

TESE

822

ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ - EFEI

INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Dissertação de Mestrado



PLANEJAMENTO DO SUPRIMENTO DE ENERGIA ELETRICA EM SISTEMAS  
DESCENTRALIZADOS NA AMAZÔNIA INCORPORANDO INCERTEZAS

PELO

ENG. RUBEM CESAR RODRIGUES SOUZA

ITAJUBÁ-MG, 1995

CLASZ	6.20.91(8113)(04 3.2)
CUTT.	5725p
TC	899



ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBA - EFEI

INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Título: PLANEJAMENTO DO SUPRIMENTO DE ENERGIA ELETRICA EM SISTEMAS DESCENTRALIZADOS NA AMAZÔNIA INCORPORANDO INCERTEZAS.

Eng. Rubem Cesar Rodrigues Souza

Trabalho apresentado junto a Escola Federal de Engenharia de Itajubá-EFEI/MG, para obtenção do grau de mestre em Conversão de Energia.

Orientador:

Prof. Afonso Henriques Moreira Santos

Co-orientador:

Prof. Jamil Haddad

## AGRADECIMENTOS

À DEUS por ter me dado a inteligência e a perseverança.

Aos meus pais que oraram por mim e me abençoaram.

À minha esposa Marina que me deu a segurança e a paz de espírito.

À Dona Celina e família que me acolheram em sua casa, e me fizeram sentir como se na minha estivesse.

À amiga Patricia que me acompanhou fazendo a digitação nos dias que antecederam a entrega deste trabalho.

Aos meus amigos e padrinhos João Edgar e Socorro Chaves, pelo estímulo e carinho.

Aos meus orientados, alunos da Universidade do Amazonas, que sempre acreditaram em mim.

Ao meu orientador e co-orientador por terem acreditado na minha capacidade de realização.

À todos aqueles que em um momento ou outro contribuíram para a realização desse trabalho.

## INDICE

TRANSLUÇÂO  
 EXPERIMENTAL  
 ÍNDICE  
 LISTA DE TABELAS  
 LISTA DE FIGURAS  
 LISTA DE QUADROS  
 RESUMO  
 ABSTRACT  
 APRESENTAÇÃO

## DEDICATÓRIA

Ao meu filho ou filha que está para nascer, como  
 demonstração do que é possível alcançar quando  
 se tem clareza do que se deseja, perseverança,  
 dedicação e disciplina consciente.

## ÍNDICE

AGRADECIMENTOS .....	i
OFERECIMENTO .....	ii
ÍNDICE .....	iii
LISTA DE TABELAS.....	vi
LISTA DE FIGURAS .....	vii
LISTA DE QUADROS .....	ix
RESUMO .....	x
ABSTRACT .....	xi
APRESENTAÇÃO .....	xii

## CAPÍTULO 1

## CARACTERÍSTICAS SÓCIO-ECONÔMICAS E ENERGÉTICAS DA AMAZÔNIA

1.1. Introdução .....	01
1.2. Breve retrospectiva histórica do Estado do Amazonas .....	01
1.2.1. Colonização .....	01
1.2.2. Ciclos econômicos .....	02
1.2.3. Energia .....	04
1.2.4. Iluminação .....	05
1.3. Características gerais do Estado do Amazonas .....	07
1.4. População e renda .....	10
1.4.1. Evolução da população .....	10
1.4.1.1. Evolução da população total .....	10
1.4.1.2. Evolução da população urbana .....	12
1.4.2. Estrutura etária da população .....	12
1.4.3. População economicamente ativa .....	13
1.5. Perfil econômico do Estado do Amazonas .....	15
1.5.1. Setor primário .....	16
1.5.2. Setor secundário .....	27
1.5.3. Setor terciário .....	28
1.6. Panorama da produção de energia elétrica no Estado do Amazonas .....	30

## CAPÍTULO 2

## METODOLOGIAS PARA A PROJEÇÃO DO MERCADO DE ENERGIA

## ELÉTRICA

2.1. Introdução .....	35
2.2. Modelos para projeção de mercado por classe de consumo .....	36
2.2.1. Classe residencial .....	36
2.2.2. Classe industrial .....	37
2.2.3. Classe comercial, serviços e outras atividades .....	39
2.2.4. Classe rural .....	40
2.2.5. Poderes públicos .....	41
2.2.6. Iluminação pública .....	42
2.2.7. Consumo próprio .....	43

2.2.8. Consumo total .....	43
2.2.9. Demanda máxima .....	43
2.3. Modelos econométricos e mistos .....	46
2.3.1. Modelos que não levam em conta a substituição de energéticos .....	47
2.3.2. Modelos com energéticos concorrentes ou complementares .....	48
2.3.3. Modelos técnicos-econômicos .....	51

### CAPÍTULO 3

#### TECNOLOGIAS PARA O SUPRIMENTO DE ENERGIA ELÉTRICA NA AMAZÔNIA

3.1. Introdução .....	53
3.2. Termelétrica a óleo diesel .....	53
3.3. Termelétrica a lenha .....	60
3.4. Geração fotovoltaica .....	73
3.5. Termelétrica a gás natural .....	77
3.6. Pequenas Centrais Hidrelétricas .....	89

### CAPÍTULO 4

#### ESTUDO DA RENTABILIDADE DE PROJETOS DE INVESTIMENTO INCORPORANDO INCERTEZAS - METODOS PROBABILÍSTICOS

4.1. Introdução .....	102
4.2. Características das variáveis .....	103
4.3. Apresentação do problema .....	103
4.4. Métodos de cálculo das distribuições da TIR e do VPL .....	105
4.4.1. Método da análise de sensibilidade .....	105
4.4.2. Método Algébrico .....	107
4.4.3. Método da convolução discreta .....	111
4.4.4. Método de Monte Carlo .....	116

### CAPÍTULO 5

#### ESTUDO DA RENTABILIDADE DE PROJETOS DE INVESTIMENTO INCORPORANDO INCERTEZAS - MÉTODOS POSSIBILÍSTICO

5.1. Introdução .....	120
5.2. Valor futuro e valor presente .....	121
5.3. Anuidades fuzzy .....	125
5.4. Fluxo de caixa fuzzy .....	129

### CAPÍTULO 6

#### ORDENAÇÃO DAS ALTERNATIVAS PARA TOMADA DE DECISÃO

6.1. Introdução .....	133
6.2. Descrição do problema .....	134
6.3. Determinando os pesos das alternativas .....	136
6.4. Ordenação das alternativas .....	140
6.4.1. Conjunto máximo e utilidade direita .....	140
6.4.2. Ordenando com conjuntos máximos e mínimos .....	142

6.4.3. Ordenando números fuzzy com função de pertinência triangular generalizada .....	146
6.4.4. Cálculo dos valores de ordenação $U_T(i)$ .....	147
6.4.5. Ordenando números fuzzy generalizados com função de pertinência trapezoidal .....	152
6.4.6. Ordenando números fuzzy generalizados com função de pertinência quadrática nos dois lados .....	154
<b>CAPÍTULO 7</b>	
<b>ESTUDO DE CASOS NO ESTADO DO AMAZONAS</b>	
7.1. Introdução .....	160
7.2. Estudo de Caso 1 .....	160
7.2.1. Caracterização do mercado .....	160
7.2.2. Definição das alternativas .....	162
7.2.3. Análise de atratividade econômica .....	163
7.3. Estudo de Caso 2 .....	167
7.3.1. Caracterização do mercado .....	167
7.3.2. Definição das alternativas de suprimento .....	170
7.3.3. Análise da atratividade econômica das alternativas .....	170
7.3.2.1. Comparação entre a termelétrica a diesel e a lenha .....	171
7.3.2.2. Comparação entre a termelétrica a diesel e a interligação ao sistema Manaus ...	174
CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	179
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	181
<b>ANEXO I</b>	
AJUSTAMENTO DE CURVAS E O MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS .....	186
<b>ANEXO II</b>	
DEFINIÇÕES E ALGUMAS PROPRIEDADES DE NÚMEROS FUZZY .....	204

## LISTA DE TABELAS

## CAPÍTULO 1

1.1. População residente, por grupo de idade, segundo as grandes regiões e as unidades da Federação da Região Norte - 1980 .....	13
1.2. Pirâmide fundiária - 1985 .....	17
1.3. Áreas das lavouras por cultura - 1985 .....	17

## CAPÍTULO 3

3.1. Principais montadoras de unidades diesel e seus produtos .....	60
3.2. Fabricantes de coletores planos no Brasil .....	75
3.3. Classificação de hidrelétricas com relação a queda .....	94
.....	
3.4. Aproveitamentos já levantados, estudados e em operação no Estado do Amazonas .....	100

## CAPÍTULO 5

5.1. Número fuzzy $\bar{n}$ (exemplo 1) .....	123
5.2. Número fuzzy $\bar{n}$ (exemplo 3) .....	127

## CAPÍTULO 6

6.1. Conceitos dos juizes para cada critério, usando números fuzzy .....	139
6.2. Conceitos dos juizes por alternativas segundo o critério $C_1$ , usando números fuzzy .....	139
6.3. Conceitos dos juizes por alternativas segundo o critério $C_2$ , usando números fuzzy .....	139
6.4. Resultados da ordenação dos números fuzzy das figuras 6.1 à 6.13 .....	152
6.5. Fluxo de caixa dos projetos $\bar{A}$ e $\bar{B}$ .....	156
6.6. Ordenação das alternativas $\bar{A}$ e $\bar{B}$ com relação ao $\bar{0}$ fuzzy .....	157
6.7. Ordenação entre as alternativas $\bar{A}$ e $\bar{B}$ (exemplo 2) .....	157
6.8. Ordenação de pesos fuzzy (exemplo 3)	

## CAPÍTULO 7

7.1. Número fuzzy $\bar{n}$ .....	167
7.2. Número fuzzy $\bar{n}$ (caso 2) .....	173

## LISTA DE FIGURAS

## CAPÍTULO 1

1.1. Mapa de localização do Estado do Amazonas .....	08
1.2. Localização dos sistemas descentralizados supridos pela CEAM .....	33

## CAPÍTULO 4

4.1. Fluxos de caixa em condições determinísticas (a) e de incerteza (b) .....	104
4.2. Árvore com todas as combinações entre os parâmetros incertos do VPL e da TIR .....	106
4.3. Distribuição triangular .....	107
4.4. Fluxo de caixa com as distribuições resultantes em cada instante .....	108
4.5. a) Distribuição Normal; b) discretização em 7 parcelas; c) discretização em 3 parcelas .....	112
4.6. Operação de convolução .....	114
4.7. Exemplo de rearranjo de uma discretização aplicada ao quadro 4.2 .....	115

## CAPÍTULO 5

5.1. Gráfico da função de pertinência $\mu(x \bar{M})$ para um número fuzzy $\bar{M}$ .....	121
5.2. Gráfico de $\mu(x \bar{V}F_n)$ , a função de pertinência para o valor futuro fuzzy $\bar{V}F_n$ de um montante $\bar{A}$ aplicado a uma taxa $\bar{r}$ , ambos números fuzzy .....	122
5.3. Valor futuro fuzzy (exemplo 1) .....	124
5.4. Anuidades fuzzy do exemplo 3 .....	127

## CAPÍTULO 6

6.1. Números fuzzy triangulares .....	141
6.2. Função utilidade direita .....	142
6.3. Números fuzzy triangulares e função utilidade direita .....	142
6.4. Exemplo de números fuzzy triangulares com utilidade direita .....	143
6.5. Função utilidade esquerda de números fuzzy triangulares .....	144
6.6. Funções utilidade direita e esquerda ( $\bar{A}_1 > \bar{A}_2$ ) .....	144
6.7. Números fuzzy e funções utilidade direita e esquerda .....	145
6.8. Números fuzzy triangulares ( $\bar{A}_1 = \bar{A}_2$ ) .....	145
6.9. Números fuzzy triangulares $\bar{A}_1 > \bar{A}_2$ ( $\bar{A}_1 = \bar{A}_2$ mas $7 > \frac{49}{7}$ , logo $\bar{A}_2 > \bar{A}_1$ ) .....	145
6.10. Números fuzzy triangulares com diferentes valores de y .....	148
6.11. Função utilidade com $k = 2$ .....	149
6.12. Funções de utilidade para $k = \frac{1}{2}$ .....	151
6.13. Números fuzzy com diferentes valores de y .....	151
6.14. Funções utilidade para números fuzzy trapezoidais .....	153
6.15. Funções utilidade para números fuzzy com funções quadráticas nos dois lados ....	155



## LISTA DE QUADROS

## CAPÍTULO 1

1.1. Números de horas de funcionamento nas localidades no interior do Amazonas .....	32
1.2. Plano de investimento em geração para o interior até o ano 2004 .....	34

## CAPÍTULO 3

3.1. Potencial de madeira no Estado do Amazonas .....	64
3.2. Resumo das principais características das turbinas a gás .....	80

## CAPÍTULO 4

4.1. Análise de sensibilidade .....	105
4.2. Resumo da operação de convolução .....	114

## CAPÍTULO 7

7.1. Consumo do grupo gerador à diesel existente na comunidade de São Tomé .....	161
7.2. Carga instalada na comunidade de São Tomé .....	161
7.3. Carga estimada para a comunidade de São Tomé após 10 anos, para diferentes taxas de crescimentos .....	162
7.4. Custos e benefícios das alternativas de suprimento .....	163
7.5. Dados de entrada para aplicação da técnica de Monte Carlo .....	164
7.6. Resultados obtidos para o VPL pelo método de Monte Carlo .....	164
7.7. Números fuzzy utilizados na análise de atratividade para São Tomé .....	165
7.8. Valor presente líquido para três valores de vida útil (n) .....	165
7.9. Utilidade total dos $\overline{VPL}$ 's das alternativas (1) e (2) e do $\bar{0}$ fuzzy, para diferentes valores de k e n .....	166
7.10. Utilidade total dos $\overline{VPL}$ 's das alternativas (1) e (2), para diferentes valores de k e n .....	166
7.11. Utilidade total dos $\overline{VPL}$ 's para período $\bar{n}$ fuzzy .....	167
7.12. $\overline{VPL}$ para diferentes valores de n .....	173
7.13. Utilidade total do $\overline{VPL}$ do caso 2 e do $\bar{0}$ fuzzy .....	173
7.14. Utilidade total do $\overline{VPL}$ do caso 2 e do $\bar{0}$ fuzzy para $\bar{n}$ fuzzy .....	173
7.15. Utilidade total para os pesos fuzzy dados as alternativas (caso 2) .....	178

## RESUMO

Este trabalho tem por objetivo precípua a apresentação de uma nova técnica para análise da atratividade de investimentos para suprimento de energia elétrica dos sistemas descentralizados na Amazônia. O método proposto tem sua aplicação no tratamento de grandezas sobre as quais o conhecimento de seu valor é incerto.

Afim de verificar a confiabilidade do método, faz-se uso de estudo de casos no interior do Estado do Amazonas, nos quais compara-se o método proposto com o método probabilístico de Monte Carlo, indicado por vários autores para o tratamento de incertezas.

Este trabalho está estruturado de forma a possibilitar uma visão das etapas principais do planejamento. Inicialmente é apresentado uma caracterização do mercado ao qual se destino o estudo, em seguida é feita a apresentação das técnicas clássicas adotadas pelo setor elétrico para definir a evolução do mercado. A seguir é feita uma abordagem sobre algumas opções tecnológicas para a Amazônia. A etapa do planejamento referente a análise de atratividade de alternativas de suprimento está contemplada através da descrição dos métodos e a apresentação de uma nova técnica possibilística, alicerçada no conceito de números fuzzy.

Na tentativa de incluir no processo de decisão as consideradas “externalidades” do cenário microeconômico, apresenta-se um método para tomada de decisão sobre qual a melhor alternativa a se adotar em projetos de investimento, baseado na opinião de especialistas e com fundamentação matemática em números fuzzy, o qual possibilita a incorporação de critérios de natureza técnica, econômica, social e ambiental.

## ABSTRACT

This work has by main purpose the presentation of a new technique to analysis of the attractivity of investments to supply of electric energy by the decentralized systems in the Amazony. The proposed method has its application in the treatment of greatness about which the knowledge of its value is uncertain.

In order to verify the trustworthiness of the method, it makes use of cases' study in the interior of Amazon State, in which compares the proposed method with the probabilistic method by Monte Carlo, indicated for various authors to the treatment of uncertainties.

This work is structured by the way to make possible a vision of the principal stages of planning. At first is presented a characterization of the market with which one destined the study, in the follow is done the presentation of classic techniques adapted by electric sector to define the market's evolution. To follow is done an abridgement about some technological options to the Amazony. The stage of planning referring to the analysis of attractivity of alternatives by supply is contemplated presentation of a new possibilistic technique consolidated in the concept of fuzzy numbers.

In the attempt to include in the process of decision the considerations "externalized" from the scenery microeconomical, it presents a method to taking a stand about which the better alternative to adapt in projects of investment, based on opinion of specialists and with mathematics basis in fuzzy numbers, which one to make possible the incorporation of criterious by constitution technique, economic, social and environment.

## APRESENTAÇÃO

O ato de planejar por si só já é um desafio, até mesmo para as tarefas do cotidiano. No entanto, quando referido a ações de desenvolvimento para a Amazônia, este ato se reverte de dificuldades adicionais; não só pela complexidade do quadro econômico, social, ambiental e energético, mas fundamentalmente pelo elevado grau de nebulosidade existente nos parâmetros requeridos nos estudos de planejamento. Isto é bastante perceptível, quando o problema é a definição de soluções adequadas, dentro de uma visão holística, para o suprimento de energia elétrica de sistemas descentralizados na Amazônia. De um modo genérico, caracteriza-se como sistemas descentralizados aqueles em que a geração e distribuição ficam circunscritas à mesma cidade, sendo esta configuração muito comum na Amazônia, devido ao estágio de desenvolvimento regional atual em que se encontra inúmeras localidades e municípios, servidos isoladamente, geralmente por usinas termelétricas movidas à óleo diesel.

Neste trabalho portanto, pretende-se contribuir para o planejamento do suprimento desses sistemas, propondo técnicas para avaliar a atratividade de investimentos para geração de energia elétrica, em situações nas quais o conhecimento das grandezas envolvidas é pouco preciso.

O trabalho foi organizado com o intuito de abordar as etapas principais do planejamento para o suprimento de energia elétrica, enfatizando no entanto, os estudos de atratividade das alternativas de investimento. Portanto, no capítulo 1 tem-se inicialmente a definição do tipo de mercado a que se destina o presente estudo e suas características sócio-econômicas e energéticas, que representa a fase inicial do planejamento. Em seguida, no capítulo 2, tem-se de maneira sucinta a apresentação de modelos que possibilitem o estudo do comportamento futuro do mercado de energia elétrica, pois conhecida a realidade local pode-se escolher o modelo que melhor se adapta a esta. É importante frisar que, no que se refere ao estudo de mercado, a abordagem deste trabalho é tão somente com o intuito de não deixar de mencionar nenhuma etapa principal do planejamento, não havendo portanto, a preocupação como o aprofundamento desta questão. Afim de melhor instrumentalizar o

possível usuário dos métodos propostos, é apresentado no anexo 1 a fundamentação matemática para a implementação dos métodos.

Após a definição da quantidade de energia a ser gerada e das potencialidades regionais, tem-se então a definição das tecnologias que poderão ser implementadas. Dentro deste enfoque é que apresenta-se no capítulo 3, a descrição de algumas tecnologias para geração de energia elétrica que podem ser utilizadas na Amazônia, sem no entanto, ter a preocupação em contemplar todas as alternativas tecnológicas e nem abordá-las de maneira profunda.

No capítulo 4, apresenta-se então, técnicas probabilísticas que podem ser utilizadas para a escolha do investimento mais atrativo, quando se trabalha em um ambiente de incertezas, etapa esta do planejamento que precede a definição das alternativas de suprimento. De modo a contribuir para a evolução das técnicas que contemplam as incertezas na análise de atratividade, propõe-se no capítulo 5 um método apresentado por Buckley [8] para o cálculo do valor presente líquido utilizando o conceito de números fuzzy, ou seja números difusos ou nebulosos. Tendo em vista o fato de que o conceito de números fuzzy é relativamente recente - foi apresentado por Zadeh em 1965 - tem-se no anexo 2 a apresentação deste conceito e algumas propriedades básicas dos números fuzzy.

Considerando que os parâmetros utilizados nos estudos de atratividade são todos de origem econômica, e portanto a decisão é feita sempre a luz destes e dos parâmetros técnicos, propõe-se no capítulo 6, um processo de decisão baseado na opinião de especialistas e fundamentado na teoria de conjuntos fuzzy, como forma de incorporar na tomada de decisão critérios, além dos de ordem técnica e econômica, os de natureza social e ambiental.

Afim de verificar a validade do método proposto faz-se no capítulo 7, a comparação da técnica fuzzy com o método de probabilístico de Monte Carlo, aplicando-os em duas situações no interior do Estado do Amazonas. E por fim são apresentadas as conclusões deste trabalho bem como, as sugestões para trabalhos futuros.

**CAPÍTULO 1**  
***CARACTERÍSTICAS SÓCIO-ECONÔMICAS E ENERGÉTICAS***  
***DA AMAZÔNIA***

**1.1. Introdução**

O início de todo processo de planejamento energético deve acontecer com o conhecimento do mercado e das grandezas que o influenciam, o que possibilita a definição de modelos de estudo de seu comportamento futuro, a seleção das tecnologias mais apropriadas para atendimento da demanda, além da escolha das técnicas para estudo de viabilidade econômica das alternativas de investimento. O perfeito conhecimento do mercado possibilita também, inferir sobre o comportamento de determinadas variáveis que influenciam no comportamento do mesmo, e sobre as quais pouca ou nenhuma informação existe.

Sendo assim, procura-se neste capítulo, traçar o perfil sócio-econômico e energético da região para a qual se destina este estudo, como forma de conhecer o cenário sobre o qual deseja-se tomar decisões.

Considerando que os estudos de caso apresentados no capítulo 7, são referidos ao Estado do Amazonas, a abordagem será feita destacando as particularidades deste estado, o que não prejudicará a análise a ser feita, pelo fato de haver uma forte semelhança com a Amazônia de um modo geral.

**1.2. Breve retrospectiva histórica do Estado do Amazonas**

**1.2.1. *Colonização***

O processo de colonização da Amazônia e do atual Estado do Amazonas, esteve intimamente ligada à consolidação do domínio português na região e às tentativas de pacificação, dominação ou extermínio das representações indígenas no avanço do civilizado e a expulsão dos estrangeiros; considerados como tal, aqueles que não fossem índios e portugueses.

A organização política no Estado do Maranhão e Grão Pará (1665/1751), do anterior Estado do Maranhão e depois do Grão Pará e Maranhão (1751/1772), foram esforços que não redundaram em muitos resultados práticos pela imensidão da região, e nem mesmo a organização de Companhias de Comércio, voltadas para o desenvolvimento e ocupação da

área, progrediram. A introdução de negros escravos por estas companhias, afora a base de São Luís do Maranhão e depois em Belém do Pará, não produziu para a futura Comarca do Alto Amazonas e Província do Amazonas (1850), efeitos de colonização.

A ação da Igreja, basicamente católica, ao longo dos anos, influenciou decisivamente no processo regional, até na organização do Estado, como instituição e na gerência da coisa pública. Expulsos pelo Marquês de Pombal, retornaram depois e renovaram suas ações no mesmo teor e orientação.

A legislação, à época por Cartas-Régias, produzidas na Corte e distante da realidade regional, produziu, seguidas vezes, entraves ao florescimento da colonização regional, como ao proibir a fabricação de ferro, de sal, de aguardente, de açúcar e a navegação pelos nossos rios.

O estabelecimento de uma ação militar, mais preventiva na segurança do território conquistado, acabou por se constituir em núcleos populacionais organizados ou semi-organizados e uma base de evolução de vilas, lugarejos, cidades e comarcas, ao final, como sucedeu, inclusive com Tabatinga, Manaus e São Gabriel da Cachoeira.

As guarnições defendiam dos ataques de estrangeiros e serviam de pólos de aglomeração humana local.

Foi com Lobo d'Almada, principalmente a partir de 1788/89, que se iniciou uma fase de florescimento da região, com a introdução do gado no Rio Branco, plantação de arroz, algodão, anil, café e tabaco.

Este progresso foi sustado pela substituição de Lobo d'Almada e até mesmo a mudança da capital foi novamente ferida, gerando desencontro sucessivos na administração.

### 1.2.2. *Ciclos Econômicos*

Com a instalação da Província do Amazonas (1852) começa também uma série de tentativas de colonização pelo interior, com as expedições destinadas à exploração dos rios Purus, Abacaxis, enfrentando índios bravos como os Muras e fundando missões e bases colonizadoras, quando encontramos Serafim da Silva Salgado, João Rodrigues de Medeiros, Frei Pedro de Ceriana, Barão de Mauá e outros. Algumas localidades foram

estabelecidas com a Missão de São Luís de Gonzaga, a exemplo de Itacoatiara que conseguiu prosperar com serraria, olaria e plantação de cacau, café e algodão (1857).

A economia da região estava baseada então, no cultivo de tabaco, anil, café, algodão, mandioca, extração vegetal, que sempre foi, nessa época, abundante, e algumas pequenas fábricas de redes e cordas de piaçava, além de reduzida exportação de madeiras para o Pará. Seguiu-se depois a fabricação de chapéus, utilizando palmeiras, e, data, desse tempo, a idéia da construção da estrada Manaus/Rio Branco (1847) com abertura da picada em continuação à estrada da Cachoeira Grande.

A receita da Província originava-se basicamente de: pirarucu, piaçava, castanha, cacau, salsaparrilha, redes, chapéus, manteiga de peixe-boi, borracha (1856), copaíba e outros segmentos de menor importância. Por muitos e seguidos anos, viveu-se da extração, sem constituir-se este momento, em ciclo econômico definido quanto as bases de sua estrutura referencial.

Foi a emigração nordestina, notadamente para fugir da seca de 1877, que deu a nossa região, o braço de que necessitávamos para a dinamização da extração da borracha nativa, que floresceu como ciclo econômico até anos deste século.

Mesmo com o crescimento da economia pela elevação da borracha nativa no comércio internacional, outros produtos continuaram influenciando ainda que em menor escala, como o cacau, a castanha, o pirarucu, este com menor índice de influência sobre os demais, isto nos anos de 1885/86.

A liberação dos escravos, ocorrida na Província em 1884, em nada influiu nas questões da economia e colonização locais, por que existiam cerca de 1.501 escravos em julho de 1884, quando da abolição provincial, e mesmo assim, estes em sua maioria, eram serviçais sem função na agricultura, pesca ou na pequena indústria local.

Foi o ciclo da borracha, notadamente, a partir de 1877, até o seu ápice (1911), que influenciou na organização política e social da Província e depois do Estado, como no setor de organização municipal, estabelecimento de cidades, vilas, etc.

De 1911 a 1937, a produção e comercialização da borracha, apesar das tentativas as mais diversas de soerguimento, seguiu num decréscimo continuado, mesmo porque, a partir de 1898, começou a circular no mercado internacional a borracha cultivada no Oriente, a borracha natural que foi num crescente, começando como 4 toneladas em 1900 e em 1914 chegava a

71.380 toneladas, aumentando para 213.970 toneladas em 1917, superando todos os esforços regionais.

Dessa forma, o Governo Federal visando a defesa da economia regional e o restabelecimento de um novo ciclo florescente para a economia do Estado do Amazonas, adotou várias medidas, onde destacam-se a criação do Plano de Defesa da Borracha que deu origem a Superintendência da Defesa da Borracha e posteriormente (1853) a Superintendência do Plano de Valorização Econômica da Amazônia - SPEVEA, transformada, através da Lei nº. 174/66, na Superintendência de Desenvolvimento da Amazônia - SUDAM, com o objetivo de promover e administrar o desenvolvimento em toda a região Norte.

Para dar apoio às operações econômica-financeiras relativas à borracha, foi criado pelo Governo Federal, com participação do Governo Norte Americano (40%), em 1942, o Banco de Crédito da Borracha.

Em 1950, o Banco teve suas atribuições ampliadas, sendo transformado em Banco de Crédito da Amazônia S/A e posteriormente, em 1966, no Banco da Amazônia S/A, adaptando-se a nova política federal para a região. Em 1969, foi determinada a nacionalização integral do Banco através da compra no nome da União das ações que pertenciam ao Governo Norte Americano.

Esse conjunto de políticas, no entanto, beneficiaram principalmente a Amazônia Oriental, levando o Governo Federal a criar a Superintendência da Zona Franca de Manaus, através do Decreto-Lei nº. 288, de 28 de fevereiro de 1967, com objetivo de promover o desenvolvimento sócio-econômico da Amazônia Ocidental.

### 1.2.3. *Energia*

Foi a economia da borracha e a visão de Eduardo Ribeiro que deram a Manaus a primazia da luz pública, pois até 1896, Manaus tinha iluminação a querosene. Coube, entretanto, ao governador Fileto Pires Ferreira a honra de inaugurar o sistema, às 20 horas do dia 15 de outubro de 1896, com a inauguração da Manaus Electric Lighting Company, um dos muitos serviços ingleses que operaram em Manaus.

Estes serviços foram depois prestados por Travassos & Maranhão, a seguir transferidos a Antônio Lavandeyra, até 1909, quando passou a The Manaus Tramways

and Light Co. Ltda. Em 1910 construiu-se a usina do Plano Inclinado e em 1939 inaugurou-se a subusina da Cachoeirinha.

Assim, Manaus foi a segunda cidade brasileira a ter luz elétrica, embora tenha passado, anos depois, muito tempo em quase completa escuridão, até o estabelecimento da Companhia de Eletricidade de Manaus - CEM, nos anos 50 e hoje transferidos à Centrais Elétricas do Norte S.A. - ELETRONORTE, como empresa da administração federal; e, às vésperas da solução dos problemas mais modernos de eletrificação rural e urbana com as hidroelétricas regionais, solução para enfrentar a crise dos altos custos de derivados de petróleo. No interior do Estado, os serviços de energia foram implantados gradativamente a partir da década de 60, pelas Centrais Elétricas do Amazonas S/A - CELETRAMAZON, hoje transformada em Companhia Energética do Amazonas - CEAM.

#### 1.2.4. *Iluminação*

A Lei nº. 67, de setembro de 1856, no seu art. 5º., autorizou a compra pelo governo provincial de 25 lâmpadas e seus aparelhos, para gás líquido hidrogênio, que foram adquiridos em Belém a 915\$733 reis, por Francisco Fernandes. Entretanto, esses lâmpadas não foram suficientes para a iluminação pública, o que levou o Presidente a referir-se sobre a necessidade de mais 25 lâmpadas para a cidade, a fim de deixá-la, pelo menos, precariamente iluminada.

Estes lâmpadas entraram em funcionamento pleno a 7 de agosto de 1858.

A incumbência da iluminação pública era da Câmara Municipal de Manaus; e, somente em 1862, através da Lei nº. 123, de 21.06.1862, este encargo passou à administração da Província, por que colocada em hasta pública não apareceu nenhum interessado.

Tempos depois, em 1869, o governo resolveu aceitar uma proposta da empresa Thury e Irmão, contratando-a em 5 de junho de 1869 para conceder iluminação com 60 lâmpadas a querosene, em colunas de madeira de 12 palmos de altura mínima, pela importância de 10:415\$980 reis por ano.

Os lâmpadas vieram dos Estados Unidos da América do Norte e começaram a funcionar; e, já em janeiro de 1870 foi solicitada a ampliação para mais de 60, embora estivesse em funcionamento 90 lâmpadas, portanto 30 a mais dos que foram inicialmente contratados. O contrato foi de 8 anos.

Para facilitar o pagamento, a polícia era responsável pela guarda noturna dos lampiões, esta atestava o funcionamento dos lampiões, diariamente, visto que o pagamento era feito por cada lampião em pleno funcionamento a cada dia.

Em 27 de maio de 1873 foi autorizado a contratação de iluminação a gás carbônico, o que não se efetivou logo, por que o contratante, Sr. José Antônio de Abreu, faleceu no Rio de Janeiro, após firmar o acordo.

A esta época, a iluminação era ainda a petróleo, com 122 lampiões, gastando-se 188\$231 reis por lampião.

Além de Manaus, Serpa (atual Itacoatiara) e Tefé, possuíam iluminação, estas últimas com 16 e 12 lampiões, respectivamente.

A Lei nº. 302, § 4º, de 13 de maio de 1874, autorizou a contratação de iluminação a gás, o que se fez em 2 de junho, com o engenheiro Joseph Gaune e os comerciantes Mesquita e Irmãos. Nesta ocasião Manaus possuía 136 lampiões.

Em 1876 a empresa que fornecia luz, faliu.

Em 1891, Gregório Thaumaturgo de Zevedo dá notícia mais firme da situação, afirmando:

*“... pelo hidrogênio carburetado ou pela luz elétrica ... é tão urgente quanto a iluminação pública atual é deficiente e defeituosa”.*

Para substituir a iluminação a óleo de nafta, Eduardo Ribeiro contratou em 10 de julho de 1893 a iluminação por eletricidade, mas até julho de 1894 esta ainda não tinha sido iniciada, levando o Diretor da Saúde Pública, Dr. Henrique Alvares Pereira, a reclamar da situação pouco saudável à população.

Em 1901 a iluminação era com 327 lâmpadas a arco voltáico, tendo sido então criada a Superintendência Geral de Fiscalização dos Serviços por Eletricidade, em 15 de novembro de 1911, como órgão público estadual, na administração de Silvério Nery.

A Lei nº. 378, de 24 de julho de 1902, autorizou a compra da Manaos Railway e Cia da Electric Lighting Plant, através da colocação de apólices do empréstimo esterlino, então contraído em Nova Iorque, passando finalmente à administração do Estado, diretamente.

### 1.3. Características gerais do Estado do Amazonas

O Estado do Amazonas limita-se ao Norte com a Venezuela e o Estado de Roraima; à Nordeste e Leste com o Estado do Pará; a Sudeste com o Estado do Mato Grosso; ao Sul com o Estado de Rondônia; a Sudoeste com o Estado do Acre, à Oeste com o Peru e Colômbia; e à Noroeste, também com a Colômbia; como pode ser visto na figura 1.1.

Integrante da Amazônia Ocidental, o Amazonas possui uma superfície de 1.564.445 km<sup>2</sup>, divididos em área terrestre (1.558.987 km<sup>2</sup>) e águas internas (5.458 km<sup>2</sup>), representando 18,38% da área brasileira e 31% da Amazônia Legal.

Essa imensa área sedimentar apresenta-se superficialmente como uma grande planície aparentemente homogênea, recoberta de florestas e pouco povoada, onde 61% ficam até 100m do nível do mar, 32% entre 100m e 200m e 7% acima de 200m. As partes mais altas do solo amazonense são as terras que ficam entre os rios Negro e Solimões. Também as terras dos municípios de Manaus, Humaitá, Parintins, Barcelos e Uaupés, onde inclusive aparecem algumas elevações que podemos chamar de “morros”, são altas. A superfície é constituída de rochas sedimentares, mais ou menos recentes e caracteriza-se por duas formações distintas: Planície de Terra Firme e Planície de Inundação. A Planície de Terra Firme recobre a maior extensão do Estado, sendo formada pelas áreas de terra que nunca são inundadas. O caboclo só procura a terra firme para colheita dos produtos da floresta, ou seja, para a extração vegetal, ou então, quando possui gado, para livrá-lo das enchentes dos rios.

A Planície de Inundação é proveniente das águas do rio Amazonas e seus afluentes, apresentando duas áreas distintas: a Várzea e o Igapó. Na várzea os terrenos são alagados apenas no período das enchentes e são de vital importância para a agricultura, por apresentarem grande quantidade de matéria orgânica depositada pelos rios. Essa é a área em que o caboclo planta e mora. Os Igapós são terrenos constantemente alagados mesmo na época de vazante, ricos em fauna ictiológica e localizam-se entre os terrenos de várzea e terra firme.

A bacia hidrográfica do Estado tem como principal componente, o rio Amazonas, o qual possui uma extensão total de 6.571 km, sendo 3.100 km em território brasileiro, com uma declividade média de 2 cm por km.

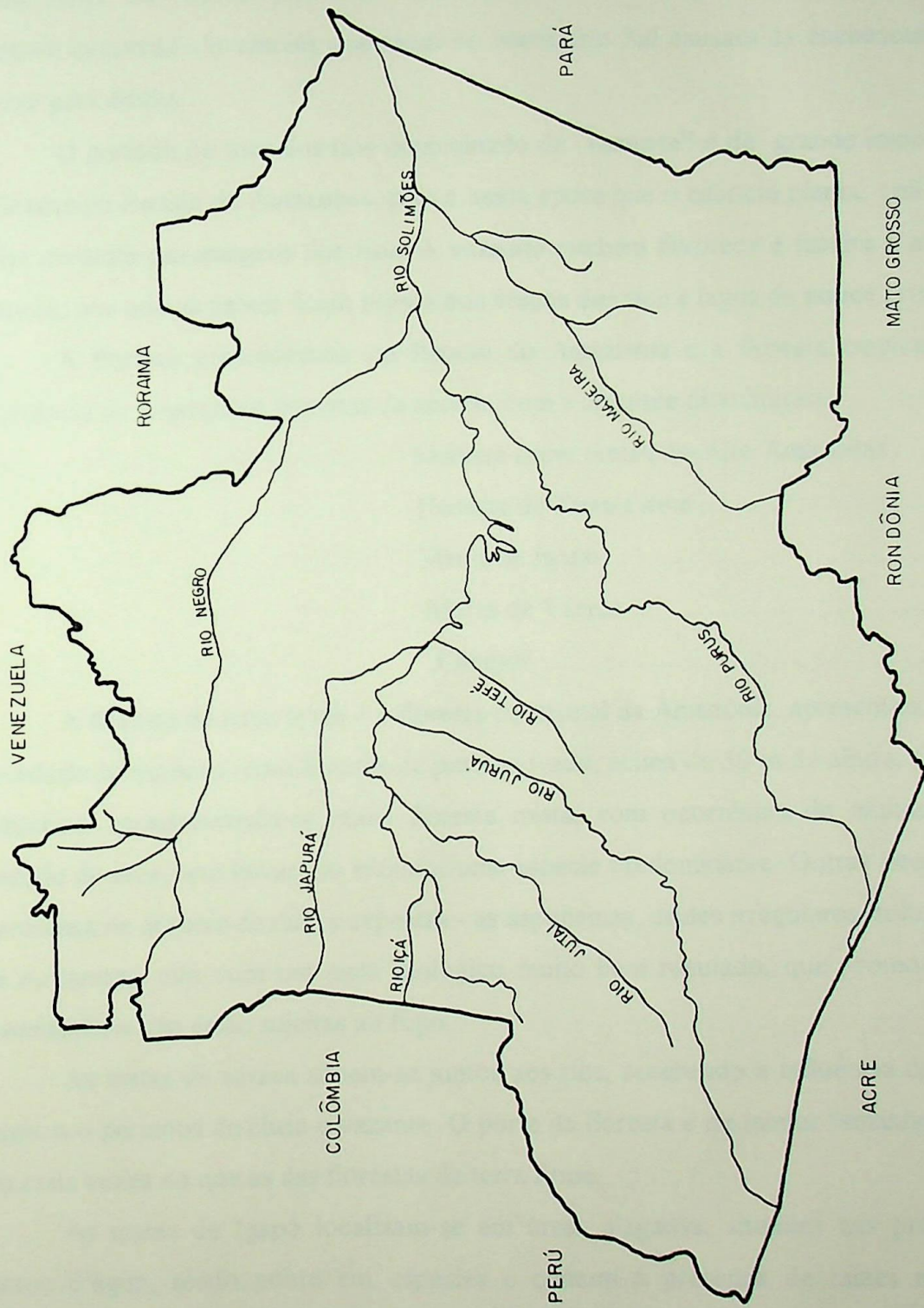


Figura 1.1. Mapa de localização do Estado do Amazonas.

As enchentes dos afluentes do rio Amazonas verificam-se em épocas diferentes. A posição do Estado do Amazonas, com a linha do Equador quase no centro do seu território é a razão disto. As chuvas que caem no hemisfério Norte causam as cheias dos afluentes da margem esquerda. As chuvas que caem no hemisfério Sul causam as enchentes dos afluentes da margem direita.

O período de seca dos rios denominado de “**vazante**” é de grande importância para o habitante do Estado do Amazonas, pois é nessa época que o caboclo planta, cria e até constrói a sua moradia nas margens dos rios. A **vazante** também favorece e facilita a alimentação do caboclo, por que os peixes ficam presos nos braços dos rios e lagos de pouca profundidade.

A floresta predominante no Estado do Amazonas é a floresta tropical úmida, com ocorrência de vegetações distintas de acordo com a seguinte distribuição:

Floresta super úmida do Alto Amazonas .....	364.408 km <sup>2</sup>
Floresta de Terra Firme .....	898.824 km <sup>2</sup>
Matas de Igapó .....	23.044 km <sup>2</sup>
Matas de Várzea .....	246.663 km <sup>2</sup>
Campos.....	26.084 km <sup>2</sup>

A floresta de terra firme é a floresta equatorial da Amazônia, apresentando uma grande variedade de espécies, com árvores de porte elevado, acima de 30 m de altura, cipós, epífitas e palmeiras, caracterizando-se numa floresta mista, com ocorrência de muitas espécies por unidade de área, sem haver, no entanto, uma espécie predominante. Outras peculiaridades são a presença de árvores de raízes expostas - as sapopemas, caules irregulares, solos muito pobres em nutrientes, mas com um ciclo biológico muito bem regulado, que promove a sua auto-sustentação e não estão sujeitas ao fogo.

As matas de várzea situam-se juntos aos rios, recebendo a influência da flutuação das águas nos períodos de cheia e vazante. O porte da floresta é de menor tamanho e as madeiras são mais moles do que as das florestas de terra firme.

As matas de Igapó localizam-se em áreas alagadas, situadas nas proximidades dos cursos d'água, sendo pobre em espécies e comum a presença de raízes expostas, raízes suportes e respiratórias.

A floresta tropical úmida constitui-se num grande recurso econômico para a região com grande utilidade e potencial, como fonte de energia primária renovável (madeira, óleo vegetal, álcool, etc.) e ainda na indústria, na medicina e farmacologia.

As árvores da floresta Amazônica as vezes aparecem fora da sua localização comum. Pode aparecer vegetação de Igapó na terra firme ou árvore de terra firme na várzea e assim por diante.

Já foram classificadas mais de vinte mil tipos diferentes de árvore na Amazônia.

O clima predominante no Estado do Amazonas, segundo classificação de Koppen são três tipos: Afi, Ami e Awi, ocorrendo este último numa diminuta área. O tipo Ami caracteriza-se como um clima tropical chuvoso com pequeno período seco, com um total pluviométrico acima de 1.900 mm, temperatura média nunca inferior a 18° C, oscilações de temperaturas sempre inferior a 5° C, constituindo-se num clima quente sem verão ou inverno estacional. O Afi caracteriza-se por apresentar chuvas relativamente abundantes durante todo o ano e onde a altura das chuvas é sempre superior a 60 mm. O tipo Awi é um clima tropical chuvoso, apresentando índice pluviométrico anual também elevado, com nítida estação seca.

As temperaturas atingidas por esses tipos climáticos são semelhantes, com uma média máxima de 32° C e mínima de 20° C.

#### **1.4. População e renda**

A disponibilidade de terras subocupadas ou a desbravar, a descoberta de riquezas minerais e o aumento das possibilidades de sua exploração, o aporte de recursos governamentais, configurados na implantação de infra-estrutura econômica, na concessão de incentivos fiscais e créditos especiais para determinadas atividades produtivas, em projetos de colonização, entre outros fatores, tem atraído para a Região Norte, nas últimas décadas, consideráveis contingentes populacionais sob a forma de fluxos inter-regionais oriundos fundamentalmente do Sul e do Nordeste. Além dos referidos fluxos, vêm ocorrendo, também, deslocamentos intra-regionais, ou seja, deslocamentos de contingentes formados de naturais da própria região ou de pessoas já há muito nela radicadas, em busca de melhores condições de vida, predominantemente, neste caso, correntes no sentido rural-urbano.

##### **1.4.1. *Evolução da População***

###### **1.4.1.1. *Evolução da População Total***

A população do Estado do Amazonas está calculada, atualmente, em cerca de 2.271.900 habitantes, com uma densidade demográfica de 1.45 hab/km<sup>2</sup>.

A população brasileira, que possuía 9.930.000 habitantes em 1872, ano do seu primeiro recenseamento, atingiu, em 1980, um total de 119 milhões de pessoas. A população da Região Norte, nesse mesmo espaço de tempo (1872 a 1980), cresceu de 332.847 para 5.880.268 habitantes, o que equivale a um aumento relativo de 1.667%. O Estado do Amazonas, nesse mesmo período passou de 57.610 para 1.430.089 habitantes, equivalente a um aumento relativo de 2.382%.

Tal crescimento ocorreu principalmente devido ao grande fluxo de migrantes, atraídos pela atividade de extração da borracha vegetal, registrando-se então, no Amazonas, as maiores taxas geométricas de crescimento demográfico de todos os levantamentos censitários, 5,25% (1872/1890) e 5,39% (1890/1900).

O declínio da produção da borracha, a partir de 1912, provocou um esvaziamento dos seringais e a população passou a apresentar crescimentos menores. 1,91% (1900/1920), 0,94% (1920/1940) e 1,64% (1940/1950).

A partir de 1950, há uma retomada no crescimento populacional para a região Norte, mantendo nas duas décadas seguintes uma taxa de crescimento em torno de 3%. Isto ocorreu devido a construção dos grandes eixos rodoviários, parte das estratégias fundamentais da valorização recente do espaço amazônico, iniciado pela Belém-Brasília, seguida da Cuiabá-Porto Velho-Rio Branco, Cuiabá-Santarém, Porto Velho-Manaus, Manaus-Caracará-Boa Vista e Transamazônica, que viabilizaram a intensa mobilidade horizontal da população, tanto intra como inter-regional, concorrendo para o crescimento demográfico aí verificado.

Analisando o censo demográfico de 1980, o Estado do Amazonas, dentro da região Norte, nesse mesmo período, foi o que atraiu menos migrantes em relação aos demais. Por outro lado, os poucos migrantes de outras Unidades da Federação direcionados para o Estado, concentraram-se na capital. A forte atração para a capital do Estado, em grande parte, deve-se, a implantação da Zona Franca de Manaus, dada a expansão do mercado de trabalho gerada pelas novas atividades aí desenvolvidas, observando-se em seu município, um crescimento relativo da população total, entre 1970 e 1980, da ordem de 103%. Contudo, apesar do alto crescimento apresentado, além de Manaus, por municípios como Itapiranga (111%), também na Microregião do Médio Amazonas, ou Juruá (137%), no Alto Solimões, foi no Amazonas que ocorreram, na região, as maiores perdas de população na década de 70. Entre os municípios que, neste período, acusaram decréscimos de população total mais acentuados, podem ser citados Novo Aripuanã (-39%) e Novo Airão (-40%).

#### 1.4.1.2. *Evolução da População Urbana e Rural*

O quadro de distribuição da população urbana e rural na Região Norte modificou-se nos últimos anos. Em 1970, ainda era predominante a população rural que, somando 1.977.260 habitantes contra os 1.626.600 habitantes urbanos, representava 55% da população total da região. Em 1980, a situação inverte-se, atingindo 3.077.150 habitantes contra os 2.843.118 da zona rural, a população urbana passava a representar 52% da população total.

Para a prevalência da população urbana, que hoje se verifica no Estado do Amazonas, concorre a dimensão que vem assumindo a função de local de residência de trabalhadores rurais em núcleos urbanos de áreas de incorporação recente à economia. Pode-se salientar que os municípios com população igual ou superior a dez mil habitantes em 1980, tinham 20% ou mais do total de sua população economicamente ativa residente em situação urbana engajada em atividades agropecuárias, de extração vegetal e pesca: Parintins (22%), Manacapuru (25%), Coari (28%), Maués (35%) e Tefé (44%).

#### 1.4.2. *Estrutura etária da população*

No estudo de uma população, é importante considerar sua composição por idades. Com efeito, a estrutura etária de uma população é, de um lado, reveladora de seu nível de desenvolvimento sócio-econômico, de estilos de vida, de impactos gerados por movimentos migratórios e, por outro, constitui um elemento importante para a definição de políticas públicas, já que os diferentes grupos de idade não apresentam as mesmas necessidades de consumo, nem, muito menos, representam o mesmo potencial como força de trabalho.

Um dos procedimentos mais comumente utilizados para analisar a estrutura etária de uma população consiste em distinguir o peso de três grandes grupos: o dos jovens, englobando as crianças e os adolescentes, o dos adultos e o dos velhos. Na presente análise, tais grupos foram representados pelas seguintes faixas de idades: zero a 14 anos, 15 a 59 anos e 60 anos e mais. Esta divisão tem, entre seus objetivos, situar os diferentes segmentos da população de acordo com o papel que poderiam desempenhar na economia, ou seja: pessoas em idades potencialmente produtivas, que seriam os adultos, e pessoas potencialmente improdutivas, que seriam os jovens e os velhos.

A população da Amazônia caracteriza-se por ser demograficamente jovem, com uma baixa incidência de velhos. A tabela 1.1 sintetiza a situação do Estado do Amazonas em 1980, confrontando-a com a região Norte e demais regiões do país.

Tabela 1.1. População residente, por grupos de idade, segundo as grandes regiões e as unidades da Federação da Região Norte - 1980.

GRANDES REGIÕES E UNIDADES DA FEDERAÇÃO DA REGIÃO NORTE	GRUPOS DE IDADE					
	Total	0 a 14 anos				
		Absoluta	Relativa (%)			
Brasil	119.002.706	45.460.763	38.20			
<b>NORTE</b>	<b>5.880.268</b>	<b>2.708.566</b>	<b>46.06</b>			
Rondônia	491.069	224.719	45.76			
Acre	301.303	142.806	47.40			
<b>Amazonas</b>	<b>1.430.089</b>	<b>674.530</b>	<b>47,17</b>			
Roraima	79.159	34.987	44.20			
Pará	3.403.391	1.545.628	45.41			
Amapá	175.257	85.896	49.01			
NORDESTE.....	34.812.356	15.105.528	43.39			
SUDESTE.....	57.734.125	17.654.523	34.13			
SUL.....	19.031.162	6.897.696	36.24			
CENTRO-OESTE....	7.544.795	3.094.450	41.01			
GRANDES REGIÕES E UNIDADES DA FEDERAÇÃO DA REGIÃO NORTE	GRUPOS DE IDADE					
	15 a 59 anos		60 anos ou mais		Idade Ignorada	
	Absoluta	Relativa (%)	Absoluta	Relativa (%)	Relativa	Absoluta (%)
Brasil	66.197.885	55.63	7.216.017	6.06	128.041	0.11
<b>NORTE</b>	<b>2.919.931</b>	<b>49,66</b>	<b>245.360</b>	<b>4,17</b>	<b>6.411</b>	<b>0,11</b>
Rondônia	251.708	51.26	13.775	2.81	867	0.18
Acre	146.173	48.51	11.802	3.92	522	0.17
<b>Amazonas</b>	<b>699.377</b>	<b>48,90</b>	<b>54.721</b>	<b>3,83</b>	<b>1.461</b>	<b>0,10</b>
Roraima	40.972	51.76	2.757	3.48	443	0.56
Pará	1.699.545	49.94	155.166	4.56	3.052	0.09
Amapá	82.156	46.88	7.139	4.07	66	0.04
NORDESTE.....	17.454.986	50.14	2.193.784	6.30	58.058	0.17
SUDESTE.....	30.711.795	59.36	3.329.596	6.44	38.211	0.07
SUL.....	10.982.821	57.71	1.134.114	5.96	16.531	0.09
CENTRO-OESTE....	4.128.352	54.72	313.163	4.15	8.830	0.12

Fonte-IBGE, Censo Demográfico de 1980.

#### 1.4.3. População Economicamente Ativa

Tal como definido pelo IBGE em seus levantamentos censitários, a População Economicamente Ativa - PEA, compreende as pessoas de 10 anos ou mais, "que durante todos os 12 meses anteriores à data do Censo, ou parte deles, exerceram trabalho remunerado, em dinheiro e/ou produtos e mercadorias, inclusive as licenciadas, com remuneração, por doença, com bolsas de estudo, etc., e as sem remuneração que trabalharam habitualmente 15 horas ou

mais por semana numa atividade econômica, ajudando a pessoa com quem residiam ou a instituição de caridade, beneficente ou de cooperativismo ou, ainda, como aprendizes, estagiárias, etc. Também foram consideradas nesta condição as pessoas de dez anos ou mais que nos últimos dois meses anteriores à data do Censo houvessem tomado alguma providência para encontrar trabalho". Em contraposição, foram incluídas na população não-economicamente ativa as pessoas de dez anos ou mais "que, durante todos os 12 meses anteriores à data do Censo, somente tiveram uma ou mais das seguintes situações: exerciam afazeres domésticos no próprio lar; estudavam; viviam de rendimentos de aposentadoria ou de aplicação de capital; estavam detidas cumprindo sentença; doentes ou inválidas sem serem licenciadas do trabalho; não desejavam trabalhar ou, desejando deixaram de procurar trabalho porque não encontravam".

Em 1970, a PEA da Região Norte, constituída por 1.028.660 pessoas, equivalia a 28% de sua população total. Em 1980, a PEA da região somou 1.812.404 pessoas, passando a representar 31% da população total, uma taxa de atividade que continuava, contudo, mais baixa que a do Brasil, já que nesta última data, para o país como um todo, a PEA correspondia a 36% da população total.

No período de 1970-80, a PEA da região Norte teve, em números absolutos, um acréscimo de 783.744 pessoas, passando sua participação em relação à PEA do Brasil de 3,48%, em 1970, a 4,28%, em 1980 - valores, em uma e outra data, inferiores à participação regional em termos de população total, que era de 3,86% e 4,94%, respectivamente. Com efeito, a razão de dependência econômica, ou seja, o encargo econômico que a população improdutiva - o grupo etário de zero a nove anos acrescido das pessoas de dez anos ou mais não-economicamente ativas - impõe à produtiva é mais alto na região Norte que no conjunto do país.

No que concerne à distribuição setorial do emprego na região Norte, cabe salientar que os crescimentos relativos mais acentuados da PEA, ao longo do último período intercensitário, foram registrados nos setores secundários e terciário - sendo o secundário o setor que apresentou maior progressão relativa, concorrendo para este avanço a expansão das atividades extrativas minerais e a implantação industrial estimulada pela Zona Franca de Manaus. Contudo, apesar da sensível diminuição registrada em sua participação relativa - 56,96% da PEA total em 1970 para 42,77% em 1980-, é ainda o setor primário aquele que absorve o maior contingente de mão-de-obra.

### 1.5. Perfil econômico do Estado do Amazonas

A economia do Estado do Amazonas, apresentou ao longo de sua história, dois momentos de fundamental importância para o desenvolvimento do Estado. O primeiro se deu quando da exploração da borracha, época esta em que o Amazonas teve supremacia no mercado mundial deste produto. O segundo, foi quando da implantação da Zona Franca de Manaus, a qual intensificou de maneira significativa os setores secundário e terciário.

Apesar do grande impulso dado na economia local, quando do auge dos períodos mencionados, estes não conseguiram uniformizar o desenvolvimento do Estado; tanto é assim que atualmente sua economia, considerando os setores primário, secundário e terciário, é caracterizada pela predominância, na capital, das atividades industriais e de serviços e, no interior do Estado, das atividades ligadas ao setor primário.

A política de incentivos fiscais, coordenada pela Superintendência da Zona Franca de Manaus - SUFRAMA foi direcionada quase que totalmente para os setores secundário e terciário; e, por ter uma área delimitada de atuação, restringiu a concentração à Manaus, das atividades ligadas à indústria, comércio e serviços. Se por um lado esta situação fez com que os investimentos do setor privado fossem dirigidos, na sua quase totalidade, para Manaus, gerando novos empregos; por outro lado, esse novo impulso, atraiu a mão-de-obra que atuava no interior do Estado, que deslocou-se para a capital em busca de uma nova expectativa de vida.

O êxodo rural produzido pela implantação da Zona Franca de Manaus, gerou aumento da marginalidade e dos problemas sociais de um modo geral, face a oferta de emprego ser menor que a procura, e considerando, ainda, que essa população deixou de ser produtora para ser consumidora e que os gêneros alimentícios constituem parcela significativa na pauta de importação do Estado, ocorreu o crescimento da demanda interna que frente à insuficiente oferta do setor agrícola pressionou ainda mais o mecanismo de importação do Estado.

Assim, a estrutura da economia amazonense apresenta um quadro onde se encontra configurado um setor primário, desenvolvido no interior do Estado, que ainda pratica uma agricultura de subsistência e um setor secundário e terciário em expansão, concentrado na capital.

### 1.5.1. *Setor Primário*

A zona rural caracteriza-se pela utilização de tecnologia tradicional no processo produtivo, baixo nível de instrução e saúde da população e grande fluxo de deslocamento da população em idade adulta, do campo para a cidade, fatores estes que condicionam a baixa produtividade na zona rural e, conseqüentemente, atividades econômicas vinculadas principalmente ao setor primário, sendo esse setor o que absorve maior número de pessoas ocupadas, 40%, enquanto o terciário 37% e a indústria 21%. Esta situação se assemelha à da região como um todo, diferindo um pouco do Brasil, pois, é o setor terciário que absorve maior contingente populacional, 44%, enquanto o setor primário contribui com 29%.

A estrutura fundiária do Amazonas caracteriza-se pela predominância de pequenos estabelecimentos rurais. As grandes propriedades rurais conforme pode-se verificar na tabela 1.2, correspondem a menos de 1% do total de estabelecimentos, equivalendo a aproximadamente 50% do total da área ocupada das propriedades rurais, que não utilizam a plena capacidade de sua produção agrícola, tendo em vista a insuficiência no atendimento à demanda por gêneros alimentícios.

Há no Estado do Amazonas, igualmente predominância de propriedades individuais, equivalendo a aproximadamente 70% dos estabelecimentos, bem como, de lavouras temporárias relativamente às permanentes, sendo que a produtividade das áreas colhidas é pequena, como decorrência da falta de exploração agrícola, de acordo com a tabela 1.3.

Deve-se ressaltar que o índice de dependência do estado em relação a agricultura de outros centros é dito alto, não havendo perspectivas de modificações a menos que sejam traçadas políticas adequadas de desenvolvimento regional.

A política desenvolvida pelo Governo Federal para o setor não contempla as peculiaridades da região Amazônica e os produtores locais têm rigorosamente os mesmos incentivos que os das outras regiões do país. Além disso, o setor industrial continua atraindo os investidores, estimulados pela Zona Franca de Manaus, que apresenta resultados mais imediatos do que a agricultura. A situação agrava-se pela dificuldade de escoamento da produção, face ao péssimo estado em que encontram-se as estradas vicinais e, também pela dificuldade de acesso aos créditos nos bancos regionais, por grande parte dos pequenos produtores.

Tabela 1.2. Pirâmide fundiária - 1985.

ESTADOS	TOTAL	Estabelecimentos recenseados por grupo de hectares					
		Menos de 10	De 10 a menos de 100	De 100 a menos de 1.000	De 1.000 a menos de 10.000	De 10.000 e mais	Sem alocação de área
Pará	254.503	83.369	131.651	36.505	2.263	155	560
Amazonas	117.114	54.566	52.888	8.798	522	35	305
Rondônia	81.582	22.698	42.771	15.581	455	29	58
Acre	35.320	2.920	18.106	13.966	300	23	5
Roraima	6.424	564	2.349	2.936	577	17	1
Amapá	4.832	1.395	1.632	1.683	103	19	0
Total							
Amazônia	499.775	165.512	249.397	79.469	4.190	278	929
Total							
Brasil	5.834.799	3.085.841	2.166.424	518.618	47.190	2.174	13.791

A produção agrícola no Estado do Amazonas é proveniente de duas zonas ecológicas distintas: Várzea e Terra Firme. A primeira, apesar da alta fertilidade que possibilita o desenvolvimento da agricultura sem maiores necessidades de fertilizantes, apresenta limitações pelo fato de ser alagável periodicamente, dificultando a sua utilização para culturas de ciclo maior que seis meses, bem como a implantação de infra-estrutura para suporte à produção de grãos.

Tabela 1.3. Áreas das lavouras por cultura - 1985

Estados	Cultura permanente	Cultura temporária	Total
Pará	285.525	764.037	1.052.562
<b>Amazonas</b>	<b>118.771</b>	<b>177.651</b>	<b>296.422</b>
Rondônia	223.800	315.526	539.326
Acre	16.403	52.771	69.174
Roraima	4.699	23.462	28.161
Amapá	17.575	17.008	34.583
<b>Total</b>	<b>669.773</b>	<b>1.350.455</b>	<b>2.020.028</b>

Estas áreas de várzea foram ocupadas, cada vez mais com a produção de fibras nos últimos 50 anos, inicialmente com a cultura da juta e a partir do início da década de 1970 com a malva, culturas estas que se consolidaram na região em função do mercado representado pela indústria que, ao longo dos anos assegurou o fornecimento de sementes e a compra da produção. Entretanto, estas atividades encontram-se em declínio pela falta de competitividade com a fibra importada como também com a crescente produção de sintéticos.

Apesar da redução de mercado, as fibras constituem ainda a única opção de comercialização rentável ao produtor de várzea, somada aos pequenos plantios de feijão, milho, mandioca, batata-doce e melancia principalmente para consumo próprio, com algum

excedente comercializável. Os cultivos de milho e feijão apresentam sérios problemas a partir da colheita em razão das dificuldades de conservação da produção e pulverização das áreas plantadas, prejudicando, sobremaneira, a comercialização destes produtos.

Na terra firme, a principal atividade agrícola é a mandioca, cultivada basicamente para produção de farinha, a qual, juntamente com o pescado, representa a base alimentar da população amazonense, principalmente a interiorana.

O cultivo do arroz, feijão e milho, vem intensificando nos últimos anos, principalmente no Projeto de Colonização Rio Juma, situado no município de Apuí, que representa hoje o pólo maior de produção de grãos do Estado do Amazonas, com perspectivas de se tornar um grande reduto de produção de sementes, uma outra atividade de enorme importância no contexto agrícola, que viria minimizar os custos de sua aquisição e transporte. O Projeto Rio Juma, além de produtor de grãos por excelência pela qualidade de suas terras, vem apresentando resultados positivos no cultivo de culturas como o café e o cacau.

O programa de implantação de seringais de cultivo, com recursos federais, foi amplamente disseminado, porém com resultados negativos em função de sérios problemas gerenciais e agronômicos. Por outro lado, a cultura do guaraná, teve na década de 70 grande apoio de órgãos estaduais, passando hoje por sérios problemas de comercialização que, se não forem sanados, poderão levar ao abandono vastas áreas já implantadas. Atualmente, uma nova alternativa vem se mostrando viável para o Estado é a cultura do dendê, seja para pequenos produtores em projetos de assentamentos, médios produtores associados ou grande empresas isoladas.

O cultivo racional da Castanha-do-Brasil, desponta com ampla possibilidade de êxito no Estado, tendo em vista a existência de tecnologias que reduzem o período de maturidade da cultura.

A ocupação da terra firme vem sendo feita lentamente, também, com a implantação de cultura diversas, sendo que especial atenção deverá ser dada a citrus, cupuaçú, araçá-boi, maracujá, mamão, banana entre outras. A consorciação de culturas perene com outras de ciclo curto vem sendo implantadas em quase todo o Estado, sem contudo apresentar uma posição de destaque na economia regional.

Os maiores entraves verificados concentram-se no escoamento da produção pela falta de vias de acesso ou recuperação das existentes, e uma política de comercialização e armazenagem, além de maior incentivo creditício.

A agropecuária amazonense, em nenhuma de suas atividades se impõe como auto-suficiente, permanecendo assim toda a sociedade a depender de excedentes de outros Estados da Federação.

Entretanto, a situação agrava-se no momento que a mão-de-obra disponível para o setor, e que se encontra na área rural dos diversos municípios que compõem o Estado, não encontrando ocupação, migram para a capital causando desta forma, um imenso vazio de um lado e uma grande concentração de outro, pois os dados estimados atuais por si só demonstram o contraste capital 63% da população e interior 37%.

A oferta dos produtos olerícolas para o abastecimento de Manaus, há de se ressaltar que depende basicamente de importações, cuja dependência em alguns produtos, ocorre em níveis percentuais de até 100%, como é o caso do alho, cebola, batata, beterraba e cenoura. É também expressiva a importação de tomate, repolho e pimentão, haja vista a irrisória produção local. Para produtos como abóbora, batata-doce, maxixe, melancia, quiabo, pepino, alface, couve, coentro e cebolinha, não há dados consistentes, mas supõe-se que em determinadas épocas do ano por causa da produção de várzeas, a oferta local aproxima-se da demanda destes produtos, ou até mesmo, que esta seja suprida.

No Estado, a região que concentra a produção de hortaliças, compreende os municípios de Manaus, Iranduba, Careiro, Manaquiri, Manacapuru, Rio Preto da Eva e Careiro da Várzea. A exploração da atividade olerícola é realizada em dois ecossistemas distintos Várzea e Terra Firme. O primeiro apresenta um solo de alta fertilidade, limitando sua utilização durante os meses de janeiro a julho. Os solos de terra firme, em sua grande maioria, são do tipo latossolo amarelo, muito argiloso, de baixa fertilidade, podendo ser trabalhado praticamente todo ano.

Nas áreas de várzeas, predominam os pequenos agricultores, os quais cultivam áreas não superiores a 0,5 ha. e utilizam mão-de-obra familiar. A grande maioria não detém a posse da terra, uma vez que a maior parte da zona ribeirinha encontra-se sob jurisdição da marinha. Tais produtores, são descapitalizados, exploram as áreas mais próximas das margens dos rios e desenvolvem uma agricultura rudimentar compatível com seu grau de instrução. Grande parte destes, possuem tradição no cultivo da juta, malva e mandioca e desconhecem a maioria das práticas de cultivo para hortaliças.

Na terra firme, um número bastante reduzido de produtores, cultivam áreas de 0,5 a 2 ha. A maioria são proprietários da terra e desenvolvem em grande parte, uma atividade mista (fruticultura e ou avicultura) não tendo na olericultura o seu único objetivo.

A comercialização é uma das atividades que mais tem gerado descontentamento junto aos agricultores, tendo em vista a falta de uma política para o setor com sua enorme cadeia de intermediação, e graças ainda a precariedade ou ausência de estradas que dificulta o escoamento da produção, resultando em baixos rendimentos aos produtores de hortaliças e encarecendo substancialmente os produtos aos consumidores.

Segundo o Censo Agropecuário do Amazonas 1980, o Estado possui 7.571 pequenos e médios bovinocultores, dos quais 5.920 detém a posse legal da terra.

O rebanho bovino do Estado está estimado em 600.000 cabeças, sendo que 70% deste plantel é destinado a corte, principal atividade em termos econômicos, ficando em segundo plano a bovinocultura mista (carne e leite).

A concentração do rebanho verifica-se nas regiões do Baixo e Médio Amazonas, Rio Negro/Solimões e Purus (municípios de Boca do Acre).

As raças geralmente utilizadas para atividade de corte são principalmente o nelore e os mestiços de zebu, quanto que para a atividade mista, são oriundas dos cruzamentos de raças européias e indianas ou mistas européias e nacionais.

Em relação a bubalinocultura, o Estado possui condições edafolímáticas excelentes para o desenvolvimento da atividade, porém o rebanho é pouco expressivo, em função da carência de informações técnicas necessárias à exploração, o que dificulta a obtenção de recursos financeiros em agências oficiais, para o desenvolvimento da atividade.

Nos últimos 10 (dez) anos, o rebanho bubalino cresceu, notadamente na região do Baixo Amazonas, com o município de Parintins detendo cerca de 80% do rebanho, num total de 12.000 animais.

Quanto à suinocultura, essa atividade concentra seu rebanho em torno de 90% nas regiões do Alto Rio Negro, Médio Amazonas e Baixo Amazonas.

O sistema criatório predominante no Estado é extensivo. Em termos racionais, Manaus já conta com um rebanho composto por animais provenientes de raças mais produtivas, enquanto que no interior, a predominância é de animais de pelagem escura e sem definição de raça.

Entre os fatores que tem contribuído para a baixa produtividade do rebanho suíno destacam-se o baixo padrão zootécnico, baixíssimo padrão de higiene, escassez de matérias-primas para a produção de ração, e animais com baixa produtividade e qualidade de carcaça.

O plantel avícola existente no Estado é de aproximadamente 700 mil aves, sendo 600 mil para postura e 100 mil para corte. A exploração avícola encontra-se localizada ao longo das rodovias BR-174, AM-010 e AM-070, estradas do Aleixo, Ponta Negra e Tarumã e nos municípios de Iranduba, Parintins, Itacoatiara, Tefé, Maués, Benjamin Constant, Tabatinga e Boca do Acre. Capacidade instalada para frangos de corte é de aproximadamente 500 mil aves, entretanto, só é utilizada cerca de 20% dessa estrutura, com uma produção de carne em torno de 3.600 t/ano, atendendo 15% da demanda. A produção de ovos atende a 60% e é possível aumentar este atendimento com instalação de novas granjas, tendo em vista que toda capacidade instalada hoje está sendo plenamente utilizada.

A avicultura de postura é explorada por médios e pequenos criadores e ultimamente vem se mantendo mais equilibrada, economicamente, em relação à atividade frango de corte.

De uma maneira geral, podem ser considerados alguns fatores que contribuem para a situação em que se encontra a avicultura no Estado: escassez de matéria-prima para fabricação de rações, insuficiência de produção local de pintos de 01 dia para corte e postura, fatores esses que contribuem para a dependência de importação de produtos como ovos e carne de aves.

O pescado é um dos principais elementos da dieta alimentar da população. Considerando-se que na área urbana o peixe participa com 72% do total da proteína animal, fica evidente o alto consumo "per capita" do pescado no Estado.

A maioria da população envolvida na captura do pescado encontra-se dispersa às margens dos rios e lagos, sendo que os números de pescadores profissionais registrados nas colônias e associações atinge o total de 7 mil, aproximadamente. Existem, no Estado, cerca de 2.000 espécies de peixes comestíveis e ornamentais. Para alimentação humana menos de 50 espécies são exploradas, numa extensão de 45.000 km de rios. A produção do pescado no Amazonas é das maiores do Brasil, em termos de pesca interior, atingindo cerca de 33.000 toneladas em 1986.

Esta produção é proveniente da pesca artesanal, que é o sistema predominante no Estado. A atuação das indústrias do setor se restringe, basicamente à aquisição, beneficiamento e comercialização, atendendo o mercado interno e a exportação.

A pesca no Amazonas vem se desenvolvendo de maneira indiscriminada e predatória. Ainda não existe no Estado estrutura que possa assegurar o exercício racional da atividade pesqueira, apesar de se constituir, em uma das atividades básicas do homem interiorano.

Os barcos de pesca são de pequeno porte e desprovidos de instrumentos modernos e específicos para navegação e localização de cardumes.

Esta atividade é desenvolvida em todo Estado, com maior intensidade no Rio Solimões, para o pescado comestível e no Rio Negro, para os peixes ornamentais.

Os principais peixes comestíveis capturados no Estado são jaraqui, tambaqui e curimatã, que respondem por 55% da oferta no mercado. A comercialização é feita, principalmente, em Manaus, maior centro consumidor, em um sistema bastante complexo. De um modo geral, o peixe vindo das regiões produtoras é recebido no ponto de desembarque de pescado, onde é leiloado pelos despachantes à indústria, aos feirantes, e aos vendedores ambulantes que os repassam aos consumidores. Em geral, a margem de comercialização, principalmente do despachante, é bastante elevada e as perdas são consideráveis, devido a inexistência de estruturas adequadas de conservação e manuseio do produto.

Com relação a capacidade instalada de armazenagem de pescado no Estado, esta é de aproximadamente 4.280 toneladas, sendo que cerca de 70% está localizada em Manaus e o restante distribuídos nos municípios de Itacoatiara, Manacapuru, Parintins, Tefé, Codajás e Coari. A salga e secagem, principalmente do pirarucu, constitui-se no único tipo de conservação de pescado existente, a nível de pescador.

No Estado existe 10 indústrias de beneficiamento, congelamento e conservação do produto que atuam com capacidade ociosa de aproximadamente 60%. Estas indústrias produzem, em média 6,750 t/ano de pescado beneficiado. Desta produção, cerca de 3.000 t de peixe congelados são exportados para outras unidades da federação.

A exportação de peixes ornamentais por seu lado vem mantendo um crescimento bastante significativo, sendo esta atividade a responsável por grande parte das divisas carreadas para o Estado, apesar da produção ser insignificante, pois depende de todo um sistema de captura de alevinos, em condições naturais para posterior recria em cativeiro, cujas despesas são elevadas, devido às dificuldades de coleta em manuseio do material.

Atualmente a tecnologia de produção artificial de alevinos de peixes amazônicos como tambaqui, piratinga e curimatá já é de domínio, com sucesso, de outras regiões do país e poderá também ser utilizado no Estado.

O sistema de extrativismo se caracteriza por trabalhadores isolados ou em grupos, na floresta primário de várzea ou terra firme, que extraem os produtos desta floresta e comercializam com intermediários (p. ex. o "regatão"), ou diretamente com as indústrias. Em grande parte dos casos, o extrativista tem outras atividades, como plantio de pequenas roças, pesca, etc. No extrativismo é necessário que se distingam dois tipos de atividades, no que se refere ao manejo e conservação destes recursos. No primeiro tipo estariam os produtos extrativos que não demandam a morte da planta, como borracha e castanha. A exploração deste produto já pode ser realizada a longo prazo e a sua auto-sustentabilidade é mais fácil. No entanto, no extrativismo que demanda a morte da planta como pau-rosa e madeira, a sua auto-sustentação a longo prazo é muito mais complexa.

O sistema extrativista é responsável pela quase totalidade da produção de madeira e borracha e 100% de produção como o pau-rosa, sorva, castanha do Brasil e piaçava. O pau-rosa, com a instalação de fábricas de linalol sintético, viu os seus preços caírem a níveis muito baixos. No tocante à exploração de madeira, apesar da inexistência de dados precisos, existem indícios de que as reservas naturais do mogno, cedro e virola estão sofrendo drásticas reduções. Aliado a este fato, temos que a intervenção seletiva em áreas de várzeas, possibilitou a perda irreparável de grande parte do patrimônio genético, principalmente das espécies madeiras de maior aceitação no mercado interno, pois as árvores com características desejáveis são extraídas até sua exaustão.

Os caboclos que trabalham no extrativismo, sobrevivem no sistema de troca do produto por alimento, junto aos regatões e intermediários, alimento este, que na maioria das vezes é repassado a preços extremamente elevados.

Como por exemplo, temos os extratores de maneira, em número aproximado de 90.000 pessoas. Possivelmente, no momento, esta é a atividade extrativista que mais remunera o interiorano. No depósito da empresa o metro cúbico de tora, custa US\$ 20 dólares. O extrator, no entanto, recebe cerca de um quinto deste valor. Os outros US\$ 16 dólares ficam mal distribuídos entre os atravessadores. São dois ou três escalões de comerciantes entre o caboclo e a indústrias.

A indústria madeireira tem uma importância muito grande para a economia do Estado e para a geração de empregos, principalmente no interior. No ano de 1988, as exportações de madeira serrada, laminada e compensada superavam a soma de US\$ 15 milhões de dólares.

Entre o período de setembro a outubro, por ocasião das vazantes dos rios e igarapés, é realizada a extração seletiva da madeira nas áreas de várzea. O transporte para as indústrias em jangadas após a subida das águas, acontece de fevereiro a julho, com a maior incidência de março a junho.

Esse sistema de extração é pequeno e isolado. É realizado em terras devolutas, de terceiros ou de situação fundiária indefinida.

Em média são extraídos por hectare, de sete a dez metros cúbicos de madeira, com o abate de duas árvores. Considerando, uma safra de 1 milhão de metros cúbicos, tempos que o sistema extrativista explora em torno de 100.000 ha de floresta para produção de madeira.

A Miratinga, a Suma uma e a Virola, são as espécies que representam a maior parte do volume explorado. Nos últimos anos observou-se uma redução de participação da Virola na produção de compensados e laminados. Indício de redução dos estoques naturais.

O crédito rural tem passado por diversos níveis de dificuldades quanto a sua aplicação no Estado. Há alguns anos, enfatizava-se a necessidade da presença dos bancos mais próximos dos mutuários, ou seja, que o número de agências no interior fosse ampliado, dando condições a que esse crédito saísse das mãos intermediários e chegasse às mãos dos pequenos produtores. Os resultados vieram a seguir, com o acréscimo de projetos contratados. Este período foi marcado por uma série de outras medidas, entre as quais a criação de diversos programas especiais como PROPEC, PROVÁRZEAS, PROEXPAN, PROASE, PROPESCA, etc., nos quais os juros eram subsidiados.

Sendo a definição da política de crédito rural de responsabilidade do Governo Federal, e sendo a região Amazônica dotada de peculiaridades próprias, resultaram daí inadequações que, apesar dos esforços dos Governos Estaduais, ainda persistem.

A operacionalização do crédito rural, até então, assume aspectos que o torna inacessível e oneroso aos pequenos produtores rurais amazonenses, uma vez que os mesmos necessitam, obrigatoriamente, deslocarem-se à sede municipal mais de uma vez no decorrer do financiamento, acarretando-lhes despesas de estadia, despesas com documentação pessoal e taxas outras que inviabilizam na prática, os pequenos empreendimentos. Após o processo produtivo, outros problemas se configuram o transporte da produção e a comercialização que determinam a dependência entre o produtor e o intermediário.

Hoje, uma nova perspectiva começa a surgir com instauração de novos fundos de investimento, como é o caso do FNO - Fundo Constitucional de Financiamento do Norte e do

FMPE - Fundo de Fomento às Micro e Pequenas Empresas, que apresentam as seguintes características

FNO - é um programa que presta assistência financeira aos setores produtivos da região Norte em consonância com os respectivos Planos Regionais de Desenvolvimento.

Entre os seus objetivos situam-se o tratamento preferencial às atividades produtivas de pequenos e miniprodutores rurais, as de uso intensivo de mão-de-obra local, as que produzem alimentos, bem como aos empreendimentos imprescindíveis à implantação de áreas irrigadas. Serão considerados proprietários os empreendimentos de exploração agrícola de culturas permanentes de espécies tropicais, comprovadamente adaptadas ao ecossistema da região e que se destinem à composição das áreas degradadas. Somente as áreas degradadas, as áreas de várzea, cerrado e campos naturais poderão receber crédito para aplicação em culturas perenes, temporárias e atividade de pecuária.

Serão beneficiários os produtores rurais, pessoas físicas e jurídicas, além das cooperativas de produção e associações formalizadas.

Não serão beneficiários os produtores que solicitem financiamento para exploração agrícola em áreas de floresta densa, média ou fina, ou seja, não haverá financiamento para projetos com desmatamento da floresta.

As atividades financiáveis são:

- Produção de sementes e mudas,
- Produção de grãos e hortaliças,
- Culturas comerciais (cacau, café, dendê, Castanha-do-Brasil; guaraná, pimenta-do-reino, seringueira, e muitas outras),
- Fruticultura integrada,
- Recuperação de seringas nativos,
- Recuperação de áreas degradadas,
- Agricultura (peixes e crustáceos),
- Pesca artesanal,
- Pecuária leiteira, e
- Criatório de pequenos animais.

FMPE - É um programa estadual cuja finalidade é contribuir para o abastecimento da cidade de Manaus, sedes dos municípios do interior, com produtos alimentares considerados

essenciais, como farinha de mandioca, arroz, milho, feijão, olerícolas, ovos, carne, leite, pescado e outros produtos agropecuários.

Este programa foi instituído pela Constituição do Amazonas e Lei nº 1939 de 27.12.89 e regulamentado pelo Decreto nº 12.814 - A de 23.02.90.

As atividades a serem priorizadas, considerando as peculiaridades regionais e as necessidades específicas das populações dos municípios são:

- Avicultura (corte e postura) e suinocultura
- Fruticultura (preferencialmente consorciada)
- Piscicultura e pesca artesanal
- Bovinocultura mista e bubalinocultura
- Apicultura
- Culturas industriais, e
- Outras culturas de acordo com a peculiaridade local.

Esses dois Programas, à juro baixos, voltados basicamente ao pequeno agricultor, vem trazer novo alento à classe e maior incentivo à produção, garantindo a sua fixação na área rural, vislumbrando a redução do êxodo para a Capital que o marginaliza, relegando-o às áreas periféricas, aos chamados "bolsões de pobreza".

### 1.5.2. *Setor Secundário*

Antes da Zona Franca de Manaus, o setor secundário no Estado do Amazonas caracterizava-se pela existência de um pequeno número de empresas voltadas para utilização da matéria-prima local, tais como serrarias, borracha, beneficiamento de juta, olarias, produtos alimentícios, indústria de refrigerantes e refinaria de petróleo.

Na década de 60, foi institucionalizada a Superintendência do Desenvolvimento da Amazônia - SUDAM, através da Lei nº. 5.173 de 27 de fevereiro de 1966, com o objetivo de planejar, promover e executar as ações do Governo Federal, com vistas ao desenvolvimento da região, através de benefícios fiscais, oriundos do imposto de renda para aplicação em empresas localizadas na Amazônia. Como a ação desse órgão governamental não conseguiu atingir de maneira homogênea a região, foi criado um instrumento exclusivo para o Estado do Amazonas, a "Zona Franca de Manaus"-ZFM, através do Decreto-Lei nº. 288 de 28 de fevereiro de 1967, que assim a definia: *área de livre comércio de importação e de incentivos fiscais especiais, estabelecida com a finalidade de criar, no interior da Amazônia, um centro industrial,*

*comercial e agropecuário dotado de condições econômicas que permitam seu desenvolvimento em face dos fatores locais e da grande distância a que se encontram os centros consumidores de seus produtos.* Este Decreto-Lei definiu um prazo de 30 anos para sua implantação, mas a Constituição do Brasil (1988) prorrogou este prazo por mais 25 anos, isto é, até o ano 2013. Houve também uma ampliação da relação de incentivos fiscais, contemplando a importação de insumos, bens de produção e bens de consumo de primeira necessidade como alimentos e medicamentos, materiais de construção, máquinas, motores e implementos agrícolas. A ZFM também teve sua área estendida, passando a ser contemplado com seus incentivos fiscais toda a Amazônia Ocidental, compreendendo os Estados do Amazonas, Acre, Rondônia e Roraima. Foram criadas ainda, mais de cinco (5) Áreas de Livre Comércio (ALC's), visando desenvolver as regiões periféricas e fronteiriças para integrá-las ao país. Elas estão situadas em: Tabatinga (AM), Guajará-Mirim (RO), Pacaraima e Bonfim (RR) e Macapá/Santana (AP).

Recentemente, em 1992, foi criado o Entrepósito Internacional da ZFM (EIZOF) que é um depósito de armazenagem de mercadorias para importação ou exportação sem o pagamento de tributos e sob controle fiscal. Os armazéns estão localizados no porto de Manaus, mas está sendo estudada uma proposta para ser instalado um outro entreposto em Campinas/São Paulo. Pretende-se com a instalação da EIZOF, a ampliação de centro comercial de Manaus, tornando-a também um pólo internacional de compras acessível a comerciantes locais, nacionais e estrangeiros.

O faturamento total da atividade industrial, segundo dados da Superintendência da Zona Franca de Manaus- SUFRAMA, de 1985 a 1993 estão na tabela 1.4, em bilhões de dólares:

Tabela 1.4. Faturamento da atividade industrial na ZFM de 1985 a 1993

ANO	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993
US\$	2,7	4,3	4,8	5,5	7,0	8,4	6,0	4,5	7,0*

\* Estimativa da SUFRAMA.

Nota-se, portanto, uma queda acentuada no faturamento nos anos de 91 e 92, o que indica um quadro recessivo, de desemprego e outros problemas sociais graves.

Existe além do distrito industrial de Manaus, um distrito agropecuário com uma área de 589.334 hectares, situada ao norte de Manaus, e que desenvolve as seguintes atividades: fruticultura, bovinocultura, cacauicultura, haveicultura, guaranaicultura, mandioca e outras

culturas alimentares; aproveitamento madeireiro; silvicultura. O total de empregos gerados é da ordem de 4.500 (SUFRAMA, 1993).

Apesar da produção industrial do Estado do Amazonas ser extremamente significativa na região Norte, no cenário nacional ela é de pouca influência na economia.

As indústrias instaladas no interior do Amazonas, são predominantemente dedicadas ao aproveitamento da matéria-prima regional. Essas empresas enfrentam uma série de dificuldades para o desenvolvimento de suas atividades, tais como, mão-de-obra desqualificada e deficiência no suprimento energético. Muitos projetos de implantação de novas indústrias se inviabilizam, por necessitarem de aporte de recursos financeiros para a produção própria de energia elétrica, o que torna o investimento proibitivo.

### 1.5.3. *Setor Terciário*

No Estado do Amazonas, como na Amazônia em geral, ocorre uma distribuição espacial irregular da população, havendo uma concentração desta nos centros urbanos. Esta concentração urbana, no que se refere ao Estado do Amazonas, ocorre em grande escala na cidade de Manaus, fazendo com que nesta cidade se concentre o maior número de estabelecimentos que desempenham as atividades do setor terciário.

O Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE classifica o setor terciário em dois segmentos: serviços e comércio.

O subsetor serviço foi desmembrado em 6 grandes grupos: serviços de alojamento e alimentação, serviços de reparação, manutenção e confecção, serviços de higiene pessoal, saunas, termas e fisioterapias, serviços de diversões, radiodifusão e televisão, serviços diversos e atividades administrativas. Dentre esses grupos o que mais se destacava, em 1970, era o setor de alojamento e alimentação com uma participação de 32% dos estabelecimentos e 39% do total de pessoas ocupadas no setor em questão. Em 1980, após a diversificação do setor, provocado pela Zona Franca de Manaus, que contribuiu para a aceleração do processo de concentração na capital, e, conseqüentemente, o surgimento de novos tipos de serviços, esse grupo continuou sendo majoritário no que se refere ao número de estabelecimentos, mas perdeu sua colocação em termos de pessoal ocupado, 35%, para o grupo Diversos que era de 20% em 1970 e passou para 42% em 1980.

No subsetor Comércio, sob a ótica da classificação tradicional de comércio em varejista e atacadista, observa-se que o segundo reduziu em valores absolutos em apenas 2

estabelecimentos, de 1970 para 1980, enquanto que o comércio varejista cresceu em 7.059 estabelecimentos. Comparando-se o total de unidades comerciais varejistas e atacadistas, nos anos de 1970 e 1980, verifica-se uma superioridade no comércio a varejo de 12,7 e 28,7, respectivamente, para cada estabelecimento atacadista. Quanto à mão-de-obra ocupada, essa relação é de 5,4 e 10,4. A média de pessoas empregadas por estabelecimento atacadista foi de 5,6 e 7,2 pessoas, respectivamente, nos anos de 1970 e 1980; enquanto que no comércio varejista, a média de pessoas por estabelecimento, alcançou apenas 2,4 e 2,6.

Agrupando os estabelecimentos varejistas por grupos de pessoas empregadas, em 1970, 93% dos estabelecimentos se inseriam na classe de 1 a 4 pessoas, responsável por 60% da mão-de-obra empregada no mesmo. Em 1980 manteve-se a mesma participação dos estabelecimentos e reduziu-se a participação da mão-de-obra para 46%.

As atividades mercantis constituem o meio de facilitar a distribuição de mercadorias e são desenvolvidas em qualquer comunidade, seja ela produtora, ou apenas consumidora. No Estado do Amazonas, no início do século, a comercialização era formada basicamente pela importação de produtos manufaturados produzidos fora do Estado e pela exportação de produtos extrativos para o resto do país e exterior, gerando uma dependência externa do Estado. Na década de 70 a 80, o comércio do estado com o resto do país e exterior, sofreu um significativo aumento, uma vez que a política de incentivos fiscais favorecendo a implantação de indústrias e a importação de bens intermediário e final, diversificou e aumentou a pauta de importações.

Considerando as exportações e importações do mercado nacional, a partir de 1975, o saldo positivo vem se apresentando cada vez mais elevado, em decorrência da produção do setor secundário ser dirigida para o mercado nacional; no entanto, em relação ao mercado exterior, as importações são cada vez maiores, provenientes da aquisição de matéria-prima para o setor industrial, contribuindo para que de maneira geral, o saldo da balança comercial apresente-se negativo. A pauta de exportação do Estado, tanto para o mercado nacional como para o exterior, até 1967, era formada basicamente por produtos regionais. A partir deste ano, sofreu uma modificação substancial, no tocante ao mercado nacional que passou a ser composto de produtos industrializados, passando os produtos regionais a ter pequena participação. Para o exterior continuam as exportações de produtos regionais - com esporádicas vendas de produtos acabados - que não são capazes de se igualar ao valor total

das importações do exterior, que até 1967 eram bastante reduzidas, tendo sofrido uma sensível majoração com o advento da Zona Franca.

#### 1.6. Panorama da produção de energia elétrica no Estado do Amazonas

A geração, distribuição e comercialização de energia elétrica no Estado do Amazonas é realizada através de dois sistemas: O Sistema Eletronorte - Centrais Elétricas do Norte S/A e o Sistema CEAM - Companhia Energética do Amazonas. O primeiro atende à demanda da cidade de Manaus, enquanto que o segundo opera no interior do Estado. Há ainda que considerar, embora representando uma quantidade marginal quando comparado com os dois sistemas mencionados, a geração de energia elétrica através de autoprodutores, que se situam em áreas rurais não atingidas pelas linhas de transmissão da ELETRONORTE e da CEAM.

O Estado do Amazonas consome menos de 1% de toda energia final do país. Cerca de 87% do consumo de eletricidade e 95% dos derivados de petróleo concentram-se na cidade de Manaus. Espera-se um contínuo crescimento econômico e demográfico na região Amazônica e em particular em Manaus, o que implicará em maior utilização de energia. As estimativas oficiais apontam um crescimento de 9,8% no consumo de eletricidade para os próximos 10 anos na cidade de Manaus (Eletronorte, 1994) para satisfazer as expectativas de crescimento econômico e melhoria das condições materiais naquela cidade.

O sistema de Manaus é o maior sistema isolado da região Norte e até 1989 era abastecido exclusivamente por usinas termelétricas. Atualmente o parque gerador de Manaus é constituído de uma usina hidrelétrica (Balbina) com capacidade nominal de cerca de 280 MW médios por ano, e três usinas termelétricas com capacidade nominal de cerca de 280 MW que consomem óleo combustível e óleo diesel. Atualmente cerca de 63% da eletricidade gerada vem da usina de Balbina, isso devido à excelente condição de hidraulicidade verificada nos últimos dois anos. A participação da termoelétricidade tem variado bastante com tendência a diminuição, mas ainda é uma importante fonte de abastecimento de energia.

A região de Manaus apresenta um déficit de atendimento aos consumidores residenciais e um elevado índice de perdas técnicas e comerciais. Estima-se que cerca de 25,1% da energia comercializada seja perdida através de ligações clandestinas, e perdas técnicas na geração, transmissão e distribuição no sistema Manaus.

Existem três possibilidades para aumento da oferta de eletricidade para a cidade de Manaus: a usina hidrelétrica de Cachoeira Porteira no Estado do Pará, a utilização do gás

natural do campo de Urucu e a interconexão com Guri (Venezuela). A seguir descreve-se as três possibilidades:

1. **Usina de Cachoeira Porteira:** é um projeto que apresenta custos de US\$ 30-35/MWh (incluindo transmissão até Manaus). A relação área da represa/MW desta usina será cerca de 10 vezes menor que a relação existente em Balbina.
2. **Gás Natural:** uma vantagem seria o aproveitamento da própria capacidade das termelétricas já instaladas e que seriam convertidas para o uso do gás, tornando esse uso bastante atrativo do ponto de vista econômico. Seria possível quase que quadruplicar a capacidade de geração da Usina 2 usando ciclo combinado. A grande discussão que se trava nos últimos anos diz respeito aos custos de transporte do gás.
3. **A interconexão com Guri:** existe interesse por parte da Venezuela em vender energia de sua usina hidrelétrica de Guri. Existem expectativas que o custo dessa energia se aproximaria dos custos de Cachoeira Porteira, com investimentos iniciais bem menores. O projeto compreende uma linha de transmissão em 500 kV conectando usinas hidroelétricas até a cidade de Boa Vista e daí até Manaus, totalizando 1.400 km, sendo 1.000 km no território brasileiro, seguindo o traçado da BR 174.

A alternativa de interconexão com Guri, inviabiliza a utilização do gás natural de Urucu e Juruá para fins de complementação térmica na região de Manaus. Vale salientar que para a Venezuela poder atender a demanda brasileira é necessário que seja antecipado os seus investimentos na expansão da geração. Atualmente existe em operação Guri e Macagua, e o programa de expansão consta das usinas Macagua II de aproximadamente 2.000 MW, Macagua III de 180 MW para 1995, ou seja curto prazo; Caruachi com 2.000 MW em 2002 e Tacoma com 2.000 MW em 2004.

O Sistema CEAM opera no interior amazonense, sendo responsável pela construção e operação dos sistemas de produção, transformação, transporte, distribuição e comercialização de energia elétrica.

O Decreto nº 90.695, baixado pelo Presidente da República, criou a Companhia Energética do Amazonas - CEAM com os seguintes objetivos:

- I. Estudo, planejamento, projeto, construção de sistemas de produção, transformação, transporte e armazenamento, distribuição e comércio de energia, notadamente a



O transporte de combustível para essas 81 localidades é levado a efeito por via terrestre em 7 delas e o restante por via fluvial, gastando-se em alguns casos 50 dias e percorrendo-se alguns milhares de quilômetros para efetivar o abastecimento, o que se constitui em componente decisivo na composição de custos.

Os principais centros consumidores são as cidades de Itacoatiara, Parintins, Manacapuru, Tefé, Humaitá, Eirunepé, Borba, Barcelos, Coari e Maués.

A Companhia Energética do Amazonas - CEAM, vem priorizando o atendimento de novos mercados e relegando a um plano inferior a construção de linhas de distribuição rural, a ampliação da capacidade de geração e a melhoria da qualidade de energia elétrica nas localidades hoje atendidas e com potencial de geração de riquezas.

Tal procedimento contribui para o aumento da demanda reprimida e torna-se um obstáculo para o desenvolvimento econômico. Nas publicações do Serviço Brasileiro de Apoio às Micro e Pequenas Empresas - SEBRAE, intituladas "Diagnóstico Sócio-Econômico e Cadastro Empresarial", realizado para vários municípios do Estado do Amazonas, os representantes da sociedade local apontam, na grande maioria dos casos, a deficiência no suprimento de energia elétrica e as altas tarifas, como um dos principais entraves para o desenvolvimento econômico.

O quadro 1.2\*, apresenta o programa de obras previsto pela Eletrobrás para geração de energia elétrica no interior do Estado do Amazonas de 1995 até o ano 2004.

Quadro 1.2. Plano de investimento em geração para o interior até o ano 2004

	Nº. de unidades	Pot. Total (KW)	Custo (US\$ x 10 <sup>6</sup> )
Aquisição de Grupos diesel	58	28.340	14,58
PCH de São Gabriel da Cachoeira 4x500 kW (dez/96)	4	2000	9,30
Remanejamentos	25	23.369	4,09

\* Esses dados foram apresentados pelo Engenheiro João Carlos Ribeiro de Albuquerque, chefe do departamento de Estudos Energéticos da ELETROBRÁS, durante o Seminário de Planejamento Energético para o Amazonas, realizado em julho/95 em Manaus-AM.

## CAPÍTULO 2

### *METODOLOGIAS PARA PROJEÇÃO DO MERCADO DE ENERGIA ELÉTRICA*

#### 2.1. Introdução

A previsão da demanda de energia elétrica é um procedimento difícil e que combina arte com ciência. Enquanto as ferramentas estão disponíveis para ajudar no processo, as contribuições-chaves dos previsores são seus conhecimentos dos consumidores de eletricidade e o entendimento da maneira que estes usam a eletricidade e outras formas de energia.

Os consumidores avaliam a eletricidade em relação a muitas facetas de suas necessidades de energia, incluindo preço, disponibilidade, confiabilidade, conveniência e limpeza. A previsão portanto, requer que estes e outros fatores sejam quantitativamente entendidos.

A grande evolução dos modelos de previsão de mercado ocorrida, principalmente após os dois choques do preço do petróleo, que implicou na incorporação de diversas variáveis explicativas do comportamento do consumidor, se por um lado permitiu a obtenção de resultados mais confiáveis, por outro, a grande dependência do conhecimento prévio de um grande número de variáveis, torna impraticável seu uso quando da não existência destes dados, ou ainda, se tornam pouco confiáveis, quando existe a possibilidade dos dados disponíveis estarem incorretos. Tais circunstâncias são comuns quando se trata do estudo dos sistemas isolados existentes na Amazônia.

Pode-se exemplificar com o caso de localidades supridas por unidades diesel mantidas pelas prefeituras municipais, nas quais não existe o registro de qualquer informação que possibilite a utilização dos modelos de previsão já desenvolvidos, sendo portanto, a evolução do mercado definida à luz do conhecimento que o previsor têm da realidade regional e local.

Face ao exposto acima e considerando que foge ao escopo deste trabalho apresentar uma proposta de modelo de previsão adequado a realidade Amazônica, no presente capítulo faz-se um breve descrição das metodologias clássicas recomendadas pelo Departamento Nacional de Águas e Energia Elétrica - DNAEE, além de outras recomendadas por alguns autores, sem no entanto, procurar dar um tratamento as incertezas existentes nos resultados obtidos quando da utilização das mesmas.

Portanto, o objetivo deste capítulo é unicamente no sentido de que o trabalho contemple as etapas fundamentais do planejamento do suprimento de energia elétrica.

Vale salientar, que a escolha da metodologia a ser empregada será feita mediante a disponibilidade de dados, optando-se preferencialmente, por uma metodologia já consagrada, devendo a mesma ser adaptada a realidade local, quando for o caso.

## **2.2. Modelos para projeção de mercado por classe de consumo**

São apresentados aqui os critérios julgados como os mais aplicáveis na elaboração das previsões de vendas por classe de consumo, definida de acordo com a Portaria 377 do Departamento Nacional de Águas e Energia Elétrica - DNAEE - de 26.03.75 e alterações posteriores.

A fundamentação matemática para implementação dos métodos propostos encontram-se no anexo 1.

### **2.2.1. Classe residencial**

A previsão de consumo desta classe é das mais importantes, uma vez que é grande a sua participação na estrutura de mercado da grande maioria das empresas. Por outro lado, ela serve de base para a projeção de outras classes de consumo, como será notado do desenvolvimento do trabalho.

São três os critérios propostos:

#### **• 1o. Critério**

A determinação do consumo residencial pode ser feita através do tratamento estatístico das seguintes variáveis:

- a) População urbana;
- b) Número de consumidores;
- c) Consumo por consumidor.

O primeiro passo consiste em correlacionar, para um período histórico, valores de população urbana com a série estatística de número de consumidores residenciais existentes na empresa. Esta correlação, geralmente linear, pode ser determinada a nível de município, região ou para o total da área de concessão. Após definir a equação de regressão respectiva, obtêm-se

o número de consumidores residenciais para o período a ser projetado, em função da população urbana estimada anteriormente.

A seguir, é necessário o ajustamento da série histórica da relação consumo por consumidor. O ajustamento é feito segundo a função mais adequada (linear, parábola, logarítmica, exponencial simples ou modificada). A seguir, realiza-se o teste de aderência que indicará a melhor curva ajustante, utilizando de preferência o método dos mínimos quadrados (anexo 1).

O consumo projetado resulta então do produto das projeções do número de consumidores e do consumo por consumidor.

#### • 2o. Critério

Aqui não se considera a variável população urbana, tornando utilizável pelas empresas cuja área de concessão abrange apenas uma região do Estado ou mesmo regiões do Estado ou mesmo regiões de mais de um Estado.

O número de consumidores é obtido a partir do ajustamento da série histórica desta variável em função do tempo, seja através de uma função linear, parabólica, exponencial ou logarítmica, escolhendo-se a curva que apresenta o melhor ajuste ao histórico. O mesmo tratamento é dado à relação consumo por consumidor. Do produto das duas projeções resultam os valores do consumo residencial.

#### • 3o. Critério

Consiste na determinação de uma função que melhor se ajuste à série histórica do consumo residencial total, a partir da qual se extrapolam os valores para o período a ser projetado.

#### 2.2.2. Classe Industrial

É uma classe de grande importância e desta forma deve ser cercada de cuidados especiais. Sua participação, em algumas empresas, é grande em relação ao mercado total. Em geral oferece dificuldades de previsão, uma vez que seu crescimento normalmente decorre da entrada em operação de novas cargas, que podem provocar uma evolução de degraus, dependendo de seu porte em relação ao resto do mercado da classe. Em consequência disto é aconselhável dividir os consumidores desta classe, para fins de projeção. A primeira que se

pode denominar de “Consumidores Especiais”, constituída pelas indústrias dos subgrupos tarifários  $A_1$ ,  $A_2$  e  $A_3$  e aqueles consumidores que, embora classificados no subgrupo  $A_4$ , tenham contrato de reserva de potência com a concessionária. A segunda parte, formada pelos demais consumidores da classe, abrange os outros consumidores do subgrupo  $A_4$  e os do grupo B, aos quais se pode dar a denominação de “Industrial Tradicional”.

Os seguintes critérios são propostos:

• **1º. Critério**

Tomam-se as séries históricas do consumo industrial total e segregam-se os “consumidores especiais”. Para a parcela restante (industrial tradicional), procede-se a um ajustamento da série histórica, através da função mais adequada aos valores pretéritos, projetando-os a seguir para o período desejado.

Na projeção dos consumidores especiais, consideram-se individualmente os valores dos contratos vigentes, mais as eventuais variações dos próximos anos, levantados através de pesquisa direta, referendadas, quando for o caso, por informações oriundas de entidades governamentais, ligadas ao desenvolvimento.

Ao total do consumo obtido pela agregação das duas parcelas definidas anteriormente, torna-se necessário acrescer as novas cargas de porte, a serem ligadas no período coberto pela projeção, desde que já estejam acordadas com a concessionária e confirmadas através de pesquisa direta.

• **2º. Critério**

Consiste simplesmente na correlação, geralmente linear dos valores do consumo industrial com os índices do Produto Real da Indústria.

Na utilização deste critério, devem ser observados os seguintes cuidados:

- a) as séries históricas a utilizar devem cobrir um período o mais longo possível (10 a 15 anos);
- b) às vendas industriais da concessionária, deve-se adicionar o valor correspondente à geração própria dos autoprodutores que atuarem na área de concessão da empresa;
- c) a série dos Índices do Produto Real da Indústria deve ser obtida em entidade governamental e ser consistente com a série nacional;

- **2º. Critério**

A projeção desta classe de consumo poderá ser feita também ajustando-se uma função à série histórica disponível. Caso seja constatada a ocorrência de cargas de maior porte, que distorçam os valores registrados, é conveniente a adoção das mesmas medidas sugeridas no critério anterior, isto é, a segregação destas cargas, projetando-as com base em pesquisa direta, para posterior agregação aos demais valores projetados através de ajustamento da função que melhor refletir a série histórica.

#### 2.2.4. Classe rural

Até a implantação da Portaria 377 do DNAEE, a classe rural era constituída de dois tipos de consumidores - rural comum e cooperativas - desdobramento que não era uniformemente adotado pelas empresas concessionárias. Enquanto algumas tratavam cada cooperativa como um consumidor, que revendia a energia para seus cooperados, outras não faziam distinção entre os consumidores rurais isolados e pertencentes às cooperativas.

A partir da referida portaria e suas alterações posteriores, foi introduzida uma nova subdivisão no consumo rural comum, as cooperativas de eletrificação rural, as indústrias, as indústrias rurais e outras coletividades rurais. As alterações da nova classificação compreendem a definição do tratamento a ser dispensado às cooperativas de eletrificação rural, agora uma sub-classe específica e o estabelecimento das subclasses “indústria rural”, e “outras coletividades rurais”.

- **1º. Critério**

Para a parte relativa ao rural agropastoril a falta de tradição e de indicadores econômicos confiáveis, leva forçosamente a se adotar o ajustamento de uma função que melhor descreva o comportamento da série histórica.

De acordo com o Decreto 75.887, de 20 de junho de 1975, os consumidores de outras classes, situados em localidades de até 2.500 habitantes, não são mais classificados como rural. Assim, é necessário uma análise prévia da série histórica do consumo rural, no sentido de eliminar a influência daqueles consumidores. Da mesma forma, devem ser excluídos os consumidores pertencentes às cooperativas, no caso das empresas que os tratavam isoladamente.

Quanto à parcela correspondente às cooperativas, indústrias rurais e outras coletividades rurais, sua projeção é obtida a partir de informações levantadas em pesquisa direta junto aos consumidores existentes, considerando também o atendimento das novas cooperativas em formação e as novas cargas a serem ligadas nas outras subclasses. Os dados básicos a computar são o consumo por cooperado, os planos de expansão previstos e o conhecimento das cargas ligadas à rede das cooperativas e coletividades rurais.

- **2º. Critério**

Consiste simplesmente na análise das séries históricas totais e sua projeção é obtida após a determinação da função que melhor descreve este comportamento, ajustado pelo método dos mínimos quadrados. Também neste critério consideram-se os efeitos do Decreto 75.887, quando segrega os consumidores rurais em localidades de até 2.500 habitantes.

#### 2.2.5. Poderes públicos

Esta classe tem características bem definidas, não oferecendo maiores problemas para a sua projeção. Os critérios propostos são os seguintes:

- **1º. Critério**

Esta classe também apresenta grande correlação com o consumo residencial e sua projeção é obtida após se definir a relação funcional entre os dois consumos, sob forma linear, exponencial, ou logarítmica, aplicando-a aos valores do consumo residencial já projetado.

A única exceção a considerar seria a Capital Federal, onde se justifica uma pesquisa direta aos maiores consumidores, e sua projeção posteriormente agregada aos valores de consumo obtidos através da projeção por correlação da parte tradicional.

- **2º. Critério**

Aqui, as projeções são definidas pelo ajuste de uma função à série histórica do consumo.

Caso as concessionárias forneçam energia a serviços públicos explorados diretamente pelo Poder Público ou sob regime de autarquias e fundações, o consumo desses serviços deverá ser segregado do total da classe e sua projeção se fará de acordo com a metodologia proposta para Serviços Públicos.

### 2.2.6. Iluminação pública

Esta classe possui características especiais que lhe dão condições próprias de projeção. Os critérios propostos são os seguintes:

- **1º. Critério**

Sugere-se a correlação com o consumo residencial, a qual se constata em grande número de empresas. Pode ser expressa sob forma linear, exponencial, ou logarítmica e as séries históricas tratadas em termos de municípios, região elétrica ou para o total da área de concessão.

- **2º. Critério**

Aqui, a projeção é obtida a partir do valor verificado no último ano, acrescido dos programas de ampliação da concessionária, decorrentes de contratos e/ou convênios firmados com as prefeituras municipais.

- **3º. Critério**

As classes que a compõem devem ser tratadas isoladamente, devido à sua diversidade de comportamento.

- a) Tração Elétrica: A projeção desta classe deve basear-se na evolução dos valores históricos, procurando-se a função que apresente melhor ajuste. No caso de existirem programas ferroviários e de transporte urbano de massa em implantação, os dados correspondentes devem ser obtidos por pesquisa direta, e acrescidos à projeção histórica.
- b) Água, esgoto e saneamento: Deve ser projetada também com base na série histórica, buscando a função que melhor ajuste estes valores, acrescida dos programas de implementação de novos sistemas de abastecimento de água e esgoto, levantados diretamente junto às empresas estaduais e municipais de saneamento básico.
- c) Irrigação: Não existe tradição para esta sub-classe de consumo, sendo recomendável que sua projeção seja feita através de dados obtidos em pesquisa direta, tendo em vista que sua existência decorrerá da efetivação de programas governamentais, ainda em fase de implantação.

### 2.2.7. Consumo próprio

Esta é outra classe definida pela Portaria 377 e que não era corretamente observada anteriormente por algumas empresas. Está dividida em três subclasses:

a) Próprio: Compreende o consumo dos escritórios, oficinas, almoxarifados e demais instalações da concessionária, excetuando-se usinas e subestações.

Como muitas empresas não consideravam este tipo de consumo ou o faziam incorretamente, sua projeção deve ser feita a partir do último valor verificado, acrescido das cargas correspondentes às novas instalações, até que se disponha de séries históricas coerentes, que permitam verificar a validade de outros critérios de projeção.

b) Canteiro de obras: A projeção desta subclasse baseia-se nos cronogramas de obras das usinas da empresa, devendo ser definida junto aos respectivos setores de construção.

c) Interno: A projeção desta classe deve ser feita a partir do último valor verificado, adicionando-se as estimativas correspondentes às novas instalações, definidas pelos setores competentes.

### 2.2.8. Consumo total

Sua obtenção resulta da consolidação dos valores de cada uma das categorias de consumo, determinados na forma escrita nos itens anteriores.

### 2.2.9. Demanda máxima

Na previsão da demanda máxima anual são conhecidas duas formas de estimativa. A primeira é a projeção direta dos valores observados no passado; a segunda consiste em obter a demanda máxima anual através da determinação do fator de carga do sistema e sua aplicação aos valores de energia requerida.

A dificuldade de escolha da metodologia está no fato de que tanto os critérios diretos com os que utilizam o fator de carga, revelam inconsistências, seja por se acharem ainda em fase experimental ou pela subjetividade de determinação dos parâmetros envolvidos.

Mesmo assim recomenda-se os seguintes critérios:

- **1º. Critério**

Esse método utiliza as projeções do consumo total, suprimento em grosso para revenda e percentuais de perdas e estimativas dos fatores de cargas do sistema ajustado pela melhor função, a partir das séries históricas de sua evolução.

Com estas informações obtêm-se as projeções da demanda requerida do sistema através da seguinte expressão:

$$DR_S = \frac{CT + SG}{(1 - FP_t) \cdot NH \cdot FC_S} \quad (2.1)$$

onde:

$DR_S$  = demanda requerida do sistema

$CT$  = consumo total

$SG$  = suprimento em grosso para revenda

$FP_t$  = fator de perdas totais

$NH$  = número de horas do ano

$FC_S$  = fator de carga do sistema

Quando a empresa contar com informações mais detalhadas sobre o seu sistema, o cálculo indireto da demanda requerida pode ser obtido pela composição dos valores de demanda disponível mais demanda de fornecimento, sendo necessário separar as perdas em sub-transmissão e distribuição e perdas em transmissão.

Na aplicação desta hipótese, é preciso observar que não se está levando em consideração o fator de diversidade, que certamente existe, e que somente poderia ser melhor caracterizado através de um conhecimento detalhado das curvas de carga do mercado.

- **1º. Critério**

Sua aplicação consiste em determinar os fatores de carga anuais para posterior aplicação aos valores de energia requerida correspondentes, definidos no item 2. A dificuldade maior de sua aplicação reside na estimativa desses fatores, e no cuidado em eliminar eventos que possam influenciar os resultados obtidos.

Inicialmente, torna-se necessário construir uma série histórica dos fatores de carga do sistema da empresa, obtidos pela expressão:

$$FC_S = \frac{CT + SG}{(1 - FP_t) \cdot NH \cdot DR_S} \quad (2.2)$$

onde:

$FC_s$  = fator de carga do sistema

CT = consumo total

SG = suprimento em grosso para revenda

$FP_t$  = fator de perdas totais

NH = número de horas do ano

$DR_s$  = demanda requerida do sistema

As projeções devem basear-se na tendência histórica, ou numa tendência assintótica do fator de carga, para um valor teórico de 65%, que é um limite arbitrário, fixado com base no “Método de Scheer”.

Quanto ao uso da tendência histórica na projeção do fator de carga, a aceleração ou não do crescimento dos níveis atuais desta relação, pode ser determinada pela estrutura prevista do consumo, porquanto uma maior participação do consumo industrial induz a crescentes fatores de carga.

A utilização do crescimento assintótico baseia-se na hipótese de que os valores do fator de carga atual, no fim de 16 anos, deverão ser a metade da diferença entre o valor original e o valor teórico de 65%. Por esse critério, o fator de carga a ser projetado pode ser definido pela relação:

$$fc(\%) = 65 - y(65 - Z) \quad (2.3)$$

onde  $y$  é um valor pré-determinado, apresentado a seguir, e  $Z$  é o fator de carga atual.

#### VALORES DE Y

ANOS	Y	ANOS	Y
0	1.00	8	0.71
1	0.96	9	0.68
2	0.92	10	0.65
3	0.88	11	0.62
4	0.84	12	0.60
5	0.81	13	0.57
6	0.77	14	0.55
7	0.74	15	0.52
		16	0.50

Este critério pode ser aplicado também utilizando-se uma série representativa de parte do sistema da empresa, de um barramento, de um grupo de consumidores ou de um só consumidor.

Neste último caso, a análise deve basear-se no estabelecimento de um fator de carga típico do consumidor, entendido como aquele cujo valor é fixado por um contrato de reserva de potência, ou identificado através de uma pesquisa com dados amostrais secundários ou de campo.

### 2.3. Modelos econométricos e mistos

Os métodos econométricos, bastante difundidos, podem produzir excelentes resultados quando as variáveis explanatórias são bem selecionadas e não ocorrem choques exógenos provocando descontinuidades.

Uma primeira categoria de modelos econométricos trabalha com séries temporais da grandeza a ser projetada. Eles são, em geral, utilizados quando não se têm idéia sobre o conjunto de variáveis independentes que pode explicar o comportamento desta grandeza ao longo do tempo.

Estes modelos utilizam unicamente o comportamento atual e passado da grandeza, para inferir sobre seus valores futuros. Com uma estrutura limitada, se adequam, apenas, a tratar de fenômenos naturais ou para fazer inferências de curto prazo sobre variáveis sobre as quais se dispõe de poucas informações.

No segundo conjunto de modelos econométricos, de particular interesse para o setor elétrico, envolve regressões uniequacionais e é utilizado quando a variável em estudo é explicada por uma única função - linear ou não - de um número limitado de variáveis explanatórias.

Finalmente, os modelos de regressão multiequacionais são utilizados quando há interdependência entre as variáveis, formando um conjunto de equações de regressão que, depois de construídas, são resolvidas simultaneamente.

Uma das críticas aos métodos econométricos é que eles frequentemente utilizam hipóteses simplificadoras, tal como a teoria econômica quando admite mercados livre, concorrência perfeita, inexistência de externalidades e previsibilidade, que não se verificam no mundo real. Daí, tornam-se necessários ajustes nas relações, até que se consiga uma melhor aproximação para os fenômenos analisados.

De uma forma geral, qualquer que seja a metodologia utilizada, a tarefa mais difícil é identificar as variáveis explanatórias mais adequadas a constituir uma base de dados confiáveis e estabelecer as relações apropriadas às análises e previsões.

### 2.3.1. Modelos que não levam em conta a substituição de energéticos

Utilizando uma formulação geral, tal como indicado na equação (2.4), é possível se expressar o consumo de energia elétrica de um determinado ano como função de uma variável inercial, representada pelo mercado realizado no ano anterior,  $E_{-1}$ ; da política de preços para a energia elétrica,  $T$ ; e de um parâmetro que meça o desempenho da economia  $Y$ . Tal abordagem não capta a substituição do energético por outros, quando de mudanças nos preços relativos.

O consumo verificado no ano anterior  $E_{-1}$ , aqui chamado componente inercial, introduz o caráter dinâmico às análises, permitindo que se avalie as reações da demanda a curto e longo prazos. Ele leva em conta, em parte, a autocorrelação serial do consumo de energia elétrica.

A formulação geral do modelo dinâmico que descreve a trajetória do consumo de energia elétrica segue a seguinte equação:

$$E = \alpha \cdot Y^\beta \cdot T^\gamma \cdot E_{-1}^\delta \quad (2.4)$$

onde:

$E$  - consumo de energia elétrica;

$Y$  - variável de renda;

$T$  - tarifa;

$E_{-1}$  - consumo de energia elétrica no ano anterior.

Aplicando-se uma transformação logaritmo-neperiano chega-se à expressão (2.5), utilizada para se ajustar uma regressão linear e calcular os parâmetros do modelo dinâmico:

$$\ln E = \ln \alpha + \beta \cdot \ln Y + \gamma \cdot \ln T + \delta \cdot \ln E_{-1} \quad (2.5)$$

Os coeficientes da equação (2.5), são as elasticidades renda e preço, de curto prazo, do consumo de energia elétrica, ou seja, indicam como o mercado responde às mudanças no nível de atividade econômica e nas tarifas, respectivamente, como pode ser visto nas equações (2.6) e (2.7).

$$\frac{\Delta E / E}{\Delta Y / Y} = \beta \rightarrow \text{elasticidade renda de curto prazo} \quad (2.6)$$

$$\frac{\Delta E / E}{\Delta T / T} = \gamma \rightarrow \text{elasticidade preço de curto prazo} \quad (2.7)$$

As elasticidades de longo prazo são dadas por:

$$\frac{\Delta E / E}{\Delta Y / Y} = \frac{\beta}{1 - \delta} \rightarrow \text{elasticidade renda de longo prazo} \quad (2.8)$$

$$\frac{\Delta E / E}{\Delta T / T} = \frac{\gamma}{1 - \delta} \rightarrow \text{elasticidade preço de longo prazo} \quad (2.9)$$

### 2.3.2. Modelos com energéticos concorrentes ou complementares

Serão descritos dois modelos para construir modelos de previsão da demanda de energia elétrica que levam em consideração os efeitos das mudanças nos preços relativos de energéticos.

No primeiro caso, conforme explicitado na equação (2.10), tem-se uma extensão da formulação anterior, incluindo na regressão variáveis associadas aos preços dos energéticos concorrentes ou complementares:

$$E = \alpha \cdot Y^\beta \cdot T^\gamma \cdot P_j^\theta \cdot E_{-1}^\delta \quad (2.10)$$

onde:

$P_j$  - preço do energético  $j$  concorrente ou complementar à energia elétrica.

A expressão (2.10) na forma logarítmica pode ser escrita como:

$$\ln E = \ln \alpha + \beta \cdot \ln Y + \gamma \cdot \ln T + \theta \cdot \ln P_j + \delta \cdot \ln E_{-1} \quad (2.11)$$

O parâmetro  $\gamma$ , como na formulação anterior, representa a elasticidade preço direta de curto prazo, enquanto que o parâmetro  $\theta$  é a medida da elasticidade preço cruzada que capta o efeito substituição da eletricidade por outros energéticos devido a variações nos preços relativos. Assim, esta abordagem fornece um volume maior de informações do que aquela apresentada pela equação (2.4).

A segunda formulação utiliza a teoria da produção, fazendo uso de um “modelo translog” que além de computar as possibilidades de substituição, fornece as participações de cada fonte na despesa total com energia.

A equação (2.12), representativa do modelo translog é uma função de custo dual da estrutura de produção:

$$\ln C = \alpha_0 + \sum_i \alpha_i \cdot \ln P_i + \frac{1}{2} \cdot \sum_{ij} \alpha_{ij} \cdot \ln P_i \cdot \ln P_j + \beta \cdot \ln Y + \sum_i \gamma_i \cdot \ln Y \cdot \ln P_i + \delta \cdot \ln T \quad (2.12)$$

onde:

$P_i$  - preço do energético  $i$ ;

$Y$  - nível de produção;

$T$  - variável de tendência;

$i, j$  - fontes de energia concorrentes ou complementares: (eletricidade [e], óleo [p], gás [g] e outros [o]).

Estabelecendo-se para a função custo as condições de: homogeneidade linear quanto aos preços, e de simetria, tem-se:

$$\begin{aligned} \sum_i \alpha_i &= 1; & \sum_j \alpha_{ij} &= 0; & \sum_i \beta_i &= 0; \\ \alpha_{ij} &= \alpha_{ji} & \text{e } i &= e, p, g, o \end{aligned} \quad (2.13)$$

As participações de cada fonte no custo total de energia são obtidas aplicando-se o Lema de Shephard que estabelece:

“Se  $C = C(y, p_1, p_2, \dots, p_n)$  é uma função de custo, onde  $y$  é a produção física e  $p_1, p_2, \dots, p_n$  são os preços dos insumos, no ponto de operação ótima a demanda derivada do insumo “ $i$ ” é dada por:  $x_i = \frac{\partial C}{\partial p_i}$  para  $i = 1, 2, \dots, n$ ”.

A derivada logarítmica do custo em relação ao preço dos insumos é igual a participação desse insumo ( $S_i$ ) na despesa total:

$$S_i = \frac{\partial \ln C}{\partial \ln p_i} = \frac{\partial C}{\partial p_i} \cdot \frac{p_i}{C} = x_i \cdot \frac{p_i}{C} = S_i \quad (2.14)$$

Então, para a função translog (2.12).

$$S_i = \frac{\partial \ln C}{\partial \ln P_i} = \alpha_i + \sum_j \alpha_{ij} \cdot \ln P_j + \gamma_i \cdot \ln Y \quad (2.15)$$

onde:  $i, j = e, p, g, o$ .

Os parâmetros das quatro equações (2.16) de participação dos gastos com eletricidade [e], óleo [p], gás [g] e outros energéticos [o] nas despesas totais com energia são estimados utilizando séries históricas das variáveis dependentes e independentes das perturbações estocásticas, conforme expresso abaixo:

$$\begin{aligned} S_e &= \alpha_e + \alpha_{ee} \cdot \ln P_e + \alpha_{ep} \cdot \ln P_p + \alpha_{eg} \cdot \ln P_g + \alpha_{eo} \cdot \ln P_o + u_e \\ S_p &= \alpha_p + \alpha_{pe} \cdot \ln P_e + \alpha_{pp} \cdot \ln P_p + \alpha_{pg} \cdot \ln P_g + \alpha_{po} \cdot \ln P_o + u_p \\ S_g &= \alpha_g + \alpha_{ge} \cdot \ln P_e + \alpha_{gp} \cdot \ln P_p + \alpha_{gg} \cdot \ln P_g + \alpha_{go} \cdot \ln P_o + u_g \\ S_o &= \alpha_o + \alpha_{oe} \cdot \ln P_e + \alpha_{op} \cdot \ln P_p + \alpha_{og} \cdot \ln P_g + \alpha_{oo} \cdot \ln P_o + u_o \end{aligned} \quad (2.16)$$

Com a condição que:

$$S_e + S_p + S_g + S_o = 1 \quad (2.17)$$

Na função de custo translog as elasticidades de substituições parciais,  $\sigma_{ij}$ , entre os insumos  $i$  e  $j$ , são dadas por:

$$\sigma_{ij} = \frac{\alpha_{ij} - S_i}{S_i^2} + 1 \quad i = e, p, g, o \quad (2.18)$$

$$\sigma_{ij} = \frac{\alpha_{ij}}{S_i \cdot S_j} + 1 \quad i, j = e, p, g, o \quad (i \neq j) \quad (2.19)$$

Em consequência, as elasticidades-preço parciais das demandas das fontes de energia consideradas poder ser escritas como:

$$\varepsilon_{ij} = S_j \cdot \sigma_{ij} \quad \text{com } i, j = e, p, g, o \quad (2.20)$$

O modelo além de permitir a elaboração de previsões de consumo das diversas fontes, possibilita a análise da substituição entre energéticos resultante de variações nos preços relativos.

### 2.3.3. Modelos técnico-econômicos

Os modelos técnico-econômicos podem ser divididos em dois grandes grupos: os que se utilizam de métodos de decomposição estrutural da demanda; e aqueles baseados em usos finais.

Os de decomposição estimam a trajetória da demanda de uma determinada fonte assumindo hipóteses sobre; a evolução da intensidade energética dos diversos setores que dela se utilizam; as mudanças na estrutura de participação desses setores na economia; e finalmente, a dinâmica da economia como um todo.

Os cenários de demanda de energia elétrica são desenvolvidos assumindo-se hipótese sobre: o ritmo de crescimento da economia; mudanças estruturais na composição do produto; e evolução do nível de intensidade energética dos diversos setores.

Os modelos contábeis, ou de uso final, desenvolvidos nos países industrializados nos anos setenta, são assim denominados porque se utilizam de operações aritméticas simples para chegar à demanda de energia dos setores da economia, desagregados em módulos homogêneos, ao nível de usos finais - cocção, aquecimento, usos cativos da eletricidade, calor, etc.

Ao invés de se limitarem a uma única previsão, utilizam uma abordagem prospectiva, que permite uma análise de diferentes padrões de demanda futura de energia a longo prazo. Não são instrumentos de projeção - tal como os modelos econométricos - mas sim ferramentas que ajudam a análise da evolução da demanda, com base em hipóteses assumidas para diferentes fatores de natureza política, econômica, social e técnica.

Os modelos contábeis representam a primeira geração dos modelos de uso final. Eles fornecem respostas simples a um conjunto de questões associadas com a evolução da demanda de energia a longo prazo tais como a substituição entre energéticos, conservação de energia, a penetração de novas tecnologias, etc.

Todas as mudanças estruturais de natureza social, econômica e tecnológica são fornecidas exogenamente e caracterizam o cenário. Isto exige que os usuários destes modelos tenham conhecimento de que modo estas variáveis alteram, no longo prazo, a evolução da matriz energética.

Os preços não são considerados explicitamente nos modelos contábeis. Assume-se que as suas trajetórias estão refletidas nas hipóteses de cenário, principalmente aquelas relacionadas com conservação e substituição. Esta é uma das fragilidades destes modelos, quando se quer

estudar medidas para incentivar a conservação de energia no longo prazo, embora estas dependam de outros fatores tão ou mais importantes que a política de preços. Recentes experiências de desenvolvimento de metodologias de projeção de demanda tem procurado superar estas limitações combinando a abordagem dos modelos contábeis com relações econométricas, constituindo os denominados modelos mistos: econométrico/uso final.

## CAPÍTULO 3

### TECNOLOGIAS PARA O SUPRIMENTO DE ENERGIA ELÉTRICA NA AMAZÔNIA

#### 3.1. Introdução

A Amazônia apesar de possuir um grande potencial de geração de energia elétrica, seja através da hidrelétricidade, de térmicas a gás natural ou da biomassa, tem suas cidades e comunidades sendo supridas de maneira precária e apresentado os maiores custos do país. Estes altos custos devem-se basicamente a escala relativamente pequena dos mercados, sua dispersão geográfica e a geração de origem térmica a óleo diesel, além da dificuldade de acesso a esses mercados.

A solução para o abastecimento de energia elétrica às populações amazônicas tem-se apresentado como uma questão de grande controvérsia entre pesquisadores e instituições da área energética. Notadamente nos últimos tempos, essa questão tornou-se mais crucial, em virtude das demandas criadas na região e da importância que se passou a dar ao problema ecológico, antes raramente considerado.

Os grandes projetos de geração de energia desenvolvidos para a Amazônia, mostraram-se pouco eficazes para o desenvolvimento harmônico da região. Portanto, uma solução que hoje se vislumbra é a geração próxima ao consumidor utilizando tecnologia adequada as potencialidades energéticas do lugar.

Portanto, neste capítulo procura-se abordar aspectos sobre tecnologias para geração de energia elétrica, já implantadas e com reconhecido potencial de implantação na Amazônia em geral, e no Estado do Amazonas em particular, a exemplo dos capítulos anteriores. É importante salientar que não é pretensão deste trabalho contemplar todas as opções tecnológicas para a região, mas simplesmente explicitar alguns aspectos que devem ser considerados nas opções tecnológicas a serem adotadas.

#### 3.2. *Termelétrica a óleo diesel*

Em 1888, Rudolf diesel experimentou carvão em pó em uma máquina de combustão interna, tendo desenvolvido a ignição por compressão. Esta experiência teve melhores resultados com o uso de óleo. Daí o nome. Assim, os grupos geradores a diesel nasceram do emprego do motor diesel como acionador primário do gerador.

Os grupos de geração de energia elétrica a diesel estão disponíveis em quase todos os tamanhos e em uma faixa bastante ampla de potência. Até o início da década de 60 seu limite de capacidade era restrito entre 5 ou 6 (MW), mas desde 1965 tem aparecido unidades geradoras a diesel de até 18 cilindros, 13 (MW), desenvolvendo 1000 hp por cilindro. A limitação do tamanho foi primeiro imposta pela necessidade de se adotar velocidades bem baixas para grupos de maior porte; e isto significava máquinas pesadas e muito volumosas. Porém, projetos modernos estão possibilitando adotar velocidades mais altas, com o resultado de que centrais mais potentes podem ser construídas sem que seu tamanho físico seja inconvenientemente grande. Os motores a diesel de grandes potências a muito tem sido feitos para propulsão naval, mas estes fogem do escopo deste estudo. Para geração de energia elétrica a tendência é o estabelecimento de paralelismo entre grupos de potências menores em número capaz de atender as necessidades das cargas.

O motor a diesel geralmente se adapta à combustão de óleos destilados leves, porém motores de velocidades alta e média podem ser aprovados para certos gases. Motores a diesel de cerca de 1500 (kW) ou mais podem ser adaptadas para queimarem óleos pesados médios (os quais são geralmente muito mais baratos do que óleo destilados leves) desde que a velocidade não seja excessiva. Ao passo que o uso destes mais pesados e mais baratos tinha, até recentemente, sido confinado a motores de baixa velocidade, por exemplo, 250 (rpm) ou menos, a tendência moderna é que motores de velocidade mais alta possam aceitar tais combustíveis. Desta forma, pode-se usar sobre toda a faixa de centrais diesel uma larga variedade de combustíveis.

O motor diesel pode ser rapidamente ligado e levado ao funcionamento; ele é eficiente, confiável e tem baixos custos iniciais e ainda apresenta baixas perdas de inatividade. Se sua manutenção for bem sucedida ele pode funcionar por longos períodos entre as revisões e terá baixas taxas de desgaste. Onde a mão de obra especializada for escassa, ele pode frequentemente ser adaptado, para operação automática ou semi-automática, quer dizer, pode-se ligar um motor diesel por controle remoto ou automaticamente por sensor no caso de falha da rede, ou pode-se prover de automação plena para partida, sincronização e paralização dos grupos diesel de acordo com a demanda local.

A manutenção pode ser simplificada pela provisão de peças facilmente substituíveis, assim possibilitando o recondicionamento longe da central geradora. Os períodos de

construção são curtos e uma central elétrica a diesel pode, portanto, ser rapidamente ampliada pela adição de unidades convenientemente dimensionadas para satisfazer as crescentes demandas.

Os motores diesel de alta velocidade, leves e compactos são adequados para locais remotos, restritos ou de difícil acesso, e pode-se usar as centrais elétricas móveis a diesel montadas em cavaletes, ou trailers ou bancos para propósitos temporários ou de emergência tal como para fornecimento de potência de construção para grandes obras de engenharia civil, ou para suplementação de sistemas de abastecimento de eletricidade que estejam temporariamente com pouca energia.

Na região Norte, as unidades a diesel facilmente transportáveis são altamente importantes para qualquer tipo de atividade que se pretenda iniciar dentro da floresta, principalmente quando estas atividades resultam em um tempo de permanência relativamente elevado, como por exemplo nos casos de acampamentos ligados à prospecção de petróleo.

Com tantas vantagens a seu favor, não é surpreendente que o motor a diesel seja a forma mais comum de agente motor para pequenas centrais elétricas de capacidades instaladas totais de até 20 ou 30 (MW). Para capacidades instaladas mais altas, a turbina a vapor começa a ficar economicamente mais atrativa. Isto depende do preço e qualidade dos combustíveis disponíveis. O recente aumento de tamanho dos conjuntos individuais de geração a diesel quase certamente elevará a "fronteira de competição" entre o motor diesel e a turbina a vapor, maior que a faixa de 20 a 30 (MW), a qual tem sido até aqui bastante geral.

Os grupos diesel para geração de energia são obtíveis em uma ampla faixa de velocidade, entre 100 e 1800 (rpm).

Baixa velocidade: de 100 a 277 (rpm).

Média velocidade: de 300 a 600 (rpm).

Alta velocidade: de 720 a 1800 (rpm)

Os grupos de alta velocidade são de projeto mais compactos e portanto possuem um menor peso por kilowatt do que os grupos de baixa velocidade. Um motor de 120 (rpm) pode pesar tanto quanto 85 (kg/kW) ao passo que um motor de 1800 (rpm) pode pesar até 7 (kg/kw). Considerações semelhantes de peso se aplicam ao gerador bem como ao motor.

Isto quer dizer que o grupo elétrico à diesel de alta velocidade custa menos por kilowatt, não só em termos de preço fabricante, mas também em custos de transporte, fundações e de construção. Por outro lado os grupos de baixa velocidade tendem a ter rendimento ligeiramente mais alto, a consumirem menos óleo de lubrificação, ter taxa de desgaste mais baixa e conseqüentemente ter menos gastos em reparos e manutenção, serem mais seguros e poderem funcionar por períodos mais longos entre as manutenções. Por exemplo, um motor de 450 (rpm) provavelmente pode funcionar por pelo menos duas vezes o número de horas entre as manutenções principais, que um motor de 750 (rpm).

A escolha de velocidade será uma questão de compromisso entre estes "prós" e "contras" de acordo com as circunstâncias que prevalecerem.

Pode-se até argumentar que os reparos mais frequentes de um motor diesel de alta velocidade são compensados, pelo menor custo das peças de reposição, devido ao seu tamanho mais reduzido.

Os motores a diesel podem ser classificados como:

- a. Dois tempos
- b. Quatro tempos

Vantagens do motor tipo a:

- é fisicamente mais simples e desta forma reduz os problemas de válvulas;
- é mais compacto em termos de requerimentos de peso e espaço por kilowatt gerado;
- tem bom rendimento para baixas velocidades.

Vantagens do motor tipo b:

- tem maior rendimento para velocidades médias e altas;
- menor consumo de combustível.

Conseqüentemente, a tendência geral é que o motor diesel dois tempos seja quase universalmente adotado nas instalações de grande capacidade (geralmente excedendo 2500 (kW)). Com grupos de menor capacidade a prática varia entre um fabricante e outro, embora para capacidades inferiores a 1000 (kW) predomine o motor diesel de quatro tempos.

Pode-se usar uma larga faixa de óleos combustíveis, de baixa volatilidade, em motores diesel, desde os óleos destilados leves com peso específico de 0,835 (kg/l) (19600 (BTU/lb), de poder calorífico superior, de baixa viscosidade até óleo pesado com 0,97 ((kg/l) (19600 (BTU/lb) de poder calorífico superior, de alta viscosidade).

Uma das desvantagens da utilização de óleos pesados é o aparecimento de cinzas após a sua combustão, isto provoca uma série de problemas e para evitá-los, uma série de medidas têm de ser tomadas.

Para motores de alta velocidade e para a maioria dos motores de média velocidade, apenas os óleos de melhor qualidade devem ser usados. Atualmente, os combustíveis pesados podem ser usados em motores com capacidades superiores a 1500 (kw) e mesmo assim se a velocidade for aceitavelmente baixa.

Os motores diesel podem ser ainda:

- a. De aspiração natural
- b. Turbo alimentados.

Um motor turbo alimentado é suprido de um compressor de ar (normalmente, um insuflador giratório acionado por meio de uma pequena turbina a gás, a qual tem a sua potência derivada dos gases de escape do motor diesel), o qual possibilita que uma carga mais pesada de ar, e portanto, de combustível, entre no cilindro. A adição de um refrigerador de ar aumenta o peso da carga do cilindro. Pelo ajuste de um turbo alimentador e de um refrigerador de ar pode-se elevar a saída de potência de um motor em cerca de 50% e o rendimento pode ser melhorado em cerca de 3,5 a 4%. Já que o custo incremental do turbo alimentador, em desembolso de capital e em custos de lubrificação e manutenção são mais altos, normalmente é razoavelmente compensado pelas vantagens citadas. A turbo alimentação quase sempre será uma proposição rentável, exceto para pequenos motores; de fato quase todos os motores diesel de 100 (kW) ou mais são turbo alimentados, e a tendência moderna é de adotar a turbo alimentação a uma crescente proporção em motores cada vez menores.

Os motores turbo alimentados são mais lentos em resposta a mudanças de carga. Este fato só é importante onde for necessário o controle de tensão e frequência dentro de estreitas faixas.

O diesel é o mais eficiente dos agentes motores com baixo consumo relativo de combustível. O rendimento de um diesel é influenciado até um certo ponto pela velocidade do motor e se o motor é sobrealimentado ou naturalmente aspirado. Ele é um pouco influenciado pela escolha de combustível ou pelo tamanho do motor em si. O rendimento varia com a carga para qualquer motor dado, porém menos do que com turbinas a gás ou turbinas a vapor; em qualquer caso esta variação está pouco acima da faixa de carga média à plena, particularmente com motores turbo aspirados.

Isto torna o diesel bastante utilizado para serviços de carga variável (embora a cargas muito leves o rendimento se deteriore rapidamente, em comum com outros agentes motores). A menos que um diesel esteja muito sub-alimentado, nenhum destes fatores considera uma faixa muito ampla de rendimentos médios, e normalmente se verifica que o rendimento médio de uma instalação de geração acionada a diesel residirá entre 31 e 37% (com base no poder calorífico e kilowatt/horas gerados). O número mais alto que poderia ser esperado se refere à uma instalação de baixa velocidade, refrigerado à água, turbo aspirado e razoavelmente grande; o mais baixo se refere à uma pequena instalação com aspiração natural e de alta velocidade. Os rendimentos ótimos em carga econômica seriam mais altos do que estes números médios - de 33 a 39%. Motores de velocidade média, de dois tempos poderiam consumir talvez de 4 a 5% mais combustível do que motores de quatro tempos da mesma velocidade e potência. Onde o fator de carga for muito baixo, os rendimentos usuais médios podem ser consideravelmente mais baixos do que os números citados acima. Para micro grupos da faixa de 15 a 30 (kW), o rendimento médio pode ser tão baixo quanto de 24 a 25%. Onde houver uma demanda de um suprimento de vapor ou água quente para propósitos de aquecimento ao processo, é possível recuperar uma grande quantidade de calor que seria de outro modo desperdiçado nos gases de escape e na água de refrigeração do motor. Uma bem projetada central de recuperação de calor residual pode as vezes assegurar 75% ou mais de rendimento. Somente as vezes, entretanto, haverá uma suficiente demanda local de calor para justificar tal uso altamente eficiente do combustível; nem onde existir tal demanda, necessariamente estará coincidente com a demanda de eletricidade.

A carga igual ou superior a 75% da capacidade do motor propicia rendimentos mais elevados e portanto este ponto deve ser buscado para cargas variáveis, fazendo-se uma divisão de potências entre máquinas em operação, isto é, se uma carga varia entre 200 kW e

400 kW, deve-se prever o paralelismo de dois grupos de 250 kW, pois se tivesse sido previsto um grupo de 500 kW, no período de baixa carga, o rendimento deste grupo seria muito baixo. No caso anterior, bastaria desligar um dos grupos que o rendimento seria relativamente bem mais elevado.

A tendência atual de paralelismo entre vários grupos diesel na formação de potências instaladas globais mais elevadas, substituindo-se assim os grandes motores, está em franco desenvolvimento. Entretanto, a realidade nacional ainda cria alguns obstáculos, pois, enquanto que nos países mais desenvolvidos se utilizam de microprocessadores para controle, no Brasil existem desconfiças quanto a assistência técnica, custos de manutenção e disponibilidade de componentes eletrônicos.

Assim como ocorreu com os dispositivos de proteção (relés), os sistemas eletrônicos de controle devem ser competitivos em relação aos custos dos controles eletromecânicos. Mesmo que isto se torne realidade, no Brasil, principalmente pela falta de assistência técnica local ou pelos altos custos de uma assistência técnica não local.

No Brasil, as faixas de potências obtíveis junto a fabricantes nacionais variam de 5 a 440 kVA por unidade. É evidente que esta faixa se eleva pelo paralelismo destas unidades e que ainda existe a possibilidade de se encontrar modelos importados de potências bem maiores.

Exceto pela associação da Maxion e Negrini, fabricantes de motores diesel e geradores respectivamente, que se uniram para a fabricação de grupos geradores de 3 a 110 kVA, o que realmente predomina no mercado nacional são montadoras, que compram separadamente motores de diversos fabricantes.

A seguir é apresentada na tabela 3.1 resumo das principais empresas montadoras e seu produtos.

Existe ainda a possibilidade de importação, fato que já é praticado pela HOOS Máquinas e Motores que dispõe dos motores diesel MTU importados.

Mesmo se utilizando de fornecedores nacionais o Brasil apresenta dificuldades em termos de assistência técnica, pois, o custo diário de técnico especializado em grupos geradores varia de 300 a 450 US\$, não incluindo despesas de estadia. Isto ocorre fundamentalmente em virtude de carência de profissionais especializados em assistência técnica de grupos geradores em todo o Brasil e naturalmente este problema é mais grave em regiões isoladas.

Tabela 3.1. Principais montadoras de unidades diesel e seus produtos.

EMPRESA	MERCADO MOTOR DIESEL	FAIXA DE POTÊNCIA INDIVIDUAL	UNIDADES EM PARALELO
Equipamentos Betova	FORD, CUMMINS, YAMMAR e MWM	5 a 400 kVA	2000 kVA
HOOS máquinas e motores	CUMMINS, SCANIA e MERCEDES	3 a 440 kVA	2800 kVA
TRANSMET Com. e Ind.	CUMMINS, PERKINS e MERCEDES	6 a 440 kVA	2640 kVA
BERT KELLER Máquinas Modernas	FORDE e CUMMINS	Até 170 kVA	----
Bordaco Comércio e Industria	FORD, CUMMINS, YAMMAR, MWM e SCANIA	3 a 440 kVA	2200 kVA
POLIDIESEL	YAMMAR, AGRALE, SCANIA, FORD, MWM e CUMMINS	3 a 440 kVA	----

As centrais térmicas a óleo diesel são largamente empregadas no Estado do Amazonas. No entanto, estas tem se mostrado pouco eficientes devido ao elevado custo do combustível e a dificuldade de transporte deste.

### 3.3. Termelétrica a lenha

A tecnologia da turbina a vapor está plenamente consolidada, pois há mais de um século que se vem acumulando experiências devido aos desenvolvimentos ocorridos com estas máquinas. Existem usinas termelétricas desde o final do século passado, e, portanto este tipo de aplicação também está consolidada, o que assegura um elevado grau de confiabilidade.

Em termos mais atuais, a geração de energia elétrica tem desenvolvido a aplicação de ciclos combinados (turbina a gás - turbinas a vapor), em função da obtenção de um melhor rendimento. A elevação da pressão e temperatura esbarra no desenvolvimento tecnológico dos materiais empregados, não só nas turbinas como nos demais componentes do ciclo térmico. Isso, sem dúvida, limita o progresso tecnológico das turbinas a vapor.

Um outro fator importante é o custo das centrais térmicas que está esbarrando em novos dispêndios de capital referentes ao controle de poluentes.

Em termos de custos de manutenção, as termelétricas que se utilizam de turbinas a vapor, apresentam valores por kWh geralmente competitivos com os casos das termelétricas

que empregam turbinas a gás ou motores diesel. É evidente que isto vai depender do tipo de combustível utilizado.

A capacidade de queimar qualquer tipo de combustível (sólido, líquido e gasoso) é que dá ao conjunto (turbina + caldeira) um grande campo de aplicação, principalmente para os combustíveis sólidos ou para os combustíveis líquidos pesados (óleos pesados).

No Brasil em termos de desenvolvimento tecnológico, as centrais que se utilizam da turbina a vapor já se encontram bastante consolidados, principalmente em faixas de potências aplicáveis às áreas isoladas do país. Isto se deve fundamentalmente ao grande mercado do setor sucro-alcóoleiro, que se utiliza de turbinas a vapor na faixa de 3 a 6 MW, para cobrir as necessidades de vapor de processo e de energia.

A seguir tem-se um resumo das vantagens e desvantagens das centrais que se utilizam da turbina a vapor em relação a outras centrais térmicas.

VANTAGENS:

- Tecnologia consolidada, inclusive no Brasil.
- Possibilidade do uso de qualquer combustível.
- Vida útil de 40 anos.
- Custo de manutenção atrativo em US\$/kWh.

DESVANTAGENS:

- Tempo de construção relativamente longo (1 a 2 anos). Em condições adversas, pode ser maior.
- Tempo de partida elevado e resposta lenta a variações de carga.
- Geralmente não são atrativas economicamente para instalações de pequeno porte.
- Não pode ser removida de um local para outro.
- Requer grandes quantidades de água.
- Ocupa maiores espaços que os outros tipos de centrais.
- Os requerimentos de construção civil são consideravelmente maiores, relativamente a outras centrais.
- Eficiência térmica baixa relativamente aos outros tipos de centrais.
- Dificuldade de operação em cargas parciais.

É evidente que estas vantagens e desvantagens acabam sendo traduzidas em termos de custos mais ou menos atrativos.

A posição da central de turbina a vapor em comparação com outras centrais térmicas, no que tange aos custos de capital e rendimento, depende fundamentalmente da

escala e parcialmente das condições locais. Pequenas centrais de turbina a vapor são relativamente de baixos rendimentos e elevados custos de capital mas, para capacidades mais elevadas, ocorre uma melhoria em ambos os aspectos. É evidente que o combustível tem aqui um papel muito importante, tendo em vista os custos de operação. No caso da lenha que é um combustível local, o interior do país reserva para a turbina a vapor uma posição de destaque.

Em termos de gastos na construção, a turbina a vapor requer gastos mais elevados do que para uma central com turbina a gás de mesma capacidade. Em ambos os casos, os gastos de capital dependerão das condições locais, tais como:

- disponibilidade de água;
- qualidade do combustível;
- condições climáticas;
- disponibilidade e transporte do combustível.

Para as grandes instalações, as várias desvantagens das centrais com turbina a vapor tendem a ser ultrapassadas, sendo compensadas pelas vantagens econômicas, que se tornam crescentemente atrativas, conforme a capacidade instalada se eleve. Embora em muitas partes do mundo a central de turbina a vapor possa competir com as centrais a diesel, somente se a capacidade instalada for superior a 20 MW, a capacidade da primeira em utilizar combustíveis sólidos pode viabilizá-la economicamente, em capacidades bem menores, devido à existência de combustíveis nativos mais baratos.

As observações anteriores se aplicam a centrais a vapor de condensação que produzem apenas eletricidade. As centrais de vapor para processo ou com cogeração requerem considerações em separado.

Na região Norte, além da lenha pode haver possibilidade de utilização de outros combustíveis mais baratos, tais como os óleos ultra-viscosos, mas em princípio o maior destaque cabe à lenha devido não só a seu preço, mas devido à mão de obra local exigida, e a não exigência de transporte a grandes distâncias.

A madeira (lenha) teve importante participação na matriz energética de muitos países, sendo que seu uso energético vem se reduzindo progressivamente, seja pelo esgotamento das matas naturais, cujos custo de exploração são bastante baixos, seja pela introdução de novas tecnologias, onde outros energéticos são empregados, principalmente

neste caso os derivados de petróleo (óleo combustível para caldeiras e queimadores e GLP para cocção).

Entretanto, para se ter uma idéia do custo deste energético, no início de 1993, no Estado de São Paulo, a lenha podia ser adquirida, segundo a Agência para Aplicação de Energia, vinculada as empresas energéticas do Estado, a um preço médio de US\$ 8,34/m st (metro estéreo, que equivale a 0,7 m<sup>3</sup> de volume real), o que representa um custo de US\$ 1,55/GJ).

Estudo realizado pela CHESF sobre a viabilidade de implantação de unidades termelétricas a madeira no Nordeste do Brasil indicou um custo médio para a madeira de US\$ 5,55/GJ. Este estudo apontou também para um custo de geração de eletricidade entre US\$ 32 e US\$ 55/MWh, um valor competitivo com os custos marginais de expansão do setor hidrelétrico brasileiro, atualmente na casa dos US\$ 30/MWh (médio para todo o país), e com previsão de situar-se entre US\$ 40 e US\$ 50/MWh no início do próximo século, podendo chegar a US\$ 60/MWh na segunda década.

As características mais importantes da lenha são sua estrutura, seu teor de umidade, sua massa específica e seu poder calorífico.

A madeira recém-cortada possui um elevado teor de umidade, chegando até a 60% ou 70% dependendo da espécie e da época do corte. Após seca ao ar durante pelo menos três meses, a umidade cai para 15% ou 20% (umidade de equilíbrio) dependendo da temperatura e umidade relativa do ar ambiente.

Sob o ponto de vista de sua aplicação como combustível, a umidade é a característica mais importante da lenha, contribuindo para baixar seu poder calorífico não só por causa da menor proporção de material combustível mas também devido à maior quantidade de água a evaporar. Quanto mais umidade na lenha, menor eficiência de combustão, pois uma parte do poder calorífico é usada para evaporar a água.

Entre as diversas alternativas para obtenção da madeira como combustível, duas têm merecido maior destaque: implantação de florestas específicas para fins energéticos e aproveitamento dos resíduos da exploração florestal e do processamento mecânica da madeira (serragem e aparas).

A lenha pode ser queimada em toras, torretes ou cavacos. A queima de toras é um método de baixa eficiência térmica devido à pequena superfície de contato entre o combustível e o ar de combustão. A queima em cavacos pode ser feita de várias maneiras,

sendo aconselhável que o equipamento de queima seja projetado de acordo com o especificado.

A lenha apresenta alguns inconvenientes para seu uso como combustível, tais como:

- a madeira já possui uma série de outras aplicações como matéria prima para a indústria de celulose, móveis, química, construção etc; o que torna sua disponibilidade problemática;
- nos processos de extração há o perigo do desmatamento desenfreado com todos os inconvenientes climáticos, aumento de erosão, extinção de espécies, etc;
- embora seja possível armazenagem em espaço livre e aberto, a lenha, como todo combustível sólido, apresenta problemas tanto no transporte, como no manuseio e estocagem;
- a combustão da madeira desperdiça elementos voláteis, importantes para outras indústrias, e que poluem o ambiente;
- irregularidade no fornecimento, devido à sazonalidade de sua colheita.

O potencial madeireiro do Estado do Amazonas, dos dois tipos principais de florestas, ou seja, matas de várzea e matas de terra firme (aqui incluídas também as florestas super-úmidas de terra firme do Alto Amazonas), segundo Pandolfo [25], apresentam um volume de madeira de acordo com o quadro 3.1.

Quadro 3.1. Potencial de madeira no Estado do Amazonas.

Tipo de floresta	Potencial médio (m <sup>3</sup> /ha)	Volume médio comercializável (m <sup>3</sup> /ha)	Volume médio lenhoso não comercializável (m <sup>3</sup> /ha)
Terra firme	178	60	118
Várzea	90	30	60

Os volumes constantes desse quadro constituem somente a quantidade de madeira contida no fuste comercial das espécies arbóreas. A totalidade da fitomassa das florestas amazônicas inclui toda a matéria orgânica vegetal: galhada, folhas, casca, raiz, vegetação interior, etc. Segundo alguns autores é possível encontrar 475 toneladas por hectare de fitomassa absolutamente seca para a floresta de terra firme, em alguns lugares do estado, como por exemplo próxima a Manaus e à margem da Estrada Manaus-Itacoatiara.

A partir desse valor e conferidos à fitomassa um poder calorífico muito conservador de 2.766 Kcal/kg, temos em toneladas equivalentes de petróleo - T.E.P. = 18.854.481.000 e em barris equivalentes de petróleo: B.E.P. = 141.410.000.000.

Essa quantidade imensa de energia seria obtida considerando-se o valor calorífico da fitomassa em toda a extensão do Estado do Amazonas, tendo apenas um significado acadêmico-aritmético.

Em termos de geração de energia, fixando-se um valor de  $200\text{m}^3$  como um volume confiavelmente extraível de qualquer formação florestal amazonense, explorando-se 50% da extensão florestal do Amazonas, fixando-se agora um poder calorífico de apenas 2.500 Kcal/kg para a madeira, um consumo específico de 2t de madeira por MW, fator de carga de 50% e madeira com cerca de 40% de umidade, obtêm-se 57.078 MW de potência instalada.

Essa imensa potência é perfeitamente exequível de implantação do ponto de vista técnico, no entanto as premissas determinantes para o potencial disponível devem ser as necessidade energéticas reais da região.

Apesar do enorme potencial de lenha da região Amazônica poucos são os registros das experiências com termelétricas a lenha no Estado do Amazonas. Sabe-se que essa tecnologia foi utilizada em algumas localidades, há vários anos atrás, sem no entanto ter ficado registros que possibilitem avaliar sua adequação para este estado.

A Companhia Energética do Amazonas - CEAM, em 1984 desenvolveu um plano de investimento em Pequenas Unidades Termelétricas a Lenha - UTLs, o qual contemplava a construção de 12 UTLs com uma potência média por unidade de 5 MW, sendo portanto a potência total de 60 MW. A área total de florestas necessárias para suprir a demanda de lenha dessas 12 UTLs, durante 15 anos, estava prevista em 81.000 ha, correspondendo a 0,05% da superfície do Estado do Amazonas.

Dos projetos previstos somente um, denominado UTL- Manacapuru, foi iniciado. Seu início se deu em janeiro de 1987, com previsão de usar como combustível a lenha picada, proveniente de 28.300 ha de floresta, devendo ter uma potência instalada de 12 MW (2 x 6 MW). O projeto foi paralisado em janeiro de 1990, já tendo sido investidos 20 milhões de dólares, pelo fato de haver incertezas quanto aos impactos ambientais que ocorreriam na área, além da falta de recursos financeiros.

Outra experiência com máquina a lenha na região, foi quando da instalação de uma unidade para dar apoio as obras da hidrelétrica de Balbina, sobre a qual não existe registros de informações técnicas oficiais. Sabe-se também da tentativa do exército brasileiro em utilizar térmicas a lenha quando do início do Projeto Calha-Norte e devido aos problemas

encontrados, principalmente pela rejeição por parte dos operadores, optaram pela instalação de pequenas centrais hidrelétricas, cuja operação vem sofrendo problemas de natureza semelhante aos verificados quando do uso de máquinas a vapor.

Sendo assim, fica claro que as tentativas de utilização de unidades termelétricas a lenha no Amazonas, se deu de maneira incipiente e sem a preocupação em identificar e solucionar os problemas decorrentes de sua utilização.

É importante neste momento tecer alguns comentários sobre a lenha, enquanto insumo energético.

A lenha é formada principalmente a partir do dióxido de carbono do ar e da água (umidade) contida no solo. Ao ser utilizada em processos energéticos, onde se procura recuperar a energia solar que foi “armazenada” na biomassa, na grande maioria dos casos os compostos resultantes são praticamente apenas  $\text{CO}_2$  e água, que retornam a atmosfera, fechando o ciclo.

Desta maneira, os impactos ambientais causados pelo aproveitamento energético racional da lenha são bastante reduzidos, pois trata-se de um ciclo fechado, cuja fonte de energia é o sol, que se encontra fora do sistema onde a energia foi utilizada, ou seja, na Terra.

Mesmo assim, nem sempre o aproveitamento deste energético se dá de maneira racional provocando-se alterações e problemas ambientais consideráveis. Por exemplo, o corte indiscriminado de florestas naturais, cujo tempo de reposição não é respeitado, tem provocado o esgotamento destes recursos naturais, a erosão e a desertificação do solo, etc. Aliás, este problema tem sido verificado em muitas áreas da Amazônia e é motivo de preocupação constante de pesquisadores, ambientalistas e autoridades responsáveis.

Em alguns casos, mesmo o uso de métodos racionais e um planejamento adequado, alguns problemas ambientais tem sido observados. Nestes casos, como exemplo, pode-se citar as alterações da fauna local em regiões de monocultura de eucalipto, seja para fins energéticos ou para a indústria de papel e celulose. A ausência de frutos nesta espécie vegetal provoca a migração e o desaparecimento de aves e outros animais, alterando sobremaneira o ecossistema local, em alguns casos permitindo a proliferação desproporcional de alguns tipos de insetos.

Alguns outros problemas são de origem cultural, uma vez que o setor agrícola em muitos países, principalmente nos subdesenvolvidos, apresenta grande resistência à

utilização de métodos e técnicas melhoradas e mais racionais de cultivos, praticando ainda métodos muito antigos e muitas vezes pouco eficientes, desenvolvidos em épocas onde a preocupação ambiental era pouca ou inexistente. Para exemplificar, pode-se citar as tradicionais queimadas para preparo do solo, ainda hoje muito utilizadas, mesmo em setores agrícolas mais “modernizados”, como é o caso do setor sucro-alcooleiro no Brasil. A prática das queimadas, além de desperdiçar parte da biomassa disponível, provoca uma grande emissão de material particulado, com impacto considerável a atmosfera e ao meio ambiente. Este tem sido outro problema freqüente na região Amazônica, onde as queimadas tem provocado preocupação inclusive a nível internacional.

Sabe-se, através de experiências realizadas em outros regiões e países, de alguns inconvenientes quando da implantação de termelétricas a lenha, tais como a influência na “taxa de carbono” na atmosfera pela queima da biomassa ou de combustíveis derivados desta, ou ainda do efeito das cinzas, nome genérico dados aos materiais inertes que, como tal, não participam da combustão, porém ou se acumulam nos equipamentos, exigindo sua remoção, ou são carregados pelos gases de combustão incrustando-se nas superfícies ou poluindo o ambiente.

Sabe-se também que a água, além de não tomar parte na combustão, absorve parte do calor para formar vapor, constituindo-se numa perda térmica. Tem efeito corrosivo e, conjugada com os sedimentos, pode causar inconvenientes aos equipamentos.

A seguir serão apresentados alguns aspectos técnicos relevantes para este estudo das centrais de turbina a vapor.

Para a geração de corrente alternada, a velocidade das turbinas acopladas diretamente deve, é claro, ser uma fração integral da velocidade síncrona, isto é, 3000 ou 1500 rpm para suprimento de 50 ciclos; 3600 ou 1800 rpm para suprimento de 60 ciclos. Para grupos de 5 MW de capacidade ou menos, entretanto, as velocidades mais altas da turbina são mais convenientes ao projetista por razões técnicas, e a engrenagem se torna necessária. As típicas velocidades rotacionais de turbinas a vapor para grupos de engrenagem são de 5000 rpm para um grupo de 5 MW e de 10000 rpm para um grupo de 750 kW. Para grupos acoplados diretamente, a velocidade síncrona (3000 ou 3600 rpm) é economicamente preferível à meia velocidade síncrona (1500 ou 1800 rpm), exceto para máquinas relativamente grandes com baixas pressões de admissão; isto se deve principalmente ao maior volume e peso das máquinas de baixa velocidade. Às vezes são

necessárias turbinas de meia velocidade síncrona, onde volumes muito grandes de vapor de escape tem que ser manuseados, já que a área necessária do anel de escape pode ser obtida somente pelo aumento do diâmetro da turbina, e isto não pode ser feito sem esforço excessivo das pás a menos que a velocidade rotacional seja reduzida.

Com a convencional turbina a vapor existe um "estator" com pás fixas e um "rotor" com pás móveis. O vapor flui axialmente de uma extremidade da turbina para a outra, passando alternadamente através de pás fixas e móveis. Existe uma interessante variante da turbina a vapor, conhecida como projeto de Ljungstrom, que não tem estator (exceto às vezes, para os estágios de baixa pressão), mas, dois rotores funcionando em direções opostas. O vapor entra no sistema de pá da turbina a partir do meio, e flui radialmente para fora. Permitindo-se que cada rotor gire à velocidade síncrona, por exemplo, 3000 rpm, pode-se obter uma velocidade rotacional relativa entre os dois sistemas de pás de duas vezes a velocidade síncrona, por exemplo, 6000 rpm. Esta alta velocidade relativa resulta num projeto extremamente compacto e eficiente. Cada rotor está diretamente acoplado a um alternador de metade da capacidade nominal total da máquina, e os dois alternadores são sincronizados um com o outro. Deste modo, a velocidade de cada motor pode ser mantida ao mesmo valor, embora no sentido oposto.

O rendimento de uma turbina a vapor dependerá bastante da pressão e temperatura do vapor suprido a ela. Altas temperaturas e pressões são tendenciosas a altos rendimentos, mas elas também são tendenciosas a altos custos capitais. Assim, a escolha de condições do vapor é em grande parte uma questão de compromisso entre estes interesses conflitantes. Com pequenas turbinas não é econômico usar pressões e temperaturas muito altas, mas com centrais de vapor de tamanhos maiores torna-se crescentemente vantajoso adotar valores maiores. Como grosseira aproximação pode-se tomar que para um dado tipo de máquina (arranjo de cilindro, etc), o consumo de combustível será reduzido em 1% para cada 16°C de temperatura do vapor e mais 1% para cada 10% de aumento da pressão do vapor. Para quaisquer dadas condições do vapor, o consumo de combustível também é reduzido em cerca de 0,5% para cada dobro do tamanho do grupo. Na faixa muito grande de capacidade torna-se econômico reaquecer o vapor após ele ter se expandido parcialmente através da turbina antes de readmissão aos estágios inferiores de pressão da turbina. O reaquecimento não só resulta em rendimento melhorado; ele também reduz o desgaste nas pás da turbina pela secagem do vapor que de outro modo estaria tão úmido na extremidade de pressão

baixa que causaria severa erosão. O custo do reaquecimento não é normalmente justificado, exceto para turbo-grupos muito grandes de cerca de 100 MW ou mais.

Comercialmente, existem turbinas que operam com pressões desde 20 kgf/cm<sup>2</sup> até 50 kgf/cm<sup>2</sup>, condição supercrítica. A classificação conforme as pressões de trabalho de uma turbina a vapor é:

Baixa	- até 2 kgf/cm <sup>2</sup>
Média	- de 2 a 40 kgf/cm <sup>2</sup>
Alta	- de 40 a 170 kgf/cm <sup>2</sup>
Muito alta	- de 170 a 225 kgf/cm <sup>2</sup>
Supercrítica	- acima de 225 kgf/cm <sup>2</sup>

Nas pressões supercríticas, a transição de água para vapor ocorre sem haver uma mudança brusca no volume específico. Nesta condição de trabalho existe uma economia de combustível devido ao aumento de eficiência, entretanto, existem custos de capital exigidos. A caldeira, todo o sistema de transmissão de vapor e as turbinas capazes de operarem nesta condição assumiram custos muito elevados, diluindo assim, as vantagens energéticas. Atualmente, a tendência é a operação pouco abaixo da pressão supercrítica.

As turbinas operam desde 200°C até 600°C, nas centrais menores e menos sofisticadas e centrais de maior porte respectivamente. A limitação de 600°C é imposta pela caldeira, a qual poderia apresentar problemas de corrosão. Isto até que poderia ser resolvido, mas o custo seria impraticável.

O desempenho da turbina a vapor é sensível à contra-pressão. Uma turbina a vapor que descarrega na atmosfera é muito ineficiente, mas a provisão de um condensador (que possibilite que a turbina descarregue num vácuo) pode reduzir o consumo de combustível em talvez 40%. A contra-pressão no condensador dependerá dos equipamentos de refrigeração disponíveis, e a contra-pressão econômica ótima só pode ser determinada fazendo-se um estudo das condições locais. As vantagens econômicas da contra-pressão reduzida tem que ser ponderadas contra os custos de equipamentos de refrigeração mais caros - maiores condensadores, bombas, tubos e talvez torres de refrigeração.

À despeito da ineficiência da descarga à atmosfera, existem certas circunstâncias onde pode ser preferível agir assim.

Exceto onde as turbinas descarregarem na atmosfera, são requeridas grandes quantidades de água de refrigeração para passar através dos condensadores das plantas de vapor. A quantidade de água desta forma requerida numa estação convencional varia muito, sendo que o volume necessário por MW gerado diminui com o aumento da capacidade das centrais. Quando uma estação estiver localizada perto de um rio, um estuário ou a beira-mar, normalmente será econômico bombear a totalidade desta água através do condensador e descargá-la fora (em um ponto onde a descarga aquecida não se misturará com a admissão fria). Às vezes não é conveniente localizar uma estação próxima a um grande corpo de água natural; ou onde isto pode ser feito, as condições físicas do solo podem, às vezes, ser tais que o custo das obras de admissão e descarga seja muito alto. Sob estas condições, a água de refrigeração pode ser circulada continuamente através do condensador e através de uma torre de refrigeração, e os requerimentos de água serão desta forma reduzidos realmente a "composição", que pode ser de apenas 1,5 a 2,5% da quantidade circulada. Onde for possível a refrigeração com água do rio, a relação entre a quantidade de água e o vácuo obtido dependerá da temperatura natural do rio.

A refrigeração por meio de torres de refrigeração, normalmente será mais cara em dispêndio de capital do que por meio de água do rio direta, e dará um vácuo pior. Portanto, deve-se preferir a refrigeração direta, porém pode não haver locais adequados disponíveis especialmente para grandes estações.

O tamanho do condensador também influenciará o vácuo obtível. Para grupos muito pequenos freqüentemente vale restringir o tamanho do condensador ao invés de procurar um vácuo muito alto; uma contra-pressão de  $1/4$  a  $1/3$  de uma atmosfera pode até bastar. Condensadores são quase invariavelmente do tipo superfície, as únicas exceções sendo onde não se requer recuperação de água de adução (como em central geométrica) ou onde o condensado é refrigerado numa torre de refrigeração seca. Para estes casos excepcionais pode-se usar um condensador tipo jato, no qual o condensado e a água de refrigeração se misturam. Os condensadores a jato são mais baratos do que os condensadores de superfície e eles possibilitam que se mantenha uma menor diferença de temperatura terminal.

Desta forma o custo de uma central a vapor, bem como seu desempenho, é influenciado por diversos fatores complexos relacionados ao sistema de refrigeração, principalmente o tipo de refrigeração e as condições climáticas. Na região Norte, não se

pode pensar em torres de refrigeração, devido à abundância de água e também devido ao seu custo elevado de refrigeração.

O rendimento de um ciclo de vapor pode ser melhorado pelo sangramento de pequenas quantidades de vapor a sucessivos pontos numa turbina, e pelo uso do vapor sangrado para aquecer a água de adução durante sua passagem do condensador para o economizador da caldeira. A parte das considerações de rendimento, é aconselhável aquecer a água de adução a fim de evitar corrosão no economizador, o que resultaria da condensação no lado de fora dos tubos se a água de adução fosse admitida a uma temperatura mais baixa do que o ponto de orvalho do gás combustível. A quantidade de vapor sangrado e o número de pontos de extração, ou estágios de sangria é determinada pelas considerações termodinâmicas e econômicas. Para grupos menores de 10 MW, normalmente são adotados menos de 3 estágios de aquecimento de adução, e absolutamente nenhuma para grupos muito pequenos ou onde o combustível seja extremamente barato ou os fatores de carga muito baixos. Quanto mais alta temperatura de admissão do vapor para a turbina, mais alta será a temperatura à qual pode-se elevar a água de adução, mas a temperatura de alimentação final deve ser selecionada a um número que não resulte num economizador muito caro, já que para um dado rendimento a área de superfície do economizador aumentará conforme a temperatura de entrada de alimentação se eleva. A temperatura final da água de adução exerce uma apreciável influência sobre o rendimento do ciclo.

Embora quase qualquer combustível possa ser queimado em caldeira para gerar vapor para uso em turbinas, o custo capital da planta pode ser consideravelmente afetado pela natureza do combustível escolhido.

Para queimar carvão é necessário ou equipar a caldeira com grelhas mecânicas ou, como é mais comum com centrais médias ou grandes, providenciar pulverizadores. No último caso, freqüentemente também é necessário providenciar planta de trituração e secagem. As estações de queima de carvão requerem elaborados equipamentos de manuseio e armazenagem, planta de remoção de cinzas e às vezes (especialmente com combustível pulverizado), equipamento de extração de poeira.

O óleo combustível é mais barato de manusear e armazenar do que o carvão, e o equipamento de disparo é simples. Não é necessário planta de cinzas.

Algumas centrais são projetadas para disparo duplo de combustível para maior flexibilidade; isto também pode afetar os custos capitais.

Os produtos vegetais residuais (por exemplo, bagaço, cascas que caem no chão, casca de arroz, palha, etc) são às vezes queimados em caldeiras para suprimento de vapor à pequenas plantas de vapor. Estes combustíveis requerem equipamentos de armazenagem muito volumosos e meios especiais de disparo.

Um outro aspecto do combustível é o risco de explosões da fornalha durante queima de gás, óleo ou carvão pulverizado quando a chama se perdeu e então foi restaurada. É muito importante que os auxiliares da caldeira sejam adequadamente treinados para evitar este perigo.

A escolha do combustível dependerá fundamentalmente das seguintes condições:

- disponibilidade local;
- preço;
- custos de capital;
- conservação de moeda estrangeira;
- fator de carga;
- tecnologia de manuseio
- fator de escala.

Muitas vezes, o caminho escolhido considera, primeiramente o combustível, para depois sim, adequar o tipo de central. É evidente que a escolha do combustível passa por uma seleção de aspectos favoráveis ou não, assim, a decisão do uso de um determinado combustível requer uma minuciosa análise dos custos envolvidos atendendo um nível de confiabilidade aceitável.

O rendimento de uma turbina a vapor depende principalmente do tamanho da central, das condições do vapor, da contra-pressão, e dos arranjos de aquecimento da água de adução. As condições do vapor e os arranjos de adução-aquecimento tendem a depender do tamanho da central, e a contra pressão é função dos equipamentos de refrigeração, quer dizer, do tamanho e tipo de condensador, quantidade e temperatura da água de refrigeração, e (indiretamente) das condições climáticas. Desta forma o rendimento da turbina depende principalmente das condições da água de refrigeração e do tamanho da planta.

O rendimento total de uma central depende não só daquele da planta do turbo-alternador, mas também daquele da planta da caldeira, e o últimos (dentro de limites) pode

ser variado pelo projetista de acordo com a quantia de superfície de aquecimento embutida. O rendimento da caldeira e o preço da caldeira são, desta forma, interdependentes. Onde os custos de combustível são altos, ou onde o fator de carga é alto, vale a pena instalar uma planta de caldeira mais cara, porém mais eficiente.

O rendimento, é claro, dependerá da carga da central. Muitos turbo-alternadores são projetados para dar rendimento ótimo à cerca de 80% de carga, embora grupos de carga base destinados a funcionarem continuamente à saída plena (por exemplo para estações geotérmicas) possam ser projetados para dar desempenho ótimo à 100% de carga.

O espaço de construção requerido para acomodar uma central de vapor pode variar bastante de acordo com o tipo de construção, quer dizer de acordo com, se a planta é completamente alojada ou se parte da planta é de construção "externa". As centrais que têm sido construídas praticamente com sua totalidade exposta ao céu, são comparativamente raras e são confinadas a locais onde o clima seja favorável. Centrais com planta de caldeira externa, entretanto, são mais frequentemente encontradas. Os requerimentos de construção de estações de caldeira/turbina a vapor completamente alojadas normalmente variam de cerca de  $0,14 \text{ m}^2$  por quilowatt instalado para pequenas centrais à cerca de  $0,02 \text{ m}^2$  por quilowatt para centrais muito grandes, respectivamente e os números para centrais muito pequenas poderiam ser apreciavelmente maiores.

A área total de uma central de vapor, incluindo a armazenagem de combustível, desvios, sistema de água de refrigeração e assim por diante, pode variar enormemente. Onde a terra é cara a área local pode às vezes, com projeto cuidadoso, ser reprimida a cerca de 4 ou 5 vezes as áreas de construção citadas acima, mas onde a terra é barata pode ser possível um layout mais conveniente e espaçoso de talvez 10 ou 20 vezes a área de construção.

Existe uma variedade de modelos e tipos de turbinas a vapor, caldeira e acessórios, adequados a uma ou outra aplicação específica, com potências variando desde algumas centenas de kW até algumas de MW.

### 3.4. *Geração fotovoltaica*

Os dispositivos fotovoltaicos convertem luz solar diretamente em eletricidade usando um método que apresenta diferenças fundamentais das máquinas de calor usadas em quase todos os outros modos de geração de eletricidade. Mesma a geração eólica é

proveniente de uma máquina de calor, a qual opera por diferença de calor solar na atmosfera. Os módulos fotovoltaicos não têm necessidade de partes móveis, operam em repouso sem emissões, e possuem vida útil longa com pequena ou nenhuma manutenção. A maior barreira para proliferação dos equipamentos fotovoltaicos é seu alto custo.

São muitas razões para otimismo com relação a redução dos custos. A eficiência de equipamentos fotovoltaicos comercial é quase metade da eficiência das células demonstradas recentemente a testes de laboratórios.

Atualmente, devido ao ainda elevado custo das células fotovoltaicas, o uso da energia solar para a produção direta de energia elétrica é restrito a algumas situações e locais, em regiões distantes das redes elétrica, onde o custo de construção de linhas de transmissão até estas localidades seja desvantajoso em relação aos custos da energia fotovoltaica.

No Brasil, considerando-se a extensa rede de distribuição de energia elétrica e sua interligação entre diversas regiões do país, o uso de painéis solares fotovoltaicos tem sido compensador apenas para a alimentação de transmissores de rádio situados em locais de difícil acesso, bóias marítimas de sinalização e em postos florestais, onde recentemente foram implantados alguns sistemas.

No Estado do Amazonas, as aplicações de painéis fotovoltaicos se verificam para alimentação de sistemas de telefonia rural e para iluminação de alguns sítios.

Após o chamado Primeiro Choque do Petróleo (1973) e durante aproximadamente uma década, muito se estudou de energia solar nas universidades e institutos de pesquisa brasileiros, mas muitos programas e mesmo inúmeros sistemas já instalados foram abandonados quando os preços do petróleo voltaram aos níveis anteriores. Atualmente tem-se apenas o uso de coletores planos em residências de pessoas de alto poder aquisitivo, e o uso de painéis fotovoltaicos em aplicações específicas (sinalização marítima, telecomunicações) e em localidades remotas.

Algumas universidades continuam seus programas de pesquisa e desenvolvimento, hoje sem o apoio financeiro anterior, onde se destacam os trabalhos das Universidades Federal de Pernambuco (Departamento de Energia Nuclear), Federal do Rio Grande do Sul (Grupo de Energia Solar) e Federal do Rio de Janeiro (Programa de Engenharia Mecânica - COPPE) nos coletores planos e concentrados e das Universidades Estadual de Campinas (Laboratório de Conversão Fotovoltaica - Inst. de Física), de São Paulo (Laboratório de

Microeletrônica - Escola Politécnica) e Federal do Rio de Janeiro (Laboratório de Estudos de Semicondutores e Interfaces - COPPE) na pesquisa das células solares.

Na região de Manaus deve-se salientar os trabalhos realizados no Instituto Nacional de Pesquisas da Amazônia - INPA, que no mesmo período realizou importantes estudos sobre várias opções energéticas, incluindo a análise do desempenho local de aquecedores solares.

Em termos industriais e comerciais, existem várias empresas fabricantes, fornecedoras e instaladoras de coletores planos no país. Em geral são pequenas e médias empresas que se dedicam a fabricar e comercializar estes equipamentos, não existindo grande fornecedores mesmo a nível mundial, fato este que se deve à relativa facilidade de construção e instalação dos sistemas de aquecimento solar.

Quanto aos sistemas fotovoltaicos, a empresa Heliodinâmica é a única a fabricar no país células de silício mono e policristalino, apresentando uma linha de equipamentos para refrigeração, iluminação, geração de energia em locais remotos, etc.

A tabela 3.2 relaciona alguns dos principais fabricantes de coletores planos no Brasil.

Tabela 3.2. Fabricantes de coletores planos no Brasil.

Fabricante	Localização	Tecnologia
TUMA Industrial Ltda	Belo Horizonte - MG	Tradicional
COLSOL Col. Solares	Indaiatuba - SP	Tradicional
SOLETROL En. Solar	São Manuel - SP	Tradicional
UNIPAC Ind. Com.	Pompeia - SP	Estrutura de plástico
Aq. CUMULUS Ind. Com.	São Paulo - SP	Tradicional
REFLEX Eng. Ind. Com.	Araraquara - SP	Tradicional
HELIOTEK Maq. Eq.	São Paulo - SP	Tradicional
TRANSEN Ind. Com.	Birigui - SP	Tradicional

A viabilidade econômica do uso residencial de coletores planos depende de inúmeros fatores, mas principalmente da demanda prevista de água quente, da localização geográfica da residência, do custo da energia elétrica da rede, e da disponibilidade e do custo do gás natural ou GLP, concorrentes com o uso dos coletores.

O fator demanda normalmente implica em custos unitários (por m<sup>2</sup> de coletor ou por unidade de energia fornecida pelo sistema) menores para demandas maiores, uma vez que os sistemas de controle, válvulas, tribulações, etc., podem ser utilizados para vazões superiores, e quando necessitam ser trocados, em geral são proporcionalmente mais

baratos. Portanto, os coletores são mais competitivos em residências com grande número de pessoas, como é o caso de Manaus, onde residências com 4 a 6 pessoas representam 51% dos domicílios, ou que necessitam de maiores quantidades de água quente devido ao uso freqüente de banheiras, torneiras de água quente, etc. É fácil perceber-se então que vantagens adicionais serão obtidas no caso de hotéis e prédios residenciais.

O fator localização geográfica influi no tamanho da área dos coletores uma vez que, para a mesma quantidade de água quente a ser produzida, regiões de maior insolação exigirão menores áreas, ocorrendo o contrário em regiões de latitudes mais elevadas.

Para a avaliação dos custos, os fabricante ou fornecedores destes equipamentos normalmente possuem os dados sobre seus sistemas, de forma a dimensioná-los de acordo com a demanda do cliente, e de onde serão instalados. Uma vez conhecido o custo do equipamento, a sua competitividade ou não frente à energia elétrica poderá ser verificada, em primeira instância, comparando-se o custo do investimento com o gasto de energia elétrica a ser evitado durante o tempo de vida útil do equipamento. Ou ainda, calculando-se em quantos anos o sistema estará pago com a energia elétrica economizada.

Apenas para referência, deve-se citar que atualmente no Brasil pode-se adquirir painéis fotovoltaicos entre US\$ 5 e US\$ 6 por Watt-pico (potência máxima verificada com o sol em zênite - sol à pino - em dia claro, que corresponde a  $1000 \text{ W/m}^2$ ), que estão na mesma ordem de grandeza dos custos verificados no exterior.

Em todo o Brasil outros fatores interferem no uso destes sistemas. Dado o baixo poder aquisitivo dos brasileiros em geral, mesmo sendo economicamente vantajoso este investimento para uma boa parte da população, apenas uma pequena minoria de maior renda pode dispor deste capital. Como até o momento não tem havido programas de incentivo ao uso destes sistemas, nem linhas de financiamento específicas para este fim, como ocorreu nos países com elevado número de coletores solares residenciais, como Israel e Austrália, no Brasil o uso destes equipamentos continua restrito a um pequeno número de usuário, de alto poder aquisitivo.

Para uso industrial, os coletores solares são aplicáveis em situações onde ocorre o uso de água quente até  $800^\circ\text{C}$ . No caso do uso de vapor, o sistema não é competitivo e, mesmo como pré-aquecimento de água, na maioria dos casos não é vantajoso, uma vez que neste caso o grande gasto de energia é na vaporização da água (85% da energia total) e não na elevação de sua temperatura até o ponto de ebulição (15%).

Os impactos ambientais diretos do uso da energia solar, ou seja, aqueles impactos provocados durante a operação dos sistemas ou equipamentos, são praticamente nulos. Os arranjos de coletores planos, concentradores ou painéis fotovoltaicos não emitem qualquer espécie de substância, energia ou ruídos, causando apenas um impacto visual sobre a paisagem quando da construção de sistemas de grande porte.

A possibilidade de se dividir a utilização desta fonte de energia em unidades menores também representa um aspecto positivo desta tecnologia, evitando-se grandes linhas de transmissão ou centrais de grande porte.

Quanto aos impactos indiretos, aqueles provocados durante a fabricação dos sistemas ou pelos rejeitos resultantes da substituição ou renovação dos componentes, há neste caso uma grande diferenciação: enquanto estes impactos são praticamente inexistentes no caso dos coletores planos ou concentradores, construídos de materiais tradicionais (vidro, alumínio, cobre), na sua maioria recicláveis, o mesmo não acontece com os painéis fotovoltaicos. Baseados na tecnologia do silício., a fabricação das células solares demandam grandes quantidades de energia em todas as etapas de sua fabricação, o que significa impactos ambientais na geração dessa energia.

Além disso, a dopagem dos semicondutores, onde em muitos casos são utilizados materiais altamente tóxicos como a fosfina, provoca a emissão de gases tóxicos. Apesar de não haver ainda hoje uma utilização tão grande de células solares que a justifique, espera-se que a reciclagem do silício não represente um problema adicional.

### **3.5. Termelétrica a gás natural**

O mercado internacional é relativamente muito mais ativo que o interno, pois no Brasil a geração hidrelétrica é predominante, em oposição ao quadro geral da maioria dos outros países. Entretanto, quando se pensa em escalas de geração adequadas as demandas típicas de energia elétrica do interior do país, pode-se dizer que o Brasil possui um bom leque de fornecedores, desde os componentes, até o sistema "tur key".

As principais empresas que produzem a turbina a vapor no Brasil são:

- Equipe Indústria Mecânica Ltda;
- Turbinas S.A.;
- General Electric do Brasil;
- Dedini S.A.;

- Texas S.A.

A empresa AKZ, por exemplo, já acumula um total de 704 turbinas instaladas, incluindo 48 turbinas instaladas na União Soviética, Jamaica e República Dominicana. As principais demandas provem dos setores sucroalcooleiros e de papel e celulose.

Como no exemplo, os outros fabricantes também acumulam muitas experiências propiciando assim, um bom estágio tecnológico no país.

Turbinas a gás de 2000 kW foram fabricadas em 1933 e nesta época o destaque era a aplicação na propulsão de aviões. A propulsão turbojato permitiu os primeiros vôos em torno de 1939 graças às contribuições de Frank Whittle e Von Ohain. Desde então, o desenvolvimento das turbinas a gás apoiado firmemente em objetivos militares, teve avanços espetaculares, atingindo altos rendimentos e elevada confiabilidade.

Durante os quinze primeiros anos, após a 2ª grande guerra, o desenvolvimento da turbina a gás para aplicações industriais passou por várias etapas. Muitos fabricantes desenvolveram modelos que não foram totalmente bem sucedidos e a reputação das turbinas a gás despencou, a despeito de excelentes máquinas produzidas. Os modelos mal sucedidos foram retirados do mercado e os fabricantes passaram a se dedicar em modelos mais consolidados com aplicações em vários campos.

Os geradores para a turbina a gás são ora produzidos em grandes tamanhos bem em excesso de 150 (MW), porém, pode-se também obter várias máquinas de menor porte dentro da faixa de potência na qual são feitas as centrais diesel.

Existem centrais de "ciclo aberto" e "ciclo fechado". O último tipo tem a vantagem de manter a turbina livre de depósitos de resíduos contaminantes, porém ele tem alto custo capital e é restrito a faixa de potência de muito pouca aplicação; pode-se considerar que este tipo está fora do escopo deste estudo. É a central de ciclo aberto que mais frequentemente consegue atratividade na geração de energia. Estas centrais de ciclo aberto podem ser construídas a um grau variável de complexidade, de acordo com os pesos relativos associados ao custo capital por um lado, e rendimento pelo outro. Centrais sofisticadas podem ser supridas de recuperadoras, inter-refrigeradores ou reaquecimento, ao passo que as centrais mais simples consistem de um simples ciclo direto do compressor, câmara de combustão e turbina. As diferenças nos custos de capital são dependentes das vibrações dos rendimentos, e o tipo de central mais adequada para uma tarefa particular, dependerá principalmente do preço do combustível e do esperado fator da central.

Embora além da faixa das pequenas centrais que são a principal preocupação deste estudo, é interesse registrar que nos anos recentes tem havido considerável desenvolvimento em vários países na produção de centrais baratas de rendimento moderado, principalmente, usadas para alimentação de cargas, com curta duração e para serviços auxiliares de emergência, embora com adequada redução de capacidade nominal elas também possam ser usadas para serviço contínuo. Estas centrais possuem capacidade de mais ou menos 15 a 20 (MW) e consistem de um ou mais motores a jato de aeronave padrão, cujos gases de escape são passados através de uma específica turbina de força (frequentemente referida como "turbina expansora") acionando um alternador. O motor a jato desta forma atua simplesmente como um gaseificador para suprir a turbina expansora, cujo totalidade de saída pode ser usada para geração de potência. Com outros tipos de central de turbina a gás, a maior parte da potência da turbina é absorvida no acionamento do compressor. Pelo uso de motores de avião produzido em série e possível obter uma instalação relativamente barata. Além do mais, pela colocação em paralelo de vários destes motores para alimentar uma turbina simples, uma ampla faixa de saídas de potências é obtível.

Com vários motores a jato alimentando uma simples turbina de potência, é possível substituir um motor dentro de algumas horas, desta forma simplificando o problema da manutenção da central. Também, com carga de pico, em centrais de turbina a gás do tipo de motor de aeronave, as vezes é arranjado para que o alternador seja usado como um condensador síncrono, quando não requerido para geração de energia. O motor a jato em associação com uma turbina expansora pode ser ligado e plenamente carregado rapidamente, mais rapidamente do que outros tipos de tuvo geradores a gás.

As centrais de turbina a gás, auto-contidas de ciclo aberto, com suas próprias câmaras de combustão são feitas em todos os tamanhos até mais ou menos 40 (MW). Em tamanhos maiores o campo é no presente mantido pelas combinações turbina a gás/motor do avião.

A despeito da conveniência inerente da turbina a gás para atender as cargas de pico, ela também tem um útil escopo para geração contínua de energia - especialmente onde o combustível for barato, os fatores de carga forem baixos ou a água for escassa. Em campos de óleo, onde o gás excedente às vezes é consumido nas chaminés, ou perto de refinarias de óleo onde existem combustível barato adequados, a turbina a gás pode ser usada economicamente para gerar potência a carga base a um alto fator de carga.

Como nos motores Diesel, às vezes é possível aumentar a utilização total da energia de calor do combustível - a uma proporção de 75 % ou por aí - por meio de recuperação do calor residual a partir dos gases de escape ( cogeração ).

A seguir, é apresentado o quadro 3.2 o qual resume as principais características das turbinas a gás.

Quadro 3.2. Resumo das principais características das turbinas a gás.

Combustível	Pode utilizar uma grande variedade de combustíveis líquidos e gasosos.
Tamanho	É extremamente compacta, possuindo a maior relação kW/m <sup>3</sup> .
Transporte	Pode ser facilmente removível de um lugar para o outro.
Operação	Possui funcionamento suave e sua operação é muito simples.
Tempo de partida	Pode ser ligada e carregada com grande rapidez.
Equipamento auxiliar	Possui poucos equipamentos auxiliares.
Refrigeração	Seus requerimentos de água de refrigeração são quase desprezíveis.
Rendimento	Seu rendimento é apenas moderado, mas pode ser elevado com dispêndio de capital.

Naturalmente, em uma central térmica a gás, é a turbina a gás o seu principal componente. Assim, várias destas características gerais podem ser diretamente extendidas à própria central e outras acabam acarretando complementações específicas.

O fato da turbina a gás ser compacta, faz com que os custos das obras civis correspondentes (edificação e fundações) se tornem atrativos e permite também que a central possa ser facilmente transportada. Desta forma, pode ser imputado a compactidade da turbina a gás, a facilidade com que estas centrais têm de ser móveis.

Como foi mencionado no quadro 3.2, a turbina a gás necessita de pouquíssima água de refrigeração, conseqüentemente esta pode ser instalada próxima ao centro de carga, sem depender de locais de ribeira ou de estuário e, naturalmente, os custos de refrigeração também são muitos baixos.

Para um melhor entendimento do campo de aplicação das turbinas a gás, diversos fatores técnicos serão abordados a seguir.

A potência de saída e o rendimento de uma turbina a gás podem ser melhorados pela introdução de certos aperfeiçoamento no ciclo. Estes aperfeiçoamentos podem ser isolados ou combinados em variáveis graus de complexidade. Primeiro, existe "reaquecimento", o

qual envolve a introdução de uma segunda carga de combustível nos gases após eles terem se expandido parcialmente na turbina. O propósito é elevar a potência de saída, e as vezes também melhorar o rendimento pela elevação da temperatura média de combustão. Este ganho em rendimento é, entretanto, possível apenas se a relação de compressão for suficientemente alta. Segundo, o ar pode ser refrigerado em um ou mais estágios intermediários de compressão de forma a melhorar o rendimento de compressão. Terceiro, parte do calor dos gases de escape pode ser recuperado num dissipador de calor e retornado ao ar antes de entrar na câmara de combustão. O grau ao qual este aperfeiçoamento pode ser justificado depende de fatores econômicos e de considerações de projeto. A inter-refrigeração pode normalmente ser justificada apenas para conjuntos de classificação de mais ou menos 10 (MW). A recuperação afeta o tempo requerido para partida de uma turbina a gás. Por exemplo, ao passo que uma turbina de ciclo aberto simples (não do tipo do motor a jato) pode ser operada a plena carga em torno de 5 a 12 minutos, uma planta recuperativa talvez precisaria de 3 ou 4 vezes mais tempo.

A turbina a gás pode ser do tipo eixo único ou eixo múltiplo. Com o tipo eixo único, monta-se uma turbina a gás e seu compressor no mesmo eixo, e o gerador elétrico é acionado ou diretamente ou através de engrenagem daquele eixo. Uma turbina a gás de dois eixos tem duas unidades de turbina separadas; uma é diretamente acoplada ao compressor de ar, e a outra - ou turbina de potência - é mantida num eixo separado o qual funciona à uma velocidade diferente e aciona o gerador elétrico. O tipo de eixo único é mecanicamente mais simples, pode ser operado até uma velocidade razoavelmente grande, tem menos mancais e tem melhor resposta de regulação à mudanças de carga; mas o tipo de dois eixos dá melhor rendimento a carga parcial.

Melhorias no desempenho podem às vezes ser introduzidas dividindo-se o compressor em duas ou mais unidades funcionando a velocidades diferentes, e isto significa o uso de três ou mais eixos. Uma variante bem compacta do arranjo de multieixos é o acionamento de eixo concêntrico, no qual dois compressores e suas turbinas de acionamento associados são montados coaxialmente sobre dois eixos, um passando através do outro de forma que a turbina externa aciona o compressor externo e a turbina interna aciona o compressor interno. As combinações de motor a jato/turbina expansora são, claro, de plantas de eixo múltiplo. Cada motor a jato pode ter um ou dois eixos (concêntricos), enquanto a turbina expandora e o gerador elétrico são montados em um outro.

A turbina a gás é essencialmente uma máquina de alta velocidade. Seu importante componente, o compressor de ar, também é uma máquina de alta velocidade. Com pequenas plantas de até mais ou menos 2000 (KW) a velocidade da turbina de potência excederá as convenientes velocidades síncronas do alternador, 3600 (rpm) para 60 ciclos e 3000 (rpm) para 50 ciclos de suprimento, e é necessário adotar um acionamento de engrenagens. A velocidade e arranjo do eixo de qualquer turbo-gerador a gás em particular serão escolhidos pelos projetistas dos fabricantes e formarão um aspecto intrínseco da planta; os fabricantes não oferecerão, como acontece com as plantas a diesel; uma ampla faixa de velocidade alternativas para os usuários escolherem ponderando os méritos rivais de grupos de alta e baixa velocidade.

Ao passo que fabricantes de térmicas a diesel normalmente podem oferecer um grande número de plantas de várias classificações, novamente pelo uso de diferentes números de arranjos de cilindros de diferentes tamanhos, os fabricantes de turbina a gás terão menos modelos para oferecer. Desta forma, com turbinas a gás haverá menos liberdade para exatamente casar o tamanho da planta ao serviço requerido, e isto as vezes significará que as turbinas a gás podem ter de operar ligeiramente longe de suas cargas de rendimento ótimo. Entretanto, com uma carga em expansão, isto normalmente é de significância secundária.

As turbinas a gás de ciclo aberto podem ser operadas na mesma ampla faixa de combustíveis que as térmicas a diesel, quer dizer, com gás natural, metano, certos gases industriais ou de produtos residuais (tais como de alto forno, gases de despejo ou de refinarias), óleos destilados leves e até em óleos pesados. Os combustíveis líquidos são convertidos em forma gasosa, para aceitação pela turbina a gás, queimando-os em ar comprimido numa câmara de combustão, a qual forma um componente essencial da planta da turbina a gás. O problema principal com os óleos residuais surge de seu conteúdo de cinzas, e já que a cinza deve passar com os gases de combustão através da turbina. A quantidade de cinzas deve ser baixa e, quimicamente, não deve conter ingredientes nocivos, que rapidamente danificarão as pás da turbina. Se uma turbina a gás é operada a uma temperatura razoavelmente baixa, certas formas de cinza podem aparecer nas pás como um depósito duro, que é difícil de remover e que provocará um rápido declínio do rendimento; porém, se funcionar a uma alta temperatura a cinza pode se formar como um fluido, e as pás serão eventualmente destruídas. Em alguns casos, entretanto, a cinza pode ser removida

pela lavagem. A adição de silício em quantidade adequada, a um combustível pesado tem o efeito de elevar o ponto de fusão da cinza, a qual pode as vezes ser compelida a passar pela turbina sem ser depositada nas pás.

O vanádio, sódio e enxofre são ingredientes particularmente danosos e, alguns combustíveis residuais que contém estes elementos não devem ser usados em turbinas a gás. Onde o vanádio somente está presente em quantidades apreciáveis, é aconselhável limitar a temperatura de entrada da turbina à 900° F (482°C) de forma que ele possa ser removida por lavagem com água. É claro que esta limitação afeta adversamente o rendimento. Combustíveis pesados, livres do vanádio, sódio e enxofre podem geralmente ser usados com segurança em turbinas a gás de todos os tamanhos, mas os fabricantes devem sempre serem supridos de amostras de combustíveis ou análises certificadas, e não deve se usar nenhum combustível sem sua aprovação. Os combustíveis residuais geralmente devem ser usados apenas se as turbinas puderem ser paralizadas frequentemente (talvez após apenas cerca de 300 horas de operação) para limpeza, e o custo desta manutenção pode, às vezes, compensar os benefícios de se usar um combustível mais barato.

As turbinas a gás podem ser arrançadas para disparo duplo com combustíveis alternativos onde isto for considerado aconselhável. Como nos motores diesel, é necessário durante a consideração do uso de óleos pesados "versus" leves, levar em conta o poder calorífico mais baixo do primeiro, a necessidade de capital para aquisição do adicional para manuseio de óleos pesados, "sujos" e a incorrência de custos de manutenção mais altos. Dos combustíveis mais comuns o gás natural é geralmente considerado como melhor combustível para uma turbina a gás, com óleo destilado leve ou querosene de aviação como o próximo preferível. Com combustíveis mais pesados, pode-se esperar que o custo de reparos e de manutenção se eleve rapidamente. Os combustíveis sólidos podem ser usados apenas com plantas de ciclo fechado.

A escolha de combustível, claro, será função da disponibilidade local, do preço e do esperado fator de carga nas plantas; um combustível mais caro, se efetuar economias nos custos de manutenção ou se der confiabilidade melhorada, pode ser justificada quando o fator de carga é baixo. Como na planta diesel, a escolha de combustível deve ser feita somente após se fazer um estudo individual de expectativas de preços e de carga.

O rendimento de uma turbina a gás é sensível à temperatura do gás na entrada; quanto mais quente, mais eficiente. As temperaturas de entrada normalmente variam de +/-

9000 C, embora se encontre temperaturas mais baixas com plantas mais velhas e às vezes seja impostas pela pobre qualidade do combustível. A razão pela qual a turbina a gás apareceu no cenário industrial tanto tempo depois da turbina a vapor foi que não se poderia encontrar metais adequados para as pás da turbina para resistir às altas temperaturas que são necessárias para se conseguir rendimentos aceitáveis. Os avanços na metalurgia removeram, em grande parte, este obstáculo, porém, ainda existem limites às temperaturas de entrada permissíveis as quais normalmente são restritas, para plantas de operação contínua, para cerca de 700°C, embora alguns fabricantes aceitem 790°C para plantas que utilizem combustíveis de alta qualidade. Alguns fabricantes já estão aceitando acima de 980°C. A temperatura permissível depende do material usado na pá, da composição química do combustível, do serviço operacional da planta e das preferências individuais dos fabricantes. As temperaturas de entrada da turbina são afetadas até um certo ponto pela taxa de compressão do ar a qual, normalmente é de 3 a 6 atmosferas para uma turbina de eixo simples e de 10 a 20 atmosferas para uma turbina de eixo duplo, porém, mais pela razão de ar/combustível. Normalmente, a quantidade de ar que é comprimida e admitida na câmara de combustão é quatro ou cinco vezes a quantidade requerida para suportar a combustão plena do combustível. Isto é necessário para se evitar a geração de temperaturas excessivas na câmara de combustão. As turbinas a gás de ciclo fechado normalmente trabalham a pressão muito mais alta do que as plantas de ciclo aberto, 40 a 60 atmosferas, descarregando de 4 a 6 atmosferas e a temperatura de entrada de +/- 700°C.

A turbina a gás é ainda mais sensível do que o motor Diesel pelas condições locais. A saída de uma turbina a gás normalmente é especificada por operação de nível do mar e para uma temperatura de ar ambiente de 15°C. A redução da densidade do ar com a elevação da temperatura e altitude provoca uma diminuição no peso do ar que entra na câmara de combustão, e portanto, na quantidade de combustível que pode ser queimado sem exceder a temperatura de entrada permissível da turbina, de forma que a saída de potência deve cair. Para cada 300 metros de altitude do nível do mar, uma turbina a gás tem uma redução da capacidade nominal em cerca de 3,5% e, para cada 10°C de temperatura ambiente acima de 15% ela deve ser reduzida da capacidade nominal em cerca de 10% ou mais. Inversamente, em tempo frio é possível obter uma saída mais alta de uma turbina a gás, desde que ela esteja acoplada a um alternador suficientemente grande. Este aspecto as

vezes é considerado como uma vantagem em lugares onde a demanda de inverno de eletricidade excede a demanda de verão. Outros fatores que afetarão a saída máxima de uma turbina a gás são a qualidade do combustível utilizado e o arranjo da tubulação para o ar de entrada e para os gases de escape; tubulações longas ou complexas induzirão altas perdas de pressão e desta forma reduzirão a saída de potência.

A parte destes fatores os quais afetarão a saída máxima que poderia ser obtida de uma turbina a gás, existem outros fatores os quais afetarão a saída máxima que é aconselhável. Uma turbina que é esperada a funcionar continuamente, com um grande número de horas entre os reparos, não deve alimentar cargas elevadas, como uma turbina idêntica usada para serviços de emergência ou de carga de pico. O número de partidas e paradas programadas também influenciará a carga máxima aconselhável a ser imposta sobre uma turbina a gás, assim, também será a qualidade do combustível usado e a vida requerida da planta. O grau recomendado de perda de capacidade nominal requerida para tolerar estas várias circunstâncias variará entre um fabricante e um outro, e de acordo com o projeto da planta. O principal fator técnico de limite que tem ser considerado é o "tempo de duração" das partes submetidas a altas temperaturas, as rodas e as pás da turbina. Grupos de longa duração podem ser projetados para uma vida (sem reforma) acima de 100000 horas, grupos de vida curta para, talvez, somente 10000 horas. O propósito de redução da capacidade nominal é de reduzir as temperaturas de trabalho e desta forma prolongar a vida sem que haja necessidade de reforma.

Um fabricante de uma turbina associada com um motor a jato de aeronave simples classifica sua planta à 12,4 (MW) para carga de pico e 8,7 (MW) para carga contínua, uma redução de 30%, ambas na base de 15° C de temperatura ambiente. Um outro fabricante de um tipo semelhante de planta requer apenas uma redução de 20%. Nestes casos o grau de redução da capacidade nominal está ligado a um período especificado entre as revisões (por exemplo, no segundo caso citado acima ele é para 10000 horas para carga de pico e 8000 horas para carga contínua). Entretanto, o número de partidas também pode influenciar a classificação de uma planta de turbina a gás. Por exemplo, um fabricante sugere os seguintes tempos entre revisões para um número correspondente de partidas para uma unidade de 20 (MW):

1800 horas entre revisões/1800 partidas

2400 horas entre revisões/1500 partidas

8000 horas entre revisões/ 10 partidas

O período entre as revisões pode ser prolongado somente se o número de partidas for reduzido.

Ao se fixar o serviço máximo de uma turbina a gás, é aconselhável procurar a orientação dos fabricantes, na luz do esperado regime de carga, arranjo da planta e as condições climáticas locais. Com todos os fatores complexos mencionados, anteriormente será entendido que se designará classificações máximas bastantes diferentes às plantas idênticas instaladas em locais diferentes para cumprir serviços diferentes.

Termodinamicamente, um motor de calor pode conseguir altos rendimentos somente se a temperatura da admissão de calor for alta e se a temperatura da rejeição de calor for baixa. A turbina a gás de ciclo simples satisfaz o primeiro requerimento mas não o segundo, e a principal fonte de perdas neste tipo de planta está nos gases de escape. O uso de recuperadores pode reduzir estas perdas e elevar o rendimento, porém o gasto de se fazer isto só pode ser justificado as vezes. Em geral, é verdadeiro dizer que o rendimento de uma planta de turbina a gás pode variar sobre uma faixa bem ampla de acordo com o tamanho da planta, temperatura de entrada da turbina, e grau de sofisticação do ciclo; como com outras centrais, é possível negociar dispêndios de capital para economia de combustível. Os rendimentos totais (baseados no poder calorífico líquido e kilowatt horas enviados) normalmente residem entre 15 e 23% para plantas de ciclo aberto simples e entre 21 e 27% para plantas de ciclo aberto recuperativo. Rendimentos ainda maiores, até 32 ou 33%, são obtíveis a partir de elaboradas plantas de dois ou três eixos com inter-refrigeradores, recuperadoras e reaquecimento. As plantas de ciclo fechado também podem atingir rendimentos de até cerca de 33%). Desta forma, será visto que um alto grau de sofisticação pode resultar em rendimento os quais se aproximam daqueles obtíveis a partir de plantas diesel, porém nem sempre é econômico objetivar rendimentos que excedam cerca de 25%.

O rendimento é sensível à temperatura ambiente, às perdas de pressão na tubulação de ar e gás, à carga da planta. Máquinas com turbinas compressoras separadas (eixo múltiplos) dão rendimentos de carga parcial relativamente melhor do que máquinas de eixo simples, porém as turbinas a gás geralmente tem desempenho de carga parcial relativamente pior do que os Diesel, particularmente a cargas muito leves. Embora a altitude afete a saída, ela tem pequeno efeito sobre o rendimento.

Devido à carga armazenada de gás na câmara de combustão, a turbina a gás é mais lenta para responder a variações de carga do que o motor Diesel, com o resultado de que a regulação é menos sensível e as variações de frequência transitórias tenderão a ser maiores. Isto é assim, particularmente, com máquinas de eixo múltiplo mas, normalmente, é apenas uma pequena desvantagem. Entretanto, para lidar com repentina perda de carga, os gases são, às vezes, despejados como resíduo no meio de uma derivação em torno da turbina. As vezes, também, o disjuntor do gerador é intertravado com o suprimento de combustível para a câmara de combustão, de forma que a abertura do disjuntor automaticamente cortará o suprimento de combustível, desta forma, contrariando a tendência da turbina de se acelerar.

As turbinas a gás são muito leves e compactas, e requerem apenas as fundações mais simples nos tamanhos menores de grupo de geração. O peso por HP varia amplamente de acordo com a fabricação, tipo de planta e classificação de carga. Expressos em termos de classificação contínua, os pesos da turbina a gás, compressor e câmara de combustão podem variar de menos de 0,454 kg/HP até cerca de 5 kg/HP de acordo com a fabricação. Normalmente, pode-se esperar que o espaço de solo requerido para uma completa central geradora de turbina a gás resida entre 0,93 e 0,09 (m<sup>2</sup>) por kilowatt instalado, e o conteúdo cúbico da estação de força poderia residir entre 0,2 a 0,4 (m<sup>3</sup>) por kilowatt instalado, porém as plantas móveis são obtíveis para espaços e áreas ainda menores.

O mercado internacional é extremamente competitivo em termos de centrais que se utilizam da turbina a gás e cobre um grande número de modelos de turbina numa faixa de potência que varia entre 180 kW a 140000 kW, com velocidades de 53000 a 3000 rpm respectivamente.

Para fins deste estudo as máquinas de interesse vão desde 180 kW (53000 rpm) a 45000 kW (5400 rpm). Essas turbinas tem sido muito aplicadas para geração de energia elétrica em concessionárias, em cogeração industrial, para acionamento de compressores em refinarias e etc. As câmaras de combustão individuais são integradas ao corpo da turbina e em geral podem queimar GLP, óleo combustível de baixa viscosidade. A temperatura máxima dos gases de entrada destas turbinas varia de 8000 C a 11000 C, respectivamente para as unidades menores e maiores. Em termos de rendimento este varia de 18 a 35% sendo este último referente às maiores.

No Brasil, várias empresas se capacitam a fornecer centrais que se utilizam da turbinas a gás, entretanto, sabe-se que as turbinas em si, são todas importadas devido a falta de tecnologia. O índice de nacionalização de uma central completa varia de um fornecedor para outro.

As empresas que se declaram aptas para o atendimento deste mercado são:

- Asea Brown Boveri
- CBC
- Caterpillar
- General Electric
- Hispano Suiza
- Konesberg
- Dresser Power
- Mecânica Pesada
- Rolls Royce
- Star Business
- Westinghouse
- CEC - STR

Estas empresas ou consórcios possuem o mesmo leque de modelos e faixas de potência que suas matrizes no exterior e, portanto, basta que as mesmas sejam acionadas, para o pleno atendimento do mercado nacional.

As recentes descobertas de gás natural no país e os novos desenvolvimentos que vem ocorrendo com a turbina a gás, justificam a necessidade de considerar a possibilidade de geração de energia elétrica, utilizando-se a turbina a gás.

*“Na região do rio Urucu, no Estado do Amazonas, encontram-se atualmente em operação 23 poços produtores de óleo e gás natural associado, com uma capacidade avaliada de 37,4 milhões de barris de petróleo e 25,2 bilhões de Nm<sup>3</sup> de gás natural. Na região do rio Jurá, 16 poços em operação têm capacidade para produção de 15,6 bilhões de Nm<sup>3</sup> de gás natural. Os campos até agora descobertos têm, portanto, uma capacidade de produção estimada em 40,8 bilhões de Nm<sup>3</sup> de gás natural, equivalentes a 250 milhões de barris de petróleo. Admitindo-se o uso desta reserva durante 20 anos resulta um suprimento de 5,6 milhões de Nm<sup>3</sup>/dia de gás natural. Este gás, se for destinado à produção de energia elétrica em ciclos combinados com 45% de eficiência térmica e 60%*

*de fator de carga, poderá alimentar uma ou mais centrais com potência total instalada de 1700 MW. Em vista dos novos investimentos previstos, espera-se para o ano 2000 uma produção de gás natural de 8,2 milhões de Nm<sup>3</sup>/dia. Neste caso, a capacidade instalada seria em torno de 2500 MW, em ciclos combinados com 60% de fator de carga”* Zulberstajn, et alli, [35].

Com relação aos impactos ambientais decorrentes da geração elétrica a gás natural comparada a geração de óleo diesel, segundo Zulberstajn, et alli, [35], tem-se que:

*“As emissões de poluentes pelo gás natural são muito inferiores às do óleo diesel, principalmente pelos seguintes fatores:*

- *Os ciclos combinados, por apresentarem rendimento de conversão termoelétrica mais elevado, consomem menos combustível por unidade de potência produzida do que os motores diesel: são necessários apenas 190 kg de GN/MWh gerado (rendimento térmico de 45%), contra 228 kg de diesel/MWh (rendimento de 31%).*
- *Sendo um combustível gasoso, é mais eficiente a combustão do gás natural, devido à maior facilidade de mistura com o ar, gerando menores quantidades de materiais particulados e de monóxido de carbono (230 contra 78,5 Kg/dia para uma unidade de 100 MW).*
- *O gás natural quase não possui enxofre (0,0004%) e, desta forma, sua combustão não produz óxido de enxofre, um dos causadores das chuvas ácidas.*
- *A formação do dióxido de carbono (CO<sub>2</sub>) é inevitável e a sua quantidade aumenta na medida em que a combustão se torna mais eficiente. Entretanto, quando se compara os índices de emissão de CO<sub>2</sub> entre uma instalação a diesel e um ciclo combinado operando com gás natural, verifica-se uma apreciável redução nesta segunda alternativa.*

*A quantidade de CO<sub>2</sub> formada na combustão de gás natural é de 2,77 kg de CO<sub>2</sub>/kg de GN, contra 3,11 kg de CO<sub>2</sub>/kg de diesel.*

*A taxa de emissão de CO<sub>2</sub> calculada para gás natural, por unidade de energia elétrica produzida, é 470 kg de CO<sub>2</sub>/MWh (IENO, 1993). Para um parque de geração de 950 MW, com 60% de fator de carga, conforme proposta deste trabalho, calcula-se que a média diária de emissão de CO<sub>2</sub> deva ser de 6429 toneladas”.*

### **3.6. Pequenas Centrais Hidrelétricas**

As pequenas centrais hidrelétricas no Brasil, como em outros países, foram implantadas para suprirem cargas isoladas como algumas poucas dezenas de kilowatt, sendo

que por ocasião da implantação das primeiras, era a demanda sempre inferior à capacidade de suprimento.

Conforme o Manual de Pequenas Centrais Hidrelétricas da ELETROBRÁS em 1941, o Brasil contabilizava 888 pequenas centrais em operação com menos de 1000 kW.

As centrais hidrelétricas, tal como os outros tipos de centrais, apresentaram aumentos sucessivos em suas capacidades instaladas.

Quando o Brasil começou se preparar para entrar em fase de industrialização nas décadas de 40 e 50, é que foram planejadas e construídas as centrais de médio e grande porte.

Em 1963, quando então o governo brasileiro recebeu um estudo encomendado da "Canambra Engeneering Consultants Limited", as centrais de pequeno porte foram deixadas de lado pelo fato de que seus custos eram consideravelmente mais elevados e haviam aproveitamentos de médio e grande porte extremamente atrativos em termos econômicos. Era, então, o efeito de escala o principal inimigo das PCH's. Entretanto, o esgotamento dos grandes e médios aproveitamentos, os crescentes custos associados aos novos aproveitamentos, os impactos ambientais e sociais e os altos investimentos necessários motivaram a retomada dos estudos de PCH's.

Em meados da década de 70 a ELETROBRÁS e demais concessionárias fomentaram estudos que envolveram escolas de engenharia, fabricantes tradicionais de equipamentos afins e empresas de engenharia consultiva. Como resultado, foram redigidos manuais de projetos e construções para pequenas centrais. Este passo pode ser considerado como a retomada das PCH's no Brasil.

A hidroeletricidade pode ser aproveitada, principalmente em regiões de relevo adequado e com elevados índices pluviométricos. A existência de cursos d'água perenes representam em termos de potencial de geração de energia elétrica uma excelente oportunidade para a instalação de centrais hidrelétricas.

Mesmo que uma região apresente um grande potencial hidrelétrico, isto não significa que seus aproveitamentos sejam economicamente viáveis. Como exemplo, o interior do país possui um elevado potencial hidrelétrico, embora com cursos d'água com grandes volumes de água, muitos apresentam um relevo não muito adequado, ou seja, com baixas quedas. Isto é tendencioso a altos custos de investimentos.

As vantagens de uma central hidrelétrica são muitas e as suas principais são:

- não causa poluição;
- utiliza uma energia renovável e perene;
- seu "combustível", a água é praticamente gratuito;
- possui tecnologia consolidada;
- possui baixos custos de operação e manutenção
- seus custos de construção possuem elevada participação da moeda nacional.

Suas desvantagens não podem ser generalizadas e, portanto, devem ser consideradas caso a caso. Neste contexto, a área inundada específica de um aproveitamento pode ser considerada como uma desvantagem, pois isto pode muitas vezes representar elevados custos ambientais, sociais e de investimentos é claro.

As usinas hidrelétricas exercem diversos impactos ambientais que necessitam ser avaliados, minimizados na medida do possível, e considerados no custo final da energia produzida.

Os impactos ambientais das hidrelétricas são múltiplos e aparecem já durante a construção das barragens, com a movimentação de grande massas de terra, na formação do reservatório, com o deslocamento da população local, além de outros efeitos que prosseguirão por muitos anos após a conclusão da obra, como a produção de sismos, a geração de gases de efeito estufa (principalmente metano), oriundo da fermentação anaeróbica da matéria vegetal submersa nos reservatórios, podendo-se citar ainda as alterações climáticas provocadas pela maior evaporação de água nos locais das barragens, as mudanças profundas nos ciclos biológicos dos rios, etc.

Para as características específicas da região amazônica alguns destes efeitos são mais acentuados e outros nem tanto. Talvez o mais grave de todos seja que as barragens nos rios amazônicos provocam a inundação de grandes áreas, devido à baixa declividade das bacias, como já foi abordado anteriormente.

Essas grandes áreas inundadas, apesar de não significarem elevado custo na obra (o preço da terra é muito barato), acarretam a submersão de uma quantidade enorme de biomassa, provocando problemas sérios de operação do reservatório (acidez da água, material sólido na água, etc.) e emissão de volumes consideráveis de gases de efeito estufa ( $\text{CO}_2$  e  $\text{CH}_4$ ).

Quanto ao aspecto das populações locais, se por um lado a instalação de barragens na região amazônica não implica na remoção de grandes populações, devido à taxa de densidade populacional, por outro muitas das populações são indígenas, com pouca ou nenhuma condição de adaptação a regiões diferentes, além de despertarem grandes reações internamente e no exterior.

Outro problema muito grave é a alteração do variadíssimo, complexo e ainda pouco conhecido sistema biológico amazônico. A diminuição da velocidade dos rios nos trechos de barragens provocará o aumento da deposição de material orgânico que, adicionado à biomassa submersa reduzirá o nível de oxigênio na água, ocasionando problemas à sobrevivência dos animais aquáticos, que sofrerão também com o já mencionado aumento de acidez da água. Outro efeito das águas mais calmas é a proliferação de insetos, que se tornará um foco de doenças como malária, amebíase, cólera, hepatite e outras.

A possibilidade de dissiminação de doenças na Região Amazônica assume um aspecto ainda mais preocupante devido às condições sanitárias, de abastecimento de água e tratamento de esgotos precárias, poucos recursos médicos e hospitalares locais, a existência de muitas pequenas comunidades isoladas e de difícil acesso, os problemas de transporte, as condições climáticas, etc, que poderão transformar qualquer epidemia em uma tragédia de grandes proporções.

Por outro lado, alguns efeitos benéficos das usinas hidrelétricas, tais como a regularização da enchentes e estiagens, a navegabilidade dos rios, criação de áreas de pesca e lazer, poucas vantagens apresentam na região Amazônica. Apenas algumas vantagens sociais, com a criação de empregos em diversos setores industriais e de construção civil serão importantes, apesar de temporários.

Em relação ao acionador primário, "Turbina Hidráulica" pode-se dizer que a mesma é simples, eficiente, confiável e durável. Pode ser facilmente operada e requer pouca manutenção, geralmente, com baixos custos.

Os custos de investimentos dependem fortemente do local do aproveitamento que é determinado pelas características naturais, o que faz com que muitas vezes haja necessidade de transmitir esta energia. Os custos de transmissão devem ser incorporados aos custos da central, visto que é necessário comparar a alternativa hidrelétrica com as alternativas térmicas e de carga. Isto muitas vezes pode ser uma grande desvantagem.

O tempo de construção de uma central hidrelétrica em relação as opções térmicas também é elevado e a disponibilidade energética é variável entre períodos secos e de chuva. Uma outra desvantagem pode surgir quando os históricos de vazões, relativos ao local do aproveitamento não são conhecidos, ou são insipientes às necessidades de projeto.

Uma visão do atendimento energético do mercado pode muitas vezes ser empregada, fazendo com que se instale uma potência compatível com o mesmo, entretanto, como é a natureza que determina a potencialidade hidroenergética, muitas vezes é esta potencialidade que determina o mercado. Este último ponto de vista representa uma visão desenvolvimentista e, portanto, o fato de que uma hidrelétrica possa muitas vezes ser realizada superando as necessidades de carga, não pode se considerada como desvantagem. É bom lembrar que em outros tipos de centrais a capacidade instalada é projetada para se adequar as necessidades das cargas e isto nem sempre é possível no caso das hidrelétricas.

Os projetos hidrelétricos podem tomar muitas formas em suas concepções básicas, na quantidade tipo de turbinas e nas obras civis. Assim, é conveniente esclarecer os aspectos técnicos mais relevantes, o que será feito na sequência.

Todos os prognósticos sobre as vazões em um determinado sítio hidrológico são feitos estatisticamente e a quantidade de água disponível necessita assim de uma previsão precisa, incluindo a vazão média e também as suas prováveis variações de estação do ano e de ano em ano.

As medições necessárias devem ser realizadas em postos pluviométricos selecionados adequadamente ao longo dos cursos d'água principais e seus afluentes.

Para que se tenha uma maior confiabilidade na série hidrológica seria desejável que se fossem conhecidas as vazões ao longo de 30 anos ou mais. Quanto maior este período, mais confiável estatisticamente serão os projetos hidrelétricos. Na realidade, isto raramente será possível, pois a maioria dos estados têm dado pouca importância ao estabelecimento dos tantos postos pluviométricos necessários à exploração futura destes recursos naturais. Como este tempo é longo e não há vontade política, o que se vê na prática são muitos possíveis aproveitamentos, sem os dados hidrológicos compatíveis com riscos menores.

Usualmente, quando os dados hidrológicos disponíveis são insuficientes e existe uma certa urgência na realização do empreendimento hidrelétrico é possível empregar em tais casos algumas aproximações das vazões esperadas por analogia às áreas de captações vizinhas nas quais tais dados estejam disponíveis, permitindo-se tolerâncias para as

diferentes configurações de terrenos, geologia, vegetação e precipitação pluvial. Estas configurações, geralmente, são conhecidas, caso contrário, o ponto de partida deverá ser o conjunto de informações sobre as chuvas (estas informações são conhecidas na maioria das vezes). Por estas informações e pelo uso de fórmulas de recorrência que relacionam a precipitação pluviométrica com o escoamento em função da geologia local e vegetação é possível obter alguma aproximação.

Quando isto é feito, deve haver um processo de checagem que inclui os dados hidrológicos disponíveis ou coletar alguns durante o período do estudo. Assim, mesmo a experiência recomenda uma margem de segurança que se refere apenas a uma exploração parcial do sítio hidrológico.

Com relação a queda estas centrais podem ser classificadas como mostrado na tabela 3.3.

Tabela 3.3. Classificação de hidrelétricas com relação a queda.

ALTURA	CLASSIFICAÇÃO
acima de 200 m	alta queda
de 20 a 200 m	média queda
abaixo de 20 m	baixa queda

As centrais também se classificam como se segue:

- a) centrais a fio d'água quando a vazão mínima do rio é igual ou maior que a água necessária à potência instalada
- b) centrais de acumulação, com regularização diária. Quando a vazão mínima é menor que a água necessária à potência instalada.

Esta classificação se refere à capacidade de regularização do reservatório e o fato de no item b anterior ter-se referido à regularização diária é porque se consideram volumes reduzidos de armazenagem de água no reservatório, entretanto em regiões muito planas isto não é válido.

Em esquemas fio d'água ou em esquemas com pouca armazenagem de água, a potência gerada poderá avaliar consideravelmente com as estações e a energia firme que pode ser gerada durante o ano todo é conhecida como energia primária. Esta energia firme estará limitada a vazão mínima da época de seca. No caso de um esquema de armazenamento a energia primária será maior, conforme a sua capacidade de armazenagem

de água proveniente da estação chuvosa, a qual é usada para complementar a vazão natural da época de seca.

Além da energia primária, existe uma energia que pode ser gerada além dela, ou seja, uma energia excedente sazonal definida como energia secundária. Esta energia somente estará disponível em algumas partes do ano.

Para se obter energia útil da água, claro, é necessário se ter uma vazão e uma queda disponível.

Naturalmente, existem as perdas por atrito nas tubulações e turbinas o que faz que a queda disponível seja menor que a queda aparente.

O rendimento normalmente varia entre 70 e 90%, obtendo-se o limite superior somente a plena carga.

Devido à evaporação e infiltração podem existir estas perdas, mas com boas condições geológicas e pequenos espelhos d'água estas perdas são relativamente pequenas.

Alguns rios transportam grandes quantidades de sedimentos especialmente durante suas cheias. Se o silte é abrasivo poderá ocorrer severos desgastes nos rotores das turbinas hidráulicas e a deposição cumulativa silte num reservatório pode geralmente reduzir a sua efetiva capacidade de armazenagem de água. Onde isto for possível deve-se avaliar os custos estimados de produção de energia considerando-se uma tolerância correspondente. Os custos de limpeza geralmente são muito elevados e se isto ocorre periodicamente, pode comprometer seriamente a viabilidade econômica do sítio hidrológico.

No início da utilização da energia hidráulica o objetivo era transformar diretamente a energia potencia em energia mecânica, sem passar por sua transformação em energia de pressão. A máquina que se empregava era a roda d'água cujo conjugado motor era produzido unicamente pelo peso da água contida em compartimentos da sua parte periférica, com que se transformava diretamente a energia potencial em mecânica.

Uma turbina hidráulica é fundamentalmente diferente de um roda d'água, porque na turbina, a energia é utilizada na forma de pressão e esta pressão é sempre maior que a atmosférica.

As turbinas basicamente são de dois princípios de funcionamento:

a) Turbinas de ação ou impulsão

São turbinas que seus rotores trabalham à pressão atmosférica e suas pás são acionadas por choque direto da água sobre suas pás. Empregam a ação das pás sobre a água para variar a direção da velocidade.

#### b) Turbinas de reação

São turbinas que utilizam a variação da magnitude da velocidade (aceleração) para exercer uma força sobre as pás. Os rotores correspondentes trabalham com pressões inferiores à atmosférica.

Na realidade não existem turbinas puramente de reação, porque parte da energia sempre percorrerá na forma de choque da água com as pás dos rotores.

As turbinas de ação podem ser dos tipos:

- roda Pelton;
- turbina Michell-Banki

As turbinas de reação podem ser dos tipos:

- hélice (onclinação das pás é fixa);
- Francis.

#### • Turbina Pelton

As turbinas Pelton consistem de um rotor que gira à pressão atmosférica, movendo-se devido ao impacto de jatos d'água em sua pás, provenientes de tubulações.

O número de componentes deste tipo de turbina é muito reduzido em relação aos outros tipos de turbinas, estando limitado ao rotor e à tubulação.

O rendimento geralmente é elevado 90% ou mais, sendo que o rendimento varia pouco com a carga. Podem funcionar com até 20% da carga nominal. Pode ter um ou mais injetores.

Pode ser usada para quedas de 100 a 1700 m, sendo que à vazões muito pequenas para este último valor. É pouco aplicado para baixas quedas.

#### • Turbina Michell-Banki

A turbina Banki é de uma classe que é mais ou menos intermediária entre a roda Pelton e a turbina Francis. A água golpeia o rotor duas vezes, primeiro para dentro e então para fora, descarregando a partir do lado oposto. Dividindo-se a turbina em dois

compartimentos à 1/3 da extensão do rotor. O fluxo pode ser usado em terços e pode desta forma trabalhar numa ampla faixa de vazão sem variação excessiva do rendimento. As turbinas Banki podem lidar com quedas que variam de 2 a 200 metros e com vazões entre 10 litros à 5 m<sup>3</sup>/s. A correspondente faixa de saída de potência é de 1 a 1000 kW. O rendimento médio situa-se em torno de 70%.

- Turbina Francis

As turbinas Francis são clássicas em suas utilizações para grandes aproveitamentos hidrelétricos, mas encontram também grande aplicabilidade em pequenas centrais. Como já foi dito, são turbinas de reação e podem ser com caixa aberta para quedas menores que 10 metros e com caixa espiral para quedas maiores.

Pequenas unidades geralmente operam com o eixo na posição horizontal por facilidade de instalação e manutenção do gerador correspondente. Quando se opera com o eixo vertical, o gerador fica instalado acima do nível máximo da água de jusante.

- Turbinas Hélice

As turbinas hélice são geralmente aplicáveis para altas vazões e baixas quedas (na faixa de 2 a 18 m). Seu campo de aplicação abrange turbinas de 50 a 5000 kW.

Uma variante deste tipo de turbina é o tipo Kaplan, que pode variar a potência de saída através da regulação da abertura de suas pás.

Para instalações de baixa queda foi desenvolvido uma forma de turbina hélice muito conveniente, compacta e barata, conhecida como grupo "bulbo". Esta é uma máquina de fluxo axial, diretamente acoplada a um alternador numa câmara impermeável submersa, sendo a máquina toda montada ou na própria represa ou num tubo sifão que passa sobre a represa. Este tipo de turbina foi originalmente desenvolvido, numa forma adaptada para fluxo reversível, para o projeto francês no Rio Rance, porém se verificou que o projeto básico era particularmente adaptável para instalações de pequena escala. Pequenos grupos bulbo, operando à velocidades que variam de 150 a 500 rpm, são disponíveis para operação sob quedas que variam de 2 a 15 metros, e desenvolvem de 50 a 500 kW. Para centrais de baixa queda onde existem variações bem amplas de queda ou carga, a turbina Kaplan é útil, esta é uma turbina hélice com pás móveis, possibilitando que elas sejam assentadas a tal ângulo que se obtenha o melhor rendimento possível para as quedas

disponíveis e carga. Outros tipos de turbinas hidráulicas também são disponíveis, as quais são tendenciosas a “Layouts” compactos e relativamente baratos, envolvendo um mínimo de obras de engenharia civil.

O tipo mais adequado à cada aplicação merece um estudo de especialistas, os quais estarão aptos à selecionar qual o tipo, potência e número de turbinas para cada aproveitamento específico.

É necessário considerar separadamente a saída de energia (kwh) e a saída de potência (kw).

A saída de kwh que pode ser gerada num determinado período de tempo que dependerá da quantidade total de água turbinada durante este período e da queda disponível. O valor desta energia deve ser especificado em base estatística considerando períodos seco, médio ou chuvoso num período mínimo de um ano.

A potência gerada em (kw) deve variar entre o valor correspondente a uma vazão estável e com um fator de carga 100% (valor mínimo) e (o valor máximo) correspondente a capacidade de armazenagem, capacidade instalada e pela capacidade da carga em absorver esta potência.

Para centrais de baixa queda (geralmente, do tipo fio d'água) não existe flexibilidade na escolha do fator de carga. Assim, ao contrário das centrais com regulação, uma central de baixa queda requer geralmente grandes vazões com baixas velocidades e isto implica em custos mais elevados em termos de US\$/kw. Para justificar tais centrais é necessário operá-las a altos fatores de carga.

O ideal em uma central hidrelétrica é que toda a sua energia gerada possa ser consumida pela carga, considerando a sua máxima capacidade de geração.

Como as cargas geralmente variam ao longo do dia, existem sobras que não podem ser faturadas. Isto ocorre porque as centrais são construídas para atender um valor previsto de carga e se este valor é menor que o previsto e não é possível armazenar água, a energia é jogada fora na forma de água.

Assim, o fator de carga afeta fortemente a receita de operação da central hidroelétrica.

Quando existem muitos sítios hidrológicos torna-se necessário priorizá-los conforme as suas atratividades econômico-financeiros, técnicas e políticas, atratividades econômico-

financeiros, técnicas e políticas. Outras atividades econômico-financeiros, técnicas e políticas. Outras considerações também podem ser feitas, tais como:

- gastos em moedas estrangeiras;
- outras alternativas energéticas locais;
- mercado local para consumo de energia;
- tempo de construção;
- etc.

O parque Nacional de fabricante de equipamento para pequenas centrais hidrelétrica é relativamente bom. O atendimento ao mercado tem sido realizado na maioria da vezes por empresas genuinamente nacionais e com tradição, principalmente, no fornecimento de turbinas e outros equipamentos hidromecânicos.

Entre os vários fabricantes podem-se citar três já bem conhecidos:

- Wirz - Funciona desde 1920 no Rio Grande do Sul.
- Hidráulica Industrial - Funciona desde 1950 em Santa Catarina.
- Hidráulica Industrial - Funciona desde 1950 em Santa Catarina.
- Jomeca - Funciona desde 1925 em São Paulo.

É de conhecimento geral entretanto, que a Indústria Nacional necessita de maior desenvolvimento tecnológico na área, principalmente no que se refere à regulação e aos rendimentos das turbinas.

No Brasil existem fabricantes nacionais de pequeno e médio porte com uma boa experiência em pequenas turbinas francis, outros, entretanto, através de licenças de fabricantes europeus que dispõem de maior experiência no ramo tem colocado à disposição do mercado máquinas mais modernas. Existem também multinacionais que dispõem no “know-How” de suas matrizes no exterior e são capazes de atender qualquer porte de centrais.

Outra possibilidade para o mercado é a importação integral dos equipamentos prontos e para isto basta que os fabricantes realizem o fornecimento ligado à abertura de crédito bancário no exterior.

Com relação a engenharia de projetos e construção de hidrelétricas, o Brasil possui uma das melhores do mundo e portanto capaz de atender as necessidades próprias.

O Estado do Amazonas, apesar de apresentar uma admirável malha fluvial, possui poucos aproveitamentos hidráulicos. A principal razão para este fato é a pequena inclinação

da região, o que pode ser comprovado pela cota do rio Amazonas a 3.100 km de sua foz (nível do mar), que é de apenas 65 metros (a altitude da cidade de Manaus é 92 m). Este fato reflete-se também no impacto ambiental causado pela área inundada das barragens da região, que está considerado mais adiante.

Todos os possíveis aproveitamentos já levantados, estudados e já em operação no Estado do Amazonas estão listados na Tabela 3.4.

Tabela 3.4. Aproveitamentos já levantados, estudados e em operação no Estado do Amazonas.

APROVEITAMENTO	RIO	POTENCIAL (MW)	SITUAÇÃO
Balbina	Uatuma	250 (efetiva)	Operação desde 1989
S. Gabriel da Cachoeira	Miua	1,50 (nominal)	Operação prevista 1995
Iauerete	Papuri	0,60 (nominal)	Operação prevista 1996
Apui	Juma	1,60 (nominal)	Operação prevista 1997
Katuema	Jatapu	346 (nominal)	Estudos
Onça	Jatapu	306 (nominal)	Estudos
Fumaça	Pitinga	107( nominal)	Estudos
Pitinga	Pitinga	15 (efetiva)	Em operação

Pode-se concluir da tabela 3.4 que no curto prazo os novos aproveitamentos hidráulicos previstos para o Estado do Amazonas são todos de pequeno porte. Os aproveitamentos de maior porte, considerando que se encontram atualmente ainda na fase de estudos e os prazos de construção de hidrelétricas deste porte, pode-se prever que estarão disponíveis apenas para depois da primeira década do próximo século.

O custo da energia elétrica produzida nas hidrelétrica é fortemente dependente das características hídricas e geográficas do local onde a usina vai ser instalada. Estas características determinam a quantidade de energia que poderá ser aproveitada e o custo da obra, definindo um custo de investimento e, conseqüentemente, o custo do Mwh a ser produzido.

Desta maneira, cada usina tem o seu próprio custo da energia elétrica que, estando integrada a uma grande rede de geração e distribuição de eletricidade, comporá o custo médio da energia de todo o sistema.

É interessante notar-se que, apesar dos custos das usinas no Brasil terem sempre ficado muito acima do orçado inicialmente, bem como serem conhecidos muitos casos onde houve superfaturamento da obra, o preço final da eletricidade ao consumidor é um dos mais baixos do mundo.

Estes preços, entretanto, fixados pelo governo federal, tem sido nos últimos anos abusadamente utilizados em políticas econômicas, ortodoxas e heterodoxas, fazendo com que tenham oscilado de forma pouco recomendável, artificialmente mantidos abaixo da remuneração mínima necessária ao setor, o que provocou um enorme endividamento de muitas concessionárias e das próprias empresas estatais, que perderam sua capacidade de investimento. Este fato é particularmente negativo para Manaus, que não conta ainda com um suprimento satisfatório de energia hidrelétrica e resente a falta destes investimentos.

Tenta-se atualmente modificar a legislação do setor, de forma a permitir e atrair o ingresso do capital privado, o que possibilitaria a retomada dos investimentos, reduzindo-se a necessidade futura de racionamento ou constrangimento econômico no futuro. Este fato assume importância maior quando sabemos que em geral os projetos hidrelétricos demoram por volta de dez anos para serem concluídos e poderem gerar energia.

Os custos de investimentos compõem o denominado custo marginal de expansão do sistema hidrelétrico, aproximadamente o custo mínimo a ser praticado para as empresas do setor poderem continuar seus investimentos na geração de energia. Este custo marginal é bastante importante, principalmente quando se estuda as possibilidades de utilização de outros energéticos para a geração de eletricidade, pois serve de parâmetro de competitividade com a energia hidrelétrica convencional. Por exemplo, este custo tem servido de referência para um acordo acerca do preço da energia elétrica a ser cogerada pelo setor sucro-alcooleiro no Brasil.

Estes custos de investimento elevados tem colocado limites à expansão do parque hidrelétrico de inúmeros países, principalmente os subdesenvolvidos, que necessitam de captar estes recursos no exterior, ficando sujeitos a juros variáveis e outras condições, responsáveis atualmente por enormes dívidas externas de alguns destes países, como é o caso do Brasil.

Portanto, apesar de cada hidrelétrica apresentar seu custo específico, o sistema interligado brasileiro possui o seu custo marginal de expansão, que segundo o Plano 2015 da ELETROBRÁS encontra-se atualmente na faixa de US\$ 34 a US\$ 38/Mwh.

## CAPÍTULO 4

### *ESTUDO DA RENTABILIDADE DE PROJETOS DE INVESTIMENTO INCORPORANDO INCERTEZAS - MÉTODOS PROBABILÍSTICOS -*

#### 4.1. Introdução

De acordo com o exposto no capítulo 3, só uma ampla combinação de fontes renováveis e convencionais poderá suprir otimamente - tanto no aspecto técnico como econômico - uma determinada demanda de energia, em se tratando de sistemas descentralizados, objeto deste estudo.

Para todos que possuem sobre seu encargo decidir na prática sobre o uso de equipamentos e plantas destinadas ao suprimento de energia elétrica em sistemas descentralizados ou não, é, em virtude do exposto, indispensável fundamentar tal decisão através de um estudo de rentabilidade do investimento planejado. Por esta razão, neste capítulo e no que o sucede, procura-se apresentar da forma mais clara possível, alguns métodos possíveis de utilização para o cálculo da rentabilidade de projetos de investimento, incorporando as incertezas que os caracterizam, dentro dos enfoques probabilístico e possibilístico.

A avaliação de projetos em um ambiente que não seja sujeito à incerteza é bastante conveniente. Entretanto, a realidade mostra que pouco, ou nada, pode ser tomado como certo. No cotidiano da engenharia isto se mostra em qualquer levantamento de características, como módulo de elasticidade, resistência unitária, tensão de ruptura, dentre outros. Na economia isto é ainda mais evidente, pois as variáveis estão ligadas a parâmetros de grande incerteza, como o mercado, balança de pagamentos, etc. A análise econômica dos projetos de engenharia combina, pois, as incertezas técnicas e econômicas.

→ É necessário se dizer que o risco é uma consequência da incerteza. Quanto mais se reduz as incertezas, menor será o risco. Logo, uma maneira de se reduzir os riscos de um projeto é o aprofundamento dos estudos prévios. Isto é válido não somente na área técnica mas também na área econômica.

Portanto, apresentamos neste capítulo e no próximo, técnicas que podem ser utilizadas para analisar economicamente, alternativas de suprimento de energia elétrica de mercados

descentralizados, nos quais as incertezas são uma característica.

#### 4.2. Características das variáveis

De uma maneira sucinta, pode-se dizer que as variáveis envolvidas em uma análise técnico-econômica podem ser agrupadas em três grupos. No primeiro se localizam aquelas variáveis que podem ser caracterizadas estatisticamente, através de distribuições de probabilidade. Para essas, geralmente se tem dados coletados (históricos, dados de ensaios, etc.), que permitem caracterizar as distribuições. Em outros casos, se pode basear em outras experiências, assumindo distribuições semelhantes.

No segundo grupo, ficam aquelas variáveis que não podem ser bem definidas, por não terem características de repetibilidade. Se enquadram aí as variáveis com grande influência política, como as tarifas públicas. Uma técnica para lidar com essas variáveis é a **cenarização**. As técnicas de cenário podem ser extremamente sofisticadas, utilizando-se fundamentalmente de estudos macro-econômicos e geopolíticos. Assim, pode-se traçar **cenários** pessimista, otimista e médio. Em geral, os cenários são considerados equiprováveis. Matematicamente isto é também uma distribuição. A grande diferença está na maneira de estabelecer os valores.

Na maioria dos casos de análises de projetos, estudos mais rigorosos para a cenarização são relativamente caros e demorados, inviabilizando tal técnica. Na prática se usa estabelecer os cenários com base, principalmente, na opinião de especialistas.

Finalmente, algumas variáveis envolvidas na análise econômica são de difícil quantificação, sendo por vezes pouco definidas. Enquadram-se aí os custos e benefícios ambientais e sociais. Uma técnica para se trabalhar com este tipo de problema, que vem se firmando recentemente na área aplicada, é a utilização dos conjuntos "Fuzzy", também chamados conjuntos nebulosos ou difusos, os quais serão apresentados no próximo capítulo.

#### 4.3. Apresentação do problema

A princípio, o procedimento para a elaboração de um fluxo de caixa sob condições de incerteza é idêntico aquele em um ambiente de certeza. A diferença básica está nas variáveis envolvidas. Enquanto as variáveis são determinísticas no caso da não existência de incertezas, elas são aleatórias no outro caso. Supondo que as distribuições de probabilidade dessas variáveis possam ser definidas, seja através de uma análise estatística ou por cenarização, o fluxo de caixa pode ser construído conforme indicado na figura 4.1-b, onde os custos e

benefícios são indicados com o uso de um acento circunflexo. Na figura 4.1-a se encontra o fluxo de caixa sem incertezas. Neste, a incidência dos custos e benefícios são valores determinísticos.

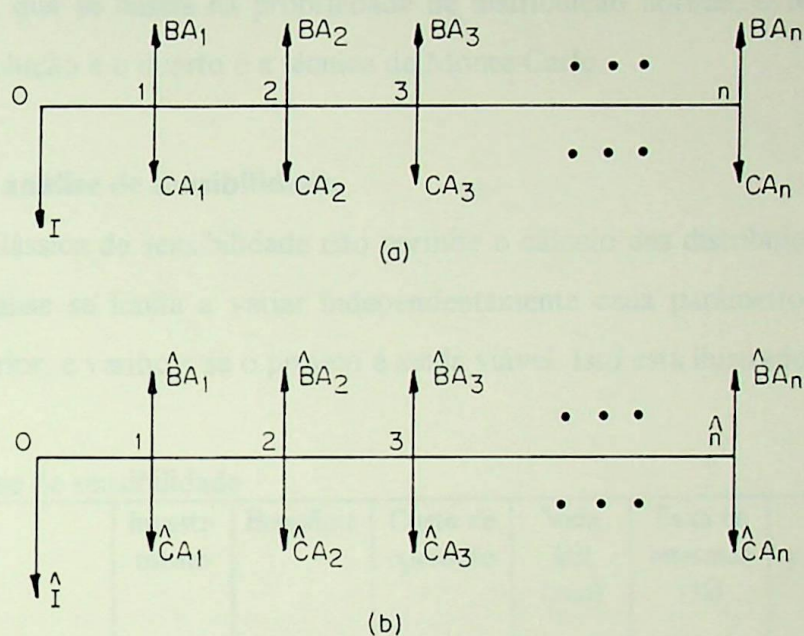


Figura 4.1 - Fluxos de caixa em condições determinísticas (a) e de incerteza (b)

Observando os fluxos de caixa da figura 4.1, vê-se que a vida econômica  $n$  é a mesma para ambos, não se associando a uma distribuição de probabilidade. Isto nem sempre é assim. Quando se está estudando a viabilidade intrínseca de um projeto, pode-se considerar diferentes vidas. Entretanto, na maioria dos casos, isto não é muito importante nos projetos energéticos. Uma exceção a isto é a análise de motores elétricos, onde se tem uma incerteza muito grande associada à extensão de vida desses equipamentos.

No caso de comparação de projetos, ou ordenação, como em um plano de expansão da geração, a vida econômica é mais uma padronização para se fazer o estudo do que uma aproximação à vida real da central. Nesses casos, considerar aleatória essa variável é um preciosismo que não condiz com a realidade.

Finalmente, a análise do fluxo de caixa pode ser feita analisando-se o valor presente líquido (VPL) ou a taxa interna de retorno (TIR), entendendo-se aí as suas distribuições.

A seguir será feita uma descrição sobre a análise das distribuições da TIR e do VPL.

#### 4.4. Métodos de cálculo das distribuições da TIR e do VPL

Vários são os processos que permitem obter as distribuições da taxa interna de retorno e do valor presente líquido. Serão apresentadas aqui quatro técnicas de análise: a primeira pode ser chamada de “análise de sensibilidade”, e é a mais simplificada delas; a segunda é um método algébrico, que se baseia na propriedade de distribuição normal; o terceiro utiliza da operação da convolução e o quarto é a técnica de Monte Carlo.

##### 4.4.1. Método da análise de sensibilidade

A análise clássica de sensibilidade não permite o cálculo das distribuições da TIR e/ou do VPL. Esta análise se limita a variar independentemente cada parâmetro, para um valor superior e um inferior, e verificar se o projeto é ainda viável. Isto está ilustrado no quadro 4.1.

Quadro 4.1. Análise de sensibilidade

	Investi- mento	Benefício	Custo de operação	Vida útil (ano)	Taxa de interesse (%)	Valor presente	Mudanç a do valor presente
Situação Inicial	14	1,83	0,35	25	7	3,26	
+ 10 % de Investimento	15,4	1,83	0,35	25	7	1.68	- 42 %
- 10 % de Investimento	12,6	1,83	0,35	25	7	4.66	+ 42 %
+ 10 % de Benefício	14	2,01	0,35	25	7	5.40	+ 65 %
- 10 % de Benefício	14	1,64	0,35	25	7	1.12	- 65 %
+ 10 % de Custo de op.	14	1,83	0,385	25	7	2.85	- 12 %
- 10 % de Custo de op.	14	1,83	0,315	25	7	3.66	+ 12 %
+ 10 % de vida útil	14	1,83	0,35	27,5	7	3.85	+ 18 %
- 10 % de vida útil	14	1,83	0,35	22,5	7	2.13	- 34 %
+ 10 % de Taxa de interesse	14	1,83	0,35	25	7,3	2.21	- 32 %
- 10 % de Taxa de interesse	14	1,83	0,25	25	6,3	4.39	+ 34 %

Uma adaptação deste método permite que se chegue em uma estimativa das distribuições desejadas. Para isto faz-se inicialmente o mesmo que no processo clássico: fixam-se três valores para os parâmetros, que contém a maior incerteza, sendo um o mais provável, outro, um valor inferior, e, o outro, um superior. De posse desses valores, combina-se todos, como ilustrado na árvore da figura 4.2, para três parâmetros.

De posse dos valores resultantes da combinação, pode-se calcular os estimadores para a média e desvio padrão, e assumir que a distribuição resultante se aproxima da Normal. Isto se baseia no princípio da distribuição Normal, que é a resultante de um número infinito de

sendo este “infinito”. Caso se deseje, a distribuição de Student (t) pode substituir a Normal. Considerando Normal, os estimadores da média ( $\mu$ ) e da variância ( $\sigma^2$ ) serão:

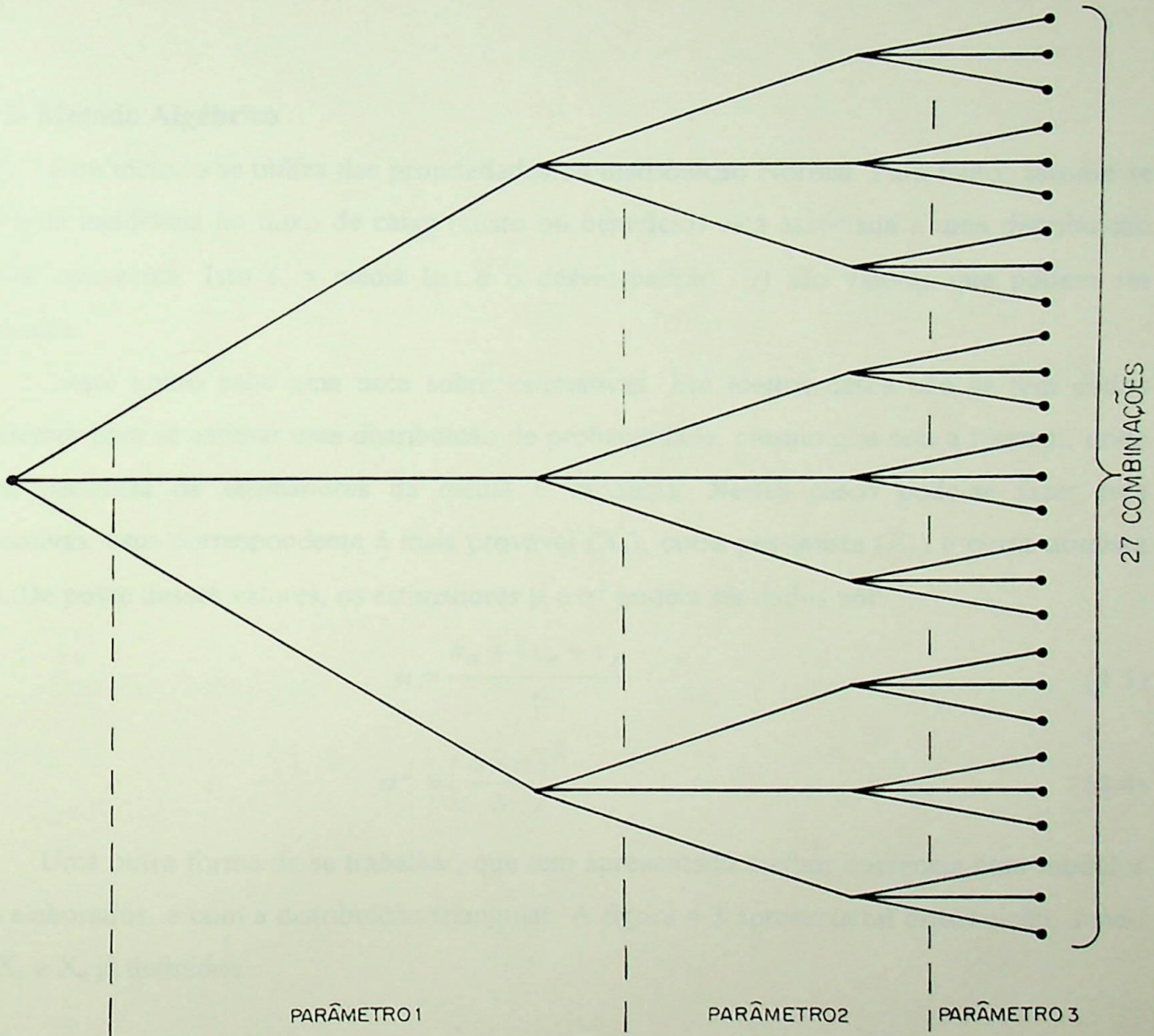


Figura 4.2- Árvore com todas as combinações entre os parâmetros incertos do VPL e da TIR.

$$\mu = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m X_i \quad (4.1)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (X_i - \mu)^2 \quad (4.2)$$

onde,  $m$  é o número de combinações e  $X_i$  cada valor resultante. Se para cada combinação dos parâmetros se calcular a taxa interna de retorno do fluxo de caixa,  $X_i$  corresponderá à TIR, sendo sua a distribuição. Caso se calcule o valor presente líquido,  $X_i$  será correspondente ao VPL.

#### 4.4.2- Método Algébrico

Este método se utiliza das propriedades da distribuição Normal. Para tanto, assume-se que cada incidência no fluxo de caixa (custo ou benefício) está associada a uma distribuição normal conhecida. Isto é, a média ( $\mu$ ) e o desvio-padrão ( $\sigma$ ) são valores que podem ser estimados.

Neste ponto cabe uma nota sobre estimativas. Em muitos casos não se tem dados suficientes para se estimar uma distribuição de probabilidade, mesmo que seja a Normal, onde só se necessita os estimadores da média e variância. Nestes casos pode-se fazer três estimativas: uma correspondente à mais provável ( $X_e$ ), outra pessimista ( $X_p$ ) e outra otimista ( $X_o$ ). De posse desses valores, os estimadores  $\mu$  e  $\sigma^2$  podem ser dados por:

$$\mu = \frac{x_o + 4x_e + x_p}{6} \quad (4.3)$$

$$\sigma^2 = \left( \frac{b-a}{b} \right)^2 \quad (4.4)$$

Uma outra forma de se trabalhar, que tem apresentado melhor coerência com modelos mais elaborados, é com a distribuição triangular. A figura 4.3 apresenta tal distribuição, sendo  $X_e$ ,  $X_p$  e  $X_o$  já definidos.

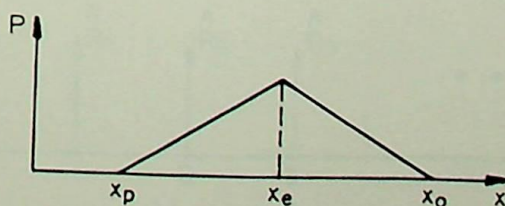


Figura 4.3. Distribuição triangular.

Dentro de um intervalo de confiança de 80%, os estimadores da média e desvio-padrão são dados por:

$$\mu = \frac{x_p + 2x_e + x_o}{4} \quad (4.5)$$

$$\sigma = \frac{x_o - x_p}{2,65} \quad (4.6)$$

Feitos estes comentários sobre as estimativas de custos e benefícios, e assumindo que muitos desses custos e benefícios podem ter suas distribuições melhor definidas com base em dados levantados, parte-se, agora, para a manipulação algébrica dessas distribuições. Para tanto, são muito importantes duas propriedades: em primeiro, a soma de duas Normais resulta sempre em uma Normal; segundo, a soma de um número elevado de distribuições, não importando seus tipos, tendem a uma distribuição Normal. Esta última propriedade se baseia no “Teorema Central do Limite”. Em ambos os casos, a média resultante ( $\mu$ ) será a soma das variâncias das  $n$  distribuições somadas.

$$\mu = \sum_{i=1}^n \mu_i \quad (4.7)$$

$$\sigma = \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 \quad (4.8)$$

Assim, o fluxo de caixa pode ser simplificado, sendo que a cada instante só existirá uma distribuição resultante ( $R$ ), que é a soma de todas as distribuições naquele instante, conforme a figura 4.4.

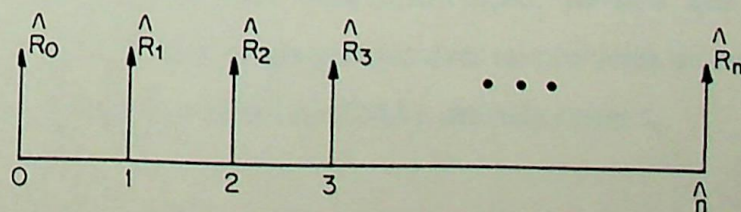


Figura 4.4. Fluxo de caixa com as distribuições resultantes em cada instante

Para se obter a distribuição do valor presente líquido (*VPL*), pode-se utilizar as fórmulas seguintes, que não serão aqui demonstradas, mas são resultantes das já citadas propriedades da distribuição Normal. Assim, o *VPL* está totalmente definido.

$$\mu_{VPL} = \sum_{t=0}^n \left( \frac{\mu_{R_t}}{[1 + i_m]^t} \right) \quad (4.9)$$

$$\sigma_{VPL}^2 = \sum_{t=0}^n \left( \frac{\sigma_{R_t}^2}{(1 + i_m)^{2t}} \right) \quad (4.10)$$

Nestas equações,  $i_m$  é a taxa mínima de atratividade e  $t$  corresponde aos instantes do fluxo de caixa da figura 4.4.

O problema que se encontra, utilizando esta técnica, é para o cálculo da distribuição da TIR. Não é possível buscar um valor para  $i_m$ , de maneira a se anular o valor de VPL, como é feito de maneira determinista. Isto porque, qualquer que seja o valor de  $i_m$ , o VPL poderá assumir valores de  $-\infty$  a  $+\infty$ . A alternativa aqui proposta é uma simplificação do método completo.

O método completo se baseia na operação de convolução discreta, que será objeto do próximo item. Neste, as distribuições  $R_t$  são discretizadas, gerando valores  $r_{i,t}$ , associados à probabilidade  $P_{i,t}$ , onde  $i$  é um ponto da discretização e  $t$  um instante genérico. Assim como na árvore da figura 4.2, faz-se a combinação entre os valores discretos a cada instante, e, para cada combinação, calcula-se a taxa interna de retorno. Obtém-se um conjunto de valores para a TIR, associados a probabilidade que permitem calcular a média e variância da distribuição resultante. Esta técnica será melhor vista adiante, como já se afirmou.

O grande problema no método completo é o excessivo volume de cálculos. Para se ter uma idéia, no caso de uma central hidrelétrica, onde se assume uma vida econômica de 50 anos, assumindo sete discretizações para cada distribuição, ter-se-á que fazer  $1,2 \times 10^{43}$  combinações, o que é inviável. Uma estratégia para resolver tal problema de modo aproximado é através do uso da taxa mínima de atratividade (TMA), definida como  $i_m$ .

O método proposto traz todas as distribuições  $R_t$  para o instante zero, utilizando-se a TMA. Soma-se, então, todas as distribuições, com exceção de  $R_0$ . A média ( $\mu_A$ ) e a variância ( $\sigma_A^2$ ) da distribuição ( $A$ ) resultantes desta soma são dadas a seguir:

$$\mu_A = \sum_{t=1}^n \left( \frac{\mu_{R_t}}{(1+i_m)^t} \right) \quad (4.11)$$

$$\sigma_A^2 = \sum_{t=1}^n \left( \frac{\sigma_{R_t}^2}{(1+i_m)^{2t}} \right) \quad (4.12)$$

O problema agora se resume ao instante zero, onde ocorrem uma distribuição  $R_0$  e uma distribuição resultante  $A$ . Neste ponto o método para de ser algébrico, passando a utilizar a técnica de discretização e combinação em árvore, já descritos.

Seja, então,  $I$  discretizações de  $R_0$  e  $\delta$  de  $A$ . Faz-se todas as combinações possíveis, obtendo " $I \times \delta$ " pares. Para cada par ( $R_{0i}$ ,  $A_j$ ), calcula-se a taxa interna de retorno (TIR), utilizando-se a expressão seguinte:

$$R_{0i} + A_j \cdot \frac{(1+i_m)^n \cdot i_m}{(1+i_m)^n - 1} \cdot \left( \frac{(1+TIR)^n - 1}{(1+TIR)^n \cdot TIR} \right) = 0 \quad (4.13)$$

A idéia da equação (4.13) é transformar o valor  $A_j$  em uma série uniforme, anulando, de certa maneira, a soma das distribuições trazidas para o instante zero. O objetivo é minimizar o erro da avaliação da taxa mínima de atratividade ( $i_m$ ), que foi um artifício para simplificar o cálculo. Depois da transformação em série uniforme, multiplica-se pelo fator valor presente. A TIR corresponderá ao valor que anulará a expressão, conforme está em (4.13).

De fato, da equação (4.13) não se obterá a TIR, mas sim a  $TIR_{ij}$  associada a uma probabilidade  $P_{ij}$ , que é dada por (14), onde  $P_i$  é a probabilidade associada a  $R_{0i}$  e  $P_j$  é a probabilidade associada a  $A_j$ .

$$P_{ij} = P_i \cdot P_j \quad (4.14)$$

Pode-se, agora, calcular os estimadores da média ( $\mu_{TIR}$ ) e da variância ( $\sigma_{TIR}^2$ ) da distribuição de probabilidade da TIR ( $\hat{TIR}$ ), alcançando o objetivo inicial.

$$\mu_{TIR} = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{\delta} (P_{ij} \cdot TIR_{ij}) \quad (4.15)$$

$$\sigma_{TIR}^2 = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{\delta} (P_{ij} \cdot TIR_{ij}^2 - \mu_{TIR}^2) \quad (4.16)$$

Uma nota final, mas não de menor importância, é que não se pode fazer a análise anual, ao invés de fazer no instante zero, como se fez aqui. Isto se deve ao fato de se enxergar cada ano como um “jogo” independente. Existe, portanto,  $n$  eventos, que diversificam o risco. Caso se faça a análise anual, encontrar-se-á a mesma média para a TIR, mas uma variância bem maior, confirmando o aumento do risco.

#### 4.4.3. Método da convolução discreta

Este método já foi, de fato, utilizado nas técnicas já apresentadas. O que se fará aqui é um detalhamento da discretização e a conceituação da operação de convolução, que vinha, até aqui, sendo chamada de combinação. De fato, ele quase sempre será utilizado em conjunto com outros métodos.

A discretização de uma distribuição confirma, que será tanto melhor quanto maior for o número de parcelas. Por outro lado, como já se comentou, um elevado número de discretizações pode tornar computacionalmente inviável o procedimento.

Seja o caso da distribuição Normal, apresentada na figura 4.5a. Ela pode ser discretizada em sete ou em três parcelas, conforme a figura 4.5b e figura 4.5c.

A técnica usual de se discretizar qualquer distribuição é dividir em trechos equiprováveis (mesma área), centrando o valor no baricentro da respectiva área (área da esquerda igual a da direita).

No caso da distribuição Normal, que é a mais utilizada nas análises técnico-econômicas, vale fazer alguns comentários. Inicialmente, cabe lembrar que qualquer discretização Normal pode ser normalizada, resultando em uma distribuição Normal, com média zero e variância igual a 1. A variável ( $Z$ ) da distribuição normalizada é dada por (4.17), onde  $\mu$  e  $\sigma$  são a média e a variância da distribuição original, e  $x$  a variável original.

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad (4.17)$$

A área sob a curva de distribuição Normal normalizada (probabilidade), em função de um certo valor  $Z^*$ , pode ser dada pela seguinte aproximação numérica:

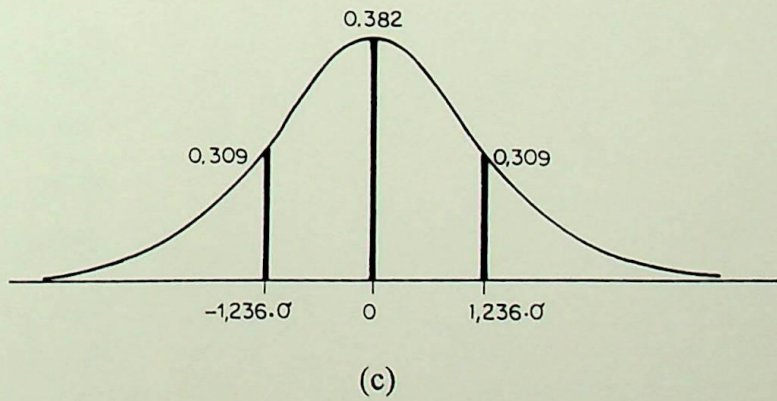
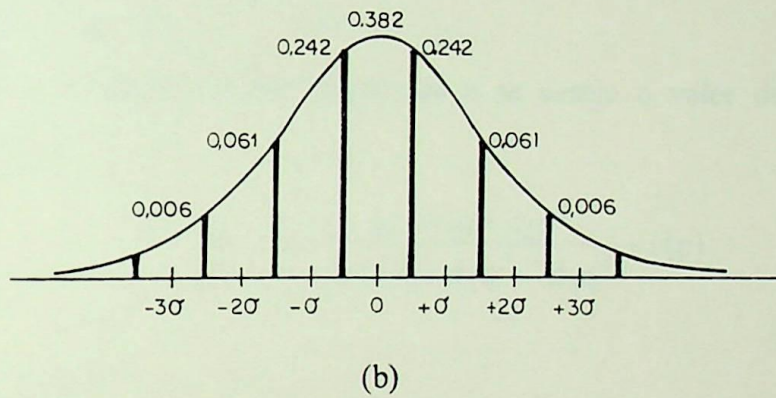
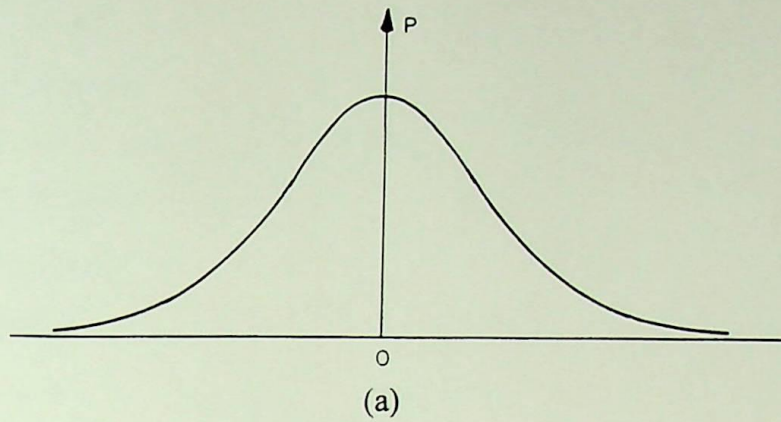


Fig. 5-a) distribuição Normal; b) discretização em 7 parcelas; c) discretização em 3 parcelas.

$$P(z \leq Z^*) = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{Z^{*2}}{2}} \cdot (at + bt^2 + ct^3 + dt^4 + et^5) + \epsilon(z) \quad (4.18)$$

para  $Z^* \geq 0$

$$t = \frac{1}{1 + f \cdot Z^*} \quad (4.19)$$

sendo,

$$a = 0.31938153$$

$$b = -0.356563782$$

$$c = 1.78147937$$

$$d = -1.821255978$$

$$e = 1.330274429$$

$$f = 0.2316419$$

$$\varepsilon |z| < 7,5 \times 10^{-8}$$

Para valores de  $Z^*$  negativo, basta subtrair de 1 a probabilidade associada ao seu módulo ( $P(Z \leq |Z^*|)$ ).

Caso a probabilidade seja conhecida e se deseje o valor de  $Z^*$ , deve-se utilizar a expressão seguinte:

$$Z^* = q - \frac{c_0 + c_1q + c_2q^2}{1 + d_1q + d_2q^2 + d_3q^3} + \varepsilon(p) \quad (4.20)$$

onde:

$$q = \sqrt{\ln \frac{1}{p^2}}$$

$$c_0 = 2,515517$$

$$c_1 = 0,802853$$

$$c_2 = 0,010328$$

$$d_1 = 1,432788$$

$$d_2 = 0,189269$$

$$d_3 = 0,001308$$

$$|\varepsilon(p)| = 0,45 \times 10^{-4}$$

A operação de convolução é de fato, uma varredura de uma distribuição sobre outra. Cada ponto de discretização de uma distribuição pode ser visto como um par  $(x, P(x))$ . A convolução combina, pois, cada ponto  $(x, P(x))$ , de uma distribuição  $f(x)$ , com cada ponto  $(y, P(y))$  de uma distribuição  $g(y)$ . A figura 4.6 ilustra o afirmado para 3 discretizações de  $f(x)$  e 4 de  $g(y)$ . Para o mesmo problema, o quadro 4.2 expõe os pares obtidos.

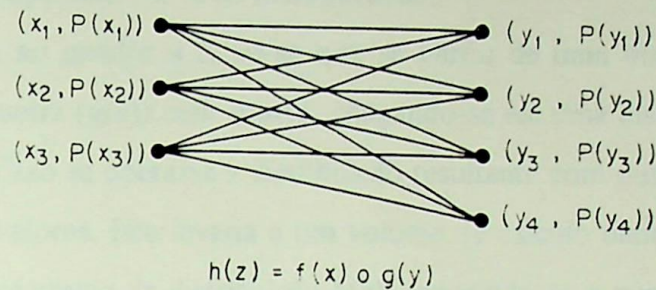


Figura 4.6. Operação de convolução

Quadro 4 2- Resumo da operação de convolução

x	P(x)	y	P(y)	$z = x \circ y$	$P(z) = P(x).P(y)$
$x_1$	$P(x_1)$	$y_1$	$P(y_1)$	$x_1 \circ y_1$	$P(x_1).P(y_1)$
$x_2$	$P(x_2)$	$y_1$	$P(y_1)$	$x_2 \circ y_1$	$P(x_2).P(y_1)$
$x_3$	$P(x_3)$	$y_1$	$P(y_1)$	$x_3 \circ y_1$	$P(x_3).P(y_1)$
$x_1$	$P(x_1)$	$y_2$	$P(y_2)$	$x_1 \circ y_2$	$P(x_1).P(y_2)$
$x_2$	$P(x_2)$	$y_2$	$P(y_2)$	$x_2 \circ y_2$	$P(x_2).P(y_2)$
$x_3$	$P(x_3)$	$y_2$	$P(y_2)$	$x_3 \circ y_2$	$P(x_3).P(y_2)$
$x_1$	$P(x_1)$	$y_3$	$P(y_3)$	$x_1 \circ y_3$	$P(x_1).P(y_3)$
$x_2$	$P(x_2)$	$y_3$	$P(y_3)$	$x_2 \circ y_3$	$P(x_2).P(y_3)$
$x_3$	$P(x_3)$	$y_3$	$P(y_3)$	$x_3 \circ y_3$	$P(x_3).P(y_3)$
$x_1$	$P(x_1)$	$y_4$	$P(y_4)$	$x_1 \circ y_4$	$P(x_1).P(y_4)$
$x_2$	$P(x_2)$	$y_4$	$P(y_4)$	$x_2 \circ y_4$	$P(x_2).P(y_4)$
$x_3$	$P(x_3)$	$y_4$	$P(y_4)$	$x_3 \circ y_4$	$P(x_3).P(y_4)$

Observe que a quinta coluna apresenta o resultado da operação “x o y”, onde “o” é um operador genérico, podendo ser soma, multiplicação, exponenciação, ou qualquer outro, dependendo do problema que se tenha. Por outro lado, a sexta coluna é a multiplicação das probabilidades, independentemente de qual operação se faça com as distribuições.

Um bom exemplo do exposto é o caso do cálculo do benefício anual da troca de um motor. Conhece-se, a princípio, a distribuição associada à conservação anual de energia e tem-

se alguns cenários tarifários. O benefício anual será a multiplicação da conservação anual pela tarifa. Neste caso o operador “o” é de multiplicação.

Voltando-se ao quadro 4.2, vê-se que se partiu de uma distribuição ( $f(x)$ ) com três valores discretos e outra ( $g(y)$ ) com quatro, chegando-se em uma distribuição resultante ( $h(z)$ ) com doze valores. Caso se operasse a distribuição resultante com outra de 3 valores discretos, se chegaria em 36 valores. Isto levaria a um volume de cálculo enorme, como já comentado. Faz-se, então, um rearranjo da distribuição  $h(z)$ , reduzindo-se o número de discretizações. A figura 4.7 mostra um exemplo, onde se reduziu a quatro discretizações. Para tanto se fez um histograma com quatro classes, entre os valores máximo e mínimo de  $Z$ .

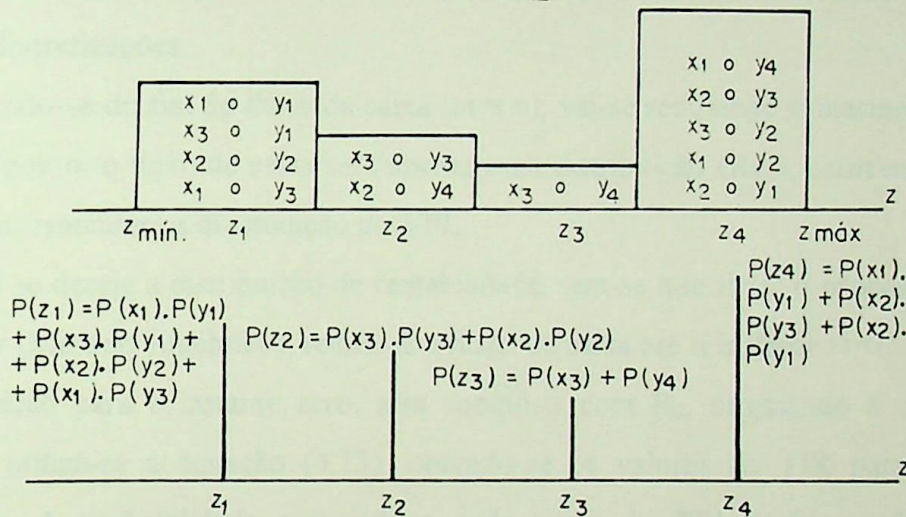


Figura 4.7 - Exemplo de rearranjo de uma discretização aplicada ao quadro 4.2.

Seja, agora, o caso de um fluxo de caixa igual ao apresentado na figura 4.4. As distribuições  $\hat{R}_t$  podem ser obtidas pela técnica da convolução discreta, recém apresentada. Contrariamente ao apresentado no item anterior, as distribuições resultantes ( $\hat{R}_t$ ) não serão consideradas Normais. No entanto, será utilizado o mesmo procedimento de se fazer um desconto das parcelas com base em uma taxa mínima de atratividade ( $i_m$ ), conforme utilizado nas equações (4.9) e (4.10). O que será feito aqui é a redução do fluxo de caixa instantâneo a instante. Assim, a distribuição resultante em um instante “m” qualquer ( $\hat{R}_m$ ) será levada para um instante “m-1” e convolvida com a distribuição resultante deste instante “m-1” ( $\hat{R}_{m-1}$ ), formando uma nova distribuição  $\hat{R}_{m-1}$ . Um valor discreto qualquer  $R_{mi}$  da distribuição  $\hat{R}_m$ ,

será combinado com um valor discreto qualquer  $RE_{m-1}^{\wedge} j$ , da distribuição  $R_{m-1}$ , da maneira dada na equação (4.22), dando um valor discreto  $RE_{m-1} k$ , da distribuição  $RE_{m-1}$ . A probabilidade associada a  $RE_{m-1}$  é dada por (4.23).

$$RE_{m-1} k = \frac{R_{m_i}}{(1+i_m)} + R_{m-1} j \quad (4.22)$$

$$P(RE_{m-1} k) = P(R_{m_i}) \cdot P(R_{m-1} j) \quad (4.23)$$

Evidentemente, depois de fazer toda a convolução, faz-se o rearranjo, reduzindo-se o número de discretizações.

Partindo-se do fim do fluxo de caixa ( $m = n$ ), vai-se reduzindo o mesmo até o instante zero. Neste ponto, o fluxo de caixa será apenas uma distribuição ( $Re_0$ ), ocorrendo no instante zero, que corresponderá à distribuição do VPL.

Caso se deseje a distribuição de rentabilidade, tem-se que fazer o processo descrito no item anterior (Método Algébrico): reduz-se o fluxo de caixa até o instante "t=1". Após, traz-se esta distribuição para o instante zero, sem compô-la com  $R_0$ , originando a distribuição A. Finalmente, utiliza-se a equação (4.13), obtendo-se os valores da TIR para as diferentes combinações. A probabilidade associada a cada valor da TIR será a multiplicação das probabilidades associadas aos valores discretos, utilizados no cálculo.

De fato, a divisão entre o "Método Algébrico" e "Convolução Discreta" é meramente didática, pois o recomendável é combinar os dois métodos, aproveitando-se eficientemente das características de cada um. Deve-se lembrar que o "Método Algébrico" não admite outra operação entre as distribuições, que não seja a soma. Este é um ponto limitante, que não existe no "Método da Convolução Discreta". Por outro lado, o fato de se assumir distribuições Normais não é uma aproximação grosseira, pois o número de distribuições envolvidas em um fluxo de caixa é bastante elevada, prevalecendo o "Teorema Central do Limite". Isto reduz enormemente o volume de cálculo.

#### 4.4.4. Método de Monte Carlo

A vantagem deste método é a sua flexibilidade, podendo incorporar as mais diferentes operações sem maiores complicações sob o ponto de vista de programação.

O princípio do método é a realização de um número elevado de simulações, sendo que a cada simulação sorteia-se valores para as variáveis aleatórias. Esses sorteios têm, entretanto, de respeitar as distribuições que definem cada uma das variáveis. O importante é saber preparar o modelo de maneira que se possa realizar as simulações necessárias.

Fórmulas previamente definidas podem não ser compatíveis com o método. Seja o caso do Fator de Valor Presente, que transforma uma série de  $n$  parcelas anuais iguais ( $A$ ) em um pagamento simples no instante inicial ( $P$ ), fixada a taxa de juros ( $i$ ), dado por:

$$P / R = FVP(n, i) = \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i} \quad (4.24)$$

Neste caso,  $P$  e  $A$  são distribuições normais que definem o pagamento no instante inicial e as anuidades. As variáveis aleatórias serão representadas por letras maiúsculas sob um til. Uma análise apresada poderia levar à seguinte expressão, onde a taxa de juros ( $i$ ) e o número de parcelas ( $n$ ) são determinísticos:

$$\hat{P} = \left\{ \sum_{j=1}^n \frac{1}{(1+i)^j} \right\} \hat{R} = \left\{ \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i} \right\} \hat{R} \quad (4.25)$$

Esta equação não leva em consideração a diversidade existente entre as anuidades, o que de fato reduz a incerteza do valor presente, com relação às parcelas anuais. As verdadeiras relações entre essas variáveis (assumidas como distribuições normais) são dadas pelas expressões seguintes, associando-se seus desvios-padrões ( $\sigma_P$  e  $\sigma_A$ ) e suas médias ( $\mu_P$  e  $\mu_A$ ).

$$\mu_P = \left\{ \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i} \right\} \mu_A \quad (4.26)$$

$$\sigma_P = \left\{ \frac{(1+i)^{2n} \cdot [(1+i)^2 - 1]}{(1+i)^{2n} - 1} \right\} \sigma_A \quad (4.27)$$

Observe que a relação entre o desvio padrão  $P$  e sua média será sempre inferior à mesma relação de  $A$ , evidenciando a redução da incerteza.

Quando todas as variáveis são aleatórias ( $A$ ,  $P$ ,  $i$ ,  $n$ ), a maneira correta de se proceder o cálculo é fazendo-se  $P$  igual ao somatório das anuidades descontadas.

Desta formam realizam-se  $M$  simulações, sorteando-se valores para as variáveis  $i$ ,  $n$  e  $A_n$ . Observe que as anuidades têm as mesmas distribuições, mas ao serem sorteadas não

apresentarão necessariamente os mesmos valores. Ao final, calcula-se a média e o desvio-padrão de  $P$ , com base no conjunto de valores calculados, definindo-se a distribuição resultante. Com base no teorema central do limite, pode-se dizer que a distribuição resultante será uma normal.

$$\mu_P = \frac{\sum_{j=1}^M P_j}{M} \quad (4.28)$$

$$\sigma_P = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^M (P_j - \mu_P)^2}{M-1}} \quad (4.29)$$

A utilização do método probabilístico exige um bom conhecimento das variáveis envolvidas, de maneira a se definir suas distribuições. Entretanto, quando este conhecimento não é tão profundo, pode-se fazer uso da distribuição triangular. Neste caso, basta conhecer os valores superior, inferior e o mais provável das variáveis para definir as distribuições.

Embora o método de Monte Carlo possa simular qualquer distribuição, é mais fácil computacionalmente trabalhar-se com distribuições normais. Assim, com um intervalo de confiança de 80%, pode-se aproximar as distribuições triangulares a distribuições normais, utilizando-se as seguintes equações (4.5) e (4.6).

## CAPÍTULO 5

### *ESTUDO DA ATRATIVIDADE DE PROJETOS DE INVESTIMENTO INCORPORANDO INCERTEZAS - MÉTODO POSSIBILÍSTICO -*

#### 5.1. Introdução

Dando prosseguimento ao tratamento das incertezas nos estudos de atratividade de projetos de investimento, apresenta-se neste capítulo o método possibilístico, o qual faz uso da teoria de conjuntos fuzzy, conjuntos estes também chamados de conjuntos nebulosos ou difusos.

Tendo em vista que esta é uma técnica que ainda está se firmando na área aplicada, a mesma será descrita fazendo-se uma analogia dos elementos que compõe os problemas de matemática financeira, conforme Buckley [8]. Além disso, visando uma melhor compreensão das operações realizadas, no anexo 2 são apresentadas definições e algumas propriedades de números fuzzy de acordo com Kaufman [21].

Inicia-se a abordagem com a consideração do valor futuro fuzzy, e valor presente fuzzy, de uma quantia de caixa fuzzy usando uma taxa de interesse fuzzy em um número definido de períodos fuzzy. A quantia de caixa, a taxa de interesse, e a vida útil podem ser todos conjuntos fuzzy. Para exemplificar, determina-se a quantia fuzzy considerando que um valor  $A$  é investido durante “ $n$ ” períodos com uma taxa de interesse de “ $r$ ” por cento por período. Em seguida calcula-se o valor futuro fuzzy e o valor presente fuzzy de anuidades fuzzy. Finalmente, o valor presente líquido e a taxa interna de retorno de um fluxo de caixa fuzzy são discutidas. Em cada caso, primeiro é apresentado sucintamente a técnica não fuzzy e então imediatamente é apresentada a técnica fuzzy.

Neste trabalho as grandezas fuzzy são denotadas com uma barra. Portanto,  $\bar{A}$ ,  $\bar{S}$ ,  $\bar{r}$ ,  $\bar{n}$ , etc são todas grandezas fuzzy. As funções de pertinência para essas grandezas fuzzy serão denotadas por  $\mu(x|\bar{A})$ ,  $\mu(x|\bar{VF})$ ,  $\mu(x|\bar{n})$ , etc. Defini-se um número fuzzy  $\bar{M}$  como sendo um subconjunto fuzzy do número real, sendo sua função de pertinência definida por:

$$\mu(x|\bar{M}) = (m_1, f_1(y|\bar{M})/m_2, m_3/f_2(y|\bar{M}), m_4) \quad (5.1)$$

onde  $m_1 < m_2 \leq m_3 < m_4$ ,  $f_1(y | \bar{M})$  é uma função monotônica contínua crescente de  $y$  para  $0 \leq y \leq 1$  com  $f_1(0 | \bar{M}) = m_1$  e  $f_1(1 | \bar{M}) = m_2$ , e  $f_2(y | \bar{M})$  é uma função monotônica contínua decrescente de  $y$  para  $0 \leq y \leq 1$  com  $f_2(0 | \bar{M}) = m_3$  e  $f_2(1 | \bar{M}) = m_4$ . Para traçar o gráfico de  $\mu(x | \bar{M})$  considera-se o eixo  $x$  sendo horizontal e o eixo  $y$  vertical. Sendo assim, o gráfico de  $y = \mu(x | \bar{M})$  é: (1) zero para  $x \leq m_1$ ; (2)  $x = f_1(y | \bar{M})$  para  $0 \leq y \leq 1$ ; (3) 1 para  $m_2 \leq m \leq m_3$ ; (4)  $x = f_2(y | \bar{M})$  para  $0 \leq y \leq 1$ ; e (5) zero para  $x \geq m_4$ .

A aritmética de números fuzzy é facilmente manuseada quando  $x$  é uma função de  $y$ , como pode ser visto no anexo 2, e por essa razão adotou-se este formato neste trabalho para descrever os números fuzzy.

Ocasionalmente pode-se empregar segmentos de linha reto para  $\mu(x | \bar{M})$  entre  $[m_1, m_2]$  e  $[m_3, m_4]$ . Então:

$$x = f_1(y | \bar{M}) = (m_2 - m_1)y + m_1, \quad (5.2)$$

$$x = f_2(y | \bar{M}) = (m_3 - m_4)y + m_4, \quad (5.3)$$

para  $0 \leq y \leq 1$ . Neste caso  $\mu(x | \bar{M})$  é denotada simplesmente como  $(m_1/m_2, m_3/m_4)$ . Estes números fuzzy são cômodos para usar e suas interpretações são também facilmente explicadas. Por exemplo, "aproximadamente R\$ 20.000,00" poderá transformar-se em  $(18.000/20.000, 20.000/22.000)$  um número fuzzy triangular e "aproximadamente entre R\$ 12.000,00 e R\$ 16.000,00" pode ser representado por  $(10.000/12.000, 16.000/18.000)$  na forma de número fuzzy trapezoidal.

As taxas de interesse são usualmente citadas como uma percentagem por ano, sendo então convertida para uma taxa decimal de acordo com o período de interesse. Por exemplo, 18% ao ano representado por mês transforma-se em  $18/(12)(100) = 0.015$  ao mês.

Uma quantia de caixa no presente é representada por  $A$  (com ou sem subscrito), a taxa de interesse por período é  $r$ , o número de períodos de interesse é  $n$ , e a quantia de caixa equivalente após  $n$  períodos é  $VF$  (com ou sem subscrito). Seus análogos fuzzy são  $\bar{A}$ ,  $\bar{r}$ ,  $\bar{n}$  e  $\bar{VF}$ . As grandezas fuzzy  $\bar{A}$ ,  $\bar{r}$ ,  $\bar{VF}$  são usualmente números fuzzy porém,  $\bar{n}$  adotou-se ser uma subgrandeza discreta positiva fuzzy de um número real. A função característica  $\mu(x | \bar{n})$  é definida por um conjunto de números inteiros positivos  $n_i$ ,  $1 \leq i \leq k$ , onde  $\mu(n_i | \bar{n}) = \lambda_i$ ,  $0 < \lambda_i$

$\leq 1$  para  $1 \leq i \leq k$ , e  $\mu(x | \bar{n}) = 0$  para os outros casos. O valor  $\lambda_i$ , é interpretado como a possibilidade do número de períodos de interesse ser  $n_i$ .

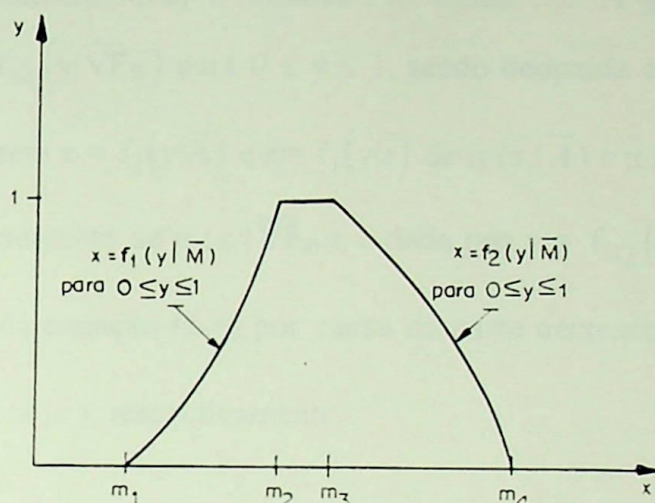


Figura 5.1. Gráfico da função de pertinência  $\mu(x | \bar{M})$  para o número fuzzy  $\bar{M}$ .

## 5.2. Valor futuro e valor presente

Admitindo-se que um montante  $A$  é investido a uma taxa  $r$  por período por  $n$  períodos. Se  $VF_n$  é o valor futuro após  $n$  períodos, este será dado por  $VF_n = A(1+r)^n$ . Agora seja a suposição que um montante fuzzy  $\bar{A}$ , um número fuzzy positivo, é investido hoje a uma taxa fuzzy  $\bar{r}$ , também um número fuzzy positivo, por  $n$  períodos. Se  $\bar{V}F_n$  é o valor futuro após  $n$  períodos, então agora representa-se por:

$$\bar{V}F_n = \bar{A} \otimes (1 \oplus \bar{r})^n \quad (5.4)$$

Observa-se que ao aplicar a equação (5.4) para o primeiro período obtêm-se:

$$\bar{V}F_1 = \bar{A} \oplus (\bar{A} \otimes \bar{r}) = \bar{A} \otimes (1 \oplus \bar{r}) \quad (5.5)$$

porque, para números fuzzy positivos, a multiplicação é distributiva com a adição (anexo 2). Adotando o mesmo procedimento para o segundo período, tem-se:

$$\bar{V}F_2 = \bar{V}F_1 \oplus (\bar{V}F_1 \otimes \bar{r}) = \bar{A} \otimes (1 \oplus \bar{r})^2, \quad (5.6)$$

porque a multiplicação é associativa. Logo é possível concluir que a equação (5.4) está correta. A função de pertinência para  $\bar{V}F_n$ , conforme Buckley [8], é dada por:

$$f_{n_i}(y|\overline{VF}_n) = f_i(y|\overline{A}) \left(1 + f_i(y|\overline{r})\right)^n, \quad (5.8)$$

para  $i = 1, 2$  e  $f_{n_1}(0|\overline{VF}_n) = s_{n_1}$ ,  $f_{n_1}(1|\overline{VF}_n) = s_{n_2}$ ,  $f_{n_2}(0|\overline{VF}_n) = s_{n_4}$ ,  $f_{n_2}(1|\overline{VF}_n) = s_{n_3}$ .

O gráfico deste número fuzzy é mostrado na figura 5.2. A parte crescente de  $\mu(x|\overline{VF}_n)$ , é dado por  $x = f_{n_1}(y|\overline{VF}_n)$  para  $0 \leq y \leq 1$ , sendo deduzida a partir da equação (5.8) por causa da parte crescente  $x = f_1(y|\overline{A})$  e  $x = f_1(y|\overline{r})$  de  $\mu(x|\overline{A})$  e  $\mu(x|\overline{r})$ , respectivamente. Similarmente a parte decrescente de  $\mu(x|\overline{VF}_n)$ , é dada por  $x = f_{n_2}(y|\overline{VF}_n)$  para  $0 \leq y \leq 1$ , sendo deduzida a partir da equação (5.8) por causa da parte decrescente  $x = f_2(y|\overline{A})$  e  $x = f_2(y|\overline{r})$  de  $\mu(x|\overline{A})$  e  $\mu(x|\overline{r})$ , respectivamente.

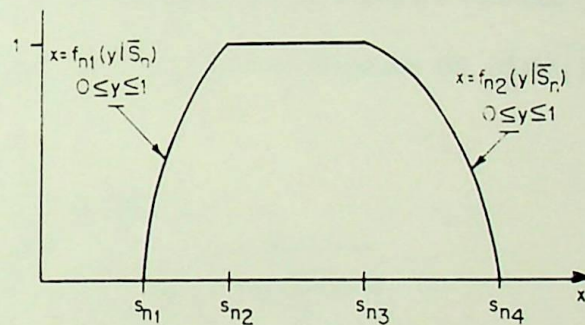


Figura 2. Gráfico de  $\mu(x|\overline{VF}_n)$ , a função de pertinência para o valor futuro fuzzy  $\overline{VF}_n$  de um montante  $\overline{A}$  aplicado a uma taxa  $\overline{r}$ , ambos números fuzzy.

Agora, seja o período de interesse um número fuzzy, sendo  $\overline{VF}$  o valor futuro, a função de pertinência será definida por:

$$\mu(x|\overline{VF}) = \max_{\Gamma(x)}(\theta) \quad (5.9)$$

onde:

$$\theta = \min(\mu(x|\overline{A}), \mu(v|\overline{r}), \mu(v|\overline{n})), \quad (5.10)$$

$$\Gamma(x) = \{(u, v, w) | u(1+v)^w = x\} \quad (5.11)$$

A definição de  $\overline{VF}$  é uma simples extensão do princípio aplicado na equação  $A(1+r)^n = S$ . Se o número de períodos é um número fuzzy ( $\bar{n} = n$ ), então  $\overline{VF}$  se reduz para  $\overline{VF}_n$ , isto é demonstrado por Buckley [9].

Buckley mostra também que  $\mu(x|\overline{VF})$ , pode ser obtido através da seguinte expressão:

$$\mu(x|\overline{VF}) = \max_{1 \leq i \leq k} \left( \min(\mu(x|\overline{VF}_{n_i}), \lambda_i) \right) \quad (5.12)$$

### **Exemplo 1**

Supondo que  $\bar{A} = (90/100, 100/110)$  é investido a uma taxa  $\bar{r} = (0.08/0.10, 0.10/0.12)$  por  $\bar{n}$  períodos onde  $\mu(n_i|\bar{n})$  é mostrada na tabela 5.1. Pode-se obter  $\mu(x|\bar{S}_i)$ ,  $i = 4, 5, 6$ , a partir da equação (5.8). Colocando-se estes resultados juntos usando a equação (5.12) tem-se  $\bar{S}$ , o qual está representado na figura 5.3. Os gráficos individuais de  $\mu(x|\bar{S}_i)$  para  $i = 4, 5, 6$  são mostrados juntos na figura 5.3.

Tabela 5.1. Número fuzzy  $\bar{n}$  (exemplo 1)

$n_i$	4	5	6
$\mu(n_i \bar{n})$	0.7	1.0	0.6

Seja agora o valor presente  $VP(S)$  de uma quantia  $S$ ,  $n$  períodos no futuro com uma taxa de interesse  $r$  por período.  $VP(S)$  é a quantia que, se investida hoje a uma taxa  $r$ , fornecerá o montante  $S$  após  $n$  períodos. Portanto,

$$VP(S)(1+r)^n = S \quad (5.13)$$

na matemática não fuzzy,

$$VP(S) = S(1+r)^{-n} \quad (5.14)$$

Pode-se agora definir o valor presente  $VP(\bar{S}, n)$  de um montante fuzzy  $\bar{S}$ ,  $n$  períodos no futuro se a taxa de interesse fuzzy por período é  $\bar{r}$ . Neste ponto  $\bar{S}$  é um número fuzzy e  $\bar{r}$  é um número fuzzy positivo. É necessário portanto, duas definições de  $VP(\bar{S}, n)$ : uma para  $\bar{S}$  positivo, e outra para  $\bar{S}$  negativo.

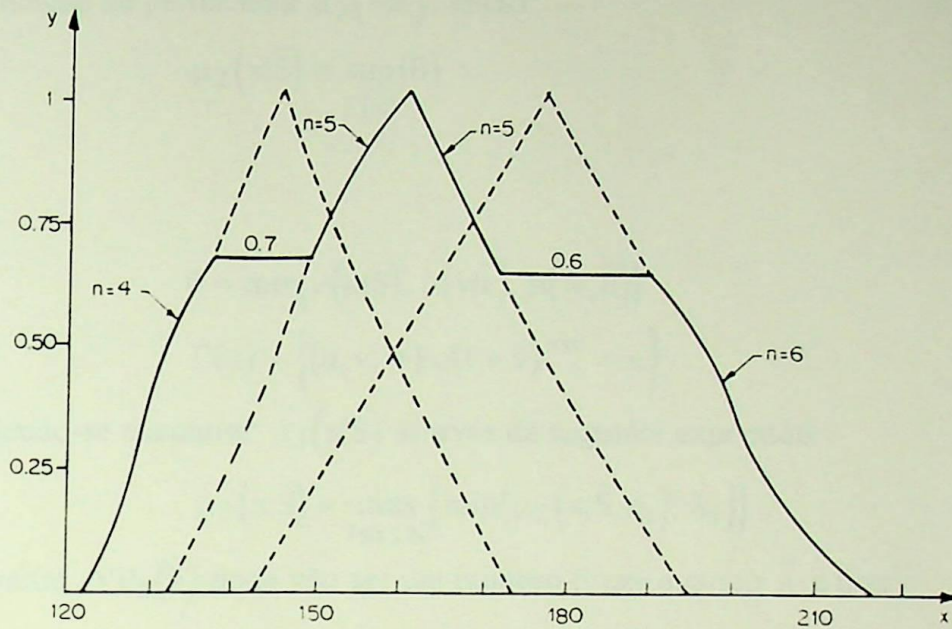


Figura 5.3. Valor futuro fuzzy (exemplo 1).

**Definição 1.**  $PV_1(\bar{S}, n) = \bar{A}$  se e somente se  $\bar{A}$  é um número fuzzy e  $\bar{A} \otimes (1 \oplus \bar{r})^n = \bar{S}$ .

**Definição 2.**  $PV_2(\bar{S}, n) = \bar{A}$  se e somente se  $\bar{A}$  é um número fuzzy e  $\bar{A} = \bar{S} \otimes (1 \oplus \bar{r})^{-n}$ .

Sejam  $\mu_1(x|\bar{S}, n)$  e  $\mu_2(x|\bar{S}, n)$  a representação das funções de pertinência para  $VP_1(\bar{S}, n)$  e  $VP_2(\bar{S}, n)$ , respectivamente. A função de pertinência de  $\mu_1(x|\bar{S}, n)$ , é determinada por:

$$f_i(y|\bar{A}) = f_i(y|\bar{S}) \left(1 + f_i(y|\bar{r})\right)^{-n} \tag{5.15}$$

para  $i = 1, 2$  e  $a_1 = f_1(0|\bar{A})$ ,  $a_2 = f_1(1|\bar{A})$ ,  $a_3 = f_2(1|\bar{A})$ ,  $a_4 = f_2(0|\bar{A})$ . Então  $\bar{A}$  será um número fuzzy se e somente se  $f_1(y|\bar{A})$  for crescente,  $f_2(y|\bar{A})$  for decrescente, e  $a_2 \leq a_3$ . Se alguma dessas condições não se verificar, o  $VP_1(\bar{S}, n)$  é não definido. A função de pertinência  $\mu_2(x|\bar{S}, n)$  é definida por:

$$f_i(y|\bar{A}) = f_i(y|\bar{S}) \left(1 + f_{3-i}(y|\bar{r})\right)^{-n} \tag{5.16}$$

para  $i = 1, 2$  e  $a_1 = f_1(0|\bar{A})$ ,  $a_2 = f_1(1|\bar{A})$ ,  $a_3 = f_2(1|\bar{A})$ ,  $a_4 = f_2(0|\bar{A})$ . Para  $VP_2(\bar{S}, n)$  ser definido deve-se ter  $f_1(y|\bar{A})$  crescente,  $f_2(y|\bar{A})$  decrescente, e  $a_2 \leq a_3$ .

Se o número de períodos  $\bar{n}$  é fuzzy, considerando-se  $VP_2(\bar{S})$  sendo o valor presente de  $\bar{S}$  com função de pertinência  $\mu_2(x|\bar{S})$ , então:

$$\mu_2(x|\bar{S}) = \sup_{\Gamma(x)}(\theta) \quad (5.17)$$

onde:

$$\theta = \min(\mu(u|\bar{S}), \mu(v|\bar{r}), \mu(w, \bar{n})) \quad (5.18)$$

$$\Gamma(x) = \{(u, v, w) | u(1+v)^{-w} = x\} \quad (5.19)$$

Podendo-se encontrar  $\mu_2(x|\bar{S})$  através da seguinte expressão:

$$\mu_2(x|\bar{S}) = \max_{1 \leq i \leq K} (\min(\mu_2(x|\bar{S}, n_i), \lambda_i)) \quad (5.20)$$

Portanto,  $VP_2(\bar{S})$  pode não ser um número fuzzy quando  $\bar{n}$  é fuzzy.

### **Exemplo 2**

Tomando-se uma quantia futura  $\bar{S} = (130/160, 160/190)$ , a taxa de interesse sendo  $\bar{r} = (0.08/0.10, 0.10/0.12)$  e o número de períodos  $\bar{n}$  sendo na tabela 5.1. Para calcular  $\mu_2(x|\bar{S}, n)$  é necessário primeiro encontrar  $\mu_2(x|\bar{S}, n_i)$  para  $n_i = 4, 5, 6$ . As partes crescentes e decrescentes de  $\mu_2(x|\bar{S}, n_i)$ , são dadas por  $f_1(y|\bar{A})$  e  $f_2(y|\bar{A})$  respectivamente, sendo estas determinadas pela equação (5.16). Portanto, obtêm-se:

$$f_1(y|\bar{A}) = (30y + 130)[1.12 - 0.02y]^{-n} \quad (5.21)$$

e

$$f_2(y|\bar{A}) = (190 - 30y)[1.08 + 0.02y]^{-n} \quad (5.22)$$

para  $n = 4, 5, 6$  e  $0 \leq y \leq 1$ . Estas funções de pertinência são representadas juntas para obter  $\mu_2(x|\bar{S}, n)$  conforme é mostrado na figura 5.3.

### **5.3. Anuidades fuzzy**

Será considerado inicialmente o caso de anuidades regulares com período de pagamento igual ao período de interesse. Uma anuidade regular é onde pagamentos periódicos  $P$  são feitos no final da cada período de interesse, durante  $n$  períodos. Se a taxa de interesse, na notação decimal, é  $r$  por período e  $S_n$  é o montante acumulado após o  $n$ -ésimo pagamento então  $S_n = P\beta(n, r)$ , onde  $\beta$  é o fator de valor futuro dado por:

$$\beta(n, r) = \left( (1+r)^n - 1 \right) / r \quad (5.23)$$

Supondo-se agora que o montante  $\bar{P}$  fuzzy é depositado ao final de cada período de interesse e a taxa de interesse fuzzy por período é  $\bar{r}$ . Deve-se salientar que  $\bar{P}$  e  $\bar{r}$  são ambos números fuzzy positivos. O montante  $\bar{S}_n$  acumulado após  $n$  períodos será dada por:

$$\bar{S}_n = \bar{P} \oplus (\bar{P} \otimes (1 \oplus \bar{r})) \oplus \dots \oplus (\bar{P} \otimes (1 \oplus \bar{r})^{n-1}) \quad (5.24)$$

Evidenciando-se  $\bar{P}$  na equação (5.24), tem-se que a função de pertinência  $\mu(x|\bar{S}_n)$  para  $\bar{S}_n$  será determinada por:

$$f_i(y|\bar{S}_n) = f_i(y|\bar{P})\beta(n, f_i(y|\bar{r})) \quad (5.25)$$

para  $i = 1, 2$ , onde  $s_{n_1} = f_{n_1}(0|\bar{S}_n)$ ,  $s_{n_2} = f_{n_1}(1|\bar{S}_n)$ ,  $s_{n_3} = f_{n_2}(1|\bar{S}_n)$ ,  $s_{n_4} = f_{n_2}(0|\bar{S}_n)$ . Então se  $\beta(n, r)$  é uma função crescente de  $r$ , tem-se que  $f_{n_1}(y|\bar{S}_n)$  é crescente,  $f_{n_2}(y|\bar{S}_n)$  é decrescente, e  $s_{n_2} \leq s_{n_3}$ . Isto é,  $\bar{S}_n$  é um número fuzzy.

Se o número de períodos de pagamentos  $\bar{n}$  é fuzzy, e se  $\bar{S}$  é o valor futuro das anuidades com função característica  $\mu(x|\bar{S})$ . Então:

$$\mu(x|\bar{S}) = \max_{\Gamma(x)} \theta \quad (5.26)$$

onde

$$\theta = \min(\mu(u|\bar{P}), \mu(v|\bar{r}), \mu(w|\bar{n})) \quad (5.27)$$

$$\Gamma(x) = \{(u, v, w) | u\beta(w, v) = x\} \quad (5.28)$$

Buckley mostra que  $\mu(x|\bar{S})$  pode ser facilmente obtido através de

$$\mu(x|\bar{S}) = \max_{1 \leq i \leq K} (\min(\mu(x|S_{ni}), \lambda_i)) \quad (5.29)$$

### **Exemplo 3**

Sejam pagamentos periódicos  $\bar{P} = (150/190, 200, 220)$  a uma taxa  $\bar{r} = (0.06/0.09, 0.10/0.11)$  durante  $\bar{n}$  períodos onde  $\bar{n}$  é conforme a tabela 5.2. Calcula-se então  $\mu(x|\bar{S}_{n_i})$  para  $n_i = 10, 12, 14$  pela equação (5.25). Combinando-se estes resultados usando a equação (5.29) calcula-se  $\mu(x|\bar{S})$ . Todos os gráficos são apresentados na figura 5.4.

Tabela 5.2. Número fuzzy  $\bar{n}$  ( exemplo 3)

$n_i$	10	12	14
$\mu(n_i   \bar{n})$	0.8	1.0	0.6

A seguir define-se o valor presente de anuidades regulares. Supondo que são feitos  $P$  pagamentos periódicos ao final de cada período de interesse por  $n$  períodos, onde a taxa de interesse por período é  $r$ . Se  $A_n$  é o valor presente deste fluxo de caixa futuro, então  $A_n = P\gamma(n,r)$  onde  $\gamma$  é o fator de valor presente dado por:

$$\gamma(n,r) = \left(1 - (1+r)^{-n}\right) / r \quad (5.30)$$

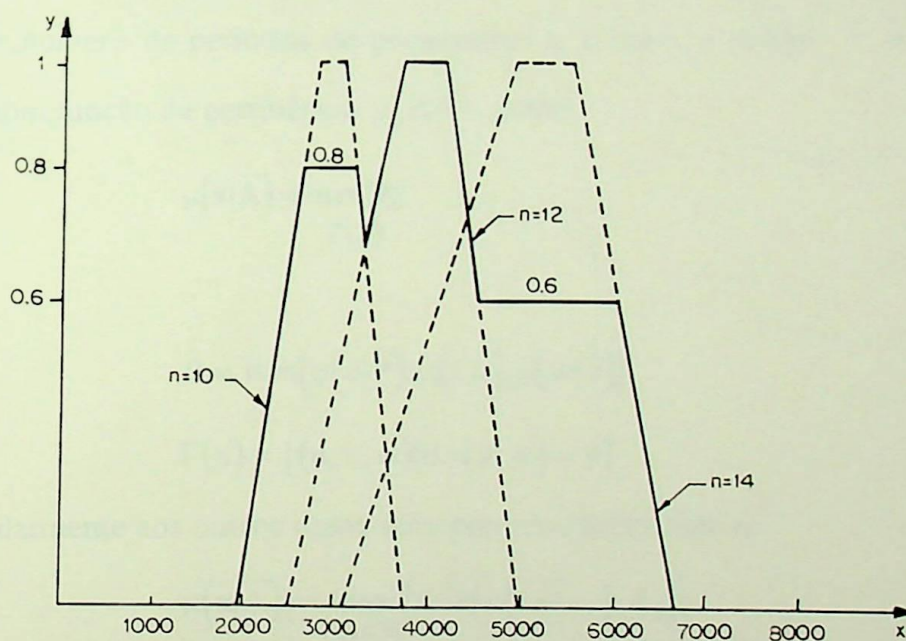


Figura 5.4. Anuidades fuzzy do exemplo 3.

Assumindo-se que  $\bar{P}$  pagamentos fuzzy são feitos ao final de cada período, para  $n$  períodos, a uma taxa de interesse fuzzy  $\bar{r}$ , sendo ambos os números  $\bar{P}$  e  $\bar{r}$  números fuzzy positivos. Se  $\bar{A}_n$  é o valor presente deste fluxo de caixa fuzzy, então este é obtida através da seguinte expressão:

$$\bar{A}_n = \sum_{i=1}^n PV_2(\bar{P}, i) \quad (5.31)$$

onde  $\Sigma$  representa adição fuzzy. Evidenciando-se  $\bar{P}$  na equação (5.31), tem-se que a função de pertinência  $\mu(x|\bar{A}_n)$  para  $\bar{A}_n$  é determinada por:

$$f_{n_i}(y|\bar{A}_n) = f_i(y|\bar{P})\gamma(n, f_{3-i}(y|\bar{r})) \quad (5.32)$$

para  $i = 1, 2$  e  $a_{n_1} = f_{n_1}(0|\bar{A}_n)$ ,  $a_{n_2} = f_{n_1}(1|\bar{A}_n)$ ,  $a_{n_3} = f_{n_2}(1|\bar{A}_n)$ ,  $a_{n_4} = f_{n_2}(0|\bar{A}_n)$ .

Onde  $\gamma(n, r)$  é uma função decrescente de  $r$ . Por isso,  $f_{n_1}(y|\bar{A}_n)$  é crescente, haja vista que  $f_1(y|\bar{P})$  é crescente e  $f_2(y|\bar{r})$  é decrescente. Similarmente, tem-se que  $f_{n_2}(y|\bar{A}_n)$  é decrescente e  $a_{n_2} \leq a_{n_3}$ . Portanto  $\bar{A}_n$  é um número fuzzy.

Se o número de períodos de pagamento  $\bar{n}$  é fuzzy e sendo  $\bar{A}$  o valor presente das anuidades com função de pertinência  $\mu(x|\bar{A})$ , então:

$$\mu(x|\bar{A}) = \max_{\Gamma(x)}(\theta) \quad (5.33)$$

onde

$$\theta = \min(\mu(u|\bar{P}), \mu(v|\bar{r}), \mu(w|\bar{n})) \quad (5.34)$$

$$\Gamma(x) = \{(u, v, w) | u\gamma(w, v) = x\} \quad (5.35)$$

Similarmente aos outros casos com períodos fuzzy tem-se:

$$\mu(x|\bar{A}) = \max_{1 \leq i \leq K} \left( \min(\mu(x|\bar{A}_{n_i}), \lambda_i) \right) \quad (5.36)$$

#### **Exemplo 4**

Sejam pagamentos periódicos  $\bar{P} = (90/100, 100/100)$  a taxa  $\bar{r} = (0.08/0.10, 0.10/0.12)$  onde o número de períodos  $\bar{n}$  é como na tabela 5.1. Inicialmente calcula-se  $\mu(x|\bar{A}_{n_i})$  para  $n_i = 4, 5, 6$ , sendo suas funções são determinadas por  $f_{n_1}(y|\bar{A}_n)$  e  $f_{n_2}(y|\bar{A}_n)$  conforme a equação (5.32). Sendo assim, obtêm-se:

$$f_{n_1}(y|\bar{A}_n) = (10y + 90)\gamma_1 \quad (5.37)$$

onde

$$\gamma_1 = \frac{1 - [1.12 - 0.02y]^{-n}}{0.12 - 0.02y} \quad (5.38)$$

e

$$f_{n_2}(y|\bar{A}_n) = (110 + 10y)\gamma_2 \quad (5.39)$$

onde

$$\gamma_2 = \frac{1 - [1.08 + 0.02y]^{-n}}{0.08 - 0.02y} \quad (5.40)$$

para  $n = 4, 5, 6$  e  $0 \leq y \leq 1$ . Usando-se os dados do exemplo 1, para obter  $\mu(x|\bar{A})$  através da equação (5.36), tem-se o gráfico de  $\mu(x|\bar{A})$  similar aos apresentados na figura 5.3 e figura 5.4.

#### 5.4. Fluxo de caixa fuzzy

Habitualmente se utilizam dois métodos de comparação (mutuamente exclusivos) de alternativas de investimento - o valor presente líquido (VPL) e a taxa interna de retorno (TIR). Seja  $A = A_0, A_1, \dots, A_n$ , o fluxo de caixa líquido de um projeto de investimento proposto para um período  $n$  de tempo. Se  $A_i > 0$ , então -  $A_i$  é o investimento líquido (total de investimento menos total de retorno) feito no projeto ao final do  $i$ -ésimo período. Se  $A_i < 0$ , então  $A_i$  é o retorno líquido (total de retorno menos total de investimento) para o projeto no final do  $i$ -ésimo período. Neste trabalho assumiu-se que  $A_0 < 0$  tendo em vista que geralmente os projetos de investimento iniciam com um investimento inicial. Assumiu-se também o período de tempo igual ao período de interesse.

No método do VPL encontra-se o valor presente de todos os retornos futuros líquido descontando apropriadamente, o custo do capital para uma constante  $r_0$ , menos qualquer saída de caixa inicial. Portanto, o VPL do fluxo de caixa  $A = A_0, A_1, \dots, A_n$  é dado por:

$$VPL(A, n) = \sum_{i=0}^n A_i (1 + r_0)^{-i} \quad (5.41)$$

Considerando-se agora o fluxo de caixa líquido fuzzy  $\bar{A} = \bar{A}_0, \dots, \bar{A}_n$  sendo  $\bar{r}_0$  uma taxa de interesse fuzzy. A função de pertinência  $\mu(x|\bar{A}_i)$  para o número fuzzy  $\bar{A}_i$  é definida por :

$$\mu(x|\bar{A}_i) = (a_{i_1}, f_{i_1}(y|\bar{A}_i) / a_{i_2}, a_{i_3} / f_{i_2}(y|\bar{A}_i), a_{i_4}) \quad (5.42)$$

para  $i = 0, 1, \dots, n$ .  $\bar{A}_0$  é um número fuzzy negativo e os outros  $\bar{A}_i$  são números positivos ou negativos. A taxa  $\bar{r}_0$  é um número fuzzy positivo. O valor presente líquido fuzzy de  $\bar{A}$  é dado por:

$$\text{VPL}(\bar{A}, n) = \bar{A}_0 \oplus \sum_{i=1}^n \text{VP}_{k(i)}(\bar{A}_i, i) \quad (5.43)$$

onde  $\oplus$  é adição fuzzy e  $k(i) = 1$  quando  $\bar{A}_i$  é negativo,  $k(i) = 2$  para  $\bar{A}_i$  positivo. A função de pertinência  $\mu(x|\bar{A}_i)$  para  $\text{VPL}(\bar{A}, n)$  é definida por:

$$\mu(x|\bar{A}, n) = (\alpha_{n_1}, f_{n_1}(y|\bar{A}) / \alpha_{n_2}, \alpha_{n_3} / f_{n_2}(y|\bar{A}_i), \alpha_{n_4}) \quad (5.44)$$

onde:

$$f_{n_i}(y|\bar{A}) = \sum_{j=0}^n f_{j_i}(y|\bar{A}_j) \left[ 1 + f_{k(j)}(y|\bar{r}_0) \right]^{-j} \quad (5.45)$$

para  $i = 1, 2$ , onde  $k(j) = 2$  para  $\bar{A}_j$  negativo e  $k(j) = 3 - i$  para  $\bar{A}_j$  positivo. Naturalmente,  $\alpha_{n_1} = f_{n_1}(0|\bar{A})$ ,  $\alpha_{n_2} = f_{n_1}(1|\bar{A})$ ,  $\alpha_{n_3} = f_{n_2}(1|\bar{A})$ ,  $\alpha_{n_4} = f_{n_2}(0|\bar{A})$ .

Deverão ser consideradas as propostas cujos VPL ultrapassam  $\bar{0}$ , onde  $\bar{0}$  é uma representação apropriada do zero fuzzy. Por exemplo, se os montantes de caixa fuzzy são dados em milhões, então  $\bar{0} = (-10000/0, 0/10000)$  pode ser uma boa escolha para o zero fuzzy. Qualquer projeto  $\bar{A}$  deve ser descartado se não tiver  $\text{VPL}(\bar{A}, n) > \bar{0}$ .

Com relação ao método da taxa interna de retorno - TIR pode-se verificar que ele não se estende, até o presente momento, para um fluxo de caixa fuzzy.

Seja um fluxo de caixa qualquer  $A = A_0, A_1, \dots, A_n$ , a taxa interna de retorno TIR  $(A, n)$  é uma solução qualquer  $r > -1$  para,

$$\sum_{i=1}^n A_i (1+r)^{-i} = -A_0 \quad (5.46)$$

Assumindo-se que  $A_0 < 0$ , seja o investimento inicial, tem-se que  $-A_0$  é positivo. Se o fluxo de caixa tem mais que uma mudança de sinal, então a equação (5.46) pode não ter solução ou ela poderá ter múltiplas soluções. Quando o fluxo de caixa tem múltiplas taxas internas de retorno, o método da TIR é considerado não aplicável para ordenar as alternativas

de investimento. Assumindo-se que todos os projetos tem uma única TIR, então esses projetos com  $TIR > r_0$  são ordenados do maior para o menor, conforme o valor da TIR.

Seja agora o fluxo de caixa fuzzy  $\bar{A} = \bar{A}_0, \bar{A}_1, \dots, \bar{A}_n$ .  $\bar{A}_0$  é um número fuzzy negativo e os outros  $\bar{A}_i$  podem ser números fuzzy positivos ou negativos. A taxa interna de retorno fuzzy  $TIR(\bar{A}, n)$  é uma taxa de interesse fuzzy  $\bar{r}$  que torna o valor presente de todos os montantes de caixa futuro iguais as despesas de caixa inicial. Portanto, o número fuzzy  $\bar{r}$  satisfaz:

$$\sum_{i=1}^n PV_{k(i)}(\bar{A}_i, i) = -\bar{A}_0 \quad (5.47)$$

onde  $\sum$  é adição fuzzy,  $k(i) = 1$  se  $\bar{A}_i$  é negativo e  $k(i) = 2$  se  $\bar{A}_i$  é positivo. Deseja-se que  $\bar{r}$  seja um número positivo com  $\bar{r}_1 > -1$ . O número fuzzy  $\bar{r}$  é especificado por duas funções  $f_1(y|\bar{r})$  e  $f_2(y|\bar{r})$  quais sejam:

$$-f_{0_2}(y|\bar{A}_0) = \sum_{i=1}^n f_{i_1}(y|\bar{A}_i) \left[ 1 + f_{k(i)}(y|\bar{r}) \right]^{-i} \quad (5.48)$$

$$-f_{0_1}(y|\bar{A}_0) = \sum_{i=1}^n f_{i_2}(y|\bar{A}_i) \left[ 1 + f_{k(i)}(y|\bar{r}) \right]^{-i} \quad (5.49)$$

e  $k(i) = 1$  para  $\bar{A}_i$  negativo e  $k(i) = 2$  para  $\bar{A}_i$  positivo. Nas equações (5.48) e (5.49) as funções  $f_{ij}(y|\bar{A}_i)$ ,  $i = 0, 1, \dots, n$  e  $j = 1, 2$  são dadas e uma deve solucionar as funções desconhecidas  $f_1(y|\bar{r})$  e  $f_2(y|\bar{r})$ .

Para  $\bar{r}$  ser um número fuzzy deve-se ter  $f_1(y|\bar{r})$  crescente,  $f_2(y|\bar{r})$  decrescente, e  $r_2 \leq r_3$  onde  $r_1 = f_1(0|\bar{r})$ ,  $\dots$ ,  $r_4 = f_2(0|\bar{r})$ . Se qualquer uma dessas condições não forem satisfeitas então o fluxo de caixa  $\bar{A}$  não tem TIR fuzzy.

A simples, e mais importante, situação de fluxo de caixa é quando  $A_i > 0$ , para  $1 \leq i \leq n$ , e uma única TIR é garantida. No exemplo 5 mostra-se que um fluxo de caixa fuzzy simples pode não possuir uma TIR fuzzy. Então, pode-se concluir que a técnica da TIR não se aplica para fluxos de caixa fuzzy, até o presente momento.

**Exemplo 5**

Considerando-se  $\bar{A}_0 = (100/110, 110/120)$ ,  $\bar{A}_1 = (190/200, 300/310)$ , e  $\bar{A}_2 = (190/200, 300/310)$ . Sendo  $r_2$  e  $r_3$  determinados por:

$$300(1+r_2)^{-2} + 300(1+r_2)^{-1} = 110, \quad (5.50)$$

$$200(1+r_3)^{-2} + 200(1+r_3)^{-1} = 110, \quad (5.51)$$

onde  $r_3 = 1.535 < r_2 = 2.505$ . Então, este fluxo de caixa não tem TIR fuzzy.

Um método alternativo para definir a  $TIR(\bar{A}, n)$  é posicionando-se  $\bar{A}_0$  no lado esquerdo da equação (5.47), então a taxa interna de retorno fuzzy  $\bar{r}$  deve satisfazer a seguinte equação:

$$\bar{A}_0 \oplus \sum_{i=1}^n PV_{k(i)}(\bar{A}_i, i) = \bar{0} \quad (5.52)$$

onde  $\bar{0}$  é alguma representação do zero fuzzy. No entanto, é fácil observar que para diferentes definições de  $\bar{0}$  fuzzy, obtêm-se diferentes  $\bar{r}$ .

Após o cálculo do valor presente líquido surge o problema da verificação da condição  $VPL(\bar{A}, n) > \bar{0}$ , para que o investimento possa ser considerado viável. Para solucionar este problema sugere-se a adoção da técnica de ordenação de números fuzzy proposta por Chen [10], a qual é apresentada no capítulo 6.

## CAPÍTULO 6

### *ORDENAÇÃO DAS ALTERNATIVAS PARA TOMADA DE DECISÃO*

#### 6.1. Introdução

Os métodos de estudo de rentabilidade de projetos de investimento descritos nos capítulos 4 e 5, se limitam aos custos e benefícios atribuídos diretamente aos projetos correspondentes. Não sendo incorporados benefícios **externos**, tais como:

- melhoria da qualidade de vida produzido por uma oferta mais ampla de energia;
- melhoria da estrutura econômica local;
- redução da contaminação ambiental;
- efeitos de geração de empregos;
- alívio da balança de bens e serviços por substituição de recursos de energia importados;
- efeitos sobre o nível de capacitação;
- redução do êxodo rural;
- aumento da segurança de abastecimento, etc.

Também não são considerados custos **externos**, tais como:

- aumento da contaminação ambiental;
- eliminação de postos de trabalho;
- criação de uma minoria privilegiada, etc.

Os benefícios e custos externos, contudo, podem adquirir realmente uma importância considerável ao dar-se uma aplicação ampla às tecnologias que podem suprir mercados descentralizados - um projeto de investimento não rentável a nível microeconômico pode ser, por sua vez, sumamente valioso, se levado em conta seu benefício social. Por isso, torna-se imprescindível a incorporação dos critérios sócio-econômico-ambientais, na tomada de decisão. Sendo assim, apresenta-se neste capítulo uma combinação dos métodos de ordenação de alternativas, utilizando números fuzzy, propostos por Buckley [10] e por Chen [10], como forma de incorporar os custos e benefícios ambientais, sociais, e outros de interesse do investidor, na tomada de decisão final da alternativa de projeto de investimento a ser implementada.

Deve-se salientar que a técnica de ordenação de números fuzzy proposta poderá também ser usada para verificar se o valor presente líquido fuzzy de uma alternativa de

investimento é menor ou maior que um zero fuzzy, ou seja, se a alternativa tem viabilidade econômica ou não.

## 6.2. Descrição do problema

Seja o problema de ordenar  $m$  alternativas chamadas de  $\bar{A}_1, \bar{A}_2, \dots, \bar{A}_n$  desde a “melhor até a pior”. Afim de atingir esse objetivo, destina-se esse estudo a um analista, ou um grupo de analistas, que denominou-se neste trabalho de “AN” por abreviação. O AN deseja utilizar a opinião de  $n$  especialistas (juizes, ...) chamados  $J_1, J_2, \dots, J_n$ . Os especialistas fornecerão as informações relativas aos critérios a serem levados em consideração,  $C_1, C_2, \dots, C_k$ , e também informações referentes a importância relativa de cada critério para algum objetivo geral. O AN deseja selecionar a partir de  $\bar{A}_1, \bar{A}_2, \dots, \bar{A}_n$  aquela que melhor satisfaz os critérios adotados.

Primeiramente precisa-se especificar qual tipo de número fuzzy os especialistas poderão utilizar para qualificar as alternativas com relação a cada critério e os critérios com relação ao objetivo final. Neste capítulo um número fuzzy é uma subgrandeza de  $R$  descrita por:

$$(\alpha/\beta, \gamma/\delta)$$

onde  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  são números reais e  $\alpha \leq \beta \leq \gamma \leq \delta$ . O gráfico da função de pertinência é determinado por esses quatro números como a seguir: zero para a esquerda de  $\alpha$ , contínuo e rigorosamente crescente de  $(\alpha, 0)$  até  $(\beta, 0)$ , um segmento de reta horizontal de  $(\beta, 1)$  até  $(\gamma, 1)$ , contínuo e rigorosamente decrescente de  $(\gamma, 1)$  até  $(\delta, 0)$ , e zero para valores maiores que  $\delta$ . Ele é similar à definição de números fuzzy apresentada no anexo 2. Os números fuzzy usados pelos especialistas são  $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in \{0, 1, 2, \dots, L\}$ , para  $L$  um inteiro positivo, o gráfico de  $\mu$  é um segmento de linha reto nos intervalos  $[\alpha, \beta]$  e  $[\gamma, \delta]$ . Se dois números  $\alpha, \beta$ , ou  $\gamma, \delta$  são iguais o segmento de reta correspondente não existe. Por exemplo,  $(4/5, 5/6)$  é um triângulo em  $[4, 6]$  e  $(2/2, 2/4)$  é um segmento de reta de  $(2, 1)$  até  $(4, 0)$  e zero em qualquer outra parte.

Os números fuzzy descritos são intuitivamente fáceis de serem usados pelos especialistas. Cada tipo de número fuzzy pode ter várias interpretações que poderá ser fornecida para os juizes por AN. Por exemplo “aproximadamente 7” pode ser  $(6/7, 7/8)$  e “entre 6 e 7” pode ser  $(6/6, 7/7)$  ou  $(5/6, 7/8)$ . Também, uma interpretação possível para  $(5/5, 5/7)$  pode ser “no mínimo 5”. Números não fuzzy são tolerados e representados por  $(\alpha/\alpha, \alpha/\alpha) = \alpha$ .

Seja  $\wp$  um conjunto de números fuzzy e  $\wp_0$  são aqueles números fuzzy (positivos) que podem ser usados pelos juizes. Os especialistas designam um número fuzzy de  $\wp_0$  para as alternativas por cada critério e também para cada critério. Seja também,

$$\bar{a}_{ij}^{-k} = (\alpha_{ij}^k / \beta_{ij}^k, \gamma_{ij}^k / \delta_{ij}^k)$$

os números fuzzy atribuídos para a alternativa  $A_i$  por especialista  $J_i$  por critério  $C_k$ . O número fuzzy  $\bar{a}_{ij}^{-k}$  mede quão bem  $A_i$  satisfaz  $C_k$  por juiz  $J_j$ . Tem-se ainda,

$$\bar{b}_{ij}^{-k} = (\varepsilon_{ij}^k / \zeta_{ij}^k, \eta_{ij}^k / \theta_{ij}^k)$$

como o número fuzzy dada para  $C_k$  por  $J_j$ . O número fuzzy  $\bar{b}_{ij}^{-k}$  é a importância do critério  $C_k$ , com respeito ao objetivo global, por especialista  $J_j$ .

Os dados coletados por AN podem ser apresentados na forma matricial  $T_k$  e  $T$ :

$$T_k = \begin{matrix} & J_1 & J_2 & \dots & J_j \\ \bar{A}_1 & & & & \\ \bar{A}_2 & & \bar{a}_{ij}^{-k} \in \wp_0 & & \\ & & & & \\ \bar{A}_n & & & & \end{matrix}$$

para cada  $C_k$ ,  $1 \leq k \leq K$ , e

$$T = \begin{matrix} & J_1 & J_2 & \dots & J_j \\ C_1 & & & & \\ C_2 & & \bar{b}_{ij}^{-k} \in \wp_0 & & \\ & & & & \\ C_n & & & & \end{matrix}$$

Conhecido os dados  $T_k$  e  $T$ , o AN agora calcula os pesos fuzzy  $\bar{\omega} = (\bar{\omega}_1, \bar{\omega}_2, \dots, \bar{\omega}_m)$

onde  $\bar{\omega}_i \in \wp$ . Deve-se salientar que o número fuzzy  $\bar{\omega}_i$  pode não pertencer a  $\wp_0$ . As alternativas  $A_i$  recebem pesos fuzzy  $\bar{\omega}_i$ ,  $1 \leq i \leq n$ .

Os pesos fuzzy são então usados para ordenar as alternativas.

A ordenação é feita utilizando o método proposto por Chen, o qual possibilita ordenar desde a melhor até a pior alternativa; sendo este descrito após a apresentação da metodologia para cálculo dos pesos das alternativas.

### 6.3. Determinando os pesos das alternativas

O processo de determinação do peso de cada uma das alternativas foi proposto por Buckley [9], sendo descrito a seguir.

Defini-se inicialmente

$$\bar{m}_{ik} = \left(\frac{1}{n}\right) \otimes \left(\bar{a}_{i1}^k \oplus \bar{a}_{i2}^k \oplus \dots \oplus \bar{a}_{in}^k\right), \quad (6.1)$$

e

$$\bar{n}_k = \left(\frac{1}{n}\right) \otimes \left(\bar{b}_{k1}^k \oplus \bar{b}_{k2}^k \oplus \dots \oplus \bar{b}_{kn}^k\right), \quad (6.2)$$

Sendo esses números fuzzy simplesmente a média fuzzy das linhas das matrizes  $T_k$  e  $T$ , respectivamente. Buckley mostra que  $\bar{m}_{ik}$  e  $\bar{n}_k$  também pertencem a  $\mathcal{F}_0$ . Os operadores são bem definidos por que a soma é associativa e a multiplicação é distributiva para números fuzzy positivos [anexo 2]. Para calcular  $\bar{\omega}_i$  multiplica-se  $\bar{m}_{ik}$ , que é a média fuzzy das linhas da matriz  $T_k$  por critério  $C_k$ , por  $\bar{n}_k$  que é a média fuzzy das linhas da matriz  $T$ , calcula-se então a média desses produtos sobre todos os critérios. Isto é,

$$\bar{\omega}_i = \left(\frac{1}{KL}\right) \otimes \left[\left(\bar{m}_{i1} \otimes \bar{n}_1\right) \oplus \dots \oplus \left(\bar{m}_{ik} \otimes \bar{n}_k\right)\right], \quad (6.3)$$

Pode-se dividir por  $L$  desde que todos os pesos fuzzy tenham sua base em  $[0, L]$ .

Buckley mostra que o número fuzzy  $\bar{\omega}_i$  pode ser descrito como  $(W_i[L_1, L_2] / X_i, Y_i / Z_i [U_1, U_2])$  e para tal propõe algumas definições. Seja  $\alpha_{ik}, \beta_{ik}, \gamma_{ik}, \delta_{ik}$ , a média, respectivamente, dos números reais  $\alpha_{ij}^k, \beta_{ij}^k, \gamma_{ij}^k, \delta_{ij}^k$ , que compõem os números fuzzys atribuídos pelos especialistas para cada alternativa. Isto é,

$$\alpha_{ik} = \frac{\sum_{j=1}^n \alpha_{ij}^k}{n} \quad (6.4)$$

$$\beta_{ik} = \frac{\sum_{j=1}^n \beta_{ij}^k}{n} \quad (6.5)$$

$$\gamma_{ik} = \frac{\sum_{j=1}^n \gamma_{ij}^k}{n} \quad (6.6)$$

$$\delta_{ik} = \frac{\sum_{j=1}^n \delta_{ij}^k}{n} \quad (6.7)$$

Similarmente, define-se  $\varepsilon_k, \zeta_k, \eta_k, \theta_k$  como a média, respectivamente, dos números reais  $\varepsilon_{kj}, \zeta_{kj}, \eta_{kj}, \theta_{kj}$ , que compõem os números fuzzys atribuídos pelos especialistas para cada critério. Isto é,

$$\varepsilon_k = \frac{\sum_{j=1}^n \varepsilon_{kj}}{n} \quad (6.8)$$

$$\zeta_k = \frac{\sum_{j=1}^n \zeta_{kj}}{n} \quad (6.9)$$

$$\eta_k = \frac{\sum_{j=1}^n \eta_{kj}}{n} \quad (6.10)$$

$$\theta_k = \frac{\sum_{j=1}^n \theta_{kj}}{n} \quad (6.11)$$

Logo, define-se,

$$W_i = \frac{\sum_{k=1}^K \alpha_{ik} \cdot \varepsilon_k}{KL} \quad (6.12)$$

De maneira similar define-se  $X_i, Y_i, Z_i$  como a média dos correspondentes produtos sobre todos os critérios e dividi-se por  $L$ . Por exemplo,

$$Z_i = \frac{\sum_{k=1}^K \delta_{ik} \cdot \theta_k}{KL} \quad (6.13)$$

Também, define-se,

$$L_1 = \frac{\sum_{k=1}^K (\beta_{ik} - \alpha_{ik}) (\zeta_k - \varepsilon_k)}{KL} \quad (6.14)$$

$$L_2 = \frac{\sum_{k=1}^K [\alpha_{ik} (\zeta_k - \varepsilon_k) + \varepsilon_k (\beta_{ik} - \alpha_{ik})]}{KL} \quad (6.15)$$

$$U_1 = \frac{\sum_{k=1}^K (\delta_{ik} - \gamma_{ik}) (\theta_k - \eta_k)}{KL} \quad (6.16)$$

$$U_2 = -\frac{\sum_{k=1}^K [\theta_k (\delta_{ik} - \gamma_{ik}) + \delta_{ik} (\theta_k - \eta_k)]}{KL} \quad (6.17)$$

O gráfico da função característica de  $\bar{\omega}_i$  é: zero para a esquerda de  $W_i$ ,  $L_1 y^2 + L_2 y + W_i = x$  entre  $[W_i, X_i]$ , uma linha horizontal de  $(X_i, 1)$  até  $(Y_i, 1)$ ,  $U_1 y^2 + U_2 y + Z_i = x$  entre  $[Y_i, Z_i]$ , e zero para a direita de  $Z_i$ .

O gráfico de  $L_1 y^2 + L_2 y + W_i = x$ , assumindo o eixo  $x$  como horizontal e o  $y$  como vertical, é uma parábola entre  $(W_i, 0)$  e  $(X_i, 1)$ , se  $L_1 \neq 0$ . Quando  $L_1 = 0$  ele é um segmento de linha reto desde  $(W_i, 0)$  até  $(X_i, 1)$ . Similarmente, o gráfico é parabólico, ou uma linha reta, entre  $Y_i$  e  $Z_i$ . A interpretação anterior se aplica se dois dos números  $W_i, X_i$  ou  $X_i, Y_i$ , ou  $Y_i, Z_i$  são iguais.

Buckley propõe em [9] um método para ordenar as alternativas, no entanto, preferiu-se adotar o método proposto por Chen, tendo em vista sua maior facilidade para a implementação computacional, o qual será descrito mais adiante.

### **Exemplo 1**

Assumindo-se que um AN deseja estabelecer o peso, para posterior ordenação, de 3 alternativas através de dois critérios usando a opinião de 5 juizes. Os dados reunidos por AN são apresentados nas Tabelas 6.1, 6.2 e 6.3. Os números fuzzy  $(\alpha/\beta, \gamma/\delta)$  usados pelos especialistas compreendem  $\alpha, \beta, \gamma$  e  $\delta \in \{0, 1, 2, 3, \dots, 10\}$ .

A tabela 6.1 mostra que os juizes  $J_1, J_3, J_4$  consideram o critério  $C_1$  mais importante que  $C_2$  mas os outros juizes consideram que  $C_2$  é mais importante. Os números fuzzy  $\bar{n}_k$ , que são os critérios fuzzy de ordenação por cada juiz, são computados como:

$$\bar{n}_1 = (6.2 / 6.8, 7.0 / 7.4), \quad \bar{n}_2 = (3.6 / 3.8, 4.2 / 4.8)$$

Claramente, o primeiro critério mostra-se ser o mais importante.

Para o primeiro critério  $C_1$  na tabela 6.2, os juizes  $J_2, J_4, J_5$  ordenaram a alternativa  $\bar{A}_2$  melhor, então  $\bar{A}_3$  sucederá  $\bar{A}_1$ . Os outros especialistas  $J_1$  e  $J_3$  colocam  $\bar{A}_3$  e  $\bar{A}_1$  primeiro, respectivamente. A ordenação de números fuzzy  $\bar{m}_{i1}$  para estes critérios são determinadas por:

$$\bar{m}_{11} = (3.6 / 3.8, 4.2 / 4.4), \quad \bar{m}_{21} = (6.6 / 7.2, 7.4 / 7.8), \quad \bar{m}_{31} = (3.4 / 4.0, 5.0 / 5.4)$$

Por este critério a alternativa 2 é ordenada maior e,  $\bar{A}_1$  e  $\bar{A}_3$  são aproximadamente iguais.

Tabela 6.1. Conceitos dos juizes para cada critério, usando números fuzzy.

	$J_1$	$J_2$	$J_3$	$J_4$	$J_5$
$C_1$	(7/8 , 8/9)	(5/5 , 6/6)	(6/7,7/8)	(8/9,9/9)	(5/5,5/5)
$C_2$	(4/4 , 5/6)	(7/7, 7/7)	(0/0,0/1)	(2/2,3/3)	(5/6,6/7)

Tabela 6.2. Conceitos dos juizes por alternativas segundo o critério  $C_1$ , usando números fuzzy.

	$J_1$	$J_2$	$J_3$	$J_4$	$J_5$
$\bar{A}_1$	(5/5,5/5)	(2/2,2/2)	(7/8,9/9)	(4/4,5/5)	(0/0,0/1)
$\bar{A}_2$	(5/5,5/5)	(7/8,9/9)	(5/6,6/7)	(9/9,9/9)	(7/8,8/9)
$\bar{A}_3$	(6/7,7/8)	(4/4,5/5)	(0/1,2/3)	(5/5,7/7)	(2/3,4/4)

Tabela 6.3. Conceitos dos juizes por alternativas segundo o critério  $C_2$ , usando números fuzzy.

	$J_1$	$J_2$	$J_3$	$J_4$	$J_5$
$\bar{A}_1$	(4/4,5/5)	(5/5,6/6)	(5/5,6/7)	(4/4,6/6)	(4/5,6/7)
$\bar{A}_2$	(5/5,5/5)	(5/6,6/7)	(5/5,5/7)	(9/9,9/9)	(5/6,6/7)
$\bar{A}_3$	(6/7,7/7)	(6/7,7/8)	(8/8,8/8)	(0/0,0/2)	(7/7,7/7)

Para o segundo critério  $C_2$  na tabela 6.3, os juizes  $J_1, J_2, J_3, J_5$  acreditam que a alternativa  $\bar{A}_3$  é melhor e as demais alternativas são aproximadamente iguais na ordenação.

Porém, o especialista  $J_4$  ordena a alternativa  $\bar{A}_2$  melhor, então  $\bar{A}_1$  é precedido por  $\bar{A}_3$ . Os números de ordenação fuzzy  $\bar{m}_{ij}$  são:

$$\bar{m}_{12} = (4.4 / 4.6, 5.8 / 6.2), \quad \bar{m}_{22} = (5.8 / 6.2, 6.2 / 7.0), \quad \bar{m}_{32} = (5.4 / 5.8, 5.8 / 6.4)$$

Por esse critério as alternativas  $\bar{A}_1$  e  $\bar{A}_3$ , claramente, são aproximadamente iguais.

A alternativa  $\bar{A}_2$  pode ser considerada melhor classificada ou ela pode ser aproximadamente igual para as outras duas.

Os pesos finais fuzzy  $\bar{\omega}_i$  para as alternativas são calculados como:

$$\bar{\omega}_1 = (1.908[0.008, 0.25] / 2.166, 2.688 / 3.116[0.016, -0.444])$$

$$\bar{\omega}_2 = (3.09[0.022, 0.514] / 3.626, 3.892 / 4.566[0.032, -0.706])$$

$$\bar{\omega}_3 = (2.026[0.022, 0.414] / 2.462, 2.968 / 3.534[0.026, -0.592])$$

#### 6.4. Ordenação das alternativas

O método proposto por Chen para ordenação de números fuzzy, é um avanço nos métodos apresentados por Jain [17] e [18] nos anos de 1976 e 1977, respectivamente.

Seja  $n$  números fuzzy  $\bar{A}_1, \bar{A}_2, \dots, \bar{A}_n$ , cada um possuindo uma função de pertinência  $f_{\bar{A}_i}^-(x)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , pertencente a  $R$ . Assumi-se inicialmente que todas as funções de pertinência tem a forma triangular ou trapezoidal. Deseja-se portanto, ordenar essas alternativas usando o critério da utilidade total através do conceito de conjuntos máximos e conjuntos mínimos.

##### 6.4.1. Conjunto máximo e utilidade direita

Inicialmente faz-se-á uma explanação a respeito do método de Jain de modo a facilitar o entendimento do método de Chen. O método de Jain pode ser descrito da seguinte forma: Considerando-se  $\bar{A}_i$   $i = 1, 2, \dots, n$ , sendo números fuzzy com função de pertinência triangular  $f_{\bar{A}_i}^-(x)$ ,  $x$  pertencente a  $R$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ . Jain define conjunto máximo como  $\bar{M} = \{(x, f_{\bar{M}_i}^-(x)) \mid x \in R\}$ , com

$$f_{\bar{M}}(x) = \begin{cases} (x / x_{\max})^k & x \in S \\ 0 & \text{para outros valores} \end{cases} \quad (6.18)$$

onde  $x_{\max} = \sup S$ ,  $S = \bigcup_{i=1}^n S_i$ , onde  $S_i$  é o conjunto suporte de  $\bar{A}_i$ .

O valor de  $k$  pode ser variado para ajustar-se a aplicação. Então, o valor correspondente da ordem de cada alternativa  $\bar{A}_i$  é calculada por

$$\bar{U}_M(i) = \sup_x (f_{\bar{M}}(x) \wedge f_{\bar{A}_i}(x)), \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

No caso geral, ele é criado tal que se qualquer dos  $\bar{A}_i$ 's contenha suporte negativa, então a função de pertinência  $f_{\bar{M}}(x) = (x / x_{\max})^k$  torna-se negativa, se  $k$  é um número ímpar (veja figura 6.1). Isto contradiz a definição de  $f_{\bar{M}}(x)$  como uma função de pertinência. Se  $k$  é um inteiro par, e se o suporte  $x$ , é negativo temos  $|x| > |x_{\max}|$ , então nós temos  $f_{\bar{M}}(x) > 1$ , o que também contradiz a definição de  $0 \leq f_{\bar{M}}(x) \leq 1$ .

A luz destes fatos, Chen propõe um fórmula mais geral. Supondo que  $\bar{A}_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , são números fuzzy, cada um com função de pertinência triangular dada por:

$$f_{\bar{A}_i}(x) = \begin{cases} (x - c_i) / (a_i - c_i), & c_i \leq x \leq a_i \\ (x - d_i) / (a_i - d_i), & a_i \leq x \leq d_i \\ 0, & \text{para outros valores} \end{cases} \quad (6.19)$$

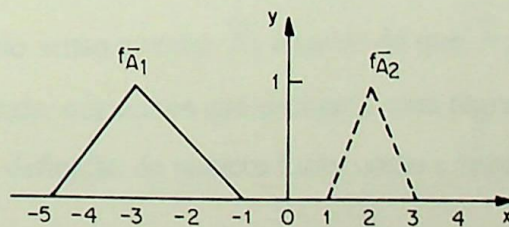


Figura 6.1. Números fuzzy triangulares.

**Definição 1.** O conjunto máximo  $\bar{M}$  é um subconjunto fuzzy com função de pertinência  $f_{\bar{M}}$  dada por:

$$f_{\bar{M}}(x) = \begin{cases} \left[ \frac{(x - x_{\min})}{(x_{\max} - x_{\min})} \right]^k & x_{\min} \leq x \leq x_{\max}, \\ 0, & \text{para outros valores} \end{cases} \quad (6.20)$$

onde  $x_{\min} = \inf S$ ,  $x_{\max} = \sup S$ ,  $S = \bigcup_{i=1}^n S_i$ ,  $S_i = \{x \mid f_{\bar{A}_i}(x) > 0\}$ .

O valor de  $k$  pode ser variado de acordo com a aplicação.

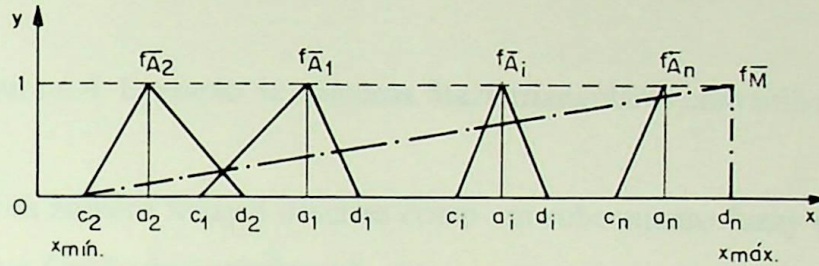


Figura 6.2. Função utilidade direita.

**Definição 2.** O valor da utilidade direita para cada alternativa  $\bar{A}_i$  é definido como:

$$U_{\bar{M}}(i) = \sup_x (f_{\bar{M}}(x) \wedge f_{\bar{A}_i}(x)), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (6.21)$$

Pela figura 6.2, observa-se que o valor da utilidade direita do número  $\bar{A}_i$  é  $y$  - valor da coordenada do ponto de interseção de  $f_{\bar{M}}$  com o lado direito de  $f_{\bar{A}_i}(x)$ .

#### 6.4.2. Ordenando com conjuntos máximos e mínimos

A figura 6.3 mostra que  $\bar{A}_1$  e  $\bar{A}_2$  tem a mesma ordem, mais por senso comum, a ordem de  $\bar{A}_1$  é maior que a de  $\bar{A}_2$ . Similarmente a figura 6.4 também mostra que  $\bar{A}_1$  e  $\bar{A}_2$  tem a mesma ordem mais pelo senso comum  $\bar{A}_1$  é maior do que  $\bar{A}_2$ .

Diante desta dificuldade, nós temos que encontrar uma regra mais sensível para ordenar números fuzzy. Considere a definição de número fuzzy como a seguir.

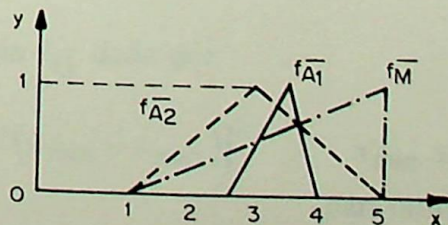


Figura 6.3. Números fuzzy triangulares e a função utilidade direita.

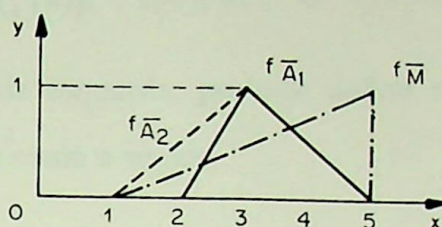


Figura 6.4. Exemplo de números fuzzy triangulares com utilidade direita.

**Definição 3.** Um número fuzzy é descrito como um subconjunto fuzzy da linha real  $\mathbb{R}$ , tal que sua função de pertinência  $h_A$  é:

- (i) uma curva contínua em  $\mathbb{R}$  para o intervalo fechado  $[0, y]$ ,  $0 < y \leq c$ ;
- (ii) constante em  $(-\infty, c]$ :  $h_A(x) = 0$ , para  $x$  tal que  $-\infty < x \leq c$ ;
- (iii) estritamente crescente em  $[c, a]$ ;
- (iv) constante em  $[a, b]$ :  $h_A(x) = 0$ , para  $x$  tal que  $a \leq x \leq b$ ;
- (v) estritamente decrescente em  $[b, d]$ ;
- (vi) constante em  $[d, \infty)$ :  $h_A(x) = 0$ , para  $x$  tal que  $d \leq x \leq \infty$ ;

onde  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$ , são números reais. Eventualmente, nós podemos considerar  $c = -\infty$ , ou  $a = b$ , ou  $c = a$ , ou  $b = d$ , ou  $d = +\infty$ .

Conforme mencionado, o conjunto máximo e a utilidade direita como nas definições 1 e 2, respectivamente, são usados para medir a tendência direita de números fuzzy.

Defini-se então o conjunto mínimo e a utilidade esquerda a seguir, como forma de medir a tendência esquerda.

**Definição 4.** Supondo que  $\bar{A}_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , são números fuzzy, cada um com função de pertinência triangular  $f_{\bar{A}_i}$  como na equação (6.19). O conjunto mínimo  $\bar{G}$  é um subconjunto fuzzy com função de pertinência  $f_{\bar{G}}$  dada por:

$$f_{\bar{G}}(x) = \begin{cases} \left[ \frac{(x - x_{\max})}{(x_{\min} - x_{\max})} \right]^k & x_{\min} \leq x \leq x_{\max}, \\ 0, & \text{para outros valores} \end{cases} \quad (6.22)$$

onde  $x_{\max}$  e  $x_{\min}$  são como na definição 1.

**Definição 5.** O valor da utilidade esquerda para cada número fuzzy  $\bar{A}_i$  é definido como

$$U_{\bar{G}}(i) = \sup_x (f_{\bar{G}}(x) \wedge f_{\bar{A}_i}(x)), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (6.23)$$

Conhecendo-se a utilidade esquerda, pode-se definir o valor da ordenação de cada número fuzzy  $\bar{A}_i$  razoavelmente como a seguir.

**Definição 6.** A utilidade total é o valor de ordem da cada número fuzzy  $\bar{A}_i$  sendo dada por

$$U_T(i) = [U_{\bar{M}}(i) + 1 - U_{\bar{G}}(i)] / 2, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (6.24)$$

A idéia de  $U_{\bar{G}}(i)$  é expressa na figura 6.5.

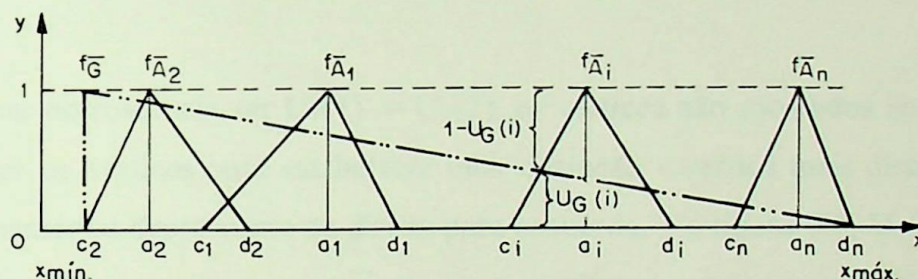


Figura 6.5. Função utilidade esquerda de números fuzzy triangulares.

Usando-se a equação (6.24) pode-se re-ordenar  $\bar{A}_1, \bar{A}_2$  na figura 6.3 de modo fácil e razoável, de modo que  $\bar{A}_1$  é maior que ( $>$ )  $\bar{A}_2$  (figura 6.6). Similarmente, pode-se também re-ordenar  $\bar{A}_1, \bar{A}_2$  na figura 6.4, os quais também denotam um resultado satisfatório  $\bar{A}_1 > \bar{A}_2$  (figura 6.7).

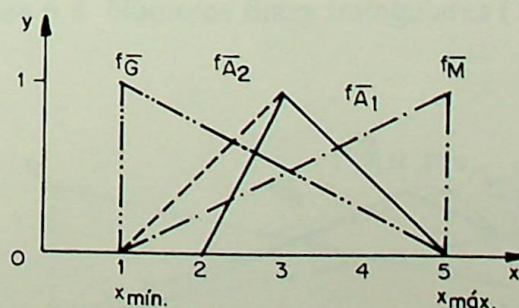


Figura 6.6. Funções utilidade direita e esquerda ( $\bar{A}_1 > \bar{A}_2$ ).

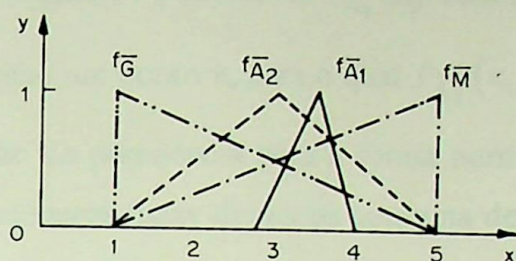


Figura 6.7- Números fuzzy e funções utilidade direita e esquerda.

Seja agora o caso da figura 6.8. A regra de Jain afirma que  $\bar{A}_1 > \bar{A}_2$ . Ao passo que usando a nova regra, ela indica que  $U_T(1) = U_T(2) = 0.5$ , isto é  $\bar{A}_1$  e  $\bar{A}_2$  tem a mesma ordem ( $\bar{A}_1 = \bar{A}_2$ ).

Apesar do resultado ser  $U_T(1) = U_T(2)$ , os vértices não são todos iguais, portanto nós podemos usar os vértices para estabelecer uma distinção - vértice mais distante à direita é o maior, com tamanho decrescente da direita para esquerda. Na figura 6.9,  $U_T(1) = U_T(2)$  mas o vértice de  $\bar{A}_1$  é  $(7,1)$  e o vértice de  $\bar{A}_2$  é  $(46/7,1)$ . Então se  $7 > 46/7$ , isto implica que  $\bar{A}_2 > \bar{A}_1$ .

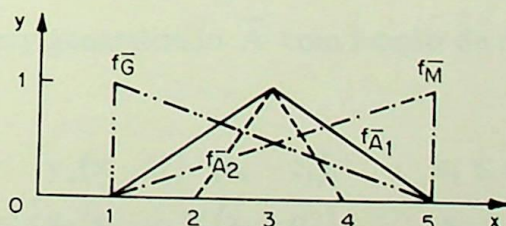


Figura 6.8. Números fuzzy triangulares ( $\bar{A}_1 = \bar{A}_2$ ).

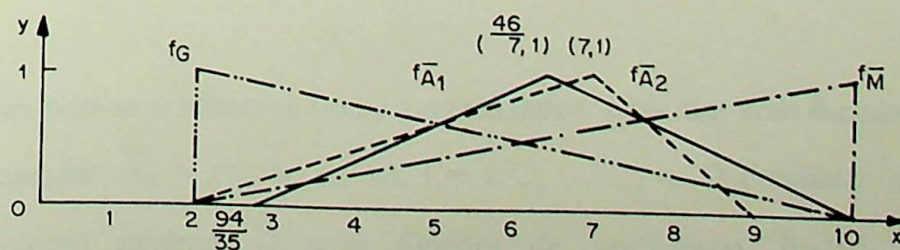


Figura 6.9. Números fuzzy triangulares ( $\bar{A}_1 = \bar{A}_2$  mas  $7 > 49/7$ , logo  $\bar{A}_2 > \bar{A}_1$ ).

### 6.4.3. Ordenando números fuzzy com função de pertinência triangular generalizada

No método de Jain, a função de pertinência  $f_{\bar{A}_i}(x)$  está restrita para a forma normal, isto é, esta existe com no mínimo um ponto  $x_0$  para o qual  $f_{\bar{A}_i}(x_0) = 1$ . Mas em muitos casos não pode-se restringir a função de pertinência para a forma normal, assim Chen propõe uma forma mais geral de ordenar números fuzzy definidos como na definição 3. Então, o conjunto máximo e o conjunto mínimo são como a seguir.

**Definição 7.** Um número fuzzy real  $A$  é descrito como um subconjunto fuzzy da linha real  $R$ , tal que sua função de pertinência  $h_A$  é:

- (i) uma curva contínua em  $R$  para o intervalo fechado  $[0, y]$ ,  $0 \leq y \leq c$ ;
- (ii) constante em  $(-\infty, c]$ :  $h_A(x) = 0$ , para  $x$  tal que  $-\infty < x \leq c$ ;
- (iii) estritamente crescente em  $[c, a]$ ;
- (iv) constante em  $[a, b]$ :  $h_A(x) = y$ , para  $x$  tal que  $a \leq x \leq b$ ;
- (v) estritamente decrescente em  $[b, d]$ ;
- (vi) constante em  $[d, \infty)$ :  $h_A(x) = 0$ , para  $x$  tal que  $d \leq x \leq \infty$ ;

onde  $a, b, c, d$  e  $y$  são números reais. Eventualmente, nós podemos considerar  $c = -\infty$ , ou  $a = b$ , ou  $c = a$ , ou  $b = d$ , ou  $d = \infty$ .

Chama-se os números fuzzy com este tipo de função de pertinência de números fuzzy generalizados. O número fuzzy generalizado  $\bar{A}$  com função de pertinência na forma triangular geral é:

$$f_{\bar{A}_i}(x) = \begin{cases} y_i(x - c_i) / (a_i - c_i), & c_i \leq x \leq a_i \\ y_i(x - d_i) / (a_i - d_i), & a_i \leq x \leq d_i \\ 0, & \text{para outros valores} \end{cases}$$

A representação desta classe de números fuzzy generalizados será feita por  $\bar{A}_i = (c_i, a_i, d_i, y_i)$ .

**Definição 8.** Supondo-se  $n$  números fuzzy generalizados, cada um com função de pertinência triangular  $\bar{A}_i = (c_i, a_i, d_i, y_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ . O conjunto máximo  $\bar{M}$  e o conjunto mínimo  $\bar{G}$  tem funções de pertinência  $f_{\bar{M}}(x)$ ,  $f_{\bar{G}}(x)$  dadas respectivamente por:

$$f_{\overline{M}}(x) = \begin{cases} \left[ \frac{(x - x_{\min})}{(x_{\max} - x_{\min})} \right]^k y, & x_{\min} \leq x \leq x_{\max}, \\ 0, & \text{para outros valores} \end{cases} \quad (6.25)$$

$$f_{\overline{G}}(x) = \begin{cases} \left[ \frac{(x - x_{\max})}{(x_{\min} - x_{\max})} \right]^k y & x_{\min} \leq x \leq x_{\max}, \\ 0, & \text{para outros valores} \end{cases} \quad (6.26)$$

onde  $x_{\min} = \inf S$ ,  $x_{\max} = \sup S$ ,  $S = \bigcup_{i=1}^n S_i$ ,  $S_i = \{x | f_{\overline{A}_i}(x) > 0\}$ ,  $y_i = \sup_x f_{\overline{A}_i}(x)$ ,  $y = \inf y_i$ .

**Definição 9.** O valor da utilidade direita  $U_{\overline{M}}(i)$ , da utilidade esquerda  $U_{\overline{G}}(i)$  e da utilidade total  $U_T(i)$  para cada número fuzzy generalizado  $\overline{A}_i$  são definidos como:

$$U_{\overline{M}}(i) = \sup_x \left( f_{\overline{A}_i}(x) \wedge f_{\overline{M}}(x) \right), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (6.27)$$

$$U_{\overline{G}}(i) = \sup_x \left( f_{\overline{A}_i}(x) \wedge f_{\overline{G}}(x) \right), \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

$$U_T(i) = \left[ U_{\overline{M}}(i) + y - U_{\overline{G}}(i) \right] / 2, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (6.28)$$

O menor  $U_{\overline{G}}(i)$ , torna o  $\overline{A}_i$  maior. Portanto, usa-se  $y - U_{\overline{G}}(i)$  para enumerar a ordem das funções de pertinência.

#### 6.4.4. Cálculo dos valores de ordenação $U_T(i)$

Seja  $\overline{A}_1, \overline{A}_2, \dots, \overline{A}_m$  números fuzzy com funções de pertinência triangulares, possuindo cada um três vértices, com coordenadas  $(c_i, 0)$ ,  $(a_i, y_i)$ ,  $(d_i, 0)$ , como na figura 6.10. Quando  $k = 1$ , o conjunto máximo correspondente  $\overline{M}$  e o conjunto mínimo  $\overline{G}$  tem suas funções de pertinência dadas pela equações (6.25) e (6.26), respectivamente. Sendo assim, se o número fuzzy  $\overline{A}_i$  tem função de pertinência,

$$f_{\overline{A}_i}(x) = \begin{cases} y_i(x - c_i) / (a_i - c_i), & c_i \leq x \leq a_i \\ y_i(x - d_i) / (a_i - d_i), & a_i \leq x \leq d_i \\ 0, & \text{para outros valores} \end{cases}$$

então:

$$f_{\overline{M}}(x) = \begin{cases} \left[ \frac{y(x - x_{\min})}{(x_{\max} - x_{\min})} \right]^k y, & x_{\min} \leq x \leq x_{\max}, \\ 0, & \text{para outros valores} \end{cases}$$

Com base na opinião desses mesmos especialistas, constrói-se as matrizes abaixo, cujos elementos representam a opinião de cada especialista sobre cada alternativa com relação a um determinado critério.

- Com relação ao critério 1

	E <sub>1</sub>	E <sub>2</sub>	E <sub>3</sub>	E <sub>4</sub>
A <sub>1</sub>	(10 / 10 , 10 / 10)	(8 / 9 , 9 / 10)	(9 / 9 , 10 / 10)	(10 / 10 , 10 / 10)
A <sub>2</sub>	(2 / 2 , 2 / 2)	(1 / 1 , 1 / 1)	(0 / 0 , 0 / 0)	(1 / 1 , 2 / 2)
A <sub>3</sub>	(5 / 5 , 5 / 5)	(5 / 6 , 6 / 7)	(4 / 4 , 4 / 4)	(4 / 5 , 5 / 6)

- Com relação ao critério 2

	E <sub>1</sub>	E <sub>2</sub>	E <sub>3</sub>	E <sub>4</sub>
A <sub>1</sub>	(4 / 4 , 4 / 4)	(3 / 4 , 4 / 5)	(2 / 2 , 2 / 2)	(1 / 3 , 3 / 4)
A <sub>2</sub>	(10 / 10 , 10 / 10)	(8 / 9 , 9 / 10)	(7 / 8 , 9 / 10)	(8 / 9 , 9 / 10)
A <sub>3</sub>	(0 / 0 , 0 / 0)	(0 / 1 , 1 / 2)	(2 / 2 , 2 / 2)	(1 / 2 , 2 / 3)

- Com relação ao critério 3

	E <sub>1</sub>	E <sub>2</sub>	E <sub>3</sub>	E <sub>4</sub>
A <sub>1</sub>	(7 / 7 , 7 / 7)	(5 / 7 , 8 / 9)	(4 / 5 , 5 / 6)	(7 / 9 , 10 / 10)
A <sub>2</sub>	(10 / 10 , 10 / 10)	(9 / 9 , 9 / 9)	(7 / 8 , 9 / 10)	(8 / 9 , 10 / 10)
A <sub>3</sub>	(1 / 1 , 1 / 1)	(0 / 1 , 1 / 2)	(1 / 3 , 3 / 4)	(0 / 1 , 3 / 4)

- Com relação ao critério 4

	E <sub>1</sub>	E <sub>2</sub>	E <sub>3</sub>	E <sub>4</sub>
A <sub>1</sub>	(6 / 7 , 7 / 8)	(4 / 4 , 4 / 4)	(3 / 4 , 5 / 6)	(4 / 5 , 5 / 6)
A <sub>2</sub>	(8 / 8 , 9 / 9)	(7 / 7 , 7 / 7)	(7 / 8 , 8 / 9)	(6 / 7 , 8 / 9)
A <sub>3</sub>	(10 / 10 , 10 / 10)	(9 / 9 , 10 / 10)	(8 / 9 , 9 / 10)	(6 / 7 , 7 / 8)

Os pesos obtidos usando-se a equação o procedimento descrito no capítulo 6, foram os seguintes:

$$\bar{P}_1 = (2,195 [0,033 , 0,503] / 2,731 , 2,935 / 3,371 [ 0,022 , -0,458])$$

$$\bar{P}_2 = (2,201[0,022 , 0,457] / 2,680 , 2,888 / 3,326 [0,017, -0,455])$$

$$\bar{P}_3 = (1,366 [0,026 , 0,451] / 1,843 , 1,991 / 2,473 [0,019 , -0,501])$$

O cálculo da utilidade total utilizando a relação para números fuzzy com duas funções quadráticas, para diferentes valores de y, estão apresentados no quadro 7.15.

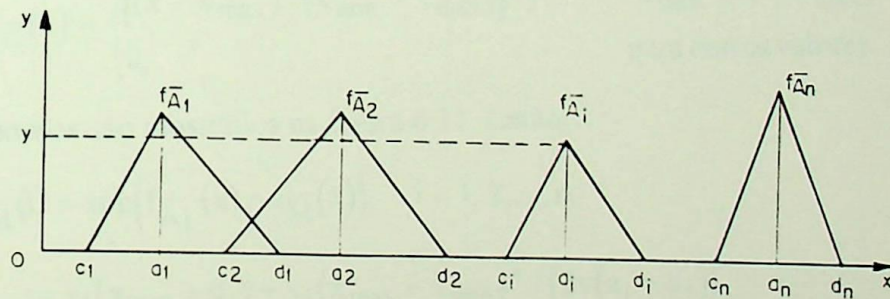
$$f_{\overline{G}}(x) = \begin{cases} y[(x - x_{\max}) / (x_{\min} - x_{\max})] & x_{\min} \leq x \leq x_{\max}, \\ 0, & \text{para outros valores} \end{cases}$$

e

$$\begin{aligned} U_{\overline{M}}(i) &= \sup_x (f_{\overline{A}_i}(x) \wedge f_{\overline{M}}(x)), \quad i = 1, 2, \dots, n. \\ &= yy_i(d_i - x_{\min}) / (y_i(x_{\max} - x_{\min}) - y(a_i - d_i)) \\ U_{\overline{G}}(i) &= \sup_x (f_{\overline{A}_i}(x) \wedge f_{\overline{G}}(x)), \quad i = 1, 2, \dots, n. \\ &= yy_i(x_{\max} - c_i) / (y_i(x_{\max} - x_{\min}) - y(a_i - c_i)) \end{aligned}$$

Obtêm-se então:

$$\begin{aligned} U_T(i) &= yy_i / 2[(d_i - x_{\min}) / (y_i(x_{\max} - x_{\min}) - y(a_i - d_i)) \\ &+ 1 / y_i - (x_{\max} - c_i) / (y_i(x_{\max} - x_{\min}) + y(a_i - c_i))] \quad i = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (6.29)$$

Figura 6.10. Números fuzzy triangulares com diferentes valores de  $y$ .

A partir de (6.29) é fácil calcular rapidamente o valor da ordem de cada número fuzzy  $A_i$  com função de pertinência triangular.

A função de pertinência das alternativas fuzzy podem ser facilmente descritas para o problema específico considerado. Portanto, a função de pertinência  $f_{\overline{M}}(x)$  do conjunto máximo e  $f_{\overline{G}}(x)$  do conjunto mínimo deve ser escolhida como parte do processo de decisão. Anteriormente foram considerado o caso linear com  $k = 1$ , considerar-se-á agora o caso para  $k = 2$  e  $k = 1/2$ .

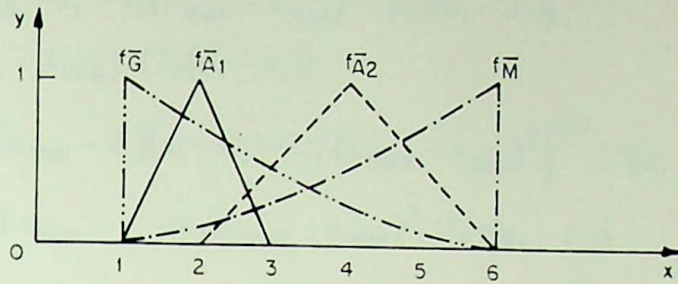


Figura 6.11- Funções de utilidade com  $k=2$ .

Seja inicialmente o caso de  $\bar{M}$  e  $\bar{G}$  com função de pertinência (6.25) e (6.26), onde  $k = 2$ , isto é

$$f_{\bar{M}}(x) = \begin{cases} \left[ \frac{(x - x_{\min})}{(x_{\max} - x_{\min})} \right]^2 y, & x_{\min} \leq x \leq x_{\max}, \\ 0, & \text{para outros valores} \end{cases}$$

e

$$f_{\bar{G}}(x) = \begin{cases} \left[ \frac{(x - x_{\max})}{(x_{\min} - x_{\max})} \right]^2 y & x_{\min} \leq x \leq x_{\max}, \\ 0, & \text{para outros valores} \end{cases}$$

Estes dois conjuntos são mostrados na figura 6.11. Então,

$$\begin{aligned} U_{\bar{M}}(i) &= \sup_x \left( f_{\bar{A}_i}(x) \wedge f_{\bar{M}}(x) \right), \quad i = 1, 2, \dots, n. \\ &= y_i [x_{\min} - d_i] + y_i (x_{\max} - x_{\min})^2 / (2y(a_i - d_i)) \\ &\quad + (x_{\max} - x_{\min}) / (2y(d_i - a_i)) \\ &\quad \times \left( 4yy_i (x_{\min} - d_i)(a_i - d_i) + y_i^2 (x_{\max} - x_{\min})^2 \right)^{1/2} / (a_i - d_i) \end{aligned}$$

Desde que o valor na raiz quadrada seja positivo,  $U_{\bar{M}}(i)$  existe. Similarmente,

$$\begin{aligned} U_{\bar{G}}(i) &= \sup_x \left( f_{\bar{A}_i}(x) \wedge f_{\bar{G}}(x) \right), \quad i = 1, 2, \dots, n. \\ &= y_i [x_{\max} - c_i] + y_i (x_{\max} - x_{\min})^2 / (2y(a_i - c_i)) \\ &\quad + (x_{\max} - x_{\min}) / (2y(a_i - c_i)) \\ &\quad \times \left( 4yy_i (x_{\max} - c_i)(a_i - c_i) + y_i^2 (x_{\max} - x_{\min})^2 \right)^{1/2} / (a_i - c_i) \end{aligned}$$

Então,

$$\begin{aligned}
U_T(i) &= (U_{\overline{M}}(i) + y - U_{\overline{G}}(i)) / 2 \\
&= [y_i [x_{\min} - d_i + y_i (x_{\max} - x_{\min})^2 / (2y(a_i - d_i)) \\
&\quad + (x_{\max} - x_{\min}) / (2y(d_i - a_i))] \\
&\quad \times \left( 4yy_i (x_{\min} - d_i)(a_i - d_i) + y_i^2 (x_{\max} - x_{\min})^2 \right)^{1/2} / (a_i - d_i) \\
&\quad + y - y_i [x_{\max} - c_i + y_i (x_{\max} - x_{\min})^2 / (2y(a_i - c_i)) \\
&\quad - \left( 4yy_i (x_{\max} - c_i)(a_i - c_i) + y_i^2 (x_{\max} - x_{\min})^2 \right)^{1/2} / (a_i - c_i)] / 2
\end{aligned} \tag{6.30}$$

O cálculo é um pouco monótono, mas pode-se usar recursos computacionais para esta tarefa. Também é fácil observar a ordem diretamente por mapeamento de um diagrama.

Finalmente, seja o caso onde  $k = 1/2$  em (25) e (26), isto é,

$$f_{\overline{M}}(x) = \begin{cases} [(x - x_{\min}) / (x_{\max} - x_{\min})]^{1/2} y, & x_{\min} \leq x \leq x_{\max}, \\ 0, & \text{para outros valores} \end{cases}$$

e

$$f_{\overline{G}}(x) = \begin{cases} [(x - x_{\max}) / (x_{\min} - x_{\max})]^{1/2} y & x_{\min} \leq x \leq x_{\max}, \\ 0, & \text{para outros valores} \end{cases} e$$

Estas estão representadas diagramaticamente na figura 6.12. Então

$$\begin{aligned}
U_{\overline{M}}(i) &= \sup_x (f_{\overline{A}_i}(x) \wedge f_{\overline{M}}(x)), \quad i = 1, 2, \dots, n. \\
&= (y^2(a_i - d_i) + y(y^2(a_i - d_i) + 4y_i^2(d_i - x_{\min}) \\
&\quad (x_{\max} - x_{\min}))^{1/2} / (2y_i(x_{\max} - x_{\min}))
\end{aligned}$$

Desde que o valor da raiz quadrada seja positivo,  $U_{\overline{M}}(i)$  existe. Similarmente,

$$\begin{aligned}
U_{\overline{G}}(i) &= \sup_x (f_{\overline{A}_i}(x) \wedge f_{\overline{G}}(x)), \quad i = 1, 2, \dots, n. \\
&= (y^2(a_i - c_i) - y(y^2(a_i - c_i) + 4y_i^2(c_i - x_{\max})(x_{\min} - x_{\max}))^{1/2} / \\
&\quad (2y_i(x_{\min} - x_{\max}))
\end{aligned}$$

A partir das equações anteriores, sabe-se que para cada  $i$  existe valores correspondentes,  $U_{\overline{M}}(i)$  e  $U_{\overline{G}}(i)$ . Isto mostra que existe um único valor.

Então,

$$\begin{aligned}
 U_T(i) = & \left[ y^2(a_i - d_i) + y \left( y^2(a_i - d_i)^2 + 4y_i^2(d_i - x_{\min})(x_{\max} - x_{\min}) \right)^{1/2} \right. \\
 & + 2yy_i(x_{\max} - x_{\min}) + y^2(a_i - c_i) - y(y^2(a_i - c_i)^2 \\
 & \left. + 4y_i^2(c_i - x_{\max})(x_{\min} - x_{\max}))^{1/2} \right] / \left( 4y_i(x_{\max} - x_{\min})^2 \right)^{1/2}
 \end{aligned} \quad (6.31)$$

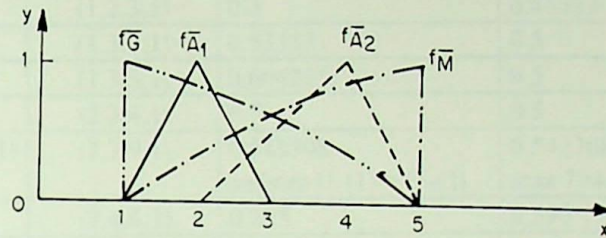


Figura 6.12. Funções de utilidade para  $k=1/2$ .

Nestes 3 casos: primeiro, onde  $k = 1$ , considera-se conjuntos máximos e mínimos com função de pertinência linear; segundo, onde  $k = 2$ , considera-se os conjuntos máximos e mínimos com função de pertinência com curvas convexas, o que denota que a decisão tende para um caráter ariscado, onde  $k = 1/2$ , obtêm-se conjuntos máximos e mínimos com funções de pertinência dadas por curvas côncavas, o que denota que o processo de decisão tem preferência conservadora. Em geral, estes três casos abrangem os três tipos de preferências - moderada, ariscada, conservadora - da existência humana.

Alguns autores propõe que  $y$  nas equações (6.29), (6.30) e (6.31) pode ser variado entre valores iguais a 0.6, 0.7, 0.8 ou 0.9 como forma de realizar uma análise de sensibilidade.

Na figura 6.13 tem-se um exemplo de números fuzzy com diferentes valores de  $y$ .

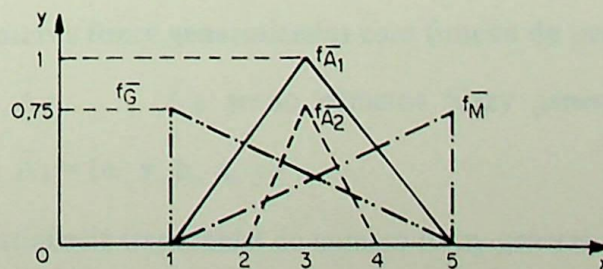


Figura 6.13- Números fuzzy com diferentes valores de  $y$ .

Na tabela 6.4 apresenta-se os resultados obtidos para os correspondentes valores de  $U_T(i)$ , obtidos para  $k=1$  e  $y=1$  das figuras 6.1 à 6.13.

Tabela 6.4. Resultados da ordenação dos números fuzzy das figuras 6.1 à 6.13.

Figura	Número fuzzy $(c_i, a_i, d_i; w_i)$		Valor de ordem		Ordem
	$\bar{A}_1$	$\bar{A}_2$	$U_T(1)$	$U_T(2)$	
1	(-5, -3, -1; 1)	(1, 2, 3; 1)	0.3	0.83333	$A_1 < A_2$
3.6	(2, 3, 5; 1)	(1, 3, 5; 1)	0.53333	0.5	$A_1 > A_2$
4.7	(2, 7, 3, 6, 4; 1)	(1, 3, 5; 1)	0.606215	0.5	$A_1 > A_2$
8	(1, 3, 5; 1)	(2, 3, 4; 1)	0.5	0.5	$A_1 = A_2$
9	(94/35, 46/7, 10; 1)	(2, 7, 9; 1)	0.542308 embora $U_T(1) = U_T(2)$	0.542308 mas $7 > 46/7$	$A_1 < A_2$
11	(1, 2, 3; 1)	(2, 4, 6; 1)	0.205	0.590	$A_1 < A_2$
12	(1, 2, 3; 1)	(2, 4, 5; 1)	0.355144	0.615697	$A_1 < A_2$
13	(1, 3, 5; 1)	(2, 3, 4; 0.75)	0.375	0.375	$A_1 = A_2$

Na sequência para determinar a ordem de números fuzzy claramente, são apresentados as seguintes definições e teoremas:

**Definição 10.** O número fuzzy  $\bar{A}_i$  é maior que  $\bar{A}_j$ , representando por  $\bar{A}_i > \bar{A}_j$ , se e somente se  $U_T(i) > U_T(j)$  ou  $U_T(i) = U_T(j)$  e  $a_i > a_j$ .

**Definição 11.** O número fuzzy  $\bar{A}_i$  é igual a  $\bar{A}_j$ , denotado por  $\bar{A}_i = \bar{A}_j$ , se e somente se  $U_T(i) = U_T(j)$  e  $a_i = a_j$ .

**Teorema 1.** Se  $\bar{A}_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , são números fuzzy com funções de pertinência contínua  $\dots$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , respectivamente, então o conjunto máximo  $M$  e o conjunto mínimo  $G$  são únicos.

**Teorema 2.** Para cada número fuzzy  $\bar{A}_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , com função de pertinência triangular, corresponde um único valor de ordem  $U_T(i)$ .

#### 6.4.5. Ordenando números fuzzy generalizados com função de pertinência trapezoidais

Supondo  $\bar{A}_1, \bar{A}_2, \dots, \bar{A}_n$  sendo números fuzzy generalizados com função de pertinência trapezoidal  $\bar{A}_i = (c_i, a_i, b_i, d_i; y_i)$ .

A função de pertinência trapezoidal do número fuzzy generalizado  $\bar{A}_i$  é dada por:

$$f_{\bar{A}_i} = \begin{cases} y_i(x - c_i) / (a_i - c_i), & c_i \leq x \leq a_i \\ y_i & a_i \leq x \leq b_i \\ y_i(x - d_i) / (b_i - d_i), & b_i \leq x \leq d_i \\ 0, & \text{para outros valores de } x. \end{cases}$$

A função de pertinência dos conjuntos máximo  $\bar{M}$  e mínimo  $\bar{G}$  são dados por:

$$f_{\bar{M}}(x) = \begin{cases} y[(x - x_{\min}) / (x_{\max} - x_{\min})]^k, & x_{\min} \leq x \leq x_{\max} \\ 0, & \text{para outros valores de } x. \end{cases}$$

e

$$f_{\bar{G}}(x) = \begin{cases} y[(x - x_{\max}) / (x_{\min} - x_{\max})]^k, & x_{\max} \leq x \leq x_{\min} \\ 0, & \text{para outros valores de } x. \end{cases}$$

A figura 6.14 mostra a função de utilidade para números trapezoidais.

A utilidade total de  $\bar{A}_i$  é dada como segue:

(i) quando  $k = 1$

$$\begin{aligned} U_T(i) &= (U_M(i) + y - U_G(i)) / 2 \\ &= y_i y / 2 \left[ (d_i - x_{\min}) / (y_i(x_{\max} - x_{\min}) - y(b_i - d_i)) + 1 / y_i \right. \\ &\quad \left. - (x_{\max} - c_i) / (y_i(x_{\max} - x_{\min}) + y(a_i - c_i)) \right], \quad i = 1, 2, \dots, n; \end{aligned}$$

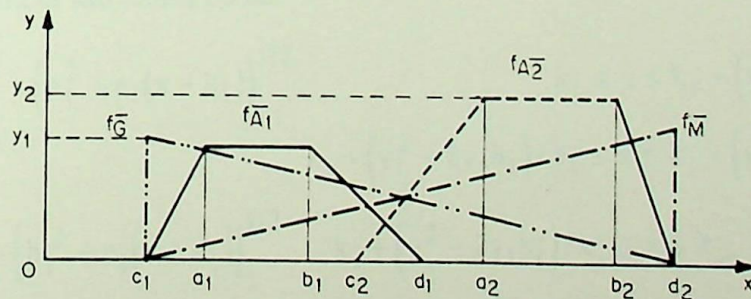


Figura 6.14. Funções utilidade para números fuzzy trapezoidais.

(ii) quando  $k = 2$

$$\begin{aligned}
 U_T(i) &= (U_M(i) + y - U_G(i)) / 2 \\
 &= \left[ y_i \left( x_{\min} - d_i + y_i (x_{\max} - x_{\min})^2 / (2y(b_i - d_i)) + (x_{\max} - x_{\min}) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \cdot (x_{\max} - x_{\min})^2 + 4yy_i(b_i - d_i)(x_{\min} - d_i) \right)^{1/2} / (2y(d_i - b_i)) \right) \\
 &\quad / (b_i - d_i) + y - \left( y_i \left( x_{\max} - c_i + y_i (x_{\max} - x_{\min})^2 / (2y(a_i - c_i))^2 \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - (x_{\max} - x_{\min}) \left( y_i^2 (x_{\max} - x_{\min})^2 + 4yy_i(a_i - c_i)(x_{\max} - c_i) \right)^{1/2} \right) \right. \\
 &\quad \left. / (2y(a_i - c_i)) \right) \Big] / 2, \quad i = 1, 2, \dots, n;
 \end{aligned}$$

(iii) quando  $k = 1/2$

$$\begin{aligned}
 U_T(i) &= (U_M(i) + y - U_G(i)) / 2 \\
 &= \left[ y^2(b_i - d_i) + y \left( y^2(b_i - d_i)^2 + 4y_i^2(x_{\max} - x_{\min})(d_i - x_{\min}) \right)^{1/2} \right. \\
 &\quad \left. + 2yy_i(x_{\max} - x_{\min}) + y^2(a_i - c_i) - y \left( y^2(a_i - c_i)^2 \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + 4y_i^2(x_{\min} - x_{\max})(c_i - x_{\max}) \right)^{1/2} \right] \Big[ 4y_i(x_{\max} - x_{\min}) \Big], \\
 &\quad i = 1, 2, \dots, n.
 \end{aligned}$$

#### 6.4.6. Ordenando números fuzzy com funções de pertinência quadráticas nos dois lados

Supondo  $n$  números fuzzy, cada um com uma função quadrática em cada lado, suas funções de pertinência são dadas como:

$$f_{\bar{A}_i}(x) = \begin{cases} -h_i + \left( h_i^2 + e_i(x - k_i) \right)^{1/2} & k_i \leq x \leq k_i + \left( y_i^2 + 2y_i h_i \right) / e_i, \\ y_i & k_i + \left( y_i^2 + 2y_i h_i \right) / e_i \leq x \leq k_i + \left( y_i^2 + 2y_i h_i \right) / e_i \\ h_i - \left( h_i^2 + e_i(x - k_i) \right)^{1/2} & k_i + \left( y_i^2 + 2y_i h_i \right) / e_i \leq x \leq k_i, \\ 0, & \text{para outros valores de } x. \end{cases}$$

para  $i = 1, 2, \dots, n$ . Por conveniência, estes números fuzzy são representados como  $\bar{A}_i = (h_i, e_i, k_i, h_i', e_i', k_i', y_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ .

As correspondentes funções de pertinência triangulares do conjunto máximo e do conjunto mínimo são dadas por:

$$h_{\bar{M}}(x) = \begin{cases} y(x - x_{\min}) / (x_{\max} - x_{\min}), & x_{\min} \leq x \leq x_{\max} \\ 0, & \text{para outros valores de } x. \end{cases}$$

e

$$h_{\bar{G}}(x) = \begin{cases} y(x - x_{\max}) / (x_{\min} - x_{\max}), & x_{\min} \leq x \leq x_{\max} \\ 0, & \text{para outros valores de } x. \end{cases}$$

onde  $y = \min_{1 \leq i \leq n} y_i$ ,  $x_{\max} = \sup_{1 \leq i \leq n} S_i$ ,  $x_{\min} = \inf_{1 \leq i \leq n} S_i$ , e  $S_i = \{x | \dots > 0\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ .

A figura 6.15 mostra as funções utilidade pra números fuzzy com funções quadráticas nos dois lados.

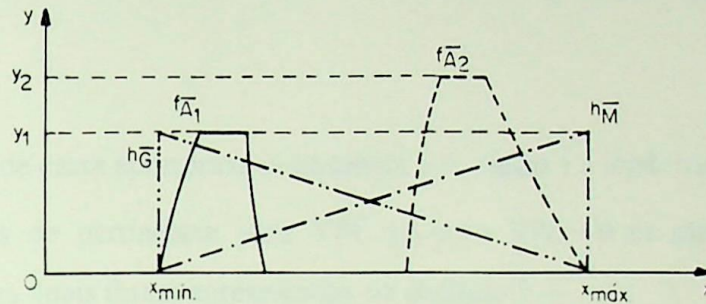


Figura 6.15- Funções utilidade para números fuzzy com funções quadráticas nos seus lados.

A função de pertinência  $f_{\bar{A}_i}(x)$  da utilidade total é definida por  $U_T(i) = (U_{\bar{M}}(i) + y - U_{\bar{G}}(i))/2$ , onde:

$$U_{\bar{M}}(i) = \sup_x (f_{\bar{A}_i}(x) \wedge h_{\bar{M}}(x)) \quad U_{\bar{G}}(i) = \sup_x (f_{\bar{A}_i}(x) \wedge h_{\bar{G}}(x))$$

Isto é,

$$U_T(i) = \frac{1}{2} \left( h_i - \left( h_i^2 + e_i (X_R - k_i) \right)^{1/2} + y + h_i - \left( h_i^2 + e_i (X_L - k_i) \right)^{1/2} \right),$$

onde:

$$X_R = \left[ 2x_{\min} + 2h_i(x_{\max} - x_{\min})/y + e_i \left( (x_{\max} - x_{\min})/y \right)^2 - (x_{\max} - x_{\min})/y [2h_i + e_i(x_{\max} - x_{\min})/y]^2 + 4e_i(x_{\min} - k_i) \right]^{1/2} / 2,$$

$$X_L = \left[ 2x_{\max} + 2h_i(x_{\max} - x_{\min})/y + e_i \left( (x_{\max} - x_{\min})/y \right)^2 - (x_{\max} - x_{\min})/y [2h_i + e_i((x_{\max} - x_{\min})/y)^2 + 4e_i(x_{\max} - k_i) \right]^{1/2} / 2.$$

Para utilizar as expressões acima para ordenação dos pesos fuzzy  $\bar{w}_i$  das alternativas, dados por  $\bar{w}_i = (W_i[U_1, U_2] / X_i, Y_i[L_1, L_2] / Z_i)$ , faz-se necessário que seja determinada uma relação entre os parâmetros que definem o número fuzzy  $\bar{w}_i$  e aqueles que definem a utilidade total. Portanto, tem-se:

$$\begin{aligned} k_i &= W_i & e_i &= 1/L_1 & h_i &= L_2/(2L_1) \\ k_i &= W_i & e_i &= 1/U_1 & h_i &= U_2/(2U_1) \end{aligned}$$

### **Exemplo 2**

Sejam dois fluxos de caixa apresentados na tabela 6.5, sendo  $\bar{r} = (0,08/0,10, 0,10/0,12)$ .

As funções de pertinência para VPL ( $\bar{A}, 5$ ) e VPL ( $\bar{B}, 6$ ) são obtidos através das equações abaixo, as quais foram apresentadas no capítulo 5.

$$\mu(x|\bar{A}, n) = (\alpha_{n_1}, f_{n_1}(y|\bar{A}) / \alpha_{n_2}, \alpha_{n_3} / f_{n_2}(y|\bar{A}_1), \alpha_{n_4})$$

onde:

$$f_{n_i}(y|\bar{A}) = \sum_{j=0}^n f_{j_i}(y|\bar{A}_j) \left[ 1 + f_{k(j)}(y|\bar{r}_0) \right]^{-j}$$

para  $i = 1, 2$ , onde  $k(j) = 2$  para  $\bar{A}_j$  negativo e  $k(j) = 3 - i$  para  $\bar{A}_j$  positivo. Naturalmente,

$$\alpha_{n_1} = f_{n_1}(0|\bar{A}), \alpha_{n_2} = f_{n_1}(1|\bar{A}), \alpha_{n_3} = f_{n_2}(1|\bar{A}), \alpha_{n_4} = f_{n_2}(0|\bar{A}).$$

Tabela 6.5. Fluxo de caixa dos projetos  $\bar{A}$  e  $\bar{B}$ .

Projeto $\bar{A}$	Projeto $\bar{B}$
$\bar{A}_0 = (-1100 / -1000, -1000 / -900)$	$\bar{B}_0 = (-1100 / -1000, -1000 / -900)$
$\bar{A}_1 = (450 / 500, 500 / 550)$	$\bar{B}_1 = (50 / 100, 100 / 150)$
$\bar{A}_2 = (350 / 400, 400 / 450)$	$\bar{B}_2 = (150 / 200, 200 / 250)$
$\bar{A}_3 = (250 / 300, 300 / 350)$	$\bar{B}_3 = (250 / 300, 300 / 350)$
$\bar{A}_4 = (150 / 200, 200 / 250)$	$\bar{B}_4 = (350 / 400, 400 / 450)$
$\bar{A}_5 = (50 / 100, 100 / 150)$	$\bar{B}_5 = (450 / 500, 500 / 550)$
	$\bar{B}_6 = (550 / 600, 600 / 650)$

Os gráficos destas funções de pertinência são apresentados na figura 6.16.

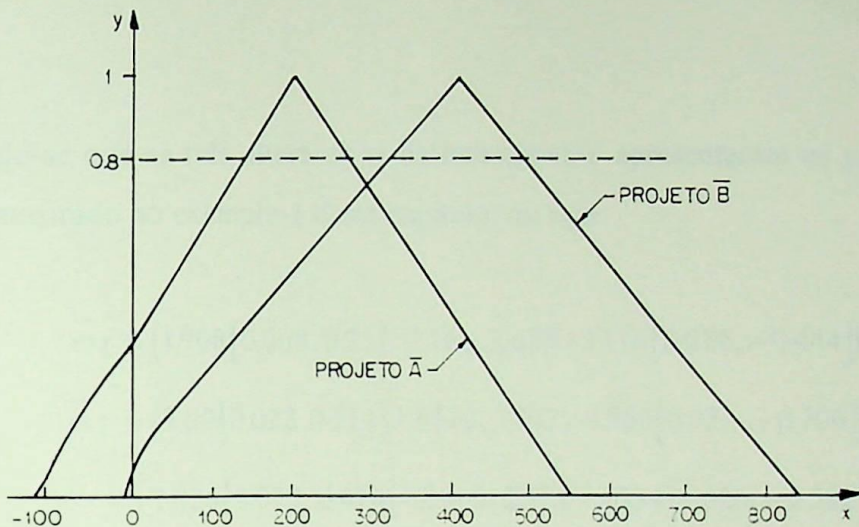


Figura 6.16- Valor presente líquido para os projetos  $\bar{A}$  e  $\bar{B}$ .

Os valores de ordenação com relação ao  $\bar{0}$  fuzzy, para  $k=1, \frac{1}{2}$  e 2 e também para diferentes valores de  $y$ , são apresentados na tabela 6.6.

Tabela 6.6 - Ordenação das alternativas  $\bar{A}$  e  $\bar{B}$  com relação ao  $\bar{0}$  fuzzy (exemplo 2).

Projeto	k = 1			k = 1/2			k = 2		
	y = 0.6	y = 0.8	y = 1.0	y = 0.6	y = 0.8	y = 1.0	y = 0.6	y = 0.8	y = 1.0
$\bar{A}$	0.355	0.473	0.591	0.729	0.972	1.215	0.339	0.452	0.564
$\bar{B}$	0.401	0.534	0.668	0.841	1.122	1.402	0.372	0.497	0.621
$\bar{0}$	0.3	0.4	0.5	0.6	0.8	1.0	0.065	0.088	0.109

Tem-se então, que os projetos apresentam valor presente líquido maior que o  $\bar{0}$  fuzzy, para os três valores de  $k$  e diversos valores de  $y$ . Sendo assim, todas as alternativas são viáveis, devendo-se a seguir serem ordenadas. Os resultados encontrados são apresentados na tabela 6.7.

Tabela 6.7- Ordenação entre as alternativas  $\bar{A}$  e  $\bar{B}$  (exemplo 2)

Projeto	k = 1			k = 1/2			k = 2		
	y = 0.6	y = 0.8	y = 1.0	y = 0.6	y = 0.8	y = 1.0	y = 0.6	y = 0.8	y = 1.0
-	0.235	0.313	0.391	0.438	0.584	0.730	0.252	0.337	0.421
-	0.325	0.433	0.541	0.663	0.884	1.105	0.077	0.102	0.128

É fácil observar que o projeto  $\bar{A}$  só é melhor que o projeto  $\bar{B}$  para a situação mais arriscada ou seja para  $k = 2$ . Portanto, o projeto de investimento  $\bar{B}$  pode ser considerado o melhor.

### Exemplo 3

Considerando-se que as três alternativas de investimento apresentaram os pesos abaixo, cujo cálculo foi mostrado no exemplo 1 deste capítulo, ou seja:

$$\begin{aligned}\bar{\omega}_1 &= (1.908[0.008, 0.25] / 2.166, 2.688 / 3.116[0.016, -0.444]) \\ \bar{\omega}_2 &= (3.09[0.022, 0.514] / 3.626, 3.892 / 4.566[0.032, -0.706]) \\ \bar{\omega}_3 &= (2.026[0.022, 0.414] / 2.462, 2.968 / 3.534[0.026, -0.592])\end{aligned}$$

O gráfico destas equações estão representados na figura 6.17.

Aplicando-se o método de ordenação para os números fuzzy com equações quadráticas nos dois lados, obtêm-se os resultados mostrados na tabela 6.8, para diferentes valores de  $y$ . O gráfico destas equações estão representados na figura 6.17.

Tabela 6.8. Ordenação de pesos fuzzy (exemplo 3).

PESO	$y = 0.6$	$y = 0.8$	$y = 1.0$
$\bar{\omega}_1$	-196.60	-149.43	-121.05
$\bar{\omega}_2$	-74.83	-58.32	-48.45
$\bar{\omega}_3$	-74.86	-58.20	-48.20

Observa-se que os pesos dois e três são maiores que o peso um para qualquer valor de  $y$ , logo este é o pior. Os pesos dois e três apesar de apresentarem valores praticamente iguais para os três valores de  $y$ , é possível ordená-los uma vez que o peso fuzzy três é maior que o peso dois para os dois maiores valores de  $y$ . Portanto tem-se a seguinte ordenação:

$$\boxed{\bar{\omega}_3 > \bar{\omega}_2 > \bar{\omega}_1}$$

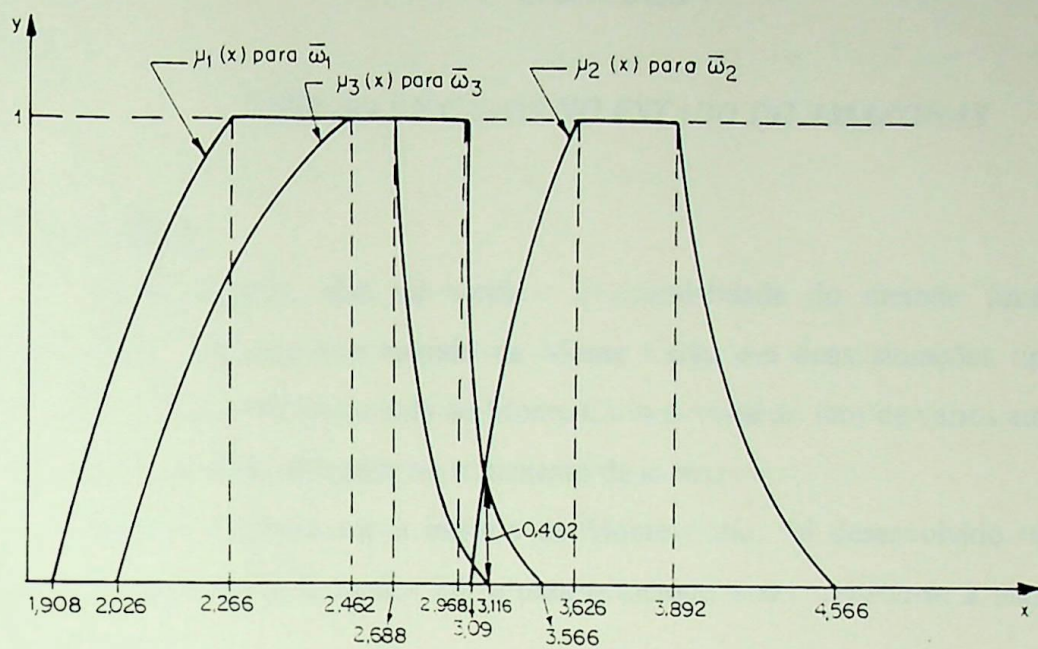


Figura 6.17. Pesos fuzzy (exemplo 3).

## CAPITULO 7

### *ESTUDO DE CASOS NO ESTADO DO AMAZONAS*

#### **7.1. Introdução**

Neste capítulo, afim de verificar a aplicabilidade do método fuzzy, faz-se uma comparação entre este e o método de Monte Carlo, em duas situações típicas da região Amazônica. A escolha do método de Monte Carlo deve-se ao fato de vários autores o citarem como o método mais adequado no tratamento de incertezas.

Afim de implementar o método de Monte Carlo, foi desenvolvido um software na linguagem Turbo Pascal versão 7.0, e para o método fuzzy utilizou-se a planilha eletrônica Excel versão 5.0.

Procurou-se nesses estudos de caso, contemplar duas situações bastante comuns na Amazônia. O primeiro caso, da comunidade de São Tome-AM, que é um caso típico de localidade suprida por um grupo diesel mantido pela prefeitura municipal, sem ônus para o consumidor; o segundo caso é também bastante rotineiro, trata-se do suprimento de energia elétrica para um município, Manacapuru-AM, atendido por uma termelétrica a diesel com capacidade insuficiente para atender a demanda, e onde a geração e distribuição é de responsabilidade da companhia energética estadual.

A técnica de análise será a do valor presente líquido (VPL) uma vez que, como já foi explicado no capítulo 5, não há ainda um análogo fuzzy para a taxa interna de retorno.

Após as comparações dos VPLs, é aplicado o método proposto no capítulo 6, para escolha da melhor alternativa.

#### **7.2. Estudo de Caso 1**

##### **7.2.1. Caracterização do mercado**

O mercado em questão é a comunidade de São Tomé, localizada no município de Parintins, situada na região do baixo Amazonas, apresentando características bastante comuns à maioria das existentes no interior da Amazônia.

Esta comunidade localiza-se aproximadamente a 500 km de Parintins, sendo o acesso somente por via fluvial.

A população é no total de 350 pessoas, na sua maioria crianças, apresentando um índice quase nulo de crescimento populacional nos últimos 5 anos, conforme informações colhidas no local.

A comunidade possui um posto de saúde, uma escola de 1<sup>a</sup>. a 4<sup>a</sup>. série primária, uma igreja e 55 casas.

Cada família possui um lote de 48 ha, localizado à aproximadamente 20 km da vila, no qual praticam uma agricultura de subsistência. A dificuldade de escoamento da produção é apontada como a principal razão pela baixa produtividade, quando há possibilidade de transporte alguns moradores comercializam sua produção em Parintins.

O suprimento de energia elétrica é levado a efeito, através de um grupo gerador a óleo diesel de 60 kVA, cujos dados de consumo estão no quadro 7.1.

Quadro 7.1. Consumo do grupo gerador à diesel existente na comunidade de São Tomé

Capacidade	Consumo mensal de óleo diesel (l)	Consumo mensal de óleo lubrificante (l)
60 kVA	2.000	40

O grupo gerador opera em média 112 hs/mês, para atender a carga apresentada no quadro 7.2.

Quadro 7.2. Carga instalada na comunidade de São Tomé.

USO	Tipo de lâmpada	Pot. unit. (W)	Quant.	Pot. Total (W)
Iluminação pública	incandescente	100	65	6.500
Iluminação das residências	incandescente	60	165	9.900
Eletrodoméstico	-----	-----	----	3.000
Iluminação da escola	incandescente	60	2	120
Bomba d'água	-----	-----	----	5.676
Total	-----	-----	----	25.196

A manutenção que é feita no equipamento é somente a corretiva, tendo uma pessoa da comunidade encarregada de ligar e desligar o equipamento. Esse morador é remunerado pela

prefeitura de Parintins, que também assume os custos de operação e manutenção, pois o equipamento é de sua propriedade e não da companhia energética estadual.

### 7.2.2. Definição das alternativas

A abordagem será feita no sentido de redução dos custos de operação do equipamento, o que é de interesse somente da prefeitura de Parintins e não do consumidor, uma vez que nada lhe é cobrado pela energia consumida.

Assumiu-se também a necessidade de substituição das lâmpadas incandescentes por fluorescentes de 20 W convencional, como forma de reduzir a carga e consequentemente o investimento na compra de equipamento de geração.

Considerando-se a falta de informações que possibilite a avaliação da carga a ser suprida futuramente, admitiu-se, com base no “conhecimento da realidade regional”, três taxas de crescimento no horizonte de 10 anos, tempo este em que poderia ocorrer mudanças que justificassem um novo investimento em geração. Os resultados estão no quadro 7.3.

Quadro 7.3. Carga estimada para a comunidade de São Tomé após 10 anos, para diferentes taxas de crescimento.

Taxa	Carga prevista <b>com</b> a bomba d'água	Carga prevista <b>sem</b> a bomba d'água
3%	20 kW	15 kW
6%	25 kW	20 kW
10%	33 kW	30 kW

Dentro dessas premissas estabeleceu-se quatro alternativas.

A primeira consiste na aquisição de grupo diesel de menor capacidade. A segunda alternativa é a aquisição de uma termelétrica a lenha para suprir a bomba d'água e grupo diesel para o restante da carga. A terceira alternativa é uma termelétrica a lenha para atender a bomba d'água e um sistema fotovoltaico para o restante da carga. E finalmente a quarta e última alternativa é a aquisição de uma termelétrica a lenha para suprir toda a demanda.

Os custos e benefícios envolvidos nestas alternativas estão apresentados no quadro 7.4.

Percebe-se pelo quadro 7.4, que as alternativas que tem seu custo de operação reduzido por não consumir diesel, apresentam um investimento inicial bem superior as alternativas com diesel.

Quadro 7.4. Custos e benefícios das alternativas de suprimento

Alternativas	Investimento Inicial (US\$)	Benefício anual (US\$)
Diesel	8.000.00	5650.72
	9.500.00	5051.62
	11.000.00	4124.55
Diesel + Lenha	19.142.50	5.425.95
	20.642.50	4.826.85
	23.642.50	5.184.26
Lenha + fotovoltaica	360.000.00	7.581.15
	450.000.00	6.416.24
	594.000.00	4.552.38
Lenha	40.000.00	6615.80
	49.375.00	5209.55
	64.375.00	2959.55

Na alternativa com térmica a lenha para atender a bomba d'água, foi considerado custo zero de insumo energético, devido ter em abundância no local e não ser comercializável, inclusive já sendo bastante utilizado nos fogões a lenha na região.

### 7.2.3. Análise de atratividade econômica

Afim de analisar a atratividade do investimento admitiu-se para as quatro alternativas uma distribuição triangular para a vida útil e para a taxa, com os seguintes valores:

- valor mais provável da taxa: 0.09
- valor inferior da taxa: 0.05
- valor superior da taxa: 0.12
- valor mais provável da vida útil: 9 anos
- valor inferior da vida útil: 7 anos
- valor superior da vida útil: 10 anos

A aplicação da técnica de Monte Carlo, foi feita com a utilização de um software desenvolvido em linguagem Turbo Pascal versão 7.0, cujos dados de entrada estão apresentados no quadro 7.5.

Para o investimento inicial, benefício anual, vida útil e a taxa, foram consideradas distribuições triangulares.

Pode-se observar no quadro 7.6, que as médias encontradas para as alternativas (3) e (4) são negativas, o que implica que existe uma remota probabilidade destes investimentos serem atrativos, portanto estas propostas podem ser desconsideradas.

Quadro 7.5. Dados de entrada para aplicação da técnica de Monte Carlo.

Alternativa	$\mu_I$	$\sigma_I$	$\mu_B$	$\sigma_B$	$\mu_n$	$\sigma_n$	$\mu_i$	$\sigma_i$
Diesel	9.500,00	1.132,07	4.969,63	575,91	8,25	1,13	0,0775	0,026
Diesel + Lenha	21.017,50	1.698,11	5.065,98	226,07	8,25	1,13	0,0775	0,026
Lenha + fotov.	441.000,00	88.301,87	6.241,50	1.142,93	8,25	1,13	0,0775	0,026
Lenha	50.781,25	9.198,11	4.998,61	1.379,72	8,25	1,13	0,0775	0,026

Onde:  $\mu_I$  - média do investimento inicial     $\sigma_I$  - desvio padrão do investimento inicial  
 $\mu_B$  - média do benefício anual             $\sigma_B$  - desvio padrão do benefício anual  
 $\mu_n$  - média da vida útil                       $\sigma_n$  - desvio padrão da vida útil  
 $\mu_i$  - média da taxa                               $\sigma_i$  - desvio padrão da taxa.

Os resultados obtidos estão apresentados no quadro 7.6.

Quadro 7.6. Resultados obtidos para o VPL pelo método de Monte Carlo.

ALTERNATIVA	Média	Desvio Padrão
Diesel (1)	15.832,78	7.643,93
Diesel + Lenha (2)	3.680,59	4.991,95
Lenha + Fotovoltáico (3)	-375.254,60	278.804,24
Lenha (4)	-14.150,48	8.515,56

Quanto as alternativas (1) e (2), pode-se calcular a probabilidade de seus VPL's serem maiores que zero, o que pode ser feito através das equações (4.17), (4.18) e (4.19).

Os resultados obtidos foram os seguintes:

- Alternativa 1

Probabilidade de 98,08%, o que implica em um risco é de 1,92%.

- Alternativa 2

Probabilidade de 76,95%, o que leva a probabilidade de risco de 23,05%.

Se for considerado como o percentual máximo aceitável de risco o valor de 20%, a alternativa (1) pode ser considerada atrativa e a alternativa (2) não. No entanto, é importante frisar que a escolha por correr ou não risco é unicamente do investidor, e que 20% é somente um referencial, não sendo um critério de corte. Pode-se dizer portanto, que a alternativa (1) e (2) são atrativas, sendo que a alternativa (2) tem risco maior que a alternativa (1).

A seguir serão apresentados os cálculos feitos utilizando a aritmética financeira fuzzy.

Os números fuzzy que foram utilizados são da forma triangular, e estão apresentados no quadro 7.7.

Quadro 7.7. Números fuzzy utilizados na análise de atratividade para São Tomé.

Alternativa	Investimento Inicial	Benefício Anual	Taxa
Diesel (1)	(8.000/9.500 , 9500/11.000)	(3.000/5.000 , 5.000/5700)	(0.05/0.09 , 0.09/0.12)
Diesel + Lenha (2)	(20.000/21.000 , 21.000/25000)	(3500/5.000 , 5.000/4.900)	(0.05/0.09 , 0.09/0.12)
Lenha + Fotovoltáico (3)	(360.000/440.000 , 440.000/650.000)	(3.000/6.200 , 6.200/7.600)	(0.05/0.09 , 0.09/0.12)
Lenha (4)	(40.000/50.000 , 50.000/70.000)	(2.800/5.000 , 5.000/6.700)	(0.05/0.09 , 0.09/0.12)

É importante salientar que os números fuzzy foram adotados baseado no “sentimento” de que existe maior possibilidade dos investimentos serem maiores do que a média estabelecida no método anterior, e existe maior possibilidade de que o benefício seja menor do que a média estabelecida anteriormente. Isto pode ser verificado através da observação das diferenças entre o valor central e os extremos dos números fuzzy.

Para cada alternativa foram feitas simulações para os três valores de vida útil adotados na distribuição triangular usada no método de Monte Carlo.

O  $\overline{\text{VPL}}$  fuzzy de cada alternativa, foi obtido utilizando-se a equação (5.43), sendo os cálculos feitos com auxílio da planilha eletrônica Excel versão 5.0. Os resultados obtidos encontram-se no quadro 7.8.

Quadro 7.8. Valor presente líquido fuzzy para três valores da vida útil (n).

Alternativa	VALOR PRESENTE LÍQUIDO FUZZY		
	n = 7	n = 9	n = 10
Diesel (1)	(5.691.2/15.665 , 15.665/21.770)	(7.984.7/20.476 , 20.476/29.302)	(8.950.7/22.588 , 22.588/32.801)
Diesel + Lenha (2)	(-4.027/3.158.2 , 3.158.2/3.170.4)	(-1.351/7.777.2 , 7.777.2/9.645.5)	(-224.2/9.804.8 , 9.804.8/12.654)
Lenha + Fotovoltáico (3)	(-346.308.73/-428.796 , -428.796/-606.307)	(-344.015/-422.829 , -422.829/-596.264)	(-343.049/-420.210 , -420.210/-591.598)
Lenha (4)	(-27.221/-22.319 , -22.319/-31.481)	(-25.081/-17.026 , -17.026/-22.628)	(-24.179/-14.703 , -14.703/-18.514)

Pode-se verificar que o resultado obtido para as duas últimas alternativas não são números fuzzy, portanto, mesmo sem compará-las com o  $\bar{0}$  fuzzy, pode-se afirmar que não são viáveis.

Quanto as alternativas (1) e (2), deve-se verificar se os  $\overline{\text{VPL}}$ 's são maiores que um  $\bar{0}$  fuzzy, o que indicará se o investimento é atrativo economicamente.

A ordenação dos  $\overline{\text{VPL}}$ 's com um  $\bar{0}$  fuzzy, é feita através do cálculo de suas utilidades totais, utilizando-se para tal as equações (6.29), (6.30) e (6.31), para  $k=1, 2$  e  $\frac{1}{2}$  respectivamente. Os resultados obtidos encontram-se no quadro 7.9.

Quadro 7.9. Utilidade total dos  $\overline{\text{VPL}}$ 's das alternativas (1) e (2) e do  $\bar{0}$  fuzzy, para diferentes valores de  $k$  e  $n$ .

Alternativa		n = 7			n = 9			n = 10		
		k=1	k=1/2	k=2	k=1	k=1/2	k=2	k=1	k=1/2	k=2
(1)	$\overline{\text{VPL}}$	0.726	1.539	0.668	0.702	1.484	0.649	0.692	1.462	0.641
	$\bar{0}$	0.359	0.651	0.070	0.304	0.525	0.059	0.284	0.480	0.055
Diesel + Lenha (2)	$\overline{\text{VPL}}$	0.748	1.614	0.690	0.654	1.336	0.625	0.641	1.310	0.615
	$\bar{0}$	0.552	1.120	0.152	0.154	0.242	0.030	0.253	0.382	0.013

Pode-se observar no quadro 7.9 que as utilidades totais dos  $\overline{\text{VPL}}$  são maiores que a do  $\bar{0}$  para todos os valores de  $n$  e  $k$ , o que indica que os  $\overline{\text{VPL}}$  das alternativas (1) e (2) são maiores que o  $\bar{0}$  fuzzy e, portanto, os investimentos são viáveis, conforme havia sido concluído através do método de Monte Carlo. Pode-se perceber também, que a medida que o risco é maior, menor será a diferença entre a utilidade do  $\overline{\text{VPL}}$  e a do  $\bar{0}$  fuzzy.

Agora é necessário que os  $\overline{\text{VPL}}$ 's das alternativas (1) e (2), sejam comparados entre si, afim de determinar qual a melhor alternativa. O método utilizado é o mesmo utilizado para comparação com o  $\bar{0}$  fuzzy. Os resultados encontrados para diversos valores de  $n$  e  $k$ , são mostrados no quadro 7.9.

Quadro 7.10. Utilidade total dos  $\overline{\text{VPL}}$ 's das alternativas (1) e (2), para diferentes valores de  $k$  e  $n$ .

Alternativa		n = 7			n = 9			n = 10		
		k=1	k=2	k=1/2	k=1	k=2	k=1/2	k=1	k=2	k=1/2
(1)	$\overline{\text{VPL}}$	0,679	0,714	0,634	0,641	0,668	0,605	0,626	0,651	0,594
(2)	$\overline{\text{VPL}}$	0,248	0,206	0,328	0,283	0,236	0,353	0,295	0,248	0,361

Os resultados encontrados mostram que para todos os valores de  $k$  e  $n$  assumidos, a utilidade total da alternativa (1) se mostrou maior que a da alternativa (2). Portanto pode-se concluir que a alternativa (1) é mais atrativa economicamente do que a (2). Este resultado também é igual ao resultado encontrado anteriormente no método probabilístico.

Até o presente momento não foi considerado a vida útil sendo um número fuzzy. No entanto, tal consideração poderia ter sido feita durante a ordenação entre os  $\overline{\text{VPL}}$ 's das alternativas consideradas viáveis.

Isto pode ser percebido da seguinte forma, as equações (6.29), (6.30) e (6.31), para cálculo da utilidade total, possuem uma grandeza “ $y_i$ ” que pode ser variada para análise de sensibilidade como mencionado no capítulo 6. Porém pelas figuras, 5.3 e 5.4, que apresentam graficamente o valor futuro fuzzy e anuidades fuzzy, respectivamente, considerando períodos fuzzy, o procedimento é idêntico ao recomendado para a análise de sensibilidade. Sendo assim, apresenta-se no quadro 7.11, o valor da utilidade total dos  $\overline{\text{VPL}}$ 's para período  $\bar{n}$  fuzzy dado conforme a tabela 7.1.

Tabela 7.1. Número fuzzy  $\bar{n}$

$n_i$	7	9	10
$\mu(n_i   \bar{n})$	0.8	1.0	0.6

Quadro 7.11. Utilidade total dos  $\overline{\text{VPL}}$ 's para período  $\bar{n}$  fuzzy.

Alternativa		$y_i = 0.8$			$y_i = 1.0$			$y_i = 0.6$		
		k=1	k=2	k=1/2	k=1	k=2	k=1/2	k=1	k=2	k=1/2
(1)	$\overline{\text{VPL}}$	0.543	0.571	0.507	0.641	0.668	0.605	0.390	0.391	0.356
(2)	$\overline{\text{VPL}}$	0.198	0.165	0.263	0.283	0.236	0.353	0.177	0.148	0.217

Os resultados obtidos mostram que, mesmo para um período  $\bar{n}$  fuzzy, a alternativa (1) continuou apresentando-se mais atrativa economicamente.

Tendo em vista que as alternativas tecnológicas, propostas para o caso em questão, não apresentam impactos sociais e ambientais ou de outra natureza, significativos, fica incoerente fazer uma análise para escolha da melhor alternativa sob outro aspecto que não seja o econômico. Sendo assim, não foi aplicado para este caso o método proposto no capítulo 6 para tomada de decisão.

### 7.3. Estudo de caso 2

#### 7.3.1. Caracterização do mercado

O município de Manacapuru está localizado à margem esquerda do rio Solimões, em uma área de 7.062 Km<sup>2</sup> e está distante da capital do Amazonas, 84 Km por rodovia e 103 Km por via fluvial. Tem os seus limites assim definidos:

Manacapuru está incluída na zona de clima equatorial, constituída de temperaturas elevadas e extrema umidade. O clima se caracteriza por duas estações bem definidas - uma seca e outra chuvosa. O mês mais quente do ano é janeiro, com uma média de 35°C, e o mês mais fresco é agosto, com uma média de 24 °C.

Os solos são classificados em dois grupos: solos de várzea e solos de terra firme. Em todo o município existem dezenas de importantes lagos, ricos em plantas e animais aquáticos. Entre estes podemos destacar: Lago da pupunha, Lago do Inácio, Lago Grande, Lago do Dendê, Lago do Caio, Lago do Comprido e Lago do Miriti.

A vegetação do município, no seu contexto, caracteriza-se por mata de terra firme e várzea. Na várzea encontram-se variadas espécies, como louro inamuí, envirola, samaúma, seringa barriguda, macacauecuia, saboara e outras. Na terra firme encontram-se madeiras de valor estimado, como castanheira, louros, cedros, andiroba, massaranduba, aguano, sucupira, macacaúba, pau-rosa etc.

A análise dos censos de 1980 e 1991, evidenciam que neste período a população do município cresceu à taxa de 48%. A população urbana registrou um crescimento de 115%, enquanto a população rural decresceu 3%, em decorrência do êxodo rural.

A agricultura do município, bastante significativa, é representada por culturas temporárias (mandioca e malva, além de abacaxi, arroz, feijão, juta, melancia, milho e tomate) e culturas permanentes, como banana, abacate, mamão e manga.

A pecuária é representada principalmente por rebanhos bobinos, havendo também bubalinos, caprinos, equinos e suínos.

O extrativismo é representado por madeira, castanha, óleo de copaíba e gomas não-elásticas.

Na pesca, as espécies mais comuns são: jaraqui, pirapitinga, tucunaré, carauçu e tambaqui. Além de pescadores individuais, existem empresas em atividade nessa área.

No setor secundário da economia, existem madeireiras, olarias, fábricas de gelo, usina de beneficiamento de juta, usina de beneficiamento de arroz, estaleiro para construção e reparos de barcos, fábricas de peças de metal e diversas padarias.

O setor terciário conta com significativo número de estabelecimentos comerciais, tanto atacadistas quanto varejistas.

Pode-se indentificar alguns ninchos para investimento no município, como por exemplo, no segmento industrial pode ser explorada a fabricação de brinquedos, pequenos

objetos de madeira e peças artesanais a partir dos refugos gerados na indústria madeireira/moveleira. Dada a existência de jazidas de argila, principal matéria-prima para a confecção de produtos cerâmicos, existe potencial para a implantação de pequenas indústrias para fabricação destes produtos. Além disso, é possível explorar a industrialização caseira de doces artesanais de frutas regionais, a produção de gelo em barra e escamas para conservação do pescado.

De acordo com a publicação do Serviço Brasileiro de Apoio às Micro e Pequenas Empresas - SEBRAE, intitulada "Diagnóstico Sócio- Econômico e Cadastro Empresarial (Manacapuru-AM)", a comunidade local aponta as seguintes causas para o não desenvolvimento da economia, por ordem de importância:

- Deficiência de energia elétrica.
- Encargos financeiros elevados.
- Prática de preços elevados na aquisição de mercadorias para revenda, em função da presença do intermediário.
- Dificuldade de escoamento da produção rural.
- Tarifas de serviços públicos elevada.
- Abastecimento e qualidade de água inadequados.
- Deficiente sistema de esgoto.
- Dificuldade de acesso à cidade, motivada pela deficiência dos serviços de balsas.
- Dificuldade de acesso ao crédito.
- Carência de mão-de-obra especializada.
- Dificuldade de acesso dos produtos fabricados na região ao mercado de Manaus.
- Precariedade nos serviços de saúde, tais como: falta de mão-de-obra especializada, falta de materiais e medicamentos e falta de serviços ambulatoriais.
- Acentuado êxodo rural em direção ao núcleo urbano, aliado à migração da capital para aquele município.
- Falta de incentivos às atividades concernentes à piscicultura.
- Falta de incentivos ao beneficiamento da produção de culturas de várzea, a exemplo do milho, feijão e arroz.
- Falta de incentivos, em forma de subsídios mais elevados nas linha de crédito.

O suprimento de energia elétrica no município é levado a efeito através de um central termelétrica a óleo diesel com potência instalada de 8.870 kW, composta por máquina MWM, ALCO, VILLARES e CUMMINS, sendo que a capacidade instalada nas subestação elevadora é de 7.500 kVA, para atendimento de uma demanda máxima registrada em 1993 de 4.110 kW. O consumo de energia elétrica em 1993 foi de 18.132,54 Mwh, sendo que 46,27% desse consumo é da classe residencial, a exemplo do que acontece no restante do estado.

O atual sistema de geração está em condições precárias de funcionamento e a demanda reprimida é muito grande.

### *7.3.2. Definição das alternativas de suprimento*

Afim de atender a demanda reprimida atual e a prevista para um horizonte de 10 anos, no município de Manacapuru-AM, a Companhia Energética do Amazonas - CEAM, estuda três alternativas de investimentos, as quais são descritas a seguir:

- **Alternativa 1:** Aquisição e instalação de unidades diesel com potência total de 8 MW.
- **Alternativa 2:** Conclusão de uma usina termelétrica a lenha com capacidade de 12 MW, para operar em paralelo com o sistema à diesel existente (outras informações sobre esta termelétrica foram dadas no capítulo 3 deste trabalho).
- **Alternativa 3:** Interligação do sistema Manacapuru ao sistema Manaus fazendo uma travessia subaquática.

### *7.3.2. Análise da atratividade econômica das alternativas*

Considerando-se que o investimento é inevitável e que tradicionalmente na região Amazônica as decisões tem sido sempre favoráveis a usinas termelétricas à diesel, a análise de atratividade econômica será feita para as alternativas (2) e (3), assumindo-se como benefício os custos evitados pela não implementação da alternativa (1).

Para a definição dos custos e benefícios há que se considerar a incerteza associada aos custos de instalação de unidade à óleo diesel. O setor elétrico informa que para potências acima de 1 MW este custo é de 669,00 US\$/kW, enquanto a CEAM afirma que este custo é da ordem de 690,00 US\$/kW. Além disso, informações obtidas junto a equipe técnica da CEAM indica um custo de 1.000,00 US\$/kW.

Outras considerações serão feitas mais adiante.

### 7.3.2.1. Comparação entre a termelétrica a diesel e a lenha

Inicialmente calculou-se os possíveis custos de instalação da termelétrica a diesel ( $I_D$ ), para os três custos obtidos. Os resultados são os seguintes:

- para 669,00 US\$/kW  $\Rightarrow I_{D1} = \text{US\$ } 5.352.000,00$
- para 690,00 US\$/kW  $\Rightarrow I_{D2} = \text{US\$ } 5.520.000,00$
- para 1.000,00 US\$/kW  $\Rightarrow I_{D3} = \text{US\$ } 8.000.000,00$

Em seguida calculou-se o custo de operação e manutenção do sistema termelétrico a diesel ( $COM_D$ ), adotando-se como custo 109,9 US\$/MWh, conforme Zylberstajn, et alli. [35], obtendo-se o seguinte resultado:

$$COM_D = \text{US\$ } 8.120.576,94$$

O investimento inicial para concluir a usina a lenha ( $I_L$ ) foi fornecido pela CEAM, sendo igual a:

$$I_L = \text{US\$ } 25.336.900,00$$

Para a definição dos custos de operação e manutenção da usina a lenha ( $COM_L$ ), assumiu-se três custos, uma vez que a tendência natural é que o valor adotado pela CEAM (48 US\$/MWh) sofra aumentos a medida que o local de coleta da lenha vai se tornando mais distante. Portanto, assumiu-se além do valor fornecido pela CEAM, os valores de 60 US\$/MWh e 80 US\$/MWh. Sendo assim, obteve-se os seguintes custos:

- para 48,00 US\$/MWh  $\Rightarrow COM_{L,1} = \text{US\$ } 3.360.336,00$
- para 60,00 US\$/MWh  $\Rightarrow COM_{L,2} = \text{US\$ } 4.204.800,00$
- para 80,00 US\$/MWh  $\Rightarrow COM_{L,3} = \text{US\$ } 5.606.400,00$

Os valores obtidos foram utilizados para calcular os dados de entrada para aplicação do método de Monte Carlo e do método fuzzy, quais sejam:

- Investimento Inicial ( I ):

$$I_i = I_L - I_{Di} \quad \text{para } i = 1, 2 \text{ e } 3$$

Então:

$$I_1 = \text{US\$ } 19.984.900,00$$

$$I_2 = \text{US\$ } 19.816.900,00$$

$$I_3 = \text{US\$ } 17.336.900,00$$

- Benefício anual (BA):

$$BA_i = COM_D - COM_{L,i} \quad \text{para } i = 1, 2 \text{ e } 3.$$

Assim,

$$BA_1 = \text{US\$ } 4.760.240,94$$

$$BA_2 = \text{US\$ } 3.915.776,94$$

$$BA_3 = \text{US\$ } 2.514.176,94$$

Os dados para o método de Monte Carlo, admitindo-se distribuições triangulares são os seguintes:

- valor mais provável da taxa: 0.09
- valor inferior da taxa: 0.08
- valor superior da taxa: 0.10
- valor mais provável da vida útil: 9 anos
- valor inferior da vida útil: 8 anos
- valor superior da vida útil: 10 anos
- média do investimento inicial: 19.238.900,00
- desvio padrão do investimento inicial: 999.245,28
- média do benefício anual: 3.776.492,94
- desvio padrão do benefício anual: 847.571,32

O resultado da simulação forneceu os seguintes valores:

- **média do valor presente líquido: 2.563.660,55**
- **desvio padrão do valor presente líquido: 14.587.415,66**

Para esses valores tem-se uma probabilidade de risco de **36,13%**, o que mostra a princípio, que a alternativa não é atrativa.

Para implementação do método fuzzy, utilizou-se os seguintes números fuzzy triangulares:

- investimento inicial fuzzy: (18.000.000 / 19.240.000 , 19.240.000 / 22.000.000)
- benefício anual fuzzy: (1.500.000 / 3.776.000 , 3.776.000 / 4.800.000)
- taxa fuzzy: (0.08 / 0.09 , 0.09 / 0.10)

O valor presente líquido fuzzy ( $\overline{VPL}$ ) para os valores de  $n$  adotados na distribuição triangular do período no método de Monte Carlo, encontram-se no quadro 7.12.

Quadro 7.12.  $\overline{VPL}$  para diferentes valores de n.

	n = 8	n = 9	n = 10
$\overline{VPL}$	(-10.548.540,3 / 1.659.476,98 . 1.659.476,00 / 8.844.329,55)	(-10.007.625,30 / 3.398.052,27 . 3.398.052,27 / 11.938.452,3)	(-9.524.665,46 / 4.993.075,48 . 4.993.075,48 / 14.885.236,00)

No quadro 7.13 é apresentado o resultado do cálculo da utilidade total do  $\overline{VPL}$  encontrado e do  $\bar{0}$  apropriado.

Quadro 7.13. Utilidade total do  $\overline{VPL}$  do caso 2 e do  $\bar{0}$  fuzzy.

	n = 7			n = 9			n = 10		
	k=1	k=2	k=1/2	k=1	k=2	k=1/2	k=1	k=2	k=1/2
$\overline{VPL}$	0,535	0,531	0,533	0,549	0,550	0,541	0,548	0,550	0,540
$\bar{0}$	0,508	0,511	0,506	0,469	0,461	0,478	0,429	0,411	0,449

Pode-se observar que para todos os valores de n e k, o valor presente líquido fuzzy possui utilidade total maior que a do  $\bar{0}$  fuzzy, o que poderia levar a conclusão de que a alternativa é atrativa. No entanto, como foi comentado anteriormente, a medida que o risco aumenta, diminui a diferença entre as utilidades totais do  $\overline{VPL}$  e do  $\bar{0}$  fuzzy, e como pode ser visto no quadro 7.13, essa diferença é pequena, o que significa incorrer em um risco elevado.

Pode-se ainda, da mesma forma que no caso da comunidade de São Tomé, considerar o  $\bar{n}$  fuzzy.

Seja então, o  $\bar{n}$  fuzzy dado como na tabela 7.2

Tabela 7.2. Número fuzzy  $\bar{n}$  (caso 2)

$n_i$	8	9	10
$\mu(n_i   \bar{n})$	0,9	1,0	0,8

Os valores da utilidades totais para o  $\overline{VPL}$  e para o  $\bar{0}$  fuzzy com  $\bar{n}$  fuzzy, para diferentes valores de k, estão no quadro 7.14.

Quadro 7.14. Utilidade total do  $\overline{VPL}$  do caso 2 e do  $\bar{0}$  fuzzy para  $\bar{n}$  fuzzy.

	n = 0,9			n = 0,1			n = 0,8		
	k=1	k=2	k=1/2	k=1	k=2	k=1/2	k=1	k=2	k=1/2
$\overline{VPL}$	0,482	0,478	0,479	0,549	0,550	0,541	0,438	0,440	0,432
$\bar{0}$	0,458	0,460	0,455	0,469	0,461	0,478	0,343	0,329	0,359

Pode-se observar que mesmo para  $\bar{n}$  fuzzy o investimento mostra-se atrativo.

A partir desse ponto será analisada a atratividade da alternativa (3).

### 7.3.2.2. *Comparação entre a termelétrica a diesel e a interligação ao sistema Manaus*

O valor do investimento inicial para a interligação do sistema Manacapuru ao sistema Manaus ( $I_{LT}$ ) foi fornecido pela CEAM, sendo o seguinte:

$$I_{LT} = \text{US\$ } 10.000.000,00$$

Quanto aos custos anuais de operação e manutenção da linha de transmissão ( $COM_{LT}$ ) é estabelecido pela Eletrobrás um valor de 5% do investimento inicial. Portanto,

$$COM_{LT} = \text{US\$ } 500.000,00$$

Nesta alternativa surge uma particularidade que é o fato da vida econômica dos investimentos serem diferentes, pois a linha de transmissão possui uma vida útil maior que a da termelétrica à diesel. Para solucionar este problema, e considerando que há incerteza com relação a vida útil da linha de transmissão, até porque esta seria primeira experiência na Amazônia com transmissão subaquática, fez-se uma distribuição do investimento inicial em uma série anual uniforme, considerando-se três valores para a vida útil, quais sejam: 15, 18 e 20 anos. Os valores das anuidade ( $A_{LT}$ ) para uma taxa de 10%, encontrados são os seguintes:

$$\text{- para } n = 20 \text{ anos} \Rightarrow A_{LT1} = \text{US\$ } 1.174.596,25$$

$$\text{- para } n = 18 \text{ anos} \Rightarrow A_{LT2} = \text{US\$ } 1.219.302,22$$

$$\text{- para } n = 20 \text{ anos} \Rightarrow A_{LT3} = \text{US\$ } 1.314.737,77$$

O investimento inicial na geração a diesel também foi distribuído em uma série uniforme, afim de compará-lo anualmente com a série obtida para o investimento inicial na transmissão subaquática. A vida adotada para a termelétrica a diesel foi de 10 anos, obtendo-se as seguintes anuidade ( $A_D$ ), para os três custos de instalação mencionados no caso anterior:

$$\text{- } A_{D1} = \text{US\$ } 871.013,35$$

$$\text{- } A_{D2} = \text{US\$ } 898.354,58$$

$$\text{- } A_{D3} = \text{US\$ } 1.301.963,16$$

Uma vez que as anuidades da opção de interligação a Manaus foram maiores que a da termelétrica a diesel, a diferença dentre essas anuidades será computado como custos anuais (CA), para essa alternativa. Tem-se portanto, as seguintes possibilidades de custo:

- |                          |                         |
|--------------------------|-------------------------|
| - CA = US\$ 303.582,89   | - CA = - US\$ 82.660,94 |
| - CA = US\$ 276.241,67   | - CA = US\$ 443.724,42  |
| - CA = - US\$ 127.366,91 | - CA = US\$ 416.383,19  |
| - CA = US\$ 348.288,87   | - CA = US\$ 12.774,61   |
| - CA = US\$ 320.947,64   |                         |

Observa-se que algumas parcelas são negativas, o que significa que na verdade, elas são benefícios e não custos.

Há que se considerar também os custos da compra de energia elétrica da Eletronorte, que vem praticando tarifas abaixo dos valores que remunerariam o capital investido na geração. Considerando-se que existe uma tendência no setor elétrico de recuperação dos valores tarifários, estabeleceu-se três possíveis cenários tarifários, quais sejam: 48 US\$/MWh, 60 US\$/MWh e 80 US\$/MWh. O primeiro valor adotado foi indicado por Poole em [28].

Portanto, obteve-se os seguintes valores para os custos com a compra de energia elétrica (CCE) da Eletronorte:

- CCE<sub>1</sub> = US\$ 3.363.840,00
- CCE<sub>2</sub> = US\$ 4.204.800,00
- CCE<sub>3</sub> = US\$ 5.606.400,00

Agora pode-se então, calcular o benefício anual total (BA<sub>t</sub>) para a interligação de Manacapuru ao sistema Manaus. O que foi feito utilizando a seguinte expressão:

$$BA_t = COM_D - CA - CCE$$

Os valores encontrados foram:

- |                                       |                                       |
|---------------------------------------|---------------------------------------|
| - BA <sub>t</sub> = US\$ 4.453.154,05 | - BA <sub>t</sub> = US\$ 2.193.229,30 |
| - BA <sub>t</sub> = US\$ 3.612.194,05 | - BA <sub>t</sub> = US\$ 4.839.397,88 |
| - BA <sub>t</sub> = US\$ 2.210.594,05 | - BA <sub>t</sub> = US\$ 3.998.437,88 |
| - BA <sub>t</sub> = US\$ 4.480.495,27 | - BA <sub>t</sub> = US\$ 2.596.837,88 |
| - BA <sub>t</sub> = US\$ 3.639.535,27 | - BA <sub>t</sub> = US\$ 4.313.012,52 |
| - BA <sub>t</sub> = US\$ 2.237.935,27 | - BA <sub>t</sub> = US\$ 3.472.052,53 |
| - BA <sub>t</sub> = US\$ 4.884.103,85 | - BA <sub>t</sub> = US\$ 2.070.452,52 |

- $BA_t = \text{US\$ } 4.043.143,85$	- $BA_t = \text{US\$ } 4.340.353,75$
- $BA_t = \text{US\$ } 2.641.543,85$	- $BA_t = \text{US\$ } 3.499.393,75$
- $BA_t = \text{US\$ } 4.408.448,07$	- $BA_t = \text{US\$ } 2.097.793,75$
- $BA_t = \text{US\$ } 3.567.488,07$	- $BA_t = \text{US\$ } 4.743.962,33$
- $BA_t = \text{US\$ } 2.165.888,07$	- $BA_t = \text{US\$ } 3.903.002,33$
- $BA_t = \text{US\$ } 4.435.789,30$	- $BA_t = \text{US\$ } 2.501.402,33$
- $BA_t = \text{US\$ } 3.594.829,30$	

Deve-se observar que o procedimento adotado para a comparação das alternativas não possibilita o cálculo do valor presente líquido, uma vez que o investimento anual foi transformado em anuidades. No entanto, observa-se que todas os benefícios são positivos, o que significa que o investimento é atrativo.

Até o presente momento todas as análises de atratividade, que foram realizadas, contemplam somente o aspecto econômico da questão. O segundo caso em estudo, se por um lado não possibilitou a comparação entre as alternativas pelo aspecto econômico, por outro lado, como as alternativas são revestidas de particularidades, é possível simular uma situação para aplicação do método proposto no capítulo 6, para escolha da melhor alternativa, o que não foi possível fazer no primeiro caso.

Sendo assim, inicialmente estabeleceu-se os seguintes critérios para a análise:

⇒ **Critério 1: Investimento inicial.**

⇒ **Critério 2: Geração de emprego.**

⇒ **Critério 3: Impacto ambiental.**

⇒ **Critério 4: Custos de geração.**

Os números fuzzy a serem utilizados pelos especialistas (E), num total de quatro (4), tem seu suporte no conjunto  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ .

Tomando-se a opinião de especialistas com relação a importância dos critérios com relação ao objetivo final da CEAM, montou-se a seguinte matriz:

	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$E_4$
$C_1$	(7/7, 7/7)	(6/8, 9/10)	(10/10, 10/10)	(5/5, 5/5)
$C_2$	(2/2, 2/2)	(5/5, 5/5)	(2/3, 3/4)	(8/9, 9/10)
$C_3$	(6/8, 9/10)	(6/6, 6/6)	(5/5, 5/5)	(9/9, 9/9)
$C_4$	(6/7, 7/8)	(5/7, 7/8)	(6/7, 8/10)	(6/7, 7/8)

Com base na opinião desses mesmos especialistas, constrói-se as matrizes abaixo, cujos elementos representam a opinião de cada especialista sobre cada alternativa com relação a um determinado critério.

- Com relação ao critério 1

	E <sub>1</sub>	E <sub>2</sub>	E <sub>3</sub>	E <sub>4</sub>
A <sub>1</sub>	(10 / 10 , 10 / 10)	(8 / 9 , 9 / 10)	(9 / 9 , 10 / 10)	(10 / 10 , 10 / 10)
A <sub>2</sub>	(2 / 2 , 2 / 2)	(1 / 1 , 1 / 1)	(0 / 0 , 0 / 0)	(1 / 1 , 2 / 2)
A <sub>3</sub>	(5 / 5 , 5 / 5)	(5 / 6 , 6 / 7)	(4 / 4 , 4 / 4)	(4 / 5 , 5 / 6)

- Com relação ao critério 2

	E <sub>1</sub>	E <sub>2</sub>	E <sub>3</sub>	E <sub>4</sub>
A <sub>1</sub>	(4 / 4 , 4 / 4)	(3 / 4 , 4 / 5)	(2 / 2 , 2 / 2)	(1 / 3 , 3 / 4)
A <sub>2</sub>	(10 / 10 , 10 / 10)	(8 / 9 , 9 / 10)	(7 / 8 , 9 / 10)	(8 / 9 , 9 / 10)
A <sub>3</sub>	(0 / 0 , 0 / 0)	(0 / 1 , 1 / 2)	(2 / 2 , 2 / 2)	(1 / 2 , 2 / 3)

- Com relação ao critério 3

	E <sub>1</sub>	E <sub>2</sub>	E <sub>3</sub>	E <sub>4</sub>
A <sub>1</sub>	(7 / 7 , 7 / 7)	(5 / 7 , 8 / 9)	(4 / 5 , 5 / 6)	(7 / 9 , 10 / 10)
A <sub>2</sub>	(10 / 10 , 10 / 10)	(9 / 9 , 9 / 9)	(7 / 8 , 9 / 10)	(8 / 9 , 10 / 10)
A <sub>3</sub>	(1 / 1 , 1 / 1)	(0 / 1 , 1 / 2)	(1 / 3 , 3 / 4)	(0 / 1 , 3 / 4)

- Com relação ao critério 4

	E <sub>1</sub>	E <sub>2</sub>	E <sub>3</sub>	E <sub>4</sub>
A <sub>1</sub>	(6 / 7 , 7 / 8)	(4 / 4 , 4 / 4)	(3 / 4 , 5 / 6)	(4 / 5 , 5 / 6)
A <sub>2</sub>	(8 / 8 , 9 / 9)	(7 / 7 , 7 / 7)	(7 / 8 , 8 / 9)	(6 / 7 , 8 / 9)
A <sub>3</sub>	(10 / 10 , 10 / 10)	(9 / 9 , 10 / 10)	(8 / 9 , 9 / 10)	(6 / 7 , 7 / 8)

Os pesos obtidos usando-se a equação o procedimento descrito no capítulo 6, foram os seguintes:

$$\bar{P}_1 = (2,195 [0,033 , 0,503] / 2,731 , 2,935 / 3,371 [ 0,022 , -0,458])$$

$$\bar{P}_2 = (2,201[0,022 , 0,457] / 2,680 , 2,888 / 3,326 [0,017, -0,455])$$

$$\bar{P}_3 = (1,366 [0,026 , 0,451] / 1,843 , 1,991 / 2,473 [0,019 , -0,501])$$

O cálculo da utilidade total utilizando a relação para números fuzzy com duas funções quadráticas, para diferentes valores de y, estão apresentados no quadro 7.15.

Quadro 7.15. Utilidade total para os pesos fuzzy dados as alternativas (caso 2).

Alternativa	$y = 0.7$	$y = 0.8$	$y = 0.9$	$y = 1.0$
$\bar{P}_1$	-36,86	-33,37	-30,67	-28,52
$\bar{P}_2$	-54,03	-48,69	-44,54	-41,23
$\bar{P}_3$	-46,75	-42,21	-38,68	-35,87

Pode-se observar pelo valor encontrado para as utilidades totais dos pesos das alternativas que a alternativa primeira, ou seja, a geração totalmente a diesel é melhor do que a interligação ao sistema Manaus, e que a opção de conclusão da termelétrica a lenha para operar em paralelo com o sistema diesel atual, nesta ordem. Considerando que os números fuzzy dados aos critérios e a cada alternativa por critério, não foram baseados, neste trabalho, na opinião realmente de vários especialistas, o resultado poderia ser diferente.

É importante salientar que é necessário que estudos sejam realizados, no sentido de definir, qual a diferença percentual entre a utilidades do  $\bar{VPL}$  e do  $\bar{0}$  fuzzy, para que seja definido o **risco fuzzy** admissível.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O setor energético nacional passa por profundas mudanças, tanto no aspecto de infraestrutura quanto no que se refere ao ferramental teórico-metodológico. Tais mudanças decorrem da necessidade de associar eficiência e desenvolvimento tecnológico com restrição financeira e preservação ambiental. A complexidade dessa associação consiste no fato, no que se refere ao ferramental teórico-metodológico, da pouca importância que historicamente foi dada a determinadas variáveis, atualmente consideradas importantes para a implementação de políticas para o setor energético, o que conduziu a um quadro de pouca confiabilidade dos registros históricos existentes, e até da completa inexistência de registro em alguns casos, como se pode verificar principalmente na região Amazônica. Isto implica na impossibilidade de implementação de técnicas probabilísticas, de maneira conviável. Deve-se salientar que as técnicas probabilísticas apresentam-se como a mais provável solução para o tratamento das incertezas.

Como foi dito no início desse trabalho, planejar não é uma tarefa trivial, principalmente quando o cenário em questão é caracterizado por incertezas. No entanto, não se pode admitir que não seja possível estabelecer um planejamento, porque se assim o fosse estaríamos admitindo que os fatos se dão ao acaso, o que é inaceitável no meio técnico-científico.

Ao longo deste trabalho buscou-se enfatizar o grau de nebulosidade ou incerteza que predominam nos sistemas descentralizados da região Amazônica, com o intuito de justificar a necessidade de adoção de um modelo próprio para análise de atratividade de investimentos nesta região, além de deixar claro a necessidade da concepção de uma técnica para auxiliar a tomada de decisão, que contemplasse todas as especificidades, incorporando as externalidades, de natureza social e ambiental, inerentes a essa região; além de enfatizar a importância do aprimoramento do planejamento como forma de reduzir os riscos.

Apesar dos resultados obtidos nos estudos de caso terem sido bastantes convincentes, com respeito a confiabilidade da técnica, é importante mencionar que alguns aspectos devem ser melhor estudados de modo a obter um melhor domínio desta técnica, haja vista ser uma técnica que está por se consolidar no campo aplicado. Dentre esses aspectos destaca-se a necessidade de aprofundamento no processo de ordenação de números fuzzy, na representação do zero fuzzy, bem como no cálculo do valor presente quando o período é fuzzy.

Além das aplicações de números fuzzy apresentadas neste trabalho, inúmeras são as possibilidades de utilização desse conceito em várias outras etapas do planejamento. Pode-se citar por exemplo, a previsão de mercado de energia elétrica utilizando regressão fuzzy e a análise da rentabilidade de projetos de investimento a partir da definição da taxa interna de retorno fuzzy. Esta última de fundamental importância dentro da política de privatização do setor elétrico atualmente adotada pelo Governo Federal.

Acredita-se ter dado, a partir desse trabalho, um passo significativo para concepção de uma nova filosofia de planejamento aplicada aos sistemas descentralizados da Amazônia, e desta forma está contribuindo para o desenvolvimento regional alicerçado em suas potencialidades.

#### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRONKHORST, A. *Measurement of Gas Permeability in Polymers and Composites*. In: *Encyclopedia of Analytical Chemistry*, 4th ed., Wiley-Interscience, New York, 1988, p. 1000-1005.

DE WILDE, HERBERT & COLTON, RAYMOND W. *Metabolic Engineering*. Cambridge University Press, Cambridge, U.K., 1987.

FRANZBLAU, OTTO W. & NETO, PEDRO L.O.C. *Aplicação da Engenharia de Energia para a Indústria*. São Paulo, 1984.

FRANZBLAU, OTTO W. *A Engenharia de Energia para a Indústria*. São Paulo, 1984. (Série de Engenharia de Energia, vol. 1). Editora da Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 1984.

### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

FRANZBLAU, OTTO W. & NETO, PEDRO L.O.C. *Aplicação da Engenharia de Energia para a Indústria*. São Paulo, 1984. (Série de Engenharia de Energia, vol. 1). Editora da Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 1984.

FRANZBLAU, OTTO W. *A Engenharia de Energia para a Indústria*. São Paulo, 1984.

FRANZBLAU, OTTO W. AND NETO, PEDRO L.O.C. *Aplicação da Engenharia de Energia para a Indústria*. São Paulo, 1984. (Série de Engenharia de Energia, vol. 1). Editora da Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 1984.

FRANZBLAU, OTTO W. *A Engenharia de Energia para a Indústria*. São Paulo, 1984.

FRANZBLAU, OTTO W. *A Engenharia de Energia para a Indústria*. São Paulo, 1984.

- [1] AHMED, K. Renewable Energy Technologies - A Review of the Status and Costs of Selected Technologies, World Bank Technical paper number 240, energy series, Washington, 1994.
- [2] ARKIN, HERBERT & COLTON, RAYMOND R. Metodos Estadisticos, Companhia Editorial Continental S.A., Mexico, 1977.
- [3] BEKMAN, OTTO R E NETO, PEDRO L.O.C. Análise Estatística da Decisão, Edgar Blucher, São Paulo, 1980.
- [4] BENTES, ROSALVO M. A Crise do Setor Primário Amazonense: 25 anos de decadência econômica, desemprego na agricultura e redistribuição da população. Tese de mestrado. Universidade Federal do Amazonas.
- [5] BEYRODT, ERNANI MASCARENHAS PRESTES & YAMAGUCHI, SHIGEO Aplicação da Pesquisa Mercadológica no Sistema de Informações da Distribuição - VIII Seminário Nacional de Distribuição de Energia Elétrica - COPEL, Curitiba, 1980.
- [6] BOLETIM ESTATÍSTICO 1992. Companhia Energética do Amazonas - CEAM. 1993.
- [7] BORTOLAN, G AND DEGANI, R. A Review of Some Methods for Ranking Fuzzy Subsets, Fuzzy Sets and systems 15 (1985) 1-19.
- [8] BUCKLEY, J.J., The Fuzzy Mathematics of Finance, Fuzzy Sets and Systems 21 (1987) 257-273.
- [9] BUCKLEY, J.J., Ranking Alternatives Using Fuzzy Numbers, Fuzzy sets systems 15 (1985) 21-31.

- [10] CHEN, SHAN-HUO. Ranking Fuzzy Numbers With Maximizing Set and Minizing Set, Fuzzy Sets and Systems 17 (1985) 113-129.
- [11] DEO, P.; MODAK, SHUKLA, P.R. Decentralised Energy Planning, Oxford IBH Publishing Co. PVT. LTD, New Delhi, 1991.
- [12] Dencentralized Power Production for the Rural Consumers - Seventh Asian School on Energy, Bangkok, Thailand, 1990.
- [13] Diagnóstico Sócio-Econômico e Cadastro Empresarial do Município de Manacapuru. Manaus. Departamento de Estudos e Pesquisas do SEBRAE. Série Estudos Municipais, 1993.
- [14] FARIA, S. N. G. Um Modelo Integrado de Previsão do Mercado de Energia Elétrica a Longo Prazo, dissertação de mestrado, Campinas, 1993.
- [15] FINEK, HORST E OLERT, GERHARD. Guia para el Cálculo de Rentabilidade de Proyectos de Inversión para el Abastecimiento de Energia - Deutsche Gesellschaft fur Technische Zusammenarbeit (GTz), Germany) Barranquilla - Comlombia - 1985.
- [16] HAMMERSLEY, J.M AND HANDSCOMB, D.C. Monte Carlo Methods. London: Methuen & COLT, New York, 1964.
- [17] JAIN, R. Procedure for Multi-aspect Decision Making Using Fuzzy Sets, Int. - Systems Sei. 8 (1977) 1-7.
- [18] Jain, R., Decision-making in the Presence of Fuzzy Variables, IEEE Trans. Systems man and Cybernet (1976) 698-703.

- [19] JANNUZZI, G.M., SILVA, E.P. E LEONARDI, M.L. Um Plano para uso Eficiente de Energia e Incremento de Fontes Renováveis para a Cidade de Manaus. Versão preliminar. Unicamp. 1995.
- [20] JOHANSSON, T.B, KELLY, H., REDDY, A.K.N., WILLIAMS, R.H. Renewable Energy: Sources for fuels and eletricity. Island Press, 1993.
- [21] KAHNE, S. A Contribution to Decision Making in Environmental Design, proc. IEEE 63 (1975) 518-519.
- [22] KAUFMANN, A. & GUPTA./ M.M. Introduction to Fuzzy Arithmetic / Van Nostrand Reinhold Electrical. Computer Science and Enginerring Series, Academic Press, New York, 1975.
- [23] KAZMIER, L. J. Estatística Aplicada a Economia e Administração, São Paulo, McGraw - Hill do Brasil, 1982.
- [24] MOREIRA, A.C.M. A Inserção de Riscos e Incertezas em Metodologias para a Avaliação dos Custos de Energia e Potência Elétrica de Centrais Geradoras. Tese de doutorado. Unicamp-SP, 1993.
- [25] OELERT, G.; AUER, F.; PERTZ, K. Aspectos Económicos de Los Sistemas de Energia Renewable - Um Guia para Disenar proyectos - Deutsche Gesellschaft fur Technische Zusammenarbeit (GTz), Barranquilla - Colombia, 1987.
- [26] Pinto, José Robison Vieira & Guzzo, Douglas Aparecido / Influências dos Hábitos de Consumo, Modelagem e Tendências de Curvas de Carga - VIII Seminário Nacional de Distribuição de Energia Elétrica - COPEL, Curitiba, 1980.

- [27] Plano Estratégico de Desenvolvimento do Amazonas - Planamazonas. Secretaria do Estado de Planejamento e Articulação com Municípios - SEPLAM. Versão preliminar, 1994.
- [28] POOLE, A.D., ORTEGA, O. E MOREIRA, J.R. Energia para o Desenvolvimento da Amazônia. Contribuição ao projeto PNUD/SUDAM/SUFRAMA/BASA "Macrocenários para Amazônia 2010". São Paulo, 1990.
- [29] RIVETT, P. Model Building for Decision Analysis, Page Bros (Norwieh) Ltd., England, 1980.
- [30] Santos, Afonso H. M. / Planejamento de Centrais Hidrelétricas de Pequeno Porte. Tese de Doutorado. Universidade Estadual de Campinas, 1987.
- [31] SINHA, A. Modelling the Economics of Combined Wind/Hydro/Diesel Power Systems. Energy Convers. Mgmt Vol. 34, No. 7, pp. 577-585, 1993.
- [32] Snedecor, George W. & Cochran, William G. / Metodos Estadisticos, Companhia Editorial Continental, S.A., México, 4a. Edição, 1977.
- [33] SOUZA R. C. R., GUERRA, H. N. E COSTA Y. S. Comunidade de São Tomé: Uma Experiência em Planejamento Energético. VI Congresso Brasileiro de Energia e I Seminário Latino Americano de Energia, Rio de Janeiro, 1994.
- [34] STOLL, H.G. Least-Cost Eletric Utility Planning, A Wiley - Intercience Publication, New York, 1989.
- [35] ZULBERSZTAJN, D., COELHO, S.T. E IENO, G.O. Gás Natural e Consequências Ambientais na Geração de Eletricidade para a Região de Manaus. Revista Pesquisa & Tecnologia (FEI) 15, (9-13), 1995.

El primer paso en el método de los mínimos cuadrados es la obtención de una ecuación que relacione una variable dependiente con una o más variables independientes.

Supongamos que tenemos  $n$  pares de datos  $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_n, Y_n)$  en un sistema de coordenadas cartesianas. El problema es encontrar una línea recta que se ajuste a los datos. Este problema puede resolverse buscando una curva regular que se aproxime a los datos. Esta curva que mejor se aproxima a los datos se llama "curva de ajuste". En el caso de una línea recta, se llama "recta de ajuste". El método de los mínimos cuadrados consiste en encontrar la línea recta que mejor se ajuste a los datos, minimizando la suma de los cuadrados de los residuos.

# ANEXO 1

Figura 1. Curva de ajuste.

El problema de determinar una ecuación de la curva que se aproxima a los datos se resuelve buscando una curva regular que se aproxime a los datos.

Una vez obtenida una ecuación de la curva, se puede utilizar para predecir los valores de la variable dependiente a partir de los valores de las variables independientes.

$$Y = a + bX$$

La ecuación más sencilla para la curva de ajuste es la ecuación de una línea recta. Esta ecuación se puede utilizar para predecir los valores de la variable dependiente a partir de los valores de las variables independientes.

$$Y = a + bX + cX^2 + \dots$$

El método de los mínimos cuadrados.

## AJUSTAMENTO DE CURVAS E O MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS

O primeiro passo com vistas à determinação de uma equação que relacione duas variáveis consiste na obtenção de dados das variáveis consideradas.

A locação dos pontos  $(X_1, Y_1)$ ,  $(X_2, Y_2)$ , ...,  $(X_n, Y_n)$  em um sistema de coordenadas cartesianas fornece o que se chama de "diagrama de dispersão". No diagrama de dispersão, geralmente, pode-se visualizar uma curva regular que se aproxima dos dados. Essa curva que melhor se aproxima dos dados é chamada "curva de ajustamento". No diagrama (a) abaixo, vemos que os dados parecem estar bem próximos de uma reta, caracterizando uma relação linear entre as variáveis, enquanto no diagrama (b) a relação se apresenta não-linear.

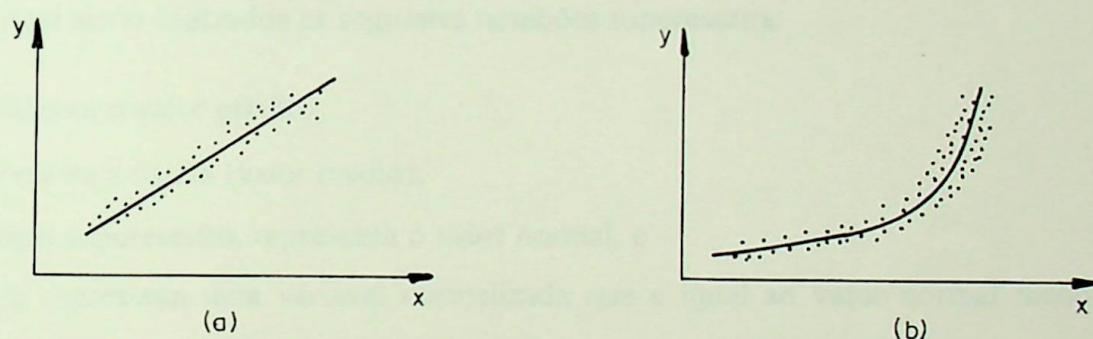


Figura 1. Curvas de aderência

O problema da determinação das equações de curvas que se acomodem a certos conjuntos de dados é denominado ajustamento de curvas.

Seja por exemplo, um conjunto de pontos, aos quais procura-se ajustar uma curva do tipo:

$$Y_i = A + \beta * X_i \quad (1)$$

As equações matemáticas para a curva que melhor se ajusta a um conjunto de pontos podem ser derivadas mais convenientemente e interpretadas mais intuitivamente se expressas no formato matemático normalizado. O formato matemático normalizado é, por exemplo:

$$Y_i = A + \beta \cdot (X_i - \bar{X}) + \varepsilon_i = \hat{Y} + \varepsilon_i \quad \text{para } i = 1, \dots, 7 \quad (2)$$

onde:

$Y_i$  - variável dependente;

$\hat{Y}$  - valor obtido para determinado ponto da curva através da equação obtida (valor predito);

$\epsilon_i$  - o erro entre a variável dependente atual e a predita;

$X_i$  - variável independente ou variável condutora;

$\bar{X}$  - valor médio de  $X_i$ ;

$A, \beta$  - constantes a serem determinadas.

O valor médio de  $X_i$  é definido como:

$$\bar{X}_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (3)$$

onde "n" é o número de pontos disponíveis.

Aqui serão utilizados as seguintes notações superescrita:

$\hat{\phantom{x}}$  - representa o valor predito;

$\bar{\phantom{x}}$  - representa a média (valor médio);

- nenhum superescrito, representa o valor normal, e minúscula representa uma variável normalizada que é igual ao valor normal menos o valor médio.

Uma maneira de determinar os valores de  $A$  e  $\beta$ , é selecionar estes valores tais que o quadrado do erro entre os pontos atuais e os pontos preditos é minimizado, este critério pode ser expresso como:

$$\min \sum_{i=1}^n \left( Y_i - \hat{Y}_i \right)^2 \quad (4)$$

Substituindo a equação (1) na (4), obtemos:

$$= \min \sum_{i=1}^n \left[ Y_i - A - \beta \left( X_i - \bar{X} \right) \right]^2 \quad (5)$$

Se a derivada da equação (5) com relação a  $A$  é calculada e igualada a zero para alcançar o mínimo, o resultado é:

$$\sum_{i=1}^n 2(-1) \left[ Y_i - A - \beta \left( X_i - \bar{X} \right) \right] = 0 \quad (6)$$

Note que ela pode também ser expressa como:

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_i = 0 \quad (7)$$

Os coeficientes A e  $\beta$  são determinados tais que, a soma dos erros é zero.

Desde que,  $\sum_{i=1}^n X_i = n \cdot \bar{X}$ , então o termo  $\beta$  é eliminado na equação 6 e

$$A = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{n} \quad (8)$$

Então o valor do coeficiente A é meramente a média aritmética dos valores de  $Y_i$ .

Diferenciando-se 5 com relação a  $\beta$ , obtém-se:

$$\sum_{i=1}^n -(2)(X_i - \bar{X}) \left[ Y_i - A - \beta(X_i - \bar{X}) \right] = 0 \quad (9)$$

Note que esta também pode ser expressa pela substituição da equação 2.

$$\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}) \varepsilon_i = 0 \quad (10)$$

Os coeficientes são determinados tais que o produto do erro vezes a variável independente é zero.

Uma vez que  $\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}) = 0$ , resolvendo para  $\beta$  a equação 9 produz:

$$\beta = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i (X_i - \bar{X})}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \quad (11)$$

A seguir mostra-se como se determina outras equações das curvas de mínimos quadrados.

#### A. Polinômio do 2º. Grau (Parábola)

A parábola de mínimo quadrado que se ajusta ao histórico é da forma:

$$Y = A + BX + CX^2 \quad (12)$$

e as constantes A, B e C são determinadas mediante a resolução do seguinte sistema de equações normais:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n Y_i = A \cdot N + B \sum_{i=1}^n X_i + C \sum_{i=1}^n X_i^2 \\ \sum_{i=1}^n X_i Y_i = A \sum_{i=1}^n X_i + B \sum_{i=1}^n X_i^2 + C \sum_{i=1}^n X_i^3 \\ \sum_{i=1}^n X_i^2 Y_i = A \sum_{i=1}^n X_i^2 + B \sum_{i=1}^n X_i^3 + C \sum_{i=1}^n X_i^4 \end{cases} \quad (13)$$

### B. Polinômio do 3º. Grau

A função cúbica que se ajusta a um certo conjunto de dados é da seguinte forma:

$$Y = A + BX + CX^2 + DX^3 \quad (14)$$

e para a determinação de A, B, C e D resolve-se o seguinte sistema:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n Y_i = A \cdot N + B \sum_{i=1}^n X_i + C \sum_{i=1}^n X_i^2 + D \sum_{i=1}^n X_i^3 \\ \sum_{i=1}^n X_i Y_i = A \sum_{i=1}^n X_i + B \sum_{i=1}^n X_i^2 + C \sum_{i=1}^n X_i^3 + D \sum_{i=1}^n X_i^4 \\ \sum_{i=1}^n X_i^2 Y_i = A \sum_{i=1}^n X_i^2 + B \sum_{i=1}^n X_i^3 + C \sum_{i=1}^n X_i^4 + D \sum_{i=1}^n X_i^5 \\ \sum_{i=1}^n X_i^3 Y_i = A \sum_{i=1}^n X_i^3 + B \sum_{i=1}^n X_i^4 + C \sum_{i=1}^n X_i^5 + D \sum_{i=1}^n X_i^6 \end{cases} \quad (15)$$

### D. Exponencial Modificada

Quando a variável Y possui um nível de saturação, a curva utilizada para ajustamento é, frequentemente, a exponencial modificada, cuja figura 2 apresenta seu gráfico. Este valor de saturação (K) deve ser estimado, e a curva é assintótica a este valor, conforme é mostrado a seguir:

a exponencial modificada de mínimo quadrado é da seguinte forma:

$$Y = K - AB^x \Rightarrow (K - Y) = AB^x \quad (16)$$

Aplicando logaritmo neperiano na equação (16), tem-se:

$$\ln(K - Y) = \ln A + X \cdot \ln B \quad (17)$$

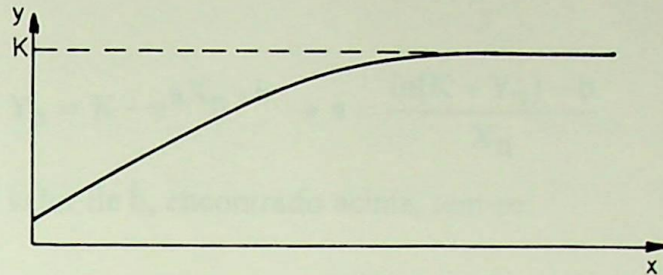


Figura 2. Curva representativa da exponencial modificada do tipo  $Y = K - AB^x$ .

Desta maneira, as constantes A e B são determinadas resolvendo-se o seguinte sistema:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n \ln(K - Y_i) &= (\ln A) \cdot N + (\ln B) \sum_{i=1}^n X_i \\ \sum_{i=1}^n X_i \ln(K - Y_i) &= (\ln A) \sum_{i=1}^n X_i + (\ln B) \sum_{i=1}^n X_i^2 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Da resolução do sistema (18) tem-se as seguintes equações para  $\ln A$  e  $\ln B$ :

$$\ln A = \frac{\sum \ln(K - Y) \cdot \sum X^2 - \sum X \cdot \sum X \ln(K - Y)}{N \sum X^2 - (\sum X)^2} = a \quad (19)$$

$$\ln B = \frac{N \cdot \sum X \ln(K - Y) - \sum X \cdot \sum \ln(K - Y)}{N \sum X^2 - (\sum X)^2} = b \quad (20)$$

Depois de calculados  $\ln A = a$  e  $\ln B = b$ , tem-se facilmente as constantes A e B:

$$A = e^a \quad e \quad B = e^b \quad (21)$$

## 2.1 Outras Curvas e Ajustamentos

### A- Curva Exponencial Modificada do Tipo, $Y = k - e^{ax+b}$

Tem-se que determinar as constantes "a" e "b".

Esta curva é aplicável a séries que tendem a alcançar um valor de saturação K, e das quais se conhecem os valores do primeiro e último anos do período a ser projetado. Assim, os valores de "a" e "b" são determinados da seguinte forma:

Dá-se o valor  $X_0 = 0$  ao primeiro ano da projeção do qual se conhece o valor  $Y = Y_0$ . Substituindo na equação tem-se:

$$Y_0 = K - e^{0+b} \rightarrow b = \ln(K - Y_0) \quad (22)$$

De forma idêntica, a determinação de “a” é conseguida atribuindo-se ao último ano a ser projetado  $X = X_n$ , o valor  $Y = Y_n$ , ou seja:

$$Y_n = K - e^{aX_n+b} \rightarrow a = \frac{\ln(K - Y_n) - b}{X_n} \quad (23)$$

Substituindo-se o valor de b, encontrado acima, tem-se:

$$a = \frac{1}{X_n} \cdot \ln \frac{(K - Y_n)}{K - Y_0} \quad (24)$$

B. Curva Logística,  $Y = \frac{1}{1 + e^{ax+b}}$

O gráfico ilustrativo desta função é mostrado abaixo. Como se deduz da curva, a função logística a princípio, apresenta uma taxa de crescimento pequena, aumentando rapidamente numa segunda etapa, para voltar novamente a baixas taxas de crescimento, tendendo à saturação. Esta curva, particularmente, prevê um nível de saturação de 100%.

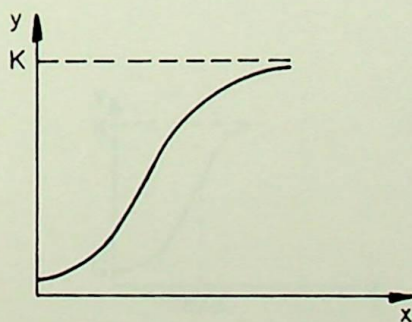


Figura 3. Curva representativa da função logística.

A determinação das constantes “a” e “b” faz-se de modo idêntico ao do item anterior, da exponencial modificada. São os seguintes estes valores:

$$a = \frac{1}{X_n} \cdot \ln \left( \frac{Y_0}{Y_n} \cdot \frac{1 - Y_n}{1 - Y_0} \right) \quad (25)$$

$$b = \ln \left( \frac{1}{Y_0} - 1 \right) \quad (26)$$

Onde  $X_0$  e  $X_n$  correspondem aos anos primeiro e último do período de projeção, sendo  $Y_0$  e  $Y_n$  seus valores correspondentes.

**C. Curva Logística,**  $Y = G + e^{\frac{b}{X}}$

Esta curva é aplicável também a séries cujo comportamento é idêntico aos mencionados nos itens anteriores. Ela é preferida quando se prevê na projeção um ponto de inflexão da curva.

A constante  $G$  permite um deslocamento da curva ao longo da ordenada e é escolhida de acordo com os valores iniciais do histórico. Conforme foi dito, esta curva tem um nível de saturação  $K = G + e^a$  estimado e um ponto de inflexão que se dá em  $X = b/2$ . Ficam assim determinados os valores constantes "a" e "b":

$$a = \ln(K - G) \quad (27)$$

$$b = 2X \quad (28)$$

O gráfico a seguir ilustra este tipo de curva.

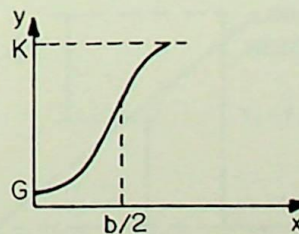


Figura 4. Curva representativa da função.

#### 4.1.2 - Medidas da Relação de Ajuste

A figura 5 apresenta um gráfico da reta de regressão ajustada e a diferença desta com os pontos dos dados atuais. A reta de regressão é um ajuste razoavelmente bom para os dados.

É necessário, no entanto, quantificar quão bom o ajuste é, entre a reta de regressão e o dado. Uma boa medida que pode ser calculada é chamado de "coeficiente quadrático - R".

Para examinar a qualidade do ajuste da equação de regressão, examine o caso na figura 6, que ilustra uma reta de regressão aproximando alguns dados. Na figura 6, várias distâncias

podem ser medidas: (1) A distância entre o ponto do dado e a reta de regressão, (2) a distância entre a reta de regressão e o valor médio  $\bar{Y}$ , e (3) a distância entre o ponto dos dados e o valor médio  $\bar{Y}$ . Da inspeção, a equação (29) estabelece que a distância entre o ponto do dado  $i$  para um valor médio  $\bar{Y}$  é igual a soma das distâncias entre o ponto do dado  $i$  e a reta de regressão e a distância entre a reta de regressão e o valor médio  $\bar{Y}$ .

$$(Y_i - \bar{Y}) = (Y_i - \hat{Y}_i) + (\hat{Y}_i - \bar{Y}) \quad (29)$$

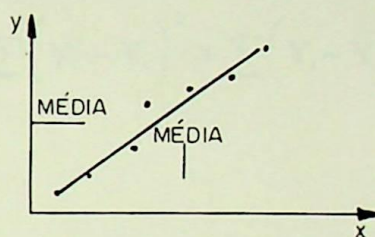


Figura 5. Comparação de uma linha de regressão ajustada com os pontos de dados.

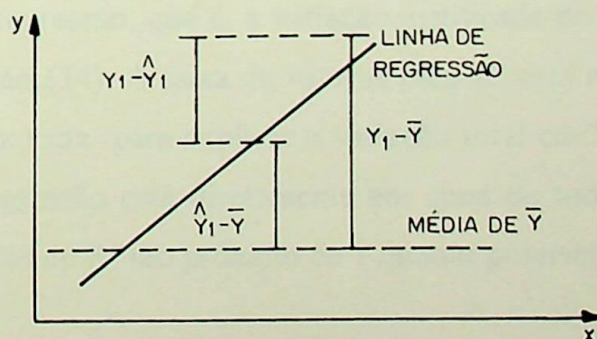


Figura 6. Aproximação da linha de regressão ajustada com os dados da amostra.

Se a equação (29) for elevada ao quadrado e somada a todos os pontos dos dados, resulta a equação (30):

$$\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 + \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 + 2 \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)(\hat{Y}_i - \bar{Y}) \quad (30)$$

A equação (30) pode ser simplificada. Note que no último termo, os produtos cruzados serão iguais a zero.

$$\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)(\hat{Y} - \bar{Y}) = \sum_{i=1}^n (\text{ERRO}_i)(A + \beta x_i - \bar{Y}) \quad (31)$$

Portanto, também tem-se:

$$\sum_{i=1}^n (\text{ERRO}_i) = 0 \text{ pela construção do coeficiente de regressão } A \text{ [equação 7]}$$

$$\sum_{i=1}^n (\text{ERRO}_i x_i) = 0 \text{ pela construção dos coeficientes de regressão } A \text{ e } B \text{ [equação 11]}$$

Então:

$$\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 + \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 \quad (32)$$

ou,

$$\text{Variação Total em } Y = \text{Variação residual em } Y + \text{Variação justificada em } Y \quad (33)$$

A equação (32) estabelece que a variação total dos pontos de dados sobre o valor médio de  $Y$  é igual a variação residual entre os pontos de dados e a reta de regressão mais a variação justificada em  $Y$ , que é a distância entre os pontos de dados e o valor médio  $Y$ . A quantidade  $R^2$  é agora definida como a proporção da variação do dado sobre a média justificada pela equação de regressão, que é, a variação justificada dividida pela variação total como apresentada na equação (34). A faixa de valores para  $R^2$  está entre 0 e 1. Um  $R^2$  de 0 indica que a equação não fez nada para explicar a variação total em  $Y$ , enquanto um  $R^2$  de 1 indica que a equação de regressão está diretamente em cima de todos os pontos de dados, então é desejável obter valores de  $R^2$  tão próximo de 1 quanto possível.

$$R^2 = \frac{\text{Variação Justificada}}{\text{Variação Total}} = \frac{\sum (\hat{Y} - \bar{Y})^2}{\sum (Y - \bar{Y})^2} \quad (34)$$

O valor de  $R^2$  para um bom ajuste pode variar de 0.9 a 1. Certamente, isto depende da quantidade de dados e sua variabilidade. Se há apenas 4 dados, ajustar uma reta através de quatro pontos poderia produzir um  $R^2$  de 0.9 o que seria inteiramente inaceitável em alguns

casos. Em outros casos, um  $R^2$  de 0.7 seria uma significativa realização se a reta fosse para ajustar através de 100 pontos.

No caso de termos várias curvas, existe outro critério para determinar a que melhor se ajusta. Consideremos a curva da figura 7, para cada valor de  $X$ , existe uma diferença entre o valor  $Y$  dos dados e o valor correspondente na curva  $C$ . Estas diferenças, representadas no gráfico por  $D_1, D_2, \dots, D_n$  são chamados "desvios", "erros" ou "resíduos".

Uma medida da aderência da curva  $C$  aos dados apresentados é proporcionada pela equação (35):

$$\sum D_i^2 = D_1^2 + D_2^2 + \dots + D_n^2 \quad (35)$$

Se o valor encontrado é pequeno, o ajustamento é bom; se é grande, o ajustamento é ruim. Portanto, tendo-se várias curvas ajustadas a um conjunto de dados, a de melhor aderência é aquela que apresenta o menor valor de  $\sum D_i^2$ .

A curva que apresenta essa propriedade ajusta os dados no sentido dos mínimos quadrados e é denominada curva de mínimos quadrados. Portanto, temos a reta de mínimo quadrado, a parábola de mínimo quadrado etc.

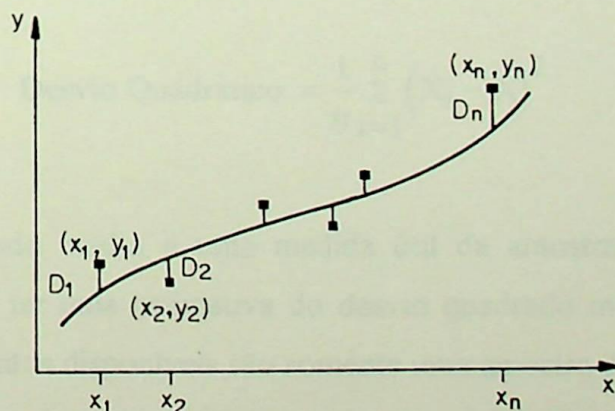


Figura 7. Representação das distâncias dos pontos de dados à curva de regressão.

#### 4.1.2.1- Intervalo de Confiança

O próximo passo é determinar um intervalo de confiança dos coeficientes de regressão  $A$  e  $\beta$ . O procedimento matemático foi a estimação destes coeficientes. Contudo, há uma

incerteza estatística que a  $A$  e  $\beta$  sejam os valores "verdadeiros" da relação entre  $X$  e  $Y$ . Os valores verdadeiros de  $A$  e  $\beta$  seriam determinados se uma quantidade infinita de dados estivessem disponíveis e houvesse um completo entendimento das relações de todos os outros condutores que influenciam em  $Y$ . Então,  $A$  e  $\beta$  calculados tem um intervalo de confiança ou tolerância como:

$$A_{\text{verdadeiro}} = A_{\text{calculado}} \pm \text{Intervalo de Confiança de } A \quad (36)$$

$$\beta_{\text{verdadeiro}} = \beta_{\text{calculado}} \pm \text{Intervalo de Confiança de } \beta \quad (37)$$

Antes do procedimento para calcular o intervalo de confiança, é importante rever algumas preliminares estatísticas. Primeiro de tudo, o valor esperado ou a média de  $X_i$  é o valor dado pela equação (38):

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (38)$$

Onde:

$n$  - é uma amostra do dado.

O desvio de  $X_i$  da média (variável normalizada) é definido pela equação (39):

$$\text{Desvio}_i = (X_i - \bar{X}) \quad (39)$$

O desvio quadrado médio é uma quantidade importante que avalia o desvio quadrático médio, equação (40):

$$\text{Desvio Quadrático} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \quad (40)$$

O desvio quadrado médio é uma medida útil da amostra de dados. Ele pode ser desejado, contudo, para ter uma estimativa do desvio quadrado médio da *população inteira* (ter em mente que os pontos disponíveis são somente uma amostra de uma população maior da realidade). Esta estimativa da amostra de dados deve ser inflada um pouquinho para calcular o desvio quadrado médio da população inteira.

Numa amostra com 7 pontos de dados somente 7 parâmetros independentes da amostra podem ser calculados. A média da amostra de dados é um parâmetro; somente 6 parâmetros independentes permanecem. Os estatísticos referem-se a este, estabelecendo que um "grau de liberdade" foi consumido no cálculo da média permanecendo  $n-1$  graus de liberdade restantes.

Quando o desvio quadrado médio da população inteira é para ser estimado baseado na amostra de dados ele deve ser calculado como:

$$\text{População Estimada} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \quad (41)$$

A população desvio médio quadrado é também referida como a “variância da população”.

$$\text{Variância} = \sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \quad (42)$$

O desvio padrão da população também é largamente usado. O desvio padrão é definido como a raiz quadrada da variância, que é  $\sigma$  (sigma).

Na análise anterior o coeficiente de regressão  $\beta$ , foi determinado baseado nos dados. O gráfico do verdadeiro coeficiente de regressão  $\beta$  versus a probabilidade que o  $\beta$  calculado fique próximo do  $\beta$  verdadeiro, é uma curva de distribuição normal.

A probabilidade de que o  $\beta$  verdadeiro fique dentro de um intervalo de confiança especificado  $\beta$  calculado pode ser determinado. Isto é feito, calculando a variância estatística do  $\beta$  verdadeiro sobre o  $\beta$  calculado. A equação (43) indica que a predição da variável dependente é:

$$\hat{Y}_i = A + \beta \cdot (X_i - \bar{X}) \quad (43)$$

Onde A é calculado como a média dos pontos de dados e  $\beta$  é calculado como mostrado na equação (44).

$$\text{Como } A = \bar{Y}_i, \quad \beta = \frac{\sum \hat{Y}_i x_i}{\sum (x_i)^2} = \frac{\sum y_i x_i}{\sum x_i^2} \quad (44)$$

Substituindo a equação (2) nesta relação, obtemos uma relação para  $\beta$  como está indicado na equação (45).

$$\beta = \frac{\sum y_i x_i}{\sum x_i^2} = \frac{\sum x_i^2 \beta_{\text{verdadeiro}} + \sum x_i \epsilon_i}{\sum x_i^2} \quad (45)$$

Simplificando a equação (45) obtém a equação (46).

$$\beta = \beta_{\text{verdadeiro}} + \frac{\sum x_i \varepsilon_i}{\sum x_i^2} \quad (46)$$

Simplificando depois, obtém-se a equação (47), que estabelece a diferença entre  $\beta$  e o  $\beta$  verdadeiro, que é igual ao somatório de  $X_i$  vezes o erro dividido pelo somatório de  $X_i^2$ .

$$\beta - \beta_{\text{verdadeiro}} = \frac{\sum x_i \varepsilon_i}{\sum x_i^2} \quad (47)$$

Para calcular a variância de  $\beta$  menos o  $\beta$  verdadeiro, eleva-se ao quadrado a expressão (47) como na equação (48).

$$(\beta - \beta_{\text{verdadeiro}})^2 = \frac{(\sum x_i \varepsilon_i)^2}{(\sum x_i^2)^2} \quad (48)$$

Um conceito importante deve ser discutido neste ponto. Os pontos disponíveis, quase sempre, são somente uma amostra dos pontos de uma população maior. Cada ponto de dado  $X_i$ , deve ser interpretado como uma variável aleatória, que foi selecionada para inclusão nesta amostra de pontos de dado. Portanto, a expectância da equação (48), para qualquer amostra de pontos de dados da população, produzirá a variância de  $\beta$ .

Tomando o valor esperado da equação (48) obtém-se a variância de  $\beta$ , como mostrado na equação (49).

$$\begin{aligned} \text{Valor esperado } (\beta - \beta_{\text{verdadeiro}})^2 &= \text{var}(\beta) \\ &= \text{Valor esperado } \frac{\left\{ \sum x_i \varepsilon_i \right\}}{\left\{ \sum x_i^2 \right\}^2} \\ &= \frac{\text{Valor esperado } \left\{ x_1^2 \varepsilon_1^2 + x_1 x_2 \varepsilon_1 \varepsilon_2 + x_2^2 \varepsilon_2^2 + \dots \right\}}{\left( \sum x_i^2 \right)^2} \end{aligned} \quad (49)$$

Nota-se que na equação (49), o somatório de  $X_i^2$  no denominador pode ser extraído e resulta uma expressão que tem termos envolvendo o valor esperado de uma série de produtos de  $X_i^2$  vezes o  $\text{erro}_j^2$ . Se é assumido que os termos dos erros não estão correlacionados, considerando um com o outro, o que é uma hipótese muito razoável, então o valor esperado do  $\text{erro}_j$  vezes o  $\text{erro}_k$ , será igual a zero, equação (50).

$$\text{Valor esperado } \{\varepsilon_j \varepsilon_k\} = 0 \quad (50)$$

A equação (49) pode então ser simplificada. A variância de  $\beta$  é então igual ao valor esperado de  $X_i^2$  vezes o  $errq^2$  [Equação (51)]. Se é assumido que a variância dos termos do erro, nominalmente,  $\varepsilon^2$  é constante e igual a um valor  $\sigma^2$ , então a equação (51) pode ser simplificada para a equação (52). A variância de  $\beta$  é igual a variância dos termos do erro dividida pela somatória de  $X_i^2$ .

$$\begin{aligned} \text{var}(\beta) &= \frac{\text{Valor esperado } \{x_1^2 \varepsilon_1^2 + x_2^2 \varepsilon_2^2 + x_3^2 \varepsilon_3^2 + \dots\}}{(\sum x_i^2)^2} \\ &= \frac{\sum x_i^2 \text{ valor esperado } \{\varepsilon_i^2\}}{(\sum x_i^2)^2} \end{aligned} \quad (51)$$

$$\text{var}(\beta) = \frac{\sigma^2 \sum x^2}{(\sum x^2)^2} \quad (52)$$

$$\text{var}(\beta) = \frac{\sigma^2}{\sum x_i^2} \quad (53)$$

Onde  $\sigma^2 = \text{variância do erro} = \text{valor esperado } \{\varepsilon_i^2\}$ .

Além disso, o desvio padrão é meramente a raiz quadrada da variância e é igual a sigma dividida pela raiz quadrada de  $X_i^2$ , equação (54).

$$\text{desvio padrão } (\beta) = \frac{\sigma}{\sqrt{\sum x_i^2}} \quad (54)$$

Agora é apropriado desenvolver o intervalo de limites de confiança ou intervalos de confiança, pelo teorema central da estatística, a distribuição do valor médio de  $\beta$  da média verdadeira será uma curva normal. A área sob a curva normal é uma medida da probabilidade que o  $\beta$  calculado fique dentro da faixa do  $\beta$  verdadeiro, a tabela 1, mostra alguns valores típicos da área sob a curva normal como uma função numérica dos desvios padrões da média.

Por exemplo, 95% da probabilidade sob a curva normal está dentro de desvios padrões de mais ou menos 1,96 do valor médio. A equação (55) prover uma medida de confiança do  $\beta$  verdadeiro. Esta equação estabelece que o intervalo de confiança do  $\beta$  verdadeiro é igual ao  $\beta$  calculado mais ou menos o desvio padrão de  $\beta$  vezes o número de desvios padrões associados com o nível de confiança dado. O intervalo de confiança de 95% do  $\beta$  verdadeiro é encontrado adicionando ao  $\beta$  calculado mais ou menos 1,96 vezes o desvio padrão de  $\beta$ .

Tabela 1. Valores típicos da área sob a curva normal

(Área) Confiança (%)	Número de Desvios padrões
50	0.68
90	1.65
95	1.96
98	2.33

$$\text{Intervalo de confiança do } \beta_{\text{verdadeiro}} = \beta_{\text{calculado}} \pm (\text{desvio padrão de } \beta) \cdot (\# \text{ desvio padrão}) \quad (55)$$

Note que a curva normal é a curva correta para medir o intervalo de confiança, se há um número infinito de graus de liberdade, (isto é, um número infinito de pontos de dados). Portanto, uma vez que não há um número infinito de dados, somente um número finito, é mais correto usar uma variação da curva normal chamada “distribuição de Student”.

A tabela 2 apresenta dados de intervalo de confiança para um nível de confiança de 95% e nível de confiança de 90% como uma função do número de graus de liberdade.

A distribuição de Student depende dos graus de liberdade. Os graus de liberdade são iguais ao número de pontos de dados na amostra menos o número de coeficientes de regressão. Se houvessem 10 graus de liberdade, desvios padrões de 2,228 seriam requeridos para um intervalo de confiança de 95%. Se, contudo, houvessem um número infinito de graus de liberdade, então o resultado seria aquele da curva normal.

Usando os resultados da equação (54), o desvio padrão é calculado como o desvio padrão do erro dividido pela raiz quadrada do somatório do quadro de Xi.

Caso o intervalo de confiança seja pequeno a análise de regressão pode ser considerado boa.

Este conceito será levado um passo a frente quando um parâmetro chamado “**Estatística t**” for definido. Estatística t é um número de desvios padrões que provocariam

incertezas como se o  $\beta$  verdadeiro fosse igual a zero, sempre referida como uma hipótese nula. Um valor para  $t$  é calculado tal que o valor verdadeiro de  $\beta$  seja igual a zero. A estatística  $t$  é igual ao coeficiente de regressão dividido pelo desvio padrão, equação (55).

$$t_{estatística} = \frac{\text{coeficiente de regressão}}{\text{desvio padrão}} \quad (56)$$

Tabela 2. Distribuição  $t$  de Student

Graus de Liberdade	Número de Desvios Padrões	
	Confiança 95%	Confiança 90%
5	2.571	2.015
10	2.228	1.812
15	2.131	1.753
20	2.086	1.725
25	2.060	1.708
30	2.042	1.697
$\infty$	1.960	1.645

A estatística  $t$  mede a significância de cada variável na análise de regressão. Uma estatística  $t$  de 10 indicaria um valor de confiança de 99% que o  $\beta$  calculado não coincida com zero. Espresso de outra maneira, a tolerância em  $\beta$  é muito pequena. Normalmente uma estatística  $t$  de 2 seria típico de um intervalo de confiança de 95% de um intervalo de confiança de 95%, podendo ser usada como um ponto de corte no qual jugamos se o coeficiente de uma regressão e uma variável explanatória significante.

#### 4.1.3 - Séries Temporais

Se a variável independente  $X$  corresponder ao tempo, os dados representarão o valor de  $Y$  em cada período de tempo. Os dados ordenados em relação ao tempo são denominados séries temporais.

No caso destas séries, atribui-se ao 1º período do histórico o valor de  $X = 1$ , para o 2º.  $X = 2$ , e assim, até o último período, que terá  $X = N$ .

Quando o número  $N$  de período é ímpar, pode-se simplificar bastante as equações normais das curvas de mínimo quadrado, dando para o 1º período o valor  $X = -(N - 1)/2$ , e aumentando-se  $X$  de 1 em 1 para os outros períodos, até que tenhamos  $X = (N - 1)/2$  para o

último período. Desta maneira, os somatórios de  $X$  com potência ímpar serão iguais a zero, o que simplificará bastante o cálculo.

## ANEXOS Y MATERIAS COMPLEMENTARIAS DE LOS CURSOS

El presente documento tiene como finalidad proporcionar información sobre los cursos y materias complementarias que se ofrecen en el programa de estudios.

Los cursos y materias complementarias que se ofrecen en el programa de estudios son los siguientes: Inglés, Matemáticas, Física, Química, Historia, Geografía, Filosofía, Literatura, Música, Artes, Deportes, etc.

Los cursos y materias complementarias que se ofrecen en el programa de estudios son los siguientes: Inglés, Matemáticas, Física, Química, Historia, Geografía, Filosofía, Literatura, Música, Artes, Deportes, etc.

Los cursos y materias complementarias que se ofrecen en el programa de estudios son los siguientes: Inglés, Matemáticas, Física, Química, Historia, Geografía, Filosofía, Literatura, Música, Artes, Deportes, etc.

Los cursos y materias complementarias que se ofrecen en el programa de estudios son los siguientes: Inglés, Matemáticas, Física, Química, Historia, Geografía, Filosofía, Literatura, Música, Artes, Deportes, etc.

# ANEXO 2

## DEFINIÇÕES E ALGUMAS PROPRIEDADES DE NÚMEROS FUZZY

Antes de dar início a apresentação das operações com números fuzzy, é necessário que seu conceito seja perfeitamente entendido.

Os números incertos ou números fuzzy foram apresentados pela primeira vez por Zadeh, em 1965, em seu artigo intitulado "Fuzzy Sets", a partir de então, tem sido grande a busca de aplicações da teoria de números fuzzy nos mais diversos ramos das ciências em geral.

Alguns autores consideram um número fuzzy como sendo uma extensão do conceito de intervalos de confiança, sendo estes familiares à todos aqueles que utilizam dados imprecisos em sistemas simples ou complexos. Esta extensão é baseada em uma natural e simples idéia. Ao invés de considerar-se o intervalo de confiança em um único nível, ele é considerado em diversos níveis e mais geralmente em todos os níveis entre 0 e 1. Considerando-se o máximo da suposição com sendo o nível 1 e o mínimo como sendo o nível 0. O nível de suposição 0 revela uma hipótese restritiva. Similarmente, o nível de suposição  $y$ ,  $y \in [0,1]$  mostra um intervalo de confiança  $A_y = (a_1^{(y)}, a_2^{(y)})$ , que é uma função monotônica decrescente de  $y$ , isto é,

$$(y' > y) \Rightarrow (A_{y'} \subset A_y)$$

ou

$$(y' > y) \Rightarrow \left( \left[ a_1^{(y')}, a_2^{(y')} \right] \subset \left[ a_1^{(y)}, a_2^{(y)} \right] \right)$$

para todo  $y, y' \in [0,1]$ .

Deve-se lembrar contudo, que não se pode confundir números fuzzy com números aleatórios (mais usualmente chamados de variáveis aleatórias). Incerteza e ao acaso são dois conceitos muito diferentes e muito importantes. Pode-se usá-los juntos mais não devem ser confundidos.

Dois conceitos estão associados nesta discussão, o intervalo de confiança e o nível de suposição. A ligação entre o nível  $y$  de suposição e o intervalo de confiança no nível  $y$ , pode ser uma maneira de definir o conceito de um número ou de um número fuzzy. Esta associação corresponde ao natural, muitas vezes implícito, mecanismo do pensamento humano na estimativa subjetiva de um valor para uma dimensão.

A curva que representa a modificação do intervalo de confiança desde 0 até 1 pode ser de um dos seguintes tipos. Ela pode ser uma curva suave como na figura 1 ou ela pode ter uma deflexão em rampa, resultando numa região plana como é mostrado na figura 2.

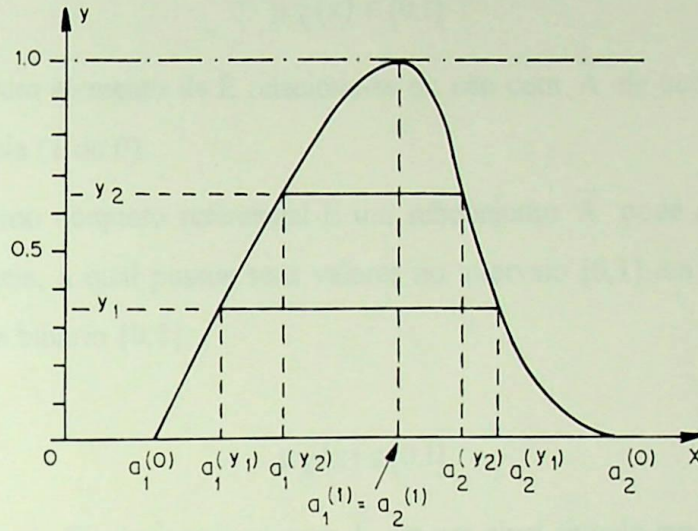


Figura 1. Definição de número fuzzy.

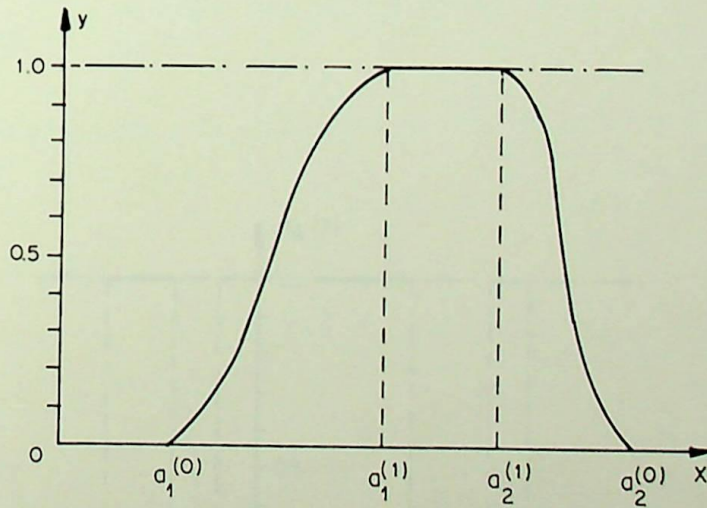


Figura 2. Número fuzzy com uma região plana.

O conceito de números incertos ou números fuzzy pode ser definido em  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{R}^+$  ou  $\mathbb{N}$ .

Antes de mais nada é importante explicar primeiro a distinção entre os conceitos de números fuzzy e conjuntos fuzzy.

Considerando-se  $E$  sendo um conjunto referencial (por exemplo,  $R$  ou  $Z$ ). Um subconjunto ordinário,  $A$ , deste conjunto referencial é definido por sua função de pertinência.

$\forall x \in E$ :

$$\mu_{\bar{A}}(x) \in \{0,1\}$$

a qual mostra que um elemento de  $E$  relaciona-se ou não com  $\bar{A}$  de acordo com o valor da função de pertinência (1 ou 0).

Para o mesmo conjunto referencial  $E$  um subconjunto  $\bar{A}$  pode ser definido por sua função de pertinência, a qual possui seus valores no intervalo  $[0,1]$  em vez de possuir seus valores no conjunto binário  $\{0,1\}$ .

$\forall x \in E$ :

$$\mu_{\bar{A}}(x) \in [0,1]$$

isto é, os elementos de  $E$  relacionam-se com  $\bar{A}$  em um nível situado em  $[0,1]$ . Essa extensão desde o subconjunto ordinário até o subconjunto fuzzy é especificado pelo uso de uma letra barrada.

A figura 3 mostra um subconjunto ordinário em  $R$ , e a figura 4 mostra um subconjunto fuzzy em  $R$ .

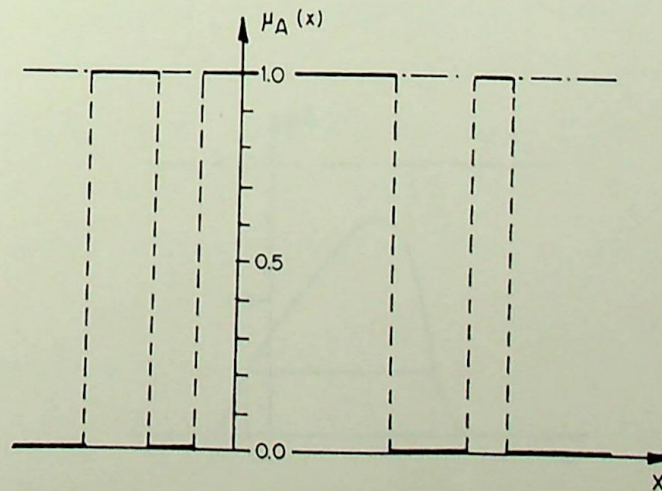


Figura 3. Um subconjunto ordinário em  $R$ .

É preciso discutir a definição de duas propriedades para os subconjuntos fuzzy, de modo a possibilitar a definição de números fuzzy. Essas propriedades são a *convexidade* e a *normalidade* de um subconjunto fuzzy.

Um subconjunto fuzzy  $\bar{A} \subset R$  é “convexo” se e somente se todo subconjunto ordinário é

$$A_y = \{x \mid \mu_{\bar{A}}(x) \geq y\}, \quad y \in [0,1],$$

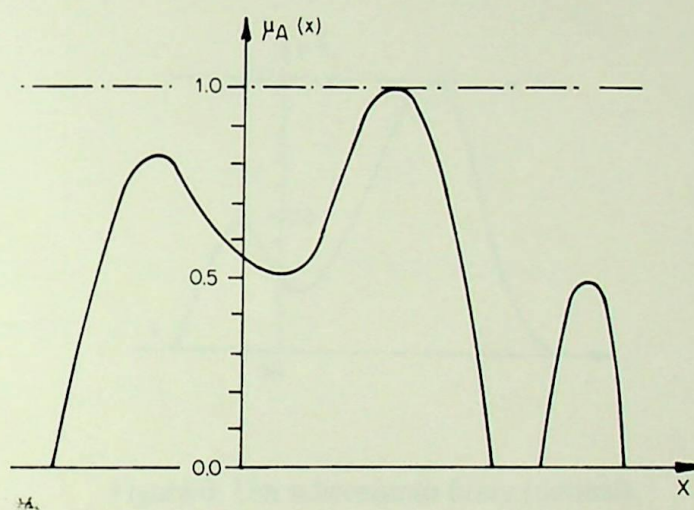


Figura 4. Um subconjunto fuzzy em  $R$ .

é convexo; isto é ele é um intervalo fechado em  $R$ . A figura 5 mostra um subconjunto fuzzy convexo.

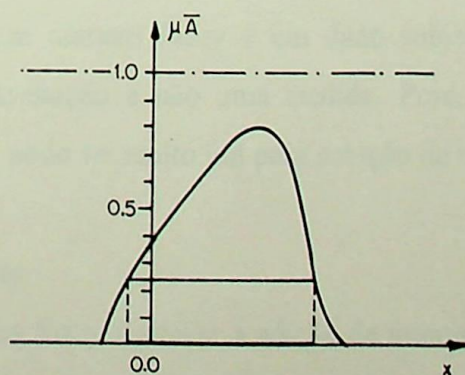


Figura 5. Um subconjunto fuzzy convexo (não normal).

Agora defini-se normalidade. Um subconjunto fuzzy  $\bar{A} \subset R$  é “normal” se e somente se

$\forall x \in R:$

$$\max_x \mu_{\bar{A}}(x) = 1.$$

Isto significa que o valor máximo de  $\mu_{\bar{A}}(x)$  é igual a 1. Este máximo pode ou não ser único. A figura 5 mostra um subconjunto fuzzy não normal, e a figura 6 mostra um subconjunto fuzzy normal.

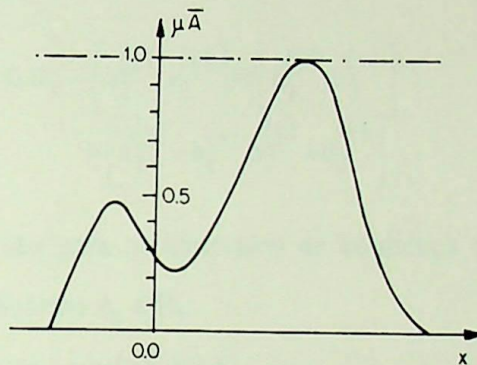


Figura 6. Um subconjunto fuzzy (normal).

Agora pode-se definir um número incerto ou fuzzy. Um número fuzzy em  $R$  é um subconjunto de  $R$  que é convexo e normal; isto é mostrado na figura 7. Assim, um número fuzzy pode ser considerado uma generalização de um intervalo de confiança. Isto não é, portanto, uma variável aleatória. Uma variável aleatória é definida em termos da teoria de probabilidades, a qual está envolvida com a teoria de estimativas. Uma variável aleatória, é um dado objetivo, enquanto um número fuzzy é um dado subjetivo. Isto quer dizer que os números fuzzy são uma avaliação e não uma medida. Poré, a associação entre variáveis aleatórias e números fuzzy, pode ser muito útil para solução de muitos problemas práticos.

### 1. Adição de números fuzzy

A adição de números fuzzy é similar a adição de intervalos, só que feita nível a nível. Por exemplo, considerando-se  $\bar{A}$  e  $\bar{B}$  sendo dois números fuzzy e  $A_y$  e  $B_y$  seus intervalos de confiança no nível de suposição  $y$ ,  $y \in [0,1]$ . Pode-se então escrever

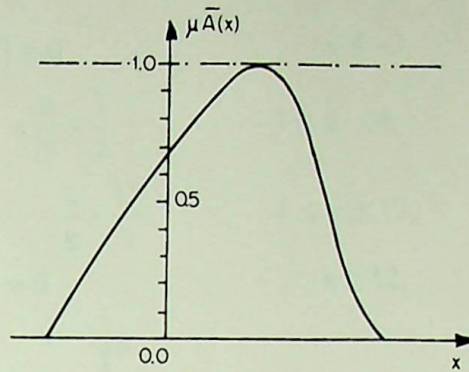


Figura 7. Um conjunto fuzzy convexo e normal.

$$\begin{aligned}
 A_y \oplus B_y &= \left[ a_1^{(y)}, a_2^{(y)} \right] \oplus \left[ b_1^{(y)}, b_2^{(y)} \right] \\
 &= \left[ a_1^{(y)} + b_1^{(y)}, a_2^{(y)} + b_2^{(y)} \right]
 \end{aligned} \tag{1}$$

Se  $\bar{A}, \bar{B} \subset \mathbb{R}$ , então para os intervalos de confiança no nível  $y$ , pode-se definir os seguintes subconjuntos ordinários  $A_y$  e  $B_y$ :

$$A_y = \{x \mid \mu_{\bar{A}}(x) \geq y\} \tag{2}$$

$$B_y = \{x \mid \mu_{\bar{B}}(x) \geq y\} \tag{3}$$

Seja agora outro método para adicionar números fuzzy. Isto é

$\bar{A}, \bar{B} \subset \mathbb{R}, \quad \forall x, y, z \in \mathbb{R}$ :

$$\mu_{\bar{A} \oplus \bar{B}}(z) = \max_{z=x+y} [\mu_{\bar{A}}(x), \mu_{\bar{B}}(y)] \tag{4}$$

Dois exemplos podem melhor esclarecer.

### **Exemplo 1**

Seja dois números fuzzy triangulares representados na figura 8 os quais deseja-se obter a soma destes, onde  $\mu_{\bar{A}}(x)$  e  $\mu_{\bar{B}}(x)$  são definidos a seguir:

$\forall x \in \mathbb{R}$ :

$$\begin{aligned}
 \mu_{\bar{A}}(x) &= 0 & x \leq -5, \\
 &= \frac{x}{3} + \frac{5}{3} & -5 \leq x \leq -2, \\
 &= -\frac{x}{3} + \frac{1}{3} & -2 \leq x \leq 1, \\
 &= 0 & x \geq 1,
 \end{aligned} \tag{5}$$

e

$$\begin{aligned}
 \mu_{\bar{B}}(x) &= 0 & x \leq -3, \\
 &= \frac{x}{7} + \frac{3}{7} & -3 \leq x \leq 4, \\
 &= -\frac{x}{8} + \frac{12}{8} & 4 \leq x \leq 12, \\
 &= 0 & x \geq 12,
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

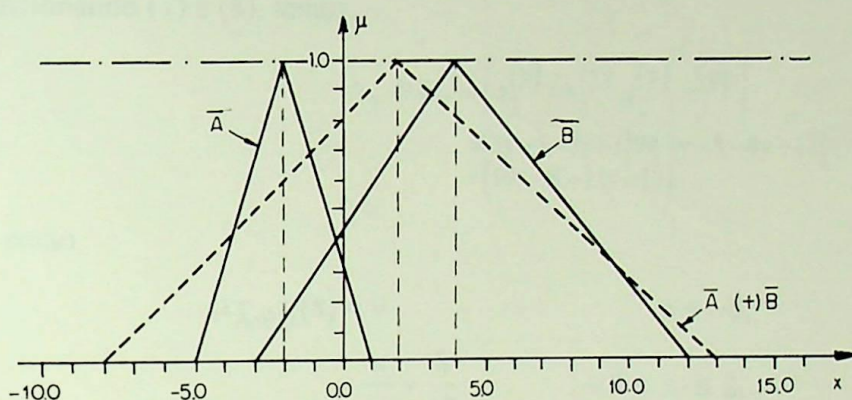


Figura 8. Adição de dois números fuzzy triangulares (exemplo 1).

Para somar os intervalos de confiança para cada nível  $y$  na forma triangular estes podem ser escritos como função de  $y$ , da seguinte forma:

Para (5),

$$y = \frac{a_1^{(y)}}{3} + \frac{5}{3}$$

e

$$y = -\frac{a_2^{(y)}}{3} + \frac{1}{3}$$

Então, o intervalo de confiança no nível  $y$  é representando por

$$\begin{aligned}
 A_y &= (a_1^{(y)}, a_2^{(y)}) \\
 &= [3y-5, -3y+1]
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

Para (6),

$$y = \frac{b_1^{(y)}}{7} + \frac{3}{7}$$

e

$$y = -\frac{b_2^{(y)}}{8} + \frac{12}{8}$$

Portanto,

$$B_y = (b_1^{(y)}, b_2^{(y)}) \\ = [7y-3, -8y+12] \quad (8)$$

Adicionando (7) e (8), temos:

$$A_y \oplus B_y = [a_1^{(y)} + b_1^{(y)}, a_2^{(y)} + b_2^{(y)}] \\ = [3y-5, -3y+1] \oplus [7y-3, -8y+12] \\ = [10y-8, -11y+13]. \quad (9)$$

Obtêm-se então,

$$\mu_{\overline{A \oplus B}}(x) = 0 \quad x \leq -8, \\ = \frac{x}{10} + \frac{8}{10} \quad -8 \leq x \leq 2, \\ = -\frac{x}{11} + \frac{13}{11} \quad 2 \leq x \leq 13, \\ = 0 \quad x \geq 13,$$

Estas somas são muito simples por causa da forma triangular que foi usada. Um procedimento similar pode ser adotado, no entanto, para qualquer outras formas.

### Exemplo 2

Considere o seguinte exemplo numérico, com um número fuzzy em  $N$ .

$$\overline{A} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & \\ \hline 0 & 0.1 & 0.3 & 0.8 & 1 & 0.7 & 0.3 & 0 & 0 & \dots \\ \hline \end{array}$$

$$\overline{B} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & \\ \hline 0 & 0.3 & 0.6 & 1 & 0.7 & 0.2 & 0.1 & 0 & 0 & \dots \\ \hline \end{array}$$

Para realizar a soma dos intervalos de confiança nos níveis  $y$ , usa-se a equação (1) para obter a Tabela 1. Então,

$$\overline{C} = \overline{A} \oplus \overline{B},$$

ou alternativamente,

$$\overline{C} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 \\ \hline 0 & 0.1 & 0.3 & 0.3 & 0.6 & 0.8 & 1 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.3 & 0.2 & 0.1 & 0 \\ \hline \end{array}$$



$$\mu_C^{(12)} = \text{máx} [\min (0.7,0), (0.3,0.1), (0,0.2)] = 0.1,$$

$$\mu_C^{(13)} = \text{máx} [\min (0.3,0), (0,0.1)] = 0.$$

Como pode ser visto o valor de  $\bar{C}$  encontrado foi o mesmo.

Um número fuzzy em  $R$  pode ser adicionado com um número fuzzy em  $Z$  por transformação do número fuzzy inteiro em um que é contínuo por intervalos. Seja o seguinte número

-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0.1	0.1	0.2	0.3	0.3	0.5	0.5	0.6	0.8	0.9	1	0.9	0.7	0.4	0.4	0.3	0.2

11	12	13	
0.2	0.2	0.1	...

(11)

Este número está representado na figura 9. O número (11) torna-se então um número fuzzy em  $R$ .

### 1.1. Propriedades da adição

i) Se  $\bar{A}$  e  $\bar{B}$ , são números fuzzy, então  $\bar{C}$  é um número fuzzy, onde  $\bar{C} = \bar{A} \oplus \bar{B}$ .

ii)  $\bar{A} \oplus \bar{B} = \bar{B} \oplus \bar{A}$ , (comutativa),

iii)  $(\bar{A} \oplus \bar{B}) \oplus \bar{C} = \bar{A} \oplus (\bar{B} \oplus \bar{C})$ , (distributiva),

iv)  $\bar{A} \oplus \bar{0} = \bar{0} \oplus \bar{A} = \bar{A}$ , (elemento neutro),

v) a imagem de um número fuzzy é não simétrica, isto é,

$$\bar{A} \oplus \bar{A}^- = \bar{A}^- \oplus \bar{A} \neq \bar{0}.$$

onde:

$$\mu_{\bar{A}^-}(x) = \left[ -a_2^{(y)}, -a_1^{(y)} \right].$$

Isto mostra que os números fuzzy tem uma estrutura monoidal para a adição que é comutativa. Isto também é verdadeiro para  $R$ , mas também para  $Z$ ,  $R^+$  e  $N$ .

## 2. Subtração de números fuzzy

A definição da adição pode também ser estendida para a definição da subtração. Sejam as seguintes definições e símbolos.

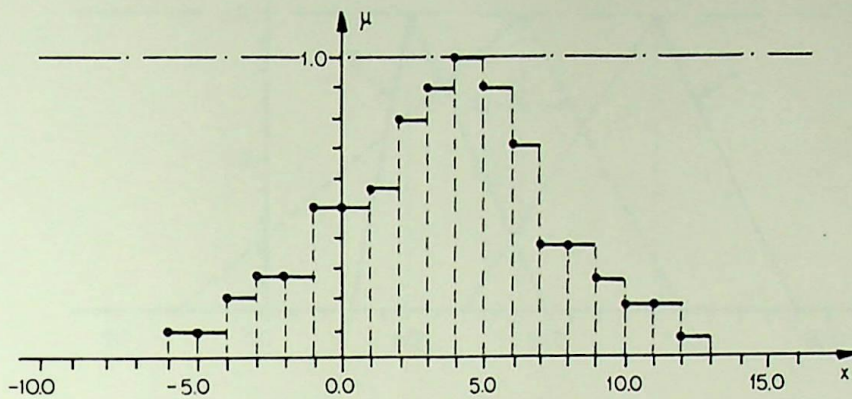


Figura 9. Um número fuzzy em Z.

$\forall y \in [0,1]$ :

$$\begin{aligned} A_y(-)B_y &= \left[ a_1^{(y)}, a_2^{(y)} \right] (-) \left[ b_1^{(y)}, b_2^{(y)} \right] \\ &= \left[ a_1^{(y)} - b_2^{(y)}, a_2^{(y)} - b_1^{(y)} \right] \end{aligned}$$

ou

$\forall x,y,z \in \mathbb{R}$ :

$$\mu_{\overline{A}(-)\overline{B}}(z) = \max_{z=x-y} [\mu_{\overline{A}}(x), \mu_{\overline{B}}(y)] \quad (11)$$

A subtração é de fato, a adição da imagem  $\overline{B}^-$  com  $\overline{A}$ , onde

$\forall y \in [0,1]$ :

$$\overline{B}_y^- = \left[ -b_2^{(y)}, -b_1^{(y)} \right].$$

A subtração não é comutativa nem associativa. Ela é definida em Z como em R, mas não é em  $\mathbb{R}^+$  ou N porque números negativos podem aparecer.

A seguir são apresentados dois exemplos de subtração.

### **Exemplo 3**

Sejam dois números fuzzy com forma triangular, os quais são mostrados na figura 10.

$\forall x \in \mathbb{R}$ :

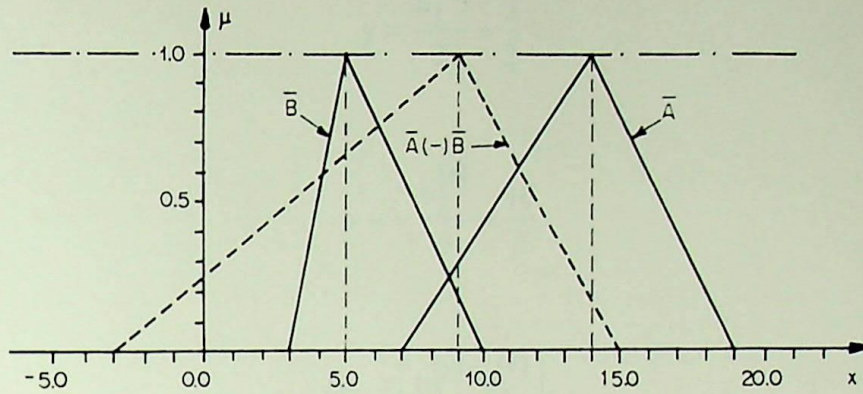


Figura 10. Subtração de dois números fuzzy (exemplo 3).

$$\begin{aligned}
 \mu_{\bar{A}}(x) &= 0 & x \leq 7, \\
 &= \frac{x}{7} - 1 & 7 \leq x \leq 14, \\
 &= -\frac{x}{5} + \frac{19}{5} & 14 \leq x \leq 19 \\
 &= 0 & x \geq 19,
 \end{aligned} \tag{12}$$

e

$$\begin{aligned}
 \mu_{\bar{B}}(x) &= 0 & x \leq 3, \\
 &= \frac{x}{2} - \frac{3}{2} & 3 \leq x \leq 5, \\
 &= -\frac{x}{5} + \frac{10}{5} & 5 \leq x \leq 10, \\
 &= 0 & x \geq 10,
 \end{aligned} \tag{13}$$

Para (12), têm-se

$$y = \frac{a_1^{(y)}}{7} - 1$$

e

$$y = -\frac{a_2^{(y)}}{5} + \frac{19}{5}$$

Obtêm-se então:

$$\begin{aligned}
 A_y &= \left( a_1^{(y)}, a_2^{(y)} \right), \\
 &= [7y + 7, -5y + 19]
 \end{aligned} \tag{14}$$

Para (13), têm-se

$$y = \frac{b_1^{(y)}}{2} - \frac{3}{2}$$

e

$$y = -\frac{b_2^{(y)}}{5} + \frac{10}{5}$$

Portanto,

$$\begin{aligned} B_y &= (b_1^{(y)}, b_2^{(y)}), \\ &= [2y + 3, -5y + 10] \end{aligned} \quad (15)$$

Subtraindo (15) de (14), obtêm-se:

$$\begin{aligned} A_y(-)B_y &= [7y + 7, -5y + 19](-)[2y + 3, -5y + 10] \\ &= [7y + 7 - (-5y + 10), -5y + 19 - (2y + 3)] \\ &= [12y - 3, -7y + 16]. \end{aligned}$$

O que possibilita escrever,

$$\begin{aligned} \mu_{\bar{A}(-)\bar{B}}(x) &= 0 & x \leq -3, \\ &= \frac{x}{12} + \frac{3}{12} & -3 \leq x \leq 9, \\ &= -\frac{x}{7} + \frac{16}{7} & 9 \leq x \leq 16, \\ &= 0 & x \geq 16, \end{aligned}$$

#### Exemplo 4

Seja agora um número em  $Z$ , como é mostrado a seguir:

$$\bar{A} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline -3 & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & \\ \hline 0 & 0.1 & 0.3 & 0.7 & 0.9 & 1.0 & 0.5 & 0 & \dots \\ \hline \end{array}$$

$$\bar{B} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & \\ \hline 0 & 0.1 & 0.6 & 1.0 & 0.8 & 0.3 & 0 & \dots \\ \hline \end{array}$$

Então  $\bar{A}(-)\bar{B}$  será como na Tabela 2.



### 3. Multiplicação de números fuzzy

Neste momento considerar-se-á a multiplicação em  $\mathbb{R}^+$  e  $\mathbb{N}$ . Sejam dois números fuzzy  $\bar{A}$  e  $\bar{B}$  em  $\mathbb{R}^+$ . A partir do nível  $y$  de suposição, nós podemos escrever

$$\begin{aligned} A_y \otimes B_y &= \left[ a_1^{(y)}, a_2^{(y)} \right] \otimes \left[ b_1^{(y)}, b_2^{(y)} \right] \\ &= \left[ a_1^{(y)} \cdot b_1^{(y)}, a_2^{(y)} \cdot b_2^{(y)} \right] \end{aligned} \quad (16)$$

A multiplicação pode também ser calculada por

$\forall x, y, z \in \mathbb{R}^+$ :

$$\mu_{\bar{A} \otimes \bar{B}}(z) = \max_{z=xy} \left[ \mu_{\bar{A}}(x), \mu_{\bar{B}}(y) \right] \quad (17)$$

As equações (16) e (17) são equivalentes.

#### Exemplo 5

Neste exemplo novamente serão utilizados números fuzzy triangulares, tendo em vista a facilidade de operá-los.

$\forall x \in \mathbb{R}^+$ :

$$\begin{aligned} \mu_{\bar{A}}(x) &= 0 & x \leq 2, \\ &= x - 2 & 2 \leq x \leq 3, \\ &= -\frac{x}{2} + \frac{5}{2} & 3 \leq x \leq 5 \\ &= 0 & x \geq 5, \end{aligned} \quad (18)$$

e

$$\begin{aligned} \mu_{\bar{B}}(x) &= 0 & x \leq 3, \\ &= \frac{x}{2} - \frac{3}{2} & 3 \leq x \leq 5, \\ &= -x + 6 & 5 \leq x \leq 6, \\ &= 0 & x \geq 6, \end{aligned} \quad (19)$$

Para o nível  $y$  na figura 11 usando a equação (18) obtêm-se

$$y = a_1^{(y)} - 2$$

e

$$y = -\frac{a_2^{(y)}}{2} + \frac{5}{2}$$

Então,

$$A_y = [y + 2, -2y + 5].$$

Para (19), temos

$$y = \frac{b_1^{(y)}}{2} - \frac{3}{2}$$

e

$$y = -b_2^{(y)} + 6$$

Portanto,

$$\begin{aligned} B_y &= (b_1^{(y)}, b_2^{(y)}), \\ &= [2y + 3, -y + 6] \end{aligned}$$

Assim, fazendo a multiplicação de  $A_y$  e  $B_y$  obtêm-se:

$$\begin{aligned} A_y \otimes B_y &= [(y + 2) \cdot (2y + 3), (-2y + 5) \cdot (-y + 6)] \\ &= [2y^2 + 7y + 6, 2y^2 - 17y + 30]. \end{aligned}$$

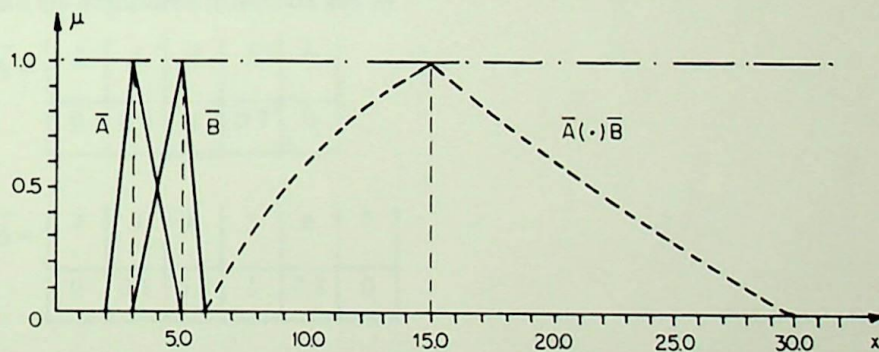


Figura 11. Multiplicação de dois números fuzzy triangulares (exemplo 5).

Faz-se necessário agora solucionar duas equações, particularmente,

$$2y^2 + 7y + 6 - x = 0 \quad (20)$$

e

$$2y^2 - 17y + 30 - x = 0 \quad (21)$$

Pode-se portanto, obter diretamente duas raízes em  $[0, 1]$ .

Para (20), obtêm-se

$$y = \frac{(-7 + \sqrt{1+8x})}{4},$$

e para (21), obtêm-se:

$$y = \frac{(17 - \sqrt{49+8x})}{4},$$

Finalmente,

$\forall x \in \mathbb{R}^+$ :

$$\begin{aligned} \mu_{\overline{A} \otimes \overline{B}}(x) &= 0 & x \leq 6, \\ &= \frac{-7 + \sqrt{1+8x}}{4} & 6 \leq x \leq 15, \\ &= \frac{17 - \sqrt{49+8x}}{4} & 15 \leq x \leq 30, \\ &= 0 & x \geq 30, \end{aligned}$$

A curva resultante da multiplicação é mostrada na figura 11. Pode-se observar que  $\overline{A} \otimes \overline{B}$  não produz uma forma triangular.

### Exemplo 6

Sejam os seguintes números em  $N$

$$\overline{A} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline 0 & 0.4 & 1 & 0.7 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\overline{B} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ \hline 0 & 0.1 & 0.8 & 1 & 0.3 & 0 \\ \hline \end{array}$$

Usando a equação (16) obtêm-se o resultado apresentado na tabela 3. Desta forma

$$\overline{A} \otimes \overline{B} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 & 18 & 19 & 20 & 21 & 22 & 23 & 24 \\ \hline 0 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.4 & 0.4 & 0.4 & 0.4 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 25 & 26 & 27 & 28 & 29 & 30 & 31 \\ \hline 0.7 & 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0 \\ \hline \end{array}$$

A utilização da equação (17) pode ser feita da seguinte forma. Considerando-se a figura 9, a qual utilizou-se para mostrar como um número fuzzy em  $Z$  pode ser transformado

em um número fuzzy em  $R$ . Os números fuzzy crescem monotonicamente à esquerda do valor normal ( $\mu=1$ ) e decrescem monotonicamente à direita do valor normal. Seja agora o seguinte:

1. Para a esquerda leva-se em consideração todos os pares dentro do parênteses em (17), onde  $x.y \leq z$ .
2. Para a direita são considerados todos os pares onde  $x.y \geq z$ .

Para simplificar o processo, omitir-se-á desta consideração qualquer par onde exista um zero pelo menos. De outro modo, valores de  $z$  para o qual  $\mu=1$  são considerados. Isto mostra que o valor de  $z$  máximo ocorre quando passa-se da esquerda para a direita. Por esta proposta, consideraremos usar  $\bar{A}$  e  $\bar{B}$ .

O valor de  $y = 1$  ocorre para o par (4,5). Então

$$\mu_{\bar{A} \otimes \bar{B}}(z) = \mu(x.y = 20) = \mu(4.5) = 1$$

Visto que 20 não está sendo incluído até este ponto, nós podemos aplicar a regra 1 para a esquerda de 20 e a regra 2 acima de 20.

$$\mu(9) = \max \left[ \min \left( \overbrace{0.4, 0.1}^{3 \times 3} \right) \right] = 0.1,$$

$$\mu(10) = \max \left[ \min \left( \overbrace{0.4, 0.1}^{3 \times 3} \right) \right] = 0.1,$$

$$\mu(11) = \max \left[ \min \left( \overbrace{0.4, 0.1}^{3 \times 3} \right) \right] = 0.1,$$

$$\mu(12) = \max \left[ \min \left( \overbrace{0.4, 0.1}^{3 \times 3}, \overbrace{0.4, 0.8}^{3 \times 4}, \overbrace{1, 0.1}^{4 \times 3} \right) \right] = 0.4,$$

$$\mu(13) = \max \left[ \min \left( \overbrace{0.4, 0.1}^{3 \times 3}, \overbrace{0.4, 0.8}^{3 \times 4}, \overbrace{1, 0.1}^{4 \times 3} \right) \right] = 0.4,$$

$$\mu(14) = \max \left[ \min \left( \overbrace{0.4, 0.1}^{3 \times 3}, \overbrace{0.4, 0.8}^{3 \times 4}, \overbrace{1, 0.1}^{4 \times 3} \right) \right] = 0.4,$$

$$\mu(15) = \max \left[ \min \left( \overbrace{0.4, 0.1}^{3 \times 3}, \overbrace{0.4, 0.8}^{3 \times 4}, \overbrace{1, 0.1}^{4 \times 3}, \overbrace{0.4, 1}^{3 \times 5}, \overbrace{0.7, 0.1}^{5 \times 3} \right) \right] = 0.4,$$

$$\mu(16) = \max \left[ \min(\overbrace{0.4.0.1}^{3 \times 3}), \min(\overbrace{0.4.0.8}^{3 \times 4}), \min(\overbrace{1.0.1}^{4 \times 3}), \min(\overbrace{0.4.1}^{3 \times 5}), \min(\overbrace{0.7.0.1}^{5 \times 3}), \min(\overbrace{1.0.8}^{4 \times 4}) \right] = 0.8.$$

$$\mu(17) = \max \left[ \min(\overbrace{0.4.0.1}^{3 \times 3}), \min(\overbrace{0.4.0.8}^{3 \times 4}), \min(\overbrace{1.0.1}^{4 \times 3}), \min(\overbrace{0.4.1}^{3 \times 5}), \min(\overbrace{0.7.0.1}^{5 \times 3}), \min(\overbrace{1.0.8}^{4 \times 4}) \right] = 0.8.$$

$$\mu(18) = \max \left[ \min(\overbrace{0.4.0.1}^{3 \times 3}), \min(\overbrace{0.4.0.8}^{3 \times 4}), \min(\overbrace{1.0.1}^{4 \times 3}), \min(\overbrace{0.4.1}^{3 \times 5}), \min(\overbrace{0.7.0.1}^{5 \times 3}), \min(\overbrace{1.0.8}^{4 \times 4}), \min(\overbrace{0.4.0.3}^{3 \times 6}) \right] = 0.8.$$

$$\mu(19) = \max \left[ \min(\overbrace{0.4.0.1}^{3 \times 3}), \min(\overbrace{0.4.0.8}^{3 \times 4}), \min(\overbrace{1.0.1}^{4 \times 3}), \min(\overbrace{0.4.1}^{3 \times 5}), \min(\overbrace{0.7.0.1}^{5 \times 3}), \min(\overbrace{1.0.8}^{4 \times 4}), \min(\overbrace{0.4.0.3}^{3 \times 6}) \right] = 0.8.$$

Acima de 20 faz-se

$$\mu(21) = \max \left[ \min(\overbrace{1.0.3}^{4 \times 6}), \min(\overbrace{0.7.1}^{5 \times 5}), \min(\overbrace{0.7.0.3}^{5 \times 6}) \right] = 0.7.$$

$$\mu(22) = \max \left[ \min(\overbrace{1.0.3}^{4 \times 6}), \min(\overbrace{0.7.1}^{5 \times 5}), \min(\overbrace{0.7.0.3}^{5 \times 6}) \right] = 0.7.$$

$$\mu(23) = \max \left[ \min(\overbrace{1.0.3}^{4 \times 6}), \min(\overbrace{0.7.1}^{5 \times 5}), \min(\overbrace{0.7.0.3}^{5 \times 6}) \right] = 0.7.$$

$$\mu(24) = \max \left[ \min(\overbrace{1.0.3}^{4 \times 6}), \min(\overbrace{0.7.1}^{5 \times 5}), \min(\overbrace{0.7.0.3}^{5 \times 6}) \right] = 0.7.$$

$$\mu(25) = \max \left[ \min(\overbrace{0.7.1}^{5 \times 5}), \min(\overbrace{0.7.0.3}^{5 \times 6}) \right] = 0.7.$$

$$\mu(26) = \max \left[ \min(\overbrace{0.7.0.3}^{5 \times 6}) \right] = 0.3,$$

$$\mu(27) = \max \left[ \min(\overbrace{0.7.0.3}^{5 \times 6}) \right] = 0.3,$$

$$\mu(28) = \max \left[ \min(\overbrace{0.7.0.3}^{5 \times 6}) \right] = 0.3,$$

$$\mu(29) = \max \left[ \min(\overbrace{0.7.0.3}^{5 \times 6}) \right] = 0.3,$$

$$\mu(30) = \max \left[ \min \left( \overbrace{0.7, 0.3}^{5 \times 6} \right) \right] = 0.3,$$

$$\mu(z > 30) = 0.$$

Este resultado poderia ser apresentado mais simplesmente, mas todos os detalhes foram apresentados para mostrar como ele pode ser obtido.

### 3.1. Propriedades da multiplicação de números fuzzy

i) Se  $\bar{A}$  e  $\bar{B}$  são números fuzzy, então  $\bar{C}$  também é um número fuzzy, onde  $\bar{C} = \bar{A} \otimes \bar{B}$ .

ii)  $\bar{A} \otimes \bar{B} = \bar{B} \otimes \bar{A}$ , (comutativa),

iii)  $\bar{A} \otimes 1 = 1 \otimes \bar{A} = \bar{A}$ , (elemento neutro),

iv) o inverso de um número fuzzy  $\bar{A}^{-1}$ , é não simétrico. Isto é,

$$\bar{A} \otimes \bar{A}^{-1} = \bar{A}^{-1} \otimes \bar{A} \neq 1,$$

onde

$$\bar{A}^{-1} = \left[ \frac{1}{a_2^{(y)}}, \frac{1}{a_1^{(y)}} \right].$$

Isto mostra que os números fuzzy são uma estrutura monoidal para multiplicação e que esta estrutura monoidal é comutativa.

### 4. Divisão de números fuzzy

A divisão de dois números fuzzy é definida em  $\mathbb{R}^+$  por

$$\begin{aligned} \bar{A}(\div) \bar{B} &= \left[ a_1^{(y)}, a_2^{(y)} \right] (\div) \left[ b_1^{(y)}, b_2^{(y)} \right] \\ &= \left[ \frac{a_1^{(y)}}{b_2^{(y)}}, \frac{a_2^{(y)}}{b_1^{(y)}} \right], \quad b_2^{(y)} > 0 \quad \forall y \in [0,1], \end{aligned}$$

ou

$$\forall x, y, z \in \mathbb{R}^+:$$

$$\mu_{\bar{A}(\div) \bar{B}}(z) = \max_{z=x/y} \left[ \min(\mu_{\bar{A}}(x), \mu_{\bar{B}}(y)) \right]$$

A divisão nada mais é do que a multiplicação por seu inverso, isto é, por

$$B_y^{-1} = \left[ \frac{1}{b_2^{(y)}}, \frac{1}{b_1^{(y)}} \right], \quad b_2^{(y)} > 0, \quad \forall y \in [0,1]. \quad (24)$$

A divisão não é nem associativa nem comutativa.

### Exemplo 7

Neste exemplo serão utilizados números fuzzy na forma triangular, os quais aparecem na figura 12, quais sejam:

$\forall x \in \mathbb{R}^+$ :

$$\begin{aligned} \mu_{\bar{A}}(x) &= 0 & x \leq 18, \\ &= \frac{x}{4} - \frac{18}{4} & 18 \leq x \leq 22, \\ &= -\frac{x}{11} + 3 & 22 \leq x \leq 33 \\ &= 0 & x \geq 33, \end{aligned} \quad (25)$$

e

$$\begin{aligned} \mu_{\bar{B}}(x) &= 0 & x \leq 5, \\ &= x - 5 & 5 \leq x \leq 6, \\ &= -\frac{x}{2} + 4 & 6 \leq x \leq 8, \\ &= 0 & x \geq 8, \end{aligned} \quad (26)$$

Para (25), temos  $y = \frac{a_1^{(y)}}{4} - \frac{18}{4}$  e  $y = -\frac{b_2^{(y)}}{11} + 3$ , o que possibilita escrever

$$\bar{A}_y = [4y + 18, -11y + 33]$$

Para (26), temos  $y = b_1^{(y)} - 5$  e  $y = -\frac{b_2^{(y)}}{2} + 4$ , o que permite escrever

$$B_y = [y + 5, -2y + 8]$$

Assim,

$$\begin{aligned} \bar{A}_y (\div) B_y &= [4y + 18, -11y + 33] (\div) [y + 5, -2y + 8] \\ &= \left( \frac{4y + 18}{-2y + 8}, \frac{-11y + 33}{y + 5} \right) \end{aligned}$$

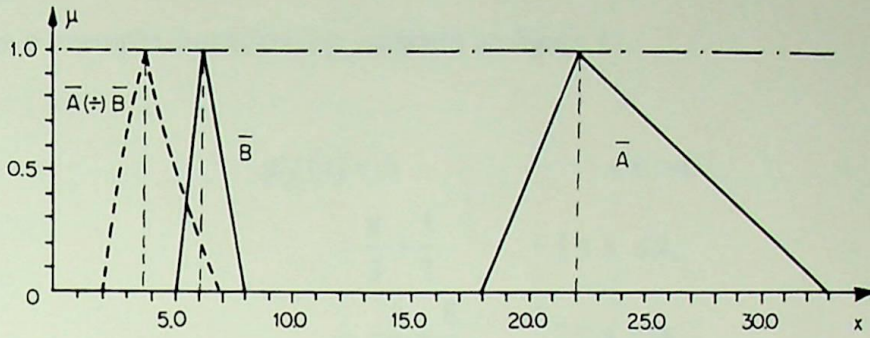


Figura 13. Divisão de dois números os fuzzy (exemplo 7).

Pode-se escrever, então

$\forall x \in \mathbb{R}^+$ :

$$\begin{aligned} \mu_{\overline{A(\div)B}}(x) &= 0 & x \leq \frac{9}{4}, \\ &= \frac{8x - 18}{2x + 4} & \frac{9}{4} \leq x \leq \frac{11}{3}, \\ &= \frac{-5x + 33}{x + 11} & \frac{11}{3} \leq x \leq \frac{33}{5}, \\ &= 0 & x \geq \frac{33}{5}, \end{aligned}$$

**Observação:**

$$(\overline{A(\div)B}) \otimes \overline{B} \neq \overline{A}.$$

Isto também é válido para a adição e subtração,  $(\overline{A(-)B}) \oplus \overline{B} \neq \overline{A}$ .

### 5. Multiplicação de um número fuzzy por um número ordinário

Seja  $\overline{A}$  um número fuzzy em  $\mathbb{R}$  e  $k$  um número ordinário  $k \in \mathbb{R}_0^+$ .

$\forall \overline{A} \subset \mathbb{R}$ :

$$\begin{aligned} k \cdot \overline{A}_y &= [k, k] \otimes [a_1^{(y)}, a_2^{(y)}] \\ &= [k \cdot a_1^{(y)}, k \cdot a_2^{(y)}], \end{aligned}$$

ou

$$\forall x \in \mathbb{R}: \mu_{k \cdot \overline{A}}(x) = \mu_{\overline{A}}\left(\frac{x}{k}\right) \quad (27)$$

**Exemplo 8**

Seja o exemplo numérico representado na figura 13.

$\forall x \in \mathbb{R}$ :

$$\begin{aligned} \mu_{\bar{A}}(x) &= 0 & x \leq -1, \\ &= \frac{x}{3} + \frac{1}{3} & -1 \leq x \leq 2, \\ &= -\frac{x}{6} + \frac{8}{6} & 2 \leq x \leq 8 \\ &= 0 & x \geq 8, \end{aligned}$$

Agora fazendo-se  $k = 3$ . Usando a equação (27) obtêm-se

$\forall x \in \mathbb{R}$ :

$$\begin{aligned} \mu_{3\bar{A}}(x) &= 0 & x \leq -3, \\ &= \frac{x}{9} + \frac{1}{3} & -3 \leq x \leq 6, \\ &= -\frac{x}{18} + \frac{8}{6} & 6 \leq x \leq 24 \\ &= 0 & x \geq 24, \end{aligned}$$

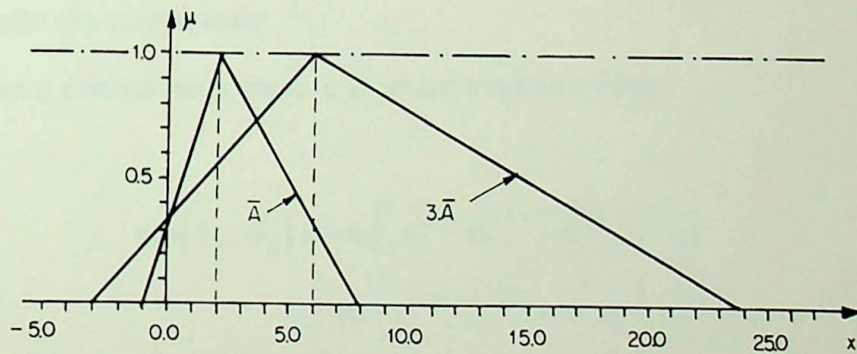


Figura 14. Multiplicação de um número fuzzy por um número ordinário (exemplo 8).

**Observação:**

Para números fuzzy vale a distributividade em  $\mathbb{R}^+$ , isto é

$\forall \bar{A}, \bar{B}, \bar{C} \subset \mathbb{R}^+$ :

$$(\bar{A} \oplus \bar{B}) \otimes \bar{C} = (\bar{A} \otimes \bar{C}) \oplus (\bar{B} \otimes \bar{C})$$

Porém,

$$(\bar{A} \otimes \bar{B}) \oplus \bar{C} = (\bar{A} \oplus \bar{C}) \otimes (\bar{B} \oplus \bar{C}),$$

porque

$$(a \cdot b) + c \neq a \cdot c + b \cdot c$$

### 6. Mínimo e máximo de números fuzzy

Agora sejam dois números fuzzy  $\bar{A}$  e  $\bar{B}$  em  $R$  que não são necessariamente comparáveis.

$$A_y = \left[ a_1^{(y)}, a_2^{(y)} \right]$$

e

$$B_y = \left[ b_1^{(y)}, b_2^{(y)} \right]$$

Se

$\forall y \in [0,1]$ :

$$a_1^{(y)} \leq b_1^{(y)} \quad \text{e} \quad a_2^{(y)} \leq b_2^{(y)} \quad (28)$$

então podemos escrever  $\bar{A} \leq \bar{B}$ .

Se a condição (28) ou a condição inversa passando de  $\leq$  para  $\geq$ , não são satisfeitas, então  $\bar{A}$  e  $\bar{B}$  não são comparáveis.

Defini-se o mínimo fuzzy de  $\bar{A}$  e  $\bar{B}$  como o número fuzzy

$\forall y \in [0,1]$ :

$$\begin{aligned} \min(A_y, B_y) &= \min \left[ \left( a_1^{(y)}, a_2^{(y)} \right); \left( b_1^{(y)}, b_2^{(y)} \right) \right] \\ &= \left[ \min \left( a_1^{(y)}, b_1^{(y)} \right), \min \left( a_2^{(y)}, b_2^{(y)} \right) \right] \end{aligned} \quad (29)$$

e o máximo de  $\bar{A}$  e  $\bar{B}$  como o número

$\forall y \in [0,1]$ :

$$\begin{aligned} \max(A_y, B_y) &= \max \left[ \left( a_1^{(y)}, a_2^{(y)} \right); \left( b_1^{(y)}, b_2^{(y)} \right) \right] \\ &= \left[ \max \left( a_1^{(y)}, b_1^{(y)} \right), \max \left( a_2^{(y)}, b_2^{(y)} \right) \right] \end{aligned} \quad (30)$$

As figuras 14 e 15 ilustram as definições (29) e (30). Estas propriedades podem ser apresentadas de outro modo:

$\forall x, y, z \subset R$ :

$$\mu_{\bar{A}(\wedge)\bar{B}}(z) = \max_{z=x \wedge y} \left[ \min \left( \mu_{\bar{A}}(x), \mu_{\bar{B}}(y) \right); \right]$$

e

$$\mu_{\bar{A}(\vee)\bar{B}}(z) = \max_{z=x\vee y} [\max(\mu_{\bar{A}}(x), \mu_{\bar{B}}(y))]$$

onde

$\wedge$  - representa o mínimo.

$\vee$  - representa o máximo.

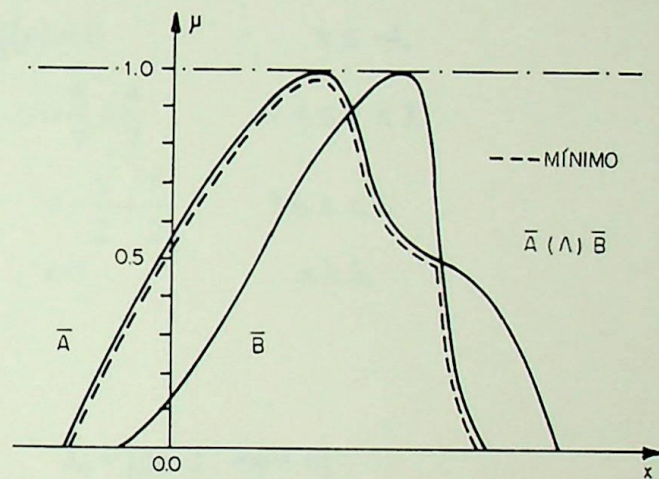


Figura 15. Mínimo dos números fuzzy A e B.

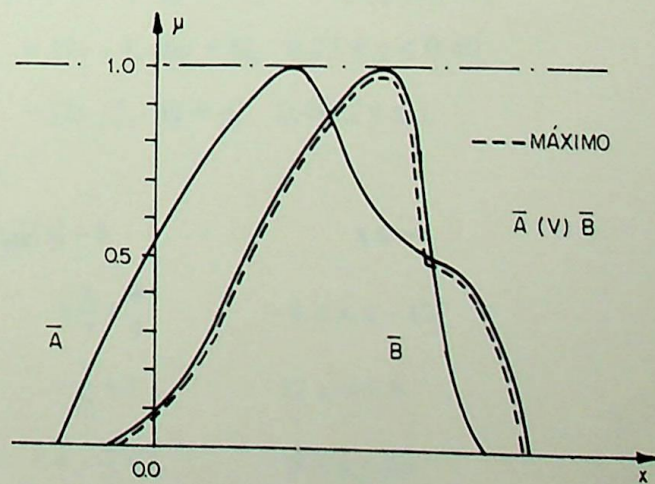


Figura 16. Máximo dos números fuzzy A e B.

**Exemplo 9**

Considerando-se agora o exemplo ilustrado na figura 17(A), onde

$\forall x, \subset \mathbb{R}$ :

$$\begin{aligned}\mu_{\bar{A}}(x) &= 0 & x \leq -2, \\ &= \frac{x}{2} + 1 & -2 \leq x \leq 0, \\ &= -\frac{x}{6} + 1 & 0 \leq x \leq 6 \\ &= 0 & x \geq 6,\end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}\mu_{\bar{B}}(x) &= 0 & x \leq -4, \\ &= \frac{x}{7} + \frac{4}{7} & -4 \leq x \leq 3, \\ &= -\frac{x}{2} + \frac{5}{2} & 3 \leq x \leq 5, \\ &= 0 & x \geq 5,\end{aligned}$$

Têm-se:

$\forall y \in [0,1]$

$$A_y = [2y - 2, -6y + 6]$$

$$B_y = [7y - 4, -2y + 5]$$

Portanto, para o mínimo

$$\min(A_y, B_y) = [\min((2y-2), (7y-4)), \min((-6y+6), (-2y+5))]$$

obtem-se que

$$\begin{aligned}\min(A_y, B_y) &= [7y - 4, -2y + 5], & 0 \leq y \leq 0.25, \\ &= [7y - 4, -6y + 6], & 0.25 \leq y \leq 0.40, \\ &= [2y - 2, -6y + 6] & 0.40 \leq y \leq 1.\end{aligned}$$

O que leva ao seguinte resultado:

$$\begin{aligned}\mu_{\bar{A}(\vee)\bar{B}}(x) &= 0 & x \leq -4, \\ &= \frac{x}{7} + \frac{4}{7} & -4 \leq x \leq -1.2, \\ &= \frac{x}{2} + 1 & -1.2 \leq x \leq 0, \\ &= -\frac{x}{6} + 1 & 0 \leq x \leq 4.5 \\ &= -\frac{x}{2} + \frac{5}{2} & 4.5 \leq x \leq 5 \\ &= 0 & x \geq 5,\end{aligned}$$

A figura 17(B) mostra um esboço de  $\bar{A} (\wedge) \bar{B}$ .

Para o valor máximo

$$\begin{aligned} \max(A_y, B_y) &= [\max((2y-2), (7y-4)), \max((-6y+6), (-2y+5))] \\ &= [2y-2, -6y+6], \quad 0 \leq y \leq 0.25, \\ &= [2y-2, -2y+5], \quad 0.25 \leq y \leq 0.40, \\ &= [7y-4, -2y+5] \quad 0.40 \leq y \leq 1. \end{aligned}$$

O que leva ao seguinte resultado:

$$\begin{aligned} \mu_{\bar{A}(\vee)\bar{B}}(x) &= 0 & x \leq -2, \\ &= \frac{x}{2} + 1 & -2 \leq x \leq -1.2, \\ &= \frac{x}{7} + \frac{4}{7} & -1.2 \leq x \leq 3, \\ &= -\frac{x}{2} + \frac{5}{2} & 3 \leq x \leq 4.5 \\ &= -\frac{x}{6} + 1 & 4.5 \leq x \leq 6, \\ &= 0 & x \geq 6, \end{aligned}$$

Um esboço do resultado é apresentado na figura 17(C).

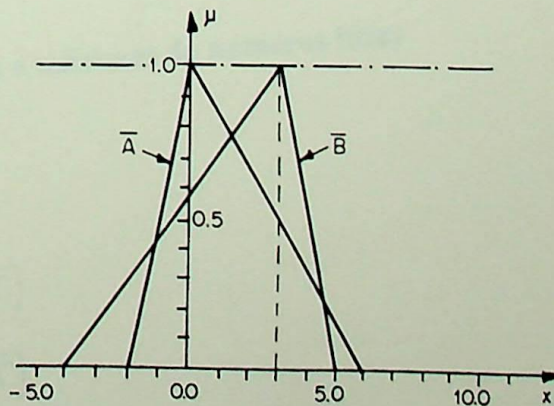


Figura 17(a). Dois números fuzzy triangulares  $\bar{A}$  e  $\bar{B}$ . (exemplo 9).

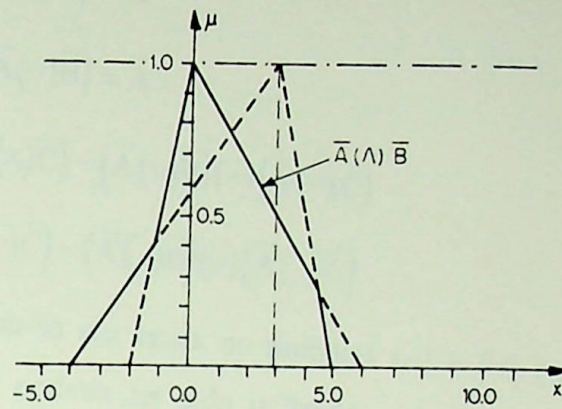


Figura 17(B). Mínimo dos números fuzzy  $\bar{A}$  e  $\bar{B}$ . (exemplo 9).

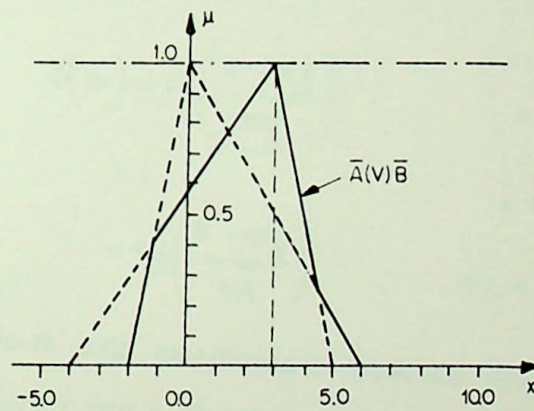


Figura 17(C). Máximo dos números fuzzy  $\bar{A}$  e  $\bar{B}$ . (exemplo 9).

### 6.1. Propriedades de mínimos e máximos de números fuzzy

$$i) \bar{A}(\wedge)\bar{B} = \bar{B}(\wedge)\bar{A}, \quad (32)$$

$$ii) \bar{A}(\vee)\bar{B} = \bar{B}(\vee)\bar{A}, \quad (33)$$

$$iii) (\bar{A}(\wedge)\bar{B}) \wedge \bar{C} = \bar{A}(\wedge)(\bar{B} \wedge \bar{C}) \quad (34)$$

$$iv) (\bar{A}(\vee)\bar{B}) \vee \bar{C} = \bar{A}(\vee)(\bar{B} \vee \bar{C}) \quad (35)$$

$$v) \bar{A}(\wedge)\bar{A} = \bar{A} \quad (36)$$

$$\text{vi) } \overline{A}(\vee)\overline{A} = \overline{A} \quad (37)$$

$$\text{vii) } \overline{A}(\vee)(\overline{A}(\wedge)\overline{B}) = \overline{A} \quad (38)$$

$$\text{viii) } \overline{A}(\wedge)(\overline{A}(\vee)\overline{B}) = \overline{A} \quad (39)$$

$$\text{ix) } \overline{A}(\vee)(\overline{B}(\wedge)\overline{C}) = (\overline{A}(\vee)\overline{B})(\wedge)(\overline{A}(\vee)\overline{C}) \quad (40)$$

$$\text{x) } \overline{A}(\wedge)(\overline{B}(\vee)\overline{C}) = (\overline{A}(\wedge)\overline{B})(\vee)(\overline{A}(\wedge)\overline{C}) \quad (41)$$

Utilizou-se até agora os símbolos  $(\wedge)$  e  $(\vee)$  para fazer referência ao mínimo e ao máximo, mas poderia ter sido utilizado, em seu lugar, os termos limite inferior e limite superior.

## 7. Os números fuzzy L-R

Seja uma função chamada de “função de referência”.

$\forall x' \in \mathbb{R}: \Phi \in [0, 1]$ :

$$\begin{aligned} \Phi(x') &= F_L\left(\frac{x - m_A^-}{u_A^-}\right), & -\infty < x < m_A, \\ &= 1 & x = m_A, \\ &= F_R\left(\frac{x - m_A^-}{v_A^-}\right), & m_A < x < \infty. \end{aligned} \quad (42)$$

Nesta impõe-se uma monotonicidade crescente sobre  $F_L(x')$  e uma monotonicidade decrescente sobre  $F_R(x')$ ; isto é,  $\Phi(x')$  é uma função normal convexa - um número fuzzy.  $F_L(x')$  e  $F_R(x')$  não são necessariamente simétricas. A figura 18 mostra uma função  $\Phi(x')$ .

Usando  $\Phi(x')$  pode-se agora construir o número fuzzy apresentado na figura 18.

$\forall x \in \mathbb{R}$ :

$$\begin{aligned} \mu(x) &= F_L\left(\frac{x - m_A^-}{u_A^-}\right), & -\infty < x < m_A, \\ &= 1 & x = m_A, \\ &= F_R\left(\frac{x - m_A^-}{v_A^-}\right), & m_A < x < \infty. \end{aligned}$$

com  $u_A > 0, v_A > 0$ .

Para  $m_A < 0$ , têm-se uma modificação à direita, e para  $m_A > 0$ , têm-se uma modificação à esquerda. Se  $u_A < 1$ , e  $v_A < 1$  diz-se que há uma contração. Para  $u_A > 1$ , e  $v_A > 1$  diz-se que há uma dilatação. Assim, a figura 19 representa uma dilatação para  $F_L$  e uma contração para  $F_R$ .

O número fuzzy  $\bar{B}$  é construído da mesma maneira que em (42).

$\forall x \in \mathbb{R}$ :

$$\begin{aligned} \mu_{\bar{B}}(x) &= F_L\left(\frac{x - m_B}{u_B}\right), & -\infty \leq x \leq m_B, \\ &= 1 & x = m_B, \\ &= F_R\left(\frac{x - m_B}{v_B}\right), & m_B \leq x \leq \infty. \end{aligned}$$

Defini-se os números fuzzy  $\bar{A}$  e  $\bar{B}$  usando três algarismos  $(m, u, v)$ :

$$\bar{A} = (m_A, u_A, v_A).$$

$$\bar{B} = (m_B, u_B, v_B).$$

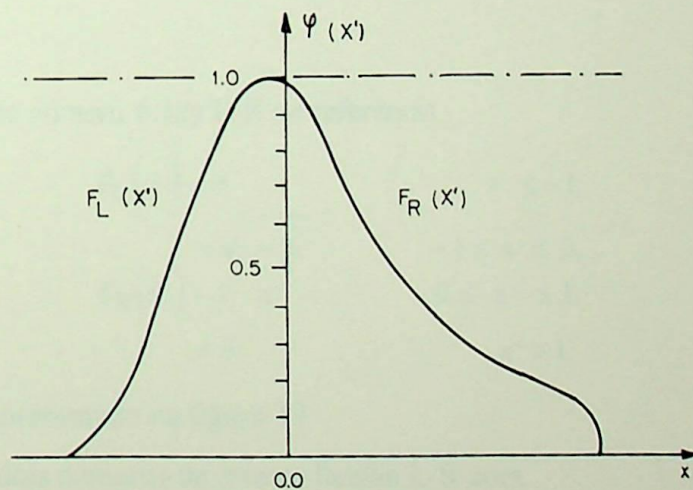


Figura 18. Função  $\Phi(x')$  de um número fuzzy L-R convexo e normal.

A adição de  $\bar{A}$  e  $\bar{B}$  que é definida por

$\forall x \in \mathbb{R}$ :

$$\mu_{\bar{A} \oplus \bar{B}}(z) = \max_{z=x+y} (\mu_{\bar{A}}(x) \wedge \mu_{\bar{B}}(y))$$

tem seu correspondente dado por

$$\begin{aligned}\bar{A} \oplus \bar{B} &= (m_A, u_A, v_A) \oplus (m_B, u_B, v_B) \\ &= (m_A + m_B, u_A + u_B, v_A + v_B)\end{aligned}$$

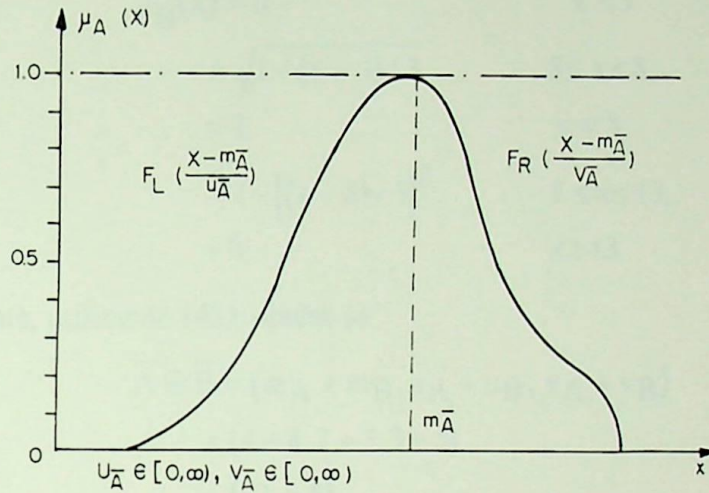


Figura 19. Dilatação ( $F_L$ ) e contração ( $F_R$ ) de  $\Phi(x)$ .

### **Exemplo 10**

Seja o seguinte número fuzzy L-R de referência

$$\begin{aligned}F_L(x') &= 0 & x' \leq -1, \\ &= \sqrt{1 - x'} & -1 \leq x' \leq 0, \\ F_R(x') &= 1 - x'^2 & 0 \leq x' \leq 1, \\ &= 0 & x' > 1.\end{aligned}$$

o qual encontra-se representado na figura 19.

Tomando-se dois números na mesma família L-R com

$$\begin{aligned}m_A &= 4, & u_A &= 2, & v_A &= 3, \\ m_B &= 8, & u_B &= 3, & v_B &= 5\end{aligned}$$

obtêm-se os seguintes números fuzzy:

$\forall x \in \mathbb{R}$ :

$$\begin{aligned}\mu_{\bar{A}}(x) &= 0 & x \leq 2 \\ &= \sqrt{1 + (x-2)/4} & 2 \leq x \leq 4, \\ &= 1, & x = 4, \\ &= 1 - [(x-4)/3]^2, & 4 \leq x \leq 7, \\ &= 0 & x \geq 7.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mu_{\bar{B}}(x) &= 0 & x \leq 5 \\ &= \sqrt{1 + (x-3)/3} & 5 \leq x \leq 8, \\ &= 1, & x = 8, \\ &= 1 - [(x-8)/5]^2, & 8 \leq x \leq 13, \\ &= 0 & x \geq 13.\end{aligned}$$

Finalmente, utilizando (43), obtêm-se:

$$\begin{aligned}\bar{A} \oplus \bar{B} &= (m_A + m_B, u_A + u_B, v_A + v_B) \\ &= (4 + 8, 2 + 3, 3 + 5) \\ &= (12, 5, 8)\end{aligned}$$

A partir daí têm-se:

$\forall x \in \mathbb{R}$ :

$$\begin{aligned}\mu_{\bar{A} \oplus \bar{B}}(x) &= 0 & x \leq 7 \\ &= \sqrt{1 + (x-12)/5} & 7 \leq x \leq 12, \\ &= 1, & x = 12, \\ &= 1 - [(x-12)/8]^2, & 12 \leq x \leq 20, \\ &= 0 & x \geq 20.\end{aligned}$$

Isto está representado na figura 21.

### 7.1. Números fuzzy L-R com trecho plano

Se a forma é não singular (figura 22), o número fuzzy L-R tem um trecho plano. Este tipo de número fuzzy pode ser representado de dois modos diferentes.

1. Escolhendo-se um  $m_A$  arbitrário,

$$m_{1A} \leq m_A \leq m_{2A}.$$

2. Escolhendo-se quatro números significativos para representar o número fuzzy L-R.

$$(m_{1A}, m_{2A}, u_A, v_A)$$

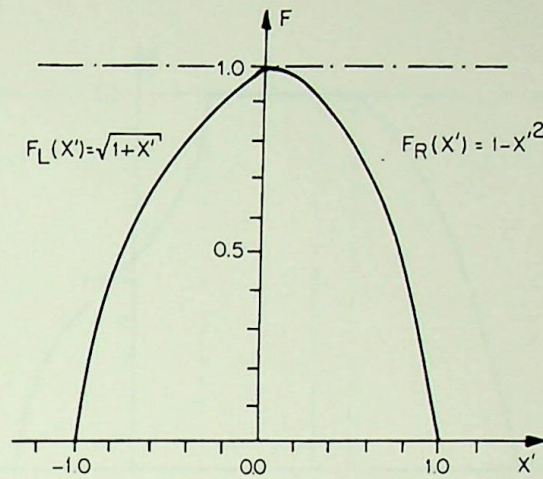


Figura 20. Número fuzzy L-R (exemplo 10).

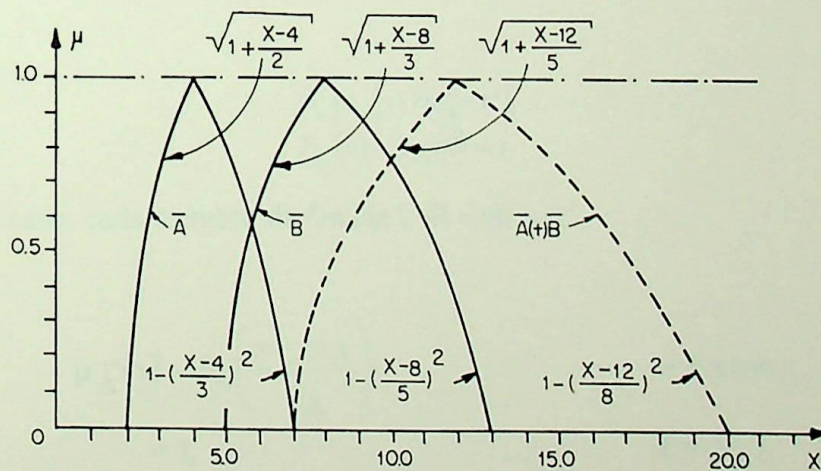


Figura 21. Adição fuzzy de dois números fuzzy L-R (exemplo 10).

A adição de dois números com um trecho plano é portanto, dada por:

$$\bar{A} \oplus \bar{B} = (m_{1A} + m_{1B}, m_{2A} + m_{2B}, u_A + u_B, v_A + v_B)$$

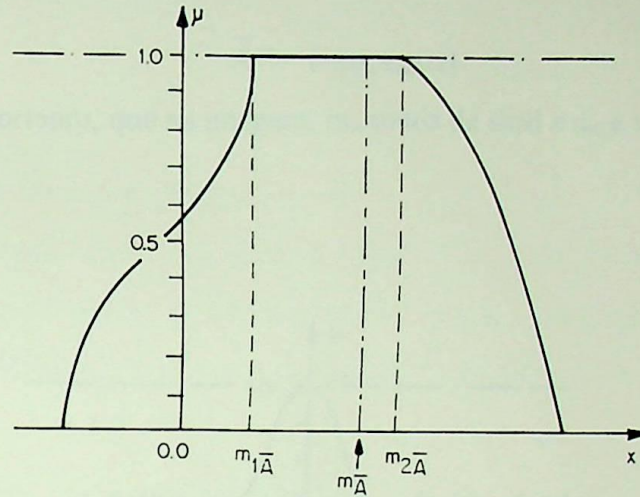


Figura 22. Número fuzzy L-R com um trecho plano.

## 7.2. Números fuzzy L-R semisimétricos

Seja um número fuzzy tal que

$\forall x' \in \mathbb{R}$ :

$$\begin{aligned} F_L(x') &= F_R(-x') \\ F_L(0) &= F_R(0) = 1 \end{aligned} \quad (44)$$

Neste caso, cada membro da família L-R é tal que

$\forall x \in \mathbb{R}$ :

$$\begin{aligned} \mu_{\bar{A}}(x) &= F_L\left(\frac{x - m_A}{u_A}\right) && -\infty \leq x \leq m_A, \\ &= 1, && x = m_A, \\ &= F_L\left(\frac{-x + m_A}{v_A}\right) && m_A \leq x \leq \infty \end{aligned}$$

A família construída usando (44) é chamada “semisimétrica”.

A figura 23 mostra a representação de um número fuzzy semisimétrico de referência e a figura 24 a adição de dois números fuzzy L-R semisimétricos. É evidente que a simetria e as propriedades L-R são preservadas para adição.

### 7.2.1. Imagem (oposto) de um número fuzzy L-R semisimétrico

Se

$$\bar{A} = (m_A, u_A, v_A)$$

então

$$\bar{A}^- = (-m_A, v_A, u_A)$$

Observa-se, portanto, que na imagem,  $m_A$  muda de sinal e  $u_A$  e  $v_A$  permutam.

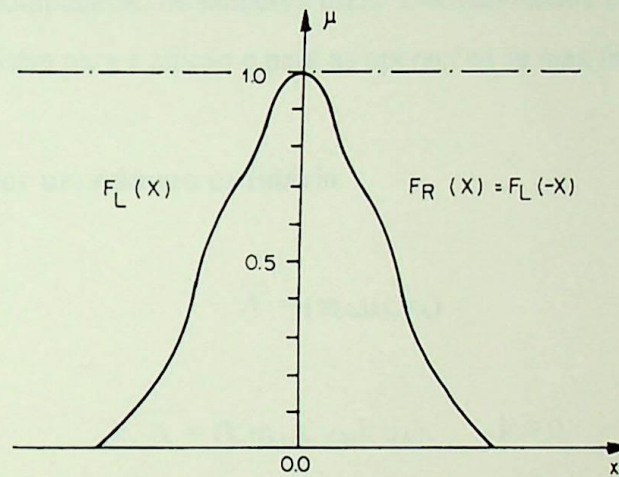


Figura 23 Um número fuzzy L-R semisimétrico.

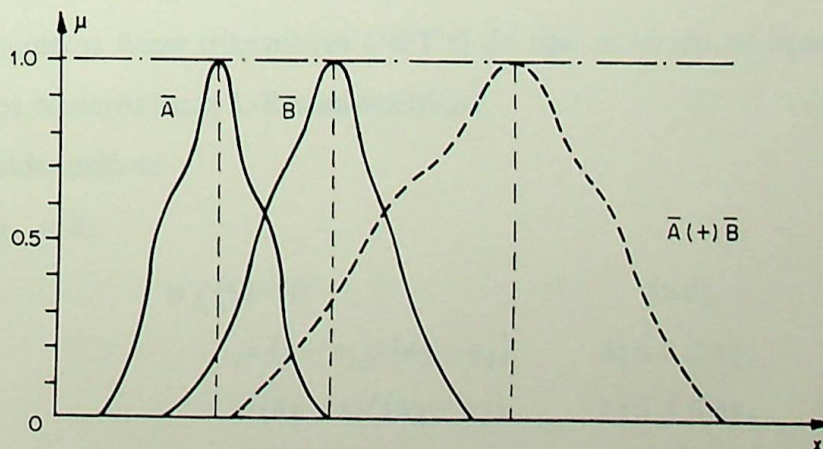


Figura 24 Adição de dois números fuzzy L-R semisimétricos.

### 7.2.2. Subtração de dois números fuzzy L-R semisimétricos

A subtração é, como já foi visto, a adição com o oposto (imagem). Usando este fato, têm-se

$$\begin{aligned}\overline{A(-)B} &= \overline{A} \oplus \overline{B}^- = (m_A, u_A, v_A) \oplus (-m_B, v_B, u_B) \\ &= (m_A - m_B, u_A + v_B, v_A + u_B)\end{aligned}$$

### 7.3. Multiplicação de números fuzzy L-R

Neste caso considerar-se-á o número fuzzy em  $R^+$ . Exceto para casos particulares, é fácil mostrar que a multiplicação de números fuzzy L-R não resulta em um número fuzzy L-R. isto é verdadeiro também para a adição e para as operações de max fuzzy e min fuzzy.

### 7.4. Multiplicação por um número ordinário

Se

$$\overline{A} = (m_A, u_A, v_A)$$

então

$$\begin{aligned}k \cdot \overline{A} &= (k \cdot m_A, k \cdot v_A, k \cdot u_A) & k > 0 \\ &= (k \cdot m_A, -k \cdot u_A, -k \cdot v_A) & k < 0\end{aligned}$$

Finalmente, conclui-se que o uso dos números fuzzy L-R é útil principalmente para adição, subtração e multiplicação por um número ordinário. Para outras operações algumas aproximações podem ser usadas.

## 8. Números fuzzy triangulares (NFT's)

Os números fuzzy triangulares (NFT's) do tipo mostrado na figura 25 são um caso particular dos números fuzzy L-R semisimétricos.

Considerando-se

$\forall x, a_1, a_2, a_3 \in R:$

$$\begin{aligned}\mu_{\overline{A}}(x) &= 0 & x \leq a_1, \\ &= (x - a_1) / (a_2 - a_1) & a_1 \leq x \leq a_2, \\ &= (a_3 - x) / (a_3 - a_2) & a_2 \leq x \leq a_3, \\ &= 0 & x \geq a_3.\end{aligned}$$

Assumindo-se assim que  $a_1, a_2, a_3$  são finitos.

Um NFT é completamente definido por três algarismos (não se deve confundir com os três algarismos usados na definição dos números fuzzy L-R), tal como

$$\bar{A} = (a_1, a_2, a_3).$$

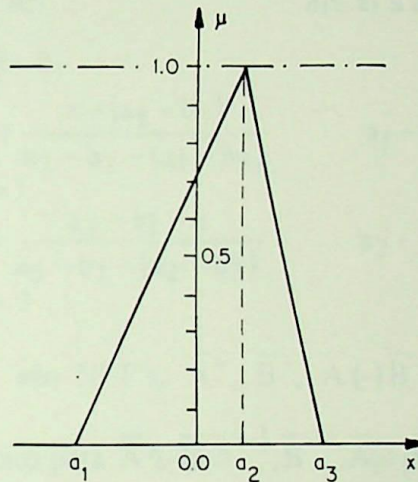


Figura 24. Número fuzzy triangular (NFT),  $\bar{A} = (a_1, a_2, a_3)$ .

Para o nível  $y$  o intervalo de confiança é dado por

$$\begin{aligned} A_y &= [a_1^{(y)}, a_3^{(y)}] \\ &= [a_1, y(a_2 - a_1), a_3 - y(a_3 - a_2)] \end{aligned} \quad (45)$$

Visto que os NFT's são números fuzzy L-R que relacionam-se com a mesma família, suas adições são um NFT.

### 8.1. Oposto (imagem) de um número fuzzy triangular

Para  $\bar{A} = (a_1, a_2, a_3)$ , pode-se mostrar que

$$\bar{A}^- = (-a_3, -a_2, -a_1),$$

e para o nível  $y$

$$A_y^- = [-a_3, y(a_3 - a_2), -a_1 - y(a_2 - a_1)].$$

## 8.2. Subtração de NFT's

A subtração é a adição com o oposto (imagem), portanto,

$$\begin{aligned}\overline{A(-)B} &= \overline{A} \oplus \overline{B}^- = (a_1, a_2, a_3) \oplus (-b_3, -b_2, -b_1) \\ &= (a_1 - b_3, a_2 - b_2, a_3 - b_1).\end{aligned}$$

e para o nível  $y$

$$\begin{aligned}A_y(-)B_y &= A_y \oplus B_y^- = (a_1, a_2, a_3) \oplus (-b_3, -b_2, -b_1) \\ &= [a_1 - b_3 + y(a_2 - b_2 - a_1 + b_3), a_3 - b_1 - y(a_3 - b_1 - a_2 + b_2)].\end{aligned}$$

Também,

$\forall x, a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3 \in \mathbb{R}$ :

$$a_1 \leq a_2 \leq a_3, b_1 \leq b_2 \leq b_3$$

$$\begin{aligned}\mu_{A(-)B}(x) &= 0 \\ &= \frac{x - (a_1 - b_3)}{a_2 - b_2 - (a_1 - b_3)} && a_1 - b_3 \leq x \leq (a_2 - b_2), \\ &= 1 && x = a_2 - b_2 \\ &= \frac{a_3 - b_1 - x}{a_3 - b_1 - (a_2 - b_2)} && a_2 - b_2 \leq x \leq a_3 - b_1, \\ &= 0 && x \geq (a_3 - b_1).\end{aligned}$$

Então, se  $\overline{A}$  e  $\overline{B}$  são NFT's,  $\overline{A}^-$ ,  $\overline{B}^-$ ,  $\overline{A(-)B}$  também são números NFT's. No entanto, isto não é verdadeiro para  $\overline{A} \otimes \overline{B}$ ,  $\overline{A}^{-1}$ ,  $\overline{B}^{-1}$ ,  $\overline{A(\div)B}$ ,  $\overline{A(\wedge)B}$  e  $\overline{A(\vee)B}$ .

## 9. Números fuzzy trapezoidais (NFT<sub>r</sub>'s)

Os números fuzzy trapezoidais, representados por NFT<sub>r</sub>'s como na figura 26, são um caso especial de números fuzzy L-R e os NFT's são um caso especial de NFT<sub>r</sub>'s. Por esta razão, utiliza-se quatro algarismos ao invés de três para os NFT<sub>r</sub>'s. Então

$$\overline{A} = (a_1, a_2, a_3, a_4).$$

O processo de adição é muito simples, podendo ser feito da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}\overline{A} \oplus \overline{B} &= (a_1, a_2, a_3, a_4) \oplus (b_1, b_2, b_3, b_4) \\ &= (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3, a_4 + b_4).\end{aligned}$$

O oposto (imagem) é dado por

$$\overline{A}^- = (-a_4, -a_3, -a_2, -a_1),$$

O processo de subtração é dado por

$$\begin{aligned}\overline{A(-)B} &= (a_1, a_2, a_3, a_4)(-)(b_1, b_2, b_3, b_4) \\ &= (a_1 - b_4, a_2 - b_3, a_3 - b_2, a_4 - b_1).\end{aligned}$$

Certas operações como  $\otimes, (\div), (\wedge), (\vee)$  não produzem  $NFT_r$ 's exceto em alguns casos especiais.

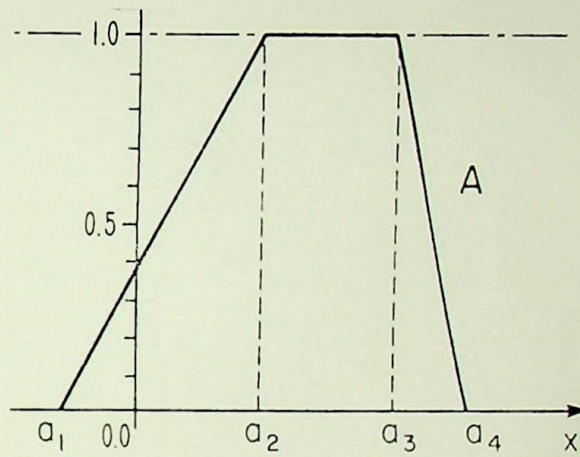


Figura 26. Número fuzzy trapezoidal ( $NFT_r$ ).

