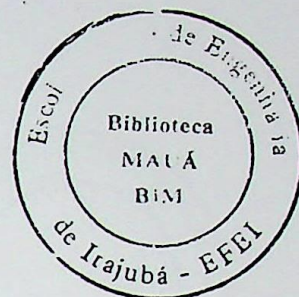


TESE

863

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ
INSTITUTO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO



APLICAÇÃO DO MÉTODO DAS DIFERENÇAS
FINITAS À ANÁLISE DE MANCAIS AXIAIS
HIDRODINÂMICOS DE SAPATAS SETORIAIS.

GEORGETTE EMILE EL MOUALLEM

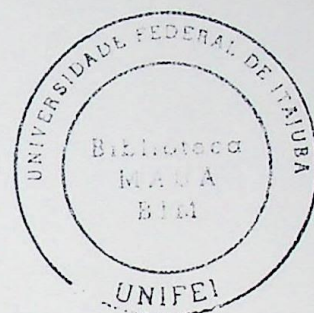
ORIENTADOR:

PROF. Ph. D. VILMAR ARTHUR SCHWARZ

CO-ORIENTADOR:

PROF. DR. NELSON MANZANARES FILHO

ITAJUBÁ - M. G.
1996



AGRADECIMENTOS

Quero deixar aqui expressos os meus sinceros agradecimentos aos que me apoiaram no desenvolvimento dessa dissertação que, não é senão, o resultado do esforço de diversos educadores que muito me auxiliaram.

Ao orientador Prof. Dr. Vilmar Arthur Schwarz e ao co-orientador Prof. Dr. Nelson Manzares Filho, pela paciência e dedicação prestadas no decorrer deste trabalho.

Aos outros professores, cuja amizade foi o maior incentivo para a realização dessa pesquisa, na qual muito me auxiliaram, e direta ou indiretamente contribuíram para enriquecer os meus conhecimentos e possibilitaram a conclusão da presente dissertação.

Aos funcionários da EFEI por sua amizade e colaboração.

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo principal a demonstração das possibilidades de ensino de Física, de forma alternativa, que possibilite oferecer uma melhor percepção do conhecimento científico, em especial, aos alunos de ensino médio, visando a melhoria da aprendizagem e do desempenho.

A metodologia de pesquisa, em consideração, envolveu, por um lado, a aplicação de questionários de pesquisa, de outro, a realização de aulas experimentais, a partir de experiências simples, visando a melhoria da aprendizagem.

Diversos testes de conhecimento de física foram realizados e os resultados foram analisados, sendo que os dados foram analisados por meio de testes de hipóteses, com o auxílio de programas de estatística. A metodologia utilizada consistiu em aplicar testes de hipóteses.

Como resultado, observamos a importância de trabalhar os conteúdos de física de forma alternativa, visando a melhoria da aprendizagem, a partir de experiências simples, visando a melhoria da aprendizagem.

Em conclusão, observamos que os resultados obtidos são positivos, sendo que os dados foram analisados por meio de testes de hipóteses, com o auxílio de programas de estatística.

Palavras-chave: Ensino de Física, Ensino Alternativo.

Abstract: This work has as its main objective the demonstration of the possibilities of teaching Physics, in an alternative way, that allows offering a better perception of scientific knowledge, in particular, to high school students, aiming at improving learning and performance.

The research methodology, under consideration, involved, on the one hand, the application of questionnaires, on the other, the realization of experimental classes, starting from simple experiments, aiming at improving learning.

Different physics knowledge tests were carried out and the results were analyzed, and the data were analyzed by hypothesis tests, with the aid of statistical programs. The methodology used consisted in applying hypothesis tests.

Dedico este trabalho aos meus pais Emílio e Salma pelo seu apoio e ao meu marido Celem Mohallem pelo seu amor e pela sua cooperação, sem a qual não teria conseguido as condições necessárias para o término da presente dissertação.

Em especial, dedico todo o meu trabalho aos meus filhos Leandro e Lauro, que me dão alegria e felicidade nas horas mais difíceis.

RESUMO

Um modelo teórico é apresentado para a determinação dos 'parâmetros resultantes', na forma adimensional, que permitem elaborar uma análise preditiva do comportamento operacional de um mancal axial de deslizamento, com base na teoria isotérmica da lubrificação hidrodinâmica.

A equação de Reynolds, em coordenadas polares por se adequar melhor à geometria do modelo físico, foi resolvida na região correspondente a uma sapata setorial, através do método das diferenças finitas.

Diversos testes de refinamento de malha foram realizados; e assim estabeleceu-se uma malha de 250 x 250 divisões para o cálculo das pressões nos pontos nodais. A configuração dessas pressões foi mostrada num gráfico tridimensional.

Uma vez determinada a distribuição de pressões na sapata, diversos parâmetros adimensionais foram calculados, tais como: capacidade de carga, vazões no contorno e perda de potência que possibilita o cálculo da variação da temperatura.

Foi desenvolvido ainda um modelo computacional para simular o comportamento operacional de mancais axiais considerando-se uma ampla faixa das seguintes relações dimensionais:

- *Largura radial / Raio externo da sapata, (L / R_e) ;*
- *Espessura mínima do filme lubrificante / Desnível da sapata, (a / b) ;*
- *Vários ângulos do setor da sapata, (θ_0) .*

Finalmente foram montadas várias tabelas e gráficos que possibilitam o dimensionamento de um mancal mesmo sem uso de computador. Os resultados obtidos foram comparados com os dados disponíveis na literatura.

ABSTRACT

A theoretical model, based on the isothermal hydrodynamic lubrication theory, for the calculation of a wide range of 'dimensionless operating parameters' is presented, enabling any designer to perform a predictive analysis of the operational behavior of a hydrodynamic thrust bearing.

The Reynolds equation, in polar coordinates, was solved in the region corresponding to a tapered-land sector pad, the oil-film shape being that of an uniform taper in the circumferential direction. The finite difference method was applied for the calculation of the nodal pressure distribution, after several tests relative to the optimization of net refinement.

Once the pressure distribution on the sector pad was obtained, the dimensionless operating parameters, such as load capacity, lubricant flow rate in the sector edges and power losses were calculated.

Thus, a computational model was developed for simulating the operational behavior of hydrodynamic thrust bearings, for a wide range of the following geometrical dimensions and working conditions:

- *Pad radial length / Pad outer radius, (L / Re);*
- *Minimum lubricant film thickness / Amount of taper, (a / b);*
- *Angular span of the sector pad, (θ_0).*

Furthermore, a series of tables and graphs were organized, allowing a complete analysis of the bearing operational behavior, even without the use of a computer by the designer

CONTEÚDO

	Página
RESUMO	i
ABSTRACT	ii
CONTEÚDO	iii
SIMBOLOGIA	vi
ÍNDICE DE FIGURAS E TABELAS	x
CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	
1.1 - Generalidades	1
1.2 - Princípios de funcionamento	3
1.2.1 - Cunha de óleo	3
1.3 - Fundamentos e objetivos	4
CAPÍTULO 2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	
	6
CAPÍTULO 3 - SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE REYNOLDS	
3.1 - Introdução	12
3.2 - Hipóteses Simplificadoras	12
3.3 - Equação de Reynolds	13
3.4 - Solução da Equação de Reynolds	15
3.4.1 - Mancais Hidrodinâmicos de Sapatas Inclinadas	15
3.4.2 - Método das Diferenças Finitas	16
3.4.3 - Equação da Espessura do Filme Lubrificante	22
3.4.4 - Cálculo das Pressões	23
3.4.4.1 - Escolha do Método de Convergência	23
3.4.4.2 - Escolha do número de divisões na malha	31

CAPÍTULO 4 - CÁLCULO DAS CARACTERÍSTICAS DO MANCAL

4.1 - Introdução	34
4.2 - Capacidade de carga	34
4.3 - Vazão do lubrificante	36
4.3.1 - Vazão na direção do movimento ou vazão circunferencial	39
4.3.1.1 - Vazão na saída da sapata	40
4.3.1.2 - Vazão na entrada da sapata	44
4.3.2 - Vazão na direção radial ou vazão lateral	44
4.3.2.1 - Vazão no raio interno da sapata	45
4.3.2.2 - Vazão no raio externo da sapata	47
4.4 - Perda de potência	48
4.5 - Elevação de temperatura do lubrificante e temperatura média de trabalho	51
4.6 - Centro de pressão	53

CAPÍTULO 5 - RESULTADOS

5.1 - Introdução.	57
5.2 - Análise comparativa dos resultados.	58
5.2.1 - Espessura do filme.	59
5.2.2 - Vazão do lubrificante.	60
5.2.3 - Perda de potência e elevação de temperatura.	61
5.2.4 - Centro de pressão.	62

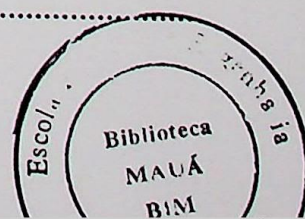
CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES E SUGESTÕES

6.1 - Conclusões.	79
6.2 - Sugestões para trabalhos futuros.	80

APÊNDICE A1 - Dedução da Equação de Reynolds Tridimensional

A1.1 - Continuidade de fluxo numa coluna de fluido	81
A1.2 - Equilíbrio de um elemento	82

A1.3 - Equação de Reynolds	85
A1.4 - Equação de Reynolds em coordenadas polares	86
APÊNDICE A2 - Solução da integral da perda de potência	92
APÊNDICE A3 - Método de Simpson para cálculo de integrais.	
A3.1 - Resolução da Integral da Equação (4.29)	95
A3.2 - Resolução da Integral da Equação (4.39)	96
A3.3 - Método de Simpson	97
APÊNDICE A4 - Propriedades físicas dos lubrificantes e sua variação com a temperatura.	
A 4.1 - Introdução	98
A 4.2 - Viscosidade	99
A 4.3 - Cálculo dos coeficientes da fórmula de Walther	100
A 4.4 - Espessura mínima do filme de óleo	101
APÊNDICE A5 - Exemplo de Dimensionamento do Mancal da Usina Salto Osório.	
A 5 - Dados	103
A 5.2 - Dimensionamento	103
A 5.3 - Análise Preditiva do Comportamento do Mancal	105
A 5.4 - Escolha do Desnível b	106
A 5.5 - Cálculo da Viscosidade	107
A 5.6 - Especificação do Lubrificante	107
A 5.7 - Cálculo das Vazões	107
A 5.8 - Perda de Potência por Sapata	108
A 5.9 - Elevação de Temperatura	108
A 5.10 - Centro de Pressão	109
A 5.11 - Cálculo comparativo do mesmo mancal variando a / b.	109



APÊNDICE A6 - Comparação dos resultados com a solução analítica

A6.1 - Capacidade de carga ou pressão unitária de Jakobsson e Floberg.	111
A6.2 - Capacidade de carga definida neste trabalho.	111
A6.3 - Correspondência entre as equações (A6.2) e (A6.4).	112
A6.4 - Comparação.	112

APÊNDICE A7 - Fluxograma do programa computacional

A7.1 - Descrição do programa.	115
------------------------------------	-----

BIBLIOGRAFIA	118
--------------------	-----

SIMBOLOGIA

CARACTERES LATINOS

Símbolo	Designação	Equação
$^{\circ}\text{C}$	graus Celsius.apêndice	A5.9
a	Espessura mínima do filme do fluido.	(3.19a)
A	Área do setor.	(4.6)
$A1...A5$	Coefficientes da equação de diferenças finitas. ...	(3.16)
b	Desnível da sapata.	(3.6)
cpu	Tempo do cpu do computador gasto.tabela	(3.2)
C_1 e C_2	Constantes de integral definida.	(4.19)
c_p	Calor específico do lubrificante.	(4.75)
D	Diametro do setor.	pg. 30
denom	Parte do denominador de $A1...A5$	(3.14a)
$E1...E9$	Números com exponenciais de base natural.	(A4.1)
F	Capacidade de carga.	(4.1)
F_a	Força de atrito.	(4.65)
F_v	Carga vertical na sapata (adimensional).	(4.10)
H_0	Perda de potência.	(4.66)
H	Perda de potência (adimensional).	(4.72)
h	Espessura do filme de fluido (adimensional).	(3.6)
h_0	Espessura do filme de fluido.	(3.4)
$h_{\text{máx}}$	Espessura máxima do filme de fluido.	(3.19)
$h_{\text{mín}}$	O mesmo que a	(3.23)
i	Variável discreta segundo o ângulo θ	(3.8)
j	Variável discreta na direção radial.	(3.8)
J	Equivalente mecânico do calor.	(4.75)
L	Largura da sapata na direção radial.	(3.6)
L_n	Função logaritmo neperiano.	(A2.4)

log	Função logarítmica na base 10.	(A4.1)
m	Número de pontos segundo o raio.	(3.18)
m1	Número de divisões segundo o raio menos um.	(4.36)
mp	Número de divisões segundo o raio.	(4.36)
n	Número de pontos segundo o ângulo θ	(3.18)
n1	Número de divisões segundo o raio menos um.	(4.1 i)
np	Número de divisões segundo o ângulo θ	(4.11)
N	rotação.	(4.2)
P_0	Pressão média.	(4.7)
p	Pressão no filme de fluido (adimensional).	(3.7)
p_0	Pressão no filme de fluido.	(3.1)
pn	Pressão da última iteração.	(3.15)
q_E e q_{0E}	Vazão na entrada da sapata (adimensional).	(4.42)
q_R	Vazão na direção do raio (adimensional).	(4.47)
q_S e q_{0S}	Vazão na saída da sapata (adimensional).	(4.37)
q_x	Vazão por unidade de largura na direção x.	(A1.1)
q_z	Vazão por unidade de largura na direção z.	(A1.3)
Q_c	Vazão na direção do movimento.	(4.23)
Q_E	Vazão na entrada da sapata.	(4.39)
Q_R	Vazão na direção do raio.	(4.44)
Q_s	Vazão na saída da sapata.	(4.28)
r ou R	Raio da sapata (adimensional).	(3.6)
r_0	Raio da sapata.	(3.1)
R_e	Raio externo do setor.	(3.6)
R_p	Raio da resultante (adimensional).	(4.86)
R_{op}	Raio da resultante.	(4.85)
T	Fator de carga axial (adimensional).	(4.12)
t_m	Temperatura média do filme de óleo.	(4.74)
t_e	Temperatura do óleo na entrada da cunha.	(4.74)
t_s	Temperatura do óleo na saída da cunha.	(4.74)
u ou U	Velocidade do fluido na direção circunferencial.	(3.1)
v	Velocidade do fluido segundo o eixo oy.	(3.1)
w ou ω	Velocidade do fluido na direção radial.	(3.1)

x	Coordenada segundo o eixo ox	(A1.1)
x_p	Coordenada do ponto de aplicação da resultante.	(4.78)
y	Coordenada segundo o eixo oy	(3.2)
y_p	Coordenada do ponto de aplicação da resultante.	(4.83)
z	Coordenada segundo o eixo oz	(A1.1)

CARACTERES GREGOS

Símbolo	Designação	Equação
Δ	Diferença entre duas grandezas.	(3.8)
α	Ângulo de inclinação da sapata.	(3.19)
β	Constante empírica para calcular t_m	(4.74)
γ	Viscosidade cinemática do fluido.	(A4.1)
δ	Rugosidade combinada.	(A5.3)
ζ	Número de sapatas.	(A5.1)
η	Viscosidade dinâmica do fluido.	(3.3)
θ	Ângulo.	(3.1)
θ_0	Ângulo do setor ou da sapata.	(3.19)
θ_p	Ângulo do centro de pressão (adimensional).	(4.86)
θ_{0p}	Ângulo do centro de pressão.	(4.86)
ρ	Peso específico do lubrificante.	(4.75)
λ	Coefficiente de sobrerelaxação.	(3.18)
λ_0	Coefficiente de sobrerelaxação ótimo.	(3.16)
π	Constante = 3.141592	(3.16)
σ	Coefficiente de fricção (adimensional).	(4.70)
τ	Tensão de cisalhamento.	(3.3)

CARACTERES INFERIORES

Símbolo	Designação	Equação
a	Atrito.	(4.66)
0	Indica que o valor é dimensional.	(3.1)
i, j	Variáveis discretas na direção de θ e de R	(3.8)
máx	Indica que o valor é máximo.	(3.23)
mín	Indica que o valor é mínimo.	(3.23)

ÍNDICE DE FIGURAS

Número	Designação	Página
Figura 1.1 -	Esquema de um mancal axial.	02
Figura 1.2 -	Detalhe da sapata, ranhura e filme de lubrificante.	03
Figura 1.3 -	Escoamento entre placas não paralelas.	04
Figura 3.1 -	Sistema de eixos.	14
Figura 3.2 -	Domínio de integração.	17
Figura 3.3 -	Distribuição da malha no domínio de integração.	18
Figura 3.4 -	Espessura do filme lubrificante.	23
Figura 3.5 -	Distribuição da pressão adimensional na sapata, com malha 250 x 250.	26
Figura 3.6 -	Perfis da pressão adimensional na linha circunferencial média da sapata.	27
Figura 3.7 -	Perfis da pressão adimensional na linha radial média da sapata.	28
Figura 3.8 -	Distribuição de Pressão na Sapata.	29
Figura 3.9 -	Variação do tempo e do número de iterações com o número de divisões n 33	
Figura 3.10 -	Variação do fator adimensional T com o inverso do número de divisões.	34
Figura 4.1 -	Equilíbrio de um volume elementar.	38
Figura 4.2 -	Colocação dos eixos e convenção do sinal das vazões.	42
Figura 4.3 -	A malha e os coeficientes das pressões para calcular as derivadas...	43

Figura 4.4 -	Sistema de eixos para cálculo do centro de pressão.	54
Figura 5.1 -	Fator adimensional T, para $\theta_0 = 80^\circ$	67
Figura 5.2 -	Fator adimensional T, para $\theta_0 = 55^\circ$	67
Figura 5.3 -	Fator adimensional T, para $\theta_0 = 40^\circ$	68
Figura 5.4 -	Fator adimensional T, para $\theta_0 = 25^\circ$	68
Figura 5.5 -	Fator adimensional T, para $a / b = 1,0$	69
Figura 5.6 -	Fator adimensional T, para $a / b = 0,8$	69
Figura 5.7 -	Fator adimensional T, para $a / b = 0,6$	70
Figura 5.8 -	Fator adimensional T, para $a / b = 0,4$	70
Figura 5.9 -	Fator adimensional T, para $a / b = 0,2$	71
Figura 5.10 -	Vazão adimensional de Saída, $L / Re = 1 / 4$	71
Figura 5.11 -	Vazão adimensional de Saída, $L / Re = 1 / 3$	72
Figura 5.12 -	Vazão adimensional de Saída, $L / Re = 2 / 3$	72
Figura 5.13 -	Vazão adimensional de Entrada, $L / Re = 1 / 4$	73
Figura 5.14 -	Vazão adimensional de Entrada, $L / Re = 1 / 3$	73
Figura 5.15 -	Vazão adimensional de Entrada, $L / Re = 1 / 2$	74
Figura 5.16 -	Vazão adimensional de Entrada, $L / Re = 2 / 3$	74
Figura 5.17 -	Perda de Potência adimensional, $L / Re = 1 / 4$ e $1 / 3$	75
Figura 5.18 -	Perda de Potência adimensional, $L / Re = 1 / 2$ e $2 / 3$	75
Figura 5.19 -	Comparação do Fator Adimensional T, com outro autor, $a/b = 1$	76
Figura 5.20 -	Comparação do Fator Adimensional T, com outro autor, $a/b = 0,5$	76
Figura 5.21 -	Comparação da Perda de Potência com outro autor, $L/Re = 1/2$	77
Figura 5.22 -	Comparação da Perda de Potência com outro autor, $L/Re = 2/3$	77
Figura 5.23 -	Variação do centro de pressão adimensional para $L/Re = 1/2$	78
Figura A 1.1 -	Sistema de eixos e coluna de fluido.	81
Figura A 1.2 -	Equilíbrio de um elemento na direção x.	82
Figura A 1.3 -	Equilíbrio de um elemento na direção z.	83
Figura A 1.4 -	Figura das velocidades.	91

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 3.1 - Estudo comparativo da convergência, em função da discretização da malha, 'método um'.	30
Tabela 3.2 - Estudo comparativo da convergência, em função da discretização da malha, 'método dois'.	31
Tabela 5.1 - Resultados Obtidos para a Relação: Largura / Raio Externo = 1 / 4	63
Tabela 5.2 - Resultados Obtidos para a Relação: Largura / Raio Externo = 1 / 3	64
Tabela 5.3 - Resultados Obtidos para a Relação: Largura / Raio Externo = 1 / 2	65
Tabela 5.4 - Resultados Obtidos para a Relação: Largura / Raio Externo = 2 / 3	66
Tabela A4.1 - Valores de E_2 e E_3 para óleos ISO	101
Tabela A4.2 - Valores da rugosidade com o processo de acabamento	102

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 - GENERALIDADES:

O objetivo maior da lubrificação é obter um filme lubrificante com espessura suficiente para garantir que não ocorra nenhum contato entre as superfícies em deslizamento relativo, eliminando-se ou reduzindo-se o desgaste. O tipo de lubrificação que ocorre na maioria dos mancais de deslizamento é conhecido como lubrificação hidrodinâmica, usando-se como lubrificante um óleo mineral, na maioria dos casos, Água, ar, ou lubrificantes sintéticos podem ser empregados em condições adversas de temperatura, ou velocidade, ou carga atuante no mancal.

Historicamente, foi somente a partir da Revolução Industrial, com o aumento da precisão das peças mecânicas e o conseqüente aumento das velocidades rotacionais, que a lubrificação hidrodinâmica se tornou o tipo normal de lubrificação e passou a ser amplamente estudada.

Os mancais são peças de importância fundamental para o bom funcionamento das máquinas rotativas, de tal modo que o alto rendimento e o elevado grau de segurança de operação das mesmas depende do bom desempenho dos mancais. Assim sendo é de extrema importância a escolha correta dos mancais e dos lubrificantes para garantir um serviço eficiente e ininterrupto das máquinas.

Os mancais axiais servem para suportar a carga do conjunto das peças rotativas da máquina, devendo ainda, no caso de uma turbina hidráulica, por exemplo, equilibrar o esforço axial resultante da ação, da água sobre o rotor.

O mancal de sustentação axial, ou de escora, é um órgão mecânico formado basicamente por dois anéis, um fixo e outro móvel, deslizando um sobre o outro, graças à existência de um filme de óleo lubrificante interposto. O anel móvel, apresenta uma superfície plana contínua, enquanto o fixo, é dividido em setores, por meio de ranhuras

abertas no sentido radial, conforme mostrado na figura 1.1. Cada setor constitui uma sapata ou patim, cuja superfície de trabalho deve ter uma pequena inclinação em relação à superfície do anel rotativo.

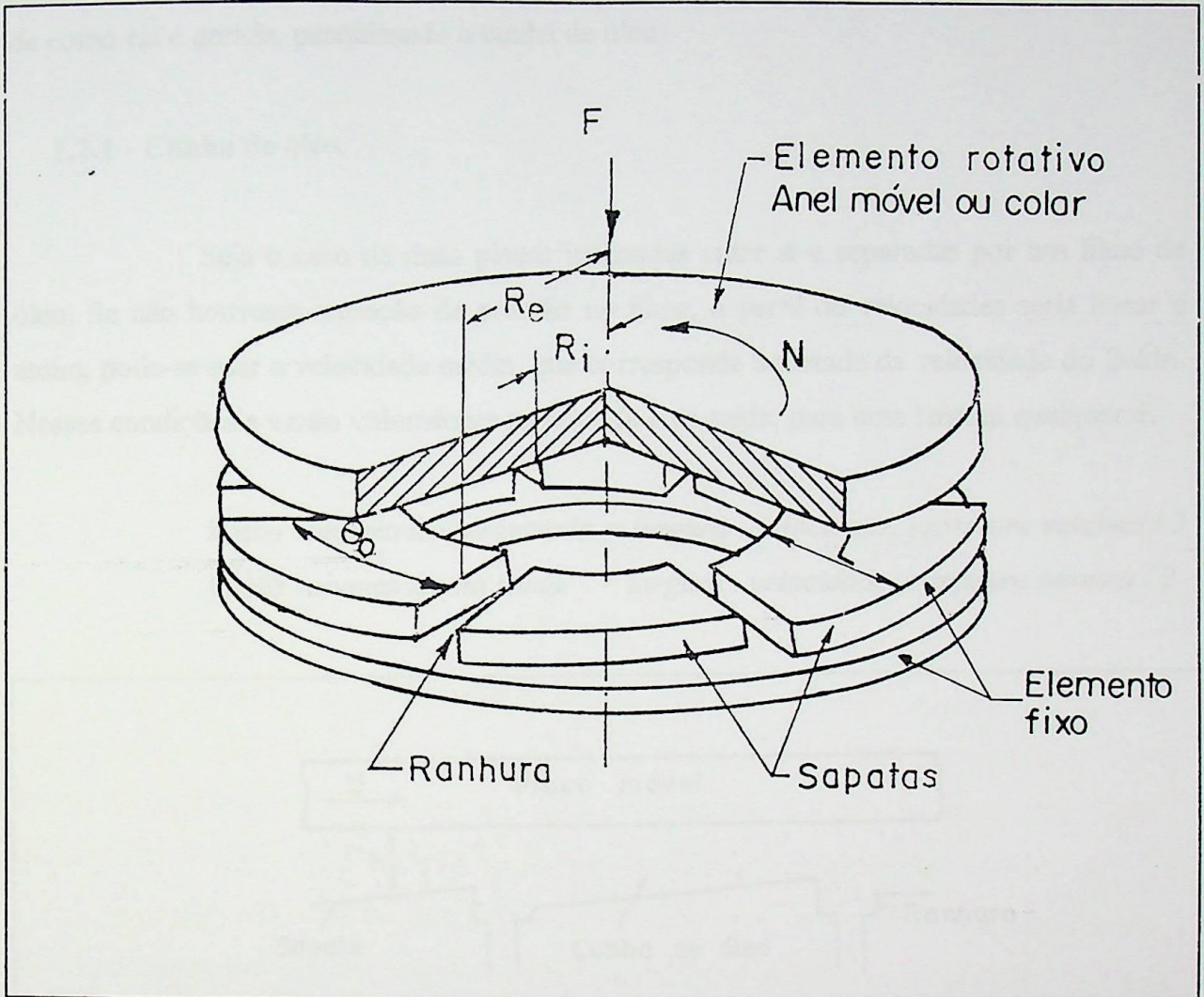


Figura 1.1 - Esquema de um mancal axial.

O anel móvel ou colar é rigidamente fixado ao eixo da máquina, girando com o mesmo. O seu movimento de rotação, aliado à inclinação adequada das sapatas e à viscosidade do lubrificante, dá origem à formação de uma película delgada de lubrificante entre as superfícies em questão. No mancal em estudo, essa película de óleo tem forma de cunha e separa totalmente as superfícies devido à pressão criada no filme de óleo pelo movimento relativo entre o anel móvel e as sapatas fixas. Tem-se conseqüentemente uma lubrificação hidrodinâmica.

1.2 - PRINCÍPIOS DE FUNCIONAMENTO

A determinação da distribuição de pressão no filme de óleo é de relevância fundamental no estudo da lubrificação hidrodinâmica. Para tal será feito a seguir um estudo de como ela é gerada, pesquisando a cunha de óleo.

1.2.1 - Cunha de óleo.

Seja o caso de duas placas inclinadas entre si e separadas por um filme de óleo. Se não houvesse variação de pressão no filme, o perfil de velocidades seria linear e assim, pode-se usar a velocidade média, que corresponde à metade da velocidade do fluido. Nessas condições a vazão volumétrica na entrada e na saída, para uma largura qualquer é:

$$\text{Vazão volumétrica na entrada} = \text{largura} \cdot \text{velocidade} \cdot \text{espessura máxima} / 2$$

$$\text{Vazão volumétrica na saída} = \text{largura} \cdot \text{velocidade} \cdot \text{espessura mínima} / 2$$

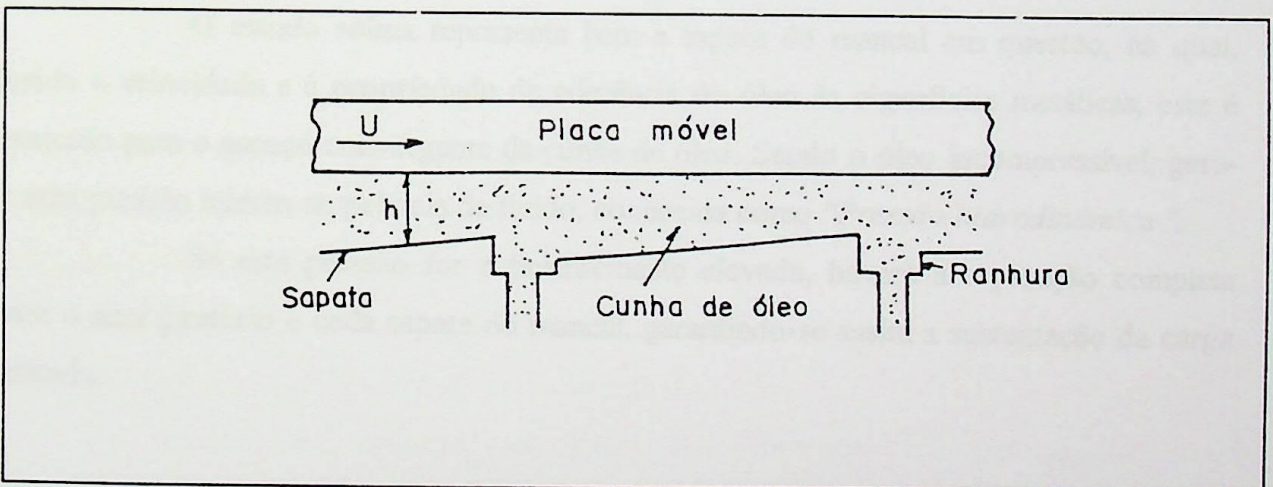


Figura 1.2 - Detalhe da sapata, ranhura e filme de lubrificante.

O óleo é um fluido incompressível, então a vazão volumétrica é constante, de modo que o perfil convergente do filme de óleo produz uma geração de pressão no mesmo. Assim o gradiente de pressão desacelera o fluido na entrada, provocando um perfil côncavo de velocidades, figura 1.3, e o acelera na saída, provocando um perfil convexo de velocidades, de tal modo que a vazão se mantém constante.

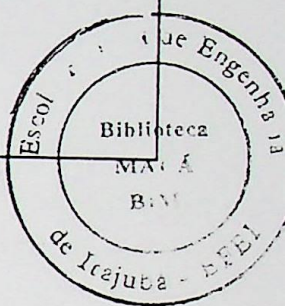
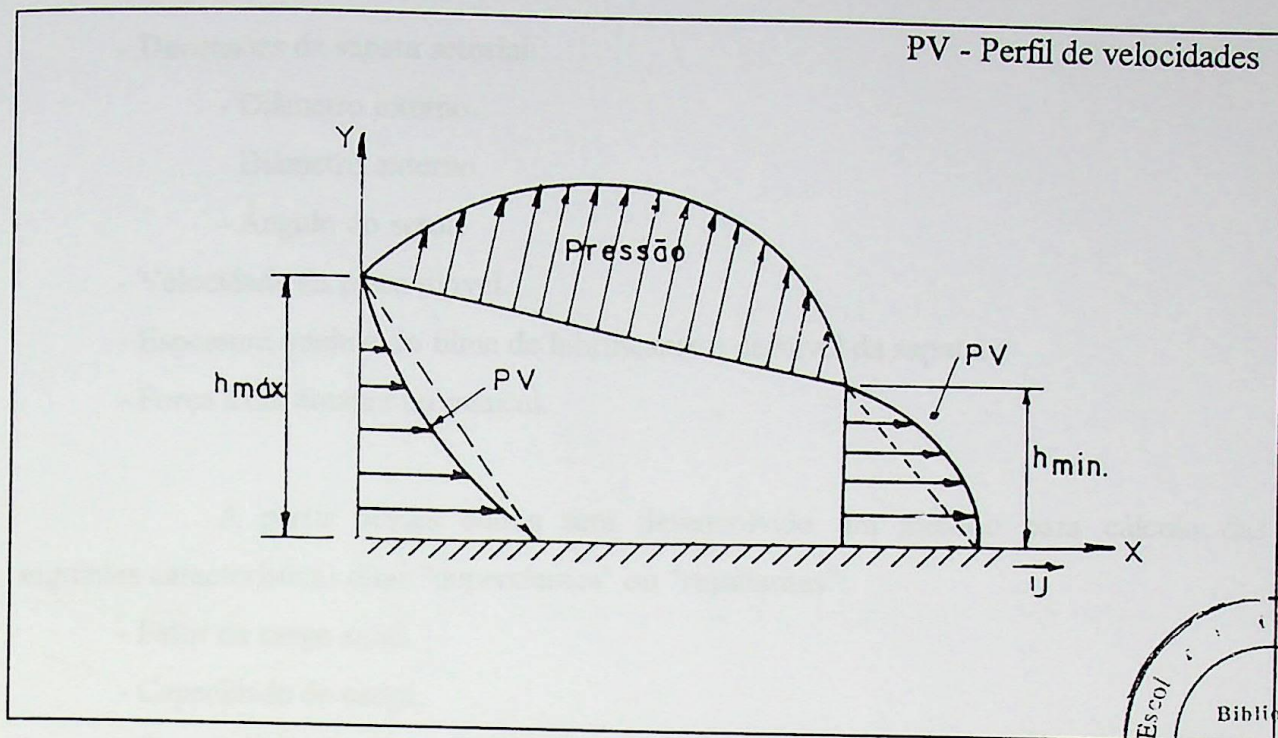


Figura 1.3 - Escoamento entre placas não paralelas.

O estudo acima representa bem a sapata do mancal em questão, na qual, devido à velocidade e à propriedade de aderência do óleo às superfícies metálicas, este é arrastado para o espaço convergente da cunha de óleo. Sendo o óleo incompressível, gera-se uma pressão interna na película de fluido, conhecida como "*Pressão hidrodinâmica*".

Se esta pressão for suficientemente elevada, haverá a separação completa entre o anel giratório e cada sapata do mancal, garantindo-se assim a sustentação da carga aplicada.

1.3 - FUNDAMENTOS E OBJETIVOS:

A pressão hidrodinâmica depende da velocidade do anel móvel, das características do fluido, da carga aplicada e das dimensões da cunha de óleo, isto é, dimensões e inclinações das sapatas.

Para o dimensionamento de um mancal, os cálculos são feitos para uma sapata do mesmo, a partir de um conjunto de dados fixados inicialmente ou ajustados pelo projetista, os assim chamados "parâmetros independentes", que são:

- Dimensões da sapata setorial:
 - Diâmetro interno.
 - Diâmetro externo.
 - Ângulo do setor.
- Velocidade da placa móvel.
- Espessura mínima do filme de lubrificante e desnível da sapata.
- Força axial atuante no mancal.

A partir desses dados será desenvolvido um método para cálculo das seguintes características ditas "dependentes" ou "resultantes":

- Fator de carga axial.
- Capacidade de carga.
- Propriedades do óleo, principalmente a viscosidade dinâmica ou absoluta.
- Perda de potência.
- Centro de pressão.
- Fluxo de óleo ou vazão em todos os lados da sapata.
- Elevação da temperatura.

Esses parâmetros serão calculados em valores adimensionais e em função de um fator de carga axial T , também adimensional, análogo ao número de Sommerfeld para mancais radiais. Esses objetivos incentivaram o desenvolvimento da presente dissertação de mestrado envolvendo os seguintes tópicos principais:

1 - Dedução e estudo analítico da equação de Reynolds da lubrificação hidrodinâmica para sapatas setoriais de largura finita.

2. - Solução dessa equação, pelo método das diferenças finitas, para mancais axiais compreendendo uma ampla faixa de variação das seguintes relações:

- Largura da sapata / raio externo.
- Espessura mínima / (espessura máxima - espessura mínima).
- Ângulos do setor.

3. - Elaboração de gráficos e tabelas para a análise preditiva do comportamento operacional de um mancal axial hidrodinâmico.

CAPÍTULO 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Esse capítulo apresenta um breve histórico sobre a teoria da lubrificação hidrodinâmica, a sua descoberta, a formulação do seu mecanismo e a sua transformação num ramo da ciência na engenharia.

Alguns dos artigos pioneiros a esse respeito não são facilmente encontrados na forma original, no entanto, os dados e conclusões principais estão muito bem relatados por Cameron (1996), como segue:

O primeiro trabalho publicado sobre mancais de deslizamento remonta ao ano 1884 e foi elaborado por **Von Pauli** que em (1847/48) mediu coeficientes de atrito da ordem de 0.003 em mancais ferroviários, confirmando a ocorrência de lubrificação hidrodinâmica.

Em 1854, conforme Cameron, **Hirn** estudou experimentalmente o atrito e maneiras para determinar a eficiência mecânica de certos lubrificantes, concluindo que o 'atrito' de um mancal é função da velocidade do eixo, da carga aplicada e do tipo de lubrificante.

Em 1883, **Tower**, um engenheiro e inventor inglês executou uma famosa série de experimentos num mancal radial, que o levou a descobrir que o filme de óleo estava sob alta pressão e separava o munhão da bucha. Tower conseguiu mapear esta pressão ao longo do comprimento e da largura do mancal e concluiu que quando integrada, ela é equivalente à carga aplicada.

Assim nascia o conceito de lubrificação hidrodinâmica.

Nesse mesmo ano, **Petrov** formulou a seguinte relação aproximada entre a força de atrito e os parâmetros do mancal, fórmula essa válida até hoje:

$$\text{Força de atrito} = \text{viscosidade} \cdot \text{velocidade} \cdot \text{área} / \text{espessura} \quad (2.1)$$

Em 1886, o mesmo **Petrov**, analisou os resultados obtidos por Hirn, para definir 'lubrificação hidrodinâmica' e estabeleceu definitivamente que:

- O atrito em mancais hidrodinâmicos é devido essencialmente à viscosidade do fluido lubrificante e não à sua densidade, conforme se propunha até então.
- O atrito não é resultado do contato metálico entre as superfícies sólidas, mas, se origina do cisalhamento do lubrificante interposto.

Em 1886, **Osborne Reynolds**, num artigo famoso de 80 páginas, apresentou uma equação diferencial que formulava os experimentos de Tower e Petroff:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\partial P}{\partial z} \right) = 6\eta U \frac{dh}{dx} \quad (2.2)$$

É a chamada '**Equação de Reynolds da Lubrificação Hidrodinâmica**'. Esta equação é um fundamento físico e matemático tão claro e abrangente que permanece até hoje como uma ferramenta essencial para o estudo de mancais hidrodinâmicos.

Reynolds ainda fez algumas considerações pioneiras:

- O filme de lubrificante tem forma de cunha.
- Formulou a relação viscosidade-temperatura.
- Introduziu o conceito de mancais infinitamente longos, eliminando a parcela da distribuição de pressão na direção Z, isto é, ao longo da largura do mancal; de tal maneira que a equação (2.2) toma a seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) = 6\eta U \frac{dh}{dx} \quad (2.3)$$

Os autores acima citados podem ser considerados então os criadores do conceito da lubrificação hidrodinâmica, que a partir de 1886 iria evoluir até se tornar

disciplina importante na engenharia. O passo mais importante nessa fase foi a descoberta feita acidentalmente por **Albert Kingsbury** em 1897, provando que o fluido além de óleo e água pode ser também um gás, estendendo assim o fenômeno para fluidos compressíveis. Kingsbury é também conhecido como o inventor dos mancais axiais de sapatas inclinadas. As últimas descobertas de Kingsbury foram paralelas às de um outro pesquisador australiano **Anthony Michell**, ao qual é também atribuída a invenção dos mancais de sapatas inclinadas.

Em 1904, a equação de Reynolds recebeu justificativas rigorosas e foi solucionada de uma maneira matematicamente refinada por **Sommerfeld e Harrison**, porém era impossível reproduzir fisicamente as condições consideradas.

Michell (1905) obteve a solução da equação de Reynolds para sapatas finitas expressando as pressões em forma de séries infinitas de Fourier:

$$P(x, z) = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{f(x) \operatorname{sen} nz}{n x} \quad (2.4)$$

A viscosidade foi considerada constante e a função $f(x)$ contém funções de Bessel cujos coeficientes foram considerados nulos nas extremidades laterais da sapata. Essas soluções, publicadas em 1905, foram obtidas para relações de **largura/comprimento** da sapata iguais a: 3, 1 e 1/4. Esse método porém requer muitos cálculos, inclusive integrações numéricas e gráficas.

Após os avanços feitos por Michell, o estudo da lubrificação teve uma fase de estagnação entre as duas grandes guerras mundiais. Apesar disso, **Martin** em 1920, com as fórmulas de Michell, executou alguns cálculos numéricos adicionais para a solução da equação de Reynolds. **Boswall** em 1928, estendeu a solução para cobrir exemplos mais gerais de mancais de largura infinita, porém não houve grandes avanços nem melhorias na solução original de Michell. **Cardullo**, em 1930, apesar da letargia reinante, conseguiu algum progresso e integrou a equação de Reynolds para mancais infinitamente curtos, isto é, eliminando a parcela em x da equação (2.1).

Em 1931, **Duffing** desenvolveu matematicamente a solução para o caso mais simples onde a viscosidade do filme é proporcional à sua espessura. Nesse mesmo ano

Kingsbury, com um método experimental, solucionou a equação de Reynolds por meio de analogia entre potencial elétrico e fluxo de corrente no condutor de um lado, e, pressão e fluxo volumétrico no filme lubrificante do outro. A solução assim obtida é rápida, sem muitos cálculos e, comparados com os de Michell, os resultados foram satisfatórios.

Em 1938, **Skinner** obteve algumas soluções matemáticas exatas considerando a espessura do filme variável em ambas as direções. No ano seguinte, em 1940, **Muskat, Morgan e Meres** desenvolveram um método analítico mais conveniente e obtiveram soluções aproximadas da equação de Reynolds. A pressão foi apresentada em séries contendo equações de Bessel que devem ser calculadas para cada razão de espessuras (espessura máxima / espessura mínima), para sapata inclinada retangular com cargas leves; foram apresentadas fórmulas para o cálculo de todas as outras características do mancal e abrangeram muitos casos. Ainda em 1939, **Waters** tentou uma solução aproximada.

Em 1941, **Christopherson e Phil**, desenvolveram um método numérico para a solução da equação de Reynolds, estimando a pressão em vários pontos da sapata e usando a técnica de relaxação de Southwell para acelerar o processo de convergência. O método de Bickley de diferenças finitas foi utilizado para integrar a superfície de distribuição de pressões.

Em 1950, **Archibald** obteve soluções para mancais hidrodinâmicos, resolvendo essencialmente a equação de Laplace com condição limítrofe não nula.

Usando o conceito de Cardullo e Michell para mancais curtos, em 1952, **Ocvirk** conseguiu uma completa e detalhada solução analítica para mancais curtos; foi a melhor resolução e a mais compacta porém não podia ser usada para mancais axiais.

Em 1952, **Charnes, Saibel e Ying** obtiveram a solução da equação de Reynolds, agora para um setor, porém eles consideraram uma forma de filme exponencial que é somente uma aproximação do caso real.

Assim, o problema continuava sendo a não existência de uma solução rápida para a equação de Reynolds. Finalmente, **Cameron e Wood** (1949) e **Sassenfeld e Walters** (1954), estudando mancais radiais finitos, usaram o método das diferenças finitas e o critério de relaxação de Southwell para calcular a pressão. O modo como a equação de Reynolds foi resolvida pode ser considerado o precursor de uma nova era caracterizada pelo advento dos computadores eletrônicos.

Foi com base no trabalho de Muskat, Morgan e Meres, que **Raimondi e Boyd** em 1955, elaboraram várias tabelas e gráficos que possibilitam a análise preditiva do comportamento de um mancal de sapatas fixas ou pivotadas, apresentando os respectivos métodos de projeto.

Pinkus, em 1958, foi o primeiro estudioso a usar o computador para resolver o problema da lubrificação. Ele estudou um mancal axial finito de sapatas setoriais, usando a equação de Reynolds em coordenadas polares e o método das diferenças finitas para calcular a pressão em todos os pontos nodais de uma malha 7×7 . Os resultados deste trabalho foram satisfatórios comparados com os analíticos de Muskat, Morgan e Meres.

Em 1958, **Jakobsson e Floberg**, estudaram mancais axiais de sapatas retangulares, apresentando tabelas e gráficos para o projeto de muitos casos e várias dimensões de sapatas.

Já nos anos de 1969/70, numerosos estudos foram desenvolvidos com os chamados mancais de sapatas basculantes ou pivotadas, tais como os de **C. Ettles** que desenvolveu estudos sobre mancais axiais com sapatas totalmente submersas em óleo e comprovou que a quantidade de calor retirada pelo óleo circulante era aproximadamente de 60 a 80% do calor gerado em mancais com canais radiais de separação das sapatas.

Taylor, (1969/70) desenvolveu estudos sobre a teoria da lubrificação com escoamento turbulento, obtendo resultados para várias dimensões e várias inclinações das sapatas. Apresentou também uma comparação entre os resultados obtidos para uma condição de escoamento laminar e turbulento, para vários números de Reynolds.

Nesse mesmo ano, **Bielec e Leopard**, estudaram os fatores que influenciam o comportamento de um mancal axial com lubrificação dirigida, destacando-se os efeitos da velocidade de rotação, da carga aplicada, do suprimento adequado de óleo, da pressão do óleo e do desalinhamento do conjunto.

Também em (1969/70), **Martin F. A.** apresentou, em forma de gráficos, estudos que permitem uma orientação rápida no projeto de um mancal axial, possibilitando estimar diretamente a perda total de potência e demais parâmetros operacionais de um mancal axial duplo.

Em 1983, **C. Bagci e A. P. Singh**, investigaram o efeito do formato do filme de óleo no comportamento das características de mancais otimizados, concluindo que um mancal com inclinação variável, decrescente em direção à saída da sapata, tem capacidade de carga maior que a de um mancal de sapatas planas com as mesmas propriedades.

Também em 1983, **A. M. Mikula e R. S. Gregory** compararam o efeito de três métodos distintos de fornecimento do lubrificante: abastecimento pressurizado com imersão total das sapatas, alimentação por spray e com condução de óleo pelas ranhuras radiais de distribuição. Os efeitos desses três métodos sobre a perda de carga da sapata e sobre a temperatura operacional foram amplamente discutidos.

Em 1989, **Américo Tetuo Miyazima** desenvolveu um estudo teórico sobre a lubrificação de mancais radiais, resolvendo analiticamente a equação de Reynolds da lubrificação hidrodinâmica para condições limites, e posteriormente resolvendo-a numericamente aplicando o método das diferenças finitas para várias relações L/D .

Em 1994, **Waldemir de Jesus Salles** apresentou um modelo teórico que permite uma análise preditiva do comportamento operacional de um mancal axial de deslizamento.

Numerosos trabalhos continuam sendo elaborados e várias soluções numéricas foram apresentadas para o dimensionamento de um mancal e, graças aos computadores modernos, a rapidez desses resultados hoje parece algo mágico e fascinante comparada aos numerosos cálculos exigidos no passado para encontrar a solução de um único caso.

CAPÍTULO 3

SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE REYNOLDS

3.1 - INTRODUÇÃO

A equação de Reynolds da lubrificação hidrodinâmica traduz a lei de conservação do fluxo para filmes finos viscosos e se obtém da simplificação da equação de Navier-Stokes. Esta, por sua vez, se estabelece usando as equações de base do comportamento de um meio contínuo, descrito pela lei de conservação da massa, pela lei fundamental da dinâmica, pela lei da conservação da energia e ainda pela lei de comportamento reológico para filmes newtonianos (Jean Frêne, 1982)

Existem várias formas dessa equação que permitem estudar o efeito térmico e a rugosidade das superfícies. A dedução simplificada da equação de Reynolds do caso tridimensional, está mostrada no apêndice A1, posto que nessa dissertação as condições de escoamento são para um fluido incompressível, em regime isotérmico, num sistema de coordenadas polares e com certas hipóteses simplificadoras apresentadas a seguir.

3.2 - HIPÓTESES SIMPLIFICADORAS

1. O meio é contínuo; a equação não se aplica nas regiões onde há ruptura do filme fluido.
2. O fluido é newtoniano; a viscosidade não depende do grau de cisalhamento a que está submetido o fluido.
3. O escoamento é laminar; considera-se que o fluido é formado por lâminas ou camadas que se deslocam umas em relação às outras.
4. As forças de massa externas ou forças de campo e as de inércia no fluido são desprezadas.

5. Não há deslizamento entre o fluido e a superfície de contato, assim, a velocidade da 'camada' de fluido adjacente à superfície é igual à velocidade da mesma, conforme figura 3.1.
6. A viscosidade do fluido é constante ao longo do filme. Esta hipótese não se verifica normalmente, mas é geralmente considerada admitindo-se uma temperatura média do filme de lubrificante (uma vez que a viscosidade depende da temperatura).
7. A densidade ou massa volumétrica do fluido é constante. Na lubrificação hidrodinâmica, isto ocorre para praticamente todos os líquidos.
8. A espessura do filme fluido é muito pequena comparada com a largura e o comprimento das superfícies em contato; a relação entre essas grandezas deve ser da ordem de 10^{-3} . Esta é a hipótese fundamental da lubrificação hidrodinâmica; se não for verificada, a equação de Reynolds não se aplica.

3.3 - EQUAÇÃO DE REYNOLDS

A equação de Reynolds se resume na lei de conservação do fluxo entre as superfícies. Em coordenadas polares ou cilíndricas r , θ e y , figura 3.1, a espessura do filme de fluido é medida na direção y e as condições de contorno das velocidades são:

- Na superfície 1, para $y = 0$: $u = u_1$; $v = 0$; $w = w_1$
- Na superfície 2, para $y = h$: $u = u_2$; $v = v_2$; $w = w_2$

Nessas relações, u , w e v são respectivamente as velocidades do fluido nas direções circunferencial, radial e segundo o eixo oy , ao passo que as velocidades com índices 1 e 2 se referem respectivamente às superfícies 1 e 2. A velocidade v_1 da superfície 1 na direção y é nula, pois como hipótese, só se consideram as componentes da velocidade nas direções radial e circunferencial. A equação de Reynolds se escreve na sua forma mais geral (Jean Frêne, 1982) como:

$$\frac{\partial}{\partial r_0} \left(\frac{r_0 h_0^3}{\eta} \frac{\partial p_0}{\partial r_0} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{h_0^3}{\eta r_0} \frac{\partial p_0}{\partial \theta} \right) = 6r_0 (w_1 - w_2) \frac{\partial h_0}{\partial r_0} + 6(u_1 - u_2) \frac{\partial h_0}{\partial \theta} + 6r_0 h_0 \frac{\partial}{\partial r_0} (w_1 + w_2) + 6h_0 \frac{\partial}{\partial \theta} (u_1 + u_2) + 6h_0 (w_1 + w_2) + 12r_0 v_2 \quad (3.1)$$

A equação (3.1) é a chamada **equação de Reynolds**, onde P_0 é a pressão no filme fluido e η é a viscosidade dinâmica do fluido.

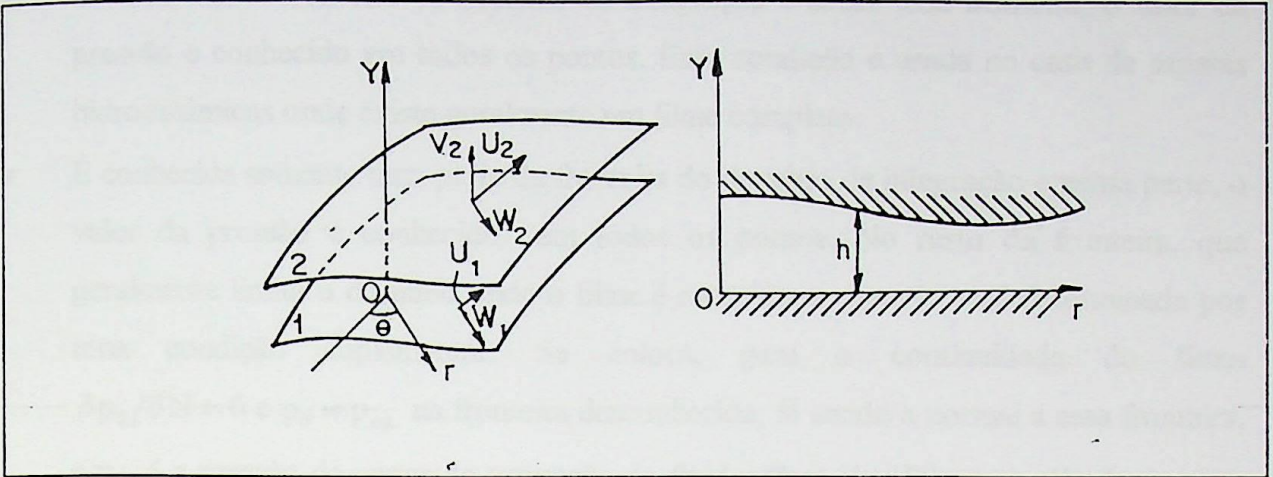


Figura 3.1 - Sistema de eixos.

As componentes da velocidade do fluido w e u , nas direções radial e circunferencial são, respectivamente:

$$w = \frac{1}{2\eta} \frac{\partial p_0}{\partial r_0} y(y - h_0) + \frac{h_0 - y}{h_0} w_1 + \frac{y}{h_0} w_2 \quad (3.2)$$

$$u = \frac{1}{2\eta r_0} \frac{\partial p_0}{\partial \theta} y(y - h_0) + \frac{h_0 - y}{h_0} u_1 + \frac{y}{h_0} u_2$$

Derivando essas velocidades em relação a y , obtém-se as tensões de cisalhamento no filme de lubrificante:

$$\tau_{r,y} = \eta \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{1}{2} \frac{\partial p_0}{\partial r_0} (2y - h_0) + (w_2 - w_1) \frac{\eta}{h_0} \quad (3.3)$$

$$\tau_{\theta,y} = \eta \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2r_0} \frac{\partial p_0}{\partial \theta} (2y - h_0) + (u_2 - u_1) \frac{\eta}{h_0}$$

A equação (3.1), é a equação de Reynolds para o caso de duas superfícies em movimento relativo; matematicamente, é uma equação de derivadas parciais, de segunda ordem, do tipo elíptica, cuja incógnita é a pressão. O valor dessa pressão no filme depende não somente da geometria das superfícies e da sua cinemática, mas também da condição da pressão nos contornos, admitida para a resolução da equação.

Dois tipos de condições de contorno são geralmente usadas:

- É conhecida a fronteira do domínio de integração e sobre essa fronteira, o valor da pressão é conhecido em todos os pontos. Essa condição é usada no caso de sapatas hidrodinâmicas onde existe geralmente um filme completo.
- É conhecida somente uma parte da fronteira do domínio de integração e nessa parte, o valor da pressão é conhecido em todos os pontos. No resto da fronteira, que geralmente limita o domínio onde o filme é rompido, a pressão será determinada por uma condição suplementar. Se coloca, para a continuidade do fluxo $\partial p_0 / \partial N = 0$ e $p_0 = p_{\text{sat}}$ na fronteira desconhecida, \vec{N} sendo a normal a essa fronteira, e p_{sat} é a pressão de vapor de saturação do fluido; Para simplificar os cálculos, se usa muitas vezes $p_{\text{sat}} = p_{\text{atm}}$. Essas condições, chamadas condições de Reynolds, são usadas no caso dos mancais radiais hidrodinâmicos, pois na zona divergente do mancal o filme se rompe.

3.4 - SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE REYNOLDS

3.4.1 - Mancais Hidrodinâmicos de Sapatas Inclinadas

Considerando que a superfície superior na figura 3.1 seja fixa, isto é, $v_2 = u_2 = w_2 = 0$, e inclinada de um ângulo α muito pequeno em relação à horizontal; e a placa inferior animada de um movimento de translação uniforme de velocidade $u_1 = u = \text{constante}$; e $w_1 = 0$, a equação de Reynolds apresentada no apêndice A1, é dada por:

$$\frac{\partial}{\partial r_0} \left(r_0 h_0^3 \frac{\partial p_0}{\partial r_0} \right) + \frac{1}{r_0} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(h_0^3 \frac{\partial p_0}{\partial \theta} \right) = 6\eta U \frac{\partial h_0}{\partial \theta} \quad (3.4)$$

Esta equação não tem solução analítica, exceto para alguns casos particulares; foram propostas várias soluções aproximadas, mas todas são muito complexas e os cálculos muito longos. Atualmente, esses cálculos se efetuam facilmente graças ao progresso das técnicas numéricas. Os métodos de elementos finitos ou de diferenças finitas

podem ser utilizados. O método de diferenças finitas é geralmente mais usado pois o seu emprego é simples, como se verá na descrição seguinte.

3.4.2 - Método das Diferenças Finitas

O método das diferenças finitas é um método de cálculo numérico usado nessa dissertação para a solução da equação de Reynolds, isto é, para encontrar o valor da pressão em todo e qualquer ponto da sapata. Em todos os casos, os cálculos são baseados no estudo de uma única sapata e as propriedades do mancal completo são encontrados combinando os resultados de uma maneira adequada. A sapata fixa e inclinada foi considerada de geometria ou forma setorial, com ângulo θ_0 denotado no sentido de translação da superfície móvel e a sua largura L , no sentido radial, segundo o eixo or . Na equação de Reynolds, a espessura h_0 do filme foi considerada independente do raio r_0 , e a viscosidade η foi admitida constante, resultando:

$$h_0^3 \frac{\partial}{\partial r_0} \left(r_0 \frac{\partial p_0}{\partial r_0} \right) + \frac{1}{r_0} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(h_0^3 \frac{\partial p_0}{\partial \theta} \right) = 6\eta U \frac{\partial h_0}{\partial \theta} \quad (3.5)$$

Em seqüência, para transformar a equação (3.5) para a forma adimensional, foram usadas as seguintes equações:

$$r = \frac{r_0}{R_e} \quad ; \quad h = \frac{h_0}{b} \quad ; \quad p = \frac{p_0}{\eta N} \left(\frac{b}{L} \right)^2 \quad (3.6)$$

$$U = 2\pi r_0 N = 2\pi r R_e N$$

Substituindo as equações (3.6) em (3.5) e simplificando, tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r h^3 \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) = 12\pi r \left(\frac{R_e}{L} \right)^2 \frac{\partial h}{\partial \theta} \quad (3.7)$$

A relação (3.7) é a 'equação de Reynolds' na forma adimensional e o

objetivo inicial primordial desse trabalho é integrá-la numericamente, para obter a distribuição de pressões ao longo do filme de lubrificante.

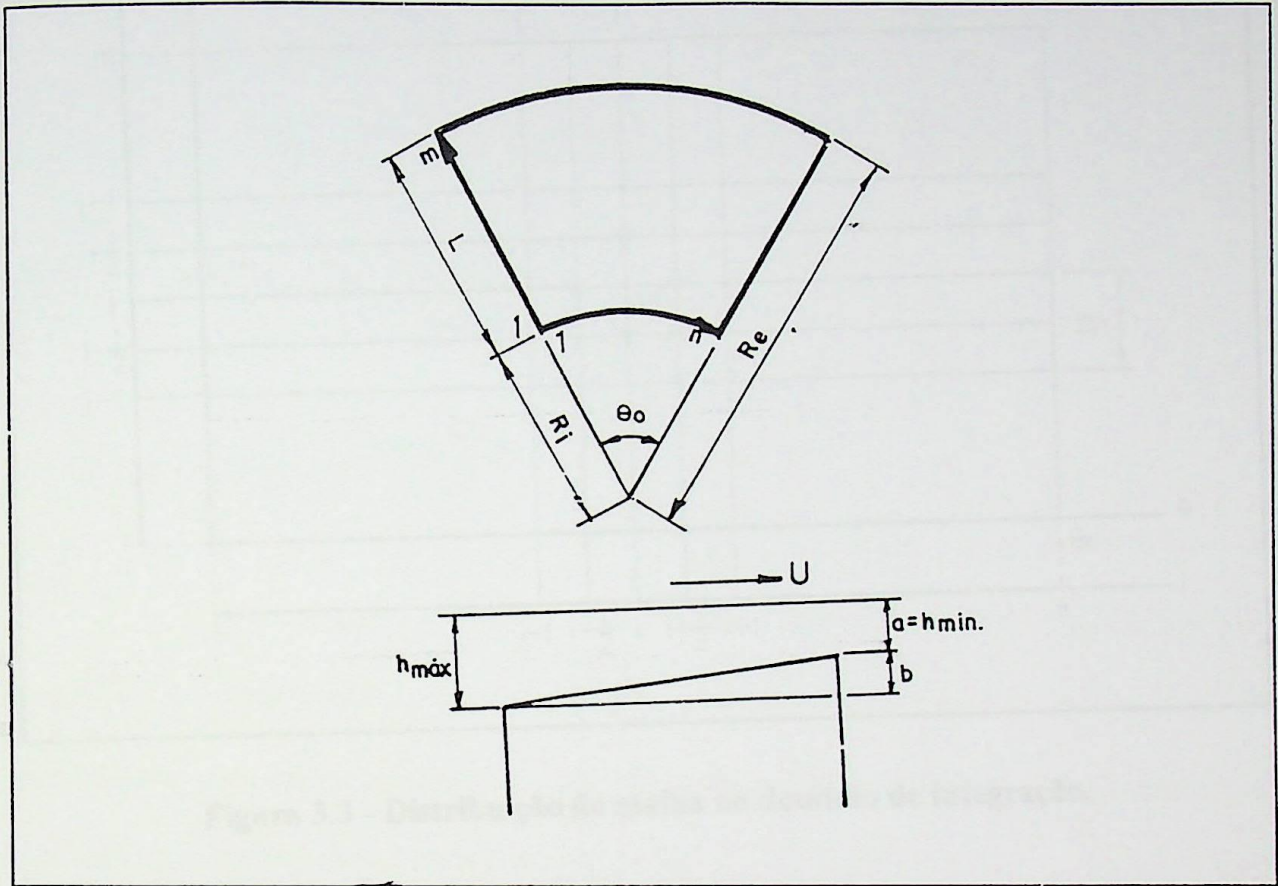
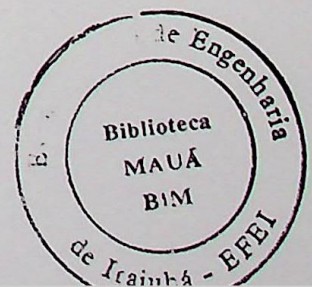


Figura 3.2 - Domínio de integração.

Para tal, inicialmente, a superfície da sapata, aqui chamada domínio de integração, figura 3.2, foi dividida uniformemente em um certo número de setores elementares; sendo n e m o número de divisões segundo θ e r respectivamente. As variáveis contínuas θ e r foram substituídas pelas variáveis discretas i e j respectivamente e as espessuras h do filme de fluido foram tomadas no ponto médio entre dois pontos consecutivos.

Para complementar, as seguintes considerações se referem à figura 3.3:

- i , variando de 1 a n , corresponde ao arco da sapata.
- j , variando de 1 a m , corresponde à largura da sapata.
- Nos pontos nodais das linhas 1 e m , as pressões são nulas.
- Nos pontos nodais das colunas 1 e n , as pressões também são nulas.



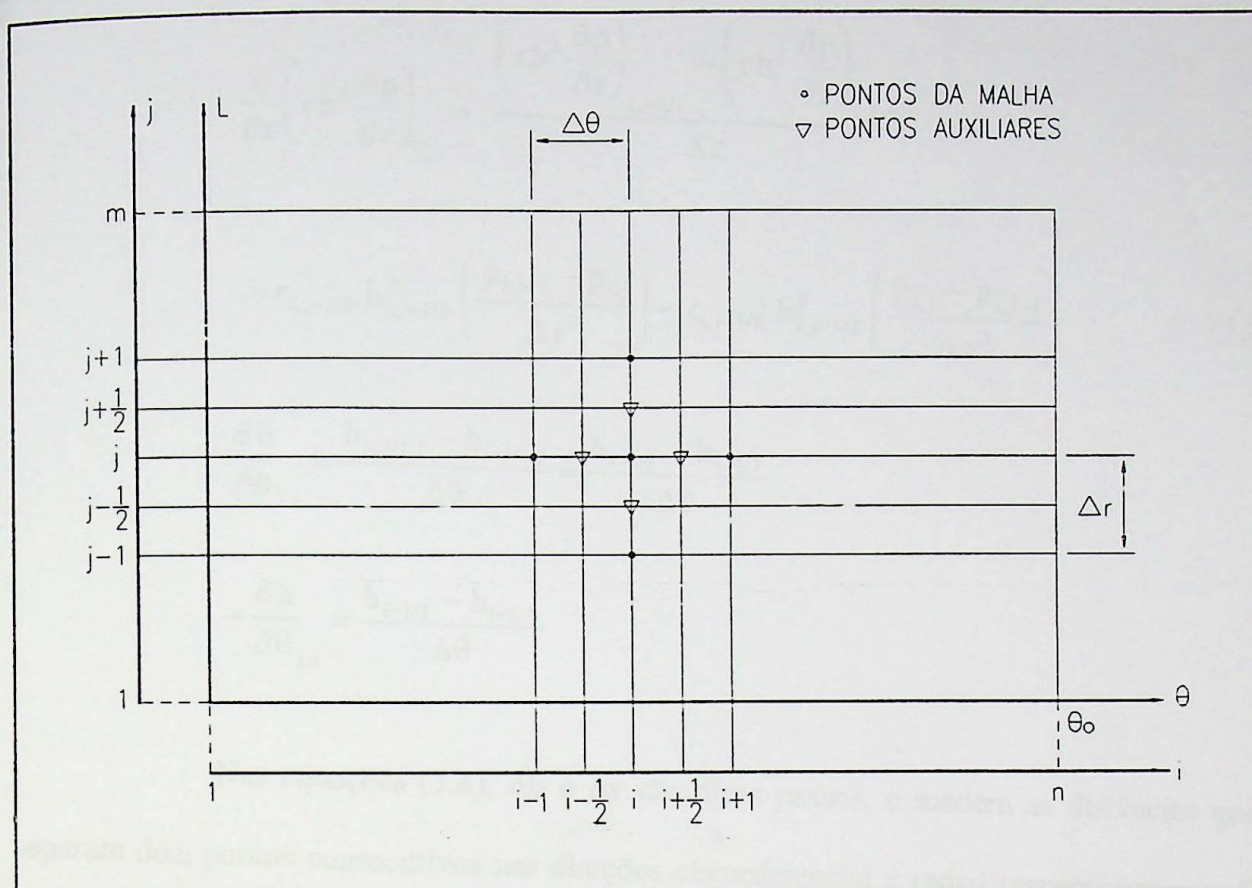


Figura 3.3 - Distribuição da malha no domínio de integração.

Os pontos cheios correspondem aos pontos da malha e devido à equação de diferenças finitas, utilizaram-se outros pontos, ditos auxiliares, situados a meia distância entre dois pontos consecutivos da malha, quer na direção radial, quer na direção circunferencial. O valor da pressão P no ponto de coordenadas i e j é função do valor da pressão nos pontos circunvizinhos. Assim, as relações seguintes transformam as equações de diferenciais parciais em diferenças finitas:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right)_{i,j} = \frac{1}{r_{i,j}} \frac{\left(h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right)_{i+1/2,j} - \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right)_{i-1/2,j}}{\Delta \theta}$$

$$= \frac{1}{r_{i,j}} h_{i+1/2,j}^3 \left(\frac{P_{i+1,j} - P_{i,j}}{\Delta \theta^2} \right) - \frac{1}{r_{i,j}} h_{i-1/2,j}^3 \left(\frac{P_{i,j} - P_{i-1,j}}{\Delta \theta^2} \right)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r} \left(r h^3 \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{i,j} &= \frac{\left(r h^3 \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{i,j+1/2} - \left(r h^3 \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{i,j-1/2}}{\Delta r} \\ &= r_{i,j+1/2} h_{i,j+1/2}^3 \left(\frac{p_{i,j+1} - p_{i,j}}{\Delta r^2} \right) - r_{i,i-1/2} h_{i,j-1/2}^3 \left(\frac{p_{i,j} - p_{i,j-1}}{\Delta r^2} \right) \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial h}{\partial \theta}_{i,j} = \frac{h_{i+1/2,j} - h_{i-1/2,j}}{\Delta \theta} = \frac{h_{i+1/2} - h_{i-1/2}}{\Delta \theta}$$

$$-\frac{\partial h}{\partial \theta}_{i,j} = \frac{h_{i-1/2} - h_{i+1/2}}{\Delta \theta}$$

Nas equações (3.8), $\Delta \theta$ e Δr são ditos passos, e medem as distâncias que separam dois pontos consecutivos nas direções circunferencial e radial respectivamente. É conveniente, mas não necessário, que $\Delta \theta$ seja igual a Δr . Substituindo essas relações na equação (3.7) e retirando os parênteses obtêm-se:

$$\begin{aligned} &\frac{r_{i,j+1/2} h_{i,j+1/2}^3}{\Delta r^2} p_{i,j+1} - \frac{r_{i,j+1/2} h_{i,j+1/2}^3}{\Delta r^2} p_{i,j} - \frac{r_{i,j-1/2} h_{i,j-1/2}^3}{\Delta r^2} p_{i,j} + \frac{r_{i,j-1/2} h_{i,j-1/2}^3}{\Delta r^2} p_{i,j-1} + \\ &\frac{h_{i+1/2,j}^3}{r_{i,j} \Delta \theta^2} p_{i+1,j} - \frac{h_{i+1/2,j}^3}{r_{i,j} \Delta \theta^2} p_{i,j} - \frac{h_{i-1/2,j}^3}{r_{i,j} \Delta \theta^2} p_{i,j} + \frac{h_{i-1/2,j}^3}{r_{i,j} \Delta \theta^2} p_{i-1,j} - 12 \pi \left(\frac{R_e}{L} \right)^2 \frac{\partial h}{\partial \theta} r_{i,j} = 0 \end{aligned} \quad (3.9)$$

Tendo em conta que a espessura h do filme de lubrificante não varia com o raio r , as expressões (3.9) acima, podem ser escritas em função somente dos pontos principais da malha mostrada na figura 3.3, utilizando-se as seguintes substituições:

$$h_{i,j+1/2} = h_{i,j-1/2} = h_{i,j} = h_i$$

$$h_{i+1/2,j} = \frac{h_{i,j} + h_{i+1,j}}{2} = \frac{h_i + h_{i+1}}{2}$$

$$h_{i-1/2,j} = \frac{h_{i,j} + h_{i-1,j}}{2} = \frac{h_i + h_{i-1}}{2}$$

$$-\frac{\partial h}{\partial \theta} = \frac{h_{i-1/2} - h_{i+1/2}}{\Delta \theta} = \frac{\frac{h_i + h_{i-1}}{2} - \frac{h_i + h_{i+1}}{2}}{\Delta \theta} =$$

(3.10)

$$-\frac{\partial h}{\partial \theta} = \frac{h_{i-1} - h_{i+1}}{2 \Delta \theta}$$

$$r_{i,j+1/2} = \frac{r_{i,j+1} + r_{i,j}}{2} = \frac{r_{j+1} + r_j}{2} \quad e \quad r_{i,j} = r_j$$

$$r_{i,j-1/2} = \frac{r_{i,j-1} + r_{i,j}}{2} = \frac{r_{j-1} + r_j}{2}$$

Assim, Substituindo-se as relações (3.10) na equação (3.9) resulta:

$$\begin{aligned} & \frac{\left(\frac{r_{j+1} + r_j}{2}\right) h_i^3}{\Delta r^2} p_{i,j+1} - \frac{\left(\frac{r_{j+1} + r_j}{2}\right) h_i^3}{\Delta r^2} p_{i,j} - \frac{\left(\frac{r_{j-1} + r_j}{2}\right) h_i^3}{\Delta r^2} p_{i,j} + \\ & \frac{\left(\frac{r_{j-1} + r_j}{2}\right) h_i^3}{\Delta r^2} p_{i,j-1} + \frac{\left(\frac{h_i + h_{i+1}}{2}\right)^3}{r_j \Delta \theta^2} p_{i+1,j} - \frac{\left(\frac{h_i + h_{i+1}}{2}\right)^3}{r_j \Delta \theta^2} p_{i,j} - \\ & \frac{\left(\frac{h_i + h_{i-1}}{2}\right)^3}{r_j \Delta \theta^2} p_{i,j} + \frac{\left(\frac{h_i + h_{i-1}}{2}\right)^3}{r_j \Delta \theta^2} p_{i-1,j} - 12 \pi \left(\frac{R_e}{L}\right)^2 \frac{\partial h}{\partial \theta} r_j = 0 \end{aligned}$$

(3.11)

Agrupando os termos de modo adequado e isolando P, a pressão num ponto qualquer i,j será :

$$p_{i,j} = \frac{-12\pi r_j \left(\frac{R}{L}\right)^2 \frac{\partial h}{\partial \theta} - \frac{\left(\frac{r_{j+1} + r_j}{2}\right) h_i^3}{\Delta r^2} p_{i,j+1} + \frac{\left(\frac{r_{j-1} + r_j}{2}\right) h_i^3}{\Delta r^2} p_{i,j-1} + \frac{\left(\frac{h_i + h_{i+1}}{2}\right)^3}{r_j \Delta \theta^2} p_{i+1,j} + \frac{\left(\frac{h_i + h_{i-1}}{2}\right)^3}{r_j \Delta \theta^2} p_{i-1,j}}{\frac{\left(\frac{r_{j+1} + r_j}{2}\right) h_i^3}{\Delta r^2} + \frac{\left(\frac{r_{j-1} + r_j}{2}\right) h_i^3}{\Delta r^2} + \frac{\left(\frac{h_i + h_{i+1}}{2}\right)^3}{r_j \Delta \theta^2} + \frac{\left(\frac{h_i + h_{i-1}}{2}\right)^3}{r_j \Delta \theta^2}} \quad (3.12)$$

Finalmente, a equação (3.12) pode ser indicada resumidamente da seguinte maneira:

$$p_{i,j} = A1_{i,j} p_{i,j+1} + A2_{i,j} p_{i,j-1} + A3_{i,j} p_{i+1,j} + A4_{i,j} p_{i-1,j} + A5_{i,j} \quad (3.13)$$

Os valores $p_{i,j}$ se referem aos valores das pressões, calculadas no ponto $p_{i,j}$, ao passo que $A1...A5$ são chamados coeficientes da equação de diferenças finitas, como segue:

$$\begin{aligned} A1_{i,j} &= \frac{\left(\frac{r_{j+1} + r_j}{2}\right) h_i^3}{\Delta r^2 \text{denom}_{i,j}} & A2_{i,j} &= \frac{\left(\frac{r_{j-1} + r_j}{2}\right) h_i^3}{\Delta r^2 \text{denom}_{i,j}} \\ A3_{i,j} &= \frac{\left(\frac{h_i + h_{i+1}}{2}\right)^3}{r_j \Delta \theta^2 \text{denom}_{i,j}} & A4_{i,j} &= \frac{\left(\frac{h_i + h_{i-1}}{2}\right)^3}{r_j \Delta \theta^2 \text{denom}_{i,j}} \\ A5_{i,j} &= \frac{12 \pi r_j \left(\frac{h_{i-1} - h_{i+1}}{2 \cdot \Delta \theta}\right) \left(\frac{R_c}{L}\right)^2}{\text{denom}_{i,j}} = \frac{6 \pi r_j (h_{i-1} - h_{i+1}) \left(\frac{R_c}{L}\right)^2}{\Delta \theta \text{denom}_{i,j}} \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$\text{denom}_{i,j} = \frac{\left(\frac{r_{j+1} + r_j}{2}\right) h_i^3}{\Delta r^2} + \frac{\left(\frac{r_{j-1} + r_j}{2}\right) h_i^3}{\Delta r^2} + \frac{\left(\frac{h_i + h_{i+1}}{2}\right)^3}{r_j \Delta \theta^2} + \frac{\left(\frac{h_i + h_{i-1}}{2}\right)^3}{r_j \Delta \theta^2} \quad (3.14a)$$

No programa, são usadas duas notações para indicar a pressão em cada ponto, isto é: $pn_{i,j}$, que é a pressão da iteração atual, e $p_{i,j}$, que é da iteração anterior. Posto que quando se estiver calculando $pn_{i,j}$, os valores $p_{i,j-1}$, e $p_{i-1,j}$ já foram calculados para a mais nova iteração, é conveniente utilizá-los na equação, para acelerar a convergência. Assim a equação (3.13) se escreve:

$$pn_{i,j} = A1_{i,j} p_{i,j+1} + A2_{i,j} pn_{i,j-1} + A3_{i,j} p_{i+1,j} + A4_{i,j} pn_{i-1,j} + A5_{i,j} \quad (3.15)$$

De acordo com a condição fixada inicialmente, h não depende de r de modo que se pode escrever a equação (3.14) em cada nó situado no interior do domínio de integração, obtendo então um sistema de $(n-2) \times (m-2)$ equações com $(n \times m)$ incógnitas, onde n e m são os números de pontos segundo i e j , respectivamente.

As $[2(m+n)-4]$ equações restantes se obtêm escrevendo as condições de pressão, em cada ponto, no contorno do domínio. O sistema de $m \times n$ equações não se resolve normalmente por um método direto, pois a dimensão do sistema é muito grande. Se usa então um método iterativo de solução e o apropriado para o caso é o de Gauss-Seidel, com coeficiente de sobrerelaxação, para assegurar maior rapidez ao processo de convergência. Para aplicar a fórmula geral de repetição do método de sobrerelaxação, deve-se somar e subtrair $p_{i,j}$ da equação (3.15) e escrevê-la da seguinte forma:

$$pn_{i,j} = p_{i,j} + \lambda_o \left(A1_{i,j} p_{i,j+1} + A2_{i,j} pn_{i,j-1} + A3_{i,j} p_{i+1,j} + A4_{i,j} pn_{i-1,j} + A5_{i,j} - p_{i,j} \right) \quad (3.16)$$

Onde λ_o é o 'coeficiente de sobrerelaxação ótimo', representado da seguinte forma:

$$\lambda_o = \frac{2 \left[1 - (1 - \lambda)^{\frac{1}{2}} \right]}{\lambda} \quad (3.17)$$

O fator λ é calculado para cada condição particular de refinamento de malha no programa e é dado por:

$$\lambda = \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{n}\right) + \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta r}\right)^2 \cos\left(\frac{\pi}{m}\right)}{1 + \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta r}\right)^2} \right]^2 \quad (3.18)$$

3.4.3 - Equação da Espessura do Filme Lubrificante

Seja o escoamento entre duas placas planas não paralelas representadas na figura 3.4, A placa inferior está animada de um movimento de translação uniforme com velocidade constante, enquanto que a placa superior é fixa e inclinada de um ângulo α muito pequeno, mostrado exageradamente. Da geometria da figura, usando semelhança de triângulos pode-se escrever:

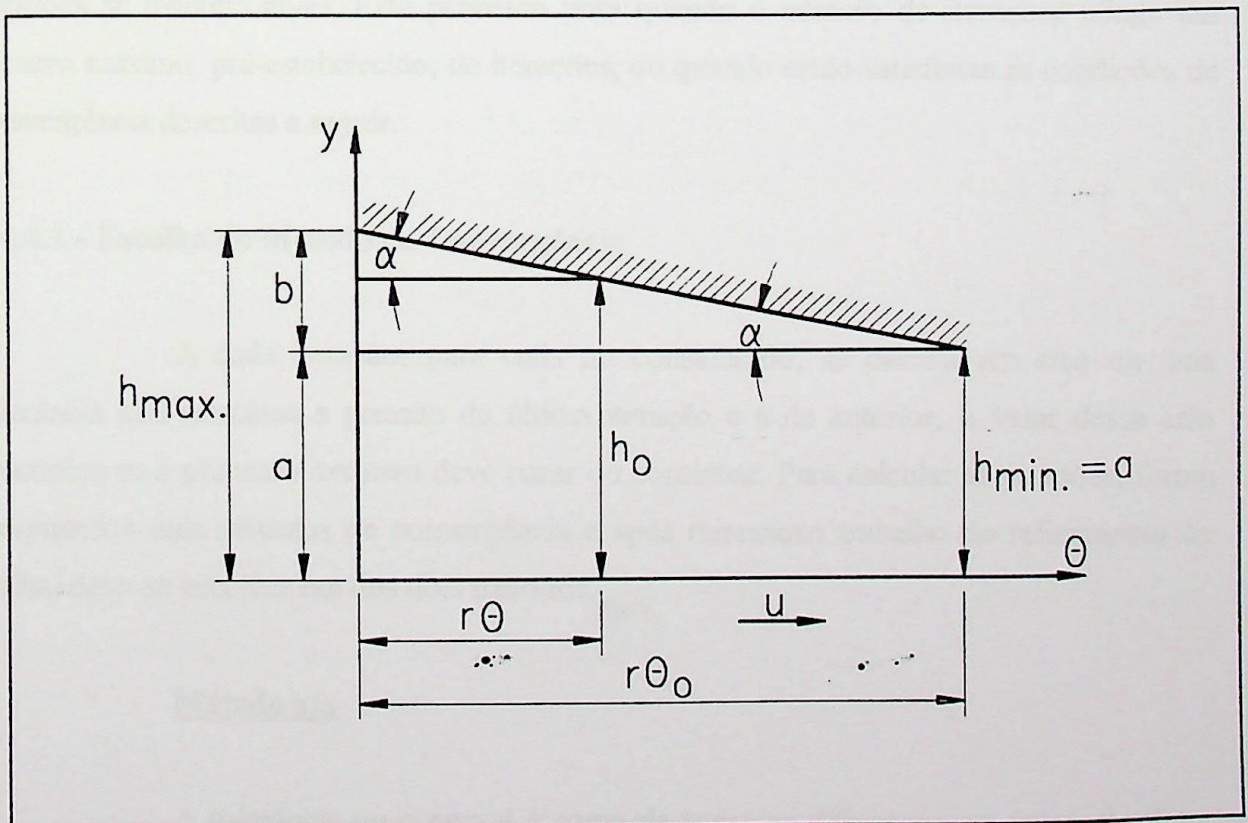


Figura 3.4 - Espessura do filme lubrificante

$$h_0 = h_{\max} - r \theta \operatorname{tg} \alpha = h_{\max} - b \frac{\theta}{\theta_0} \quad (3.19)$$

$$h_0 = a + b \left(1 - \frac{\theta}{\theta_0} \right) \quad (3.19.a)$$

$$h = \frac{a}{b} + 1 - \frac{\theta}{\theta_0} \quad (3.20)$$

Esta então é a equação da espessura do filme fluido na forma adimensional que será usada na equação de diferenças finitas.

3.4.4 - Cálculo das Pressões

Inicialmente, se estabelece uma estimativa para os valores das pressões, no caso $p_{i,j} = 0$ e $p_{n_i,j} = 0$, inclusive para as pressões nos limites. A seguir, usando a equação das diferenças finitas (3.16), calculam-se sucessivamente melhores aproximações para as pressões dentro do domínio, em todos os nós da grade, exceto nos contornos, onde, as pressões se mantêm nulas. Este processo pára quando o número de iterações atinge um número máximo, pré-estabelecido, de iterações, ou quando estão satisfeitas as condições de convergência descritas a seguir.

3.4.4.1 - Escolha do Método de Convergência

A cada iteração, para cada nó considerado, se calcula um erro ou uma tolerância que relaciona a pressão da última iteração e a da anterior, o valor desse erro determina se o processo iterativo deve parar ou continuar. Para calcular as pressões, foram pesquisados dois métodos de convergência e após minucioso trabalho de refinamento de malha, deve-se escolher um dos dois métodos.

Método um

A tolerância ou o erro é a soma de todas as diferenças em valor absoluto, entre o valor da pressão da iteração atual e a pressão da iteração anterior.

$$\text{Tolerância} = \sum |pn_{i,j} - p_{i,j}| \quad (3.21)$$

Método dois

A tolerância ou o erro é a diferença, em valores absolutos, do valor da pressão da iteração atual menos a pressão da iteração anterior, dividida pela pressão da iteração atual

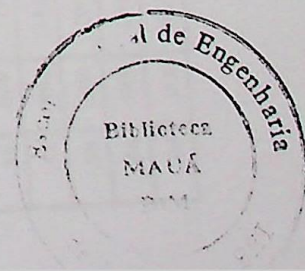
$$\text{Tolerância} = \frac{|pn_{i,j} - p_{i,j}|}{|pn_{i,j}|} \quad (3.22)$$

O processo iterativo converge quando a maior dentre todas as diferenças calculadas for menor que 0.0001; ou quando o número de iterações exceder um número limite pré-estabelecido. Após a convergência obtém-se o valor das pressões em todos os pontos no interior do domínio de integração, mantendo os pontos limítrofes com pressão nula.

A figura 3.5 mostra parte da distribuição da pressão adimensional de uma sapata com as seguintes características: $D_e = 225,0$ [mm], $D_i = 112,5$ [mm], $\theta_0 = 55^\circ$, $h_{\min} = 0,08$ [mm], $h_{\max} = 0,24$ [mm]. Embora as pressões tenham sido selecionadas do cálculo de uma malha de 250×250 divisões, por falta de espaço, foram colocados na tabela apenas os valores das pressões de cada dez em dez linhas e colunas, resultando numa conseqüente aparência de uma malha de 25×25 divisões.

A primeira linha se refere ao ângulo $\theta = \theta_i / \theta_0$ e a primeira coluna se refere ao raio adimensional calculado pela relação $(R - R_i) / (R_e - R_i)$. As pressões mostradas se apresentam de acordo com o formato do setor, o raio varia de 0 a 1, isto é, de R_i a R_e e o ângulo varia de $\theta = 0$ a $\theta = \theta_0$

Nota-se que o valor da pressão vai aumentando ao longo raio, no sentido do movimento tangencial do colar giratório, atingindo o máximo num ponto próximo à saída e depois esse valor decresce rapidamente chegando a zero na saída.



⊖

	.00	.04	.08	.12	.16	.20	.24	.28	.32	.36	.40	.44	.48	.52	.56	.60	.64	.68	.72	.76	.80	.84	.88	.92	.96	1.00
1.00	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
.96	.000	.067	.116	.159	.200	.239	.280	.321	.365	.412	.462	.517	.576	.641	.712	.789	.872	.962	1.055	1.150	1.238	1.306	1.329	1.251	.946	.000
.92	.000	.120	.215	.299	.378	.456	.534	.615	.699	.789	.886	.991	1.104	1.228	1.363	1.508	1.665	1.831	2.002	2.172	2.325	2.433	2.445	2.254	1.630	.000
.88	.000	.163	.300	.422	.537	.650	.763	.880	1.003	1.133	1.273	1.423	1.585	1.762	1.953	2.158	2.378	2.609	2.844	3.072	3.269	3.395	3.371	3.051	2.135	.000
.84	.000	.199	.371	.528	.676	.822	.968	1.119	1.277	1.443	1.621	1.812	2.019	2.242	2.482	2.740	3.013	3.297	3.583	3.855	4.080	4.205	4.132	3.680	2.514	.000
.80	.000	.228	.431	.618	.797	.972	1.149	1.330	1.520	1.719	1.932	2.160	2.405	2.668	2.951	3.253	3.571	3.898	4.224	4.525	4.765	4.876	4.746	4.172	2.798	.000
.76	.000	.253	.482	.696	.901	1.103	1.306	1.515	1.733	1.961	2.205	2.465	2.743	3.042	3.361	3.699	4.053	4.415	4.769	5.089	5.332	5.423	5.233	4.549	3.007	.000
.72	.000	.272	.523	.760	.988	1.213	1.441	1.674	1.916	2.170	2.440	2.727	3.034	3.362	3.711	4.079	4.462	4.848	5.222	5.553	5.792	5.855	5.609	4.831	3.157	.000
.68	.000	.287	.556	.811	1.059	1.305	1.552	1.806	2.069	2.345	2.637	2.948	3.279	3.631	4.003	4.395	4.798	5.203	5.588	5.922	6.150	6.185	5.887	5.030	3.256	.000
.64	.000	.299	.581	.852	1.115	1.377	1.642	1.912	2.193	2.487	2.798	3.127	3.476	3.847	4.238	4.646	5.064	5.479	5.870	6.201	6.415	6.422	6.077	5.158	3.313	.000
.60	.000	.307	.599	.881	1.157	1.432	1.709	1.994	2.288	2.596	2.921	3.264	3.627	4.011	4.415	4.834	5.261	5.682	6.073	6.396	6.594	6.572	6.189	5.223	3.334	.000
.56	.000	.311	.610	.899	1.184	1.468	1.755	2.049	2.354	2.672	3.006	3.359	3.732	4.125	4.536	4.961	5.391	5.811	6.198	6.511	6.691	6.645	6.231	5.233	3.323	.000
.52	.000	.312	.614	.907	1.197	1.487	1.780	2.080	2.391	2.715	3.055	3.413	3.791	4.187	4.601	5.027	5.455	5.871	6.249	6.550	6.712	6.645	6.208	5.193	3.283	.000
.48	.000	.310	.611	.906	1.197	1.488	1.784	2.086	2.399	2.725	3.067	3.426	3.803	4.199	4.610	5.032	5.455	5.862	6.229	6.515	6.661	6.576	6.126	5.107	3.217	.000
.44	.000	.305	.602	.894	1.183	1.473	1.766	2.067	2.378	2.702	3.041	3.397	3.770	4.160	4.565	4.979	5.391	5.787	6.140	6.411	6.541	6.444	5.987	4.978	3.127	.000
.40	.000	.297	.587	.872	1.155	1.440	1.728	2.023	2.328	2.646	2.978	3.326	3.691	4.071	4.465	4.866	5.264	5.645	5.982	6.237	6.355	6.249	5.795	4.809	3.015	.000
.36	.000	.286	.565	.840	1.114	1.389	1.668	1.954	2.249	2.556	2.877	3.213	3.564	3.930	4.309	4.693	5.074	5.437	5.756	5.996	6.102	5.993	5.551	4.601	2.880	.000
.32	.000	.271	.537	.798	1.059	1.321	1.586	1.859	2.140	2.432	2.737	3.057	3.390	3.738	4.096	4.460	4.820	5.162	5.462	5.686	5.783	5.677	5.255	4.353	2.724	.000
.28	.000	.254	.502	.746	.989	1.234	1.483	1.737	2.000	2.273	2.558	2.856	3.168	3.492	3.826	4.165	4.500	4.818	5.098	5.306	5.396	5.297	4.905	4.064	2.544	.000
.24	.000	.232	.459	.683	.905	1.129	1.355	1.588	1.828	2.077	2.337	2.610	2.894	3.190	3.496	3.805	4.112	4.403	4.660	4.852	4.938	4.851	4.497	3.731	2.340	.000
.20	.000	.208	.410	.608	.805	1.003	1.204	1.409	1.622	1.843	2.074	2.316	2.568	2.831	3.102	3.378	3.651	3.912	4.143	4.318	4.400	4.331	4.024	3.349	2.108	.000
.16	.000	.179	.352	.520	.688	.856	1.026	1.201	1.381	1.569	1.765	1.971	2.186	2.410	2.642	2.878	3.113	3.338	3.540	3.696	3.775	3.726	3.475	2.907	1.841	.000
.12	.000	.145	.284	.419	.552	.685	.820	.959	1.102	1.251	1.408	1.571	1.743	1.923	2.109	2.299	2.490	2.673	2.840	2.973	3.046	3.020	2.834	2.390	1.530	.000
.08	.000	.106	.205	.300	.394	.488	.583	.680	.782	.887	.998	1.114	1.236	1.364	1.497	1.634	1.771	1.906	2.030	2.132	2.194	2.190	2.073	1.771	1.155	.000
.04	.000	.059	.112	.162	.212	.261	.311	.362	.416	.472	.530	.592	.657	.726	.797	.871	.947	1.021	1.091	1.151	1.192	1.199	1.150	1.003	.678	.000
.00	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000

Figura 3.5 - Distribuição da pressão adimensional na sapata, com malha de 250 x 250.

Com as mesmas dimensões da sapata acima, foram resolvidos vários casos variando-se apenas h_{\min} e h_{\max} , isto é, a relação:

$$\frac{a}{b} = \frac{h_{\min}}{h_{\max} - h_{\min}} \quad (3.23)$$

A figura 3.6, mostra a distribuição da pressão adimensional na linha circunferencial ao longo do raio médio da sapata, o ajuste das curvas foi feito por 'Spline smoothing' com fator de tensão 2. O gráfico indica que a pressão máxima ocorre numa posição circunferencial, situada na segunda metade da sapata e próxima à saída, isto é, em $\theta > \theta_0 / 2$. Essa tendência é cada vez mais significativa à medida que aumenta a inclinação das sapatas, isto é, à medida que diminui a relação a / b .

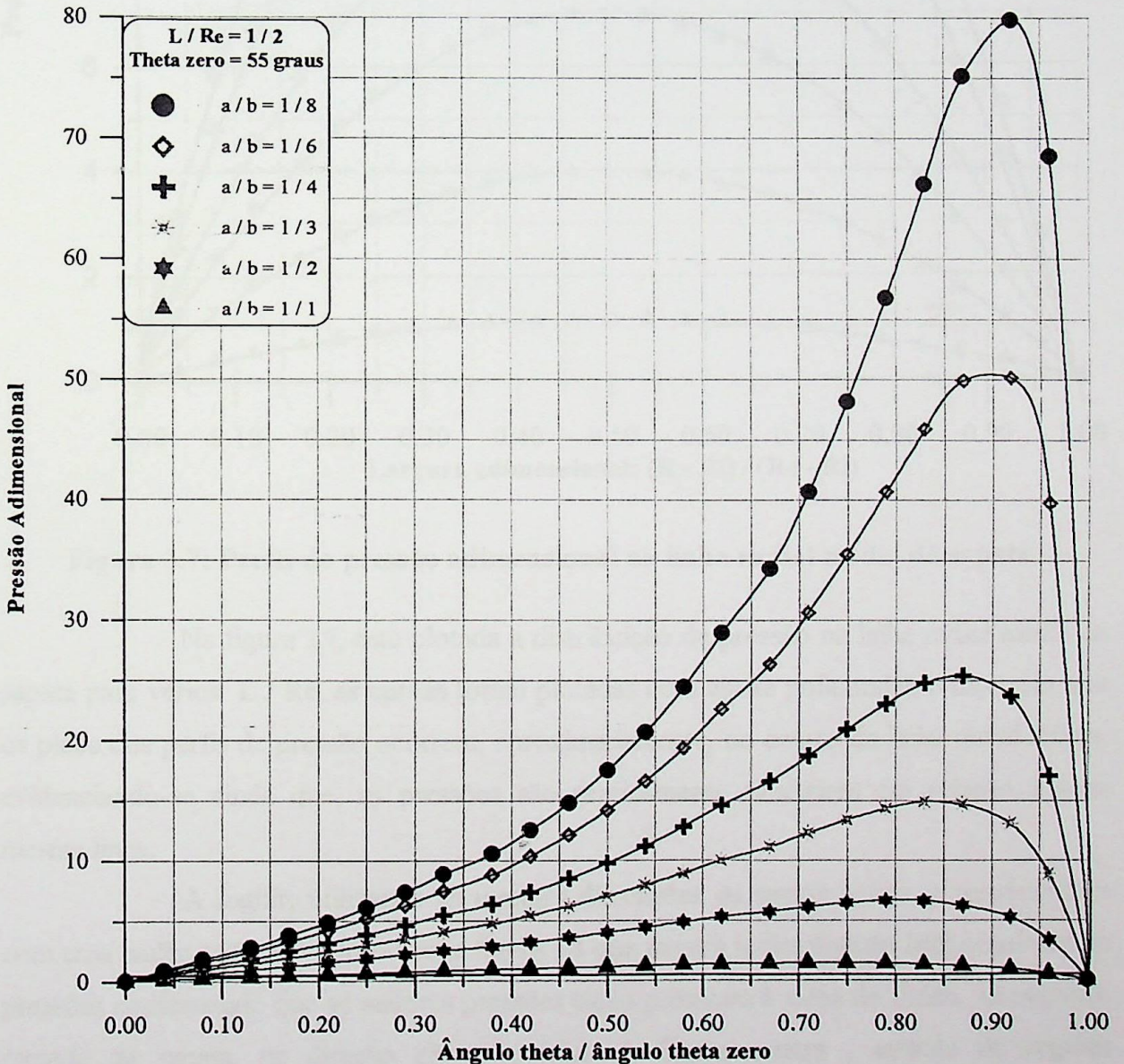


Figura 3.6: Perfis da pressão adimensional na linha circunferencial média da sapata.

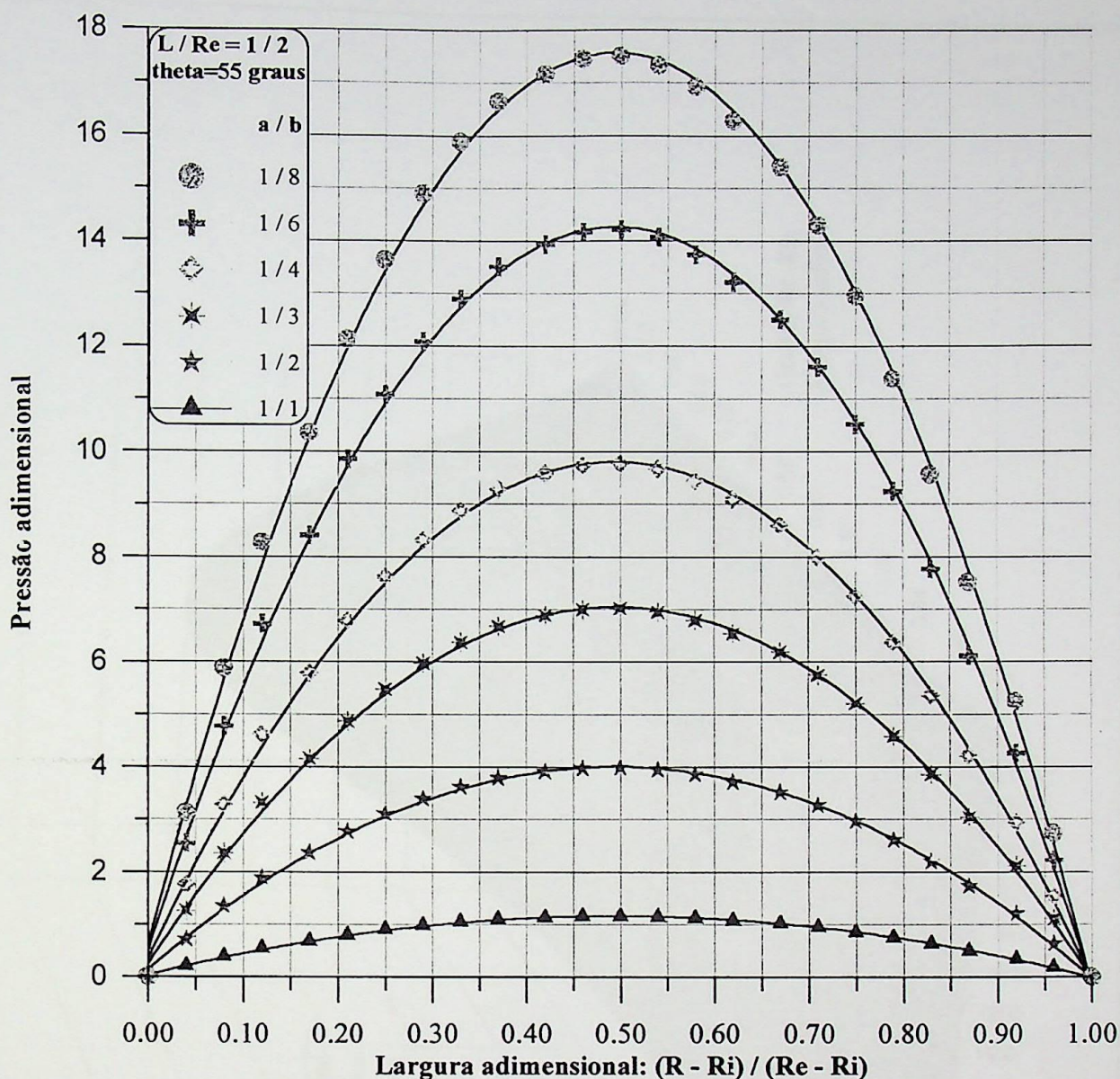


Figura 3.7: Perfis da pressão adimensional na linha radial média da sapata.

Na figura 3.7, está plotada a distribuição da pressão na linha radial média da sapata para vários L / Re , as curvas foram plotadas com ajuste polinomial, e mostram que os picos dos perfis de pressão ocorrem, aproximadamente, no centro da linha radial média, evidenciando-se ainda que, as pressões são praticamente simétricas em relação à essa mesma linha.

A seguir, utilizando as mesmas dimensões da sapata acima, e resolvendo-a com uma malha 100×100 , plotou-se, a figura 3.8 que mostra a distribuição tridimensional de pressões confirmando que as maiores pressões estão próximas à saída do fluido, na segunda metade da sapata, na direção circunferencial. A figura mostra, através de regiões sombreadas, ou com cores diferentes, as faixas de pressões conforme legenda.

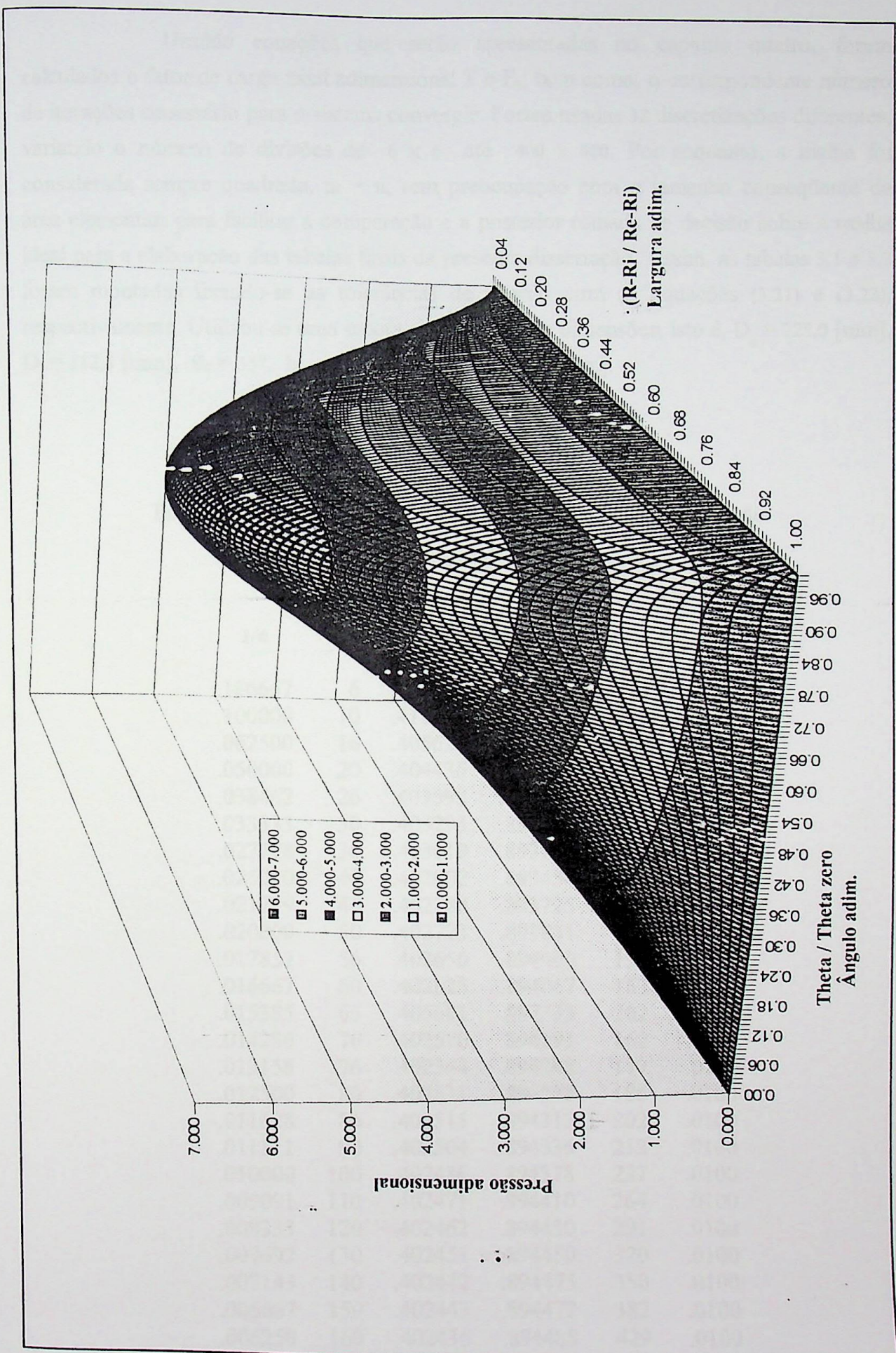


Figura 3.8 - Distribuição da pressão adimensional na sapata

Usando equações que serão apresentadas no capítulo quatro, foram calculados o fator de carga axial adimensional T e F_v , bem como, o correspondente número de iterações necessário para o sistema convergir. Foram usadas 38 discretizações diferentes, variando o número de divisões de 6×6 até 400×400 . Por enquanto, a malha foi considerada sempre quadrada, $m = n$, sem preocupação com o tamanho conseqüente da área elementar, para facilitar a comparação e a posterior tomada de decisão sobre a malha ideal para a elaboração das tabelas finais da presente dissertação. Assim, as tabelas 3.1 e 3.2 foram montadas fixando-se as tolerâncias de acordo com as equações (3.21) e (3.22), respectivamente. Utilizou-se uma sapata com as mesmas dimensões, isto é, $D_e = 225,0$ [mm], $D_i = 112,5$ [mm], $\theta_0 = 55^\circ$, $h_{\min} = 0,08$ [mm], $h_{\max} = 0,24$ [mm].

Tabela 3.1 - Estudo comparativo da convergência, em função da discretização da malha, 'método um'.

1/n	n	T	Fv	iter.	tol.
.166667	6	.428859	.839376	16	.0001
.100000	10	.411098	.875641	27	.0001
.062500	16	.405627	.887451	44	.0001
.050000	20	.404436	.890065	56	.0001
.038462	26	.403592	.891927	86	.0001
.033333	30	.403293	.892587	77	.0010
.027778	36	.403019	.893194	93	.0010
.025000	40	.402902	.893454	104	.0010
.021739	46	.402780	.893725	121	.0010
.020000	50	.402723	.893851	132	.0010
.017857	56	.402656	.894000	150	.0010
.016667	60	.402625	.894067	163	.0010
.015385	65	.405681	.887333	202	.0010
.014286	70	.402570	.894191	162	.0100
.013158	76	.402544	.894248	177	.0100
.012500	80	.402531	.894278	186	.0100
.011628	86	.402515	.894313	202	.0100
.011111	90	.402504	.894336	212	.0100
.010000	100	.402486	.894378	237	.0100
.009091	110	.402471	.894410	264	.0100
.008333	120	.402462	.894430	291	.0100
.007692	130	.402453	.894450	320	.0100
.007143	140	.402442	.894475	350	.0100
.006667	150	.402443	.894472	382	.0100
.006250	160	.402436	.894488	429	.0100

Tabela 3.2 - Estudo comparativo da convergência, em função da discretização da malha, 'método dois'.

1/n	n	T	Fv	iter.	tol.	cpu
.166667	6	.428863	.839368	14	.0001	0
.100000	10	.411103	.875631	23	.0001	0
.062500	16	.405632	.887439	36	.0001	0
.050000	20	.404443	.890049	44	.0001	0
.033333	30	.403301	.892569	65	.0001	1
.027778	36	.403027	.893177	78	.0001	1
.025000	40	.402908	.893440	88	.0001	1
.021739	46	.402786	.893710	101	.0001	1
.020000	50	.402730	.893836	109	.0001	1
.017857	56	.402664	.893982	121	.0001	3
.016667	60	.402633	.894051	130	.0001	3
.015152	66	.402595	.894135	142	.0001	4
.014286	70	.402576	.894178	150	.0001	4
.013158	76	.402550	.894235	163	.0001	6
.012500	80	.402537	.894264	171	.0001	7
.011628	86	.402521	.894299	184	.0001	8
.011111	90	.402511	.894321	192	.0001	10
.010417	96	.402502	.894341	204	.0001	12
.010000	100	.402494	.894360	212	.0001	14
.009091	110	.402480	.894391	233	.0001	19
.008333	120	.402471	.894410	254	.0001	25
.007692	130	.402463	.894428	274	.0001	31
.007143	140	.402452	.894453	295	.0001	40
.006667	150	.402454	.894449	315	.0001	50
.006250	160	.402446	.894467	339	.0001	60
.005882	170	.402443	.894472	357	.0001	72
.005556	180	.402443	.894473	381	.0001	85
.005263	190	.402435	.894490	401	.0001	88
.005000	200	.402434	.894493	423	.0001	104
.004545	220	.402436	.894489	461	.0001	138
.004167	240	.402425	.894511	510	.0001	181
.004000	250	.402431	.894500	522	.0001	201
.003846	260	.402431	.894500	544	.0001	227
.003704	270	.402427	.894508	566	.0001	255
.003571	280	.402425	.894512	587	.0001	342
.003448	290	.402430	.894501	610	.0001	378
.003333	300	.402429	.894503	632	.0001	429
.003125	320	.402425	.894512	685	.0001	504
.002941	340	.402421	.894522	725	.0001	631
.002778	360	.402409	.894547	1192	.0001	751
.002632	380	.402408	.894551	3028	.0001	1042
.002500	400	.402410	.894546	3980	.0001	2106

Conclusões a respeito das tabelas 3.1 e 3.2

- Foram resolvidos vários casos no computador usando a equação (3.15), que possibilita calcular as pressões sem o auxílio do fator de sobre-relaxação. Mantendo-se uma tolerância de 0.0001, pôde-se calcular o fator de carga adimensional T desde a malha 6×6 até a malha 170×170 , mas a convergência da solução do sistema de equações exigia um número de iterações muito elevado. Assim optou-se por utilizar o fator de sobre-relaxação pois ele diminui muito o número de iterações e em consequência o tempo de cpu.
- Utilizando o '**método um**', tabela 3.1, e após a resolução do problema com as malhas de 30×30 , 70×70 , o sistema de equações não convergiu mesmo tendo-se fixado um número máximo de iterações igual a 15000. Então, nesses casos teve-se obrigatoriamente que diminuir a precisão, alternando-se a tolerância de 0.0001 para 0.001 e 0.01, respectivamente às discretizações acima.
- Para montar a tabela 3.2, isto é, aplicando o '**método dois**', tendo fixado o valor da tolerância em 0.0001, e até a malha 30×30 foi necessário, em média, um número de iterações 35% menor relativamente ao caso de se empregar o '**método um**'.
- Para uma mesma tolerância, o '**método um**' é mais rigoroso. Observa-se porém que os valores de F_v e T obtidos nas duas tabelas são exatamente iguais até a terceira casa decimal. Assim sendo, preferiu-se usar o '**método dois**' pois:
 - Esse método possibilita a resolução do sistema de equações, mesmo com tolerância mais refinada (0,0001), garantindo-a para todo e qualquer ponto da grade.
 - Possibilita resolver mais rapidamente o sistema de equações, inclusive, com maior refinamento de malhas (400×400).

3.4.4.2 - Escolha do Número de Divisões na Malha

Para definir as malhas convenientes, e/ou, suficientes para o cálculo das características do mancal, é preciso estabelecer um critério para escolher o número de pontos adequado no domínio de integração. A figura 3.9 foi gerado a partir da tabela 3.2 e mostra a variação do número de divisões na malha, versus o número de iterações necessário para o sistema convergir e também versus o tempo de cpu utilizado.

Nota-se que a curva é praticamente linear até a malha 340×340 , necessitando de 725 iterações para resolver o sistema de equações. A partir da malha 360×360 , a

inclinação da curva aumenta significativamente, isto é, uma variação relativamente pequena no número de divisões, acarreta um aumento muito grande no número de iterações, sugerindo assim a utilização de uma discretização de malhas inferior a 360×360 .

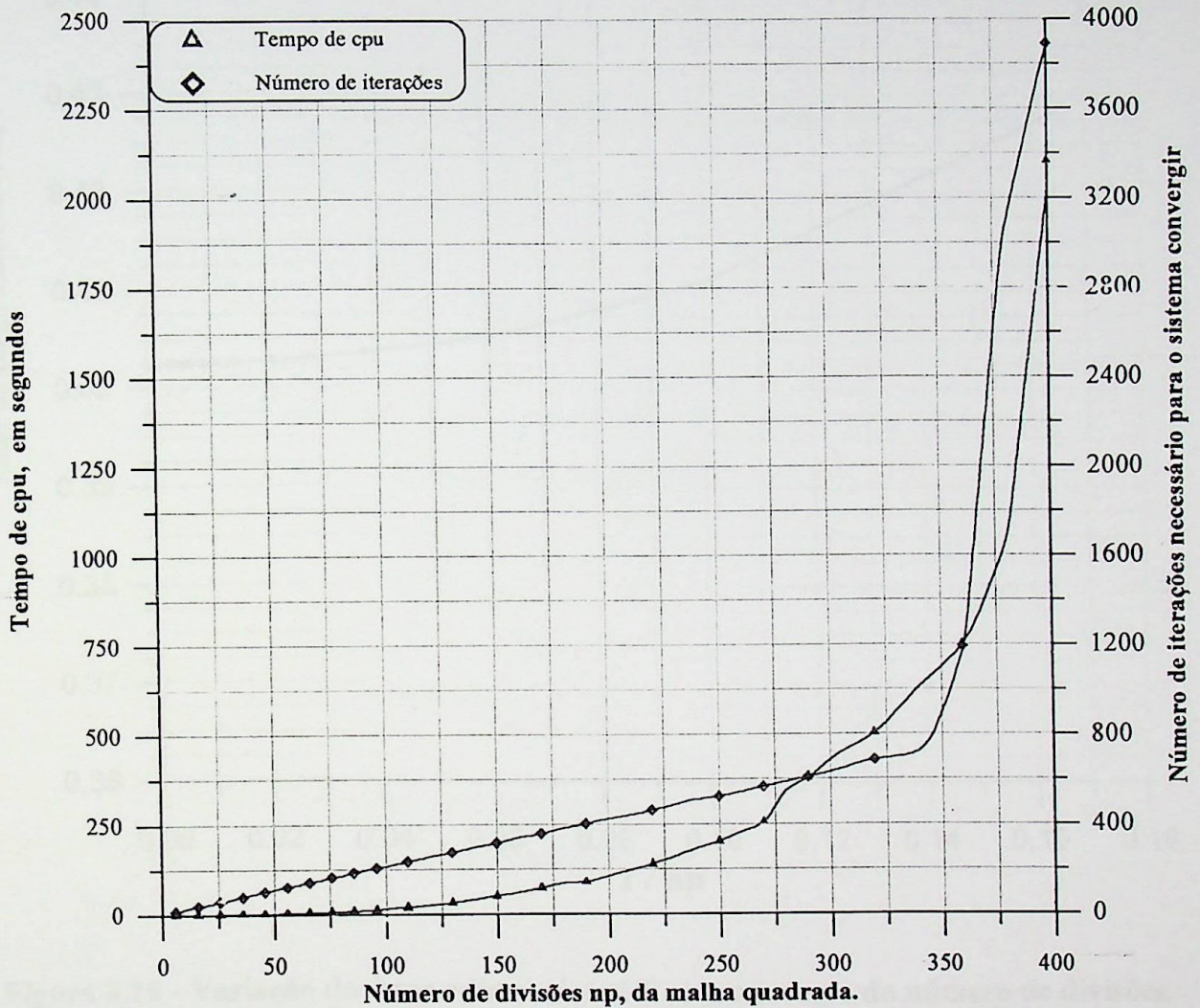


Figura 3.9: Variação do tempo e do número de iterações com o número de divisões np

O número de iterações isoladamente não justifica o uso de uma malha ou outra. Por este motivo, com os dados da tabela 3.2, plotou-se a figura 3.10, que mostra a relação entre o inverso do número de divisões ($1 / np$), versus o fator de carga T . O valor de T varia de 0,428863 a 0,402410, para malhas de 6×6 a 400×400 , respectivamente. Assim, a figura mostra claramente que o fator adimensional T tende aproximadamente para o valor 0,40243, no limite, a medida que o número de divisões np tende a infinito.

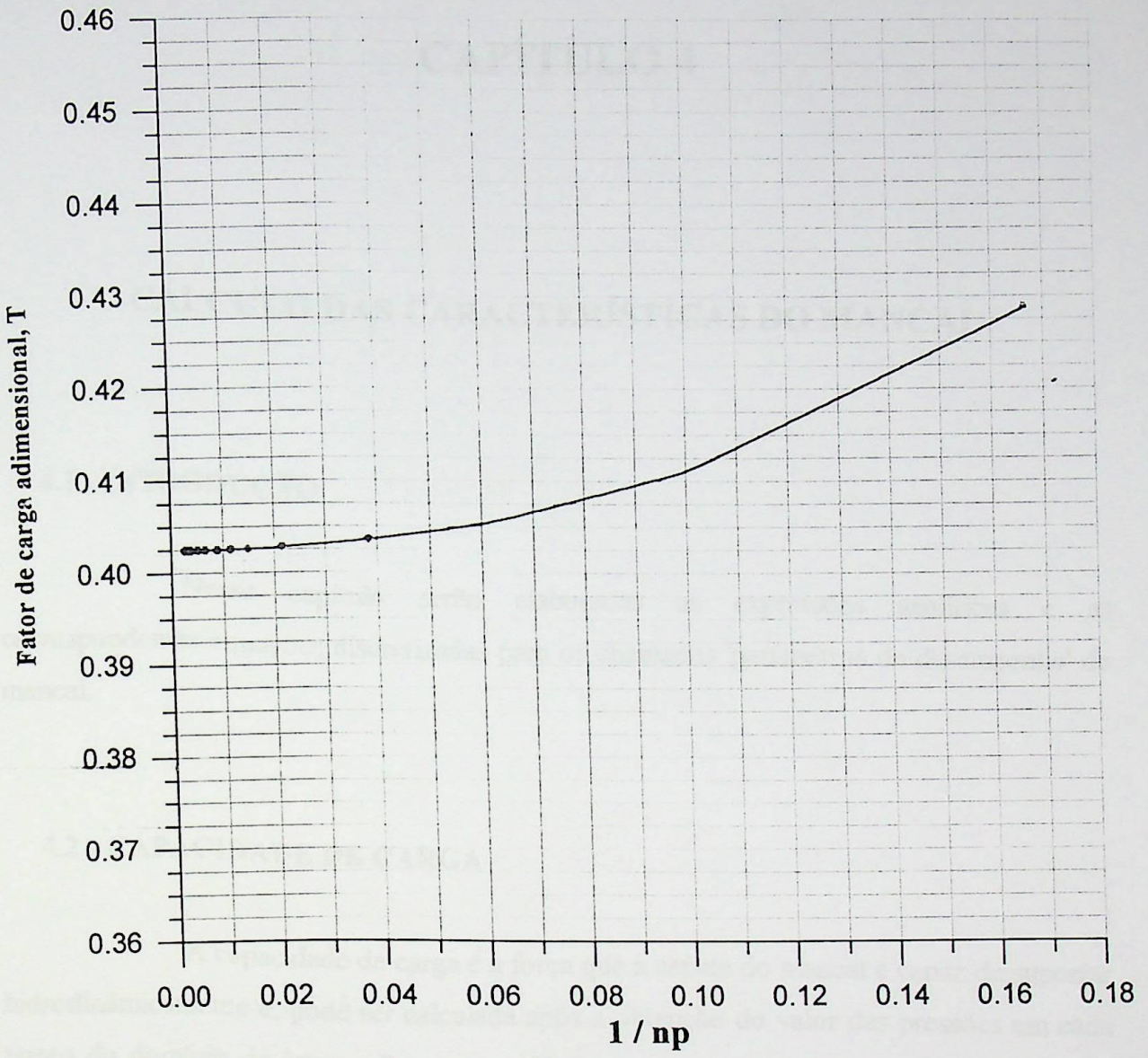


Figura 3.10 - Variação do fator adimensional T com o inverso do número de divisões.

Considerou-se assim que o valor $T = 0.4024$ apresenta uma precisão mais que suficiente, desprezando-se os algarismos após a quarta casa decimal. Analogamente, analisando os dados da tabela 3.2, pode-se chegar à mesma conclusão com respeito ao valor de F_v , nesse caso, o valor $F_v = 0.8945$ é constante a partir da malha 240×240 . Posto isso, para elaborar as tabelas de resultados da presente dissertação, serão usadas malhas máximas em torno de 250 divisões numa direção e um número de divisões proporcional na outra, de modo que se tente sempre conseguir um setor elementar o mais 'quadrado' possível.

CAPÍTULO 4

CÁLCULO DAS CARACTERÍSTICAS DO MANCAL

4.1 - INTRODUÇÃO

Nesse capítulo serão elaboradas as expressões analíticas e as correspondentes equações discretizadas para os chamados 'parâmetros de desempenho' do mancal.

4.2 - CAPACIDADE DE CARGA

A capacidade de carga é a força que a sapata do mancal é capaz de suportar hidrodinamicamente e, pode ser calculada após a obtenção do valor das pressões em cada ponto do domínio de integração. A capacidade de carga é calculada através da seguinte equação:

$$F = \int_{R_i}^{R_o} \int_0^{\theta_0} p_0 r_0 d\theta dr_0 \quad (4.1)$$

Das equações (3.6), a pressão p_0 e o raio r_0 podem ser escritos em função de seus correspondentes adimensionais p e r , isto é:

$$p_0 = \frac{p \eta N L^2}{b^2} \quad ; \quad r_0 = r R_e \quad ; \quad dr_0 = R_e dr \quad (4.2)$$

Substituindo as equações (4.2) em (4.1), a capacidade de carga pode ser escrita da seguinte forma:

$$F = \int_{\frac{R_i}{R_e}}^1 \int_0^{\theta_0} \frac{p \eta N L^2 r R_e^2}{b^2} d\theta dr \quad (4.3)$$

A equação (4.3) pode ser discretizada como segue:

$$F = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n P_{(i,j)} \eta N r_{(j)} \frac{L^2}{b^2} R_e^2 \Delta r \Delta \theta \quad (4.4)$$

$$F = \eta N \frac{L^2}{b^2} R_e^2 \Delta r \Delta \theta \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n P_{(i,j)} r_{(j)} \quad (4.5)$$

Por outro lado, a área da sapata setorial é dada por:

$$A = \frac{\theta_0}{2\pi} (\pi R_e^2 - \pi R_i^2) = \frac{\theta_0 R_e^2}{2} \left(1 - \frac{R_i^2}{R_e^2}\right) = \frac{\theta_0 R_e^2}{2} \left(1 - \left(\frac{R_e - L}{R_e}\right)^2\right) \quad (4.6)$$

E a capacidade de carga pode se escrever como sendo igual ao produto 'pressão média x área da sapata', isto é:

$$F = P_0 A = P_0 \frac{\theta_0 R_e^2}{2} \left(1 - \left(1 - \frac{L}{R_e}\right)^2\right) \quad (4.7)$$

Igualando (4.5) e (4.7) tem-se:

$$\eta N \frac{L^2}{b^2} R_e^2 \Delta r \Delta \theta \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n P_{(i,j)} r_{(j)} = P_0 \frac{\theta_0 R_e^2}{2} \left(1 - \left(1 - \frac{L}{R_e}\right)^2\right) \quad (4.8)$$

Isolando P_0 e reagrupando, vem:

$$P_0 = \frac{2 \eta N \left(\frac{L}{b}\right)^2 \Delta r \Delta \theta \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n P_{(i,j)} r_{(j)}}{\theta_0 \left(1 - \left(1 - \frac{L}{R_e}\right)^2\right)} \quad (4.9)$$

Com o objetivo de facilitar os cálculos, pode-se isolar um fator F_v que engloba os termos em Σ da equação (4.7) da seguinte forma:

$$F_v = \Delta r \Delta\theta \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n P_{(i,j)} r_{(j)} \quad (4.10)$$

A equação (4.10) define a carga perpendicular à sapata e para resolvê-la usou-se o método de Simpson, que exige que o número de divisões seja par, e cuja equação está detalhada no apêndice A3.2. Para calcular F_v , a integral em cada linha da grade da sapata, foi resolvida através da equação:

$$\text{Int. Simpson} = \frac{\Delta\theta}{3} \left\{ 4 \left[p_{2,j} R_j + p_{4,j} R_j + \dots + p_{np,j} R_j \right] + 2 \left[p_{3,j} R_j + p_{5,j} R_j + \dots + p_{nl,j} R_j \right] \right\} \quad (4.11)$$

Tendo sempre em conta que os valores $p_{1,j}$ e $p_{n,j}$ são nulos, se eliminam os produtos correspondentes da equação acima. O resultado de cada integral de linha é um número, e após ter-se obtido os valores resultantes da integração de todas as linhas, se aplica novamente a regra de Simpson no sentido radial e o resultado é o valor final de F_v . Finalmente, pode-se definir o "fator de carga axial", em função de F_v , como segue:

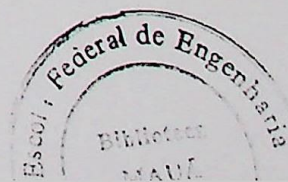
$$T = \frac{\eta N \left(\frac{L}{b}\right)^2}{P_0} = \frac{\theta_0}{2} \left[1 - \left(1 - \frac{L}{R_e}\right)^2 \right] \frac{1}{F_v} \quad (4.12)$$

Logo:

$$T = \frac{\eta N \left(\frac{L}{b}\right)^2}{F} \frac{\theta_0 R_e^2}{2} \left[1 - \left(1 - \frac{L}{R_e}\right)^2 \right] \quad (4.12a)$$

4.3 - VAZÃO DO LUBRIFICANTE

Considerando-se duas placas planas, não paralelas, de largura infinita, entre as quais escoar um fluido Newtoniano. Denotando-se por u_1 , u_2 e v_2 as velocidades das superfícies, conforme figura 4.1, estuda-se a seguir as condições de equilíbrio de um volume elementar de fluido de largura unitária na direção radial. O escoamento é considerado laminar, permanente, isotérmico e unidirecional.



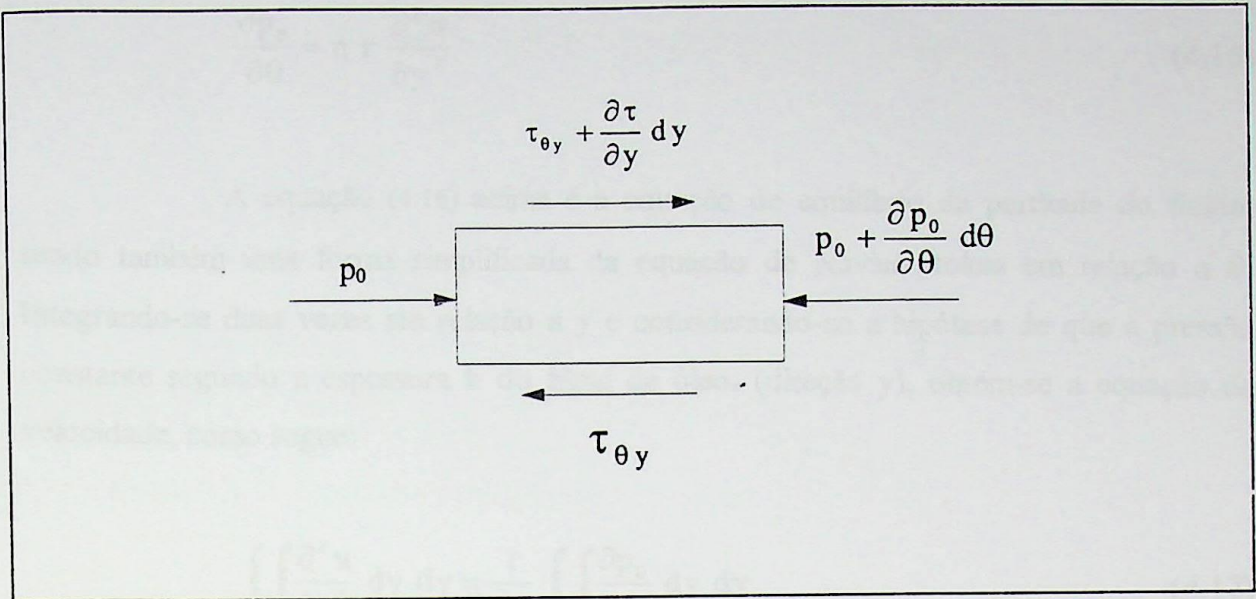


Figura 4.1 - Equilíbrio de um volume elementar.

O elemento de fluido será solicitado pelas forças de pressão P_0 , e pelas de cisalhamento τ , como mostrado na figura 4.1, para escrever a equação de equilíbrio, deve-se, naturalmente, multiplicar as tensões pelas áreas das faces onde atuam. As tensões são supostas constantes sobre uma face e uniformemente distribuídas isto é, a força normal resultante age no centro da face. Assim ter-se-á:

$$p_0 dy + \left(\tau_{\theta y} + \frac{\partial \tau_{\theta y}}{\partial y} dy \right) r d\theta = \left(p_0 + \frac{\partial p_0}{\partial \theta} d\theta \right) dy + \tau_{\theta y} r d\theta \quad (4.13)$$

Após simplificar a equação acima obtém-se:

$$\frac{\partial \tau_{\theta y}}{\partial y} = \frac{1}{r} \frac{\partial p_0}{\partial \theta} \quad (4.14)$$

Pela lei de Newton e considerando a viscosidade constante tem-se:

$$\tau_{\theta y} = \eta \cdot \frac{\partial u}{\partial y} \quad (4.15)$$

Substituindo-se (4.15) em (4.14) resulta:



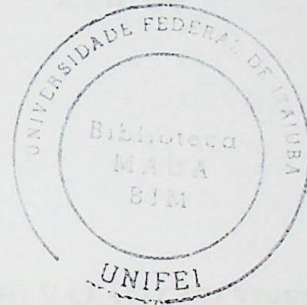
$$\frac{\partial p_0}{\partial \theta} = \eta r \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (4.16)$$

A equação (4.16) acima é a equação de equilíbrio da partícula do fluido, sendo também uma forma simplificada da equação de Navier-Stokes em relação a θ . Integrando-se duas vezes em relação a y e considerando-se a hipótese de que a pressão constante segundo a espessura h do filme de óleo, (direção y), obtém-se a equação da velocidade, como segue:

$$\int \int \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} dy dy = \frac{1}{r \eta} \int \int \frac{\partial p_0}{\partial \theta} dy dy \quad (4.17)$$

$$\int \frac{\partial u}{\partial y} dy = \int \left(\frac{1}{r \eta} \frac{\partial p_0}{\partial \theta} y + C_1 \right) dy \quad (4.18)$$

$$u = \frac{1}{2 r \eta} \frac{\partial p_0}{\partial \theta} y^2 + C_1 y + C_2 \quad (4.19)$$



Pelas condições de contorno, calcula-se as constantes de integração C_1 e C_2 . E supondo-se que não há deslizamento entre o fluido e as placas, (conforme a hipótese simplificadora item 3.2, hipótese 5), pode-se escrever:

$$u = U_1, \quad \text{para } y = 0 \quad \rightarrow \quad C_2 = U_1 \quad (4.20)$$

$$u = U_2, \quad \text{para } y = h_0 \quad \rightarrow \quad C_1 = \frac{U_2 - U_1}{h_0} - \frac{1}{2 r \eta} \frac{\partial p_0}{\partial \theta} h_0$$

Substituindo os valores de C_1 e C_2 na equação (4.19), após alguns reagrupamentos ela toma a seguinte forma:

$$u = \frac{1}{2 r \eta} \frac{\partial p_0}{\partial \theta} y (y - h_0) + \left(\frac{h_0 - y}{h_0} \right) U_1 + \frac{y}{h_0} U_2 \quad (4.21)$$

Se U_2 é nulo, isto é, a placa superior é fixa, e chamando U_1 simplesmente de U , tem-se:

$$u = \frac{1}{2r\eta} \frac{\partial p_0}{\partial \theta} y (y - h_0) + \left(\frac{h_0 - y}{h_0} \right) U \quad (4.22)$$

A equação acima expressa a velocidade do fluido na direção do ângulo θ , velocidade esta que depende de dois efeitos diferentes:

- O escoamento de Couette, correspondente ao termo: $\left(\frac{h_0 - y}{h_0} \right) U$.
- O escoamento de Poiseuille, correspondente ao termo: $\frac{1}{2r\eta} \frac{\partial p_0}{\partial \theta} y (y - h_0)$, isto é,

$$\frac{\partial p_0}{\partial \theta} \neq 0$$

4.3.1. - VAZÃO NA DIREÇÃO DO MOVIMENTO OU VAZÃO CIRCUNFERENCIAL

Em qualquer seção transversal, a vazão na direção circunferencial Q_c , por unidade de largura radial é obtida pelo produto da velocidade na direção circunferencial vezes a espessura do filme de lubrificante, isto é:

$$Q_c = \int_0^{h_0} u \, dy \quad (4.23)$$

Onde u é a velocidade tangencial do fluido, dada pela equação (4.22) e que pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$u = \frac{1}{2r_0\eta} \frac{\partial p_0}{\partial \theta} y^2 - \frac{1}{2r_0\eta} \frac{\partial p_0}{\partial \theta} y h_0 + U - U \frac{y}{h_0} \quad (4.24)$$

Substituindo-se a equação (4.24) em (4.23) e integrando-se em relação a y resulta:

$$Q_c = \frac{1}{2r_0\eta} \frac{\partial p_0}{\partial \theta} \frac{y^3}{3} \Big|_0^{h_0} - \frac{1}{2r_0\eta} \frac{\partial p_0}{\partial \theta} h_0 \frac{y^2}{2} \Big|_0^{h_0} + U y \Big|_0^{h_0} - \frac{U}{h_0} \frac{y^2}{2} \Big|_0^{h_0} \quad (4.25)$$

$$Q_c = \frac{1}{2r_0\eta} \frac{\partial p_0}{\partial \theta} \left(\frac{h_0^3}{3} - \frac{h_0^3}{2} \right) + U h_0 \left(1 - \frac{1}{2} \right) \quad (4.26)$$

Finalmente, considerando-se toda a largura radial da sapata, a vazão circunferencial através da seção transversal será:

$$Q = \int \left(\frac{U h_0}{2} - \frac{h_0^3}{12 r_0 \eta} \frac{\partial p_0}{\partial \theta} \right) dr_0 \quad (4.27)$$

O fluxo de lubrificante em qualquer sapata se deve a duas componentes, a componente devida ao cisalhamento, e a devida ao gradiente de pressão. A vazão no sentido circunferencial se deve a ambas.

4.3.1.1 - VAZÃO NA SAÍDA DA SAPATA

Foi estabelecido que a vazão que sai da sapata é positiva. Assim, esta vazão pode ser obtida multiplicando-se o vetor unitário \hat{n} pela vazão Q da equação (4.27), isto é:

$$Q_s = \int \hat{n} \cdot \left(\frac{U h_0}{2} - \frac{h_0^3}{12 r_0 \eta} \frac{\partial p_0}{\partial \theta} \right) dr_0 \quad (4.28)$$

O vetor unitário é considerado positivo ou negativo, dependendo do sentido dos eixos. Como o vetor \hat{n} na saída do fluido é igual a $+\hat{i}$, o produto escalar acima não muda de sinal. Expressando arbitrariamente os componentes do fluxo em termos da velocidade da sapata U , da largura radial L , e de sua inclinação b , tem-se:

$$Q_s = \int \frac{U h_0}{2} dr_0 = q_s \frac{U}{2} L b = q_s \pi R_e N L b = \int \frac{-h_0^3}{12 r_0 \eta} \frac{\partial p_0}{\partial \theta} dr_0 \quad (4.29)$$

O termo $\int \frac{U \cdot h_0}{2} dr_0$ tem solução analítica. Para se representar a parcela de vazão q_s , na forma adimensional, as seguintes relações podem ser usadas:

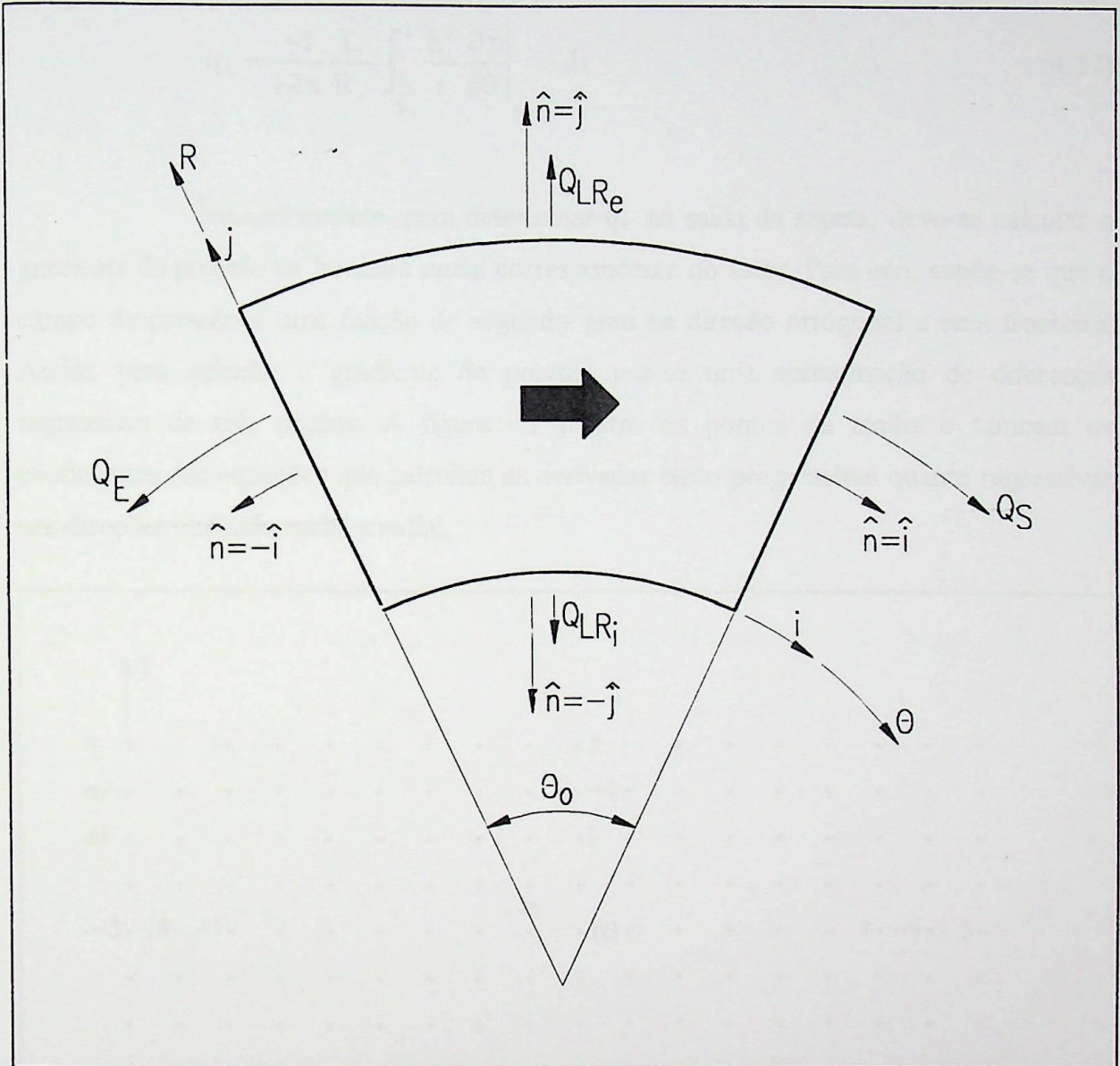


Figura 4.2 - Colocação dos eixos e convenção do sinal das Vazões.

$$h_0^3 = h^3 b^3 \quad ; \quad \partial p_0 = \partial p \eta N \frac{L^2}{b^2} \quad ; \quad \partial r_0 = R_e \partial r \quad ; \quad x = r_0 \theta \quad ; \quad dx = r_0 d\theta = r R_e d\theta \quad (4.30)$$

Substituindo as relações (4.30) em (4.29), resulta:

$$q_s = \frac{1}{\pi R_e N L b} \int \frac{-h^3 b^3}{12 r R_e \eta} \frac{\partial p}{\partial \theta} \frac{\eta N L^2}{b^2} R_e dr \tag{4.31}$$

Simplificando-se resulta finalmente:

$$q_s = \frac{-1}{12 \pi R_e} \frac{L}{r} \int_{R_i}^{R_e} \frac{h^3}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\theta_0} dr \tag{4.32}$$

Numericamente, para determinar q_s na saída da sapata, deve-se calcular o gradiente de pressão na fronteira radial correspondente do setor. Para isto, supõe-se que o campo de pressão é uma função de segundo grau na direção ortogonal a essa fronteira. Assim, para calcular o gradiente de pressão usa-se uma aproximação de diferenças regressivas de três pontos. A figura 4.3 mostra os pontos da malha e também os coeficientes das equações que calculam as derivadas tanto progressivas quanto regressivas nas direções circunferencial e radial.

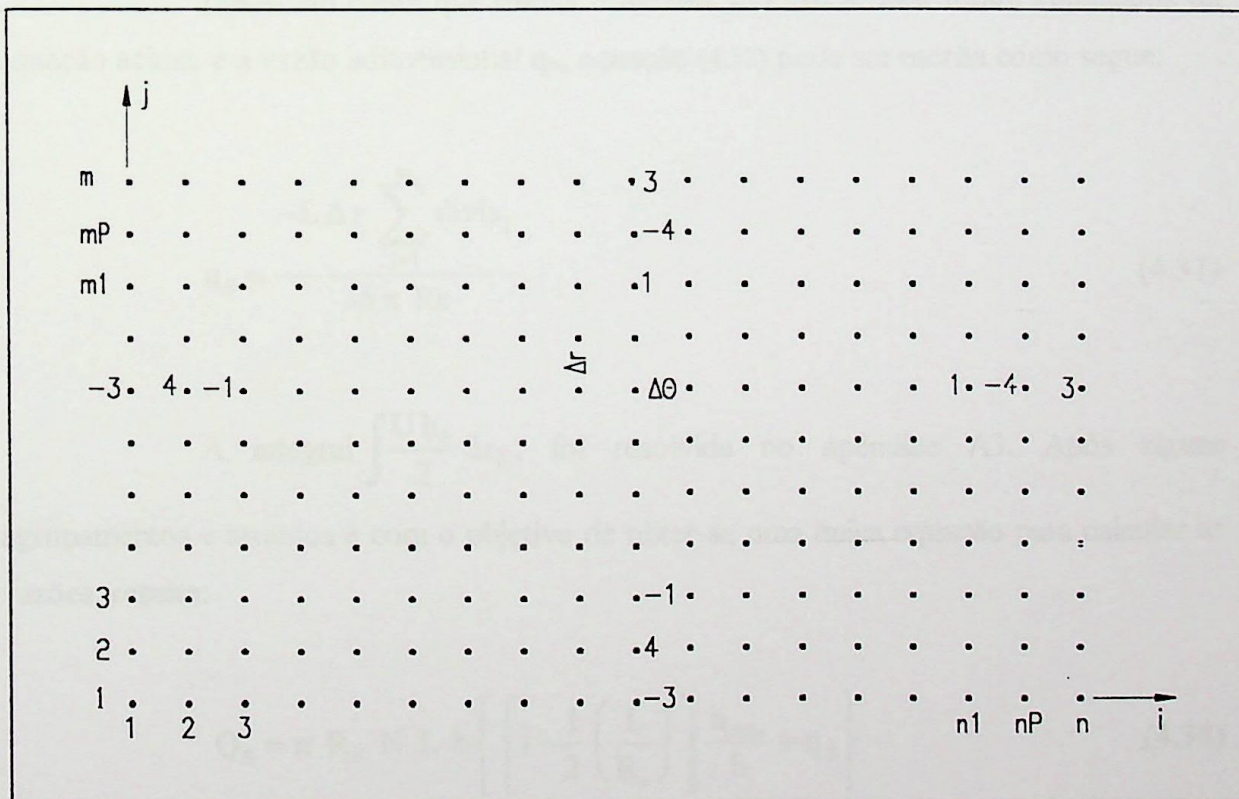
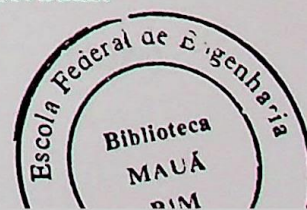


Figura 4.3 - A malha e os coeficientes das pressões para calcular as derivadas.

Assim, para $i = n$, tem-se:



$$\left. \frac{\partial p}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta_0} = \frac{3 \text{pn}(n, j) - 4 \text{pn}(np, j) + \text{pn}(n1, j)}{2 \Delta \theta} \quad (4.33)$$

A pressão $\text{pn}(n, j)$ é nula para qualquer j . Posteriormente, para facilitar o procedimento, calculou-se a divisão:

$$\text{divis}_i = \frac{h_n^3}{R_i} \left. \frac{\partial p}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta_0} \quad (4.34)$$

Somente agora se calcula a integral utilizando a fórmula de Simpson ou fórmula parabólica, isto é:

$$\int_{R_c}^1 \frac{h^3}{r} \left. \frac{\partial p}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta_0} dr = \frac{\Delta r}{3} \sum_{j=1}^m \text{divis}_j = \quad (4.35)$$

$$= \frac{\Delta r}{3} [2.(\text{divis}_3 + \text{divis}_5 + \dots + \text{divis}_m) + 4.(\text{divis}_2 + \text{divis}_4 + \dots + \text{divis}_m)] \quad (4.36)$$

Tendo em conta que divis_1 e divis_m são nulos, eles foram eliminados da equação acima. e a vazão adimensional q_s , equação (4.32) pode ser escrita como segue:

$$q_s = \frac{-L \Delta r \sum_{j=1}^m \text{divis}_j}{36 \pi R_e} \quad (4.37)$$

A integral $\int \frac{U h_0}{2} dr_0$, foi resolvida no apêndice A3. Após alguns agrupamentos e arranjos e com o objetivo de obter-se uma única equação para calcular as vazões, resulta:

$$Q_s = \pi R_e N L b \left\{ \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{L}{R_e} \right) \right] \frac{h_{\min}}{b} + q_s \right\} \quad (4.38)$$

Denominando-se os valores entre chaves de q_{0s} , obtém-se:

$$Q_s = \pi R_e N L b q_{0s} \quad (4.38a)$$

4.3.1.2. - VAZÃO NA ENTRADA DA SAPATA

Para calcular a vazão na entrada, a equação a ser usada será a mesma (4.27), porém com o sinal invertido, pois nesse caso o vetor \hat{n} é igual a $-\hat{i}$, resultando:

$$Q_E = \int -\frac{U h_0}{2} + \frac{h_0^3}{12 r_0 \eta} \frac{\partial p_0}{\partial \theta} dr_0 \quad (4.39)$$

Da figura 4.3 tem-se:

$$\left. \frac{\partial p}{\partial \theta} \right|_{\theta=0} = \frac{-3 p_n(1, j) + 4 p_n(2, j) - p_n(3, j)}{2 \Delta \theta} \quad (4.40)$$

Como j variando de 1 a m e nesse caso $p_n(1, j) = 0$, tem-se:

$$\int_{R_c}^{R_i} \frac{h^3}{r} \left. \frac{\partial p}{\partial \theta} \right|_{\theta=0} dr = \frac{\Delta r}{3} \sum_{j=1}^m \text{divie}_j \quad (4.41)$$

$$q_E = \frac{L \Delta r \sum_{j=1}^m \text{divie}_j}{36 \pi Re} \quad (4.42)$$

Analogamente ao que foi feito para a vazão de saída, passou-se para a forma dimensional, conforme mostrado no apêndice A3, isto é:

$$Q_E = \frac{-\pi N L h_{\max}}{2} (R_c + R_i) + q_E \pi R_c N L b \quad (4.43)$$

$$Q_E = \pi Re N L b \left[\left(-1 + \frac{L}{2 Re} \right) \left(1 + \frac{a}{b} \right) + q_E \right] \quad (4.43a)$$

Assim, denominando os valores entre colchetes de q_{0E} , tem-se:

$$Q_E = \pi R_e N L b q_{0E} \quad (4.43b)$$

Como já era esperado, q_{0E} , deve ter sinal negativo, confirmando que a fronteira radial de entrada da sapata é o único local por onde entra o fluido.

4.3.2 - Vazão na Direção Radial ou Vazão Lateral

Em qualquer seção transversal, a vazão radial Q_R , por unidade de comprimento circunferencial, é obtida pelo produto da velocidade na direção radial vezes a espessura do filme lubrificante, isto é:

$$Q_R = \int_0^{h_0} w \, dy \quad (4.44)$$

Onde w é a velocidade radial do fluido, dada por:

$$w = \frac{1}{2\eta} \frac{\partial P_0}{\partial r_0} y(y - h_0) + \frac{h_0 - y}{h_0} W \quad (4.45)$$

Substituindo-se a equação (4.45) em (4.44), e integrando-se em relação a y resulta:

$$Q_R = \int \frac{-h_0^3 r_0}{12\eta} \frac{\partial p_0}{\partial r_0} \, d\theta \quad (4.46)$$

Expressando arbitrariamente os componentes de vazão em termos da velocidade da sapata, U , da largura radial, L , e de sua inclinação, b , tem-se:

$$Q_R = q_R \frac{U}{2} L b = q_R \frac{2\pi R_e N L b}{2} \quad (4.47)$$

Igualando (4.46) e (4.47), e considerando as equações adimensionais (4.30) tem-se:

$$q_R = \frac{-1}{\pi R_e N L b} \int_0^{\theta_0} \frac{h_0^3}{12 \eta} \frac{\partial p_0}{\partial r_0} d\theta \quad (4.48)$$

$$q_R = \frac{-1}{12 \pi R_e} \frac{L}{R_e} \int_0^{\theta_0} h^3 r \frac{\partial p}{\partial r} d\theta \quad (4.49)$$

4.3.2.1. - VAZÃO NO RAI0 INTERNO DA SAPATA

A vazão no raio interno exprime o valor da fuga ou escape de fluido no raio interno do mancal, isto é, em $r = R_i / R_e$. De acordo com a convenção estabelecida para o sinal, conforme figura 4.2 vem:

$$Q_{R_i} = \int_0^{\theta_0} \hat{n} q_{R_i} d\theta \quad (4.50)$$

Na equação (4.50), o produto escalar muda de sinal, pois o vetor \mathbf{n} é igual a $-\mathbf{j}$, de modo que a equação (4.49) toma a forma:

$$q_{R_i} = \frac{1}{12 \pi R_e} \frac{L}{R_e} \int_0^{\theta_0} h^3 r \left. \frac{\partial p}{\partial r} \right|_{r=R_i/R_e} d\theta \quad (4.51)$$

Numericamente, para determinar q_{R_i} , deve-se calcular o gradiente de pressão na fronteira correspondente ao arco interno do setor. Esse gradiente é uma aproximação de diferenças progressivas de três pontos, conforme mostrado na figura 4.3. Assim para $i = 1$ e $r = R_i / R_e$ tem-se:

$$\left. \frac{\partial p}{\partial r} \right|_{r=R_i/R_e} = \frac{-3 p_n(i,1) + 4 p_n(i,2) - p_n(i,3)}{2 \Delta r} \quad (4.52)$$

Sendo $p_n(i, 1) = 0$ pois está na fronteira, e com i variando de 1 a n , para cada i , foi calculado o produto abaixo:

$$\text{prod}_i = h_i^3 r_i \left. \frac{\partial p}{\partial r} \right|_{\frac{R_i}{R_e}} \quad (4.53)$$

Posteriormente a integral da equação (4.51) foi calculada utilizando a fórmula de Simpson ou fórmula parabólica, isto é:

$$\begin{aligned} \int_0^{\theta_0} h^3 r \left. \frac{\partial p}{\partial r} \right|_{\frac{R_i}{R_e}} d\theta &= \frac{1}{3} \frac{\theta_0}{np} \sum_{i=1}^n h_i^3 r_i \left. \frac{\partial p}{\partial r} \right|_{\frac{R_i}{R_e}} = \frac{1}{3} \frac{\theta_0}{np} \sum_{i=1}^n \text{prod}_i = \\ &= \frac{\Delta\theta}{3} [2.(\text{prod}_3 + \text{prod}_5 + \dots + \text{prod}_{n1}) + 4.(\text{prod}_2 + \text{prod}_4 + \dots + \text{prod}_{np})] \end{aligned} \quad (4.54)$$

Analogamente ao anterior, **prod1** e **prodn** são nulos, obtendo-se:

$$q_{Ri} = \frac{L \Delta\theta \sum_{i=1}^n \text{prod}_i}{36 \pi R_e} \quad (4.55)$$

A equação (4.55), calcula a vazão adimensional. para obter o valor da vazão no raio interno tem-se a equação abaixo:

$$Q_{Ri} = \pi R_e N L b q_{Ri} \quad (4.56)$$

4.3.2.2 - VAZÃO NO RAI O EXTERNO DA SAPATA

Analogamente ao item 4.3.2.1, a vazão no raio externo exprime o valor da fuga ou escape de fluido no raio externo do mancal, isto é, em $r = R_e/R_e = 1$ e se calcula pela seguinte equação:

$$Q_{RE} = \int_0^{\theta_0} \hat{n} q_{RE} d\theta \quad (4.57)$$

Neste caso, o vetor \mathbf{n} é igual a \mathbf{j} , conforme a figura 4.2. Então o produto escalar acima tem sinal negativo, como segue:

$$q_{RE} = \frac{-1}{12 \pi} \frac{L}{R_e} \int_0^{\theta_0} h^3 r \left. \frac{\partial p}{\partial r} \right|_{r=1} d\theta \quad (4.58)$$

Numericamente, para determinar q_{RE} , deve-se calcular o gradiente de pressão na fronteira correspondente ao arco externo do setor. Assim, com $i = m$ e $r = 1$, tem-se:

$$\left. \frac{\partial p}{\partial r} \right|_{r=1} = \frac{pn(i, m1) - 4pn(i, mp) + 3pn(i, m)}{2 \Delta r} \quad (4.59)$$

Sendo $pn(i, m) = 0$ pois está na fronteira, e com i variando de 1 a n , para cada i , foi calculado o produto abaixo:

$$\text{prod}_e = h_i^3 r_m \left. \frac{\partial p}{\partial r} \right|_{r=1} \quad (4.60)$$

Finalmente, a integral da equação (4.58) foi calculada utilizando a fórmula de Simpson ou fórmula parabólica, tem-se então, uma equação idêntica à equação (4.54) porém com o valor do prod_e substituindo o prod_i , sendo:

$$q_{RE} = \frac{-L \Delta\theta \sum_{i=1}^n \text{prod}_e}{36 \pi R_e} \quad (4.61)$$

Finalmente, a equação (4.61) calcula a vazão adimensional. Para obter o valor da vazão dimensional no raio externo, utiliza-se a equação abaixo:

$$Q_{RE} = \pi R_e N L b q_{RE} \quad (4.62)$$

4.4 - PERDA DE POTÊNCIA

A perda de potência no mancal, é a potência dissipada pelo cisalhamento no fluido. A velocidade linear em qualquer ponto do filme de fluido é dada pela equação (4.21). Derivando-se a velocidade u em relação a y e multiplicando pela viscosidade η obtém-se a tensão de cisalhamento $\tau_{\theta y}$ no filme de lubrificante:

$$\tau_{\theta y} = \eta \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{1}{2 r_c} \frac{\partial p_0}{\partial \theta} (2y \pm h_0) + (U_2 - U_1) \frac{\eta}{h_0} \quad (4.63)$$

O sinal (+) se refere à superfície móvel e o sinal (-) se refere à superfície do mancal. Como $U_2 = 0$, pois a superfície superior é fixa e fazendo $U_1 = U$, tem-se:

$$\tau_{\theta y} = \eta \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{1}{2 r_0} \frac{\partial p_0}{\partial \theta} (2y \pm h_0) + \frac{U \eta}{h_0} \quad (4.64)$$

A força elementar de fricção dF_a ou força de atrito que se opõe ao movimento da placa móvel será então a tensão de cisalhamento multiplicada pela área elementar:

$$dF_a = \eta \frac{\partial U}{\partial y} dA \quad (4.65)$$

E a perda de potência na superfície móvel se obtém multiplicando a força de atrito pela velocidade, isto é:

$$dH_0 = U dF_a = \eta U \frac{\partial U}{\partial y} dA \quad (4.66)$$

Lembrando que $U = 2 \pi r_0 N$ e considerando-se as equações (4.64) e (4.66) obtém-se:

$$dH_0 = 2 \pi r_0 N \left(\frac{\eta}{2 r_0} \frac{\partial p_0}{\partial \theta} [2y \pm h_0] + \frac{2 \pi r_0 N \eta}{h_0} \right) dA \quad (4.67)$$

Na superfície móvel, isto é para $y = 0$, tem-se:

$$dH_0 = 2 \pi r_0 N \eta \left(\frac{2 \pi r_0 N}{h_0} + \frac{h_0}{2 \eta r_0} \frac{\partial p_0}{\partial \theta} \right) r_0 dr_0 d\theta \quad (4.68)$$

Integrando-se a equação (4.68) obtém-se a perda de potência, isto é:

$$H_0 = 2 \pi N \eta \int_{R_i}^{R_e} \int_0^{\theta_0} \left(\frac{2 \pi r_0^3 N}{h_0} + \frac{r_0 h_0}{2 \eta} \frac{\partial p_0}{\partial \theta} \right) dr_0 d\theta \quad (4.69)$$

A integral (4.69) acima foi resolvida no apêndice A2 resultando:

$$H_0 = \frac{\pi \eta N^2 R_e^4}{b} \left\{ \pi \theta_0 L_n \left(1 + \frac{b}{a} \right) \left[1 - \left(1 - \frac{L}{R_e} \right)^4 \right] + \sigma \left(\frac{L}{R_e} \right)^2 \right\} \quad (4.70)$$

Para simplificar a equação (4.70) foi utilizado o seguinte fator:

$$\sigma = \Delta r \Delta \theta \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n r_j h_i \frac{\partial p}{\partial \theta} \quad (4.71)$$

O valor sigma se denomina '*Coefficiente de Fricção Adimensional*' e foi calculado usando a regra de Simpson. O valor de $\partial p / \partial \theta$ foi calculado de maneira diferente para os vários pontos da malha, como segue:

- Na coluna 1, a derivada é uma aproximação progressiva de três pontos, equação (4.52).
- Na coluna n, a derivada é uma aproximação regressiva de três pontos, equação (4.33).
- Nas colunas de 2 a np, a derivada é a aproximação central apresentada a seguir:

$$\frac{\partial p}{\partial \theta} = \frac{p_{i+1,j}^n - p_{i-1,j}^n}{2 \Delta \theta}$$

Assim, após ter calculado o valor de σ , pode-se denominar os termos entre chaves da equação (4.70) de "**Perda de carga adimensional**", isto é:

$$H = \pi \theta_0 L_n \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left[1 - \left(1 - \frac{L}{R_e}\right)^4\right] + \sigma \left(\frac{L}{R_e}\right)^2 \quad (4.72)$$

Dessa maneira, a equação (4.70), que relaciona as perdas de potência dimensional e adimensional se resume em:

$$H_0 = H \frac{\pi \eta N^2 R_e^4}{b} \quad (4.73)$$

4.5 - ELEVAÇÃO DE TEMPERATURA DO LUBRIFICANTE E TEMPERATURA MÉDIA DE TRABALHO

Para se determinar a elevação da temperatura do lubrificante, desde a entrada $\theta = 0$ até a saída $\theta = \theta_0$, costuma-se admitir que o calor gerado por atrito no mancal ou perda de potência, é totalmente transferido para o lubrificante. Essa hipótese é tanto mais correta, quanto maior for a velocidade de rotação do colar.

Uma expressão típica para se calcular a temperatura média t_m de trabalho do filme de lubrificante é a seguinte:

$$t_m = t_c + \beta(t_s - t_c) = t_c + \beta \Delta t \quad (4.74)$$

onde:

t_m = Temperatura média do filme de lubrificante, isto é, temperatura básica para se definir a viscosidade do lubrificante.

Δt = Elevação da temperatura do lubrificante, desde a entrada até a saída da sapata.

t_c = Temperatura do lubrificante na entrada da cunha de óleo, em $\theta = 0$.

t_s = Temperatura do lubrificante na saída da cunha de óleo, em $\theta = \theta_0$.

β = Constante empírica ; $\beta = 0,5$ segundo Raimondi e Boyd e $\beta = 0,8$ de acordo com Cameron; no entanto, resultados experimentais evidenciam que β varia para cada mancal específico e é bastante influenciado pela velocidade de rotação.

Admitindo-se $\beta = 0,5$, a temperatura do lubrificante que sai pelas faces laterais do mancal seja igual a $t_m = (t_s + t_e) / 2$ e da equação de balanço de energia resulta:

$$\frac{F_a U}{J} + Q_E \rho c_p t_e = (Q_E - Q_{Re} - Q_{Ri}) \rho c_p t_s + (Q_{Pe} + Q_{Ri}) \rho c_p \frac{t_e + t_s}{2} \quad (4.75)$$

onde:

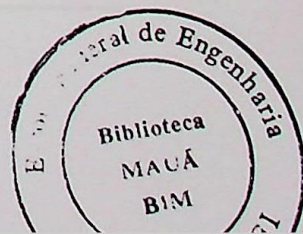
- $\frac{F_a U}{J}$ = Quantidade de calor devido à perda de potência.
- $Q_E \rho c_p t_e$ = Quantidade de calor no óleo na entrada da sapata.
- $(Q_E - Q_{Re} - Q_{Ri}) \rho c_p t_s$ = Quantidade de calor no óleo na saída da sapata.
- $(Q_{Re} + Q_{Ri}) \rho c_p \frac{t_e + t_s}{2}$ = Quantidade de calor no óleo que sai pelas faces interna e externa da sapata.

Sendo $\Delta t = t_s - t_e$ e reagrupando-se os valores acima tem-se:

$$\frac{F_a U}{J} = Q_E \rho c_p \Delta t \left[1 - \frac{Q_{Re}}{Q_E} \left(\frac{1}{2} \right) - \frac{Q_{Ri}}{Q_E} \left(\frac{1}{2} \right) \right] \quad (4.76)$$

Finalmente, como $F_a U = H_0$ a elevação da temperatura será:

$$\Delta t = \frac{2 H_0}{J \rho c_p [2 Q_E - (Q_{Re} + Q_{Ri})]} \quad (4.77)$$



4.6 - CENTRO DE PRESSÃO

O centro de pressão indica onde deverá ser colocado o pivô, no caso de mancais pivotados, e é o ponto onde atua a resultante das forças. Nesse trabalho serão calculados o ângulo θ_p medido a partir da seção de espessura máxima do filme de fluido até o centro de pressão, e a distância radial adimensional R_p do raio interno até o referido centro de pressão.

Inicialmente determina-se os centros de pressão (X_p , Y_p), através de um sistema de eixos cartesianos (X, Y), convenientemente colocado no centro dos círculos que originam o setor, conforme mostrado na figura 4.4.

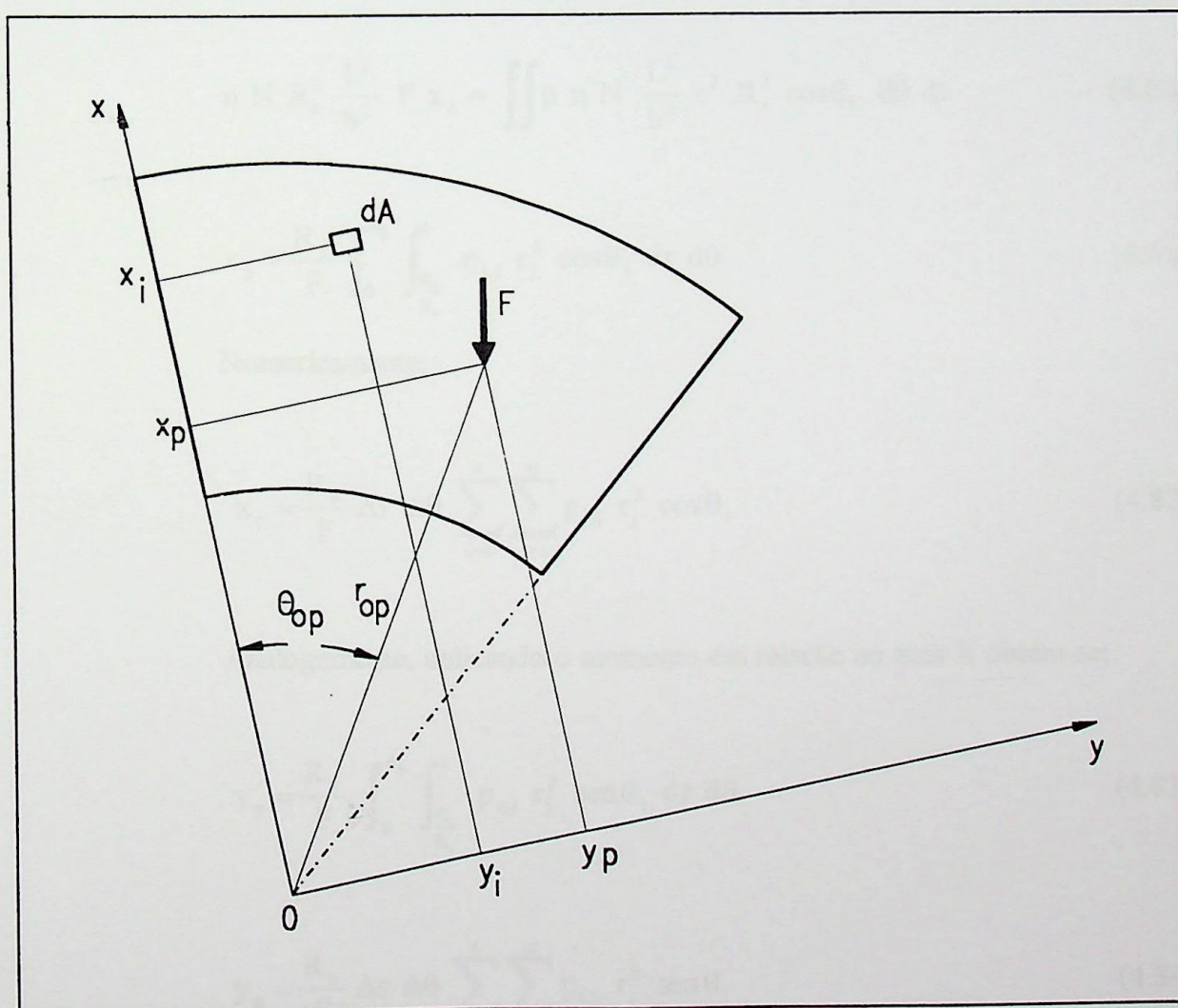


Figura 4.4 - Sistema de eixos para cálculo do centro de pressão.

Para calcular esses valores, aplica-se o momento da resultante, primeiro em relação a y:

$$F x_p = \iint p_0 x \, dx \, dy \quad (4.78)$$

Em coordenadas polares, pode-se escrever:

$$F x_p = \iint p_0 r^2 R_e \cos\theta_i \, d\theta \, dr \quad (4.79)$$

Adimensionalmente tem-se:

$$\eta N R_e^2 \frac{L^2}{b^2} F x_p = \iint p \eta N \frac{L^2}{b^2} r^2 R_e^3 \cos\theta_i \, d\theta \, dr \quad (4.80)$$

$$x_p = \frac{R_e}{F} \int_0^{\theta_0} \int_{R_i}^{R_e} p_{i,j} r_j^2 \cos\theta_i \, dr \, d\theta \quad (4.81)$$

Numericamente:

$$x_p = \frac{R_e}{F} \Delta r \Delta\theta \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m p_{i,j} r_j^2 \cos\theta_i \quad (4.82)$$

Analogamente, aplicando o momento em relação ao eixo X obtém-se:

$$y_p = \frac{R_e}{F} \int_0^{\theta_0} \int_{R_i}^{R_e} p_{i,j} r_j^2 \sen\theta_i \, dr \, d\theta \quad (4.83)$$

$$y_p = \frac{R_e}{F} \Delta r \Delta\theta \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m p_{i,j} r_j^2 \sen\theta_i \quad (4.84)$$

Por meio de uma simples mudança de coordenadas tem-se:

$$R_{0p} = \sqrt{x_p^2 + y_p^2} \quad ; \quad \theta_{0p} = \arctg \frac{y_p}{x_p} \quad (4.85)$$

Para situar melhor a posição desse ponto, fez-se ainda a seguinte modificação possibilitando que, R_p e θ_p sejam relativos a um setor cujas dimensões, largura e ângulo variam de 0 a 1, adimensionalmente.

$$\theta_p = \frac{\theta_{0p}}{\theta_0} \quad ; \quad R_p = \frac{R_{0p} - R_i}{R_e - R_i} \quad (4.86)$$

CAPÍTULO 5

RESULTADOS

5.1 - INTRODUÇÃO

Após ter-se estabelecido as equações para calcular as características do mancal no capítulo 4, nesse capítulo, serão apresentados alguns resultados obtidos através da simulação de vários casos usando o programa computacional. Posteriormente, esses resultados serão comparados com os de outros estudos envolvendo a análise preditiva do comportamento operacional de mancais axiais de deslizamento. Os valores obtidos abrangem uma grande variedade dos três parâmetros determinantes apresentados a seguir:

- As relações L/Re , que devem ser menores que a unidade e maiores que zero têm os seguintes valores: $1/4$, $1/3$, $1/2$ e $2/3$.
- Os valores do ângulo do setor dependem do número de sapatas utilizadas nos mancais axiais. Em casos práticos, esse número raramente é menor que quatro ou maior que doze. Assim, nessa dissertação foram obtidas soluções para ângulos θ_0 iguais a 80, 55, 40, 30 e 25 graus. Esses valores correspondem aos mancais axiais terem respectivamente 4, 6, 8, 10 e 12 sapatas, possibilitando assim a existência de espaços para as canaletas.
- Os valores de a/b refletem as condições de operação e esse parâmetro está representado pelo valores: 1 - 0,9 - 0,8 - 0,7 - 0,6 - 0,5 - 0,4 - 0,3 - 0,25 - 0,2 e assim, as razões de espessura do filme de lubrificante, desde a entrada até a saída do lubrificante, variam de 2 a 6.

Para projetar um mancal, é considerada conhecida a carga que o conjunto deve suportar, a velocidade do colar e a espessura mínima admissível do filme de lubrificante. Tem-se como objetivo dimensionar o mancal com a mínima perda de potência, conseqüentemente, com o menor aumento de temperatura. Os três valores que direcionam o projeto de um mancal são a espessura mínima do filme fluido, as vazões do lubrificante

no contorno da sapata e a perda de potência. Um item adicional no caso de mancais axiais é o centro de pressão que é de grande importância para mancais pivotados, pois é ele que indica onde deve ser colocado o pivô. Esses valores na forma adimensional e outros como o fator de carga e o coeficiente de fricção são os resultados desse trabalho de dissertação e estão mostrados em tabelas e gráficos nas páginas seguintes. Os valores dimensionais poderão ser calculados usando as equações mostradas no capítulo 4.

5.2 - ANÁLISE COMPARATIVA DOS RESULTADOS

Para se avaliar os resultados, eles foram comparados com os obtidos, sob as mesmas condições, por outros pesquisadores tais como Jean Frêne e Pinkus. As eventuais divergências e as concordâncias foram discutidas.

Ainda para analisar os resultados e justificar o modo como eles foram obtidos, foi feito um minucioso trabalho de refinamento de malha, visando utilizar os métodos mais precisos de cálculo numérico.

Inicialmente, os cálculos numéricos foram efetuados com malha pequena, de 7 x 7 divisões, e os resultados apresentaram uma boa concordância com a literatura existente. Posteriormente essa malha foi aumentada gradativamente até 400 x 400 divisões e os valores do fator adimensional T e da carga F_v , só se estabilizaram em torno da malha de 250 x 250 divisões. Conclui-se então que, provavelmente, o tamanho da malha explica as diferenças encontradas entre os resultados desse trabalho e os de outros no que se refere ao valor do fator de carga adimensional T, ressaltando que o autor Pinkus usou uma malha de 7 x 7 divisões e Jean Frêne não especificou a malha utilizada.

Após exaustivos cálculos mostrados no capítulo 3, foi descartado o método de convergência que somava os erros em todos os pontos da malha, pois ele resulta numa precisão muito aquém da desejada (0,01 a 0,001) e exige um tempo de uso do computador (cpu) muito maior para convergir. Ignorou-se também as malhas maiores que 250 x 250, pois o tempo de cpu passava de 35 minutos e isso não se traduzia em melhoria para a precisão dos resultados.

As figuras 5.19 e 5.20 mostram um exemplo da variação dos valores do fator de carga calculados nesse trabalho comparados com os encontrados por Pinkus. Para ter-se uma idéia da magnitude dessas diferenças ou desvios foi feito o seguinte cálculo:

$$\text{desvio} = \frac{T_{\text{tese}} - T_{\text{pinkus}}}{T_{\text{pinkus}}} \times 100 \quad (5.1)$$

A maior valor de desvio encontrado nas tabelas foi em torno de 21 %. Observa-se que na figura 3.10, os valores do fator de carga T realmente convergem para os valores encontrados nesse trabalho tendo precisão de até quatro casas decimais.

5.2.1 - Espessura do filme

As figuras 5.1 a 5.4 mostram a razão da espessura mínima do filme pelo desnível da sapata (a/b) versus o fator de carga T. Enquanto as figuras 5.5 a 5.9 representam as curvas do comportamento do ângulo θ_0 em relação ao fator T. As figuras sugerem as seguintes observações:

- **Efeito do parâmetro θ_0** : Para um dado L/Re há um valor ótimo de θ_0 , isto é, o menor valor de T da figura indica o ângulo ótimo a ser escolhido. Assim, pelo uso de um número de sapatas ótimo, garante-se a capacidade de carga mais alta. Geralmente se deseja ter a maior capacidade de carga, a maior razão L/Re , e o menor número de sapatas. Os ângulos de setor grandes e as relações a/b pequenas trazem os picos de pressão para a saída da sapata.
- **Efeito do parâmetro L/Re** : Razões maiores de L/Re elevam a capacidade de carga. Essa tendência é mais forte com valores de θ_0 pequenos.
- **Efeito de a/b** : A capacidade de carga varia muito rapidamente com o aumento de a/b . Esse valor chega a aumentar 17 vezes quando a/b varia de 0,2 a 1,0.
- **Os picos da pressão**: A figura 3.6 indica que a pressão máxima, na linha circunferencial média da sapata, ocorre numa posição circunferencial, próxima à saída do lubrificante e essa tendência é cada vez mais significativa à medida que aumenta a inclinação das sapatas, isto é, à medida que diminui a relação a/b . A figura 3.7 mostra que os picos da pressão na linha radial média da sapata ocorrem, aproximadamente, no centro da linha radial média.

5.2.2 - Vazão do lubrificante

Um modo eficaz de verificar a exatidão do método de cálculo numérico, é através do balanço das vazões. Nesse trabalho, as vazões foram formuladas de tal modo que todas podem ser calculadas através da equação:

$$Q = q \pi R_e N L b$$

onde Q é a vazão em questão e q é a vazão adimensional correspondente nas tabelas. Assim pode-se fazer o balanço das mesmas efetuando um simples cálculo aritmético:

$$\frac{(q_{OS} + q_{RE} + q_{RI} - q_{OE})}{q_{OE}} \times 100 \quad (5.2)$$

Esse cálculo foi feito em todos os casos das tabelas e os resultados foram:

Para $L / Re = 2 / 3$; erro máximo = 0,10 %

Para $L / Re = 1 / 2$; erro máximo = 0,08 %

Para $L / Re = 1 / 3$; erro máximo = 0,14 %

Para $L / Re = 1 / 4$; erro máximo = 0,15 %

Uma grande contribuição desse trabalho, talvez seja o fato de ter-se conseguido um erro tão pequeno no balanço das vazões na sapata, erro esse cujo maior valor é 0,15 %. Na literatura pesquisada, não se tem conhecimento de nenhum resultado tão preciso. geralmente, se listavam os valores de três vazões e a quarta vazão era obtida por soma algébrica. Esses valores apresentavam erros consideráveis pois dependem do gradiente de pressão e as malhas usadas eram muito grosseiras, devido às limitações computacionais.

O fato que merece ser ressaltado é que a vazão lateral é praticamente independente da espessura mínima do filme do lubrificante. Isso se deve ao fato de que, como os gradientes de pressão aumentam sensivelmente com a diminuição da espessura mínima a , a espessura h do filme decresce e, uma vez que a vazão é proporcional ao cubo da espessura, os dois efeitos se anulam mutuamente. A vazão na saída naturalmente decresce com a queda da espessura máxima do filme. Sendo a vazão de saída de menor

valor resulta que, dada a geometria fixa de um mancal, a vazão do lubrificante através do mancal varia somente com a velocidade e é independente da viscosidade e da carga.

5.2.3 - Perda de potência e elevação de temperatura

As figuras 5.21 e 5.22 mostram a grande concordância dos valores da perda de potência adimensional obtidos nesse trabalho comparados com os do Pinkus. A perda de potência cresce proporcionalmente com o aumento do ângulo do setor, e os seus menores valores são para $L / R_e = 1/4$ e ângulos pequenos de setor. Respeitando o espaço físico disponível para o mancal, é desejável mas não imperativo dimensioná-lo com a mínima perda de potência e conseqüentemente com a menor elevação de temperatura. Finalmente, analisando a equação da perda de potência abaixo, conclue-se que é conveniente ter-se N e R_e tão pequenos quanto possível.

$$H_0 = H \frac{\pi \eta N^2 R_e^4}{b} \quad (5.3)$$

A temperatura efetiva do fluido lubrificante é geralmente limitada pelo tipo de fluido e pelo material de revestimento do mancal. Normalmente, os óleos minerais e as sapatas de babitt admitem temperaturas de até 120°C. O aquecimento acima desse valor compromete a eficiência do sistema, ficando o óleo sujeito a oxidação e com isso ocorrendo a formação de ácidos que podem danificar as superfícies metálicas do mancal, para diminuir a elevação de temperatura e conforme mostrado no apêndice A5, conclue-se que, tendo um mancal cujas dimensões estão limitadas pelo espaço físico, pode-se modificar praticamente todas as características do mesmo variando apenas a inclinação da sapata. Obtendo-se então uma considerável diminuição da elevação da temperatura do lubrificante. No exemplo, com a diminuição de a/b , o aumento de temperatura (Δt) diminui de 22,44 °C para 4,5 °C, o que é muito vantajoso para o perfeito funcionamento do mancal.

5.2.4 - Centro de pressão

Os valores dos centros de pressão obtidos nas tabelas, variam entre 0,57 e 0,77 para o ângulo adimensional θ_p e entre 0,3 e 0,61 para o raio adimensional R_p . Conforme observado nas tabelas e na figura 5.23, o centro de pressão, quando comparado com o movimento dos ponteiros de um relógio tem o seguinte comportamento:

1. Tendo a/b fixo, o centro de pressão se desloca no sentido anti-horário e para cima, isto é, para a face do raio externo, quando se diminui o ângulo de 80° para 25° e quando aumenta a razão L/Re .
2. Tendo o ângulo do setor fixo, o centro de pressão se desloca no sentido horário e para a face do raio interno da sapata, quando se aumenta a/b .

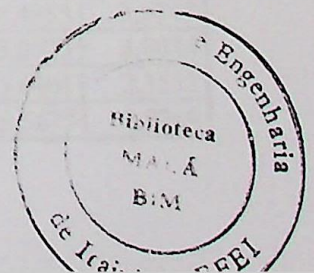


Tabela 5.1 - Resultados Obtidos para a Relação: Largura / Raio externo = 1 / 4.

a/b	θ_0	T	q_{ri}	q_{re}	q_{os}	q_{oe}	θ_p	R_p	σ	H
1,00	80	1,4346	0,3489	0,4292	0,9195	1,6990	0,6342	0,3112	0,1587	2,0884
1,00	55	1,0764	0,3283	0,4067	0,9376	1,6739	0,6207	0,4204	0,2092	1,4420
1,00	40	0,8714	0,3037	0,3798	0,9577	1,6421	0,6089	0,4657	0,2566	1,0553
1,00	30	0,7490	0,2737	0,3470	0,9802	1,6015	0,5987	0,4879	0,2972	0,7980
1,00	25	0,6984	0,2507	0,3217	0,9965	1,5691	0,5928	0,4970	0,3181	0,6694
0,90	80	1,1334	0,3490	0,4293	0,8316	1,6113	0,6439	0,3149	0,2009	2,2531
0,90	55	0,8528	0,3286	0,4070	0,8493	1,5860	0,6295	0,4218	0,2641	1,5569
0,90	40	0,6923	0,3040	0,3801	0,8689	1,5539	0,6169	0,4663	0,3231	1,1405
0,90	30	0,5965	0,2741	0,3473	0,8907	1,5127	0,6060	0,4883	0,3733	0,8635
0,90	25	0,5570	0,2510	0,3220	0,9064	1,4797	0,5998	0,4972	0,3988	0,7251
0,80	80	0,8752	0,3492	0,4295	0,7436	1,5237	0,6550	0,3195	0,2601	2,4479
0,80	55	0,6609	0,3288	0,4072	0,7609	1,4982	0,6397	0,4236	0,3407	1,6930
0,80	40	0,5383	0,3044	0,3804	0,7799	1,4656	0,6262	0,4671	0,4155	1,2418
0,80	30	0,4653	0,2745	0,3478	0,8008	1,4237	0,6146	0,4887	0,4786	0,9418
0,80	25	0,4353	0,2514	0,3225	0,8159	1,3900	0,6079	0,4975	0,5104	0,7918
0,70	80	0,6571	0,3494	0,4297	0,6555	1,4360	0,6681	0,3253	0,3465	2,6823
0,70	55	0,4984	0,3292	0,4076	0,6723	1,4102	0,6516	0,4258	0,4519	1,8574
0,70	40	0,4078	0,3048	0,3809	0,6906	1,3772	0,6372	0,4681	0,5486	1,3646
0,70	30	0,3539	0,2750	0,3483	0,7105	1,3344	0,6247	0,4892	0,6293	1,0371
0,70	25	0,3319	0,2519	0,3230	0,7247	1,2999	0,6175	0,4979	0,6695	0,8733
0,60	80	0,4758	0,3496	0,4300	0,5673	1,3483	0,6835	0,3327	0,4785	2,9710
0,60	55	0,3632	0,3296	0,4081	0,5834	1,3222	0,6659	0,4287	0,6202	2,0608
0,60	40	0,2989	0,3055	0,3816	0,6007	1,2886	0,6504	0,4694	0,7486	1,5173
0,60	30	0,2607	0,2757	0,3491	0,6195	1,2449	0,6369	0,4899	0,8542	1,1563
0,60	25	0,2453	0,2526	0,3238	0,6328	1,2094	0,6291	0,4984	0,9058	0,9757
0,50	80	0,3286	0,3500	0,4304	0,4787	1,2605	0,7021	0,3423	0,6932	3,3376
0,50	55	0,2529	0,3302	0,4087	0,4940	1,2342	0,6832	0,4325	0,8908	2,3205
0,50	40	0,2098	0,3063	0,3825	0,5103	1,1999	0,6665	0,4712	1,0666	1,7138
0,50	30	0,1844	0,2766	0,3501	0,5276	1,1549	0,6518	0,4908	1,2082	1,3109
0,50	25	0,1743	0,2535	0,3248	0,5397	1,1182	0,6434	0,4991	1,2754	1,1092
0,40	80	0,2123	0,3505	0,4309	0,3898	1,1727	0,7251	0,3552	1,0731	3,8236
0,40	55	0,1654	0,3311	0,4097	0,4040	1,1460	0,7048	0,4377	1,3622	2,6677
0,40	40	0,1388	0,3075	0,3837	0,4188	1,1109	0,6867	0,4736	1,6124	1,9790
0,40	30	0,1233	0,2779	0,3515	0,4343	1,0643	0,6707	0,4922	1,8073	1,5216
0,40	25	0,1173	0,2548	0,3262	0,4449	1,0262	0,6615	0,5002	1,8959	1,2924
0,30	80	0,1240	0,3515	0,4318	0,3002	1,0849	0,7542	0,3731	1,8368	4,5117
0,30	55	0,0986	0,3325	0,4111	0,3129	1,0577	0,7325	0,4450	2,2874	3,1658
0,30	40	0,0842	0,3094	0,3857	0,3257	1,0215	0,7129	0,4771	2,6600	2,3647
0,30	30	0,0760	0,2800	0,3537	0,3388	0,9730	0,6956	0,4942	2,9340	1,8322
0,30	25	0,0730	0,2566	0,3283	0,3476	0,9329	0,6855	0,5018	3,0481	1,5645
0,25	80	0,0896	0,3521	0,4325	0,2550	1,0410	0,7720	0,3847	2,5442	4,9850
0,25	55	0,0722	0,3335	0,4122	0,2666	1,0135	0,7496	0,4499	3,1239	3,5131
0,25	40	0,0625	0,3107	0,3870	0,2782	0,9766	0,7294	0,4796	3,5864	2,6372
0,25	30	0,0570	0,2814	0,3552	0,2898	0,9269	0,7113	0,4957	3,9104	2,0542
0,25	25	0,0552	0,2580	0,3298	0,2975	0,8857	0,7007	0,5029	4,0345	1,7603
0,20	80	0,0611	0,3529	0,4334	0,2092	0,9970	0,7927	0,3988	3,7322	5,6060
0,20	55	0,0502	0,3349	0,4136	0,2196	0,9692	0,7698	0,4561	4,4955	3,9747
0,20	40	0,0442	0,3124	0,3889	0,2296	0,9316	0,7490	0,4827	5,0725	3,0034
0,20	30	0,0410	0,2832	0,3572	0,2395	0,8805	0,7303	0,4976	5,4461	2,3552
0,20	25	0,0400	0,2597	0,3318	0,2459	0,8378	0,7193	0,5044	5,5675	2,0269

Tabela 5.2 - Resultados Obtidos para a Relação: Largura / Raio externo = 1 / 3.

a/b	θ_0	T	q_{ri}	q_{re}	q_{os}	q_{oc}	θ_p	R_p	σ	H
1,00	80	1,5484	0,3000	0,4047	0,8910	1,5969	0,6233	0,3787	0,1848	2,4604
1,00	55	1,2069	0,2731	0,3741	0,9134	1,5615	0,6087	0,4546	0,2352	1,7036
1,00	40	1,0273	0,2410	0,3379	0,9376	1,5171	0,5974	0,4869	0,2750	1,2505
1,00	30	0,9404	0,2046	0,2964	0,9631	1,4644	0,5888	0,5040	0,2995	0,9482
1,00	25	0,9207	0,1789	0,2669	0,9803	1,4263	0,5844	0,5120	0,3055	0,7964
0,90	80	1,2264	0,3003	0,4049	0,8070	1,5133	0,6323	0,3809	0,2334	2,6561
0,90	55	0,9589	0,2734	0,3744	0,8289	1,4775	0,6168	0,4554	0,2961	1,8412
0,90	40	0,8184	0,2413	0,3382	0,8523	1,4323	0,6046	0,4873	0,3452	1,3535
0,90	30	0,7510	0,2048	0,2967	0,8768	1,3786	0,5954	0,5043	0,3751	1,0280
0,90	25	0,7361	0,1791	0,2671	0,8932	1,3398	0,5908	0,5122	0,3821	0,8644
0,80	80	0,9501	0,3005	0,4051	0,7229	1,4296	0,6426	0,3837	0,3013	2,8880
0,80	55	0,7458	0,2737	0,3748	0,7440	1,3933	0,6261	0,4564	0,3807	2,0048
0,80	40	0,6387	0,2417	0,3387	0,7665	1,3474	0,6131	0,4878	0,4424	1,4764
0,80	30	0,5878	0,2051	0,2971	0,7899	1,2925	0,6033	0,5046	0,4793	1,1237
0,80	25	0,5771	0,1794	0,2675	0,8055	1,2527	0,5982	0,5125	0,4875	0,9462
0,70	80	0,7162	0,3008	0,4055	0,6385	1,3459	0,6548	0,3871	0,3997	3,1677
0,70	55	0,5651	0,2741	0,3753	0,6589	1,3091	0,6371	0,4578	0,5025	2,2031
0,70	40	0,4861	0,2421	0,3392	0,6803	1,2622	0,6231	0,4885	0,5814	1,6263
0,70	30	0,4490	0,2056	0,2976	0,7024	1,2059	0,6125	0,5051	0,6275	1,2410
0,70	25	0,4417	0,1797	0,2679	0,7170	1,1650	0,6071	0,5129	0,6369	1,0468
0,60	80	0,5215	0,3012	0,4059	0,5539	1,2621	0,6692	0,3915	0,5490	3,5135
0,60	55	0,4143	0,2747	0,3759	0,5733	1,2247	0,6502	0,4595	0,6855	2,4498
0,60	40	0,3585	0,2428	0,3399	0,5934	1,1766	0,6352	0,4894	0,7885	1,8139
0,60	30	0,3327	0,2061	0,2983	0,6139	1,1186	0,6237	0,5057	0,8468	1,3888
0,60	25	0,3283	0,1802	0,2685	0,6274	1,0765	0,6178	0,5134	0,8572	1,1742
0,50	80	0,3629	0,3017	0,4065	0,4689	1,1783	0,6868	0,3974	0,7892	3,9548
0,50	55	0,2910	0,2755	0,3768	0,4870	1,1401	0,6663	0,4619	0,9763	2,7671
0,50	40	0,2538	0,2437	0,3409	0,5055	1,0906	0,6500	0,4906	1,1139	2,0573
0,50	30	0,2372	0,2069	0,2992	0,5242	1,0306	0,6375	0,5065	1,1884	1,5822
0,50	25	0,2348	0,1808	0,2693	0,5364	0,9868	0,6311	0,5142	1,1984	1,3416
0,40	80	0,2370	0,3026	0,4074	0,3833	1,0944	0,7085	0,4053	1,2084	4,5440
0,40	55	0,1927	0,2767	0,3780	0,3998	1,0552	0,6864	0,4651	1,4749	3,1956
0,40	40	0,1700	0,2449	0,3423	0,4163	1,0040	0,6687	0,4923	1,6635	2,3897
0,40	30	0,1604	0,2079	0,3005	0,4327	0,9414	0,6550	0,5077	1,7577	1,8490
0,40	25	0,1597	0,1817	0,2705	0,4432	0,8957	0,6480	0,5152	1,7632	1,5740
0,30	80	0,1409	0,3038	0,4087	0,2967	1,0103	0,7364	0,4166	2,0332	5,3875
0,30	55	0,1170	0,2784	0,3799	0,3110	0,9700	0,7126	0,4699	2,4306	3,8186
0,30	40	0,1051	0,2468	0,3444	0,3249	0,9166	0,6934	0,4950	2,6935	2,8801
0,30	30	0,1006	0,2095	0,3024	0,3383	0,8506	0,6784	0,5096	2,8052	2,2473
0,30	25	0,1009	0,1829	0,2722	0,3469	0,8023	0,6706	0,5169	2,7914	1,9231
0,25	80	0,1031	0,3047	0,4097	0,2527	0,9683	0,7536	0,4240	2,7809	5,9742
0,25	55	0,0869	0,2797	0,3813	0,2656	0,9272	0,7291	0,4732	3,2747	4,2587
0,25	40	0,0790	0,2481	0,3459	0,2779	0,8724	0,7091	0,4969	3,5834	3,2308
0,25	30	0,0764	0,2106	0,3038	0,2896	0,8044	0,6933	0,5110	3,6934	2,5348
0,25	25	0,0771	0,1838	0,2733	0,2970	0,7545	0,6851	0,5182	3,6543	2,1764
0,20	80	0,0715	0,3059	0,4110	0,2080	0,9262	0,7739	0,4333	4,0100	6,7526
0,20	55	0,0615	0,2813	0,3831	0,2193	0,8843	0,7487	0,4775	4,6272	4,8502
0,20	40	0,0569	0,2498	0,3478	0,2297	0,8278	0,7280	0,4994	4,9786	3,7067
0,20	30	0,0558	0,2120	0,3056	0,2394	0,7573	0,7115	0,5129	5,0613	2,9275
0,20	25	0,0567	0,1849	0,2749	0,2454	0,7056	0,7029	0,5199	4,9702	2,5232

Tabela 5.3 - Resultados Obtidos para a Relação: Largura / Raio externo = 1 / 2.

a/b	θ_0	T	q_{ri}	q_{re}	q_{os}	q_{oe}	θ_p	R_p	σ	H
1,00	80	1,8654	0,2037	0,3530	0,8313	1,3886	0,6052	0,4511	0,2050	2,9017
1,00	55	1,6067	0,1665	0,3071	0,8594	1,3332	0,5925	0,4981	0,2369	2,0189
1,00	40	1,5385	0,1291	0,2594	0,8859	1,2747	0,5846	0,5224	0,2468	1,4869
1,00	30	1,5919	0,0962	0,2145	0,9092	1,2201	0,5797	0,5397	0,2382	1,1285
1,00	25	1,6827	0,0781	0,1872	0,9226	1,1883	0,5775	0,5500	0,2252	0,9471
0,96	80	1,4839	0,2039	0,3533	0,7549	1,3127	0,6130	0,4521	0,2578	3,1372
0,90	55	1,2820	0,1667	0,3074	0,7819	1,2563	0,5994	0,4987	0,2970	2,1868
0,90	40	1,2303	0,1292	0,2597	0,8074	1,1965	0,5910	0,5228	0,3086	1,6136
0,90	30	1,2750	0,0963	0,2147	0,8296	1,1409	0,5858	0,5400	0,2974	1,2266
0,90	25	1,3488	0,0781	0,1874	0,8424	1,1083	0,5834	0,5503	0,2809	1,0305
0,80	80	1,1559	0,2042	0,3537	0,6782	1,2367	0,6221	0,4534	0,3310	3,4176
0,80	55	1,0025	0,1670	0,3078	0,7041	1,1791	0,6075	0,4993	0,3798	2,3876
0,80	40	0,9647	0,1294	0,2600	0,7282	1,1179	0,5985	0,5233	0,3936	1,7658
0,80	30	1,0017	0,0964	0,2149	0,7493	1,0609	0,5929	0,5405	0,3785	1,3452
0,80	25	1,0607	0,0782	0,1876	0,7613	1,0275	0,5903	0,5507	0,3573	1,1314
0,70	80	0,8775	0,2047	0,3542	0,6012	1,1606	0,6327	0,4550	0,4360	3,7579
0,70	55	0,7648	0,1674	0,3083	0,6256	1,1015	0,6171	0,5002	0,4979	2,6331
0,70	40	0,7387	0,1297	0,2604	0,6483	1,0387	0,6074	0,5239	0,5142	1,9530
0,70	30	0,7690	0,0966	0,2152	0,6680	0,9801	0,6013	0,5411	0,4932	1,4916
0,70	25	0,8152	0,0783	0,1879	0,6792	0,9458	0,5986	0,5513	0,4649	1,2565
0,60	80	0,6450	0,2052	0,3548	0,5236	1,0842	0,6456	0,4572	0,5933	4,1818
0,60	55	0,5659	0,1678	0,3089	0,5465	1,0235	0,6287	0,5013	0,6730	2,9413
0,60	40	0,5491	0,1300	0,2610	0,5674	0,9587	0,6182	0,5248	0,6918	2,1897
0,60	30	0,5735	0,0967	0,2156	0,5855	0,8981	0,6116	0,5418	0,6613	1,6779
0,60	25	0,6090	0,0784	0,1882	0,5957	0,8627	0,6085	0,5520	0,6223	1,4161
0,50	80	0,4546	0,2060	0,3557	0,4454	1,0075	0,6613	0,4601	0,8420	4,7284
0,50	55	0,4024	0,1685	0,3098	0,4663	0,9448	0,6430	0,5028	0,9466	3,3427
0,50	40	0,3930	0,1304	0,2617	0,4851	0,8776	0,6315	0,5260	0,9667	2,5006
0,50	30	0,4124	0,0970	0,2162	0,5013	0,8147	0,6243	0,5429	0,9199	1,9242
0,50	25	0,4389	0,0786	0,1887	0,5104	0,7780	0,6209	0,5531	0,8638	1,6278
0,40	80	0,3025	0,2070	0,3569	0,3661	0,9305	0,6810	0,4641	1,2656	5,4682
0,40	55	0,2713	0,1694	0,3111	0,3845	0,8653	0,6611	0,5051	1,4047	3,8930
0,40	40	0,2674	0,1310	0,2628	0,4009	0,7950	0,6485	0,5277	1,4215	2,9313
0,40	30	0,2824	0,0973	0,2170	0,4147	0,7293	0,6405	0,5445	1,3440	2,2679
0,40	25	0,3015	0,0788	0,1894	0,4225	0,6910	0,6368	0,5546	1,2579	1,9244
0,30	80	0,1851	0,2085	0,3588	0,2852	0,8530	0,7068	0,4702	2,0700	6,5476
0,30	55	0,1692	0,1708	0,3130	0,3005	0,7845	0,6852	0,5085	2,2532	4,7090
0,30	40	0,1691	0,1319	0,2643	0,3138	0,7103	0,6713	0,5304	2,2486	3,5772
0,30	30	0,1803	0,0978	0,2182	0,3248	0,6411	0,6623	0,5470	2,1054	2,7876
0,30	25	0,1935	0,0792	0,1904	0,3309	0,6007	0,6582	0,5569	1,9612	2,3747
0,25	80	0,1382	0,2096	0,3601	0,2438	0,8140	0,7231	0,4744	2,7739	7,3120
0,25	55	0,1281	0,1717	0,3143	0,2572	0,7435	0,7005	0,5110	2,9775	5,2946
0,25	40	0,1293	0,1325	0,2654	0,2686	0,6669	0,6859	0,5324	2,9422	4,0448
0,25	30	0,1388	0,0982	0,2190	0,2780	0,5955	0,6765	0,5488	2,7359	3,1659
0,25	25	0,1494	0,0794	0,1911	0,2831	0,5540	0,6721	0,5586	2,5400	2,7033
0,20	80	0,0985	0,2110	0,3619	0,2013	0,7748	0,7426	0,4800	3,8916	8,3412
0,20	55	0,0931	0,1729	0,3160	0,2125	0,7019	0,7192	0,5144	4,1005	6,0908
0,20	40	0,0952	0,1333	0,2668	0,2219	0,6224	0,7038	0,5352	3,9994	4,6840
0,20	30	0,1031	0,0986	0,2201	0,2295	0,5485	0,6938	0,5513	3,6853	3,6845
0,20	25	0,1115	0,0797	0,1920	0,2336	0,5057	0,6892	0,5610	3,4063	3,1542

Tabela 5.4 - Resultados Obtidos para a Relação: Largura / Raio Externo = 2 / 3.

a/b	θ_0	T	q_{ri}	q_{re}	q_{os}	q_{oc}	θ_p	R_p	σ	H
1,00	80	2,4054	0,1118	0,2986	0,7668	1,1774	0,5937	0,5005	0,1876	3,0863
1,00	55	2,3301	0,0767	0,2457	0,7939	1,1166	0,5850	0,5412	0,1931	2,1504
1,00	40	2,4687	0,0512	0,2001	0,8152	1,0667	0,5803	0,5685	0,1820	1,5824
1,00	30	2,7526	0,0345	0,1624	0,8312	1,0284	0,5773	0,5910	0,1631	1,1986
1,00	25	3,0151	0,0269	0,1410	0,8397	1,0081	0,5759	0,6044	0,1488	1,0046
0,90	80	1,9196	0,1119	0,2989	0,6278	1,1089	0,6008	0,5012	0,2351	3,3417
0,90	55	1,8638	0,0768	0,2460	0,7238	1,0468	0,5915	0,5418	0,2415	2,3329
0,90	40	1,9776	0,0512	0,2003	0,7441	0,9958	0,5864	0,5689	0,2272	1,7196
0,90	30	2,2072	0,0345	0,1625	0,7594	0,9567	0,5832	0,5914	0,2034	1,3044
0,90	25	2,4188	0,0269	0,1411	0,7675	0,9359	0,5817	0,6048	0,1855	1,0941
0,80	80	1,5013	0,1121	0,2992	0,6285	1,0401	0,6096	0,5022	0,3006	3,6468
0,80	55	1,4620	0,0769	0,2463	0,6531	0,9765	0,5990	0,5424	0,3078	2,5522
0,80	40	1,5541	0,0513	0,2005	0,6723	0,9242	0,5935	0,5696	0,2892	1,8851
0,80	30	1,7366	0,0345	0,1627	0,6867	0,8843	0,5901	0,5920	0,2586	1,4324
0,80	25	1,9043	0,0269	0,1412	0,6944	0,8630	0,5884	0,6054	0,2357	1,2026
0,70	80	1,1456	0,1124	0,2997	0,5586	0,9709	0,6188	0,5034	0,3940	4,0192
0,70	55	1,1199	0,0770	0,2466	0,5817	0,9055	0,6080	0,5434	0,4019	2,8215
0,70	40	1,1933	0,0513	0,2008	0,5995	0,8519	0,6020	0,5704	0,3766	2,0894
0,70	30	1,3355	0,0345	0,1629	0,6130	0,8108	0,5983	0,5927	0,3363	1,5910
0,70	25	1,4656	0,0269	0,1414	0,6201	0,7889	0,5965	0,6060	0,3063	1,3374
0,60	80	0,8479	0,1127	0,3003	0,4879	0,9012	0,6305	0,5050	0,5325	4,4859
0,60	55	0,8330	0,0772	0,2471	0,5092	0,8338	0,6188	0,5446	0,5405	3,1616
0,60	40	0,8904	0,0514	0,2012	0,5256	0,7784	0,6123	0,5714	0,5049	2,3490
0,60	30	0,9985	0,0346	0,1632	0,5379	0,7360	0,6083	0,5937	0,4498	1,7934
0,60	25	1,0969	0,0270	0,1417	0,5444	0,7135	0,6063	0,6069	0,4093	1,5098
0,50	80	0,6032	0,1132	0,3011	0,4164	0,8309	0,6450	0,5073	0,7487	5,0923
0,50	55	0,5967	0,0774	0,2478	0,4355	0,7610	0,6323	0,5462	0,7547	3,6076
0,50	40	0,6405	0,0515	0,2017	0,4501	0,7035	0,6251	0,5729	0,7020	2,6918
0,50	30	0,7203	0,0346	0,1636	0,4611	0,6596	0,6207	0,5950	0,6236	2,0620
0,50	25	0,7923	0,0270	0,1420	0,4668	0,6363	0,6185	0,6081	0,5667	1,7392
0,40	80	0,4067	0,1138	0,3022	0,3434	0,7597	0,6634	0,5105	1,1106	5,9210
0,40	55	0,4063	0,0777	0,2487	0,3600	0,6866	0,6495	0,5487	1,1086	4,2240
0,40	40	0,4389	0,0516	0,2024	0,3724	0,6267	0,6416	0,5751	1,0249	3,1692
0,40	30	0,4955	0,0347	0,1642	0,3817	0,5809	0,6366	0,5969	0,9069	2,4383
0,40	25	0,5461	0,0271	0,1425	0,3867	0,5567	0,6341	0,6099	0,8225	2,0616
0,30	80	0,2538	0,1148	0,3039	0,2683	0,6873	0,6878	0,5155	1,7807	7,1441
0,30	55	0,2573	0,0782	0,2501	0,2817	0,6102	0,6724	0,5525	1,7513	5,1458
0,30	40	0,2805	0,0518	0,2035	0,2916	0,5471	0,6636	0,5784	1,6042	3,8893
0,30	30	0,3186	0,0348	0,1650	0,2989	0,4990	0,6580	0,5999	1,4111	3,0094
0,30	25	0,3522	0,0271	0,1432	0,3028	0,4736	0,6552	0,6126	1,2760	2,5523
0,25	80	0,1922	0,1154	0,3051	0,2296	0,6505	0,7034	0,5191	2,3526	8,0182
0,25	55	0,1969	0,0785	0,2510	0,2410	0,5709	0,6873	0,5553	2,2897	5,8113
0,25	40	0,2160	0,0519	0,2042	0,2495	0,5059	0,6779	0,5809	2,0837	4,4124
0,25	30	0,2464	0,0348	0,1656	0,2557	0,4564	0,6719	0,6020	1,8250	3,4258
0,25	25	0,2730	0,0272	0,1437	0,2590	0,4303	0,6689	0,6146	1,6468	2,9109
0,20	80	0,1397	0,1163	0,3067	0,1897	0,6130	0,7224	0,5241	3,2397	9,2024
0,20	55	0,1451	0,0789	0,2523	0,1990	0,5305	0,7054	0,5591	3,1095	6,7187
0,20	40	0,1606	0,0520	0,2052	0,2059	0,4634	0,6955	0,5842	2,8055	5,1281
0,20	30	0,1842	0,0349	0,1664	0,2108	0,4124	0,6890	0,6050	2,4432	3,9968
0,20	25	0,2046	0,0273	0,1444	0,2135	0,3855	0,6858	0,6173	2,1987	3,4030

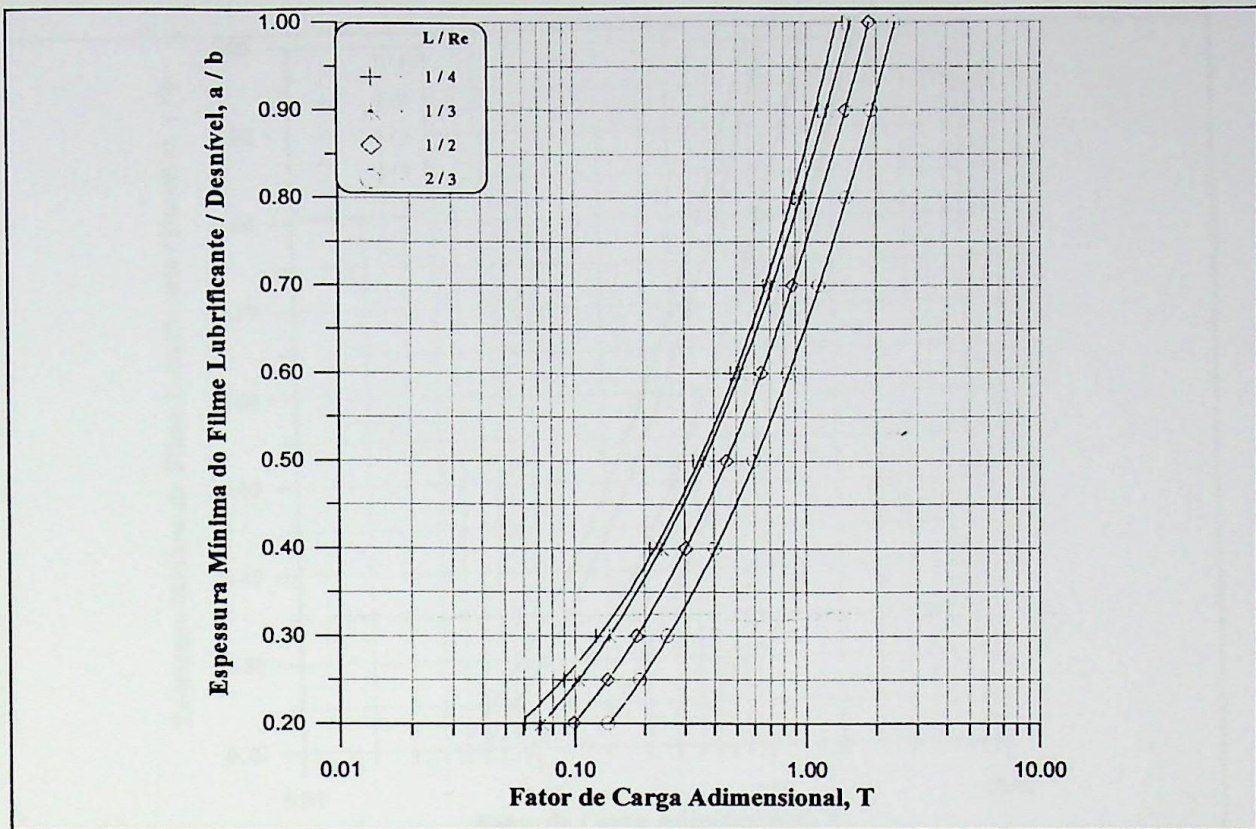


Figura 5.1 - Fator de carga adimensional T , para $\theta_0 = 80^\circ$.

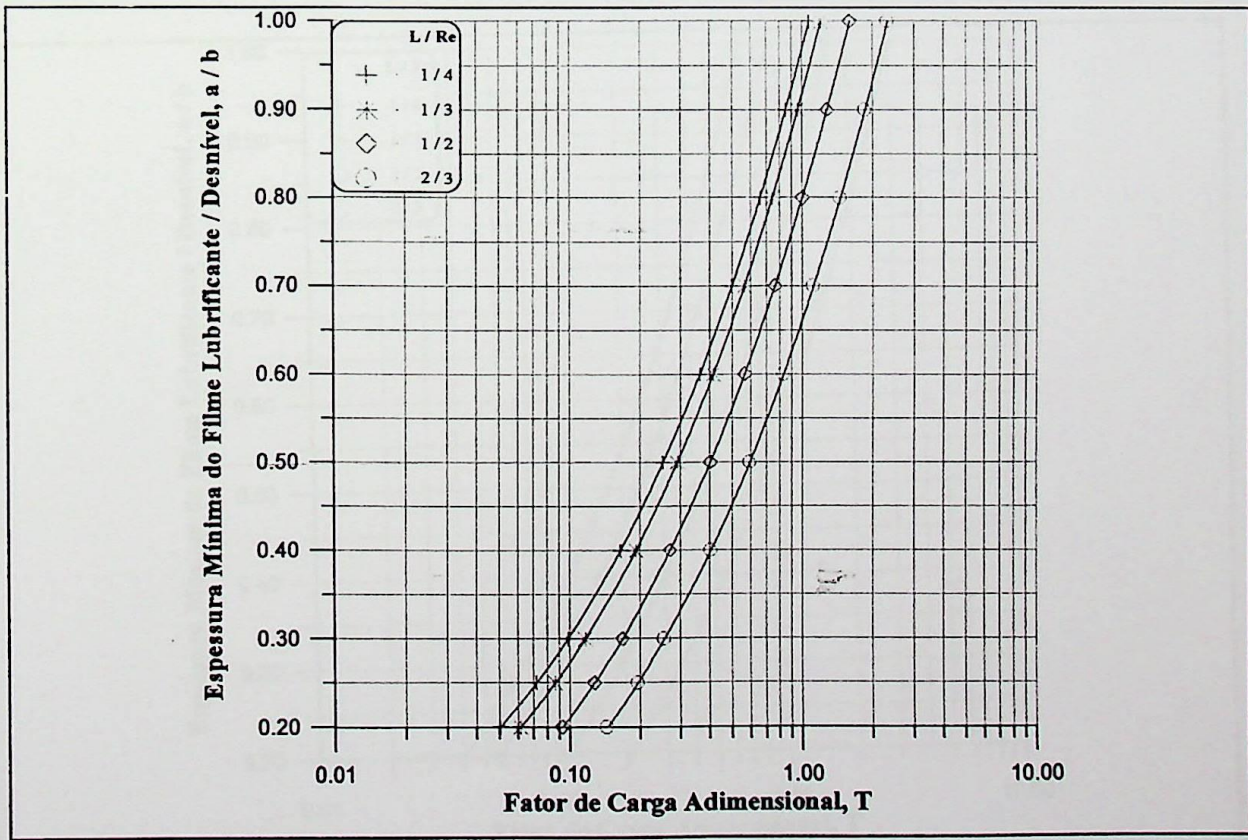


Figura 5.2 - Fator de carga adimensional T , para $\theta_0 = 55^\circ$.

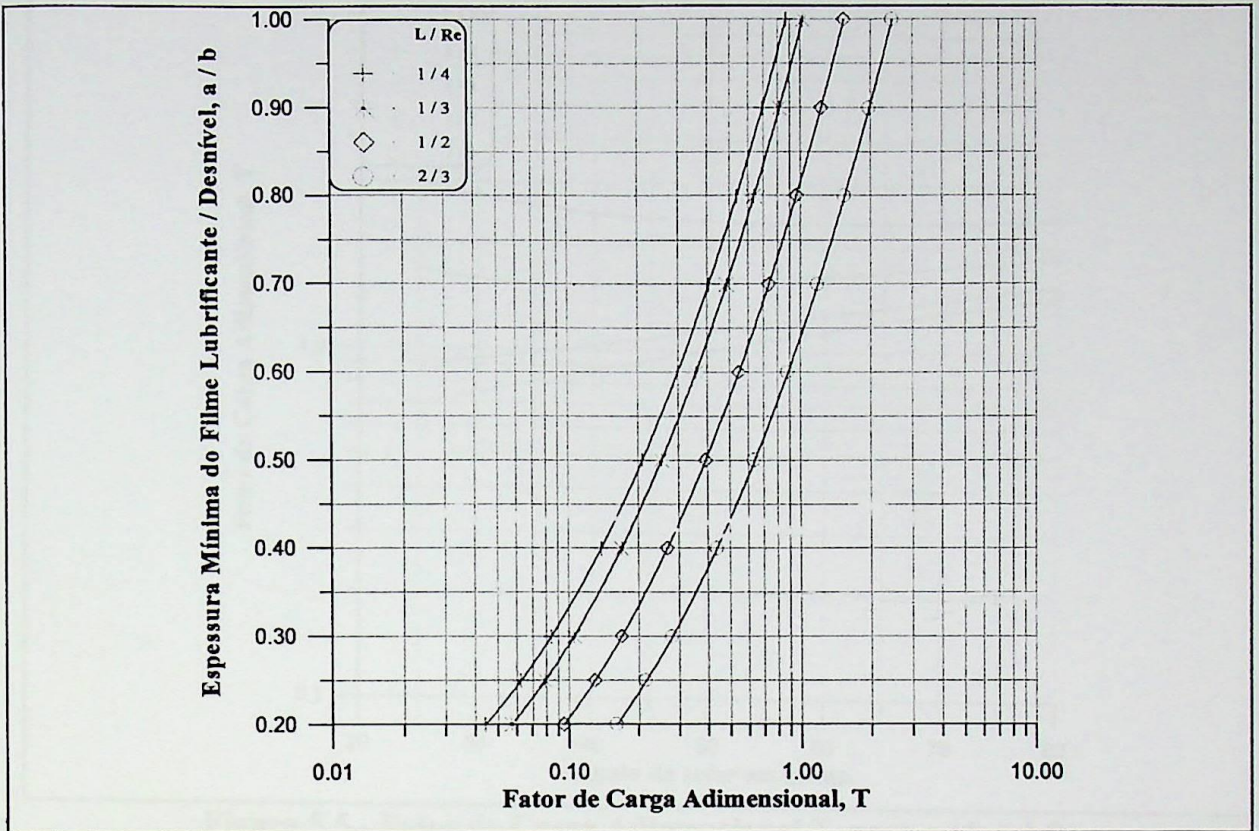


Figura 5.3 - Fator de carga adimensional T , para $\theta_0 = 40^\circ$.

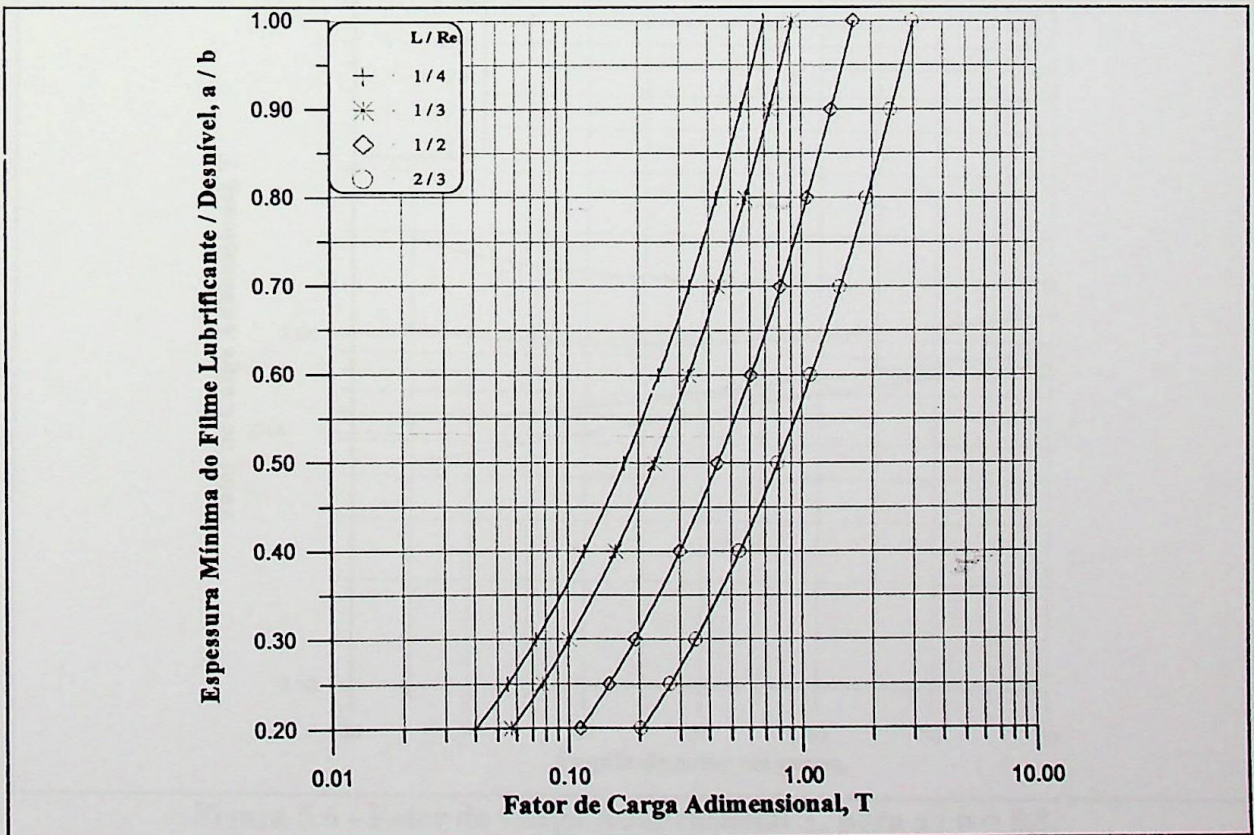


Figura 5.4 - Fator de carga adimensional T , para $\theta_0 = 25^\circ$.

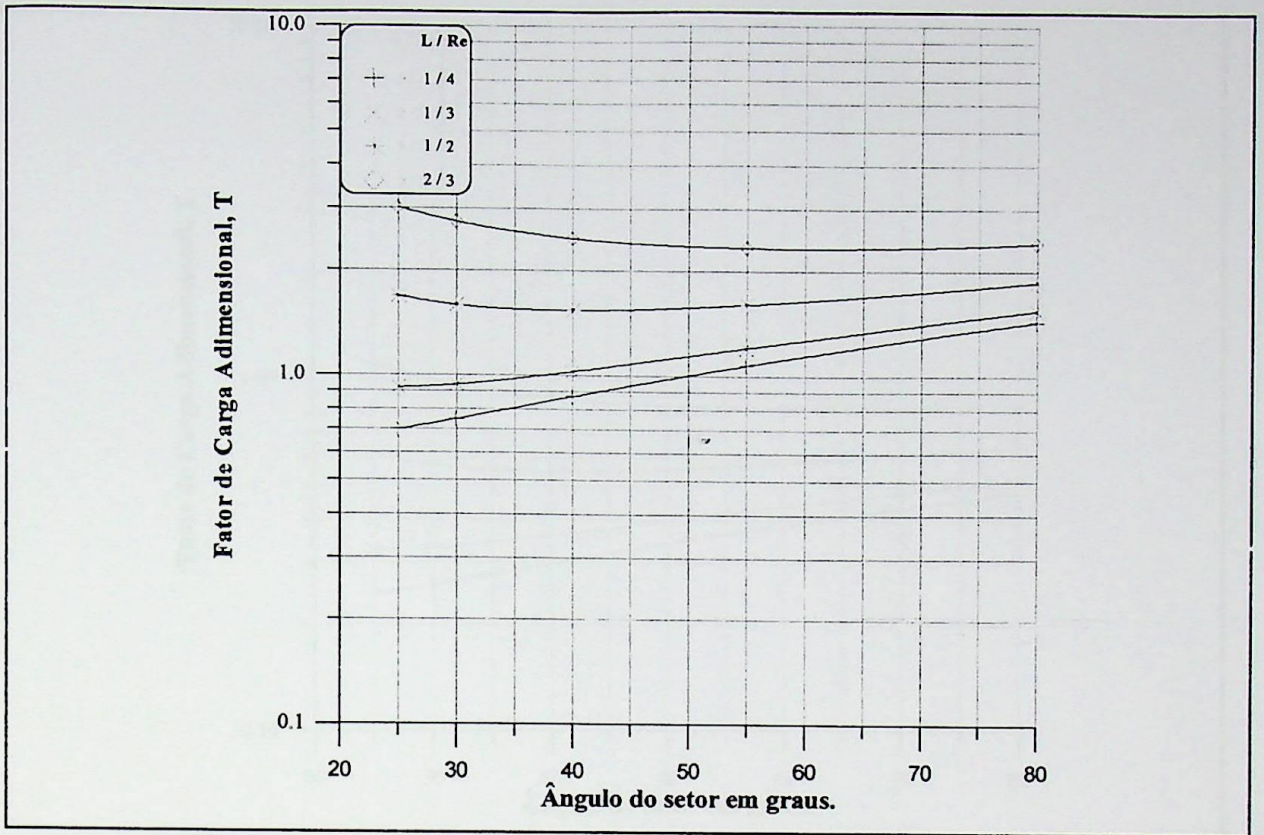


Figura 5.5 - Fator de Carga Adimensional T, para a / b = 1,0.

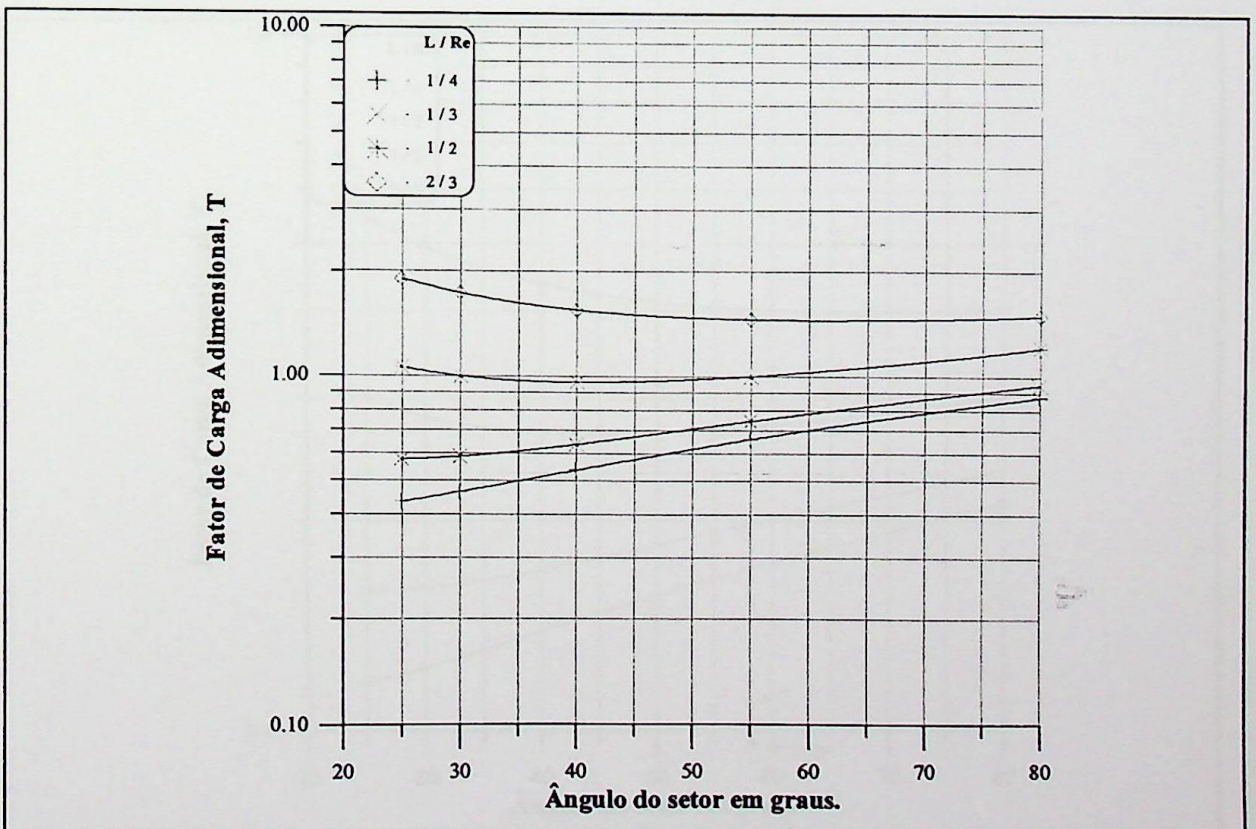


Figura 5.6 - Fator de Carga Adimensional T, para a / b = 0,8.

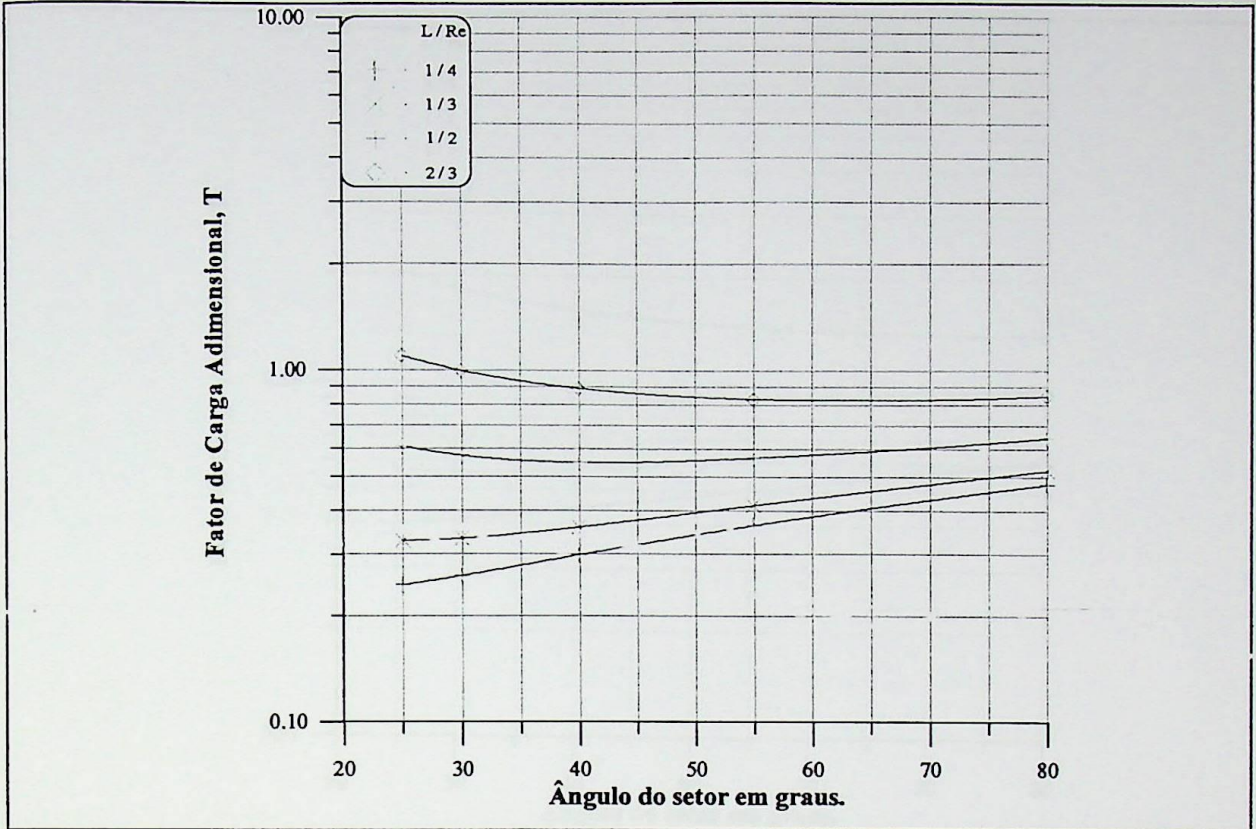


Figura 5.7 - Fator de Carga Adimensional T, para a / b = 0,6.

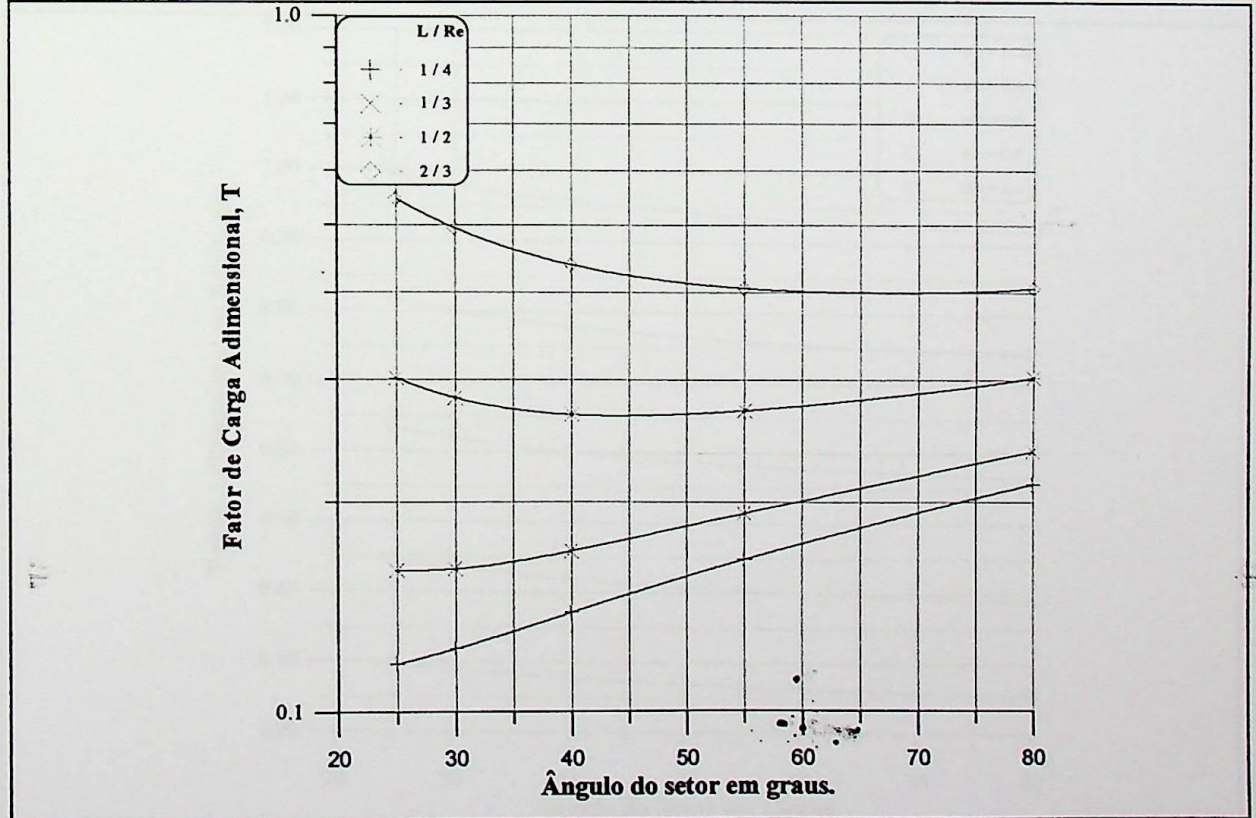


Figura 5.8 - Fator de Carga Adimensional T, para a / b = 0,4.

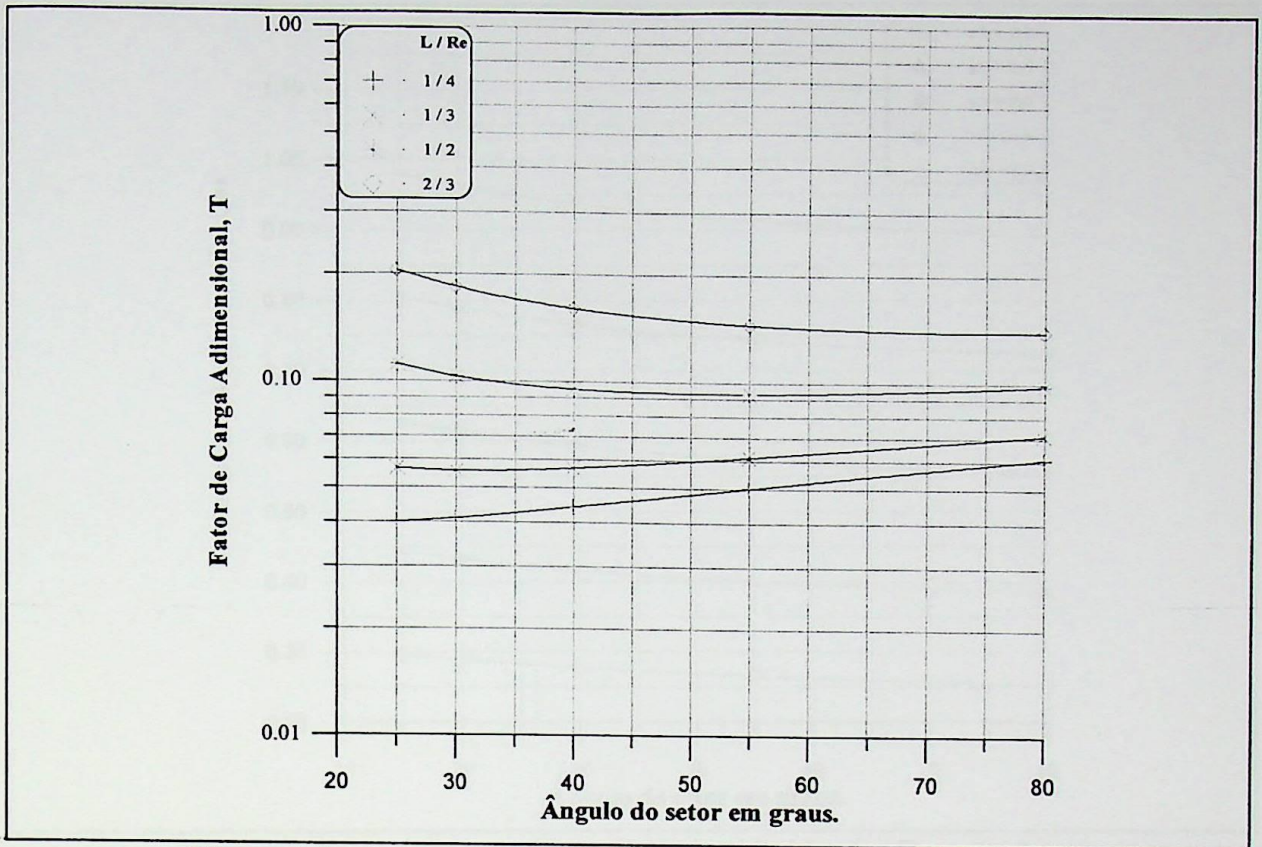


Figura 5.9 - Fator de Carga Adimensional T, para $a/b = 0,2$.

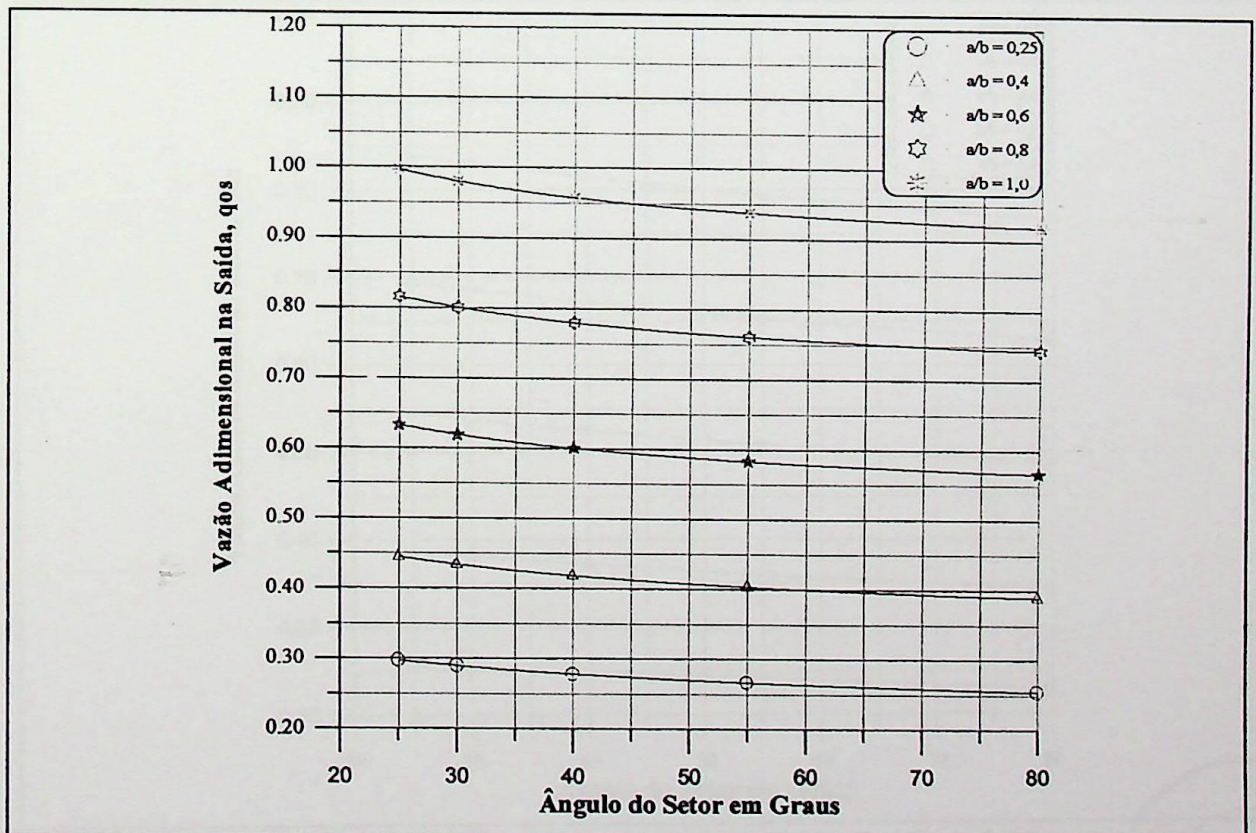


Figura 5.10 - Vazão Adimensional na Saída, $L/Re = 1/4$.

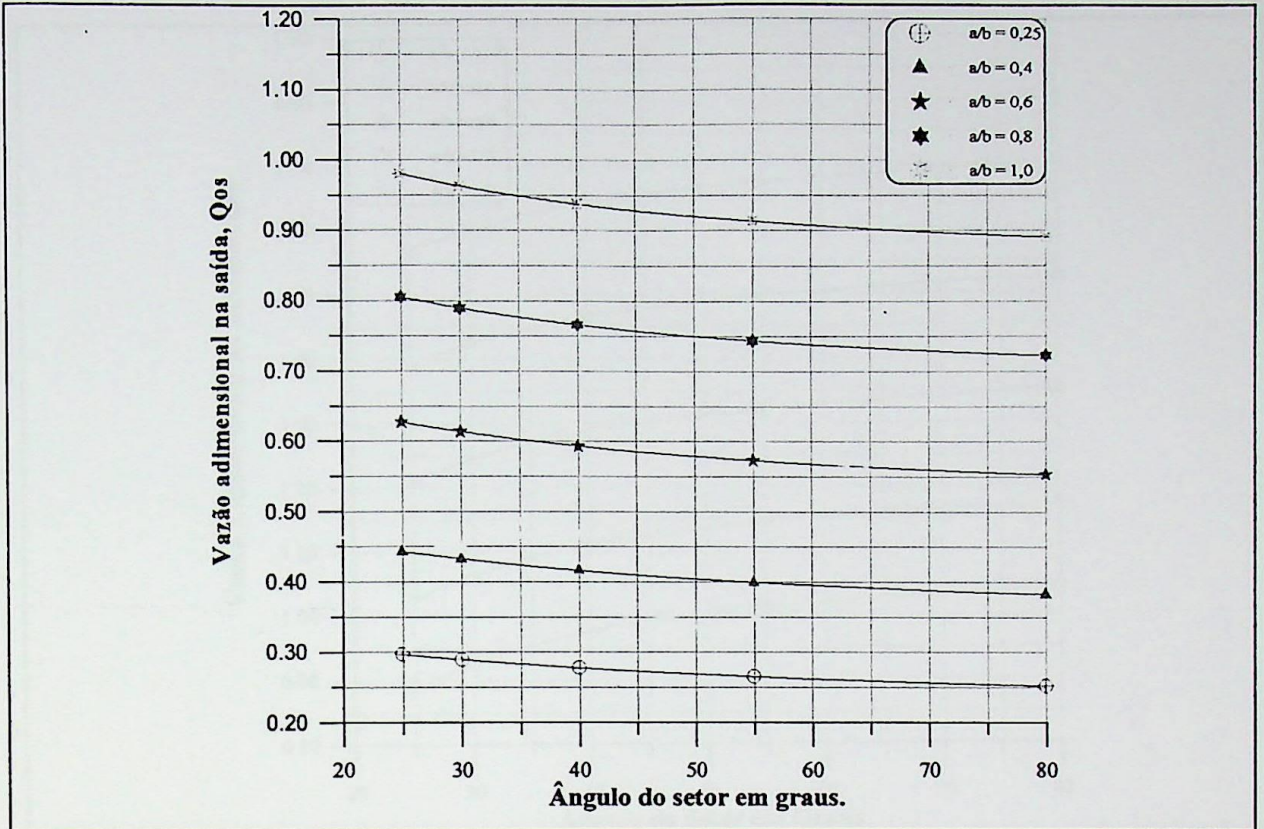


Figura 5.11 - Vazão Adimensional na Saída, $L / Re = 1 / 3$.

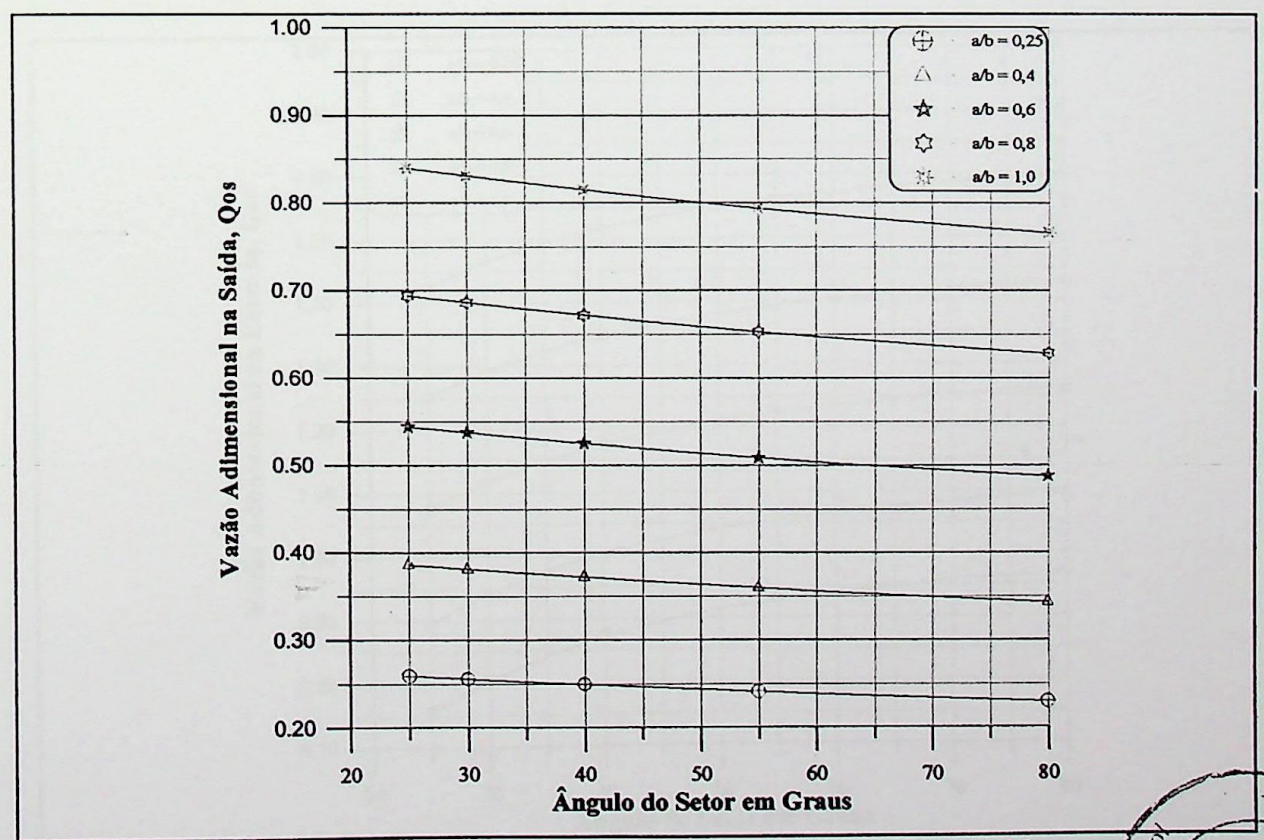
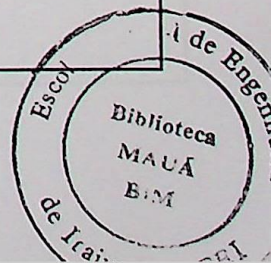


Figura 5.12 - Vazão Adimensional na Saída, $L / Re = 2 / 3$.



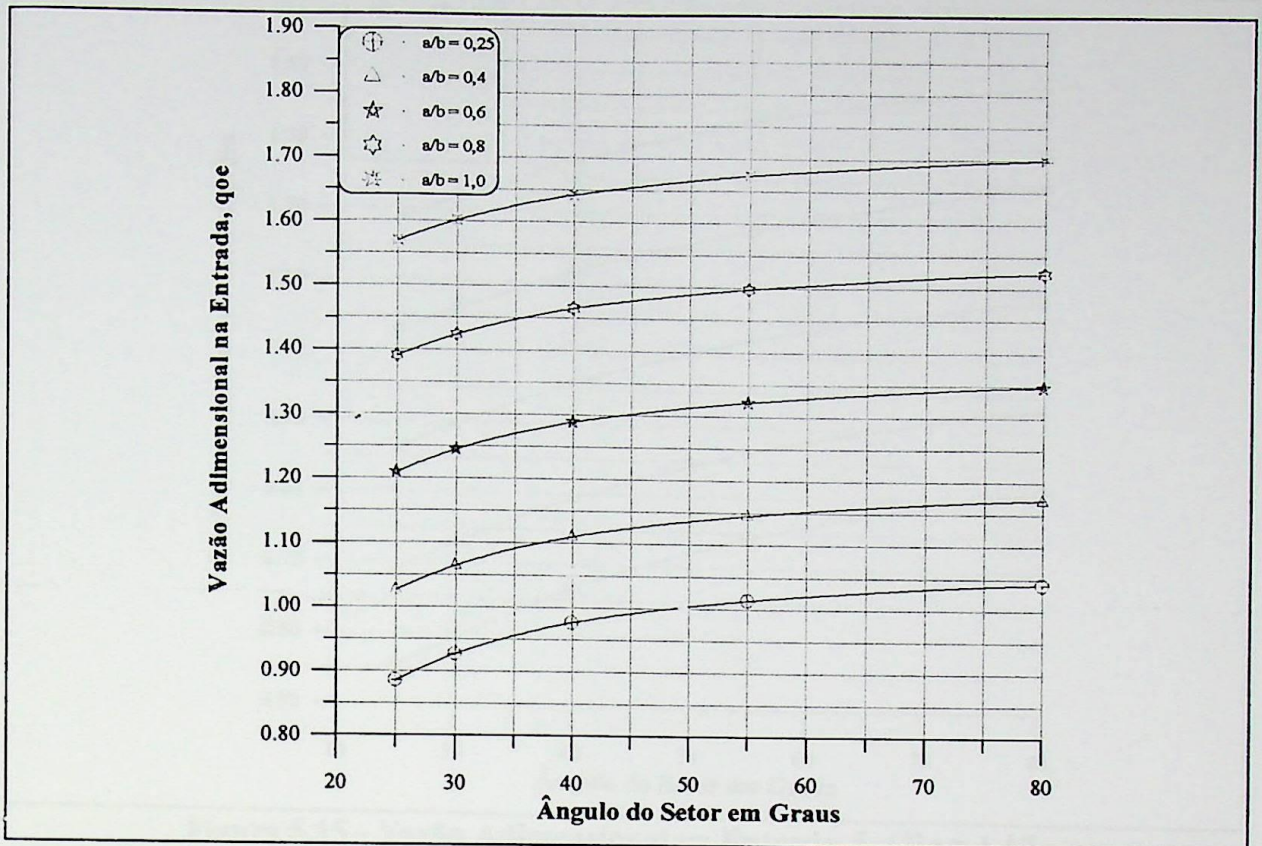


Figura 5.13 - Vazão Adimensional na Entrada, $L / Re = 1 / 4$.

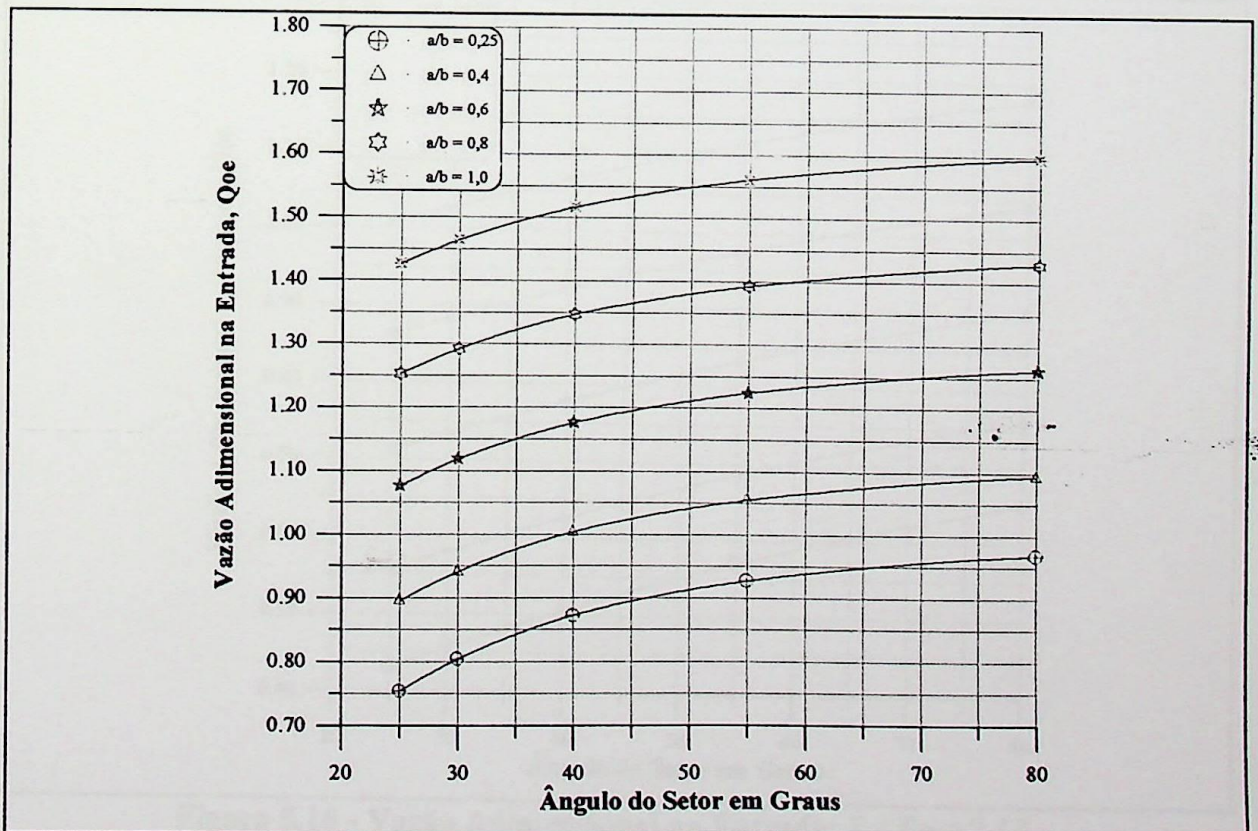


Figura 5.14 - Vazão Adimensional na Entrada; $L / Re = 1 / 3$.

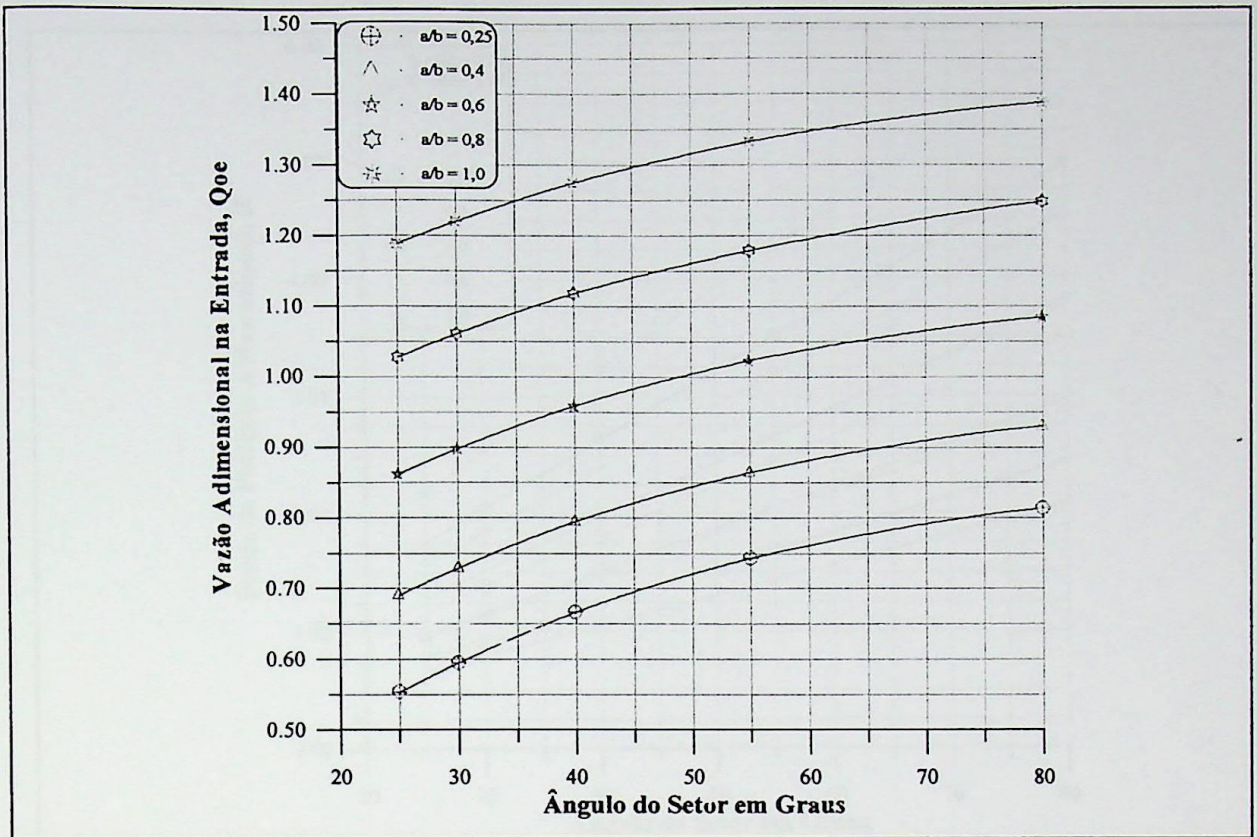


Figura 5.15 - Vazão Adimensional na Entrada, $L / Re = 1 / 2$.

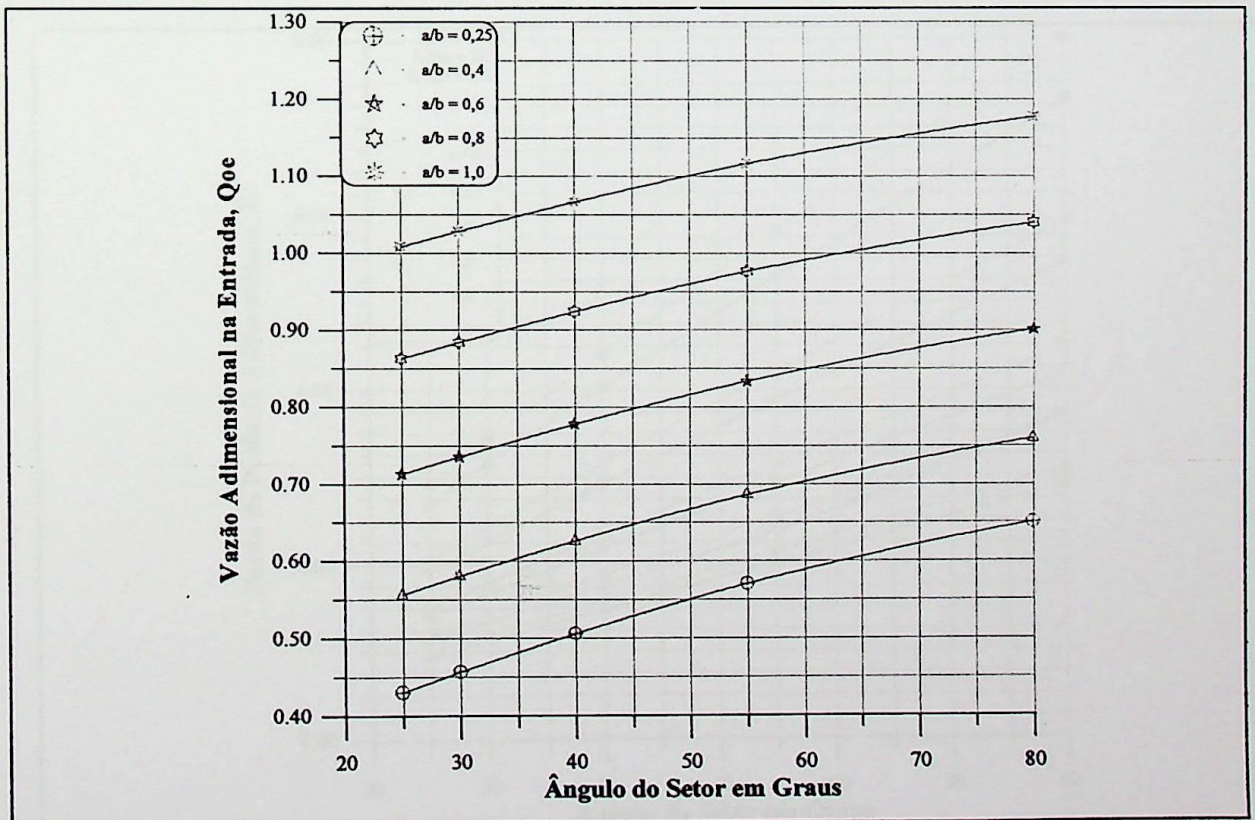


Figura 5.16 - Vazão Adimensional na Entrada; $L / Re = 2 / 3$.

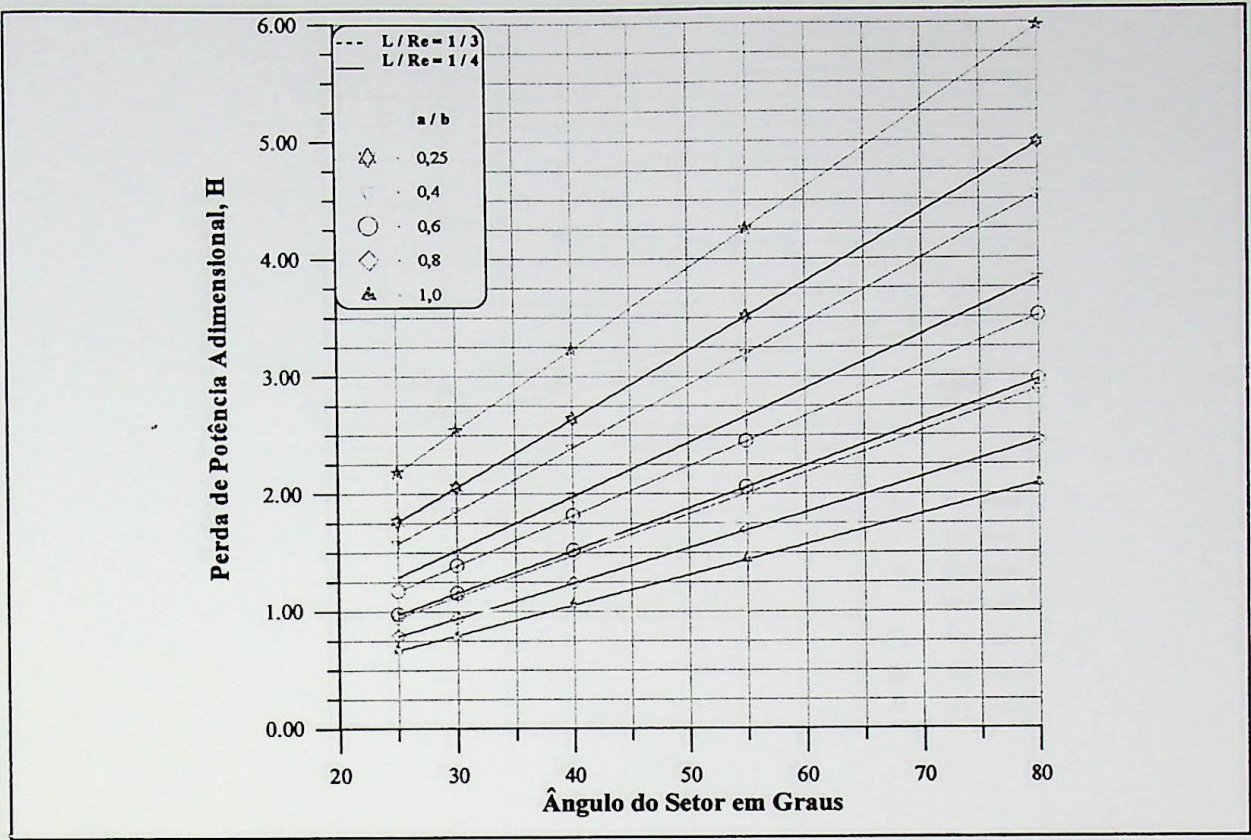


Figura 5.17 - Perda de Potência Adimensional, $L/Re = 1/4$ e $1/3$.

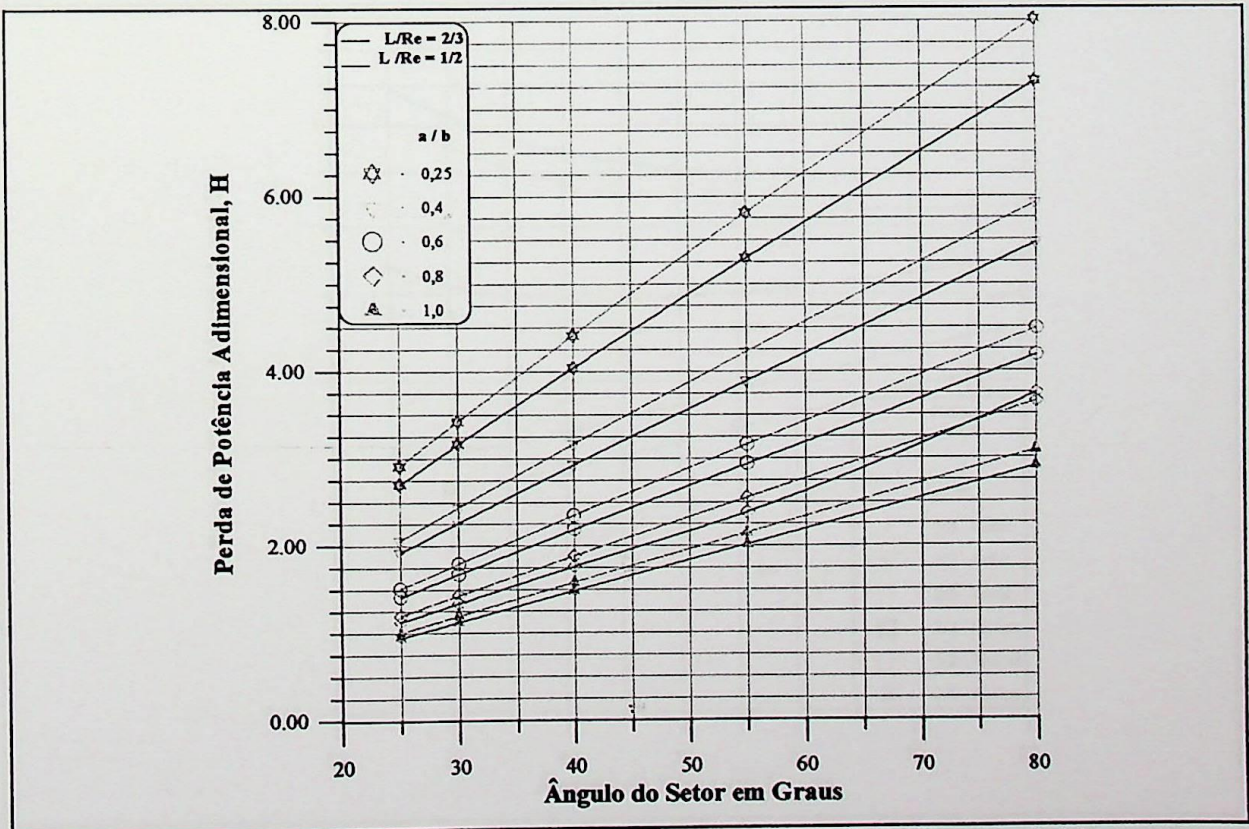


Figura 5.18 - Perda de Potência Adimensional, $L/Re = 1/2$ e $2/3$.

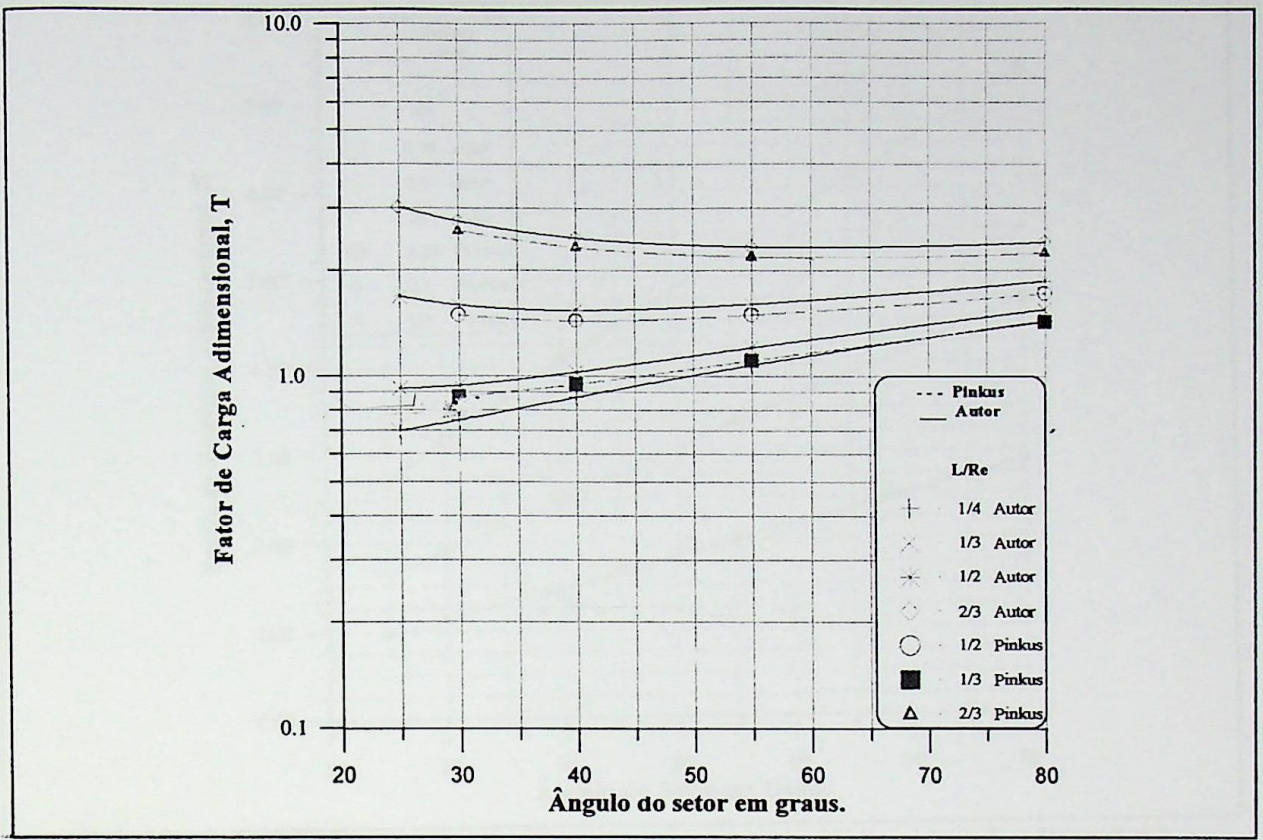


Figura 5.19 - Comparação do Fator Adimensional T, com outro autor, a / b = 1,0.

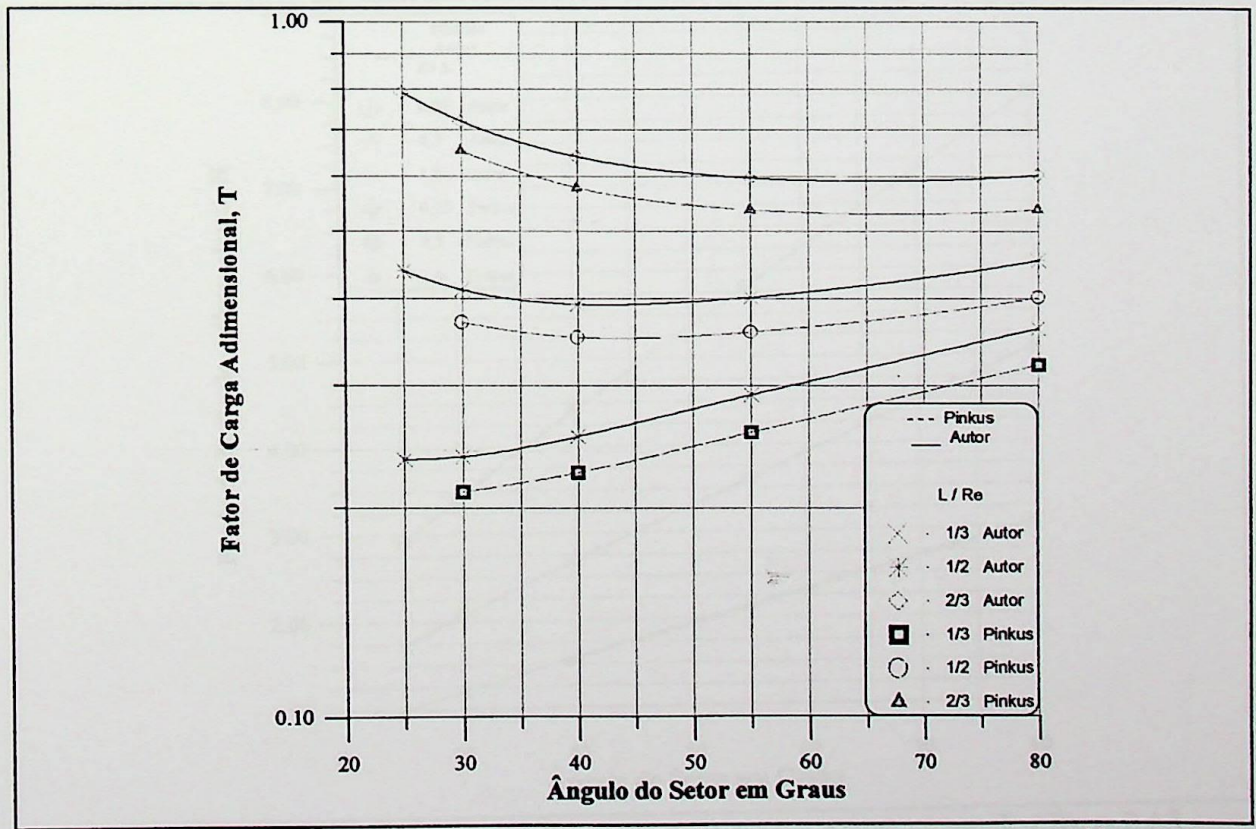


Figura 5.20 - Comparação do Fator Adimensional T, com outro autor, a / b = 0,5.

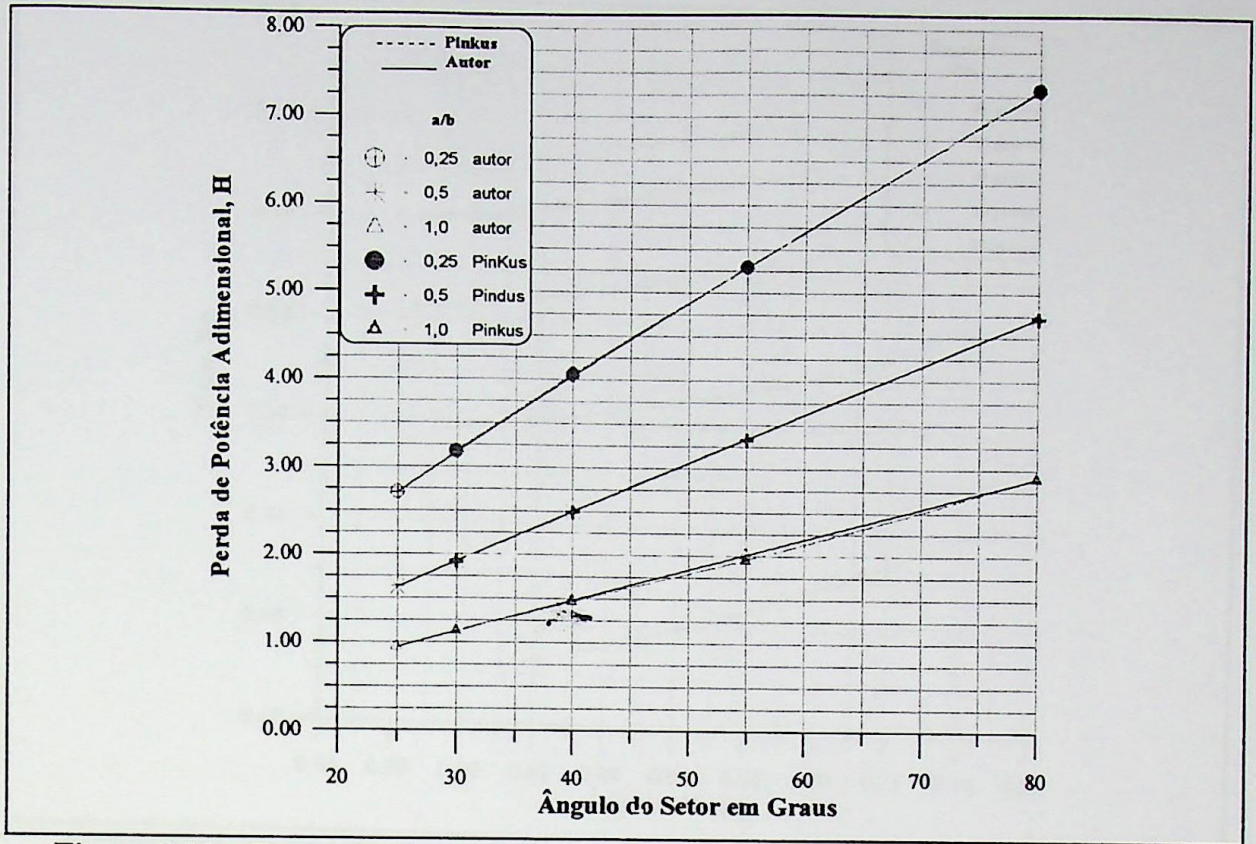


Figura 5.21 - Comparação da Perda de Potência com outro autor, $L / Re = 1 / 2$.

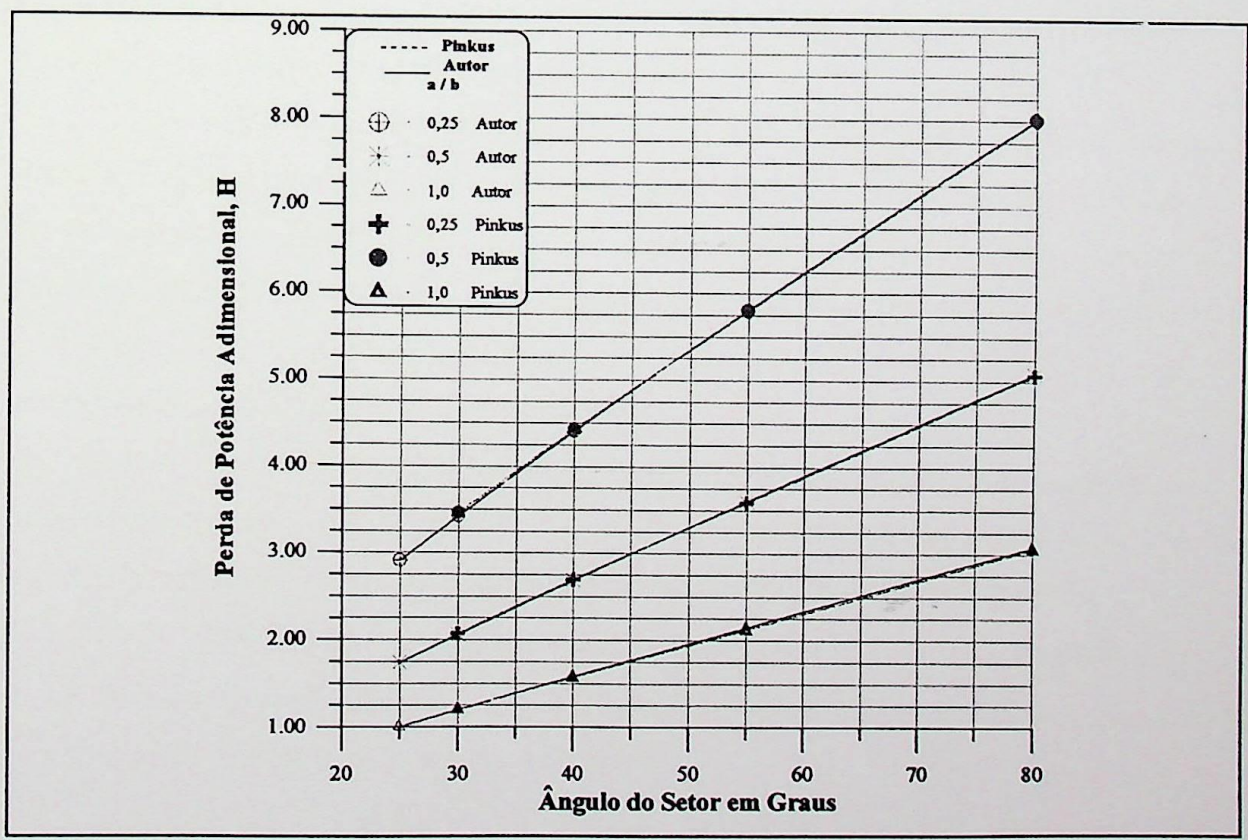


Figura 5.22 - Comparação da Perda de Potência com outro autor, $L / Re = 2 / 3$.

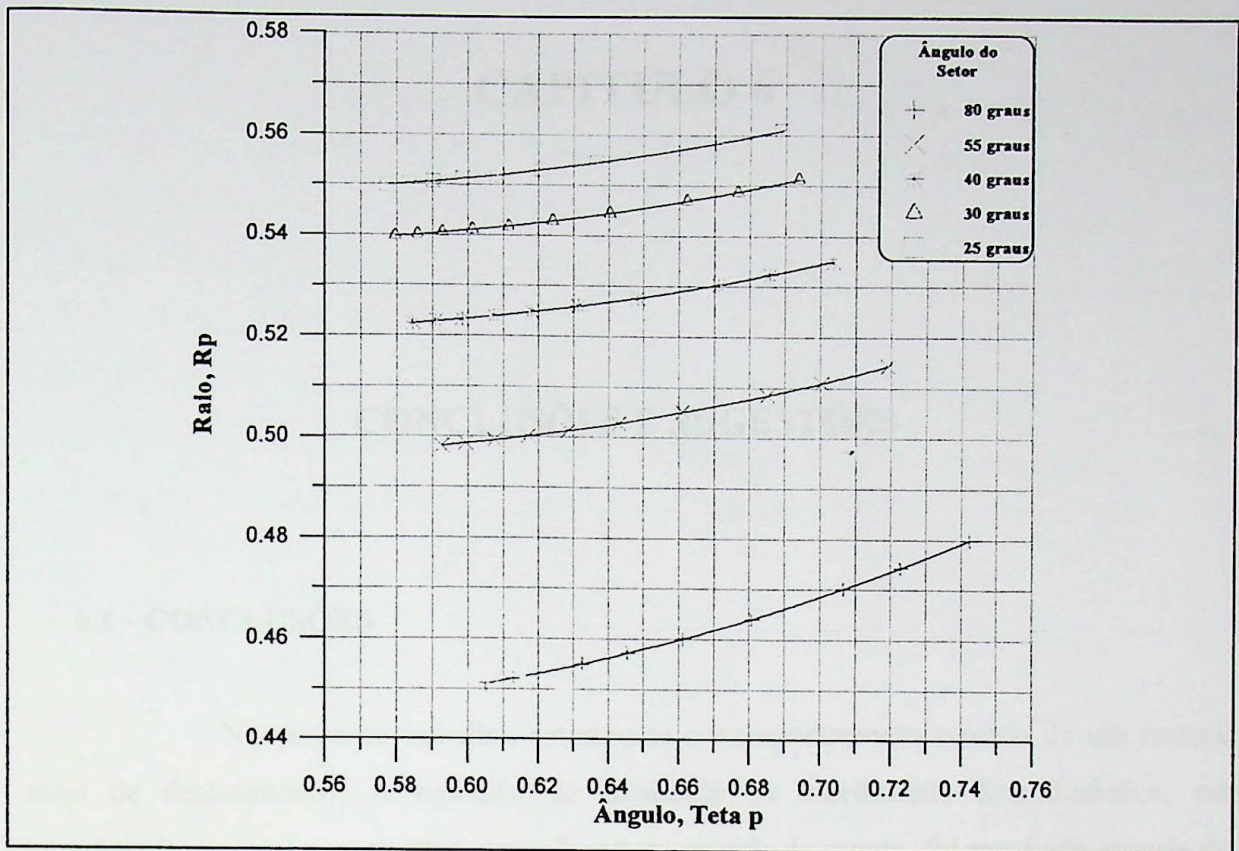


Figura 5.23 - Variação do centro de pressão adimensional para $L / Re = 1 / 2$.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES E SUGESTÕES

6.1 - CONCLUSÕES

No presente trabalho, estudou-se o comportamento teórico de um mancal axial de deslizamento, A equação de Reynolds da lubrificação hidrodinâmica, em coordenadas polares por se adequar melhor à geometria da sapata, foi resolvida através do método das diferenças finitas, com coeficiente de sobrerelaxação. Todos os passos do método foram minuciosamente detalhados. Fez-se também um estudo de refinamento de malha que indicou o melhor número de divisões a ser utilizado para que o processo de cálculo seja rápido mantendo-se a precisão necessária.

Os resultados apresentados no capítulo 5 possibilitam dimensionar um mancal, fornecendo meios e equações para a obtenção de todos os seus parâmetros operacionais e de desempenho. Conforme comprovado no decorrer dessa dissertação, todos os resultados são válidos, estão corretos, precisos e apesar de não ser o objetivo dessa dissertação, eles podem se tornar uma ferramenta eficiente e rápida na análise preditiva do comportamento de um mancal axial.

As tabelas e os gráficos apresentando os resultados são muito abrangentes e cobrem uma grande faixa de variação das dimensões do mancal, tanto da relação L/Re , quanto da relação a/b , relativa à inclinação da sapata e também do ângulo do setor.

Finalmente, para calcular um mancal deve-se ter em mente o seguinte:

1. Os ângulos do setor grandes e as relações a/b pequenas, trazem os picos de pressão para a saída da sapata. Isso sempre é vantajoso.



2. Maiores razões de L/Re e valores de a/b grandes garantem uma capacidade de carga mais alta. Essa afirmação contradiz a anterior quanto a a/b , mas deve-se analisar cada caso separadamente e escolher a/b seguindo as necessidades técnicas e bom senso.
3. A vazão do lubrificante através do mancal varia somente com a velocidade e não depende da viscosidade e da carga.
4. Para obter-se uma menor perda de potência, é conveniente ter N e Re tão pequenos quanto possível. Isso acarreta uma menor elevação da temperatura na sapata, isso também pode ser conseguido através da diminuição do valor de a/b

6.2 - SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Durante a elaboração da tese, observou-se a necessidade de se fazer análises dando outros enfoques ao mesmo assunto, tais como:

- Estudar mancais de sapatas com superfícies curvas.
- Fazer uma análise térmica mais profunda, levando-se em conta a equação da energia, isto é, considerando-se a viscosidade do óleo variável de ponto a ponto sobre a superfície de cada sapata e do colar.
- Projetar e construir um banco de ensaios para investigar o comportamento do mancal, principalmente quanto ao efeito da variação da inclinação, pois como mostrado no apêndice A5, a diminuição de a/b ou o aumento de h_{\max} resulta em menores temperaturas de trabalho e menor perda de potência. A comprovação experimental de tais experimentos seria de grande relevância.
- Fazer o estudo de mancais axiais de sapata setorial, considerando uma mudança na forma do filme fluído.
- Estudar o efeito da deformação elástica na lubrificação de um mancal. Nesse estudo o sistema foi considerado rígido.

APÊNDICE A1

DEDUÇÃO DA EQUAÇÃO DE REYNOLDS TRIDIMENSIONAL

A 1.1 - CONTINUIDADE DE FLUXO NUMA COLUNA DE FLUÍDO

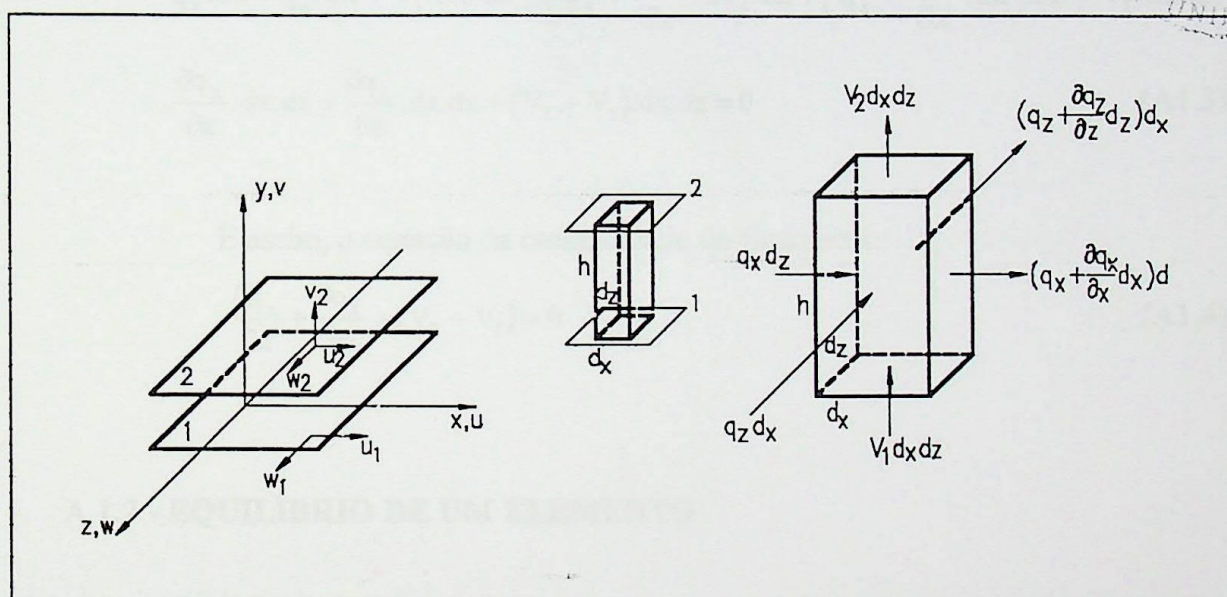


Figura A1.1 - Sistema de eixos e coluna de fluido.

Considerando-se a coluna de fluido de altura h e base $dx \cdot dz$ conforme a figura (A1.1), o fluido flui para dentro dela pela esquerda na razão q_x por unidade de largura. O fluxo volumétrico é $q_x \cdot dz$, para a largura dz , e o que sai por unidade de largura é:

$$\left(q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \right) dz \quad (\text{A1.1})$$

onde $\frac{\partial q_x}{\partial x}$ é a razão da variação do fluxo na direção x e dx é pequeno o

suficiente para $\frac{\partial q_x}{\partial x}$ ser linear. O fluxo para a largura dz será:

$$\left(q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} \cdot dx \right) \cdot dz \quad (\text{A1.2})$$

Na direção z, o fluxo que entra é $q_z \cdot dx$ e o que sai é:

$$\left(q_z + \frac{\partial q_z}{\partial x} \cdot dx \right) \cdot dx \quad (\text{A1.3})$$

O fluxo vertical é um tanto diferente. A velocidade do fluido pode ser considerada constante na pequena área $dx \cdot dz$ por isso, o acréscimo de volume é $V_1 \cdot dx \cdot dz$ e o fluido deixa a coluna com $V_2 \cdot dx \cdot dz$. Pela continuidade do fluxo, tem-se:

$$\begin{aligned} q_x \cdot dz + q_z \cdot dx + V_1 \cdot dx \cdot dz &= \left(q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} \cdot dx \right) \cdot dz + \left(q_z + \frac{\partial q_z}{\partial x} \cdot dx \right) \cdot dx + V_2 \cdot dx \cdot dz \\ \frac{\partial q_x}{\partial x} \cdot dx \cdot dz + \frac{\partial q_z}{\partial z} \cdot dz \cdot dx + (V_2 - V_1) \cdot dx \cdot dz &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A1.3})$$

E assim, a equação da continuidade do fluxo será:

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_z}{\partial z} + (V_2 - V_1) = 0 \quad (\text{A1.4})$$

A 1.2 - EQUILÍBRIO DE UM ELEMENTO

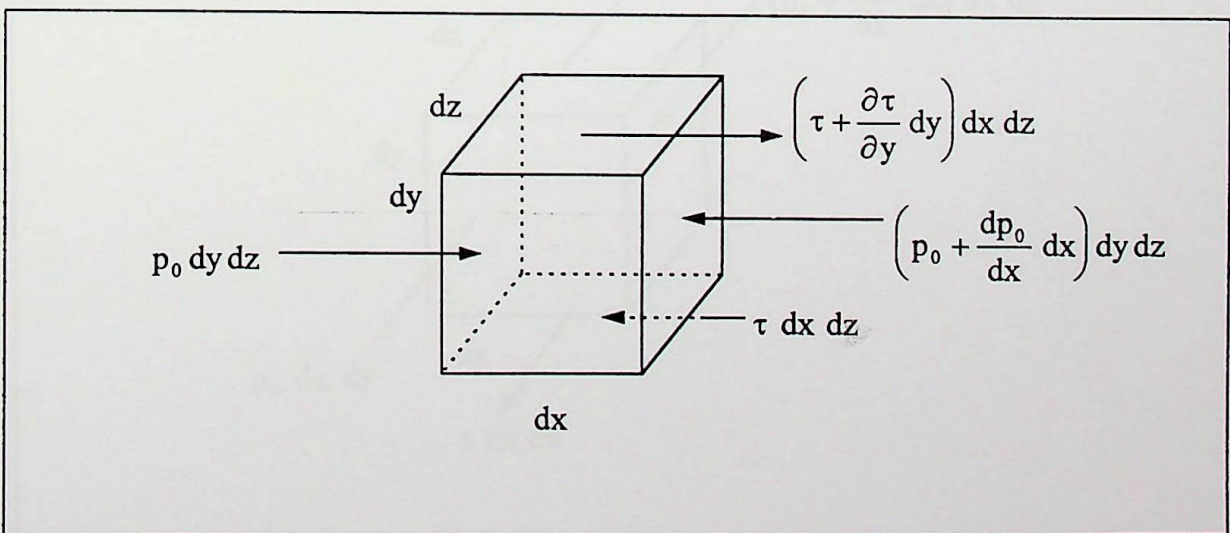


Figura A1.2 - Equilíbrio de um elemento na direção x.

Seja um paralelepípedo elementar de lados dx, dz, dy , como mostrado na figura (A1.2). Considerando sobre ele as **forças na direção x**, pelas condições de equilíbrio tem-se:

$$p_0 dy dz + \left(\tau + \frac{\partial \tau}{\partial y} dy \right) dx dz = \left(p + \frac{dp_0}{dx} dx \right) dy dz + \tau dx dz \quad (A1.5)$$

De onde, após simplificarmos resultará:

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = \frac{dp_0}{dx} \quad (A1.6)$$

$$q_0(x) = \frac{h}{2}(U_1 + U_2) - \frac{h^3}{12\eta} \frac{dp_0}{dx} \quad (A1.7)$$

Esta equação representa a vazão numa cunha de óleo na direção x.

Considerando-se agora, as **forças na direção z**, analogamente, obtêm-se:

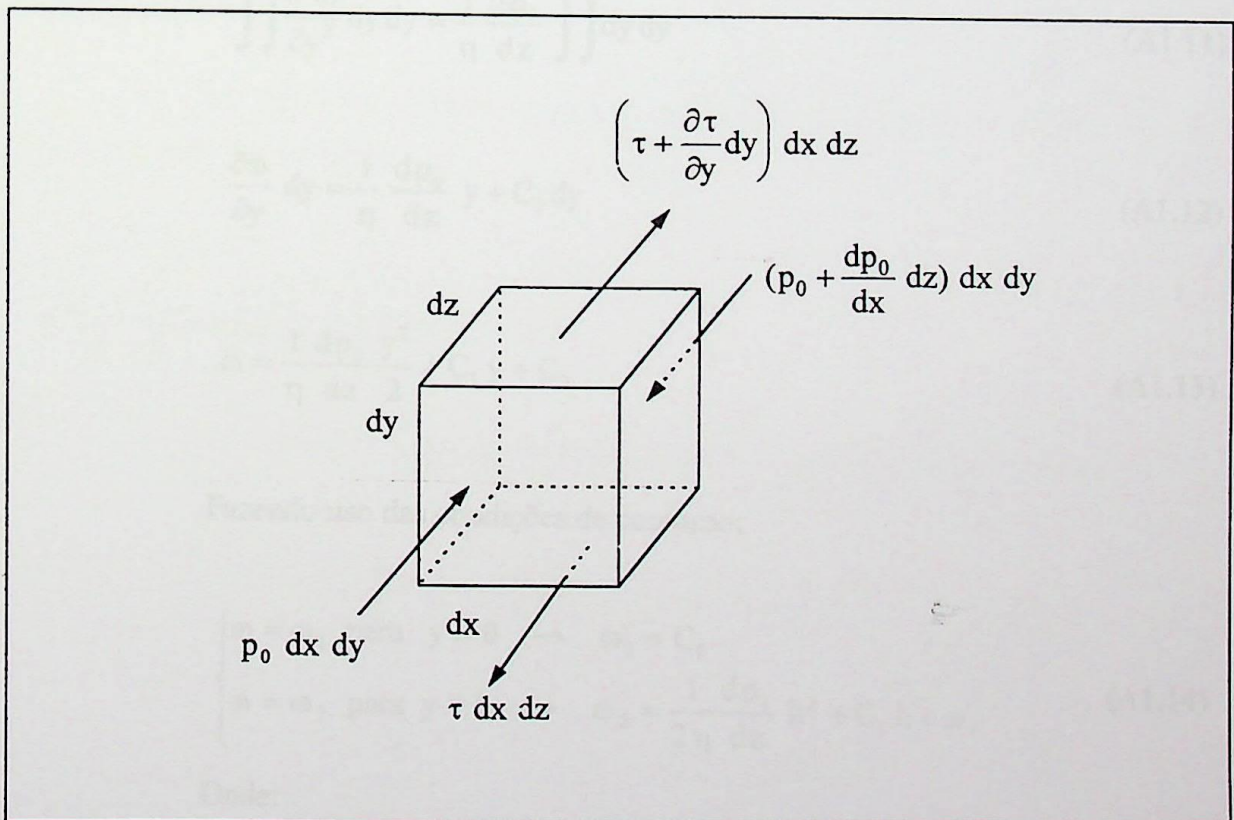


Figura A1.3 - Equilíbrio de um elemento na direção z.

$$p_0 dx dy + \left(\tau + \frac{\partial \tau}{\partial y} dy \right) dx dz = \left(p + \frac{dp_0}{dz} dz \right) dx dy + \tau dx dz \quad (A1.8)$$

De onde, após simplificações resultará:

$$\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} = \frac{dp_0}{dz} \quad (A1.9)$$

Neste caso:

$$\tau_{yz} = \eta \frac{\partial \omega}{\partial y} \Rightarrow \frac{dp_0}{dz} = \eta \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \omega}{\partial y} \right) \Rightarrow \frac{dp_0}{dz} = \eta \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \quad (A1.10)$$

Integrando duas vezes tem-se:

$$\iint \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} dy dy = \frac{1}{\eta} \frac{dp_0}{dz} \iint dy dy \quad (A1.11)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial y} dy = \frac{1}{\eta} \frac{dp_0}{dz} y + C_1 dy \quad (A1.12)$$

$$\omega = \frac{1}{\eta} \frac{dp_0}{dz} \frac{y^2}{2} + C_1 y + C_2 \quad (A1.13)$$

Fazendo uso das condições de contorno:

$$\begin{cases} \omega = \omega_1 \text{ para } y = 0 \rightarrow \omega_1 = C_2 \\ \omega = \omega_2 \text{ para } y = h \rightarrow \omega_2 = \frac{1}{2\eta} \frac{dp_0}{dz} h^2 + C_1 h + \omega_1 \end{cases} \quad (A1.14)$$

Onde:

$$C_1 = \frac{\omega_2}{h} - \frac{1}{2\eta} \frac{dp_0}{dz} h - \frac{\omega_1}{h} \quad (A1.15)$$

Substituindo C_1 e C_2 na equação de ω e simplificando, tem-se:

$$\omega = \frac{1}{2\eta} \frac{dp_0}{dz} (y^2 - hy) + \frac{h-y}{h} \omega_1 + \frac{y}{h} \omega_2 \quad (\text{A1.16})$$

O fluxo por unidade de largura será:

$$q_0(z) = \int_0^h \omega \, dy \quad (\text{A1.17})$$

$$q_0(z) = \frac{1}{2\eta} \frac{dp_0}{dz} \left(\frac{y^3}{3} - \frac{hy^2}{2} \right) \Big|_0^h + \left(1 - \frac{1}{h} \frac{y^2}{2} \right) \omega_1 \Big|_0^h + \frac{y^2}{2h} \omega_2 \Big|_0^h \quad (\text{A1.18})$$

$$q_0(z) = -\frac{h^3}{12\eta} \frac{dp_0}{dz} + (\omega_1 + \omega_2) \frac{h}{2} \quad (\text{A1.19})$$

É o fluxo por unidade de largura na direção z . O gradiente de pressões na direção y é nulo por definição.

A 1.3 - EQUAÇÃO DE REYNOLDS

Levando-se as equações de fluxo na equação da continuidade tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[(U_1 + U_2) \frac{h}{2} - \frac{h^3}{12\eta} \frac{dp_0}{dx} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[(\omega_1 + \omega_2) \frac{h}{2} - \frac{h^3}{12\eta} \frac{dp_0}{dz} \right] + (V_1 + V_2) = 0 \quad (\text{A1.20})$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{h^3}{\eta} \frac{dp_0}{dx} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{h^3}{\eta} \frac{dp_0}{dz} \right] = 6 \left[\frac{\partial}{\partial x} (U_1 + U_2) h + \frac{\partial}{\partial z} (\omega_1 + \omega_2) h \right] \quad (\text{A1.21})$$

Esta equação ainda pode ser simplificada. A parcela $2.(V_2 - V_1)$ é a razão de variação da altura da coluna e pode ser escrita dh/dt que é chamado termo de compressão do filme, em mancais de rotação constante, certamente dh/dt é nulo. Por este motivo ele foi omitido da equação. Considerando $\omega_1 = \omega_2 = U_2 = 0$ e $U_1 = U = cte$.

No estudo das sapatas setoriais é conveniente termos a equação de Reynolds expressa em coordenadas polares r, θ, y , em vez de x, y, z , o que será feito a seguir, usando um método simples de mudança de variáveis:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[h^3 \frac{\partial p_0}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[h^3 \frac{\partial p_0}{\partial z} \right] = 6 \eta U \frac{\partial h}{\partial x} \quad (A1.22)$$

A1.4 - EQUAÇÃO DE REYNOLDS EM COORDENADAS POLARES

Define-se $x = r \cdot \cos \theta$ e $y = r \cdot \sin \theta$, implicando em $r^2 = x^2 + y^2$, derivando tem-se:

$$\frac{\partial(x)}{\partial x} = \frac{\partial(r \cos \theta)}{\partial x} \quad \Rightarrow \quad \cos \theta \frac{\partial r}{\partial x} - r \sin \theta \frac{\partial \theta}{\partial x} = 1 \quad (A1.23)$$

$$\frac{\partial(z)}{\partial x} = \frac{\partial(r \sin \theta)}{\partial x} \quad \Rightarrow \quad \sin \theta \frac{\partial r}{\partial x} + r \cos \theta \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0 \quad (A1.24)$$

$$\frac{\partial(r)}{\partial x} = \frac{-\frac{\partial \theta}{\partial x} (r \cos \theta)}{\sin \theta} \quad (A1.25)$$

Substituindo na primeira equação vem:

$$-\left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \frac{r \cos^2 \theta}{\sin \theta} \right) - \frac{\partial \theta}{\partial x} r \sin \theta = 1 \quad (A1.26)$$

De onde pode-se deduzir que:

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{\cos \theta}{r} \\ \frac{\partial r}{\partial x} = \text{sen} \theta \end{cases} \quad (\text{A1.27})$$

Analogamente:

$$\frac{\partial(z)}{\partial z} = \frac{\partial(r \text{sen} \theta)}{\partial z} \Rightarrow \text{sen} \theta \frac{\partial r}{\partial z} - r \cos \theta \frac{\partial \theta}{\partial z} = 1 \quad (\text{A1.28})$$

$$\frac{\partial(x)}{\partial z} = \frac{\partial(r \cos \theta)}{\partial z} \Rightarrow \cos \theta \frac{\partial r}{\partial z} - r \text{sen} \theta \frac{\partial \theta}{\partial z} = 0 \quad (\text{A1.29})$$

$$\frac{\partial(r)}{\partial z} = \frac{(r \text{sen} \theta) \frac{\partial \theta}{\partial z}}{\cos \theta} \quad (\text{A1.30})$$

substituindo em (A1.28) tem-se:

$$\frac{r \text{sen}^2 \theta}{\cos \theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} + r \cos \theta \frac{\partial \theta}{\partial z} = 1 \quad (\text{A1.31})$$

De onde pode-se deduzir que:

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{\cos \theta}{r} \\ \frac{\partial r}{\partial z} = \text{sen} \theta \end{cases} \quad (\text{A1.32})$$

Considerando uma função $f(\mathbf{x}, z)$, onde f pode ser pressão, altura, etc..., e que seja função de $r \cdot \cos \theta$ e $r \cdot \text{sen} \theta$ simultaneamente; a derivada parcial com relação a x é:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial x} \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x} = \cos \theta \frac{\partial f}{\partial r} - \frac{\text{sen} \theta}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \quad (\text{A1.33})$$

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{\partial f}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial z} + \frac{\partial f}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial z} = \text{sen} \theta \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{\cos \theta}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \quad (\text{A1.34})$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \cos\theta \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) - \frac{\sin\theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) \quad (\text{A1.35})$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \cos\theta \frac{\partial}{\partial r} \left(\cos\theta \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{\sin\theta}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) - \frac{\sin\theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\cos\theta \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{\sin\theta}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right)$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \cos\theta \left(\cos\theta \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial \cos\theta}{\partial r} - \frac{\sin\theta}{r} \frac{\partial^2 p}{\partial r \partial \theta} - \frac{\partial p}{\partial \theta} \frac{(-\sin\theta)}{r^2} \right)$$

$$- \frac{\sin\theta}{r} \left(\cos\theta \frac{\partial^2 p}{\partial r \partial \theta} + \frac{\partial p}{\partial r} (-\sin\theta) - \frac{\cos\theta}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} - \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} \frac{(-\sin\theta)}{r^2} \right)$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \cos^2\theta \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} - \frac{\sin\theta \cos\theta}{r} \frac{\partial^2 p}{\partial r \partial \theta} + \frac{\sin\theta \cos\theta}{r^2} \frac{\partial p}{\partial \theta} - \frac{\sin\theta \cos\theta}{r} \frac{\partial^2 p}{\partial r \partial \theta}$$

$$+ \frac{\sin^2\theta}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\sin^2\theta}{r} \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} + \frac{\sin\theta \cos\theta}{r^2} \frac{\partial p}{\partial \theta} \quad (\text{A1.36})$$

Calculando agora a derivada segunda de p em relação a z tem-se:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \sin\theta \frac{\partial}{\partial r} \left(\sin\theta \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\cos\theta}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + \frac{\cos\theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin\theta \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\cos\theta}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right)$$

(A1.37)

$$\frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \sin\theta \left(\sin\theta \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{\cos\theta}{r} \frac{\partial^2 p}{\partial r \partial \theta} - \frac{\cos\theta}{r^2} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right)$$

$$+ \frac{\cos\theta}{r} \left(\sin\theta \frac{\partial^2 p}{\partial r \partial \theta} + \cos\theta \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{\cos\theta}{r} \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} - \frac{\sin\theta}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right)$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \sin^2\theta \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{\sin\theta \cos\theta}{r} \frac{\partial^2 p}{\partial r \partial \theta} - \frac{\sin\theta \cos\theta}{r^2} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{\sin\theta \cos\theta}{r} \frac{\partial^2 p}{\partial r \partial \theta}$$

$$+ \frac{\cos^2\theta}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\cos^2\theta}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} - \frac{\sin\theta \cos\theta}{r^2} \frac{\partial p}{\partial \theta}$$

(A1.38)

Somando as equações (A1.36) e (A1.38) obtém-se:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial p}{\partial \theta^2} \quad (\text{A1.39})$$

Derivando o primeiro termo da igualdade da equação de Reynolds, tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 3 h^2 \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial x} + h^3 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + h^3 \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + 3 h^2 \frac{\partial h}{\partial z} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (\text{A1.40})$$

$$= h^3 \left(\frac{3}{h} \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + \frac{3}{h} \frac{\partial h}{\partial z} \frac{\partial p}{\partial z} \right)$$

$$= h^3 \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + \frac{3}{h} \left(\frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial z} \frac{\partial p}{\partial z} \right) \right)$$

$$= h^3 \left\{ \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} + \frac{3}{h} \left(\cos \theta \frac{\partial h}{\partial r} - \frac{\sin \theta}{r} \frac{\partial h}{\partial \theta} \right) \left(\cos \theta \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{\sin \theta}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) \right. \\ \left. + \frac{3}{h} \left(\sin \theta \frac{\partial h}{\partial r} + \frac{\cos \theta}{r} \frac{\partial h}{\partial \theta} \right) \left(\sin \theta \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\cos \theta}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) \right\}$$

$$= h^3 \left\{ \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} + \frac{3}{h} \left(\frac{\partial h}{\partial r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial h}{\partial \theta} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) \right\}$$

$$= h^3 \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{h^3}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{h^3}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} + 3 h^2 \left(\frac{\partial h}{\partial r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial h}{\partial \theta} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right)$$

$$= \frac{1}{r^2} \left(h^3 r^2 \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + h^3 r \frac{\partial p}{\partial r} + h^3 \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} + 3 h^2 r^2 \frac{\partial h}{\partial r} \frac{\partial p}{\partial r} + 3 h^2 \frac{\partial h}{\partial \theta} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right)$$

(A1.40a)

Estudando o segundo e o quarto termos tem-se:

$$r \frac{\partial p}{\partial r} \left(h^3 + 3h^2 r \frac{\partial h}{\partial r} \right) = r \frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial (h^3 r)}{\partial r} \quad (\text{A1.41})$$

Que, com o primeiro termo se transforma em:

$$r \frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial}{\partial r} (h^3 r) + h^3 r^2 \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} - r \left(\frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial}{\partial r} (h^3 r) + h^3 r \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} \right) = r \frac{\partial}{\partial r} \left(h^3 r \frac{\partial p}{\partial r} \right) \quad (\text{A1.42})$$

Dos terceiro e quinto termos pode-se deduzir:

$$h^3 \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} + 3h^3 \frac{\partial h}{\partial \theta} \frac{\partial p}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial \theta} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) = \frac{1}{r^2} \left[r \frac{\partial}{\partial r} \left(h^3 r \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) \right] \quad (\text{A1.43})$$

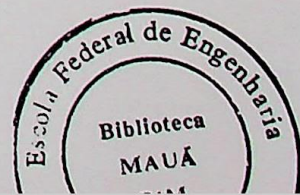
$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(h^3 r \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) \quad (\text{A1.44})$$

O segundo termo da igualdade será:

$$6\eta U \frac{\partial h}{\partial x} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial h}{\partial x} = \cos\theta \frac{\partial h}{\partial r} - \sin\theta \frac{\partial h}{\partial \theta} \quad (\text{A1.45})$$

Como a espessura h não depende do raio $r \Rightarrow \frac{\partial h}{\partial r} = 0$

A velocidade U na direção x deve ser expressa pelas componentes radial e tangencial, no caso, por definição, não há velocidade radial, e a velocidade tangencial é dada por: $-U \sin\theta + \omega \cos\theta$



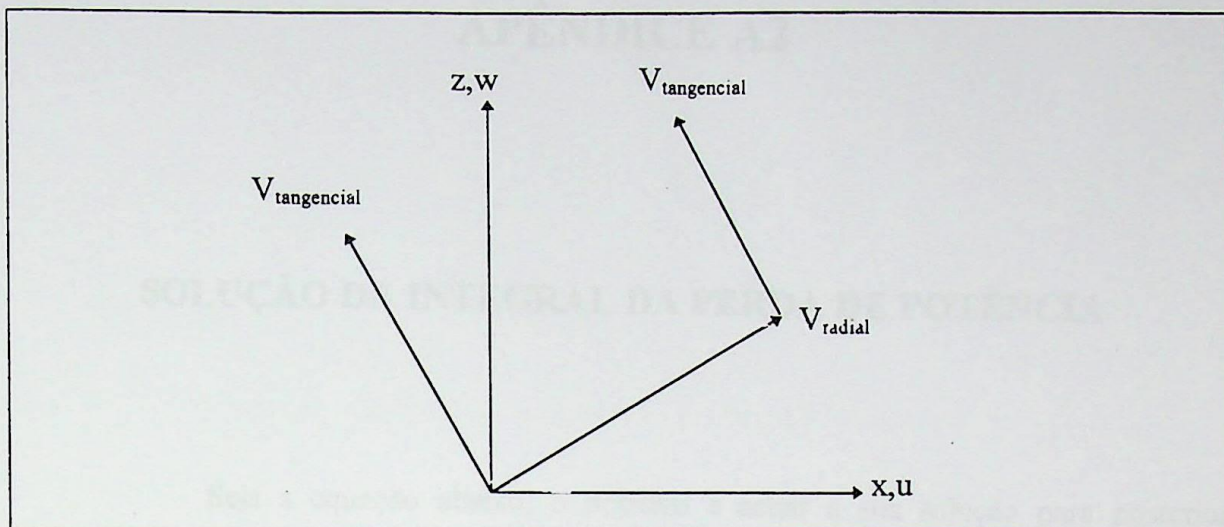


Figura A1 . 4 - Figura das velocidades.

Ter-se-á então:

$$6\eta \frac{-V_{\text{tang}}}{\text{sen}\theta} \frac{-\text{sen}\theta}{r} \frac{\partial h}{\partial \theta} = 6\eta \frac{V_{\text{tang}}}{r} \frac{\partial h}{\partial \theta} \quad (\text{A1.46})$$

Chamando $V_{\text{tang}} = U$, obtém-se a seguinte equação:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(h^3 r \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) = 6\eta U \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial \theta} \quad (\text{A1.47})$$

E lembrando que $U = 2\pi r N$ pode-se ainda escrever:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(h^3 r \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) = 6\eta U \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial \theta} \quad (\text{A1.48})$$

APÊNDICE A2

SOLUÇÃO DA INTEGRAL DA PERDA DE POTÊNCIA

Seja a equação abaixo, o objetivo é achar a sua solução para posterior cálculo da perda de potência H_0 :

$$dH_0 = 2\pi r_0 N \eta \left(\frac{2\pi r_0 N}{h_0} + \frac{h_0}{2\eta} \frac{\partial p_0}{\partial \theta} \right) r_0 dr_0 d\theta \quad (\text{A2.1})$$

Integrando duas vezes tem-se:

$$H_0 = 2\pi N \eta \int_{r_i}^{r_e} \int_0^{\theta_0} \left(\frac{2\pi r_0^3 N}{h_0} + \frac{r_0 h_0}{2\eta} \frac{\partial p_0}{\partial \theta} \right) dr_0 d\theta \quad (\text{A2.2})$$

Tirando $2\pi \cdot N$ da integral resulta:

$$H_0 = 4\pi^2 N^2 \eta \int_{r_i}^{r_e} \int_0^{\theta_0} \left(\frac{r_0^3}{h_0} + \frac{r_0 h_0}{4\pi \eta N} \frac{\partial p_0}{\partial \theta} \right) dr_0 d\theta \quad (\text{A2.3})$$

Substituindo h_0 por: $a + b\left(1 - \frac{\theta}{\theta_0}\right)$ e tendo em conta que :

$$\int \frac{dx}{ax + b} = \frac{1}{a} L_n(ax + b) \quad ; \quad L_n x - L_n y = L_n \frac{x}{y} \quad (\text{A2.4})$$

$$L_n(a + b) - L_n a = L_n \frac{a + b}{a} = L_n \left(1 + \frac{b}{a} \right)$$

tem-se:

$$H_0 = 4\pi^2 \eta N^2 \int_{R_i}^{R_e} \int_0^{\theta_0} \frac{r_0^3}{a+b(1-\theta/\theta_0)} d\theta dr_0 + \frac{4\pi^2 \eta N^2}{4\pi \eta N} \int_{R_i}^{R_e} \int_0^{\theta_0} r_0 h_0 \frac{\partial p_0}{\partial \theta} d\theta dr_0 \quad (A2.5)$$

O primeiro membro da integral (A2.5) pode ser escrito assim:

$$\begin{aligned} &= \int_{R_i}^{R_e} \int_0^{\theta_0} \frac{r_0^3}{(-b/\theta_0)\theta + (a+b)} d\theta dr_0 = \int_{R_i}^{R_e} \frac{r_0^3}{(-b/\theta_0)} L_n\left(\frac{(-b/\theta_0)\theta + (a+b)}{(-b/\theta_0)}\right) \Big|_0^{\theta_0} dr_0 \\ &= \frac{r_0^4}{4} \Big|_{R_i}^{R_e} \left[\frac{-\theta_0}{b} L_n(-b+a+b) - \frac{-\theta_0}{b} L_n(a+b) \right] = \frac{R_e^4 - R_i^4}{4} \left[\frac{-\theta_0}{b} L_n a + \frac{\theta_0}{b} L_n(a+b) \right] \\ &= \frac{R_e^4 - R_i^4}{4 \cdot b} \theta_0 L_n \frac{a+b}{a} \quad (A2.6) \end{aligned}$$

$$H_0 = 4\pi^2 \eta N^2 \left[\frac{R_e^4 - R_i^4}{4b} \theta_0 L_n \frac{a+b}{a} \right] + \pi N \int_{R_i}^{R_e} \int_0^{\theta_0} R_e^2 r h b \frac{\eta N L^2}{b^2} \frac{\partial p}{\partial \theta} d\theta dr \quad (A2.7)$$

$$H_0 = \frac{\pi^2 N^2 \eta \theta_0}{b} (R_e^4 - R_i^4) L_n(1+b/a) + \frac{\pi \eta (R_e N L)^2}{b} \Delta r \Delta \theta \sum \sum r_j h_i \frac{\partial p}{\partial \theta} \quad (A2.8)$$

$$H_0 = \frac{\pi N^2 \eta}{b} \left\{ (R_e^4 - R_i^4) \pi \theta_0 L_n(1+b/a) + R_e^2 L^2 \Delta r \Delta \theta \sum \sum r_j h_i \frac{\partial p}{\partial \theta} \right\} \quad (A2.9)$$

Colocando R^4 fora dos chaves tem-se:

$$H_0 = \frac{\pi N^2 \eta R_c^4}{b} \left\{ \pi \theta_0 L_n (1 + b/a) \left(1 - \frac{R_i^4}{R_c^4} \right) + \left(\frac{L}{R_c} \right)^2 \Delta r \Delta \theta \sum \sum r_j h_i \frac{\partial p}{\partial \theta} \right\} \quad (\text{A2.10})$$

Sabendo-se que:

$$\left(1 - \frac{R_i^4}{R_c^4} \right) = \left[1 - \frac{(R_c - L)^4}{R_c^4} \right] = \left[1 - \left(\frac{R_c - L}{R_c} \right)^4 \right] = \left[1 - \left(1 - \frac{L}{R_c} \right)^4 \right]$$

Estabelecendo que:

$$\sigma = \Delta r \Delta \theta \sum \sum r_j h_i \frac{\partial p}{\partial \theta} \quad (\text{A2.11})$$

$$H_0 = \frac{\pi \eta N^2 R_c^4}{b} \left\{ \pi \theta_0 L_n (1 + b/a) \left[1 - \left(1 - \frac{L}{R_c} \right)^4 \right] + \sigma \left(\frac{L}{R_c} \right)^2 \right\} \quad (\text{A2.12})$$

Denomina-se H os dados entre chaves:

$$H = \pi \theta_0 L_n (1 + b/a) \left[1 - \left(1 - \frac{L}{R_c} \right)^4 \right] + \sigma \left(\frac{L}{R_c} \right)^2 \quad (\text{A2.13})$$

Portanto:

$$H_0 = \frac{H \pi \eta N^2 R_c}{b} \quad (\text{A2.14})$$

APÊNDICE A3

MÉTODO DE SIMPSON PARA CÁLCULO DE INTEGRAIS.

A3.1 - RESOLUÇÃO DA INTEGRAL DA EQUAÇÃO (4.29)

$$\text{Int} = \int_{R_i}^{R_e} \frac{U h_0}{2} dr_0 = \int_{R_i}^{R_e} \frac{2\pi r_0 N h_{\min}}{2} dr_0 = \frac{\pi N h_{\min}}{2} (R_e^2 - R_i^2) \quad (\text{A3.1})$$

Mas:

$$(R_e^2 - R_i^2) = (R_e + R_i)(R_e - R_i) = (R_e + R_i) L \quad (\text{A3.2})$$

$$\text{Int} = \frac{\pi N L h_{\min}}{2} (R_e + R_i) \quad (\text{A3.3})$$

Após calcular a integral pode-se simplificar a equação de cálculo do fluxo como segue:

$$Q_s = \text{int} + q_s \pi R_e N L b \quad (\text{A3.4})$$

$$Q_s = \frac{\pi N L h_{\min}}{2} (R_e + R_i) + q_s \pi R_e N L b \quad (\text{A3.5})$$

Sabendo que $R_i = R_e - L$ tem-se:

$$Q_s = \frac{\pi N L h_{\min}}{2} R_e + \frac{\pi N L h_{\min}}{2} R_e - \frac{\pi N L h_{\min}}{2} L + q_s \pi R_e N L b \quad (\text{A3.6})$$

OU:

$$Q_s = \frac{\pi N L h_{\min}}{2} R_e \frac{b}{b} + \frac{\pi N L h_{\min}}{2} R_e \frac{b}{b} - \frac{\pi N L h_{\min}}{2} L \frac{R_e b}{R_e b} + q_s \pi R_e N L b \quad (\text{A3.7})$$

$$Q_s = \frac{2\pi L h_{\min}}{2} R_e \frac{b}{b} - \frac{\pi N L h_{\min}}{2} \frac{L R_e b}{R_e b} + q_s \pi R_e N L b \quad (\text{A3.8})$$

$$Q_s = \pi R_e N L b \left\{ \frac{h_{\min}}{b} - \frac{h_{\min}}{2b} \frac{L}{R_e} + q_s \right\} \quad (\text{A3.9})$$

$$Q_s = \pi R_e N L b \left\{ \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{L}{R_e} \right) \right] \frac{h_{\min}}{b} + q_s \right\} \quad (\text{A3.10})$$

Chamando os valores entre colchetes de q_{0s} , obtém-se uma única equação para o cálculo das vazões. O valor de q_{0s} será apresentado nas tabelas finais.

$$Q_s = \pi R_e N L b q_{0s} \quad (\text{A3.10a})$$

A3.2 - SOLUÇÃO DA INTEGRAL DA EQUAÇÃO (4.39)

A equação (4.39) se resolve igual a (4.29), e a integral tem o mesmo resultado porém na equação semelhante à (A3.3) no lugar de h_{\min} , tem-se h_{\max} , pois está se resolvendo a integral na entrada da sapata. Então tem-se:

$$Q_E = \frac{-\pi N L h_{\max}}{2} (R_e + R_i) + q_E \pi R_e N L b \quad (\text{A3.11})$$

Tendo em conta que $R_i = R_e - L$ e $h_{\max} = b + a$ tem-se:

$$Q_E = \frac{-\pi N L b Re}{1} + \frac{\pi N L b L}{2} - \frac{\pi N L a Re}{1} + \frac{\pi N L a L}{1} + q_E \pi Re N L b \quad (A3.12)$$

$$Q_E = \pi Re N L b \left(-1 + \frac{L}{2Re} - \frac{a}{b} + \frac{a}{b} \frac{L}{Re} + q_E \right)$$

Reagrupando vem:

$$Q_E = \pi Re N L b \left[\left(-1 + \frac{L}{2Re} \right) \left(1 + \frac{a}{b} \right) + q_E \right] \quad (A3.13)$$

Idem ao anterior tem-se:

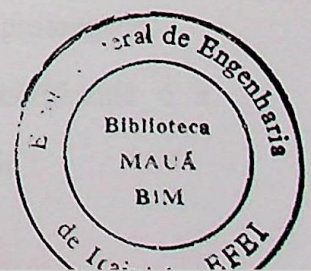
$$Q_E = \pi Re N L b q_{0E} \quad (A3.13a)$$

A3.3 - MÉTODO DE SIMPSON

Para resolver a equação acima, usou-se o método de Simpson, que exige que o número de divisões seja par, e cuja equação é :

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{x_i - x_{i-1}}{3} \left\{ \begin{array}{l} f(x_0) + 2[f(x_2) + f(x_4) + f(x_6) + \dots + f(x_{2n-2})] \\ + 4[f(x_1) + f(x_3) + f(x_5) + \dots + f(x_{2n-1})] + f(x_{2n}) \end{array} \right\} \quad (A3.14)$$

A equação (3.14) é uma equação geral, alheia à presente dissertação e os seus valores não se referem aos dados da tese.



APÊNDICE A4

PROPRIEDADES FÍSICAS DOS LUBRIFICANTES E SUA VARIAÇÃO COM A TEMPERATURA

A 4.1 - INTRODUÇÃO

Na lubrificação em geral, o óleo lubrificante exerce sua função em circunstâncias muito variadas, tornando-se pois necessária, minuciosa seleção do mesmo para atender aos objetivos do seu uso:

1. - Reduzir o atrito, substituindo o contato direto do metal, pelo atrito fluído interno do lubrificante.
2. - Proteger as superfícies em contato contra o desgaste, e todas as que estão em contato com o lubrificante contra a corrosão.
3. - Dissipar a maior parte do calor gerado. O óleo lubrificante em circulação promove o equilíbrio térmico.
4. - Remover sedimentos e partículas que tenderiam dificultar as funções acima citadas.

Para tal, o lubrificante deve possuir certas características físicas compatíveis com a classe de serviço, e é de maior importância que ele conserve, durante o máximo espaço de tempo, suas qualidades originais; apesar de estar sujeito a rigorosas condições de trabalho, à circulação contínua, e a outras causas que contribuem para sua decomposição. É necessário então que o óleo tenha grande estabilidade para resistir a um uso prolongado.

Mas, sem dúvida a propriedade mais significativa do lubrificante é a viscosidade, à qual, dedicou-se um estudo mais minucioso, mostrado a seguir.

A4.2 - VISCOSIDADE

A viscosidade é a propriedade dinâmica básica inerente aos fluidos lubrificantes. É a resistência, causada pela coesão intermolecular, que uma camada de fluido oferece para deslizar sobre a outra e provocar um movimento relativo entre elas. A viscosidade então é a medida da resistência interna de atrito do fluido.

Numa cunha de óleo imagina-se que filme lubrificante existente entre as placas é composto de várias camadas horizontais. A placa superior gira com velocidade U , e acarreta o deslocamento das camadas. A camada superior tem velocidade U e a inferior velocidade zero. Uma camada qualquer, distante y da superfície fixa, tem uma velocidade u , que varia com y

Num escoamento viscoso, Newton concluiu que *'a força F necessária para provocar o movimento das camadas fluídas, é proporcional à área considerada e a taxa de variação da velocidade em relação a y .'*

$$F = \eta \cdot \text{area} \cdot \frac{du}{dy}$$

A equação acima é chamada **equação de Newton**, e onde:

η É a constante de proporcionalidade, definida como viscosidade absoluta ou dinâmica por depender da força, do comprimento e do tempo.

$\frac{du}{dy}$ É a taxa de variação da velocidade com a distância ou gradiente de velocidade.

A viscosidade dinâmica absoluta é então a força necessária por unidade de área para provocar uma diferença de velocidade igual à unidade entre dois planos paralelos separados no líquido por uma unidade de distância.

À viscosidade está ligada a capacidade do lubrificante de suportar carga, e em consequência de manter intacta a película responsável pela eficiência da lubrificação. Ela deve ser também compatível com as dimensões dos orifícios e dos poros dos elementos filtrantes e deve variar pouco com a temperatura. Mas isso não ocorre pois se constata variações elevadas da viscosidade eficaz ou viscosidade real em serviço, sob a influência de fortes oscilações de pressão, variação de temperatura, da poluição, do envelhecimento etc..

A temperatura de um fluido afeta a sua atividade molecular e sendo esta responsável pela sua viscosidade, conclui-se que a viscosidade varia com a temperatura.

Nenhuma fórmula existente atualmente é satisfatória para traduzir a característica viscosidade-temperatura. A escala do índice de Dean e Davis variando de zero, para óleos altamente naftênicos, a 100, para óleos altamente parafínicos, é insuficiente para a maioria dos fluidos hidráulicos. Quanto mais elevado o índice menos a viscosidade é suscetível de variar com a temperatura e maior é a fluidez (é o inverso da viscosidade, e é expressa em graus Barbey) em baixas temperaturas.

A fórmula de Walther e as outras originadas dela, o diagrama ASTM (American Society of Testing Materials) também estudam esta relação com a seguinte fórmula geral:

$$\log \log E_1 = E_2 + E_3 \log T_{\text{abs}} \quad (\text{A4.1})$$

onde:

$$E_1 = (\gamma + 0,7 + E_4 - E_5 + E_6 - E_7 + E_8 - E_9)$$

log. = logaritmo na base 10.

γ = viscosidade cinemática, Cst ou mm^2/s .

T_{abs} = temperatura absoluta = $T^\circ\text{C} + 273,15$

$E_4 \dots E_9$ = São números com exponenciais de base natural e em função de γ .

Para limites de viscosidade de 2 a $2 \cdot 10^7$ (Cst) tem-se:

$E_1 = (\gamma + 0,7)$ e a fórmula acima se simplifica:

$$\log \log (\gamma + 0,7) = E_2 + E_3 \cdot \log T_{\text{abs}}$$

A 4.3 - CÁLCULO DOS COEFICIENTES DA FÓRMULA DE WALTHER

Existem várias literaturas que representam em gráficos a relação viscosidade-temperatura. Essas curvas não são lineares mas como se usa papel $\log. \times \log.$, elas se transformam em retas. No caso esses gráficos podem ser usados. Mas neste trabalho, o cálculo deverá ser feito pelo computador e para tal devemos ter o valor de E_2 e E_3 calculado.

Foram levantados para cada tipo de óleo dois pontos no gráfico e a partir da fórmula acima se montou um sistema de duas equações e duas incógnitas e assim determinou-se E_2 e E_3 para óleos de vários graus de viscosidade ISO (International

Standards Organization). A tabela abaixo mostra esses valores e ela será inserida no programa para a escolha conveniente caso a caso. Os óleos mais usados em turbinas são ISO-22 a ISO-68, e assim pode-se, calcular a viscosidade cinemática do óleo a qualquer temperatura.

Os mancais de sustentação em estudo são dispostos de modo a facilitar a introdução contínua de lubrificante entre as superfícies das placas, de maneira a formar e manter cunhas de óleo eficazes, separadoras das superfícies dos mancais. Um óleo lubrificante, mineral puro, de média viscosidade e possuidor de baixo coeficiente de fricção interna, se introduz facilmente nas áreas de pressão e é capaz ainda, de manter as superfícies de sustentação separadas, mesmo quando a máquina estiver parada.

Tabela A4.1 - Valores de E2 e E3 para óleos ISO

ÓLEO	E ₂	E ₃
ISO - 10	9,15949	-3,68687
ISO - 15	8,84239	-3,55383
ISO - 22	8,89190	-3,46996
ISO - 32	10,0581	-3,97961
ISO - 46	9,91370	-3,84168
ISO - 68	9,48054	-3,77175
ISO - 100	9,53426	-3,77835
ISO - 150	8,76633	-3,39561
ISO - 220	8,71191	-3,43091
ISO - 320	8,49516	-3,36200
ISO - 460	8,46918	-3,32438
ISO - 680	8,52160	-3,26931
ISO - 1000	8,41881	-3,26626
ISO - 1500	8,35633	-3,21516

A 4.4 - ESPESSURA MÍNIMA DO FILME DE ÓLEO

A espessura mínima do filme de óleo depende do acabamento das sapatas e do material de que elas são fabricadas e deve ser numericamente maior que a soma das rugosidades das duas placas para evitar que haja atrito sólido entre os metais. Para ter-se uma idéia de grandeza, as alturas máxima e mínima do filme de óleo são da ordem de 0,005 a 0,1 mm.

Apresenta-se a seguir uma tabela que representa os valores limites para a rugosidade conforme a usinagem das peças:

Tabela A4.2 - Valores da rugosidade variando com o processo de acabamento.

Processo de acabamento	Rugosidade média(mm)
Superacabamento	$0,025 \cdot 10^{-3} - 0,20 \cdot 10^{-3}$
Polimento	$0,025 \cdot 10^{-3} - 0,40 \cdot 10^{-3}$
Brunimento	$0,10 \cdot 10^{-3} - 0,40 \cdot 10^{-3}$
Esmerilhado, Retificação	$0,10 \cdot 10^{-3} - 0,80 \cdot 10^{-3}$
Raspagem	$0,10 \cdot 10^{-3} - 1,60 \cdot 10^{-3}$
Mandrilhamento	$0,80 \cdot 10^{-3} - 3,20 \cdot 10^{-3}$
Laminação	$0,80 \cdot 10^{-3} - 6,30 \cdot 10^{-3}$
Corte	$1,60 \cdot 10^{-3} - 12,50 \cdot 10^{-3}$
Usinagem a eletroerosão	$1,60 \cdot 10^{-3} - 6,30 \cdot 10^{-3}$
Lapidagem	$0,05 \cdot 10^{-3} - 0,40 \cdot 10^{-3}$
Retificação	$0,10 \cdot 10^{-3} - 1,60 \cdot 10^{-3}$
Torneamento	$0,40 \cdot 10^{-3} - 6,30 \cdot 10^{-3}$
Broqueamento	$0,40 \cdot 10^{-3} - 6,30 \cdot 10^{-3}$
Fresamento	$0,80 \cdot 10^{-3} - 6,30 \cdot 10^{-3}$
Desbastamento, aço ferro fundido.	0,03 - 0,04
Acabamento normal, aço ferro fundido.	0,02 - 0,03
Acabamento fino, aço ferro fundido.	0,01 - 0,02
Alisado (lixa), aço ferro fundido.	0,006 - 0,007
Retificado, aço ferro fundido.	0,004 - 0,005
Retificado, aço temperado	0,003 - 0,004
Retificado e espelhado, aço temperado	0,001 - 0,002
Desbastamento, metal branco	0,02
Acabamento fino, metal branco	0,002
Acabamento fino, Bronze	0,004

A tabela acima será usada freqüentemente para estimar a rugosidade do material a ser usado tanto no colar quanto na sapata. para calcular a altura mínima do filme de lubrificante se usa o valor da rugosidade combinada como foi mostrado no apêndice A5, ou podem ser usados valores resultantes de dados práticos anteriores.

APÊNDICE A 5

EXEMPLO DE DIMENSIONAMENTO DO MANCAL DA USINA SALTO OSÓRIO

A 5.1 - DADOS

Peso do conjunto girante	: 645 [ton]
Peso do empuxo axial	: 600 [ton]
Peso total	: \cong 1250 [ton]
Diâmetro interno do mancal	: 1740 [mm]
Rotação	: 120 [rpm] = 2 [rps]
Pressão ou tensão admissível	: 736 [N/cm ²]

A 5.2 - DIMENSIONAMENTO

Seja um mancal composto de ζ sapatas e cujo ângulo de cada setor seja θ_0 , e cujas ranhuras devam ter aproximadamente 20% de θ_0 , tem-se:

$$\zeta(\theta_0 + 0,2 \cdot \theta_0) = 2\pi \text{ [rad]} \quad (\text{A5.1})$$

$$\zeta = \frac{2\pi}{1,2\theta_0} \quad (\text{A5.2})$$

As sapatas deverão então suportar a carga do conjunto girante e do empuxo axial somados ou seja:

$$\text{Peso total} = 645 + 600 = 1245 \text{ [ton]}$$

Foi adotado um peso de 1250 [ton] ou 12 260 000 [N]. A pressão admissível no material é igual a 736 [N/cm²], considera-se um coeficiente de segurança igual a 2, a pressão será : $736 / 2 = 368 \text{ [N/cm}^2\text{]}$

A pressão atuante será então:

$$\text{Pressão} = \text{Força ou Peso} / \text{área}$$

$$368 = \frac{12.260.000}{\zeta (R_e^2 - R_i^2) \frac{\theta_0}{2}} = \frac{12.260.000 \cdot 2}{\zeta [(R_i + L)^2 - R_i^2] \theta_0}$$

$$L^2 + 174 L - 12725,85 = 0$$

$$L = 55,45 \text{ [cm]}$$

$$L = 0,555 \text{ [m]}$$

Admitindo que a sapata é quadrada e de dimensões:

$$R_m \cdot \theta_0 \cong L$$

$$\theta_0 = \frac{L}{R_m} = \frac{L}{R_i + \frac{L}{2}} = \frac{55,5}{87 + \frac{55,5}{2}}$$

$$\theta_0 = 0,48366 \text{ [rad]} \quad ; \quad \theta_0 = 27,7117 \text{ [graus]}$$

$$\zeta = \frac{2 \pi}{1,2 \cdot 0,48366} = 10,8 \text{ sapatas.}$$

Costuma-se usar sempre um número par de sapatas, adota-se então: $\zeta = 12$ sapatas. Agora deve-se fazer uma correção no cálculo de θ_0 :

$$\theta_0 = \frac{2 \pi}{1,2 \zeta} = \frac{2 \pi}{1,2 \cdot 12}$$

$$\theta_0 = 0,43633 \text{ [graus]}$$

$$\theta_0 = 25 \text{ [graus]}$$

Tem-se assim, um valor de ângulo θ_0 conforme a relação abaixo para que feche o círculo com 360 graus.

$$\zeta (\theta_0 + 0,2 \theta_0) = 12 (25 + 0,2 \cdot 25) = 360 \text{ [graus]}$$

E a pressão específica em cada sapata é dada por:

$$p = \frac{12.260.000}{12 (142,5^2 - 87^2)} \frac{2}{0,43633} = 367,66 \text{ [N / cm}^2\text{]}$$

ou:

$$p = 3676617,69 \text{ [N / m}^2\text{]}$$

A 5.3 - ANÁLISE PREDITIVA DO COMPORTAMENTO DO MANCAL

Para continuar o cálculo, considera-se as condições críticas ou seja:

A espessura mínima do filme lubrificante h_{\min} ou a , é a menor possível, desde que não permita o contato metal com metal. h_{\min} é um parâmetro dependente de várias condições funcionais, tais como oscilações das cargas aplicadas, eventuais desalinhamentos e desnivelamentos das sapatas e ainda varia com as rugosidades superficiais e o tipo de acabamento dos metais das sapatas e do colar giratório, o valor de h_{\min} pode ser escolhido usando valores experimentais conhecidos, ou calculado através de parâmetros influentes. São métodos práticos em que h_{\min} pode ser definida em função da relação pressão específica-velocidade de rotação, ou em função do fator de rugosidade das superfícies metálicas.

Segundo Osanna e Strohmaier, para uma superfície deslizante, os valores da rugosidade estão entre 2,0 e 4,0 [μm .]

No presente estudo, para o cálculo de h_{\min} utilizou-se o parâmetro rugosidade combinada das superfícies numa condição mais crítica. Considerou-se a rugosidade = 5,0 [μm] e a relação de h_{\min} pela rugosidade combinada δ , relação essa que deve ser maior ou igual a 8.

$$\delta = \sqrt{\delta_{\text{sapata}}^2 + \delta_{\text{colar}}^2} \quad (\text{A5.3})$$

E assim se assegura a lubrificação completa sem nenhum contato metálico entre as superfícies deslizantes. Prevendo possíveis desalinhamentos, oscilações de carga, considerou-se a relação igual a 10.

$$h_{\text{min}} = 10 \delta = 10 \cdot 0,005$$

$$h_{\text{min}} = 0,05 \text{ [mm]}$$

$$h_{\text{min}} = 50 \cdot 10^{-6} \text{ [m]}$$

A 5.4 - ESCOLHA DO DESNÍVEL b

Adotou-se :

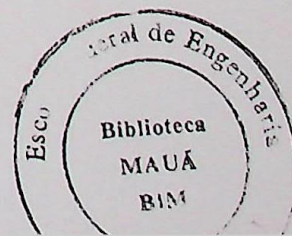
$$\frac{a}{b} = \frac{h_{\text{min}}}{h_{\text{max}} - h_{\text{min}}} = 0,5$$

$$b = \frac{h_{\text{min}}}{0,5} = 0,1 \text{ [mm]} \quad ; \quad h_{\text{max}} = 0,15 \text{ [mm]}$$

Para o mancal em questão tem-se os seguintes dados calculados ou adotados:

Ri	: 87 [cm]
Re = Ri+L	: 142,5 [cm]
L = Re - Ri	: 55,5 [cm]
θ_0	: 25 [graus]
Ranhuras	: 5 [graus]
$h_{\text{min}} = a =$: 0,05 [mm]
$h_{\text{máx}}$: 0,15 [mm]
$b = h_{\text{máx}} - h_{\text{min}}$: 0,1 [mm]
L / Re	: 0,038947
a / b	: 0,5

Com os valores acima pode se executar o programa no computador e assim obter os valores que irão aparecer nos próximos cálculos; Ou recorrer as tabelas e nesse caso procurar o valor mais próximo de L / Re e recalculer o raio externo e os valores dependentes dele.



A 5.5 - CÁLCULO DA VISCOSIDADE

Obteve-se: $T=0,28957$

$$T = \frac{\eta N \left(\frac{L}{b}\right)^2}{P_{\text{porsapata}}} = 0,28957$$

$$\eta = \frac{0,28957 \cdot 3676617,69 \cdot 0,0001^2}{2 \cdot 0,555^2}$$

$$\eta = 0,017282 \text{ [N.s / m}^2 \text{ ou Pa s]}$$

$$\eta = 17,282 \text{ [cp]}$$

A 5.6 - ESPECIFICAÇÃO DO LUBRIFICANTE

Utilizando-se o gráfico da variação da viscosidade com a temperatura, e considerando a temperatura de trabalho 70 [°C] e a viscosidade mínima $\eta = 17,28$ [cp], obtém-se o tipo de óleo recomendado, isto é ISO - 68.

A 5.7 - CÁLCULO DAS VAZÕES

A 5.7.1 - Vazão de Saída

Da tabela $q_{os} = 0.5302$

$$Q_s = q_{os} \pi R_e N L b$$

$$Q_s = 0.5302 \cdot \pi \cdot 1,425 \cdot 2 \cdot 0,555 \cdot 0,0001$$

$$Q_s = 0,0002634 \text{ [m}^3 \text{ / s]}$$

A 5.7.2 - Vazão Lateral do Raio Externo

Da tabela $q_{Re} = 0,237457$

$$Q_{Re} = q_{Re} \cdot \pi \cdot R_e \cdot N \cdot L \cdot b$$

$$Q_{Re} = 0,237457 \cdot 3,1415 \cdot 1,425 \cdot 2 \cdot 0,555 \cdot 0,0001$$

$$Q_{Re} = 0,0001179 \text{ [m}^3 \text{ / s]}$$

A 5.7.3 - Vazão Lateral no Raio Interno

Da tabela $q_{Ri} = 0,1396627$

$$Q_{R_i} = q_{R_i} \cdot \pi \cdot R_e \cdot N \cdot L \cdot b$$

$$Q_{R_i} = 0,1396627 \cdot 3,1415 \cdot 1,425 \cdot 2 \cdot 0,555 \cdot 0,0001$$

$$Q_{R_i} = 0,0000694 \text{ [m}^3 \text{ / s]}$$

A 5.7.4 - Vazão na entrada

Da tabela $q_e = - 0.9076$

$$Q_e = q_e \cdot \pi \cdot R_e \cdot N \cdot L \cdot b$$

$$Q_e = - 0.9076 \cdot 3.1415 \cdot 1,425 \cdot 2 \cdot 0,555 \cdot 0,0001$$

$$Q_e = 0,000451 \text{ [m}^3 \text{ / s]}$$

A 5.8 - PERDA DE POTÊNCIA POR SAPATA

Da tabela $H = 1,46269$

$$H_0 = H \frac{\pi \cdot \eta \cdot N^2 \cdot R_e^4}{b}$$

$$H_0 = 1,46269 \frac{3,1415 \cdot 0,017282 \cdot 2^2 \cdot 1,425^4}{0,0001}$$

$$H_0 = 13097,93 \text{ [N.m / s ou W ou J / s]}$$

$$H_0 = 13,098 \text{ [kW]}$$

A 5.9 - ELEVAÇÃO DE TEMPERATURA

O peso específico é dado por: $\rho = 831 \text{ [kg / m}^3\text{]}$

O calor específico do óleo lubrificante é : $c_p = 0,47 \text{ [kcal / kg } ^\circ\text{C]}$

Equivalente mecânico do calor: $J = 4186 \text{ [J / kcal]}$

$$\Delta t = \frac{2 H_0}{J \rho c_p [2 Q_E - (Q_{R_e} + Q_{R_i})]}$$

$$\Delta t = \frac{2 \cdot 13097,93}{4186 \cdot 831 \cdot 0,47 [2 \cdot 0,0004510 - (0,0001179 + 0,0000694)]}$$

$$\Delta t = 22,44 \text{ [}^\circ\text{C]}$$

A 5.10 - CENTRO DE PRESSÃO

Da tabela: $R_p = 0,5255281$

$$\theta_p = 0,6261390$$

$$\theta_p = \frac{\theta_{op}}{\theta_0} \quad ; \quad R_p = \frac{R_{op} - R_i}{R_e - R_i}$$

$$\theta_{op} = \theta_0 \cdot \theta_p = 25 \cdot 0,6261390$$

$$\theta_{op} = 15,65 \text{ [graus]}$$

$$\theta_{op} = 0,273144 \text{ [rad]}$$

$$R_{op} = R_i + R_p \cdot L = 87 + 0,5255281 \cdot 55,5$$

$$R_{op} = 116,167 \text{ [cm]}$$

$$R_{op} = 0,116167 \text{ [m]}$$

A5.11 - CÁLCULO COMPARATIVO DO MESMO MANCAL VARIANDO a / b

Foi feito também um outro cálculo do mesmo mancal, variando o valor da espessura máxima, o que modifica o valor de a / b para 0,25. A solução então seria idêntica à anterior até o item A5.5. e depois tem-se:

$$a / b = 0,25$$

$$b = 0,002 \text{ [m]}$$

Cálculo da viscosidade:

$$T = 0,0967$$

$$\eta = 0,00577 \text{ [N.s / m}^2 \text{ ou Pa s]}$$

$$\eta = 5,77 \text{ [cp]}$$

Cálculo das vazões:

$$Q = q \pi Re N L b$$

$$Q = q \cdot \pi \cdot 1,425 \cdot 2 \cdot 0,555 \cdot 0,0002$$

$$q_{os} = 0,2939 \Rightarrow Q_s = 0,0002921 \text{ [m}^3 \text{ / s]}$$

$$q_{oe} = 0,6767 \Rightarrow Q_E = 0,0006725 \text{ [m}^3 \text{ / s]}$$

$$q_{ri} = 0,1417 \Rightarrow Q_{Ri} = 0,0001408 \text{ [m}^3 \text{ / s]}$$

$$q_{re} = 0,2407 \Rightarrow Q_{RE} = 0,0002392 \text{ [m}^3 \text{ / s]}$$

Perda de Potência:

$$H = 2,3984$$

$$H_0 = 3585,3922 \text{ [N.m / s ou W ou J / s]}$$

$$H_0 = 3,5854 \text{ [kw]}$$

Elevação de temperatura:

$$\Delta t = 4,5451 \text{ [}^\circ\text{C]}$$

Centro de pressão:

$$R_p = 0,53 \Rightarrow R_{OP} = 116,415 \text{ [cm]}$$

$$\theta_p = 0,6788 \Rightarrow \theta_{OP} = 16,97 \text{ [graus]} = 0,2962 \text{ [rad]}$$

CONCLUSÃO

Conclue-se que tendo um mancal cujas dimensões dos diâmetros estão limitadas pelo espaço físico, pode-se variar praticamente todas as características do mesmo variando a inclinação da sapata e nesse caso tendo grande benefício em termos de aumento da temperatura do fluido, que com a diminuição de a / b , o Δt diminuiu de $22,44^\circ\text{C}$ para $4,5^\circ\text{C}$, o que é muito vantajoso para o perfeito funcionamento do mancal.

APÊNDICE A6

COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS COM A SOLUÇÃO ANALÍTICA

A6.1 - CAPACIDADE DE CARGA OU PRESSÃO UNITÁRIA DE JAKOBSSON E FLOBERG

$$\text{Força} = F_{\text{adm}} \frac{\eta U R_{\text{medio}}^2 \theta_0^2 L}{h_{\text{min}}^2} \quad (\text{A6.1})$$

Como $p = \frac{F}{\text{area}} = \frac{F}{\text{largura} \cdot \text{comprimento}}$, tem-se:

$$p = F_{\text{adm}} \frac{U \eta R_m \theta_0}{h_{\text{min}}^2} \quad (\text{A6.2})$$

Segundo o mesmo artigo, pela solução analítica, a capacidade de carga por unidade de largura é:

$$p = \frac{6}{b/a} \left[\frac{L_n(b/a+1)}{b/a} - \frac{2}{2+b/a} \right] \quad (\text{A6.3})$$

A6.2 - CAPACIDADE DE CARGA DEFINIDA NESTE TRABALHO

$$P_{\text{dim}} = \frac{\eta \cdot N}{T} \left(\frac{L}{b} \right)^2 \quad (\text{A6.4})$$

A6.3 - CORRESPONDÊNCIA ENTRE (A6.2) E (A6.4)

Tendo $U = 2 \pi R_{\text{medio}} N$

$$(T^{-1}) = F_{\text{adm}} \frac{2 \pi R_{\text{medio}}^2 \theta_0}{h_{\text{min}}^2} \left(\frac{b}{L}\right)^2 = F_{\text{adm}} \frac{2 \pi R_{\text{medio}}^2 \theta_0}{L^2} \left(\frac{b}{a}\right)^2 \quad (\text{A6.5})$$

Tendo: $R_{\text{medio}} = \frac{R_e + R_i}{2}$, vem:

$$(T^{-1}) = F_{\text{adm}} \frac{\pi \theta_0}{2} \left(\frac{R_e + R_i}{R_e - R_i}\right)^2 \left(\frac{b}{a}\right)^2 \quad (\text{A6.6})$$

A6.4 - COMPARAÇÃO

Para comparar os valores encontrados, se calculou as características adimensionais do mancal para um ângulo muito pequeno, isto é, de 2° para que, o comprimento ($R_{\text{medio}} \times \theta_0$) em relação ao raio seja muito pequeno, representando assim, uma sapata dita de largura infinita.

Para $b/a = 1$ tem-se: $a/b = 1$ e $\theta_0 = 2^\circ = \pi/90$ radianos.

$$(T^{-1}) = P_{\text{adm}} \frac{\pi^2}{180} \left(\frac{R_e + R_i}{R_e - R_i}\right)^2 = P_{\text{adm}} 0,05483 \left(\frac{R_e + R_i}{R_e - R_i}\right)^2 \quad (\text{A6.7})$$

Re	Ri	(T ⁻¹)	T	P _{adm}	T
225	112,5	0,49348 P _{adm}	2,0264/ P _{adm}	0,15888	12,754

Pode-se comparar também a perda de carga, que neste trabalho é:

$$H = H_0 \frac{\pi \eta N^2 R_e^4}{b} \quad (\text{A6.8})$$

$$H = 0,0792 \frac{\pi \eta N^2 0,225^4}{0,00005} = \pi \eta N^2 4,0596 \text{ [Nm/s]} \quad (\text{A6.9})$$

E pela solução analítica tem-se a perda de carga por unidade de largura dada por:

$$H = H_0 \frac{\eta U^2 R_{\text{medio}} \theta_0}{h_{\text{min}}} = H_0 \frac{\eta (2 \pi R_{\text{medio}} N)^2 R_{\text{medio}} \theta_0}{h_{\text{min}}}$$

$$H = H_0 \frac{\eta 4 \pi^2 N^2 R_{\text{medio}}^3 \theta_0}{h_{\text{min}}} \quad (\text{A6.10})$$

$$H = 0,7726 \frac{4 \pi 0,16875^3 0,0349 \eta \pi N^2}{0,00005} = \eta \pi N^2 32,57 \quad (\text{A6.11})$$

Para a largura 0,1125 (m) tem-se:

$$H \times 0,1125 = \eta \pi N^2 3,66 \text{ [Nm/s]} \quad (\text{A6.12})$$

Comparando as equações (A6.9) e (A6.12) chega-se à conclusão de que os valores estão bem próximos dando um erro de 10%.

Para $b/a = 2$ tem-se $a/b = 0,5$ e $\theta_0 = 2^\circ = \pi/90$ radianos.

$$(T^{-1}) = P_{\text{adm}} \frac{2 \pi^2 \left(\frac{R_e + R_i}{R_e - R_i} \right)^2}{90} = P_{\text{adm}} 0,219 \left(\frac{R_e + R_i}{R_e - R_i} \right)^2 \quad (\text{A6.13})$$

Re	Ri	(T ⁻¹)	T	P _{adm}	T
225	112,5	1,974 P _{adm}	0,5066/ P _{adm}	0,1479	3,4253

Quanto a perda de carga, pela dissertação e usando a equação (A6.8) tem-se:

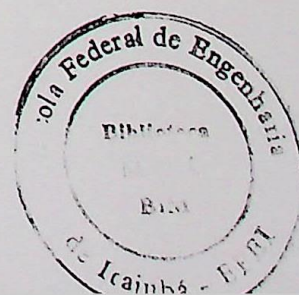
$$H = 0,1421 \quad b = 0,0001 \text{ [m]} \quad h_{\min} = 0,00005 \text{ [m]}$$

$$H = \eta \pi N^2 3,642 \text{ [N m / s]} \quad (\text{A6.14})$$

E pela solução analítica tem-se:

$$H = \eta \pi N^2 3,307 \text{ [N m / s]} \quad (\text{A6.15})$$

Para esse caso a diferença continua na mesma faixa de 9% o que é perfeitamente aceitável devido aos métodos totalmente diferentes para chegar ao cálculo sendo um analítico e outro numérico e principalmente à geometria analisada pois se considerou infinita uma sapata com raio externo de 225 [mm], raio interno 112,5 [mm] e ângulo de setor igual a 2°.



APÊNDICE A7

FLUXOGRAMA DO PROGRAMA COMPUTACIONAL

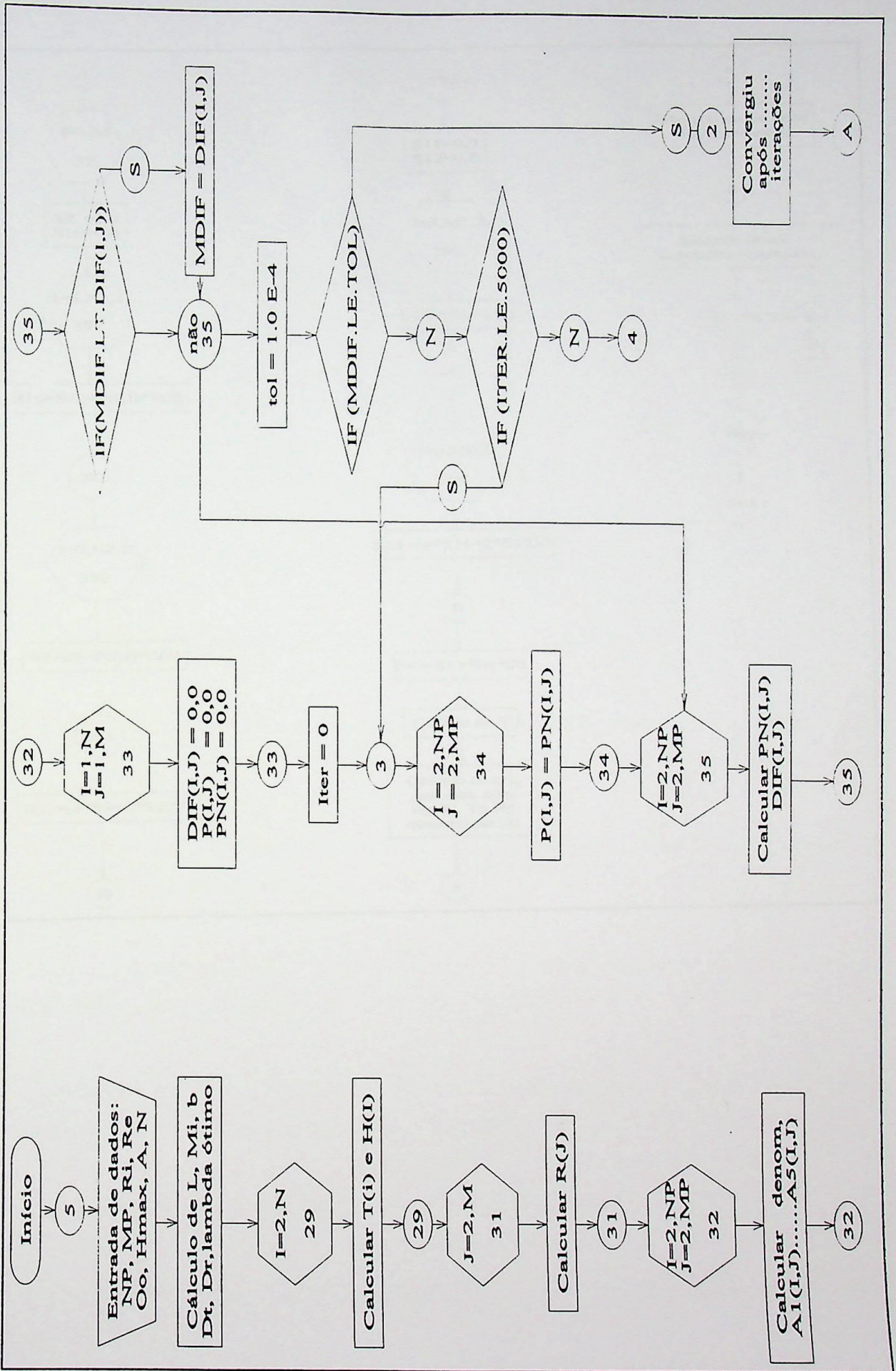
A7.1 - DESCRIÇÃO DO PROGRAMA

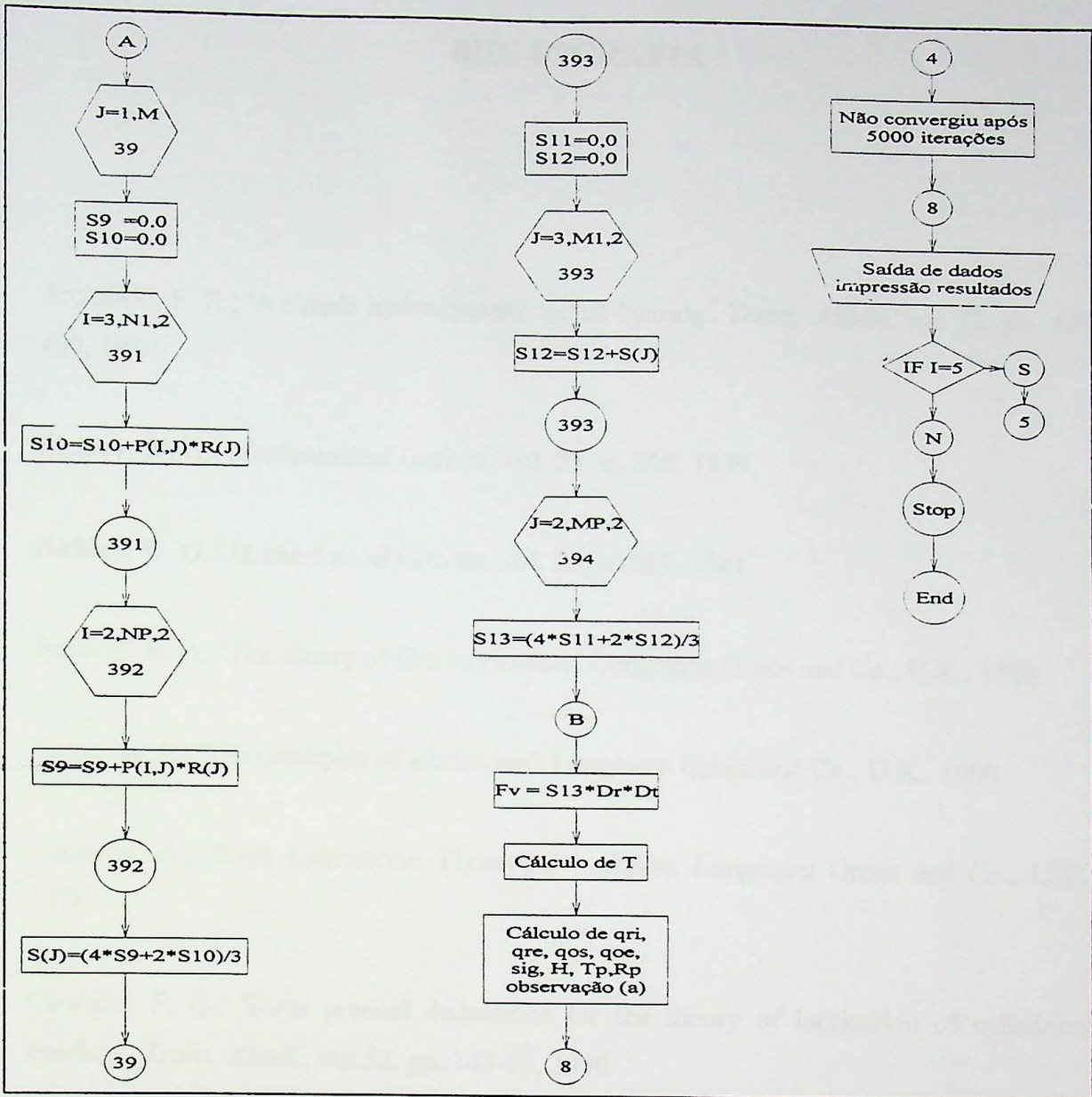
O programa de computação é auto explicativo e mostra na tela todos os dados necessários para a sua execução; Solicita as variáveis como raio externo, raio interno...., e indica a unidade das mesmas, e como deve ser digitada, por exemplo, com ponto no final do número inteiro, para que este seja lido pelo computador como número real e em caso de número real a vírgula deve ser substituída por ponto também. Após fornecer os dados, o operador não precisa fazer mais nada além de decidir se volta ao início e reinicia com outros dados. Enquanto o usuário não sair do programa, todos os dados vão sendo armazenados num mesmo arquivo chamado **DES.DAT**.

A estrutura de **A** até **B**, mostrada no FLUXOGRAMA representa o cálculo de integrais pelo método numérico usando a equação de Simpson, Para calcular as vazões, a perda de carga, e o ponto de aplicação da resultante adimensionais usou-se essa mesma estrutura ou parte dela dependendo da necessidade.

Se o usuário desejar, pode-se através do programa imprimir as pressões, uma a uma, para malhas até 24 x 24, para poderem ser exibidas numa folha A4, e foram formatadas de tal maneira que elas são mostradas na mesma ordem em que se apresentam na sapata. Para malhas maiores elas podem ser exibidas sem formatação.

O programa permite calcular o tempo gasto de CPU, devendo simplesmente tirar os comentários que impedem o sua execução. Pode-se também calcular o ponto onde a pressão é máxima, e o valor dessa pressão.





BIBLIOGRAFIA

Archibald, F. R.; 'A simple hydrodynamic thrust bearing'. *Trans. ASME*, vol. 72, pp. 393-400, 1950.

Bickley, W. G.; *Mathematical Gazette*, vol. 23, nº 256, 1939.

Bickley, W. G.; *Mathematical Gazette*, vol. 25, nº 263, 1941.

Boswall, R. O.; 'The theory of film lubrication', Longmans Green and Co., U.K., 1928.

Cameron, A.; 'The principles of lubrication', Longmans Green and Co., U.K., 1966.

Cameron, A.; 'Basic Lubrication Theory', 2nd edition, Longmans Green and Co., U.K., 1976.

Cardullo, F. E.; 'Some practical deductions for the theory of lubrication of cylindrical bearings', *Trans. ASME*, vol.52, pp. 143-53, 1930.

Charnes, A., and Saibel, E., 'On the solution of the Reynold's Equation for Slider Bearing Lubrication', Part I, *Trans ASME*, vol.74, 1952, pp. 867-873.

Christopherson, D. G., Phil, D.; 'A new mathematical method for the solution of film lubrication problems', *Inst. of Mec. Eng.* 146, 1941.

Duffing, G., *Hand buck der physik tech. mech.*, vol.5, pp. 839,1931.

Ettles, C., 'Hot oil carry over in thrust bearings'. Paper 11. *Proc. Inst. Mech. Engrs.* 1969-70. vol. 184. Pt. 3L.

Frêne, J.; 'Les équations de la mécanique des films minces, les différents mécanismes de portance', *Mécanique Matériaux Électricité (F)*, n° 347-348, pp.403-416, 1979.

Frêne, J; 'Paliers Hydrodynamiques, Lubrification Hydrodynamique', *Téchniques de l'ingénieur*, vol. B5-11, B671 - 01-12, 1982.

Harrison, W. J., 'The hydrodynamical theory of lubrication', *Trans. Cambridge Phil. Soc.*, 1913.

Hirn, G. A., 'Sur les principaux phénomènes que présentent les frottements médiats et sur les diverses manières de déterminer la valeur mécanique des matières employées au graissage des machines', *Bull. Soc. Ind. de Mulhouse*, vol. xxvi, pp.188-227, 1854.

Jakobson, B. and Floberg, L.; 'The rectangular plane pad bearing', *Report n° 5, from the institute of machine elements*, Chalmers University of Technology, Gothengurg, Sweden, pp.3-44, 1958.

Kingsbury, A., 'Experiments with an air lubricated bearing', *Journal of the Am. Soc. of Naval Eng.*, vol. 9, 1897.

Kingsbury, A., 'On problems in the theory of fluid film lubrication, with an experimental method', *Trans. ASME*, vol. 53, 1931.

Martin, H. M.; 'Theory of Michell Thrust Bearing.' *Eng.* vol.109, pp.233-236, 238, 1920.

Martin, F. A.; 'Tilting pad thrust bearings: Rapid design aids'. Paper 16, *proc. Inst. Mech. Engrs.*, vol. 184, Pt.3L, 1969-70.

Miyazima, A T., 'Solução analítica e numérica da equação de Reynolds para mancal radial de deslizamento hidrodinâmico', dissertação de mestrado, EFEI, 1989.

Michell, A. G. M.; 'The lubrication of plane surface', *Zeitschrift fur. Math. Physik*, band. 52, pp.123, 1905.

Muskat, M., Morgan, F., Meres, M.W.; 'Studies in lubrication, VII The lubrication of plane sliders of finite width', *Journal of Applied Physics*, vol. 11, pp.208-219, 1940.

Osanna, P. H.; 'Surface roughness and size tolerance', *wear*,57, pp.227-236. 1979.

Petrov, N.; 'Résultats les plus marquants de l'étude théorique et expérimentale sur le frottement médiats', *Revue de mécanique*, nº 7, pp.571-602, 1900.

Pinkus, O.; 'The Reynolds Centennial: A brief history of the theory of hydrodynamic lubrication', *Mec. tec. inc. Trans. ASME*, 109,1987.

Pinkus, O. and Lynn, W.; 'Solution of the tapered-land sector thrust bearing', *Trans. ASME*, vol. 80, pp. 1510-1516, 1958.

Raimondi, A. A., Boyd J.; 'Applying bearing theory to the analysis and design of pad-type bearings', *Trans. ASME*, vol. 77, 1955.

Reynolds, Osborne, 'On the Theory of Lubrication and its application to Mr. Beauchamp Tower's experiments', *Phil. Trans. Royal Soc., London*, A 177, 157, 234, 1886.

Salles, w. J., 'Análise preditiva do comportamento operacional de mancais axiais de deslizamento hidrodinâmico', dissertação de mestrado, EFEI, 1994.

Skinner, S. M., *fl. Applied Physics*, vol. 9, pp. 409, 1938.

Sommerfeld, A.; 'Zur hydrodynamischen theorie der Schmiermittelreibung', *Zeit. f. Math. Physik*, vol. 50, pp. 97, 1904.

Southwell, R. V.; 'Relaxation Methods in Engineering Science', *Clarendon Press*, 1940.

Strohmaier, D.; 'Zuordnung zwischen Funktion und zulässigen werten für Rauheitsmaße, institut für industrielle fertigung und fabrikbetrieb der Univesität, Stuttgart, Trab. N 101 647, 34 pg., 1976.

Taylor, C. M., 'Turbulent lubrication theory applied to fluid film bearing design'. Paper 6, *Proc. Inst. Mech. Engrs.*, vol. 184, Pt. 3L, 1969-70.

Waters, E. O.; 'Proc. Fifth Internacional Congress of Applied Mechanics', Cambridge, Mass., pp.631, 1939.

EFEI / BIBLIOTECA

ESTE LIVRO DEVE SER DEVOLVIDO NA

ÚLTIMA DATA CARIMBADA.

22/12/04		
25-7-2005		
15-08-05		
04-5-2009		

UNIFEI - BIBLIOTECA MAUÁ
8200863



NÃO DANIFIQUE ESTA ETIQUETA