

TESE

951

Escola Federal de Engenharia de Itajubá

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

ESTUDO DA INTERAÇÃO DINÂMICA DO SISTEMA  
VENTILADOR - FUNDAÇÃO

LUCIANA RAQUEL CARVALHO DA SILVA

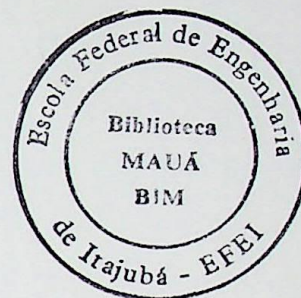
ORIENTADOR:

PROF. : DR. : MÁRCIO TADEU DE ALMEIDA

ITAJUBÁ - RJ

ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA MECÂNICA DE ITAJUBÁ  
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO



ESTUDO DA INTERAÇÃO DINÂMICA DO SISTEMA  
VENTILADOR - FUNDAÇÃO

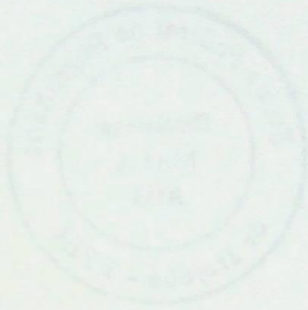
LUCIANA RAQUEL CARVALHO DA SILVA

ORIENTADOR:

PROF. DR. MÁRCIO TADEU DE ALMEIDA

ITAJUBÁ  
1997

CLASS. 621.61(043.2)  
CUTI R. 5586e  
TOMBO. 951



DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

MÉTODO DA INTERAÇÃO DINÂMICA DO SISTEMA  
VIBRILADOR - FUNDAÇÃO

LUCIANA RAGUI CARVALHO DA SILVA

ORIENTADOR  
PROF. DR. MARCO TULLIO ALMEIDA

1974

## AGRADECIMENTOS

Quero expressar meus agradecimentos ao meu pai, Sérgio, e à minha mãe, Marilac, por terem me permitido nascer e crescer em um ambiente tão amoroso e acolhedor. Também agradeço aos meus amigos e familiares que sempre estiveram ao meu lado, especialmente a minha irmã, Mariana, e ao meu irmão, Gabriel.

Agradeço também aos meus pais, Sérgio e Marilac.

Amor,

*Aos meus pais,  
Sérgio e Marilac*

## AGRADECIMENTOS

Quero expressar meus sinceros agradecimentos a todo o corpo docente do curso de pós-graduação da Escola Federal de Engenharia de Itajubá, aos funcionários, em especial ao meu orientador de dissertação, Márcio Tadeu de Almeida.

Agradeço também aos meus Pais, Sérgio e Marilac.

À CAPES

## RESUMO

Alguns problemas sérios de vibração em grandes ventiladores são muitas vezes devido à interação do ventilador com sua fundação. A interação modifica a velocidade crítica do rotor-mancal pré-calculada pelo fabricante do ventilador e também muda a frequência de ressonância da fundação calculada pelo engenheiro civil. Quando ventiladores de tamanho grande são construídos e, quando o funcionamento ocorre em velocidades mais altas, ou também quando a fundação ficar relativamente flexível, esta interação merece mais atenção. Por isso desenvolveu-se um modelo matemático para simulação numérica do comportamento dinâmico de tais ventiladores, através da modelagem do rotor, mancal, pedestal e fundação.

O rotor composto por um eixo e por elementos agregados a este (disco, massas armazenadoras de energia cinética, etc.) é representado por uma massa e uma mola equivalentes possuindo vibração horizontal e vertical. Considerando a força de desbalanceamento do rotor atuando sobre a massa equivalente.

Para propósito de pré-projeto e manutenção, leva-se em conta também a influência dos coeficientes de rigidez e amortecimento do mancal sobre a dinâmica do sistema, portanto os mancais são representados por coeficientes equivalentes de rigidez e amortecimento. O modelamento dos mancais hidrodinâmicos é desenvolvido com base no estudo do comportamento dinâmico do filme de óleo do mancal a uma dada velocidade, sendo que a sustentação do eixo é devida ao campo de pressão existente no fluido lubrificante, gerada pela rotação deste mesmo eixo. Atingindo o regime de lubrificação hidrodinâmica, no qual o eixo já não está em contato com a parede interna do mancal, caracteriza-se o filme de óleo como sistemas mola-amortecedor posicionados ao longo do lubrificante.

Ao pedestal é atribuído a base de metal, o pilar de concreto e incluído a caixa do mancal. Dois sistemas equivalentes massa-mola são modelados, um no modo vertical e outro no modo horizontal. A rigidez do pedestal é determinada através do teorema de Castigliano.

A fundação em concreto é praticamente um corpo rígido com seis graus de liberdade, mas somente três destes são mais importantes: vertical, horizontal e balanço, sendo representada pela massa e inércia do bloco de concreto e a rigidez, amortecimento do solo para estes modos de vibrações.

O propósito deste trabalho é, então, o de apresentar uma modelagem adequada para prognosticar a interação e, ainda, analisar o comportamento do sistema ao desbalanceamento de um ventilador montado sobre uma fundação. Os dados dinâmicos do mancal e solo são usados como dados de entrada para este modelo para cada rotação considerada. O modelo simplificado é de fácil uso para projetistas, logo este procedimento ajudará o fabricante do ventilador a manter um relacionamento técnico com o projetista da fundação.

## ABSTRACT

Most of the times, the interaction between the fan and its foundation entails some serious vibration problems, for it alters not only the critical velocity of the rotor-bearing assembly pre-established by the manufacturer but also the resonance frequency calculated by the civil engineer. When huge fans are built, when operation occurs at higher speeds, and when the foundations become relatively less massive, this interaction deserves more attention. Therefore, a mathematical model to numerically simulate the dynamical behaviour of these fan through their rotor, bearings, pedestals and foundation modelling has been developed.

The rotor, which comprises a shaft and other elements such as the disc and kinetics-energy-storing masses, is depicted as a mass and a spring both having horizontal and vertical vibrations. The unbalancing force on the rotor acts on the equivalent mass.

Regarding pre-design and maintenance, the influence of the stiffness and damping coefficients of the bearings on behavior of the dynamics of the system must also be acknowledged, so equivalent stiffness and damping coefficients are used. The modelling of the hydrodynamical bearing systems is based upon the oil film dynamical behaviour under a certain velocity. The shaft support is due to the existing pressure field, generated by the shaft rotation, in the lubricating fluid. Once the hydrodynamical lubricating regime is attained so that there is no contact with the internal bearing surface, the oil film may be thus characterized as the spring-damper system located along the lubricator.

The pedestal refer to and include the bearing casings, the base metal pedestals and the concrete pier. Two equivalent mass-spring systems are modelled, one horizontally and the other vertically. The pedestal stiffness is determined through Castigliano's Theorem.

The concrete foundation may be considered a rigid body with six degrees of freedom, three of which-vertical, horizontal and rocking-are the most important, and is represented by both the mass and rocking inertia of the concrete block and the stiffness and damping of the soil under certain vibrating conditions.

The purpose of this work is to present a model that will both determine the interaction and analyze the behaviour of an unbalanced fan-foundation system suitably. The soil and bearing dynamical systems data will be used as input information under different rotation conditions. Due to its facility, the model simplified may enable the foundation designer and the fan manufacturer to maintain a constant technical interaction.



# CONTEÚDO

	<b>página</b>
<b>RESUMO</b>	i
<b>ABSTRACT</b>	iii
<b>CONTEÚDO</b>	iv
<b>SIMBOLOGIA</b>	vii
<b>ÍNDICE DE FIGURAS</b>	xii
<b>ÍNDICE DE TABELAS</b>	xvi
<b>CAPÍTULO 1</b>	
<b>CONSIDERAÇÕES SOBRE A MODELAGEM ESTRUTURAL SIMPLIFICADA DO SISTEMA MOTOR- VENTILADOR</b>	1
1.1 - Representação da Interação do sistema Ventilador-Fundação	2
1.2 - Modelagem do Rotor	4
1.3 - Modelagem do Mancal	5
1.3.1 - Tipos de Mancais	7
1.3.2 - Coeficientes de Rigidez e Amortecimento	11
1.4 - Modelagem do Pedestal	19
1.4.1. - Coeficientes de Rigidez e Amortecimento do Pedestal	20
<b>CAPÍTULO 2</b>	
<b>ESTUDO DA INTERAÇÃO BLOCO DE CONCRETO E SOLO</b>	27
2.1 - Graus de Liberdade de uma Fundação Rígida em Bloco	28
2.1.1- Teoria da Vibração das Fundações na Superfície de um Meio Elástico	30

2.2 - Oscilações Verticais de Bases Apoiadas na Superfície do Semi-Espaço Elástico	31
2.3 - Vibração Horizontal Pura, ou Vibração de Escorregamento, ou Deslizamento, de um Disco Circular Rígido Apoiado na Superfície do Semi-Espaço Elástico	44
2.4 - Balanço de Bases Círculares Rígidas Apoiadas no Semi-Espaço Elástico	46
2.5 - Efeito da Forma da Base na Resposta Vibratória	49

### **CAPÍTULO 3**

#### **MODELAGEM DINÂMICA DO SISTEMA -EQUAÇÕES DO MOVIMENTO**

3.1 - Representação do Modelo Simplificado	53
3.2 - Modelagem do Rotor	54
3.3 - Modelagem do Mancal e do Pedestal	54
3.4 - Modelagem da Fundação	56
3.5 - Solução do Sistema de Equações Diferenciais	60

### **CAPÍTULO 4**

#### **APLICAÇÃO DO MODELO SIMPLIFICADO A UM PROJETO REAL DE VENTILADOR- FUNDAÇÃO**

4.1 - Cálculo da Massa e Rigidez do Rotor	66
4.2 - Cálculo da Rigidez e Amortecimento do Mancal	66
4.3 - Cálculo da massa e rigidez do pedestal	72
4.4 - Cálculo da Massa, Rigidez e Amortecimento da Fundação	73
4.5 - Cálculo do Desbalanceamento do Rotor	75

**CAPÍTULO 5****ANÁLISE E CONCLUSÕES**

77

## 5.1 - Análise do Sistema Ventilador/Fundação

78

## 5.2 - Conclusões e Sugestões

82

**APÊNDICE 1****ALGORITMO ESTRUTURADO  
E PROGRAMA: SISTEMA.M**

84

**APÊNDICE 2****COEFICIENTES DINÂMICOS DOS MANCAIS**

91

# SIMBOLOGIA

## CARACTERES LATINOS

Símbolo	Designação
$\bar{a}_o$	razão das freqüências (por Lysmer)
$a_o$	razão das freqüências simplificadas
$A$	amplitude em determinada frecuencia, área da seção transversal
$a$	comprimento da fundação
$B_f$	razão mássica modificada da fundação
$\bar{B}_f$	razão mássica (por Lysmer)
$b$	razão mássica, largura da fundação, largura da seção
$C$	folga do mancal
$C_{av}$	coeficiente de amortecimento do filme de óleo
$C_f$	constante de amortecimento da fundação
$C_{xx}$	coeficiente de amortecimento do mancal na direção x
$C_{xy}$	coeficiente de amortecimento do mancal acoplado nas direções x e y
$C_{yy}$	coeficiente de amortecimento do mancal na direção y
$C_{yx}$	coeficiente de amortecimento do mancal acoplado nas direção x e y
$d$	símbolo da derivada total, dimensão da pré-carga
$D$	diâmetro do mancal
$dA$	área da base
$dz$	comprimento
$e$	raio da massa de desbalanceamento
$E$	módulo de elasticidade longitudinal
$f_1, f_2$	funções deslocamento de Reissner.
$F_1, F_2$	funções que compõem a função deslocamento F de Bycroft
$F$	força, função de deslocamento de Bycroft
$F_n$	força de reação radial do mancal

$F_t$	força de reação tangencial do mancal
$F_x$	força de reação do filme de óleo no eixo x
$F_y$	força de reação do filme de óleo no eixo y
$g$	aceleração da gravidade
$G$	Módulo de Elasticidade Transversal Dinâmico, Módulo de Elasticidade ao Cisalhamento
$H$	distância vertical medida do centro de rotação da fundação até a linha de centro do mancal
$h$	altura do GG da máquina fundação em relação a base da fundação
$I$	momento de inércia da massa centroidal
$I_o$	momento de inércia de massa por um eixo que passa pela base no ponto O
$J$	momento de inércia da seção transversal
$J_t$	momento de inércia polar da seção
$K_{av}$	coeficiente de rigidez médio do filme de óleo
$K_e$	coeficiente de rigidez equivalente
$K_f$	coeficiente de rigidez da fundação
$K_p$	coeficiente de rigidez do pedestal
$K_r$	constante de rigidez do rotor
$K_s$	constante de mola estática
$K_{xx}$	coeficiente de rigidez do mancal na direção x
$K_{xy}$	coeficiente de rigidez do mancal acoplado nas direções x e y
$K_{yy}$	coeficiente de rigidez do mancal na direção y
$K_{yx}$	coeficiente de rigidez do mancal acoplado nas direções y e x
$L$	comprimento do mancal
$M$	massa total, ou massa da fundação, máquina e acessórios
$m$	massa desbalanceada
$M_c$	massa da fundação
$M_p$	massa do pedestal
$M_r$	massa do rotor

$M_s$	massa do eixo
$M_w$	massa do disco
$M, M_t$	momento fletor , momento torçor
$Nr$	freqüência natural do mancal rígido
$N$	velocidade rotacional
$P, P_o$	módulo da força oscilante, pressão do mancal
$P_f$	peso da fundação
$Q, Q_o$	módulo da força oscilante
$R$	raio do mancal
$R + C$	raio de curvatura superficial do mancal
$r_a$	raio da órbita elíptica
$r_o$	raio da fundação ou raio equivalente da fundação
$S$	numero de Sommerfeld
$S_x$	momento estático da área
$t$	tempo
$U$	energia total de deformação, desbalanceamento
$U_o$	energia potencial específica do esforço cisalhante
$v_s$	velocidade das ondas transversais
$V$	força cortante
$W$	carga
$x_s$	deslocamento vertical, estático
$X$	deslocamento da borda
$X$	coordenada segundo o eixo x, deslocamento na direção vertical
$Y$	coordenada segundo o eixo y, deslocamento na direção horizontal
$Z$	coordenada segundo o eixo z

## CARACTERES INTERIORES

## CARACTERES GREGOS

<b>Símbolo</b>	<b>Designação</b>
$\beta$	comprimento da sapata
$\beta_f$	amplificação dinâmica [adimensional] da fundação
$\delta$	deformação da barra
$\phi$	deslocamento angular no balanço da fundação
$\gamma$	peso específico
$\eta$	fator de forma da seção transversal cisalhante
$\mu$	viscosidade absoluta
$\nu$	coeficiente de Poisson
$\pi$	3,141592
$\theta$	deslocamento angular, posição do pivô
$\rho$	densidade
$\sigma$	distribuição de pressão
$\tau$	tensão cisalhante
$\omega$	frequência de excitação
$\omega_n$	frequência natural
$\omega_r$	frequência de ressonância
$\xi_f$	coeficiente de amortecimento [adimensional] da fundação

## CARACTERES INFERIORES

$av$	médio
$c$	fundação
$f$	relativo a frequência de excitação
$J$	mancal
$m$	máximo
$p$	pedestal
$r$	rotor
$s$	estático, ou lateral
$x$	relativo ao eixo x
$y$	relativo ao eixo y
$z$	relativo ao eixo z
$\phi$	relativo ao deslocamento angular de balanço



# ÍNDICE DE FIGURAS

	página	
Figura 1.1:	Sistema típico analisado, [Ref.(2)]	2
Figura 1.2:	Representação do modelo simplificado	3
Figura 1.3:	Representação das propriedades de rigidez do filme de óleo do mancal, [Ref.(7)]	6
Figura 1.4.a:	Mancal parcial, [Ref.(9)]	8
Figura 1.4.b:	Mancal radial com dois canais de alimentação axial, [Ref.(9)]	8
Figura 1.4.c:	Mancal elíptico, [Ref.(9)]	9
Figura 1.4.d:	Mancal com três lóbulos, [Ref.(9)]	9
Figura 1.4.e:	Mancal bipartido deslocado, [Ref.(9)]	10
Figura 1.4.f:	Mancal segmentado, [Ref.(9)]	10
Figura 1.5:	Rigidez e amortecimento versus o número de Sommerfeld de um mancal parcial com carregamento centralizado para $\frac{L}{D} = 1$ , [Ref.(10)]	11
Figura 1.6:	Elementos finitos definindo a caixa do mancal para calcular a rigidez, [Ref.(7)]	13
Figura 1.7.a:	Coefficiente de rigidez versus o número de Sommerfeld de um mancal com dois canais de alimentação axial $\frac{L}{D} = 1$ , [Ref.(13)]	15
Figura 1.7.b:	Coefficiente de amortecimento versus o número de Sommerfeld de um mancal com dois canais de alimentação axial $\frac{L}{D} = 1$ , [Ref.(13)]	15
Figura 1.8.a:	Coefficiente de rigidez versus o número de Sommerfeld de um mancal elíptico $\frac{L}{D} = 1$ , [Ref.(13)]	16
Figura 1.8.b:	Coefficiente de amortecimento versus o número de Sommerfeld de um mancal elíptico $\frac{L}{D} = 1$ , [Ref.(13)]	16

Figura 1.9:	Coeficiente de rigidez e amortecimento versus o número de Sommerfeld de um mancal segmentado com pivotamento centralizado para $l/D = 1$ , [Ref.(14)]	18
Figura 1.10:	Coeficiente de rigidez e amortecimento versus o número de Sommerfeld de um mancal segmentado com quatro sapatas com pivotamento excêntrico para $l/D = 1$ , [Ref.(15)]	19
Figura 1.11:	Pedestal idealizado	20
Figura 1.12:	Barra de comprimento $dz$ , [Ref.(18)]	22
Figura 1.13:	Prisma elementar, [Ref.(18)]	24
Figura 2.1:	Modelo do sistema máquina-fundação solo na Teoria do Semi-Espaço Elástico, [Ref. (38)].	28
Figura 2.2:	Seis modos de vibração da fundação incluindo as coordenadas do sistema( $X, Y, Z$ , e $X', Y', Z'$ ) e as variáveis $D, E_1, E_2, \gamma, \lambda$ , [Ref.(7)].	29
Figura 2.3:	Os problemas considerados por Lamb. a) carga vertical atuando na superfície do meio elástico; b) carga horizontal atuando na superfície do meio elástico; c) força vertical atuando no interior do corpo elástico; d) força horizontal atuando no interior do corpo, [Ref.(20)]	31
Figura 2.4:	Amplitude versus frequência para oscilações verticais de uma base circular rígida apoiada no semi-espaço elástico ( $\nu=0,25$ ), segundo Richart, [Ref.(25)]. a) Para excitação constante; b) para excitação dependente da frequência.	34
Figura 2.5:	Funções deslocamento para base circular rígida vibrando verticalmente na superfície do semi-espaço elástico segundo Bycroft, [Ref.(26)].	36
Figura 2.6:	Considerações de Hsieh [Ref.(27)] no estudo de vibrações verticais.	38
Figura 2.7:	Variação da Função Deslocamento modificada; (Segundo Lysmer e Richart, [Ref.(29)].	39
Figura 2.8:	Função Deslocamento $F$ para vibração vertical de um disco sem massa; (Lysmer e Richart, [Ref.(29)].	39
Figura 2.9:	Sistema equivalente de uma fundação em bloco excitada verticalmente por força periódica ou transiente.	42

Figura 2.10:	Amplificação dinâmica versus frequência adimensional para uma base circular rígida excitada verticalmente por força com amplitude dependente da frequência.	43
Figura 2.11:	Amplificação dinâmica versus frequência adimensional para uma base circular rígida excitada por força de amplitude constante.	43
Figura 2.12:	Modelo matemático para o estudo da vibração horizontal pura	44
Figura 2.13:	Modelo equivalente ao sistema máquina-fundação solo para o estudo das oscilações horizontais	46
Figura 2.14:	Movimento de balanço da fundação na superfície do semi-espaço elástico	46
Figura 2.15:	Sistema com parâmetros concentrados equivalente ao sistema máquina-fundação-meio elástico na vibração em balanço.	47
Figura 2.16:	Funções deslocamento para vibrações rígidas retangulares e quadradas, [Ref.(29)].	50
Figura 3.1:	Representação dos deslocamentos do modelo matemático simplificado para o sistema ventilador/fundação,[Ref.(7)].	53
Figura 4.1:	Coeficientes de rigidez $K_{xx}$ e $K_{yy}$ do mancal guia.	67
Figura 4.2:	Coeficientes de rigidez cruzados do mancal guia - $K_{xy}$ e $K_{yx}$ .	67
Figura 4.3:	Constantes de amortecimento $C_{xx}$ e $C_{yy}$ do mancal guia.	68
Figura 4.4:	Constantes de amortecimento cruzados $C_{xy}$ do mancal guia.	68
Figura 4.5:	Constantes de amortecimento cruzados $C_{yx}$ do mancal guia.	69
Figura 4.6:	Coeficientes de rigidez $K_{xx}$ e $K_{yy}$ do mancal guia/escora.	69
Figura 4.7:	Coeficientes de rigidez cruzados do mancal guia/escora - $K_{xy}$ e $K_{yx}$ .	70
Figura 4.8:	Constantes de amortecimento $C_{xx}$ e $C_{yy}$ do mancal guia/escora.	70
Figura 4.9:	Constantes de amortecimento cruzados $C_{xy}$ do mancal guia/escora.	71
Figura 4.10:	Constantes de amortecimento cruzados $C_{yx}$ do mancal guia/escora.	71
Figura 4.11:	Dimensões da fundação, [Ref.(1)].	73

Figura 4.12:	Amplitudes do mancal do sistema constituído pelo ventilador/fundação	76
Figura 5.1:	Amplitudes do sistema constituído pelo rotor, eixo e pedestal flexível versus as velocidades rotacionais (não está considerando o solo como flexível)	79
Figura 5.2:	Faixa de operação do ventilador com acionamento através de uma turbina	81
Figura 5.3:	Amplitudes do mancal versus a rotação com $k_{px}/10$ e $k_{py}/10$	81
Figura 5.4:	Amplitudes da fundação versus a rotação com $k_{px}/10$ e $k_{py}/10$	82

## ÍNDICE DE TABELAS

	página
Tabela A.1: Coeficientes de rigidez e amortecimento do mancal guia, [Ref.(1)].	91
Tabela A.2: Coeficientes de rigidez e amortecimento do mancal guia/escora, [Ref.(1)].	92

## **CONSIDERAÇÕES SOBRE A MODELAGEM ESTRUTURAL SIMPLIFICADA DO SISTEMA MOTOR-VENTILADOR**

O sistema dinâmico analisado neste trabalho envolve um ventilador centrífugo de dupla aspiração de grande porte, o qual é muito utilizado na indústria. Este tipo de ventilador é freqüentemente afetado por problemas de vibração. Felizmente, estes sistemas podem ser analisados analiticamente para assegurar um funcionamento adequado.

Esta análise é muito importante na fase de projeto para estudo do comportamento dinâmico de todo sistema acoplado. Com esta análise, pode-se garantir, com segurança, que o ventilador opere numa velocidade que não cause danos aos componentes do equipamento.

Os componentes do sistema ventilador-fundação possuem propriedades de massa, rigidez e amortecimento. Dados devem ser obtidos para o modelo matemático dos componentes, antes de se prosseguir com uma avaliação total do sistema. Os componentes que requerem atenção estão incluídos na seguinte lista:

1.2 - Modelagem Rotor do Ventilador

1.3 - Modelagem do Mancal

1.4 - Modelagem da Rigidez do Pedestal de Aço e de Concreto.

O objetivo deste capítulo é uma descrição da representação simplificada do sistema dinâmico e da modelagem do rotor, mancal e do pedestal.

## 1.1 - Representação da Interação do Sistema Ventilador-Fundação

O sistema a ser analisado consiste de um rotor do ventilador, que está localizado no centro do eixo entre os mancais de filme de óleo. Os mancais são fixados em pedestais de aço que, por sua vez, são fixados em pedestais de concreto. Os pedestais de concreto são ligados em um grande bloco de concreto armado, que é apoiado ao solo. A figura (1.1) mostra o sistema ventilador - fundação, com seus vários componentes.

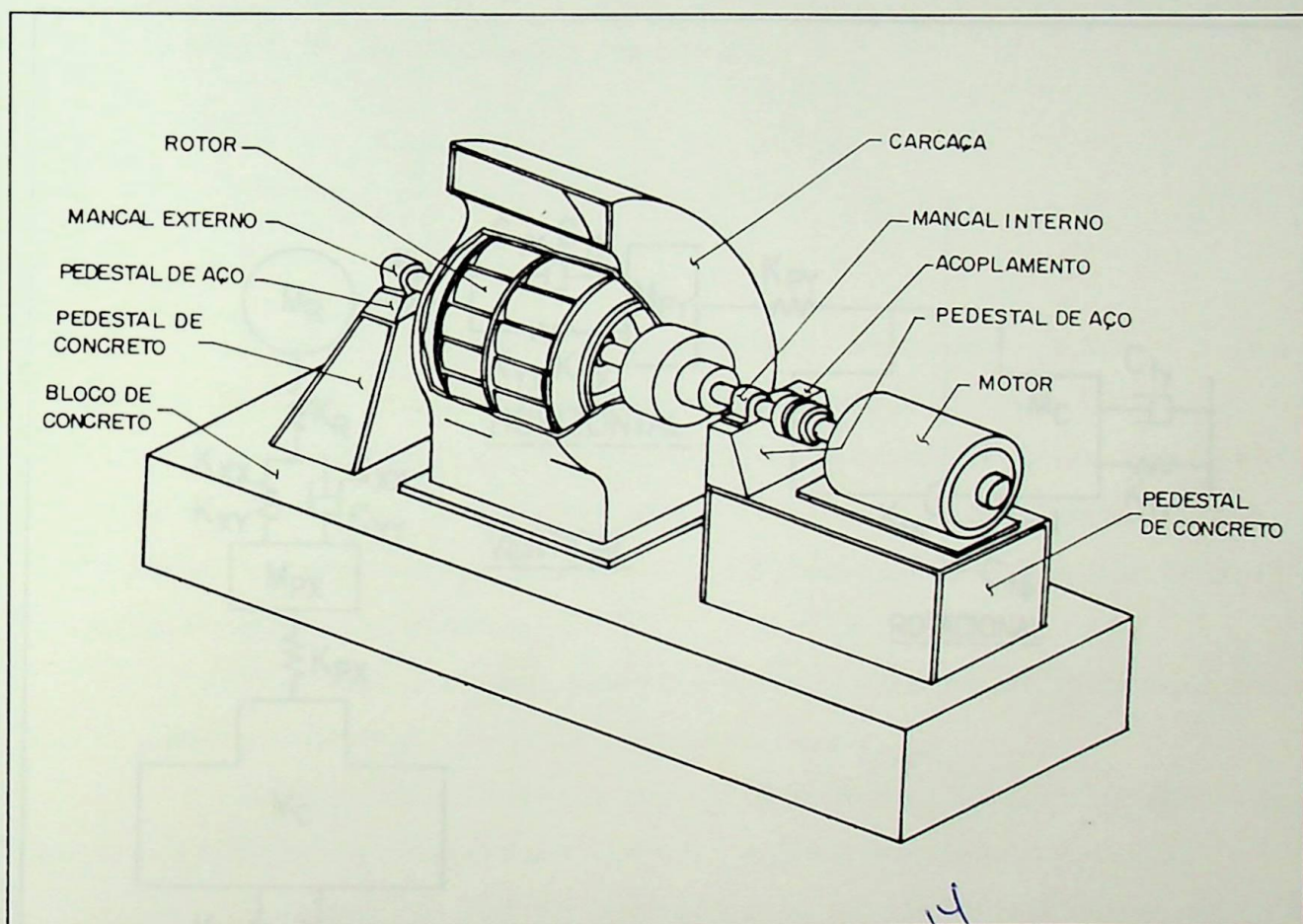


Figura 1.1: Sistema típico analisado, [Ref. (2)]

Uma representação do modelo simplificado da interação do sistema dinâmico rotor-mancal e o sistema dinâmico fundação-solo é mostrada na figura (1.2).

O rotor possui um sistema com dois graus de liberdade: deslocamento vertical e horizontal formado por uma massa e uma mola, caracterizado pela massa do rotor  $M_r$  e pela constante de rigidez do rotor  $K_r$ .

Os parâmetros  $k_{xx}$ ,  $k_{xy}$ ,  $C_{xx}$ ,  $C_{xy}$  e  $k_{yy}$ ,  $K_{yx}$ ,  $C_{yy}$ ,  $C_{yx}$  representam a rigidez e amortecimento do mancal nas direções vertical e horizontal respectivamente.

O pedestal é esquematizado pelas massas  $M_{px}$  e  $M_{py}$  e rigidez  $K_{px}$  e  $K_{py}$  nas direções vertical e horizontal respectivamente.

A fundação possui vibrações nas seguintes direções: vertical, horizontal e rotacional, e é representada pela massa de concreto ( $M_c$ ) e os coeficientes de rigidez ( $K_{fx}$ ,  $K_{fy}$ ,  $K_{f\phi}$ ) e amortecimento ( $C_{fx}$ ,  $C_{fy}$ ,  $C_{f\phi}$ ) do solo nas respectivas direções.

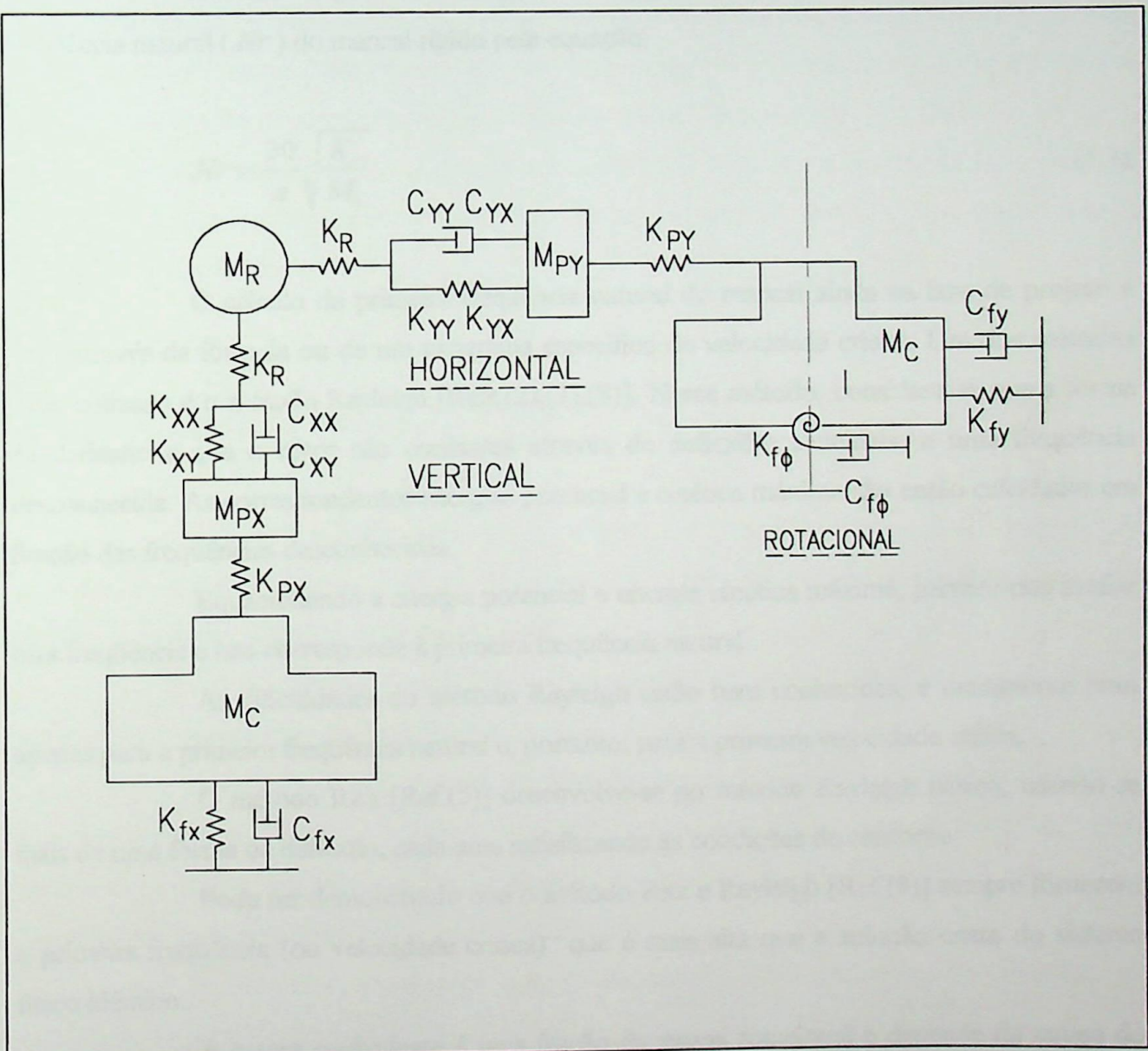


Figura 1.2: Representação do modelo simplificado.



## 1.2 - Modelagem do Rotor

Ventiladores geralmente são projetados para operar de 15% a 25% abaixo da velocidade crítica. Devido ao pequeno momento de inércia transversal do rotor, a segunda velocidade crítica é, normalmente, muito mais alta do que a velocidade de operação.

O rotor é representado por uma massa e uma mola equivalente para suas vibrações horizontal e vertical.

A massa equivalente ( $M_r$ ) e a mola ( $K_r$ ) relacionam-se com a primeira frequência natural ( $Nr$ ) do mancal rígido pela equação.

$$Nr = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{K_r}{M_r}} \quad (1.1)$$

O cálculo da primeira frequência natural do mancal ainda na fase de projeto é feito através da fórmula ou de um programa específico de velocidade crítica. Um dos métodos mais utilizado é o método Rayleigh [Refs.(2),(3),(8)]. Nesse método, considera-se que a forma da deflexão e que o rotor são oscilantes através de deflexões senoidais, a uma frequência desconhecida. As correspondentes energias potencial e cinética máxima são então calculadas em função das frequências desconhecidas.

Equacionando a energia potencial e energia cinética máxima, permite-nos avaliar esta frequência e isto corresponde à primeira frequência natural.

As dificuldades do método Rayleigh estão bem conhecidas; é usualmente bom apenas para a primeira frequência natural e, portanto, para a primeira velocidade crítica.

O método Ritz [Ref.(5)] desenvolve-se no método Rayleigh básico, usando-se mais de uma forma de deflexão, cada uma satisfazendo as condições de contorno.

Pode ser demonstrado que o método Ritz e Rayleigh [Ref.(8)] sempre fornecem a primeira frequência (ou velocidade crítica) que é mais alta que a solução exata do sistema físico idêntico.

A massa equivalente é uma fração da massa rotacional e depende da massa do eixo ( $M_s$ ) e da massa do disco ( $M_w$ ). Sendo assim, tem-se a massa do rotor utilizando-se a regra prática que é :

$$M_r = M_w + \frac{M_s}{2} \quad (1.2)$$

Estabelecido o valor da primeira frequência natural e da massa do rotor, é possível estimar um valor para a rigidez do rotor na equação (1.1).

Segundo Gallie [Ref.(7)] a massa e a mola equivalentes são calculadas utilizando-se o método de matriz de transferência para análise do rotor.

No método de Matrizes de transferência [Refs.(6),(8)] as forças generalizadas e deslocamentos, isto é, forças, momentos fletores e torções, e deslocamentos de translação e de rotação, respectivamente, são relacionados em cada elemento por matrizes que dependem das propriedades físicas e geométricas do elemento. Essas matrizes de transferência de cada elemento são multiplicadas até uma matriz de transferência total do rotor através das condições de contorno dos apoios (matrizes estado). Obtém-se através de métodos numéricos as frequências naturais do rotor.

### 1.3 - Modelagem do Mancal

Grandes ventiladores são suportados e montados sobre dois mancais. É geralmente reconhecido que mancais de apoio do rotor influenciam significativamente no comportamento do sistema ventilador-fundação.

Estes mancais se apoiam em pedestais de aço, introduzindo no sistema amortecimentos e rigidez nas direções horizontal e vertical.

Os coeficientes dinâmicos do filme de óleo do mancal são uma das características mais importantes, quando a vibração do sistema ventilador - fundação é de interesse. Estes coeficientes podem amplificar ou amortecer a força de excitação do sistema devido ao desbalanceamento ou outra força externa perturbadora.

Então, o conhecimento dos coeficientes é necessário para prognosticar as características de vibração do sistema.

Os mancais possuem também uma pressão, que é uma função dos mancais, porém a rigidez e amortecimento laterais dos dois mancais podem ser considerados iguais, se a hipótese da simetria das propriedades dinâmicas for possível. Os modelos com que os mancais

com filme de óleo são representados nos problemas de dinâmica de rotores são: apoios simples, molas planas e amortecedores e acoplamentos cruzados de molas e amortecedores.

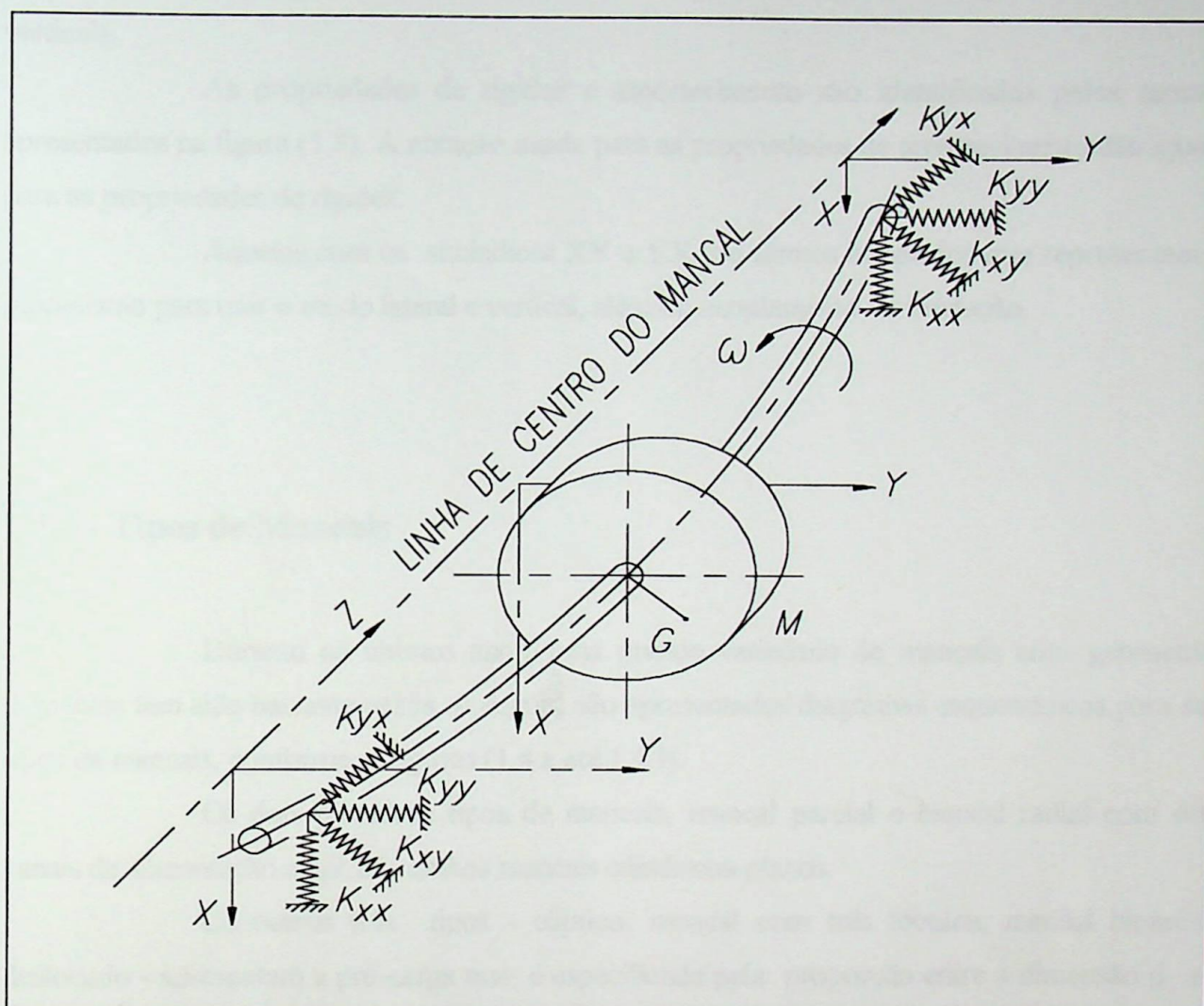


Figura 1.3: Representação das propriedades de rigidez do filme de óleo do mancal, [Ref.(7)].

Em sua forma mais fundamental, os mancais são considerados como apoios simples. Porém, a precisão do modelo do apoio simples é duvidosa.

A representação dos mancais, como molas planas e amortecedores, reduz a análise à vibração de uma viga, com apoios em molas. Geralmente, as características estado-estacionário de molas são empregadas e fatores de amortecimento são obtidos empiricamente.

A representação mais avançada de mancais com filme de óleo para um rotor flexível considera os apoios como molas e amortecedores ortogonais, com características de acoplamentos. Um deslocamento do munhão em um mancal dá origem a uma reação, não

somente ao longo de um vetor coincidente com o deslocamento, porém normal a este. Esta será a representação utilizada no sistema a ser analisado.

As propriedades dinâmicas dos mancais se acoplam nas direções horizontais e verticais.

As propriedades de rigidez e amortecimento são identificadas pelos termos apresentados na figura (1.3). A notação usada para as propriedades de amortecimento são iguais para as propriedades de rigidez.

Aquelas com os subíndices XY e YX são termos acoplados que representam o mecanismo para unir o modo lateral e vertical, além do acoplamento da fundação.

### 1.3.1 - Tipos de Mancais

Durante os últimos anos, uma grande variedade de mancais com geometrias diferentes tem sido bastante usada. A seguir, são apresentados diagramas esquemáticos para seis tipos de mancais, conforme as figuras (1.4.a até 1.4.f).

Os dois primeiros tipos de mancais, mancal parcial e mancal radial com dois canais de alimentação axial, são ambos mancais cilíndricos-planos.

Os outros três tipos - elíptico, mancal com três lóbulos, mancal bipartido deslocado - apresentam a pré-carga que é especificada pela proporção entre a dimensão  $d$  e a folga  $c$  e cujo valor habitual é 0,5.

A maior parte dos mancais com pré-carga funciona com uma espessura mínima do filme de óleo para uma dada dimensão e também para os seus parâmetros de funcionamento. O mancal com três lóbulos é preferível aos outros dois tipos - elíptico e bipartido deslocado - quando a direção da carga aplicada sobre o mancal variar em relação ao eixo das coordenadas.

Os mancais acima mencionados, com a geometria fixa, podem apresentar instabilidade sobre certas condições de funcionamento. O mancal segmentado da figura (1.4.f) é altamente estável e deve ser empregado quando houver possibilidade de funcionamento instável. A disposição das sapatas é variável, podendo ser de quatro, cinco ou seis. A direção da carga pode ser entre duas sapatas ou no centro de uma sapata. Esses mancais podem ser projetados com ou sem pré-carga.

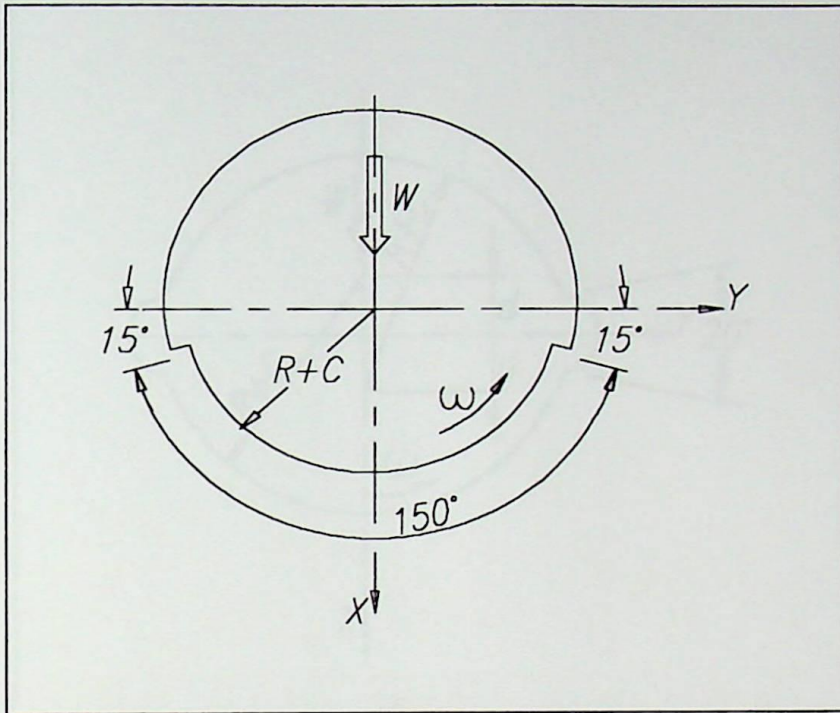


Figura 1.4.a: Mancal parcial, [Ref.(9)].

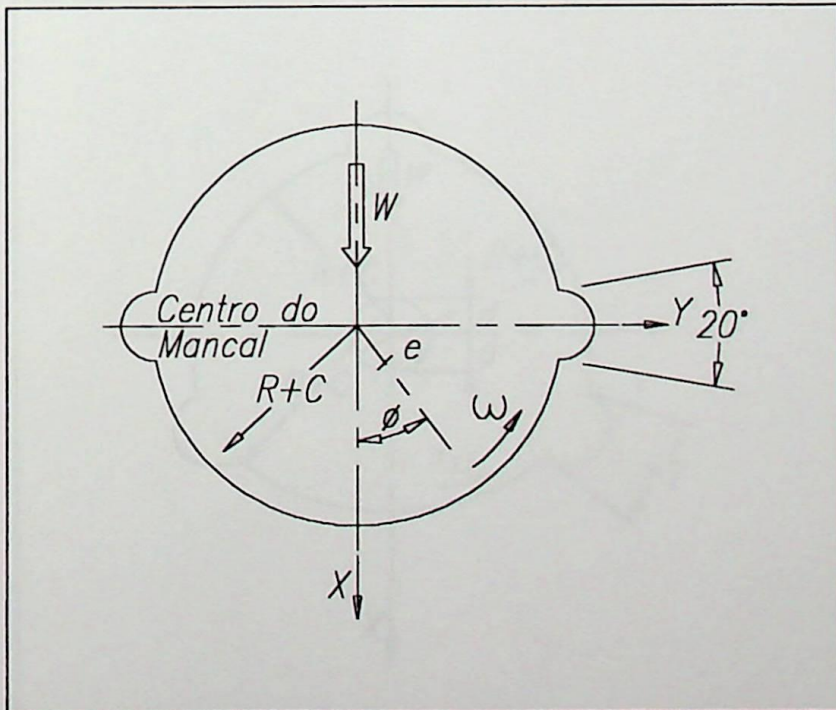


Figura 1.4.b: Mancal radial com dois canais de alimentação axial, [Ref.(9)].

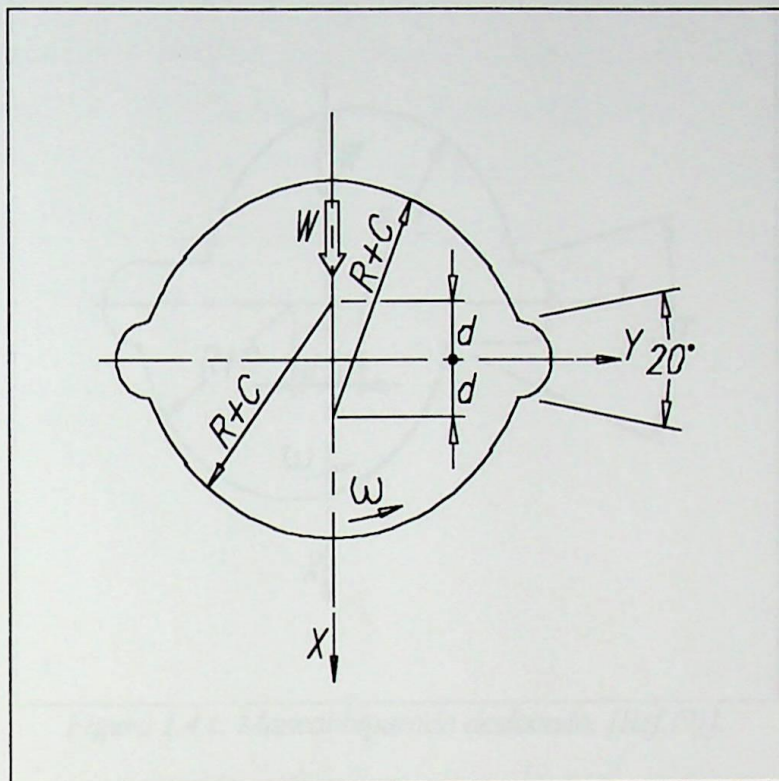


Figura 1.4.c: Mancal elíptico, [Ref.(9)].

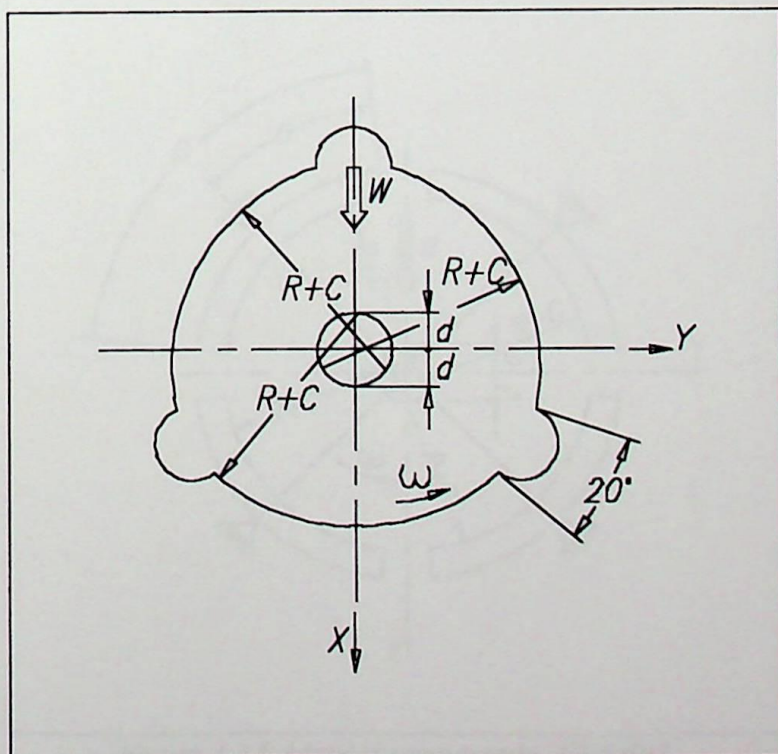


Figura 1.4.d: Mancal com três lóbulos, [Ref.(9)].

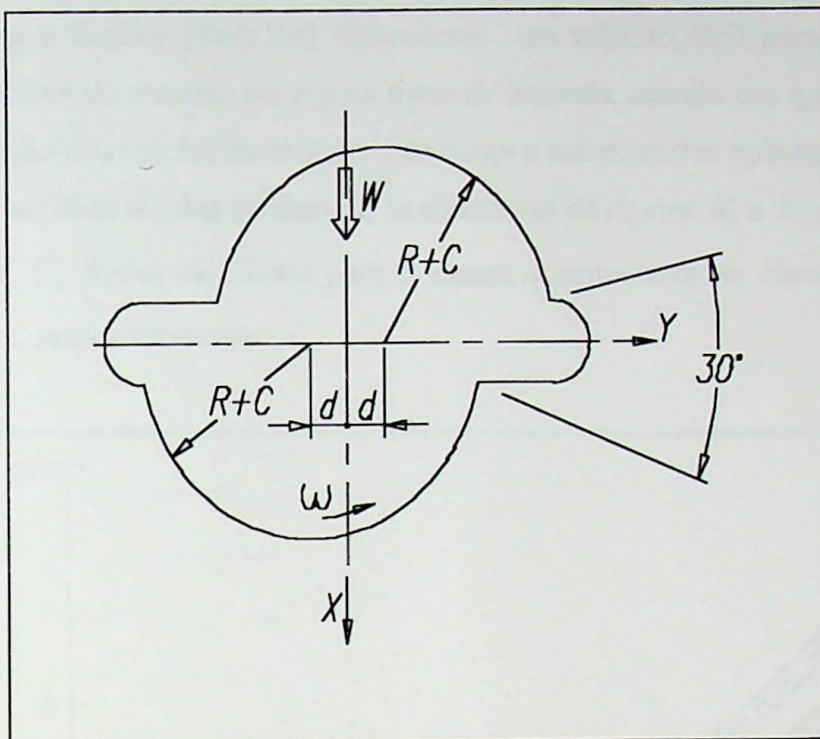


Figura 1.4.e: Mancal bipartido deslocado, [Ref.(9)].

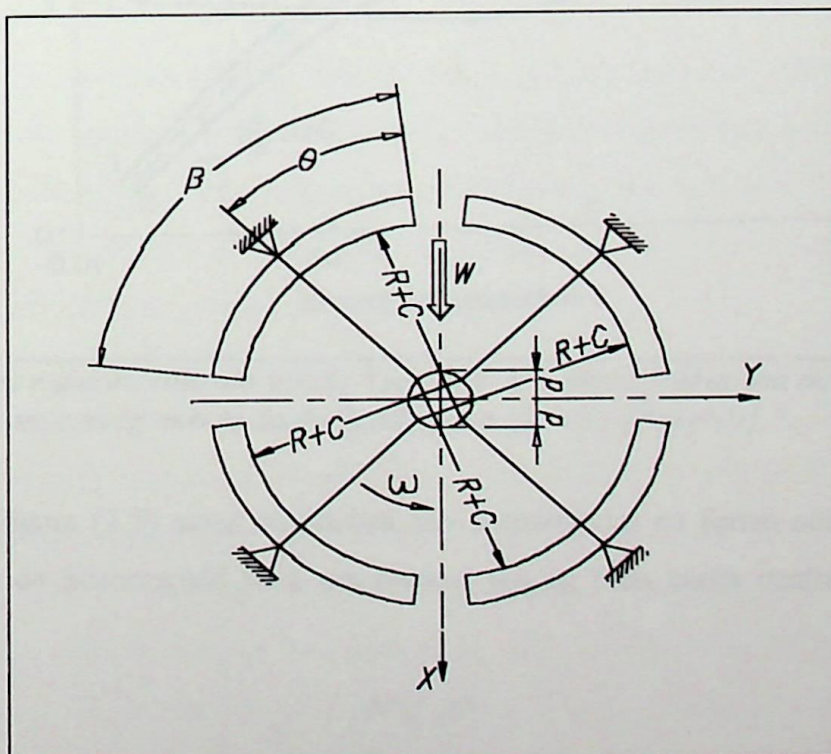


Figura 1.4.f: Mancal segmentado, [Ref.(9)].

### 1.3.2 - Coeficientes de Rigidez e Amortecimento

Hang e Sankey [Ref.(10)] forneceram um método fácil para determinar as características dinâmicas do mancal, em alguns tipos de mancais, usando um *teste de bancada* que consiste na seleção dos valores da rotação e da carga e sua posterior aplicação. A partir de medidas realizadas na órbita elíptica do mancal, as constantes de rigidez  $K_1$  e  $K_2$  e constantes de amortecimento  $C_1$  e  $C_2$  foram calculadas para o menor e maior eixo da elipse (especificada pelo subíndices 1 e 2, respectivamente).

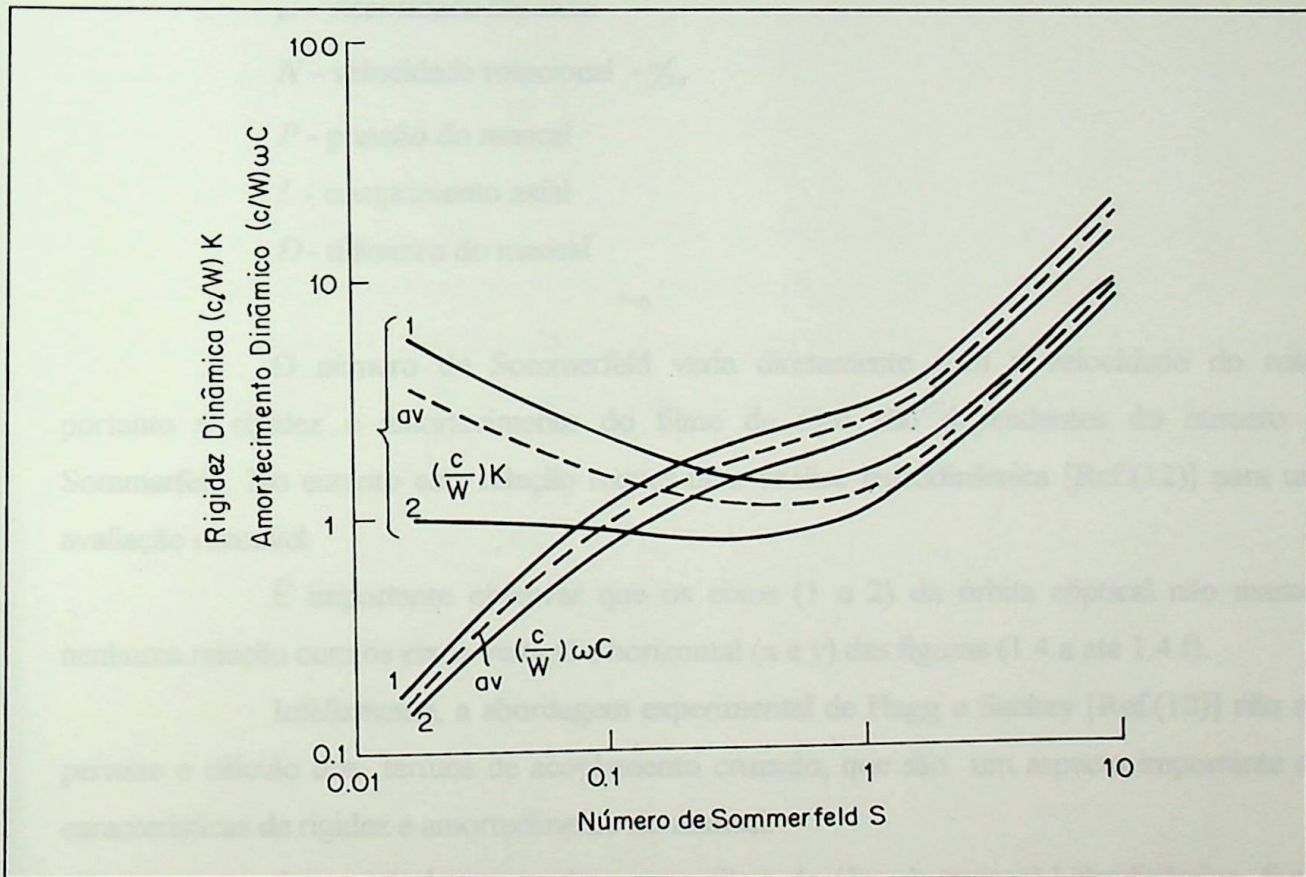


Figura 1.5: Rigidez e amortecimento versus o número de Sommerfeld de um mancal parcial com carregamento centralizado para  $l/D = 1$ , [Ref.(10)].

Na figura (1.5) essas constantes são apresentadas na forma adimensional em função do número de Sommerfeld para um mancal parcial com carga centralizada, sendo  $l/D = 1$  e onde:

$$S = \left( \frac{\mu N}{P} \right) \left( \frac{R}{C} \right)^2$$





$$P = \frac{W}{LD}$$

sendo que :

$C$  - folga

$R$  - raio do mancal

$R + C$  - raio de curvatura superficial do mancal

$d$  - dimensão da pré-carga

$m$  - pré-carga -  $d/c$

$W$  - carga

$\mu$  - viscosidade absoluta

$N$  - velocidade rotacional -  $\omega/2\pi$

$P$  - pressão do mancal

$L$  - comprimento axial

$D$  - diâmetro do mancal

O número de Sommerfeld varia diretamente com a velocidade do rotor; portanto a rigidez e amortecimento do filme de óleo são dependentes do número de Sommerfeld. No entanto esta relação requer uma análise hidrodinâmica [Ref.(12)] para uma avaliação razoável.

É importante observar que os eixos (1 e 2) da órbita elíptica não mantêm nenhuma relação com os eixos vertical e horizontal (x e y) das figuras (1.4.a até 1.4.f).

Infelizmente, a abordagem experimental de Hagg e Sankey [Ref.(10)] não nos permite o cálculo dos termos de acoplamento cruzado, que são um aspecto importante das características de rigidez e amortecimento do mancal.

Ao se estudar separadamente o filme de óleo do mancal hidrodinâmico, faz-se uso da equação de Reynolds [Ref.(11)], cuja solução permite obter o campo de pressão existente em um ponto qualquer do fluido, além de se verificar a influência da geometria do mancal nas respostas obtidas como a largura do suporte e o tipo de mancal.

Todos os cálculos recentes de coeficientes de rigidez e amortecimento são baseados na solução numérica da conhecida equação de Reynolds [Refs.(11) e (16)]. A solução da equação de Reynolds depende da carga e velocidade do rotor, da espessura do filme de óleo, e da viscosidade do óleo na qual causa uma variação no coeficiente de rigidez e amortecimento sob a faixa de operação do rotor.

Considerando a amplitude do rotor menor que a força do fluido, poderá ser substituída pelos seus gradientes em torno da excentricidade de operação em regime permanente. Então, as forças tornam-se proporcionais ao deslocamento e velocidade da vibração. Com os coeficientes de proporcionalidade, obtêm-se os coeficientes de rigidez e amortecimento, respectivamente. As forças de reação do filme de óleo  $F_x$  e  $F_y$  são obtidas em relação ao sistema de coordenada  $x$  e  $y$  conforme apresentado na figura (1.4); sendo assim, tem-se:

$$F_x = -K_{xx}X - C_{xx} \frac{dX}{dt} - K_{xy}Y - C_{xy} \frac{dY}{dt} \quad (1.3)$$

$$F_y = -K_{yx}X - C_{yx} \frac{dX}{dt} - K_{yy}Y - C_{yy} \frac{dY}{dt} \quad (1.4)$$

Um método mais moderno para a determinação destes coeficientes é a utilização do Método de Elementos Finitos, conforme foi realizado por Gallie [Ref.(7)]. Em suas pesquisas a análise foi feita através do software MSC/NASTRAN [Ref.(17)]. Um modelo da montagem constituído de 224 elementos sólidos e 485 nós é apresentado na figura (1.6).

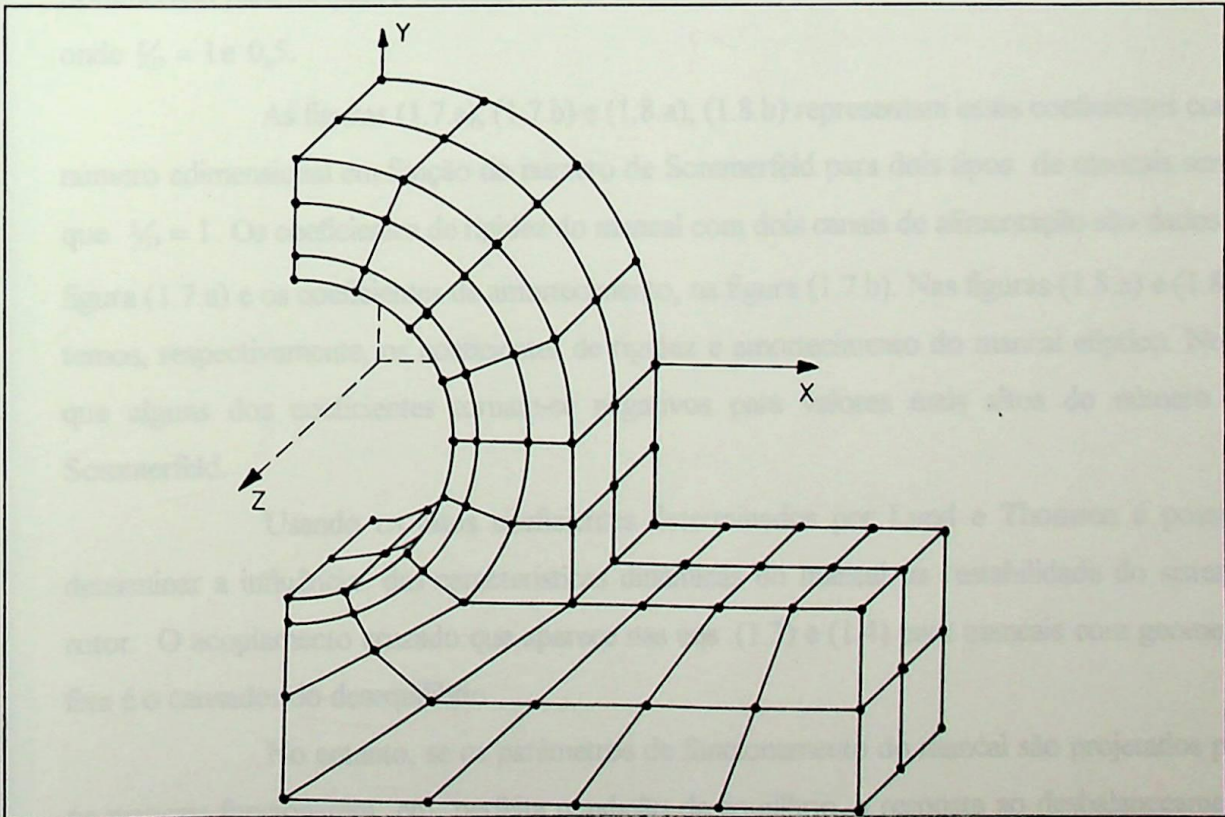


Figura 1.6: Elementos finitos definindo a caixa do mancal para calcular a rigidez, [Ref.(7)].

Existe simetria na caixa do mancal somente quando carregado nas direções vertical e longitudinal; mas, infelizmente, não existe na direção lateral. Uma carga constante foi distribuída sobre o mancal na superfície linear para simular a pressão exercida pelo filme de óleo do mancal. A altura média da caixa foi o ponto de referência para observar a deformação do mancal.

A fina camada de óleo atua como uma mola evitando o contato entre o eixo e a superfície linear e também fornecendo amortecimento devido ao efeito de *squeezing* imposto pelo óleo. A rigidez e o amortecimento do filme de óleo altera a velocidade crítica e a operação do rotor.

Em operação, o eixo tende a elevar a superfície linear do mancal até ocorrer *slippage* (deslizamento). Este fenômeno requer a aplicação da equação de Reynolds, que é resolvida através do método de diferenças finitas ou elementos finitos para obter as propriedades do filme de óleo. O método de elementos finitos é adequado para aplicar em problemas com uma configuração complexa ou mudanças da espessura do filme de óleo.

Lund e Thomsen [Ref.(13)] forneceram os valores dos oitos coeficientes ( $K_{xx}, K_{yy}, K_{xy}, K_{yx}, C_{xx}, C_{yy}, C_{xy}, C_{yx}$ ) das eqs. (1.3) e (1.4) em função do número de Sommerfeld para os quatro mancais representados geometricamente nas figuras (1.4.b até 1.4.e) onde  $l/D = 1$  e 0,5.

As figuras (1.7.a), (1.7.b) e (1.8.a), (1.8.b) representam esses coeficientes como número adimensional em função do número de Sommerfeld para dois tipos de mancais sendo que  $l/D = 1$ . Os coeficientes de rigidez do mancal com dois canais de alimentação são dados na figura (1.7.a) e os coeficientes de amortecimento, na figura (1.7.b). Nas figuras (1.8.a) e (1.8.b) temos, respectivamente, os coeficientes de rigidez e amortecimento do mancal elíptico. Notar que alguns dos coeficientes tornam-se negativos para valores mais altos do número de Sommerfeld.

Usando os oitos coeficientes determinados por Lund e Thomsen é possível determinar a influência das características dinâmicas do mancal na estabilidade do sistema-rotor. O acoplamento cruzado que aparece nas eqs. (1.3) e (1.4) para mancais com geometria fixa é o causador do desequilíbrio.

No entanto, se os parâmetros de funcionamento do mancal são projetados para os mancais funcionarem em perfeita condição de equilíbrio, a resposta ao desbalanceamento pode ser calculada considerando a simples condição de simetria - uma hipótese que é suficiente

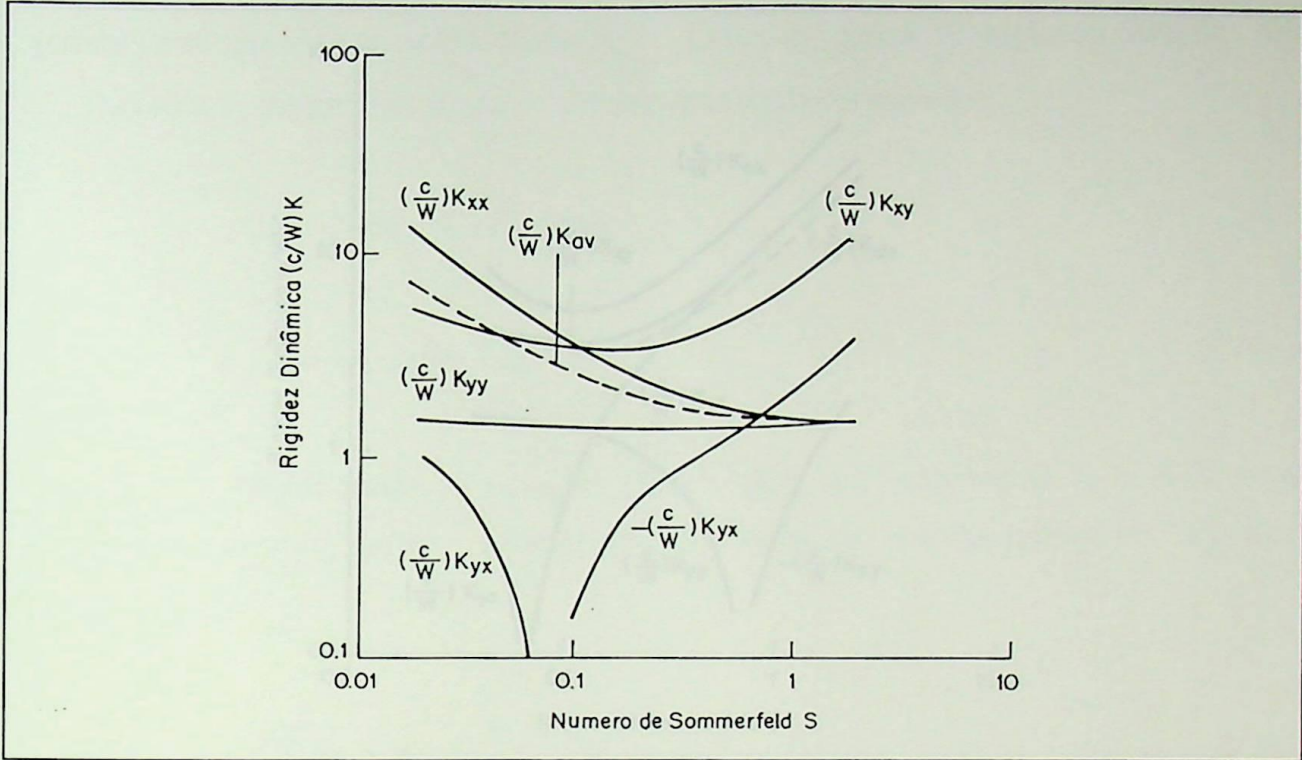


Figura 1.7.a: Coeficiente de rigidez versus o número de Sommerfeld de um mancal com dois canais de alimentação axial  $l/D = 1$ , [Ref.(13)].

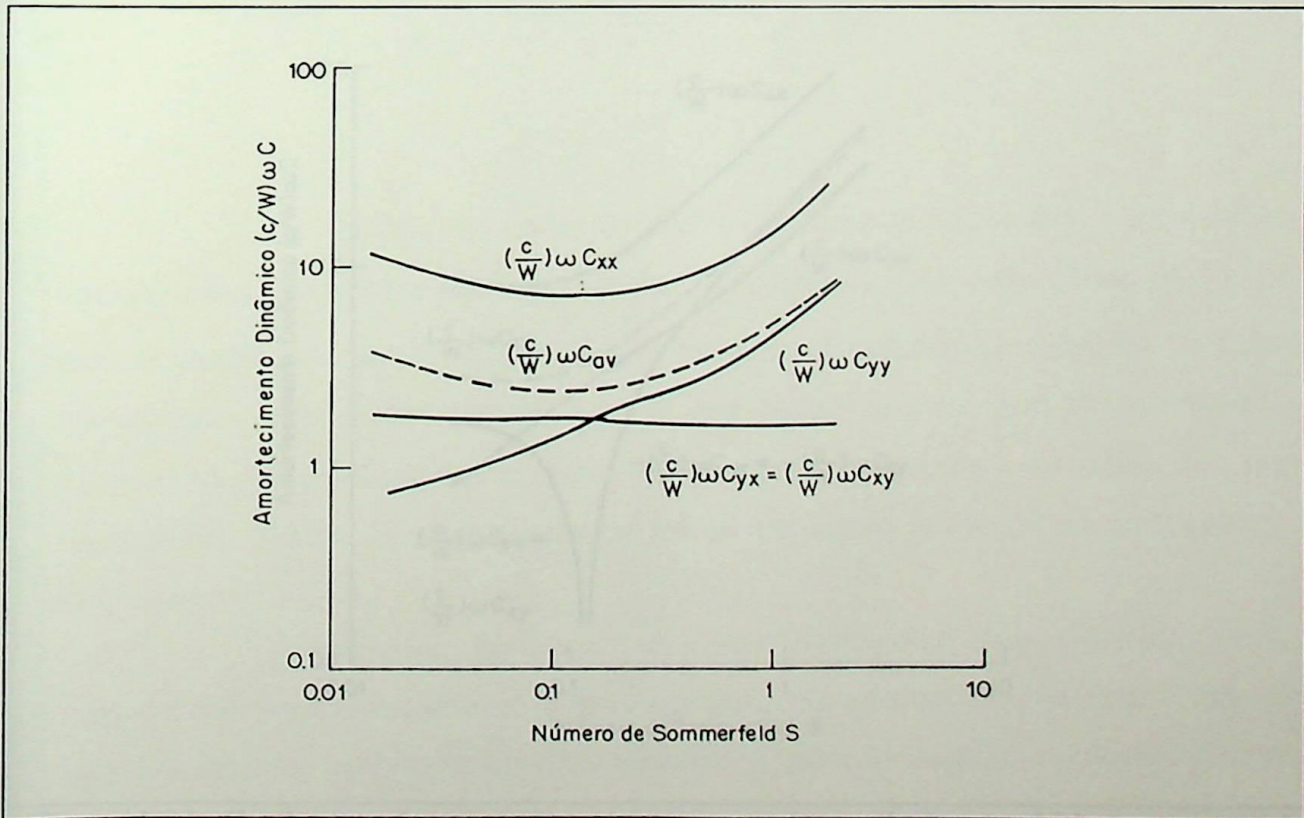


Figura 1.7.b: Coeficiente de amortecimento versus o número de Sommerfeld de um mancal com dois canais de alimentação axial  $l/D = 1$ , [Ref.(13)].

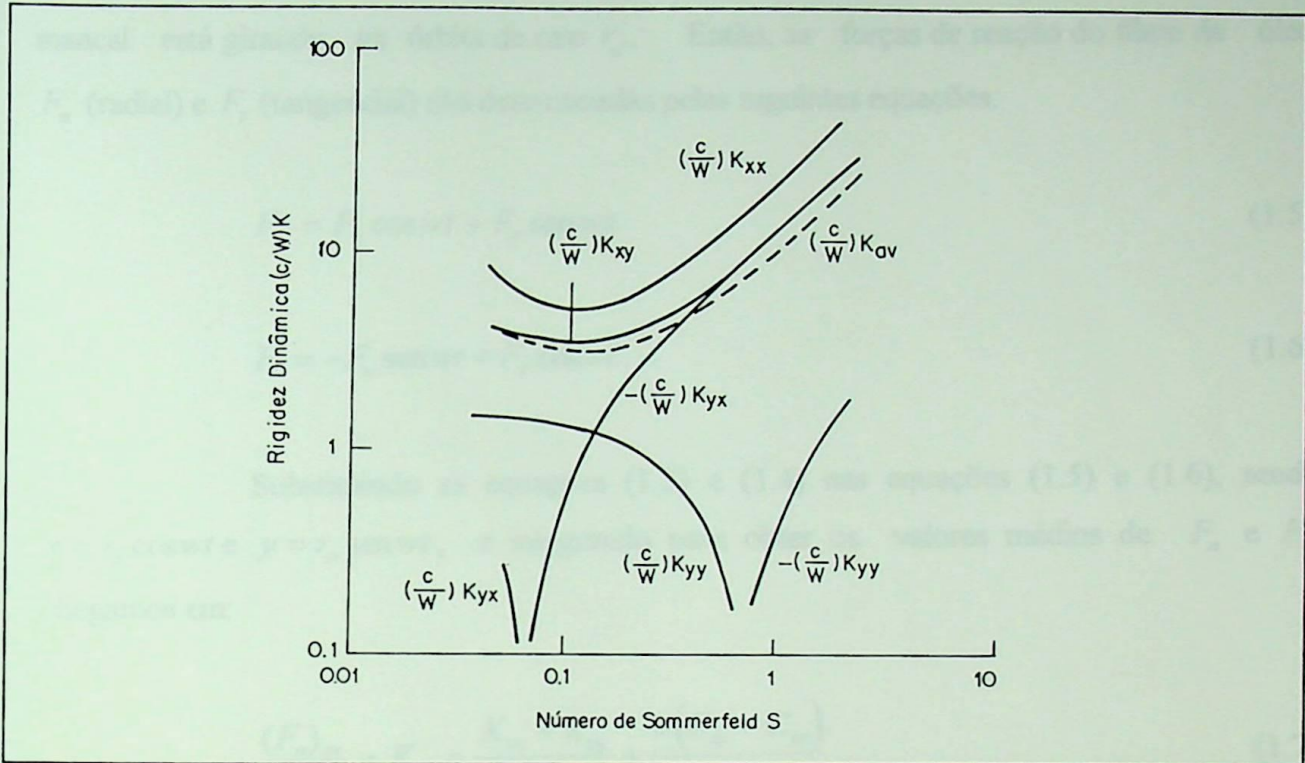


Figura 1.8.a: Coeficiente de rigidez versus o número de Sommerfeld de um mancal elíptico  $l/D = 1$ , [Ref.(13)].

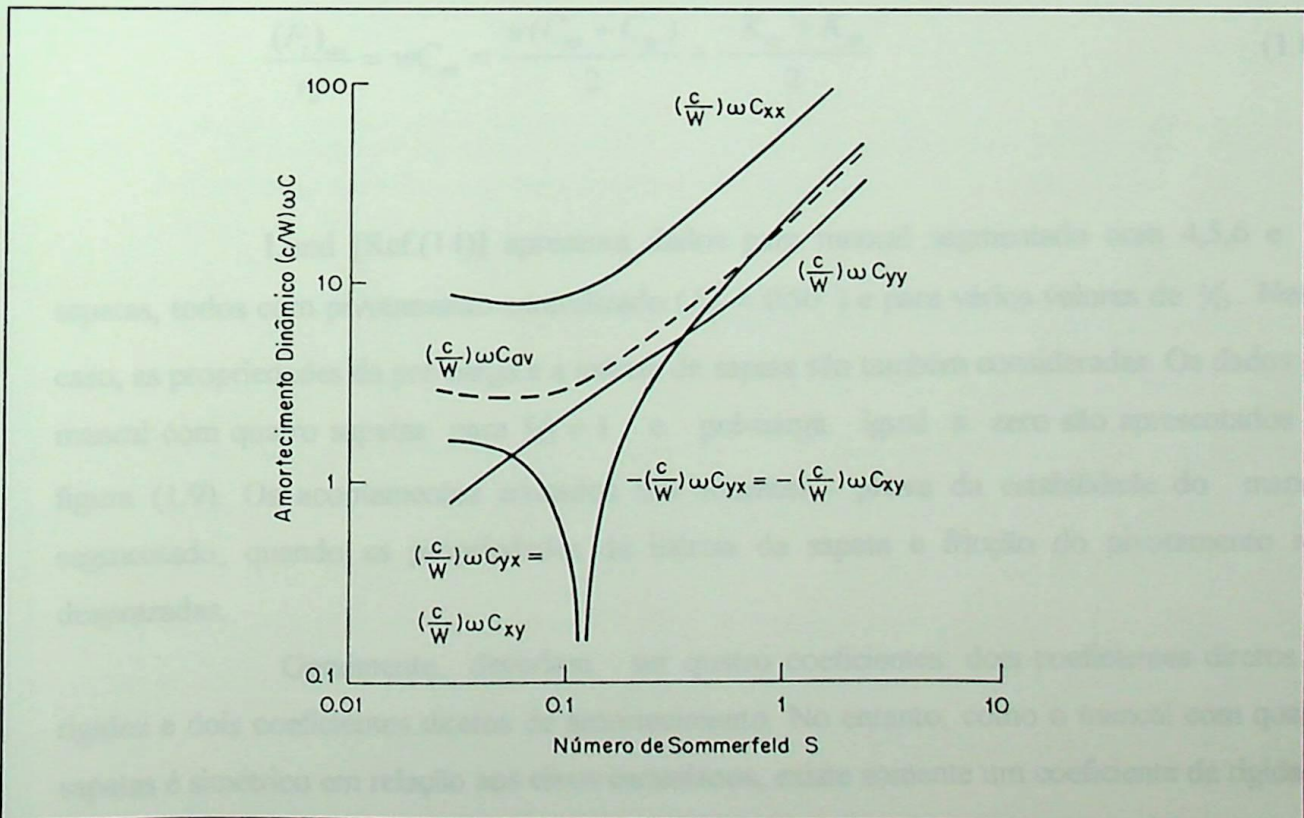


Figura 1.8.b: Coeficiente de amortecimento versus o número de Sommerfeld de um mancal elíptico  $l/D = 1$ , [Ref.(13)].

para projetos. Um valor médio dos coeficientes de rigidez e amortecimento exigido para este cálculo simplificado pode ser determinado a partir dos oitos coeficientes, pela postulação que o mancal está girando na órbita de raio  $r_a$ . Então, as forças de reação do filme de óleo  $F_n$  (radial) e  $F_t$  (tangencial) são determinadas pelas seguintes equações:

$$F_n = F_x \cos wt + F_y \sin wt \quad (1.5)$$

$$F_t = -F_x \sin wt + F_y \cos wt \quad (1.6)$$

Substituindo as equações (1.3) e (1.4) nas equações (1.5) e (1.6), sendo  $x = r_a \cos wt$  e  $y = r_a \sin wt$ , e integrando para obter os valores médios de  $F_n$  e  $F_t$ , chegamos em:

$$\frac{(F_n)_{av}}{r_a} = K_{av} = \frac{K_{xx} + K_{yy}}{2} + \frac{w(C_{xy} - C_{yx})}{2} \quad (1.7)$$

$$\frac{(F_t)_{av}}{r_a} = wC_{av} = \frac{w(C_{xx} + C_{yy})}{2} + \frac{-K_{xy} + K_{yx}}{2} \quad (1.8)$$

Lund [Ref.(14)] apresenta dados para mancal segmentado com 4,5,6 e 13 sapatas, todos com pivotamento centralizado ( $\phi/\beta = 0.50$ ) e para vários valores de  $l/D$ . Neste caso, as propriedades da pré-carga e a inércia da sapata são também consideradas. Os dados do mancal com quatro sapatas para  $l/D = 1$  e pré-carga igual a zero são apresentados na figura (1.9). Os acoplamentos cruzados são ausentes - prova da estabilidade do mancal segmentado, quando as propriedades da inércia da sapata e fricção do pivotamento são desprezadas.

Geralmente, deveriam ser quatro coeficientes: dois coeficientes diretos de rigidez e dois coeficientes diretos de amortecimento. No entanto, como o mancal com quatro sapatas é simétrico em relação aos eixos cartesianos, existe somente um coeficiente de rigidez e um coeficiente de amortecimento.

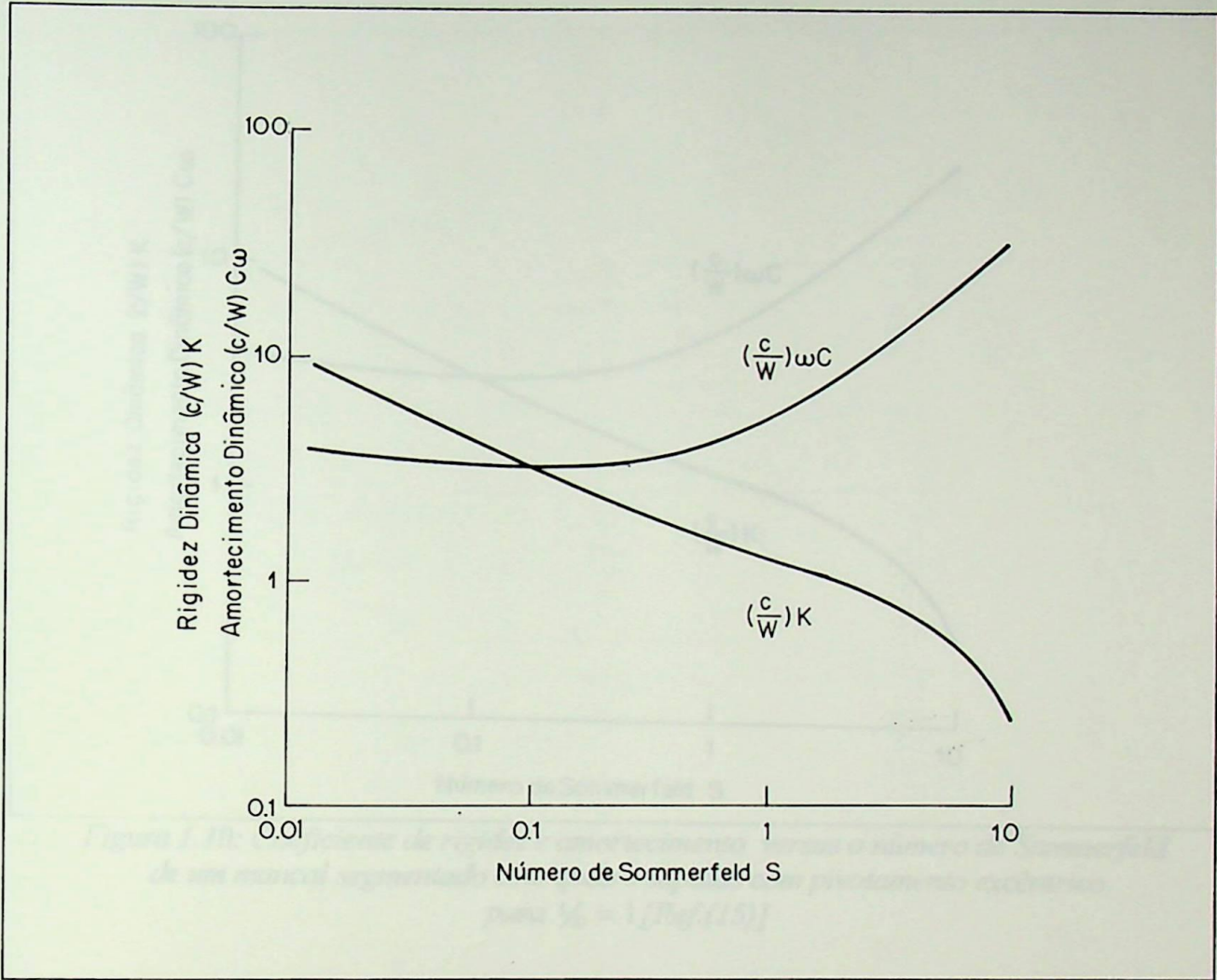


Figura 1.9: Coeficiente de rigidez e amortecimento versus o número de Sommerfeld de um mancal segmentado com pivotamento centralizado para  $l/D = 1$ , [Ref.(14)].

#### 1.4 - Modelagem do Rolamento

Orcutt [Ref.(15)] forneceu informações para um mancal com quatro sapatas, com pivotamento excêntrico ( $\phi_B = 0,55$ ) e  $l/D = 1$ , com pré-carga de 0 e 0,5. O projeto com pivotamento excêntrico tem características hidrodinâmicas, mas seu uso é limitado a máquinas rotativas com apenas uma direção. Os coeficientes dinâmicos são apresentados na figura (1.10) para pré-carga igual a zero e fluxo laminar. Devido ao pivotamento excêntrico existe uma diferença acentuada nos coeficientes de rigidez e amortecimento entre os mancais com pivotamento excêntrico e os mancais com pivotamento centralizado. Essa diferença torna-se mais nítida para os valores mais altos do número de Sommerfeld e, principalmente, nos coeficientes de rigidez.

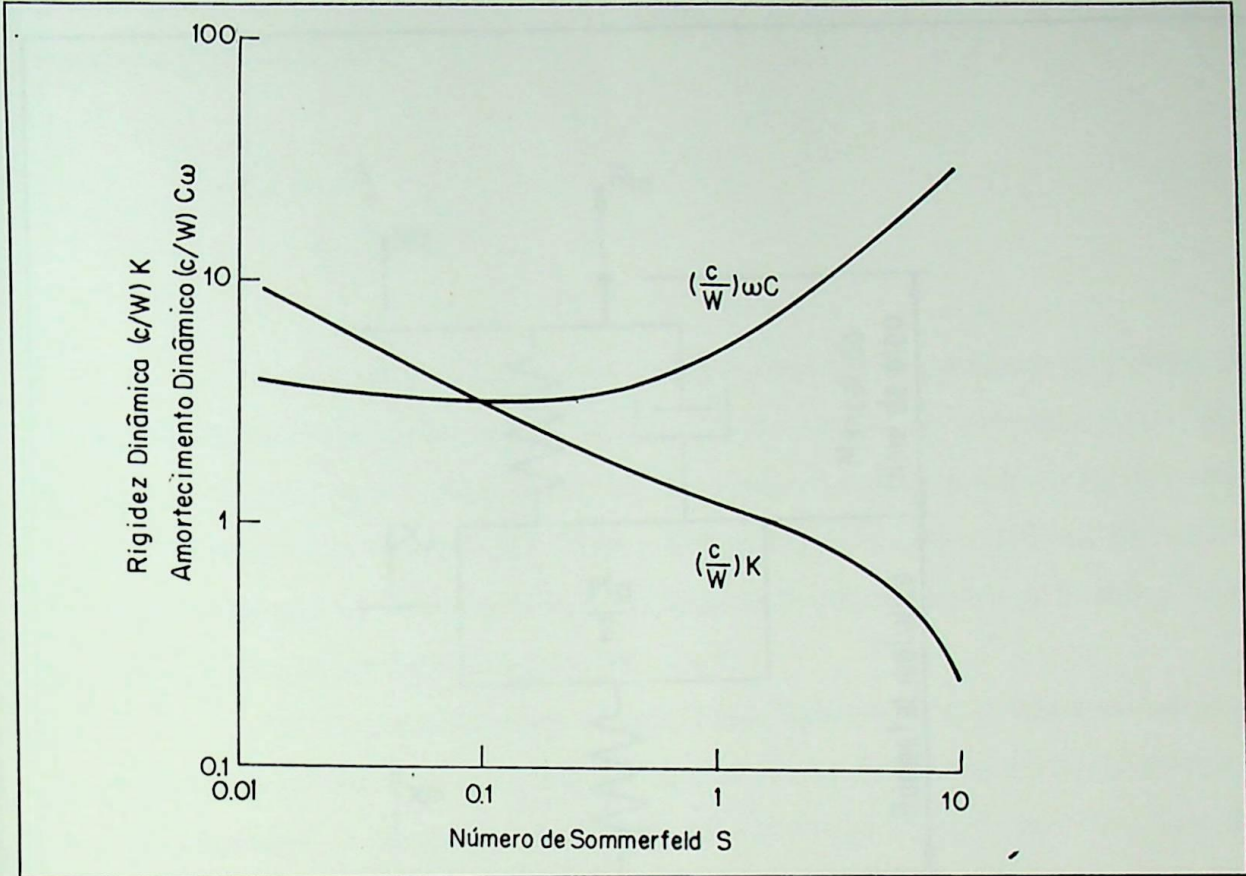


Figura 1.10: Coeficiente de rigidez e amortecimento versus o número de Sommerfeld de um mancal segmentado com quatro sapatas com pivotamento excêntrico para  $\frac{l}{D} = 1$  [Ref.(15)]

### 1.4 - Modelagem do Pedestal

Geralmente, máquinas rotativas possuem o mancal de deslizamento firmemente ligado aos elementos maciços da fundação, portanto o suporte dinâmico dos mancais do rotor podem ser geralmente representados pela rigidez e amortecimento tanto do filme de óleo como do pedestal metálico.

As condições sob as quais essa generalização é aplicável pode ser melhor entendida através da figura (1.11), que mostra os modelos do filme de óleo e pedestal metálico acoplados.

Os pedestais de concreto são constituídos da caixa do mancal e dos pilares de concreto. E os pedestais de metal são construídos pela parte metálica.



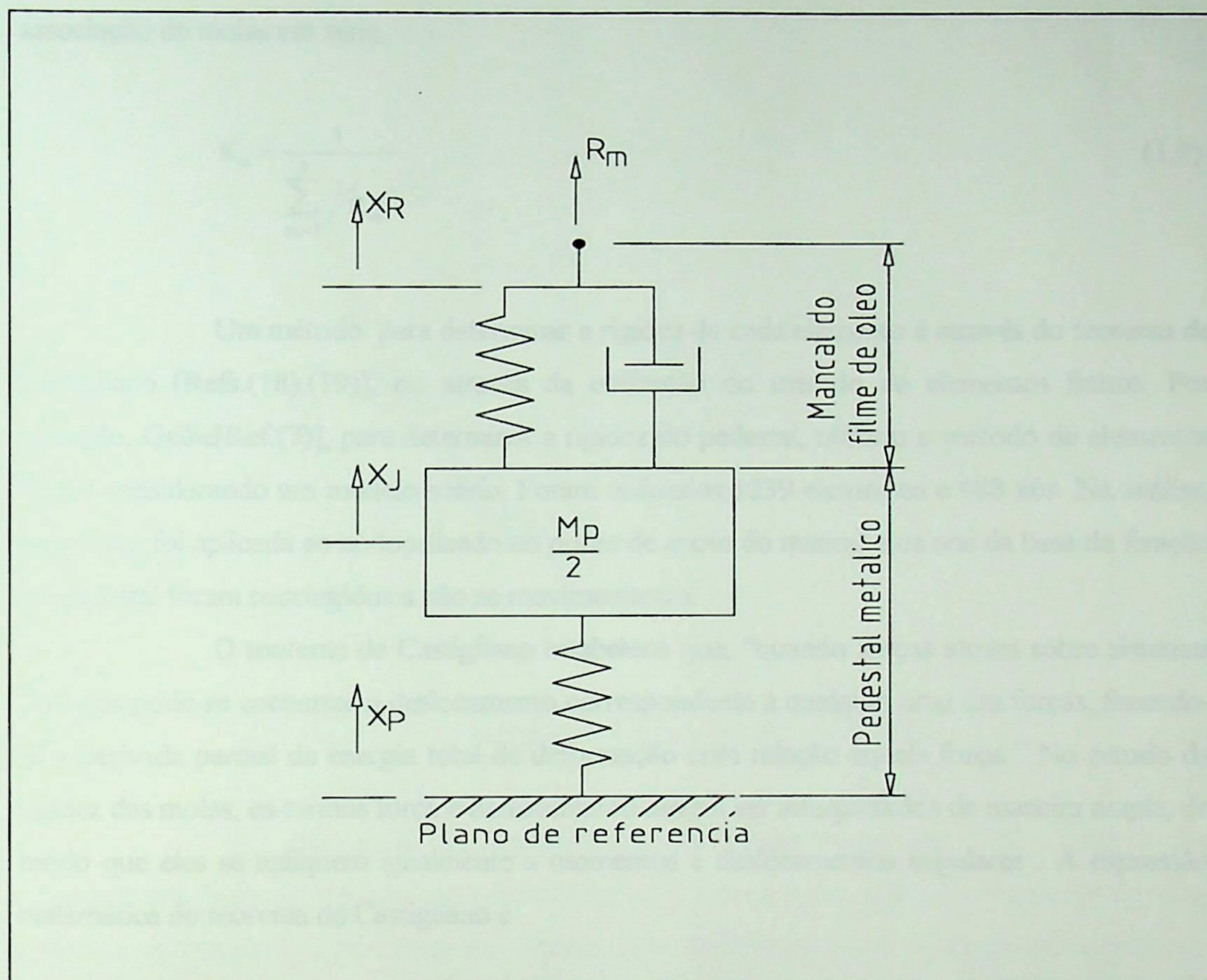


Figura 1.11: Pedestal idealizado.

### 1.4.1 - Coeficientes de Rigidez e Amortecimento do Pedestal

Na modelagem do pedestal dois sistemas equivalentes massa-mola são modelados, sendo um no modo vertical e outro no modo horizontal.

A rigidez da estrutura ou de um grupo de elementos montados do pedestal é obtida tratando cada elemento como mola e ajustando-os dentro da configuração geométrica própria, de modo a obter-se uma única mola equivalente, isto é, a rigidez equivalente para cada modo de vibração.

Segundo Gallie [Ref.(7)] a rigidez total do suporte do rotor é constituída pela caixa do mancal, pedestal de aço e os pilares de concretos. A rigidez destes componentes é

definida em termos de molas equivalentes, a rigidez total é calculada baseando-se numa associação de molas em série.

$$K_e = \frac{1}{\sum_{m=1}^3 1/K_m} \quad (1.9)$$

Um método para determinar a rigidez de cada elemento é através do teorema de Castigliano [Refs.(18),(19)], ou através da utilização do método de elementos finitos. Por exemplo, Gallie[Ref.(7)], para determinar a rigidez do pedestal, utilizou o método de elementos finitos considerando um modelo sólido. Foram utilizados 1239 elementos e 988 nós. Na análise, uma força foi aplicada ao nó localizado no ponto de apoio do mancal e os nós da base de fixação do pedestal foram restringidos a não se movimentarem.

O teorema de Castigliano estabelece que, “quando forças atuam sobre sistemas elásticos pode-se encontrar o deslocamento correspondente a qualquer uma das forças, fazendo-se a derivada parcial da energia total de deformação com relação àquela força.” No estudo da rigidez das molas, os termos força e deslocamento devem ser interpretados de maneira ampla, de modo que eles se apliquem igualmente a momentos e deslocamentos angulares. A expressão matemática do teorema de Castigliano é

$$\delta_i = \frac{\partial U}{\partial F_i} \quad (1.10)$$

onde  $\delta_i$  é o deslocamento do ponto de aplicação da força  $F_i$ , na direção de  $F_i$ .

“Nas seções transversais do pedestal surgem simultaneamente forças normais e transversais, assim como momentos de flexão e de torção, devido às cargas atuantes nos pedestais.”

Neste estudo consideramos o pedestal não somente como uma viga reta, mas também possuindo pequenas curvaturas, ou seja, composto de seções retas e curvaturas.

Os deslocamentos são calculados mais facilmente com a ajuda das relações energéticas com base na expressão geral da energia potencial de uma barra carregada.

A determinação da energia potencial é precedida pela análise das forças internas que surgem na barra. Para determinarmos a energia potencial destacamos na barra um setor de comprimento “dz” na figura (1.12). A barra pode ser reta ou ter uma certa curvatura inicial.

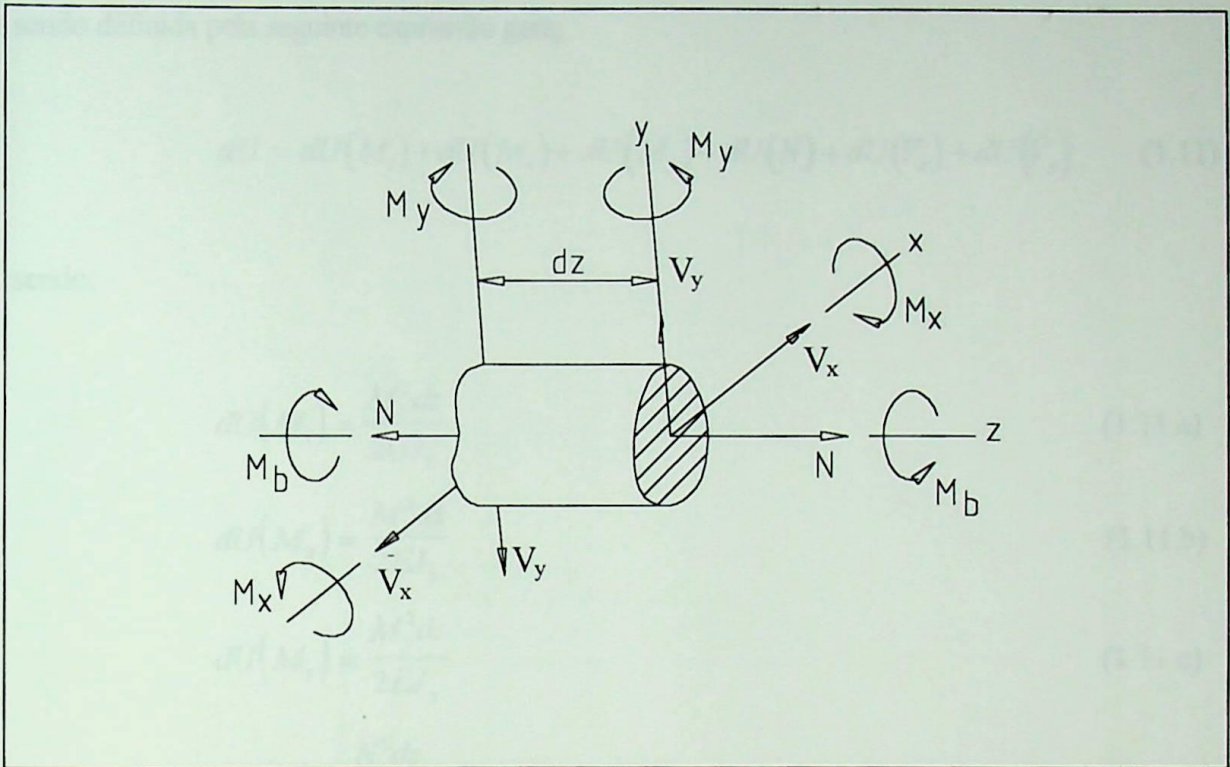


Figura 1.12: Barra de comprimento  $dz$ , [Ref.(18)].

No caso geral do carregamento, na seção transversal “ $dz$ ”, surgem seis componentes de força: três momentos e três forças. Consideramos esses componentes de força externos em relação ao setor elementar destacado e determinamos o trabalho que eles realizam. Esse trabalho transforma-se na energia potencial acumulada no setor elementar da barra.

Na seção esquerda do elemento [Fig.(1.12)] é considerado como fixa para que o trabalho de todos os componentes de força, aplicados à extremidade esquerda seja igual a zero.

Em consequência da deformação do elemento, o ponto de aplicação das forças na seção direita sofre pequenos deslocamentos, no qual se realiza o trabalho em questão. É muito importante que a cada um dos seis componentes de força corresponda um deslocamento e que nenhum dos cinco fatores restantes realize algum trabalho.

Por exemplo, devido à ação do momento  $M_b$ , surge um certo ângulo de deformação na seção relativo ao eixo  $z$ . No caso deste deslocamento angular o trabalho realiza-se somente devido ao momento  $M_b$ . O deslocamento linear ao longo do eixo  $y$  surge devido a ação da força  $V_y$  e é somente esta força que realiza o trabalho neste deslocamento. Portanto, a energia potencial do elemento é a soma dos trabalhos independentes de cada um dos seis

componentes de força, isto é: a soma das energias de torção, flexão, tração e esforço cisalhante, sendo definida pela seguinte expressão geral;

$$dU = dU(M_t) + dU(M_x) + dU(M_y) + dU(N) + dU(V_x) + dU(V_y) \quad (1.11)$$

sendo:

$$dU(M_t) = \frac{M_t^2 dz}{2GJ_t} \quad (1.11.a)$$

$$dU(M_x) = \frac{M_x^2 dz}{2EJ_x} \quad (1.11.b)$$

$$dU(M_y) = \frac{M_y^2 dz}{2EJ_y} \quad (1.11.c)$$

$$dU(N) = \frac{N^2 dz}{2EA} \quad (1.11.d)$$

O ponto de aplicação das forças coincide com o centro de gravidade da seção, pois, em caso contrário, a força normal  $N$  provocará o giro da seção e os momentos fletores realizarão um trabalho devido ao deslocamento angular provocado por esta força. Como os eixos  $x$  e  $y$  são os eixos principais, então no momento  $M_x$  surgirá um ângulo de deformação em relação ao eixo  $y$  e será realizado um trabalho mútuo dos deslocamentos angulares, devidos aos dois momentos fletores.

Para calcular a energia do esforço cisalhante  $dU(V_x)$  e  $dU(V_y)$ , examinando o prisma elementar, cuja área da base é  $dA$  e o comprimento é  $dz$  na figura (1.13).

A energia acumulada neste volume é igual a  $U_o dA dz$ , sendo  $U_o$  a energia potencial específica no caso do esforço cisalhante, temos:

$$U_o = \frac{\tau_y^2}{2G} \quad (1.12)$$

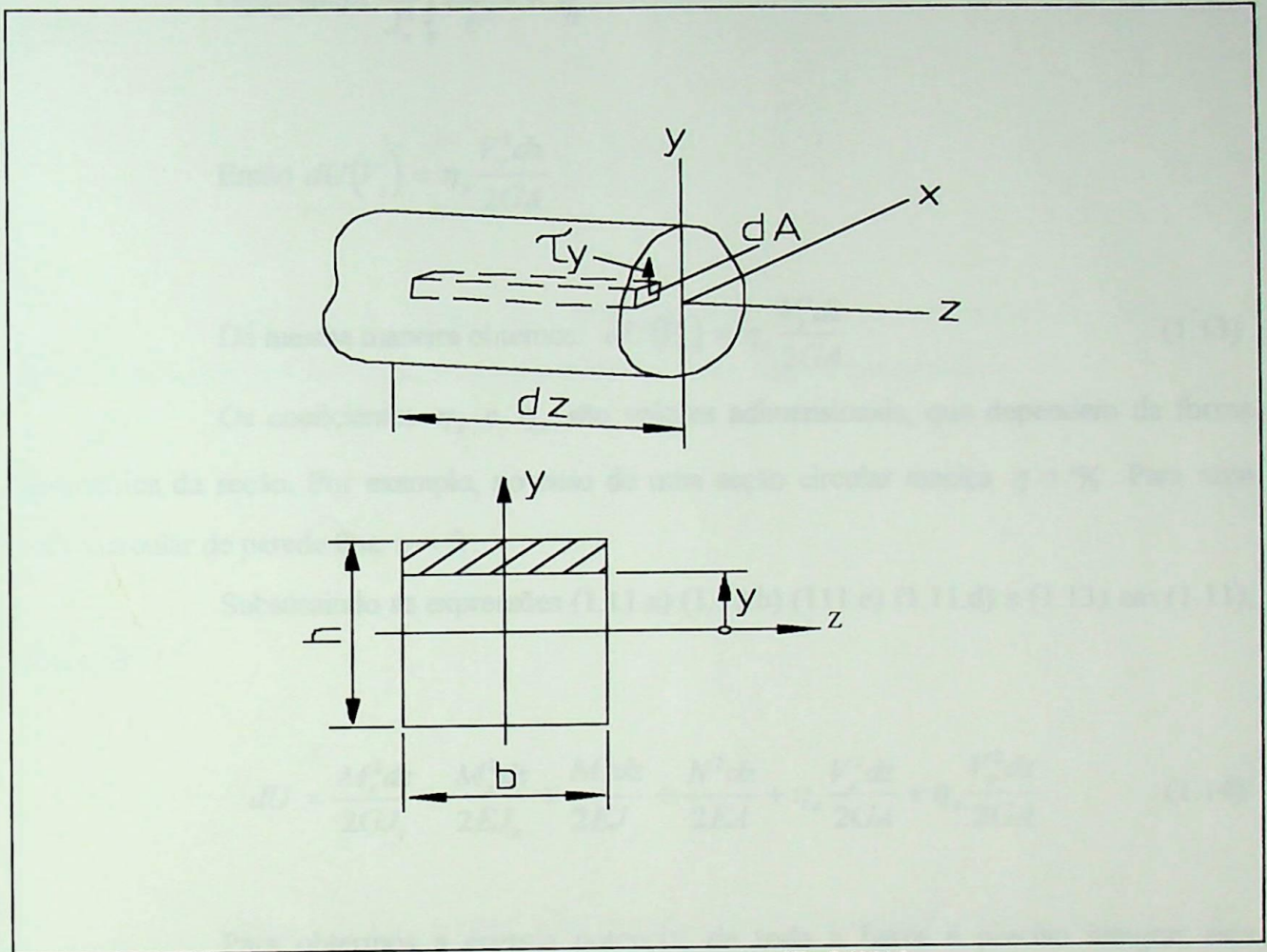


Figura 1.13: Prisma elementar, [Ref.(18)].

$$\text{Portanto } U_o dA dz = \frac{\tau_y^2}{2G} dA dz$$

Integrando sobre a área A, obtemos:

$$dU(V_y) = \frac{dz}{2G} \int_F \tau_y^2 dA$$

Onde

$$\tau_y = \frac{V_y S_x}{J_x b}$$

$$\text{Logo } dU(V_y) = \frac{V_y^2 dz}{2GA} \frac{A}{J_x^2} \int_F \frac{S_x^2 dA}{b^2}$$

$$\text{Designando } \frac{A}{J_x^2} \int_F \frac{S_x^2 dA}{b^2} = \eta_y$$

$$\text{Então } dU(V_y) = \eta_y \frac{V_y^2 dz}{2GA}$$

$$\text{Da mesma maneira obtemos: } dU(V_x) = \eta_x \frac{V_x^2 dz}{2GA} \quad (1.13)$$

Os coeficientes  $\eta_x$  e  $\eta_y$  são valores adimensionais, que dependem da forma geométrica da seção. Por exemplo, no caso de uma seção circular maciça  $\eta = 1/8$ . Para uma seção circular de parede fina  $\eta = 2$ .

Substituindo as expressões (1.11.a) (1.11.b) (1.11.c) (1.11.d) e (1.13) em (1.11), obtemos:

$$dU = \frac{M_t^2 dz}{2GJ_t} + \frac{M_x^2 dz}{2EJ_x} + \frac{M_y^2 dz}{2EJ_y} + \frac{N^2 dz}{2EA} + \eta_x \frac{V_x^2 dz}{2GA} + \eta_y \frac{V_y^2 dz}{2GA} \quad (1.14)$$

Para obtermos a energia potencial de toda a barra é preciso integrar esta expressão sobre o comprimento da barra:

$$U = \int_l \frac{M_t^2 dz}{2GJ_t} + \int_l \frac{M_x^2 dz}{2EJ_x} + \int_l \frac{M_y^2 dz}{2EJ_y} + \int_l \frac{N^2 dz}{2EA} + \int_l \eta_x \frac{V_x^2 dz}{2GA} + \int_l \eta_y \frac{V_y^2 dz}{2GA} \quad (1.15)$$

O pedestal é considerado como uma viga em balanço para o cálculo da energia potencial ao longo dos eixos x e y respectivamente, sendo que uma força concentrada atuando no seu centro de gravidade e uma força cortante no eixo do y. A energia potencial do pedestal é:

eixo x

$$U_x = \int_{pedestal} \frac{N^2 dx}{2EA} \quad (1.16)$$

o eixo y

$$U_y = \int_{pedestal} \frac{M_y^2 dy}{2EJ_y} + \int_{pedestal} \eta_y \frac{V_y^2 dy}{2GA} \quad (1.17)$$

Aplicando o teorema de Castigliano somente no pedestal metálico, onde existe mais flexibilidade, a deformação no eixo x é definida pela seguinte expressão:

$$\delta_x = \frac{\partial U_x}{\partial F_x} \quad (1.18)$$

E no eixo y é:

$$\delta_y = \frac{\partial U_y}{\partial F_{yx}} \quad (1.19)$$

Então, a rigidez vertical e horizontal do pedestal metálico podemos calcular por:

eixo x

$$K_{px} = \frac{F_x}{\frac{\partial U_x}{\partial F_x}} \quad (1.20)$$

eixo y

$$K_{py} = \frac{F_y}{\frac{\partial U_y}{\partial F_y}} \quad (1.21)$$

## **ESTUDO DA INTERAÇÃO BLOCO DE CONCRETO E SOLO**

O custo da construção da fundação e a sua “falha”, que resulta no interrompimento da máquina por longos períodos, causando, assim, um grande prejuízo para a produção; quando comparado com o custo da construção da fundação representa somente uma pequena fração do custo total da máquina, acessórios, e instalação. Então podemos perceber a importância da investigação do solo, no projeto e construção da fundação, para que um comportamento satisfatório seja obtido.

As fundações para máquinas rotativas como um ventilador, devem ser dimensionadas de forma a suportar além das cargas estáticas (peso da máquina, equipamentos auxiliares e peso do bloco de concreto), também as cargas dinâmicas originadas pelo movimento de massas não balanceadas da operação do ventilador.

Várias teorias foram desenvolvidas com o intuito de determinar o comportamento das fundações excitadas por cargas dinâmicas, sendo estas teorias resultado da aplicação sistemática dos princípios da Mecânica dos Solos, Dinâmica dos Solos e da Teoria da Vibração. A teoria mais conhecida é a do “semi-espaço elástico”, que foi adotada na confecção deste trabalho, e, a partir dela, o comportamento da fundação será determinado. É admitido nessa teoria que a fundação apóia-se na superfície do solo [Fig.(2.1)], considerado um semi-espaço elástico estendido a uma profundidade infinita. Embora em alguns métodos uma parcela



do solo seja considerada parte integrante da fundação; e incluído na sua massa total, a massa do solo é omitida na teoria do semi-espaço elástico.

O propósito deste capítulo, é então, o estudo dos principais modos de vibração da fundação e determinar para estes modos os coeficientes de rigidez e amortecimento.

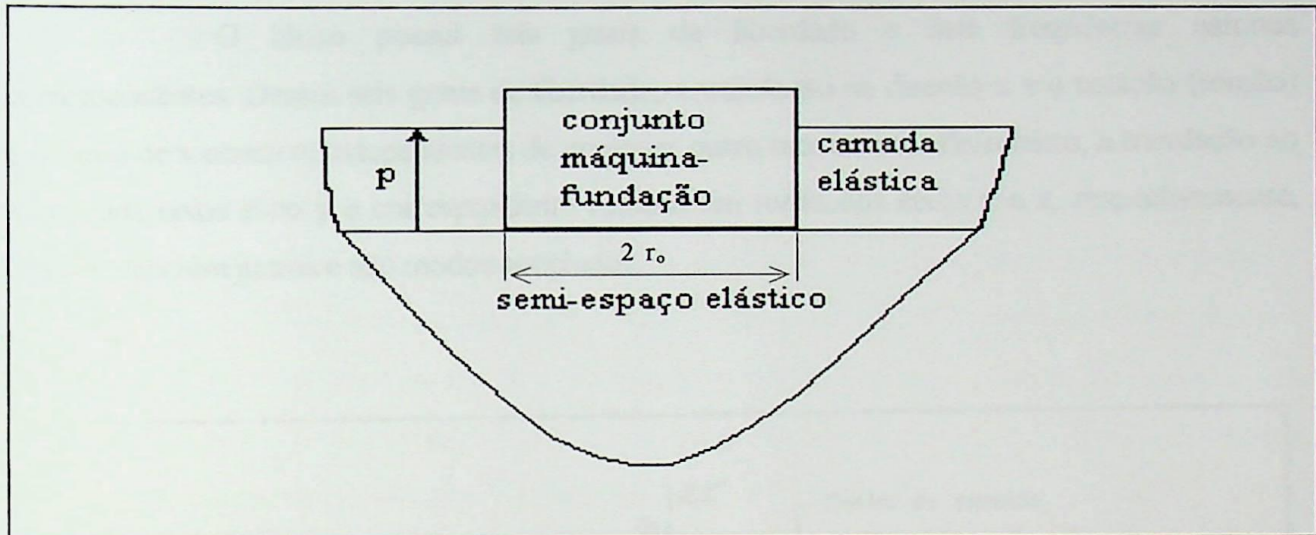


Figura 2.1: Modelo do sistema máquina-fundação-solo na Teoria do Semi-Espaço Elástico, [Ref.(38)].

## 2.1 - Graus de Liberdade de uma Fundação Rígida em Bloco

Analisando somente a resposta de vibração da fundação é satisfatório reduzi-lo a um sistema idealizado de parâmetros concentrados. O sistema mais simples é o clássico sistema com um grau de liberdade com amortecimento viscoso, constituído de uma massa, mola e amortecedor.

Embora muitas fundações possam ser adequadamente modeladas usando sistemas com um grau de liberdade, em alguns casos é necessário considerar o modelo possuindo dois ou mais graus de liberdade.

Assume-se que fundações rígidas são aquelas indeformáveis, experimentando, assim, somente deslocamentos de corpo rígido: rotação e translação. Um bloco de concreto rígido sobre a influência das forças e momentos, pode vibrar em seis diferentes modos como mostrado na figura (2.2):

1. translação na direção do eixo  $z$ ;
2. translação na direção do eixo  $x$ ;

3. translação na direção do eixo y;
4. rotação em torno de z;
5. rotação em torno de x;
6. rotação em torno de y.

O bloco possui seis graus de liberdade e seis frequências naturais correspondentes. Desses seis graus de liberdade, a translação na direção x e a rotação (torção) em torno de x ocorrem independentes de qualquer outro movimento. Entretanto, a translação ao longo dos eixos z ou y e correspondente rotação em torno dos eixos y e z, respectivamente, sempre ocorrem juntos e são modos acoplados.

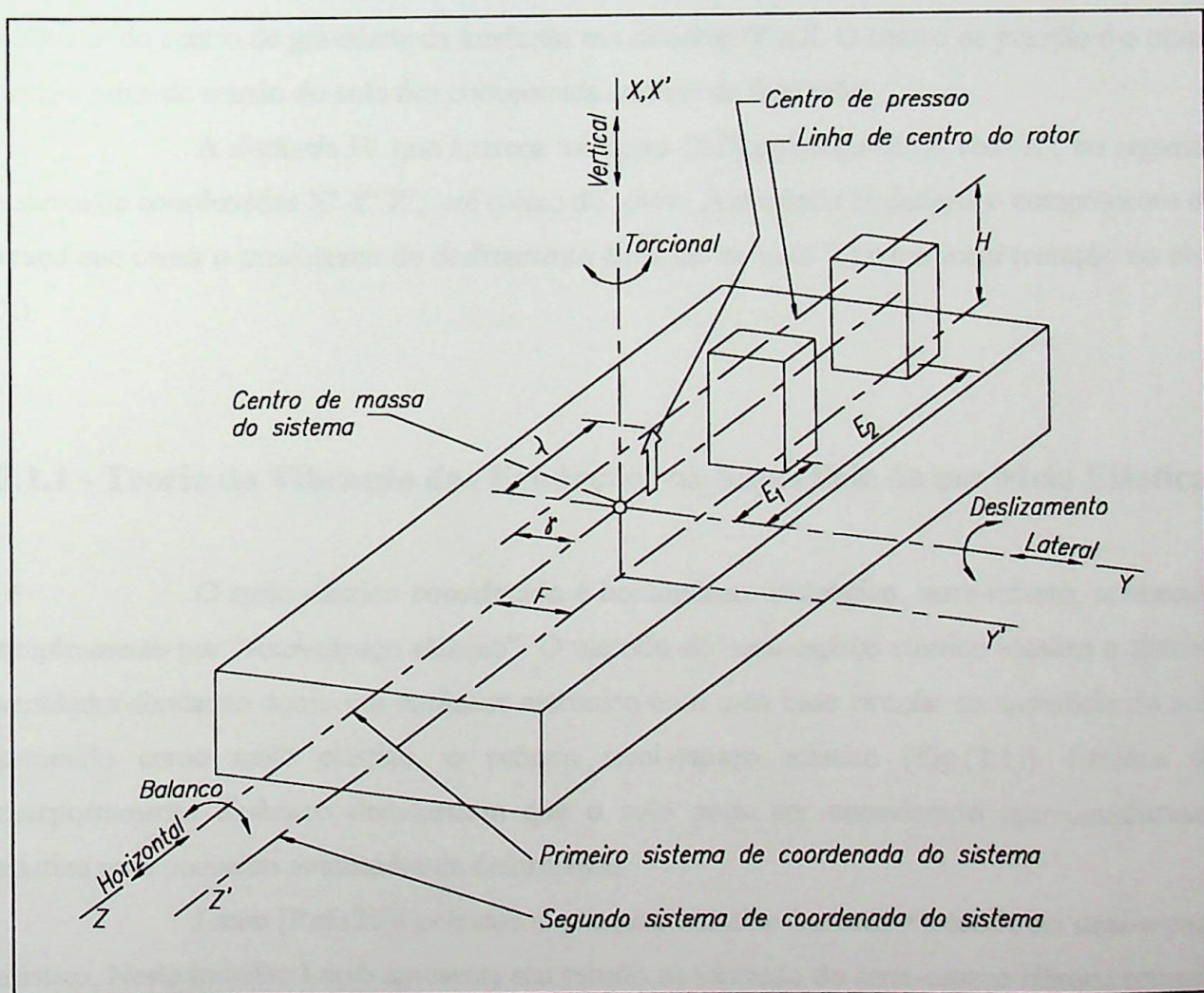


Figura 2.2: Seis modos de vibração da fundação incluindo as coordenadas do sistema  $(X, Y, Z, e X', Y', Z')$  e as variáveis  $D, E_1, E_2, \gamma, \lambda$ , [Ref.(7)].

Neste projeto da interação do ventilador-fundação consideramos somente os três principais graus de liberdade da fundação, que são: a translação na direção do eixo X e na direção do eixo Y e também a rotação em torno de Z (balanço). Os modos de translação na direção do eixo Y (deslizamento) e a rotação na direção do eixo X (torcional), são geralmente menos excitados porque a segunda frequência natural não representa um problema neste caso. Isto ocorre devido a não aproximação de suas frequências da velocidade de operação.

É também necessário localizar o centro de massa ou gravidade do sistema. O centro de massa é o ponto de referência das coordenadas do sistema X,Y,Z mostrado na figura (2.2). É neste sistema de coordenadas que as distâncias  $E_1$  e  $E_2$  prolongam-se ao longo do eixo Z; a partir do centro de gravidade do sistema até a caixa do mancal. O comprimento F define a distância que o rotor está afastado do centro de gravidade da fundação ao longo do eixo Y. Similarmente, os comprimentos  $\lambda$  e  $\gamma$  definem as distâncias que o centro de pressão está afastado do centro de gravidade da fundação nas direções Y e Z. O centro de pressão é o ponto onde a força de reação do solo fica concentrada na base da fundação.

A distância H que aparece na figura (2.2) prolonga-se do eixo X', no segundo sistema de coordenadas X' Y' Z'; até o eixo do rotor. A distância H designa o comprimento do braço que causa o movimento de deslizamento (rotação no eixo Y) e torcional (rotação no eixo X).

### 2.1.1 - Teoria da Vibração das Fundações na Superfície de um Meio Elástico

O meio elástico considerado é homogêneo, isotrópico, semi-infinito, conhecido simplesmente por “semi-espaço elástico”. O método do semi-espaço elástico idealiza o sistema ventilador-fundação como um oscilador mecânico com uma base circular na superfície do solo assumido como meio elástico, o próprio semi-espaço elástico [Fig.(2.1)]. Estudos do comportamento dinâmico demonstram que o solo pode ser considerado aproximadamente elástico para pequenas amplitudes de deformação.

Lamb [Ref.(20)] publicou o primeiro trabalho baseado na teoria do semi-espaço elástico. Neste trabalho Lamb apresenta seu estudo na vibração do semi-espaço elástico causado por uma carga atuando em uma linha ou ponto, problema este também conhecido por “Problema Dinâmico de Boussinesq”, estendendo para outras condições ocasionadas por uma força

horizontal oscilatória agindo na superfície do meio, e para uma carga vertical e horizontal atuando dentro do meio elástico [Fig.(2.3)]. As soluções de Lamb consideram ainda oscilações em estado permanente e casos transientes. Pela integração da solução, para uma força vertical sobre uma área finita da superfície, a pressão de contato produzida no semi-espaço elástico por uma base oscilante pode ser descrita, e a resposta dinâmica da base no meio pode ser avaliada.

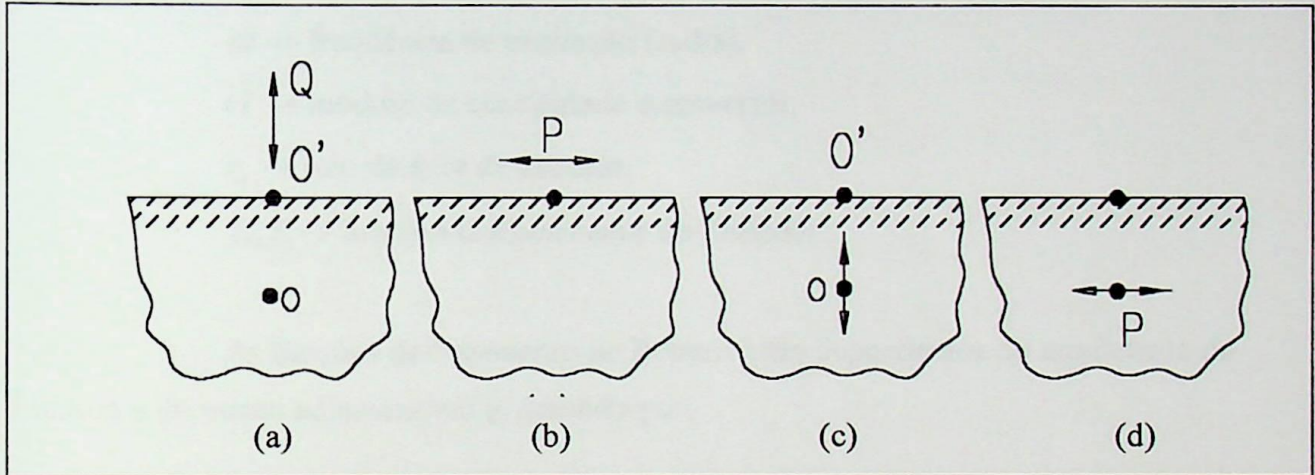


Figura 2.3: Os problemas considerados por Lamb. : a) carga vertical atuando na superfície do meio elástico; b) carga horizontal atuando na superfície do meio elástico; c) força vertical atuando no interior do corpo elástico; d) força horizontal atuando no interior do corpo, [Ref.(20)].

## 2.2 - Oscilações Verticais de Bases Apoiadas na Superfície do Semi-espaço Elástico

E. Reissner [Ref.(21)] estabeleceu uma teoria para avaliação da resposta dinâmica de bases oscilatórias influenciadas pelas propriedades do solo. Reissner escolheu o semi-espaço elástico para representar o solo. Os parâmetros necessários na descrição das propriedades do meio elástico foram o módulo de elasticidade transversal  $\underline{G}$ , o coeficiente de Poisson  $\underline{\nu}$ , e a massa específica  $\underline{\rho}$ .

A partir deste modelo matemático, Reissner desenvolveu uma solução analítica para o deslocamento vertical no centro da área circular carregada da superfície. Reissner obteve esta solução pela integração da solução de Lamb na superfície circular. O tratamento matemático não será descrito aqui, mas pode ser encontrado no trabalho original

ou nos trabalhos de Quilan [Ref.(22)] ou Sung [Refs.(23),(24)]. O deslocamento vertical é expresso por:

$$X = \frac{P_0 e^{i\omega t}}{Gr_0} (f_1 + if_2) \quad (2.1)$$

Onde:

$P_0$  → amplitude da força oscilante aplicada.

$\omega$  → frequência de excitação (rad/s).

$G$  → módulo de elasticidade transversal.

$r_0$  → raio da área de contato.

$f_1, f_2$  → funções deslocamento de Reissner.

As funções deslocamento de Reissner são dependentes do coeficiente de Poisson e do termo adimensional  $a_0$  definido por:

$$a_0 = \omega r_0 \sqrt{\frac{\rho}{G}} = \frac{\omega r_0}{v_s} \quad (2.2)$$

Na equação (2.2)  $v_s$  é a velocidade de propagação das ondas transversais no meio elástico.

Reissner também estabeleceu um segundo termo adimensional, designado por razão mássica  $b$ , definido por:

$$b = \frac{M}{\rho r_0^3} = \frac{P_f}{\gamma r_0^3} \quad (2.3)$$

Onde:

$M$  → massa total da base, incluindo o mecanismo de excitação (máquina).

Reissner determinou a seguinte expressão para a amplitude do movimento para um sistema excitado por uma força periódica:

$$A_x = \frac{Q_o}{Gr_o} \sqrt{\frac{f_1^2 + f_2^2}{(1 - ba_o^2 f_1)^2 + (ba_o^2 f_2)^2}} \quad (2.4)$$

$Q = Q_o e^{i\omega t} \rightarrow$  força externa dependente ou não da frequência de excitação

ω.

A teoria de Reissner formou a base para aproximadamente todos os posteriores estudos analíticos de osciladores apoiados no semi-espaço elástico, ainda que esta teoria não tenha recebido imediata aceitação pelos engenheiros da área da Dinâmica dos Solos porque os resultados teóricos não concordavam completamente com os testes de campo.

Quilan [Ref.(22)] e Sung [Refs.(23),(24)] estenderam a solução de Reissner considerando outras distribuições de pressão na superfície do semi-espaço elástico. Quilan estabeleceu as equações para pressões oscilantes de contato que variam através do diâmetro da área de contato numa distribuição parabólica, com uma distribuição uniforme, e com a distribuição correspondente a uma base rígida (aproximação), desenvolvendo solução apenas para o caso de base rígida. Sung também estabeleceu as equações básicas para as três distribuições de pressão e apresentou soluções para cada caso. As distribuições de pressão consideradas foram:

a) Base rígida

$$\sigma_x = \frac{P_o e^{i\omega t}}{2\pi r_o \sqrt{r_o^2 - r^2}} \quad \text{para } r \leq r_o$$

$$\sigma_x = 0 \quad \text{para } r > r_o$$

b) Uniforme

$$\sigma_x = \frac{P_o e^{i\omega t}}{\pi r_o^2} \quad \text{para } r \leq r_o$$

$$\sigma_x = 0 \quad \text{para } r > r_o$$

c) Parabólico

$$\sigma_x = \frac{2P_o(r_o^2 - r^2)e^{i\alpha x}}{\pi r_o^4} \quad \text{para } r \leq r_o$$

$$\sigma_x = 0 \quad \text{para } r > r_o$$

Essas três distribuições de pressão desenvolveram três diferentes formas de deslocamento na superfície carregada. Em seguida, Sung estabeleceu a resposta dinâmica da massa apoiada no semi-espaço para cada um dos tipos de distribuição de pressão de contato, considerando que o centro de gravidade da massa se movimentava com a mesma distância que o centro da área carregada.

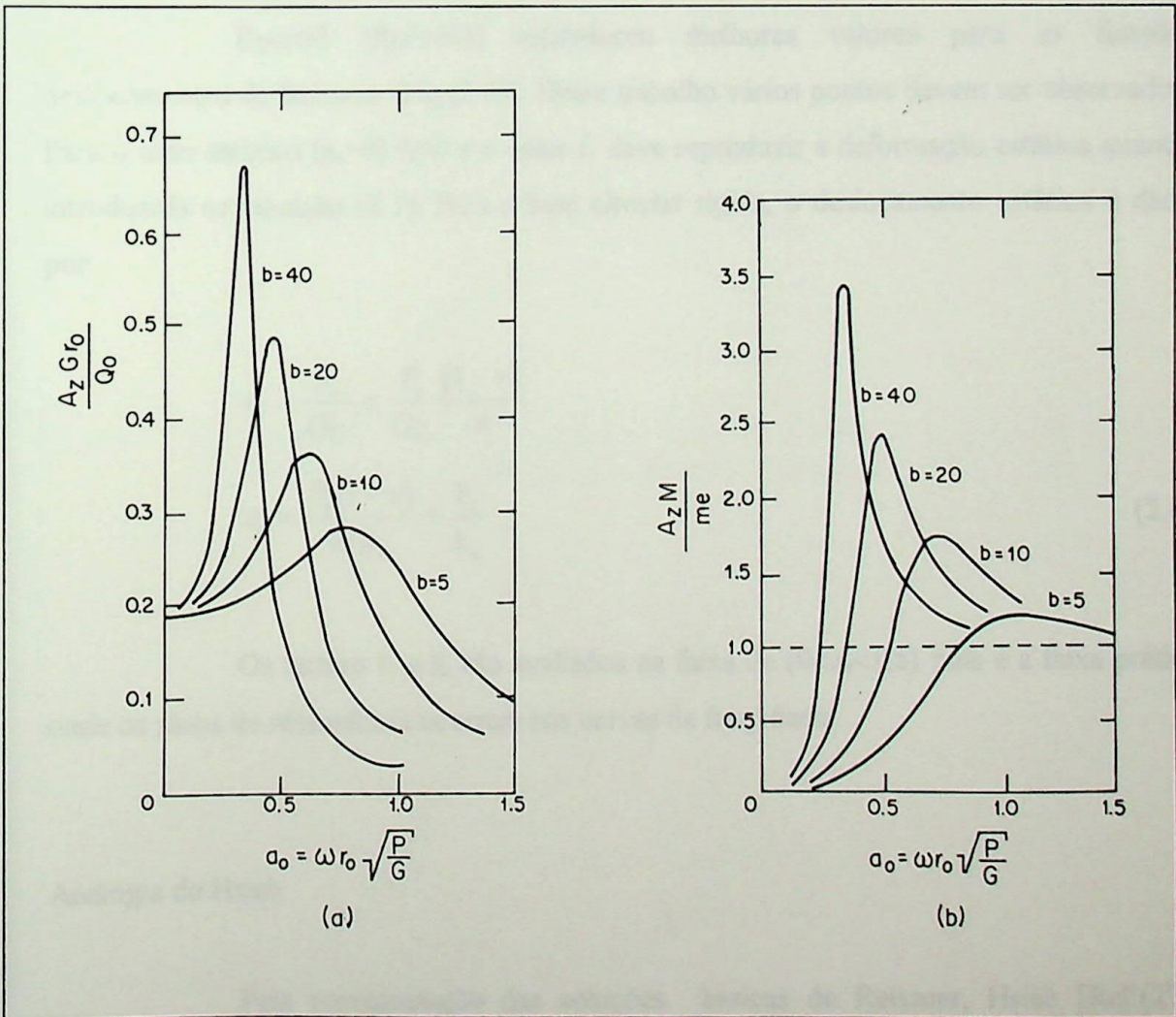


Figura 2.4: Amplitude versus frequência para oscilações verticais de uma base circular rígida apoiada no semi-espaço elástico ( $\nu=0,25$ ), segundo Richart, [Ref.(25)]. a) Para excitação constante; b) para excitação dependente da frequência.

Sung estabeleceu valores para as funções deslocamento  $f_1$  e  $f_2$  para valores de  $\nu$  de 0, 0,25, 0,33, e 0,5, para cada distribuição de pressão na faixa de  $a_0$  de 0 a 1,5. Essas funções deslocamentos foram introduzidas na equação (2.4) para avaliar a curva de amplitude por frequência ( $A_x$  versus  $a_0$ ) para diferentes valores de razão mássica  $b$  [Fig.(2.4)]. Baseado nestas curvas pode-se determinar as máximas amplitudes de movimento e a frequência em que ocorrem. Richart [Ref.(25)] construiu uma curva relacionando máxima amplitude e o termo adimensional  $a_0$  para uso em projeto e análises. Nota-se pela forma das curvas da figura (2.4) que para valores menores de  $b$  correspondentemente temos menores amplitudes. Isto mostra que oscilações verticais de base rígida no semi-espaco elástico inclui uma perda de energia por propagação de ondas elásticas. Essa perda de energia por propagação de ondas elásticas é definida como “amortecimento geométrico”.

Bycroft [Ref.(26)] estabeleceu melhores valores para as funções deslocamentos de Reissner [Fig.(2.5)]. Deste trabalho vários pontos devem ser observados. Para o caso estático ( $a_0=0$ )  $f_2=0$  e o valor  $f_1$  deve reproduzir a deformação estática quando introduzida na equação (2.1). Para a base circular rígida, o deslocamento estático é dado por:

$$x_s = \frac{P_o}{Gr_o} = \frac{P_o (1-\nu)}{4Gr_o}$$

$$x_s = \frac{P_o(1-\nu)}{4Gr_o} = \frac{P_o}{k_s} \quad (2.4)$$

Os termos  $f_1$  e  $f_2$  são avaliados na faixa de ( $0 < a_0 < 1,5$ ) pois é a faixa prática onde os picos de ressonância ocorrem nas curvas de frequência.

### Analogia de Hsieh

Pela reorganização das soluções básicas de Reissner, Hsieh [Ref.(27)] obteve uma equação para oscilações verticais similar às equações para vibrações amortecidas com um grau de liberdade. Hsieh primeiro considerou um disco circular rígido



de raio  $r_o$  sem massa apoiado na superfície do semi-espaco elástico [Fig.(2.6.a)]. Esse disco está sujeito a uma força vertical oscilante

$$Q = Q_o e^{i\omega t} \tag{2.5}$$

Derivando a equação (2.1) com relação ao tempo, obtemos:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{Q_o \omega e^{i\omega t}}{Gr_o} (if_1 - f_2) \tag{2.6}$$

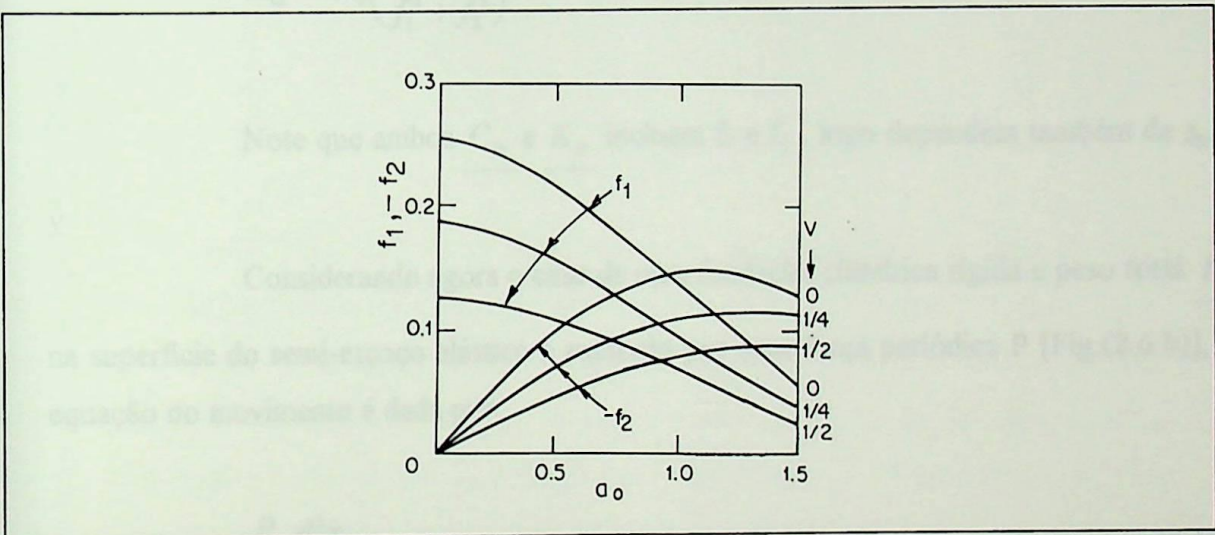


Figura 2.5: Funções deslocamento para base circular rígida vibrando verticalmente na superfície do semi-espaco elástico segundo Bycroft, [Ref.(26)].

Então:

$$f_1 \omega x - f_2 \frac{dx}{dt} = \frac{Q\omega}{Gr_o} (f_1^2 + f_2^2) \tag{2.7}$$

ou:

$$Q = -\frac{Gr_o}{\omega} \frac{f_2}{f_1^2 + f_2^2} \frac{dx}{dt} + Gr_o \frac{f_1}{f_1^2 + f_2^2} x \tag{2.8}$$

A equação (2.8) pode ser simplificada para:

$$Q = C_{fx} \frac{dx}{dt} + K_{fx} x \quad (2.9)$$

Com:

$$C_{fx} = \frac{Gr_o}{\omega} \left( \frac{-f_2}{f_1^2 + f_2^2} \right) = \frac{r_o^2}{a_o} \sqrt{G\rho} \left( \frac{-f_2}{f_1^2 + f_2^2} \right) \quad (2.10)$$

$$K_{fx} = Gr_o \left( \frac{f_1}{f_1^2 + f_2^2} \right) \quad (2.11)$$

Note que ambos  $\underline{C_{fx}}$  e  $\underline{K_{fx}}$  incluem  $f_1$  e  $f_2$ , logo dependem também de  $\underline{a_o}$  e

v.

Considerando agora o caso de uma fundação cilíndrica rígida e peso total  $\underline{P_f}$  na superfície do semi-espço elástico e excitado por uma força periódica  $P$  [Fig.(2.6.b)], a equação do movimento é dada por:

$$\frac{P_f}{g} \frac{d^2 x}{dt^2} = P - Q \quad (2.12)$$

Substituindo a equação (2.9) na equação (2.12), obtém-se:

$$\frac{P_f}{g} \frac{d^2 x}{dt^2} + C_{fx} \frac{dx}{dt} + K_{fx} x = P \quad (2.13)$$

A equação (2.13) revela que uma base na superfície do semi-espço elástico excitada por força oscilatória pode ser representada por um sistema massa-mola-amortecido. Esta estabelecida assim, a Analogia de Hsieh do sistema máquina-fundação-meio elástico com o sistema amortecido com um grau de liberdade, porém, com o inconveniente das constante de rigidez e amortecimento serem dependentes da frequência de excitação.

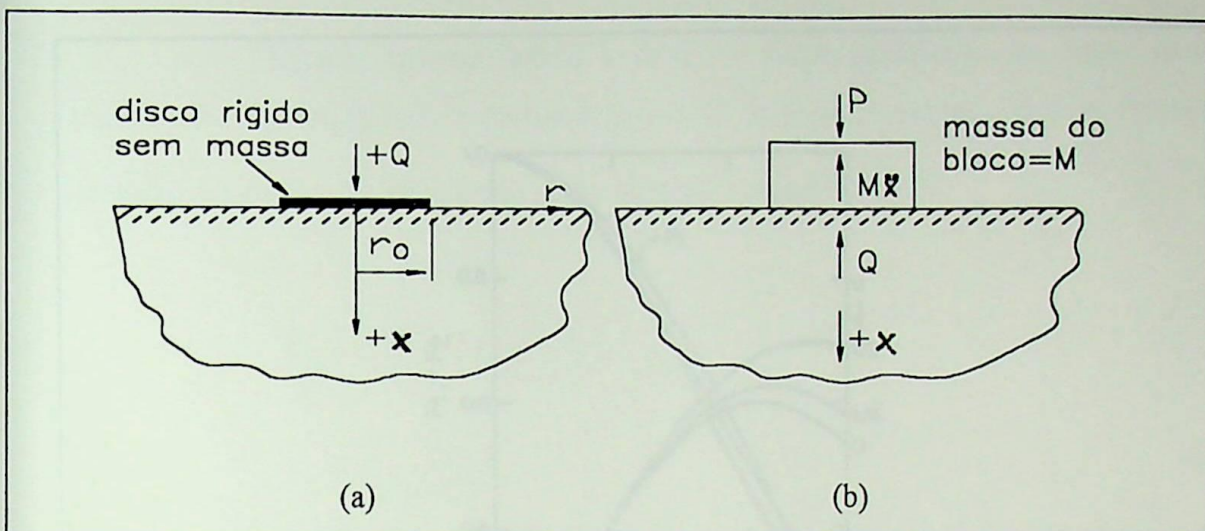


Figura 2.6: Considerações de Hsieh [Ref.(27)] no estudo de vibrações verticais.

Analogia de Lysmer

Lysmer [Ref.(28)] considerou uma base constituída de uma série de anéis concêntricos e aplicou pressões uniformes de diferentes magnitudes em cada anel, sendo assim possível desenvolver uma deflexão constante abaixo da base e avaliar a resposta dinâmica a uma excitação periódica. No processo desenvolvimento da solução, Lysmer criou várias notações convenientes para simplificação. A função deslocamento [eq.(2.14)] inclui o coeficiente de Poisson, mas se multiplicada pelo fator  $4/(1-\nu)$ , uma nova função deslocamento é obtida [eq.(2.15)] aproximadamente independente de  $\nu$ .

$$f = f_1 + if_2 \tag{2.14}$$

$$F = \frac{4}{1-\nu} f = F_1 + iF_2 \tag{2.15}$$

A figura (2.7) ilustra as funções deslocamento de Bycroft modificadas pela equação (2.15). Lysmer calculou valores de  $F_1$  e  $F_2$  na faixa de  $(0 < a_0 < 8)$  e estendeu para  $a_0 \rightarrow \infty$ . É interessante notar que a solução prévia somente considerou as funções deslocamento até  $a_0=1,5$  o que não possibilitou a clara identificação do pico na curva de  $f_2$  [Fig.(2.8)].

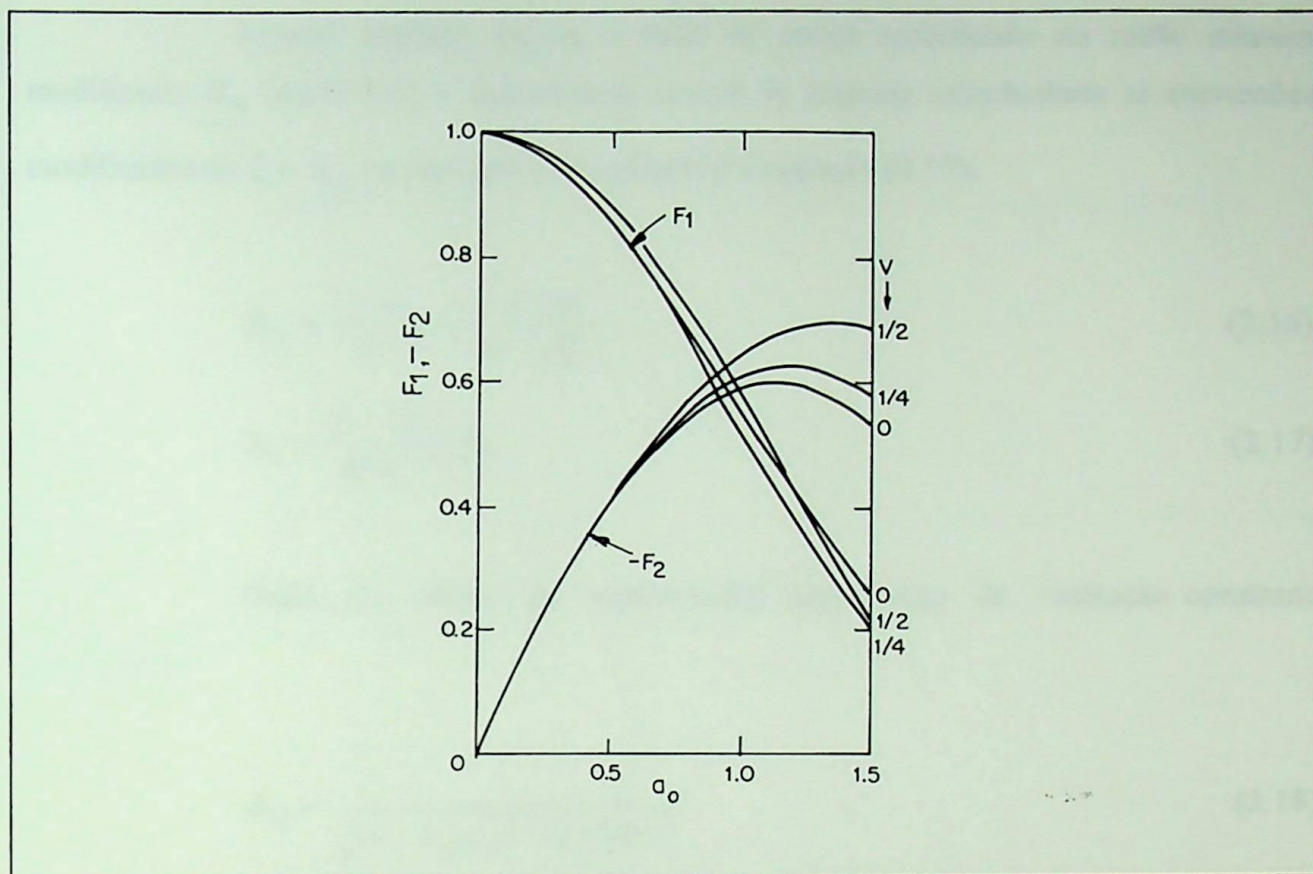


Figura 2.7: Variação da Função Deslocamento modificada; (Segundo Lysmer e Richart, [Ref.(29)]).

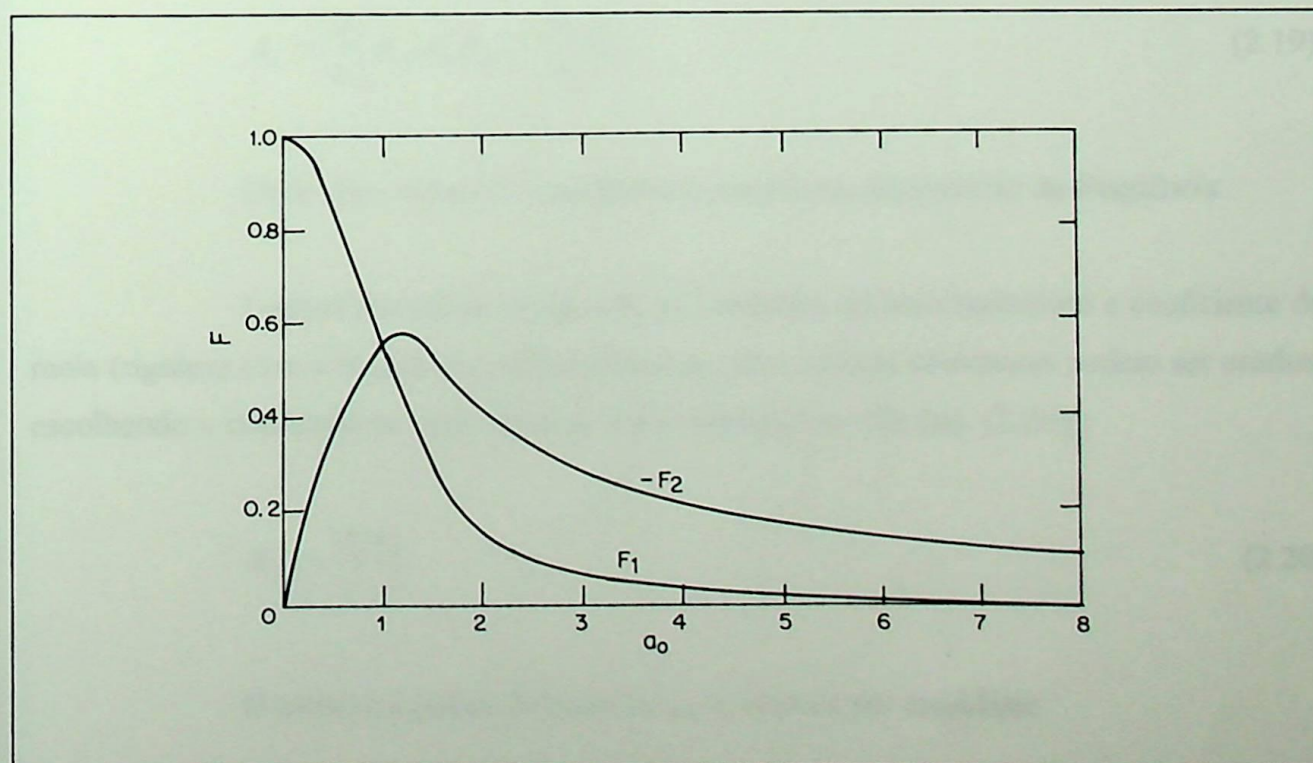


Figura 2.8: Função Deslocamento  $F$  para vibração vertical de um disco sem massa; (Lysmer e Richart, [Ref.(29)]).

Lysmer também definiu o fator de massa modificado ou razão mássica modificado  $B_{fx}$  [eq.(2.16)], e desenvolveu curvas de resposta introduzindo as expressões modificadas de  $\underline{F}$  e  $B_{fx}$  na equação (2.4), obtendo a equação (2.17).

$$B_{fx} = \frac{1-\nu}{4} b = \frac{1-\nu}{4} \frac{M}{\rho r_o^3} \quad (2.16)$$

$$A_x = \frac{(1-\nu)}{4Gr_o} Q_o \beta_{fx} \quad (2.17)$$

Onde:  $\beta_{fx}$  → fator de amplificação para força de excitação constante [Ref.(38)].

$$\beta_{fx} = \frac{1}{\sqrt{(1-B_{fx}a_o^2)^2 + 0,7225a_o^2}} \quad (2.18)$$

Para uma excitação dependente da frequência a equação é expressa da seguinte forma:

$$A_x = \frac{me}{M} \beta_{fx} a_o^2 B_{fx} = \frac{me}{M} \beta_{ff} \quad (2.19)$$

Onde:  $\beta_{ff}$  → fator de amplificação para força dependente da frequência.

Lysmer descobriu estudando as variações do amortecimento e coeficiente de mola (rigidez) com a frequência adimensional  $a_o$ , que valores constantes podem ser usados, escolhendo a constante de mola igual ao valor estático ( $a_o=0$ ), [eq. (2.20)]:

$$K_{fx} = \frac{4Gr_o}{1-\nu} \quad (2.20)$$

O amortecimento na faixa ( $0 < a_o < 1,0$ ) pode ser calculado:

$$C_{fx} = \frac{3,4r_o^2}{1-\nu} \sqrt{\rho G} \quad (2.21)$$

A equação do movimento na Analogia de Lysmer é, então expressa por:

$$M\ddot{x} + \frac{3,4r_o^2}{(1-\nu)} \sqrt{G\rho} \dot{x} + \frac{4Gr_o}{(1-\nu)} x = Q \quad (2.22)$$

Estabelecida a analogia com o sistema com um grau de liberdade, pode-se então, determinar o fator amortecimento  $\xi$ , frequência natural e de ressonância e máxima amplitude de vibração [Ref.(38)].

O fator amortecimento é dado por:

$$\xi_{fx} = \frac{0,425}{\sqrt{B_{fx}}} \quad (2.23)$$

A frequência natural por:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_{fx}}{M}} = \frac{v_s}{r_o} \sqrt{\frac{B_{fx}}{B_{fx}}} \quad (2.24)$$

Para excitação por força constante, a frequência de ressonância é dada por:

$$\omega_r = \frac{v_s}{r_o} \frac{\sqrt{B_{fx} - 0,36}}{B_{fx}} \quad (2.25)$$

A correspondente amplitude de oscilação na ressonância por:

$$A_x = \frac{Q_o(1-\nu)}{4Gr_o} \frac{B_{fx}}{0,85\sqrt{B_{fx} - 0,18}} \quad (2.26)$$

Quando a força de excitação é função da frequência, a expressão de Lysmer para a frequência de ressonância é:

$$\omega_r = \frac{v_s}{r_o} \sqrt{\frac{0,9}{B_{fx} - 0,45}} \quad (2.27)$$

E a amplitude máxima é dada por:

$$A_{xm} = \frac{me}{M} \frac{B_{fx}}{0,85 \sqrt{B_{fx} - 0,18}} \quad (2.28)$$

Concluindo, o resultado mais importante do estudo de Lysmer foi o estabelecimento da ponte entre a teoria do semi-espaco elástico e o sistema massa-mola-amortecedor provendo valores para as constantes de mola e amortecimento [Fig. (2.9)]. Usando a equação (2.22) pode-se avaliar a resposta de um sistema para excitação periódica [Figs (2.10) e (2.11)] ou transiente.

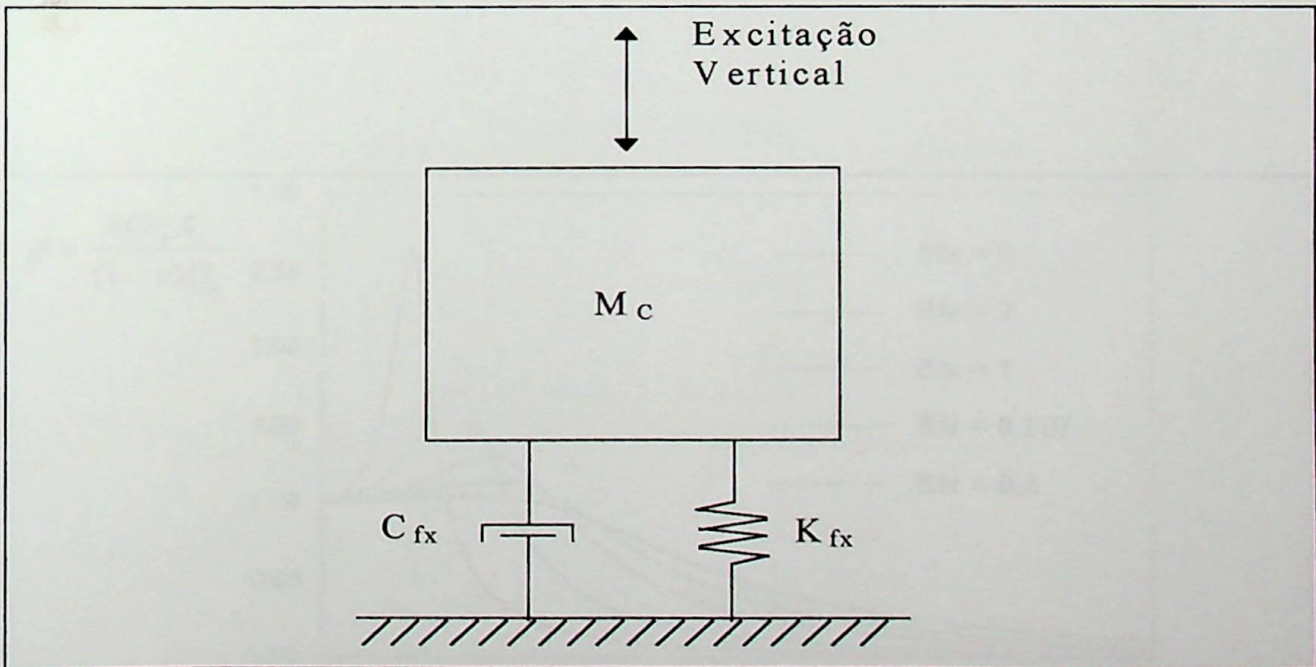


Figura 2.9: Sistema equivalente de uma fundação em bloco excitada verticalmente por força periódica ou transiente

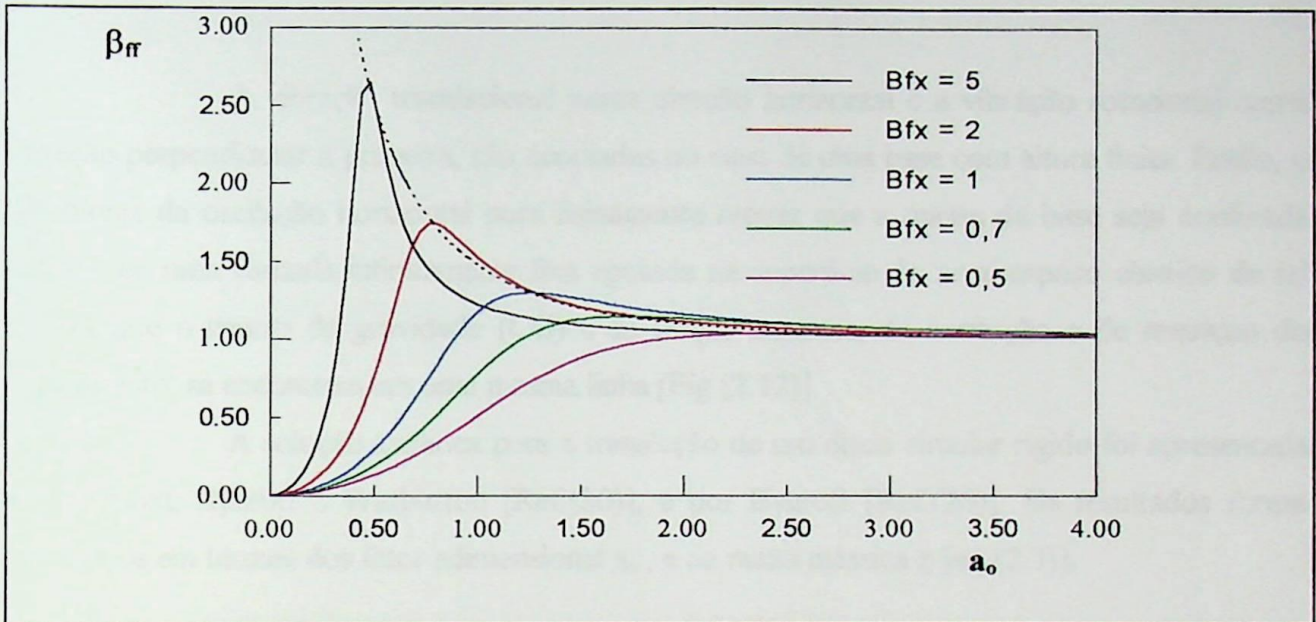


Figura 2.10: Amplificação dinâmica versus frequência adimensional para uma base circular rígida excitada verticalmente por força com amplitude dependente da frequência.

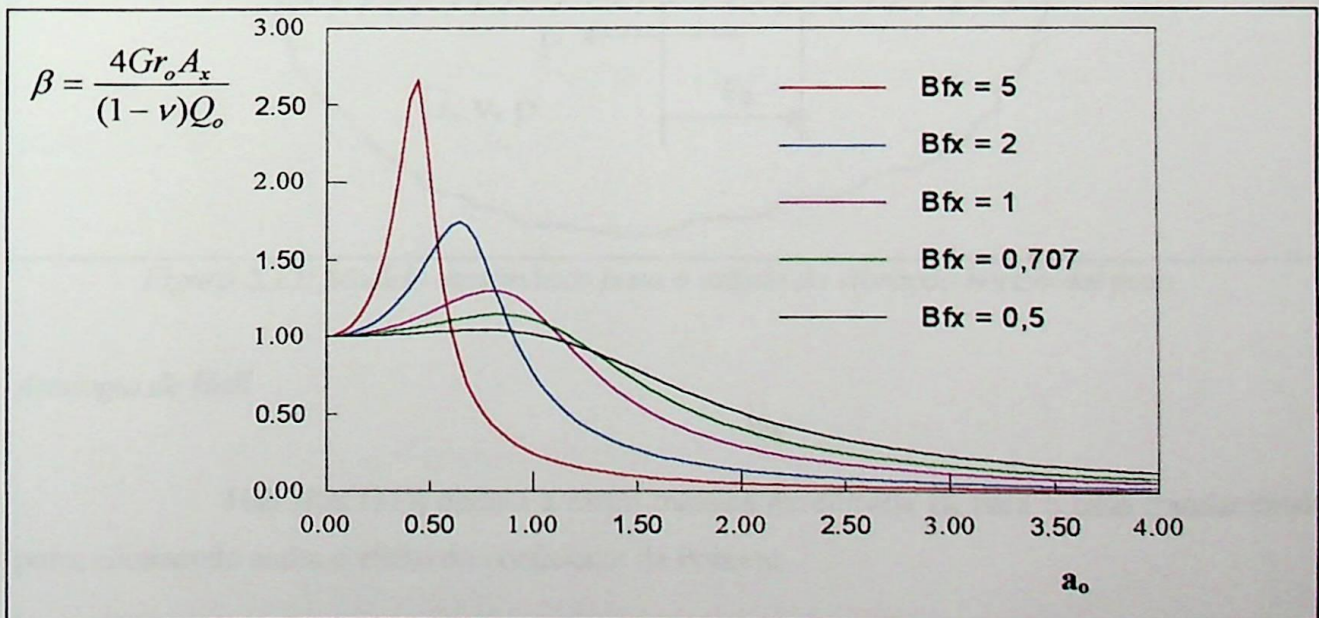


Figura 2.11: Amplificação dinâmica versus frequência adimensional para uma base circular rígida excitada por força de amplitude constante.





### 2.3 - Vibração Horizontal Pura, ou Vibração de Escorregamento, ou Deslizamento, de um Disco Circular Rígido Apoiado na Superfície do Semi-Espaço Elástico

A vibração translacional numa direção horizontal e a vibração rotacional numa direção perpendicular a primeira, são acopladas no caso de uma base com altura finita. Então, o problema da oscilação horizontal pura fisicamente requer que a massa da base seja confinada dentro de uma camada infinitamente fina apoiada na superfície do semi-espaco elástico de tal forma que o centro de gravidade (CG) e as forças atuantes, de excitação e de restrição do movimento, se encontrem em uma mesma linha [Fig.(2.12)].

A solução analítica para a translação de um disco circular rígido foi apresentada por Arnold, Bycroft e Warburton [Ref.(30)], e por Bycroft [Ref.(26)]. Os resultados foram expressos em termos dos fator adimensional  $\underline{a}_0$ , e da razão mássica  $\underline{b}$  [eq.(2.3)].

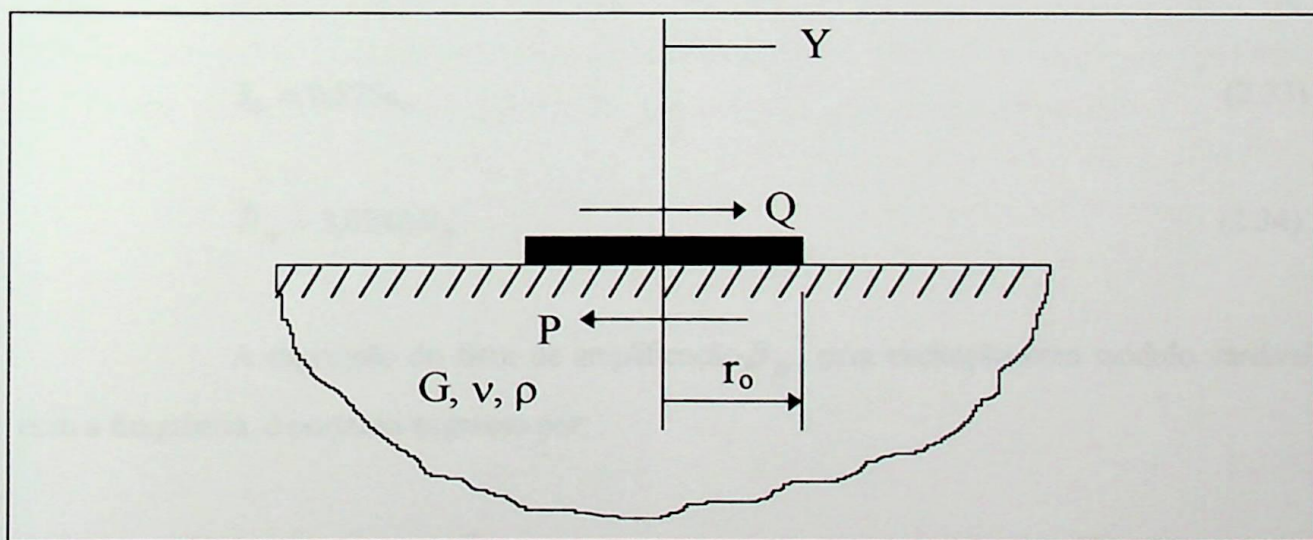


Figura 2.12: Modelo matemático para o estudo da vibração horizontal pura.

#### Analogia de Hall

Hall [Ref.(31)] definiu a razão mássica modificada  $\underline{B}_y$  para o caso translacional puro, eliminando assim o efeito do coeficiente de Poisson.

$$B_{fy} = \frac{7 - 8\nu}{32(1 - \nu)} \frac{M}{\rho r_0^3} \quad (2.29)$$

Hall ainda definiu uma constante de mola e uma constante de amortecimento, estabelecendo assim a analogia com o sistema massa-mola-amortecedor:

$$K_{fy} = \frac{32(1-\nu)}{7-8\nu} Gr_o \quad (2.30)$$

$$C_{fy} = \frac{18,4(1-\nu)}{7-8\nu} r_o^2 \sqrt{\rho G} \quad (2.31)$$

O fator amortecimento  $\xi_{fy}$  é dado então por:

$$\xi_{fy} = \frac{c_{fy}}{2\sqrt{k_{fy}M}} = \frac{0,2875}{\sqrt{B_{fy}}} \quad (2.32)$$

Os parâmetros adimensionais de Lysmer são:

$$\bar{a}_0 = 0,575a_0 \quad (2.33)$$

$$\bar{B}_{fy} = 3,0246B_{fy} \quad (2.34)$$

A expressão do fator de amplificação  $\beta_{fy}$ , para excitação com módulo variável com a frequência, é portanto expresso por:

$$\beta_{fy} = \frac{B_{fy}a_0^2}{\sqrt{(1-B_{fy}a_0^2)^2 + 0,33a_0^2}} \quad (2.35)$$

A condição de ressonância é a seguinte:

$$a_{om} = \frac{1}{\sqrt{B_{fy} - 0,1653}} \quad (2.36)$$

O sistema equivalente está representado na figura (2.13).

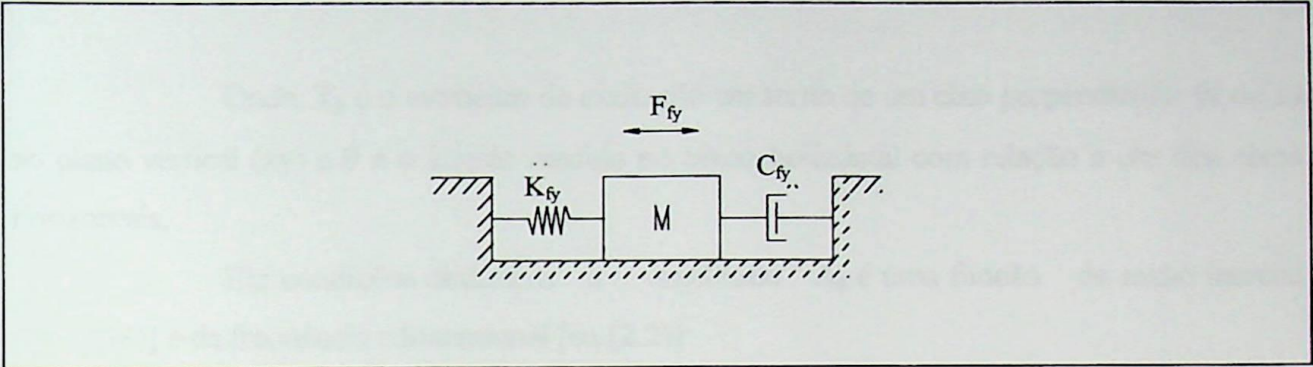


Figura 2.13: Modelo equivalente ao sistema máquina-fundação solo para o estudo das oscilações horizontais.

### 2.4 - Balanço de Bases Circulares Rígidas Apoiadas no Semi-Espaço Elástico

Arnold, Bycroft, e Warburton [Ref.(30)], e Bycroft [Ref.(26)], apresentaram soluções para o caso do movimento puro de balanço de bases apoiadas no semi-espaço elástico [Fig.(2.14)], adotando a seguinte distribuição de pressão na zona circular de contato:

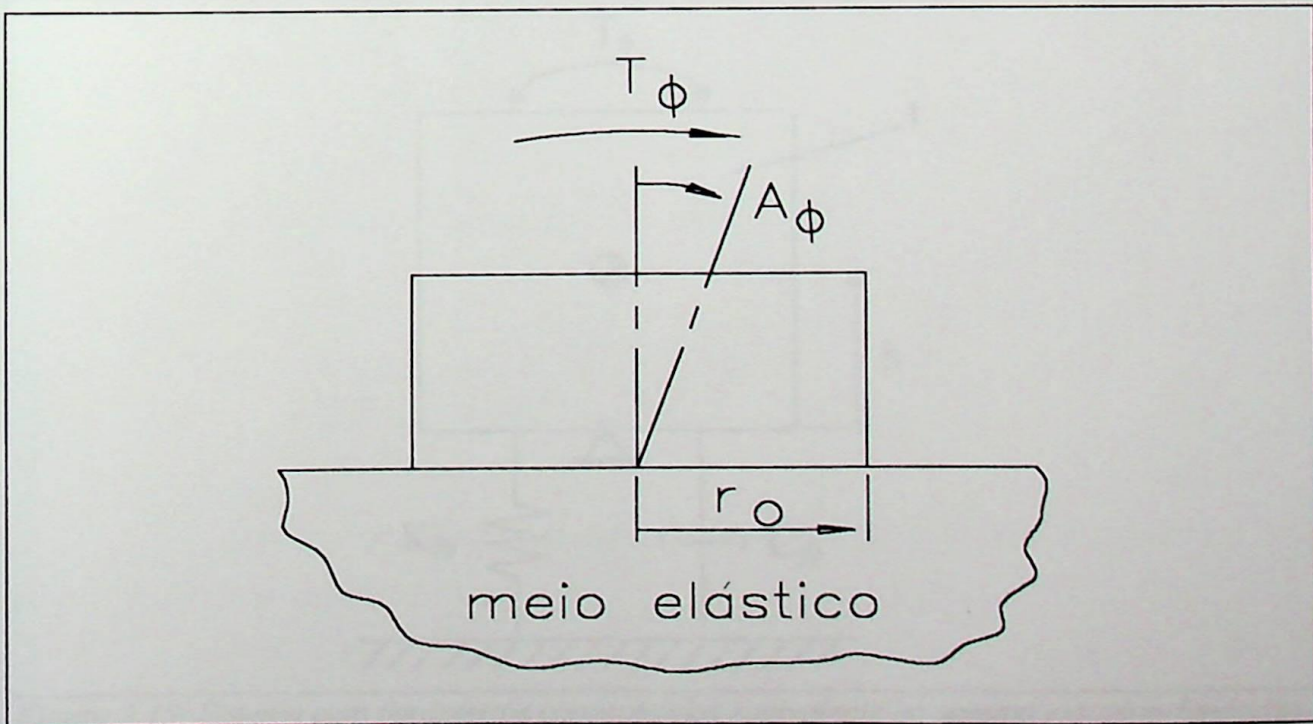


Figura 2.14: Movimento de balanço da fundação na superfície do semi-espaço elástico.

$$\sigma_z = \frac{3T_\phi r \cos\theta}{2\pi r_o^3 \sqrt{r_o^2 - r}} e^{i\omega t} \quad \text{para } r \leq r_o \quad (2.37)$$

Onde,  $T_\phi$  é o momento de excitação em torno de um eixo perpendicular (y ou z) ao plano vertical (xy) e  $\theta$  é o ângulo medido no plano horizontal com relação a um dos eixos horizontais.

Em condições dinâmicas a amplitude  $A_\phi$  é uma função da razão inercial [eq.(2.38)] e da frequência adimensional [eq.(2.2)]:

$$B_{f\phi} = \frac{3(1-\nu)}{8} \frac{I_{\phi o}}{\rho r_o^5} \quad (2.38)$$

Na equação (2.38),  $I_{\phi o}$  denota o momento de inércia da massa (base e máquina) em torno do ponto  $O$ .

O sistema com parâmetros concentrados equivalente ao sistema máquina-base-meio elástico é apresentado na figura (2.15).

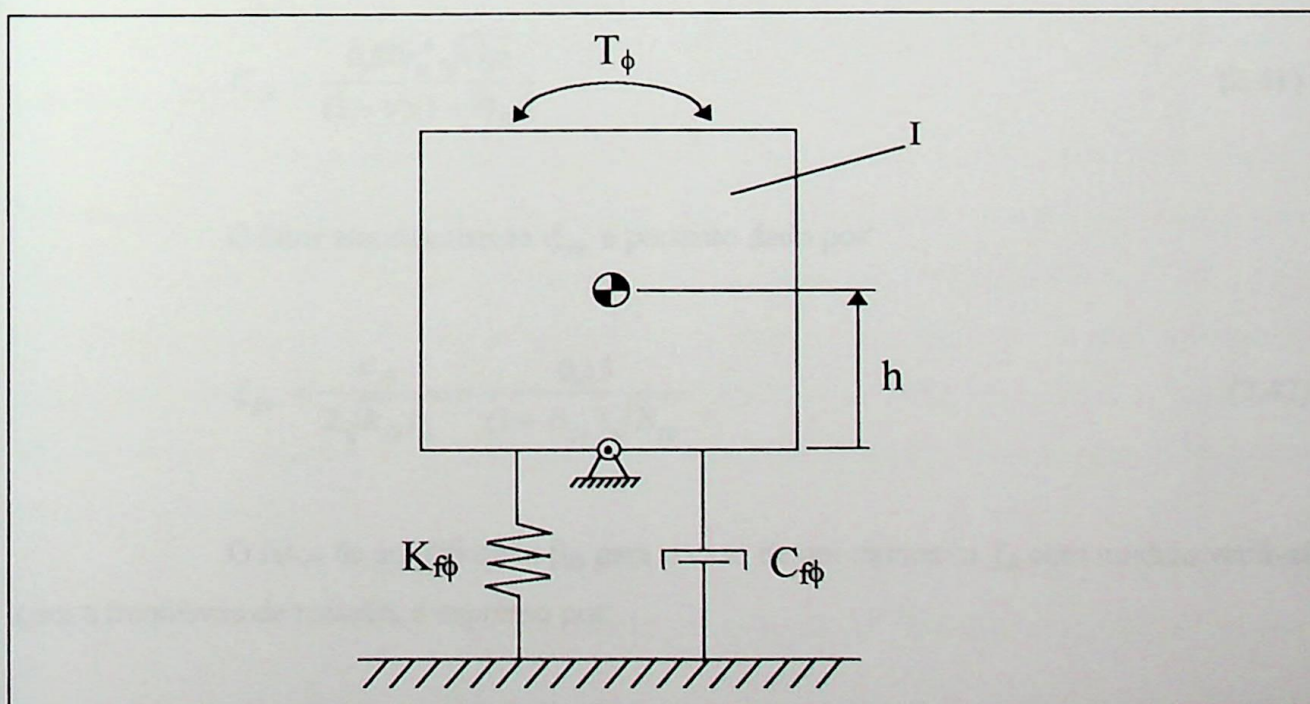


Figura 2.15: Sistema com parâmetros concentrados equivalente ao sistema máquina-fundação-meio elástico na vibração em balanço.

*Analogia de Hall*

Hall [Ref. (31)] propôs um modelo equivalente na forma de um sistema massa-mola-amortecedor para avaliar a resposta de uma base rígida em balanço na superfície do semi-espaço elástico. A analogia é estabelecida a partir da seguinte equação do movimento:

$$I_{\phi} \ddot{\phi} + C_{f\phi} \dot{\phi} + K_{f\phi} \phi = T_{\phi} e^{i\alpha x} \tag{2.39}$$

Onde:

$K_{f\phi}$  → constante de mola no balanço;

$C_{f\phi}$  → constante de amortecimento.

Com:

$$K_{f\phi} = \frac{8Gr_o^3}{3(1-\nu)} \tag{2.40}$$

$$C_{f\phi} = \frac{0,80r_o^4 \sqrt{G\rho}}{(1-\nu)(1+B_{f\phi})} \tag{2.41}$$

O fator amortecimento  $\xi_{f\phi}$  é portanto dado por:

$$\xi_{f\phi} = \frac{c_{f\phi}}{2\sqrt{k_{f\phi}I_{\phi}}} = \frac{0,15}{(1+B_{f\phi})\sqrt{B_{f\phi}}} \tag{2.42}$$

O fator de amplificação  $\beta_{f\phi}$  para o caso de um momento  $\underline{T}_{\phi}$  com módulo variável com a frequência de rotação, é expresso por:

$$\beta_{f\phi} = \frac{B_{f\phi} \alpha_o^2}{\sqrt{(1-B_{f\phi} \alpha_o^2)^2 + \frac{0,09}{(1+B_{f\phi})^2} \alpha_o^2}} \tag{2.43}$$

A ressonância ocorre quando:

$$\alpha_{omf} = \frac{1 + B_{f\phi}}{\sqrt{B_{f\phi}(1 + B_{f\phi})^2 - 0,045}} \quad (2.44)$$

## 2.5 - Efeito da Forma da Base na Resposta Vibratória

Porém, como na prática, não é usual a utilização de fundações circulares, para obtermos as constantes de rigidez e amortecimento para fundações quadrilaterais, devemos obter um raio equivalente ( $r_o$ ).

Lamb [Ref.(20)] desenvolveu soluções analíticas para o problema de oscilações verticais em uma zona retangular na superfície do semi-espaco elástico. Já Sung desenvolveu expressões matemáticas para uma carga oscilatória uniformemente distribuída na área retangular, mas não obteve valores numéricos.

As funções deslocamento  $F_1$  e  $F_2$  para o caso de uma carga uniformemente distribuída na área retangular foram determinadas por Kobori [Ref.(32)], Thomson e Kobori [Ref.(33)], porém, essas funções reproduziram amortecimentos negativos para certos valores de frequência adimensional.

Elorduy, Nieto e Szekely [Ref.(34)] obtiveram soluções em termos das funções deslocamento  $F_1$  e  $F_2$ , para bases retangulares ( $a/b=2$ ) e quadradas apoiadas na superfície do meio elástico, com  $\nu = 0,25$ , e compararam com a solução de Sung [Ref.(23)] e Bycroft [Ref.(26)], cujas soluções foram calculadas com base em uma área circular equivalente [Fig.(2.16)], concluindo ser aceitável o uso das soluções de uma base circular, com área equivalente na avaliação da resposta para base com formas retangulares ou quadradas, para valores de  $a/b$  até 2.

Para os movimentos translacionais o raio equivalente de uma base quadrilateral, é o raio de uma área circular que possua a mesma área da base da fundação quadrilateral, que é:

$$r_o = \left(\frac{ab}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{A}{\pi}} \quad (2.45)$$

onde:

- a - comprimento da fundação (perpendicular ao eixo de rotação para balanço)
- b - largura da fundação (paralela ao eixo de rotação para o balanço)

Para os movimentos rotacionais o raio equivalente, é o raio de um círculo com mesmo momento de inércia de área que a área da base da fundação quadrilateral em relação ao eixo de rotação.

$$r_{o\phi} = \left( \frac{ba^3}{3\pi} \right)^{1/4} \tag{2.46}$$

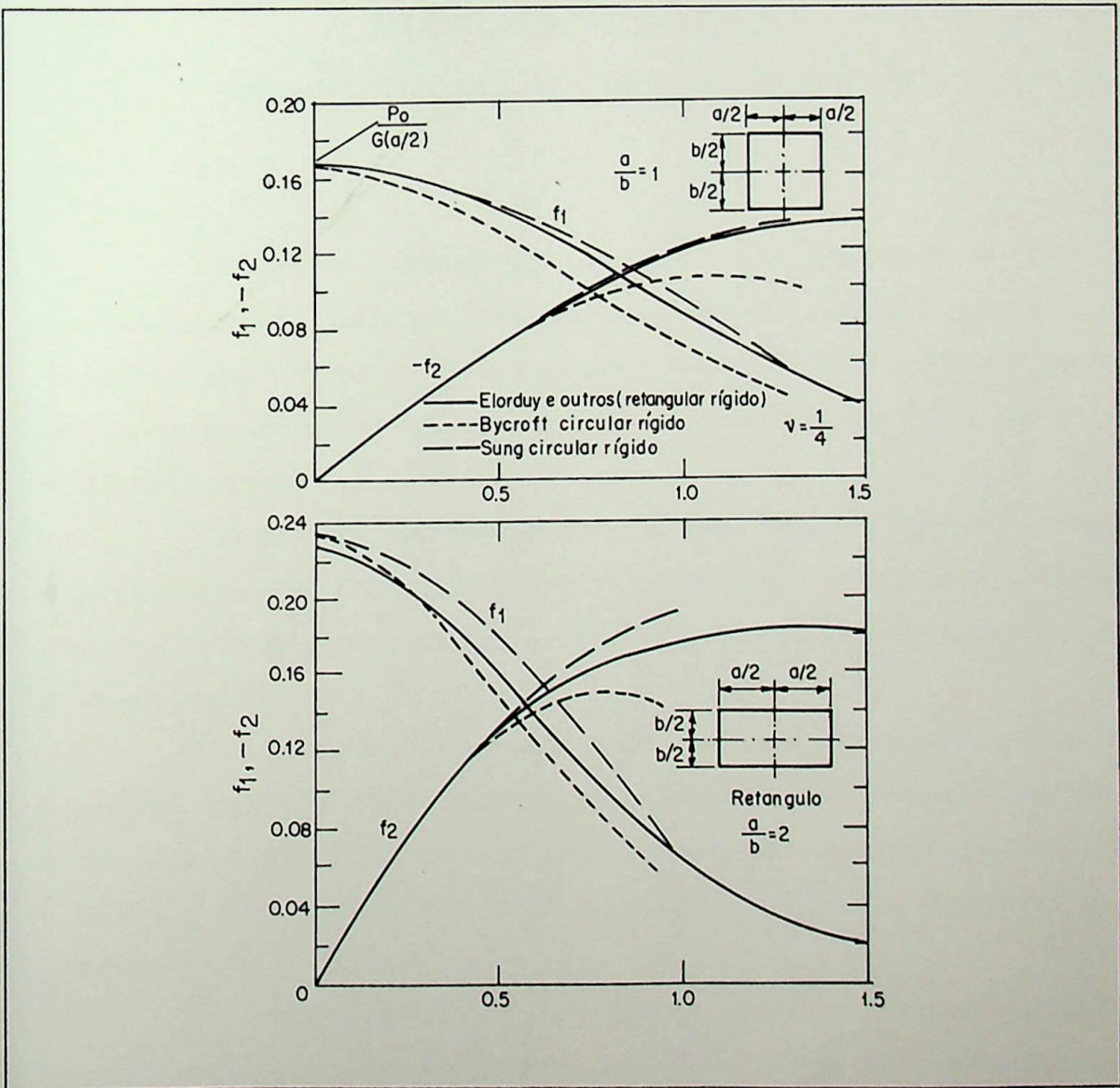


Figura 2.16: Funções deslocamento para vibrações rígidas retangulares e quadradas, [Ref.(29)].

É prática comum a transformação de áreas de toda forma em uma área circular equivalente, entretanto, algumas opiniões devem ser citadas. Segundo Chae[Ref.(35)] sugere que a aplicação da equivalência pode ser usada no cálculo da frequência natural, mas o perímetro deve ser levado em conta na determinação da amplitude. Dobuy e Gazetas [Ref.(36)] e Dobuy e outros [Ref.(37)] afirmam que a forma da fundação dada pelos aspectos  $a/b$  tem uma influência significativa nos valores da rigidez e amortecimento, especialmente em fundações longas.



## MODELAGEM DINÂMICA DO SISTEMA -EQUAÇÕES DO MOVIMENTO

Ferramentas analíticas são disponíveis para prognosticar a interação ventilador/fundação. Os dois métodos mais comuns de solução são: a matriz de transferência e o método de elementos finitos. As diferentes técnicas de modelagem podem enfatizar os projetos rotor/mancal ou os projetos fundação/solo, mas, em geral, estes métodos solicitam uma modelagem complicada.

A abordagem apresentada é conhecida como “modelo simplificado”, onde as equações do movimento são aplicadas e utiliza um método simples de inversão de matriz para resolução do sistema. O estudo inclui um *software* desenvolvido para determinação da resposta ao desbalanceamento.

As vantagens oferecidas deste modelo matemático são: o reduzido tempo de preparação, custo computacional mais baixo e a facilidade na revisão dos resultados. Estes benefícios são óbvios quando comparados com os métodos de elementos finitos e matriz de transferência, que consomem mais tempo na modelagem e cálculos computacionais, e conseqüentemente são mais caros.

O objetivo deste capítulo é uma descrição do sistema dinâmico, determinando também o modelo matemático a ser analisado, incluindo a interação entre o ventilador com a fundação, quando excitado pela força de desbalanceamento do rotor.

O modelo matemático simplificado constituído das equações dinâmicas é usado para prognosticar o desempenho do sistema ventilador/fundação. Um exemplo numérico é apresentado no capítulo 4 para orientar na interpretação da análise; este exemplo considera a resposta do desbalanceamento para todo o conjunto, calculada nos mancais.

### 3.1 - Representação do Modelo Simplificado

Uma representação do modelo simplificado da interação do sistema dinâmico rotor-mancal, e o sistema dinâmico fundação-solo é mostrada na figura (3.1).

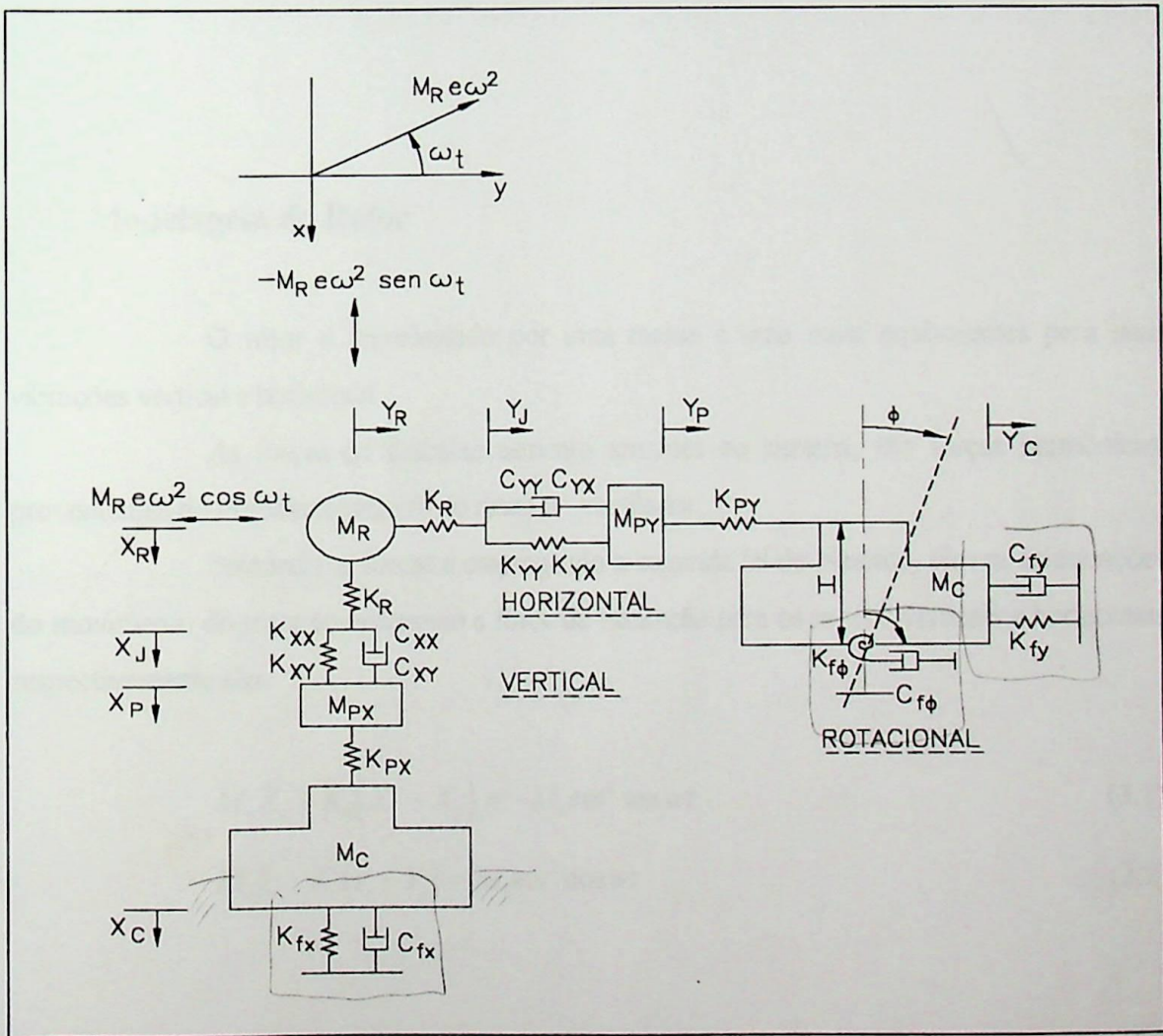


Figura 3.1: Representação dos deslocamentos do modelo matemático simplificado para o sistema ventilador/fundação, [Ref.(7)].

Chamamos X o deslocamento na direção vertical, Y o deslocamento na direção horizontal, e os índices R para representar o rotor, J para o mancal, P para o pedestal, C para o

concreto, e  $\phi$  designando o deslocamento rotacional da fundação. O parâmetro  $H$  apresentado na figura (3.1) é a distância vertical medida do centro de rotação da fundação até a linha de centro do mancal.

O número de equações diferenciais depende da complexidade e dos graus de liberdade em estudo. Neste trabalho a interação do ventilador/fundação é considerada como plana ou bidimensional, e o modelo é constituído por nove equações diferenciais. Resultados razoáveis são obtidos usando esta modelagem. Um modelo é considerado bidimensional quando os parâmetros na direção longitudinal não variam.

A fundação é examinada para os modos de vibração: vertical, horizontal e rotacional. Para o rotor, mancal e pedestal os modos são limitados aos deslocamentos: vertical e horizontal.

### 3.2 - Modelagem do Rotor

O rotor é representado por uma massa e uma mola equivalentes para suas vibrações vertical e horizontal.

As forças de desbalanceamento atuantes no sistema, são forças harmônicas, provenientes do desbalanceamento do disco do ventilador.

Somando as forças e empregando a segunda lei de Newton, têm-se as equações do movimento do rotor considerando a força de excitação para os modos verticais e horizontais respectivamente são:

$$M_r \ddot{X}_r + K_r (X_r - X_j) = -M_r e \omega^2 \sin \omega t \quad (3.1)$$

$$M_r \ddot{Y}_r + K_r (Y_r - Y_j) = M_r e \omega^2 \cos \omega t \quad (3.2)$$

### 3.3 - Modelagem do Mancal e do Pedestal

Grandes ventiladores são geralmente suportados por dois mancais hidrodinâmicos. O modelamento dos mancais hidrodinâmicos é desenvolvido com base no

estudo do comportamento dinâmico do filme de óleo do mancal a uma dada velocidade, conforme explanado no capítulo 1.

Um destes mancais sofre um empuxo axial, porém a rigidez horizontal e a constante de amortecimento dos dois mancais são comparáveis entre si. Então, a hipótese da simetria das propriedades dinâmicas é possível; e não será omitido o acoplamento dinâmico dos parâmetros nas direções vertical e horizontal. Os parâmetros rigidez e constante de amortecimento dos mancais são funções da velocidade, carga e geometria, sendo obtidas das soluções das equações da lubrificação e usadas como entrada para o modelo simplificado, [Refs.(1),(3),(7)].

Então os mancais são representados por coeficientes equivalentes de rigidez e amortecimento possuindo vibrações horizontal e vertical. As equações do movimento dos mancais são:

$$C_{xx}(\dot{X}_j - \dot{X}_p) + C_{xy}(\dot{Y}_j + \dot{Y}_p) + K_r(X_j - X_r) + K_{xx}(X_j - X_p) + K_{xy}(Y_j - Y_p) = 0 \quad (3.3)$$

$$C_{yy}(\dot{Y}_j - \dot{Y}_p) + C_{yx}(\dot{X}_j - \dot{X}_p) + K_r(Y_j - Y_r) + K_{yy}(Y_j - Y_p) + K_{yx}(X_j - X_p) = 0 \quad (3.4)$$

No pedestal, dois sistemas equivalentes massa-mola são modelados para o pedestal, sendo um para o modo vertical e outro para o modo horizontal, as equações diferenciais do movimento são:

$$M_{px}\ddot{X}_p + C_{xx}(\dot{X}_p - \dot{X}_j) + C_{xy}(\dot{Y}_p - \dot{Y}_j) + K_{px}(X_p - X_c) + K_{xx}(X_p - X_j) + K_{xy}(Y_p - Y_j) = 0 \quad (3.5)$$

$$M_{py}\ddot{Y}_p + C_{yy}(\dot{Y}_p - \dot{Y}_j) + C_{yx}(\dot{X}_p - \dot{X}_j) + K_{py}(Y_p - Y_c - D\phi) + K_{yy}(Y_p - Y_j) + K_{yx}(X_p - X_j) = 0 \quad (3.6)$$

Ao pedestal é atribuído a base de metal, o pilar de concreto e incluindo a caixa do mancal. Nos dois sistemas equivalentes massa-mola geralmente, a constante de mola equivalente é de maior importância para a dinâmica da fundação/ventilador. Entretanto, se as

molares são muito flexíveis como no caso do rotor/mancal isolado da fundação, a massa equivalente do pedestal torna-se também um fator importante.

A rigidez vertical é usualmente maior. A massa vertical inclui a caixa do mancal e metade da massa do pedestal metálico que possui grande influência na flexibilidade.

A flexibilidade horizontal é estimada através de métodos estruturais como mostrado no capítulo 1. A massa equivalente horizontal depende da flexibilidade do concreto e do pedestal de metal. Se a maior parte de flexibilidade horizontal vem do pedestal de metal, a massa horizontal considera a massa da caixa do mancal e mais um terço da massa do pedestal de metal.

### 3.4 - Modelagem da Fundação

A fundação é representada pela massa do bloco de concreto e rigidez e amortecimento do solo para os principais movimentos oscilatórios da fundação que são: translação na vertical e na horizontal e movimentos oscilatórios de rotação (balanço).

Somando as forças e momentos atuantes na fundação, e empregando a segunda lei de Newton tem-se:

$$M_c \ddot{X}_c + C_{fx} \dot{X}_c + K_{fx} X_c + K_{px} (X_c - X_p) = 0 \quad (3.7)$$

$$M_c \ddot{Y}_c + C_{fy} \dot{Y}_c + K_{fy} Y_c + K_{py} (Y_c - H\phi - Y_p) = 0 \quad (3.8)$$

$$I \ddot{\phi} + C_{f\phi} \dot{\phi} + K_{f\phi} \phi + K_{py} H (H\phi + Y_c - Y_p) = 0 \quad (3.9)$$

As equações ( 3.7 ) e ( 3.8 ) representam os movimentos de translação nas direções dos eixos X e Y respectivamente.

A rotação em torno do eixo horizontal (Z) denominada de balanço da fundação é representada pela equação (3.9); a qual não está acoplada ao movimento de translação vertical, porque o bloco de concreto é simétrico ao eixo do rotor. Neste caso, também é considerado que a fundação possui um altura menor que um quinto da menor dimensão (largura, comprimento), ou um décimo da maior dimensão. Então, é necessário somente um estudo independente dos



matriz coeficientes de amortecimento:

$$[C] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{xx} & -C_{xx} & 0 & 0 & C_{xy} & -C_{xy} & 0 & 0 \\ 0 & -C_{xx} & C_{xx} & 0 & 0 & -C_{xy} & C_{xy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{fx} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{yx} & -C_{yx} & 0 & 0 & C_{yy} & -C_{yy} & 0 & 0 \\ 0 & -C_{yx} & C_{yx} & 0 & 0 & -C_{yy} & C_{yy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{fy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{f\phi} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

matriz coeficientes de rigidez:

$$[K] = \begin{bmatrix} K_r & -K_r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -K_r & K_r + K_{xx} & -K_{xx} & 0 & 0 & K_{xy} & -K_{xy} & 0 & 0 \\ 0 & -K_{xx} & K_{px} + K_{xx} & -K_{px} & 0 & -K_{xy} & K_{xy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -K_{px} & K_{px} + K_{fx} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_r & -K_r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{yx} & -K_{yx} & 0 & -K_r & K_r + K_{yy} & -K_{yy} & 0 & 0 \\ 0 & -K_{yx} & K_{yx} & 0 & 0 & -K_{yy} & K_{py} + K_{yy} & -K_{py} & -K_{py}H \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -K_{py} & K_{fy} + K_{py} & K_{py}H \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -K_{py}H & +K_{py}H & (K_{py}H^2) + K_{f\phi} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

vetor força externa:

$$\{Q\} = \begin{Bmatrix} -M_r e \omega^2 \sin \omega t \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ M_r e \omega^2 \cos \omega t \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.14)$$

vetor aceleração:

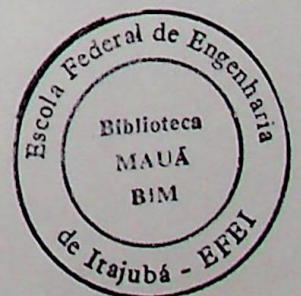
$$\{\ddot{q}\} = \begin{Bmatrix} \ddot{X}_r \\ \ddot{X}_j \\ \ddot{X}_p \\ \ddot{X}_c \\ \ddot{Y}_r \\ \ddot{Y}_j \\ \ddot{Y}_p \\ \ddot{Y}_c \\ \ddot{\phi} \end{Bmatrix} \quad (3.15)$$

vetor velocidade:

$$\{\dot{q}\} = \begin{Bmatrix} \dot{X}_r \\ \dot{X}_j \\ \dot{X}_p \\ \dot{X}_c \\ \dot{Y}_r \\ \dot{Y}_j \\ \dot{Y}_p \\ \dot{Y}_c \\ \dot{\phi} \end{Bmatrix} \quad (3.16)$$

vetor deslocamento

$$\{q\} = \begin{Bmatrix} X_r \\ X_j \\ X_p \\ X_c \\ Y_r \\ Y_j \\ Y_p \\ Y_c \\ \phi \end{Bmatrix} \quad (3.17)$$





### 3.5 - Solução do Sistema de Equações Diferenciais

Reescrevendo a equação (3.10) na forma simplificada tem-se:

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{Q_1\}\text{sen } \omega t + \{Q_2\}\text{cos } \omega t \quad (3.18)$$

Onde  $[M], [C], [K]$  representam as matrizes de massa, amortecimento e rigidez referentes aos dados do rotor, mancais e fundação e  $\{Q_1\}, \{Q_2\}$  o vetor das forças externas transmitidas ao rotor.

A resposta do sistema à excitação é:

$$\{q\} = \{a\}\text{sen } \omega t + \{b\}\text{cos } \omega t + \{c\}\text{cos } \omega t + \{d\}\text{sen } \omega t \quad (3.19)$$

As derivadas primeira e segunda da equação (3.19), são:

$$\{\dot{q}\} = \{a\}\omega \text{cos } \omega t - \{b\}\omega \text{sen } \omega t - \{c\}\omega \text{sen } \omega t + \{d\}\omega \text{cos } \omega t \quad (3.20)$$

$$\{\ddot{q}\} = -\{a\}\omega^2 \text{sen } \omega t - \{b\}\omega^2 \text{cos } \omega t - \{c\}\omega^2 \text{cos } \omega t - \{d\}\omega^2 \text{sen } \omega t \quad (3.21)$$

Substituindo as equações (3.19), (3.20) e (3.21) em (3.18), temos:

$$\begin{aligned} & [M](-\{a\}\omega^2 \text{sen } \omega t - \{b\}\omega^2 \text{cos } \omega t - \{c\}\omega^2 \text{cos } \omega t - \{d\}\omega^2 \text{sen } \omega t) + \\ & + [C](\{a\}\omega \text{cos } \omega t - \{b\}\omega \text{sen } \omega t - \{c\}\omega \text{sen } \omega t + \{d\}\omega \text{cos } \omega t) + \\ & + [K](\{a\}\text{sen } \omega t + \{b\}\text{cos } \omega t + \{c\}\text{cos } \omega t + \{d\}\text{sen } \omega t) = \{Q_1\}\text{sen } \omega t + \{Q_2\}\text{cos } \omega t \end{aligned}$$

Separando os termos em  $\text{cos } \omega t$  e  $\text{sen } \omega t$ , obtém-se um sistema de equações lineares

$$\begin{aligned}
 &[-[M]\{a\}\omega^2 - [C]\{b\}\omega + [K]\{a\}]\text{sen } \omega t = \{Q_1\}\text{sen } \omega t \\
 &[-[M]\{b\}\omega^2 + [C]\{a\}\omega + [K]\{b\}]\text{cos } \omega t = 0 \\
 &[-[M]\{c\}\omega^2 + [C]\{d\}\omega + [K]\{c\}]\text{cos } \omega t = \{Q_2\}\text{cos } \omega t \\
 &[-[M]\{d\}\omega^2 - [C]\{c\}\omega + [K]\{d\}]\text{sen } \omega t = 0
 \end{aligned}
 \tag{3.22}$$

O sistema acima pode ser escrito na seguinte forma:

$$[A]\{B\} = \{Q\} \tag{3.23}$$

A resposta do sistema é obtida pelo método da matriz inversa, método este aplicado, porque as excitações são harmônicas.:

$$[A] = \begin{bmatrix}
 [K] - [M]\omega^2 & -\omega[C] & [0] & [0] \\
 \omega[C] & [K] - [M]\omega^2 & [0] & [0] \\
 [0] & [0] & [K] - [M]\omega^2 & [C]\omega \\
 [0] & [0] & -[C]\omega & [K] - [M]\omega^2
 \end{bmatrix}
 \tag{3.24}$$

Sendo  $[A]$  uma matriz 36x36.

$$\{B\} = \begin{Bmatrix} \{a\} \\ \{b\} \\ \{c\} \\ \{d\} \end{Bmatrix}
 \tag{3.25}$$

$$\{Q\} = \begin{Bmatrix} \{Q_1\} \\ \{0\} \\ \{Q_2\} \\ \{0\} \end{Bmatrix}
 \tag{3.26}$$

O vetor  $\{B\}$  representa as amplitudes correspondentes aos harmônicos dos nove graus de liberdade existentes no sistema, e  $\{Q_1\}$  e  $\{Q_2\}$  são os vetores relacionados às forças de excitação do rotor.

Com:

$$\{a\} = \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \\ a_9 \end{Bmatrix} \quad (3.27)$$

$$\{b\} = \begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \\ b_6 \\ b_7 \\ b_8 \\ b_9 \end{Bmatrix} \quad (3.28)$$

$$\{c\} = \begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \\ c_6 \\ c_7 \\ c_8 \\ c_9 \end{Bmatrix} \quad (3.29)$$

$$\{d\} = \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \\ d_6 \\ d_7 \\ d_8 \\ d_9 \end{Bmatrix} \quad (3.30)$$

A solução do sistema é dada por

$$\{B\} = [A]^{-1}\{Q\} \quad (3.31)$$

A resposta é da forma:

$$\begin{Bmatrix} X_r \\ X_j \\ X_p \\ X_c \\ Y_r \\ Y_j \\ Y_p \\ Y_c \\ \phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \\ a_9 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \text{sen } \omega t \\ \text{sen } \omega t \\ \text{sen } \omega t \\ \text{sen } \omega t \\ \text{sen } \omega t \\ \text{sen } \omega t \\ \text{sen } \omega t \\ \text{sen } \omega t \\ \text{sen } \omega t \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \\ b_6 \\ b_7 \\ b_8 \\ b_9 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \text{cos } \omega t \\ \text{cos } \omega t \\ \text{cos } \omega t \\ \text{cos } \omega t \\ \text{cos } \omega t \\ \text{cos } \omega t \\ \text{cos } \omega t \\ \text{cos } \omega t \\ \text{cos } \omega t \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \\ c_6 \\ c_7 \\ c_8 \\ c_9 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \text{cos } \omega t \\ \text{cos } \omega t \\ \text{cos } \omega t \\ \text{cos } \omega t \\ \text{cos } \omega t \\ \text{cos } \omega t \\ \text{cos } \omega t \\ \text{cos } \omega t \\ \text{cos } \omega t \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \\ d_6 \\ d_7 \\ d_8 \\ d_9 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \text{sen } \omega t \\ \text{sen } \omega t \\ \text{sen } \omega t \\ \text{sen } \omega t \\ \text{sen } \omega t \\ \text{sen } \omega t \\ \text{sen } \omega t \\ \text{sen } \omega t \\ \text{sen } \omega t \end{Bmatrix} \quad (3.32)$$

As amplitudes de vibração de cada uma das variáveis do sistema, para  $i=1$  até 9 são:

$$\{q_i\} = \sqrt{(a_i + d_i)^2 + (b_i + c_i)^2} \quad \text{para } i = 1 \text{ até } 9 \quad (3.33)$$

Com base neste desenvolvimento matemático foi elaborado um programa para análise da interação. Neste programa, todos os dados referentes à rigidez,

amortecimento, massa, desbalanceamento do rotor, mancal, pedestal, e fundação são utilizados como dados de entrada para o programa, que foi desenvolvido no Matlab. O programa designado como SISTEMA.M nos permite uma análise da interação através dos gráficos plotados por ele.

No apêndice [1] é apresentado um algoritmo estruturado do programa SISTEMA.M e o desenvolvimento do programa. No capítulo 4 é apresentado um exemplo numérico da interação entre o ventilador com a fundação e é feita uma análise do sistema no capítulo seguinte.



## **APLICAÇÃO DO MODELO SIMPLIFICADO A UM PROJETO REAL DE VENTILADOR- FUNDAÇÃO**

Um projeto do sistema dinâmico analisando a interação do ventilador com a fundação é apresentado neste capítulo. Este exemplo usa a teoria e informações desenvolvidas nos capítulos anteriores. O sistema dinâmico selecionado é típico e comumente encontrado em muitas plantas industriais.

O ventilador é apoiado por dois mancais. Os mancais são do tipo mancal guia e mancal guia/escora. As dimensões da fundação que está apoiando todo o conjunto do ventilador é apresentada, com seus valores numéricos.

Os dados obtidos [Ref.(1)] referentes ao rotor, mancal, pedestal e fundação são utilizados como dados de entrada para o programa SISTEMA.M, sendo que este nos fornecerá um gráfico para análise. A partir deste gráfico, onde são plotadas as amplitudes de vibração em função da rotação do ventilador pode-se encontrar a velocidade crítica da interação do ventilador com a fundação.

## 4.1 - Cálculo da Massa e Rigidez do Rotor

O rotor do ventilador possui um disco com  $M_w = 2267,96 \text{ Kg}$  e a massa do seu eixo é  $M_s = 2267,96 \text{ Kg}$ . Para determinar a massa do rotor, substitui-se os valores de  $M_w$  e  $M_s$  na Eq.(1.2). O resultado é

$$M_r = 3401,94 \text{ Kg}.$$

Considerando  $Nr = 2500 \text{ rpm}$ , ou seja, a primeira frequência natural do sistema eixo-rotor obtida através do método de matriz de transferência. E usando-se a Eq. (1.1), estima-se a rigidez do rotor  $K_r$ , que é:

$$K_r = \left( \frac{\pi}{30} Nr \right)^2 M_r$$

$$K_r = 2,33 \cdot 10^8 \text{ N/m}.$$

## 4.2 - Cálculo da Rigidez e Amortecimento do Mancal

O óleo SAE-10, a uma temperatura de admissão de  $66^\circ\text{C}$ , com viscosidade de  $9,65 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}$  é usado para lubrificar o mancal com dois canais de alimentação axial de  $0,305 \text{ m}$  (externo) e  $0,102 \text{ m}$  (interno) de comprimento, referentes ao mancal guia e mancal guia/escora respectivamente; e  $0,152 \text{ m}$  de diâmetro. A folga radial é  $0,102 \text{ mm}$ .

Os valores dos coeficientes equivalentes de rigidez e amortecimento são mostrados nas figuras (4.1 até 4.10); e como são dois mancais que suportam o eixo do ventilador, apresentamos as curvas a seguir para o mancal guia e mancal guia/escora. Os valores correspondentes aos termos  $(K_{xx}, K_{yy})$  e  $(C_{xx}, C_{yy})$ , que são chamados coeficientes diretos de rigidez e amortecimento e os termos  $(K_{xy}, K_{yx})$  e  $(C_{xy}, C_{yx})$  chamados coeficientes acoplados são apresentados no apêndice [ 2] possuindo uma faixa de operação de  $100 \text{ rpm}$  até  $2600 \text{ rpm}$ .

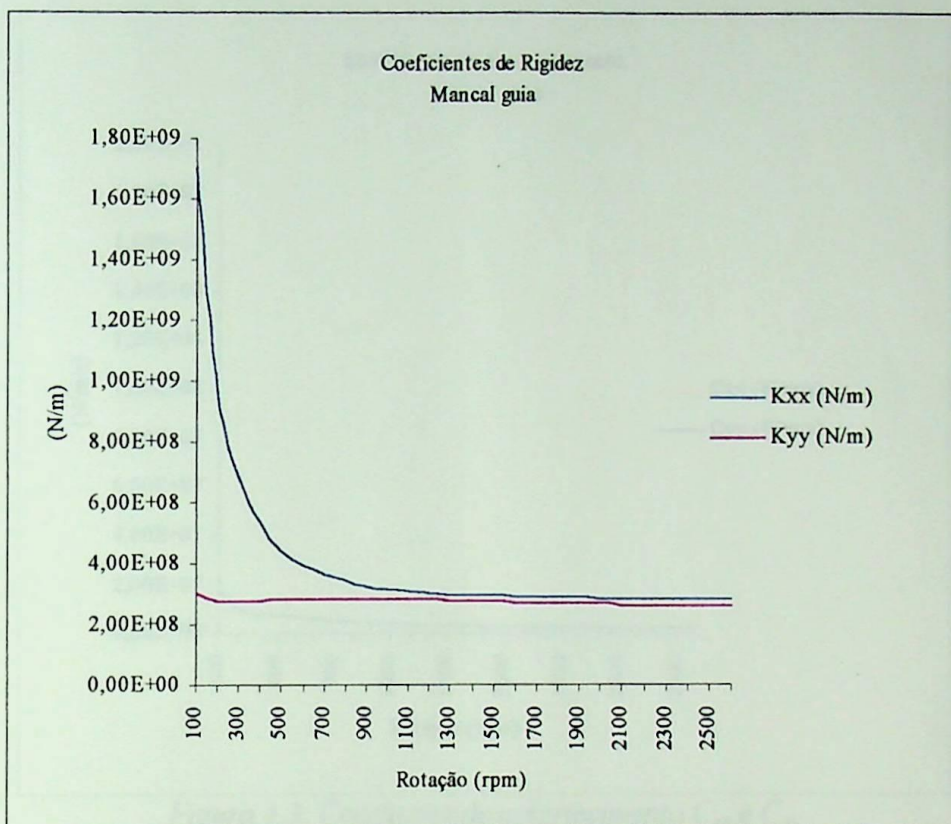


Figura 4.1: Coeficientes de rigidez  $K_{xx}$  e  $K_{yy}$  do mancal guia.

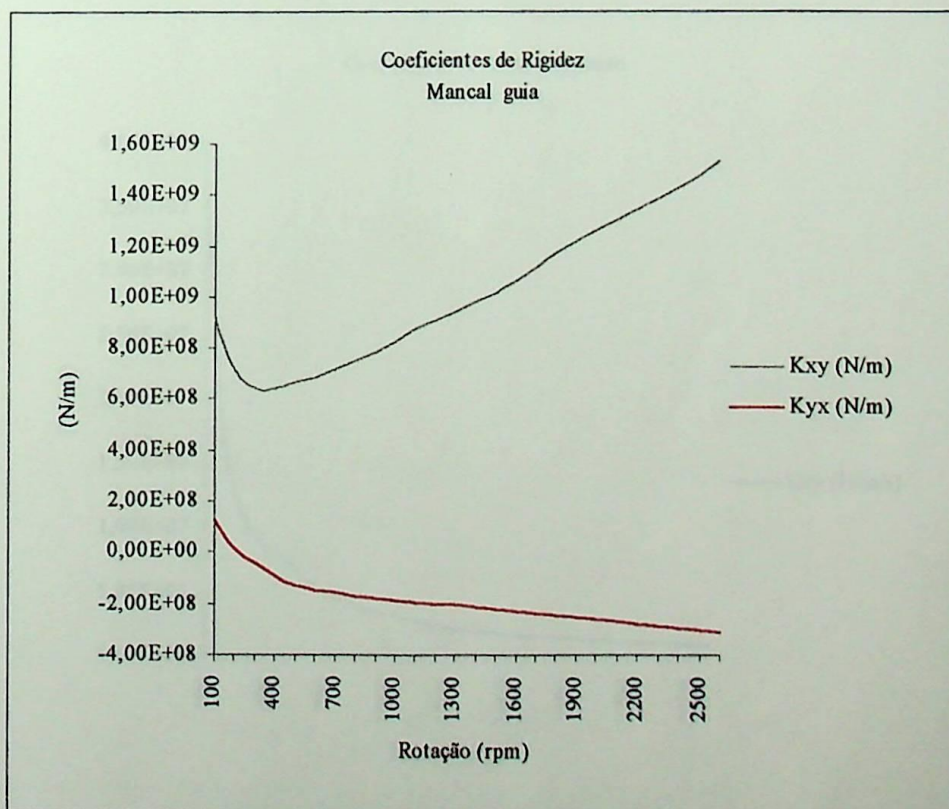


Figura 4.2: Coeficientes de rigidez cruzados do mancal guia -  $K_{xy}$  e  $K_{yx}$ .



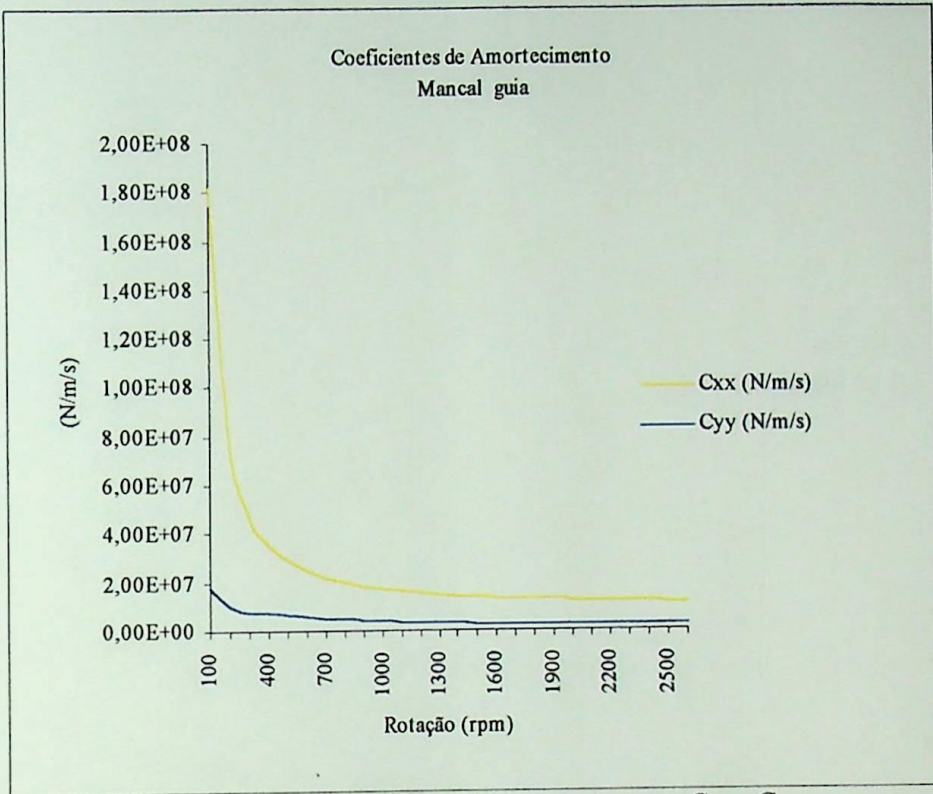


Figura 4.3: Constantes de amortecimento  $C_{xx}$  e  $C_{yy}$  do mancal guia.

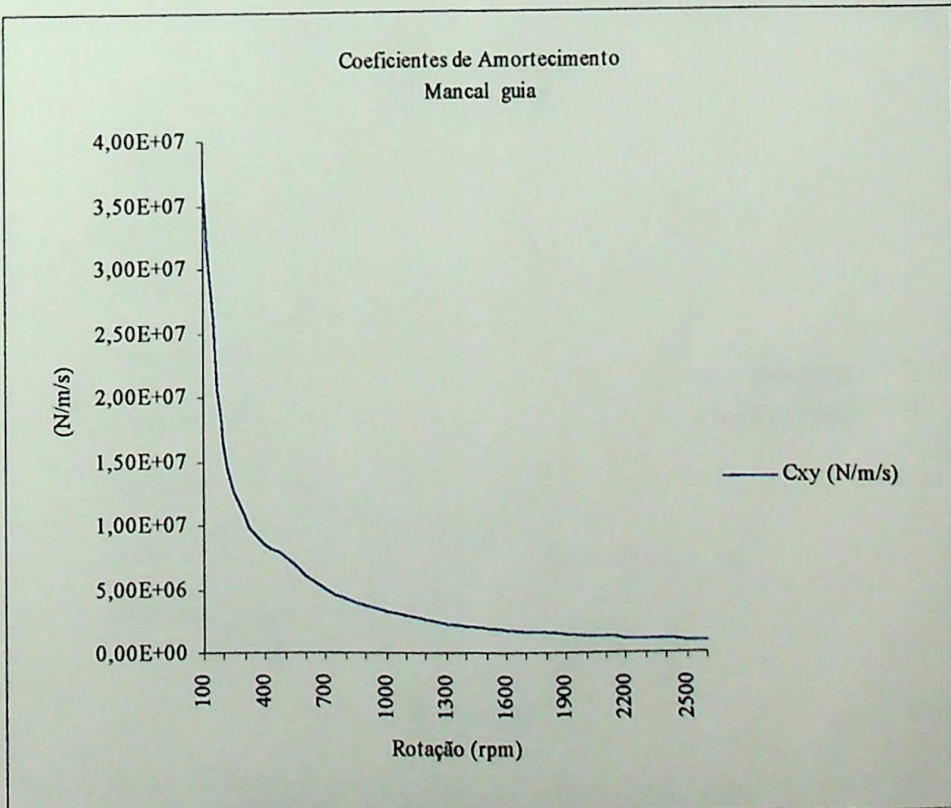


Figura 4.4: Constantes de amortecimento cruzados  $C_{xy}$  do mancal guia.

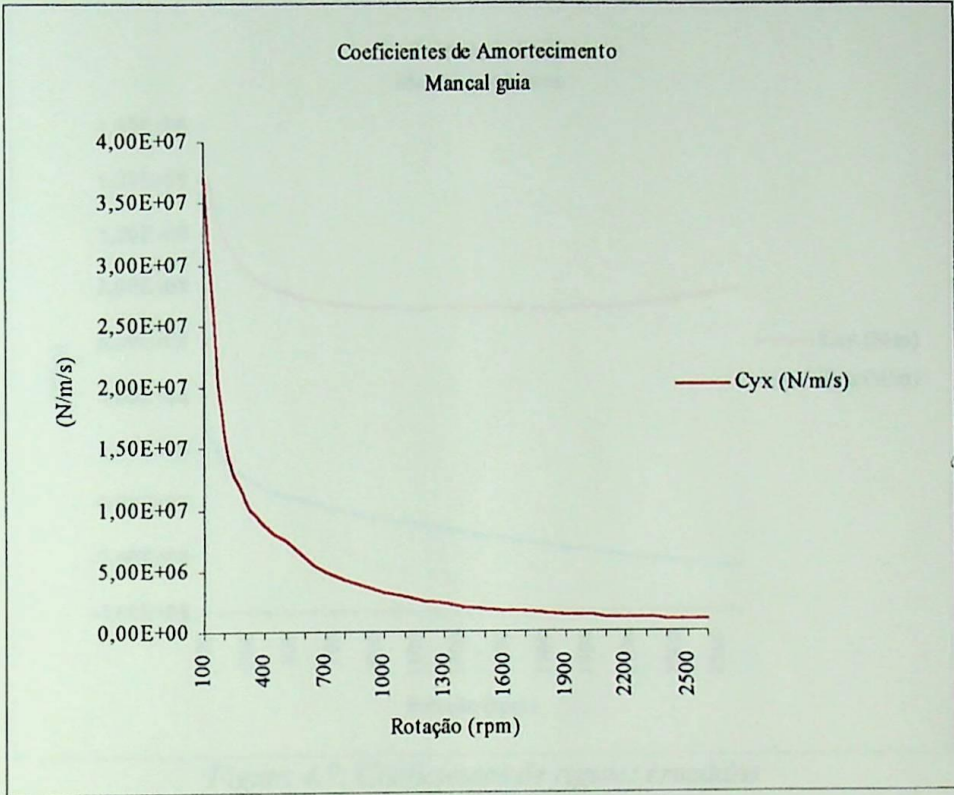


Figura 4.5: Constantes de amortecimento cruzado  $C_{yx}$  do mancal guia.

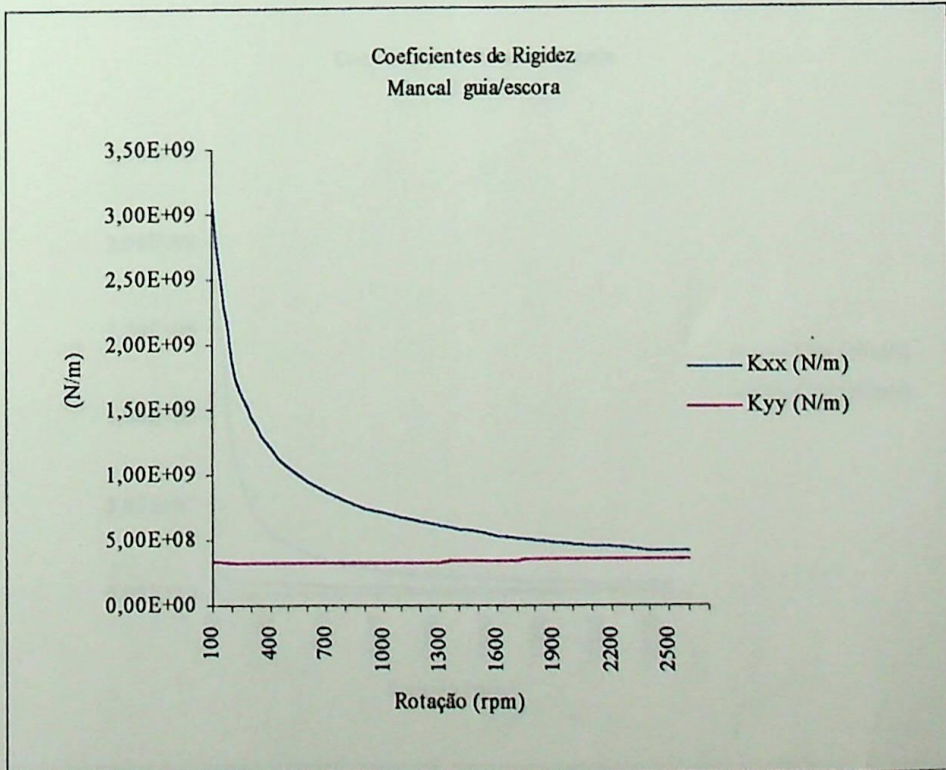


Figura 4.6: Coeficientes de rigidez  $K_{xx}$  e  $K_{yy}$  do mancal guia/escora.

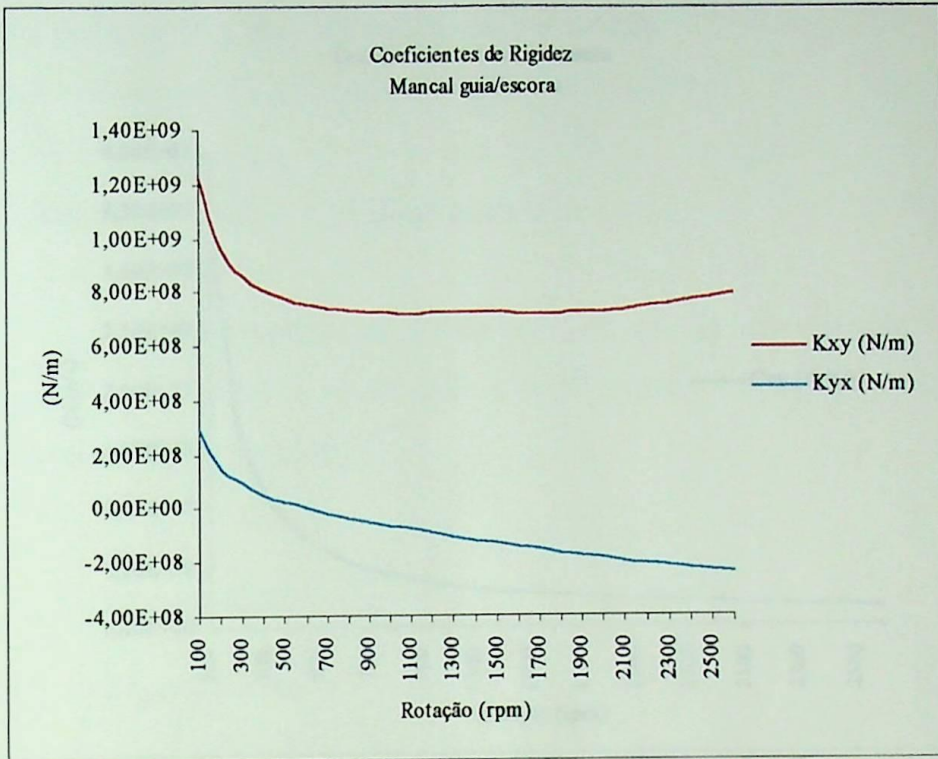


Figura 4.7: Coeficientes de rigidez cruzados do mancal guia/escora -  $K_{xy}$  e  $K_{yx}$ .

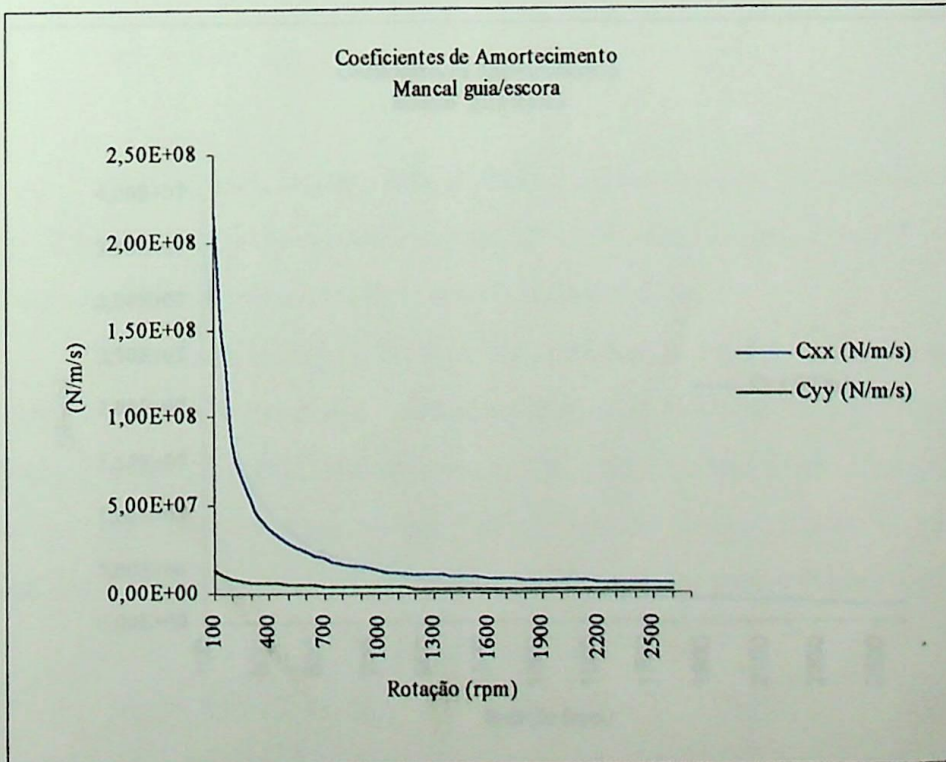


Figura 4.8: Constantes de amortecimento  $C_{xx}$  e  $C_{yy}$  do mancal guia/escora.

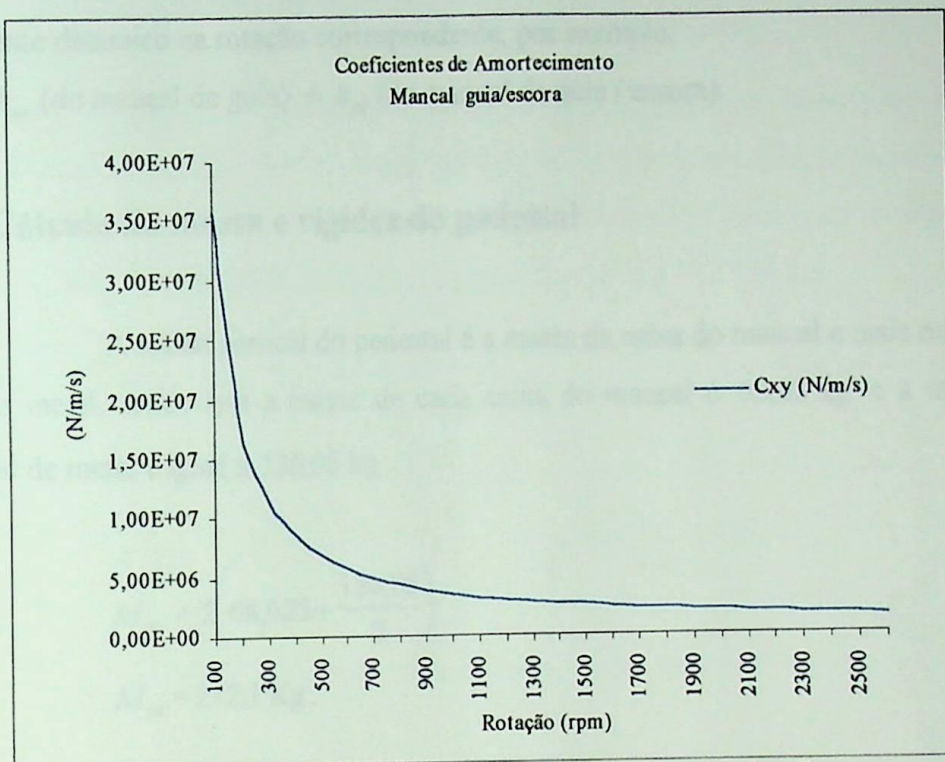


Figura 4.9: Constantes de amortecimento cruzados  $C_{xy}$  do mancal guia/escora.

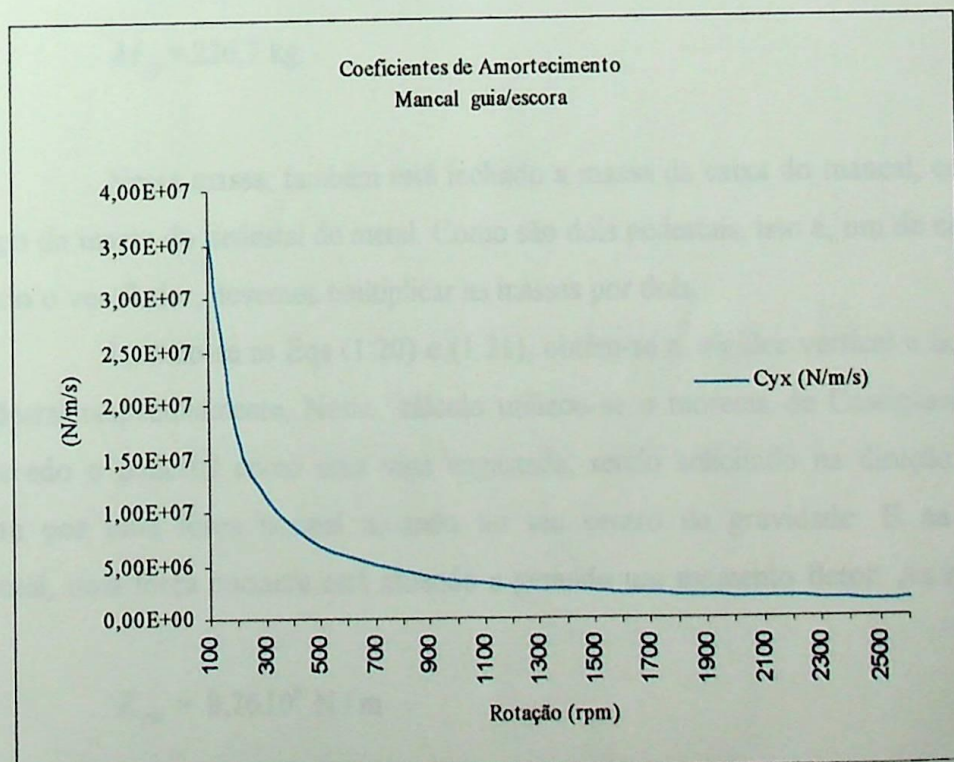


Figura 4.10: Constantes de amortecimento cruzados  $C_{yx}$  do mancal guia/escora.

Somando-se os coeficientes dos dois mancais obtém-se o valor do coeficiente dinâmico na rotação correspondente, por exemplo:

$$K_{xx} = k_{xx} \text{ (do mancal de guia)} + k_{xx} \text{ (do mancal de guia / escora)}$$

### 4.3 - Cálculo da massa e rigidez do pedestal

A massa vertical do pedestal é a massa da caixa do mancal e mais metade da base de metal, sendo que a massa de cada caixa do mancal é 68,02 kg e a massa do pedestal de metal é igual a 136,05 kg:

$$M_{px} = 2 \left( 68,025 + \frac{136,05}{2} \right)$$

$$M_{px} = 272,1 \text{ Kg.}$$

A massa horizontal do pedestal é:

$$M_{py} = 2 \left( 68,025 + \frac{136,05}{3} \right)$$

$$M_{py} = 226,7 \text{ kg.}$$

Nessa massa, também está incluído a massa da caixa do mancal, com mais um terço da massa do pedestal de metal. Como são dois pedestais, isto é, um de cada lado apoiando o ventilador, devemos multiplicar as massas por dois.

Usando-se as Eqs (1.20) e (1.21), obtém-se a rigidez vertical e horizontal do pedestal respectivamente. Neste cálculo utilizou-se o teorema de Castigliano e foi considerado o pedestal como uma viga engastada, sendo solicitado na direção vertical somente por uma força normal atuando no seu centro de gravidade. E na direção horizontal, uma força cortante está atuando e gerando um momento fletor. As respostas são:

$$K_{px} = 8,76.10^9 \text{ N/m}$$

$$K_{py} = 1,75.10^9 \text{ N/m (devido ao cisalhamento e flexão)}$$

#### 4.4 - Cálculo da Massa, Rigidez e Amortecimento da Fundação

O bloco de concreto mostrado na figura (4.11) é usado para apoiar o ventilador que possui a distância vertical medida do centro de rotação da fundação até a linha de centro do mancal de 2,74 m. A massa do equipamento é 16.200 kg, incluindo-se o motor e a caixa do ventilador. A massa da fundação é igual a 102.037 kg.

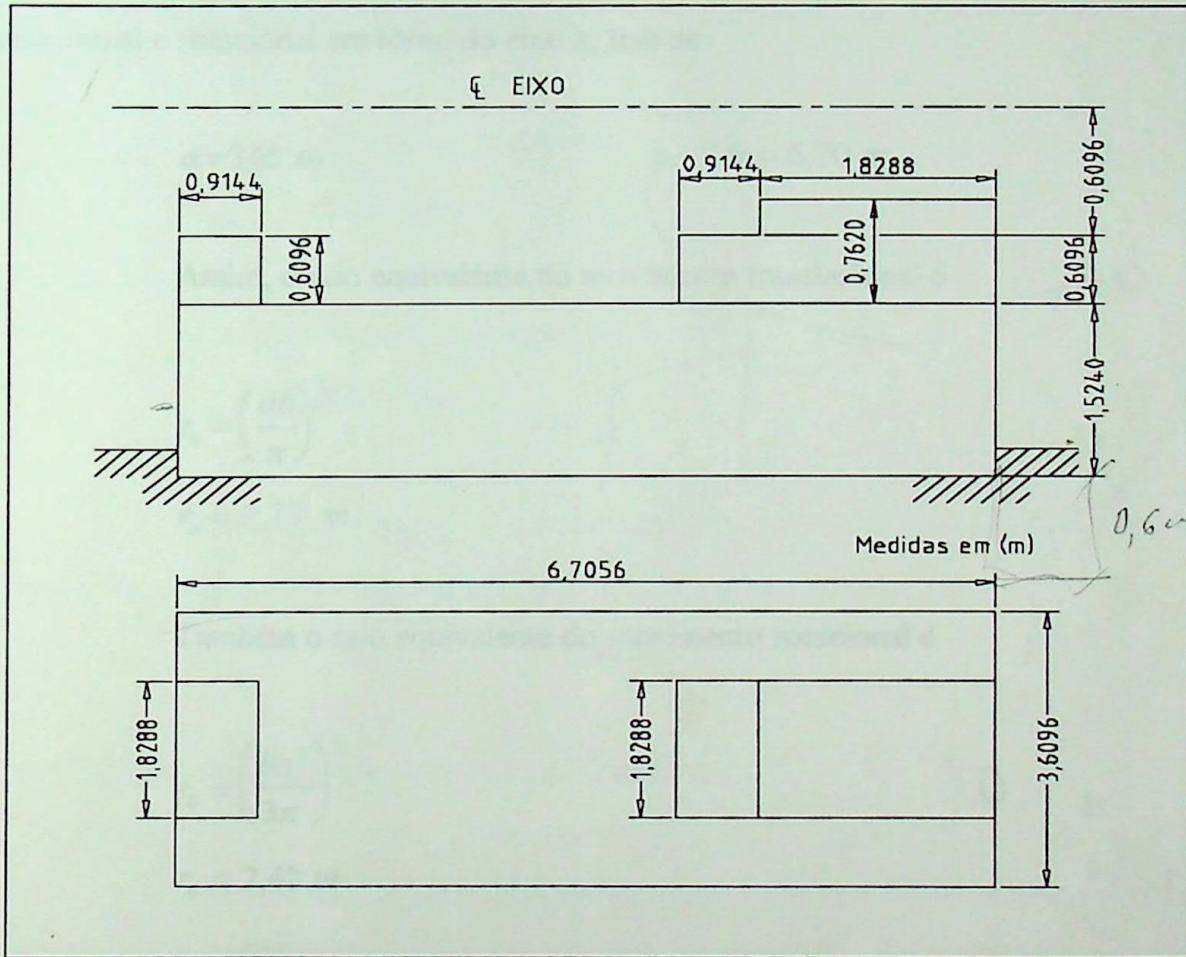


Figura 4.11: Dimensões da fundação, [Ref.(1)].

A densidade específica do concreto, material utilizado na confecção da fundação, é  $\rho = 2403 \text{ kg/m}^3$ .

A massa total da fundação é a soma das massas do equipamento e do concreto:

$$M_c = 118.237 \text{ Kg.}$$

Os parâmetros do solo para o semi-espaco elástico e a camada lateral são:

Módulo de Elasticidade Transversal:  $G = 8,62 \cdot 10^7 \text{ Pa}$

Coefficiente de Poisson:  $\nu = 0,4$

Densidade Específica:  $\rho = 1762 \text{ Kg/m}^3$

Na figura. (4.11), encontram-se o comprimento e a largura da fundação. Então, com as Eqs. (2.45) e (2.46), obtemos os raios equivalentes para o movimento translacional e rotacional em torno do eixo z, tem-se

$$a = 3,65 \text{ m}$$

$$b = 6,70 \text{ m}$$

Assim, o raio equivalente do movimento translacional é

$$r_o = \left( \frac{ab}{\pi} \right)^{1/2}$$

$$r_o = 2,79 \text{ m.}$$

Também o raio equivalente do movimento rotacional é

$$r_\phi = \left( \frac{ba^3}{3\pi} \right)^{1/4}$$

$$r_\phi = 2,42 \text{ m.}$$

A seguir, das Eqs. (2.20), (2.21), (2.30), (2.31), (2.40) e (2.41) determinam-se sucessivamente as constantes de rigidez  $\underline{K}$  e de amortecimento  $\underline{C}$  para os três graus de liberdade. Os resultados são:

vertical (x):

$$K_{fx} = 1,60 \cdot 10^9 \text{ N/m}$$

$$C_{fx} = 1,72 \cdot 10^7 \text{ N/m/s}$$

horizontal (y)

$$K_{fy} = 1,21.10^9 \text{ N/m}$$

$$C_{fy} = 8,83.10^6 \text{ N/m/s}$$

rotacional

$$K_{f\phi} = 5,49.10^9 \text{ mN/rad}$$

$$C_{f\phi} = 12,04.10^6 \text{ mN/rad/s}$$

Momento de inércia do concreto

$$I_{fund} = 2,10.10^5 \text{ Kgm}^2$$

Momento de inércia do equipamento

$$I_{equip} = 1,21.10^5 \text{ Kgm}^2$$

Como o momento de inércia total é a soma do momento de inércia do concreto mais o momento de inércia do equipamento temos  $3,32.10^5 \text{ Kgm}^2$ .

#### 4.5 - Cálculo do Desbalanceamento do Rotor

Pela norma ISO 1940 [Ref.(40)], o rotor do ventilador possui um grau de qualidade de balanceamento de 6,3 e uma excentricidade de 33,423 mm com a rotação de operação da máquina de 1800 rpm. Portanto o desbalanceamento é

$$U_r = M_w e$$

$$U_r = 75801,013 \text{ g.mm}$$

Estes dados são utilizados no programa SISTEMA.M. O programa nos fornece um gráfico, através da figura (4.12), a resposta ao desbalanceamento do sistema,



levando-se em conta a interação solo, fundação, pedestal, filme de óleo e mais o eixo e rotor. Este gráfico servirá para análise e conclusões mostradas no capítulo 5.

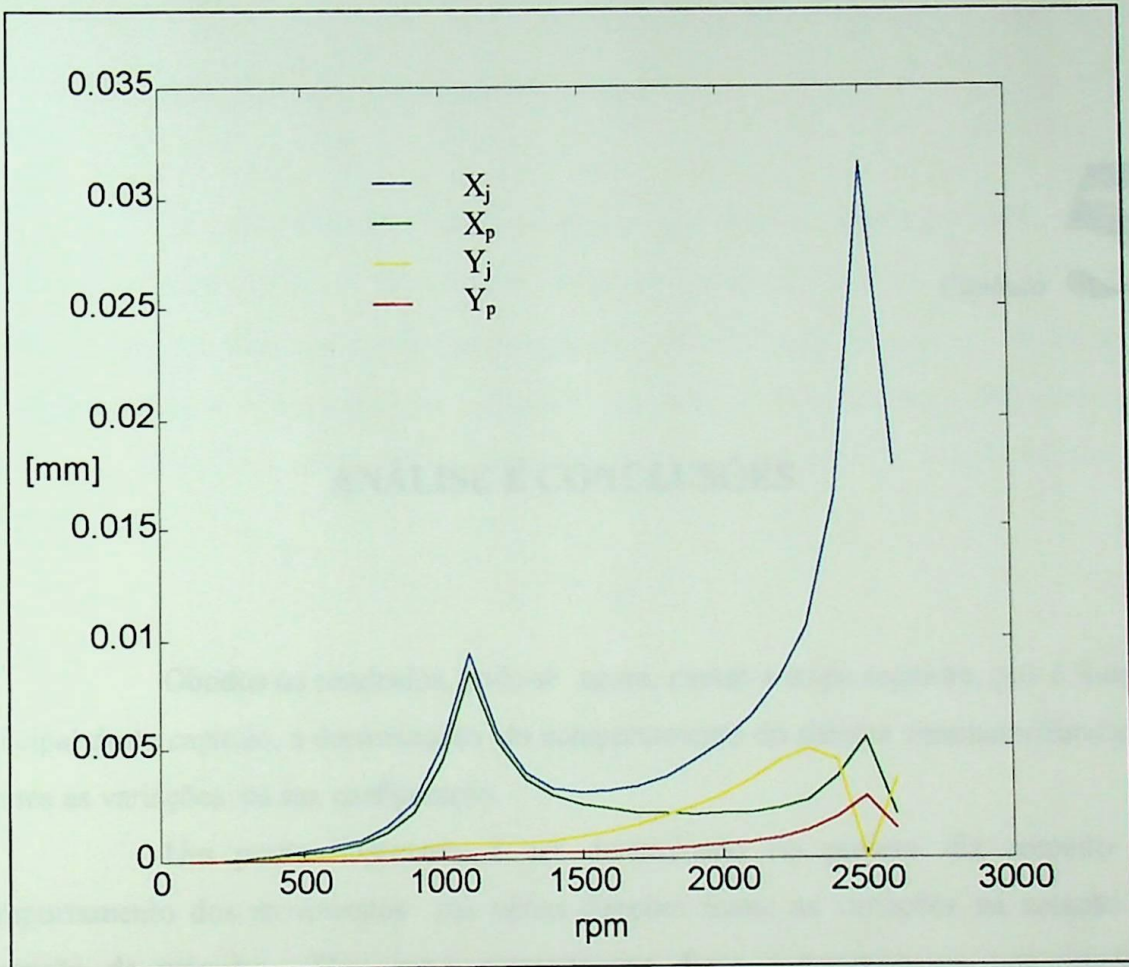


Figura 4.12: Amplitudes do mancal do sistema constituído pelo ventilador/fundação.

# 5

Capítulo

## ANÁLISE E CONCLUSÕES

Obtidos os resultados, pode-se agora, passar a etapa seguinte, que é função principal deste capítulo, a determinação do comportamento do sistema ventilador/fundação frente as variações na sua configuração.

Um ponto importante a ser determinado no projeto diz respeito ao comportamento dos movimentos nas várias direções frente as variações na rotação de operação da máquina. Uma curva representativa deste comportamento nos revela a ocorrência ou não de ressonância no sistema, e ainda a que “distância” a rotação do ventilador está da rotação crítica do sistema. Não recomenda-se um projeto em que a rotação do ventilador seja coincidente ou muito próxima de uma rotação crítica do sistema. Este capítulo completa-se apresentando os vários gráficos, objetos da análise para as várias grandezas envolvidas no projeto, e dos quais a sensibilidade dos parâmetros seja perfeitamente estabelecida. Estes gráficos dizem respeito aquele exemplo apresentado no capítulo anterior.

O interesse básico no sistema ventilador/fundação do exemplo anterior é a resposta ao desbalanceamento medido na caixa do mancal e no bloco de concreto. Os picos de respostas deverão estar fora da faixa de operação. Estes resultados também indicarão se o sistema é subcrítico ou supercrítico. No caso de um projeto supercrítico a frequência natural do modo horizontal da fundação está acima da velocidade operacional

do ventilador e um projeto subcrítico a velocidade operacional do ventilador está abaixo de sua frequência natural.

### 5.1 - Análise do Sistema Ventilador/Fundação

Se o projetista do ventilador considerar o sistema constituído somente pelo eixo, rotor, e pedestal flexível, que possui a primeira velocidade crítica em  $\omega_n = 2500$  rpm, e então, escolher uma velocidade operacional de  $\omega = 1200$  rpm, já que os ventiladores são projetados para operar com uma velocidade operacional de no mínimo 30% abaixo da primeira velocidade crítica dos mancais rígidos. Para este sistema a relação de frequência é:

$$r = \frac{\omega}{\omega_n} \quad (5.1)$$

$$r = \frac{1200}{2500}$$

$$r = 0,48$$

ou seja, 48% estamos operando numa boa condição. Na rotação de 1200 rpm a amplitude máxima vertical medida no mancal é de  $1 \mu m$ .

A figura (5.1) apresenta o comportamento deste sistema mostrando as amplitudes dos deslocamentos  $X_p$ ,  $X_j$ ,  $Y_j$  e  $Y_p$  no mancal do ventilador para várias velocidades rotacionais, e revela que este sistema está sujeito a uma amplitude máxima da ordem de  $31,5 \mu m$  na direção paralela ao eixo  $x$ , para uma velocidade rotacional de aproximadamente 2500 rpm. Esta situação corresponde aquela denominada de ressonância.

No entanto se o projetista considerar o sistema formado pelo eixo, filme de óleo, pedestal flexível, bloco de concreto e mais solo flexível, conforme apresentado na figura (4.12) do exemplo executado na capítulo 4 obtém-se as velocidades críticas de 1150 rpm e 2500 rpm, pode-se observar que o pico na rotação de 2500 rpm ocorre na figura (5.1) e também na figura (4.12) e na direção vertical o sistema é mais sensível.

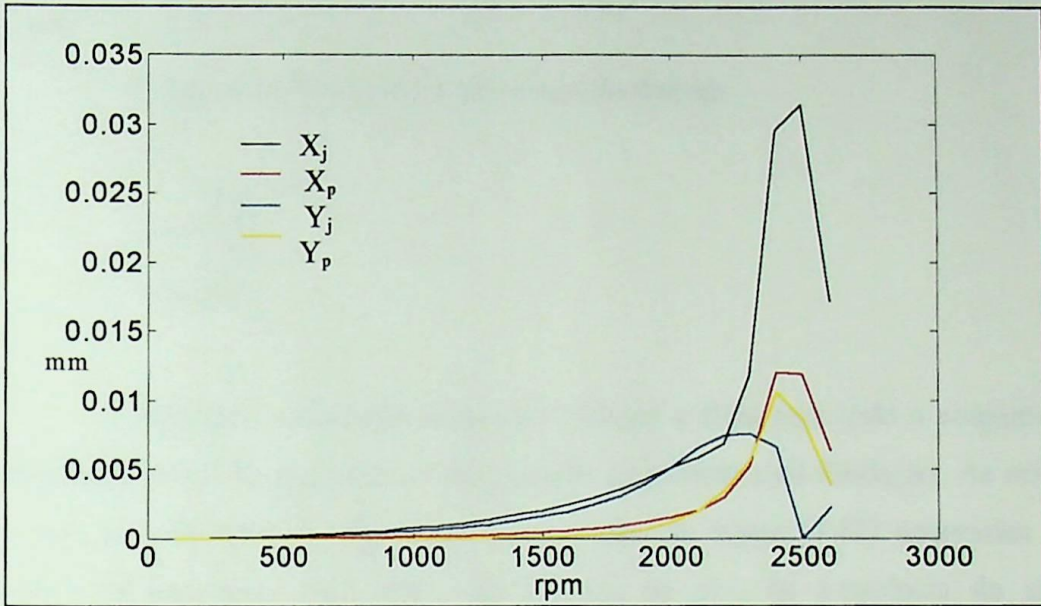


Figura 5.1: Amplitudes do sistema constituído pelo rotor, eixo e pedestal flexível versus as velocidades rotacionais (não está considerando o solo como flexível).

Portanto, para este sistema, considerando a primeira velocidade crítica de  $\omega_n = 1150$  rpm e uma frequência operacional de rotação  $\omega = 1200$  rpm a relação de frequência é:

$$r = \frac{1200}{1150}$$

$$r = 1,043$$

então, o funcionamento do ventilador esta próximo da ressonância para todo o conjunto. Analisando as respostas obtidas na figura (4.12) a melhor velocidade operacional é 1800 rpm. Neste projeto a relação de frequência para a segunda velocidade crítica do sistema é:

$$r = \frac{1800}{2500}$$

$$r = 0,72$$

Neste caso a amplitude de vibração de  $X_j$  na rotação ótima de 1800 rpm será de  $3,7 \mu\text{m}$ .

E para a primeira velocidade crítica do sistema:

$$r = \frac{1800}{1150}$$

$$r = 1,56$$

Portanto o funcionamento do ventilador é ideal para todo o conjunto, pois está atendendo tanto ao projetista do eixo quanto ao projetista da fundação. As respostas no mancal, por exemplo  $X_j$ ,  $Y_j$ ,  $X_p$  e  $Y_p$  mostradas na figura (4.12) aparentam que a velocidade de operação, 1800 rpm, está afastada do pico de frequência do sistema. Especialmente, ela está 56,52% acima do pico do balanço da fundação e 28 % abaixo da segunda velocidade crítica do sistema. Esta análise do sistema indica um comportamento bem razoável do projeto subcrítico.

Este estudo foi desenvolvido considerando o acionamento através de um motor elétrico e um outro tipo de acionamento é por turbina a vapor. Para o acionamento com a turbina a melhor faixa de operação deste ventilador está entre 1450 rpm até 1800 rpm. A figura (5.2) mostra esta faixa de operação.

Se no sistema do ventilador/fundação os parafusos de fixação do mancal no pedestal são afrouxados ou se os pedestais de concreto forem trincados tal que  $k_{px}$  e  $k_{py}$  são reduzidos, por exemplo, 1/10 dos valores calculados, então as amplitudes tornam-se amplas, como mostradas nas figuras (5.3) e (5.4). Agora como sistema está muito flexível, observando-se estas figuras pode se verificar uma grande mudança nos valores das amplitudes de deslocamento. Por exemplo, comparando os valores das amplitudes de  $X_p$  e  $Y_p$  obtidos na figura (5.3) com a figura (4.12), tem-se os seguintes valores para estas na rotação de 2200 rpm, na figura (5.3) os valores são:  $72,7 \mu\text{m}$  e  $20,1 \mu\text{m}$ , enquanto que na figura (4.12) os valores obtidos em  $X_p$  e  $Y_p$  são:  $2,2 \mu\text{m}$  e  $1,0 \mu\text{m}$  respectivamente. A figura (5.3) mostra, que a primeira rotação crítica está ocorrendo também em 1150 rpm igual ao da figura (4.12), porém com a amplitude maior. E somente na segunda velocidade crítica existe uma mudança, que é de 2500 rpm obtido no projeto inicial para 2200 rpm neste caso.

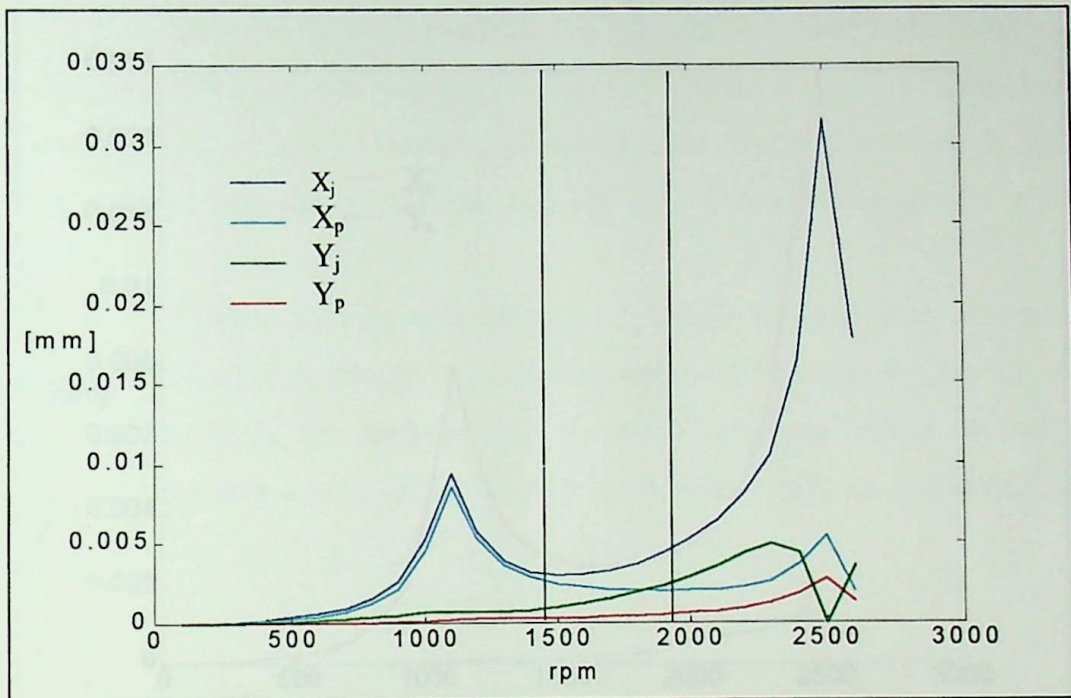


Figura 5.2: Faixa de operação do ventilador com acionamento através de uma turbina.

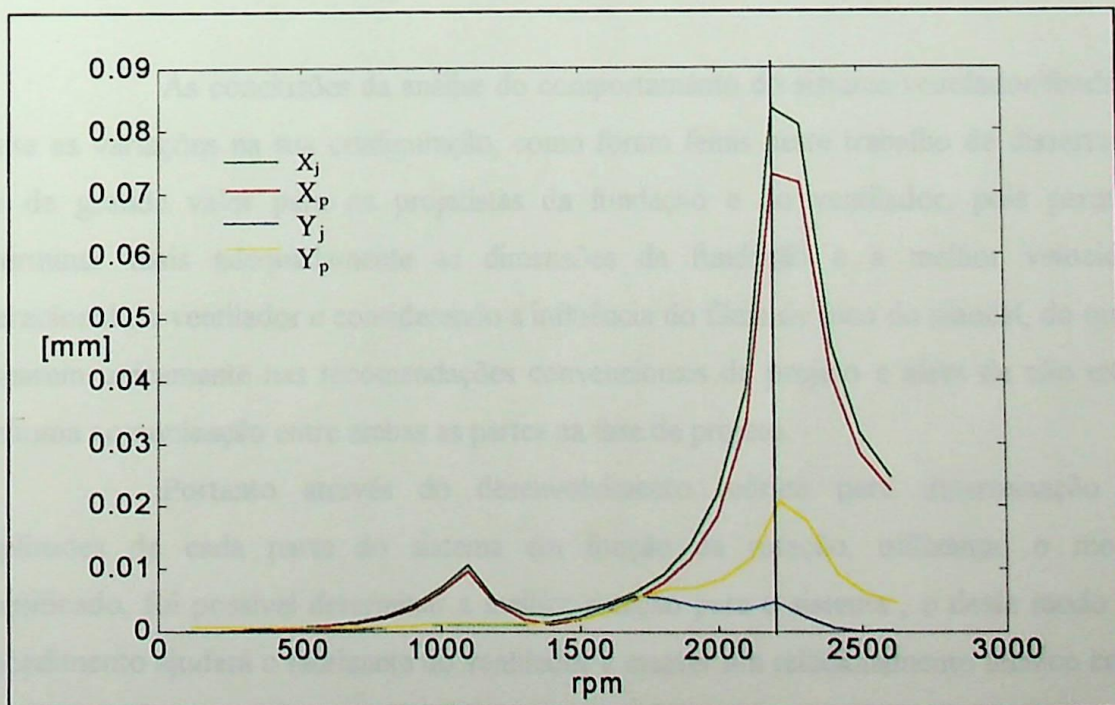


Figura 5.3: Amplitudes do mancal versus a rotação com  $k_{ps}/10$  e  $k_{pp}/10$ .

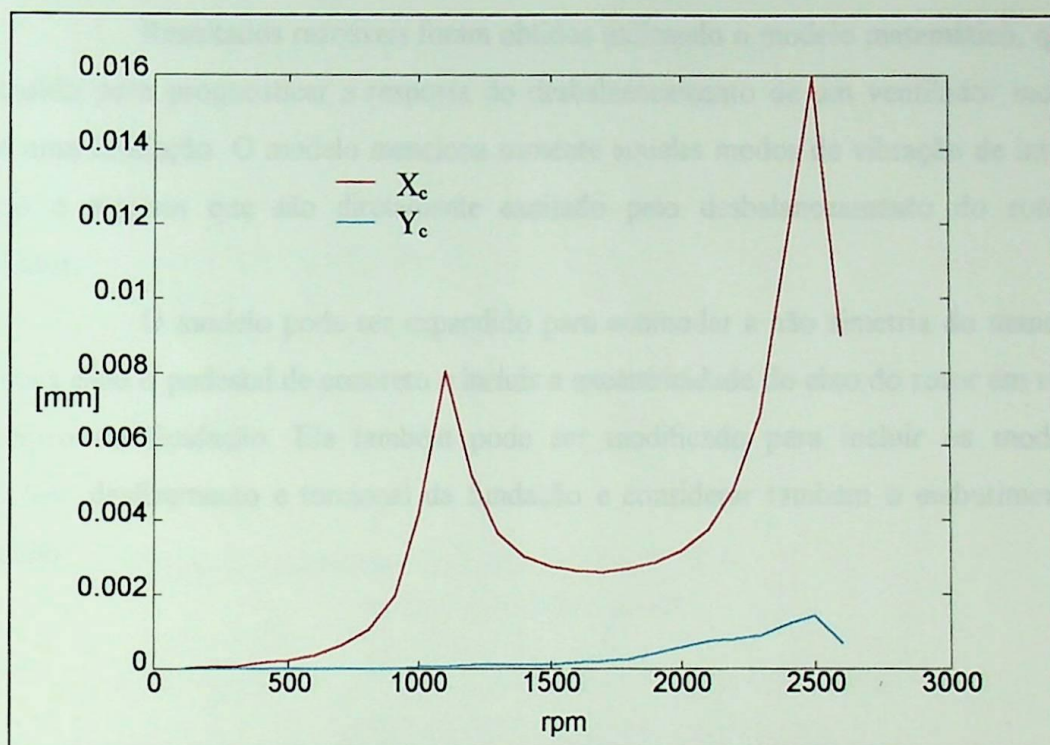


Figura 5.4: Amplitudes da fundação versus a rotação com  $k_m/10$  e  $k_p/10$ .

## 5.2 - Conclusões e Sugestões

As conclusões da análise do comportamento do sistema ventilador/fundação frente as variações na sua configuração, como foram feitas neste trabalho de dissertação, são de grande valor para os projetistas da fundação e do ventilador, pois permitirá determinar mais adequadamente as dimensões da fundação e a melhor velocidade operacional do ventilador e considerando a influência do filme de óleo do mancal, do que se basearem unicamente nas recomendações convencionais de projeto e além de não existir nenhuma comunicação entre ambas as partes na fase de projeto.

Portanto através do desenvolvimento teórico para determinação das amplitudes de cada parte do sistema em função da rotação, utilizando o modelo simplificado, foi possível determinar a melhor rotação para o sistema, e deste modo este procedimento ajudará o fabricante do ventilador a manter um relacionamento técnico com o projetista da fundação. O modelo simplificado é de fácil implementação com tempo e custo

mínimos, é conveniente usar o sistema ventilador/fundação durante a fase de projeto e ainda, permitirá com um toque a mais de sofisticação visualizar a influência de determinado parâmetro importante no projeto, através da apresentação gráfica.

Resultados razoáveis foram obtidos utilizando o modelo matemático, que foi construído para prognosticar a resposta do desbalanceamento de um ventilador montado sobre uma fundação. O modelo menciona somente aqueles modos de vibração de interesse prático e aqueles que são diretamente excitado pelo desbalanceamento do rotor do ventilador.

O modelo pode ser expandido para acomodar a não simetria do mancal; os pedestais e/ou o pedestal de concreto e incluir a excentricidade do eixo do rotor em relação ao centro da fundação. Ele também pode ser modificado para incluir os modos de vibrações: deslizamento e torcional da fundação e considerar também o embutimento da fundação.



# APÊNDICE 1

## ALGORITMO ESTRUTURADO E PROGRAMA: SISTEMA.M

sistema m

lê os valores de mr, mpx, mpy, mc, i

lê os valores de cv, ch, co

lê os valores de kr, kv, kh, ko, kpx, kpy, d

lê a matriz [OUT]

lê a matriz [THR]

para  $n = 100:100:2600$  a rotação esta variando de 100 até 2600

sendo o acréscimo de 100

lê os valores de  $K_{xx}, K_{xy}, K_{yx}, K_{yy}$  e  $C_{xx}, C_{xy}, C_{yx}, C_{yy}$  na matriz  
[OUT] e [THR] na rotação estabelecida

calcula a frequência de excitação do rotor. Esta frequência é determinada em  
função da rotação

calcula a força de desbalanceamento do rotor

montando a matriz do sistema

Matriz Primária

Matriz Secundária

matriz completa

Resolve o sistema

O método utilizado para resolução do sistema é :  $\{B\} = [A]^{-1}\{Q\}$

determinação da Resposta

amplitude que é:  $\{q_i\} = \left\{ \sqrt{(a_i + d_i)^2 + (b_i + c_i)^2} \right\}$

Plotando o gráfico do sistema

## PROGRAMA: SISTEMA.M

```

clear all
%DADOS DA MATRIZ M (MASSA)
% Multiplicar lb por (0.4535) para obter Kg
%mr.....massa do rotor
%mpx.....massa do pedestal na direção x
%mpy.....massa do pedestal na direção y
%mc .....massa da fundação
%i.....inércia
mr=(5000.+5000./2)*0.4535;
mpx=(2.*(150.+300./2))*0.4535;
mpy=(2.*(150.+300./3))*0.4535;
mc=(225000.+35000)*0.4535;
i=3.323e5;

%DADOS DA MATRIZ C (AMORTECIMENTO)
% Os valores obtidos de cv, ch, co estão em N/m/s
%cv.....coeficientes de amortecimento do solo
%ch.....coeficientes de amortecimento do solo
%co.....coeficientes de amortecimento do solo
cv=1.81e6;
ch=8.8e6;
co=12.05e6;

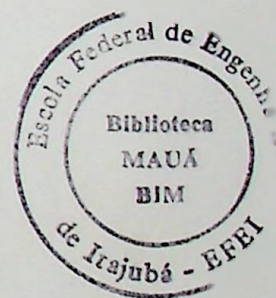
%DADOS DA MATRIZ K(RIGIDEZ)
%Os valores obtidos de kr, kv,kh,ko,kpx,kpy já estão em N/m
%kr.....coeficiente de rigidez do rotor
%kv.....coeficiente de rigidez do solo
%kh.....coeficiente de rigidez do solo
%ko.....coeficiente de rigidez do solo
%kpx.....coeficiente de rigidez do pedestal na direção x
%kpy.....coeficiente de rigidez do pedestal na direção y
%dd.....distância da linha de centro do mancal até o centro de rotação do mancal
kr=2.33e8;
kv=1.60e9;
kh=1.22e9;
ko=5.5e9;
dd=2.74;
kpx=8.76e9;
kpy=1.75e9;

OUT=[9.74E+06    1.04E+06    5.26E+06    2.13E+05    7.25E+05    2.12E+05
      1.75E+06    1.03E+05;
5.42E+06    4.21E+05    4.09E+06    9.46E+04    1.22E+05    9.30E+04
      1.57E+06    5.92E+04;

```

3.91E+06	2.64E+05	3.70E+06	6.09E+04	-2.02E+05	6.17E+04
	1.56E+06	4.60E+04;			
3.06E+06	2.01E+05	3.70E+06	4.91E+04	-4.95E+05	4.97E+04
	1.58E+06	4.21E+04;			
2.51E+06	1.66E+05	3.81E+06	4.26E+04	-7.43E+05	4.29E+04
	1.61E+06	3.98E+04;			
2.24E+06	1.42E+05	3.92E+06	3.49E+04	-8.36E+05	3.47E+04
	1.61E+06	3.46E+04;			
2.08E+06	1.25E+05	4.09E+06	2.89E+04	-8.94E+05	2.85E+04
	1.60E+06	3.04E+04;			
1.96E+06	1.13E+05	4.30E+06	2.47E+04	-9.52E+05	2.43E+04
	1.61E+06	2.74E+04;			
1.87E+06	1.04E+05	4.49E+06	2.15E+04	-1.00E+06	2.12E+04
	1.62E+06	2.50E+04;			
1.81E+06	9.76E+04	4.72E+06	1.89E+04	-1.05E+06	1.87E+04
	1.62E+06	2.31E+04;			
1.76E+06	9.30E+04	5.00E+06	1.68E+04	-1.10E+06	1.66E+04
	1.61E+06	2.17E+04;			
1.73E+06	8.84E+04	5.21E+06	1.50E+04	-1.14E+06	1.48E+04
	1.60E+06	2.03E+04;			
1.71E+06	8.39E+04	5.40E+06	1.35E+04	-1.17E+06	1.33E+04
	1.59E+06	1.90E+04;			
1.69E+06	8.03E+04	5.59E+06	1.22E+04	-1.20E+06	1.21E+04
	1.57E+06	1.79E+04;			
1.68E+06	7.76E+04	5.81E+06	1.12E+04	-1.23E+06	1.10E+04
	1.56E+06	1.71E+04;			
1.67E+06	7.56E+04	6.07E+06	1.03E+04	-1.28E+06	1.01E+04
	1.55E+06	1.65E+04;			
1.66E+06	7.43E+04	6.36E+06	9.54E+03	-1.33E+06	9.37E+03
	1.54E+06	1.61E+04;			
1.65E+06	7.33E+04	6.67E+06	8.90E+03	-1.39E+06	8.72E+03
	1.53E+06	1.57E+04;			
1.64E+06	7.23E+04	6.97E+06	8.34E+03	-1.44E+06	8.16E+03
	1.52E+06	1.54E+04;			
1.63E+06	7.10E+04	7.21E+06	7.84E+03	-1.49E+06	7.67E+03
	1.52E+06	1.50E+04;			
1.62E+06	6.95E+04	7.44E+06	7.40E+03	-1.53E+06	7.24E+03
	1.51E+06	1.47E+04;			
1.62E+06	6.83E+04	7.67E+06	7.01E+03	-1.57E+06	6.85E+03
	1.51E+06	1.43E+04;			
1.61E+06	6.72E+04	7.91E+06	6.66E+03	-1.62E+06	6.49E+03
	1.50E+06	1.41E+04;			
1.61E+06	6.65E+04	8.17E+06	6.34E+03	-1.67E+06	6.18E+03
	1.50E+06	1.38E+04;			
1.60E+06	6.59E+04	8.45E+06	6.05E+03	-1.72E+06	5.89E+03
	1.50E+06	1.37E+04;			
1.60E+06	6.56E+04	8.76E+06	5.79E+03	-1.78E+06	5.63E+03
	1.49E+06	1.36E+04];			

THR=[	1.79E+07	1.24E+06	6.96E+06	2.04E+05	1.67E+06	2.04E+05
	1.91E+06	24E+04				
1.08E+07	5.00E+05	5.50E+06	9.96E+04	8.62E+05	9.92E+04	
	1.84E+06	4.88E+04				
8.30E+06	3.02E+05	4.94E+06	6.56E+04	5.32E+05	6.54E+04	
	1.80E+06	3.72E+04				
6.94E+06	2.14E+05	4.62E+06	4.92E+04	3.06E+05	4.92E+04	
	1.80E+06	3.10E+04				
6.06E+06	1.65E+05	4.44E+06	3.94E+04	1.40E+05	3.96E+04	
	1.80E+06	2.72E+04				
5.42E+06	1.34E+05	4.32E+06	3.30E+04	5.82E+03	3.32E+04	
	1.80E+06	2.44E+04				
4.96E+06	1.13E+05	4.24E+06	2.84E+04	-9.88E+04	2.86E+04	
	1.81E+06	2.22E+04				
4.58E+06	9.80E+04	4.18E+06	2.50E+04	-1.99E+05	2.52E+04	
	1.82E+06	2.08E+04				
4.28E+06	8.64E+04	4.16E+06	2.24E+04	-2.88E+05	2.26E+04	
	1.83E+06	1.95E+04				
4.04E+06	7.72E+04	4.12E+06	2.02E+04	-3.58E+05	2.04E+04	
	1.84E+06	1.82E+04				
3.84E+06	7.02E+04	4.10E+06	1.85E+04	-4.30E+05	1.87E+04	
	1.85E+06	1.73E+04				
3.66E+06	6.46E+04	4.12E+06	1.71E+04	-5.12E+05	1.73E+04	
	1.86E+06	1.67E+04				
3.50E+06	6.02E+04	4.16E+06	1.60E+04	-6.00E+05	1.61E+04	
	1.88E+06	1.63E+04				
3.34E+06	5.60E+04	4.14E+06	1.52E+04	-6.78E+05	1.53E+04	
	1.90E+06	1.60E+04				
3.20E+06	5.20E+04	4.12E+06	1.46E+04	-7.50E+05	1.46E+04	
	1.92E+06	1.56E+04				
3.06E+06	4.86E+04	4.10E+06	1.40E+04	-8.18E+05	1.39E+04	
	1.95E+06	1.52E+04				
2.94E+06	4.58E+04	4.10E+06	1.34E+04	-8.84E+05	1.33E+04	
	1.97E+06	1.49E+04				
2.84E+06	4.34E+04	4.10E+06	1.29E+04	-9.46E+05	1.28E+04	
	1.99E+06	1.46E+04				
2.76E+06	4.14E+04	4.14E+06	1.24E+04	-1.01E+06	1.22E+04	
	2.00E+06	1.43E+04				
2.68E+06	3.96E+04	4.16E+06	1.19E+04	-1.06E+06	1.17E+04	
	2.02E+06	1.40E+04				
2.60E+06	3.82E+04	4.20E+06	1.14E+04	-1.12E+06	1.12E+04	
	2.02E+06	1.37E+04				
2.54E+06	3.70E+04	4.26E+06	1.09E+04	-1.17E+06	1.07E+04	
	2.04E+06	1.34E+04				
2.48E+06	3.58E+04	4.32E+06	1.05E+04	-1.22E+06	1.03E+04	
	2.04E+06	1.32E+04				
2.44E+06	3.50E+04	4.40E+06	1.01E+04	-1.27E+06	9.86E+03	
	2.04E+06	1.30E+04				



```

2.40E+06    3.42E+04    4.46E+06    9.64E+03    -1.32E+06    9.46E+03
    2.04E+06    1.27E+04
2.36E+06    3.34E+04    4.54E+06    9.24E+03    -1.37E+06    9.60E+03
    2.04E+06    1.25E+04];

```

%A rotação está variando de 100 até 2600 e o acréscimo é de 100 em 100

%As matrizes [OUT] e [THR] possuem os valores de kxx, kyy, kxy,kyx e cxx,cyy,cxy,cyx.

Estes %valores são referentes a cada rotação do sistema.

%n.....rotação

```

for n=100:100:2600,
    row=n./100;

```

%Multiplicar lb/in por (175.1) para obter em N/m

%kxx.....coeficiente de rigidez na direção xx

%kxy.....coeficiente de rigidez na direção xy

%kyx.....coeficiente de rigidez na direção yx

%kyy.....coeficiente de rigidez na direção yy

%cxx.....coeficiente de amortecimento na direção xx

%cxy.....coeficiente de amortecimento na direção xy

%cyx.....coeficiente de amortecimento na direção yx

%cyy.....coeficiente de amortecimento na direção yy

```

kxx=OUT(row,1)*175.1+THR(row,1)*175.1;

```

```

kxy=OUT(row,3)*175.1+THR(row,3)*175.1;

```

```

kyx=OUT(row,5)*175.1+THR(row,5)*175.1;

```

```

kyy=OUT(row,7)*175.1+THR(row,7)*175.1;

```

```

cxx=OUT(row,2)*175.1+THR(row,2)*175.1;

```

```

cxy=OUT(row,4)*175.1+THR(row,4)*175.1;

```

```

cyx=OUT(row,6)*175.1+THR(row,6)*175.1;

```

```

cyy=OUT(row,8)*175.1+THR(row,8)*175.1;

```

w.....frequência do sistema em Hertz

MRe.....força de desbalanceamento do rotor

```

w=(2.*pi*n)./60;

```

```

MRe=(100.*0.0283496*0.0254);

```

```

Q1=[-MRe.*w.^2; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0];

```

```

Q2=[MRe.*w.^2; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0];

```

%\*\*\*\*MONTANDO A MATRIZ M (MASSA)

```

D=[mr 0 mpx mc mr 0 mpy mc i];

```

```

M=diag(D);

```

%\*\*\*\*MONTANDO A MATRIZ C (AMORTECIMENTO)

%A matriz C obtida neste comando possui somente os termos da diagonal da matriz, logo em %seguida e colocado os demais termos da matriz C

```

C=diag( [0 0 0 cv 0 0 0 ch co]);
C(6:7,6:7)=[cyy -cyy;-cyy cyy];
C(2:3,6:7)=[cxy -cxy;-cxy cxy];
C(2:3,2:3)=[cxx -cxx;-cxx cxx];
C(6:7,2:3)=[cyx -cyx;-cyx cyx];
C;

```

```

%****MONTANDO A MATRIZ K (RIGIDEZ)

```

```

% A matriz k obtida neste comando possui somente os termos da diagonal da matriz, logo
em %seguida e colocado os demais termos da matriz k

```

```

a=[kr kr+kxx kpx+kxx kpx+kv kr kr+kyy kpy+kyy kh+kpy kpy*dd.^2+ko];

```

```

k=diag(a);

```

```

k(6:7,2:3)=[kyx -kyx;-kyx kyx];

```

```

k(2:3,6:7)=[kxy -kxy;-kxy kxy];

```

```

k(2,1)=-kr;

```

```

k(1,2)=-kr;

```

```

k(3,2)=-kxx;

```

```

k(2,3)=k(3,2);

```

```

k(4,3)=-kpx;

```

```

k(3,4)=k(4,3);

```

```

k(6,5)=-kr;

```

```

k(5,6)=k(6,5);

```

```

k(7,6)=-kyy;

```

```

k(6,7)=k(7,6);

```

```

k(8,7)=-kpy;

```

```

k(7,9)=-kpy.*dd;

```

```

k(7,8)=k(8,7);

```

```

k(9,7)=-kpy.*dd;

```

```

k(9,8)=+kpy*dd;

```

```

k(8,9)=k(9,8);

```

```

k;

```

```

%****MONTANDO A MATRIZ DO SISTEMA

```

```

% *** Matriz Primária

```

```

kmw=(k)-((w.^2).*M);

```

```

wc=(w.*C);

```

```

A1=[kmw -wc;wc kmw];

```

```

% *** Matriz Secundária

```

```

kmw2=(k)-((w.^2).*M);

```

```

wc=(w.*C);

```

```

A2=[kmw2 wc;-wc kmw2];

```

```

%****Matriz completa

```

```

A=[A1 zeros(18);zeros(18) A2];

```

```

%****Cálculo da Resposta
Q=[Q1 ;zeros(size(Q1));Q2;zeros(size(Q2))];
Bi=inv(A);
B=Bi*Q;

%****Determinação da Resposta
a=B(1:9);
b=B(10:18);
c=B(19:27);
d=B(28:36);

for I=1:9,
    q(I)=sqrt(((a(I)+d(I)).^2)+((b(I)+c(I)).^2));

end

q=q.*1000;
xr(row)=q(1);
xj(row)=q(2);
xp(row)=q(3);
xc(row)=q(4);
yr(row)=q(5);
yj(row)=q(6);
yp(row)=q(7);
yc(row)=q(8);
o(row)=q(9);

end
xr,xj,xp,xc,yr,yj,yp,yc,o

%plotando o gráfico do sistema
%As principais resposta do sistema sao xj, xp, yj,yp
%xj.....deslocamento vertical do mancal
%xp.....deslocamento vertical do pedestal
%yj.....deslocamento horizontal do mancal
%yp.....deslocamento horizontal do pedestal

n=100:100:2600;

figure(1)
plot(n,xj,'b',n,xp,'g',n,yj,'y',n,yp,'r');
xlabel('rpm');
ylabel('Amplitude[mm]');

```

## APÊNDICE 2

### COEFICIENTES DINÂMICOS DOS MANCAIS

Tabela A.1: Coeficientes de rigidez e amortecimento do mancal guia, [Ref.(1)].

<b>Rotação</b>	<b>K<sub>xx</sub></b>	<b>K<sub>yy</sub></b>	<b>K<sub>xy</sub></b>	<b>K<sub>yx</sub></b>	<b>C<sub>xx</sub></b>	<b>C<sub>yy</sub></b>	<b>C<sub>xy</sub></b>	<b>C<sub>yx</sub></b>
<i>(rpm)</i>	<i>(N/m)</i>	<i>(N/m)</i>	<i>(N/m)</i>	<i>(N/m)</i>	<i>(N/m/s)</i>	<i>(N/m/s)</i>	<i>(N/m/s)</i>	<i>(N/m/s)</i>
100	1,71E+09	3,06E+08	9,21E+08	1,27E+08	1,82E+08	1,80E+07	3,73E+07	3,71E+07
200	9,49E+08	2,75E+08	7,16E+08	2,14E+07	7,37E+07	1,04E+07	1,66E+07	1,63E+07
300	6,85E+08	2,73E+08	6,48E+08	-3,54E+07	4,62E+07	8,05E+06	1,07E+07	1,08E+07
400	5,36E+08	2,77E+08	6,48E+08	-8,67E+07	3,52E+07	7,37E+06	8,60E+06	8,70E+06
500	4,40E+08	2,82E+08	6,67E+08	-1,30E+08	2,91E+07	6,97E+06	7,46E+06	7,51E+06
600	3,92E+08	2,82E+08	6,86E+08	-1,46E+08	2,49E+07	6,06E+06	6,11E+06	6,08E+06
700	3,64E+08	2,80E+08	7,16E+08	-1,57E+08	2,19E+07	5,32E+06	5,06E+06	4,99E+06
800	3,43E+08	2,82E+08	7,53E+08	-1,67E+08	1,98E+07	4,80E+06	4,32E+06	4,25E+06
900	3,27E+08	2,84E+08	7,86E+08	-1,75E+08	1,82E+07	4,38E+06	3,76E+06	3,71E+06
1000	3,17E+08	2,84E+08	8,26E+08	-1,84E+08	1,71E+07	4,04E+06	3,31E+06	3,27E+06
1100	3,08E+08	2,82E+08	8,76E+08	-1,93E+08	1,63E+07	3,80E+06	2,94E+06	2,91E+06
1200	3,03E+08	2,80E+08	9,12E+08	-2,00E+08	1,55E+07	3,55E+06	2,63E+06	2,59E+06
1300	2,99E+08	2,78E+08	9,46E+08	-2,05E+08	1,47E+07	3,33E+06	2,36E+06	2,33E+06
1400	2,96E+08	2,75E+08	9,79E+08	-2,10E+08	1,41E+07	3,13E+06	2,14E+06	2,12E+06
1500	2,94E+08	2,73E+08	1,02E+09	-2,15E+08	1,36E+07	2,99E+06	1,96E+06	1,93E+06
1600	2,92E+08	2,71E+08	1,06E+09	-2,24E+08	1,32E+07	2,89E+06	1,80E+06	1,77E+06
1700	2,91E+08	2,70E+08	1,11E+09	-2,33E+08	1,30E+07	2,82E+06	1,67E+06	1,64E+06
1800	2,89E+08	2,68E+08	1,17E+09	-2,43E+08	1,28E+07	2,75E+06	1,56E+06	1,53E+06
1900	2,87E+08	2,66E+08	1,22E+09	-2,52E+08	1,27E+07	2,70E+06	1,46E+06	1,43E+06
2000	2,85E+08	2,66E+08	1,26E+09	-2,61E+08	1,24E+07	2,63E+06	1,37E+06	1,34E+06
2100	2,84E+08	2,64E+08	1,30E+09	-2,68E+08	1,22E+07	2,57E+06	1,30E+06	1,27E+06
2200	2,84E+08	2,64E+08	1,34E+09	-2,75E+08	1,20E+07	2,50E+06	1,23E+06	1,20E+06
2300	2,82E+08	2,63E+08	1,39E+09	-2,84E+08	1,18E+07	2,47E+06	1,17E+06	1,14E+06
2400	2,82E+08	2,63E+08	1,43E+09	-2,92E+08	1,16E+07	2,42E+06	1,11E+06	1,08E+06
2500	2,80E+08	2,63E+08	1,48E+09	-3,01E+08	1,15E+07	2,40E+06	1,06E+06	1,03E+06
2600	2,80E+08	2,61E+08	1,53E+09	-3,12E+08	1,15E+07	2,38E+06	1,01E+06	9,86E+05



Tabela A.2: Coeficientes de rigidez e amortecimento do mancal guia/escora, [Ref.(1)].

<b>Rotação</b>	<b>K<sub>xx</sub></b>	<b>K<sub>yy</sub></b>	<b>K<sub>xy</sub></b>	<b>K<sub>yx</sub></b>	<b>C<sub>xx</sub></b>	<b>C<sub>yy</sub></b>	<b>C<sub>xy</sub></b>	<b>C<sub>yx</sub></b>
<i>(rpm)</i>	<i>(N/m)</i>	<i>(N/m)</i>	<i>(N/m)</i>	<i>(N/m)</i>	<i>(N/m/s)</i>	<i>(N/m/s)</i>	<i>(N/m/s)</i>	<i>(N/m/s)</i>
100	3,13E+09	3,34E+08	1,22E+09	2,92E+08	2,17E+08	1,27E+07	3,57E+07	3,57E+07
200	1,89E+09	3,22E+08	9,63E+08	1,51E+08	8,76E+07	8,54E+06	1,74E+07	1,74E+07
300	1,45E+09	3,15E+08	8,65E+08	9,32E+07	5,29E+07	6,51E+06	1,15E+07	1,15E+07
400	1,22E+09	3,15E+08	8,09E+08	5,36E+07	3,75E+07	5,43E+06	8,61E+06	8,61E+06
500	1,06E+09	3,15E+08	7,77E+08	2,45E+07	2,89E+07	4,76E+06	6,90E+06	6,93E+06
600	9,49E+08	3,15E+08	7,56E+08	1,02E+06	2,35E+07	4,27E+06	5,78E+06	5,81E+06
700	8,68E+08	3,17E+08	7,42E+08	-1,73E+07	1,98E+07	3,89E+06	4,97E+06	5,01E+06
800	8,02E+08	3,19E+08	7,32E+08	-3,48E+07	1,72E+07	3,64E+06	4,38E+06	4,41E+06
900	7,49E+08	3,20E+08	7,28E+08	-5,04E+07	1,51E+07	3,41E+06	3,92E+06	3,96E+06
1000	7,07E+08	3,22E+08	7,21E+08	-6,27E+07	1,35E+07	3,19E+06	3,54E+06	3,57E+06
1100	6,72E+08	3,24E+08	7,18E+08	-7,53E+07	1,23E+07	3,03E+06	3,24E+06	3,27E+06
1200	6,41E+08	3,26E+08	7,21E+08	-8,97E+07	1,13E+07	2,92E+06	2,99E+06	3,03E+06
1300	6,13E+08	3,29E+08	7,28E+08	-1,05E+08	1,05E+07	2,85E+06	2,80E+06	2,82E+06
1400	5,85E+08	3,33E+08	7,25E+08	-1,19E+08	9,81E+06	2,80E+06	2,66E+06	2,68E+06
1500	5,60E+08	3,36E+08	7,21E+08	-1,31E+08	9,11E+06	2,73E+06	2,56E+06	2,56E+06
1600	5,36E+08	3,41E+08	7,18E+08	-1,43E+08	8,51E+06	2,66E+06	2,45E+06	2,43E+06
1700	5,15E+08	3,45E+08	7,18E+08	-1,55E+08	8,02E+06	2,61E+06	2,35E+06	2,33E+06
1800	4,97E+08	3,48E+08	7,18E+08	-1,66E+08	7,60E+06	2,56E+06	2,26E+06	2,24E+06
1900	4,83E+08	3,50E+08	7,25E+08	-1,77E+08	7,25E+06	2,50E+06	2,17E+06	2,14E+06
2000	4,69E+08	3,54E+08	7,28E+08	-1,86E+08	6,93E+06	2,45E+06	2,08E+06	2,05E+06
2100	4,55E+08	3,54E+08	7,35E+08	-1,96E+08	6,69E+06	2,40E+06	2,00E+06	1,96E+06
2200	4,45E+08	3,57E+08	7,46E+08	-2,05E+08	6,48E+06	2,35E+06	1,91E+06	1,87E+06
2300	4,34E+08	3,57E+08	7,56E+08	-2,14E+08	6,27E+06	2,31E+06	1,84E+06	1,80E+06
2400	4,27E+08	3,57E+08	7,70E+08	-2,22E+08	6,13E+06	2,28E+06	1,77E+06	1,73E+06
2500	4,20E+08	3,57E+08	7,81E+08	-2,31E+08	5,99E+06	2,22E+06	1,69E+06	1,66E+06
2600	4,13E+08	3,57E+08	7,95E+08	-2,40E+08	5,85E+06	2,19E+06	1,62E+06	1,68E+06

## BIBLIOGRAFIA

- [1] Chen, A.M., and Malanoski, S.B. - "Fan/Foundation Inter-Action - A Simplified Calculation Procedure"- Power Division, American Society of Mechanical Engineers, Paper No. 80-JPGC/PWR-10,1980. X
- [2] Thomson, W.T. - "Mechanical Vibrations"- Prentice Hall, 2nd ed., Englewood Cliffs, N.J.,1953.
- [3] Rao, J.S. - "Rotor Dynamics"- Halsted Press, New York, N.Y., 1983.
- [4] ide, P. Shigueme - "Análise de Sensibilidade dos Parâmetros de Projeto Dinâmico de Fundações de Máquinas sobre Estacas Tese Prof Paulo Shigueme"- Escola de Eng. de Itajubá, 1987, Dissertação de Mestrado
- [5] Loewy, R. G. - "Review of the Static and Dynamic Characteristic of an Overhung Mixing System" - Rasa Report 64-14 for Mixing Equipment Co., Dec.1964.
- [6] Pestel, E.C. and Leckie, F. A., - "Matrix Methods in Elastomechanics" - New York, 1963, McGraw-Hill book Co.
- [7] Gallie, D.G., - "A Simplified Model for Determining the Total Behavior of a Fan/Foundation Assembly with Non-symmetrically Arranged Rotor and Base"- AMCA PUBLICATION 801, Air Movement & Control Association, Par.3.2.4, Arlington Heights, 1977.
- [8] Almeida, M.T. - "Vibrações Mecânicas Para Engenheiros" - Ed. Edgard Blucher, São Paulo 1990, 445p.
- [9] Ehrich, F. F. - "Handbook of Rotordynamics" - 1992, McGraw-Hill book, Inc.

- [10] Hagg, A.C., and G. O. Sankey - "Some Dynamic Properties of Oil-Film Journal Bearings with Reference to the Unbalance Vibration of Rotors" - Journal of Applied Mechanics, June, 1956, 23(2): 302-306.
- [11] Pinkus, O. - "Solution of Reynolds Equation for Finite Journal Bearings" - Trans. ASME, maio de 1958, vol.80.
- [12] Pinkus, O. and Sternlicht B., - "Theory of Hydrodynamic Lubrication"- McGraw-Hill Co., 1961
- [13] Lund, J.W., and K, K. Thomsen. - "A Calculation Method and Data for the Dynamic Coefficients of Oil-Lubricated Journal Bearings" - Topics in Fluid Bearing and Rotor Bearing System Design and Optimization, ASME, New York, 1978, pp. 1-28.
- [14] Lund, J.W. - "Spring and Damping Coefficients for the Tilting Pad Journal Bearing" - Transactions American Society of Lubrication Engineers, 1964, 7(4): 342-352. x
- [15] Orcut, F. K. - "The Steady-State and Dynamic Characteristics of the Tilting-Pad Journal Bearing in the Laminar and Turbulent Flow Regimes" - Journal of Lubrication Technology, 1967, 89(3): 393-404.
- [16] Vance, J.M. - "Rotordynamics of Turbomachinery"- John Wiley & Sons, 1988
- [17] Software Msc/Nastran
- [18] Darkov, A., - "Curso de Mecânica das Estruturas" - Ed. Lopes da Silva Porto, 1982
- [19] West, H.H., - "Analysis of Structures", John Willey e Sons, 1980
- [20] Lamb, H. - "On the Propagation of Tremors over the Surface of an Elastic Solid" - Philosophical Transactions of the Royal Society, London, 1904, Ser. A, Vol. 203, p. 1-42.

- [21] Reissner, E. - "Stationäre, axialsymmetrische durch eine Schüttelnde Masse erregte Schwingungen eines homogenen elastischen Halbraumes" - Ingenieur Archiv, 1936, Vol. 7, p. 381-396.
- [22] Quinlan, P. M. - "The Elastic Theory of Soil Dynamics" - Symposium on Dynamic Testing of Soils, 1953, ASTM STP N<sup>o</sup> 156, p. 3-34.
- [23] Sung, T. Y. - "Vibrations in Semi-Infinite Solids due to Periodic Surface Loadings" - Symposium on Dynamic Testing of Soils, 1953, ASTM STP N<sup>o</sup> 156, p. 35-64.
- [24] Sung, T. Y. - "Vibrations in Semi-Infinite Solids due to Periodic Surface Loadings" - Harvard University, 1953. Tese.
- [25] Richart, F. E., Jr., - "Foundation Vibrations" - Trans. ASCE, 1962, Vol. 127, pp. 863-898.
- [26] Bycroft, G. N. - "Forced Vibrations of a Rigid Circular Plate on a Semi-infinite Elastic Space and on an Elastic Stratum" - Philosophical Trans., Royal Society, London, 1956, Vol. 248, p. 327-368.
- [27] Hsieh, T. K. - "Foundation Vibrations" - Proc. Institution of Civil Engineers, 1962, Vol. 22, p. 211-226.
- [28] Lysmer, J. - "Vertical Motion of Rigid Footings" - Univ. Michigan, 1965. Tese de pós Doutorado.
- [29] Lysmer, J. & Richart, F. E., Jr. - "Dynamic Response of Footings to Vertical Loading", J. Soil Mech. and Found. Div., Proc. ASCE, 1966, Vol. 92, p. 65-91.
- [30] Arnold, R. N. et alii. - "Forced Vibrations of a Body on an Infinite Elastic Solid"- J. Appl. Mech., Trans. ASME, 1955, Vol. 77, p. 391-401.

- [31] Hall, J. R., Jr. - " Coupled Rocking and Sliding Oscillations of Rigid Circular Footings"-  
Proc. International Symposium on Wave Propagation and Dynamic Properties of Earth  
Materials, Albuquerque, 1967.
- [32] Kobori, T. - "Dynamical Response of Rectangular Foundations on an Elastic Half-Space" -  
Proc. Japanese National Symposium on Earthquake Eng., 1962,p. 81-86.
- [33] Thomsom, W. T. & Kobori, T. - "Dynamical Compliance of Retangular Foundations on an  
Elastic Half-Space" - J. Appl. Mech., Trans. ASME, 1963, p. 579-584
- [34] Elorduy, J., et alii - "Dynamic Response of Bases of Arbitrary Shape Subjected to Periodic  
Vertical Loading" - Proc. International Symposium on wave Propagation and Dynamic  
Properties of Earth Materials, Albuquerque, 1967.
- [35] Chae, Y. S. - "Vibrations of non-circular foundations" - J. Soil Mech. Found. Div., Am.  
Soc. Civ. Eng., 1969, p. 1411-1430.
- [36] Dobry, R. & Gazetas, G. - "Dynamic response of arbitrarily shaped foundations" - J.  
Geotech. Eng. Div., Am. Soc. Civ. Eng. 112 (GT-2), 1986, p. 109-135.
- [37] Dobry, R. et alii - " Dynamic response of arbitrarily shaped foundations" - J. Geotech. Eng.  
Div., Am. Soc. Civ. Eng. 112 (GT-2), 1986, p. 136-159.
- [38] Simoões, A. A., - "Análise de Sensibilidade dos Parâmetros de Projeto Dinâmico de  
Fundações sobre Blocos de Compressores Alternativos"- Escola de Eng. de Itajubá, 1996,  
Disertação de Mestrado
- [39] Matlab, Matlab Works, Third Printing (2.0) U.S.A., 1994
- [40] Norma ISO 1940
- [41] Cifuentes, A. O.; Bock, T. L.; Coppolino, R. N.-"A finite Element Method for a certain  
class of Compressible Lubrication Problems"- 1989, Proc. of the 12th Canadina Cong. of  
Applied Mechanics, pp.778-779.

[42] Such, C. Static - "Analysis with Hydraulic Lubrication Film Effects"- MSC/Nastran Users' Conf. Proc.; paper n°17, March, 1985.

EFEI / BIBLIOTECA

ESTE LIVRO DEVE SER DEVOLVIDO NA  
ÚLTIMA DATA CARIMBADA .

06.4.99	09/12/99
12.04.99	22.12.99
22/04/99	<i>CC</i>
19/03/96	03/03/2000
14/05/99	24/05/00
26.5.99	24.05.2000
10/06/99	
23/06/99	
28.7.99	
26/07/99	
<i>CC</i>	
25/08/99	
10.9.99	
<i>CC</i>	
23/09/99	
06-10-99	
29.10.99	
<i>CC</i>	
05/11/99	
19.11.99	
03/12/99	
<i>CC</i>	

EFEI - BIBLIOTECA MAUÁ  
8200951



NÃO DANIFIQUE ESTA ETIQUETA