

TESE

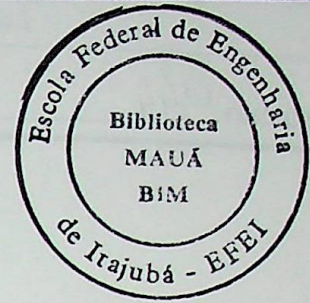
944

ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ

**"CONTROLE ADAPTATIVO PARA
SISTEMAS COM BACKLASH"**

Alessandra Dutra Coelho

ITAJUBÁ - MG



Escola Federal de Engenharia de Itajubá

**“CONTROLE ADAPTATIVO PARA
SISTEMAS COM *BACKLASH*”**

Alessandra Dutra Coelho

Dissertação apresentada à Escola Federal de Engenharia de Itajubá, para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador : Prof. Luiz Eduardo Borges da Silva, Ph.D.

Co-Orientador : Prof. Germano Lambert Torres, Ph.D.

Dezembro/1997

CLASS. 681.511.4(043.2)
CUTTER. C.672c
TOMBO. 944



Escola Federal de Engenharia de Itajubá

"CONTROLE ADAPTATIVO PARA SISTEMAS COM BACKLASH"

Alessandra Dura Coelho

Dissertação apresentada à Escola Federal de Engenharia de Itajubá para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica

Orientador: Prof. Paulo Eduardo Borges de Silva, Ph.D.

Co-Orientador: Prof. Germano Lambert Torres, Ph.D.

Dezembro 1997



Ministério da educação e do Desporto
ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ
Reconhecida Lei 3232 - 05/01/1917

ANEXO I

PRONUNCIAMENTO DA BANCA EXAMINADORA

A Banca Examinadora, abaixo assinada, nomeada pela Portaria nº 357 de 17 de dezembro de 1997, considerando o resultado do Julgamento da Prova de Defesa Pública da Dissertação de Mestrado intitulada: "Controle Adaptativo para Sistemas com Backlash" apresenta pronunciamento no sentido de que o Coordenador dos Cursos de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola Federal de Engenharia de Itajubá solicite ao DRA (Departamento de Registro Acadêmico) a expedição do título de Mestre em Ciências em Engenharia Elétrica na Área de Concentração: Automação e Sistemas Elétricos Industriais, satisfeitas as demais exigências regimentais, à Alessandra Dutra Coelho.

Itajubá, 18 de dezembro de 1997.

Prof. Durval Luiz Silva Ricciulli
1º Examinador - UNESP-FEG

Prof. Germano Lambert Torres
2º Examinador - EFEI

Prof. Carlos Augusto Ayres
3º Examinador - EFEI

Prof. Luiz Eduardo Borges da Silva
4º Examinador - EFEI (Orientador)



Ministério da educação e do Desporto
ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ
Reconhecida Lei 3232 - 05/01/1917

ANEXO II

FOLHA DE JULGAMENTO DA BANCA EXAMINADORA

Título da Dissertação: "Controle Adaptativo para Sistemas com Backlash."

Autor: Alessandra Dutra Coelho

JULGAMENTO

Examinadores	Conceito	Rubrica
1º	A+	
2º	A+	
3º	A+	
4º	A+	

Resultado Médio: Conceito A+, ou seja, APROVADA
COM DISTINÇÃO.

Observações: _____

Itajubá, 18 de dezembro de 1997.

Prof. Durval Luiz Silva Ricciulli
1º Examinador - UNESP-FEG

Prof. Carlos Augusto Ayres
3º Examinador - EFEI

Prof. Germano Lambert Torres
2º Examinador - EFEI

Prof. Luiz Eduardo Borges da Silva
4º Examinador - EFEI (Orientador)

“Este trabalho é dedicado primeiramente a Deus, pelo seu infinito amor, aos meus pais pela formação que me deram, e aos meus irmãos Alessandro, Aline, e Annelise.”

Agradecimentos

A Deus, faz que ilumine o meu caminho e me ajude nos momentos difíceis.

Aos amigos e colegas da FFEI, pelo carinho e apoio em cada passo desta caminhada.

Um agradecimento especial ao Wanderson pela sua imensa amizade, pelo carinho, e pelo apoio de todas as horas.

Ao professor Luiz Eduardo, pela amizade, pela orientação e sobretudo, por ter confiado-me o desenvolvimento deste trabalho.

Ao professor Geng Tao (University of Virginia), pelo sua imensa contribuição na realização deste trabalho.

Aos professores do grupo de pesquisa de português, pelo companheirismo e pelas palavras de apoio.

Ao professor Germano, pela ajuda crucial na elaboração deste relatório.

Aos funcionários e ao pessoal de apoio, pelo auxílio e atenção durante a realização deste trabalho.

A CAPES, pela concessão da bolsa de estudos.

E a todos que de certa forma contribuíram para a realização deste trabalho.

“Aprender é descobrir aquilo que você já sabe. Fazer é demonstrar que você sabe. Ensinar é lembrar aos outros que eles sabem tanto quanto você.”

Richard Bach

Agradecimentos

A Deus, luz que ilumina o meu caminho e me ampara nos momentos difíceis.

Aos amigos e colegas da EFEI, pelo carinho e apoio em cada passo desta caminhada.

Um agradecimento especial ao Wânderson pela sua imensa amizade, pelo carinho, e pelo apoio de todas as horas.

Ao professor Luiz Eduardo, pela amizade, pela orientação e, sobretudo, por ter confiado-me o desenvolvimento deste trabalho.

Ao professor Gang Tao (university of Virginia), pela sua imensa contribuição na realização deste trabalho.

Aos professores do grupo de eletrônica de potência, pelo companheirismo e pelas palavras de apoio.

Ao professor Germano, pela ajuda concedida na elaboração deste relatório.

Aos funcionários e amigos da PPG (secretaria de pós-graduação), pelo auxílio e atenção dispensada durante o período de realização deste trabalho.

À CAPES, pela concessão da bolsa de estudos.

E a todos que de certa forma contribuíram para a realização deste trabalho.

Meus sinceros agradecimentos.

Sumário

Resumo	ix
Abstract	x
Lista de Figuras	xi
Simbologia	xvi
<u>Capítulo 1</u> - Introdução	2
<u>Capítulo 2</u> - Sistemas Não Lineares e Sistemas Adaptativos	
2.1 - Sistemas Não Lineares	7
2.1.1 - Sistemas de Controle Não Lineares	8
2.2 - Sistemas de Controle Adaptativo	11
2.2.1 - Definição de Sistemas de Controle Adaptativo	12
2.2.2 - Índices de Desempenho	14
2.2.3 - Controladores Adaptativos	16
2.3 - Alguns Tipos de Não Linearidades	17
2.3.1 - <i>Backlash</i>	18
2.3.1.1 - <i>Backlash</i> em Conexões Mecânicas	18
2.3.1.2 - Descrição do <i>Backlash</i>	21
2.3.1.3 - Resposta Periódica	22
2.3.1.4 - <i>Backlash</i> na Entrada e na Saída da Planta	23
2.4 - Deterioração no Desempenho dos Sistemas	25
2.5 - Zona-morta e Histerese	28

Capítulo 3 - Compensação da Não Linearidade *Backlash*

3.1 - <i>Backlash</i> Inverso	32
3.2 - Característica Inversa	33
3.3 - Compensação do <i>Backlash</i>	38
3.4 - Representação Discreta	39
3.5 - Parametrização	41
3.6 - A Compensação do <i>Backlash</i>	46
3.7 - Objetivo de Controle	48
3.8 - Controle Inverso Fixo	49
3.8.1 - Projeto para $G(D)$ Conhecido	50
3.8.2 - Projeto para $G(D)$ Desconhecido	53
3.9 - Representação Discreta do <i>Backlash</i> Inverso	56

Capítulo 4 - Controle Adaptativo Representado na Forma Discreta

4.1 - Objetivo de Controle	65
4.2 - Projeto para $G(D)$ Conhecido	68
4.2.1 - Estrutura do Controlador	68
4.2.2 - Projeto Adaptativo	70
4.3 - Projeto para $G(D)$ Desconhecido	74
4.3.1 - Estrutura do Controlador	75
4.3.2 - Projeto Adaptativo	80

Capítulo 5 - Controle para *Backlash* na Saída da Planta

5.1 - Dificuldades Encontradas com o <i>Backlash</i> na Saída da Planta.....	83
5.2 - Objetivo do Controle Inverso Fixo	84

5.3 - Parametrização Inversa	85
5.3.1 - <i>Backlash</i> Inverso.....	86
5.4 - Projeto de Controle para o <i>Backlash</i> na Saída	91
5.4.1 - Projeto para $G(D)$ Conhecido e $z(t)$ Desconhecido	92
5.4.2 - Projeto para $G(D)$ e $z(t)$ Ambos Conhecidos	94
5.4.3 - Projeto para $G(D)$ e $z(t)$ Ambos Desconhecidos.....	95
5.4.4 - Projeto para $G(D)$ Desconhecido e $z(t)$ Conhecido	97
5.5 - Controle Adaptativo para <i>Backlash</i> na Saída da Planta	98
5.5.1 - Objetivo de Controle	99
5.5.2 - Projeto para $G(D)$ Conhecido	101
5.5.2.1 - Projeto Inverso Explícito	101
5.5.2.2 - Projeto Inverso Implícito.....	104
5.5.2.3 - Modificações para a Regra Adaptativa	106
 <u>Capítulo 6</u> - Simulações das Diversas Técnicas de Compensação do <i>Backlash</i>	
6.1 - Simulações para o <i>Backlash</i> na Entrada da Planta	111
6.1.1 - Controle Adaptativo Inverso para uma Planta de Primeira Ordem.....	112
6.1.2 - Controle Adaptativo Inverso para uma Planta de Segunda Ordem.....	114
6.1.3 - Controle Adaptativo Inverso para uma Planta de Terceira Ordem com Excitação Senoidal	117
6.1.4 - Controle Adaptativo Inverso para uma Planta de Terceira Ordem com Excitação Triangular	120

6.2 - Simulações para o <i>Backlash</i> na Saída da Planta	122
6.2.1 - Exemplo de Controle Inverso Fixo para $G(D)$ Conhecido e $z(t)$ Desconhecido	123
6.2.2 - Exemplo de Controle Inverso Fixo para $G(D)$ e $z(t)$ Ambos Conhecidos	125
6.2.3 - Exemplo de Controle Inverso Fixo para $G(D)$ e $z(t)$ Ambos Desconhecidos	126
6.2.4 - Exemplo de Controle Inverso Fixo para $G(D)$ Desconhecido e $z(t)$ Conhecido	128
6.2.5 - Exemplo de Controle Adaptativo Inverso para $G(D)$ Conhecido Explícito	129
6.2.6 - Exemplo de Controle Adaptativo Inverso para $G(D)$ Conhecido Implícito	131
<u>Capítulo 7</u> - Conclusões e Comentários	135
<u>Anexo A</u> - Limitação Discreta dos Sinais	139
<u>Anexo B</u> - Algoritmo Referente a um Sistema de Terceira Ordem com <i>Backlash</i> na Entrada Sob a Ação do Controle Adaptativo.....	143
<u>Anexo C</u> - Algoritmo Referente ao Controle Adaptativo Implícito para <i>Backlash</i> na Saída da Planta.....	149
<u>Referências Bibliográficas</u>	153

Resumo

Os sistemas de controle sofrem influência expressiva de algumas imperfeições encontradas em seus componentes constitutivos, especialmente nos atuadores e sensores. Estes atuadores e sensores não lineares estão entre os fatores chaves que limitam o desempenho estático e dinâmico dos sistemas de controle realimentados, partes vitais da automação industrial, eletrônica de consumo, além de sistemas de transporte e proteção. Na maioria dos casos, o *backlash* corresponde a uma imperfeição crítica pouco conhecida, que aumenta com o desgaste, e varia de componente para componente.

A principal idéia da aproximação utilizada para se cancelar os efeitos prejudiciais dos atuadores e sensores não lineares, consiste na implementação de suas características inversas na estrutura do controlador. Os sistemas de controle adaptativo, já se mostram capazes de após um determinado período de aprendizagem ou adaptação, reconhecer a não linearidade e compensar seu efeito prejudicial.

Dentro deste contexto, este trabalho apresenta o estudo e a implementação de diversas estruturas de controle fixo e adaptativo para a compensação do *backlash* na entrada (atuador) e na saída (sensor) da planta. A análise do desempenho dos diversos tipos de controladores utilizados será feita através das simulações das principais estratégias.

Abstract

The control systems are influenced by imperfection in actuators and sensors. These actuator and sensor nonlinearities are among the key factors limiting both static and dynamic performance of feedback control systems, the vital parts of industrial automation, consumer electronics, and defense and transportation systems. Most often, the *backlash* is a critical imperfection which is poorly known, increase with wear and tear, and varies from component to component.

The main idea of the approach used is canceling the harmful effects of actuator and sensor nonlinearities by implementing their inverses inside the controller. The adaptive control system, after a period of learning or adaptation, can recognize the imperfection and compensate for its harmful effects.

Thus, this work presents the study and implementation of various control structures for compensation of the *backlash* in the input (actuator) and output (sensor) of the plant. The analysis of the performance of various controllers utilized is made by simulating the main strategies.

Lista de Figuras

Capítulo 2

Figura 2.1 - Representação em diagrama de bloco de um sistema de controle adaptativo.....	17
Figura 2.2 - Representação esquemática do <i>backlash</i>	19
Figura 2.3 - Representação gráfica do <i>backlash</i>	20
Figura 2.4 - Resposta <i>backlash</i> a uma entrada dente de serra.....	22
Figura 2.5 - Planta com <i>backlash</i> na entrada.....	23
Figura 2.6 - Planta com <i>backlash</i> na saída.....	24
Figura 2.7 - <i>Backlash</i> em uma válvula de controle de um tanque de líquido.....	24
Figura 2.8 - <i>Backlash</i> na saída de um sistema de posicionamento.....	25
Figura 2.9 - Planta com <i>backlash</i> na entrada e um regulador PI.....	26
Figura 2.10 - Respostas correspondentes à planta 2.9 com <i>backlash</i> na entrada.....	28
Figura 2.11 - Representação gráfica da zona-morta.....	29

Capítulo 3

Figura 3.1 - Compensação para o <i>backlash</i> na entrada.....	33
Figura 3.2 - Representação gráfica do <i>backlash</i> inverso.....	36

Figura 3.3 - Resposta do <i>backlash</i> inverso a uma entrada dente de serra.....	38
Figura 3.4 - Planta com <i>backlash</i> na entrada.....	48
Figura 3.5 - Controlador inverso fixo para $G(D)$ conhecido.....	50
Figura 3.6 - Controlador inverso fixo para $G(D)$ desconhecido.....	54
Figura 3.7 - Esquema de compensação adaptativa do <i>backlash</i>	57
Figura 3.8 a - Resposta de uma planta de primeira ordem com <i>backlash</i> na entrada e excitação senoidal.....	61
Figura 3.8 b - Resposta do sistema de primeira ordem com um controlador adaptativo inverso e <i>backlash</i> na entrada com excitação senoidal.....	62

Capítulo 4

Figura 4.1 - Estrutura do controlador adaptativo inverso.....	66
Figura 4.2 - Estrutura do controlador para $G(D)$ conhecido.....	67
Figura 4.3 - Estrutura do controlador adaptativo inverso para $G(D)$ desconhecido.....	77

Capítulo 5

Figura 5.1 - Planta com <i>backlash</i> na saída.....	84
Figura 5.2 - Observação de $z(t)$ através do <i>backlash</i> inverso estimado.....	86
Figura 5.3 - Estrutura do controlador para <i>backlash</i> na saída da planta....	92
Figura 5.4 - Controlador inverso explícito para $G(D)$ conhecido.....	101
Figura 5.5 - Controlador inverso implícito para $G(D)$ conhecido.....	104

Capítulo 6

Figura 6.1 - Diagrama de bloco do sistema de primeira ordem com <i>backlash</i> na entrada.....	112
Figura 6.2 - Resposta ao sistema de primeira ordem com <i>backlash</i> na entrada da planta.....	112
Figura 6.3 - Estrutura do controlador adaptativo inverso.....	113
Figura 6.4 - Resposta do sistema de primeira ordem com <i>backlash</i> sob a ação do controle adaptativo.....	114
Figura 6.5 - Resposta do sistema de segunda ordem com entrada senoidal.....	115
Figura 6.6 - Diagrama de bloco do sistema de segunda ordem com <i>backlash</i> na entrada.....	115
Figura 6.7 - Resposta do sistema de segunda ordem com <i>backlash</i> na entrada da planta.....	116
Figura 6.8 - Estrutura do controlador adaptativo inverso contendo uma planta de segunda ordem.....	116
Figura 6.9 - Resposta do sistema de segunda ordem com <i>backlash</i> sob a ação do controle adaptativo.....	117
Figura 6.10 - Diagrama de bloco do sistema de terceira ordem.....	118
Figura 6.11 - Resposta do sistema de terceira ordem com entrada senoidal.....	118
Figura 6.12 - Diagrama de bloco do sistema de terceira ordem com <i>backlash</i> na entrada.....	118
Figura 6.13 - Resposta do sistema de terceira ordem com <i>backlash</i> na entrada para uma excitação senoidal.....	119

Figura 6.14 - Estrutura do controlador adaptativo inverso para uma planta de terceira ordem.....	119
Figura 6.15 - Resposta do sistema de terceira ordem com <i>backlash</i> sob a ação do controle adaptativo.....	120
Figura 6.16 - Resposta do sistema com <i>backlash</i> na entrada para uma excitação triangular.....	121
Figura 6.17 - Resposta do sistema de terceira ordem com <i>backlash</i> sob a ação do controle adaptativo para uma excitação triangular.....	122
Figura 6.18 - Lugar das raízes.....	123
Figura 6.19 - Estrutura do controlador para <i>backlash</i> na saída.....	124
Figura 6.20 - Resposta do sistema com controle fixo para $G(D)$ conhecido, $z(t)$ desconhecido, e <i>backlash</i> na saída.....	124
Figura 6.21 - Resposta ampliada do sistema com controle fixo para $G(D)$ conhecido, $z(t)$ desconhecido, e <i>backlash</i> na saída.....	125
Figura 6.22 - Resposta do sistema com controle fixo para $G(D)$ e $z(t)$ ambos conhecidos e <i>backlash</i> na saída.....	126
Figura 6.23 - Estrutura do controlador para <i>backlash</i> na saída e $G(D)$ desconhecido.....	127
Figura 6.24 - Resposta do sistema com controle fixo para $G(D)$ e $z(t)$ ambos desconhecidos e <i>backlash</i> na saída.....	127
Figura 6.25 - Resposta do sistema com controle fixo para $G(D)$ desconhecido, $z(t)$ conhecido, e <i>backlash</i> na saída.....	128

Figura 6.26 - Lugar das raízes de uma função de transferência de primeira ordem.....	129
Figura 6.27 - Estrutura do controlador inverso explícito para $G(D)$ conhecido.....	129
Figura 6.28 - Resposta do sistema com controle adaptativo explícito para <i>backlash</i> na saída da planta.....	130
Figura 6.29 - Resposta ampliada do sistema com controle adaptativo explícito para <i>backlash</i> na saída da planta.....	131
Figura 6.30 - Estrutura do controlador inverso implícito para $G(D)$ conhecido.....	131
Figura 6.31 - Resposta do sistema com controle adaptativo implícito para <i>backlash</i> na saída da planta.....	132
Figura 6.32 - Resposta ampliada do sistema com controle adaptativo implícito para <i>backlash</i> na saída da planta.....	133

Simbologia

$B(\cdot)$	<i>Backlash</i>
$BI(\cdot)$	<i>Backlash</i> inverso exato
$\hat{BI}(\cdot)$	<i>Backlash</i> inverso estimado
b_r, b_l	Pontos de “quebra” da zona-morta
c_r, c_l	Interseção da característica <i>backlash</i> com o eixo horizontal
\hat{c}_r, \hat{c}_l	Estimadores de c_r, c_l
$d_b(t)$	Parte não parametrizável do erro $u(t) - u_d(t)$
$e(t)$	Erro da trajetória $e(t) = y(t) - y_m(t)$
$G(D)$	Planta linear contínua ou discreta
$G(s)$	Planta linear contínua
$G(z)$	Planta linear discreta
m	Inclinação das retas paralelas da característica <i>backlash</i>
\hat{m}	Estimador da inclinação m
m_r, m_l	Inclinações dos segmentos de retas da zona-morta
$r(t)$	Entrada do modelo de referência
$u(t)$	Entrada para $G(D)$, $G(s)$ ou $G(z)$
$\dot{u}(t)$	Derivada de $u(t)$
$u_d(t)$	Entrada de $BI(\cdot)$ ou $\hat{BI}(\cdot)$
$\dot{u}_d(t)$	Derivada de $u_d(t)$
$v(t)$	Entrada do <i>backlash</i> para este localizado na entrada da planta

$\dot{v}(t)$	Derivada de $v(t)$
v_r, v_l	Índices indicadores da direção de $v(t)$
$x_r(t), x_l(t), x_s(t)$	Funções indicadoras do <i>backlash</i>
$\hat{x}_r(t), \hat{x}_l(t)$	Funções indicadoras do <i>backlash</i> inverso
$y(t)$	Saída do sistema
$y_m(t)$	Saída da referência
$W_m(D)$	Função de transferência do modelo de referência
$z(t)$	Entrada do <i>backlash</i> para este na saída da planta
$\bar{z}(t), \hat{z}(t)$	Saídas de $BI(\cdot), \hat{BI}(\cdot)$ com entrada $y(t)$
$z_m(t), \hat{z}_m(t)$	Saídas de $BI(\cdot), \hat{BI}(\cdot)$ com entrada $y_m(t)$
$\epsilon(t)$	Estimação do erro para $G(D)$ desconhecido
$\omega(t)$	Vetor regressor de θ^* ou θ
$\omega_1(t)$	Vetor regressor de θ_1^* ou θ_1
$\omega_2(t)$	Vetor regressor de θ_2^* ou θ_2
$\omega_b(t)$	Vetor regressor do <i>backlash</i> inverso
θ^*, θ	Parâmetro global do sistema e seu estimador
$\tilde{\theta}$	Erro dos parâmetros $\tilde{\theta} = \theta - \theta^*$
θ_1^*, θ_3^*	Parâmetros de controle do canal direto
θ_1, θ_3	Estimadores de θ_1^*, θ_3^*
$\theta_2^*, \theta_{20}^*$	Parâmetros de controle da realimentação
θ_2, θ_{20}	Estimadores de $\theta_2^*, \theta_{20}^*$
θ_b^*, θ_b	Vetor dos parâmetros do <i>backlash</i> e seu estimador

$\theta_r^*, \theta_l^*, \theta_v^*$	Parâmetros de controle do canal direto para $G(D)$ desconhecido
$\theta_r, \theta_l, \theta_v$	Estimadores de $\theta_r^*, \theta_l^*, \theta_v^*$
θ_y^*, θ_y	Parâmetro de controle da realimentação para $G(D)$ desconhecido e seu estimador
$\ x\ _2$	Vetor norma de x : $\ x\ _2 = \sqrt{x_1^2 + \dots + x_n^2}$

Capítulo 1

Introdução

Capítulo 1

Introdução

Os sistemas de controle práticos sofrem influência expressiva de algumas imperfeições encontradas em seus componentes constitutivos, especialmente nos atuadores e sensores, que limitam severamente o desempenho do controle a malha-fechada, partes vitais da automação industrial, e sistemas de transporte e proteção. Além disso, estudos comprovam que atuadores e sensores não lineares comprometem severamente o desempenho estático e dinâmico dos sistemas de controle realimentados.

Várias são as imperfeições não lineares identificadas nos componentes de sistemas de controle tais como *backlash*, zona-morta, e histerese.

No âmbito internacional vários estudos têm sido realizados na direção de se buscar um tipo de compensação adequada para estas não linearidades. Um dos pioneiros nestes estudos foi Darrel Recker atualmente pesquisador da *Ford Motor Company*.

O interesse de Darrel Recker pela compensação adaptativa de “difíceis” não linearidades, surgiu quando lhe foi apresentado, pela *Ford Motor Company*, um problema que consistia de uma válvula hidráulica com zona-morta em um sistema de suspensão automotiva. Em sua tese de doutorado, Recker equacionou o problema e utilizou adaptação para remover o efeito prejudicial da zona-morta. Devido ao sucesso dos algoritmos desenvolvidos por Recker, os professores Gang Tao e Petar Kokotovic’ resolveram realizar um estudo mais amplo destas não

linearidades. Estudo este que resultou na publicação de vários trabalhos, dentre estes um livro, que tratam o problema do *backlash*, zona-morta e histerese.

No Brasil, o estudo da não linearidade *backlash* e de técnicas para sua compensação, ainda é realizado de forma pouco representativa. Este foi um dos motivos que despertou o interesse pelo desenvolvimento deste trabalho.

Seguindo a linha de pesquisa desenvolvida por Gang Tao e Petar Kokotovic', este trabalho tratará especificamente o problema da não linearidade na entrada (atuador) e na saída (sensor) da planta. Além disso, serão desenvolvidos algoritmos de simulação para a implementação das técnicas de compensação fixa e adaptativa do *backlash*.

Os efeitos prejudiciais do *backlash* em engrenagens mecânicas são os mais conhecidos. O *backlash* impede o posicionamento correto das mesmas, podendo inclusive causar instabilidade. Este aumenta o desgaste das engrenagens, que, por consequência, aumentam o *backlash*. Uma saída para esta dificuldade são os vários projetos de engrenagens anti-*backlash* existentes. Entretanto, o custo destas engrenagens anti-*backlash* é bastante elevado, além das mesmas introduzirem fadiga e um atrito extra ao sistema. Uma solução para se contornar esta situação sem maiores danos e gastos elevados, é a utilização das técnicas de compensação adaptativa para esta não linearidade.

A principal idéia da aproximação utilizada para se cancelar os efeitos prejudiciais de atuadores e sensores não lineares, consiste na implementação de seus inversos na estrutura do controlador. Esta

característica inversa é parametrizada linearmente, e para uma implementação adaptativa deverá ser ajustada continuamente por regras de atualização adaptativas. Se os valores da característica inversa convergem para o inverso exato do *backlash*, então o objetivo de cancelamento dos efeitos da não linearidade é alcançado.

A estrutura deste trabalho consta de sete capítulos e de um apêndice para informações adicionais. No capítulo 2 será feita uma breve descrição de sistemas não lineares e de sistemas adaptativos. Além disso, serão apresentados exemplos e modelos parametrizados da não linearidade *backlash*.

No capítulo 3 desenvolveu-se a característica inversa para o *backlash* na entrada (atuador). O sinal de saída do *backlash* inverso é aplicado na entrada do atuador. Se projetado com parâmetros verdadeiros o *backlash* inverso cancela o efeito da não linearidade, e se implementado com parâmetros estimados este irá gerar um erro de controle. Neste capítulo também será apresentado um inverso fixo do *backlash*, o qual é implementado com uma estimativa fixa dos parâmetros desconhecidos.

O capítulo 4 apresenta projetos de controle adaptativo representados na forma discreta. Para o projeto discreto, o *backlash* não necessita do conhecimento da derivada de seu sinal de entrada, ao contrário do projeto realizado na forma contínua.

Sensores não lineares que correspondem ao *backlash* na saída da planta, serão introduzidos no capítulo 5. Neste capítulo serão projetados controladores inversos fixos ou adaptativos para o caso do *backlash* na saída da planta. O controlador adaptativo para sensores não lineares

consiste de uma parte linear e de dois inversos adaptativos: um para inverter a saída da planta e outro para inverter a saída de um dado sinal de referência. Serão realizados dois tipos de projetos: um inverso explícito e outro implícito.

O capítulo 6 apresenta os resultados das simulações das diversas técnicas de compensação do *backlash* desenvolvidas ao longo do trabalho. Este capítulo mostra a eficiência dos algoritmos desenvolvidos utilizando-se do software Matlab para a implementação dos métodos de compensação em questão.

No capítulo 7 serão apresentadas as conclusões e observações sobre a aplicação das técnicas de compensação do *backlash*, assim como algumas sugestões para trabalhos futuros com base nos resultados obtidos neste trabalho. O anexo A apresenta provas de alguns teoremas citados em capítulos que tratavam o problema do *backlash* na entrada da planta. Finalmente os anexos B e C mostram um algoritmo para o *backlash* localizado na entrada da planta e um algoritmo para o *backlash* localizado na saída da planta respectivamente.



2.1 - Sistemas Não Lineares

Um sistema é dito não linear quando não satisfaz o princípio de superposição. Esse princípio estabelece que a resposta produzida pela aplicação simultânea de duas fontes de excitação diferentes é igual à soma das duas respostas.

Capítulo 2

Sistemas Não Lineares e Sistemas Adaptativos

Uma das características mais importantes dos sistemas não lineares é a dependência do comportamento da resposta do sistema em relação à amplitude e tipo de excitação. Por exemplo, um sistema não linear pode se comportar de forma completamente diferente em resposta a excitações de diferentes amplitudes. Os sistemas não lineares apresentam várias particularidades que não podem ser vistas em sistemas lineares, tais como: dependência com múltiplos valores e multivalência com saltos, oscilações auto-excitadas e outros.

2.1 - Sistemas Não Lineares

Um sistema é dito não linear quando este não satisfaz o princípio da superposição. Este princípio estabelece que a resposta produzida pela aplicação simultânea de duas forças de excitação diferentes é igual à soma das duas respostas individuais. Os procedimentos para determinar as soluções de problemas que possuam sistemas não lineares, em geral, são extremamente complicados. Devido a esta dificuldade matemática inerente a sistemas não lineares, normalmente é necessário introduzir sistemas lineares “equivalentes” no lugar daqueles não lineares. Estes sistemas lineares “equivalentes” somente são válidos dentro de uma faixa limitada de operação, uma vez que um sistema não linear é aproximado por um modelo matemático linear. Entretanto, mesmo se tratando de sistemas não lineares, várias ferramentas lineares podem ser aplicadas para fins de análise e projeto.

Uma das características mais importantes dos sistemas não lineares é a dependência do comportamento da resposta do sistema em relação à amplitude e tipo de entrada. Por exemplo, um sistema não linear pode se comportar de forma completamente diferente em resposta a entradas em degrau de diferentes amplitudes. Os sistemas não lineares apresentam vários fenômenos que não podem ser vistos em sistemas lineares, tais como: Respostas com múltiplos valores e ressonâncias com saltos, oscilações sub-harmônicas e outros.

2.1.1 - Sistemas de Controle Não Lineares

Muitos tipos diferentes de não linearidades podem ser encontrados em sistemas de controle reais. Eles podem ser divididos basicamente em duas classes, dependendo da não linearidade ser inerente ao sistema ou inserida propositadamente no mesmo.

A seguir, primeiro serão discutidas as não linearidades inerentes, e então as não linearidades intencionais.

As não linearidades inerentes são inevitáveis em sistemas de controle. Exemplos de tais não linearidades são:

- * saturação
- * zona-morta
- * histerese
- * *backlash* (folga)
- * atrito estático, atrito de Coulomb, e outros atritos não lineares
- * mola não linear
- * compressibilidade de fluido

De uma forma geral, a presença de tais não linearidades no sistema de controle afeta prejudicialmente o desempenho do mesmo. Por exemplo, o *backlash* pode causar instabilidade no sistema, e a zona-morta pode causar erro estacionário.

Alguns elementos não lineares podem ser intencionalmente introduzidos em um sistema para melhorar o desempenho do mesmo ou simplificar a construção deste. Um sistema não linear adequadamente projetado para uma certa função, geralmente é superior do ponto de vista econômico, de peso, espaço e confiabilidade quando comparado com sistemas lineares projetados para a mesma função. O exemplo mais simples de um sistema não linear intencional é um sistema operado convenientemente a relé. Outros exemplos podem ser encontrados em sistemas de controle ótimo, os quais frequentemente empregam controladores não lineares complicados.

Deve-se notar que embora elementos não lineares intencionais possam melhorar o desempenho do sistema sob certas condições especificadas de operação, em geral estes degradarão o desempenho do sistema sob outras condições de operação.

Não há um método geral para se lidar com todos os sistemas não lineares porque as equações diferenciais não lineares praticamente não permitem um método geral de estudo. Soluções exatas podem ser encontradas apenas para certas equações diferenciais não lineares simples. Para muitas das equações diferenciais não lineares de importância prática, são possíveis apenas soluções aproximadas, e estas soluções se aplicam somente sob as condições limitadas em que foram obtidas. Como não há um método geral, podemos tomar cada equação não linear, ou grupo de equações similares, individualmente e tentar desenvolver um método de análise que se aplicará satisfatoriamente para aquele grupo particular. (Note que embora se possa fazer uma quantidade muito pequena de

generalizações dentro do grupo de equações similares, é impossível uma generalização ampla de uma solução particular).

Uma maneira de se analisar e projetar um grupo particular de sistemas de controle não lineares, em que o grau da não linearidade é pequeno, é usar técnicas de linearização equivalente e resolver o problema linearizado obtido.

Os computadores modernos propiciaram novos métodos de se estudar problemas não lineares. Técnicas de simulação em computadores, analógicos e/ou digitais são muito poderosas na análise e projeto de sistemas de controle não lineares. Agora é possível estudar sistemas não lineares bastante complicados através do uso de computadores em um espaço de tempo pequeno. Quando a complexidade de um sistema não permite o uso da abordagem analítica, as simulações em computadores podem ser muito vantajosas para se obter a informação necessária para fins de projeto.

É importante lembrar que embora a predição do comportamento de sistemas não lineares seja normalmente difícil, ao se projetar um sistema de controle não devemos tentar forçar o sistema a ser o mais linear possível, porque a exigência de linearidade do sistema pode levar ao projeto de um sistema caro e menos desejável do que um sistema não linear adequadamente projetado.

2.2 - Sistemas de Controle Adaptativo

Em anos recentes, o interesse em sistemas de controle adaptativo aumentou rapidamente, juntamente com o interesse e progresso em tópicos de controle em geral. O termo sistema adaptativo tem uma variedade de significados específicos, mas normalmente implica que o sistema é capaz de se acomodar a mudanças imprevisíveis do meio ambiente, venham estas mudanças de dentro do sistema ou de fora. Este conceito é de muito interesse para o projetista de sistema, pois, um sistema altamente adaptativo, além de se acomodar a mudanças ambientais, também se acomodaria para erros de projeto de engenharia e se auto compensaria em condições de falhas ou incertezas moderadas de componentes secundários do sistema, aumentando portanto a confiabilidade global.

Inicialmente serão apresentados alguns conceitos básicos de sistemas de controle adaptativo e se explicará o que tais sistemas representam. Então será discutido as funções necessárias que um controlador deve desempenhar para que seja chamado adaptativo.

Na maioria dos sistemas de controle e realimentação, pequenos desvios nos valores dos parâmetros de seus valores projetados não causarão quaisquer problemas na operação normal do sistema, desde que estes parâmetros estejam dentro da malha. Entretanto, se os parâmetros do processo variam muito com mudanças ambientais, então o sistema de controle pode apresentar uma resposta satisfatória para uma condição

ambiental, mas por outro lado pode deixar de ter um desempenho satisfatório sob outras condições. Em certos casos, grandes variações de parâmetros do processo podem até causar instabilidade.

Numa análise mais simples, pode-se considerar diferentes conjuntos de valores de parâmetros do processo. É então desejável projetar um sistema de controle que funcione bem para todos os conjuntos. Tão logo esta imposição seja formulada, o problema de controle ótimo restrito perde sua importância. Impondo um bom desempenho em uma certa gama, abandona-se o melhor desempenho para um conjunto de parâmetros.

Se a função de transferência do processo pode ser identificada continuamente, então podemos compensar variações na função de transferência do processo simplesmente variando parâmetros ajustáveis do controlador, e desta forma obter um desempenho satisfatório do sistema continuamente sob várias condições ambientais. Tal abordagem adaptativa é bastante útil para lidar com um problema onde o processo é normalmente exposto a ambientes variáveis, com parâmetros que mudam de tempo em tempo. (Como são previsíveis mudanças na maioria dos casos práticos, um controlador de parâmetro fixo ou um controlador variante no tempo pré-programado não pode resolver o problema).

2.2.1 - Definição de Sistemas de Controle Adaptativo

A adaptação é uma característica fundamental de organismos vivos pois eles tentam manter o equilíbrio fisiológico diante de condições

ambientais variantes. Uma abordagem para o projeto de sistemas adaptativos é então considerar os aspectos adaptativos do comportamento humano ou animal e desenvolver sistemas que se comportam aproximadamente de forma análoga.

Há diferentes definições de sistemas de controle adaptativo atualmente em uso na literatura. O caráter um tanto vago da maioria das definições e classificações de sistemas adaptativos é devido à grande variedade de mecanismos através dos quais a adaptação pode ser conseguida, e também devido a uma falha em diferenciar entre as manifestações externas do comportamento adaptativo e os mecanismos internos usados para consegui-lo.

As diferentes definições acontecem primordialmente por causa das várias classificações e delineações que dividem os sistemas de controle em adaptativos e não-adaptativos. O pequeno grau de adaptabilidade necessária a maioria das especificações de sistemas, poderia ser obtido usando-se técnicas familiares de realimentação com ganhos fixos, compensadores e, em alguns casos, não linearidades.

Assim se torna necessário definir as características dos sistemas adaptativos que são fundamentalmente diferentes daquelas de sistemas realimentados convencionais, de tal forma que pode-se restringir a atenção apenas àqueles aspectos específicos do comportamento e projeto de sistemas adaptativos. Nesta seção define-se sistemas de controle adaptativos como segue:

Definição: Um sistema de controle adaptativo é aquele que mede, de forma contínua e automática, as características dinâmicas

(tal como a função de transferência) do processo, as compara com as características dinâmicas desejadas, e usa a diferença para variar parâmetros ajustáveis do sistema (normalmente características do controlador) ou para gerar um sinal atuante de tal forma que o desempenho ótimo pode ser mantido independentemente das mudanças ambientais. Em outras palavras, tal sistema pode continuamente medir seu próprio desempenho de acordo com um dado índice de desempenho e modificar, se necessário, seus próprios parâmetros, de tal forma a manter o desempenho ótimo independentemente de mudanças ambientais.

Para se usar o termo sistema adaptativo, devem existir características de auto-organização. Se o ajuste dos parâmetros do sistema é feito apenas por medição direta do ambiente, o sistema não é adaptativo.

Um sistema aparentemente adaptativo é o exemplo do auto-piloto de um avião, que é projetado para ajustar seus ganhos de malha em função da altitude a fim de compensar as correspondentes mudanças nos parâmetros do avião. O ajuste é baseado diretamente na informação sobre o ambiente (neste caso, a pressão atmosférica) e não em um esquema de auto-organização. Estes sistemas não possuem quaisquer características de auto-organização, e portanto são essencialmente sistemas convencionais a malha-fechada.

2.2.2 - Índices de Desempenho

A base do controle adaptativo está na premissa de que há alguma condição de operação ou desempenho para o sistema melhor que qualquer

outra. Portanto se torna necessário definir o que constitui um desempenho ótimo. Em sistemas de controle adaptativo, tal desempenho é definido em termos do índice de desempenho, que devemos escolher após definir nossos objetivos. Estes objetivos são tão diversos como os sistemas para os quais são aplicados, mas geralmente é possível generalizar o objetivo da otimização como o de minimização do custo de operação, ou a maximização do lucro.

Algumas características geralmente consideradas desejáveis são:

1. Confiabilidade
2. Seletividade
3. Aplicabilidade
4. Repetitividade

Portanto, o índice de desempenho deve ser confiável, ou deve ser uma medida uniforme de “qualidade” para sistemas de todas as ordens. Ele deve ter seletividade, ou envolver um ótimo definido com precisão em função dos parâmetros do sistema. Não deve ter ótimos locais ou pontos de sela. O índice de desempenho deve ser facilmente aplicável para sistemas práticos e facilmente mensurável.

Se o índice de desempenho toma o valor zero na condição de operação ótima, ao invés de um máximo ou mínimo, então pode ser usado como o sinal de erro da malha adaptativa e para realimentação diretamente em alguns sistemas.

Finalmente, deve-se lembrar que o índice de desempenho usado em um sistema de controle adaptativo define um desempenho ótimo para aquele sistema. Isto significa que o índice de desempenho determina

essencialmente o limite superior do desempenho do sistema. Portanto, a seleção de um índice de desempenho adequado é de fundamental importância.

2.2.3 - Controladores Adaptativos

Um controlador adaptativo pode consistir nas seguintes três funções:

1. Identificação das características dinâmicas do processo.
2. Ato de decisão baseado na identificação do processo.
3. Modificação ou atuação baseada na decisão tomada.

Se o processo é conhecido apenas imperfeitamente, talvez por causa de parâmetros aleatórios variando no tempo ou em virtude dos efeitos de mudanças ambientais nas características dinâmicas do processo, então a identificação inicial, a decisão, e os procedimentos de modificação não serão suficientes para minimizar a decisão, e os procedimentos de modificação não serão suficientes para minimizar (ou maximizar) o índice de desempenho. Então se torna necessário realizar estes procedimentos continuamente ou em intervalos de tempo, dependendo de quão rapidamente os parâmetros do processo estão mudando. Este constante “reprojetamento” ou auto-organização do sistema para compensar as mudanças imprevisíveis no processo é o aspecto do desempenho normalmente considerado ao se definir um sistema de controle adaptativo.

Uma representação em diagrama de blocos de um sistema de controle adaptativo é vista na Fig. 2.1. Neste sistema, o processo é identificado e o índice de desempenho é medido contínua ou periodicamente. Uma vez que isto foi feito, o índice de desempenho é comparado com o ótimo e uma decisão é tomada com base nos achados de como modificar o sinal atuante. Como o processo é identificado dentro do sistema em si, o ajuste dos parâmetros é uma operação a malha-fechada. Note que usando esta adaptação a malha-fechada, o problema da estabilidade pode surgir.

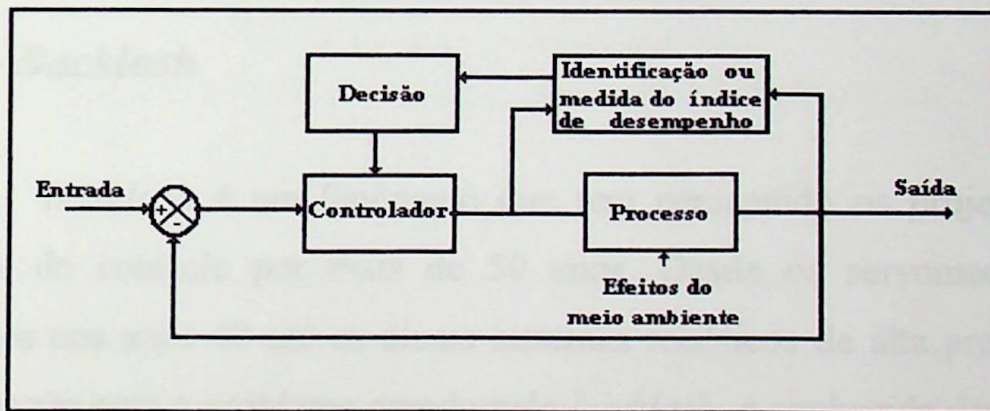


Figura 2.1: Representação em diagrama de bloco de um sistema de controle adaptativo.

2.3 - Alguns Tipos de Não Linearidades

As características *backlash*, zona-morta, e histerese são chamadas de não linearidades “comuns” ou “típicas”, pois estão presentes em componentes de sistemas mecânicos, hidráulicos, magnéticos e outros.

Na maioria dos casos estas características são tratadas como imperfeições dos componentes, mas há também aplicações em que características não lineares são introduzidas intencionalmente, tais como sistemas de aquecimento-resfriamento, onde uma zona-morta é necessária para prevenir o aquecimento e resfriamento simultâneo.

O *backlash*, zona-morta e histerese produzem efeitos indesejáveis no desempenho dos sistemas de controle. Isto será ilustrado por alguns exemplos, nos quais se fará um estudo mais detalhado do fenômeno *backlash*.

2.3.1 - Backlash

Backlash é um fenômeno que tem perseguido os projetistas de sistemas de controle por mais de 50 anos. Desde os servomecanismos existentes nos anos 40 até os atuais sistemas robóticos de alta precisão. A preocupação com o problema gerado pelo *backlash*, é conhecida desde 1958 quando foram descritas caixas de engrenagens anti-*backlash*. Sendo que tipicamente o conceito de *backlash* está associado à um trem de engrenagens ou acoplamentos mecânicos similares.

2.3.1.1 - Backlash em Conexões Mecânicas.

O *backlash* pode parecer simples, mas estudos mostram que este é extremamente complexo. E para descrever sua complexidade este será

explicado passo a passo com a ajuda da figura 2.2. Onde um objeto em forma de L percorre um objeto em forma de U com a área de contato determinada por $c_r - c_l$. A entrada v corresponde à posição do objeto em forma de L, e a saída u corresponde à posição do objeto em forma de U. Em ambos objetos somente as suas posições são de interesse.

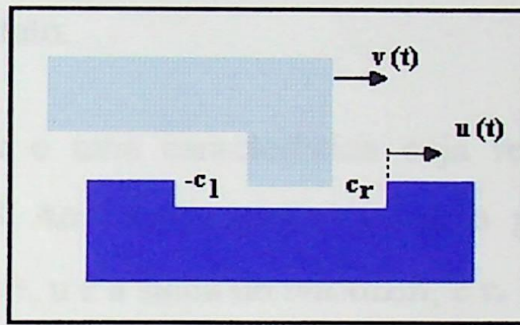


Figura 2.2 : Representação esquemática do *backlash*.

Considerando que as posições mostradas na figura 2.2 sejam $v = 0$ e $u = c_r$. Supõe-se que v comece a se mover para a direita, portanto quando v alcança $v = c_r = u$ o contato é estabelecido e u segue v como descrito pela inclinação ascendente da característica. Se em algum ponto da curva v o objeto em L pára de se mover e inicia o movimento em sentido contrário, u ficará sem movimento e permanecerá na posição atual. O movimento durante este período é representado por uma transição horizontal para a esquerda. Na figura 2.2 pode-se perceber que o comprimento do segmento horizontal é $c_r - c_l$, sendo $c_l < 0$.

No fim do segmento o contato é estabelecido com o lado esquerdo do objeto em forma de U, portanto u começa a se mover para a esquerda juntamente com v ao longo da inclinação descendente da

característica. Se em algum ponto v parar de se mover novamente e em seguida reiniciar o movimento para a direita, u irá parar de se mover e esperará v atravessar o segmento $c_r - c_l$. O movimento ocorrerá novamente sobre o segmento horizontal, mas desta vez para a direita. Naturalmente, v poderá mudar sua direção antes de atravessar o segmento $c_r - c_l$, e o próximo contato poderá ser com o lado esquerdo, ou ainda v poderá parar antes de alcançar um novo contato.

O *backlash* é uma característica cuja representação gráfica é mostrada na figura 2.3. Através desta representação pode-se observar que v é a entrada do *backlash*, u é a saída do *backlash*, e $c_r > 0$ é a “interseção” da direita, enquanto $c_l < 0$ é a “interseção” da esquerda com o eixo horizontal.

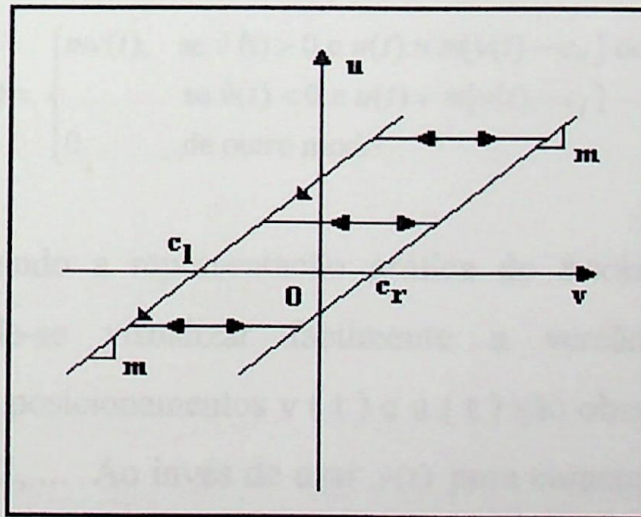


Figura 2.3: Representação gráfica do *backlash*.

2.3.1.2 - Descrição do *Backlash*.

O *backlash* definido por $u(t) = B[v(t)]$ é descrito por duas linhas retas paralelas conectadas por segmentos de linhas horizontais (figura 2.3). O lado ascendente da curva representativa do *backlash* está ativo quando ambos $v(t)$ e $u(t)$ crescem:

$$u(t) = m [v(t) - c_r], \quad \dot{v}(t) > 0, \quad \dot{u}(t) > 0.$$

O lado descendente está ativo quando ambos $v(t)$ e $u(t)$ decrescem.

$$u(t) = m [v(t) - c_l], \quad \dot{v}(t) < 0, \quad \dot{u}(t) < 0.$$

Onde $m > 0$, $c_l < c_r$ são parâmetros constantes. O movimento sobre um segmento interno é caracterizado por $\dot{u}(t) = 0$.

Uma descrição compacta do *backlash* $B(\cdot)$ pode ser representada por:

$$\dot{u}(t) = \begin{cases} m\dot{v}(t), & \text{se } \dot{v}(t) > 0 \text{ e } u(t) = m[v(t) - c_r] \text{ ou} \\ & \text{se } \dot{v}(t) < 0 \text{ e } u(t) = m[v(t) - c_l] \\ 0 & \text{de outro modo.} \end{cases} \quad (2.1)$$

Observando a representação gráfica do *backlash* mostrada na figura 2.3, pode-se visualizar facilmente a versão discreta deste modelamento. Os posicionamentos $v(t)$ e $u(t)$ são observados em tempo discreto $t = 0, 1, 2, \dots$. Ao invés de usar $\dot{v}(t)$ para caracterizar a direção de v , será usado os valores v_l e v_r dados respectivamente por:

$$v_l = \frac{u(t-1)}{m} + c_l; \quad v_r = \frac{u(t-1)}{m} + c_r;$$

Estes valores são as projeções no eixo- v das interseções das duas linhas paralelas de inclinação m com o segmento interno horizontal contendo $u(t-1)$. Conseqüentemente, a versão discreta do modelo *backlash* corresponde a:

$$u(t) = B[v(t)] = \begin{cases} m[v(t) - c_l] & \text{se } v(t) \leq v_l \\ m[v(t) - c_r] & \text{se } v(t) \geq v_r \\ u(t-1) & \text{se } v_l < v(t) < v_r \end{cases} \quad (2.2)$$

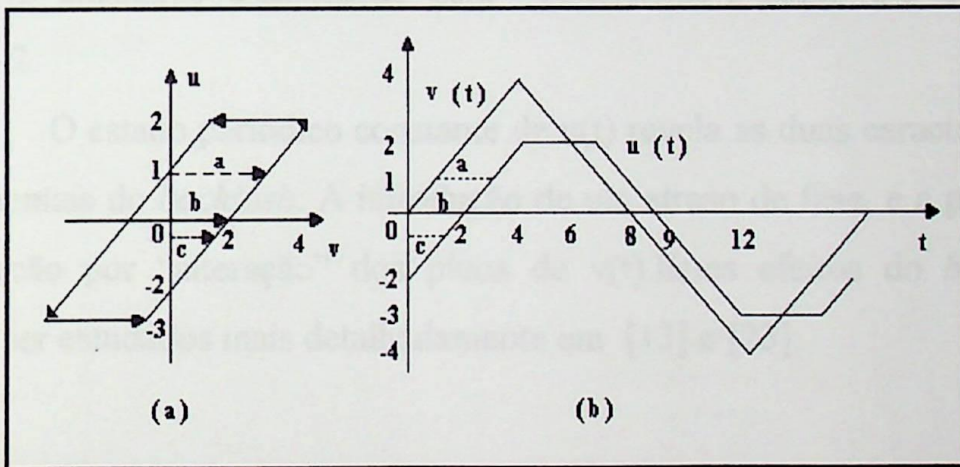


Figura 2.4: Resposta *backlash* a uma entrada dente de serra.

2.3.1.3 - Resposta Periódica.

O efeito da característica *backlash* pode ser observado na forma de onda de saída $u(t)$, cuja entrada $v(t)$ é um sinal dente de serra mostrado na figura 2.4. Para esta ilustração, os parâmetros do *backlash* são $m = 1$, $c_r = 2$, e $c_l = -1$, isto é, os dois lados da característica *backlash* são linhas retas $u(t) = v(t) + 1$, e $u(t) = v(t) - 2$. Para cada uma das três condições

iniciais (a, b e c) $u(0) = 1$, $u(0) = 0$, $u(0) = -0.5$, a saída $u(t)$ fica constante depois de um certo período inicial.

$$u(t) = u(0) = 1, \quad \text{para } t \in [0,3]$$

$$u(t) = u(0) = 0, \quad \text{para } t \in [0,2]$$

$$u(t) = u(0) = -0.5, \quad \text{para } t \in [0,1.5]$$

Na figura 2.4 estes “transitórios” de $u(t)$ são acentuados por a, b, c e depois de um “transitório” inicial $u(t)$ estabelece um estado periódico constante. É importante observar que existe inicializações com que o estado periódico constante é alcançado sem “transitórios”, como é o caso em $u(0) = -2$.

O estado periódico constante de $u(t)$ revela as duas características fundamentais do *backlash*: A introdução de um atraso de fase, e a perda de informação por “alteração” dos picos de $v(t)$. Estes efeitos do *backlash* podem ser estudados mais detalhadamente em [13] e [23].

2.3.1.4 - *Backlash* na Entrada e na Saída da Planta.

Será considerado a seguir sistemas em que um elemento *backlash* $B(\cdot)$ está localizado na entrada ou na saída da planta, como mostram as figuras 2.5 e 2.6.

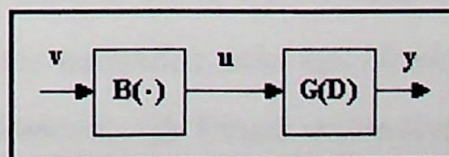


Figura 2.5: Planta com *backlash* na entrada.

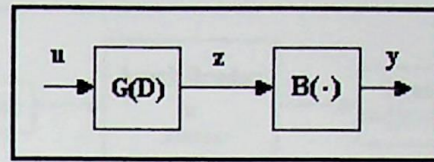


Figura 2.6 : Planta com *backlash* na saída.

Um exemplo de *backlash* na entrada da planta é mostrado na figura 2.7, onde o *backlash* está no mecanismo da válvula de controle e $G(s) = \frac{k}{s}$ é a função de transferência que juntamente com a diferença entre a afluência controlada u e o escoadoiro d não controlado, correspondem ao nível de líquido h .

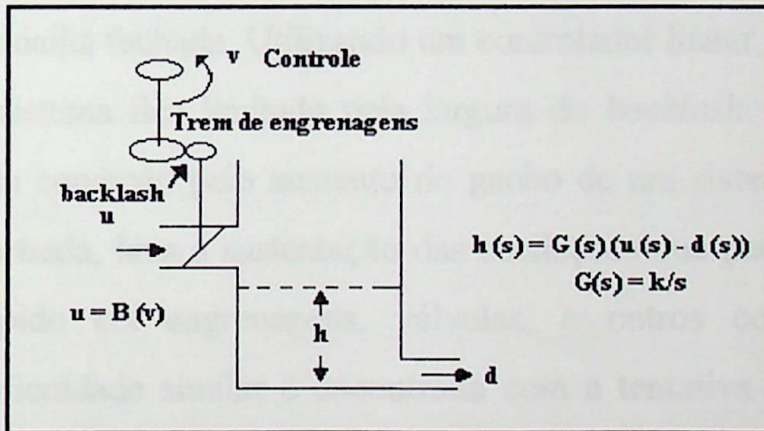


Figura 2.7: *Backlash* em uma válvula de controle de um tanque de líquido.

Um exemplo de *backlash* na saída é um simples servo de posição, onde $G(s)$ é a função de transferência da unidade amplificador/motor, como mostra a figura 2.8. Efeitos causados pelo *backlash* em trem de engrenagens de servomecanismos clássicos, já foram extensivamente estudados até os dias de hoje.

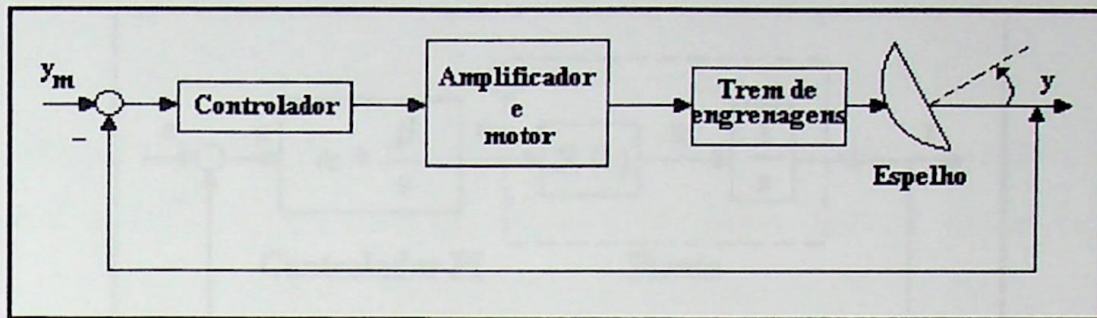


Figura 2.8: *Backlash* na saída de um sistema de posicionamento.

2.4 - Deterioração no Desempenho dos Sistemas.

Pode-se observar facilmente que a presença da característica *backlash* afeta desfavoravelmente o desempenho estático dos sistemas de controle em malha fechada. Utilizando um controlador linear, o desempenho estático do sistema fica limitado pela largura do *backlash*. A tentativa de melhorar esta condição pelo aumento do ganho de um sistema de controle em malha fechada, leva à sustentação das oscilações que podem causar um desgaste rápido em engrenagens, válvulas, e outros componentes de sistemas. Dificuldade similar é encontrada com a tentativa de se usar um controlador PI (Proporcional-integral).

A queda no desempenho dos sistemas devido ao *backlash* pode ser ilustrada por uma simples planta em malha-fechada contendo um controlador PI como mostra a figura 2.9. Um exemplo físico desta planta é o tanque de líquido mostrado na figura 2.7. Neste exemplo, tem-se o *backlash* na entrada da planta, e para especificá-lo a reta ascendente do *backlash* será descrita por $u(t) = v(t) - 1$ e a reta descendente por $u(t) = v(t) + 1$.

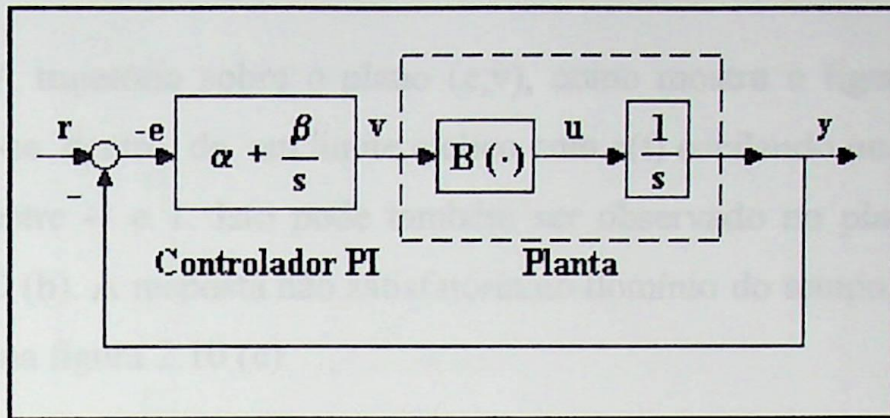


Figura 2.9: Planta com *backlash* na entrada e um regulador PI.

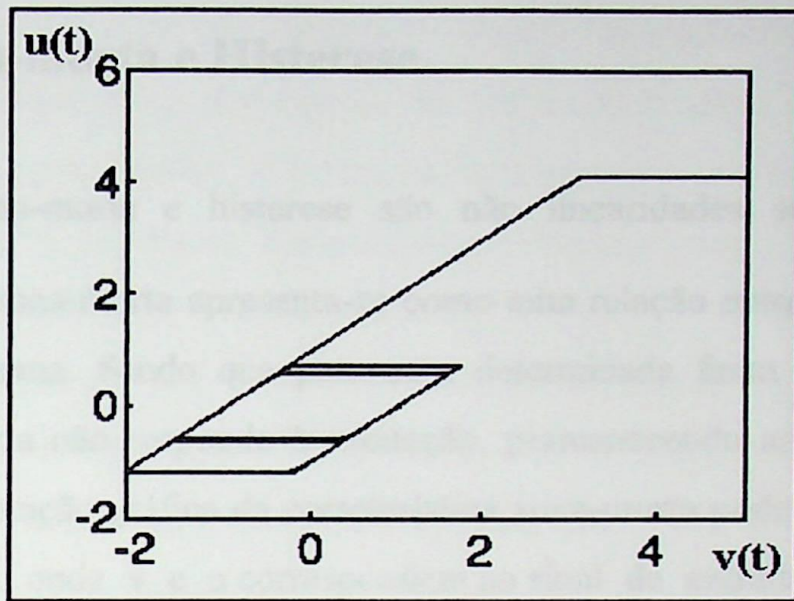
Pode-se verificar que com um controlador proporcional $v = -\alpha * e$, e $\beta = 0$, o erro $e(t) = y(t) - r(t)$ não pode ser reduzido a zero, exceto em caso específico quando $y(0) = r$ e $u(0) = 0$. O erro estático será $\frac{1}{\alpha}$ ou $\frac{-1}{\alpha}$. Neste caso mais simples, o erro pode ser reduzido através do aumento do ganho α . Portanto, em plantas mais complexas este método não é aconselhável, pois seria necessário um grande aumento do ganho α . Outro método para melhorar o desempenho de tais sistemas seria a introdução de um termo integrador com $\beta > 0$. Na figura 2.9 foi admitido $\alpha = \beta = 1$, e na ausência do *backlash* a equação característica será $s^2 + s + 1 = 0$, a qual significa que o par de pólos complexos terá uma relação de amortecimento igual a 0.5. Na presença do *backlash*, o efeito causado é mostrado na figura 2.10 (a) - (c), onde $r = 10$, e $y(0) = 5$, tendo um erro inicial $e(0) = -5$. O controlador de ação integral é inicializado em zero, então tem-se $v(0) = -\alpha * e(0) = 5$.

A trajetória sobre o plano (e,v) , como mostra a figura 2.10 (a), estabelece-se dentro de um limite cíclico com $e(t)$ oscilando no interior do *backlash* entre -1 e 1. Isto pode também ser observado no plano (u,v) da figura 2.10 (b). A resposta não satisfatória no domínio do tempo, poderá ser observada na figura 2.10 (c).

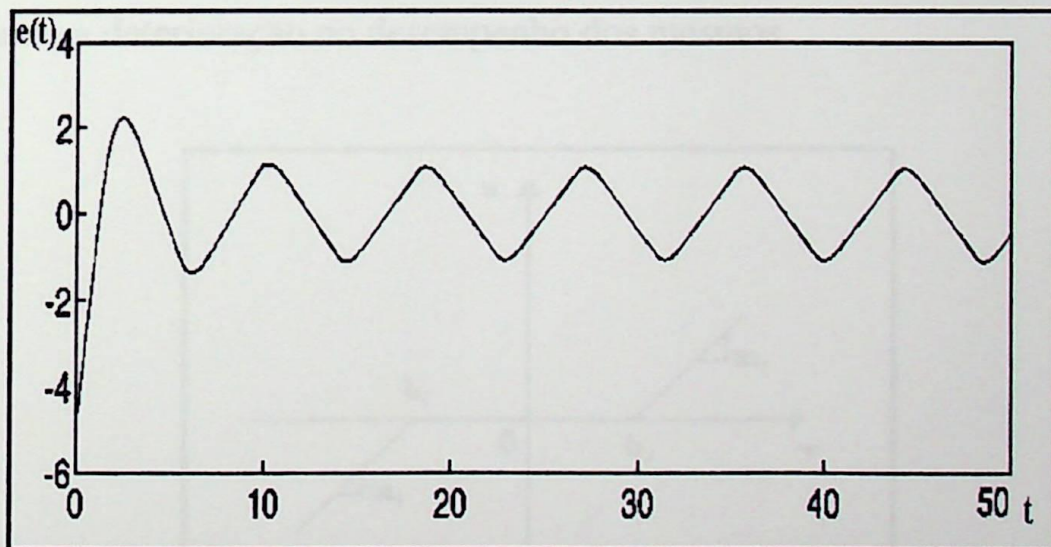
Em geral, controladores lineares não são suficientes para compensar não linearidades como o *backlash*. Sendo então necessário compensadores não lineares para melhorar o desempenho dos sistemas de malha fechada contendo tais não linearidades.



(a) Comportamento $e(t)$ x $v(t)$



(b) Comportamento $u(t) \times v(t)$



(c) Trajetória do erro $e(t)$

Figura 2.10: Respostas correspondentes à planta 2.9 com *backlash* na entrada.

2.5 - Zona-morta e Histerese.

Zona-morta e histerese são não linearidades semelhantes ao *backlash*.

A zona-morta apresenta-se como uma relação entre a entrada e a saída do sistema. Sendo que para uma determinada faixa de valores de entrada a saída não responde à excitação, permanecendo assim constante. Uma representação gráfica da característica zona-morta pode ser observada na figura 2.11, onde v e u correspondem ao sinal de entrada e de saída respectivamente. Em geral, nem os pontos de quebra $b_r \geq 0$, $b_l \leq 0$, nem as inclinações $m_r > 0$, $m_l > 0$, são iguais.

A característica zona-morta atinge uma infinidade de sistemas, causando a deterioração no desempenho dos mesmos.

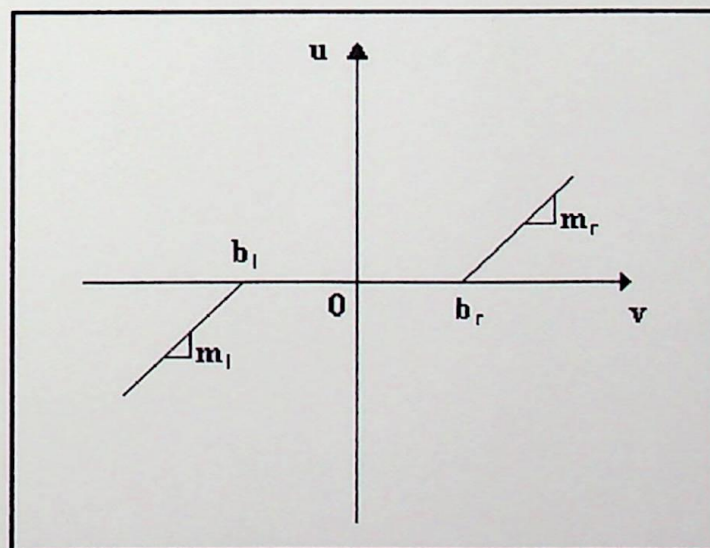


Figura 2.11: Representação gráfica da zona-morta.

O fenômeno da histerese ocorre normalmente com mais frequência e com maior diversidade do que os fenômenos do *backlash* e zona-morta já mencionados. A histerese ferromagnética é o tipo de histerese mais conhecida, entretanto características similares são encontradas em plásticos, piezoelétricos, e outros materiais.

Atualmente são encontrados modelos matemáticos de histerese extremamente sofisticados. Além disso, há também vários modelos empíricos detalhados para componentes específicos tais como solenóides, atuadores, e piezoelétricos.

Compensação da Não-Linearidade
Backlash

3.1 - Backlash Inverso

Em sistemas controlado a característica backlash não é possível obter uma resposta satisfatória usando somente controladores lineares. Portanto, para se obter uma resposta satisfatória torna-se necessário alguma compensação. Uma compensação projetada para um backlash possui um backlash inverso fixo ou adaptativo.

O backlash pode ser representado por $y = B(x)$. Então a compensação projetada para um backlash $B(x)$ na entrada da planta, seria $-B(x)$, onde $B(x)$ é o backlash inverso projetado e x é a entrada da

Compensação da Não Linearidade

Backlash

No sentido, o backlash inverso é geralmente construído. Sendo assim, quando um backlash inverso estimado $\hat{B}(x)$ poderá ser implementado. Esta estimativa deverá ter uma implementação "suave" de sua saída, e para isto será utilizado para o backlash regras adaptativas especialmente projetadas para cada caso.

O projeto de compensação mostrado na figura 3.1 pode ser descrito por:

$$u = -\hat{B}(x) + u_c$$

$$(3.1)$$

3.1 - *Backlash* Inverso

Em sistemas contendo a característica *backlash* não é possível obter uma resposta satisfatória usando somente controladores lineares. Portanto, para se obter uma resposta satisfatória torna-se necessário adicionar compensadores não lineares especialmente projetados para este fim, os quais possuem um *backlash* inverso fixo ou adaptativo.

O *backlash* pode ser representado por $u = B(v)$. Então o compensador projetado para um *backlash* $B(\cdot)$ na entrada da planta será $v = BI(u_d)$, onde $BI(\cdot)$ é o *backlash* inverso projetado e u_d é a entrada de controle. Se a característica inversa for exata, então $u = B[BI(u_d)] = u_d$ atinge o objetivo de controle como se $B(\cdot)$ estivesse ausente. Neste caso, $BI(\cdot)$ é o inverso adequado do *backlash* $B(\cdot)$.

Na realidade, o *backlash* inverso é raramente conhecido. Sendo assim, somente um *backlash* inverso estimado $\hat{BI}(\cdot)$ poderá ser implementado. Este estimador deverá ter uma atualização “on-line” de seus dados, e para isto será utilizado para o *backlash* regras adaptativas especialmente projetadas para cada caso.

O projeto de compensação mostrado na figura 3.1 pode ser descrito por:

$$v(t) = \hat{BI}[u_d(t)] \quad (3.1)$$

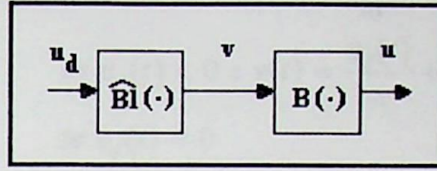


Figura 3.1: Compensação para o *backlash* na entrada.

Onde o *backlash* inverso estimado $\widehat{BI}(\cdot)$ poderá ser fixo ou adaptativo.

3.2 - Característica Inversa

No Capítulo 2 foi visto que um dos efeitos prejudiciais do *backlash* sobre o desempenho dos sistemas, refere-se ao atraso correspondente ao tempo necessário para o sinal de entrada atravessar o segmento interno do *backlash*. O *backlash* inverso exato $BI(\cdot)$, fará a travessia deste segmento instantaneamente e cancelará este efeito indesejável. Outro efeito prejudicial do *backlash* é a perda de informação ocorrida no segmento interno quando a saída $u(t)$ permanece constante enquanto a entrada $v(t)$ continua a mudar, como ilustrado na figura 2.4. Estes dois efeitos indesejáveis serão eliminados com a introdução do *backlash* inverso $v(t) = BI [u_d(t)]$:

$$\dot{v}(t) = \begin{cases} \frac{1}{m} \dot{u}_d(t) & \text{se } \dot{u}_d(t) > 0 \text{ e } v(t) = \frac{u_d(t)}{m} + c_r, \text{ ou} \\ & \text{se } \dot{u}_d(t) < 0 \text{ e } v(t) = \frac{u_d(t)}{m} + c_l \\ 0 & \text{se } \dot{u}_d(t) = 0 \\ g(t,t) & \text{se } \dot{u}_d(t) > 0 \text{ e } v(t) = \frac{u_d(t)}{m} + c_l \\ -g(t,t) & \text{se } \dot{u}_d(t) < 0 \text{ e } v(t) = \frac{u_d(t)}{m} + c_r \end{cases} \quad (3.2)$$

Nesta definição, o inverso de um segmento horizontal da característica *backlash* é um salto vertical definido como a integral no tempo da função impulso.

$$g(\tau, t) = \delta(\tau - t) (c_r - c_l). \quad (3.3)$$

Onde $\delta(t)$ é a Função δ de Dirac.

Portanto, um salto ascendente do *backlash* inverso poderá ser implementado como:

$$v(t^+) = v(t^-) + \int_{t^-}^{t^+} g(\tau, t) dt = \frac{u_d(t^-)}{m} + c_r \quad (3.4)$$

O objetivo deste salto em $BI(\bullet)$ é eliminar o atraso causado por um segmento interno em $B(\bullet)$. E, de um modo similar, o uso de (3.2) restaura a informação que foi perdida em (2.1).

Lema 3.1 [23] - O *backlash* inverso $BI(\bullet)$ definido em (3.2) é o inverso adequado da característica $B(\bullet)$ definida por (2.1) no sentido que

$$u_d(t_o) = B \{BI[u_d(t_o)]\} \Rightarrow B\{BI[u_d(t)]\} = u_d(t) \quad \forall t \geq t_o \quad (3.5)$$

Prova: Supondo que $\dot{u}_d(t) > 0$ para $t \in [t_o, t_1]$ e algum $t_1 > t_o$. Primeiro, se $v(t_o) = \frac{u_d(t_o)}{m} + c_r$ e $u(t_o) = m [v(t_o) - c_r]$, então segue de (3.2), (2.1) que $\dot{u}(t) = m \dot{v}(t) = m \frac{\dot{u}_d(t)}{m} = \dot{u}_d(t)$ para $t \in [t_o, t_1]$ com $u(t_o) = u_d(t_o)$. Portanto, $B\{BI [u_d(t)]\} = u_d(t)$ para algum $t \in [t_o, t_1]$.

Segundo, se $v(t_o) = \frac{u_d(t_o)}{m} + c_l$ e $u(t_o) = m [v(t_o) - c_l]$, então, conforme (3.2) $v(t)$ terá um salto em $t = t_o$ assim que $v(t) = \frac{u_d(t)}{m} + c_r$ para $t = t_o^+$. O salto em $v(t)$ faz $u(t)$ atravessar um segmento interno assim que $u(t_o^+) = m [v(t_o^+) - c_r]$, situação esta que se reduz ao primeiro caso acima. Quando $\dot{u}_d(t) < 0$ para $t \in [t_o, t_1]$, uma análise similar mostra que $B\{BI [u_d(t)]\} = u_d(t)$ para algum $t \in [t_o, t_1]$. Se $\dot{u}_d = 0$ para $t \in [t_o, t_1]$, então $B\{BI [u_d(t)]\} = u_d(t)$ mantém-se para algum $t \in [t_o, t_1]$.

Se $\dot{u}_d(t)$ muda de sinal em $t = t_1$, então conforme (3.2), $v(t)$ terá um salto em $t = t_1$ assim que $v(t) = \frac{u_d(t)}{m} + c_r$ para $\dot{u}_d(t_1^+) > 0$, e $v(t) = \frac{u_d(t)}{m} + c_l$ para $\dot{u}_d(t_1^+) < 0$. O salto em $v(t)$ faz $u(t)$ atravessar um segmento interno assim que $u(t_1^+) = m [v(t_1^+) - c_r]$ para $\dot{u}_d(t_1^+) > 0$, e $u(t_1^+) = m [v(t_1^+) - c_l]$ para $\dot{u}_d(t_1^+) < 0$. Então pode-se repetir o procedimento acima para mostrar que $B\{BI [u_d(t)]\} = u_d(t)$ para algum $t \geq t_1 \nabla$.

As equações (3.2) - (3.4) não podem definir um *backlash* inverso somente se o sinal de $u_d(t)$ é tal que $v(t)$ e $u(t)$ nunca deixam um segmento interno. Esta situação pode acontecer somente se $v(0)$, $u(0)$ estão inicialmente sobre um segmento interno e $\dot{u}_d(t) = 0$ para $t \geq 0$, ou se $\dot{u}_d(t)$ não mudar de sinal, sendo o incremento total de $\frac{u_d(t)}{m}$ insuficiente para $v(t)$, $u(t)$ deixar o segmento.

Como $u_d(t)$ é um sinal a nossa disposição, a situação acima pode ser remediada. Se $u_d(t)$ não alcançar t_0 definido em (3.5), então $BI(\bullet)$ poderá ser inicializado como segue:

$$v(t_0^+) = \begin{cases} \frac{u_d(t_0)}{m} + c_r & \text{se } v(t_0) = \frac{u_d(t)}{m} + c_l \\ \frac{u_d(t_0)}{m} + c_l & \text{se } v(t_0) = \frac{u_d(t_0)}{m} + c_r \end{cases}$$

Estas equações sempre resultarão em $u_d(t_0^+) = B\{BI[u_d(t_0^+)]\}$ assim que (3.5) mantiver-se para todo $t > t_0$.

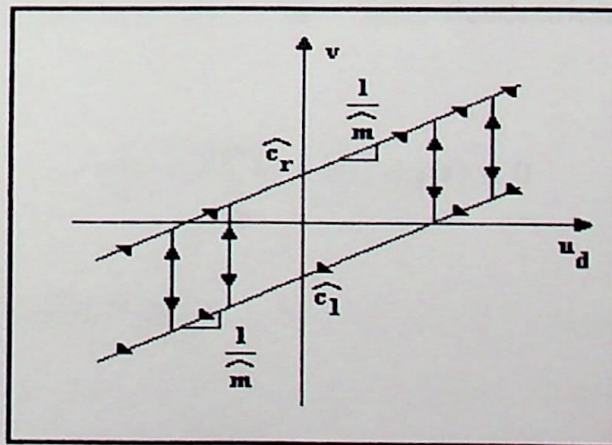


Figura 3.2: Representação gráfica do *backlash* inverso.

Quando os parâmetros do *backlash* m, c_r, c_l , são desconhecidos, deverá ser utilizado seus estimadores $\hat{m}, \hat{c}_r, \hat{c}_l$ para projetar um *backlash* inverso estimado: $v(t) = \hat{BI}[u_d(t)]$, caracterizado por:

$$v(t) = \begin{cases} \frac{1}{\hat{m}} \dot{u}_d(t) & \text{se } \dot{u}_d(t) > 0 \text{ e } v(t) = \frac{u_d(t)}{\hat{m}} + \hat{c}_r, \\ \frac{1}{\hat{m}} \dot{u}_d(t) & \text{se } \dot{u}_d(t) < 0 \text{ e } v(t) = \frac{u_d(t)}{\hat{m}} + \hat{c}_l, \\ 0 & \text{se } \dot{u}_d(t) = 0 \\ \hat{g}(t, t) & \text{se } \dot{u}_d(t) > 0 \text{ e } v(t) = \frac{u_d(t)}{\hat{m}} + \hat{c}_l \\ -\hat{g}(t, t) & \text{se } \dot{u}_d(t) < 0 \text{ e } v(t) = \frac{u_d(t)}{\hat{m}} + \hat{c}_l \end{cases} \quad \text{ou} \quad (3.6)$$



Onde $\hat{g}(\tau, t) = \delta(\tau, t)(\hat{c}_r - \hat{c}_l)$ é o estimador de $g(\tau, t)$ definido em (3.3).

Graficamente, o *backlash* inverso (3.6) com parâmetros estimados pode ser representado como mostra a figura 3.2, por duas linhas retas e saltos verticais entre estas linhas, onde o lado descendente é dado por:

$$v(t) = \frac{u_d(t)}{\hat{m}} + \hat{c}_l, \quad \dot{u}_d(t) < 0 \quad (3.7)$$

e o lado ascendente é dado por:

$$v(t) = \frac{u_d(t)}{\hat{m}} + \hat{c}_r, \quad \dot{u}_d(t) > 0 \quad (3.8)$$

Saltos verticais de $v(t)$ ocorrem quando $\dot{u}_d(t)$ muda de sinal. Supondo que o movimento esteja sobre o lado ascendente de $\hat{BI}(\cdot)$, que é, $v(t_1) = \frac{u_d(t_1)}{\hat{m}} + \hat{c}_r$ para algum $t_1 \geq 0$. Se $\dot{u}_d(t_1) < 0$, então um salto vertical de $v(t)$ ocorre assim que $v(t_1^+) = \frac{u_d(t_1^+)}{\hat{m}} + \hat{c}_l$. Se $\dot{u}_d(t) \geq 0$ para $t \in [t_1, t_2]$, então $v(t)$ e $u_d(t)$ permanecerão sobre o lado ascendente enquanto $v(t) = \frac{u_d(t)}{\hat{m}} + \hat{c}_r$.

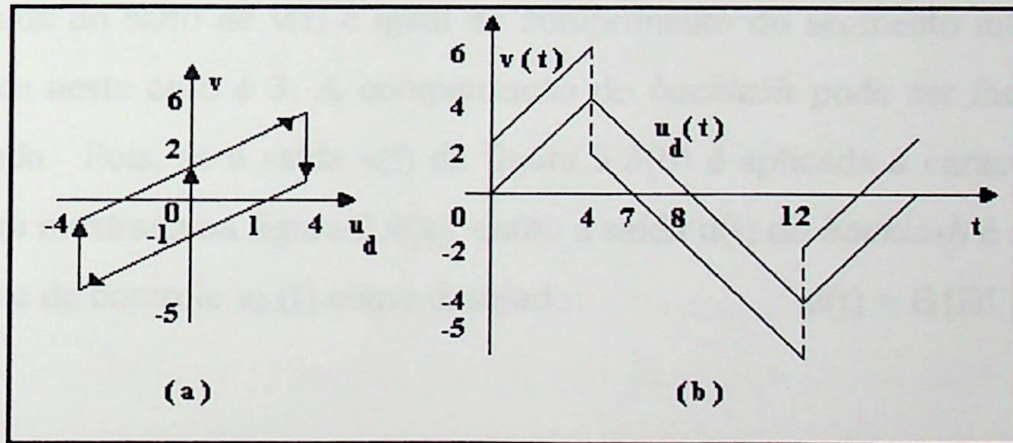


Figura 3.3: Resposta do *backlash* inverso a uma entrada dente de serra.

3.3 - Compensação do *Backlash*

Analisou-se a resposta para uma entrada dente de serra mostrada na figura 2.4, onde o *backlash* causou um atraso de fase e os “cortes” dos picos da onda de entrada. Para se compensar estas distorções será implementado o *backlash* inverso exato $BI(\cdot)$ mostrado na figura 3.3(a),

para a característica *backlash* $B(\cdot)$ da figura 2.4(a). A saída do *backlash* inverso é aplicada na entrada do *backlash*, tendo assim $v(t) = BI[u_d(t)]$, que é mostrado na figura 3.3(b), onde o movimento inicia-se com $u_d(0) = v(0) = 0$.

Em $t = 0$, $v(t)$ salta para $v(0^+) = 2$ sobre o lado ascendente. Para $t \in (0,4)$, $\dot{u}_d(t) = 1$ não muda, sendo assim o movimento permanece sobre o lado ascendente dado em (3.8). Para $t \in (4,12)$, $\dot{u}_d(t) = -1$, e o lado descendente dado em (3.7) torna-se ativo. Em $t = 4$, $\dot{u}_d(t)$ muda de sinal, causando um salto de $v(t)$ para o lado descendente. Devido a uma subsequente mudança de sinal de $\dot{u}_d(t)$, ocorre novamente um salto vertical em $t = 12$. A magnitude do salto de $v(t)$ é igual ao comprimento do segmento interno de $B(\cdot)$, que neste caso é 3. A compensação do *backlash* pode ser facilmente verificada. Pois, se a saída $v(t)$ da figura 3.3(b) é aplicada à característica *backlash* mostrada na figura 2.4(a), então a saída $u(t)$ do *backlash* é idêntica à entrada de controle $u_d(t)$ como desejado:

$$u(t) = B\{BI[u_d(t)]\} = u_d(t).$$

3.4 - Representação Discreta

Para aplicações discretas o modelamento do *backlash* (2.1) não é apropriado devido a descontinuidade dos sinais. No capítulo 2, obteve-se o seguinte modelo discreto para o *backlash*:

$$u(t) = B[v(t)] = \begin{cases} m[v(t) - c_l] & \text{se } v(t) \leq v_l \\ m[v(t) - c_r] & \text{se } v(t) \geq v_r \\ u(t-1) & \text{se } v_l < v(t) < v_r \end{cases} \quad (3.9)$$

onde :

$$v_l = \frac{u(t-1)}{m} + c_l; \quad v_r = \frac{u(t-1)}{m} + c_r;$$

Para este modelamento do *backlash*, o *backlash* inverso exato será:

$$v(t) = BI [u_d(t)] = \begin{cases} v(t-1) & \text{se } u_d(t) = u_d(t-1) \\ \frac{u_d(t)}{m} + c_l & \text{se } u_d(t) < u_d(t-1) \\ \frac{u_d(t)}{m} + c_r & \text{se } u_d(t) > u_d(t-1) \end{cases} \quad (3.10)$$

A versão discreta do lema 3.1 afirma que a característica $BI(\cdot)$ definida por (3.10) é o inverso apropriado da característica *backlash* $B(\cdot)$ definida por (3.9) tal que $u_d(t_0) = B\{BI[u_d(t_0)]\} \Rightarrow B\{BI[u_d(t)]\} = u_d(t)$, $\forall t \geq t_0$.

Uma inicialização de $BI(\cdot)$ dada por:

$$v(t_0^+) = \begin{cases} \frac{u_d(t_0)}{m} + c_r & \text{se } v(t_0) = \frac{u_d(t_0)}{m} + c_l \\ \frac{u_d(t_0)}{m} + c_l & \text{se } v(t_0) = \frac{u_d(t_0)}{m} + c_r \end{cases}$$

resulta em $u_d(t_0^+) = B\{BI[u_d(t_0^+)]\}$, quando $v(t)$ salta de $v(t_0)$ para $v(t_0^+)$.

Baseado nos estimadores $\hat{m}, \hat{c}_r, \hat{c}_l$, o *backlash* inverso discreto estimado $v(t) = \hat{BI}[u_d(t)]$ será:

$$v(t) = \begin{cases} v(t-1) & \text{se } u_d(t) = u_d(t-1) \\ \frac{\hat{u}_d(t)}{\hat{m}} + \hat{c}_l & \text{se } u_d(t) < u_d(t-1) \\ \frac{\hat{u}_d(t)}{\hat{m}} + \hat{c}_r & \text{se } u_d(t) > u_d(t-1) \end{cases} \quad (3.11)$$

Para garantir a implementação do *backlash* inverso estimado, assume-se que $c_l \leq 0 \leq c_r$ e $m \geq m_0$ para algum valor de $m_0 > 0$ conhecido; e escolhe-se os estimadores $\hat{m}, \hat{c}_r, \hat{c}_l$ tal que $\hat{m} \geq m_0, \hat{c}_r \geq 0$ e $\hat{c}_l \leq 0$.

3.5 - Parametrização

A próxima tarefa será expressar o erro $u(t) - u_d(t)$ do *backlash* inverso, em termos de uma parte parametrizável e outra parte não parametrizável, porém limitada. Para dar uma descrição compacta do *backlash* inverso estimado (3.6) ou (3.11), serão introduzidas algumas funções denominadas funções indicadoras do *backlash* inverso.

$$\hat{x}_r(t) = x[v(t) = \frac{u_d(t)}{\hat{m}} + \hat{c}_r] \quad (3.12)$$

$$\hat{x}_l(t) = x[v(t) = \frac{u_d(t)}{\hat{m}} + \hat{c}_l] \quad (3.13)$$

$$\text{Sendo que: } \hat{x}_r(t) + \hat{x}_l(t) = 1 \quad (3.14)$$

$$\hat{x}_l^2(t) = \hat{x}_l(t), \quad \hat{x}_r^2(t) = \hat{x}_r(t), \quad \hat{x}_l(t) \hat{x}_r(t) = 0 \quad (3.15)$$

Usando (3.7), (3.8), (3.12) - (3.15), pode-se expressar $v(t)$ como:

$$v(t) = \hat{x}_r(t) + \hat{x}_l(t) v(t) = \frac{\hat{x}_r(t)}{\hat{m}} [u_d(t) + \hat{m} \hat{c}_r] + \frac{\hat{x}_l(t)}{\hat{m}} [u_d(t) + \hat{m} \hat{c}_l] \quad (3.16)$$

Também será feita a introdução de algumas funções indicadoras para o *backlash*.

$$x_r(t) = x[\dot{u}(t) > 0], \quad x_l(t) = x[\dot{u}(t) < 0], \quad x_s(t) = x[\dot{u}(t) = 0].$$

Estas funções satisfazem as seguintes relações óbvias:

$$\begin{aligned} x_r(t) + x_l(t) + x_s(t) &= 1 \\ x_l^2(t) &= x_l(t), \quad x_r^2(t) = x_r(t), \quad x_s^2(t) = x_s(t) \\ x_l(t) x_r(t) &= 0, \quad x_l(t) x_s(t) = 0, \quad x_s(t) x_r(t) = 0 \end{aligned}$$

Com a ajuda destas relações, chega-se a uma expressão compacta para a saída $u(t)$ do *backlash* $B(\cdot)$.

$$\begin{aligned} u(t) &= [x_r(t) + x_l(t) + x_s(t)] u(t) \\ &= x_r(t)m[v(t) - c_r] + x_l(t)m[v(t) - c_l] + x_s(t)u_s \end{aligned} \quad (3.17)$$

Onde u_s é uma constante genérica correspondendo ao valor de $u(t)$ em um segmento interno ativo caracterizado por:

$$\frac{u_s}{m} + c_l \leq v(t) \leq \frac{u_s}{m} + c_r$$

Multiplicando ambos os lados de (3.16) por $\hat{x}_l(t)$ e usando (3.15), obtém-se:

$$\hat{x}_l(t)u_d(t) = \hat{x}_l(t)[\hat{m} v(t) - \hat{m} \hat{c}_l] \quad (3.18)$$

Similarmente tem-se:

$$\hat{x}_r(t)u_d(t) = \hat{x}_r(t)[\hat{m} v(t) - \hat{m} \hat{c}_r] \quad (3.19)$$

Usando (3.14), (3.18), e (3.19) $u_d(t)$ pode ser dado como segue:

$$\begin{aligned} u_d(t) &= [\hat{x}_l(t) + \hat{x}_r(t)] u_d(t) \\ &= \hat{x}_l(t)[\hat{m} v(t) - \hat{m} \hat{c}_l] + \hat{x}_r(t)[\hat{m} v(t) - \hat{m} \hat{c}_r] \end{aligned} \quad (3.20)$$

De (3.14), (3.17), (3.20), tem-se a seguinte relação entre $u(t)$ e $u_d(t)$:

$$\begin{aligned}
 u(t) = & u_d(t) + \hat{x}_r(t) \{ [m [v(t) - c_r] - \hat{m} v(t) + \hat{m} \hat{c}_r] \\
 & + \hat{x}_l(t) \{ m [v(t) - c_l] - \hat{m} v(t) + \hat{m} \hat{c}_l \} + d_b(t) \quad (3.21)
 \end{aligned}$$

A parte não parametrizável do erro $u(t) - u_d(t)$ pode ser dada por:

$$\begin{aligned}
 d_b(t) = & [x_r(t) - \hat{x}_r(t)] \{ m [v(t) - c_r] \} + [x_l(t) - \hat{x}_l(t)] \{ m [v(t) - c_l] \} + x_s(t) u_s \\
 & (3.22)
 \end{aligned}$$

De (3.22), observa-se que $d_b(t)$ é reduzido a zero se $x_r(t) - \hat{x}_r(t) = x_l(t) - \hat{x}_l(t) = x_s(t) = 0$.

Esta condição é satisfeita se $\hat{m} = m$, $\hat{c}_l = c_l$, e $\hat{c}_r = c_r$ pois depois da inicialização, o movimento de $v(t)$, $u(t)$ não estará sobre uns dos segmentos internos. E $u(t)$, $v(t)$ estarão sobre o lado ascendente (ou descendente) de $B(\cdot)$, se e somente se $u_d(t)$, $v(t)$ estiverem sobre o lado ascendente (ou descendente) de $BI(\cdot)$.

Quando ocorre algum erro na estimação de parâmetro, tem-se $d_b(t) \neq 0$, sendo que o valor de $d_b(t)$ é limitado para algum $t \geq 0$.

Proposição 3.1: A parte não parametrizável $d_b(t)$ do erro $u(t) - u_d(t)$ do *backlash* inverso é limitada para algum $t \geq 0$. Além disso, esta se reduz a zero para $t \geq t_0$ quando os parâmetros estimados do *backlash* são iguais aos

seus valores verdadeiros, portanto $\hat{m} = m$, $\hat{c}_l = c_l$, e $\hat{c}_r = c_r$. O *backlash* inverso é inicializado em t_0 : $B\{BI[u_d(t_0)]\} = u_d(t_0)$.

Prova: Há três diferentes casos a serem examinados:

(I) Se $x_l(t) = 1$, $x_r(t) = x_s(t) = 0$, então

$$d_b(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } \hat{x}_l(t) = 1, \hat{x}_r(t) = 0 \\ m(c_r - c_l) & \text{se } \hat{x}_l(t) = 0, \hat{x}_r(t) = 1 \end{cases}$$

(II) Se $x_r(t) = 1$, $x_l(t) = x_s(t) = 0$, então

$$d_b(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } \hat{x}_l(t) = 0, \hat{x}_r(t) = 1 \\ m(c_l - c_r) & \text{se } \hat{x}_l(t) = 1, \hat{x}_r(t) = 0 \end{cases}$$

(III) Se $x_s(t) = 1$, $x_l(t) = x_r(t) = 0$, então

$$d_b(t) = \begin{cases} m(c_l - c_{ls}) & \text{se } \hat{x}_l(t) = 1, \hat{x}_r(t) = 0 \\ m(c_r - c_{rs}) & \text{se } \hat{x}_l(t) = 0, \hat{x}_r(t) = 1 \end{cases}$$

Onde c_{ls} e c_{rs} dependem do movimento de $v(t)$ e $u(t)$ sobre o segmento interno quando $x_s(t) = 1$, cujos valores estão no intervalo (c_l, c_r) .

A segunda parte segue diretamente do lema 3.1 e de (3.21). ∇

Para se obter uma expressão compacta para (3.21), redefine-se os

parâmetros estimados $\hat{m}c_r = \hat{m} \hat{c}_r$, $\hat{m}c_l = \hat{m} \hat{c}_l$, e introduz os parâmetros dos vetores θ_b^* , θ_b e do vetor regressor $\omega_b(t)$:

$$\theta_b^* = [mc_r, m, mc_l]^T \quad (3.23)$$

$$\theta_b = [\hat{m}c_r, \hat{m}, \hat{m}c_l]^T \quad (3.24)$$

$$\omega_b(t) = [\hat{x}_r(t), -v(t), \hat{x}_l(t)]^T \quad (3.25)$$

Usando (3.20), (3.24) e (3.25), o *backlash* inverso (3.2) poderá ser expresso como:

$$u_d(t) = -\theta_b^* \omega_b(t) \quad (3.26)$$

Finalmente, usando (3.21), (3.23) - (3.25), obtém-se a expressão parametrizada para o erro $u(t) - u_d(t)$ do *backlash* inverso em termos do erro dos parâmetros $\theta_b - \theta_b^*$ com uma parte não parametrizável limitada $d_b(t)$:

$$u(t) - u_d(t) = (\theta_b - \theta_b^*)^T \omega_b(t) + d_b(t) \quad (3.27)$$

Estas expressões parametrizadas serão utilizadas em projetos adaptativos inversos nos capítulos subsequentes.

3.6 - A Compensação do *Backlash*

Visto que a característica *backlash* é pouco conhecida e varia com o tempo, a meta principal deste trabalho será desenvolver um compensador inverso adaptativo para o *backlash*. Entretanto, em algumas

situações quando estas não linearidades são conhecidas, projetos de compensação baseados em uma aproximação inversa fixa podem conduzir à uma melhoria significativa do desempenho do sistema de controle. O objetivo deste capítulo é projetar e analisar um compensador inverso para plantas com *backlash* na entrada das mesmas. Serão considerados quatro diferentes casos no desenvolvimento do compensador inverso fixo.

(I) A parte não linear e a parte linear são ambas conhecidas;

(II) A parte não linear é conhecida, e a parte linear é desconhecida;

(III) A parte não linear é desconhecida, e a parte linear é conhecida;

(IV) A parte não linear e a parte linear são ambas desconhecidas.

Para o caso (I) e caso (II), o projeto de compensação emprega um inverso com parâmetros exatos para cancelar o *backlash*, e uma estrutura de controle linear fixa ou adaptativa para que a saída alcance a trajetória de um dado sinal de referência. Para o caso (III) e caso (IV), o projeto de compensação utiliza-se de parâmetros estimados pois os parâmetros exatos são desconhecidos, com uma estrutura de controle adaptativa.

Tal projeto de compensação pode garantir um sinal de malha fechada limitado se o erro apresentado pelos parâmetros inversos for reduzido.

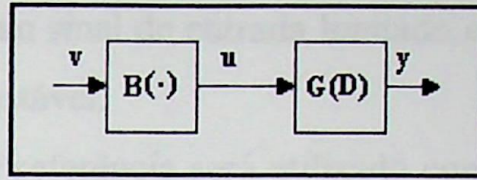


Figura 3.4: Planta com *backlash* na entrada.

3.7 - Objetivo de Controle

Considerando a planta com uma parte não linear $B(\cdot)$ na entrada da parte linear $G(D)$, como é mostrado na figura 3.4 e descrito por

$$y(t) = G(D) u(t), \quad u(t) = B[v(t)] \quad (3.28)$$

Onde $G(D) = k_p \frac{Z(D)}{P(D)}$, k_p é um ganho constante e $Z(D)$ e $P(D)$ são polinômios mônicos de grau n e m , respectivamente. O símbolo D pode denotar:

1. A variável s da transformada de Laplace ou o operador diferencial $D[x](t) = \dot{x}(t)$ em tempo contínuo.
2. A variável z da transformada - z ou o operador de avanço $D[x](t) = x(t+1)$ em tempo discreto.

Um dos objetivos do projeto, é obter uma saída cuja trajetória seja estável e siga um determinado sinal de referência. O desempenho da trajetória será medido através do erro entre a saída da planta $y(t)$ e a saída $y_m(t)$ de um dado modelo de referência.

$$y_m(t) = W_m(D) r(t) \quad (3.29)$$

Onde $r(t)$ é um sinal de entrada limitado e $W(D)$ é uma função de transferência racional estável.

O modelo de referência será utilizado como estratégia de controle para projetar uma estrutura de controle linear combinada com uma característica inversa fixa $\hat{BI}(\cdot)$ para compensar o *backlash* $B(\cdot)$. São feitas as seguintes suposições para a planta e as funções de transferências $G(D)$ e $W_m(D)$:

(A₁) $Z(D)$ é um polinômio estável

(A₂) O grau n de $P(D)$ é conhecido

(A₃) O grau relativo $n^* = n - m$ de $G(D)$ é conhecido

(A₄) O sinal do ganho k_p é conhecido

(A₅) $W_m(D) = P_m^{-1}(D)$, para um polinômio estável $P_m(D)$ de grau n^* (para um projeto discreto, $P_m(D) = D^{n^*}$).

Enfatiza-se que o sinal $u(t)$ não está disponível para medição e também apresenta-se inacessível para controle.

3.8 - Controle Inverso Fixo

Como já foi mostrado anteriormente, existe um *backlash* inverso exato tal que:

$$u(t) = B\{BI[u_d(t)]\} = u_d(t), \quad t \geq t_0 \quad (3.30)$$

Provido que o *backlash* inverso é inicializado corretamente:

$$u(t_0) = B\{BI[u_d(t_0)]\} \quad (3.31)$$

Isto significa que o *backlash* inverso $BI(\cdot)$ cancela o efeito do *backlash* $B(\cdot)$, assim $u_d(t)$ pode ser projetado para um controlador linear tal que garanta o desempenho do sistema $G(D)$ em questão. Será realizado o projeto de um controlador inverso fixo para dois casos: um para $G(D)$ conhecido e outro para $G(D)$ desconhecido.

3.8.1 - Projeto para $G(D)$ Conhecido

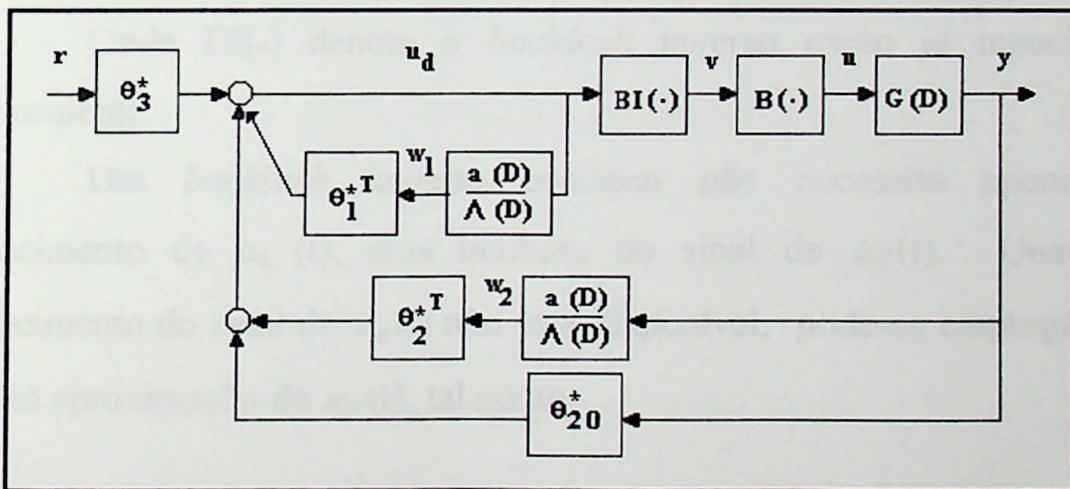


Figura 3.5: Controlador inverso fixo para $G(D)$ conhecido.

O sinal $u_d(t)$ observado na figura 3.5, é parametrizado linearmente como:

$$u_d(t) = \theta_1^{*T} \omega_1(t) + \theta_2^{*T} \omega_2(t) + \theta_{20}^* y(t) + \theta_3^* r(t) \quad (3.32)$$

onde $\omega_1(t)$, $\omega_2(t)$ são os sinais de dois filtros idênticos:

$$\omega_1(t) = \frac{a(D)}{\Lambda(D)} u_d(t), \quad \omega_2(t) = \frac{a(D)}{\Lambda(D)} y(t) \quad (3.33)$$

e θ_1^* , θ_2^* , θ_{20}^* , θ_3^* são parâmetros constantes. O sinal $u_d(t)$ é então usado como a entrada de $BI(\cdot)$ para gerar o controle $v(t)$:

$$v(t) = BI [u_d(t)] \quad (3.34)$$

Onde $BI(\cdot)$ denota o *backlash* inverso exato já mencionado anteriormente.

Um *backlash* inverso contínuo não necessita apenas do conhecimento de $u_d(t)$, mas também do sinal de $\dot{u}_d(t)$. Quando o conhecimento do sinal de $\dot{u}_d(t)$ não está disponível, pode-se empregar uma simples aproximação de $\dot{u}_d(t)$, tal como:

$$\dot{u}_d(t) \approx \frac{s}{\tau s + 1} u_d(t)$$

Onde $\tau > 0$ é uma constante de valor pequeno [23]. Se ambos $\dot{y}(t)$ e $\dot{r}(t)$ estão disponíveis para medição e $\dot{r}(t)$ é limitado, então $\dot{u}_d(t)$ pode ser calculado por diferenciação (3.32):

$$\dot{u}_d(t) = \theta_1^* \frac{sa(s)}{\Lambda(s)} u_d(t) + \theta_2^{*T} \frac{sa(s)}{\Lambda(s)} y(t) + \theta_{20}^* \dot{y}(t) + \theta_3^* \dot{r}(t)$$

Se $\dot{y}(t)$ não está disponível, mas $\dot{r}(t)$ está disponível para medição e é limitado, então tem-se

$$a(D) = [1, D, \dots, D^{n-1}]^T \quad a(s) = a(s)$$

Com $\Lambda(D) = \Lambda(s)$ sendo um polinômio estável de grau n , e com os seguintes parâmetros do controlador:

$$\theta_1^* \in R^n, \theta_2^* \in R^n, \theta_{20}^* = 0 \quad e \quad \theta_3^* = kp^{-1} \quad (3.35)$$

Onde θ_1^* e θ_2^* satisfazem a igualdade

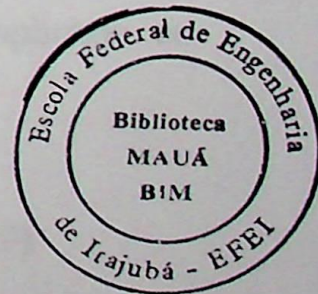
$$\theta_1^{*T} a(D) P(D) + \theta_2^{*T} a(D) kpZ(D) = \Lambda(D) [P(D) - Z(D) P_m(D)] \quad (3.36)$$

Portanto, a nova estrutura do controlador torna-se:

$$u_d(t) = \theta_1^{*T} \omega_1(t) + \theta_2^{*T} \omega_2(t) + \theta_3^* r(t) \quad (3.37)$$

Então $\dot{u}_d(t)$ será calculado como segue:

$$\dot{u}_d(t) = \theta_1^* \frac{sa(s)}{\Lambda(s)} u_d(t) + \theta_2^{*T} \frac{sa(s)}{\Lambda(s)} y(t) + \theta_3^* \dot{r}(t)$$



Para o modelo discreto do *backlash* inverso $BI(\cdot)$, não é necessário o conhecimento de $\dot{u}_d(t)$ para esta implementação.

3.8.2 - Projeto para $G(D)$ Desconhecido

Os parâmetros $\theta_1^*, \theta_2^*, \theta_3^*$ e θ_{20}^* do controlador linear (3.32) dependem dos parâmetros de $G(D)$; veja (3.36). Quando $G(D)$ é desconhecido, utiliza-se $\theta_1, \theta_2, \theta_{20}$ e θ_3 como os estimadores adaptativos de $\theta_1^*, \theta_2^*, \theta_{20}^*$ e θ_3^* . Então a versão de (3.32) é:

$$u_d(t) = \theta_1^T \omega_1(t) + \theta_2^T \omega_2(t) + \theta_{20} y(t) + \theta_3 r(t) \quad (3.38)$$

onde $\omega_1(t)$ e $\omega_2(t)$ são determinados como:

$$\omega_1(t) = \frac{\alpha(D)}{\Lambda(D)} u_d(t), \quad \omega_2(t) = \frac{\alpha(D)}{\Lambda(D)} y(t)$$

Como mostrado na figura 3.36, o sinal $u_d(t)$ é aplicado ao *backlash* inverso $BI(\cdot)$ para gerar o controle $v(t)$:

$$v(t) = BI [u_d(t)] \quad (3.39)$$

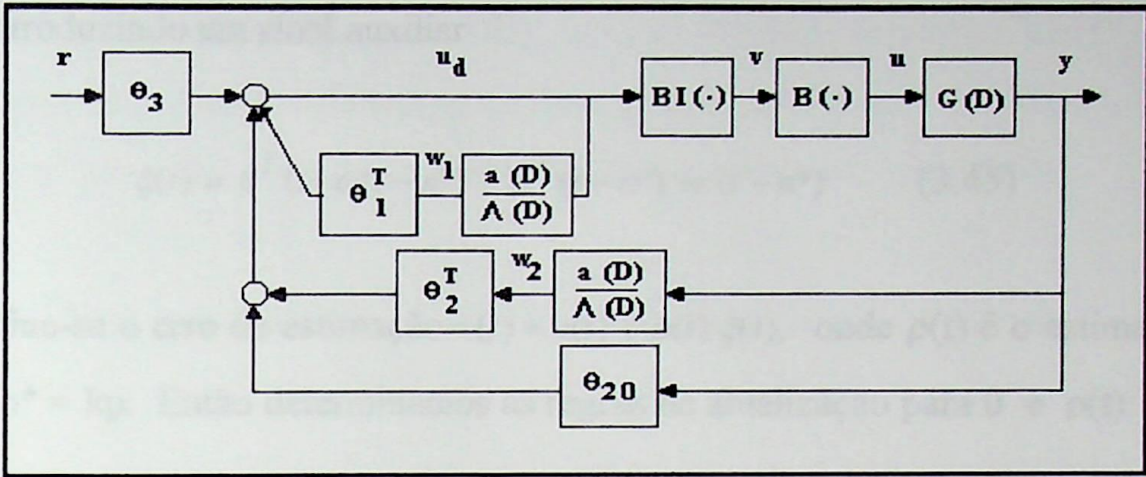


Figura 3.6: Controlador inverso fixo para $G(D)$ desconhecido.

Para uma notação compacta, será introduzido os vetores de parâmetros θ^* e θ e o vetor regressor $\omega(t)$:

$$\theta^* = [\theta_1^{*T}, \theta_2^{*T}, \theta_{20}^*, \theta_3^*] \quad (3.40)$$

$$\theta = [\theta_1^T, \theta_2^T, \theta_{20}, \theta_3]^T \quad (3.41)$$

$$\omega(t) = [\omega_1^T(t), \omega_2^T(t), y(t), r(t)]^T \quad (3.42)$$

O erro relativo à trajetória da saída em relação à entrada, e o erro dos parâmetros são dados respectivamente como:

$$e(t) = y(t) - y_m(t) , \quad \tilde{\theta}(t) = \theta(t) - \theta^* \quad (3.43)$$

Para um modelo discreto, $e(t)$ pode ser dado por:

$$e(t) = k_p \tilde{\theta}^T(t - n^*) \omega(t - n^*) \quad (3.44)$$

e introduzindo um sinal auxiliar

$$\xi(t) = \theta^T(t) \omega(t-n^*) - \theta^T(t-n^*) \omega(t-n^*) \quad (3.45)$$

Define-se o erro de estimação $\epsilon(t) = e(t) + \rho(t) \xi(t)$, onde $\rho(t)$ é o estimador de $\rho^* = kp$. Então determinamos as regras de atualização para θ e $\rho(t)$:

$$\theta(t+1) = \theta - \frac{\text{sign}(kp)\Gamma_\theta \epsilon(t)\omega(t-n^*)}{m^2(t)} \quad (3.46)$$

$$\rho(t+1) = \rho(t) - \frac{\gamma_p \epsilon(t) \xi(t)}{m^2(t)} \quad (3.47)$$

Onde o sinal normalizado $m(t)$ é $m(t) = \sqrt{1 + \omega^T(t-n^*)\omega(t-n^*) + \xi^2(t)}$ e os ganhos de adaptação Γ_θ e γ_p [23] são constantes e satisfazem,

$$0 < \Gamma_\theta = \Gamma_\theta^T < \frac{\gamma_\theta}{K_p} I, \quad 0 < \gamma_p < 2, \quad k_p^0 \geq |k_p| \quad 0 < \gamma_p < 2.$$

Teorema 3.1 [23] - Quando aplicado à planta 3.28, a qual possui a característica *backlash* em sua entrada, o controlador linear adaptativo (3.38) atualizado por (3.46) - (3.47), e o inverso exato (3.39) inicializado por (3.31) garantem que todos os sinais de malha-fechada são limitados e o erro da trajetória $y(t) - y_m(t)$ tenderá a zero assintoticamente.

A prova deste teorema será dada no anexo A.

O controlador linear adaptativo (3.38) (ou sua versão fixa (3.32)) é capaz de melhorar o desempenho da trajetória do sistema. Isto devido um inverso exato $BI(\cdot)$ ser implementado para cancelar o efeito de $B(\cdot)$.

3.9 - Representação Discreta do *Backlash* Inverso

Como já foi dito em capítulos anteriores, a presença do *backlash* num determinado sistema, causa a perda de informação e oscilações indesejáveis que afetam o desempenho do sistema. Neste exemplo será projetado um controlador com *backlash* inverso adaptativo discreto para uma planta com *backlash* na entrada. Um dos objetivos deste exemplo é mostrar como um projeto com *backlash* inverso representado na forma discreta pode superar as dificuldades de gerar o sinal de $\dot{u}_d(t)$.

Será considerado uma planta cuja parte linear é $G(s) = \frac{1}{s+1}$ onde k_p é uma constante conhecida, e assume-se que a inclinação do *backlash* $m > 0$ é conhecida, embora a sua largura que são os parâmetros $c_r = -c_l = c$ seja desconhecida. Para esta planta será projetado um *backlash* inverso adaptativo representado na forma discreta.

Para um projeto de controle discreto, a dinâmica da planta é dada por:

$$y(t+1) = 0,90484 y(t) + 0,09516 u(t) \quad (3.48)$$

Na ausência do *backlash* o objetivo do projeto é estabilizar o sistema de malha fechada, e fazer a saída da planta $y(t)$ seguir um dado

sinal de referência $y_m(t)$. Este objetivo será alcançado pelo controlador:

$$u_d(t) = -y(t) + y_m(t+1) \quad (3.49)$$

Na presença do *backlash* este controlador será utilizado juntamente com um projeto adaptativo para atualizar o *backlash* inverso

$$v(t) = \hat{B}I[u_d(t)], \text{ como mostra a figura 3.7.}$$

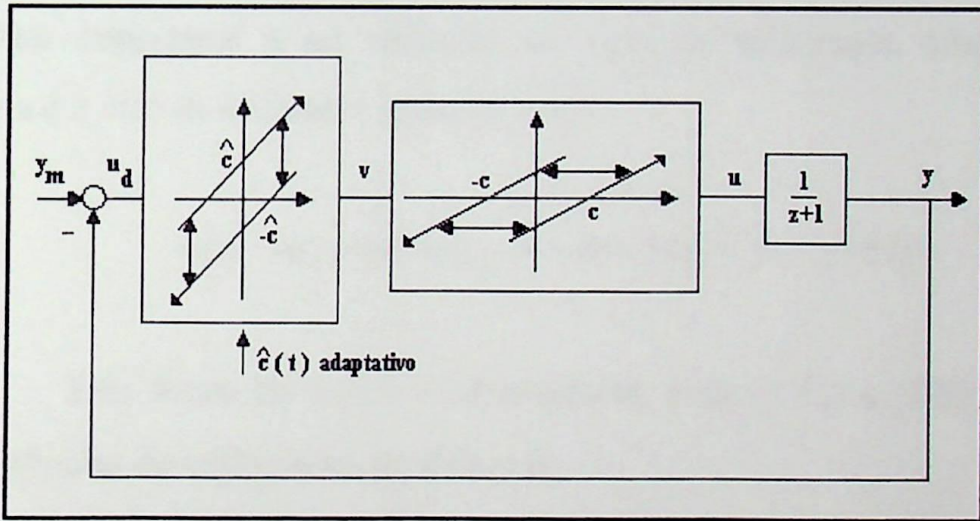


Figura 3.7: Esquema de compensação adaptativa do *backlash*.

Desde que, por suposição, m é conhecido e $c_r = -c_l = c$, então faz-se $\hat{m} = m$ e $\hat{m}c_l(t) = -\hat{m}c_r(t) = \hat{m}c(t)$ e se introduz

$$\phi(t) = \theta(t) - \theta^*, \quad \theta(t) = \hat{m}c(t), \quad \theta^* = mc \quad (3.50)$$

então a equação do erro do BI(.) torna-se

$$u(t) - u_d(t) = \phi(t) \omega(t) + d_b(t) \quad (3.51)$$

onde $\omega(t) = \hat{x}_r(t) - \hat{x}_l(t)$ é o termo regressor.

Para o erro de trajetória $e(t) = y(t) - y_m(t)$, de (3.48)-(3.50), obtém-se a expressão:

$$e(t) = \theta(t-1)\omega(t-1) - \theta^* \omega(t-1) + d_b(t-1) \quad (3.52)$$

um fator importante a ser utilizado na regra de atualização adaptativa discreta é o erro de estimação definido como:

$$\epsilon(t) = e(t) + \theta(t) \omega(t-1) - \theta(t-1)\omega(t-1) \quad (3.53)$$

Esta forma de $\epsilon(t)$ é implementável, e de (3.52) e (3.53), uma forma simples de $\epsilon(t)$ poderá ser dada por:

$$\epsilon(t) = \phi(t)\omega(t-1) + d_b(t-1) \quad (3.54)$$

Esta forma não implementável é conveniente para análise.

Usando a forma implementável de $\epsilon(t)$, a regra de atualização para θ , com um valor inicial estimado $\theta(0)$ será:

$$\theta(t+1) = \theta - \frac{\gamma\omega(t-1)\epsilon(t)}{1 + \omega^2(t-1)} - \sigma(t)\theta, \quad 0 < \gamma < 1 \quad (3.55)$$

onde $\sigma(t)$ é um “sinal de chaveamento- σ ” [6] apud [23]. Esta implementação requer a priori o conhecimento do limite superior M do $|\theta^*|$:

$$\sigma(t) = \begin{cases} \sigma_o & \text{para } |\theta(t)| > 2M \\ 0 & \text{de outro modo} \end{cases}, \quad 0 < \sigma_o < \frac{1}{2}(1 - \gamma) \quad (3.56)$$

As propriedades de estabilidade e trajetória de um sistema em malha fechada são resumidas como segue.

Proposição 3.2 [23] - Todos os sinais num sistema em malha fechada são limitados, e existe $\alpha_0 > 0$, $\beta_0 < 0$ tal que:

$$\sum_{k=k_1}^{k_1+k_2} e^2(t) \leq \alpha_0 \sum_{k+k_1-2}^{k_1+k_2-1} d_b^2(t) + \beta_0 \quad (3.57)$$

para algum $k_1 \geq 2$, $k_2 \geq 0$.

Prova: usando (3.54), (3.55) e introduzindo

$$\bar{\epsilon} = \frac{\epsilon(t)}{m(t)}, \quad \bar{d}_b(t-1) = \frac{d_b(t-1)}{m(t)}, \quad m(t) = \sqrt{1 + \omega^2(t-1)} \quad (3.58)$$

Será expresso um aumento no tempo de $V(t) = \phi^2(t)$ como

$$V(t+1) - v(t) \leq -\sigma_o \gamma \bar{\epsilon}^{-2}(t) - \sigma_o \sigma(t) \theta^2 + \bar{d}_o^2(t-1) \quad (3.59)$$

Isto prova que $\phi(t)$ é limitado. Por definição, $\omega(t)$ é limitado. Portanto $e(t)$ em (3.52) é limitado, e então $y(t)$ também será limitado. Finalmente, $u_d(t)$ em (3.49), $v(t) = \hat{BI}[u_d(t)]$, e $u(t) = B[v(t)]$ são limitados, e conseqüentemente todos os sinais de malha fechada serão limitados.

Usando (3.53) - (3.55) tem-se:

$$e^2(t) \leq 2\epsilon^2(t) + 2\omega^2(t-1)(\theta - \theta(t-1))^2$$

$$\leq 2\epsilon^2(t) + 2\omega^2(t-1) \left(\frac{2\gamma^2\omega^2(t-2)}{1+\omega^2(t-2)} x e^{-2(t-1)} + 2\sigma^2(t-1)\theta^2(t-1) \right) \quad (3.60)$$

Desde que $\omega(t)$ seja limitado, de (3.59) e (3.60) pode-se obter (3.57). ∇

Para avaliar a melhoria alcançada no desempenho dos sistemas, através da utilização do *backlash* inverso adaptativo, foram feitas simulações para uma planta de primeira ordem (3.48). Os parâmetros do *backlash* foram tomados como $m=1.3$ conhecido, e $c_r = -c_l = c = 3$ desconhecido.

Dois casos foram estudados para comparação:

- a) Somente o controlador (3.49) é utilizado, não sendo implementado o *backlash* inverso.
- b) O controlador (3.49) é implementado juntamente com um *backlash* inverso adaptativo.

As respostas do sistema para cada caso citado acima serão mostradas nas figuras (3.8 a) e (3.8 b) para uma entrada

$y_m = 10 \text{ sen } (0,21.t)$ com $\hat{c}(0) = 1,91$ e $\gamma = 0,5$. Os resultados das simulações mostram que o *backlash* inverso adaptativo (caso (b)) elimina o efeito indesejável do *backlash*. Isto prova que o inverso adaptativo cancela o efeito de uma não linearidade desconhecida.

O *backlash* inverso representado na forma discreta não necessita do conhecimento do sinal de $\dot{u}_d(t)$ para sua implementação. Esta propriedade é a principal característica prática do projeto com *backlash* inverso adaptativo discreto, isto devido o sinal da derivada não estar disponível na maioria das aplicações.

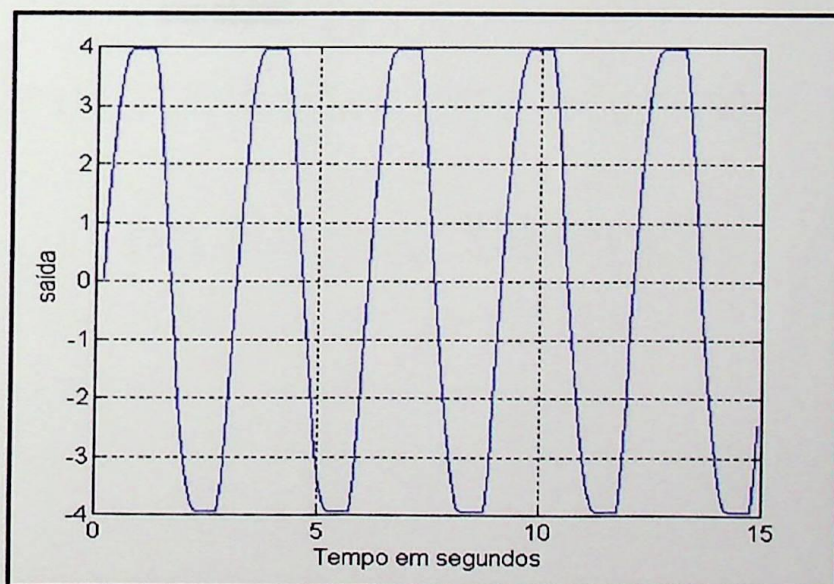


Figura 3.8 (a): Resposta de uma planta de primeira ordem com *backlash* na entrada e excitação senoidal.

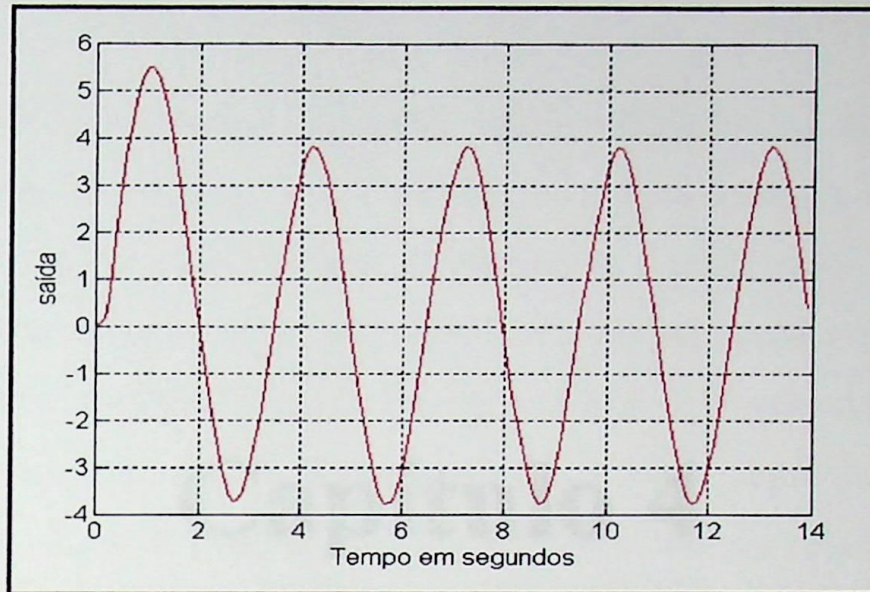


Figura 3.8 (b): Resposta do sistema de primeira com um controlador adaptativo inverso e *backlash* na entrada com excitação senoidal.

Controle Adaptativo Representado
na Forma Discreta

Capítulo 4

Controle Adaptativo Representado na Forma Discreta

Modelos discretos apresentando não linearidades são frequentes em aplicações de controle. Um exemplo destes modelos discretos pode ser encontrado no controle aplicado à biomédica quando uma estimulação neuromuscular é provocada para restaurar a função motora por ativação direta dos músculos paralisados. Pois os sistemas de juntas musculares são modelados por um bloco correspondente a uma zona-morta. Este modelamento torna-se possível devido a diferença entre as características de um determinado músculo e seu antagonista. Normalmente, alguns parâmetros destes modelos são desconhecidos ou variam de experimento para experimento.

Neste capítulo, será desenvolvido a versão discreta do projeto de controle adaptativo inverso. Será projetado um controlador, o qual consiste de um *backlash* inverso adaptativo e de uma estrutura de controle linear. Utilizando os parâmetros originais, o *backlash* inverso cancela o efeito da não linearidade *backlash* praticamente sem erro, enquanto que parâmetros estimados resultam em um erro expresso em duas partes. A primeira parte admite uma parametrização linear, enquanto a segunda parte é tratada como um distúrbio desconhecido, mas limitado.

Serão apresentados projetos de controle adaptativo para dois problemas: um com somente a parte não linear desconhecida e o outro com ambas as partes linear e não linear desconhecidas. Para o primeiro problema, a parte linear do controlador é fixa e seus parâmetros serão determinados a partir dos parâmetros conhecidos da parte linear da planta.

Para o segundo problema, a parte linear do controlador é modificada para permitir uma parametrização linear capaz de padronizar regras de atualização adaptativas. Será utilizada uma regra adaptativa a qual na presença de um distúrbio limitado garante que os sinais de malha fechada serão limitados.

Formulações discretas do *backlash* inverso não necessitam do conhecimento da derivada de $u_d(t)$. Outra vantagem sobre as formulações contínuas se refere à prova da limitação dos sinais de malha fechada, a qual pode ser dada até para o caso de inclinações desiguais.

4.1 - Objetivo de Controle

Considerando uma planta discreta com a presença do *backlash* na entrada da parte linear $G(D)$ invariante no tempo, tem-se:

$$y(t) = G(D) u(t) , \quad u(t) = B[v(t)] \quad (4.1)$$

Onde $G(D) = K_p \frac{Z(D)}{P(D)}$ com um ganho constante K_p e polinômios mônicos denotados por $Z(D)$, $P(D)$. Neste capítulo o símbolo D será usado para denotar a variável da transformada-z ou um operador de avanço $D[x](t) = x(t+1)$. A saída da planta $y(t)$ está disponível para medição, com $v(t)$ sendo a entrada acessível de controle da não linearidade. Sendo que a saída desconhecida $u(t)$ da mesma, não está disponível para medição e nem para controle.

$$v(t) = \hat{BI}[u_d(t)] \quad (4.2)$$

O objetivo deste capítulo é projetar uma realimentação de controle tal que, na presença de uma não linearidade desconhecida como o *backlash*, a trajetória de um determinado sinal de referência $y_m(t)$ seja acompanhada pela saída $y(t)$ da planta.

A seguir será desenvolvido dois projetos de controle adaptativo inverso na forma discreta: um para a planta com $G(D)$ conhecido e outro para $G(D)$ desconhecido. Uma aproximação do modelo de referência de controle será empregada para projetar uma estrutura de controle linear, de acordo com as suposições (A1) - (A4) feitas na seção 3.7 do capítulo 3.

A característica *backlash* $B(\cdot)$, mostrada na figura 2.3 e descrita na forma discreta em (2.1) no capítulo 2, é parametrizada por θ_b^* onde $\theta_b^* = [mc_r, m, mc_l]^T$. Este controlador empregará uma estrutura de controle linear e um *backlash* inverso adaptativo, como mostra a figura 4.1. Nesta estrutura do controlador, o *backlash* inverso adaptativo apresenta-se como descrito por (3.9), e mostrado na figura 3.3 do capítulo 3. A saída do *backlash* inverso $v(t)$ dada em (4.2) é parametrizada pelo estimador θ_b de θ_b^* : $\theta_b = [\hat{mc}_r, \hat{m}, \hat{mc}_l]^T$.

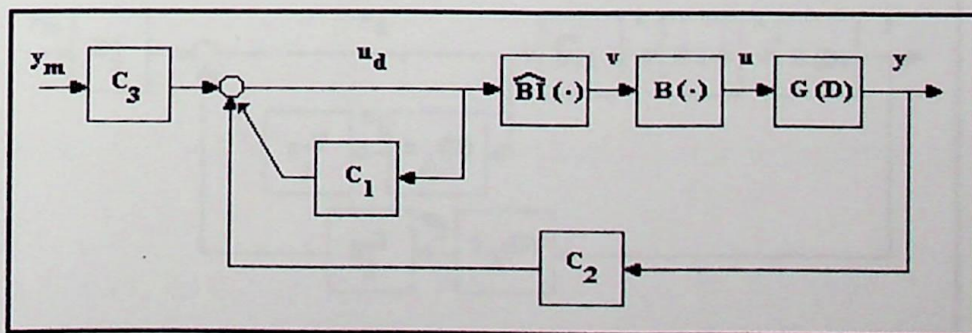


Figura 4.1: Estrutura do controlador adaptativo inverso.

O projeto do *backlash* inverso estimado $\hat{BI}(\cdot)$, baseia-se na seguinte suposição: Para o *backlash*, $m_1 \leq m \leq m_2$, $0 \leq c_r \leq c_{r0}$, $-c_{l0} \leq c_l \leq 0$, com as constantes m_1 , m_2 , c_{r0} , c_{l0} positivas. Sendo os parâmetros estimados forçados a atingirem estas suposições.

A partir da análise do capítulo 3, o *backlash* inverso adaptativo (4.2) resulta no erro de controle:

$$u(t) - u_d(t) = [\theta_b - \theta_b^*]^T \omega_b(t) + d_b(t) \quad (4.3)$$

A parte não parametrizável do erro de controle $d_b(t)$ é limitada. Além disso, $d_b(t) = 0$ para $t \geq t_0$ se $\theta_b = \theta_b^*$, e sendo o *backlash* inverso inicializado em t_0 , pode-se escrever: $u_d(t_0) = B \{ [BI [u_d(t_0)]] \}$.

Os parâmetros do controlador linear consistindo dos blocos c_1 , c_2 , e c_3 serão calculados a partir do conhecimento de $G(D)$ se este for conhecido, ou serão atualizados por uma regra adaptativa se $G(D)$ for desconhecido. Uma estrutura modificada para c_1 se faz necessária quando $G(D)$ é desconhecido, isto para garantir uma parametrização linear do sistema de malha fechada.

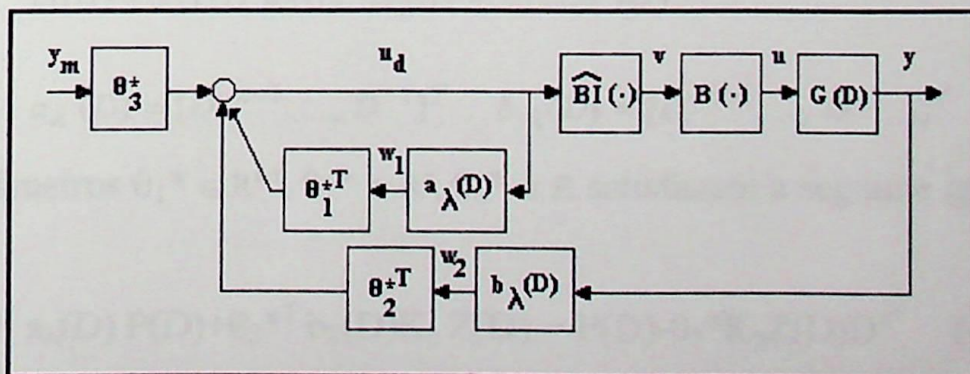


Figura 4.2: Estrutura do controlador para $G(D)$ conhecido.

4.2 - Projeto para G(D) Conhecido

Quando $G(D)$ é conhecido, o controlador adaptativo inverso, mostrado na figura 4.2, consiste de uma estrutura de controle linear e um *backlash* inverso adaptativo $\hat{BI}(\cdot)$, ambos implementados na forma discreta. Os parâmetros do *backlash* inverso $\hat{BI}(\cdot)$, serão atualizados por uma regra adaptativa.

4.2.1 - Estrutura do Controlador

A estrutura do controlador linear utilizado neste projeto é dada por:

$$u_d(t) = \theta_1^{*T} \omega_1(t) + \theta_2^{*T} \omega_2(t) + \theta_3^* y_m(t+n^*) \quad (4.4)$$

Onde:

$$\omega_1(t) = a_\lambda(D) u_d(t), \quad \omega_2(t) = b_\lambda(D) y(t)$$

$$a_\lambda(D) = [D^{-n+1}, \dots, D^{-1}]^T, \quad b_\lambda(D) = [D^{-n+1}, \dots, D^{-1}, 1]^T$$

e os parâmetros $\theta_1^* \in \mathbb{R}^{n-1}$, $\theta_2^* \in \mathbb{R}^n$, $\theta_3^* \in \mathbb{R}$ satisfazem a seguinte igualdade:

$$\theta_1^{*T} a_\lambda(D) P(D) + \theta_2^{*T} b_\lambda(D) K_p Z(D) = P(D) - \theta_3^* K_p Z(D) D^{n^*} \quad (4.5)$$

Esta igualdade, garante que o sinal de controle $u_d(t)$ atinge a estabilidade desejada e um melhor desempenho da trajetória de saída do sistema, quando aplicado a uma planta com *backlash*, cancelado por seu inverso exato $BI(\cdot) = \hat{BI}(\cdot) |_{\theta_b = \theta_b^*}$; neste caso $u(t) = u_d(t)$.

Desde que a não linearidade seja desconhecida, utiliza-se um *backlash* inverso adaptativo $\hat{BI}(\cdot)$ para gerar o sinal de controle $v(t)$: $v(t) = \hat{BI}[u_d(t)]$. Sendo necessário uma atualização contínua dos parâmetros do mesmo. Para desenvolver uma regra de atualização adaptativa para o parâmetro inverso θ_b , opera-se ambos os lados de (4.5) sobre $y(t)$ e utiliza-se de (4.1) para obter:

$$u(t) = \theta_1^{*T} a_\lambda(D) u(t) + \theta_2^{*T} b_\lambda(D) y(t) + \theta_3^{*T} y(t+n^*) \quad (4.6)$$

De (4.3), (4.4) e (4.6), obtém-se a equação correspondente ao erro da trajetória de saída em relação a um determinado sinal de referência.

$$e(t) = y(t) - y_m(t) = W(D)[\tilde{\theta}_b \omega_b](t) + d(t) \quad (4.7)$$

Onde $W(D)$ é estável e estritamente própria:

$$W(D) = K_p [1 - \theta_1^{*T} a_\lambda(D)] D^{-n^*}$$

Esta condição garante que $d(t)$ será limitado, pois $d_b(t)$ é limitado:
 $d(t) = W(D) d_b(t)$.



4.2.2 - Projeto Adaptativo

A equação de erro (4.7) sugere a seguinte regra de atualização adaptativa para $\theta_b(t)$ [23]:

$$\theta_b(t+1) = \theta_b - \frac{\Gamma_b \zeta_b(t) \epsilon_b(t)}{1 + \zeta_b^T(t) \zeta_b(t) + \xi_b^2(t)} + f_b(t) \quad (4.8)$$

Onde:

$$\epsilon_b(t) = e(t) + \xi_b(t) \quad (4.9)$$

$$\xi_b(t) = \theta_b^T \zeta_b(t) - W(D) [\theta_b^T \omega_b](t) \quad (4.10)$$

$$\zeta_b(t) = W(D) \omega_b(t) \quad (4.11)$$

Para garantir que os componentes de $\theta_b(t)$ permanecerão numa região de parâmetros pré-especificados, e que o erro da trajetória $e(t)$ tenda a zero se $d(t)$ tender a zero, o termo $f_b(t)$ poderá ser projetado utilizando-se da projeção de parâmetros ou do chaveamento utilizando modificação- σ com projeção de parâmetro. A dimensão da matriz Γ_b deverá ser escolhida de acordo com a escolha de $f_b(t)$.

Projeção de parâmetro

Para a projeção de parâmetro, antes de mais nada supõe-se que para o *backlash* $m_1 \leq m \leq m_2$, $0 \leq c_r \leq c_{ro}$, $-c_{l0} \leq c_l \leq 0$, para algumas

constantes conhecidas m_1, m_2, c_{ro}, c_{lo} positivas. Isto com o intuito de definir uma região de parâmetros convexa, a qual contém o parâmetro verdadeiro θ_b^* : $\theta_b^* = [\theta_{b1}^*, \dots, \theta_{bn}^*]^T$, $\theta_{bj}^* \in [\theta_{bj}^a, \theta_{bj}^b]$, $j = 1, 2, \dots, nb$ para algumas constantes positivas $\theta_{bj}^a, \theta_{bj}^b$. E será adotado para o *backlash*:

$$\theta_{b1}^a = 0, \quad \theta_{b2}^a = m_1, \quad \theta_{b3}^a = -m_2 c_{lo} \quad (4.12)$$

$$\theta_{b1}^b = m_2 c_{ro}, \quad \theta_{b2}^b = m_2, \quad \theta_{b3}^b = 0 \quad (4.13)$$

Com o conhecimento da região de parâmetros $[\theta_{bj}^a, \theta_{bj}^b]$, a projeção do termo de modificação $f_b(t)$ em (4.8) é determinada como a seguir:

Adotando a dimensão da matriz Γ_b como $\Gamma_b = \text{diag} \{ \gamma_1, \dots, \gamma_{nb} \}$, $0 < \gamma_j < 2$, $j = 1, 2, \dots, nb$ e definindo:

$$g_b(t) = - \frac{\Gamma_b \zeta_b(t) \epsilon_b(t)}{1 + \zeta_b^T(t) \zeta_b(t) + \xi_b^2(t)}$$

Denota-se o componente j th de $\theta_b, f_b(t), g_b(t)$ como $\theta_{bj}(t), f_{bj}(t), g_{bj}(t)$, com $j = 1, 2, \dots, nb$ então tem-se:

$$\bar{\theta}_{bj}(t) = \theta_{bj}(t) + g_{bj}(t).$$

O algoritmo será inicializado com $\theta_{bj}(0) \in [\theta_{bj}^a, \theta_{bj}^b]$, $j = 1, 2, \dots, nb$ e faz-se:

$$f_{bj}(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } \bar{\theta}_{bj}(t) \in [\theta_{bj}^a, \theta_{bj}^b] \\ \theta_{bj}^b - \bar{\theta}_{bj}(t) & \text{se } \bar{\theta}_{bj}(t) > \theta_{bj}^b \\ \theta_{bj}^a - \bar{\theta}_{bj}(t) & \text{se } \bar{\theta}_{bj}(t) < \theta_{bj}^a \end{cases} \quad (4.14)$$

Este projeto para $f_b(t)$, garante que os parâmetros estimados inicializados dentro do intervalo $[\theta_{bj}^a, \theta_{bj}^b]$, permanecem neste intervalo; ou seja, os componentes de θ_b satisfazem a suposição feita anteriormente para o *backlash* onde $m_1 \leq m \leq m_2$, $0 \leq c_r \leq c_{ro}$, $-c_{lo} \leq c_l \leq 0$, sendo m_1 , m_2 , c_{ro} , c_{lo} valores constantes.

Teorema 4.1 [23] - O controlador adaptativo inverso consistindo da estrutura de controle (4.4) e do inverso adaptativo (4.2) atualizado por (4.8), garante que os sinais de malha fechada são limitados.

A prova deste teorema será dada no anexo A.

Chaveamento utilizando modificação- σ com projeção de parâmetro

Uma alternativa para o projeto com projeção de parâmetros, corresponde em utilizar o chaveamento utilizando modificação- σ com projeção de parâmetro:

$$\hat{f}_b(t) = -\sigma_b(t)\theta_b + fp(t)$$

onde:

$$\sigma_b(t) = \begin{cases} \sigma_o & \text{se } \|\theta_b\|_2 > 2 M_b \\ 0 & \text{de outro modo} \end{cases}, \quad 0 < \sigma_o < \frac{1}{2}(1 - \gamma_b), \quad M_b \geq \|\theta^{*N}\|_2$$

sendo γ_b a dimensão do passo de adaptação do parâmetro:

$$\Gamma_b = \gamma_b I_{nb}, \quad 0 < \gamma_b < 1.$$

O principal objetivo do termo $f_p(t)$ é garantir que o valor estimado de θ_b atenderá as condições para os parâmetros do *backlash* já mencionadas anteriormente.

Neste projeto adota-se para o *backlash* inverso:

$$\theta_{b1}^a = 0, \quad \theta_{b2}^a = m_1, \quad \theta_{b3}^b = 0 \quad (4.15)$$

Em vista do fato de que o chaveamento utilizando modificação- σ garante que $\theta_b \in \ell^\infty$, para os demais valores de $\theta_{bj}^a, \theta_{bj}^b$, tem-se

$$\theta_{bj}^a = -\infty, \quad \theta_{bj}^b = \infty. \quad (4.16)$$

Para projetar um algoritmo para $f_p(t)$, tem-se:

$$\bar{g}_b(t) = -\frac{\Gamma_b \zeta_b(t) \epsilon_b(t)}{m_b^2(t)} - \sigma_b(t) \theta_b$$

Onde:

$$\Gamma_b = \gamma_b I_{nb} \quad , \quad 0 < \gamma_b < 1 \quad \text{denota}$$

$$\bar{\theta}_{bj}(t) = \theta_{bj}(t) + \bar{g}_{bj}(t),$$

e faz-se

$$f_{pj}(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } \bar{\theta}_{bj}(t) \in [\theta_b^a, \theta_b^b] \\ \theta_{bj} - \bar{\theta}_{bj}(t) & \text{se } \bar{\theta}_{bj}(t) > \theta_b^b \\ \theta_b^a - \bar{\theta}_{bj}(t) & \text{se } \bar{\theta}_{bj}(t) < \theta_b^a \end{cases} \quad (4.17)$$

Para $j=1,2,\dots,n_b$. O algoritmo será inicializado com $\theta_{bj}(0) \in [\theta_b^a, \theta_b^b]$.

4.3 - Projeto para G(D) Desconhecido

Com base no conhecimento adquirido dos capítulos anteriores este item tratará de um dos principais problemas deste trabalho. O projeto de controle adaptativo para uma planta discreta desconhecida com *backlash* desconhecido na entrada. Usando D para denotar a variável da transformada-z ou o operador de avanço, de acordo com o caso, a planta desconhecida a ser controlada é:

$$y(t) = G(D) u(t), \quad u(t) = B[v(t)], \quad G(D) = \frac{Z(D)}{R(D)} \quad (4.18)$$

Sem perda de generalidade, os polinômios $Z(D)$ e $R(D)$ são assumidos serem mônicos assim que o ganho de alta frequência de $G(D)$ for 1, e o ganho atual de alta frequência da planta é representado pela inclinação m do *backlash* $B(\cdot)$.

Faz-se as seguintes suposições sobre a planta:

(A1) $G(D)$ é fase mínima;

(A2) o grau relativo n^* de $G(D)$ é conhecido;

(A3) o grau n de $R(D)$ é conhecido;

(A4) $m \geq m_0$ para alguns valores de $m_0 > 0$, e $c_l \leq 0 \leq c_r$ conhecidos.

4.3.1 - Estrutura do controlador

A estrutura deste controlador apresenta uma realimentação semelhante à realimentação da usual estrutura de controle utilizada em controle adaptativo linear. Isto é, passa-se a saída $y(t)$ através de um filtro linear $\theta_y^T [a^T(D), 1]^T$, onde $a(D) = [D^{-n+1}, \dots, D^{-1}]^T$, e $\theta_y \in R^n$. Porém, o canal direto desta estrutura possui o bloco representativo do *backlash* inverso, não podendo portanto ser linear. Para solucionar este novo problema pretende-se preservar a parametrização linear das equações de erro, a qual será a ferramenta principal deste projeto adaptativo. Uma estrutura que reúne estes requisitos será obtida não apenas pela passagem frequente do sinal de controle $v(t)$, mas também pela passagem dos sinais do *backlash* inverso estimado $\hat{x}_r(t)$ e $\hat{x}_l(t)$ através do filtro formado por

$a(D)$ e pelos parâmetros ajustáveis $\theta_v, \theta_r, \theta_l, \in R^{n-1}$. Introduzindo os quatro regressores:

$$\omega_r(t) = a(D) \hat{x}_r(t), \quad \omega_l(t) = a(D) \hat{x}_l(t) \quad (4.19)$$

$$\omega_v(t) = a(D) v(t) \quad (4.20)$$

$$\omega_y(t) = [a^T(D), 1]^T y(t)$$

que multiplicam os parâmetros ajustáveis correspondentes, propõe-se a seguinte estrutura aparentemente linear do controle adaptativo não linear:

$$u_d(t) = \theta_r^T \omega_r(t) + \theta_l^T \omega_l(t) + \theta_v^T \omega_v(t) + \theta_y^T \omega_y(t) + y_m(t+n^*) \quad (4.21)$$

Este controlador será mostrado na figura 4.3 onde $\hat{x}_r(t)$ e $\hat{x}_l(t)$ são obtidos do bloco lógico L o qual implementa (4.22) e (4.23).

$$\hat{x}_r(t) = \begin{cases} 1 & \text{para } u_d(t), v(t) \text{ sobre o lado ascendente de BI}(\cdot) \\ 0 & \text{de outro modo} \end{cases} \quad (4.22)$$

$$\hat{x}_l(t) = \begin{cases} 1 & \text{para } u_d(t), v(t) \text{ sobre o lado descendente de BI}(\cdot) \\ 0 & \text{de outro modo} \end{cases} \quad (4.23)$$

A saída $u_d(t)$ deste controlador é aplicada ao *backlash* adaptativo inverso para gerar a entrada de controle da planta:

$$v(t) = \hat{BI}[u_d(t)] \quad (4.24)$$

A estrutura do controlador utilizada para o *backlash* desconhecido na entrada da planta com $G(D)$ também desconhecido é mostrada na figura abaixo:

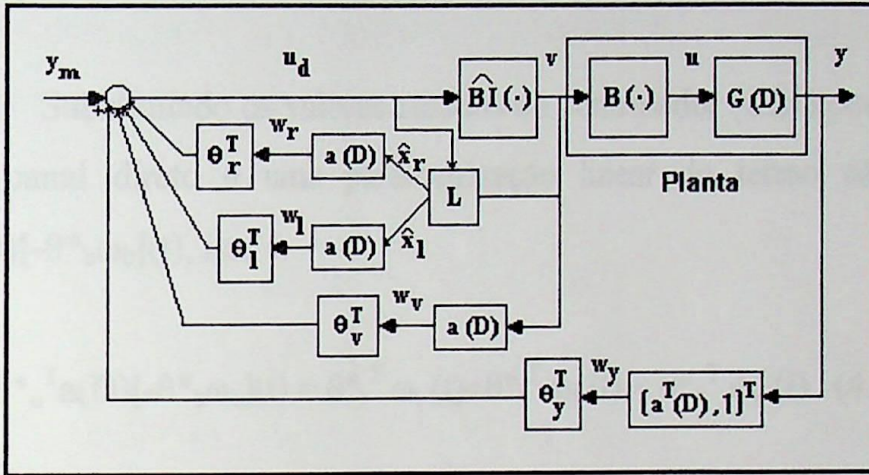


Figura 4.3: Estrutura do controlador adaptativo inverso para $G(D)$ desconhecido.

Lema 4.1 [23] - Existem valores casados θ_r^* , θ_l^* , θ_v^* , θ_y^* , θ_b^* de θ_r , θ_l , θ_v , θ_b , e θ_y com que o controlador (4.21) alcança a estabilidade global em malha fechada e a trajetória $y(t + n^*) = y_m(t + n^*)$.

Prova: Primeiro expressa-se os valores casados dos parâmetros θ_r , θ_l , e θ_v no canal direto do controlador em termos dos parâmetros do *backlash* $\theta_b^* = (m \ c_r \ , \ m, \ m \ c_l \)^T$ multiplicados por um parâmetro $\theta_u^* \in R^{n-1}$.

$$\theta_r^* = -\theta_u^* m c_r, \quad \theta_l^* = -\theta_u^* m c_l, \quad \theta_v^* = -\theta_u^* m \quad (4.25)$$

Quando então se define θ^*_u e o valor casado θ^*_y do parâmetro da realimentação θ_y como a solução da equação Diophantine:

$$\theta^*_u{}^T a(D)R(D) + \theta^*_y{}^T [a^T(D), 1]^T Z(D) = R(D) - Z(D)D^{n^*} \quad (4.26)$$

Substituindo os valores casados no controlador (4.21) pode-se ver que o canal direto é uma parametrização linear do termo não linear $\theta^*_u{}^T a(D)[- \theta^*_b \omega_b](t)$, isto é:

$$\theta^*_u{}^T a(D)[- \theta^*_b \omega_b](t) = \theta^*_r{}^T \omega_r(t) + \theta^*_l{}^T \omega_l(t) + \theta^*_v{}^T \omega_v(t) \quad (4.27)$$

Com os valores casados e (4.27) o controlador (4.21) terá a forma:

$$u_d(t) = \theta^*_u{}^T a(D)[- \theta^*_b \omega_b](t) + \theta^*_y{}^T [a^T(D), 1]^T y(t) + y_m(t+n^*) \quad (4.28)$$

O inverso exato $BI(\cdot)$ do backlash $B(\cdot)$ é também casado, e portanto

$$u(t) = B \{BI [u_d(t)]\} = u_d(t) = - \theta^*_b \omega_b(t) \quad (4.29)$$

De outra forma, quando ambos os lados de (4.26) são divididos por $R(D)$ e operados sobre $u(t)$, a identidade resultante será:

$$u(t) = \theta^*_u{}^T a(D) u(t) + \theta^*_y{}^T [a^T(D), 1]^T y(t) + y(t+n^*) \quad (4.30)$$

Comparando $u(t)$ de (4.30) com $u_d(t)$ de (4.28) e usando (4.29)

prova-se que $y(t + n^*) = y_m(t + n^*)$. O sistema de malha fechada é totalmente estável, pois com valores casados, os pólos de malha-fechada são zeros de $D^{n+n^*-1} z(D)$. ∇

É devido a identidade (4.27) que a estrutura do controlador (4.21) tenderá a uma forma linear conveniente da expressão de erro da trajetória. Para uma notação mais compacta, escreve-se:

$$\theta = [\theta_r^T, \theta_l^T, \theta_v^T, \theta_y^T, \theta_b^T]^T,$$

$$\theta^* = [\theta_r^{*T}, \theta_l^{*T}, \theta_v^{*T}, \theta_y^{*T}, \theta_b^{*T}] \quad (4.31)$$

$$\omega(t) = [\omega_r^T(t), \omega_l^T(t), \omega_v^T(t), \omega_y^T(t), \omega_b^T(t)]^T \quad (4.32)$$

O controlador (4.21) juntamente com os valores estimados $\theta_r, \theta_l, \theta_v, \theta_y, \theta_b$ resultam no erro da trajetória, consistindo esta de uma parte linear $\phi^T(t) \omega(t)$ e de uma parte limitada $d_1(t)$, a qual será equacionada a seguir.

$$e(t) = y(t) - y_m(t) = \phi^T(t - n^*) \omega(t - n^*) + d_1(t), \quad \phi(t) = \theta(t) - \theta^* \quad (4.33)$$

$$d_1(t) = d_0(t - n^*) - \theta_u^{*T} a(D) d_0(t - n^*) \quad (4.34)$$

Portanto, obteve-se uma equação para o erro da trajetória $e(t) = y(t) - y_m(t)$ constituído de uma parametrização linear e de um distúrbio $d_1(t)$ desconhecido, porém limitado.

4.3.2 - Projeto Adaptativo

Neste item o objetivo principal é realizar um projeto adaptativo para atualizar os parâmetros do *backlash* inverso e do controlador (4.21) com a finalidade de garantir a limitação dos sinais de um sistema de malha fechada. Esta tarefa será realizada utilizando-se de ferramentas de controle adaptativo linear.

Uma regra de atualização para $\theta(t)$ com um estimador inicial $\theta(0)$ sugerido pela forma da equação do erro da trajetória (4.33), pode ser dada por:

$$\theta(t+1) = \theta - \frac{\gamma \omega(t-n^*) \epsilon(t)}{1 + \omega^T(t-n^*) \omega(t-n^*)} - \sigma(t) \theta, \quad 0 < \gamma < 1 \quad (4.35)$$

onde $\epsilon(t)$ é o erro de estimação:

$$\epsilon(t) = e(t) + [\theta - \theta(t-n^*)]^T \omega(t-n^*) \quad (4.36)$$

e $\sigma(t)$ é um “chaveamento utilizando modificação- σ ” [6] apud [23]. A implementação deste chaveamento, requer o conhecimento a priori de um limite superior M da norma Euclidiana $\|\theta^*\|_2$ de θ^* :

$$\sigma(t) = \begin{cases} \sigma_0 & \text{se } \|\theta\|_2 > 2M, \quad 0 < \sigma_0 < 1/2(1-\gamma) \\ 0 & \text{de outro modo} \end{cases} \quad (4.37)$$

Apesar de não ter sido mostrado em (4.35), usou-se projeção para garantir $\hat{m}(t) \geq m_0$ e $\hat{m}_{c_l}(t) \leq 0 \leq \hat{m}_{c_r}(t)$ para se implementar o *backlash* inverso adaptativo.

Capítulo 5

Controle para *Backlash* na Saída da Planta

*

Capítulo 5

Controle para *Backlash* na Saída da Planta

5.1 - Dificuldades de Controle para *Backlash* na Saída da Planta.

As dificuldades de controle para *backlash* na saída da planta, são decorrentes quando grande de um sistema muito complexo a não linearidade, o *backlash* na saída da planta não pode ser controlado por um controle na entrada da planta. Isto poderá ser observado na figura 5.1. A entrada $x(t)$ de D_1 não está disponível para controle ou para medição, e o sinal disponível corresponde à saída $y(t)$ de D_1 .

Até o momento foi desenvolvido neste trabalho uma aproximação inversa adaptativa para o controle de plantas com *backlash* localizado na entrada de sua parte linear. Neste capítulo, esta aproximação será estendida para o caso em que o *backlash* se localiza na saída da parte linear da planta, como um sensor não linear. Como já foi visto nos capítulos anteriores, deverá ser projetado um *backlash* inverso para cancelar o efeito indesejável do *backlash*.

O *backlash* inverso pode ser fixo ou adaptativo. Primeiro, este capítulo tratará do projeto de um controlador com *backlash* inverso fixo para o *backlash* na saída da planta, sendo que este servirá de base para o projeto adaptativo que será tratado logo a seguir.

5.1 - Dificuldades Encontradas com o *Backlash* na Saída da Planta.

Ao contrário do *backlash* na entrada da planta, cuja entrada quando gerada de um inverso exato cancela a não linearidade, o *backlash* $B(\cdot)$ na saída da planta não pode ser cancelado por um inverso na entrada do *backlash*. Isto poderá ser observado na figura 5.1: A entrada $z(t)$ de $B(\cdot)$ não está disponível para controle ou para medição, e o sinal disponível corresponde à saída $y(t)$ de $B(\cdot)$.

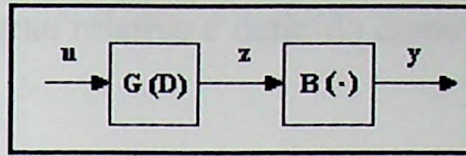


Figura 5.1: Planta com *backlash* na saída.

O único sinal que poderá ser utilizado para projetar um controle realimentado $u(t)$ para ser aplicado à parte linear $G(D)$ é a saída $y(t)$ de $B(\cdot)$. Um possível cancelamento do *backlash* $B(\cdot)$ somente poderá ser alcançado invertendo a parte não linear $B(\cdot)$ juntamente com a parte linear $G(D)$. Portanto, o projeto de um *backlash* inverso na saída é mais complicado do que o projeto de um *backlash* inverso na entrada.

5.2 - Objetivo do Controle Inverso Fixo.

Para o projeto de um controlador inverso discreto, a planta da figura 5.1 é descrita por

$$y(t) = B[z(t)], \quad z(t) = G(D) u(t), \quad (5.1)$$

Onde $u(t)$ é a entrada de controle acessível, $y(t)$ é a saída medida, $G(D) = k_p \frac{z(D)}{P(D)}$, sendo $P(D)$, $Z(D)$ polinômios mônicos de graus n , m respectivamente. O símbolo D pode denotar a variável da transformada- z ou o operador de avanço $D[x](t) = x(t+1)$. Nesta seção, também serão utilizadas as suposições (A_1) - (A_4) feitas na seção 3.7 do capítulo 3 para a

parte linear $G(D)$ cujo grau relativo é definido como $n^* = n - m$. Os objetivos deste capítulo são:

- * Desenvolver um projeto inverso para a característica *backlash*.
- * Projetar e analisar um controlador inverso para a planta (5.1) com ambos $G(D)$ e $B(\cdot)$ conhecidos, mas com o sinal $z(t)$ não disponível para controle ou para medição.
- * Projetar e analisar controladores empregando o *backlash* inverso fixo com $G(D)$ conhecido ou desconhecido e com $B(\cdot)$ desconhecido.

É requerido que todos os sinais de malha fechada sejam limitados, e que a saída da planta $y(t)$ siga a trajetória de um dado sinal de referência $y_m(t)$.

5.3 - Parametrização Inversa

A idéia chave desta parametrização é o esquema inverso mostrado na figura 5.2. O bloco representa um inverso para o *backlash* $B(\cdot)$. O propósito de $BI(\cdot)$ é gerar um estimador $\hat{z}(t)$ da entrada $z(t)$ de $B(\cdot)$, baseado unicamente nas medições de $y(t)$:

$$\hat{z}(t) = \hat{BI}[y(t)] \quad (5.2)$$

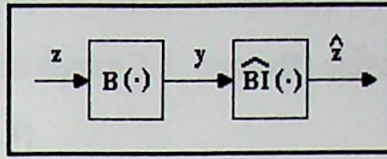


Figura 5.2: Observação de $z(t)$ através do *backlash* inverso estimado.

Tratando a equação 5.2 como um observador de $z(t)$, a observação do erro será $\hat{z}(t) - z(t)$. Se o erro for zero tem-se $\hat{z}(t) = z(t)$, então um controlador realimentado poderá ser projetado para levar $z(t)$ para $z_m(t)$. Isto significa que $y(t)$ seguirá um dado sinal $y_m(t)$ o qual está relacionado apropriadamente com $z_m(t)$. Na maioria dos casos a observação do erro $\hat{z}(t) - z(t)$ não será zero. Portanto, será projetado um sinal de controle $u(t)$ na seção 5.4 que garantirá que o erro $\hat{z}(t) - z(t)$ se tornará zero após um número finito de passos.

5.3.1 - *Backlash* Inverso

A saída do *backlash* $B(\cdot)$ é descrita por

$$y(t) = B[z(t)] = \begin{cases} m[z(t) - c_l] & \text{se } z(t) \leq z_l(t-1) \\ m[z(t) - c_r] & \text{se } z(t) \geq z_r(t-1) \\ y(t-1) & \text{se } z_l(t-1) < z(t) < z_r(t-1), \end{cases} \quad (5.3)$$

Onde :

$$z_l(t-1) = \frac{y(t-1)}{m} + c_l, \quad z_r(t-1) = \frac{y(t-1)}{m} + c_r$$

são valores similares a v_r e v_l determinados em capítulos anteriores. A característica *backlash* da figura 2.3, com $v(t)$ substituído por $z(t)$ e $u(t)$ por $y(t)$, também satisfaz (5.3).

O *backlash* inverso, que tem como entrada a saída do *backlash*, é definido como:

$$\hat{z}(t) = \hat{BI}[y(t)] = \begin{cases} \hat{z}(t-1) & \text{se } y(t) = y(t-1) \\ \frac{y(t)}{\hat{m}} + \hat{c}_l & \text{se } y(t) < y(t-1) \\ \frac{y(t)}{\hat{m}} + \hat{c}_r & \text{se } y(t) > y(t-1) \end{cases} \quad (5.4)$$

Onde \hat{m} , \hat{c}_l , \hat{c}_r são os estimadores dos parâmetros do *backlash* m , c_r , e c_l .

A representação gráfica desta característica se apresenta de forma semelhante à figura 3.2 com $u_d(t)$ substituído por $y(t)$ e $v(t)$ por $\hat{z}(t)$.

A entrada $z(t)$ do *backlash* não é completamente observável, embora $y(t)$ esteja disponível para medição. Os intervalos não observados são aqueles em que a saída $y(t)$ permanece constante enquanto a entrada $z(t)$ continua a mudar ao longo do segmento interno da característica *backlash* em (5.3):

$$z_l(t-1) < z(t) < z_r(t-1), \quad y(t) = y(t-1).$$

Usando a parametrização

$$\theta_b(t) = [\hat{c}_r(t), \frac{1}{\hat{m}(t)}, \hat{c}_l(t)]^T \quad (5.5)$$

$$\omega_b(t) = [\hat{x}_r(t), y(t), \hat{x}_l(t)]^T, \quad (5.6)$$

Onde:

$$\hat{x}_r(t) = x \left[z(t) = \frac{y(t)}{\hat{m}} + c_r \right]$$

$$\hat{x}_l(t) = x \left[z(t) = \frac{y(t)}{\hat{m}} + c_l \right],$$

Portanto, o *backlash* inverso (5.4) torna-se:

$$\hat{z}(t) = \theta_b^T \omega_b(t). \quad (5.7)$$

Introduzindo-se as funções indicadoras da característica *backlash* $x_r(t)$, $x_l(t)$, e $x_s(t)$ dadas por

$$x_r(t) = x [y(t) > y(t-1)]$$

$$x_l(t) = x [y(t) < y(t-1)]$$

$$x_s(t) = x [y(t) = y(t-1)]$$

a característica *backlash* (5.3) pode ser reescrita como:

$$y(t) = x_r(t) m[z(t) - c_r] + x_l(t) m[z(t) - c_l] + x_s(t)y_s, \quad (5.8)$$

onde y_s é uma constante correspondente ao valor de $y(t)$ sobre um segmento interno ativo de $B(\cdot)$ caracterizado por

$$\frac{y_s}{m} + c_l \leq z(t) \leq \frac{y_s}{m} + c_r.$$

Da expressão (5.8) de $y(t)$ obtém-se:

$$x_r(t)z(t) = x_r(t) \left(\frac{y(t)}{m} + c_r \right)$$

$$x_l(t)z(t) = x_l(t) \left(\frac{y(t)}{m} + c_l \right).$$

Desde que $x_r(t) + x_l(t) + x_s(t) = 1$, tem-se a seguinte expressão para $z(t)$.

$$\begin{aligned} z(t) &= x_r(t)z(t) + x_l(t)z(t) + x_s(t)z(t) \\ &= \hat{x}_r(t) \left(\frac{y(t)}{m} + c_r \right) + \hat{x}_l(t) \left(\frac{y(t)}{m} + c_l \right) + d_b(t). \end{aligned} \quad (5.9)$$

Para mostrar que $d_b(t)$ equacionado abaixo é limitado, examinou-se três diferentes casos:

$$d_b(t) = [x_r(t) - \hat{x}_r(t)] \left(\frac{y(t)}{m} + c_r \right) + [x_l(t) - \hat{x}_l(t)] \left(\frac{y(t)}{m} + c_l \right) + x_s(t)z(t)$$

(I) Se $x_l(t) = 1$, $x_r(t) = x_s(t) = 0$, então

$$d_b(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } \hat{x}_l(t) = 1, \hat{x}_r(t) = 0 \\ c_l - c_r & \text{se } \hat{x}_l(t) = 0, \hat{x}_r(t) = 1. \end{cases}$$

(II) Se $x_r(t) = 1$, $x_l(t) = x_s(t) = 0$, então

$$d_b(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } \hat{x}_l(t) = 0, \hat{x}_r(t) = 1 \\ c_r - c_l & \text{se } \hat{x}_l(t) = 1, \hat{x}_r(t) = 0. \end{cases}$$

(III) Se $x_s(t) = 1$, $x_l(t) = x_r(t) = 0$, então

$$d_b(t) = \begin{cases} c_{ls} - c_l & \text{se } \hat{x}_l(t) = 1, \hat{x}_r(t) = 0 \\ c_{rs} - c_r & \text{se } \hat{x}_l(t) = 0, \hat{x}_r(t) = 1. \end{cases}$$

No último caso, c_{ls} e c_{rs} dependem do movimento de $z(t)$ e $y(t)$ sobre um segmento interno de $B(\cdot)$ quando $z_l(t-1) < z(t) < z_r(t-1)$, $y(t) = y(t-1)$, ou seja, quando $x_s(t) = 1$. Os valores de c_{ls} e c_{rs} estão no intervalo (c_l, c_r) ; podendo $z(t)$ ser expresso como $z(t) = \frac{y_s}{m} + c_{ls}$ ou $z(t) = \frac{y_s}{m} + c_{rs}$. A partir destas expressões pode-se notar claramente que $d_b(t)$ é limitado.

Para se obter uma forma compacta do *backlash* (5.3), define-se

$$\theta_b^* = [c_r, \frac{1}{m}, c_l]^T \quad (5.10)$$

e utilizando (5.6) para expressar $z(t)$ em (5.9) como

$$z(t) = \theta_b^{*T} \omega_b(t) + d_b(t), \quad (5.11)$$

onde o termo não parametrizável d_b é limitado por $c_r + |c_l|$.

De (5.7) e (5.11), conclui-se que:

- * Se $z(\tau + 1) - z(\tau)$ não mudar de sinal para $\tau \in \{t_0, t_0+1, \dots, t-1\}$, o *backlash* inverso será implementado com os parâmetros verdadeiros m , c_r , c_l , sendo então $\theta_b = \theta_b^*$, o que gera a seguinte propriedade:

$$BI\{B[z(t_0)]\} = z(t_0) \Rightarrow BI\{B[z(t)]\} = z(t).$$

De outro modo, a observação do erro para o pior caso é dada por $\max |\bar{z}(t) - z(t)| = \max |d_b(t)| = c_r + |c_l|$, onde $\bar{z}(t) = BI[y(t)] = \theta_b^* \omega_b(t)$.

* Quando implementado com parâmetros estimados, o *backlash* inverso dado em (5.7) resulta na seguinte observação de erro:

$$\hat{z}(t) - z(t) = [\theta_b - \theta_b^*]^T \omega_b(t) + d_b(t) \quad (5.12)$$

para um erro não parametrizável limitado $d_b(t)$.

Para implementar o *backlash* inverso, necessita-se utilizar as propriedades de m , c_r e c_l : $m_1 \leq \frac{1}{m} \leq m_2$, $-c_{l0} \leq c_l \leq 0 \leq c_r \leq c_{r0}$, para algumas constantes positivas m_1 , m_2 , c_{l0} e c_{r0} , e seleccionar os parâmetros estimados tal que $m_1 \leq \frac{1}{\hat{m}} \leq m_2$, $-c_{l0} \leq \hat{c}_l \leq 0 \leq \hat{c}_r \leq c_{r0}$.

5.4 - Projeto de Controle para o *Backlash* na Saída.

Apesar das dificuldades encontradas com não linearidades na saída, o *backlash* inverso da seção 5.3.1 será empregado na estrutura do controlador projetado para garantir a estabilidade do sistema e fazer com que a trajetória da saída $y(t) = y_m(t)$ seja alcançada.

5.4.1 - Projeto para $G(D)$ Conhecido e $z(t)$ Desconhecido.

Para a planta discreta (5.1) mostrada na figura 5.1, assume-se que a não linearidade $B(\cdot)$ e a parte linear $G(D) = k_p \frac{Z(D)}{P(D)}$ são conhecidas e que $G(D)$ é de fase mínima com $k_p = 1$.

O controlador inverso é mostrado na figura 5.3, para um determinado sinal de referência $y_m(t)$ a ser seguido pela saída $y(t)$. Este possui dois inversos idênticos $BI(\cdot)$ e uma estrutura de controle linear consistindo de dois blocos $\theta_1^{*T} a_\lambda(D)$ e $\theta_2^{*T} b_\lambda(D)$. Os parâmetros $\theta_1^* \in R^{n-1}$ e $\theta_2^* \in R^n$ devem satisfazer a seguinte igualdade:

$$\theta_1^{*T} a_\lambda(D)P(D) + \theta_2^{*T} b_\lambda(D)Z(D) = P(D) - Z(D)D^{n*}, \quad (5.13)$$

Onde:

$$a_\lambda(D) = [D^{-n+1}, \dots, D^{-1}]^T \quad (5.14)$$

$$b_\lambda(D) = [D^{-n+1}, \dots, D^{-1}, 1]^T. \quad (5.15)$$

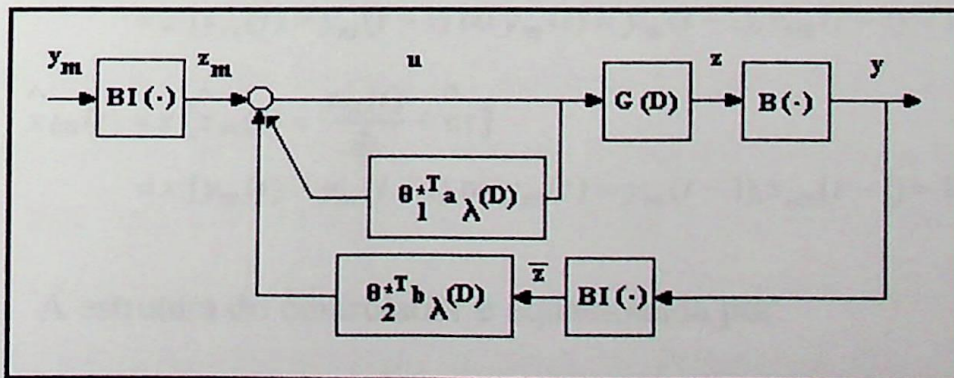


Figura 5.3: Estrutura do controlador para *backlash* na saída da planta.

O regressor $\omega_m(t)$ que parametriza o *backlash* inverso exato para o sinal de referência $y_m(t)$ é definido por

$$z_m(t) = BI[y_m(t)] = \theta_b^{*T} \omega_m(t). \quad (5.16)$$

Com o mesmo regressor $\omega_m(t)$ o *backlash* inverso estimado também pode ser parametrizado.

$$\hat{z}_m(t) = \hat{BI}[y_m(t)] = \theta_b^T \omega_m(t), \quad (5.17)$$

Sendo θ_b o estimador de θ_b^* , para especificar o *backlash* inverso as seguintes relações serão utilizadas:

$$\omega_m(t) = [\hat{x}_{rm}(t), y_m(t), \hat{x}_{lm}(t)]^T \quad (5.18)$$

$$\begin{aligned} \hat{x}_{rm}(t) &= x \left[\hat{z}_m(t) = \frac{y_m(t)}{\hat{m}} + \hat{c}_r \right] \\ &= x [y_m(t) > y_m(t-1) \text{ ou } y_m(t) = y_m(t-1), x_{rm}(t-1) = 1] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{x}_{lm}(t) &= x \left[\hat{z}_m(t) = \frac{y_m(t)}{\hat{m}} + \hat{c}_l \right] \\ &= x [y_m(t) > y_m(t-1) \text{ ou } y_m(t) = y_m(t-1), x_{lm}(t-1) = 1] \end{aligned}$$

A estrutura do controlador é equacionada por:

$$u(t) = \theta_1^{*T} \omega_1(t) + \theta_2^{*T} \omega_2(t) + z_m(t+n^*), \quad (5.19)$$

onde

$$\omega_1(t) = a_\lambda(D) u(t), \quad \omega_2(t) = b_\lambda(D) \bar{z}(t). \quad (5.20)$$

O sinal $\bar{z}(t)$ é o valor observado de $z(t)$:

$$\bar{z}(t) = BI[y(t)] = \theta_b^{*T} \omega_b(t) \quad (5.21)$$

e o sinal $z_m(t)$ é gerado de

$$z_m(t) = BI[y_m(t)] = \theta_b^{*T} \omega_m(t). \quad (5.22)$$

As equações (5.21) - (5.22) possuem as seguintes propriedades:

$$z(t-1) = z_m(t-1), \quad z(t) = z_m(t), \quad y(t-1) = y_m(t-1), \quad \text{e } y(t) = y_m(t).$$

5.4.2 - Projeto para $G(D)$ e $z(t)$ Ambos Conhecidos.

Um caso especial do projeto anterior ocorre quando $z(t)$ está disponível para medição. Neste caso, pode-se projetar uma realimentação de controle usando $z(t)$ para gerar a entrada $u(t)$ da planta tal que a saída $z(t)$ de $G(D)$ siga um sinal limitado $z_m(t)$. Se $z_m(t)$ é gerado de um *backlash* inverso com entrada $y_m(t)$, então a trajetória de saída $y(t) = y_m(t)$ é alcançada. Em vista do projeto de controle inverso (5.19) - (5.22), o controlador usando $z(t)$ será dado por:

$$u(t) = \theta_1^{*T} \omega_1(t) + \theta_2^{*T} b_\lambda(D)z(t) + z_m(t + n^*), \quad (5.23)$$

onde $z_m(t)$ é definido em (5.22).

5.4.3 - Projeto para $G(D)$ e $z(t)$ Ambos Desconhecidos.

A estrutura do controlador linear para $G(D)$ desconhecido é

$$u(t) = \theta_1^T \omega_1(t) + \theta_2^T \omega_2(t) + \theta_3 z_m(t + n^*), \quad (5.24)$$

onde $\omega_1(t)$, $\omega_2(t)$ e $z_m(t)$ são como em (5.20) - (5.22). A diferença entre (5.24) e (5.19), é que em (5.24) θ_1 , θ_2 , e θ_3 são os estimadores dos parâmetros desconhecidos $\theta_1^* \in R^{n-1}$ e $\theta_2^* \in R^n$ e $\theta_3^* = \frac{1}{k_p}$ os quais

satisfazem

$$\theta_1^{*T} a_\lambda(D)P(D) + \theta_2^{*T} b_\lambda(D)k_p Z(D) = P(D) - \theta_3^* k_p Z(D)D^{n^*}. \quad (5.25)$$

Usando (5.25) e (5.1), obtém-se

$$u(t) = \theta_1^{*T} \omega_1(t) + \theta_2^{*T} b_\lambda(D)z(t) + \theta_3^* z(t + n^*). \quad (5.26)$$

Desde que $\bar{z}(t) - z(t) = d_b(t)$, segue de (5.24) e (5.26) que

$$u(t) = \theta^{*T} \omega(t) - d(t + n^*), \quad (5.27)$$

onde:

$$\theta^* = [\theta_1^{*T}, \theta_2^{*T}, \theta_3^*]^T \quad (5.28)$$

$$\omega(t) = [\omega_1^T(t), \omega_2^T(t), \bar{z}(t + n^*)]^T \quad (5.29)$$

$$d(t + n^*) = \theta_3^* d_b(t + n^*) + \theta_2^{*T} b_\lambda(D) d_b(t). \quad (5.30)$$

Considerando θ o estimador de θ^* e definindo o erro de estimação como

$$\epsilon(t) = \theta^T(t-1) \omega(t-n^*) - u(t-n^*). \quad (5.31)$$

De (5.27) e (5.31), uma expressão equivalente para $\epsilon(t)$ pode ser escrita como:

$$\epsilon(t) = \tilde{\theta}^T(t-1) \omega(t-n^*) + d(t), \quad \tilde{\theta}(t-1) = \theta(t-1) - \theta^*, \quad (5.32)$$

a qual sugere a seguinte regra de atualização adaptativa para $\theta(t)$:

$$\theta = \theta(t-1) - \frac{\gamma \omega(t-n^*) \epsilon(t)}{1 + \omega^T(t-n^*) \omega(t-n^*)} + f(t), \quad (5.33)$$

onde $f(t)$ é a modificação com projeção de parâmetro com $0 < \gamma < 2$, ou o chaveamento utilizando modificação- σ com ou sem projeção e com

$0 < \gamma < 1$. Estas modificações são as mesmas do capítulo 3. Além disso, são necessárias para garantir o sinal $(\theta_3) = \text{sinal}(k_p)$, e $|\theta_3| \geq \theta_3^0 > 0$, sendo $\theta_3^0 \leq \frac{1}{|k_p|}$.

5.4.4 - Projeto para $G(D)$ Desconhecido e $z(t)$ Conhecido.

Finalmente, se o sinal $z(t)$ está disponível para medição, então o controlador (5.24) pode ser reescrito como:

$$u(t) = \theta_1^T \omega_1(t) + \theta_2^T b_\lambda(D) z(t) + \theta_3 z_m(t + n^*), \quad (5.34)$$

e a parametrização (5.27) torna-se:

$$u(t) = \theta^{*T} \omega(t),$$

onde θ^* foi definido em (5.28); e $\omega(t)$ definido em (5.29) é redefinido por

$$\omega(t) = [\omega_1^T(t), [b_\lambda(D)z(t)]^T, z(t + n^*)]^T.$$

O erro de estimação $\epsilon(t)$ definido em (5.31) agora tem a forma

$$\epsilon(t) = \tilde{\theta}(t-1)\omega(t-n^*)$$

o qual sugere a seguinte regra de atualização adaptativa para $\theta(t)$:

$$\theta = \theta(t-1) - \frac{\gamma \omega(t-n^*) \epsilon(t)}{1 + \omega^T(t-n^*) \omega(t-n^*)}, \quad 0 < \gamma < 2. \quad (5.35)$$

Uma projeção de parâmetro é também necessária para que: $\text{sin}[\theta_3] = \text{sin}(k_p)$, e $|\theta_3| \geq \theta_3^0 > 0$, sendo $\theta_3^0 \leq \frac{1}{|k_p|}$.

Desde que o sinal $z(t)$ seja diretamente utilizado na realimentação de controle, o sistema adaptativo resultante é um modelo de referência padrão, com $z_m(t)$ como a referência e $z(t)$ como a saída. O controlador adaptativo (5.34) atualizado por (5.35) garante que todos os sinais de malha-fechada são limitados e que a trajetória de $z_m(t)$ é alcançada por $z(t)$:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [z(t) - z_m(t)] = 0$$

5.5 - Controle Adaptativo para *Backlash* na Saída da Planta.

Quando o *backlash* na saída é desconhecido, acrescenta-se um *backlash* inverso adaptativo à estrutura de controle projetada anteriormente. De forma semelhante ao controle inverso fixo, serão desenvolvidos dois tipos de controladores adaptativos inversos: um considerando a parte linear conhecida, e outro considerando a parte linear desconhecida. Em ambos os

casos a não linearidade é desconhecida. Para a parte linear conhecida, o controle linear é fixo, e para a parte linear desconhecida, a estrutura do controlador linear será adaptativa.

Resultados de simulações mostram que os controladores adaptativos inversos melhoram significativamente o desempenho dos sistemas.

5.5.1 - Objetivo de Controle

Como na seção 5.2, considera-se a planta discreta com o *backlash* na saída da parte linear $G(D)$:

$$y(t) = B[z(t)], \quad z(t) = G(D) u(t), \quad (5.36)$$

onde a parte linear $G(D) = k_p \frac{z(D)}{P(D)}$, satisfaz as suposições (A_1) - (A_4) feitas na seção 3.7 do capítulo 3. Para este projeto assume-se que $k_p = 1$.

Como nos capítulos anteriores, os problemas encontrados no controle adaptativo possuem dois aspectos chaves:

- * A saída $z(t)$ da parte linear $G(D)$ não está disponível para controle ou medição.
- * Os parâmetros da parte não linear $B(\cdot)$ são desconhecidos.

Uma aproximação para se desenvolver uma versão adaptativa da característica inversa é :

$$\bar{z}(t) = BI[y(t)], \quad z_m(t + n^*) = BI[y_m(t + n^*)].$$

A versão adaptativa das equações (5.16) - (5.18) com um estimador θ_b de θ_b^* , tem as seguintes formas:

$$\hat{z}(t) = \hat{BI}[y(t)] = \theta_b^T \omega_b(t) \quad (5.37)$$

$$\hat{z}_m(t + n^*) = \hat{BI}[y_m(t + n^*)] = \theta_b^T \omega_m(t + n^*). \quad (5.38)$$

A observação do erro para a característica *backlash* inversa adaptativa pode ser dada por:

$$\hat{z}(t) - z(t) = [\theta_b - \theta_b^*]^T \omega_b(t) + d_b(t), \quad (5.39)$$

onde $d_b(t)$ é um erro limitado.

5.5.2 - Projeto para $G(D)$ Conhecido.

Para se desenvolver a estrutura do controlador para a planta (5.36) com a parte linear $G(D)$ conhecida, utiliza-se um *backlash* inverso adaptativo para substituir o inverso fixo em (5.19) representado na figura 5.3. Será apresentado dois projetos: um com uma versão adaptativa explícita $\hat{z}(t) = \hat{BI}[y(t)]$ do inverso fixo $\bar{z} = BI[y(t)]$, e o outro com uma versão adaptativa implícita de $\bar{z} = BI[y(t)]$.

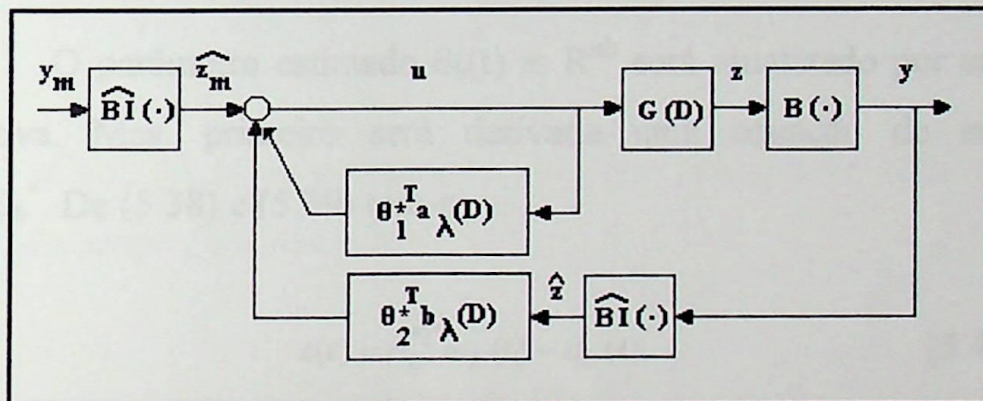


Figura 5.4: Controlador inverso explícito para $G(D)$ conhecido.

5.5.2.1 - Projeto Inverso Explícito.

A estrutura do controlador mostrada na figura 5.4, emprega uma versão adaptativa explícita $\hat{z}(t) = \hat{BI}[y(t)]$ do inverso fixo $\bar{z} = BI[y(t)]$ em (5.19), a qual é descrita por:

$$u(t) = \theta_1^{*T} a_\lambda(D) u(t) + \theta_2^{*T} b_\lambda(D) \hat{z}(t) + \hat{z}_m(t+n^*), \quad (5.40)$$

onde $\theta_1^* \in R^{n-1}$, $\theta_2^* \in R^n$, e $a_\lambda(D), b_\lambda(D)$ são definidos em (5.13) - (5.15).

Os sinais $\hat{z}(t)$ e $\hat{z}_m(t)$ são obtidos dos inversos adaptativos

$$\hat{z}(t) = \hat{BI}[y(t)] = \theta_b^T \omega_b(t) \quad (5.41)$$

$$\hat{z}_m(t+n^*) = \hat{BI}[y_m(t+n^*)] = \theta_b^T \omega_m(t+n^*). \quad (5.42)$$

O parâmetro estimado $\theta_b(t) \in R^{n_b}$ será atualizado por uma regra adaptativa. Mas, primeiro será derivada uma equação do erro para $\theta_b(t) - \theta_b^*$. De (5.38) e (5.39) tem-se:

$$z(t) = \theta_b^{*T} \omega_b(t) - d_b(t). \quad (5.43)$$

Substituindo (5.43) em (5.32) e introduzindo

$$\omega_{bb}(t) = \theta_2^{*T} b_\lambda(D) I_{n_b} \omega_b(t) + \omega_b(t+n^*) \quad (5.44)$$

$$d(t+n^*) = d_b(t+n^*) + \theta_2^{*T} b_\lambda(D) d_b(t), \quad (5.45)$$

onde I_{n_b} é a matriz identidade $n_b \times n_b$, obtém-se

$$u(t) = \theta_1^{*T} \omega_1(t) + \theta_b^{*T} \omega_{bb}(t) - d(t+n^*), \quad (5.46)$$

onde

$$\omega_1(t) = a_\lambda(D) u(t).$$

O erro de estimação pode ser definido como a seguir:

$$\epsilon_b(t) = \theta_1^{*T} \omega_1(t - n^*) + \theta_b^T(t-1) \omega_{bb}(t - n^*) - u(t - n^*) \quad (5.47)$$

e usando (5.46), obtém-se

$$\epsilon_b(t) = [\theta_b(t-1) - \theta_b^*]^T \omega_{bb}(t - n^*) + d(t). \quad (5.48)$$

Com base nesta equação de erro, elabora-se uma regra de atualização adaptativa para $\theta_b(t)$:

$$\theta_b = \theta_b(t-1) - \frac{\Gamma_b \omega_{bb}(t - n^*) \epsilon_b(t)}{m_b^2(t)} + f_b(t), \quad (5.49)$$

onde

$$m_b(t) = \sqrt{1 + \omega_{bb}^T(t - n^*) \omega_{bb}(t - n^*) + \xi_b^2(t)}, \quad (5.50)$$

$$\begin{aligned} \xi_b(t) = & \theta_b^T(t-1) \theta_2^{*T} b_\lambda(D) \omega_b(t - n^*) + \theta_b^T(t-1) \omega_b(t) \\ & - \theta_2^{*T} b_\lambda(D) [\theta_b^T \omega_b](t - n^*) - \theta_b^T(t - n^*) \omega_b(t). \end{aligned} \quad (5.51)$$

Sendo que $f_b(t)$ é um termo de modificação e Γ_b é uma matriz

diagonal positiva, os quais serão definidos posteriormente.

5.5.2.2 - Projeto Inverso Implícito.

A estrutura do controlador utilizada neste projeto será mostrada na figura 5.5, onde o bloco lógico L implementa (5.6) para gerar $\omega_b(t)$. Neste projeto, emprega-se uma versão adaptativa implícita de $\bar{z} = BI[y(t)]$:

$$\begin{aligned} u(t) &= \theta_1^{*T} a_\lambda(D) u(t) + \theta_b^T \theta_2^{*T} b_\lambda(D) I_{nb} \omega_b(t) + \hat{z}_m(t + n^*) \\ &= \theta_1^{*T} a_\lambda(D) u(t) + \theta_b^T \omega_{bm}(t), \end{aligned} \quad (5.52)$$

onde

$$\omega_{bm}(t) = \theta_2^{*T} b_\lambda(D) I_{nb} \omega_b(t) + \omega_m(t + n^*)$$

Sendo que θ_1^* , θ_2^* , $a_\lambda(D)$, $b_\lambda(D)$, $\omega_b(t)$, θ_b , e $\hat{z}_m(t)$ já foram definidos na seção 5.5.2.1.

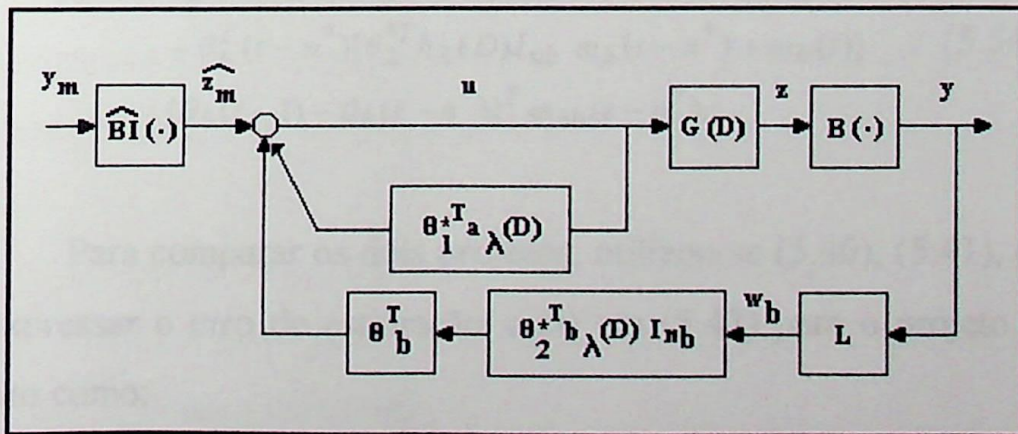


Figura 5.5: Controlador inverso implícito para $G(D)$ conhecido.

Neste projeto, a versão adaptativa $\hat{z}(t) = \hat{BI}[y(t)]$ do *backlash* inverso $\bar{z} = BI[y(t)] = \theta_b^{*T} \omega_b(t)$ é implícita devido $\theta_b^T \theta_2^{*T} b_\lambda(D) I_{nb} \omega_b(t)$ ser a versão adaptativa de $\theta_2^{*T} b_\lambda(D) \bar{z}(t)$; para $\theta_b = \theta_b^*$, segue que

$$\theta_b^T \theta_2^{*T} b_\lambda(D) I_{nb} \omega_b(t) = \theta_b^{*T} \theta_2^{*T} b_\lambda(D) I_{nb} \omega_b(t) = \theta_2^{*T} b_\lambda(D) [\theta_b^{*T} \omega_b](t).$$

As mesmas expressões (5.47) e (5.48) do erro de estimação utilizadas no projeto anterior serão utilizadas neste projeto e sugerem a seguinte regra de atualização adaptativa para θ_b :

$$\theta_b = \theta_b(t-1) - \frac{\Gamma_b \omega_{bb}(t-n^*) \epsilon_b(t)}{m_b^2(t)} + f_b(t), \quad (5.53)$$

onde $m_b(t)$ foi dado em (5.50), $\omega_{bb}(t)$ em (5.44), e

$$\begin{aligned} \xi_b(t) = & \theta_b^T(t-1) [\theta_2^{*T} b_\lambda(D) I_{nb} \omega_b(t-n^*) + \omega_b(t)] \\ & - \theta_b^T(t-n^*) [\theta_2^{*T} b_\lambda(D) I_{nb} \omega_b(t-n^*) + \omega_b(t)] \\ & [\theta_b(t-1) - \theta_b(t-n^*)]^T \omega_{bb}(t-n^*). \end{aligned} \quad (5.54)$$

Para comparar os dois projetos, utilizou-se (5.40), (5.41), e (5.51) para expressar o erro de estimação $\epsilon_b(t)$ em (5.47) para o projeto inverso explícito como:

$$\begin{aligned}\epsilon_b(t) &= \hat{z}(t) - \hat{z}_m(t) + \theta_b^T(t-1)\theta_2^{*T} b_\lambda(D) I_{nb} \omega_b(t-n^*) \\ &\quad - \theta_2^{*T} b_\lambda(D) [\theta_b^T \omega_b](t-n^*) \\ &= \theta_b^T(t-n^*) [\omega_b(t) - \omega_m(t)] + \xi_b(t)\end{aligned}$$

e (5.52) e (5.54) para expressar $\epsilon_b(t)$ para o projeto inverso implícito como

$$\begin{aligned}\epsilon_b(t) &= \hat{z}(t) - \hat{z}_m(t) + \theta_b^T(t-1)\theta_2^{*T} b_\lambda(D) I_{nb} \omega_b(t-n^*) \\ &\quad - \theta_b^T(t-n^*) \theta_2^{*T} b_\lambda(D) I_{nb} \omega_b(t-n^*) \\ &= \theta_b^T(t-n^*) [\omega_b(t) - \omega_m(t)] + \xi_b(t).\end{aligned}$$

Embora as expressões do erro de estimação sejam as mesmas para ambos projetos, deve-se observar que eles possuem diferentes $\xi_b(t)$ em (5.51) e (5.54).

5.5.2.3 - Modificações para a Regra Adaptativa.

As regras adaptativas dos projetos anteriores utilizaram um termo de modificação $f_b(t)$ o qual possui duas versões: Projeção de parâmetros e chaveamento utilizando modificação- σ com projeção de parâmetro.

Projeção de parâmetro - Para projeção de parâmetro, utiliza-se a suposição abaixo para poder especificar uma região de parâmetros que contenha o parâmetro verdadeiro θ_b^* .

Para o *backlash* inverso, esta suposição implica que:

$$\theta_b^* = [c_r, \frac{1}{m}, c_l]^T = [\theta_{b1}^*, \theta_{b2}^*, \theta_{b3}^*]^T \quad (5.55)$$

$$\theta_{bj}^* \in [\theta_{bj}^a, \theta_{bj}^b], \quad j = 1, 2, 3 \quad (5.56)$$

$$\theta_{b1}^a = 0, \quad \theta_{b2}^a = m_1, \quad \theta_{b3}^a = -c_{l0} \quad (5.57)$$

$$\theta_{b1}^b = c_{r0}, \quad \theta_{b2}^b = m_2, \quad \theta_{b3}^b = 0. \quad (5.58)$$

Para projetar os parâmetros estimados de $\theta_b \in \mathbb{R}^{n_b}$ para uma região de parâmetros $[\theta_{bj}^a, \theta_{bj}^b]$, $j = 1, 2, \dots, n_b$, define-se primeiro

$$g_b(t) = -\frac{\Gamma_b \omega_{bb}(t - n^*) \epsilon_b(t)}{m_b^2(t)}$$

e denota-se a componente j th de $\theta_b(t)$, $g_b(t)$, $f_b(t) \in \mathbb{R}^{n_b}$ como $\theta_{bj}(t)$, $g_{bj}(t)$, $f_{bj}(t)$, respectivamente. Então determina-se que $\Gamma_b = \{\gamma_1, \dots, \gamma_{n_b}\}$, $0 < \gamma_j < 2$ e $\theta_{bj}(0) \in [\theta_{bj}^a, \theta_{bj}^b]$ para $j = 1, 2, \dots, n_b$. Finalmente, tem-se $\bar{\theta}_{bj}(t) = \theta_{bj}(t-1) + g_{bj}(t)$ e portanto

$$f_{bj}(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } \bar{\theta}_{bj} \in [\theta_{bj}^a, \theta_{bj}^b] \\ \theta_{bj}^b - \bar{\theta}_{bj}(t) & \text{se } \bar{\theta}_{bj}(t) > \theta_{bj}^b \\ \theta_{bj}^a - \bar{\theta}_{bj}(t) & \text{se } \bar{\theta}_{bj}(t) < \theta_{bj}^a. \end{cases} \quad (5.59)$$

Chaveamento utilizando modificação- σ com projeção de parâmetro - Neste caso, temos

$$f_b(t) = -\sigma_b(t)\theta_b + f_p(t), \quad (5.60)$$

onde

$$\sigma_b(t) = \begin{cases} \sigma_0 & \text{se } \|\theta_b\|_2 > 2M_b \\ 0 & \text{de outro modo} \end{cases}$$

$$0 < \sigma_0 < \frac{1}{2}(1 - \gamma_b), \quad M_b \geq \|\theta_b^*\|_2$$

γ_b é o tamanho do passo de adaptação, $\Gamma_b = \gamma_b I_{nb}$, $0 < \gamma_b < 1$, e $f_p(t)$ garante que o estimador θ_b permanecerá dentro da região especificada para a projeção de parâmetro. Para implementar projeção de parâmetro para o *backlash* inverso, utiliza-se (5.55) - (5.58) com

$$\theta_{N1}^a = 0, \quad \theta_{N2}^a = m_1, \quad \theta_{N3}^b = 0, \quad (5.61)$$

$$\theta_{bj}^a = -\infty, \quad \theta_{bj}^b = \infty. \quad (5.62)$$

Para estes parâmetros, a projeção não se faz necessária devido o chaveamento- σ garantir que $\theta_b(t) \in I^\infty$.

Para construir um algoritmo para $f_p(t)$, primeiro determina-se:

$$\bar{g}_b(t) = -\frac{\Gamma_b \zeta_b(t) \epsilon_b(t)}{m_b^2(t)} - \sigma_b(t)\theta_b,$$

onde $\Gamma_b = \gamma_b I_{nb}$, $0 < \gamma_b < 1$, denota a componente j th de θ_b , $f_p(t)$, $\bar{g}_b(t)$ como $\theta_{bj}(t)$, $f_{pj}(t)$, $\bar{g}_{bj}(t)$, respectivamente. Segundo, escolhe-se $\theta_{bj}(0) \in [\theta_{bj}^a, \theta_{bj}^b]$, e então obtém-se

$$f_{pj}(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } \theta_{bj}(t-1) + \bar{g}_{bj}(t) \in [\theta_{bj}^a, \theta_{bj}^b] \\ \theta_{bj}^b - \theta_{bj}(t-1) - \bar{g}_{bj}(t) & \text{se } \theta_{bj}(t-1) + \bar{g}_{bj}(t) > \theta_{bj}^b \\ \theta_{bj}^a - \theta_{bj}(t-1) - \bar{g}_{bj}(t) & \text{se } \theta_{bj}(t-1) + \bar{g}_{bj}(t) < \theta_{bj}^a \end{cases}$$

para $j = 1, 2, \dots, n_b$.

Teorema 5.1 [23] - O controlador adaptativo inverso consistindo da estrutura de controle linear (5.40) ou (5.52) e dos inversos adaptativos (5.41) e (5.42) atualizados por (5.49) ou (5.53) garante que todos os sinais de malha-fechada são limitados.

Capítulo 6

Simulações das Diversas Técnicas de Compensação do *Backlash*



Neste capítulo serão apresentados os resultados de algumas das simulações realizadas para vários casos de compensação do *backlash* tanto localizado na entrada como na saída da planta. Para eliminar o efeito do *backlash*, foram desenvolvidos programas computacionais utilizando-se do software Matlab para gerar uma rotina de compensação para o mesmo, através das várias estratégias apresentadas nos capítulos anteriores.

Buscando-se testar a eficiência dos programas elaborados a partir do equacionamento feito nos capítulos anteriores, utilizou-se vários tipos de entrada e plantas de primeira, segunda, e terceira ordem para simulação.

Diante disto, será apresentado a seguir alguns dos resultados obtidos para o *backlash* na entrada ou na saída da planta, os quais são suficientes para demonstrar a eficiência do algoritmo implementado.

6.1 - Simulações para o *backlash* na entrada da planta.

Os resultados das simulações para o *backlash* localizado na entrada da planta apresentaram ótimos índices de desempenho. Isto pode ser observado comparando a resposta ao sistema contendo apenas a não linearidade *backlash*, com a resposta ao sistema contendo o *backlash* e um controlador inverso.

6.1.1 - Controle Adaptativo Inverso para uma Planta de Primeira Ordem.

O efeito do *backlash* sob o sistema da figura 6.1 pode ser observado na figura 6.2. Nesta figura pode-se ver claramente que nos pontos onde ocorre a inversão do sinal de entrada senoidal, a saída foi “cortada” sob a ação do *backlash*. Este “corte” corresponde ao segmento interno (ou horizontal) da característica *backlash* já estudada na seção 2.3.1 do capítulo 2. O *backlash* implementado neste exemplo tem os seguintes valores característicos: $c_r = 3$, $c_l = -3$ e $m = 1.3$.

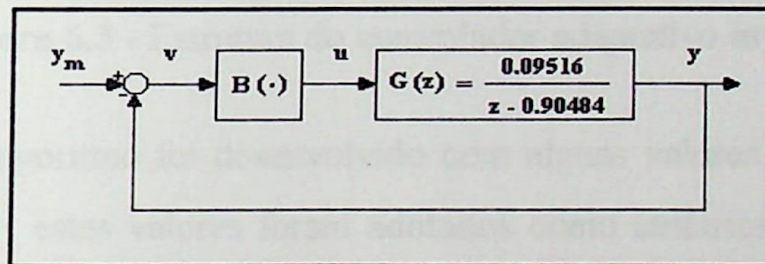


Figura 6.1 - Diagrama de bloco do sistema de primeira ordem com *backlash* na entrada .

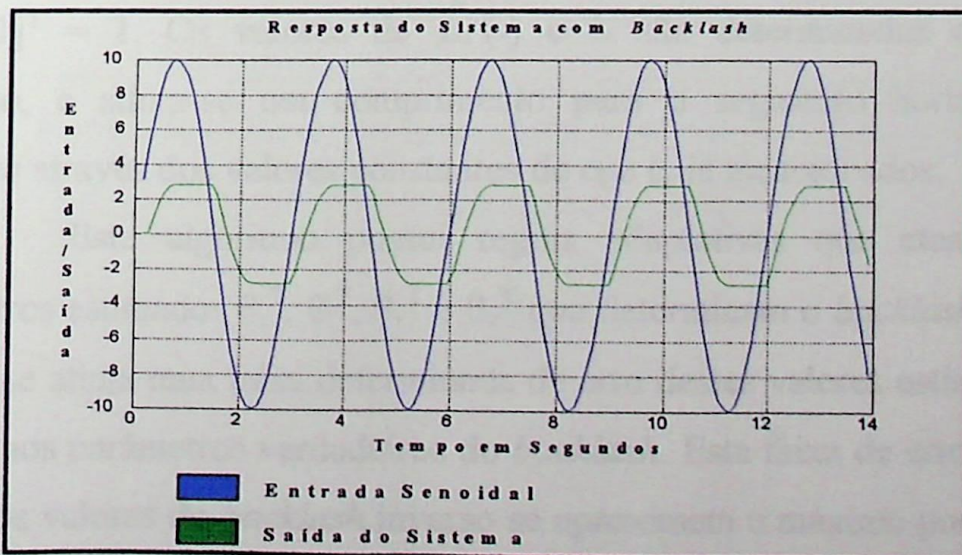


Figura 6.2 - Resposta do sist. de primeira ordem com *backlash* na entrada.

Pode-se observar na figura 6.4 que este controlador é altamente eficaz para um sistema de primeira ordem, pois após um certo período de adaptação elimina totalmente o efeito do *backlash*. A diferença de amplitude e fase entre os sinais de entrada e saída do sistema ocorre devido ao efeito da resposta em frequência do mesmo. Deve-se observar que além da resposta em frequência do próprio sistema dinâmico, o algoritmo de adaptação também introduz uma modificação na resposta em frequência global do sistema compensado.

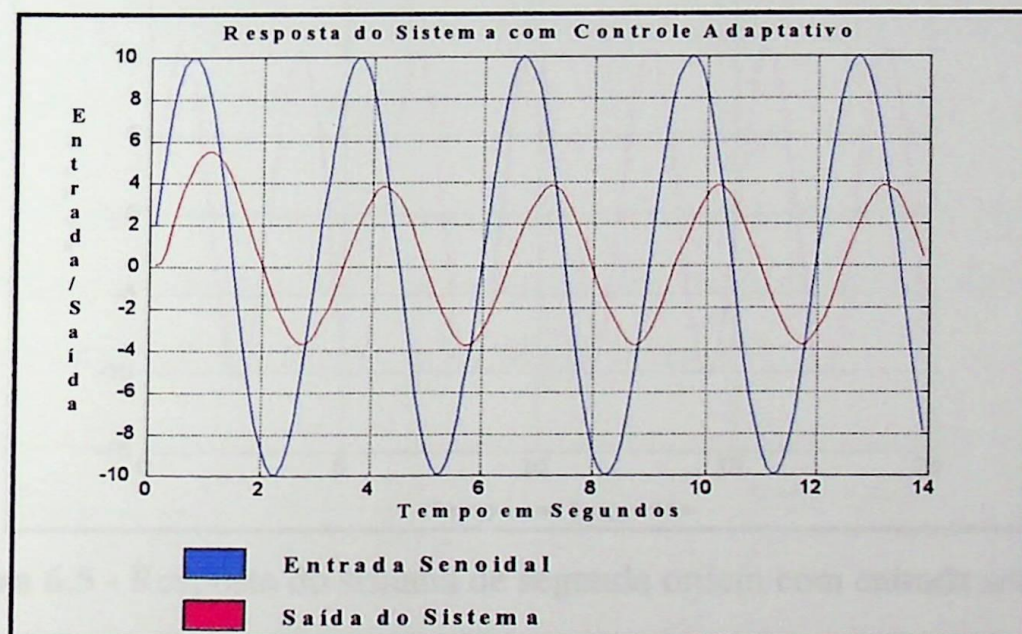


Figura 6.4 - Resposta do sistema de primeira ordem com *backlash* sob a ação do controle adaptativo.

6.1.2 - Controle Adaptativo Inverso para uma Planta de Segunda Ordem.

De forma semelhante à seção anterior, foi realizada a simulação em software Matlab para a planta de segunda ordem mostrada na figura 6.6.

O resultado desta simulação pode ser observado na figura 6.7 onde é possível constatar o efeito prejudicial causado pelo *backlash* no comportamento do sistema. O *backlash* implementado neste exemplo tem os seguintes valores característicos: $c_r = 6$, $c_l = -6$ e $m = 1.3$.

O resultado da simulação do sistema com a planta $G(z)$ mostrada na figura 6.6 para uma excitação senoidal será mostrado na figura 6.5.

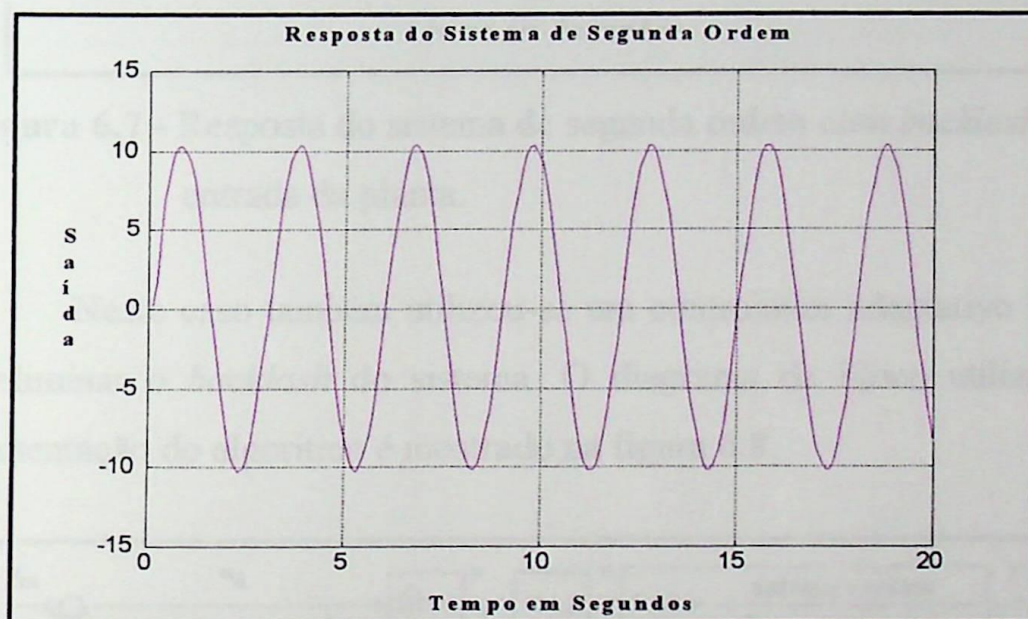


Figura 6.5 - Resposta do sistema de segunda ordem com entrada senoidal.

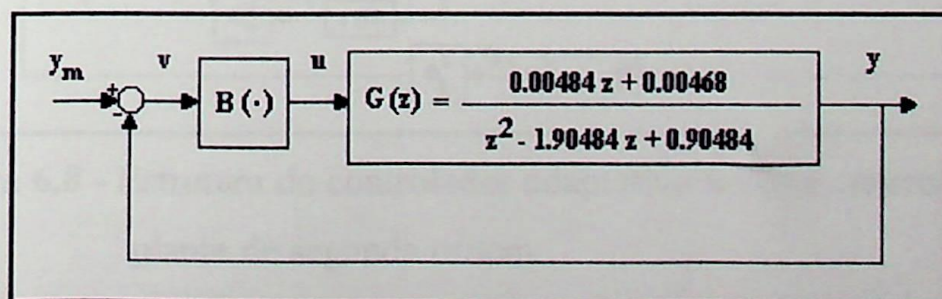


Figura 6.6 - Diagrama de bloco do sistema de segunda ordem com *backlash* na entrada.

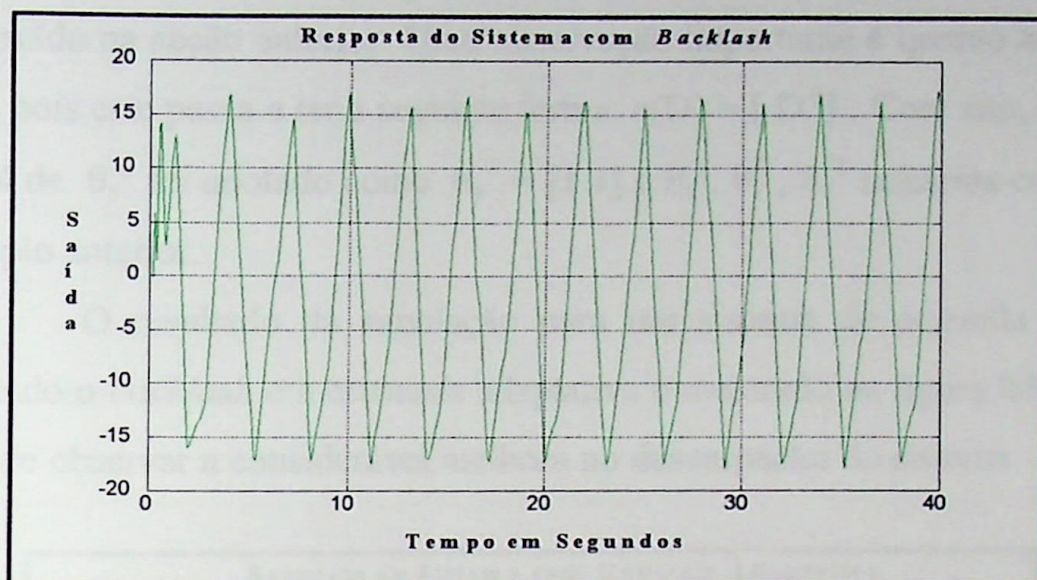


Figura 6.7 - Resposta do sistema de segunda ordem com *backlash* na entrada da planta.

Neste caso também utilizou-se um controlador adaptativo inverso para eliminar o *backlash* do sistema. O diagrama de bloco utilizado na implementação do algoritmo é mostrado na figura 6.8.

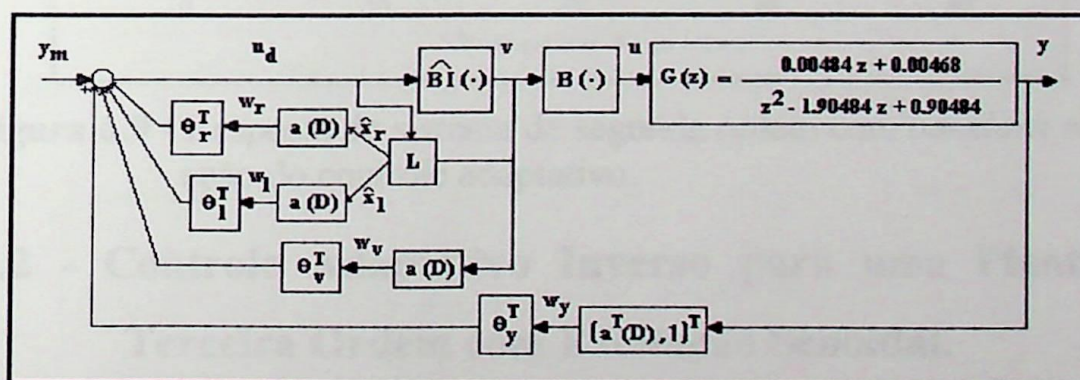


Figura 6.8 - Estrutura do controlador adaptativo inverso contendo uma planta de segunda ordem.

O algoritmo para compensar o *backlash* na entrada de um sistema de segunda ordem foi elaborado de forma semelhante ao algoritmo

construído na seção anterior. Uma observação importante é quanto ao vetor $a(D)$, pois este passa a ter a seguinte forma: $a(D) = [D^{-1}]$. Com isto, o valor inicial de θ_y^T foi adotado como $\theta_y^T = [1 \ 1]$ e θ_r^T , θ_1^T , θ_v^T unitários como no exemplo anterior.

O resultado da simulação para um sistema de segunda ordem contendo o *backlash* e a estrutura adaptativa é mostrado na figura 6.9, onde se pode observar a considerável melhora no desempenho do sistema.

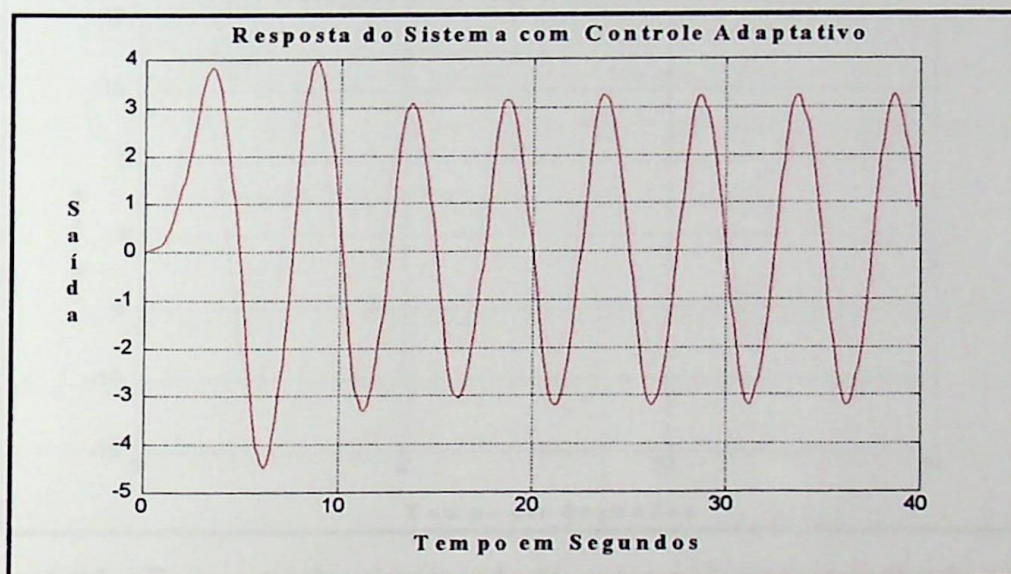


Figura 6.9 - Resposta do sistema de segunda ordem com *backlash* sob a ação do controle adaptativo.

6.1.2 - Controle Adaptativo Inverso para uma Planta de Terceira Ordem com Excitação Senoidal.

Comparando a resposta do sistema de terceira ordem para uma excitação senoidal mostrada na figura 6.11, com a resposta ao sistema contendo o *backlash* mostrada na figura 6.13, pode-se notar o efeito altamente prejudicial do *backlash* sob este tipo de sistema.

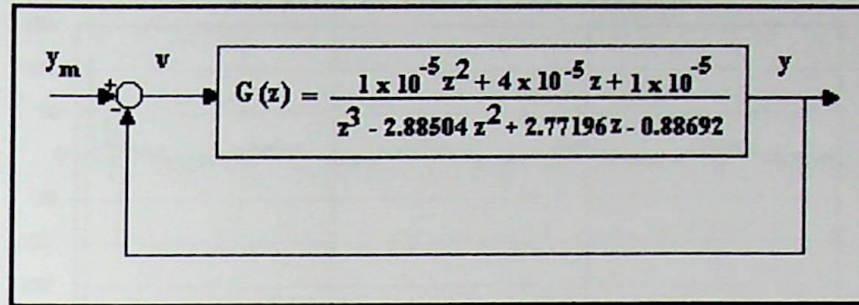


Figura 6.10 - Diagrama de bloco do sistema de terceira ordem.

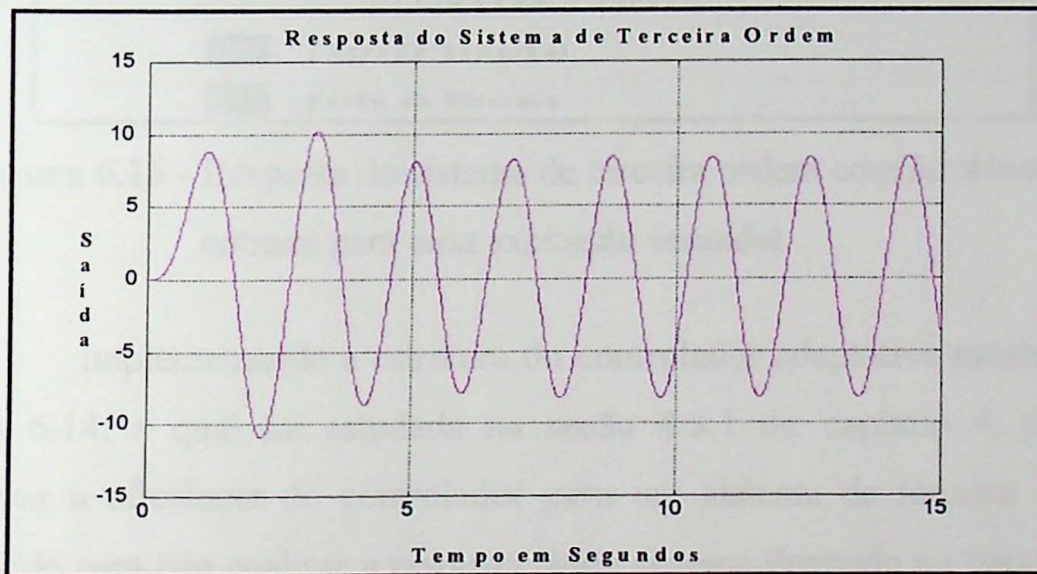


Figura 6.11 - Resposta do sistema de terceira ordem com entrada senoidal.

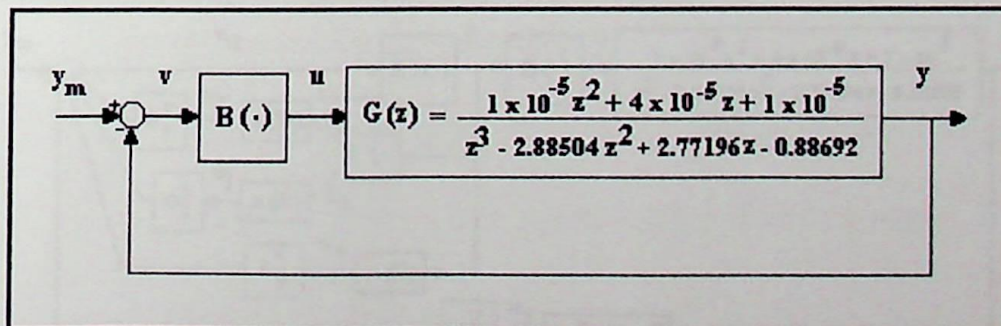


Figura 6.12 - Diagrama de bloco do sistema de terceira ordem com *backlash* na entrada.

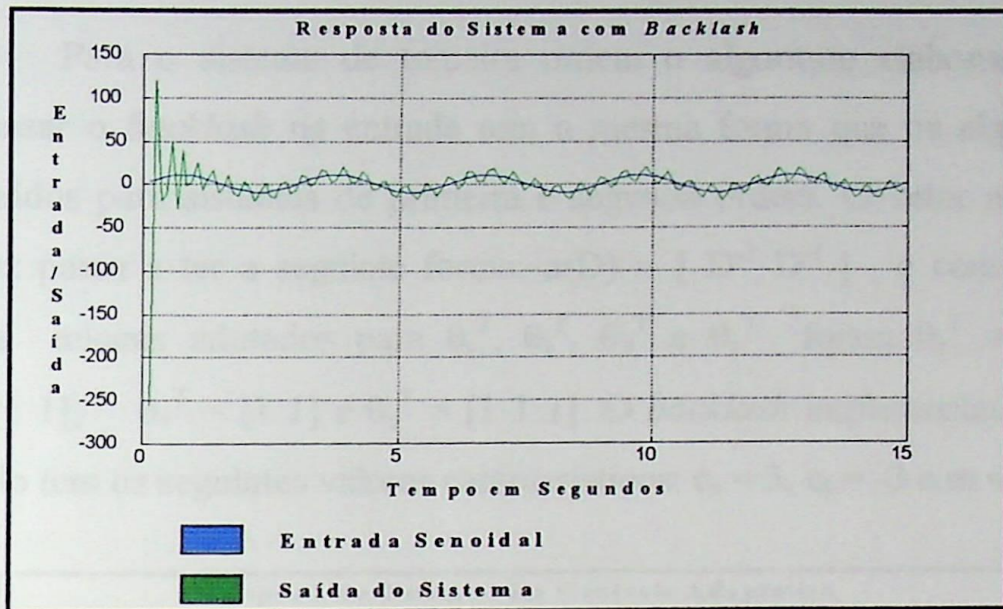


Figura 6.13 - Resposta do sistema de terceira ordem com *backlash* na entrada para uma excitação senoidal.

Implementando a estrutura do controlador adaptativo mostrada na figura 6.14, a qual foi estudada na seção 4.3.1 do capítulo 4, pode-se observar a eficiência do controlador para um sistema de terceira ordem. Bastando para isto analisar a resposta deste sistema ilustrada na figura 6.15. O algoritmo referente a este caso será mostrado no anexo B.

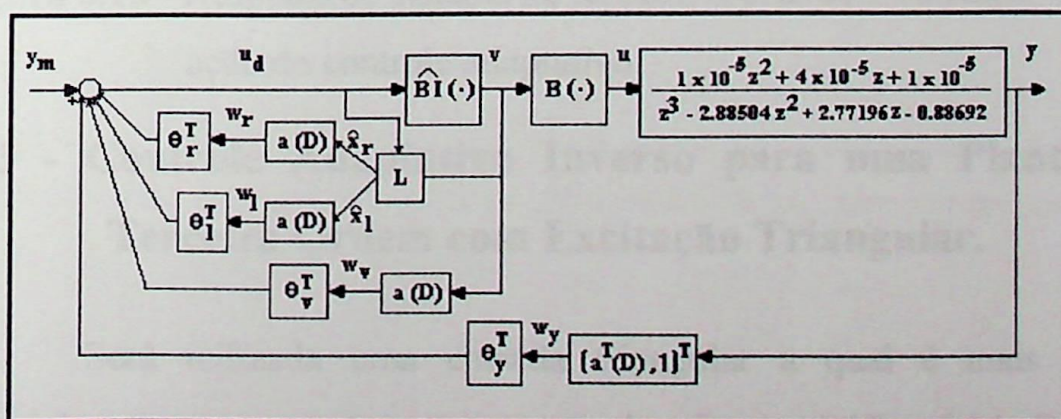


Figura 6.14 - Estrutura do controlador adaptativo inverso para uma planta de terceira ordem.

Para o sistema de terceira ordem o algoritmo elaborado para compensar o *backlash* na entrada tem a mesma forma que os algoritmos construídos para sistemas de primeira e segunda ordem. O vetor $a(D)$ por sua vez passa a ter a seguinte forma: $a(D) = [D^{-2} D^{-1}]$, e com isto os valores iniciais adotados para θ_r^T , θ_l^T , θ_v^T e θ_y^T foram $\theta_r^T = [1 \ 1]$, $\theta_l^T = [1 \ 1]$, $\theta_v^T = [1 \ 1]$ e $\theta_y^T = [1 \ 1 \ 1]$. O *backlash* implementado neste exemplo tem os seguintes valores característicos: $c_r = 3$, $c_l = -3$ e $m = 1.3$.

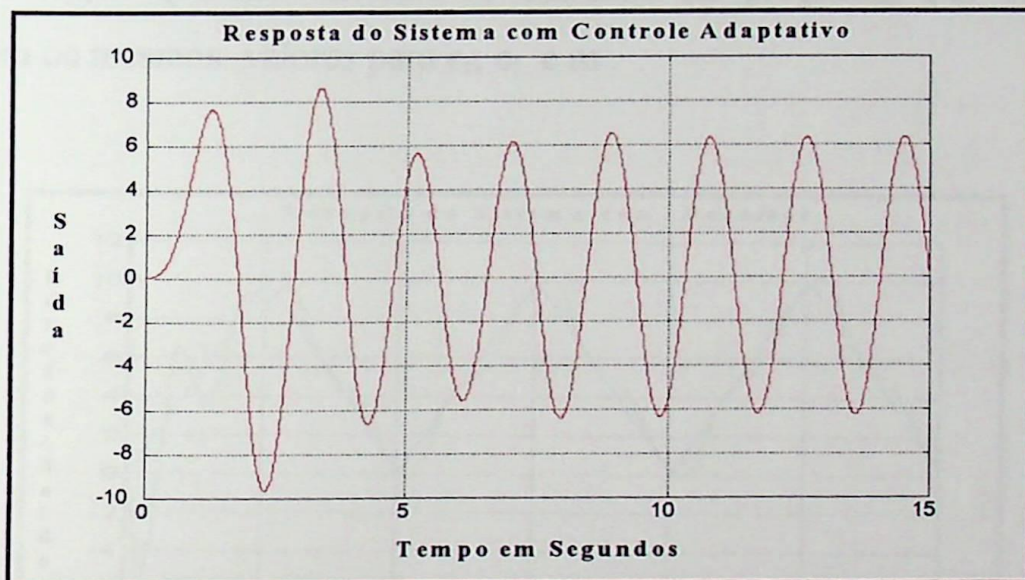


Figura 6.15 - Resposta do sistema de terceira ordem com *backlash* sob a ação do controle adaptativo.

6.1.3 - Controle Adaptativo Inverso para uma Planta de Terceira Ordem com Excitação Triangular.

Será utilizada uma entrada triangular a qual é mais usada industrialmente, para excitar os sistemas das figuras 6.12 e 6.14. Pode-se observar na figura 6.16 as oscilações causadas pela presença do *backlash*

no sistema, efeito este já mencionado na seção 2.4 do capítulo 2. Analisando as figuras 6.16 e 6.17 observa-se que o efeito indesejável do *backlash* foi totalmente eliminado também para entrada triangular, mostrando assim a eficiência do algoritmo para outro tipo de entrada.

O algoritmo construído para a entrada triangular tem a mesma forma do algoritmo elaborado para o sistema de terceira ordem com entrada senoidal descrito na seção anterior, pois neste caso mudou-se apenas o tipo de entrada, o que não interfere na estrutura do programa. Foi utilizado também os mesmos valores para c_r , c_l e m .

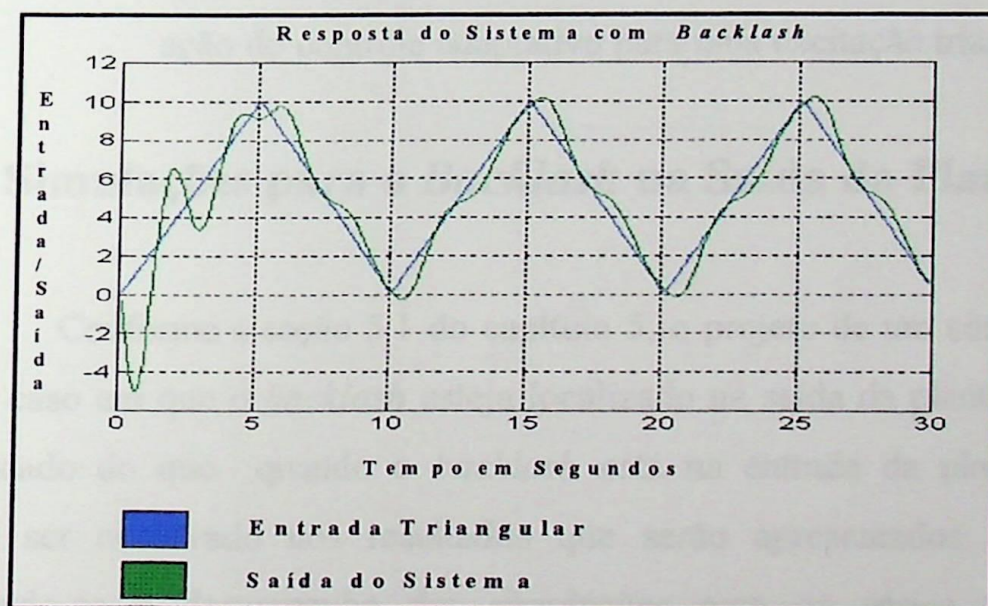


Figura 6.16 - Resposta do sistema com *backlash* na entrada para uma excitação triangular.

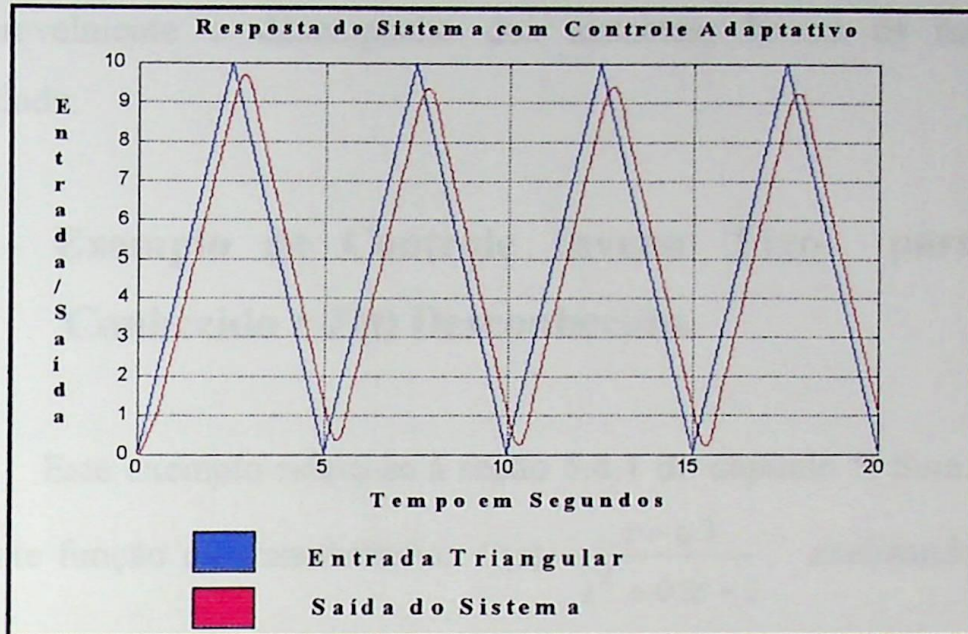


Figura 6.17 - Resposta do sistema de terceira ordem com *backlash* sob a ação do controle adaptativo para uma excitação triangular.

6.2 - Simulações para o *Backlash* na Saída da Planta.

Conforme a seção 5.1 do capítulo 5, o projeto de um controlador para o caso em que o *backlash* esteja localizado na saída da planta é mais complicado do que quando o *backlash* está na entrada da planta. Isto poderá ser observado nos resultados que serão apresentados a seguir analisando-se o desempenho das simulações para os vários tipos de controladores utilizados.

Os sistemas utilizados para a simulação dos exemplos a seguir são intrinsecamente instáveis. A presença do *backlash* tende a piorar ainda mais a resposta destes sistemas. Uma observação importante é que os controladores utilizados nos casos descritos a seguir, além de melhorarem

consideravelmente o desempenho dos sistemas, levam os mesmos à estabilidade.

6.2.1 - Exemplo de Controle Inverso Fixo para $G(D)$ Conhecido e $Z(t)$ Desconhecido.

Este exemplo refere-se à seção 5.4.1 do capítulo 5. Será utilizada a seguinte função de transferência: $G(z) = \frac{z + 0.7}{z^2 + 0.5z + 3}$, analisando o lugar das raízes (figura 6.18) desta função nota-se que este sistema dinâmico é instável.

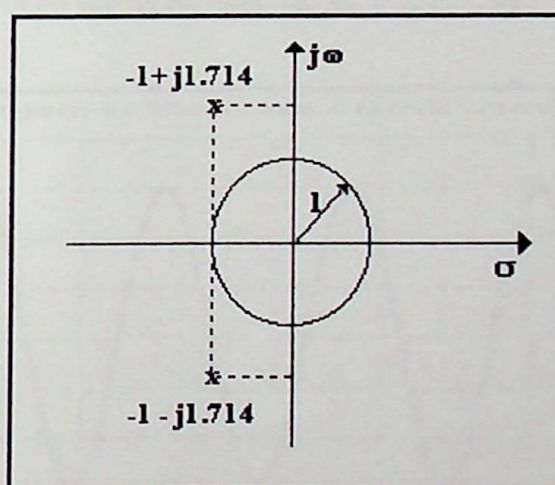


Figura 6.18 - Lugar das raízes.

A estrutura do controlador utilizado é mostrada na figura 6.19 e o resultado da simulação na figura 6.20.

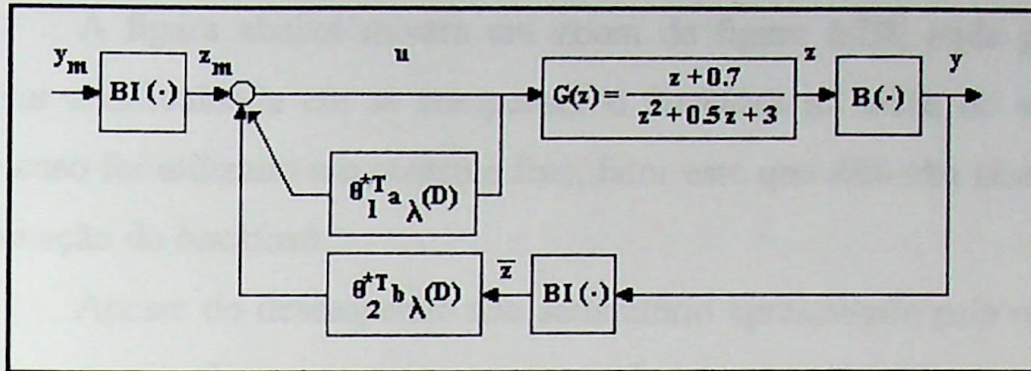


Figura 6.19 - Estrutura do controlador para *backlash* na saída.

O vetor $a_\lambda(D)$ para o *backlash* na saída da planta apresenta a mesma forma do vetor $a(D)$ para o *backlash* na entrada da planta. O vetor $b_\lambda(D)$ tem a seguinte forma: $b_\lambda(D) = [D^{-n+1}, \dots, D^{-1}, 1]^T$ e neste caso os valores de θ_1^{*T} e θ_2^{*T} são fixos. O *backlash* implementado neste exemplo tem os seguintes valores característicos: $c_r = 22.5$, $c_l = -24.7$ e $m = 0.014$.

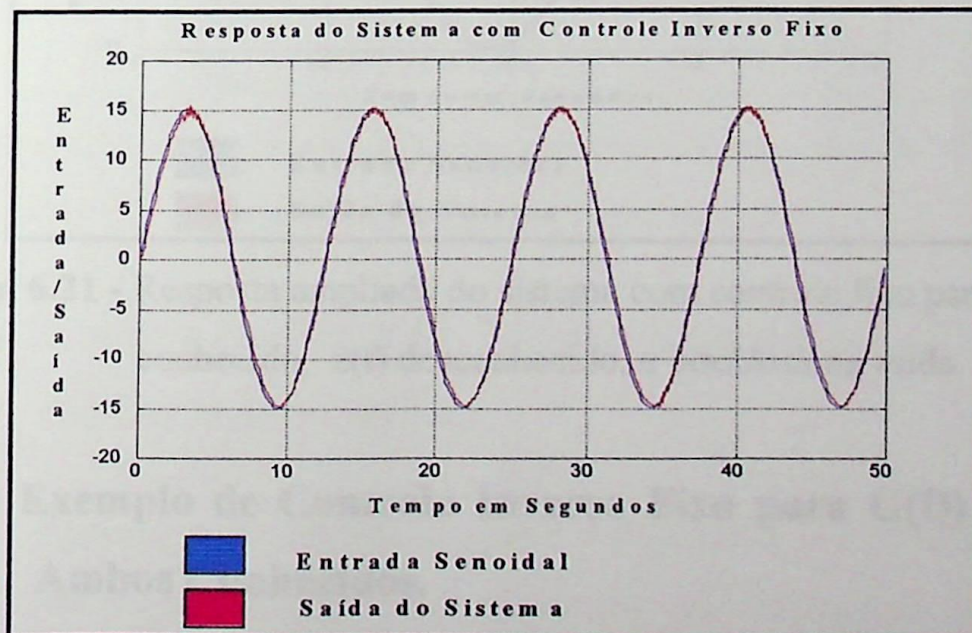


Figura 6.20 - Resposta do sistema com controle fixo para $G(D)$ conhecido, $z(t)$ desconhecido, e *backlash* na saída.

A figura abaixo mostra um zoom da figura 6.20, onde pode-se observar a dificuldade em se compensar o *backlash* na saída do sistema. Neste caso foi utilizado um controle fixo, fator este que dificulta ainda mais a eliminação do *backlash*.

Apesar do desempenho não satisfatório apresentado pela resposta é importante ressaltar que o sistema antes da compensação apresentava-se instável.

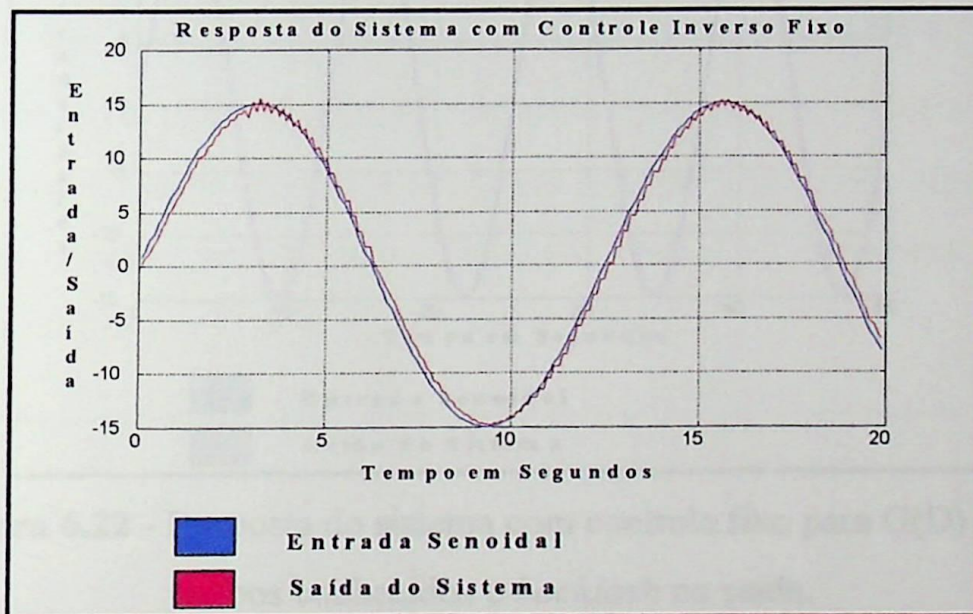


Figura 6.21 - Resposta ampliada do sistema com controle fixo para $G(D)$ conhecido, $z(t)$ desconhecido, e *backlash* na saída.

6.2.2 - Exemplo de Controle Inverso Fixo para $G(D)$ e $z(t)$ Ambos Conhecidos.

Este exemplo refere-se à seção 5.4.2 do capítulo 5. Nota-se que quando $z(t)$ está disponível para medição, o resultado obtido apresenta-se

melhor que o resultado anterior, pois $z(t)$ neste caso é usado para gerar a entrada $u(t)$.

A estrutura do controlador utilizada e os valores do *backlash* c_r , c_l e m , são os mesmos da seção anterior. O resultado da simulação é mostrado na figura 6.22.

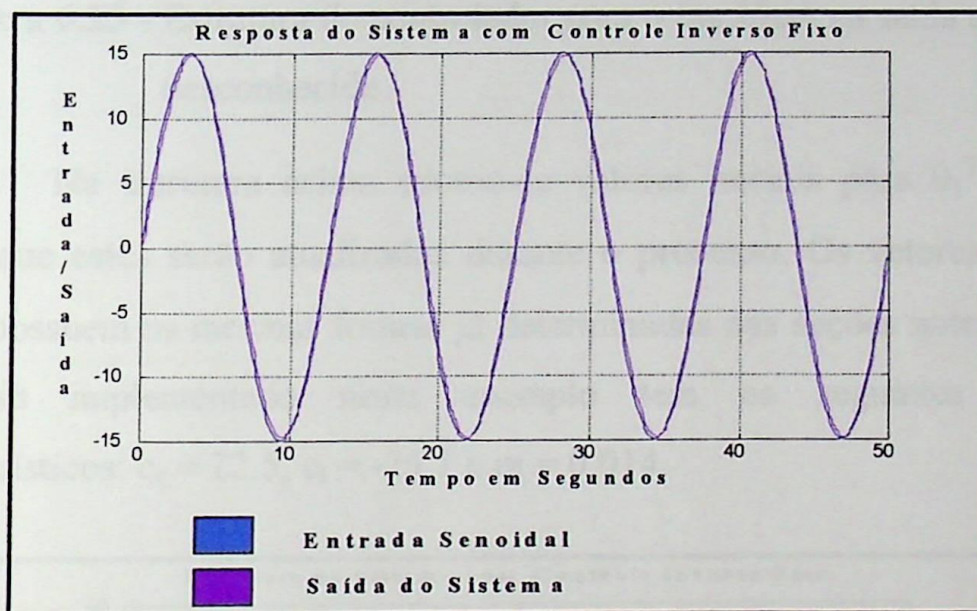


Figura 6.22 - Resposta do sistema com controle fixo para $G(D)$ e $z(t)$ ambos conhecidos e *backlash* na saída.

6.2.3 - Exemplo de Controle Inverso Fixo para $G(D)$ e $z(t)$ Ambos Desconhecidos.

Este exemplo refere-se à seção 5.4.3 do capítulo 5. O resultado da simulação do sistema da figura 6.23 apresentou um desempenho um pouco inferior aos dois outros casos apresentados para o *backlash* localizado na saída da planta. Isto será observado na figura 6.24.

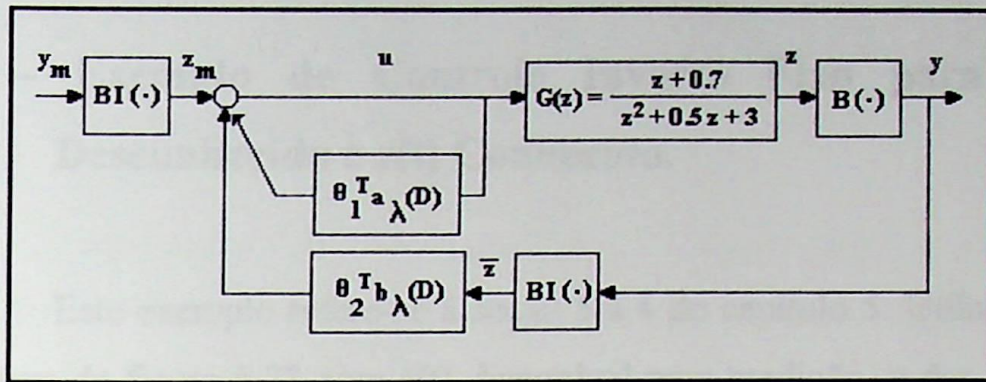


Figura 6.23 - Estrutura do controlador para o *backlash* na saída e $G(D)$ desconhecido.

Na estrutura acima adotou-se valores iniciais para θ_1^T e θ_2^T , sendo que estes serão atualizados durante o processo. Os vetores $a_\lambda(D)$ e $b_\lambda(D)$ possuem as mesmas formas já determinadas nas seções anteriores. O *backlash* implementado neste exemplo tem os seguintes valores característicos: $c_r = 22.5$, $c_l = -24.7$ e $m = 0.014$.

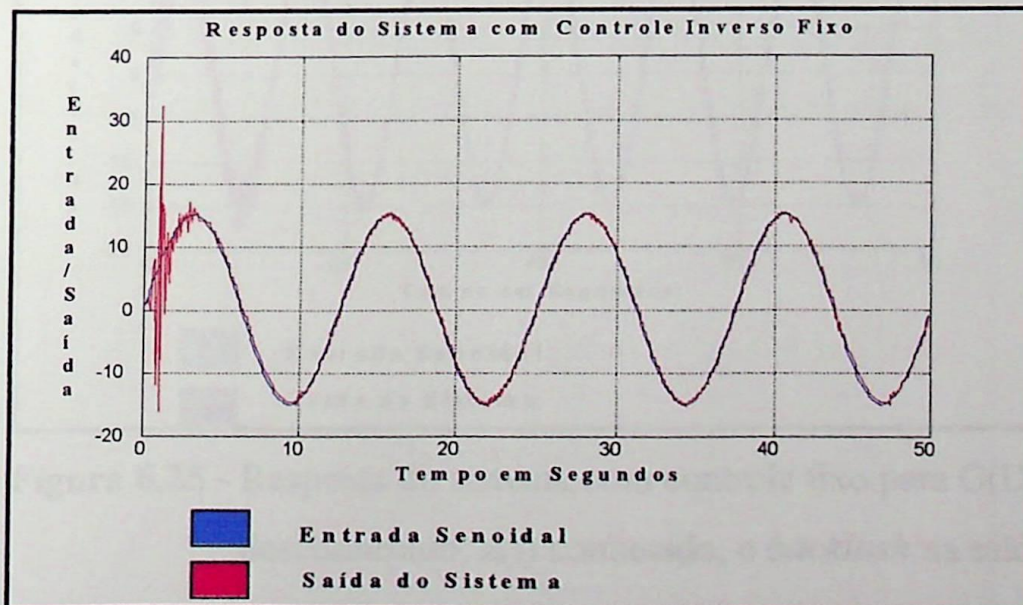


Figura 6.24 - Resposta do sistema com controle fixo para $G(D)$ e $z(t)$ ambos desconhecidos e *backlash* na saída.

6.2.4 - Exemplo de Controle Inverso Fixo para $G(D)$ Desconhecido e $z(t)$ Conhecido.

Este exemplo refere-se à seção 5.4.4 do capítulo 5. Utilizando-se a estrutura da figura 6.23 com $z(t)$ disponível para medição, e dos mesmos valores adotados para o *backlash* na seção anterior, observa-se que a resposta do sistema apresenta um desempenho melhor que o do caso anterior como mostra a figura 6.25 após um certo intervalo de tempo.

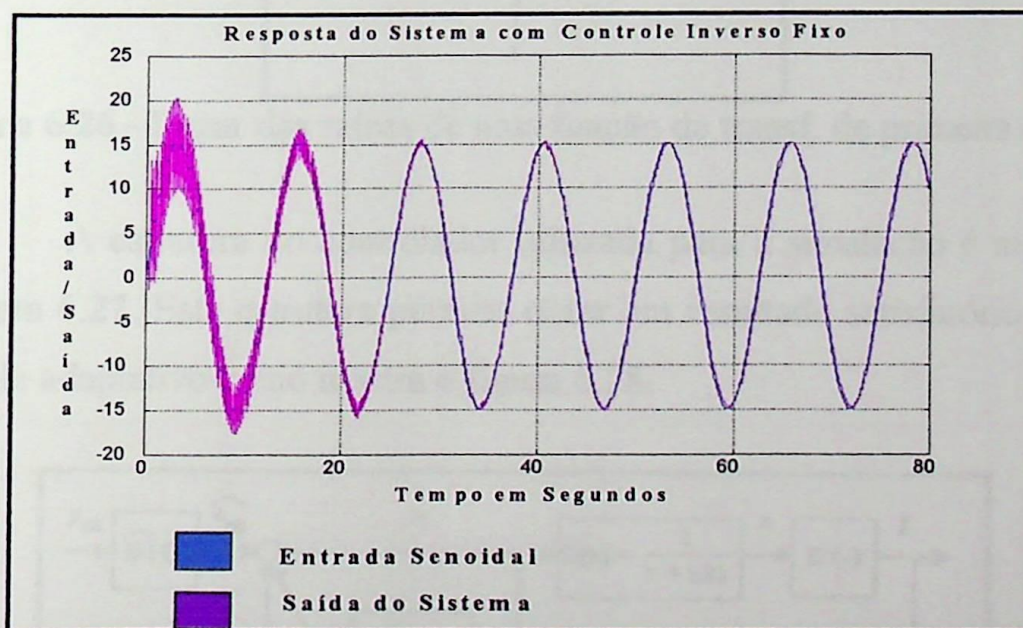


Figura 6.25 - Resposta do sistema com controle fixo para $G(D)$ desconhecido, $z(t)$ conhecido, e *backlash* na saída.

6.2.5 - Exemplo de Controle Adaptativo Inverso para $G(D)$ Conhecido Explícito.

Este exemplo refere-se à seção 5.5.2.1 do capítulo 5. A função de transferência utilizada é uma função instável como mostra o lugar das raízes a seguir:

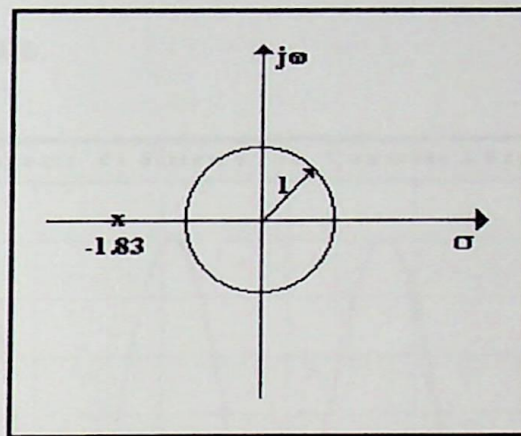


Figura 6.26 - Lugar das raízes de uma função de transf. de primeira ordem

A estrutura do controlador utilizada para a simulação é mostrada na figura 6.27. Esta estrutura permite obter um resultado satisfatório com o controle adaptativo como mostra o figura 6.28.

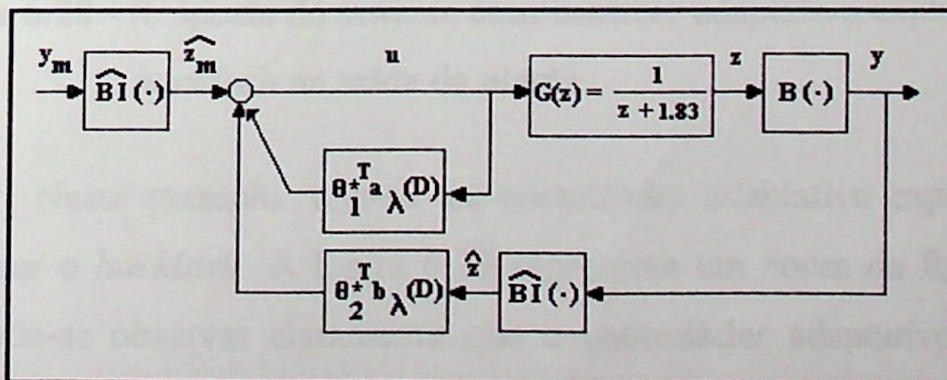


Figura 6.27 - Estrutura do controlador inverso explícito para $G(D)$ conhecido.

A estrutura do controlador inverso explícito emprega uma versão adaptativa explícita $\hat{z}(t) = \hat{BI}[y(t)]$ do *backlash* inverso. Isto pode ser observado na figura 6.27, pois nota-se que o diagrama possui um bloco representativo do *backlash* inverso. O *backlash* implementado neste exemplo tem os seguintes valores característicos: $c_r = 22.5$, $c_l = -24.7$ e $m = 0.014$. Os demais valores apresentados na estrutura acima já foram definidos anteriormente.

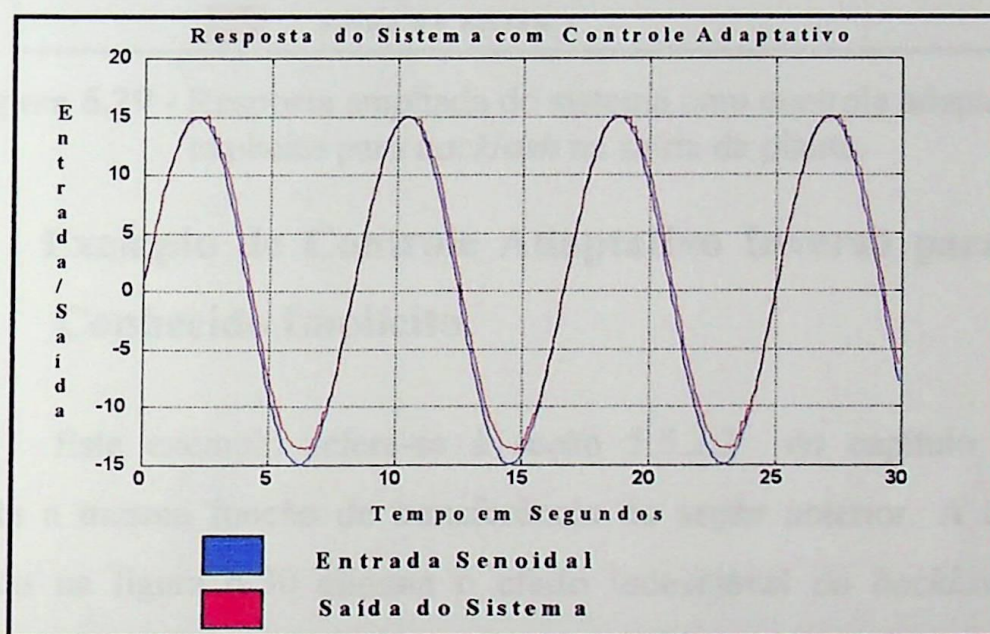


Figura 6.28 - Resposta do sistema com controle adaptativo explícito para *backlash* na saída da planta.

Neste exemplo tem-se um controlador adaptativo explícito para compensar o *backlash*. A figura 6.29 representa um zoom da figura 6.28, onde pode-se observar claramente que o controlador adaptativo explícito possui um desempenho melhor do que o controlador fixo mostrado na figura 6.21.

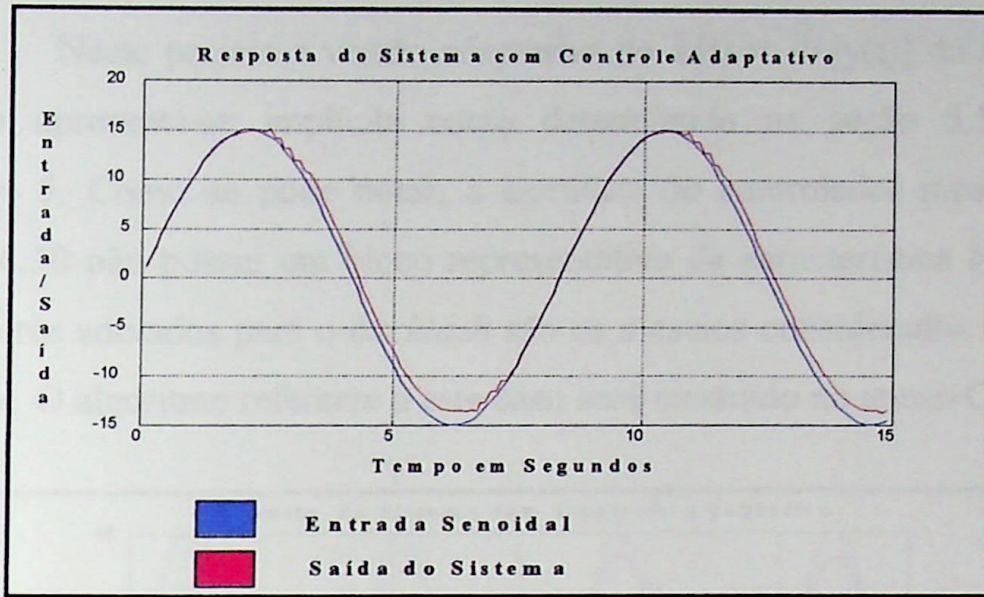


Figura 6.29 - Resposta ampliada do sistema com controle adaptativo explícito para *backlash* na saída da planta.

6.2.6 - Exemplo de Controle Adaptativo Inverso para $G(D)$ Conhecido Implícito.

Este exemplo refere-se à seção 5.5.2.2 do capítulo 5. Será utilizada a mesma função de transferência da seção anterior. A estrutura mostrada na figura 6.30 elimina o efeito indesejável do *backlash* como mostra a figura 6.31.

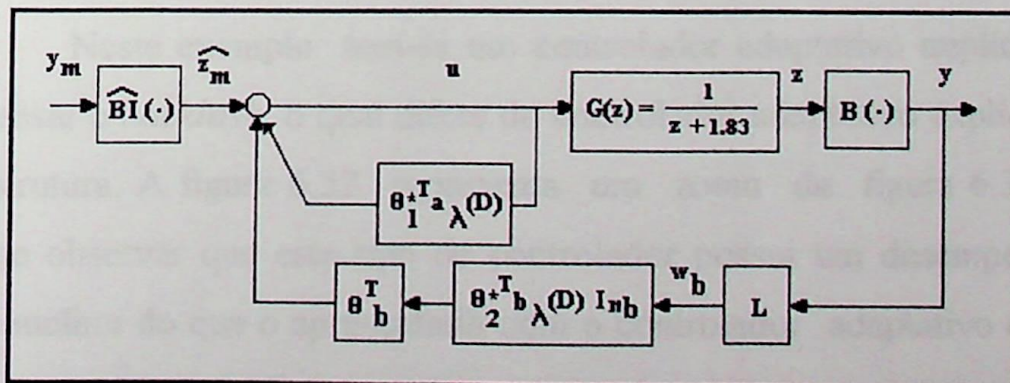


Figura 6.30 - Estrutura do controlador inverso implícito para $G(D)$ conhecido.

Neste projeto a versão adaptativa de $\hat{z}(t) = \hat{BI}[y(t)]$ do *backlash* inverso apresenta-se implícita como determinado na seção 5.5.2.2 do capítulo 5. Como se pode notar, a estrutura do controlador mostrada na figura 6.30 não possui um bloco representativo da característica *backlash*. Os valores adotados para o *backlash* são os mesmos considerados na seção anterior. O algoritmo referente a este caso será mostrado no anexo C.

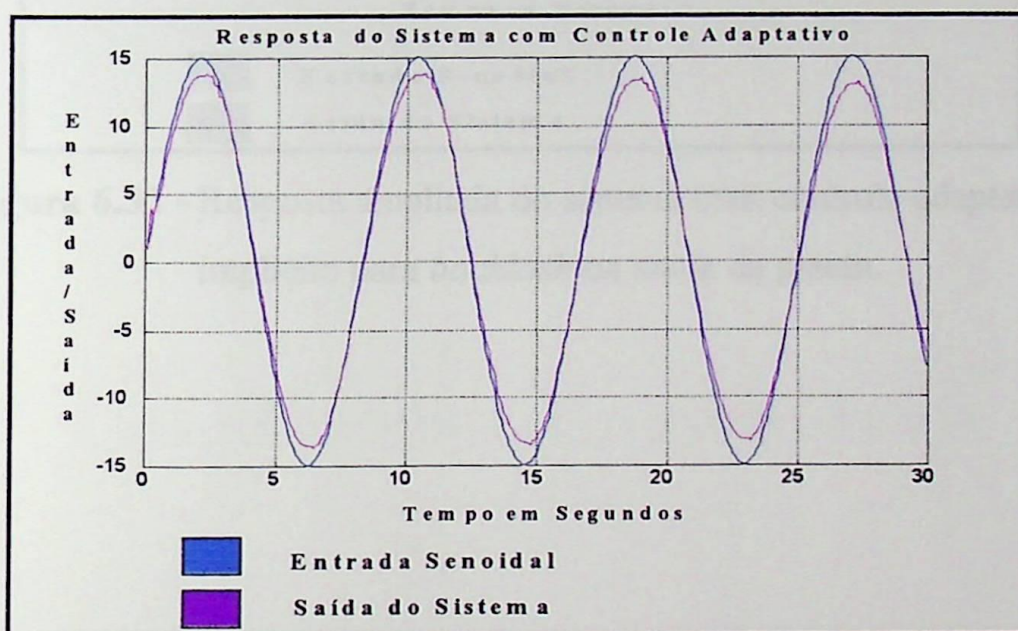


Figura 6.31 - Resposta do sistema com controle adaptativo implícito para *backlash* na saída da planta.

Neste exemplo tem-se um controlador adaptativo implícito para compensar o *backlash*, o qual difere do controlador adaptativo explícito pela sua estrutura. A figura 6.32 representa um zoom da figura 6.31, onde pode-se observar que este tipo de controlador possui um desempenho um pouco melhor do que o apresentado com o controlador adaptativo explícito mostrado na figura 6.29.

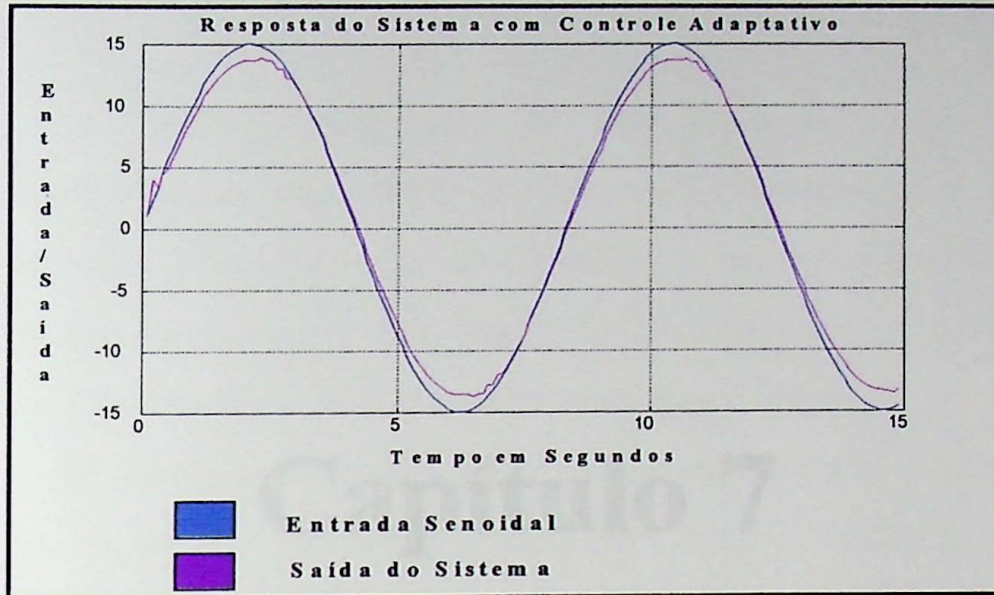


Figura 6.32 - Resposta ampliada do sistema com controle adaptativo implícito para *backlash* na saída da planta.

Conclusões e Comentários

Capítulo 7

Conclusões e Comentários

O *backlash* está entre as não linearidades que limitam severamente o desempenho estático e dinâmico dos sistemas de controle em malha-fechada. Os efeitos prejudiciais criados por esta característica, afetam de forma apreciável uma grande quantidade de componentes utilizados na indústria, bioengenharia, instrumentação científica e outros.

No intuito de se minimizar os problemas causados pelo *backlash* localizado em um atuador ou sensor não linear, esta dissertação de mestrado apresentou o estudo e a implementação de controladores fixos e mais expressivamente de controladores adaptativos, para a compensação do *backlash* na entrada e na saída da planta.

A literatura disponível sobre o assunto tratado, principalmente no Brasil, é bastante restrita. Isto dificultou em muito a elaboração deste trabalho, uma vez que o embasamento teórico sobre o *backlash* apresenta uma modelagem matemática bastante complexa.

O capítulo 6, principal contribuição desta dissertação de mestrado, comprova a exequibilidade da proposta apresentada. Neste capítulo foram apresentados alguns dos resultados obtidos nas diversas simulações realizadas para cada um dos casos propostos no decorrer do trabalho. Foram testados sistemas de ordem distintas para mais de um tipo de entrada, buscando-se assim provar a eficiência dos algoritmos desenvolvidos. Através da análise dos resultados apresentados, pode-se notar a melhora significativa no desempenho dos sistemas obtida com a inclusão de tais controladores.

Os resultados das simulações para o *backlash* localizado na entrada da planta (atuador) apresentaram ótimos índices de desempenho e estabilidade, como mostrado na seção 6.1 do capítulo 6. Isto comprova a eficiência dos controladores adaptativos na eliminação do *backlash*.

A compensação do *backlash* na saída da planta (sensor), é mais difícil de ser obtida do que a compensação do *backlash* na entrada da planta (atuador). Isto foi analisado na seção 5.1 do capítulo 5, onde foi mostrado que a principal causa desta dificuldade é o fato da entrada do *backlash* não estar disponível para controle ou medição, quando este se localiza na saída da planta.

É importante ressaltar que não foram realizadas simulações utilizando-se onda quadrada na entrada dos sistemas, as quais são típicas para testes de sistemas de controle, devido ao fato destas não apresentarem as características necessárias para verificação do completo efeito do *backlash* inverso, pois são ondas com aspecto tipicamente contínuo.

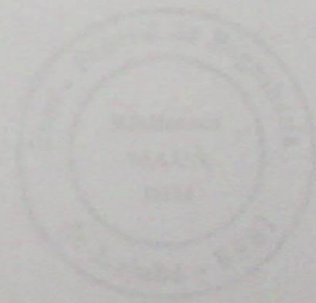
Ao término deste trabalho, verifica-se que o mesmo não finda em si próprio e nem este é seu objetivo, e sim suscita o desenvolvimento de outros. Neste sentido, sugere-se:

- A implementação em tempo real dos algoritmos estudados para solucionarem os problemas gerados pelo *backlash* mais frequentes na indústria, isto para verificação da viabilidade dos mesmos.
 - Aplicação em um caso real.
 - Refino das estratégias desenvolvidas.
 - Aplicação de técnicas de inteligência artificial na solução do problema do *backlash*.
-

Como comentado anteriormente, o processo de adaptação empregado introduz uma modificação na resposta em frequência do sistema. Este estudo não foi efetuado, ficando como sugestão para trabalhos posteriores.

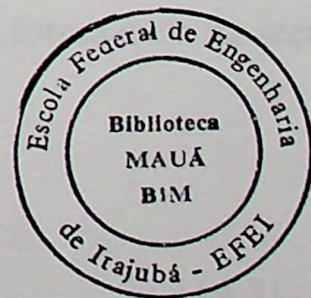
Anexo A

Limitação Discreta dos Sinais



Anexo A

Limitação Discreta dos Sinais



Prova do Teorema 4.1

Para o projeto de controle adaptativo inverso da seção 4.2, a regra de atualização adaptativa (4.8) garante que $\theta_b(t)$ e $\frac{\epsilon_b(t)}{m_b(t)}$ são limitados e que existem constantes $a_i > 0$, $b_i > 0$, $i = 1, 2$, tal que

$$\sum_{t=t_1}^{t_2} \frac{\epsilon_b^2(t)}{m_b^2(t)} \leq a_1 + b_1 \sum_{t=t_1}^{t_2} \frac{d^2(t)}{m_b^2(t)} \quad (\text{A.1})$$

$$\sum_{t=t_1}^{t_2} \|\theta_b(t+1) - \theta_b(t)\|_2^2 \leq a_2 + b_2 \sum_{t=t_1}^{t_2} \frac{d^2(t)}{m_b^2(t)} \quad (\text{A.2})$$

para todo $t_2 > t_1 \geq 0$, onde $m_b(t) = \sqrt{1 + \zeta_b^T(t)\zeta_b(t) + \xi_b^2(t)}$.

Adota-se $\bar{\theta}_4(t) = -\theta_1^* \otimes \theta_b(t)$ e introduz

$$\theta(t) = [\theta_b^T(t), \theta_1^{*T}, \theta_3^*, \bar{\theta}_4^T(t)], \quad \theta^* = [\theta_b^{*T}, \theta_1^{*T}, \theta_3^*, \theta_4^{*T}].$$

Portanto, com $\rho(t) = k_p$, para $\xi(t), \epsilon(t)$ na forma dada na seção 4.3 e $\xi_b(t), \epsilon_b(t)$ dado em (4.10), (4.9), segue que

$$\xi(t) = \xi_b(t), \quad \epsilon(t) = \epsilon_b(t). \quad (\text{A.3})$$

Usando (A.1), (A.2), e (A.3) e denotando-se

$$x_0(t) = \frac{\epsilon^2(t)}{m_b^2(t)} \text{ ou } x_0(t) = \|\theta(t+1) - \theta(t)\|^2, \text{ obtém-se:}$$

$$\sum_{t=t_1}^{t_2} x_0(t) \leq \bar{a}_1 + \sum_{t=t_1}^{t_2} \frac{\bar{b}_1}{m_b^2(t)} \quad (\text{A.4})$$

para algum $\bar{a}_1 > 0, \bar{b}_1 > 0$, e algum $t_2 > t_1 \geq 0$. De (A.4), tem-se que $x(t)$ satisfaz a seguinte condição:

$$\sum_{t=t_1}^{t_1+t_2} x^2(t) \leq \bar{c}_3 + \sum_{t=t_1-n}^{t_1+t_2} \frac{\bar{c}_4}{m_b^2(t)}$$

para as constantes $\bar{c}_3 > 0$, e $\bar{c}_4 > 0$. Diante disto, um argumento contraditório mostra que $m_b^2(t) = 1 + \zeta_b^T(t)\zeta_b(t) + \xi_b^2(t)$, o que implica que $\epsilon_b(t)$ e $\xi_b(t)$ são limitados. Então tem-se que $e(t)$, $y(t)$ e $u(t)$ também são limitados. Portanto, todos os sinais de malha-fechada são limitados.

Prova do Teorema 3.1

Para o inverso exato discreto da seção 3.8.2, o cancelamento exato da não linearidade é alcançado: $u(t) = u_d(t)$, assim que $\theta(t) \in l^\infty, \frac{\epsilon(t)}{m(t)} \in l^2 \cap l^\infty$, e $\theta(t+1) - \theta(t) \in l^2$. Neste caso, tem-se:

$\|\bar{\omega}(t+1)\| \leq (a_0 + c_5 x(t)) \|\bar{\omega}(t)\| + c_6$ onde $a_0 \in (0,1)$, $c_5 > 0$, e $c_6 > 0$ permanece com $x(t) \in l^2$: $\sum_{t=t_1}^{t_1+t_2} x^2(t) \leq \gamma_0$ para $t_2 > t_1 \geq 0$ e $\gamma_0 > 0$, o que é suficiente para

provar a limitação de $\bar{\omega}(t)$. Entretanto, conclui-se que todos os sinais de malha-fechada são limitados e que $e(t) \in l^2$ e $\xi(t) \in l^2$. Finalmente tem-se que $e(t) = y(t) - y_m(t) \in l^2$: $\sum_{t=0}^{\infty} e^2(t) < \infty$, o que implica que $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$, como determinado no teorema 3.1.

Algoritmo Referente a um Sistema de Terceira Ordem com Backlash na Entrada Sob a Ação do Controle Adaptativo

Anexo B

Algoritmo Referente a um Sistema de Terceira Ordem com *Backlash* na Entrada Sob a Ação do Controle Adaptativo

```

% Controle adaptativo para sistemas com backlash na entrada.

% Exemplo para uma função G(z) qualquer de terceira ordem.

% Declaração das variáveis utilizadas na programação.

% ym é um sinal de referência.
ym=0;

% ud é a entrada do backlash inverso.
ud=0.5; ud_1=0.5; ud_2=0;

% v é a saída do backlash inverso.
v=0.5; v_1=0.5; v_2=0;

% u é saída do backlash.
u=0.5; u_1=0.5; u_2=0; u_3=0;

% y é a saída do sistema.
y=0; y_1=0; y_2=0; y_3=0;

% Algumas variáveis utilizadas.
m=1.3; % Inclinação das retas paralelas do backlash e backlash inverso.

xre=0; xle=0; % Sinais do backlash inverso.

cr=3; cl=-3; % Parâmetros do backlash.

cre=0; cle=0;% Parâmetros estimados do backlash inverso.

ga=0.5; % ga (gama) deve ser um valor entre 0 e 1.
sg=0; M=3.9;
a=[1 1]'; % a=[z^-1 z^-2]' com z=1.
ta=1;
% Declaração das variáveis utilizadas no cálculo do erro.

fi1=[1 1]; fi2=[1 1]; fi3=[1 1]; fi4=[1 1 1]; fi5=[1 1];
fi_n11=[0.5 0.5]; fi_n12=[0.5 0.5]; fi_n13=[0.5 0.5]; fi_n14=[0.5 0.5 0.5];
fi_n15=[0.5 0.5];

```

```

e1=0;    e2=0;    e3=0;    e4=0;    e5=10e-1;
ee1=10e-1; ee2=0; ee3=0; ee4=0; ee5=0;
ee=10e-1; d1=0; do_n1=10e-4;

```

```

% Declaração das variáveis utilizadas na atualização dos parâmetros.

```

```

tetaul=[1 1];

```

```

% Parâmetros ajustáveis.

```

```

tr=[1 1]; tl=[1 1]; tv=[1 1]; ty=[1 1 1]; tb=[1 1];

```

```

% tr1, tl1,..., são valores casados de tr,tl,etc...

```

```

tr1=[0 0]; tl1=[0 0]; tv1=[0 0]; ty1=[0 0 0]; tb1=[0 0];

```

```

teta_n11=[0 0]; teta_n12=[0 0]; teta_n13=[0 0]; teta_n14=[0 0 0];

```

```

teta_n15=[0 0];

```

```

tetak11=[0 0]; tetak12=[0 0]; tetak13=[0 0]; tetak14=[0 0 0];

```

```

tetak15=[0 0];

```

```

wr=[1 1]'; wl=[1 1]'; wv=[1 1]'; wy=[1 1 1]'; wb=[1 1]';

```

```

w_n11=[0.5 0.5]'; w_n12=[0.5 0.5]'; w_n13=[0.5 0.5]'; w_n14=[0.5 0.5
0.5]'; w_n15=[0.5 0.5]';

```

```

i=1;

```

```

% Início do programa.

```

```

while i<1500

```

```

t(i)=i;

```

```

% Entrada senoidal.

```

```

ym=10*sin(12.6*i);

```

```

Ym(i,1)=ym(1,1);

```

```

wr=a*xre;

```

```

wl=a*xle;

```

```

wy=[a' 1]'*y;

```

```

wv=a*v;

```

```

ud=(tr*wr)+(tl*wl)+(tv*wv)+(ty*wy)+ym-y;

```

% Bloco referente ao backlash inverso.

```
if ud>ud_2 | ud==ud_2
    v=(ud/m)+cre;
    xre=1;
    xle=0;
end;
```

```
if ud<ud_2 | ud==ud_2
    v=(ud/m)+cle;
    xre=0;
    xle=1;
end;
```

```
ud_2=ud_1;
ud_1=ud;
```

% Bloco referente à característica backlash.

```
if (v>v_2 & u>=u_1)
    u=m*(v-cr);
end;
```

```
if (v<v_2 & u<=u_1)
    u=m*(v-cl);
end;
```

```
if (v>v_2 & u<u_1) | (v<v_2 & u>u_1)
    u=u_1;
end;
```

```
v_2=v_1;
v_1=v;
```

% Bloco referente à função discretizada no tempo.

```
y=(2.88504*y_1)-
(2.77196*y_2)+(0.88692*y_3)+(0.00001*u_1)+(0.00004*u_2)+(0.00001*u_3);
```

```
Y(i,1)=y(1,1);  
y_3=y_2;  
y_2=y_1;  
y_1=y;
```

```
u_3=u_2;  
u_2=u_1;  
u_1=u;
```

```
% Bloco referente ao cálculo do erro.
```

```
fi1=tr-tr1;  
fi2=tl-tl1;  
fi3=tv-tv1;  
fi4=ty-ty1;  
fi5=tb-tb1;
```

```
d1=do_n1-(tetaul*a*do_n1);
```

```
e1=((fi_n11)*(w_n11))+d1;  
e2=((fi_n12)*(w_n12))+d1;  
e3=((fi_n13)*(w_n13))+d1;  
e4=((fi_n14)*(w_n14))+d1;  
e5=((fi_n15)*(w_n15))+d1;
```

```
ee1=e1+(((tr-teta_n11)*w_n11);  
ee2=e2+(((tl-teta_n12)*w_n12);  
ee3=e3+(((tv-teta_n13)*w_n13);  
ee4=e4+(((ty-teta_n14)*w_n14);  
ee5=e5+(((tb-teta_n15)*w_n15);
```

```
ee=ee1+ee2+ee3+ee4+ee5;
```

```
% Bloco referente à atualização dos parâmetros do backlash inverso.
```

```
if (norm(tr)+norm(tl)+norm(tv)+norm(ty)+norm(tb)) > (2*M)  
    sg=0.5*(1-ga);  
else  
    sg=0;  
end;
```

```

tetak11=tr-((ga*w_n11*ee1)/(1+(w_n11*w_n11)))-(sg*tr);
teta_n11=tr;
tr=tetak11;
TR(i,1)=tr(1,1);
w_n11=wr;
fi_n11=fi1;

```

```

tetak12=tl-((ga*w_n12*ee2)/(1+(w_n12*w_n12)))-(sg*tl);
teta_n12=tl;
tl=tetak12;
TL(i,1)=tl(1,1);
w_n12=wl;
fi_n12=fi2;

```

```

tetak13=tv-((ga*w_n13*ee3)/(1+(w_n13*w_n13)))-(sg*tv);
teta_n13=tv;
tv=tetak13;
TV(i,1)=tv(1,1);
w_n13=vw;
fi_n13=fi3;

```

```

tetak14=ty-((ga*w_n14*ee4)/(1+(w_n14*w_n14)))-(sg*ty);
teta_n14=ty;
ty=tetak14;
TY(i,1)=ty(1,1);
w_n14=wy;
fi_n14=fi4;

```

```

tetak15=tb-((ga*w_n15*ee5)/(1+(w_n15*w_n15)))-(sg*tb);
teta_n15=tb;
tb=tetak15;
TB(i,1)=tb(1,1);
w_n15=wb;
fi_n15=fi5;

```

```

i=i+1;
ts=t*0.01;
end
plot(ts, Y);grid;

```

Anexo C

Algoritmo Referente ao Controle Adaptativo Implícito para o *Backlash* na Saída da Planta

% Controle adaptativo implícito para sistemas com backlash na saída da planta.

% Exemplo para uma função $G(z)$ conhecida de primeira ordem.

% Declaração das variáveis utilizadas na programação.

clear;

% y_m é um sinal de referência e a entrada do backlash inverso.

$y_m=0.5$; $y_{m_1}=0.5$; $y_{m_2}=0$;

% z_m e z_e são as saídas dos blocos referentes ao backlash inverso.

$z_m=0$; $z_{m_1}=0$; $z_e=0$; $z_{e_1}=0$;

% u é a entrada da função de transferência.

$u=1$; $u_1=1$;

% z é a entrada do backlash.

$z=0.5$; $z_1=1$; $z_2=1$;

% y é a saída do sistema.

$y=2$; $y_1=1$; $y_2=0$;

% Algumas variáveis utilizadas.

$g_a=0.5$; % g_a (gama) deve ser um valor entre 0 e 1.

$sg=0$; $M=3.9$; $e=1$;

$x_{rm}=0$; $x_{lm}=0$; $x_{re}=1$; $x_{le}=0$;

$x_{re_1}=0$; $x_{le_1}=1$;

% Inclinação das retas paralelas do backlash e backlash inverso.

$m=0.014$;

% Parâmetros do backlash.

$c_r=22.5$; $c_l=-24.7$;

$c_{re}=10$; $c_{le}=-10$;

```
% Declaração das variáveis utilizadas na atualização dos parâmetros.
```

```
w1=1; w2=1; w3=1; w1_1=0; w2_1=0; w3_1=0;
```

```
wbb=[w1 w2 w3]'; wbb_1=[w1_1 w2_1 w3_1]';
```

```
wb=[xre y xle]'; wb_1=[xre_1 y_1 xle_1]';
```

```
ta1=1; ta21=1; ta22=1; ta1_1=10; ta21_1=70; ta22_1=-10;
```

```
tb=[ta1 ta21 ta22]'; tb_1=[ta1_1 ta21_1 ta22_1]';
```

```
te=[22.5 71.429 -24.7]';
```

```
dn=0; dn_1=0; dn_2=0;
```

```
t2=1.83; tna1=0; tna2=m; tnb3=0;
```

```
i=1;
```

```
% Início do programa.
```

```
while i<300
```

```
t(i)=i;
```

```
ee=y-ym;
```

```
EE(i,1)=ee(1,1);
```

```
% Entrada senoidal.
```

```
ym=15*sin(0.0754*i);
```

```
Ym(i,1)=ym(1,1);
```

```
% Bloco referente ao backlash inverso.
```

```
if ym>ym_2 | ym==ym_2
```

```
    zem=(ym*(1/m))+cre;
```

```
        xrm=1;
```

```
        xlm=0;
```

```
        end;
```

```

    if ym < ym_2 | ym == ym_2
        zem = (ym * (1/m)) + cle;
        xrm = 0;
        xlm = 1;
        end;

ym_2 = ym_1;
ym_1 = ym;

wbm = [(t2 * xre) + xrm (t2 * y) + ym (t2 * xle) + xlm]';

u = tb' * wbm;
u_1 = u;

% Bloco referente à função discretizada no tempo.

z = -(1.83 * z_1) + u_1;
z_2 = z_1;
z_1 = z;
Z(i,1) = z(1,1);

% Bloco referente à característica backlash.

    if (z > z_2 & y >= y_1)
        y = m * (z - cr);
    end;

    if (z < z_2 & y <= y_1)
        y = m * (z - cl);
    end;

    if (z > z_2 & y < y_1) | (z < z_2 & y > y_1)
        y = y_1;
    end;

Y(i,1) = y(1,1);

y_2 = y_1;
y_1 = y;

```

```
% Bloco referente ao backlash inverso.
```

```
    if y>y_2
        xre=1;
        xle=0;
        end;
```

```
    if y<y_2
        xre=0;
        xle=1;
        end;
```

```
% Bloco referente ao erro.
```

```
wb=[xre y xle]';
wbb_1=(t2*wbb_1)+wb;
```

```
eb=(tb_1*wbb_1)-u_1;
Eb(i,1)=eb(1,1);
fi=(t2*wbb_1)+wb;
e=(tb_1*fi)-((tb_1*fi)*(tb_1-tb_1)*wbb_1);
Ee(i,1)=e(1,1);
```

```
% Bloco referente à atualização.
```

```
if (norm(ta1)+norm(ta21)+norm(ta22)) > (2*M)
    sg=0.5*(1-ga);
else
    sg=0;
end;
```

```
tb=tb_1-((ga*wbb_1*eb)/(1+(wbb_1*wbb_1)+(e*e)))-sg*tb;
tb_1=tb;
wb_1=wb;
i=i+1;
ts=t*0.1;
end
```

```
plot(ts, Ym, '-', ts, Y, '-');grid;
```

Referências Bibliográficas.

- [1] Astrom, K.J. **Computer Controlled Systems.** Englewood Cliffs, N J, Prentice-Hall, 1990.
- [2] D’Azzo, J. J.; Houpis, C. H. **Análise e Projeto de Sistemas de Controle Lineares.** Trad. de Bernardo Severo da Silva Filho. Rio de Janeiro, Guanabara Dois, 1978.
- [3] Egardt, B. **Stability of Adaptive Controllers.** Berlin, Springer-Verlag, 1979.
- [4] Goodwin, G. C.; Sin, K. S. **Adaptive Filtering Prediction and Control.** Englewood Cliffs, N J, Prentice-Hall, 1984.
- [5] Ioannou, P. A.; Tsakalis, K. “ A robust direct adaptive controller ”. **IEEE Trans. on Automatic Control**, vol. 31, nº 11, pp. 1033-1043, 1986.
- [6] Ioannou, P. A.; Tsakalis, K. “ Robust discrete time adaptive control ”. **Adaptive and Learning Systems: Theory and Applications**, Narendra, K. S. New York, Plenum Press, 1986.

-
- [7] Isermann, R. **Digital Control Systems**. New York, Springer-Verlag, vol. 1, 1989.
- [8] Kreisselmeier, G.; Anderson, B. D. O. "Robust model reference adaptative control". **IEEE Trans. on Automatic Control**, vol. 31, n° 2, pp. 127-133, 1986.
- [9] Landau, I. D. **System Identification and Control Design**. Englewood Cliffs, N J, Prentice-Hall, 1990.
- [10] Mayergoyz, I. D. **Mathematical Models of Hysteresis**. Berlin, Springer-Verlag, 1991.
- [11] Middleton, R. H.; Goodwin, G. C.; Hill, D. J.; Mayne, D. Q. "Design issues in adaptive control". **IEEE Trans. on Automatic control**, vol. 33, n° 1, pp. 50-58, 1988.
- [12] Narendra, K. S.; Annaswamy, A. M. **Stable Adaptive Systems**. Englewood Cliffs, N J, Prentice-Hall, 1989.
- [13] Netushil, A. **Theory of Automatic Control**. Moscow, Mir Publishers, 1973.
- [14] Ogata, K. **Modern Control Engineering**. Englewood Cliffs, N J, Prentice-Hall, 1970.
-

-
- [15] Ogata, K. **Projeto de Sistemas Lineares de Controle com Matlab**. Trad. de Daniel de A. Pinto e Nery M. Filho. Rio de Janeiro, Prentice-Hall do Brasil, 1996.
- [16] Ogata, K. **Solução de Problemas de Engenharia de Controle com Matlab**. Trad. de Nery Machado Filho. Rio de Janeiro, Prentice-Hall do Brasil, 1997.
- [17] Praly, L. "Almost exact modelling assumption in adaptive control". **Int. J. Control**, vol. 51, pp. 643-668, 1990.
- [18] Recker, D.; Kokotovic', P. V.; Rhode, D.; Winkelman, J. "Adaptive nonlinear control of systems containing a dead-zone". **Proc. of 30th IEEE Conference on Decision and Control**, Brighton, England, pp.2111-2115, 1991.
- [19] Tao, G.; Kokotovic', P. V. "Adaptive control of systems with backlash". **Automatica**, vol. 29, n° 2, pp. 323-335, 1993.
- [20] Tao, G.; Kokotovic', P. V. "Adaptive control of systems with unknown output backlash". **IEEE Trans. on Automatic Control**, vol. 40, n° 2, February, 1995.
- [21] Tao, G.; Kokotovic', P. V. "Adaptive control of plants with unknown dead-zones". **IEEE Trans. on Automatic Control**, vol. 39, n° 1, pp. 59-68, 1994.
-

-
- [22] Tao, G.; Kokotovic', P. V. "Continuous-time adaptive control of systems with unknown backlash". **IEEE Trans. on Automatic Control**, vol. 40, n° 6, pp. 1083-1087, 1995.
- [23] Tao, G.; Kokotovic', P. V. **Adaptive Control of Systems with Actuator and Sensor Nonlinearities**. New York, John Wiley & Sons, Inc., 1996.
- [24] Truxal, J. G. **Automatic Feedback Control System Synthesis**. New York, McGraw-Hill, 1955.
- [25] Truxal, J. G. **Control Engineers' Handbook**. New York, McGraw-Hill, 1958.

* Tao, G. (Department of Electrical Engineering, University of Virginia, Charlottesville, VA, USA). Comunicação por E-mail, 1997.

