

TESE  
936

Escola Federal de Engenharia de Itajubá

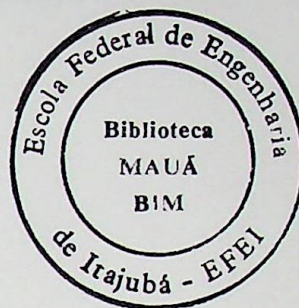
APLICAÇÕES DE TÉCNICAS DE DEFINIÇÕES DE  
PARÂMETROS DINÂMICOS EM SISTEMAS  
HIDROMECAÑICOS.

Germano Fontes Braga

ITAJUBÁ, AGOSTO DE 1997



**GERMANO FONTES BRAGA**



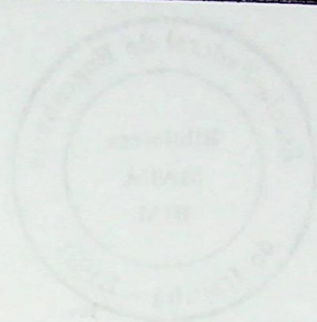
**APLICAÇÕES DE TÉCNICAS DE DEFINIÇÕES DE  
PARÂMETROS DINÂMICOS EM SISTEMAS  
HIDROMECAÑICOS.**

*Dissertação apresentada à  
Escola Federal de Engenharia de Itajubá  
para obtenção do título de Mestre em  
Engenharia.*

**Itajubá  
1997**



|         |                |
|---------|----------------|
| CLASS.  | 621.22 (043.2) |
| CUTTER. | B813a          |
| TOMBO.  | 936            |



ALICIA OÑA DE T...  
PARA...  
HISTORIA...

...  
...  
...



**GERMANO FONTES BRAGA**

**APLICAÇÕES DE TÉCNICAS DE DEFINIÇÕES DE  
PARÂMETROS DINÂMICOS EM SISTEMAS  
HIDROMECÂNICOS.**

*Dissertação apresentada à  
Escola Federal de Engenharia de Itajubá  
para obtenção do título de Mestre em  
Engenharia.*

*Área de concentração:  
Engenharia Mecânica - Energia*

*ORIENTADOR:  
Prof. Dr. Geraldo Lúcio Tiago Filho*

*CO- ORIENTADOR:  
Prof. Dr. Afonso Henriques Moreira Santos*

**Itajubá  
1997**



Braga, Germano Fontes

Aplicação do método do gráfico de ligações e método de identificação de parâmetros em sistemas de segunda ordem. Itajubá, 1997.

186p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Federal de Engenharia de Itajubá. Departamento de Engenharia Mecânica - Energia.

1. Sistemas hidráulicos 2. Sistemas em tempos discretos I. Escola Federal de Engenharia de Itajubá. Departamento de Engenharia Mecânica.



## AGRADECIMENTO

Agradeço a Deus e a todos que  
direta ou indiretamente contribuíram para o conclusão  
deste trabalho.

Dedico este trabalho com todo carinho aos  
meus pais, Laércio e Selma, e a você Rosimere que sempre  
foi um dos meus pontos de apoio para os meus ideais



# SUMARIO

## AGRADECIMENTO

|               |   |
|---------------|---|
| AGRADECIMENTO | 2 |
| RESUMO        | 3 |
| ABSTRACT      | 4 |

### CAPITULO 1 - INTRODUÇÃO

|     |                       |   |
|-----|-----------------------|---|
| 1.1 | Objetivo do trabalho  | 5 |
| 1.2 | Justificativa         | 6 |
| 1.3 | Plano de trabalho     | 7 |
| 1.4 | Conteúdo do trabalho  | 8 |
| 1.5 | Revisão bibliográfica | 9 |

### CAPITULO 2 - MODELOS MATEMÁTICOS

|       |                            |    |
|-------|----------------------------|----|
| 2.1   | Introdução                 | 10 |
| 2.2   | Definições                 | 11 |
| 2.3   | Modelos                    | 12 |
| 2.4   | Exemplos                   | 13 |
| 2.5   | Funções                    | 14 |
| 2.6   | Soluções                   | 15 |
| 2.6.1 | Problemas de valor inicial | 17 |

### CAPITULO 3 - GRÁFICOS DE INTERAÇÃO

|         |                                      |    |
|---------|--------------------------------------|----|
| 3.1     | Condições                            | 21 |
| 3.2     | Variações                            | 22 |
| 3.2.1   | Variação de $\alpha$ e $\beta$       | 23 |
| 3.2.1.1 | Introdução                           | 23 |
| 3.2.1.2 | Plano                                | 24 |
| 3.2.2   | Variação dos parâmetros de interação | 25 |
| 3.2.2.1 | Quantidade de movimento no impulso   | 26 |
| 3.2.2.2 | Distribuição                         | 27 |
| 3.2.3   | Energia e Potência                   | 28 |
| 3.2.3.1 | Energia                              | 29 |
| 3.2.3.2 | Potência                             | 30 |
| 3.3     | Exemplos                             | 31 |
| 3.3.1   | Exemplo 1                            | 32 |
| 3.3.2   | Exemplo 2                            | 33 |
| 3.3.3   | Exemplo 3                            | 34 |
| 3.4     | Exemplos                             | 35 |
| 3.4.1   | Exemplo de $\alpha$ e $\beta$        | 36 |
| 3.4.2   | Exemplo de $\alpha$ e $\beta$        | 37 |
| 3.5     | Exemplos                             | 38 |
| 3.5.1   | Exemplo de $\alpha$ e $\beta$        | 39 |
| 3.5.2   | Exemplo de $\alpha$ e $\beta$        | 40 |
| 3.6     | Exemplos                             | 41 |
| 3.6.1   | Exemplo de $\alpha$ e $\beta$        | 42 |
| 3.6.2   | Exemplo de $\alpha$ e $\beta$        | 43 |



# SUMÁRIO

|                         |     |
|-------------------------|-----|
| ÍNDICE DAS FIGURAS..... | i   |
| ÍNDICE DAS TABELAS..... | ii  |
| SIMBOLOGIA.....         | iii |
| RESUMO .....            | iv  |
| ABSTRACT.....           | v   |

## CAPÍTULO 1 - GENERALIDADES

|     |                            |    |
|-----|----------------------------|----|
| 1.1 | Objetivo do trabalho ..... | 01 |
| 1.2 | Justificativa.....         | 01 |
| 1.3 | Plano de trabalho.....     | 03 |
| 1.4 | Conteúdo do trabalho.....  | 04 |
| 1.5 | Revisão bibliográfica..... | 05 |

## CAPÍTULO 2 - MODELOS MATEMÁTICOS

|       |                                          |    |
|-------|------------------------------------------|----|
| 2.1   | Introdução.....                          | 07 |
| 2.2   | Sistemas lineares.....                   | 08 |
| 2.3   | Sistemas não lineares.....               | 09 |
| 2.4   | Sistemas lineares equivalentes.....      | 13 |
| 2.5   | Função de transferência.....             | 14 |
| 2.6   | Sistemas fluido mecânicos.....           | 16 |
| 2.6.1 | Resistência em sistemas hidráulicos..... | 17 |

## CAPÍTULO 3 - GRÁFICOS DE LIGAÇÕES

|         |                                                   |    |
|---------|---------------------------------------------------|----|
| 3.1     | Generalidades.....                                | 21 |
| 3.2     | Variáveis básicas.....                            | 26 |
| 3.2.1   | Variáveis de co-energia.....                      | 26 |
| 3.2.1.1 | Esforço.....                                      | 26 |
| 3.2.1.2 | Fluxo.....                                        | 27 |
| 3.2.2   | Variáveis energéticas ou variáveis integrais..... | 27 |
| 3.2.2.1 | Quantidade de movimento ou impulso.....           | 28 |
| 3.2.2.2 | Deslocamento.....                                 | 28 |
| 3.2.3   | Energia e a Potência.....                         | 29 |
| 3.2.3.1 | Energia.....                                      | 29 |
| 3.2.3.2 | Potência.....                                     | 30 |
| 3.3     | Elementos passivos.....                           | 31 |
| 3.3.1   | Resistência.....                                  | 32 |
| 3.3.2   | Capacitância.....                                 | 34 |
| 3.3.3   | Inertância.....                                   | 36 |
| 3.4     | Fontes ideais.....                                | 38 |
| 3.4.1   | Fonte de fluxo ( $S_f$ ) .....                    | 38 |
| 3.4.2   | Fonte de esforço ( $S_e$ ) .....                  | 39 |
| 3.5     | Tipos de junção.....                              | 39 |
| 3.5.1   | Junção tipo "1" ou de fluxo comum.....            | 40 |
| 3.5.2   | Junção tipo "0" ou de esforço comum.....          | 41 |
| 3.6     | Elementos Transdutores.....                       | 42 |
| 3.6.1   | Transformadores diretos.....                      | 42 |
| 3.6.2   | Girador ou transformadores indiretos.....         | 43 |



|        |                                               |    |
|--------|-----------------------------------------------|----|
| 3.7    | Direção e interligação da potência.....       | 44 |
| 3.8    | Causalidade.....                              | 45 |
| 3.9    | Construção do grafo de ligações.....          | 45 |
| 3.10   | Obtenção das equações de estado.....          | 47 |
| 3.11   | Solução do sistema de equações de estado..... | 50 |
| 3.11.1 | Regra de Cramer.....                          | 51 |
| 3.12   | Equações de saída.....                        | 53 |

## CAPÍTULO 4 - IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS

|         |                                                            |    |
|---------|------------------------------------------------------------|----|
| 4.1     | Generalidades.....                                         | 54 |
| 4.2     | Identificação de parâmetros.....                           | 55 |
| 4.2.1   | Introdução.....                                            | 55 |
| 4.2.2   | Identificação recursiva.....                               | 56 |
| 4.2.3   | Ajuste de curva através dos mínimos quadrados.....         | 58 |
| 4.2.4   | Identificação através dos mínimos quadrados .....          | 60 |
| 4.2.4.1 | Ponderação.....                                            | 64 |
| 4.2.5   | Identificação através dos mínimos quadrados recursivo..... | 66 |

## CAPÍTULO 5 - MODELAGEM DE SISTEMAS

|           |                                                              |    |
|-----------|--------------------------------------------------------------|----|
| 5.1       | Modelagem de dois vasos comunicantes.....                    | 70 |
| 5.1.1     | Introdução.....                                              | 70 |
| 5.1.2     | Elementos passivos em sistemas hidromecânicos.....           | 74 |
| 5.1.2.1   | Resistência em sistemas hidromecânicos.....                  | 74 |
| 5.1.2.2   | Capacitância em sistemas hidromecânicos.....                 | 76 |
| 5.1.2.3   | Inertância em sistemas hidromecânicos.....                   | 79 |
| 5.1.3     | Equações de estado para o sistema de vasos comunicantes..... | 82 |
| 5.1.3.1   | Grafo de ligações.....                                       | 82 |
| 5.1.3.2   | Equacionamento do grafo de ligações.....                     | 85 |
| 5.1.3.2.1 | Solução das equações de estado .....                         | 88 |
| 5.2       | Função de transferência.....                                 | 90 |
| 5.3       | Função de transferência com tempos discretos.....            | 93 |
| 5.4       | Obtenção das capacitâncias e das resistências.....           | 96 |
| 5.5       | Algoritmo.....                                               | 99 |

## CAPÍTULO 6 - ANÁLISE DO MODELO

|       |                                                                                     |     |
|-------|-------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 6.1   | Generalidades.....                                                                  | 100 |
| 6.2   | Análise dos tratamentos matemáticos.....                                            | 100 |
| 6.2.1 | Transformada "Z" da função de transferência.....                                    | 102 |
| 6.2.2 | Cálculo das variáveis auxiliares.....                                               | 103 |
| 6.2.3 | Cálculo das resistências.....                                                       | 105 |
| 6.3   | Análise a sensibilidade das resistências em relação aos desvios dos parâmetros..... | 107 |

## CAPÍTULO 7 - ENSAIO

|       |                                                          |     |
|-------|----------------------------------------------------------|-----|
| 7.1   | Generalidades.....                                       | 111 |
| 7.2   | Descrição do ensaio.....                                 | 111 |
| 7.3   | Valores obtidos no ensaio.....                           | 113 |
| 7.4   | Análises dos resultados.....                             | 114 |
| 7.5   | Sistema de primeira ordem.....                           | 130 |
| 7.5.1 | Equações de estado para o sistema de primeira ordem..... | 131 |



|         |                                                          |     |
|---------|----------------------------------------------------------|-----|
| 7.5.1.1 | Grafo de ligações.....                                   | 131 |
| 7.5.1.2 | Equacionamento do grafo de ligações.....                 | 132 |
| 7.5.1.3 | Equações de estado.....                                  | 133 |
| 7.5.2   | Função de Transferência.....                             | 133 |
| 7.5.2.1 | Função de transferência para sinais discretos.....       | 134 |
| 7.5.3   | Obtendo a capacitância e a resistência.....              | 135 |
| 7.5.4   | Algoritmo do sistema de primeira ordem.....              | 136 |
| 7.5.5   | Análise dos resultados do sistema de primeira ordem..... | 136 |

## CAPÍTULO 8 -CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

|     |                   |     |
|-----|-------------------|-----|
| 8.1 | Conclusão.....    | 148 |
| 8.2 | Recomendação..... | 150 |

|                                 |                                                                        |     |
|---------------------------------|------------------------------------------------------------------------|-----|
| ANEXO A                         | ESPECIFICAÇÃO DO TRANSMISSOR DE PRESSÃO.....                           | 153 |
| ANEXO B                         | ESPECIFICAÇÃO DO TRANSMISSOR DE VAZÃO.....                             | 154 |
| ANEXO C                         | ESPECIFICAÇÃO DO MONÔMETRO.....                                        | 155 |
| ANEXO D                         | LISTA DOS EQUIPAMENTOS UTILIZADOS NOS TESTES.....                      | 156 |
| ANEXO E                         | ROTINA DE PROGRAMA PARA SISTEMAS DE SEGUNDA ORDEM.....                 | 157 |
| ANEXO F                         | LISTAGEM DO PROGRAMA PARA CÁLCULO DAS SENSIBILIDADES.....              | 168 |
| ANEXO G                         | ESPECIFICAÇÃO DOS COMPONENTES DO CIRCUITO.....                         | 175 |
| ANEXO H                         | CALIBRAÇÃO DOS TRANSMISSORES.....                                      | 176 |
| ANEXO I                         | ROTINA DE PROGRAMAÇÃO PARA DETERMINAR O SISTEMA DE PRIMEIRA ORDEM..... | 177 |
| ANEXO J                         | VÁLVULA AGULHA DE 1/2".....                                            | 181 |
| REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS..... |                                                                        | 183 |



## ÍNDICE DAS FIGURAS

### CAPÍTULO 2

|      |                                                          |    |
|------|----------------------------------------------------------|----|
| 2.01 | Sistema linear.....                                      | 8  |
| 2.02 | Não linearidade por zona morta.....                      | 10 |
| 2.03 | Não linearidade por lei quadrática.....                  | 10 |
| 2.04 | Não linearidade por entrada senoidal.....                | 11 |
| 2.05 | Não linearidade por saturação.....                       | 11 |
| 2.06 | Reservatório de nível invariável.....                    | 17 |
| 2.07 | Curva da altura do nível versus fluxo, equação 2.11..... | 18 |

### CAPÍTULO 3

|      |                                                                           |    |
|------|---------------------------------------------------------------------------|----|
| 3.01 | Sistema Mecânico massa-mola.....                                          | 21 |
| 3.02 | Diagrama de bloco do sistema massa-mola da figura 3.01.....               | 22 |
| 3.03 | Gráfico de fluxo de sinais do sistema massa-mola da figura 3.01.....      | 22 |
| 3.04 | Grafo de ligações do sistema massa-mola da figura 3.01.....               | 23 |
| 3.05 | Representação da resistência nos grafos de ligações.....                  | 33 |
| 3.06 | Gráfico da potência de um dissipador.....                                 | 33 |
| 3.07 | Grafo de ligações da capacitância.....                                    | 35 |
| 3.08 | Esforço versus deslocamento da relação linear e não linear.....           | 35 |
| 3.09 | Energia estocada em um capacitor linear.....                              | 36 |
| 3.10 | Grafo de ligações da inertância.....                                      | 37 |
| 3.11 | Fluxo versus momentum.....                                                | 37 |
| 3.12 | Representação da fonte de fluxo nos grafos de ligações.....               | 38 |
| 3.13 | Representação da fonte de esforço nos grafos de ligações.....             | 39 |
| 3.14 | Grafo de ligações em uma junção de fluxo comum, com três elementos.....   | 40 |
| 3.15 | Grafo de ligações em uma junção de esforço comum, com três elementos..... | 41 |
| 3.16 | Grafo de ligações do transformador direto.....                            | 42 |
| 3.17 | Grafo de ligações do girador.....                                         | 43 |
| 3.18 | Interligação entre dois elementos.....                                    | 44 |
| 3.19 | Sentido de escoamento da potência.....                                    | 44 |

### CAPÍTULO 5

|      |                                                                                    |    |
|------|------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 5.01 | Bancada de testes para a identificação de parâmetros construída no LHPCH-EFEL..... | 71 |
| 5.02 | Detalhes dos vasos comunicantes.....                                               | 72 |
| 5.03 | Orifício de restrição.....                                                         | 74 |
| 5.04 | Grafo de ligações do orifício de restrição.....                                    | 75 |
| 5.05 | Chaminé de equilíbrio.....                                                         | 77 |
| 5.06 | Grafo de ligações da chaminé de equilíbrio.....                                    | 79 |
| 5.07 | Trecho de tubulação de área conhecida "S".....                                     | 80 |
| 5.08 | Grafo de ligações de um trecho de tubulação.....                                   | 82 |
| 5.09 | Vasos comunicantes com as variáveis para o equacionamento.....                     | 83 |
| 5.10 | Grafo de ligações dos vasos comunicantes.....                                      | 84 |

### CAPÍTULO 6

|      |                                                                                     |     |
|------|-------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 6.01 | Sensibilidade das resistências com relação aos parâmetros com sinais discretos..... | 109 |
|------|-------------------------------------------------------------------------------------|-----|



## CAPÍTULO 7

|      |                                                                                                                                 |     |
|------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 7.01 | Curva real.....                                                                                                                 | 116 |
| 7.02 | Curva dos níveis através da equação das diferenças.....                                                                         | 117 |
| 7.03 | Curva real e curva calculada.....                                                                                               | 118 |
| 7.04 | Curva real e curva calculada versus vazão.....                                                                                  | 119 |
| 7.05 | Resistência $R_3$ , parte real, calculada com a segunda raiz.....                                                               | 120 |
| 7.06 | Resistência $R_5$ , parte real, calculada com a segunda raiz.....                                                               | 121 |
| 7.07 | Resistência $R_3$ calculada com a primeira raiz.....                                                                            | 122 |
| 7.08 | Resistência $R_3$ calculada com a segunda raiz.....                                                                             | 123 |
| 7.09 | Resistência $R_5$ calculada com a primeira raiz.....                                                                            | 124 |
| 7.10 | Resistência $R_5$ calculada com a segunda raiz.....                                                                             | 125 |
| 7.11 | Curva dos níveis utilizando os mínimos quadrados.....                                                                           | 126 |
| 7.12 | Curva real comparada com a calculada pelos mínimos quadrados.....                                                               | 127 |
| 7.13 | Curva real comparada com a calculada pelos mínimos quadrados versus vazão.....                                                  | 128 |
| 7.14 | Curva real, curva através do M.Q.R. e M.Q. versus vazão.....                                                                    | 129 |
| 7.15 | Bancada de testes para a identificação de parâmetros construída no LHPCH-EFEI para o sistema de primeira ordem.....             | 130 |
| 7.16 | Sistema hidráulico de primeira ordem.....                                                                                       | 131 |
| 7.17 | Grafo de ligações do sistema hidráulico de primeira ordem.....                                                                  | 132 |
| 7.18 | Curva real.....                                                                                                                 | 139 |
| 7.19 | Curva calculada com os parâmetros $a_1$ e $b_1$ .....                                                                           | 140 |
| 7.20 | Curva real e curva calculada para o sistema de primeira ordem.....                                                              | 141 |
| 7.21 | Curva real e curva calculada para o sistema de primeira ordem com relação as vazões.....                                        | 142 |
| 7.22 | Valores das resistências para a equação que depende da capacitância.....                                                        | 143 |
| 7.23 | Valores das resistências para a equação que não depende da capacitância.....                                                    | 144 |
| 7.24 | Curva das resistências ensaiadas e das resistências calculadas para o sistema de primeira ordem.....                            | 145 |
| 7.25 | Desvios entre os valores das resistências calculadas e os valores da válvula agulha de 1/2" para a abertura de duas voltas..... | 146 |
| 7.26 | Comparação das curvas real e as obtidas através dos M.Q. e M.Q.R.....                                                           | 147 |

## CAPÍTULO 8

|      |                                                     |     |
|------|-----------------------------------------------------|-----|
| 8.01 | Entrada e saída em um sistema.....                  | 150 |
| 8.02 | Representação da planta em variáveis de estado..... | 150 |

## ANEXO J

|      |                                                       |     |
|------|-------------------------------------------------------|-----|
| J.01 | Curvas características da válvula agulha de 1/2"..... | 182 |
|------|-------------------------------------------------------|-----|



## ÍNDICE DAS TABELAS

### CAPÍTULO 3

|      |                                                      |    |
|------|------------------------------------------------------|----|
| 3.01 | Rotina para a construção dos grafos de ligações..... | 46 |
|------|------------------------------------------------------|----|

### CAPÍTULO 7

|      |                                                                         |     |
|------|-------------------------------------------------------------------------|-----|
| 7.01 | Valores tomados para determinar o valor do peso específico da água..... | 114 |
|------|-------------------------------------------------------------------------|-----|

### ANEXO H

|      |                                           |     |
|------|-------------------------------------------|-----|
| H.01 | Calibração do transmissor de pressão..... | 176 |
|------|-------------------------------------------|-----|

|      |                                         |     |
|------|-----------------------------------------|-----|
| H.02 | Calibração do transmissor de vazão..... | 176 |
|------|-----------------------------------------|-----|

### ANEXO J

|      |                                                                               |     |
|------|-------------------------------------------------------------------------------|-----|
| J.01 | Levantamento em laboratório da característica da válvula agulha de 1/2" ..... | 181 |
|------|-------------------------------------------------------------------------------|-----|

|      |                                                                                                   |     |
|------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| J.02 | Valores das resistências da válvula agulha de 1/2"- através do sistema linear<br>equivalente..... | 181 |
|------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|



## SIMBOLOGIA

### Caracteres alfabéticos

|             |                                                                          |
|-------------|--------------------------------------------------------------------------|
| a           | aceleração, $[m/s^2]$                                                    |
|             | comprimento, $[m]$                                                       |
| $a_i$       | constante numérica                                                       |
| A           | área, $[m^2]$                                                            |
|             | matriz dos coeficientes das variáveis de estado                          |
| $b_i$       | constante numérica                                                       |
| B           | matriz dos coeficientes das variáveis de excitação                       |
| c           | constante numérica                                                       |
| C           | capacitância                                                             |
|             | capacitância hidráulica                                                  |
| d           | operador de derivada total                                               |
|             | constante numérica                                                       |
| D           | Diâmetro, $[m]$                                                          |
| e           | esforço - variável de energia generalizada                               |
|             | voltagem, $[V]$                                                          |
|             | base neperiana                                                           |
| $e(k)$      | seqüência numérica                                                       |
| E           | Matriz dos coeficientes das variáveis de excitação das equações de saída |
| f           | fluxo - variável de energia generalizada                                 |
| $f(t)$      | função no tempo                                                          |
| F           | força, $[N]$                                                             |
| $F(s)$      | função transformada de Laplace de $f(t)$                                 |
| g           | aceleração da gravidade, $[m/s^2]$                                       |
| $G(s)$      | função de transferência do sistema no domínio da transformada de Laplace |
| $G_p(s)$    | função de transferência da planta no domínio da transformada de Laplace  |
| $G(z)$      | função de transferência do sistema no domínio da transformada "z"        |
| $G_p(z)$    | função de transferência da planta no domínio da transformada "z"         |
| $G_y$       | girador - transformador indireto                                         |
| h           | altura $[m]$                                                             |
| $h_p$       | perda de carga, $[m.c.a]$                                                |
| H           | carga hidráulica, $[m.c.a]$                                              |
|             | momento angular, $[N.m.s]$                                               |
| $\bar{H}$   | carga hidráulica de operação, $[m.c.a]$                                  |
| i           | corrente elétrica, $[A]$                                                 |
|             | índice numérico                                                          |
| I           | inertância                                                               |
|             | matriz identidade                                                        |
|             | impulso, $[N.s]$                                                         |
| j           | variável inteira                                                         |
| $J(\theta)$ | função custo                                                             |
| k           | constante de mola, $[N/m]$                                               |
|             | constante numérica                                                       |
|             | número de amostragem                                                     |



|               |                                                                                                                                                       |
|---------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $l$           | comprimento, [m]<br>variável genérica                                                                                                                 |
| $\ln$         | operador de logaritmo Neperiano                                                                                                                       |
| $\mathcal{L}$ | operador da transformada de Laplace                                                                                                                   |
| $m$           | variável genérica<br>potenciação                                                                                                                      |
| $M$           | massa, [kg]<br>relação de transformação do transformador direto                                                                                       |
| $n$           | potenciação<br>número de elementos seqüenciais                                                                                                        |
| $p$           | pressão, [Pa]                                                                                                                                         |
| $p_0$         | pressão atmosférica, [Pa]                                                                                                                             |
| $p_p$         | variável energética - integral da pressão no tempo, [Pa.s]                                                                                            |
| $\dot{p}$     | derivada no tempo da variável energética - quantidade de movimento                                                                                    |
| $q$           | deslocamento, variável integral generalizada<br>incremento de vazão, [m <sup>3</sup> /s]<br>ângulo, [rd]<br>carga elétrica, [c]<br>constante numérica |
| $Q$           | calor, [J]<br>vazão, [m <sup>3</sup> /s]                                                                                                              |
| $\bar{Q}$     | vazão de operação, [m <sup>3</sup> /s]                                                                                                                |
| $\dot{Q}$     | fluxo térmico, [J/s]                                                                                                                                  |
| $R_f$         | resistência fluidomecânica                                                                                                                            |
| $s$           | variável complexa da transformada de Laplace<br>área da seção transversal, [m <sup>2</sup> ]                                                          |
| $S_e$         | fonte de esforço                                                                                                                                      |
| $S_f$         | fonte de fluxo                                                                                                                                        |
| $t$           | tempo, [s]<br>torque, [N.m]                                                                                                                           |
| $T$           | temperatura, [°K]                                                                                                                                     |
| $T_0$         | tempo de amostragem, [s]                                                                                                                              |
| $T_1$         | duração da amostragem, [s]                                                                                                                            |
| $T_n$         | constante de tempo                                                                                                                                    |
| $u(t)$        | variável de excitação em sistemas                                                                                                                     |
| $U(s)$        | vetor coluna, correspondente a transformada de Laplace do vetor de excitação                                                                          |
| $v$           | velocidade, [m/s]                                                                                                                                     |
| $v_{cr}$      | velocidade crítica, [m/s]                                                                                                                             |
| $V$           | volume, [m <sup>3</sup> ]<br>tensão elétrica, [V]                                                                                                     |
| $VC$          | volume de controle                                                                                                                                    |
| $x$           | posição da seção considerada, [m]                                                                                                                     |
| $x(t)$        | variável em função do tempo                                                                                                                           |
| $x_p(t)$      | função pulsada no tempo                                                                                                                               |
| $\dot{x}$     | variável em função do impulso<br>derivada do espaço no tempo, o mesmo que velocidade, [m/s]                                                           |
| $\bar{x}$     | ponto de operação referente a entrada                                                                                                                 |
| $X$           | matriz coluna referente as variáveis de estado                                                                                                        |



|           |                                                                        |
|-----------|------------------------------------------------------------------------|
| $X(s)$    | matriz transformada da matriz coluna, referente às variáveis de estado |
| $y(t)$    | variável de saída no tempo                                             |
| $\bar{y}$ | ponto de operação referente a saída                                    |
| $Y(s)$    | variável genérica no domínio da transformada de Laplace                |
| $w$       | variável genérica                                                      |
| $W(s)$    | variável genérica no domínio da transformada de Laplace                |
| $\sim$    | relação de transformação do girador                                    |

### Caracteres Gregos

|                               |                                                 |
|-------------------------------|-------------------------------------------------|
| $\nu$                         | viscosidade cinemática, [m <sup>2</sup> /kg]    |
| $\gamma$                      | peso específico, [N/m <sup>3</sup> ]            |
| $\Delta$                      | variação de uma grandeza                        |
| $\omega$                      | velocidade angular, [rd/s]                      |
| $\lambda$                     | fluxo elétrico, [wb]                            |
| $\phi$                        | função arbitrária                               |
| $\tau$                        | tempo, [s]                                      |
| $\tau_a$                      | torque gerado pelo atrito, [N.m]                |
| $\frac{\partial}{\partial t}$ | derivada parcial no tempo                       |
| $\Omega$                      | relação do girador                              |
| $\mathcal{P}$                 | potência, [W]                                   |
| $i$                           | corrente elétrica, [A]                          |
| $\mathcal{L}$                 | operador da transformada de Laplace             |
| $\rho$                        | massa específica, [kg/m <sup>3</sup> ]          |
| $\delta(t)$                   | impulso no tempo                                |
| $\mathcal{Z}$                 | operador da transformada "z"                    |
| $\theta$                      | vetor de coeficientes                           |
| $\hat{\theta}$                | vetor de coeficientes com os melhores elementos |
| $\varphi$                     | variável genérica                               |



## RESUMO

A operação de equipamentos ou plantas em regimes transitórios ou fora dos pontos de projeto são freqüentes e constantes. Obtendo nestes casos, baixos rendimentos. Melhores controles nas plantas acarretam melhores rendimentos, que podem ser obtidos conhecendo-se os comportamentos dinâmicos; e estes comportamentos estão diretamente relacionados aos parâmetros inerentes às plantas.

Com o objetivo de identificar estes parâmetros, utilizou-se o método do grafo de ligações, obtendo o modelo matemático que possibilita facilmente a modelagem entre sistemas híbridos. Auxílios computacionais são utilizados, tanto nas aquisições dos dados como no processo de identificação e nas simulações dos resultados.

Utiliza-se como modelo de uma planta, vasos comunicantes, que de uma maneira geral representa vários sistemas reais, como é o caso das caldeiras.

A validade do método empregado é discutida através de exemplos, equacionamentos e simulações com os resultados, comparando-os às bibliografias clássicas.



## ABSTRACT

The equipment or plants operation in the transitory conditions or out of project points are frequently and constant. They are get, in this case, low income.

Better control plant involved better income that is possibly to be getting if it is knowing their dynamics behaviors and they are directly relationship which the parameter of the plant.

To identify this parameters, the bond graph method is utilized, and then obtained the mathematical model. This method is used because it is easily to model though cross systems.

Computation helps are applied in the acquisition dates, in the process identification and in the results simulation.

The communicant vases were utilized like model of the plant, in general way they represent a lot of real plants, like the boiler system.

The validity of the method employed is discussed through of examples, equations and simulations, then compared with classics bibliography.



# **CAPÍTULO 1**

## **GENERALIDADES**

### **1.1 OBJETIVO DO TRABALHO**

O objetivo deste trabalho de dissertação é conciliar técnicas de modelagem e de identificação determinando os valores dos parâmetros das equações diferenciais que representam plantas não lineares. Os parâmetros são obtidos através de procedimentos matemáticos, com dados fornecidos pelos registros das entradas e saídas. As plantas não lineares são representadas por um conjunto de dois vasos comunicantes, sendo suficiente para o objetivo proposto.

Os procedimentos desenvolvidos fornecem subsídios suficientes para determinar os valores dos parâmetros com relação ao tempo, conseqüentemente as suas curvas ao longo da capacidade de trabalho do sistema analisado.

### **1.2 JUSTIFICATIVA**

Em sistemas fabris as variações de cargas são comuns e constantes, sendo mais acentuadas em plantas que operam em regimes cíclicos ou produções em lotes,



conhecidas como: processos por batelada. Durante estes processos os sistemas de utilidades das plantas hora estão ociosos, hora a plena carga ou estão em um ponto de operação baixo em relação a capacidade instalada, como exemplo de tais processos pode-se citar sistemas de fornecimento de vapor; estando na fase de aquecimento encontram-se a plenas cargas, atingindo a temperatura ideal, os sistemas apenas mantêm as temperaturas de processo, ficando ociosos no resfriamento. Os sistemas que fornecem vapor, devido aos regimes de escoamento serem turbulentos, são sistemas não lineares; ocorrendo variações de carga, os pontos de operação que dependem da perda de carga nos sistemas, também variam devido às não linearidades. Logo, os sistemas operam em pontos que não correspondem aos custos desejados.

Conhecendo-se as variações das perdas de carga, que nada mais são do que uns dos parâmetros inerentes às plantas, rendimentos mais adequados poderão ser obtidos ao longo das faixas de trabalho. Estes rendimentos poderão ser obtidas em várias outras instalações tais como centrais termoeleétricas, onde ocorrem cargas máximas em horários previstos; pode-se dizer ainda que é comum, na maioria das indústrias, encontrar equipamentos trabalhando fora do seu ponto de ajuste. Portanto conhecendo-se as variações destes parâmetros ao longo das variações de cargas, poderá se ter controles mais econômicos. Os ajustes poderão ser feitos por exemplo: com programações computacionais, por níveis de sinais que alteram os valores automaticamente, etc....

Finalmente, melhores controles nas plantas possibilitam melhores rendimentos, menores custos operacionais conseqüentemente menores custos da produção .A metodologia desenvolvida tem como objetivo tornar-se uma ferramenta útil na simulação de sistemas dinâmicos, com comportamento semelhante ao ensaiado neste trabalho.



### 1.3 PLANO DE TRABALHO

Para que se alcançasse o objetivo deste trabalho, desenvolveu-se a seguinte seqüência de atividades:

-Projeto de um banco de testes hidrodinâmicos, descrito no capítulo 5, composto de dois reservatórios de níveis variáveis, com colunas de 1200 [mm] com áreas internas retangulares, com duas válvulas agulha que controlam o fluxo no sistema. O conjunto é monitorado por dois medidores, sendo um de vazão e o outro de pressão; a aquisição dos dados é feita através de uma placa microprocessada dedicada interligada a um micro computador. O conjunto ensaiado é alimentado por uma bomba, três válvulas globo e um reservatório;

-Aplicação do método do “grafo de ligações” no conjunto composto dos dois vasos e duas válvulas agulha, obtendo a função de transferência desejada no tempo contínuo que será em seguida, condicionada para sinais com tempos discretos;

-Calibração dos medidores em conjunto com o sistema ensaiado e realização dos testes conforme descrito no capítulo 5;

-Determinação dos parâmetros através da técnica dos “mínimos quadrados recursivo” e “mínimos quadrados” utilizando os dados obtidos na aquisição; sendo este trabalho, executado com auxílio computacional utilizando-se programas comerciais, tais como o “MATLAB ( 1993) “;



-Análise dos resultados obtidos.

#### 1.4 CONTEÚDO DO TRABALHO

O trabalho de dissertação contém no capítulo 2 uma revisão bibliográfica de sistemas lineares e não lineares, definição de função de transferência e a equivalência de sistemas hidrodinâmicos;

No capítulo 3 uma revisão bibliográfica abordando as técnicas para a obtenção das funções de transferências em sistemas mecânicos, térmicos e hidráulicos. No capítulo 4, uma revisão apresentado métodos de identificação dos parâmetros;

No capítulo 5, após a apresentação da bancada de testes de segunda ordem, são modelados alguns componentes hidromecânicos fornecidos pela bibliografia, posteriormente aplica-se a técnica de modelagem no conjunto de vasos comunicantes obtendo-se a função de transferência desejada; desenvolvem-se procedimentos matemáticos relacionando os parâmetros pertinentes a cada elemento do conjunto ensaiado; em seguida, apresenta uma rotina de programação que determina os parâmetros;

No capítulo 6 procura-se alcançar dois objetivos: primeiro, validar o tratamento matemático apresentado no capítulo 5; o segundo, analisar as suas sensibilidades.

A apresentação e análise dos resultados obtidos em ensaios da bancada descrita no capítulo 5 bem como os comentários são apresentados no Capítulo 7. Em seguida faz-se a modelagem , equacionamento, ensaio e comentários para um sistema de primeira ordem.



A conclusões e as recomendações são apresentados no Capítulo 8.

## 1.5 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

OGATA (1993) analisa os sistemas não lineares através de funções descritivas que é uma das técnicas de linearização equivalente, mas aplicada para sistemas com pequenos graus de não linearidade. Já para sistemas com graus elevados de não lineares, afirma ele que pode se ter resultados não satisfatórios. Também apresenta em seu trabalho outra técnica de linearização através da série de Taylor aplicada em torno do ponto de operação; nesta técnica faz-se necessário determinar os pontos de operação ao longo da curva na faixa de trabalho do sistema.

Por outro lado, PHILLIPS; NAGLE (1990), ISERMANN (1981) apresentam em seus trabalhos técnicas utilizadas em controles digitais que possibilitam determinar os parâmetros da função de transferência em sistemas em operação para cada instante. Logo, comparando, para cada ponto, a função de transferência em tempos discretos com a função de transferência em tempo contínuo, obtêm-se os valores de parâmetros contínuos diretamente relacionados com os pontos de operação equacionados através da série de Taylor. Para determiná-los é necessário utilizar programas computacionais disponíveis no mercado, tais como o "MATLAB", o "DASYLAB", o "EXEL" e o "DERIVE".

A função de transferência em tempo contínuo é obtida através do método do grafo de ligações baseado nos trabalhos de ROSENBERG; KARNOPP (1983), TIAGO (1994) que tem vantagens sobre o tradicional diagrama de blocos, pois daquele obtêm-se



dois sistemas de equações que permitem equacionar a função de transferência em tempo contínuo desejada, relacionando qualquer das variáveis do sistema e a quantidade de funções de transferências que se deseje, desde que o sistema permita, sem ter que reequacioná-lo, como acontece com o último.

A validade do método desenvolvido é analisada com afirmações fornecidas na bibliografia, como OGATA (1993) e com as curvas características, obtidas em ensaios, dos elementos não lineares que no caso são as válvulas agulha utilizadas no banco de ensaios construído.



## CAPÍTULO 2

### MODELOS MATEMÁTICOS

#### 2.1 INTRODUÇÃO

As análises das dinâmicas de instalações industriais, sejam elas pequenas, médias ou grandes, envolvem um certo grau de complexidade. Portanto, tornam-se mais convenientes, se descritas através de sistemas de equações matemáticas, que segundo OGATA (1982 ), denominam-se: *Modelos Matemáticos*.

O conteúdo deste capítulo foi baseado no trabalho de OGATA (1982 ).

A forma mais conveniente de representar os modelos matemáticos para análises de respostas em sistemas transitórios é através da função de transferência (FT). Entretanto, um modelo pode ser representado de várias outras maneiras que sejam convenientes ao objetivo desejado. Por exemplo, para o estudo de controles ótimos, a representação mais adequada é através de um conjunto de equações diferenciais de primeira ordem.

As precisões dos resultados dos modelos matemáticos estão comprometidos nas faixas onde eles se identificam com os sistemas físicos, fora destas faixas podem ser



considerados outros modelos matemáticos. Pois, em suas obtenções, tornam-se as vezes necessárias certas propriedades físicas inerentes ao sistema serem ignoradas, como por exemplo, não linearidades ou mesmo desprezar parâmetros distribuídos resultantes de equações diferenciais parciais; de maneira tal que as influências destas propriedades ignoradas sejam de pequenas influências nos resultados obtidos.

## 2.2 SISTEMAS LINEARES

Sistemas Lineares, são os sistemas representados por equações diferenciais lineares, isto é, os coeficientes são constantes ou são em função de variáveis independentes.

Seja a figura 2.01, onde  $x_1$  e  $x_2$  são entradas no sistema "A" e  $y_1$  e  $y_2$  são as respectivas resposta do sistema. O sistema é dito linear se: "na aplicação simultânea das duas excitações, a resposta produzida for igual a soma das duas respostas, resultantes das aplicações individuais das excitações". Logo, os sistemas lineares obedecem a propriedade da superposição.

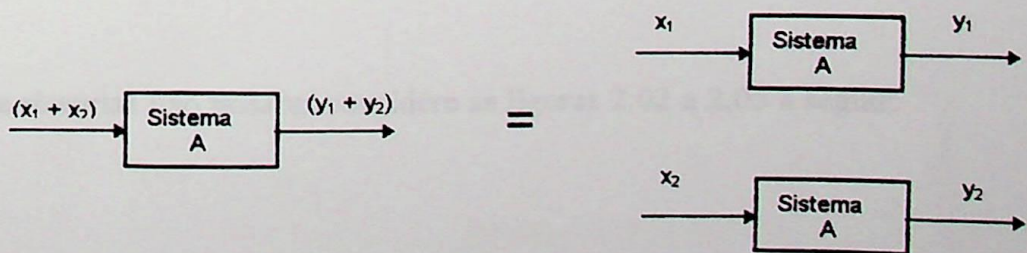


Fig. 2.01 Sistema linear



Os sistemas lineares podem ainda ser classificados em: sistemas lineares invariáveis no tempo e sistemas lineares variáveis no tempo.

São chamados de sistemas lineares invariáveis no tempo os sistemas representados por equações diferenciais, de tal maneira que os coeficientes que precedem os termos da equação não variam com o tempo, isto é, os coeficientes são constantes. Já, para os sistemas lineares variáveis no tempo, os coeficientes variam. Como exemplo de sistema variável no tempo, podemos citar o de OGATA (1982), onde uma nave espacial é um sistema variável no tempo, pois a massa varia devido ao consumo de combustível, a força gravitacional também varia em função da distância da terra.

### 2.3 SISTEMAS NÃO LINEARES

São considerados sistemas não lineares, os sistemas onde não é válida a propriedade de superposição, apresentada no item 2.2. Pode-se ainda dizer que: são sistemas cujas respostas não podem ser representadas por uma reta contínua em toda a faixa de sua excitação.

Como exemplo de sistemas não lineares considere as figuras 2.02 a 2.05 a seguir:



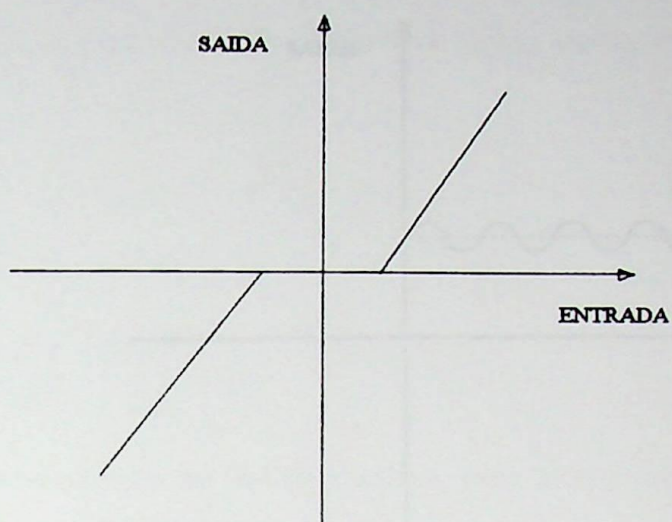


Fig. 2.02 Não linearidade por zona morta

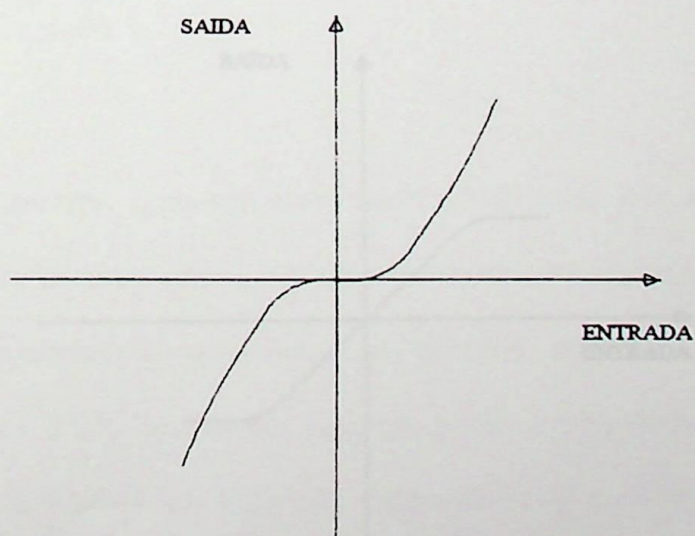
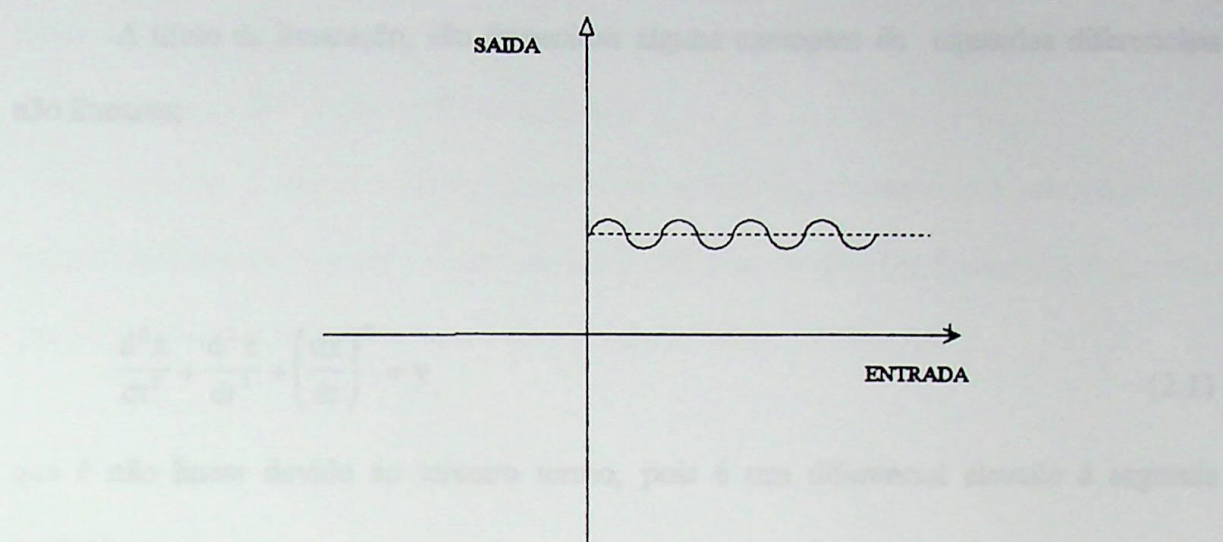
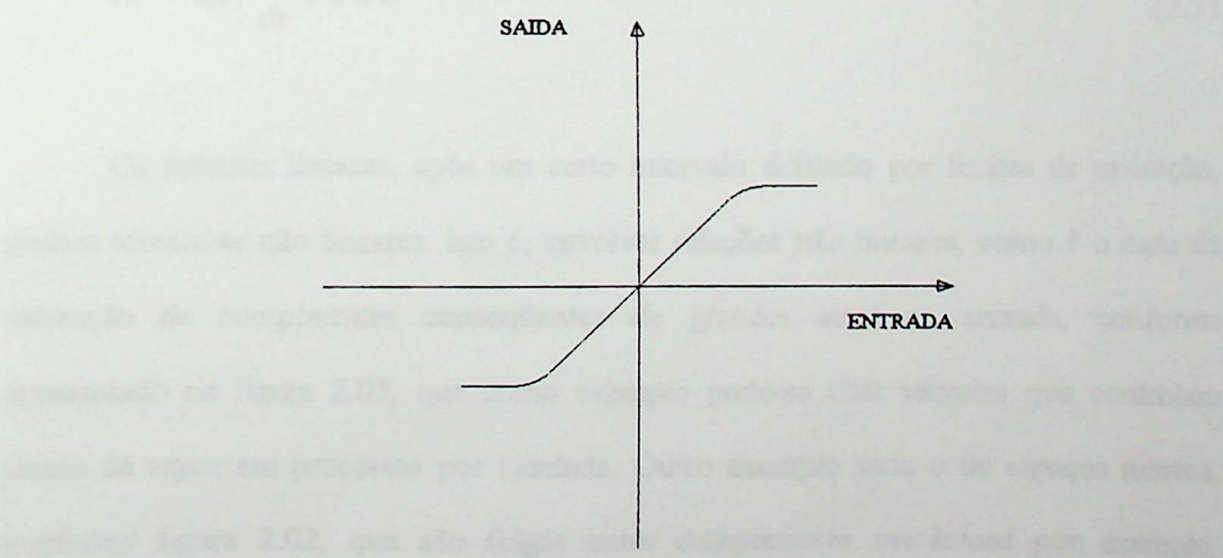


Fig. 2.03 Não linearidade por lei quadrática





**Fig. 2.04 Não linearidade por entrada senoidal**



**Fig. 2.05 Não linearidade por saturação**



A título de ilustração, são fornecidas alguns exemplos de equações diferenciais não lineares;

$$\frac{d^3x}{dt^3} + \frac{d^2x}{dt^2} + \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = y, \quad (2.1)$$

que é não linear devido ao terceiro termo, pois é um diferencial elevado à segunda potência;

$$\frac{dx}{dt} + x^2 = y, \quad (2.2)$$

que, por sua vez, é não linear devido ao termo "x" elevado ao quadrado; igual à equação 2.3 onde a variável "x" está elevada a terceira potência.

$$(x^3 - 0,2) \frac{dx}{dt} + x = 0 \quad (2.3)$$

Os sistemas lineares, após um certo intervalo definido por limites de operação, podem tornam-se não lineares, isto é, envolver relações não lineares, como é o caso da saturação de componentes conseqüentes de grandes sinal na entrada, conforme apresentado na figura 2.05, que como exemplo pode-se citar válvulas que controlam fluxos de vapor em processos por batelada. Outro exemplo seria o de espaços mortos, conforme figura 2.02, que são folgas entre componentes mecânicos por exemplo, desgastes dentro de posicionadores pneumáticos onde a saída é afetada para pequenas variações de sinais. Já, para sistemas que contenham termos em suas equações elevadas à potência, a não linearidade é expressiva quando ocorre consideráveis variações de sinais,



como é o caso em condutos forçados onde os escoamentos são turbulentos, tendo-se sistemas de equações regidos por leis quadráticas.

Devido a um certo grau de dificuldade em representar matematicamente os sistemas não lineares em toda a sua extensão, utiliza-se os sistemas lineares equivalentes, que por sua vez, tem validade apenas em pequenas faixas de operação.

## 2.4 SISTEMAS LINEARES EQUIVALENTES

Para obter um modelo matemático linear equivalente de um sistema não linear, supõe-se que as variáveis variam muito pouco em relação a um "Ponto de Operação".

Para um sistema não linear com entrada " $x(t)$ " e saída " $y(t)$ ", onde a relação entre a entrada e a saída é dado por:

$$y = f(x) \quad (2.4)$$

Sendo o par  $(\bar{x}, \bar{y})$ , o ponto de operação,

Expandindo a equação 2.4 em série de Taylor em torno do ponto de operação  $(\bar{x}, \bar{y})$ , tem-se:

$$y = f(\bar{x}) + \frac{df}{dx}(\bar{x} - \bar{x}) + \frac{1}{2!} \frac{d^2f}{dx^2}(\bar{x} - \bar{x})^2 + \dots, \quad (2.5)$$



onde:  $\left(\frac{df}{dx}\right), \left(\frac{df}{dx}\right)^2$  são calculados em  $x = \bar{x}$ ; considerando pequenas as variações  $(x - \bar{x})$ . Desprezando-se os termos de maior ordem, obtém-se o sistema linear equivalente dado pela equação 2.6:

$$y = \bar{y} + k(x - \bar{x}) \quad (2.6)$$

onde:

$$\bar{y} = f(\bar{x}) \quad \text{e} \quad k = \left. \frac{df}{dx} \right|_{x=\bar{x}}$$

Sendo assim,  $(y - \bar{y})$  mantém a mesma proporcionalidade com  $(x - \bar{x})$ .

## 2.5 FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA

A função de transferência de um sistema linear invariante no tempo " $G(s)$ ", é definida como sendo a relação entre a transformada de Laplace da saída, ou seja: função resposta " $Y(s)$ ", para a transformada de Laplace da entrada, ou seja: função excitação " $X(s)$ "; considerando-se nulas todas as condições iniciais. Embora a função de transferência não forneça informações sobre a estrutura física do sistema, ela relaciona os parâmetros que são os responsáveis pelo comportamento dinâmico do sistema portanto, eles não são excluídos e permanecem incluso na relação. Outra característica da função



de transferência é não depender da entrada e incluir as unidades necessárias para relacionar a entrada com a saída, portanto, ela pode ter ou não ter dimensão.

Seja um sistema linear representado pela equação diferencial:

$$a_0 y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} \dot{y} + a_n y = b_0 x^{(m)} + b_1 x^{(m-1)} + \dots + b_{m-1} \dot{x} + b_m x \quad \text{sendo: } n \geq m \quad (2.7)$$

Onde:

“y” e “x”, representam respectivamente a saída e a entrada

A Função de Transferência “G(s)” deste sistema linear é dada por:

$$G(S) = \frac{Y(S)}{X(S)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} \quad (2.8)$$

onde:

“s”, é a variável da transformada de Laplace.

Outra característica, é que a função de transferência por não apresentar a estrutura física de seu sistema, elas podem, entre muitos outros sistemas, serem semelhantes ou até mesmo idênticas.



## 2.6 SISTEMAS FLUIDO MECÂNICOS

De acordo com DELMÉE (1983), em sistemas hidráulicos, os fluxos podem ser caracterizados por dois tipos de escoamento: laminares e turbulentos. A mudança entre estes dois regimes ocorre na velocidade denominada velocidade crítica, onde se determina também o Número Crítico de Reynolds, ou seja:

$$(N_{Re})_{cr} = \frac{v_{cr} \cdot D}{\nu} \quad (2.9)$$

Na análise de sistemas envolvendo fluxo de fluidos, é necessário distinguir, através do número de Reynolds, os regimes laminares dos regimes turbulentos. Para fins de análises neste trabalho, serão considerados regimes turbulento os escoamentos que apresentarem  $N_{Re} > 4000$  e laminares quando apresentarem  $N_{Re} < 2000$ . Entre os valores 2000 e 4000, os escoamentos serão considerados regimes transitórios.

Normalmente nas instalações industriais, os escoamentos em condutos forçados são em regimes turbulentos, sendo assim, as suas equações diferenciais, por terem termos quadráticas, não são lineares. Entretanto, para escoamentos em regimes laminares as equações diferenciais são lineares, os quais não serão considerados neste trabalho.



### 2.6.1 Resistência em sistemas hidráulicos

Seja a figura 2.06, representando um reservatório qualquer, onde: " $p_0$ " é a pressão atmosférica, " $H$ " a altura da coluna dentro do reservatório onde o nível é mantido constante; pelo orifício de área " $s$ " passa um fluxo " $Q$ " devido a coluna " $H$ ". Para se determinar a resistência fluidomecânica através deste orifício utiliza-se o Sistema Linear Equivalente.

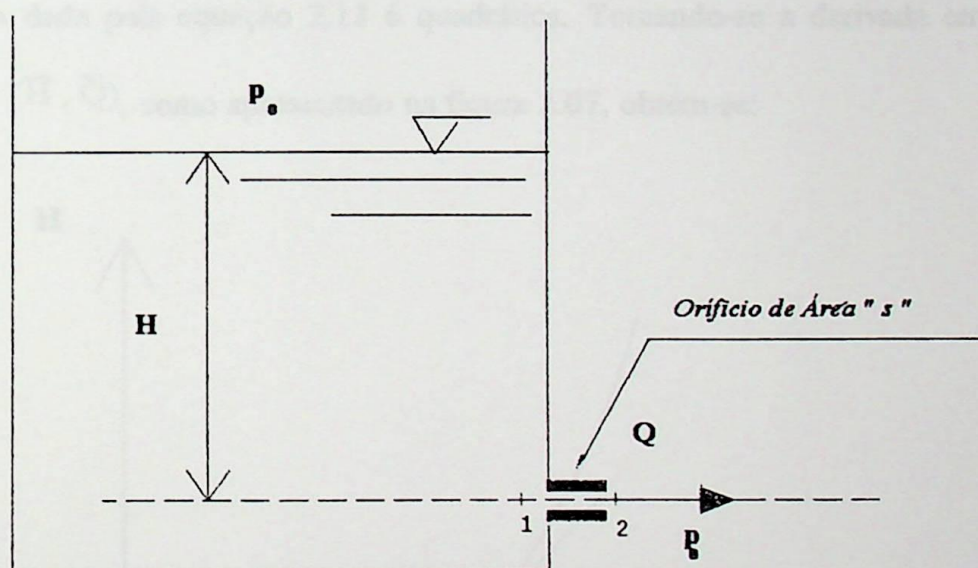


Fig. 2.06 Reservatório de nível invariável

Logo:

Aplicando a Lei da Conservação da Energia, através da equação de Bernoulli, ou seja:

$$\frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g} + Z_1 - Z_2 = 0, \quad (2.10)$$



entre os pontos 1 e 2 na figura 2.06, tem-se:

$$\frac{p_1}{\gamma} = \frac{Q^2}{s^2 \cdot 2g}, \text{ logo:}$$

$$Q = k \sqrt{H} \quad (2.11)$$

$$K = \frac{Q}{\sqrt{H}} \quad (2.12)$$

A curva dada pela equação 2.11 é quadrática. Tomando-se a derivada em um ponto qualquer  $(\bar{H}, \bar{Q})$ , como apresentado na figura 2.07, obtém-se:

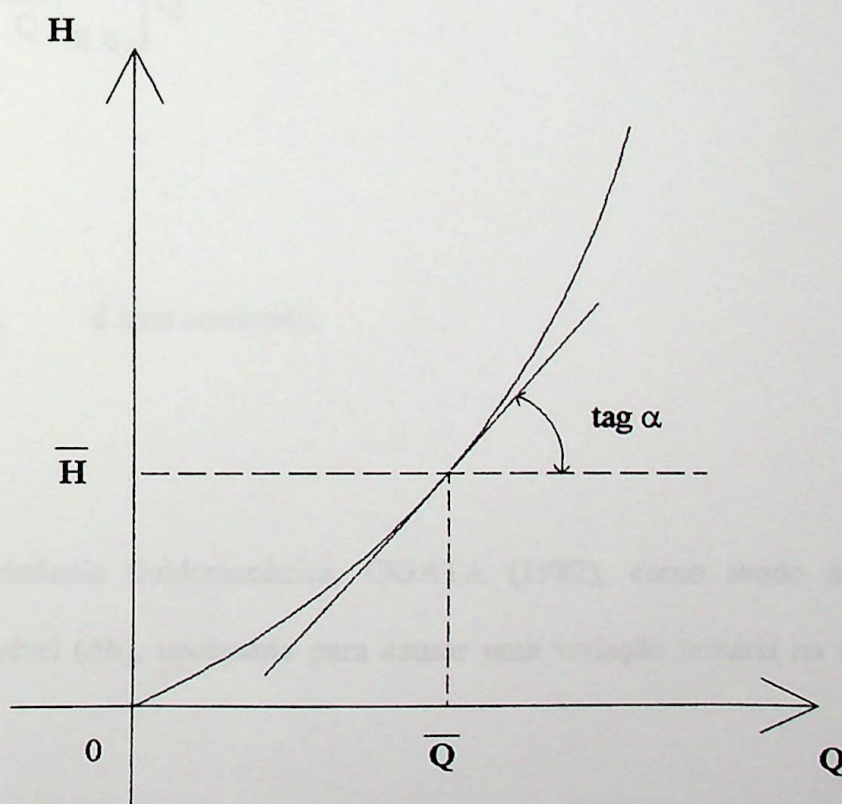


Fig. 2.07 Curva da altura do nível versus fluxo, equação 2.11



$$dQ = \frac{k}{2} H^{-\frac{1}{2}} dH,$$

substituindo 2.12, vem:

$$\frac{dH}{dQ} = \frac{2H}{Q} \quad (2.13)$$

Portanto, para pequenos incrementos em torno do ponto  $(\bar{H}, \bar{Q})$ , pode-se considerar que a vazão varia linearmente, ou seja:

$$H = \left( \frac{2H}{Q} \Big|_{(\bar{H}, \bar{Q})} \right) Q \quad (2.14)$$

onde:

$$\left( \frac{2H}{Q} \Big|_{(\bar{H}, \bar{Q})} \right), \quad \text{é uma constante.}$$

Define-se resistência fluidomecânica, OGATA (1982), como sendo a variação da diferença de nível ( $\Delta h$ ), necessária para causar uma variação unitária na taxa de fluxo, logo:

$$R_f = \frac{\Delta h}{\text{Var. da taxa de fluxo}} \quad \frac{[m]}{[m^3/s]} \quad (2.15)$$



Comparando a definição 2.15, com a equação 2.14, conclue-se que:

$$R_f = \left( \frac{2H}{Q} \right)_{(\bar{H}, \bar{Q})} \quad (2.16)$$

A equação 2.14, também pode ser escrita na seguinte na seguinte forma:

$$H = R_f \cdot Q \quad (2.17)$$

Onde: “ $R_f$ ”, é a resistência em sistemas fluidomecânicos.

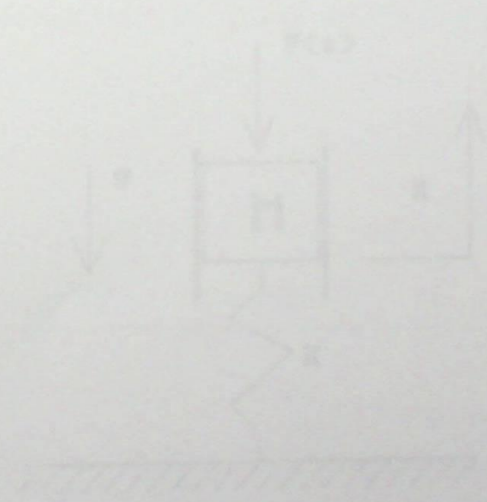


Fig. 1.01 Sistema mecânico massa-mola-amortecedor



## CAPÍTULO 3

### GRAFOS DE LIGAÇÕES

#### 3.1 GENERALIDADES

O conteúdo deste capítulo foi baseado nos trabalhos de ROSENBERG; KARNOPP (1983).

Grafo de ligações é um método de expressar modelos matemáticos com equivalência aos habituais diagramas de blocos utilizados em modelagem.

Como exemplo, considere o modelo apresentado na figura 3.1 composto por um corpo de massa " $M$ " com um grau de liberdade, excitado por uma força " $F(t)$ ", sustentado por uma mola de constante " $k$ ", nas suas laterais despreza-se o atrito; " $x$ " é o deslocamento provocado na massa " $M$ " pela força " $F(t)$ ".

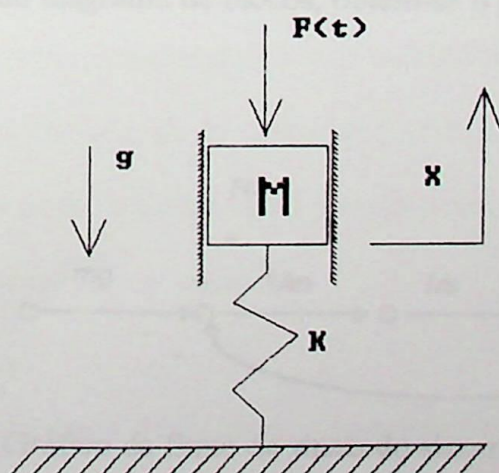


Fig. 3.01 Sistema mecânico massa-mola



Equacionando o sistema mecânico massa-mola dado pela figura 3.1, obtém-se a equação 3.1:

$$m\ddot{x} + kx = F(t) - mg \quad (3.1)$$

a figura 3.02 representa a equação 3.1 através do diagrama de blocos,

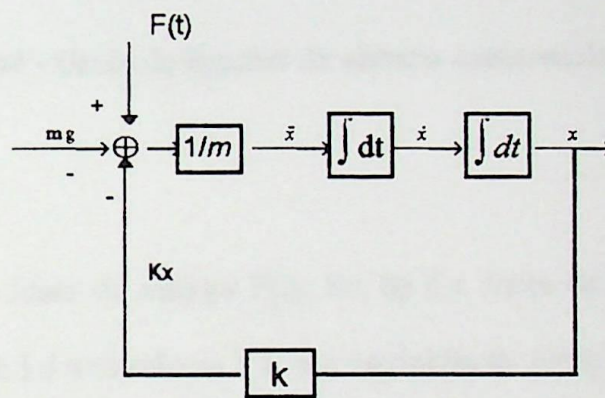


Fig 3.02 Diagrama de bloco do sistema massa-mola da figura 3.01

em posse do diagrama de blocos, obtém-se o gráfico de fluxo de sinal:

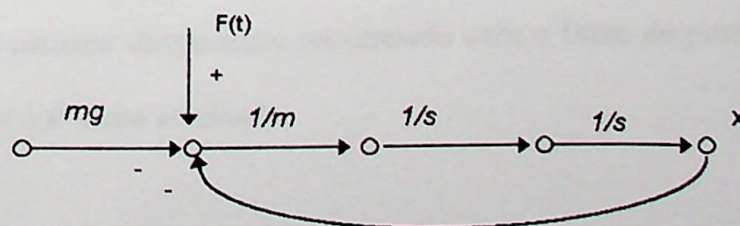


Fig.: 3.03 Gráfico de fluxo de sinais do sistema massa-mola da figura 3.01



A representação deste sistema massa-mola no método dos grafos de ligações é:

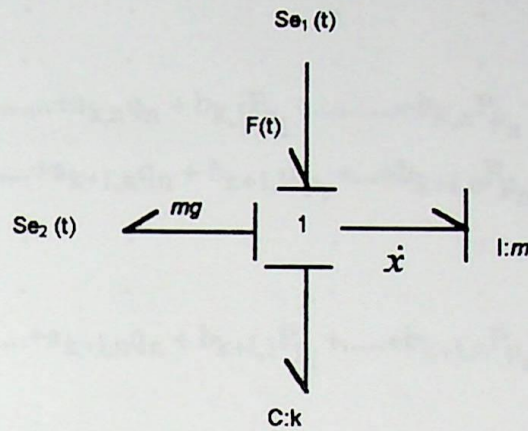


Fig. 3.04 - Grafo de ligações do sistema massa-mola da figura 3.01

onde:

$Se_1(t)$  é a fonte de esforço  $F(t)$ ,  $Se_2(t)$  é a fonte de esforço correspondente a força gravitacional,  $I$  é a inércia e  $C$  é a capacitância. Estes elementos serão definidos posteriormente ainda neste capítulo.

Nos grafos de ligações, utiliza-se somente nove símbolos. Pode-se representar vários tipos de sistemas tais como : mecânicos, hidráulicos, térmicos, circuitos elétricos etc... O que o torna mais interessante é a possibilidade de facilmente combinar estes sistemas com a mesma quantidade de símbolos ( nove símbolos); esta facilidade é devida aos grafos de ligações estarem diretamente relacionado com o fluxo de potência entre os elementos que compõe o sistema analisado.

Pelo método do grafo de ligações, obtêm-se matematicamente dois sistemas de equações: “Sistema de Equações de Estado”, composta por equações diferenciais e o “Sistema de Equações de Saída”, composta por equações lineares, ou sejam:



$$\begin{cases}
 \dot{q}_1 = a_{1,1} q_1 + \dots + a_{1,n} q_n + b_{1,1} P_{p_1} + \dots + b_{1,n} P_{p_n} + c_{1,1} F_1(t) + \dots + c_{1,n} F_n(t) \\
 \vdots \\
 \dot{q}_k = a_{k,1} q_1 + \dots + a_{k,n} q_n + b_{k,1} P_{p_1} + \dots + b_{k,n} P_{p_n} + c_{k,1} F_1(t) + \dots + c_{k,n} F_n(t) \\
 \dot{P}_{p_1} = a_{k+1,1} q_1 + \dots + a_{k+1,n} q_n + b_{k+1,1} P_{p_1} + \dots + b_{k+1,n} P_{p_n} + c_{k+1,1} F_1(t) + \dots + c_{k+1,n} F_n(t) \\
 \vdots \\
 \dot{P}_{p_l} = a_{k+l,1} q_1 + \dots + a_{k+l,n} q_n + b_{k+l,1} P_{p_1} + \dots + b_{k+l,n} P_{p_n} + c_{k+l,1} F_1(t) + \dots + c_{k+l,n} F_n(t)
 \end{cases}$$

Equações de Estado.

(3.2)

$$\begin{cases}
 e_1 = d_{1,1} q_1 + \dots + d_{1,n} q_n + g_{1,1} P_{p_1} + \dots + g_{1,n} P_{p_n} + h_{1,1} F_1(t) + \dots + h_{1,n} F_n(t) \\
 \vdots \\
 e_m = d_{m,1} q_1 + \dots + d_{m,n} q_n + g_{m,1} P_{p_1} + \dots + g_{m,n} P_{p_n} + h_{m,1} F_1(t) + \dots + h_{m,n} F_n(t) \\
 f_1 = d_{m+1,1} q_1 + \dots + d_{m+1,n} q_n + g_{m+1,1} P_{p_1} + \dots + g_{m+1,n} P_{p_n} + h_{m+1,1} F_1(t) + \dots + h_{m+1,n} F_n(t) \\
 \vdots \\
 f_r = d_{m+r,1} q_1 + \dots + d_{m+r,n} q_n + g_{m+r,1} P_{p_1} + \dots + g_{m+r,n} P_{p_n} + h_{m+r,1} F_1(t) + \dots + h_{m+r,n} F_n(t)
 \end{cases}$$

Equações de Saída.

(3.3)

onde,

“e” é o esforço, “f” é o fluxo, “q” é a variável energética deslocamento, “P<sub>p</sub>” é a variável energética quantidade de movimento ou momentum, “ $\dot{q}$ ” é a primeira derivada do



deslocamento, " $\dot{P}_p$ " é a primeira derivada da quantidade de movimento e "a" e "b" são constantes onde os índices "n" e "k" identificam o valor para cada variável.

Pela representação matricial, têm-se:

$$[\dot{X}] = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_n \\ \dot{P}_{p_1} \\ \vdots \\ \dot{P}_{p_n} \end{bmatrix} ; \quad [A] = \begin{bmatrix} a_{1,1} & \cdot & a_{1,n} & b_{1,1} & \cdot & b_{1,n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{k,1} & \cdot & a_{k,n} & b_{k,1} & \cdot & b_{k,n} \\ a_{k+1,1} & \cdot & a_{k+1,n} & b_{k+1,1} & \cdot & b_{k+1,n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{k+1,1} & \cdot & a_{k+1,n} & b_{k+1,1} & \cdot & b_{k+1,n} \end{bmatrix} ; \quad [X] = \begin{bmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_n \\ P_{p_1} \\ \vdots \\ P_{p_n} \end{bmatrix}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} c_{1,1} & \cdot & c_{1,n} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ c_{k,1} & \cdot & c_{k,n} \\ c_{k+1,1} & \cdot & c_{k+1,n} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ c_{k+1,1} & \cdot & c_{k+1,n} \end{bmatrix} ; \quad [U] = [F_1(t) \quad \cdot \quad F_n(t)];$$

$$[Y] = \begin{bmatrix} e_1 \\ \cdot \\ e_m \\ f_1 \\ \cdot \\ f_r \end{bmatrix} ; \quad [D] = \begin{bmatrix} h_{1,1} & \cdot & h_{1,n} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ h_{m,1} & \cdot & h_{m,n} \\ h_{m+1,1} & \cdot & h_{m+1,n} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ h_{m+r,1} & \cdot & h_{m+r,n} \end{bmatrix}$$

Substituindo nas equações 3.2 e 3.3, têm-se as equações de estado e as equações de saída na forma matricial:

$$\begin{aligned} [\dot{X}] &= [A] [X] + [B] [U] ; \\ [Y] &= [C] [X] + [D] [U] \end{aligned} \quad (3.4)$$



A vantagem nestes dois sistemas de equações é de se obter qualquer função de transferências que se deseje, ou melhor, relacionar qualquer ponto do sistema com a entrada, sem ter que agrupar as equações do sistema de maneira tal, que atenda o objetivo desejado. Como acontece com o diagrama de blocos.

## 3.2 VARIÁVEIS BÁSICAS

Os grafos de ligações são definidos por quatro variáveis básicas, as duas primeiras, as variáveis de co-energia devido à capacidade das mesmas em promover energia no sistema, são elas: *esforço* (“e”) e o *fluxo* (“f”). A integral no tempo do esforço (“e”) e do fluxo (“f”), obtêm-se outras duas variáveis que são denominadas respectivamente de: *momentum* (“P<sub>p</sub>”) e *deslocamento* (“q”), que são chamadas de Variáveis Energéticas ou Variáveis Integrais pois, as duas estocam energia.

### 3.2.1 Variáveis de co-energia

#### 3.2.1.1 Esforço

O esforço é representado pela letra “e(t)”, define as seguintes dimensões:



| <u>Sistema</u>      | <u>Dimensão</u>          | <u>Unidade (SI)</u> |
|---------------------|--------------------------|---------------------|
| Mecânico Translação | F, força                 | N                   |
| Mecânico Rotação    | t, torque                | N.m                 |
| Elétrico/Eletrônico | e, voltagem              | V                   |
| Térmico             | T, temperatura           | °K                  |
| Hidráulico/Acústico | P <sub>p</sub> , pressão | Pa                  |

### 3.2.1.2 Fluxo

O fluxo é representado pela letra “f(t)”; define as seguintes dimensões:

| <u>Sistema</u>      | <u>Dimensão</u>            | <u>Unidade (SI)</u> |
|---------------------|----------------------------|---------------------|
| Mecânico Translação | v, velocidade              | m/s                 |
| Mecânico Rotação    | w, velocidade angular      | rad./s              |
| Elétrico/Eletrônico | i, corrente                | A                   |
| Térmico             | $\dot{Q}$ , fluxo de calor | J/s                 |
| Hidráulico/Acústico | Q, vazão                   | m <sup>3</sup> /s   |

### 3.2. 2 Variáveis energéticas ou variáveis integrais

São definidas pelas integrais no tempo das variáveis de co-energia, ou sejam:



### 3.2.2.1 Quantidade de movimento ou impulso

A quantidade de movimento ou impulso é definida como: a integral no tempo da variável co-energética *esforço* “*e*”, representada por “*P<sub>p</sub>(t)*”, ou seja:

$$P_p(t) = \int^t e(\tau) d\tau \quad (3.5)$$

| <u>Sistema</u>      | <u>Dimensão</u>         | <u>Unidade (SI)</u> |
|---------------------|-------------------------|---------------------|
| Mecânico Translação | I, Impulso              | N.s                 |
| Mecânico Rotação    | H, Momentum angular     | N.m.s               |
| Elétrico/Eletrônico | I, fluxo elétrico       | Wb                  |
| Térmico             | Não é necessário        | ----                |
| Hidráulico/Acústico | Pp, integral da pressão | Pa.s                |

Segundo ROSENBERG; KARNOPP (1983), a quantidade de movimento não é definida para sistemas térmicos, pois só existe uma forma de energia no sistema, a energia interna.

### 3.2.2.2 Deslocamento

O deslocamento é definido como: a integral no tempo da variável co-energética *fluxo* “*f*”, representado por “*q(t)*”.



ou seja:

$$q(t) = \int^t f(\tau) d\tau \quad (3.6)$$

| <u>Sistema</u>      | <u>Dimensão</u> | <u>Unidade (SI)</u> |
|---------------------|-----------------|---------------------|
| Mecânico Translação | x, distância    | m                   |
| Mecânico Rotação    | q, Ângulo       | rad.                |
| Elétrico/Eletrônico | q, carga        | C                   |
| Térmico             | Q, calor        | J                   |
| Hidráulico/Acústico | V, volume       | m <sup>3</sup>      |

### 3.2.3 Energia e a potência

#### 3.2.3.1 Energia

As energias podem ser representadas pelas seguintes integrais:

$$\begin{cases} E(p) = \int f dp \\ E(q) = \int e dq \end{cases} \quad (3.7)$$

que, para os sistemas representam:



SistemaDimensãoUnidade (SI)

Mecânico translação.....  $E(p) = \int v dp$ , (Cinética) J

$$E(q) = \int F dx, \text{ (Potencial) } J$$

Mecânico rotação.....  $E(p) = \int \omega dH$ , (Cinética) J

$$E(q) = \int \tau d\theta, \text{ (Potencial) } J$$

Elétrico-eletrônico.....  $E(p) = \int i d\lambda$ , (Magnética) J

$$E(q) = \int e dq, \text{ (Elétrica) } J$$

Térmico..... Quantidade de calor  $Q(t)$ , correspondente a  
temperatura "T" J

Hidráulico-acústico.....  $E(p) = \int Q dP_p$ , (Cinética) J

$$E(q) = \int P dV, \text{ (Potencial) } J$$



### 3.2.3.2 Potência

A potência é representada para qualquer dos sistemas por:



$$P(t) \equiv e(t) \cdot f(t) \quad .W (SI) \quad (3.8)$$

A unidade da potência, como também a da energia no item 3.2.3.1 são semelhantes para qualquer que seja o sistema. Observação deve ser feita quanto a estas semelhanças pois, devido aos grafos de ligações trabalharem com fluxo de potência em suas junções, ou seja, fluxo de energia no tempo, as interligações entre sistemas diferentes, sistemas híbridos, são mais fáceis. Como exemplo de sistemas híbridos pode-se citar um equipamento comum nas indústrias, a válvula de controle, que é uma junção de sistema mecânico da válvula em si, com sistema pneumático-elétrico do atuador. Ao se modelar a válvula junto com o seu posicionador, que podem ser sistemas pneumático-mecânico, pneumático-mecânico-elétrico ou elétrico-mecânico, o sistema torna-se complexo, acarretando um certo grau de dificuldade no equacionamento, já com o método dos grafos de ligações, basta seguir a fluxo de potência para obter as equações de estado e as equações de saída, as quais serão vistas oportunamente. Um outro exemplo de sistema híbrido comum em equipamentos é o servomotor, pois trata-se de um sistema hidráulico-mecânico.

### 3.3 ELEMENTOS PASSIVOS

São em número de três, sendo o primeiro, dissipador de energia, definido como *Resistivo* ("R"); o segundo, o elemento que estoca energia, definidos como *Capacitivo* ("C"); o terceiro e último, o elemento que induz energia, definidos como *Indutivo* ("I").



Os elementos passivos trocam potência, conseqüentemente energia, entre si e em locais distintos denominados de *junções*. Através destas junções pode-se conectar elementos formando assim, o sistema modelado.

Cada elemento passivo tem uma linha dedicada que indica “*como*” um elemento é interligado a outro, e em cada “junção” implica em relações de esforços e fluxos.

### 3.3.1 Resistência

Segundo ROSENBERG; KARNOFF (1983), resistência é o elemento dissipador de energia, representado pela letra “R” indicando sempre, para qualquer que seja o sistema, uma relação direta entre o esforço e o fluxo.

A dissipação é dada pelas relações:

$$\text{Relação Linear} \quad e(t) = R \cdot f(t) \quad (3.9)$$

onde:

$e(t)$  representa o esforço;  $R$  representa a resistência e  $f(t)$  representa o fluxo.

$$\text{Relação Não linear} \quad e(t) = \phi_{R(f)} \cdot f(t) \quad (3.10)$$

onde:

$\phi_{R(f)}$  é a resistência não linear.

A sua representação no grafo de ligações é:



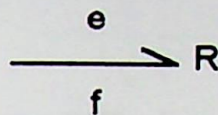


Fig. 3.05 Representação da resistência nos grafos de ligações

A meia seta apontando para “R” significa que o produto entre o esforço e o fluxo “f”, ou seja, a potência está fluindo através de “R”.

De maneira geral, pela figura 3.06, pode-se apresentar os aspectos das curvas relativas às leis lineares e não lineares de resistência. Como a potência dissipada na resistência tem sempre caráter positivo, a curva do produto, esforço pelo fluxo, é representado no 1º e 3º quadrantes.

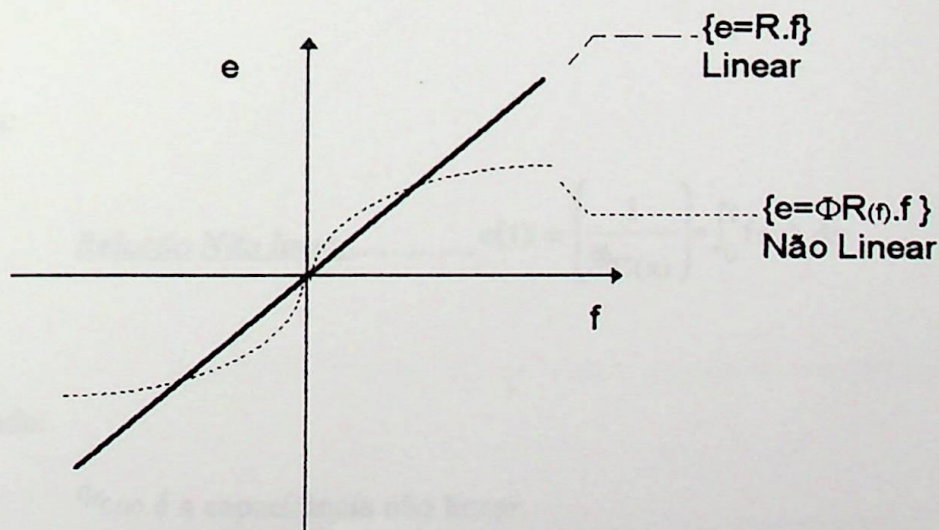


Fig. 3.06 Gráfico da potência de um dissipador



### 3.3.2 Capacitância

Representada pela letra “C”, é o elemento com característica de armazenar energia.

A lei constitutiva da capacitância segundo ROSENBERG; KARNOPP (1983), relaciona esforço (‘e’) com deslocamento (‘q’), para qualquer que seja o sistema, representada pelas expressões:

$$\text{Relação Linear} \dots\dots\dots e(t) = \left( \frac{1}{C} \right) * \int_0^t f(\tau) d\tau \quad (a)$$

onde:

e(t) representa o esforço; C representa a capacitância e f(t) representa o fluxo.

ou:

(3.11)

$$\text{Relação Não linear} \dots\dots\dots e(t) = \left( \frac{1}{\Phi_{C(x)}} \right) * \int_0^t f(\tau) d\tau \quad (b)$$

onde:

$\Phi_{C(x)}$  é a capacitância não linear.

A representação gráfica da capacitância dá-se de maneira análoga ao da resistência, a única diferença ocorre na letra que representa o elemento passivo, que no caso é o “C”.  
logo:



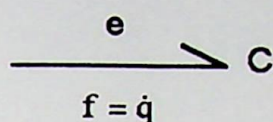


Fig. 3.07 Grafo de ligações da capacitância

De maneira geral, pela figura 3.08 pode-se apresentar os aspectos das curvas relativas as leis lineares e não lineares da capacitância.

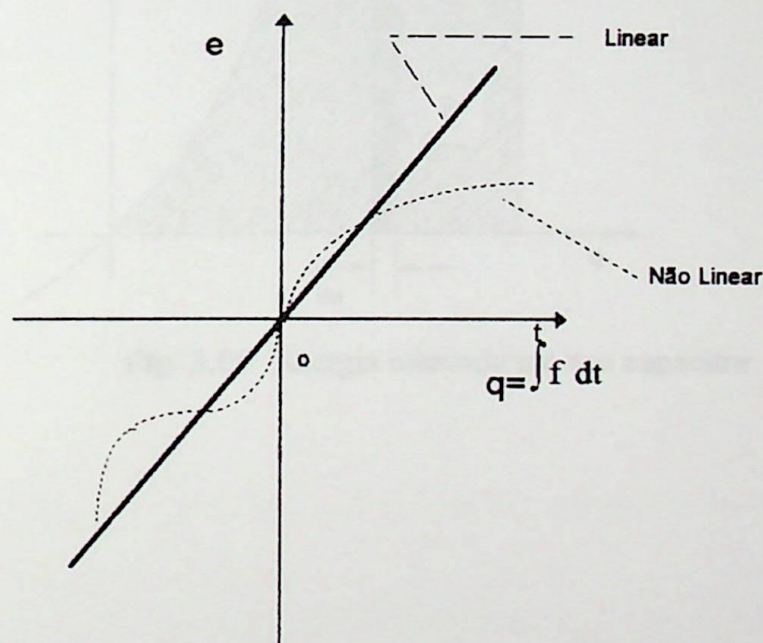


Fig. 3.08 Esforço versus deslocamento da relação linear e não linear

A energia estocada em um capacitor é expressa pela integral 3.12,

$$E(q) = \int e_{(q)} dq; \quad (3.12)$$

é representada graficamente pela área "s" na figura 3.09,



onde:

“e” é o esforço;

“q” é o deslocamento;

“dq” é o incremento do deslocamento.

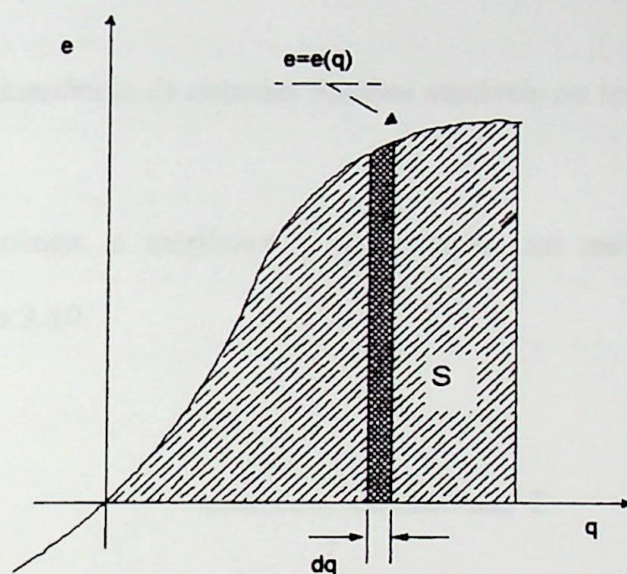


Fig. 3.09 Energia estocada em um capacitor

### 3.3.3 Inertância

Representada pela letra “T”, referenciado por ROSENBERG; KARNOPP (1983), como “ elemento de inércia” ou “inertância” segundo TIAGO (1994). Tem o mesmo objetivo da capacitância, a de acumular energia, mas energia relacionada a aceleração absoluta da força inerente à massa. Relaciona o esforço (“e”) com quantidade de movimento (“ $P_p$ ”). Para qualquer que seja o sistema, as energias estocadas pela inertância em sistemas lineares e não lineares são expressas por:



Lineares:

$$f(t) = \frac{1}{I} \int e(\tau) d\tau \quad (a)$$

(3.13)

Não lineares:

$$f(t) = \frac{1}{\Phi_I} \int e(\tau) d\tau \dots\dots\dots (b)$$

onde:

$\Phi_I$  é a inertância de sistemas lineares variáveis no tempo.

De maneira análoga, a inertância é representada no método dos grafos de ligações conforme figura 3.10.

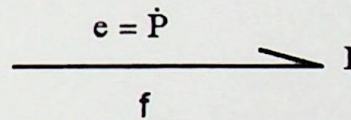


Fig. 3.10 Grafo de ligações da inertância

De maneira geral, pela figura 3.11 pode-se apresentar os aspectos das curvas relativas as leis lineares da inertância.

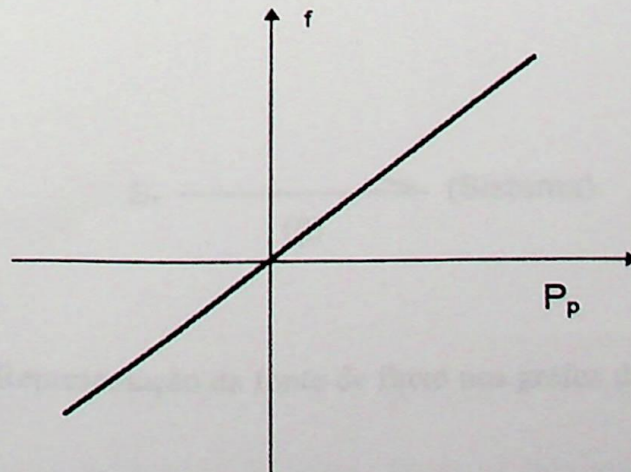


Fig. 3.11 Fluxo versus momentum



### 3.4 FONTES IDEAIS

De acordo com ROSENBERG; KARNOPP (1983), fontes ideais são elementos que fornecem “esforço” ou “fluxo” ao sistema modelado, independentemente da dinâmica deste sistema, podendo fornecer ao sistema excitações que podem ser constantes ou variáveis. Como exemplo de fonte constante pode-se citar fontes de corrente contínua e fontes de frequência como exemplo de uma fonte variável. Elas podem fornecer energia para o sistema como também absorver energia.

Nas interligações entre sistemas, pode-se considerar um ou mais sistemas como fontes ideais. Este artifício é utilizado na interligação entre dois ou mais sistemas, facilitando assim a análise. As fontes podem ser:

#### 3.4.1 Fonte de fluxo ( $S_f$ )

Quando a variável que excita o sistema tem a dimensão de fluxo “ $F(t)$ ”.

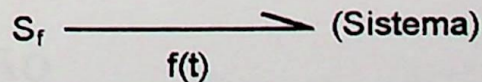


Fig. 3.12 Representação da fonte de fluxo nos grafos de ligações



### 3.4.2 Fonte de esforço ( $S_e$ )

Quando a variável que excita o sistema tem a dimensão de esforço " $E(t)$ ".

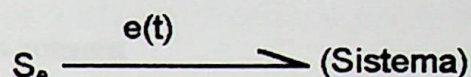


Fig. 3.13 Representação da fonte de esforço nos grafos de ligações

Considerando os tipos de sistemas, as fontes podem ser:

| <u>Sistema</u>      | <u>Fonte de Fluxo (<math>S_f</math>)</u> | <u>Fonte de Esforço (<math>S_e</math>)</u> |
|---------------------|------------------------------------------|--------------------------------------------|
| Mecânico Translação | v, velocidade                            | F, força                                   |
| Mecânico Rotação    | w, velocidade angular                    | t, torque                                  |
| Elétrico/Eletrônico | i, corrente                              | e, voltagem                                |
| Térmico             | $\dot{Q}$ , fluxo de calor               | T, temperatura                             |
| Hidráulico/Acústico | Q, vazão                                 | p, pressão                                 |

## 3.5 TIPOS DE JUNÇÃO

ROSENBERG; KARNOPP (1983) denomina de elementos de junção os componentes dos grafos de ligações que possibilitam as interligações entre os elementos.



São nestes elementos que ocorrem as distribuições da potência; não armazenam e nem dissipam energia. Elas podem ser:

### 3.5.1 Junção tipo “1” ou de fluxo comum

Esta junção indica que todos os elementos estão sob a ação do mesmo fluxo. Sendo o balanço das potências nas junções igual a zero, ou seja, a soma das potências que entram na junção é idêntica à soma das potências que saem, pode-se dizer que:

- a-) Há somente uma variável “fluxo”, comum a todos;
- b-) A soma algébrica dos esforços na junção “1” é igual a zero. Os sinais na soma algébrica são determinados pelas direções dos esforços, ou seja, as direções das meias setas.

A representação gráfica da junção tipo “1”, composta de três elementos é conforme a figura 3.14.

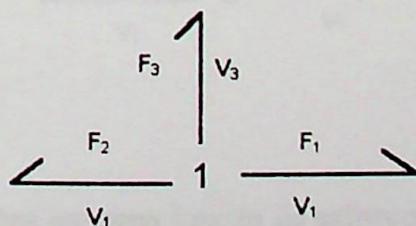


Fig. 3.14 Grafo de ligações em uma junção de fluxo comum, com três elementos.



### 3.5.2 Junção tipo “0” ou do esforço comum

É o oposto da junção “1”, ou seja, a junção do tipo “0” indica que todos os elementos estão sob a ação do mesmo esforço.

Considerando o mesmo balanço de potência utilizado na junção tipo “1”, pode-se dizer que:

- a-) Há somente uma variável “esforço”, e é comum a todos;
- b-) A soma algébrica dos fluxos na junção “0” é igual a zero. Os sinais na soma algébrica são determinados pelas direções das meias setas.

A representação gráfica das junções tipo “0”, composta de três elementos é conforme a figura 3.15.

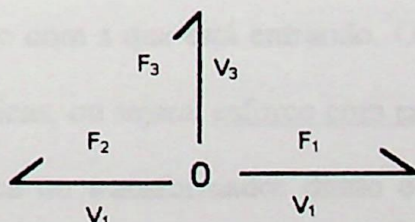


Fig. 3.15 Grafo de ligações em uma junção de esforço comum, com três elementos.



### 3.6 ELEMENTOS TRANSDUTORES

Transdutores são elementos de junção que contêm dois elementos internos, que têm a capacidade de amplificar ou atenuar as variáveis co-energéticas esforço e o fluxo.

Os transdutores são considerados ideais pois conservam a energia. Eles podem ser:

#### 3.6.1 Transformadores diretos

Segundo ROSENBERG; KARNOPP (1983), os transformadores diretos são transdutores que tem o objetivo de impor uma relação matemática entre a entrada e a saída conservando suas características físicas.

Como têm-se duas variáveis, esforço e fluxo, os transformadores mantêm esta relação com a variável *esforço* entrando na junção com a que está saindo. E a mesma relação da variável *fluxo* saindo da junção com a que está entrando. Os transformadores relacionam o mesmo tipo de variáveis básicas, ou sejam: esforço com esforço e fluxo com fluxo.

A representação gráfica do transformador direto é dada pela figura 3.16, onde "TF" indica a relação "M" de transformação..

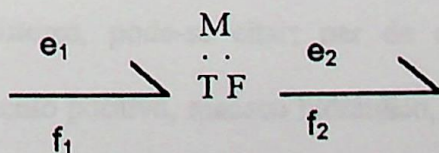


Fig. 3.16 Grafo de ligações do transformador direto



### 3.6.2 Girador ou transformador indireto

O girador ou transformador indireto ocorre freqüentemente em sistemas não lineares, relaciona o “esforço” da entrada com o “fluxo” de saída e o “fluxo” de saída com o “esforço” de entrada. O parâmetro da relação do transformador indireto tem dimensão, pois relaciona diferentes variáveis no sistema. A representação gráfica do girador é dada pela figura 3.17, onde “GY” representa a relação “~” de transformação.

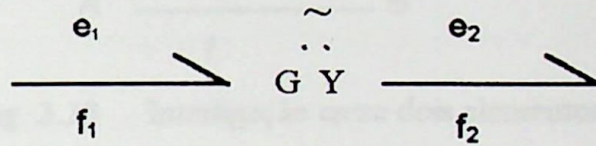


Fig. 3.17 Grafo de ligações do girador

Os elementos transdutores são normalmente aplicados como efeitos físicos atuando nos sistemas modelados. Mas na verdade, eles também podem ser modelados com elementos passivos e ativos. Os elementos transdutores são sistemas atuando dentro de outro sistema modelado. Por isto são considerados ideais, ou seja: a potência de entrada semelhante a potência de saída não importando os fenômenos internos a eles, e sim os seus efeitos. Os elementos transdutores têm o objetivo de simplificar sistemas complexos facilitando assim os seus estudos.

Como exemplos de transdutores, pode-se citar: par de engrenagens; transformador elétrico; bomba de deslocamento positivo, macaco hidráulico, etc....



### 3.7 DIREÇÃO E INTERLIGAÇÃO DA POTÊNCIA

A interligação entre dois elementos "A" e "B" se dá-se através de uma barra, onde acima desta representa-se o "esforço" e abaixo o "fluxo". Do produto das duas variáveis co-energéticas ( "e.f" ) obtém-se a potência fluindo entre os elementos "A" e "B". A representação gráfica como mostra a figura 3.18.

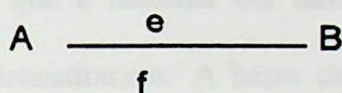


Fig. 3.18 Interligação entre dois elementos

O sentido do escoamento da potência é representada por uma "meia seta", conforme apresentado na figura 3.19. A meia seta aponta no sentido da "atual" direção de escoamento da potência, ou melhor: aponta na direção normal do escoamento da potência quando o produto entre o esforço e o fluxo for positivo, ou seja: ( e.f > 0 ). Em casos particulares, o produto ( e.f ) pode ser negativo, como é o caso em rejeições de cargas.

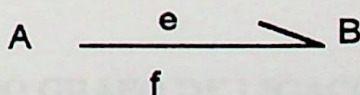


Fig. 3.19 Sentido de escoamento da potência



### 3.8 CAUSALIDADE

Para obter a partir dos grafos de ligações as “equações diferenciais”, é necessário que se determine a “*causa*” e o “*efeito*” dos elementos do sistema.

A causalidade é necessária para que haja um relacionamento algébrico entre estes elementos. A causalidade indica qual é a *excitação* ( *causa* ) e qual é a *resposta* ( *efeito* ) entre as variáveis “esforço” e “fluxo”. Sua indicação é através de uma barra vertical denominada “*barra causal*” que é inserida em uma das extremidades das ligação dos elementos passivos, ideais e transdutores. A barra causal nos diz, *qual é a origem do fluxo* portanto, o seu sentido. O sentido do “esforço” encontra-se contrário ao sentido do “fluxo”, ou seja: na direção da barra causal. Nas inserções das barras causais, deve-se observar os caracteres integrativo e derivativo das capacitâncias e indutâncias, bem como os caracteres arbitrários que ocorrem com os elementos passivos resistivos, pois estes podem tanto gerar fluxo como esforço, dependendo do modo como estão aplicados no sistema.

### 3.9 CONSTRUÇÃO DO GRAFO DE LIGAÇÕES

Os grafos de ligações agrupam elementos que compõem o sistema a serem modelados obedecendo as leis físicas que regem o sistema, isto pode ser feito através de rotinas, em função da natureza do sistema.



Os grafos de ligações permitem a obtenção das equações de estado e as equações de saída, a tabela 3.1 tirada de TIAGO (1994), que resumiu a partir de ROSENBERG (1984), apresenta a rotina passo a passo para obter-se o grafo para cada sistema:

Tab. 3.1 Rotina para a Construção dos Grafos de Ligações

| Passo | Mecânico<br>Trans./Rotação                                  | Elétrico                                                             | Térmico                                                       | Hidráulico/Acústico                                      |
|-------|-------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|
| 1º    | Para cada velocidade distinta estabelece-se uma junção "1". | Para cada ponto de potencial (tensão), estabelece-se uma junção "0". | Para cada ponto de temperatura, estabelece-se uma junção "0". | Para cada ponto de pressão estabelece-se uma junção "0". |
| 2º    | Entre cada par de junção "1", insere-se uma junção "0"      | Entre cada par de junção "0", insere-se uma junção "1"               | Entre cada par de junção "0", insere-se uma junção "1"        | Entre cada par de junção "0", insere-se uma junção "1"   |
| 3º    | Adiciona-se os elementos passivos                           | Adiciona-se os elementos passivos                                    | Adiciona-se os elementos passivos                             | Adiciona-se os elementos passivos                        |
| 4º    | Adiciona-se as fontes de velocidade e esforço               | Adiciona-se as fontes de tensão e corrente                           | Adiciona-se as fontes de fluxo de calor e temperatura         | Adiciona-se as fontes de fluxo e pressão                 |



|    |                                                      |                                                                        |                                                                                                  |                                                                                            |
|----|------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|
| 5° | Assinale as direções das potências                   | Assinale as direções das potências                                     | Assinale as direções das potências                                                               | Assinale as direções das potências                                                         |
| 6° | Eliminar as junções "1", onde a velocidade for zero. | Elimina-se a tensão de referência ( terra) e sua respectiva junção "0" | Elimina-se a temperatura de referência e sua respectiva junção "0", normalmente a temp. ambiente | Elimina-se a pressão de referência e sua respectiva junção "0", normalmente a pressão atm. |
| 7° | Simplifique o grafo de ligações                      | Simplifique o grafo de ligações                                        | Simplifique o grafo de ligações                                                                  | Simplifique o grafo de ligações                                                            |
| 8° | Assinale as causalidade                              | Assinale as causalidade                                                | Assinale as causalidade                                                                          | Assinale as causalidade                                                                    |
| 9° | Formule as equações de estado e as equações de saída | Formule as equações de estado e as equações de saída                   | Formule as equações de estado e as equações de saída                                             | Formule as equações de estado e as equações de saída                                       |

### 3.10 OBTENÇÃO DAS EQUAÇÕES DE ESTADO

A grande vantagem dos grafos de ligações é a obtenção ordenada das equações de estado. Das equações de estado pode-se obter as equações das saídas e por fim, obter as funções de transferências desejadas.



A obtenção das equações de estado baseiam-se em dois pontos que são: formulação e redução.

Para a formulação, deve-se conhecer após a construção dos grafos, os elementos passivos com "*Causalidade Integrativa*", que darão a ordem ao sistema, ou seja, "o número de equações"; estes elementos passivos podem ser: inércia "I" ou de capacitância "C". Associa-se a cada elemento de causalidade integrativa, as variáveis energéticas ( *quantidade de movimento* " $P_p$ " e o *deslocamento* " $q$ " ) e as variáveis de co-energia( *fluxo* " $f$ " e *esforço* " $e$ " ), conforme as relações:

$$\begin{aligned}
 e(t) &= R f(t) \Rightarrow f(t) = \frac{1}{R} e(t) \\
 q(t) &= \int_0^t f(\tau) d\tau \Rightarrow f(t) = \dot{q}(t) \\
 P(t) &= \int_0^t e(\tau) d\tau \Rightarrow e(t) = \dot{P}_p(t) \\
 e(t) &= \frac{1}{C} \int_0^t f(\tau) d\tau \Rightarrow e(t) = \frac{1}{C} q(t) \\
 f(t) &= \frac{1}{I} \int_0^t e(\tau) d\tau \Rightarrow f(t) = \frac{1}{I} P_p(t)
 \end{aligned} \tag{3.14}$$

A formulação é feita para cada junção colocando as suas respectivas fontes e obedecendo a lei de conservação da energia,  $\sum \mathcal{P}_i = 0$ .

A redução é substituir nas equações obtidas em cada junção, as relações apresentadas nas equações 3.14, resultando assim, um sistema de equações de primeira ordem em função das variáveis de energia (" $q$ " e " $P_p$ " ) e das fontes de esforço " $S_e$ " ou fluxo " $S_f$ ".







Observe que as equações de 3.15 são idênticas as equações 3.2, então pode-se representá-las na forma matricial, ou seja:

$$\dot{X} = AX + Bu(t) \quad (3.18)$$

### 3.11 SOLUÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES DE ESTADO

O objetivo é determinar os valores de " $X_i(t)$ " em função do tempo. Basta aplicar a Transformada de Laplace no sistema de equações 3.16, considerando os seus valores iniciais  $X_i(0)$  e os parâmetros constantes, ou seja:

$$\mathcal{L}\{\dot{X}_1\} = \mathcal{L}\{a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \dots + a_{1n}X_n + b_{11}u_1 + b_{12}u_2 + \dots + b_{1r}u_r\}$$

$$\mathcal{L}\{\dot{X}_2\} = \mathcal{L}\{a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \dots + a_{2n}X_n + b_{21}u_1 + b_{22}u_2 + \dots + b_{2r}u_r\}$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\mathcal{L}\{\dot{X}_n\} = \mathcal{L}\{a_{n1}X_1 + a_{n2}X_2 + \dots + a_{nn}X_n + b_{n1}u_1 + b_{n2}u_2 + \dots + b_{nr}u_r\}$$

logo:

$$sX_1(s) - X_1(0) = a_{11}X_1(s) + a_{12}X_2(s) + \dots + a_{1n}X_n(s) + b_{11}U_1(s) + b_{12}U_2(s) + \dots + b_{1r}U_r(s)$$

$$sX_2(s) - X_2(0) = a_{21}X_1(s) + a_{22}X_2(s) + \dots + a_{2n}X_n(s) + b_{21}U_1(s) + b_{22}U_2(s) + \dots + b_{2r}U_r(s)$$

$$\dots\dots\dots$$

$$sX_n(s) - X_n(0) = a_{n1}X_1(s) + a_{n2}X_2(s) + \dots + a_{nn}X_n(s) + b_{n1}U_1(s) + b_{n2}U_2(s) + \dots + b_{nr}U_r(s)$$

(3.19)



com simples substituições matemáticas, pode-se chegar à solução para cada  $X_i(s)$ , pois, têm-se "n" equações com "n" incógnitas.

### 3.11.1 Regra de Cramer

Colocando as equações 3.19 na forma matricial, têm-se:

$$A_1 = \begin{bmatrix} (s - a_{11}) & -a_{12} & \dots & -a_{1n} \\ -a_{21} & (s - a_{22}) & \dots & -a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -a_{n1} & -a_{n2} & \dots & (s - a_{nn}) \end{bmatrix} = (S * I - A)$$

$$X = \begin{bmatrix} X_1(s) \\ X_2(s) \\ \dots \\ X_n(s) \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} [X_1(0) + b_{11}U_1(s) + \dots + b_{1r}U_r(s)] \\ [X_2(0) + b_{21}U_1(s) + \dots + b_{2r}U_r(s)] \\ \dots \\ [X_n(0) + b_{n1}U_1(s) + \dots + b_{nr}U_r(s)] \end{bmatrix}$$

portanto:

$$A_1 * X = B_1 \quad (3.20)$$



Segundo a regra de Cramer, a solução de cada incógnita nada mais é do que a razão entre dois determinantes, onde o denominador é a matriz dos coeficientes “A<sub>1</sub>”. O numerador nada mais é do que o próprio denominador substituindo a coluna correspondente da incógnita pela coluna da direita ou seja “B<sub>1</sub>”. Logo, caso se deseje obter “X<sub>2</sub>(s)”, basta substituir a segunda coluna da matriz “A<sub>1</sub>” pela coluna “B<sub>1</sub>”, e dividi-la pela matriz “A<sub>1</sub>”, obtendo-se assim um polinômio;

$$X_2(s) = \frac{\begin{bmatrix} (s - a_{11}) & [X_1(0) + b_{11}U_1(s) + \dots + b_{1r}U_r(s)] & \dots & -a_{1n} \\ -a_{21} & [X_2(0) + b_{21}U_1(s) + \dots + b_{2r}U_r(s)] & \dots & -a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -a_{n1} & [X_n(0) + b_{n1}U_1(s) + \dots + b_{nr}U_r(s)] & \dots & (s - a_{nn}) \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} (s - a_{11}) & -a_{12} & \dots & -a_{1n} \\ -a_{21} & (s - a_{22}) & \dots & -a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -a_{n1} & -a_{n2} & \dots & (s - a_{nn}) \end{bmatrix}} = \frac{(S * I - A)_{*2}}{(S * I - A)} \quad (3.21)$$

Obs.:

“I”, significa matriz identidade e o “\*2”, significa que a segunda coluna de (S\*I-A<sub>1</sub>) foi substituída pela coluna B<sub>1</sub>.

Segundo ROSENBERG; KARNOPP (1983) apud TIAGO (1994), A matriz “A<sub>1</sub>”, que é o denominador na solução de todas as incógnitas é chamada de “*polinômio característico*”, nota-se que este polinômio independe das condições iniciais e também das excitações. Expandindo-o em frações parciais, pode-se determinar os tempos do sistema modelado.







## CAPÍTULO 4

### IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS

#### 4.1 GENERALIDADES

Em um controle de processo, normalmente almeja-se atender as certas especificações do sistema mas freqüentemente isto não é alcançado, pois no decorrer do processo as características dinâmicas podem sofrer mudanças, tais como: parâmetros que variam aleatoriamente no tempo, mudanças ambientais que também variam no tempo, mudanças nas próprias características dinâmicas do processo ou até mesmo, variações devidas as características iniciais que não foram bem definidas. Sendo assim, o objetivo do controle, para o qual foi projetado, não é alcançado; fazendo-se necessário, para alguns processos, determinar constantemente as características dinâmicas o que se denomina: "Identificação de Parâmetros". A técnica de identificação, possibilita alcançar o objetivo deste trabalho que como comentado no capítulo 1 é: obter as curvas características de maior relevância relativo aos componentes do sistema em questão. O método utilizado para a identificação será o dos Mínimos Quadrados convencional como também sua forma recursiva.

Denomina-se planta, um equipamento, parte de um equipamento ou mesmo um conjunto de equipamentos com o objetivo de desempenhar uma dada operação. Como por exemplo, pode-se citar: turbinas, sistemas de bombeamento de água, caldeiras, etc...



A planta é representada por uma função de transferência contínua no tempo, obtida através da técnica dos gráficos de ligações, apresentada no capítulo 3, que segundo ISERMANN (1981) ou PHILLIPS; NAGLE (1990), esta função de transferência pode também ser representada em tempos discretos, ou seja:

$$G(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_n z^{-n}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}}, \quad (4.1)$$

ou na forma da equações das diferenças,

$$Y(z) \cdot [1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}] = u(z) \cdot [b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_n z^{-n}] \quad (4.2)$$

onde:

$a_1, a_n, b_1$  e  $b_n$  são parâmetros;

$n$ , representa a ordem das amostragens;

$z$ , operador da transformada “ $z$ ”;

$Y(z)$ , saída ou resposta do sistema no domínio da transformada “ $z$ ”;

$u(z)$ , entrada ou excitação do sistema no domínio da transformada “ $z$ ”.

## 4.2 IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS

### 4.2.1 Introdução

De acordo com LJUNG; SÖDERSTRÖM (1986), a identificação pode ser obtida através de um pacote de aquisições feitas no sistema, com o qual pode-se



construir o modelo; este método é denominado de identificação “off-line identification” ou identificação por pacote “batch identification”. No caso em estudo, tem-se o objetivo de identificar os parâmetros a cada novo estado da planta, pois os parâmetros podem variar a cada momento, pois a sua “não linearidade” está relacionada à leis quadráticas ; se for considerado, para velocidades moderadas no transitório, pequenos intervalos de tempo o sistema torna-se “linearmente equivalente” ou seja, variando em torno de um ponto, logo, os parâmetros serão obtidos para o intervalo de tempo considerado, conseqüentemente o mesmo acontecerá para o próximo intervalo de tempo. Portanto, a atualização de informações nos leva ao algoritmo recursivo, tendo o mesmo significado de identificação em linha, identificação em tempo real, algoritmo adaptativo, estimação seqüencial, etc..

Na identificação recursiva, a medida que os novos dados são processados, os dados antigos são descartados. Utilizando artifícios computacionais, pode-se analisar uma grande quantidade de dados; donde, dos quais obtêm-se as variações dos parâmetros inerentes à planta.

#### 4.2.2 Identificação recursiva.

Considere  $y(k)$  a informação no tempo discreto “k” que compõe o vetor “ $y^k$ ”; ou melhor,

$y^k$  é o vetor composto pelo conjunto de dados entre  $y(1)$  ..... $y(k)$ , logo:

$$y^k = \{y(k), y(k-1), \dots, y(1)\} \quad (4.3)$$



O objetivo da identificação é determinar " $\theta$ " através do mapeamento de  $y^k$ , onde  $\theta$ , é o vetor que contém os parâmetros do modelo, assim:

$$y^k \rightarrow \hat{\theta}(k; y^k) \quad (4.4)$$

O vetor apresentado através da equação 4.4 é uma a identificação por pacote, onde são coletadas " $N$ " amostras, obtendo-se assim, o vetor correspondente a estas amostras, ou seja:

$$\hat{\theta}_N \rightarrow \hat{\theta}(N; y^N) \quad (4.5)$$

Já para a identificação recursiva, o valor estimado é requerido para cada " $k$ ", através de um certo número de informações armazenadas  $\hat{\theta}(k)$  em um vetor auxiliar " $S(k)$ ", e este vetor auxiliar será atualizado a cada novo valor de  $y(k)$  da aquisição, sendo assim:

$$\hat{\theta}(k) = f_1[\hat{\theta}(k-1), S(k), y(k)] \quad (4.6)$$

$$S(k) = f_2[S(k-1), \hat{\theta}(k-1), y(k)] \quad (4.7)$$

onde:

$f_1()$  e  $f_2()$  indicam funções;

$\hat{\theta}(k)$ , é o vetor dos parâmetros no tempo discreto " $k$ ";

$\hat{\theta}(k-1)$ , é o vetor dos parâmetros no tempo discreto " $k-1$ ";

$y(k)$ , é o valor amostrado no tempo discreto " $k$ ";

$S(k)$ , é o vetor auxiliar no tempo discreto " $k$ ";

$S(k-1)$ , é o vetor auxiliar no tempo discreto " $k-1$ ";



O método utilizado neste trabalho é o dos “Mínimos Quadrados”, que é um método para a identificação por pacote, podendo ser estendido para o método recursivo, que utiliza como introdutório o método “Ajuste de Curva Através dos Mínimos Quadrados”. O conteúdo deste procedimento foi baseado nos trabalhos de PHILLIPS; NAGLE (1990).

#### 4.2.3 Ajuste de curva através dos mínimos quadrados

Seja a relação linear

$$y = a.x \quad (4.8)$$

onde:

“a”, é a constante desconhecida a qual deseja-se calcular.

Obtendo-se pares de dados amostrados “(x<sub>i</sub>,y<sub>i</sub>)”, pode-se expressar uma relação matemática para cada par amostrado, ou sejam:

$$y_1 = a x_1 + e_1$$

$$y_2 = a x_2 + e_2$$

$$y_3 = a x_3 + e_3$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$y_i = a x_i + e_i$$

(4.9)



Onde os termos " $e_i$ " são os erros para cada amostragem; se não houvessem erros, ou melhor, se forem considerados "zero", bastaria apenas um par de dados para determinar a constante " $a$ "; todavia, erros estão sempre presentes em situações reais.

O ajuste de curva através dos mínimos quadrados determina a constante " $a$ " de maneira tal que: o erro quadrático é minimizado.

Passando a equação (4-9) para notação matricial, tem-se :

$$Y = a X + E \quad (4.10)$$

onde:

$Y$ ,  $X$  e  $E$ ; são vetores definidos por:

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_i \end{bmatrix}; \quad X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_i \end{bmatrix}; \quad E = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_i \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Uma vez que o produto da matriz transposta ( $E^T$ ) pela matriz ( $E$ ); é um escalar, tem-se:

$$E^T \cdot E = e_1^2 + e_2^2 + \dots + e_i^2 = \sum_{k=1}^i e_{ki}^2 \quad (4.12)$$

substituindo (4-10) em (4-12), resulta:

$$E^T \cdot E = [Y - aX]^T \cdot [Y - aX] = Y^T Y - aY^T X - aX^T Y + a^2 X^T X \quad (4.13)$$

Aplicando  $Y^T X = X^T Y$  que é uma das propriedades de matrizes,



obtem-se:

$$E^T.E = Y^T Y - 2.a.X^T Y + a^2 X^T X \quad (4.14)$$

Deseja-se minimizar o "erro".; logo, para o mínimo valor, tem-se:

$$\frac{\partial(E^T E)}{\partial(a)} = -2X^T Y + 2.a.X^T X = 0, \quad (4.15)$$

resultando,

$$a = \frac{X^T Y}{X^T X} = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (4.16)$$

substituindo a equação 4.16 na equação 4.8, resulta:

$$y = [(X^T X)^{-1} X^T Y].X \quad (4.17)$$

Através da equação 4.17, obtém-se a curva dos pares de dados amostrados com mínimo erro.

#### 4.2.4 Identificação através dos mínimos quadrados

A identificação dos parâmetros de uma função de transferência com sinais discretos "G(s)", que representa um sistema qualquer, nada mais é do que uma extensão do ajuste de curva através dos mínimos quadrados. Para tal, seja a função de transferência conforme apresentada pela equação 4.18,



$$G(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{b_1 z^{n-1} + b_2 z^{n-2} + \dots + b_n}{z^n - a_1 z^{n-1} - \dots - a_n} \quad (4.18)$$

onde:

$U(z)$ , são os valores das excitações no tempo discreto;

$Y(z)$ , são as repostas do sistema no tempo discreto;

$z$ , transformada “z”;

$a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_n$  são os parâmetros a serem determinados;

$n$ , é o índice dos parâmetros.

O sistema pode ser reescrito pela equação das diferenças, ou seja:

$$y(k) = a_1 y(k-1) + a_2 y(k-2) + \dots + a_n y(k-n) + b_1 u(k-1) + b_2 u(k-2) + \dots + b_n u(k-n) \quad (4.19)$$

Observa-se que a equação 4.19 somente é definida com um pacote de  $(N+1)$  termos, ou seja:

$$\{u(0), y(0)\}; \{u(1), y(1)\}; \dots; \{u(N), y(N)\} \quad (4.20)$$

Sendo  $(N \geq n)$ , onde: “ $n$ ” é o número que representa o índice dos parâmetros, pode-se definir o vetor “ $f^T(k)$ ”, como:

$$f^T(k) = \{y(k-1) \ y(k-2) \ \dots \ y(k-n) \ u(k-1) \ u(k-2) \ \dots \ u(k-n)\} \quad (4.21)$$

O período de amostragem é:  $[n, n+1, \dots, N]$ ; pois todos os dados do vetor “ $f^T(k)$ ” devem estar completos, e isto ocorre somente após a  $n$ ésima amostra, ocorrendo neste momento também, o primeiro erro das amostras “ $e(n)$ ”, logo:



$$\begin{aligned}
 y(n) &= f^T(n)\theta + e(n) \\
 y(n+1) &= f^T(n+1)\theta + e(n+1) \\
 &\dots\dots\dots \\
 y(N) &= f^T(N)\theta + e(N)
 \end{aligned}
 \tag{4.22}$$

onde:

$\theta$ , é o vetor dos coeficientes, ou seja:

$$\theta = (a_1 \ a_2 \dots a_n \ b_1 \ b_2 \dots b_n)^T \tag{4.23}$$

Utilizando a notação matricial, têm-se:

$$Y(N) = \begin{bmatrix} y(n) \\ y(n+1) \\ \vdots \\ y(N) \end{bmatrix}; \quad F(N) = \begin{bmatrix} f^t(n) \\ f^t(n+1) \\ \vdots \\ f^t(N) \end{bmatrix}; \dots\dots\dots E(N) = \begin{bmatrix} e(n) \\ e(n+1) \\ \vdots \\ e(N) \end{bmatrix} \tag{4.24}$$

pode-se portanto, expressar 4-24 na forma compacta, ou seja:

$$Y(N) = F(N) \theta + E(N) \tag{4.25}$$

O vetor " $\theta$ ", será calculado de tal maneira que, a soma dos quadrados de seus erros sejam minimizados. Sendo o mesmo procedimento utilizado no ajuste de curvas, item 4.2.3; para tal, define-se:

"Função Custo", definida como sendo a soma dos quadrados dos erros, ou seja:

$$J(\theta) = \sum_{k=n}^N e^2(k) = e^T(N) e(N) \tag{4.26}$$



substituindo 4-25 em 4-26, e omitindo "N", tem-se:

$$J(\theta) = [Y - F\theta]^T \cdot [Y - F\theta] = Y^T Y - \theta^T F^T Y - Y^T F \theta + \theta^T F^T F \theta$$

$$J(\theta) = Y^T Y - 2\theta^T F^T Y + \theta^T F^T F \theta \quad (4.27)$$

Pode-se obter o valor de " $\theta$ " que minimize o valor da função custo, " $J(\theta)$ ", obtido através da primeira derivada parcial de " $J(\theta)$ " em relação a " $\theta$ ", igualando-a a zero; ou seja:

$$\frac{\partial J(\theta)}{\partial \theta} = 0 \quad (4.28)$$

Aplicando a relações entre matrizes apresentado por PHILLIPS; NAGLE (1990), denominada forma quadrática; para tal, seja expressão matricial representada pela equação 4.29:

$$F = X^T D X \quad (4.29)$$

Onde:

$X$ , é matriz (1x n);

$X^T$ , é a transposta de  $X$ , portanto, ( n x 1 );

$D$ , é matriz quadrática, (n x n),

A derivada parcial de " $F$ " com relação a " $X$ " é:

$$\frac{\partial F}{\partial X} = 2 \cdot D \cdot X \quad (4.30)$$

Derivando parcialmente a função custo, equação 4.27, utilizando a propriedade apresentada por 4.30 e igualando a zero, obtém-se o mínimo valor, ou seja:

$$\frac{\partial J(\theta)}{\partial \theta} = -2F^T Y + 2F^T F \theta = 0,$$



logo:

$$F^T F \theta = F^T Y$$

Assim, o vetor dos parâmetros obtidos através do método dos “mínimos quadrados”  $\hat{\theta}_{MQ}$ ; retornando o número de dados do pacote “N” omitido anteriormente, é:

$$\hat{\theta}_{MQ} = [F^T(N)F(N)]^{-1} [F^T(N)Y(N)] \quad (4.31)$$

Logo, para um pacote de “N” dados, existindo a matriz inversa  $[F^T(N)F(N)]^{-1}$  pode-se identificar através da equação 4.31 os melhores valores dos elementos de “ $\theta$ ” (vetor dos coeficientes), denominado “ $\hat{\theta}$ ”.

#### 4.2.4.1 Ponderação

Em processos reais, os dados da aquisição, são afetados com outros erros não pertencentes ao processo, estes erros são devidos a vários fatores na aquisição tais como: erros dos sensores, erros dos transmissores, erros na transmissão dos sinais, erros na conversão dos sinais, etc... Enfim, tem-se um somatório de erros, onde alguns são eliminados nos próprios equipamentos utilizados, mas outros, são quase impossíveis de serem eliminados ou o custo para tal não justifica. Logo, os erros  $e(k)$  são maiores que os gerados pelo processo. Para minimizar estes erros, pode-se introduzir uma ponderação “ $w(n)$ ” na função custo, ou seja:



$$J(\theta) = \sum w(n) e^2(n) + w(n+1) e^2(n+1) + \dots + w(N) e^2(N) \quad (4.32)$$

O termo de ponderação normalmente utilizado é:

$$w(k) = a\gamma^{N-k}; \quad (4.33)$$

Onde:

$$\gamma \leq 1,$$

Se “ $\gamma$ ” assume valores pequenos os dados mais recentes dominam a estimação; no caso inverso, para “ $\gamma$ ” próximo de “1”, os dados mais distantes tem grande influência. Normalmente utiliza-se com maiores pesos, os dados mais recentes.

A ponderação é dita exponencial quando  $a = (1 - \gamma)$ .

A equação 4.34 representa a equação 4.32 na forma matricial,

$$J(\theta) = \sum_{k=n}^N w(k) e^2(k) = E^T(N) \cdot W(N) \cdot E(N) \quad (4.34)$$

onde:

$W(N)$ , é uma matriz diagonal cujos os elementos são  $w_{ii} = w(i + n - 1)$ .

Portanto, para calcular  $\frac{\partial J(\theta)}{\partial \theta}$ , onde será minimizada a função custo ponderada, basta substituir 4.25 em 4.34,



$$J(\theta) = [Y - F\theta]^T \cdot W \cdot [Y - F\theta] \quad (4.35)$$

$$J(\theta) = Y^T W Y - Y^T W F \theta - F^T \theta^T W Y + F^T \theta^T W F \theta$$

$$\frac{\partial J(\theta)}{\partial \theta} = -2 \cdot F^T W Y + 2 \cdot F^T W F \theta$$

$$p / \frac{\partial J(\theta)}{\partial \theta} = 0, \text{ resultando em:}$$

$$\hat{\theta}_{MQP} = [F^T(N) \cdot W(N) \cdot F(N)]^{-1} \cdot [F^T(N) \cdot W(N) \cdot Y(N)] \quad (4.36)$$

Se considerarmos  $a = \gamma = 1$ , a matriz peso torna-se matriz identidade, ou seja:

“ $W(N) = I$ ”, neste caso a 4.36 torna-se a equação 4.31.

#### 4.2.5 Identificação através dos mínimos quadrados recursivo

A identificação através dos mínimos quadrados recursivo é idêntico ao processo anterior, ou seja: a dos mínimos quadrados, porém, o vetor “ $\theta$ ” pode ser recalculado para cada par de dados da aquisição.

Para atingir o objetivo deste trabalho, faz-se necessário obter todos os vetores com os melhores valores dos parâmetros da função de transferência ao longo das aquisições realizadas no ensaio, formando assim, um conjunto de  $\hat{\theta}$  (s), ou melhor, para cada par de dados da aquisição há um vetor, cujo os seus valores serão matematicamente retroagidos; obtendo-se assim os valores dos coeficientes dos componentes desejados, inerentes à planta; que também podem ser chamados de parâmetros.



Neste processo de identificação, os valores dos vetores  $\hat{\theta}$  no início da aquisição divergem um pouco dos valores reais, mas em poucas iterações são alcançados, não acarretando assim nenhum prejuízo nos resultados.

O desenvolvimento do método dos mínimos quadrados recursivo origina-se de uma das matrizes da equação 4.11, onde se introduz o termo "N+1" que corresponde a última amostra, ou seja:

$$F(N+1) = \begin{bmatrix} f^t(n) \\ f^t(n+1) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ f^t(N+1) \end{bmatrix}, \quad (4.37)$$

Sendo a sua transposta:

$$F^T(N+1) = [f(n) \dots f(N) f(N+1)] \quad (4.38)$$

Utilizando o termo:

$$\{F^T(N) W(N) F(N)\}, \quad (4.39)$$

da expressão 4.80, e considerando o fator de ponderação:

$$w(k) = a\gamma^{N+1-k} \quad (p / \gamma \leq 1), \quad (4.40)$$

Levando em 4.39 as expressões 4.37, 4.38 e 4.40, onde tem-se um produto entre dois vetores que multiplicado pela ponderação, que é um escalar, obtém-se um somatório, ou seja:



$$F^T(N+1)W(N+1)F(N+1) = \sum_{k=n}^{N+1} f(k) a \gamma^{N+1-k} f^T(k) =$$

$$\sum_{k=n}^N f(k) a \gamma^{N-k} f^T(k) + f(N+1) a f^T(N+1) \quad (4.41)$$

manipulando os termos, resulta em:

$$F^T(N+1)W(N+1)F(N+1) = \gamma F^T(N)W(N)F(N) + f(N+1) a f^T(N+1) \quad (4.42)$$

Definindo:

$$P(k) = [F^T(k)W(k)F(k)]^{-1} \quad (4.43)$$

substituindo a expressão 4.43 na expressão 4-42, resulta em:

$$P^{-1}(N+1) = \gamma P^{-1}(N) + f(N+1) a f^T(N+1) \quad (4.44)$$

Considerando a propriedade de inversão de matrizes (FÓRMULA DE HOUSEHOLDER):

$$(A + BCD)^{-1} = A^{-1} - A^{-1}B(C^{-1} + DA^{-1}B)^{-1}DA^{-1} \quad (4.45)$$

e trabalhando com expressões 4-42, 4.43, 4.44 e 4.45; obtém-se três relações que possibilitam obter o valor de  $\hat{\theta}$  ; PHILLIPS; NAGLE (1990), são elas:

$$L(N+1) = \frac{1}{\gamma} P(N) f(N+1) \left[ \frac{1}{a} + f^T(N+1) \frac{1}{\gamma} P(N) f(N+1) \right]^{-1} \quad (4.46)$$

$$\hat{\theta}_{MQP}(N+1) = \hat{\theta}_{MQP}(N) + L(N+1) [y(N+1) - f^T(N+1) \hat{\theta}_{MQP}(N)] \quad (4.47)$$



$$P(N+1) = \frac{1}{\gamma} [I - L(N+1)f^T(N+1)]P(N) \quad (4.48)$$

Onde:

$$f(N+1) = f(k+1) = [-y(k-1) \quad -y(k-2) \dots -y(k-n) \quad u(k-1) \dots u(k-n)]^T \quad (4.49)$$

$I$ , é a matriz identidade ( $2n \times 2n$ );

$P(N)$ , é uma matriz  $2n \times 2n$ .

$$P(N) = [F^T(N)W(N)F(N)]^{-1} \dots \dots \dots (4.50)$$

Sendo que, para o início dos cálculos, os valores iniciais de  $P(N)$ , bem como os valores iniciais de  $\hat{\theta}_{MQP}(N)$ , que é uma matriz ( $1 \times n$ ); são estimados. Assim sendo, para que haja uma aproximação do primeiro vetor  $\hat{\theta}_{MQP}$  desejado, algumas interações são necessárias.

Caso se tenha um par ou pares de dados com erros acentuados; o quadrado destes erros, irão dominar a soma dos quadrados dos erros, desviando dos valores reais. O artifício utilizado para reduzir este efeito é a ponderação; o que também diminui a precisão dos resultados. Entretanto, pode-se trabalhar neste par ou pares de dados de maneira tal que não seja necessário alterar a ponderação.

Logo, o método dos “Mínimos Quadrados Recursivo” é uma ferramenta de grande auxílio para o objetivo deste trabalho. Entretanto deve-se tomar cuidado com as primeiras interações, pois elas divergem do valor real. Por sorte, elas afetam somente algumas interações que são iniciais podendo ser desprezadas.



## CAPÍTULO 5

### MODELAGEM DO SISTEMA

#### 5.1 MODELAGEM DE DOIS VASOS COMUNICANTES

##### 5.1.1 Introdução

Para alcançar o objetivo deste trabalho, construiu-se uma bancada de testes hidrodinâmicos no Laboratório para Pequenas Centrais Hidrelétricas (LHPCH) da Escola Federal de Engenharia de Itajubá conforme mostra a figura 5.01, composta por dois vasos em acrílico de áreas conhecidas comunicando-se entre si através de uma tubulações em PVC 1/2" com uma válvulas agulha, na saída do segundo vaso; uma outra válvulas agulha, conforme mostra figura 5.02.





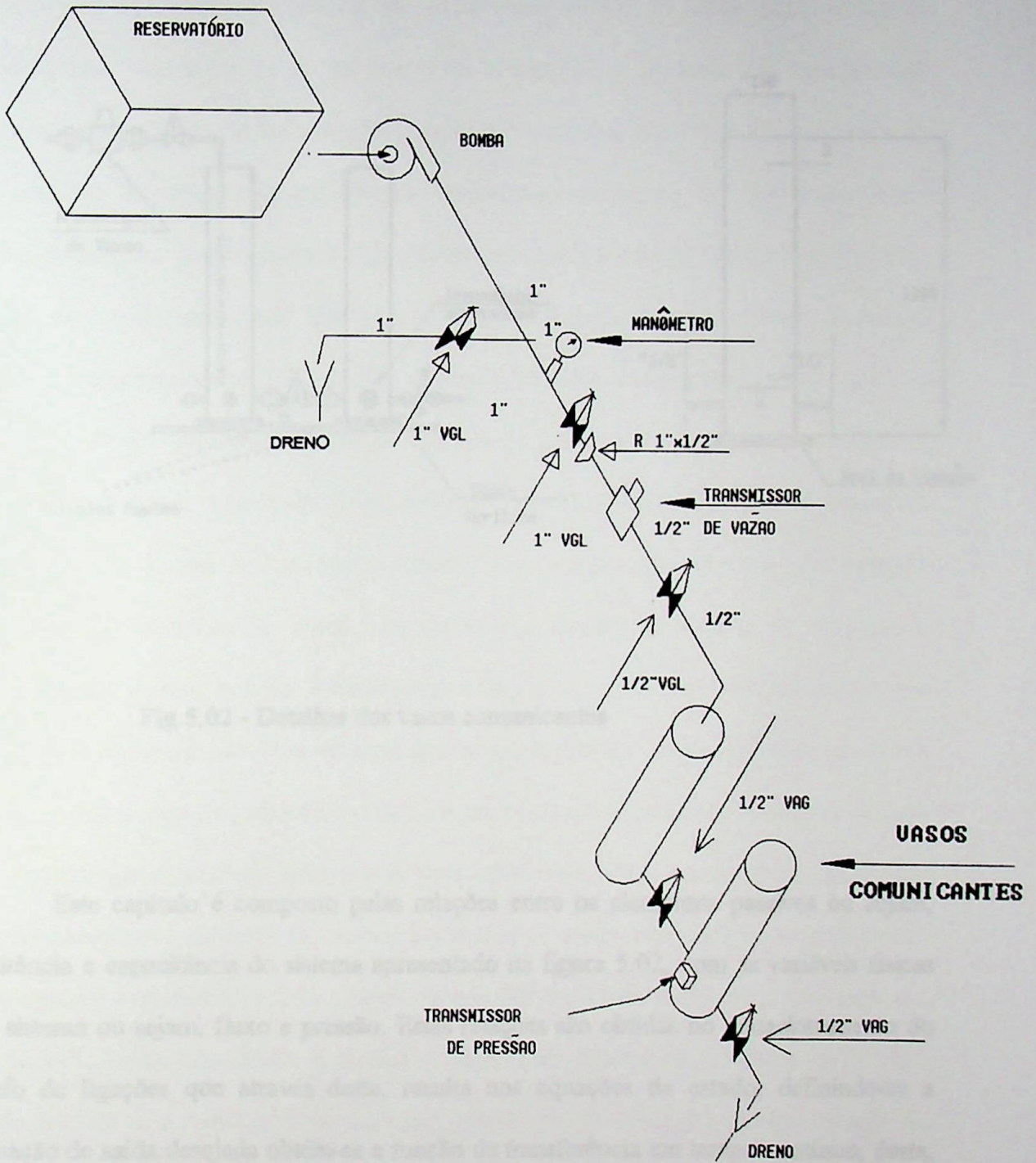


Fig 5.01 - Bancada de testes para a identificação de parâmetros construída no LHPCH - EFEI



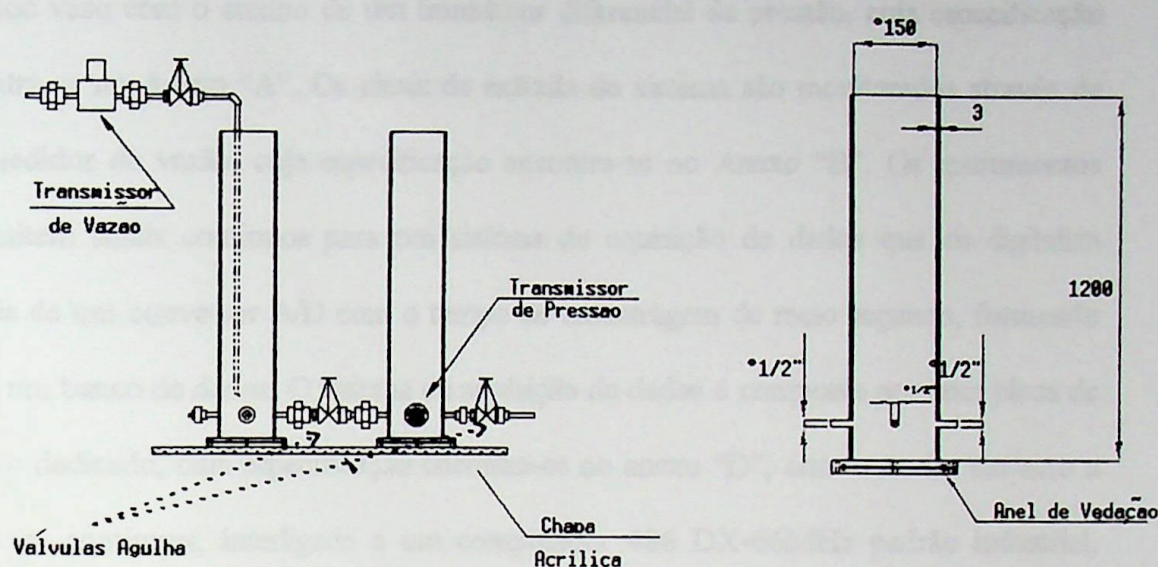


Fig 5.02 - Detalhes dos vasos comunicantes

Este capítulo é composto pelas relações entre os elementos passivos ou sejam, resistência e capacitância do sistema apresentado na figura 5.02, com as variáveis físicas no sistema ou sejam, fluxo e pressão. Estas relações são obtidas no equacionamento do grafo de ligações que através deste, resulta nos equações de estado; definindo-se a equação de saída desejada obtém-se a função de transferência em tempo contínuo, desta, com artifícios matemáticos, resulta na função de transferência em tempos discretos, a qual, com o auxílio de um método de identificação de parâmetros obtém-se os elementos passivos desejados, que no caso em questão são as resistências.



O sinais de saída do sistema são monitorados através da altura manométrica do segundo vaso com o auxílio de um transdutor diferencial de pressão, cuja especificação encontra-se no Anexo "A". Os sinais de entrada do sistema são monitorados através de um medidor de vazão, cuja especificação encontra-se no Anexo "B". Os instrumentos transmitem sinais contínuos para um sistema de aquisição de dados que os digitaliza através de um conversor A/D com o tempo de amostragem de meio segundo, formando assim um banco de dados. O sistema de aquisição de dados é composto por uma placa de circuito dedicado, cuja especificação encontra-se no anexo "D", com entradas em zero a dez volts contínuos, interligada a um computador 486 DX-66MHz padrão industrial, processando software dedicado compatível com a placa em questão, denominado "DASYLAB"; o banco de dados formado com o auxílio do sistema de aquisição é composto pelos sinais de entrada e saída e processado em algoritmos de identificação que são os mínimos quadrados e os mínimos quadrados recursivo, em seguida processado em um outro algoritmo, que será desenvolvido neste capítulo, identificando assim os valores das resistências hidráulicas relativas às duas válvulas agulha, sendo uma, como dito anteriormente, inserida entre os vasos comunicantes e a outra na saída do segundo vaso. A alimentação do sistema é feita através de uma bomba e tubulações conforme mostra a figura 5.01, a pulsação devido a bomba é minimizada através da tubulação de "PVC", sendo esta pressão monitorada visualmente através de um monômetro, especificação no Anexo "C". O incremento de vazão que produz o transitório é feito através da válvula globo de 1/2" instalada a jusante do transmissor de vazão.



## 5.1.2 ELEMENTOS PASSIVOS EM SISTEMAS HIDROMECAÑICOS

### 5.1.2.1 Resistência em sistemas hidromecânicos

A resistência em sistemas fluido-mecânicos é diretamente relacionada com as perdas de pressão do sistema.

As válvulas podem ser comparadas a orifícios de restrições de áreas variáveis, onde as áreas dos orifícios mantêm uma relação com a posição da haste, como exemplo pode-se dizer que tanto para as válvulas globo como as válvulas gaveta ou para as válvulas agulha as áreas sofrem alterações proporcionais à posição da haste no sentido vertical; já para as válvulas borboleta, válvulas esfera, válvulas macho as áreas sofrem alterações proporcionais à rotação da haste com relação ao corpo da válvula. Mas para o caso em estudo, as hastes das válvulas estão em uma posição fixa, logo, podem ser analisadas como um orifício de restrição normal, ou seja: orifícios de áreas fixas. Portanto, seja a figura 5.03, onde representa um orifício de restrição sendo atravessado por um fluxo constante " $Q$ ",

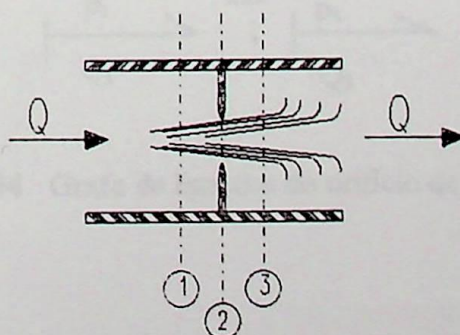


Fig.: 5.03 Orifício de restrição



Pelos itens 3.2.1.1 e 3.2.1.2 têm-se que o esforço e o fluxo para sistemas hidráulicos são respectivamente a pressão " $p$  [ $\text{kg/m}^2$ ]" e a vazão " $Q$  [ $\text{m}^3/\text{s}$ ]";

Como a vazão é comum em todo o percurso do orifício pode-se dizer que:

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 \quad (5.1)$$

No ponto 2 da figura 5.03 há uma perda de pressão localizada. Mas se considerar a posição imediatamente anterior ao ponto "2" que é representado pelo ponto "1" e a posição imediatamente posterior, representada pelo ponto "3", tem-se:

$$P_1 = P_2 + P_3 \quad (5-2)$$

Pelo item 3.5.1, vê-se que o tipo de junção aplicada ao orifício é o "Tipo 1"; pois os três pontos estão sob a ação do mesmo fluxo. Assim sendo, o grafo de ligações do orifício de restrição bem como a área interna à válvula com a sua haste fixa é como apresentado pela figura 5.04:

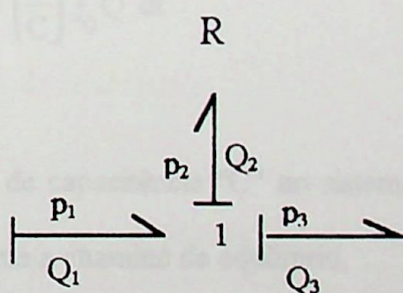


Fig. 5.04 Grafo de ligações do orifício de restrição

Sendo a resistência um elemento dissipador de energia que se indica com uma relação direta entre esforço e fluxo, considerando a relação linear, pode-se escrever:



$$p_2 = R \cdot Q_2 \quad (5.3)$$

portanto, a relação da resistência é:

$$R = \frac{p_2}{Q} \quad [\text{kg.s/m}] \quad (5.4)$$

Onde:

$p_2$ , é a perda de carga localizada no orifício de restrição.

#### 5.1.2.2 Capacitância em sistemas hidromecânicos

A potência nos sistemas hidráulicos, de acordo com o item 3.2.3.2, é uma relação entre a pressão " $p$  [ $\text{N/m}^2$ ]" e o fluxo " $Q$  [ $\text{m}^3/\text{s}$ ]. A capacitância, de acordo com o item 3.3.2, estoca energia potencial, que para relações lineares em sistemas hidráulicos é dada por:

$$p = \left( \frac{1}{C} \right) \int_0^t Q \, dt \quad (5.5)$$

Deseja-se obter a relação de capacitância " $C$ " no sistema físico apresentado pela figura 5.05, que nada mais é do que a chaminé de equilíbrio,



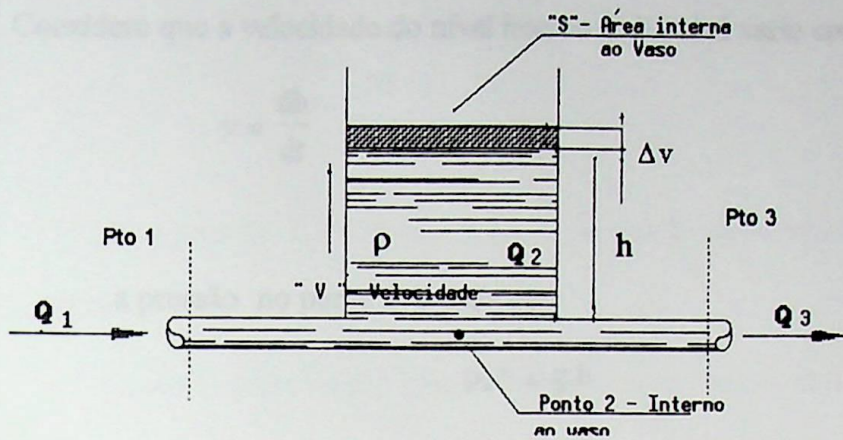


Fig. 5.05 Chaminé de equilíbrio

onde:

|        |                                         |            |
|--------|-----------------------------------------|------------|
| $Q_1$  | → Vazão de Entrada                      | $[m^3/s]$  |
| $Q_2$  | → Vazão interna a chaminé               | $[m^3/s]$  |
| $Q_3$  | → Vazão de Saída                        | $[m^3/s]$  |
| $v$    | → Velocidade do nível dentro da chaminé | $[m/s]$    |
| $\rho$ | → Massa Específica da água              | $[kg/m^3]$ |
| $h$    | → Altura da coluna de água              | $[m]$      |
| $s$    | → Área da chaminé de equilíbrio         | $[m^2]$    |

Como a pressão no ponto "2" é comum para os três fluxos, pode-se dizer que:

$$p_1 = p_2 = p_3 \quad (5-6)$$

e a relação entre as vazões é:

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 \quad (5-7)$$



Considere que a velocidade do nível interno à chaminé varie com o tempo, tem-se:

$$v = \frac{dh}{dt} \quad (5-8)$$

a pressão no ponto 2 é dada por:

$$p_2 = \rho \cdot g \cdot h \quad (5.9)$$

onde :

“g “ é a aceleração da gravidade [m/s<sup>2</sup>]

e a vazão no ponto 2 é:

$$Q_2 = s \cdot v \quad (5.10)$$

substituindo a expressão 5-8 na expressão 5.10, resulta em:

$$Q_2 = s \cdot \frac{dh}{dt} \quad , \text{ isolando "dh" obtém-se:}$$

$$dh = \frac{Q_2}{s} dt \quad (5.11)$$

Integrando a expressão 5.11, vem:

$$h = \frac{1}{s} \int Q_2 dt \quad (5-12)$$

Substituindo 5.12 em 5.9, finalmente resulta:

$$p_2 = \frac{\rho g}{s} \int Q_2 dt \quad (5-13)$$

Comparando 5.13 com 5.5 obtém-se a relação:



$$C = \frac{s}{\rho g} \quad (5.14)$$

A expressão 5.13 representa a capacitância desenvolvida em uma chaminé de equilíbrio.

Como as pressões são iguais trata-se de uma junção tipo "0", portanto, o grafo de ligações da chaminé de equilíbrio com a relação de capacitância e suas marcas de casualidades é conforme apresentado na figura 5.06.

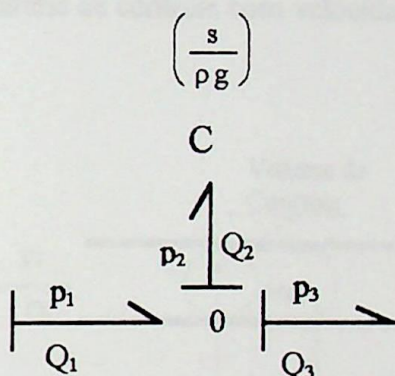


Fig. 5.06 Grafo de ligações da chaminé de equilíbrio

### 5.1.2.3 Inertância em sistemas hidromecânicos

A inertância representa a energia cinética adquirida pelo sistema, representada pela expressão 3.3. Nos sistemas hidromecânicos a expressão que representa a inertância é:

$$Q = \frac{1}{I} \int_0^t p \, dt \quad (5-15)$$



Pelo item 3.2.2.1 sabe-se que a quantidade de movimento é dada por:

$$P_p = \frac{1}{I} \int_0^t p \, dt \quad (5-16)$$

Comparando-se as equações 5-15 com 5-16, conclui-se que:

$$Q = \frac{1}{I} P_p \quad (5-17)$$

Deseja-se obter a relação de inércia "I" no sistema físico apresentado pela figura 5.07 que é composto por um trecho reto de tubulação de área interna "s"; dentro do tubo é observado um volume de controle com velocidade "v", comprimento "l" e peso específico "ρ";

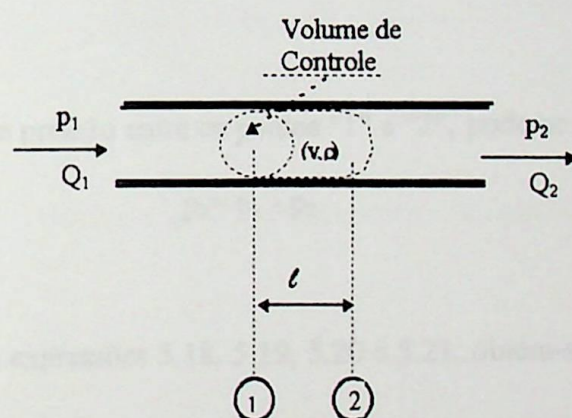


Fig.: 5.07 Trecho de tubulação de área conhecida "S".

onde:

$F \rightarrow$  Força [N]

$p \rightarrow$  Pressão [kg/m<sup>2</sup>]

$s \rightarrow$  Área [m<sup>2</sup>]

$M \rightarrow$  Massa [kg]

$v \rightarrow$  Velocidade [m/s]



$\ell \longrightarrow$  Comprimento [m]

$\rho \longrightarrow$  Peso Específico [kg/m<sup>3</sup>]

Sabe-se que:

$$F = p.s \quad (5-18)$$

$$\dot{Q} = s.\dot{v} \quad (5-19)$$

Pela 1ª lei de Newton, tem-se:

$$F = M.\dot{v} \quad (5-20)$$

Sendo  $p_3$ , a diferença de pressão entre os pontos "1" e "2", pode-se escrever:

$$p_3 = p_1 - p_2 \quad (5-21)$$

Manipulando as expressões 5.18, 5.19, 5.20 e 5.21, obtém-se:

$$Q_3 = \frac{s^2}{M} \int_0^t p_3 \, dt \quad (5.22)$$

Pela figura 5.07 sabe-se que a massa contida no volume de controle é,  $M = \rho.S.\ell$ ,

levando na expressão 5.22, resulta:

$$Q_3 = \frac{1}{\frac{\rho.\ell}{s}} \int p_3 \, dt \quad (5.23)$$

Comparando as expressões 5.16 e 5.23, conclue-se que:



$$I = \frac{\rho \ell}{s} \quad (5-24)$$

Como as vazões são iguais trata-se de uma junção tipo “1”, logo o grafo de ligações é:

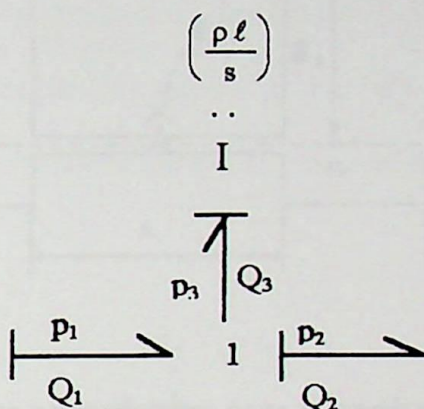


Fig.: 5.08 Grafo de ligações de um trecho de tubulação

### 5.1.3 EQUAÇÕES DE ESTADO PARA O SISTEMA DE VASOS COMUNICANTES

#### 5.1.3.1 Grafo de ligações

Para a construção do grafo de ligações do sistema de vasos comunicantes apresentado na figura 5.09, basta seguir a rotina para a construção apresentado pelo item 3.9,







$q \longrightarrow$  Acréscimo ou decréscimo de vazão constante (sinal de entrada) na qual o sistema irá variar até a próxima estabilização [mm<sup>3</sup>/s]

$l \longrightarrow$  comprimento do tubo [mm]

Como os comprimentos dos tubos " $l_1$ " e o " $l_2$ ", no modelo construído são pequenos, despreza-se as inertâncias.

Em posse dos elementos passivos, resistência e a capacitância hidráulica, utilizando a rotina para a construção dos grafos de ligações como dito anteriormente, chega-se ao grafo, figura 5.10, que representa o fluxo de energia nos vasos comunicantes.

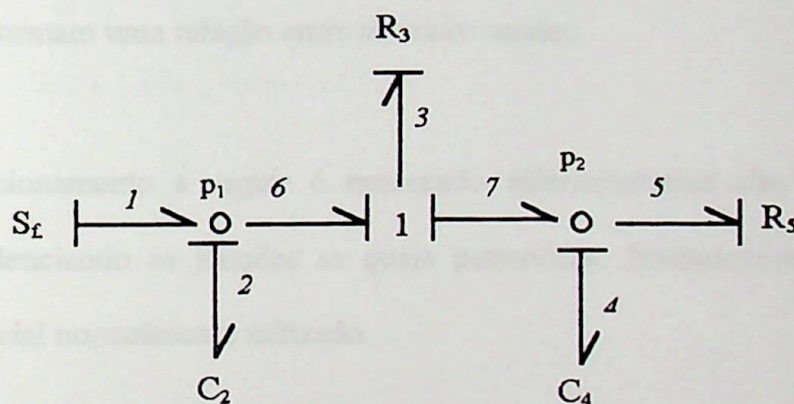


Fig. 5.10 Grafo de ligações dos vasos comunicantes

Através do equacionamento em cada junção no grafo de ligações da figura 5.10, pode-se obter as equações de estado do sistema apresentado na figura 5.09, como também as equações de saída. Definida a equação de saída desejada, neste caso é a altura da segunda manométrica da segunda coluna, obtém-se a função de transferência do sistema em tempo contínuo.



Pelo grafo de ligações pode-se obter as equações de estado e as equações de saída utilizando as leis constitutivas apresentadas no capítulo 3. Em posse destas equações, obtém-se a função de transferência desejada.

### 5.1.3.2 Equacionamento do grafo de ligações

Sabe-se, pelo item 3.5, que para as junções tipo “1”, os fluxos são iguais e os esforços formam uma relação entre si. Já para as junções tipo “0”, os esforços são iguais, mas os fluxos formam uma relação entre si, assim sendo:

Obs.: O equacionamento a seguir é numerado diferentemente das outras equações anteriores, evidenciando as junções as quais pertencem. Posteriormente, receberão o número seqüencial normalmente utilizado.

Junção “0<sub>1,2,6</sub>”

$$e_1 = e_2 = e_6 \quad (\text{I-a})$$

$$f_2 = f_1 - f_6 \quad (\text{I-b})$$

mas:

$$f_1 = F_1(t) \quad (\text{I-c})$$

$$e_2 = \frac{1}{C_2} q_2 \quad (\text{I-d})$$

$$f_2 = \dot{q}_2 \quad (\text{I-e})$$



Substituindo na equação ( I-b ), as equações( I-c ) e ( I-e ), obtém-se:

$$\dot{q}_2 = F_1(t) - f_6 \quad (\text{I-f})$$

#### Junção "1<sub>6,3,7</sub>"

$$f_3 = f_6 = f_7 \quad (\text{II-a})$$

$$e_3 = e_6 - e_7 \quad (\text{II-b})$$

pela lei constitutiva da resistência, o fluxo é:

$$f_3 = \frac{e_3}{R_3} \quad (\text{II-c})$$

Substituindo em ( II-c ), ( II-a ), obtém-se:

$$f_6 = \frac{e_3}{R_3} \quad (\text{II-d})$$

#### Junção "0<sub>7,4,5</sub>"

$$e_4 = e_5 = e_7 \quad (\text{III-a})$$

$$f_5 = f_7 - f_4 \quad (\text{III-b})$$

$$e_4 = \frac{1}{C_4} q_4 \quad (\text{III-c})$$

sabe-se que:

$$f_4 = \dot{q}_4 \quad (\text{III-d})$$

pela lei constitutiva da resistência, o esforço é:

$$e_5 = R_5 f_5 \quad (\text{III-e})$$



Substituindo na equação ( III-b ), as equações( III-d ), ( III-e ) e (II-d), resulta em:

$$\dot{q}_4 = \frac{e_3}{R_3} - \frac{e_5}{R_5} \quad (\text{III-f})$$

Substituindo na equação ( III-c ), a equação ( III-a), obtém-se:

$$e_5 = \frac{1}{C_4} q_4 \quad (\text{III-g})$$

Substituindo na equação ( I-f ), as equações: (I-c), (I-d), (II-b), (II-d), (III-a) e (III-g), obtém-se equação de estado:

$$\dot{q}_2 = F_1(t) - \left( \frac{1}{C_2 R_3} q_2 - \frac{1}{C_4 R_3} q_4 \right) \quad (5.25)$$

Substituindo na equação (III-f), as equações (I-c),(I-d), (II-b), (III-a) e (III-c), obtém-se a outra equação de estado:

$$\dot{q}_4 = \frac{1}{C_2 R_3} q_2 - \left( \frac{1}{C_4 R_3} + \frac{1}{C_4 R_5} \right) q_4 \quad (5.26)$$

Passando as equações 5.25 e 5.26 para o forma matricial, resulta em:

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_2 \\ \dot{q}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{C_2 R_3} & \frac{1}{C_4 R_3} \\ \frac{1}{C_2 R_3} & -\left( \frac{1}{C_4 R_3} + \frac{1}{C_4 R_5} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_2 \\ q_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} [F_1(t)] \quad (5.27)$$

Que na forma compacta, torna-se:

$$[\dot{q}] = [A] \cdot [q] + [B] \cdot [U] \quad (5.28)$$



onde:

$$[\dot{q}] = \begin{bmatrix} \dot{q}_2 \\ \dot{q}_4 \end{bmatrix};$$

$$[A] = \begin{bmatrix} -\frac{1}{C_2 R_3} & \frac{1}{C_4 R_3} \\ \frac{1}{C_2 R_3} & -\left(\frac{1}{C_4 R_3} + \frac{1}{C_4 R_5}\right) \end{bmatrix};$$

$$[q] = \begin{bmatrix} q_2 \\ q_4 \end{bmatrix};$$

$$[B] = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix};$$

$$F(t) = [F_1(t)]$$

#### 5.1.3.2.1 Solução das equações de estado

Aplicando a transformada de Laplace na equação 5.27 e fazendo a fonte “ $F_1(t)$ ” igual a  $1[\text{mm}^3/\text{s}]$ , resulta em:

$$\mathcal{L} \left\{ \begin{bmatrix} \dot{q}_2 \\ \dot{q}_4 \end{bmatrix} \right\} = \mathcal{L} \left\{ \begin{bmatrix} -\frac{1}{C_2 R_3} & \frac{1}{C_4 R_3} \\ \frac{1}{C_2 R_3} & -\left(\frac{1}{C_4 R_3} + \frac{1}{C_4 R_5}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_2 \\ q_4 \end{bmatrix} \right\} + \mathcal{L} \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} [1 \ 0] \right\}$$

obtem-se:



$$\begin{bmatrix} s^2 + \frac{s}{C_2 R_3} & -\frac{s}{C_4 R_3} \\ -\frac{1}{C_2 R_3} & (s + \frac{1}{C_4 R_3} + \frac{1}{C_4 R_5}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_2 \\ q_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

fazendo:

$$[A_1] = \begin{bmatrix} s^2 + \frac{s}{C_2 R_3} & -\frac{s}{C_4 R_3} \\ -\frac{1}{C_2 R_3} & (s + \frac{1}{C_4 R_3} + \frac{1}{C_4 R_5}) \end{bmatrix} \quad (5.29)$$

$$[B_1] = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.30)$$

resulta na forma compacta das equações de estado na transformada de Laplace, ou seja:

$$[A_1] = [q] \cdot [B_1] \quad (5.31)$$

### 5.2 FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA

Aplicando a regra de Cramer, para obter “ $q_2$ ”, tem-se:

$$q_2(s) = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -\frac{s}{C_4 R_3} \\ 0 & (s + \frac{1}{C_4 R_3} + \frac{1}{C_4 R_5}) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s^2 + \frac{s}{C_2 R_3} & -\frac{s}{C_4 R_3} \\ -\frac{1}{C_2 R_3} & (s + \frac{1}{C_4 R_3} + \frac{1}{C_4 R_5}) \end{vmatrix}}, \quad \text{donde:}$$

$$q_2(s) = \frac{s + \frac{R_3 + R_5}{C_4 R_3 R_5}}{s^3 + \left( \frac{C_2 R_5 + C_2 R_3 + C_4 R_5}{C_2 C_4 R_3 R_5} \right) s^2 + \left( \frac{1}{C_2 C_4 R_3 R_5} \right) s} \quad (5.32)$$



Aplicando a regra de Cramer para obter “ $q_4$ ”, tem-se:

$$q_4(s) = \frac{\begin{vmatrix} \left(s^2 + \frac{s}{C_2 R_3}\right) & 1 \\ -\frac{1}{C_2 R_3} & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s^2 + \frac{s}{C_2 R_3} & -\frac{s}{C_4 R_3} \\ -\frac{1}{C_2 R_3} & (s + \frac{1}{C_4 R_3} + \frac{1}{C_4 R_5}) \end{vmatrix}}, \quad \text{donde:}$$

$$q_4(s) = \frac{\frac{1}{C_4 R_3}}{s^3 + \left(\frac{C_2 R_5 + C_2 R_3 + C_4 R_5}{C_2 C_4 R_3 R_5}\right) s^2 + \left(\frac{1}{C_2 C_4 R_3 R_5}\right) s} \quad (5.33)$$

## 5.2 FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA

Buscando a função de transferência que relaciona a altura da segunda coluna com a entrada, ou seja:

$$G_P(s) = \frac{H_2(s)}{F(s)}.$$

Entretanto, para obter “ $G(s)$ ” faz-se necessário determinar a equação de saída, que é obtida através das equações de estado. Sendo que, a equação de saída que representa a altura do segundo vaso “ $H_2$ ” é a equação (III-c) obtida no equacionamento do grafo de ligações, seja ela:

$$H_2(s) = e_4 = \frac{1}{C_4} q_4(s),$$



que substituindo a equação 5.33 na equação anterior, resulta em:

$$H_2(s) = \frac{1}{C_4} \cdot \frac{\frac{1}{C_4 R_3}}{s^3 + \left( \frac{C_2 R_3 + C_2 R_3 + C_4 R_3}{C_2 C_4 R_3 R_3} \right) s^2 + \left( \frac{1}{C_2 C_4 R_3 R_3} \right) s} \quad (5.34)$$

Colocando na equação 5.34 o termo " $\frac{1}{s}$ " em evidência, obtém-se:

$$H_2(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{R_3}{C_2 C_4 R_3 R_3 s^2 + (C_2 R_3 + C_2 R_3 + C_4 R_3) s + 1} \quad (5.35)$$

O termo " $\frac{1}{s}$ " representa a entrada com pode-se visto pela equação 5.36, pois:

Pelas tabelas da transformada de Laplace, tem-se:

$$F(s) = \mathcal{L}[F_1(t)] = \mathcal{L}[1] = \frac{1}{s} \quad (5.36)$$

Substituindo a equação 5.36 na equação 5.35, resulta:

$$\frac{H_2(s)}{S_f(s)} = \frac{R_3}{C_2 C_4 R_3 R_3 s^2 + (C_2 R_3 + C_2 R_3 + C_4 R_3) s + 1},$$

ou seja:

$$G_P(s) = \frac{H_2(s)}{S_f(s)} = \frac{\frac{1}{C_2 C_4 R_3}}{s^2 + \frac{(C_2 + C_2 R_3/R_3 + C_4)}{C_2 C_4 R_3} s + \frac{1}{C_2 C_4 R_3 R_3}} \quad (5.37)$$

A equação 5.37 é a função de transferência que relaciona a saída desejada, ou seja; a altura da segunda coluna dos vasos comunicantes, com a entrada. Para se tornar mais



fácil obtenção dos sinais discretos da função de transferência, deve-se explicitá-la, logo, fazendo:

$$a = \frac{1}{C_2 C_4 R_3};$$

$$b = \frac{(C_2 + C_2 R_3/R_5 + C_4)}{C_2 C_4 R_3};$$

$$d = \frac{1}{C_2 C_4 R_3 R_5};$$

obtém-se:

$$G_P(s) = \frac{a}{s^2 + bs + d} = \frac{a}{(s - \ell)(s - m)};$$

$G_P(s)$ , também pode ser escrita na forma:

$$G_P(s) = \frac{A}{(s - \ell)} + \frac{B}{(s - m)} \quad (5.38)$$

Que, passando para um denominador comum, pode-se obter os termos: "A"; "B"; " $\ell$ " e "m", portanto:

$$G_P(s) = \frac{A(s - m) + B(s - \ell)}{(s - \ell)(s - m)} \quad (5.39)$$

Comparando o numerador da equação 5.37 com o numerador da equação 5.39, obtém-se:

$$A = -\frac{1}{(m - \ell)C_2 C_4 R_3} \quad (5.40)$$



$$B = \frac{1}{(m - \ell)C_2 C_4 R_3} \quad (5.41)$$

Com o propósito de tornar mais fácil o manuseio e a visualização define-se “ $\varphi$ ”, como:

$$\varphi = C_2 + C_2 R_3 / R_5 + C_4 \quad (5.42)$$

Comparando o denominador da equação 5.37 com o denominador da equação 5.39, resulta:

$$\varphi = \frac{\ell^2 + B \cdot (m - \ell)}{\ell \cdot B \cdot (\ell - m)} \quad (5.43)$$

As variáveis: “A”; “B”; “ $\ell$ ” e “m”, foram definidas com o mesmo propósito que a variável “ $\varphi$ ”; ou seja: para facilitar o manuseio e a visualização das expressões no processo de identificação. Sendo assim, elas serão utilizadas de agora em diante em todos os equacionamentos.

### 5.3 FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA COM TEMPOS DISCRETOS

Colocando em evidência os termos “ $\ell$ ” e “m” no denominador da equação 5.38,

$$G_P(s) = \frac{A}{(s - \ell)} + \frac{B}{(s - m)} = \left[ \frac{A}{\left[(-1/\ell)s + 1\right] \cdot (-\ell)} + \frac{B}{\left[(-1/m)s + 1\right] \cdot (-m)} \right] \quad (5.44)$$



Utilizando o retentor de sinais de ordem zero, "ZOH", que é dado pela expressão:

$$\text{ZOH} = \frac{1 - e^{-T_0 s}}{s}, \quad (5.45)$$

a função de transferência torna-se:

$$G(s) = \text{ZOH} \cdot G_P(s) \quad (5.46)$$

Substituindo, obtém-se:

$$G(s) = \left( \frac{1 - e^{-T_0 s}}{s} \right) \left[ \frac{A}{[(-1/\ell)s + 1] \cdot (-\ell)} + \frac{B}{[(-1/m)s + 1] \cdot (-m)} \right], \quad (5.47)$$

$$G(s) = (1 - e^{-T_0 s}) \left[ \frac{A}{(-\ell)} \frac{(-\ell)}{s(s - \ell)} + \frac{B}{(-m)} \frac{(-m)}{s(s - m)} \right] \quad (5.47)$$

Sendo " $T_0$ " o período de amostragem

Aplicando a transformada "Z", na equação 5.47, tem-se:

$$\mathcal{Z}\{G(s)\} = \mathcal{Z}\left\{ (1 - e^{-T_0 s}) \left[ \frac{A}{(-\ell)} \frac{(-\ell)}{s(s - \ell)} + \frac{B}{(-m)} \frac{(-m)}{s(s - m)} \right] \right\} \quad (5.48)$$

Das tabelas de transformada "Z", OGATA (1982), PHILLIPS; NAGLE (1990), ISERMANN (1981), encontra-se para as expressões 5.48, as seguintes transformadas "Z":

$$G(z) = (1 - z^{-1}) \left[ \left( \frac{A}{-\ell} \right) \frac{(1 - e^{\ell T_0})z}{(z - 1)(z - e^{\ell T_0})} + \left( \frac{B}{-m} \right) \frac{(1 - e^{m T_0})z}{(z - 1)(z - e^{m T_0})} \right],$$



$$G(z) = \left( \frac{A}{-\ell} \right) \frac{(1 - e^{\ell T_0})}{(z - e^{\ell T_0})} + \left( \frac{B}{-m} \right) \frac{(1 - e^{m T_0})}{(z - e^{m T_0})} \quad (5.49)$$

Tornando mais simples a escrita da equação 5.49, define-se:

$$w_1 = \left( \frac{A}{-\ell} \right) (1 - e^{\ell T}) \quad (5.50)$$

$$w_2 = -e^{\ell T} \quad (5.51)$$

$$w_3 = \left( \frac{B}{-m} \right) (1 - e^{m T}) \quad (5.52)$$

$$w_4 = -e^{m T} \quad (5.53)$$

Logo, a equação 5.49, torna-se:

$$G_P(z) = \frac{w_1}{z + w_2} + \frac{w_3}{z + w_4}$$

Que para um denominador comum, obtém-se:

$$G(z) = \frac{(w_1 + w_3)z^{-1} + (w_1 w_4 + w_2 w_3)z^{-2}}{1 + (w_2 + w_4)z + (w_2 w_4)z^{-2}} \quad (5.54)$$

Sendo:

$$G(z) = \frac{b_1 z^{-1} + b_0 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_0 z^{-2}} \quad (5.55)$$

Onde:

“ $a_1$ ”, “ $a_0$ ”, “ $b_1$ ” e “ $b_0$ ” são os parâmetros a serem determinados pelo método dos mínimos quadrados recursivo, basta então fazer:

$$b_1 = w_1 + w_3 \quad (5.56)$$



$$b_0 = w_1 \cdot w_4 + w_2 \cdot w_3 \quad (5.57)$$

$$a_1 = w_2 + w_4 \quad (5.58)$$

$$a_0 = w_2 \cdot w_4 \quad (5.59)$$

A equação 5.55 na forma de equação das diferenças é:

$$y(k) = -a_1 \cdot y(k-1) - a_0 y(k-2) + b_1 u(k-1) + b_0 u(k-2) \quad (5.60)$$

Onde:

$k$ , é o número de amostragens;

$T_0$  O período de amostragem

Portanto, com a equação nesta forma, pode-se determinar seus parâmetros ou sejam:  $a_1$ ,  $a_0$ ,  $b_1$  e  $b_0$ , através de métodos de identificação (mínimos quadrados e mínimos quadrados recursivo), com os dados da aquisição dos sinais de entrada e saída no sistemas em questão.

## 5.4 OBTENÇÃO DAS CAPACITÂNCIAS E DAS RESISTÊNCIAS

Com os parâmetros  $a_1$ ,  $a_0$ ,  $b_1$  e  $b_0$  determinados, pode-se obter os valores de dois dos elementos passivos ( $C_2$ ,  $C_4$ ,  $R_3$ ,  $R_5$ ). Já que dois necessitam ser conhecidos, como será evidenciados nos equacionamentos a seguir:

Para atingir o proposto, deve-se retroagir as equações obtidas anteriormente, ou seja:



Das relações 5.58 e 5.59, obtém-se a equação quadrática:

$$w_4^2 - a_1 w_4 + a_0 = 0 \quad (5.61)$$

Originando assim, duas raízes, que são:

$$\left. \begin{aligned} {}_1 w_4 &= \frac{a_1 + \sqrt{a_1^2 - 4a_0}}{2} \\ {}_2 w_4 &= \frac{a_1 - \sqrt{a_1^2 - 4a_0}}{2} \end{aligned} \right\} \quad (5.62)$$

onde:

O índice da direita foi definido anteriormente na equação 5.51 e o índice da esquerda identifica a raiz. Logo, para as outras variáveis os índices da esquerda terão o mesmo significado.

Substituindo as raízes 5.62 na equação 5.58, obtém-se mais duas expressões, que são:

$$\left. \begin{aligned} {}_1 w_2 &= a_1 - {}_1 w_4 \\ {}_2 w_2 &= a_1 - {}_2 w_4 \end{aligned} \right\} \quad (5.63)$$

Da maneira idêntica a anterior, através das expressões 5.56 e 5.57, obtém-se respectivamente:

$$\left. \begin{aligned} {}_1 w_1 &= b_1 - \frac{b_0 - b_1 {}_1 w_4}{a_1 - 2 {}_1 w_4} \\ {}_2 w_1 &= b_1 - \frac{b_0 - b_1 {}_2 w_4}{a_1 - 2 {}_2 w_4} \end{aligned} \right\} \quad (5.64)$$



$$\left. \begin{aligned} {}_1w_3 &= \frac{b_0 - b_1 {}_1w_4}{a_1 - 2 {}_1w_4} \\ {}_2w_3 &= \frac{b_0 - b_1 {}_2w_4}{a_1 - 2 {}_2w_4} \end{aligned} \right\} \quad (5.65)$$

Trabalhando com as equações 5.50 a 5.53, utilizando os resultados de 5.62 a 5.65, mantendo a mesma sistemática de índices, obtêm-se:

$$\left. \begin{aligned} {}_1\ell &= \frac{1}{T} \text{Ln}(-{}_1w_2) \\ {}_2\ell &= \frac{1}{T} \text{Ln}(-{}_2w_2) \end{aligned} \right\} \quad (5.66)$$

$$\left. \begin{aligned} {}_1m &= \frac{1}{T} \text{Ln}(-{}_1w_4) \\ {}_2m &= \frac{1}{T} \text{Ln}(-{}_2w_4) \end{aligned} \right\} \quad (5.67)$$

$$\left. \begin{aligned} {}_1A &= \frac{-{}_1w_1 \cdot \text{Ln}(-{}_1w_2)}{(1+{}_1w_2) \cdot T} = \frac{-{}_1w_1 \cdot \ell_1}{(1+{}_1w_2)} \\ {}_2A &= \frac{-{}_2w_1 \cdot \text{Ln}(-{}_2w_2)}{(1+{}_2w_2) \cdot T} = \frac{-{}_2w_1 \cdot \ell_2}{(1+{}_2w_2)} \end{aligned} \right\} \quad (5.68)$$

$$\left. \begin{aligned} {}_1B &= \frac{-{}_1w_3 \cdot \text{Ln}(-{}_1w_4)}{(1+{}_1w_4) \cdot T} = \frac{-{}_1w_3 \cdot m_1}{(1+{}_1w_4)} \\ {}_2B &= \frac{-{}_2w_3 \cdot \text{Ln}(-{}_2w_4)}{(1+{}_2w_4) \cdot T} = \frac{-{}_2w_3 \cdot m_2}{(1+{}_2w_4)} \end{aligned} \right\} \quad (5.69)$$



Os resultados obtidos em 5.66 a 5.69 , levados nas relações 5.40 a 5.43, resulta finalmente em:

$$\left. \begin{aligned} {}_1R_3 &= \frac{-1}{{}_1A({}_1m-{}_1\ell).C_2.C_4} \\ {}_2R_3 &= \frac{-1}{{}_2A({}_2m-{}_2\ell).C_2.C_4} \end{aligned} \right\} \quad (5.70)$$

Pela definição de “ $\varphi$ ” feita anteriormente pela relação 5.43, pode-se dizer que:

$$\left. \begin{aligned} {}_1R_5 &= \frac{[{}_1B({}_1m-{}_1\ell) - C_2 {}_1R_3 {}_1\ell {}_1B({}_1\ell-{}_1m)]}{[(C_2 + C_4) {}_1\ell {}_1B({}_1\ell-{}_1m) - {}_1\ell^2]} \\ {}_2R_5 &= \frac{[{}_2B({}_2m-{}_2\ell) - C_2 {}_2R_3 {}_2\ell {}_2B({}_2\ell-{}_2m)]}{[(C_2 + C_4) {}_2\ell {}_2B({}_2\ell-{}_2m) - {}_2\ell^2]} \end{aligned} \right\} \quad (5.71)$$

Nas equações apresentadas em 5.71 têm-se quatro incógnitas, portanto faz-se necessário definir duas das quatro incógnitas, possibilitando assim, a obter as outras duas. No caso dos vasos comunicantes, as duas incógnitas definidas são as capacitâncias ou sejam:  $C_2$  e  $C_4$ , pois os seus valores são obtidos diretamente através de medidas físicas das áreas internas dos vasos.

## 5.5 ALGORITMO

Os valores das resistências ( $R_3$  e  $R_5$ ) são obtidas através de uma rotina de programação desenvolvida no “software” MATLAB, que é idêntica ao equacionamento feito no item 5.4 e encontra-se no anexo “E”.



## CAPÍTULO 6

### ANÁLISE DO MODELO

#### 6.1 GENERALIDADES

Este capítulo têm dois objetivos, o primeiro é validar o tratamento matemático apresentado no capítulo 5 através de um desenvolvimento analítico com valores arbitrários de  $R_3$ ,  $R_5$ ,  $C_1$  e  $C_2$ , o segundo é analisar as sensibilidades dos parâmetros da função de transferência em relação as resistências.

#### 6.2 ANÁLISE DOS TRATAMENTOS MATEMÁTICOS

A análise é desenvolvida passo a passo, para um determinado conjunto de valores, sendo estes aleatórios. Os resultados serão posteriormente retroagidos aos valores iniciais, validando assim, o procedimento apresentado. Com o resultado da retroação pode-se também verificar o erro acumulado por arredondamentos. Sendo assim, para o início do cálculo, arbitrou-se os valores de  $R_3$ ,  $R_5$ ,  $C_2$  e  $C_4$ , que são eles:

$$R_3 = 1,75 \times 10^{-4} \text{ [g.s/mm}^5\text{]}; \quad (6.1)$$

$$R_5 = 0,088 \text{ [g.s/mm}^5\text{]}; \quad (6.2)$$



$$C_2 = 2,1341 \times 10^5 \text{ [mm}^4 \cdot \text{s}^2/\text{g]}; \quad (6.3)$$

$$C_4 = 2,0204 \times 10^5 \text{ [mm}^4 \cdot \text{s}^2/\text{g]}; \quad (6.4)$$

logo, da equação 5.37, têm-se:

$$a = \frac{1}{C_2 \cdot C_4 \cdot R_3}, \text{ substituindo os valores, vem:}$$

$$a = 1,3252 \times 10^{-7} \text{ [g/mm}^3 \cdot \text{s}^5] \quad (6.5)$$

para:

$$b = \frac{(C_2 + C_2 \cdot \frac{R_3}{R_5} + C_4)}{C_2 \cdot C_4 \cdot R_3}, \text{ substituindo os valores, vem:}$$

$$b = 5,5114 \times 10^{-2} \text{ [mm/s}^3] \quad (6.6)$$

e para:

$$d = \frac{1}{C_2 \cdot C_4 \cdot R_3 \cdot R_5}, \text{ substituindo os valores, vem:}$$

$$d = 1,506 \times 10^{-6} \text{ [mm}^2/\text{s}^6] \quad (6.7)$$

Substituindo: 6.5 a 6.7 em 5.37, resulta:

$$G_P(s) = \frac{1,3252 \times 10^{-7}}{s^2 + 5,5114 \times 10^{-2} s + 1,506 \times 10^{-6}} \quad (6.8)$$

Colocando-a na forma de equações parciais, equação 5.38, obtém-se:



$$G_P(s) = \frac{2,4068 \times 10^{-6}}{(s + 2,73 \times 10^{-5})} + \frac{(-2,4068 \times 10^{-6})}{(s + 5,50867 \times 10^{-2})} \quad (6.9)$$

As constantes de tempo do sistema são:

$$G_P(s) = \frac{8,8161 \times 10^{-2}}{(3,663 \times 10^4 \cdot s + 1)} + \frac{(-4,3691 \times 10^{-5})}{(18,153 \cdot s + 1)} \quad (6.10)$$

$T_1 = 3,663 \times 10^4$  [s] e  $T_2 = 18,153$  [s]; sendo " $T_2$ " a constante de tempo mais significativa.

### 6.2.1 Transformada "Z" da função de transferência

Sendo:

$$G(s) = \text{ZOH} \cdot G_P(s),$$

vem:

$$G(s) = \frac{1 - e^{-T_0 \cdot s}}{s} \left[ \frac{2,4068 \times 10^{-6}}{(s + 2,73 \times 10^{-5})} + \frac{(-2,4068 \times 10^{-6})}{(s + 5,50867 \times 10^{-2})} \right], \quad (6.11)$$

aplicando a transformada z, tem-se:

$$G(z) = \mathcal{Z} \left\{ \frac{1 - e^{-s}}{s} \left[ \frac{2,4068 \times 10^{-6}}{(s + 2,73 \times 10^{-5})} + \frac{(-2,4068 \times 10^{-6})}{(s + 5,50867 \times 10^{-2})} \right] \right\} \quad (6.12)$$

sendo o tempo de amostragem igual a um segundo e pelas tabelas de transformada "Z", obtém-se:



$$G(z) = \frac{6,5 \times 10^{-8} z^{-1} + 6,39 \times 10^{-8} z^{-2}}{1 - 1,9463756 z^{-1} + 0,9463771 z^{-2}} \quad (6.13)$$

comparando a equação 6.13 com a equação 5.55, resulta em:

$$a_1 = -1,9463756$$

$$a_0 = 0,9463771$$

$$b_1 = 6,5 \times 10^{-8} \quad (6.14)$$

$$b_0 = 6,39 \times 10^{-8}$$

### 6.2.2 Cálculo das variáveis auxiliares

Segundo a seqüência de cálculo apresentada no item 5.4, tem-se:

Da equação 5.60, vem:

$$(w_4)_{1,2} = \frac{a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4 \cdot a_0}}{2}$$

Substituindo os valores de 6.14, obtêm-se:

$$\begin{cases} {}_1w_4 = -0,9464035 \\ {}_2w_4 = -0,9999725 \end{cases} \quad (6.15)$$

Substituindo 6.15 em 5.61, obtêm-se:

$$\begin{cases} {}_1w_2 = -0,9999721 \\ {}_2w_2 = -0,9464036 \end{cases} \quad (6.16)$$



Levando 6.15 e 6.16 em 5.64, resulta em:

$$\begin{cases} {}_1w_1 = 2,4062 \times 10^{-6} \\ {}_2w_2 = 2,4712 \times 10^{-6} \end{cases} \quad (6.17)$$

e

$$\begin{cases} {}_1w_3 = -2,3412 \times 10^{-6} \\ {}_2w_3 = 2,4062 \times 10^{-6} \end{cases} \quad (6.18)$$

Verificando quais os valores que satisfazem a equação 5.57, ou seja:

$$w_1 \cdot w_4 + w_2 \cdot w_3 = b_0$$

Para a 1ª raiz

$$(b_0)_{\text{calculado}} = 6,3898 \times 10^{-8},$$

próximo ao valor de 6.10, adotado no início do cálculo, ou seja:

$$(b_0)_{\text{adotado}} = 6,3898 \times 10^{-8},$$

portanto, a primeira raiz é válida;

Para a 2ª raiz

$$(b_0)_{\text{calculado}} = -1,9389 \times 10^{-7},$$

é diferente do valor adotado, ou seja:

$$(b_0)_{\text{adotado}} = 6,3898 \times 10^{-8},$$

sendo assim, a segunda raiz não é considerada no restante dos cálculos.

Logo:





$$\begin{aligned}
 w_1 &= 2,4062 \times 10^{-6} \\
 w_2 &= -0,9999721 \\
 w_3 &= -2,3412 \times 10^{-6} \\
 w_4 &= -0,9464035
 \end{aligned}
 \tag{6.19}$$

Verificando-se também com 6.19, as equações 5.56, 5.58 e 5.59, obtêm-se os valores:

$$w_1 + w_2 = 6,5 \times 10^{-8} = b_1;$$

$$w_2 + w_4 = -1,9463756 = a_1;$$

$$w_2 \cdot w_4 = 0,9463771 = a_0;$$

Aplicando os valores de 6.19 em 5.66 para  $T_0 = 1$  [s], resulta:

$$\ell = -2,79 \times 10^{-5} \tag{6.20}$$

e em 5.67, 5.68 e 5.69, resultam:

$$m = -5,5086 \times 10^{-2} \tag{6.21}$$

$$A = 2,4062 \times 10^{-6} \tag{6.22}$$

$$B = -2,4062 \times 10^{-6} \tag{6.23}$$

### 6.2.3. Cálculo das resistências

Pela equação 5.70, tem-se:

$$R_3 = \frac{-1}{A(m-1) \cdot C_2 \cdot C_4},$$



logo:

$$R_3 = 1,7506 \times 10^{-4} \text{ [g.s/mm}^5\text{]} \quad (6.24)$$

Pela equação 5.71, tem-se:

$$R_5 = \frac{B(m - \ell) - C_2 \cdot R_3 \cdot \ell \cdot B \cdot (\ell - m)}{\left[ (C_2 + C_4) \cdot \ell \cdot B \cdot (\ell - m) - \ell^2 \right]},$$

logo:

$$R_5 = 0,08593 \text{ [[g.s/mm}^5\text{]} \quad (6.25)$$

As diferenças percentual das resistências  $R_3$  e  $R_5$  entre os valores adotados e os obtidos, são:

$$\frac{(R_3)_{\text{adotado}} - (R_3)_{\text{obtido}}}{(R_3)_{\text{adotado}}} \times 100 = -0,034\% \quad (6.26)$$

$$\frac{(R_5)_{\text{adotado}} - (R_5)_{\text{obtido}}}{(R_5)_{\text{adotado}}} \times 100 = 2,35\% \quad (6.27)$$

Os desvios apresentados nas equações 6.26 e 6.27 são devidos a arredondamentos matemáticos feitos durante os cálculos. Estes valores podem ser considerados satisfatórios pois, nos cálculos desenvolvidos envolvem números com potências negativa na oitava casa, como é o caso de " $b_1$  e  $b_0$ ". Portanto, do procedimento matemático desenvolvido, pode-se obter a partir dos parâmetros com sinais discretos,  $a_1$ ,  $a_0$ ,  $b_1$  e  $b_0$ , dois parâmetros inerentes à planta, que são as resistências  $R_3$  e  $R_5$ ; com boa precisão dependendo dos arredondamentos adotados. Os valores das resistências somente serão possíveis de se de-



terminar, se os outros parâmetros inerentes à planta que no caso são as capacitâncias  $C_2$  e  $C_4$  forem conhecidas.

### 6.3 ANÁLISE DA SENSIBILIDADE DAS RESISTÊNCIAS EM RELAÇÃO AOS DESVIOS DOS PARÂMETROS.

As sensibilidades, também definidas como elasticidades; são obtidas através das primeiras derivadas parciais das resistências com relação aos parâmetros com sinais discretos:  $a_1$ ,  $a_0$ ,  $b_1$  e  $b_0$ .

Para a análise proposta, utilizou-se o software "DERIVE" cujo os arquivos obtidos são: dr3da1.mth, dr3da0.mth, dr3db1.mth, dr3db0.mth, dr5da1.mth, dr5da0.mth, dr5db1.mth e dr5db0.mth, estes arquivos encontram-se no disquete "PARIDENT" em anexo, para os cálculos dos valores numéricos das derivadas, utilizou-se o software "MatLab". cujo o arquivo é "derivd.m". Os valores numéricos de  $a_1$ ,  $a_0$ ,  $b_1$  e  $b_0$ , utilizados para o cálculo das elasticidades são os obtidos através da equação 6.13, ou seja:

$$G(z) = \frac{6,5 \times 10^{-8} z^{-1} + 6,39 \times 10^{-8} z^{-2}}{1 - 1,9463756 z^{-1} + 0,9463771 z^{-2}}$$

onde:

$$a_1 = -1,9463756;$$

$$a_0 = 0,9463771;$$

$$b_1 = 6,5 \times 10^{-8};$$

$$b_0 = 6,39 \times 10^{-8};$$



Dividindo-se os incrementos das resistências pelos próprios valores das resistências e os incrementos dos parâmetros, pelos seus próprios valores obtêm-se valores adimensionais das elasticidades, ou seja:

considerando:  $R_3$  e  $a_1$ , tem-se:

$$(\partial R_3 / \partial a_1) / (a_1 / R_3) \quad (6.22)$$

As listagens dos arquivos encontram-se no anexo "F".

Logo, do processamento do arquivo "devivd.m", obtêm-se:

$$(\partial R_3 / R_3) / (\partial a_1 / a_1) = -4,06 \times 10^{17} \quad (6.23)$$

$$(\partial R_3 / R_3) / (\partial a_0 / a_0) = 3,43 \times 10^3 \quad (6.24)$$

$$(\partial R_3 / R_3) / (\partial b_1 / b_1) = -4,24 \times 10^3 \quad (6.25)$$

$$(\partial R_3 / R_3) / (\partial b_0 / b_0) = -4,16 \times 10^3 \quad (6.26)$$

$$(\partial R_5 / R_5) / (\partial a_1 / a_1) = -1,19 \times 10^7 \quad (6.27)$$

$$(\partial R_5 / R_5) / (\partial a_0 / a_0) = 6,67 \times 10^7 \quad (6.28)$$

$$(\partial R_5 / R_5) / (\partial b_1 / b_1) = -108,2154 \quad (6.29)$$

$$(\partial R_5 / R_5) / (\partial b_0 / b_0) = -106,387 \quad (6.30)$$



Plotando os valores absolutos das equações 6.23 a 6.30, em escala logarítmica na base 10, considerando desvio de uma unidade nos parâmetros  $a_1$ ,  $a_0$ ,  $b_1$ ,  $b_0$ , obtém-se a figura 6.01;

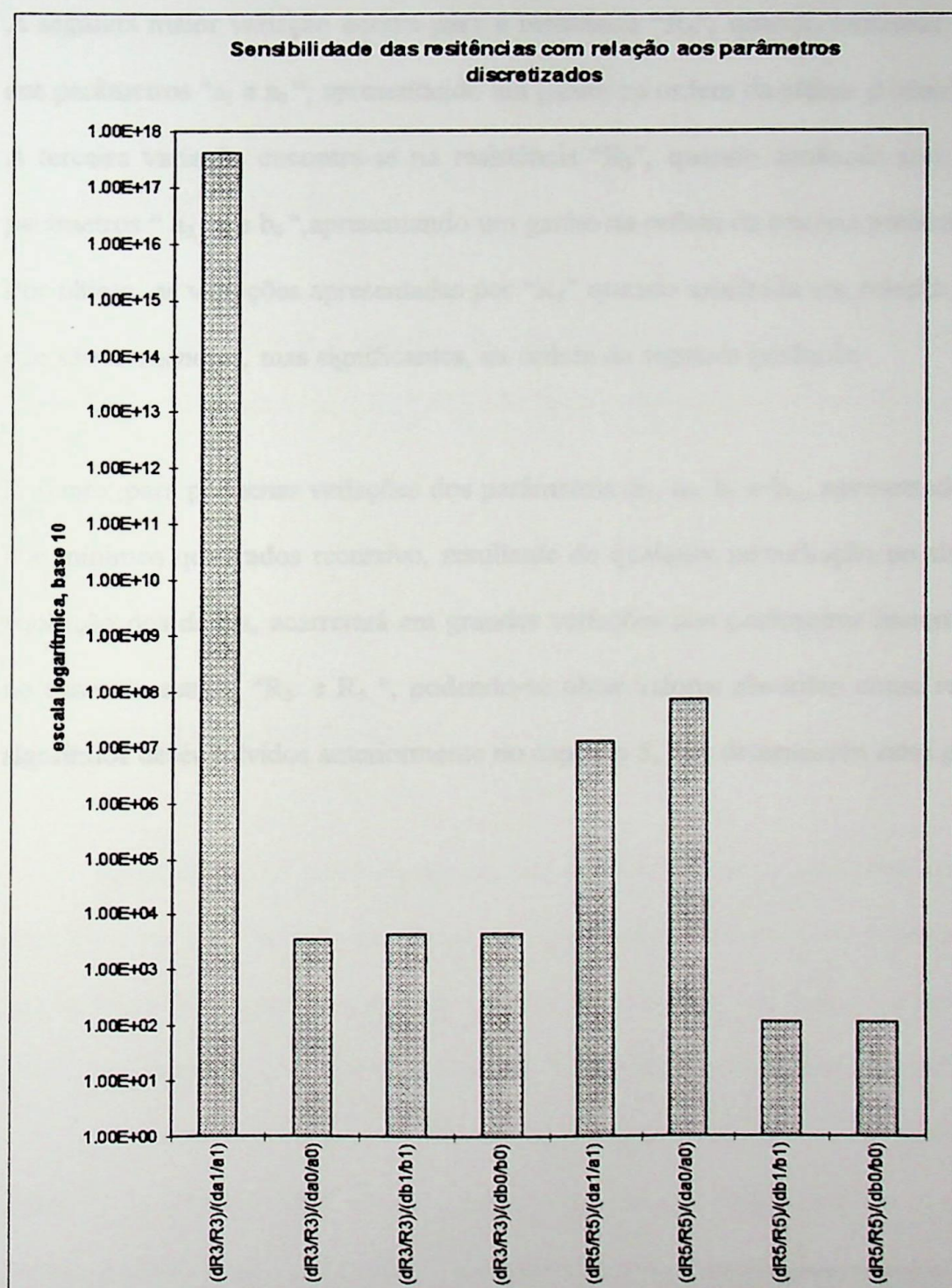


Fig. 6.01 - Sensibilidade das resistências com relação aos parâmetros com sinais discretos.



Da figura 6.01 pode-se dizer que:

A maior variações dentre elas, está na resistência " $R_3$ "; ou seja: o ganho com relação ao parâmetro " $a_1$ " é na ordem da décima sétima potência;

A segunda maior variação ocorre para a resistência " $R_5$ ", quando analisada com relação aos parâmetros " $a_1$  e  $a_0$ "; apresentando um ganho na ordem da sétima potência;

A terceira variação encontra-se na resistência " $R_3$ ", quando analisada com relação aos parâmetros " $a_0$ ,  $b_1$  e  $b_0$ ", apresentando um ganho na ordem da terceira potência;

Por último, as variações apresentadas por " $R_5$ " quando analisada em relação a " $b_1$  e  $b_0$ ", que são as menores, mas significantes, na ordem da segunda potência;

Portanto, para pequenas variações dos parâmetros : $a_1$ ,  $a_0$ ,  $b_1$  e  $b_0$ , apresentado no cálculo dos mínimos quadrados recursivo, resultante de qualquer perturbação no sistema ou na aquisição dos dados, acarretará em grandes variações nos parâmetros inerentes à planta, no caso em estudo " $R_3$  e  $R_5$ ", podendo-se obter valores absurdos como resultado dos algoritmos desenvolvidos anteriormente no capítulo 5, que determinam estes parâmetros.



## **CAPÍTULO 7**

### **ENSAIO**

#### **7.1 GENERALIDADES**

Este capítulo tem o objetivo de apresentar os resultados dos ensaios nos vasos comunicantes executado no LHPCH-EFEL, conforme a bancada apresentada no capítulo 5.

#### **7.2 DESCRIÇÃO DO ENSAIO**

Inicialmente, foi montado um circuito eletrônico composto de uma fonte 24 Vcc e duas barreiras com isolamento galvânica uma para cada instrumento as quais possibilitaram que os sinais de entrada na placa de aquisição estivesse em sua faixa padrão, ou seja: 0 a 10 Vcc; as especificações dos componentes do circuito encontram-se no anexo "G".

O transmissor de pressão diferencial e o transmissor de vazão apresentados no anexo "A", foram recalibrados na faixa solicitada, ou sejam: para o transmissor de pressão na faixa de 0 - 200 [mm ca] e o transmissor de vazão na faixa de 0 -  $10^5$  [mm<sup>3</sup>/s], as folhas de calibração bem como os erros apresentados, encontram-se no anexo "H".



O circuito eletrônico foi aterrado na malha geral do LHPCH e os ruídos eliminados com um filtro Capacitivo, conforme recomendações do manual da placa de aquisição. Todos os pontos de conexão elétricas foram feitas sem o auxílio de bornes, e sim soldadas, eliminando assim, qualquer tipo de interferência ou ruído por mau contato, exceto nas conexões dos transmissores com o circuito eletrônico, os quais foram feitos com o auxílio de bornes;

Os volantes das válvulas, ou sejam: entre os vasos e a da saída no segundo vaso, foram posicionados aleatoriamente obtendo um escoamento qualquer estando este, dentro do regime turbulento;

O sinal de entrada inicial, vazão, fez-se através de uma abertura qualquer na válvula gaveta de 1/2" posicionada a jusante do medidor de vazão.

Dois suspiros foram feitos: o primeiro, junto ao manômetro, por ser o ponto mais alto na linha de recalque eliminando assim, bolsas de ar junto ao transdutor de vazão; o segundo suspiro, encontra-se na entrada do transdutor de pressão;

O peso específico da água foi obtida através de pesagens, ou seja: pesou-se três amostras da água com volumes conhecidos.

Após a estabilização, deu-se início à aquisição dos dados. A planta foi excitada por uma nova abertura aleatória na válvula de 1/2" que está a jusante do transmissor de vazão, a partir deste momento o regime do sistema torna-se transitório; sendo este, o objetivo deste trabalho.

Foram obtidos em torno de 1119 pontos com intervalos de 0,5 (meio) segundo; após observar visualmente que os níveis dos vasos estabilizaram, a aquisição foi interrompida. Vários testes foram executados, onde analisou-se a melhor das aquisições, isto é, o arquivo de dados escolhido foi o que apresentou todo o transitório dentro da faixa do transdutor de pressão, por ser esta pequena comparada com a altura da segunda



coluna que é de 1200 [mm] úteis; ou melhor, a estabilização do nível do segundo vaso foi atingida próximo ao fundo de escala do transmissor de pressão, que é de 200 [mm c.a.].

As especificações dos equipamentos utilizados nos testes encontram-se no anexo "D".

### 7.3 VALORES OBTIDOS NO ENSAIO

Para se obter os valores das resistências,  $R_3$  e  $R_5$ , foram necessários os cálculos das capacitâncias do primeiro e do segundo vaso, logo:

sendo a área do primeiro vaso:

$$S_1 = 152 \text{ [mm]} \times 139 \text{ [mm]} = 21128 \text{ [mm}^2\text{]}$$

e a área do segundo vaso:

$$S_2 = 146 \text{ [mm]} \times 15,7 \text{ [mm]} = 20002 \text{ [mm}^2\text{]}$$

Pela equação 5.14, tem-se:

$$c = \frac{S}{\rho \cdot g}, \quad \text{portanto:}$$

$$C_2 = 2,1754 \times 10^3 \left[ \frac{\text{mm}^4 \cdot \text{s}^2}{\text{g}} \right];$$



$$C_4 = 2,3601 \times 10^3 \left[ \frac{\text{mm}^4 \cdot \text{s}^2}{\text{g}} \right]$$

Na tabela 7.01, apresenta os valores de três medidas realizadas para determinar o peso específico da água que será utilizado nos cálculos para determinar as resistências hidráulicas; para tal, utiliza-se a seguinte relação:

$$\text{Peso Específico} = \text{peso [Kg]} / \text{volume [ml]} \quad (7.1)$$

logo,

**Tabela 7.01 - Valores tomados para determinar o valor do peso específico da água**

| Amostragens | Volume<br>[ml] | Peso<br>g | Peso Espec.<br>g/mm <sup>5</sup> |
|-------------|----------------|-----------|----------------------------------|
| 1           | 1000           | 990       | 0,990x10 <sup>-5</sup>           |
| 2           | 1000           | 990       | 0,990x10 <sup>-5</sup>           |
| 3           | 1000           | 990       | 0,990x10 <sup>-5</sup>           |

## 7.4 ANÁLISES DOS RESULTADOS

A ponderação utilizada nos cálculos através dos mínimos quadrados recursivo foi a exponencial, conforme item 4.7.4.1, sendo os valores utilizados “ $\gamma = 0,7$  e  $a = 0,3$ ”.

Com o objetivo de verificar a autenticidade dos parâmetros obtidos pelo método dos mínimos quadrados recursivo, foi utilizado a equação das diferenças derivada da



função de transferência, equação 5.58, que com a substituição nesta das entradas obtidas na aquisição obtêm-se as respostas que correspondem ao nível do segundo vaso; esta curva é comparada à curva dos valores da aquisição correspondente aos níveis no segundo vaso. As quatro primeiras figuras, figuras: 7.01, 7.02 7.03 e 7.04, apresentam a curva dos níveis no segundo vaso com os dados de aquisição. Na figura 7.01 apresenta-se a curva real. A figura seguinte, apresenta os níveis calculados pela equação das diferenças. Na terceira figura, estão traçadas as duas curvas onde elas se sobrepõem ao longo das interações, exceto no início devido a própria incerteza inicial do método, comentado no item 4.2.5. Na quarta e última figura, estão traçadas as duas curvas com relação as vazões obtidas na aquisição, também se sobrepondo. Logo, pode-se dizer que: o resultado obtido através da aplicação dos mínimos quadrados recursivo está correta; consequentemente, as resistências obtidas pelos procedimentos matemáticos desenvolvidos com os parâmetros da função de transferência com sinais discretos no item 5.4 e que foram analisados no item 6.2, deverão corresponder ao sistema em questão.

Mas, as resistências obtidas,  $R_3$  e  $R_5$ , apresentam valores negativos e com grandes variações em pontos muito próximos, conforme pode ser observado nas figuras: 7.05 e 7.06", onde estão plotados respectivamente as partes reais das resistências,  $(R_3)_2$  e  $(R_5)_2$ , para cada ponto da aquisição; já nas figuras: 7.07, 7.08, 7.09 e 7.10, apresentam respectivamente os valores das resistências  $R_3$  e  $R_5$ , para cada raiz, no campo dos imaginários; o que diverge por completo da definição de resistência hidráulica, pois, para estas serem verdadeiras, faz-se necessário que as pressões ou os fluxos inerentes ao sistema sejam imaginários, itens 3.2.1.1 e 3.2.1.2, os quais não existem; logo, estes valores de resistências são inaceitáveis.

Também foi analisado os parâmetros inerentes à planta,  $R_3$  e  $R_5$ , obtidos através do método dos mínimos quadrados, item 4.2.4, resultando em curvas semelhantes as dos



mínimos quadrados recursivo, com pode ser visto no mesmo anexo através das figuras: 7.11, 7.12, e 7.13. Como também, na figura 7.14, a comparação entre as curvas: real, a obtida através dos mínimos quadrados e a curva obtida através dos mínimos quadrados recursivo, estas, relacionadas com as vazões da aquisição.

Os valores dos parâmetros ao longo das interações, as comparações entre as curvas bem como os valores das resistências, são obtidas através do arquivo: "calculr2.m" no disquete denominado "PARIDENT", em anexo e sua listagem apresenta-se no anexo "E".



Fig. 7.01 Curva real



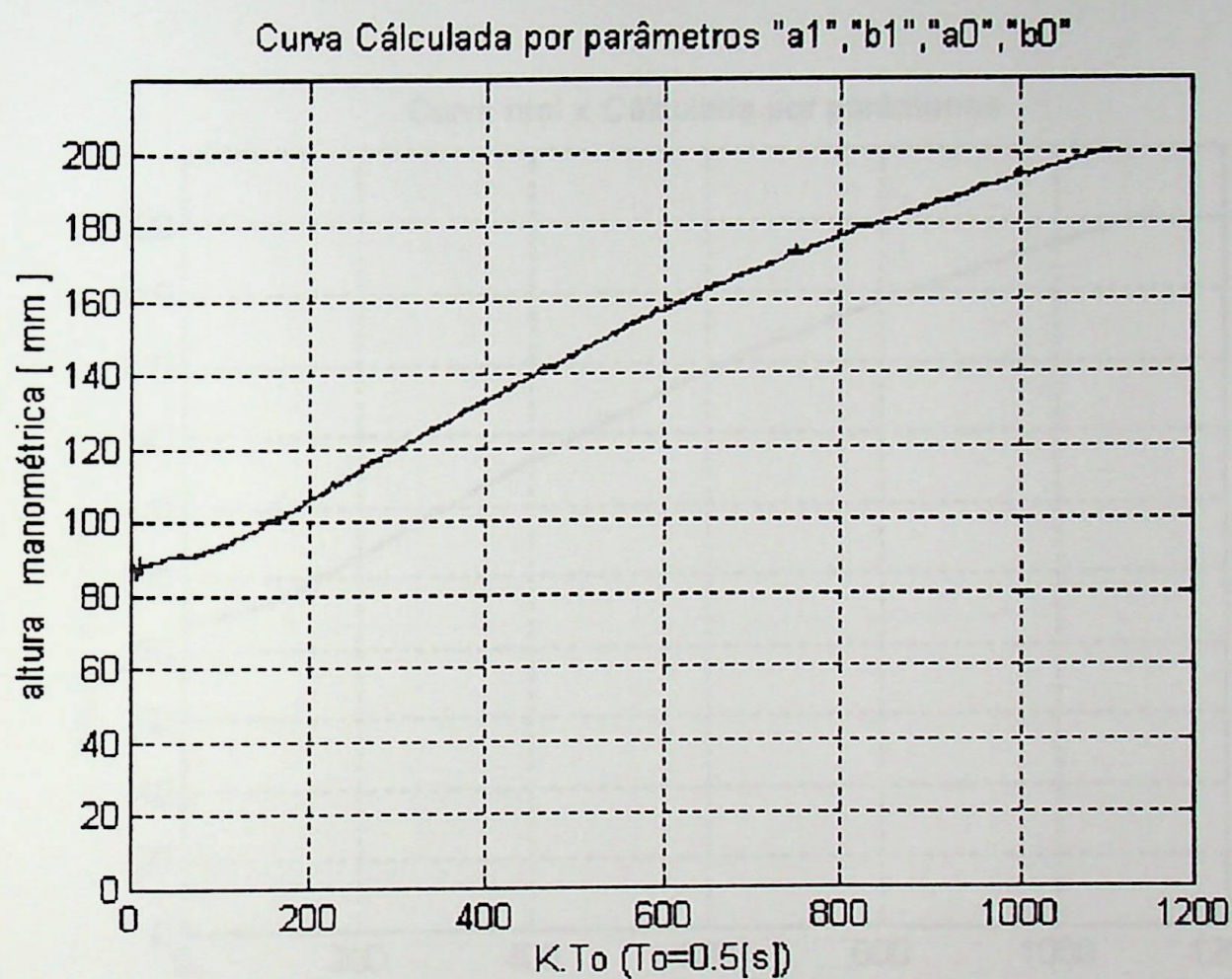


Fig. 7.02 Curva dos níveis através da equação das diferenças



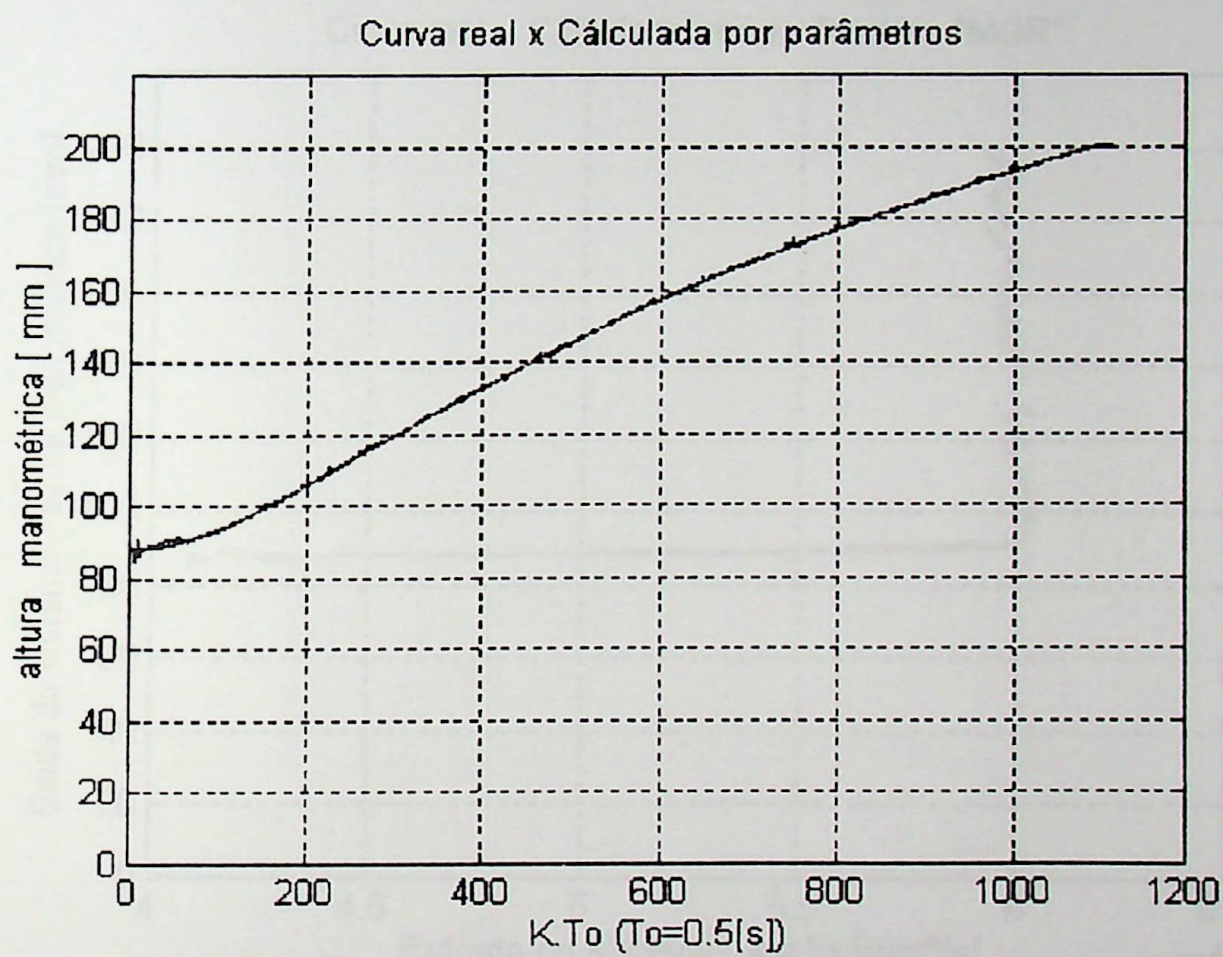


Fig. 7.03 Curva real e curva calculada



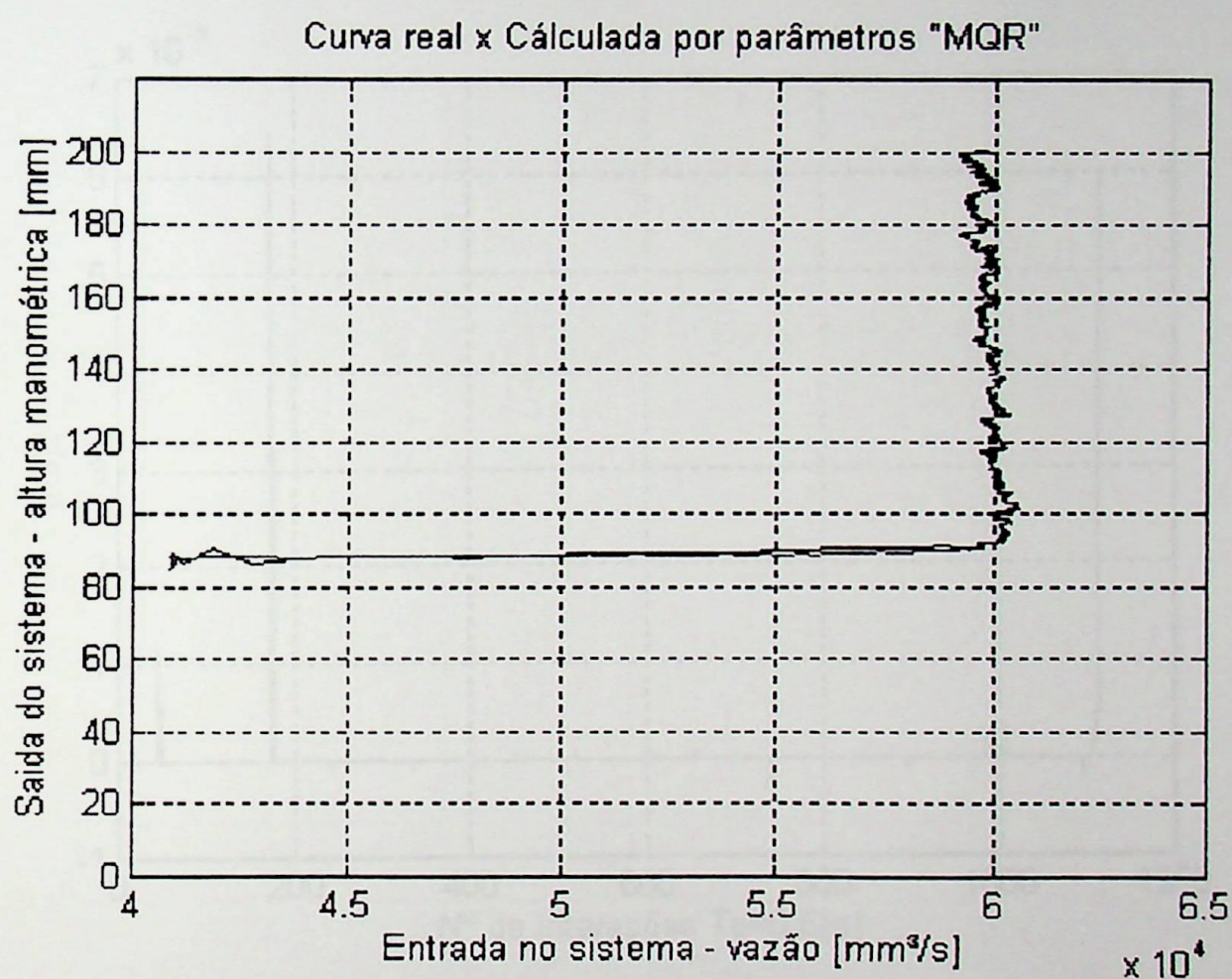


Fig. 7.04 Curva real e curva calculada versus vazão



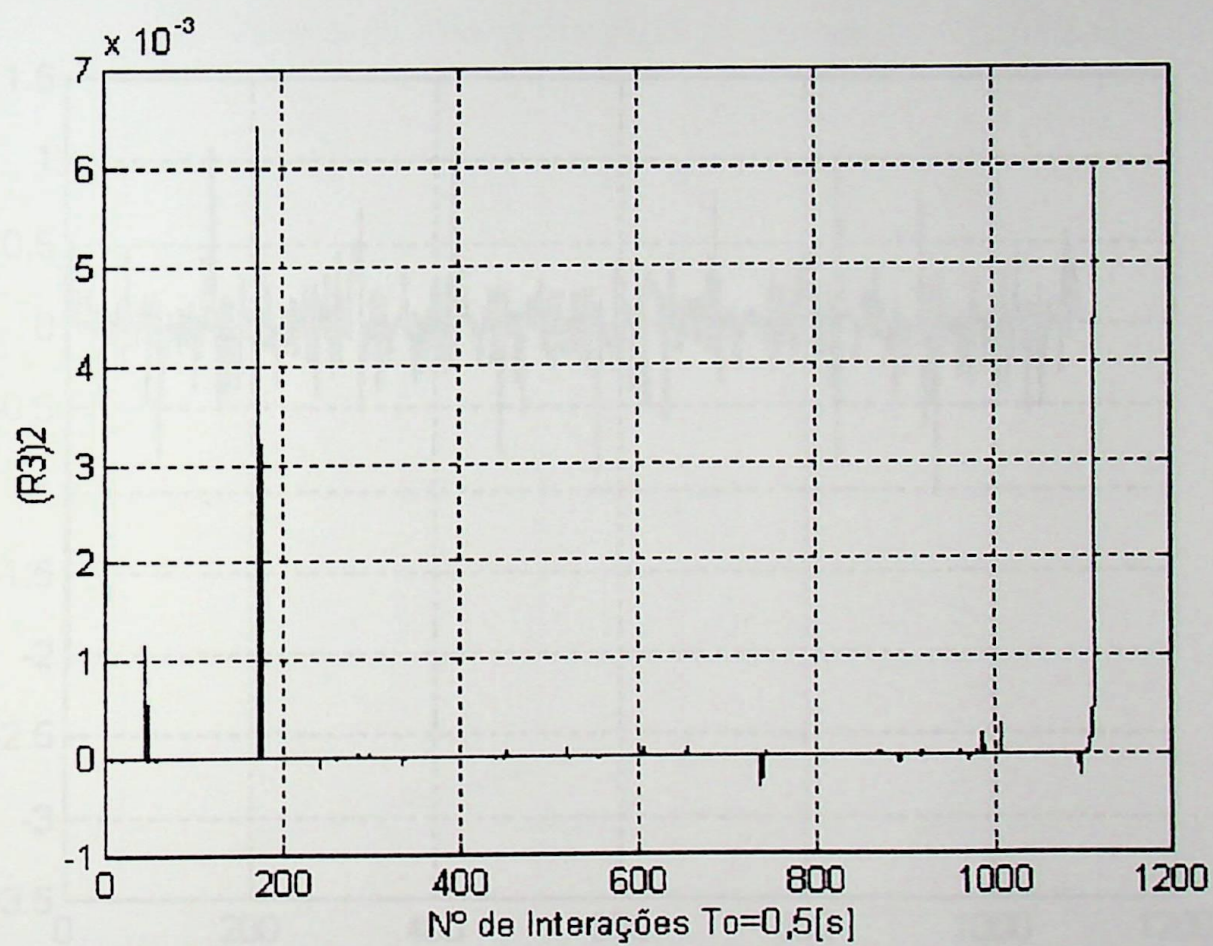


Fig. 7.05 Resistência  $R_3$ , parte real, calculada com a segunda raiz



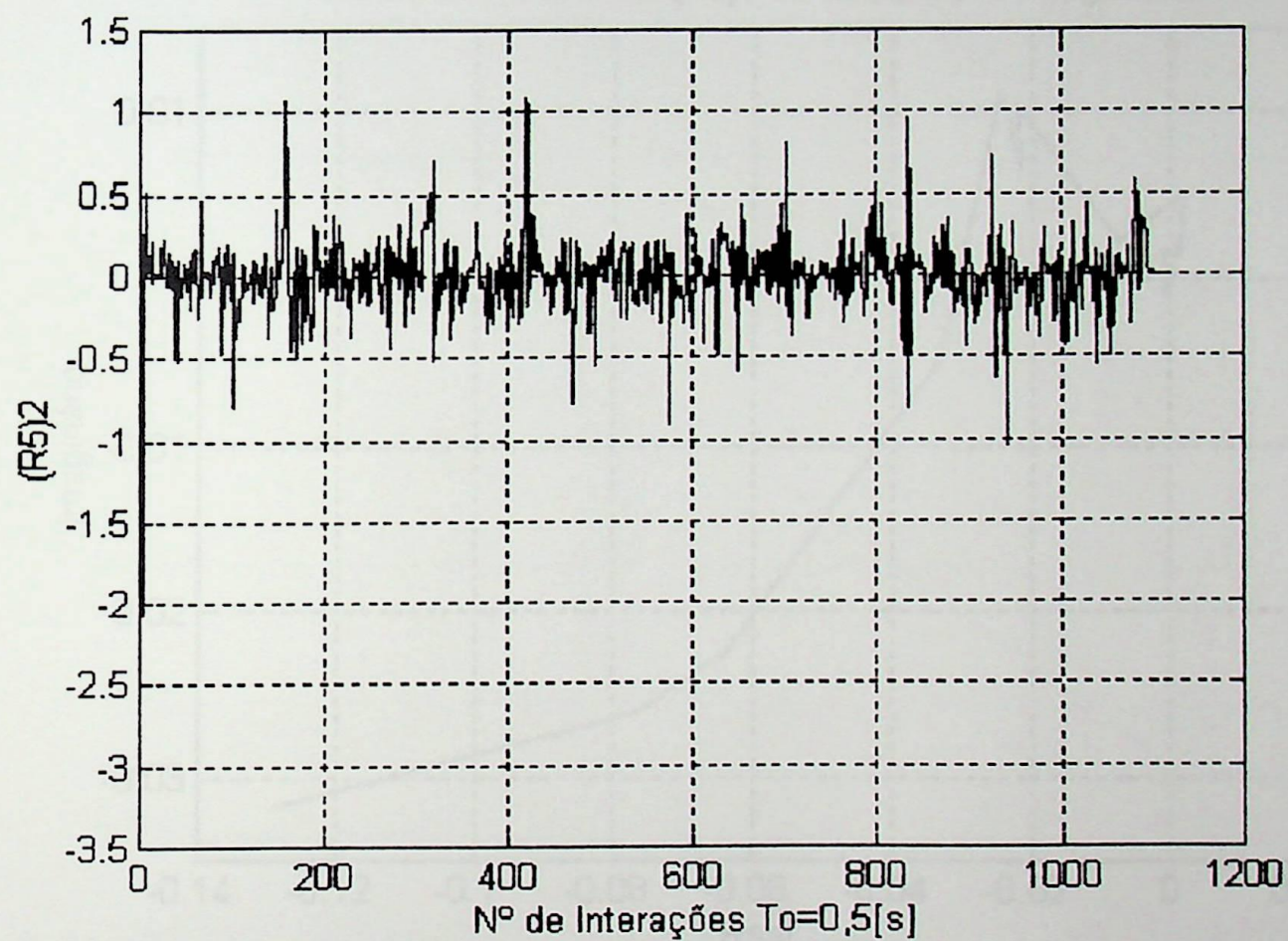


Fig. 7.06 Resistência  $R_5$ , parte real, calculada com a segunda raiz



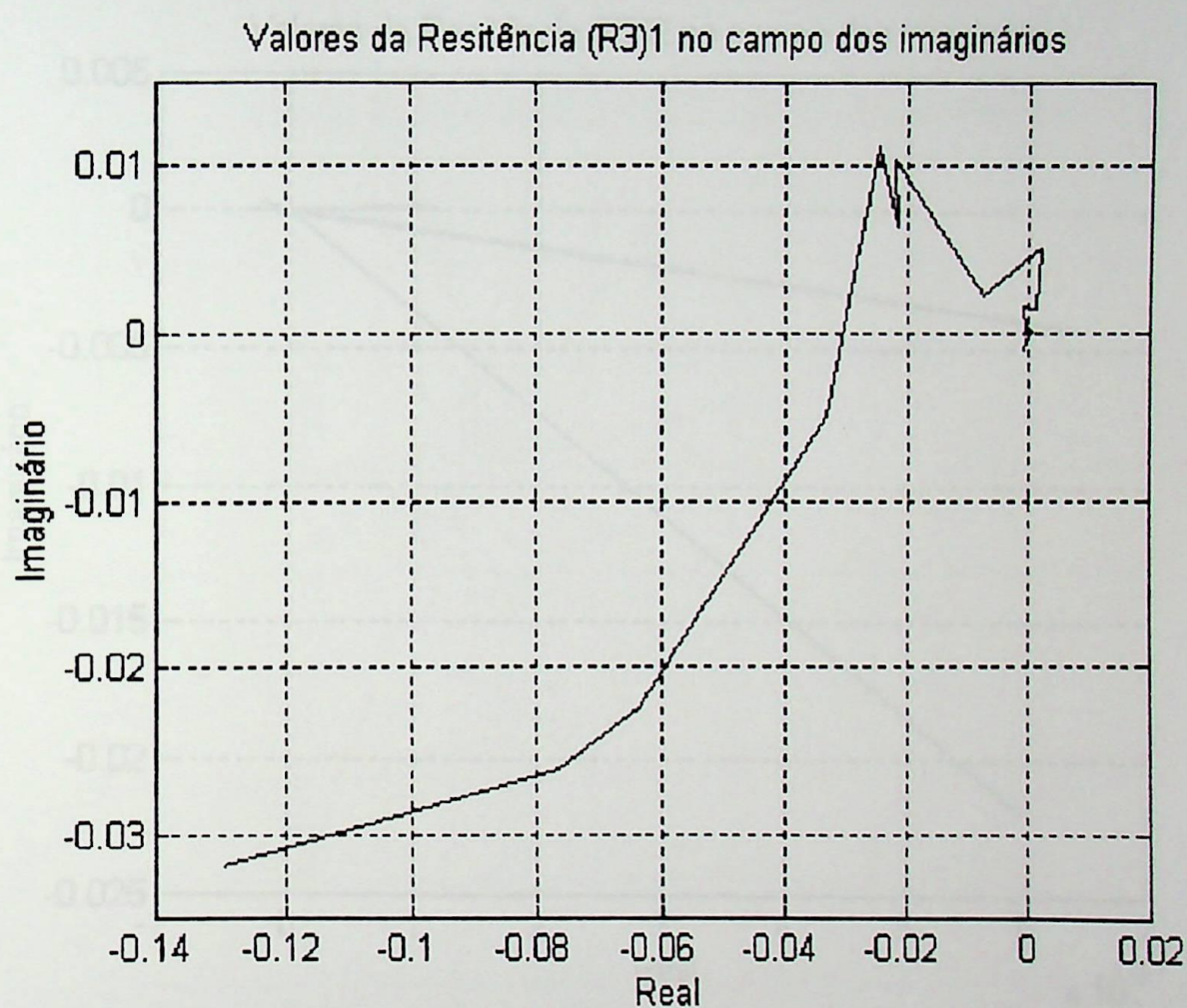


Fig. 7.07 Resistência  $R_3$  calculada com a primeira raiz



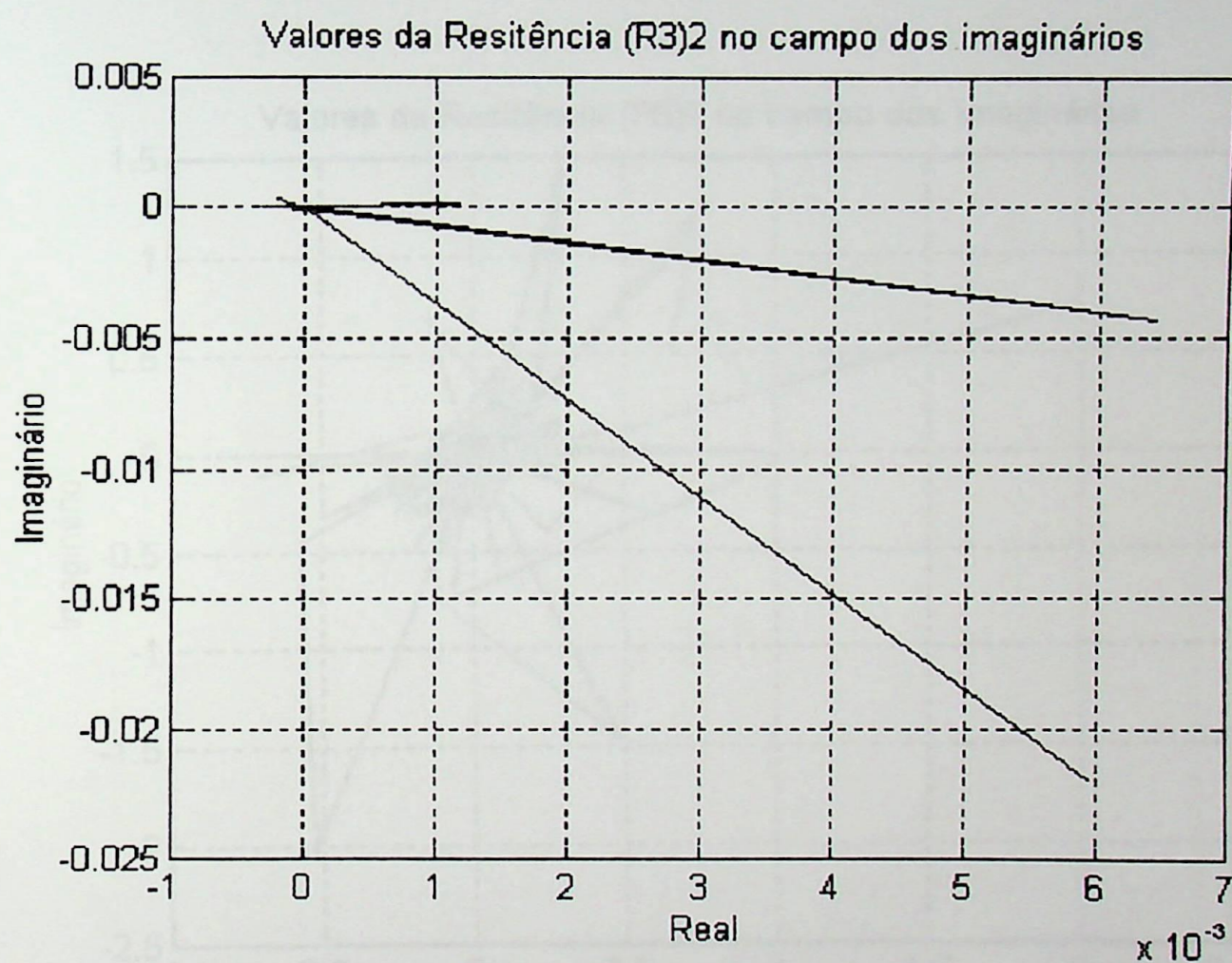


Fig. 7.08 Resitência  $R_3$  calculada com a segunda raiz



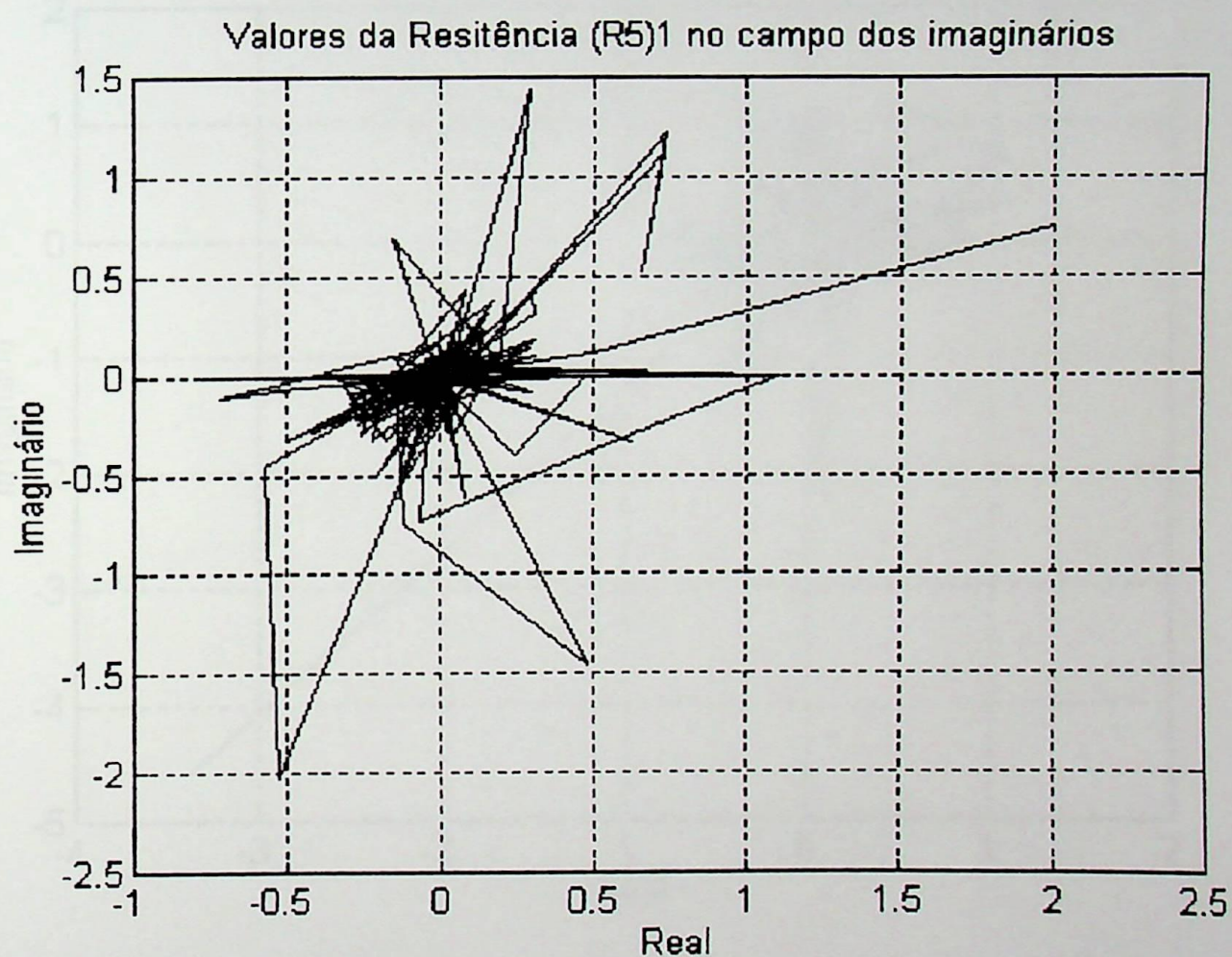


Fig. 7.09 Resistência  $R_5$  calculada com a primeira raiz



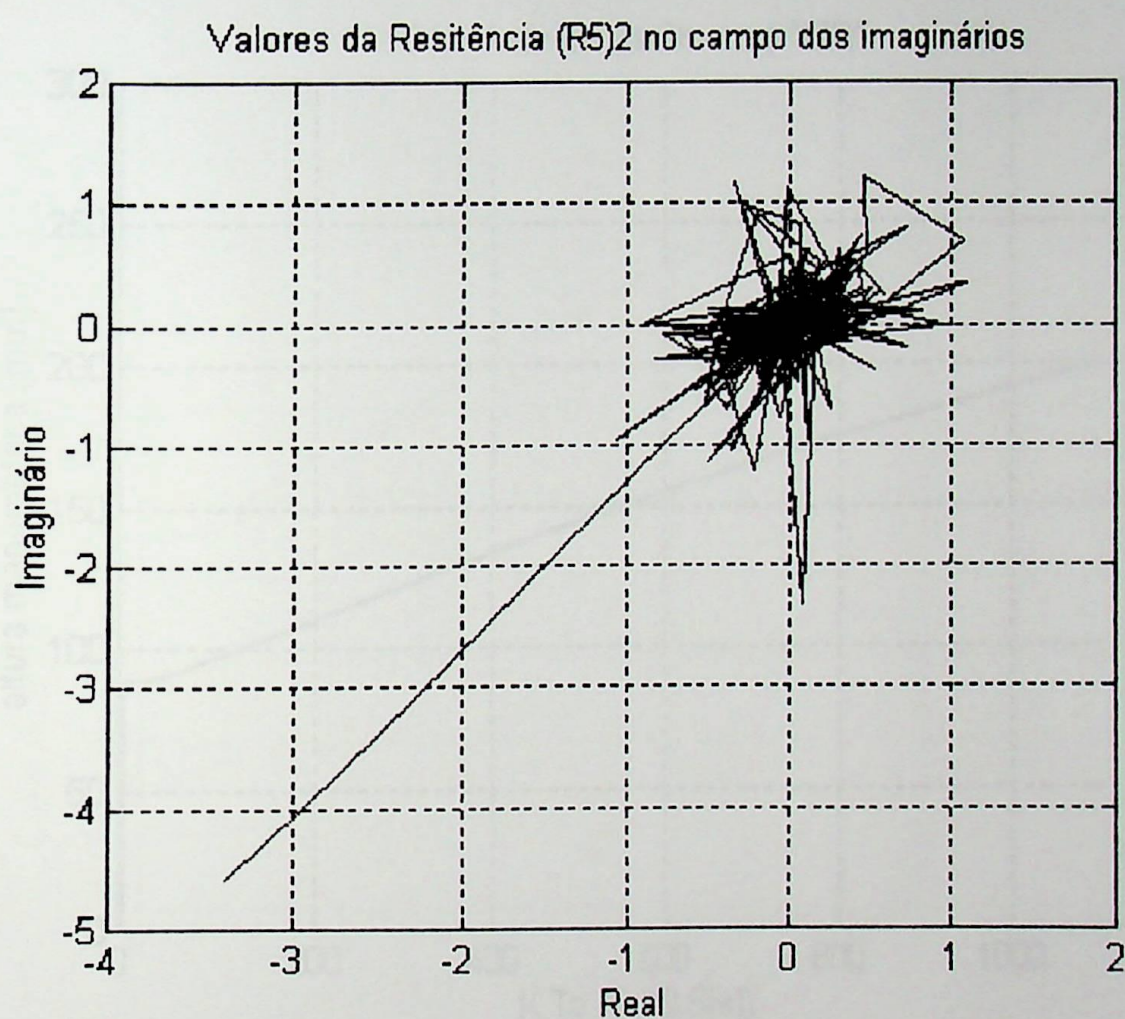


Fig. 7.10 Resistência  $R_5$  calculada com a segunda raiz



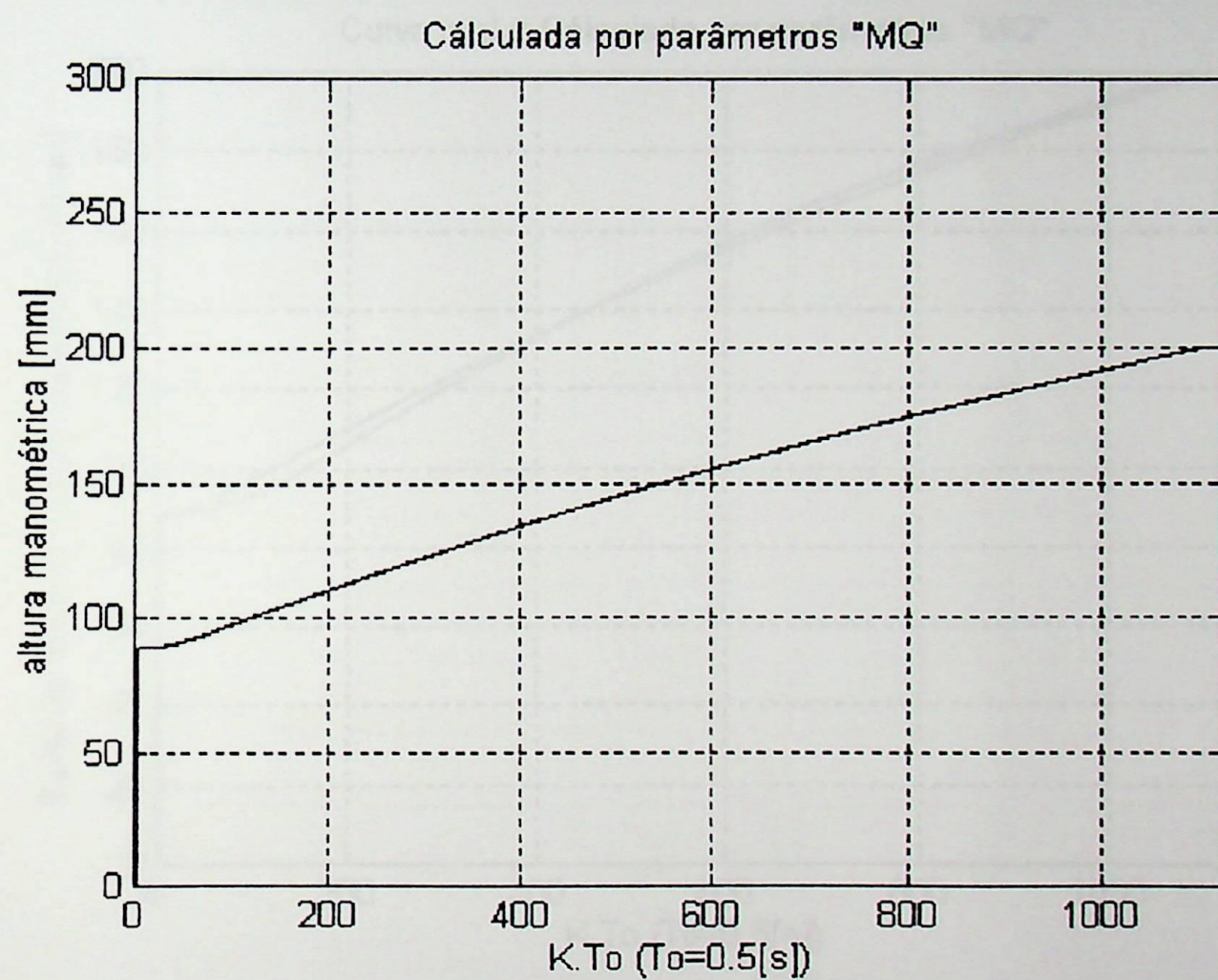


Fig. 7.11 Curva dos níveis utilizando os mínimos quadrados



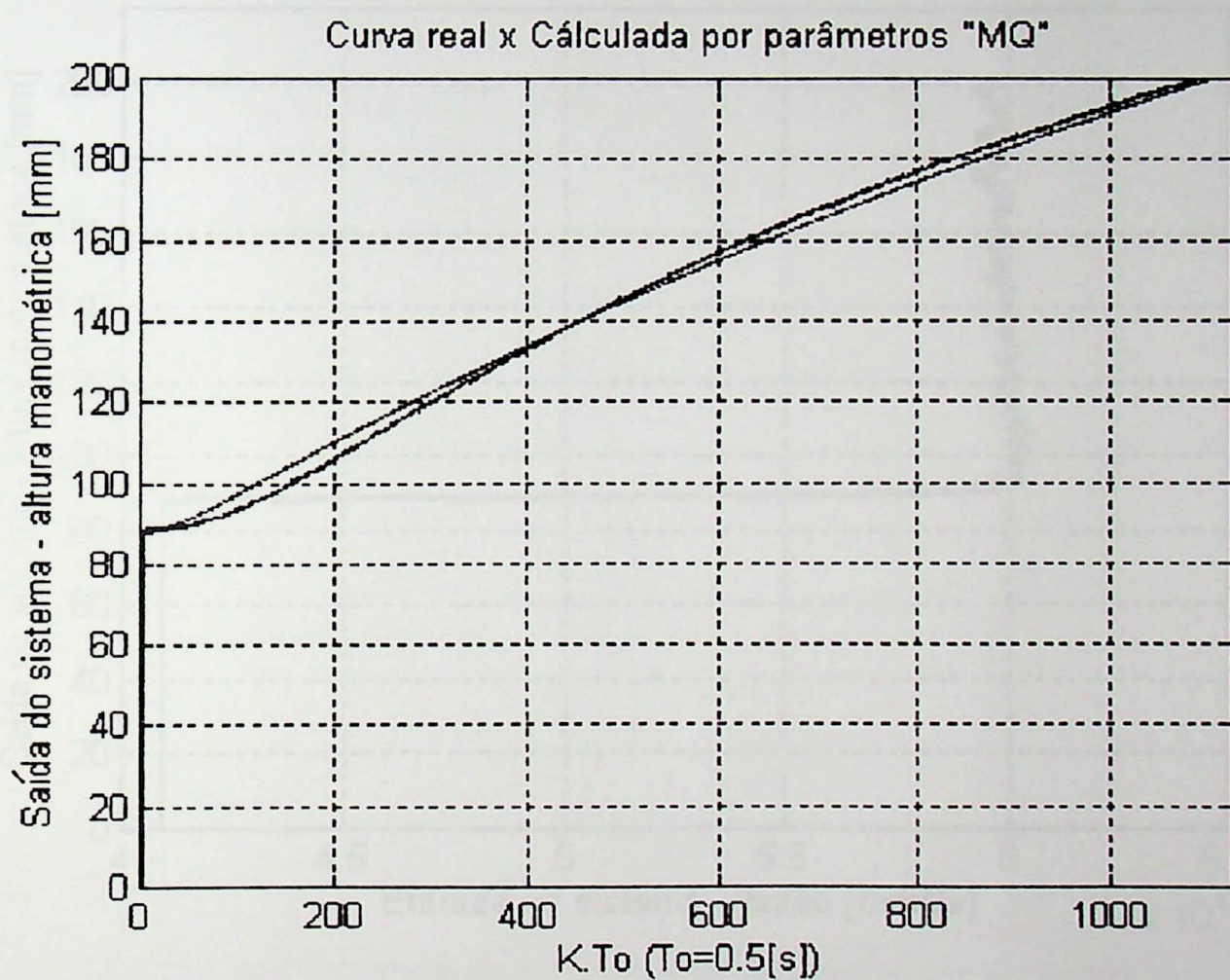


Fig. 7.12 Curva real comparada com a calculada pelos mínimos quadrados



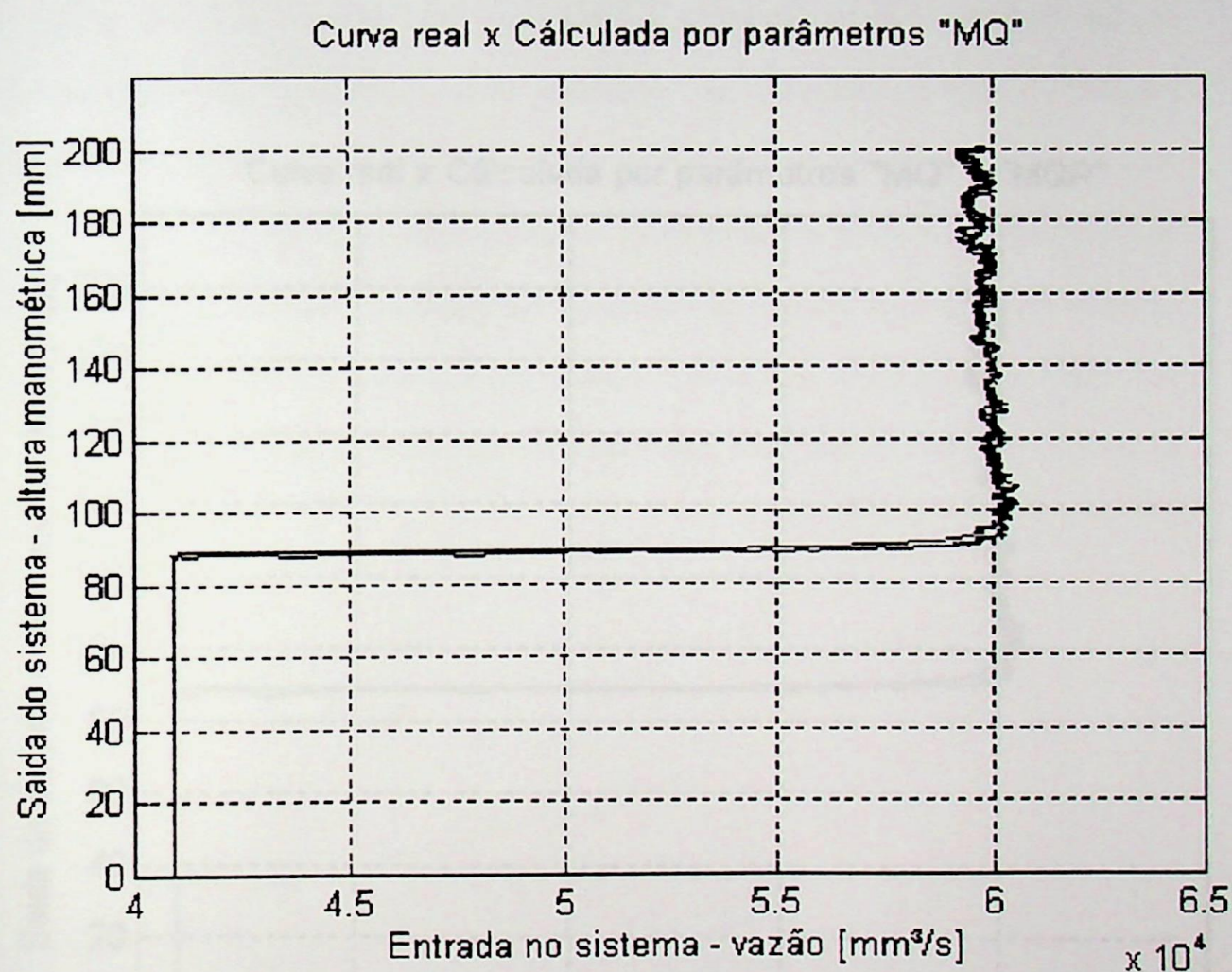


Fig. 7.13 Curva real comparada com a calculada pelos mínimos quadrados versus Vazão



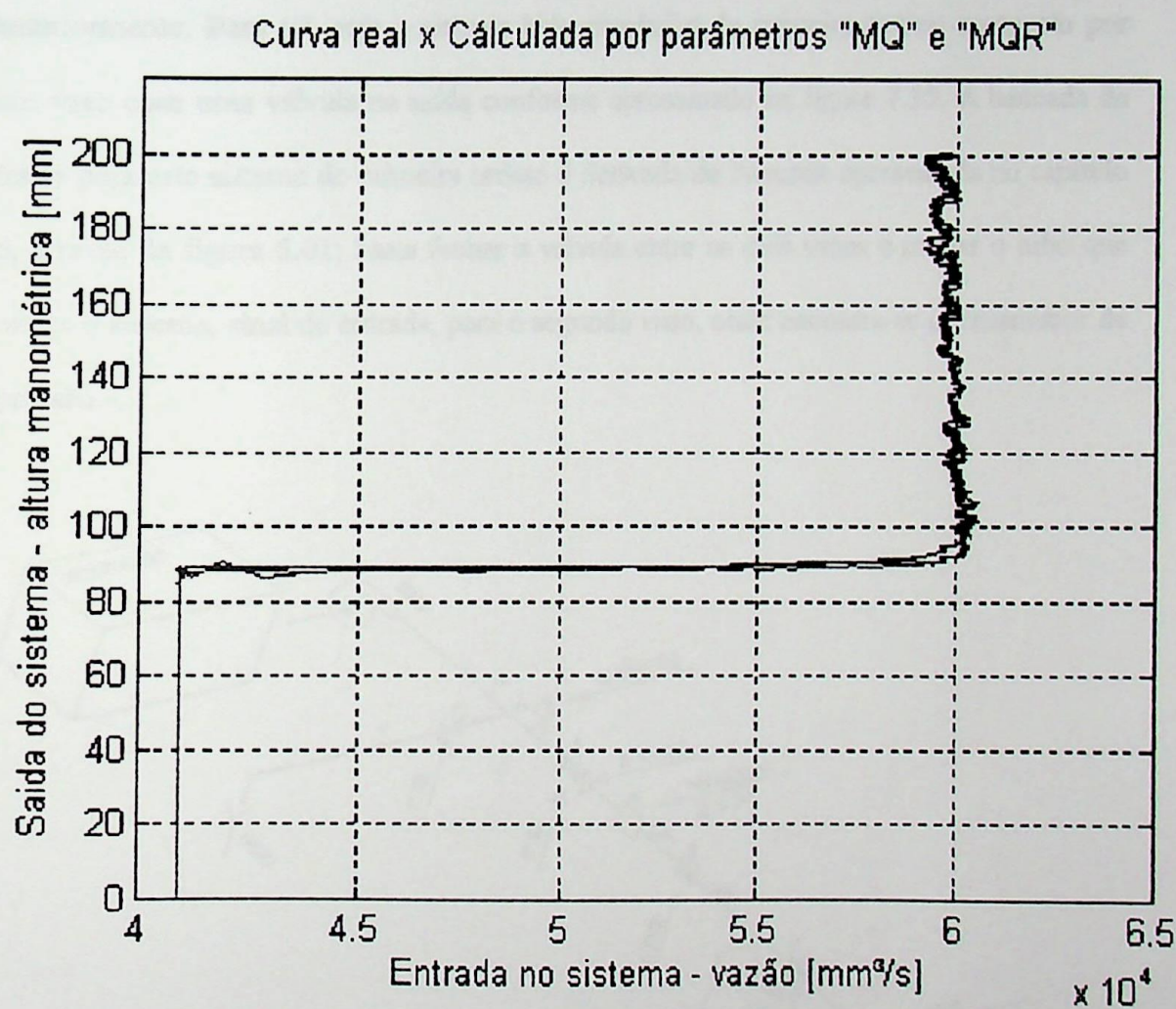
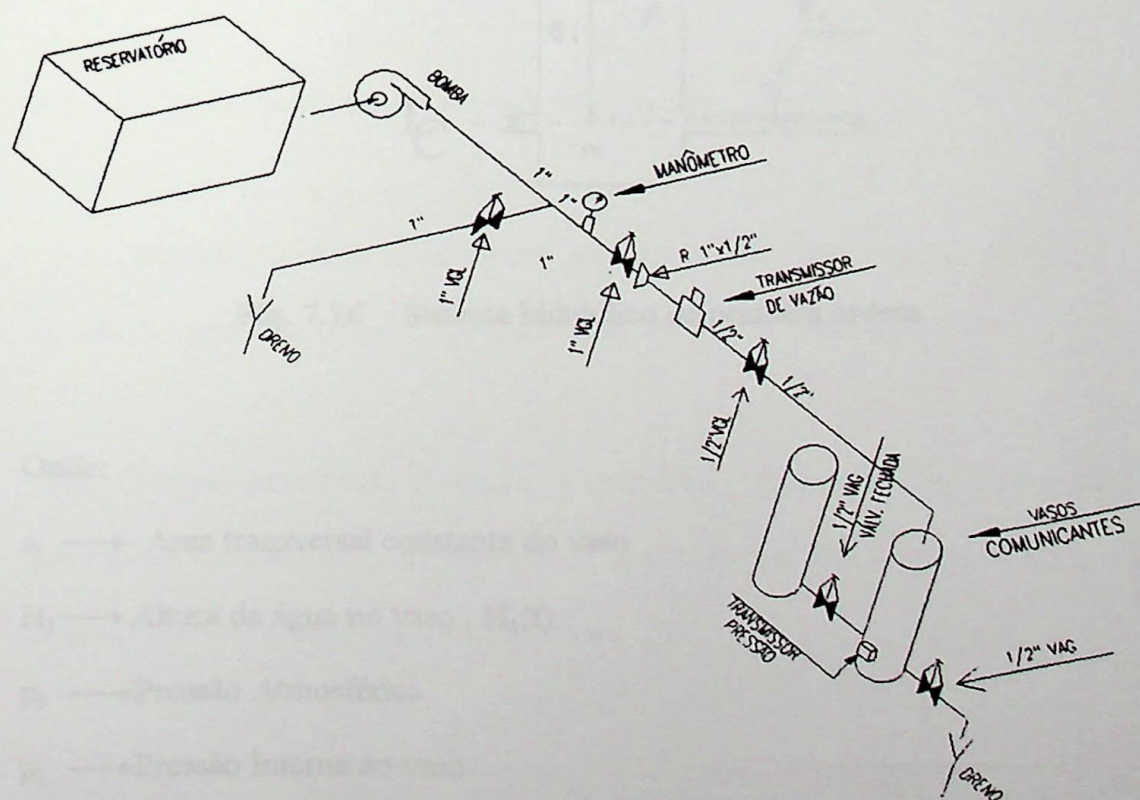


Fig. 7.14 Curva real, curva através do M.Q.R. e M.Q versus Vazão



## 7.5 SISTEMA DE PRIMEIRA ORDEM

Para uma melhor visualização do que acontece no sistema de segunda ordem analisado no item anterior, foi modelado e analisado neste item, um sistema hidromecânico de primeira ordem mantendo os mesmos princípios utilizados anteriormente. Para tal, seja o sistema hidromecânico de primeira ordem composto por um vaso com uma válvula na saída conforme apresentado na figura 7.15. A bancada de testes para este sistema de primeira ordem é derivada da bancada apresentada no capítulo 5, através da figura 5.01; basta fechar a válvula entre os dois vasos e mudar o tubo que excita o sistema, sinal de entrada, para o segundo vaso, onde encontra-se o transmissor de pressão.



**Fig 7.15** - Bancada de testes para a identificação de parâmetros construída no LHPCH - EFEI para o sistema de primeira ordem



## 7.5.1 Equações de estado para o sistema de primeira ordem

### 7.5.1.1 Grafo de ligações

Aplicando a rotina para a construção do grafo de ligações apresentado pelo item 3.8 e através da tabela 3-1, com foi feito no item 5.1.3.1, na figura 7.16, a seguir:

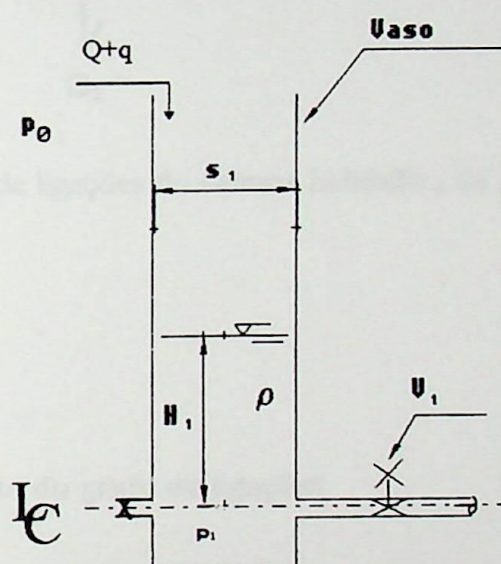


Fig. 7.16 Sistema hidráulico de primeira ordem

Onde:

|        |                                               |                          |
|--------|-----------------------------------------------|--------------------------|
| $s_1$  | → Área transversal constante do vaso          | $[\text{mm}^2]$          |
| $H_1$  | → Altura da água no vaso, $H_1(t)$            | $[\text{mm}]$            |
| $p_0$  | → Pressão Atmosférica                         | $[\text{kg/mm}^2]$       |
| $p_1$  | → Pressão Interna ao vaso                     | $[\text{kg/mm}^2]$       |
| $\rho$ | → Massa Específica da Água                    | $[\text{kg/mm}^3]$       |
| $Q$    | → Vazão básica inicial constante e permanente | $[\text{mm}^3/\text{s}]$ |



$q \longrightarrow$  Acréscimo ou decréscimo de vazão constante (sinal de entrada) na qual o sistema irá variar até a próxima estabilização [mm<sup>3</sup>/s]

Chega-se ao grafo de ligações do sistema, representado na figura 7.17;

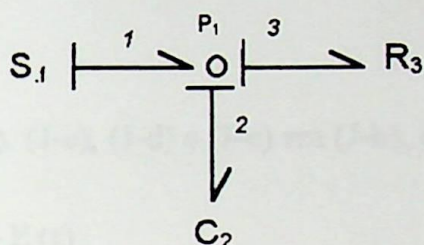


Fig. 7.17 Grafo de ligações do sistema hidráulico de primeira ordem

#### 7.5.1.2 Equacionamento do grafo de ligações

Seguindo o mesmo raciocínio apresentado no item 5.1.3.2, ou sejam : Utilizando as relações entre fluxo e esforço para a junção tipo “0”, têm-se:

Obs. O equacionamento a seguir é numerado diferentemente das outras equações anteriores, evidenciando as junções as quais pertencem. Posteriormente, receberão o número seqüencial normalmente utilizado.

Junção “0<sub>1,2,3</sub>”

$$e_1 = e_2 = e_3 \quad (\text{J-a})$$

$$f_1 = f_2 + f_3 \quad (\text{J-b})$$



mas:

$$f_1 = F_1(t) \quad (\text{J-c})$$

$$e_2 = \frac{1}{C_2} q_2 \quad (\text{J-d})$$

$$f_2 = \dot{q}_2 \quad (\text{J-e})$$

$$f_3 = \frac{e_3}{R_3} \quad (\text{J-f})$$

Substituindo (J-f), (J-e), (J-d) e (J-c) em (J-b), obtém-se:

$$\dot{q}_2 = -\frac{1}{C_2 R_3} q_2 + F_1(t) \quad (7.1)$$

### 7.5.1.3 Equação de estado

Aplicando a transformada de Laplace na equação 7.2, resulta em:

$$q_2(s) = \frac{F_1(s)}{\left(s + \frac{1}{C_2 R_3}\right)} \quad (7.3)$$

### 7.5.2 Função de transferência

A função de transferência desejada é a que relaciona a altura manométrica da coluna com a entrada, que é a vazão; logo:



$$FT(s) = \frac{H_1(s)}{F_1(s)} \quad (7.4)$$

Na relação (J-d) obtida no grafo de ligações tem-se que:

$$H_1(s) = \frac{1}{C_2} q_2(s) \quad (7.5)$$

substituindo a equação de estado 7.3 na relação 7.5, obtém-se:

$$FT(s) = \frac{H_1(s)}{F_1(s)} = G_P(s) = \frac{R_3}{(R_3 C_2 s + 1)} \quad (7.6)$$

### 7.5.2.1 Função de transferência para sinais discretos

$$\mathcal{Z}\{G(s)\} = \text{ZOH } G_P(s) = \frac{1 - e^{-T_0 s}}{s} \left( \frac{R_3}{(R_3 C_2 s + 1)} \right), \text{ resultando em:}$$

$$G(z) = R_3 \frac{(1 - e^{(-\frac{1}{C_2 R_3}) T_0}) z^{-1}}{1 - e^{(-\frac{1}{C_2 R_3}) T_0} z^{-1}} \quad (7.7)$$

fazendo:

$$a_1 = -e^{(-\frac{1}{C_2 R_3}) T_0} \quad (7.8)$$



$$b_1 = R_3 \left( 1 - e^{-\left(\frac{1}{C_2 R_3}\right) T_0} \right) \quad (7.9)$$

a equação 7.7 torna-se:

$$G(Z) = \frac{b_1 z^{-1}}{1 - a_1 z^{-1}} \quad (7.10)$$

### 7.5.3 Obtendo a capacitância e a resistência

Da relação 7.8, tem-se:

$$a_1 = -e^{-\left(\frac{1}{C_2 R_3}\right) T_0}, \text{ logo:} \quad C_2 R_3 = \frac{-T_0}{\text{Ln}(-a_1)} \quad (7.11)$$

e da relação 7.9:

$$b_1 = R_3 \left( 1 - e^{-\left(\frac{1}{C_2 R_3}\right) T_0} \right), \text{ logo:} \quad C_2 R_3 = \frac{-T_0}{\text{Ln}\left(1 - \frac{b_1}{R_3}\right)} \quad (7.12)$$

Da relação 7.11 pode-se obter a resistência “ $R_3$ ”, conhecendo-se a capacitância “ $C_2$ ”, que é o mesmo caminho matemático utilizado para o sistema de segunda ordem analisado anteriormente, ou seja: Conhecem-se as capacitâncias, determinam-se as resistências. Mas o sistema de primeira ordem possibilita uma outra relação matemática



que possibilita obter a resistência “ $R_3$ ”, e está, independente da capacitância; para tal basta comparar as relações 7.11 e 7.12, donde obtém-se:

$$R_3 = \frac{b_1}{1 + a_1} \quad (7.13)$$

Logo, do sistema de primeira ordem, tem-se duas opções para se determinar a resistência inerente ao sistema, que são as equações 7.12 e 7.13.

#### 7.5.4 Algoritmo do sistema de primeira ordem

De maneira idêntica ao item 5.5, a aquisição foi feita através de mesmo sistema computacional obtendo-se 2290 pontos com intervalos de meio segundo. A análise também foi desenvolvida no “software” MATLAB, através do arquivo: “calculr.m” que encontra-se no disquete denominado “PARIDENT”, em anexo, e a sua listagem, no anexo “I”.

#### 7.5.5 Análise dos resultados do sistema de primeira ordem

Foi utilizado o método dos mínimos quadrados recursivo com ponderação exponencial, com valores de “ $\gamma = 0,7$  e  $a = 0,3$ ”. Também com o objetivo de verificar a autenticidade dos parâmetros obtidos pelo método dos mínimos quadrados recursivo, de



maneira análoga ao sistema de segunda ordem, utiliza-se a equação das diferenças que substituindo nesta as entradas obtidas na aquisição, resulta nas respostas correspondentes aos níveis da água no vaso; pode-se assim, comparar com a curva dos valores dos níveis obtidos na aquisição. Nas quatro figuras: 7.18, 7.19, 7.20 e 7.21 apresentam respectivamente as curvas dos níveis no vaso. Na figura 7.18 é apresentada a curva com os dados da aquisição, chamada também de curva real; na figura seguinte apresenta-se os níveis calculados pela equação das diferenças; na terceira, estão traçadas as duas curvas onde elas se sobrepõem ao longo das interações com quase imperceptíveis desvios no início das interações e na última figura, estão traçadas as duas curvas com relação as vazões obtidas na aquisição, que também se sobrepõem. Logo, pode-se dizer também, para o sistema de primeira ordem como foi dito para o de segunda ordem, que: o resultado obtido através da aplicação dos mínimos quadrados recursivo está correto.

Como, neste caso, os valores das resistências podem ser obtidas por duas relações matemáticas diferentes, sendo uma, diretamente dependente dos valores da capacitância, equação 7.10; e a outra relação, dependente de uma relação entre os parâmetros com sinais discretos,  $a_1$  e  $b_1$ , , equação 7.13. Que quando desenvolvidas estas duas equações, 7.11 e 7.13, analiticamente, obtém-se valores idênticos de resistência inicialmente arbitradas (para proceder este desenvolvimento analítico, basta substituir valores arbitrários de  $R_3$  e  $C_2$  na função de transferência, equação 7.6, passando-a para o domínio de " $Z$ " e retroagindo-a, obtendo assim os mesmos resultados das equações). Mas, quando calcula-se os valores da resistência " $R_3$ " para cada ponto das interações, pelos dois possíveis caminhos, ou sejam: para a equação 7.11 a qual depende diretamente do valor da capacitância, obtém-se valores imaginários, figura 7.22, que são incompatíveis com a definição de resistência hidráulica, analisada anteriormente; já, para a equação 7.13 os valores obtidos são reais, figura 7.23.



Para analisar a última curva, figura 7.23, a que foi obtida com a relação aos parâmetros da função de transferência, utilizar-se a curva característica da válvula agulha cujo os dados foram levantados em ensaio, que estão na tabela J.01 no anexo "J", como também, na figura J.01 encontram-se as respectivas curvas.

Destes dados da tabela J.01 juntamente com as curvas, figura J.01, foi possível determinar os valores das resistências para cada abertura da válvula agulha em função da altura manométrica, utilizando a definição de Sistemas Lineares Equivalentes, apresentado no item 2.4, através da relação 2.14. Para que pudesse analisar a curva da resistência calculada, curva (a), tomou-se os pontos de todas as aberturas na faixa da aquisição realizada, sendo assim possível comparar: curvas ensaiadas, (b), (c), (d), (e) e (f), com a curva calculada (a). Com os valores obtidos através dos cálculos desenvolvidos, resultaram na tabela J.02 e na figura 7.24.

A figura 7.24 mostra os desvios das curvas dos valores calculados e dos valores ensaiados para a abertura na válvula próxima à duas voltas, abertura esta na qual foi realizado os ensaios. Também pela figura 7.24, pode-se observar que a curva resultante obtida com os valores das resistências calculadas, tem um comportamento parecido com as curvas relativas a cada abertura da válvula para valores superiores a 125 [mm] de coluna de água, logo, pode-se dizer que as taxas de crescimento entre as curvas são semelhantes; entretanto, para valores inferiores a 125 [mm], a curva calculada (a), apresenta taxas de crescimento diferentes das outras. Ainda, confrontando matematicamente os valores da curva (a) com a curva ensaiada para a abertura de duas voltas, curva (b), obtém-se os desvios entre estas duas curvas, representados através da figura 7.25. Onde o menor desvio é de 28,75% e o maior desvio é de 57,82298%, tendo um desvio médio de 45,00321 %, os quais são bem elevados para o objetivo deste trabalho.



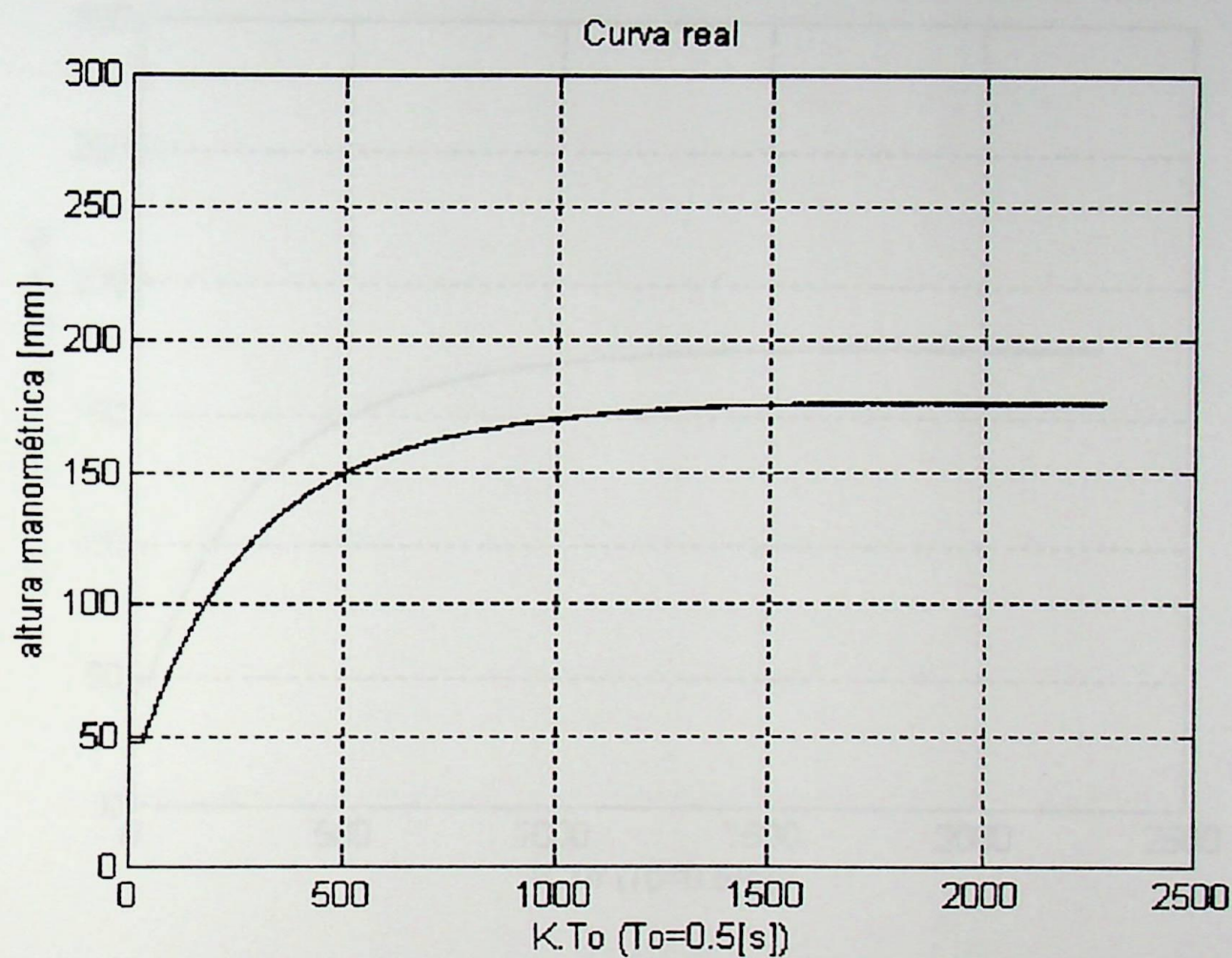


Fig. 7.18 Curva real



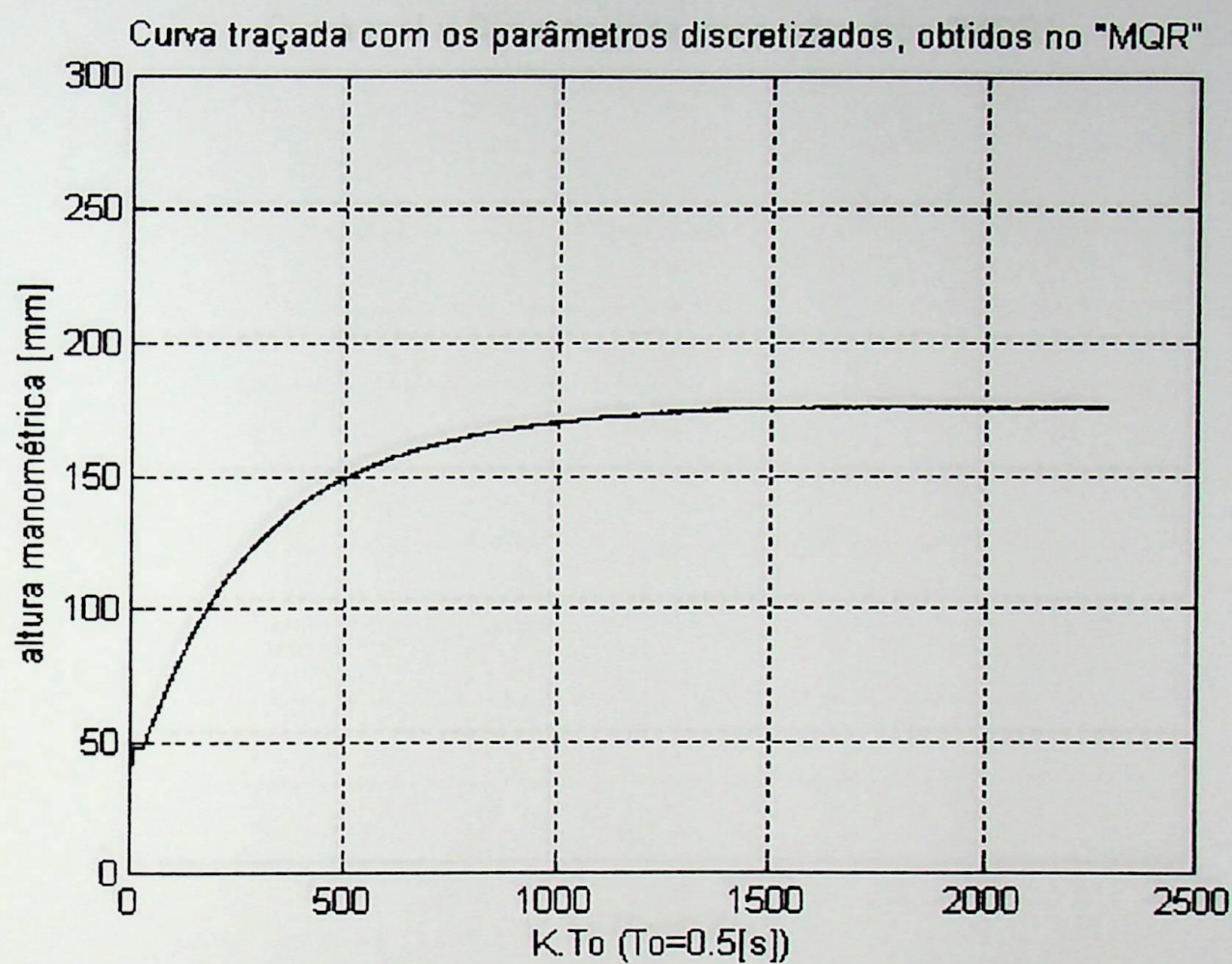


Fig. 7.19 Curva calculada com os parâmetros  $a_1$  e  $b_1$



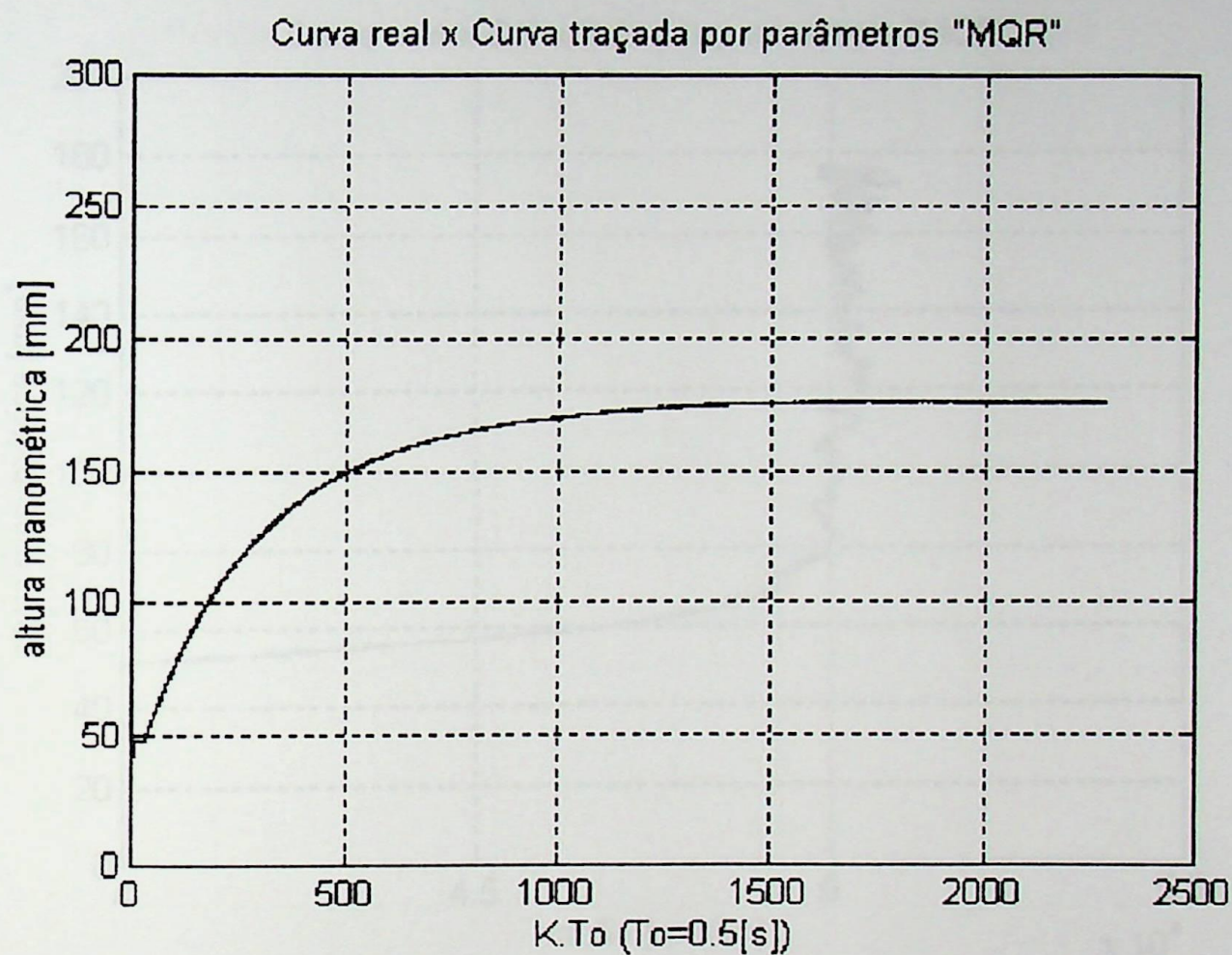


Fig. 7.20 Curva real e curva calculada para o sistema de primeira ordem



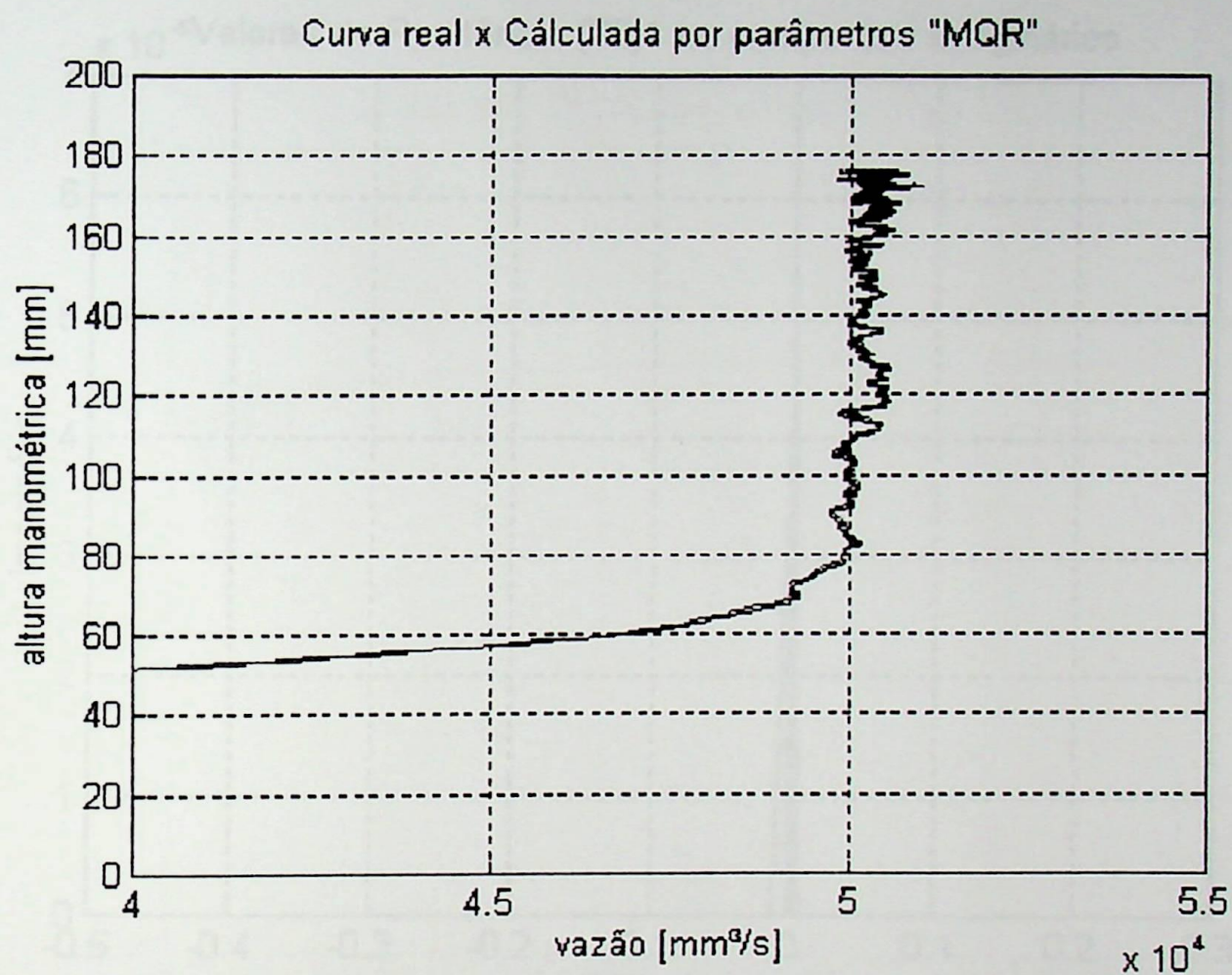


Fig. 7.21 Curva real e curva calculada para o sistema de primeira ordem com relação as vazões.



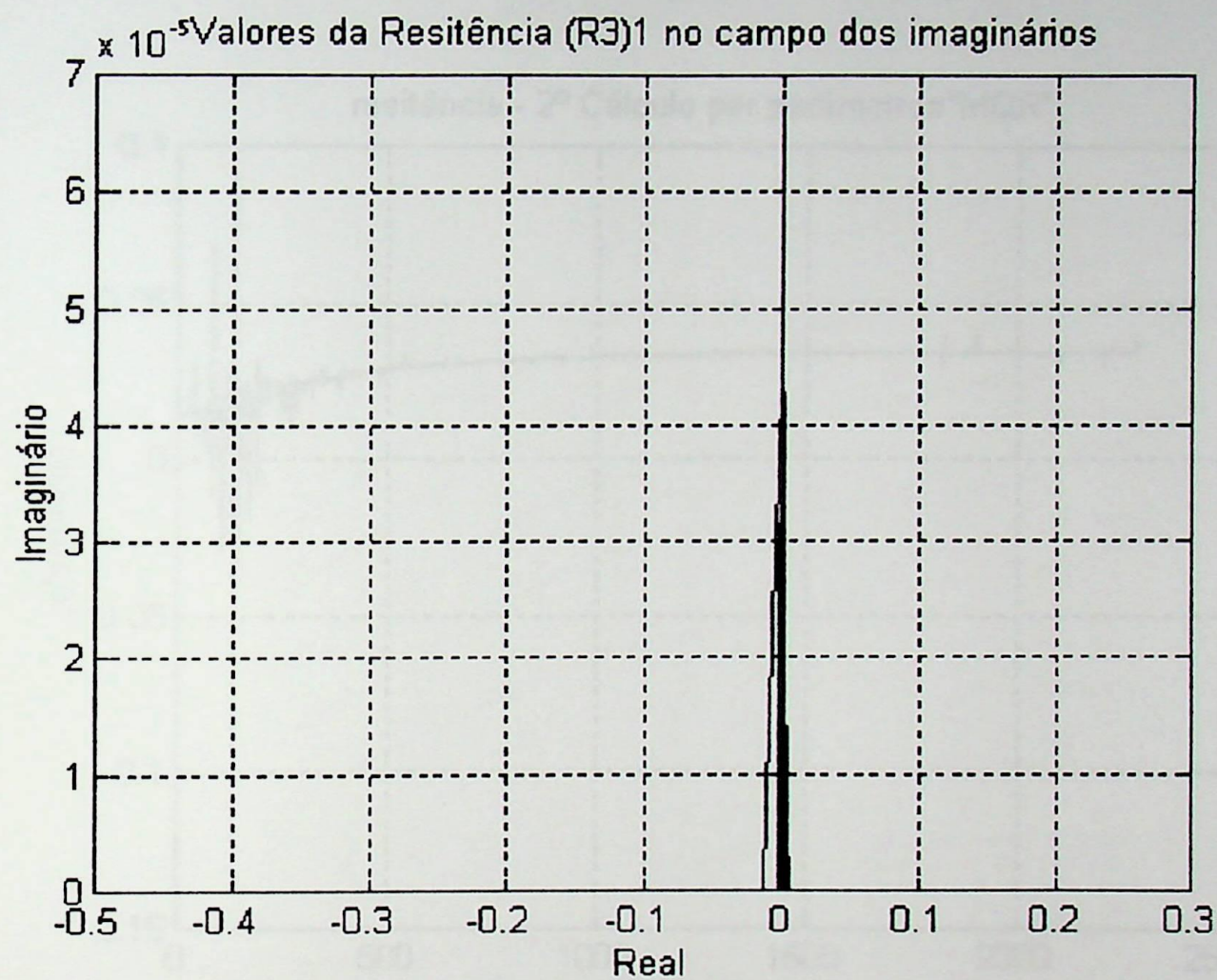


Fig. 7.22 Valores das resistências para a equação que depende da capacitância



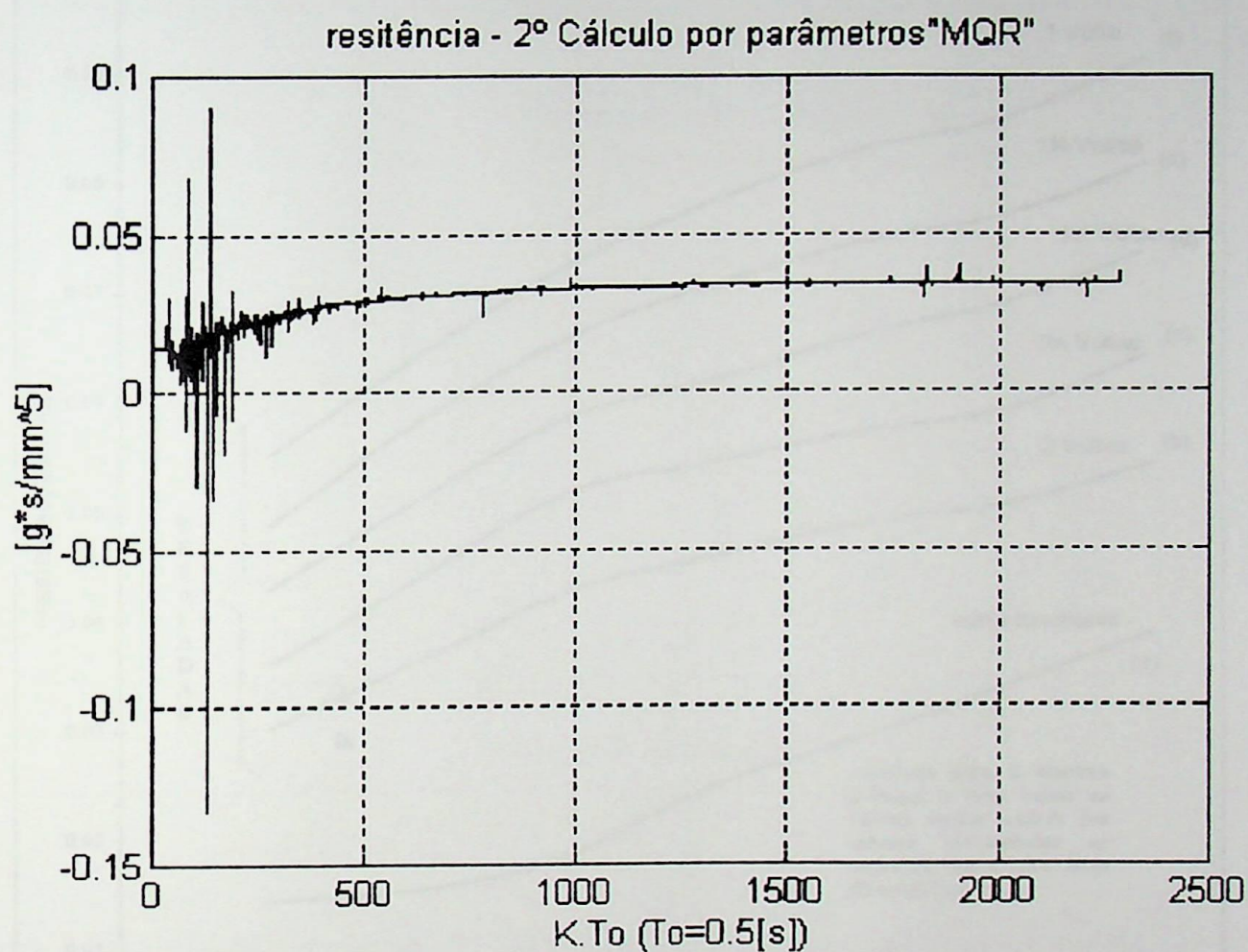
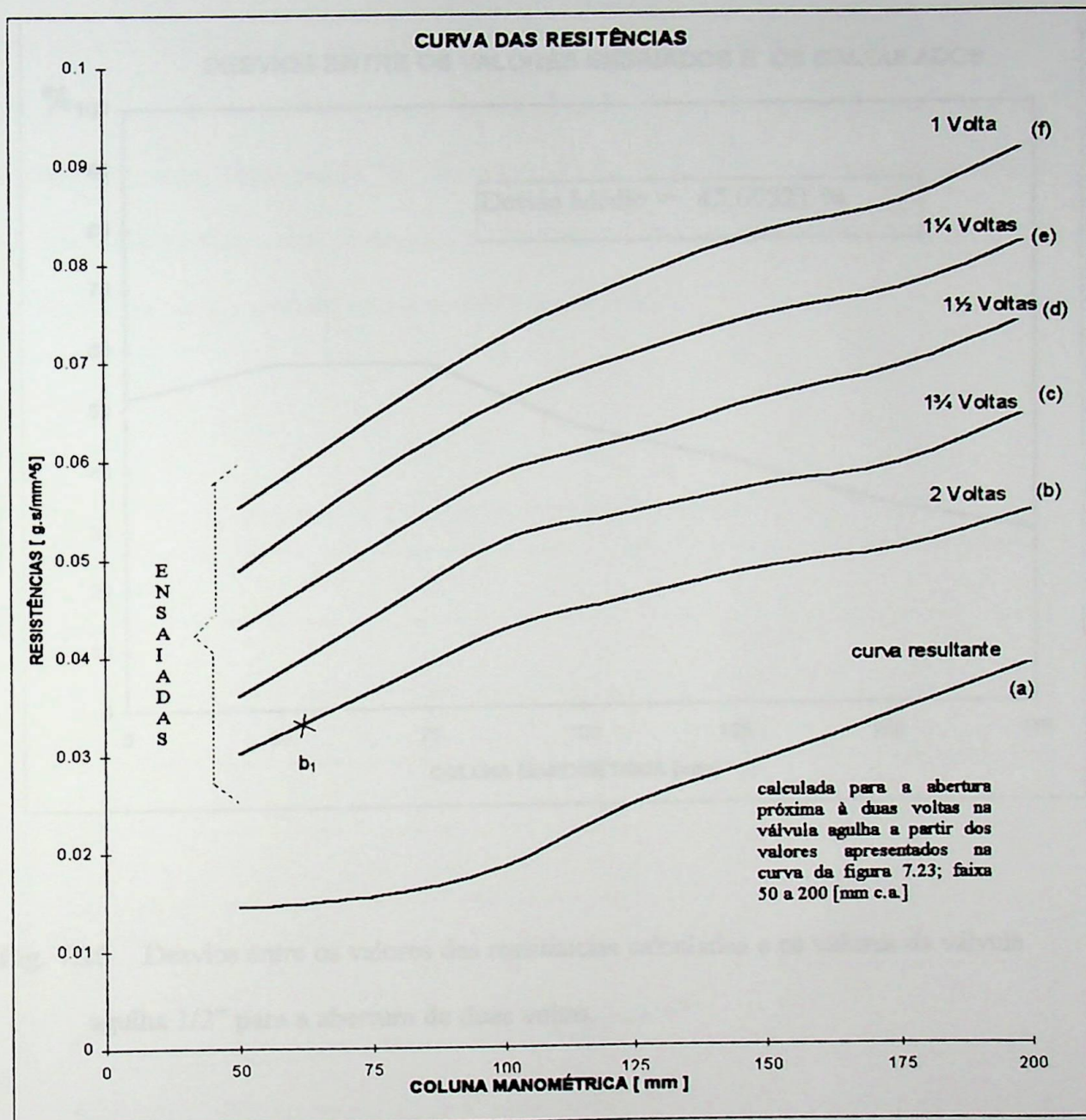


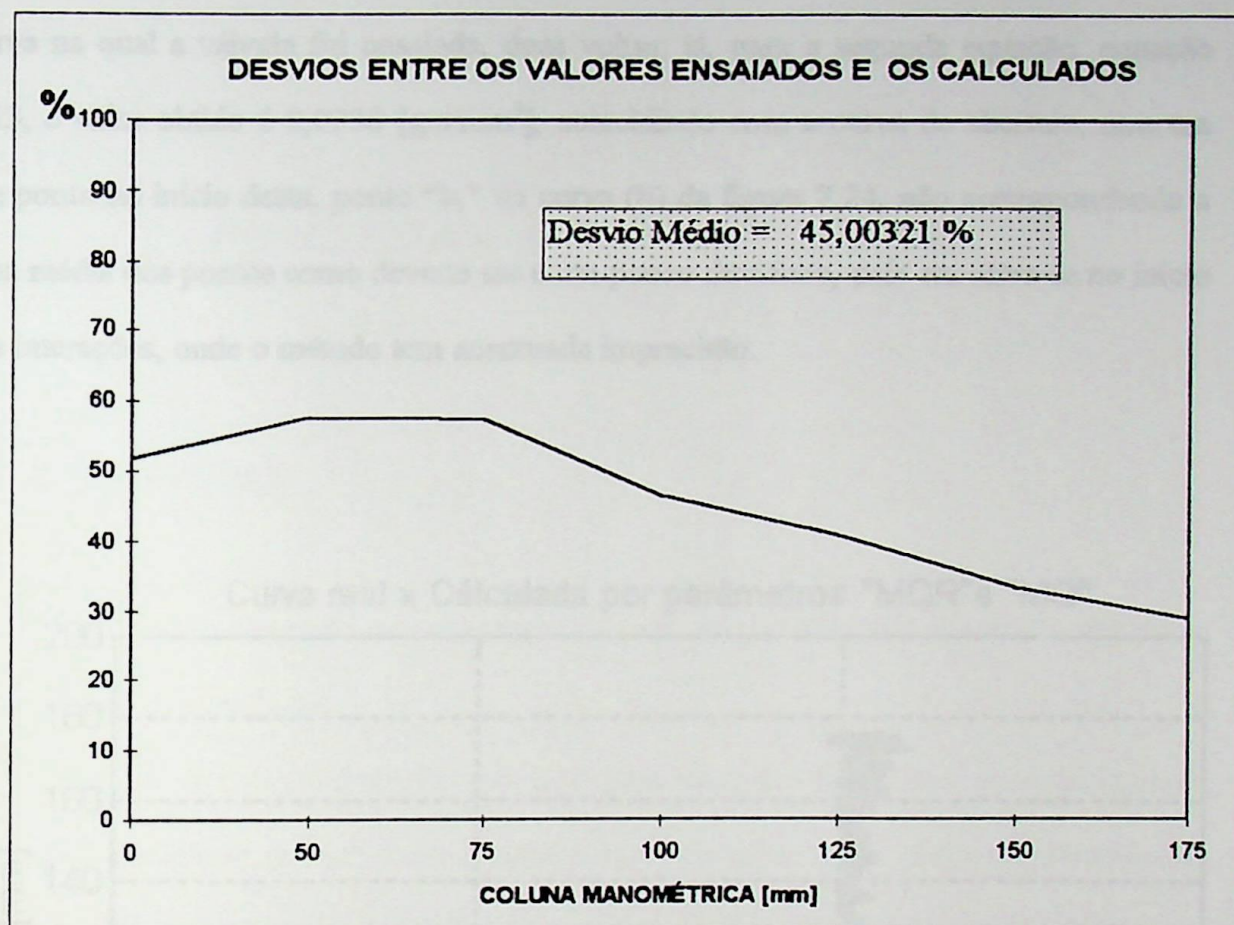
Fig. 7.23 Valores das resistências para a equação que não depende da capacitância





**Fig. 7.24** Curvas das resistências ensaiadas e das resistências calculada para o sistema de primeira ordem





**Fig. 7.25** Desvios entre os valores das resistências calculadas e os valores da válvula agulha 1/2" para a abertura de duas voltas.

Também, o sistema de primeira ordem foi analisado através do método dos mínimos quadrados, item 4.7.4, resultando em curvas semelhantes às dos mínimos quadrados recursivo, com pode ser visto na figura 7.26 onde ocorre a comparação. entre as curvas: real, a obtida através dos mínimos quadrados e a curva obtida através dos mínimos quadrados recursivo, sendo estas relacionadas com as vazões da aquisição.

Quando calculadas a resistência com os valores obtidos no mínimos quadrados, também no arquivo "calculr.m", têm-se como resultados duas possibilidades: a primeira



possibilidade, equação 7.11, o valor da resistência é  $0,0602 \text{ [g.s/mm}^5\text{]}$ , que está fora da curva na qual a válvula foi ensaiada, duas voltas; já, para a segunda equação, equação 7.13, o valor obtido é  $0,0338 \text{ [g.s/mm}^5\text{]}$ , coincidindo com a curva de abertura, mas em um ponto no início desta, ponto "b<sub>1</sub>" na curva (b) da figura 7.24, não correspondendo a uma média dos pontos como deveria ser e um pouco duvidoso, pois encontra-se no início das interações, onde o método tem acentuada imprecisão.

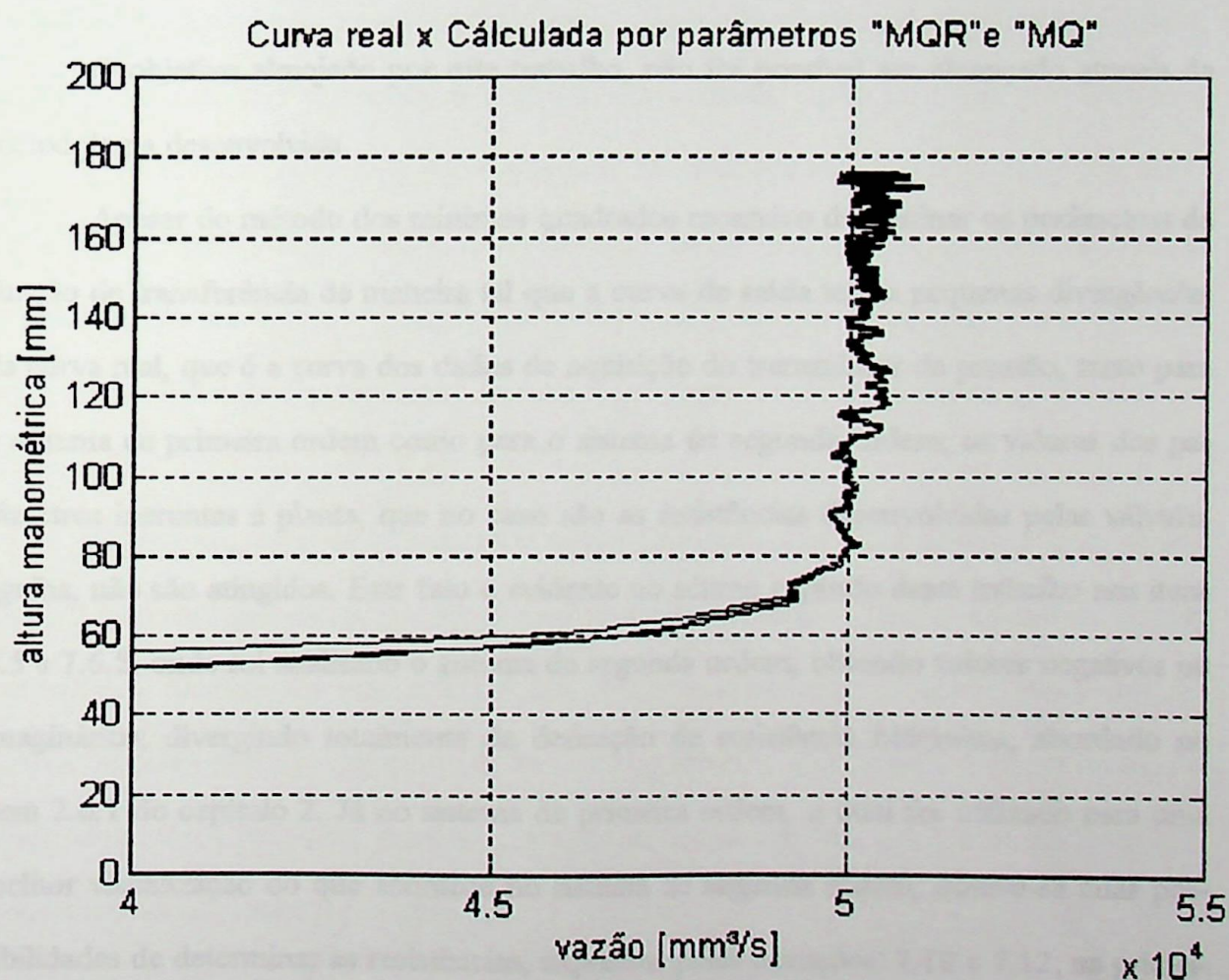


Fig. 7.26 Comparação das curvas real e as obtidas através dos M.Q. e M.Q.R.



## CAPÍTULO 8

### CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

#### 8.1 CONCLUSÕES

O objetivo almejado por este trabalho, não foi possível ser alcançado através da metodologia desenvolvida.

Apesar do método dos mínimos quadrados recursivo determinar os parâmetros da função de transferência de maneira tal que a curva de saída tenha pequenas divergências da curva real, que é a curva dos dados de aquisição do transmissor de pressão, tanto para o sistema de primeira ordem como para o sistema de segunda ordem; os valores dos parâmetros inerentes à planta, que no caso são as resistências desenvolvidas pelas válvulas agulha, não são atingidos. Este fato é evidente no sétimo capítulo deste trabalho nos itens 7.5 e 7.6.5, onde foi analisado o sistema de segunda ordem, obtendo valores negativos ou imaginários; divergindo totalmente da definição de resistência hidráulica, abordado no item 2.6.1 do capítulo 2. Já no sistema de primeira ordem, o qual foi utilizado para uma melhor visualização do que acontece no sistema de segunda ordem, obteve-se duas possibilidades de determinar as resistências, expressas pelas equações: 7.10 e 7.12; na primeira, obteve-se respostas também em números imaginários, idêntico ao sistema de segunda ordem; mas, na segunda equação, equação 7.12, obteve-se valores no campo real; podendo com este resultado supor que na determinação dos parâmetros da função de trans-



ferência através do método dos mínimos quadrados, mínimos quadrados recursivo ou outro método que proceda de maneira idêntica, há uma distribuição dos valores inerentes à planta, resistências e capacitâncias, nos parâmetros,  $a_1$ ,  $a_0$ ,  $b_1$  e  $b_0$ , desta função, de maneira tal que atenda à saídas com as suas respectivas entradas. Mas, esta distribuição não representa especificamente a planta em questão, podendo sim, representar outra planta qualquer, podendo ser confirmado no próprio desenvolvimento matemático pois, quando se impõem os valores das capacitâncias, obtêm-se respostas absurdas, tanto para os sistemas de primeira como o de segunda ordem; entretanto, quando a relação é somente entre parâmetros da função de transferência, como é o caso da equação 7.13, obtêm-se valores possíveis: porém, não representam a planta em questão, como pode ser visto no item 7.6.5 com o auxílio da figura 7.03; o que está coerente com OGATA (1993), que diz: “A função de transferência inclui as unidades necessárias para relacionar a entrada à saída; no entanto, ela não fornece qualquer informação concernente à estrutura física do sistema. ( As funções de transferência de muitos sistemas fisicamente diferentes podem ser idênticas.)”.

Finalmente, com os argumentos acima expostos, nos quais levam a crer na impossibilidade de obter-se os valores dos parâmetros inerentes à planta, através da função transferência identificada pelo método dos mínimos quadrados, mínimos quadrados recursivo ou outro método que proceda de maneira idêntica, é reforçado ainda mais ao observar as grandes variações possíveis, devido as sensibilidades, analisadas no item 6.3, chegando a décima sétima potência.



## 8.2 RECOMENDAÇÕES

Apesar da metodologia desenvolvida não ter alcançado o objetivo desejado, há uma outras possibilidade de alcança-lo.

Através das “Variáveis de Estado”, que segundo PHILLIPS; NAGLE (1990), é a mais moderna aproximação analítica de sistemas em tempos discretos. Sendo que, para a sua generalidade deve existir entradas com suas saídas correspondente às variáveis de estado, que conforme exemplo da citação anterior, as variáveis de estado podem ser representadas por:

seja o sistema representado pela figura 8.01,

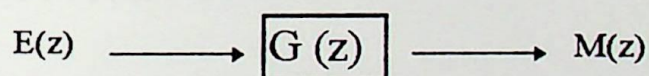


Fig. 8.01 Entrada e saída em um sistema

cuja a sua representação no método das variáveis de estado é:

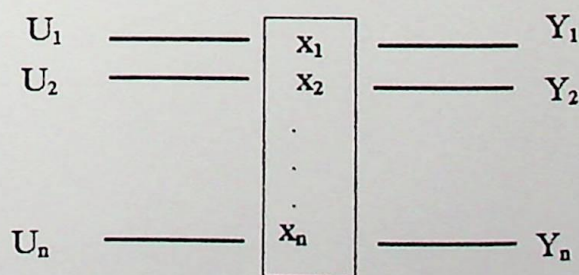


Fig. 8.02 Representação da planta em variáveis de estado



donde, as entrada representadas por " $U_n$ ", estão relacionadas com as saídas " $Y_n$ ". através das variáveis " $X_n$ ", que são chamadas de variáveis internas ou variáveis de estado do sistema, elas representam totalmente a dinâmica do sistema.

De acordo com PHILLIPS; NAGLE (1990); o sistema de equações de estado pode ser obtidas através da equação das diferenças resultando em:

$$x(k+1) = A(k).x(k) + B(k).u(k) \quad (8.1)$$

$$y(k) = C(k).x(k) + D(k).u(k) \quad (8.2)$$

onde:

$x(k+1)$ ,  $x(k)$ ,  $u(k)$  e  $y(k)$ , são vetores

e

$A(k)$ ,  $B(k)$ ,  $C(k)$  e  $D(k)$ , são matrizes variantes,



## ESCALA FEDERAL DE ENGENHARIA DE PORTAIS

TABELA DE ESPECIFICAÇÃO

ESPECIFICAÇÃO DE TENSÃO

TABELA DE

TENSÃO

TENSÃO DE TENSÃO

TENSÃO  
 TENSÃO DE TENSÃO  
 TENSÃO DE TENSÃO  
 TENSÃO DE TENSÃO  
 TENSÃO DE TENSÃO

## ANEXOS



## Anexo A - Especificação do Transmissor de Pressão

## ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBA

| FOLHA DE ESPECIFICAÇÃO |                                  | TRANSMISSOR DE PRESSÃO                    |  | Nº:ESP. 002 |  |
|------------------------|----------------------------------|-------------------------------------------|--|-------------|--|
| IDENTIFICAÇÃO          |                                  | PT-002                                    |  |             |  |
| SERVIÇO                |                                  | Coluna do segundo Vaso                    |  |             |  |
| GERAL                  | TIPO                             | diferencial                               |  |             |  |
|                        | TIPO DO ELEMENTO                 | diafragma                                 |  |             |  |
|                        | MATERIAL DO ELEMENTO             | inox 316                                  |  |             |  |
|                        | MATERIAL DO CORPO                | inox 304                                  |  |             |  |
|                        | CONEXÃO AO PROCESSO              | 1/2" NPT                                  |  |             |  |
|                        |                                  |                                           |  |             |  |
|                        | FAIXA                            | 0 @ 200 mmca                              |  |             |  |
|                        | ALCANCE                          | 0 @ 2 mca                                 |  |             |  |
|                        | SOBREPRESSÃO SEM DANO            | 2 Bar                                     |  |             |  |
|                        | PRECISÃO                         | 0,1%                                      |  |             |  |
|                        | TIPO DE MONTAGEM                 | Local                                     |  |             |  |
|                        | CLASSIFICAÇÃO DO INVÓLUCRO       | nema 4                                    |  |             |  |
|                        | CLASSIF. DE ÁREA (NEC)           | não Classificada                          |  |             |  |
|                        | CONEXÃO ELÉTRICA                 | 3/4"NPT                                   |  |             |  |
| TRANSMISSOR            | MECANISMO                        | Força Balanceada                          |  |             |  |
|                        | SINAL DE SAÍDA                   | 0 @ 10 Vcc                                |  |             |  |
|                        | ALIMENTAÇÃO                      | 220Vac                                    |  |             |  |
| ACESSÓRIOS             | MATERIAL PARA MONTAGEM           | Não                                       |  |             |  |
|                        | FILTRO REGULADOR                 | Não                                       |  |             |  |
|                        | INDICADOR DE SINAL DE SAÍDA      | Não                                       |  |             |  |
|                        |                                  |                                           |  |             |  |
|                        | DIAF. DE SELAG. C/ BULBO CAPILAR | Não                                       |  |             |  |
|                        | MATERIAL DO DIAF. DE SELAGEM     | Não                                       |  |             |  |
|                        | MAT. FLANGE DO DIAFRAGMA         | Não                                       |  |             |  |
|                        |                                  |                                           |  |             |  |
|                        |                                  |                                           |  |             |  |
|                        |                                  |                                           |  |             |  |
| OPERAÇÃO               | FLUÍDO                           | Água Potável                              |  |             |  |
|                        | PRESSÃO NORMAL (MÁX / MÍN).      | 0,7mca (1,2 / 0,0)                        |  |             |  |
|                        | TEMPERATURA NORMAL               | ambiente                                  |  |             |  |
|                        | DENSIDADE                        | 9,9x10 <sup>-4</sup> [g/mm <sup>3</sup> ] |  |             |  |
|                        | VISCOSIDADE                      | 1 cp                                      |  |             |  |
|                        |                                  |                                           |  |             |  |
|                        |                                  |                                           |  |             |  |
|                        |                                  |                                           |  |             |  |
|                        |                                  |                                           |  |             |  |
|                        |                                  |                                           |  |             |  |
| REMARKS:               |                                  |                                           |  |             |  |



## Anexo B - Especificação do Transmissor de vazão

ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBA

FOLHA DE ESPECIFICAÇÃO

TRANSMISSOR DE VAZÃO

Nº:ESP.001

| IDENTIFICAÇÃO                                  |                             | FT-001                                     |  |  |
|------------------------------------------------|-----------------------------|--------------------------------------------|--|--|
| SERVIÇO                                        |                             | Sinal de Entrada<br>Velocidade tangencial  |  |  |
| G<br>E<br>R<br>A<br>L                          | TIPO                        | deslocamento. positivo                     |  |  |
|                                                | TIPO DO ELEMENTO            | Palheta                                    |  |  |
|                                                | MATERIAL DO ELEMENTO        | inox 316 ou ã metálico                     |  |  |
|                                                | MATERIAL DO CORPO           | inox 304 ou ã metálico                     |  |  |
|                                                | CONEXÃO AO PROCESSO         | 1/2" NPT                                   |  |  |
|                                                | FAIXA                       | 0 @ 10 <sup>5</sup> mm <sup>3</sup> /s     |  |  |
|                                                | ALCANCE                     | 0 @ 2 x 10 <sup>5</sup> mm <sup>3</sup> /s |  |  |
|                                                | SOBREPRESSÃO SEM DANO       | 5 Bar                                      |  |  |
|                                                | PRECISSÃO                   | 0,5% da faixa                              |  |  |
|                                                | TIPO DE MONTAGEM            | Local                                      |  |  |
|                                                | CLASSIFICAÇÃO DO INVÓLUCRO  | nema 4                                     |  |  |
|                                                | CLASSIF. DE ÁREA (NEC)      | não Classificada                           |  |  |
|                                                | CONEXÃO ELÉTRICA            | 3/4"NPT                                    |  |  |
|                                                | MECANISMO                   | eletrônico                                 |  |  |
|                                                | SINAL DE SAÍDA              | 0 @ 10 Vcc                                 |  |  |
| MAN<br>SSOR                                    | ALIMENTAÇÃO                 | 220Vac                                     |  |  |
| A<br>C<br>E<br>S<br>S<br>Ó<br>R<br>I<br>O<br>S | MATERIAL PARA MONTAGEM      | Não                                        |  |  |
|                                                | FILTRO                      | Não                                        |  |  |
|                                                | TOTALIZADOR                 | Não                                        |  |  |
|                                                | SEPARADOR DE GÁS            | Não                                        |  |  |
|                                                |                             |                                            |  |  |
|                                                |                             |                                            |  |  |
|                                                |                             |                                            |  |  |
|                                                |                             |                                            |  |  |
|                                                |                             |                                            |  |  |
|                                                |                             |                                            |  |  |
| O<br>P<br>E<br>R<br>A<br>Ç<br>Ã<br>O           | FLUÍDO                      | Água Potável                               |  |  |
|                                                | PRESSÃO NORMAL (MÁX / MÍN). | 2 mca (4,0 / 0,0)                          |  |  |
|                                                | TEMPERATURA NORMAL          | ambiente                                   |  |  |
|                                                | DENSIDADE                   | 9,9x10 <sup>-4</sup> [g/mm <sup>3</sup> ]  |  |  |
|                                                | VISCOSIDADE                 | 1 cp                                       |  |  |
|                                                |                             |                                            |  |  |

TAS:

1-) As folhas de calibrações deverão acompanhar o instrumento;



Anexo C - Especificação do Manômetro

ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBA

| FOLHA DE ESPECIFICAÇÃO                         |                             | DE MANÔMETROS                             |             | Nº ESP.003  |  |
|------------------------------------------------|-----------------------------|-------------------------------------------|-------------|-------------|--|
| IDENTIFICAÇÃO                                  |                             | PI-003                                    |             | <div></div> |  |
| SERVIÇO                                        |                             | Indicador Pressão da Rede                 |             |             |  |
| G<br>E<br>R<br>A<br>L                          | MONTAGEM                    | Local                                     |             |             |  |
|                                                | CÔR DO MOSTRADOR            | Branca                                    |             |             |  |
|                                                | CÔR DOS NÚMEROS             | Preto                                     |             |             |  |
|                                                | MATERIAL DA CAIXA           | Fenol                                     |             |             |  |
|                                                | CONEXÃO AO PROCESSO         | 1/2" NPT                                  |             |             |  |
|                                                | POSIÇÃO CONEXÃO             | Reta                                      |             |             |  |
|                                                | ELEMENTO DE PRESSÃO         | Bourdon                                   |             |             |  |
|                                                | MATERIAL DO ELEMENTO        | Bronze                                    |             |             |  |
|                                                | MATERIAL DO SOQUETE         | Bronze                                    |             |             |  |
|                                                | MATERIAL DO MECANISMO       | Bronze                                    |             |             |  |
|                                                |                             |                                           |             |             |  |
|                                                |                             |                                           |             |             |  |
|                                                |                             |                                           |             |             |  |
|                                                |                             |                                           |             |             |  |
|                                                |                             |                                           |             |             |  |
|                                                |                             |                                           |             |             |  |
|                                                |                             |                                           |             |             |  |
|                                                |                             |                                           |             |             |  |
|                                                |                             |                                           |             |             |  |
|                                                |                             |                                           |             |             |  |
|                                                |                             |                                           |             |             |  |
|                                                |                             |                                           |             |             |  |
|                                                |                             |                                           |             |             |  |
|                                                |                             |                                           |             |             |  |
|                                                |                             |                                           |             |             |  |
|                                                |                             |                                           |             |             |  |
|                                                |                             |                                           |             |             |  |
| A<br>C<br>E<br>S<br>S<br>Ó<br>R<br>I<br>O<br>S | TUBO SIFÃO                  | Não                                       |             |             |  |
|                                                | SELO                        | Sim                                       |             |             |  |
|                                                | FLUIDO DE ENCHIMENTO        | Glicerina                                 |             |             |  |
|                                                |                             |                                           |             |             |  |
|                                                | PROTETOR DE SOBRECARGA      | Não                                       |             |             |  |
|                                                | DISCO DE RUPTURA            | Não                                       |             |             |  |
|                                                |                             |                                           |             |             |  |
|                                                |                             |                                           |             |             |  |
| O<br>P<br>E<br>R<br>A<br>Ç<br>Ã<br>O           | FLUÍDO                      | Água Potável                              |             |             |  |
|                                                | PRESSÃO NORMAL (MÁX / MÍN). | 4,0 Bar                                   | (7,0 / 0,0) |             |  |
|                                                | TEMPERATURA NORMAL          | ambiente                                  |             |             |  |
|                                                | DENSIDADE                   | 9,9x10 <sup>-4</sup> [g/mm <sup>3</sup> ] |             |             |  |
|                                                | VISCOSIDADE                 | 1 cp                                      |             |             |  |
|                                                |                             |                                           |             |             |  |
|                                                |                             |                                           |             |             |  |
|                                                |                             |                                           |             |             |  |
|                                                |                             |                                           |             |             |  |
|                                                |                             |                                           |             |             |  |
| *AS:                                           |                             |                                           |             |             |  |



## Anexo D - Lista dos Equipamentos Utilizados nos Testes

- Balança Filizola, ID10.000; Div.- 10 [g]

capacidade 30 Quilos;

- Cronômetro Eletrostop 6 - Minerva, precisão centésimo de segundo;

- Béquer fabricação Quimilab

Fundo de Escala - 1000 [ml]; divisão 10 [ml];

- Computador 486 DXII - 66 Hz

com compartimento padrão Industrial PC-610

- Placa de aquisição de dados modelo PCL816 Revisão II

Fabricação Advantech Co. Ltd.

- Software de aquisição DasyLab, Versão 2.0

- Transmissor de Pressão fabricação, conforme anexo "A";

Transmissor de Vazão, conforme anexo "B";

Fonte padrão 110/220V-60Hz - 24 Vcc, conforme anexo "T";

Conversor galvânico de 4 a 20 [ma] para 0 a 10 Vcc, conforme anexo "T";



# Anexo E - Rotina de programa para o sistema de segunda ordem

```
% ESTE PROGRAMA É O APLICADO NO TESTE DE CAMPO PARA SISTEMAS
% DE SEGUNDA ORDEM
```

```
clear all;
```

```
%
```

```
%
```

```
% Dados
```

```
g=9810;
```

```
roo=9.9E-4;
```

```
c2=2175.4;
```

```
c4=2360.1;
```

```
T=1;
```

```
%h1=[];
```

```
% h1 corresponde a uma matriz (NNx2), que são os dados de entrada da planta!!!!!!
```

```
%h2=[];
```

```
dados2v;
```

```
NN=1119;
```

```
% NN é o número de tomada de dados!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
```

```
AR31=0;
```

```
AR32=0;
```

```
AR51=0;
```

```
AR52=0;
```

```
I=[1 0 0 0 ;0 1 0 0 ;0 0 1 0 ;0 0 0 1];
```

```
t0=[1 1 1 1]';
```



```

t1=[0 0 0 0]';
p1=[1e9 0 0 0 ;0 1e9 0 0 ;0 0 1e9 0 ;0 0 0 1e9];
gama=0.6
a=0.4
i=1;

% Corpo do Programa
q=NN-3;
for i=1:q;
    p=p1;
    t0=t1;
    y3=g*roo*10*N(i,2);
    y2=g*roo*10*N(i+1,2);
    y1=g*roo*10*N(i+2,2);
    u2=1000*N(i,1);
    u1=1000*N(i+1,1);
    d=[-y2 -y3 u1 u2]';
    k=p/gama*d*inv((1/a+d'*p/gama*d));
    t1=t0+k*(y1-d'*t0);
    x(i,1)=t1(1,1);
    x(i,2)=t1(2,1);
    x(i,3)=t1(3,1);
    x(i,4)=t1(4,1);
    p1=1/gama*[I-k*d']*p;
    j(i)=i;

```



```
end;
```

```
% VERIFICAÇÃO DA CONFORMIDADE DOS VALORES OBTIDOS NA  
IDENTIFICAÇÃO
```

```
%
```

```
y3=g*roo*10*N(1,2);
```

```
y2=g*roo*10*N(2,2);
```

```
for i=1:q;
```

```
%Curva monométrica
```

```
%com os valores dos parâmetros
```

```
    y1=-x(i,1)*y2-x(i,2)*y3+x(i,3)*1000*N(i+1,1)+x(i,4)*1000*N(i,1);
```

```
    w(i,1)=y1;
```

```
    comp2(i,1)=y1/(roo*g);
```

```
    comp2(i,2)=10*N(i+2,2);
```

```
    y2=y1;
```

```
    y3=y2;
```

```
    i=i+1;
```

```
end;
```

```
%Curva com os valores Aquisitados
```

```
plot(comp2(:,2))
```

```
axis([0 1200 0 220]);
```

```
title('Curva real')
```

```
xlabel('K.To (To=0.5[s])')
```

```
ylabel('altura amanométrica [ mm ]')
```



```
grid
```

```
pause;
```

```
%Curva com os valores calculados
```

```
plot(comp2(:,1))
```

```
axis([0 1200 0 220]);
```

```
title('Curva Cálculada por parâmetros "a1","b1","a0","b0"')
```

```
xlabel('K.To (To=0.5[s])')
```

```
ylabel('altura amanométrica [ mm ]')
```

```
grid
```

```
pause;
```

```
% Curva com os valores Aquisitados versus Curva com os valores Calculados
```

```
plot(comp2)
```

```
axis([0 1200 0 220]);
```

```
title('Curva real x Cálculada por parâmetros')
```

```
xlabel('K.To (To=0.5[s])')
```

```
ylabel('altura amanométrica [ mm ]')
```

```
grid
```

```
pause;
```

```
% Cálculo das Resistências
```

```
for i=1:q;
```

```
    j(i)=i;
```

```
    w41=(x(i,1)+x(i,1)^2-4*x(i,2)^0.5)/2;
```

```
    w42=(x(i,1)-(x(i,1)^2-4*x(i,2))^0.5)/2;
```



$$w21=x(i,1)-w41;$$

$$w22=x(i,1)-w42;$$

$$w11=x(i,3)-(x(i,4)-x(i,3)*w41)/(x(i,1)-2*w41);$$

$$w12=x(i,3)-(x(i,4)-x(i,3)*w42)/(x(i,1)-2*w42);$$

$$w31=(x(i,4)-x(i,3)*w41)/(x(i,1)-2*w41);$$

$$w32=(x(i,4)-x(i,3)*w42)/(x(i,1)-2*w42);$$

$$l1=(\log(-w21))/T;$$

$$l2=(\log(-w22))/T;$$

$$m1=(\log(-w41))/T;$$

$$m2=(\log(-w42))/T;$$

$$A1=-(w11/(1+w21))*l1;$$

$$A2=-(w12/(1+w22))*l2;$$

$$B1=-A1;$$

$$B2=-A2;$$

$$R31=-1/(A1*(m1-l1)*c2*c4);$$

$$R32=-1/(A2*(m2-l2)*c2*c4);$$

$$R51=(B1*(m1-l1))-(c2*R31*l1*B1*(l1-m1))/((c2+c4)*l1*B1*(l1-m1)-l1^2);$$

$$R52=(B2*(m2-l2))-(c2*R32*l1*B2*(l2-m2))/((c2+c4)*l2*B2*(l2-m2)-l2^2);$$

$$r3(i,1)=R31;$$

$$r3(i,2)=R32;$$

%

$$r5(i,1)=R51;$$

$$r5(i,2)=R52;$$



```

        i=i+1;

end

MÍNIMOS QUADRADOS

'minimos quadrados'

M(:,1)=10*g*roo*N(:,2);% altura manométrica:

M(:,2)=1000*N(:,1);% Vazão:

D(:,1)=M(2:1111,1);

D(:,2)=M(1:1110,1);

D(:,3)=M(2:1111,2);

D(:,4)=M(1:1110,2);

y=M(3:1112,1);

teta=inv(D'*D)*(D'*y)

a1=teta(1,1)

a0=teta(2,1)

b1=teta(3,1)

b0=teta(4,1)

%OBTENÇÃO DOS VALORES DA COLUNA ATRAVÉS DO "MQ"

y3=M(2,1);

y2=M(3,1);

for i=3:q;

%%%% Variando os valores dos parâmetros;

y1=a1*y2+a0*y3+b1*M(i,2)+b0*M(i-1,2);

comp2(i,3)=y1/(g*roo);

```





```

y3=y2;

y2=y1;

i=i+1;

end;

%Cálculo das Resistências

for i=1:q;

    j(i)=i;

    w41=(x(i,1)+x(i,1)^2-4*x(i,2)^0.5)/2;

    w42=(x(i,1)-(x(i,1)^2-4*x(i,2))^0.5)/2;

    w21=x(i,1)-w41;

    w22=x(i,1)-w42;

    w11=(x(i,3)-(x(i,4)-x(i,3)*w41)/(x(i,1)-2*w41);

    w12=(x(i,3)-(x(i,4)-x(i,3)*w42)/(x(i,1)-2*w42);

    w31=(x(i,4)-x(i,3)*w41)/(x(i,1)-2*w41);

    w32=(x(i,4)-x(i,3)*w42)/(x(i,1)-2*w42);

    l1=(log(-w21))/T;

    l2=(log(-w22))/T;

    m1=(log(-w41))/T;

    m2=(log(-w42))/T;

    A1=-(w11/(1+w21))*l1;

    A2=-(w12/(1+w22))*l2;

    B1=-A1;

    B2=-A2;

    R31=-1/(A1*(m1-l1)*c2*c4);

```



```

R32=-1/(A2*(m2-l2)*c2*c4);

R51=(B1*(m1-l1))-(c2*R31*l1*B1*(l1-m1))/((c2+c4)*l1*B1*(l1-m1)-
l1^2);

R52=(B2*(m2-l2))-(c2*R32*l1*B2*(l2-m2))/((c2+c4)*l2*B2*(l2-m2)-
l2^2);

r3(i,1)=R31;
r3(i,2)=R32;

%

r5(i,1)=R51;
r5(i,2)=R52;

i=i+1;

end

plot(r3(:,1));grid;xlabel(' Real');ylabel('Imaginário');title('Valores da Resitência (R3)1 no
campo dos imaginários');pause;

plot(r3(:,2));grid;xlabel(' Real');ylabel('Imaginário');title('Valores da Resitência (R3)2 no
campo dos imaginários');pause;

plot(r5(:,1));grid;xlabel(' Real');ylabel('Imaginário');title('Valores da Resitência (R5)1 no
campo dos imaginários');pause;

plot(r5(:,2));grid;xlabel(' Real');ylabel('Imaginário');title('Valores da Resitência (R5)2 no
campo dos imaginários');pause;

%Curva com os valores calculados "MQ

plot(comp2(:,3));

axis([0 1130 0 300]);

title('Cálculada por parâmetros "MQ"')

```



```
xlabel('K.To (To=0.5[s])')
```

```
ylabel('Saida do sistema - altura manométrica [mm]')
```

```
grid
```

```
pause;
```

```
%%Curva com os valores Aquisitados versus Curva com os valores Calculados%%%%%%%%
```

```
plot(comp2(:,2:3));
```

```
axis([0 1130 0 200]);
```

```
title('Curva real x Calculada por parâmetros "MQ"')
```

```
xlabel('K.To (To=0.5[s])')
```

```
ylabel('Saida do sistema - altura manométrica [mm]')
```

```
grid
```

```
pause;
```

```
%%Curva com os valores Aquisitados versus
```

```
%%Curva com os valores Calculados "MQR"%%%%%%%%
```

```
% Eixo "X" - Vazão %
```

```
plot(M(4:1119,2), comp2(:,1:2));
```

```
axis([4e4 6.5e4 0 220]);
```

```
title('Curva real x Calculada por parâmetros "MQR"')
```

```
xlabel('Entrada no sistema - vazão [mm³/s]')
```

```
ylabel('Saida do sistema - altura manométrica [mm]')
```

```
grid
```



```
pause;
```

```
%%%%%%%%Curva com os valores Aquisitados versu Curva com os valores Calculados
```

```
"MQ"
```

```
Eixo "X" - Vazão %
```

```
plot(M(4:1119,2), comp2(:,2:3));
```

```
axis([4e4 6.5e4 0 220]);
```

```
title('Curva real x Cálculada por parâmetros "MQ"')
```

```
xlabel('Entrada no sistema - vazão [mm³/s]')
```

```
ylabel('Saida do sistema - altura manométrica [mm]')
```

```
grid
```

```
pause;
```

```
%Curva com os valores Aquisitados versus Curva com os valores Calculados "MQR" E
```

```
"MQ"%%
```

```
plot(comp2);
```

```
axis([0 1130 0 300]);
```

```
title('Curva real x Cálculada por parâmetros "MQR" e "MQ"')
```

```
xlabel('K. To (To=0.5[s])')
```

```
ylabel('Saida do sistema - altura manométrica [mm]')
```

```
grid
```

```
pause;
```



%Curva com os valores Aquisitados versus Curva com os valores Calculados %"MQR"

E "MQ"

%% Eixo "X" - Vazão

plot(M(4:1119,2), comp2(:,1:3));

axis([4e4 6.5e4 0 220]);

title('Curva real x Cálculada por parâmetros "MQ" e "MQR"')

xlabel('Entrada no sistema - vazão [mm<sup>3</sup>/s]')

ylabel('Saida do sistema - altura manométrica [mm]')

grid



## Anexo F -Listagem do programa de cálculo das sensibillidades

%%Programa para cálculo da derivada de R3 em relação ao parâmetro discretizado a1

% considerações feitas para possibilitar o cálculo no derive

%%% arquivo:d:\efei\tese\derivd.mth

    % $dR_3/da_1$

    %  $a_1=b$

    % $a_0=h$

    % $b_1=e$

    % $b_0=f$

% Valores considerados

$b=-1.9463756;$

$h=0.9463771;$

$e=6.5e-8;$

$f=6.39e-8;$

$R_3=1.75e-4;$

$R_5=0.088;$

% $dr_3/r_3)/(da_1/a_1$

% Corpo do programa para o cálculo da derivada adimensional de "R3" em relação a  
"a1"



$$\text{delta} = (b^2 - 4 * h)^{0.5};$$

$$y = -50 * ((\log(-(delta + b)/2) * ((2 * (b * f - 2 * e * h) * delta - b - 2) - delta * (e * delta - b * e + 2 * f) * (delta - b)) * \log((delta - b)/2) + delta * (e * delta - b * e + 2 * f) * (delta - b - 2)) - \log((delta - b)/2) * ((2 * (b * f - 2 * e * h) * delta - b - 2) - delta * (e * delta - b * e + 2 * f) * (delta - b)) * \log((delta - b)/2) + 3 * delta * (e * delta - b * e + 2 * f) * (delta - b - 2))) / (256708077 * (\log(-(delta + b)/2) - \log((delta - b)/2)) ^ 2 * (e * delta - b * e + 2 * f) ^ 2 * delta * \log((delta - b)/2) ^ 2);$$

$$'(dR3/R3)/(da1/a1)='$$

$$y * b / R3$$

$$\%dr3/r3)/(da0/a0)\% \%$$

% Corpo do programa para o cálculo da derivada adimensional de "R3" em relação a "a0"

$$y = -50 * (2 * h * \log(-(delta + b)/2) * ((delta - b) * ((b * e - 2 * f) * (delta - b - 2) - delta * (e * delta - b * e + 2 * f)) * \log((delta - b)/2) + delta * (e * delta - b * e + 2 * f) * (delta - b - 2)) - \log((delta - b)/2) * (2 * h * (delta - b) * ((b * e - 2 * f) * (delta - b - 2) - delta * (e * delta - b * e + 2 * f)) * \log((delta - b)/2) - delta * (e * delta - b * e + 2 * f) * (b * delta - b^2 - 2 * h) * (delta - b - 2))) / (256708077 * h * (\log(-(delta + b)/2) - \log((delta - b)/2)) ^ 2 * (delta - b) * (e * delta - b * e + 2 * f) ^ 2 * delta * \log((delta - b)/2) ^ 2);$$

$$'(dR3/R3)/(da0/a0)='$$

$$y * h / R3$$



```
%(dr3/r3)/(db1/b1)%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
% Corpo do programa para o cálculo da derivada adimensional de "R3" em relação a
```

```
"b1"
```

```
y=50*delta*(delta-b)*(delta-b-2)/(256708077*(log(-(delta+b)/2)-log((delta-
```

```
b)/2))*(e*delta-b*e+2*f)^2*log((delta-b)/2));
```

```
'(dR3/R3)/(db1/b1)='
```

```
y*e/R3
```

```
%(dr3/r3)/(db0/b0);
```

```
% Corpo do programa para o cálculo da derivada adimensional de "R3" em relação a
```

```
"b0"
```

```
y=100*delta*(delta-b-2)/(256708077*(log(-(delta+b)/2)-log((delta-b)/2))*(e*delta-
```

```
b*e+2*f)^2*log((delta-b)/2));
```

```
'(dR3/R3)/(db0/b0)='
```

```
y*f/R3
```

```
%%%PARA O CÁLCULO DAS DERIVADAS RELATIVAS A "R5" FAZ-SE
```

```
NECESSÁRIO AS TRÊS EQUAÇÕES ABAIXO%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
eq1=(log(-(b+delta)/2)-log(-b+(b+delta)/2))*((e-(f-e*(b+delta)/2)/(b-(b+delta)))*log(-
```

```
b+(b+delta)/2)/(1+(b-(b+delta)/2)))/log(-b+(b+delta)/2);
```



$$\text{eq2}=1+2175.4*(-1/((-e-(f-e*(b+\text{delta})/2)/(\text{delta}))*\log(-b+(b+\text{delta})/2)/(1+(b-(b+\text{delta})/2))))*(\log(-(b+\text{delta})/2)-\log(-b+(b+\text{delta})/2))*2175.4*2360.1))*\log(-b+(b+\text{delta})/2);$$

$$\text{eq3}=1/((2175.4+2360.1)*((e-(f-e*(b+\text{delta})/2)/(\text{delta}))*\log(-b+(b+\text{delta})/2)/(1+(b-(b+\text{delta})/2))))*(\log(-b+(b+\text{delta})/2)-\log(-(b+\text{delta})/2))-\log(-b+(b+\text{delta})/2));$$

$$\%(\text{dr5/r5})/(\text{da1/a1})\% \%$$

$$\text{a14}=(((2*(b*f-2*e*h)*(delta-b-2)-delta*(e*delta-b*e+2*f)*(delta-b))*\log(-(delta+b)/2)+delta*(e*delta-b*e+2*f)*(delta-b)-2*(b*f-2*e*h)*(delta-b-2))*\log((delta-b)/2)-2*delta*(e*delta-b*e+2*f)*(delta-b-2))/((delta-b-2)^2*delta^3)$$

$$\text{a15}=2*((e*delta*(10*b^2+b*(10-23601*e)+b*(10-23601*e)+2*(23601*f-10*h))-$$

$$10*e*delta*(b^2+b-2*h)+(10*b^2*e+b*(23601*e^2-20*f)-47202*e*f)*delta-$$

$$10*b^3*e+20*b^2*f+20*b*(e*h+f)-40*h*(e+f))*\log(-(delta+b)/2)-$$

$$(e*delta*(10*b^2+b*(10-23601*e)+2*(23601*f-10*h))-10*e*delta*(b^2+b-$$

$$2*h)+(10*b^2*e+b*(23601*e^2-20*f)-47202*e*f)*delta-$$

$$10*b^3*e+20*b^2*f+20*b*(e*h+f)-40*h*(e+f))*\log((delta-b)/2)+10*delta*(e*delta-$$

$$b*e+2*f)*(delta-b-2))/(23601*(\log(-(delta+b)/2)-\log((delta-b)/2))^2*(e*delta-$$

$$b*e+2*f)^2*delta)$$

$$\text{a16}=-2*(9071*\log(-(delta+b)/2)*(2*(b*(b*e-2*f)*delta-b^3*e+2*b^2*f+2*b*(e*h+f)-$$

$$4*h*(e+f))*\log((delta-b)/2)-delta*(e*delta-b*e+2*f)*(delta-b-2))-18142*(b*(b*e-$$

$$2*f)*delta-b^3*e+2*b^2*f+2*b*(e*h+f)-4*h*(e+f))*\log((delta-$$

$$b)/2)^2+27213*delta*(e*delta-b*e+2*f)*(delta-b-2))*\log((delta-b)/2)+2*(b^2-$$

$$4*h*(delta-b-2)^2)/((9071*(e*delta-b*e+2*f)*\log(-(delta+b)/2)-9071*(e*delta-$$

$$b*e+2*f)*\log((delta-b)/2)-2*delta*(delta-b-2))^2*delta*\log((delta-b)/2)^2)$$



$$y=a14*eq2*eq3+a15*eq1*eq3+a16*eq2*eq1;$$

$$'(dR5/R5)/(da1/a1)='$$

$$y*b/R5$$

$$\%(dr5/r5)/(da0/a0)\% \%$$

% Corpo do programa para o cálculo da derivada adimensional de "R5" em relação a "a0"

$$a04=(2*h*((b*e-2*f)*(delta-b-2)-delta*(e*delta-b*e+2*f))*log(-(delta+b)/2)-2*h*((b*e-2*f)*(delta-b-2)-delta*(e*delta-b*e+2*f))*log((delta-b)/2)+b*delta*(e*delta-b*e+2*f)*(delta-b-2))/(h*(delta-b-2)^2*delta^3);$$

$$a05=-2*(((e*delta-b*e+2*f)*(delta*(30*b^2+b*(20-70803*e)+47202*f)-delta*(30*b^2+b*(20-23601*e)+2*(23601*f-40*h))+2*(23601*b^2*e-2*b*(23601*f+10*h)-40*h))-4*(e*(23601*b^2*e-2*b*(23601*f+5*h)-20*h)*delta-23601*b^3*e^2+2*b^2*e*(23601*f+5*h)+47202*b*(e^2*h-f^2)-40*e*h^2))*log(-(delta+b)/2)+(4*(e*(23601*b^2*e-2*b*(23601*f+5*h)-20*h)*delta-23601*b^3*e^2+2*b^2*e*(23601*f+5*h)+47202*b*(e^2*h-f^2)-40*e*h^2)-(e*delta-b*e+2*f)*(delta*(30*b^2+b*(20-70803*e)+47202*f)-delta*(30*b^2+b*(20-23601*e)+2*(23601*f-40*h))+2*((23601*b^2*e-2*b*(23601*f+10*h)-40*h))))*log((delta-b)/2)-20*b*delta*(e*delta-b*e+2*f)*(delta-b-2))/(23601*(log(-(delta+b)/2)-log((delta-b)/2))^2*delta+b*(delta-b)*(e*delta-b*e+2*f)^2*delta);$$

$$a06=(36284*h*log(-(delta+b)/2)*(2*((b*e-2*f)*delta-b^2*e+b*(f-e)+2*(e*h+f))*(delta-b)*log((delta-b)/2)+delta*(e*delta-b*e+2*f)*(delta-b-2))-72568*h*((b*e-2*f)*delta-b^2*e+b^2*e+b*(f-e)+2*(e*h+f))*(delta-b)*log((delta-b)/2)^2-delta*(delta-b-2)*((delta-b)*(delta*(6*b^2+b*(4-27213*e)+18142*f)-delta*(6*b^2+b*(4-9071*e)+2*(9071*f-8*h))+2*(9071*b^2*e-2*b*(9071*f+2*h)-8*h))+4*h*((6*b+9071*e+4)*delta-6*b^2-$$



$$b*(9071*e+4)+2*(9071*f+8*h))*\log((\delta-b)/2)-8*h*(b^2-4*h)*(\delta-b-2)^2/(h*(9071*(e*\delta-b*e+2*f)*\log(-(\delta+b)/2)-9071*(e*\delta-b*e+2*f)*\log((\delta-b)/2)-2*\delta*(\delta-b-2))^2*(\delta-b)*\delta*\log((\delta-b)/2)^2);$$

$$y=a04*eq2*eq3+a05*eq1*eq3+a06*eq2*eq1;$$

$$'(dR5/R5)/(da0/a0)='$$

$$y*h/R5$$

$$\alpha(dr5/r5)/(db1/b1)$$

% Corpo do programa para o cálculo da derivada adimensional de "R5" em relação a "b1"

$$b14=-(\delta-b)*(\log(-(\delta+b)/2)-\log((\delta-b)/2))/((\delta-b-2)*\delta);$$

$$b15=10*\delta*(\delta-b)*(\delta-b-2)/(23601*(\log(-(\delta+b)/2)-\log((\delta-b)/2))*(e*\delta-b*e+2*f)^2);$$

$$b16=-18142*\delta*(\delta-b)*(\delta-b-2)*(\log(-(\delta+b)/2)-\log((\delta-b)/2))/(\log((\delta-b)/2)*(9071*(e*\delta-b*e+2*f)*\log(-(\delta+b)/2)-9071*(e*\delta-b*e+2*f)*\log((\delta-b)/2)-2*\delta*(\delta-b-2))^2);$$

$$y=b14*eq2*eq3+b15*eq1*eq3+b16*eq2*eq1;$$

$$'(dR5/R5)/(db1/b1)='$$

$$y*e/R5$$



```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%(dr5/r5)/(db0/b0)%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
% Corpo do programa para o cálculo da derivada adimensional de "R5" em relação a  
"b0"
```

```
b04=-2*(log(-(delta+b)/2)-log((delta-b)/2))/((delta-b-2)*delta);
```

```
b05=20*delta*(delta-b-2)/(23601*(log(-(delta+b)/2)-log((delta-b)/2))*(e*delta-  
b*e+2*f)^2);
```

```
b06=-36284*delta*(delta-b-2)*(log(-(delta+b)/2)-log((delta-b)/2))/(log((delta-  
b)/2)*(9071*(e*delta-b*e+2*f)*log(-(delta+b)/2)-9071*(e*delta-b*e+2*f)*log((delta-  
b)/2)-2*delta*(delta-b-2)^2);
```

```
y=b04*eq2*eq3+b05*eq1*eq3+b06*eq2*eq1;
```

```
'(dR5/R5)/(db0/b0)='
```

```
y*f/R5
```



## Anexo G - Especificações dos componentes do circuito

### G.1 - Isolador Galvânico

Isolador galvânico conversor de I/V;

entrada 4 - 20 mA;

saída 0 10 Vcc;

alimentação 24 Vcc;

Modelo: KD-723-Ta-24 Vcc - Sense.

### G.2- Fonte de alimentação

Potência 24 W;

Alimentação 110 a 220Vac;

Tipo chaveada;

Corrente máxima na saída 1 A;

Modelo KF-24014/110-220Vac - Sense



## Anexo H - Calibração dos transmissores

### H.01 - Calibração do Transmissor de Pressão

Faixa de 0 a 200 [mmca]

| %   | Saída padrão | Valores crescente | Valores decrescentes | Delta | Histerese |
|-----|--------------|-------------------|----------------------|-------|-----------|
| 0   | 4,0          | 4,0               | 4,4                  | 0,4   | 0,4       |
| 25  | 8,0          | 8,05              | 8,2                  | 0,2   | 0,15      |
| 50  | 12,0         | 12,1              | 12,1                 | 0,1   | 0         |
| 75  | 16,0         | 16,0              | 16,0                 | 0     | 0         |
| 100 | 20,0         | 20,0              | 20,0                 | 0     | 0         |

### H.02 - Calibração do Transmissor de Vazão

Faixa de 0 a  $10^5$  [mm<sup>3</sup>/s]

| %   | Saída padrão | Valores crescente | Valores decrescentes | Delta | Histerese |
|-----|--------------|-------------------|----------------------|-------|-----------|
| 0   | 0            | 4,0               | 4,3                  | 0,3   | 0,4       |
| 25  | 8,0          | 8,06              | 8,12                 | 0,6   | 0,6       |
| 50  | 12,0         | 12,03             | 12,07                | 0,04  | 0,03      |
| 75  | 16,0         | 16,05             | 16,08                | 0,03  | 0,05      |
| 100 | 20,0         | 20,0              | 20,0                 | 0     | 0         |



## Anexo I - Rotina de programa para determinar o sistema de primeira ordem

### Programa

```
%%%%%%%%% UM VASO DE PRESSÃO %%%%%%%%%%
%
%
%
% Este programa é aplicado a determinar a resistência da válvula,
% condiderando apenas um vaso.
```

```
%%%%%%%%% CORPO DO PROGRAMA %%%%%%%%%%
clear all;
c2=2.3601e3;
T=0.5;
%h1=[];
% h1 corresponde a uma matriz (NNx1), que são os dados de entrada da planta!!!!!!
%h2=[];
dados1v;
NN=2290;
% NN é o número de tomada de dados!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
I=[1 0;0 1];
t0=[1 1]';
t1=[0 0]';
p1=[1e4 0;0 1e4];
gama=0.7;
a=0.3;
g=9810;
roo=9.9e-4;
q=NN-3;
for i=1:q;
    p=p1;
    t0=t1;
    y2=(roo*g*10)*N(i,2);
    y1=(roo*g*10)*N(i+1,2);
    u1=1000*N(i,1);
    d=[-y2 u1]';
    k=p/gama*d*inv((1/a+d'*p/gama*d));
    t1=t0+k*(y1-d'*t0);
    a1(i,1)=t1(1,1);
    b1(i,1)=t1(2,1);
    x(i,1)=t1(1,1);
    x(i,2)=t1(2,1);
    p1=1/gama*[I-k*d]*p;
    h(i,1)=10*N(i,2);
%%%%%%%%%          cálculo da resitência %%%%%%%%%%
```



```

%% Resistência "R3" calculada utilizando a capacitância "C2"%%
r3(i,1)=(1/c2)*(-T/log(-x(i,1)));

%% Resistência "R3" calculada utilizando a relação entre "a1" e "b1"%%
r3(i,2)=x(i,2)/(1+x(i,1));
j(i,1)=i;
i=i+1;

end;
plot(a1);
title(' parâmetro "a1"')
xlabel('Interações (To=0.5[s])')
ylabel(' a1 ')
grid
pause;
plot(b1);
title(' parâmetro "b1"')
xlabel('Interações (To=0.5[s])')
ylabel(' b1 ')
grid
pause;
plot(j(:,1),r3(:,1));
title('resistência - 1º Cálculo por parâmetros"MQR"')
xlabel('K.To (To=0.5[s])')
ylabel(' [g*s/mm^5]')
grid
pause;
plot(j(:,1),r3(:,2));
title('resistência - 2º Cálculo por parâmetros"MQR"')
xlabel('K.To (To=0.5[s])')
ylabel(' [g*s/mm^5]')
grid
pause;
plot(r3(:,1));grid;xlabel(' Real');ylabel('Imaginário');title('Valores da Resistência (R3)1 no
campo dos imaginários');pause;
plot(r3(:,2));grid;xlabel(' Real');ylabel('Imaginário');title('Valores da Resistência (R3)2 no
campo dos imaginários');pause;
plot(h(50:2200,1),r3(50:2200,:));axis([55 220 -0.0001 4e-2]);
title('comparação entre as curvas das resistências')
xlabel('altura manométrica [mm]')
ylabel(' [g*s/mm^5]')
grid
pause;

% VERIFICAÇÃO DA CONFORMIDADE DOS VALORES OBTIDOS NA
IDENTIFICAÇÃO%
%DOS MÍNIMOS QUADRADOS RECURSIVO, UTILIZANDO OS PARÂMETROS
DISCRETIZADOS %%%
y2=10*N(2,2);
for i=2:q;

```



%%%% Variando os valores dos parâmetros obtidos, isto é, para cada interação;

```

    y1=-x(i,1)*y2+x(i,2)*1000*N(i,1);
    w(i,1)=y1;
    comp(i,1)=y1/(roo*g);
    comp(i,2)=10*N(i+2,2);
    y2=y1;
    i=i+1;
end;
plot(comp(:,1));
axis([0 2500 0 300]);
title('Curva traçada com os parâmetros discretizados, obtidos no "MQR"')
xlabel('K.To (To=0.5[s])')
ylabel('altura manométrica [mm]')
grid
pause;
plot(comp(:,2));
axis([0 2500 0 300]);
title('Curva real ')
xlabel('K.To (To=0.5[s])')
ylabel('altura manométrica [mm]')
grid
pause;
plot(comp(:,1:2));
axis([0 2500 0 300]);
title('Curva real x Curva traçada por parâmetros "MQR"')
xlabel('K.To (To=0.5[s])')
ylabel('altura manométrica [mm]')
grid
pause;
%plot(M(4:2290,2), comp(:,1:2));
%axis([4e4 5.5e4 0 200]);
%title('Curva real x Calculada por parâmetros "MQR" e "MQ"')
%xlabel('K.To (To=0.5[s])')
%ylabel('altura manométrica [mm]')
%grid

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%MÍNIMOS QUADRADOS%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

'minimos quadrados'
M(:,1)=10*g*roo*N(:,2);% altura manométrica:
M(:,2)=1000*N(:,1);% Vazão:
D=M(1:2000,:);
y=M(2:2001,1);
teta=inv(D'*D)*(D'*y)
a1=-teta(1,1)
b1=teta(2,1)

```



'Resistência "R3" calculada utilizando a capacitância "C2"

$r31 = 1/c2 * (-T/\log(-a1))$

'Resistência "R3" calculada utilizando a relação entre "a1" e "b1"

$r32 = b1/(1+a1)$

%%%%% OBTENÇÃO DOS VALORES DA COLUNA ATRAVÉS DO "MQ"

%%%%%%%%

$y2 = M(2,1);$

for i=2:q;

%%%%%%%% Variando os valores dos parâmetros;

$y1 = -a1*y2 + b1*M(i,2);$

$comp(i,3) = y1/(g*roo);$

$y2 = y1;$

$i = i + 1;$

end;

plot(comp(:,3));

axis([0 2000 0 300]);

title('Cálculada por parâmetros "MQ"')

xlabel('K. To (To=0.5[s])')

ylabel('altura manométrica [mm]')

grid

pause;

plot(M(4:2290,2), comp(:,1:3));

axis([4e4 5.5e4 0 200]);

title('Curva real x Cálculada por parâmetros "MQR" e "MQ"')

xlabel('vazão [mm³/s]')

ylabel('altura manométrica [mm]')

grid

pause;

plot(comp);

axis([0 2000 0 300]);

title('Curva real x Cálculada por parâmetros "MQR" e "MQ"')

xlabel('K. To (To=0.5[s])')

ylabel('altura manométrica [mm]')

grid

pause;

%%%%%%%%%%%% cálculo da resistência %%%%%%%%%%

'Valor da resistência calculado utilizando "C2"

$r3 = (1/c2) * (-T/\log(-a1));$

pause;

'Valor da resistência calculado não utilizando "C2"

$r3 = b1/(1+a1);$



# Anexo J - Válvula agulha de 1/2"

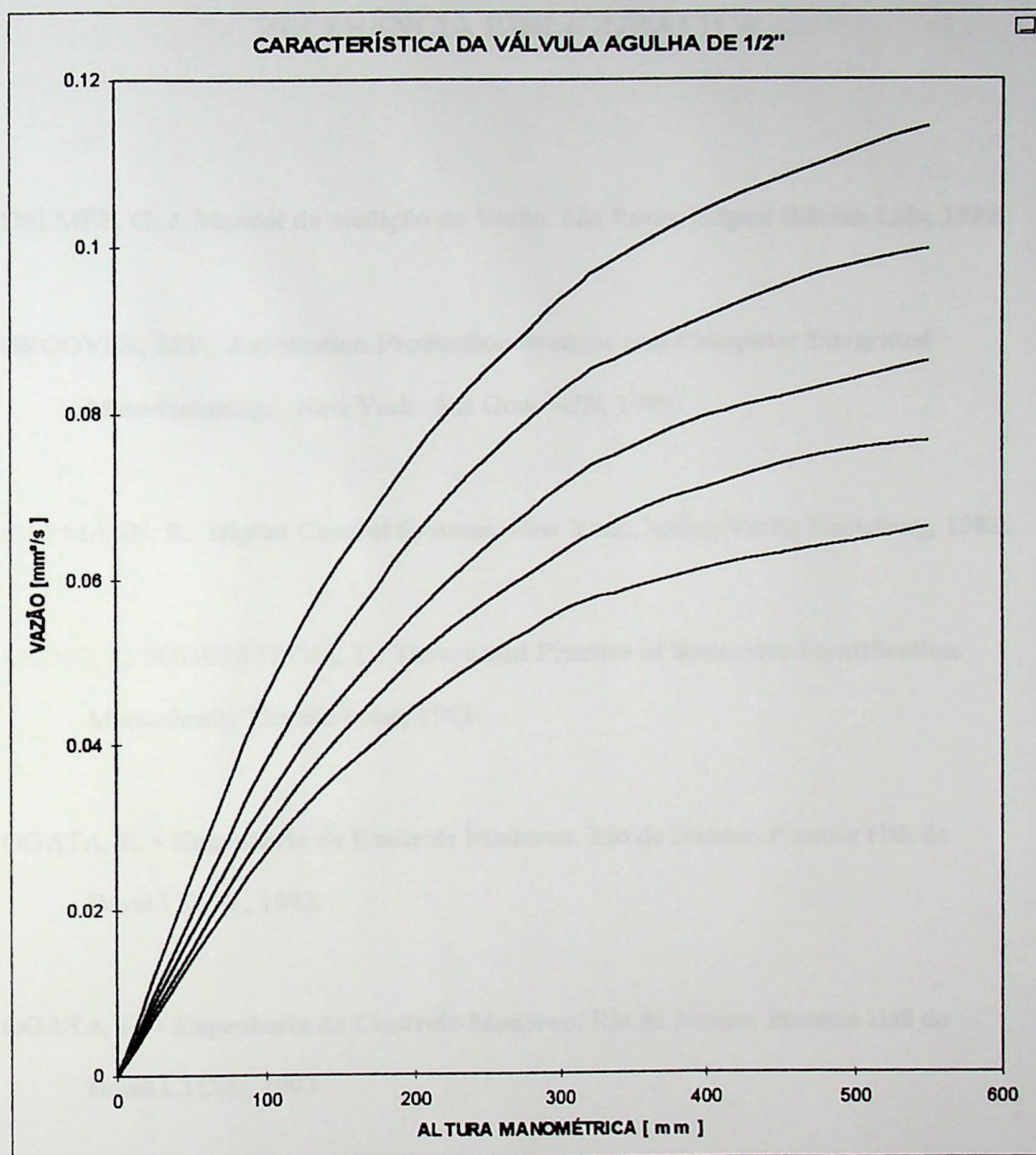
**TABELA J.O1 - LEVANTAMENTO EM LABORATÓRIO DA  
CARACTERÍSTICA DA VÁLVULA AGULHA DE 1/2"**

| 1 VOLTA |           | 1¼ VOLTA |           | 1½ VOLTA |           | 1¾ VOLTA |           | 2 VOLTAS |           |
|---------|-----------|----------|-----------|----------|-----------|----------|-----------|----------|-----------|
| h [mm]  | Q [mm³/s] | h [mm]   | Q [mm³/s] | h [mm]   | Q [mm³/s] | h [mm]   | Q [mm³/s] | h [mm]   | Q [mm³/s] |
| 0       | 0         | 0        | 0         | 0        | 0         | 0        | 0         | 0        | 0         |
| 100     | 0.02686   | 100      | 0.0296    | 100      | 0.03325   | 100      | 0.0377    | 100      | 0.04571   |
| 200     | 0.04428   | 200      | 0.05017   | 200      | 0.05548   | 200      | 0.0649    | 200      | 0.07457   |
| 300     | 0.05559   | 300      | 0.06263   | 300      | 0.07074   | 300      | 0.0821    | 300      | 0.09326   |
| 350     | 0.0586    | 350      | 0.06748   | 350      | 0.0756    | 350      | 0.0873    | 350      | 0.0994    |
| 400     | 0.0608    | 400      | 0.07074   | 400      | 0.07942   | 400      | 0.0913    | 400      | 0.10429   |
| 450     | 0.06257   | 450      | 0.07343   | 450      | 0.0816    | 450      | 0.0949    | 450      | 0.10811   |
| 500     | 0.06411   | 500      | 0.0752    | 500      | 0.08364   | 500      | 0.0975    | 500      | 0.11143   |
| 550     | 0.0657    | 550      | 0.0762    | 550      | 0.08583   | 550      | 0.0993    | 550      | 0.1144    |

**TABELA J.O2 - VALORES DAS RESISTÊNCIAS DA VÁLVULA AGULHA DE  
1/2" - ATRAVÉS DO SISTEMA LINEAR EQUIVALENTE**

|        | 1 VOLTA                 | 1¼ VOLTAS               | 1½ VOLTAS               | 1¾ VOLTAS               | 2 VOLTAS                |
|--------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| h [mm] | R[g.s/mm <sup>5</sup> ] | R[g.s/mm <sup>5</sup> ] | R[g.s/mm <sup>5</sup> ] | R[g.s/mm <sup>5</sup> ] | R[g.s/mm <sup>5</sup> ] |
| 0      |                         |                         |                         |                         |                         |
| 50     | 0.0552173               | 0.0487                  | 0.0428985               | 0.035942                | 0.03014                 |
| 100    | 0.072314966             | 0.06562095              | 0.058417444             | 0.051508353             | 0.042493546             |
| 150    | 0.08286879              | 0.07449287              | 0.06578897              | 0.0570987               | 0.0486786               |
| 200    | 0.091696                | 0.0819879               | 0.0739878               | 0.06435                 | 0.0542                  |
| 3000   | 0.104823529             | 0.09304072              | 0.082374046             | 0.070958841             | 0.062482736             |
| 3500   | 0.116012457             | 0.10074585              | 0.089925                | 0.077917822             | 0.068393662             |
| 4000   | 0.127788158             | 0.10983206              | 0.097828255             | 0.085089475             | 0.074499185             |
| 4500   | 0.139694902             | 0.11903459              | 0.107116544             | 0.092143264             | 0.080850153             |
| 5000   | 0.151488067             | 0.12914761              | 0.116115495             | 0.099568382             | 0.08715696              |
| 5500   | 0.16260411              | 0.14019803              | 0.124468018             | 0.107573155             | 0.093383654             |





**Fig. J.01 - Curvas características da válvula agulha de 1/2"**



## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

DELMÉE, G. J. **Manual de medição de Vazão**. São Paulo, Edgard Blücher Ltda, 1983.

GROOVER, M.P. **Automation Production Systems and Computer Integrated Manufacturing**. New York. Mc Graw -Hill, 1989.

ISERMANN, R. **Digital Control Systems**. New York.,Spring-Varlag Heidelberg, 1981.

LJUNG, L; SÖDERSTRÖM, T.. **Theory and Practice of Recursive Identification**.  
Massachusts, The Mit Press, 1983.

OGATA, K. - **Engenharia de Controle Moderno**. Rio de Janeiro, Prentice Hall do  
Brasil LTDA , 1982.

OGATA, K. - **Engenharia de Controle Moderno**. Rio de Janeiro, Prentice Hall do  
Brasil LTDA , 1993.

PHILLIPS, C.L; NAGLE,H.T.. **Digital Control System Analysis and Design**. New  
Jersey, Prentice Hall Inc., 1990.

ROSENBERG, R.C.; KARNOPP, D. **Introduction to Physical System Dynamics**.  
New York. Mc Graw -Hill, 1983.



TIAGO, F. G. L. **Aplicação do Método dos “Gráficos de Ligações” na Simulação de Uma Válvula de Alívio, Anti-Golpe de Ariete, auto- operada.** São Paulo 1994, Tese ( Doutorado) USP

## PROGRAMAS COMPUTACIONAIS

DASYLAB, Sistema de Aquisição de Dados, 1994.

DERIVE, A Mathematical Assistant, 1988

MATLAB, Computer Systems - 1990.

SIMULINK, Dynamic System Simulation Software- 1993.



EFEI / BIBLIOTECA

ESTE LIVRO DEVE SER DEVOLVIDO NA

ÚLTIMA DATA CARIMBADA.

16.6.2008

[illegible]

EFEI - BIBLIOTECA MAUÁ  
8200936



**NÃO DANIFIQUE ESTA ETIQUETA**