TESE
820

IDELMA LÚCIA DE CARVALHO

AVALIAÇÃO DA APLICABILIDADE DO MÉTODO DOS GRÁFICOS DE LIGAÇÕES NO ESTUDO DE ESCOAMENTOS TRANSITÓRIOS EM CONDUTOS FORÇADOS

Dissertação apresentada à
Escola Federal de Engenharia de
Itajubá para a obtenção do título de
Mestre em Engenharia

Itajubá
1995

IDELMA LÚCIA DE CARVALHO

Escola Federal de Engenharia
Biblioteca
MAUÁ
Itajubá

AVALIAÇÃO DA APLICABILIDADE DO MÉTODO DOS GRÁFICOS DE LIGAÇÕES NO ESTUDO DE ESCOAMENTOS TRANSITÓRIOS EM CONDUTOS FORÇADOS

Dissertação apresentada à
Escola Federal de Engenharia de
Itajubá para a obtenção do título de
Mestre em Engenharia

Itajubá
1995

IDELMA LÚCIA DE CARVALHO

AVALIAÇÃO DA APLICABILIDADE DO MÉTODO DOS GRÁFICOS DE LIGAÇÕES NO ESTUDO DE ESCOAMENTOS TRANSITÓRIOS EM CONDUTOS FORÇADOS

Dissertação apresentada à Escola Federal de Engenharia de Itajubá para a obtenção do título de Mestre em Engenharia

Área de Concentração:
Máquinas de Fluxo

Orientador:
Dr. Geraldo Lúcio Tiago Filho

Co-orientador:
Dr. Afonso Henriques Moreira Santos

Itajubá
1995

CLASS. 519.644:539.534(043.2)
CUTT. C.331a
PONTIFICIA 820

Ministério da Educação e do Desporto
ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ
Pró-Diretoria de Pesquisa e Pós-Graduação

A N E X O I I

FOLHA DE JULGAMENTO DA BANCA EXAMINADORA

Título da Dissertação **"Avaliação de Aplicabilidade do Método dos Gráficos de Ligações no Estudo de Escoamentos Transitórios em Condutos Forçados"**

Autor: IDELMA LÚCIA CARVALHO

JULGAMENTO

EXAMINADORES	CONCEITO	RUBRICA
1º	A+	
2º	A+	
3º	A+	
4º	XXXXXXXXXXXXXXXXXX	XXXXXXXXXXXXXXXXXX

Resultado Médio: Conceito Aprovada, ou seja, "Aprovada Com Distinção"

Observações:

Itajubá, 12 de Setembro de 1995.

Prof. Edevar Luvizotto Júnior
1º Examinador - UNICAMP

Prof. Afonso H. Moreira Santos
2º Examinador - EFEI

Prof. Geraldo Lúcio Tiago Filho
3º Examinador - EFEI - Orientador

Campus Prof. José Rodrigues Seabra - Av. BPS, 1303 - Bairro Pinheirinho - Itajubá-MG
CEP.: 37500-000 - Tel.: (035) 629 1118 e 629 1121 - Fax: (035) 622 3596

Carvalho, Idelma Lúcia
Avaliação da aplicabilidade do método dos gráficos de ligações no estudo de escoamentos transitórios em condutos forçados. Itajubá.1995

Dissertação (Mestrado) - Escola Federal de Engenharia de Itajubá. Departamento de Engenharia Mecânica.

1. Golpe de Aríete 2. Método dos gráficos de ligações. I Escola Federal Engenharia de Itajubá. Departamento de Engenharia Mecânica II. t

Às pessoas que se dedicam ao ensino e a pesquisa e a todas as pessoas que de uma forma ou de outra tem contribuído para o progresso no Brasil.

AGRADECIMENTOS

À Deus pelo dom da vida;

Ao Prof. Dr. Geraldo Lúcio Tiago Filho, pela amizade, pela sugestão do tema, orientação e apoio à concretização deste trabalho;

Ao Prof. Dr. Afonso Henriques Moreira Santos, pela amizade, pelo incentivo e co-orientação neste trabalho;

Ao Prof. Genésio José Mennon, pela amizade e apoio no início da minha pós-graduação;

Aos demais professores do curso de pós-graduação pela amizade e dedicação nas referidas disciplinas;

A Universidade de Alfenas pelo apoio prestado durante o período do curso;

Ao engenheiro Edson, pelo apoio prestado na parte computacional do programa desenvolvido;

Ao engenheiro Evandro, pelo apoio na execução da parte gráfica do programa desenvolvido;

À Maria Bernadete e Sebastião pela confecção dos desenhos;.

À Luís Plínio, por parte da digitação deste trabalho;

Aos meus pais José Maximiano e Maria do Carmo, que sempre estiveram ao meu lado em mais uma etapa da minha vida.

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 - GENERALIDADES SOBRE TRANSITÓRIOS HIDRÁULICOS

1.1 - Introdução.....1
1.2 - Objetivo do Trabalho.....4
1.3 - Causas dos Transitórios Hidráulicos.....4
1.4 - Propagação das Ondas de Pressão.....5
1.5 - Tempo de Manobra.....7
1.6 - Definições e Conceitos Básicos.....8

CAPÍTULO 2 - EQUAÇÕES FUNDAMENTAIS PARA O ESCOAMENTO TRANSITÓRIO

2.1 - Introdução.....10
2.2 - Equação da Continuidade.....10
2.3 - Equação da Quantidade de Movimento.....18
2.4 - Celeridade das Ondas de Pressão.....23
2.4.1 -Tubulações de Parede Fina.....23
2.4.2 - Tubulações de Parede Espessa.....24
2.4.3 - Túneis Circulares.....25
2.4.4 - Túneis em Aço Circulares.....25
2.4.5 - Túneis de Concreto.....25
2.4.6 - Tubulações de Plásticos.....25
2.4.7 - Túneis com Seções não Circulares.....26

CAPÍTULO 3 - MÉTODO DAS CARACTERÍSTICAS

3.1 - Considerações Gerais.....27
3.2 - Equações de Diferenças Finitas.....30

3.3 - Condições de Contorno.....33
3.3.1 - Reservatório de Nível Constante.....36
3.3.2 - Válvula na Extremidade de Jusante.....36
3.3.3 - Tubulações em Série.....38
3.4 - Condições de Consistência, Convergência e Estabilidade 39
3.5 - Seleção de Incremento de Tempo para Sistemas Complexos.....40
3.6 - Perda de Carga.....41
3.7 - Fluxograma Básico.....42

CAPÍTULO 4 - MÉTODO DOS GRÁFICOS DE LIGAÇÕES

4.1 - Generalidades.....45
4.2 - Modelagem dos Sistemas Dinâmicos.....45
4.3 - Elementos Básicos dos Gráficos de Ligações.....47
4.3.1 - Variáveis de Estado 47
4.3.2 - Variáveis de Energia.....48
4.3.3 - Elemento de ligação 49
4.3.4. - Elementos dos Sistemas Ativos e Passivos.....50
4.3.4.1- Resistência 50
4.3.4.2 - Capacitância..... 51
4.3.4.3 - Inertância.....54
4.3.4.4 - Tetraedro das Variáveis de Estado.....57
4.3.4.5 - Fontes.....58
4.3.5 - Elementos Transformadores.....59
4.3.6 - Elementos de Junções.....61
4.3.6.1 - Junção de Tipo "0".....61
4.3.6.2 - junção do tipo "1".....62
4.4 - Causalidades 65
4.5 - Construção dos Gráficos de Ligações.....68
4.5.1 - Passos para se Construir os Gráficos de Ligações.....68

4.5.2 - Exemplos de Gráficos de Ligações.....69
4.5.2.1 - Construção para os Gráficos de Ligações do Circuito Elétrico 69
4.5.2.2 - Construção dos Gráficos de Ligações para o Sistema Mecânico de Translação Massa-Mola 71
4.5.2.3 - Construção dos Gráficos de Ligações para o Sistema Hidráulico 73
4.6 - Formulação das Equações de Estado.....75
4.7 - Técnica Modelagem de uma Tubulação Condutora Através dos Gráficos de Ligações.....80
4.7.1 - Introdução.....80
4.7.2 - Resistência Fluída.....82
4.7.2.1 - Resistência Fluída Devido a Dissipação de Energia no Trecho Considerado 82
4.7.2.2 - Resistência Fluída Devido as Perdas de Cargas Localizadas 85
4.7.3 - Capacitância Fluída.....86
4.7.3.1 - Capacitância Fluída Devido a Compressibilidade do Fluído.....88
4.7.3.2 - Capacitância Fluída Devido a Deformabilidade do Tubo.89
4.7.3.3 - Capacitância Equivalente 91
4.7.3.4 - Capacitância Volumétrica.....94
4.7.4 - Inertância Fluída.....95
4.8 - Fontes de Vazão e Pressão.....98
4.9 - Grandezas na Forma Admensional.....99
4.9.1 - Elementos dos Gráficos de Ligações Expressos em p.u 100
4.9.1.1 - Inertância Fluída em p.u.....100
4.9.1.2 - Capacitância Fluída em p.u.....102
4.9.1.3 - Resistência Fluída em p.u.....103
4.9.1.4 -Fontes de Vazão e Pressão em p.u.....104

4.10 - Modelagem da Lei de Manobra 105
4.10.1 - Considerações Iniciais 105
4.10.2 - Modelagem da Lei de Manobra da Válvula 106
4.11 - Modelagem de uma Tubulação Condutora 111
4.12 - Número de Trechos do Conduto para Modelagem do Sistema 116
4.13 - Tipos de Discretização 118

CAPÍTULO 5 - APLICAÇÕES DOS MODELOS PROPOSTOS

5.1 - Comparação dos Modelos Obtidos na Literatura 120
5.1.2 - Exemplo 1 (Streeter) 120
5.1.3 - Exemplo 2 (Chaudhry) 126
5.1.4 - Exemplo 3 (Watt) 131
5.1.5 - Exemplo 4(Banco de Ensaio) 135
5.1.6 - Exemplo 5 (Hidrelétrica de Cubatão) 140
5.1.7 - Exemplo 6 (Koelle) 145
5.2 - Comparação dos Resultados Obtidos pelos Métodos dos Gráficos de Ligações e das Características 150
5.3 - Discussão Sobre os Critérios de Discretização do Tubo 154
5.4 - Discussão Sobre o Incremento do Tempo 156

CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES E SUGESTÕES

6.1 - Conclusões 158
6.2 - Sugestões 160

BIBLIOGRAFIA 161

LISTA DE FIGURAS

CAPÍTULO 1

1.1 - Propagação de ondas de pressão após o fechamento da válvula 6

1.2 - Variação de pressão na válvula com atrito 7

1.3 - Variação de pressão na válvula sem atrito.....7

CAPÍTULO 2

2.1 - Volume de controle para a dedução da equação da continuidade 11

2.2 - Compressibilidade do fluído..... 12

2.3 - Esforços na parede de uma tubulação 14

2.4 - Diagrama para a dedução da equação do movimento 19

CAPÍTULO 3

3.1 - Linhas características 29

3.2 - Malha para a resolução pelo o método das características 30

3.3 - Condições de contorno 35

3.4 - Junções de tubos em série 38

3.5 - Fluxograma básico.....44

CAPÍTULO 4

4.1- Sistema de controle ..... .46

4.2 - Propriedade de superposição de sistemas lineares 47

4.3 - Representação gráfica de um elemento de ligação 48

4.4 - Símbolo da causalidade 49

4.5 - Símbolo convencional para um elemento de resistência 50

4.6 - Tipos de elementos resistivos.....51

4.7 - Símbolo convencional para o elemento de capacitância 52

4.8 - Lei constitutiva do elemento de capacitância 53

4.9 - Tipos de elementos capacitivos 53

4.10 - Convenções para um elemento de inertância 54

4.11 - Lei constitutiva do elemento de inertância 56

4.12 - Tipos de inertância 56
4.13 - Tetraedro de estado 57
4.14 - Inter- relações das variáveis de estado e energia nos elementos I, C e R 57
4.15 - Representação convencional das fontes 58
4.16 - Representação convencional do elemento transformador 59
4.17 - Representação convencional do elemento de transformação indireta 60
4.18 - Representação convencional da junção de tipo "0" 61
4.19 - Elementos de junção do tipo "0" 62
4.20 - Representação convencional da junção do tipo "1 " 62
4.21 - Elementos de junção do tipo "1" 63
4.22 - Convenções de causalidade 65
4.23 - Causalidade assinaladas nas fontes 66
4.24 - Causalidade de caráter integrativa e derivativa nos elementos de ligações 66
4.24 - Causalidade de caráter restrita 67
4.26 - Causalidade de caráter arbitrário 68
4.27 - Construção dos gráficos de ligações para o circuito elétrico-RLC 70
4.28 - Construção dos gráficos de ligações para um sistema Massa-mola com dissipação de energia 72
4.29 - Construção para os gráficos de ligações do sistema hidráulico 74
4.30 - Procedimentos para a obtenção das equações de estado a partir dos gráficos de ligações 76
4.31 - Resistência fluída devido ao atrito 83
4.32 - Resistência fluída em trechos curto 85
4.33 - Capacitância fluída 87
4.34 - Capacitância fluída devido a compressibilidade do tubo 88
4.35 - Capacitância fluída devido a deformabilidade do tubo 90
4.36 - Capacitância equivalente 91
4.37 - Capacitância fluída devido a variação do volume em um tanque volumétrico 94
4.38 - Inertância fluída 95
4.39 - Fontes de pressão 98

4.40 - Fontes de vazão 99
4.41 - Linearização da lei de manobra da válvula 105
4.42 - Lei de manobra da válvula 110
4.43 - Lei de manobra da válvula cuja causalidade indica um ganho 111
4.44 - Trecho de um tubo 112
4.45 - Gráfico de ligações de um trecho finito de uma tubulação 112
4.46 - Gráfico de ligações da junção "1" 114
4.47 - Gráfico de ligações da junção "0" 114
4.48 - Número de trechos de um conduto 117
4.49 - Alternativas de gráfico de ligações para representar um trecho de tubo 119
CAPÍTULO 5
5.1 - Exemplo proposto por Streeter 121
5.2 - Curva de fechamento do modelo proposto por Streeter 121
5.3 - Gráfico de ligações do exemplo proposto por Streeter discretizado em 3 trechos 123
5.4 - Gráfico de ligações do exemplo proposto por Streeter discretizado em 8 trechos 124
5.5 - Resultados obtido da simulação do exemplo 1 através do método das características e método dos gráficos de ligações discretizado em 3 e 8 trechos .125
5.6 - Exemplo proposto por Chaudhry 126
5.7 - Curva de fechamento do exemplo proposto por Chaudhry 127
5.8 - Gráficos de ligações do exemplo proposto por Chaudhry discretizado em 2 trechos 128
5.9 -Gráfico de ligações do exemplo proposto por Chaudhry discretizado em 10 trechos 129
5.10 - Resultado obtido da simulação do exemplo 2 através do método das características e método dos gráficos de ligações discretizado em 2 e 10 trechos 130
5.11 - Exemplo proposto por Watt 131
5.12 - Curva de fechamento do exemplo proposto por Watt 131

5.13 - Gráfico de ligações do exemplo proposto por Watt discretizado em 2 trechos...132
5.14 - Gráfico de ligações do exemplo proposto por Watt discretizado em 5 trechos ..133
5. 15 - Resultado obtido da simulação do exemplo 3 através do método das características e método dos gráficos de ligações discretizado em 2 e 5 trechos.....134
5.16 - Exemplo do Banco de Ensaio.....135
5.17 - Curva de fechamento do Banco de Ensaio.....136
5.18 - Gráfico de Ligações do Banco de Ensaio discretizado em 4 trechos.....137
5.19 - Gráfico de ligações do Banco de Ensaio discretizado em 8 trechos 138
5.20 - Resultado obtido da simulação do exemplo 4 através do método das características método dos gráficos de ligações discretizado em 4 e 8 trechos...139
5.21 -Exemplo da Hidrelétrica de Cubatão-SP 140
5.22 - Curva de fechamento da Hidrelétrica de Cubatão 141
5.23 - Gráfico de ligações da Hidrelétrica de Cubatão discretizado em 2 trechos.....142
5.24 - Gráfico de ligações da Hidrelétrica de Cubatão discretizado em 12 trechos.....143
5.25 - Resultado obtido da simulação do exemplo 5 através do método das características e método dos gráficos de ligações discretizado em 2 e 12 trechos 144
5.26 - Exemplo proposto por Koelle 145
5.27 - Curva de fechamento do exemplo proposto por Koelle 146
5.28 - Gráficos de ligações do exemplo proposto Koelle discretizado em 2 trechos 147
5.29 - Gráfico de ligações do exemplo proposto por Koelle discretizado em 5 trechos 148
5.30 - Resultado obtido da simulação do exemplo 6 através do método das características e método dos gráficos de ligações discretizado em 2 e 5 trechos 149
5.31 - Período de uma onda 156

LISTA DE QUADROS E TABELAS

QUADROS:

CAPÍTULO 4

4.1 - Elementos básicos dos gráficos de ligações.....64

4.2 -- Variáveis referentes ao sistema hidráulico.....81

TABELAS:

CAPÍTULO 5

5.1 - Dados fornecidos do exemplo 1 121

5.2 - Cálculo da inertância, capacitância e resistência do exemplo 122

5.3 - Dados fornecidos do exemplo 2.....126

5.4 - Cálculos da inertância capacitância e resistência do exemplo 2 127

5.5 - Dados fornecidos do exemplo 3.....131

5.6 - Cálculo da inertância , capacitância e resistência do exemplo 3.....132

5.7 - Dados fornecidos do exemplo 4 135

5.8 - Cálculo dos parâmetros de inertância, capacitância e resistência do exemplo 4 .136

5.9 - Dados fornecidos do exemplo 5.....140

5.10 - Cálculos dos elementos de inertância a, capacitância e resistência do exemplo 5 141

5.11 - Dados fornecidos do .exemplo 6.....145

5.12 - Cálculo dos elementos de inertância, capacitância e resistência do exemplo 6...146

5.13 - Obtenção da sobrepressão máxima no método dos gráficos de ligações 150

5.14 - Resultados da sobrepressão máxima obtidos nos exemplos considerados 151

5.15 - Resultados da sobrepressão mínima obtidos nos exemplos considerados 153

5.16 - Freqüência natural de excitação para os exemplos considerados 154

5.17 - Relação entre a freqüência natural e o incremento do tempo no método dos gráfico de ligações.....157

LISTA DE SÍMBOLOS

a celeridade da onda de pressão [m /s]
a aceleração $[m/s^2]$
A área $[m^2]$
A matriz dos coeficientes das variáveis de estado
Av área de abertura da válvula $[m^2]$
B matriz dos coeficientes das variáveis de estado
B grandeza definida na equação(3.19)
$\vec{B}$ vetor das forças de campo
cd coeficiente de vazão
C capacitância
$\overline{C}$ capacitância fluída unitária [p.u]
C_{eq} capacitância equivalente
CM,CP constante da equação característica
C+ equação características de inclinação positiva
C- equação característica de inclinação negativa
CV grandeza definida na equação (3.43)
c_1 constante relacionada ao tipo de engastamento
d derivada total
D diâmetro
D_1 ,D_2 diâmetro da seção 1 e 2 respectivamente [m]
D_{12} diâmetro médio entre a seção 1 e 2 [m]
e esforço- variável de estado
e_w espessura da parede do tubo
E modulo de elasticidade do material $[N/m^2]$
Ec energia cinética
Ep energia potencial
Er módulo de elasticidade da rocha $[Kgf/m^2]$
E(t) variável relacionada a fonte de esforço
F força [N]
F(t) variável relacionada a fonte de fluxo
$\vec{F}_S$ força de superfície
f fluxo variável de estado
f_a fator de atrito
g aceleração da gravidade
G ganho, G = 1/R

Gy	girador, transformador indireto
H	carga hidráulica [mca]
H_o	carga hidráulica tomada como referência
H_p	carga hidráulica transitória
H_R	nível do reservatório [m]
H(x,t)	carga hidráulica transitória referente a posição x em função do tempo, t, em [mca]
hf	perda de carga [m]
I	inertância
$\bar{I}$	inertância fluída unitária [p.u]
i	corrente elétrica
k	módulo de elasticidade do volumétrica do fluído
K	rugosidade absoluta [m]
L	comprimento [m]
L_o	comprimento tomado como referência [m]
m	massa [kg]
$\bar{m}$	módulo de transformação
N	número de trechos do tubo
Ns	número de seções do tubo. Ns = N+1
p	pressão [Pa]
p(x,t)	pressão transitória referente a posição, x e ao tempo,t
P	potência
Pp	momentum - variável de energia
$\dot{P}p$	derivada do momentum
p.u	por unidade
q	deslocamento, variável integral generalizada
Q	vazão $[m^3 / s]$
$\dot{Q}$	volume , mesmo que derivada no tempo da vazão $\dot{Q} = \frac{dQ}{dt}$
Q_o	vazão tomada como referência
Qp	vazão transitória
Q(x,t)	vazão transitória referente a posição x e o tempo,t
R	grandeza definida na equação (3.20)
R	resistência elétrica, mecânica, hidráulica
$\bar{R}$	resistência fluída unitária
Re	número de Reynolds
Se	fonte de esforço
$\bar{S}e$	fonte de esforço unitária
Sf	fonte de fluxo
$\bar{S}f$	fonte de fluxo unitária
t	tempo [s]
TF	transformador direto
U(t)	vetor coluna correspondente as variáveis de excitação
v	velocidade [m/s]

$\dot{v}$ aceleração , mesmo que derivada no tempo da velocidade $\dot{v} = \frac{dv}{dt}$

v_o velocidade inicial em regime permanente [m/s]

v_1 ,v_2 velocidade do fluído na seção 1 e 2 respectivamente [m/s]

$\forall$ volume [m^3]

$\dot{\forall}$ derivada do volume no tempo

$\forall c$ volume de controle

x posição da seção considerada [m]

x comprimento unitário $x = x / L_o$ em pu

$\dot{x}$ derivada do espaço no tempo

X matriz coluna referente as variáveis de estado

$\dot{X}$ vetor coluna correspondente as variáveis de co-energia

W_n freqüência natural

W_e freqüência de excitação

Caracteres Gregos

α ângulo [graus]

Δ variação de uma grandeza

Δp variação de pressão

Δt variação do tempo

Δx comprimento de um trecho na malha de cálculo [m]

σc tensão circunferência

ε deformação relativa

ψ coeficiente permissível para a variação da celeridade

λ valor real qualquer

$\varnothing$ função arbitrária

∂/∂ derivada parcial

θ ângulo de inclinação

τ_o tensão de cisalhamento

ρ massa específica do fluído [Kg / m^3]

μ coeficiente de Poisson
viscosidade dinâmica [kg/m.s]

σc tensão circunferencial do tubo [Kgf / cm^2]

τ parâmetro admensional representando a posição da válvula

$\sqrt{}$ viscosidade cinemática, $\sqrt{} = \mu / \rho g$ [m^2 / s]

ω velocidade angular [rd /s]

Ω módulo de giração

RESUMO

O golpe de aríete é um fenômeno transitório de variação de pressão e de vazão que ocorre ao longo de um conduto forçado, ocasionado pela ação de algum órgão de controle do sistema hidráulico. A determinação da pressão, p(x,t) e da vazão, Q (x,t) , ao longo do conduto só é possível a partir de um sistema de equações diferenciais do tipo hiperbólico, tendo a pressão e a vazão como incógnitas e a posição, x, e o tempo, t, como variáveis independentes .

Este sistema de equações diferenciais não possui solução analítica, necessitando portanto de métodos numéricos aproximados como por exemplo o método das características bastante utilizado em toda modelagem do escoamento transitório.

Entretanto com o avanço da informática, tem surgido novas técnicas no equacionamento e modelagem das equações de estado .

Este trabalho de dissertação de mestrado procura verificar a adequabilidade do uso das equações de estado, através do Método dos Gráficos de Ligações, na modelagem de escoamento transitório em condutos forçados . O estudo se justifica na medida que esta técnica bastante utilizada na modelagem de sistemas de controle a necessitando a interação entre o controle e o comportamento do escoamento do conduto onde se deseja a ação do controle. Trata-se de um método por analogia com sistemas de outras natureza, faz uma abordagem generalizada das equações de estado baseando-se no fluxo de potência entre os componentes do sistema.

ABSTRACT

The water- hammer is a transitory phenomenom of pressure, caused by the action of an instrument of control system. The determination of the pressure, p (x,t) and discharge, Q (x,t), in the conduct is only possible using a system of hyperbolical diferential equations, having the pressure and discharge as unknow and position, x, and time,t, are the independent variables .

This sistem of diferential, equations don't have an exact solution, therefore utilizing methods of aproximate numerical, as the example of the characteristics methods, highly used in all the modeling of the transient flow.

But with the advances of computer tecnology, many new technics have been presented in the equations and modelling of the equations of state.

This is paper tries to acertain the adequacy use of the state equations, though the bond-graphs method, in the modelling of transient flow in conducts under pressure . This study is justified because this technic is widedy utilized in the control modelling systems, needing the internaction between the control and outflow reaction of the conduct in wich the action control is desired .

It is a method in wich, by analogy with system of other natures, gives a general idea to the state equations based on the flow power among the system components.

CAPÍTULO 1

-GENERALIDADES SOBRE TRANSITÓRIOS HIDRÁULICOS-

1.1 Introdução

O escoamento transitório vem sendo estudado desde meados do século XIX em propagação de ondas de velocidade do som no ar. Até a década de 60, os recursos disponíveis para a resolução do transitório hidráulico, necessitavam de simplificações para o acesso ao resultado do problema em questão.
Atualmente com a crescente evolução tecnológica, pode-se modelar um fenômeno físico, reproduzindo quase sempre a situação real do problema proposto, de maneira simplificada e acessível .
O estudo transitório é de grande importância em projetos de sistemas hidráulicos, onde são analisadas diversas situações operacionais de maneira a verificar se o tipo de manobra é adequado ao resultado desejado, isto é, se as pressões extremas e o tempo em que ocorre transitório são compatíveis com a instalação analisada . Estas simulações podem apresentar uma economia no dimensionamento dos componentes do sistemas, como condutos e dispositivos adicionais que atenuam a resposta do transiente.

O escoamento transitório em condutos são regidos pela equação da continuidade e quantidade de movimento, equações de estado e outras propriedades físicas. Para a resolução destas equações são empregados diversos métodos clássicos e outros métodos de simulação que se destacam pela facilidade de programação de sistemas complexos e análise dos resultados obtidos.

A seguir descrevem-se os métodos usados na resolução de problemas transitórios :

- Método Gráfico
- Método Algébrico
- Método Implícito
- Método Explicito
- Método das Características

O **Método Gráfico**, foi intensamente utilizado para solução de problemas transitórios hidráulicos até a década de 1960 e as publicações de BERGERON (1960), seu precursor, e PARMAKIAN (1963) foram bastante completadas. Apresenta-se como um caso particular do método das características, onde o atrito do sistema é desprezado ou considerando-se a perda de carga concentrada nas fronteiras. Este método apresenta vantagens sob o ponto de vista didático, por permitir conceituar o fenômeno físico e facilidade na interpretação das condições de fronteira . Sua utilização mostra a correspondência entre as variáveis independentes (x , t) e variáveis dependentes (H , Q). Esta correspondência é utilizada para localizar os pontos no plano (H , Q) de forma gráfica mediante o traçado das retas, é analogamente utilizado no processo computacional na solução numérica das equações .

O **Método Algébrico**, é também considerado como caso particular do método das características, transforma as equações características C+ e C-, nas chamadas equações algébricas de golpe de aríete. Apresentando vantagens na facilidade de programação de tal forma que as soluções de problemas simples podem ser obtidos por calculadora. Esse método pode ser aplicado à vários trechos selecionando-se adequadamente o incremento do tempo.

O **Método Implícito,** é um procedimento de diferenças finitas empregados na solução de problemas transitórios. É usado regularmente na solução de problemas transitórios em escoamento à superfície livre, aplicados em situações onde a força de inércia não são tão importantes quanto ao efeito capacitivo. A vantagem do método está na escolha da malha de cálculo podendo-se utilizar maiores intervalos de tempo, uma vez que não há restrições a obtenção da condição de estabilidade, entretanto é necessário reduzir as dimensões da malha para que haja convergência mais rápida da solução numérica. As desvantagens inerentes ao processo iterativo aplicados ao sistema de equações superam as vantagens que obtem-se com a liberdade da escolha da malha , razão pela qual este método não é normalmente utilizado no estudo de escoamento transitórios em condutos forçados.

O **Método Explícito, é** um procedimento de diferenças finitas também empregado na solução de problemas transitórios em escoamentos à superfície livre. A vantagem do

método explicito está na possibilidade da escolha da abertura da válvula e definição da malha de cálculo.

Sendo o método das características obrigatória a satisfação da equação de Friedrich-Courant, fora desta condição será necessária a utilização de um processo interpolação numérica a qual dificulta a solução e produz o amortecimento do transitório, fato pelo o qual deve ser evitado, STREETER (1978).

O **Método das Características** apresenta-se mais favorável para a solução de problemas transitórios em condutos. É um método mais trabalhoso e amplo do ponto de vista hidráulico, sendo as condições de contorno facilmente resolvidas, apresentando-se resultados exatos, pois embora os outros métodos sejam mais simples, apresentam-se limitações.

Segundo KOELLE (1989), o método das características é justificado por permitir a formulação do sistema de equações que regem o escoamento transitório, no qual é evidenciado a propagação do fenômeno físico segundo as retas características no plano (x,t) de inclinações

$$\frac{dx}{dt} = \pm a \qquad (1)$$

Em KOELLE (1989) são apresentados os resultados obtidos na simulação de transitórios hidráulicos em condutos usando os métodos Implícito, Explícito e das Características . Considerou-se um sistema simples constituído de reservatório, conduto uniforme e válvula de fechamento instantâneo completo.

São desprezados todos os efeitos de perda de carga, f = 0 .

De acordo com os resultados obtidos na simulação chegou-se a seguinte conclusão :

- No método das Características para o número de Courant, Cr = 1 não há interpolação, pois as retas características passam pelos pontos da malha de cálculo e para Cr < 1 tanto maior será a interpolação numérica quanto menor for o valor de Cr.

- No método Explícito somente para Cr = 1 a perturbação se propaga de acordo com a situação física real.

- No método Implícito os resultados da aplicação são fisicamente incompatíveis com a realidade mesmo para Cr = 1 .

1.2 Objetivo do trabalho

Com o avanço da área numérica computadorizada, novas técnicas tem sido empregadas na solução e representação do equacionamento dos sistemas dinâmicos, dentre elas destaca-se o Método dos Gráficos de Ligações ("Bond Graphs") criado no final da década de 50 por H. M Paynter e desenvolvida nos anos 60 por D. C Karnopp e. G Rosemberg, SPERANZA NETO (1992).

Este método permite uma abordagem de forma generalizada das técnicas de modelagem, baseada no fluxo de potência entre os componentes dos sistemas, que além de atender a necessidade específica de cada área e permite que se faça a interação entre de sistemas de natureza físicas distintas.

O objetivo deste trabalho de dissertação é verificar a aplicabilidade do Método dos Gráficos de Ligações aplicados na modelagem do escoamento transitório em condutos forçados, causados por uma determinada lei de manobra de uma válvula, desenvolvendo-se um estudo comparativo ao método das características onde serão analisados a sobrepressão máxima, a sobrepressão mínima e o instante em que estas ocorreram.

Este trabalho procura estabelecer critérios de discretização da malha de cálculo, discutida nos trabalhos de SOUZA JÚNIOR (1993) e TIAGO FILHO (1994), não estabelecendo parâmetros para o cálculo do número de trechos.

O estudo justifica se na medida que esta técnica bastante utilizada na modelagem de sistemas de controle a necessitando a interação entre o controle e o comportamento do escoamento do conduto onde se deseja a ação do controle .

1.3 Causas dos Transitórios Hidráulicos

Os transitórios hidráulicos são causados pela variação nas condições de contorno, em um instante qualquer, este tempo é insignificante quando comparado ao regime permanente, entretanto havendo maiores solicitações neste período, que é importância fundamental no dimensionamento dos sistemas. Dentre os vários tipos de condições de contorno que causam o transitório destacam-se :

- mudança na abertura da válvula

- parada ou partida de bombas ou turbinas
- mudança da cota ou ondas no reservatório
- instabilidade no tubo de sucção, devido ao vórtice.

1.4 Propagação das ondas de pressão

Tem-se um sistema composto de um reservatório de nível constante na extremidade de montante de um conduto de comprimento, L e diâmetro, D , na extremidade de jusante um dispositivo de fechamento instantâneo. O sistema está funcionando em regime permanente com um a vazão, Q_o, e velocidade, v_o .

Ao se fechar instantaneamente o obturador, como o fluído e o conduto são deformáveis, as camadas do líquido vão se comprimindo concomitantemente com a dilatação do conduto em seqüência de jusante para a montante, dando origem a uma onda de pressão que se propaga com celeridade " a" a qual depende do módulo de elasticidade do liquido "k" e do módulo de elasticidade do material do conduto "E", e das condições de ancoragem da tubulação, ci figura (1.1).

No instante $T = \frac{L}{a}$ [s], a onda de pressão atinge o reservatório, R, instante em que todo o líquido do conduto está comprimido, nesse instante, $t_o + T$ a entrada do reservatório está sobre pressão, ρgh e na extremidade de jusante ρgh +Δp, onde há entrada do líquido no reservatório devido a diferença de pressão, dando origem a uma onda de pressão que se propaga para a jusante com celeridade, -a.

No instante $t_o + 2T$, o líquido no conduto está descomprimido e com velocidade, $-v_o$ surge uma onda de descompressão que se propaga de para a montante com celeridade,a.

No instante $t_o + 3T$ a onda de descompressão atinge o reservatório com pressão ρ g h, e na extremidade de jusante ρgh - Δp, sendo a massa líquida impulsionada para dentro do conduto, restabelece-se o regime permanente das camadas sucessivas até atingir o obturador no instante $t_o + 4T$.

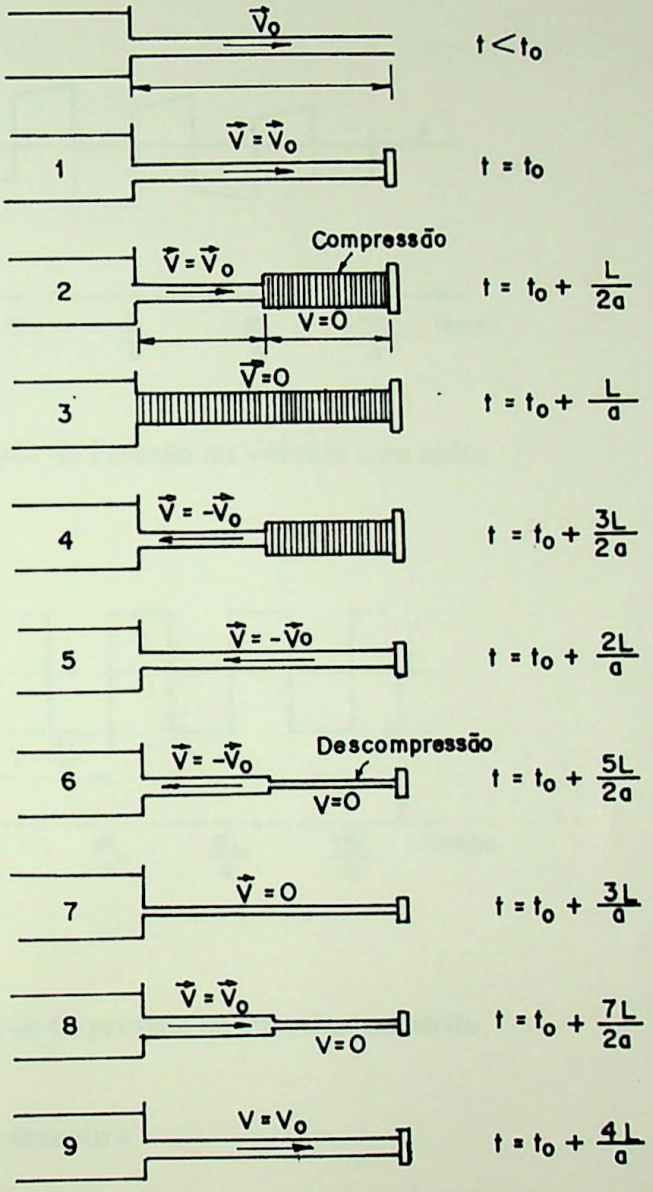


Figura 1.1- Propagação de ondas de pressão após o fechamento da válvula, PIMENTA(1981).

O fenômeno é periódico com períodos de 4T [s], formando ondas de pressão e descompressão que se sucedem até o amortecimento total devido as perdas por atrito no fluído e conduto, figura (1.2) .

Em tubulações onde não há atrito, o processo se repete indefinidamente, figura (1.3).

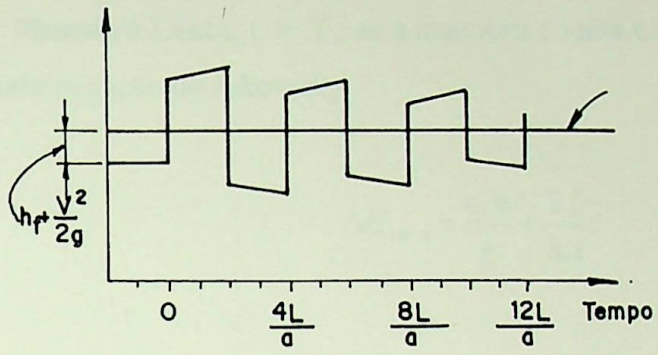


Figura 1.2- Variação de Pressão na Válvula com atrito

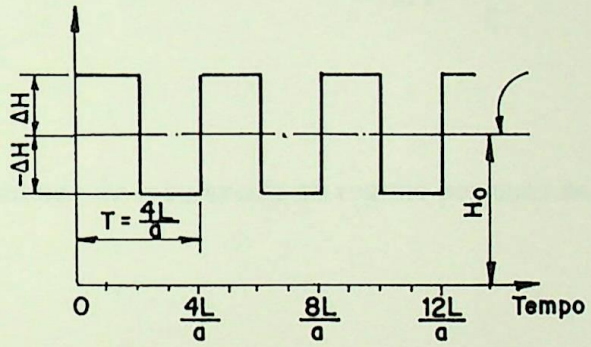


Figura 1.3 - Variação de pressão na válvula sem atrito

1.5 Tempo de manobra

Uma perturbação provocada por uma manobra numa extremidade de um tubo propaga-se até a outra extremidade, onde reflete e retorna ao ponto de origem após um determinado tempo definido pela equação:

$$T = \frac{2L}{a} \tag{1.2}$$

sendo:

L - comprimento do conduto;

a - celeridade da onda de pressão.

Pode-se classificar o tempo de fechamento da válvula, t em:

Manobra Lenta, t > T , se a manobra é lenta e linear a sobrecarga máxima é dada pela equação de Jukovisky:

$$\Delta H_{máx} = \frac{a.v}{g} + \frac{2L}{a.t}. \qquad (1.3)$$

Manobra Rápida, t < T, na manobra rápida a sobrepressão máxima é dada por:

$$\Delta H_{máx} = \frac{a.v}{g} \qquad (1.4)$$

sendo:

v_o a velocidade de escoamento no regime permanente.

1.6 Definições e Conceitos Básicos

Escoamento Permanente e não Permanente

Segundo o definido em STREETER (1978), em uma instalação hidráulica o escoamento é dito permanente quando as condições em qualquer ponto do fluído, a pressão e a velocidade não variam com o tempo. O escoamento permanente é um caso especial do escoamento não permanente, cuja a pressão e a velocidade variam com o tempo em qualquer ponto.

Escoamento Uniforme e não Uniforme

O escoamento permanente é uniforme, quando as condições permanecem constantes, isto é , a velocidade média em uma dada seção é a mesma a cada instante, sendo que o escoamento não uniforme a velocidade varia ao longo do conduto.

Escoamento Transitório ou Transiente ou Golpe de Aríete

Segundo SOUZA (1989), Golpe de Aríete (Transitório Hidráulico) é o termo técnico usado para designar o fenômeno da variação de pressão que se verifica num conduto forçado quando a velocidade do escoamento é modificada pela a ação de um equipamento hidromecânico (por exemplo uma válvula) .

Oscilação de Massa

É utilizado como sinônimo de Golpe de aríete quando se desprezam a elasticidade do fluído e do conduto.

CAPÍTULO 2

- EQUAÇÕES BÁSICAS PARA O ESCOAMENTO TRANSITÓRIO -

2.1 Introdução

As equações diferenciais da quantidade de movimento e continuidade são desenvolvidas, visando a solução de transitórios hidráulicos em condutos forçados.
As variáveis dependentes são a pressão e a velocidade, numa determinada seção transversal da tubulação. As variáveis independentes são a posição, x, e o tempo, t; sendo as funções $p = p(x,t)$ e $v = v(x,t)$, que representando a dependência das variáveis de estado, pressão e velocidade, numa dada posição x, medida ao longo do eixo da tubulação, para um instante t genérico.

Segundo, STREETER(1989), no escoamento transitório em condutos forçados as equações fundamentais são apresentadas fazendo-se as seguintes considerações:

- escoamento unidimensional;
- a velocidade é uniforme em toda seção do tubo;
- a tubulação e o fluido são perfeitamente elásticos;
- as perdas de carga no regime transitório são as mesmas do regime permanente, calculadas através da expressão de Darcy- Weischbach;
- a pressão mínima do fluido é superior a pressão de vapor do líquido;
- o tubo permanece completamente cheio durante todo do tempo que ocorre o fenômeno transitório.

2.2 Equação da Continuidade

Segundo SOUZA (1978), a equação da continuidade é obtida a partir do princípio de conservação de massa, que na sua forma integral, aplicada a um volume de controle ,$\forall c$, como mostra a figura (2.1).

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{vc}\rho\, d\forall + \oint_{sc}\rho\vec{v}.d\vec{A} = 0 \qquad (2.1)$$

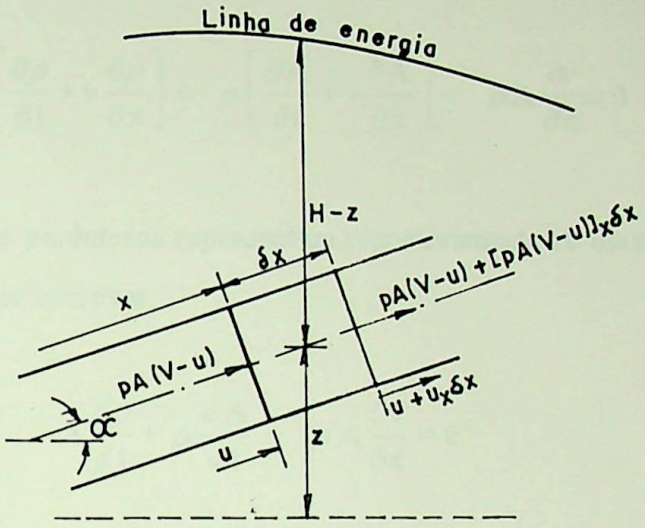


Figura 2.1- Volume de controle para a dedução da equação da continuidade.

Aplicando a equação (2.1) ao volume de controle da figura (2.1) obtêm-se:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho_{12} A_{12} \Delta x\right) + \rho_2 v_2 A_2 - \rho_1 v_1 A_1 \cong 0 \qquad (2.2)$$

onde:

ρ_1 e ρ_2 representam as massas específica média nas seções (1) e (2);

v_1 e v_2 as velocidades médias nas seções (1) e (2) ;

A_{12} a área média da seção do tubo no volume de controle, $\forall_c$;

ρ_{12} a massa específica média .

Dividindo-se a equação (2.2) por Δx e fazendo-se o limite para $\Delta x \rightarrow 0$, tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho A) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho A v) = 0 \qquad (2.3)$$

Efetuando-se as derivações indicadas na equação (2.3) e reagrupando-se os termos tem-se:

$$A\left[\frac{\partial \rho}{\partial t}+v\frac{\partial \rho}{\partial x}\right]+\ \rho\left[\frac{\partial A}{\partial t}+v\frac{\partial A}{\partial x}\right]+\ \rho A\frac{\partial v}{\partial x}=0 \qquad (2.4)$$

Sendo os termos entre parênteses representam respctivamente as derivadas totais de ρ e A, desta forma pode-se escrever:

$$A\frac{d\rho}{dt}+\rho\frac{dA}{dt}+\ \rho A\frac{\partial v}{\partial x}=0 \qquad (2.5)$$

Dividindo-se a equação (2.5) por ρA tem-se:

$$\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dt}+\frac{1}{A}\frac{dA}{dt}+\ \frac{\partial v}{\partial x}=0 \qquad (2.6)$$

A primeira parcela da equação (2.6) pode ser relacionada com o módulo de elasticidade volumétrica, k definido em, SOUZA(1989) por:

$$k\ =\ -\frac{dp}{\frac{d\forall}{\forall}} \qquad (2.7)$$

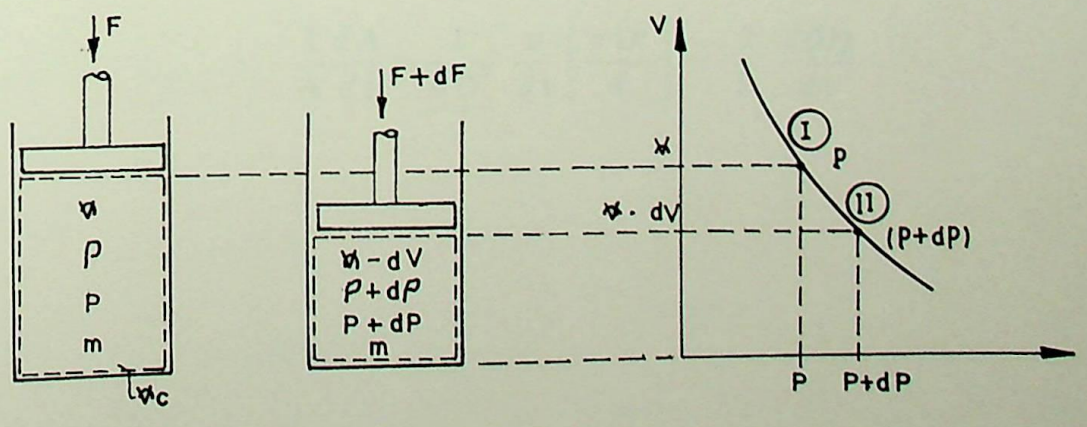


Figura 2.2 - Compressibilidade do Fluído

Da figura (2.2) pode-se observar que sendo constante a massa do fluído, ela é expressa por

$m = \rho . \forall$, assim pode-se escrever:

$$\rho \, d\forall + \forall \, d\rho = 0 \tag{2.8}$$

ou

$$\frac{d\forall}{\forall} = - \frac{d\rho}{\rho} \tag{2.9}$$

Das equações (2.7) e (2.9) tem-se:

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{1}{k} \, dp \tag{2.10}$$

Dividindo-se a equação (2.10) por dt tem-se:

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{k} \frac{dp}{dt} \tag{2.11}$$

A segunda parcela da equação (2.6), pode ser relacionada com a pressão interna do fluído e com as propriedades elásticas do material do conduto. Considerando o tubo dividido em duas seções como mostra a figura (2.3), pode-se introduzir o diâmetro, D, do conduto, fazendo:

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dt} = \frac{1}{\frac{\pi D^2}{4}} \frac{d}{dt} \left[\frac{\pi D^2}{4} \right] = \frac{2}{D} \frac{d(D)}{dt} \tag{2.12}$$

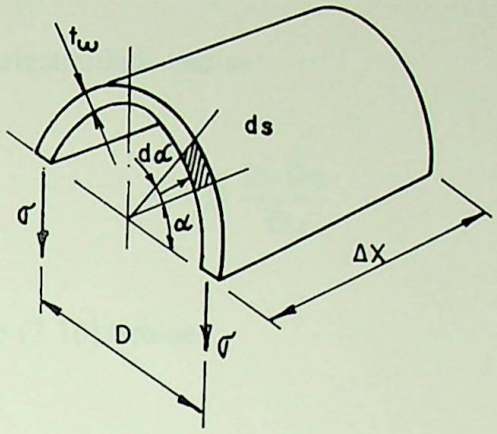


Figura 2.3 - Esforços na parede de uma tubulação

sendo:

σ_c a tensão circunferêncial da parede do tubo

e_w a espessura da parede do tubo

D o diâmetro da seção

p a pressão interna do fluído

α o ângulo de varredura

A condição de equilíbrio da seção de comprimento Δx mostrado na figura (2.3)é dado por:

$$2\sigma_c\, e_w\, \Delta x = 2\int_0^{\pi/2} p\,(\Delta x).(D/2).(d\alpha)\,\mathrm{sen}\,\alpha \qquad (2.13)$$

Integrando a equação (2.10) tem-se:

$$\sigma_c\, e_w = p(D/2)[-\cos\alpha]_0^{\pi/2} \qquad (2.14)$$

De onde a tensão circunferêncial é dada por :

$$\sigma_c = \frac{pD}{2e_w} \qquad (2.15)$$

Pela lei de Hooke da elasticidade tem-se:

$$\sigma_c = E \frac{D - Do}{Do} \tag{2.16}$$

Das equações (2.15) e (2.16) tem-se:

$$\frac{p D}{2 e_w} = E \frac{D - Do}{Do} \tag{2.17}$$

ou:

$$p \cdot D = 2 e_w \; E \frac{D - Do}{Do} \tag{2.18}$$

ou ainda:

$$p = 2 e_w E \left[\frac{1}{Do} - \frac{1}{D} \right] \tag{2.19}$$

Fazendo-se a derivada total da equação (2.19) tem-se:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{2 e_w E}{D^2} \frac{d(D)}{dt} \tag{2.20}$$

ou

$$\frac{d(D)}{dt} = \frac{dp}{dt} \cdot \frac{D^2}{2 e_w E} \tag{2.21}$$

substituindo-se a equação (2.21) na equação (2.12) tem-se:

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dt} = \frac{dp}{dt} \frac{D}{e_w E} \tag{2.22}$$

Substituindo as equações (2.11) e (2.22) na equação (2.6) tem-se:

$$\frac{1}{\mathrm{k}}\frac{dp}{d\mathrm{t}}+\frac{\mathrm{D}}{\mathrm{e}_w\mathrm{E}}\frac{dp}{d\mathrm{t}}+\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial \mathrm{x}}=0 \qquad (2.23)$$

ou:

$$\frac{1}{k}\frac{dp}{dt}\left[1+\frac{kD}{e_wE}\right]+\frac{\partial v}{\partial x}=0 \qquad (2.24)$$

Que dividida por (k/ρ) e convenientemente manipulada, fica na seguinte forma:

$$\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dt}+\frac{\left[\frac{k}{\rho}\right]}{1+\frac{k.D}{e_w..E}}\cdot\frac{\partial v}{\partial x}=0 \qquad (2.25)$$

Da equação (2.22) pode-se evidenciar a celeridade da onda de pressão que depende das propriedades do fluido (k, ρ), do material do tubo, E, e suas características geométricas (e_w, D)

$$a^2=\frac{\frac{k}{\rho}}{\left[1+\frac{k.D}{e_wE}\right]} \qquad (2.26)$$

ou:

$$\mathrm{a}=\frac{\sqrt{\frac{k}{\rho}}}{\sqrt{1+\frac{k\mathrm{D}}{\mathrm{e}_w\mathrm{E}}}} \qquad (2.27)$$

Pode-se então escrever a equação (2.25) de modo mais compacto.

$$\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dt}+a^2\frac{\partial v}{\partial x}=0 \qquad (2.28)$$

A equação (2.28) pode ser escrita na seguinte forma:

$$\frac{1}{\rho}\left[\frac{\partial p}{\partial t}+v\frac{\partial p}{\partial x}\right]+a^2\frac{\partial v}{\partial x}=0 \qquad (2.29)$$

ou ainda:

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial t}\left[1+v\frac{\partial p}{\partial x}/\frac{\partial p}{\partial t}\right]+a^2\frac{\partial v}{\partial x}=0 \qquad (2.30)$$

como:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)/\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right)=\frac{1}{a} \qquad (2.31)$$

Logo tem-se que a expressão entre colchetes da equação (2.30) tem valor praticamente unitário, sendo a velocidade, quando dividida pela celeridade das ondas é praticamente nulo, devido ao alto valor assumido pela celeridade das ondas de pressão. $\left(\frac{v}{a}\right)\prec\prec 1$

Desta forma pode-se escrever:

$$\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dt}+a^2\frac{\partial v}{\partial x}=0 \qquad (2.32)$$

Da equação (2.32) multiplicada por $\frac{\rho}{a^2}$ tem-se a seguinte expressão :

$$\frac{1}{a^2}\frac{dp}{dt}+\rho\frac{\partial v}{\partial x}=0 \qquad (2.33)$$

Logo a equação (2.32) pode ser escrita em função da carga hidráulica,H e vazão,Q , como é bastante comum em hidráulica.

Admitindo a carga cinética desprezível, a carga hidráulica pode ser escrita:

$$H = \frac{p}{\rho g} + z \tag{2.34}$$

Onde:

z é a cota do eixo do tubo na seção considerada

Então a primeira parcela da equação (2.32) fica:

$$\frac{1}{\rho}\ \frac{\partial p}{\partial t} = g\ \frac{\partial H}{\partial t} \tag{2.35}$$

Assim a equação (2.32) pode ser escrita:

$$g\ \frac{\partial H}{\partial t} + a^2\ \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \tag{2.36}$$

2.3 Equação da Quantidade de Movimento

Segundo SOUZA (1989), a equação do movimento é derivada para o escoamento de um fluído em um tubo deformado. A figura (2.4) mostra o elemento de fluído de uma seção transversal com área ,A e comprimento, Δx sendo a área função de x. O tubo é inclinado com a horizontal formando um ângulo α . As forças atuantes no sistema na direção x, são as forças de pressão normais as superfícies transversais, a força lateral exercida pelo tubo no fluído e a força cortante devido ao atrito do fluído .A força peso atua na direção de x, que é função da gravidade e a força de cisalhamento , τ_o age na direção de -x.

$$\vec{F}_s + \int_{vc} \rho \vec{B}\, d\forall = \frac{\partial}{\partial t} \int_{vc} \rho \vec{v}\, d\forall + \oint_{sc} \rho \vec{v} (\vec{v}.d\vec{A}) \tag{2.37}$$

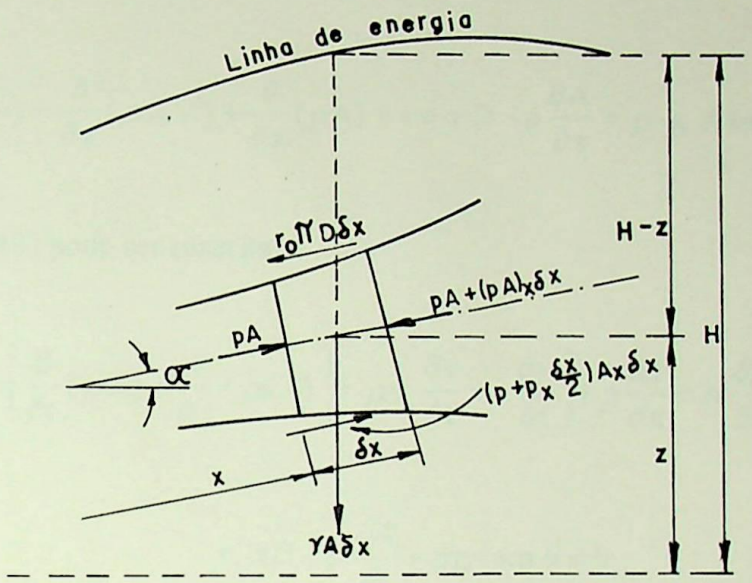


Figura 2.4 - Diagrama para a dedução da equação do movimento

Aplicando a equação (2.37) no volume de controle esquematizado na figura 2.4 , ela fica:

$$p_1 A_1 - p_2 A_2 - \tau_o \pi D_{12} \Delta x - p_{12}(A_1 - A_2) - \rho_{12} g A_{12} \Delta x \operatorname{sen}\theta \equiv \frac{\partial}{\partial t}(\rho_{12} v_{12} A_{12} \Delta x) - \rho_1 A_1 v_1^2 + \rho_2 A_2 v_2^2 \tag{2.38}$$

Dividindo-se a equação (2.38) por Δx, fazendo-se o limite para $\Delta x \to 0$, tem-se:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \left[\frac{\partial}{\partial t}(\rho_2 A_2 v_2^2) + \frac{\rho_2 A_2 v_2^2 - \rho_1 A_1 v_1^2}{\Delta x} + \frac{p_2 A_2 - p_1 A_1}{\Delta x} + \tau_o \pi D_{12} - p_{12} \frac{(A_2 - A_1)}{\Delta x} + \rho_{12} g A_{12} \operatorname{sen}\theta \right] \tag{2.39}$$

ou seja:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho A v)+\frac{\partial}{\partial x}(\rho A v^2)+\frac{\partial}{\partial x}(pA)+\tau_o \pi D - p\frac{\partial A}{\partial x}+\rho \cdot g\, A \operatorname{sen}\theta = 0 \qquad (2.40)$$

A equação (2.40) pode ser rescrita:

$$v\left[\frac{\partial}{\partial t}(\rho A)+\frac{\partial}{\partial x}(\rho v A)\right]+\rho A\left[\frac{\partial v}{\partial t}+v\frac{\partial v}{\partial t}\right]+p\frac{\partial A}{\partial x}+A\frac{\partial p}{\partial x}+$$

$$\tau_o \pi D - p\frac{\partial A}{\partial x}+\rho g A \operatorname{sen}\theta = 0 \qquad (2.41)$$

A primeira expressão entre colchetes da expressão (2.41) é nula, por ser exatamente a expressão de conservação de massa.

Dividindo-se a equação (2.41) por (ρ A)e simplificando tem :

$$\left[\frac{\partial v}{\partial t}+v\frac{\partial v}{\partial x}\right]+\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+g \operatorname{sen}\theta+\frac{\tau_o \pi D}{\rho A}=0 \qquad (2.42)$$

A última expressão da equação (242) pode ser modificada pela introdução do fator de atrito definido pela seguinte relação:

$$\frac{\tau_o}{\rho}=\frac{f_a\, v|v|}{8} \qquad (2.43)$$

Substituindo-se a equação (2.43) no último termo da equação (2.42) tem :

$$\frac{\tau_o \pi D}{\rho A}=\frac{f_a\, v|v| \pi D}{8A} \qquad (2.44)$$

A equação (2.44) pode ser escrita na seguinte forma:

$$\frac{\tau_o \pi D}{\rho A} = \frac{f_a v|v|}{2D} \qquad (2.45$$

A expressão entre parenteses da equação (2.42) pode ser simplificada

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial t}\left[1 + v\frac{\partial v}{\partial x} / \frac{\partial v}{\partial t}\right] \qquad (2.46$$

De acordo com a argumentação anterior a equação (2.46) pode escrita na seguinte forma:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial t}[1 + v/a] \qquad (2.47)$$

como a expressão $\frac{v}{a}$ tende para zero pode-se escrever:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial t} \qquad (2.48)$$

Substituindo a equações (2.45) e (2.48) na equação (2.42) obtem-se:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + g\,\mathrm{sen}\,\theta + \frac{f_a v|v|}{2D} \qquad (2.49)$$

Pode-se escrever a equação (2.49) em função da carga hidráulica. que é dada pela expressão(2.31) como :

$$H = \frac{P}{\rho g} + z$$

então :

$$\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{1}{\rho g}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial x} \qquad (2.50)$$

ou seja:

$$\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{1}{\rho g}\frac{\partial p}{\partial x} + \operatorname{sen}\theta \qquad (2.51$$

Multiplicando-se a equação (2.51) pela, aceleração da gravidade, g, tem-se:

$$g\,\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + g\,\operatorname{sen}\theta \qquad (2.52)$$

Substituindo-se a equação (2.52) na equação (2.49) obtem-se:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + g\frac{\partial H}{\partial x} + f_a\frac{v|v|}{2D} = 0 \qquad (2.53)$$

A equação (2.53) pode ser escrita em função da vazão, Q.

$$\text{como} \quad v = \frac{Q}{A} \qquad (2.54$$

Substituindo-se a equação (2.54) na equação (2.53) tem a seguinte expressão:

$$\frac{1}{A}\frac{\partial Q}{\partial t} + g\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{f_a Q|Q|}{2DA^2} = 0 \qquad (2.55)$$

A equação (2.55)representa a segunda equação do escoamento transitório em sistemas hidráulicos, em função da carga hidráulica, H, e da vazão,Q .

2.4 Celeridade das Ondas Pressão

A celeridade das ondas de pressão representa a velocidade de propagação do som em um meio fluído infinito , sendo representada pela compressibilidade, k e a massa específica,ρ pela seguinte expressão:

$$a = \sqrt{\frac{k}{\rho}} \tag{2.56}$$

Considerando-se o meio finito deve-se introduzir o elemento modificador de velocidade no denominador onde serão considerados, o módulo de elasticidade do material,E, as características geométricas do tubo, a espessura da parede, e_w e diâmetro, D, bem como a constante C_1, cujos os valores variam de acordo com a fixação, que será definida para casos especiais de aplicação em condutos. Ela é expressa por:

$$a = \frac{\sqrt{\frac{k}{\rho}}}{\sqrt{1 + \frac{k \cdot D}{e_w E} \cdot C_1}} \tag{2.57}$$

A seguir são mostrados as possibilidades de fixação do conduto da constante C_1, STREETER (1978).

1.4.1 Tubulações de paredes finas

São aquelas em que a relação $\frac{D}{e} \geq 25$

a) Tubulações engastadas com juntas de expansão:

$$c_1 = 1 \tag{2.58}$$

b) Tubulações engastadas à montante e à jusante:

$$c_1 = 1 - \mu^2 \tag{2.59}$$

c) Tubulações engastadas à montante:

$$c_1 = 1 - \frac{\mu}{2} \tag{2.60}$$

sendo: μ o coeficiente de Poisson.

2.4.2 Tubulações de paredes grossas

São aquelas em que a relação $\frac{D}{e} \leq 25$

a) Tubulações engastadas a montante

$$c_1 = \frac{2e_w}{D}(1+\mu) + \frac{D}{D+e_w}\left(1 - \frac{\mu}{2}\right) \tag{2.61}$$

b) Tubulações engastadas a montante e a jusante

$$c_1 = \frac{2e_w}{D}(1+\mu) + \frac{D}{D+e_w} \cdot (1-\mu^2) \tag{2.62}$$

c) Tubulações engastadas com juntas de expansão

$$c_1 = \frac{2e_w}{D}(1+\mu) + \frac{D}{D+e_w} \tag{2.63}$$

2.4.3 Tuneis Circulares

Em tuneis circulares a espessura da parede é muito grande, portanto a constante c_1, aproxima-se do valor

$$c_1 = \frac{2\,e_w}{D}\,(1+\mu) \tag{2.64}$$

2.4.4 Túneis Circulares em Aço

Túneis circulares em aço em contato com a rocha temos sua celeridade aumentada. Desprezando-se os coeficientes da rocha e do aço temos:

$$c_1 = \frac{2 \cdot E \cdot e_w}{E_R \cdot D + 2 \cdot E \cdot e_w} \tag{2.65}$$

sendo:
Er o módulo de elásticidade da rocha

2.4.5 Túneis de Concreto

A celeridade em um túnel de concreto é estimada calculando-se a espessura equivalente a tubulação de aço e considerando-se a constante $c_1 = 1$

2.4.6 Tubulações de Plásticos

São usadas as mesmas expressões de tubos metálicos, dede que sejam utilizados valores apropriados para as propriedades do tubo.

2.4.7 Seções Transversais Retangulares ou não Circulares

Para outras seções não circulares a celeridade pode ser calculada pela seguinte equação:

$$a^2 = \frac{k / \rho}{1 + (k / A)\ (\Delta A / \Delta p)} \tag{2.66}$$

CAPÍTULO 3

- MÉTODO DAS CARACTERÍSTICAS -

3.1 Considerações Gerais

As equações que regem o movimento transitório em tubulações forçadas são equações diferenciais parciais, hiperbólicas, quase lineares, com duas variáveis dependentes a carga hidráulica, H, e a vazão, Q , e duas variáveis independentes a posição ao longo do tubo, x, e o tempo, t. Estas equações não possuem solução analítica, portanto sua solução deverá ser aproximada através de métodos numéricos como é o caso do método das características que é usado para transformar as equações do escoamento transitório em condutos, a equação da continuidade (2.36) e quantidade de movimento (2.53), em quatro equações diferenciais ordinárias. Desprezando-se os termos de menor importância estas equações tomam forma de:

$$L_1 = g\,\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{f\,v|v|}{2\,D} = 0 \qquad (3.1)$$

$$L_2 = \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g}\,\frac{\partial v}{\partial x} = 0 \qquad (3.2)$$

De acordo com CHAUDHRY (1979) e STREETER (1978) estas equações são combinadas linearmente usando um multiplicador, λ (desconhecido) a idéia é obter uma equação derivada a totais de H e Q (v).

$$L = L_1 + \lambda L_2$$

,onde:

$$L = \lambda \left[\frac{\partial H}{\partial x} \frac{g}{\lambda} + \frac{\partial H}{\partial t} \right] + \left[\frac{\partial v}{\partial x} \lambda \cdot \frac{a^2}{g} + \frac{\partial v}{\partial t} \right] + \frac{f\, v|v|}{2\, D} = 0 \qquad (3.3)$$

Verifica-se que os dois termos entre parênteses da equação (3.3) serão as derivadas totais da carga hidráulica, $\frac{dH}{dt}$ e da velocidade $\frac{dv}{dt}$.

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial H}{\partial t} \qquad \frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial v}{\partial t} \qquad (3.4)$$

Das equações (3.3) e (3.4) obtêm-se:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{g}{\lambda} = \frac{\lambda a^2}{g} \qquad (3.5)$$

Da equação (3.3) equação diferencial ordinária vem:

$$\frac{dH}{dt} \lambda + \frac{dv}{dt} + \frac{f\, v|v|}{2\, D} = 0 \qquad (3.6)$$

A solução da equação (3.5) resultará em 2 valores particulares de λ.

$$\lambda = \pm \frac{g}{a} \qquad (3.7)$$

Substituindo a equação (3.7) na equação (3.5) obtêm-se:

$$\frac{dx}{dt} = \pm\, a \qquad (3.8)$$

Os dois valores de λ utilizados, convertem as duas equações diferenciais parciais (3.1) e (3.2) em duas equações diferenciais totais (3.9) e (3.11), cada qual sujeita à restrição imposta pelas equações (3.10) e (3.12) respectivamente.

Pode-se visualizar uma solução desenvolvida no plano das variáveis independentes (x,t), figura (3.1). Como a celeridade é constante numa determinada tubulação, a equação (3.8) plota-se uma reta de inclinação positiva, C^+ e outra de inclinação negativa, C^-. Estas retas no plano (x,t) são chamadas de linhas características, ao longo das quais as equações (3.9) e (3.11) são válidas, sendo denominada equações de compatibilidade.

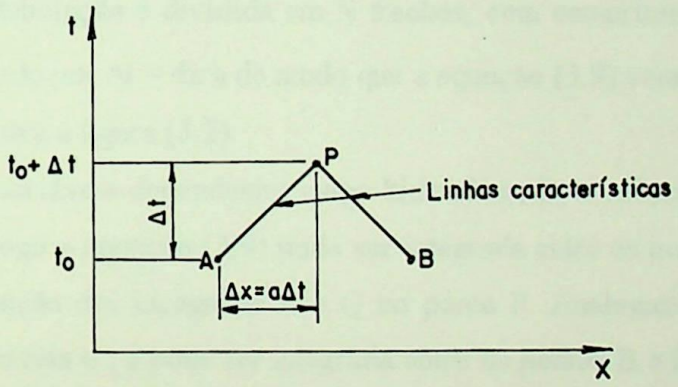


Figura 3.1 - Linhas características.

Característica Positiva:

$$C+ \quad \begin{cases} \dfrac{g}{a}\dfrac{dH}{dt} + \dfrac{dv}{dt} + \dfrac{f\,v|v|}{2\,D} = 0 & (3.9) \\ \dfrac{dx}{dt} = +a & (3.10) \end{cases}$$

Características Negativa:

$$C- \quad \begin{cases} -\frac{g}{a}\frac{dH}{dt} + \frac{dv}{dt} + \frac{f\,v|v|}{2\,D} & (3.11) \\ \frac{dx}{dt} = -a & (3.12) \end{cases}$$

3.2 Equações de Diferenças Finitas

É utilizado o método das características para a integração das equações (3.9) à (3.12). Uma tubulação é dividida em N trechos, com comprimento Δx cada, o intervalo de tempo é dado por Δt = dx/a de modo que a equação (3.9) seja válida sobre a linha AP conforme mostra a figura (3.2).

Às variáveis dependentes carga hidráulica, H, e velocidade, v, são conhecidas no ponto A, logo a equação (3.9) pode ser integrada entre os pontos A e P, reta C+ e ser escrita em função das incógnitas H e Q no ponto P. Analogamente a equação (3.11) é válida sobre a reta C⁻, e pode ser integrada entre os pontos B e P e ser escrita em função da carga hidráulica e da velocidade no ponto P.

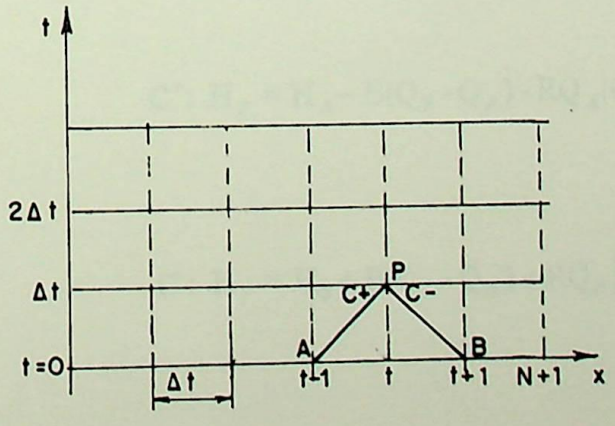


Figura 3.2 - Malha para resolução pelo método das características.

Multiplicando-se a equações (3.9) e (3.11) por (a .dt/g) e substituindo v por (Q/A) obtem-se as equações (3.13) e (3.14) respectivamente em função da carga hidráulica, H, e vazão, Q.

$$dH + \frac{}{gA}\, dQ + \frac{f}{2gDA^2}\, Q|Q|\Delta x = 0 \qquad (3.13)$$

$$dH - \frac{a}{g}\, dQ - \frac{f}{2gDA^2}\, Q|Q|\Delta x = 0 \qquad (3.14)$$

Integrando a equação (3.13) entre os pontos A e P e a equação (3.14)entre os pontos B e P obtem-se respectivamente a equações características C^+ e C^-.

$$H_P - H_A + \frac{a}{gA}(Q_P - Q_A) + \frac{f\Delta x}{2gDA^2}\, Q_A|Q_A| = 0 \qquad (3.15)$$

$$H_P - H_B - \frac{a}{gA}(Q_P - Q_B) - \frac{f\Delta x}{2gDA^2}\, Q_B|Q_B| = 0 \qquad (3.16)$$

Cuja as equações anteriores em função de H_P são:

$$C^+: \; H_P = H_A - B(Q_P - Q_A) - RQ_A|Q_A| \qquad (3.17)$$

$$C^-: \; H_P = H_B + B(Q_P - Q_B) + RQ_B|Q_B| \qquad (3.18)$$

onde:

$$B = \frac{a}{gA} \qquad (3.19)$$

e

$$R = \frac{f\Delta x}{2gDA^2} \tag{3.20}$$

As equações (3.17) e (3.18) são usadas na resolução de problemas em regime permanente e transitório, em regime permanente, t = 0 a carga hidráulica, H, e a vazão, Q, são conhecidas em todos os pontos da tubulação.

A solução para os pontos internos da malha retangular figura (3.2) , de seção i, onde se deseja determinar as incógnitas H_P e Q_P, é dada pela resolução simultânea das equações (3.21) e (3.22) . Os valores obtidos dependem das condições iniciais, H(x,0), Q(x,0) no instante inicial, t = 0. São dadas as condições de contorno, isto é, os valores das funções nas posições extremas do contorno, x = 0 e x = L.
Desta forma são determinadas as incógnitas HP e QP entre os pontos da malha a cada intervalo de tempo, Δt .

Escrevendo as equações (3.17) e (3.18) de forma indexadas tem-se:

$$C^+ : H_{i-1} = CP - B\,Q_{i-1} \tag{3.21}$$

$$C^- : H_{Pi} = CM + B\,Q_{P_i} \tag{3.22}$$

onde

$$CP = H_{i-1} + BQ_{i-1} - RQ_{i-1}|Q_{i-1}| \tag{3.23}$$

e:

$$CM = H_{i+1} - B\,Q_{i+1} + R\,Q_{i+1}|Q_{i+1}| \tag{3.24}$$

Das equações (3.21) e (3.22) tem-se a carga hidráulica .

$$H_{P_i} = \frac{C\,P + CM}{2} \tag{3.25}$$

e a vazão, Q, dada pela expressão:

$$Q_{P_i} = \frac{H_{P_i} - CM}{B} \tag{3.26}$$

3.3 Condições de Contorno

O escoamento transitório em um conduto é ocasionado por manobras que representam ações em suas extremidades ou fronteiras. Para resolução do transiente é necessário conhecer as expressões matemática capazes de representar o comportamento físico do escoamento e relaciona-las com a resposta da tubulação.

Na extremidade de montante de uma tubulação a equação característica C^- fornece uma relação entre as incógnitas H_{p_1} e Q_{p_1}, e na extremidade de jusante a equação característica C^+ fornece uma relação entre as incógnitas Hp_{n+1} e Qp_{n+1}. É necessário uma condição externa (de contorno) que forneça uma relação adicional envolvendo as variáveis a carga hidráulica e vazão para ser possível a solução do problema. Cada condição de contorno é resolvida independentemente, sendo suas equações denominadas equações de contorno.

Segundo EVANGELIST (1969), estas equações de contorno classificam-se em:

a) Não Dinâmica

- *Não Autonôma*
- *Autonôma*

b) Dinâmica

A fronteira é considerada não dinâmica se representada por equação algébrica do tipo:

$$F_1\,(H(t)\,,Q(t)\,,t)=0 \tag{3.27}$$

Onde H(t) e Q(t) são a carga hidráulica e a vazão na extremidade considerada .
Será Autônoma se não contiver, explicitamente a variável " t"

$$F_1\,(H(t)\,,Q(t))=0 \tag{3.28}$$

e Não Autônoma caso tenha explicitamente a variável t como mostra a equação (3.27).

$$F_1\,(H(t)\,,Q(t)\,,t)=0$$

Neste tipo de fronteira a relação H e Q, é decorrência da evolução do transiente, ela é definida na concepção da instalação e pelo operador. São exemplos deste tipo de fronteira:

- Variações das propriedades físicas e geométricas dos condutos, isto é, mudança de material, espessura ou diâmetro;
- Entroncamento de vários condutos;
- Reservatórios de grandes dimensões que podem ser considerados com nível constante;
- Válvulas não servo controladas nas quais a manobra é definida pelo operador;
- Orifícios abertos para a atmosfera .

A fronteira é considerada Dinâmica se a relação H e Q decorre da evolução do transiente, isto é, a ele está vinculada, não podendo ser previamente fixado. Este tipo de fronteira é representado por expressões do tipo:

$$\dot{G}_i=\frac{dG_i}{dt}\,F_2\,(H(t)\,,Q(t)\,,G_i\,(t)\,,t\,)$$

$$F_2\,(H(t)\,,Q(t)\,,G_i\,(t)\,,t\,)=0 \tag{3.29}$$

As expressões matemáticas envolvem K grandezas adicionais específicas da fronteira, que variam durante o transiente. São necessárias (K+1) equações para representar o comportamento da fronteira durante o transiente .

São exemplos deste tipo de fronteira :

- As máquinas hidráulicas de fluxo nas quais a rotação e o torque no eixo são grandezas adicionais que deverão ser determinadas a cada instante;
- O reservátorio hidropneumático para o qual o volume de ar no seu interior é variável durante o transiente;
- as chaminés de equilíbrio e os tanques alimentadores para os quais os níveis de água são variáveis durante o transiente ;
- as válvulas servo controladas nas quais a abertura instantânea é definida pela carga na instalação.

Neste trabalho considera-se uma instalação hidráulica composta de reservatório de nível constante na extremidade de montante da tubulação e na extremidade de jusante, uma válvula com determinada lei de manobra.

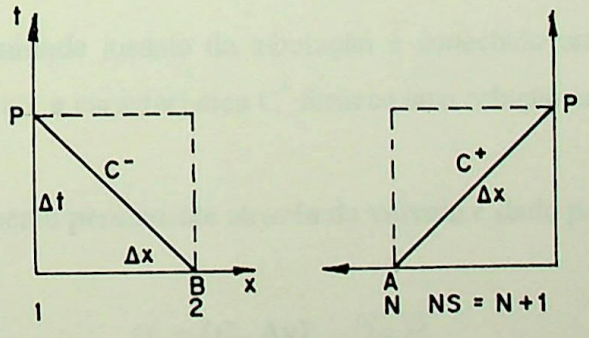


Figura 3.3 - Condições de contorno (a) extremidade montante, (b) extremidade jusante.

3.3.1 Reservatório de Nível Constante

Considerando um reservatório de grandes dimensões, a carga hidráulica permanece constante durante o transitório hidráulico, pode-se escrever:

$$H_{P1} = H_R \tag{3.30}$$

onde:

H_R é a altura do reservatório e H_{P1} é a carga hidráulica na primeira seção do tubo ligado ao reservatório, para o intervalo de tempo considerado.

A vazão é calculada a cada passo do tempo através da equação (3.18) e d+a equação característica (3.24).

$$Q_{P1} = \frac{H_{P_1} - CM}{B} \tag{3.31}$$

As equações (3.30) e (3.31) determinam as condições de contorno a montante da tubulação ligada ao reservatório.

3.3.2 Válvula na Extremidade Jusante

Na extremidade jusante da tubulação é conectado uma válvula provocando o transitório hidráulico, a característica C^+ fornece uma relação entre as variáveis Hp_{n+1} e Qp_{n+1}.

O escoamento permanente através da válvula é dado pela seguinte equação:

$$Q_o = (C_D Av)_o \sqrt{2g H_o} \tag{3.32}$$

sendo:

Q_o a vazão no regime permanente;

H_o a carga hidráulica no regime permanente;

C_{Do} o coeficiente de vazão;

Av_o a área de abertura.

Para um tempo qualquer tem-se:

$$Q_p = (C_D . Av) \sqrt{2 g H_P} \tag{3.33}$$

Dividindo-se a equação (3.32) e (3.33) tem-se:

$$\frac{Q_P}{Q_o} = \frac{C_D . Av}{(C_D . Av)o} . \frac{\sqrt{2gH_P}}{\sqrt{2gHo}} \tag{3.34}$$

Definindo:

$$\tau = \frac{C_D \ . Av}{(C_D \ Av)o} \tag{3.35}$$

onde, τ representando o coeficiente de vazão e área abertura da válvula calculado a cada instante.

A equação (3.34) pode ser escrita na seguinte forma :

$$Q_P = \frac{Qo}{\sqrt{Ho}} \ \tau \sqrt{H_P} \tag{3.36}$$

Das equações (3.21) e (3.36) tem-se a vazão na extremidade de jusante dada por:

$$Q_{P\,NS} = - B . CV + \sqrt{(B . CV)^2 + 2 . CV . CP} \tag{3.37}$$

sendo:

$$CV = \frac{(Q_o \tau)}{2 H_o} \tag{3.38}$$

A carga hidráulica é dada pela seguinte expressão:

$$H_{PNS} = CP - B.Q_{PNS} \tag{3.39}$$

3.3.3 Junções de Tubos em série

Neste tipo de junção, mostrado na figura (3.4) onde há mudança de diâmetro, a equação da continuidade deve ser satisfeita a cada instante, e prevalece a carga hidráulica comum. Estas afirmações pressupõem que não haja acúmulo de fluido no nó e que todos os efeitos de perda de carga sejam desprezados. Combinando as equações (3.21) e (3.22) para o tubo 1 e 2 respectivamente, será possível obter uma solução simples para a incógnitas H_P e Q_P.

$$H_P = H_{P1,NS} = H_{P2,1}; Q_{P1NS} = Q_{P2,1} \tag{3.40}$$

Das equações (3.21) e (3.22) tem-se:

$$Q_{P2,1} = \frac{C P_1 + CM_2}{B_1 + B_2} \tag{3.41}$$

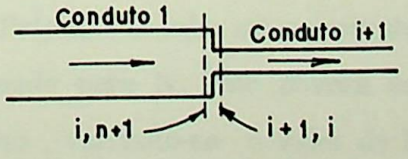


Figura 3.4 - Junções de tubos em série.

3.4 Condições de Consistência, Convergência e Estabilidade

Em esquema de discretização por diferenças finitas de uma equação diferencial, U(x,t) representa a solução exata das equações diferenciais de derivadas parciais e V (x,t) a solução das equações utilizadas no processo numérico, então para cada uma das F_i, equações de diferenças teremos $F_i(V) = 0$.Se substituirmos V por U nas equações de diferenças obtemos o valor de $F_i(U) = \delta_i$ denominado erro de truncamento, então dizemos que o esquema de diferenças será **consistente** com o sistema de equações de diferenciais que o representam se o erro de truncatura tender para zero, quando se refinam as dimensões da malha.

O esquema se diz **convergente** se (U-V)denominado erro de discretização, tende a zero quando as dimensões da malha. No processo numérico o erro de discretização é reduzido quando pela diminuição das dimensões da malha (Δx,Δt), o que por outro lado implica em maior tempo computacional .

O esquema de discretização por diferenças finitas é **estável** se o erro global de arredondamento, permanecer limitado, ao se trabalhar com número finito de algarismos. Um esquema de discretização por diferenças finitas é convergente, se for consistente com a equação diferencial e satisfazer as condições de estabilidade. Pode-se ocorrer que um esquema numérico seja estável, mas não seja consistente com a equação diferencial, podendo convergir para uma solução não correspondente a verdadeira.

Segundo KOELLE (1989), os erros de truncatura e discretização são minimizados mediante a escolha adequada do inteiro $N = \frac{L}{\Delta x}$, que determinará uma das dimensões da malha . Pelo que se sabe até o presente, não há critério estabelecido para definir o valor adequado para N. Este deverá ser escolhido para cada problema específico por tentativas , variando-se o valor de N e determinado mínimo acima do qual a solução numérica tende a um único valor .

Determinando o valor de N e portanto Δx , a malha de cálculo é definida por Δt satisfazendo a condição estabilidade de Friedrich-Courant, que é representada pela seguinte equação:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} \geq a \qquad (3.42)$$

CHAUDHRY (1979), comparou vários resultados de diferentes esquemas de diferenças finitas e mostrou que o método das características sem interpolações apresenta melhores resultados, portanto deve-se ter:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = a \tag{3.43}$$

3.5 Seleção do Incremento do Tempo para Sistemas Complexos

Numa instalação hidráulica de dois ou mais condutos as malhas de cálculo para cada conduto, deverão ser definidas para um mesmo intervalo de tempo para que seja possível a determinação das incógnitas nas fronteiras dos condutos num dado instante.

Se os J condutos da instalação possuem extensões, Lj e celeridades, a_j diferentes, então para obedecer a condição de Courant, visando a estabilidade do esquema numérico, é necessário impor a divisão dos condutos determinando os valores inteiros de

Nj, satisfazendo a condição :

$$\Delta t = \frac{\Delta x_j}{a_j} = \frac{L_j}{a\ N_j} \tag{3.44}$$

onde:

N_j é o número de trechos em cada um dos j tubos.

Dificilmente obter-se-á um número inteiro de trechos para todos os tubos do sistema satisfazendo a equação (3.44). Sendo a celeridade dependente das características do fluido e da tubulação, que não podem ser obtidos com precisão, ajustes na celeridade são justificáveis, de tal forma a obter valores Nj inteiros. A equação (3.44) pode ser rescrita:

$$N_j = \frac{L_i}{aj(1+\psi)\Delta t} \tag{3.45}$$

onde:

ψ é a variação possível da celeridade, que segundo STREETER (1979), não deve exceder 0,15.

3.6 Perda de Carga

Segundo SOUZA (1989), no cálculo de escoamentos transitórios são considerados, apenas as perdas de cargas distribuídas, determinadas pela equação universal de Darcy-weisbach:

$$hf = f_a \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \tag{3.46}$$

Onde f_a é o fator de atrito calculado para cada tipo de escoamento.

Para escoamento laminar permanente, onde Re < 2.000, o fator de atrito é dado por:

$$f_a = \frac{64}{\mathrm{Re}} \tag{3.47}$$

Segundo BORDON (1991), se $\mathrm{Re} \leq 0{,}1$ adota-se $\mathrm{Re} = 0{,}1$.

Para escoamento turbulento rugoso onde Re > 4.000, o fator de atrito divide-se em:

- **hidraulicamente liso**, se $\dfrac{\mathrm{Re}^{0,9}}{\mathrm{D}/K} \leq 31$

sendo K a rugosidade absoluta e D o diâmetro do conduto.

onde: $$f_a = \left[-2 \log\left(\frac{5{,}62}{\mathrm{Re}^{0,9}}\right)\right]^{-2} \tag{3.48}$$

- **hidraulicamente rugoso**, se : $\frac{Re^{0,9}}{D/K} \geq 448$

onde:

$$f_a = \left[-2 \log\left(\frac{K}{3,71 \cdot D}\right)\right]^{-2} \tag{3.49}$$

- **hidraulicamente misto**, se: $31 \leq \frac{R^{0,9}}{D/K} \leq 448$

Em 1939 Colebrook e White, sugeriram a combinação das equações (3.48) e (3.49) que se ajusta muito bem aos dados experimentais.

$$f_a = \left[-2 \log\left(\frac{K}{3,71.D} + \frac{5,62}{R^{0,9}}\right)\right]^{-2} \tag{3.50}$$

Na região de transição é feita uma interpolação linear entre os valores de f para o regime laminar e turbulento.

3.7 Fluxograma Básico para o cálculo de Transitório Hidráulicos

A figura (3.5) mostra o fluxograma básico utilizado neste trabalho para o cálculo de transitórios hidráulicos em condutos forçados utilizando o método das características . O sistema é composto por reservatório de nível constante a montante da tubulação e válvula na extremidade jusante, com determinada lei de manobra. A tubulação pode-se apresentar em série e o fator de atrito é variável a cada incremento do tempo.

A cada intervalo do tempo são calculadas, a carga hidráulica, H e a vazão, Q em várias seções do conduto, permitindo uma análise das condições desfavoráveis do sistema.

A linguagem de programação adotada foi, turbo Pascal, versão 7.0. As variáveis utilizadas no programa foram expressas no sistema Internacional.

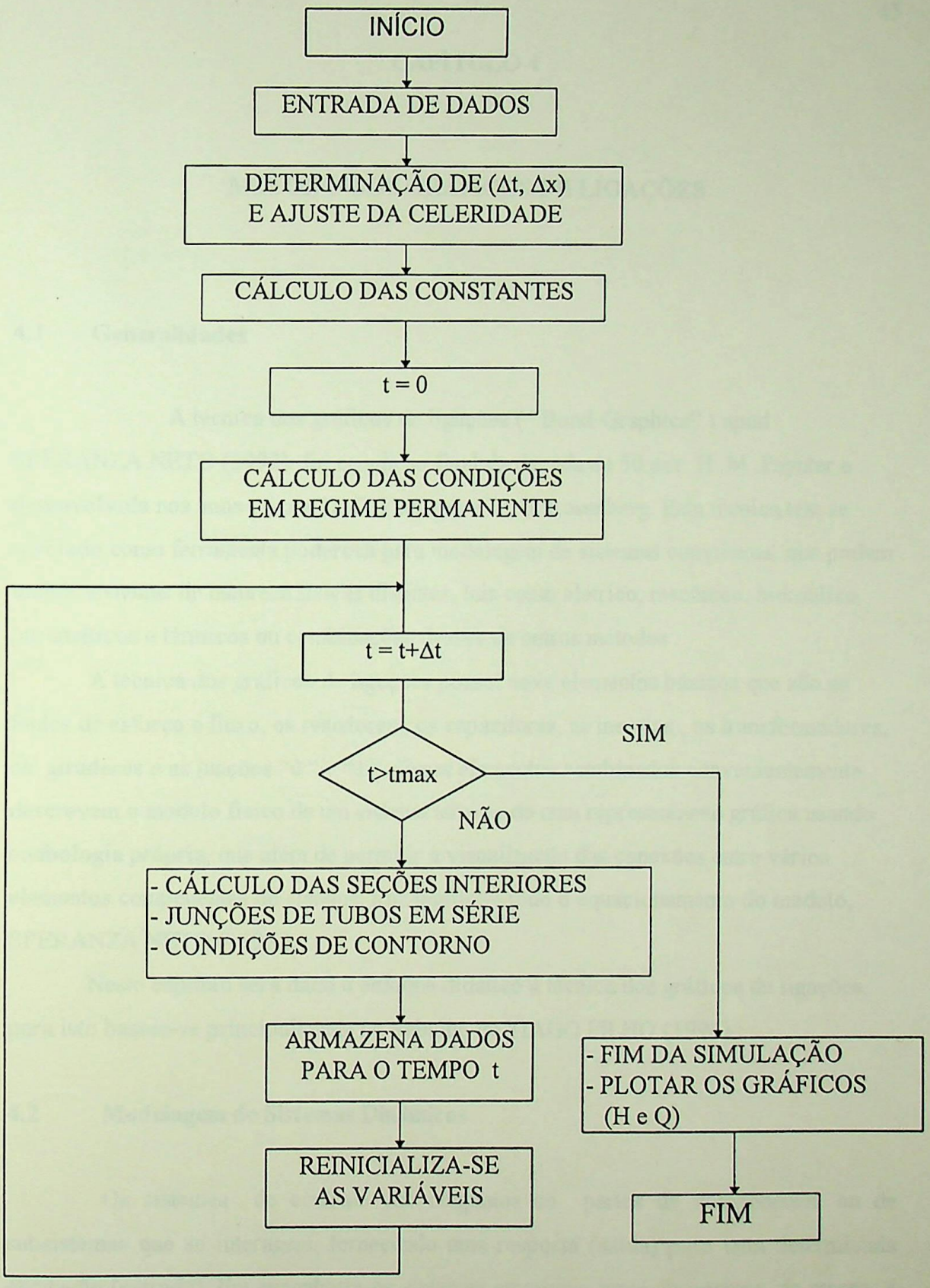


Figura 3.5 - Fluxograma básico para o cálculo do transitório hidráulico

CAPÍTULO 4

MÉTODO DOS GRÁFICOS DE LIGAÇÕES

4.1 Generalidades

A técnica dos gráficos de ligações ("Bond-Graphics") apud SPERANZA NETO (1992) foi criada no final da década de 50 por H .M .Paynter e desenvolvida nos anos 60 por D. C. Karnopp e R. G. Rosenberg. Esta técnica tem se revelado como ferramenta poderosa para modelagem de sistemas complexos, que podem incluir sistemas de natureza físicas distintas, tais como elétrico, mecânico, hidráulico pneumáticos e térmicos ou combinações desses ou outros métodos .

A técnica dos gráficos de ligações possuí nove elementos básicos que são as fontes de esforço e fluxo, os resistores , os capacitores, as inercias , os transformadores, os giradores e as junções "0 " e "1 ". Esses elementos combinados convenientemente descrevem o modelo físico de um sistema através de uma representação gráfica usando simbologia própria, que além de permitir a visualização das conexões entre vários elementos componentes do sistema, traz implícito todo o equacionamento do modelo, SPERANZA NETO (1992).

Neste capítulo será dado o enfoque didático à técnica dos gráficos de ligações, para isto baseia-se principalmente no trabalho de TIAGO FILHO (1994).

4.2 Modelagem de Sistemas Dinâmicos

Os sistemas de controle são conjuntos ou partes de componentes ou de subsistemas que se interagem, fornecendo uma resposta (saída) para uma determinada excitação (entrada). Em engenharia os sistemas envolvem troca de energia, de massa, e de informação entre seus componentes e o meio ambiente, através de uma fronteira.

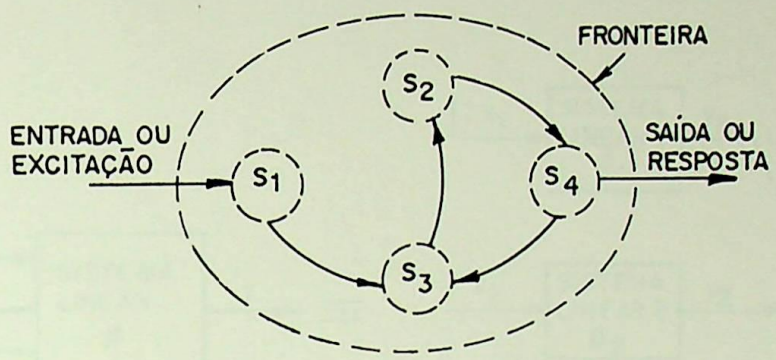


Figura 4.1 - Sistema de controle.

O sistema pode ser estável e instável, é estável quando após sofrer uma perturbação de um agente externo, passando pelo regime transitório volta ao estado inicial, caso contrário ele é instável.

A modelagem matemática constitui na formulação de um sistema de equações consistente, que representam um determinado modelo físico, que por sua vez é uma simplificação de um fenômeno real.

A maioria dos sistemas dinâmicos independente da sua natureza pode ser modelado utilizando-se das leis físicas que regem o comportamento do sistema e de seus diversos componentes.

Uma vez obtida a modelagem, procura-se obter a resposta, ou saída de um sistema, a uma dada excitação ou entrada, isto se dá, solucionando o sistema de equações diferenciais que o representam.

Existem várias ferramentas analíticas ou computacionais que são utilizadas na análise e sínteses dos modelos dinâmicos. É necessário que a precisão na modelagem seja adequada ao fim desejado. Devido as propriedade da superposição de efeitos dá-se preferência para modelos lineares, cuja as equações diferenciais lineares, podem ser coeficientes variáveis ou invariáveis no tempo, permitindo um sistema de várias entradas, obter-se a resposta do sistema sobrepondo as respostas de cada entrada, separadamente. Embora quase todos os sistemas sejam modelados linearmente, na

maioria das vezes o modelo real não é linear, havendo portanto a necessidade de - linearizá-los. Isto é feito, aplicando-se a série expandida de Taylor, OGATA(1980).

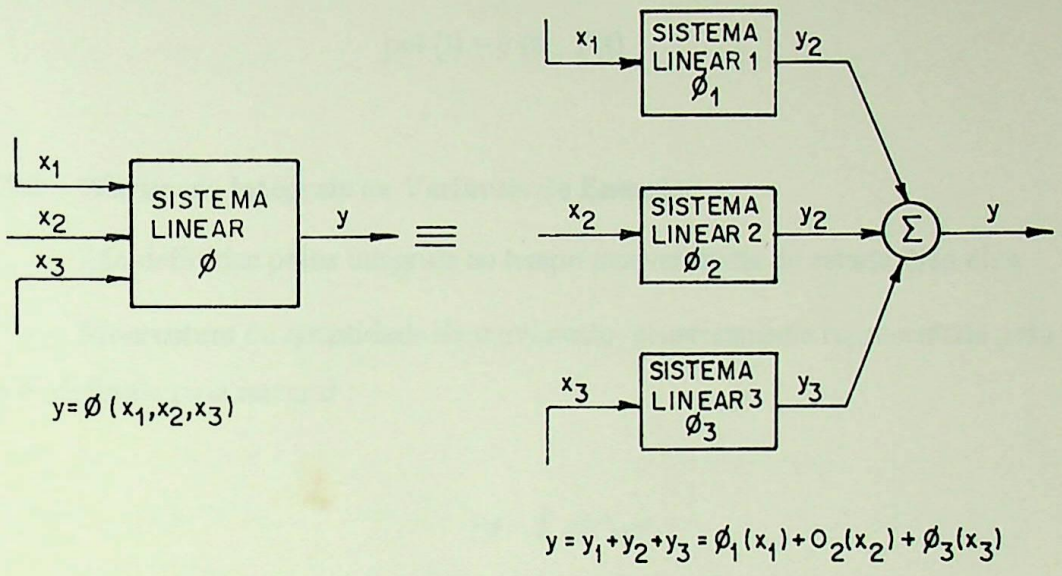


Figura 4.2 - Propriedade de superposição dos sistemas lineares.

4.3 Elementos Básicos dos Gráficos de Ligações

Na técnica dos Gráficos de ligações, utilizam-se quatro tipos de variáveis generalizadas, de forma a representar o sistema são elas as variáveis de estado ou potência e as variáveis integrais ou de energia.

4.3.1 Variáveis de Estado ou de Potência

Esforço , genericamente representado pela letra "e ", que pode ter dimensão de :

- força, F, em sistemas mecânicos de translação;
- pressão, p, em sistemas hidráulicos;
- Momento,τ, em sistemas mecânicos de rotação;
- tensão, U, em sistemas elétricos .

Fluxo, genericamente representado pela "f", que pode ser:

- Velocidade, v, em sistemas mecânicos de translação ;
- Velocidade angular, ω, em sistemas mecânicos de rotação;
- Corrente elétrica, i , em sistemas elétricos ;
- Vazão, Q, em sistemas hidráulicos .

Sendo que o produto entre essas variáveis de estado tem dimensão de potência, elas também são conhecidas como variáveis de potência.

$$pot(t) = e(t) \cdot f(t) \tag{4.1}$$

4.3.2 Variáveis Integrais ou Variáveis de Energia

São definidas pelas integrais no tempo das variáveis de estado. São elas:

Momentum ou quantidade de movimento, genericamente representado pela letra Pp é definido pela integral :

$$Pp = \int^t e(t).dt \tag{4.2}$$

Correspondendo a energia cinética armazenada no sistema, como:

- a quantidade de movimento, Pp, em sistemas mecânicos de translação;
- a quantidade de movimento angular, P, em sistemas mecânicos de rotação;
- o fluxo elétrico, λ, em sistemas elétricos;
- a quantidade de movimento de pressão, Pp, em sistemas hidráulicos.

Deslocamento, genericamente representado pela letra, q , sendo a integral do fluxo no tempo definido pela expressão:

$$q(t) = \int^t f(t).dt \tag{4.3}$$

Correspondendo a energia potencial armazenada no sistema, como :

- deslocamento, x, em sistemas mecânicos de translação ;
- deslocamento angular, ω, no sistema mecânico de rotação;
- carga elétrica, q, no sistema elétrico ;
- volume, $\forall$, no sistema hidráulico.

4.3.3 Elemento de Ligação

Segundo ROSEMBERG apud TIAGO FILHO (1994) o elemento fundamental desta técnica é o de ligação , representado por uma barra onde são indicadas as variáveis de energia ou de estado devidamente indexada como mostra a figura (4.3).

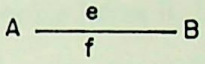


Figura 4.3 - Representação gráfica de um elemento de ligação .

Através da meia seta , figura (4.4) a ligação permite indicar o sentido da potência que flui de um elemento para outro . A potência será positiva se, " e " e "f" forem positivos. Será negativa se uma das duas variáveis for negativa.

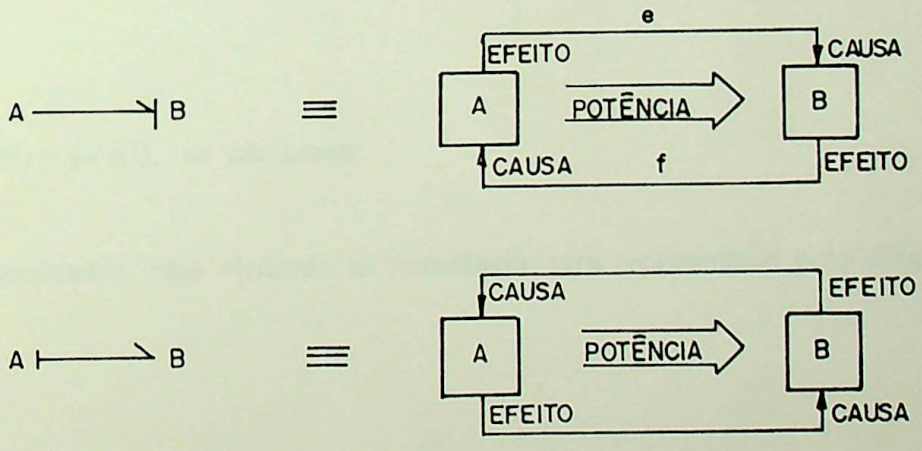


Figura 4.4 - Símbolo de causalidade. (a)gráficos de ligações , (b) diagrama de blocos

Através de uma barra causal é mostrado a relação necessária entre a causa e efeito, ou seja a entrada e saída, da troca de energia entre dois elementos. Essa causalidade é indicada através de uma barra vertical inserida em uma das extremidades da ligação, de forma a indicar o sentido do esforço "e ". Em sentido contrário fica subtendido o fluxo "f "como é mostrado na figura (4.4)

4.3.4 Elementos dos Sistemas Dinâmicos Ativos e Passivos

A técnica dos "Gráficos de Ligações" procura-se modelar um sistema físico através das leis constitutivas dos vários elementos que constituem esse sistema. São elementos que tem capacidade de armazenar, dissipar e induzir energia ao sistema são elementos passivos, do tipo

1- porto, são representados pelas letras R, I e C.

E elementos que fazem a interação do sistema dinâmico com meio ambiente, são os elementos ativos representados pela fonte de esforço, "Se" e fonte de fluxo "Sf".

4.3.4.1 Resistência

É um elemento passivo dissipador de energia. A relação constitutiva entre as variáveis de estado, o esforço "e" e o fluxo "f" será:

$$e(t) = f(t).R, \quad \text{se Linear e} \tag{4.4}$$

$$e(t) = \phi_R\, f(t), \quad \text{se não Linear.} \tag{4.5}$$

Convencionalmente, esse elemento de resistência, será representado pelo diagrama da figura 4.5

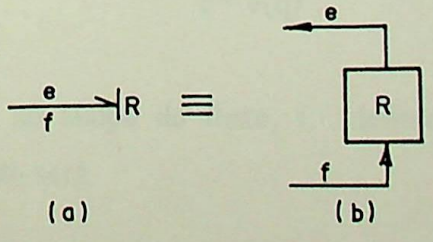


Figura 4.5 - Símbolo convencional para o elemento de resistência . (a) gráfico de ligações, (b) diagrama de blocos

Na figura 4.6 são mostrados exemplos de elementos resistivos e seus respectivos símbolos convencionais, como:
a resistência elétrica, o atrito mecânico e a perda de cargas nos condutos hidráulicos.

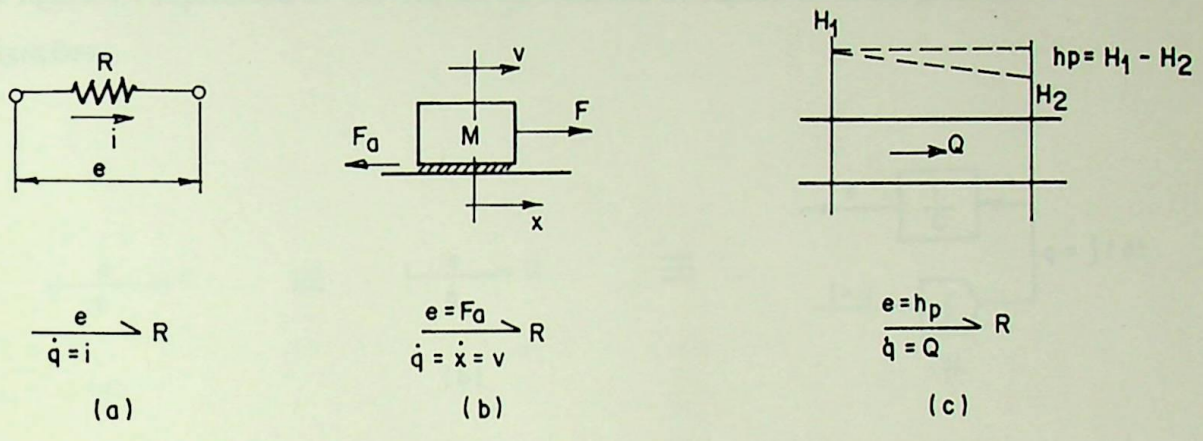


Figura. 4.6. Tipos de elementos resistivos. (a) resistência elétrica , (b) atrito mecânico, (c) perda de carga em condutos hidráulicos

4.3.4.2 Capacitância

A capacitância, C, ocorrerá quando houver uma relação constitutiva no elemento entre a variável de estado o esforço, e, e a variável de energia o deslocamento, q. Isso ocorre quando o elemento tem a capacidade de acumular energia, na forma potencial, que implica que "e" é função de "q".

$$e = e(q) \tag{4.6}$$

Como q é uma integral no tempo do fluxo, f, definido pela expressão 4.3, a lei constitutiva desse elemento será :

$$e = \frac{1}{C} q \tag{4.7}$$

ou seja:

$$e(t) = \frac{1}{C} \int_0^t f(t)dt \tag{4.8}$$

A figura 4.7 representa as convenções do elemento de capacitância nos gráficos de ligações .

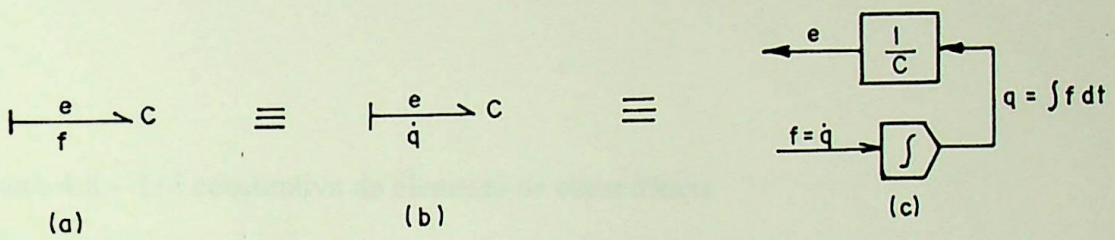


Figura 4.7 - Símbolo convencional para o elemento de capacitância. (a) gráfico de ligações, (b) diagrama de blocos

De acordo com a equação (4.3) tem-se:

$$dq = f\ dt \tag{4.9}$$

então o fluxo será:

$$f = \frac{dq}{dt} = \dot{q} \tag{4.10}$$

Desta forma fica implícito que as variáveis de potência na junção do elemento capacitivo pode ser esforço, e, e o fluxo, f conforme mostrados nos itens anteriores .

A energia acumulada pelo elemento capacitivo será a integral de sua relação constitutiva:

$$E(q) = \int_0^q e(q)dq \tag{4.11}$$

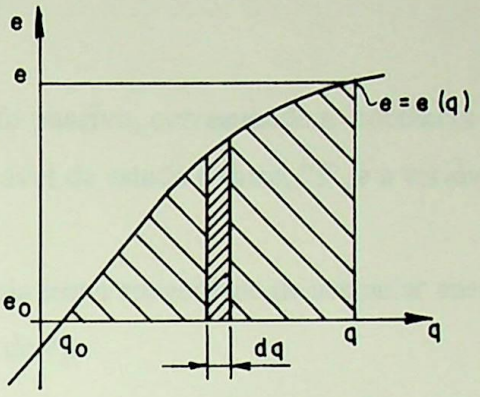


Figura 4.8 - Lei constitutiva do elemento de capacitância

Na figura 4.9 são mostrados exemplos de capacitância no sistema elétrico, mecânico e hidráulico.

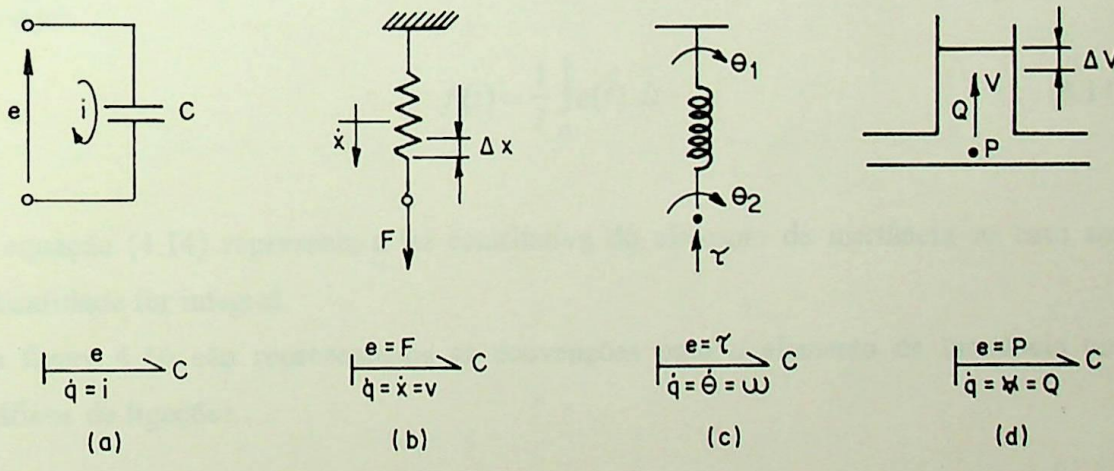


Figura 4.9 - Tipos de elementos capacitivos. (a) capacitor do circuito elétrico,(b) deformação de uma mola, (c) chaminé de equilíbrio de uma tubulação hidráulica.

4.3.4.3 Inertância

É um elemento passivo, corresponde a indutância de energia no sistema. Trata-se de relacionar a variável de estado o fluxo, "f", e a variável de energia a quantidade de movimento, "Pp".

O elemento de inertância tem a capacidade de acumular energia na forma cinética , o que implica que f é função de Pp .

$$f = f(Pp) \tag{4.12}$$

Que de acordo com a equação (4.2) a quantidade de movimento é definido como a integral no tempo do esforço, e . Desta forma a lei constitutiva do elemento de inertância fica:

$$f = \frac{1}{I} Pp \tag{4.13}$$

ou seja:

$$f(t) = \frac{1}{I} \int_0^t e(t).dt \tag{4.14}$$

A equação (4.14) representa a lei constitutiva do elemento de inertância se caso sua causalidade for integral.

Na figura 4.10 são representados as convenções para o elemento de Inertância nos gráficos de ligações.

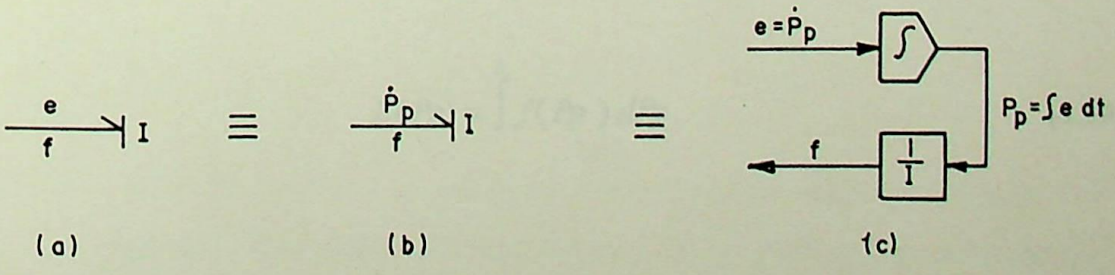


Figura 4.10 - Convenções para o elemento de inertância. (a) gráficos de ligações (b) diagrama de blocos

De acordo com a equação (4.2) a variável de potência o esforço, e é dado por:

$$e(t) = \frac{dPp}{dt} = \dot{p} \tag{4.15}$$

Sendo a potência induzida no sistema representada pela equação (4.1), onde:

$$p(t) = e(t).f(t)\,.$$

A energia induzida no sistema será:

$$E(t) = \int_{t_0}^{t} e(t).f(t)\,dt \tag{4.16}$$

De acordo com a equação (4.2) tem-se:

$$dP_p = e(t)dt \tag{4.17}$$

Desta forma pode-se considerar o fluxo como função da quantidade de movimento

$$f = f(Pp\ ) \tag{4.18}$$

A equação (4.16) indica a energia induzida no sistema que corresponderá a área sob a curva da figura (4.11) calculada pela equação (4.19)

$$E(Pp) = \int_{P_0}^{P} f(Pp\ )\,dPp \tag{4.19}$$

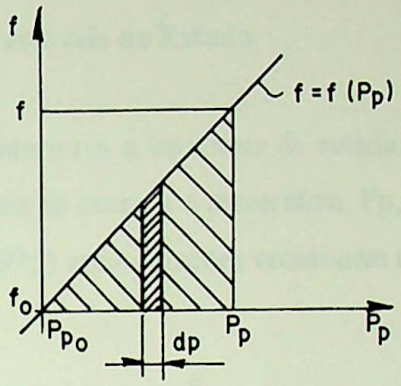


Figura 4.11 - Lei constitutiva do elemento de inertância

Na Figura 4.12 são fornecidos exemplos se inertância no sistema elétrico, mecânico e hidráulico.

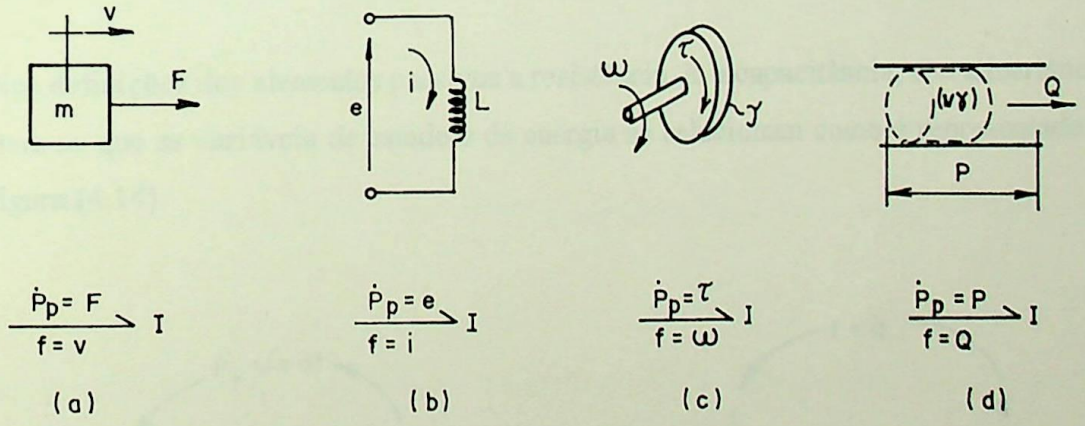


Figura 4.12 - Tipos de Inertância. (a) deslocamento de uma massa a uma velocidade qualquer, (b) indutância de uma bobina elétrica, (c) energia de um corpo girante, (d) a massa deslocada no interior de um conduto.

4.3.4.4 Tetraedro das Variáveis de Estado

De acordo com os itens anteriores a variáveis de estado o esforço "e" e o fluxo "f" se relacionam com as variáveis de energia o momentum, Pp, e o deslocamento, q . Segundo Paynter, apud THOMA (1975) estas relações constituem um tetraedro conforme mostrado na figura (4.13).

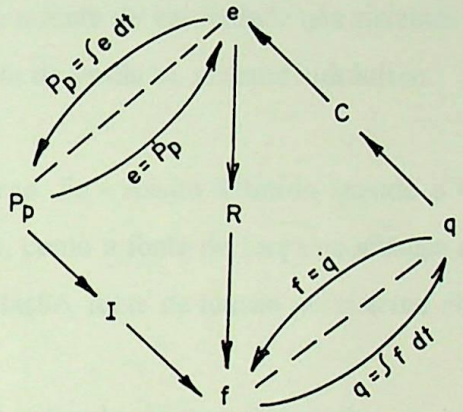


Figura 4.13 - Tetraedro de estado

Nas definições dos elementos passivos a resistência, R a capacitância, C e a inertância, I, tem-se que as variáveis de estado e de energia se relacionam como é representado na a figura (4.14).

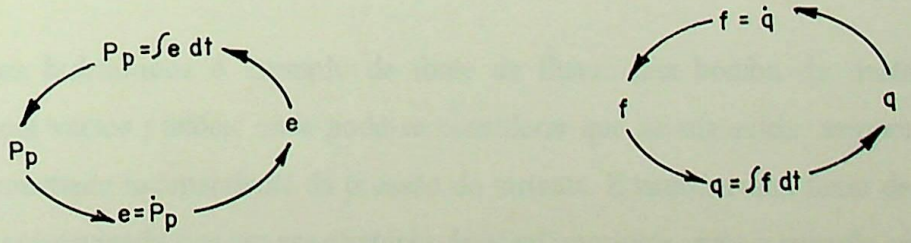


Figura 4.14 - Inter-Relações das variáveis de estado e energia nos elementos passivos R, C e I.

4.3.4.5 Fontes

São elementos ativos que tem a capacidade de suprir o sistema com uma determinada excitação, sem que ocorra variação na intensidade da mesma. Elas tem a função de impor ou drenar energia do sistema. Elas são agrupadas em dois tipos a saber:

Fonte de fluxo, Sf - Assim definido quando a variável que supre o sistema tem dimensão de fluxo, como a fonte de velocidade nos sistemas mecânicos, fonte de corrente no sistema elétrico e fonte de vazão no sistema hidráulico.

Fonte de Esforço, Se - Assim definido quando a variável que supre o sistema tem dimensão de esforço, como a fonte de força no sistema mecânico, fonte de torque no sistema mecânico de rotação, fonte de tensão no sistema elétrico e fonte de pressão no sistema hidráulico.

As simbologias utilizadas para as fontes são:

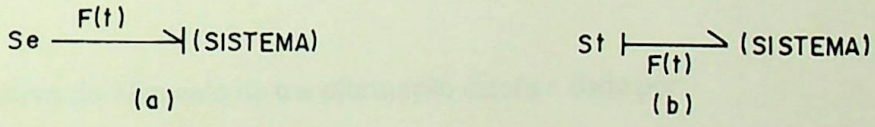


Figura 4.15 - Representação convencional das fontes. (a) fonte de fluxo , (b) fonte de esforço

Em sistema hidráulicos é exemplo de fonte de fluxo: uma bomba de deslocamento positivo com vários pistões, onde pode-se considerar que na sua saída sempre haverá um fluxo constante independente da pressão do sistema. E também uma fonte de pressão pode ser caracterizada por um reservatório de nível constante, cuja a pressão na entrada da tubulação permanece inalterada, mesmo que ocorra uma variação de vazão ou pressão no conduto.

4.3.5 Elementos Transformadores

Também classificados como elementos do tipo 2 - porto, são capacitados em ampliar ou reduzir a amplitude de uma entrada. São conservadores de energia, onde a transformação da natureza da energia, dá-se segundo a lei de conservação de potência, de acordo com a relação intrínseca do elemento.

Desta forma, o elemento transformador, TF, de acordo com a sua natureza, pode fazer a interação entre dois domínios de energia, como mostra a figura (4.16).

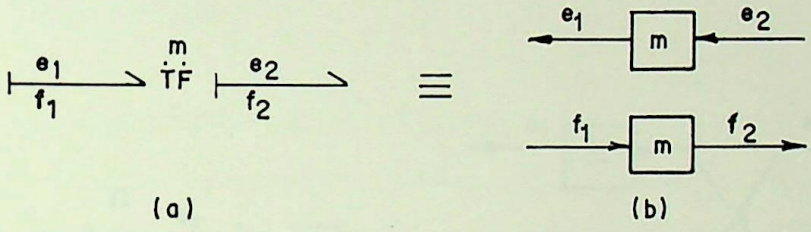


Figura 4.16 - Representação convencional do elemento transformador

A lei constitutiva do elemento de transformação direta é dada por:

$$e_1 = m\, e_2$$
$$m\, f_1 = f_2. \tag{4.20}$$

sendo "m" é o módulo de transformação.

A lei de conservação de potência no elemento transformador pode ser verificada da seguinte forma:

$$p_1 = e_1\, f_2 \quad e \quad p_2 = e_2\, f_2 \tag{4.21}$$

então:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{e_1 f_1}{e_2 f_2} = \frac{m.e_2.f_1}{e_2 m\ f_1} = 1 \tag{4.22}$$

onde:

$$p_1 = p_2$$

São exemplos de **transformadores diretos**, isto é, que ampliam ou reduzem um sinal: os servomecanismos, as alavancas, as caixas de engrenagens e os transformadores de potência nos circuitos elétricos e pistão hidráulico.

Outro tipo de elemento transformador é o girador, Gy,é do tipo **transformador indireto**, cuja relação de transformação entre as variáveis de esforço de entrada com o fluxo de saída e o fluxo de entrada com o esforço de saída, ou seja

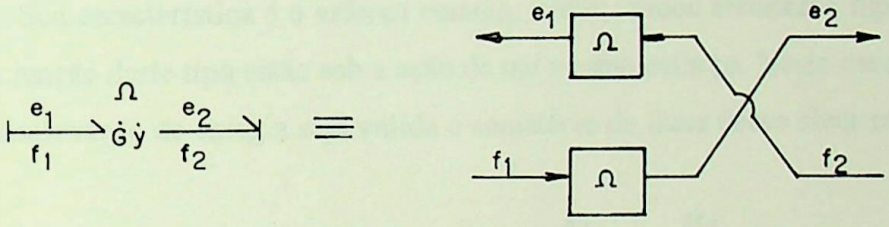


Figura 4.17 - Representação convencional do elemento de transformação indireta.
(a) gráficos de ligações, (b) diagrama de blocos

A lei constitutiva deste elemento é dada:

$$e_1 = \Omega f_2$$
$$\Omega f_1 = e_2 \qquad (4.23)$$

onde Ω é módulo e giração.

São exemplos de giradores, a relação entre a força e velocidade de deslocamento de um núcleo metálico no interior de uma bobina com a tensão e a corrente dessa bobina.

4.3.6 Elementos de Junção

Todos os elementos primários, passivos e ativos, definidos no item anterior, compõem a topologia do sistema, que se interliguem, de maneira a se interrelacionarem. Na técnica dos gráficos de ligações, isto é feito através de elementos de junção onde não ocorre acúmulo ou dissipação de energia. São elementos que simplesmente, distribuem a potência entre vários componentes do sistema.

4.3.6.1 Junção do Tipo "O"

Sua característica é o esforço comum, isto é, todos elementos ligados entre si por uma junção deste tipo estão sob a ação de um mesmo esforço. Neste caso, para que a lei de conservação de energia seja válida o somatório do fluxo desse elemento será zero.

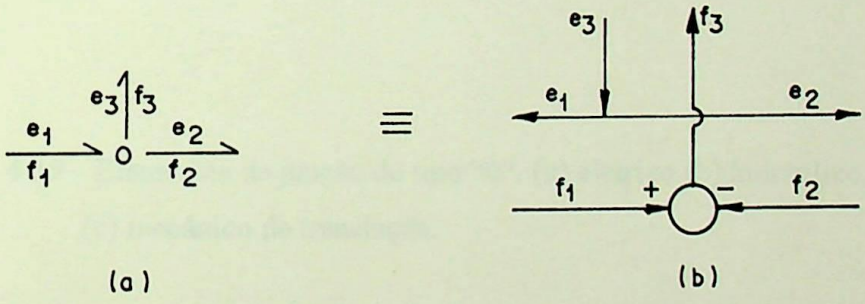


Figura 4.18 - Representação convencional da junção "0"

Por definição na junção "0" tem-se :

$$e_1 = e_2 = e_3 \tag{4.24}$$

Assim de acordo com o sentido o sentido das potências indicado através da meia seta, o somatório dos fluxos resulta:

$$f_1 - f_2 - f_3 = 0 \tag{4.25}$$

As equações (4.24) e (4.25) formam as relações constitutivas desse elemento de junção.

São exemplos desse tipo de junção, impedâncias em paralelo em circuitos elétricos, derivações em sistema hidráulicos, choque de massa em sistemas mecânicos.

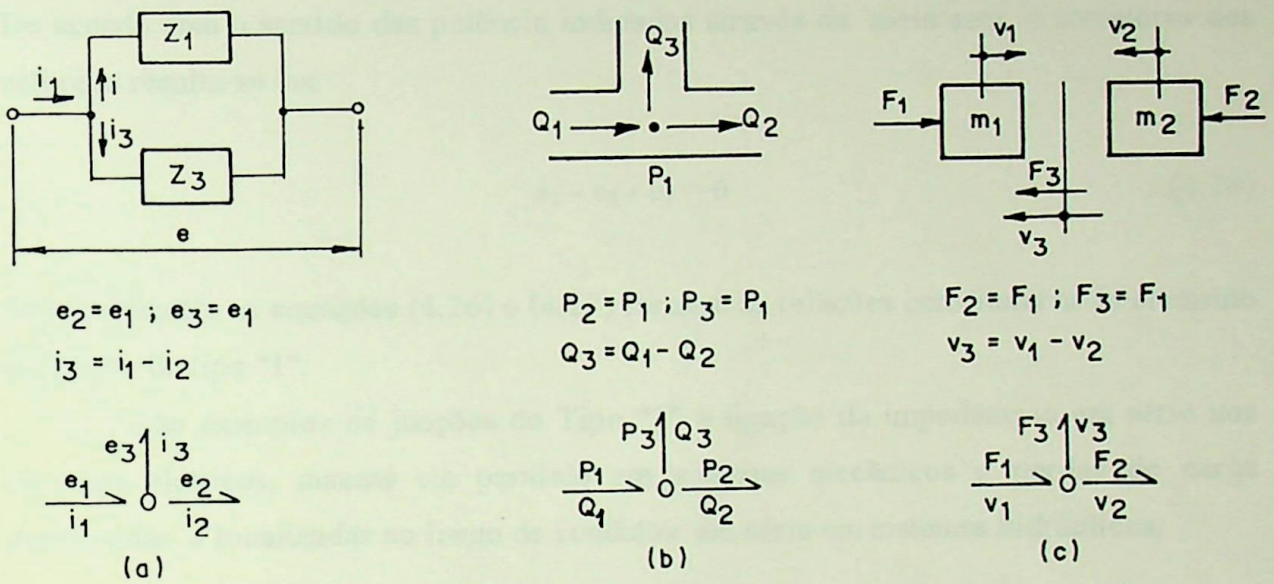


Figura 4.19- Elementos de junção do tipo "0". (a) elétrico (b) hidráulico, (c) mecânico de translação.

4.3.6.2 Junção do Tipo "1"

Sua característica é o fluxo comum, isto é, todos os elementos ligados entre si por uma junção do tipo "1", estão sob a ação do mesmo fluxo, e o somatório dos esforços deve ser zero.

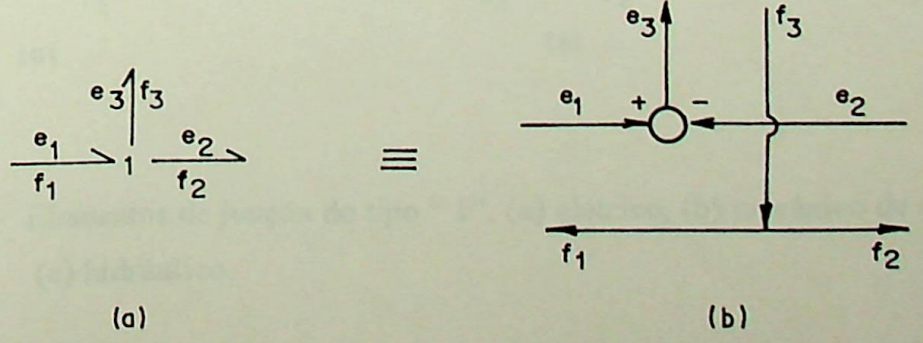


Figura 4.20 - Representação convencional da junção " 1 "

Como, por definição na junção "1", tem-se :

$$f_1 = f_2 = f_3 \tag{4.26}$$

De acordo com o sentido das potência indicadas através da meia seta, o somatório dos esforços resulta-se em:

$$e_1 - e_2 - e_3 = 0 \tag{4.28}$$

Neste elemento as equações (4.26) e (4.27) formam as relações constitutivas do elemento de junção do tipo "1".

São exemplos de junções do Tipo "1" a ligação de impedâncias em série nos circuitos elétricos, massas em paralelo em sistemas mecânicos e perdas de carga distribuídas e localizadas ao longo de condutos em série em sistemas hidráulicos.

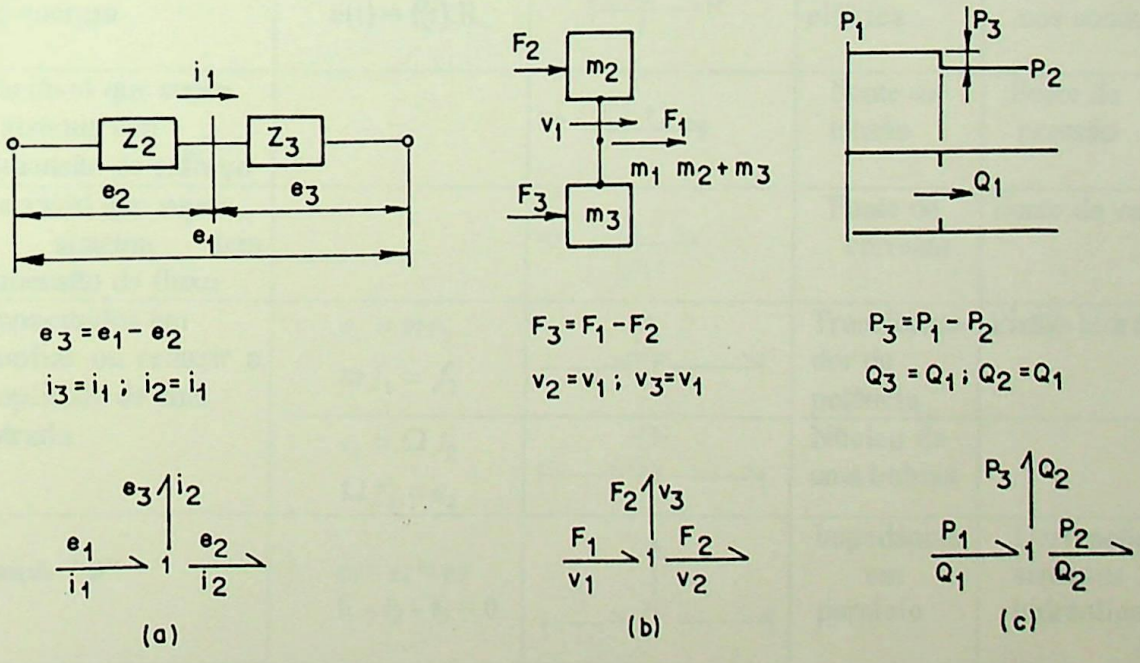


Figura 4.21 - Elementos de junção do tipo " 1". (a) elétrico, (b) mecânico de translação, (c) hidráulico.

Quadro1- Elementos Básicos dos Gráficos de Ligações

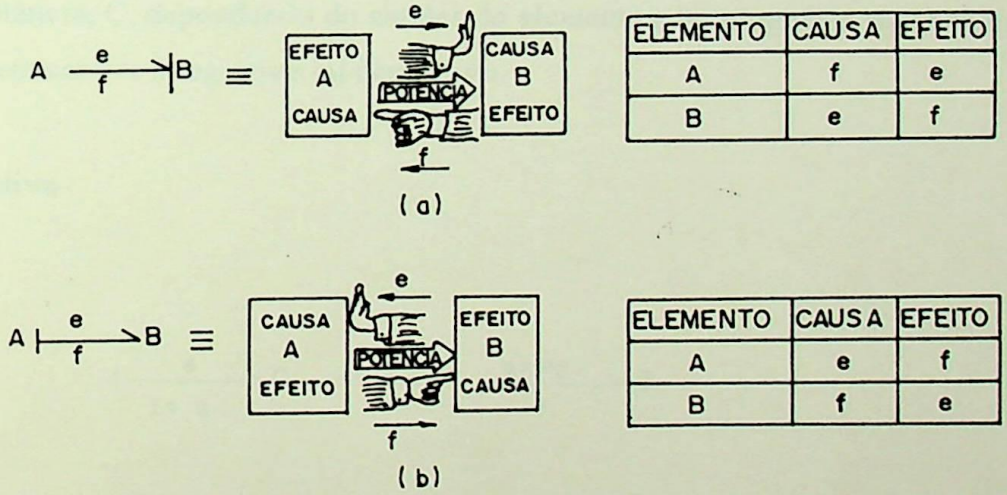
lementos		Relação Constitutiva	Símbolo Convencional	Sistema Elétrico	Sistema Hidráulico
ariáveis e otência	esforço	e	e	Tensão, U	pressão, p
	Fluxo	f	f	Corrente elétrica, i	vazão, Q
ariáveis ntegrais	Momentum,	$Pp = \int e\,dt$	Pp	Fluxo elétrico, λ	Q. movimento de pressão, Pp
	Deslocamento q	$q = \int f\,dt$	q	Carga elétrica, q	Volume, $\forall$
nertância	Indutância de energia ao sistema	$f(t) = \frac{1}{I}\int_0^t e(t).dt$	f I	Indutância de uma bobina	Massa deslocada no interior de conduto
apacitância	Capacidade de acumular energia no sistema	$e(t) = \frac{1}{C}\int_0^t f(t)\,dt$	e C	Capacitor	Variação de vazão devido a compressibilidade do fluído deformabilidade do tubo
esistência	Elemento dissipador de energia	e(t) = f(t).R	e f R	Resistência elétrica	Perda de carga nos condutos
onte de sforço	Variável que supre o sistema tem dimensão de esforço		Se E(t)	Fonte de tensão	Fonte de pressão
onte de luxo	Variável que supre o sistema tem dimensão de fluxo		Sf (Ft)	Fonte de corrente	Fonte de vazão
ransforma- nadores	Capacitados em ampliar ou reduzir a amplitude de uma entrada	$e_1 = m e_2$ $m f_1 = f_2$	m TF	Transformador de potência	Pistão hidráulico
		$e_1 = \Omega f_2$ $\Omega f_1 = e_2$	Gy	Núcleo de uma bobina	
lementos de unções	Junção "0"	$e_1 = e_2 = e_3$ $f_1 - f_2 - f_3 = 0$	0	Impedância em paralelo	Derivações em sistemas hidráulicos
	Junção "1"	$f_1 = f_2 = f_3$ $e_1 - e_2 - e_3 = 0$	1	Impedância em série	Perda de carga distribuída ao longo de um conduto em série

4.4 Causalidade

A causalidade é a maneira utilizada na técnica do gráfico de ligações para relacionar a causa ao efeito da troca de energia entre os elementos. Ela indica entre duas variáveis de potência, o esforço "e" e fluxo "f" qual é a entrada e qual é a saída em um determinado elemento, isto é, qual é a excitação e qual a resposta.

A causalidade é indicada através de uma barra vertical , denominada barra causal , inserida em uma das extremidades da ligação do elemento em questão, de forma a indicar qual o sentido da variável de esforço " e" .

Na figura 4.22 é esquematizada a troca de energia entre dois elemento do tipo 1 - Porto, A e B, no caso o elemento A, excita o elemento B, através de um esforço "e". Este último responde ao elemento, A através de um fluxo "f".



ELEMENTO	CAUSA	EFEITO
A	f	e
B	e	f

ELEMENTO	CAUSA	EFEITO
A	e	f
B	f	e

Figura 4.22. Causalidades - convenção.

Esta relação de causa e efeito é denominada causalidade, é indicada pela barra causal.

De acordo com a natureza do elemento primário a causalidade poderá ser: necessária, restrita, integral, derivativa ou arbitrária.

Causalidade de Caráter Necessária - quando o elemento indicado é do tipo ativo, fonte de esforço ou fonte de fluxo, pois obrigatoriamente a causalidade será em função da fonte.

Na fonte de esforço tem sempre o fluxo como saída e o esforço como entrada e na fonte de fluxo tem o fluxo como entrada e o esforço como saída, como é indicado na figura (4.23).

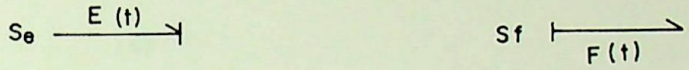
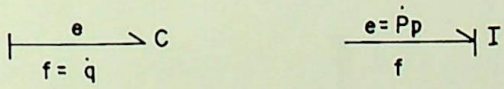


Figura 4.23 - Causalidade assinalada nas fontes. (a) fonte de esforço, (b) fonte de fluxo.

Causalidade de Caráter Integral ou derivativo: nos elementos de inertância, I e capacitância, C, dependendo do caráter do elemento e topologia do sistema, os elementos assumem caráter integrativo ou derivativo.

Integrativa :



Derivativa :

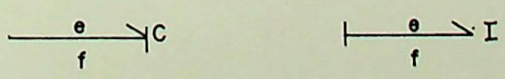


Figura 4.24 - Causalidade integrativa e derivativa assinaladas nos elementos de capacitância e inertância.

Causalidade de Caráter Restrita - quando o elemento indicado é do tipo onde ocorre o fluxo de potência através do mesmo, transformador, girador, junção "0" e junção "1"

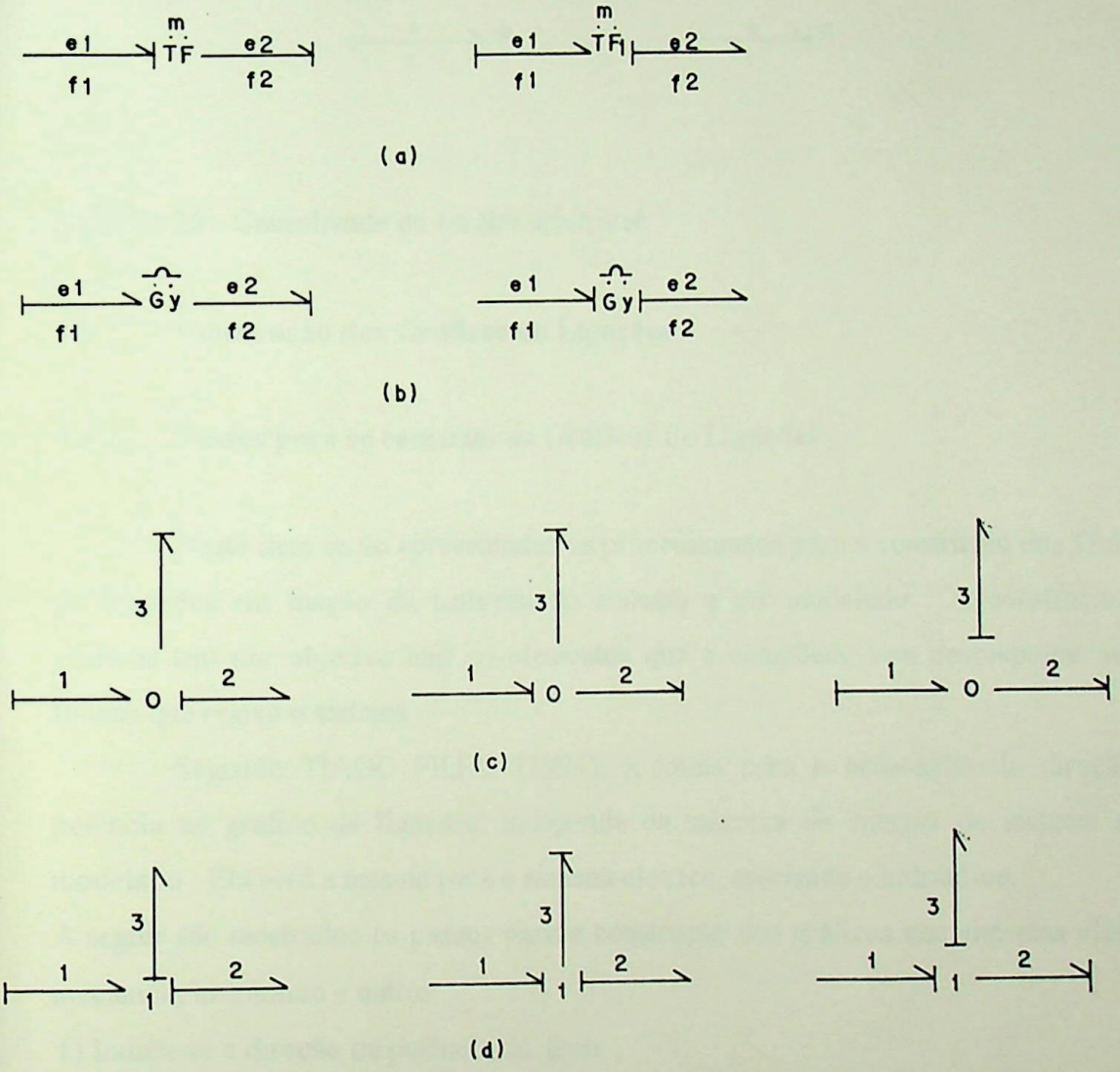


Figura 4.25 - Causalidade de caráter restrita. (a) transformador direto, (b)transformador indireto, (c) junção "0", (d) junção "1" .

Causalidade de caráter arbitrário - ocorre em elementos de resistência, devido sua característica dissipativa, a causalidade por ser arbitrária, como mostra a figura (4.27).



Figura 4.26 - Causalisade de caráter arbitrário

4.5 Construção dos Gráficos de Ligações

4.5.1 Passos para se construir os Gráficos de Ligações

Neste item serão apresentados os procedimentos para a construção dos Gráficos de Ligações em função da natureza do sistema a ser modelado . A construção dos gráficos tem por objetivo unir os elementos que o compõem, sem desrespeitar as leis físicas que regem o sistema .

Segundo TIAGO FILHO (1994), a rotina para a ordenação da direção de potência no gráfico de ligações, independe da natureza de energia do sistema a ser modelado . Ela será a mesma para o sistema elétrico, mecânico e hidráulico.

A seguir são mostrados os passos para a construção dos gráficos nos sistemas elétrico, mecânico, hidráulico e outros .

1) Indica-se a direção da potência da fonte ;
2) indica-se nos elementos passivos : R, C e I a potência com o sentido da a junção para o elemento;
3) Indica-se nos elementos transformadores TF e Gy , a potência como passante;
4) E nos elementos de junções "0" e "1" a potência é indicada com o sentido da primeira para a segunda junção.

Após levantado o gráfico de ligações para o sistema desejado é necessário asssinalar as causalidades estabelecidas que segue os seguintes passos:

1) Assinala-se as causalidades de caráter necessário, que são as causalidades das fontes;
2) Assinala-se as causalidades de caráter integral em todos os elementos de inertância e capacitância;
3) Assinala-se as causalidades de caráter restrito nos elementos transformadores diretos e indiretos;
4) Assinala-se as causalidades também de caráter restrito nos elementos de junções "0" e ' "1" ;
5) Levando-se em contas as causalidades já marcadas assinala-se as causalidades de caráter arbitrário nos elementos de resistência;
6) Verifica-se se o gráfico é consistente do ponto de vista das causalidades.

4.5.2 Exemplos de Construção de Gráficos de Ligações

A seguir são apresentados a construção dos gráficos de ligações nos sistemas elétrico mecânico e hidráulico, de forma a mostrar a analogia entre esses sistemas .

Observa-se que ao substituir as variáveis de potência o esforço" e" e o fluxo "f" pelas suas respectivas análogas no domínio da eletricidade, da mecânica ou da hidráulica, as equações apresentadas por esses sistemas são idênticas , fato pelo qual permite concluir que a analogia dos sistemas mecânicos e hidráulicos ao sistema elétrico.

4.5.2.1 Construção para o Gráfico de Ligações do Circuito Elétrico

a) Para cada ponto do circuito com mesmo potencial ou tensão estabelece-se uma junção "0 ";
b) Entre cada par adequado de junções "0 " insere junções "1 " ligadas aos respectivos elementos que estejam sob a ação da mesma diferença de tensão;
c) Adiciona-se respectivas fontes de corrente e de tensão;
d) Assinala-se as direções de potências, conforme a rotina estipulada;
e) Elimina-se o potencial terra e sua respectiva junção "0" . Caso não haja o potencial "terra" escolha escolhe-se uma tensão de referência e elimina-a;

d) Simplifica-se o gráfico de ligações de acordo com as regras estipuladas;

f) Assinala-se as causalidades conforme as regras descritas anteriormente;

g) proceda a formulação das equações de estado.

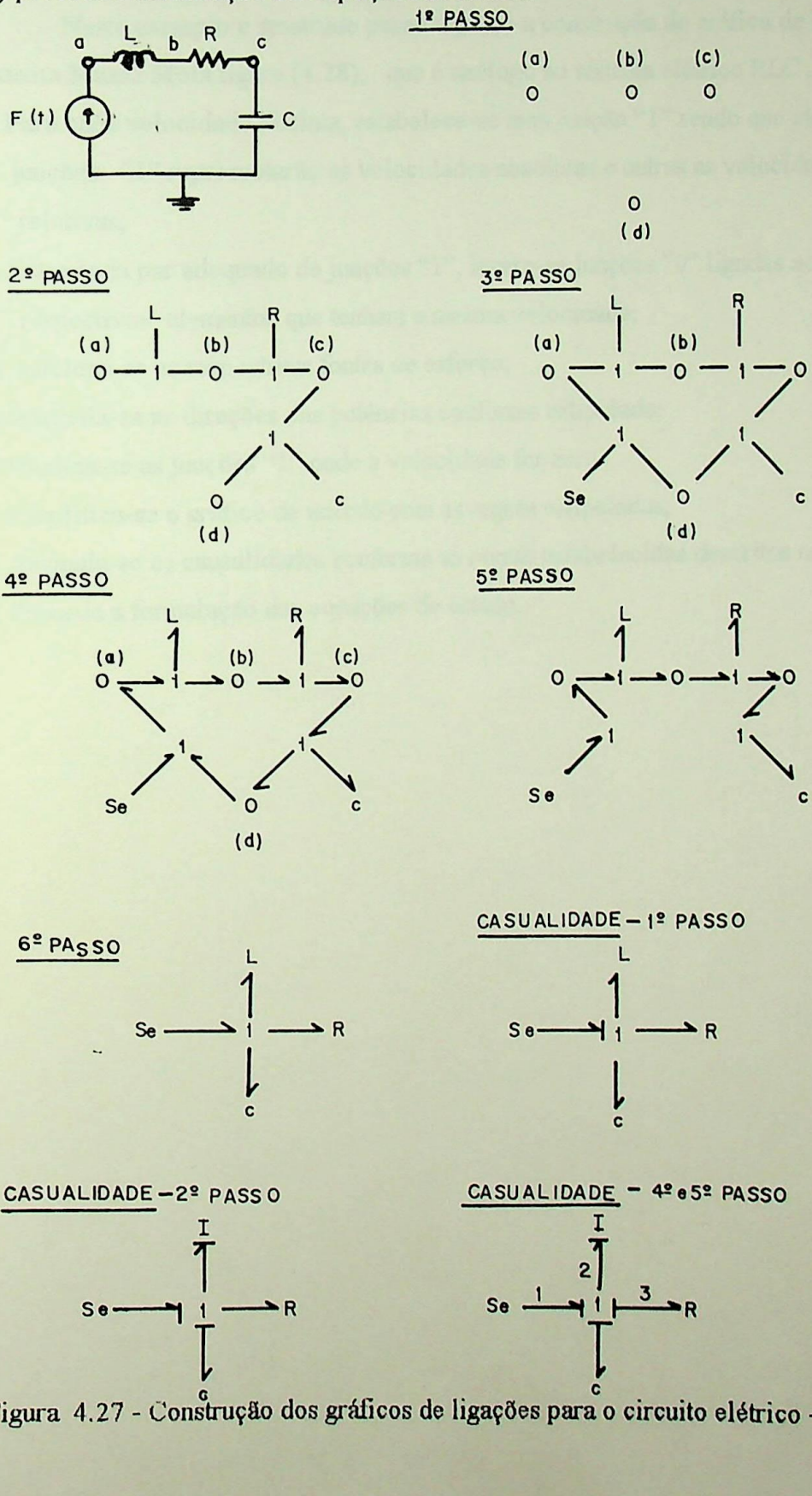


Figura 4.27 - Construção dos gráficos de ligações para o circuito elétrico - RLC

4.5.2.2 Exemplo de Construção do gráfico de Ligações para o Sistema Mecânico de Translação -Massa Mola

Neste exemplo é mostrado passo a passo a construção do gráfico de ligações do sistema Massa Mola figura (4.28), que é análogo ao sistema elétrico RLC .

a) Para cada velocidade distinta, estabelece-se uma junção "1" sendo que alguma junções "1" representarão as velocidades absolutas e outras as velocidades relativas;

b) Entre cada par adequado de junções "1", insere-se junções "0" ligadas aos respectivos elementos que tenham a mesma velocidade;

c) Adiciona-se as respectivas fontes de esforço;

d) Assinala-se as direções das potências conforme estipulado;

e) Elimina-se as junções "1" onde a velocidade for zero ;

f) Simplifica-se o gráfico de acordo com as regras estipuladas;

g) Assinala-se as causalidades conforme as regras estabelecidas descritas no item 4.5.1;

g) Proceda a formulação das equações de estado.

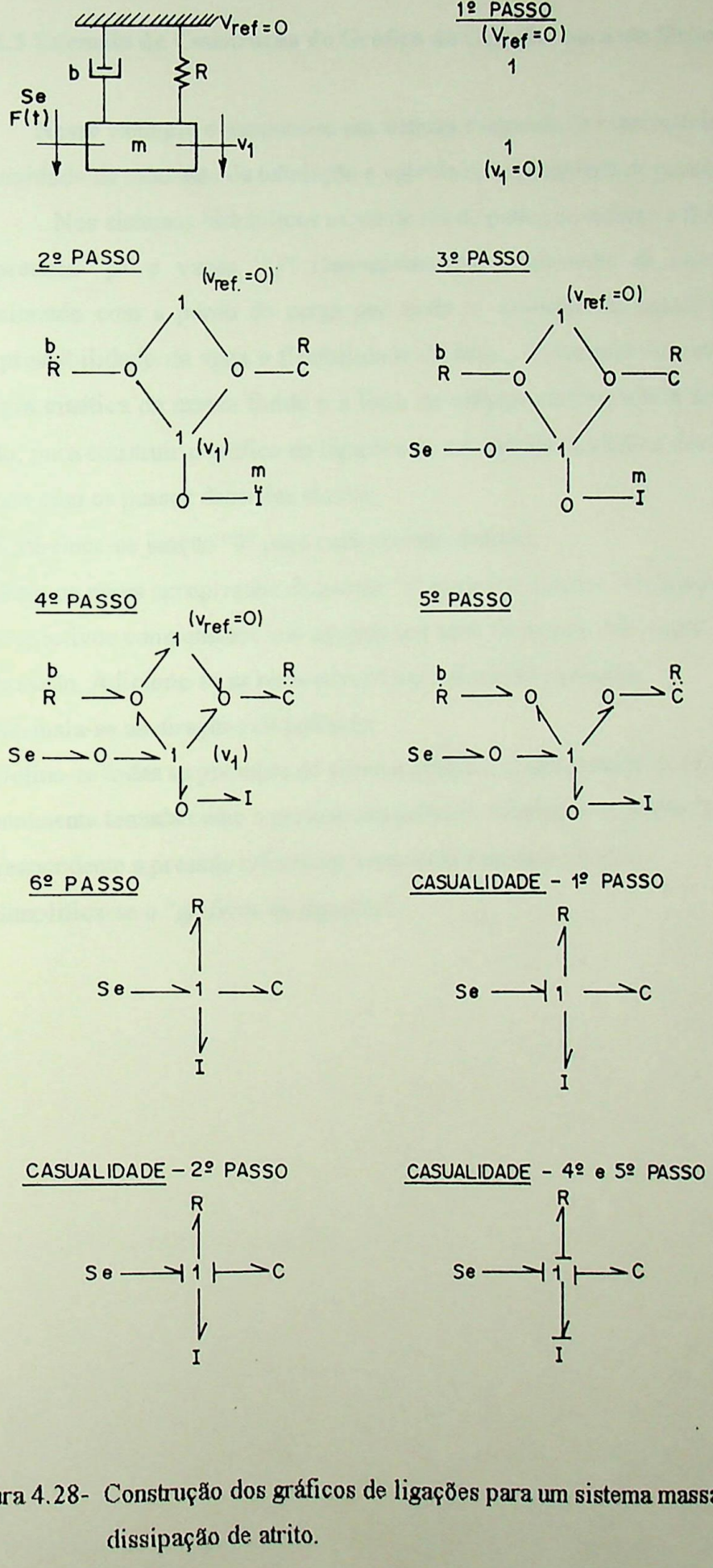


Figura 4.28- Construção dos gráficos de ligações para um sistema massa- mola com dissipação de atrito.

4.5.2.3 Exemplo de Construção de Gráfico de Ligações para um Sistema Hidráulico

Nesse exemplo considera-se um sistema composto de reservatório na extremidade de montante da tubulação e válvula na extremidade de jusante.

Nos sistemas hidráulicos as variáveis de potência, esforço e fluxo tem dimensão de pressão "p" e vazão "Q" respectivamente, o elemento de resistência, R, está relacionado com a perda de carga por atrito, o elemento de capacitância, C, com a compressibilidade da água e flexibilidade do tubo , o elemento de inertância, I, com a energia cinética da massa fluida e a fonte de esforço corresponde a fonte de pressão . Então, para construir o gráfico de ligações de um sistema hidráulico deve-se proceder de acordo com os passos descritos abaixo:

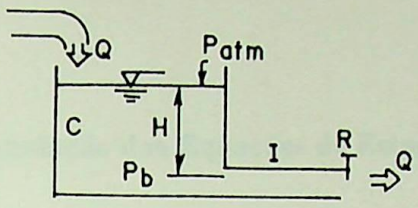
a) Estabelece-se junção "0" para cada pressão distinta;

b) Entre os pares apropriados de junção "0" insere-se junções "1", ligados aos respectivos componentes que estejam sob ação do mesmo diferencial de pressão. Adiciona-se as respectivas fontes de vazão e pressão;

c) Assinala-se as direções da potência;

d) Define-se todas as pressões do sistema relativo, a uma pressão de referência; normalmente tomada como a pressão atmosférica. Elimina-se a junção "0" correspondente a pressão referência juntamente com suas ligações;

e) Simplifica-se o "gráficos de ligações".

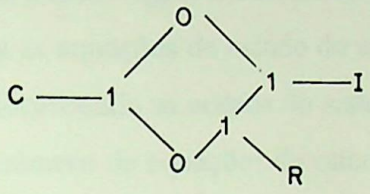


1º PASSO

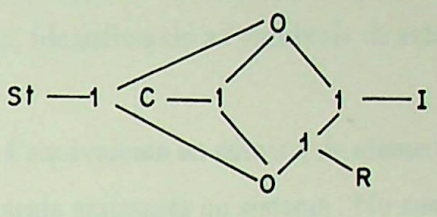
O (P_{atm})

O (Pb)

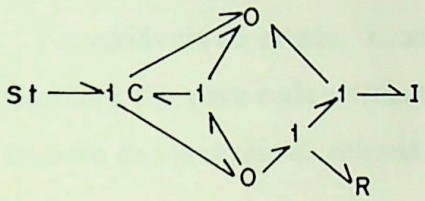
2º PASSO



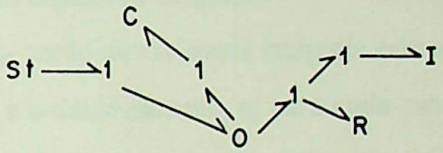
3º PASSO



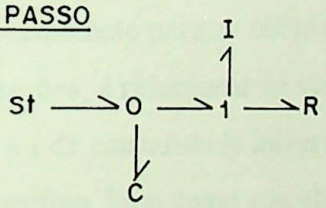
4º PASSO



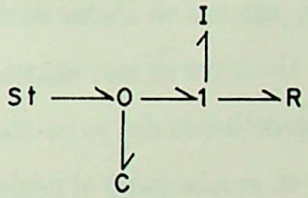
5º PASSO



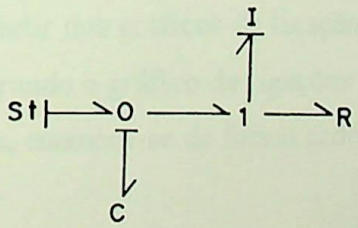
6º PASSO



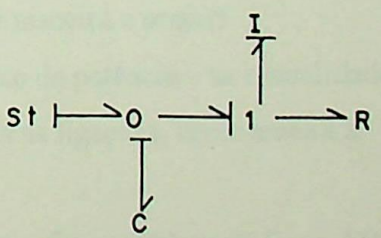
CASUALIDADE - 1º PASSO



CASUALIDADE - 2º PASSO



CASUALIDADE - 4º PASSO (JUNÇÃO "O")



CASUALIDADE - 4º e 5º PASSO (JUNÇÃO "1")

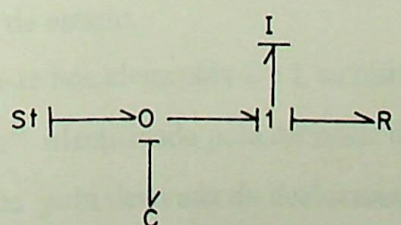


Figura 4.29 - Construção para o gráfico de ligações do sistema hidráulico

4.6 Formulação das Equações de Estado

O gráfico de ligações representa o modelo físico e fornece todas as informações necessárias à modelagem matemática do sistema. E permitem obter de forma sistemática e ordenada as equações de estado do sistema, identificando as variáveis de estado e energia e fornecendo as ordens do sistema.

O número de equações de estado será equivalente ao número de elementos Capacitivos e Inerciais de causalidades integrais existentes no sistema. No caso desses elementos C e I, apresentar causalidade derivativa, esse apenas fornecerá uma relação algébrica que não participará do sistema de equações de estado.

As variáveis de estado, $x_1, x_2, \ldots x_n$ serão as variáveis integrais correspondendo ao momentum, Pp, para cada inertância, I, e o deslocamento, q, para cada capacitância, C. O número de variáveis de entrada corresponderá ao número das respectivas fontes do sistema.

O procedimento para se obter as equações de estado do sistema, a partir de um gráfico de ligações, é relacionar as variáveis de estado com as variáveis integrais dos elementos, C e I de causalidade integral associando-se as leis constitutivas de cada elemento do gráfico, bem como aos elementos resistores dissipadores de energia e as fontes de excitação.

Nos sistemas elétrico, mecânico ou hidráulico a formulação das equações de estado, a partir dos gráficos de ligação é feita de maneira a seguir:

a) Considerando o gráfico de ligações com o fluxo de potência e as causalidades assinaladas, enumera-se de forma ordenada todas as ligações, como mostra a figura 4.29

b) Identifica-se as variáveis de entrada a fonte de esforço, E(t) ou de fluxo, F(t).

c) De acordo com as leis constitutivas dos elementos C e I de causalidade integral, associa-se as variáveis de energia," Pp" e "q" com as respectivas variáveis de estado.

d) Identifica-se nos elementos C e I, as respectivas variáveis de co-energia, o esforço "e" identificado pela derivada do momentum, sendo $\dot{P}p$ e o fluxo "f" identificado pela derivada do deslocamento, sendo $f = \dot{q}$.

e) Nos elementos dissipadores de energia, R, e de transformação TF e Gy,

f) A partir das relações constitutivas das junções "0 " e "1", levando-se em conta o sentido da potência e suas respectivas causalidades, relaciona-se as variáveis de estado.

g) E finalmente após levantadas as relações constitutivas são feitas as devidas substituições, de forma a obter-se as equações de estado do sistema em questão.

A figura 4.31 mostra os procedimentos para a obtenção das equações de estado a partir dos gráficos de ligações ilustrado no item 4.5.2.3

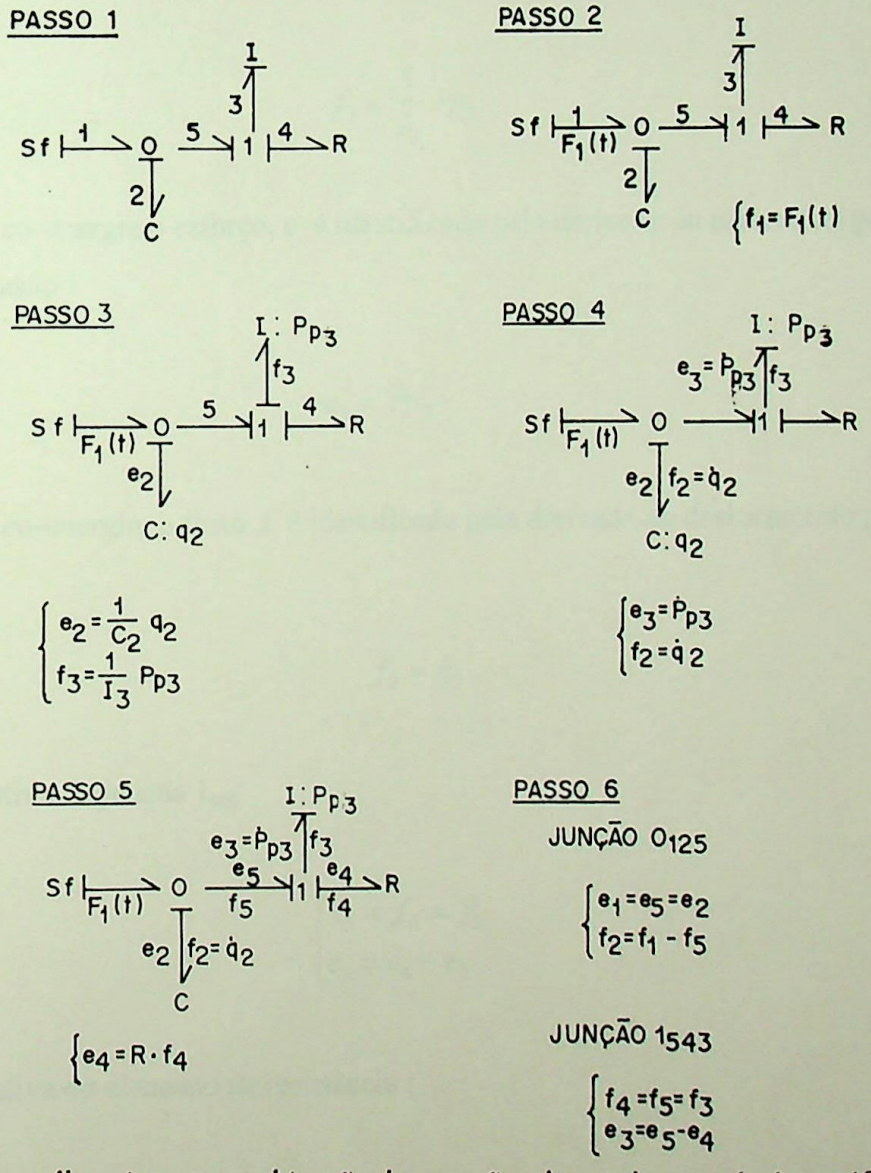


Figura 4.30 - Procedimentos para a obtenção da equações de estado a partir dos gráficos de ligações

Das leis constitutivas da junção 0_{125}

$$\begin{cases} e_1 = e_2 = e_5 \\ f_2 = f_1 - f_5 \end{cases} \tag{4.30}$$

Da lei constitutiva do elemento de capacitância tem-se:

$$e_2 = \frac{1}{C_2} q_2 \tag{4.31}$$

Da lei constitutiva do elemento de inércia

$$f_3 = \frac{1}{I_3} Pp_3 \tag{4.32}$$

A variável de co-energia o esforço, e é identificado pela derivada do momentum pela seguinte expressão :

$$e_3 = \dot{Pp}_3 \tag{4.33}$$

A variável de co-energia o fluxo ,f é identificado pela derivada do deslocamento pela expressão:

$$f_2 = \dot{q}_2 \tag{4.34}$$

Da lei constitutiva da junção 1_{345}

$$\begin{cases} f_3 = f_4 = f_5 \\ e_3 = e_4 - e_5 \end{cases} \tag{4.35}$$

Da lei constitutiva do elemento de resistência :

$$e_4 = R_4 . f_4 \tag{4.36}$$

Tendo as relações constitutivas dos elementos dos gráficos de ligações nas equações (4.30) a (4.36) , monta-se o sistema de equações de estado.

A primeira equação de estado será obtida a partir da equação (4.36), considerando-se as devidas substituições tem-se a seguinte expressão:

$$\dot{q}_2 = f_1 - f_5 = F_1(t) - f_3 = F_1(t)\frac{1}{I_3} Pp_3 \tag{4.37}$$

A segunda equação de estado será obtida a partir da equação (4.35), considerando as devidas substituições tem-se:

$$\dot{P}p_3 = e_5 - e_4 = e_2 - R_4 f_4 = \frac{1}{C_2} q_2 - R_4 . \frac{1}{I_3} Pp_3 \tag{4.38}$$

Das equações (4.37) e (4.38) obtem-se o sistema na seguinte forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_2 \\ \\ \dot{P}p_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{I_3} \\ \\ \frac{1}{C_2} & -\frac{R_4}{I_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_2 \\ \\ Pp_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1(t) & 0 \end{bmatrix} \tag{4.39}$$

Escrevendo de forma reduzida no sistema tem-se:

$$\dot{x} = Ax + B\,u(t) \tag{4.40}$$

Onde para esse exemplo tem-se, $\dot{x}$, correspondendo as variáveis de co-energia do sistema

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{q}_2 \\ \\ \dot{P}p_3 \end{bmatrix} \tag{4.41}$$

Correspondendo as variáveis de energia do sistema tem-se:

$$x = \begin{bmatrix} q_2 \\ \\ Pp_3 \end{bmatrix} \tag{4.42}$$

Correspondendo a matriz , A, cujos os coeficientes são dados pelos parâmetros $C_2 . I_3$ e R_4do sistema.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{I_3} \\ \\ \frac{1}{C_2} & -\frac{R_4}{I_3} \end{bmatrix} \tag{4.43}$$

a matriz, B, cujos os coeficientes correspondem a atuação das fontes de entrada ou de excitação do sistema, identificadas pela matriz u(t).

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ \\ 0 \end{bmatrix} \tag{4.44}$$

$$u(t) = \begin{bmatrix} F_1(t) & 0 \end{bmatrix} \tag{4.45}$$

Desta maneira o fica implícito a formulação das equações de estado a partir dos gráficos de ligação.

4.7 Técnica de Modelagem de uma Tubulação Condutora através dos "Gráficos de Ligações"

4.7.1 Introdução

Os sistemas hidráulicos são constituídos por bombas, tubos, válvulas, pistões, etc..., de vários tipos, nos quais são conduzidos fluídos quase incompressíveis como a água e o óleo.

A variáveis de estado, esforço, e, e fluxo, f, representam a pressão, p, e a vazão, Q, e as variáveis de energia momentum, Pp, e deslocamento, q, representam respectivamente a quantidade de movimento e o volume.

Por definição:

$$p = \frac{F}{A} \tag{4.46}$$

A vazão é o produto da velocidade pela a área

$$Q = v.A \tag{4.47}$$

Sendo que o produto das equações (4.46) e (4.47) tem dimensão de potência

$$pot = p.Q = \frac{F}{A}.v.A = F.v \tag{4.48}$$

Quadro.2 Variáveis referentes ao sistema hidráulico

VARIÁVEL		GENÉRICA	HIDRÁULICA	UNIDADE
Estado	Esforço	e(t)	p(t) pressão	Pa
	Fluxo	f(t)	Q(t) vazão	m^3/s
Energia	Momentum	$P_p = \int e\, dt$	$P_p = \int p(t)\, dt$	Pa.s
	Deslocamento	$q = \int f\, dt$	$v = \int Q(t)\, dt$	m^3
Potência		P(t) = e(t).f(t)	P(t) = p(t).Q(t)	W
Energia Cinética		Ec = ∫ f dPp	Ec= ∫ Q dPp	J
Energia Potencial		Ep = ∫ e dq	Ep = ∫ p dq	J

Sendo a quantidade de movimento definida pela integral da pressão :

$$Pp = \int p\, dt \tag{4.49}$$

E o deslocamento a integral da vazão no tempo, que representa o volume

$$q = \forall \int Q\, dt \tag{4.50}$$

Fazendo-se a derivada da equação (4.49) a pressão será:

$$p = \frac{dPp}{dt} = \dot{P}p \tag{4.51}$$

Analogamente a equação (4.50) assume a seguinte forma:

$$Q = \frac{dq}{dt} = \dot{q} = \dot{\forall} \tag{4.52}$$

Sendo energia cinética do fluído:

$$Ec = \int^{Pp} f \, dPp \tag{4.53}$$

Essa componente não deverá ser considerada nesse estudo caso a pressão dinâmica seja muito menor que a estática, isto é:

$$p >> \frac{1}{2} \rho \left[\frac{Q}{A}\right]^2 \tag{4.54}$$

Onde:

ρ é a densidade do fluido (Kg / m^3), A, a área interna do tubo (m^2) e Q a vazão média (m^3 / s).Em transitórios hidráulicos deve-se verificar se a potência cinética é ou não significativa para a dinâmica do sistema.

Definidas as variáveis de estado e energia é necessário proceder o levantamento das relações constitutivas dos elementos como a resistência, inertância e capacitância.

4.7.2 Resistência Fluída

4.7.2.1 Resistência Fluída devido a Dissipação de Energia no Trecho Considerado

É um elemento dissipador de energia, que relaciona pressão e vazão. Em sistemas hidráulicos, a resistência é associada à perda por atrito viscoso ao longo de um tubo e no gráfico de ligações é conectado a junção "1".

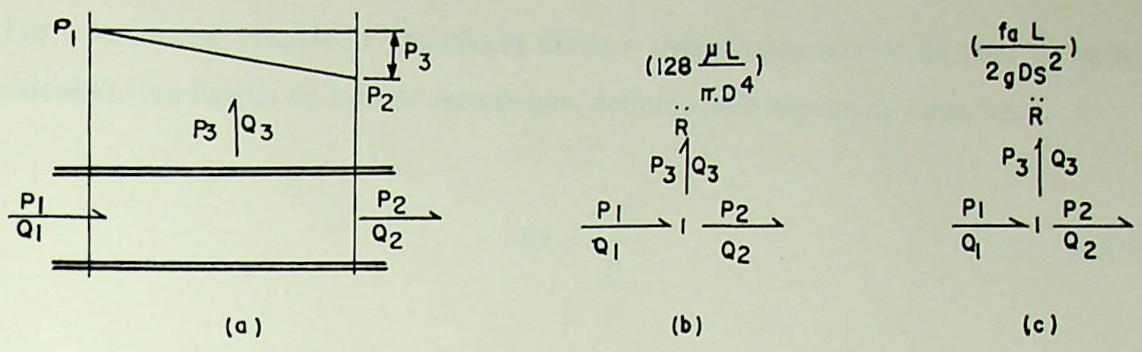


Figura 4.31 - Resistência fluida devido ao atrito, (a) modelo físico (b) gráfico de ligações

Da lei constitutiva da junção:

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 \tag{4.55}$$

Do sentido das potências indicado pela meia seta :

$$p_3 = p_2 - p_1 \tag{4.56}$$

Sendo a relação constitutiva do elemento de Resistência:

$$e = R.f \tag{4.57}$$

Da anologia do sistema hidráulico :

$$e_3 = p_3 \quad , \quad f_3 = Q_3 \tag{4.58}$$

então:

$$p_3 = R_3 Q_3 \tag{4.59}$$

Onde p_3 é a diferença pressão no trecho correspondente.

Em escoamento viscoso, a resistência fluida é determinada através do fator de atrito, calculado em função do tipo de escoamento, definido pelo número de Reynolds.

$$\mathrm{Re} = \frac{v.D}{\frac{\mu}{\rho}} \tag{4.60}$$

Onde :

μ é a viscosidade dinâmica [Kg.m/s]

ρ é a massa específica [Kg/m^3]

D o diâmetro da seção transversal [m]

No escoamento Laminar a resistência se dá predominantemente por atrito viscoso, geralmente em tubos porosos ou tubos longos e finos.

$$R_3 = \frac{128\mu \cdot L}{\pi D^4} \tag{4.61}$$

No escoamento Turbulento a resistência fluida deverá ser calculado levando-se em conta a viscosidade do fluido e a rugosidade da parede.

$$R_3 = \frac{f_a.L}{2gDA^2} \tag{4.62}$$

sendo f_a, o fator de atrito determinado pela expressão de Colebrook-White, SOUZA(1989).

$$\frac{1}{\sqrt{f_a}} = 2\log\left[\frac{K}{3{,}71D} + \frac{2.51}{\mathrm{Re}\sqrt{f_a}}\right]$$

onde:

K é a Rugosidade absoluta do tubo

Re é o Número de Reynolds.

No caso de Regime de Transição deverá haver uma interpolação entre fator do fator de atrito laminar e turbulento.

Determinada a resistência fluida, a diferença de pressão, p_3, será determinada por

$$p_3 = R_3 Q_3 |Q_3| \tag{4.63}$$

onde a pressão, $_{p3}$, será negativa, quando houver vazão negativa,- Q_3.

4.7.2.2 Resistência Fluída devido as Perdas de Cargas Localizadas

Em trechos curtos, como placas de orifício ou válvula, tem-se a função representada pela resistência da componente.

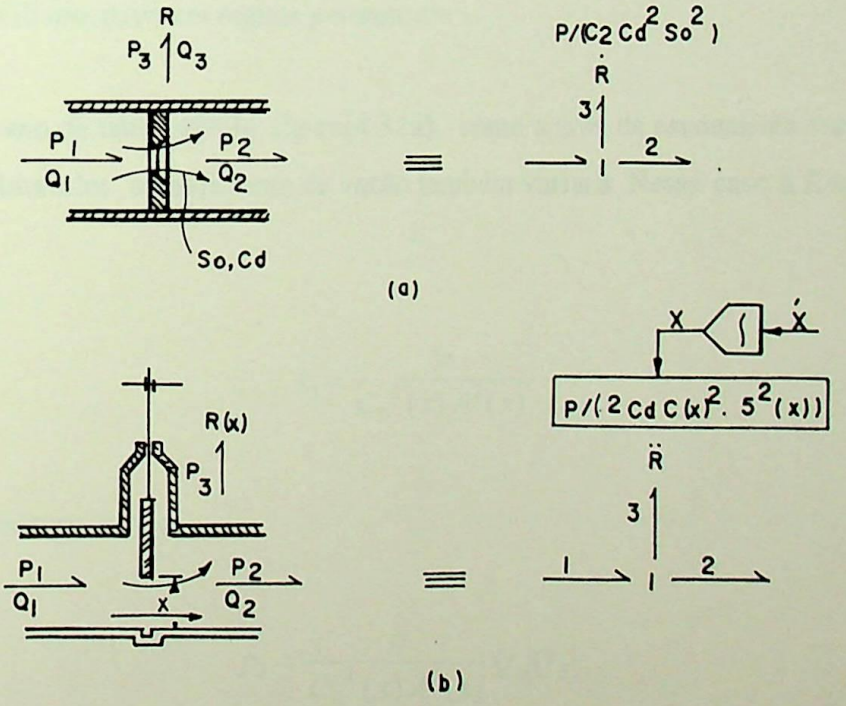


Figura 4.32- Resistência fluída em trechos curtos (a) placa de orifício (b) válvula

No caso da placa de orifício figura (4.32 a) a queda de pressão é dada por:

$$p_3 = \frac{\rho}{2 C_D^{\,2} A_o^2} Q_3 |Q_3| \tag{4.64}$$

Onde R_3 é função do coeficiente de vazão e da área do dispositivo dada pela seguinte expressão:

$$R_3 = \frac{\rho}{2 C_D^{\,2} . A_0^{\,2}} \tag{4.65}$$

Sendo:

C_{Do} o coeficiente de vazão em regime permanente

A_o é a área do dispositivo em regime permanente

No caso de uma válvula, figura(4.32a), como a área de escoamento varia com a manobra do obturador, o coeficiente de vazão também variará. Nesse caso a Resistência é dada por:

$$R_3 = \frac{\rho}{C_D^{\,2}(x) A^2(x)} \tag{4.66}$$

Em que a pressão p_3 será :

$$p_3 = \frac{\rho}{C_D^{\,2}(x) A^2(x)} Q_3 |Q_3| \tag{4.67}$$

4.7.3 Capacitância Fluída

A capacitância fluida, é o elemento que leva em conta a compressibilidade do fluido e a deformabilidade do tubo e fornece a relação entre as variáveis de pressão, p e o volume, $\forall$. É a capacidade do sistema em acumular energia na forma potencial.

Em sistemas hidráulicos a capacitância está associada a junção "0".

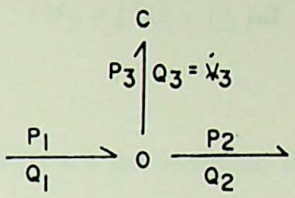


Figura 4.33 - Capacitância fluída- gráficos de ligações-

A energia potencial é dada por :

$$E_p = \int p\,dq = \int p\,d\forall \tag{4.68}$$

Da lei constitutiva do elemento de junção "0" tem-se:

$$p_1 = p_2 = p_3 \tag{4.69}$$

Do sentido das potências :

$$Q_3 = Q_1 - Q_2 \tag{4.70}$$

em que, Q_3 é a vazão relativa do volume devido a compressibilidade do fluído.

Lei constitutiva do capacitor :

$$p_3 = p_3(\forall_3) \tag{4.71}$$

Onde $\forall_3$ é dado pela integral no tempo da vazão do sistema

$$\forall_3 = \int Q_3\,dt \tag{4.72}$$

Das equações (4.70) e (4.73) tem-se:

$$\forall_3 = \int (Q_1 - Q_2)\,dt \tag{4.73}$$

Segundo TIAGO FILHO (1994), para um elemento linear o armazenamento da energia devido a variação de volume está relacionada com a pressão p_3 com o coeficiente de capacitância C_3 na forma :

$$p_3 = \frac{1}{C_3}\forall_3 = \frac{1}{C_3}\int Q_3\,dt \tag{4.74}$$

Onde C_3 é a Capacitância devido a compressibilidade do fluído e a deformabilidade das paredes do tubo.

4.7.3.1 Capacitância devido a compressibilidade do fluído

Para determinar a capacitância devido a compressibilidade do fluido, é necessário considerar o módulo de elasticidade volumétrica do fluído, k, definido pela equação (2.7) como:

$$dp = -k\,(d\forall/\forall)$$

onde dp é a diferença de pressão entre os pontos considerados.

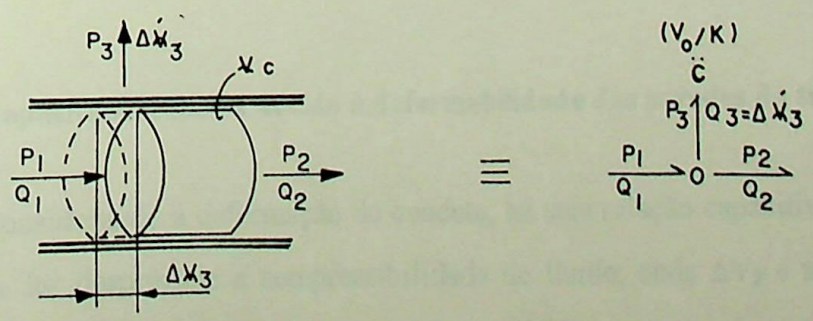


Figura 4.34 - Capacitância fluída devido a compressibilidade do fluído

Das equações (2.7) e (4.71) verifica-se que $\forall_3$ é a variação de volume, para pequenas alterações.

$$\Delta\forall_3 = -d\forall \tag{4.75}$$

então:

$$\Delta p_3 = k\frac{\Delta\forall_3}{\forall_o} \tag{4.76}$$

onde:

$$\forall_o = \frac{\pi D^2}{4}\cdot L \tag{4.77}$$

$\forall_o$ é o volume inicial do líquido.

Fazendo-se Δp_3 tendendo a p_3 e $\Delta\forall_3$ tendendo a $\forall_3$ tem-se:

$$p_3 = \frac{1}{\forall_o / k}\forall_3 \tag{4.78}$$

onde conclui-se que:

$$C_3 = \forall_o / k \tag{4.79}$$

C_3 é capacitância volumétrica devido a compressibilidade do fluido.

4.7.3.2 Capacitância fluída devido à deformabilidade das paredes do tubo

Considerando a deformação do conduto, há uma relação capacitiva do sistema, mesmo que for desprezada a compressibilidade do fluido; onde $\Delta\forall_3$ é a expansão do volume ao longo do tubo conforme mostra a figura (4.35).

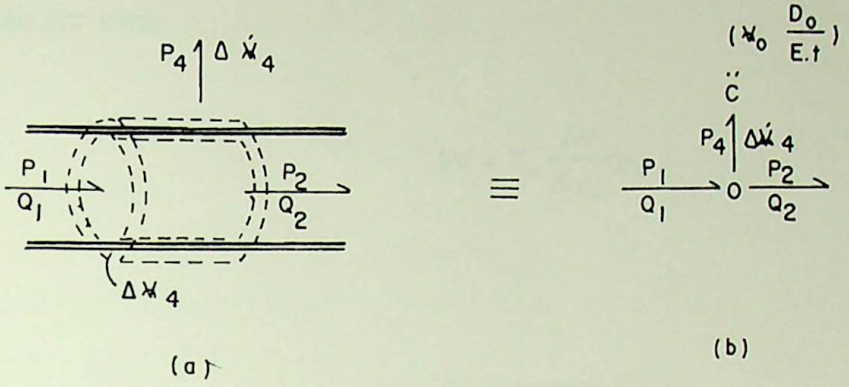


Figura 4.35 - Capacitância fluída devido a deformabilidade do tubo

Da tensão circunferencial definida pela equação (2.15) tem-se:

$$\sigma_c = \frac{D_o\ p}{2e_w}$$

Onde a tensão circunferencial é válida para tubos de paredes finas, isto é:

$$D/e \geq 125 \quad \text{ou} \quad e \leq 0{,}008.D \tag{4.80}$$

como a tensão circunferencial está relacionada com a deformação relativa da parede do tubo:

$$\varepsilon = \frac{\Delta(\pi D)}{\pi D_o} = \frac{\Delta D}{D_0} \tag{4.81}$$

onde a tensão circunferencial é dada por:

$$\sigma_c = E.\varepsilon \tag{4.82}$$

ou

$$\sigma_c = \frac{\Delta D}{D_o}.E \tag{4.83}$$

Então $\Delta\forall$ será:

$$\Delta\forall = \forall_o \frac{Do}{E\, e_w} p_4 \tag{4.84}$$

ou :

$$p_4 = \frac{1}{\frac{\forall_o D_o}{E\, e_w}} . \forall_4 \tag{4.85}$$

onde conclui-se :

$$C_4 = \forall_o \frac{D_0}{E\, e_w} \tag{4.86}$$

4.7.3.3 Capacitância Equivalente

Em escoamentos transitórios deve-se levar em conta a capacitância devido a compressibilidade do fluido e deformabilidade do tubo, desta forma elas são combinadas e associadas na junção "0" .

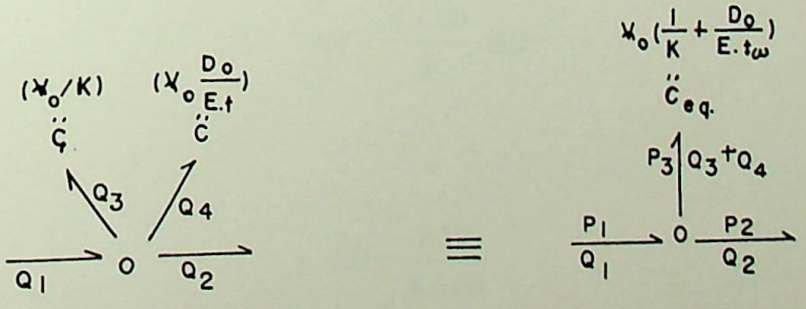


Figura 4.36 - Capacitância fluída equivalente

Como definido pela expressão (4.83) tem-se :

$$\sigma_c = \frac{\Delta D}{D_0}.E$$

Da tensão circunferencial das paredes do tubo definido pelas equações (2.15) e (4.83) tem-se:

$$\frac{\Delta D E}{Do} = \frac{Do\ p}{2e_w} \tag{4.87}$$

Onde:

$$\Delta D = \frac{D_o^2 \cdot p}{2E.e_w} \tag{4.88}$$

Sendo a variação de volume dada por:

$$\Delta\forall = \Delta\left(\frac{\pi D^2}{4} L\right) = \frac{\pi L}{4}\Delta(D^2) = \frac{\pi L}{4} 2 D_{D-D_o} \Delta D \tag{4.89}$$

Integrando vem:

$$\Delta\forall = \frac{\pi\ LDo}{2} \cdot \Delta D \tag{4.90}$$

onde:

$$\Delta D = \frac{2\Delta\forall}{\pi\ LDo} \tag{4.91}$$

Da tensão circunferencial das paredes do tubo definido no item 2.2 e equação (4.102) tem-se :

$$\Delta\forall = \frac{\pi D_0^{\ 2}}{4}.L.\frac{D_o p}{E e_w} \tag{4.92}$$

Considerando as seguintes relações :

$$\forall o = \frac{\pi D_o^2}{4} L \qquad , \quad \forall_4 = \Delta \forall \qquad e \qquad p = p_4 \tag{4.93}$$

De acordo com o gráfico de ligações tem-se:

$$Q_3 + Q_4 = Q_1 - Q_2 \tag{4.94}$$

$$\Delta \forall_3 + \Delta \forall_4 = \int^t [Q_1 - Q_2] dt \tag{4.95}$$

Da tensão circunferencial do tubo definido pela equação (2.7) tem-se

$$\Delta \forall_3 = \frac{\forall_o}{K} \Delta p \tag{4.96}$$

$$\forall_4 = \forall o \frac{Do}{E e_w} P_4 \tag{4.97}$$

Que resulta em :

$$\left(\frac{\forall_0}{k} + \forall_o \frac{D_0}{E\, e_W} \right) \Delta p = \int (Q_1 - Q_2) dt \tag{4.98}$$

A capacitância equivalente da junção "0" resulta em :

$$Ceq = \forall_o \left(\frac{1}{k} + \frac{D_0}{E\, e_w} \right) \tag{4.99}$$

Da lei constitutiva da capacitância, levando-se em conta a compressibilidade do fluído e deformabilidade do tubo, tem-se :

$$p_3 = \frac{1}{Ceq} \forall_3 \tag{4.100}$$

Conforme definido pela expressão (2.26), a celeridade das ondas de pressão em regime transitório é dada por:

$$a^2 = \frac{k/\rho}{\left[1 + \frac{kDo}{Ee_w} C_1\right]} \tag{4.101}$$

Das equações (4.97) e (2.26) conclui-se que a capacitância equivalente será dada por:

$$Ceq = \frac{\forall o}{\rho a^2} \tag{4.102}$$

4.7.3.4 Capacitância Volumétrica

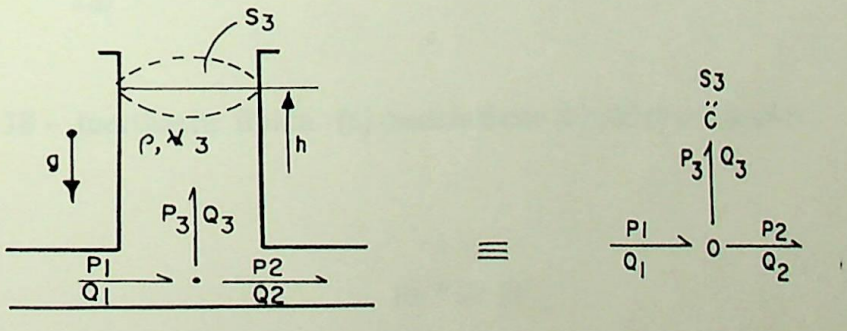


Figura 4.37 - Capacitância fluída devida a variação de volume em um tanque volumétrico (a) modelo físico, (b) gráfico de ligações

A pressão na entrada do tanque é dada por:

$$p_3 = \rho g h = \rho g \frac{\forall_3}{A} = \frac{1}{A_3 / \rho g} \forall_3 \qquad (4.103)$$

A capacitância do tanque volumétrico será dada por :

$$C_3 = \frac{A_3}{\rho . g} \qquad (4.104)$$

4.7.4 Inertância Fluída

Elemento, passivo, representado pela inércia da água, que é a capacidade do fluido acumular energia cinética. Em sistemas hidráulicos está associado a junção "1".

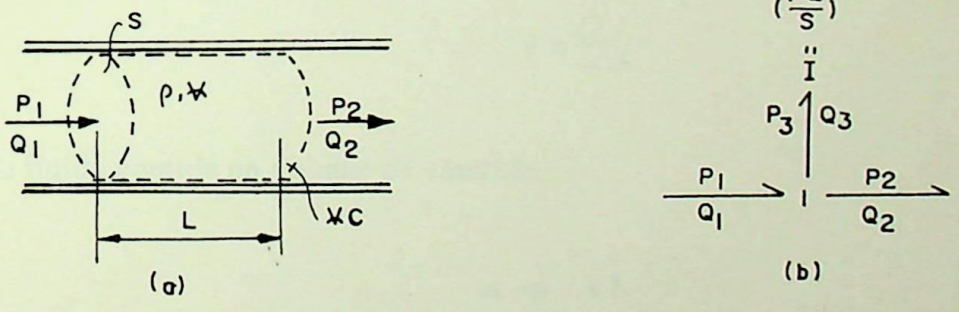


Figura 4.38 - Inertância fluída (a) modelo físico (b)gráfico de ligações

Sendo:

$$p_3 = p_1 - p_2 \qquad (4.105)$$

O momentum é dado por:

$$P_{p_3} = \int^t p_3 dt = \int^t [p_1 - p_2] dt \qquad (4.106)$$

Pela relação constitutiva do elemento de inertância tem-se:

$$Q_3 = \frac{1}{I_3} Pp_1 \tag{4.107}$$

A força líquida no volume de controle será:

$$F = p_1 A_1 - p_2 A_2 \tag{4.108}$$

velocidade de escoamento do fluido:

$$v_3 = \frac{Q_3}{A} \tag{4.109}$$

aceleração:

$$\dot{v} = \dot{Q}/A \tag{4.110}$$

massa fluida contida no volume de controle.

$$m = \rho \, . \, A \, L \tag{4.111}$$

Pela primeira Lei de Newton tem-se que:

$$F = m \, . \, a$$

então:

$$p_1 A - p_2 A = \rho A L \frac{\dot{Q}_3}{A} \tag{4.112}$$

sendo p_3 definido pela equação (4.105) por:

$$p_3 = p_1 - p_2$$

Logo p_3 é dado pela seguinte expressão:

$$p_3 = \frac{\rho L \dot{Q}_3}{A} \tag{4.113}$$

ou seja:

$$Q_3 = \frac{A}{\rho L} \int p_3 dt \tag{4.114}$$

ou:

$$Q_3 = \frac{1}{\rho L / A} Pp, \tag{4.115}$$

Onde conclui-se que a inertância fluida é dada por:

$$I_3 = \rho.L/A \tag{4.116}$$

Da equação(4.116) pode-se concluir que um tubo de grande diâmetro terá uma inertância menor e o fluido se acelera mais rápido do que em tubo de menor diâmetro. A aceleração causada por um pulso de pressão, levará mais tempo para percorrer um tubo de pequeno diâmetro, que de grande diâmetro, isto considerando o mesmo comprimento.
onde houver variação da área, de seção a inertância do fluido será:

$$I_3 = \int_0^L \frac{\rho}{A(x)} dx \tag{4.117}$$

4.8 Fontes de Vazão e Fontes de Pressão

Segundo TIAGO FILHO (1994), não existem fontes na forma ideal, o que existem são componentes que sozinhos ou combinados com outros, apresentam-se como aproximações razoáveis do modelo.

Nos sistemas hidráulicos as fontes podem ser de pressão ou de vazão .

Fonte de Pressão, Se é a componente que tem a capacidade de fornecer uma pressão constante ou variável no tempo, independendo da vazão do mesmo .

São exemplos de fontes de pressão :

Reservatório de nível constante, acumulador de grandes dimensões instalados a jusante de da bomba hidráulica, conforme mostra a figura (4.39)

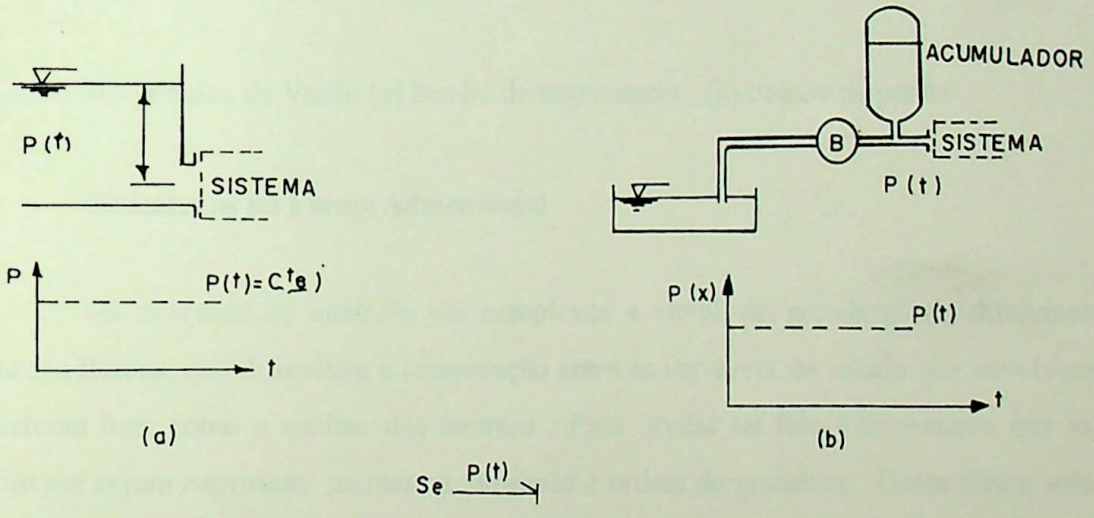


Figura 4.39- Fontes de pressão (a) reservatório de nível constante ,
(b) acumulador de grandes dimensões

Fonte de Vazão, Sf é a componente que tem a capacidade de fornecer uma vazão constante ou variável no tempo, independendo da pressão .

A figura (4.40) apresenta exemplos de fontes de vazão que são uma bomba de deslocamento positivo , de pistão , bomba de engrenagem .

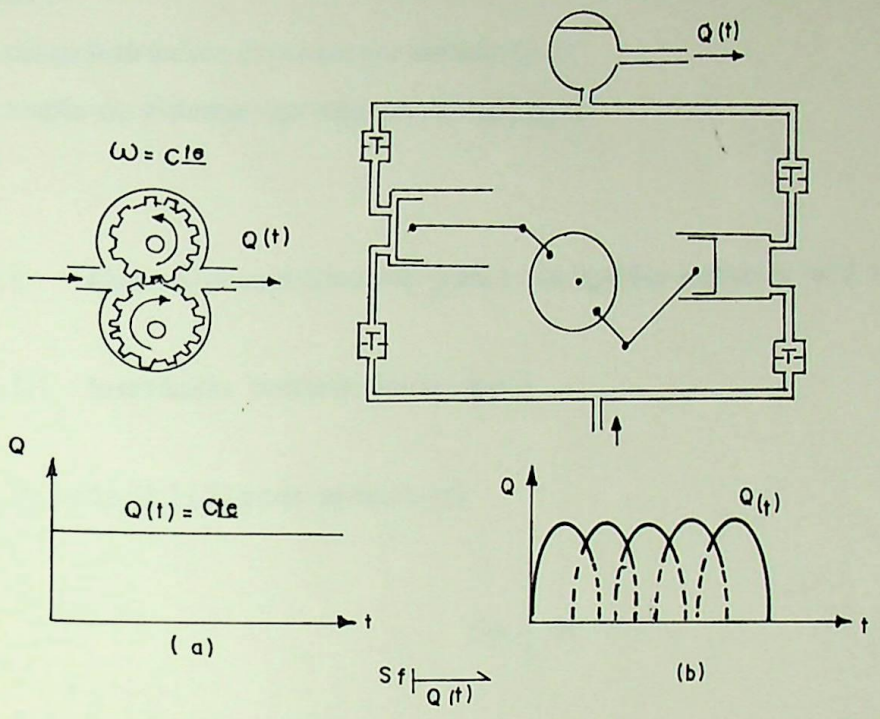


Figura 4.40- Fontes de Vazão (a) bomba de engrenagem , (b) bomba de pistão

4.9 Grandezas na Forma Admensional

Os sistemas de controle são complexos e envolvem grandezas de diferentes natureza fisicas, que dificultam a comparação entre as variáveis de estado que envolvem o sistema bem como a análise dos mesmos . Para evitar tal fato é necessário que as variáveis sejam expressas na mesma dimensão e ordem de grandeza . Desta forma este item apresenta os elementos passivos dos gráficos de ligações como a resistência, R a capacitância, C a indutância, I e as fontes de esforço, Se e fluxo, Sf , tomando como base os valores iniciais no regime permanente. As grandezas assim dimensionadas são especificadas em p.u ou por unidade e terão dimensão no tempo . De forma a identifica-las é usual expressa-las em letras minúsculas .

Onde:

$$h = \frac{H}{H_o} \quad , \quad q = \frac{Q}{Q_0} \tag{4.118}$$

sendo :

h a carga hidráulica expressa por unidade (p.u);

q a vazão do sistema expressa por unidade (p.u).

4.9.1 Elementos unitários dos gráficos de ligações expressos em p.u

4.9.1.1 Inertância unitária fluída em p.u

Da equação (4.115) pode-se escrever:

$$Q = \frac{1}{I} Pp \tag{4.119}$$

sendo

$$Pp = \int p\,dt \tag{4.120}$$

A pressão do sistema é dada por:

$$p = \rho.g.H \tag{4.121}$$

então :

$$Q = \frac{\rho g}{I} \int H dt \tag{4.122}$$

que dividida pela vazão inicial, Qo e a carga hidráulica, Ho tem-se:

$$\frac{Q}{Q_o} = \frac{\rho g H_o}{I} \int \frac{H}{H_o} dt \tag{4.123}$$

Desta forma obtem-se a vazão e carga hidráulica em p.u

$$q = \frac{\rho g}{I}\frac{H_0}{Q_o}\int h\,dt \tag{4.124}$$

ou:

$$q = \frac{1}{\bar{I}}\int h\,dt \tag{4.125}$$

onde:

$$\bar{I} = I\frac{Q_o}{\rho g H_o} \tag{4.126}$$

Da equação (4.116) tem-se:

$$I = \frac{\rho L}{A}$$

substituída na equação (4.121) obtem-se:

$$\bar{I} = \frac{Q_o}{gA_o H_o}L \tag{4.127}$$

que é a inertância fluída unitária expressa em p.u

4.9.1.2 Capacitância Fluída unitária expressa em p.u

Da equação (4.74) tem-se:

$$p = \frac{1}{C}\int Q dt$$

Substituindo as equações (4.118) e (4.121) na equação (4.74) tem-se:

$$h = \frac{1}{C}\frac{Q_o}{\rho g H_o}\int Q dt \qquad (4.128)$$

onde:

q é a vazão expressa em p.u

A equação (4.128) pode ser escrita na seguinte forma :

$$h = \frac{1}{\overline{C}}\int q dt \qquad (4.129)$$

sendo:

$$\overline{C} = C\frac{\rho g H_o}{Q_o} \qquad (4.130)$$

Da Capacitância equivalente, devido a deformabilidade do tubo e compressibilidade do fluído definido pela expressão (4.102) tem-se;

$$C = \frac{\forall_o}{\rho a^2} = \frac{A.L}{\rho a^2}$$

Das equações (4.102) e (4.130) tem-se:

$$\overline{C} = \frac{gA_o H_o . L}{Q_o a^2} \tag{4.131}$$

que é o elemento de Capacitância devido a deformabilidade do tubo e compressibilidade do tubo expressa em p.u

Multiplicando-se a equação (4.131) por L, tem-se:

$$\overline{C} = \frac{gA_o H_o}{Q_o L} . \frac{L^2}{a^2} \tag{4.132}$$

Das equações (4.127) e (4.132) pode-se escrever a capacitância fluída da seguinte forma:

$$\overline{C} = \frac{1}{\overline{I}} . \frac{L^2}{a^2} \tag{4.133}$$

4.9.1.3 Resistência fluída unitária expressa em p.u

A relação de dissipação de energia é dada por:

$$Hp = RQ|Q| \tag{4.134}$$

Da equação (4.118) e (4.134) tem-se:

$$hp = \overline{R} . q|q| \tag{4.135}$$

onde:

$$\overline{R} = R . \frac{Q_o^2}{rr} \tag{4.136}$$

Como definido pela expressão (4.62) a Resistência é dada por :

$$R = \frac{f_a L}{2g D_o A_o^2}$$

Então pode-se escrever a resistência fluída unitária pela seguinte expressão:

$$\overline{R} = \frac{f_a . L}{2g D_o A_o^2} . \frac{Q_o^2}{H_o} \tag{4.137}$$

ou

$$\overline{R} = \frac{Q_o . L}{g . \frac{\pi D_o^2}{4} . H_o} . \frac{2 f_a Q_o}{\pi D_o^3} \tag{4.138}$$

definindo

$$Ft = \frac{2 . f_a . Q_o}{\pi D_o^3} \tag{4.139}$$

tem-se:

$$\overline{R} = \overline{I} . Ft \tag{4.140}$$

4.9.1.4 Fontes de vazão e pressão em p.u

A fonte de pressão tem a função de suprir o sistema de uma carga hidráulica

$$Se = H(t) \tag{4.141}$$

Da equação(4.118) tem-se a fonte de pressão em p.u

$$\overline{Se} = \frac{H(t)}{H_o} = h(t) \tag{4.142}$$

Como a fonte de vazão é definido por:

$$Sf = Q(t) \tag{4.143}$$

Analogamente tem-se a fonte de vazão expressa em p.u da seguinte forma:

$$\bar{S}f = \frac{Q(t)}{Q_o} = q(t) \tag{4.144}$$

4.10 Modelagem da Lei de Manobra

4.10.1 Considerações iniciais

Segundo TIAGO FILHO (1994), a maior parte das leis constitutivas físicas são não lineares entretanto, os métodos de simulação mais adequados são constituídos por equações de estado lineares. Então é necessário linearizar estas equações para atender o princípio da superposição . A linearização deve ser feita em torno do ponto de operação como mostra a figura (4.41.a) . Entretanto se a inclinação da tangente do ponto considerado for nula , infinita ou descontínua (figura 4.41 b,c,d)essa operação não será possível .

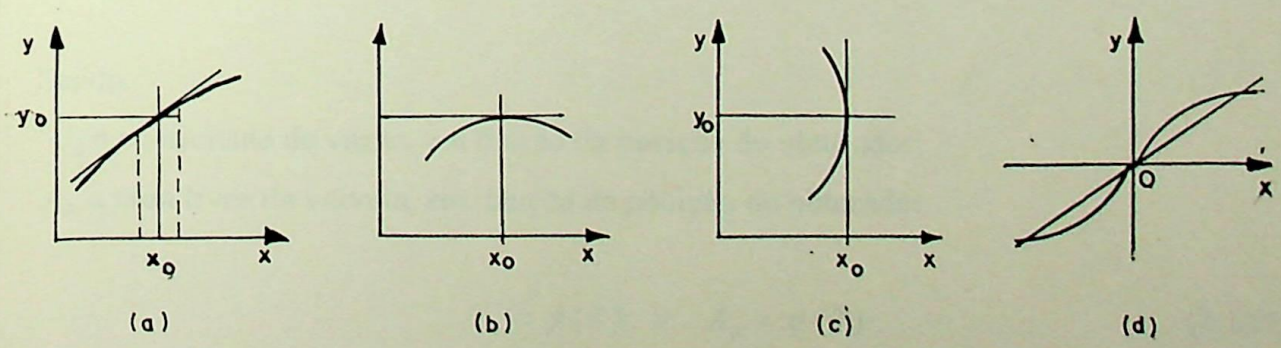


Figura 4.41 - Linearização da lei de manobra da válvula.(a) no ponto de operação, (b) tangente nula. c) tangente infinita. d) descontínua.

Neste trabalho, a manobra que deseja simular é o fechamento total, que na maioria das vezes sua lei de fechamento é não linear , com variações do ponto de operação .
Durante qualquer uma dessas operações, além de variações na pressão do conduto, haverá variações no coeficiente de vazão e na área da seção livre da válvula . Então a vazão que passará pela válvula em um determinado instante da manobra, dependerá da pressão, do coeficiente de vazão e da área livre da válvula naquele instante .
Diante do exposto ao se utilizar o modelo linear para a lei de manobra de fechamento ou abertura total da válvula, a resposta da simulação resultará em valores bastantes distantes do modelo físico real .

4.10.2 Modelagem da lei de manobra da válvula

Sabendo-se que a vazão na válvula é dada por :

$$Q = \alpha H_T^n \tag{4.145}$$

onde:

α é a constante dada pela expressão :

$$\alpha = \sqrt{2g} . C_\theta . A_\theta \tag{4.146}$$

Sendo:

C_θ o coeficiente de vazão, em função da posição do obturador;

A_θ a área livre da válvula, em função da posição do obturador.

$$C_\theta = \phi(\theta) \quad e \quad A_\theta = \phi(\theta) \tag{4.147}$$

Então a constante α será :

$$\alpha = \phi(\theta) \tag{4.148}$$

A carga transitória, H_T, no instante considerado e depende da carga em regime permanente, H_o e da variação da carga no instante considerado dado por:

$$\dot{H} = \frac{\partial H}{\partial t} \tag{4.149}$$

$$H_T = \phi\,(H, \dot{H}) \tag{4.150}$$

Assim pode-se escrever a vazão em função de:

$$Q = \phi\,(\theta, H, \dot{H}) \tag{4.151}$$

Aplicando-se a derivada na equação (4.151) obtem:

$$dQ = \frac{\partial Q}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial Q}{\partial H} dH + \frac{\partial Q}{\partial \dot{H}} d\dot{H} \tag{4.152}$$

Considerando as diferenciais como variações infinitesimais a equação (4.157) fica:

$$\Delta Q = \frac{\partial Q}{\partial \theta} \Delta\theta + \frac{\partial Q}{\partial H} \Delta H + \frac{\partial Q}{\partial \dot{H}} \Delta\dot{H} \tag{4.153}$$

Adicionando-se o valor inicial da vazão, ou seja, Qo ao primeiro e segundo membro da equação (4.153) tem a seguinte expressão :

$$\Delta Q + Q_o = Q_0 + \frac{\partial Q}{\partial \theta} \Delta\theta + \frac{\partial Q}{\partial H} \Delta H + \frac{\partial Q}{\partial \dot{H}} \Delta\dot{H} \tag{4.154}$$

Verifica-se que o primeiro termo da equação (4.154) corresponderá ao valor integral da variável principal, isto é:

$$\Delta Q + Q_o = Q \tag{4.155}$$

Os três primeiros termos do segundo membro da equação (4.155) podem ser apresentados em função linear da vazão em função de θ e H.

$$Q_o + \frac{\partial Q}{\partial \theta}\Delta\theta + \frac{\partial Q}{\partial H}\Delta H = Q_o(\theta, H) \qquad (4.156)$$

Para que se possa representar os efeitos correspondentes ao último termo da expressão (4.154) para qualquer ponto de manobra da válvula, o mesmo será substituído pela seguinte função não linear :

$$\frac{\partial Q}{\partial \dot{H}}\Delta\dot{H} \quad por \quad \left[\frac{\Delta Q_o(\theta, H)}{\Delta \dot{H}}\right]_{(\theta)} \Delta\dot{H} \qquad (4.157)$$

Substituindo as relações (4.155) , (4.156) e (4.157) a expressão (4.154) fica:

$$Q = Q_o(\theta, H) + \left[\frac{\Delta Q_o(\theta, H)}{\Delta \dot{H}}\right]_{(\theta)} \Delta\dot{H} \qquad (4.158)$$

Onde:

Q é a vazão total que passa pela válvula ;

$Q_0(\theta, H)$ é a vazão que passa pela válvula em função da abertura do obturador e da carga disponível;

$\left[\frac{\Delta Q_o(\theta, H)}{\Delta \dot{H}}\right]_{(\theta)} \Delta\dot{H}$ é a parcela adicional da vazão decorrente da variação da carga e da posição do obturador .

De acordo com a equação (4.145) a vazão é expressa em termos de produto do coeficiente de vazão e da carga . Então, os componentes do segundo membro da equação (4.157) podem ser escrito na seguinte forma:

$$Q_o(\theta, H) = \alpha(\theta).H(\theta) \qquad (4.159)$$

e

$$\left[\frac{\Delta Q_0(\theta,H)}{\Delta \dot{H}}\right]_{(\theta)} \dot{H} = \alpha(\theta).\left[\frac{\Delta H(\theta)}{\Delta \dot{H}}\right]\Delta \dot{H} \qquad (4.160)$$

Que substituídas na equação (4.158) , ficam:

$$Q = \alpha(\theta).H(\theta) + \alpha(\theta).\left(\frac{\Delta H(\theta)}{\Delta \dot{H}}\right)_{(\theta)} \Delta \dot{H} \qquad (4.161)$$

A qual fornece a seguinte lei de variação da carga no tempo em função da posição do obturador da válvula.

$$\Delta \dot{H} = \frac{1}{\alpha(\theta)\left(\frac{\Delta H(\theta)}{\Delta \dot{H}}\right)_{(\theta)}}\left[Q - \alpha(\theta).H(\theta)\right] \qquad (4.162)$$

A equação (4.162) será representada na forma de diagrama de blocos figura (4.42 a) e na forma de gráficos de ligações figura (4.42 b). Nos gráficos de ligações a seta corresponde a uma ligação ativa, cuja a função de indicar uma variação do valor no elemento passivo .

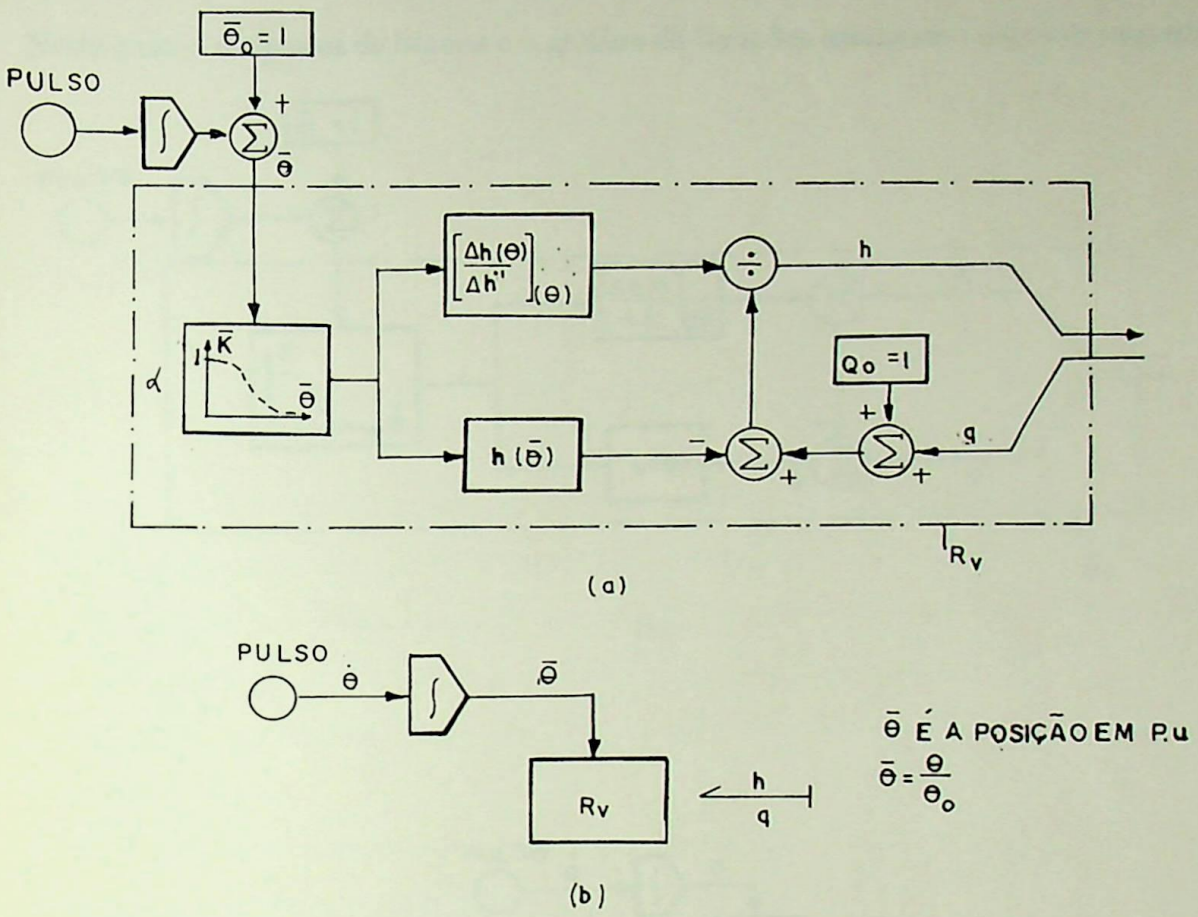


Figura 4.42 - Lei de manobra da válvula .(a) diagrama de blocos, (b) gráficos de ligações

Caso a causalidade do sistema imponha-se à entrada como sendo a carga e a saída a vazão, a lei de manobra da válvula constituirá em um ganho, cuja lei constitutiva genérica é dada por:

$$f = \frac{1}{R}.e \tag{4.163}$$

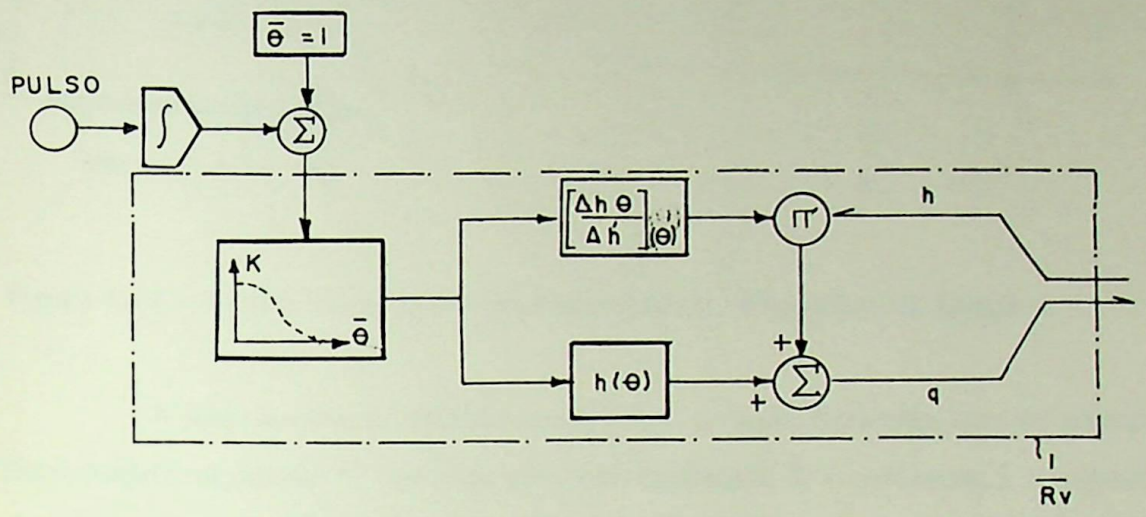
ou

$$f = G.e \tag{4.164}$$

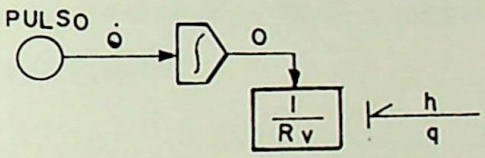
onde :

$$G = \frac{1}{R} \tag{4.165}$$

Neste caso o diagrama de blocos e o gráfico de ligações assumem o seguinte esquema:



(a)



(b)

Figura 4.43 - Lei de manobra da válvula cuja a causalidade indica um ganho.
(a) diagrama de blocos , (b) gráfico de ligações .

4.11 Modelagem de uma Tubulação Condutora

Considerando-se um sistema hidráulico de comprimento, L de diâmetro D, espessura da parede e_w, feito de um material de módulo de elasticidade E, no qual escoa um fluido de massa específica, ρ e viscosidade dinâmica, μ e um coeficiente de compressibilidade k.

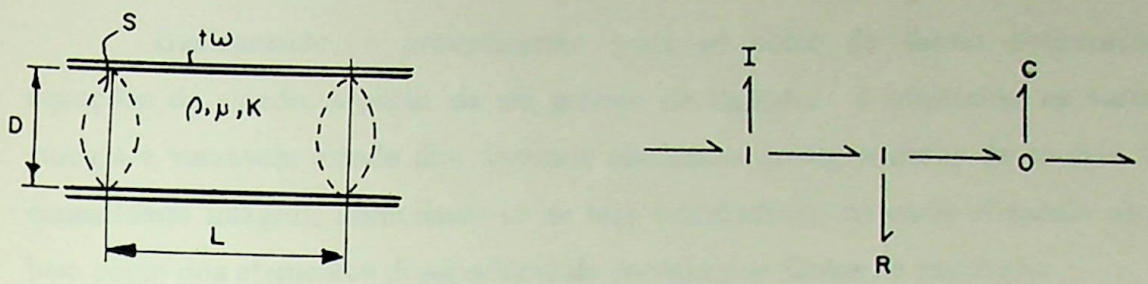


Figura 4.44 - Trecho de um tubo. (a) modelo físico, (b) gráfico de ligações.

De acordo com a estrutura constitutiva de cada elemento, tem-se associado ao fluxo comum ou junção "1" os elementos de resistência, R e inertância, I. A capacitância, C, é associada ao esforço comum ou junção "0". Sendo o elemento I, representando a energia cinética do escoamento, o elemento, R a perda de carga por atrito e o elemento C a variação de vazão que ocorre devido a compressibilidade do fluido e deformabilidade do tubo.

Procedendo-se de acordo com as técnicas de redução e causalidades descritas no item 4.6 obtem-se o seguinte gráfico de ligações:

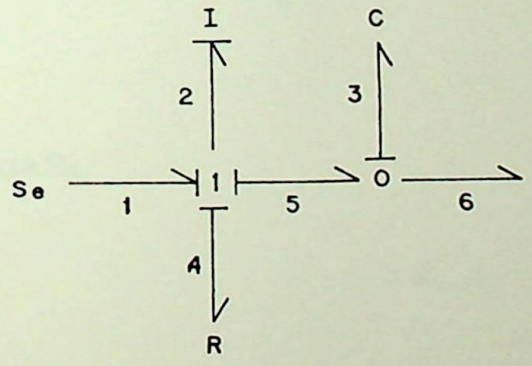


Figura 4.45 - Gráfico de ligações de um trecho finito de tubulação.

O mérito da técnica dos "Gráficos de ligações" em conjunto com as equações constitutivas dos seus elementos é fornecer informações necessárias a modelagem matemática do sistema. Sendo que cada elemento capacitivo, C, e inercial, I, de causalidade integral irá gerar uma equação de estado. No caso de um desses elementos C e I, apresentarem causalidade derivativa, esse apenas fornecerá uma relação algébrica.

Basicamente, o procedimento para se obter de forma sistematizada das equações de estado, a partir de um gráfico de ligações é relacionar as variáveis de energia e variáveis estado dos diversos elementos armazenadores de energia C e I de causalidade integral, associando-se as leis constitutivas de cada elemento do gráfico, bem como dos elementos dissipadores de energia e as fontes de excitação.

De acordo com o gráfico de ligações da figura (4.46) tem-se as seguintes relações constitutivas:

Da Capacitância C_3:

$$e_3 = \frac{1}{C_3} q_3 \qquad e \qquad f_3 = \dot{q}_3 \tag{4.166}$$

Da inércia I_2:

$$f_2 = \frac{1}{I_2} Pp_2 \qquad e \qquad e_2 = \dot{Pp}_2 \tag{4.167}$$

Da resistência R_4:

$$e_4 = R_4 . f_4 \tag{4.168}$$

Da fonte de pressão:

$$Se = E_1(t) \tag{4.169}$$

Da fonte de vazão:

$$Sf = F_4(t) \tag{4.170}$$

Da junção "1" tem-se o seguinte gráfico de ligações:

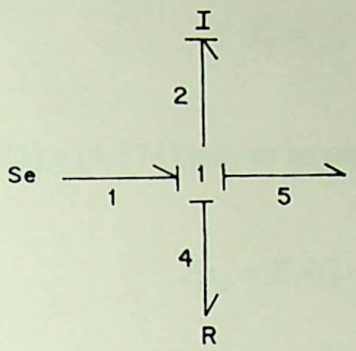


Figura 4.46 - Gráfico de ligações - junção "1"

Pela causalidade da junção "1":

$$f_1 = f_2 = f_4 = f_5 \tag{4.171}$$

Pela direção da potência da junção "1":

$$e_2 = e_1 - e_4 - e_5 \tag{4.172}$$

Da junção "0" tem-se o seguinte gráfico de ligações:

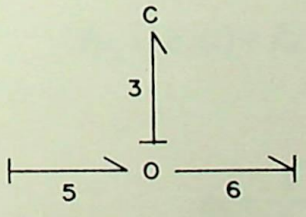


Figura 4.47 - Gráfico de ligações - junção "0"

Pela causalidade da junção "0":

$$e_3 = e_5 = e_6 \tag{4.173}$$

Pelo fluxo de potência da junção "0":

$$f_3 = f_5 = f_6 \tag{4.174}$$

Das equações (4.172) e (4.174) tem-se as seguintes expressões:

$$\dot{P}p_2 = E_1(t) - R_4 . f_4 - e_5 \tag{4.175}$$

$$\dot{q}_3 = f_5 - f_6 \tag{4.176}$$

Das equações (4.171) e (4.173) pode-se escrever:

$$\dot{P}p_2 = E_1(t) - R_4 . f_2 - e_3 \tag{4.177}$$

Analogamente da equação (4.171) tem-se:

$$\dot{q}_3 = f_2 - f_6 \tag{4.178}$$

Fazendo-se as devidas substituições nas equações (4.177) e (4.173) obtem-se as seguintes equações de estado:

$$\dot{P}p_2 = E_1(t) - R_4 \cdot \frac{1}{I_2} Pp_2 - \frac{1}{C_3} q_3 \tag{4.179}$$

$$\dot{q}_3 = \frac{1}{I_2} Pp_2 - F_4(t) \tag{4.180}$$

Rearranjando na forma matricial tem-se:

$$\begin{bmatrix} \dot{P}p_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_4 \frac{1}{I_2} & -\frac{1}{C_3} \\ \frac{1}{I_2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Pp_2 \\ q_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1(t) & 0 \\ 0 & F_4(t) \end{bmatrix} \tag{4.181}$$

onde:

$\dot{P}p_2$ é a variável de co-energia correspondente a pressão na entrada no tubo;

$\dot{q}_3$ é a variável de co-energia correspondente a vazão do fluído no tubo;

Pp_2 é a variável de energia correspondente ao momentum do fluído no tubo;

q_3 é a variável de energia correspondente ao volume do trecho do tubo;

E_1 é a variável de entrada, correspondente a fonte de pressão;

F_4 é a variável de saída correspondente a fonte de vazão do tubo.

4.12 Número de Trechos do Conduto para a Modelagem de um Sistema

A determinação do número de trechos necessários em sistema hidráulico ainda apresenta algumas discussões, sendo necessário uma melhor avaliação, de modo que a solução numérica possa tender a um único valor .

Em sistemas hidráulicos composto por tubulações em série, será necessário considerar discretização do modelo correspondendo ao número dos tubos em série.

Da mesma forma, para condutos de características uniformes , com fechamento rápido ou seja, alta freqüência de excitação, faz se necessário a subdivisão do conduto em vários trechos.

Na figura (4.48) é mostrado um sistema hidráulico de comprimento, L, pelo qual escoa uma vazão, Q, de um determinado fluído, este comprimento pode ser dividido em trechos menores de acordo com a natureza física do sistema. Para cada trecho são combinados a resistência, R, e a inertância, I, associados à junção "1" e a capacitância, C, associada à junção "0".

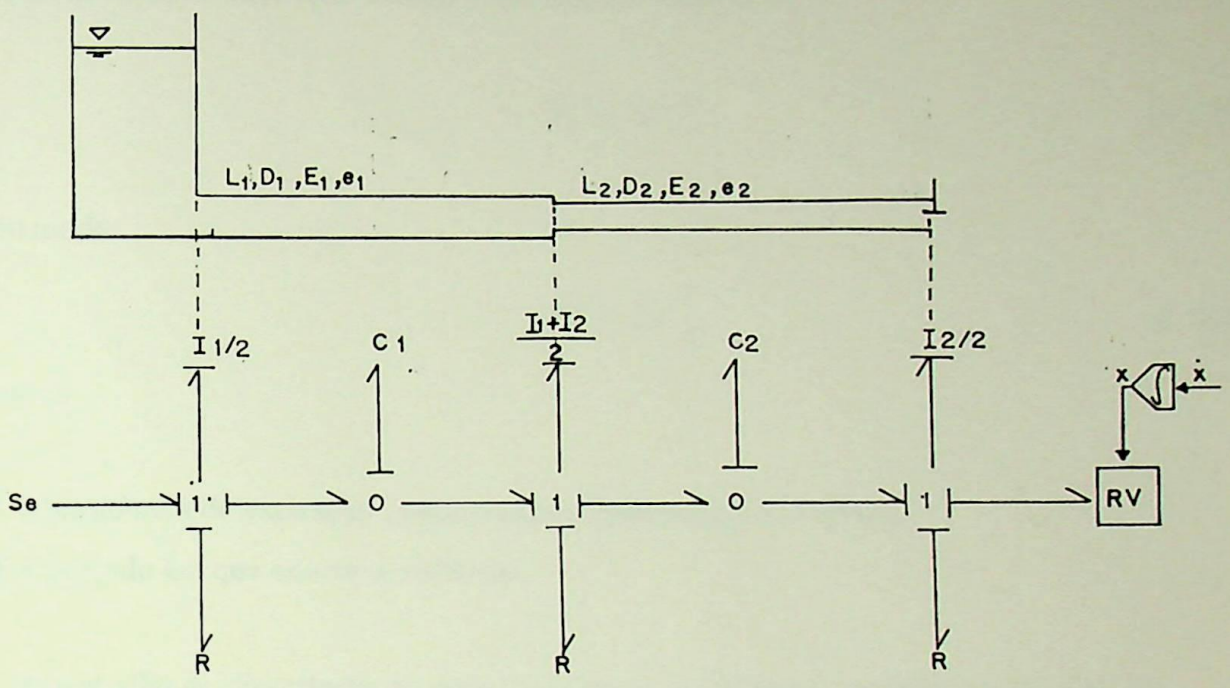


Figura 4.48 - Números de trechos de um conduto (a) modelo físico,
(b) gráficos de ligações para três trechos

KARNOPP e ROSENBERG (1975), propõem as seguintes sugestões sobre a questão do número de trechos a considerar :

- para uma linha curta e de grande diâmetro, um simples capacitor seria necessário para modelar adequadamente o sistema .
- para uma linha longa e com pequeno diâmetro apenas um trecho é necessário .
- para uma linha longa sujeita a alta freqüência de excitação requerem vários trechos .
- outra maneira, é considerar a freqüência natural de um trecho, desprezando-se o efeito resistivo. Onde esta freqüência deve ser maior que a freqüência de excitação.

A freqüência natural para um trecho de conduto é dado por :

$$Wn = \sqrt{\frac{1}{I.C}} \qquad (4.182)$$

onde:

I e C são os parâmetros de indutância e capacitância , calculdaos respectivamente através das expressões (4.127) e (4.131)

A freqüência de excitação é dado pela seguinte expressão:

$$W_e = 2\pi f \tag{4.183}$$

ou ainda

$$We = 2\pi \frac{1}{\mathrm{T}} \tag{4.184}$$

sendo

f é freqüência de excitação , causada pelo fechamento da válvula .

T é período em que ocorre a excitação.

Este trabalho de dissertação se propôs verificar a questão do número de trechos em condutos forçados considerando a sugestão de KARNOPP e ROSEMBERG (1975), em que a freqüência natural de cada trecho deve ser maior do que a freqüência de excitação do sistema .

4.13 Tipos de Modelos Considerados para um Número finito de Trechos

Existem várias maneiras para se modelar um determinado sistema é necessário escolher a melhor para cada problema específico .

A figura 4.49 mostra as alternativas para dividir a capacitância a inertância e a resistência total para um número finito de trechos.

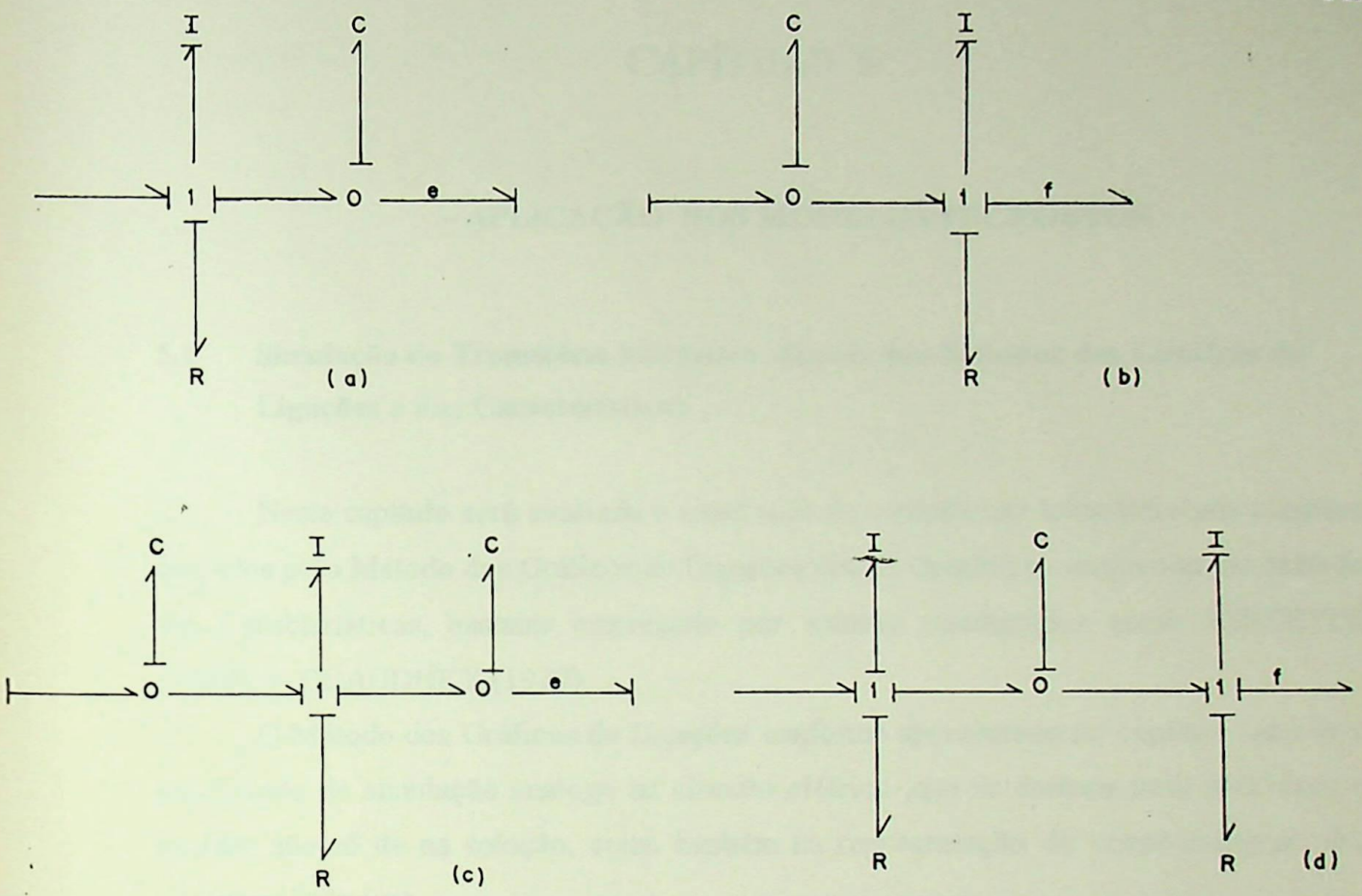


Figura 4.49 - Alternativas para o modelo de um conduto

Segundo TIAGO FILHO (1994), pode-se utilizar um circuito π ou T, conforme é mostrado respectivamente na figura (4.49 a) e (4.49 b) . Em ambos os casos o resultado é o mesmo, a diferença é a variável de estado de interesse no extremo do trecho . O circuito π é adequado à análise de tensão ou sua análoga no sistema hidráulico, representada pela carga hidráulica . Quando a variável de interesse é a corrente, ou sua análoga no sistema hidráulico, a vazão usa-se o circuito T.

Se o sistema de análise em questão for representado por um tubo longo, este pode ser representado por uma série de ligações π ou T, o efeito será o mesmo, pois o tubo será representado por vários circuitos π ou T em série.

CAPÍTULO 5

- APLICAÇÃO DOS MODELOS PROPOSTOS -

5.1 Simulação do Transitório hidráulico através dos Métodos dos Gráficos de Ligações e das Características

Neste capítulo será avaliada a simulação do escoamento transitório em condutos forçados pelo Método dos Gráficos de Ligações (Bond Graphs) e comparado ao Método das Características, bastante empregado por autores consagrados como STREETER (1978), e CHAUDHRY (1979).

O Método dos Gráficos de Ligações conforme apresentado no capítulo anterior é um método de simulação análogo ao circuito elétrico ,que se destaca pela facilidade e rapidez não só de na solução, como também na representação do equacionamento dos sistemas dinâmicos.

A seguir são apresentados os modelos propostos por STREETER(1978), CHAUDHRY (1979), WATT(1980), KOELLE (1989) e ensaios registrados no banco de ensaio CTH-USP e na Hidrelétrica de Cubatão e desenvolvidos em ambos os métodos e comparados através de seus respectivos resultados apresentados.

Para a resolução destes modelos foi desenvolvido um programa computacional na linguagem Pascal utilizando o Método das Características. Para a resolução do Método dos Gráficos de Ligações foi empregado o programa Tutsim, bastante utilizados na simulação de circuitos elétricos e de controle, também empregado em sistemas hidráulicos, como nos trabalhos de TIAGO FILHO (1994), SOUZA JÚNIOR (1993) e outros autores .

5.1.2 Exemplo 1 (Streeter)

Este exemplo proposto por, STREETER (1978), item 3.7 é composto de um reservatório de nível constante na extremidade de montante de uma tubulação em série e uma válvula na extremidade de jusante, figura (5.1). A lei de manobra da válvula é dada

pela figura (5.2). São desprezadas as perdas de carga localizadas devido a mudança de diâmetro.

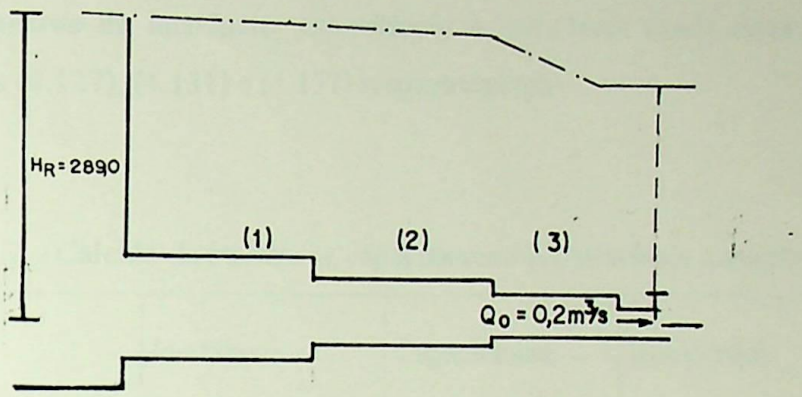


Figura 5.1 - Exemplo proposto por Streeter.

Tabela 5.1 - Dados fornecidos do exemplo 1

Trecho 1	Trecho 2	Trecho 3
L = 351 m	L = 483 m	L = 115 m
D = 0,3 m	D = 0.2 m	D = 0.15 m
a = 1200 m/s	a = 1200 m /s	a = 1200 m/s
f_d = 0.019	f_d = 0,018	f_d = 0,018

Curva de fechamento da Válvula

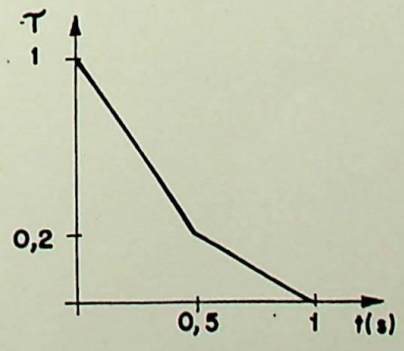


Figura 5.2 - Curva de Fechamento da válvula do exemplo 1

A partir dos dados fornecidos pela tabela anterior, em função da vazão e da carga hidráulica no primeiro ponto do conduto, ou seja, altura do reservatório são calculados os parâmetros de inertância, capacitância e resistência fluída unitária através das equações (4.127), (4.131) e (4.137) respectivamente.

Tabela 5.2 - Cálculo da inertância, capacitância e resistência do exemplo 1

Trecho	Inertância	Capacitância	Resistência
1	0,350	0,244	0,0313
2	1,08	0,147	0,309
3	0,46	0,020	0,312

Com objetivo de verificar também a questão sobre o número de trechos no Método dos Gráficos de Ligações este exemplo apresenta-se discretizado em três trechos e oito trechos, figura (5.3) e (5.4) respectivamente. Optou-se por três trechos por o modelo ser constituído de três tubos em série e oito por obrigatoriamente para se satisfazer a condição de estabilidade de Courant no Método das Características. Estes exemplos considerando-se diferentes números de trechos serão comparados e analisados do ponto de vista das freqüências conforme descrito no item 4.12.

Aplicando-se a técnica dos gráficos de ligações conforme descrito no item 4.5, obtem-se o seguinte gráfico do modelo discretizado em 3 trechos:

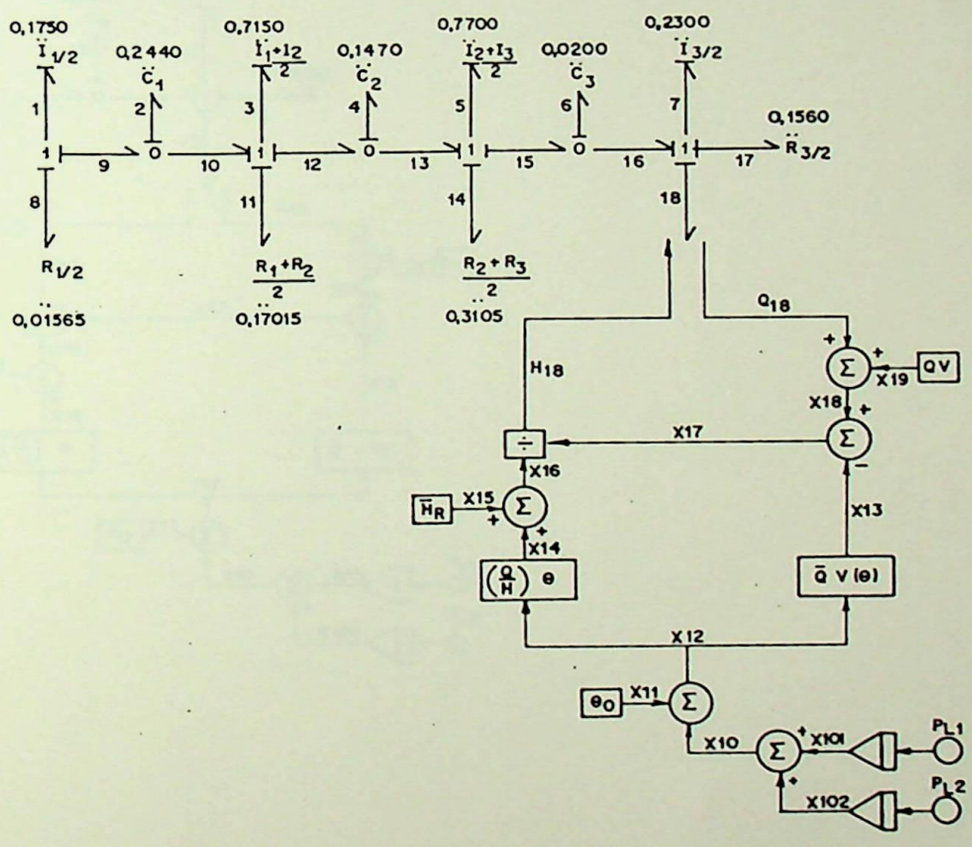


Figura 5.3 - Gráfico de ligações do exemplo 1 discretizado em 3 trechos

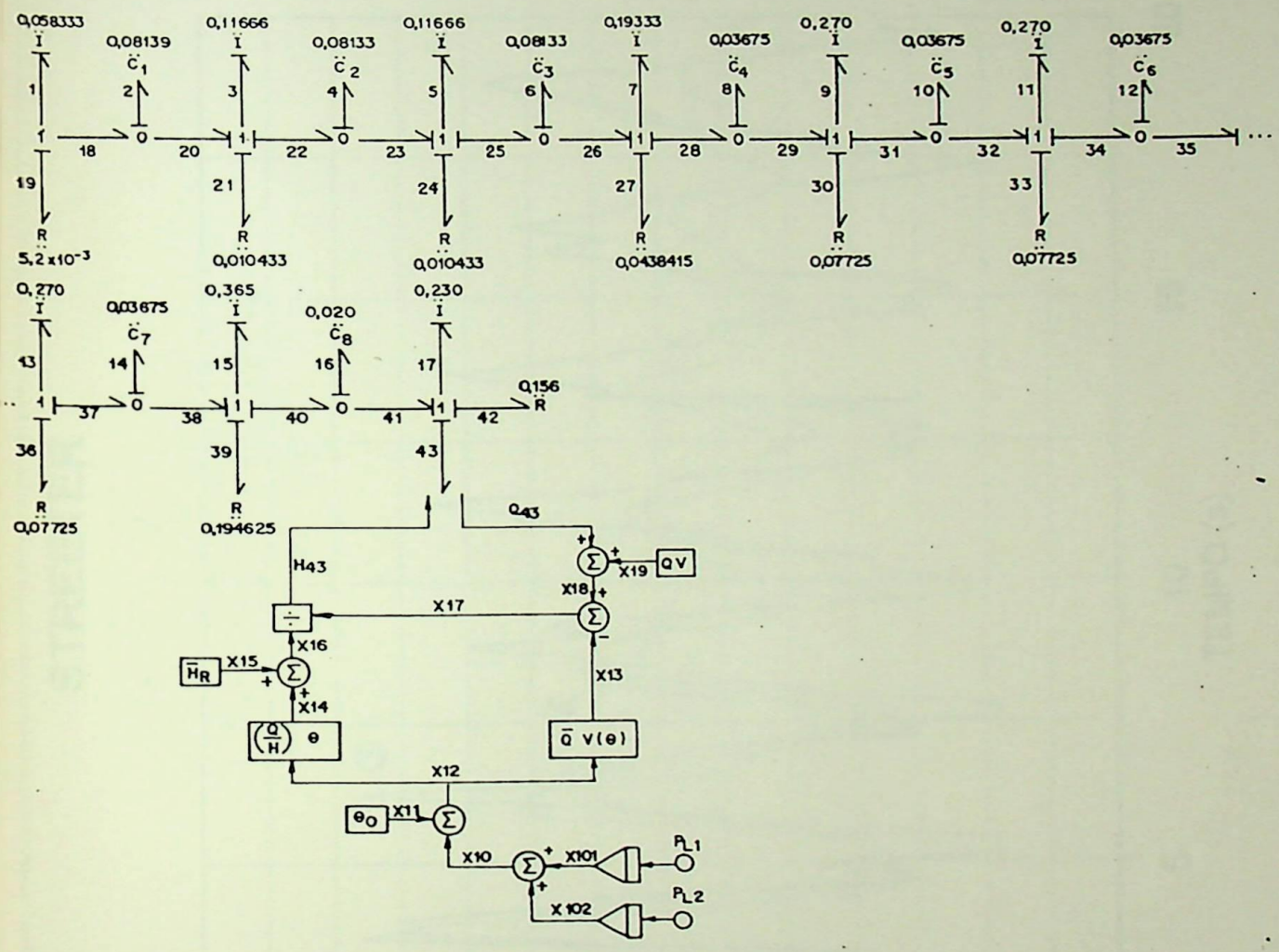


Figura 5.4 - Gráfico de ligações do exemplo 1 discretizado em 8 trechos

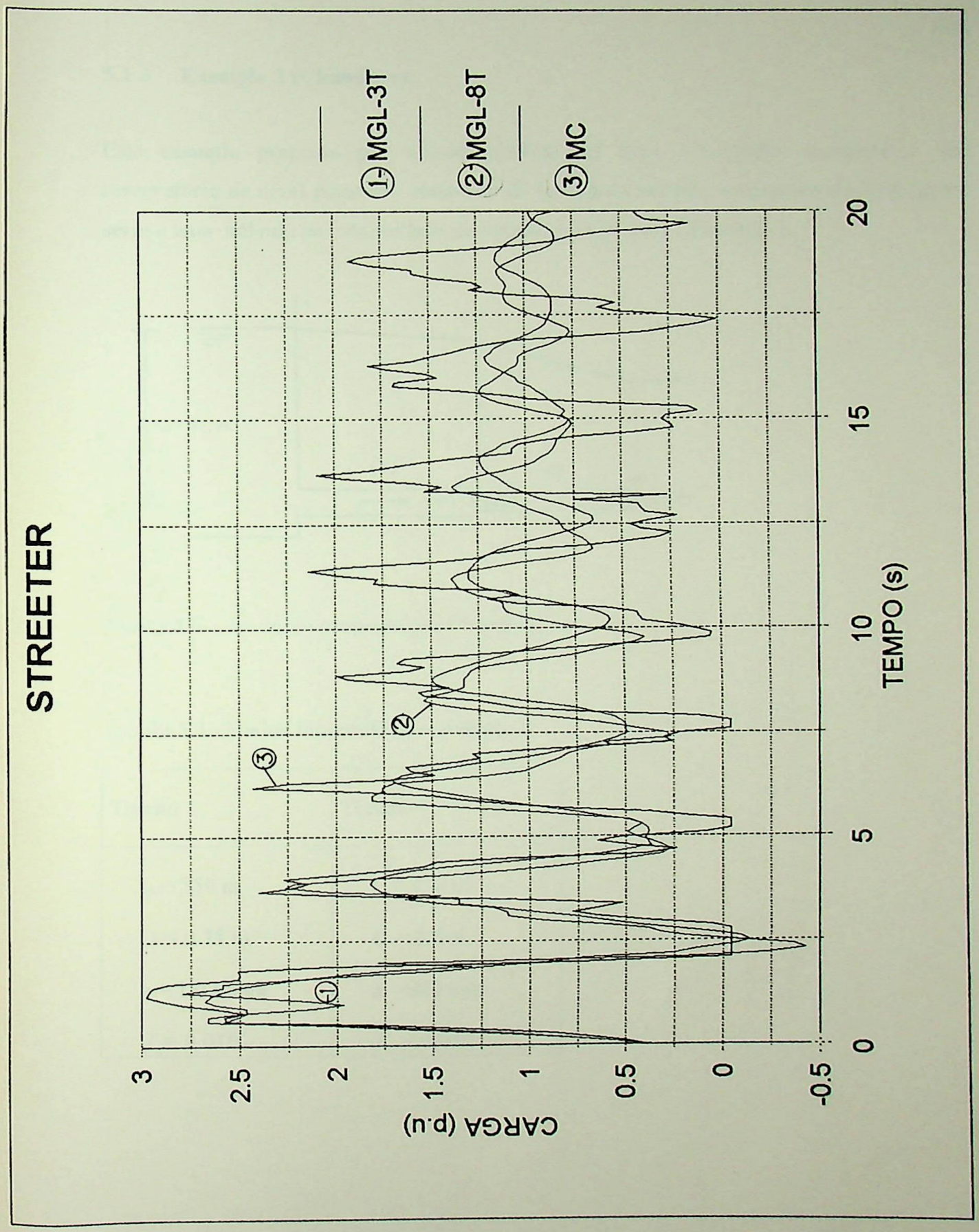


Figura 5.5 - Resultado obtido da simulação do exemplo 1, através do método das características e método dos gráficos de ligações discretizado em 3 e 8

5.1.3 Exemplo 2 (Chaudhry)

Este exemplo proposto por Chaudhry(1978) no item 3.7, onde considera-se um reservatório de nível constante composto de tubulação em série composta de 2 tubos em série e uma válvula na extremidade de jusante provocando o transitório.

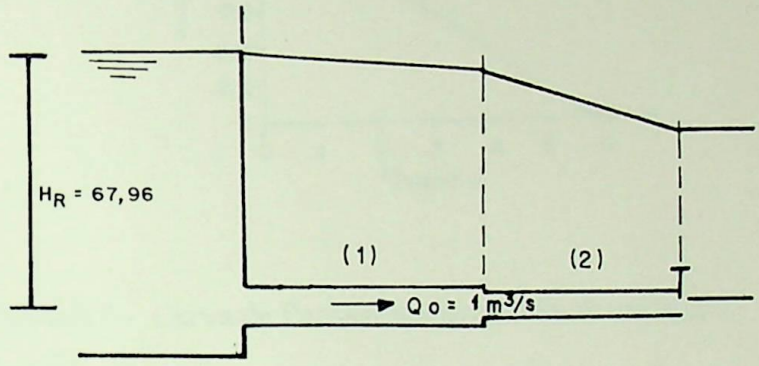


Figura 5.6 - Exemplo proposto por Chaudhry

Tabela 5.3 - Dados fornecidos do exemplo 2

Trecho 1	Trecho 2
L = 550 m	L = 450 m
D = 0.75 m	D = 0.6 m
a = 1100 m/s	a = 900 m/s
f_a = 0.010	f_a = 0.012

Curva de Fechamento da Válvula

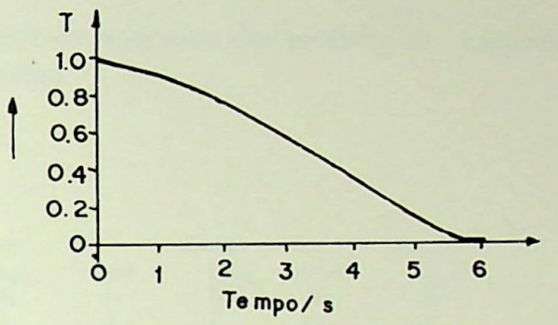


Figura 5.7 - Curva de Fechamento da válvula do exemplo 2

Tabela 5.4 -Cálculo dos elementos de inertância, capacitância e resistência do exemplo 2

Trecho	Inertância	Capacitância	Resistência
1	1,867	0,1338	0,028
2	2,385	0,070	0,048

Aplicando-se a técnica dos gráficos de Ligações no exemplo considerado tem-se o seguinte esquema:

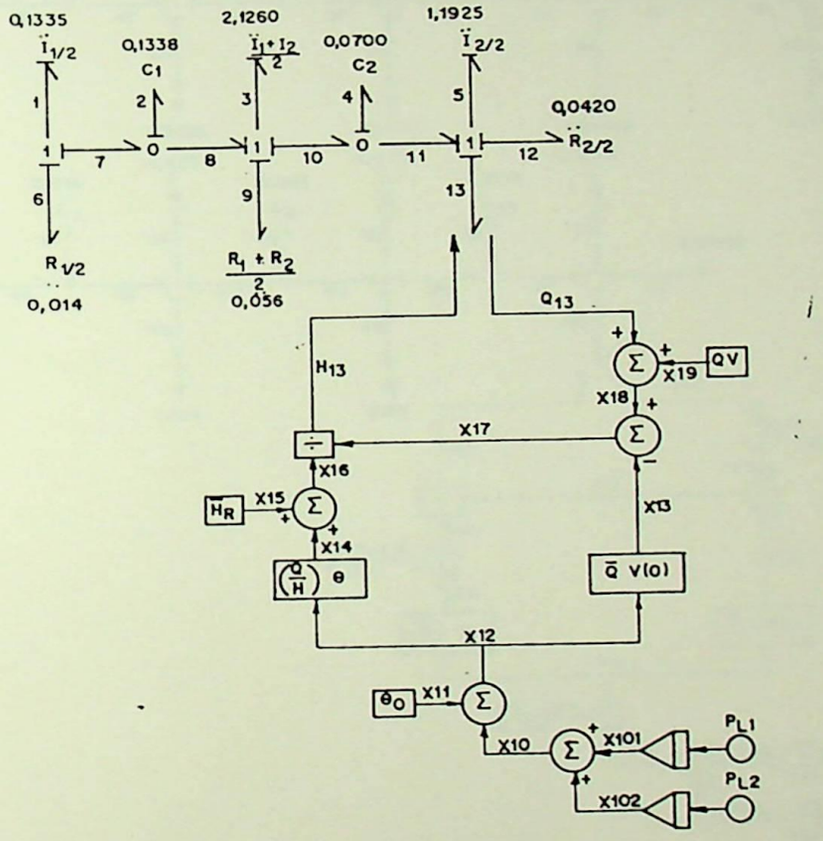


Figura 5.8 - Gráfico de ligações do exemplo 2 discretizado em 2 trechos

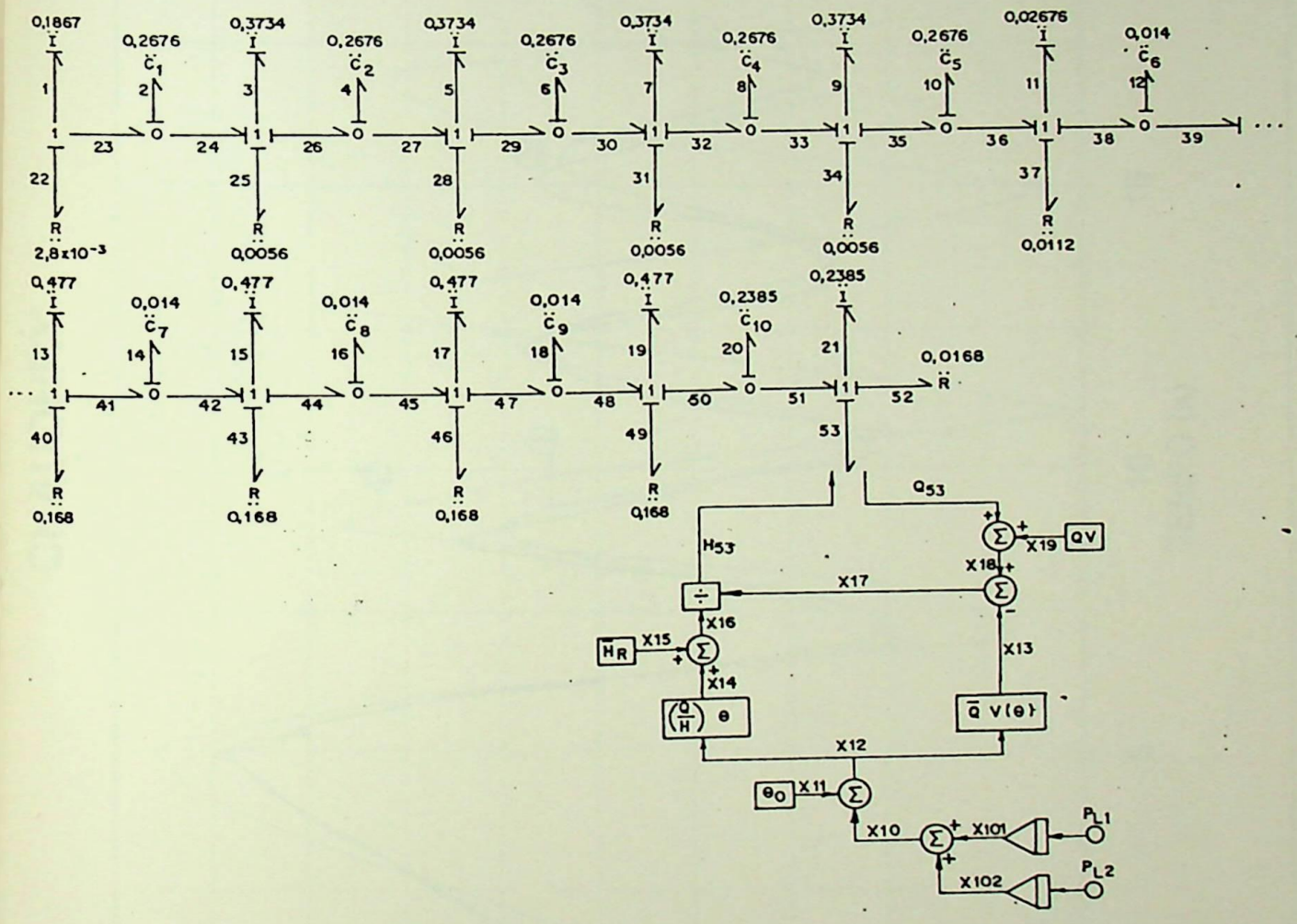


Figura 5.9 - Gráfico de ligações do exemplo 2 discretizado em 10 trechos

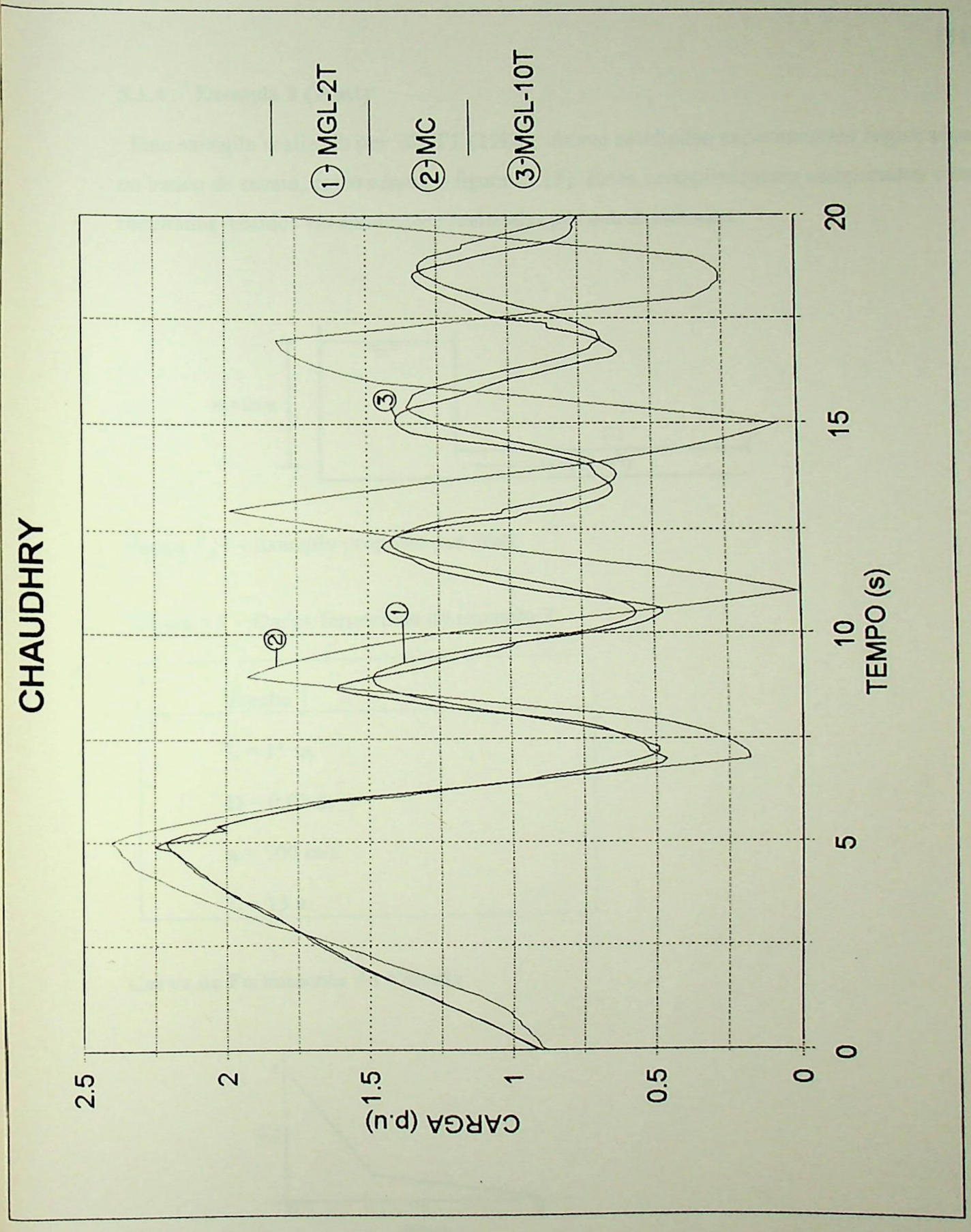


Figura 5.10 - Resultado obtido da simulação do exemplo 2, através método das características e método dos gráficos de ligações discretizado em 2 e 10 trechos

5.1.4 Exemplo 3 (Watt)

Este exemplo realizado por WATT (1980), obteve resultados experimentais registrados no banco de ensaio, como mostra a figura (5.13). Estes exemplos foram comparados com resultados obtidos em simulações realizadas por outros métodos.

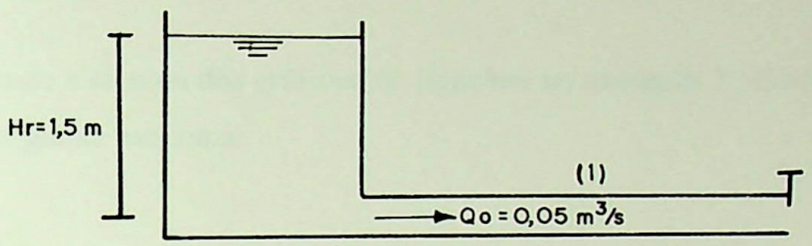


Figura 5.11 - Exemplo proposto por Watt

Tabela 5.5 - Dados fornecidos do exemplo 3

Trecho 1
L = 15 m
D = 0,05 m
a = 900 m/s
L = 15 m

Curva de Fechamento da Válvula

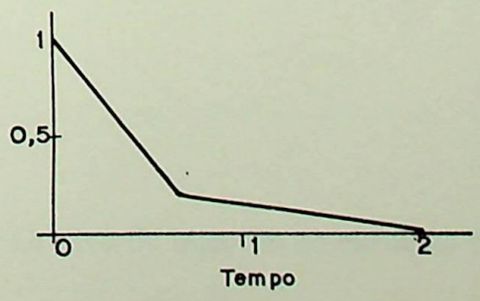


Tabela 5.6 - Cálculo dos parâmetros inertância, capacitância e resistência do exemplo 3

Trecho	Inertância	Capacitância	Resistência
1	2,596	0,000107	0,6594

Aplicando-se a técnica dos gráficos de ligações no exemplo 3, discretizado em 2 trechos tem-se o seguinte esquema:

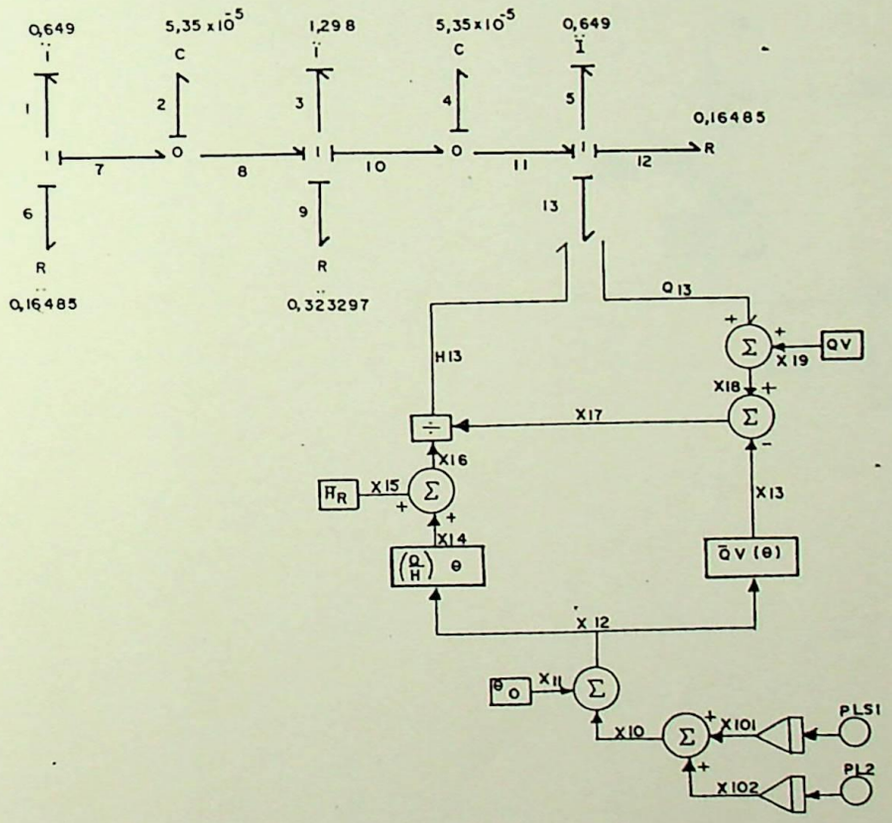


Figura 5.13 - Gráfico de ligações do exemplo 3 discretizado em 2 trechos

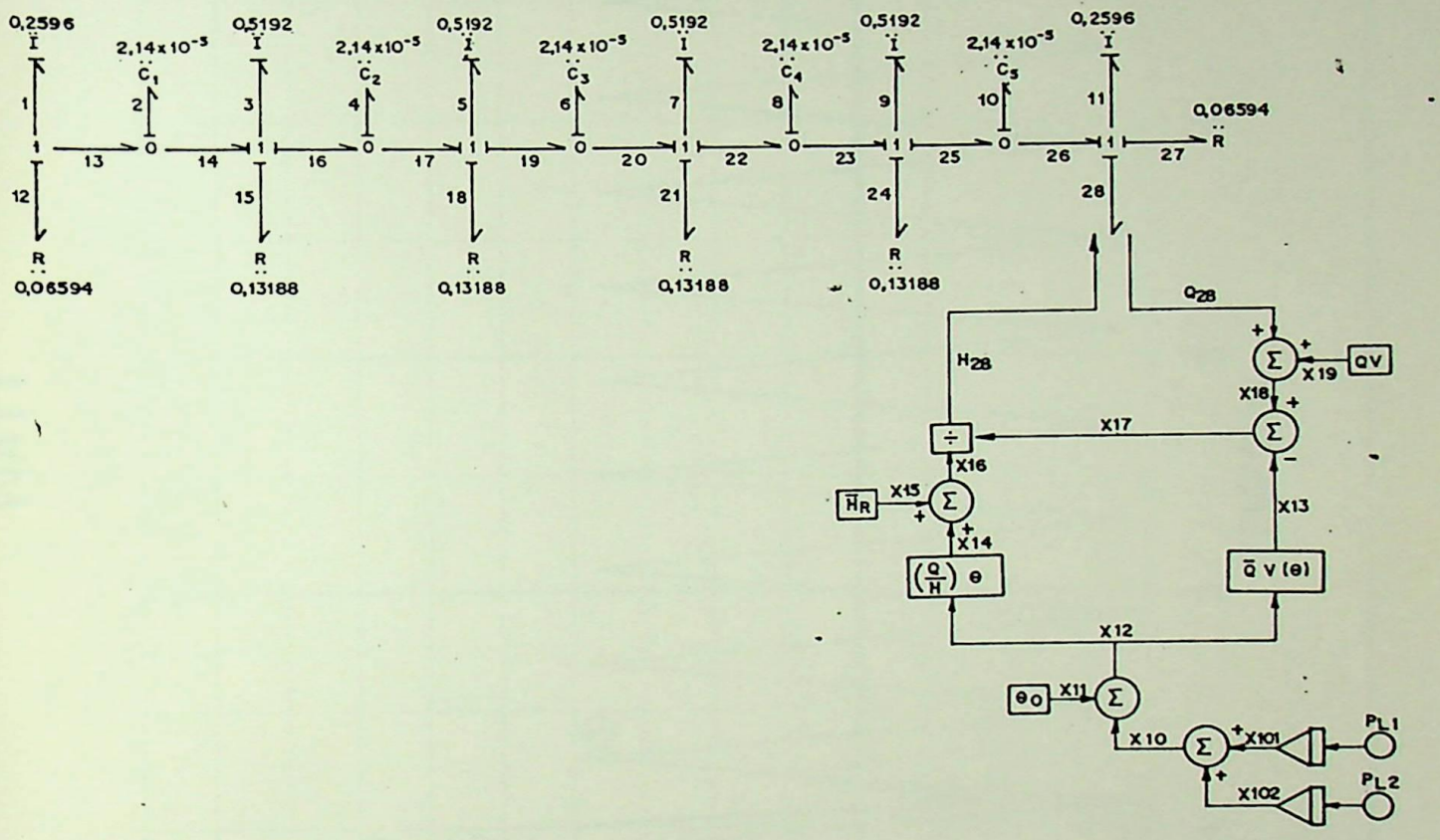


Figura 5.14 - Gráfico de ligações do exemplo 3 discretizado em 5 trechos

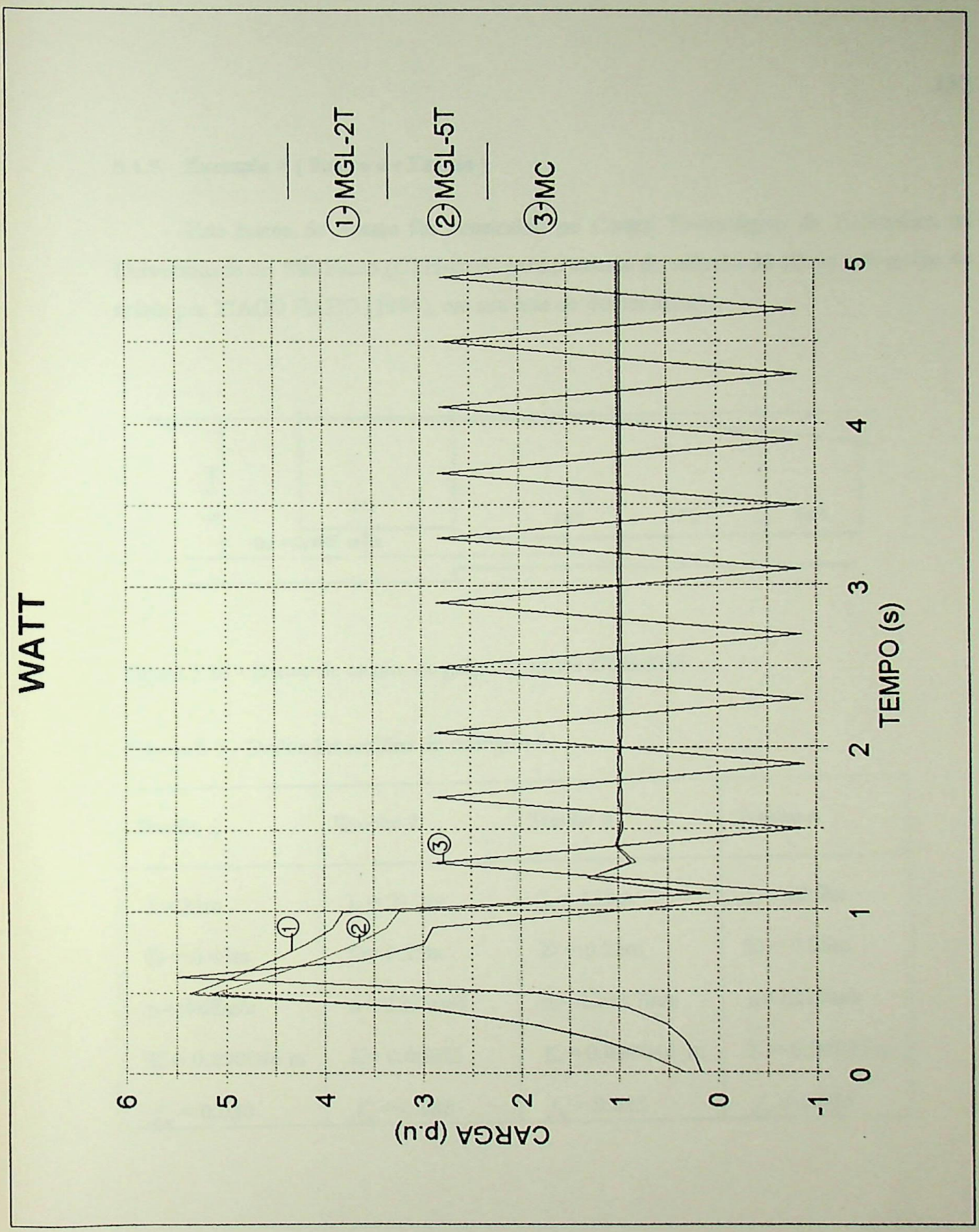


Figura 5.15 - Resultado obtido da simulação do exemplo 3, através método das características e método dos gráficos de ligações discretizado em 2 e 5 trechos

5.1.5 Exemplo 4 (Banco de Ensaio)

Este banco de ensaio foi construído no Centro Tecnológico de Hidráulica na Universidade de São Paulo (CTH-USP) para o estudo da válvula de alívio anti-golpe de aríete por TIAGO FILHO (1994), em sua tese de doutoramento.

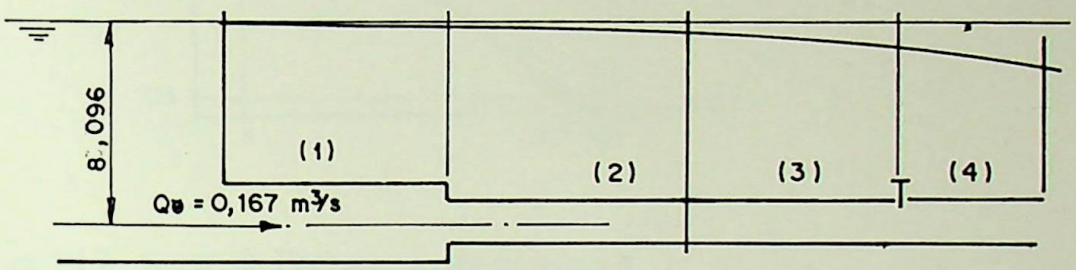


Figura 5.16 - Banco de ensaio de golpe de aríete CTH-USP

Tabela 5.7 - Dados fornecidos do exemplo 4

Trecho 1	Trecho 2	Trecho 3	Trecho 4
L= 21m	L = 21.3m	L = 118m	L = 12.7m
D = 0.45m	D= 0.25m	D = 0.25m	D = 0.25m
a = 968m/s	a = 1210m/s	a = 1200.7m/s	a= 1210m/s
K = 0.000046 m	K= 0.00025	K = 0.000046 m	K = 0.00025 m
$f_a = 0.030$	$f_a = 0.035$	$f_a = 0.025$	$f_a = 0.035$

Curva de Fechamento da Válvula

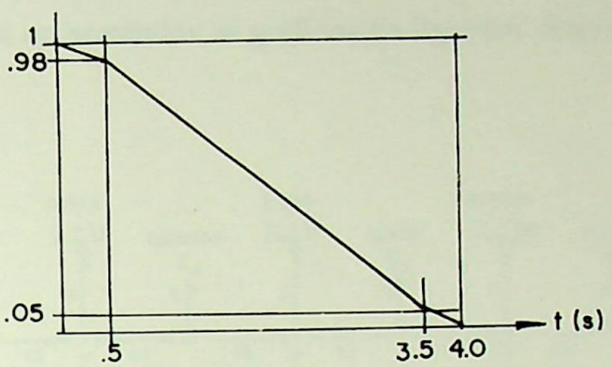


Figura 5.17 - Curva de Fechamento do exemplo 4

Tabela 5.8 - Cálculos dos elementos inertância, capacitância e resistência do exemplo 4

Trecho	Inertância	Capacitância	Resistência
1	0,281	0,00145	0,0098
2	0,923	0,00033	0,22
3	5,115	0,0018	0,87
4	0,55	0,0002	0,131

A seguir será apresentados os gráficos de ligações discreteado em quatro e oito trechos .

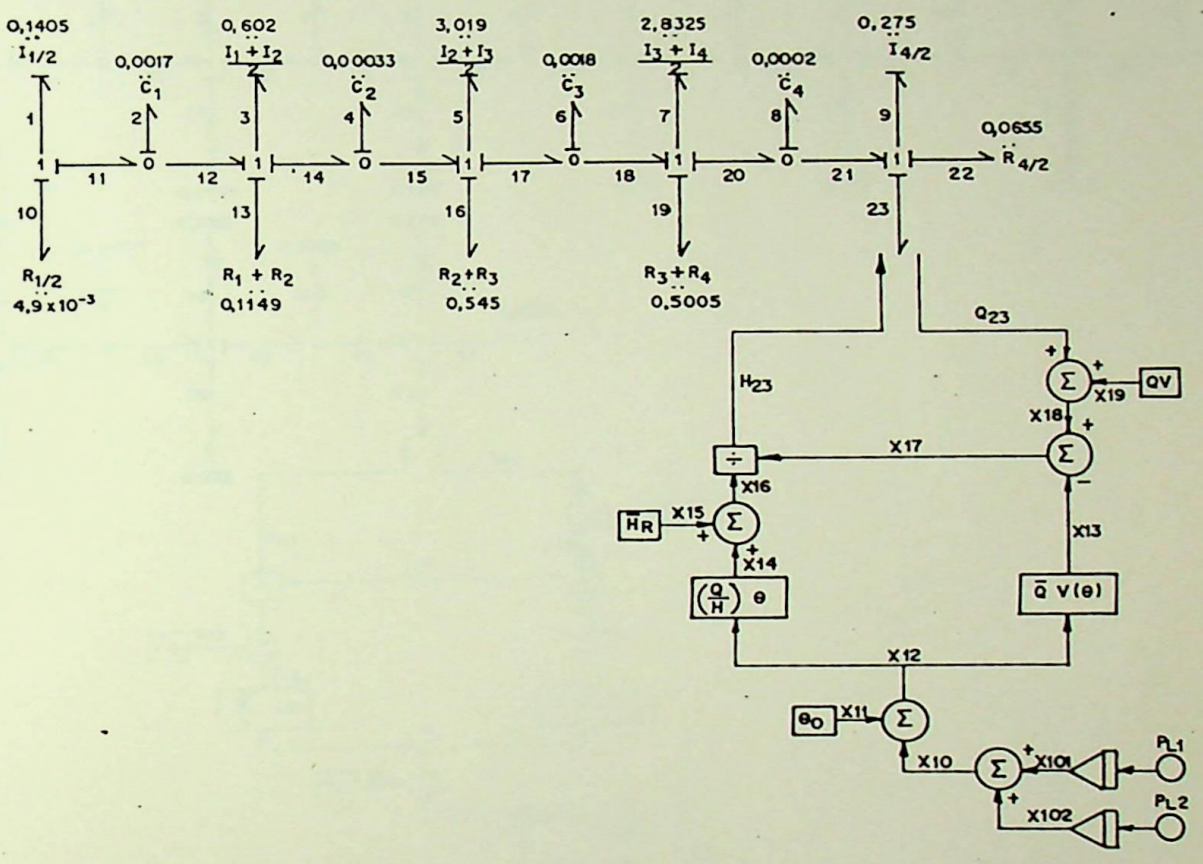


Figura 5.18 - Gráfico de ligações do exemplo 4 discretizado em 4 trechos

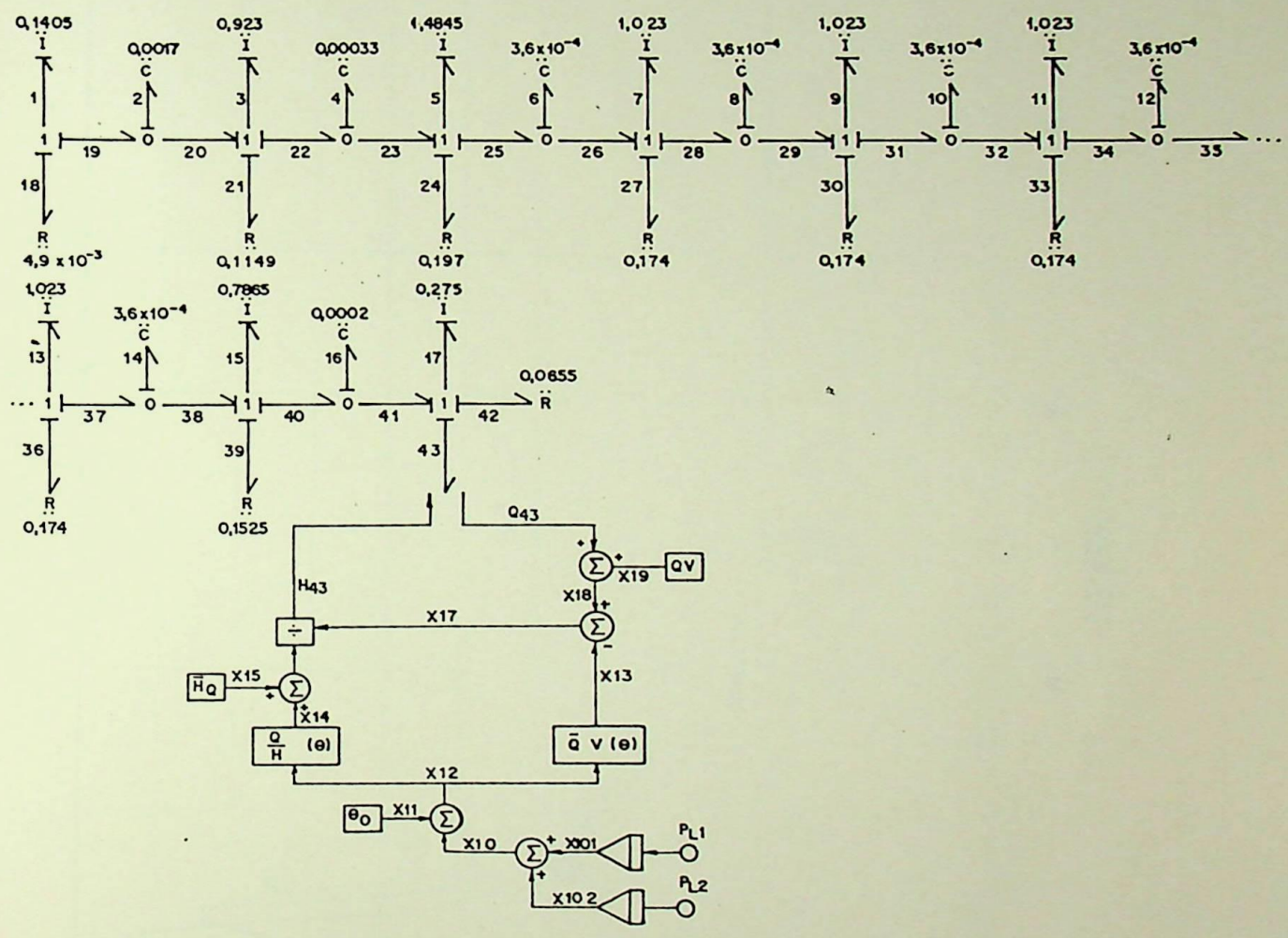


Figura 5.19 - Gráfico de ligações do exemplo 4 discretizado em 8 trechos

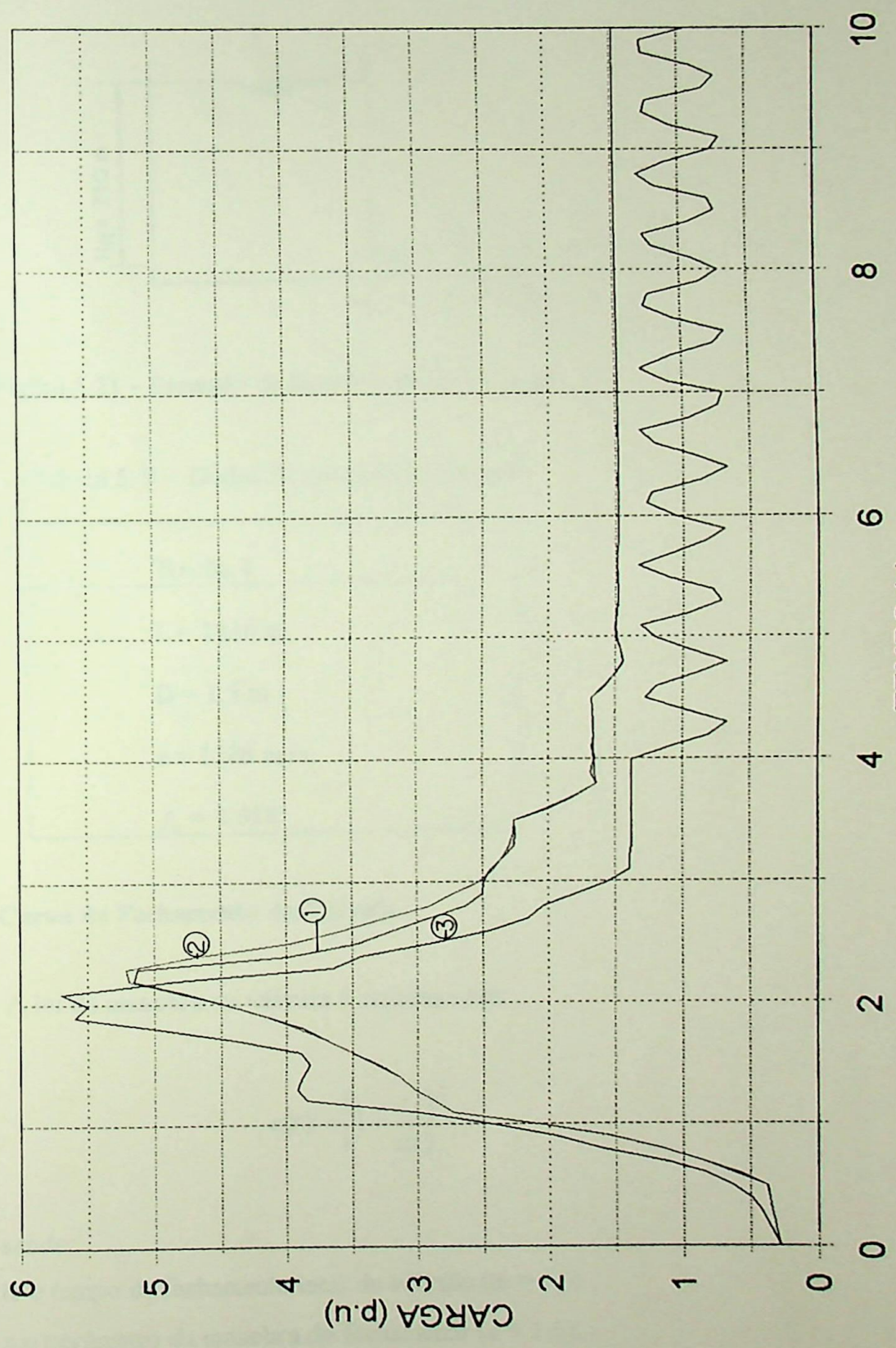


Figura 5.20 - Resultado obtido da simulação do exemplo 4, através do método das características e método dos gráficos de ligações discretizado em 4 e 8 trechos

5.1.6 Exemplo 5 (Hidrelétrica de Cubatão)

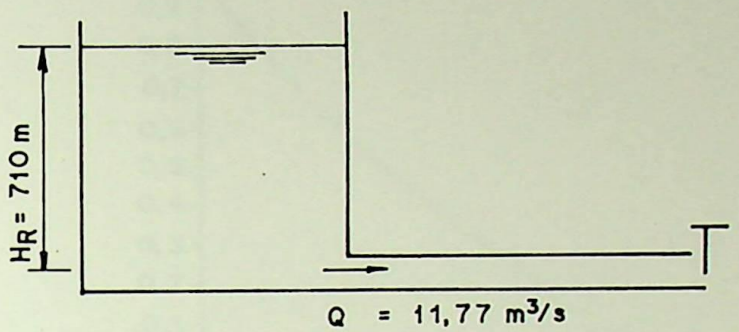


Figura 5.21 - Exemplo da hidrelétrica de Cubatão

Tabela 5. 9 - Dados fornecidos do exemplo 5

Trecho 1
L = 1410 m
D = 1.5 m
a = 1184 m /s
$f_d = 0.018$

Curva de Fechamento da Válvula

A lei de manobra da válvula é expressa por:

$$\tau(t) = \left[1 - \frac{t}{tc}\right]^{\varepsilon} \tag{5.1}$$

sendo:

tc o tempo de fechamento total da válvula (tc = 6s);

ε o parâmetro da manobra do fechamento (ε = 1,5).

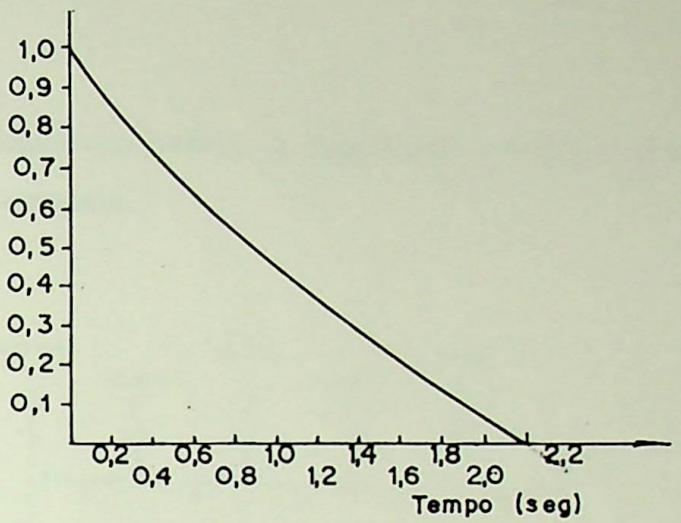


Figura 5.22 - Curva de fechamento do exemplo 5

Tabela 5.10 - Cálculo dos parâmetros de inertância, capacitância e resistência do exemplo 5

Trecho	Inertância	Capacitância	Resistência
1	1,3483	1,0518	0,05388

Aplicando-se a técnica dos gráficos de ligações no exemplo 5 discretizado em 2 trechos tem-se o seguinte esquema:

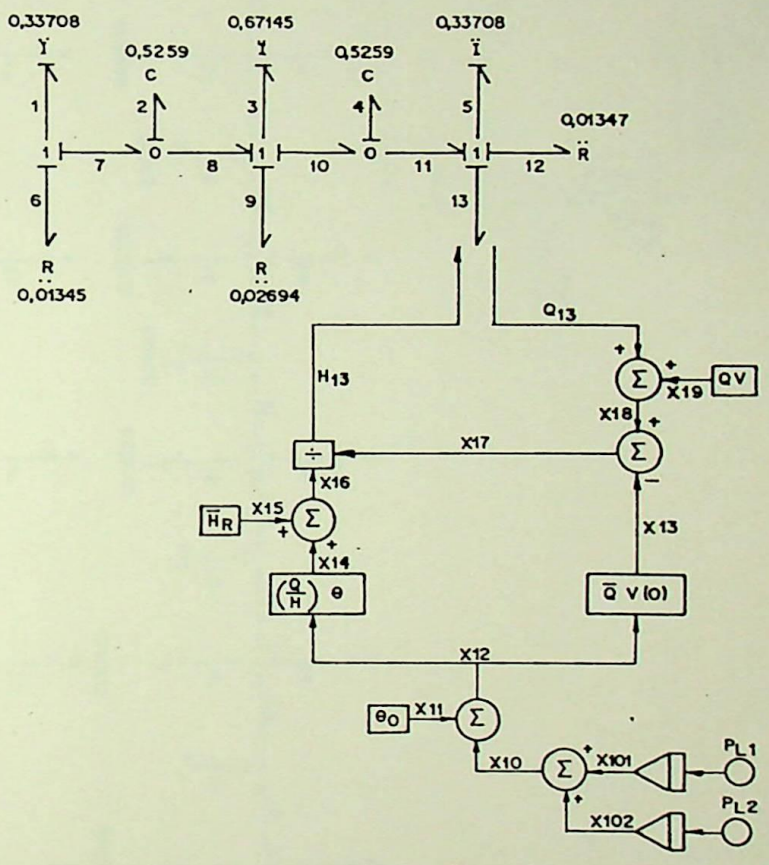


Figura 5.23 - Gráfico de ligações do exemplo 5 discretizado em 2 trechos

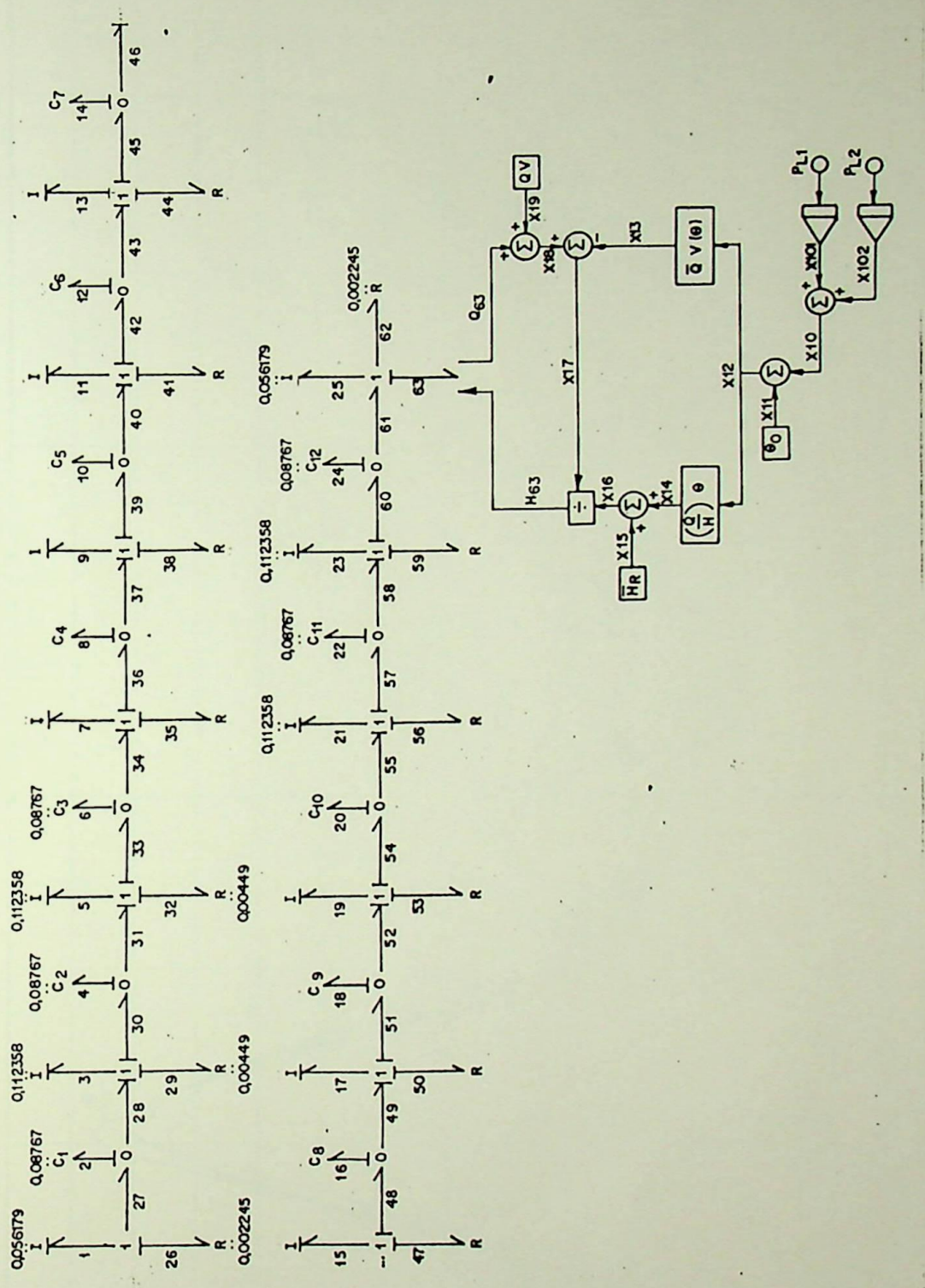


Figura 5.24 - Gráfico de ligações do exemplo 5 discretizado em 12 trechos

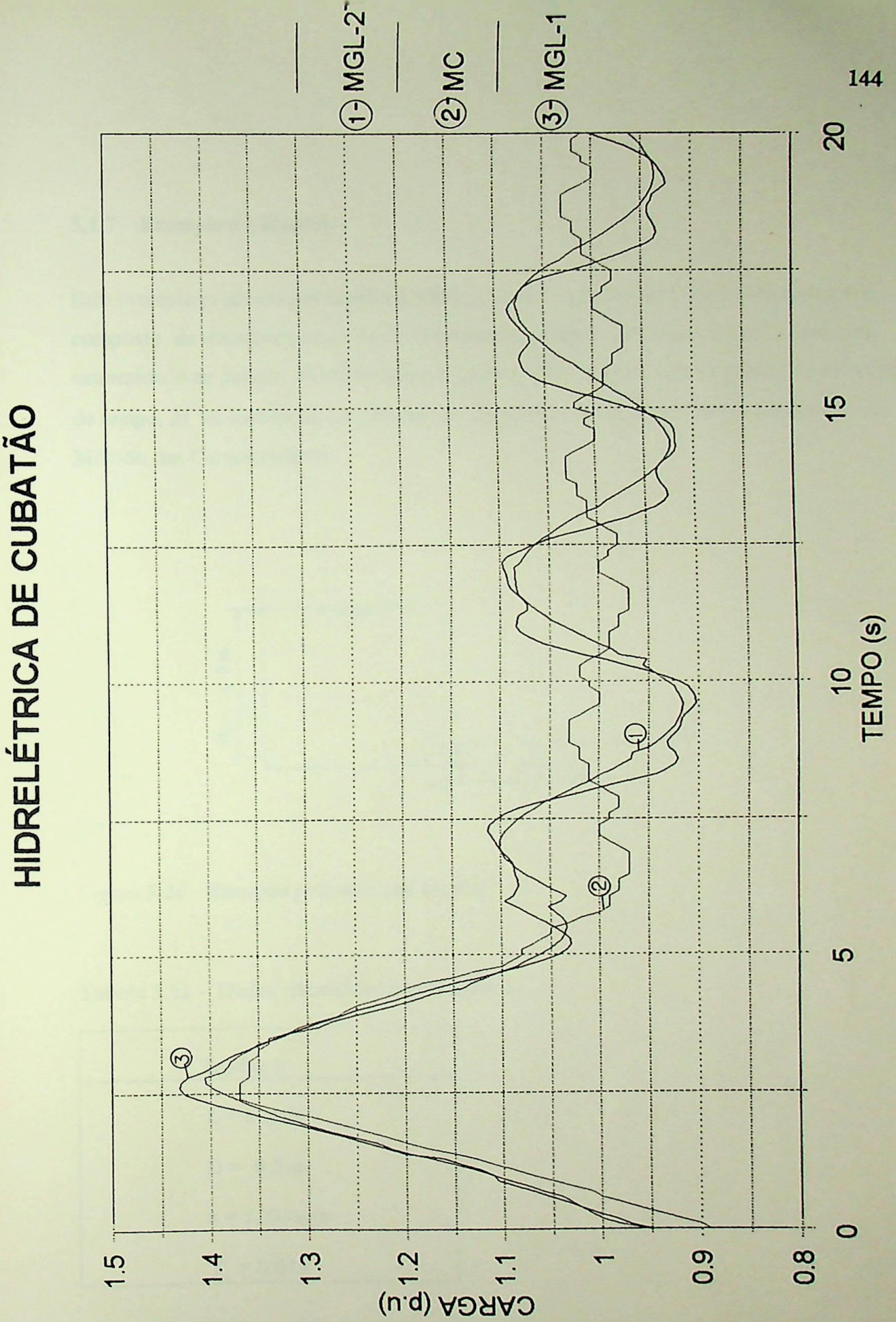


Figura 5.25 - Resultado obtido da simulação do exemplo 5, através método das características e método dos gráficos de ligações discretizado em 2 e 12 trechos

5.1.7 Exemplo 6 (Koelle)

Este exemplo proposto por Koelle (1989), item 3.4 ,considera-se um sistema simples composto de um reservatório de nível constante , conduto uniforme e uma válvula na extremidade de jusante. Neste trabalho Koelle analisa a influência a escolha do intervalo de tempo, Δt na simulação de escoamento transitório em condutos forçados através do Método das Características .

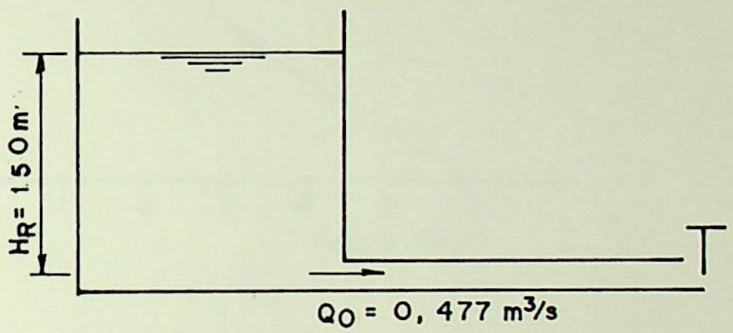


Figura 5.26 - Exemplo proposto por Koelle

Tabela 5.11 - Dados fornecidos do exemplo 6

Trecho 1
L = 600 m
D = 0,5 m
a = 1200 m/s
f_a = 0.018

Curva de Fechamento da válvula

A lei manobra da válvula é dada pela equação (5.1), sendo o tempo de fechamento total da válvula e parâmetro da manobra do fechamento igual a 2,1 e 1,5 s, respectivamente.

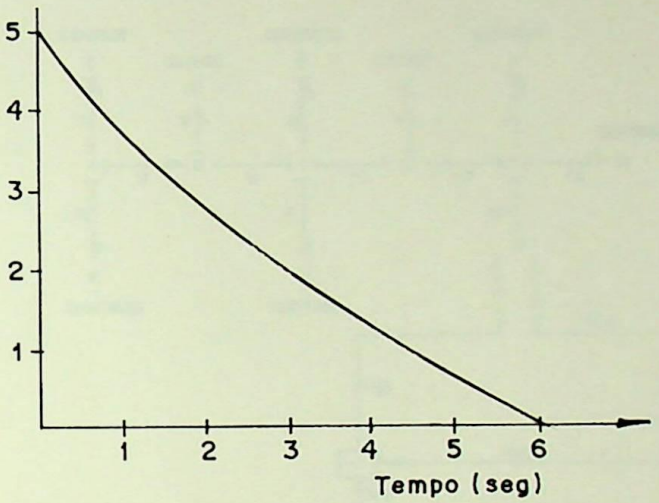


Figura 5.27 - Curva de fechamento da válvula do exemplo 6

Tabela 5.12 - Cálculo dos parâmetros de inertância, capacitância e resistência do exemplo 6

Trecho	Inertância	Capacitância	Resistência
1	0,99055	0,2524	0,0433

Aplicando-se a técnica dos gráficos de ligações no exemplo 6 discretizado em 2 trechos tem-se o seguinte gráfico:

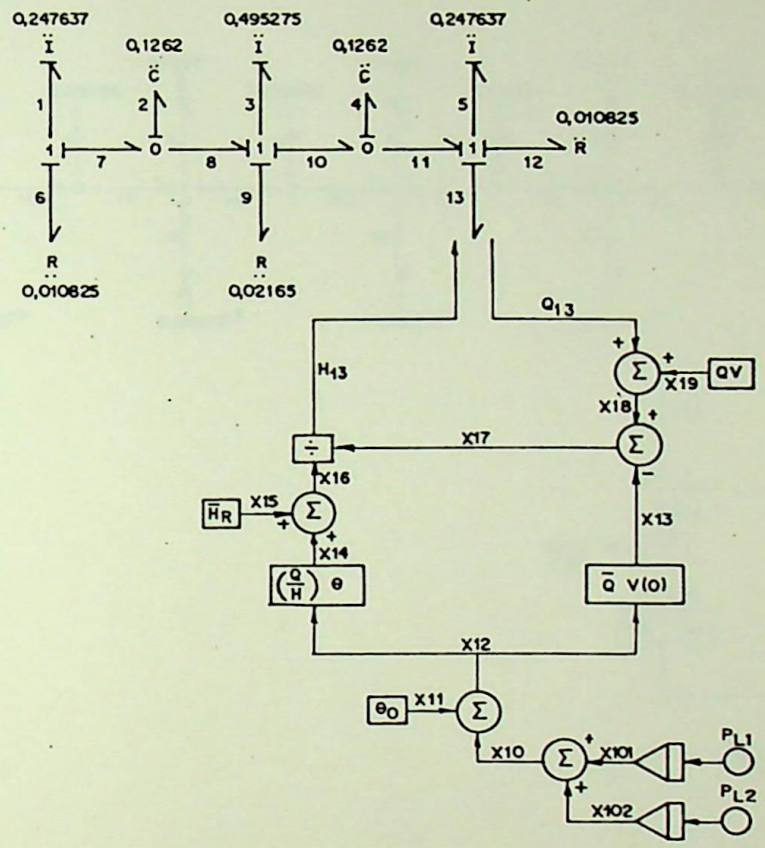


Figura 5.28- Gráfico de ligações do exemplo 6 discretizado em 2 trechos

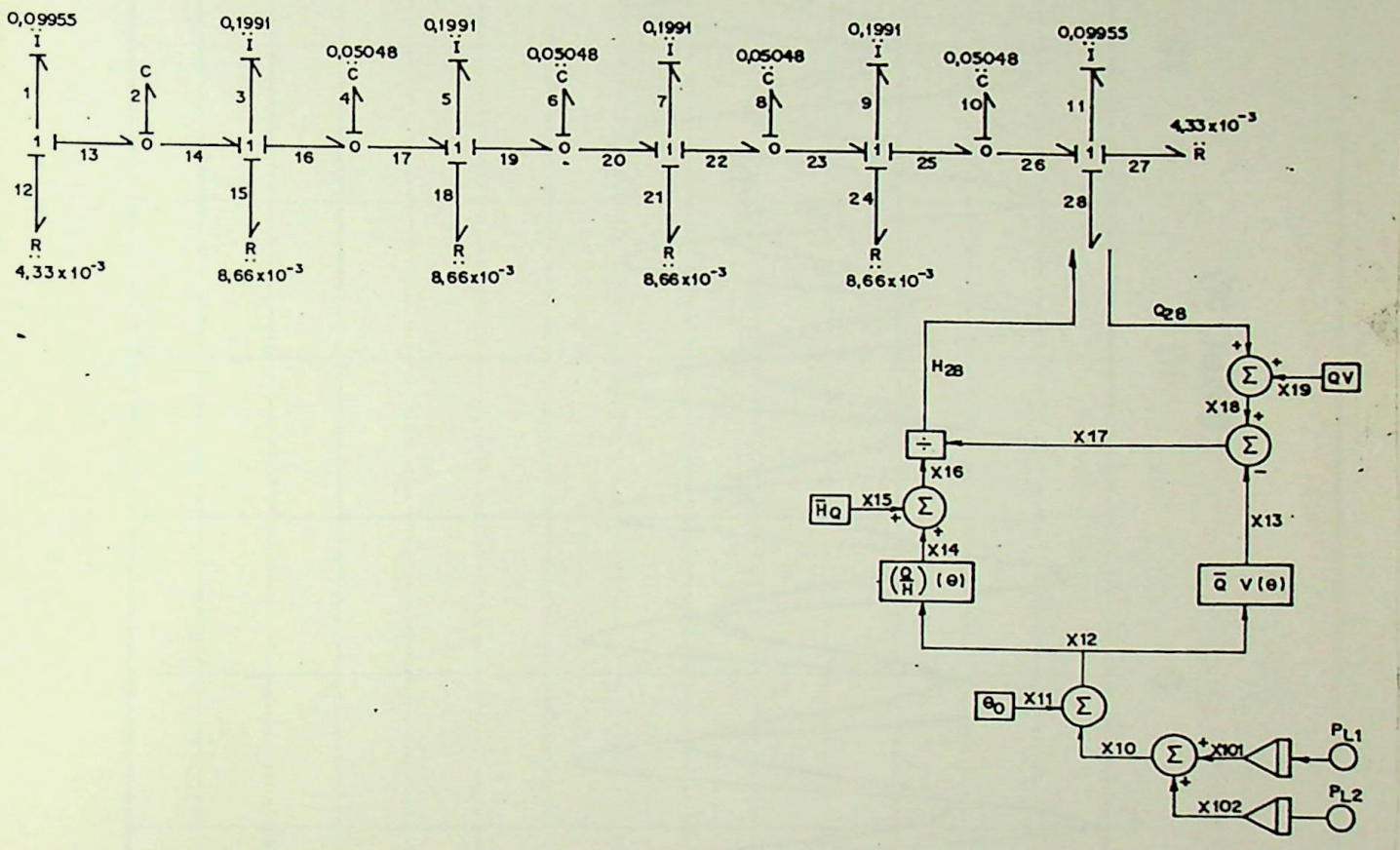


Figura 5.29- Gráfico de ligações para o exemplo 6 discretizado em 5 trechos

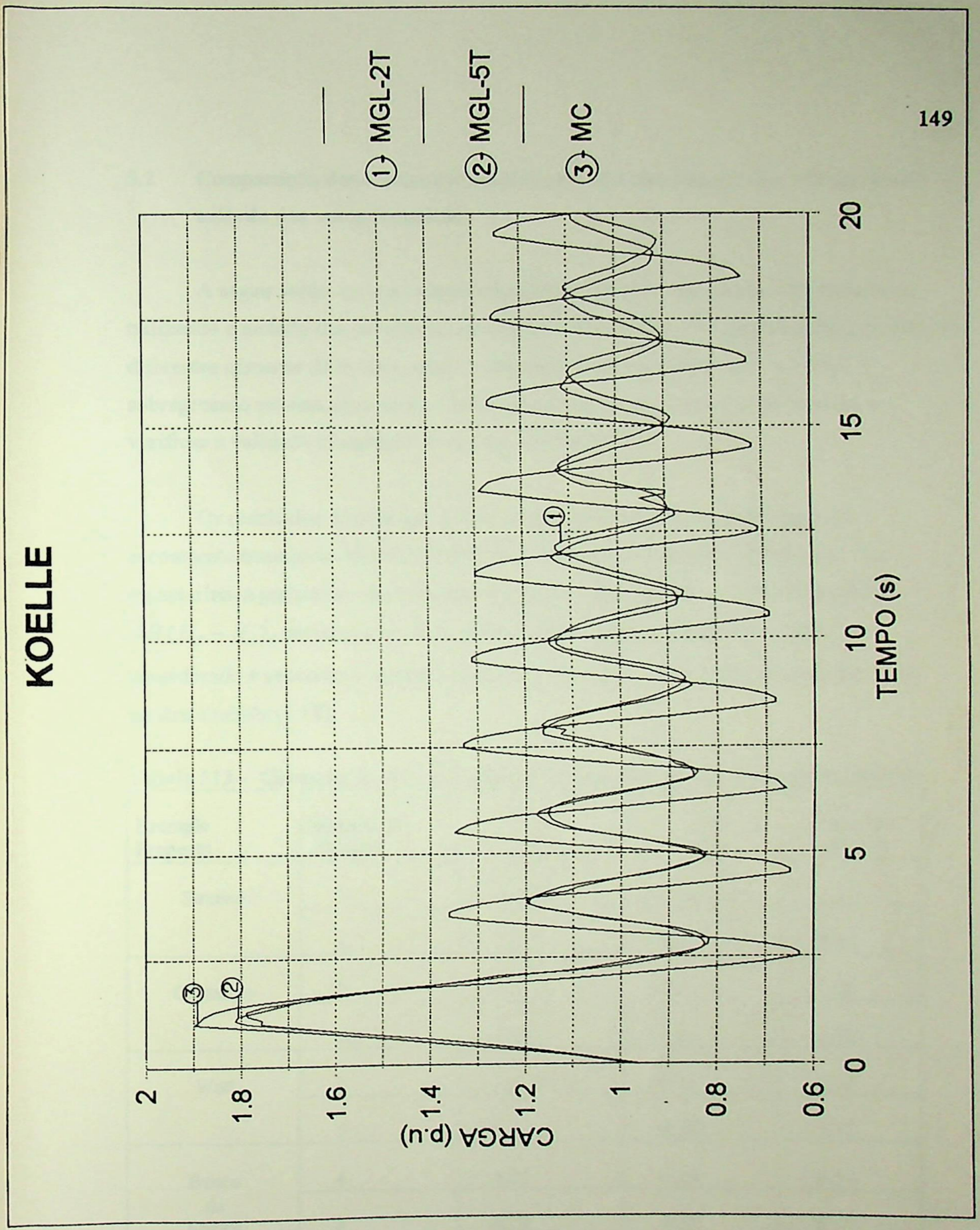


Figura 5.30 - Resultado obtido da simulação do exemplo 6, através do método das características e método dos gráficos de ligações discretizado em 2 e 5 trechos

5.2 Comparação dos resultados obtidos pelo método dos gráficos de ligações e método das características

A seguir serão apresentados os resultados obtidos das simulações anteriores, utilizando o método das característica e método dos gráficos de ligações discretizado em diferentes números de trechos, onde serão analisadas a sobrepressão máxima, a sobrepressão mínima, bem como o instante em que estas ocorreram de maneira a verificar a validade do método dos gráfico de ligações.

Os resultados da sobrepressão e subpressão obtidos na modelagem do escoamento transitório através Método dos Gráficos de Ligações apresentam uma característica particular, são registrados apenas o incremento da carga hidráulica, $\Delta H\,(H_T - H_o)$, portanto para se ter a carga hidráulica transitória no instante considerado é necessário somar a carga hidráulica, H_o no regime permanente, como mostra a tabela (5.13).

Tabela 513 - Obtenção da sobrepressão máxima no método dos gráficos de ligações

Exemplo Proposto	Número de Trechos	ΔH (p.u)	Ho (p.u)	ΔH +Ho (p.u)
Streeter	3	2,4	0,35	2,75
	8	2,5	0,35	2,85
Chaudhry	2	1,4	0,9	2,30
	10	1,4	0,9	2,30
Watt	2	5,2	0,33	5,53
	5	5,0	0,33	5,33
Banco de Ensaio	4	6,29	0,28	6,57
	8	6,29	0,28	6,57
Hidrelétrica de Cubatão	2	0,5	0,95	1,48
	12	0,5	0,95	1,48
Koelle	2	0,85	0,96	1,81
	5	0,85	0,96	1,81

A partir dos resultados fornecidos pelas tabelas (5.14) e (5.15), será calculado o desvio padrão da sobrepressão máxima e da sobrepressão mínima do método dos Gráficos de Ligações, tomando com referência Método das Características, por se tratar de um método plenamente conhecido e consagrado na simulação de escoamento transitório. Estes resultados serão apresentados em p.u de forma a visualizar a comparação e minimizar o erro.

Tabela 5.14 - Resultados da sobrepressão Máxima obtidos dos exemplos considerados

Exemplo Proposto	Número de trechos	Tempo em que ocorreu a sobrepressão máxima (s)		Sobrepressão Máxima (p.u)		Erro $e = H_{MGL} - H_{MC}$	Desvio $di = e - \bar{e}$
		Método das Características	Método dos Gráficos de Ligações	Método das Características	Método Gráficos de Ligações		
Streeter	3	---	1,25	-----	2,75	----	-----
	8	1,25	1,24	2,9	2,70	0,2	-0,05
Chaudhry	2	---	5,0	-----	2,25	----	-----
	10	5,0	5,0	2,37	2,30	-0,12	0,03
Watt	2	0,6	0,5	5,5	5,25	-0,25	-0,10
	5	-----	0,5	-----	5,40	----	-----
Banco de Ensaio	4	----	2,25	-----	5,30	----	-----
	8	2,23	2,25	5,6	5,30	-0,30	0,15
Hidrelétrica de Cubatão	2	---	2,5	-----	1,40	----	-----
	12	2,5	2,5	1,34	1,43	0,06	0,21
Koelle	2	---	1,1	-----	1,81	----	-----
	5	1,0	1,1	1,9	1,80	-0,1	0,05

Para o cálculo do desvio padrão, o erro ou exatidão de uma série de medidas é dado por:

$$e_i = H_{MGL} - H_{MC} \tag{5.3}$$

onde:

H_{MGL} representa o valor da sobrepressão máxima ou mínima no Método dos Gráfico de Ligações;

H_{MC} representa o valor da sobrepressão máxima e mínima no Método das Características.

Desvio é dado por :

$$d_i = e_i - \bar{e} \tag{5.3}$$

E o desvio padrão, representando o índice de precisão do método em questão:

$$dp = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} di^2}{n(n-1)}} \tag{5.4}$$

onde:

n é o número de modelos considerados.

Tabela 5.15 - Resultados obtidos da sobrepressão mínima nos exemplos considerados

Exemplo proposto	Número de Trechos	Tempo em que ocorreu a sobrepressão Mínima (s)		Sobrepressão Mínima (p.u)		Erro	Desvio
		Método das Características	Método dos Gráficos de Ligações	Método das Características	M.Gráficos de Ligações	$e=H_{MGL}-H_{MC}$	$d_i=e-\bar{e}$
Streeter	3	---	2,5	----	-0,15	----	-----
	8	2,5	2,5	-0,04	-0,40	-0,36	-0,67
Chaudhry	2	---	7,0	----	0,50	----	------
	10	7,0	7,0	0,26	0,50	0,24	-0,07
Watt	2	1,1	1,1	-0,85	0,20	1,05	0,74
	5	---	1,1	-----	-0,20	----	------
Banco de Ensaio	4	---	4,4	----	1,5	----	------
	8	4,25	4,4	-0,60	1,5	0,82	0,51
Hidrelétrica	2	---	9,5	----	0,85	----	-----
de Cubatão	12	6,5	9,5	0,97	0,90	-0,07	-0,38
Koelle	2	---	2,5	----	0,83	----	------
	5	2,5	2,5	0,64	0,82	0,18	-0,13

A partir dos resultados obtidos pode-se notar que a sobrepressão máxima no Método dos Gráficos de Ligações apresenta-se mais próxima ao Método das Características que a sobrepressão mínima, sendo o desvio padrão desta igual 5,24 % . Na sobrepressão mínima o desvio padrão foi de 21,77 %, indicando que o método é mais preciso no cálculo da sobrepressão máxima.

Como pode-se notar nas tabelas (5.14) e (5.15), o instante em que ocorreram a sobrepressão máxima e mínima no Método dos Gráficos de Ligações são praticamente iguais ao do Método das Características

5.3 Discussão sobre os Critérios de Discretização do tubo

Conforme apresentado no item 4.12 a questão sobre o número de trechos a se considerar em um determinado sistema hidráulico no Método dos Gráficos de Ligações apresenta algumas discussões, necessitando de uma melhor análise.

Esta questão foi discutida por TIAGO FILHO (1994) e SOUZA JÚNIOR (1994), não estabelecendo condições de discretização. Tendo em vista este fato este trabalho de dissertação propõe a análise através da freqüência natural e de excitação, equações (4.182) e (4.183) respectivamente, em que será verificada a sugestão de KARNOPP e ROSEMBERG (1985), que diz que a freqüência natural de cada trecho deve ser maior que a freqüência de excitação do sistema, que neste caso a excitação é dada pelo fechamento da válvula.

Este o critério apresenta uma analogia a condição de convergência e estabilidade de Courant, dada pela equação (3.42). Para a discretização do tubo em função das freqüências, estas dependem do comprimento do tubo e da celeridade igualmente a condição de Courant no Método das Características.

Para uma tubulação de mesmo diâmetro, quanto maior o comprimento menor será a freqüência natural, podendo o sistema necessitar de uma divisão, se este estiver sujeito a alta freqüência de excitação, ou seja o período de excitação for pequeno.

Tabela 5.16 - Freqüência natural e de excitação para os exemplos considerados

Modelo Proposto	Número de Trechos	Freqüência de Natural (rad/s)	Freqüência de Excitação (rd/s)
Streeter	1	3,03	3,49
	2	3,02	
	3	10,0	
	1	11,85	
	2	10,26	
	3	8,91	
	4	10,84	
	5	10,04	
	6	10,04	
	7	9,26	
	8	6,48	
Chaudhry	1	2,92	1,14
	2	2,92	
	1	11,55	
	2	10,00	

Modelo Proposto	Número de Trechos	Freqüência Natural (rad/s)	Freqüência de Excitação (rad/s)
Chaudhry	3	10,00	1,14
	4	10,00	
	5	9,67	
	6	12,58	
	7	12,24	
	8	12,24	
	9	12,24	
	10	14,13	
Watt	1	138,56	6,28
	2	138,56	
	1	346,41	
	2	300,00	
	3	300,00	
	4	300,00	
	5	346,41	
Banco de Ensaio CTH-USP	1	39,80	1,57
	2	49,91	
	3	13,78	
	4	56,73	
	1	33,26	
	2	50,17	
	3	47,70	
	4	52,11	
	5	52,11	
	6	52,11	
	7	55,41	
	8	97,06	
Hidrelétrica de Cubatão	1	1,94	1,05
	2	1,94	
	1	11,63	
	2	10,07	
	3	10,07	
	4	10,07	
	5	10,07	
	6	10,07	
	8	10,07	
	9	10,07	
	10	10,07	
	11	10,07	
	12	11,63	
Koelle	1	4,62	3,14
	2	4,62	
	1	11,52	
	2	9,87	
	3	9,87	
	4	9,87	
	5	11,52	

5.4 Discussão sobre critérios do incremento do tempo

O critério proposto para se estabelecer o tempo de integração no método dos gráficos de ligações se baseia na freqüência natural e no tempo de integração dado pelo método das características.

Para haver a convergência da solução numérica, observa-se que a relação entre o incremento do tempo e a freqüência natural.

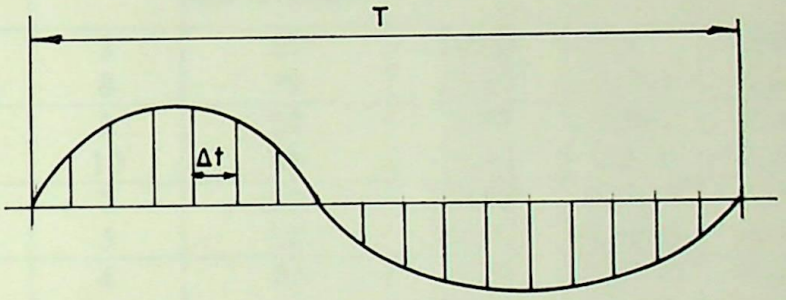


Figura 5.31 - Período de uma onda

De acordo com a discretização realizada baseia-se o elemento com maior freqüência natural. Isto implica em menor período, T . O incremento de integração, Δt será portanto dado por:

$$\Delta t \leq \frac{T_{min}}{NI} \qquad (5.5)$$

,onde

T_{min} é o período mínimo do sistema

N I é o número de incrementos de tempo por período.

$$\text{ou: } \Delta t = \frac{1}{f_{máx}.NI} \qquad (5.6)$$

$f_{máx}$ é a freqüência máxima do trecho considerado.

Na tabela 5.17 são mostradas as relações obtidas através da simulação do escoamento transitório pelo Método dos Gráficos de Ligações, com diferentes números de trechos observando a relação do tempo de integração, Δt, em função da freqüência natural máxima e da condição de Courant.

Tabela 5.17 - Relação entre freqüência natural máxima e o tempo de integração

Exemplo Proposto	Número de Trechos	Número de vezes que Δt foi menor que Courant	Freqüência Natural (f_{max})	Período Mínimo (T_{min})	Tempo de integração no MGL	$NI = \frac{T_{min}}{\Delta t}$
Streeter	3	60	10,00	0,1	0,0016	60,24
	8	70	11,85	0,084	0,0014	59,01
Chaudhry	2	20	2,92	0,342	0,0050	68,49
	10	80	14,13	0,071	0,0012	56,62
Watt	2	20	138,53	0,0072	0,0005	14,44
	5	50	346,41	0,0028	0,0002	14,43
Banco de Ensaio	4	10	56,73	0,0176	0,0020	17,62
	8	20	97,06	0,0103	0,0010	20,60
Hidrelétrica de Cubatão	2	50	1,94	0,515	0,0020	257,73
	12	100	11,63	0,086	0,0010	83,75

Através dos resultados obtidos na tabela (5.17), pôde-se estabelecer o critério do tempo de integração para o Método dos Gráficos de Ligações. Este critério foi obtido diminuindo-se o número de Courant até haver convergência da solução numérica, visto que este número varia nos casos considerados, para maior segurança sugere-se adotar o tempo de integração no método dos gráficos de ligações como 100 vezes menor que este, no método das características.

Pode-se ainda calcular o tempo de integração através da equação (5.6), adotando o NI próximo de 70 que se enquadra nos casos considerados com exceção da Hidrelétrica de Cubatão, sendo necessário adotar um número maior, que deverá ser feito por tentativas até haver convergência da solução numérica. Se os resultados forem iguais o processo convergiu, se não reduz-se o Δt até haver convergência da solução numérica.

CAPÍTULO 6

- CONCLUSÕES E SUGESTÕES -

6.1 Conclusões

O método de simulação analógica vem sendo bastante explorados, em aplicações nos sistemas elétricos, mecânicos e hidráulicos e conforme procurou-se verificar neste trabalho poderá vir a ser uma ferramenta poderosa no estudo de transitórios hidráulicos, apesar deste tipo de aplicação causar discussões quanto a sua validade .

Assim este trabalho procurou avaliar da aplicabilidade do método dos gráficos de ligações na simulação de escoamentos transitórios em condutos forçados, onde a sobrepressão máxima, a sobrepressão mínima e o instante em que estas ocorreram foram analisados e comparados com os resultados fornecidos pelo Método das Características.

Através dos resultados obtidos das simulações pelo Método dos Gráficos Ligações pôde-se observar que a sobrepressão máxima apresenta resultados bem próximos aos fornecidos pelo método das características em todos os exemplos, bem como o instante em que esta ocorreu como mostra a tabela (5.14).

Na tabela (5.15) ,verifica-se que valores registrados da sobrepressão mínima apresentam-se mais afastados do método das características, mas o instante que esta ocorreu apresenta-se próximos. O desvio padrão da sobrepressão máxima foi igual a 5,24 % e na sobrepressão mínima este foi que este foi de 21,77 % .

Desta forma é possível afirmar que o método dos gráficos de ligações pode ser aplicado na resolução de escoamentos transitórios em condutos, visto que a sobrepressão máxima e o instante em que esta ocorreu , resultado de maior interesse na simulação para o dimensionamento de condutos e manobra da válvula apresentam-se uma precisão adequada.

É importante ressaltar a dificuldade obtida na modelagem do exemplo proposto por Watt, em ambos os métodos apresentando valores discrepantes a qualquer mínima variação na lei de manobra ou em outro parâmetro.

No que diz respeito ao amortecimento do transitório no decorrer do tempo, no método dos gráficos de ligações, este apresenta-se maior do que no método das

características em todos os exemplos com exceção da hidrelétrica de Cubatão. Embora para o cálculo da perda de carga no método dos gráficos de ligações, o fator de atrito ter sido considerado constante para cada trecho. Fato este que não acontece na realidade, pois a vazão é variável a cada instante, variando-se consequentemente a perda de carga distribuída que implicará num amortecimento maior do que acontece na realidade .

Outro parâmetro analisado neste trabalho de dissertação foi a questão quanto a discretização do número de trechos. No método das características este é feito por tentativas não havendo nenhum parâmetro estabelecido para o cálculo do número de trechos.
Através das simulações em diferentes números de trechos pode-se observar que nos modelos proposto por CHAUDHRY(1979), WATT(1980), KOELLE(1989) e resultados registrados na hidrelétrica de Cubatão e banco de ensaio, variando-se o número de trechos os resultados apresentam-se praticamente iguais. Nestes modelos, quando discretizado em menor número de trechos, a freqüência natural foi maior do que a freqüência de excitação. No modelo proposto por STREETER(1978), discretizando o sistema em três trechos a freqüência natural foi menor que a freqüência de excitação. Quando se considerou oito trechos a freqüência natural foi maior do que a de excitação e o resultado se apresentou mais próximo ao método das características. Assim pode-se comprovar a validade do critério de KARNOPP e ROSEMBERG(1975).
É importante observar este fato para não aumentar desnecessariamente o tempo.

Outro fato observado neste trabalho foi o tempo de integração, Δt, que no método das características para haver convergência da solução numérica obrigatoriamente obdece a condição de Courant, após estabelecido o número de divisões do comprimento do conduto. No método dos gráficos de ligações o tempo de integração pode ser adotado como 100 vezes menor do que no método das características. Pode-se ainda calcular o tempo de integração em função da freqüência natural máxima, equação (5.6), adotando o NI próximo de 70.

No método dos gráficos de ligações, igualmente ao método das características aumentando-se o número de trechos de um determinado sistema o tempo de integração deve ser diminuído para haver convergência da solução.

Pôde-se notar que a modelagem da manobra da válvula é de fundamental importância nos sistemas considerados, apresentando resultados significativos da sobrepressão a qualquer variação mínima da mesma.

6.2 Sugestões

Para a continuidade deste trabalho, tendo em vista que o estudo se desenvolveu no métodos dos gráficos de ligações e consequentemente no método das características são feitas algumas sugestões em ambos os métodos :

- Um estudo mais aprofundado em sistemas de pequenos comprimentos e pequenos diâmetros , comparando os resultados teóricos com resultados registrados em protótipos.

- Estabelecer uma função para o calculo da perda de carga distribuída a cada instante. Quando considera-se o fator de atrito constante no cálculo da perda de carga existe um pequeno erro, pois na realidade este varia em função do número de Reynolds (Re) e da rugosidade relativa das paredes do tubo considerando as variações do regime de escoamento laminar para turbulento ou vice- versa. Isso resultará em variações na perda de carga e consequentemente no amortecimento da sobrepressão que deverá ser maior que o registrado .

- Em condutos de pequenos comprimentos é necessário considerar a perda de carga localizada , visto que esta apresenta-se significativa em tais condições .

- Para complementação deste trabalho se fará necessário considerar a possibilidade de ocorrência da separação da coluna líquida nas seções dos condutos, em ambos os métodos. Este fenômeno ocorre em depressões transientes onde a pressão de vapor do líquido é alcançada, dando a possibilidade de haver vaporização implicando em um aumento de pressão que entram em colapso, dando origem a pulsos de pressões de altas intensidades.

- É importante calcular a freqüência natural e de excitação para estabelecer discretização adequada do sistema de modo a obter um resultado real sem aumentar desnecessariamente o tempo computacional.

- Faz-se necessário um estudo mais detalhado na lei de manobra da válvula, visto que esta é de fundamental importância nos resultados transitórios.

BIBLIOGRAFIA

ALLIEVI, L. **Theory of Water Hammer**. Trad de E.E Halmos, Romi Ricardo Garoni, 1925.

BORDON, C. A. S. **Análise de Transitórios Hidráulicos em Pequenas Centrais Hidrelétricas Através do Método das Caracteristicas**. Itajubá, 1991, T 695 (dissertação de mestrado)- EFEI.

CHAUDHRY, M. H. **Applied Hydraulic Transients**, New York,VanNostrand, 1979.

CHAUDHRY, M. H. Resonance in PipeSystem, **Water Power**, n-o 7/8 p. 241-245 Jul/Aug - 1970.

COSTA NETO, P.L.O. **Estatística**. Edgard Blucher, São Paulo, 1977.

KARNOPP, D. ; ROSEMBERG, R. C. **System Dynamics**. A Unified Approach. New York, Ed. Wiley Intersciences, 1975.

KOELLE, E. " **Curso de Transitórios Hidráulicos em Condutos Forçados** " . Curso ministrado no Congresso Internacional Sobre Casos e Acidentes em Sistemas Fluídos ,São Paulo , 1989.

KUAE, L. K. N. ; BONÉSIO, M.L.M. ; VILELA, M.C.O. **Diretrizes para Apresentação de Dissertações e Teses**. São Paulo, MGC - Reis , 1992.

LENCASTRE, A. **Manual de Hidráulica Geral**, Edgard Blucher e Ed. da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1972.

OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno**. Rio de Janeiro, Ed. Prentice Hall do Brasil Ltda, 1982.

PASCHOAL, Silvestre. **Fundamentos da Hidráulica Geral**, Editora Limusa, 1983.

ROSEMBERG, R. C ; KARNOPP, D. **Introduction to Physical System Dynamics.** New York, Mac Graw-Hill, 1983.

SOUZA, P. A. **Métodos Computacionais Aplicados a Engenharia Hidráulica** . São Paulo, Ed. CTH, 1989.

SOUZA Jr, O. H. **Estudos de Transitórios Hidráulicos Através de Simulação Analógica-Digital de Modelos não Lineares**. Itajubá , 1994, 102 p (dissertação de mestrado)-EFEI

SPERANZA NETO, M. O Tratamento da Dinâmica de Sistema Térmicos e Fluídos Através da Técnica Generalizada dos Gráficos de Ligações . **IV Encontro Nacional de Ciências Térmicas** , ABCM, Rio de Janeiro, Dez/1992, p. 681-684.

STREETER, V. L ; WYLIE, E. B. **Fluid Transients** . New York, Mac Graw-Hill, 1978.

STREETER, V. L ; WYLIE, E. B. **Mecânica dos Fluídos**. New York, Mac Graw Hill, 1978.

TIAGO FILHO, G. L. **Aplicação do Método dos "Gráficos de Ligações " na Simulação de uma Válvula de Alívio, Anti- Golpe de Aríete, Auto Operada,** São Paulo, 1994, (Tese de Doutorado)-EPUSP.

THOMA, J . U. **Introduction to Bond Graphs and their Appications**. Oxford, 1975, 181p.

TUTSIM, Manual Block Diagram Simulation Linguage -V.7 .

WATT, C. S. et al . **Combination of Difference and Elements Technique in Hidraulic Transient Problems**. INTERNATIONA CONFERENCE ON PRESSURE SURGES, Canterbury, 1980, paper 82 .

DATA 08/02/1996
PROC.
PED. PPG
LIV.
Cx. DOAÇÃO

INVENTÁRIO
BIM - EFEI

DATA	Rubrica

ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ
BIBLIOTECA MAUÁ – BIM
ESTE LIVRO DEVE SER DEVOLVIDO NA ÚLTIMA DATA ABAIXO:

27.02.04		
15/03/2004		
19.5.2004		
19/08/13		

EFEI - BIBLIOTECA MAUÁ
8200820
NÃO DANIFIQUE ESTA ETIQUETA