TESE
970

LA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ

Abordagem do Risco em Análise de Investimentos com a Utilização da Arbitrage Pricing Theory-APT

Vinícius Antônio Montgomery de Miranda

ITAJUBÁ - MG - 1998

ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ

Vinícius Antônio Montgomery de Miranda

ABORDAGEM DO RISCO EM ANÁLISE DE INVESTIMENTOS COM A UTILIZAÇÃO DA ARBITRAGE PRICING THEORY (APT)

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção

Orientador: Prof. Edson de Oliveira Pamplona, Dr.

Itajubá, agosto de 1998

CLASS. 658.5:330.322(043.2)
CUTTER. M672a
TOMBO. 970

MIRANDA, Vinícius Antônio Montgomery de. *Abordagem do risco em análise de investimentos com a utilização da Arbitrage Pricing Theory (APT)*. Itajubá: EFEI, 1998. 97p. (Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Escola Federal de Engenharia de Itajubá).

Palavras-Chaves: Risco – CAPM – APT – Análise de investimentos

ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ

Vinícius Antônio Montgomery de Miranda

ABORDAGEM DO RISCO EM ANÁLISE DE INVESTIMENTOS COM A UTILIZAÇÃO DA ARBITRAGE PRICING THEORY (APT)

Dissertação aprovada por banca examinadora em 3 de agosto de 1998, conferindo ao autor o título de Mestre em Engenharia de Produção

Banca Examinadora:

Prof. Edson de O. Pamplona, Dr. (orientador)

Prof. José Arnaldo B. Montevechi, Dr.

Prof. Edgard Dias Batista Júnior, Dr.

Itajubá, agosto de 1998

Dedico este trabalho de dissertação à minha querida esposa Cristina.

Agradecimentos

Registro aqui, meus sinceros agradecimentos às seguintes pessoas e instituições:

- Ao Professor Edson de Oliveira Pamplona, pela importante orientação que tornou possível a realização desta dissertação;
- Ao Professor Piotr Trzesniak, pela orientação inicial;
- À Escola Federal de Engenharia de Itajubá, através do Departamento de produção, pela oportunidade de capacitação;
- À CAPES, pela bolsa de estudos concedida;
- Aos meus irmãos e avós;
- Aos meus pais: Adílio e Marilu, que entenderam há muito, que o investimento de maior retorno e menor risco, era aquele na minha educação;
- Aos meus avôs Francisco Miranda e Luís Pedroso (*In memoriam*);
- À minha esposa Cristina que muito me apoiou nesta realização;
- À Deus que me deu saúde e disposição para que enfrentasse todas as dificuldades que se interpuseram em meu caminho.

SUMÁRIO

Dedicatória i

Agradecimentos ii

Sumário iii

Resumo vi

Abstract vii

Lista de Figuras viii

Lista de Tabelas ix

Lista de Abreviaturas xii

Simbologia xiii

1. INTRODUÇÃO **1**

1.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS 1

1.2. OBJETIVOS 2

1.3. JUSTIFICATIVAS 2

1.4. LIMITAÇÕES 3

1.5. CONTRIBUIÇÃO DA DISSERTAÇÃO 3

1.6. ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO 3

2. O *CAPITAL ASSET PRICING MODEL - CAPM* **5**

2.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS 5

2.2. A BASE DO MODELO CAPM 5

2.2.1. O Coeficiente Beta (β) 6

2.2.2. Risco sistemático e risco não sistemático 8

2.3. DIVERSIFICAÇÃO 9

2.3.1. Analogia com a Álgebra Vetorial 12

2.3.2. Generalização para *n* ativos 13

2.4. FRONTEIRA EFICIENTE 15

2.4.1. Conceito de Dominância 15

2.4.2. Portfólios dominantes de Markowitz 16

2.4.3. Função Utilidade 19

2.5. O MODELO CAPM 21
2.5.1. A Linha de Mercado de Capitais (CML) 21
2.5.2. A Hipótese das expectativas homogêneas 23
2.5.3. A carteira de mercado 24
2.5.4. A Linha de Mercado de Títulos (SML) 24
2.5.5. Ascendência e linearidade da SML 25
2.5.6. A base teórica do CAPM 28
2.6. CONSIDERAÇÕES FINAIS 30

3. A *ARBITRAGE PRICING THEORY (APT)* 33

3.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS 33
3.2. O DESENVOLVIMENTO DA TEORIA APT 35
3.2.1. Retorno esperado e surpresas 35
3.2.2. Riscos sistemáticos e riscos não sistemáticos 36
3.3. O MODELO MULTIFATORIAL 36
3.4. DIVERSIFICAÇÃO 40
3.4.1. Risco de um título versus risco de uma carteira 40
3.4.2. Relação linear 41
3.4.3. Carteira de mercado e fator único 42
3.4.4. Mais de um fator de risco sistemático 43
3.4.5. Comprovação matemática da diversificação 45
3.5. COMPARAÇÕES DA APT VERSUS CAPM 48
3.6. CONSIDERAÇÕES FINAIS 50

4. UMA APLICAÇÃO DA APT EM ANÁLISE DE INVESTIMENTOS 52

4.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS 52
4.2. INTRODUÇÃO 52
4.3. BREVE DESCRIÇÃO DOS PROJETOS EM ANÁLISE 53
4.4. CENÁRIOS ECONÔMICOS POSSÍVEIS 54
4.5. ANÁLISE DOS PROJETOS PELOS MÉTODOS TRADICIONAIS 56
4.6. ANÁLISE DOS PROJETOS PELO MÉTODO CAPM 57
4.6.1. A abordagem do CAPM 57
4.6.2. Análise de sensibilidade 61
4.7. COMPARAÇÃO DOS MÉTODOS TRADICIONAIS COM O CAPM 61
4.8. A ANÁLISE DOS PROJETOS UTILIZANDO A APT 62

4.8.1. A abordagem da APT 62
4.8.2. Análise de sensibilidade 67
4.9. CONSIDERAÇÕES FINAIS 69

5. UMA APLICAÇÃO DA APT EM ANÁLISE DE INVESTIMENTOS NO BRASIL 71

5.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS 71
5.2. BREVE DESCRIÇÃO DAS ALTERNATIVAS DE PROJETOS EM ANÁLISE 72
5.3. CENÁRIOS ECONÔMICOS POSSÍVEIS 73
5.4. A ANÁLISE DOS PROJETOS PELOS MÉTODOS TRADICIONAIS 74
5.5. A ANÁLISE DOS PROJETOS UTILIZANDO A APT 76
5.5.1. A abordagem da APT 76
5.5.2. Análise de sensibilidade 82
5.6. CONSIDERAÇÕES FINAIS 84

6. CONCLUSÃO 86

6.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS 86
6.2. CONTRIBUIÇÃO DA DISSERTAÇÃO 87
6.3. ASPECTOS RELEVANTES DA DISSERTAÇÃO 88
6.4. RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS 90
6.5. CONSIDERAÇÕES FINAIS 91

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 92
BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR 95

Resumo

A *Arbitrage Pricing Theory* (APT) é uma teoria moderna, assim como o *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), que foi desenvolvida para analisar a relação retorno-risco no mercado financeiro. Ela permite que o investidor monte uma carteira de ativos, fazendo uso do benefício da diversificação que cancela o risco não sistemático da carteira. Assim, pode-se montar uma carteira, enfrentando apenas seu risco sistemático.

Para atingir este objetivo, deve-se escolher cuidadosamente os ativos, com correlação entre si próxima de zero, ou negativa se possível. Com a montagem da carteira, deve-se analisar a sensibilidade desta em relação aos fatores, a fim de se aplicar o modelo.

O objetivo deste trabalho é utilizar a APT em investimentos produtivos, ou seja, distintos daqueles do mercado de capitais. Assim, pode-se conhecer o nível de risco real existente num determinado projeto em que se deseja alcançar um retorno satisfatório. Se o risco estiver em um nível suportável pela empresa, o retorno mínimo apresentado pela APT é comparado àquele mínimo exigido pelos acionistas. Em outras palavras, se o retorno resultante da aplicação da APT for inferior àquele calculado pela taxa interna de retorno, significa que o projeto é economicamente viável.

Muitas boas oportunidades de investimentos são desperdiçadas por ter seu retorno apresentado abaixo daqueles exigidos pelos acionistas. Entretanto, seus riscos são muito menores que aqueles imaginados. Por outro lado, projetos com um grande retorno têm um elevado nível de risco e são aceitos pelos métodos tradicionais de análise de investimentos. No entanto, este nível de risco pode ser superior àquele suportável pela empresa. Portanto, estes projetos deveriam ser descartados. Deste modo, a APT é muito importante como auxiliar na tomada de decisão, permitindo ao decisor fazer um investimento apropriado.

A aplicação deste método moderno é particularmente importante em um país como o Brasil, onde os recursos financeiros são escassos, a concorrência é crescente e portanto, o conhecimento do nível real de risco pode fazer a diferença entre sobreviver ou sucumbir.

Abstract

The Arbitrage Pricing Theory (APT) is a modern methodology, like the Capital Asset Pricing Model, which was developed to analyse the relationship between return and risk in the financial market. It permits the investor to draw a portfolio of assets making use of the diversification which cancel out the non-systematic risk. Consequently one can draw a portfolio facing only the systematic risk.

To succeed in making a portfolio exposed only to the systematic risk, one has to carefully choose assets which correlation nears to zero, or negative if it is possible. After that the expert have to analyse the sensibility of it to the broad-macroeconomic fators in order to apply the model.

The objective of this work is use the APT in non-financial investments. Doing so, one can realize the real level of risk intrinsic to that project which return is pursued. If this is in a suportable level to the company, its return is compared to that minimun required by the shareholders. This is done comparing APT with the traditional methods, like intern rate of return.

Lots of good opportunities of project investments are lost due to its low return, below the one shareholders require. But its risk is much lower than that imagined. On the other side, projects with great return have a high level of risk, sometimes above the one supported by the company and should not be accepted. This way, APT is very much important to help the decision-maker choose a sound investment.

The appliance of this modern method is more and more important for a country like Brazil where financial resources is scarce. Besides, with the competition getting though, the knowledge of the real risk in na investment, can make the difference between succumb or survive.

Lista de Figuras

Figura		Página
2.1	Diferentes betas numa carteira	6
2.2	Combinação de dois ativos	12
2.3	Analogia com a álgebra vetorial	13
2.4	Efeito diversificação	15
2.5	Conceito de dominância	15
2.6	Fronteira eficiente	17
2.7	Combinações de vários ativos	18
2.8	Função utilidade	19
2.9	Aversão ao risco	20
2.10	Seleção de portfólio	20
2.11	Linha de mercado de capitais	21
2.12	Seleção de portfólio	22
2.13	Portfólio eficiente	22
2.14	Linha de mercado de títulos	25
2.15	Linearidade de SML	25
3.1	Risco de um título versus risco de uma carteira	41
3.2	Relação linear	42
3.3	Linha de mercado de títulos para dois fatores	44
3.4	Efeito diversificação	48
4.1	Excesso de retorno	60

Lista de Tabelas

Tabelas		Página
4.1	Preço internacional do petróleo em US$/barril	55
4.2	Preço da eletricidade industrial em centavos de US$/kwh	56
4.3	Preço do gás natural industrial em US$/ milhão de m^3	56
4.4	Análise de projetos por métodos tradicionais	57
4.5	Parâmetros dos projetos	58
4.6	Parâmetros dos projetos	58
4.7	Parâmetros do CAPM para os projetos	59
4.8	Comparação de métodos	61
4.9	Índices médios dos três fatores considerados na aplicação da APT	62
4.10	Parâmetros da inflação	63
4.11	Parâmetros das taxas de juros	63
4.12	Parâmetros do produto nacional bruto	63
4.13	Covariância e beta de inflação para o projeto 1	64
4.14	Covariância e beta de inflação para o projeto 2	64
4.15	Covariância e beta de inflação para o projeto 3	64
4.16	Covariância e beta de inflação para o projeto 4	64
4.17	Covariância e beta da taxa de juros para o projeto 1	65
4.18	Covariância e beta da taxa de juros para o projeto 2	65
4.19	Covariância e beta da taxa de juros para o projeto 3	65
4.20	Covariância e beta da taxa de juros para o projeto 4	65
4.21	Covariância e beta do produto nacional bruto para o projeto 1	66
4.22	Covariância e beta do produto nacional bruto para o projeto 2	66

4.23 Covariância e beta do produto nacional bruto para o projeto 3 66

4.24 Covariância e beta do produto nacional bruto para o projeto 4 66

4.25 Valores médios efetivos de cada fator durante a vida útil dos projetos 67

4.26 Casos estudados 68

4.27 Retorno dos projetos em cada caso 68

4.28 Excesso de retorno dos projetos em cada caso 69

4.29 Comparação dos métodos 69

5.1 Cenários econômicos 73

5.2 Análise das alternativas de investimento pelo método TIR 75

5.3 Retorno médio esperado das alternativas 75

5.4 Parâmetros dos projetos 76

5.5 Índices médios dos três fatores considerados na aplicação da APT 77

5.6 Parâmetros da variação do preço do petróleo 78

5.7 Parâmetros da variação da taxa de juros 78

5.8 Parâmetros da variação do produto interno bruto 78

5.9 Covariância e beta da variação do preço do petróleo para a alternativa 1 79

5.10 Covariância e beta da variação do preço do petróleo para a alternativa 2 79

5.11 Covariância e beta da variação do preço do petróleo para a alternativa 3 79

5.12 Covariância e beta da taxa de juros para a alternativa 1 80

5.13 Covariância e beta da taxa de juros para a alternativa 2 80

5.14 Covariância e beta da taxa de juros para a alternativa 3 80

5.15 Covariância e beta do produto interno bruto para a alternativa 1 81

5.16 Covariância e beta do produto interno bruto para a alternativa 2 81

5.17 Covariância e beta do produto interno bruto para a alternativa 3 81

5.18 Estimativa da variação dos fatores durante a vida útil dos projetos 82

5.19 Casos estudados 83

5.20 Retorno das alternativas de projetos em cada caso 83

5.21 Excesso de retorno das alternativas de projetos em cada caso 84

5.22 Comparação de métodos 84

Lista de Abreviaturas

APT - *Arbitrage Pricing Theory*

CAPM - *Capital Asset Pricing Model*

CML - *Capital Market Line*

SML - *Security Market Line*

PNB - Produto Nacional Bruto

PIB - Produto Interno Bruto

TMA - Taxa Mínima de Atratividade

TIR - Taxa Interna de Retorno

EUA - Estados Unidos da América

VPL - Valor Presente Líquido

PP - Preço do petróleo

J - Juros

INF - Inflação

kwh - quilowatt-hora

hp - *horse power*

Simbologia

β_i - Coeficiente beta do ativo *i*

$\sigma_{i,c}$ - Covariância entre o retorno do ativo *i*, com o retorno da carteira

σ_i - Desvio padrão do retorno do ativo *i*

σ_i^2 - Variância do ativo *i*

$\rho_{i,j}$ - Correlação entre os ativos *i* e *j*

r_i - Retorno esperado do ativo *i*

r_m - Retorno esperado de mercado

r_f - Retorno de ativo livre de risco

x_i - Proporção do ativo *i* na formação da carteira

x_{rf} - Proporção do ativo livre de risco na formação da carteira

σ_{rf}^2 - Variância do ativo livre de risco

ΔI - Variação do preço do ativo

d - Dividendo pago pelo ativo

I - Investimento ou preço do ativo

d ( ) - Operador diferencial

ε_i - erro aleatório específico do ativo *i*

$\bar{r}$ - Corresponde à parte esperada do retorno

U - Corresponde à parte surpresa do retorno

m - retorno relativo ao risco sistemático

ε - retorno relativo ao risco não sistemático

F_i - Fator de risco *i*

$\beta_{i,j}$ - Sensibilidade do ativo *i* em relação ao fator F_j

$(r_i - \bar{r}_i)$ - Prêmio pelo risco

e_i - Excesso de retorno do projeto *i*

$\bar{r}_i$ - retorno médio do projeto *i*

E ( ) - Operador esperança matemática

Var ( ) - Operador variância

°C - Graus Celsius

m^2 - Metros quadrados

m^3 - Metros cúbicos

p - probabilidade de ocorrência de um evento

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

1.1 Considerações iniciais

Os desejos e as necessidades do homem são insaciáveis perante os fatores de produção limitados que lhe são acessíveis. Torna-se necessário então, a seleção criteriosa das necessidades que serão satisfeitas, aproveitando da melhor maneira possível os recursos de que se dispõe (Albuquerque, 1976). Assim, a lógica econômica que norteia a vida de indivíduos, empresas e nações é gerar riqueza a partir da escassez de recursos disponíveis (Silva, 1998). Ou seja, deve-se empregar da melhor forma possível os meios de produção para que não se desperdice os recursos escassos. Portanto, em qualquer análise de investimentos, torna-se vital o melhor conhecimento do risco, de forma a evitar sua inviabilidade econômica. Caso contrário, investir em um projeto de risco além daquele aceitável, significa admitir uma alta probabilidade de desperdício de recursos. Neste contexto, os modelos recentes que relacionam retorno e risco são importantes ferramentas na análise de investimentos.

Com a evolução tecnológica, as transações financeiras entre empresas tornaram-se um dos fatores principais de produção e geração de riqueza. No setor financeiro porém, são três as variáveis chaves que envolvem seus instrumentos. Isto é: o tempo, o retorno e o risco. Contudo, o problema financeiro clássico para bancos, corporações, grandes, médias e pequenas empresas, e até para pessoas físicas, é o surgimento de uma grande oportunidade de investimento, sem que estas entidades possuam moeda para realizá-lo. Para solucionar este problema são feitos empréstimos ou emitidos títulos, visando a captação de moeda para o investimento. Estes empréstimos são aceitos no mercado por agentes que buscam a preservação da riqueza presente, além de benefícios econômicos futuros. Torna-se claro então, a importância do fator tempo nos instrumentos financeiros. Por outro lado, a disponibilidade limitada de recursos financeiros e a crescente competitividade entre empresas, faz com que a análise econômico-financeira de seus projetos, observando a relação retorno-risco, seja essencial para sua sobrevivência. Assim, o investidor que aceita correr um certo risco, exige uma compensação (um prêmio) pelo risco. Este prêmio é representado pelo retorno de seu investimento.

Historicamente, os retornos de ativos com maior risco têm sido superiores àqueles de menor risco ou livres de risco. Porém, a avaliação de retorno-risco era até então, algo complexo e dependia de uma análise completa da empresa. Esta análise envolvia o conhecimento de sua saúde financeira, de seus competidores de mercado, de sua política de distribuição de dividendos, de sua estrutura de capital, etc. Com a *Teoria de Portfólio* de Markowitz (1952), torna-se mais simples relacionar retorno e risco de qualquer seleção histórica de papéis. Inicia-se então, o desenvolvimento de modelos modernos de análise de investimentos, especialmente a APT, que é estudada nesta dissertação.

A teoria APT apresenta uma forma alternativa de relacionar retorno e risco de investimentos, através de seu modelo multifatorial, respeitando as peculiaridades de cada projeto, considerando o maior ou menor grau de aversão ao risco por parte de investidores e também o dinamismo da economia. Isto facilita a tomada de decisão de investimento em projetos que apresentem a melhor rentabilidade para o risco tolerável e ainda, possibilita a utilização da taxa de desconto apropriada a cada projeto. Assim, torna-se mais fácil a formação da carteira de projetos que melhor convier a cada empresa. Além disso, a APT também permite a montagem do orçamento de capital da empresa, considerando suas fontes de financiamento com os retornos exigidos pelos acionistas e os riscos que estes estão dispostos a correr.

1.2 Objetivos

A dissertação tem por objetivo reunir literatura sobre os novos métodos que relacionam retorno e risco (CAPM e APT), tornando-os acessíveis para sua aplicabilidade em investimentos no Brasil. Também é objetivo da dissertação, mostrar a aplicação da APT em análise de investimentos produtivos (diferentes daqueles em mercados de capitais), comparando seus resultados com os métodos tradicionais utilizados para este fim. Finalmente, pretende-se mostrar que a APT também é aplicada como ferramenta auxiliar na tomada de decisão, já que proporciona o conhecimento do nível de risco de cada projeto e o retorno mínimo exigido para este nível de risco.

1.3 Justificativas

A importância da análise de investimentos em projetos considerando o risco tem se tornado cada vez maior, fruto da maior competição entre empresas, que é conseqüência da

maior difusão de informações, dos avanços tecnológicos e principalmente de mercados globalizados. Contudo, os métodos CAPM e APT foram inicialmente desenvolvidos para aplicação em análise de investimentos financeiros. A presente dissertação surge como uma tentativa de utilização da APT, também em outros setores da economia, diferentes do setor financeiro.

1.4 Limitações

As maiores limitações desta dissertação se encontram no capítulo 5, onde a escassez de dados estatísticos da economia brasileira impede resultados mais confiáveis na análise de investimentos utilizando-se da APT. Além disso, a inflação recomendada por Ross (1995), como um dos três fatores do modelo, não pôde ser utilizada. Sua grande variação não natural, ocorrida em conseqüência da estabilização econômica alcançada pelo plano Real, frente ao período hiperinflacionário anterior, representa uma interferência prejudicial na avaliação dos resultados.

1.5 Contribuição da dissertação

A contribuição pretendida por esta dissertação é mostrar que a APT, como modelo que relaciona retorno e risco, pode e deve ser utilizada como auxiliar nas decisões de investimentos não só no mercado financeiro, mas também em análises de projetos produtivos.

1.6 Estrutura da dissertação

Esta dissertação está dividida em seis capítulos que estão relacionados a seguir:

- No capítulo 1 é feita a introdução do trabalho. Apresenta-se as considerações iniciais, as justificativas da escolha do tema, os objetivos, a contribuição e a estrutura da dissertação.
- No capítulo 2 é apresentada uma revisão bibliográfica do *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), que é o modelo antecessor da *Arbitrage Pricing Theory* (APT), e as preliminares de estudos que culminaram com estes modelos que relacionam retorno e risco.
- No capítulo 3, apresenta-se uma revisão bibliográfica da APT e sua comparação com o CAPM, destacando-se vantagens e desvantagens entre eles.

- No capítulo 4, faz-se uma aplicação da APT em uma análise de investimentos em projetos de eficiência energética. Esta aplicação se faz baseada no trabalho de Khan e Fiorino (1992) que utilizam-se do CAPM para analisar estes mesmos projetos. Os resultados confirmam que a APT também pode ser utilizada satisfatoriamente na análise de investimentos de projetos produtivos.
- No capítulo 5, aplica-se a APT na análise de investimentos de projetos de uma empresa petrolífera brasileira. Apesar da escassez de dados estatísticos fundamentais para sua aplicação, conclui-se que este método apresenta resultados coerentes com aqueles esperados.
- A conclusão, a contribuição desta dissertação e as sugestões para estudos futuros são apresentadas no capítulo 6.

Escola Federal de Engenharia de Itajubá - EFEI
Biblioteca MAUÁ BIM

Capítulo 2

CAPITAL ASSET PRICING MODEL

2.1 Considerações iniciais

Neste capítulo pretende-se fazer uma revisão bibliográfica do modelo CAPM que é considerado um modelo alternativo e predecessor do modelo APT, objeto de estudo desta dissertação. O capítulo mostra que o CAPM é um modelo que relaciona retorno e risco de ativos e de carteira de ativos. Nele se apresentam conceitos, considerações importantes no desenvolvimento deste modelo, suas condições de contorno e as aproximações necessárias para seu emprego na realidade prática de empresas. Destaca-se ainda, algumas vantagens e desvantagens de seu uso e como ele pode ser aplicado na análise de investimentos.

2.2 A base do modelo CAPM

Em 1990, William Sharpe recebeu o prêmio Nobel de Economia pelo desenvolvimento na década de 60 do *Capital Asset Pricing Model (CAPM)* - um modelo que relaciona a taxa de retorno esperada de um ativo ou carteira de ativos com seu risco.

As carteiras são formadas com a inclusão de ativos de forma que o risco individual de cada ativo não influencie diretamente no risco da carteira, mas que apenas sua contribuição a este risco seja significativa. Por outro lado, o retorno da carteira é formado com a ponderação do retorno de cada ativo que a compõe. Pode-se dizer então, que um investidor que possui apenas um título, deve esperar que o retorno deste seja a medida do resultado do investimento. O desvio padrão, ou a variância, por sua vez, é a medida apropriada do risco deste título individual. Um investidor que possui uma carteira de títulos diversificada tem no retorno esperado de cada título, a medida correta da contribuição deste título ao retorno esperado total da carteira. Entretanto, a medida apropriada da contribuição do título ao risco da carteira é seu coeficiente beta (que será visto no item 2.2.1) e não mais seu desvio padrão ou variância.

Deste modo, um aparente paradoxo está na base do modelo CAPM: - um ativo com alto desvio padrão pode não ter grande impacto sobre o risco de uma ampla carteira de ativos, mas um ativo com desvio padrão reduzido pode ter impacto substancial sobre o risco de uma carteira ampla. Este paradoxo é explicado pela diversificação que é alcançada com o acréscimo de ativos numa carteira. Isto é, o que definitivamente aumenta o risco de uma carteira é a covariância entre o ativo a ela acrescentado e a carteira em si, e não mais a

variância individual do ativo. Portanto, o coeficiente beta, ao invés do desvio padrão individual de cada ativo, é a medida apropriada de risco numa carteira de ativos.

A implicação primária do CAPM é que os maiores retornos vêm de títulos que têm maiores níveis de risco sistemático - medido pelo coeficiente beta - (Goetzmann, 1997).

2.2.1. O coeficiente beta (β)

A contribuição do ativo ***i*** ao risco da carteira em que será inserido é medida pela covariância entre o retorno do ativo e o retorno desta carteira. Esta contribuição dividida pela variância do retorno da carteira é chamado de coeficiente beta, conforme a ***equação 2.1***.

$$\beta_i = \frac{\sigma_{i,c}}{\sigma^2} \qquad (2.1)$$

onde: $\sigma_{i,c}$ é a covariância do retorno do ativo *i* com a carteira e σ^2 é a variância do retorno da carteira.

O coeficiente beta é também a medida da tendência de um ativo individual variar em conjunto com a carteira. Isto é, beta é a medida de sensibilidade do retorno do título às variações do retorno da carteira a qual ele será acrescentado. Esta sensibilidade está representada graficamente na ***figura 2.1***.

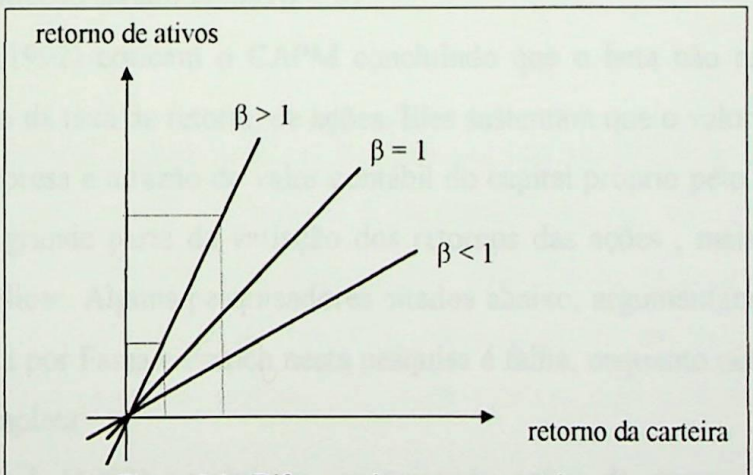


Figura 2.1 - Diferentes betas numa carteira

Na ***figura 2.1,*** observa-se que:

- Uma variação no retorno da carteira corresponde a uma maior variação no retorno do ativo (maior sensibilidade), quando $\beta > 1$.
- Para a mesma variação no retorno da carteira, a variação no retorno do ativo é menor (menor sensibilidade), quando $\beta < 1$.

- O beta da carteira de mercado é o somatório dos diversos betas de cada ativo que a compõe, ponderados pela proporção de seu valor de mercado. Este somatório ponderado é por definição igual a um.

$$\beta = \sum_{i=1}^{n} \beta_i x_i = 1 \qquad (2.2)$$

Na prática, a estimativa de beta de um ativo é usualmente feita através da regressão linear dos retornos do ativo em questão, contra os retornos de mercado no período de 60 meses (Goetzmann, 1997). A inclinação da reta então encontrada, é tomada como o coeficiente beta do ativo.

No exemplo de Ross (1995), o beta do fator de risco inflação de uma empresa mineradora de ouro é positivo, pois quando há alta inesperada da inflação, a cotação do grama do ouro também aumenta. Já o beta do fator de risco inflação da indústria automotiva seria negativo, pois seus custos com salários e insumos crescem numa proporção maior que a receita proveniente da venda de seus produtos numa inflação elevada, considerando o mercado global competitivo, onde os preços não cresceriam tanto quanto o índice de inflação. Ou seja, a inflação aumenta enquanto decresce a rentabilidade desta indústria. Para empresas cujos custos e receitas crescem e decrescem na mesma proporção, ou seja que ficam imunes à inflação, seus betas de inflação seriam nulos ($\beta = 0$).

Fama e French (1992) criticam o CAPM concluindo que o beta não retrata bem a diferença no desempenho da taxa de retorno de ações. Eles sustentam que o valor de mercado do capital próprio da empresa e a razão do valor contábil do capital próprio pelo seu valor de mercado explicam uma grande parte da variação dos retornos das ações , mais que o beta destas ações poderia explicar. Alguns pesquisadores citados abaixo, argumentam porém, que a metodologia empregada por Fama e French nesta pesquisa é falha, enquanto outros afirmam que é teoricamente incompleta.

Chan e Lakonishok (1992) concluíram, pesquisando ações de empresas, que altos betas estão relacionados com altos retornos no período 1926-1982, mas não estão relacionados com os seus retornos no período após 1982. Eles concluíram ainda, que as ações de betas mais elevados tiveram retornos mais altos em períodos que o mercado estava em alta e retornos mais baixos que a média, nos períodos em que o mercado estava em baixa, comparados com as ações cujos betas eram menores. Isto confirma a predição básica do CAPM.

Kothari, Shankin e Sloan (1995) por outro lado, concluem que a relação valor contábil-valor de mercado utilizada por Fama e French (1992) estava fracamente relacionada com os retornos das ações médias e que portanto não necessariamente se aplicam a uma amostra maior de empresas.

Finalmente, Roll e Ross (1992) afirmam que índices como o S&P500[1] podem não refletir com precisão os retornos da verdadeira carteira de mercado. Portanto, em suas opiniões, os resultados de Fama e French podem ter retratado resultados do uso de uma carteira de mercado incorreta, ou que realmente há falhas no modelo CAPM para explicar a relação retorno-risco. Ou seja, as estimativas de betas e seus correspondentes prêmio pelo risco de mercado devem ser utilizados com muito cuidado para que os resultados obtidos não sejam comprometidos.

2.2.2 Risco sistemático e risco não sistemático

O risco total de uma carteira de ativos é composto dos riscos sistemáticos e não sistemáticos dos ativos que a compõem, conforme ***equação 2.3.*** Portanto, é preciso entender e diferenciar cada um destes riscos, conforme são vistos pelos vários autores que deles se utilizam na apresentação dos modelos CAPM e APT.

Risco total da carteira = risco não sistemático + risco sistemático (2.3)

Definições:

Risco não sistemático é aquele relacionado com eventos aleatórios que afetam um único ativo ou um pequeno grupo de ativos. É também chamado de específico ou idiossincrático por ser peculiar a determinada empresa, projeto ou pequenos grupos destes.

Risco sistemático é aquele que afeta grande número de ativos em maior ou menor grau. É também chamado de risco de mercado ou risco comum, pois está relacionado a eventos que podem afetar toda a economia de um país ou mesmo a economia mundial.

Ross (1995) alerta que a distinção entre estes tipos de risco não é precisa, mas bastante sutil e que na prática entretanto, este fato torna-se irrelevante, já que estes tipos de risco são identificados e diferenciados tão logo se apresentam.

[1] S&P500 é o índice Standard and Poors, das 500 maiores empresas dos EUA com ações na bolsa de valores de Nova York.

2.3 Diversificação

Com a diversificação, ativos com risco podem ser combinados de modo que a carteira por eles formada tenha menor risco que aqueles riscos dos ativos individualmente considerados. A diversificação reduz parte do risco total da carteira formada, sem entretanto eliminá-lo completamente. A parte deste risco que pode ser eliminada é o *risco não sistemático.* A outra parte, que não se consegue eliminar totalmente pela diversificação, é o *risco sistemático.*

Seja uma carteira formada por dois ativos A e B. Seus retorno esperado e risco (variância) são respectivamente calculados da seguinte forma:

$$r = x_A r_A + x_B r_B \tag{2.4}$$

$$\sigma^2 = \sigma_A^2 x_A^2 + \sigma_B^2 x_B^2 + 2\sigma_A \sigma_B x_A x_B \rho_{A,B} = \sigma_A^2 x_A^2 + \sigma_B^2 x_B^2 + 2\sigma_{A,B} x_A x_B \tag{2.5}$$

e

$$x_A + x_B = 1 \tag{2.6}$$

onde: - x_A, x_B são proporções de cada ativo na formação da carteira;

- $\rho_{A,B}$ é a correlação[2] entre os ativos A e B;
- σ_A^2, σ_B^2 e σ_A, σ_B são respectivamente as variâncias e os desvios padrão dos ativos e
- r_A, r_B são os retornos esperados de cada ativo.

Observando a ***equação 2.5***, nota-se que a variância de uma carteira composta de dois ativos A e B, depende tanto das variâncias dos retornos dos ativos que a compõem, quanto da correlação (ou covariância) entre os retornos dos dois ativos. A variância mede a variabilidade (ou dispersão) do retorno de um dado título. A covariância mede a relação entre os retornos dos dois ativos. Uma relação ou covariância positiva entre os dois ativos aumenta a variância do retorno de toda a carteira. A covariância negativa entre os dois ativos, ao contrário, reduz a variância do retorno da carteira. Se um dos ativos tende a valorizar-se quando o outro se desvaloriza e vice-versa, os dois ativos estarão se contrabalançando e o risco da carteira como

[2] A correlação é função da covariância que será mais utilizada no decorrer desta dissertação. A equação matemática que relacionada estas grandezas é $\sigma_{A,B} = \sigma_A \sigma_B \rho_{A,B}$.

um todo tenderá a ser mais baixo. A esta proteção que um ativo proporciona ao outro, de modo que o risco da carteira se reduza, chama-se em finanças de *hedging*. Em outras palavras, ativos de correlação negativa ($\rho_{A,B} < 0$), estarão reduzindo o risco da carteira que compõem através do *hedging*.

A diversificação simples (*naive*) é aquela que não se preocupa com a correlação entre os ativos na composição da carteira. Neste caso os ativos são escolhidos aleatoriamente e embora reduzam o risco da carteira, o fazem ineficazmente, podendo ainda, prejudicar o retorno da carteira.

O exemplo[3] a seguir, ilustra a vantagem obtida na redução do risco, quando se combina ativos de correlação negativa: Seja um investimento de $ 100 numa carteira com dois ativos, sendo $60 em *A* e $40 em *B*. Os retornos esperados dos ativos *A* e *B* são: $r_A = 17{,}5\%$, $r_B = 5{,}5\%$. Suas variâncias são: $\sigma_A^2 = 0{,}066875$, $\sigma_B^2 = 0{,}013225$ e sua correlação e covariância são: $\rho_{A,B} = -0{,}1639$ e $\sigma_{A,B} = -0{,}004875$. Substituindo-se estes valores nas ***equações 2.4*** e ***2.5***, tendo σ_m como a média ponderada dos desvios padrão de *A* e *B*, tem - se:

$$r = 0{,}6.0{,}175 + 0{,}4.0{,}055 = 0{,}127$$

$$\sigma^2 = 0{,}36.0{,}066875 + 0{,}16.0{,}013225 + 2.[0{,}6.0{,}4.(-0{,}004875)] = 0{,}023851$$

portanto o desvio padrão desta carteira é:

$$\sigma = 0{,}1544$$

por outro lado, a média ponderada dos desvios padrão dos ativos componentes desta carteira é:

$$\sigma_m = x_A\sigma_A + x_B\sigma_B = 0{,}6.0{,}2586 + 0{,}4.0{,}115 = 0{,}2012$$

Observa-se que o desvio padrão desta carteira ($\sigma = 0{,}1544$) é menor que a média ponderada dos desvios padrão (σ_m=0,2012) dos ativos formadores *A* e *B*. Isto se deve à diversificação na formação da carteira. Se os dois ativos possuíssem correlação positiva,

[3] Adaptado de Ross (1995)

haveria menor benefício da diversificação, o que pode ser comprovado simplesmente observando a ***equação 2.5.***

Por exemplo, se na ***equação 2.5***, fosse substituído $\rho_{A,B} = 1$, ter-se-ia:

$$\sigma^2 = \sigma_A^2 x_A^2 + \sigma_B^2 x_B^2 + 2\sigma_A \sigma_B x_A x_B = (x_A \sigma_A + x_B \sigma_B)^2 \qquad (2.7)$$

e portanto,

$$\sigma = (x_A \sigma_A + x_B \sigma_B) = \sigma_m \qquad (2.8)$$

Ou seja, neste caso particular, o desvio padrão da carteira formada pelos ativos *A* e *B*, é igual a média ponderada dos desvios padrão dos ativos componentes desta carteira. Portanto, conclui-se que o desvio padrão do retorno de uma carteira será sempre menor que a média ponderada dos desvios padrão dos ativos que a compõem, com exceção de quando $\rho_{A,B} = 1$. Em outras palavras, a diversificação existe para quaisquer dois ativos *A* e *B*, desde que $\rho_{A,B} < 1$. Se $\rho_{A,B} = 1$, não há diversificação.

Outra observação importante que se faz sobre o efeito de diversificação, é que o mesmo se intensifica a medida que a correlação entre os ativos *A* e *B* se aproxima do valor teórico $\rho_{A,B} = -1$. Na ***figura 2.2***, a intensificação da diversificação pode ser visualizada com a crescente curvatura observada, partindo-se de $\rho = 1$ (reta), até o limite extremo $\rho = -1$.

Graficamente, a carteira formada pelos ativos *A* e *B* fica assim representada:

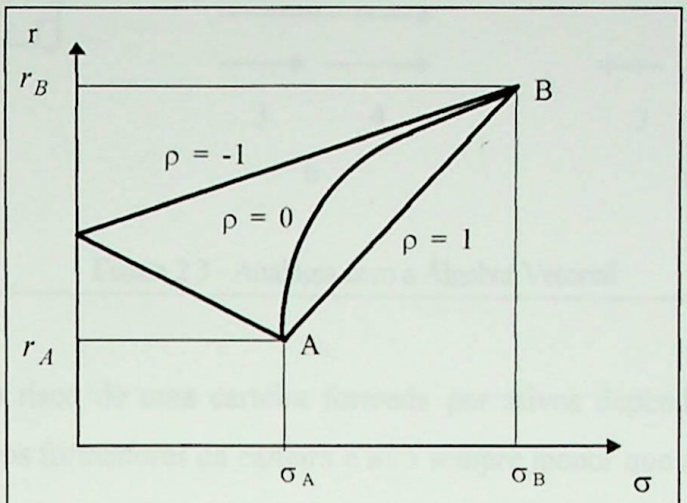


Figura 2.2 - Combinação de dois ativos

A e *B* são ativos individualmente considerados com seus respectivos retorno esperado e desvio padrão (risco) representados na ***figura 2.2*** por: r_A, r_B e σ_A, σ_B. Qualquer proporção combinada dos ativos *A* e *B* formará uma carteira que poderá estar sobre uma das três curvas representadas ($\rho_{A,B} = -1$, $\rho_{A,B} = 0$ e $\rho_{A,B} = 1$) ou qualquer outra entre elas, dependendo da correlação entre *A* e *B*. Seus retorno e risco são diferentes daqueles individuais de *A* e *B*. Ou seja, em determinada proporção combinada de *A* e *B*, o retorno da carteira estará entre r_A e r_B, e o risco estará entre zero e σ_B, dependendo da correlação entre *A* e *B*.

Na prática entretanto, a probabilidade de se encontrar dois ativos de correlação perfeitamente negativa (ou inversa) é quase nula. Portanto, a curva ρ = -1 da ***figura.2.2.*** é na verdade um limite teórico. Consequentemente, consegue-se apenas a redução parcial do risco total de uma carteira, já que na prática a correlação entre ativos não chega a este limite e assim, o risco observado no eixo horizontal da ***figura 2.2*** não chega a zero.

2.3.1. Analogia com a álgebra vetorial

A diversificação também pode ser entendida fazendo-se uma analogia com a álgebra vetorial. Seja, por exemplo, dois vetores ***A*** e ***B*** de valores 3 e 4 cada um. O resultado de sua soma vetorial dependerá do ângulo entre eles (por exemplo 90°, 0°, 180°), conforme ***figura 2.3.(a,b,c).*** Observa-se que a soma vetorial será sempre menor que sua soma algébrica (3+4 = 7), com exceção de quando o ângulo for 0°. Somente neste caso, o módulo resultante da soma vetorial é igual numericamente, à soma algébrica.

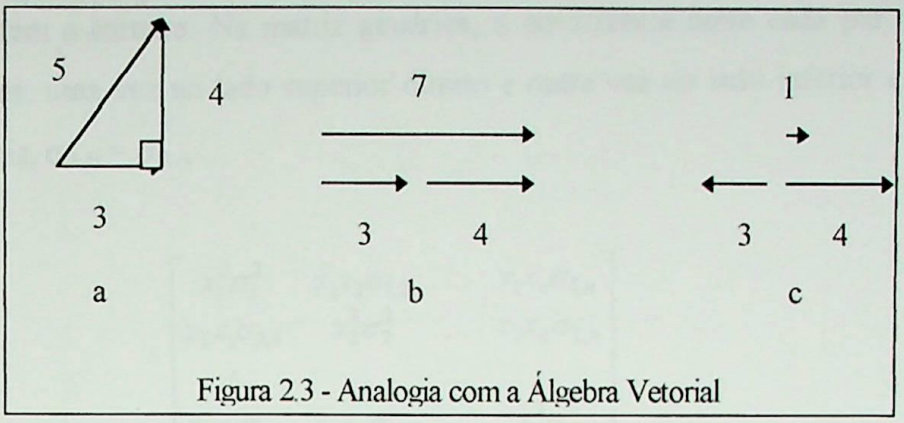


Figura 2.3 - Analogia com a Álgebra Vetorial

Analogamente, o risco de uma carteira formada por ativos depende da covariância (correlação) entre os ativos formadores da carteira e será sempre menor que a soma individual dos riscos, com exceção de quando $\rho = 1$. Desta forma pode-se reduzir o risco total da carteira, combinando-se adequadamente os ativos.

2.3.2. Generalização para n ativos

Genericamente para uma carteira com *n* ativos tem-se as ***equações 2.9*** e ***2.10*** para seu retorno e variância respectivamente:

$$r = x_1 r_1 + x_2 r_2 + \ldots + x_n r_n = \sum_{i=1}^{n} x_i r_i \qquad (2.9)$$

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1,j=1}^{n,n} x_i x_j \sigma_{i,j} \qquad (2.10)$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \qquad (2.11)$$

onde o primeiro termo da ***equação2.10,*** de variância, representa o risco não sistemático; e o segundo termo, o risco sistemático da carteira.

Observa-se que o risco não sistemático depende das variâncias de cada ativo formador da carteira. Já o risco sistemático depende da covariância entre cada dois ativos nesta mesma carteira.

A equação de variância (***2.10***) pode ter seus termos representados por uma matriz quadrada *n x n* (***matriz 2.1)***. Nesta matriz, nota-se que a soma dos *n* elementos de sua diagonal é igual ao primeiro termo da equação, e a soma dos (n^2- *n*) elementos fora da diagonal é igual ao segundo termo da equação.

Os termos na diagonal contêm as variâncias dos retornos dos ativos formadores da carteira e os termos fora das diagonais contêm as covariâncias dos retornos de cada dois

ativos que compõem a carteira. Na matriz genérica, a covariância entre cada par de ações aparece duas vezes: uma vez no lado superior direito e outra vez no lado inferior esquerdo. Eles são iguais pois, $\sigma_{A,B} = \sigma_{B,A}$.

$$\begin{bmatrix} x_1^2\sigma_1^2 & x_1x_2\sigma_{1,2} & \cdots & x_1x_n\sigma_{1,n} \\ x_2x_1\sigma_{2,1} & x_2^2\sigma_2^2 & \cdots & x_2x_n\sigma_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ x_nx_1\sigma_{n,1} & x_nx_2\sigma_{n,2} & \cdots & x_n^2\sigma_n^2 \end{bmatrix}$$

Matriz 2.1 - Matriz de cálculo da variância do retorno de uma carteira de ativos

Considerando as hipóteses simplificadoras apresentadas por Ross (1995), de que:

- Todos os ativos têm pesos iguais: $x_i = 1/n$;
- Todos os ativos têm mesma variância média σ_i^2
- Todas as covariâncias são iguais a covariância média $\sigma_{i,n}$

e substituindo os elementos da ***matriz 2.1*** na ***equação 2.10***, tem-se :

$$\sigma^2 = n(\frac{1}{n})^2\sigma_i^2 + (n^2 - n)(\frac{1}{n})^2\sigma_{i,n} \qquad (2.12)$$

Se n tende ao infinito, a equação anterior se reduz a:

$$\sigma^2 = \sigma_{i,n} \qquad (2.13)$$

Como a variância da carteira se aproxima assintoticamente da covariância média com a diversificação, cada título adicional continua reduzindo o risco da carteira. Se não houvesse corretagens e custos de transação, jamais haveria a diversificação excessiva. Statman (1987) apud Ross (1995) argumenta que uma carteira com aproximadamente 30 ações atinge a diversificação ótima.

Fama (1976) apud Goetzmann (1997) estudou a formação de carteira com ações de correlação zero e concluiu que após trinta ações em uma carteira, a diversificação é alcançada. Não tem sentido, portanto, acrescentar mais ações nesta carteira com o objetivo de redução de risco. Fama observa ainda, que os maiores ganhos marginais de diminuição no risco decorrente de diversificação estão no acréscimo da segunda e terceira ações na carteira.

Graficamente, tem-se a representação da diversificação na ***figura 2.4***:

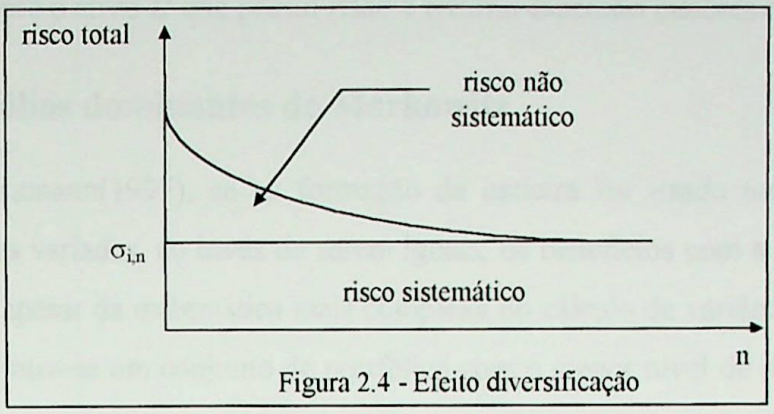


Figura 2.4 - Efeito diversificação

Observa-se que a medida que o número de ativos (n) de uma carteira cresce, o risco não sistemático tende a desaparecer (diversificação), tornando o risco total desta carteira cada vez mais próximo de seu risco sistemático.

2.4 Fronteira eficiente

2.4.1 Conceito de dominância

Para se entender a existência da fronteira eficiente é necessário conhecer o significado da dominância de um ativo (ou carteira de ativos) sobre outros ativos.

Segundo Luce e Moraes Jr. (1979), dominância é a preferência que o investidor apresenta pelo investimento de maior retorno esperado para um mesmo nível de risco ou, inversamente, o menor risco para o mesmo retorno esperado.

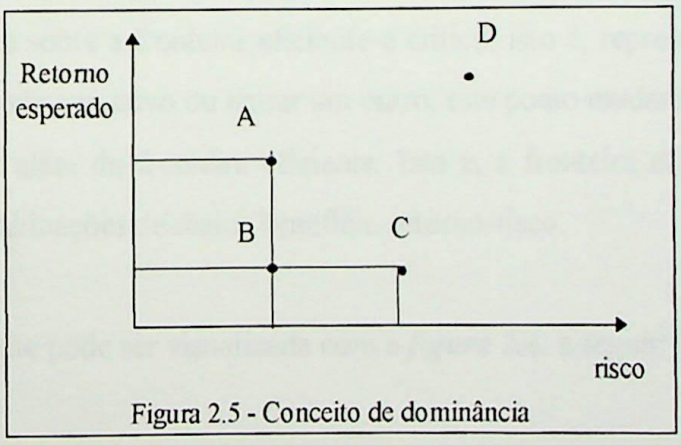


Figura 2.5 - Conceito de dominância

Na ***figura 2.5***, o ativo B domina o ativo C, pois apresenta menor risco para o mesmo retorno esperado. O ativo A domina o ativo B, já que apresenta maior retorno esperado para o mesmo nível de risco. Consequentemente, o ativo A também domina o ativo C, sendo

portanto, o ativo preferido. Diz-se que os ativos *B* e *C* são dominados pelo ativo *A*. Contudo, nada se pode dizer sobre o ativo *D* que possui risco e retorno esperado maiores que *A*, *B* e *C*.

2.4.2. Portfólios dominantes de Markowitz

Segundo Goetzmann(1997), se na formação da carteira for usado um conjunto de ativos com proporções variadas, ao invés de serem iguais, os benefícios com a diversificação poderão ser maiores, apesar da matemática mais complexa no cálculo da variância da carteira. Se assim o fizer, encontra-se um conjunto de portfólios com o menor nível de risco para cada retorno e o mais alto retorno para cada nível de risco. Este conjunto de portfólios[4] que desponta, é chamado de *fronteira eficiente*. A fronteira eficiente é um conjunto de portfólios dominantes. Ou seja, para qualquer nível de risco, a fronteira eficiente identifica o portfólio de mais alto retorno para aquela classe de risco. A fronteira eficiente possui um número infinito de portfólios que correspondem às infinitas variações de aversão ao risco dos diferentes investidores.

Luce e Moraes Jr. (1979) definem a fronteira eficiente como o lugar geométrico dos pontos referentes aos portfólios que não são dominados por outros.

Algumas características básicas, importantes, da fronteira eficiente a serem lembradas, são apontadas por Goetzmann(1997):

- Sempre existe um portfólio de mínima variância, conforme representado pelo ponto *m* na ***figura 2.6***;
- O portfólio de máximo retorno é um ativo individual, embora por isto, também apresente alto risco;
- Qualquer ponto sobre a fronteira eficiente é crítico, isto é, representa um portfólio único e que se sair um ativo ou entrar um outro, este ponto mudará de posição;
- Não há ativos além da fronteira eficiente. Isto é, a fronteira eficiente é o limite factível de combinações de maior benefício retorno-risco.

A fronteira eficiente pode ser visualizada com a ***figura 2.6***. a seguir:

[4] Portfólio é sinônimo de carteira e também será usado nesta dissertação para preservar o jargão utilizado por muitos estudiosos do assunto.

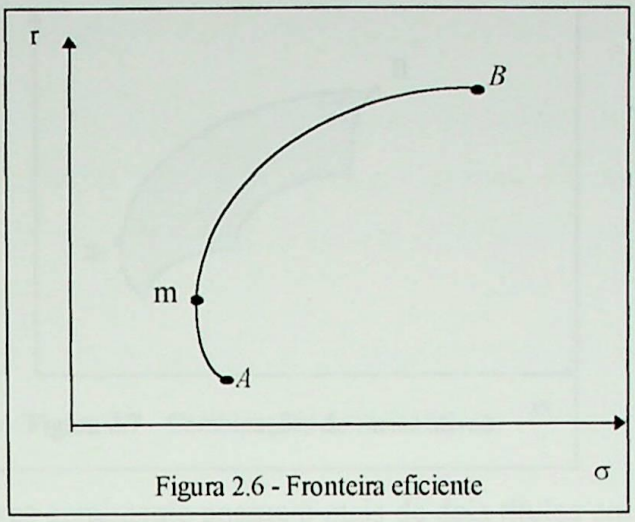


Figura 2.6 - Fronteira eficiente

Ao observar a ***figura 2.6***, nota-se que:

- A curva entre *m* e *B* é conhecida como *conjunto eficiente ou fronteira eficiente;*
- *m* representa a carteira (ou portfólio) de mínima variância ou de menor desvio padrão;
- O investidor poderia escolher qualquer carteira representada pelos pontos da curva *AB*, sendo que quanto maior o risco que estivesse disposto a correr, o ponto escolhido deveria estar mais próximo de *B*, tendo como recompensa um maior retorno;
- O investidor que for mais avesso ao risco deveria escolher o ponto *m*, tendo um retorno bem menor que aquele relativo ao ponto *B*;
- As carteiras representadas pelos pontos entre *A* e *m* são dominadas pela carteira de mínima variância. Ou seja, oferecem maior risco e um retorno esperado inferior ao representado pela carteira de mínima variância;
- Um conjunto eficiente surge espontaneamente, quando se combina duas carteiras *A* e *B* que já são carteiras diversificadas. Por exemplo, se *A* corresponde a uma carteira de ações norte-americanas e *B* corresponde a outra carteira de ações estrangeiras, qualquer proporção de combinação de *A* e *B* será uma carteira diversificada e pertencerá à fronteira eficiente, portanto, estará sobre a curva *AB* da ***figura 2.6.***

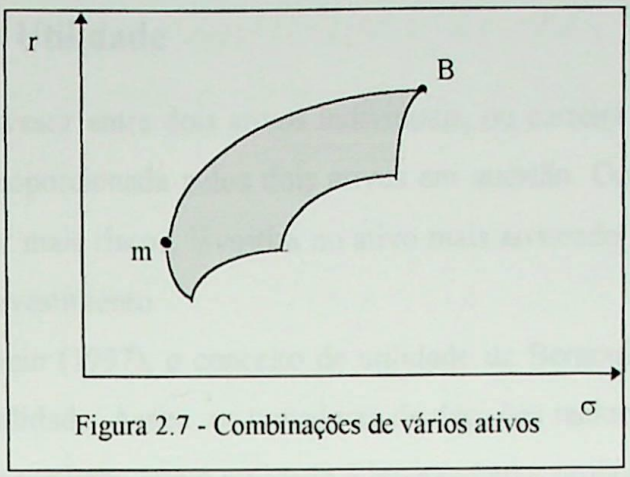


Figura 2.7 - Combinações de vários ativos

Como os investidores geralmente possuem mais de dois títulos em sua carteira, a área da ***figura 2.7*** representa todas as combinações possíveis de retorno esperado e desvio padrão de uma carteira. Por exemplo, qualquer ponto no interior desta área poderia representar uma carteira com 30, 40 ou 100 ativos. Assim, as combinações de ativos, que são infinitas, estão contidas nesta região limitada. O investidor naturalmente, irá desejar uma carteira representada por um ponto entre *m* e *B*, no limite superior da área, pois qualquer ponto abaixo desta curva seria dominado pelo ponto situado sobre a mesma.

O modelo de Markowitz (1952) mostra que a escolha do melhor portfólio em qualquer nível de risco é dado por três estatísticas simples: a média, o desvio padrão e a correlação. Infelizmente, o retorno médio histórico é uma estimativa pobre do retorno médio futuro e ao se acrescentar novos ativos, as correlações não são precisas. Isto pode comprometer o resultado do modelo. Apesar disso, o modelo serve de base para avaliar os riscos e retornos de ativos e tem evoluído muito com o uso do computador e a inclusão de novas variáveis em sua análise. Por exemplo, o retorno esperado de uma ação para o próximo período pode ser calculado utilizando um modelo computacional que leve em conta seu retorno médio obtido no passado e outras variáveis como o *feeling* do investidor que dispõe de informações especiais de mercado ou informações privilegiadas sobre a ação, ou ativo em questão.

Segundo Ross (1995) existem vários tipos de *softwares* que calculam a fronteira eficiente, já que este trabalho envolve muitos cálculos num caso real. A tendência observada é que estes *softwares* incorporem as estatísticas do modelo de Markowitz e as informações de mercado disponíveis aos investidores.

O importante na seleção de portfólios é que todos aqueles possíveis estariam dominados pela fronteira eficiente (curva *mB da* ***figura 2.7.***). Sendo assim, os portfólios sobre a fronteira eficiente são aqueles diversificados e portanto possuem apenas o risco sistemático da carteira.

2.4.3. Função Utilidade

A decisão de investir entre dois ativos individuais, ou carteira de ativos, é função da relação retorno-risco proporcionada pelos dois ativos em questão. Ou seja, o investidor que estiver disposto a correr mais riscos, investirá no ativo mais arriscado, tendo como benefício, maior retorno em seu investimento.

Segundo Bernstein (1997), o conceito de utilidade de Bernoulli transmite sentido de desejo, satisfação ou utilidade. Assim, os tomadores de decisões racionais tentarão maximizar a utilidade. Ele observa também, que a utilidade é inversamente proporcional à quantidade de bens ou riqueza possuídos pelo investidor. Ou seja, quanto maior a riqueza do investidor, menor satisfação lhe será proporcionada por um acréscimo desta.

Uma abordagem que modela a preferência do investidor, é dada pelas curvas de iso-utilidades que expressam a relação retorno-risco no espaço bidimensional. As curvas de iso-utilidades representadas na ***figura 2.8,*** mostram que um aumento no retorno esperado, *ceteris paribus,* implica em aumento de utilidade do investidor. Inversamente, um aumento de risco, *ceteris paribus,* resulta em uma redução da utilidade (Luce e Moraes Jr., 1979).

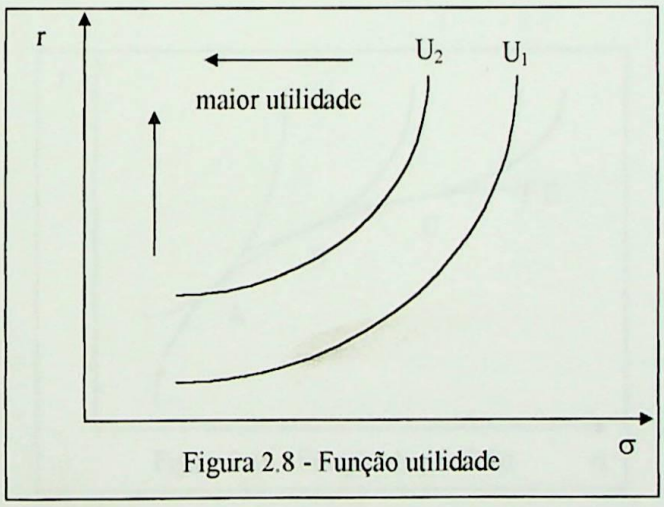


Figura 2.8 - Função utilidade

Um meio de se caracterizar as diferenças de aversão ao risco entre investidores é através da curvatura das linhas de iso-utilidades dos diferentes tipos de investidores como na ***figura 2.9.*** A linha *A* representa a curva de iso-utilidade de maior aversão ao risco e a linha *C* representa a curva de menor aversão ao risco. Ou seja, em *A*, o investidor só irá aceitar um pequeno acréscimo na variabilidade (risco) do investimento, se o retorno correspondente for bem maior. Em C, para o mesmo acréscimo de risco, o investidor aceita um acréscimo de retorno menor que aqueles de *A* e *B* (Goetzmann,1997).

Bernstein (1997) afirma que se todos os investidores avaliassem o risco exatamente da mesma forma, muitas boas oportunidades arriscadas seriam perdidas.

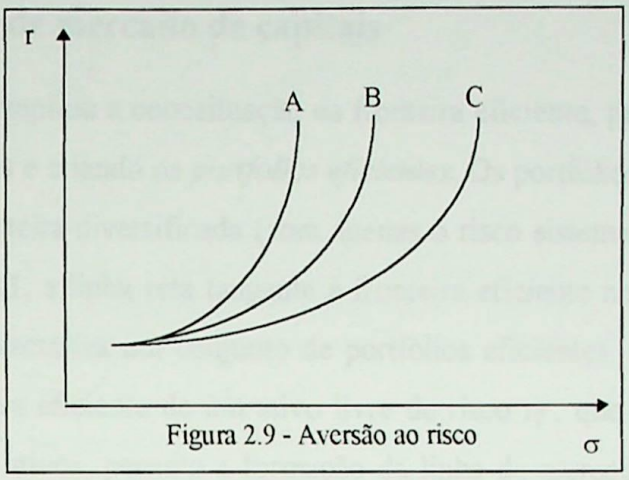


Figura 2.9 - Aversão ao risco

Aplicar esta metodologia na escolha de carteiras ou portfólios ótimos para cada investidor, considerando seu nível de aversão ao risco, é questão de buscar a tangência das linhas de iso-utilidades apresentadas na ***figura 2.9*** anterior, com a fronteira eficiente, conforme ***figura 2.10***. O ponto de tangência *A* representa portfólio ótimo para o investidor mais avesso ao risco. O ponto de tangência *B* é um ótimo portfólio para investidor de aversão moderada ao risco e o portfólio *C* é ideal para o investidor menos avesso ao risco.

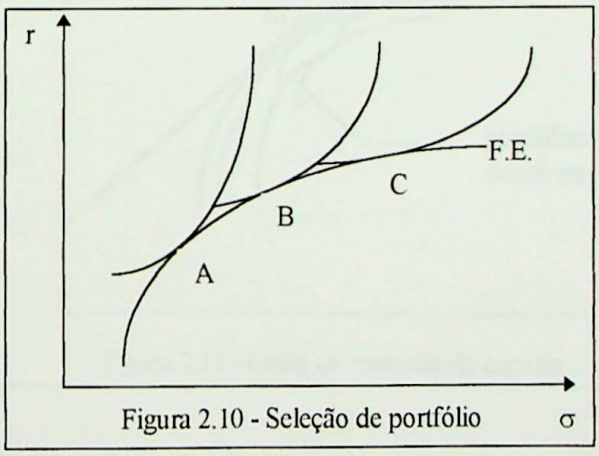


Figura 2.10 - Seleção de portfólio

Segundo Goetzmann (1997), a maior dificuldade ao estimar a fronteira eficiente de modo preciso está no erro estatístico que cresce com o acréscimo de mais ativos na carteira. A dificuldade de identificar o portfólio tangente levou pesquisadores como William Sharpe a desenvolver a teoria chamada CAPM.

2.5 O modelo Capital Asset Pricing Model

2.5.1 A linha de mercado de capitais

Sharpe (1964) ampliou a conceituação da fronteira eficiente, permitindo a inclusão de ativos livres de risco (r_f) e criando os *portfólios eficientes.* Os portfólios eficientes são aqueles que combinam uma carteira diversificada (com apenas o risco sistemático) com o ativo livre de risco. Na **figura 2.11**, a linha reta tangente à fronteira eficiente no ponto *M,* partindo do ativo livre de risco, caracteriza um conjunto de portfólios eficientes. Ou seja, a inclusão na carteira sobre a fronteira eficiente de um ativo livre de risco r_f , que por definição não tem correlação com outros ativos, permite a formação da linha de mercado de capitais (*Capital market line* - CML). Assim, a linha de mercado de capitais é um conjunto de portfólios que combinam ativos com o menor risco possível para determinado nível de retorno e o ativo livre de risco r_f.

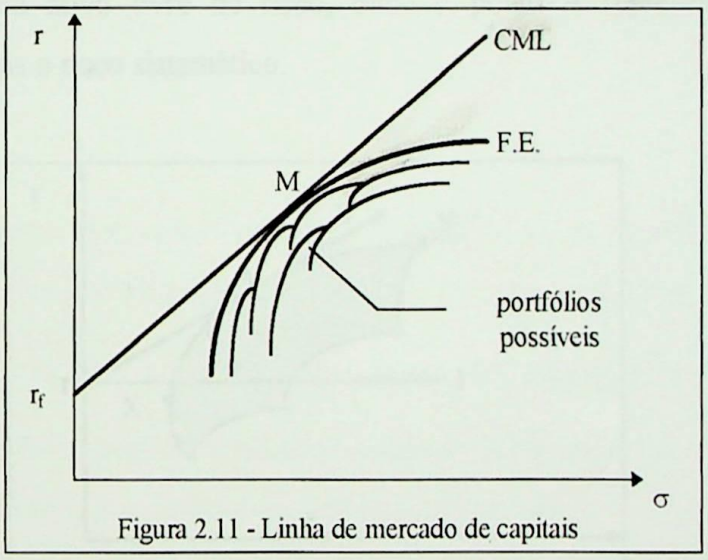


Figura 2.11 - Linha de mercado de capitais

Com a inclusão do ativo livre de risco r_f , a escolha do portfólio ótimo para cada tipo de investidor de maior ou menor aversão ao risco fica ainda mais fácil. Este portfólio será aquele de tangência entre as curvas de iso-utilidades (apresentadas na ***figura 2.9***) e a reta CML (***figura 2.11***) , conforme ***figura 2.12.*** Nesta figura, *A* é o ponto de tangência da linha de mercado de capitais com a fronteira eficiente. *B e C* são respectivamente os pontos de tangência entre a CML e as curvas de iso-utilidades para aqueles investidores de maior e menor aversão ao risco.

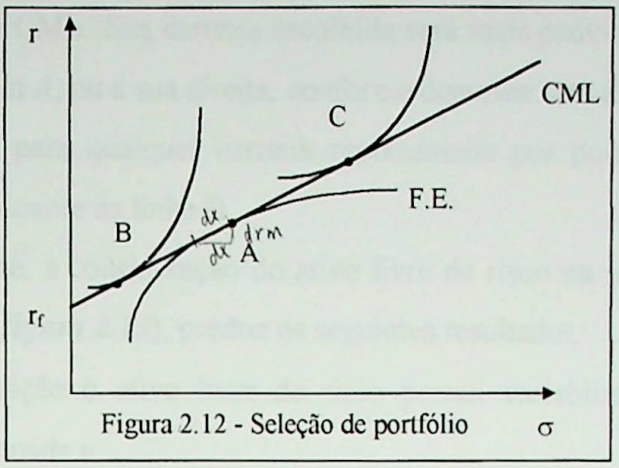


Figura 2.12 - Seleção de portfólio

O investidor típico tem aversão ao risco, ou no mínimo evita aqueles desnecessários, tal como o risco não sistemático de uma carteira de ativos. Este investidor somente aceitaria correr certo risco se fosse compensado com maiores retornos. Esta relação é satisfeita com o modelo CAPM, através de sua equação fundamental que será apresentada no item 2.5.5.

A ***figura 2.13*** ilustra o investimento em aplicações que combinem uma carteira de ativos com risco e um ativo livre de risco, onde o ponto *A* representa uma carteira diversificada com apenas o risco sistemático.

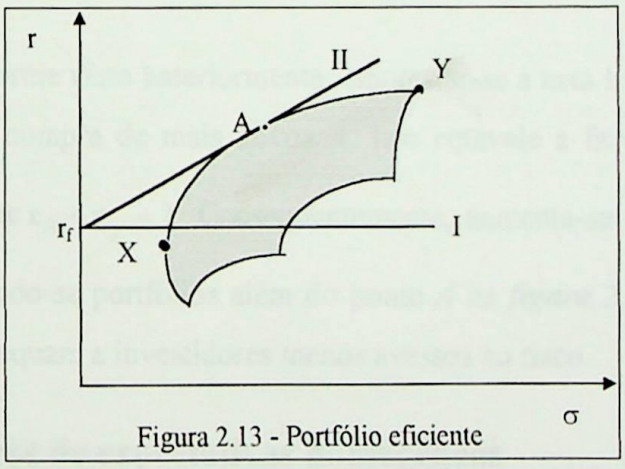


Figura 2.13 - Portfólio eficiente

Nota-se que o conjunto de oportunidades de combinações entre a carteira de ativos com risco (*A*) e o ativo livre de risco (r_f) é dado pela reta II (*linha de mercado de capitais* - CML) representada na ***figura 2.13***. Supondo que um investidor resolva tomar emprestado à taxa livre de risco e aplicar no ativo *A*, os pontos à direita de *A*, sobre a linha II, são atingidos. Ou seja, formam-se carteiras além do ponto *A*, tomando-se emprestado à taxa livre de risco para comprar mais de *A* do que seria possível apenas com recursos próprios. Assim, o investidor de acordo com sua maior ou menor aversão ao risco escolhe a carteira que melhor

lhe convier sobre a reta CML. Sua carteira escolhida será mais próxima de r_f, se tiver maior aversão ao risco. Será em *A*, ou à sua direita, conforme decresce esta aversão.

Observa-se que para qualquer carteira representada por pontos na linha I, sempre haverá outro ponto dominante na linha II.

Matematicamente, a consideração do ativo livre de risco na carteira de investimento (representada por *A*, na ***figura 2.13***), produz os seguintes resultados:

Como por definição o ativo livre de risco possui variabilidade nula ($\sigma_{rf} = 0$), a ***equação 2.5.*** ficaria reduzida a:

$$\sigma^2 = \sigma_A^2 x_A^2 + \sigma_{r_f}^2 x_{r_f}^2 = \sigma_A^2 x_A^2 \qquad (2.14)$$

Ou seja, o risco da carteira com a inclusão do ativo livre de risco depende apenas do risco da carteira *A* e de sua proporção na nova carteira então formada.

Já o retorno deste investimento seria dado pela ***equação 2.15:***

$$r = x_A r_A + x_{r_f} r_f \qquad (2.15)$$

Pode-se inclusive, conforme visto anteriormente, emprestar-se à taxa livre de risco, aplicando os recursos obtidos na compra de mais ativos *A*. Isto eqüivale a fazer $x_{r_f} < 0$ e $x_A > 1$ na ***equação 2.15,*** desde que $x_A + x_{r_f} = 1$. Consequentemente, aumenta-se o retorno e também o risco da carteira, atingindo-se portfólios além do ponto *A* na ***figura 2.13***. Ou seja, obtém-se investimentos que se adequam a investidores menos avessos ao risco.

2.5.2 A hipótese de expectativas homogêneas

As estimativas de diferentes investidores sobre variáveis como: retornos esperados, variâncias e covariâncias entre ativos são obviamente distintas entre si. Entretanto, estas estimativas não devem diferir muito umas das outras, já que a maioria das fontes de informações em que se baseiam estão publicamente disponíveis. Embora isto não seja absolutamente verdadeiro, considerar que os investidores possuem as mesmas estimativas dessas variáveis, torna-se uma hipótese simplificadora bastante útil nas análises e recebe o nome de *hipótese de expectativas homogêneas*. Assim, todos investidores teriam a mesma fronteira eficiente XAY da ***figura 2.13*** , a mesma taxa livre de risco (r_f) e possuiriam a

mesma carteira *A* de ativos com risco. Portanto segundo esta hipótese, a linha de mercado de capitais (reta II) representaria aproximadamente os investimentos antes ou após *A*, conforme menor ou maior aversão ao risco por parte do investidor.

2.5.3 A carteira de mercado

A carteira de mercado é aquela que contém todos os ativos existentes, ponderados pelo seu valor de mercado. Sendo assim, um índice amplo de mercado (por exemplo, o S&P500) é um bom representante para esta carteira de mercado, pois se aproxima o suficiente da carteira teórica de mercado. No caso do mercado brasileiro de capitais, índices como FGV-100 ou Ibovespa poderiam ser utilizados, embora seja questionável sua representatividade, conforme será comentado no item 2.7. Deste modo, o coeficiente beta de um ativo componente da carteira de mercado é uma medida razoável da contribuição de risco para esta carteira. Isto é, β_i é a medida da contribuição do título *i* ao risco da carteira de mercado.

Uma propriedade útil de beta, é que o somatório do beta de todos os títulos ponderado pela sua proporção de valor de mercado é igual a 1, conforme visto na ***equação 2.2.*** Ativos com $\beta > 1$ contribuem para aumentar o risco de uma carteira, pois são mais sensíveis aos movimentos de mercado. Por outro lado, ativos com $\beta < 1$ contribuem para reduzi-lo. Embora a existência de ativos com betas negativos seja virtualmente improvável, estes ativos funcionariam como seguros ou *hedges*, reduzindo o risco de uma carteira ampla e bem diversificada, já que teriam um bom desempenho quando o mercado estivesse em queda, e vice-versa (Ross, 1995). Na prática porém, os investidores possuem carteiras distintas e razoavelmente diversificadas.

2.5.4 A linha de mercado de títulos (SML)

O modelo CAPM foi criado para relacionar riscos e retornos de ativos e carteira de ativos, sendo que numa carteira diversificada, o coeficiente beta é que é a medida apropriada do risco na carteira. Isto é, relacionar beta de ativos com o seu retorno é equivalente a relacionar riscos com retornos. Esta relação risco x retorno é dada pela reta SML (conforme ***figura 2.14***), que representa então, o modelo CAPM.

Deve-se observar contudo, que enquanto a reta CML relaciona retorno esperado e desvio padrão de carteiras, SML relaciona o retorno esperado com os betas de carteiras e títulos (Ross,1995).

Graficamente:

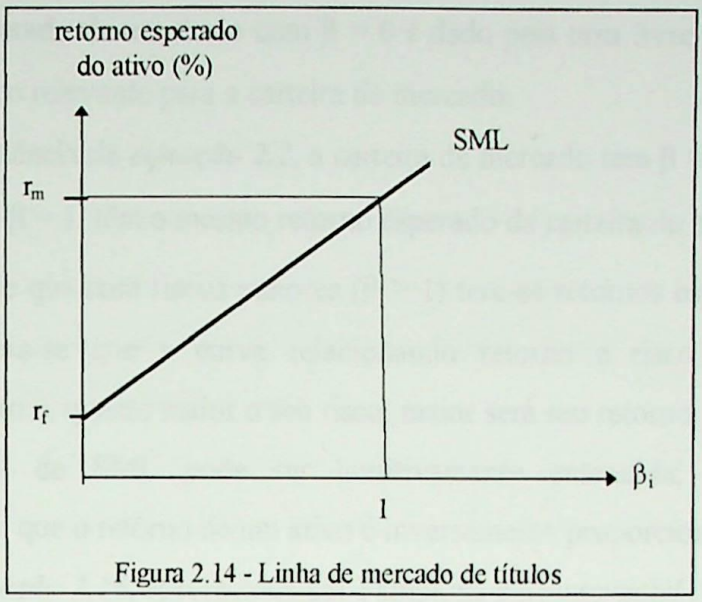


Figura 2.14 - Linha de mercado de títulos

2.5.5 Ascendência e linearidade de SML

Ao se observar a ***figura2.14*** anterior, nota-se que a função utilizada para exprimir a relação risco x retorno de ativos no modelo CAPM é uma reta ascendente. A ***figura 2.15*** ajuda a compreensão da ascendência e linearidade da curva SML.

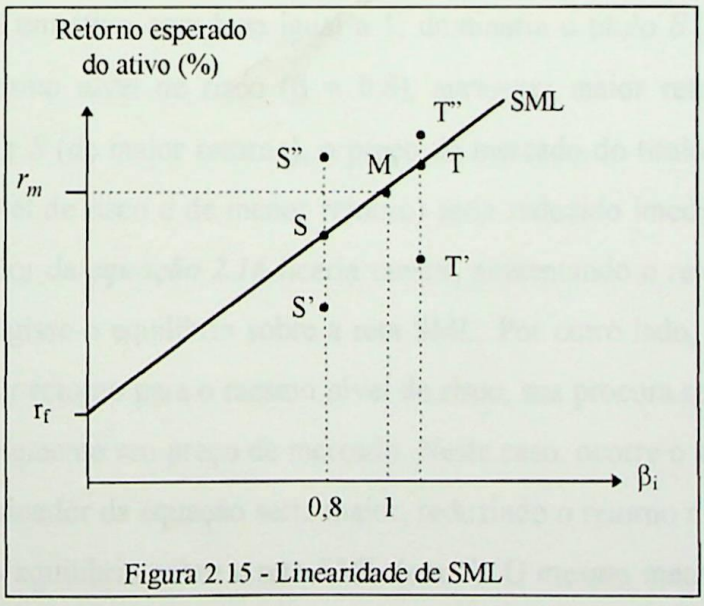


Figura 2.15 - Linearidade de SML

Observando a ***figura 2.15***, tem-se que:

- O retorno esperado de um título com $\beta = 0$ é dado pela taxa livre de risco r_f e não representa risco relevante para a carteira de mercado.
- Como conseqüência da ***equação 2.2***, a carteira de mercado tem $\beta = 1$. Assim, todos os títulos com $\beta = 1$, têm o mesmo retorno esperado da carteira de mercado (r_m).
- Por intuição de que com riscos maiores ($\beta > 1$) tem-se retornos esperados também maiores, espera-se que a curva relacionando retorno e risco de ativos seja ascendente. Isto é, quanto maior o seu risco, maior será seu retorno.
- A linearidade de SML pode ser intuitivamente entendida, partindo-se do pressuposto de que o retorno de um ativo é inversamente proporcional ao seu preço, conforme ***equação 2.16***, apresentada por Pamplona e Montevechi(1995):

$$r = \frac{\Delta I + d}{I} \qquad (2.16)$$

onde: I é o investimento ou preço do ativo, ΔI é a variação de preço do ativo no período considerado e d é o dividendo pago pelo ativo. Ou seja, na ***figura 2.15.***, supondo dois títulos *S'* e *T'*, uma carteira *S*, formada de 20% de ativo livre de risco e 80 % de um ativo com beta igual a 1, dominaria o título *S'*. Isto ocorre porque para o mesmo nível de risco ($\beta = 0{,}8$), apresenta maior retorno. Com a maior procura por *S* (de maior retorno), o preço de mercado do título *S'* (concorrente de mesmo nível de risco e de menor retorno) seria reduzido imediatamente. Assim, o denominador da ***equação 2.16*** ficaria menor, aumentando o retorno r do título, até que se atingisse o equilíbrio sobre a reta SML. Por outro lado, se existisse o título *S"* de maior retorno para o mesmo nível de risco, sua procura seria maior, elevando consequentemente seu preço de mercado. Neste caso, ocorre o efeito contrário. Isto é, o denominador da equação seria maior, reduzindo o retorno r do título, até que se atingisse o equilíbrio sobre a reta SML (em *S*). O mesmo mecanismo de ajuste do mercado acontece aos títulos *T'* e *T"* com relação à carteira *T* de beta maior que 1. Enfim, tanto os títulos *subavaliados* (*S"* e *T"*), quanto os *superavaliados* (*S'* e *T'*), no equilíbrio, tendem a se situar sobre a reta SML por ajustes naturais do mercado.

A equação fundamental do CAPM, ***equação 2.17,*** é portanto, a equação da reta SML:

$$r_i = r_f + \beta_i (r_m - r_f) \qquad (2.17)$$

O retorno de um ativo com risco pertencente à carteira é calculado como sendo a soma do retorno atual de um ativo livre de risco, componente da carteira, mais o fator beta do ativo, multiplicado pelo *prêmio pelo risco* , que é a diferença entre o retorno histórico médio desta carteira, menos o retorno histórico do ativo livre de risco.

O CAPM é o modelo predominantemente usado para se estimar retorno e risco de ativos (Goetzmann,1997) e segundo Luce e Moraes Jr. (1979), os pressupostos básicos do modelo CAPM são:

- Os investidores maximizam sua utilidade dentro do contexto de um único período;
- O mercado de capitais é perfeitamente competitivo, ou seja, considera-se a inexistência de taxas, comissões e outros custos de transação; os ativos são divisíveis e suas quantidades predeterminadas e nenhum investidor é capaz de promover alterações nos preços dos ativos;
- Há a existência do título sem risco, isto é, os investidores podem tomar emprestado a uma taxa equivalente ao retorno deste título;
- Há expectativas homogêneas de investidores com relação aos retornos esperados de ativos, suas variâncias e covariâncias;
- Todos os investidores analisam os portfólios com base em seu retorno esperado e variância;
- Os investidores são considerados avessos ao risco, *ceteris paribus.*

Conforme comentado por Goetzmann (1997), as suposições feitas para o modelo CAPM implicam em um portfólio teórico na fronteira eficiente que terá uma combinação de valores ponderando todos os ativos do mundo. Este *portfólio eficiente* se mostrou muito próximo de um portfólio já existente na época do desenvolvimento do CAPM, que é o portfólio das ações das maiores empresas americanas, ou seja, o índice S&P 500.

2.5.6 A base teórica do CAPM

Ross, no artigo *Finance* citado por Goetzmann (1997), mostra a base teórica da precificação do CAPM, que se desenvolve a seguir:

Supondo-se que um investidor com a carteira de mercado *m* deseje comprar uma pequena quantia *dx* do ativo *A*, financiando esta compra com empréstimos à taxa livre de risco. Isto aumentará o retorno da carteira de mercado de dr_m. Ou seja, a partir da ***equação 2.15***, tem-se:

$$dr_m = (r_A - r_f)dx \tag{2.18}$$

onde: *dx* é uma pequena variação na proporção de um ativo.

Este investimento também aumenta a variância da carteira de mercado (***equação 2.5***) de $d\sigma^2$, conforme ***equação 2.19.***

$$d\sigma^2 = 2dx\sigma_{A,m}x_m + (dx)^2\sigma_A^2 \tag{2.19}$$

Nota-se que o acréscimo de variância $d\sigma^2$, eqüivale a acrescentar uma linha e uma coluna na ***matriz 2.1***. Como *dx* é considerado muito pequeno e a proporção da carteira de mercado é muito maior (x_m é próximo de 1), pode-se simplificar $d\sigma^2$, conforme a ***equação 2.20*** a seguir:

$$d\sigma^2 = 2dx\sigma_{A,m} \tag{2.20}$$

A relação retorno-risco com o acréscimo do ativo *A* é obtida então, dividindo-se a ***equação 2.18*** por ***2.20***:

$$\frac{dr_m}{d\sigma^2} = \frac{(r_A - r_f)dx}{2dx\sigma_{A,m}} = \frac{(r_A - r_f)}{2\sigma_{A,m}} \tag{2.21}$$

Se o ativo *A* estiver em equilíbrio, i.e., sobre SML, poderá aumentar a inclinação do portfólio de mercado (alavancagem). Caso contrário, o ativo *A* seria dominado por um outro

portfólio P, cuja relação risco-retorno seria a mesma ***equação 2.21***, onde substitui-se o ativo A pelo portfólio P, conforme **equação 2.22**:

$$\frac{dr_m}{d\sigma^2} = \frac{(r_P - r_f)}{2\sigma_{P,m}} \tag{2.22}$$

Se P é um portfólio de mercado, pode-se rescrever a ***equação 2.22***, substituindo P por m (mercado) conforme a ***equação 2.23***, lembrando que a covariância de um ativo consigo mesmo é igual a sua variância.

$$\frac{dr_m}{d\sigma^2} = \frac{(r_P - r_f)}{2\sigma_{P,m}} = \frac{(r_m - r_f)}{2\sigma_m^2} \tag{2.23}$$

Igualando-se as ***equações 2.21*** e ***2.23***, tem-se que:

$$\frac{(r_A - r_f)}{2\sigma_{A,m}} = \frac{(r_m - r_f)}{2\sigma_m^2} \tag{2.24}$$

Rearranjando, obtém-se:

$$r_A - r_f = (\frac{\sigma_{A,m}}{\sigma_m^2})(r_m - r_f) \tag{2.25}$$

onde a primeira parcela multiplicativa do segundo membro foi definida como sendo o coeficiente beta β do ativo considerado (conforme a ***equação 2.1***). Fazendo a substituição de beta na equação anterior, tem-se a equação fundamental do CAPM (***equação 2.17***):

$$r_i = r_f + \beta_i (r_m - r_f) \tag{2.17}$$

Este retorno esperado do ativo ***i*** é aquele que os investidores exigiriam quando o preço deste ativo estivesse no equilíbrio descrito pelo modelo CAPM. Ou seja, para qualquer investimento, o CAPM alega que a taxa apropriada para descontar seu fluxo de caixa é a

mesma taxa de retorno que os investidores de mercado exigiriam para incluir um ativo de risco equivalente em seus portfólios.

Como a ***equação 2.17*** do CAPM fornece o retorno esperado de um ativo e o que realmente ocorre não é necessariamente igual ao esperado, pode-se rescrever a ***equação 2.17***, adicionando-se um erro aleatório ε_i específico ao ativo *i*, conforme ***equação 2.26***.

$$r_i = r_f + \beta_i (r_m - r_f) + \varepsilon_i \qquad (2.26)$$

Esta componente aleatória e específica do ativo ***i*** em questão, nada mais é que a parcela de risco não sistemático deste ativo.

2.6 Considerações finais

Uma grande vantagem do método CAPM é que se trata de um método relativamente simples e fácil de se usar, apesar de não ser exato, devido às condições de contorno. Este método ao menos, apresenta indicações de onde e como investir e ainda, qual a taxa de desconto a se aplicar num fluxo de caixa de um projeto. A relação retorno-risco de projetos fica explicitada em sua utilização, ao contrário dos métodos tradicionais de análise de investimentos. Apesar disso, este método encontra certas resistências conservadoras por parte de gerentes que preferem os métodos tradicionais e portanto, é pouco utilizado (MacInnes and Carleton, 1982).

A base do CAPM está na utilização do coeficiente beta que faz surgir um aparente paradoxo. Ou seja, como a volatilidade total (flutuações no preço de ações) é função tanto do risco sistemático, quanto do risco não sistemático, conforme ***equação 2.3,*** e o coeficiente beta reflete apenas o risco sistemático, a alta volatilidade de preços de ações não significa necessariamente que seu beta seja elevado, mas que seu risco total é elevado. Por outro lado, se o risco total da ação é baixo, pode-se afirmar que o beta da ação também é baixo. Portanto, o paradoxo comentado na introdução deste capítulo inexiste, pois se um ativo apresenta alta variabilidade e baixo coeficiente beta, sua introdução em uma carteira influenciará muito pouco no acréscimo de risco da carteira. Além disso, mesmo que seu beta seja elevado, ainda assim não terá grande influência, pois sua proporção na carteira será muito pequena.

Uma das hipóteses do modelo CAPM requer que todos os ativos componentes da carteira de mercado tenham peso aproximadamente semelhantes entre si (conforme hipótese considerada na simplificação da ***equação 2.12***). Esta hipótese é satisfeita para a carteira de

mercado representada pelo índice S&P500 das 500 maiores empresas norte-americanas. No caso brasileiro contudo, a utilização do índice Ibovespa é questionável como representante de uma carteira de mercado, já que segundo Jardim (1997) nos últimos 4 anos entre 55 a 60% do volume diário das transações da Bovespa seria composto de papéis da Telebrás, caracterizando uma proporção mais que significativa na composição do índice.

Goetzmann (1997) argumenta, baseado no CAPM, que ao se investir num projeto a empresa não precisaria se preocupar com o risco isolado daquele projeto e deveria utilizar a taxa de retorno de sua carteira de investimentos para descontar o fluxo de caixa do projeto. Ressalta-se, no entanto, que tal projeto deveria ser suficientemente comparável a todos os outros componentes da carteira de investimentos da empresa, de modo a não contribuir majoritariamente para o risco da carteira da empresa. Além de que, o mesmo deveria respeitar todas as demais condições de contorno do modelo CAPM para que seu resultado prático correspondesse àquele esperado em teoria.

Segundo Keown (1996), na utilização da SML é assumido que o mercado de títulos e ações é altamente eficiente. Isto é, o preço de um ativo responde instantaneamente às novas informações que surgem, sendo o preço atual a melhor estimativa de seu preço futuro. As suposições adotadas para o CAPM, comentadas por Luce e Moraes Jr.(1979) e também por Keown (1996), de que o mercado perfeito existe e que qualquer informação esteja imediatamente disponível a todos os investidores a um custo nominal, de que os ativos são infinitamente divisíveis e seus custos de transação são desprezíveis, de que as atitudes de um único investidor não afeta o preço de um ativo e de que todos investidores tentam maximizar suas riquezas num simples período, além de concordarem no significado e magnitude da informação disponível, obviamente não descrevem a realidade. Além disso, alguns autores, como Fama e French (1992) argumentam que o modelo CAPM se desvia muito para retornos de portfólios contendo ações de empresas americanas. Eles afirmam que existem outras variáveis além do coeficiente beta, que explicam os retornos do mercado, como por exemplo o tamanho do ativo da empresa, a relação preço/lucro, etc.

A crítica de Fama e French (1992) à utilização do coeficiente beta no modelo CAPM é em parte rebatida por outros autores (conforme item 2.2.1), mas Keown (1996) conclui que o modelo é uma abstração e não se encaixa perfeitamente na maneira como o mercado realmente funciona. Para ele, o modelo, como os que tentam explicar fenômenos complexos do mundo real utilizando suposições simplificadoras, é na melhor das hipóteses uma aproximação grosseira da relação retorno-risco. Por outro lado, o próprio Keown (1996)

lembra que o valor de uma teoria está na precisão de sua predição e não na validade de suas suposições simplificadoras.

No final, pode-se concluir que apesar das evidências de falha, de ataques e contra-ataques, o CAPM não é de todo descartável. Estudos como o de Khan e Fiorino (1992), a ser apresentado no capítulo 4, mostram sua utilidade. Entretanto, acredita-se que na medida em que seja mais amplamente utilizado surjam novos modelos que expliquem melhor a realidade dos investimentos. Um modelo novo que aparece como substituto, ou possível complemento, é a APT que é objeto central de estudo desta dissertação e será retratado no capítulo 3 a seguir.

Capítulo 3

A *ARBITRAGE PRICING THEORY*

3.1 Considerações iniciais

Este capítulo pretende fazer uma revisão bibliográfica da teoria APT (também conhecida como APM – *Arbitrage Pricing Model*), apresentando seu desenvolvimento, comparando-a com o modelo CAPM do capítulo anterior e indicando onde esta teoria pode ser aplicada em análise de investimentos, o que será objeto do capítulo seguinte.

A teoria APT foi desenvolvida por Stephen Ross a partir de 1976, como alternativa ao CAPM. Ela supõe que os retornos sobre ativos sejam gerados por uma série de fatores de âmbito setorial ou macroeconômico. Na APT, assim como no CAPM, a taxa de retorno de um investimento é função da exposição ao risco sistemático dos ativos componentes da carteira deste investimento e não do risco total desta carteira. O modelo também mostra, com base na linha de mercado de títulos (SML), que há uma relação linear entre o retorno esperado de um título e seu beta, tal qual o modelo CAPM.

Diferentemente do CAPM, a APT não requer que todos os investidores se comportem de maneira semelhante (hipótese da expectativa homogênea) e por isso recebe o nome de "*arbitrage*", se aproximando da realidade das diferentes posições de aversão ao risco e das diferentes fontes de informações possíveis a cada investidor. Em outras palavras, não existe na APT, a hipótese das expectativas homogêneas do CAPM, pois, na realidade prática cada investidor forma uma carteira de investimento com diferentes ativos e com diferentes graus de exposição ao risco. Isto quer dizer que os investidores não possuem o mesmo portfólio eficiente (ou de mercado) como único ativo de risco componente de sua carteira de investimento.

Segundo Goetzmann (1997), para se alcançar a precificação arbitrária, a APT considera que:

- Há riscos sistemáticos importantes que se relacionam com os retornos de títulos de modo linear;
- Os investidores percebem estes riscos e podem estimar a sensibilidade (β) do título em relação aos fatores de risco;

- Alguns investidores aceitam se arriscar, isto é, são naturalmente menos avessos ao risco que os outros;
- Os investidores podem explorar as diferenças nas expectativas de retorno, assumindo um risco arbitrário.

Desta maneira, os retornos esperados de ativos serão determinados de tal forma que se aproximem ou recaiam sobre a SML nas diversas dimensões de risco, tantos quanto forem o número de fatores considerados no seu cálculo. Isto é, os fatores de risco representam as fontes de risco sistemático que devem ser consideradas no cálculo do retorno de um investimento. Então, para cada fator de risco, haverá uma SML correspondente (conforme ***fig. 3.3***)

A APT como um modelo multifatorial permite que diferentes investimentos financeiros e projetos empresariais tenham seu retorno calculado considerando os diferentes graus de aversão ao risco por parte de investidores, as diferentes fontes de informações envolvidas e os diferentes cenários econômicos possíveis. Assim, a determinação dos k fatores do modelo é fundamental para sua correta aplicação. Esta determinação é uma atitude dinâmica que varia no tempo e portanto, é arbitrariamente definida de acordo com as circunstâncias e com os especialistas que o fazem. Goetzmann (1997) lembra que os investidores irão precificar os fatores de modo bastante preciso, pois são fontes de riscos sistemáticos a que são expostos e que não podem ser diversificados. Por isso, os investidores demandam compensação em termos de expectativa de retorno por manterem estes títulos arriscados. A exposição a estes riscos é medida pelo fator beta, assim como ocorre no CAPM.

Na APT, segundo Ross (1995), se há correlação entre retornos de dois títulos, isto decorre do fato dos dois títulos serem afetados pelos mesmos fatores para os quais suas sensibilidades (betas) não sejam nulas. O modelo CAPM admite esta correlação, mas não especifica os fatores causadores dela. Ou seja, na APT as informações a respeito de fatores que possam influir no retorno de um ativo são plenamente utilizadas, permitindo aos arbitradores a obtenção de maior ou menor retorno em função do risco que estejam dispostos a correr, enquanto que no CAPM as influências dos fatores se sobrepõem para formar o fator único de mercado. Acredita-se, portanto, que a APT seja um modelo mais próximo da realidade diária dos investidores, embora também apresente algumas desvantagens em relação ao CAPM, conforme será discutido no item 3.5.

3.2 O desenvolvimento da teoria APT

3.2.1 Retorno esperado e surpresas

A taxa de retorno de uma ação observada ao final de determinado período é composta da parte esperada que é prevista por investidores, e da parte incerta ou inesperada, que também é chamada de surpresa, pois é revelada somente após o período de tempo considerado. Na ***equação 3.1***, a parte esperada é representada por $\bar{r}$ e a parte surpresa por U. É na parte inesperada da taxa de retorno que está o risco de qualquer investimento.

$$r = \bar{r} + U \tag{3.1}$$

O resultado de um investimento, ou melhor, a surpresa U, pode ser positiva ou negativa. Há, portanto, uma variância na surpresa e conseqüentemente, na taxa de retorno do investimento. A arbitragem que então ocorre, não é sobre o valor real do retorno, mas sim sobre as expectativas do retorno (Goetzmann, 1997).

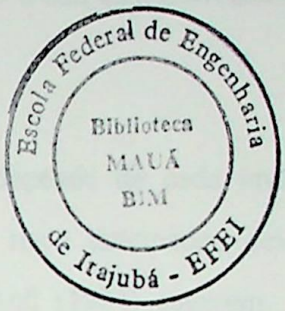
Exemplos de informações que provocam surpresas na taxa de retorno de uma ação (Ross, 1995) :

- Notícias de atividades de pesquisas numa empresa ou ramo de atividades;
- Dados divulgados pelo governo a respeito do crescimento da economia;
- Sabotagem de produtos ou acidentes na empresa ou em seus concorrentes;
- Queda repentina da taxa de juros, etc.

No caso do crescimento da economia, uma parte deste crescimento já estaria estimada pelos investidores e portanto, estaria incorporada em $\bar{r}$. Se o anúncio do governo contiver alguma surpresa, com a variação além ou aquém do previsto pelos investidores, esta faria parte de U na ***equação 3.1***. A parcela surpresa da referida equação, ainda se apresenta dividida em duas partes: uma parte relativa ao risco sistemático ou de mercado, e outra relativa ao risco inerente ou específico àquela empresa ou projeto. Esta última, portanto, não tem relação com outras empresas ou projetos. Matematicamente, esta separação de risco sistemático e risco não sistemático resulta na ***equação 3.2.***

$$U = m + \varepsilon \tag{3.2}$$

Assim, a ***equação 3.1*** pode ser rescrita como:



$$r = \bar{r} + m + \varepsilon \tag{3.3}$$

onde:

- $\bar{r}$ é a parte esperada do retorno, e

- U é a surpresa, sendo m relativo ao risco de mercado (ou sistemático) e ε, relativo ao risco não sistemático ou específico ao ativo ou carteira de ativos considerada.

3.2.2 Riscos sistemáticos e riscos não sistemáticos

O risco sistemático, *m*, influencia todos os ativos no mercado de algum modo. O risco não sistemático, *ε*, por ser específico a uma empresa, não tem relação com o risco específico da maioria das outras empresas. Ou seja, não são correlacionados. Assim, se os riscos não sistemáticos de uma empresa *A* são independentes dos riscos não sistemáticos de outra empresa *B*, a correlação entre eles é nula ($\rho(\varepsilon_A, \varepsilon_B) = 0$). Na realidade prática, no entanto, os riscos não sistemáticos podem não ser absolutamente independentes e talvez seja mais conveniente dizer que afetem com pouca intensidade as ações de empresas no mesmo setor e que possivelmente não tenham nenhuma influência em ações de empresas em outros setores industriais.

3.3 O modelo multifatorial

A APT se utiliza do modelo multifatorial onde as fontes sistemáticas de risco são designadas por *k* fatores e portanto, a parcela *m* da ***equação 3.3*** pode ser expandida em termos destas fontes ou fatores de risco sistemático, conforme descrito na ***equação 3.4:***

$$r = \bar{r} + \beta_1 F_1 + \beta_2 F_2 + ... + \beta_k F_k + \varepsilon \tag{3.4}$$

onde:

- β_i (i = 1,2,...k) representa a sensibilidade de um ativo (um único título ou uma carteira de ativos) às variações inesperadas do fator correspondente F_i;

- F_i's são as fontes ou fatores de risco sistemático;
- ε é relativo ao risco específico do ativo considerado e não está correlacionado com outros ativos.

Teoricamente, o número de fatores é variável e depende de cada investidor ou especialista do projeto em determinar quais as fontes de risco sistemático deveriam ser consideradas no cálculo do retorno do projeto. Ross e Roll (1984) sugerem, com suas pesquisas, que os quatro fatores de risco sistemático que mais adequadamente influenciam os retornos no mercado são: a surpresa nos índices de inflação, as variações inesperadas no nível de produção industrial, os desvios inesperados nos prêmios pelo risco e os movimentos não antecipados na estrutura de prazos das taxas de juros. Ross (1995) argumenta que os três fatores de risco sistemático que afetam as empresas de um modo geral e que são freqüentemente usados são: as surpresas na taxa de inflação esperada, variação do produto nacional bruto (PNB) e variação da taxa de juros. Chen, Roll e Ross apud Goetzmann (1997) encontraram quatro ou cinco séries macroeconômicas que explicam muito bem os retornos de títulos. Estes fatores são: surpresas em índices de inflação, surpresas no PNB esperado, surpresas na confiança do investidor e desvios na curva de rendimento esperado de um projeto. Como nem profissionais, nem acadêmicos concordam sobre os fatores de risco a serem adotados, fica a cargo de cada especialista definir para determinado projeto, empresa ou setor industrial, os fatores que julguem representativos neste cálculo. Os quatro fatores citados por Ross e Roll (1984) explicam os retornos do índice S&P500, mas não se sabe ainda, se são definitivos. A dúvida na determinação dos fatores ocorre porque a diferença entre risco sistemático e não sistemático é bastante tênue e subjetiva. Por isso, os pesquisadores observam que quanto mais a APT for utilizada na aplicação prática outros fatores poderão surgir.

Para muitas empresas, no entanto, os fatores macroeconômicos citados por Ross (1995) seriam suficientes para descrever os riscos sistemáticos nos retornos de suas ações e poder-se-ia então, escrever a ***equação 3.5:***

$$r = \bar{r} + \beta_I F_I + \beta_{PNB} F_{PNB} + \beta_r F_r + \varepsilon \qquad (3.5)$$

Na prática porém, o modelo de um único fator ainda é o mais utilizado. Por exemplo, o índice de mercado de ações americano (S&P500). Neste caso, a ***equação 3.3*** seria reescrita conforme a ***equação 3.6***.

$$r = \bar{r} + \beta F + \varepsilon \tag{3.6}$$

ou ainda,

$$r = \bar{r} + \beta(r_{SP500} - \bar{r}_{SP500}) + \varepsilon \tag{3.7}$$

onde: - $\bar{r}_{SP500}$ é o índice de mercado S&P500 esperado;

- r_{SP500} é o índice S&P500 arbitrado pelo analista no momento da análise do investimento, de acordo com a maior ou menor aversão ao risco pelo investidor.

Ao considerar uma lista de n ações componentes de uma carteira e usando um único fator para captar o risco sistemático, a i-ésima ação terá retorno igual ao representado pela ***equação 3.6***, onde F é o fator que representa o risco sistemático. Este fator pode ser por exemplo, como será visto no item 3.4.3, o índice do mercado de ações. Neste caso F é a diferença entre o retorno efetivo do índice do mercado e sua taxa de retorno esperada e é aplicável a todas as n ações.

Este modelo fatorial usando o fator mercado como fator único é dito modelo de mercado e portanto, é também escrito conforme ***equação 3.8***.

$$r = \bar{r} + \beta(r_m - \bar{r}_m) + \varepsilon \tag{3.8}$$

Em uma carteira de n ativos, seu retorno será a soma ponderada do retorno de cada ativo formador da carteira, conforme a ***equação 3.9.***

$$r = X_1 r_1 + X_2 r_2 + \ldots + X_n r_n \tag{3.9}$$

Porém, se cada ativo ***i*** tem sua taxa de retorno representado pela ***equação 3.10*** de fator único F, a ***equação 3.9*** poderá ser rescrita conforme a ***equação 3.11***, substituindo-se ***3.10*** em ***3.9.***

$$r_i = \bar{r}_i + \beta_i F + \varepsilon_i \tag{3.10}$$

$$r = X_1(\bar{r}_1 + \beta_1 F + \varepsilon_1) + X_2(\bar{r}_2 + \beta_2 F + \varepsilon_2) + ... + X_n(\bar{r}_n + \beta_n F + \varepsilon_n) \tag{3.11}$$

onde β_i (i = 1,2,...n) representa a sensibilidade do ativo *i* ao fator único *F*.

A ***equação 3.11*** é então determinada por três conjuntos de parâmetros, multiplicados pela proporção X_i de participação de cada um dos *n* ativos na formação da carteira. Estes três conjuntos são:

1 - O retorno esperado de cada ativo individual, $\bar{r}_i$;

2 - A sensibilidade (beta) de cada ativo às surpresas no fator *F*, $\beta_i F$;

3 - O risco não sistemático de cada ativo individual, ε_i.

A ***equação 3.11*** pode então ser expressa em termos de cada conjunto de parâmetros:

1 - Média ponderada de retornos esperados dos *n* ativos :

$$\bar{r} = X_1\bar{r}_1 + X_2\bar{r}_2 + ... + X_n\bar{r}_n \tag{3.11 a}$$

2 - Média ponderada de betas dos *n* ativos, multiplicada pelo fator único *F*:

$$m = (X_1\beta_1 + X_2\beta_2 + ... + X_n\beta_n)F \tag{3.11 b}$$

3 - Média ponderada de riscos não sistemáticos dos *n* ativos :

$$\varepsilon_i = X_1\varepsilon_1 + X_2\varepsilon_2 + ... + X_n\varepsilon_n \tag{3.11 c}$$

Ou seja, as ***equações 3.11 (a, b, c)*** que são a soma dos três conjuntos de parâmetros é o desenvolvimento daqueles termos da ***equação 3.3***.

Analisando cada conjunto de parâmetros observa-se que:

- No caso de haver k fatores, ao invés do fator único, m será a soma de k parcelas formadas pela multiplicação da média ponderada de betas dos n ativos por cada fator F_j (j = 1,2,...,k). Neste caso, segundo Sharpe (1984), a ***equação 3.11 b*** seria rescrita:

$$m = (X_1\beta_{11} + X_2\beta_{21} + ... + X_n\beta_{n1})F_1 + (X_1\beta_{12} + X_2\beta_{22} + ... + X_n\beta_{n2})F_2 + .. + (X_1\beta_{1k} + X_2\beta_{2k} + ... + X_n\beta_{nk})F_k \quad (3.12)$$

  onde cada β_{ij} estaria representando a sensibilidade do ativo i ao fator F_j correspondente.
- No primeiro conjunto de parâmetros não há incerteza porque é neste conjunto que o valor esperado de cada ativo que forma a carteira aparece.
- No segundo conjunto de parâmetros, a incerteza aparece no fator F, pois não se sabe qual será seu valor futuro. Ou seja, não se sabe *a priori*, se há surpresa ou não no seu valor efetivo, relativamente ao seu valor esperado.
- O terceiro conjunto de parâmetros é representado pelos vários riscos não sistemáticos, ε_i , que são aleatórios e portanto, alguns têm retornos positivos e outros negativos, com seu somatório tendendo a zero, a medida que n cresce.
- Apesar das incertezas do segundo e terceiro conjuntos, apenas o último desaparece com o aumento do número de ativos n, pois os riscos não sistemáticos são independentes entre si e quanto mais ativos são acrescentados, mais forte se torna o efeito diversificação e a carteira se torna menos arriscada. Já no segundo conjunto, a incerteza está no risco sistemático F que afeta a todos os ativos de mesmo modo, pois o fator F está multiplicando a soma ponderada. Portanto, é impossível evitar esta incerteza mesmo investindo em muitos ativos. Neste caso não há diversificação.

3.4 Diversificação

3.4.1 Risco de um título versus risco de uma carteira

Como o risco relevante numa carteira ampla e bem diversificada é preponderantemente sistemático (a componente não sistemática é praticamente eliminada na diversificação), se o

investidor deseja alterar as proporções de determinado ativo nesta carteira, poderá fazê-lo sem se preocupar com o risco não sistemático deste ativo. Assim, somente o risco sistemático de um ativo poderá ser relacionado ao retorno da carteira ampla. Por outro lado, o retorno de um único ativo depende também de seu risco não sistemático.

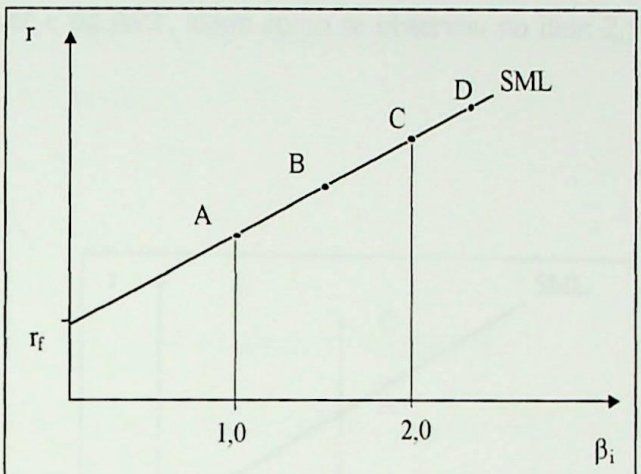


Figura 3.1. - Risco de um título versus risco de uma carteira

Na ***figura 3.1,*** *A* é um título com beta unitário e terá o mesmo retorno e mesmo beta que uma carteira formada a partir de 50% do título *C*, de $\beta = 2$, e de 50% do ativo livre de risco (de retorno r_f). Pode-se ainda, formar uma carteira com a combinação de múltiplos títulos sobre SML (*A, B, C, D...*), emprestando-se à taxa livre de risco, cujo beta resultante seja unitário e cujo retorno seja o mesmo de *A*. Portanto, em termos de retorno do investimento é indiferente acrescentar uma pequena proporção do título *A*, ou da combinação múltipla de títulos em uma carteira. No entanto, o risco não sistemático do título *A* não é igual ao da combinação de títulos. Numa carteira diversificada, como aquela montada com a combinação múltipla de títulos, o risco não sistemático é eliminado, o que já não ocorre com o título individual *A*. Ou seja, a diferença entre a carteira montada e o título *A* que apresentam mesmo retorno, está no maior risco apresentado por *A*. Isto é, a diferença é a parcela relativa ao risco não sistemático do título *A*, σ_ε^2 (conforme será visto na ***equação 3.27***).

3.4.2 Relação linear

A linearidade da relação retorno-risco em um determinado fator *i* é comprovada analisando-se o ativo *B* sobrevalorizado da ***figura 3.2.*** Neste caso, o ativo *B* é dominado pelo ativo *A* (que pode ser um título individual ou uma combinação de títulos) sobre a linha de

mercado de títulos (SML_i). Ou seja, com retorno menor para o mesmo beta (mesmo nível de risco), a procura pelo ativo *B* é muito menor. Uma menor procura por *B* reduz seu preço, elevando seu retorno até que o equilíbrio seja alcançado sobre a reta SML_i. O contrário também aconteceria com outro ativo *C* que estivesse subvalorizado (acima da reta SML_i). Neste caso, o ativo *C* teria maior procura, elevando seu preço e reduzindo seu retorno até que se alcançasse o equilíbrio sobre a reta. Observa-se então, a linearidade da relação retorno-risco para um fator qualquer *i*, na APT, assim como se observou no item 2.5.5 do capítulo anterior sobre o CAPM.

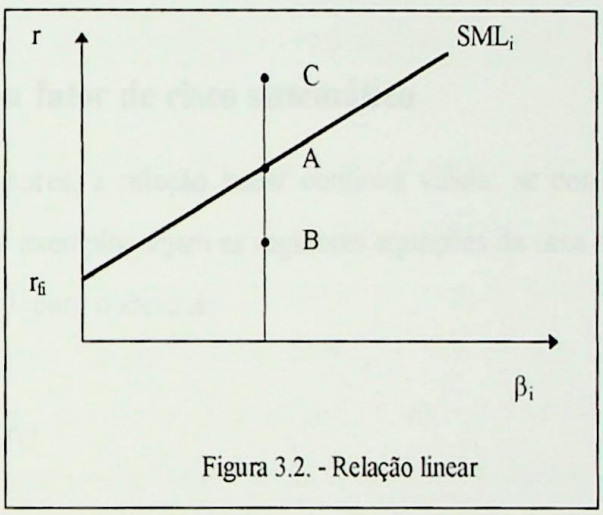


Figura 3.2. - Relação linear

Se a relação retorno esperado – beta de títulos, no modelo de fator único, é uma reta, matematicamente tem-se a ***equação 3.13:***

$$r = r_f + \beta(r_F - \bar{r}_F) \qquad (3.13)$$

onde: - r_f é a taxa de retorno do ativo livre de risco e $(r_F - \bar{r}_F)$ é a surpresa em termos do fator único *F*.

3.4.3 Carteira de mercado e fator único

O coeficiente beta no modelo CAPM, conforme visto no capítulo 2, mede a sensibilidade do título aos movimentos da carteira de mercado. No modelo de fator único da APT, o beta mede a sensibilidade do título a este fator único. Uma carteira que seja ampla e diversificada (sem risco não sistemático), onde nenhum título se sobressai com participação elevada no mercado, é chamada de carteira de mercado. Esta carteira está perfeitamente

correlacionada com o modelo de fator único. Ou seja, assim como ocorre na consideração de fator único, a carteira de mercado é ampla e diversificada e os títulos que a compõe têm pesos pouco significativos em relação ao seu valor total.

Ajustando apropriadamente o fator único, pode-se tratá-lo como se fosse o próprio índice do mercado. Comparando-se as ***equações 3.13 e 3.14***, conclui-se que r_m é o retorno esperado da carteira de mercado e $(r_m - \bar{r}_m)$ é o prêmio pelo risco pago pelo mercado, pois, o fator único F é o próprio mercado. Esta equação é a mesma do modelo CAPM, considerando um único fator F que é o mercado.

$$r = r_f + \beta(r_m - \bar{r}_m) \tag{3.14}$$

3.4.4 Mais de um fator de risco sistemático

No caso de dois fatores, a relação linear continua válida, se considerado cada fator independente do outro. Por exemplo: sejam as seguintes equações da taxa de retorno esperado em cada um dos fatores *i* e *j*, para o ativo *A*:

$$r = r_{f_i} + \beta_{Ai}(r_i - \bar{r}_i) \tag{3.15}$$

$$r = r_{f_j} + \beta_{Aj}(r_j - \bar{r}_j) \tag{3.16}$$

onde:

- a taxa de retorno esperado de cada fator é aquela representada pelo retorno livre de risco r_f, somado ao prêmio pelo risco em cada fator considerado;

Somando-se as ***equações 3.15*** e ***3.16***, resulta a ***equação 3.17***. Ou seja, a soma dos retornos resultantes das ***equações 3.15*** e ***3.16*** é igual àquele retorno da ***equação 3.15***.

$$r = r_f + \beta_{Ai}(r_i - \bar{r}_i) + \beta_{Aj}(r_j - \bar{r}_j) \tag{3.17}$$

Conforme ***figura 3.3,*** pode-se representar graficamente os dois fatores *i* e *j*:

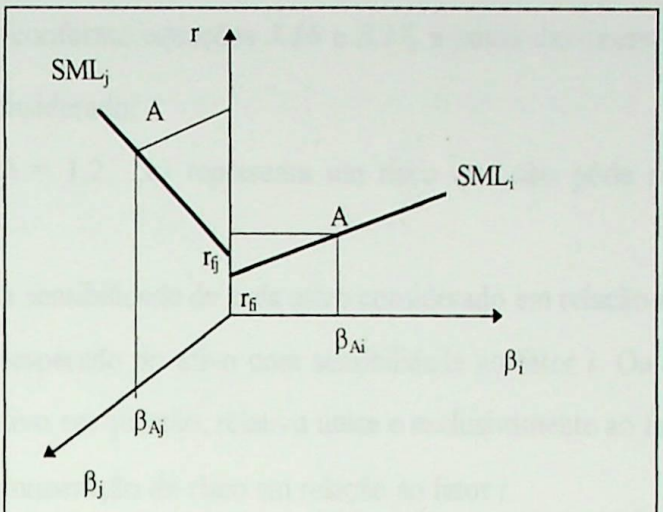


Figura 3.3. - Linha de mercado de títulos para dois fatores

Como se pode observar, com dois fatores tem-se dois pontos sobre cada uma das retas SML, representando o retorno do ativo *A* nos fatores *i* e *j*. Genericamente, pode-se dizer que a representação terá tantos eixos (dimensões) quanto o número de fatores considerados no cálculo do retorno de uma carteira de investimentos ou projeto de uma empresa. Teoricamente, se este número se estendesse ao infinito, o retorno do ativo *A* desenharia uma linha fechada no espaço, formada pelas infinitas SML´s que interceptariam o eixo r nos pontos r_{fi} , que corresponde à parte livre de risco ou à parte de retorno esperado de cada fator correspondente.

A APT com sua modelagem multifatorial, talvez represente melhor a realidade diária dos investimentos de uma empresa, onde o risco não sistemático de um ativo, carteira de ativos ou um projeto, não está correlacionado com os riscos não sistemáticos dos outros. A relação entre risco e retorno deste ativo, pode então ser expressa conforme ***equação 3.18***:

$$r = r_f + (r_1 - \bar{r}_1)\beta_1 + (r_2 - \bar{r}_2)\beta_2 + \ldots + (r_k - \bar{r}_k)\beta_k \qquad (3.18)$$

Note-se que :

- a ***equação 3.18*** representa a taxa de retorno esperado para determinado ativo (sendo este um único título, ou uma carteira de títulos) que é a soma da taxa livre de risco com a compensação pelos vários tipos de risco existentes neste ativo. Ou seja,

é a soma da taxa livre de risco e prêmios pelo risco nos diversos fatores considerados.

- r_f representa, conforme equações ***3.16*** e ***3.17,*** a soma das taxas livre de risco em cada fator *i* considerado.
- cada fator *i* (i = 1,2,...,k) representa um risco que não pôde ser eliminado por diversificação;
- β_i representa a sensibilidade de cada ativo considerado em relação a cada fator *i*;
- r_i é o retorno esperado do ativo com sensibilidade ao fator *i*. Ou seja, é o retorno esperado do ativo em questão, relativo única e exclusivamente ao fator *i*.
- $(r_i - \bar{r}_i)$ é a remuneração do risco em relação ao fator *i*.
- os k fatores podem ser : o crescimento do PNB, a inflação, o nível tecnológico de um país e tantos outros fatores necessários para representar a peculiaridade de cada investimento, caso este não pertença a uma carteira amplamente diversificada.
- $(r_i - \bar{r}_i)$ será positivo no caso normal, e negativo quando o fator *i* proporcionar proteção contra o risco *(hedging);*
- quanto mais elevado for o beta de um título, mais elevado será o risco contido no título, relativamente a este fator.
- tanto a ***equação 2.17***, referente ao modelo de fator único do CAPM, quanto a ***equação 3.18***, referente ao modelo multifatorial da APT, não apresentam a parcela ε da ***equação 3.3***, eliminada com a diversificação.

3.4.5 Comprovação matemática da diversificação

Em um desenvolvimento adaptado de um tratamento matemático mais rigoroso descrito por Weston e Brigham (1975), partindo da equação geral de retorno do modelo de fator único para um ativo qualquer *i* (***equação 3.10***) e de algumas hipóteses, consegue-se calcular o retorno e a variância para a carteira de *n* ativos e se comprova sua diversificação a medida que *n* cresce.

Neste desenvolvimento, os símbolos matemáticos E(r) e Var(r) serão usados para designar respectivamente esperança matemática e variância do retorno da carteira de ativos.

Hipóteses :

- Todos os ativos progressivamente acrescentados na carteira têm o mesmo peso 1/n;
- Todos os ativos têm o mesmo retorno esperado $\bar{r}$;

- Todos os ativos têm mesma sensibilidade (β) em relação ao fator único.

Cálculo do retorno da carteira:

Tomando-se a esperança matemática em ambos membros da ***equação 3.10***, tem-se E(r), que é o retorno médio esperado da carteira, expresso como se segue:

$$E(r) = E[\bar{r}_i + \beta_i F + \varepsilon_i] = E[\bar{r}_i] + E[\beta_i F] + E[\varepsilon_i] \tag{3.19}$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\bar{r}_i + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\beta_i E(F) + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i = \frac{1}{n}n\bar{r}_i + \frac{1}{n}n\beta E(F) + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i =$$

isto é:

$$E(r) = \bar{r} + \beta E(F) + E(\varepsilon_i) \tag{3.20}$$

como $E(\varepsilon_i) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i$ (valor médio esperado dos riscos não sistemáticos - aleatórios), a expressão se aproxima de uma distribuição normal de média zero, a medida que outros ativos vão sendo acrescentados na carteira. Então, representando E (r) = r e E (F) = F, tem-se:

$$r = \bar{r} + \beta F \tag{3.21}$$

onde: - r é a taxa de retorno esperado da carteira de ativos;

- $\bar{r}$ é o retorno esperado para a carteira;
- β é a sensibilidade da carteira ao fator F;
- E(F) ou simplesmente F, é o valor esperado do fator F. Ou seja, a diferença entre seu valor estimado e aquele efetivamente ocorrido.

O fator F também poderia ser representado por $(r_k - \bar{r}_k)$, sendo k o fator em questão que poderá ser o PNB, a inflação ou o mercado do CAPM, entre outros.

Se a hipótese adicional de que a sensibilidade ao fator F dos n ativos, seja aquela do mercado (β = 1), tem-se a ***equação 3.22,*** como retorno da carteira.

$$r = \bar{r} + F \tag{3.22}$$

O risco ou variância desta carteira é calculado conforme se segue, partindo-se da definição de variância (***equação3.23***) e considerando as mesmas hipóteses anteriores. Assim, tem-se:

$$Var(r) = \sigma_r^2 = E(r^2) - [E(r)]^2 \tag{3.23}$$

como $r = \bar{r}_i + \beta F + \varepsilon_i$

e $r^2 = \bar{r}_i^2 + 2\bar{r}_i\beta F + \beta^2 F^2 + 2\bar{r}_i\varepsilon_i + 2\beta F\varepsilon_i + \varepsilon_i^2$

tem-se:

$$E(r^2) = E(\bar{r}_i^2 + 2\bar{r}_i\beta F + \beta^2 F^2 + 2\bar{r}_i\varepsilon_i + 2\beta F\varepsilon_i + \varepsilon_i^2)$$

Como F e ε_i são independentes,

$$E(r^2) = \bar{r}_i^2 + 2\bar{r}_i\beta E(F) + \beta^2 E(F^2) + 2\bar{r}_i E(\varepsilon_i) + 2\beta E(F)E(\varepsilon_i) + E(\varepsilon_i^2) \tag{3.24}$$

tomando a ***equação 3.20*** ao quadrado, obtém-se:

$$[E(r)]^2 = \bar{r}_i^2 + 2\bar{r}_i\beta E(F) + \beta^2[E(F)]^2 + 2\bar{r}_i E(\varepsilon_i) + 2\beta E(\varepsilon_i)E(F) + [E(\varepsilon_i)]^2 \tag{3.25}$$

subtraindo ***3.25*** de ***3.24,*** encontra-se a variância da carteira:

$$Var(r) = E(r^2) - [E(r)]^2 = \beta^2 E(F^2) + E(\varepsilon_i^2) - \beta^2[E(F)]^2 - [E(\varepsilon_i)]^2 \tag{3.26}$$

rearranjando ***3.26,*** tem-se:

$$Var(r) = \beta^2\{E(F^2) - [E(F)]^2\} + \{E(\varepsilon_i^2) - [E(\varepsilon_i)]^2\} = \beta^2\sigma_F^2 + \sigma_\varepsilon^2$$

ou seja,

$$\sigma_r^2 = \beta^2\sigma_F^2 + \sigma_\varepsilon^2 \tag{3.27}$$

Conclui-se então, que a variância da carteira é composta de duas parcelas. Uma parcela é dependente do risco sistemático ($\beta^2 \sigma_F^2$) e a outra do risco não sistemático (σ_ε^2). Com o crescimento do número de ativos n na carteira, a parcela σ_ε^2, relativa ao risco não sistemático tende a zero, conforme se observa na ***equação 3.28*** a seguir:

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i^2 - \left(\frac{1}{n}\right)^2 (\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i)^2 \qquad (3.28)$$

Assim, com o aumento do número de ativos na carteira, a mesma se diversifica e sua variância passa a depender apenas do risco sistemático. Este resultado é retratado na ***equação 3.29***:

$$\sigma_r^2 = \beta^2 \sigma_F^2 \qquad (3.29)$$

Ou seja, o risco não sistemático desaparece enquanto o risco sistemático permanece. Este resultado é análogo à diversificação encontrada no CAPM, representada pela ***figura 3.4.***

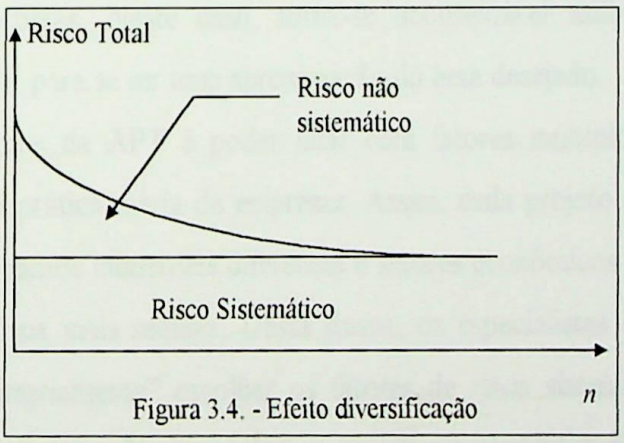


Figura 3.4. - Efeito diversificação

3.5 Comparações APT versus CAPM

O CAPM e a APT são modelos alternativos que relacionam risco e retorno de investimentos em ativos de risco. Estes modelos apresentam pontos em comum, mas também diferenças que trazem vantagens e desvantagens relativas entre si. Apresentam-se como inovação e têm aplicação prática no cálculo da taxa de descontos de projetos e orçamento de capital de empresas. Neste item 3.5, será explorado o relacionamento destes modelos.

Como muitos fatores entram na composição da ***equação 3.18***, a APT tem possibilidade de medir com maior precisão o retorno esperado de um projeto que o CAPM. Porém, as maiores desvantagens da APT frente ao CAPM são que os fatores devem ser escolhidos apropriadamente por especialistas no projeto e além disso, quanto maior o número de fatores, maior o risco de incluir erros neste cálculo. Goetzmann (1997) alerta que embora a regressão linear seja uma ferramenta estatística fácil para o cálculo dos betas, trata-se de estimativa e portanto, está sujeita a erros. Os betas, por exemplo, podem variar no tempo, já que companhias modificam seus produtos, seu foco de atuação, seus clientes-alvo etc. Como a análise de regressão é feita sobre um período de estimativa de prazo curto, geralmente até cinco anos e em cenários fixos, períodos mais longos poderiam tornar estas estimativas grosseiramente inválidas. Além disso, segundo Bernstein (1997), depender da regressão à média na previsão do futuro tende a ser perigoso quando a própria média está em mudança constante. Deve-se portanto, ser suficientemente flexível para reconhecer que se trata de um modelo e que a relevância das hipóteses que sustentam sua utilização deve ser constantemente questionada.

Se uma empresa não tem ações publicamente negociáveis, ou se os dados não são suficientemente precisos para a estimativa de betas (poucos pontos), não se pode confiar na regressão para estimar betas. Neste caso, torna-se aconselhável utilizar-se de betas de empresas de mesmo setor, para se ter uma aproximação do beta desejado.

Uma das vantagens da APT é poder lidar com fatores múltiplos que representam melhor a realidade, ou a prática diária de empresas. Assim, cada projeto de investimento em empresas diferentes, em ramos industriais diferentes e setores econômicos distintos teriam seu retorno calculado de forma mais realista. Desta forma, os especialistas em cada um destes projetos poderiam "arbitrariamente" escolher os fatores de risco sistemático que afetariam determinado projeto. Da mesma forma, poderiam escolher a sensibilidade à variabilidade do retorno de projetos aos seus fatores de risco, e ainda, o grau de aversão ao risco dos investidores. Bernstein (1997) afirma ser raro encontrar dois investidores com carteiras significativamente semelhantes, o que realça a importância da APT em considerar a arbitragem.

Goetzmann(1997) explica que a maior diferença prática entre o CAPM e a APT é que o primeiro usa apenas uma variável de risco no modelo, que é o mercado, enquanto que a APT usa várias variáveis ou fatores que influenciam o mercado. Portanto, o fator único do CAPM refletirá ponderadamente as variações dos fatores da APT.

Escola Federal de Engenharia de Itajubá - EFEI
Biblioteca MAUÁ BIM

Por permitir que tipos múltiplos de riscos sistemáticos, ao invés de um único risco sistemático, influenciem no cálculo do retorno de ativos, Ross (1995) considera que o modelo APT seja uma espécie de generalização do modelo anterior.

3.6 Considerações Finais

Uma das principais aplicações da APT, conforme será visto no próximo capítulo, é o cálculo da taxa de desconto para projetos de investimentos. Nestes projetos, a análise do fluxo de caixa deve incluir os riscos inerentes a cada projeto. Os métodos tradicionais usam as técnicas de taxa interna de retorno, prazo máximo de retorno (*payback)* e valor presente, incluindo o risco através da consideração de cenários prováveis determinados por especialistas e então usando a simulação de Monte Carlo entre outros, para a determinação da viabilidade do projeto (Luehrman, 1997). A APT, através do uso dos fatores de risco sistemático, incorpora os riscos inerentes a cada projeto de investimento no cálculo de seu retorno, sendo portanto, uma opção no cálculo da taxa de desconto de projetos e na análise de orçamento de capitais para projetos e empresas.

A utilização do CAPM e da APT no cálculo de taxa de desconto de projetos não financeiros é muito pouco difundida, apesar de suas criações terem sido há mais de 20 anos. Khan e Fiorino (1992) citando Rosenhead et al. (1972) e MacInnes e Carleton (1982), afirmam que a popularidade de métodos como o *payback* e taxa mínima de atratividade (TMA) na análise de investimentos, mais de 25 anos após o desenvolvimento do CAPM, deriva-se da preferência de gerentes a favor da robustez destes, ao invés da sofisticação do CAPM (conseqüentemente da APT). Trata-se de uma postura conservadora.

Na avaliação de projetos de empresas, a TMA e o método payback imprimem aos seus projetos um retorno que não corresponde àquele relativo ao risco específico de cada projeto. Ou seja, estes métodos tradicionais não consideram a peculiaridade de projetos, o que seria possível usando o(s) coeficiente(s) beta(s) do CAPM e APT (Miranda e Pamplona, 1997). Os gerentes, entretanto, preferem tomar decisões que são prováveis de levar a resultados satisfatórios numa faixa mais ampla de possíveis cenários e que comprometam o mínimo de recursos no presente, ao ter maior flexibilidade futura (MacInnes e Carleton, 1982).

Como exemplo de aplicação do conceito destes novos métodos que relacionam risco-retorno, pode-se supor uma companhia de petróleo que queira montar uma carteira imune às surpresas na inflação, uma vez que os preços dos combustíveis são correlacionados com a

inflação. Esta companhia deveria então, complementar sua carteira de investimentos com ações que tenham baixa exposição aos choques da inflação. Deste modo, estaria reduzindo o risco de seu portfólio com relação ao fator inflação.

Enfim, pode-se concluir que o CAPM e a APT são importantes métodos complementares, disponíveis para a análise de investimentos e que ganharão espaço na medida em que forem sendo melhor estudados e tendo seus efeitos comprovados na prática diária das empresas.

Nos capítulos 4 e 5 que se seguem, apresentam-se análises de projetos reais, utilizando-se a APT como auxiliar na avaliação de viabilidade de projetos e na tomada de decisão de investimentos.

Capitulo 4

UMA APLICAÇÃO DA APT EM ANÁLISE DE INVESTIMENTOS

4.1 Considerações Iniciais

O objetivo deste capitulo é mostrar como o modelo APT pode ser aplicado em análise de investimentos, sendo uma alternativa aos métodos tradicionais utilizados para este fim. Para se atingir este objetivo, parte-se de um estudo realizado por Khan e Fiorino (1992), onde fazem uma comparação dos resultados dos métodos tradicionais com aqueles do método CAPM. Os dados aqui utilizados são os mesmos deste estudo, porém, utilizar-se-á para o modelo multifatorial APT três fatores: inflação, produto nacional bruto (PNB) e a taxa de juros (representada por letras do tesouro americano), ao invés do índice de mercado por eles utilizados no modelo CAPM.

4.2 Introdução

Khan e Fiorino (1992) analisam a viabilidade de projetos de eficiência energética que também estão sujeitos a riscos sistemáticos de um portfólio de investimentos bem diversificado contendo: ações, títulos, terrenos, plantas industriais, equipamentos, etc. Os métodos tradicionais utilizados nesta análise comparativa com o CAPM são: a taxa interna de retorno (TIR) e o método *payback*. Os riscos sistemáticos a que seus portfólios estão sujeitos são as taxas de câmbio, preço de *commodities*, taxas de juros, ciclicidade da economia, acordos de comércio, desregulamentação, reformas tributárias, etc. Porém, os efeitos dos riscos sistemáticos na maioria dos investimentos em geral e nos investimentos de eficiência energética em particular, podem ou não ter efeitos similares. Por exemplo, a eliminação do crédito de imposto no investimento, reduz a atratividade de ambos: investimentos em geral e investimentos em melhor eficiência energética. Ao passo que, a queda no preço do petróleo aumenta a atratividade dos investimentos dos negócios em geral, mas não dos projetos de eficiência energética. No entanto, a estimativa de variação deste risco sistemático é complexa e não pode ser negligenciada na seleção de projetos e orçamento de capital. Por isso, faz-se necessário o uso de métodos modernos de análise de investimentos, que relacionam retorno e risco.

É importante notar que os dados apresentados na ***tabela 4.3*** (item 4.4), assim como a descrição dos projetos tiveram suas unidades transformadas, por este autor, do sistema americano (conforme apresentadas por Khan e Fiorino, 1992), para o sistema internacional.

Khan e Fiorino (1992) concluem que cada projeto tem sua própria taxa mínima de atratividade (TMA) devido ao seu grau de risco peculiar. Weston e Copeland (1986) consideram a TMA apropriada apenas para o portfólio da empresa, mas não para projetos individuais deste portfólio. Ou seja, a utilização da TMA da empresa para analisar projetos individuais, servindo como limite de aceitação ou rejeição, pode levar a decisões inadequadas (Miranda e Pamplona, 1997).

4.3 Breve descrição dos projetos em análise

Os projetos de eficiência energética considerados neste estudo são independentes e não mutuamente exclusivos, com investimentos de capital inicial entre US$ 25 a US$ 50 mil, vida útil de 8 anos e não há necessidade de se fazer empréstimos para a realização destes. A seguir, descreve-se cada um dos quatro projetos em análise:

Projeto 1

Consiste da substituição de motores padrão por motores de alta eficiência energética em sistemas de ar condicionado e exaustores, sendo:

- 6 motores de 20 hp, operando continuamente para o ar condicionado;
- 6 motores de 15 a 50 hp, operando continuamente para o sistema de exaustão.

Os motores de alta eficiência energética utilizam 5 % menos eletricidade que os motores padrão e geram uma economia anual de 49.829 kwh. O preço de compra total dos novos motores é de US$ 22 mil, além de US$ 3,6 mil necessários para suas instalações. Portanto, o investimento inicial total do projeto é de US$ 25,6 mil, com manutenção anual de US$ 400.

Projeto 2

Consiste da colocação de uma película de proteção solar de baixa emissividade, num total de 1.789 m^2, proporcionando uma economia de 173.700 kwh de eletricidade no condicionamento de ar durante o verão e aproximadamente 12.743 m^3 de gás natural no aquecimento durante o inverno. O custo total de instalação da película é de US$ 34.950, sendo sua manutenção anual de US$ 350.

Projeto 3

Consiste da instalação de trocadores de calor entre o sistema de ventilação e os dutos de exaustão de ar. A necessidade de ventilação do prédio é de aproximadamente 829 m^3/minuto na condição ambiental de 40° C (seco), ou 27° C (úmido) no verão, e - 18° C (seco) no inverno. A necessidade de exaustão do prédio é de 746 m^3/minuto em 24° C (seco), ou 17,5° C (úmido) em ambos: verão e inverno. No verão, os trocadores de calor expulsam o calor, antes do ar ventilado entrar no sistema de ar condicionado do prédio. Esta pré-refrigeração economiza 25.900 kwh de eletricidade anualmente. No inverno, os trocadores aproveitam o calor do ar de exaustão antes de sua expulsão e o transferem ao ar renovado que entra no sistema de ar condicionado. Este pré-aquecimento economiza 64.979 m^3/ano de gás natural. O investimento total, incluindo a instalação dos trocadores de calor é de US$ 45.140, com manutenção anual de US$ 450.

Projeto 4

Consiste da instalação de refletores especulares e da retirada de lâmpadas das luminárias de teto do prédio. O sistema de iluminação do prédio tem 1.047 luminárias em centros de 6 m^2, operando 60 horas/semana. Cada luminária tem 3 lâmpadas fluorescentes de 40 w. A instalação dos refletores de alumínio anodizado nas luminárias com a remoção de uma lâmpada de 40 w resulta nos mesmos níveis de iluminação de antes desta remoção. Esta medida proporciona uma economia de 130.666 kwh/ano de eletricidade. O investimento total deste projeto, incluindo instalação, é de US$ 31.410, com manutenção anual de US$ 314.

4.4 Cenários econômicos possíveis

Khan e Fiorino (1992) consideram três cenários econômicos possíveis para o período de vida útil dos projetos, com probabilidade igualitária de ocorrência (1/3) para cada um deles. Um cenário com preços internacionais do petróleo abaixo daquele observado na época de seus estudos. Um cenário com preços de petróleo elevado e outro com preços intermediários.

Cenário 1: baixo preço do petróleo

Neste cenário é considerado um preço mundial do petróleo abaixo da média, resultando uma tendência de maior crescimento econômico com menor inflação. Neste caso, há necessidade de importação de petróleo em conseqüência de maior consumo interno e da queda natural de produção que já vem ocorrendo nos EUA. A necessidade de importação

passaria da ordem de 4,5 milhões de barris diários em 1985, para aproximadamente 10 milhões de barris por dia em 1995.

Cenário 2: preço do petróleo estável (caso base)

Neste cenário é considerado o preço base do petróleo. Ou seja, aquele valor estável entre o cenário de uma possível redução de seu preço mundial e de uma possível elevação do mesmo. Também são levados em consideração, a produção média americana de petróleo, seu consumo e a conseqüente importação, decorrente da diferença entre produção e consumo. Neste cenário, o crescimento da economia e a inflação também são considerados em seus valores médios.

Cenário 3: alto preço do petróleo

Neste cenário, o preço mundial do petróleo é considerado em um valor elevado, aumentando de US$ 23/barril em 1990, para US$ 28/barril em 1995. É considerada também, a queda natural de produção interna e um crescimento anual de consumo à taxa de 0,4 %, resultando numa importação crescente de 4,5 milhões de barris diários em 1985, para quase 8 milhões de barris/dia em 1995. Em conseqüência, a economia cresce a uma taxa mais moderada, com inflação mais elevada.

Dada a comutatividade e interdependência entre as fontes energéticas alternativas, o preço do petróleo (principal fonte de energia) tem um impacto substancial na economia como um todo e apresenta alta correlação com a utilização de eletricidade e o gás natural. As previsões de preço destas fontes alternativas de energia estão representadas nas ***tabelas 4.1, 4.2, e 4.3.***

Cenários	1987	1988	1989	1990	1995
1	11,42	11,75	12,42	13,13	21,20
2	15,88	17,30	18,86	20,64	39,91
3	18,85	20,92	23,17	25,70	50,19

Tabela 4.1 - Preço internacional do petróleo em US$/barril

Fonte: Departamento de energia dos EUA - Administração de energia (1986)

Cenários	1987	1988	1989	1990	1995
1	7,14	7,25	7,36	7,52	8,83
2	7,20	7,38	7,50	7,68	9,17
3	7,25	7,45	7,58	7,78	9,39

Tabela 4.2 - Preço da eletricidade industrial em centavos de US$/kwh

Fonte: Departamento de energia dos EUA - Administração de energia (1986)

Cenários	1987	1988	1989	1990	1995
1	132,08	135,26	149,38	169,51	305,83
2	132,43	137,37	150,79	166,69	330,90
3	132,78	139,14	151,85	167,74	337,96

Tabela 4.3 - Preço do gás natural industrial em US$/milhão de m^3.

Fonte: Adaptação da tabela do Departamento de energia dos EUA - Administração de energia (1986)

4.5 A análise dos projetos pelos métodos tradicionais

Khan e Fiorino (1992) utilizam-se de métodos tradicionais de análise de viabilidade econômica de projetos e apresentam seus resultados conforme ***tabela 4.4.*** Estes métodos são: a TIR e o tempo máximo de retorno do capital inicial investido (*payback*). Nesta tabela, nota-se a peculiaridade dos projetos de eficiência energética que se correlacionam negativamente com o crescimento da economia. Isto é, quando a economia tem maior crescimento em decorrência de menor custo do petróleo, os benefícios dos dispositivos de eficiência energética é menor e portanto, o retorno destes projetos é menor (caso retratado no cenário 1 de cada projeto). O contrário também se observa, isto é, quando o preço do petróleo se eleva, os projetos de eficiência energética têm maior retorno (cenário 3). Esta é uma importante característica de projetos como parte de uma carteira de investimentos de empresas, pois a correlação negativa proporciona o efeito *hedging* a esta carteira.

Projetos	cenários	TIR (%)	*payback* (anos)
1	1	16,3	4,43
	2	17,1	4,35
	3	17,5	4,31
2	1	28,9	3,17
	2	29,7	3,12
	3	30,2	3,10
3	1	18,9	4,44
	2	19,3	4,41
	3	19,6	4,38
4	1	18,8	4,14
	2	19,5	4,07
	3	19,9	4,04

Tabela 4.4 - Análise de projetos por métodos tradicionais

Fonte: Khan e Fiorino (1992)

4.6 A análise dos projetos pelo método CAPM

Após a análise dos projetos pelos métodos tradicionais, Khan e Fiorino (1992) os analisam, utilizando-se do método CAPM. Este método apresenta o retorno de cada projeto em função do nível de riscos sistemáticos a que este esteja submetido.

4.6.1 A abordagem do CAPM

Na avaliação dos projetos apresentados pela abordagem do CAPM, Khan e Fiorino (1992) utilizam os seguintes dados para a composição dos cenários:

- Cenário 1 - período de crescimento acentuado da economia americana, representado pelos anos de 1955, 1961 e 1986, com índice médio de crescimento do mercado de 26,8 %, segundo Fall e Ibbotson (1979) apud Khan e Fiorino (1992).
- Cenário 2 - período de crescimento intermediário entre os limites superior (cenário 1) e inferior (cenário 3), onde o índice médio de crescimento de mercado apresenta valor de 10,4 %.

- Cenário 3 - período de crescimento lento da economia e alta inflação, representado pelos anos de 1940, 1947 e 1980, com índice médio de crescimento de mercado de 6 %.

Os parâmetros de mercado e de cada um dos projetos, bem como as covariâncias entre eles e seus betas são apresentados nas ***tabelas 4.5 e 4.6*** a seguir:

Cenários	Projetos			
	1	2	3	4
	$(r_1 - \bar{r}_1)$	$(r_2 - \bar{r}_2)$	$(r_3 - \bar{r}_3)$	$(r_4 - \bar{r}_4)$
1	-0,67	-0,70	-0,37	-0,60
2	0,13	0,10	0,03	0,10
3	0,53	0,60	0,33	0,50

Tabela 4.5 - Parâmetros dos projetos

Fonte: Khan e Fiorino (1992)

Projetos	σ_i	$\bar{r}_i$	$\sigma_{i,m}$	β_i
1	0,50	16,97	-4,39	-0,0553
2	0,53	29,60	-4,68	-0,0589
3	0,30	19,27	-2,47	-0,0311
4	0,45	19,40	-3,97	-0,0499

Tabela 4.6 - Parâmetros dos projetos

Fonte: Khan e Fiorino (1992)

Observa-se que o retorno médio esperado para cada um dos projetos, $\bar{r}_i$, deriva da média ponderada dos valores apresentados na ***tabela 4.4***, considerando os três cenários possíveis com probabilidades igualitárias (p=1/3). Os valores $(r_i - \bar{r}_i)$ correspondem ao desvio do retorno de cada projeto em cada cenário, relativamente à média ponderada destes. Os valores negativos obtidos para covariâncias e betas significam uma correlação negativa entre o retorno dos projetos e o mercado. Estes valores correspondem àqueles já esperados, dada a peculiaridade destes projetos serem também, negativamente correlacionados com o desempenho da economia.

Khan e Fiorino (1992) mostram que quando o risco sistemático é representado por um beta negativo, o retorno exigido para o risco associado com o projeto é menor que a taxa livre de risco. Ou seja, quando o retorno do projeto está negativamente correlacionado com o mercado, ocorre o oposto do que normalmente se espera. Isto é, para projetos com maior variância (maior risco), exige-se menores taxas de retorno (caso do projeto 2, que com o maior desvio padrão entre todos, 0,53, exige a menor taxa de retorno, 5,51, calculada de acordo com a ***equação 2.17*** do CAPM). No entanto, o excesso de retorno (e_i) é maior, quanto maior for o risco do projeto. O excesso de retorno é calculado como o retorno apresentado pelo método tradicional (TIR), menos o retorno calculado pelo método que relaciona retorno e risco (CAPM). Estes resultados são apresentados na ***tabela 4.7*** a seguir:

Projetos	$\bar{r}_i$	r_f	$\bar{r}_m$	β_i	r_i	e_i
1	16,97	6	14,36	-0,0553	5,54	11,43
2	29,60	6	14,36	-0,0589	5,51	24,09
3	19,27	6	14,36	-0,0311	5,74	13,53
4	19,40	6	14,36	-0,0499	5,58	13,82

Tabela 4.7 - Parâmetros do CAPM para os projetos

Fonte: Khan e Fiorino, 1992

Onde:

- $\bar{r}_i$ é o retorno médio esperado para cada projeto;
- r_f é a taxa livre de risco;
- $\bar{r}_m$ é o retorno médio esperado de mercado, considerando os três cenários com probabilidades igualitárias de ocorrência;
- β_i são os betas de cada projeto em relação ao mercado;
- r_i é o retorno de cada projeto, calculado pela equação do CAPM; e
- e_i é o excesso de retorno de cada projeto.

O excesso de retorno, e_i, representado na última coluna da ***tabela 4.7*** é consistente com o risco sistemático de cada projeto. Um excesso de retorno positivo significa que há recompensa pelo risco real e que portanto, o projeto deveria ser aceito como viável.

Para melhor entendimento do excesso de retorno, considera-se a ***figura 4.1*** a seguir:

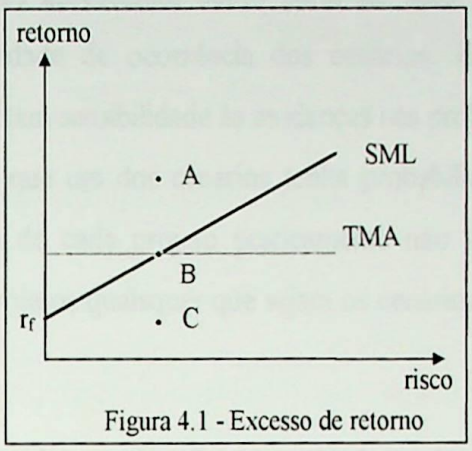


Figura 4.1 - Excesso de retorno

O projeto representado pelo ponto *B* apresenta excesso de retorno nulo, pois está exatamente sobre a reta SML. Isto quer dizer que ele está apresentando o retorno apropriado para seu nível de risco de acordo com a relação retorno-risco do método CAPM. O projeto representado pelo ponto *A*, localizado acima de SML, apresenta maior retorno (excesso de retorno positivo) para seu nível de risco. Isto é, o projeto *A* está apresentando retorno além daquele esperado para seu nível de risco e portanto, é considerado viável. Já o projeto *C*, ao contrário, apresenta excesso de retorno negativo. Isto é, o projeto *C* está apresentando um retorno aquém daquele esperado para seu nível de risco, sendo portanto, economicamente inviável.

Ou seja, o retorno apresentado pelo CAPM é aquele mínimo exigido para determinado risco inerente ao projeto analisado. Em outras palavras, o retorno do CAPM é o limiar entre a aceitação ou rejeição de projetos, considerando seu nível de risco. Por isso, excesso retorno negativo significa projeto inviável, ao contrário do excesso de retorno positivo.

Conforme se apresentou na ***tabela 4.7***, portanto, todos os quatro projetos analisados são considerados viáveis.

Na região abaixo da SML e acima da TMA, os projetos seriam aceitos pelos métodos tradicionais, mas rejeitados pelo CAPM, por ter um retorno inferior àquele apropriado para seu nível de risco. Acima da SML e abaixo da TMA, acontece o contrário, isto é, os projetos seriam rejeitados pelos métodos tradicionais, mas seriam aceitos pelo CAPM por Ter retorno além daquele necessário para seu nível de risco.

4.6.2 Análise de sensibilidade

Khan e Fiorino (1992) apresentam como parte de seus estudos uma análise de sensibilidade sobre a probabilidade de ocorrência dos cenários. Eles concluem que estes projetos em análise não apresentam sensibilidade às mudanças nas probabilidades de ocorrência dos cenários. Ou seja, mesmo que um dos cenários tenha probabilidade muito superior aos demais, o excesso de retorno de cada projeto praticamente não se altera. Este resultado confirma a viabilidade destes projetos quaisquer que sejam os cenários 1, 2 ou 3 que venham a ocorrer.

4.7 Comparação dos métodos tradicionais com o CAPM

Na ***tabela 4.8***, a decisão de viabilidade econômica de cada projeto pode ser: A - aceito, ou R - rejeitado. Observa-se que o método CAPM por apresentar excesso de retorno positivo, considera viável todos os projetos analisados. No entanto, considerando a taxa mínima de atratividade (TMA) de 20 % (Khan e Fiorino, 1992), apenas o projeto 2 seria aceito no método TIR, pois é o único a ultrapassar a TMA exigida. Por outro lado, nenhum dos quatro projetos seria aceito pelo método *payback*, pois apresentam retornos superiores aos 3 anos máximos exigidos por este método.

Apesar das desvantagens da utilização do método *payback* (Pamplona e Montevechi, 1995), optou-se por mantê-lo nesta comparação em respeito ao trabalho de origem.

Projetos	CAPM		TIR		*Payback*	
	e_i	decisão	taxa (%)	Decisão	anos	Decisão
1	11,43	A	17,1	R	4,35	R
2	24,09	A	29,7	A	3,12	R
3	13,53	A	19,3	R	4,41	R
4	13,82	A	19,5	R	4,07	R

Tabela 4.8 - Comparação de métodos

Fonte: Khan e Fiorino, 1992

A utilização da mesma TMA, ou do mesmo prazo máximo de retorno do investimento inicial para os quatro projetos, não corresponde à realidade da relação retorno-risco, pois os projetos certamente possuem diferentes níveis de risco e portanto, apresentam retornos diferenciados de acordo com a relação retorno-risco explorada por métodos como o CAPM e

a APT. Ou seja, o método CAPM incorpora em seus resultados a significância do risco individual de projetos em seu critério de seleção, o que não ocorre com os métodos tradicionais. Neste caso, muitas oportunidades de investimentos saudáveis são desperdiçadas pelo conservadorismo dos métodos tradicionais (Miranda e Pamplona, 1997).

Escola Federal de Engenharia de Itajubá - EFEI
Biblioteca MAUÁ BIM

4.8 A análise de projetos utilizando a APT

4.8.1 A abordagem da APT

Com base nos dados dos projetos apresentados no trabalho de Khan e Fiorino (1992), utilizar-se-á a APT para a análise de viabilidade econômica dos mesmos, considerando três fatores sistemáticos no modelo multifatorial. Estes fatores são: inflação, produto nacional bruto e a taxa de juros da economia americana.

A ***tabela 4.9*** a seguir, apresenta valores para os três fatores, calculados como média simples dos índices dos anos escolhidos para cada cenário. Por exemplo, para o cenário 1 e 3, tomou-se a média da inflação dos três anos indicados em cada um deles. No cenário 2, tomou-se a média de todos os dados disponíveis dos três fatores (1929 a 1994). Os dados de inflação e letras do tesouro americano de 1926 a 1994 são apresentados por Ibbotson e Sinquefield (1995) apud Ross (1998), enquanto que os do produto nacional bruto (PNB) de 1929 a 1995 estão disponíveis nas estatísticas do US Department of Commerce (1997).

Cenários	períodos	letras do tesouro	PNB	inflação
1	1955, 61 e 86	3,287%	4,1%	0,723%
2	média	3,7%	3,436%	3,2%
3	1940, 47 e 80	3,913%	2,367%	7,457%

Tabela 4.9 - Índices médios dos três fatores considerados na aplicação da APT

O retorno do investimento em cada um dos quatro projetos analisados, em função destes três fatores de risco sistemático é dado pela ***equação 4.1*** a seguir:

$$r_i = \bar{r}_{INF} + \beta_{i,INF}(r_{INF} - \bar{r}_{INF}) + \bar{r}_{PNB} + \beta_{i,PNB}(r_{PNB} - \bar{r}_{PNB}) + \bar{r}_J + \beta_{i,J}(r_J - \bar{r}_J) \quad (4.1)$$

onde:

- $\bar{r}_{INF}$, $\bar{r}_{PNB}$ e $\bar{r}_J$ são as taxas de inflação, de crescimento do produto nacional bruto e de juros esperados para estes fatores de risco sistemático;

- $\beta_{i,INF}$, $\beta_{i,PNB}$ e $\beta_{i,J}$ representam a sensibilidade de retorno de cada projeto *i* em relação à variação de cada um dos fatores de risco sistemático;
- $(r_{INF} - \bar{r}_{INF})$, $(r_{PNB} - \bar{r}_{PNB})$ e $(r_J - \bar{r}_J)$ representam a diferença entre o valor estimado e o efetivo de cada fator de risco, para o período de vida útil do projeto. Ou seja, é a surpresa, ou a variação inesperada que se revela em cada fator de risco.

As ***tabelas 4.10, 4.11*** e ***4.12*** apresentam os parâmetros de cada um dos três fatores de risco sistemáticos, sendo *p* a probabilidade de ocorrência de cada um dos cenários. Neste caso, esta probabilidade está sendo considerada igualitária, ou seja p = 1/3.

Cenários	r_{INF} (%)	p.r_{INF}	$(r_{INF} - \bar{r}_{INF})$	$(r_{INF} - \bar{r}_{INF})^2$	$p(r_{INF} - \bar{r}_{INF})^2$
1	0,723	0,241	-3,092	9,560	3,187
2	3,200	1,088	-0,615	0,378	0,129
3	7,457	2,486	3,642	13,264	4,421
		$\bar{r}_{INF} = 3,815$			$\sigma^2_{INF} = 7,737$

Tabela 4.10 - Parâmetros da inflação

Cenários	r_J (%)	p.r_J	$(r_J - \bar{r}_J)$	$(r_J - \bar{r}_J)^2$	$p(r_J - \bar{r}_J)^2$
1	3,287	1,096	-0,371	0,138	0,046
2	3,700	1,258	0,042	0,002	0,001
3	3,913	1,304	0,255	0,065	0,022
		$\bar{r}_J = 3,658$			$\sigma^2_J = 0,068$

Tabela 4.11 - Parâmetros da taxa de juros

Cenários	r_{PNB} (%)	p.r_{PNB}	$(r_{PNB} - \bar{r}_{PNB})$	$(r_{PNB} - \bar{r}_{PNB})^2$	$p(r_{PNB} - \bar{r}_{PNB})^2$
1	4,100	1,367	0,776	0,602	0,201
2	3,436	1,168	0,112	0,013	0,004
3	2,367	0,789	-0,957	0,916	0,305
		$\bar{r}_{PNB} = 3,324$			$\sigma^2_{PNB} = 0,510$

Tabela 4.12 - Parâmetros do produto nacional bruto

As ***tabelas 4.13*** a ***4.16*** apresentam a covariância e o beta de inflação para cada um dos projetos em análise.

Cenários	$(r_1 - \bar{r}_1)(r_{INF} - \bar{r}_{INF})$	$p(r_1 - \bar{r}_1)(r_{INF} - \bar{r}_{INF})$
1	2,072	0,691
2	-0,080	-0,027
3	1,930	0,643
$\sigma_{1,INF} = 1,307$		$\beta_{1,INF} = 0,169$

Tabela 4.13 - Covariância e beta de inflação para o projeto 1

Cenários	$(r_2 - \bar{r}_2)(r_{INF} - \bar{r}_{INF})$	$p(r_2 - \bar{r}_2)(r_{INF} - \bar{r}_{INF})$
1	2,164	0,721
2	-0,062	-0,021
3	2,185	0,728
$\sigma_{2,INF} = 1,428$		$\beta_{2,INF} = 0,185$

Tabela 4.14 - Covariância e beta de inflação para o projeto 2

Cenários	$(r_3 - \bar{r}_3)(r_{INF} - \bar{r}_{INF})$	$p(r_3 - \bar{r}_3)(r_{INF} - \bar{r}_{INF})$
1	1,144	0,381
2	-0,018	-0,006
3	1,202	0,401
$\sigma_{3,INF} = 0,776$		$\beta_{3,INF} = 0,100$

Tabela 4.15 - Covariância e beta de inflação para o projeto 3

Cenários	$(r_4 - \bar{r}_4)(r_{INF} - \bar{r}_{INF})$	$p(r_4 - \bar{r}_4)(r_{INF} - \bar{r}_{INF})$
1	1,855	0,618
2	-0,062	-0,021
3	1,821	0,607
$\sigma_{4,INF} = 1,204$		$\beta_{4,INF} = 0,156$

Tabela 4.16 - Covariância e beta de inflação para o projeto 4

As ***tabelas 4.17*** a ***4.20*** apresentam a covariância e o beta da taxa de juros para cada um dos projetos em análise.

Cenários	$(r_1 - \bar{r}_1)(r_J - \bar{r}_J)$	$p(r_1 - \bar{r}_1)(r_J - \bar{r}_J)$
1	0,249	0,083
2	0,005	0,002
3	0,135	0,045
$\sigma_{1,J} = 0,130$		$\beta_{1,J} = 1,904$

Tabela 4.17 - Covariância e beta da taxa de juros para o projeto 1

Cenários	$(r_2 - \bar{r}_2)(r_J - \bar{r}_J)$	$p(r_2 - \bar{r}_2)(r_J - \bar{r}_J)$
1	0,260	0,087
2	0,004	0,001
3	0,153	0,051
$\sigma_{2,J} = 0,139$		$\beta_{2,J} = 2,039$

Tabela 4.18 - Covariância e beta da taxa de juros para o projeto 2

Cenários	$(r_3 - \bar{r}_3)(r_J - \bar{r}_J)$	$p(r_3 - \bar{r}_3)(r_J - \bar{r}_J)$
1	0,137	0,046
2	0,001	0,000
3	0,084	0,028
$\sigma_{3,J} = 0,074$		$\beta_{3,J} = 1,089$

Tabela 4.19 - Covariância e beta da taxa de juros para o projeto 3

Cenários	$(r_4 - \bar{r}_4)(r_J - \bar{r}_J)$	$p(r_4 - \bar{r}_4)(r_J - \bar{r}_J)$
1	0,223	0,074
2	0,004	0,001
3	0,128	0,042
$\sigma_{4,J} = 0,118$		$\beta_{4,J} = 1,733$

Tabela 4.20 - Covariância e beta da taxa de juros para o projeto 4

As ***tabelas 4.21*** a ***4.24*** apresentam a covariância e o beta do produto nacional bruto para cada um dos projetos em análise.

Cenários	$(r_1 - \bar{r}_1)(r_{PNB} - \bar{r}_{PNB})$	$p(r_1 - \bar{r}_1)(r_{PNB} - \bar{r}_{PNB})$
1	-0,520	-0,173
2	0,015	0,005
3	-0,427	-0,142
$\sigma_{1,PNB} = -0,311$		$\beta_{1,PNB} = -0,609$

Tabela 4.21 - Covariância e beta do produto nacional bruto para o projeto 1

Cenários	$(r_2 - \bar{r}_2)(r_{PNB} - \bar{r}_{PNB})$	$p(r_2 - \bar{r}_2)(r_{PNB} - \bar{r}_{PNB})$
1	-0,543	-0,181
2	0,011	0,004
3	-0,574	-0,191
$\sigma_{2,PNB} = -0,369$		$\beta_{2,PNB} = -0,722$

Tabela 4.22 - Covariância e beta do produto nacional bruto para o projeto 2

Cenários	$(r_3 - \bar{r}_3)(r_{PNB} - \bar{r}_{PNB})$	$p(r_3 - \bar{r}_3)(r_{PNB} - \bar{r}_{PNB})$
1	-0,287	-0,096
2	0,003	0,001
3	-0,316	-0,105
$\sigma_{3,PNB} = -0,200$		$\beta_{3,PNB} = -0,392$

Tabela 4.23 - Covariância e beta do produto nacional bruto para o projeto 3

Cenários	$(r_4 - \bar{r}_4)(r_{PNB} - \bar{r}_{PNB})$	$p(r_4 - \bar{r}_4)(r_{PNB} - \bar{r}_{PNB})$
1	-0,466	-0,155
2	0,011	0,004
3	-0,478	-0,159
$\sigma_{4,PNB} = -0,311$		$\beta_{4,PNB} = -0,609$

Tabela 4.24 - Covariância e beta do produto nacional bruto para o projeto 4

Na ***tabela 4.25***, observa-se que o valor efetivo de cada fator, revelado após transcorrido o período de vida útil dos projetos, foi calculado como sendo a média simples entre os índices de 1987 a 1994.

Fatores	Valor efetivo médio de 1987 a 1984 (%)
Inflação	3,871
PNB	5,489
Taxa de juros	2,338

Tabela 4.25 - Valores médios efetivos de cada fator durante a vida útil dos projetos.

Tomando a ***equação 4.1*** e substituindo os valores obtidos das tabelas anteriores, tem-se os seguintes resultados:

$$r_1 = 3{,}815 + 0{,}169(3{,}871 - 3{,}815) + 3{,}658 + 1{,}904(5{,}489 - 3{,}658) + 3{,}324 - 0{,}609(2{,}338 - 3{,}324) = 14{,}893 \quad (4.2)$$

$$r_2 = 3{,}815 + 0{,}185(3{,}871 - 3{,}815) + 3{,}658 + 2{,}039(5{,}489 - 3{,}658) + 3{,}324 - 0{,}722(2{,}338 - 3{,}324) = 15{,}252 \quad (4.3)$$

$$r_3 = 3{,}815 + 0{,}100(3{,}871 - 3{,}815) + 3{,}658 + 1{,}089(5{,}489 - 3{,}658) + 3{,}324 - 0{,}392(2{,}338 - 3{,}324) = 13{,}183 \quad (4.4)$$

$$r_4 = 3{,}815 + 0{,}156(3{,}871 - 3{,}815) + 3{,}658 + 1{,}733(5{,}489 - 3{,}658) + 3{,}324 - 0{,}609(2{,}338 - 3{,}324) = 14{,}579 \quad (4.5)$$

4.8.2 Análise de sensibilidade

A fim de que se testasse a sensibilidade do retorno dos projetos à variação das probabilidades de ocorrência dos três cenários apresentados, foram estabelecidos quatro casos de estudo. O primeiro caso tem probabilidades igualitárias para os cenários e é considerado o caso base. No segundo caso, adota-se maior probabilidade para o terceiro cenário, contrapondo-se ao terceiro caso onde a maior probabilidade de ocorrência corresponde ao primeiro cenário. O último caso apresenta maior probabilidade para o segundo cenário. A ***tabela 4.26*** apresenta as probabilidades atribuídas a cada cenário em cada caso.

Cenários	Probabilidades			
	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
1	0,33	0,1	0,6	0,3
2	0,34	0,3	0,1	0,6
3	0,33	0,6	0,3	0,1

Tabela 4.26 - Casos estudados

A ***tabela 4.27*** mostra o retorno de cada projeto, segundo a metodologia da APT, considerando cada caso. Comparando o segundo caso com o caso base, nota-se que todos os projetos apresentam maior retorno. Este resultado está de acordo com a abordagem de métodos tradicionais, onde o maior preço do petróleo tornam os projetos energéticos alternativos mais rentáveis. O inverso também é constatado na comparação do caso 1 com os casos 3 e 4, onde a maior probabilidade de ocorrência do menor preço do petróleo os torna pouco menos rentáveis.

Projetos	Retorno esperado em % (segundo APT)			
	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
1	14,89	15,47	14,78	14,77
2	15,25	15,83	15,15	14,97
3	13,18	14,17	12,77	12,59
4	14,58	15,23	14,37	14,28

Tabela 4.27 - Retorno dos projetos em cada caso.

Ao contrário da análise de Khan e Fiorino (1992) com o método CAPM, a APT apresenta sensibilidade em relação à mudança de cenários, sendo o projeto 3 o mais sensível de todos em relação ao caso base. Esta sensibilidade revela que os retornos dos projetos analisados pela APT são mais dependentes da variação do preço do petróleo que aquelas resultantes da análise pelo CAPM. Este resultado é mais realista, já que para ser totalmente independente do preço do petróleo, os projetos deveriam pertencer a uma carteira de investimentos amplamente diversificada. Apesar disso, esta sensibilidade não compromete a decisão positiva de investimento nestes projetos.

A ***tabela 4.28*** apresenta o excesso de retorno entre aquele calculado através da APT e o retorno calculado pela TIR. Isto é, conforme o CAPM, o retorno calculado pela APT é aquele mínimo aceitável para o nível de risco correspondente a cada projeto. Como todos os projetos têm excesso de retorno positivo, são portanto, economicamente viáveis. O projeto 2 é novamente destacado, entre os projetos, como aquele de maior rentabilidade em relação ao risco.

Projetos	Excesso de retorno (e_i) em %			
	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
1	2,08	1,50	2,19	2,20
2	14,35	13,77	14,45	14,63
3	6,09	5,10	6,50	6,68
4	4,82	4,17	5,03	5,12

Tabela 4.28 - Excesso de retorno dos projetos em cada caso.

4.9 Considerações finais

Na ***tabela 4.29*** a seguir, o método APT, assim como o CAPM usado no estudo de Khan e Fiorino (1992), apresenta excesso de retorno positivo. Isto permite concluir que por este método, todos os projetos analisados são considerados viáveis, concordando com análise de Khan e Fiorino para o CAPM e discordando dos métodos tradicionais que originalmente, não incorporam o risco na análise de investimentos. Assim, a decisão de investimentos baseada na APT aprova (A) a execução de todos os projetos, enquanto a decisão baseada nos métodos tradicionais, reprova (R) a maioria (TIR), ou a totalidade deles (*payback*).

Projetos	APT		CAPM		TIR		*Payback*	
	e_i	decisão	e_i	decisão	taxa (%)	decisão	anos	decisão
1	2,08	A	11,43	A	17,1	R	4,35	R
2	14,35	A	24,09	A	29,7	A	3,12	R
3	6,09	A	13,53	A	19,3	R	4,41	R
4	4,82	A	13,82	A	19,5	R	4,07	R

Tabela 4.29 - Comparação de métodos

Ao se comparar os resultados da análise pela APT com a análise pelo CAPM, observa-se que o excesso de retorno do primeiro é inferior ao do segundo método. Isto pode ser devido à maior precisão atribuída a APT, conforme comentado no item 3.5 desta dissertação. Ressalta-se porém, que outros valores de excesso de retorno poderiam ser encontrados na utilização de outros fatores diferentes destes adotados. Contudo, o resultado da análise de viabilidade parece definitivamente recomendar a aceitação de todos os quatro projetos.

Assim como Khan e Fiorino utilizaram do CAPM, utiliza-se aqui a APT - uma teoria criada para aplicações em mercado de capitais - na análise de alternativas de investimentos produtivos. Isto é possível e conforme se constatou, traz a vantagem de relacionar ao retorno de cada projeto analisado, os riscos a que estão sujeitos.

No caso de análise de projetos isolados, isto é, de projetos não incluídos no portfólio de investimentos de uma empresa, os fatores a serem escolhidos para uso no modelo multifatorial da APT devem incluir além dos fatores relativos aos riscos sistemáticos, aqueles relativos aos riscos não sistemáticos. Ou seja, riscos peculiares a cada projeto. Por exemplo, se os projetos energéticos aqui apresentados estivessem sendo analisados isoladamente, um dos fatores a serem considerados na APT seria o preço internacional do petróleo.

Nas ***equações 4.2 a 4.4*** do modelo APT, calcula-se o retorno de projetos passados. Isto é, o valor efetivo de inflação, PNB e taxas de juros no período de vida útil dos projetos, já são conhecidos. Como então usar a APT para projetos futuros? Neste caso, ao invés de substituir o valor efetivo dos fatores nas respectivas equações, dever-se-ia "arbitrar" valores para cada um dos fatores. Isto é feito baseado nas estimativas de especialistas. Então, proceder-se-ia ao cálculo de retorno de cada projeto. No próximo capítulo, a APT será utilizada para analisar projetos futuros.

Finalmente, pode-se concluir que apesar da necessidade de maiores estudos comprovando a eficácia dos métodos modernos (CAPM e APT), recomenda-se a utilização destes como auxiliares na tomada de decisão, caso contrário, pode-se estar descartando projetos economicamente viáveis por não relacionar o seu retorno ao seu nível de risco.

Ao contrário dos EUA que têm economia solidamente estável e dados estatísticos confiáveis, o Brasil vem de uma estabilização recente, após um período de hiperinflação. Pergunta-se: neste cenário seria possível utilizar a APT? A resposta é positiva. Assim, no próximo capítulo, apresentar-se-á uma aplicação da APT na análise de projetos brasileiros.

Capitulo 5

UMA APLICAÇÃO DA APT EM ANÁLISE DE INVESTIMENTOS NO BRASIL

5.1 Considerações Iniciais

No capítulo anterior, restou a dúvida se a APT poderia ser utilizada para análise de investimentos no Brasil. Este capítulo vem mostrar que isto é possível, apesar de que os dados históricos brasileiros não são suficientemente abundantes e confiáveis como aqueles norte-americanos. O objetivo deste capitulo então, é aplicar a APT em análise de investimentos em projetos brasileiros. Neste ponto, encontra-se uma primeira dificuldade, já que a inflação é um dos fatores de risco sistemático mais importante neste modelo e não poderá ser utilizada nesta análise. O inconveniente da utilização do fator inflação é devido ao recente período de hiperinflação vivido pela economia brasileira, antes da atual fase de estabilidade. Este período de hiperinflação passado, coincide com a época anterior à vida útil dos projetos em análise e portanto, a inclusão deste fator poderia causar distorções em seu resultado final.

Observa-se também a inclusão de um fator de risco (a variação do preço do petróleo) que poderia ser considerado não sistemático, mas que definitivamente influencia o retorno dos projetos de uma empresa cuja atividade preponderante seja a exploração de petróleo. Este fator poderia até ser desprezado, caso o portfólio de investimentos da empresa fosse mais amplo (diversificado).

Este capítulo estuda alternativas de projetos de desenvolvimento de campos de exploração de petróleo, comparando os resultados apresentados pelo método TIR com aqueles da APT. A exemplo do capítulo anterior, é constatada a importância desta ferramenta auxiliar na análise de investimentos.

Escola Federal de Engenharia de Itajubá - EFEI
Biblioteca MAUÁ BIM

5.2 Breve descrição das alternativas de projetos em análise

Os projetos a serem analisados são do desenvolvimento de dois campos de exploração de petróleo. Cada alternativa de projetos é constituída de um grupo de projetos mutuamente exclusivos, de diferentes vida útil e de diferentes investimentos iniciais. Na análise tradicional destes projetos desenvolvidos por uma determinada empresa petrolífera, utiliza-se a TIR de cada opção, confrontando-a com sua TMA de 15% ao ano. Na comparação entre a TIR e APT, serão utilizadas apenas três das dezoito alternativas de estudo desta empresa. Observa-se que cada alternativa é composta de um conjunto de três projetos, sendo dois em um dos campos de exploração de petróleo e um terceiro em outro campo de exploração. Estas alternativas são descritas rapidamente a seguir:

Alternativa 1

Campo de exploração " A" :

Conversão de uma plataforma semi-submersível de perfuração (P1) em plataforma de produção, cuja lâmina d'água é de 375 metros e produz 15.000 m^3 diários de óleo e 3,25 milhões de m^3/dia de gás.

Conversão de outra plataforma semi-submersível de perfuração (P3) em plataforma de produção, cuja lâmina d'água é de 575 metros e produz 15.000 m^3 diários de óleo e 3,25 milhões de m^3/dia de gás.

Campo de exploração " B" :

Conversão de uma plataforma semi-submersível de perfuração (P2) em plataforma de produção, cuja lâmina d'água é de 770 metros e produz 15.000 m^3 diários de óleo e 2,1 milhões de m^3/dia de gás.

Alternativa 2

Campo de exploração " A" :

Conversão de uma plataforma semi-submersível de perfuração (P2) em plataforma de produção, cuja lâmina d'água é de 375 metros e produz 15.000 m^3 diários de óleo e 3,25 milhões de m^3/dia de gás.

Conversão de outra plataforma semi-submersível de perfuração (P1) em plataforma de produção, cuja lâmina d'água é de 575 metros e produz 15.000 m^3 diários de óleo e 3,25 milhões de m^3/dia de gás.

Campo de exploração " B" :

Conversão de uma plataforma semi-submersível de perfuração (P3) em plataforma de produção, cuja lâmina d'água é de 770 metros e produz 15.000 m^3 diários de óleo e 2,1 milhões de m^3/dia de gás.

Alternativa 3

Campo de exploração " A" :

Conversão de uma plataforma semi-submersível de perfuração (P2) em plataforma de produção, cuja lâmina d'água é de 375 metros e produz 15.000 m^3 diários de óleo e 3,25 milhões de m^3/dia de gás.

Conversão de outra plataforma semi-submersível de perfuração (P3) em plataforma de produção, cuja lâmina d'água é de 575 metros e produz 15.000 m^3 diários de óleo e 3,25 milhões de m^3/dia de gás.

Campo de exploração " B" :

Conversão de uma plataforma semi-submersível de perfuração (P1) em plataforma de produção, cuja lâmina d'água é de 770 metros e produz 15.000 m^3 diários de óleo e 2,1 milhões de m^3/dia de gás.

5.3 Cenários econômicos possíveis

Numa análise de sensibilidade dos projetos, foi constatado que os índices econômicos (taxa interna de retorno, valor presente líquido e outros) são mais influenciados pela variação da receita de cada uma das alternativas de projetos. Portanto, as curvas de produção e os preços unitários (do gás e do óleo) são os valores de maior relevância naquele estudo. Serão considerados então, três cenários econômicos possíveis com probabilidades de ocorrência e descrição conforme ***tabela 5.1.***

Cenários	Descrição	Probabilidades
1	receita otimista	17%
2	receita prevista	66%
3	receita pessimista	17%

Tabela 5.1 - Cenários econômicos

A seguir são apresentados os cenários:

Cenário 1: receita otimista

Neste cenário é considerado um crescimento de 16,7% na receita prevista para cada uma das alternativas. Ou seja, supondo que a produção de petróleo seja mantida, considera-se que há um crescimento de 16,7% em seu preço médio no período de 1987 a 1994, a partir do preço médio entre o petróleo de Dubai e do Reino Unido (Conjuntura Econômica, 1997).

Cenário 2: receita prevista

Neste cenário, considera-se a receita prevista para as alternativas de investimento. Ou seja, a produção se mantém dentro dos índices previstos por especialistas, assim como o preço do petróleo que permanece na média de US$ 17,34 por barril.

Cenário 3: receita pessimista

Neste cenário é considerada uma redução de 15,3% na receita prevista para as alternativas. Ou seja, mantendo-se a produção, há redução equivalente no preço médio do petróleo no período 1987-1994.

5.4 - A análise dos projetos pelos métodos tradicionais

Na análise econômica realizada pela empresa petrolífera, utilizam-se de métodos tradicionais como o Valor Presente Líquido (VPL), TIR e *payback*. Para facilitar a comparação com a APT, representa-se na ***tabela 5.2***, os resultados obtidos neste estudo através do método TIR. Nesta tabela, nota-se a correlação da rentabilidade das alternativas com a elevação do preço do petróleo. Isto é, quando o preço do petróleo se eleva, o retorno das alternativas de projetos é maior (caso retratado no cenário 1 de cada alternativa). O contrário também se observa. Isto é, quando o preço do petróleo se reduz, as alternativas de projetos de exploração de petróleo têm menor retorno (cenário 3 de cada alternativa).

Alternativas	cenários	TIR (%)
1	1	61,69
	2	51,52
	3	40,22
2	1	65,81
	2	55,05
	3	43,11
3	1	65,61
	2	54,87
	3	42,96

Tabela 5.2 - Análise das alternativas pelo método TIR

Fonte: Adaptado da empresa petrolífera estudada.

Observa-se na ***tabela 5.3***, que o retorno médio esperado para cada um dos projetos, $\bar{r}_i$, deriva-se da média ponderada dos valores apresentados na ***tabela 5.2***, considerando os três cenários possíveis com as respectivas probabilidades apresentadas na ***tabela 5.1.***

Alternativas de projetos	$\bar{r}_i$
1	51,33
2	54,85
3	54,67

Tabela 5.3 - Retorno médio esperado das alternativas

Os parâmetros das alternativas de projetos, segundo a abordagem tradicional TIR, representam o desvio de retorno de cada alternativa em cada cenário, em relação ao retorno médio esperado. Eles serão importantes no cálculo das covariâncias e betas de cada alternativa de projeto em relação aos fatores do modelo APT. Estes parâmetros são apresentados na ***tabela 5.4*** a seguir.

Cenários	Alternativas de projetos		
	1	2	3
	$(r_1 - \bar{r}_1)$	$(r_2 - \bar{r}_2)$	$(r_3 - \bar{r}_3)$
1	10,36	10,96	10,94
2	0,19	0,20	0,20
3	-11,11	-11,74	-1171

Tabela 5.4 - Parâmetros dos projetos

5.5 A análise de projetos utilizando a APT

5.5.1 A abordagem da APT

Na avaliação dos projetos apresentados pela abordagem do APT, utilizam-se os seguintes dados para a composição dos cenários:

- Cenário 1 - Período onde o preço do petróleo aumenta aproximadamente 16,7% sobre seu valor médio no período entre 1987 e 1994. Este acréscimo é alcançado fazendo-se a média dos preços praticados nos anos de 1990 e 1992, quando houve maior elevação do preço do petróleo.
- Cenário 2 - Período de preço médio para o preço do petróleo praticado entre 1987 e 1994.
- Cenário 3 - Período de redução do preço de petróleo em cerca de 15,3% sobre o valor médio do cenário 2. Este valor é atingido com a média dos preços do petróleo praticados nos anos 1988 e 1994, quando houve a maior redução de preços.

Com base nos dados das alternativas de projetos apresentados pela empresa petrolífera, utilizar-se-á a APT para a análise de viabilidade econômica dos mesmos, considerando três fatores de risco no modelo multifatorial. Estes fatores são: a variação do preço do petróleo internacional, produto interno bruto e a taxa de juros da economia.

A ***tabela 5.5*** a seguir, apresenta valores para os três fatores em cada cenário. A média de cada fator de risco considerado é calculada como a média simples da variação destes em relação ao ano anterior. Assim, no cenário 2, a média dos índices entre 1987 e 1994 é aquela

destes 8 anos consecutivos. No cenário 1, esta média engloba as variações de cada fator, apenas nos anos de 1990 e 1992, em relação a seus antecessores, 1989 e 1991. Finalmente, no cenário 3, esta média é calculada com as variações de cada fator nos anos de 1988 e 1994, também em relação a seus antecessores.

Os dados de variação do PIB foram obtidos diretamente da revista Conjuntura Econômica (1997). A variação do preço internacional do petróleo foi calculada a partir desta mesma revista, assim como a taxa de juros.

Cenários	períodos	preço do petróleo	PIB	taxa de juros
1	1990 e 1992	15,53%	-2,55%	6,52%
2	1987 a 1994	3,07%	1,5%	8,69%
3	1988 e 1994	-12,28%	2,95%	1,72%

Tabela 5.5 - Índices médios dos três fatores considerados na aplicação da APT

Fonte: Calculados a partir da revista Conjuntura Econômica (1997).

O retorno do investimento em cada uma das três alternativas de projetos analisados, em função destes três fatores de risco é obtido da ***equação 3.18***, como se segue:

$$r_i = \bar{r}_{PP} + \beta_{i,PP}(r_{PP} - \bar{r}_{PP}) + \bar{r}_{PIB} + \beta_{i,PIB}(r_{PIB} - \bar{r}_{PIB}) + \bar{r}_J + \beta_{i,J}(r_J - \bar{r}_J) \qquad (5.1)$$

onde:

- $\bar{r}_{PP}$, $\bar{r}_{PIB}$ e $\bar{r}_J$ são as taxas de variação do preço do petróleo, de crescimento do produto interno bruto e de juros esperados para estes fatores de risco;
- $\beta_{i,PP}$, $\beta_{i,PIB}$ e $\beta_{i,J}$ representam a sensibilidade de retorno de cada alternativa de projeto *i* em relação à variação de cada um dos fatores de risco;
- $(r_{PP} - \bar{r}_{PP})$, $(r_{PIB} - \bar{r}_{PIB})$ e $(r_J - \bar{r}_J)$ representam a diferença entre o valor estimado para o período de vida útil do projeto, arbitrado pelo especialista, e o valor médio esperado de cada fator de risco. Ou seja, é a surpresa, ou a variação inesperada que se revela em cada fator de risco.

Escola Federal de Engenharia de Itajubá - EFEI
Biblioteca MAUÁ BIM

Os parâmetros de cada um dos três fatores de risco, apresentados nas ***tabelas 5.6, 5.7*** e ***5.8*** foram calculados considerando *p*, a probabilidade de ocorrência de cada um dos cenários, conforme valores apresentados na ***tabela 5.1.***

Cenários	r_{PP}(%)	p.r_{PP}	$(r_{PP} - \bar{r}_{PP})$	$(r_{PP} - \bar{r}_{PP})^2$	$p(r_{PP} - \bar{r}_{PP})^2$
1	15,53	2,64	12,95	167,74	28,52
2	3,07	2,03	0,49	0,24	0,16
3	-12,28	-2,09	-14,86	220,78	37,53
		$\bar{r}_{PP} = 2{,}58$			$\sigma^2_{PP} = 66{,}21$

Tabela 5.6 - Parâmetros da variação do preço do petróleo

Cenários	r_J (%)	p.r_J	$(r_J - \bar{r}_J)$	$(r_J - \bar{r}_J)^2$	$p(r_J - \bar{r}_J)^2$
1	6,52	1,11	-0,62	0,38	0,06
2	8,69	5,74	1,55	2,41	1,59
3	1,72	0,29	-5,42	29,34	4,99
		$\bar{r}_J = 7{,}14$			$\sigma^2_J = 6{,}64$

Tabela 5.7 - Parâmetros da variação da taxa de juros

Cenários	r_{PIB} (%)	p.r_{PIB}	$(r_{PIB} - \bar{r}_{PIB})$	$(r_{PIB} - \bar{r}_{PIB})^2$	$p(r_{PIB} - \bar{r}_{PIB})^2$
1	-2,55	-0,43	-3,61	13,02	2,21
2	1,5	0,99	0,44	0,20	0,13
3	2,95	0,50	1,89	3,58	0,61
		$\bar{r}_{PIB} = 1{,}06$			$\sigma^2_{PIB} = 2{,}95$

Tabela 5.8 - Parâmetros da variação do produto interno bruto

Observa-se que no cálculo dos dados das tabelas 5.9 a 5.17 a seguir, utiliza-se os parâmetros de projetos $(r_i - \bar{r}_i)$, apresentados na ***tabela 5.4*** e os parâmetros dos fatores $(r_k - \bar{r}_k)$, apresentados nas ***tabelas de 5.6*** a ***5.8.***

As ***tabelas 5.9*** a ***5.11*** apresentam a covariância e o beta de variação do preço do petróleo para cada uma das alternativas de projetos em análise.

Cenários	$(r_1 - \bar{r}_1)(r_{PP} - \bar{r}_{PP})$	$p(r_1 - \bar{r}_1)(r_{PP} - \bar{r}_{PP})$
1	136,64	23,23
2	0,19	0,12
3	162,26	27,58
$\sigma_{1,PP} = 50,94$		$\beta_{1,PP} = 0,77$

Tabela 5.9 - Covariância e beta de variação do preço do petróleo para a alternativa 1

Cenários	$(r_2 - \bar{r}_2)(r_{PP} - \bar{r}_{PP})$	$p(r_2 - \bar{r}_2)(r_{PP} - \bar{r}_{PP})$
1	144,41	24,55
2	0,19	0,13
3	171,62	29,18
$\sigma_{2,PP} = 53,85$		$\beta_{2,PP} = 0,81$

Tabela 5.10 - Covariância e beta de variação do preço do petróleo para a alternativa 2

Cenários	$(r_3 - \bar{r}_3)(r_{PP} - \bar{r}_{PP})$	$p(r_3 - \bar{r}_3)(r_{PP} - \bar{r}_{PP})$
1	144,15	24,51
2	0,19	0,13
3	171,17	29,10
$\sigma_{3,PP} = 53,73$		$\beta_{3,PP} = 0,81$

Tabela 5.11 - Covariância e beta de variação do preço do petróleo para a alternativa 3

As ***tabelas 5.12*** a ***5.14*** apresentam a covariância e o beta da taxa de juros para cada uma das alternativas de projetos em análise.

Cenários	$(r_1 - \bar{r}_1)(r_J - \bar{r}_J)$	$p(r_1 - \bar{r}_1)(r_J - \bar{r}_J)$
1	-6,50	-1,11
2	0,59	0,39
3	59,14	10,05
$\sigma_{1,J} = 9,34$		$\beta_{1,J} = 1,41$

Tabela 5.12 - Covariância e beta da taxa de juros para a alternativa 1

Cenários	$(r_2 - \bar{r}_2)(r_J - \bar{r}_J)$	$p(r_2 - \bar{r}_2)(r_J - \bar{r}_J)$
1	-6,87	-1,17
2	0,61	0,40
3	62,56	10,63
$\sigma_{2,J} = 9,87$		$\beta_{2,J} = 1,48$

Tabela 5.13 - Covariância e beta da taxa de juros para a alternativa 2

Cenários	$(r_3 - \bar{r}_3)(r_J - \bar{r}_J)$	$p(r_3 - \bar{r}_3)(r_J - \bar{r}_J)$
1	-6,86	-1,17
2	0,61	0,40
3	62,39	10,61
$\sigma_{3,J} = 9,84$		$\beta_{3,J} = 1,48$

Tabela 5.14 - Covariância e beta da taxa de juros para a alternativa 3

As ***tabelas 5.15*** a ***5.17*** apresentam a covariância e o beta do produto interno bruto para cada uma das alternativas de projetos em análise.

Cenários	$(r_1 - \bar{r}_1)(r_{PIB} - \bar{r}_{PIB})$	$p(r_1 - \bar{r}_1)(r_{PIB} - \bar{r}_{PIB})$
1	-38,06	-6,47
2	0,17	0,11
3	-20,66	-3,51
$\sigma_{1,PIB} = -9,87$		$\beta_{1,PIB} = -3,35$

Tabela 5.15 - Covariância e beta do produto interno bruto para a alternativa 1

Cenários	$(r_2 - \bar{r}_2)(r_{PIB} - \bar{r}_{PIB})$	$p(r_2 - \bar{r}_2)(r_{PIB} - \bar{r}_{PIB})$
1	-40,23	-6,84
2	0,17	0,11
3	-21,85	-3,71
$\sigma_{2,PIB} = -10,44$		$\beta_{2,PIB} = -3,54$

Tabela 5.16 - Covariância e beta do produto interno bruto para a alternativa 2

Cenários	$(r_3 - \bar{r}_3)(r_{PIB} - \bar{r}_{PIB})$	$p(r_3 - \bar{r}_3)(r_{PIB} - \bar{r}_{PIB})$
1	-40,16	-6,83
2	0,17	0,11
3	-21,80	-3,71
$\sigma_{3,PIB} = -10,42$		$\beta_{3,PIB} = -3,53$

Tabela 5.17 - Covariância e beta do produto interno bruto para a alternativa 3

Os valores estimados para cada um dos fatores durante o período de vida útil devem ser arbitrados por especialistas. No caso deste trabalho, estes valores (apresentados na ***tabela 5.18***) foram estimados em estudos documentados, conforme se segue:

- a taxa de juros estimada foi considerada no mesmo nível de países industrializados de economia estável (Hale, 1996);
- o crescimento do PIB estimado considera estudos do setor energético (Plano 2015);

- é considerado um acréscimo no preço do petróleo em relação à média de 1987-1994, correspondente a elevação para US$ 18,82 por barril (preço normalmente adotado na empresa petrolífera estudada para estudos futuros).

Fatores	Valor estimado
PIB	4 %
taxa de juros	5 %
variação do preço do petróleo	8,54 %

Tabela 5.18 - Estimativa de variação dos fatores durante a vida útil dos projetos

Tomando a ***equação 5.1*** e substituindo os valores obtidos das tabelas anteriores, tem-se os seguintes resultados:

$$r_1 = 2{,}58 + 0{,}77(8{,}54 - 2{,}58) + 1{,}06 - 3{,}35(4 - 1{,}06) + 7{,}14 + 1{,}41(5 - 7{,}14) = 2{,}51 \qquad (5.2)$$

$$r_2 = 2{,}58 + 0{,}81(8{,}54 - 2{,}58) + 1{,}06 - 3{,}54(4 - 1{,}06) + 7{,}14 + 1{,}48(5 - 7{,}14) = 2{,}04 \qquad (5.3)$$

$$r_3 = 2{,}58 + 0{,}81(8{,}54 - 2{,}58) + 1{,}06 - 3{,}53(4 - 1{,}06) + 7{,}14 + 1{,}48(5 - 7{,}14) = 2{,}06 \qquad (5.4)$$

5.5.2 Análise de sensibilidade

Em uma análise de sensibilidade do retorno dos projetos à variação das probabilidades de ocorrência dos três cenários apresentados, foram estabelecidos três casos de estudo. O primeiro é considerado o caso base. No segundo caso, adota-se maior probabilidade para o primeiro cenário, contrapondo-se ao terceiro caso, onde a maior probabilidade de ocorrência corresponde ao terceiro cenário. A ***tabela 5.19*** apresenta as probabilidades atribuídas a cada cenário em cada caso.

Cenários	Probabilidades		
	Caso 1	Caso 2	Caso 3
1	0,17	0,9	0,05
2	0,66	0,05	0,05
3	0,17	0,05	0,9

Tabela 5.19 - Casos estudados

A ***tabela 5.20*** mostra o retorno de cada projeto, segundo a metodologia da APT, considerando cada caso. Comparando o segundo caso com o caso base, nota-se que todos os projetos apresentam retorno negativo. Em outras palavras, o retorno mínimo exigido, compatível com o nível de risco dos projetos é negativo. Este resultado de retorno completamente estranho aos métodos tradicionais, faz sentido na APT. Isto é, como nesta metodologia o retorno está linearmente e positivamente correlacionado com o risco, um retorno negativo representaria um nível de risco muito baixo. Ou seja, no caso 2 em que a probabilidade de crescimento do preço do petróleo é mais elevada, as receitas também o são, reduzindo o risco do projeto ser inviável. Ao contrário, no caso 3, a maior probabilidade de redução do preço do petróleo aumenta o risco e consequentemente aumenta também o retorno das alternativas.

Alternativas	Retorno esperado em (%), segundo a APT		
	Caso 1	Caso 2	Caso 3
1	2,51	-10,73	10,06
2	2,04	-12,37	10,94
3	2,06	-12,31	10,90

Tabela 5.20 - Retorno das alternativas de projetos em cada caso.

A ***tabela 5.21*** apresenta o excesso de retorno entre aquele calculado através da APT e a TIR. Observa-se que todas as alternativas de projetos têm excesso de retorno positivo, sendo portanto, economicamente viáveis. A alternativa 2 é destacada como aquela de maior rentabilidade em relação ao risco. Este resultado concorda com aquele apresentado pelo TIR (***tabela 5.3***), onde também apresenta maior retorno.

Além disso, no caso 2, onde a probabilidade de crescimento do preço do petróleo é maior , tem-se o menor risco de inviabilidade econômica dos projetos e portanto, apresenta-se o maior excesso de retorno. Isto também está de acordo com as expectativas econômicas dos projetos.

Alternativas	Excesso de retorno (e_i) em %		
	Caso 1	Caso 2	Caso 3
1	48,63	61,88	41,08
2	52,62	67,03	43,72
3	52,42	66,79	43,58

Tabela 5.21 - Excesso de retorno das alternativas de projetos em cada caso.

5.6 Considerações finais

Na ***tabela 5.22*** de comparação de métodos, a APT apresenta excesso de retorno positivo. Isto permite concluir que por este método, todos os projetos analisados são considerados viáveis, concordando com análise tradicional (TIR). Ou seja, recomenda-se a aceitação (A) de todos as três alternativas, assim como ocorre na análise pela TIR, que apresenta retorno acima da TMA da empresa (15%).

Alternativas	APT		TIR	
	e_i	decisão	taxa (%)	decisão
1	48,63	A	51,14	A
2	52,62	A	54,66	A
3	52,42	A	54,48	A

Tabela 5.22 - Comparação de métodos

A vantagem da APT é que esta proporciona uma decisão de investimento, já considerando os riscos dos projetos. No caso aqui analisado, esta metodologia proporcionou a visão de que as alternativas 1, 2 e 3, além de ter rentabilidade acima da TMA da empresa, estão acima da reta SML e portanto, têm retorno além daqueles compatíveis com seus níveis

de risco. Este fato é o que conduz ao excesso de retorno positivo, conforme Khan e Fiorino (1992).

Como o portfólio de investimentos da empresa não é suficientemente diversificado, o fator de risco não sistemático, representado pela variação do preço do petróleo, foi incluído no modelo. Por outro lado, a inflação, importante fator a ser considerado na APT, foi desprezado devido ao período hiperinflacionário vivido pela economia brasileira. Sua exclusão é justificada pelos resultados incoerentes que poderia produzir.

Diferentemente da análise realizada no capítulo anterior, esta realizada aqui, considera projetos cuja vida útil se completará no futuro. Portanto, o modelo também pode ser utilizado para calcular retornos de projetos futuros, baseado em dados históricos e considerando as expectativas "arbitradas" de variação dos fatores de risco que afetem estes projetos.

Apesar do insuficiente volume de estudos de viabilidade econômica utilizando-se da APT, acredita-se que esta possa ser uma importante ferramenta auxiliar na tomada de decisão de investimentos. Há entretanto, necessidade de outros estudos, análises de projetos de outras áreas de atividades econômicas, além da consideração de outros fatores no modelo para que a APT possa então, vir a ser utilizada cotidianamente pelas empresas.

Capítulo 6

CONCLUSÃO

6.1 Considerações iniciais

A análise de investimentos considerando o risco é fundamental pois, na vida como um todo, na economia em particular, o futuro é incerto e o risco é fruto desta incerteza. Segundo Bernstein (1997), a evolução da teoria da decisão - que é aquela que mostra o que se deve fazer quando é incerto o que acontecerá (Hacking, 1975) - baseia-se no conhecimento das probabilidades do resultado ser favorável ou não. Neste sentido, os modelos de análise de investimentos que relacionam retorno e risco permitem que antes de se tomar qualquer decisão, se saiba qual o risco associado àquele retorno desejado.

Conforme visto nos capítulos 2 e 3, os modelos CAPM e APT baseiam-se na diversificação de Markowitz (1952), que reduz o risco total do investimento àquele mínimo possível (risco sistemático). Estes modelos permitem conhecer para determinado nível de risco, o nível de retorno proporcionado por tal investimento, considerado não isoladamente, mas conjuntamente com outros investimentos. Ou seja, a importância maior destes modelos é considerar o risco não apenas de um único projeto, mas de toda carteira de investimentos da empresa. Deste modo, eles são muito menos conservadores que os métodos tradicionais de análise de investimentos, que não relacionam diretamente os riscos de um investimento ao seu retorno. Os métodos tradicionais, quando desejado, podem incorporar riscos, mas indiretamente. Eles o fazem através, por exemplo, da simulação de Monte Carlo. Ainda assim, consideram os riscos do projeto em análise isolada, desprezando o benefício da diversificação que ocorre numa carteira de investimentos de uma empresa.

A APT, sendo um modelo mais flexível que o CAPM, permite que o investidor menos avesso ao risco, fique mais exposto a este, na tentativa de obter maiores retornos. O CAPM, por outro lado, considera que os investidores possuem expectativas homogêneas, isto é, reagem de modo semelhante em relação ao risco. Além disso, os cenários econômicos são dinâmicos e portanto, não comportam uma única resposta estática no tempo. Neste caso, a APT aproxima-se mais deste dinamismo, uma vez que os vários fatores de risco variam mais que fator único do CAPM, que seria então, uma espécie de média ponderada daqueles fatores da APT.

Conhecendo a utilidade da APT na análise de investimentos, restava ainda, a indagação: Por que investigar a aplicação da APT na análise de investimentos no Brasil? O Brasil é um país que não possui uma poupança interna suficiente para financiar a maioria de seus projetos. Sendo um país em construção, com carência de investimentos em infra-estrutura e com taxas de juros elevadas, torna-se preponderante então, a seletividade de seus projetos. Ocorre que ao se optar por um investimento, deixando de aplicar recursos em outros projetos (custo de oportunidade), as empresas precisam realizar uma análise mais refinada (Longo, 1996), o que é muito importante para sua sobrevivência. Neste contexto, portanto, a utilização da APT na análise de investimentos no Brasil é muito importante, pois permite monitorar o nível de risco de projetos, não desperdiçando oportunidades de investimentos de alta rentabilidade, com riscos elevados, porém conhecidos e gerenciáveis.

6.2 Aspectos importantes da Dissertação

Segundo Bernstein (1997), o risco e o tempo são faces opostas da mesma moeda, pois sem amanhã não haveria risco. Ou seja, todos os projetos a serem empreendidos, possuem certo grau de risco. Como grande parte dos projetos são irreversíveis, torna-se muito importante conhecer o risco ainda nas etapas de análise de investimentos. Nas palavras de Charles Tschampion apud Bernstein (1997): "A gestão de investimentos não é uma arte, nem uma ciência, mas a engenharia do risco". Isto é, não há necessidade de correr risco superior àquele necessário para gerar o retorno compatível. Deste ponto de vista, os métodos modernos que relacionam retorno e risco (CAPM e APT) atingem exatamente o objetivo dos administradores de projetos.

Conforme analisado nos capítulos 2 e 3, o risco de mercado ou dos diversos fatores são calculados através da regressão à média. Ou seja, utiliza-se de dados históricos para a consideração de riscos futuros. Como não se sabe com certeza o que ocorrerá no futuro, supõe-se que este se assemelhará ao acontecido até o presente, ao invés de trazer alguma mudança desconhecida. Mas como o ambiente econômico muda constantemente, tornando os dados econômicos específicos ao seu próprio período de tempo, a regressão à média é válida, porém, deve-se considerar o dinamismo da média. Além disso, é impossível reunir toda a informação existente para se compor a média. Isto é, pode-se reunir grande parte da informação disponível, mas não a totalidade destas. Portanto, a regressão à média é valida, desde que considerada com cuidado.

Neste contexto, o CAPM e principalmente a APT, assim como, as Redes Neurais, a Teoria do Caos e outros, fornecem importantes *insights* sobre a complexidade da realidade, mas não sobre a relação causa-efeito de fenômenos. Entretanto, como a realidade é uma coleção de infinitos eventos independentes, mas interligados entre si, a estimativa do que poderá ocorrer, proporcionada por tais modelos, já pode ser considerado um importante passo na aproximação de eventos futuros.

Observa-se que, tanto o CAPM, quanto a APT, são modelos originalmente desenvolvidos para serem aplicados na avaliação de alternativas de investimentos no mercado de capitais. Entretanto, assim como Khan e Fiorino (1992) utilizaram-se do CAPM para a análise de projetos produtivos, a APT também pode ser utilizada neste tipo de projetos com resultados satisfatórios.

No capítulo 2, ao se analisar o CAPM, foram destacadas algumas condições de contorno em sua utilização que não correspondem à realidade, tais como: a suposição da existência do mercado perfeito, a suposição de que os ativos são infinitamente divisíveis, com custos de transação desprezíveis, a suposição de que não há predominância de ativos e a de que todos os investidores reagem uniformemente a determinada informação (expectativas homogêneas). Apesar disso, o CAPM é um modelo relativamente recente que apresenta vantagens em relação aos métodos tradicionais de análise de investimentos e que inclusive foi aplicado na realidade (Khan e Fiorino, 1992).

No capítulo 3, destaca-se a APT (modelo sucessor do CAPM) como um modelo mais próximo da realidade, por permitir a consideração de diferentes fatores de risco em projetos distintos, por considerar as diferentes reações de investidores às informações e suas diferentes atitudes em relação ao risco. Além disso, ao realizar a arbitragem em relação às estimativas de variação futura dos fatores de risco, a APT permite que os investidores se arrisquem em busca de oportunidades lucrativas. Ou seja, assim como na vida real, a APT considera investimentos arriscados, como oportunidades. Segundo Bernstein (1997), sem o risco, a sociedade poderia se tornar passiva diante do futuro. Ele ainda acrescenta: "Se todos avaliassem o risco exatamente da mesma forma, muitas oportunidades arriscadas seriam perdidas".

No capítulo 4, estuda-se a viabilidade de projetos de eficiência energética, a partir de estudo semelhante ao realizado por Khan e Fiorino aplicando o CAPM. Contudo, a aplicação da APT neste capítulo se faz em projetos cujas vidas úteis já se passaram. Portanto, a surpresa em seus fatores de risco significa a diferença entre os valores médios históricos estimados e aqueles valores efetivamente verificados. Além disso, tais projetos se realizam nos EUA, onde

os dados estatísticos são abundantes e confiáveis. A aplicabilidade da APT em projetos futuros e diante de uma economia mais instável, em desenvolvimento (como no Brasil), é realizada no capítulo 5.

O capítulo 5 estuda a viabilidade de projetos de uma empresa petrolífera no Brasil. Entretanto, os dados econômicos brasileiros não são tão confiáveis e abundantes. Além disso, destaca-se a impossibilidade do uso do fator macroeconômico - inflação, devido às variações hiperinflacionárias. Ou seja, sua utilização poderia comprometer o resultado do estudo. Por outro lado, ao se desprezar este importante fator macroeconômico, a validade dos resultados poderia ser questionável. No entanto, os resultados obtidos foram coerentes com aqueles esperados.

Conclui-se, portanto, que a APT pode ser utilizada como uma importante ferramenta na análise de investimentos, principalmente porque relaciona o retorno de projetos aos riscos a que estão submetidos. Assim, ela permite ao administrador tomar sua decisão de investimento, conhecendo os níveis de risco a que está exposto, sem contudo, desperdiçar oportunidades rentáveis por simplesmente desconhecer o risco associado. Ou, ao contrário, investir em projetos de alta rentabilidade, desprezando o grande risco associado.

6.3 A contribuição da dissertação

Entendida a importância da APT como moderna ferramenta auxiliar na tomada de decisão de investimentos, esta dissertação propõe pioneiramente, que esta técnica seja utilizada também na análise de investimentos produtivos. Para tanto, partindo da análise de Khan e Fiorino (1992) que se utiliza do CAPM, mostra-se no capítulo 4, que a APT também traz resultados positivos e realistas na análise de investimentos.

Contudo, permanecia a dúvida se tal teoria poderia ser aplicada com sucesso na realidade brasileira, que reconhecidamente não possui dados estatísticos tão confiáveis e tão amplos quanto aqueles da economia norte-americana. Assim, no capítulo 5, foi constatado que apesar das limitações apontadas, a APT também pode ser aplicada neste cenário, desde que a análise dos resultados seja mais cautelosa.

Acredita-se, no entanto, que a maior importância desta dissertação seja contribuir para o conhecimento de uma metodologia de análise de investimentos que considere os diversos fatores de risco de modo bastante realista. Importante também notar, que a APT ainda é pouco

utilizada, inclusive por empresas norte-americanas. Ou seja, o pioneirismo em sua utilização poderá significar uma grande vantagem competitiva para empresas.

6.4 Recomendações para trabalhos futuros

A maior adoção do método APT na análise de investimentos por empresas depende da consolidação de sua aplicabilidade prática. Isto mostra a relevância da necessidade de outros estudos utilizando a APT na análise de investimentos de outros setores econômicos. Por exemplo, seria interessante um estudo comparativo do desempenho da APT na análise de investimentos altamente correlacionados com a atividade econômica versus investimentos fracamente correlacionados a ela.

Nesta dissertação, foram estudadas aplicações da APT em projetos energéticos e de petróleo. Entretanto, surgem dúvidas adicionais, como por exemplo: Poderia a APT ser também utilizada para análise de projetos de construção civil, assim como o CAPM (Longo, 1996)? Poderia ser utilizada em investimentos de expansão do sistema elétrico (Farmer et al., 1997)? As respostas de cada uma destas perguntas, são provavelmente sim, mas há que se pesquisar as restrições, as especificidades, seus resultados, etc.

Outra investigação importante que se poderia fazer, seria comparar o desempenho do método, considerando as enormes diferenças entre as diversas economias mundiais. Ou seja, há necessidade de se conhecer se a APT poderia ser aplicada com sucesso, tanto em projetos de países fortes e estáveis, quanto naqueles em desenvolvimento e instáveis.

Também seria interessante verificar, quais seriam os fatores de risco sistemático para grandes empresas multinacionais, considerando a economia globalizada. Além disso, não se sabe se há a possibilidade de substituição de fatores de risco por outros, sem prejudicar o resultado da análise, verificando inclusive a sensibilidade dos resultados às variações de probabilidade de ocorrência dos cenários para estes outros fatores.

Sugere-se ainda, o desenvolvimento de um software que agilize os cálculos de retorno de projetos, utilizando-se da APT. Este software poderia ser amigável, permitindo que o usuário escolhesse os fatores de risco, ao mesmo tempo em que pudesse arbitrar as estimativas de variação futura destes fatores. Isto tornaria a aplicação da APT rápida e talvez contribuísse para sua maior difusão no ambiente empresarial.

6.5 Considerações finais

Tendo em vista os objetivos propostos no capítulo 1, de se reunir literatura dos métodos modernos de análise de investimentos, de se aplicar a APT em investimentos não financeiros e finalmente, aplicá-la em projetos brasileiros, considera-se que os mesmos foram alcançados. Espera-se que esta dissertação e seus artigos técnicos gerados tenham contribuído para maior divulgação desta nova metodologia de análise de investimentos, principalmente considerando seu poder de racionalizar a aplicação de recursos em projetos rentáveis de riscos conhecidos. Em um país carente de recursos financeiros como o Brasil, esta racionalização é particularmente importante, principalmente se for considerada a competição acirrada entre empresas, decorrente da globalização de mercados. Neste cenário, a decisão acertada de investimentos pode ser o limite decisivo entre a derrocada e a sobrevivência destas entidades frente a seus concorrentes.

Bibliografia

Referências bibliográficas

ALBUQUERQUE, M.C.C. **Introdução à teoria econômica.** São Paulo, McGraw-Hill do Brasil, 1976.

BERNSTEIN, P.L. **Desafio aos Deuses - A fascinante história do risco.** Trad. de Ivo Korytowski. Rio de Janeiro, editora Campus ltda., 1997.

CHAN, L.; LAKONISHOK, J. Are the reports of Beta's death Premature? **University of Illinois working paper.** December, 1992.

CONJUNTURA ECONÔMICA. Fundação Getúlio Vargas - Instituto Brasileiro de Economia. Encarte Conjuntura Estatística. v.51, n.4, Abril, 1997.

FAMA, F.; FRENCH, K. The Cross-section of expected stock returns. **Journal of Finance XLVII.** n. 2, p. 427-65, June, 1992.

FARMER, R.G.; KARADY, G.G.; RANAWEERA, D.K. Economic Impact Analysis of Load Forecasting. **IEEE transaction on Power systems.** v.12, n.3, p. 1388-92, Ago. 1997.

GOETZMANN, W.N. **An introduction to investment theory.** Yale School of Management. http://viking.som.yale.edu/will/finman540/classnotes, 1997.

HACKING, I. The emergence of probability: A philosophical study of early ideas about probability, induction, and statistical inference. **Londres: Cambridge University Press.** 1975.

HALE, D. A Europa vai ficar com inveja. *Exame,* edição especial, ed. 625, p. 62-3, Dez. 1996.

JARDIM, L. Hora de vender ou de comprar? A valorização das ações da Telebrás tem sido notável até agora. Mas e o futuro?. *Exame,* ed. 643, n. 18, p. x, Agosto 1997.

KEOWN, A.J. et al. **Basic Financial Management.** 7 ed. Upper Saddle River, NJ USA, Prentice Hall International Editions, 1996. Cap.6, p.206-50: Risk and rates of return.

KHAN, A.M.; FIORINO, D.P. The Capital Asset Pricing Model in Project Selection: A Case Study. **The Engineering Economist.** v.37, n.2, p.145-60, Winter, 1992.

KOTHARI, S.P.; SHANKIN, J.; SLOAN, R. Another look at the Cross-section of expected returns. **Journal of Finance.** n. 1, March, 1995.

LONGO, O.C. Análise de risco-retorno em empreendimentos, utilizando a teoria CAPM. **Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal Fluminense.** Http://produto2.pep.ufrj.br/abepro/enegep96. Outubro, 1997.

LUCE, F.B.; MORAES JR., J.Q. O Modelo de Formação de Preços de Ativos (Capital Asset Pricing Model) Teoria e Evidência. **Revista de Administração de Empresa.** v.4, n.19, p.31-8, Rio de Janeiro, out./dez., 1979.

LUEHRMAN, T.A. What's it worth? A general manager's guide to valuation. **Harvard Business Review.** p.132-42, May-June, 1997.

MACINNES, J.M.; CARLETON, W.J. Theory, Models and Implementation in Financial Management. **Management Science.** p. 957-78. September, 1982.

MARKOWITZ, H. Portfolio selection. **Journal of Finance.** p.44-58, March, 1952.

MIRANDA, V.A.M.; PAMPLONA, E.O. Um estudo do modelo APT aplicado na determinação da taxa de desconto. XVII ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO e III Congresso Internacional de Engenharia Industrial. *Anais.* Gramado-RS, Out. 1997.

PAMPLONA, E.O.; MONTEVECHI, J.A.B. **Engenharia Econômica II.** Itajubá, 1995. Apostila do curso de pós-graduação do departamento de engenharia de produção da Escola Federal de Engenharia de Itajubá.

PLANO 2015 Plano Nacional de Energia Elétrica. Vol. I Relatório Executivo Síntese. p.25 Rio de Janeiro, Abril 1994.

ROLL, R.; ROSS, S.A. On the Cross-Sectional relation between expected returns and betas. University of California (UCLA) - working paper. Los Angeles. July, 1992.

ROSS, S.A.; ROLL, R. The Arbitrage Pricing Theory Approach to Strategic Portfolio Planning. **Financial Analysts Journal.** p.14-26, May-June, 1984.

ROSS, S.A.; WESTERFIELD, R.W.; JAFFE, J.F. **Administração Financeira:** Corporate Finance. Trad. de Antonio Z. Sanvicente. São Paulo, Atlas, 1995.

ROSS, S.A.; WESTERFIELD, R.W.; JORDAN, B.D. **Princípios de Administração Financeira:** *Essentials of Corporate Finance.* Trad. de Antonio Z. Sanvicente. São Paulo, Atlas, 1998.

SHARPE, W.F. Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. **The Journal of Finance.** v. XIX, n.3, p.425-42, Sept., 1964.

SHARPE, W.F. Factor models, CAPMs, and the ABT: Linking them together provides a valuable framework. **The Journal of Portfolio Management.** p.21-5, Fall, 1984.

SILVA, A. Não somos pobres. Somos, sim, ineficientes. *Exame*, ed. 659, n. 8, p. 78-84, Abr. 1998.

US DEPARTMENT OF COMMERCE. *Bureau of Economic Analysis Website.* ***Summary National Income and Product Series, 1929-96.*** http://www.bea.doc.gov/bea/scb/0597nip1.pdf. May, 1997.

WESTON,J.F.; COPELAND,T.E. **Managerial Finance.** 8 ed. New York, Dryden Press, 1986.

WESTON, J.F.; BRIGHAM, E.F. **Managerial Finance.** 5 ed. Los Angeles, Dryden Press, 1975. Cap.19, apêndice C, p.657-86: The Capital Asset Pricing Model.

Bibliografia complementar

BERNHARDT, I. Negative risk? A comment on Khan and Fiorino. **The Engineering Economist.** v.39, n.3, p.281-85, Spring, 1994.

BOWER, D.H., BOWER, R.S. and LOGUE, D.E. A Primer on Arbitrage Pricing Theory. **The Midland Journal of Corporate Finance.** v.2, n.3, p.31-40, 1984.

BUCKLAND, R. **The CAPM: Critique and extension.** Department of Accountancy, University of Aberdeen. http://www.abdn.ac.uk/accountancy/notes, 1997.

BUCKLAND, R. **The Arbitrage Pricing Theory.** Department of Accountancy, University of Aberdeen. http://www.abdn.ac.uk/accountancy/notes, 1997.

CHEN, N. Some Empirical Tests of the Theory of Arbitrage Pricing. **The Journal of Finance.** v.38, n.5, December, 1983

CHEN, N., INGERSOLL JR., J.E. Exact Pricing in Linear Factor Models with Finitely Many Assets: A Note. **The Journal of Finance.** v.38, n.3, p.985-8, June, 1983.

COHEN, K.J., POGUE, J.A. An Empirical Evaluation of Alternative Portfolio-Selection Models. **Journal of Business.** p.166-93, April, 1967.

FAMA, E.F. Risk Adjusted Discount Rates and Capital Budgeting under Uncertainty. **The Journal of Financial Economics.** P.3-24, August, 1977.

FAMA, E.F., MACBETH, J.D. Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests. **Journal of Political Economy.** p.607-36, May-June, 1973.

FRANKFURTER, G.M., PHILLIPS, H.E. Portfolio Selection: A Procedure for Revising ex-ante Estimates of Portfolio Risk **The Engineering Economist.** v.24, n.4, p.217-34, Winter, 1989.

GITMAN, L.J. **Princípios de Administração Financeira.** Trad. de Jacob Ancelevicz e Francisco J. S. Braga. 3. ed. São Paulo, editora Harbra ltda., 1987.

GRINOLD, R. The APT, the CAPM, and the BARRA model. **Barra Newssletter.** Nov./Dec., 1991.

HUBERMAN, G. A Simple Approach to Arbitrage Pricing Theory. **Journal of Economic Theory.** n. 28, p.183-191, 1982.

KUAE, L.K.N.; BONESIO, M.C.M.; VILLELA, M.C.O. Diretrizes para apresentação de dissertações e teses. **Escola Politécnica da Universidade de São Paulo**. São Paulo, EDUSP, 1991.

LINTNER, J. Security Prices, Risk, and Maximal Gains from Diversification. **The Journal of Finance.** v.20, n.4, p.587-615, Dec., 1965.

LINTNER, J. The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. **Review of Economics and Statistics.** p.13-37, Feb., 1965.

LUEHRMAN, T.A. Using APV: a better tool for valuing operations. **Harvard Business Review.** p.145-54, May-June, 1997.

MERTON, R.C. An Intertemporal Capital Asset Prcing Model. **Econometrica.** v.41, n.5, p.867-887, September, 1973.

MUNSHI, J. **The arbitrage pricing model in financial theory.** Working paper. Sonoma State University ,1992.

MYERS,S.C. Finance Theory and Financial Strategy. **Interfaces 14.** The Institute of Management Sciences. Massachusetts Institute of Technology. p. 126-37, Jan.-Feb., 1984.

MYERS,S.C. Procedures for Capital Budgeting Under Uncertainty. **Industrial Management Review.** p. 1-19, Spring, 1968.

REIGANUM, M.R. Empirical Tests of Multi-factor Pricing Model. The Arbitrage Pricing Theory: Some Empirical Results. **The Journal of Finance.** v.36, n.2, p.313-21, May, 1981.

ROLL, R. A Critique of the Asset Pricing Theory`s tests. Part I: On Past and Potential Testability of the Theory. **Journal of Financial Economics.** n. 4, p.129-76, March, 1977.

ROLL, R.; ROSS, S.A. An Empirical Investigation of the Arbitrage Pricing Theory. **The Journal of Finance.** v.35, n.5, p.1073-103, December, 1980.

ROSENBERG, B. The Capital Asset Pricing Model and the Market Model. **The Journal of Portfolio Management.** p.5-16, Winter, 1981.

ROSS, S.A. The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing. **Journal of Economic Theory.** n.13, p.341-60, December, 1976.

SAMANEZ, C.P. O Modelo de Apreçamento de Ativos com Risco "CAPM": O seu uso no Processo de Planejamento Estratégico. VII ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 1987.

SPRECHER, C.R. **An Introduction to Investment Management.** Boston, Houghton Mifflin Company, 1975. Parte IV, p. 282-368: Portfolio Composition.

TO, M.C., KRYZANOWSKI, L. General factor models and the structure of security returns. **Journal of Financial and Quantitative Analysis.** p.31-52, March, 1983.

WESTON, J.F. Investment Decisions Using the Capital Asset Pricing Model. **Financial Management.** p.25-33, Spring, 1973.