial é possível observar pela figura 5.32 (a) e (b) que ambos os cilindros apresentam alguma sensibilidade. A maior altura média de rugosidade relativa ($\varepsilon/D=0,007$ na curva

vermelha) na figura 5.32 (b) apresenta comportamento equivalente ao caso de teste dos dois cilindros simulando esta altura de rugosidade. O que comprova que esta altura de rugosidade no cilindro de jusante gera uma região vorticosa de mesma intensidade que a região vorticosa gerada no cilindro de montante e quando essas duas regiões se aproximam, se repelem, causando uma espécie de efeito Venturi, que acelera a esteira para a parte inferior do cilindro de jusante, ocasionando essa queda no coeficiente de pressão na região entre 180° e 360° (visualização a seguir). Para o cilindro de montante, ambas as curvas de distribuição de pressão mostram uma redução na pressão (de base) do cilindro, caracterizando-se aumento no valor do coeficiente de arrasto.

Figura 5.31 – Comparação entre as distribuições de pressão do cilindro de (a) montante e (b) jusante para arranjos onde apenas o cilindro de montante apresenta rugosidade com o caso sem rugosidade ($L/D=2,0$ e $Re=6,5 \times 10^4$).

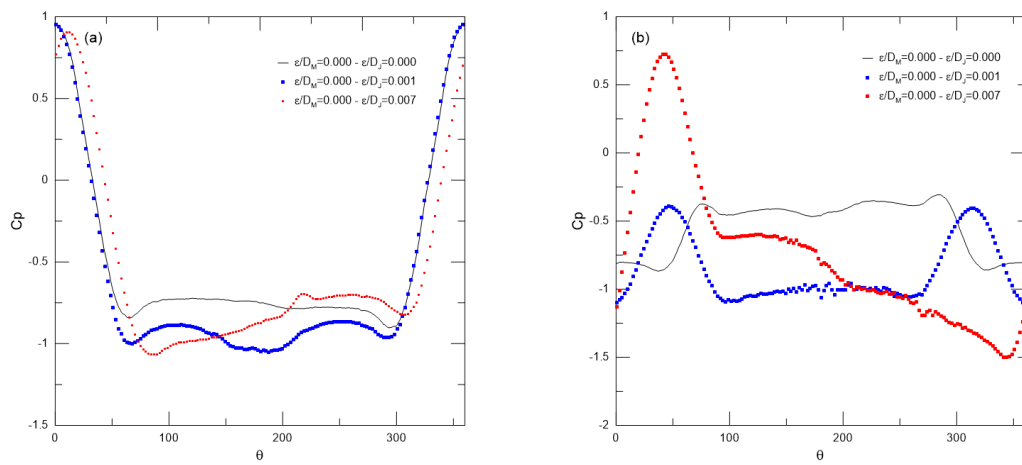


Fonte: o autor.

Outro resultado importante verificado é que o efeito da maior altura média de rugosidade relativa ($\epsilon/D=0,007$) simulada pelo cilindro de montante provoca um coeficiente de arrasto mais negativo no cilindro de jusante ($\epsilon/D=0,000$) em comparação com o caso 15 (tabela 5.4). A figura 5.33 mostra a formação da região deficiente em quantidade de movimento (zona de baixa pressão) entre os dois cilindros para $L/D=2,0$ para o caso em que apenas o cilindro de montante apresenta altura média de rugosidade superficial de $\epsilon/D=0,007$.

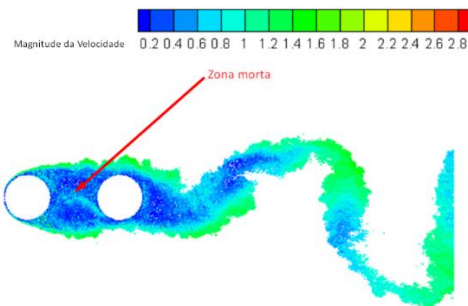
As figuras 5.34, 5.35, 5.36 e 5.37 representam respectivamente a esteira final das simulações para os casos 9, 13, 16 e 17 cujos comentários anteriores foram feitos sobre elas.

Figura 5.32 – Comparação entre as distribuições de pressão do cilindro de (a) montante e (b) jusante para arranjos onde apenas o cilindro de jusante apresenta rugosidade com o caso sem rugosidade ($L/D=2,0$ e $Re=6,5 \times 10^4$).



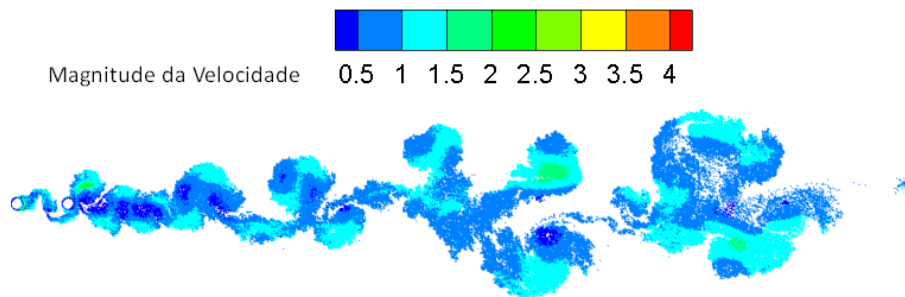
Fonte: o autor

Figura 5.33 – Formação da região deficiente de quantidade de movimento entre os cilindros de montante ($\epsilon/D_M=0,007$) e jusante ($\epsilon/D_J=0,000$) para $L/D=2,0$.



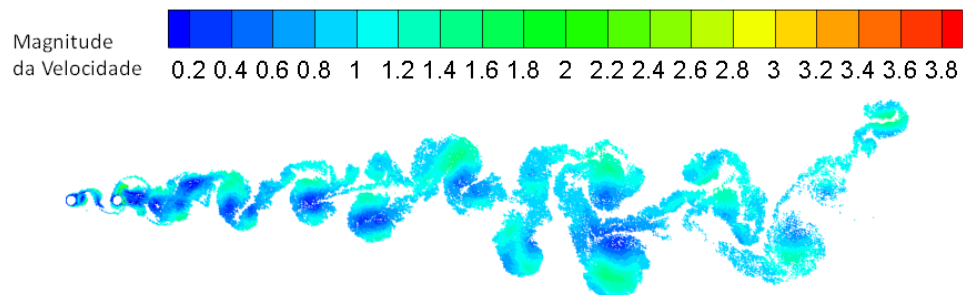
Fonte: o autor.

Figura 5.34 – Esteira final da simulação numérica para o caso de $L/D=4,5$, $\epsilon/D_M=0,001$ e $\epsilon/D_J=0,000$ para $Re=6,5 \times 10^4$.



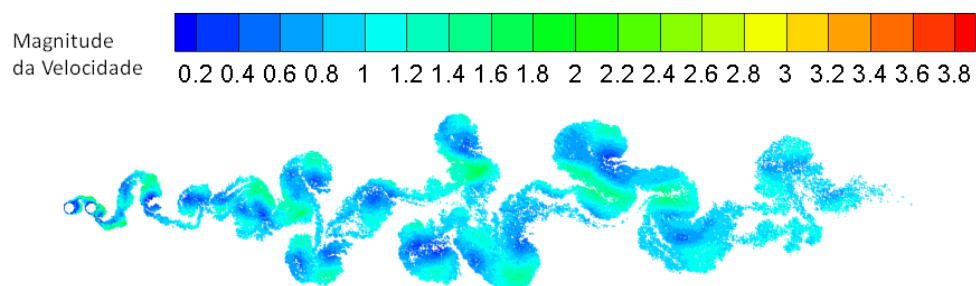
Fonte: o autor

Figura 5.35 – Esteira final da simulação numérica para o caso de $L/D=4,5$, $\varepsilon/D_M=0,000$ e $\varepsilon/D_J=0,007$ para $Re=6,5 \times 10^4$.



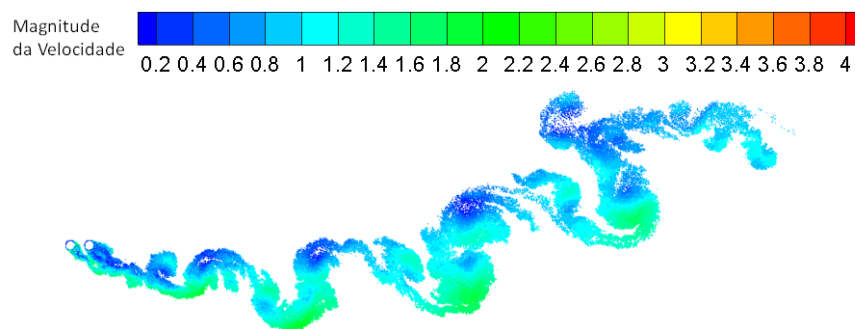
Fonte: o autor

Figura 5.36 – Esteira final da simulação numérica para o caso de $L/D=2,0$, $\varepsilon/D_M=0,000$ e $\varepsilon/D_J=0,001$ para $Re=6,5 \times 10^4$.



Fonte: o autor

Figura 5.37 – Esteira final da simulação numérica para o caso de $L/D=2,0$, $\varepsilon/D_M=0,000$ e $\varepsilon/D_J=0,007$ para $Re=6,5 \times 10^4$.



Fonte: o autor

Os resultados discutidos nesta seção demonstram a sensibilidade do código numérico desenvolvido para capturar diferentes padrões de interferência, devidos a passagem de escoamentos ao redor de cilindros *in tandem*, idênticos, imóveis e com efeitos de rugosidade superficial. Ressalta-se que a literatura específica é falha na apresentação de resultados similares aos discutidos nesta seção.

Para fechar esta seção e reforçar a ideia apresentada na última frase, as tabelas 5.5 e 5.6 resumem a análise dos efeitos de rugosidade superficial sobre o comportamento do coeficiente de arrasto e do número de Strouhal considerando-se as configurações de dois cilindros alinhados *in tandem* para espaçamentos centro a centro de $L/D=4,5$ e $2,0$. A variação dessas grandezas de interesse consideram como padrão de comparação os resultados numéricos de dois cilindros sem efeitos de rugosidade superficial.

Os novos padrões de interferência identificados nas tabelas 5.5 e 5.6 foram:

- a) interferência entre a esteira gerada a partir do cilindro a montante, simulando efeitos de rugosidade, com a superfície do cilindro a jusante, sem simulação de efeitos de rugosidade;
- b) interferência entre a esteira gerada a partir da superfície do cilindro a montante, sem simulação de efeitos de rugosidade, com a superfície do cilindro a jusante, simulando efeitos de rugosidade;
- c) interferência entre a esteira gerada a partir da superfície do cilindro a montante, simulando efeitos de rugosidade, com a superfície do cilindro a jusante, também simulando efeitos de rugosidade.

Os padrões de interferência acima podem ainda incluir, respectivamente:

- a) interferência entre esteira a montante, gerada a partir da superfície do cilindro de montante incluindo efeitos de rugosidade, com a esteira a jusante, gerada a partir da superfície do cilindro de jusante sem inclusão de efeitos de rugosidade;
- b) interferência entre esteira a montante, gerada a partir da superfície do cilindro de montante sem efeitos de rugosidade, com a esteira a jusante, gerada a partir da superfície do cilindro de jusante com inclusão de efeitos de rugosidade;
- c) interferência entre esteira a montante, gerada a partir da superfície do cilindro de montante incluindo efeitos de rugosidade, com a esteira a jusante,

gerada a partir da superfície do cilindro de jusante com inclusão de efeitos de rugosidade.

Dependendo dos tipos de interferência envolvidos para um mesmo caso de teste (tabelas 5.5 e 5.6) é possível identificar para cada um dos cilindros redução de força de arrasto, aumento da pressão de base, redução da frequência de emissão de vórtices e comportamento destrutivo de vórtices de grande escala do tipo vórtices von Kármán a jusante dos dois corpos. Este grupo de efeitos é fisicamente consistente com a interferência de rugosidade, portanto, os resultados são muito promissores.

Tabela 5.5 – Resumo do estudo de efeitos de rugosidade superficial sobre escoamentos ao redor de dois cilindros circulares para $L/D=4,5$ ($Re=6,5 \times 10^4$)*

Caso	ϵ/D_M	ϵ/D_J	CD_M	CD_J	St_M	St_J
Experimental (Alam et al. 2003)	–	–	1,2612	0,2766	0,1867	0,1867
Numérico	0,000	0,000	1,078991	0,489682	0,20	0,20
Numérico	0,001	0,000	reduz	aumenta	reduz	reduz
Numérico	0,000	0,001	aumenta	reduz	não varia	não varia
Numérico	0,001	0,001	reduz	aumenta	reduz	reduz
Numérico	0,007	0,000	reduz	reduz	não varia	não varia
Numérico	0,000	0,007	reduz	reduz	não varia	não varia
Numérico	0,007	0,007	reduz	reduz	reduz	reduz

Fonte: o autor.

* A variação dessas grandezas de interesse considera como padrão de comparação os resultados numéricos de dois cilindros sem efeitos de rugosidade superficial.

Tabela 5.6 – Resumo do estudo de efeitos de rugosidade superficial sobre escoamentos ao redor de dois cilindros circulares para $L/D=2,0$ ($Re=6,5 \times 10^4$) *

Caso	ε/D_M	ε/D_I	CD_M	CD_I	St_M^3	St_I^3
Experimental (Alam et al. 2003)	–	–	1,0531	-0,2363	0,1411	0,1411
Numérico	0,000	0,000	0,81084	-0,336255	0,15	0,15
Numérico	0,001	0,000	reduz	aumenta	reduz	reduz
Numérico	0,000	0,001	aumenta	aumenta	reduz	reduz/reduz
Numérico	0,001	0,001	aumenta	aumenta	não reduz/reduz	reduz/não reduz
Numérico	0,007	0,000	reduz	aumenta	reduz	aumenta/reduz
Numérico	0,000	0,007	aumenta	aumenta	aumenta/não reduz	reduz
Numérico	0,007	0,007	reduz	aumenta	não reduz/reduz	Aumenta/reduz

Fonte: o autor.

* A variação dessas grandezas de interesse considera como padrão de comparação os resultados numéricos de dois cilindros sem efeitos de rugosidade superficial.

³ Em vermelho os dados referentes aos picos dominantes (mas de menor amplitude) na curva de FFT.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

6.1 – INTRODUÇÃO

Esta Tese de Doutorado se insere no contexto das atividades desenvolvidas pelo grupo de pesquisa do LMAML/UNIFEI. A ideia da criação deste grupo de pesquisa aconteceu em 1999, cujo objetivo geral consistiu no desenvolvimento de uma metodologia Lagrangeana para análise numérica de escoamentos ao redor de corpos com inclusão de diferentes efeitos de interferência. Nos dias atuais, a filosofia continua sendo a mesma, isto é, aplicar a metodologia básica para a ampliação da biblioteca de rotinas, a fim de continuar resolvendo diferentes problemas de Mecânica dos Fluidos e de Transferência de Calor e Massa, além de permitir que os alunos desenvolvam códigos computacionais e aprendam fundamentos.

No presente trabalho, foi desenvolvido um programa computacional em linguagem FORTRAN, a partir da adaptação de rotinas existentes em uma biblioteca de rotinas, que foi disponibilizada no início da realização do trabalho.

A primeira contribuição relevante desta Tese de Doutorado foi a inclusão de efeitos de rugosidade superficial para o estudo numérico de escoamentos ao redor de dois cilindros circulares idênticos, imóveis e alinhados *in tandem* (isto é, alinhados com

a mesma direção do escoamento incidente e distantes centro a centro com diferentes espaçamentos L/D). A segunda contribuição relevante foi a paralelização de rotinas críticas do novo código computacional, que consomem bastante tempo de simulação. Com estes avanços, foi possível analisar algumas configurações de escoamentos para identificar a influência de efeitos de rugosidade superficial sobre comportamentos de cargas fluidodinâmicas distribuídas e integradas, do número de Strouhal, do campo de velocidades e região de esteira próxima. Os resultados mais relevantes conduzem à ideia de efeitos de rugosidade superficial para controle de redução de força de arrasto para os cilindros, acompanhada de intermitência no mecanismo de geração de vórtices.

A etapa de implementação do modelo de efeitos de rugosidade superficial não altera a geometria do contorno hidraulicamente liso de cada um dos cilindros circulares. O modelo de rugosidade superficial foi, originalmente, proposto na Tese de Doutorado de Bimbato (2012). O modelo foi concebido para a injeção de quantidade de movimento no interior da camada limite formada ao redor da superfície discretizada de um corpo rombudo. Originalmente, cada vórtice discreto de Lamb é gerado, durante cada incremento de tempo da simulação numérica, sem efeitos de rugosidade superficial, a partir de um painel plano, de modo a tangenciar o ponto de controle deste mesmo painel. Durante o processo de geração de cada vórtice discreto, o valor do raio do núcleo de cada vórtice discreto nascente é alterado através do cálculo do coeficiente de viscosidade turbulenta sobre o centro original do núcleo viscoso (gerado sem efeitos de rugosidade superficial). O cálculo do coeficiente de viscosidade turbulenta é suportado por um semicírculo estrategicamente construído a partir do mesmo centro original do núcleo viscoso e com um número pré-estabelecido de pontos rugosos (veja a Fig. 4.5). Em seguida, os sistemas lineares para a geração de fontes e de vórtices discretos de Lamb são resolvidos, iterativamente, até que o valor final da intensidade de cada vórtice discreto nascente seja corrigido para incluir os efeitos de rugosidade superficial e, simultaneamente, para satisfazer a condição de escorregamento-nulo sobre o ponto de controle de cada painel plano. A condição de contorno de impenetrabilidade é, conjuntamente, satisfeita através de nova distribuição de fontes com densidade uniforme sobre os mesmos painéis planos.

Os resultados publicados, recentemente, pelo grupo de pesquisa do LMAML/UNIFEI têm apoiado a ideia de que um modelo de efeitos de rugosidade bidimensional é muito mais sensível do que simples modelagem do tipo LES de

turbulência. A modelagem do tipo LES para turbulência bidimensional, além de estabilizar resultados numéricos, foi o meio encontrado para viabilizar a proposição do modelo de efeitos de rugosidade. Os resultados bidimensionais numericamente calculados são úteis para dar suporte a projetos conservadores de escoamentos ao redor de corpos rombudos, na prática, seria como se um projetista conhecesse resultados importantes de simulações numéricas de interesse entregues com um “fator de segurança” bastante confiável para estimativas de cálculos estruturais.

Na primeira parte do Capítulo 6 são apresentadas as conclusões mais importantes referentes aos efeitos de interferência entre dois cilindros circulares alinhados *in tandem* para as configurações estudadas neste trabalho.

Na segunda parte do Capítulo 6 estão listadas algumas sugestões para a continuidade dos estudos seguindo no desenvolvimento da biblioteca de rotinas no grupo do LMAML/UNIFEI e a consequente investigação de fenômenos físicos importantes da hidrodinâmica não-linear.

6.2 – CONCLUSÕES

Os resultados numéricos foram obtidos via Método de Vórtices Discretos (MVD). Neste método o campo de vorticidades é discretizado e representado por uma nuvem de vórtices discretos de Lamb. Estes vórtices discretos são gerados a partir de fronteiras sólidas, no caso deste trabalho, a partir da superfície discretizada dos dois cilindros circulares. Os vórtices discretos compõem uma nuvem e são advectados com velocidades calculadas levando-se em conta as contribuições do escoamento uniforme, dos corpos e da nuvem de vórtices discretos. As simulações numéricas realizadas para o caso do cilindro alinhado *in tandem* a jusante de outro caracterizam um problema de interferência de esteira. O MVD se adapta com muita facilidade para esta situação. Outra situação de fácil adaptação é o caso de fronteiras deformáveis para escoamentos não-permanentes a alto valor do número de Reynolds.

O código computacional desenvolvido foi aferido, inicialmente, para a descrição do mecanismo de formação de vórtices em dois cilindros circulares imóveis para

espaçamento centro a centro $L/D=1.000$ para número de Reynolds no regime subcrítico de $Re=1.0 \times 10^5$. Foram realizadas comparações com resultados experimentais de Blevins (1984). Verificou-se uma sincronização entre as forças de arrasto e sustentação, e a frequência de emissão de estruturas vorticosas para os dois cilindros (seção 5.2). Quando uma estrutura vorticiosa está se formando na parte de cima ou de baixo de um cilindro circular único e imóvel (para espaçamentos $L/D \rightarrow \infty$) origina-se uma força de sustentação perpendicular à direção do escoamento incidente naquela mesma região do corpo. Durante um período de emissão de um par de estruturas vorticosas contrarrotativas, a força de sustentação sai do seu máximo valor positivo, atinge seu máximo valor negativo (neste instante uma estrutura vorticiosa começa a formar no lado oposto) e retorna para o seu valor máximo positivo inicial. O período da flutuação da força de sustentação é o mesmo período da emissão do par de estruturas vorticosas contrarrotativas para a esteira. A força de arrasto, por sua vez, tem o dobro da frequência de emissão do par de estruturas vorticosas contrarrotativas para a esteira. Diferentemente da força de sustentação, a força de arrasto não muda a sua direção, mas sim sofre uma flutuação na sua magnitude sempre apontando na direção do escoamento. Durante um ciclo da força de arrasto apenas uma estrutura vorticiosa é despreendida (no lado de cima ou no lado de baixo do cilindro).

O cálculo da interação vórtice-vórtice é realizado através da Lei de Biot-Savart Modificada. A paralelização da rotina que calcula a contribuição da nuvem de vórtices discretos no cálculo do campo de velocidades foi feita no ambiente FORTRAN com o padrão OPEN/MP, que permite a criação de programas paralelos com compartilhamento de memória. Esta paralelização reduziu o tempo de processamento final ao se utilizar um processador INTEL CORE I7 - 2.8GHZ (BOX) 8MB CACHE (i7-860), MB INTEL DH55TC, 8GB RAM DDR3 1333 MHZ. A redução do tempo de processamento para a configuração de dois corpos representou um ganho considerável (seção 5.3). A paralelização foi também realizada com sucesso para outras rotinas.

Os efeitos de interferência devido à proximidade entre dois cilindros imóveis foram investigados para a configuração cilindros circulares de mesmo diâmetro D alinhados com a direção do escoamento incidente (ou *in tandem*), seções 5.4 e 5.5. O espaçamento entre os dois corpos medido centro a centro variou na faixa compreendida entre $1,5 \leq L/D \leq 4,5$. O número de Reynolds das análises foi $Re=6,5 \times 10^4$ para

comparações com os dados experimentais de Alam *et al.* (2003). Para o menor espaçamento simulado, $L/D = 1,5$, e sem efeitos de rugosidade superficial, verificou-se que as camadas cisalhantes livres oriundas do cilindro à montante não recolaram na superfície do cilindro à jusante e apenas uma esteira foi formada. As análises para o espaçamento $L/D=4,5$ mostraram a formação de uma esteira binária depois do corpo à jusante. Esta esteira viscosa se manifesta quando uma estrutura vorticosa é formada pela combinação de uma estrutura emitida pelo cilindro à montante e outra emitida pelo cilindro à jusante. Outra constatação da formação desta esteira foi que a região da esteira próxima do cilindro à montante termina antes do cilindro à jusante e estruturas vorticosas contrarrotativas são formadas nesta região (Fig. 5.25).

Uma descontinuidade foi também identificada na curva do coeficiente de arrasto do cilindro à jusante em função da variação do espaçamento, sem efeitos de rugosidade. Quando o espaçamento entre os cilindros ultrapassou o valor crítico $2,5 \leq L/D \leq 3,0$ (veja na Tab. 5.2) o valor do coeficiente de arrasto passou de negativo para positivo. Os resultados experimentais de Alam *et al.* (2003), para o mesmo valor de número de Reynolds, mostraram esta mudança para $L/D \approx 4,0$. Observações na figura 2.6, mostram que o salto do coeficiente de arrasto do cilindro à jusante para os dados experimentais de Biermann & Herrnstein (1933) e Zdravkovich & Pridden (1977) acontece, também, para $L/D \approx 3$, assemelhando-se com o comportamento identificado nesta Tese de Doutorado. Outros trabalhos como Imaichi (1974) e Igarashi (1981) apresentaram um salto na força de arrasto para espaçamento $L/D \approx 3,5$ (figura 5.17). Ljungkrona *et al.* (1991) verificaram que este espaçamento crítico diminui com o aumento da intensidade da turbulência no escoamento incidente. Alam *et al.* (2003) utilizaram um túnel de vento em que nível de turbulência foi de 0,19%.

Este comportamento de regime de escoamento bi-estável (descontinuidade) é atribuído ao efeito de interferência do cilindro à jusante. O comportamento é caracterizado pela existência de dois valores diferentes para o coeficiente de arrasto, sendo um associado à condição de recolamento do escoamento e o outro à condição de salto do escoamento. Os dados experimentais para o número de Strouhal apresentados por Alam *et al.* (2003) apresentam de mesma forma o regime bi-estável. Os dados do presente trabalho, também, seguiram a mesma tendência.

A inclusão dos efeitos de rugosidade superficial sobre escoamentos ao redor de dois cilindros alinhados *in tandem* altera a dinâmica da vorticidade e, conseqüente, carregamentos fluidodinâmicos distribuídos e integrados, além da frequência de emissão de vórtices. Quando ambos os cilindros estão sobre o efeito de altura média de rugosidade relativa ($\varepsilon/D=0,001$ ou $0,007$), o aumento desta altura de rugosidade é sentido em ambos os cilindros de forma diferente.

Na tabela 5.3, para o regime de co-desprendimento ($Re=6.5 \times 10^4$) e espaçamento centro a centro $L/D=4.5$, algumas conclusões importantes são apresentadas a seguir considerando-se como caso teste de referência a configuração com os dois cilindros sem simulação de efeitos de rugosidade ($\varepsilon/D=0,000$). O coeficiente de arrasto pode aumentar ou diminuir para um cilindro.

Na tabela 5.3, para $\varepsilon/D=0,001$, o cilindro de montante, com efeitos de rugosidade, reduz o valor do número de Strouhal associado a ele cerca de 6.25%; esta redução também acontece no cilindro de jusante com ou sem simulação de efeitos de rugosidade. Portanto, o comportamento do número de Strouhal para o cilindro de jusante é governado pelo comportamento do número de Strouhal para o cilindro de montante. A maior redução de arrasto no cilindro de montante acontece quando ambos os cilindros simulam o efeito da menor altura média de rugosidade relativa (o arrasto decresce cerca de 16.42% no cilindro de montante e aumenta suavemente em torno de 3.33% para o cilindro de jusante). Quando apenas o cilindro de jusante simula efeitos de rugosidade, este corpo apresenta uma redução de arrasto em torno de 9.97%, enquanto a força de arrasto no cilindro de montante aumenta suavemente em torno de 2.27%. Quando apenas o cilindro de montante simula efeitos de rugosidade, este corpo apresenta uma redução de arrasto em torno de 14.32% e, interessantemente, há um aumento de 31.71% na força de arrasto do cilindro de jusante.

Na tabela 5.3, para $\varepsilon/D=0,007$, o cilindro de montante, com efeitos de rugosidade, reduz o valor do número de Strouhal associado a ele cerca de 6.25% somente quando o cilindro de jusante simula efeitos de rugosidade. Portanto, o comportamento do número de Strouhal para o cilindro de jusante é, novamente, governado pelo comportamento do número de Strouhal para o cilindro de montante. A maior redução de arrasto no cilindro de montante acontece quando o cilindro de jusante não simula o efeito da maior altura média de rugosidade relativa (o arrasto decresce

cerca de 8.21% no cilindro de montante e decresce em torno de 0.76% para o cilindro de jusante). Quando apenas o cilindro de jusante simula efeitos de rugosidade, este corpo apresenta uma redução de arrasto em torno de 22.44%, enquanto a força de arrasto no cilindro de montante reduz em torno de 4.35%. Quando os dois cilindros simulam efeitos de rugosidade, há uma redução de arrasto em torno de 5.31% no cilindro de montante e de 14.36% no cilindro de jusante. Conclui-se que, para a faixa de rugosidade avaliada, a força de arrasto sempre reduz quando um cilindro simula efeitos de rugosidade superficial.

Os comportamentos, anteriormente descritos, estão coerentes com a maior pressão de base para um cilindro acompanhada da maior queda da força de arrasto. O comportamento destrutivo de vórtices de esteira a jusante dos dois corpos é também identificado devido à ação de efeitos de rugosidade superficial.

Para espaçamento $L/D=2,0$ (tabela 5.4), quando ambos os cilindros simulam efeitos de altura média de rugosidade relativa, o aumento desta altura ocasiona uma redução do coeficiente de arrasto de ambos os cilindros. Para o caso onde os efeitos de rugosidade superficial não são simulados por um corpo, ocorre a geração de uma região deficiente de quantidade de movimento entre os dois cilindros (figura 5.33), o que acarreta um arrasto negativo no cilindro de jusante. Os efeitos rugosos conseguem diminuir essa região e, interessante, o arrasto para o cilindro de jusante passa a ser positivo.

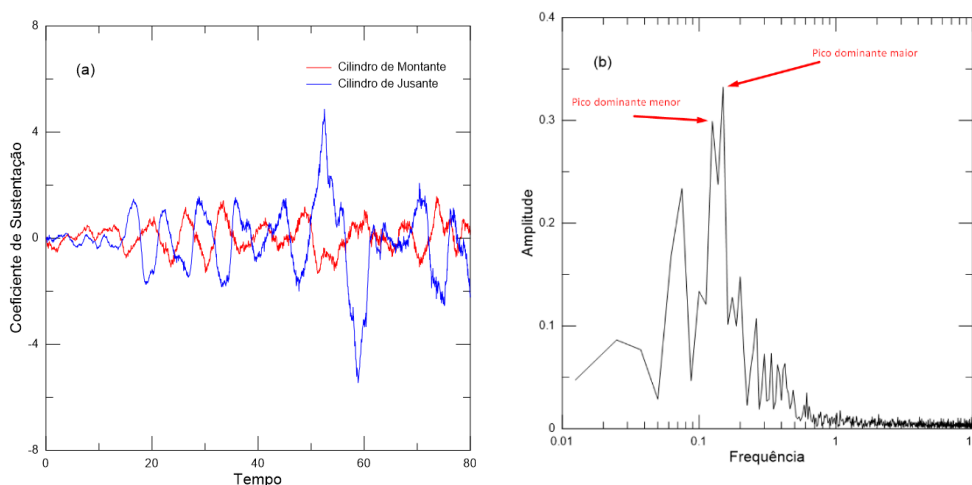
Para os casos onde somente cilindro de montante simula efeitos de altura média de rugosidade relativa (tabela 5.4), há um aumento no coeficiente de arrasto no cilindro de montante que é sentido de forma inversa no cilindro de jusante. Porém, o efeito de rugosidade superficial somente no cilindro de montante não é suficiente para diminuir a zona deficiente de quantidade de movimento entre os cilindros (figura 5.36) e o coeficiente de arrasto do cilindro de jusante ainda permanece com sinal negativo.

Para os casos em que somente o cilindro de jusante simula efeitos de rugosidade superficial (tabela 5.4), ocorre uma aceleração da esteira desse cilindro, que consegue sobrepor-se à região deficiente de quantidade de movimento, nesses casos, o coeficiente de arrasto do cilindro de montante diminui e o coeficiente de arrasto do cilindro de jusante passa a ser positivo. A maior altura média de rugosidade relativa ($\varepsilon/D=0,007$)

para o cilindro de jusante é capaz de criar uma zona de vorticidade de mesmo sinal entre os dois cilindros, ocasionando uma espécie de repulsão entre elas, fazendo com que a esteira formada fosse direcionada para a parte inferior dos cilindros, removendo totalmente a região deficiente de quantidade de movimento entre eles (figura 5.37).

Para alguns casos com efeitos de rugosidade superficial e espaçamento $L/D=2,0$ apareceram picos dominantes de menor amplitude na curva de FFT (figura 6.1). Esses picos podem indicar uma intermitência na emissão de vorticidade na esteira viscosa dos cilindros causados pelos efeitos de rugosidade superficial.

Figura 6.1 – (a) História temporal do coeficiente de sustentação dos cilindros de montante e jusante e (b) Espectro FFT do cilindro de montante para o caso de $L/D=2,0$, $\varepsilon/D_M=0,001$ e $\varepsilon/D_J=0,001$ para $Re=6,5 \times 10^4$.



Fonte: o autor.

Os novos padrões de interferência identificados nesta Tese de Doutorado foram interferências dos tipos: (i) esteira gerada a partir do cilindro a montante, simulando efeitos de rugosidade, com a superfície do cilindro a jusante, sem simulação de efeitos de rugosidade; (ii) a esteira gerada a partir da superfície do cilindro a montante, sem simulação de efeitos de rugosidade, com a superfície do cilindro a jusante, simulando efeitos de rugosidade; e (iii) a esteira gerada a partir da superfície do cilindro a montante, simulando efeitos de rugosidade, com a superfície do cilindro a jusante, também simulando efeitos de rugosidade.

Além destes padrões de interferências há, ainda, possibilidade em um mesmo caso da interferência entre as duas esteiras.

Estes mecanismos estão atrelados, em alguns casos de teste, com redução de força de arrasto, redução de frequência de emissão de vórtices, aumento da pressão de base e comportamento destrutivo de vórtices de von Kármán a jusante dos dois cilindros.

Na seção 1.2.1, a proposta geral desta Tese de Doutorado foi “*simular numericamente o escoamento bidimensional, incompressível e em regime não permanente de um fluido Newtoniano com propriedades termodinâmicas constantes ao redor de dois cilindros circulares idênticos, imóveis, e alinhados in tandem considerando-se alguns arranjos de efeitos de parede hidraulicamente rugosa e diferentes espaçamentos centro a centro. O processamento paralelo, em padrão OpenMP, é utilizado para a redução do tempo final de processamento, que se torna bastante oneroso. A pesquisa visa encontrar novos (diferentes) padrões de interferência para este problema de hidrodinâmica não linear. É de interesse prático, para controle e supressão de geração de vórtices, que estes padrões estejam atrelados à redução de força de arrasto, aumento da pressão de base, comportamento destrutivo de vórtices de esteira do tipo de von Kármán e intermitência no mecanismo de geração de vórtices a partir da superfície dos dois corpos*”.

Portanto, houve avanços a partir da realização deste trabalho, o que contribuiu para a literatura especializada. Espera-se que o interesse dos pesquisadores seja despertado para novas investigações explorando-se este campo de pesquisa para preencher lacunas existentes na literatura.

6.3 – SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

O código computacional mostrou-se bastante sensível aos efeitos de rugosidade superficial para escoamentos ao redor de dois cilindros circulares alinhados *in tandem*. Reconhece-se aqui, não teria como ser diferente, que o arranjo de dois cilindros alinhados *in tandem* merece outras investigações, especialmente, para espaçamentos centro a centro com $L/D < 3$ e para outros valores do número de Reynolds no regime subcrítico (onde a camada limite ainda permanece laminar e a transição para turbulência ocorre somente na região da esteira viscosa) com efeitos de rugosidade superficial. Há,

certamente, fenômenos de interferência para serem investigados usando a história temporal das cargas fluidodinâmicas, principalmente, porque estes resultados ainda são incipientes e contraditórios na literatura.

Podem-se incluir arranjos com dois cilindros com efeitos de movimentos harmônicos entre as fronteiras para análise de efeitos de vibrações induzidas por vórtices, vibrações induzidas pelo escoamento, *flutter* e *galloping*.

A etapa da difusão da vorticidade pode ser resolvida utilizando-se uma técnica determinística conhecida como Método do Crescimento do Raio do Núcleo do Vórtice Modificado. O Método do Crescimento do Raio do Núcleo do Vórtice Modificado (ROSSI, 1996) está, também, sendo implementado dentro do Grupo de Método de Vórtices do IEM/UNIFEI com os seguintes objetivos: estabelecimento de um critério de taxa crítica de crescimento do raio do núcleo do vórtice de Lamb, partição do núcleo do vórtice e coalescência de vórtices discretos.

Pode-se incluir o cálculo do arrasto de atrito (RENOLDI *et al.*, 2019) para o cálculo da força de arrasto total.

Os efeitos de transferência de calor por convecção mista podem ser incorporados no presente código computacional (OGAMI, 2001; LOS REIS & ALCÂNTARA PEREIRA, 2016; ROSELLI, 2017; TOBISAWA, 2019) e associados com influência de mecanismos do efeito solo (BIMBATO *et al.*, 2011) e inclusão de efeitos de interferência entre mais de dois corpos (ALCÂNTARA PEREIRA & HIRATA, 2007).

O efeito de transferência de calor por convecção mista, incorporado ao MVD, é outra linha de pesquisa em que o grupo do LMAML/UNIFEI está trabalhando. Até o presente momento foi submetido um artigo envolvendo efeitos de transferência de calor por convecção mista com contribuições do autor desta Tese de Doutorado (esta informação encontra-se logo no início deste texto, na seção onde foi apresentada a produção científica atual do autor deste trabalho).

O algoritmo do Método de Expansão em Multipolos é a técnica numérica indicada para reduzir o uso da Lei de Biot-Savart e acelerar os cálculos numéricos da etapa mais onerosa do algoritmo: a interação vórtice-vórtice. O cálculo da interação

vórtice-vórtice consome o maior tempo de CPU durante uma simulação numérica. Este cálculo é proporcional ao quadrado do número total de vórtices discretos (N), quando se utiliza a Lei de Biot-Savart. A técnica do Método de Expansão em Multipolos acelera os cálculos reduzindo o número de operações de um processador para a ordem de $N\log(N)$ ou até mesmo N (GREENGARD & ROHKLIN, 1987, RICCIARDI, 2016). Um algoritmo deste nível, proposto por Rossi (1996, 1997) ou outro desenvolvido por Ricciardi (2016), pode ser incorporado (e paralelizado) pelo LMAML/UNIFEI. A associação do presente código computacional com o método de Expansão em Multipolos paralelizado permitirá a realização de simulações numéricas com um alto nível de refinamento no campo de vorticidades. Conseqüentemente, a inclusão de efeitos tridimensionais no presente código numérico poderá ser planejada para o futuro.

Finalmente, este trabalho mostrou a necessidade clara de uma melhoria na infraestrutura computacional do laboratório do LMAML/UNIFEI, para que simulações numéricas mais complexas possam ser realizadas. Neste ponto, é essencial que publicações qualificadas sejam apresentadas em revistas do QUALIS CAPES para viabilizarem a proposição de novos projetos de pesquisa subsidiados por órgãos de fomento, como FAPEMIG, CNPQ e CAPES.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALAM, M.M., MORIYA, M., TAKAY, K., SAKAMOTO, H., (2003), “Fluctuating Fluid Forces on Two Circular Cylinders in a Tandem Arrangement as a Sub critical Reynolds Number”. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol. 91, pp. 139-154.

ALAM, M.M., MORIYA, M., TAKAY, K., SAKAMOTO, H., (2003), “Aerodynamic Characteristics of Two Side-by-Side Circular Cylinders and Application of Wavelet Analysis on the Switching Phenomenon”. *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 18, pp. 325–346.

ALAM, M.M., ELHIMER, M., WANG, L., JACONO, D.L., WONG, C.W., (2018) “Vortex Shedding From Tandem Cylinders”, *Experiments in Fluids*, Vol. 59. 17p.

ALCÂNTARA PEREIRA, L.A., RICCI, J.E.R., HIRATA, M.H., SILVEIRA-NETO, A., (2002), “Simulation of Vortex-Shedding Flow about a Circular Cylinder with Turbulence Modeling”. *Intern’l Society of CFD*, Vol. 11, n° 3, October, pp. 315-322.

ALCÂNTARA PEREIRA, L.A., (2002), “Simulação Numérica do Escoamento ao Redor de Perfis Aerodinâmicos Montados em Grades Lineares de Turbomáquinas Utilizando o Método de Vórtices Discretos”. Tese de Doutorado, IEM/UNIFEI.

ALCÂNTARA PEREIRA, L.A., HIRATA, M. H., (2003) “Heat Transfer in the Wake Behind a Body Using a Particle Method. *Proceedings of 17th International Congress of Mechanical Engineering*, São Paulo, SP, Brazil.

ALCÂNTARA PEREIRA, L.A., HIRATA, M. H., (2007) “Numerical Simulation of the Flow around Four Equal-Distance Cylinders in Cross-Flow Using the Vortex Method with Turbulence Modeling.” In: 19th International Congress of Mechanical Engineering, 2007, Brasilia - DF. Proceedings of COBEM 2007.

ALCÂNTARA PEREIRA, L.A., (2018), “Notas de Aula da Disciplina de Métodos de Partículas Lagrangianas Aplicados à Problemas de Escoamentos Multicomponentes Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica, IEM/UNIFEI

ALCÂNTARA PEREIRA, L. A., OLIVEIRA, M. A., MORAES, P. G., BIMBATO, A. M., (2020) “Numerical experiments of the flow around a bluff body with and without roughness model near a moving wall.” Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences And Engineering, v. 42, p. 129.

ANDRADE, C.L., ALCÂNTARA PEREIRA, L.A., BIMBATO, A.M., (2016) “Boxes Structure Construction Around the Clusters of Vortex Elements to Reduce the Computational Cost of a Lagrangian Vortex Method With Roughness Model”, 16th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering, Proceedings of ENCIT, November 07-10, 2016, Vitória, ES, Brazil

ANDRADE, C.L., (2017), “Desenvolvimento de um Algoritmo Acelerador da Modelagem de Turbulência de um Método de Vórtices Discretos Lagrangeano”. Dissertação de Mestrado, IEM/UNIFEI.

BATHAM, J.P., (1973), “Pressure Distribution on Circular Cylinders at Critical Reynolds Number”, J. Fluid Mech., Vol. 57, pp. 209-228

BATCHELOR, G.K., (1967), “An Introduction to Fluid Dynamics”. Cambridge University Press.

BEARMAN, P. W. (1984), “Vortex Shedding from Oscillating Bluff Bodies”, Annual Review of Fluid Mechanics, v. 16, pp. 195-222

- BIERMANN, D., HERRNSTEN, W.H., (1933)** “The Interference Between Struts in Various Combinations”, National Advisory Committee for Aeronautics, pp. 468.
- BIMBATO, A. M.; ALCÂNTARA PEREIRA, L. A.; HIRATA, M. H., (2011)** “Study of the vortex shedding flow around a body near a moving ground.” Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics (Print), v. 99, p. 7-17.
- BIMBATO, A. M., (2012)**, “Estudo de Escoamento Turbulento em Torno de um Corpo Rombudo de Superfície Hidraulicamente Lisa ou Rugosa Utilizando o Método de Vórtices Discretos”. Tese de Doutorado, IEM/UNIFEI.
- BIMBATO, A.M., ALCÂNTARA PEREIRA, L.A., HIRATA, M.H., (2013)**, “Suppression of Vortex Shedding on a Bluff Body”, J. Wind Eng. Ind. Aerodyn., Vol. 121, pp. 16-28.
- BIMBATO, A.M.; ALCÂNTARA PEREIRA, L.A.; HIRATA, M.H., (2018)**, “Development of a new Lagrangian vortex method for evaluating effects of surfaces roughness.” European Journal of Mechanics B-Fluids, v. 74, p. 291-301.
- BIMBATO, A.M., ALCÂNTARA PEREIRA, L.A., HIRATA, M.H., (2019)**, “Development of a New Lagrangian Vortex Method for Evaluating Effects of Surfaces Roughness”, European Journal Of Mechanics B-Fluids, Vol. 74, p. 291-301.
- BIMBATO, A.M., ALCÂNTARA PEREIRA, L. A., HIRATA, M.H., (2020)** “Study of Surface Roughness Effect on a Bluff Body-The Formation of Asymmetric Separation Bubbles”. Energies, v. 13, p. 1-24.
- BLEVINS, R.D., (1984)**, “Applied Fluid Dynamics Handbook”. Van Nostrand Reinhold, Co.
- BRITO, R.F., (2005)**, “Simulação de Grandes Escalas de Escoamentos Turbulentos Não Isotermicos Utilizando Elementos Finitos”, Tese de Doutorado, IEM/UNIFEI.

- CARMO, B.S., SHERWIN, S.J., BEARMAN, P.W., WILLDEN, R.H.J., (2008),** “Wake Transition in the flow around two circular cylinders in staggered arrangements”, *J. Fluid Mech.*, Vol. 597, pp. 1-29
- CHAPRA, S.C., CANALE, R.P., (2014),** “Métodos Numéricos para Engenharia”, McGraw Hill, 7ªEd. 992p.
- CHOI, H., JEON, W.P., KIM, J., (2008),** “Control of Flow Over a Bluff Body”, *Annu. Rev. Fluid. Mech.*, Vol. 40, pp. 113-139.
- CHOLLET, J. P., LESIEUR, M. (1981),** “Parameterization of Small Scales of Three-Dimensional Isotropic Turbulence Utilizing Spectral Closures”, *J. Atmos. Sci.*, Vol. 38, pp. 2747-2757.
- CHORIN, A.J., (1973),** “Numerical Study of Slightly Viscous Flow”. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 57, pp.785-796.
- EINSTEIN, A., (1956),** “Investigations on the theory of Brownian motion”. Dover, New York.
- FERZIGER, J.H., (1981),** “Numerical Methods for Engineering Application”. John Wiley & Sons, Inc.
- GERRARD, J. H., (1966),** “The mechanics of the formation region of vortices behind bluff bodies”. *Journal of Fluid Mechanics*, 25, n. 2, p. 401–413.
- GREENGARD, L., ROKHLIN, V., (1987),** “A Fast Algorithm for Particles Simulations”. *J. Comp. Phys.* Vol. 61, pp 345-358.
- HISHIKAR, P., DHIMAN, S. K., TIWARI, A. K., GABA, V. K., (2021),** “Analysis of flow characteristics of two circular cylinders in cross-flow with varying Reynolds number: a review”. *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*.

- HU, X., ZHANG, X., YOU, Y., (2019)**, “On the Flows Around Two Circular Cylinders in Tandem Arrangement at High Reynolds Numbers”. *Ocean Engineering*, Vol. 189, 20p.
- IGARASHI, T., (1981)**, “Characteristics of the Flow around Two Circular Cylinders Arranged in Tandem”. *Bulletin of the JSME*, Vol. 24, n°188, pp. 323-331.
- IMAICHI, K., et al., (1974)**, Preprint of Japan Soc. Mech. Engrs. (in Japanese), n° 735-5, pp. 104.
- INCROPERA, F. P., DEWITT, D.P., (2002)**, “Transferência de Calor e de Massa”. Livros Tecnicos e Científicos Editora S.A.
- KAMEMOTO, K., MIYASAKA, T. (1999)**, “Development of a Vortex and Heat Elements Method and Its Application to Analysis of Unstead Heat Transfer around a Circular Cylinder in a Uniform Flow”, *Proc. of 1st Int. Conf. on Vortex Methods*, Kobe, Nov. 4-5, pp. 191-203.
- KATZ, J., PLOTKIN, A., (1991)**, “Low Speed Aerodynamics: From Wing Theory to Panel Methods”. McGraw Hill, Inc.
- KARAMCHETI, K., (1966)**, “Principles of Ideal-Fluid Aerodynamics”, John Wiley and Sons, Inc. New York/London/Sydney.
- LESIEUR, M., MÉTAIS, O. (1996)**, “New Trends in Large-Eddy Simulation of Turbulence”, *An Review in Fluid Mechanics*, v. 28, pp. 45-82.
- LEWIS, R.I., (1991)**, “Vortex Element Method for Fluid Dynamic Analysis of Engineering Systems”. Cambridge Univ. Press, Cambridge, England, U.K.
- LOS REIS, J. H. F.; ALCÂNTARA PEREIRA, L. A, (2016)**, “Particle-Particle Interactions in Parallel Computations” In: 16th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering, Vitória, ES. Proceedings of ENCIT 2016.

- LOS REIS, J.H.F., (2017)**, “Método de Vórtices Discretos no Ambiente FORTRAN/OPENMP”. Trabalho Final de Graduação, IEM/UNIFEI.
- LJUNGKRONA, L., NORBERG, C.H., SUNDÉN, B., (1991)**, “Free-Stream Turbulence and Tube Spacing Effects on Surface Pressure Fluctuations for Two Tubes in an in Line Arrangement”. *Journal of Fluid and Structures*, Vol. 5, pp. 701-727.
- MARKATOS, N.C. (1986)**, “The mathematical modelling of turbulent flows”, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 10, pp. 190-220.
- MÉTAIS, O., LESIEUR, M. (1992)**, “Spectral large-eddy simulation of isotropic and stably stratified turbulence”, *Journal of Fluid Mechanics*, v. 239, pp. 157-194.
- MORAES, P.G., (2011)**, “Efeitos de Interferência entre Dois Corpos Idênticos Alinhados com o Escoamento”. Dissertação de Mestrado, IEM/UNIFEI.
- MORAES, P.G., ALCÂNTARA PEREIRA, L.A, HIRATA, M.H., (2012)**, “The Formation of Binary-Vortex Street behind Two Circular Cylinders Arranged In Tandem”. 14th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering, Proceedings of ENCIT, November 18-22, 2012, Rio de Janeiro, RJ, Brazil
- MORAES, P. G., OLIVEIRA, M. A., ANDRADE, C. L., BIMBATO, A. M., ALCÂNTARA PEREIRA, L. A., (2021)**, “Effects of surface roughness and wall confinement on bluff body aerodynamics at large-gap regime.” *J Braz. Soc. Mech. Sci. Eng.* 43, 397.
- MUSTTO, A. A., HIRATA, M. H., BODSTEIN, G. C. R., (1998)**, “Discrete Vortex Method Simulation of the Flow around a Circular Cylinder with and without Rotation”. A.I.A.A. Paper 98-2409, Proceedings of the 16th A.I.A.A. Applied Aerodynamics Conference, Albuquerque, NM, USA, June.
- OGAMI, Y., (2001)**, “Simulation of Heat-Fluid Motion by Vortex Method”, *JSME International Journal, Series B*, Vol. 44, N^o. 4, pp. 513-519.

- OLIVEIRA, M. A., MORAES, P. G., ANDRADE, C. L., BIMBATO, A. M., ALCÂNTARA PEREIRA, L. A., (2020)**, “Control and Suppression of Vortex Shedding from a Slightly Rough Circular Cylinder by a Discrete Vortex Method”, *Energies*, v. 13, p. 4481.
- OLIVEIRA, M.A., (2020)**, “Desenvolvimento de um Modelo de Rugosidade para a Simulação Numérica Paralela do Escoamento ao redor de um Corpo Rombudo”, Tese de Doutorado, IEM/UNIFEI.
- PANG, J.H., ZONG, Z., ZOU,L., WANG.Z., (2016)**, “Numerical Simulation of the flow Around Two Side-by-side Circular Cylinders by IVCBC Vortex Method”, *Ocean Engineering*, Vol. 119, pp. 86-100.
- PANNEL, J.R., GRIFFITHS E.A., COALES J.D., (1915)** “Experiments on the Interference Between Pairs of Aeroplane Wires of Circular and Lenticular Cross Section”, *Advisory Committee for Aeronautics*, N° 208, Vol. 7, pp. 219-221.
- RASHIDI, S., HAYATDAVOODI, M., ESFAHANI, J. A., (2016)**, “Vortex Shedding Suppression and Wake Control: A Review”, *Ocean Engineering*, Vol. 126, pp. 57-80.
- RECICAR, J.N., (2007)**, “Oscilações de Grandes Amplitudes num Corpo que se Move com Velocidade Constante”. Dissertação de Mestrado, IEM/UNIFEI.
- RENOLDI, R.G.F., BIMBATO, A.M., ALCÂNTARA PEREIRA, L.A., (2019)**, “Development of a Pressure Formulation to Consider Friction Drag in the Vortex Method”. 25th ABCM International Congress of Mechanical Engineering, Proceedings of COBEM 2019, October 20-25, Uberlândia, MG, Brazil.
- REYNOLDS, O., (1883)**, “An Experimental Investigation of the Circunstances which Determine Whether the Motion of Water Shall Be Direct or Sinuous and of the Law of Resistance in Parallel Channels”. *Phill. Trans. Roy. Soc.*, Vol. 174, Part III, pp. 935-982.

- RICCI, J.E.R., (2002)**, “Simulação Numérica do Escoamento ao Redor de um Corpo de Forma Arbitrária Estacionado nas Imediações de uma Superfície Plana, com o Emprego do Método de Vórtices”. Tese de Doutorado, IEM/UNIFEI.
- RICCIARDI, T.R., (2016)**, “Fast Multipole Discrete Vortex Method Applied to Unsteady Vortex Flows”; Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade Estadual de Campinas.
- ROSELLI, M.V., (2017)**, “Estudo Numérico da Transferência de Calor por Convecção Mista a partir de um Corpo Rombudo e Efeitos de uma Parede Frontal”. Dissertação de Mestrado, IEM/UNIFEI.
- ROSSI, L. F., (1996)**, “Resurrecting Core Spreading Vortex Methods: A New Scheme that is both Deterministic and Convergent”. *SIAM J. Sci. Comput.*, 17:370-397.
- ROSSI, L.F., (1997)**, “Merging Computational Elements in Vortex Simulations”. *SIAM J. Sci. Comput.*, 18:1014-1027.
- ROSSI, L. F., (2005)**, “Achieving High Order Convergence Rates with Deforming Basis Functions”. *SIAM J. Sci. Comput.*, Vol. 26, nº 3, pp. 885-906.
- ROSSI, L. F., (2006)**, “A Comparative Study of Lagrangian Methods Using Axisymmetric and Deforming Blobs”. *SIAM J. Sci. Comput.*, Vol. 27, nº 4, pp. 1168-1180.
- SCHEWE, G., van HINSBERG N. P., JACOBS, M., (2021)**, “Investigation of the steady and unsteady forces acting on a pair of circular cylinders in crossflow up to ultra-high Reynolds numbers”. *Experiments in Fluids*, vol 62, 18p.
- SHINTANI, M., AKAMATSU, T., (1994)**, “Investigation of Two Dimensional Discrete Vortex Method with Viscous Diffusion Model”. *Computational Fluid Dynamics Journal*, Vol. 3, nº 2, pp. 237-254.
- SILVA SIQUEIRA, B.O.P., ALCÂNTARA PEREIRA, L.A., BIMBATO, A.M., (2013)**, “Wake-Patterns and Aerodynamic Loads of a Pair of Side-by-side

Circular Cylinders” 22th ABCM International Congress of Mechanical Engineering, Proceedings of COBEM 2019, November 3-7, Ribeirão Preto, SP, Brazil.

SILVEIRA NETO, A. (1993), “A Numerical Investigation of the Coherent Structures of Turbulence behind a Backward-Facing Step”, International Journal of Fluid Mechanics, v. 256, pp. 1-25.

SILVEIRA NETO, A. (2003), “Turbulência nos Fluidos Aplicada, Apostila do Curso de Pós-Graduação”, cap. 4.

SMAGORINSKY, J. (1963), “General Circulation Experiments with the Primitive Equations”, Mon. Weather Rev., v. 91, p. 99.

SOUZA, J.F.A., OLIVEIRA, L.R., AZEVEDO, J.L.L., SOARES, D.I., MATA, M.M., (2011), “Uma Revisão Sobre Turbulência e Sua Modelagem”, Rev. Bras. Geof. Vol.29

SUBRAMANIAM, S., (1996), “A New Mesh-Free Vortex Method” PhD Thesis, FAMU-FSU College of Engineering.

SUMNER, D., (2010), “Two Circular Cylinders in Cross-Flow: A Review”. Journal of Fluid and Structures, Vol. 26, pp. 849-899.

TOBISAWA, R. Y. I., (2019), “Simulação Numérica de Efeitos Térmicos Sobre Vibrações Induzidas por Vórtices Utilizando um Método de Partículas de Temperatura Lagrangeano”, Dissertação de Mestrado, IEM/UNIFEI.

WANG, X.K. ZHANG, J.X., HAO, Z., ZHOU, B., TAN, S.K., (2015), “Influence of Wall Proximity on Flow Around Two Tandem Circular Cylinders”, Ocean Engineering, Vol. 94, pp. 36-50

WHITE, F.M., (2002), “Mecânica dos Fluidos”, McGraw-Hill, 4^a Ed., 570p.

XU, G., ZHOU, Y., (2004), “Strouhal Numbers in the Wake of Two inline Cylinders”.
Experiments in Fluids, pp. 248-256.

ZDRAVKOVICH, M.M., (1977), “Review of Flow Interference between two Circular
Cylinders in Various Arrangement”. ASME Journal of Fluid Engineering, Vol.
99, pp. 618-633.

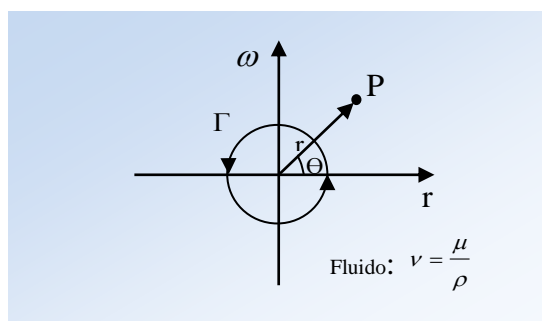
ZDRAVKOVICH, M.M., PRIDDEN, D.L., (1977) “Interference Between Two
Circular Cylinders; Series of Unexpected Discontinuities”, J. Ind. Aerodyn. Vol.
2, pp. 255-270

APÊNDICE A⁴

A.1 – DIFUSÃO RADIAL DA VORTICIDADE E O MODELO DO VORTICE DE LAMB

A difusão radial da vorticidade contida no interior do raio do núcleo de um vórtice pontual, localizado no plano, pode ser representada graficamente como mostrado na figura A.1,

Figura A.1 – Difusão radial da vorticidade.



Fonte: Notas de aula de MCC10 (2018).

onde, Γ é a intensidade do vórtice pontual e $\omega(r,t)$ representa a distribuição radial da vorticidade.

As dimensões de Γ e de ω são apresentadas abaixo:

$$[\Gamma] = [L^2 T^{-1}] \rightarrow m^2/s.$$

⁴ Este Apêndice é parte das Notas de Aula da Disciplina de MCC10 - Métodos de Partículas Lagrangeanos Aplicados à Problemas de escoamentos Multicomponentes oferecida no primeiro semestre de 2018 pelo Prof. Dr. Luiz Antonio Alcântara Pereira no programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica do IEM/UNIFEI

$$[\omega] = [\Gamma^{-1}] \rightarrow 1/s.$$

A intensidade do vórtice pontual é definida como:

$$\Gamma = \int_0^{\infty} \omega 2\pi r \, dr. \quad (\text{A.1})$$

A Equação do Transporte da Vorticidade (E.T.V.), em coordenadas cilíndricas, (r, θ, z) , é escrita como:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + U_r \frac{\partial \omega}{\partial r} + \frac{U_\theta}{r} \frac{\partial \omega}{\partial \theta} + W \frac{\partial \omega}{\partial z} = v \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \omega}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} \right]. \quad (\text{A.2})$$

Considerando a simetria do problema e somente o efeito de difusão aplicado na equação A.2, ou seja, $\left(U_r = 0 \text{ e } \frac{\partial}{\partial \theta} = 0 \right)$, tem-se:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{v}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \omega}{\partial r} \right). \quad (\text{A.3})$$

A seguir são utilizados argumentos da Análise Dimensional para a obtenção da expressão da velocidade tangencial induzida por um vórtice pontual. São seguidos os seguintes passos:

1° Passo: Relação Funcional: $F\left(\frac{\omega}{\Gamma}, r, t, v\right) = 0.$

Portanto, há $n = 4$ grandezas.

2° Passo: Ordem da matriz dimensional (r); veja a tabela A.1:

Portanto, $r = 2$.

3° Passo: Obtenção dos $n-r = 4-2 = 2$ π s (pelo Método Expedito)

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Comprimento Representativo} \\ \text{Velocidade Representativa} \end{array} \right\} = \text{Tempo Representativo: } t = T \rightarrow T = t$$

$$\left\{ \text{Propriedade dos Fluidos} \right\} = \text{Propriedade dos Fluidos: } v = L^2 T^{-1} \rightarrow L = (vt)^{1/2}$$

$$\Pi_1 = \frac{\omega}{\Gamma} = L^{-2} = ((vt)^{1/2})^{-2} = (vt)^{-1} \rightarrow \Pi_1 = \frac{\omega}{\Gamma} vt \quad (\text{A.4})$$

$$\Pi_2 = r = L = (vt)^{1/2} \rightarrow \Pi_2 = \frac{r}{\sqrt{vt}} \quad (\text{A.5})$$

Tabela A.1 – Matriz dimensional para a difusão da vorticidade.

	$\frac{\omega}{\Gamma}$	r	t	v
M	0	0	0	0
L	-2	1	0	2
T	0	0	1	-1
θ	0	0	0	0

 \rightarrow

1	0
0	1

 $\neq 0.$

r

t

Fonte: Notas de aula de MCC10 (2018)

4º Passo: Relação adimensional: $\mathcal{G}(\Pi_1, \Pi_2) = 0$

$$\mathcal{G}\left(\frac{\omega}{\Gamma} vt, \frac{r}{\sqrt{vt}}\right) = 0. \quad (\text{A.6})$$

Considerando $\eta = \frac{r}{\sqrt{vt}}$, a relação adimensional definida pela Eq. (A.6) pode ser

escrita como:

$$\omega = \frac{\Gamma}{vt} f(\eta) \quad (\text{A.7})$$

e cujas derivadas tomam a seguinte forma:

$$\frac{\partial \eta}{\partial r} = \frac{1}{\sqrt{vt}} \quad (\text{A.8})$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\frac{1}{2}rv(vt)^{-3/2} = -\frac{1}{2}\frac{r}{\sqrt{vt}}\frac{1}{t} = -\frac{\eta}{2t} \quad (\text{A.9})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial t} &= -\frac{\Gamma v}{(vt)^2}f(\eta) + \frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial t} \frac{\Gamma}{vt} \\ &= -\frac{\Gamma}{vt^2}f(\eta) + \frac{\partial f}{\partial \eta} \left(-\frac{\eta}{2t}\right) \frac{\Gamma}{vt} \\ &= -\frac{\Gamma}{vt^2} \left(f(\eta) + \frac{1}{2}\eta \frac{\partial f}{\partial \eta} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial r} = \frac{\Gamma}{vt} \frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial r} = \frac{\Gamma}{vt} \frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{1}{\sqrt{vt}} = \frac{\Gamma}{vt\sqrt{vt}} \frac{\partial f}{\partial \eta} \quad (\text{A.11})$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \omega}{\partial r} \right) = \frac{\partial \omega}{\partial r} + r \frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2} = \frac{\Gamma}{vt\sqrt{vt}} \frac{\partial f}{\partial \eta} + \frac{r\Gamma}{vt\sqrt{vt}} \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \frac{\partial \eta}{\partial r} = \frac{\Gamma}{vt\sqrt{vt}} \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} + \eta \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \right) \quad (\text{A.12})$$

$$\frac{v}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \omega}{\partial r} \right) = \frac{\Gamma}{\eta t \sqrt{vt} \sqrt{vt}} \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} + \eta \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \right) = \frac{\Gamma}{\eta vt^2} \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} + \eta \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \right). \quad (\text{A.13})$$

Substituindo-se as derivadas anteriores na equação A.3, resulta:

$$\left(-f - \frac{1}{2}\eta \frac{\partial f}{\partial \eta} \right) \frac{\Gamma}{vt^2} = \left(\frac{1}{\eta} \frac{\partial f}{\partial \eta} + \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \right) \frac{\Gamma}{vt^2}. \quad (\text{A.14})$$

Arrumando:

$$2\eta \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} + 2\frac{\partial f}{\partial \eta} + \eta^2 \frac{\partial f}{\partial \eta} + 2f\eta = 0 \quad (\text{A.15})$$

ou

$$2\eta f'' + 2f' + \eta^2 f' + 2f\eta = 0 \quad \rightarrow \quad \left(\frac{\partial}{\partial \eta} \right)$$

(A.16)

$$2(\eta f')' + (2f\eta + \eta^2 f') = 0 \rightarrow \text{integrando em relação a } \eta$$

(A.17)

$$2\eta f' + \eta^2 f = A \longrightarrow \text{onde } A = 0, \text{ pois } f'(0) = 0. \quad (\text{A.18})$$

Dividindo membro a membro a equação acima por η , resulta:

$$2f' + \eta f = 0 \rightarrow 2 \frac{df}{d\eta} + \eta f = 0 \quad \frac{df}{f} = -\frac{\eta}{2} d\eta; \text{ integrando:}$$

(A.19)

$$\log_e f = -\frac{\eta^2}{4} + C \rightarrow \log_e f - \log_e B = -\frac{\eta^2}{4} \quad \text{ou}$$

(A.20)

$$f(\eta) = B \exp\left(-\frac{\eta^2}{4}\right) \quad (\text{A.21})$$

Mas, pela equação A.1, sabe-se que:

$$\Gamma = \int_0^{\infty} \omega 2\pi r \, dr.$$

Considerando-se que $B = \frac{1}{4\pi}$, tem-se em termos de variáveis dimensionais a seguinte equação, que mostra uma distribuição Gaussiana da vorticidade:

$$\omega(r, t) = \frac{\Gamma}{4\pi \nu t} \exp\left(-\frac{r^2}{\sigma^2}\right) \quad (\text{A.22})$$

A utilização da definição de vorticidade permite calcular imediatamente a velocidade tangencial induzida por um vórtice discreto de Lamb:

$$\underbrace{\omega = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r U_\theta)}_{\nabla \times \mathbf{V} = \boldsymbol{\omega}} \rightarrow U_\theta = \frac{1}{r} \int_0^r \omega r \, dr \quad (\text{A.23})$$

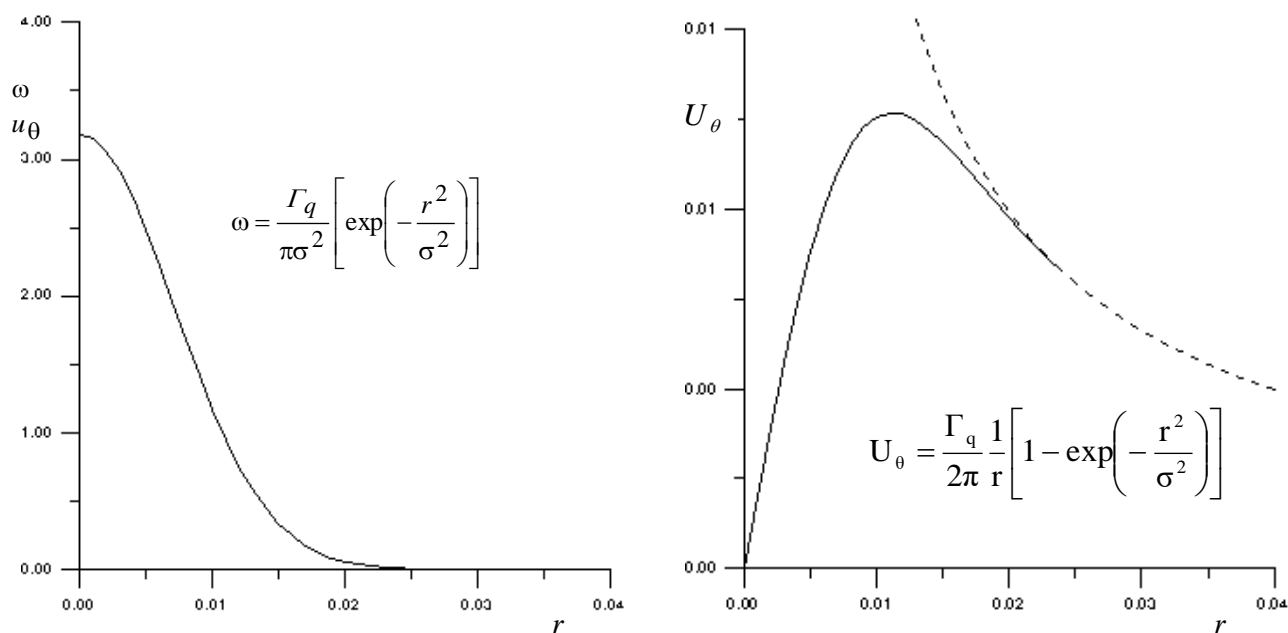
Assim, U_θ resulta na seguinte expressão:

$$U_\theta = \frac{\Gamma}{2\pi r} \left[1 - \exp\left(-\frac{r^2}{\sigma^2}\right) \right] \quad (\text{A.24})$$

A figura A.2 representa graficamente o comportamento da distribuição da vorticidade e da velocidade tangencial no interior do raio do núcleo de um vórtice discreto de Lamb de intensidade Γ_q . O raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb é definido por $\sigma = \sqrt{4\nu\Delta t}$ em analogia com o conceito de raio de penetração da vorticidade a partir de uma fronteira sólida durante um incremento de tempo.

Este modelo de partícula é apropriado para a representação dos vórtices discretos no domínio fluido, que induzem velocidade sobre os pontos de geração de novos vórtices discretos e que induzem velocidade sobre os outros vórtices discretos da nuvem.

Figura A.2 – Modelo do vórtice discreto de Lamb.



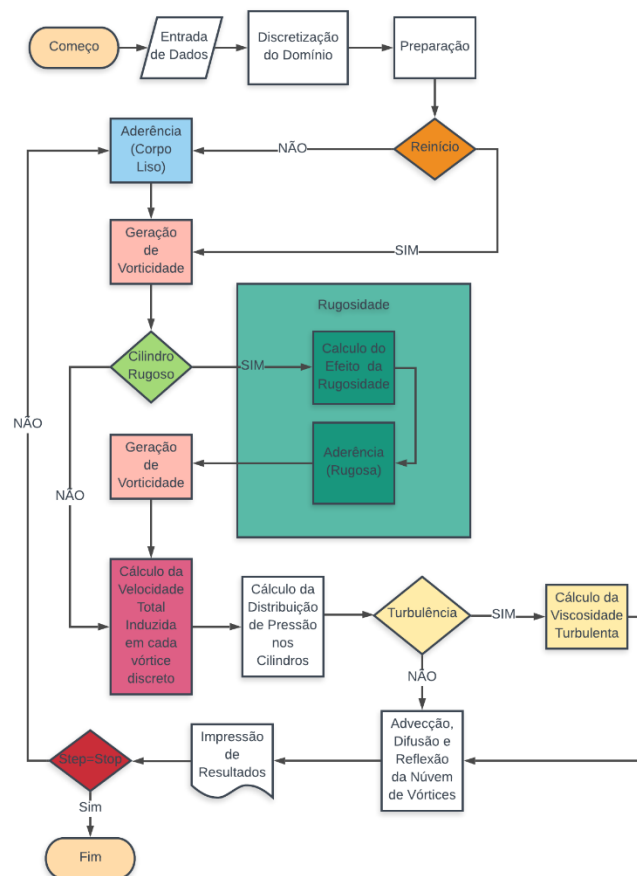
Fonte: Notas de aula de MCC10 (2018).

APÊNDICE B

B.1 – ALGORITMO UTILIZADO NAS SIMULAÇÕES

A figura B.1 apresenta o algoritmo do programa desenvolvido para as simulações numéricas.

B.1 – Algoritmo utilizado nas simulações



Fonte: o autor.

A seguir são descritas as rotinas que compõe o algoritmo utilizado nas simulações numéricas.

A rotina INPUT.FOR é responsável pela leitura do arquivo de entrada INPUT.DAT que contém todas os parâmetros de entrada do programa.

A rotina DISCRET.DAT é responsável pela discretização de um cilindro circular em painéis planos.

A rotina SECOND_BODY.DAT é responsável por discretizar o segundo cilindro circular em painéis planos.

A rotina DATAPREP.FOR é utilizada para criar os pontos de controle, os pontos de desprendimento de vórtices discretos de Lamb e pontos extremos dos painéis.

A rotina GEOMETRY.FOR cria um arquivo de saída com as informações de geometria dos dois cilindros.

A rotina DATAPREPR.FOR é responsável pela criação dos pontos rugosos.

A rotina COUPS.FOR é responsável pela criação da matriz de influência de fontes (equação 4.12).

A rotina COUPV.FOR é responsável pela criação da matriz de influência de vórtices (equação 4.3).

A rotina COUPPR.FOR é responsável pela criação da matriz de influência de pressões (equação 4.35).

A rotina MODCOUP.FOR é responsável por modificar as matrizes de influência para acrescentar 1 linha a mais para cada cilindro para verificar a condição de conservação da circulação (quando chamada para vórtices) e de conservação da massa (quando chamada para fontes).

A rotina RESTART.FOR foi criada pela necessidade deste trabalho. Uma vez que as simulações computacionais envolvidas neste trabalho têm duração de em média um mês, é muito comum que nesse período, ocorram problemas nos computadores como quedas de energia ou desligamentos causados por atualizações do sistema

operacional. Esses desligamentos anteriormente obrigavam o reinício do programa no instante de tempo inicial ($\text{step}=1$), e isso gerava atrasos na obtenção de resultados. A implementação desta rotina é simples, porém, há a geração de arquivos de *backup* de tamanho elevados. Para solucionar esse problema foram estipulados intervalos onde as impressões desses arquivos de *backup* seriam criadas e, em momentos onde a simulação numérica é mais rápida, esses arquivos são impressos em intervalos maiores. A partir do momento que a simulação começa a ser onerosa em tempo computacional, a impressão de arquivos de *backup* é feita em intervalos menores. Esses intervalos podem ser facilmente ajustados pelo programador de acordo com as características de sua simulação.

A rotina RHSS.FOR é responsável pelo cálculo do vetor lado direito fontes.

A rotina GAUSSPIV.FOR é responsável pelo cálculo do vetor incógnita do sistema linear pelo método de eliminação de Gauss.

A rotina COMP_US_VS.FOR é responsável por calcular a velocidade induzida em cada ponto de controle pelas distribuições de fontes.

A rotina RHSV.FOR é responsável pelo cálculo do vetor lado direito para vórtices.

A rotina MODRHS.FOR é responsável por acrescentar uma linha no vetor lado direito (vórtices ou fontes) para cada cilindro, com valor zero, para conservação de circulação e massa do sistema.

A rotina MIN_QUAD.FOR é responsável por utilizar o método de mínimos quadrados e distribuir o erro de solução do sistema linear de forma homogênea.

A rotina VERIFY_CIRCULAT.FOR é responsável por somar todas as intensidade de vórtices nascentes para verificar se a conservação da circulação está acontecendo.

A rotina GENERAT.FOR é responsável pela geração dos vórtices nascentes.

A rotina COMPUMVM.FOR é responsável pelo cálculo da velocidade total induzida no ponto de controle pelas contribuições do escoamento incidente e da nuvem de vórtices.

A rotina VERIFY_MASS.FOR é responsável por somar todas as intensidade de fontes nascentes e verificar se a conservação da massa está acontecendo.

A rotina COMP_UM_VM_EXTRA.FOR é responsável por acrescentar ao vetor velocidade induzida no ponto de controle a contribuição das novas fontes geradas pela condição de aderência.

A rotina GENERAT_EXTRA.FOR é responsável pela modificação da intensidade dos vórtices nascentes, causada pela imposição da condição de aderência.

A rotina COMP_UB_VB_R.FOR é responsável por calcular a velocidade induzida pelo escoamento incidente e pelas fontes nos pontos rugosos.

A rotina COMP_UV_VV_R.FOR é responsável por calcular a velocidade induzida pela nuvem de vórtices em todos os pontos rugosos.

A rotina ROUGHNESS.FOR é responsável pelo cálculo do efeito rugoso sobre os vórtices nascentes.

A rotina COUPVR.FOR é responsável por calcular a nova matriz de influência devido aos efeitos rugosos nos vórtices.

A rotina GENERATR.FOR é responsável pela geração dos vórtices nascentes levando-se em conta os efeitos rugosos.

A rotina VEL_FIELD.FOR é responsável por gerar um arquivo de saída com as velocidades normal e tangencial sobre cada ponto de controle de cada painel em cada instante de tempo para se verificar as condições de aderência.

A rotina COMP_UB_VB.FOR é responsável pelo cálculo das contribuições de velocidade do escoamento incidente e das distribuições de fontes sobre cada vórtice discreto da nuvem de vórtices.

A rotina COMP_UV_VV.FOR é responsável pelo cálculo da velocidade induzida por cada vórtice discreto na nuvem de vórtices discretos utilizando a Lei de Biot-Savart.

A rotina RHSP.FOR é responsável pelo cálculo do vetor lado direito de pressões.

A rotina PRESSURE.FOR é responsável pelo cálculo das pressões atuantes sobre cada painel, bem como os coeficientes de arrasto e sustentação.

A rotina DOMAIN.FOR é responsável por determinar o domínio que será considerado na montagem das caixas para a aceleração do cálculo da turbulência.

A rotina BOUNDARY.FOR é responsável pela divisão e criação das caixas e alocação de espaço de memória para criação das mesmas.

A rotina BOX_STRUCTURE.FOR é responsável pela distribuição de todos os vórtices da nuvem pelas caixas.

A rotina TURBULENCE.FOR é responsável pelo cálculo do coeficiente de viscosidade turbulenta de cada vórtice discreto utilizando a Função Estrutura de Velocidades de Segunda Ordem (FEVSO).

A rotina ADVECTION.FOR é responsável pela advecção das nuvens de vórtice com um avanço de Euler de primeira ordem.

A rotina DIFFUSS.FOR é responsável pela difusão das nuvens de vórtice com o método de avanço randômico.

A rotina REFLECT.FOR é responsável pela reflexão das partículas de vórtices que migrarem para dentro dos cilindros circulares.

A rotina PRINT.FOR é responsável pela impressão dos arquivos necessários para o pós-processamento (nuvem de vórtices discretos de Lamb e coeficiente de pressão) e também pelos arquivos de backup utilizados pela rotina RESTART.FOR caso aconteça alguma interrupção no programa durante sua execução.

APÊNDICE C

C.1 – PARALELISMO COM OPENMP

O uso de paralelismo em computadores com processadores *multi-cores*, principalmente quando se trabalha com programas que envolvem grande massa de dados deve ser considerado regra e não mais como exceção. Não usar paralelismo nesses processadores é perder tempo e dinheiro.

- O que é OpenMP?

OpenMp é uma interface de programação, portátil, baseada no modelo de programação paralela de memória compartilhada para arquiteturas de múltiplos processadores composto por três componentes básicos:

1. Diretivas de Compilação, que são padrões do OpenMP;
2. Biblioteca de Execução, que são intrínsecas do compilador;
3. Variáveis de Ambiente, que são as variáveis internas dos laços paralelizadas.

- Histórico do OpenMP

No início da década de 90, fabricantes de máquinas de memória compartilhada e similares, desenvolveram extensões do compilador FORTRAN com um conjunto especial de instruções denominadas diretivas de execução que permitiam:

1. Usuários, programadores FORTRAN (programação serial), adicionar instruções para identificar laços que poderiam ser paralelizados;
2. O compilador passa a ser responsável pela paralelização automática desses laços entre os processadores.

Em 28 de Outubro de 1997 foi divulgado e disponibilizado o OpenMP FORTRAN. ([HTTP://www.openmp.org](http://www.openmp.org))

O Modelo OpenMP - baseado em *threads*, que são unidades de processamento - permite ao programador ter total controle sobre a paralelização do código, é especificado através de diretivas de compilação, suporta recursividade e utiliza o sistema *fork-join*.

O sistema fork-join consiste em 4 etapas:

1. Todos os programas paralelizados com OpenMP começam como um processo simples, serial. Esse processo é chamado de *thread* Mestre. O processo mestre é executado seqüencialmente até que a primeira diretiva de paralelismo é encontrada.
2. O processo Mestre cria um conjunto (*team*) de *threads* paralelos (*Fork*), etapa chamada de bifurcação.
3. Os comandos de um programa, inseridos na região paralela, são executados em paralelo pelos *threads* criados.
4. Quando o conjunto de *threads* completa a execução dos comandos na região paralela, os *threads* são sincronizados e finalizados, permanecendo apenas o *thread mestre*.

Todo processo paralelo no padrão OpenMP FORTRAN deve começar com um identificador. São exemplos de identificadores: **!\$OMP**, **C\$OMP** e ***\$OMP**. Esse identificador deve ser colocado na primeira coluna (quando se utiliza FORTRAN 77) ou em qualquer coluna (quando se utiliza FORTRAN 90 ou superior) desde que precedido de um espaço em branco.

Exemplo básico de uma estrutura paralela padrão OpenMP FORTRAN:

!\$OMP diretiva

[código FORTRAN a ser paralelizado]

!\$OMP end diretiva

Antes de se utilizar uma estrutura paralelizada o programador deve oferecer ao compilador algumas propriedades intrínsecas do uso do OpenMP, como por exemplo o número de unidades de processamento que o computador pode utilizar para as regiões paralelas. Para isto, deve usar a seguinte estrutura em FORTRAN:

```
integer :: thread_num
```

```
integer,external :: omp_get_num_procs
```

```
thread_num = omp_get_num_procs()
```

```
call omp_set_num_threads(thread_num)
```

Neste código, *integer :: thread_num* é a declaração que o número de threads, utilizado pelo computador para executar as etapas paralelizadas do processo, é um inteiro; *integer,external :: omp_get_num_procs* é a declaração de que a função, que permite ao próprio computador buscar na máquina onde o programa será executado, a quantidade de unidades de processamentos, retorna um valor inteiro; *thread_num = omp_get_num_procs()* é a função para guardar o número de unidades de processamento na variável declarada anteriormente; *call omp_set_num_threads(thread_num)* é a função que faz o *thread* mestre utilizar o número de unidades de processamento para as regiões paralelizadas.

A segunda etapa do processo de paralelização por parte do programador é saber quais, dentre todas as variáveis envolvidas no processo paralelizado, são globais ou privadas. Variáveis globais são aquelas que todos os *threads* criados pelo mestre têm acesso e variáveis privadas são variáveis cujas manipulações são feitas única e exclusivamente pelo *thread* designado pelo mestre. Por definição, todas as variáveis de índices de laços são privadas.

A terceira e última etapa é identificar no programa quais cálculos são independentes e podem ser executados em qualquer ordem. Isso é fundamental pois se

um *thread* realiza uma operação e sobrescreve uma variável global, ou até mesmo privada, fora de ordem, o resultado pode ser desastroso e cheios de erros.

A seguir será demonstrado como é feita a paralelização da sub-rotina GAUSS.FOR, responsável por resolver um sistema linear com o método de Eliminação de Gauss. Os termos referentes ao OpenMP são destacados em negrito.

```

subroutine gauss (n,A,B,X)

implicit none

integer j,k,l,n

real*8 A(n,n),Aaux(n,n+1),B(n),X(n)

real*8 zx,sx

integer :: thread_num

integer,external :: omp_get_num_procs

thread_num = omp_get_num_procs()

call omp_set_num_threads(thread_num)

!=====

!$OMP PARALLEL DO PRIVATE (k,j)

do k=1,n

    do j=1,n

        Aaux(k,j)=A(k,j)

    enddo

    result(k)=.0

enddo

!$OMP END PARALLEL DO

```

```
!=====
```

Nesta primeira parte da sub-rotina que resolve o sistema $A.x=B$, com a matriz A quadrada com n linhas e n colunas, é criada uma nova matriz A_{aux} , também com n linhas e n colunas, de forma paralelizada. O comando **!\$OMP PARALLEL DO PRIVATE (k,j)** indica que será feito um paralelismo no laço *do* e, as variáveis k e j serão privadas (já o seriam pelo fato de serem índices de laços, mas é colocado para que sempre o programador lembre de declarar o que é privado nas diretivas OpenMP e evitar erros). O comando **!\$OMP END PARALLEL DO** é utilizado para fechar o bloco de paralelização. O código FORTRAN utilizado dentro da região paralelizada simplesmente copia para a variável $A_{aux}(n,n)$ a variável $A(n,n)$, pois a variável $A(n,n)$ não será modificada nesta sub-rotina e voltará ao programa principal da mesma forma que entrou na sub-rotina (o cálculo do Método de Gauss será todo realizado com a matriz A_{aux}).

```
!=====
```

```
n=n+1
```

```
!$OMP PARALLEL DO PRIVATE (k)
```

```
do k=1,n-1
```

```
    Aaux(k,n)=B(k)
```

```
enddo
```

```
!$OMP END PARALLEL DO
```

```
!=====
```

Nesta seção da sub-rotina, é feita a matriz expandida de Gauss, concatenando-se a matriz A_{aux} com o vetor B , novamente utiliza-se o comando **!\$OMP PARALLEL DO PRIVATE (k)**, declarando como privada a variável k (novamente por formalismo) e fechando o processo paralelo com o comando **!\$OMP END PARALLEL DO**.

```
!=====
```

```
l=0
```

```
do k=1,n-1
```

```
!$OMP PARALLEL DO PRIVATE(j,l,zx)
```

```
do j=k+1,n-1
```

```
zx=Aaux(j,k)/Aaux(k,k)
```

```
do l=1,n
```

```
Aaux(j,l)=Aaux(j,l)-Aaux(k,l)*zx
```

```
enddo
```

```
enddo
```

```
!$OMP END PARALLEL DO
```

```
enddo
```

```
!=====
```

Nesta seção da sub-rotina, é feito o Método de Eliminação de Gauss para criar uma matriz triangular superior. Novamente utiliza-se o comando **!\$OMP PARALLEL DO PRIVATE (j,l,zx)**, declarando como privada as variáveis j , l (novamente por formalismo) e a variável zx , que é o fator de Gauss. A variável zx deve ser considerada privada para que um *thread* fazendo uma operação não use um fator destinado à outro *thread*. Por fim, fecha-se o processo paralelo com o comando **!\$OMP END PARALLEL DO**. O laço relacionado com k é dependente dos laços internos (relacionados com j e l), e, devido a isso, não pode ser paralelizado.

```
!=====
```

```
do k=n-1,1,-1
```

```
sx=.0
```

```
do l=1,n
```

```
sx=sx+Aaux(k,l)*X(l)
```

```
enddo
```

```
X(k)=(Aaux(k,n)-sx)/Aaux(k,k)
```

```
enddo
```

```
!=====
```

```
return
```

```
end
```

Na última seção da sub-rotina de eliminação de Gauss é feita a etapa de retro-substituição. Ou seja, a matriz triangular superior é resolvida de trás para frente, encontrando-se os elementos do vetor resposta X, do último até o primeiro. Devido à necessidade de se conhecer um elemento do vetor X anterior para depois fazer o cálculo do posterior, os cálculos desta seção são dependentes entre si e desta forma não se pode de forma alguma utilizar comandos para paralelizar essa seção.

O programador também deve estar ciente que apenas escrever o código de paralelização não obriga o compilador a executar automaticamente o processo paralelo. Como pode ser observado, as diretivas do OpenMP todas começam com símbolos que são comentários na linguagem FORTRAN. Ou seja, se o programador não habilitar o compilador para leitura e execução do código em paralelo padrão OpenMP, o compilador simplesmente ignoraria esses códigos (por entender que são comentários) e daria sequência ao processo (de forma serial).

Cada compilador tem sua forma específica de liberar as diretivas OpenMP. Por exemplo, utilizando-se Fedora (uma distribuição do Linux), com compilador *gfortran*®, é necessário ao compilar o programa usar o comando `-fopenmp`. Para o compilador *Intel*® *One Api*, o comando usado no Fedora é `-qopenmp`. No Windows, é possível utilizar estruturas OpenMP com o compilador *Intel*® *One Api for Windows* dentro do ambiente *Visual Studio*® para isso basta entrar nas configurações do projeto a ser compilado e na aba FORTRAN, sub-aba *LANGUAGE* e mudar a opção de *Process OpenMP Directives* para *Generate Parallel Code (/Qopenmp)*.