

Escola Federal de Engenharia de Itajubá

Dissertação de Mestrado

Desenvolvimento de um software numérico para
simulação de escoamentos tridimensionais
usando o Método de Volumes Finitos

Luiz Carlos Martinelli Júnior

Orientador: Manuel da Silva Valente de Almeida

Itajubá - MG

1994



AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pelo constante amparo.

A minha noiva Solange, a minha família e aos meus pais mineiros Luiz e Lourdes.

Ao professor Manuel Valente, meu orientador e amigo, pela presença, ajuda e estímulo, possibilitando a elaboração deste trabalho.

Ao CNPq, pela ajuda financeira na concessão da bolsa.

RESUMO

"Os pássaros têm asas e voam;
os animais, patas e andam;
que tens feito do teu pensamento?"

Zákind Piatigórsky

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo o desenvolvimento de um código de cálculo para simulação de escoamentos tridimensionais em uma cavidade retangular para o estudo de um fluido Newtoniano em escoamento laminar, em coordenadas retangulares.

O Método de Volumes Finitos (M.V.F.) é utilizado para a discretização espacial das equações de transporte e o Método semi-implícito SOLA para a discretização temporal.

Dois esquemas convectivos foram utilizados: UPWIND e QUICK.

Sumário

1. INTRODUÇÃO GERAL

1.1. Introdução	1.1
1.2. Sistema Escalar	1.2
1.3. Sistema de Equações	1.3

2. MÉTODOS NUMÉRICOS

2.1. Método dos Volumes Finitos (Método de Controle)	2.1
2.2. Método das Diferenças Finitas	2.2
2.3. Método das Diferenças Finitas (Semi-implícito)	2.3

ABSTRACT

In this work a code has been developed to the simulation of the three-dimensional flows in a rectangular cavity to the study of Newtonian fluid in laminar flow, rectangular coordinates.

The Volume Finite Method has been used to make the spatial discretization of the transport equations and the semi-implicity SOLA Method to make the time discretization.

Two convective schemes are used: UPWIND and QUICK.

3. RESULTADOS

3.1. Introdução	3.1
3.2. Geometria e Condições de Contorno	3.2
3.3. Resultados para Cavidade	3.3
3.3.1. Perfil de velocidade (seção transversal)	3.3
3.3.2. Perfil de velocidade (seção axial)	3.4
3.3.3. Perfil de velocidade em função de Z	3.5
3.3.4. Trajetória Corrente	3.5

Sumário

1. INTRODUÇÃO GERAL

1.1- Introdução	1.1
1.2- Presente Trabalho	1.2
1.3- Equações de Transporte	1.2

2. MÉTODO NUMÉRICO

2.1- Método dos Volumes Finitos (ou Volume de Controle)	2.1
2.2- Esquema UPWIND	2.1
2.3- Esquema QUICK	2.3
2.4- Malha Deslocada (Staggered Grid)	2.6

3. TRATAMENTO NUMÉRICO

3.1- Equação de Conservação de um Escalar	3.1
3.2- Discretização das Equações de Quantidade de Movimento	3.2
3.2.1- Discretização da Quantidade de Movimento para a componente de velocidade u	3.6
3.2.2- Discretização da Quantidade de Movimento para a componente de velocidade v	3.11
3.2.3- Discretização da Quantidade de Movimento para a componente de velocidade w	3.13
3.3- Exemplo de Cálculo dos Componentes da Matriz de Pressão	3.17
3.4- Resolução do Sistema Linear de Equações	3.25
3.5- Estabilidade Numérica - Passo de Tempo	3.26
3.6- Algoritmo do Método Sola	3.26

4. RESULTADOS

4.1- Introdução	4.1
4.2- Geometria e Condições de Contorno	4.2
4.3- Resultados para Cavidade	
4.3.1- Perfis de velocidade (escoamento bidimensional)	4.3
4.3.2- Perfis de velocidade (escoamento tridimensional)	4.6
4.3.3- Perfis de velocidade em função de Z	4.15
4.3.4- Função Corrente	4.15
4.4- Detalhes Computacionais	4.25
4.4.1- Condições Iniciais	4.25
4.4.2- Critério de Convergência	4.25

4.4.3- Tempo de CPU	4.26
4.4.4- Influência da Malha	4.26
4.4.5- Convergência em função do tempo e do número de iterações	4.26

5. CONCLUSÕES E SUGESTÕES.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

APÊNDICES

- A - Listagem do Programa
- B - Discretização da Componente de Velocidade V
- C - Discretização da Componente de Velocidade W
- D - Resultados obtidos para o Exemplo

Capítulo 1

Introdução Geral

1.1 - Introdução

O conhecimento e a compreensão dos princípios básicos e dos conceitos da mecânica dos fluidos são essenciais na análise e projeto de qualquer sistema em que um fluido é o meio atuante, como no projeto e desenvolvimento dos modernos aviões e sistemas de resfriamento de equipamentos eletrônicos em geral por convecção.

Até o final do século XIX, a ciência da mecânica dos fluidos desenvolveu-se em duas direções distintas que praticamente não tinham pontos em comum. De um lado a ciência teórica de hidrodinâmica, que utilizava as equações do movimento de Euler para fluidos não viscosos e, do outro lado, a ciência da hidráulica, essencialmente empírica, baseada em um grande número de resultados experimentais.

A discrepância entre os resultados da hidrodinâmica clássica e os experimentos foi, em muitos casos, devido ao fato de que a teoria desprezava o atrito do fluido, embora as equações completas do movimento para escoamento com atrito (equações de Navier Stokes) fossem conhecidas a muito tempo. A solução destas equações estava associada a grandes dificuldades matemáticas.

L. Prandtl, com sua Teoria da Camada Limite, contribuiu significativamente para a compreensão do fenômeno físico associado ao escoamento de fluidos viscosos. Em seu trabalho, "O Movimento de Fluidos de Baixo Atrito", de 1904, Prandtl propôs que a influência da viscosidade do fluido seria sentida somente na região de altos gradientes de velocidade transversal, primariamente em uma região próxima da superfície exposta do escoamento, enquanto o corpo principal do fluido poderia ser considerado, em boa aproximação, como não tendo atrito.

Esta proposição simplificava as equações de Navier-Stokes conduzindo a um conjunto de equações diferenciais cuja solução, para um bom número de geometrias e regime de escoamento, vem sendo encontrada analiticamente ou com auxílio de métodos numéricos até os dias atuais.

Embora tenha sido fundamental a contribuição de Prandtl para a compreensão do fenômeno, tópicos como o separação da camada limite, a recirculação dos fluidos e o escoamento em torno de geometrias mais complexas só poderão ser explicados com a solução das equações completas de Navier-Stokes.

As dificuldades para a solução analítica dessas equações e a criação do computador digital na década de 40 estimulou o desenvolvimento de métodos numéricos para a solução dessas equações. A análise numérica desenvolveu-se aceleradamente a partir da década de 50, acompanhando o rápido desenvolvimento dos equipamentos digitais de computação [CARVALHO, 1993].

1.2 - Presente Trabalho

Este trabalho tem como objetivo a implementação de um código computacional de cálculo para o estudo de um fluido Newtoniano em escoamento laminar, transitório, tridimensional, incompressível em coordenadas retangulares, partindo de um software numérico bidimensional desenvolvido anteriormente pelo **Professor Manuel da Silva Valente de Almeida** em documento interno [ALMEIDA, 1992].

Para tanto, desenvolveu-se um software em Fortran 77, utilizando o Método dos Volumes Finitos ou Método de Volume de Controle para a discretização espacial das equações e o Método "Sola" para a discretização temporal, implementado-se dois esquemas convectivos: UPWIND e QUICK.

O trabalho é dividido em cinco capítulos visando a melhor compreensão da formulação e do método numérico utilizado.

No primeiro capítulo, são apresentadas as equações de transporte que governam o fenômeno.

No capítulo dois, dá-se uma introdução ao Método dos Volumes Finitos e aos esquemas convectivos utilizados (UPWIND e QUICK).

No terceiro capítulo, enfoca-se os aspectos numéricos da resolução das equações de transporte formuladas.

No capítulo quatro, apresenta-se os resultados obtidos e comparações, feitas para verificação do método, com soluções dadas por outros pesquisadores.

No quinto e último capítulo, expõem-se as conclusões e recomendações quanto ao trabalho realizado.

1.3 - Equações de Transporte

As equações de transporte a serem resolvidas podem ser expressas, numa forma geral, como:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \nabla \cdot (\rho\bar{v}\phi - \Gamma_\phi \nabla\phi) = S_\phi \quad (1.1)$$

onde:

ϕ é a variável transportada;

\bar{v} é o vetor velocidade;

Γ_ϕ é o coeficiente de difusão;

S_ϕ é o termo de fonte volumétrico,

$\nabla \cdot (\rho\bar{v}\phi)$ é o transporte convectivo da variável ϕ ;

$\nabla \cdot (\Gamma_\phi \nabla\phi)$ é o transporte difusivo da variável ϕ .

A expressão vetorial acima tem a vantagem de evitar as restrições de um sistema particular de referência. Tomando-se coordenadas cartesianas na equação (1.1), têm-se:

Equação	ϕ	$\Gamma_\phi \nabla \phi$	S_ϕ
continuidade	1	0	0
mom. direção x	u	$(-\mu \nabla u) \bar{i}$	$\rho g \bar{i}$
mom. direção y	v	$(-\mu \nabla v) \bar{j}$	$\rho g \bar{j}$
mom. direção z	w	$(-\mu \nabla w) \bar{k}$	$\rho g \bar{k}$

Tabela (1.1)

Tomando um domínio qualquer, Ω , tendo como fronteira uma superfície regular S e sendo \bar{n} o vetor unitário normal a um elemento de S dirigido para o exterior de Ω , figura (1.1), têm-se:

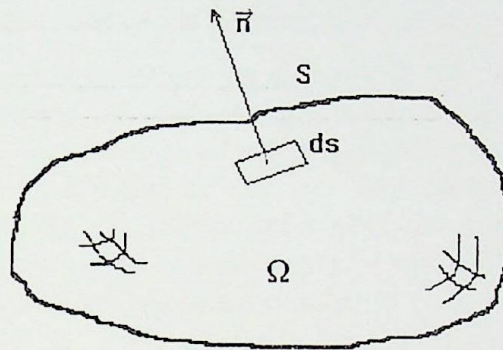


FIG. 1.1 - Domínio de Cálculo (Ω)

Os processos de transporte no domínio Ω podem ser expressos pela seguinte equação:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) d\Omega + \int_{\Omega} \nabla \cdot (\rho \bar{v} \phi - \Gamma_\phi \nabla \phi) d\Omega = \int_{\Omega} S_\phi d\Omega \quad (1.2)$$

Aplicando-se o teorema da divergência de Gauss ao segundo termo do lado esquerdo e permutando-se a derivada em relação ao tempo pela integral no volume no primeiro termo do lado esquerdo (o volume é invariante no tempo), têm-se:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{\Omega} \rho \phi d\Omega \right) + \int_S (\rho \bar{v} \phi - \Gamma_\phi \nabla \phi) \cdot \bar{n} dS = \int_{\Omega} S_\phi d\Omega \quad (1.3)$$

A equação (1.3) acima representa um processo de equilíbrio no volume de controle Ω . O transporte líquido normal à superfície S por convecção e difusão mais a variação líquida no tempo é compensado pelo consumo ou geração total das fontes volumétricas internas, lado direito da equação.

Se o volume Ω for sub-dividido, relações semelhantes à equação (1.3) resultarão para cada sub-volume, sendo que o somatório destas devem reproduzir a equação original. A equação (1.3) é a base da discretização espacial do Método de Volumes Finitos.

CAPÍTULO 2

Método Numérico

2.1 - Método dos Volumes Finitos (ou Volume de Controle)

No método de Volumes Finitos (ou de Volume de Controle)[Patankar, 1980], o domínio de cálculo é dividido em um número de volumes de controle não sobrepostos. Distribuições, por parte expressando a variação de ϕ entre os pontos da malha, são usados para avaliar as integrais requeridas. O resultado é a equação de discretização contendo o valor de ϕ para um grupo de pontos da malha.

A característica mais atrativa da formulação do volume de controle é que a solução resultante implica na conservação integral de quantidades (e.g.: massa, momentum e energia), satisfazendo-as sobre qualquer grupo de volumes de controle e, obviamente, sobre todo o domínio de cálculo. Esta característica existe para qualquer número de pontos da malha, não somente no sentido do caso limite, quando o número de pontos da malha torna-se muito grande. Assim, mesmo em uma malha grosseira de pontos, a solução exibe um balanço integral exato.

Quando as equações de discretização são resolvidas para obter os valores da variável dependente nos pontos da malha, o resultado pode ser visto de dois diferentes modos:

- no **método de elementos finitos** e na maioria dos métodos de resíduos ponderados, a variação admitida de ϕ (consistindo dos valores dos pontos da malha e as funções de interpolação entre os pontos da malha), é tomada como solução aproximada[Patankar, 1980]. No método de diferenças finitas, contudo, somente os valores de ϕ dos pontos da malha são considerados para constituir a solução, sem qualquer referência explícita de como ϕ varia entre os pontos da malha.

- no **método de volumes finitos**, verifica-se a solução somente pelos pontos da malha. As formulações de interpolação serão vistas como relações auxiliares necessárias para avaliar as integrais requeridas na formulação. Uma vez derivadas as equações de discretização, as hipóteses do perfil podem ser esquecidas.

2.2 - Esquema UPWIND

O esquema UPWIND, também conhecido como "UPWIND difference scheme", "upstream difference scheme" e "método de Donor-Cell", é o esquema convectivo mais conhecido. Foi criado em 1952 por Courant, Isaacson e Rees e, subsequentemente, aperfeiçoado por Gentry, Martin e Daly (1966), Barakat e Clark (1966) e Runchal e Wolfshtein (1969).

Adotando-se ϕ como variável dependente generalizada, pode-se definir:

ϕ_E é uma variável dependente localizada na direção positiva de x , ou seja, do lado East (leste);

ϕ_P é uma variável dependente que se encontra no centro da malha principal;

ϕ_e é uma variável dependente localizada entre ϕ_E e ϕ_P .

ϕ_w é uma variável dependente localizada entre ϕ_P e ϕ_W .

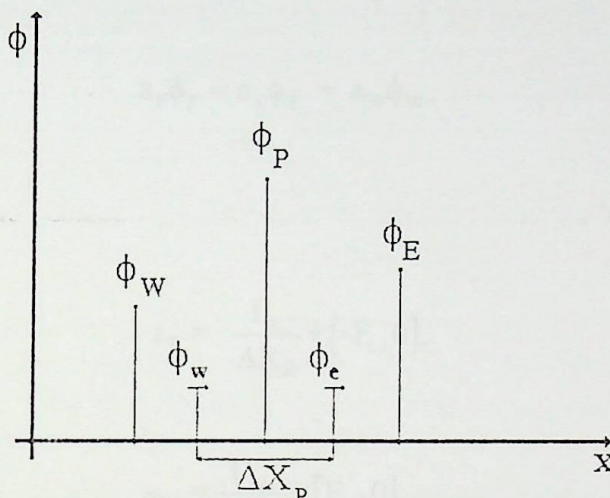


FIG. 2.1 - Esquema UPWIND

O esquema UPWIND reconhece que a hipótese de se tomar a propriedade convectada ϕ_e como média de ϕ_E e ϕ_P é fraca e propõe uma melhor prescrição.

A formulação é feita segundo a seguinte suposição:

"O valor de ϕ em uma interface é igual ao valor de ϕ no ponto da malha sobre o lado a montante da face."

Ou seja,

$$\phi_e = \phi_P \quad \text{se } F_e > 0, \tag{2.1-a}$$

ou

$$\phi_e = \phi_E \quad \text{se } F_e < 0, \tag{2.1-b}$$

onde $F = \rho u$, implicando assim:

$$\phi_e = \phi_P \quad \text{se } u > 0, \tag{2.2-a}$$

ou

$$\phi_e = \phi_E \quad \text{se } u < 0, \quad (2.2-b)$$

O valor de ϕ_w pode ser definido similarmente, figura (2.1).

A equação (2.1) pode ser escrita compactadamente se definir-se um novo operador. Definindo $[A, B]$ para denotar o maior entre **A** e **B**. Então, no esquema, têm-se:

$$F_e \phi_e = \phi_P [F_e, 0] - \phi_E [-F_e, 0], \quad (2.3)$$

Assim, a equação de discretização torna-se:

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W, \quad (2.4)$$

onde:

$$a_E = \frac{\Gamma_E}{\Delta X_P} + [-F_e, 0], \quad (2.5-a)$$

$$a_W = \frac{\Gamma_W}{\Delta X_P} + [F_w, 0], \quad (2.5-b)$$

$$a_P = \frac{\Gamma_E}{\Delta X_P} + \frac{\Gamma_W}{\Delta X_P} + (F_e - F_w), \quad (2.5-c)$$

e:

$a \equiv$ coeficiente da equação de discretização;

$\Gamma \equiv$ coeficiente difusivo;

$\Delta X_P \equiv$ diferença entre pontos adjacentes da malha.

Observa-se que não surgem coeficientes negativos da equação (2.5), assim, as soluções serão sempre fisicamente realistas.

2.3 - Esquema QUICK

Os problemas associados com as técnicas de diferenciação central e a montante (UPWIND) podem ser interpretados em termos de estimativa dos valores de fronteira das variáveis dependentes em uma formulação de Volume de Controle (ou Volumes Finitos).

Para a diferenciação central a estimativa é baseada em interpolação linear (ou de primeira ordem), figura (2.2), a qual, embora intuitivamente razoável e envolvendo somente erros de truncamento de segunda ordem, tem uma infeliz propriedade geométrica, $\phi_E - \phi_W$ é independente de ϕ_P , o que pode conduzir a problemas.

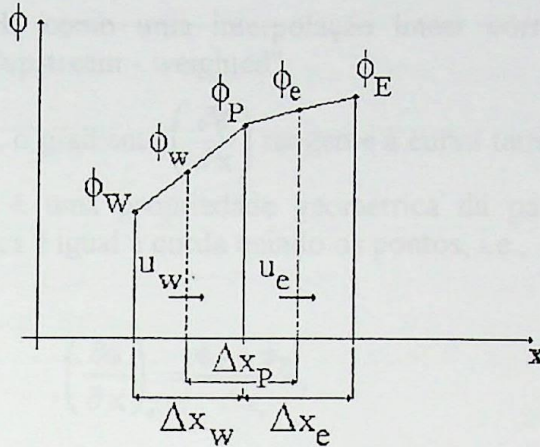


FIG. 2.2 - Esquema da diferenciação central

A diferenciação a montante (UPWIND) é equivalente a interpolação de ordem zero com a escolha da direção dependendo do sinal da velocidade a dependência direcional possibilita uma convergência muito forte, no entanto, esta vantagem é impetuosamente compensada pelo erro de truncamento de primeira ordem.

A formulação do algoritmo QUICK é convenientemente ilustrada usando uma malha de passo constante. A figura (2.3) apresenta o esquema de interpolação básico para ϕ_e quando u_e é positivo para a direita, como mostrado.

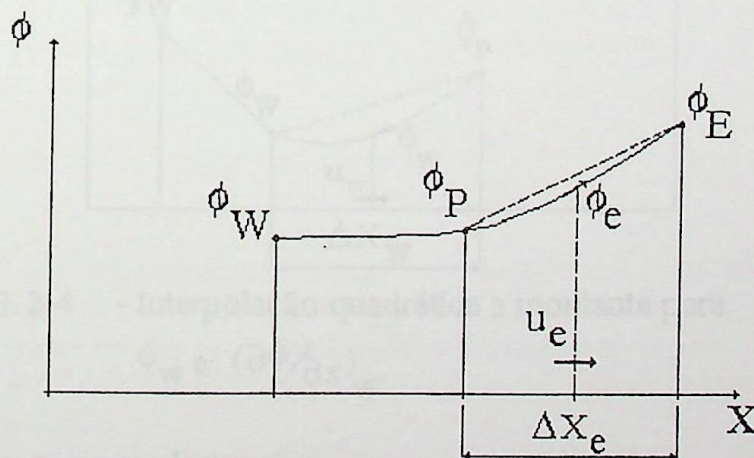


FIG. 2.3 - Interpolação quadrática a montante para ϕ_e e $(\partial\phi/\partial x)_e$

Para uma malha de passo constante a equação resultante é:

$$\phi_c = \frac{1}{2}(\phi_P + \phi_E) - \frac{1}{8}(\phi_W + \phi_E - 2\phi_P), \quad (2.6)$$

que pode ser interpretada como uma interpolação linear corrigida por um termo proporcional à curvatura "upstream - weighted".

Para a modelagem, o gradiente $\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_c$ tangente à curva também é apresentado na figura (2.3) acima. Ele é uma propriedade geométrica da parábola: a declividade desenhada entre dois pontos é igual à corda unindo os pontos, i.e.,

$$\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_c = \frac{\phi_E - \phi_P}{\Delta x_c}, \quad (2.7)$$

que é válida quando no centro da malha, como indica a notação. Esta é idêntica à fórmula da diferenciação central.

Similarmente, a figura (2.4) apresenta a construção para ϕ_w e $\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_w$ quando u_w também é positivo para a direita.

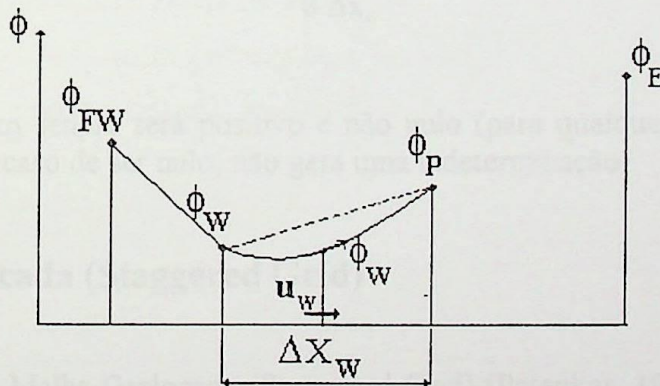


FIG. 2.4 - Interpolação quadrática a montante para ϕ_w e $\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_w$

As equações correspondentes são:

$$\phi_w = \frac{1}{2}(\phi_W + \phi_P) - \frac{1}{8}(\phi_{FW} + \phi_P - 2\phi_W), \quad (2.8)$$

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_w = \frac{\phi_p - \phi_w}{\Delta x_w}, \quad (2.9)$$

As equações (2.6) a (2.9) são apropriadas para escoamentos desenvolvidos ou quase desenvolvidos no qual a pressão P é maior em não mais que uma direção.

Como a interpolação quadrática é usada nos termos convectivos, o erro máximo em uma solução obtida pelo algoritmo QUICK é de terceira ordem na malha. Então, soluções muito precisas podem ser obtidas usando-se malhas mais grosseiras [LEONARD, 1979].

A estabilidade para o termo convectivo ϕ_p é dada por:

$$\sum_P (\text{QUICK}, \Delta x_0) = -\frac{1}{2} \frac{(u_E - u_W)}{\Delta x_0} - \frac{1}{8} \frac{(u_W - 2u_E)}{\Delta x_0}, \quad (2.10)$$

que envolve um termo gradiente (o mesmo para a diferenciação central) mais um termo estabilizante [LEONARD, 1979]. No caso $u = u_0$ (\equiv uma constante positiva ou negativa). Assim, a equação fica:

$$\sum_P (\text{QUICK}, u_0, \Delta x_0) = -\frac{3}{8} \frac{|u_0|}{\Delta x_0}, \quad (2.11)$$

que é estável pois Δx_0 sempre será positivo e não nulo (para qualquer malha) e $|u_0|$ é sempre positivo e, no caso de ser nulo, não gera uma indeterminação.

2.4 - Malha Deslocada (Staggered Grid)

O princípio da Malha Deslocada (Staggered Grid) [Patankar, 1980] foi primeiramente utilizado por Harlow e Welch (1965) em seu método MAC e tem sido usado em outros métodos desenvolvidos por Harlow e colaboradores. Ele é a base do procedimento SIVA de Caretto, Curr e Spalding (1972) e do procedimento SIMPLE de Patankar e Spalding (1972).

Na grade deslocada, as componentes de velocidades são calculadas para os pontos que ficam nas faces do volume de controle. Assim, a velocidade na direção U é calculada na face normal à direção X .

Uma consequência imediata da grade deslocada é que a taxa de escoamento através das faces do volume de controle pode ser calculada sem qualquer interpolação para as componentes da velocidade relevante.

São duas as vantagens importantes do uso da malha deslocada. Para um volume de controle típico, é fácil ver que a equação da continuidade discretizada contém a diferença da componente de velocidade adjacente e que isto irá evitar uma onda no campo de velocidade. A segunda vantagem é que a diferença de pressão entre dois pontos nodais principais adjacentes agora se tornará o potencial de força natural para as componentes de velocidade localizados entre esses pontos nodais.

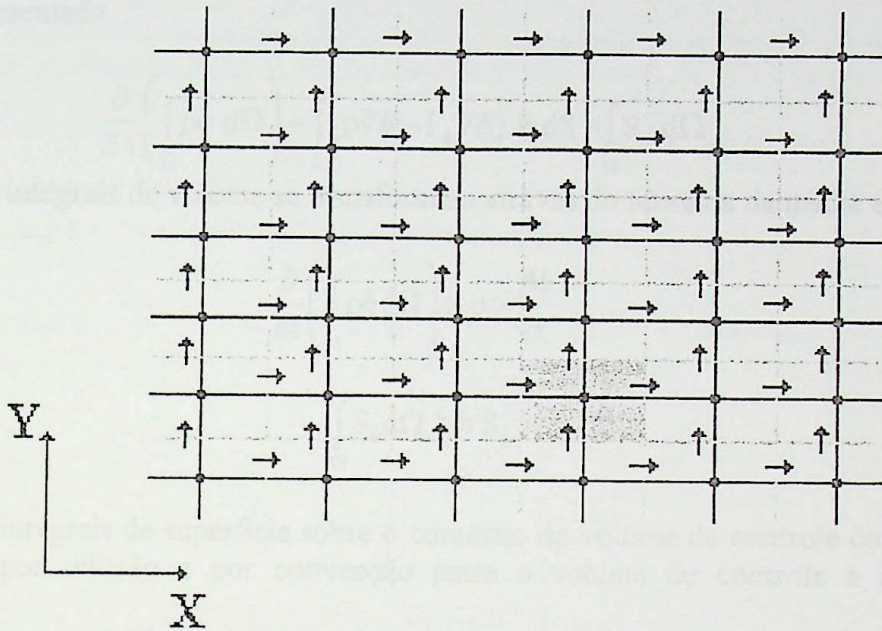


Figura (2.5) Localização na malha deslocada:

U e V, setas horizontais e verticais;
outras variáveis, pontos.

CAPÍTULO 3

Tratamento Numérico

3.1 - Equação de Conservação de um Escalar

A aproximação das integrais que intervêm na equação (1.3), reescrita abaixo, é agora apresentada.

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{\Omega} \rho \phi \, d\Omega \right) + \int_s (\rho \bar{v} \phi - \Gamma_{\phi} \nabla \phi) \cdot \bar{n} \, dS = \int_{\Omega} S_{\phi} \, d\Omega \quad (1.3)$$

As integrais de volume se transformam através do teorema da média em:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{\Omega} \rho \phi \, d\Omega \right) \cong \rho \nabla \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (3.1)$$

$$\int_{\Omega} S_{\phi} \, d\Omega \cong \nabla S_{\phi} \quad (3.2)$$

As integrais de superfície sobre o contorno do volume de controle correspondem às trocas por difusão e por convecção entre o volume de controle e os volumes adjacentes.

A troca por difusão é dada por:

$$\text{DIFF}(\phi) = \int_s (-\Gamma_{\phi} \nabla \phi) \cdot \bar{n} \, ds \cong \sum_{i=1}^6 a_{f_i} \left[(-\Gamma_{\phi} \nabla \phi) \cdot \bar{n} \right]_i \quad (3.3)$$

onde o somatório em i é sobre as seis faces do volume de controle, e , w , n , s , b e t (east, west, north, south, bottom e top respectivamente), assim, o fluxo difusivo total é:

$$\begin{aligned} \text{DIFF}(\phi) = & -\Gamma_{\phi} \frac{a_{f_e}}{\Delta X} (\phi_e - \phi_0) + \Gamma_{\phi} \frac{a_{f_w}}{\Delta X} (\phi_0 - \phi_w) + \\ & -\Gamma_{\phi} \frac{a_{f_n}}{\Delta X} (\phi_n - \phi_0) + \Gamma_{\phi} \frac{a_{f_s}}{\Delta X} (\phi_0 - \phi_s) + \\ & -\Gamma_{\phi} \frac{a_{f_t}}{\Delta X} (\phi_t - \phi_0) - \Gamma_{\phi} \frac{a_{f_b}}{\Delta X} (\phi_0 - \phi_b) \end{aligned} \quad (3.4)$$

Troca por convecção:

$$\text{CONV}(\phi) = \int_s (\rho \bar{v} \phi) \cdot \bar{n} \, dS \cong \sum_{i=1}^6 a_{f_i} \phi_i (\rho \bar{v} \cdot \bar{n})_i \quad (3.5)$$

é obtida por somatório dos fluxos convectivos avaliados no centro das seis faces do volume de controle. Observe-se que a melhor estimativa do fluxo convectivo é obtida quando o fluxo mássico está localizado no centro da face do volume de controle.

A equação (3.5), escrita de forma expandida fica:

$$\begin{aligned} \text{CONV}(\phi) = & \rho a_{f_e} u_e \phi_e - \rho a_{f_w} u_w \phi_w + \rho a_{f_n} u_n \phi_n + \\ & - \rho a_{f_s} u_s \phi_s + \rho a_{f_t} u_t \phi_t - \rho a_{f_b} u_b \phi_b \end{aligned} \quad (3.6)$$

Observe que o escalar ϕ , variável a ser transportada, deverá ser estimada a partir de seus vizinhos. Assim, a equação (1.3) pode agora ser escrita na forma discretizada com o auxílio das equações (3.1) a (3.6) como:

$$\rho \nabla \frac{\partial \phi}{\partial t} + \sum_{i=1}^6 \left[a_{f_i} \phi_i (\rho \bar{v} \cdot \bar{n})_i + a_{f_i} \left((-\Gamma_\phi \nabla \phi) \cdot \bar{n} \right)_i \right] = \nabla S_\phi \quad (3.7)$$

Com a equação (3.7) e as expressões devidas para ϕ , $(-\Gamma_\phi \nabla \phi)$ e S_ϕ lidas da tabela (1.1), as equações de transporte discretizadas podem ser obtidas.

Equação da Continuidade Discretizada

Da tabela (1.1), têm-se: $\phi = 1$, $(-\Gamma_\phi \nabla \phi) = 0$ e $S_\phi = 0$. Substituindo na equação (3.7), resulta:

$$\sum_{i=1}^6 \left[a_{f_i} \phi_i (\rho \bar{v} \cdot \bar{n})_i \right] = 0 \quad (3.8)$$

ou seja,

$$\begin{aligned} \rho a_{f_e} u_e - \rho a_{f_w} u_w + \rho a_{f_n} u_n + \\ - \rho a_{f_s} u_s + \rho a_{f_t} u_t - \rho a_{f_b} u_b = 0 \end{aligned} \quad (3.9)$$

3.2 - Discretização das Equações de Quantidade de Movimento

Como aplicação para mostrar o desenvolvimento, tem-se como problema a ser resolvido o escoamento isotérmico em uma cavidade tridimensional com a face superior movendo-se com velocidade constante, fig. (3.1).

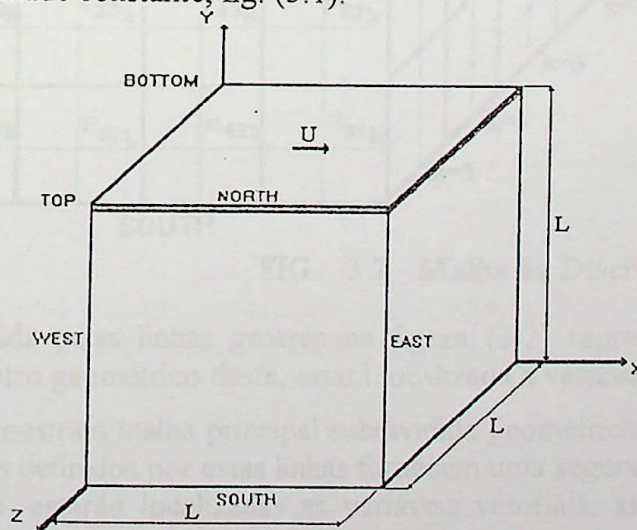


Figura (3.1) - Esquema do problema

As componentes da Equação da Quantidade de Movimento estão acopladas pelos gradientes de pressão, mas não há equações próprias para esta variável. A solução do problema hidráulico é um campo de velocidade e pressão que respeite as equações da Quantidade de Movimento e da Continuidade. Esta última se apresenta, então, como uma restrição a ser verificada pelo campo de pressão.

O objetivo de qualquer método de resolução é formular esta restrição ao campo de pressão. A formulação discretizada da equação geral é obtida integrando-a sobre cada um dos volumes de controle. A discretização do domínio físico é feita usando o princípio da malha deslocada (staggered grid) e o método semi-implícito "Sola". Dois esquemas de discretização espacial são utilizados para o termo convectivo: o esquema UPWIND e o esquema QUICK.

Usaremos uma convenção iniciada por Gosman et al[1969] a qual consiste em referenciar as faces do retângulo aos seis pontos cardiais, isto é, e e w para o eixo \overline{OX} ; n e s para o eixo \overline{OY} , b e t para o eixo \overline{OZ} (east, west, north, south, bottom e top respectivamente). E, W, N, S, T, B os centros dos volumes de controle adjacentes.

Na figura (3.2) é mostrada a malha a ser utilizada na discretização do domínio do problema.

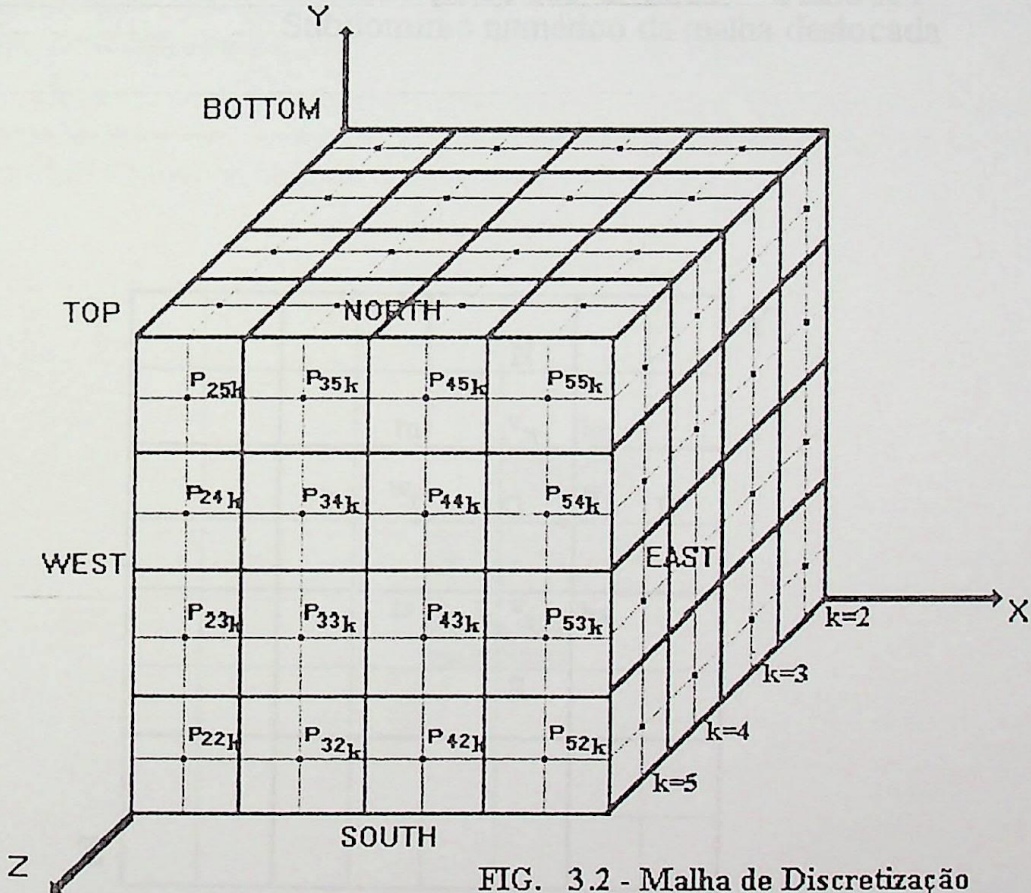


FIG. 3.2 - Malha de Discretização

A malha definida pelas linhas grossas na figura (3.2) representa os volumes principais onde, no centro geométrico deste, estará localizada a variável escalar pressão.

A figura (3.3) mostra a malha principal subdividida geometricamente pelas linhas mais finas. Os volumes definidos por estas linhas fornecem uma segunda malha onde, em seu centro geométrico, estarão localizadas as variáveis vetoriais, as componentes de velocidade.

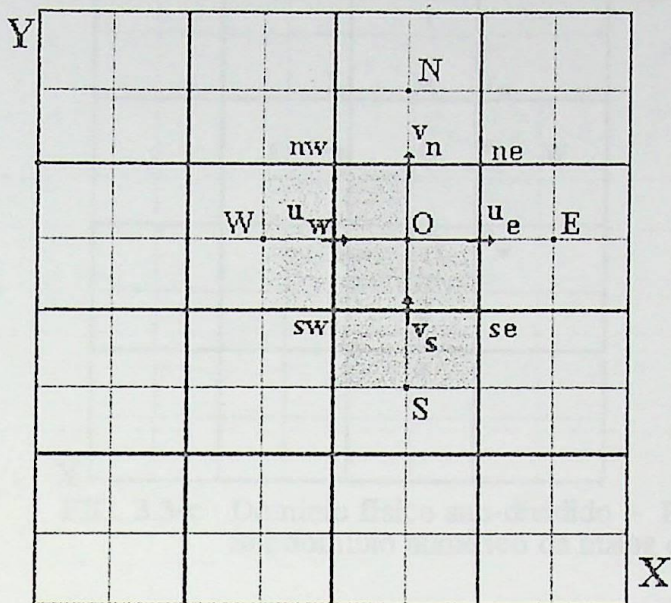


FIG. 3.3-a - Domínio físico sub-dividido - Plano XY
Subdomínio numérico da malha deslocada

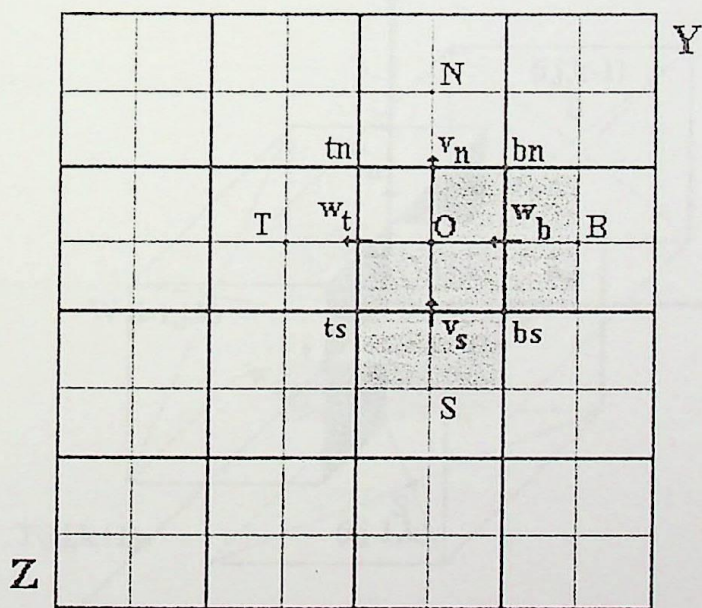


FIG. 3.3-b - Domínio físico sub-dividido - Plano YZ
Subdomínio numérico da malha deslocada

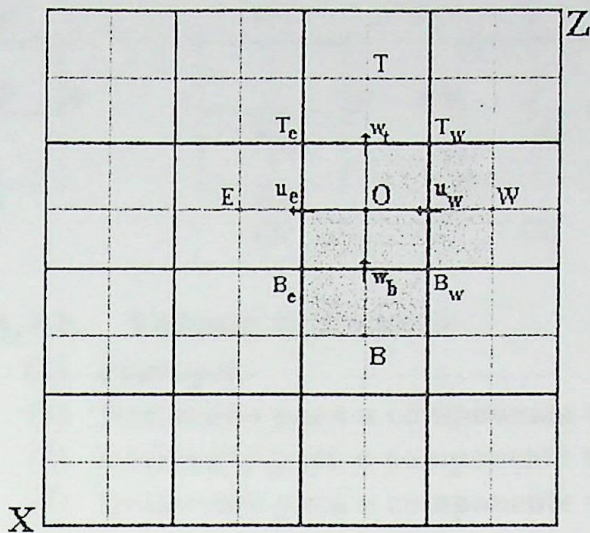


FIG. 3.3-c - Domínio físico sub-dividido - Plano XZ
Subdomínio numérico da malha deslocada

As duas malhas entrelaçadas constituem o princípio da malha deslocada ou **staggered grid**. Os paralelogramos achuriados definem os volumes principais e os volume deslocados para as variáveis do problema, **P**, **u**, **v** e **w**.

Observe o entrelaçamento dos quatro volumes de controle utilizados, a interligação entre eles ocorre em somente uma das quatro partes do volume principal. Na figura (3.4) pode-se observar os quatro volumes de controles.

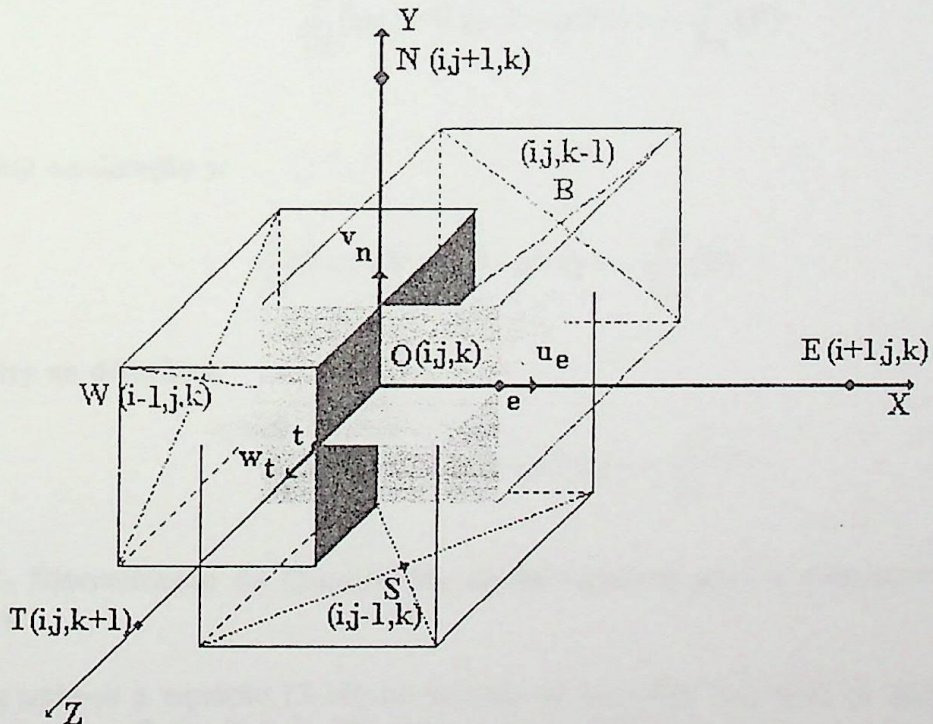


FIG.3.4.a - Interseção dos Volumes de Controle Deslocados

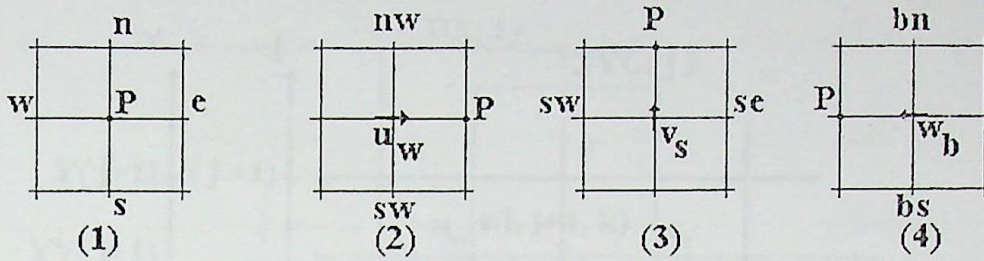


FIG. 3.4-b Volumes de Controle

- (1) Principal
- (2) Deslocado para a componente u, ponto w
- (3) Deslocado para a componente v, ponto s
- (4) Deslocado para a componente w, ponto b

A Equação da quantidade de movimento para cada componente de velocidade, para escoamento incompressível, isotérmico, fluido Newtoniano, desprezando-se as forças de campo, são:

componente na direção x:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u) + \nabla \cdot (\rho u \bar{v} - \mu \nabla u) = -\frac{\partial}{\partial x}(P) \quad (3.10)$$

componente na direção y:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v) + \nabla \cdot (\rho v \bar{v} - \mu \nabla v) = -\frac{\partial}{\partial y}(P) \quad (3.11)$$

componente na direção z:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho w) + \nabla \cdot (\rho w \bar{v} - \mu \nabla w) = -\frac{\partial}{\partial z}(P) \quad (3.12)$$

3.2.1- Discretização da Quantidade de Movimento para a componente de velocidade u

Integrando-se a equação (3.10) no volume de controle \forall_w , volume deslocado para a componente u, figura (3.5-a), têm-se:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{\forall_w} \rho u \, d\forall_w \right) + \int_{\partial \forall_w} (\rho u \bar{v} - \mu \nabla u) \cdot \bar{n} \, da_r = - \int_{\partial \forall_w} P \bar{i} \cdot \bar{n} \, da_r \quad (3.13)$$

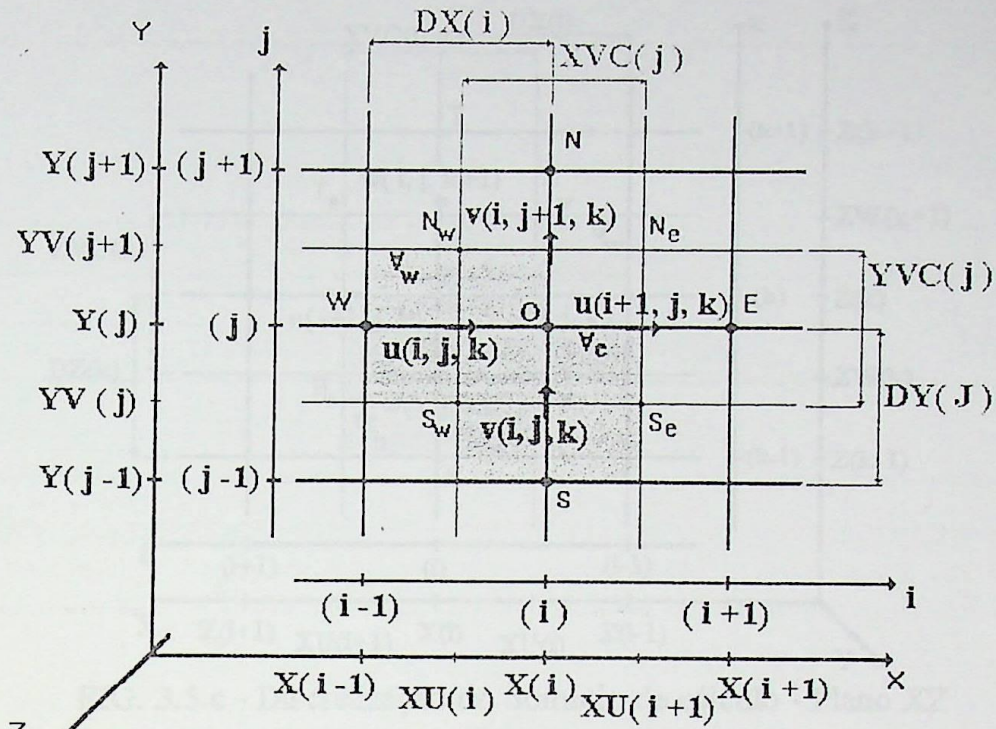


FIG. 3.5.a - Discretização do domínio de cálculo - Plano XY

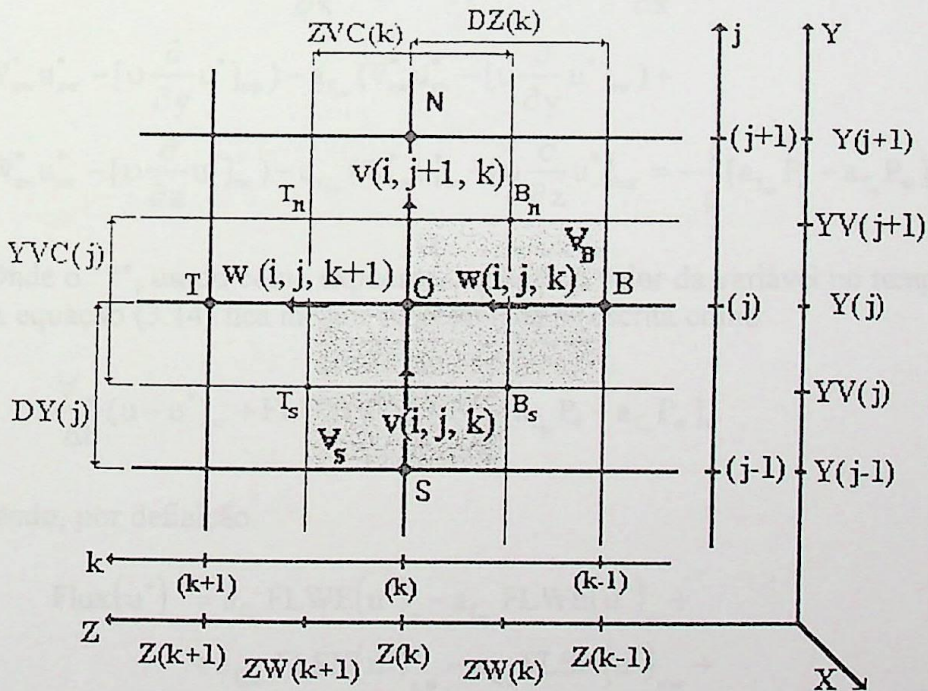


FIG. 3.5.b - Discretização do domínio de cálculo - Plano YZ

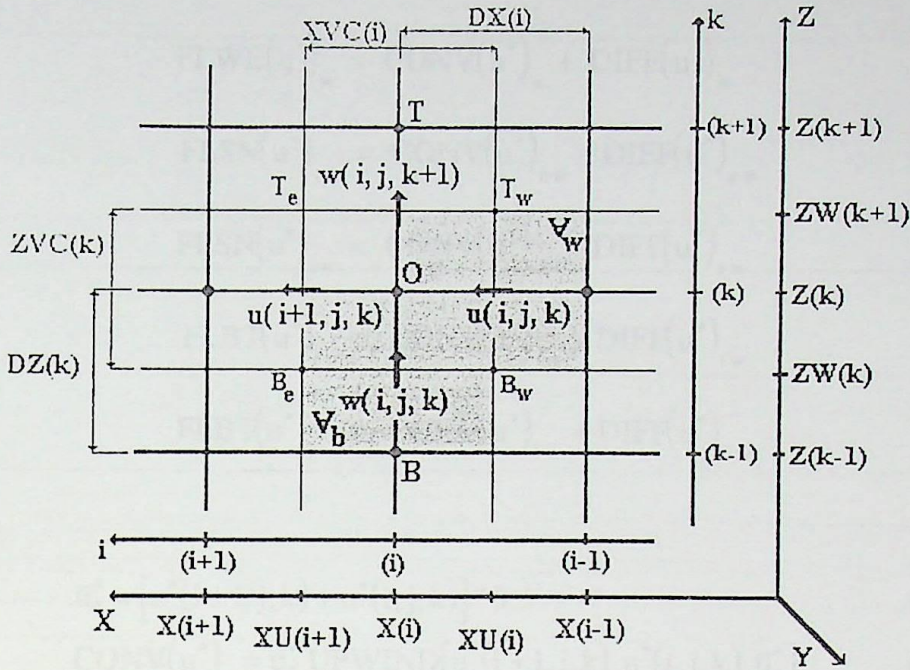


FIG. 3.5.c - Discretização do domínio de cálculo - Plano XZ

O método "Sola" consiste em integrar os termos difusivos e convectivos de forma explícita e o termo de gradiente de pressão de forma implícita, desta maneira, a equação anterior, para ρ constante, resulta:

$$\begin{aligned} & \frac{\nabla_w}{\Delta t} (u - u^*)_w + a_{f_0} (\bar{u}_0^* u_0^* - [v \frac{\partial}{\partial x} u^*]_0) - a_{f_w} (\bar{u}_w^* u_w^* - [v \frac{\partial}{\partial x} u^*]_w) + \\ & + a_{f_{nw}} (\bar{v}_{nw}^* u_{nw}^* - [v \frac{\partial}{\partial y} u^*]_{nw}) - a_{f_{sw}} (\bar{v}_{sw}^* u_{sw}^* - [v \frac{\partial}{\partial y} u^*]_{sw}) + \\ & + a_{f_{tw}} (\bar{w}_{tw}^* u_{tw}^* - [v \frac{\partial}{\partial z} u^*]_{tw}) - a_{f_{bw}} (\bar{w}_{bw}^* u_{bw}^* - [v \frac{\partial}{\partial z} u^*]_{bw}) = -\frac{1}{\rho} [a_{f_{0x}} P_0 - a_{f_w} P_w] \end{aligned} \quad (3.14)$$

Onde o "*", usado como expoente, significa o valor da variável no tempo t^* .

A equação (3.14) fica melhor representada se escrita como:

$$\frac{\nabla_w}{\Delta t} (u - u^*)_w + \text{FLUX}(u^*)_w = -\frac{1}{\rho} [a_{f_{0x}} P_0 - a_{f_w} P_w]_w \quad (3.15)$$

sendo, por definição:

$$\begin{aligned} \text{Flux}(u^*)_w &= a_{f_0} \text{FLWE}(u^*)_0 - a_{f_w} \text{FLWE}(u^*)_w + \\ & + a_{f_{nw}} \text{FLSN}(u^*)_{nw} - a_{f_{sw}} \text{FLSN}(u^*)_{sw} + \\ & + a_{f_{tw}} \text{FLBT}(u^*)_{tw} - a_{f_{bw}} \text{FLBT}(u^*)_{bw} \end{aligned} \quad (3.16)$$

e, por sua vez:

$$\text{FLWE}(u^*)_0 = \text{CONV}(u^*)_0 + \text{DIFF}(u^*)_0 \quad (3.17-1)$$

$$FLWE(u^*)_{\text{w}} = CONV(u^*)_{\text{w}} + DIFF(u^*)_{\text{w}} \quad (3.17-2)$$

$$FLSN(u^*)_{\text{nw}} = CONV(u^*)_{\text{nw}} + DIFF(u^*)_{\text{nw}} \quad (3.17-3)$$

$$FLSN(u^*)_{\text{sw}} = CONV(u^*)_{\text{sw}} + DIFF(u^*)_{\text{sw}} \quad (3.17-4)$$

$$FLBT(u^*)_{\text{tw}} = CONV(u^*)_{\text{tw}} + DIFF(u^*)_{\text{tw}} \quad (3.17-5)$$

$$FLBT(u^*)_{\text{bw}} = CONV(u^*)_{\text{bw}} + DIFF(u^*)_{\text{bw}} \quad (3.17-6)$$

sendo que:

$$\bar{u}_0^* = [u^*(i+1, j, k) + u^*(i, j, k)] * 0,5 \quad (3.18-1)$$

$$CONV(u^*)_c = \bar{u}_0^* UPWIND[u^*(i+1, j, k), u^*(i, j, k), \bar{u}_0^*] \quad (3.18-2)$$

$$DIFF(u^*)_c = -v \frac{\partial u_0^*}{\partial x} = \frac{-v[u^*(i+1, j, k) - u^*(i, j, k)]}{XVC(i)} \quad (3.18-3)$$

onde UPWIND $[u^*(i+1, j, k), u^*(i, j, k), \bar{u}_0^*]$ significa:

$$CONV(u^*)_c = \bar{u}_0^* * u(i+1, j, k) \quad \text{se } \bar{u}_0^* < 0 \quad (3.18-4)$$

$$CONV(u^*)_c = \bar{u}_0^* * u(i, j, k) \quad \text{se } \bar{u}_0^* \geq 0 \quad (3.18-5)$$

$$\bar{u}_w^* = [u^*(i, j, k) + u^*(i-1, j, k)] * 0,5 \quad (3.18-6)$$

$$CONV(u^*)_w = \bar{u}_w^* UPWIND[u^*(i, j, k), u^*(i-1, j, k), \bar{u}_w^*] \quad (3.18-7)$$

$$DIFF(u^*)_w = -v \frac{\partial u_w^*}{\partial x} = \frac{-v[u^*(i, j, k) - u^*(i-1, j, k)]}{XVC(i-1)} \quad (3.18-8)$$

onde UPWIND $[u^*(i, j, k), u^*(i-1, j, k), \bar{u}_w^*]$ significa:

$$CONV(u^*)_w = \bar{u}_w^* * u(i, j, k) \quad \text{se } \bar{u}_w^* < 0 \quad (3.18-9)$$

$$CONV(u^*)_w = \bar{u}_w^* * u(i-1, j, k) \quad \text{se } \bar{u}_w^* \geq 0 \quad (3.18-10)$$

$$\bar{v}_{\text{nw}}^* = [v^*(i, j+1, k) + v^*(i-1, j-1, k)] * 0,5 \quad (3.18-11)$$

$$CONV(u^*)_{\text{nw}} = \bar{v}_{\text{nw}}^* UPWIND[u^*(i, j+1, k), u^*(i, j, k), \bar{v}_{\text{nw}}^*] \quad (3.18-12)$$

$$DIFF(u^*)_{\text{nw}} = -v \frac{\partial u_{\text{nw}}^*}{\partial y} = \frac{-v[u^*(i, j+1, k) - u^*(i, j, k)]}{DY(j+1)} \quad (3.18-13)$$

$$\bar{v}_{s,w}^* = [v^*(i, j, k) + v^*(i-1, j, k)] * 0,5 \quad (3.18-14)$$

$$\text{CONV}(u^*)_{s,w} = \bar{v}_{s,w}^* \text{UPWIND}[u^*(i, j, k), u^*(i, j-1, k), \bar{v}_{s,w}^*] \quad (3.18-15)$$

$$\text{DIFF}(u^*)_{s,w} = -v \frac{\partial u_{s,w}^*}{\partial y} = \frac{-v[u^*(i, j, k) - u^*(i, j-1, k)]}{\text{DY}(j)} \quad (3.18-16)$$

$$\bar{w}_{t,w}^* = [w^*(i, j, k+1) + w^*(i-1, j, k+1)] * 0,5 \quad (3.18-17)$$

$$\text{CONV}(u^*)_{t,w} = \bar{w}_{t,w}^* \text{UPWIND}[u^*(i, j, k+1), u^*(i, j, k), \bar{w}_{t,w}^*] \quad (3.18-18)$$

$$\text{DIFF}(u^*)_{t,w} = -v \frac{\partial u_{t,w}^*}{\partial z} = \frac{-v[u^*(i, j, k+1) - u^*(i, j, k)]}{\text{DZ}(k+1)} \quad (3.18-19)$$

$$\bar{w}_{b,w}^* = [w^*(i, j, k) + w^*(i-1, j, k)] * 0,5 \quad (3.18-20)$$

$$\text{CONV}(u^*)_{b,w} = \bar{w}_{b,w}^* \text{UPWIND}[u^*(i, j, k), u^*(i, j, k-1), \bar{w}_{b,w}^*] \quad (3.18-21)$$

$$\text{DIFF}(u^*)_{b,w} = -v \frac{\partial u_{b,w}^*}{\partial z} = \frac{-v[u^*(i, j, k) - u^*(i, j, k-1)]}{\text{DZ}(k)} \quad (3.18-22)$$

As áreas de face dos volumes de controle, para o sistema de coordenadas cartesianas, na equação (3.16) valem:

$$a_{f_0} = \text{YVC}(j) \cdot \text{ZVC}(k) = [\text{YV}(j+1) - \text{YV}(j)] [\text{ZW}(k+1) - \text{ZW}(k)] \quad (3.19-1)$$

$$a_{f_w} = \text{YVC}(j) \cdot \text{ZVC}(k) \quad (3.19-2)$$

$$a_{f_{nw}} = \text{DX}(i) \cdot \text{ZVC}(k) = [\text{X}(i) - \text{X}(i-1)] [\text{ZW}(k+1) - \text{ZW}(k)] \quad (3.19-3)$$

$$a_{f_{nw}} = \text{DX}(i) \cdot \text{ZVC}(k) \quad (3.19-4)$$

$$a_{f_{tw}} = \text{DX}(i) \cdot \text{YVC}(j) = [\text{X}(i) - \text{X}(i-1)] [\text{YV}(j+1) - \text{YV}(j)] \quad (3.19-5)$$

$$a_{f_{tw}} = \text{DX}(i) \cdot \text{YVC}(j) \quad (3.19-6)$$

Para os termos convectivos, CONV, discretizados com o esquema UPWIND, e os difusivos, DIFF, adotou-se a nomenclatura da figura (3.5).

O termo de gradiente de pressão para o volume de controle deslocado V_w , é discretizado como segue:

$$\begin{aligned}
 -\frac{1}{\rho} [a_{f_0} P_0 - a_{f_w} P_w] &= \\
 &= -\frac{1}{\rho} [YVC(j).ZVC(k).P(i,j,k) - YVC(j).ZVC(k).P(i-1,j,k)] \quad (3.20)
 \end{aligned}$$

Substituindo as equações (3.17) a (3.19) na equação (3.15), obtêm-se, para a componente de velocidade u_w , no instante $t+dt$, o seguinte valor:

$$u_w = u_{i,j,k} = u_w^* - \frac{\Delta t}{\nabla_w} FLUX(u^*)_w - \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{\nabla_w} [a_{f_0} P_0 - a_{f_w} P_w] \quad (3.21)$$

3.2.2- Discretização da Quantidade de Movimento para a componente de velocidade v

O procedimento utilizado para a discretização da equação da quantidade de movimento da componente de velocidade u , equação (3.10), também será usado para resolver a equação da quantidade de movimento da componente de velocidade v , equação (3.11).

Integrando-se a equação (3.11) no volume de controle ∇_s , volume deslocado para a componente v , figura (3.5-b), obtêm-se:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{\nabla_s} v \, d\nabla_s \right) + \int_{a_f} (v \bar{v} - v \nabla v) \cdot \bar{n} \, da_f = -\frac{1}{\rho} \int_{a_f} P \bar{j} \cdot \bar{n} \, da_f \quad (3.22)$$

Empregando-se o método "Sola", têm-se:

$$\begin{aligned}
 &\frac{\nabla_s}{\Delta t} (v - v^*)_s + a_{f_{se}} (\bar{u}_{se}^* v_{se}^* - [v \frac{\partial}{\partial x} v^*]_{se}) - a_{f_{sw}} (\bar{u}_{sw}^* v_{sw}^* - [v \frac{\partial}{\partial x} v^*]_{sw}) + \\
 &+ a_{f_0} (\bar{v}_0^* v_0^* - [v \frac{\partial}{\partial y} v^*]_0) - a_{f_s} (\bar{v}_s^* v_s^* - [v \frac{\partial}{\partial y} v^*]_s) + \\
 &+ a_{f_u} (\bar{w}_{is}^* v_{is}^* - [v \frac{\partial}{\partial z} v^*]_{is}) - a_{f_{bs}} (\bar{w}_{bs}^* v_{bs}^* - [v \frac{\partial}{\partial z} v^*]_{bs}) = -\frac{1}{\rho} [a_{f_{oy}} P_0 - a_{f_s} P_s] \quad (3.23)
 \end{aligned}$$

De forma compacta, têm-se:

$$\frac{\nabla_s}{\Delta t} (v - v^*)_s + FLUX(v^*)_s = -\frac{1}{\rho} [a_{f_{oy}} P_0 - a_{f_s} P_s] \quad (3.24)$$

sendo, por definição:

$$\begin{aligned} \text{FLUX}(v^*)_s &= a_{f_{ic}} \text{FLWE}(v^*)_{sc} - a_{f_{sw}} \text{FLWE}(v^*)_{sw} + \\ &+ a_{f_0} \text{FLSN}(v^*)_0 - a_{f_s} \text{FLSN}(v^*)_s + \\ &+ a_{f_{ts}} \text{FLBT}(v^*)_{ts} - a_{f_{bs}} \text{FLBT}(v^*)_{bs} \end{aligned} \quad (3.25)$$

e, por sua vez:

$$\text{FLWE}(v^*)_{sc} = \text{CONV}(v^*)_{sc} + \text{DIFF}(v^*)_{sc} \quad (3.26-1)$$

$$\text{FLWE}(v^*)_{sw} = \text{CONV}(v^*)_{sw} + \text{DIFF}(v^*)_{sw} \quad (3.26-2)$$

$$\text{FLSN}(v^*)_0 = \text{CONV}(v^*)_0 + \text{DIFF}(v^*)_0 \quad (3.26-3)$$

$$\text{FLSN}(v^*)_s = \text{CONV}(v^*)_s + \text{DIFF}(v^*)_s \quad (3.26-4)$$

$$\text{FLBT}(v^*)_{ts} = \text{CONV}(v^*)_{ts} + \text{DIFF}(v^*)_{ts} \quad (3.26-5)$$

$$\text{FLBT}(v^*)_{bs} = \text{CONV}(v^*)_{bs} + \text{DIFF}(v^*)_{bs} \quad (3.26-6)$$

As equações de quantidade de movimento para cada componente de velocidade, para escoamento incompressível, isotérmico, fluido Newtoniano, são:

$$a_{f_{ic}} = \text{DY}(j). \text{ZVC}(k) = [Y(j) - Y(j-1)] [ZW(k+1) - ZW(k)] \quad (3.27-1)$$

$$a_{f_{sw}} = \text{DY}(j). \text{ZVC}(k) \quad (3.27-2)$$

$$a_{f_0} = \text{XVC}(i). \text{ZVC}(k) = [XU(i+1) - XU(i)] [ZW(k+1) - ZW(k)] \quad (3.27-3)$$

$$a_{f_s} = \text{XVC}(i). \text{ZVC}(k) \quad (3.27-4)$$

$$a_{f_{ts}} = \text{XVC}(i). \text{DY}(j) = [XU(i+1) - XU(i)] [Y(j) - Y(j-1)] \quad (3.27-5)$$

$$a_{f_{bs}} = \text{XVC}(i). \text{DY}(j) \quad (3.27-6)$$

Os termos convectivos, CONV, e os difusivos, DIFF, como anteriormente, foram discretizados de acordo com a figura (3.5). O termo de gradiente de pressão para o volume de controle deslocado \forall_s , é discretizado como segue:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\rho} [a_{f_0} P_0 - a_{f_s} P_s] &= \\ &= -\frac{1}{\rho} [XVC(i). \text{ZVC}(k). P(i, j, k) - XVC(i). \text{ZVC}(k). P(i, j-1, k)] \end{aligned} \quad (3.28)$$

Substituindo as equações (3.26) e (3.27) na equação (3.24), obtêm-se para a componente de velocidade v , no instante $t+dt$, o seguinte valor:

$$v_s = v_{i,j,k} = v_s^* - \frac{\Delta t}{\nabla_s} \text{FLUX}(v^*)_s - \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{\nabla_s} [a_{f_0} P_0 - a_{f_s} P_s]_s \quad (3.29)$$

3.2.3- Discretização da Quantidade de Movimento para a componente de velocidade w

O procedimento utilizado para a discretização da equação da quantidade de movimento da componente de velocidade u , equação (3.10), também será usado para resolver a equação da quantidade de movimento da componente de velocidade w , equação (3.12).

Integrando-se a equação (3.12) no volume de controle ∇_b , volume deslocado para a componente w , figura (3.5-c), obtêm-se:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{\nabla_s} w \, dV_s \right) + \int_{a_f} (w \bar{v} - v \nabla w) \cdot \bar{n} \, da_f = - \frac{1}{\rho} \int_{a_f} P \bar{k} \cdot \bar{n} \, da_f \quad (3.30)$$

Empregando-se o método "Sola", têm-se:

$$\begin{aligned} & \frac{\nabla_b}{\Delta t} (w - w^*)_b + a_{f_{bc}} (\bar{u}_{bc}^* w_{bc}^* - [v \frac{\partial}{\partial x} w^*]_{bc}) - a_{f_{bw}} (\bar{u}_{sw}^* w_{bw}^* - [v \frac{\partial}{\partial x} w^*]_{bw}) + \\ & + a_{f_{bn}} (\bar{v}_{bn}^* w_{bn}^* - [v \frac{\partial}{\partial y} w^*]_{bn}) - a_{f_{bs}} (\bar{v}_{bs}^* w_{bs}^* - [v \frac{\partial}{\partial y} w^*]_{bs}) + \\ & + a_{f_0} (\bar{w}_0^* w_0^* - [v \frac{\partial}{\partial z} w^*]_0) - a_{f_b} (\bar{w}_b^* w_b^* - [v \frac{\partial}{\partial z} w^*]_b) = - \frac{1}{\rho} [a_{f_0} P_0 - a_{f_b} P_b] \end{aligned} \quad (3.31)$$

De forma compacta, têm-se:

$$\frac{\nabla_b}{\Delta t} (w - w^*)_b + \text{FLUX}(w^*)_b = - \frac{1}{\rho} [a_{f_0} P_0 - a_{f_b} P_b]_B \quad (3.32)$$

sendo, por definição:

$$\begin{aligned} \text{FLUX}(w^*)_b &= a_{f_{bc}} \text{FLWE}(w^*)_{bc} - a_{f_{bw}} \text{FLWE}(w^*)_{bw} + \\ & + a_{f_{bn}} \text{FLSN}(w^*)_{bn} - a_{f_{bs}} \text{FLSN}(w^*)_{bs} + \\ & + a_{f_0} \text{FLBT}(w^*)_0 - a_{f_b} \text{FLBT}(w^*)_b \end{aligned} \quad (3.33)$$

e, por sua vez:

$$FLWE(w^*)_{bc} = CONV(w^*)_{bc} + DIFF(w^*)_{bc} \quad (3.34-1)$$

$$FLWE(w^*)_{bw} = CONV(w^*)_{bw} + DIFF(w^*)_{bw} \quad (3.34-2)$$

$$FLSN(w^*)_{bn} = CONV(w^*)_{bn} + DIFF(w^*)_{bn} \quad (3.34-3)$$

$$FLSN(w^*)_{bs} = CONV(w^*)_{bs} + DIFF(w^*)_{bs} \quad (3.34-4)$$

$$FLBT(w^*)_0 = CONV(w^*)_0 + DIFF(w^*)_0 \quad (3.34-5)$$

$$FLBT(w^*)_b = CONV(w^*)_b + DIFF(w^*)_b \quad (3.34-6)$$

As equações da quantidade de movimento para cada componente de velocidade, para escoamento, isotérmico, fluido Newtoniano, são:

$$a_{f_{bc}} = YVC(j).DZ(k) = [YV(j+1) - YV(j)] [Z(k) - Z(k-1)] \quad (3.35-1)$$

$$a_{f_{bw}} = YVC(j).DZ(k) \quad (3.35-2)$$

$$a_{f_{bn}} = XVC(i).DZ(k) = [XU(i+1) - XU(i)] [Z(k) - Z(k-1)] \quad (3.35-3)$$

$$a_{f_{bs}} = XVC(i).DZ(k) \quad (3.35-4)$$

$$a_{f_0} = XVC(i).YVC(j) = [XU(i+1) - XU(i)] [YV(j+1) - YV(j)] \quad (3.35-5)$$

$$a_{f_b} = XVC(i).YVC(j) \quad (3.35-6)$$

Os termos convectivos, CONV, e os difusivos, DIFF, como anteriormente, foram discretizados de acordo com a figura (3.5). O termo de gradiente de pressão para o volume de controle deslocado \forall_b , é discretizado como segue:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\rho} [a_{f_0} P_0 - a_{f_b} P_b] &= \\ &= -\frac{1}{\rho} [XVC(i).YVC(j).P_0 - XVC(i).YVC(j).P_b] \end{aligned} \quad (3.36)$$

Substituindo as equações (3.34) a (3.35) na equação (3.32), obtêm-se para a componente de velocidade w , no instante $t+dt$, o seguinte valor:

$$w_b = w_{i,j,k} = w_b^* - \frac{\Delta t}{\forall_b} FLUX(w^*)_b - \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{\forall_b} [a_{f_0} P_0 - a_{f_b} P_b] \quad (3.37)$$

Analogamente ao processo utilizado para a discretização dos volumes de controle \forall_w , \forall_s e \forall_b , os volumes de controle \forall_e , \forall_n e \forall_t são discretizados, resultando nas seguintes equações:

$$u_e = u_{i+1,j,k} = u_e^* - \frac{\Delta t}{\nabla_e} \text{FLUX}(u^*)_e - \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{\nabla_e} [a_{f_e} P_e - a_{f_0} P_0] \quad (3.38)$$

$$v_n = v_{i,j+1,k} = v_n^* - \frac{\Delta t}{\nabla_n} \text{FLUX}(v^*)_n - \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{\nabla_n} [a_{f_n} P_n - a_{f_0} P_0] \quad (3.39)$$

$$w_t = w_{i,j,k+1} = w_t^* - \frac{\Delta t}{\nabla_t} \text{FLUX}(w^*)_t - \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{\nabla_t} [a_{f_t} P_t - a_{f_0} P_0] \quad (3.40)$$

Considerando a equação da continuidade já vista anteriormente, a saber:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0 \quad (3.41)$$

integrando-se de forma implícita (as componentes de velocidade estão no passo de tempo $(t+dt)$) no volume de controle principal "O" para um escoamento incompressível e isotérmico, têm-se:

$$a_{f_e} u_e - a_{f_w} u_w + a_{f_n} v_n - a_{f_s} v_s + a_{f_t} w_t - a_{f_b} w_b = 0 \quad (3.42)$$

onde as componentes de velocidade u_e , u_w , v_n , v_s , w_t e w_b são obtidas das equações de quantidade de movimento discretizadas, a saber, equações (3.21), (3.29), (3.37), (3.38), (3.39) e (3.40) respectivamente.

Substituindo-se as componentes de velocidade calculadas pelas equações da Quantidade de Movimento na equação (3.42), têm-se:

$$\begin{aligned} & \frac{a_{f_e}}{\Delta t} (u_e^* - u_w^*) + \frac{a_{f_n}}{\Delta t} (v_n^* - v_s^*) + \frac{a_{f_t}}{\Delta t} (w_t^* - w_b^*) + \\ & - \frac{1}{DX(i+1)} \text{FLUX}(u^*)_e + \frac{1}{DX(i)} \text{FLUX}(u^*)_w + \\ & - \frac{1}{DY(j+1)} \text{FLUX}(v^*)_n + \frac{1}{DY(j)} \text{FLUX}(v^*)_s + \\ & - \frac{1}{DZ(k+1)} \text{FLUX}(w^*)_t + \frac{1}{DZ(k)} \text{FLUX}(w^*)_b + \\ & - \frac{a_{f_e}}{DX(i+1)} P_e - \frac{a_{f_w}}{DX(i)} P_w - \frac{a_{f_n}}{DY(j+1)} P_n + \\ & - \frac{a_{f_s}}{DY(j)} P_s - \frac{a_{f_t}}{DZ(k+1)} P_t - \frac{a_{f_b}}{DZ(k)} P_b + \\ & + \left(\frac{a_{f_e}}{DX(i+1)} + \frac{a_{f_w}}{DX(i)} + \frac{a_{f_n}}{DY(j+1)} + \frac{a_{f_s}}{DY(j)} + \frac{a_{f_t}}{DZ(k+1)} + \frac{a_{f_b}}{DZ(k)} \right) P_0 = 0 \quad (3.43) \end{aligned}$$

para uma maior simplicidade, a equação (3.43) pode ser escrita como:

$$a_0 P_0 - a_c P_c - a_w P_w - a_n P_n - a_s P_s - a_t P_t - a_b P_b = b_0 \quad (3.44)$$

onde:

$$a_c = \frac{a_{f_c}}{DX(i+1)} = \frac{YVC(j).ZVC(k)}{DX(i+1)} \quad (3.45-1)$$

$$a_w = \frac{a_{f_w}}{DX(i)} = \frac{YVC(j).ZVC(k)}{DX(i)} \quad (3.45-2)$$

$$a_n = \frac{a_{f_n}}{DY(j+1)} = \frac{XVC(i).ZVC(k)}{DY(j+1)} \quad (3.45-3)$$

$$a_s = \frac{a_{f_s}}{DY(j)} = \frac{XVC(i).ZVC(k)}{DY(j)} \quad (3.45-4)$$

$$a_t = \frac{a_{f_t}}{DZ(k+1)} = \frac{XVC(i).YVC(j)}{DZ(k+1)} \quad (3.45-5)$$

$$a_b = \frac{a_{f_b}}{DZ(k)} = \frac{XVC(i).YVC(j)}{DZ(k)} \quad (3.45-6)$$

$$a_0 = a_c + a_w + a_n + a_s + a_t + a_b \quad (3.46)$$

e, ainda,

$$b_0 = \frac{1}{\Delta t} \left[YVC(j).ZVC(k)(u_w^* - u_c^*) + XVC(i).ZVC(k)(v_n^* - v_s^*) + XVC(i).YVC(j)(w_t^* - w_b^*) \right] + \frac{FLUX(u^*)_c}{DX(i+1)} - \frac{FLUX(u^*)_w}{DX(i)} + \frac{FLUX(v^*)_n}{DY(j+1)} - \frac{FLUX(v^*)_s}{DY(j)} + \frac{FLUX(w^*)_t}{DZ(k+1)} - \frac{FLUX(w^*)_b}{DZ(k)} \quad (3.47)$$

Assim, cada volume de controle principal do domínio irá gerar uma equação linear idêntica à equação (3.44). Observando-se as equações (3.44) e (3.45), nota-se que os coeficientes dos termos de pressão dependem apenas de parâmetros geométricos da malha, enquanto que b_0 , lado direito da equação, depende do campo de velocidade do instante anterior e do passo de tempo de cálculo, Δt .

O conjunto de equações lineares (3.44) formado por todos os nós principais do domínio de cálculo formam a chamada **Matriz Pressão** do problema; esta é calculada apenas uma vez, por depender somente de parâmetros geométricos.

O vetor b_0 tem que ser calculado a cada passo de tempo, pois depende do campo de velocidade anterior.

Para mostrar mais claramente como se calculam os componentes da matriz acima citada e suas propriedades consideremos o exemplo a seguir:

3.3- Exemplo de cálculo dos componentes da Matriz Pressão

Seja o problema da cavidade cujo domínio é discretizado como mostra a figura (3.6)

Fazendo uso das equações (3.44) a (3.46), calcula-se os valores dos coeficientes "a" para cada nó de pressão. Faz-se aqui este cálculo para alguns pontos significativos:

O fato de todos os coeficientes, a_e , a_w , a_n , a_s , a_t e a_b , resultarem no mesmo valor, isto é, 0.333, decorre de se ter usado uma malha uniforme nas três direções assim como o domínio de cálculo ser um cubo. Para domínios e malhas não regulares, ocorrem valores dos coeficientes diferentes entre eles.

1) nó $(i,j,k) = (2,2,2)$

$$a_o P_{(2,2,2)} - a_e P_{(3,2,2)} - a_w P_{(1,2,2)} - a_n P_{(2,3,2)} - a_s P_{(2,1,2)} - a_t P_{(2,2,3)} - a_b P_{(2,2,1)} = b_o$$

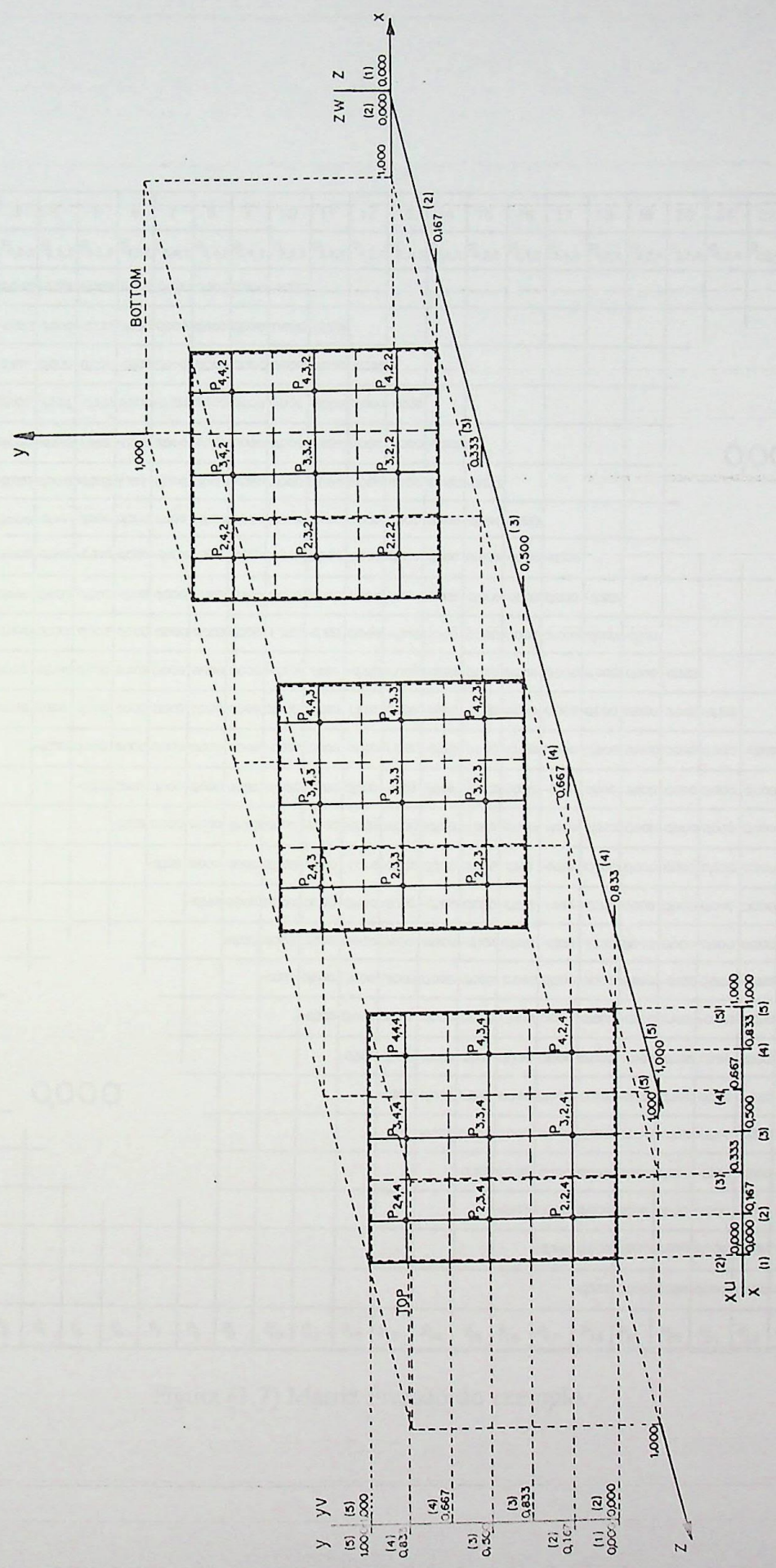
pode-se observar pela figura (3.6) que, para o nó $(2,2,2)$ os vizinhos a west, south e a bottom, a_w , a_s e a_b respectivamente, não existem, logo:

$$a_w = 0.000$$

$$a_s = 0.000$$

$$a_b = 0.000$$

Figura 3.6 Discretização do domínio de cálculo do exemplo.



		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27		
		$P_{2,2,2}$	$P_{3,2,2}$	$P_{4,2,2}$	$P_{2,3,2}$	$P_{3,3,2}$	$P_{4,3,2}$	$P_{2,4,2}$	$P_{3,4,2}$	$P_{4,4,2}$	$P_{2,2,3}$	$P_{3,2,3}$	$P_{4,2,3}$	$P_{2,3,3}$	$P_{3,3,3}$	$P_{4,3,3}$	$P_{2,4,3}$	$P_{3,4,3}$	$P_{4,4,3}$	$P_{2,2,4}$	$P_{3,2,4}$	$P_{4,2,4}$	$P_{2,3,4}$	$P_{3,3,4}$	$P_{4,3,4}$	$P_{2,4,4}$	$P_{3,4,4}$	$P_{4,4,4}$		
1	$P_{2,2,2}$	0,999	-0,333	0,000	-0,333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,333																		P_1	
2	$P_{3,2,2}$	-0,333	1,332	-0,333	0,000	-0,333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,333																	P_2	
3	$P_{4,2,2}$	0,000	-0,333	0,999	0,000	0,000	-0,333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,333																P_3	
4	$P_{2,3,2}$	-0,333	0,000	0,000	1,332	-0,333	0,000	-0,333	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,333																P_4	
5	$P_{3,3,2}$	0,000	-0,333	0,000	-0,333	1,665	-0,333	0,000	-0,333	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,333															P_5	
6	$P_{4,3,2}$	0,000	0,000	-0,333	0,000	-0,333	1,332	0,000	0,000	-0,333	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,333														P_6	
7	$P_{2,4,2}$	0,000	0,000	0,000	-0,333	0,000	0,000	0,999	-0,333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,333												P_7	
8	$P_{3,4,2}$	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,333	0,000	-0,333	1,332	-0,333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,333											P_8	
9	$P_{4,4,2}$	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,333	0,000	-0,333	0,999	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,333										P_9	
10	$P_{2,2,3}$	-0,333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,332	-0,333	0,000	-0,333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,333							P_{10}	
11	$P_{3,2,3}$		-0,333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,333	1,665	-0,333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,333							P_{11}	
12	$P_{4,2,3}$			-0,333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,333	1,332	0,000	0,000	-0,333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,333						P_{12}	
13	$P_{2,3,3}$				-0,333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,333	1,665	-0,333	0,000	-0,333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,333					P_{13}	
14	$P_{3,3,3}$					-0,333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,333	0,000	-0,333	1,665	-0,333	0,000	-0,333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,333					P_{14}	
15	$P_{4,3,3}$						-0,333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,333	0,000	-0,333	1,665	0,000	0,000	-0,333	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,333				P_{15}	
16	$P_{2,4,3}$							-0,333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,333	0,000	0,000	1,332	-0,333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,333			P_{16}	
17	$P_{3,4,3}$								-0,333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,333	0,000	-0,333	1,665	-0,333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,333		P_{17}	
18	$P_{4,4,3}$									-0,333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,333	0,000	-0,333	1,332	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,333	P_{18}	
19	$P_{2,2,4}$										-0,333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,999	-0,333	0,000	-0,333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	P_{19}	
20	$P_{3,2,4}$											-0,333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,333	1,332	-0,333	0,000	-0,333	0,000	0,000	0,000	0,000	P_{20}	
21	$P_{4,2,4}$												-0,333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,333	0,999	0,000	0,000	-0,333	0,000	0,000	0,000	P_{21}	
22	$P_{2,3,4}$													-0,333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,333	0,000	0,000	1,332	-0,333	0,000	-0,333	0,000	0,000	P_{22}	
23	$P_{3,3,4}$														-0,333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,333	0,000	-0,333	1,665	-0,333	0,000	-0,333	0,000	P_{23}	
24	$P_{4,3,4}$															-0,333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,333	0,000	-0,333	1,332	0,000	0,000	-0,333	P_{24}	
25	$P_{2,4,4}$																-0,333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,333	0,000	0,000	0,999	-0,333	0,000	P_{25}	
26	$P_{3,4,4}$																	-0,333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,333	0,000	-0,333	1,332	-0,333	P_{26}	
27	$P_{4,4,4}$																			-0,333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,333	0,000	-0,333	0,999	P_{27}

Figura (3.7) Matriz Pressão do exemplo.

e

$$a_c = \frac{YVC(2).ZVC(2)}{DX(3)} = \frac{[YV(3) - YV(2)][ZW(3) - ZW(2)]}{X(3) - X(2)} = \frac{0.333 * 0.333}{0.500 - 0.167} = 0.333$$

$$a_n = \frac{XVC(2).ZVC(2)}{DY(3)} = \frac{[XU(3) - XU(2)][ZW(3) - ZW(2)]}{Y(3) - Y(2)} = 0.333$$

$$a_t = \frac{XVC(2).YVC(2)}{DZ(3)} = \frac{[XU(3) - XU(2)][YV(3) - YV(2)]}{Z(3) - Z(2)} = 0.333$$

$$a_0 = a_c + a_w + a_n + a_s + a_t + a_b = 0.333 + 0.000 + 0.333 + 0.000 + 0.333 + 0.000 = 0.999$$

2) nó (i,j,k) = (3,2,2)

$$a_0 P_{(3,2,2)} - a_c P_{(4,2,2)} - a_w P_{(2,2,2)} - a_n P_{(3,3,2)} - a_s P_{(3,1,2)} - a_t P_{(3,2,3)} - a_b P_{(3,2,1)} = b_0$$

mas:

$$a_s = 0.000$$

$$a_b = 0.000$$

e

$$a_c = \frac{YVC(2).ZVC(2)}{DX(4)} = \frac{[YV(3) - YV(2)][ZW(3) - ZW(2)]}{X(4) - X(3)} = 0.333$$

$$a_w = \frac{YVC(2).ZVC(2)}{DX(3)} = \frac{[YV(3) - YV(2)][ZW(3) - ZW(2)]}{X(3) - X(2)} = 0.333$$

$$a_n = \frac{XVC(3).ZVC(2)}{DY(3)} = \frac{[XU(4) - XU(3)][ZW(3) - ZW(2)]}{Y(3) - Y(2)} = 0.333$$

$$a_t = \frac{XVC(3).YVC(2)}{DZ(3)} = \frac{[XU(4) - XU(3)][YV(3) - YV(2)]}{Z(3) - Z(2)} = 0.333$$

$$a_0 = a_c + a_w + a_n + a_s + a_t + a_b = 0.333 + 0.333 + 0.333 + 0.000 + 0.333 + 0.000 = 1.332$$

3) nó (i,j,k) = (3,3,2)

$$a_0 P_{(3,3,2)} - a_c P_{(4,3,2)} - a_w P_{(2,3,2)} - a_n P_{(3,4,2)} - a_s P_{(3,2,2)} - a_t P_{(3,3,3)} - a_b P_{(3,3,1)} = b_0$$

mas:

$$a_b = 0.000$$

e

$$a_e = \frac{YVC(3).ZVC(2)}{DX(4)} = \frac{[YV(4) - YV(3)][ZW(3) - ZW(2)]}{X(4) - X(3)} = 0.333$$

$$a_w = \frac{YVC(3).ZVC(2)}{DX(3)} = \frac{[YV(4) - YV(3)][ZW(3) - ZW(2)]}{X(3) - X(2)} = 0.333$$

$$a_n = \frac{XVC(3).ZVC(2)}{DY(4)} = \frac{[XU(4) - XU(3)][ZW(3) - ZW(2)]}{Y(4) - Y(3)} = 0.333$$

$$a_s = \frac{XVC(3).ZVC(2)}{DY(3)} = \frac{[XU(4) - XU(3)][ZW(3) - ZW(2)]}{Y(4) - Y(3)} = 0.333$$

$$a_t = \frac{XVC(3).YVC(2)}{DZ(3)} = \frac{[XU(4) - XU(3)][YV(3) - YV(2)]}{Z(3) - Z(2)} = 0.333$$

$$a_0 = a_e + a_w + a_n + a_s + a_t + a_b = 0.333 + 0.333 + 0.333 + 0.333 + 0.333 + 0.000 = 1.665$$

4) nó (i,j,k) = (3,3,3)

$$a_0P_{(3,3,3)} - a_eP_{(4,3,3)} - a_wP_{(2,3,3)} - a_nP_{(3,4,3)} - a_sP_{(3,2,3)} - a_tP_{(3,3,4)} - a_bP_{(3,3,2)} = b_0$$

$$a_e = \frac{YVC(3).ZVC(3)}{DX(4)} = \frac{[YV(4) - YV(3)][ZW(4) - ZW(3)]}{X(4) - X(3)} = 0.333$$

$$a_w = \frac{YVC(3).ZVC(3)}{DX(3)} = \frac{[YV(4) - YV(3)][ZW(4) - ZW(3)]}{X(3) - X(2)} = 0.333$$

$$a_n = \frac{XVC(3).ZVC(3)}{DY(4)} = \frac{[XU(4) - XU(3)][ZW(4) - ZW(3)]}{Y(4) - Y(3)} = 0.333$$

$$a_s = \frac{XVC(3).ZVC(3)}{DY(3)} = \frac{[XU(4) - XU(3)][ZW(4) - ZW(3)]}{Y(4) - Y(3)} = 0.333$$

$$a_t = \frac{XVC(3).YVC(3)}{DZ(4)} = \frac{[XU(4) - XU(3)][YV(4) - YV(3)]}{Z(4) - Z(3)} = 0.333$$

$$a_b = \frac{XVC(3).YVC(3)}{DZ(3)} = \frac{[XU(4) - XU(3)][YV(4) - YV(3)]}{Z(3) - Z(2)} = 0.333$$

$$a_0 = a_e + a_w + a_n + a_s + a_t + a_b = 0.333 + 0.333 + 0.333 + 0.333 + 0.333 + 0.333 = 1.998$$

5) nó (i,j,k) = (4,3,3)

$$a_0 P_{(4,3,3)} - a_e P_{(5,3,3)} - a_w P_{(3,3,3)} - a_n P_{(4,4,3)} - a_s P_{(4,2,3)} - a_t P_{(4,3,4)} - a_b P_{(4,3,2)} = b_0$$

$$e$$

$$a_e = 0.000$$

$$a_w = \frac{YVC(3).ZVC(3)}{DX(4)} = \frac{[YV(4) - YV(3)][ZW(4) - ZW(3)]}{X(4) - X(3)} = 0.333$$

$$a_n = \frac{XVC(4).ZVC(3)}{DY(4)} = \frac{[XU(5) - XU(4)][ZW(4) - ZW(3)]}{Y(4) - Y(3)} = 0.333$$

$$a_s = \frac{XVC(4).ZVC(3)}{DY(3)} = \frac{[XU(5) - XU(4)][ZW(4) - ZW(3)]}{Y(3) - Y(2)} = 0.333$$

$$a_t = \frac{XVC(4).YVC(3)}{DZ(4)} = \frac{[XU(5) - XU(4)][YV(4) - YV(3)]}{Z(4) - Z(3)} = 0.333$$

$$a_b = \frac{XVC(4).YVC(3)}{DZ(3)} = \frac{[XU(5) - XU(4)][YV(4) - YV(3)]}{Z(3) - Z(2)} = 0.333$$

$$a_0 = a_e + a_w + a_n + a_s + a_t + a_b = 0.000 + 0.333 + 0.333 + 0.333 + 0.333 + 0.333 = 1.665$$

6) nó (i,j,k) = (4,4,3)

$$a_0 P_{(4,4,3)} - a_e P_{(5,4,3)} - a_w P_{(3,4,3)} - a_n P_{(4,5,3)} - a_s P_{(4,3,3)} - a_t P_{(4,4,4)} - a_b P_{(4,4,2)} = b_0$$

$$e$$

$$a_e = 0.000$$

$$a_n = 0.000$$

$$a_w = \frac{YVC(4).ZVC(3)}{DX(4)} = \frac{[YV(5) - YV(4)][ZW(4) - ZW(3)]}{X(4) - X(3)} = 0.333$$

$$a_s = \frac{XVC(4).ZVC(3)}{DY(4)} = \frac{[XU(5) - XU(4)][ZW(4) - ZW(3)]}{Y(4) - Y(3)} = 0.333$$

$$a_t = \frac{XVC(4).YVC(4)}{DZ(4)} = \frac{[XU(5) - XU(4)][YV(5) - YV(4)]}{Z(4) - Z(3)} = 0.333$$

$$a_b = \frac{XVC(4).YVC(4)}{DZ(3)} = \frac{[XU(5) - XU(4)][YV(5) - YV(4)]}{Z(3) - Z(2)} = 0.333$$

$$a_0 = a_c + a_w + a_n + a_s + a_t + a_b = 0.000 + 0.333 + 0.000 + 0.333 + 0.333 + 0.333 = 1.332$$

7) nó (i,j,k) = (2,4,4)

$$a_0P_{(2,4,4)} - a_cP_{(3,4,4)} - a_wP_{(1,4,4)} - a_nP_{(2,5,4)} - a_sP_{(2,3,4)} - a_tP_{(2,4,5)} - a_bP_{(2,4,3)} = b_0$$

e

$$a_w = 0.000$$

$$a_n = 0.000$$

$$a_t = 0.000$$

$$a_c = \frac{YVC(4).ZVC(4)}{DX(3)} = \frac{[YV(5) - YV(4)][ZW(5) - ZW(4)]}{X(3) - X(2)} = 0.333$$

$$a_s = \frac{XVC(2).ZVC(4)}{DY(4)} = \frac{[XU(3) - XU(2)][ZW(5) - ZW(4)]}{Y(4) - Y(3)} = 0.333$$

$$a_b = \frac{XVC(3).YVC(4)}{DZ(4)} = \frac{[XU(3) - XU(2)][YV(5) - YV(4)]}{Z(4) - Z(3)} = 0.333$$

$$a_0 = a_c + a_w + a_n + a_s + a_t + a_b = 0.333 + 0.000 + 0.000 + 0.333 + 0.000 + 0.333 = 0.999$$

8) nó (i,j,k) = (2,3,4)

$$a_0P_{(2,3,4)} - a_cP_{(3,3,4)} - a_wP_{(1,3,4)} - a_nP_{(2,4,4)} - a_sP_{(2,2,4)} - a_tP_{(2,3,5)} - a_bP_{(2,3,3)} = b_0$$

e

$$a_w = 0.000$$

$$a_t = 0.000$$

$$a_c = \frac{YVC(3).ZVC(4)}{DX(3)} = \frac{[YV(4) - YV(3)][ZW(5) - ZW(4)]}{X(3) - X(2)} = 0.333$$

$$a_n = \frac{XVC(2).ZVC(4)}{DY(4)} = \frac{[XU(3) - XU(2)][ZW(5) - ZW(4)]}{Y(4) - Y(3)} = 0.333$$

$$a_s = \frac{XVC(2).ZVC(4)}{DY(3)} = \frac{[XU(3) - XU(2)][ZW(5) - ZW(4)]}{Y(3) - Y(2)} = 0.333$$

$$a_b = \frac{XVC(2).YVC(3)}{DZ(4)} = \frac{[XU(3) - XU(2)][YV(4) - YV(3)]}{Z(4) - Z(3)} = 0.333$$

$$a_0 = a_e + a_w + a_n + a_s + a_t + a_b = 0.333 + 0.000 + 0.333 + 0.333 + 0.000 + 0.333 = 1.332$$

9) nó $(i,j,k) = (3,3,4)$

$$a_0 P_{(3,3,4)} - a_e P_{(4,3,4)} - a_w P_{(2,3,4)} - a_n P_{(3,4,4)} - a_s P_{(3,2,4)} - a_t P_{(3,3,5)} - a_b P_{(3,3,3)} = b_0$$

e

$$a_t = 0.000$$

$$a_e = \frac{YVC(3).ZVC(4)}{DX(4)} = \frac{[YV(4) - YV(3)][ZW(5) - ZW(4)]}{X(4) - X(3)} = 0.333$$

$$a_w = \frac{YVC(3).ZVC(4)}{DX(3)} = \frac{[YV(4) - YV(3)][ZW(5) - ZW(4)]}{X(3) - X(2)} = 0.333$$

$$a_n = \frac{XVC(3).ZVC(4)}{DY(4)} = \frac{[XU(4) - XU(3)][ZW(5) - ZW(4)]}{Y(4) - Y(3)} = 0.333$$

$$a_s = \frac{XVC(3).ZVC(4)}{DY(3)} = \frac{[XU(4) - XU(3)][ZW(5) - ZW(4)]}{Y(3) - Y(2)} = 0.333$$

$$a_b = \frac{XVC(3).YVC(3)}{DZ(4)} = \frac{[XU(4) - XU(3)][YV(4) - YV(3)]}{Z(4) - Z(3)} = 0.333$$

$$a_0 = a_e + a_w + a_n + a_s + a_t + a_b = 0.333 + 0.333 + 0.333 + 0.333 + 0.000 + 0.333 = 1.665$$

A matriz composta pelos coeficientes das equações de linearização deste exemplo é mostrada na figura (3.7). O domínio de cálculo, que é de $1.0 \times 1.0 \times 1.0$ [u.c], figura (3.6), foi subdividido em três volumes de controle nas três direções, **X**, **Y** e **Z**, resultando em uma matriz 27×27 , resultado obtido pelo produto do número de nós nas direções **X**, **Y** e **Z**, dado por:

$$NVX * NVY * NVZ = 3 * 3 * 3 = 27$$

Qualquer sub-divisão do domínio de cálculo resultará em uma matriz quadrada simétrica positiva definida cuja ordem é determinada como acima indicado.

O vetor b_0 da equação (3.47) necessita ser calculado a cada passo de tempo, uma vez que o campo de velocidade estará se modificando enquanto o regime permanente não for alcançado. O seu cálculo exige o termo "FLUX" das equações de quantidade de movimento de u , v e w no instante anterior. Seu cálculo é feito através das equações (3.10), (3.25) e similares.

Após calcular o vetor $\{b_{(i,j,k)}\} = b_0$, têm-se o sistema matricial $[a_{(i,j,k)}]\{P_{(i,j,k)}\} = \{b_{(i,j,k)}\}$ que pode ser resolvido por qualquer algoritmo computacional para a resolução de matrizes. Uma vez que o vetor $\{b_{(i,j,k)}\}$ e a matriz $[a_{(i,j,k)}]$ são conhecidas a solução é o campo de pressão $\{P_{(i,j,k)}\}$.

Observe, na figura,(3.7), que todos os elementos da diagonal principal são não nulos e positivos. Fora da diagonal principal existirão valores não nulos nas posições referentes aos vizinhos EAST, WEST, NORTH, SOUTH, TOP e BOTTOM. A meia banda da matriz é calculada pela equação dada abaixo:

$$MB = (L1 - 2) * (M1 - 2) + 1 \quad (3.48)$$

onde:

L1 é o número máximo de nós da malha na direção X;

M1 é o número máximo de nós da malha na direção Y.

Após ter resolvido o sistema matricial obtêm-se o campo de pressão $P_{(i,j,k)} = P_{(ij)}$ que, substituído nas equações (3.15), (3.24) e (3.32) juntamente com as componentes da velocidade anterior, fornece o novo campo de escoamento para um dado tempo t.

Repetindo-se esse ciclo de cálculo obtêm-se novos campos de velocidade e pressão a cada instante. O regime permanente será alcançado quando não mais houver variações no campo de velocidade.

3.4 - Resolução do Sistema Linear de Equações

Dada a característica da matriz pressão, pode-se utilizar o método direto de Choleski [BREBBIA, 1978] para resolver o sistema linear.

A matriz pressão A é decomposta em:

$$A = L L' \quad (3.49)$$

onde L é a matriz triangular inferior e L^t é a sua transposta. A decomposição da matriz de pressão A é feita uma só vez tendo em vista os seus elementos dependerem somente de grandezas geométricas, as quais não variam no tempo.

A cada passo de tempo efetua-se a seguinte operação:

$$[L]\{X\} = \{B\} \quad (3.50)$$

Desta operação determina-se o vetor $\{X\}$, pois $[L]$ e $\{B\}$ são conhecidos. A seguir, faz-se:

$$[L']\{Y\} = \{X\} \quad (3.51)$$

onde $\{Y\}$, para o presente trabalho representa o campo de Pressão $\{P_{(ij)}\}$.

3.5 - Estabilidade Numérica - Passo de Tempo

Os termos convectivos e difusivos das equações de quantidade de movimento são estimados de maneira explícita. Esta forma de discretização resulta em uma limitação do passo de tempo, Δt , de cálculo para que haja estabilidade do método numérico.

O método matricial fornece uma expressão para o passo de tempo a ser usado. Este passo de tempo tem sido indicado como ótimo nas referências utilizadas. No caso tridimensional e malha uniforme o passo de tempo recomendado em Villand [1986], é:

* Condição de Convecção

$$\Delta t_{\text{conv}} = \frac{1}{\frac{u}{\Delta X} + \frac{v}{\Delta Y} + \frac{w}{\Delta Z}} \quad (3.52)$$

* Condição de Difusão

$$\Delta t_{\text{dif}} = \frac{1}{2\nu \left(\frac{1}{\Delta X^2} + \frac{1}{\Delta Y^2} + \frac{1}{\Delta Z^2} \right)} \quad (3.53)$$

Assim, o passo de tempo convecção-difusão será calculado como:

$$\Delta t_{\text{calculado}} = \frac{1}{\frac{1}{\Delta t_{\text{conv}}} + \frac{1}{\Delta t_{\text{dif}}}} \quad (3.54)$$

Este cálculo se aplica a um meio homogêneo. Para outras situações é necessário uma ponderação destes valores.

3.6 - Algoritmo do Método Sola

O método Sola consiste em integrar os termos difusivos e convectivos de forma explícita e o termo de gradiente de pressão de forma implícita. O código utiliza o algoritmo dado pela figura (3.8).

O algoritmo segue o procedimento abaixo:

- .Partindo-se de um tempo t^* inicial, calcula-se o valor de \mathbf{b}_0 , equação (3.47);
- .Resolve-se a Matriz Pressão achando-se o Campo de Pressão;
- .Soluciona-se então as Equações de Quantidade de Movimento achando-se o Campo de Velocidade;
- .Verifica-se se o tempo utilizado corresponde ao tempo final (limitado pelo usuário quando da entrada de dados) e se a convergência foi obtida;

- . Caso **SIM** o código termina imprimindo os resultados obtidos;
- . Caso **NÃO** incrementa-se o tempo t de um passo de tempo Δt calculado e reinicia-se o processo.

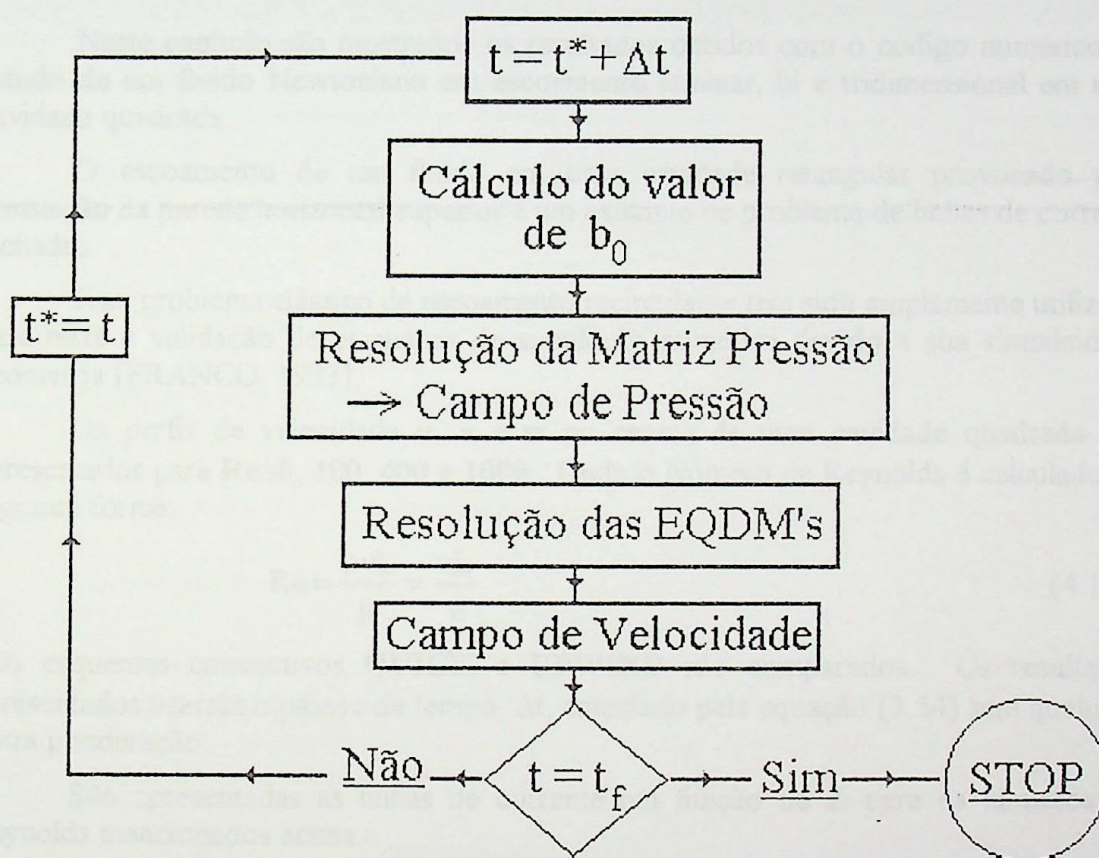


Figura (3.8) Algoritmo do Método Sola

CAPÍTULO 4

Resultados

4.1 - Introdução

Neste capítulo são mostrados os resultados obtidos com o código numérico no estudo de um fluido Newtoniano em escoamento laminar, bi e tridimensional em uma cavidade quadrada.

O escoamento de um fluido em uma cavidade retangular provocado pela translação da parede horizontal superior é um exemplo de problema de linhas de corrente fechadas.

Este problema clássico de escoamento recirculante tem sido amplamente utilizado para teste e validação de esquemas de simulação numérica devido a sua simplicidade geométrica [FRANCO, 1993].

Os perfis de velocidade u , v e w no centro de uma cavidade quadrada são apresentados para $Re \cong 0, 100, 400$ e 1000 . Onde o Número de Reynolds é calculado da seguinte forma:

$$Re = \frac{\rho v L}{\mu} = \frac{v L}{\nu} \quad (4.1)$$

Os esquemas convectivos **QUICK** e **UPWIND** são comparados. Os resultados apresentados usaram o passo de tempo, Δt , calculado pela equação (3.54) sem qualquer outra ponderação.

São apresentadas as linhas de corrente em função de Z para os números de Reynolds mencionados acima.

Finalmente, apresentam-se dados relativos a detalhes na execução do código, como o tempo de execução versus número de volumes, convergência das componentes de velocidade (u , v e w) em função das iterações e do tempo e uma comparação da convergência das componentes de velocidade em relação a diferentes tipos de malha.

4.2 - Geometria e Condições de Contorno

O problema consiste de uma caixa cúbica de face igual a L , na qual escoar um fluido em seu interior, escoamento mantido pela velocidade U da parede horizontal superior, como mostra a figura (4.1).

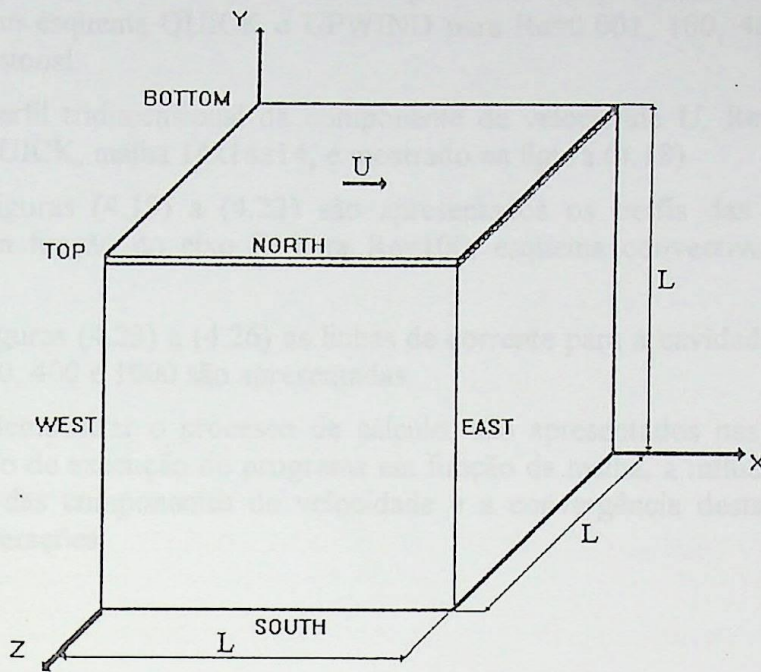


Figura (4.1) Geometria e condições de contorno para cavidade quadrada

As condições de contorno para o problema em questão são:

Paredes laterais (west, east, bottom e top)

$$\begin{aligned} u = 0 \text{ e } w = 0 & \text{ (parede impermeável)} \\ v = 0 & \text{ (sem deslizamento)} \end{aligned}$$

Parede horizontal superior (north)

$$\begin{aligned} u = U & \text{ (velocidade especificada)} \\ v = 0 \text{ e } w = 0 & \text{ (parede impermeável)} \end{aligned}$$

Parede horizontal inferior (south)

$$\begin{aligned} u = 0 & \text{ (sem deslizamento)} \\ v = 0 \text{ e } w = 0 & \text{ (parede impermeável)} \end{aligned}$$

4.3 - Resultados para Cavidade

As comparações dos perfis de velocidade bi-dimensionais obtidos utilizando os dois esquemas convectivos são feitas com Burggraf [1966], que utiliza diferenças finitas centrais para os termos convectivos e uma malha regular 40x40.

Uma comparação entre os perfis bidimensionais é feita nas figuras (4.2) a (4.5).

As figuras (4.6) a (4.17) mostram os perfis das componentes de velocidades u, v e w obtidos com esquema QUICK e UPWIND para $Re=0.001, 100, 400$ e 1000 para o caso tridimensional.

Um perfil tridimensional da componente de velocidade U , $Re=0.001$, esquema convectivo QUICK, malha $14 \times 14 \times 14$, é mostrado na figura (4.18).

Nas figuras (4.19) a (4.22) são apresentados os perfis das componentes de velocidade em função do eixo Z , para $Re=100$, esquema convectivo QUICK, malha $14 \times 14 \times 14$.

Nas figuras (4.23) a (4.26) as linhas de corrente para a cavidade retangular para $Re=0.001, 100, 400$ e 1000 são apresentadas.

Para demonstrar o processo de cálculo, são apresentados nas figuras (4.27) a (4.36) o tempo de execução do programa em função da malha, a influência da malha na convergência das componentes de velocidade e a convergência destas em função do tempo e das iterações.

4.3.1 - Perfis de velocidade (escoamento bidimensional)

Apresenta-se nas figuras (4.2) a (4.5), perfis das componentes de velocidade U para um escoamento bidimensional, $Re=0.001, 100, 400$ e 1000 . Faz-se uma comparação com o perfil apresentado por Burggraf[1966].

Utilizou-se para o cálculo uma malha grosseira (14×14), exceto para $Re=400$ e 1000 , onde utilizou-se uma malha mais refinada (30×30), e o esquema convectivo QUICK.

Observa-se que os resultados são bons, mesmo utilizando-se uma malha grosseira. Nos casos de malha mais refinada, a convergência se deu para um valor levemente inferior ao da referência.

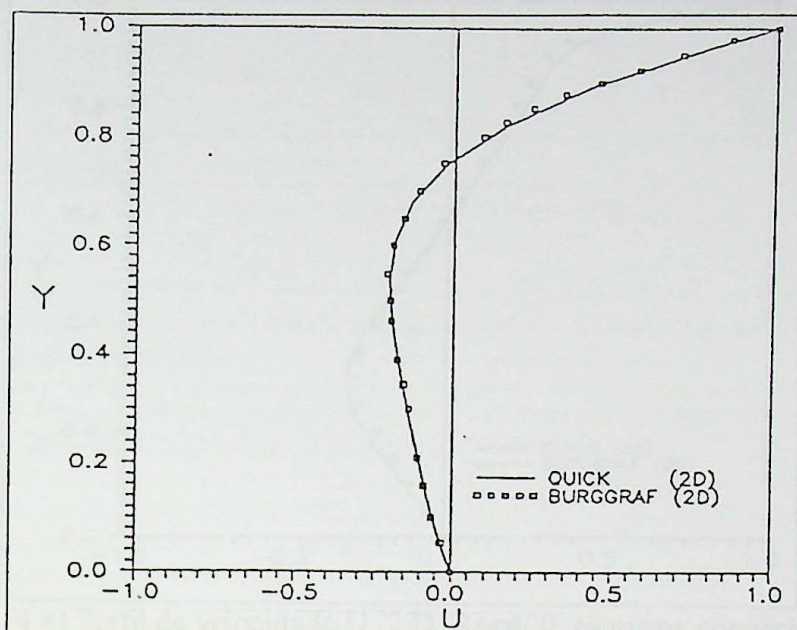


Figura (4.2) Perfil de Velocidade U, 2-D, $Re=0.001$, esquema convectivo QUICK, malha 14×14 .

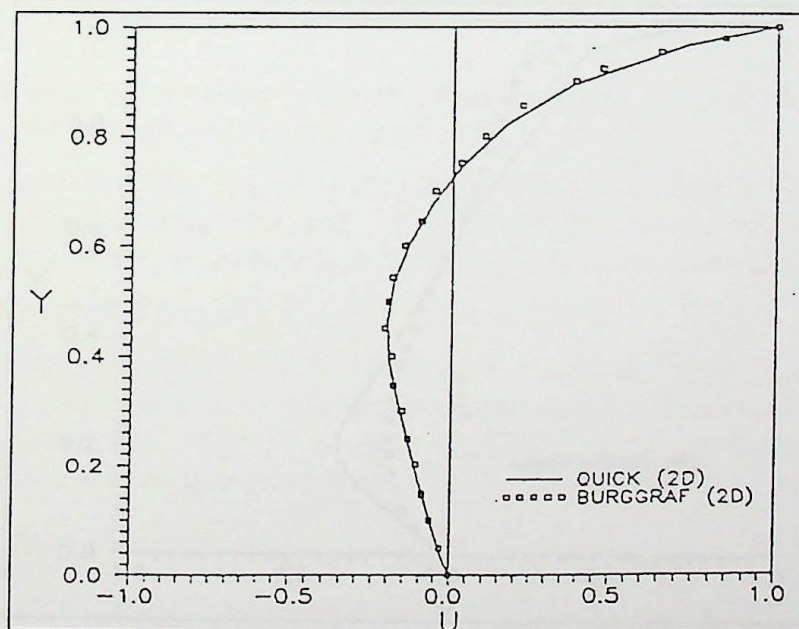


Figura (4.3) Perfil de Velocidade U, 2-D, $Re=100$, esquema convectivo QUICK, malha 14×14 .

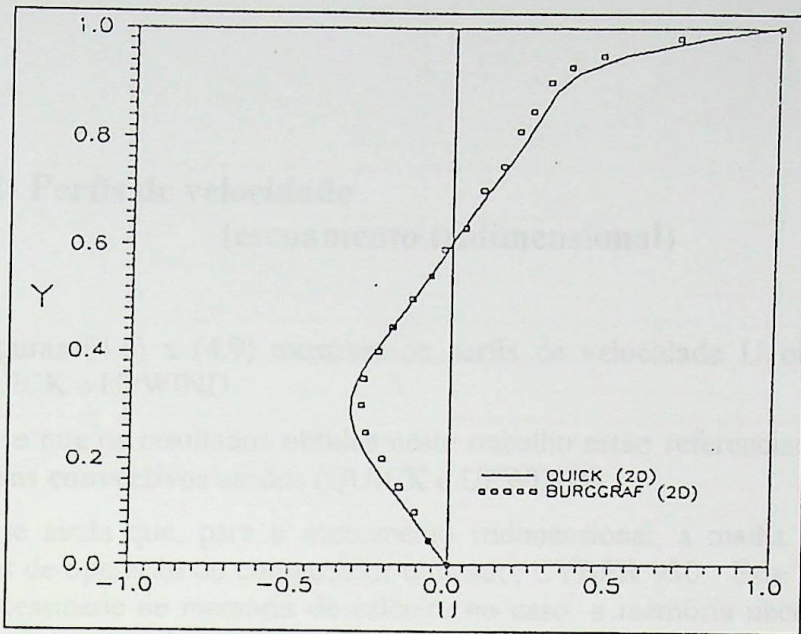


Figura (4.4) Perfil de velocidade U, 2-D, Re=400, esquema convectivo QUICK, malha 30x30.

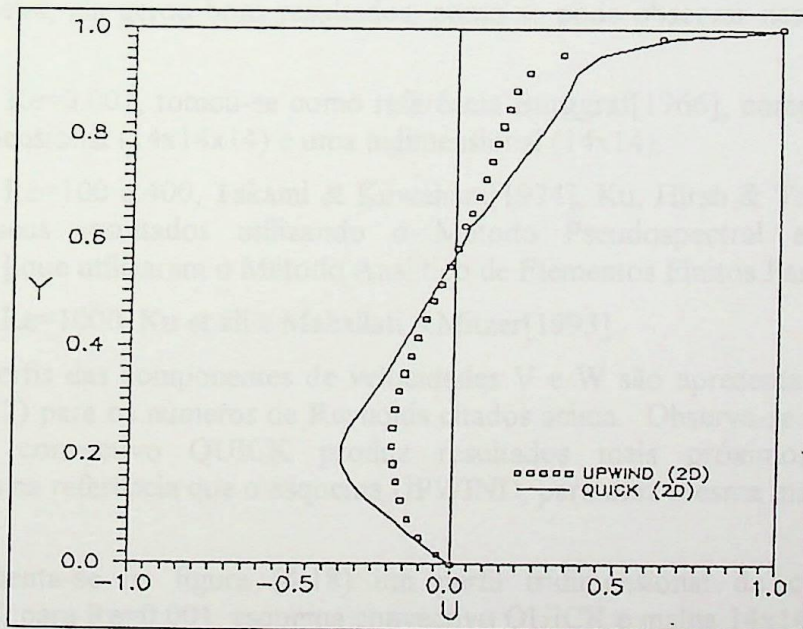


Figura (4.5) Perfil de Velocidade U, 2-D, Re=1000, malha 30x30.

4.3.2- Perfís de velocidade (escoamento tridimensional)

As figuras (4.6) a (4.9) mostram os perfís de velocidade U obtidos com os esquemas QUICK e UPWIND.

Note-se que os resultados obtidos neste trabalho estão referenciados nas figuras pelos **esquemas convectivos** usados (QUICK e UPWIND).

Note-se ainda que, para o escoamento tridimensional, a malha $14 \times 14 \times 14$ é o limite superior de operação do computador utilizado, CYBER 930. Este limite é devido a grande necessidade de memória de cálculo, no caso, a memória necessária para os dois vetores originados de uma matriz 2744×2744 , cada um com cerca de 520.000 componentes.

No escoamento bidimensional, impôs-se uma malha limite de 30×30 (matriz 900×900). Mas, devido à limitação do escoamento tridimensional, adotou-se, para efeito de comparação, uma malha mais grosseira (14×14). Mesmo sendo esta última uma malha grosseira, ela gerou bons resultados, como se pode observar nas figuras (4.6) a (4.9).

Para $Re=0.001$, tomou-se como referência Burggraf[1966], comparando-se uma malha tridimensional ($14 \times 14 \times 14$) e uma bidimensional (14×14).

Para $Re=100$ e 400 , Takami & Kuwahara[1974], Ku, Hirsh & Taylor[1987] que obtiveram seus resultados utilizando o Método Pseudospectral e Mahallati & Mitzer[1993] que utilizaram o Método Analítico de Elementos Finitos Parabólicos.

Para $Re=1000$, Ku et al e Mahallati & Mitzer[1993].

Os perfís das componentes de velocidades V e W são apresentados nas figuras (4.10) a (4.17) para os números de Reynolds citados acima. Observa-se nas figuras que o esquema convectivo QUICK produz resultados mais próximos aos valores apresentados na referência que o esquema UPWIND, para uma mesma malha e precisão exigida.

Apresenta-se na figura (4.18) um perfil tridimensional da componente de velocidade U , para $Re=0.001$, esquema convectivo QUICK e malha $14 \times 14 \times 14$.

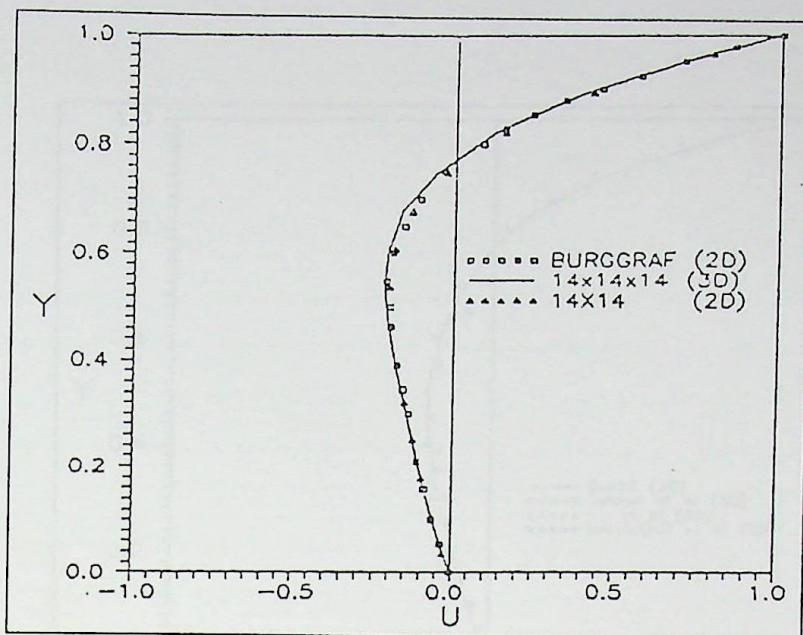


Figura (4.6-A) Perfil de Velocidade U no centro da cavidade, $Re=0.001$, esquema convectivo QUICK, malha 14x14x14.

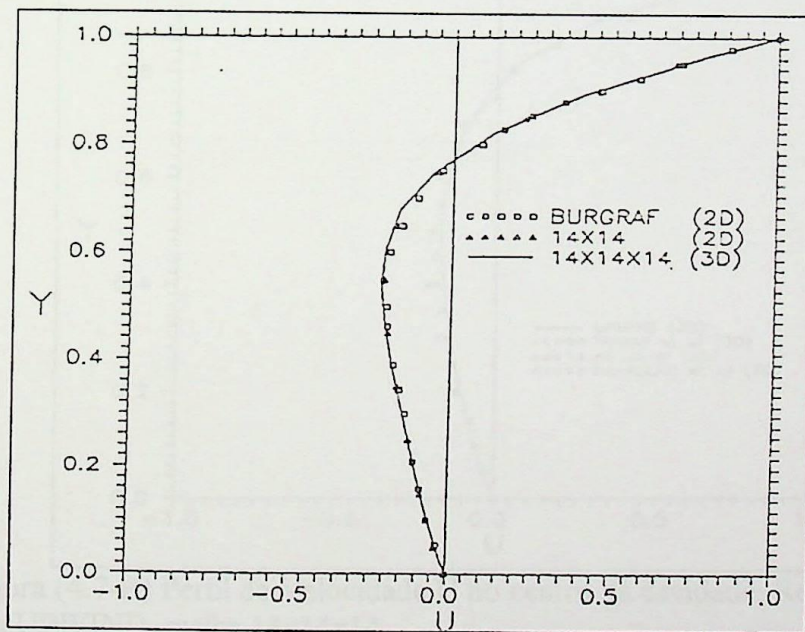


Figura (4.6-B) Perfil de Velocidade U no centro da cavidade, $Re=0.001$, esquema convectivo UPWIND, malha 14x14x14.

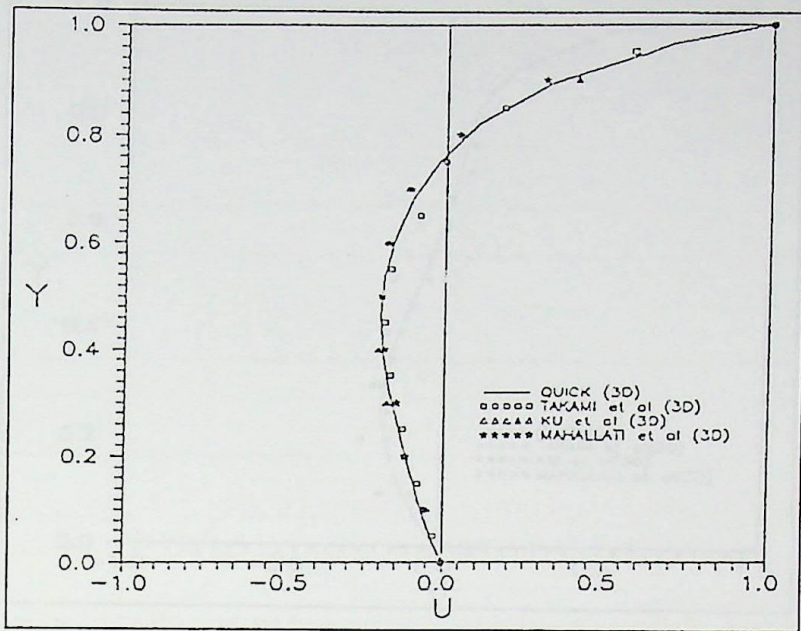


Figura (4.7-A) Perfil de Velocidade U no centro da cavidade, $Re=100$, esquema convectivo QUICK, malha $14 \times 14 \times 14$.

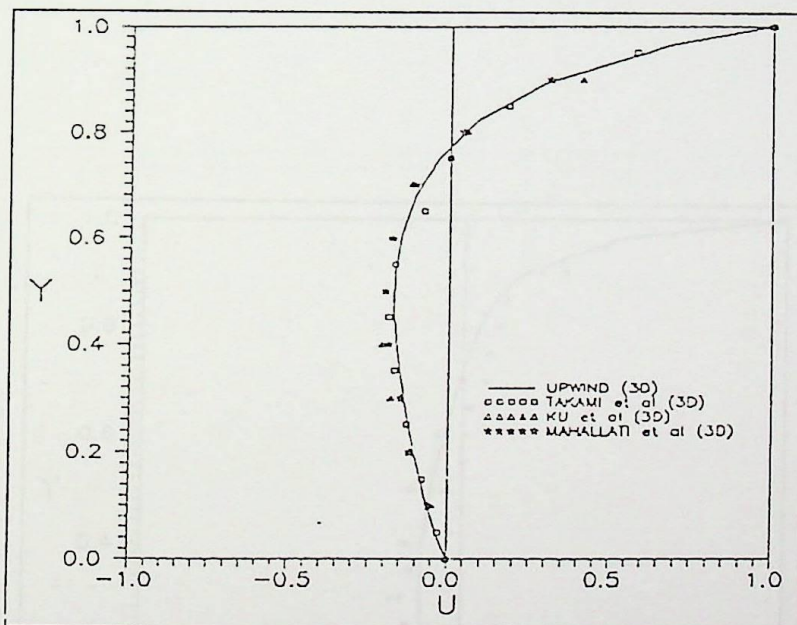


Figura (4.7-B) Perfil de Velocidade U no centro da cavidade, $Re=100$, esquema convectivo UPWIND, malha $14 \times 14 \times 14$.

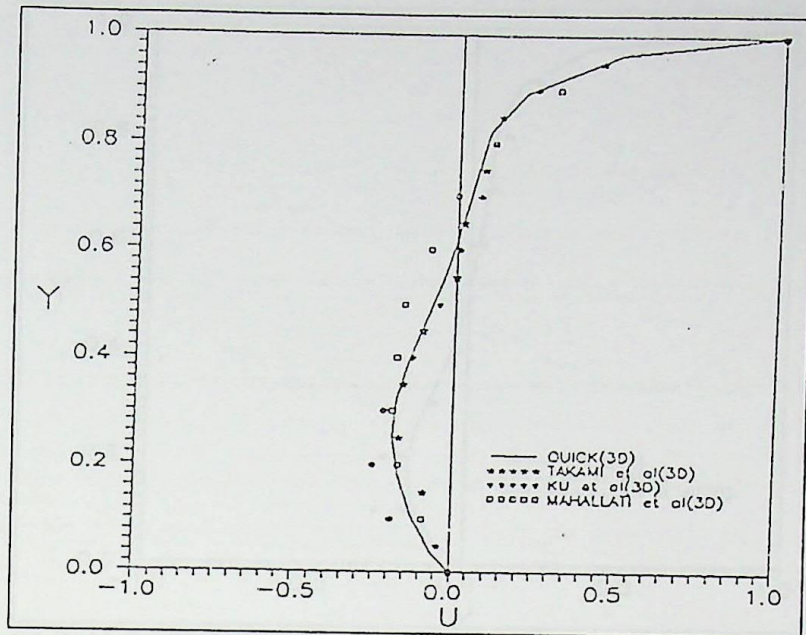


Figura (4.8-A) Perfil de Velocidade U no centro da cavidade, $Re=400$, esquema convectivo QUICK, malha $14 \times 14 \times 14$.

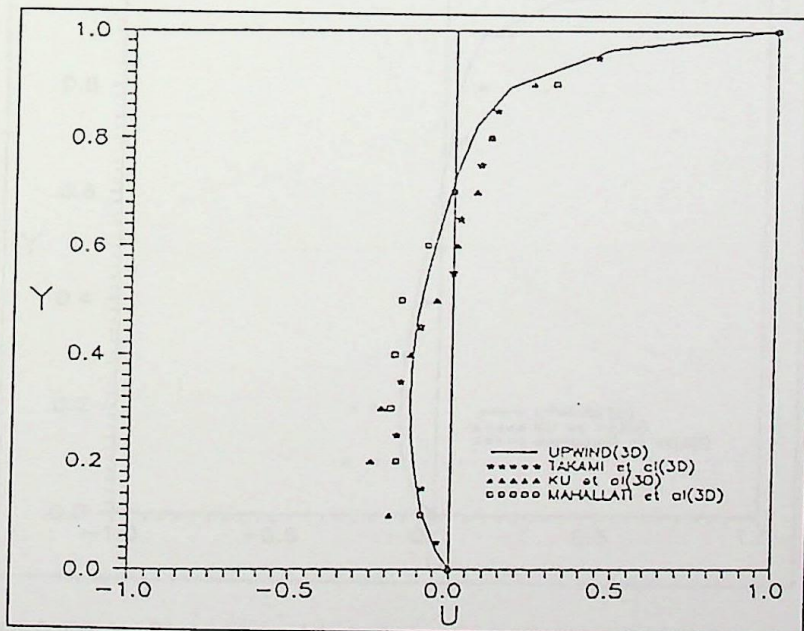


Figura (4.8-B) Perfil de Velocidade U no centro da cavidade, $Re=400$, esquema convectivo UPWIND, malha $14 \times 14 \times 14$.

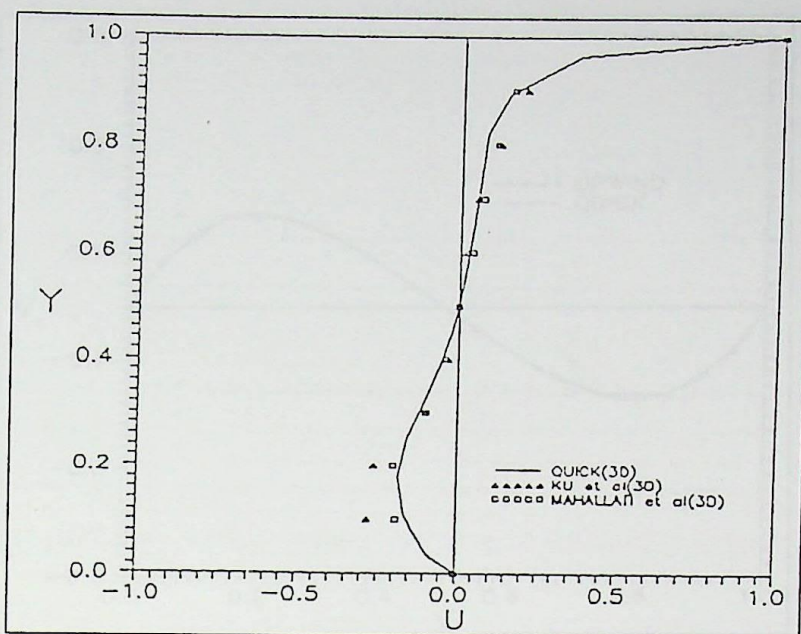


Figura (4.9-A) Perfil de Velocidade U no centro da cavidade, $Re=1000$, esquema convectivo QUICK, malha $14 \times 14 \times 14$.

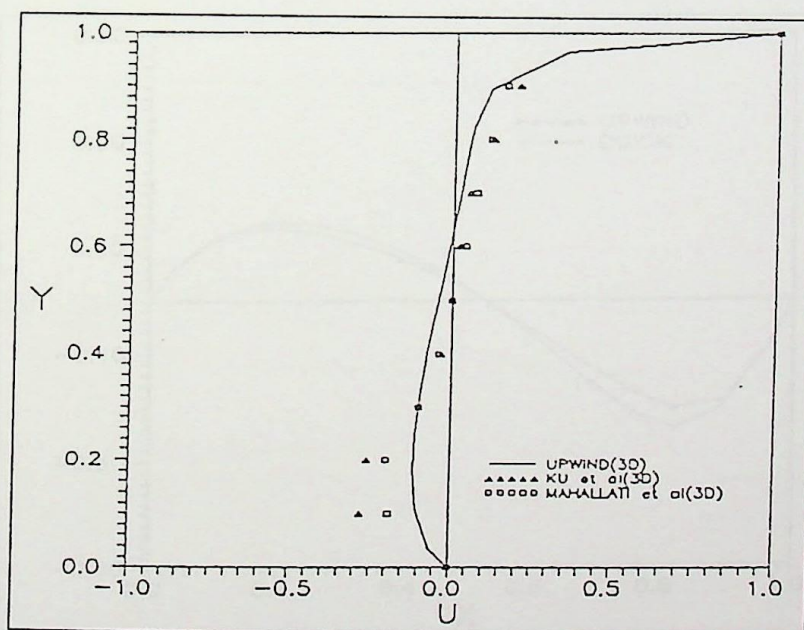


Figura (4.9-B) Perfil de Velocidade U no centro da cavidade, $Re=1000$, esquema convectivo UPWIND, malha $14 \times 14 \times 14$.

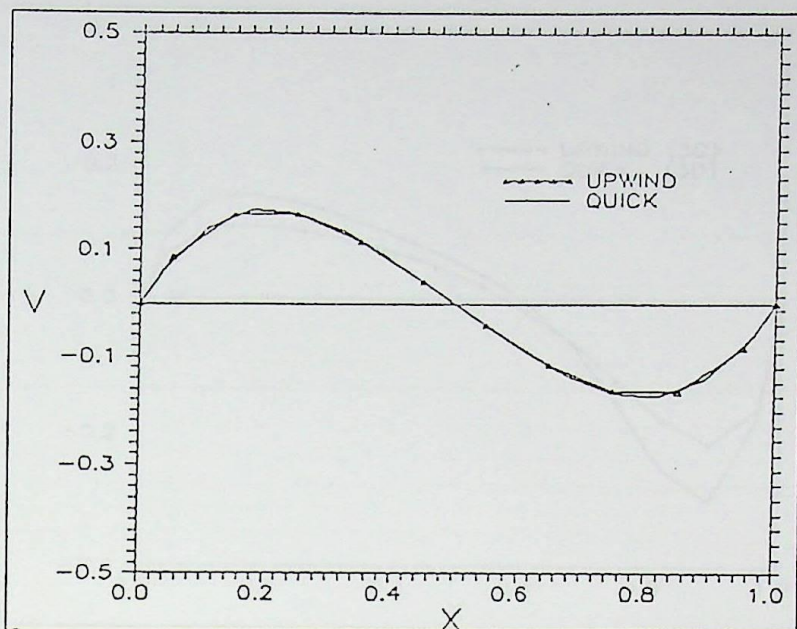


Figura (4.10) Perfil de Velocidade V no centro da cavidade, $Re=0.001$, malha $14 \times 14 \times 14$.

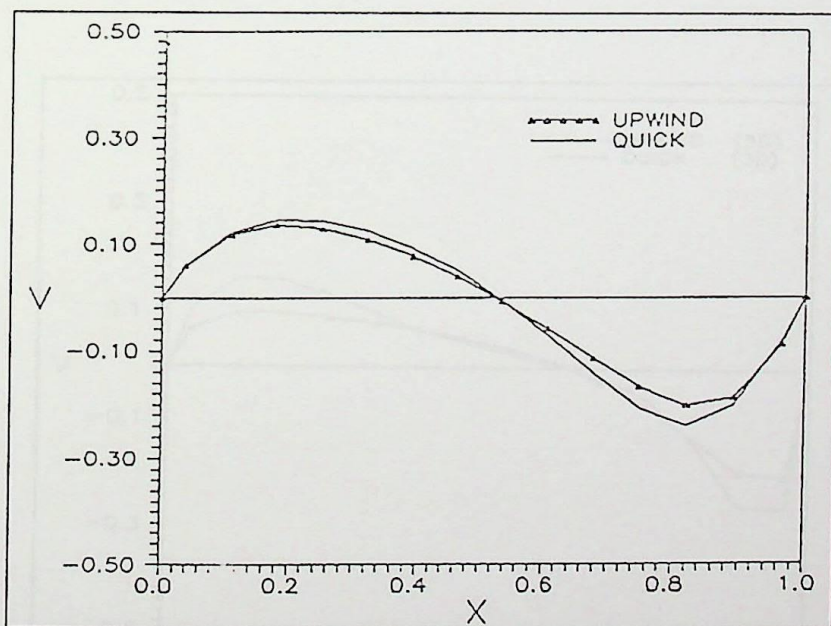


Figura (4.11) Perfil de Velocidade V no centro da cavidade, $Re=100$, malha $14 \times 14 \times 14$.

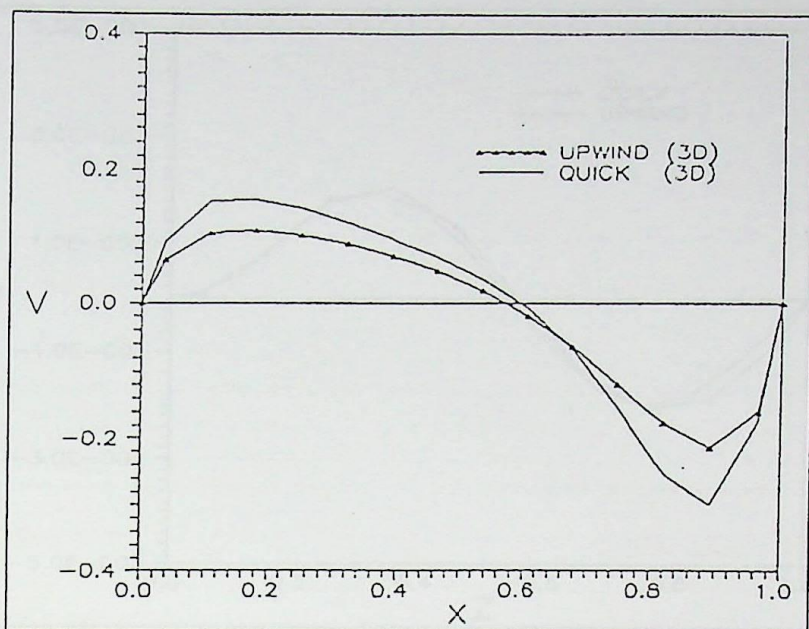


Figura (4.12) Perfil de Velocidade V no centro da cavidade, $Re=400$, malha $14 \times 14 \times 14$.

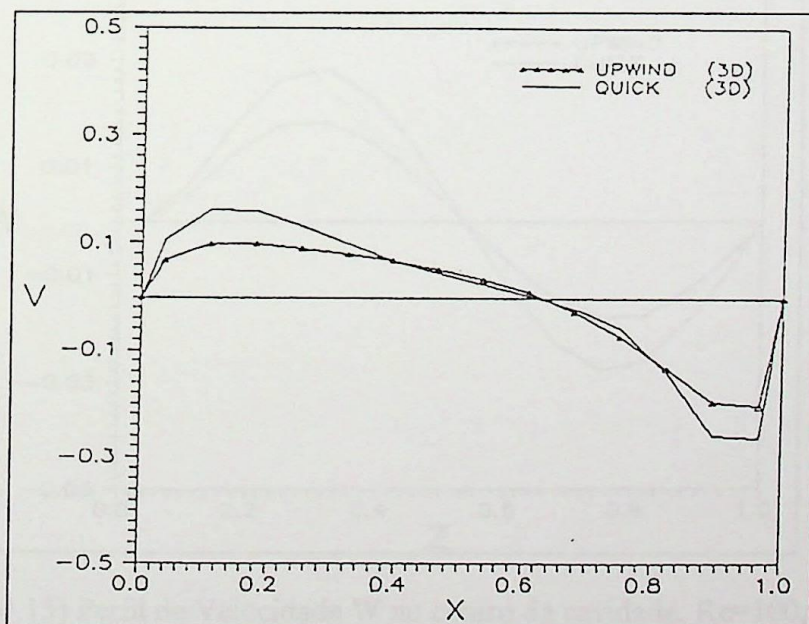


Figura (4.13) Perfil de Velocidade V no centro da cavidade, $Re=1000$, malha $14 \times 14 \times 14$.

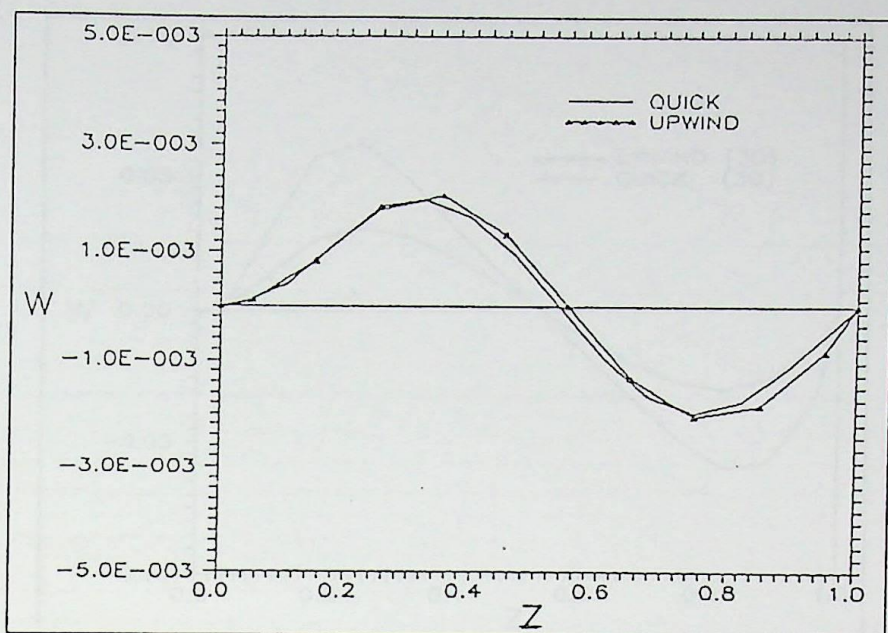


Figura (4.14) Perfil de Velocidade W no centro da cavidade, $Re=0.001$, malha $14 \times 14 \times 14$.

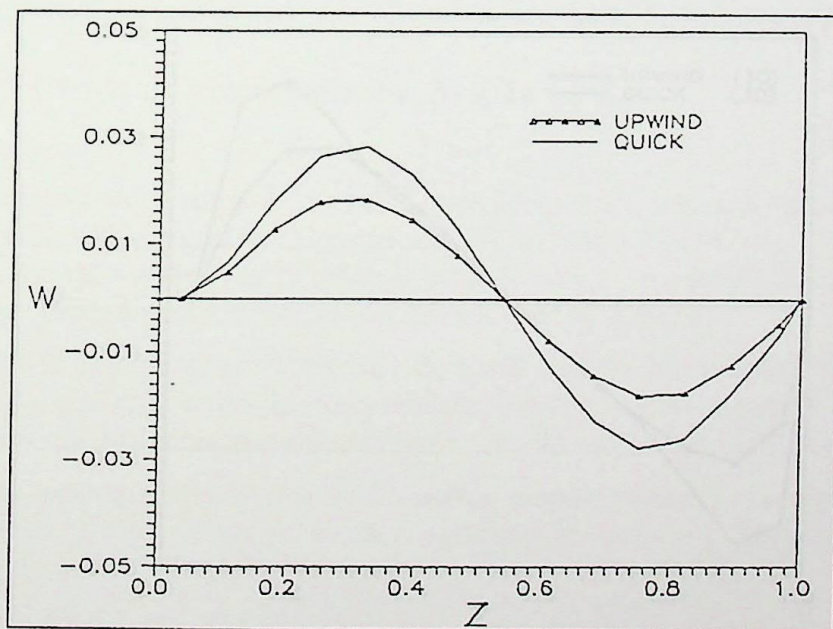


Figura (4.15) Perfil de Velocidade W no centro da cavidade, $Re=100$, malha $14 \times 14 \times 14$.

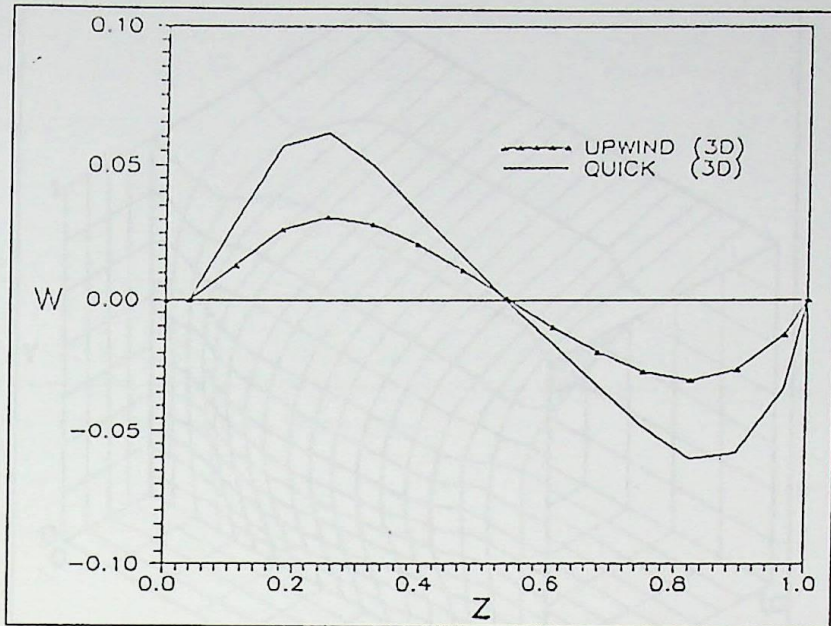


Figura (4.16) Perfil de Velocidade W no centro da cavidade, Re=400, malha 14x14x14.

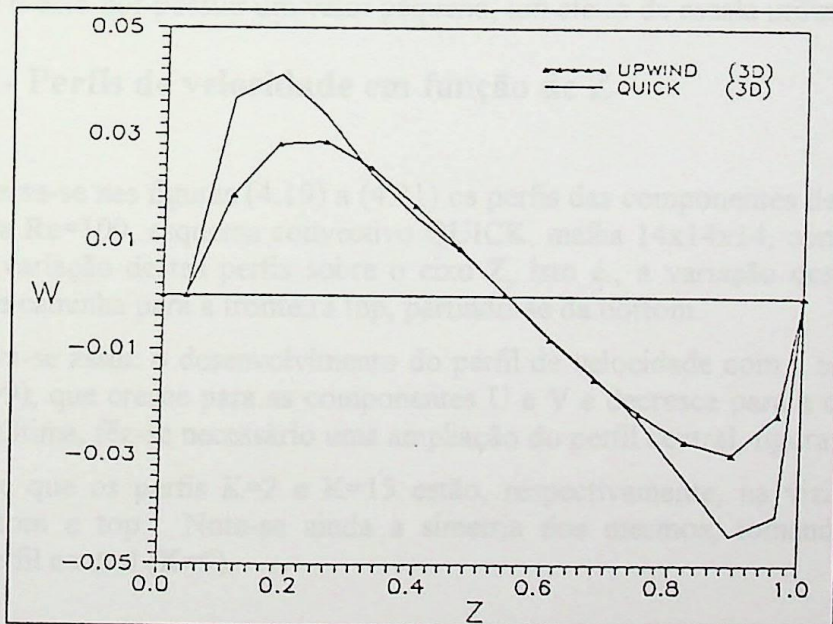


Figura (4.17) Perfil de Velocidade W no centro da cavidade, Re=1000, malha 14x14x14.

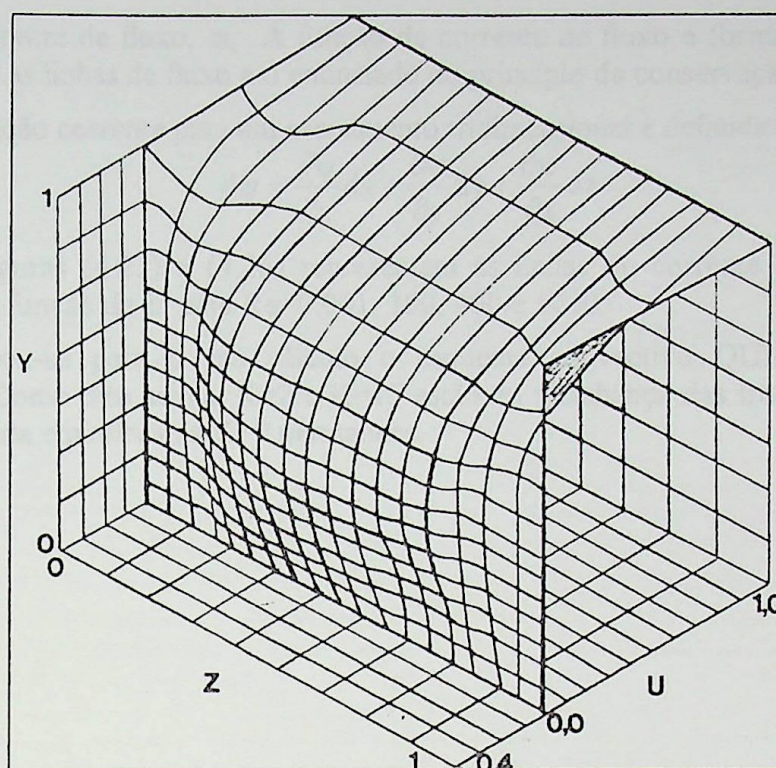


Figura (4.18) Perfil tridimensional da componente de velocidade U no centro da cavidade, $Re=0.001$, esquema convectivo QUICK, malha $14 \times 14 \times 14$.

Note-se que nas figuras (4.14) a (4.17) o segundo ponto plotado não é nulo. Ele aparece sobre o eixo por possuir um valor pequeno, um efeito da escala utilizada.

4.3.3 - Perfis de velocidade em função de Z

Apresenta-se nas figuras (4.19) a (4.21) os perfis das componentes de velocidade U, V e W para $Re=100$, esquema convectivo QUICK, malha $14 \times 14 \times 14$, com o objetivo de mostrar a variação destes perfis sobre o eixo Z, isto é., a variação destes perfis a medida que se caminha para a fronteira top, partindo-se da bottom.

Observa-se assim o desenvolvimento do perfil de velocidade com a aproximação do centro ($K=9$), que cresce para as componentes U e V e decresce para a componente W. Para esta última, fêz-se necessário uma ampliação do perfil central, figura (4.22).

Note-se que os perfis $K=2$ e $K=15$ estão, respectivamente, na vizinhança das fronteiras bottom e top. Note-se ainda a simetria dos mesmos, tomando-se como referência o perfil central ($K=9$).

4.3.4 - Função Corrente

É conveniente possuir um meio de descrever concisamente a forma de qualquer tipo especial de escoamento. Uma descrição adequada deve retratar a noção do formato das linhas de fluxo (incluindo os contornos) e a escala de velocidade em pontos representativos no escoamento. Um dispositivo matemático que serve a este propósito é

a função corrente de fluxo, ψ . A função da corrente de fluxo é formulada como uma relação entre as linhas de fluxo e o enunciado do princípio da conservação da massa.

A função corrente para um escoamento tridimensional é definida como:

$$d\psi = \frac{\partial\psi}{\partial x} dx + \frac{\partial\psi}{\partial y} dy + \frac{\partial\psi}{\partial z} dz \quad (4.5)$$

As figuras (4.23) a (4.26) representam as linhas de corrente para a cavidade quadrada em função de Z, para $Re=0.001, 100, 400$ e 1000 .

Utilizou-se para o seu cálculo o esquema convectivo QUICK com malha $14 \times 14 \times 14$. Como dito acima, $K=2$ e $K=15$ estão na vizinhança das fronteiras bottom e top. A simetria em relação a $K=9$ permanece.

Figura (4.19) Perfis de velocidade U em função de Z, Re=100, esquema convergente QUICK, malha 14x14x14

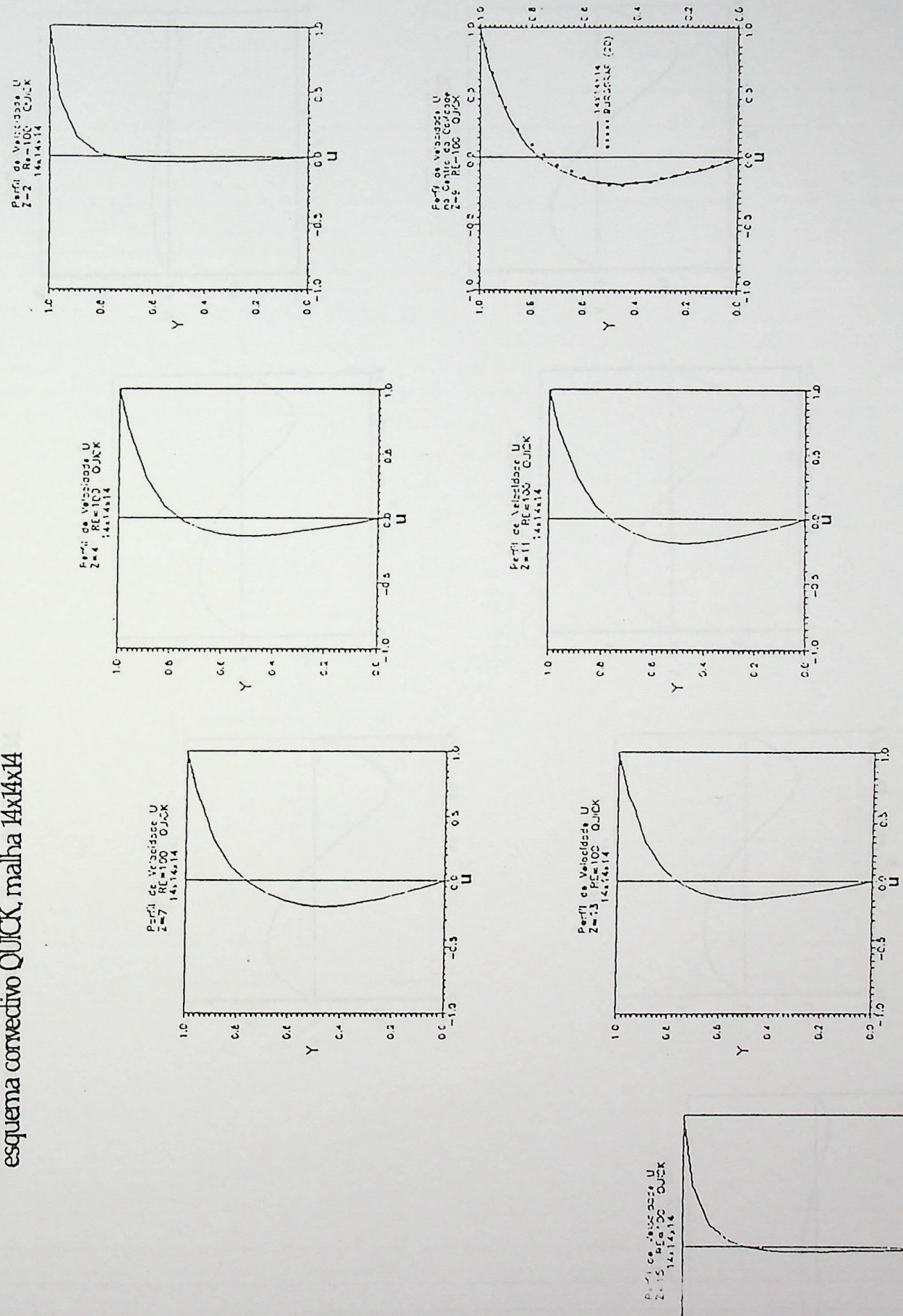


Figura (4.20) Perfis de velocidade V em função de X de Z-Re-100, esquema convectivo QUICK, malha 14x14x14

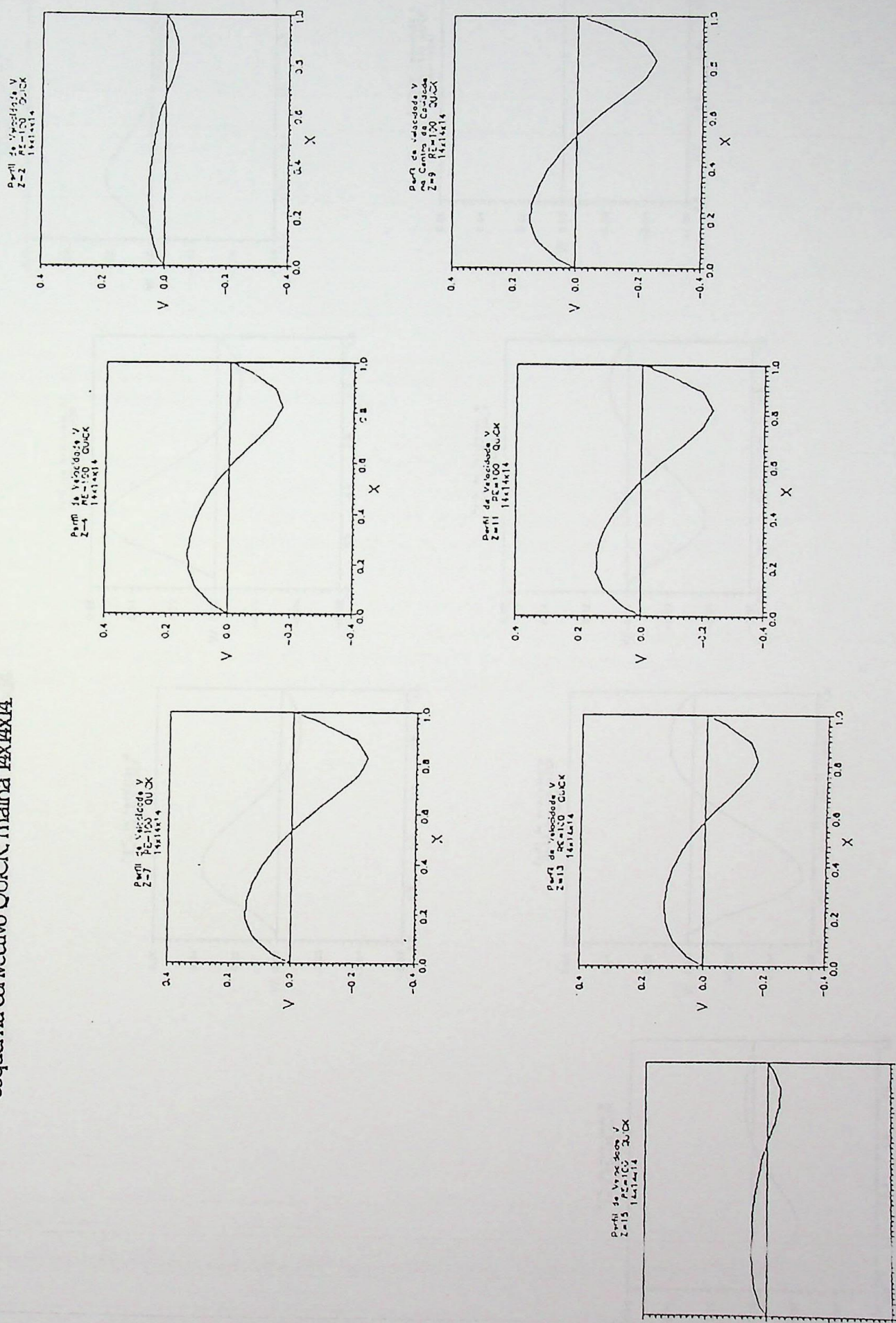
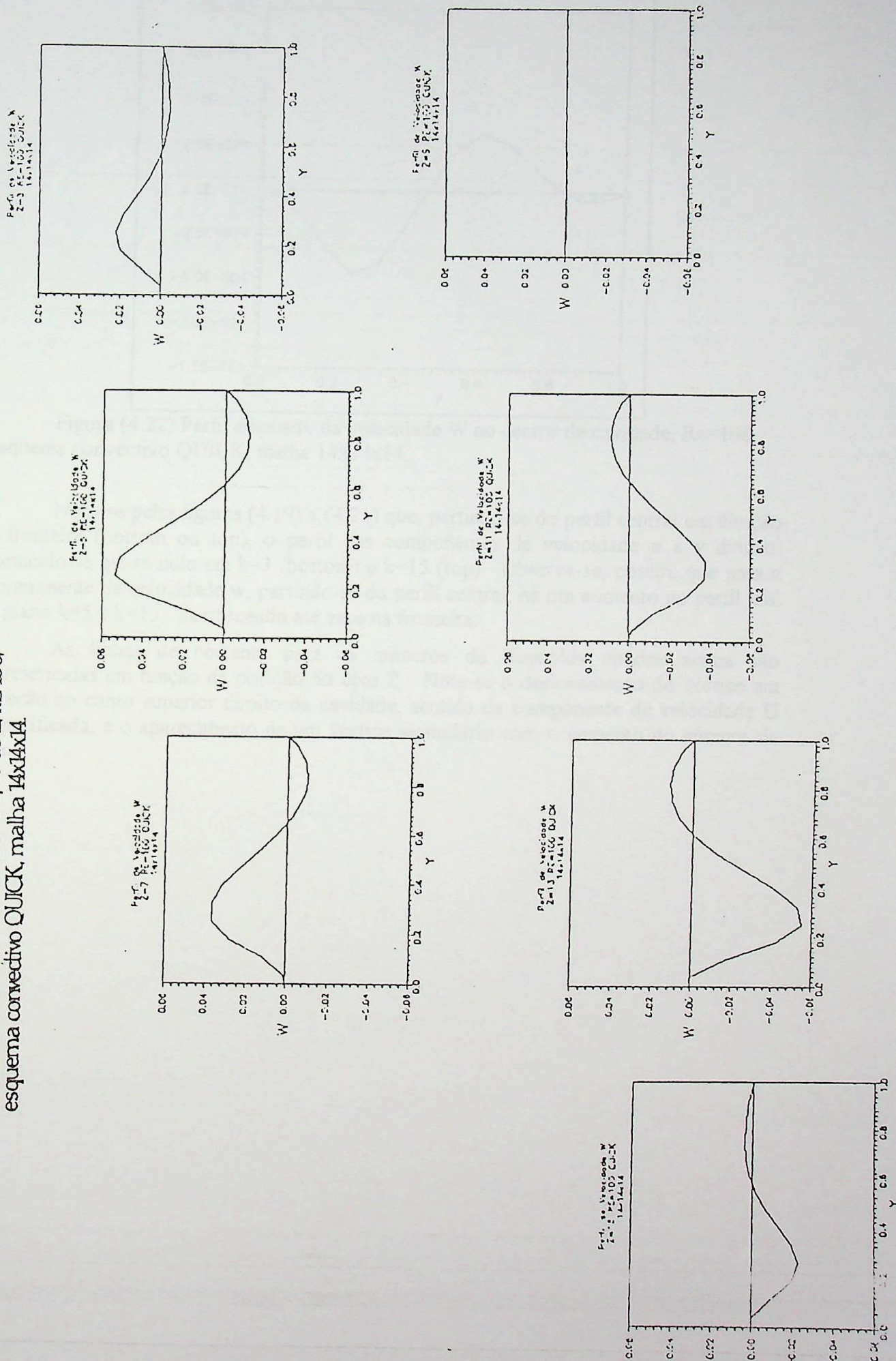


Figura (4.21) Perfis de velocidade W em função de Z , RE-100, esquema conectivo QUICK, malha 14x14x14



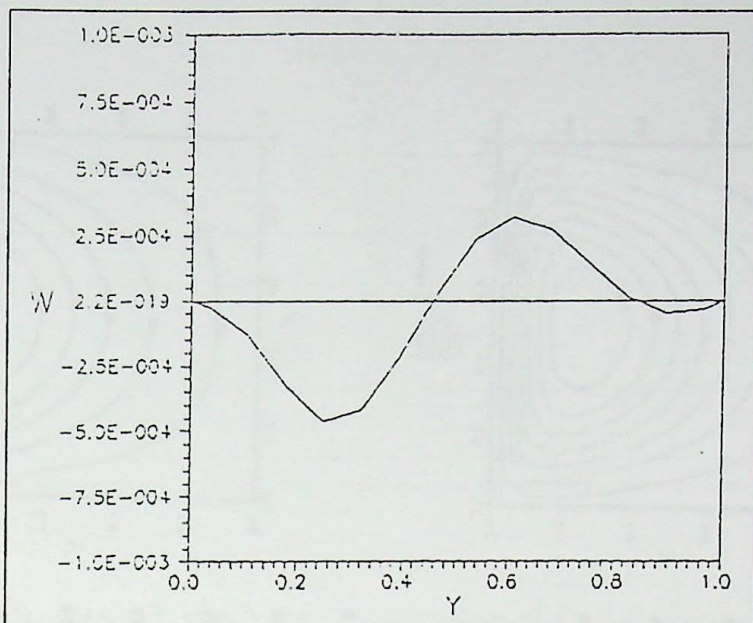


Figura (4.22) Perfil ampliado da velocidade W no centro da cavidade, $Re=100$, esquema convectivo QUICK, malha $14 \times 14 \times 14$.

Nota-se pelas figuras (4.19) a (4.21) que, partindo-se do perfil central em direção à fronteira (bottom ou top), o perfil das componentes de velocidade u e v diminui tornando-se quase nulo em $k=3$ (bottom) e $k=15$ (top). Observa-se, porém, que para a componente de velocidade w , partindo-se do perfil central, há um aumento no perfil até o plano $k=5$ e $k=13$, decrescendo até zero na fronteira.

As linhas de corrente para os números de Reynolds citados acima são apresentadas em função da posição no eixo Z . Nota-se o deslocamento do vórtice em direção ao canto superior direito da cavidade, sentido da componente de velocidade U especificada, e o aparecimento de um vórtice secundário com o aumento do número de Re .

Figura (4.23) Função corrente, $Re=0.001$, esquema convectivo QUICK, malha $14 \times 14 \times 14$.

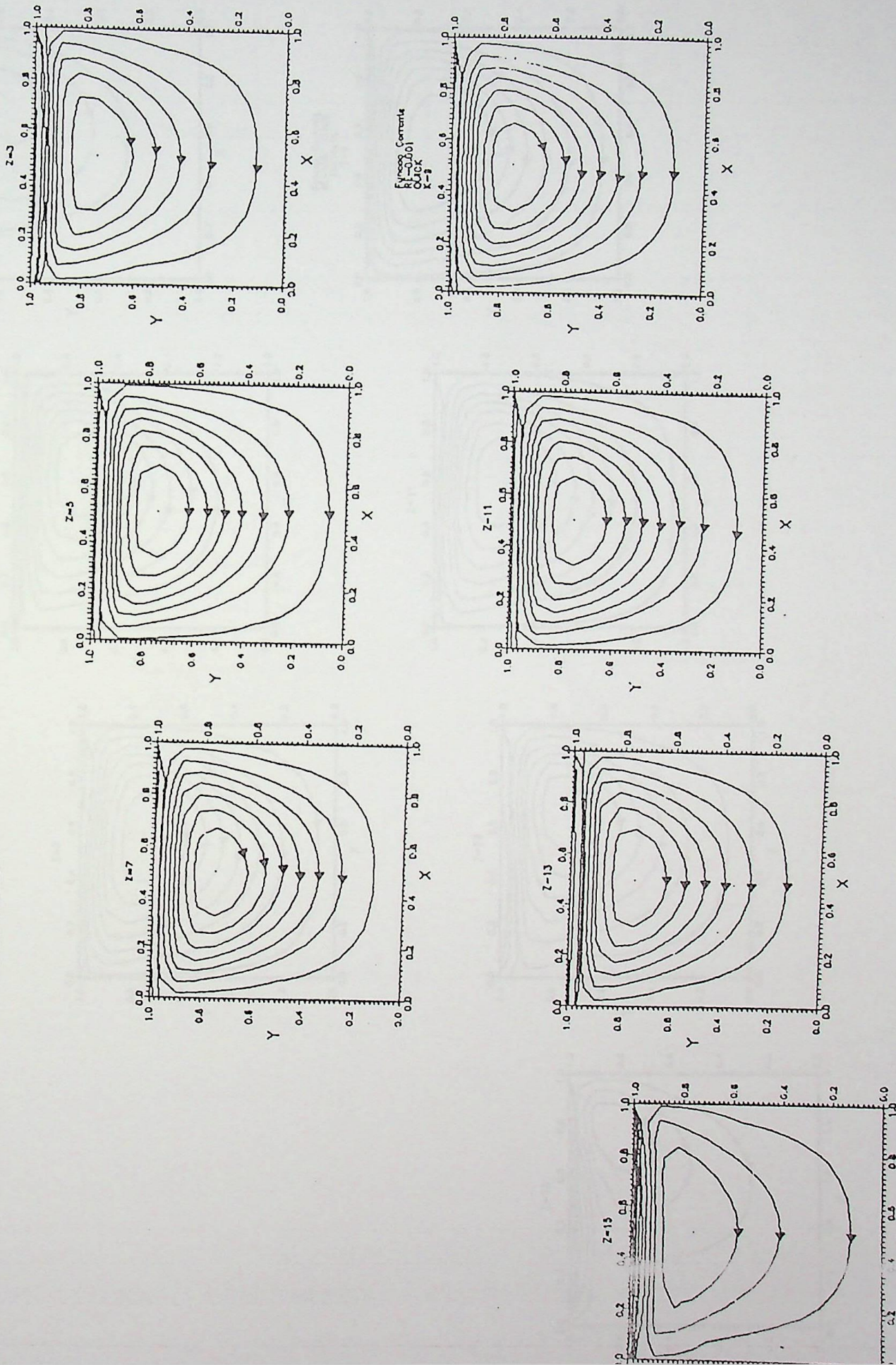


Figura (4.24) Função corrente, $Re=100$, esquema conectado QUICK, malha $14 \times 14 \times 14$.

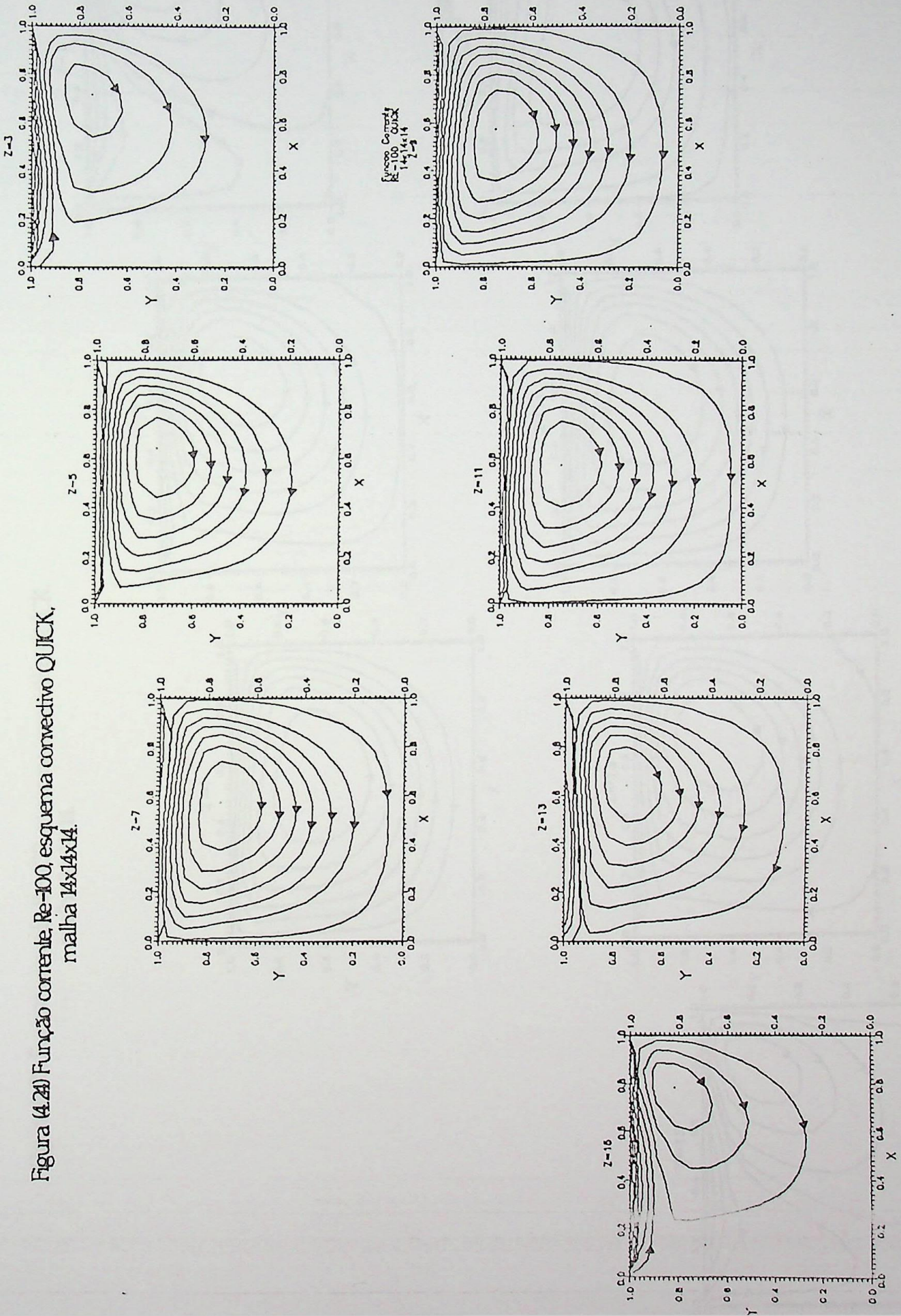


Figura (4.25) Função corrente, $Re=400$, esquema convectivo QUICK, malha $14 \times 14 \times 14$.

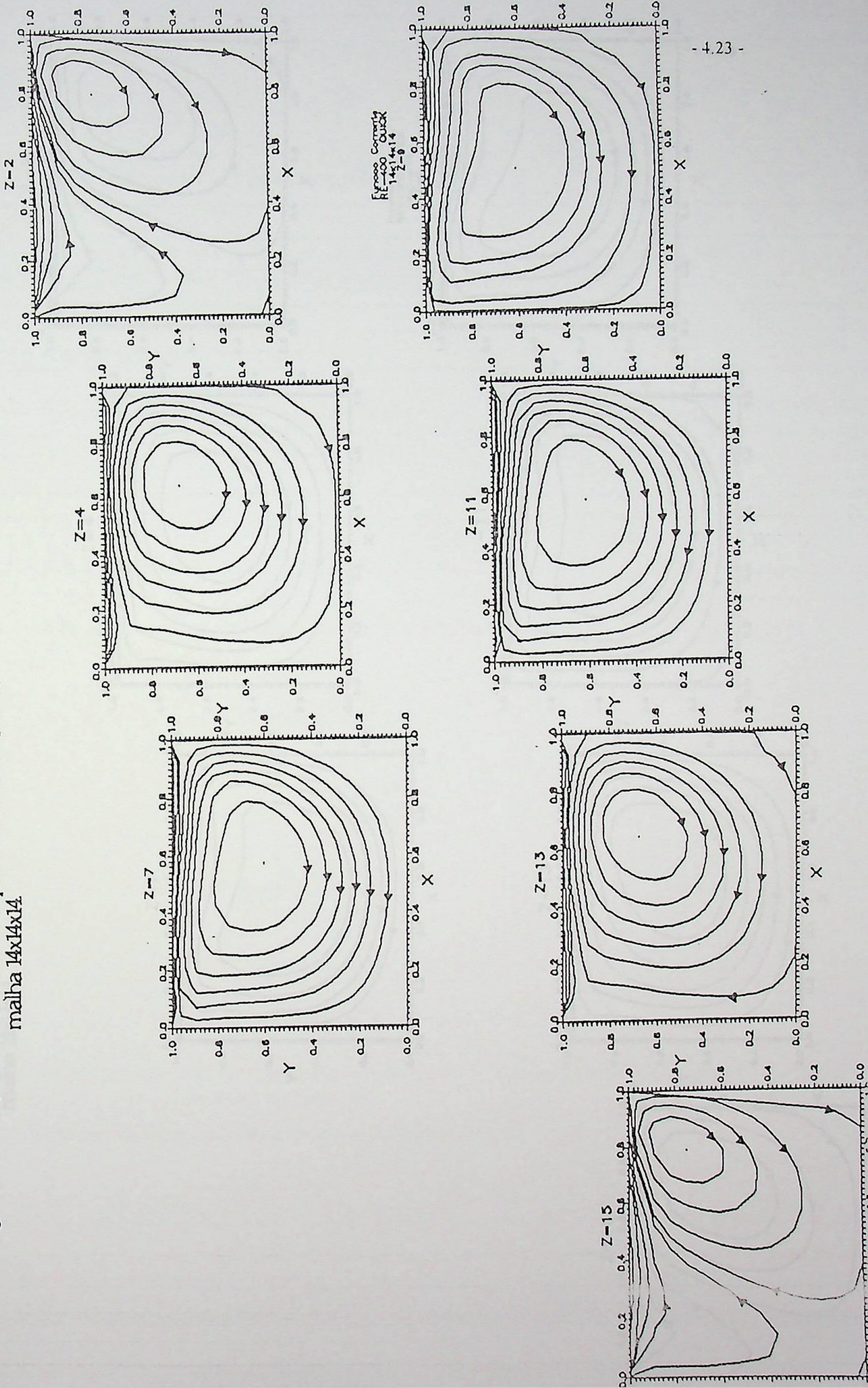
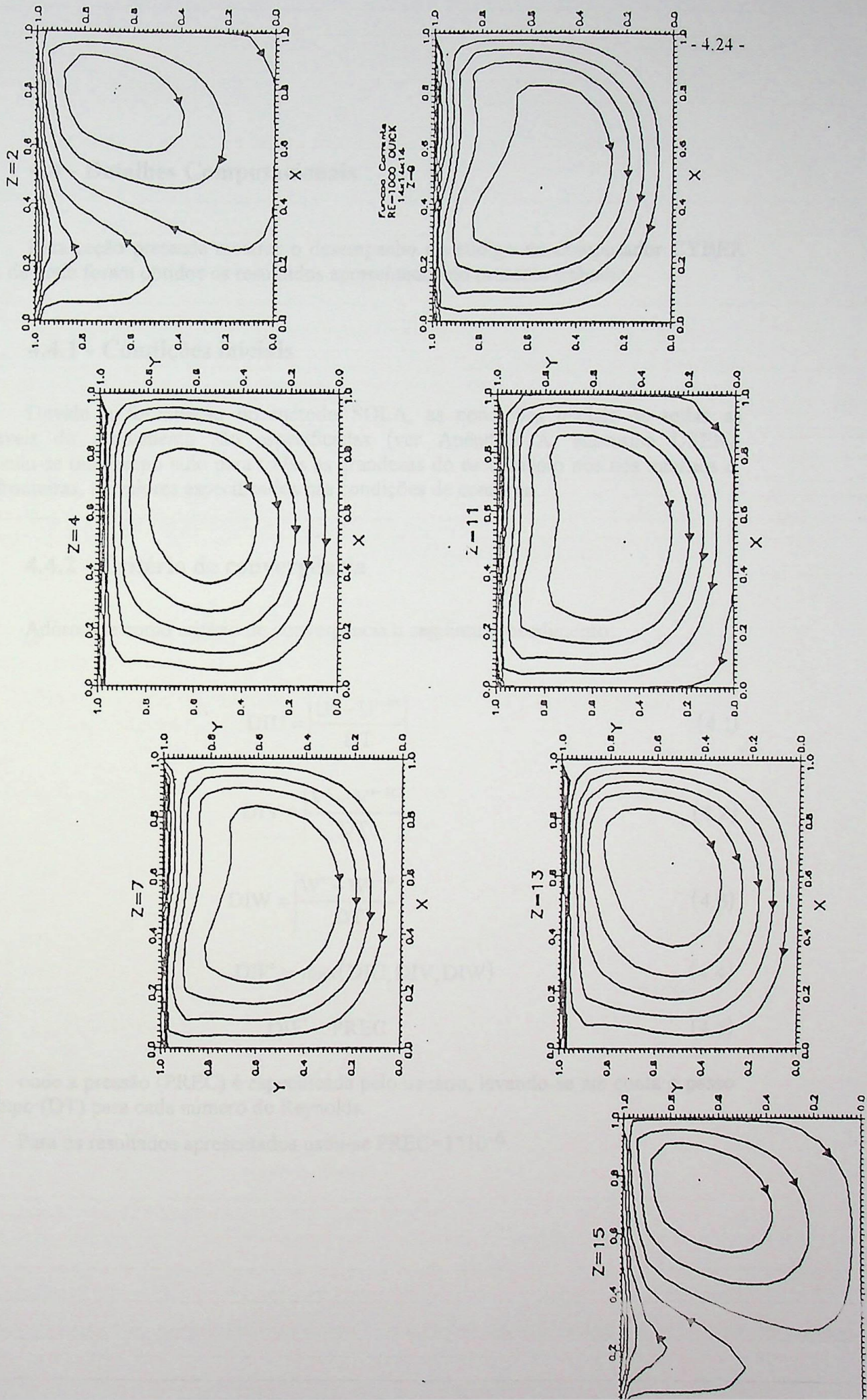


Figura (4.26) Função Corrente, Re=1000, esquema corretivo QUICK, malha 14x14x14



4.4 - Detalhes Computacionais

Esta seção pretende mostrar o desempenho do código no computador CYBER 930, de onde foram obtidos os resultados apresentados no presente trabalho.

4.4.1 - Condições iniciais

Devido a formulação do método SOLA, as condições iniciais de todas as variáveis do escoamento são especificadas (ver Apêndice A, subrotina USER). Assumiu-se um campo nulo para todas as grandezas do escoamento nos nós internos e, nas fronteiras, os valores especificados nas condições de contorno.

4.4.2 - Critério de convergência

Adotou-se como critério de convergência o seguinte procedimento:

$$DIU = \left| \frac{U^t - U^{t-\Delta t}}{DT} \right| \quad (4.1)$$

$$DIV = \left| \frac{V^t - V^{t-\Delta t}}{DT} \right| \quad (4.2)$$

$$DIW = \left| \frac{W^t - W^{t-\Delta t}}{DT} \right| \quad (4.3)$$

$$DIF^t = \max(DIU, DIV, DIW) \quad (4.4)$$

$$DIF^t < PREC \quad (4.5)$$

onde a pressão (PREC) é especificada pelo usuário, levando-se em conta o passo de tempo (DT) para cada número de Reynolds.

Para os resultados apresentados usou-se $PREC=1*10^{-6}$.

4.4.3 - Tempo de CPU

A figura (4.27) mostra o tempo de execução do código em função do número de volumes na cavidade. Observa-se que a curva formada cresce muito rápido, impossibilitando o cálculo para um número de volumes grande.

4.4.4 - Influência da Malha

Nas figuras (4.28) a (4.30), são apresentadas as curvas de convergência para as componentes de velocidade U, V e W no centro da cavidade, para $Re=1000$ e esquema convectivo QUICK para diferentes malhas em função do número de iterações.

Observa-se nas mesmas uma grande variação inicial e a convergência para valores pouco ou muito diferentes, de acordo com a malha utilizada.

4.4.5 - Convergência em função do tempo e do número de iterações

Apresenta-se nas figuras (4.31) a (4.36) a convergência das componentes de velocidade U, V e W no centro da cavidade quadrada para $Re=100$, esquema convectivo QUICK e malha $14 \times 14 \times 14$.

Nota-se nas três componentes de velocidade uma variação inicial grande e uma convergência rápida para os valores finais.

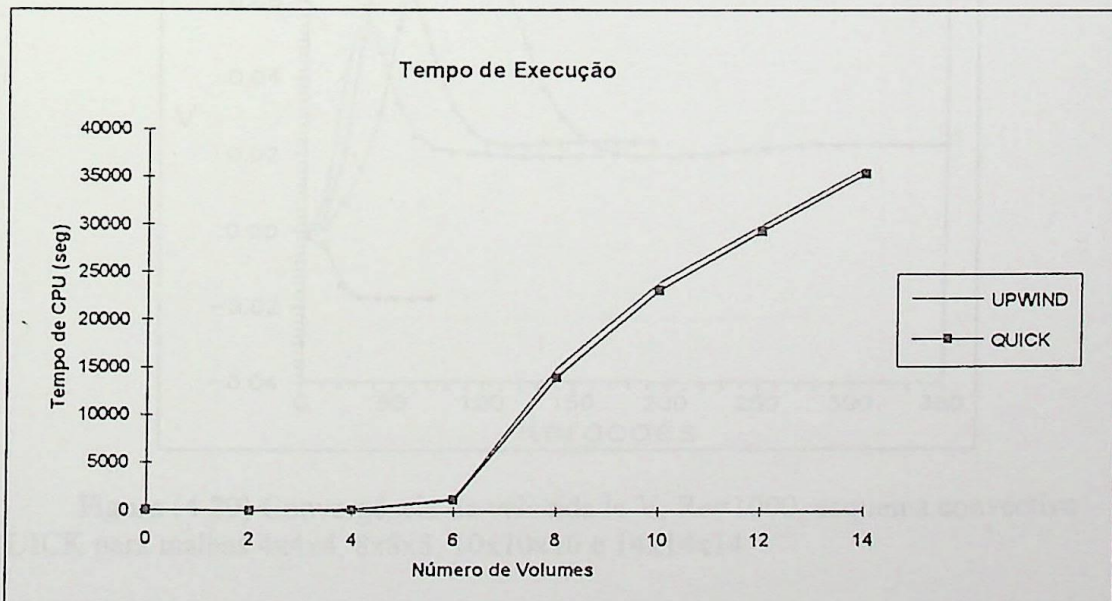


Figura (4.27) Tempo de Execução do Programa.

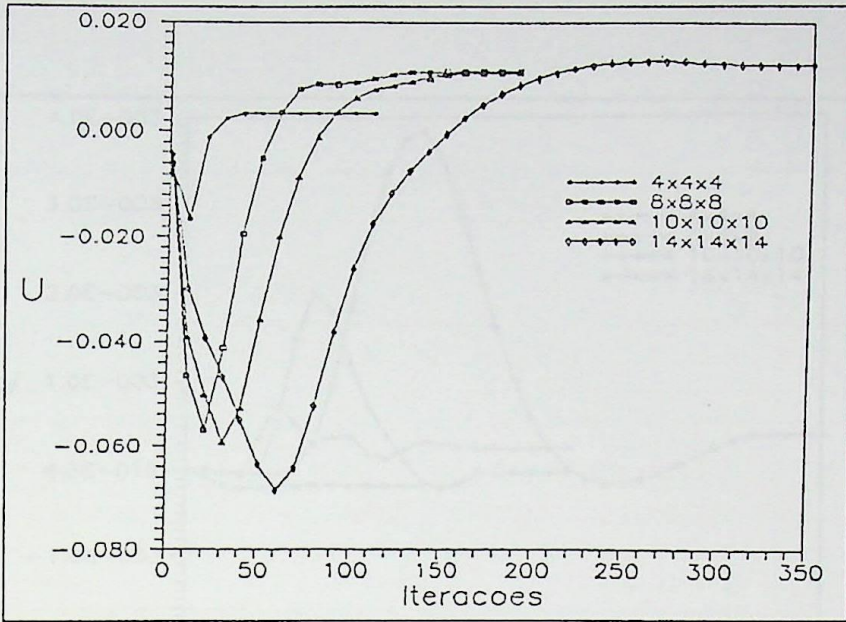


Figura (4.28) Convergência da velocidade U, Re=1000, esquema convectivo QUICK para malhas 4x4x4, 8x8x8, 10x10x10 e 14x14x14.

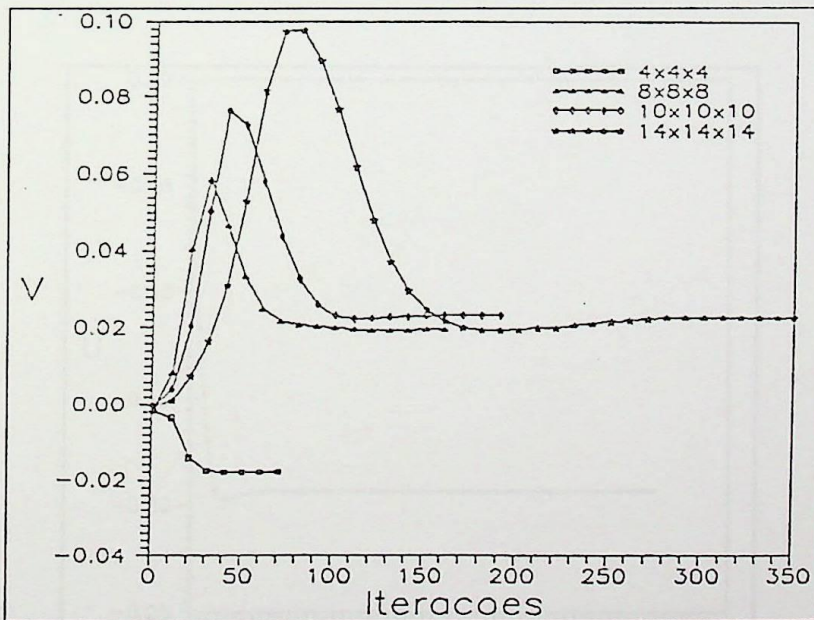


Figura (4.29) Convergência da velocidade V, Re=1000, esquema convectivo QUICK para malhas 4x4x4, 8x8x8, 10x10x10 e 14x14x14.

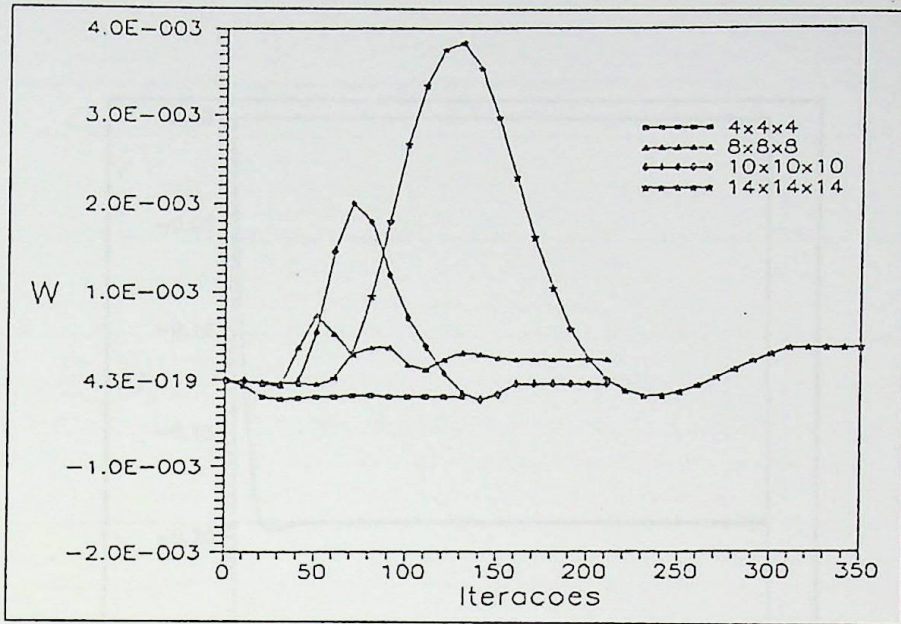


Figura (4.30) Convergência da velocidade W , $Re=1000$, esquema convectivo QUICK para malhas $4 \times 4 \times 4$, $8 \times 8 \times 8$, $10 \times 10 \times 10$ e $14 \times 14 \times 14$.

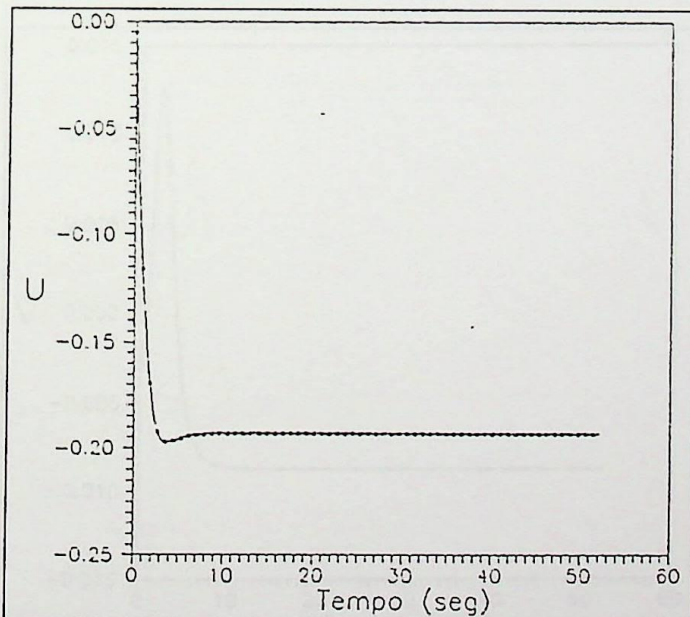


Figura (4.31) Convergência da componente U no tempo, $Re=100$, esquema convectivo QUICK, malha $14 \times 14 \times 14$.

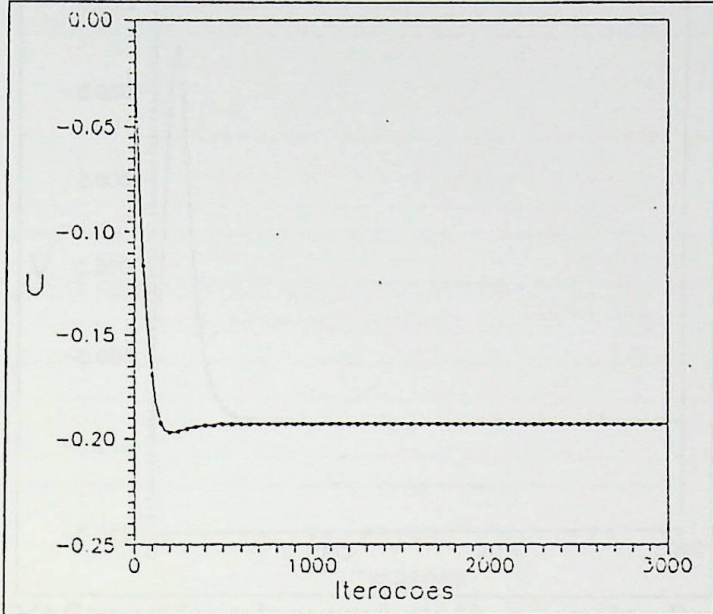


Figura (4.32) Convergência da componente U em iterações, $Re=100$, esquema convectivo QUICK, malha $14 \times 14 \times 14$.

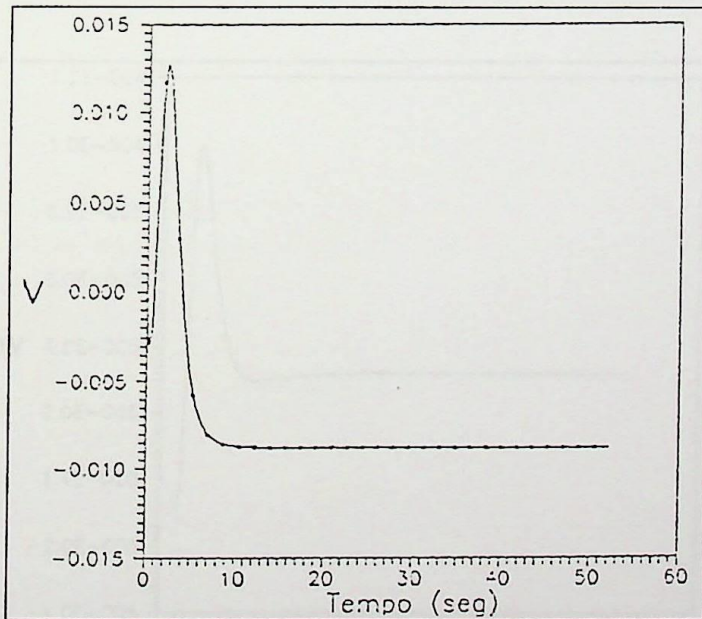


Figura (4.33) Convergência da componente V no tempo, $Re=100$, esquema convectivo QUICK, malha $14 \times 14 \times 14$.

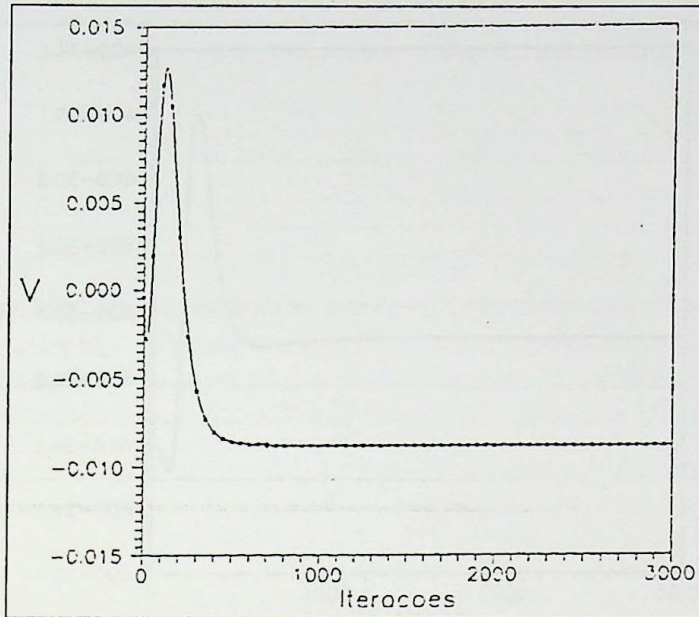


Figura (4.34) Convergência da componente V em iterações, $Re=100$, esquema convectivo QUICK, malha $14 \times 14 \times 14$.

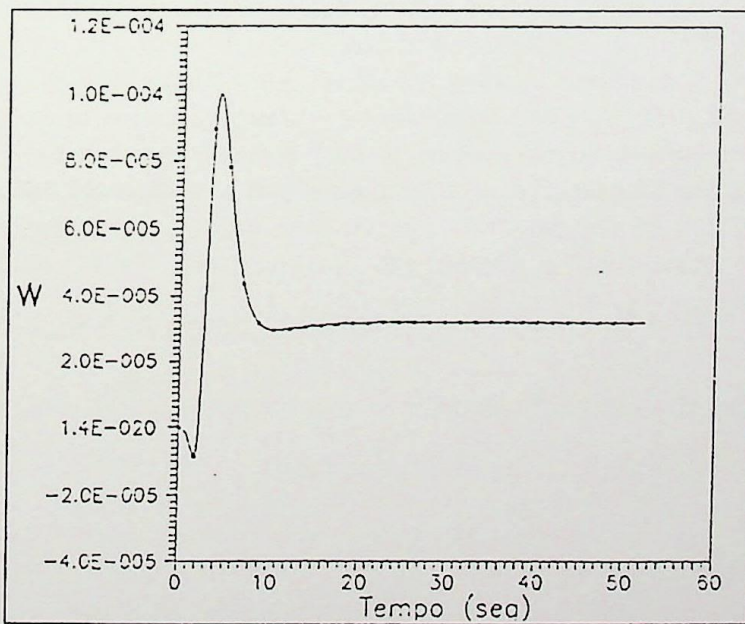


Figura (4.35) Convergência da componente W no tempo, $Re=100$, esquema convectivo QUICK, malha $14 \times 14 \times 14$.

CAPÍTULO 5

Conclusões e Sugestões

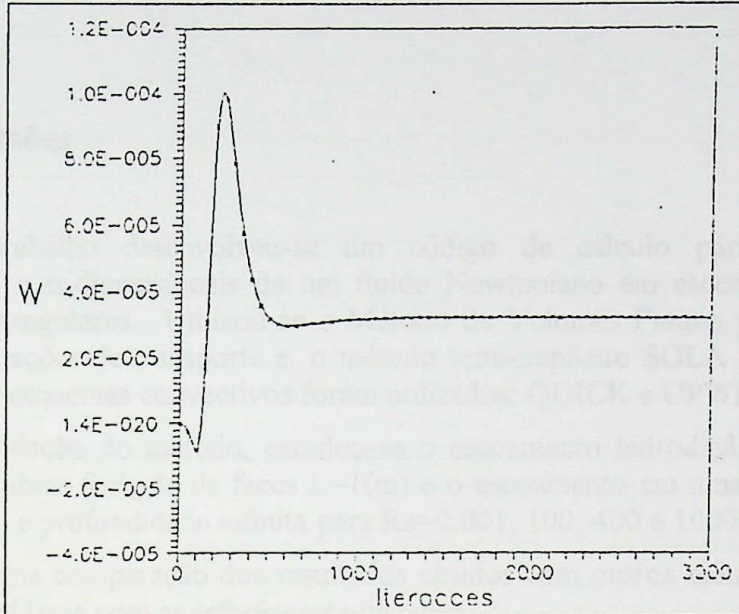


Figura (4.36) Convergência da componente W em iterações, Re=100, esquema convectivo QUICK, malha 14x14x14.

Arredondamos os perfis das componentes de velocidade u , v e w para $Re=100$ em função da posição ao longo Z , com esquema convectivo QUICK, permitindo uma visualização do desenvolvimento do perfil em toda a cavidade. Descrevendo ainda o escoamento, tomando como exemplo o escoamento com $Re=100$, ao se mover a parede horizontal superior, o fluido junto à parede desloca-se no mesmo sentido e direção de mesma. Isto ocorre devido ao fato de na cavidade existir um escoamento tridimensional. Na figura (4.36) pode-se observar parte desse escoamento. Note-se que na figura plotou-se as linhas de fluxo nas direções X e Y . Na direção Z , não plotada, o fluido escorrega

do centro para as paredes laterais (BOTTOM & TOP) até o centro da cavidade, seguindo o eixo X ,

das paredes laterais para o centro partindo do centro da cavidade até a parede FASE

CAPÍTULO 5

Conclusões e Sugestões

Conclusões

Neste trabalho desenvolveu-se um código de cálculo para a simulação de escoamentos bi e tridimensionais de um fluido Newtoniano em escoamento laminar, em coordenadas retangulares. Utilizou-se o Método de Volumes Finitos para a discretização espacial das equações de transporte e o método semi-implícito SOLA para a discretização temporal. Dois esquemas convectivos foram utilizados: QUICK e UPWIND.

Para validação do método, estudou-se o escoamento hidrodinâmico no interior de uma cavidade cúbica fechada de faces $L=1(m)$ e o escoamento em uma cavidade quadrada de lado $L=1(m)$ e profundidade infinita para $Re=0.001, 100, 400$ e 1000 .

Fêz-se uma comparação dos resultados obtidos com outros métodos, verificando-se uma boa concordância com as referências utilizadas.

Verificou-se que o esquema convectivo QUICK produz resultados sempre mais próximos dos valores de referência que o esquema UPWIND para uma mesma malha e precisão exigida. Embora o tempo de processamento seja um pouco maior [figura (4.27)], sugere-se o esquema QUICK como padrão para se obter bons resultados.

Apresentou-se os perfis das componentes de velocidade u, v e w para $Re=100$ em função da posição no eixo Z , com esquema convectivo QUICK, permitindo uma visualização do desenvolvimento do perfil em toda a cavidade. Descrevendo ainda o escoamento, tomando como exemplo o escoamento com $Re=100$, ao se mover a parede horizontal superior, o fluido junto à parede desloca-se no mesmo sentido e direção da mesma. Isto ocorrendo cria-se na cavidade cúbica um escoamento tridimensional. Na figura (4.24) pode-se observar parte deste escoamento. Note-se que na figura plotou-se as linhas de fluxo nas direções X e Y . Na direção Z , não plotada, o fluido escoava:

. . *do centro para as paredes laterais (BOTTOM e TOP) até o centro da cavidade, seguindo o eixo X;*

. . *das paredes laterais para o centro partindo do centro da cavidade até a parede EAST.*

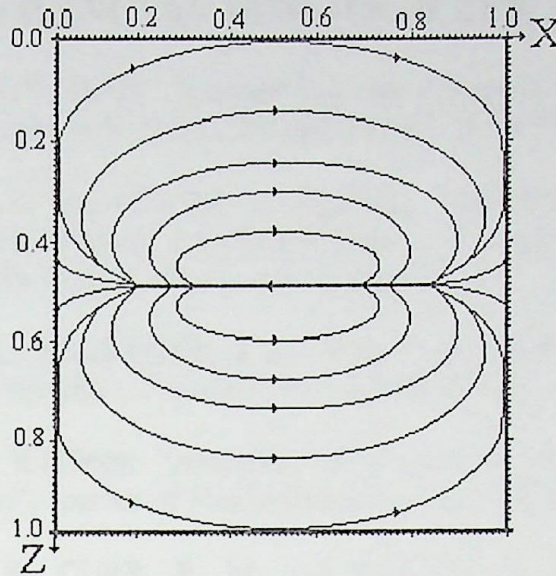


Figura (5.1)

A figura (5.1) dá uma noção do escoamento, note-se uma certa semelhança com o campo magnético de um ímã.

Note-se que utilizou-se no cálculo uma malha grosseira (14x14x14) devido às limitações do computador (CYBER 930). Espera-se que, com uma malha mais refinada, ocorra uma melhoria nos resultados em decorrência de um número maior de pontos e, como consequência deste incremento de pontos, um sensível aumento no tempo de CPU, como mostra a figura (4.27).

Sugestões

Sugere-se para futuros trabalhos:

- . a otimização do código de cálculo;
- . testes com escoamentos tri-dimensionais em seções abertas;
- . o acréscimo da equação de energia.

A otimização do código, visando a redução do tempo de execução, pode ser feita testando-se outros métodos de resolução do sistema matricial, e.g., método do gradiente conjugado, método de Stodolla. Poder-se-ia ainda estudar outros métodos que reduzam o tamanho da matriz pressão, eliminando os zeros entre os elementos da matriz não nulos.

Escoamentos em seções abertas, como em um duto de seção retangular, são aconselháveis para se testar a validação do código, pois as condições de contorno possuem perfil diferente de zero, e.g., perfil parabólico, plano.

A equação de energia é suma importância nos estudos de fenômenos de convecção em configurações tridimensionais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- .ALMEIDA, M.S.V.(1992); "Escoamento em Ciclones de Fluxo-Reverso", Relatório Parcial de Andamento de Tese, DME-IEM EFEI, Documento Interno.
- .BARAKAT, H. Z. and CLARK, J. A.(1966); "Analytical and Experimental Study of Transient Laminar Natural Convection Flows in Partially Filled Containers", Proc. 3d. Int. Heat Transfer Conf., Chicago, vol. 2, paper 57, p 152.
- .BREBBIA, C. A.; FERRANTE, A. J.(1978); "Computational Methods for the Solution of Engineering Problems", Pentech Press Limited, London.
- .BURGGRAF, O. R.(1966); "Analytical and Numerical Studies of the Structure of Steady Separated Flows", Journal of Fluid Mechanics, Vol.24, pp. 113-151.
- .CARETTO, L. S., CURR, R. M. and PATANKAR, S. V.(1972); "Two Numerical Methods for Three-Dimensional Boundary Layers", Computational Methods Appl. Mechanical Engineering, vol. 1, p 39.
- .CARVALHO, C. B.(1993); "Desenvolvimento de um Código de Cálculo utilizando o Método dos Volumes Finitos e o Modelo de Turbulência $k-\epsilon$ para Solução de Problemas Bidimensionais", Tese de Mestrado, UNICAMP, Departamento de Energia.
- .COURANT, R., ISAACSON, E. and REES, M. (1952); "On the Solution of Non-Linear Hyperbolic Differential Equations by Finite Differences" Comm. Pure Appl. Math., vol. 5, p. 243.
- .FRANCO, A. T.(1993); "Aplicação do Método de Volumes Finitos SOLA para Cavidade Recirculante com Transferência de Calor", Tese de Mestrado, UNICAMP, Departamento de Energia.
- .GENTRY, R. A., MARTIN, R. E. and DALY, B. J. (1996); "An Eulerian Differencing Method for Unsteady Compressible Flow Problems", Journal of Computational Physics, vol. 1, p 87.
- .GOSMAN, A. D., PUN, W. M., RUNCHAL, A. K., SPALDING, D. B. and WOLFSHTEIN, M.(1969); "Heat and Mass Transfer in Recirculating Flows", Academic, New York.
- .GRAND, D.(1985); "Les Methodes de Volumes Finis", Centre D'Etudes Nucléaires de Grenoble, Paris.
- .KU, H.C., HIRSH, R.S. and TAYLOR, T.D.(1987),"A Pseudospectral Method for Solution of the Three-Dimensional Incompressible Navier-Stokes", Journal of Computational Physics, 70, 439-462.
- .LEONARD, B.P.(1979); "A Stable and Accurate Convective Modelling Procedure Based on Quadratic Upstream Interpolation", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 19, pp. 59-98.

.MAHALLATI, A.; MITZER, J.(1993); "The Three-Dimensional Piecewise Parabolic Finite Analytic Method Applied to the Cavity Flow", XII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Brasil, Vol. 1, pp. 141-144.

.PATANKAR, S. V.(1980); "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere Publishing Corporation, USA.

.PATANKAR, S. V. and SPALDING, D. B.(1972);"A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Tree-Dimensional Parabolic Flows", International Journal of Heat Mass Transfer, vol. 15, p. 1787.

.RUNCHAL, A. K. and WOLFSHTEIN, M. (1969); "Numerical Integration Procedure for the Steady State Navier-Stokes Equations", Journal of Mechanical Eng. Science, vol. 11, p 445.

.TAKAMI, H. and KUWAHARA, K.(1974); "Numerical Study of Three-Dimensional Flow within a Cubic Cavity", Journal of the Physics Society of Japan, Vol 37, no. 6, pp. 1695-1698.

.VILLAND,M.(1986); Trio -VF, Relatório Técnico; "Note de Presentation de la Version Octobre 86", Centre D'Estudes Nucleaires de Grenoble, France.

APÊNDICE A

Listagem do Programa

PROGRAM CAV_TRI

```

C*
C*****
C*   Finalidade deste programa:
C*
C*       Resolver as equacoes de NAVIER-STOKES para escoamento BI e
C*   TRIDIMENSIONAL LAMINAR EM UMA CAVIDADE no sistema de
C*   coordenadas cartesianas
C*
C*       LUIZ CARLOS MARTINELLI JUNIOR           JULHO/1994
C*
C*****
C*
C*   REAL XL,YL,ZL,PREC
C*   REAL X(32),Y(32),Z(32)
C*   REAL XU(32),YV(32),ZW(32)
C*   REAL DX(32),DY(32),DZ(32)
C*   REAL XVC(32),YVC(32),ZVC(32)
C*   REAL XS(500000),YS(500000)
C*   REAL FLUXU(32,32,32),FLUXV(32,32,32),FLUXW(32,32,32)
C*   REAL U(32,32,32),UANT(32,32,32)
C*   REAL V(32,32,32),VANT(32,32,32)
C*   REAL W(32,32,32),WANT(32,32,32)
C*   REAL PP(32,32,32)
C*   REAL A(4000000),L(4000000),B(500000)
C*   REAL T,DT,DIF,FRT,XNUL,RHO
C*   INTEGER DI,L1,M1,N1,N,MB,IEL,ICH
C*   INTEGER NITER,MD(32,32,32),VIDEO
C*
C*   OPEN ( 6,FILE='RESULT',FORM='FORMATTED')
C*
C*   CALL USER(XL,YL,ZL,X,Y,Z,XU,YV,ZW,DX,DY,DZ,
C*   $ XVC,YVC,ZVC,L1,M1,N1,U,V,W,RHO,XNUL,PREC,
C*   $           DT,T,FRT,NITER,ICH,1,DI,VIDEO)
C*
C*   CALL PARAM(L1,M1,N1,MB,MD,N,IEL,DI)
C*
C*   CALL MATRIZ(L1,M1,N1,MD,IEL,DX,DY,DZ,
C*   $           XVC,YVC,ZVC,A,MB,DI)
C*
C*   CALL DECOG(A,L,N,IEL,MB)
C*
C*   1 CONTINUE
C*
C*   CALL DTIME(DX,DY,DZ,L1,M1,N1,U,V,W,XNUL,FRT,DT,DI)
C*
C*   CALL EQDMX(L1,M1,N1,DX,DY,DZ,XVC,YVC,ZVC,
C*   $           U,V,W,XNUL,FLUXU,ICH,DI)
C*

```

```

CALL EQDMY(L1,M1,N1,DX,DY,DZ,XVC,YVC,ZVC,
$      U,V,W,XNUL,FLUXV,ICH,DI)
C*
IF (DI.EQ.3) CALL EQDMZ(L1,M1,N1,DX,DY,DZ,XVC,YVC,ZVC,
$      U,V,W,XNUL,FLUXW,ICH)
C*
CALL SOLVE(B,DI,DT,DX,DY,DZ,FLUXU,FLUXV,FLUXW,IEL,
$      L,L1,M1,MB,MD,N,N1,NITER,PP,XS,XVC,YS,YVC,
$      ZVC,U,UANT,V,VANT,W,WANT)
C*
CALL USER(XL,YL,ZL,X,Y,Z,XU,YV,ZW,DX,DY,DZ,
$      XVC,YVC,ZVC,L1,M1,N1,U,V,W,RHO,XNUL,PREC,
$      DT,T,FRT,NITER,ICH,2,DI,VIDEO)
C*
CALL CONVERG(DI,DIF,DT,L1,M1,N1,U,UANT,V,VANT,W,WANT)
C*
IF(DIF.GT.PREC) GO TO 1
C*
CALL PRINT1(L1,M1,N1,X,XU,Y,YV,Z,ZW,
$      U,DT,NITER,T,BMASSA,PREC,
$      FRT,ICH,XNUL,XL,YL,ZL,DI)
C*
KIN=1
IF (DI.EQ.2) THEN
  KIN=2
  N1=2
ENDIF
DO 50 K=KIN,N1
C*
  WRITE(6,10) K
10  FORMAT(1H1,/,43X,'CAMPO FINAL DE VELOCIDADE U(I,J,',I2,')',
$      ' EM m/s',/)
  CALL SAIDA(L1,M1,U,K)
C*
  WRITE(6,20) K
20  FORMAT(1H1,/,43X,'CAMPO FINAL DE VELOCIDADE V(I,J,',I2,')',
$      ' EM m/s',/)
  CALL SAIDA(L1,M1,V,K)
C*
  IF (DI.EQ.3) THEN
    WRITE(6,25) K
25  FORMAT(1H1,/,43X,'CAMPO FINAL DE VELOCIDADE W(I,J,',I2,')',
$      ' EM m/s',/)
    CALL SAIDA(L1,M1,W,K)
  END IF
C*
  WRITE(6,30) K
30  FORMAT(1H1,/,43X,'CAMPO FINAL DE PRESSAO P(I,J,',I2,')',
$      ' EM bar',/)
C*
  CALL PRINTT(L1,M1,RHO,PP,K)

```

```

C*
    IF (DI.EQ.2) STOP
50  CONTINUE
C*
    CLOSE(6)
    STOP
    END
C*
C*
C*
C*
    SUBROUTINE USER(XL,YL,ZL,X,Y,Z,XU,YV,ZW,DX,DY,DZ,
$      XVC,YVC,ZVC,L1,M1,N1,U,V,W,RHO,XNUL,PREC,
$      DT,T,FRT,NITER,ICH,IOPS,DI,VIDEO)
C*
C*****
C*   Finalidade desta Rotina:
C*   Inicializar as variaves do problema
C*
C*****
C*
    REAL PREC,XL,YL,ZL,DT,FRT,T,RHO,XNUL
    REAL X(32),XU(32),Y(32),YV(32),Z(32),ZW(32)
    REAL U(32,32,32),V(32,32,32),W(32,32,32)
    REAL DX(32),DY(32),DZ(32),XVC(32),YVC(32),ZVC(32)
    INTEGER L1,M1,N1,NVOLX,NVOLY,NVOLZ
    INTEGER ICH,IOPS,NITER,DI,VIDEO
C*
    GO TO (10,20),IOPS
10  CONTINUE
    DI=3
    ICH=2
C*
    PREC=1.E-4
    FRT=1.
C*
    RHO = 1.0
    XNUL= .0025
C*
    XL=1.00
    YL=1.00
    ZL=1.00
C*
    NVOLX=4
    NVOLY=4
    NVOLZ=4
C*
    VIDEO=1
C*
    IF (DI.EQ.2) THEN
        ZL=0.00

```

```

      NVOLZ=0
      END IF
C*
      CALL GRID(XL,YL,ZL,NVOLX,NVOLY,NVOLZ,
$           X,XU,Y,YV,Z,ZW,L1,M1,N1,DX,
$           DY,DZ,XVC,YVC,ZVC,DI)
C*
      L2=L1-1
      M2=M1-1
      N2=N1-1
C*
      DO 50 J=1,M2,1
        DO 40 K=1,N1,1
          U(2,J,K)=0.0
          V(1,J,K)=0.0
          W(1,J,K)=0.0
40      CONTINUE
50      CONTINUE
        DO 70 J=1,M2,1
          DO 60 K=1,N1,1
            U(L1,J,K)=0.0
            V(L1,J,K)=0.0
            W(L1,J,K)=0.0
60      CONTINUE
70      CONTINUE
          DO 90 K=1,N1,1
            DO 80 I=1,L2,1
              U(I,1,K)=0.0
              V(I,2,K)=0.0
              W(I,1,K)=0.0
80      CONTINUE
90      CONTINUE
            DO 110 K=1,N1,1
              DO 100 I=3,L2,1
                U(I,M1,K)=1.0
                V(I,M1,K)=0.0
                W(I,M1,K)=0.0
100     CONTINUE
110     CONTINUE
            IF (DI.EQ.3) THEN
              DO 130 J=1,M2,1
                DO 120 I=1,L1,1
                  U(I,J,1)=0.0
                  V(I,J,1)=0.0
                  W(I,J,2)=0.0
120     CONTINUE
130     CONTINUE
              DO 150 J=1,M2,1
                DO 140 I=1,L1,1
                  U(I,J,N1)=0.0
                  V(I,J,N1)=0.0

```

```

      W(I,J,N1)=0.0
140  CONTINUE
150  CONTINUE
      END IF
      GO TO 1000
20  CONTINUE
C*
      T=T+DT
      NITER=NITER+1
C*
      IF (VIDEO.EQ.1) THEN
        IF (DI.EQ.3) THEN
          WRITE(*,30) NITER,U(L1/2+1,M1/2+1,N1/2+1),
$      V(L1/2+1,M1/2+1,N1/2+1),W(L1/2+1,M1/2+1,N1/2+1)
        ELSE
          WRITE(*,28) NITER,U(L1/2+1,M1/2+1,2),V(L1/2+1,M1/2+1,2)
        END IF
      END IF
C*
28  FORMAT(' I',I5,' U=',F12.10,' V=',F12.10)
30  FORMAT(' I',I5,' U',F12.10,' V',F12.10,
$      ' W',F12.10)
1000 CONTINUE
      RETURN
      END
C*
C*
C*
C*
      SUBROUTINE GRID(XL,YL,ZL,NVX,NVY,NVZ,X,XU,Y,YV,
$      Z,ZW,L1,M1,N1,DX,DY,DZ,XVC,YVC,ZVC,DI)
C*
C*
C******
C* Finalidade desta rotina:
C* Gerar malha sendo fornecido o dominio de calculo
C* XL,YL e ZL o numero de volumes de controle dese-
C* javel nas direcoes X, Y e Z respectivamente.
C******
C*
      REAL XL,YL,ZL
      REAL X(*),Y(*),Z(*),XU(*),YV(*),ZW(*)
      REAL DX(*),DY(*),DZ(*),XVC(*),YVC(*),ZVC(*)
      INTEGER DI,L1,M1,N1,NVX,NVY,NVZ
C*
      L1=NVX+2
      M1=NVY+2
      N1=NVZ+2
C*
      DO 1 I=2,L1,1
        XU(I)-(I-2)*(XL/NVX)

```

```

1 CONTINUE
C*
  DO 2 J=2,M1,1
    YV(J)=(J-2)*(YL/NVY)
2 CONTINUE
C*
  X(1)=XU(2)
  Y(1)=YV(2)
  X(L1)=XU(L1)
  Y(M1)=YV(M1)
C*
  DO 5 I=2,L1-1,1
    X(I)=(XU(I+1)+XU(I))*0.5
5 CONTINUE
C*
  DO 6 J=2,M1-1,1
    Y(J)=(YV(J+1)+YV(J))*0.5
6 CONTINUE
C*
  DO 9 I=2,L1-1,1
    DX(I)=X(I)-X(I-1)
    XVC(I)=XU(I+1)-XU(I)
9 CONTINUE
C*
  DO 10 J=2,M1-1,1
    DY(J)=Y(J)-Y(J-1)
    YVC(J)=YV(J+1)-YV(J)
10 CONTINUE
C*
  DO 11 K=2,N1,1
    ZVC(K)=1.0
11 CONTINUE
C*
  DX(1)=0.0
  DX(L1)=X(L1)-X(L1-1)
C*
  DY(1)=0.0
  DY(M1)=Y(M1)-Y(M1-1)
C*
  XVC(1)=0.0
  XVC(L1)=0.0
C*
  YVC(1)=0.0
  YVC(M1)=0.0
C*
  IF (DI.EQ.3) THEN
    DO 3 K=2,N1,1
      ZW(K)=(K-2)*(ZL/NVZ)
3 CONTINUE
C*
  Z(1)=ZW(2)

```

```

      Z(N1)=ZW(N1)
C*
      DO 7 K=2,N1-1,1
        Z(K)=(ZW(K+1)+ZW(K))*0.5
      7 CONTINUE
C*
      DO 12 K=2,N1-1,1
        DZ(K)=Z(K)-Z(K-1)
        ZVC(K)=ZW(K+1)-ZW(K)
      12 CONTINUE
C*
      DZ(1)=0.0
      DZ(N1)=Z(N1)-Z(N1-1)
C*
      ZVC(1)=0.0
      ZVC(N1)=0.0
      END IF
      RETURN
      END
C*
C*
C*
C*
      SUBROUTINE PARAM(L1,M1,N1,MB,MD,N,IEL,DI)
C*
C* *****
C*   Finalidade desta Rotina:
C*   Calcular parametros do programa
C* *****
C*
      INTEGER DI,L1,M1,N1,L2,M2,N2
      INTEGER N,IEL,MD(32,32,32)
C*
      L2=L1-1
      M2=M1-1
C*
      IF (DI.EQ.2) THEN
        N2=2
      ELSE
        N2=N1-1
      ENDIF
C*
      N=(L2-1)*(M2-1)*(N2-1)
C*
      IF (DI.EQ.2) THEN
        MB=L2
      ELSE
        MB=(L1-2)*(M1-2)+1
      END IF
C*
      IEL=NELE(N,MB)

```

```

DO 10 K=2,N2,1
  DO 10 J=2,M2,1
    DO 10 I=2,L2,1
      MD(I,J,K)=(I-1)+(J-2)*(L2-1)+
$      (K-2)*(L2-1)*(M2-1)
10 CONTINUE
C*
  RETURN
  END
C*
C*
C*
C*
  INTEGER FUNCTION NELE(N,NB)
C*
C*****
C* Finalidade desta Funcao:
C*   determinar o numero de elementos que o vetor que
C*   ira conter a matriz de pressao tera.
C*****
C*
  INTEGER SOMA,NB,K,N
  SOMA=0
  DO 1 K=1,NB
    SOMA=SOMA+(NB-K)
  1 CONTINUE
  NELE=N*NB-SOMA
  RETURN
  END
C*
C*
C*
C*
  SUBROUTINE MATRIZ(L1,M1,N1,MD,IEL,DX,DY,DZ,
$  XVC,YVC,ZVC,A,NB,DI)
C*
C*****
C* Finalidade desta Rotina:
C*   Montar a matriz de Pressao do problema A(i,j,k) na
C*   forma de vetor A(ij) por ser matriz simetrica
C*****
C*
  REAL A(IEL),DX(32),DY(32),DZ(32),XVC(32),YVC(32),ZVC(32)
  INTEGER DI,L1,M1,N1,IEL,MD(32,32,32),NB,K,BO,TO
C*
  DO 1 I=1,IEL,1
    A(I)=0.0
  1 CONTINUE
C*
  IF (DI.EQ.2) THEN
    K=2

```

```

      BO=0
      TO=0
C*
      CALL MATSEC(L1,M1,XVC,YVC,ZVC,DX,DY,
$          DZ,MD,A,IEL,NB,K,BO,TO)
      ELSE
      N2=N1-1
      N3=N1-2
C*
      K=2
      BO=0
      TO=1
C*
      CALL MATSEC(L1,M1,XVC,YVC,ZVC,DX,DY,
$          DZ,MD,A,IEL,NB,K,BO,TO)
C*
      K=N2
      BO=1
      TO=0
C*
      CALL MATSEC(L1,M1,XVC,YVC,ZVC,DX,DY,
$          DZ,MD,A,IEL,NB,K,BO,TO)
C*
      DO 10 K=3,N3,1
      CALL MATSEC(L1,M1,XVC,YVC,ZVC,DX,DY,
$          DZ,MD,A,IEL,NB,K, 1, 1)
10 CONTINUE
C*
      END IF
      RETURN
      END
C*
C*
C*
C*
      SUBROUTINE MATSEC(L1,M1,XVC,YVC,ZVC,DX,DY,
$          DZ,MD,A,IEL,NB,K,BO,TO)
C*
C*****
C*   Finalidade desta Rotina:
C*   Enviar a rotina MATRIZ os dados necessarios para
C*   o calculo do vetor A(ij).
C*****
C*
      REAL A(IEL),DX(32),DY(32),DZ(32),XVC(32),YVC(32),ZVC(32)
      INTEGER L1,M1,IEL,MD(32,32,32),NB,K,BO,TO
C*
      L2=L1-1
      M2=M1-1
      L3=L1-2
      M3=M1-2

```

```

C*
CALL MATTER( 3,L3, 3,M3, K, K,XVC,YVC,ZVC,DX,DY,
$          DZ,L2,M2,MD,A,IEL,NB,1,1,1,1,BO,TO)
C*
CALL MATTER( 2, 2, 3,M3, K, K,XVC,YVC,ZVC,DX,DY,
$          DZ,L2,M2,MD,A,IEL,NB,0,1,1,1,BO,TO)
C*
CALL MATTER(L2,L2, 3,M3, K, K,XVC,YVC,ZVC,DX,DY,
$          DZ,L2,M2,MD,A,IEL,NB,1,0,1,1,BO,TO)
C*
CALL MATTER( 3,L3, 2, 2, K, K,XVC,YVC,ZVC,DX,DY,
$          DZ,L2,M2,MD,A,IEL,NB,1,1,0,1,BO,TO)
C*
CALL MATTER( 3,L3,M2,M2, K, K,XVC,YVC,ZVC,DX,DY,
$          DZ,L2,M2,MD,A,IEL,NB,1,1,1,0,BO,TO)
C*
CALL MATTER( 2, 2, 2, 2, K, K,XVC,YVC,ZVC,DX,DY,
$          DZ,L2,M2,MD,A,IEL,NB,0,1,0,1,BO,TO)
C*
CALL MATTER(L2,L2, 2, 2, K, K,XVC,YVC,ZVC,DX,DY,
$          DZ,L2,M2,MD,A,IEL,NB,1,0,0,1,BO,TO)
C*
CALL MATTER( 2, 2,M2,M2, K, K,XVC,YVC,ZVC,DX,DY,
$          DZ,L2,M2,MD,A,IEL,NB,0,1,1,0,BO,TO)
C*
CALL MATTER(L2,L2,M2,M2, K, K,XVC,YVC,ZVC,DX,DY,
$          DZ,L2,M2,MD,A,IEL,NB,1,0,1,0,BO,TO)
C*
RETURN
END
C*
C*
C*
C*
SUBROUTINE MATTER(ISTART,IEND,JSTART,JEND,KSTART,KEND,
$          XVC,YVC,ZVC,DX,DY,DZ,L2,M2,MD,
$          A,IEL,NB,WE,EA,SO,NO,BO,TO)
C*
C*****
C* Finalidade desta Rotina:
C* Fazer os calculos dos componentes AE,AW,AN,AS,AT e AB
C*****
C*
REAL A(IEL),XVC(32),YVC(32),ZVC(32),DX(32),DY(32),DZ(32)
INTEGER ISTART,IEND,JSTART,JEND,KSTART,KEND
INTEGER L2,M2,NO,SO,EA,WE,TO,BO,MD(32,32,32)
C*
DO 10 K=KSTART,KEND,1
DO 10 J=JSTART,JEND,1
DO 10 I=ISTART,IEND,1
M=MD(I,J,K)

```

```

MM=IPOS(M,M,NB)
C*
IF (WE.EQ.0) THEN
  AW=0.0
ELSE
  AW=YVC(J)*ZVC(K)/DX(I)
END IF
C*
NE=M+1
MNE=IPOS(M,NE,NB)
IF (EA.EQ.0) THEN
  AE=0.0
ELSE
  AE=YVC(J)*ZVC(K)/DX(I+1)
  A(MNE)=-AE
END IF
C*
IF (SO.EQ.0) THEN
  AS=0.0
ELSE
  AS=XVC(I)*ZVC(K)/DY(J)
END IF
C*
NN=M+(L2-1)
MNN=IPOS(M,NN,NB)
C*
IF (NO.EQ.0) THEN
  AN=0.0
ELSE
  AN=XVC(I)*ZVC(K)/DY(J+1)
  A(MNN)=-AN
END IF
C*
IF (BO.EQ.0) THEN
  AB=0.0
ELSE
  AB=XVC(I)*YVC(J)/DZ(K)
END IF
C*
NT=M+(L2-1)*(M2-1)
MNT=IPOS(M,NT,NB)
C*
IF (TO.EQ.0) THEN
  AT=0.0
ELSE
  AT=XVC(I)*YVC(J)/DZ(K+1)
  A(MNT)=-AT
END IF
A(MM)=AE+AW+AN+AS+AT+AB
10 CONTINUE
RETURN

```

```

END
C*
C*
C*
C*
SUBROUTINE DECOG(A,L,N,NE,NB)
C*
C*****
C* Finalidade desta Rotina:
C* Esta sub-rotina realiza a decomposicao de uma
C* matriz banda simetrica positiva definida em
C* uma matriz triangular superior banda guardan-
C* do-a em um vetor L(ij).
C*****
C*
REAL A(NE),L(NE),SOMA
INTEGER I,J,M,MI,I1,I2,I3,JI,ICONT,JFIM,IPOS
C*
IF(A(1).LE.0.0) GO TO 100
L(1)=SQRT(A(1))
I=1
C*
DO 10 J=2,NB
IJ=IPOS(I,J,NB)
L(IJ)=A(IJ)/L(1)
10 CONTINUE
C*
DO 20 I=2,N
SOMA=0.0
I2=1
I1=I-1
IF(I.GT.NB)I2=I+1-NB
DO 30 M=I2,I1
MI=IPOS(M,I,NB)
SOMA=SOMA+L(MI)*L(MI)
30 CONTINUE
II=IPOS(I,I,NB)
L(II)=A(II)-SOMA
C*
IF(L(II).LE.0.0)GO TO 100
L(II)=SQRT(L(II))
C*
IF(I.GE.N) GO TO 90
I3=I+2-NB
JI=I+1
JFIM=I1+NB
C*
IF(JFIM.GT.N) JFIM=N
ICONT=0.0
DO 40 J=JI,JFIM
M I

```

```

    IF(I3.GT.0.0) M=I3
    SOMA=0.0
50   CONTINUE
    IF(ICONT.EQ.(NB-2)) GO TO 52
    MI=IPOS(M,I,NB)
    MJ=IPOS(M,J,NB)
    SOMA=SOMA+L(MI)*L(MJ)
    IF(M.GE.I1) GO TO 51
    M=M+1
    GO TO 50
51   CONTINUE
    ICONT=ICONT+1
52   CONTINUE
    IJ=IPOS(I,J,NB)
    L(IJ)=(A(IJ)-SOMA)/L(II)
    IF(NB.EQ.N) M=1
40   CONTINUE
20   CONTINUE
    GO TO 90
100  CONTINUE
    WRITE(6,1)
1   FORMAT(" RADICANDO NULO OU NEGATIVO")
90   CONTINUE
    RETURN
    END
C*
C*
C*
C*
    SUBROUTINE DTIME(DX,DY,DZ,L1,M1,N1,U,V,W,XNUL,FRT,DT,DI)
C*
C*****
C*   Finalidade desta rotina :
C*   calcular o passo de tempo otimo para a integracao
C*   das equacoes da quantidade de movimento
C*****
C*
    REAL DX(32),DY(32),DZ(32),U(32,32,32),V(32,32,32),W(32,32,32)
    REAL XNUL,FRT,DT
    INTEGER DI,L1,M1,N1
    DATA DTMIN,DTC,DTD/1.0,0.0,0.0/
C*
    L2=L1-1
    M2=M1-1
    IF (DI.EQ.2) THEN
        N2=2
    ELSE
        N2=N1-1
    END IF
C*
    DO 10 K=2,N2,1

```

```

DO 10 J=2,M2,1
  DO 10 I=2,L2,1
    IF (DI.EQ.2) THEN
      DTC=AMAX1((U(I,J,K)/DX(I)+V(I,J,K)/DY(J)),DTC)
    ELSE
      DTC=AMAX1((U(I,J,K)/DX(I)+
$           V(I,J,K)/DY(J)+
$           W(I,J,K)/DZ(K)),DTC)
    END IF
10 CONTINUE
DTCONV=1.0/(DTC + 1.0E-10)
IF(DTC.LE.0.0) DTCONV=DTMIN
C*
DO 20 K=2,N2,1
  DO 20 J=2,M2,1
    DO 20 I=2,L2,1
      XNN=XNUL
      IF (DI.EQ.2) THEN
        DTD=AMAX1((XNN/DX(I)/DX(I)+XNN/DY(J)/DY(J)),DTD)
      ELSE
        DTD=AMAX1((XNN/DX(I)/DX(I)+
$           XNN/DY(J)/DY(J)+
$           XNN/DZ(K)/DZ(K)),DTD)
      END IF
20 CONTINUE
C*
DTDIF=0.5/(DTD + 1.0E-10)
IF(DTD.LE.0.0) DTDIF=DTMIN
C*
DTC=1.0/(1.0/DTCONV + 1.0/DTDIF)
DT=DTC/FRT
C*
RETURN
END
C*
C*
C*
C*
SUBROUTINE EQDMX(L1,M1,N1,DX,DY,DZ,XVC,YVC,ZVC,
$           U,V,W,XNUL,FLUXU,ICH,DI)
C*
C*****
C* Finalidade Desta Rotina:
C*   Calcular o somatorio dos fluxos convectivos e difu-
C*   sivos no volume de controle deslocado para a veloci-
C*   dade U(i,j,k).
C*****
C*
REAL U(32,32,32),V(32,32,32),W(32,32,32),XNUL
REAL DX(32),DY(32),DZ(32),XVC(32),YVC(32),ZVC(32)
REAL FLUXU(32,32,32),FLWEUS(32,32,32)

```

```

REAL FLSNUS(32,32,32),FLBTUS(32,32,32)
REAL UM,VM,WM,CONV,GRAD1,GRAD2,DIFF
INTEGER DI,IP,JP,KP,L1,L2,M1,M2,N1,N2,ICH

```

C*

```

L2=L1-1
M2=M1-1
IF (DI.EQ.2) THEN
  N2=2
ELSE
  N2=N1-1
END IF

```

C*

```

DO 10 K=1,N1,1
  DO 10 J=1,M1,1
    DO 10 I=1,L1,1
      FLWEUS(I,J,K)=0.0
      FLSNUS(I,J,K)=0.0
      FLBTUS(I,J,K)=0.0
      FLUXU (I,J,K)=0.0

```

10 CONTINUE

C*

```

IF (ICH.EQ.1) THEN
  DO 20 K=2,N2,1
    DO 20 J=2,M2,1
      DO 20 I=2,L2,1
        UM=(U(I+1,J,K)+U(I,J,K))*0.5
        CONV=U(I+1,J,K)*UM
        IF(UM.GE.0.0) CONV=U(I,J,K)*UM
        DIFF=XNUL*(U(I+1,J,K)-U(I,J,K))/XVC(I)
        FLWEUS(I,J,K)=CONV-DIFF

```

20 CONTINUE

ELSE

```

  DO 25 K=2,N2,1
    DO 25 J=2,M2,1
      DO 25 I=2,L2,1
        UM=(U(I+1,J,K)+U(I,J,K))*0.5
        IF(I.LE.2.OR.I.GE.L2)THEN
          CONV=U(I+1,J,K)*UM
          IF(UM.GE.0.0) CONV=U(I,J,K)*UM
        ELSE
          IP=I
          IF(UM.LT.0.0)IP=I+1
          GRAD1=U(IP+1,J,K)-U(IP,J,K)
          GRAD2=U(IP,J,K)-U(IP-1,J,K)
          CONV=(UM-((GRAD1-GRAD2)/8.0))*UM
        END IF
        DIFF=XNUL*(U(I+1,J,K)-U(I,J,K))/XVC(I)
        FLWEUS(I,J,K)=CONV-DIFF

```

25 CONTINUE

END IF

DO 30 K=2,N2,1

```

DO 30 J=2,M2,1
  UM=U(2,J,K)
  CONV=U(3,J,K)*UM
  IF(UM.GE.0.0) CONV=U(2,J,K)*UM
  DIFF=XNUL*(U(3,J,K)-U(2,J,K))/(2.0*DX(2))
  FLWEUS(1,J,K)=CONV-DIFF
  UM=U(L1,J,K)
  CONV=U(L1,J,K)*UM
  IF(UM.GE.0.0) CONV=U(L2,J,K)*UM
  DIFF=XNUL*(U(L1,J,K)-U(L2,J,K))/(2.0*DX(L1))
  FLWEUS(L1,J,K)=CONV-DIFF
30 CONTINUE
C*
IF (ICH.EQ.1) THEN
  DO 40 K=2,N1,1
    DO 40 J=2,M1,1
      DO 40 I=2,L1,1
        VM=(V(I,J,K)+V(I-1,J,K))*0.5
        CONV=U(I,J,K)*VM
        IF(VM.GE.0.0) CONV=U(I,J-1,K)*VM
        DIFF=XNUL*(U(I,J,K)-U(I,J-1,K))/DY(J)
        FLSNUS(I,J,K)=CONV-DIFF
40 CONTINUE
ELSE
  DO 45 K=2,N1,1
    DO 45 J=2,M1,1
      DO 45 I=2,L1,1
        UM=(U(I,J,K)+U(I,J-1,K))*0.5
        VM=(V(I,J,K)+V(I-1,J,K))*0.5
        IF(J.LE.2.OR.J.GE.M2)THEN
          CONV=U(I,J,K)*VM
          IF(VM.GE.0.0) CONV=U(I,J-1,K)*VM
        ELSE
          JP=J
          IF(VM.LT.0.0)JP=J+1
          GRAD1=U(I,JP,K)-U(I,JP-1,K)
          GRAD2=U(I,JP-1,K)-U(I,JP-2,K)
          CONV=(UM-((GRAD1-GRAD2)/8.0))*VM
        END IF
        DIFF=XNUL*(U(I,J,K)-U(I,J-1,K))/DY(J)
        FLSNUS(I,J,K)=CONV-DIFF
45 CONTINUE
END IF
IF (DI.EQ.2) THEN
  ZVC(K)=1.0
  FLBTUS(I,J,K)=0.0
  FLBTUS(I,J,K+1)=0.0
ELSE
  IF (ICH.EQ.1) THEN
    DO 50 K=2,N1,1
      DO 50 J=2,M1,1

```

```

DO 50 I=2,L1,1
  WM=(W(I,J,K)+W(I-1,J,K))*0.5
  CONV=U(I,J,K)*WM
  IF(WM.GE.0.0) CONV=U(I,J,K-1)*WM
  DIFF=XNUL*(U(I,J,K)-U(I,J,K-1))/DZ(K)
  FLBTUS(I,J,K)=CONV-DIFF
50  CONTINUE
  ELSE
    DO 55 K=2,N1,1
      DO 55 J=2,M1,1
        DO 55 I=2,L1,1
          UM=(U(I,J,K)+U(I,J,K-1))*0.5
          WM=(W(I,J,K)+W(I-1,J,K))*0.5
          IF(K.LE.2.OR.K.GE.N2)THEN
            CONV=U(I,J,K)*WM
            IF(WM.GE.0.0) CONV=U(I,J,K-1)*WM
          ELSE
            KP=K
            IF(WM.LT.0.0)KP=K+1
            GRAD1=U(I,J,KP)-U(I,J,KP-1)
            GRAD2=U(I,J,KP-1)-U(I,J,KP-2)
            CONV=(UM-((GRAD1-GRAD2)/8.0))*WM
          END IF
          DIFF=XNUL*(U(I,J,K)-U(I,J,K-1))/DZ(K)
          FLBTUS(I,J,K)=CONV-DIFF
55  CONTINUE
        END IF
      END IF
      DO 60 K=2,N2,1
        DO 60 J=2,M2,1
          DO 60 I=3,L2,1
            FLUXU(I,J,K)= YVC(J)*ZVC(K)*FLWEUS(I,J,K)
            $ -YVC(J)*ZVC(K)*FLWEUS(I-1,J,K)
            $ + DX(I)*ZVC(K)*FLSNUS(I,J+1,K)
            $ - DX(I)*ZVC(K)*FLSNUS(I,J,K)
            $ + DX(I)*YVC(J)*FLBTUS(I,J,K+1)
            $ - DX(I)*YVC(J)*FLBTUS(I,J,K)
60  CONTINUE
        RETURN
      END
C*
C*
C*
C*
SUBROUTINE EQDMY(L1,M1,N1,DX,DY,DZ,XVC,YVC,ZVC,
$ U,V,W,XNUL,FLUXV,ICH,DI)
C*
C*****
C* Finalidade desta Rotina:
C* Calcular o somatorio dos fluxos convectivos e difu-
C* sivos no volume de controle deslocado para a veloci-

```

```

C*   dade V(i,j,k).
C*****
C*
REAL U(32,32,32),V(32,32,32),W(32,32,32),XNUL
REAL DX(32),DY(32),DZ(32),XVC(32),YVC(32),ZVC(32)
REAL FLUXV(32,32,32),FLWEVS(32,32,32)
REAL FLSNVS(32,32,32),FLBTVS(32,32,32)
REAL UM,VM,WM,CONV,GRAD1,GRAD2,DIFF
INTEGER DI,IP,JP,KP,L1,L2,M1,M2,N1,N2,ICH
C*
L2=L1-1
M2=M1-1
IF (DI.EQ.2) THEN
  N2=2
ELSE
  N2=N1-1
END IF
C*
DO 10 K=1,N1,1
  DO 10 J=1,M1,1
    DO 10 I=1,L1,1
      FLWEVS(I,J,K)=0.0
      FLSNVS(I,J,K)=0.0
      FLBTVS(I,J,K)=0.0
      FLUXV (I,J,K)=0.0
10 CONTINUE
IF (ICH.EQ.1) THEN
  DO 20 K=2,N1,1
    DO 20 J=2,M1,1
      DO 20 I=2,L1,1
        UM=(U(I,J,K)+U(I,J-1,K))*0.5
        CONV=V(I,J,K)*UM
        IF(UM.GE.0.0) CONV=V(I-1,J,K)*UM
        DIFF=XNUL*(V(I,J,K)-V(I-1,J,K))/DX(I)
        FLWEVS(I,J,K)=CONV-DIFF
20 CONTINUE
ELSE
  DO 25 K=2,N1,1
    DO 25 J=2,M1,1
      DO 25 I=2,L1,1
        UM=(U(I,J,K)+U(I,J-1,K))*0.5
        VM=(V(I,J,K)+V(I-1,J,K))*0.5
        IF(I.LE.2.OR.I.EQ.L1)THEN
          CONV=V(I,J,K)*UM
          IF(UM.GE.0.0) CONV=V(I-1,J,K)*UM
        ELSE
          IP=I
          IF(UM.LT.0.0)IP=I+1
          GRAD1=V(IP,J,K)-V(IP-1,J,K)
          GRAD2=V(IP-1,J,K)-V(IP-2,J,K)
          CONV=(VM-((GRAD1-GRAD2),3.0))*UM

```



```

      FLBTVS(I,J,K+1)=0.0
    ELSE
      IF (ICH.EQ.1) THEN
        DO 50 K=2,N1,1
          DO 50 J=2,M1,1
            DO 50 I=2,L1,1
              WM=(W(I,J,K)+W(I,J-1,K))*0.5
              CONV=V(I,J,K)*WM
              IF(UM.GE.0.0) CONV=V(I,J,K-1)*WM
              DIFF=XNUL*(V(I,J,K)-V(I,J,K-1))/DZ(K)
              FLBTVS(I,J,K)=CONV-DIFF
50      CONTINUE
      ELSE
        DO 55 K=2,N1,1
          DO 55 J=2,M1,1
            DO 55 I=2,L1,1
              VM=(V(I,J,K)+V(I,J,K-1))*0.5
              WM=(W(I,J,K)+W(I,J-1,K))*0.5
              IF(K.LE.2.OR.K.EQ.N2)THEN
                CONV=V(I,J,K)*WM
                IF(UM.GE.0.0) CONV=V(I,J,K-1)*WM
              ELSE
                KP=K
                IF(WM.LT.0.0)KP=K+1
                GRAD1=V(I,J,KP)-V(I,J,KP-1)
                GRAD2=V(I,J,KP-1)-V(I,J,KP-2)
                CONV=(VM-((GRAD1-GRAD2)/8.0))*WM
              END IF
              DIFF=XNUL*(V(I,J,K)-V(I,J,K-1))/DZ(K)
              FLBTVS(I,J,K)=CONV-DIFF
55      CONTINUE
      END IF
    END IF
    DO 60 K=2,N2,1
      DO 60 J=3,M2,1
        DO 60 I=2,L2,1
          FLUXV(I,J,K) = DY(J)*ZVC(K)*FLWEVS(I+1,J,K)
$          - DY(J)*ZVC(K)*FLWEVS(I,J,K)
$          +XVC(I)*ZVC(K)*FLSNVS(I,J,K)
$          -XVC(I)*ZVC(K)*FLSNVS(I,J-1,K)
$          +XVC(I)* DY(J)*FLBTVS(I,J,K+1)
$          -XVC(I)* DY(J)*FLBTVS(I,J,K)
60      CONTINUE
      RETURN
    END
C*
C*
C*
C*
SUBROUTINE EQDMZ(L1,M1,N1,DX,DY,DZ,XVC,YVC,ZVC,
$      U,V,W,XNUL,FLUXW,ICF)

```

```

C*
C*
C*****
C*   Finalidade desta Rotina:
C*   Calcular o somatorio dos fluxos convectivos e difu-
C*   sivos no volume de controle deslocado para a veloci-
C*   dade W(i,j,k).
C*****
C*
REAL U(32,32,32),V(32,32,32),W(32,32,32),XNUL
REAL DX(32),DY(32),DZ(32),XVC(32),YVC(32),ZVC(32)
REAL FLUXW(32,32,32),FLWEWS(32,32,32)
REAL FLSNWS(32,32,32),FLBTWS(32,32,32)
INTEGER L1,M1,N1,ICH
C*
L2=L1-1
M2=M1-1
N2=N1-1
C*
DO 10 K=1,N1,1
  DO 10 J=1,M1,1
    DO 10 I=1,L1,1
      FLWEWS(I,J,K)=0.0
      FLSNWS(I,J,K)=0.0
      FLBTWS(I,J,K)=0.0
      FLUXW(I,J,K)=0.0
10 CONTINUE
  IF (ICH.EQ.1) THEN
    DO 20 K=2,N1,1
      DO 20 J=2,M1,1
        DO 20 I=2,L1,1
          UM=(U(I,J,K)+U(I,J,K-1))*0.5
          CONV=W(I,J,K)*UM
          IF(UM.GE.0.0) CONV=W(I-1,J,K)*UM
          DIFF=XNUL*(W(I,J,K)-W(I-1,J,K))/DX(I)
          FLWEWS(I,J,K)=CONV-DIFF
20 CONTINUE
        ELSE
          DO 25 K=2,N1,1
            DO 25 J=2,M1,1
              DO 25 I=2,L1,1
                UM=(U(I,J,K)+U(I,J,K-1))*0.5
                WM=(W(I,J,K)+W(I-1,J,K))*0.5
                IF(I.LE.2.OR.I.EQ.L1)THEN
                  CONV=W(I,J,K)*UM
                  IF(UM.GE.0.0) CONV=W(I-1,J,K)*UM
                ELSE
                  IP=I
                  IF(UM.LT.0.0)IP=I+1
                  GRAD1=W(IP,J,K)-W(IP-1,J,K)
                  GRAD2=W(IP-1,J,K)-W(IP-2,J,K)

```

```

        CONV=(WM-((GRAD1-GRAD2)/8.0))*UM
        END IF
        DIFF=XNUL*(W(I,J,K)-W(I-1,J,K))/DX(I)
        FLWEWS(I,J,K)=CONV-DIFF
25    CONTINUE
    END IF
    IF (ICH.EQ.1) THEN
        DO 30 K=2,N1,1
            DO 30 J=2,M1,1
                DO 30 I=2,L1,1
                    VM=(V(I,J,K)+V(I-1,J,K))*0.5
                    CONV=W(I,J,K)*VM
                    IF(VM.GE.0.0) CONV=W(I,J-1,K)*VM
                    DIFF=XNUL*(W(I,J,K)-W(I,J-1,K))/DY(J)
                    FLSNWS(I,J,K)=CONV-DIFF
30    CONTINUE
        ELSE
            DO 35 K=2,N1,1
                DO 35 J=2,M1,1
                    DO 35 I=2,L1,1
                        VM=(V(I,J,K)+V(I-1,J,K))*0.5
                        WM=(W(I,J,K)+W(I,J-1,K))*0.5
                        IF(J.LE.2.OR.J.GE.M2)THEN
                            CONV=W(I,J,K)*VM
                            IF(VM.GE.0.0) CONV=W(I,J-1,K)*VM
                        ELSE
                            JP=J
                            IF(VM.LT.0.0)JP=J+1
                            GRAD1=W(I,JP,K)-W(I,JP-1,K)
                            GRAD2=W(I,JP-1,K)-W(I,JP-2,K)
                            CONV=(WM-((GRAD1-GRAD2)/8.0))*VM
                        END IF
                        DIFF=XNUL*(W(I,J,K)-W(I,J-1,K))/DY(J)
                        FLSNWS(I,J,K)=CONV-DIFF
35    CONTINUE
        END IF
        IF (ICH.EQ.1) THEN
            DO 40 K=2,N2,1
                DO 40 J=2,M2,1
                    DO 40 I=2,L2,1
                        WM=(W(I,J,K+1)+W(I,J,K))*0.5
                        CONV=W(I,J,K+1)*WM
                        IF(WM.GE.0.0) CONV=W(I,J,K)*WM
                        DIFF=XNUL*(W(I,J,K+1)-W(I,J,K))/ZVC(K)
                        FLBTWS(I,J,K)=CONV-DIFF
40    CONTINUE
        ELSE
            DO 45 K=2,N2,1
                DO 45 J=2,M2,1
                    DO 45 I=2,L2,1
                        WM=(W(I,J,K+1)+W(I,J,K))*0.5

```

```

IF(K.LE.2.OR.K.GE.N2)THEN
  CONV=W(I,J,K+1)*WM
  IF(WM.GE.0.0) CONV=W(I,J,K)*WM
ELSE
  KP=K
  IF(WM.LT.0.0)KP=K+1
  GRAD1=W(I,J,KP+1)-W(I,J,KP)
  GRAD2=W(I,J,KP)-W(I,J,KP-1)
  CONV=(WM-((GRAD1-GRAD2)/8.0))*WM
END IF
DIFF=XNUL*(W(I,J,K+1)-W(I,J,K))/ZVC(K)
FLBTWS(I,J,K)=CONV-DIFF
45  CONTINUE
END IF
DO 50 J=2,M2,1
  DO 50 I=2,L2,1
    WM=W(I,J,2)
    CONV=W(I,J,3)*WM
    IF(WM.GE.0.0) CONV=W(I,J,2)*WM
    DIFF=XNUL*(W(I,J,3)-W(I,J,2))/(2.0*DZ(2))
    FLBTWS(I,J,1)=CONV-DIFF
    WM=W(I,J,N1)
    CONV=W(I,J,N1)*WM
    IF(WM.GE.0.0) CONV=W(I,J,N2)*WM
    DIFF=XNUL*(W(I,J,N1)-W(I,J,N2))/(2.0*DZ(N1))
    FLBTWS(I,J,N1)=CONV-DIFF
50 CONTINUE
  DO 60 K=2,N2,1
    DO 60 J=2,M2,1
      DO 60 I=3,L2,1
        FLUXW(I,J,K) = DZ(K)*YVC(J)*FLWEWS(I+1,J,K)
$          - DZ(K)*YVC(J)*FLWEWS(I,J,K)
$          + DZ(K)*XVC(I)*FLSNWS(I,J+1,K)
$          - DZ(K)*XVC(I)*FLSNWS(I,J,K)
$          +XVC(I)*YVC(J)*FLBTWS(I,J,K)
$          -XVC(I)*YVC(J)*FLBTWS(I,J,K-1)
60 CONTINUE
  RETURN
END
C*
C*
C*
C*
SUBROUTINE SOLVE(B,DI,DT,DX,DY,DZ,FLUXU,FLUXV,FLUXW,NE,
$  L,LL1,MM1,NB,MD,N,NN1,NITER,PP,XS,XVC,YS,YVC,
$  ZVC,U,UANT,V,VANT,W,WANT)
C*
C*****
C* Finalidade desta Rotina:
C* Resolver a matriz do sistema linear de equacoes
C* A(i,j,k) para escoamento, obtendo-se o vetor pressao do

```

```

C* escoamento e as componentes de velocidade atualizadas
C*****
C*
REAL L(NE),B(N),DT,PP(32,32,32)
REAL XS(N),YS(N)
REAL DX(32),DY(32),DZ(32)
REAL XVC(32),YVC(32),ZVC(32)
REAL U(32,32,32),UANT(32,32,32)
REAL V(32,32,32),VANT(32,32,32)
REAL W(32,32,32),WANT(32,32,32)
REAL FLUXU(32,32,32),FLUXV(32,32,32),FLUXW(32,32,32)
INTEGER LL1,MM1,NN1,I,I1,N,NE,NB,IM,MD(32,32,32)
INTEGER DI,NITER

C*
LL2=LL1-1
MM2=MM1-1
IF (DI.EQ.2) THEN
  NN2=2
ELSE
  NN2=NN1-1
END IF

C*
DO 1 K=2,NN2,1
  DO 1 J=2,MM2,1
    DO 1 I=2,LL2,1
      UAX= U(I,J,K)-U(I+1,J,K)
      VAX= V(I,J,K)-V(I,J+1,K)
      IF (DI.EQ.2) THEN
        ZVC(K)=1.0
        WAX=0.0
      ELSE
        WAX= W(I,J,K)-W(I,J,K+1)
      END IF

C*
      B1=(YVC(J)*ZVC(K)*UAX+
$      XVC(I)*ZVC(K)*VAX+
$      XVC(I)*YVC(J)*WAX)/DT
      B2=(FLUXU(I+1,J,K)/DX(I+1))-(FLUXU(I,J,K)/DX(I))
      B3=(FLUXV(I,J+1,K)/DY(J+1))-(FLUXV(I,J,K)/DY(J))
      IF (DI.EQ.2) THEN
        B4=0.0
      ELSE
        B4=(FLUXW(I,J,K+1)/DZ(K+1))-(FLUXW(I,J,K)/DZ(K))
      END IF
      B(MD(I,J,K))=B1+B2+B3+B4
1 CONTINUE

C*
DO 20 I=2,N
  IM=1
  I1=I-1
  IF(I.GT.NB)IM=I1-NB

```

```

SOMA=0.0
DO 10 M=IM,I1
  MI=(NB*(NB+1)/2)+(NB*(I-NB-1))+(NB-(I-M))
  IF(I.LE.NB) MI=M+(I*(I-1)/2)
  SOMA=SOMA+L(MI)*YS(M)
10 CONTINUE
  II=(NB*(NB+1)/2)+(NB*(I-NB-1))+(NB-(I-I))
  IF(I.LE.NB) II=I+(I*(I-1)/2)
  YS(I)=(B(I)-SOMA)/L(II)
20 CONTINUE
C*
XS(N)=YS(N)/L(NE)
N1=N-1
DO 40 K=1,N1
  I=N-K
  MI=I+1
  MF=I-1+NB
  IF(MF.GT.N)MF=N
  SOMA=0.0
  DO 30 M=MI,MF
    IM=(NB*(NB+1)/2)+(NB*(M-NB-1))+(NB-(M-I))
    IF(M.LE.NB) IM=I+(M*(M-1)/2)
    SOMA=SOMA+L(IM)*XS(M)
30 CONTINUE
  II=(NB*(NB+1)/2)+(NB*(I-NB-1))+(NB-(I-I))
  IF(I.LE.NB) II=I+(I*(I-1)/2)
  XS(I)=(YS(I)-SOMA)/L(II)
40 CONTINUE
  DO 50 K=2,NN2,1
    DO 50 J=2,MM2,1
      DO 50 I=2,LL2,1
        PP(I,J,K)=XS(MD(I,J,K))
50 CONTINUE
  DO 60 K=2,NN2,1
    DO 60 J=2,MM2,1
      DO 60 I=3,LL2,1
        UAUX=FLUXU(I,J,K)/(YVC(J)*ZVC(K)*DX(I))
        UAUX=UAUX+((PP(I,J,K)-PP(I-1,J,K))/DX(I))
        UANT(I,J,K)=U(I,J,K)
        U(I,J,K)=UANT(I,J,K)-(DT*UAUX)
60 CONTINUE
  DO 70 K=2,NN2,1
    DO 70 J=3,MM2,1
      DO 70 I=2,LL2,1
        VAUX=FLUXV(I,J,K)/(XVC(I)*ZVC(K)*DY(J))
        VAUX=VAUX+((PP(I,J,K)-PP(I,J-1,K))/DY(J))
        VANT(I,J,K)=V(I,J,K)
        V(I,J,K)=VANT(I,J,K)-(DT*VAUX)
70 CONTINUE
  IF (DI.EQ.3) THEN
    DO 80 K=3,NN2,1

```

```

DO 80 J=2,MM2,1
  DO 80 I=2,LL2,1
    WAUX=FLUXW(I,J,K)/(XVC(I)*YVC(J)*DZ(K))
    WAUX=WAUX+((PP(I,J,K)-PP(I,J,K-1))/DZ(K))
    WANT(I,J,K)=W(I,J,K)
    W(I,J,K)=WANT(I,J,K)-(DT*WAUX)
80 CONTINUE
  END IF
  RETURN
  END
C*
C*
C*
C*
  SUBROUTINE PRINT1(L1,M1,N1,X,XU,Y,YV,Z,ZW,
$      U,DT,NITER,TEMPO,BMASSA,
$      PREC,FRT,ICH,XNUL,XL,YL,ZL,DI)
C*
C*****
C*   Finalidade desta Rotina:
C*   Fazer a impressao de dados
C*****
C*
  REAL PREC,XU(32),YV(32),ZW(32),XL,YL,ZL,FRT
  REAL X(32),Y(32),Z(32),U(32,32,32),DT,TEMPO,BMASSA,XNUL
  INTEGER DI,L1,M1,N1,L2,M2,N2,NITER,ICH
C*
  L2=L1-1
  M2=M1-1
  IF (DI.EQ.2) THEN
    N2=2
  ELSE
    N2=N1-1
  END IF
C*
  IF (DI.EQ.2) THEN
    RE=U(4,M1,2)*(X(L1)-X(1))/XNUL
  ELSE
    RE=U(4,M1,N1/2+1)*(X(L1)-X(1))/XNUL
  ENDIF
C*
  WRITE(6,10)
10  FORMAT(1H1,///)
C*
  WRITE(6,15)
15  FORMAT(/,30X,'*****',/)
C*
  WRITE(6,20)
20  FORMAT(31X,' TITULO: ESCOAMENTO LAMINAR EM CAVIDADES')
  WRITE(6,15)
C*

```

```

WRITE(6,25)
25 FORMAT(31X,' DESVIO MAXIMO, EM MODULO ,DO BALANCO DE',/
+ 31X,' MASSA NUM DOS VOLUME DE CONTROLE EM Kg')
C*
WRITE(6,30) BMASSA
30 FORMAT(/,37X,E18.6)
WRITE(6,15)
C*
WRITE(6,35) RE
35 FORMAT(31X,' NUMERO DE REYNOLDS DO ESCOAMENTO',/
+ /,40X,E12.3)
WRITE(6,15)
C*
WRITE(6,114)
114 FORMAT(31X,' ESQUEMA CONVECTIVO USADO ',/)
IF (ICH.EQ.1) THEN
WRITE(6,150)
ELSE
WRITE(6,151)
END IF
150 FORMAT (46X,'UPWIND')
151 FORMAT (46X,'QUICK')
WRITE(6,15)
C*
WRITE(6,117) PREC
117 FORMAT(31X,' CRITERIO DE CONVERGENCIA ',/
$ /,37X,E18.6)
WRITE(6,15)
C*
WRITE(6,45) XNUL
45 FORMAT(31X,' VISCOSIDADE CINEMATICA DO FLUIDO em m2/s',/
+ /,40X,E12.3)
WRITE(6,15)
C*
C***** CALCULO DO TAMANHO DO DOMINIO
C*
WRITE(6,50) XL,YL,ZL
50 FORMAT(31X,' DIMENSOES DO DOMINIO DE CALCULO em m',/
+ /,33X,'XL= ',F6.4,4X,'YL= ',F6.4,4X,'ZL= ',F6.4)
WRITE(6,15)
C*
WRITE(6,55) DT
55 FORMAT(30X,'INCREMENTO DE TEMPO DE CALCULO em segundos',/
+ /,35X,E18.5)
WRITE(6,15)
C*
WRITE(6,60) FRT
60 FORMAT(30X,' FATOR DE RELAXACAO DO PASSO DE TEMPO ',/
+ /,45X,E6.1)
WRITE(6,15)
C*

```

```

WRITE(6,65) TEMPO
65 FORMAT(31X,' TEMPO DE CALCULO em segundos',/
+ /,35X,E18.5)
WRITE(6,15)
C*
WRITE(6,70) NITER
70 FORMAT(31X,' NUMERO TOTAL DE ITERACOES '/
+ /,44X,I6)
WRITE(6,15)
C*
WRITE(6,75)
75 FORMAT(29X,' VALORES DA MALHA NA DIRECAO X',/)
C*
DO 80 I=1,L1,1
WRITE(6,85)I,XU(I),I,X(I)
80 CONTINUE
85 FORMAT(31X,' XU(',I2,')=',F8.4,7X,' X(',I2,')=',F8.4)
WRITE(6,15)
C*
WRITE(6,90)
90 FORMAT(29X,' VALORES DA MALHA NA DIRECAO Y',/)
C*
DO 95 J=1,M1,1
WRITE(6,100)J,YV(J),J,Y(J)
95 CONTINUE
100 FORMAT(31X,' YV(',I2,')=',F8.4,7X,' Y(',I2,')=',F8.4)
WRITE(6,15)
C*
IF (DI.EQ.3) THEN
WRITE(6,105)
105 FORMAT(29X,' VALORES DA MALHA NA DIRECAO Z',/)
C*
DO 110 K=1,N1,1
WRITE(6,115)K,ZW(K),K,Z(K)
110 CONTINUE
115 FORMAT(31X,' ZW(',I2,')=',F8.4,7X,' Z(',I2,')=',F8.4)
WRITE(6,15)
END IF
C*
RETURN
END
C*
C*
C*
C*
SUBROUTINE SAIDA(L1,M1,U,K)
C*
C*****
C* Finalidade desta Rotina:
C* Fazer a impressao de dados na forma matricial
C*****

```

```

C*
  REAL U(32,32,32)
  INTEGER L1,M1,K
C*
  AUX1=10
  AUX2=1
  IF(L1.LE.10)THEN
    WRITE(6,19)(I,I=2,L1)
    DO 1 J=M1,1,-1
      WRITE(6,20)J,(U(I,J,K),I=2,L1)
1    CONTINUE
  ELSE
4    IF((AUX1).LT.L1)THEN
      WRITE(6,19)(I,I=AUX2,AUX1)
      DO 2 J=M1,1,-1
        WRITE(6,20)J,(U(I,J,K),I=AUX2,AUX1)
2    CONTINUE
      AUX2=AUX1+1
      AUX1=AUX1+10
      GO TO 4
    ELSE
      WRITE(6,19)(I,I=AUX2,AUX1)
      DO 3 J=M1,1,-1
        WRITE(6,20)J,(U(I,J,K),I=AUX2,L1)
3    CONTINUE
      END IF
    END IF
19  FORMAT(/,13X,I2,10(10X,I2))
20  FORMAT(3X,I2,2X,10(2X,E10.4))
C*
  RETURN
  END
C*
C*
C*
C*
  SUBROUTINE PRINTP(L1,M1,RHO,PP,K)
C*
C*****
C*   Finalidade desta Rotina:
C*   Fazer a impressao do campo de pressao do escoamento
C*****
C*
  REAL PP(32,32,32),RHO
  INTEGER L1,M1,K
C*
  L2=L1-1
  M2=M1-1
C*
  AUX1=10
  AUX2=2

```

```

IF(L1.LE.10)THEN
  WRITE(6,19)(I,I=2,L2)
  DO 1 J=M2,2,-1
    WRITE(6,20)J,(PP(I,J,K)*RHO,I=2,L2)
1  CONTINUE
ELSE
4  IF((AUX1).LT.L1)THEN
  WRITE(6,19)(I,I=AUX2,AUX1)
  DO 2 J=M2,2,-1
    WRITE(6,20)J,(PP(I,J,K)*RHO,I=AUX2,AUX1)
2  CONTINUE
  AUX2=AUX1+1
  AUX1=AUX1+10
  GO TO 4
ELSE
  WRITE(6,19)(I,I=AUX2,AUX1)
  DO 3 J=M2,2,-1
    WRITE(6,20)J,(PP(I,J,K)*RHO,I=AUX2,L2)
3  CONTINUE
  END IF
END IF
19 FORMAT(/,13X,I2,10(10X,I2))
20 FORMAT(3X,I2,2X,10(2X,E10.4))
C*
RETURN
END
C*
C*
C*
C*
SUBROUTINE CONVERG(DI,DIF,DT,L1,M1,N1,U,UANT,V,VANT,W,WANT)
C*
C*****
C*
C* Finalidade dessa rotina:
C* Testa a convergencia do Programa.
C*
C*****
C*
INTEGER DI,L1,M1,N1,L2,M2,N2
REAL DIF,DT
REAL U(32,32,32),UANT(32,32,32)
REAL V(32,32,32),VANT(32,32,32)
REAL W(32,32,32),WANT(32,32,32)
C*
L2=L1-1
M2=M1-1
DIF=0.
IF (DI.EQ.2) THEN
  DO 1 I=2,L2,1
    DO 1 J=2,M2,1

```

```
DIU=ABS((U(I,J,2)-UANT(I,J,2))/DT)
DIV=ABS((V(I,J,2)-VANT(I,J,2))/DT)
DIF=AMAX1(DIF,DIU,DIV)
1  CONTINUE
ELSE
  N2=N1-1
  DO 2 I=2,L2,1
    DO 2 J=2,M2,1
      DO 2 K=2,N2,1
        DIU=ABS((U(I,J,K)-UANT(I,J,K))/DT)
        DIV=ABS((V(I,J,K)-VANT(I,J,K))/DT)
        DIW=ABS((W(I,J,K)-WANT(I,J,K))/DT)
        DIF=AMAX1(DIF,DIU,DIV,DIW)
      2  CONTINUE
    END IF
  RETURN
END
□
```

APÊNDICE B

Discretização de Componentes de Velocidade V

APÊNDICE B

Discretização da Componente de Velocidade V

$$\bar{u}_{sc}^* = [u^*(i+1, j, k) + u^*(i+1, j-1, k)] * 0.5 \quad (1)$$

$$\text{CONV}(v^*)_{sc} = \bar{u}_{sc}^* \text{UPWIND}[v^*(i+1, j, k), v^*(i, j, k), \bar{u}_{sc}^*] \quad (2)$$

$$\text{DIFF}(v^*)_{sc} = -v \frac{\partial v_{sc}^*}{\partial x} = \frac{-v[v^*(i+1, j, k) - v^*(i, j, k)]}{DX(i+1)} \quad (3)$$

$$\bar{u}_{sw}^* = [u^*(i, j, k) + u^*(i, j-1, k)] * 0.5 \quad (4)$$

$$\text{CONV}(v^*)_{sw} = \bar{u}_{sw}^* \text{UPWIND}[v^*(i, j, k), v^*(i-1, j, k), \bar{u}_{sw}^*] \quad (5)$$

$$\text{DIFF}(v^*)_{sw} = -v \frac{\partial v_{sw}^*}{\partial x} = \frac{-v[v^*(i, j, k) - v^*(i-1, j, k)]}{DX(i)} \quad (6)$$

$$\bar{v}_0^* = [v^*(i, j+1, k) + v^*(i, j, k)] * 0.5 \quad (7)$$

$$\text{CONV}(v^*)_0 = \bar{v}_0^* \text{UPWIND}[v^*(i, j+1, k), v^*(i, j, k), \bar{v}_0^*] \quad (8)$$

$$\text{DIFF}(v^*)_0 = -v \frac{\partial v_0^*}{\partial y} = \frac{-v[v^*(i, j+1, k) - v^*(i, j, k)]}{YVC(j)} \quad (9)$$

$$\bar{v}_s^* = [v^*(i, j, k) + v^*(i, j-1, k)] * 0.5 \quad (10)$$

$$\text{CONV}(v^*)_s = \bar{v}_s^* \text{UPWIND}[v^*(i, j, k), v^*(i, j-1, k), \bar{v}_s^*] \quad (11)$$

$$\text{DIFF}(v^*)_s = -v \frac{\partial v_s^*}{\partial y} = \frac{-v[v^*(i, j, k) - v^*(i, j-1, k)]}{YVC(j-1)} \quad (12)$$

$$\bar{w}_{ts}^* = [w^*(i, j, k+1) + w^*(i, j-1, k+1)] * 0.5 \quad (13)$$

$$\text{CONV}(v^*)_{ts} = \bar{w}_{ts}^* \text{UPWIND}[v^*(i, j, k+1), v^*(i, j, k), \bar{w}_{ts}^*] \quad (14)$$

$$\text{DIFF}(v^*)_{ts} = -v \frac{\partial v^*_{ts}}{\partial z} = \frac{-v[v^*(i, j, k+1) - v^*(i, j, k)]}{DZ(k+1)} \quad (15)$$

$$\bar{w}^*_{bs} = [w^*(i, j, k) + w^*(i, j-1, k)] * 0.5 \quad (16)$$

$$\text{CONV}(v^*)_{bs} = \bar{w}^*_{bs} \text{UPWIND}[v^*(i, j, k), v^*(i, j, k-1), \bar{w}^*_{bs}] \quad (17)$$

$$\text{DIFF}(v^*)_{bs} = -v \frac{\partial v^*_{bs}}{\partial z} = \frac{-v[v^*(i, j, k) - v^*(i, j, k-1)]}{DZ(k)} \quad (18)$$

APÊNDICE C

Discretização da Componente de Velocidade W

APÊNDICE C

Discretização da Componente de Velocidade W

$$\bar{u}_{bc}^* = [u^*(i+1, j, k) + u^*(i+1, j, k-1)] * 0.5 \quad (1)$$

$$\text{CONV}(w^*)_{bc} = \bar{u}_{bc}^* \text{UPWIND}[w^*(i+1, j, k), w^*(i, j, k), \bar{u}_{bc}^*] \quad (2)$$

$$\text{DIFF}(w^*)_{bc} = -\nu \frac{\partial w_{bc}^*}{\partial x} = \frac{-\nu [w^*(i+1, j, k) - w^*(i, j, k)]}{DX(i+1)} \quad (3)$$

$$\bar{u}_{bw}^* = [u^*(i, j, k) + u^*(i, j, k-1)] * 0.5 \quad (4)$$

$$\text{CONV}(w^*)_{bw} = \bar{u}_{bw}^* \text{UPWIND}[w^*(i, j, k), w^*(i-1, j, k), \bar{u}_{bw}^*] \quad (5)$$

$$\text{DIFF}(w^*)_{bw} = -\nu \frac{\partial w_{bw}^*}{\partial x} = \frac{-\nu [w^*(i, j, k) - w^*(i-1, j, k)]}{DX(i)} \quad (6)$$

$$\bar{v}_{bw}^* = [v^*(i, j+1, k) + v^*(i, j+1, k-1)] * 0.5 \quad (7)$$

$$\text{CONV}(w^*)_{bw} = \bar{v}_{bw}^* \text{UPWIND}[w^*(i, j+1, k), w^*(i, j, k), \bar{v}_{bw}^*] \quad (8)$$

$$\text{DIFF}(w^*)_{bw} = -\nu \frac{\partial w_{bw}^*}{\partial y} = \frac{-\nu [w^*(i, j+1, k) - w^*(i, j, k)]}{DY(j+1)} \quad (9)$$

$$\bar{v}_{bs}^* = [v^*(i, j, k) + v^*(i, j, k-1)] * 0.5 \quad (10)$$

$$\text{CONV}(w^*)_{bs} = \bar{v}_{bs}^* \text{UPWIND}[w^*(i, j, k), w^*(i, j-1, k), \bar{v}_{bs}^*] \quad (11)$$

$$\text{DIFF}(w^*)_{bs} = -\nu \frac{\partial w_{bs}^*}{\partial y} = \frac{-\nu [w^*(i, j, k) - w^*(i, j-1, k)]}{DY(j)} \quad (12)$$

$$\bar{w}_0^* = [w^*(i, j, k+1) + w^*(i, j, k)] * 0.5 \quad (13)$$

$$\text{CONV}(w^*)_0 = \bar{w}_0^* \text{UPWIND}[w^*(i, j, k+1), w^*(i, j, k), \bar{w}_0^*] \quad (14)$$

$$\text{DIFF}(w^*)_0 = -\nu \frac{\partial w_0^*}{\partial z} = \frac{-\nu [w^*(i, j, k+1) - w^*(i, j, k)]}{\text{XVC}(i)} \quad (15)$$

$$\bar{w}_b^* = [w^*(i, j, k) + w^*(i, j, k-1)] * 0.5 \quad (16)$$

$$\text{CONV}(w^*)_b = \bar{w}_b^* \text{UPWIND}[w^*(i, j, k), w^*(i, j, k-1), \bar{w}_b^*] \quad (17)$$

$$\text{DIFF}(w^*)_b = -\nu \frac{\partial w_b^*}{\partial z} = \frac{-\nu [w^*(i, j, k) - w^*(i, j, k-1)]}{\text{XVC}(i-1)} \quad (18)$$

APÊNDICE D

Resultados obtidos para o Exemplo

TÍTULO ESCOAMENTO LAMINAR EM CAVIDADES

DESVIO MÁXIMO FIM MODULO DO BALANÇO DE MASSA NUM DOS VOLUMES DE CONTROLO EM %

$1.7642E-12$

NÚMERO DE REYNOLDS DO ESCOAMENTO

$1.00E+01$

APÊNCIDE D

Resultados obtidos para o Exemplo

CRITÉRIO DE CONVERGÊNCIA

$1.0000E-04$

VISCOSIDADE CINEMÁTICA DO FLUIDO em m²/s

$1.00E+04$

DIMENSÕES DO DOMÍNIO DE CÁLCULO em m

XL= 1.0000 YL= 1.0000 ZL= 1.0000

INCREMENTO DE TEMPO DE CÁLCULO em segundos

$4.000E-01$

FATOR DE RELAXAÇÃO DO PASSO DE TEMPO

TÍTULO: ESCOAMENTO LAMINAR EM CAVIDADES

DESVIO MÁXIMO, EM MÓDULO, DO BALANÇO DE
MASSA NUM DOS VOLUMES DE CONTROLE EM kg

.176942E-15

NÚMERO DE REYNOLDS DO ESCOAMENTO

.100E-02

ESQUEMA CONVECTIVO USADO

QUICK

CRITÉRIO DE CONVERGÊNCIA

.100000E-04

VISCOSIDADE CINEMÁTICA DO FLUÍDO em m²/s

.100E+04

DIMENSÕES DO DOMÍNIO DE CÁLCULO em m

XL= 1.0000 YL= 1.0000 ZL= 1.0000

INCREMENTO DE TEMPO DE CÁLCULO em segundos

.46296E-05

FATOR DE RELAXAÇÃO DO PASSO DE TEMPO

.1E+01

TEMPO DE CÁLCULO em segundos

.23148E-01

NÚMERO TOTAL DE ITERAÇÕES

5000

VALORES DA MALHA NA DIREÇÃO X

XU(1)= 0.0000	X(1)= 0.0000
XU(2)= 0.0000	X(2)= 0.1667
XU(3)= 0.3333	X(3)= 0.5000
XU(4)= 0.6667	X(4)= 0.8333
XU(5)= 1.0000	X(5)= 1.0000

VALORES DA MALHA NA DIREÇÃO Y

YV(1)= 0.0000	Y(1)= 0.0000
YV(2)= 0.0000	Y(2)= 0.1667
YV(3)= 0.3333	Y(3)= 0.5000
YV(4)= 0.6667	Y(4)= 0.8333
YV(5)= 1.0000	Y(5)= 1.0000

VALORES DA MALHA NA DIREÇÃO Z

ZW(1)= 0.0000	Z(1)= 0.0000
ZW(2)= 0.0000	Z(2)= 0.1667
ZW(3)= 0.3333	Z(3)= 0.5000
ZW(4)= 0.6667	Z(4)= 0.8333
ZW(5)= 1.0000	Z(5)= 1.0000

CAMPO FINAL DE VELOCIDADE U(I,J, 2) EM m/s

	2	3	4	5
5	0.0000E+00	0.1000E+01	0.1000E+01	0.0000E+00
4	0.0000E+00	0.1250E+00	0.1250E+00	0.0000E+00

3	0.0000E+00	-.7311E-01	-.7331E-01	0.0000E+00
2	0.0000E+00	-.4995E-01	-.5000E-01	0.0000E+00
1	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00

CAMPO FINAL DE VELOCIDADE V(I,J, 2) EM m/s

	2	3	4	5
5	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
4	0.1249E+00	0.4741E-04	-.1247E+00	0.0000E+00
3	0.5013E-01	-.4698E-04	-.5033E-01	0.0000E+00
2	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
1	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00

CAMPO FINAL DE VELOCIDADE W(I,J, 2) EM m/s

	2	3	4	5
5	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
4	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
3	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
2	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
1	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00

CAMPO FINAL DE PRESSÃO P(I,J, 2) EM bar

	2	3	4
4	-.3818E+04	-.1899E+03	0.3439E+04
3	-.1446E+04	-.1891E+03	0.1074E+04
2	-.8178E+03	-.1899E+03	0.4391E+03

CAMPO FINAL DE VELOCIDADE U(I,J, 3) EM m/s

	2	3	4	5
5	0.0000E+00	0.1000E+01	0.1000E+01	0.0000E+00
4	0.0000E+00	0.1578E+00	0.1579E+00	0.0000E+00
3	0.0000E+00	-.9459E-01	-.9417E-01	0.0000E+00
2	0.0000E+00	-.6720E-01	-.6710E-01	0.0000E+00
1	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00

CAMPO FINAL DE VELOCIDADE V(I,J, 3) EM m/s

	2	3	4	5
5	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
4	0.1582E+00	-.9860E-04	-.1586E+00	0.0000E+00
3	0.6684E-01	0.9922E-04	-.6644E-01	0.0000E+00
2	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00

1	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
---	------------	------------	------------	------------

CAMPO FINAL DE VELOCIDADE W(I,J, 3) EM m/s

	2	3	4	5
5	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
4	-.1780E-03	0.9804E-04	0.3308E-03	0.0000E+00
3	-.1636E-02	0.1093E-03	0.1025E-02	0.0000E+00
2	-.1779E-03	0.9796E-04	0.3308E-03	0.0000E+00
1	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00

CAMPO FINAL DE PRESSÃO P(I,J, 3) EM bar

	2	3	4
4	-.3818E+04	-.1914E+03	0.3434E+04
3	-.1446E+04	-.1926E+03	0.1051E+04
2	-.8178E+03	-.1914E+03	0.4335E+03

CAMPO FINAL DE VELOCIDADE U(I,J, 4) EM m/s

	2	3	4	5
5	0.0000E+00	0.1000E+01	0.1000E+01	0.0000E+00
4	0.0000E+00	0.1250E+00	0.1250E+00	0.0000E+00
3	0.0000E+00	-.7311E-01	-.7331E-01	0.0000E+00
2	0.0000E+00	-.4995E-01	-.5000E-01	0.0000E+00
1	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00

CAMPO FINAL DE VELOCIDADE V(I,J, 4) EM m/s

	2	3	4	5
5	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
4	0.1249E+00	0.4741E-04	-.1247E+00	0.0000E+00
3	0.5013E-01	-.4698E-04	-.5033E-01	0.0000E+00
2	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
1	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00

CAMPO FINAL DE VELOCIDADE W(I,J, 4) EM m/s

	2	3	4	5
5	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
4	0.1780E-03	-.9804E-04	-.3308E-03	0.0000E+00
3	0.1636E-02	-.1093E-03	-.1025E-02	0.0000E+00
2	0.1779E-03	-.9796E-04	-.3308E-03	0.0000E+00
1	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00

CAMPO FINAL DE PRESSÃO P(I,J, 4) EM bar

	2	3	4
4	-3818E+04	-1899E+03	0.3439E+04
3	-1446E+04	-1891E+03	0.1074E+04
2	-8178E+03	-1899E+03	0.4391E+03

DATA 19/10/1994
 PROC. _____
 PED. PPG
 LIV. _____
 Cz\$ DOAÇÃO

I. V. N. O	
BIW - EFEI	
DATA	Rubrica

519.6:532.537(043.2)

FICHA 01 T.769
 EFEI / Biblioteca Mauá
 M385d

MARTINELLI JÚNIOR, L. C.
 Desenvolvimento de um software numérico para simulação de escoamentos tridimensionais usando...

Data Retirada	Nº. Registro	Data Devolução
25/11/95	Manuel Valente	prof. 4/10/95
14/06/95	Marcelo Assato	22.11.95
22.11.95	n n n	

EFEI

BIBLIOTECA MAUÁ

Esta publicação deverá ser devolvida dentro do prazo estipulado.

O leitor é responsável pela publicação em seu poder.

EFEI - BIBLIOTECA MAUÁ
 8200769



NÃO DANIFIQUE ESTA ETIQUETA