

TESE

886

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ

*Análise de Medição de Resistividade Elétrica do Solo,
quanto à Precisão e Profundidade, Recomendada
para a Pesquisa das Camadas do Solo*

CLAUDIO CESAR JOSÉ DOS SANTOS

ITAJUBÁ - MG

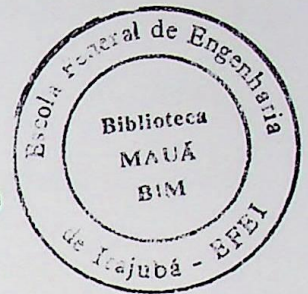
1996



ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ

EFEI

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO



**ANÁLISE DE MEDIÇÃO DE RESISTIVIDADE
ELÉTRICA DO SOLO, QUANTO À PRECISÃO E
PROFUNDIDADE, RECOMENDADA PARA A
PESQUISA DAS CAMADAS DO SOLO**

CLAUDIO CESAR JOSÉ DOS SANTOS

TRABALHO DE DISSERTAÇÃO APRESENTADO À COMISSÃO DE
PÓS-GRADUAÇÃO DA ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE
ITAJUBÁ COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS À OBTENÇÃO
DO TÍTULO DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

ORIENTADOR : Manoel Eduardo Miranda Negrisoli

CO-ORIENTADOR : Manuel Luís Barreira Martinez

Itajubá, Dezembro de 1996

CLASS. 621.316.99(043.2)
CUTTER. 5237a
TOMBO. 886



DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

ANÁLISE DE MENSURAÇÃO DE RESISTIVIDADE ELÉTRICA DO SOLO, QUANTO À PRECISÃO E PROFUNDIDADE, RECOMENDADA PARA A PESQUISA DAS CAMADAS DO SOLO

CLAUDIO CESAR ROSE DOS SANTOS

TRABALHO DE DOUTORADO APRESENTADO À COMISSÃO DE POS-GRADUAÇÃO DA ESCOLA POLITÉCNICA DE SÃO CARLOS COMO PARTE DOS REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA ELÉTRICA

ORIENTADOR: Manoel Emanoel Miranda Neto

CO-ORIENTADOR: Manoel das Neves Mendes

AGRADECIMENTOS

Quero expressar meus agradecimentos especiais ao orientador deste trabalho Dr. Manoel Eduardo Miranda Negro. É para mim um grande professor, uma pessoa muito acessível, bem humorada e uma fonte inesgotável de incentivo. Esteve sempre presente, desde os tempos de graduação, ajudando-me nos momentos difíceis.

Agradeço a minha esposa, Nívea, pelo trabalho de pesquisa bibliográfica e digitação e também pela paciência que teve durante a redação deste trabalho.

Agradeço aos professores e funcionários da Escola Federal de Engenharia de Itapira que direta ou indiretamente deram sua contribuição para a realização deste trabalho.

Com muita profundamente grato a meu pai e familiares que sempre me incentivaram a estudar e a lutar.

*A minha esposa e filhos, razão de
minha luta.*

*A meu pai e irmãos, por todos os
momentos difíceis que vivemos.*

AGRADECIMENTOS

Quero expressar meu agradecimento especial ao orientador deste trabalho Dr. Manoel Eduardo Miranda Negrisoni.

É para mim um grande professor, uma pessoa muito sensível, bem humorada e uma fonte inesgotável de incentivo.

Esteve sempre presente, desde os tempos de graduação, ajudando-me nos momentos difíceis.

Agradeço a minha esposa, Nylce, pelo trabalho de pesquisa bibliográfica e digitação e também pela paciência que teve durante a execução deste trabalho.

Agradeço aos professores e funcionários da Escola Federal de Engenharia de Itajubá que direta ou indiretamente deram sua contribuição para a realização deste trabalho.

Sou ainda profundamente grato a meu pai e familiares que sempre me dispensaram carinho e atenção.

SUMÁRIO

Capa	I
Dedicatória	II
Agradecimentos	III
Sumário	IV
Resumo	VII
Abstract	VIII

Capítulo 1 - Resistividade do solo para sistemas de aterramento

1.1 - Objetivos	1
1.2 - Resistência elétrica do solo.....	1
1.3 - Uso do solo como condutor elétrico.....	1
1.4 - Ligações à terra como fator de segurança.....	1
1.5 - Aterramento de sistema elétrico	2
1.6 - Cuidados para a execução de um aterramento	2
1.6.1 - Objetivos de um sistema de aterramento.....	3
1.6.2 - Elaboração de um projeto	3
1.6.3 - Preparação dos trabalhos	4
1.6.4 - Métodos para medida de resistividade	4
1.6.5 - Interpretação de dados	4
1.7 - Fatores que influenciam a resistividade do solo	5
1.7.1 - O tipo de solo	5
1.7.2 - A influência da umidade na resistividade do solo	6
1.7.3 - Compactação e pressão do solo	9
1.7.4 - Granulometria do solo	9
1.7.5 - Influência da temperatura	9
1.7.6 - Estrutura geológica	10
1.8 - Conclusão	10

Capítulo 2 - Procedimento analítico para estratificação do solo

2.1 - Objetivos	12
2.2 - Características do solo	12

2.3 - Dificuldades	12
2.4 - Mudanças na resistividade	13
2.5 - Modelo de duas camadas	13
2.6 - Formulação do caso	14
2.7 - Aplicação para o método de Wenner	21
2.8 - O coeficiente de reflexão K	23
2.9 - Família de curvas padrão	24
2.10 - Conclusão	27

Capítulo 3 - Método de medição de resistividade

3.1 - Como a corrente se distribui no solo	28
3.2 - Análise da distribuição de potencial no solo	29
3.2.1 - Comportamento da corrente no solo para dois eletrodos semi-esféricos	30
3.2.2 - Cálculo da diferença de potencial ΔU entre dois pontos da superfície do solo	30
3.2.3 - Resistência de terra para solos homogêneos	31
3.2.4 - Distribuição de potencial na superfície do solo	31
3.2.5 - Conclusões sobre a distribuição de potencial	33
3.2.6 - Patamar de potencial	33
3.2.7 - Queda de tensão do aterramento	33
3.3 - Comportamento da corrente em solos homogêneos usando outros tipos de eletrodos	34
3.4 - Os caminhos das correntes para solos heterogêneos	35
3.5 - Como medir a resistividade do solo	36
3.5.1 - Medição por amostragem	36
3.5.1.1 - Descrição do processo	36
3.5.1.2 - Inconveniências no uso deste processo	37
3.5.2 - Fazer a medição local	38
3.6 - Experiência de Wenner	38
3.7 - Método de Wenner dos quatro pontos	39
3.7.1 - Considerações práticas	39
3.7.2 - Descrição do método	40
3.7.3 - Cuidados no uso do método	41

3.7.4 - Justificativa para o uso de quatro pontos no método de Wenner	41
---	----

Capítulo 4 - Método numérico para estratificação do solo

4.1 - Objetivos	43
4.2 - Trabalhos preliminares do projeto de aterramento	43
4.3 - Avaliação do processo	43
4.4 - A escolha do método numérico	44
4.5 - Equações para a estratificação em duas camadas	45
4.6 - O programa computacional	46
4.6.1 - Justificativa para a escolha do método	46
4.6.2 - Descrição do método	47
4.7 - Conclusão	48

Capítulo 5 - Estudo dos erros cometidos nas medidas de resistividade

5.1 - Objetivo	49
5.2 - Complexidades presentes na medição de resistividade do solo	49
5.3 - Por que analisar os erros das medidas	50
5.4 - De que forma o valor da corrente injetada afeta a exatidão da medidas	50
5.5- Qual o tipo de corrente é recomendável nas medidas	50
5.6 - Qual o tipo de corrente é recomendável nas medidas	51
5.7 - Medidas práticas	51
5.8 - Conclusões	71

Capítulo 6 - Conclusões gerais

Bibliografia

RESUMO

A finalidade desta dissertação é descrever a forma de obter-se uma melhor exatidão nas medidas de resistividade do solo.

Num Projeto de Sistema de Aterramento é muito importante conhecer o valor da resistividade do solo. Entretanto, a medição destas grandezas pode ser uma tarefa extremamente complicada, principalmente em regiões muito industrializadas.

Este estudo foi feito usando o Método de Wenner dos Quatro Pontos para pesquisa de resistividade do solo, que é o método mais preciso em relação aos métodos conhecidos.

Uma grande preocupação no uso deste método é saber qual deverá ser o valor da corrente injetada no solo, em relação à distância de separação entre os eletrodos.

Procurou-se verificar qual foi o desvio entre as medidas realizadas na prática e as calculadas pelos procedimentos analíticos.

Feito um levantamento destes erros, procurou-se encontrar um procedimento que os que minimizasse, para obter-se uma maior confiança na pesquisa de resistividade do solo.

O texto foi elaborado com o objetivo de fornecer uma visão completa de como a resistividade do solo pode variar, dificultando a obtenção de um valor preciso de resistividade para um projeto de sistema de aterramento.

ABSTRACT

The objective of this work is to describe how to obtain more precise ground resistivity measurements.

In a Grounding System Project it is very important to know the value of the ground resistivity. However, these measurements can be a extremely difficult task, mainly in industrialized regions.

This study used the Wenner Four Points Method for the search of the ground resistivity, which is the most precise method.

The relationship between the value of the current injected in the ground and the distance between the electrodes is of great concern in the use of the Wenner Method.

The verification of the deviation between the practical and calculated measures has been performed.

After the errors survey, a procedure to minimize these errors has been used in order to obtain more confidence in the ground resistivity.

This text aims to provide a complete overview of ground resistivity variations, which can turn difficult to obtain a precise value for a Grounding System Project.

CAPÍTULO 1

RESISTIVIDADE DO SOLO PARA SISTEMAS DE ATERRAMENTO

1.1 Objetivos

Uma das tarefas principais para um bom projeto de sistema de aterramento é o estudo da resistividade do solo.

Fazer uma medida de resistividade do solo não é uma tarefa muito simples, os erros cometidos nestas leituras podem ser grandes, comprometendo todo o projeto.

O que se está propondo, é um estudo destes erros e que medidas devem ser tomadas para que os mesmos não prejudiquem o projeto elétrico.

1.2 Resistência elétrica do solo

Resistência elétrica de terra é a resistência oferecida pela terra à passagem de corrente.

1.3 Uso do solo como condutor elétrico

O solo é condutor elétrico, e, por questões econômicas, é usado como retorno em algumas linhas de transmissões rurais monofásicas e também é usado como condutor em linhas de corrente contínua.

As características elétricas do solo são necessárias para o funcionamento das instalações elétricas.

1.4 Ligações à terra como fator de segurança

As ligações à terra são fatores essenciais à segurança das instalações elétricas e deve-se ter um cuidado especial neste tipo de ligação.

Estruturas metálicas devem estar ligadas à terra, pois com isso pode-se diminuir, e mesmo evitar, muitos efeitos indesejáveis, tais como :

- descargas atmosféricas;
- cargas estáticas em equipamentos industriais;
- tensões induzidas em cercas de arame, paralelas a linhas de transmissão, etc.

1.5 Aterramento de sistema elétrico

O sistema elétrico é aterrado em certos pontos pelas seguintes razões :

- A ocorrência de uma falta à terra num determinado ponto provoca um desequilíbrio, fazendo circular uma corrente pelo aterramento deste sistema. Por este motivo, exige-se uma filosofia de proteção que avalia este fato.
- Quando se aterra o sistema é fixada uma tensão entre a terra e a qualquer ponto do sistema. Isso é de suma importância nas especificações de equipamentos e materiais (principalmente isolantes), e também nas especificações relativas à segurança.
- Um sistema isolado do solo pode apresentar tensões elevadas entre fases devido à capacitância para a terra. Quando se faz o aterramento, limita-se às sobretensões surgidas no sistema sob várias condições anormais de funcionamento.

1.6 Cuidados para execução de um aterramento

Aterramento é um item de extrema importância para a segurança e o bom funcionamento dos sistemas elétricos e de telecomunicações.

Infelizmente, poucos profissionais da área dão a devida importância ao fato, por falta de conhecimento ou por falta de interesse no assunto.

Aliás, existem algumas instalações elétricas no país que são verdadeiros riscos de vida para as pessoas expostas a elas, e é grande o perigo de incêndio devido a precariedade das instalações.

1.6.1 Objetivos de um sistema de aterramento

Um sistema de aterramento é adequado quando obedece aos seguintes requisitos:

- Promove o escoamento de sobretensões indesejáveis, limitando seus valores para que não cause maiores danos à rede, quando há ocorrência da descarga de surtos.
- Dá segurança aos usuários do sistema, limitando a valores não perigosos as diferenças de potenciais entre terra e o neutro.
- Garante a efetividade do aterramento do sistema, limitando a valores adequados os escoamentos do neutro, por ocasião da ocorrência de faltas à terra resultantes das correntes de desequilíbrio.
- Assegura a operação rápida e eficaz dos dispositivos de proteção de sobrecorrente na ocorrência de falta à terra, limitando a valores não perigosos as tensões de passo e de toque.

1.6.2 Elaboração de um projeto

Na elaboração de um projeto para sistemas de aterramento, inicialmente, deve-se definir claramente o tipo de aterramento que se quer implantar.

Face às múltiplas conseqüências desta escolha, ela deve ser baseada numa análise técnico-econômica global em que sejam levantados as vantagens e desvantagens de cada solução possível. Nesta análise, devem ser observados todos os aspectos técnicos envolvidos, desde a tensão suportável de impulso até as especificações e escolha de todos os materiais, equipamentos e estruturas necessários. Estes fatores são sensivelmente afetados pela definição da distância de escoamento dos isoladores e pela limitação do nível máximo de curto-circuito.

1.6.3 Preparação dos trabalhos

Na preparação dos trabalhos de aterramento para sistemas de potência e comunicação é necessário dirigir uma pesquisa das condições geológicas, para determinar se o terreno em questão é adequado para o caso.

Se não for, deve-se tomar medidas necessárias para torná-lo adequado.

O método disponível mais confiável para pesquisa geológica é a perfuração. Porém, é dispendiosa sob todos os aspectos. Mesmo que fosse mais acessível ainda seria dispendiosa, pois a estrutura de terra é extremamente complicada .

Ainda que o mais elaborado equipamento pudesse ser usado, seria impossível descobrir todos os detalhes do interior e da superfície do solo.

Para um estudo preliminar de um sistema de aterramento não é o interior do solo propriamente que interessa, mas certos valores de grandezas físicas que tem alguma relação com a natureza do solo.

Baseado em tais valores de grandezas físicas, o estado do subsolo pode ser interpretado, mas considerável erro resulta da maneira de interpretação.

1.6.4 Métodos para medida de resistividade

Há numerosos métodos para obter-se as grandezas físicas do solo, sendo que, neste caso, foi escolhido a pesquisa geológica pelo método de quatro eletrodos enterrados de Wenner.

1.6.5 Interpretação dos dados

A interpretação dos dados obtidos em medidas de resistividade pode variar consideravelmente, especialmente em solos não uniformes. A não uniformidade da resistividade é muito comum, são poucos os casos onde a resistividade do solo não varia com a profundidade.

A resistividade não varia apenas com o tipo de solo, mas também com a temperatura, umidade, quantidade de sal e compactação.

A literatura indica que a resistividade pode variar de 0.1 a 1[Ω m] para a água, e até 10^9 [Ω m] para a pedra.

Com temperatura ambiente entre 0 a 25 graus centígrados, a resistividade da terra varia lentamente.

Se a temperatura está abaixo de zero graus centígrados, a resistividade da terra aumenta rapidamente.

Em locais frios, a resistividade da superfície do solo no inverno pode ser elevada.

1.7 Fatores que influenciam a resistividade do solo

1.7.1 O tipo de solo

O solo não possui uma característica uniforme bem definida. Por este motivo, não é possível atribuir uma resistividade específica para cada tipo de solo.

Além disto, a resistividade pode variar para um mesmo tipo de solo situado em locais diferentes ou, variar para um mesmo local em épocas de ano diferentes.

TIPO DO SOLO	RESISTIVIDADE $\rho(\Omega.m)$
Lama	5 a 10
Humus	10 a 150
Limo	20 a 100
Argilas	80 a 330
Terra de Jardim	140 a 480
Calcáreo Fissurado	500 a 1.000
Calcáreo Compacto	1.000 a 5.000
Granido	1.500 a 10.000
Areia Comum	3.000 a 8.000
Basalto	10.000 a 20.000

Tabela 1.7.a - Exemplos de solo com resistividades em condições usuais de umidade

1.7.2 A influência da umidade na resistividade do solo

A resistividade do solo é bastante afetada pela quantidade de água nele contido. Quando a umidade do solo aumenta, sua resistividade diminui.

A umidade do solo varia com o clima, época do ano, temperatura, natureza do solo, existência de lençóis subterrâneos, etc.

Em geral, a umidade aumenta com a profundidade. Entretanto, não se deve concluir que todo solo que retenha uma grande quantidade de água tenha baixa resistência.

Isto vai depender da quantidade de sais dissolvidos e do congelamento ou não da água, pois o gelo é isolante.

Ainda, a máxima porcentagem de umidade do solo que encontramos foi em torno de quarenta por cento.[17]

O que se verifica na prática é que a resistividade diminui sensivelmente com o aumento da umidade do solo.

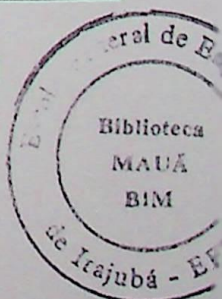
Esta variação é bastante visível para índice de umidade entre zero a dezoito por cento. A partir de dezoito por cento a umidade não altera significativamente o valor da resistividade.

Como a condutividade da água depende do tipo e concentração de sais, pode-se perceber que a resistividade do solo depende também da quantidade e tipo de sais dissolvidos no mesmo.

Quando se faz uma experiência com uma porção de areia, alterando o seu índice de umidade com água destilada, verifica-se que sua resistividade irá variar muito pouco, pois haveria poucas condições de eletrólise por carência de sais na água.

Sal adicionado (% por peso de umidade)	Resistividade ρ ($\Omega.m$) (Solo arenoso - umidade 15% - 17% °C)
0	107
0,1	18
1,0	1,6
5,0	1,9
10,0	1,3
20,0	1,0

Tabela 1.7.b - Relação entre a quantidade de sal em solo arenoso



Deve-se tomar cuidado com esta informação, pois quando se adiciona sais num terreno, para melhorar sua resistividade, estes sais irão corroer rapidamente os condutores do sistema de terra.

O grau de umidade e o tipo e quantidade de sal explicam os motivos de encontrar-se o mesmo tipo de solo com resistividade diferente, em diferentes lugares.

A curva da **Figura 1.7.a**, ilustra o comportamento da resistividade de um solo arenoso em relação à umidade.

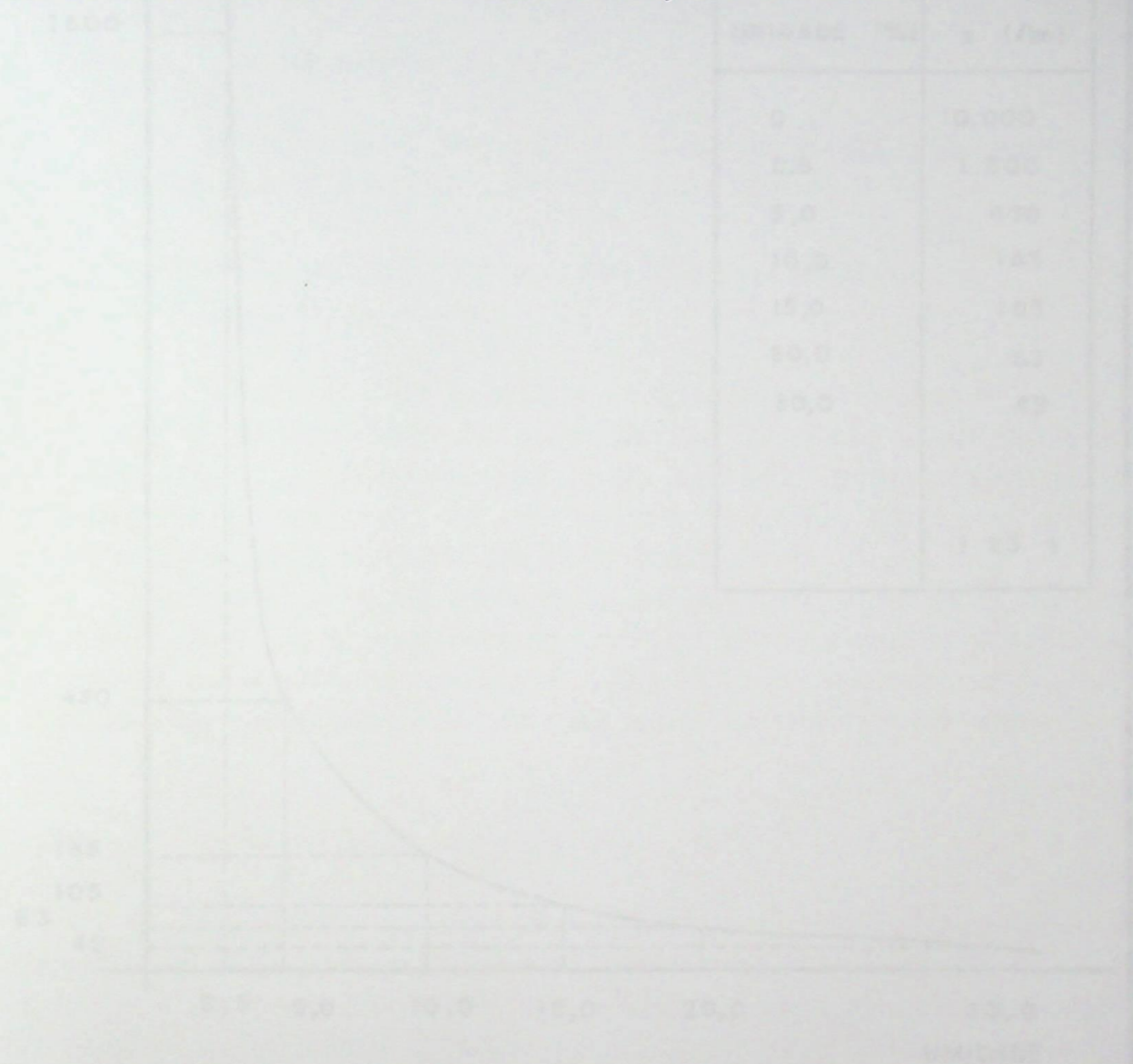


Figura 1.7.a - Comportamento da resistividade de um solo arenoso em relação à umidade

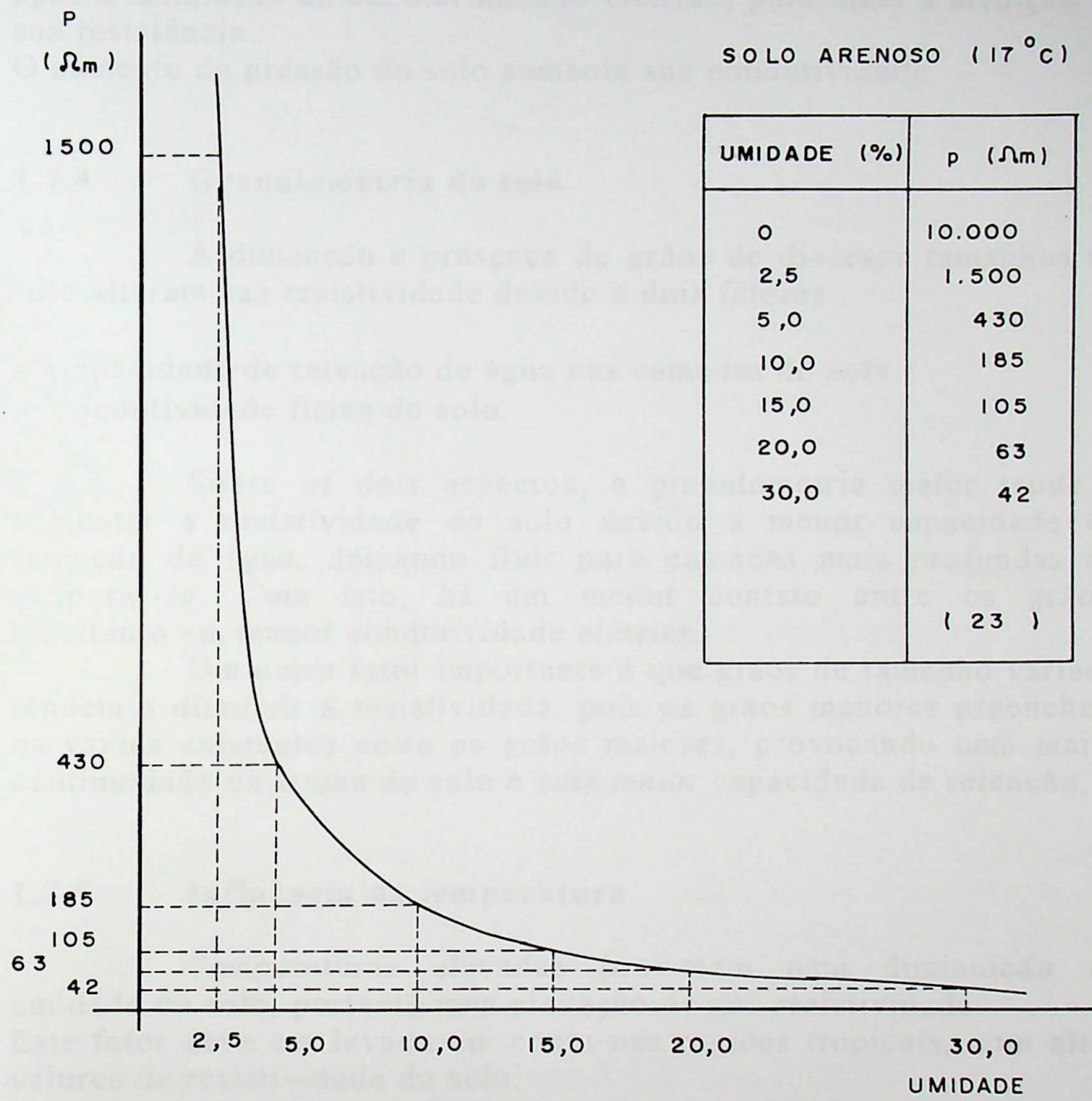


Figura 1.7.a - Comportamento da resistividade de um solo arenoso em relação à umidade

1.7.3 Compactação e pressão do solo

Solos mais compactos apresentam uma menor resistividade. Tanto assim, que se recomenda esperar um certo tempo após a instalação de um aterramento elétrico, para fazer a medição de sua resistência.

O aumento da pressão do solo aumenta sua condutividade.

1.7.4 Granulometria do solo

A dimensão e presença de grãos de diversos tamanhos no solo alteram sua resistividade devido a dois fatores :

- Capacidade de retenção de água nas camadas do solo.
- Condutividade física do solo.

Sobre os dois aspectos, a granulometria maior tende a aumentar a resistividade do solo devido a menor capacidade de retenção de água, deixando fluir para camadas mais profundas ou evaporar-se. Com isto, há um menor contato entre os grãos, resultando em menor condutividade elétrica.

Um outro fator importante é que grãos de tamanho variado tendem a diminuir a resistividade, pois os grãos menores preenchem os vazios existentes entre os grãos maiores, provocando uma maior continuidade da massa do solo e uma maior capacidade de retenção.

1.7.5 Influência da temperatura

Temperaturas elevadas provocam uma diminuição da umidade do solo, portanto uma elevação de sua resistividade.

Este fator deve ser levado em conta nas regiões tropicais, com altos valores de resistividade do solo.

Por outro lado, o solo é altamente influenciado pela percentagem de água contido no mesmo. Sabe-se que a água possui alto coeficiente negativo de temperatura e é razoável supor que a resistividade tende para baixas temperaturas.

A resistividade do solo, mantido uma percentagem de umidade constante, pode apresentar valores pequenos a temperatura de vinte graus centígrados e um valor elevado quando a água do solo congela-se, visto que o gelo possui alta resistividade elétrica.

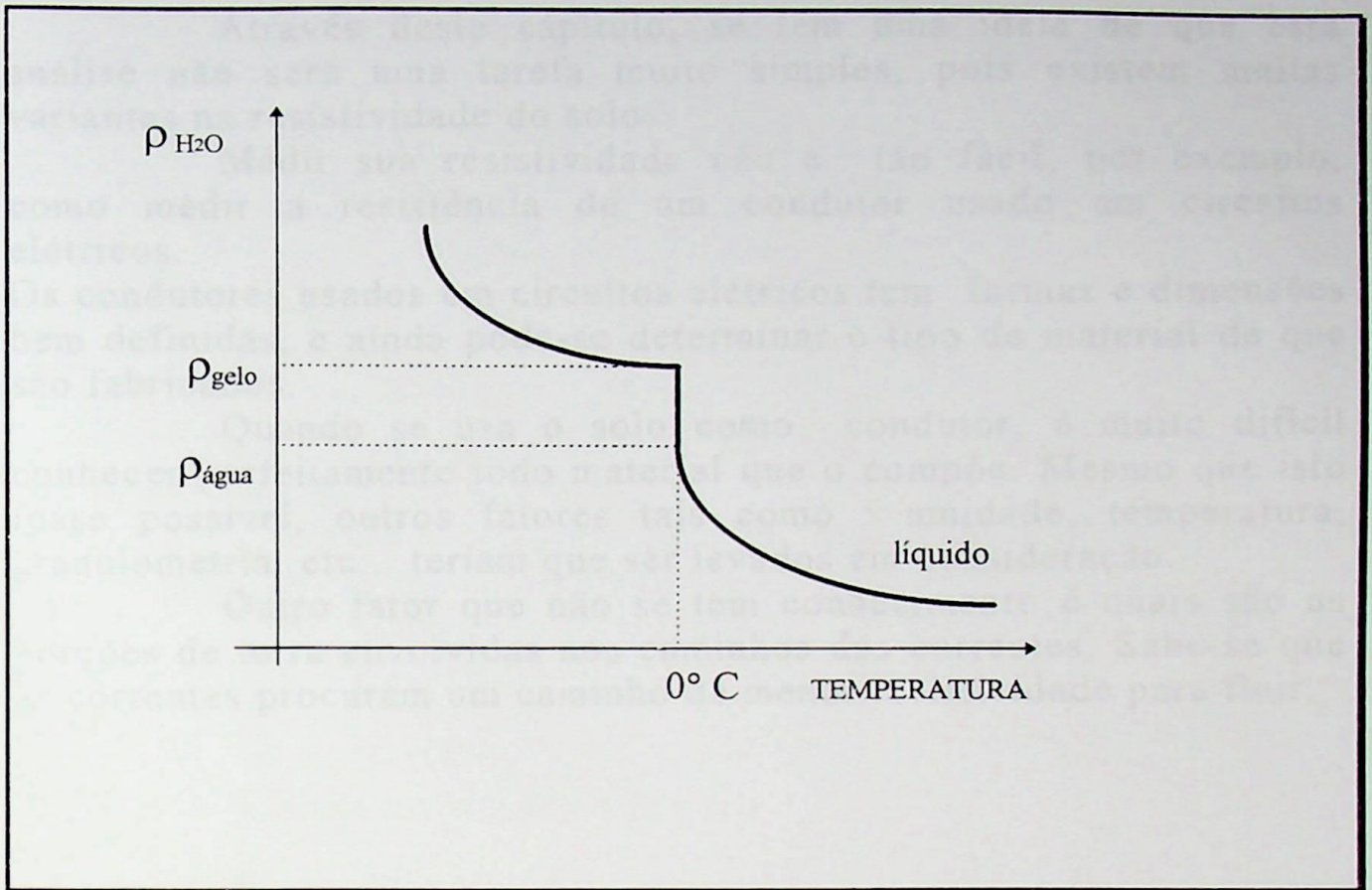


Fig. 1.7.b - Variação da resistividade da água em função da temperatura

1.7.6 Estrutura geológica

A resistividade do solo de um determinado local está intimamente relacionada com os materiais que compõe o mesmo. Na prática, o solo é composto de várias camadas de formações diferentes. O que se faz é atribuir uma resistividade média do solo.

Existe uma relação entre a resistividade do solo e sua estrutura geológica.

Experiências realizadas comprovam que a resistividade em áreas de rochas muito antigas são elevadas e que geralmente decresce para rochas mais recentes.

1.8 Conclusão

O principal objetivo deste trabalho é uma análise da precisão das medidas de resistividade do solo.

Através deste capítulo, se tem uma idéia de que esta análise não será uma tarefa muito simples, pois existem muitas variantes na resistividade do solo.

Medir sua resistividade não é tão fácil, por exemplo, como medir a resistência de um condutor usado em circuitos elétricos.

Os condutores usados em circuitos elétricos tem formas e dimensões bem definidas, e ainda pode-se determinar o tipo de material de que são fabricados.

Quando se usa o solo como condutor, é muito difícil conhecer perfeitamente todo material que o compõe. Mesmo que isto fosse possível, outros fatores tais como : umidade, temperatura, granulometria, etc... teriam que ser levados em consideração.

Outro fator que não se tem conhecimento é quais são as porções de terra envolvidas nos caminhos das correntes. Sabe-se que as correntes procuram um caminho de menor resistividade para fluir.

Características do solo

Quando se trata de solo homogêneo como um todo que apresenta uma resistividade constante desde a superfície até as profundidades maiores, esse tipo de solo é muito raro. São mais comuns os solos heterogêneos que apresentam variadas camadas.

Os solos são, assim, compostos de várias camadas com resistividades diferentes, dependendo das suas profundidades, sendo, portanto, um sistema de camadas.

A posição das camadas pode ser horizontal, vertical, ou inclinada e sua determinação depende da topografia.

A resistividade de uma camada pode variar com a umidade, com a temperatura, com a profundidade, com a direção, com a velocidade de variação da corrente elétrica, etc.

2.2 Dificuldades

A teoria que se baseia no conceito de corrente elétrica, que é a teoria para as correntes elétricas em um meio homogêneo.

Capítulo 2

PROCEDIMENTO ANALÍTICO PARA ESTRATIFICAÇÃO DO SOLO

2.1 Objetivos

Este capítulo trata do estudo das características do solo do ponto de vista elétrico.

Faz-se o tratamento teórico e o procedimento analítico para pesquisa de resistividade de solos homogêneos e não-homogêneos.

Para solos não-homogêneos, o estudo se limitará ao modelo de duas camadas usando o Método de Wenner.

2.2 Características do solo

Define-se solo homogêneo como um solo que apresenta uma resistividade constante desde a superfície até um ponto infinito elétrico.

Na prática, este tipo de solo é muito raro. São mais encontrados solos não-homogêneos que apresentam variadas formas.

Em muitos casos, esses solos possuem muitas camadas de resistividades diferentes, cujos componentes podem ser : argila, rocha, cascalho, etc.

A posição das camadas pode ser : horizontal, vertical, ou inclinada de um determinado ângulo com a superfície.

A resistividade não varia apenas com o tipo de solo, mas também com a temperatura, umidade, quantidade de sal, compactação, profundidade dos lençóis freáticos, etc.

2.3 Dificuldades

A teoria, que se baseia em camadas paralelas, é bem mais simples do que a teoria para as camadas inclinadas de um certo ângulo.

2.4 Mudanças na resistividade

Mudanças laterais na resistividade podem ser devido às camadas verticais, sendo que de um lado o solo apresenta uma resistividade muito diferente da resistividade do outro lado.

Outra causa é que também a profundidade das várias camadas pode alterar.

Sob condições favoráveis, devido às mudanças de resistividades no solo, pode-se localizar alguns objetos enterrados, utilizando o sistema de eletrodos.

Este princípio também é usado para verificar o estado das malhas de terra.

2.5 Modelo de duas camadas

O modelo de duas camadas é o mais simples de solos não-homogêneos.

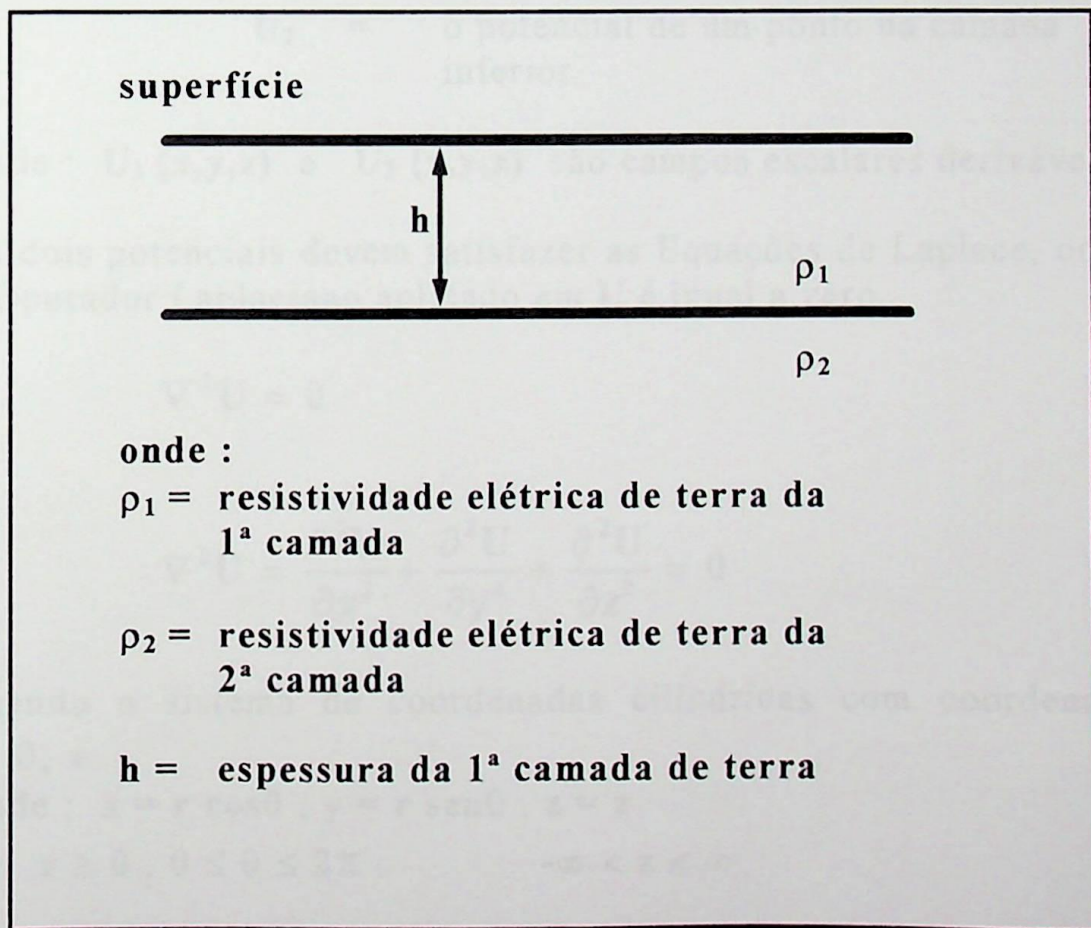


Fig. 2.1 - Modelo de duas camadas para solos não-homogêneos

Como ilustrado na Fig. 2.1, a camada da superfície tem resistividade ρ_1 de espessura h , sendo a resistividade da segunda camada igual a ρ_2 que tem uma profundidade estendendo para o infinito elétrico.

Esta aproximação é suficiente, na prática, para o estudo da maioria dos casos.

2.6 Formulação do caso

Suponha uma corrente penetrando num ponto **A** do solo e saindo num ponto **B** remoto.

Deve-se saber o valor do potencial em vários pontos da superfície do solo e definir uma expressão que, dados alguns valores lidos no campo, fornece estes valores de potencial.[17]

Supondo : $U_1 =$ o potencial de um ponto na camada superficial

$U_2 =$ o potencial de um ponto na camada inferior

Onde : $U_1(x,y,z)$ e $U_2(x,y,z)$ são campos escalares deriváveis.

Os dois potenciais devem satisfazer as Equações de Laplace, ou seja, o Operador Laplaciano aplicado em U é igual a zero.

$$\nabla^2 U = 0$$

$$\nabla^2 U = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0$$

Usando o sistema de coordenadas cilíndricas com coordenadas : r, θ, z .

Onde : $x = r \cos\theta$, $y = r \sen\theta$, $z = z$

e : $r \geq 0$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$ $-\infty < z < \infty$

Como a forma cilíndrica é simétrica, θ é eliminado, assim fica :

$$\boxed{\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0} \quad (2.1)$$

O potencial pode ser escrito na forma exponencial mostrada abaixo :

$$U = \phi(r) e^{\pm \lambda z}$$

Onde ϕ é uma função de r , multiplicado por uma função exponencial de variáveis λ e z .

Substituindo em (2.1), se tem :

$$\boxed{\frac{d^2 \phi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\phi}{dr} + \lambda^2 \phi = 0} \quad (2.2)$$

A partir destas equações, chegou-se nas integrais :

$$\int \theta(\lambda) \cdot J_0(\lambda r) e^{-\lambda z} \cdot d\lambda$$

e

$$\int \psi(\lambda) \cdot J_0(\lambda r) e^{+\lambda z} \cdot d\lambda$$

Onde : $\theta(\lambda)$ é uma função da variável λ .

$J_0(\lambda r)$ é função de Bessel de ordem zero.

ψ é uma função da variável λ .

Weber, mostrou que a solução fundamental $\frac{1}{R}$ pelas equações de Laplace, pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{1}{R} = \int_0^\infty J_0(\lambda r) e^{-\lambda z} \cdot d\lambda$$

Onde: $\mathbf{R} = \sqrt{\mathbf{r}^2 + \mathbf{z}^2}$

Os valores de U_1 e U_2 podem ser calculados separadamente.

$$U_1 = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left[\int_0^\infty J_0(\lambda r) e^{-\lambda z} \cdot d\lambda + \int_0^\infty \theta_1(\lambda) \cdot J_0(\lambda r) e^{-\lambda z} \cdot d\lambda + \int_0^\infty \psi_1(\lambda) \cdot J_0(\lambda r) e^{+\lambda z} \cdot d\lambda \right] \quad (2.3)$$

$$U_2 = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left[\int_0^\infty J_0(\lambda r) e^{-\lambda z} \cdot d\lambda + \int_0^\infty \theta_2(\lambda) \cdot J_0(\lambda r) e^{-\lambda z} \cdot d\lambda + \int_0^\infty \psi_2(\lambda) \cdot J_0(\lambda r) e^{+\lambda z} \cdot d\lambda \right] \quad (2.4)$$

Precisa-se agora determinar os valores de : $\theta_1(\lambda)$, $\theta_2(\lambda)$, $\psi_1(\lambda)$ e $\psi_2(\lambda)$.

Condições de contorno na superfície, $z = 0$

$$\frac{dU_1}{dz} = 0 \quad (2.5)$$

Na fronteira de separação $z = h$, o potencial em ambas as camadas são iguais : $U_1 = U_2$.

$$\frac{E_1}{\rho_1} = J_1$$

$$\frac{dV_1}{dz} = E_1$$

$$\frac{1}{\rho_1} \cdot \frac{dU_1}{dz} = \frac{1}{\rho_2} \cdot \frac{dU_2}{dz}$$

A condição que U_2 torna-se zero é quando z tende para o infinito, o que significa que o termo $e^{+\lambda z}$ não pode ser usado ou $\psi_2(\lambda) = 0$.

Na superfície, o primeiro termo na expressão para U_1 sempre satisfaz a condição que : $\frac{dU_1}{dz} = 0$.

E aplicando esta condição no resto da equação, se tem :

$$\frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^\infty \{-\theta_1(\lambda)\lambda + \psi_1(\lambda)\lambda\} J_0(\lambda r) \cdot d\lambda = 0$$

Isto é satisfeito pela condição: $\theta_1(\lambda) = \psi_1(\lambda)$

Assim, a expressão para potencial torna-se :

$$U_1 = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left[\int_0^\infty J_0(\lambda r) e^{-\lambda z} \cdot d\lambda + \int_0^\infty \theta_1(\lambda) \cdot J_0(\lambda r) e^{-\lambda z} \cdot d\lambda + \int_0^\infty \theta_1(\lambda) \cdot J_0(\lambda r) e^{+\lambda z} \cdot d\lambda \right]$$

$$U_2 = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left[\int_0^\infty J_0(\lambda r) e^{-\lambda z} \cdot d\lambda + \int_0^\infty \theta_2(\lambda) \cdot J_0(\lambda r) e^{-\lambda z} \cdot d\lambda \right]$$

A condição de $U_1 = U_2$, para $z = h$, leva a equação :

$$\theta_1(\lambda) e^{-\lambda h} + \theta_1(\lambda) e^{+\lambda h} = \theta_2(\lambda) e^{-\lambda h}$$

ou :

$$\boxed{\theta_1(\lambda) (e^{-\lambda h} + e^{+\lambda h}) = \theta_2(\lambda) e^{-\lambda h}} \quad (2.6)$$

A segunda condição leva para :

$$\frac{1}{2\pi} \left[\int_0^{\infty} \left\{ -\lambda e^{-\lambda h} - \lambda \theta_1(\lambda) e^{-\lambda h} + \lambda \theta_1(\lambda) e^{+\lambda h} \right\} J_0(\lambda r) \cdot d\lambda \right] =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \frac{\rho_1}{\rho_2} \left[\int_0^{\infty} \left\{ -\lambda e^{-\lambda h} - \lambda \theta_2(\lambda) e^{-\lambda h} \right\} J_0(\lambda r) \cdot d\lambda \right]$$

ou

$$\boxed{-e^{-\lambda h} - \theta_1(\lambda) \{e^{-\lambda h} - e^{+\lambda h}\} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \{-e^{-\lambda h} - e^{-\lambda h} \theta_2(\lambda)\}} \quad (2.7)$$

De (2.6) :

$$\theta_1(\lambda) = \frac{\theta_2(\lambda) e^{-\lambda h}}{e^{-\lambda h} + e^{+\lambda h}} = \frac{\theta_2(\lambda) e^{-2\lambda h}}{e^{-2\lambda h} + 1}$$

De (2.7) :

$$-e^{-\lambda h} \left\{ 1 - \frac{\rho_1}{\rho_2} \right\} - \theta_1(\lambda) \{e^{-\lambda h} - e^{+\lambda h}\} = -\frac{\rho_1}{\rho_2} e^{-\lambda h} \theta_2(\lambda)$$

$$-e^{-2\lambda h} \left\{ 1 - \frac{\rho_1}{\rho_2} \right\} - \theta_1(\lambda) \{e^{-2\lambda h} - 1\} = -\frac{\rho_1}{\rho_2} e^{-2\lambda h} \theta_2(\lambda)$$

Substituindo por $\theta_1(\lambda)$, desenvolve-se as fórmulas :

$$-e^{-2\lambda h} \left\{ 1 - \frac{\rho_1}{\rho_2} \right\} - \frac{\theta_2(\lambda) e^{-2\lambda h} \{e^{-2\lambda h} - 1\}}{e^{-2\lambda h} + 1} = -\frac{\rho_1}{\rho_2} e^{-2\lambda h} \theta_2(\lambda)$$

$$\theta_2(\lambda) \left[\frac{\rho_1}{\rho_2} e^{-2\lambda h} - \frac{e^{-4\lambda h} - e^{-2\lambda h}}{e^{-2\lambda h} + 1} \right] = e^{-2\lambda h} \left\{ 1 - \frac{\rho_1}{\rho_2} \right\}$$

$$\theta_2(\lambda) \left[\frac{\frac{\rho_1}{\rho_2} e^{-4\lambda h} + \frac{\rho_1}{\rho_2} e^{-2\lambda h} - e^{-4\lambda h} + e^{-2\lambda h}}{e^{-2\lambda h} + 1} \right] = e^{-2\lambda h} \left\{ 1 - \frac{\rho_1}{\rho_2} \right\}$$

$$\therefore \theta_2(\lambda) \left[\frac{-e^{-4\lambda h} \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_2} \right) + e^{-2\lambda h} \left(1 + \frac{\rho_1}{\rho_2} \right)}{e^{-2\lambda h} + 1} \right] = e^{-2\lambda h} \left\{ 1 - \frac{\rho_1}{\rho_2} \right\} =$$

$$= (\rho_2 - \rho_1) \{ e^{-4\lambda h} + e^{-2\lambda h} \}$$

Divide-se por : $e^{-2\lambda h}$, e escreve-se : $K = \frac{(\rho_2 - \rho_1)}{(\rho_2 + \rho_1)}$

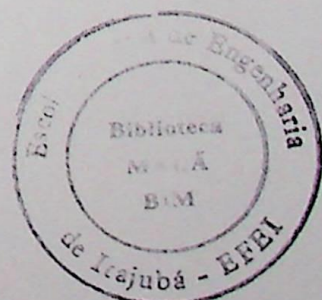
Onde K é um coeficiente de reflexão que varia entre -1 e 1 .

$$\therefore \theta_2(\lambda) [-Ke^{-2\lambda h} + 1] = K[e^{-2\lambda h} + 1]$$

$$\therefore \theta_2(\lambda) = \frac{K(1 + e^{-2\lambda h})}{1 - Ke^{-2\lambda h}}$$

$$\theta_1(\lambda) = \frac{K(1 + e^{-2\lambda h})}{(1 - Ke^{-2\lambda h})} \cdot \frac{e^{-2\lambda h}}{(1 + e^{-2\lambda h})} = \frac{Ke^{-2\lambda h}}{(1 - Ke^{-2\lambda h})}$$

Assim U_1 fica :



$$U_1 = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left[\int_0^\infty J_0(\lambda r) e^{-\lambda z} \cdot d\lambda + \int_0^\infty \frac{K e^{-2\lambda h} (e^{-\lambda z} + e^{+\lambda z})}{1 - K e^{-2\lambda h}} \cdot J_0(\lambda r) \cdot d\lambda \right]$$

O potencial da superfície para $z=0$ torna-se :

$$U_1 = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left[\int_0^\infty J_0(\lambda r) \cdot d\lambda + \int_0^\infty \frac{2K e^{-2\lambda h}}{1 - K e^{-2\lambda h}} \cdot J_0(\lambda r) \cdot d\lambda \right] \quad (2.8)$$

Solução da Equação de Potencial :

A solução da primeira integral em (2.8) é como já indicado: $\frac{1}{R}$.

Para calcular a segunda integral é necessário expandir em frações:

$$\frac{K e^{-2\lambda h}}{1 - K e^{-2\lambda h}} = K e^{-2\lambda h} + K^2 e^{-4\lambda h} + K^3 e^{-6\lambda h} = \sum_{n=1}^{n=\infty} K^n \cdot e^{-2n\lambda h}$$

Assim, a segunda integral torna-se :

$$2 \cdot \int_0^\infty \sum_{n=1}^{\infty} K^n e^{-2n\lambda h} \cdot J_0(\lambda r) \cdot d\lambda = 2 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^n}{[r^2 + (2nh)^2]^{\frac{1}{2}}} \quad (2.9)$$

E assim, a solução total para o cálculo do potencial nos vários pontos na superfície é :

$$U = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left[\frac{1}{r} + 2 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^n}{[r^2 + (2nh)^2]^{\frac{1}{2}}} \right] \quad (2.10)$$

2.7 Aplicação para o Método de Wenner

O Método de Wenner para solo de duas camadas é mostrado na figura abaixo :

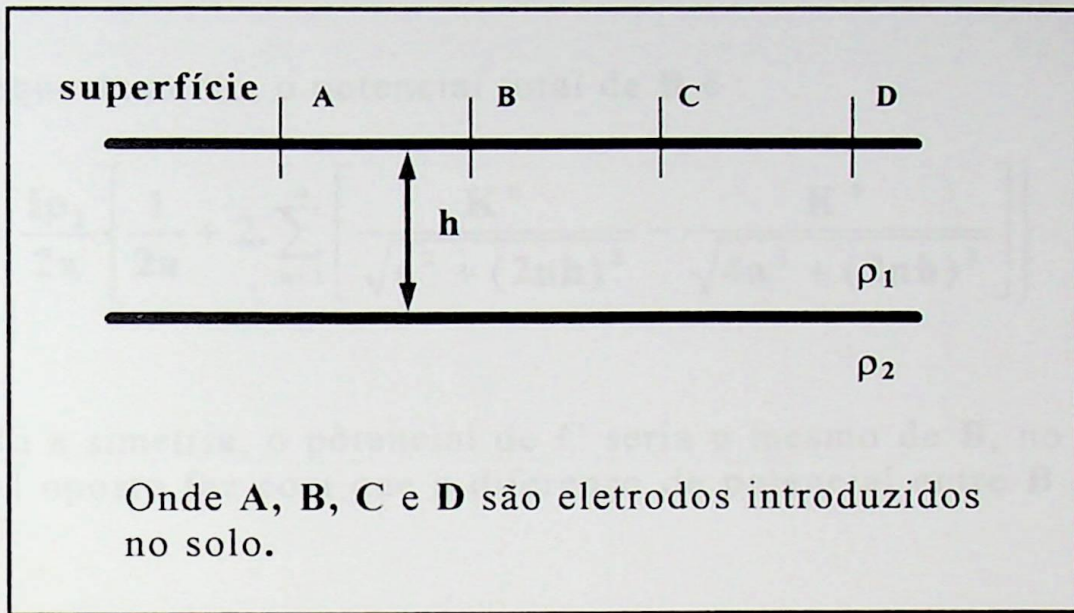


Fig. 2.2 - Método de Wenner para solo de duas camadas

Seja uma corrente I entrando em A e saindo em D , e B e C os eletrodos onde se mede o potencial.

Considera-se que o primeiro potencial é B, e a fonte de corrente em A fica a uma distância a de B.

Assim, o potencial de B devido a corrente de A, para $r=a$, é dado por (2.10).

Portanto, o potencial devido a corrente em A é :

$$U_A = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left\{ \frac{1}{a} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^n}{[a^2 + (2nh)^2]^{\frac{1}{2}}} \right\}$$

Onde I é uma corrente injetada no solo através do eletrodo A .

A corrente extraída de D, a uma distância $2a$ de B, provoca uma diferença de potencial em D :

$$U_D = -\frac{I\rho_1}{2\pi} \left\{ \frac{1}{2a} + 2 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^n}{[4a^2 + (2nh)^2]^{\frac{1}{2}}} \right\}$$

Conseqüentemente, o potencial total de B é :

$$U_B = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left\{ \frac{1}{2a} + 2 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{K^n}{\sqrt{a^2 + (2nh)^2}} - \frac{K^n}{\sqrt{4a^2 + (2nh)^2}} \right] \right\}$$

Devido a simetria, o potencial de C seria o mesmo de B, no entanto, o sinal oposto faz com que a diferença de potencial entre B e C seja de 2U.

$$U_{AB} = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left\{ \frac{1}{a} + 4 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{K^n}{\sqrt{a^2 + (2nh)^2}} - \frac{K^n}{\sqrt{4a^2 + (2nh)^2}} \right] \right\}$$

Assim, pode-se escrever como segue :

$$U_{AB} = \frac{I\rho_1}{2\pi a} \left\{ 1 + 4 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{K^n}{\sqrt{1 + \left(2n \frac{h}{a}\right)^2}} - \frac{K^n}{\sqrt{4 + \left(2n \frac{h}{a}\right)^2}} \right] \right\} \quad (2.11)$$

ou :

$$2\pi a \frac{U_{AB}}{I} = \rho_1 \cdot \left[1 + 4 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^n}{\sqrt{1 + \left(\frac{2nh}{a}\right)^2}} - \frac{K^n}{\sqrt{4 + \left(\frac{2nh}{a}\right)^2}} \right] \quad (2.12)$$

Agora, comparando o lado esquerdo de (2.12) e a razão : $\frac{U_{AB}}{I} = R$,
o lado esquerdo torna-se : $2\pi aR$.

Porém, para solos de duas camadas usa-se a resistividade aparente que é dada por ρ_a . Logo pode-se reescrever (2.12) da seguinte maneira :

$$\frac{\rho_a}{\rho_1} = 1 + 4 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{K^n}{\sqrt{1 + \left(2n \frac{h}{a}\right)^2}} - \frac{K^n}{\sqrt{4 + \left(2n \frac{h}{a}\right)^2}} \right] \quad (2.13)$$

2.8 O Coeficiente de Reflexão K

A variável K em (2.13) é muito importante para a solução do problema, e pode ter seu valor variável entre -1 e 1 .

Se a segunda camada é um isolante perfeito $\rho_2 = \infty$, então : $K = +1$.

Se a segunda camada é um condutor perfeito $\rho_2 = 0$ e $K = -1$, onde K é dado pela seguinte fórmula :

$$K = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} = \frac{\frac{\rho_2}{\rho_1} - 1}{\frac{\rho_2}{\rho_1} + 1} \quad (2.14)$$

Assim, os valores de K dependem apenas dos valores de : $\frac{\rho_2}{\rho_1}$.

2.9 Família de curvas padrão

É através desta família de curvas que foi possível fazer a estratificação do solo.

Para obter-se esta família de curvas de (2.13) tem-se:

$$\frac{\rho_a}{\rho_1} = 1 + 4 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^n}{\sqrt{1 + \left(2n \frac{h}{a}\right)^2}} - \frac{K^n}{\sqrt{4 + \left(2n \frac{h}{a}\right)^2}}$$

E com valores de K variando de -1 até 1, de (2.14) é possível construir a seguinte tabela :

K	ρ_2/ρ_1	K	ρ_2/ρ_1
+1.0		-1.0	0
+0.9	19.0	-0.9	0.0526
+0.8	9.0	-0.8	0.1111
+0.7	5.67	-0.7	0.1765
+0.6	4.0	-0.6	0.2500
+0.5	3.0	-0.5	0.3333
+0.4	2.333	-0.4	0.4286
+0.3	1.857	-0.3	0.5384
+0.2	1.50	-0.2	0.6667
+0.1	1.222	-0.1	0.8182
0	1.000		

Na Eq. 2.13 com $h=1$ e $\rho_1=1$ e com a utilização de escala logarítmica constroem-se as seguintes famílias de curvas para valores de K positivos e negativos, dadas a seguir :

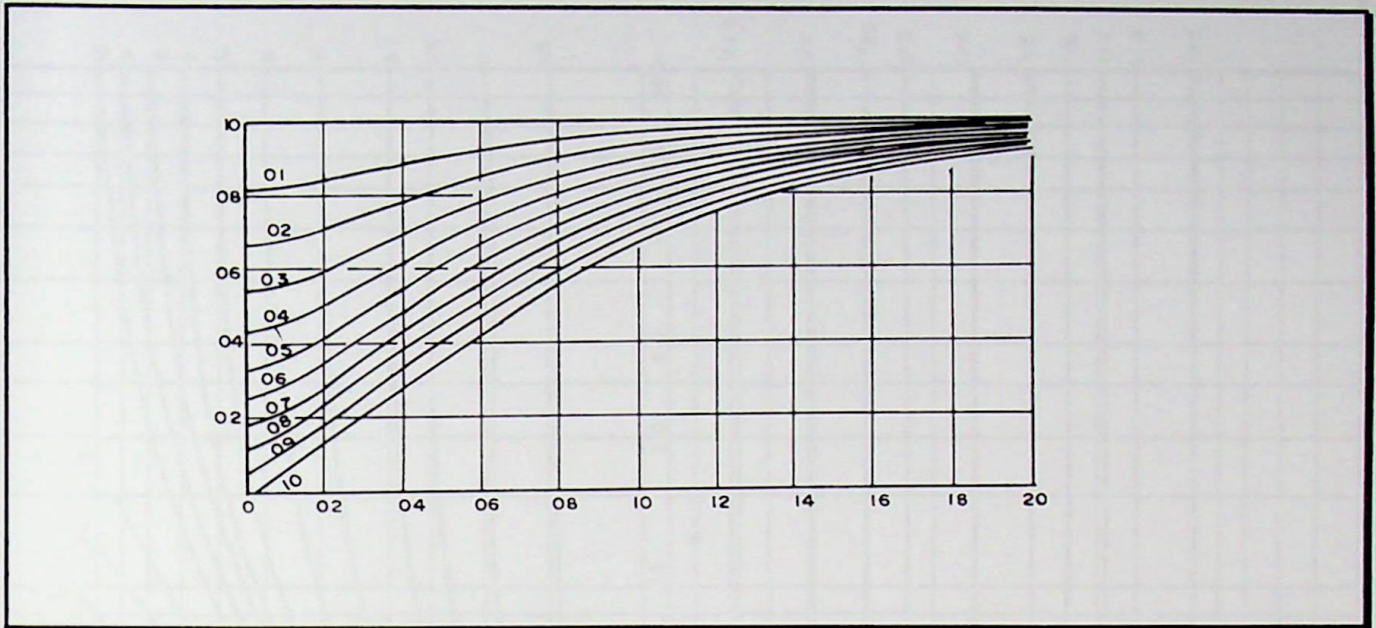


Figura 2.9.a - Curvas Padrão para 2 camadas (com a inferior menos condutora)

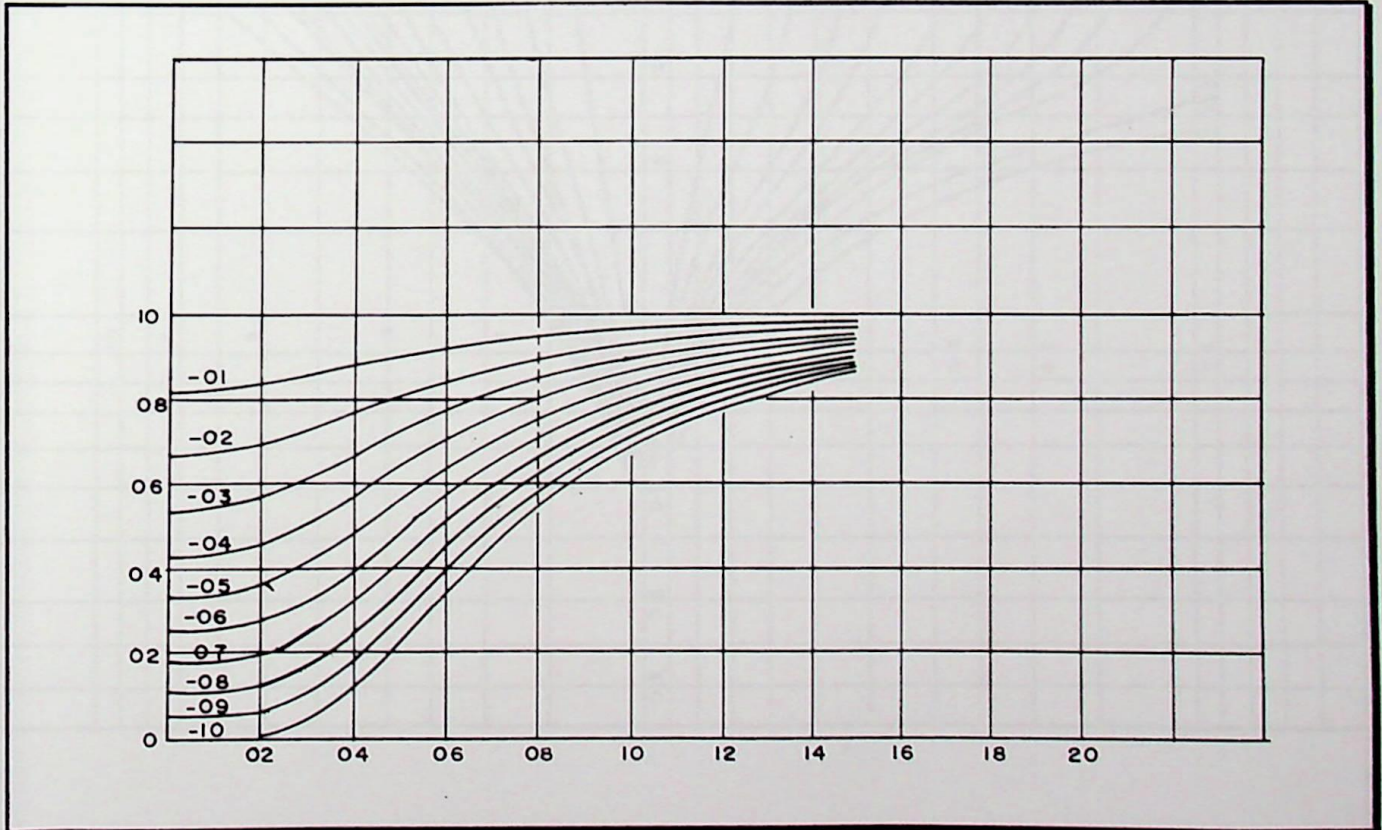


Figura 2.9.b - Curvas Padrão para 2 camadas (com a inferior mais condutora)

E fazendo a união destas duas famílias de curvas, obtém-se a família de curvas padrão usada em estratificação de solo em duas camadas.

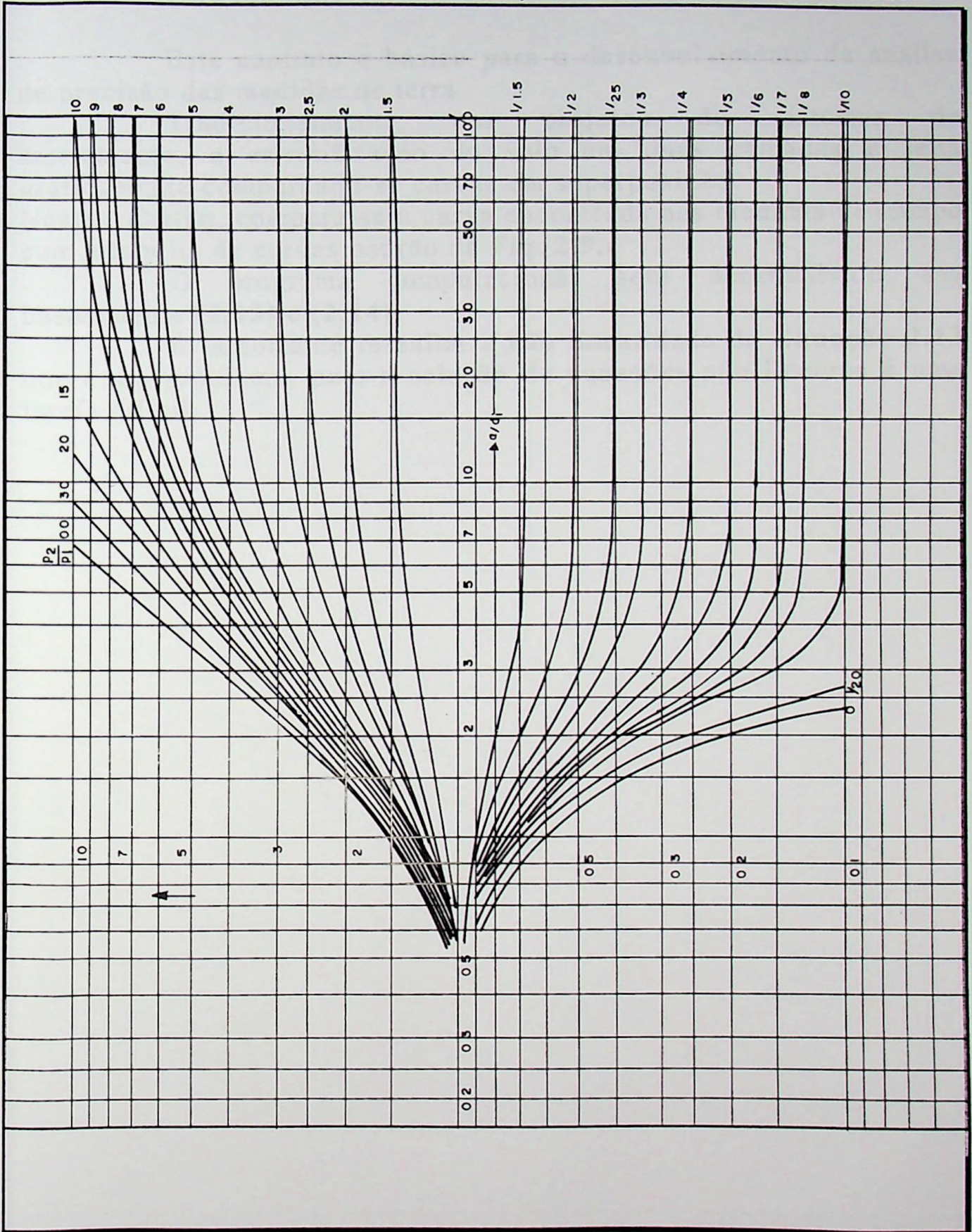


Figura 2.9.c - Família de Curvas Padrão

2.10 Conclusão

Este capítulo é básico para o desenvolvimento da análise de precisão das medidas de terra.

Tradicionalmente, nos projetos de sistemas de aterramento, a estratificação do solo em duas camadas é feita graficamente comparando-se curvas em superposição.

Neste trabalho, compara-se a curva encontrada nas medidas de campo com a família de curvas padrão da **Fig. 2.9.c**.

O programa computacional aqui desenvolvido usa basicamente (2.13) e (2.14).

É importante ressaltar a não linearidade da **Equação 2.13** que é um problema, pois a solução de equações não lineares é uma tarefa difícil.

Capítulo 3

MÉTODO DE MEDIÇÃO DE RESISTIVIDADE

3.1 Como a corrente se distribui no solo

Fazer uma análise de como a corrente se distribui no solo não é uma tarefa tão simples, como uma corrente fluindo por um condutor linear.

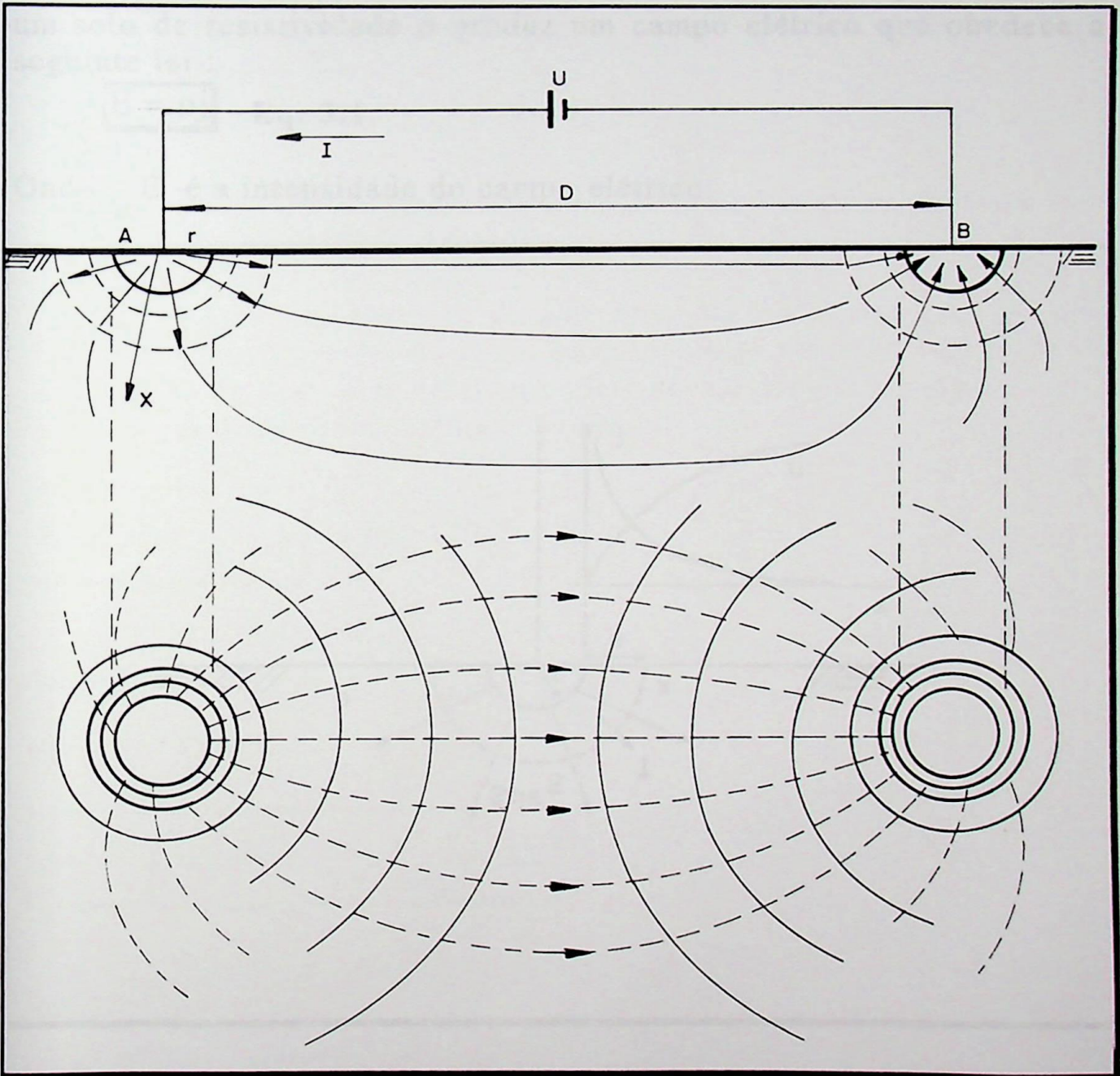


Figura 3.1 - Circulação da corrente no solo entre dois eletrodos

No solo a corrente se dispersa em todas as direções e é preciso conhecer esses caminhos para analisar seu comportamento.

A **Figura 3.1** mostra como a corrente circulará no solo aplicando-se uma diferença de potencial entre dois eletrodos semi-esféricos, enterrados num solo homogêneo e colocados a uma distância **d** muito superior ao seu diâmetro.

3.2 Análise da distribuição de potencial no solo

Pela Lei de Ohm uma corrente de densidade **j** ao fluir por um solo de resistividade **ρ** produz um campo elétrico que obedece a seguinte lei :

$$\boxed{E = \rho j} \quad \text{Eq. 3.1}$$

Onde : **E** é a intensidade do campo elétrico.

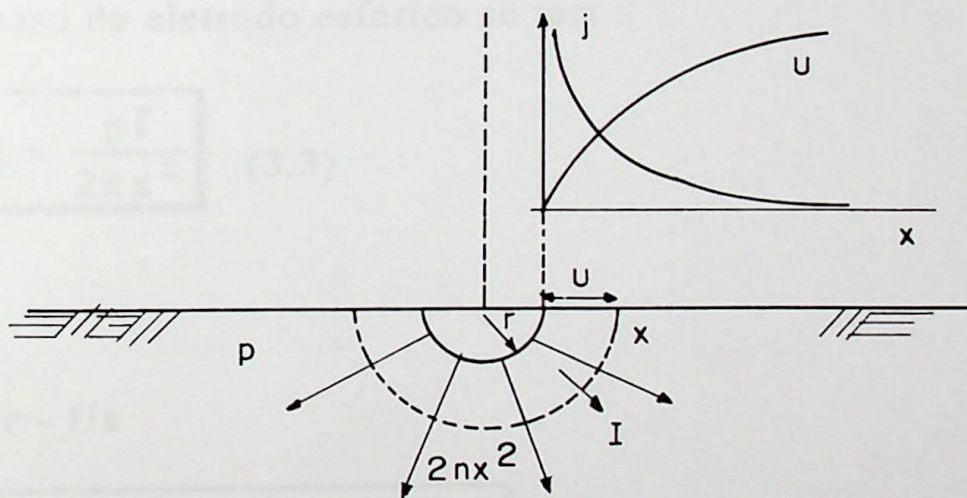


Figura 3.2 - Tensão entre o eletrodo esférico e um ponto x, muito distante (tendendo para o infinito)

3.2.1 Comportamento da corrente no solo para dois eletrodos semi-esféricos

A corrente I se concentra nas proximidades dos eletrodos de raio r , e irá dispersar-se a medida que for afastando-se dos mesmos.

A densidade da corrente j em função do afastamento do eletrodo, é dada pela seguinte expressão :

$$\boxed{j = \frac{I}{2\pi x^2}} \quad (3.2)$$

3.2.2 Cálculo da diferença de potencial ΔU entre dois pontos da superfície do solo

Para calcularmos a diferença de potencial ΔU , a uma distância x qualquer do eletrodo, basta calcular a integral de linha da intensidade de campo entre a superfície do eletrodo e o ponto x .

Para o caso de eletrodo esférico se tem :

$$\boxed{E = \rho j = \frac{\rho I}{2\pi x^2}} \quad (3.3)$$

Assim :

$$\Delta U = U_r - U_x$$

$$\boxed{\Delta U = \int_r^x E \cdot dx = \frac{\rho I}{2\pi} \cdot \int_r^x \frac{1}{x^2} \cdot dx} \quad (3.4)$$

Logo :

$$\boxed{\Delta U = \frac{\rho I}{2\pi} \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{x} \right]} \quad (3.5)$$

Para um ponto x , muito distante (infinito elétrico) : $\frac{1}{x} \approx 0$

Logo :

$$\boxed{\Delta U = \frac{\rho I}{2\pi r}} \quad (3.6)$$

Este ponto x distante é chamado de “Terra Remoto”.

3.2.3 Resistência de terra para solos homogêneos

Pela 1ª Lei de Ohm :

$$\Delta U = RI$$

$$\therefore \boxed{R = \frac{\Delta U}{I}} \quad (3.7)$$

De (3.6), se tem :

$$\boxed{\frac{\rho}{2\pi r} = \frac{\Delta U}{I}} \quad (3.8)$$

3.2.4 Distribuição de potencial na superfície do solo

O perfil do potencial na superfície do solo, segundo a reta que liga os dois eletrodos, pode ser obtido pelo esquema da **Figura 3.2.a**.

Deslocando-se a haste h na direção de **A** para **B**, obtém-se o gráfico da tensão em função da distância (**Figura 3.2.b**).

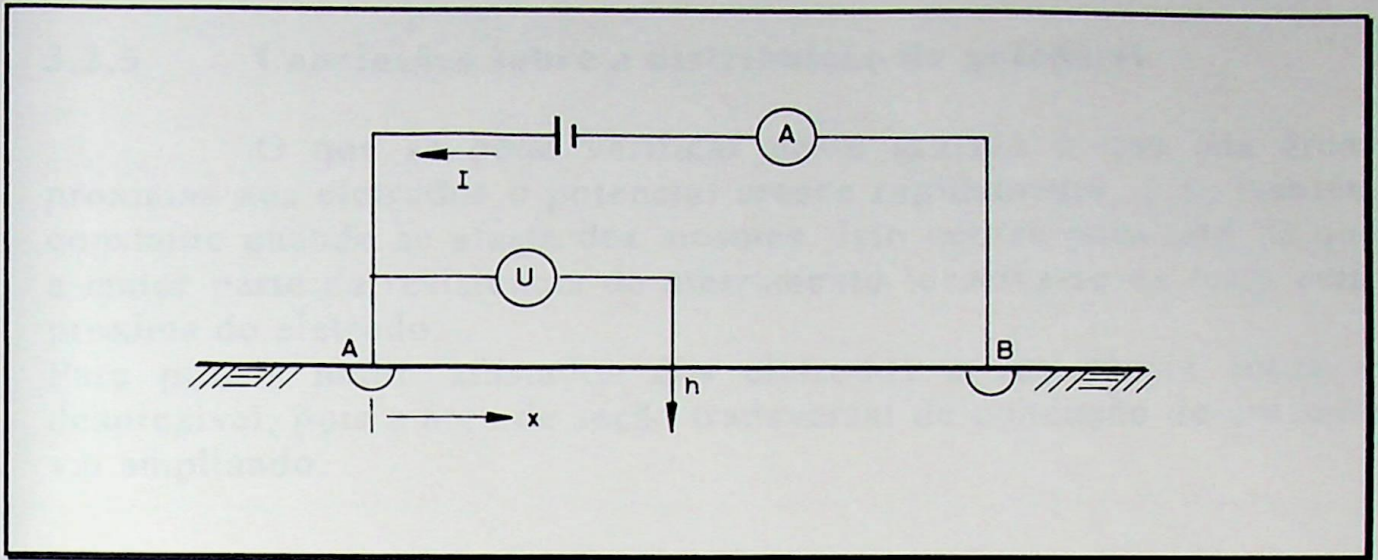


Figura 3.2.a - Esquema do perfil do potencial na superfície do solo, segundo a reta que liga dois eletrodos

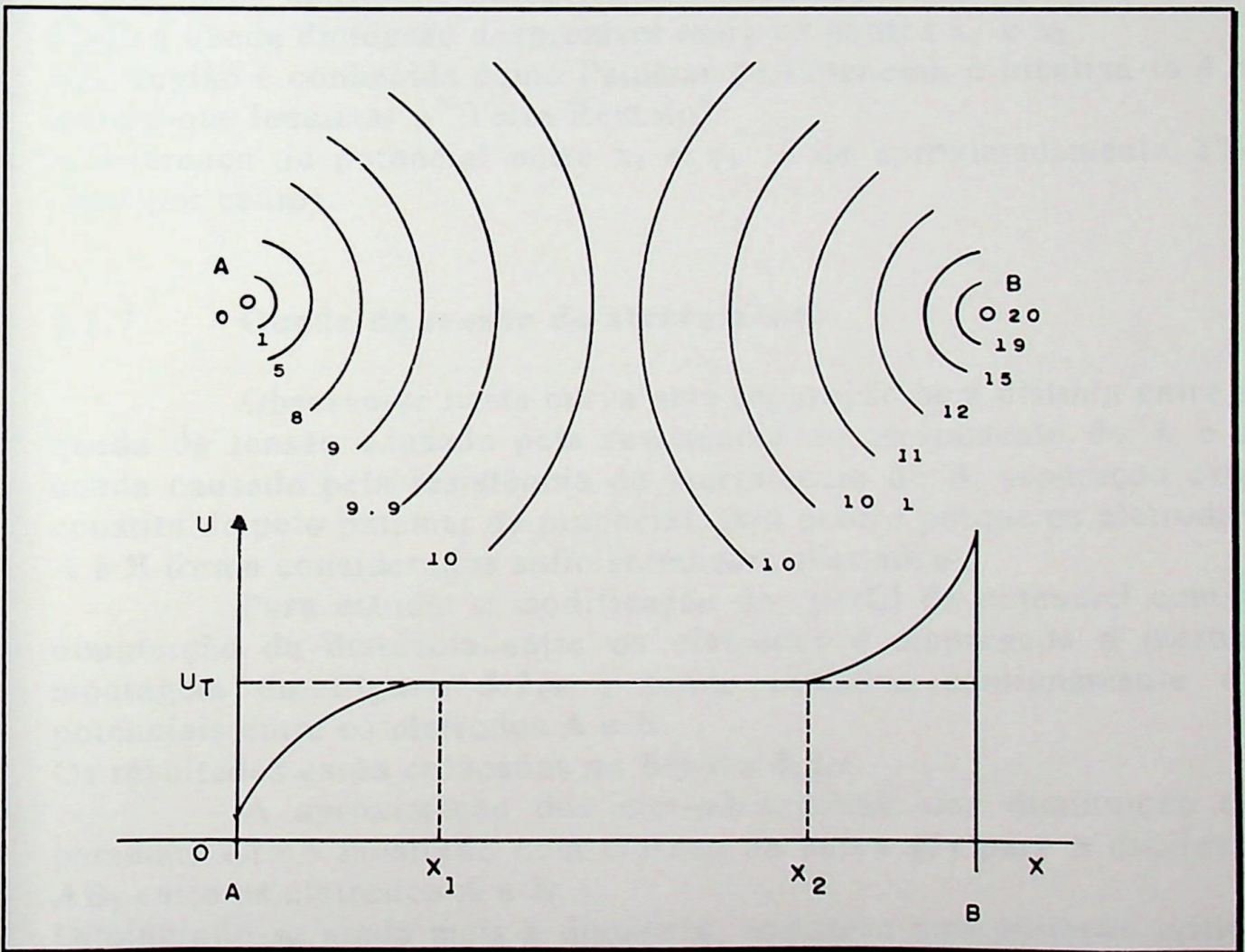


Fig. 3.2.b - Curva dos potenciais medidos para as diversas distâncias

3.2.5 Conclusões sobre a distribuição de potencial

O que se pode verificar neste gráfico é que nas áreas próximas aos eletrodos o potencial cresce rapidamente, e se mantém constante quando se afasta dos mesmos. Isto ocorre pelo fato de que a maior parte da resistência de aterramento localiza-se na terra mais próxima do eletrodo.

Para pontos muito afastados dos eletrodos a resistência torna-se desprezível, pois a área de seção transversal de condução de corrente vai ampliando.

3.2.6 Patamar de Potencial

A área da seção de condução torna-se tão ampla que resulta numa densidade de corrente praticamente igual a zero, sendo então a queda de tensão desprezível entre os pontos x_1 e x_2 .

Esta região é conhecida como Patamar de Potencial, e localizá-lo é o mesmo que localizar o "Terra Remoto".

A diferença de potencial entre x_1 e x_2 é de aproximadamente 2% (dois por cento).

3.2.7 Queda de tensão do aterramento

Observa-se nesta curva uma separação bem distinta entre a queda de tensão causada pela resistência do aterramento de **A** e a queda causada pela resistência do aterramento de **B**, separação esta constituída pelo patamar de potencial. Isto ocorre porque os eletrodos **A** e **B** foram considerados suficientemente afastados.

Para estudar a modificação do perfil de potencial com a diminuição da distância entre os eletrodos é empregada a mesma montagem da **Figura 3.2.a**, sendo medidos continuamente os potenciais entre os eletrodos **A** e **B**.

Os resultados estão colocados na **Figura 3.2.c**.

A aproximação dos eletrodos causa uma diminuição do patamar. Isto é mostrado com clareza na curva (1) para a distância AB_1 entre os eletrodos **A** e **B**.

Diminuindo-se ainda mais a distância, atinge-se uma situação crítica em que o patamar está quase a ser atingido, indicado na curva (2), para a distância AB_2 .

Se a distância é ainda diminuída, o patamar desaparece, não sendo mais possível distinguir as regiões de queda de tensão dos dois aterramentos, como é mostrado pela curva (3). É como se a resistência de aterramento interferisse na do outro.

A curva (4) representa o comportamento do perfil de potencial se fossem tomadas tensões do lado oposto ao eletrodo A. Observa-se que a curva tem o crescimento um pouco mais lento, tendendo ao patamar, o que é razoável ao considerar-se que as superfícies eqüipotenciais estão mais afastadas na direção oposta ao eletrodo A do que entre os eletrodos A e B.

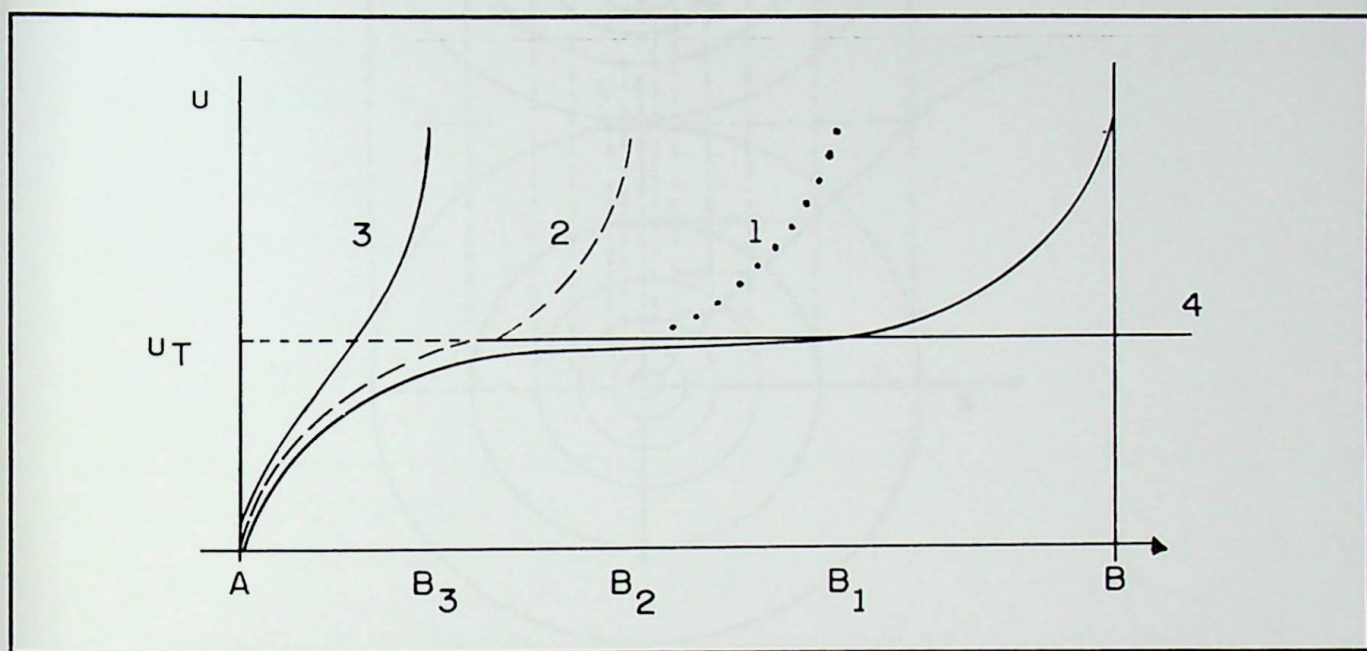


Figura 3.2.c - Separação da queda de tensão causada por cada aterramento

3.3 Comportamento da corrente em solos homogêneos usando outros tipos de eletrodos

Quando se altera o formato dos eletrodos, ocorre uma mudança nos caminhos percorridos pela corrente apenas nas proximidades dos eletrodos.

Isto ocorre porque a corrente é perpendicular às superfícies eqüipotenciais de forma semelhante a do eletrodo, porém maiores. A medida que se afasta destes elas vão tornando-se hemisféricas.

Para grandes distâncias, qualquer formato de eletrodo pode ser considerado como um eletrodo semi-esférico.

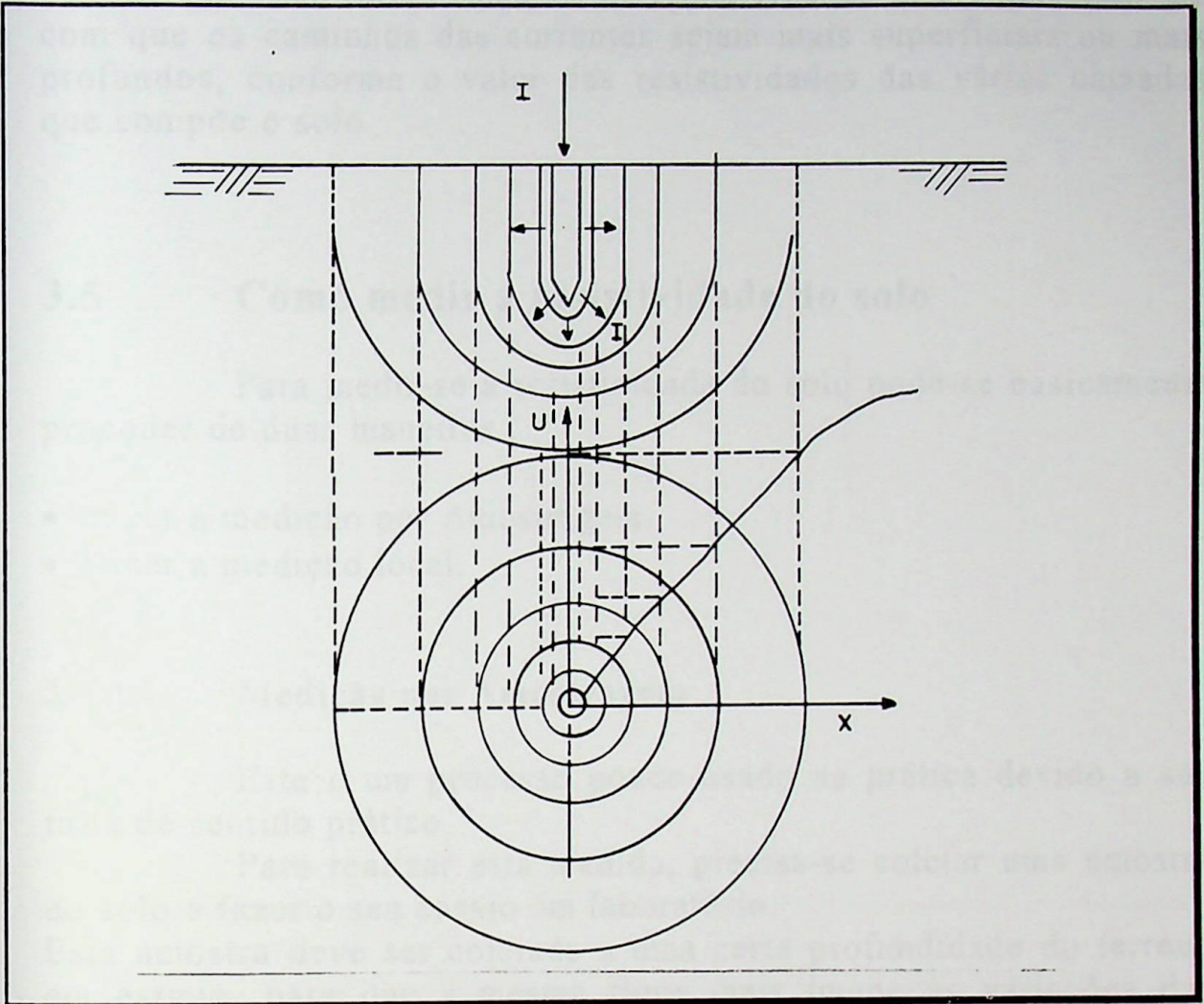


Figura 3.3 - Representação das superfícies e linhas equipotenciais, além da curva do perfil de potencial para um eletrodo vertical (haste)

Mesmo as malhas constituídas de vários eletrodos podem ser consideradas como um eletrodo semi-esférico, quando a dimensão da mesma for muito pequena em relação às distâncias consideradas.

3.4 Os caminhos das correntes para solos heterogêneos

Em solos heterogêneos os caminhos das correntes podem variar bastante e, conseqüentemente, também varia a distribuição de tensão na superfície.

Como visto no **Capítulo 1**, o solo é geralmente estratificado em várias camadas de resistividades diferentes. Isto faz com que os caminhos das correntes sejam mais superficiais ou mais profundos, conforme o valor das resistividades das várias camadas que compõe o solo.

3.5 Como medir a resistividade do solo

Para medir-se a resistividade do solo pode-se basicamente proceder de duas maneiras :

- Fazer a medição por Amostragem.
- Fazer a medição local.

3.5.1 Medição por Amostragem

Este é um processo pouco usado na prática devido a sua falta de sentido prático.

Para realizar esta medida, precisa-se coletar uma amostra do solo e fazer o seu ensaio em laboratório.

Esta amostra deve ser coletada a uma certa profundidade do terreno em estudo, para que a mesma fique mais imune às variações das condições ambientais.

3.5.1.1 Descrição do Processo

Preenche-se uma cuba de dimensão conhecida com a amostra do solo.

A **Figura 3.5.a**, ilustra o processo.

Observe que as paredes laterais de comprimento : ℓ , devem ser isolantes. No entanto, as paredes de área **A** que funcionam como eletrodos, devem ser condutoras.

Um cuidado especial deve ser tomado nesta montagem com relação as correntes de fuga.

$$R_{\text{amostra}} = \frac{U}{I}$$

$$\rho_{\text{amostra}} = \frac{R \cdot A}{l}$$

$$\left(R = \frac{\rho l}{A} \right)$$

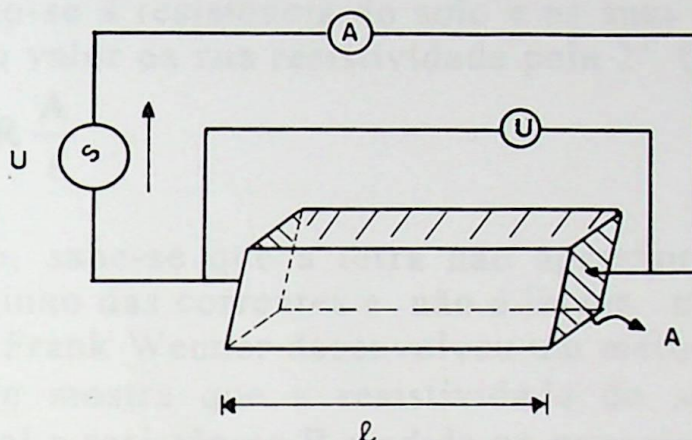


Fig. 3.5.a - Ilustração da forma elementar do processo de Medição por Amostragem

3.5.1.2 Inconveniências no uso deste processo

A maior inconveniência apresentada por este processo é que não se pode assegurar que a amostra coletada apresente no laboratório as mesmas características que apresentava no local de origem.

Além disto, não se pode afirmar que as correntes passem por esta camada de solo, pois sabemos que a maioria dos solos são compostos por várias camadas.

Este processo é usado mais para completar as informações de medições do que para estudo de resistividade do solo.

3.5.2 Fazer a medição local

Se a terra fosse um corpo de dimensões determinadas, a medição da resistividade do solo no local seria simples : injetaria-se no solo uma corrente de valor conhecido detectando-se a queda de tensão causada no solo por esta corrente.

Estabelecendo-se a relação entre tensão e corrente, obteria-se a resistência R do solo.

Conhecendo-se a resistência do solo e as suas dimensões lineares, se chegaria ao valor da sua resistividade pela 2ª Lei de Ohm :

$$\rho = R \frac{A}{\ell}$$

No entanto, sabe-se que a terra não apresenta dimensões definidas para o caminho das correntes e não é linear, mas tridimensional.

Frank Wenner desenvolveu um método simples de medição no qual ele mostra que a resistividade do solo (ρ) é diretamente proporcional a resistência R medida no processo : $\rho_{\text{solo}} = K.R$, onde K é uma constante que depende da geometria empregada nas medições.

3.6 Experiência de Wenner

Wenner perfurou quatro orifícios alinhados e igualmente distanciados no solo, conforme mostra a **Figura 3.6**.

O diâmetro das hastes não deve exceder a um décimo da distância de separação entre os eletrodos e a profundidade deve ser a mesma para todas as hastes.

Conforme a **Figura 3.6**, em cada buraco foi colocado um eletrodo que faz contato apenas no fundo.

Pelos terminais 1 e 4 injeta-se uma corrente no solo e mede-se a queda de tensão causada por esta corrente nos eletrodos 2 e 3.

Pela 1ª Lei de Ohm, calcula-se o valor da resistência do solo.

É possível calcular a resistividade do solo pela equação:[17]

$$\rho = \frac{4\pi a R}{1 + \frac{2a}{\sqrt{a^2 + 4b^2}} - \frac{2a}{\sqrt{4a^2 + 4b^2}}} = \frac{4\pi a R}{n}$$

onde n pode assumir um valor entre 1 e 2, dependendo da divisão $\frac{b}{a}$,

onde :

$b = a$	$n = 1,187;$
$b = 2a$	$n = 1,038;$
$b = 4a$	$n = 1,003.$

Quando b for muito maior que a : $\rho = 4\pi aR$, e se b é muito menor do que a que é o caso mais prático : $\rho = 2\pi aR$.

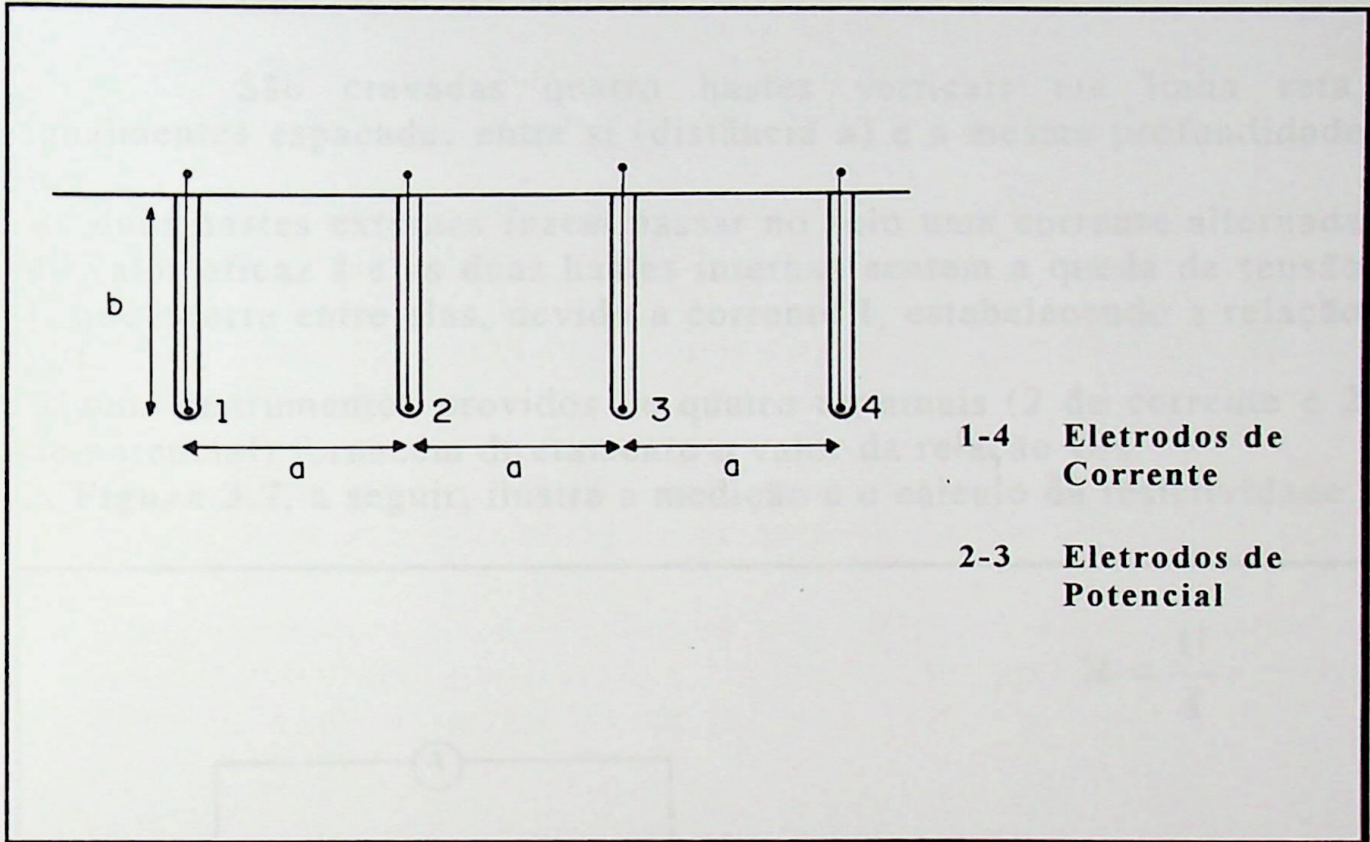


Fig. 3.6 - Ilustração do Método de Frank Wenner

3.7 Método de Wenner dos Quatro Pontos

3.7.1 Considerações Práticas

Na realidade o método normalmente empregado difere um pouco do original.

No lugar de eletrodos, situados no fundo dos orifícios, são usados hastes verticais condutoras que fazem contato com o solo em toda sua extensão.

A resistência R depende fundamentalmente da distância entre os eletrodos e da resistividade do solo, sendo pouco influenciada pelas dimensões e tipo dos eletrodos, se suas dimensões forem pequenas comparadas com a distância de separação entre eles.

3.7.2 Descrição do Método

São cravadas quatro hastes verticais em linha reta, igualmente espaçadas entre si (distância a) e a mesma profundidade b .

As duas hastes externas fazem passar no solo uma corrente alternada de valor eficaz I e as duas hastes internas sentem a queda de tensão U que ocorre entre elas, devido a corrente I , estabelecendo a relação U/I .

Alguns instrumentos providos de quatro terminais (2 de corrente e 2 de potencial) fornecem diretamente o valor da relação U/I .

A **Figura 3.7**, a seguir, ilustra a medição e o cálculo da resistividade.

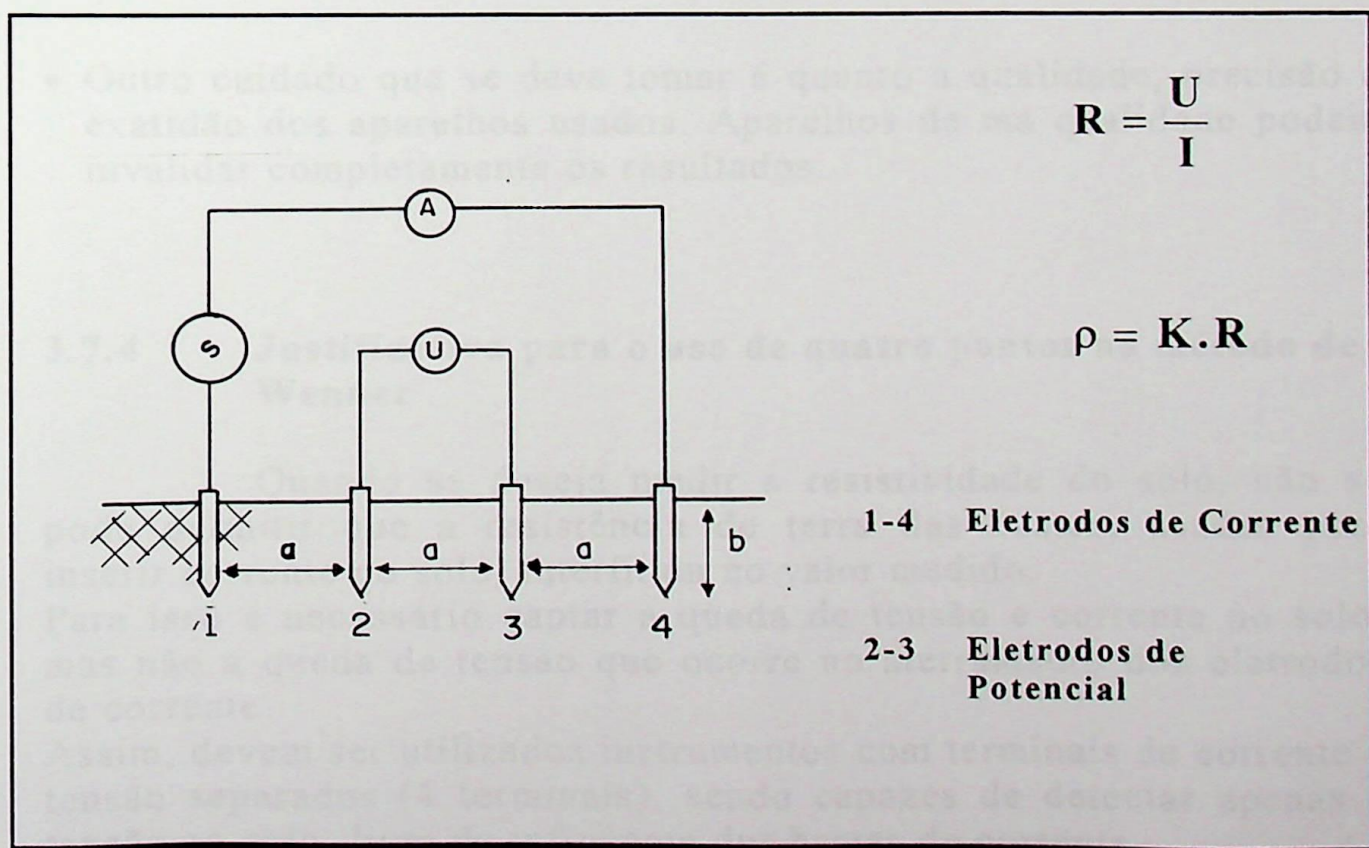


Fig. 3.7 - Medição e Cálculo da Resistividade

3.7.3 Cuidados no uso do Método

- As hastes devem estar firmemente cravadas no solo, para assegurar um contato íntimo entre eletrodo-terreno.
- Deve-se ter cuidado com o afastamento das hastes, pois a medida que vai aumentando, os instrumentos usados vão perdendo a sensibilidade, o que pode acarretar falsos resultados.
- Deve-se fazer várias medidas, cobrindo toda a área de interesse. Se a área for muito grande, deverá ser dividida em retângulos.
- Em aterramentos pontuais devem ser efetuadas duas medições ortogonais no ponto em questão.
- Para linhas de transmissão deve-se efetuar medidas na direção longitudinal desta.
- As medições devem ser efetuadas quando o solo estiver seco, pois quando o mesmo estiver úmido pode levar a erros.
- Outro cuidado que se deve tomar é quanto a qualidade, precisão e exatidão dos aparelhos usados. Aparelhos de má qualidade podem invalidar completamente os resultados.

3.7.4 Justificativa para o uso de quatro pontos no método de Wenner

Quando se deseja medir a resistividade do solo, não se pode permitir que a resistência de terra das hastes, usadas para inserir corrente no solo, interfiram no valor medido.

Para isso é necessário captar a queda de tensão e corrente no solo, mas não a queda de tensão que ocorre no aterramento dos eletrodos de corrente.

Assim, devem ser utilizados instrumentos com terminais de corrente e tensão separados (4 terminais), sendo capazes de detectar apenas a tensão no solo, livre da influência das hastes de corrente.

Isto é possível porque o circuito voltimétrico do instrumento é percorrido por uma corrente de valor reduzidíssimo (impedância elevada), não causando praticamente nenhuma queda de tensão entre os eletrodos de potencial e o solo.

Apenas detecta a diferença de potencial entre os pontos aos quais está ligado.

4.1 Objetivos

No projeto de sistemas de aterramento é mais comum fazer simulações de solo em duas camadas, comparando-se as curvas obtidas com as curvas padrão.

Neste capítulo, procura-se fazer uma avaliação deste tipo de simulação de solo em duas camadas, comparando-se as curvas obtidas com as curvas padrão.

4.2 Trabalhos Preliminares do Projeto de Aterramento

Um dos problemas principais do aterramento em um projeto de um sistema de aterramento é a determinação do valor da resistência de aterramento em função da geometria do sistema de aterramento.

O primeiro passo a ser dado é a determinação da resistência de aterramento em função da geometria do sistema de aterramento.

Em seguida, deve-se comparar as curvas obtidas com as curvas padrão e estabelecer a resistência de aterramento em função da geometria do sistema de aterramento.

4.3 Avaliação do Projeto

Esta seção possui alguns exemplos de projetos de aterramento que se pretende avaliar.

O desenvolvimento de um projeto de aterramento deve ser feito de forma que se possa avaliar a resistência de aterramento em função da geometria do sistema de aterramento.

Capítulo 4

MÉTODO NUMÉRICO PARA ESTRATIFICAÇÃO DO SOLO

4.1 Objetivos

No projeto de sistemas de aterramento é mais comum fazer a estratificação do solo em duas camadas, comparando-se as curvas medidas com as curvas padrões.

Neste capítulo, procura-se fazer uma avaliação deste método quanto a precisão usando um programa de computador bastante simples.

4.2 Trabalhos Preliminares do Projeto de Aterramento

Um dos problemas iniciais do Engenheiro em um projeto de um sistema de aterramento é a estratificação do solo quando o mesmo não é homogêneo (o que acontece na maioria dos casos).

O processo mais utilizado na estratificação do solo consiste em plotar, em um papel de escala logarítmica, os valores de resistividade aparente medidos e os respectivos espaçamentos entre os eletrodos utilizados na medição.

Em seguida, superpõe-se esta curva a um conjunto de curvas padrões com a mesma escala da curva medida, obtendo-se a estratificação em duas camadas através da comparação entre a curva medida e o conjunto padrão, até que se consiga, com a movimentação dos eixos, uma curva padrão que mais se assemelhe à curva medida.

4.3 Avaliação do Processo

Este processo possui alguns erros inerentes que se pretende averiguar.

O desenvolvimento de um modelo matemático para representar as propriedades elétricas da terra é uma tarefa árdua, porque a terra possui uma característica fortemente não-uniforme.

Propõe-se então, um modelo de solo de duas camadas para os sistemas de aterramento, obtendo-se razoável aproximação.

Esta estrutura de solo caracteriza-se por dois valores de resistividade de terra : ρ_1 e ρ_2 , sendo h a espessura da camada superior e considerado infinito a profundidade da camada inferior.

Em alguns casos, a camada superior é tão profunda que se pode considerar o solo como uniforme.

As variáveis ρ_1 , ρ_2 e h , geralmente, são determinadas pela interpretação das medidas de resistividade aparente pelo Método de Wenner.

Determinar um modelo de terra é uma tarefa bastante complexa.

O estudo de modelos que viabilizem uma abordagem matemática esbarra no caractere ideal das considerações teóricas assumidas. Mas, é justamente através dos modelos aproximados que se podem estabelecer limites e principalmente entender os fenômenos envolvidos.

Desta forma, pode-se prever as alterações possíveis, quando se passa do modelo teórico para a situação real.

Portanto, quando se usa um modelo matemático para caracterizar o solo comete-se alguns erros de aproximação e adaptação.

Quando se compara a curva medida com as curvas padrões comete-se mais alguns erros, pois provavelmente não se encontra a curva exata, mas uma curva aproximada.

E ainda, quando se faz as leituras das resistividades aparentes do solo em questão comete-se mais alguns erros de leitura, e também há os erros provenientes dos equipamentos usados.

Para analisar as amplitudes destes erros é que foi feito este estudo.

4.4 A Escolha do Método Numérico

O grande problema na elaboração de um programa computacional deste tipo é que as equações do modelo de solo estratificado em duas camadas são não lineares.

As soluções destas equações são complexas e difíceis de convergir por métodos numéricos, apresentando mais de uma solução.

Isto significa que para resolver estes tipos de equações depara-se com os seguintes problemas:

- O sistema pode convergir muito lentamente, o que consome muito tempo computacional.

- O sistema pode divergir.
- O sistema possui mais de uma solução, ou seja, pode convergir para uma solução que não corresponda à realidade.
- Os métodos numéricos para a solução destas equações são complicados.
- O sistema é totalmente dependente das condições iniciais.
- Mesmo que as condições iniciais estejam próximas da solução, a resolução deste sistema pode convergir para uma outra solução que não corresponda a solução real.
- Para este sistema ser linearizado é preciso fazer um número tão grande de simplificações que podem invalidar os resultados.

Em vista destas dificuldades, opta-se por uma forma mais simples para a interpretação numérica das medidas. Desta forma, não se elimina a pesquisa através da comparação da curva medida com as curvas padrões, mas com os resultados obtidos, utiliza-se um programa computacional chamado “strat” e faz-se um refinamento do resultado. Então, consegue-se uma melhor precisão e ainda conhece-se o erro cometido nesta resolução.

4.5 Equações para a Estratificação em Duas Camadas

Como foi mostrado no **Capítulo 2**, o solo não homogêneo de duas camadas horizontais pode ser representado através de (2.13), aqui transcrita :

$$\rho_a = \rho_1 \cdot \left\{ 1 + 4 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} K^n \left[\frac{1}{\sqrt{1 + \left(2n \frac{h}{a}\right)^2}} - \frac{1}{\sqrt{4 + \left(2n \frac{h}{a}\right)^2}} \right] \right\}$$

onde :

ρ_a = Resistividade Aparente medida pelo Método de Wenner;

a = Separação entre os eletrodos de corrente e de tensão;

ρ_1 = Resistividade da camada superior com espessura h ;

ρ_2 = Resistividade da camada inferior com profundidade infinita;

K = Coeficiente de reflexão igual a : $\frac{(\rho_2 - \rho_1)}{(\rho_2 + \rho_1)}$,
dado por (2.14) .

4.6 O Programa Computacional

4.6.1 Justificativa para a escolha do método

Alguns métodos como o dos Mínimos Quadrados e o Método de Newton foram tentados para a solução deste problema. Porém, como estes métodos são para equações lineares teria que se fazer a linearização das equações que, além de ser uma tarefa trabalhosa, poderia acarretar erros nos resultados.

Outra conclusão foi, ainda que se escolhesse o melhor método, não seria possível deixar de lado o Método de Comparação das Curvas. Como a expressão (2.13) é não linear, possivelmente, terá mais de uma solução e o programa poderá convergir para um resultado que pode não corresponder à prática.

Então, quando se faz a estratificação por comparação das curvas, está buscando-se uma primeira aproximação para a solução.

O programa partirá desta primeira aproximação para fazer um refinamento e minimizar os erros.

Pelos motivos indicados acima, optou-se pelo processo de busca usando a "Força Bruta", que é um método utilizado para localização das raízes reais em uma equação, a fim de se determinar seus valores aproximados.

4.6.2 Descrição do método

Esta descrição foi colocada da mesma forma que o programa executa suas tarefas :

1° Passo :

Com o resultado do método de comparação entre a curva medida e as curvas padrões, encontra-se os valores iniciais de entrada do programa ρ_1 , ρ_2 e h . E por (2.14), onde :

$$K = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$$

Calcula-se o valor inicial de K .

Deve-se lembrar que nos dados de entrada do programa tem-se o número de pontos medidos, seus respectivos valores e distâncias.

2° Passo :

Com os valores iniciais de ρ_1 , ρ_2 e K , recalcula-se através de (2.13) os valores da resistividade de cada ponto medido.

Em (2.13) varia-se o valor de n , desde 1 até um certo valor que dará um erro de tolerância $\leq 0,0001$ entre o último valor e o penúltimo.

3° Passo :

Tem-se então, os valores iniciais de ρ_1 , ρ_2 , K , as leituras de campo e os valores calculados de cada resistividade.

Calcula-se o erro cometido faz-se a diferença entre o valor lido e o valor medido e divide-se o módulo desta diferença pela resistividade medida.

$$\text{Erro} = \frac{|\rho_M - \rho_C|}{\rho_M} \times 100\%$$

Logo, tem-se a percentagem do erro de cada ponto medido com relação a seu correspondente na curva escolhida e calcula-se o desvio padrão dos pontos, para se ter uma idéia de como eles estão agrupados em relação a curva.

4° Passo :

Mantendo-se ρ_2 e h constante, varia-se o valor de ρ_1 da seguinte maneira :

$$\rho_1 = \rho_1 \quad \rho_1 = \rho_1 \pm \Delta \rho_1$$

O valor do acréscimo de ρ_1 pode ser positivo ou negativo, dependendo de sua aproximação ou distanciamento da solução.

O programa faz esta seleção automaticamente.

Com o novo valor de ρ_1 recalcula-se novamente os valores de resistividade do erro em cada ponto e verifica se o erro aumentou ou diminuiu.

É nesta parte que o programa decide se deve aumentar ou diminuir ρ_1 , até encontrar a precisão desejada.

5° Passo :

Refinou-se ρ_1 , agora passa-se ao refinamento de ρ_2 da mesma forma que ρ_1 . Porém, agora ρ_1 e h são constantes.

$$\rho_2 = \rho_2$$

$$\rho_2 = \rho_2 \pm \Delta \rho_2$$

6° Passo :

Tem-se agora um melhor valor de ρ_1 e ρ_2 , então procura-se um melhor valor para h .

$$h = h$$

$$h = h \pm \Delta h$$

7° Passo :

A tarefa do computador está completa e agora é mostrado os valores mais razoáveis para ρ_1 , ρ_2 e h , bem como o erro cometido.

4.7 Conclusão

Apesar da simplicidade, este programa foi testado várias vezes e obteve bom desempenho.

É uma boa ferramenta no auxílio do Método de Comparação das Curvas.

Outro fator importante, é que se o programa não convergir ou, partir para uma resposta bem diferente dos valores iniciais, provavelmente estes valores estão incorretos, ou seja, provavelmente houve erro na execução do Método de Comparação, ou a curva experimental pode não ser de 2 (duas) camadas.

Capítulo 5

ESTUDO DOS ERROS COMETIDOS NAS MEDIDAS DE RESISTIVIDADE

5.1 Objetivo

Este capítulo tem por objetivo fazer uma análise do erro cometido nas medidas de terra, principalmente quando a distância de separação entre os eletrodos são superiores a 32 metros.

Será feito também uma comparação entre aparelhos de medida de terra encontrados no mercado.

5.2 Complexidades presentes na medição da resistividade do solo

Como já foi discutido, as medições de resistividade do solo apresentam dificuldades não existentes nas medições de outros tipos de resistência, devido a algumas condições peculiares, tais como :

- A condução elétrica através do solo é quase inteiramente eletrolítica.
A aplicação de potenciais no solo causa sua polarização e a passagem de corrente resulta em ação química, com estabelecimento de força contra-eletrolítica de origem galvânica. Potenciais contínuos são estabelecidos entre tipos diferentes de solo e entre metal e solo, pela ação galvânica.
- A possível presença no solo de correntes parasitas de origem diversas como :
 - a) **Contínuas** : estabelecidas geralmente por fenômenos físico-químicos ligados ao solo ou, pelo retorno de circuitos elétricos.
 - b) **Alternadas** : comuns em regiões industrializadas, são geralmente correntes de fuga, retorno, induzidas, etc.
 - c) **Transitórias** : induzidas por fenômenos eletromagnéticos.

- A resistividade do solo depende de fatores que podem variar rapidamente ao longo do dia, tornando sem sentido as tentativas de obter-se grande exatidão nas medidas de seus valores.

5.3 Por que analisar os erros das medidas

Se a resistividade da terra varia muito, qual a finalidade de se fazer uma análise dos valores de suas medidas ? E se esta análise não tem finalidade, por que fazer medidas de resistividade?

Toda medida a ser feita deve ter uma certa precisão, isto é, o erro não pode ser superior a um certo valor tolerável.

Portanto, para que se possa confiar no resultado das medidas feitas, deve-se verificar a extensão destes erros.

Apesar da resistividade do solo variar com relação a vários fatores como : temperatura, umidade, época do ano, etc., no momento da realização das medidas, estas devem ter um menor erro possível.

Ao fazer-se várias medidas, num certo momento haverá uma situação que representa o pior caso possível, isto é, a maior resistividade do solo.

Baseado nesta situação, determina-se o melhor projeto de aterramento.

5.4 De que forma o valor da corrente injetada afeta a exatidão das medidas

Numerosos testes realizados mostram que as correntes de testes de intensidade variável de alguns miliampères até algumas centenas de ampères, apresenta um mesmo valor de resistência.

Quando o valor da corrente começa a ficar muito pequeno, os erros dos equipamentos de medida aumentam consideravelmente, chegando a leituras completamente erradas.

5.5 Qual o tipo de corrente é recomendável nas medidas

Testes realizados pelo United States Bureau mostraram que pelas características eletrolíticas da condução através dos solo, o uso de corrente contínua nas medições não é recomendável.

O motivo é que se estas medições não forem feitas num intervalo de tempo muito curto, leva a resultados falsos.

Isto ocorre porque o solo se polariza devido a fonte, ocorrendo o aparecimento de forças eletromagnéticas de origem galvânica. Esta polarização aumenta a medida que aumenta também o tempo de medição e o valor da corrente através do solo.

Nas medidas de terra deve-se usar corrente alternada, pois, apesar de também ocorrer polarização do solo, esta é minimizada devido ao potencial que a originou mudar de sentido a cada meio período.

Entretanto, o uso de corrente alternada pode levar a duas possíveis fontes de erro : o efeito peculiar no solo e o efeito de mútua indução entre os condutores de teste e o solo. Isto é mais crítico para altas frequências e condutores de teste muito longos.

Para medida de terra deve-se usar uma fonte de corrente alternada, com frequência não muito elevada (aproximadamente 100 Hertz).

5.6 Medidas Práticas

Foram feitas várias medidas de resistividade com o objetivo de analisar o desempenho dos aparelhos de medida de terra.

Os relatórios destas medidas serão mostrados, nas páginas seguintes.

1ª MEDIDA PRÁTICA DE RESISTIVIDADE UTILIZANDO O APARELHO 1

LOCAL : Núcleo Tecnologia

DATA : 14-8-95

HORÁRIO : 15:00

TEMPERATURA APROXIMADA : 27° C

a	Voltímetro Digital	Amperímetro Digital	Aparelho 1 R_{medida}	$R_{calculada}=V/I$	Erro nas Leituras	$\rho=2\pi aR$
[m]	[V]	[mA]	[Ω]	[Ω]	%	[$\Omega.m$]
2	2.300	79.3	28.00	29.00	3.45	364.42
3	0.773	70.7	11.00	10.93	0.64	206.02
4	0.496	88.9	5.50	5.58	1.43	140.24
5	0.398	105.4	3.70	3.78	2.12	118.75
6	0.300	104.0	2.80	2.88	2.77	108.57
8	0.200	89.9	2.00	2.22	9.90	111.59
10	0.160	86.0	1.75	1.86	5.91	116.87
12	0.150	78.3	1.90	1.92	1.04	144.76
15	0.110	91.2	1.20	1.21	0.83	114.04

Tabela 5.7.a.1 - 1ª Medida Prática - Aparelho 1

$$\text{Erro\%} = \left(\frac{R_{calculada} - R_{medida}}{R_{calculada}} \right) \times 100\%$$

ESTRATIFICAÇÃO DO SOLO EM DUAS CAMADAS

PROGRAMA ESTRAT

Local : Núcleo Tecnologia

Data : 14-8-95

Horário : 15:00

Temperatura : 27° C

Resistividade da Primeira Camada [Ohm.m]	Profundidade da Primeira Camada [m]	Resistividade da Segunda Camada [Ohm.m]
690.00	1.25	150.00

Tabela 5.7.a.2 - Valores Iniciais Estimados

Distância	Resistividade Calculada	Resistividade Medida	Erro %
2	297.362	364.42	22.55
3	189.110	206.02	8.94
4	146.112	140.24	-4.02
5	129.336	118.75	-8.18
6	122.157	108.75	-10.98
8	117.009	111.59	-4.63
10	115.114	116.87	1.53
12	114.318	144.76	26.63
15	113.573	114.04	0.41

Tabela 5.7.a.3 - Valores Calculados e Medidos

Média dos Erros	Desvio Padrão
9.76	9.263

Tabela 5.7.a.4 - Valores Estatísticos

Resistividade da Primeira Camada [Ohm.m]	Profundidade da Primeira Camada [m]	Resistividade da Segunda Camada [Ohm.m]
621.00	1.25	112.50

Tabela 5.7.a.5 - Valores Finais Calculados

ERRO DA TENSÃO MEDIDA EM RELAÇÃO À TENSÃO CALCULADA PELA FÓRMULA DE WENNER

PROGRAMA ERROTENS

Local : Núcleo Tecnologia

Data : 14-8-95

Horário : 15:00

Temperatura : 27° C

Distância [m]	Corrente [m.A]	Tensão Medida [V]	Tensão Calculada [V]	Erro %
2	79.3	2.300	2.094	9.861
3	70.7	0.773	0.796	-2.862
4	88.9	0.496	0.561	-11.612
5	105.4	0.398	0.456	-12.677
6	104.0	0.300	0.347	-13.529
8	89.9	0.200	0.212	-5.510
10	86.0	0.160	0.159	0.883
12	78.3	0.150	0.119	25.888
15	91.2	0.110	0.110	-0.185

Tabela 5.7.a.6 - Valores Medidos, Calculados e o Erro [%]

COMENTÁRIOS :

Este solo é tipicamente um solo de duas camadas. A **Figura 5.7.a** mostra sua curva de resistividade.

O **Aparelho 1** apresenta leituras coerentes com o Amperímetro e Voltímetro Digital. No entanto, as leituras para os valores de **a** igual a **4,5,6 e 12 metros**, apresentaram erros maiores. Provavelmente, estes erros possam ter origem nas simplificações usadas para se obter um modelo matemático do solo.

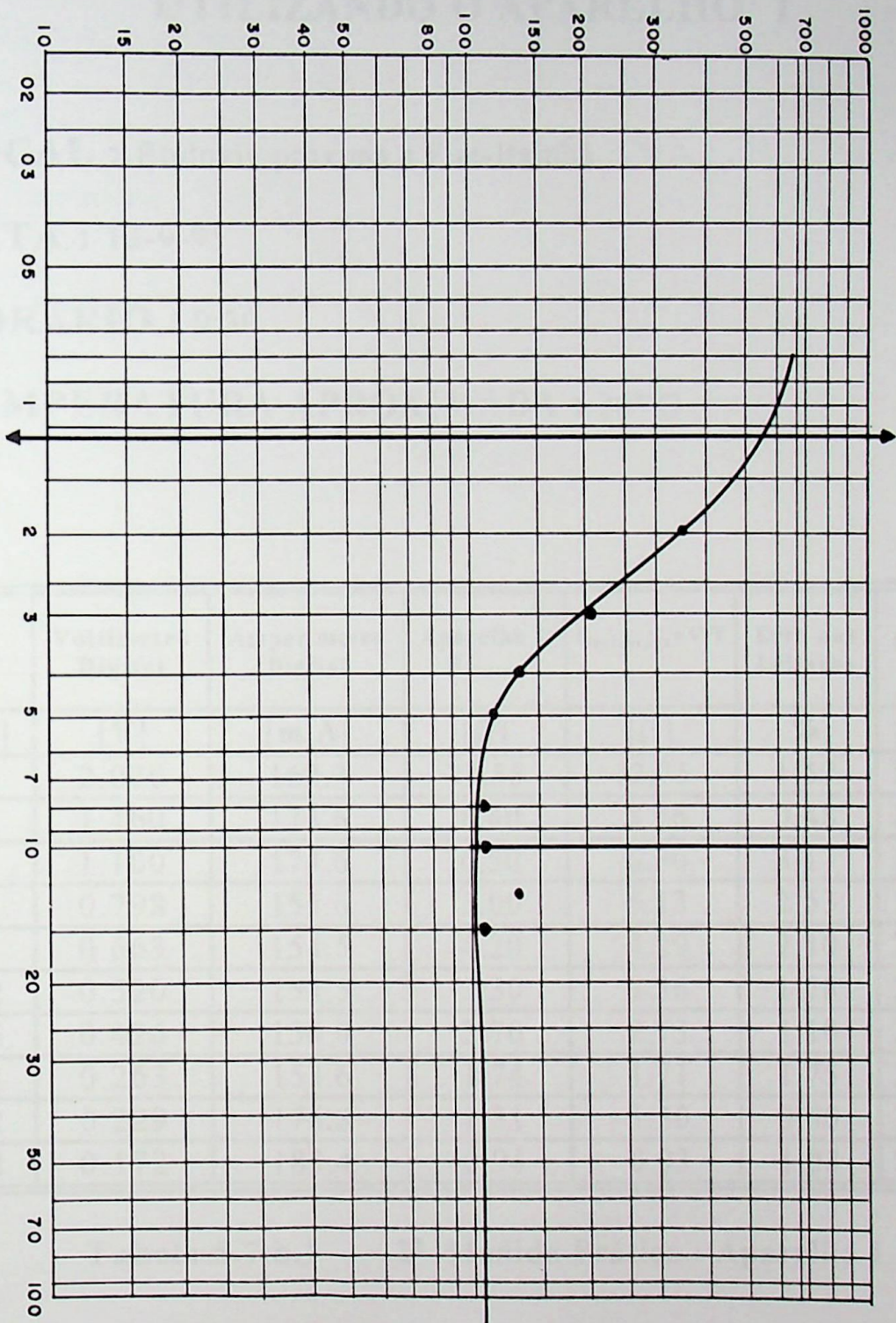


Figura 5.7.a - Curva da Primeira Medida Prática

2ª MEDIDA PRÁTICA DE RESISTIVIDADE UTILIZANDO O APARELHO 1

LOCAL : Rodovia próxima a Fiat-Itajubá

DATA : 13-9-95

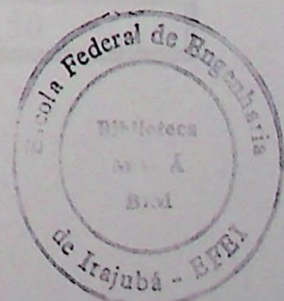
HORÁRIO : 9:30

TEMPERATURA APROXIMADA : 20° C

a	Voltímetro Digital	Amperímetro Digital	Aparelho 1 R_{medida}	$R_{calculada}=V/I$	Erro nas Leituras	$\rho=2\pi aR$
[m]	[V]	[m.A]	[Ω]	[Ω]	%	[$\Omega.m$]
2	2.070	162.3	12.55	12.75	1.57	160.22
3	1.460	174.6	8.40	8.36	0.48	157.50
4	1.100	174.6	6.50	6.30	3.17	158.30
6	0.798	155.6	5.00	5.13	2.53	193.40
8	0.663	154.5	4.20	4.29	2.10	215.60
12	0.520	154.5	3.30	3.36	1.78	253.30
16	0.426	156.0	2.70	2.73	1.10	274.40
24	0.263	153.6	1.74	1.71	1.75	257.90
32	0.229	176.8	1.31	1.30	0.80	261.40
48	0.172	185.4	0.94	0.93	1.08	283.50

Tabela 5.7.b.1 - 2ª Medida Prática - Aparelho 1

$$\text{Erro}\% = \left(\frac{R_{calculada} - R_{medida}}{R_{calculada}} \right) \times 100\%$$



ESTRATIFICAÇÃO DO SOLO EM DUAS CAMADAS

PROGRAMA ESTRAT

Local : Rodovia próxima a Fiat-Itajubá

Data : 13-9-95

Horário : 9:30

Temperatura : 20° C

Resistividade da Primeira Camada [Ohm.m]	Profundidade da Primeira Camada [m]	Resistividade da Segunda Camada [Ohm.m]
115.00	1.80	290.00

Tabela 5.7.b.2 - Valores Iniciais Estimados

Distância	Resistividade Calculada	Resistividade Medida	Erro %
2	138.200	160.22	15.93
3	162.471	157.50	-3.06
4	182.496	158.30	-13.26
6	210.288	193.40	-8.03
8	227.597	215.60	-5.27
12	246.861	253.30	2.61
16	256.657	274.40	6.91
24	265.734	257.90	-2.95
32	269.598	261.40	-3.04
48	272.713	283.50	3.96

Tabela 5.7.b.3 - Valores Calculados e Medidos

Média dos Erros	Desvio Padrão
6.5	6.051

Tabela 5.7.b.4 - Valores Estatísticos

Resistividade da Primeira Camada [Ohm.m]	Profundidade da Primeira Camada [m]	Resistividade da Segunda Camada [Ohm.m]
109.25	1.80	275.50

Tabela 5.7.b.5 - Valores Finais Calculados

ERRO DA TENSÃO MEDIDA EM RELAÇÃO À TENSÃO CALCULADA PELA FÓRMULA DE WENNER

PROGRAMA ERROTENS

Local : Rodovia próxima a Fiat-Itajubá

Data : 13-9-95

Horário : 9:30

Temperatura : 20° C

Distância [m]	Corrente [m.A]	Tensão Medida [V]	Tensão Calculada [V]	Erro %
2	162.3	2.070	1.720	20.350
3	174.6	1.460	1.441	1.331
4	147.6	1.100	1.216	-9.553
6	155.6	0.798	0.839	-4.920
8	154.5	0.663	0.681	-2.653
12	154.5	0.520	0.497	4.653
16	156.0	0.426	0.393	8.321
24	153.6	0.263	0.269	-2.141
32	176.8	0.229	0.236	-2.969
48	185.4	0.172	0.167	2.823

Tabela 5.7.b.6 - Valores Medidos, Calculados e o Erro [%]

COMENTÁRIOS :

Este solo apresenta uma média de erro pequena para estratificação em duas camadas, porém sua curva de resistividade mostrada na **Figura 5.7.b** não caracteriza perfeitamente um solo de duas camadas.

A leitura para **a** igual a 2 metros pode ser desprezada, pois apresenta um erro considerável em comparação com as outras medidas.

Para um sistema de aterramento industrial, os valores encontrados de resistividade do solo podem ser usados com segurança.

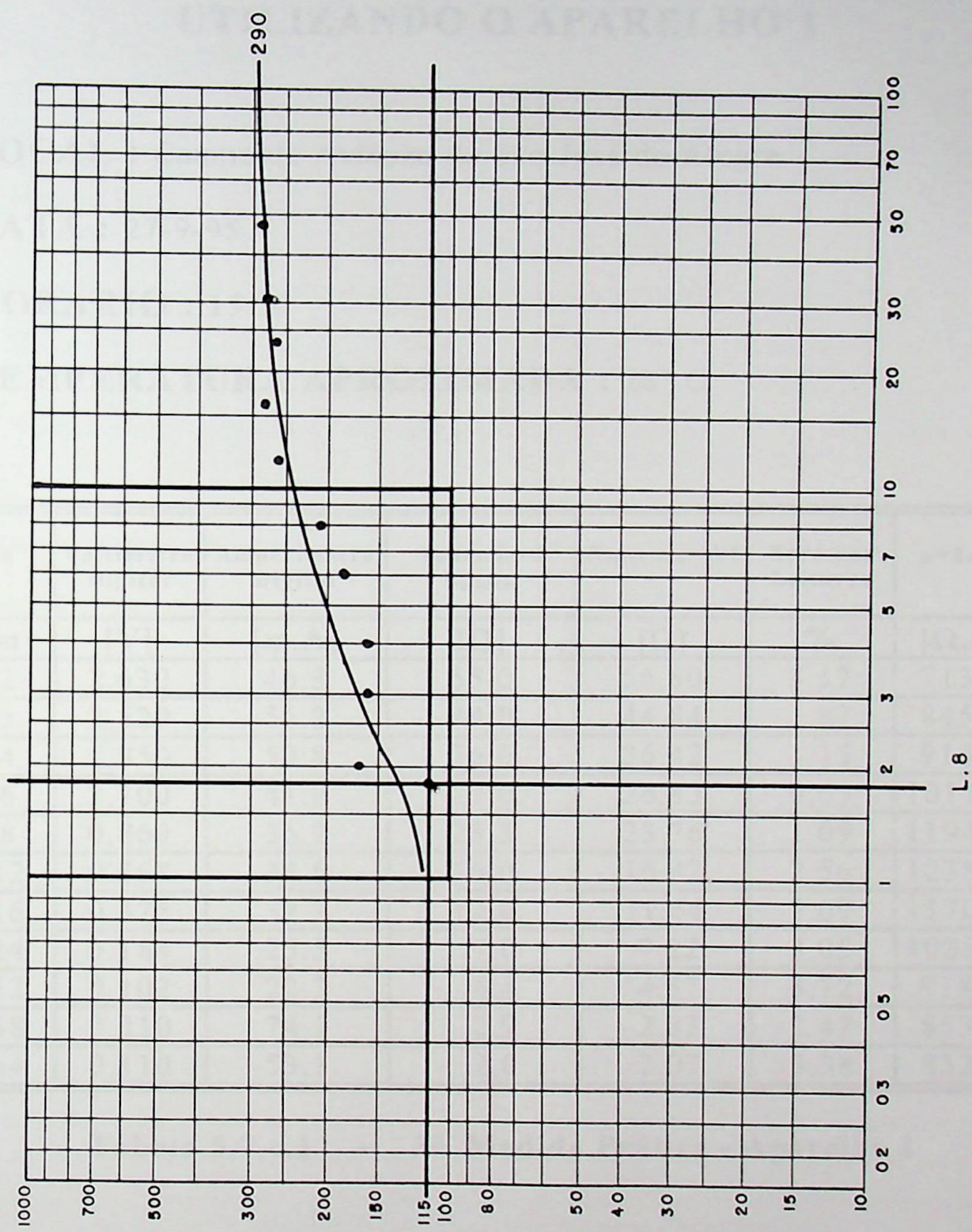


Figura 5.7.b - Curva da Segunda Medida Prática

3ª MEDIDA PRÁTICA DE RESISTIVIDADE UTILIZANDO O APARELHO 1

LOCAL : Campo de Aviação de São José do Alegre

DATA : 27-9-95

HORÁRIO : 15:30

TEMPERATURA APROXIMADA : 28° C

a	Voltímetro Digital	Amperímetro Digital	Aparelho 1 R _{medida}	R _{calculada} =V/I	Erro nas Leituras	$\rho=2\pi aR$
[m]	[V]	[m.A]	[Ω]	[Ω]	%	[$\Omega.m$]
2	2.630	46.3	55.0	56.80	3.17	713.77
3	2.520	56.2	44.0	44.84	1.87	845.21
4	1.850	50.8	36.0	36.42	1.15	915.33
6	1.100	41.0	27.0	26.83	0.63	1011.47
8	0.860	36.2	23.5	23.76	1.09	1194.31
12	0.568	34.6	16.0	16.42	2.56	1238.04
16	0.375	32.2	12.0	11.64	3.09	1170.18
24	0.184	25.5	7.0	7.22	3.05	1088.75
32	0.102	22.3	4.4	4.57	3.72	918.85
48	0.210	74.1	2.9	2.83	2.47	853.50
64	0.110	53.1	2.0	2.07	3.38	832.40

Tabela 5.7.c.1 - 3ª Medida Prática - Aparelho 1

$$\text{Erro\%} = \left(\frac{R_{\text{calculada}} - R_{\text{medida}}}{R_{\text{calculada}}} \right) \times 100\%$$

ESTRATIFICAÇÃO DO SOLO EM DUAS CAMADAS

PROGRAMA ESTRAT

Local : Campo de Aviação de São José do Alegre

Data : 27-9-95

Horário : 15:30

Temperatura : 28° C

Resistividade da Primeira Camada [Ohm.m]	Profundidade da Primeira Camada [m]	Resistividade da Segunda Camada [Ohm.m]
580.00	1.40	1180.00

Tabela 5.7.c.2 - Valores Iniciais Estimados

Distância	Resistividade Calculada	Resistividade Medida	Erro %
2	755.119	713.77	-5.48
3	862.156	845.21	-1.97
4	937.400	915.33	-2.35
6	1027.808	1011.47	-1.59
8	1076.756	1194.31	10.92
12	1124.488	1238.04	10.10
16	1145.790	1170.18	2.13
24	1163.523	1088.75	-6.43
32	1170.406	918.85	-21.49
48	1175.605	853.50	-27.40
64	1177.488	832.40	-29.31

Tabela 5.7.c.3 - Valores Calculados e Medidos

Média dos Erros	Desvio Padrão
10.83	10.471

Tabela 5.7.c.4 - Valores Estatísticos

Resistividade da Primeira Camada [Ohm.m]	Profundidade da Primeira Camada [m]	Resistividade da Primeira Camada [Ohm.m]
580.00	1.40	1180.00

Tabela 5.7.c.5 - Valores Finais Calculados

ERRO DA TENSÃO MEDIDA EM RELAÇÃO À TENSÃO CALCULADA PELA FÓRMULA DE WENNER

PROGRAMA ERROTENS

Local : Campo de Aviação de São José dos Campos

Data : 27-9-95

Horário : 15:30

Temperatura : 28° C

Distância [m]	Corrente [m.A]	Tensão Medida [V]	Tensão Calculada [V]	Erro %
2	46.3	2.630	2.689	-2.202
3	56.2	2.520	2.486	1.382
4	50.8	1.850	1.841	0.515
6	41.0	1.100	1.095	0.479
8	36.2	0.860	0.764	12.615
12	34.6	0.568	0.511	11.079
16	32.2	0.375	0.365	2.787
24	25.5	0.184	0.196	-6.199
32	22.3	0.102	0.130	-21.283
48	74.1	0.210	0.289	-27.236
64	53.1	0.110	0.155	-29.222

Tabela 5.7.c.6 - Valores Medidos, Calculados e o Erro [%]

COMENTÁRIOS :

Este solo não possui uma característica de solo de duas camadas.

Isto é visível na curva de resistividade da **Figura 5.7.c.** Porém, fazendo a estratificação em duas camadas, percebe-se que a partir do espaçamento de 32 metros, os erros crescem comprometendo os resultados.

Os valores da tensão lida no **Aparelho 1**, a partir de 32 metros é diferente da tensão lida no Voltímetro.

Este caso para projeto de aterramento, merece um estudo mais minucioso usando uma fonte de corrente com maior potência, pois o valor da resistividade do solo é elevada.

Outra observação importante é quando se despreza as leituras que apresentaram erros elevados, o solo apresenta uma característica de duas camadas.

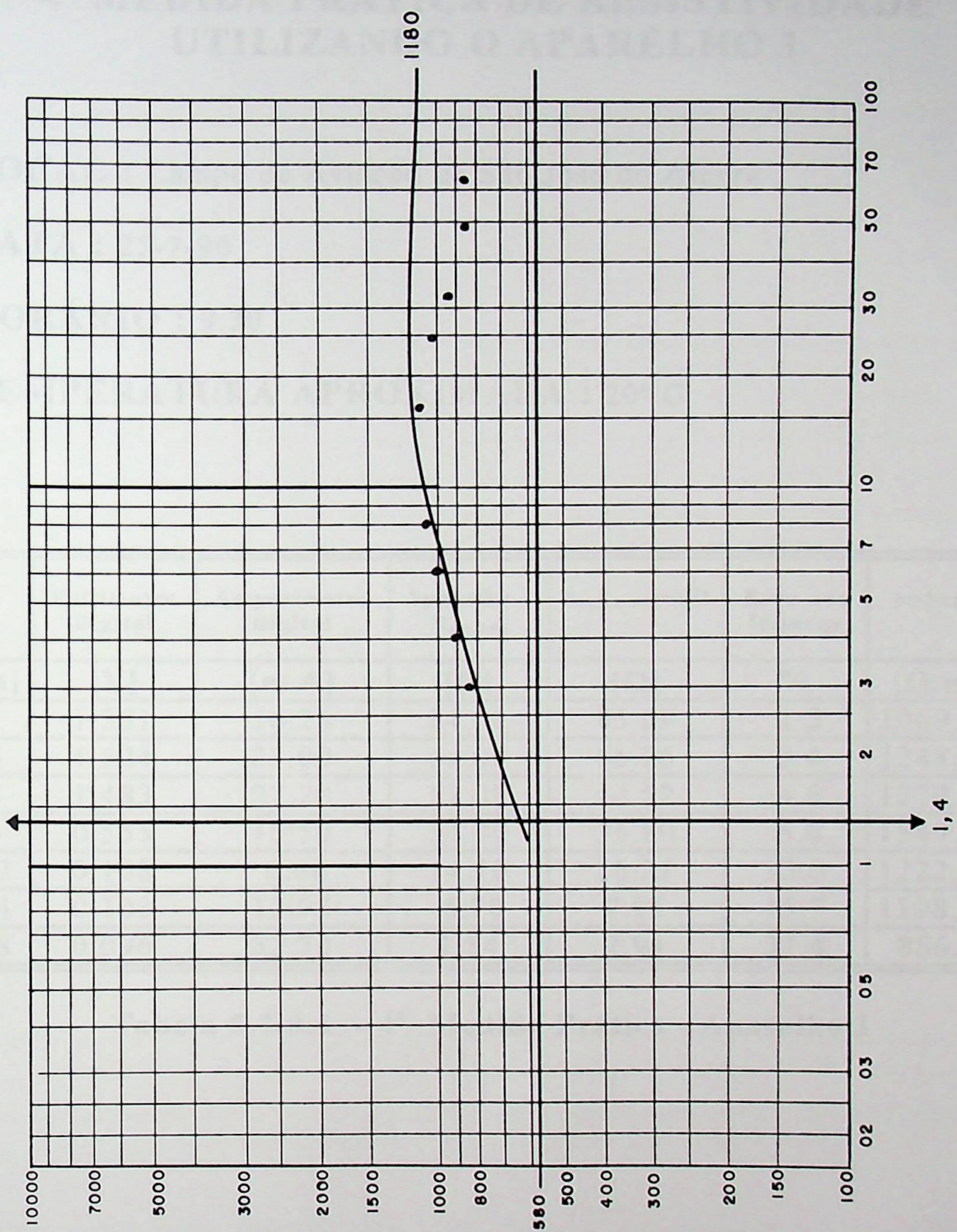


Figura 5.7.c - Curva da Terceira Medida Prática

4ª MEDIDA PRÁTICA DE RESISTIVIDADE UTILIZANDO O APARELHO 1

LOCAL : Campo de Aviação de São José do Alegre

DATA : 25-7-96

HORÁRIO : 9:30

TEMPERATURA APROXIMADA : 20° C

a	Voltímetro Digital	Amperímetro Digital	Aparelho 1 R _{medida}	R _{calculada} =V/I	Erro nas leituras	$\rho=2\pi aR$
[m]	[V]	[m.A]	[Ω]	[Ω]	%	[$\Omega.m$]
2	1.381	16.23	84.00	85.09	1.3	1069.27
3	1.524	23.00	64.00	66.26	3.4	1248.97
4	1.483	27.20	52.00	54.52	4.6	1370.24
6	0.555	15.50	34.00	35.80	5.0	1349.63
12	0.108	6.66	14.10	16.21	13.0	1222.20
24	0.103	12.95	6.70	7.95	15.7	1198.83
48	0.096	32.70	1.84	2.94	37.4	886.68

Tabela 5.7.d.1 - 4ª Medida Prática - Aparelho 1

$$\text{Erro\%} = \left(\frac{R_{\text{calculada}} - R_{\text{medida}}}{R_{\text{calculada}}} \right) \times 100\%$$

ESTRATIFICAÇÃO DO SOLO EM DUAS CAMADAS

PROGRAMA ESTRAT

Local : Campo de Aviação de São José do Alegre

Data : 25-7-96

Horário : 9:30

Temperatura : 20° C

Resistividade da Primeira Camada [Ohm.m]	Profundidade da Primeira Camada [m]	Resistividade da Segunda Camada [Ohm.m]
800.00	0.60	1200.00

Tabela 5.7.d.2 - Valores Iniciais Estimados

Distância	Resistividade Calculada	Resistividade Medida	Erro %
2	1285.735	1069.27	-16.84
3	1241.189	1248.97	0.63
4	1223.479	1370.24	12.03
6	1210.435	1349.63	11.50
12	1202.589	1222.20	1.63
24	1200.636	1198.83	-0.15

Tabela 5.7.d.3 - Valores Calculados e Medidos

Média dos Valores	Desvio Padrão
7.13	7.066

Tabela 5.7.d.4 - Valores Estatísticos

Resistividade da Primeira Camada [Ohm.m]	Profundidade da Primeira Camada [m]	Resistividade da Segunda Camada [Ohm.m]
1560.00	0.72	1200.00

Tabela 5.7.d.5 - Valores Finais Calculados

ERRO DA TENSÃO MEDIDA EM RELAÇÃO À TENSÃO CALCULADA PELA FÓRMULA DE WENNER

PROGRAMA ERROTENS

Local : Campo de Aviação de São José do Alegre

Data : 25-7-96

Horário : 9:30

Temperatura : 20° C

Distância [m]	Corrente [m.A]	Tensão Medida [V]	Tensão Calculada [V]	Erro %
2	16.23	1.381	1.567	-11.847
3	23.00	1.524	1.471	3.594
4	27.20	1.483	1.302	13.891
6	15.50	0.555	0.494	12.358
12	6.66	0.108	0.106	1.860
24	12.95	0.103	0.103	-0.059
48	32.70	0.096	0.130	-26.217

Tabela 5.7.d.6 - Valores Medidos, Calculados e o Erro [%]

COMENTÁRIOS :

Como pode-se notar na **Figura 5.7.d**, o solo possui uma característica de duas camadas e os aparelhos apresentam uma coerência nas leituras para distância de até 24 metros.

Para distâncias superiores, o erro torna-se grande.

Novamente precisa-se de uma fonte de corrente com potência maior, para se avaliar este resultados.

Simultaneamente com o Aparelho 1, usa-se o outro Aparelho 2, que será analisado na 5ª Medida Prática.

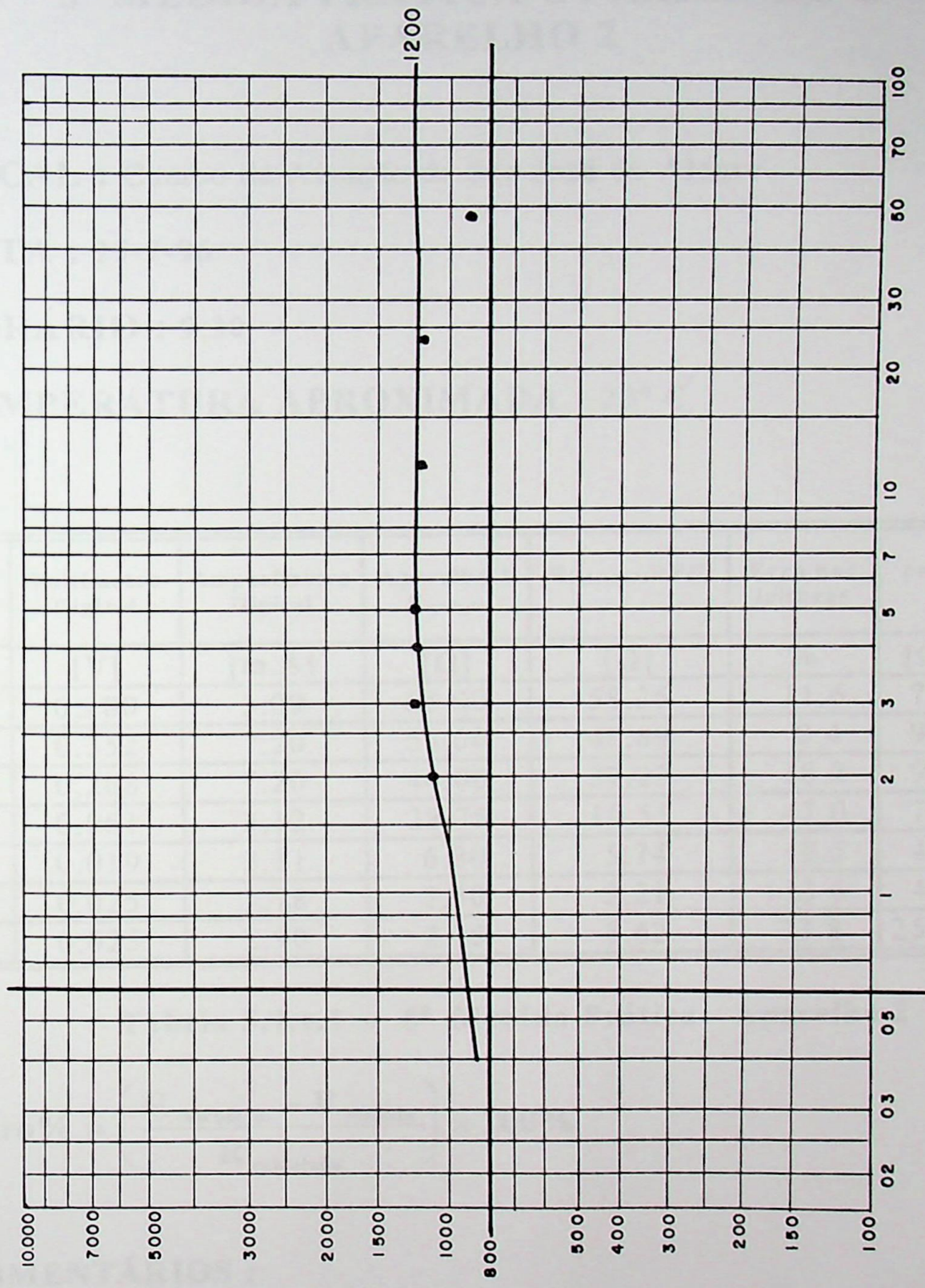


Figura 5.7.d - Curva da Quarta Medida Prática

5ª MEDIDA PRÁTICA UTILIZANDO O APARELHO 2

LOCAL : Campo de Aviação de São José do Alegre

DATA : 25-7-96

HORÁRIO : 9:30

TEMPERATURA APROXIMADA : 20° C

a	Voltímetro Digital	Amperímetro Digital	Aparelho 1 R _{medida}	R _{calculada} =V/I	Erro nas leituras	$\rho=2\pi aR$
[m]	[V]	[m.A]	[Ω]	[Ω]	%	[$\Omega.m$]
2	0.180	3.09	65.00	58.25	11.6	731.99
3	0.352	7.20	53.00	48.89	8.4	921.55
4	0.268	7.20	44.00	37.22	18.2	935.44
6	0.061	3.12	28.75	19.55	47.0	737.01
12	0.019	3.31	6.80	5.74	18.5	432.78
24	0.025	7.78	7.50	3.21	133.6	484.06
48	0.025	2.90	2.25	8.62	73.8	2599.73

Tabela 5.7.e.1 - 5ª Medida Prática - Aparelho 2

$$\text{Erro}\% = \left(\frac{R_{\text{calculada}} - R_{\text{medida}}}{R_{\text{calculada}}} \right) \times 100\%$$

COMENTÁRIOS :

Com a comparação entre as 4ª e 5ª Medidas Práticas, que foram realizadas simultaneamente no mesmo local, fica bastante claro que se deve ter cuidado com os aparelho, durante a realização das medidas de terra.

Deve-se conhecer as limitações do aparelho e o valor da corrente que o mesmo injeta no solo.

O aparelho sempre pode apresentar uma leitura que poderá estar correta, ou não.

Nestes dois casos, a **4ª Medida** possui uma melhor confiabilidade, pois o **Aparelho 1** tem uma fonte com maior potência e ainda suas leituras coerentes com o Voltímetro e com o Amperímetro.

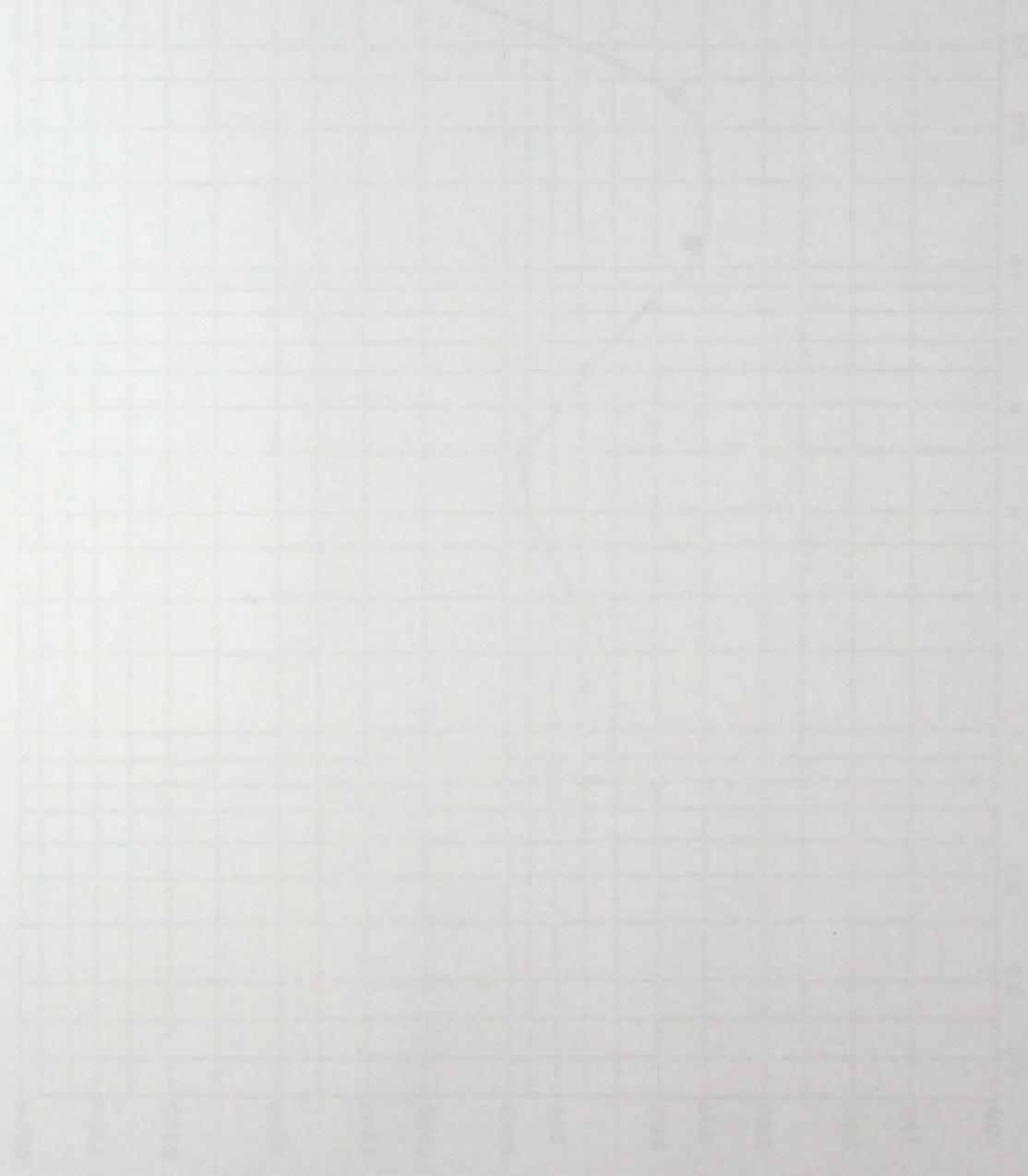


Figura 5.7a - Curva de Queda Média Prática

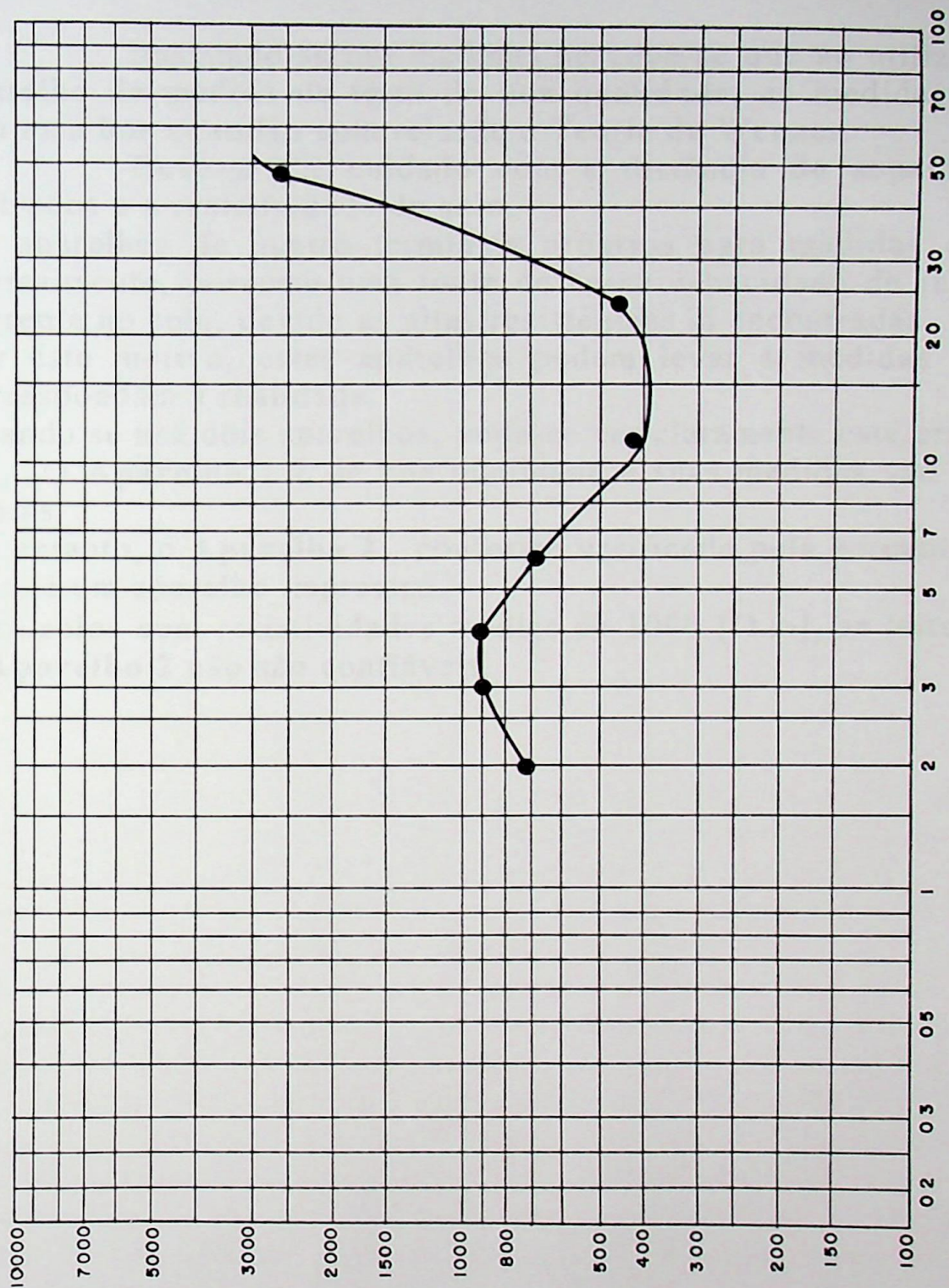


Figura 5.7.e - Curva da Quinta Medida Prática



5.8 Conclusões

Baseando-se nas medidas percebe-se que ao utilizar-se um aparelho de medida de terra de boa qualidade, as medidas práticas tem uma boa exatidão com relação à Teoria de Wenner.

Deve-se ter cuidado com a distância de separação dos eletrodos e a resistividade do solo.

Os aparelhos de quatro terminais próprios para medidas de terra, normalmente, possuem uma fonte de baixa capacidade de injeção de corrente no solo, devido as altas resistências aí encontradas.

Por este motivo, estes aparelhos podem levar a medidas que não correspondam à realidade.

Quando se usa dois aparelhos, pode-se ver claramente este erro.

O **Aparelho 1** é de boa qualidade e suas medidas são bastante exatas.

No entanto, o **Aparelho 2**, conforme verificado pela percentagem do erro, é um aparelho impreciso.

Para solos com resistividades médias de 1000 [$\Omega.m$], as leituras com o **Aparelho 2** não são confiáveis.

Capítulo 6

CONCLUSÕES GERAIS

Este trabalho partiu da curiosidade levantar-se o erro cometido nas medidas de resistividade do solo.

Achava-se que o erro existente entre as leituras feitas no solo e as leituras correspondentes as curvas padrões fossem grandes. A comparação entre ambas mostrou que, apesar de todas as dificuldades, o erro entre os valores calculados e lidos pelo instrumento é aceitável.

Um problema reclamado, por alguns profissionais da área de aterramento, é a dificuldade de se conseguir fazer a estratificação do solo em duas camadas, usando os aparelhos de quatro terminais existentes no mercado.

O que se verificou é que usando um aparelho de boa qualidade, foi possível realizar todas as medidas com boa exatidão, e assim fazer a estratificação do solo em duas camadas. Porém, quando o aparelho não tinha capacidade de injeção de corrente no solo, as medidas ficaram comprometidas.

Este comprometimento foi visível, pois, juntamente com o aparelho de quatro terminais foi colocado um amperímetro e um voltímetro digital de boa qualidade, para monitorar a corrente e a tensão.

O que se verificou foi que os valores das resistências, lidos no **Aparelho 1**, eram muito próximos do valor calculado pela tensão e corrente, lidos nos aparelhos digitais.

No **Aparelho 2**, estes valores eram diferentes, isto é, o valor de resistência lido no aparelho não coincidia com o valor calculado pela 1ª Lei de Ohm : $R=U/I$. Portanto, o **Aparelho 2** não foi considerado adequado para as medições em solos de alta resistividade.

Nas medidas realizadas neste trabalho, percebeu-se que para distâncias de até 24 metros de separação entre eletrodos, usando o **Aparelho 1**, foi possível obter uma boa coerência entre os valores lidos e calculados pelas fórmulas de Wenner, para solos com resistividades de até 1300 [$\Omega.m$].

No entanto, as medidas de resistências lidas no **Aparelho 1** foram coerentes com as lidas nos aparelhos digitais para distâncias de até 64 metros.

Como qualquer modelo matemático, a fórmula de Wenner se baseia em condições ideais do solo, porém tais condições não são encontradas.

Existe sempre uma diferença entre o modelo teórico e o prático, e esta diferença corresponde ao erro encontrado.

O valor da corrente a ser injetada no solo vai depender da sensibilidade do aparelho usado.

A exatidão das medidas não está relacionada com a corrente injetada no solo, mas está relacionada com a sensibilidade do aparelho usado.

As medidas de resistividade do solo devem ser feitas monitorando-se a corrente e a tensão. Com este procedimento é possível, com uma grande amostra destes valores, fazer um levantamento de qual é a corrente mínima que deve ser injetada para se ter a certeza de que o valor da resistência encontrado no aparelho seja confiável.

Com base neste estudo, faz-se uma recomendação aos fabricantes de aparelhos de medida de terra que indiquem em seus aparelhos qual é a condição em que a leitura está correta.

Sabendo o valor da corrente injetada no solo e a sensibilidade do aparelho usado é possível fazer esta indicação.

BIBLIOGRAFIA

- [1] ALDERTON, J.R. & ANDERSON, P.C. & CAKEBREAD, R.J. Calculation and Measurement of the Earth Impedance of E.H.V. IEE Proceedings, vol. 125, n° 12, Dec. 1978.
- [2] BLATTNER, C.J. & SYRACURSE. Analysis of Soil Resistivity Test Methods in Two-Layer Earth. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. 104, n° 12, Dec. 1985, p. 3603-3608.
- [3] BOGGS, S.A. & CHU, F.Y. & RADHAKRISHMA, H.S. STEINMANIS, J. Measurement of Soil Thermal Properties Techniques and Instrumentation. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol.99, n° 2, March-April 1980, p. 747-752.
- [4] DAWALIBI, F. & MUKHEDKAR, D. Resistance Measurement of Large Grounding Systems. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol.98, n° 6, Nov.-Dec. 1979.
- [5] DAWALIBI, F. & BLATTNER, C.J. Earth Resistivity Measurement Interpretation Techniques. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol.103, n° 2, Feb. 1984.
- [6] DEMIDOVICH, B.P. & MARON, I.A. Cálculo Numérico Fundamental. Madrid : Paraninfo, 1977.
- [7] DICK, W.K. & HOLLIDAY, H.R. Impulse and Alternating Current Tests and Grounding Electrodes in Soil Environment. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. 97, n° 1, Jan.-Feb. 1978.

- [8] DWIGHT, H.B. Calculation of Resistances to Ground. Electrical Engineering, Dec. 1936, vol. 55, p. 1319-1328.
- [9] ENDRENY, J. Evaluation of Resistivity Tests for Design of Station Grounds in Nonuniform Soil. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. 82, Dec. 1963, p. 966-970.
- [10] EWY, K.A. & SMOLLECK, H.A. A Graphical Explanation of the Resistance and Surface-Potential Calculations for Grounding Systems in Two-Layer Earth. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. 103, n° 3, March 1984, p. 631-639.
- [11] FUHRMANN, B. Resistance Measurement at Frequencie Below 10 Hz. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. IM-23, n° 4, Dec. 1974.
- [12] IEEE Guide for Measuring Earth Resistivity, Ground Impedance, and Earth Surface Potentials of a Ground System. IEEE std. 81/1983.
- [13] NAGAR, R.P. & VELAZQUES, R. & LOELOEIAN, Mansour & MUKHEDKAR, Dinkar & GERVAIS, V. Review of Analytical Methods for Calculating the Performance of Large Grounding Electrodes. Part 1 : Theoretical Considerations. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol.104, n° 11, Nov. 1985, p. 3124-3133.
- [14] NAHMAN, J. & SALOMON, D. Analytical Expressions for the Resistance of Grounding Grids in Nonuniform Soil. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol.103, n° 4, April 1984, p. 880-885.

- [15] NAHMAN, J. & SALOMON, D. A Practical Method for the Interpretation of Earth Resistivity Data Obtained from Driven Rod Tests. IEEE Transactions on Power Delivery, vol.3, n° 4, Oct.1988, p. 1375-1379.
- [16] SCHWARZ, S.J. Analytical Expressions for The Resistance of Grounding Systems. AIEE Transactions, vol. PAS-73, 1954.
- [17] TAGG, G.F. Earth Resistances. London : George Newnes Ltd.,1964.
- [18] TAKAHASHI, Takehiko & KAWASE, Taroh. Analysis of Apparent Resistivity in a Multi-Layer Earth Structure. IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 5, n° 2, Apr. 1990.
- [19] TISCHER, Michael. Turbo Pascal 6.0. Simples e Rápido. São Paulo : Makron, McGraw-Hill, 1991.
- [20] VISACRO FILHO, Silvério. Estudo sobre Medição de Resistência de Aterramento e Resistividade do Solo. Tese de Mestrado, UFMG, 1983.

