

TESE

979

ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ

PROBLEMA INVERSO DO ESCOAMENTO EM  
TORNO DE PERFIS AERODINAMICOS ISOLADOS  
E EM GRADES DE TURBOMAQUINAS

DENIS RINALDI PETRUCCI

ITAJUBÁ - JULHO, 1998



Ministério da Educação e do Desporto  
**ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ**  
Reconhecida Lei 3232 - 05/01/1917

**ANEXO II**

**FOLHA DE JULGAMENTO DA BANCA EXAMINADORA**

Título da Dissertação: **"Problema Inverso do Escoamento em Torno de Perfis Aerodinâmicos Isolados e em Grades de Turbomáquinas"**.

Autor: Denis Rinaldi Petrucci

**JULGAMENTO**

Examinadores	Conceito	Rubrica
1º	A+	<i>Roberto Mota Girardi</i>
2º	A+	<i>Hirata</i>
3º	A+	<i>Waldemar de Oliveira</i>
4º	A+	<i>Nelson Manzanara Filho</i>

Resultado Médio: Conceito A+, ou seja, aprovado  
com distinção

Observações: \_\_\_\_\_

Itajubá, 31 de julho de 1998

*Roberto Mota Girardi*  
Prof. Roberto da Mota Girardi  
1º Examinador - ITA

*Hirata*  
Prof. Miguel Hiroo Hirata  
2º Examinador - EFEI

*Waldemar de Oliveira*  
Prof. Waldemar de Oliveira  
3º Examinador - EFEI

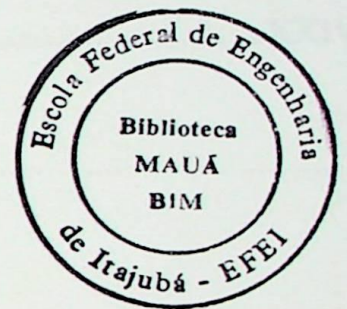
*Nelson Manzanara Filho*  
Prof. Nelson Manzanara Filho  
4º Examinador (Orientador) - EFEI



**ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ**

**PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**



**PROBLEMA INVERSO DO ESCOAMENTO EM  
TORNO DE PERFIS AERODINÂMICOS ISOLADOS  
E EM GRADES DE TURBOMÁQUINAS.**

**DENIS RINALDI PETRUCCI**

**ORIENTADOR: PROF. NELSON MANZANARES FILHO**

**CO-ORIENTADOR: PROF. WALDIR DE OLIVEIRA**

**ITAJUBÁ, JULHO 1998.**

## ÍNDICE DE ASSUNTOS

Relação de Figuras .....	IV
Relação de Tabelas .....	XIV
Relação de Símbolos .....	XVI
Dedicatória .....	XXI
Agradecimentos .....	XXII
Resumo .....	XXIII
Abstract .....	XXIV

### CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO ..... 1

### CAPÍTULO 2 - MODELO NUMÉRICO PARA ANÁLISE DO ESCOAMENTO POTENCIAL

2.1	- INTRODUÇÃO .....	6
2.2	- MÉTODO DOS PAINÉIS DE HESS & SMITH .....	6
2.3	- MODIFICAÇÃO REALIZADA NO MÉTODO PARA UTILIZAÇÃO DE VARIÁVEIS COMPLEXAS .....	16
2.3.1	- Resolução do Sistema de Equações por Combinação de Soluções Lineares .....	23
2.4	- ALTERAÇÃO PARA SUAVIZAÇÃO DAS INTENSIDADES DE VÓRTICES (INTENSIDADE DE VÓRTICES VARIÁVEIS) .....	24
2.5	- FORMULAÇÃO PARA CASO DE GRADES LINEARES .....	28
2.6	- TESTES COMPARATIVOS .....	35

- Perfis Isolados .....	35
- Comentários sobre os testes de perfil isolado .....	45
- Perfis em Grades Lineares .....	45
- Comentários sobre os testes de grades lineares .....	50

## **CAPÍTULO 3 - DESENVOLVIMENTO DO MÉTODO INVERSO**

3.1	- INTRODUÇÃO .....	52
3.2	- DESCRIÇÃO DO MÉTODO INVERSO DE MURUGESAN E RAILLY .....	52
3.3	- DESCRIÇÃO DO MÉTODO INVERSO PROPOSTO .....	54
3.3.1	- Distribuição de Vórtices Fictícia .....	55
3.3.2	- Alteração da Inclinação dos Painéis .....	57
3.3.3	- Reposicionamento das Coordenadas dos Pontos Extremos dos Painéis .....	60
3.3.4	- Critério de Parada .....	61
3.3.5	- Pré-Cálculo do Ângulo de Montagem no Caso de Grades .....	61
3.4	- FLUXOGRAMA DO MÉTODO INVERSO PROPOSTO .....	63

## **CAPÍTULO 4 - RESULTADOS**

4.1	- INTRODUÇÃO .....	69
4.2	- PERFIS ISOLADOS .....	71
4.3	- PERFIS EM GRADES LINEARES .....	103
4.4	- COMENTÁRIOS .....	124

**CAPÍTULO 5 - CONCLUSÕES E SUGESTÕES .....127**

RELAÇÃO DE FIGURAS

**REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICAS .....131**

FIGURA

**APÊNDICES**

2.1 - Perfil Joukowski e sua ..... 7

2.2 - Utilização na análise da distribuição das vortices ..... 8

2.3a) - Distribuição - EFEITOS DO FILTRO .....A1

2.4 - APÊNDICE II

2.5 - Método Inverso ..... 11

2.6 - Sistema de equações ..... 12

2.7a) - Equações ..... 13

2.7b) - Método de Hess & Smith Tradicional .....A7

2.7c) - ..... 14

2.7d) - APÊNDICE III

2.8 - Coeficientes aerodinâmicos .....A12

2.9 - Distribuição das vortices ..... 13

2.10 - Distribuição das velocidades ..... 19

2.11 - Análise do limite para o caso da auto-indução ..... 19

2.12 - Distribuição de intensidade de vortices de Hess & Smith ..... 25

2.13 - Distribuição de intensidade de vortices variável (Caso de + imagem 1/2) ..... 26

2.14 - Representação da função corrente para  $\gamma$ , dada por  $f(\eta)$  ..... 26

2.15 - Geometria de uma grade linear ..... 28

2.16 - Caracterização dos vetores velocidades de uma grade linear ..... 33

2.17 - Determinação do perfil Joukowski por transformação conforme ..... 36

2.18 - Geometria dos perfis Joukowski utilizados ..... 36

2.19 - Distribuição de pontos do perfil Joukowski -  $\alpha=0, \alpha=0,25, \alpha=0,5, \beta=0, \beta=0,25, \beta=0,5$  ..... 41

2.20 - Distribuição de pontos do perfil Joukowski -  $\alpha=0, \alpha=0,25, \alpha=0,5, \beta=0, \beta=0,25, \beta=0,5$  ..... 42

2.21 - Distribuição de pontos do perfil Joukowski -  $\alpha=0, \alpha=0,25, \alpha=0,5, \beta=0, \beta=0,25, \beta=0,5$  ..... 43

2.22 - Distribuição de pontos do perfil Joukowski -  $\alpha=0, \alpha=0,25, \alpha=0,5, \beta=0, \beta=0,25, \beta=0,5$  ..... 43

## RELAÇÃO DE FIGURAS

### FIGURA

2.1	- Definição dos painéis e nós .....	7
2.2	- Nomenclatura utilizada na análise da distribuição das singularidades .....	8
2.3a,b	- Distribuição de intensidade de fontes e vórtices sobre o corpo .....	9
2.4	- Inclinação do painel $i$ .....	9
2.5	- Escoamento tangencial no bordo de fuga .....	11
2.6	- Sistema de coordenadas do $j$ -ésimo painel .....	12
2.7a	- Esquema de influência do painel $j$ sobre o painel $i$ .....	13
2.7b	- Análise dos limites para o caso da auto-indução .....	14
2.8	- Esquema geométrico das variáveis complexas .....	17
2.9	- Elemento sobre o painel visto do sistema de coordenadas global .....	17
2.10	- Percorso adotado nos cálculos .....	19
2.11	- Análise do limite para o caso da auto-indução (variáveis complexas) .....	19
2.12	- Distribuição de intensidade de vórtice de Hess & Smith .....	25
2.13	- Distribuição de intensidade de vórtices variável (Girardi e Bizarro, 1995) .....	25
2.14	- Representação da função senoidal para $\gamma$ , dada por $F(s)$ .....	26
2.15	- Geometria de uma grade linear .....	28
2.16	- Comportamento dos vetores velocidades de uma grade linear .....	30
2.17	- Determinação do perfil Joukowski por transformação conforme .....	36
2.18	- Geometria dos perfis Joukowski utilizados .....	36
2.19	- Distribuição de pressões do perfil Joukowski - $n=80$ , $\alpha=0,25$ , $m=0,02$ , $\beta^*=0^\circ$ , $\alpha=5^\circ$ .....	37
2.20	- Distribuição de pressões do perfil Joukowski - $n=80$ , $\alpha=0,25$ , $m=0,02$ , $\beta^*=0^\circ$ , $\alpha=10^\circ$ .....	38
2.21	- Distribuição de pressões do perfil Joukowski - $n=80$ , $\alpha=0,155$ , $m=0,02$ , $\beta^*=6^\circ$ , $\alpha=1^\circ$ .....	39

2.22	- Distribuição de pressões do perfil Joukowski - $n=80$ , $\alpha=0,155$ , $m=0,02$ , $\beta^*=6^\circ$ , $\alpha=5^\circ$ .....	40
2.23	- Distribuição de pressões do perfil Joukowski - $n=80$ , $\alpha=0,09$ , $m=0,02$ , $\beta^*=12^\circ$ , $\alpha=0^\circ$ .....	41
2.24	- Distribuição de pressões do perfil Joukowski - $n=80$ , $\alpha=0,09$ , $m=0,02$ , $\beta^*=12^\circ$ , $\alpha=4^\circ$ .....	42
2.25	- Distribuição de pressões do perfil Joukowski - $n=160$ , $\alpha=0,09$ , $m=0,02$ , $\beta^*=12^\circ$ , $\alpha=0^\circ$ .....	43
2.26	- Distribuição de pressões do perfil Joukowski - $n=160$ , $\alpha=0,09$ , $m=0,02$ , $\beta^*=12^\circ$ , $\alpha=4^\circ$ .....	44
2.27	- Grade de Gostelow (1984): perfis com bordo de fuga afilado , $n = 80$ , $\beta_1 = 53,5^\circ$ , $\beta = 37,5^\circ$ , $l/t=1,00994054$ .....	45
2.28	- Distribuição de pressões - grade de Gostelow .....	46
2.29	- Grade de Merchant e Collar (1941): perfis com bordo de fuga arredondado, $\beta_1 = 50^\circ$ , $\beta = 0^\circ$ , $l/t=1,68553084$ .....	47
2.30	- Distribuição de pressões - grade de Merchant e Collar .....	48
2.31	- Distribuição de pressões - Merchant e Collar para o caso isolado .....	49
3.1	- Esquema de partida de Murugesan e Raily .....	54
3.2	- Esquema de partida de cálculo do método proposto .....	55
3.3	- Intensidade de vórtices para $Va(s)<0$ .....	55
3.4	- Intensidade de vórtices para $Va(s)\geq 0$ .....	56
3.5	- Alteração da inclinação do painel.....	58
3.6	- Perfil sem correção de fechamento.....	59
3.7	- Critério para fechamento do perfil .....	60
4.1	- Perfil inicial: elipse com relação de semi-eixos igual 0,1 .....	71
4.2	- Perfil normalizado em função de $s/l$ .....	71
4.3	- 1ª Iteração: cilindro .....	71
4.4	- 3ª Iteração: cilindro .....	71
4.5	- 5ª Iteração: cilindro .....	72
4.6	- 8ª Iteração: cilindro .....	72
4.7	- $x(s)$ do cilindro .....	72

4.8	- $y(s)$ do cilindro .....	72
4.9	- 1ª Iteração: comparação das velocidades (cilindro) .....	73
4.10	- 3ª Iteração: comparação das velocidades (cilindro) .....	73
4.11	- 5ª Iteração: comparação das velocidades (cilindro) .....	73
4.12	- 8ª Iteração: comparação das velocidades (cilindro) .....	73
4.13	- Perfil inicial: cilindro com raio igual a 0,5 .....	74
4.14	- Perfil normalizado em função de $s/l$ .....	74
4.15	- 1ª Iteração: elipse .....	74
4.16	- 4ª Iteração: elipse .....	74
4.17	- 8ª Iteração: elipse .....	74
4.18	- 13ª Iteração: elipse .....	74
4.19	- $x(s)$ da elipse .....	75
4.20	- $y(s)$ da elipse .....	75
4.21	- 1ª Iteração: comparação das velocidades (elipse) .....	75
4.22	- 4ª Iteração: comparação das velocidades (elipse) .....	75
4.23	- 8ª Iteração: comparação das velocidades (elipse) .....	76
4.24	- 13ª Iteração: comparação das velocidades (elipse) .....	76
4.25	- Perfil inicial: elipse com relação de semi-eixos igual 0,1 .....	77
4.26	- Perfil normalizado em função de $s/l$ .....	77
4.27	- 1ª Iteração: Joukowski - a .....	77
4.28	- 3ª Iteração: Joukowski - a .....	77
4.29	- 4ª Iteração: Joukowski - a .....	77
4.30	- 5ª Iteração: Joukowski - a .....	77
4.31	- $x(s)$ do Joukowski - a .....	78
4.32	- $y(s)$ do Joukowski - a .....	78
4.33	- 1ª Iteração: comparação das velocidades (Joukowski -a) .....	78
4.34	- 3ª Iteração: comparação das velocidades (Joukowski -a) .....	78
4.35	- 4ª Iteração: comparação das velocidades (Joukowski -a) .....	79
4.36	- 5ª Iteração: comparação das velocidades (Joukowski -a) .....	79
4.37	- Perfil inicial: elipse com relação de semi-eixos igual 0,1 .....	80
4.38	- Perfil normalizado em função de $s/l$ .....	80
4.39	- 1ª Iteração: Joukowski - b .....	80

4.40	- 3ª Iteração: Joukowski - b .....	80
4.41	- 6ª Iteração: Joukowski - b .....	80
4.42	- 8ª Iteração: Joukowski - b .....	80
4.43	- $x(s)$ do Joukowski - b .....	81
4.44	- $y(s)$ do Joukowski - b .....	81
4.45	- 1ª Iteração: comparação das velocidades (Joukowski -b) .....	81
4.46	- 3ª Iteração: comparação das velocidades (Joukowski -b) .....	81
4.47	- 6ª Iteração: comparação das velocidades (Joukowski -b) .....	82
4.48	- 8ª Iteração: comparação das velocidades (Joukowski -b) .....	82
4.49	- Perfil inicial: elipse com relação de semi-eixos igual 0,1 .....	83
4.50	- Perfil normalizado em função de $s/l$ .....	83
4.51	- 1ª Iteração: Joukowski -c .....	83
4.52	- 5ª Iteração: Joukowski -c .....	83
4.53	- 10ª Iteração: Joukowski -c .....	83
4.54	- 17ª Iteração: Joukowski -c .....	83
4.55	- $x(s)$ do Joukowski - c .....	84
4.56	- $y(s)$ do Joukowski - c .....	84
4.57	- 1ª Iteração: comparação das velocidades (Joukowski -c) .....	84
4.58	- 5ª Iteração: comparação das velocidades (Joukowski -c) .....	84
4.59	- 10ª Iteração: comparação das velocidades (Joukowski -c) .....	85
4.60	- 17ª Iteração: comparação das velocidades (Joukowski -c) .....	85
4.61	- Perfil inicial: elipse com relação de semi eixos igual 0,1 .....	86
4.62	- Perfil normalizado em função de $s/l$ .....	86
4.63	- 1ª Iteração: Joukowski -d .....	86
4.64	- 10ª Iteração: Joukowski -d .....	86
4.65	- 20ª Iteração: Joukowski -d .....	86
4.66	- 26ª Iteração: Joukowski -d .....	86
4.67	- $x(s)$ do Joukowski - d .....	87
4.68	- $y(s)$ do Joukowski - d .....	87
4.69	- 1ª Iteração: comparação das velocidades (Joukowski -d) .....	87
4.70	- 10ª Iteração: comparação das velocidades (Joukowski -d) .....	87
4.71	- 20ª Iteração: comparação das velocidades (Joukowski -d) .....	88

4.72	- 26ª Iteração: comparação das velocidades (Joukowski -d) .....	88
4.73	- Perfil inicial: elipse com relação de semi-eixos igual 0,1 .....	89
4.74	- Perfil normalizado em função de $s/l$ .....	89
4.75	- 1ª Iteração: NACA 0012 -a .....	89
4.76	- 2ª Iteração: NACA 0012 -a .....	89
4.77	- 3ª Iteração: NACA 0012 -a .....	89
4.78	- 4ª Iteração: NACA 0012 -a .....	89
4.79	- $x(s)$ do NACA 0012 - a .....	90
4.80	- $y(s)$ do NACA 0012 - a .....	90
4.81	- 1ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 0012 -a) .....	90
4.82	- 2ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 0012 -a) .....	90
4.83	- 3ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 0012 -a) .....	91
4.84	- 4ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 0012 -a) .....	91
4.85	- Perfil inicial: elipse com relação de semi-eixos igual 0,1 .....	92
4.86	- Perfil normalizado em função de $s/l$ .....	92
4.87	- 1ª Iteração: NACA 0012 -b .....	92
4.88	- 3ª Iteração: NACA 0012 -b .....	92
4.89	- 5ª Iteração: NACA 0012 -b .....	92
4.90	- 8ª Iteração: NACA 0012 -b .....	92
4.91	- $x(s)$ do NACA 0012 - b .....	93
4.92	- $y(s)$ do NACA 0012 - b .....	93
4.93	- 1ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 0012 -b) .....	93
4.94	- 3ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 0012 -b) .....	93
4.95	- 5ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 0012 -b) .....	94
4.96	- 8ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 0012 -b) .....	94
4.97	- Perfil inicial elipse com relação de semi-eixos igual 0,1 .....	95
4.98	- Perfil normalizado em função de $s/l$ .....	95
4.99	- 1ª Iteração: NACA 2412 .....	95
4.100	- 4ª Iteração: NACA 2412 .....	95
4.101	- 8ª Iteração: NACA 2412 .....	95
4.102	- 11ª Iteração: NACA 2412 .....	95
4.103	- $x(s)$ do NACA 2412 .....	96

4.104	- $y(s)$ do NACA 2412 .....	96
4.105	- 1ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 2412) .....	96
4.106	- 4ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 2412) .....	96
4.107	- 8ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 2412) .....	97
4.108	- 11ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 2412) .....	97
4.109	- Perfil inicial: elipse com relação de semi-eixos igual a 0,1 .....	98
4.110	- Perfil normalizado em função de $s/l$ .....	98
4.111	- 1ª Iteração: NACA 3410 -a .....	98
4.112	- 4ª Iteração: NACA 3410 -a .....	98
4.113	- 8ª Iteração: NACA 3410 -a .....	98
4.114	- 13ª Iteração: NACA 3410 -a .....	98
4.115	- $x(s)$ do NACA 3410 - a .....	99
4.116	- $y(s)$ do NACA 3410 - a .....	99
4.117	- 1ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 3410 -a) .....	99
4.118	- 4ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 3410 -a) .....	99
4.119	- 8ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 3410 -a) .....	100
4.120	- 13ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 3410 -a) .....	100
4.121	- Perfil inicial: elipse com relação de semi-eixos igual 0,1 .....	101
4.122	- Perfil normalizado em função de $s/l$ .....	101
4.123	- 1ª Iteração: NACA 6510 .....	101
4.124	- 5ª Iteração: NACA 6510 .....	101
4.125	- 10ª Iteração: NACA 6510 .....	101
4.126	- 14ª Iteração: NACA 6510 .....	101
4.127	- $x(s)$ do NACA 6510 .....	102
4.128	- $y(s)$ do NACA 6510 .....	102
4.129	- 1ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 6510) .....	102
4.130	- 5ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 6510) .....	102
4.131	- 10ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 6510) .....	103
4.132	- 14ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 6510) .....	103
4.133	- Perfil inicial: elipse com relação de semi-eixos igual 0,1 .....	104
4.134	- Perfil normalizado em função de $s/l$ e com ângulo de montagem inicial (Newton-Rapshon) .....	104

4.135	- 1ª Iteração: NACA 0012 -c .....	104
4.136	- 3ª Iteração: NACA 0012 -c .....	104
4.137	- 6ª Iteração: NACA 0012 -c .....	104
4.138	- 10ª Iteração: NACA 0012 -c .....	104
4.139	- $x(s)$ do NACA 0012 - c .....	105
4.140	- $y(s)$ do NACA 0012 - c .....	105
4.141	- 1ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 0012 -c) .....	105
4.142	- 3ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 0012 -c) .....	105
4.143	- 6ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 0012 -c) .....	106
4.144	- 10ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 0012 -c) .....	106
4.145	- Perfil inicial: elipse com relação de semi-eixos igual 0,1 .....	107
4.146	- Perfil normalizado em função de $s/l$ e com ângulo de montagem inicial (Newton-Rapshon) .....	107
4.147	- 1ª Iteração: NACA 0012 -d .....	107
4.148	- 3ª Iteração: NACA 0012 -d .....	107
4.149	- 6ª Iteração: NACA 0012 -d .....	107
4.150	- 9ª Iteração: NACA 0012 -d .....	107
4.151	- $x(s)$ do NACA 0012 - d .....	108
4.152	- $y(s)$ do NACA 0012 - d .....	108
4.153	- 1ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 0012 -d) .....	109
4.154	- 3ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 0012 -d) .....	109
4.155	- 6ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 0012 -d) .....	109
4.156	- 9ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 0012 -d) .....	109
4.157	- Perfil inicial: elipse com relação de semi-eixos igual 0,1 .....	110
4.158	- Perfil normalizado em função de $s/l$ e com ângulo de montagem inicial (Newton-Rapshon) .....	110
4.159	- 1ª Iteração: NACA 3410 -b .....	110
4.160	- 5ª Iteração: NACA 3410 -b .....	110
4.161	-10ª Iteração: NACA 3410 -b .....	110
4.162	-14ª Iteração: NACA 3410 -b .....	110
4.163	- $x(s)$ do NACA 3410 - b .....	111
4.164	- $y(s)$ do NACA3410 - b .....	111

4.165	- 1ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 3410 -b) .....	111
4.166	- 5ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 3410 -b) .....	111
4.167	- 10ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 3410 -b) .....	112
4.168	- 14ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 3410 -b) .....	112
4.169	- Perfil inicial: elipse com relação de semi-eixos igual 0,2 .....	113
4.170	- Perfil normalizado em função de $s/l$ e com ângulo de montagem inicial (Newton-Rapshon) .....	113
4.171	- 1ª Iteração: NACA 3410 -c .....	113
4.172	- 4ª Iteração: NACA 3410 -c .....	113
4.173	- 8ª Iteração: NACA 3410 -c .....	113
4.174	- 11ª Iteração: NACA 3410 -c .....	113
4.175	- $x(s)$ do NACA 3410 - c .....	114
4.176	- $y(s)$ do NACA 3410 - c .....	114
4.177	- 1ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 3410 -c) .....	114
4.178	- 4ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 3410 -c) .....	114
4.179	- 8ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 3410 -c) .....	115
4.180	- 11ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 3410 -c) .....	115
4.181	- Perfil inicial: elipse com relação de semi-eixos igual 0,2 .....	116
4.182	- Perfil normalizado em função de $s/l$ e com ângulo de montagem inicial (Newton-Rapshon) .....	116
4.183	- 1ª Iteração: NACA 8510 .....	116
4.184	- 15ª Iteração: NACA 8510 .....	116
4.185	- 25ª Iteração: NACA 8510 .....	116
4.186	- 35ª Iteração: NACA 8510 .....	116
4.187	- $x(s)$ do NACA 8510 .....	117
4.188	- $y(s)$ do NACA 8510 .....	117
4.189	- 1ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 8510) .....	117
4.190	- 15ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 8510) .....	117
4.191	- 25ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 8510) .....	118
4.192	- 35ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 8510) .....	118
4.193	- Perfil inicial: elipse com relação de semi-eixos igual 0,2 .....	119

4.194	- Perfil normalizado em função de $s/l$ e com ângulo de montagem inicial (Newton-Rapshon) .....	119
4.195	- 1ª Iteração: Gostelow .....	119
4.196	- 8ª Iteração: Gostelow .....	119
4.197	- 16ª Iteração: Gostelow .....	119
4.198	- 24ª Iteração: Gostelow .....	119
4.199	- $x(s)$ do Gostelow .....	120
4.200	- $y(s)$ do Gostelow .....	120
4.201	- 1ª Iteração: comparação das velocidades (Gostelow) .....	120
4.202	- 8ª Iteração: comparação das velocidades (Gostelow) .....	120
4.203	- 16ª Iteração: comparação das velocidades (Gostelow) .....	121
4.204	- 24ª Iteração: comparação das velocidades (Gostelow) .....	121
4.205	- Perfil inicial: elipse com relação de semi-eixos igual 0,4 .....	122
4.206	- Perfil normalizado em função de $s/l$ e com ângulo de montagem inicial (Newton-Rapshon) .....	122
4.207	- 1ª Iteração: Merchant e Collar .....	122
4.208	- 26ª Iteração: Merchant e Collar .....	122
4.209	- 52ª Iteração: Merchant e Collar .....	122
4.210	- 80ª Iteração: Merchant e Collar .....	122
4.211	- $x(s)$ do Merchant e Collar .....	123
4.212	- $y(s)$ do Merchant e Collar .....	123
4.213	- 1ª Iteração: comparação das velocidades (Merchant e Collar) .....	123
4.214	- 26ª Iteração: comparação das velocidades (Merchant e Collar) .....	123
4.215	- 52ª Iteração: comparação das velocidades (Merchant e Collar) .....	124
4.216	- 80ª Iteração: comparação das velocidades (Merchant e Collar) .....	124
AI.1	- Perfil inicial: elipse com relação de semi-eixos igual 0,1 .....	A2
AI.2	- Perfil normalizado em função de $s/l$ .....	A2
AI.3	- 1ª Iteração: NACA 3410 - AI .....	A2
AI.4	- 2ª Iteração: NACA 3410 - AI .....	A2
AI.5	- 3ª Iteração: NACA 3410 - AI .....	A2
AI.6	- 4ª Iteração: NACA 3410 - AI .....	A2
AI.7	- $x(s)$ do NACA 3410 - AI .....	A3

AI.8	- $y(s)$ do NACA 3410 - AI .....	A3
AI.9	- 1ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 3410 -AI) .....	A3
AI.10	- 2ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 3410 -AI) .....	A3
AI.11	- 3ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 3410 -AI) .....	A3
AI.12	- 4ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 3410 -AI) .....	A3
AI.13	- Distribuição de vórtices fictícia da 1ª iteração (NACA 3410 -AI) .....	A4
AI.14	- Distribuição de vórtices fictícia da 2ª iteração (NACA 3410 -AI) .....	A4
AI.15	- Distribuição de vórtices fictícia da 3ª iteração (NACA 3410 -AI) .....	A4
AI.16	- Distribuição de vórtices fictícia da 4ª iteração (NACA 3410 -AI) .....	A4
AI.17	- Distribuição de vórtices fictícia da 1ª iteração (NACA 3410 -a) .....	A5
AI.18	- Distribuição de vórtices fictícia da 2ª iteração (NACA 3410 -a) .....	A5
AI.19	- Distribuição de vórtices fictícia da 3ª iteração (NACA 3410 -a) .....	A5
AI.20	- Distribuição de vórtices fictícia da 4ª iteração (NACA 3410 -a) .....	A5
AI.21	- Distribuição de vórtices fictícia da 8ª iteração (NACA 3410 -a) .....	A5
AI.22	- Distribuição de vórtices fictícia da 13ª iteração (NACA 3410 -a) .....	A5
AII.1	- Perfil inicial: elipse com relação de semi-eixos igual a 0,4 .....	A8
AII.2	- Perfil normalizado em função de $s/l$ e com ângulo de montagem inicial (Newton-Rapshon) .....	A8
AII.3	- 1ª Iteração: Merchant e Collar .....	A8
AII.4	- 26ª Iteração: Merchant e Collar .....	A8
AII.5	- 52ª Iteração: Merchant e Collar .....	A8
AII.6	- 81ª Iteração: Merchant e Collar .....	A8
AII.7	- $x(s)$ do Merchant e Collar .....	A9
AII.8	- $y(s)$ do Merchant e Collar .....	A9
AII.9	- 1ª Iteração: comparação das velocidades (Merchant e Collar) .....	A9
AII.10	- 26ª Iteração: comparação das velocidades (Merchant e Collar) .....	A9
AII.11	- 52ª Iteração: comparação das velocidades (Merchant e Collar) .....	A9
AII.12	- 81ª Iteração: comparação das velocidades (Merchant e Collar) .....	A9
AII.13	- 82ª Iteração: Merchant e Collar .....	A10
AII.14	- Ampliação do bordo de fuga da 82ª Iteração (Merchant e Collar) .....	A10

## RELAÇÃO DE TABELAS

### TABELA

2.1	- Resultados do perfil Joukowski - $n=80$ , $\alpha=0,25$ , $m=0,02$ , $\beta^*=0^\circ$ , $\alpha=5^\circ$ .....	37
2.2	- Resultados do perfil Joukowski - $n=80$ , $\alpha=0,25$ , $m=0,02$ , $\beta^*=0^\circ$ , $\alpha=10^\circ$ .....	38
2.3	- Resultados do perfil Joukowski - $n=80$ , $\alpha=0,155$ , $m=0,02$ , $\beta^*=6^\circ$ , $\alpha=1^\circ$ .....	39
2.4	- Resultados do perfil Joukowski - $n=80$ , $\alpha=0,155$ , $m=0,02$ , $\beta^*=6^\circ$ , $\alpha=5^\circ$ .....	40
2.5	- Resultados do perfil Joukowski - $n=80$ , $\alpha=0,09$ , $m=0,02$ , $\beta^*=12^\circ$ , $\alpha=0^\circ$ .....	41
2.6	- Resultados do perfil Joukowski - $n=80$ , $\alpha=0,09$ , $m=0,02$ , $\beta^*=12^\circ$ , $\alpha=4^\circ$ .....	42
2.7	- Resultados do perfil Joukowski - $n=160$ , $\alpha=0,09$ , $m=0,02$ , $\beta^*=12^\circ$ , $\alpha=0^\circ$ .....	43
2.8	- Resultados do perfil Joukowski - $n=160$ , $\alpha=0,09$ , $m=0,02$ , $\beta^*=12^\circ$ , $\alpha=4^\circ$ .....	44
2.9	- Resultados da grade de Gostelow .....	46
2.10	- Resultados da grade de Merchant e Collar .....	48
2.11	- Resultados do perfil de Merchant e Collar para o caso isolado .....	49
4a	- Caso de teste e validação para perfis isolados .....	70
4b	- Caso de teste e validação para perfis em grade .....	70
4.1	- Resultados numéricos do cilindro .....	71

4.2	- Resultados numéricos da elipse .....	73
4.3	- Resultados numéricos do perfil Joukowski ( a ) - $\alpha=0,25$ , $m=0,02$ , $\beta^*=0^\circ$ , $\alpha=0^\circ$ .....	76
4.4	- Resultados numéricos do perfil Joukowski ( b ) - $\alpha=0,25$ , $m=0,02$ , $\beta^*=0^\circ$ , $\alpha=5^\circ$ .....	79
4.5	- Resultados numéricos do perfil Joukowski ( c ) - $\alpha=0,09$ , $m=0,02$ , $\beta^*=12^\circ$ , $\alpha=0^\circ$ .....	82
4.6	- Resultados numéricos do perfil Joukowski ( d ) - $\alpha=0,09$ , $m=0,02$ , $\beta^*=12^\circ$ , $\alpha=4^\circ$ .....	85
4.7	- Resultados numéricos do perfil NACA 0012 ( a ) .....	88
4.8	- Resultados numéricos do perfil NACA 0012 ( b ) .....	91
4.9	- Resultados numéricos do perfil NACA 2412 .....	94
4.10	- Resultados numéricos do perfil 3410 ( a ) .....	97
4.11	- Resultados numéricos do perfil 6510 .....	100
4.12	- Resultados numéricos do perfil NACA 0012 ( c ) .....	103
4.13	- Resultados numéricos do perfil NACA 0012 ( d ) .....	106
4.14	- Resultados numéricos do perfil NACA 3410 ( b ) .....	109
4.15	- Resultados numéricos do perfil NACA 3410 ( c ) .....	112
4.16	- Resultados numéricos do perfil NACA 8510 .....	115
4.17	- Resultados numéricos da grade de Gostelow .....	118
4.18	- Resultados numéricos da grade Merchant e Collar .....	121
AI.1	- Resultados numéricos do perfil NACA 3410 - AI .....	A1
AII.1	- Resultados numéricos da grade de Merchant e Collar utilizando o método de Hess & Smith tradicional .....	A7

## RELAÇÃO DE SÍMBOLOS

### SÍMBOLOS LATINOS

- $A$  - Matriz de indução das velocidades normais do painel  $j$  sobre o painel  $i$ .
- $a$  - Raio do círculo na transformação conforme para obter o perfil Joukowski (Fig. 2.17).
- $a_1$  - Distância do nó ao ponto de controle do painel ( Fig. 2.10).
- $b$  - Elementos do vetor independente (Eq. 2.23)
- $BQ$  - Matriz de indução das velocidades tangenciais do painel  $j$  sobre o painel  $i$ .
- $C$  - Elementos do vetor de influência de vórtices pela velocidade normal (Eq. 2.54).
- $c$  - centro do cilindro utilizado na transformação conforme para obtenção do perfil Joukowski (Fig. 2.17).
- $C_D$  - Coeficiente de arrasto.
- $C_L$  - Coeficiente de sustentação.
- $C_M$  - Coeficiente de momento.
- $C_p$  - Coeficiente de pressão, relacionado ao escoamento não perturbado (Eq. 2.30).
- $C_{p1}$  - Coeficiente de pressão, relacionado ao escoamento na entrada do perfil disposto em grade (Eq. 2.98).
- $D$  - Elementos do vetor de influência de vórtices pela velocidade tangencial (Eq. 2.55).
- $F$  - Função da coordenada natural do perfil,  $s$ , que se anula nas extremidades  $s=0$  e  $s=s_l$ , correspondentes ao bordo de fuga no início e no final de um percurso completo em torno do perfil, respectivamente ( função senoidal, Eq. 2.70).
- $g$  - Distribuição de intensidade de fontes e vórtices para perfis em grades lineares (Eq. 2.76).
- $\Im m$  - Parte imaginária do argumento complexo considerado.
- $i, j$  - Índice do nó ou painel.

- $\tilde{i}$  - Unidade imaginária ( $\tilde{i} = \sqrt{-1}$ ).
- $l$  - Comprimento do painel (Fig. 2.4).
- $L$  - Corda do perfil em grade linear (Fig. 2.15).
- $m$  - Distância entre o centro do círculo e a origem do plano  $\zeta$ , na transformação conforme para obtenção do perfil Joukowski (Módulo da excentricidade, Fig. 2.17).
- $n$  - Número de painéis utilizados.
- $p$  - Perfil em grade linear (Fig. 2.15).
- $PC$  - Ponto de controle do painel (dado na média dos pontos extremos, Fig. 2.7).
- $Q$  - Vazão em torno do perfil (Eq. 2.86).
- $q$  - Densidade da distribuição de fontes do método de Hess & Smith (Eq. 2.4).
- $q^0$  - Valor de  $q$  num escoamento unitário, paralelo ao eixo  $x$  (Eq. 2.61).
- $q^{90}$  - Valor de  $q$  num escoamento unitário, normal ao eixo  $x$  (Eq. 2.62).
- $q^r$  - Valor de  $q$  num escoamento puramente circulatório (Eq. 2.63).
- $\Re$  - Parte real do argumento complexo considerado.
- $r$  - Distância do nó  $j$  ao ponto de controle do painel  $i$  (Fig. 2.7).
- $s$  - Comprimento do bordo de fuga a um ponto genérico do perfil (coordenada natural, Fig. 2.2).
- $sl$  - Comprimento total do contorno do perfil.
- $s_{req}$  - Comprimento do primeiro nó ao ponto de estagnação requerido do projeto (Eq. 3.19).
- $s_{\eta_1}, s_{\eta_2}$  - Comprimento do primeiro nó ao ponto de estagnação calculado com o giro do perfil em relação ao ângulo  $\eta_1$  e  $\eta_2$ , respectivamente (Eq. 3.19).
- $t$  - Espaçamento ou passo do perfil em grade linear (Fig. 2.15).
- $u, v$  - Componentes da velocidade  $x$  e  $y$ , respectivamente, no ponto de controle do painel (Eq. 2.9).
- $u^*, v^*$  - Componentes locais da velocidade  $x$  e  $y$ , respectivamente, no ponto de controle do painel (Eq. 2.14 e 2.15).
- $U, V$  - Componentes  $x$  e  $y$ , respectivamente, induzida no ponto de controle do painel  $i$  devido a uma distribuição de intensidade unitária de fontes ou vórtices sobre o painel  $j$  (Eq. 2.12 e 2.13).

- $Va$  - Velocidade analisada do projeto (velocidade calculada em cada etapa iterativa do projeto inverso, pelo método direto de Hess & Smith modificado, Eq. 3.1).
- $Vr$  - Velocidade requerida de projeto (velocidade desejada para obtenção de um novo perfil nos cálculos do projeto inverso, Eq. 3.1).
- $Vn$  - Velocidade normal induzida por uma distribuição fictícia de vórtices, introduzida no método de projeto inverso (Eq. 3.8).
- $x_l$  - Eixo de coordenadas equivalente a  $x$  no plano da grade (Fig. 2.15).
- $x, y$  - Coordenadas cartesianas dos nós do perfil.
- $x^*, y^*$  - Coordenadas locais nós do perfil (Fig. 2.6).
- $\bar{x}, \bar{y}$  - Coordenadas do ponto médio dos nós do perfil (Eq. 2.8).
- $X, Y$  - Novas coordenadas dos nós do perfil, calculadas no método inverso sem correção de fechamento de bordo de fuga do perfil (Eq. 3.10).
- $\tilde{X}, \tilde{Y}$  - Novas coordenadas dos nós do perfil, calculadas no método inverso com as devidas correções de fechamento de bordo de fuga do perfil (Eq. 3.17a,b).
- $\bar{W}$  - Velocidade complexa conjugada (Eq. 2.32).
- $W_\infty$  - Velocidade do escoamento não perturbado (longe do perfil, Fig. 2.2).
- $W^\infty$  - Velocidade do escoamento em torno do perfil com relação não perturbado, (Eq. 2.58).
- $W^q$  - Velocidade do escoamento em torno do perfil com relação a intensidade de fontes (Eq. 2.58).
- $W^v$  - Velocidade do escoamento em torno do perfil com relação a intensidade de vórtices (Eq. 2.58).
- $W_n$  - Velocidade normal do escoamento em torno do perfil (Eq. 2.47).
- $W_t$  - Velocidade tangencial ao escoamento em torno do perfil (Eq. 2.47).
- $W_1$  - Velocidade do escoamento na entrada da grade (Fig. 2.15).
- $W_2$  - Velocidade do escoamento na saída da grade (Fig. 2.15).
- $Z$  - Coordenada do nó do painel em variáveis complexas (Eq. 2.58).
- $Z_{ci}$  - Coordenada do ponto de controle do painel em variáveis complexas (Eq. 2.58).

## SÍMBOLOS GREGOS

- $\alpha$  - Ângulo de ataque do escoamento sobre o perfil (Fig. 2.2).
- $\beta$  - Ângulo de montagem do perfil em grade linear (Fig. 2.15).
- $\beta^*$  - Ângulo de curvatura do perfil Joukowski (Fig. 2.17).
- $\beta_\infty$  - Ângulo do escoamento médio para perfis em grades lineares (Fig. 2.16).
- $\beta_1$  - Ângulo do escoamento na entrada do perfil em grade (Fig. 2.15).
- $\beta_2$  - Ângulo do escoamento na saída do perfil em grade (Fig. 2.15).
- $\varepsilon$  - Aproximação da coordenada do ponto de controle ao painel (Fig. 2.10).
- $\phi$  - Potencial de velocidade (Eq. 2.1).
- $\phi_\infty$  - Potencial de velocidade com relação ao escoamento não perturbado (Eq. 2.1).
- $\phi_s$  - Potencial de velocidade com relação a intensidade de fontes (Eq. 2.2).
- $\phi_v$  - Potencial de velocidade com relação a intensidade de vórtices (Eq. 2.2).
- $\Gamma$  - Circulação em torno do perfil (Eq. 2.86).
- $\gamma$  - Densidade da distribuição de vórtices no contorno do perfil do método de Hess & Smith (Eq. 2.4).
- $\gamma_{\text{ref}}$  - Densidade da distribuição de vórtices fictícios introduzida no método inverso (Eq. 3.3).
- $\gamma_{\text{ef}}$  - Densidade da distribuição de vórtices fictícios limitado pela influência do filtro,  $\lambda$ , (Eq. 3.5a,b).
- $\gamma_{\text{ef}}^*$  - Densidade da distribuição de vórtices fictícios com a influência do fator,  $ft$ , para aceleração do processo iterativo (Eq. 3.7).
- $\eta_1$  e  $\eta_2$  - Ângulos iniciais de giro suposto para método de Newton-Raphson (Eq. 3.19).
- $\lambda$  - Filtro para limitar os valores da densidade de vórtices (Eq. 3.6).
- $\nu_1$  - Ângulo formado entre o eixo  $x^*$  e a distância do ponto de controle do painel  $i$  com o nó  $j$  (Fig. 2.7).
- $\nu_2$  - Ângulo formado entre o eixo  $x^*$  e a distância do ponto de controle do painel  $i$  com o nó  $j+1$  (Fig. 2.7).
- $\theta$  - Ângulo formado entre o painel e o eixo  $x$  (Fig. 2.4).

- $\rho$  - Ângulo formado entre o eixo  $x^*$  e o ponto de controle fora do painel relação ao nó  $Z_{j+1}$  (Fig. 2.10).
- $\sigma$  - Ângulo formado entre o eixo  $x^*$  e o ponto de controle fora do painel relação ao nó  $Z_j$  (Fig. 2.10).
- $\tau$  - Ângulo formado entre as distâncias do ponto de controle do painel  $i$  com os nós  $j$  e  $j+1$  (Fig. 2.7).
- $\eta, \xi$  - Eixos do plano do círculo, na transformação conforme para obter o perfil Joukowski (Fig. 2.17).
- $\zeta$  - Plano do círculo, na transformação conforme para obter o perfil Joukowski (Fig. 2.17).
- $\Omega$  - Ângulo formado entre o painel atual e o novo painel, devido ao surgimento de uma velocidade normal induzida pela intensidade de vórtices fictícias (Fig. 3.6).

**DEDICATÓRIA**

Aos meus PAIS, Orlando e Véra,  
e à minha esposa Georgette.

## AGRADECIMENTOS

Ao Professor Nelson Manzanares Filho, pela orientação dispensada para a elaboração desta dissertação, me proporcionando um grande estímulo para realização de novos trabalhos no campo da pesquisa.

A Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG), que me concedeu dois anos de bolsa de estudos, tornando possível a elaboração deste trabalho.

À minha irmã Flávia Lydia Petrucci, que prestou uma grande colaboração ao me esclarecer sobre algumas ferramentas da computação.

A DEUS, que esteve sempre ao meu lado, dando-me forças para enfrentar as dificuldades que a vida dia a dia nos prepara.

Meus sinceros agradecimentos.

Denis Rinaldi Petrucci

## RESUMO

Apresenta-se uma técnica numérica para solução do problema inverso do escoamento potencial, incompressível e permanente em torno de perfis aerodinâmicos isolados ou em grades lineares de turbomáquinas.

O problema inverso consiste em se determinar a geometria dos perfis aerodinâmicos de forma que atenda a uma distribuição requerida de velocidades no contorno dos perfis em função da sua coordenada natural e a um ângulo de ataque (perfis isolados),  $\alpha$ , ou ao escoamento médio (perfis em grades),  $\beta_\infty$ , com um dado espaçamento relativo dos perfis.

Em cada etapa iterativa, aplica-se o método dos painéis de Hess & Smith, com uma modificação para suavizar o carregamento aerodinâmico na região de bordo de fuga, isto é, de forma a aliviar os carregamentos espúrios produzidos pelo método de Hess & Smith tradicional.

O controle de variação da geometria entre as iterações é feito com uma distribuição de vórtices fictícias dada pela diferença entre as distribuições de velocidades calculadas e a requeridas.

Estuda-se técnicas para solução do problema inverso com finalidade de permitir uma maior flexibilidade nos projetos aerodinâmicos, uma vez que será determinada a geometria do perfil para cada situação.

## ABSTRACT

A numerical technique for the inverse problem solution of incompressible and permanent potential flow around isolated airfoils or in turbomachinery linear cascades is presented.

The inverse problem obtains the geometric shape of the airfoils, so that it fulfills a required velocity distribution around the airfoil in function of the natural coordinates and of a angle of attack (isolated airfoil),  $\alpha$ , or in an middle flow (cascades airfoils),  $\beta_{\alpha}$ , with a given relative space between the airfoils.

In each iteration, one applies the Hess & Smith panel method with a modification for reducing the aerodynamic loading at the airfoil trailing edge, that is to say it, so that alleviates the spurious loading produced by Hess & Smith traditional method.

The geometric variation control among the iterations is made by means of an auxiliary vortex distribution given by the difference between the calculated and the required velocities.

There is a study on the techniques for the inverse problem solution with the aim of permitting a larger flexibility in the aerodynamics project, since the geometric of airfoil is determined for each situation.

# CAPÍTULO 1

## INTRODUÇÃO

No estudo dos escoamentos em torno de perfis aerodinâmicos, isolados ou em sistema de pás e aletas, existem dois problemas básicos que se destacam.

- O problema direto ou problema de análise, no qual toda a geometria dos perfis e do sistema é conhecida, além dos ângulos do escoamento de entrada e/ou saída, devendo-se determinar o campo de escoamento em torno de perfis, na forma de distribuições de velocidades e pressões.
- O problema inverso ou problema de projeto, no qual algumas características do escoamento em torno dos perfis são fornecidas (como distribuição de pressões ou distribuição de velocidades, os ângulos de entrada e/ou saída do escoamento), devendo-se determinar a geometria dos perfis.

O problema inverso, em suas versões mais gerais, tende a ser mais difícil que o problema direto. Por isso, as técnicas de solução do problema direto foram mais exploradas e testadas que as técnicas do problema inverso. Além disso, freqüentemente é possível lançar mão de famílias padronizadas de perfis aerodinâmicos (por exemplo, NACA, GOETTINGEN) e realizar o projeto através do uso criterioso de soluções do problema direto.

Por outro lado, as técnicas para solução do problema inverso permitem uma flexibilidade maior no projeto aerodinâmico, já que a própria geometria dos perfis deve ser determinada em cada situação específica, eliminando-se a necessidade do acesso a famílias padronizadas de perfis. Além disso, certas características desejadas no projeto (tais como limites de cavitação e/ou descolamento) podem ser incluídas na distribuições de pressões ou velocidades fornecidas, tornando a técnica de projeto mais refinada e geral.

Normalmente, a solução do problema inverso envolve várias etapas iterativas de solução do problema direto para geometrias cada vez mais próximas da correspondente à solução desejada.

Até o final da década de 70, era comum a aplicação da teoria de pequenas perturbações (perfis delgados) para a solução do problema inverso do escoamento em torno de perfis, isolados ou em grade linear (Scholz, 1965). Nas últimas três décadas, diversos estudos mais gerais sobre o tema de projeto inverso foram desenvolvidos, citando-se a seguir alguns trabalhos realizados até a presente data.

No caso de grades lineares, um dos trabalhos pioneiros a tratar do problema inverso sem a aproximação de perfis delgados deve-se a Murugesan e Raily (1969). Esses autores resolveram numericamente o problema inverso, aplicando o método de Martensen (1971), em cada etapa iterativa, na determinação das velocidades tangenciais ao perfil. Uma distribuição de vórtices fictícia com intensidade igual à diferença entre as velocidades calculadas e requeridas foi utilizada para induzir velocidades normais no contorno, que por sua vez serviam de critério para gerar uma nova geometria, mais próxima da solução desejada. Um inconveniente da metodologia de Murugesan e Raily (1969) é a necessidade de determinar o ponto de estagnação na região do bordo de ataque, em cada etapa iterativa. Além disso, não se apresenta um procedimento para garantir o fechamento dos perfis.

Shigemi (1984) desenvolveu uma técnica para a solução do problema inverso em aerofólios de múltiplos elementos, baseada no método dos painéis, com distribuições lineares de vórtices em cada painel e a condição de impermeabilidade nos pontos de controle. O método de Newton-Raphson foi aplicado na solução do sistema de equações algébricas não-lineares resultante, tendo como incógnitas as ordenadas dos perfis desejados. Para garantir contornos fechados, Shigemi (1984) aplicou o método dos mínimos quadrados de maneira a fixar tanto o bordo de fuga como o bordo de ataque dos perfis resultantes. É importante salientar que, ao contrário do bordo de fuga que pode (e deve) ser bem definido o mesmo não acontece com o “bordo de ataque”, em geral.

Goto (1987) demonstrou a aplicação de um método de projeto inverso de grades para projetar pás de um ventilador axial. O método foi baseado em cálculos inversos de camada limite e num método de transformação conforme para solução do problema inverso do escoamento potencial em grades. Através de testes experimentais, o desempenho de alguns ventiladores projetados com essa metodologia foi comparado com um projeto de ventilador convencional usando

grades com perfis da série NACA 65. O resultado da comparação mostrou a validade da aplicação do conceito do projeto inverso, no caso de pás de ventiladores.

Elizarov e Fokin (1991) desenvolveram um método simples e seguro para o projeto de aerofólios, levando em consideração uma dada gama de ângulos de ataque. É dada a distribuição de velocidade requerida ao longo do contorno do aerofólio em função dos valores extremos do ângulo de ataque. O método é válido se a distribuição de velocidades for suficientemente suave em torno de todo aerofólio a fim de atender critérios de descolamento.

Selig e Maughmer (1992 a,b) propuseram um método inverso para o projeto de aerofólios, levando em conta vários pontos de operação ( vários ângulos de ataque). O procedimento é baseado no método da transformação conforme, para escoamento potencial incompressível. O aerofólio é dividido em um número desejado de segmentos e, para cada segmento, é dada a distribuição de velocidades requerida juntamente com o ângulo de ataque correspondente a esta distribuição. A solução do sistema de equações algébricas não-lineares do problema é obtida pelo método de Newton-Raphson. São impostas ao método um conjunto de especificações características de um aerofólio tais como, razão de espessura máxima, inclinação, além de critérios relativos ao efeito do desenvolvimento da camada limite sobre as distribuições de velocidade. Posteriormente, Selig (1994), estendeu essa metodologia para o projeto de perfis em grade.

Bonataki et al. (1993) apresentaram um método inverso invíscido, para projetar o estator de turbomáquinas, bem como as seções das pás de rotor. Consideraram o escoamento irrotacional e compressível. São dados o número de pás, as condições de entrada do escoamento, as distribuições de velocidades dos lados de pressão e sucção e uma geometria inicial. Com este conjunto de condições, o método mostrou-se válido em vários casos testes, com poucas limitações.

Korakianitis (1993 a) desenvolveu três métodos para gerar aerofólios para compressores e turbinas com escoamento subsônico e supersônico, ou aerofólios isolados. O primeiro, obtém a forma do aerofólio usando polinômios analíticos, mostrando que a curvatura e a inclinação contínuas são condições necessárias para minimizar a possibilidade da separação do escoamento. O segundo método obtém a forma do aerofólio com um polinômio paramétrico de quarta ordem, pela qual resultam aerofólios de curvaturas e inclinação contínuas, com o número de Mach e distribuição de pressão suave. O terceiro método obtém a forma do aerofólio usando uma combinação dos métodos prévios e monitorando a superfície do aerofólio de forma a atender a uma distribuição de curvatura desejada. Korakianitis (1993 b), apresentou, ainda, um método para gerar formas de pás bidimensionais, fazendo a geometria próxima ao bordo de fuga ser es-

pecificada por um polinômio analítico; a maior parte da superfície da pá é monitorada para atender à distribuição de curvatura desejada, e o bordo de ataque é especificado com a distribuição de espessura adicionada à linha de esqueleto. O procedimento é similar para as superfícies de pressão e sucção.

Filipponi (1994) desenvolveu um método de otimização para o projeto inverso de aerofólios, incluindo procedimentos para a interação viscosa-invíscida. Foi dada atenção particular ao projeto de aerofólios bidimensionais para rotores de turbinas eólicas. Certos aspectos do escoamento viscoso, tais como o controle da transição para escoamento turbulento na camada limite e a redução do arrasto foram levados em conta.

Limache (1995) apresentou um método inverso que gera a geometria do aerofólio de forma a atender a uma distribuição de velocidades desejada. O método utiliza transformação conforme, podendo ser estendido para gerar aerofólios de alta sustentação, inclusive no regime de escoamento compressível subsônico.

No presente trabalho, propõe-se uma metodologia numérica para a solução do problema inverso do escoamento potencial incompressível em torno de perfis aerodinâmicos, isolados ou em grades. Um dos requisitos é que o trabalho possa ser aplicado futuramente no projeto de máquinas de fluxo axiais.

Em cada etapa iterativa é adotado o método dos painéis de Hess & Smith (1967) para determinação da distribuição de velocidades no contorno do perfil. É aplicada uma modificação para evitar carregamentos espúrios no bordo de fuga (Girardi e Bizarro, 1995). O procedimento apresentado por esses autores consiste em utilizar uma distribuição de vórtices variável ao longo do contorno do perfil, com valor nulo no bordo de fuga e valor máximo nas proximidades do bordo de ataque. Girardi e Bizarro (1995) testaram uma distribuição cúbica de vórtices. Neste trabalho, será utilizada uma distribuição senoidal. Girardi e Bizarro (1995) verificaram que o emprego da distribuição de vórtices variável elimina os problemas do método de Hess & Smith tradicional na região do bordo de fuga de perfis afilados. O procedimento foi testado somente no modo direto.

O procedimento iterativo proposto neste trabalho é semelhante ao do método inverso de Murugesan e Raily (1969), utilizando apenas o método das singularidades em todo o processo, sem a necessidade de esquemas especiais para a resolução numérica de sistemas de equações algébricas não-lineares. Utiliza-se, todavia, o método de Hess & Smith modificado no lugar do método de Martensen empregado por aqueles autores. Outra diferença importante deve ser des-

tacada: eliminou-se a necessidade de determinar o ponto de estagnação na região do bordo de ataque, mantendo-se o bordo de fuga como ponto fixo no processo iterativo. A metodologia proposta inclui, ainda, um esquema explícito para garantir o fechamento dos perfis e um procedimento para manter o mesmo conjunto de coordenadas naturais dos pontos de controle no decorrer das iterações. No caso específico de grades lineares, a metodologia é capaz de calcular automaticamente o ângulo de montagem, o que é de grande interesse no projeto de máquinas de fluxo axiais.

No capítulo 2, serão apresentadas as formulações para a análise do problema direto: o método dos painéis de Hess & Smith tradicional (com e sem a utilização de variáveis complexas) e a correção introduzida nesse método para suavizar os carregamentos aerodinâmicos espúrios na região de bordo de fuga dos perfis.

No capítulo 3, são desenvolvidas as formulações fundamentais do método inverso, com o objetivo de implantar um programa computacional para o teste de casos.

No capítulo 4, são apresentados e discutidos resultados de testes em casos de perfis isolados ou dispostos em grade linear, com ou sem ângulo de ataque e arqueamento. Apresentam-se resultados comparativos em situações que possuem soluções analíticas para a verificação da eficácia da metodologia e sua conseqüente validação.

No capítulo 5, são feitas as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

## CAPÍTULO 2

# MODELO NUMÉRICO PARA ANÁLISE DO ESCOAMENTO POTENCIAL

### 2.1 - Introdução

Através do método dos painéis, é possível determinar numericamente o escoamento potencial, incompressível, em torno de perfis bidimensionais. O método dos painéis de Hess & Smith utiliza fontes e vórtices em torno do perfil, sendo a intensidade de fontes variável e a intensidade de vórtices constante.

Neste trabalho, o método de Hess & Smith será empregado com uma modificação: ao invés de uma densidade de vórtices constante, adota-se uma densidade de vórtices variável, passando por um máximo na região de bordo de ataque e se anulando no bordo de fuga, de acordo com a condição de Kutta (Girardi e Bizarro, 1995).

### 2.2 - Método dos Painéis de Hess & Smith

O método de Hess & Smith (1967) foi adotado neste trabalho, com certas modificações. Um breve desenvolvimento deste método será apresentado neste item; maiores detalhes sobre a implementação do método e do programa computacional básico aqui utilizado (PANEL) podem ser encontrados no livro de Moran, (1984). Este programa foi alterado em alguns aspec-

tos, principalmente no que se refere ao emprego de variáveis complexas, com o intuito de facilitar a extensão para o caso de grades lineares.

O método dos painéis de Hess & Smith foi concebido para a solução do problema direto ou problema de análise, determinando o campo de escoamento a partir de uma dada geometria do perfil.

O método dos painéis consiste em aproximar à superfície do corpo através de um conjunto de painéis (Fig. 2.1), sendo que, em princípio, quanto maior o número de painéis, mais precisa será a solução do problema. Para melhor eficácia da solução, os painéis deverão ser distribuídos com maior concentração nas regiões de bordo de ataque e bordo de fuga do perfil, pois são onde ocorrem a maior variação das intensidades de fontes e vórtices.

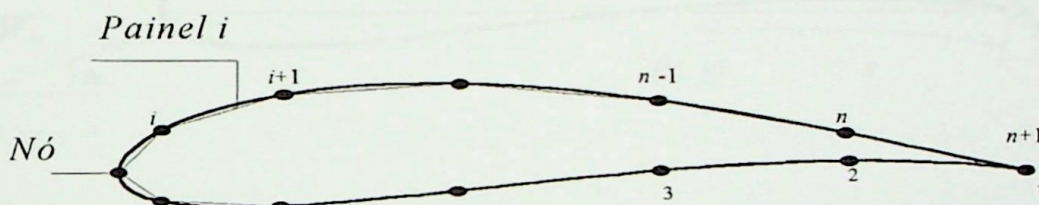


Figura 2.1 - Definição dos painéis e nós.

O potencial de velocidades total do escoamento,  $\phi$ , é dado pela superposição dos potenciais do escoamento não-perturbado,  $\phi_\infty$ , do escoamento induzido pelas fonte,  $\phi_s$ , e do escoamento induzido pelos vórtices,  $\phi_v$ :

$$\phi = \phi_\infty + \phi_s + \phi_v, \quad (2.1)$$

onde

$$\phi_\infty = W_\infty x \cos \alpha + W_\infty y \sin \alpha, \quad (2.2)$$

$$\phi_s = \int \frac{q(s) \ln r ds}{2\pi}, \quad (2.3a)$$

$$\phi_v = -\int \frac{\gamma(s)\theta ds}{2\pi}. \quad (2.3b)$$

As integrais são efetuadas ao longo da superfície do corpo (figura 2.2), considerando:

$W_\infty \equiv$  velocidade não perturbada

$s \equiv$  distância medida ao longo da superfície (coordenada natural do perfil).

$r, \theta \equiv$  coordenadas polares do “ponto campo”  $(x, y)$  relativa ao ponto sobre a superfície,  $(x', y')$ , cuja localidade é indicada por  $s$ .

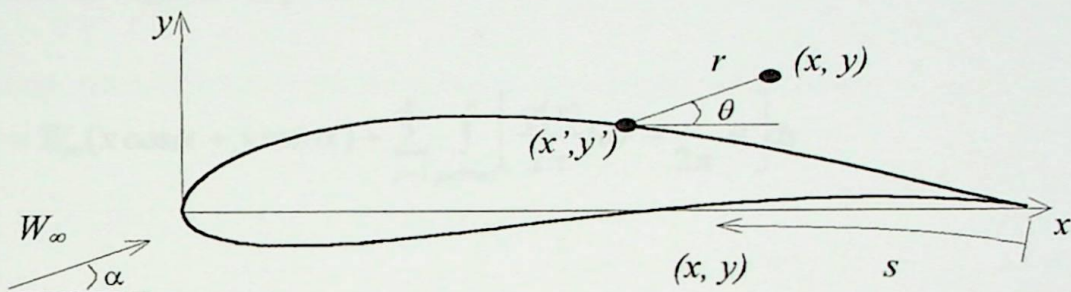


Figura 2.2 - Nomenclatura utilizada na análise da distribuição das singularidades.

O potencial de velocidades,  $\phi$ , deve satisfazer à equação de Laplace,  $\nabla^2 \phi = 0$ , e à condição de contorno no infinito  $\lim_{r \rightarrow \infty} \vec{\nabla} \phi = \vec{W}_\infty$ . O problema é determinar as intensidades  $q(s)$  e  $\gamma(s)$ , tal que a condição de contorno no perfil (escoamento tangencial,  $W_n = 0$ ) e a condição de Kutta ( $\gamma = 0$  no bordo de fuga), sejam satisfeitas, de forma que o escoamento não contorne o perfil.

É importante observar que não seria possível gerar circulação em torno do corpo utilizando apenas fontes. Para isso, é utilizada a distribuição de vórtices, cuja densidade deve ser controlada de maneira adequada.

As intensidade de fontes e vórtices não serão distribuídas exatamente na superfície do corpo, mas sobre os painéis retilíneos formados a partir de um conjunto de nós distribuídos sobre a superfície do corpo (Figs. 2.1, 2.3a e 2.3b).

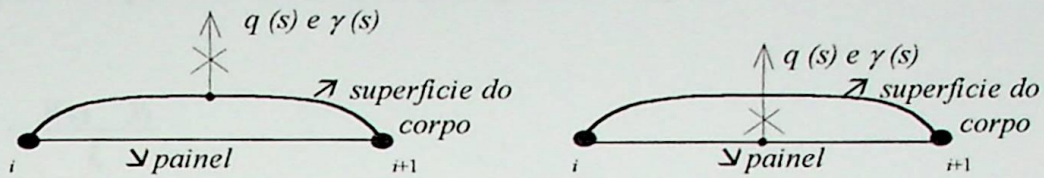


Figura 2.3a e 2.3b - Distribuição de intensidade de fontes e vórtices sobre o corpo.

Superpondo os efeitos de cada painel ao campo não perturbado, o potencial de velocidade será dado na seguinte expressão:

$$\phi = W_{\infty}(x \cos \alpha + y \sin \alpha) + \sum_{j=1}^n \int_{\text{painel } j} \left[ \frac{q(s)}{2\pi} \ln r - \frac{\gamma}{2\pi} \theta \right] ds. \quad (2.4)$$

Segundo o método Hess & Smith tradicional as intensidade de fontes serão constantes para cada painel, mas variando de um painel para outro, enquanto que a intensidade de vórtices será a mesma em todos os painéis. Logo, deve-se assumir uma forma parametrizada para o cálculo da variação da intensidade de fontes sobre os painéis:

$$q(s) = q_i \text{ no painel } i, \text{ com } i = 1, 2, 3, 4, \dots, n.$$

Os parâmetros a serem determinados são as  $n$  intensidade de fontes  $q_i$  e a intensidade de vórtices  $\gamma$ , devendo-se, para isso, impor a condição de escoamento tangencial ( $W_n=0$ ) em  $n$  pontos de controle e alguma versão da condição de Kutta. A escolha do ponto de controle dos painéis no centro deles, é conveniente pois as velocidades induzidas por um painel de fontes e/ou vórtices de densidade uniforme tende ao infinito nos pontos extremos, passando por magnitudes mínimas no centro.

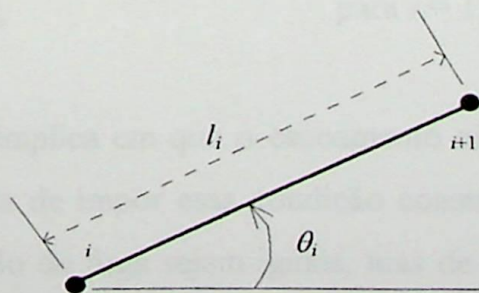


Figura 2.4 - Inclinação do painel  $i$ .

Da figura 2.4, pode-se determinar as seguintes relações:

$$\text{sen } \theta_i = \frac{y_{i+1} - y_i}{l_i}, \quad (2.5)$$

$$\text{cos } \theta = \frac{x_{i+1} - x_i}{l_i}. \quad (2.6)$$

Onde

$$l_i \equiv \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2}. \quad (2.7)$$

As coordenadas do ponto de controle do  $i$ -ésimo painel serão:

$$\bar{x}_i = \frac{x_i + x_{i+1}}{2}, \quad (2.8)$$

$$\bar{y}_i = \frac{y_i + y_{i+1}}{2}.$$

As componentes da velocidade correspondente aos pontos médios (pontos de controle) serão denotadas por:

$$u_i = u(\bar{x}_i, \bar{y}_i), \quad (2.9)$$

$$v_i = v(\bar{x}_i, \bar{y}_i).$$

Logo, a condição de escoamento tangencial ( $W_{ni} = 0$ ) será:

$$0 = -u_i \text{sen } \theta_i + v_i \text{cos } \theta_i \quad \text{para } i = 1, 2, 3, 4, \dots, n. \quad (2.10)$$

A condição de Kutta implica em que o escoamento não contorne o bordo de fuga do perfil. Uma maneira aproximada de impor essa condição consiste em exigir que as velocidades tangenciais nos painéis do bordo de fuga sejam iguais, mas de sentido contrário em relação ao percurso,  $W_{tn} = -W_{t1}$  ( Fig. 2.5 ), ou seja:

$$u_1 \cos \theta_1 + v_1 \sin \theta_1 = -u_n \cos \theta_n - v_n \sin \theta_n. \quad (2.11)$$

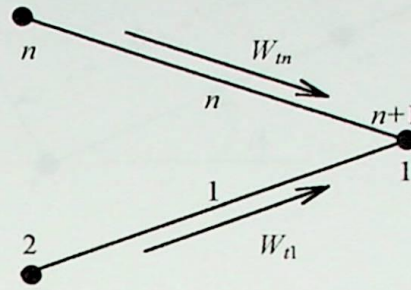


Figura 2.5 - Escoamento tangencial no bordo de fuga.

As componentes da velocidade dos pontos de controle, serão então calculadas pelas expressões abaixo:

$$u_i = W_\infty \cos \alpha + \sum_{j=1}^n q_j U_{s_{ij}} + \gamma \sum_{j=1}^n U_{v_{ij}}, \quad (2.12)$$

$$v_i = W_\infty \sin \alpha + \sum_{j=1}^n q_j V_{s_{ij}} + \gamma \sum_{j=1}^n V_{v_{ij}}, \quad (2.13)$$

onde  $U_{s_{ij}}$  e  $V_{s_{ij}}$  são as componentes  $x$  e  $y$ , respectivamente, da velocidade induzida no ponto de controle do  $i$ -ésimo painel devido a uma distribuição de intensidade unitária de fontes sobre o  $j$ -ésimo painel. E  $U_{v_{ij}}$  e  $V_{v_{ij}}$  são as componentes  $x$  e  $y$ , respectivamente, da velocidade induzida no ponto de controle do  $i$ -ésimo painel devido a uma distribuição de intensidade unitária de vórtices sobre o  $j$ -ésimo painel.

Para avaliação destas componentes, é conveniente utilizar coordenadas locais  $(x^*, y^*)$ , orientadas com o  $j$ -ésimo painel, conforme figura 2.6. As relações entre as componentes de velocidade no sistema global  $(u, v)$  e no sistema local  $(u^*, v^*)$  são as seguintes:

$$u = u^* \cos \theta_j - v^* \sin \theta_j, \quad (2.14)$$

$$v = u^* \sin \theta_j + v^* \cos \theta_j. \quad (2.15)$$

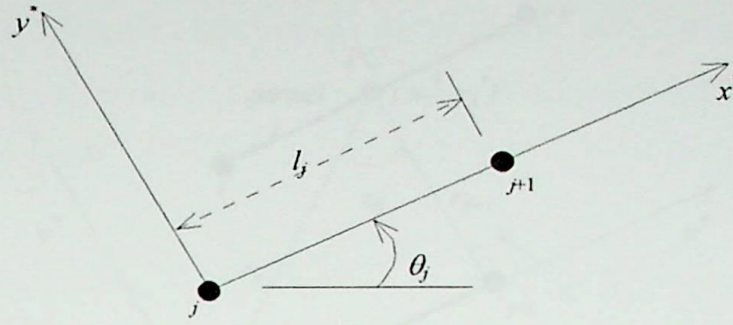


Figura 2.6 - Sistema de coordenadas do  $j$ -ésimo painel.

As componentes locais correspondentes a  $U_{sij}$  e  $V_{sij}$  (fontes de densidade unitária no painel  $j$  sobre o ponto de controle  $i$ ) são:

$$u_{sij}^* = \frac{1}{2\pi} \int_0^{l_j} \frac{x_i^* - k}{(x_i^* - k)^2 + y_i^{*2}} dk, \quad (2.16)$$

$$v_{sij}^* = \frac{1}{2\pi} \int_0^{l_j} \frac{y_i^*}{(x_i^* - k)^2 + y_i^{*2}} dk,$$

onde  $k$  representa uma variável de integração ao longo do eixo  $x^*$ , no intervalo  $(0, l_j)$  correspondente ao painel.

Efetuada as integrações em (2.16), obtém-se:

$$u_{sij}^* = -\frac{1}{2\pi} \ln \left[ (x_i^* - k)^2 + y_i^{*2} \right]^{\frac{1}{2}} \Big|_{k=0}^{k=l_j}, \quad (2.17)$$

$$v_{sij}^* = \frac{1}{2\pi} \tan^{-1} \frac{y_i^*}{x_i^* - k} \Big|_{k=0}^{k=l_j}. \quad (2.18)$$

A figura 2.7a mostra o esquema geométrico utilizado para definir os termos de campo de velocidade dos painéis ( equações 2.19, 2.20, 2.21 e 2.22 ).

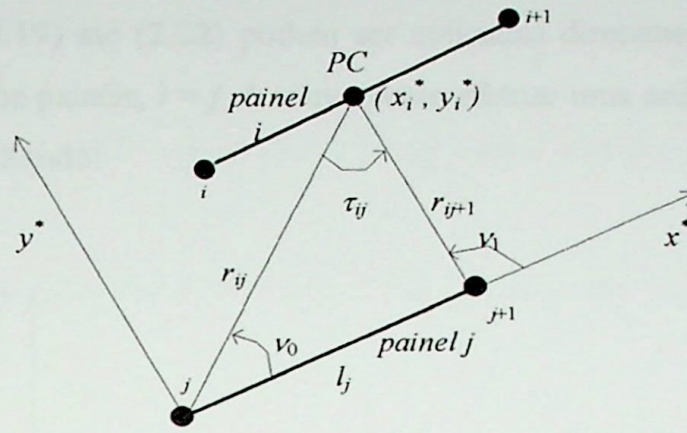


Figura 2.7a - Esquema de influência do painel  $j$  sobre o painel  $i$ .

Sendo

$r_{ij} \equiv$  distância do  $j$ -ésimo nó ao ponto de controle do  $i$ -ésimo painel.

$\tau_{ij} \equiv$  ângulo formado entre  $r_{ij}$  e  $r_{ij+1}$  ( distância do ponto de controle do  $i$ -ésimo painel com os nós  $j$  e  $j+1$ ).

$\nu_0 \equiv$  ângulo formado entre  $r_{ij}$  e o painel  $j$ .

$\nu_1 \equiv$  ângulo formado entre  $r_{ij+1}$  e o painel  $j$ .

$$u_{s_{ij}}^* = -\frac{1}{2\pi} \ln \frac{r_{ij+1}}{r_{ij}}, \quad (2.19)$$

$$v_{s_{ij}}^* = \frac{\nu_1 - \nu_0}{2\pi} = \frac{\tau_{ij}}{2\pi}. \quad (2.20)$$

Da mesma forma, podem ser obtidos as componentes locais correspondentes a  $U_{vij}$  e  $V_{vij}$  (vórtices de densidade unitária no painel  $j$  sobre o ponto de controle do painel  $i$ ):

$$u_{v_{ij}}^* = \frac{\tau_{ij}}{2\pi}, \quad (2.21)$$

$$v_{v_{ij}}^* = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{r_{ij+1}}{r_{ij}}. \quad (2.22)$$

As fórmulas (2.19) até (2.22) podem ser aplicadas diretamente sempre que  $i \neq j$ . No caso da auto-indução dos painéis,  $i = j$ , é conveniente efetuar uma análise dos limites, conforme visto na figura 2.7b resultando:

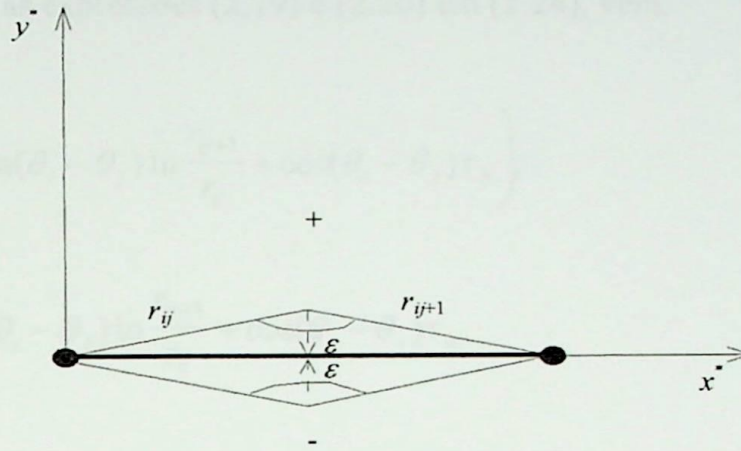


Figura 2.7b - Análise dos limites para o caso da auto-indução.

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0^{\pm}} r_{ij} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^{\pm}} r_{ij+1} = \frac{l_j}{2}$$

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0^{\pm}} \tau_{ij} = \pm \pi$$

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0^{\pm}} u_{sij}^* = 0$$

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0^{\pm}} v_{sij}^* = \pm \frac{1}{2}$$

Considerando as expressões desenvolvidas anteriormente em (2.10), a condição do escoamento tangencial é colocada na forma.

$$\sum_{j=1}^n A_{ij} q_j + A_{in+1} \gamma = b_i, \quad (2.23)$$

onde

$$A_{ij} = -u_{s_{ij}} \operatorname{sen} \theta_i + v_{s_{ij}} \operatorname{cos} \theta_i, \quad (2.24)$$

$$A_{ij} = -u_{s_{ij}}^* (\operatorname{cos} \theta_j \operatorname{sen} \theta_i - \operatorname{sen} \theta_j \operatorname{cos} \theta_i) + v_{s_{ij}}^* (\operatorname{sen} \theta_j \operatorname{sen} \theta_i - \operatorname{cos} \theta_j \operatorname{cos} \theta_i).$$

Substituindo as expressões (2.19) e (2.20) em (2.24), vem:

$$A_{ij} = \frac{1}{2\pi} \left( \operatorname{sen}(\theta_i - \theta_j) \ln \frac{r_{ij+1}}{r_{ij}} + \operatorname{cos}(\theta_i - \theta_j) \tau_{ij} \right), \quad (2.25)$$

$$2\pi A_{ij} = \operatorname{sen}(\theta_i - \theta_j) \ln \frac{r_{ij+1}}{r_{ij}} + \operatorname{cos}(\theta_i - \theta_j) \tau_{ij}.$$

Igualmente para  $A_{in+1}$ , tem-se:

$$2\pi A_{in+1} = \sum_{j=1}^n \operatorname{cos}(\theta_i - \theta_j) \ln \frac{r_{ij+1}}{r_{ij}} - \operatorname{sen}(\theta_i - \theta_j) \tau_{ij}, \quad (2.26)$$

conseqüentemente,

$$b_i = W_\infty \operatorname{sen}(\theta_i - \alpha). \quad (2.27)$$

Para a condição de Kutta (2.11), tem-se:

$$\sum_{j=1}^n A_{n+1j} q_j + A_{n+1n+1} \gamma = b_{n+1}, \quad (2.28)$$

$$2\pi A_{in+1j} = \sum_{k=1}^n \operatorname{sen}(\theta_k - \theta_j) \tau_{kj} - \operatorname{cos}(\theta_k - \theta_j) \ln \frac{r_{kj+1}}{r_{kj}},$$

$$2\pi A_{in+1j} = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n \operatorname{sen}(\theta_k - \theta_j) \ln \frac{r_{kj+1}}{r_{kj}} + \operatorname{cos}(\theta_k - \theta_j) \tau_{kj}, \quad (2.29)$$

$$b_{n+1} = -W_\infty \operatorname{cos}(\theta_1 - \alpha) - W_\infty \operatorname{cos}(\theta_n - \alpha).$$

As expressões (2.23) e (2.28) representam um sistema de  $n+1$  equações para as  $n+1$  incógnitas  $q_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) e  $\gamma$ .

Uma vez determinada essas incógnitas, a velocidade tangencial no ponto de controle de cada painel, será dada pela equação 2.30 e coeficiente de pressão pela equação 2.31.

$$W_{t_i} = W_\infty \cos(\theta_i - \alpha) + \sum_{j=1}^n \frac{q_j}{2\pi} \left[ \sin(\theta_i - \theta_j) - \cos(\theta_i - \theta_j) \ln \frac{r_{ij+1}}{r_{ij}} \right] + \quad (2.30)$$

$$\frac{\gamma}{2\pi} \sum_{j=1}^n \left[ \sin(\theta_i - \theta_j) \ln \frac{r_{ij+1}}{r_{ij}} + \cos(\theta_i - \theta_j) \tau_{ij} \right]$$

$$C_p(x_i, y_i) = 1 - \frac{W_{t_i}^2}{W_\infty^2} \quad (2.31)$$

## 2.3 - Modificação Realizada na Notação do Método para Utilização de Variáveis Complexas

Sem perder as características básicas do programa computacional PANEL, este item tratará de mostrar as alterações das formulações do método de Hess & Smith, para a utilização de variáveis complexas. Adotou-se essa modificação na notação, pois a utilização de variáveis complexa, pois:

Trabalha-se somente no sistema global;

Tornam as fórmulas mais concisas;

A determinação das componentes normal e tangencial dos painéis é mais simples.

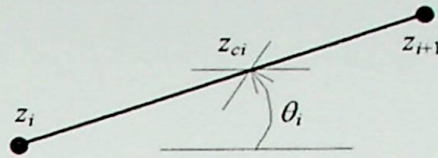


Figura 2.8 - Esquema geométrico das variáveis complexas.

Considere-se a notação da Fig. 2.8:

$z_{ci} \equiv$  ponto de controle do painel, média entre  $z_i$  e  $z_{i+1}$ .

$\theta_i \equiv$  ângulo entre o painel  $i$  e o eixo  $x$ .

A velocidade complexa conjugada para intensidade de fontes é dada por:

$$\bar{W}_{q_j}(z) = \frac{1}{2\pi} \int_{l_j} \frac{q_j}{(z - \zeta)} ds. \quad (2.32)$$

Considere um elemento  $ds$  sobre o painel (Fig. 2.9).

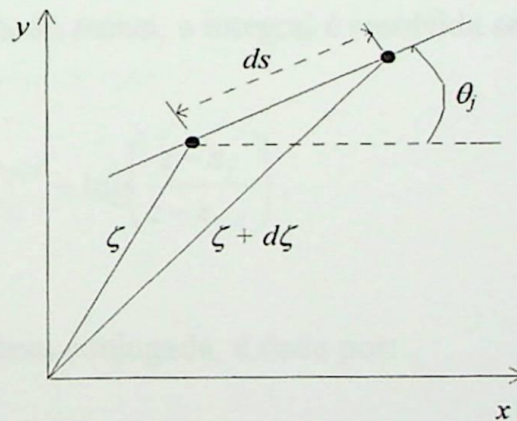


Figura 2.9 - Elemento sobre o painel visto do sistema de coordenadas global.

Tem-se que:

$$d\zeta = e^{i\theta_j} ds, \quad (2.33)$$

$$ds = e^{-i\theta_j} d\zeta, \quad (2.34)$$

onde,

$$\tilde{i} = \sqrt{-1},$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, n.$$

Substituindo a equação (2.34) na equação (2.32), vem:

$$\bar{W}_{q_j}(z) = \frac{1}{2\pi} \int_{z_j}^{z_{j+1}} \frac{q_j e^{-\tilde{i}\theta_j}}{z - \zeta} d\zeta. \quad (2.35)$$

No método de Hess & Smith, sabe-se que a intensidade de fontes  $q_i$  e a inclinação  $\theta_j$  são constantes ao longo de  $l_j$ , logo, a expressão (2.35) fica:

$$\bar{W}_{q_j} = \frac{q_j e^{-\tilde{i}\theta_j}}{2\pi} \int_{z_j}^{z_{j+1}} \frac{d\zeta}{z - \zeta}. \quad (2.36)$$

Quando o ponto  $z$  esta fora do painel, a integral é resolvida sem maiores problemas:

$$\int_{z_j}^{z_{j+1}} \frac{d\zeta}{z - \zeta} = -\log(z - \zeta) \Big|_{z_j}^{z_{j+1}} = \log\left(\frac{z - z_j}{z - z_{j+1}}\right). \quad (2.37)$$

Então, a velocidade complexa conjugada, é dada por:

$$\bar{W}_{q_j}(z) = \frac{q_j e^{-\tilde{i}\theta_j}}{2\pi} \log\left(\frac{z - z_j}{z - z_{j+1}}\right). \quad (2.38)$$

No caso da auto-indução do painel, é conveniente efetuar a mesma análise do limite apresentada no item anterior (Fig. 2.7b), aqui apresentada somente para o lado correspondente ao exterior do perfil: os cálculos são efetuados sobre um percurso de sentido único, fazendo com que o interior do perfil fique sempre a direita (Figs. 2.10 e 2.11).

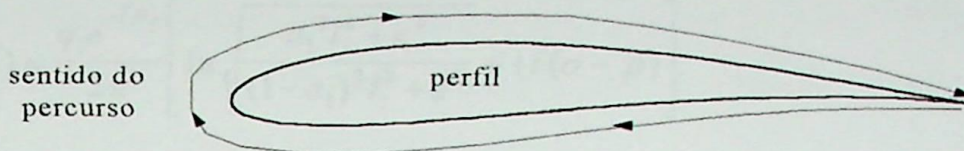


Figura 2.10 - Percurso adotado nos cálculos.

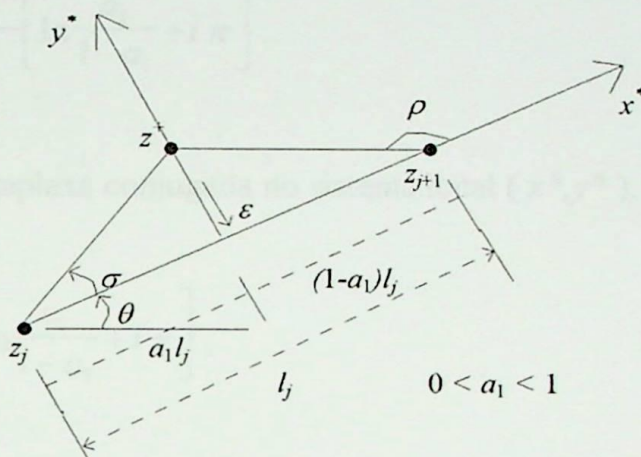


Figura 2.11 - Análise do limite para o caso da auto-indução (variáveis complexas).

Da figura 2.11, pode-se concluir que:

$$z^+ - z_j = (a_1^2 l_j^2 + \epsilon^2)^{1/2} e^{i(\theta_j + \sigma)}, \quad (2.39)$$

$$z^+ - z_{j+1} = ((1-a_1)^2 l_j^2 + \epsilon^2)^{1/2} e^{i(\theta_j + \rho)}. \quad (2.40)$$

Logo, a velocidade complexa conjugada do ponto  $z^+$ , será:

$$\begin{aligned} \bar{W}_{q_j}(z^+) &= \frac{q_j e^{-i\theta_j}}{2\pi} \left[ \log(z^+ - z_j) - \log(z^+ - z_{j+1}) \right] = \\ &= \frac{q_j e^{-i\theta_j}}{2\pi} \left[ \ln \sqrt{a_1^2 l_j^2 + \epsilon^2} + i(\theta_j + \sigma) - \ln \sqrt{(1-a_1)^2 l_j^2 + \epsilon^2} - i(\theta_j + \rho) \right], \end{aligned}$$

$$\bar{W}_{q_j}(z^+) = \frac{q_j e^{-i\theta_j}}{2\pi} \left[ \ln \sqrt{\frac{a_1^2 l_j^2 + \varepsilon^2}{(1-a_1)^2 l_j^2 + \varepsilon^2}} + i(\sigma - \rho) \right]. \quad (2.41)$$

Para o limite  $\varepsilon \rightarrow 0$ , tem-se que  $\sigma \rightarrow 0$  e  $\rho \rightarrow \pi$ , então:

$$\bar{W}_{q_j}(z^+) = \frac{q_j e^{-i\theta_j}}{2\pi} \left[ \ln \frac{a_1}{1-a_1} + i\pi \right]. \quad (2.42)$$

A velocidade complexa conjugada no sistema local  $(x^*, y^*)$ , será:

$$\bar{W}_{q_j}^*(z^+) = \frac{q_j}{2\pi} \left[ \ln \frac{a_1}{1-a_1} + i\pi \right], \quad (2.43)$$

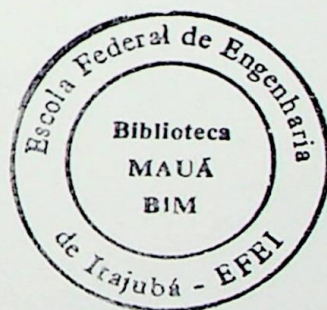
$$\bar{W}_{q_j}^*(z^+) = W_{t_j} - i W_{n_j}, \quad (2.44)$$

sendo  $W_{n_j}$  e  $W_{t_j}$  as componentes de velocidade normal e tangencial, respectivamente.

Isto é,

$$W_{t_j} = \frac{q_j}{2\pi} \ln \left( \frac{a_1}{1-a_1} \right), \quad (2.45)$$

$$W_{n_j} = \frac{q_j}{2}.$$



Como os pontos de controle são considerados no meio do painel,  $a_1 = \frac{1}{2}$ , logo:

$$W_{t_j} = 0, \quad (2.46)$$

$$W_{n_j} = \frac{q_j}{2}.$$

A velocidade complexa conjugada no ponto de controle do painel  $i$  induzida pelo painel  $j$  é dada em (2.47) e a velocidade complexa conjugada total no ponto de controle do painel  $i$  induzida por todos os outros painéis é dada em (2.48).

$$\bar{W}_{q_j}(z_{c_i}) = q_j \frac{e^{-\tilde{i}\theta_j}}{2\pi} \log\left(\frac{z_{c_i} - z_j}{z_{c_i} - z_{j+1}}\right). \quad (2.47)$$

$$\bar{W}_{q_{total}}(z_{c_i}) = \sum_{j=1}^n q_j \frac{e^{-\tilde{i}\theta_j}}{2\pi} \log\left(\frac{z_{c_i} - z_j}{z_{c_i} - z_{j+1}}\right). \quad (2.48)$$

Ainda pode-se dizer,

$$\bar{W}_q(z_{c_i}) e^{\tilde{i}\theta_i} = W_{t_i}^q - \tilde{i} W_{n_i}^q, \quad (2.49)$$

onde

$$W_{t_i}^q = \Re\left[\bar{W}_q(z_{c_i}) e^{\tilde{i}\theta_i}\right], \quad (2.50)$$

$$W_{n_i}^q = -\Im\left[\bar{W}_q(z_{c_i}) e^{\tilde{i}\theta_i}\right]$$

$$W_{n_i}^q = -\Im\left[\sum_{j \neq i}^n q_j \frac{e^{-\tilde{i}\theta_j}}{2\pi} \log\left(\frac{z_{c_i} - z_j}{z_{c_i} - z_{j+1}}\right) e^{\tilde{i}\theta_j}\right],$$

$$W_{n_i}^q = \sum_{j=1}^n A_{ij} q_j, \quad (2.51)$$

$$W_{t_i}^q = \sum_{j=1}^n BQ_{ij} q_j. \quad (2.52)$$

considerando que,

$$A_{ij} = -\Im m \left[ \frac{e^{-\tilde{i}\theta_j}}{2\pi} \log \left( \frac{z_{c_i} - z_j}{z_{c_i} - z_{j+1}} \right) e^{\tilde{i}\theta_j} \right],$$

$i \neq j$  (2.53)

$$BQ_{ij} = \Re \left[ \frac{e^{-\tilde{i}\theta_j}}{2\pi} \log \left( \frac{z_{c_i} - z_j}{z_{c_i} - z_{j+1}} \right) e^{\tilde{i}\theta_j} \right].$$

Analogamente, para o cálculo das intensidade de vórtices, basta substituir  $q_i$  por  $\tilde{i}\gamma$  nos cálculos anteriores obtendo:

$$W_{n_i}^\gamma = -\gamma \sum_{j=1}^n BQ_{ij} = -\gamma C_i, \quad C_i = \sum_{j=1}^n BQ_{ij},$$

(2.54)

$$W_{t_i}^\gamma = \gamma \sum_{j=1}^n A_{ij} = \gamma D_i, \quad D_i = \sum_{j=1}^n A_{ij}.$$

(2.55)

As componentes normal e tangencial escoamento não perturbado são,

$$W_{n_i}^\infty = W_\infty [\sin \alpha \cos \theta_i - \cos \alpha \sin \theta_i] = W_\infty \sin(\alpha - \theta_i),$$

(2.56)

$$W_{t_i}^\infty = W_\infty [\sin \alpha \sin \theta_i + \cos \alpha \cos \theta_i] = W_\infty \cos(\alpha - \theta_i).$$

(2.57)

Pode-se dizer,

$$W_{n_i} = W_{n_i}^\infty + W_{n_i}^q + W_{n_i}^\gamma,$$

(2.58)

$$W_{t_i} = W_{t_i}^\infty + W_{t_i}^q + W_{t_i}^\gamma.$$

A condição de contorno para a velocidade normal do perfil é,  $W_{n_i} = 0$ , com  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ .

$$W_{n_i}^\infty + W_{n_i}^q + W_{n_i}^\gamma = 0.$$

(2.59)

Substituindo cada termo conforme as equações (2.51), (2.54) e (2.56), e isolando o termo de intensidade de fontes  $q$ , encontra-se a expressão seguinte.

$$\sum_{j=1}^n A_{ij} q_j - \gamma C_i = -W_\infty \text{sen}(\theta_i - \alpha), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (2.60)$$

A expressão acima é a mesma já obtida no item anterior, (2.23), com  $C_i$  no lugar de  $A_{i+1,j}$ .

### 2.3.1 - Resolução do Sistema de Equações por Combinação de Soluções Básicas

Adotou-se uma forma de resolver o sistema de equações (2.60) para qualquer ângulo de ataque, utilizada por Nelson Manzanares Filho (1994), que consiste em obter primeiramente o seguinte conjunto de soluções básicas:

- **Solução  $q_j^0$**  correspondente a  $W_\infty = 1$ ,  $\alpha = 0^\circ$ ,  $\gamma = 0$  (escoamento sem ângulo de ataque, sem circulação).

$$\sum_{j=1}^n A_{ij} q_j^0 = \text{sen } \theta_i. \quad (2.61)$$

- **Solução  $q_j^{90}$**  correspondente a  $W_\infty = 1$ ,  $\alpha = 90^\circ$ ,  $\gamma = 0$  (escoamento a  $90^\circ$ , sem circulação).

$$\sum_{j=1}^n A_{ij} q_j^{90} = -\text{cos } \theta_i. \quad (2.62)$$

- **Solução  $q_j^\gamma$**  correspondente a  $W_\infty = 0$ ,  $\alpha = 0^\circ$ ,  $\gamma = 1$  (escoamento puramente circulatório).

$$\sum_{j=1}^n A_{ij} q_j^\gamma = C_i. \quad (2.63)$$

A solução geral,  $q_j$ , para qualquer ângulo de ataque,  $\alpha$ , e qualquer densidade de vórtices,  $\gamma$ , é obtida por combinação linear das soluções básicas acima:

$$q_j = W_\infty \left[ \cos \alpha q_j^0 + \text{sen } \alpha q_j^{90} \right] + \gamma q_j^\gamma. \quad (2.64)$$

Para cada ângulo de ataque desejado, o valor de  $\gamma$  que satisfaz a condição de Kutta, é obtido fazendo  $W_{t_1} + W_{t_n} = 0$  e considerando as equações (2.52), (2.55) e (2.57). O Resultado é:

$$\gamma = -W_\infty \left[ \frac{\cos \alpha \left( \cos \theta_1 + \cos \theta_n + \sum_{j=1}^n (BQ_{1j} + BQ_{nj}) q_j^0 \right) + \text{sen } \alpha \left( \text{sen } \theta_1 + \text{sen } \theta_n + \sum_{j=1}^n (BQ_{1j} + BQ_{nj}) q_j^{90} \right)}{D_1 + D_n + \sum_{j=1}^n (BQ_{1j} + BQ_{nj}) q_j^\gamma} \right]. \quad (2.65)$$

Calculados os valores das intensidade de fontes  $q_i$  e vórtices  $\gamma$ , determina-se o escoamento potencial em torno do perfil, isto é, a distribuição de velocidades, o coeficiente de pressões, o coeficiente de arrasto, o coeficiente de sustentação e o coeficiente de momento (Apêndice III).

## 2.4 - Alterações Para Suavização dos Carregamentos Aerodinâmicos na Região do Bordo de Fuga ( Intensidade de Vórtices Variáveis )

A figura 2.12 mostra a distribuição de intensidade de vórtices utilizada por Hess & Smith, onde o valor de  $\gamma$  é constante ao longo do contorno do perfil, dificultando a aplicação correta da condição de Kutta, que exige  $\gamma = 0$  no bordo de fuga, de forma que o escoamento não

contorne o perfil. Este item mostrará uma técnica de correção para suavizar o carregamento na região de bordo de fuga.

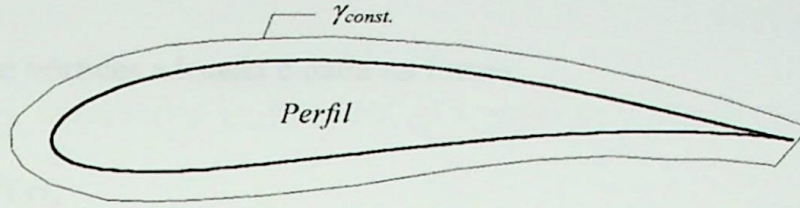


Figura 2.12 - Distribuição de intensidade de vórtices de Hess & Smith.

A modificação introduzida, emprega uma distribuição de vórtices variável compatível com essa exigência (Girardi e Bizarro, 1995); esses autores utilizaram uma distribuição cúbica como correção para suavizar o carregamento na região de bordo de fuga, como mostrado na figura 2.13.

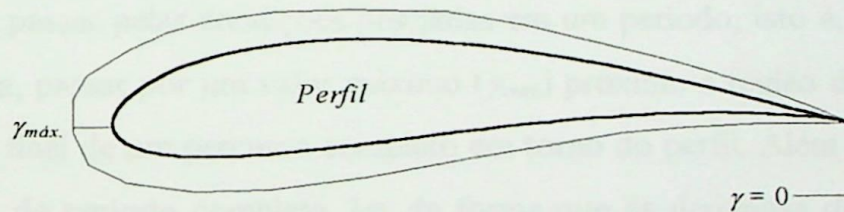


Figura 2.13 - Distribuição de intensidade de vórtices variável (Girardi e Bizarro, 1995).

A distribuição cúbica utilizada por Girardi e Bizarro, é a seguinte:

$$\gamma_j = \gamma_{máx} F_j, \quad \text{onde} \quad F_j = ax_j^3 + bx_j^2 + cx_j + d,$$

onde a, b, c e d são constantes determinadas pelas condições a seguir:

$$x_j = 0 \Rightarrow F_j = 1; \quad x_j = 1 \Rightarrow F_j = 0;$$

$$x_j = 1 \Rightarrow \frac{dF_j}{dx_j} = 0; \quad x_j = \bar{x} \Rightarrow F_j = \frac{1}{2}.$$

onde  $\bar{x}$  pode ser alterado, mas em geral é feito igual a  $1/2$ .

Nos mesmos moldes de Girardi e Bizarro (1995), fez-se alterações no método de Hess & Smith utilizando uma função senoidal, de forma que respeitasse a condição desejada na figura 2.13.

A distribuição de vórtices adotada é dada na forma:

$$\gamma(s) = \gamma_{máx} \times F(s), \quad (2.66)$$

onde:  $\gamma_{máx}$   $\equiv$  representa o valor máximo da densidade de vórtices, próxima ao bordo de ataque, a ser determinada pela condição de Kutta, de acordo com a sistemática do método de Hess & Smith;

$F \equiv$  é uma função da coordenada natural do perfil,  $s$ , que se anula nas extremidades  $s=0$  e  $s=s/l$ , correspondentes ao bordo de fuga no início e no final de um percurso completo em torno do perfil, respectivamente.

O comportamento desejado para a função senoidal, está mostrado na figura 2.14. Esta função senoidal deverá passar pelas condições desejadas em um período, isto é, sair de zero na região de bordo de fuga, passar por um valor máximo ( $\gamma_{máx}$ ) próximo a região do bordo de ataque, e voltar a zero no final de um percurso completo em torno do perfil. Além disso, será adotada a função senoidal de período completo  $2\pi$ , de forma que as derivadas  $dF/ds$ , se anulem também em  $s=0$  e  $s=s/l$ . O objetivo aqui é testar uma função diferente da função cúbica utilizada por Girardi e Bizarro (1995).

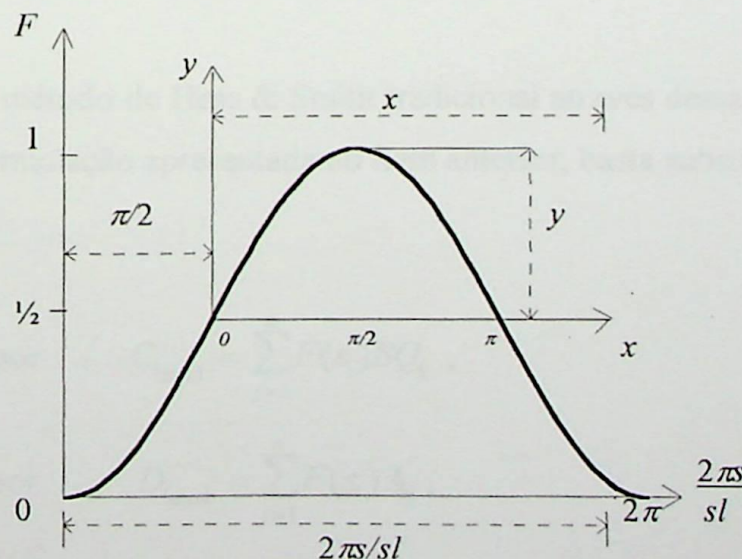


Figura 2.14 - Representação da função senoidal para  $\gamma$ , dada por  $F(s)$ .

Considere-se inicialmente a função senoidal auxiliar de meio período.

$$y = \frac{1}{2} \text{sen } x. \quad (2.67)$$

Da mesma figura, obtém-se as seguintes relações entre as variáveis  $(x, y)$  e  $(2\pi s/sl, F)$ :

$$y = F - \frac{1}{2}, \quad (2.68)$$

$$x = \frac{2\pi s}{sl} - \frac{\pi}{2} = \pi \left( \frac{2s}{sl} - \frac{1}{2} \right). \quad (2.69)$$

onde:

$s$   $\equiv$  comprimento do bordo de fuga a um ponto genérico do perfil (coordenada natural do perfil);

$sl$   $\equiv$  comprimento total do contorno do perfil.

Substituindo as equações 2.68 e 2.69 na equação 2.67, obtém-se a expressão da função  $F(s)$ , que dará a suavização do carregamento na região de bordo de fuga.

$$F(s) = \frac{1}{2} \left[ 1 + \text{sen} \left[ \pi \left( \frac{2s}{sl} - \frac{1}{2} \right) \right] \right], \quad (2.70)$$

A modificação do método de Hess & Smith tradicional através dessa função é feita sem grandes dificuldades. Na formulação apresentada no item anterior, basta substituir:

$\gamma$  por  $\gamma_{\text{máx}}$ ,

$$C_i = \sum_{j=1}^n BQ_{ij} \quad \text{por} \quad C_{i_{\text{mod}}} = \sum_{j=1}^n F(s_i) BQ_{ij},$$

$$D_i = \sum_{j=1}^n A_{ij} \quad \text{por} \quad D_{i_{\text{mod}}} = \sum_{j=1}^n F(s_i) A_{ij},$$

onde  $F(s_i)$  é o valor de  $F$  calculado no ponto de controle do painel  $i$ .

## 2.5 - Formulação Para o Caso de Grades Lineares

Uma grade linear é composta de uma quantidade infinita de perfis aerodinâmicos idênticos e igualmente espaçados, como visto na figura 2.15.

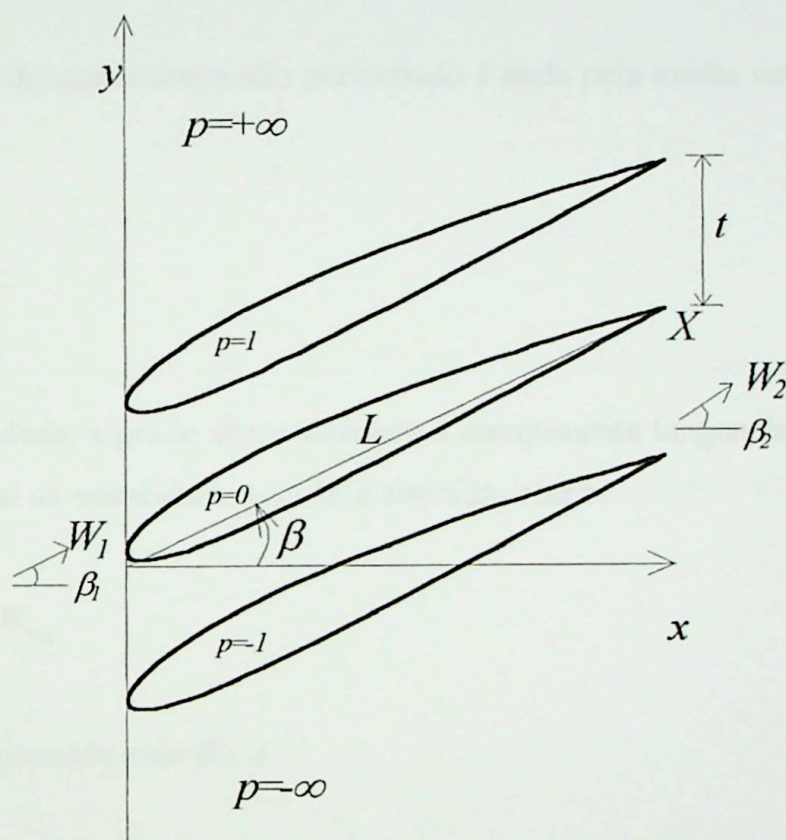


Figura 2.15 - Geometria de uma grade linear.

Onde,

### Parâmetros Geométricos

$\beta$   $\equiv$  ângulo de montagem;

$t$   $\equiv$  espaçamento ou passo;

$L$   $\equiv$  corda;

$p$   $\equiv$  perfil;

$X$   $\equiv$  eixo de coordenadas no plano da grade.

### Parâmetros do Escoamento

$\beta_1$   $\equiv$  ângulo do escoamento na entrada;

$\beta_2$   $\equiv$  ângulo do escoamento na saída;

$W_1$   $\equiv$  velocidade do escoamento na entrada;

$W_2$   $\equiv$  velocidade do escoamento na saída.

A velocidade do escoamento não perturbado é dada pela média vetorial das velocidades na entrada e na saída:

$$\vec{W}_\infty = \frac{\vec{W}_1 + \vec{W}_2}{2}. \quad (2.71)$$

Pela continuidade, a grade altera somente a componente tangencial da velocidade ( $y$ ), a componente meridional da velocidade ( $x$ ) não é alterada, então:

$$W_{1x} = W_{2x} = W_{\infty x}. \quad (2.72a)$$

Logo, a componente  $y$  de  $W_\infty$  é:

$$W_{\infty y} = \frac{W_{1y} + W_{2y}}{2}, \quad (2.72b)$$

A aplicação do teorema de Stokes para uma região de periodicidade entre dois perfis, considerando o escoamento potencial, conduz a

$$\oint \vec{W} \cdot d\vec{s} = \iint \vec{\nabla} \times \vec{W} \cdot \hat{n} ds = 0,$$

$$\Gamma_\Gamma + W_{2y}t - W_{1y}t = 0,$$

$$\Gamma_\Gamma = (W_{1y} - W_{2y})t, \quad (2.72c)$$

onde  $\Gamma$  é a circulação em torno de um perfil da grade.

Com o auxílio de (2.72c) e (2.72b), pode-se então determinar as componentes tangenciais de velocidade  $W_{1y}$  e  $W_{2y}$ .

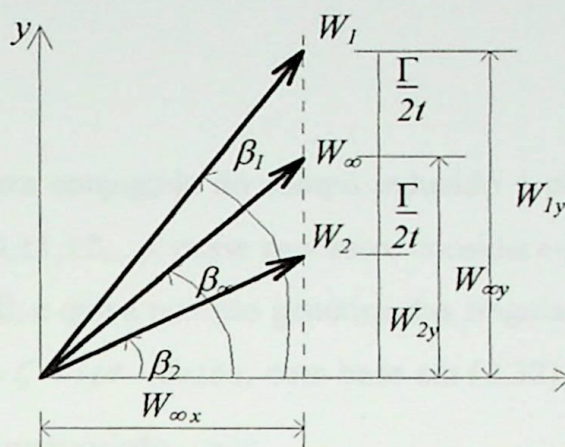


Figura 2.16 - Comportamento dos vetores velocidades de uma grade linear.

Da figura 2.16, obtém-se as seguintes relações para as componentes tangenciais de velocidade:

$$W_{1y} = W_{\infty y} + \frac{\Gamma}{2t}, \quad (2.73)$$

$$W_{2y} = W_{\infty y} - \frac{\Gamma}{2t}. \quad (2.74)$$

Para facilitar o desenvolvimento para caso de perfis em grade, adotou-se para a distribuição de fontes e vórtices a relação seguinte:

$$g = q + i\tilde{\gamma}, \quad (2.75)$$

o que já poderia ter sido feito no caso de perfis isolados, não havendo nesse aspecto diferença essencial em relação ao caso de grades lineares.

A velocidade complexa conjugada total é dada pela superposição do campo de escoamento não perturbado  $\bar{W}_\infty$  e do campo induzido pelas singularidades  $\bar{W}_g$ ,

$$\bar{W}(z) = \bar{W}_\infty + \bar{W}_g(z). \quad (2.76)$$

A velocidade complexa conjugada do campo induzido é obtida pela superposição dos efeitos de todos os perfis ( $p=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ); nesse processo, considera-se que a intensidade das singularidades independe do perfil, e que a posição genérica das singularidades em um perfil genérico  $p$  da grade é dada por  $\zeta_p = \zeta + i\check{p}t$ . Então, com base em (2.32), com  $g$  no lugar de  $q$ ,  $\zeta_p$  no lugar de  $\zeta$  e considerando a superposição, vem:

$$\bar{W}_g(z) = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2\pi_c} \oint \frac{g_j}{z - (\zeta + i\check{p}t)} ds, \quad (2.77)$$

$$\bar{W}_g(z) = \frac{1}{2\pi_c} \oint g_j \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \left( \frac{1}{z - (\zeta + i\check{p}t)} \right) ds. \quad (2.78)$$

O emprego dessa expressão no caso de perfis em grade linear pode ser feito de maneira semelhante ao caso de perfil isolado, considerando que a série na integral em (2.78) possui representação em forma fechada:

$$\sum_{p=-\infty}^{+\infty} \left( \frac{1}{z - (\zeta + i\check{p}t)} \right) = \frac{\pi}{t} \coth \left[ \frac{\pi(z - \zeta)}{t} \right], \quad (2.79)$$

$$\coth z = \frac{e^z + e^{-z}}{e^z - e^{-z}}. \quad (2.80)$$

Fazendo,

$$\frac{\pi}{t} \coth \left[ \frac{\pi(z - \zeta)}{t} \right] = K(z, \zeta), \quad (2.81)$$

vem,

$$\bar{W}_g(z) = \frac{1}{2\pi} \oint_c g_j K(z, \zeta) ds, \quad (2.82a)$$

$$\bar{W}(z) = \bar{W}_\infty + \bar{W}_g(z). \quad (2.82b)$$

Verifica-se que :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} K(z, \zeta) = \frac{1}{z - \zeta} \quad (2.83)$$

isto é, quando o espaçamento da grade cresce indefinidamente recupera-se o núcleo da integral correspondente ao perfil isolado.

Verifica-se ainda que,

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} K(z, \zeta) = \pm \frac{\pi}{t}, \quad (2.84)$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \bar{W}_g(z) &= \pm \frac{1}{2t} \oint_c g_j ds = \\ &= \pm \frac{1}{2t} \oint_c (q_j + i\tilde{\gamma}) ds = \end{aligned} \quad (2.85)$$

$$= \pm \left[ \frac{1}{2t} \oint_c q_j ds + \frac{i}{2t} \oint_c \gamma ds \right]$$

onde as integrais representam a vazão e a circulação ao redor do perfil. A condição impermeabilidade no contorno no perfil impõe que a vazão deva ser nula:

$$\oint_c q_j ds = Q = 0, \quad (2.86)$$

$$\oint_c \gamma ds = \Gamma,$$

logo, tem-se que:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \bar{W}_g(z) = \pm i \frac{\Gamma}{2t}, \quad (2.87)$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \bar{W}(z) = \bar{W}_\infty \pm i \frac{\Gamma}{2t}. \quad (2.88)$$

$$W_{1x} - i W_{1y} = W_{\infty x} - i W_{\infty y} - i \frac{\Gamma}{2t}, \quad (2.89)$$

$$\bar{W}_1 = \lim_{x \rightarrow -\infty} \bar{W}(z) = \bar{W}_\infty - i \frac{\Gamma}{2t}, \quad (2.90)$$

$$W_{1x} = W_{\infty x}, \quad (2.91)$$

$$W_{1y} = W_{\infty y} + \frac{\Gamma}{2t}.$$

$$\bar{W}_2 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \bar{W}(z) = \bar{W}_\infty + i \frac{\Gamma}{2t}, \quad (2.92)$$

$$W_{2x} = W_{\infty x}, \quad (2.93)$$

$$W_{2y} = W_{\infty y} - \frac{\Gamma}{2t}.$$

Logo, verificam-se as relações já mostradas para  $W_{1x}, W_{2x}, W_{1y}, W_{2y}$  (equações 2.72a, 2.73 e 2.74). O modelo, portanto, reproduz os efeitos necessários.

O desenvolvimento da formulação do método dos painéis para o caso de perfis em grade linear pode ser feito de maneira semelhante ao caso de perfil isolado. Considerando um elemento  $ds$  sobre o painel (como mostrado no desenvolvimento do item 2.3) a indução das densidades de fontes e vórtices de um painel  $j$  no ponto de controle do painel  $i$ , será dada pela seguinte expressão:

$$\bar{W}_{g_j}(z_{c_i}) = \frac{1}{2\pi} \int_{z_j}^{z_{j+1}} g_j e^{-i\theta_j} \frac{\pi}{t} \coth \left[ \frac{\pi(z_{c_i} - \zeta)}{t} \right] d\zeta, \quad (2.94)$$

e, como as intensidades de fontes e vórtices  $g(s_j)$  e a inclinação do painel  $\theta_j$  são consideradas constantes ao longo do comprimento dos painéis, o cálculo será:

$$\bar{W}_{g_j}(z_{c_i}) = \frac{g_j e^{-i\theta_j}}{2\pi} \int_{z_j}^{z_{j+1}} \frac{\pi}{t} \frac{\cosh \left[ \frac{\pi(z_{c_i} - \zeta)}{t} \right]}{\sinh \left[ \frac{\pi(z_{c_i} - \zeta)}{t} \right]} d\zeta, \quad (2.95)$$

$$\bar{W}_{g_j}(z_{c_i}) = -\frac{g_j e^{-i\theta_j}}{2\pi} \log \left[ \sinh \left( \frac{\pi(z_{c_i} - \zeta)}{t} \right) \right] \Big|_{z_j}^{z_{j+1}}, \quad (2.96)$$

$$\bar{W}_{g_j}(z_{c_i}) = \frac{g_j e^{-i\theta_j}}{2\pi} \log \left[ \frac{\sinh \frac{\pi(z_{c_i} - z_j)}{t}}{\sinh \frac{\pi(z_{c_i} - z_{j+1})}{t}} \right]. \quad (2.97)$$

A metodologia para a solução da equação (2.97) é idêntica à metodologia aplicada na solução apresentada para a equação (2.38) de perfis isolados, no item 2.3 deste capítulo.

O coeficiente de pressão para os casos de perfis dispostos em grades lineares será calculado com relação à velocidade de entrada do escoamento, isto é:

$$C_{p1}(x_i, y_i) = 1 - \frac{W_i^2}{W_1^2}. \quad (2.98)$$

Os coeficientes de pressão, sustentação, arrasto e momento são apresentados no Apêndice III.

## 2.6 - Testes Comparativos

Neste item, serão apresentados resultados de testes para verificar a eficácia da correção do método de Hess & Smith, descrito no item 2.4. Os resultados se referem a situações para as quais existem soluções analíticas. Serão considerados casos de perfis Joukowski (Karamcheti, 1980) e casos de perfis em grade linear (Gostelow, 1984 e Merchant e Collar, 1941).

Os resultados obtidos irão mostrar que a modificação introduzida segue a tendência já demonstrada por Girardi e Bizarro (1995), aliviando os carregamentos espúrios produzidos pelo método de Hess & Smith tradicional. Deve-se salientar que Girardi e Bizarro empregaram uma distribuição cúbica, obtendo resultados relativamente melhores, o que mostra que a escolha dessa distribuição exerce uma certa influência. Todavia, este aspecto não será essencial para o desenvolvimento da metodologia de solução do problema inverso, descrita no próximo capítulo. O mais importante será evitar irregularidades na região de bordo de fuga, principalmente se a distribuição de velocidade requerida exigir como solução perfis com bordo de fuga afilado. Neste caso o método de Hess & Smith tradicional poderia dificultar ou mesmo impedir a convergência dos resultados.

Os resultados para as distribuições de pressão  $C_p \times X$  (perfil isolado) ou  $C_{p1} \times X$  (perfil em grade) estão apresentados nas figuras 2.19 até 2.30; os resultados para os coeficientes aerodinâmicos estão apresentados nas tabelas 2.1 até 2.10. Note-se que a abcissa adimensional  $X$  é tomada sobre a corda dos perfis de maneira que  $X = 0$  represente o bordo de ataque e  $X = 1$  o bordo de fuga.

**Perfis Isolados** - Foram considerados 10 casos de perfis Joukowski (Karamcheti, 1980), variando os parâmetros de transformação conforme indicados na figura 2.17, o ângulo de ataque e o número de painéis.

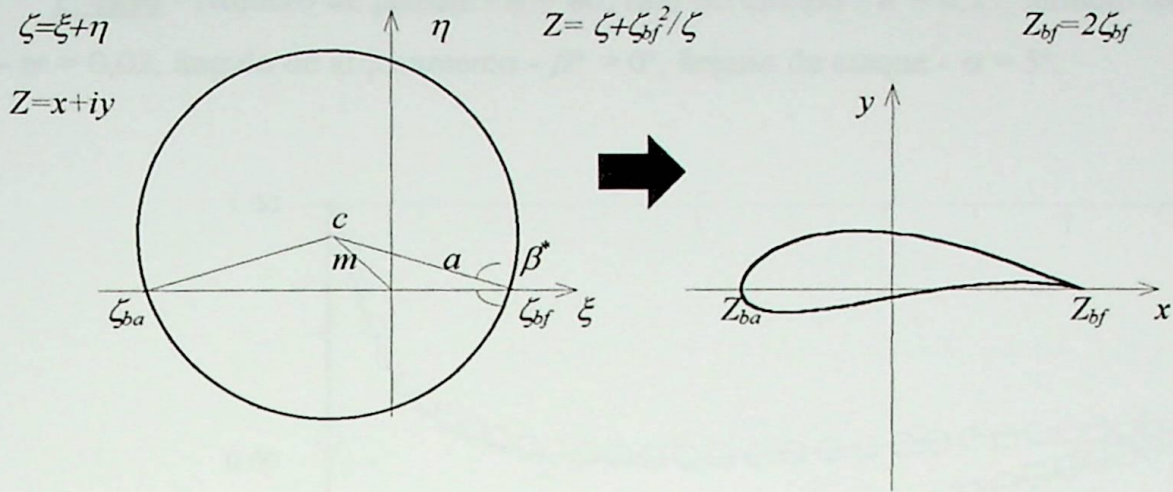


Figura 2.17 - Determinação da geometria do perfil Joukowski por transformação conforme.

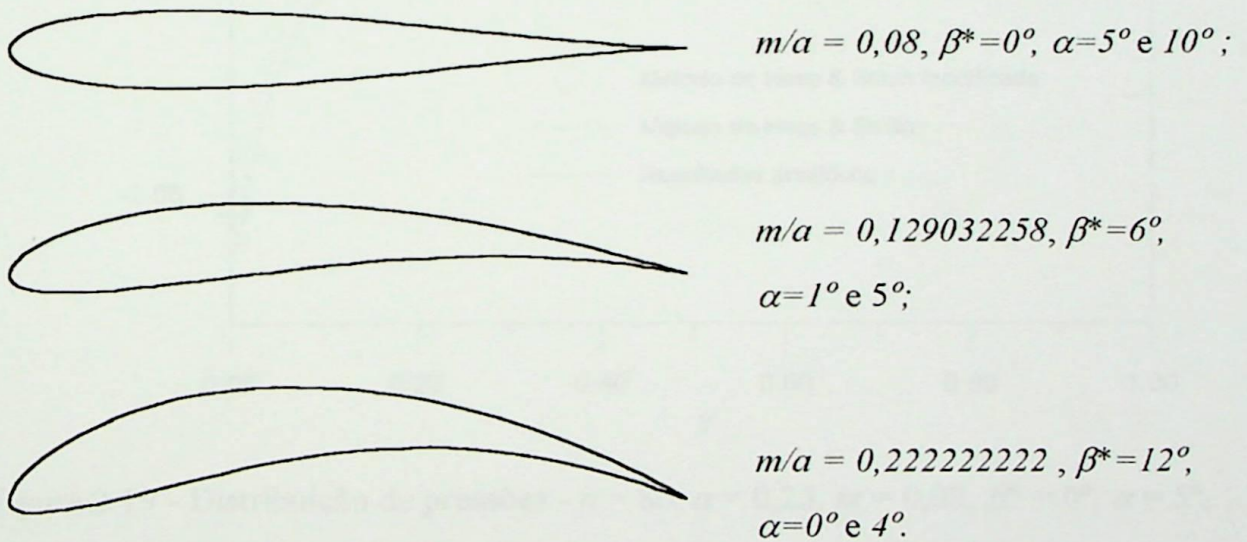


Figura 2.18 - Geometria dos perfis Joukowski utilizados.

Os parâmetros da transformação conforme são: a relação entre a excentricidade e o raio do círculo,  $m/a$ , e o ângulo de arqueamento  $\beta^*$ . Na figura 2.18 estão mostrados os esquemas dos perfis testados, juntamente com os parâmetros geométricos e os ângulos de ataque.

**1º caso** - Número de painéis -  $n = 80$ , raio do círculo -  $a = 0,25$ , módulo da excentricidade -  $m = 0,02$ , ângulo de arqueamento -  $\beta^* = 0^\circ$ , ângulo de ataque -  $\alpha = 5^\circ$ .

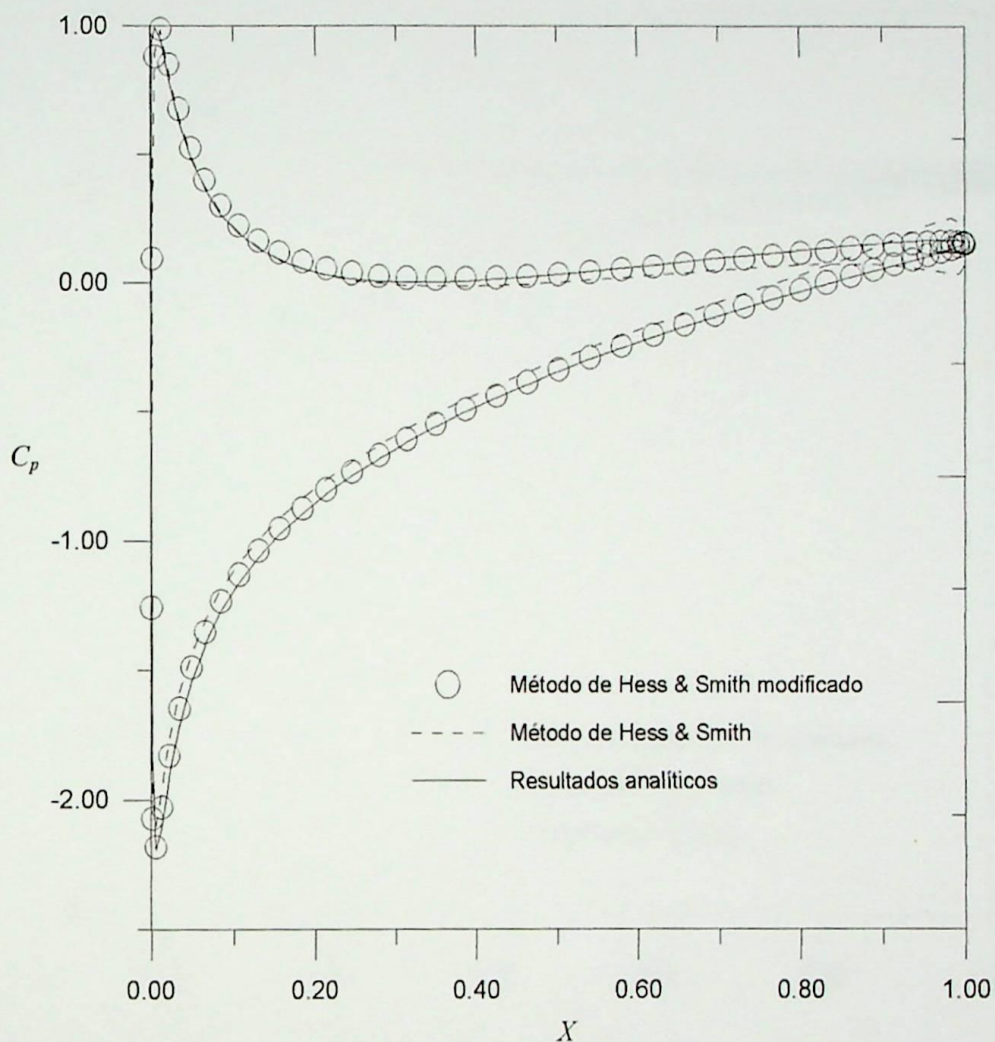


Figura 2.19 - Distribuição de pressões -  $n = 80$ ,  $a = 0,25$ ,  $m = 0,02$ ,  $\beta^* = 0^\circ$ ,  $\alpha = 5^\circ$ .

Resultados Numéricos	Coefficiente de Sustentação	Coefficiente de Momento	Coefficiente de Arrasto
Método de Hess & Smith Modificado	0,61245	0,15684	0,00242
Método de Hess & Smith	0,52060	0,10223	-0,00315
Resultados Analíticos	0,59143	0,14910	0

Tabela 2.1 - Resultados do perfil Joukowsky -  $n = 80$ ,  $a = 0,25$ ,  $m = 0,02$ ,  $\beta^* = 0^\circ$ ,  $\alpha = 5^\circ$ .

**2º caso** - Número de painéis -  $n = 80$ , raio do círculo -  $a = 0,25$ , módulo da excentricidade -  $m = 0,02$ , ângulo de arqueamento -  $\beta^* = 0^\circ$ , ângulo de ataque -  $\alpha = 10^\circ$ .

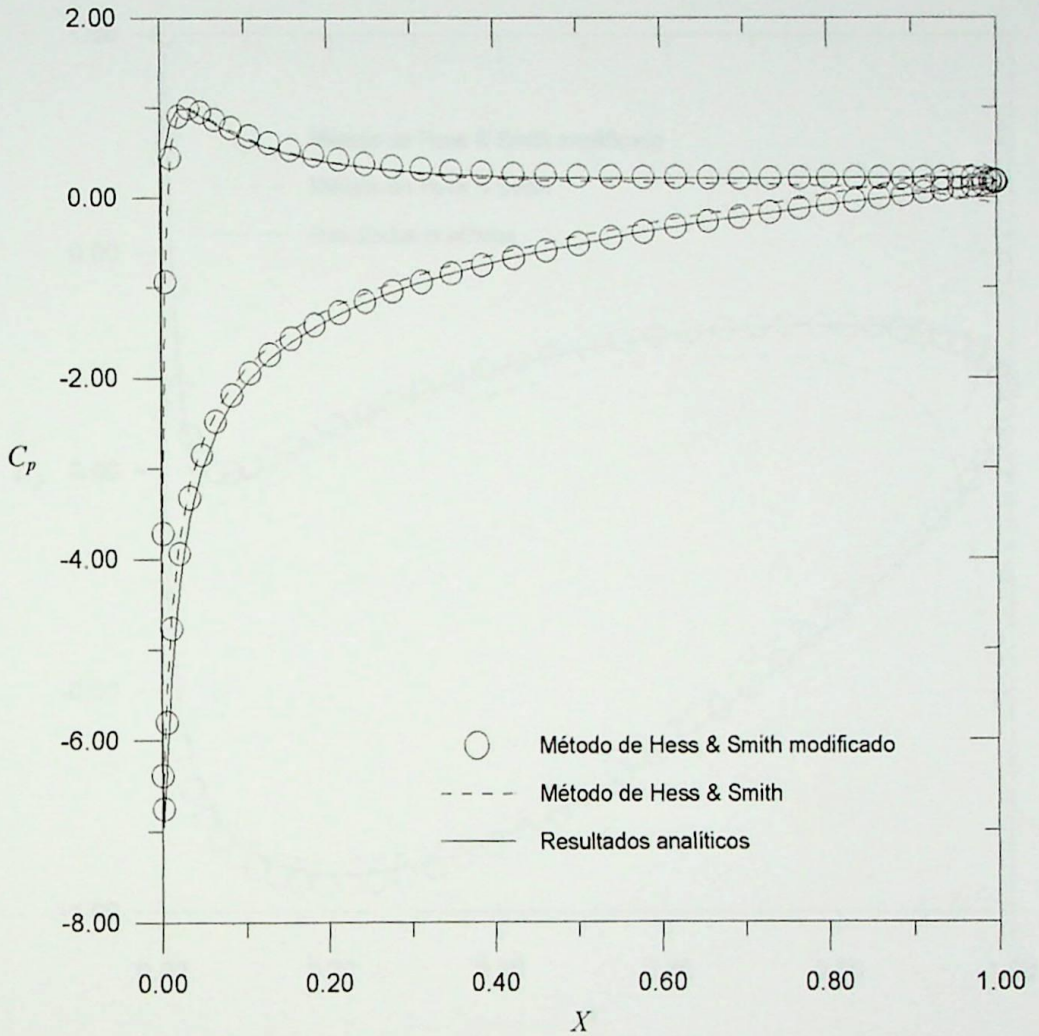


Figura 2.20 - Distribuição de pressões -  $n = 80$ ,  $a = 0,25$ ,  $m = 0,02$ ,  $\beta^* = 0^\circ$ ,  $\alpha = 10^\circ$ .

Resultados Numéricos	Coefficiente de Sustentação	Coefficiente de Momento	Coefficiente de Arrasto
Método de Hess & Smith Modificado	1,21921	0,30892	0,00815
Método de Hess & Smith	1,03911	0,20135	-0,01371
Resultados Analíticos	1,17835	0,29368	0

Tabela 2.2 - Resultados do perfil Joukowski -  $n = 80$ ,  $a = 0,25$ ,  $m = 0,02$ ,  $\beta^* = 0^\circ$ ,  $\alpha = 10^\circ$ .

**3º caso** - Número de painéis -  $n = 80$ , raio do círculo -  $a = 0,155$ , módulo da excentricidade -  $m = 0,02$ , ângulo de arqueamento -  $\beta^* = 6^\circ$ , ângulo de ataque -  $\alpha = 1^\circ$ .

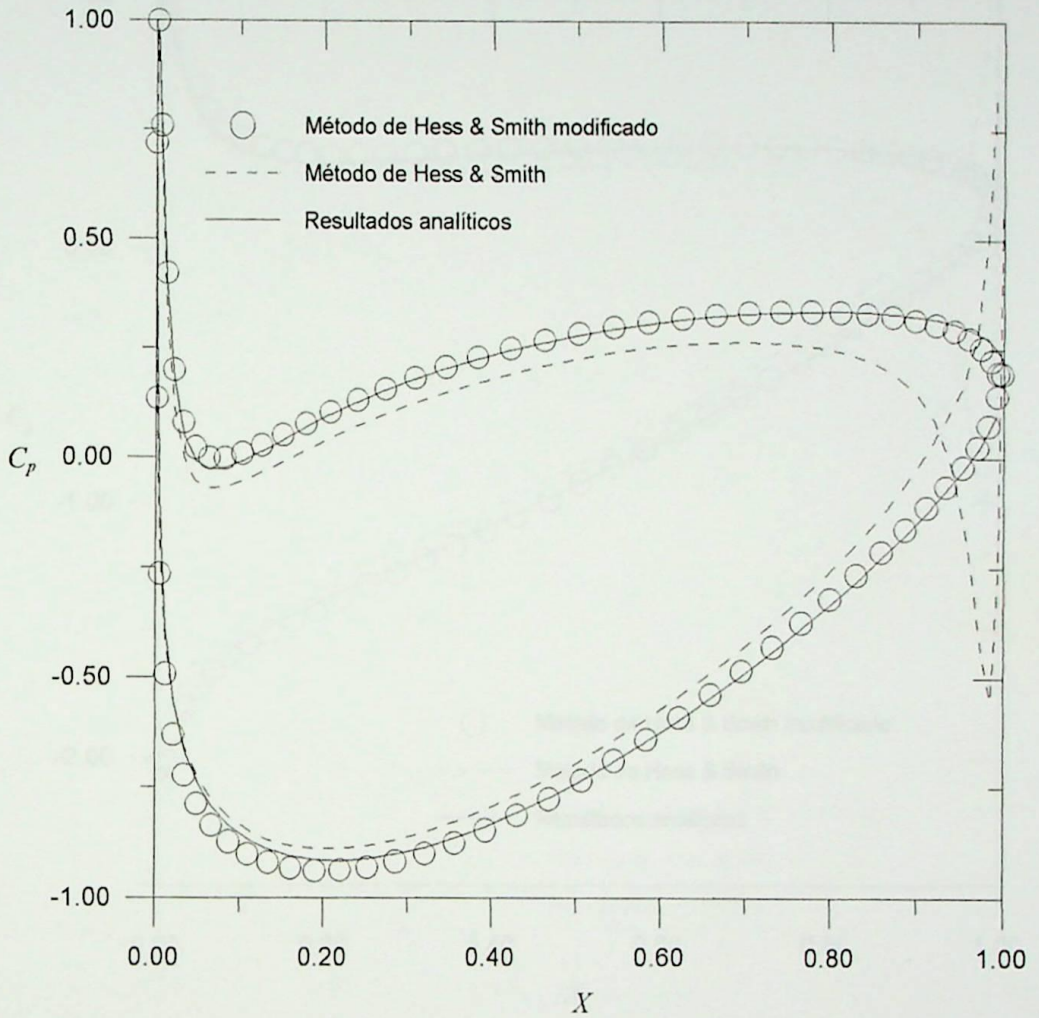


Figura 2.21 - Distribuição de pressões -  $n = 80$ ,  $a = 0,155$ ,  $m = 0,02$ ,  $\beta^* = 6^\circ$ ,  $\alpha = 1^\circ$ .

Resultados Numéricos	Coefficiente de Sustentação	Coefficiente de Momento	Coefficiente de Arrasto
Presentes			1
Resultados Modificado	0,85854	0,38333	-0,00052
Método de Hess & Smith	0,68431	0,26963	-0,01254
Resultados Analíticos	0,82851	0,37295	0

Tabela 2.3 - Resultados do perfil Joukowski -  $n = 80$ ,  $a = 0,155$ ,  $m = 0,02$ ,  $\beta^* = 6^\circ$ ,  $\alpha = 1^\circ$ .

**4º caso** - Número de painéis -  $n = 80$ , raio do círculo -  $a = 0,155$ , módulo da excentricidade -  $m = 0,02$ , ângulo de arqueamento -  $\beta^* = 6^\circ$ , ângulo de ataque -  $\alpha = 5^\circ$ .

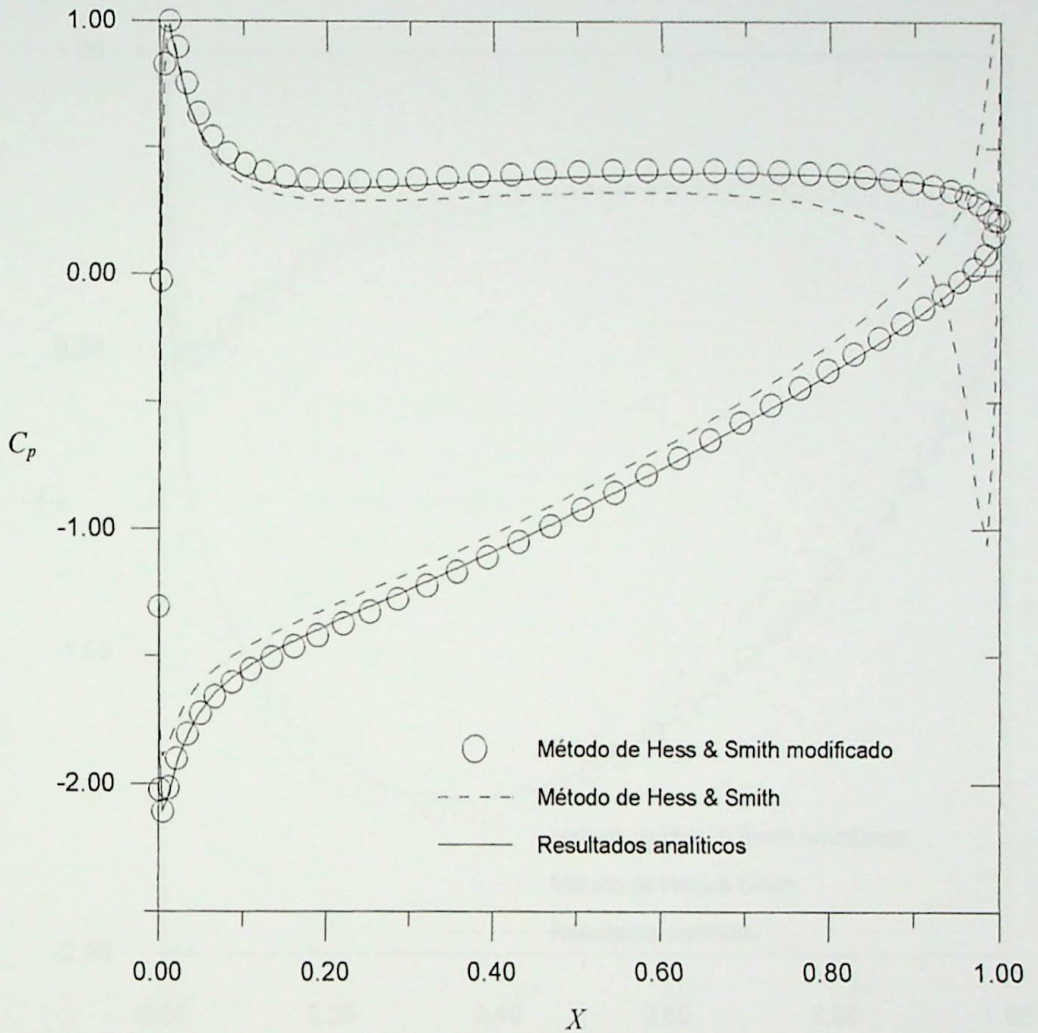


Figura 2.22 - Distribuição de pressões -  $n = 80$ ,  $a = 0,155$ ,  $m = 0,02$ ,  $\beta^* = 6^\circ$ ,  $\alpha = 5^\circ$ .

Resultados Numéricos	Coefficiente de Sustentação	Coefficiente de Momento	Coefficiente de Arrasto
Método de Hess & Smith Modificado	1,34392	0,50843	-0,00230
Método de Hess & Smith	1,07564	0,33046	-0,02935
Resultados Analíticos	1,29719	0,49181	0

Tabela 2.4 - Resultados do perfil Joukowski -  $n = 80$ ,  $a = 0,155$ ,  $m = 0,02$ ,  $\beta^* = 6^\circ$ ,  $\alpha = 5^\circ$ .

**5º caso** - Número de painéis -  $n = 80$ , raio do círculo -  $a = 0,09$ , módulo da excentricidade -  $m = 0,02$ , ângulo de arqueamento -  $\beta^* = 12^\circ$ , ângulo de ataque -  $\alpha = 0^\circ$ .

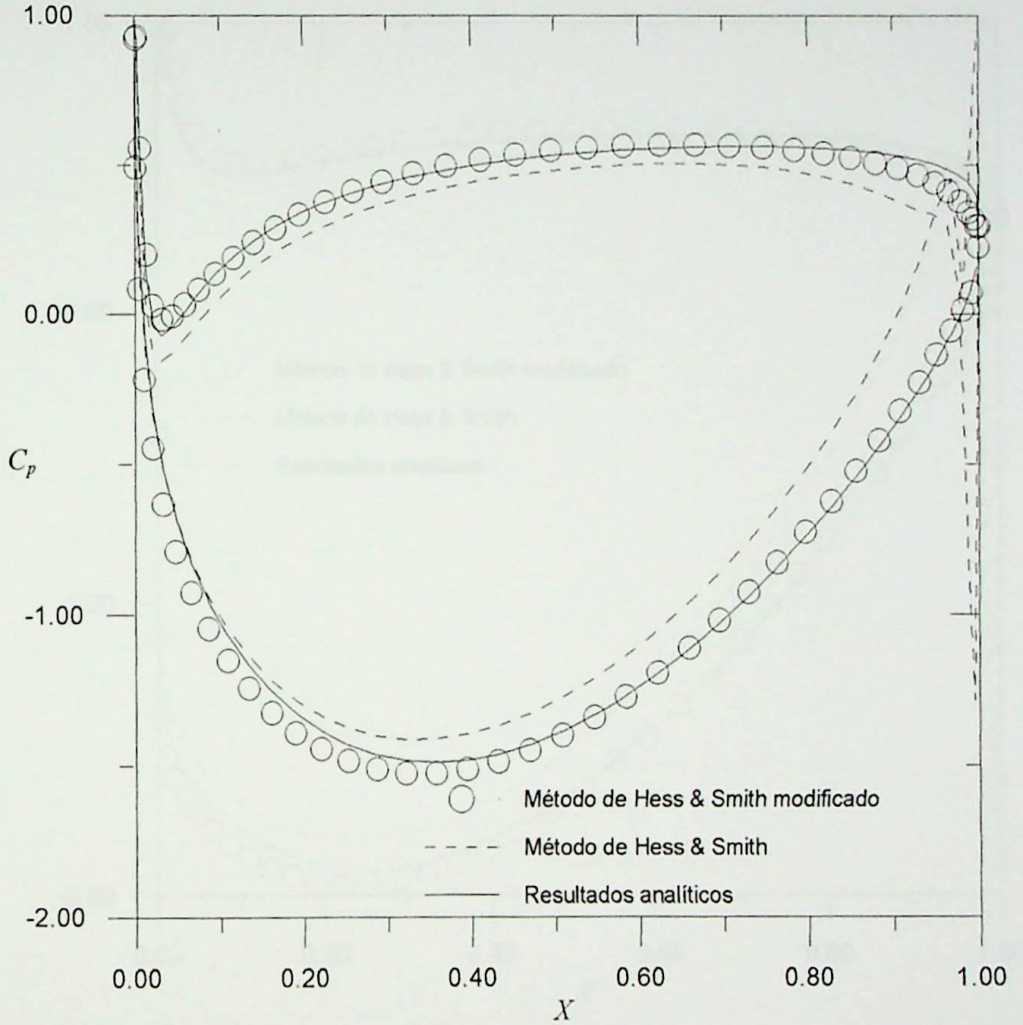


Figura 2.23 - Distribuição de pressões -  $n = 80$ ,  $a = 0,09$ ,  $m = 0,02$ ,  $\beta^* = 12^\circ$ ,  $\alpha = 0^\circ$ .

Resultados Numéricos	Coefficiente de Sustentação	Coefficiente de Momento	Coefficiente de Arrasto
Método de Hess & Smith Modificado	1,49711	0,71431	-0,00434
Método de Hess & Smith	1,22925	0,55099	-0,03631
Resultados Analíticos	1,44265	0,69472	0

Tabela 2.5 - Resultados do perfil Joukowski -  $n = 80$ ,  $a = 0,09$ ,  $m = 0,02$ ,  $\beta^* = 12^\circ$ ,  $\alpha = 0^\circ$ .

**6º caso** - Número de painéis -  $n = 80$ , raio do círculo -  $a = 0,09$ , módulo da excentricidade -  $m = 0,02$ , ângulo de arqueamento -  $\beta^* = 12^\circ$ , ângulo de ataque -  $\alpha = 4^\circ$ .

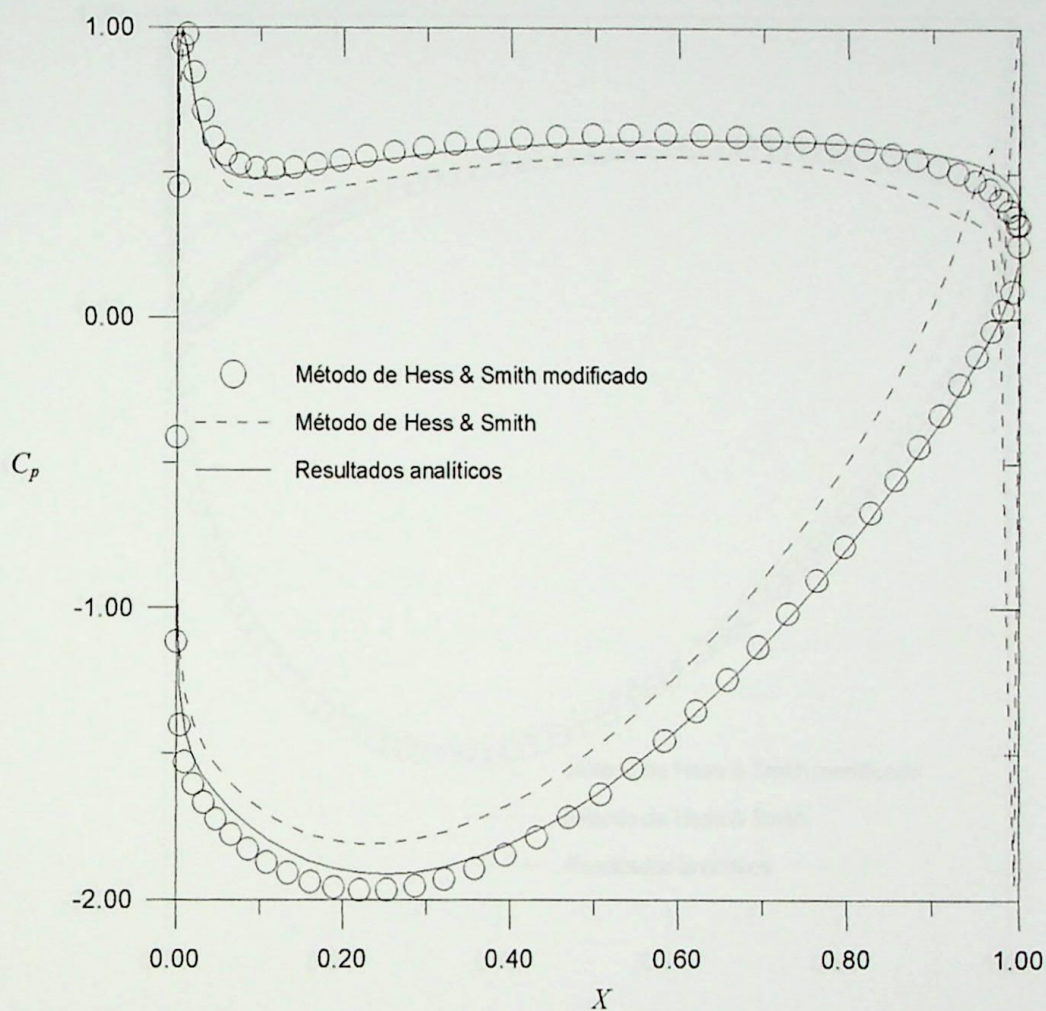


Figura 2.24 - Distribuição de pressões -  $n = 80$ ,  $a = 0,09$ ,  $m = 0,02$ ,  $\beta^* = 12^\circ$ ,  $\alpha = 4^\circ$ .

Resultados Numéricos	Coefficiente de Sustentação	Coefficiente de Momento	Coefficiente de Arrasto
Método de Hess & Smith Modificado	1,98104	0,84362	-0,00166
Método de Hess & Smith	1,63216	0,62757	-0,05947
Resultados Analíticos	1,91259	0,81853	0

Tabela 2.6 - Resultados do perfil Joukowski -  $n = 80$ ,  $a = 0,09$ ,  $m = 0,02$ ,  $\beta^* = 12^\circ$ ,  $\alpha = 4^\circ$ .

**7º caso** - Número de painéis -  $n = 160$ , raio do círculo -  $a = 0,09$ , módulo da excentricidade -  $m = 0,02$ , ângulo de arqueamento -  $\beta^* = 12^\circ$ , ângulo de ataque -  $\alpha = 0^\circ$ .

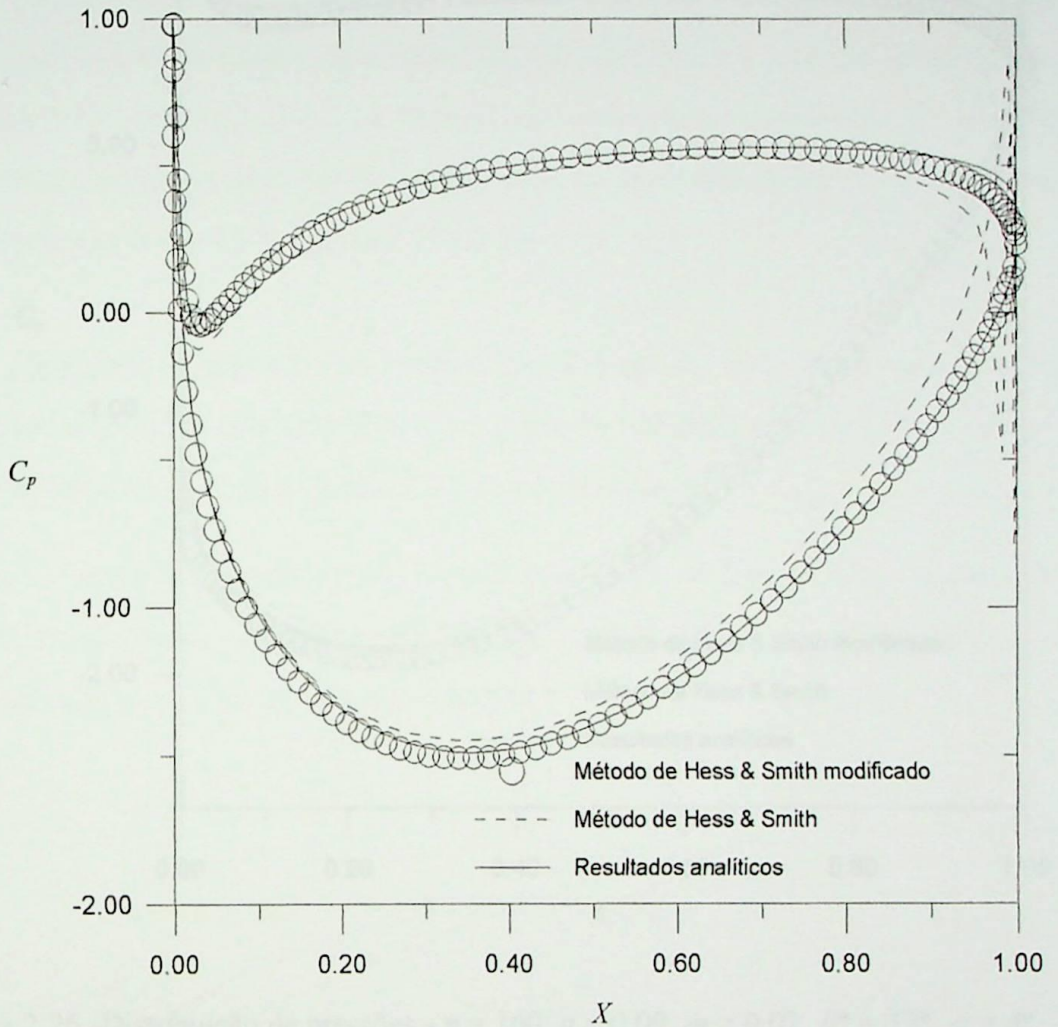


Figura 2.25 - Distribuição de pressões -  $n = 160$ ,  $a = 0,09$ ,  $m = 0,02$ ,  $\beta^* = 12^\circ$ ,  $\alpha = 0^\circ$ .

Resultados Numéricos	Coefficiente de Sustentação	Coefficiente de Momento	Coefficiente de Arrasto
Método de Hess & Smith Modificado	1,47096	0,70504	-0,00220
Método de Hess & Smith	1,30940	0,60137	-0,02535
Resultados Analíticos	1,44265	0,69472	0

Tabela 2.7 - Resultados do perfil Joukowski -  $n = 160$ ,  $a = 0,09$ ,  $m = 0,02$ ,  $\beta^* = 12^\circ$ ,  $\alpha = 0^\circ$ .

**8º caso** - Número de painéis -  $n = 160$ , raio do círculo -  $a = 0,09$ , módulo da excentricidade -  $m = 0,02$ , ângulo de arqueamento -  $\beta^* = 12^\circ$ , ângulo de ataque -  $\alpha = 4^\circ$ .

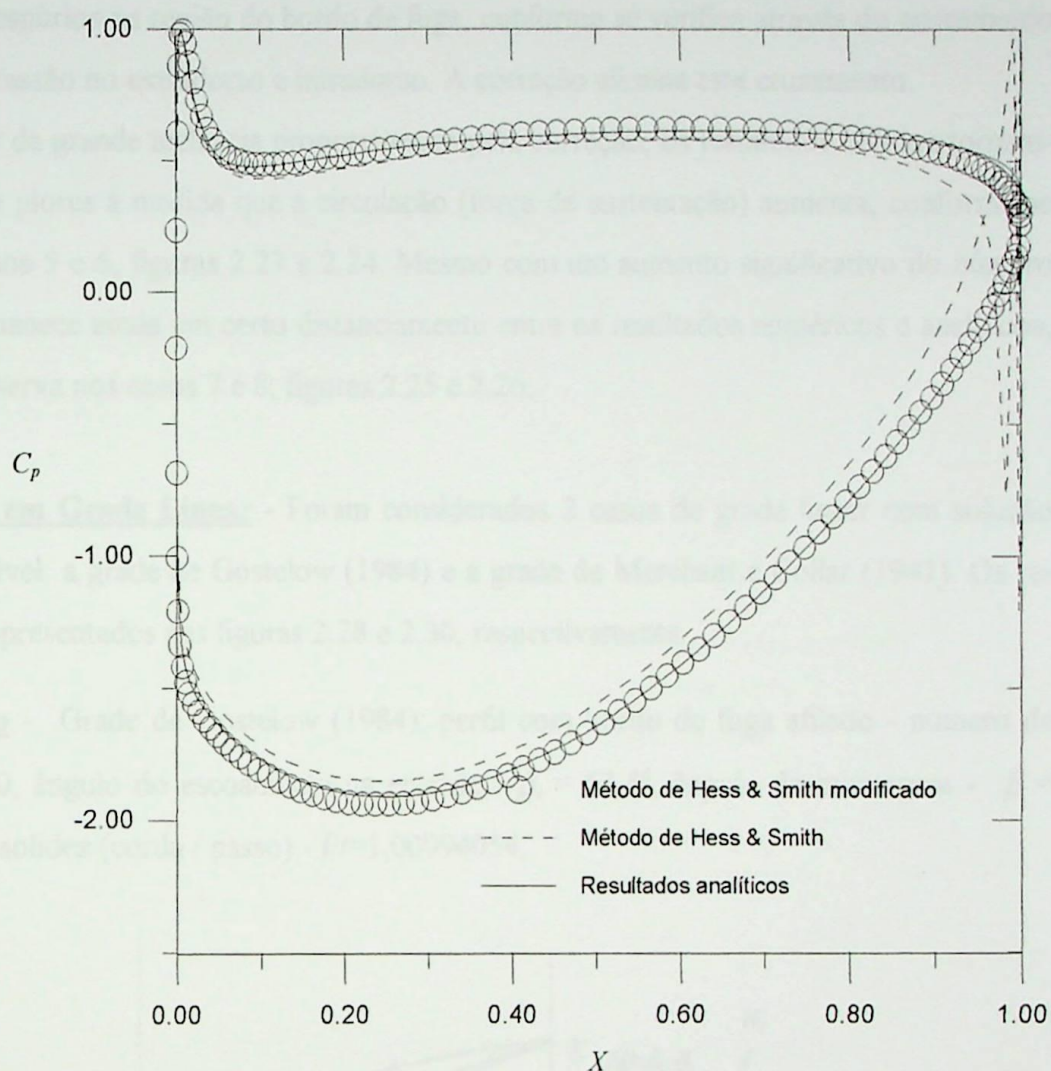


Figura 2.26 -Distribuição de pressões -  $n = 160$ ,  $\alpha = 0,09$ ,  $m = 0,02$ ,  $\beta^* = 12^\circ$ ,  $\alpha = 4^\circ$ .

Resultados Numéricos	Coefficiente de Sustentação	Coefficiente de Momento	Coefficiente de Arrasto
Método de Hess & Smith Modificado	1,94778	0,83157	-0,00090
Método de Hess & Smith	1,73805	0,69470	-0,04050
Resultados Analíticos	1,91259	0,81853	0

Tabela 2.8 - Resultados do perfil Joukowski -  $n = 160$ ,  $\alpha = 0,09$ ,  $m = 0,02$ ,  $\beta^* = 12^\circ$ ,  $\alpha = 4^\circ$ .

**Comentários sobre os testes de perfil isolado** - Em todos os casos testados, o efeito da correção no método de Hess & Smith foi altamente benéfico, principalmente na região do

bordo de fuga dos perfis; o método de Hess & Smith sem correção sempre conduziu a grandes carregamentos espúrios na região do bordo de fuga, conforme se verifica através do cruzamento das curvas de pressão no extradorso e intradorso. A correção elimina este cruzamento.

Apesar da grande melhoria proporcionada pela correção, os resultados obtidos tornam-se relativamente piores à medida que a circulação (força de sustentação) aumenta, conforme se observa nos casos 5 e 6, figuras 2.23 e 2.24. Mesmo com um aumento significativo do número de painéis, permanece ainda um certo distanciamento entre os resultados numéricos e analíticos, conforme se observa nos casos 7 e 8, figuras 2.25 e 2.26.

**Perfis em Grade Linear** - Foram considerados 2 casos de grade linear com solução analítica disponível: a grade de Gostelow (1984) e a grade de Merchant e Collar (1941). Os resultados estão apresentados nas figuras 2.28 e 2.30, respectivamente.

**1º caso** - Grade de Gostelow (1984): perfil com bordo de fuga afilado - número de painéis -  $n = 80$ , ângulo do escoamento na entrada -  $\beta_1 = 53,5^\circ$ , ângulo de montagem -  $\beta = 37,5^\circ$ , razão de solidez (corda / passo) -  $l/t = 1,00994054$ .

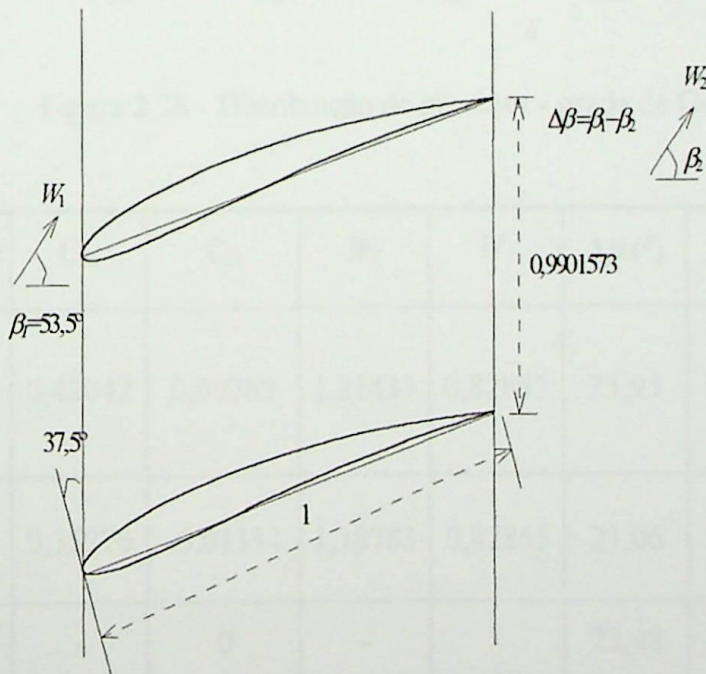


Figura 2.27 - Grade de Gostelow (1984): perfil com bordo de fuga afilado,

$$n = 80, \beta_1 = 53,5^\circ, \beta = 37,5^\circ, l/t = 1,00994054.$$

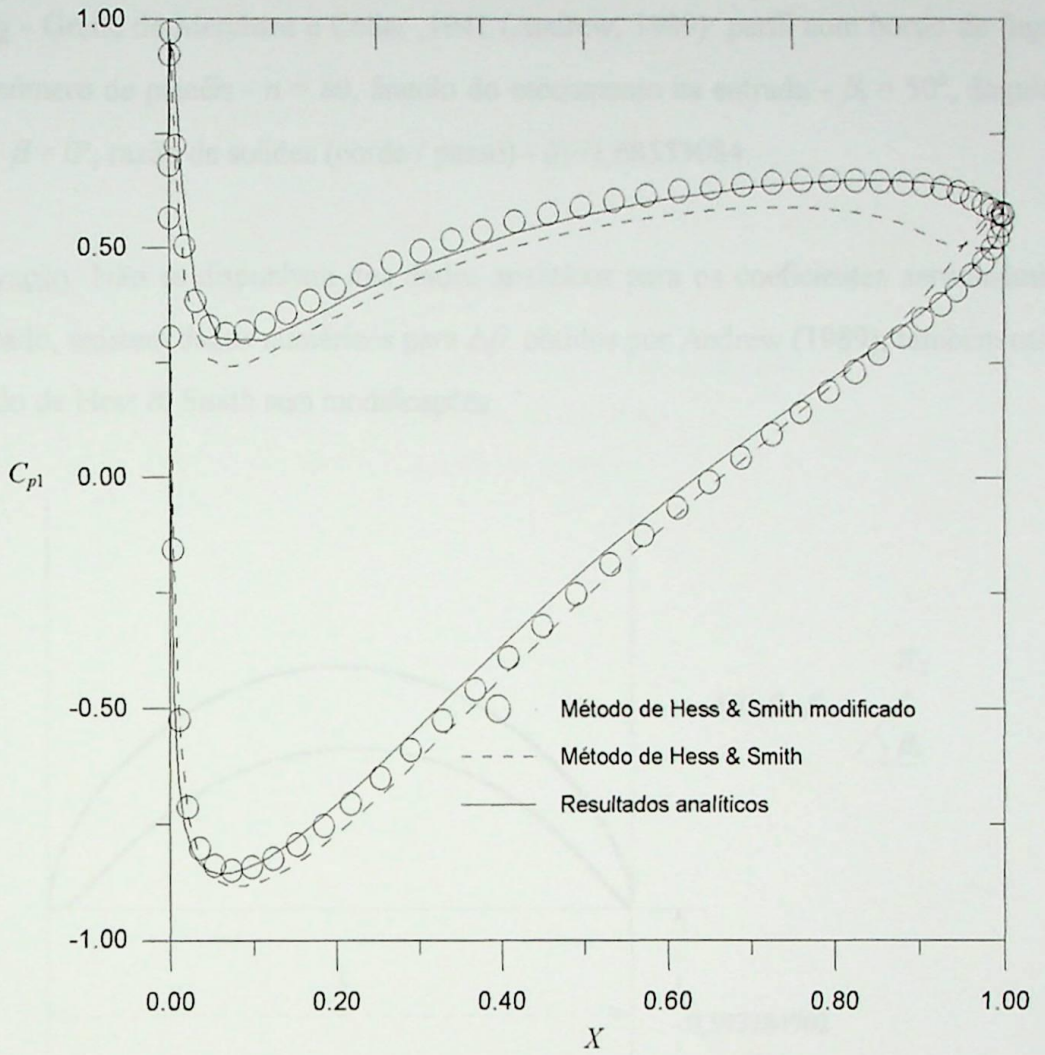


Figura 2.28 - Distribuição de pressões - grade de Gostelow.

Resultados Numéricos	$C_L$	$C_M$	$C_D$	$W_1$	$W_2$	$\Delta\beta$ (°)	$\beta_1$ (°)	$\beta_2$ (°)	$\frac{\Gamma}{tW_\infty}$
Método de Hess & Smith Modificado	1,12645	0,42042	0,00269	1,21433	0,82855	23,95	53,65	29,70	0,5676
Método de Hess & Smith	1,00454	0,35276	-0,01334	1,18783	0,82855	21,06	52,71	31,65	0,5014
Resultados Analíticos	-	-	0	-	-	23,48	53,5	30,02	-

Tabela 2.9 - Resultados da grade de Gostelow.

**2º caso** - Grade de Merchant e Collar ,1941 (Andrew, 1989): perfil com bordo de fuga arredondado - número de painéis -  $n = 80$ , ângulo do escoamento na entrada -  $\beta_1 = 50^\circ$ , ângulo de montagem -  $\beta = 0^\circ$ , razão de solidez (corda / passo) -  $l/t=1,68553084$ .

**Observação:** Não se dispunham dos dados analíticos para os coeficientes aerodinâmicos; por outro lado, existem dados numéricos para  $\Delta\beta$  obtidos por Andrew (1989), também utilizando o método de Hess & Smith sem modificações.

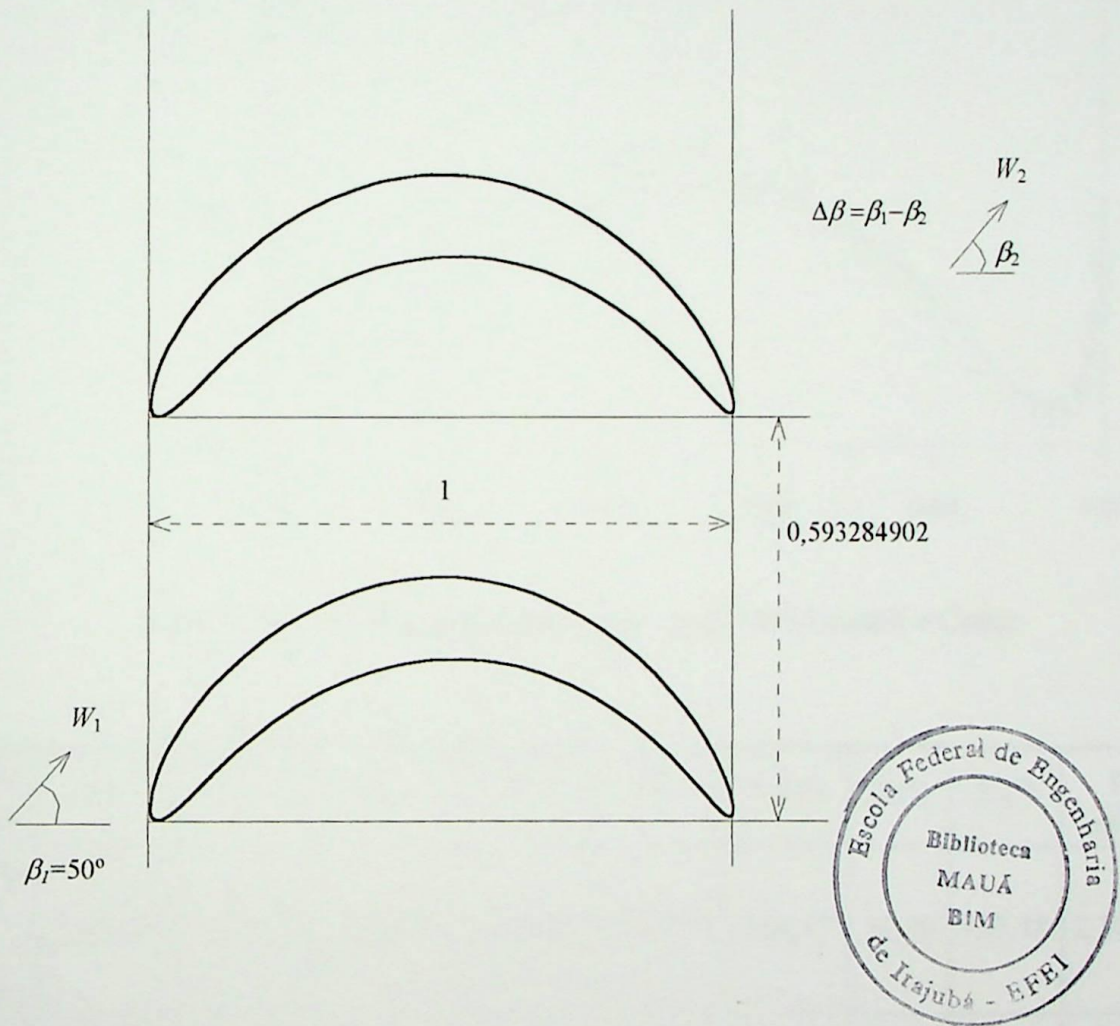


Figura 2.29 - Grade de Merchant e Collar (1941): perfis com bordo de fuga arredondado,  $\beta_1 = 50^\circ$ ,  $\beta = 0^\circ$ ,  $l/t=1,68553084$ .

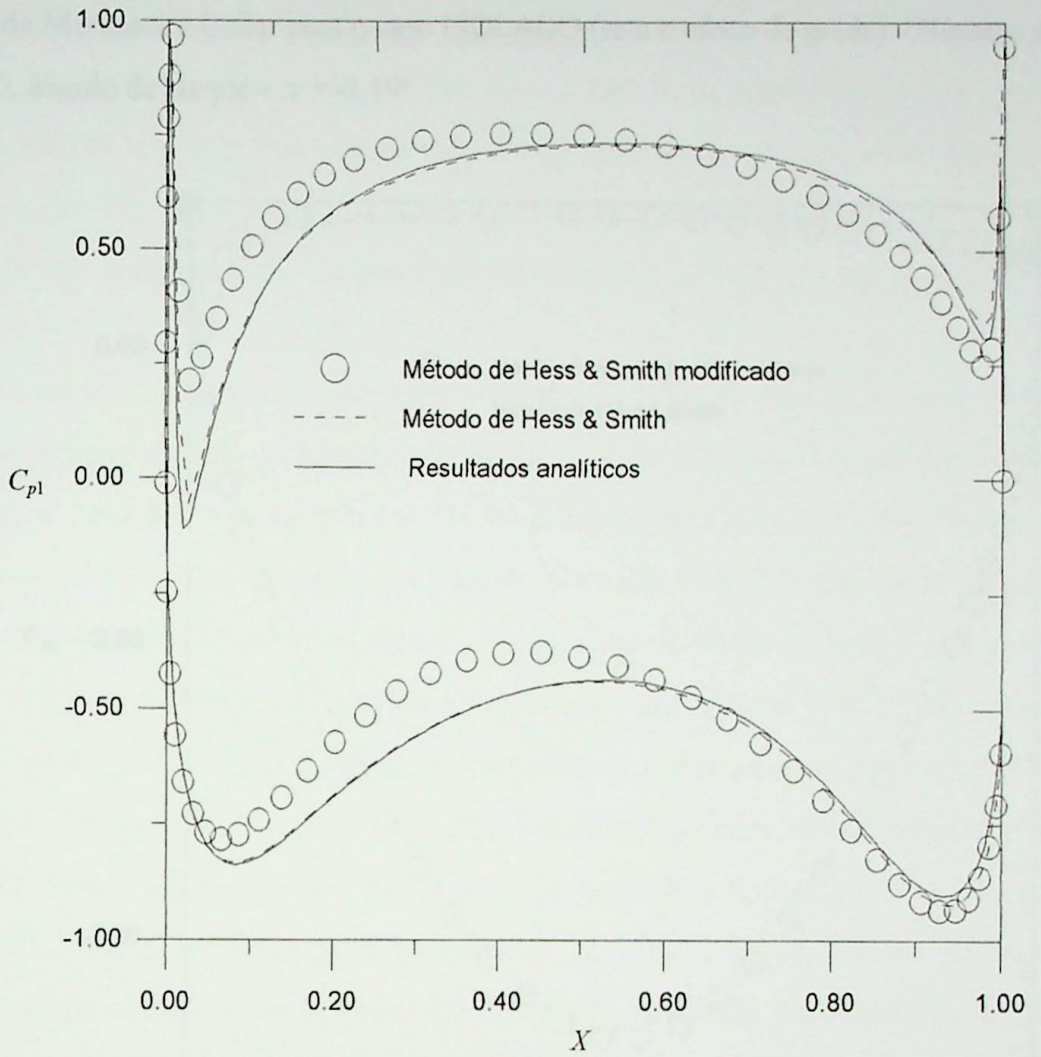


Figura 2.30 - Distribuição de pressões - grade de Merchant e Collar.

Resultados Numéricos	$C_L$	$C_M$	$C_D$	$W_1$	$W_2$	$\Delta\beta(^{\circ})$	$\beta_1(^{\circ})$	$\beta_2(^{\circ})$	$\frac{\Gamma}{tW_{\infty}}$
Método de Hess & Smith Modificado	3,07686	1,53156	-0,05771	1,58967	1,67774	104,57	51,09	-53,48	2,5853
Método de Hess & Smith	2,98283	1,51716	0,00258	1,55783	1,64481	102,77	50,14	-52,63	2,5029
Resultados de Andrew (1989)	-	-	-	-	-	102,5	50	-52,5	-

Tabela 2.10 - Resultados da grade de Merchant e Collar.

Perfil de Merchant e Collar para o caso ISOLADO (sem o efeito de grade) - Número de painéis -  $n = 80$ , ângulo de ataque -  $\alpha = -3,19^\circ$ .

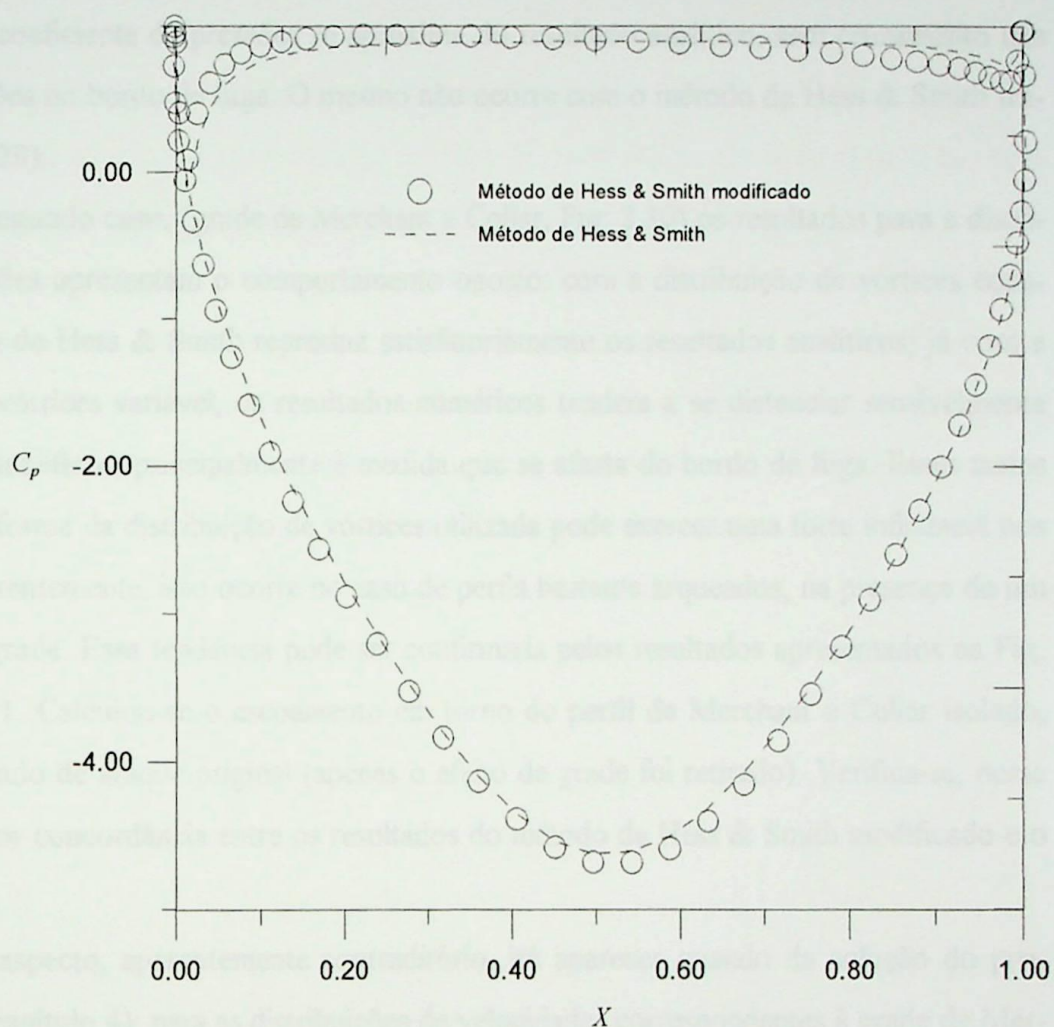


Figura 2.31 -Distribuição de pressões - Merchant e Collar para o caso isolado.

Resultados Numéricos	Coefficiente de Sustentação	Coefficiente de Momento	Coefficiente de Arrasto
Método de Hess & Smith Modificado	4,00972	2,01586	-0,06994
Método de Hess & Smith	3,96100	2,01334	-0,00087

Tabela 2.11 - Resultados do perfil de Merchant e Collar para o caso isolado.

**Comentários sobre os testes de grades lineares** - Pode-se observar que, no primeiro caso (grade de Gostelow, Fig. 2.28), os resultados obtidos com a correção para suavizar o carregamento na região de bordo de fuga são tão satisfatórios quanto nos casos de perfil isolado: a distribuição do coeficiente de pressões se aproxima do resultado analítico, sem cruzamento das curvas de pressões no bordo de fuga. O mesmo não ocorre com o método de Hess & Smith tradicional (Fig. 2.28).

Já no segundo caso, (grade de Merchant e Collar, Fig. 2.30) os resultados para a distribuição de pressões apresentam o comportamento oposto: com a distribuição de vórtices constante, o método de Hess & Smith reproduz satisfatoriamente os resultados analíticos; já com a distribuição de vórtices variável, os resultados numéricos tendem a se distanciar sensivelmente dos resultados analíticos, principalmente à medida que se afasta do bordo de fuga. Esses testes mostram que a forma da distribuição de vórtices utilizada pode exercer uma forte influência nos resultados. Aparentemente, isso ocorre no caso de perfis bastante arqueados, na presença de um forte efeito de grade. Essa tendência pode ser confirmada pelos resultados apresentados na Fig. 2.31 e Tab. 2.11. Calculou-se o escoamento em torno do perfil de Merchant e Collar isolado, mantendo o ângulo de ataque original (apenas o efeito de grade foi retirado). Verifica-se, nesse caso, uma melhor concordância entre os resultados do método de Hess & Smith modificado e o tradicional.

Outro aspecto, aparentemente contraditório, irá aparecer quando da solução do problema inverso (capítulo 4): para as distribuições de velocidades correspondentes à grade de Merchant e Collar (1941), o método de Hess & Smith modificado será capaz de obter uma solução convergente, ao contrário do método de Hess & Smith tradicional. Logo, suavidade da distribuição de vórtices na região de bordo de fuga é um aspecto essencial para a utilização do método de Hess & Smith no modo inverso (ou de outros métodos que empregam distribuições de vórtices).

Os resultados acima podem estar relacionados à simetria da distribuição de vórtices em relação ao ponto de estagnação na região do bordo de ataque. O valor máximo da função senooidal aqui utilizada (Eq. 2.70) é estipulado sempre na coordenada natural  $s = 1/2$ , e não no ponto de estagnação (em princípio, desconhecido). Nos casos de perfis simétricos e pouco arqueados, não há grandes divergências, pois o ponto de estagnação está muito próximo desta coordenada, não ocasionando grandes problemas; mas em casos de perfis com um certo grau de arqueamento, e ainda, com o efeito de grade, o ponto de estagnação poderá se afastar bastante da coorde-

nada natural  $s = 1/2$ . Logo, a função  $F(s)$  (Eq. 2.70) nem sempre irá representar a distribuição de vórtices apropriada para o cálculo do escoamento, podendo induzir perturbações indesejáveis.

A conclusão mais importante é que a escolha da forma da distribuição de vórtices a ser utilizada no método de Hess & Smith envolve aspectos que devem ser melhor investigados. Esses aspectos, apesar de importantes, não serão mais tratados neste trabalho.

O interesse aqui é utilizar o método de Hess & Smith no modo inverso, isto é, como módulo básico para cálculo do escoamento potencial, dentro de uma metodologia iterativa para determinação da geometria do perfil que atenda a uma distribuição de velocidades requerida. Sob esse aspecto, o mais importante é que o módulo básico seja capaz de prever o campo de escoamento em torno dos perfis sem a ocorrência de carregamentos espúrios no bordo de fuga. O método de Hess & Smith com a distribuição de vórtices variável, segundo (2.70), atende a essa exigência e, portanto, será empregado em todos os casos de teste apresentados no capítulo 4, para a validação do método inverso apresentado no próximo capítulo.

## CAPÍTULO 3

### DESENVOLVIMENTO DO MÉTODO INVERSO

#### 3.1 - Introdução

O problema inverso tratado neste trabalho consiste em determinar a geometria do perfil aerodinâmico isolado ou em grade linear, atendendo a uma distribuição de velocidades requerida no contorno. O método numérico proposto para a solução do problema é iterativo, utilizando para o cálculo do escoamento potencial o método dos painéis descrito no capítulo 2, (com a correção para suavizar o carregamento no bordo de fuga). A cada etapa iterativa, o método calcula uma nova geometria, de forma que a distribuição de velocidade calculada convirja para a distribuição de velocidades requerida.

O método a ser apresentado neste capítulo, tomou como base o procedimento proposto por Murugesan e Raily (1969). Esse procedimento utiliza apenas o método das singularidades para realizar as iterações, evitando o emprego de métodos de otimização e de métodos de solução de sistemas de equações não-lineares, tais como o método de Newton-Raphson.

#### 3.2 - Descrição do Método Inverso de Murugesan e Raily (1969)

No método de Murugesan e Raily, os cálculos iniciam a partir de uma dada geometria inicial e da distribuição de velocidades tangenciais desejada sobre o contorno da solução (denominada neste trabalho, velocidade requerida,  $V_r$ ), para um certo ângulo de ataque.

O procedimento iterativo para a solução do problema consiste em obter, em cada etapa iterativa, uma distribuição de velocidades normais sobre o contorno do perfil aproximado, que serve de critério para a modificação da geometria para a próxima etapa. A modificação é feita de maneira a anular a velocidade normal e fazer com que a velocidade calculada (velocidade analisada,  $Va$ ) convirja para a velocidade requerida.

A distribuição de velocidades normais,  $Vn$ , é calculada pela indução de uma distribuição de vórtices sobre o contorno, cuja a intensidade é dada pela diferença entre a velocidade requerida e a velocidade analisada.

$$\gamma(s) = Vr(s) - Va(s). \quad (3.1)$$

As novas coordenadas de um ponto nodal,  $m$ ,  $(X_m, Y_m)$  são calculadas a partir das coordenadas atuais  $(x_m, y_m)$  a partir das seguintes fórmulas:

$$X_m = X_1 + x_m - x_1 - \frac{1}{2} \sum_{i=2}^m \left[ \left( \frac{dn}{ds} \right)_i + \left( \frac{dn}{ds} \right)_{i-1} \right] (s_i - s_{i-1}) \left( \frac{dy}{ds} \right)_i, \quad (3.2)$$

$$Y_m = Y_1 + y_m - y_1 - \frac{1}{2} \sum_{i=2}^m \left[ \left( \frac{dn}{ds} \right)_i + \left( \frac{dn}{ds} \right)_{i-1} \right] (s_i - s_{i-1}) \left( \frac{dx}{ds} \right)_i,$$

onde:

$$\frac{dn}{ds} = \frac{Vn}{Vr};$$

$x, y$  são as coordenadas dos pontos extremos do painel na iteração atual;

$X, Y$  são as coordenadas dos pontos extremos do painel após uma iteração;

$s$  é a coordenada natural do perfil;

$m$  é o ponto nodal.

A convergência da geometria se dá quando a distribuição da velocidades analisada se iguala à distribuição da velocidades requerida, isto é,  $\gamma(s)=0$ . O método de Murugesan e Railyly tem a característica de calcular todo os dados em função do ponto de estagnação na região do bordo de ataque, (o calculo é feito a partir do bordo de ataque para o lado de pressão e para o lado de sucção, Fig. 3.1). Logo, a cada etapa iterativa, deve-se determinar o ponto de estagnação, para que o método possa calcular as novas coordenadas em ambos os lados.

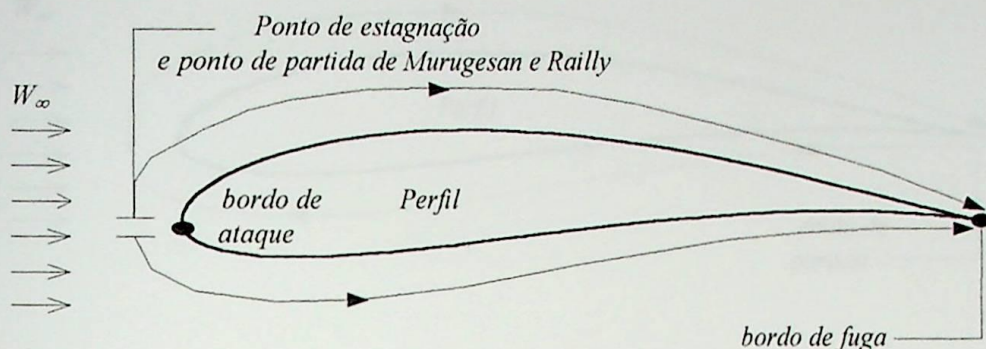


Figura 3.1 - Esquema de partida de Murugesan e Raily.

### 3.3 - Descrição do Método Inverso Proposto

No método proposto no presente trabalho, os dados fornecidos para o cálculo da nova geometria serão os mesmos que os citados anteriormente, isto é, a distribuição de velocidades em função da coordenada natural do perfil,  $s$ , o ângulo de ataque,  $\alpha$ , do escoamento em relação ao eixo de abscissas que deverá conter a corda do perfil desejado (perfil isolado) ou em relação à direção axial da grade linear,  $\beta_\infty$ . A partir de uma geometria inicial, o método se desenvolve numa linha semelhante à proposta por Murugesan e Raily (1969).

O método proposto, todavia, apresenta algumas características diferentes. A primeira é que o método de solução do problema direto empregado em cada etapa iterativa é o método dos painéis de Hess & Smith modificado (capítulo 2), em lugar do método de Martensen, empregado por Murugesan e Raily; a segunda diferença é que o bordo de fuga é adotado como ponto fixo no decorrer das iterações, sendo que as modificações geométricas se realizam a partir desse ponto, num percurso de sentido único, mantendo o interior do perfil à direita (Fig. 3.2). No procedimento de Murugesan e Raily, as modificações geométricas são realizadas a partir do ponto de estagnação, com percursos ao longo do extradorso e intradorso do perfil (Fig. 3.1). O método proposto evita o cálculo do ponto de estagnação, que em geral deve ser feito com muita precisão no procedimento de Murugesan e Raily. Além dessas características, o método proposto envolve um procedimento explícito para o fechamento do contorno dos perfis o qual, aparentemente, não está previsto no método de Murugesan e Raily (1969).

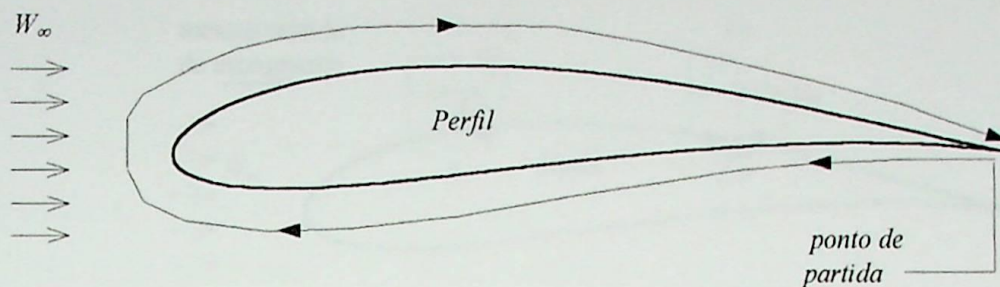


Figura 3.2 - Esquema de partida de cálculo do método proposto.

### 3.3.1 - Distribuição de Vórtices Fictícia

Em cada etapa iterativa, é efetuado um cálculo do escoamento potencial em torno do perfil, obtendo-se a distribuição de velocidades denominada velocidade analisada  $Va(s)$ . Essa distribuição é comparada com a velocidade requerida  $Vr(s)$ , permitindo calcular uma distribuição de vórtices fictícia para a geometria desejada.

Primeiramente, calcula-se uma intensidade de vórtices de referência,  $\gamma_{ref}(s)$ , da seguinte maneira:

1º - Se  $Va(s) < 0$  (sentido contrário ao escoamento):

$$\gamma_{ref}(s) = Va(s) - Vr(s). \quad (3.3)$$

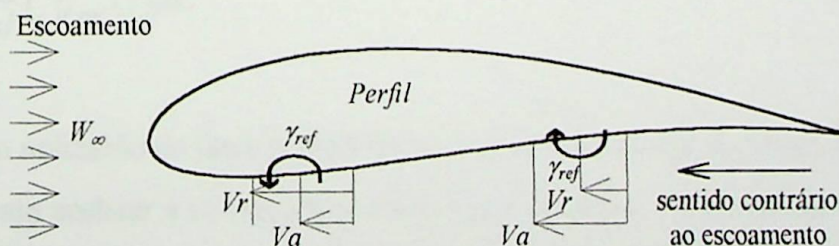


Figura 3.3 - Intensidade de vórtices para  $Va(s) < 0$ .

2º - Se  $Va(s) > 0$  (mesmo sentido do escoamento):

$$\gamma_{ref}(s) = Vr(s) - Va(s). \quad (3.4)$$

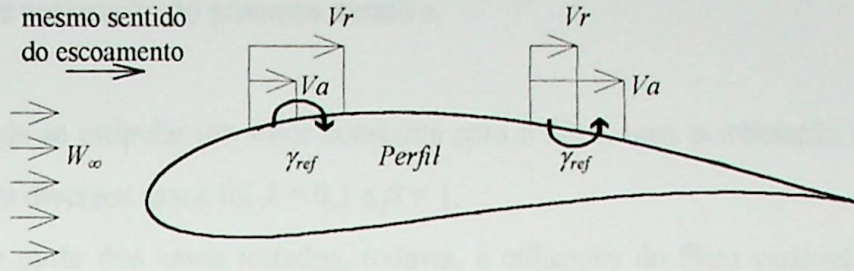


Figura 3.4 - Intensidade de vórtices para  $Va(s) \geq 0$ .

A intensidade efetiva de vórtices utilizada,  $\gamma_{ef}$ , é dada pelas seguintes expressões:

$$\gamma_{ef}(s) = \gamma_{ref}(s), \quad \text{se } |\gamma_{ref}(s)| \leq \lambda; \quad (3.5a)$$

$$\gamma_{ef}(s) = \lambda \frac{\gamma_{ref}(s)}{|\gamma_{ref}(s)|}, \quad \text{se } |\gamma_{ref}(s)| > \lambda. \quad (3.5b)$$

onde  $\lambda$  representa um filtro para limitar os valores da densidade de vórtices e evitar a divergência do método. Inicialmente, foi utilizado um valor constante para  $\lambda$ ; todavia, julgou-se melhor utilizar um filtro não-arbitrário e variável no decorrer do processo iterativo, calculado numericamente em cada iteração pela seguinte expressão:

$$\lambda = \frac{1}{s_l} \int_0^{s_l} |\gamma_{ref}(s)| ds. \quad (3.6)$$

A não utilização do filtro poderá levar a resultados não satisfatórios ( Apêndice I ).

Visando acelerar a convergência do processo iterativo, é possível, ainda, aplicar um fator de aceleração nas expressões (3.5a,b). Dependendo do caso, é possível reduzir em mais da metade o número de iterações, utilizando um fator entre 1 e 2,5 (tanto para perfis isolados como em grades lineares).

Então, o valor da intensidade de vórtices introduzida, é:

$$\gamma_{ef}^*(s) = \gamma_{ef}(s) \times ft. \quad (3.7)$$

onde  $ft$  é o fator de aceleração do processo iterativo.

No caso de se estipular um valor constante para o filtro, uma combinação que se mostrou satisfatória em diversos casos foi  $\lambda = 0,1$  e  $ft = 1$ .

Na maior parte dos casos testados, todavia, a utilização do filtro variável mostrou-se superior, conduzindo à solução com um número menor de iterações e com menores oscilações da distribuição de vórtices na região de bordo de ataque, em relação ao filtro constante. Por outro lado, em alguns casos particulares, é possível que a utilização de um filtro constante exija um número menor de iterações que o filtro variável.

Note-se que a distribuição de vórtices fictícia da equação (3.7) não deve ser confundida com a do método de Hess & Smith, (Eq. 2.67). A distribuição  $\gamma_{ef}^*$  é introduzida no método inverso para provocar velocidades normais ao contorno do perfil, estabelecer um critério para alterar a inclinação dos painéis e obter a geometria da próxima iteração.

As velocidades normais induzidas no ponto de controle do painel  $i$  pela distribuição de vórtices fictícias,  $\gamma_{ef}^*$ , são calculadas de maneira semelhante à empregada no método de Hess & Smith tradicional, (Eq. 2.54):

$$Vn_i = -\sum_{j=1}^n \gamma_{ef}^*(s_j) BQ_{ij}. \quad (3.8)$$

onde  $\gamma_{ef}^*(s_j)$  é o valor da densidade de vórtices fictícia do ponto de controle do painel  $j$ , considerada constante neste painel.

### 3.3.2 - Alteração da Inclinação dos Painéis

As velocidades normais em (3.8) devem ser anuladas para atender à condição de impermeabilidade, sendo necessário, para isto, alterar as inclinações dos painéis.

Seja  $Vn(s)$  a distribuição de velocidades normais induzidas por  $\gamma_{ef}^*$ . Da figura 3.5, pode-se obter a variação de inclinação do painel  $i$ ,  $\Omega_i$ :

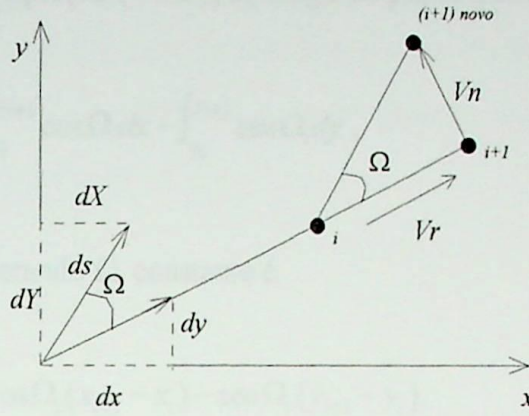


Figura 3.5 - Alteração da inclinação do painel.

$$\cos\Omega_i = \frac{|Vr_i|}{\sqrt{Vr_i^2 + Vn_i^2}}, \quad (3.9a)$$

$$\sen\Omega_i = \frac{Vn_i}{\sqrt{Vr_i^2 + Vn_i^2}}. \quad (3.9b)$$

No limite, vale a seguinte relação entre os incrementos das coordenadas da presente iteração,  $(x,y)$ , e das coordenadas alteradas por  $Vn(s)$ ,  $(X,Y)$ :

$$dX + \tilde{i}dY = (dx + \tilde{i}dy)e^{\tilde{i}\Omega}, \quad (3.10)$$

ou ainda,

$$dX + \tilde{i}dY = (dx + \tilde{i}dy)(\cos\Omega_i + \tilde{i}\sen\Omega_i),$$

$$dX + \tilde{i}dY = (dx \cos\Omega_i - dy \sen\Omega_i) + \tilde{i}(dy \cos\Omega_i + dx \sen\Omega_i). \quad (3.11)$$

Daí, pode-se obter as expressões para  $dX$  e  $dY$ :

$$dX = dx \cos\Omega_i - dy \sen\Omega_i, \quad (3.12)$$

$$dY = dy \cos\Omega_i + dx \sen\Omega_i. \quad (3.13)$$

Integrando a equação ( 3.12 ), ao longo do painel  $i$ , tem-se:

$$\int_{X_i}^{X_{i+1}} dX = \int_{x_i}^{x_{i+1}} \cos \Omega_i dx - \int_{y_i}^{y_{i+1}} \text{sen} \Omega_i dy ,$$

cujo resultado, considerando  $\Omega_i$  constante é:

$$X_{i+1} - X_i = \cos \Omega_i (x_{i+1} - x_i) - \text{sen} \Omega_i (y_{i+1} - y_i). \quad (3.14)$$

Da mesma forma, para a equação ( 3.13 ), vem

$$\int_{Y_i}^{Y_{i+1}} dY = \int_{x_i}^{x_{i+1}} \text{sen} \Omega_i dx + \int_{y_i}^{y_{i+1}} \cos \Omega_i dy ,$$

$$Y_{i+1} - Y_i = \text{sen} \Omega_i (x_{i+1} - x_i) + \cos \Omega_i (y_{i+1} - y_i). \quad (3.15)$$

O nó correspondente ao bordo de fuga,  $i = 1$ , é mantido fixo ao longo do processo iterativo ( $X_1 = x_1, Y_1 = y_1$ ); pode-se então, definir as novas coordenadas dos nós subsequentes,  $i = 2, 3, \dots, n$ , utilizando as seguintes fórmulas recursivas, de (3.14) e (3.15):

$$X_{i+1} = X_i + \cos \Omega_i (x_{i+1} - x_i) - \text{sen} \Omega_i (y_{i+1} - y_i), \quad (3.16a)$$

$$Y_{i+1} = Y_i + \text{sen} \Omega_i (x_{i+1} - x_i) + \cos \Omega_i (y_{i+1} - y_i). \quad (3.16b)$$

Sendo  $n$  o número de painéis, as coordenadas do nó  $n+1$  deveriam coincidir com as coordenadas do nó 1 para se ter o fechamento do perfil no bordo de fuga. As equações (3.16a,b) não garantem essa condição (figura 3.6).

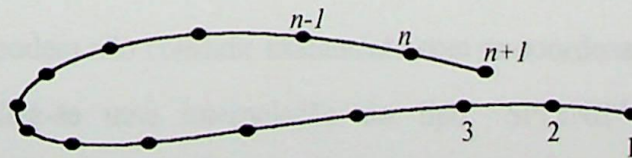


Figura 3.6 - Perfil sem correção de fechamento.

Para garantir o fechamento do perfil, é necessário aplicar um esquema especial, conforme mostra a figura 3.7. A diferença de coordenadas entre o nó 1 e o nó  $n+1$  é dividida por  $n$  e esta quantidade é acrescida em cada nó cumulativamente, fazendo com que o perfil feche no bordo de fuga com coordenadas  $(\tilde{X}, \tilde{Y})$ :

$$\tilde{X}_{i+1} = X_{i+1} + i \frac{X_1 - X_{n+1}}{n}, \quad (3.17a)$$

$$\tilde{Y}_{i+1} = Y_{i+1} + i \frac{Y_1 - Y_{n+1}}{n}. \quad (3.17b)$$

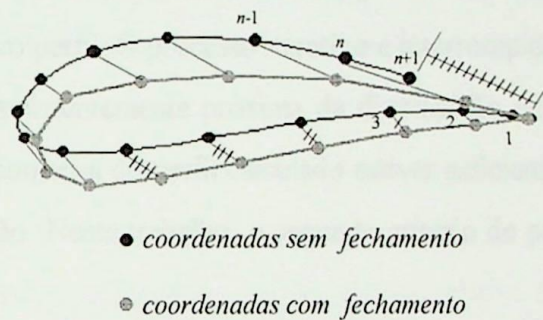


Figura 3.7 - Critério para fechamento do perfil.

### 3.3.3 - Reposicionamento das Coordenadas dos Pontos Extremos dos Painéis

A distribuição de velocidades requerida,  $Vr(s)$ , é fornecida de maneira discreta, através dos pares  $(Vr_i, \bar{s}_i/sl)$ , onde  $Vr_i$  é a velocidade requerida no ponto de controle da coordenada natural  $s_i = (s_i + s_{i+1})/2$ , sendo  $s_i$  e  $s_{i+1}$  as coordenadas naturais dos pontos extremos dos painéis.

Após uma etapa iterativa, as coordenadas naturais  $\bar{s}_i$  dos novos pontos extremos dos painéis,  $(\tilde{X}_i(\bar{s}_i), \tilde{Y}_i(\bar{s}_i))$  podem não coincidir exatamente com as coordenadas naturais  $s_i$  desejadas. Sendo assim, utiliza-se uma interpolação do tipo "SPLINE" cúbica paramétrica,  $\tilde{X}(s)$  e  $\tilde{Y}(s)$ , utilizando-se os valores  $\tilde{X}_i(\bar{s}_i)$  e  $\tilde{Y}_i(\bar{s}_i)$  e determinam-se as novas coordenadas corrigidas  $\tilde{X}_i(s_i), \tilde{Y}_i(s_i)$ . Tal procedimento foi adotado para preservar sempre o mesmo conjunto de valores de velocidade requerida nos pontos de controle e permitir uma verificação criteriosa

da convergência do método. É importante destacar que o procedimento é utilizado desde o início dos cálculos, para que as coordenadas do perfil inicial também sejam colocadas nos respectivos  $s_i$  requeridos.

### 3.3.4 - Critério de Parada

Obtidas as novas coordenadas do perfil, bem posicionadas, calcula-se então, pelo método direto, a nova distribuição de velocidade tangencial ( $Va$ ), que fornecerá uma nova distribuição de intensidade de vórtices fictícia, uma nova distribuição de velocidades normais, novas inclinações dos painéis e um novo perfil. O processo iterativo é interrompido quando a distribuição de velocidades analisada for suficientemente próxima da distribuição de velocidades requerida. Isso deve ocorrer quando a geometria do perfil calculado estiver suficientemente próxima da geometria desejada para a solução. Neste trabalho, o seguinte critério de parada será aplicado nos casos de teste do capítulo 4:

$$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n+1} \Delta \tilde{Y}_i^2}{n}} \leq 10^{-4}, \quad (3.18)$$

onde  $\Delta \tilde{Y}_i$  representa a diferença entre as ordenadas dos perfis, obtidas nas iterações atual e anterior.

### 3.3.5 - Pré-Cálculo do Ângulo de Montagem no Caso de Grades

O procedimento utilizado é essencialmente o mesmo, tanto para perfis isolados como para perfis dispostos em grade linear. Todavia, no caso de grades lineares, se a orientação do perfil inicial em relação ao escoamento médio for muito diferente daquela correspondente à solução, o número de iterações necessárias para a convergência pode se tornar excessivo. Para acelerar o processo iterativo, introduziu-se um pré-cálculo baseado no método de Newton-Raphson,

girando o perfil inicial de um ângulo tal que a coordenada natural normalizada,  $s/s_l$ , do ponto de estagnação sobre o perfil inicial coincida com a do ponto de estagnação requerido. Este pré-cálculo é efetuado apenas uma vez, antes de se iniciar efetivamente o processo iterativo, que não dependerá mais do cálculo do ponto de estagnação. Em certos casos, a aplicação desse procedimento permitiu reduzir em mais de 10 vezes o número de iterações necessárias sem o procedimento. A melhor aproximação do ângulo de montagem pré-calculado em relação à solução desejada ficará por conta do método inverso. Observe que o ângulo de montagem não é um dado do problema mas, sim, um resultados da própria solução fornecida pelo método aqui proposto. Note-se que este aspecto é de grande interesse para o projeto de grades de máquinas de fluxo axiais. Para resolução deste pré-cálculo, alguns passos são realizados.

1° - Com um critério de interpolação, determina-se a coordenada natural,  $s_{req}$ , do ponto de estagnação no bordo de ataque;

2° - Da mesma forma, determina-se a coordenada  $s$  do ponto de estagnação no bordo de ataque do perfil inicial;

3° - Verifica-se se eles são equivalentes, se não, prosseguem os cálculos;

4° - É feito o cálculo do escoamento para grade com o perfil inicial em dois ângulos de montagem diferentes,  $\eta_1$  e  $\eta_2$ , sendo determinada as coordenadas do ponto de estagnação correspondente,  $s_{\eta_1}$  e  $s_{\eta_2}$ ;

5° - Um novo ângulo de montagem,  $\eta_{novo}$ , é previsto através do método de Newton-Raphson;

$$\eta_{novo} = \eta_2 - \frac{s_{\eta_2} - s_{req}}{s_{\eta_2} - s_{\eta_1}} \times (\eta_2 - \eta_1), \quad (3.19)$$

6° - Caso o valor de  $\eta_{novo}$  seja suficientemente próximo de  $\eta_2$  o pré-cálculo está concluído; caso contrário, faz-se  $\eta_1 = \eta_2$ ,  $\eta_2 = \eta_{novo}$  e volta-se ao 4° passo.

O critério de parada do pré-cálculo ( 3.20 ) é dado por,

$$|\eta_{novo} - \eta_2| \leq 10^{-4}. \quad (3.20)$$

O ângulo de montagem pré-calculado do perfil é definido com relação à corda do perfil, que é definida aqui como a reta que une o ponto de curvatura máxima do perfil e o bordo de fuga (nó 1, fixo).

Nos testes realizados também observou-se que este pré-cálculo é conveniente para perfis isolados com ângulo de ataque, tornando mais rápida sua convergência.

### 3.4 - Fluxograma do Método Inverso Proposto

Neste item, apresenta-se o fluxograma das subrotinas utilizadas no método inverso. O programa principal **PROJ\_INV**, faz a chamada das subrotinas **DADOS** e **CÁLCULO**.

A subrotina **DADOS** é acionada para a entrada dos dados iniciais do programa **PROJ\_INV**.

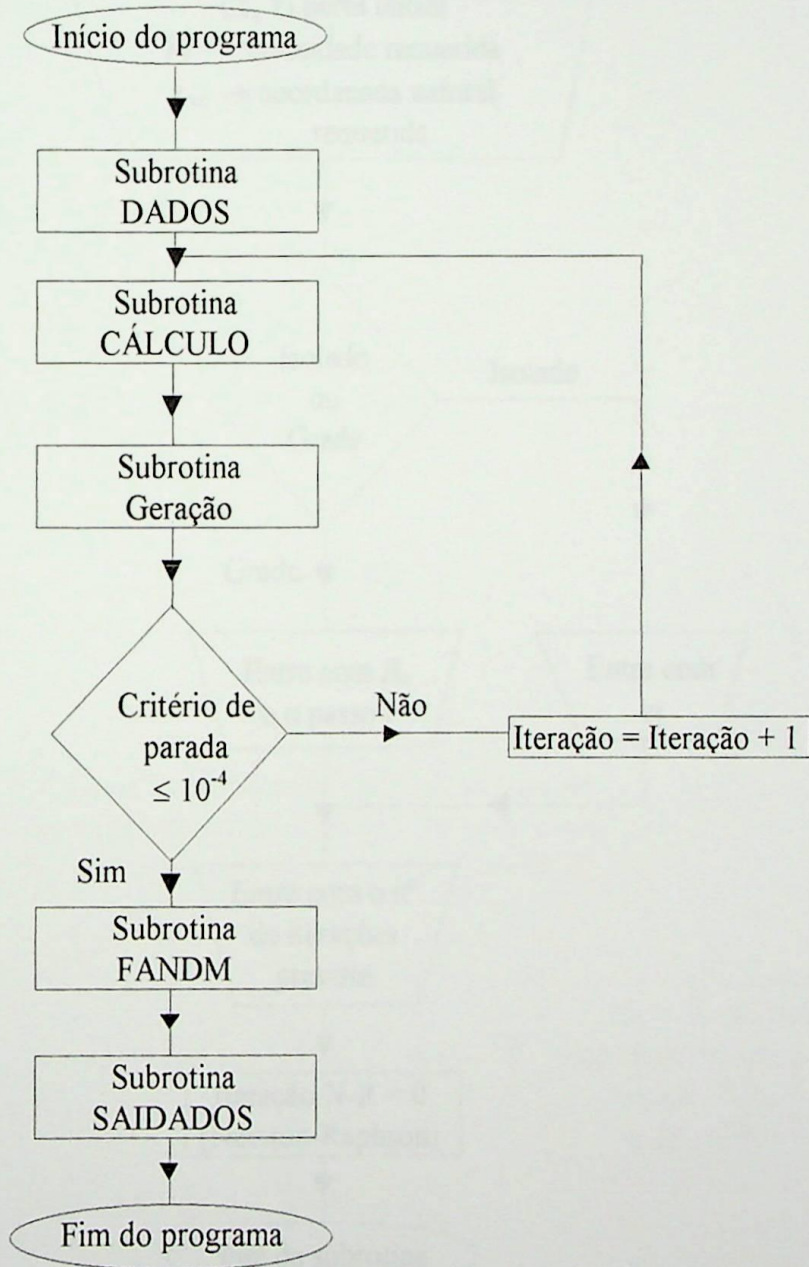
A subrotina **CÁLCULO**, faz o cálculo das velocidades e pressões do escoamento potencial na superfície do perfil, utilizando o método de Hess & Smith modificado, e ainda para o caso de perfis em grade, a subrotina orienta o perfil inicial em relação ao escoamento médio do problema em questão, baseado no método de Newton-Raphson, este processo é realizado somente para o perfil inicial.

A subrotina **GERAÇÃO** estabelece o algoritmo básico do método inverso, chamando a subrotina **CÁLCULO** em diversas etapas iterativas, até que o critério de parada seja satisfeito. Em cada etapa, é determinada a densidade de vórtices fictícia, as novas inclinações dos painéis e as novas coordenadas do perfil. A subrotina também impõe a condição de fechamento do perfil e a condição para preservar sempre o mesmo conjunto de coordenadas naturais para as velocidades requeridas nos pontos de controle (SPLINE).

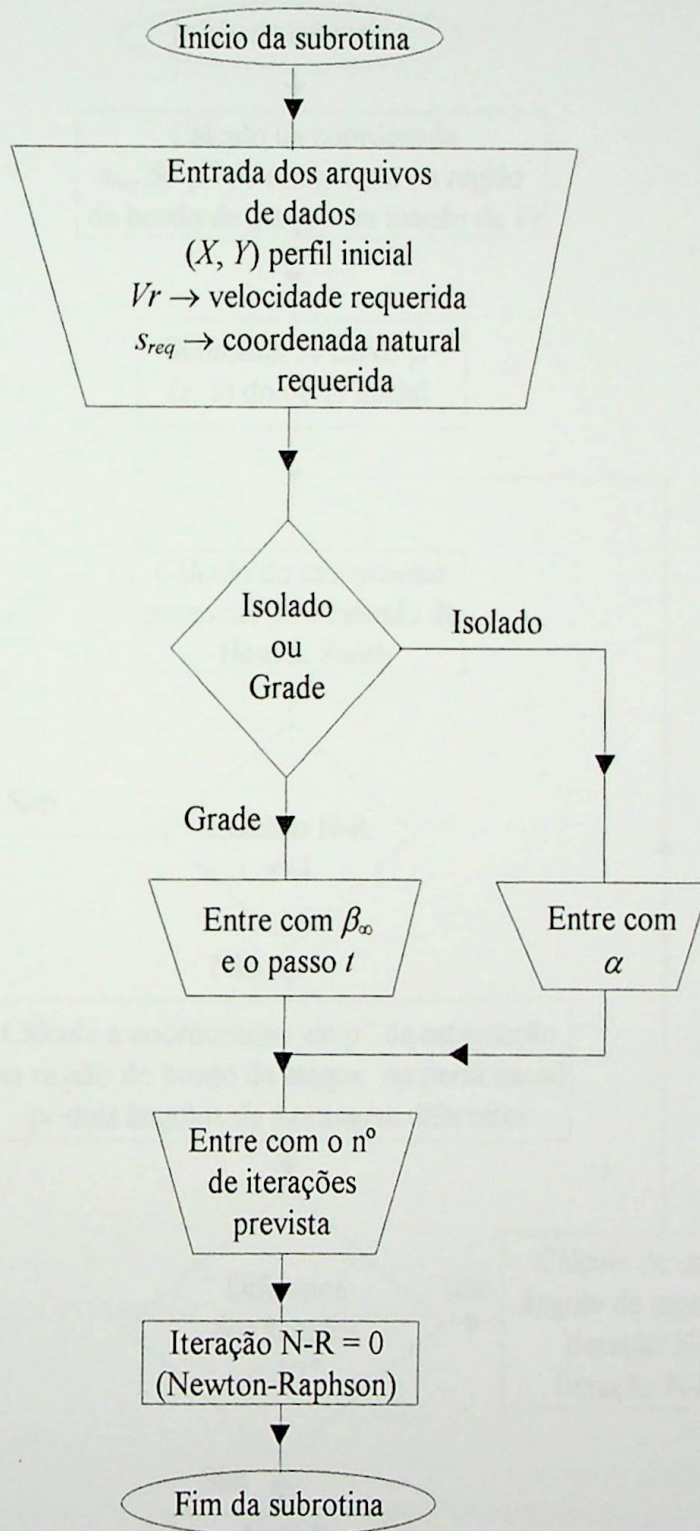
A subrotina **FANDM**, calcula os coeficientes de arrasto, sustentação e momento.

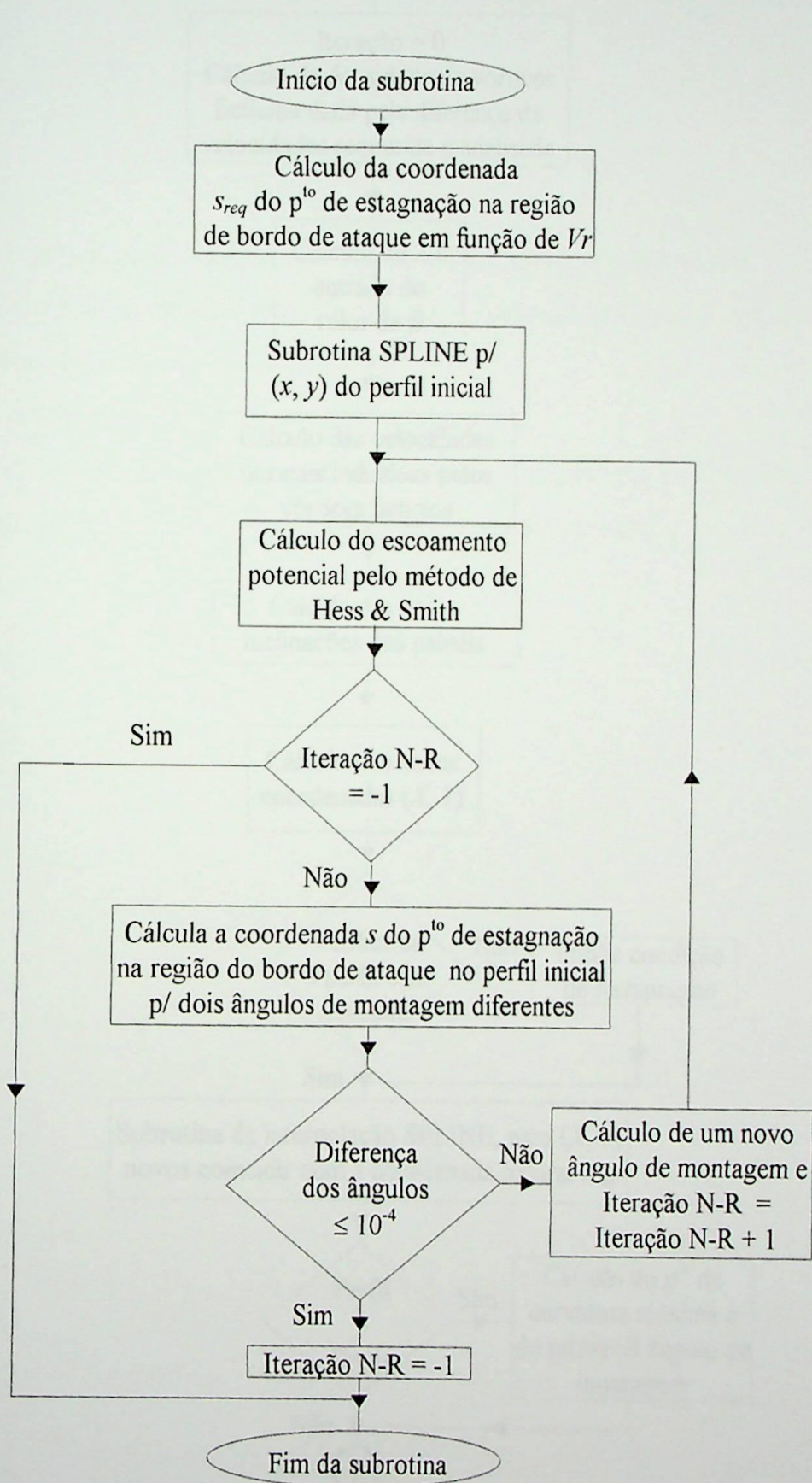
A subrotina **SAIDADOS**, é uma subrotina de saída dos valores das coordenadas  $(x,y)$ , da distribuição de velocidade, dos coeficiente de pressão, arrasto, sustentação e de momento, do perfil resultante no final da execução do programa computacional, determinado pelo critério de parada ou convergência.

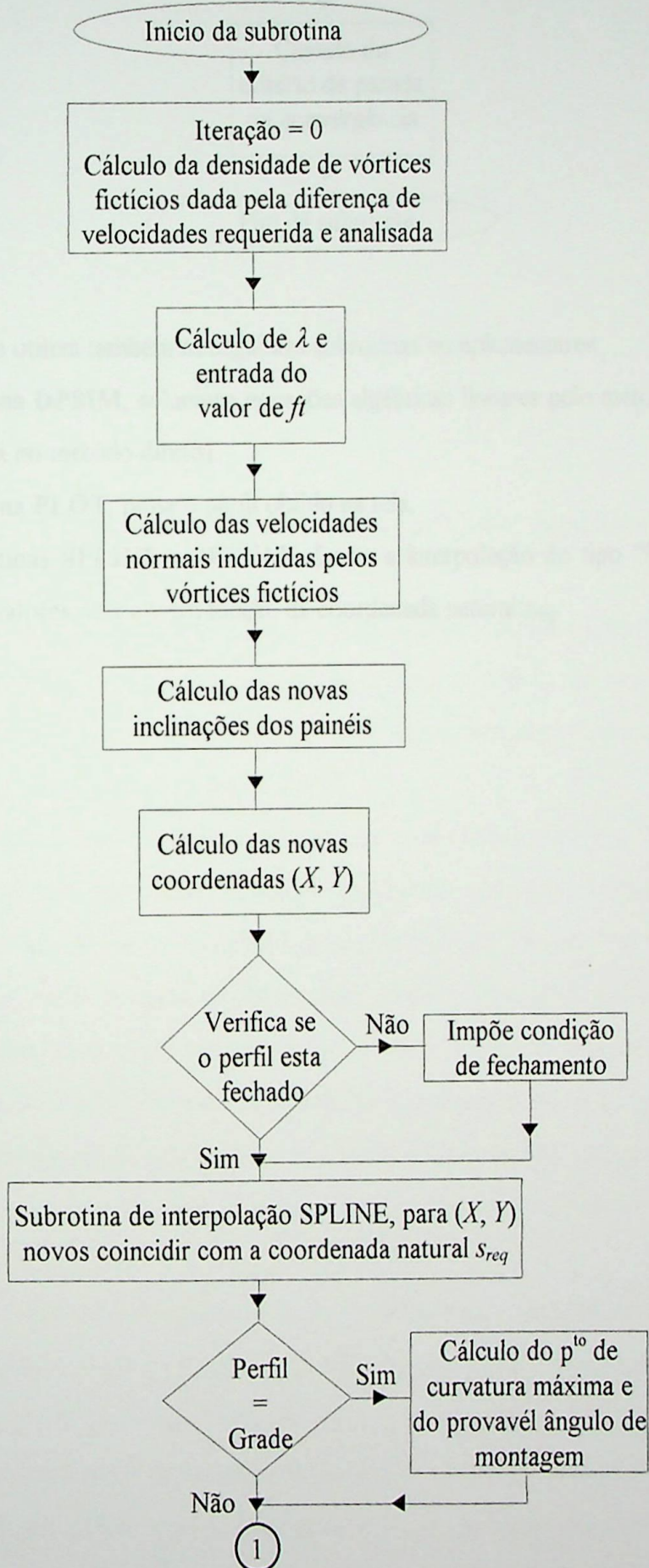
Programa Principal **PROJ\_INV**.

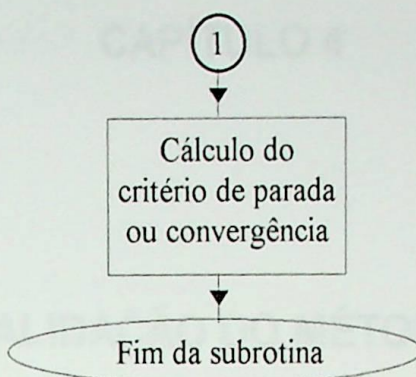


## Subrotina DADOS.



Subrotina **CÁLCULO.**Subrotina **GERAÇÃO.**





O método utiliza também as seguintes subrotinas complementares:

A subrotina **DPSIM**, soluciona equações algébricas lineares pelo método de eliminação de Gauss (utilizada no método direto).

A subrotina **PLOT**, plota o perfil obtido na tela.

As subrotinas **SPLINE** e **SPEVAL**, fazem a interpolação do tipo “SPLINE” cúbica nos conjuntos de valores de  $x$  e  $y$  em função da coordenada natural  $s_{req}$ .

## CAPÍTULO 4

### VALIDAÇÃO DO MÉTODO

#### 4.1 - Introdução

Neste capítulo, são apresentados 18 resultados para casos de perfis isolados e perfis em grades lineares.

Os casos escolhidos representam uma gama bastante variada de situações geométricas de interesse: corpos rombudos, perfis com bordo de fuga afilado agudo e arredondado, perfis simétricos ou arqueados, perfis isolados ou em grade linear. Procurou-se também, variar os ângulos de ataque do escoamento na faixa de  $0^\circ$  a  $8^\circ$ .

Nos casos, serão apresentados resultados em forma de tabelas e gráficos, sendo que nas tabelas, serão comparados os resultados analíticos (quando existir para o caso) com os resultados do Método de Hess & Smith Modificado e os resultados do Método Inverso aqui proposto, após a obtenção do perfil desejado na última etapa iterativa. Para perfis isolados, serão encontrados nestas tabelas, os coeficientes aerodinâmicos de sustentação, momento e arrasto; para perfis em grade, além dos coeficientes aerodinâmicos, também serão mostrados os ângulos de montagem da grade requerida e da grade obtida no final das iterações, os ângulos e velocidades do escoamento na entrada e na saída da grade e a circulação adimensional em torno de um perfil.

Já para os resultados em gráficos, será apresentado o desenvolvimento do processo iterativo para cada caso ( $x \times y$ ), sendo que na última iteração será mostrada uma comparação do perfil obtido com o perfil requerido. Outras comparações realizadas na última iteração são as das coordenadas  $x$  e  $y$  em função da coordenada natural do perfil,  $s$  (requeridas e analisadas), de forma a observar o comportamento da geometria. E ainda são feitas comparações no desenvolvimento do processo iterativo para as velocidades (requerida e analisada), em função da coordenada natural,  $s$ .

Os casos de teste e validação do método são apresentados nas tabelas abaixo, onde são relacionados:

- o número do caso;
- o perfil desejado ao final das iterações;
- o ângulo de ataque,  $\alpha$ ;
- o perfil utilizado para iniciar as iterações;
- o tipo de filtro,  $\lambda$ , sendo V, para filtro variável e C, para filtro constante;
- o fator de aceleração do processo iterativo,  $ft$ ;
- o intervalo de paginação onde se encontram os resultados do caso em questão.

Tabela 4a - Casos de teste e validação para perfis isolados.

Caso	Perfil desejado	$\alpha(^{\circ})$	Perfil inicial	$\lambda$	$ft$	Página
1°	Cilindro	0	elipse (relação de semi-eixos igual 0,1)	V	2,5	71-73
2°	Elipse	0	Cilindro com raio 0,5	V	2,5	73-76
3°	Joukowski - a	0	elipse (relação de semi-eixos igual 0,1)	V	2,5	76-79
4°	Joukowski - b	5	elipse (relação de semi-eixos igual 0,1)	V	2	79-82
5°	Joukowski - c	0	elipse (relação de semi-eixos igual 0,1)	V	1,5	82-85
6°	Joukowski - d	4	elipse (relação de semi-eixos igual 0,1)	V	1,5	85-88
7°	NACA 0012 - a	0	elipse (relação de semi-eixos igual 0,1)	V	2,5	88-91
8°	NACA 0012 - b	8	elipse (relação de semi-eixos igual 0,1)	V	2,5	91-94
9°	NACA 2412	0	elipse (relação de semi-eixos igual 0,1)	V	2,5	94-97
10°	NACA 3410 - a	8	elipse (relação de semi-eixos igual 0,1)	V	2	97-100
11°	NACA 6510	0	elipse (relação de semi-eixos igual 0,1)	V	2,5	100-103

Tabela 4b - Casos de teste e validação para perfis em grade.

Caso	Perfil desejado	$\alpha_{\infty}(^{\circ})$	Perfil inicial	$\lambda$	$ft$	Página
1°	NACA 0012 - c	0	elipse (relação de semi-eixos igual 0,1)	V	2,5	103-106
2°	NACA 0012 - d	8	elipse (relação de semi-eixos igual 0,1)	V	2,5	106-109
3°	NACA 3410 - b	0	elipse (relação de semi-eixos igual 0,1)	V	2,5	109-112
4°	NACA 3410 - c	8	elipse (relação de semi-eixos igual 0,2)	V	2,5	112-115
5°	NACA 8510	0	elipse (relação de semi-eixos igual 0,2)	V	1	115-118
6°	Gostelow	6,47	elipse (relação de semi-eixos igual 0,2)	V	2	118-121
7°	Merchant e Collar	-3,19	elipse (relação de semi-eixos igual 0,4)	C	1	121-124

## 4.2 - Perfis Isolados

**1º caso** - Perfil inicial: elipse, com relação de semi-eixos igual a 0,1; perfil requerido: cilindro; ângulo de ataque:  $0^\circ$ ; número de painéis: 80; filtro: variável; fator de aceleração de convergência: 2,5; número de iterações para convergência: 8.

Resultados Numéricos	Coefficiente de Sustentação	Coefficiente de Momento	Coefficiente de Arrasto
Método de Hess & Smith Modificado	0	0	0
Método Inverso	0,00046	0,00038	0

Tabela 4.1 - Resultados numéricos do cilindro.

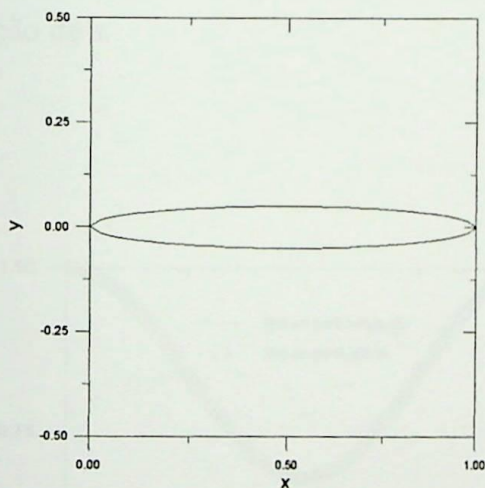


Figura 4.1 - Perfil inicial: elipse com relação de semi-eixos igual 0,1.

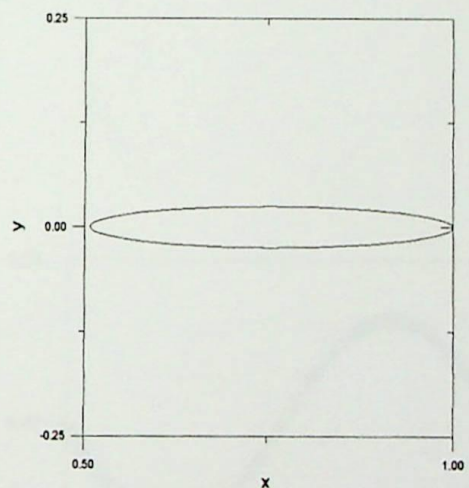


Figura 4.2 - Perfil normalizado em função de  $s/l$ .

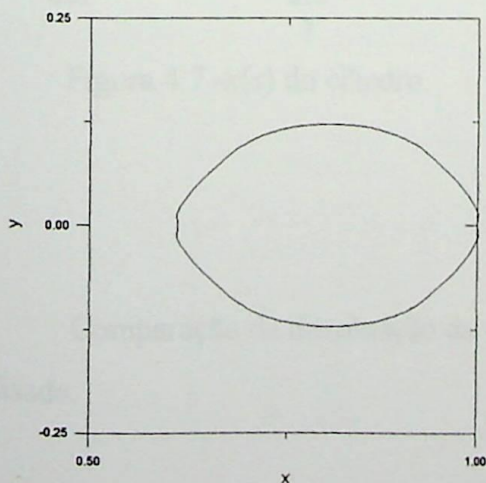


Figura 4.3 - 1ª Iteração: cilindro.

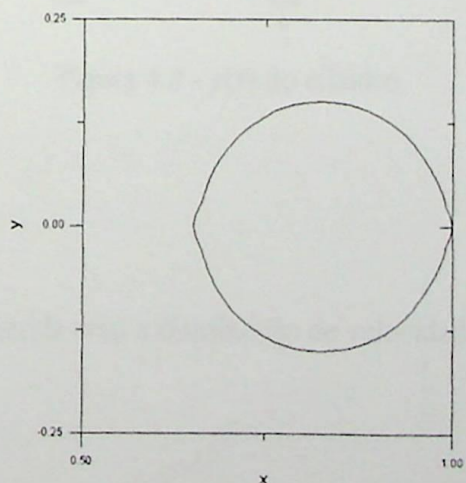


Figura 4.4 - 3ª Iteração: cilindro.

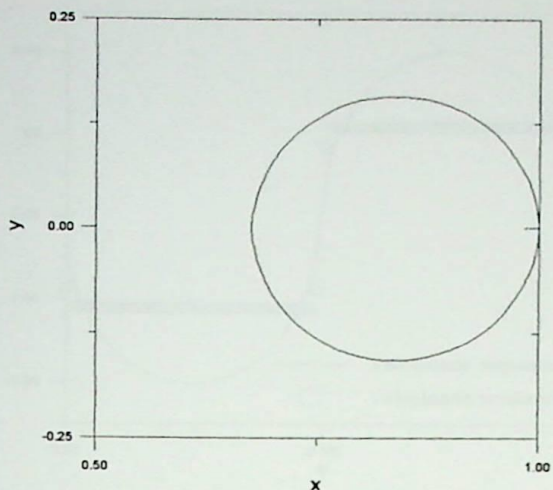


Figura 4.5 - 5ª Iteração: cilindro.

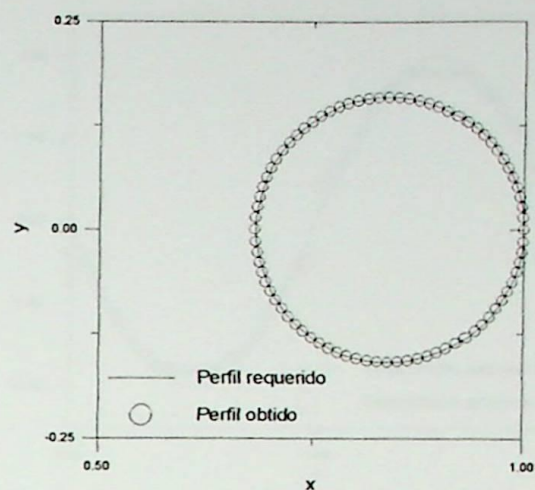


Figura 4.6 - 8ª Iteração: cilindro.

Comparação das coordenadas  $x$  e  $y$  encontradas e as coordenadas  $x$  e  $y$  requeridas em função de  $s$ .

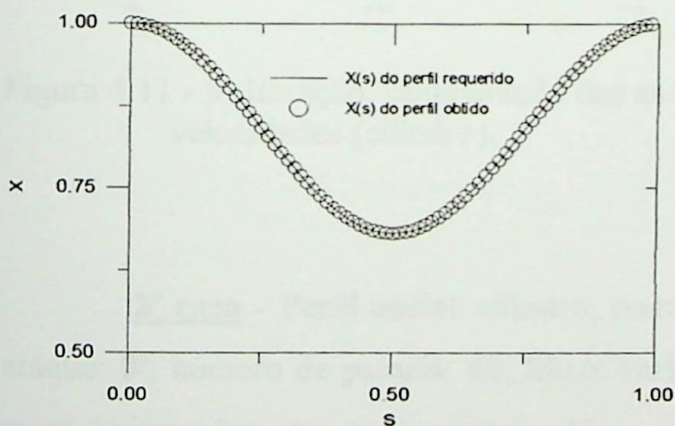


Figura 4.7 -  $x(s)$  do cilindro.

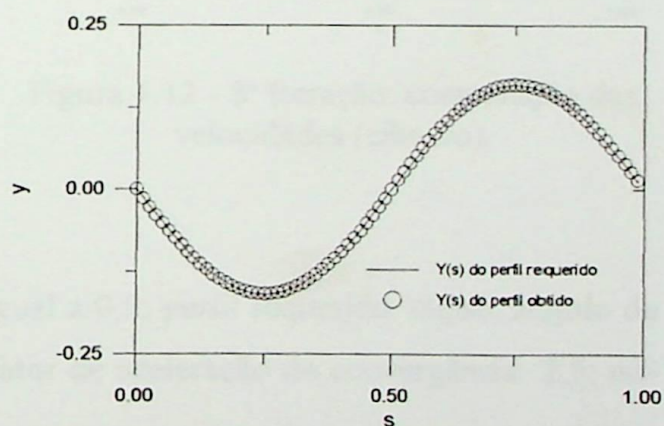


Figura 4.8 -  $y(s)$  do cilindro.

Comparação da distribuição da velocidade requerida com a distribuição de velocidade analisada.

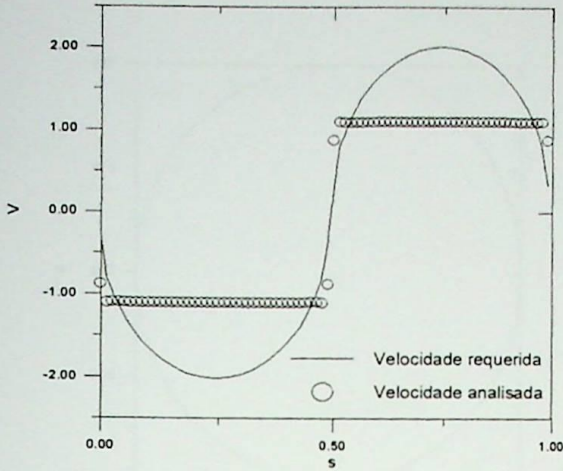


Figura 4.9 - 1ª Iteração: comparação das velocidades (cilindro).

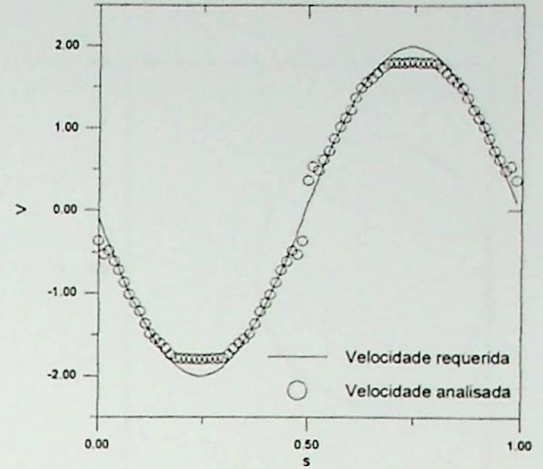


Figura 4.10 - 3ª Iteração: comparação das velocidades (cilindro).

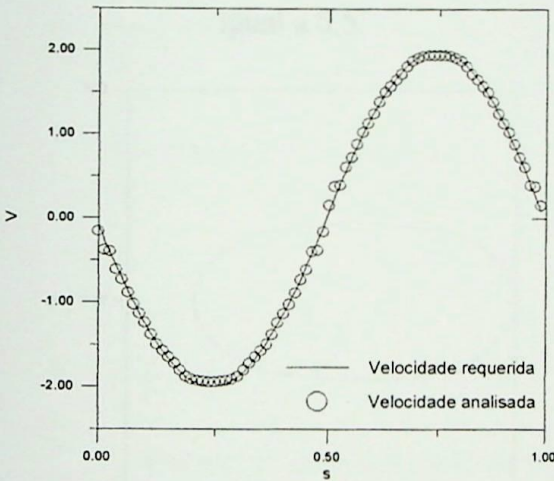


Figura 4.11 - 5ª Iteração: comparação das velocidades (cilindro).

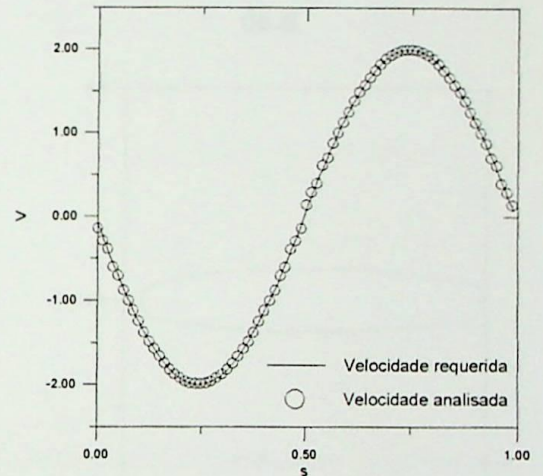


Figura 4.12 - 8ª Iteração: comparação das velocidades (cilindro).

**2º caso** - Perfil inicial: cilindro, com raio igual a 0,5; perfil requerido: elipse; ângulo de ataque:  $0^\circ$ ; número de painéis: 80; filtro: variável; fator de aceleração de convergência: 2,5; número de iterações para convergência: 13.

Resultados Numéricos	Coefficiente de Sustentação	Coefficiente de Momento	Coefficiente de Arrasto
Método de Hess & Smith Modificado	0,00011	0	0
Método Inverso	-0,00120	-0,00016	0,00024

Tabela 4.2 - Resultados numéricos da elipse.

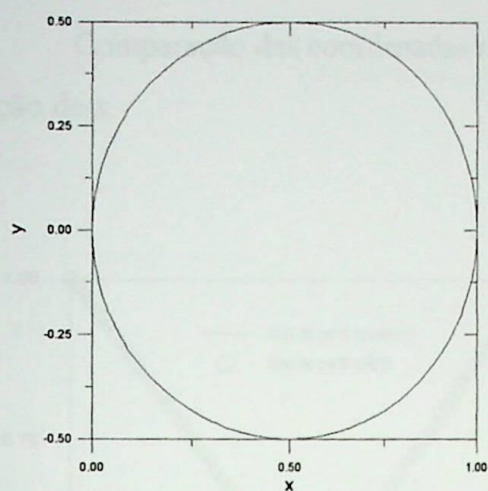


Figura 4.13 - Perfil inicial: cilindro com raio igual a 0,5.

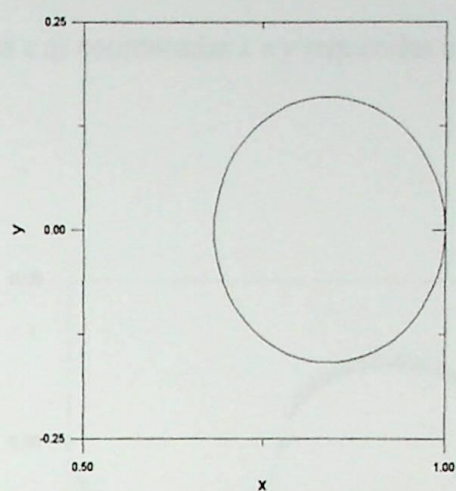


Figura 4.14 - Perfil normalizado em função de  $s/l$ .

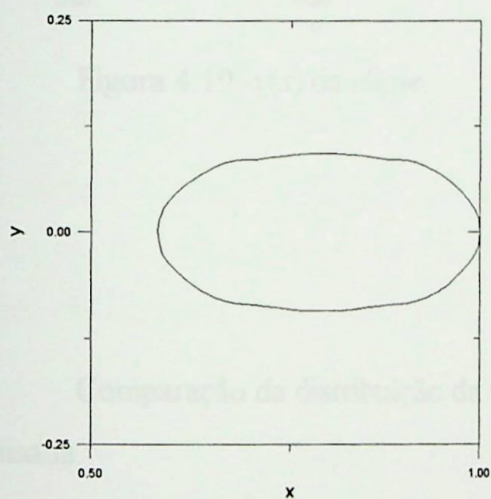


Figura 4.15 - 1ª Iteração: elipse.

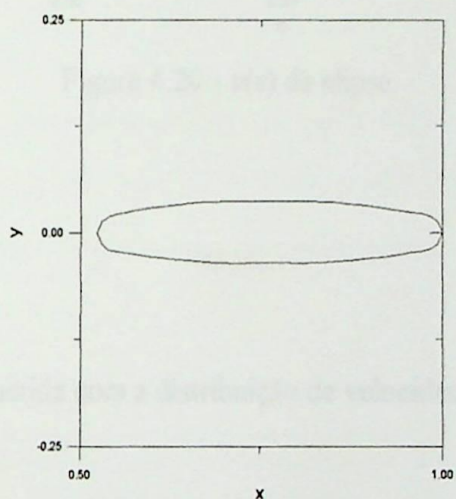


Figura 4.16 - 4ª Iteração: elipse.

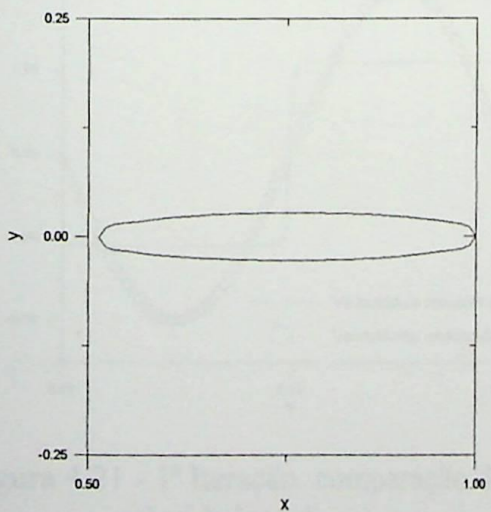


Figura 4.17 - 8ª Iteração: elipse.

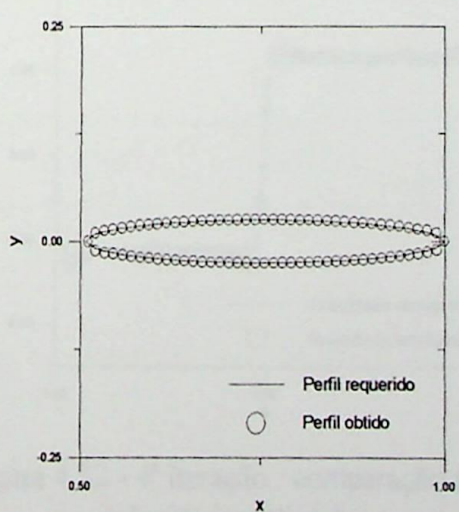


Figura 4.18 - 13ª Iteração: elipse.

Comparação das coordenadas  $x$  e  $y$  encontradas e as coordenadas  $x$  e  $y$  requeridas em função de  $s$ .

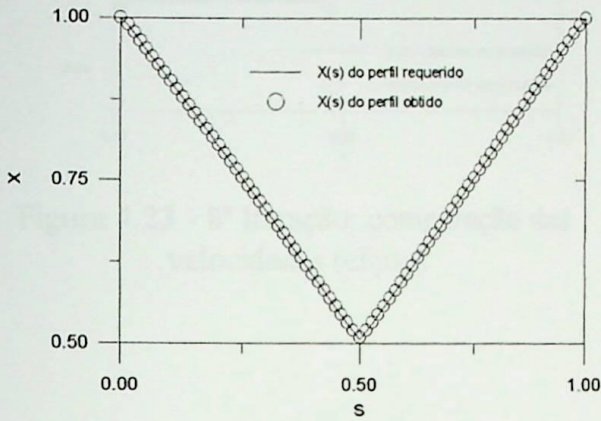


Figura 4.19 -  $x(s)$  da elipse.

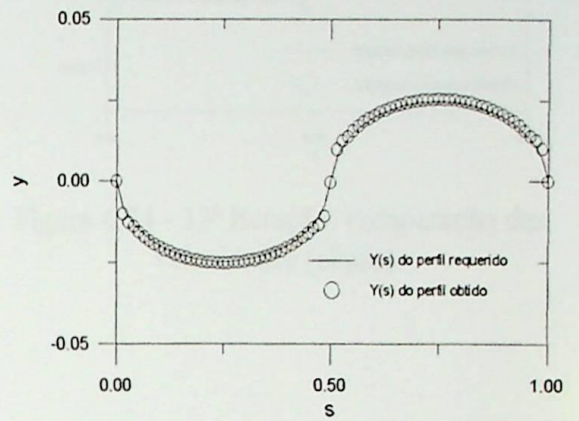


Figura 4.20 -  $y(s)$  da elipse.

Comparação da distribuição da velocidade requerida com a distribuição de velocidade analisada.

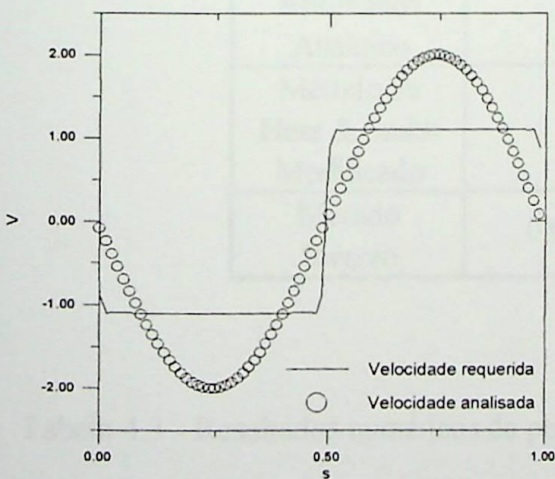


Figura 4.21 - 1ª Iteração: comparação das velocidades (elipse).

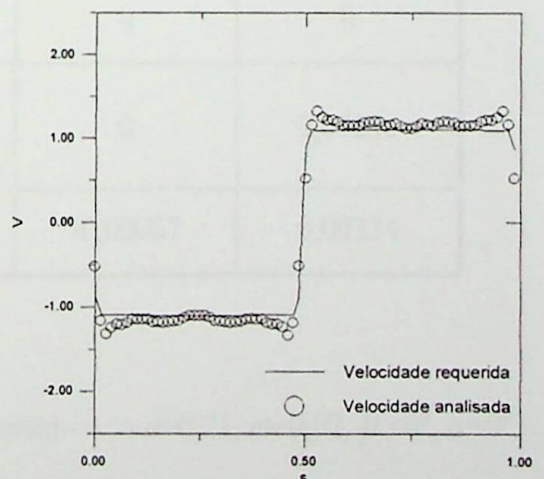


Figura 4.22 - 4ª Iteração : comparação das velocidades (elipse).

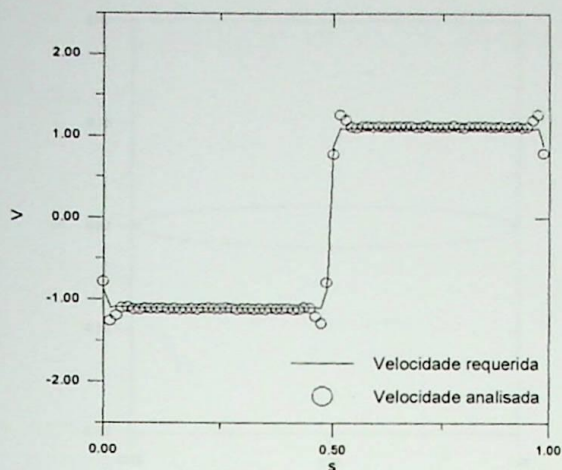


Figura 4.23 - 8ª Iteração: comparação das velocidades (elipse).

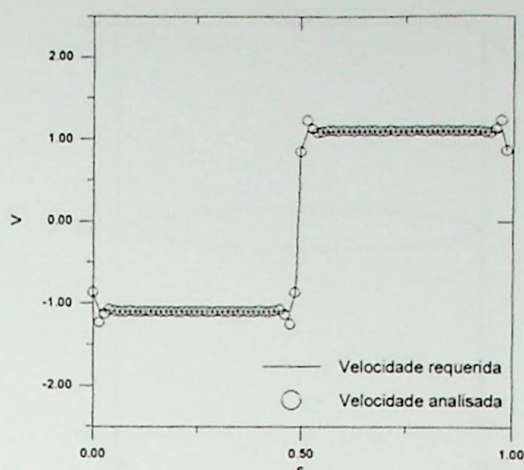


Figura 4.24 - 13ª Iteração: comparação das velocidades (elipse).

**3º caso** - Perfil inicial: elipse, com relação de semi-eixos igual a 0,1; perfil requerido: Joukowski - a com os parâmetros de transformação conforme,  $\alpha=0,25$ ,  $m=0,02$ ,  $\beta^*=0^\circ$ ; ângulo de ataque:  $0^\circ$ ; número de painéis: 80; filtro: variável; fator de aceleração de convergência: 2,5; número de iterações para convergência: 5.

Resultados Numéricos	Coefficiente de Sustentação	Coefficiente de Momento	Coefficiente de Arrasto
Resultados Analítico	0	0	0
Método de Hess & Smith Modificado	0	0	0,00046
Método Inverso	0,00070	-0,00087	0,00234

Tabela 4.3 - Resultados numéricos do perfil Joukowski - a  $\Rightarrow \alpha=0,25$ ,  $m=0,02$ ,  $\beta^*=0^\circ$ ,  $\alpha=0^\circ$ .

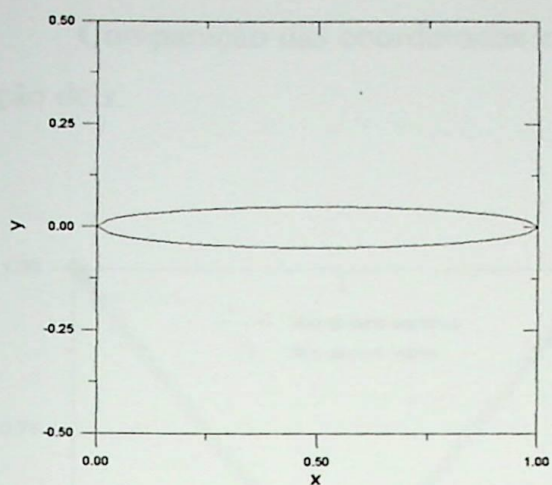


Figura 4.25 - Perfil inicial: elipse com relação de semi-eixos igual 0,1.

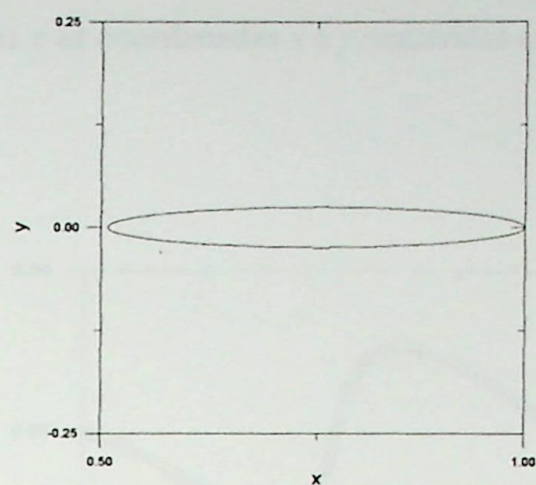


Figura 4.26 - Perfil normalizado em função de  $s/l$ .

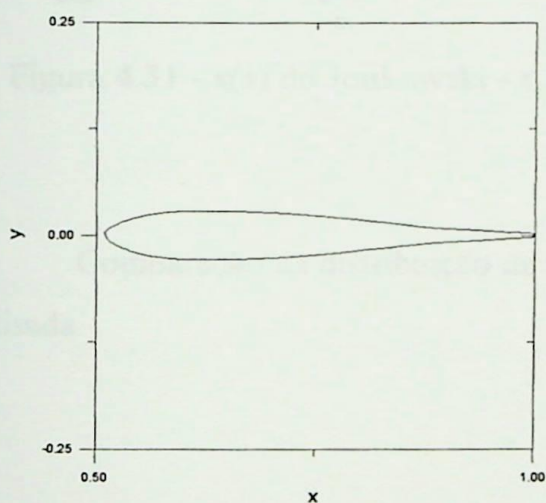


Figura 4.27 - 1ª Iteração: Joukowski - a.

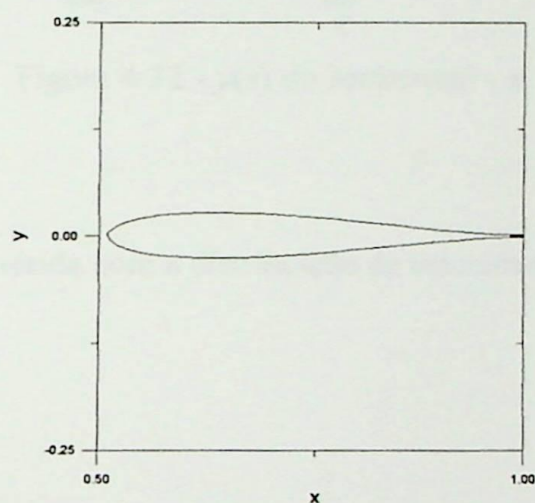


Figura 4.28 - 3ª Iteração: Joukowski - a.

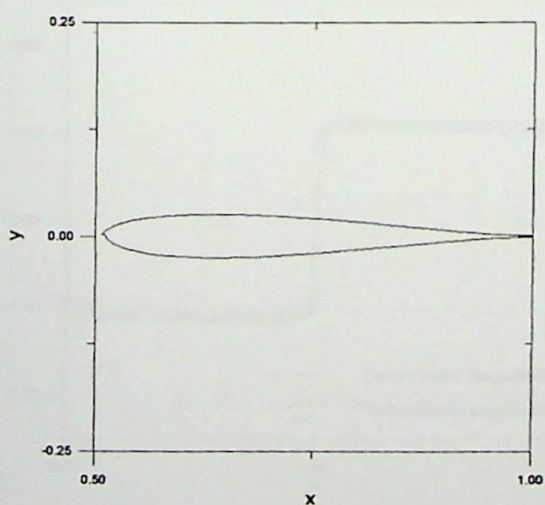


Figura 4.29 - 4ª Iteração: Joukowski - a.

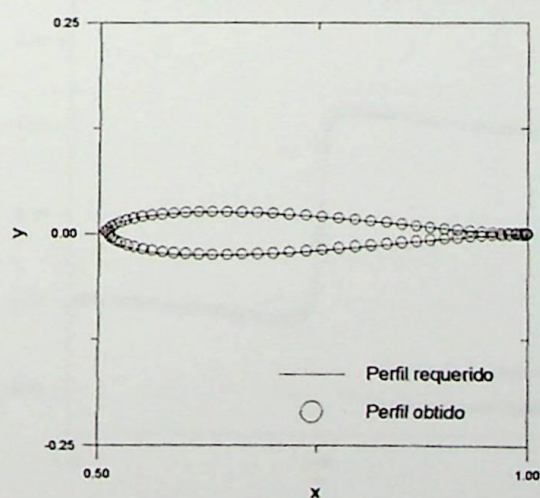


Figura 4.30 - 5ª Iteração: Joukowski - a.

Comparação das coordenadas  $x$  e  $y$  encontradas e as coordenadas  $x$  e  $y$  requeridas em função de  $s$ .

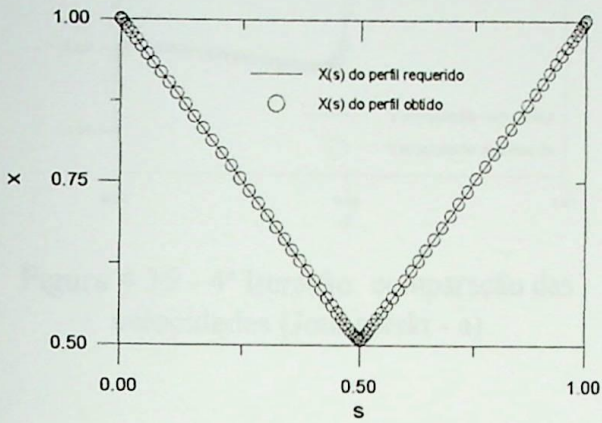


Figura 4.31 -  $x(s)$  do Joukowski - a.

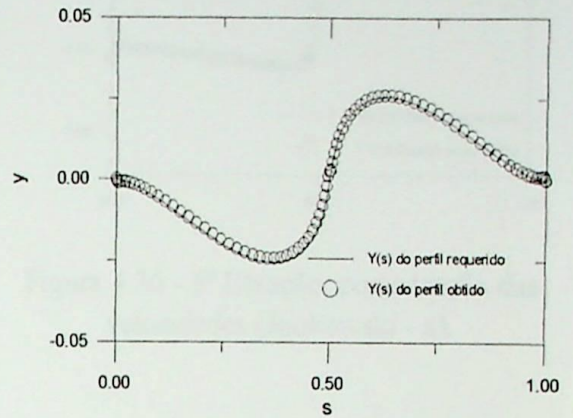


Figura 4.32 -  $y(s)$  do Joukowski - a.

Comparação da distribuição da velocidade requerida com a distribuição de velocidade analisada.

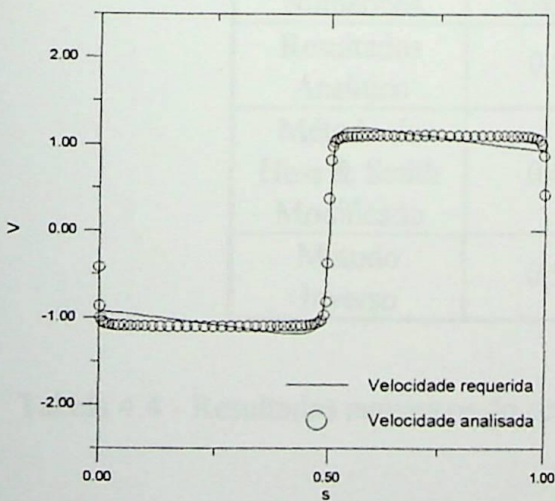


Figura 4.33 - 1ª Iteração: comparação das velocidades (Joukowski - a).

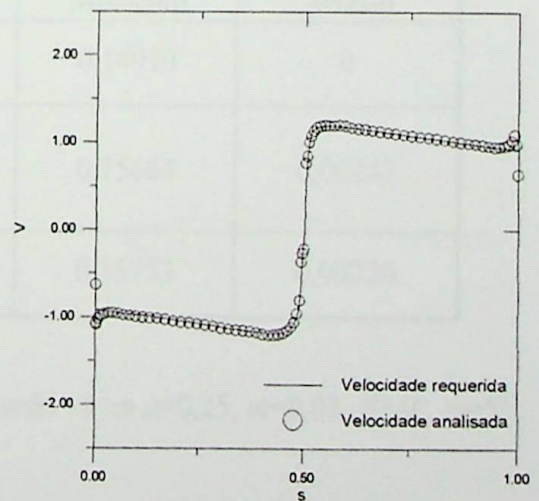


Figura 4.34- 3ª Iteração: comparação das velocidades (Joukowski - a).

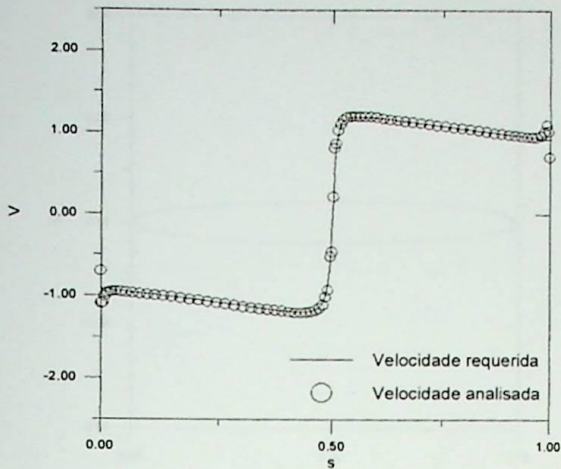


Figura 4.35 - 4ª Iteração: comparação das velocidades (Joukowski - a).

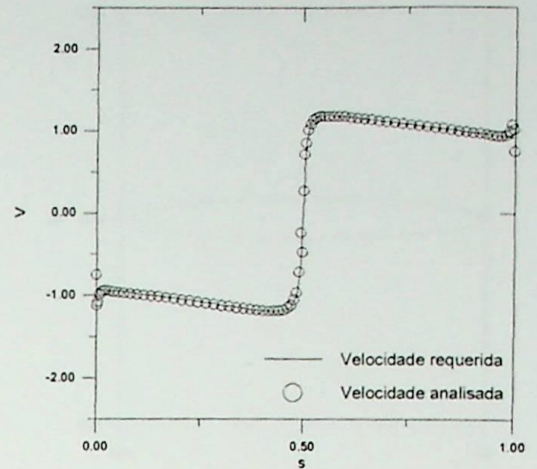


Figura 4.36 - 5ª Iteração: comparação das velocidades (Joukowski - a).

**4º caso** - Perfil inicial: elipse, com relação de semi-eixos igual a 0,1; perfil requerido: Joukowski - b com os parâmetros de transformação conforme,  $\alpha=0,25$ ,  $m=0,02$ ,  $\beta^*=0^\circ$ ; ângulo de ataque:  $5^\circ$ ; número de painéis: 80; filtro: variável; fator de aceleração de convergência: 2; número de iterações para convergência: 8.

Resultados Numéricos	Coefficiente de Sustentação	Coefficiente de Momento	Coefficiente de Arrasto
Resultados Analítico	0,59143	0,14910	0
Método de Hess & Smith Modificado	0,61245	0,15684	0,00242
Método Inverso	0,59279	0,15753	0,00226

Tabela 4.4 - Resultados numéricos do perfil Joukowski - b  $\Rightarrow \alpha=0,25$ ,  $m=0,02$ ,  $\beta^*=0^\circ$ ,  $\alpha=5^\circ$ .

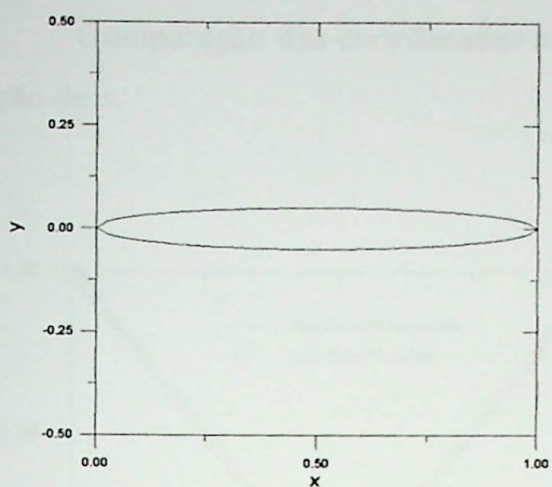


Figura 4.37 - Perfil inicial: elipse com relação de semi-eixos igual 0,1.

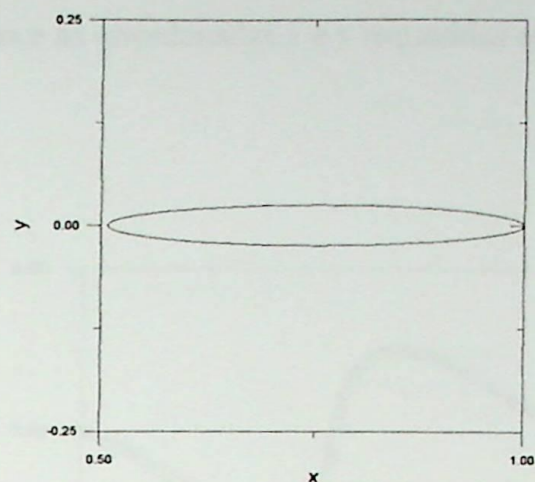


Figura 4.38 - Perfil normalizado em função de  $s/l$ .

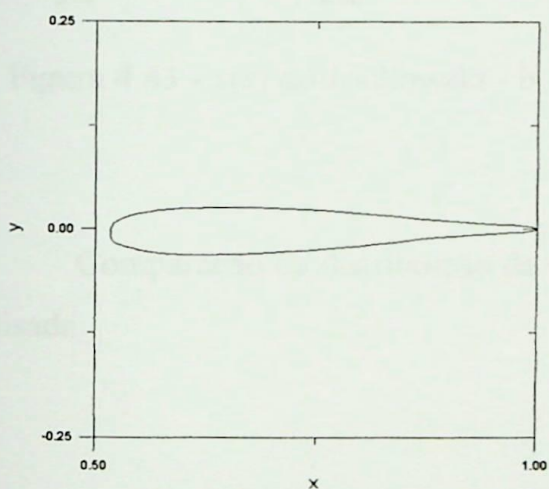


Figura 4.39 - 1ª Iteração: Joukowski - b.

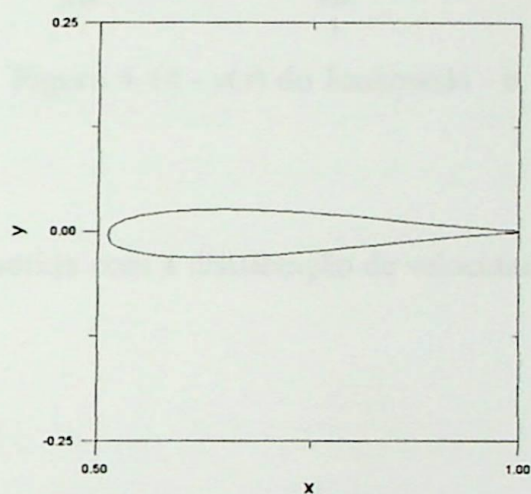


Figura 4.40 - 3ª Iteração: Joukowski - b.

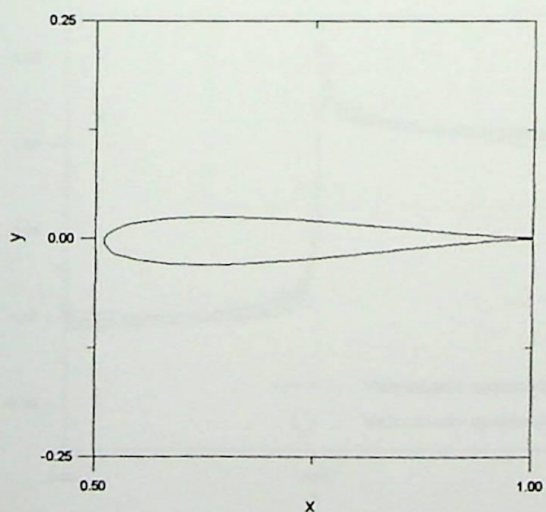


Figura 4.41 - 6ª Iteração: Joukowski - b.

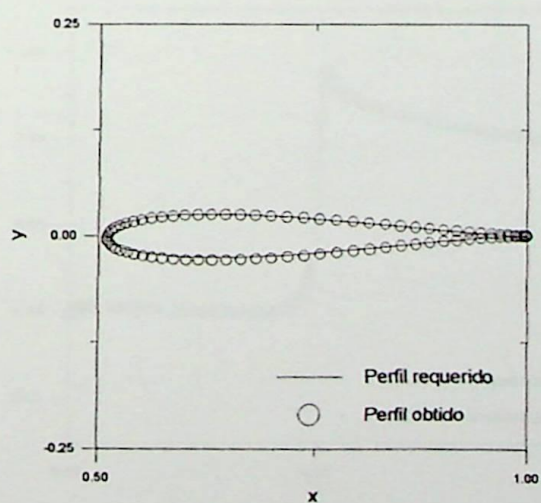


Figura 4.42 - 8ª Iteração: Joukowski - b.



Comparação das coordenadas  $x$  e  $y$  encontradas e as coordenadas  $x$  e  $y$  requeridas em função de  $s$ .

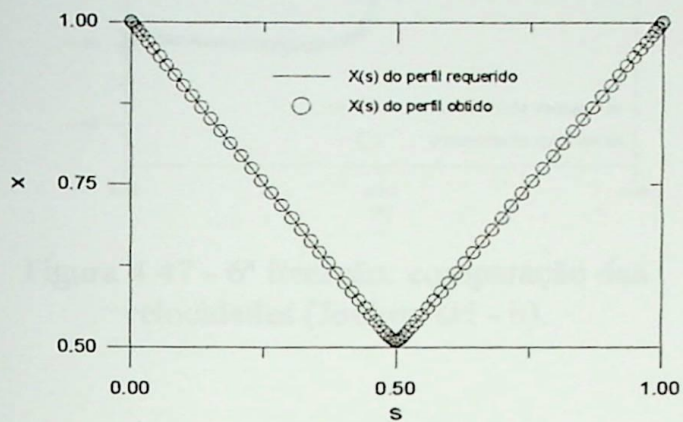


Figura 4.43 -  $x(s)$  do Joukowski - b.

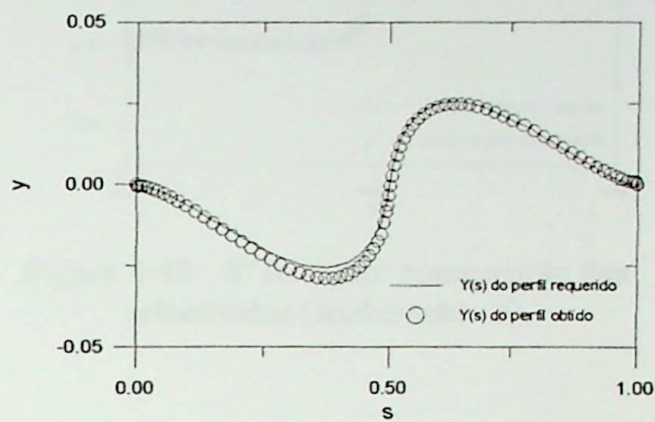


Figura 4.44 -  $y(s)$  do Joukowski - b.

Comparação da distribuição da velocidade requerida com a distribuição de velocidade analisada.

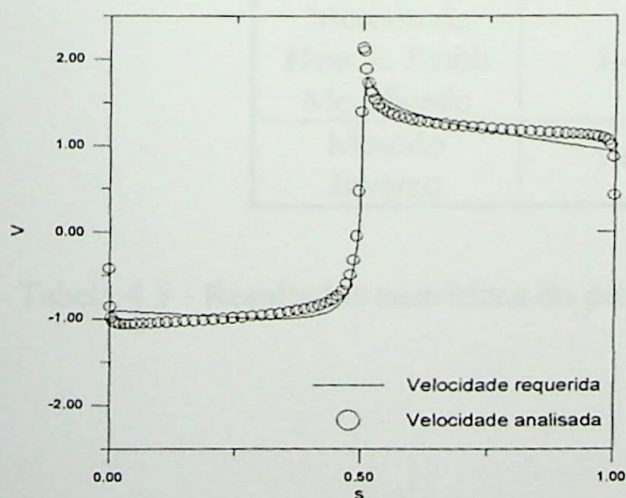


Figura 4.45 - 1ª Iteração: comparação das velocidades (Joukowski - b).

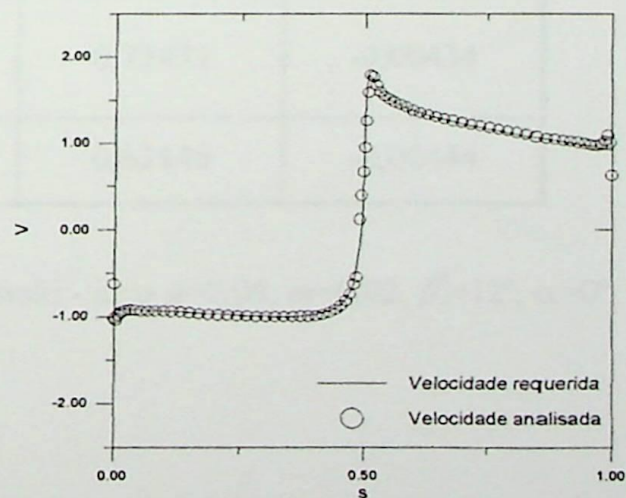


Figura 4.46- 3ª Iteração: comparação das velocidades (Joukowski - b).

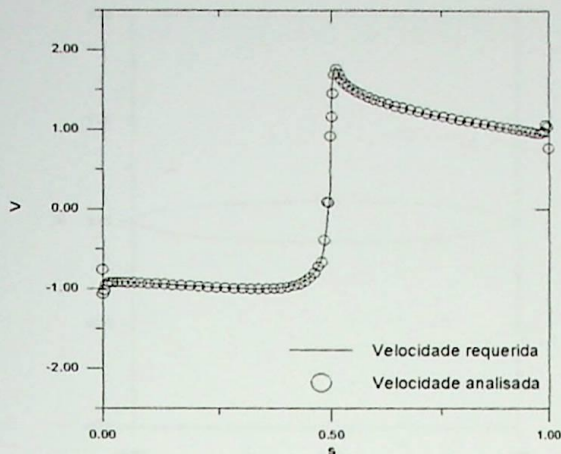


Figura 4.47 - 6ª Iteração: comparação das velocidades (Joukowski - b).

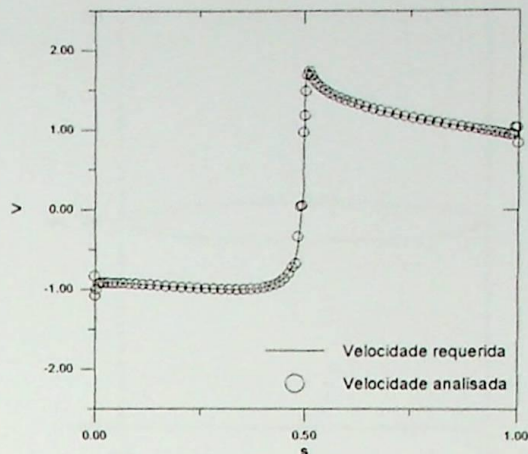


Figura 4.48 - 8ª Iteração: comparação das velocidades (Joukowski - b).

**5º caso** - Perfil inicial: elipse, com relação de semi-eixos igual a 0,1; perfil requerido: Joukowski - c com os parâmetros de transformação conforme,  $\alpha=0,09$ ,  $m=0,02$ ,  $\beta^*=12^\circ$ ; ângulo de ataque:  $0^\circ$ ; número de painéis: 80; filtro: variável; fator de aceleração de convergência: 1,5; número de iterações para convergência: 17.

Resultados Numéricos	Coefficiente de Sustentação	Coefficiente de Momento	Coefficiente de Arrasto
Resultados Analítico	1,44265	0,69472	0
Método de Hess & Smith Modificado	1,49711	0,71431	-0,00434
Método Inverso	1,47216	0,63145	-0,00444

Tabela 4.5 - Resultados numéricos do perfil Joukowski - c  $\Rightarrow \alpha=0,09$ ,  $m=0,02$ ,  $\beta^*=12^\circ$ ,  $\alpha=0^\circ$ .

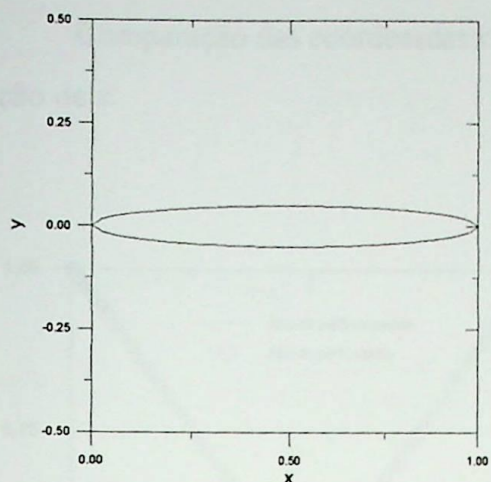


Figura 4.49 - Perfil inicial: elipse com relação de semi-eixos igual 0,1.

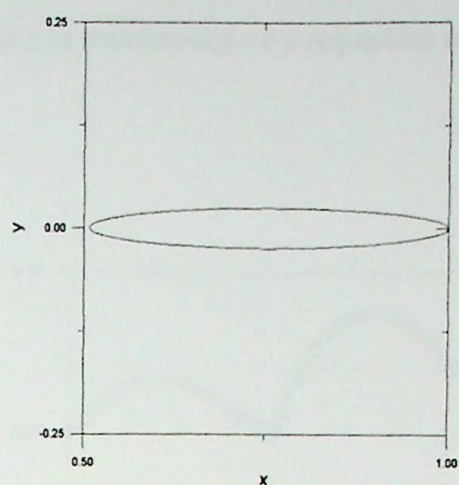


Figura 4.50 - Perfil normalizado em função de  $s/l$ .

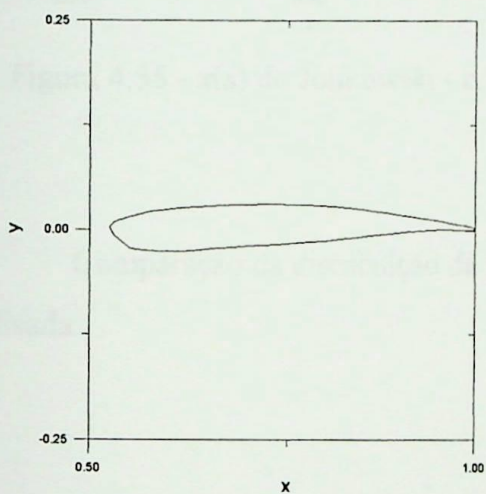


Figura 4.51 - 1ª Iteração: Joukowski - c.

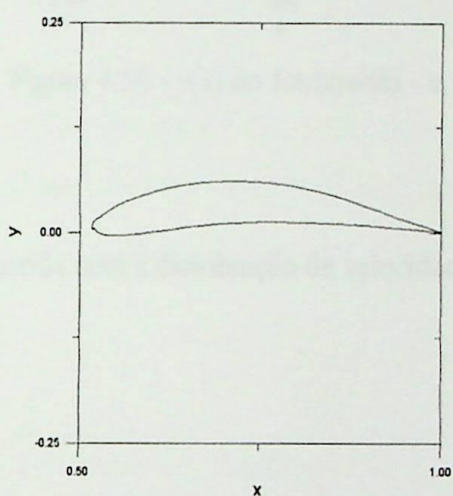


Figura 4.52 - 5ª Iteração: Joukowski - c.

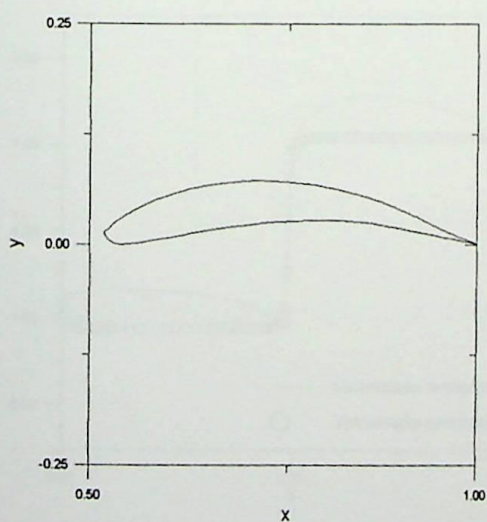


Figura 4.53 - 10ª Iteração: Joukowski - c.

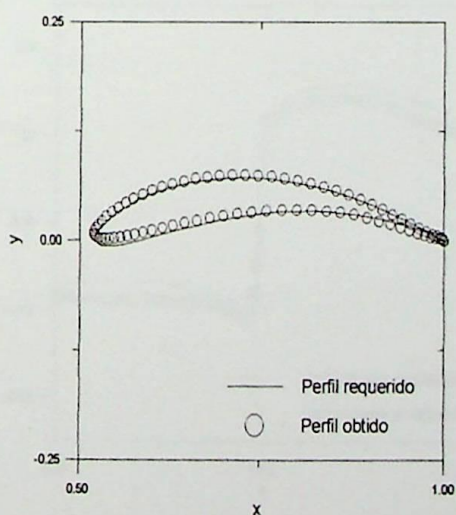


Figura 4.54 - 17ª Iteração: Joukowski - c.

Comparação das coordenadas  $x$  e  $y$  encontradas e as coordenadas  $x$  e  $y$  requeridas em função de  $s$ .

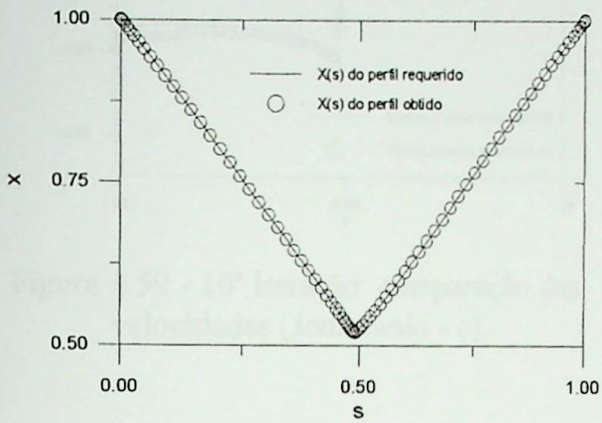


Figura 4.55 -  $x(s)$  do Joukowski - c.

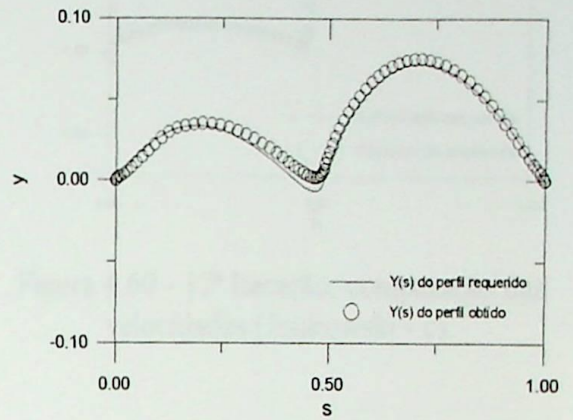


Figura 4.56 -  $y(s)$  do Joukowski - c.

Comparação da distribuição da velocidade requerida com a distribuição de velocidade analisada.

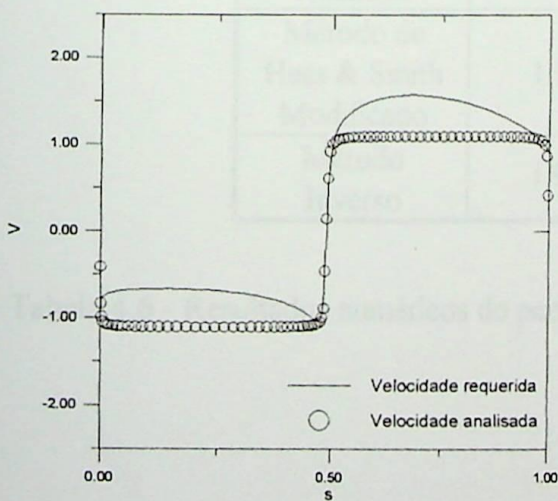


Figura 4.57 - 1ª Iteração: comparação das velocidades (Joukowski - c).

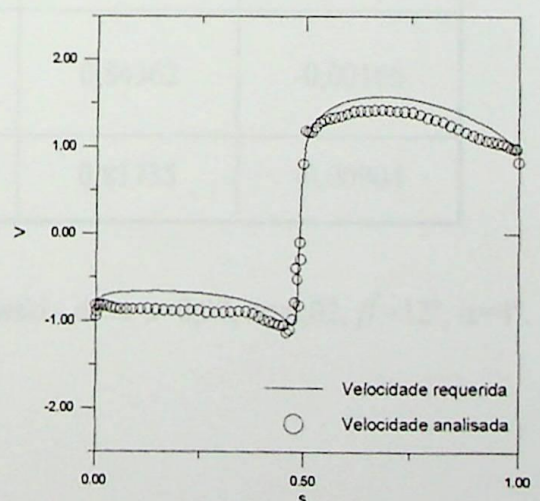


Figura 4.58 - 5ª Iteração: comparação das velocidades (Joukowski - c).

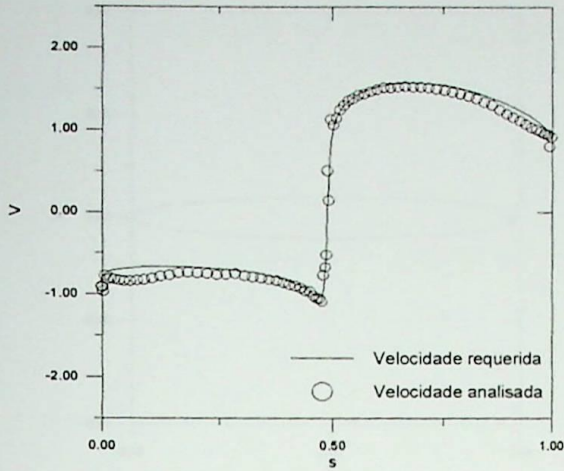


Figura 4.59 - 10ª Iteração: comparação das velocidades (Joukowski - c).

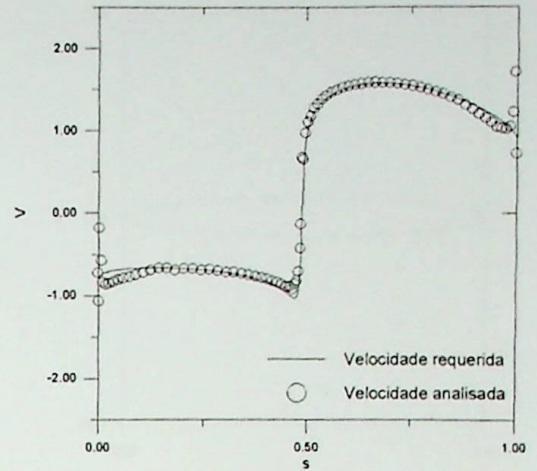


Figura 4.60 - 17ª Iteração: comparação das velocidades (Joukowski - c).

**6º caso** - Perfil inicial: elipse, com relação de semi-eixos igual a 0,1; perfil requerido: Joukowski - d com os parâmetros de transformação conforme,  $\alpha=0,09$ ,  $m=0,02$ ,  $\beta^*=12^\circ$ ; ângulo de ataque:  $4^\circ$ ; número de painéis: 80; filtro: variável; fator de aceleração de convergência: 1,5; número de iterações para convergência: 26.

Resultados Numéricos	Coefficiente de Sustentação	Coefficiente de Momento	Coefficiente de Arrasto
Resultados Analítico	1,91259	0,818529	0
Método de Hess & Smith Modificado	1,98104	0,84362	-0,00166
Método Inverso	1,97285	0,81735	-0,00904

Tabela 4.6 - Resultados numéricos do perfil Joukowski - d  $\Rightarrow \alpha=0,09$ ,  $m=0,02$ ,  $\beta^*=12^\circ$ ,  $\alpha=4^\circ$ .

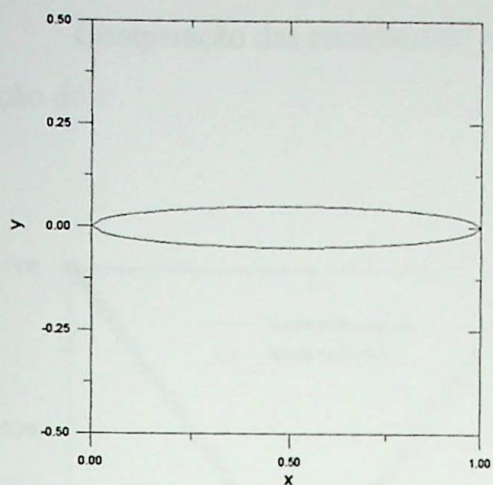


Figura 4.61 - Perfil inicial: elipse com relação de semi-eixos igual 0,1.

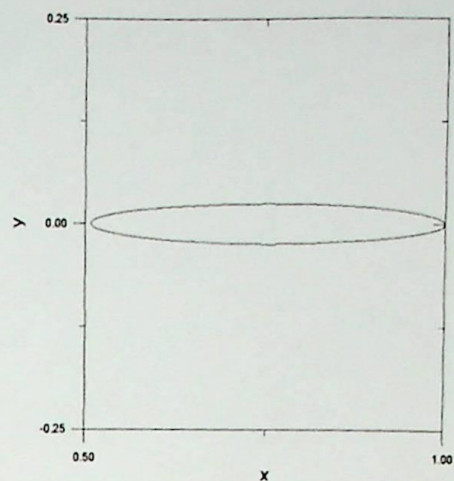


Figura 4.62 - Perfil normalizado em função de  $s/l$ .

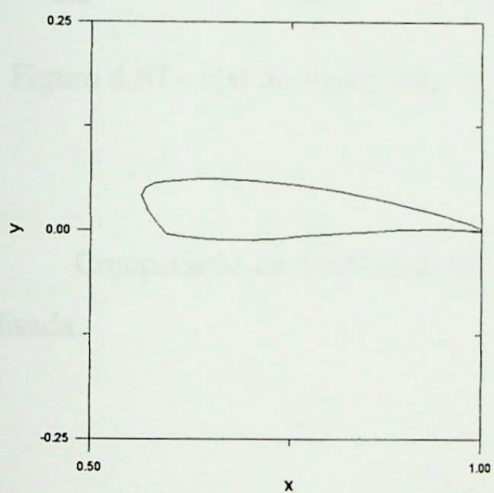


Figura 4.63 - 1ª Iteração: Joukowski - d.

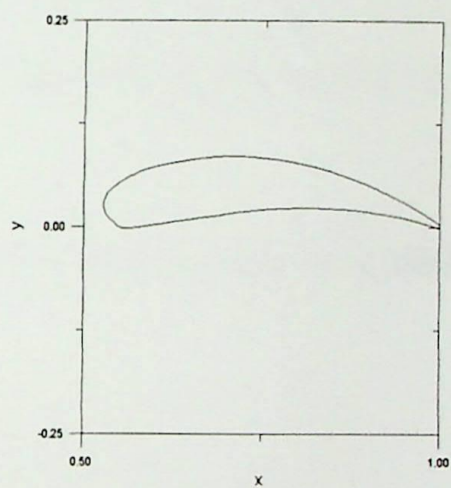


Figura 4.64 - 10ª Iteração: Joukowski - d.

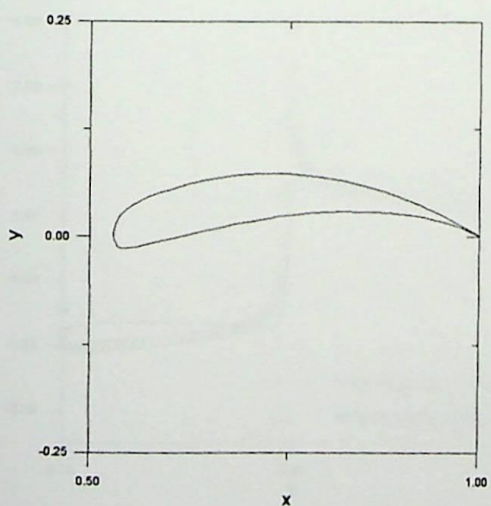


Figura 4.65 - 20ª Iteração: Joukowski - d.

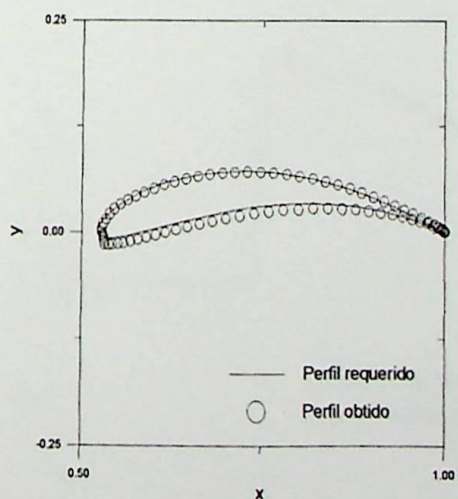


Figura 4.66 - 26ª Iteração: Joukowski - d.

Comparação das coordenadas  $x$  e  $y$  encontradas e as coordenadas  $x$  e  $y$  requeridas em função de  $s$ .

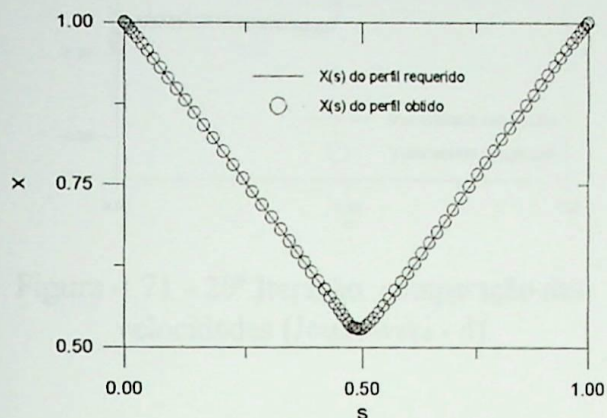


Figura 4.67 -  $x(s)$  do Joukowski - d.

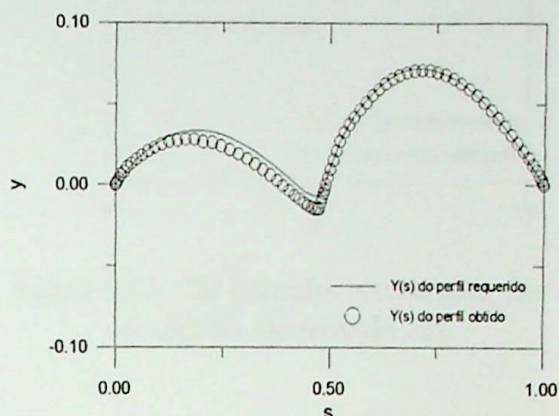


Figura 4.68 -  $y(s)$  do Joukowski - d.

Comparação da distribuição da velocidade requerida com a distribuição de velocidade analisada.

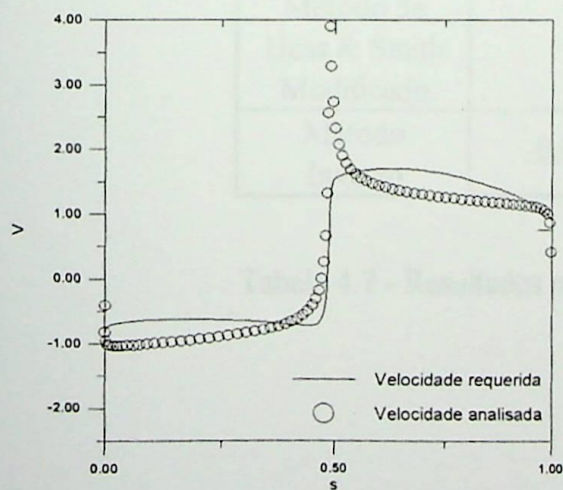


Figura 4.69 - 1ª Iteração: comparação das velocidades (Joukowski - d).

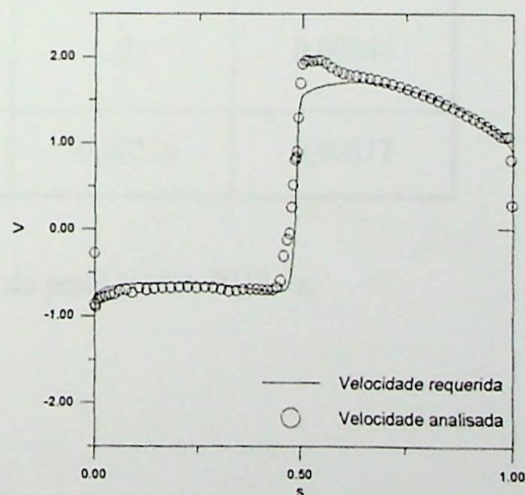


Figura 4.70 - 10ª Iteração: comparação das velocidades (Joukowski - d).

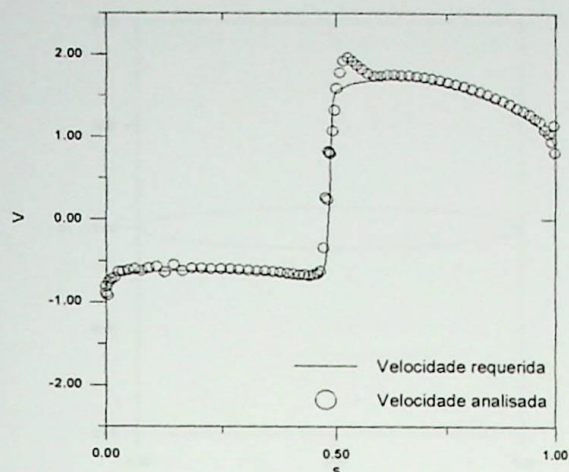


Figura 4.71 - 20ª Iteração: comparação das velocidades (Joukowski - d).

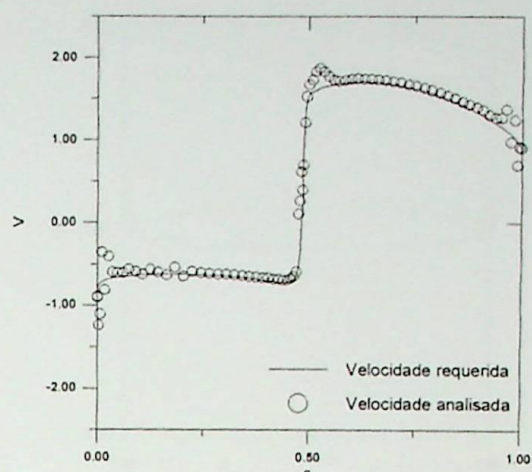


Figura 4.72 - 26ª Iteração: comparação das velocidades (Joukowski - d).

**7º caso** - Perfil inicial: elipse, com relação de semi-eixos igual a 0,1; perfil requerido: NACA 0012 - a; ângulo de ataque:  $0^\circ$ ; número de painéis: 80; filtro: variável; fator de aceleração de convergência: 2,5; número de iterações para convergência: 4.

Resultados Numéricos	Coefficiente de Sustentação	Coefficiente de Momento	Coefficiente de Arrasto
Método de Hess & Smith Modificado	0	0	0,00044
Método Inverso	-0,00395	-0,00234	0,00077

Tabela 4.7 - Resultados numéricos do perfil NACA 0012 - a.

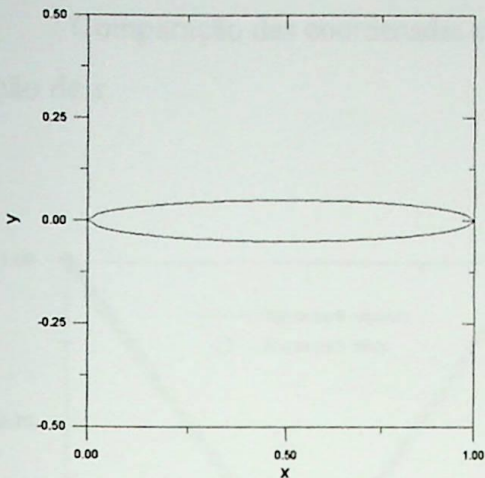


Figura 4.73 - Perfil inicial: elipse com relação de semi-eixos igual 0,1.

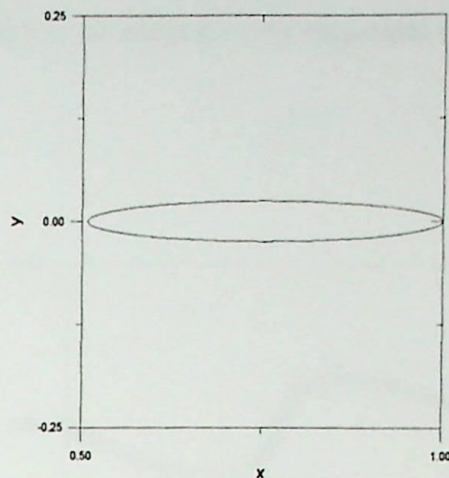


Figura 4.74 - Perfil normalizado em função de  $s/l$ .

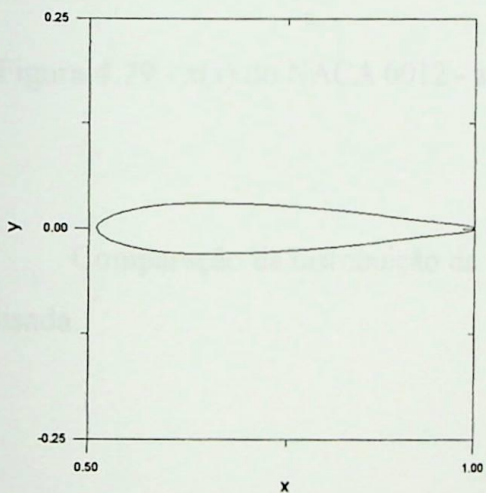


Figura 4.75 - 1ª Iteração: NACA 0012 - a.

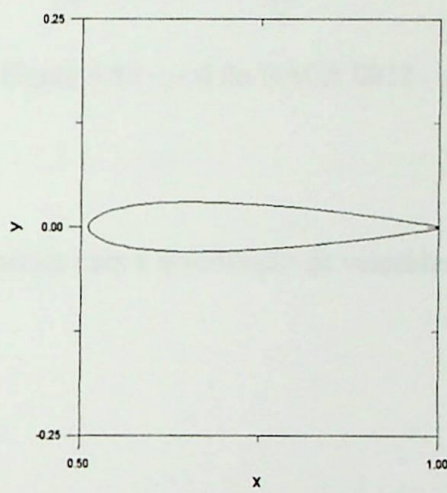


Figura 4.76 - 2ª Iteração: NACA 0012 - a.

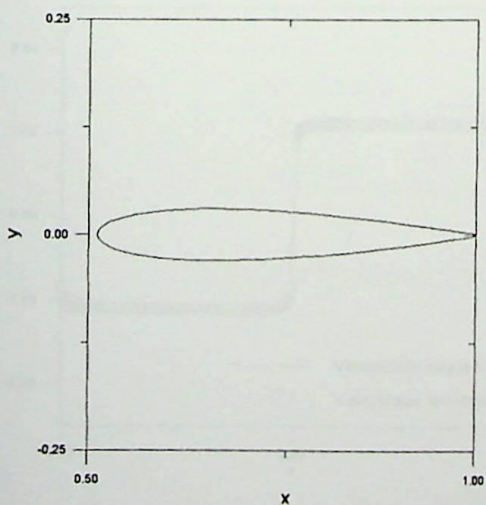


Figura 4.77 - 3ª Iteração: NACA 0012 - a.

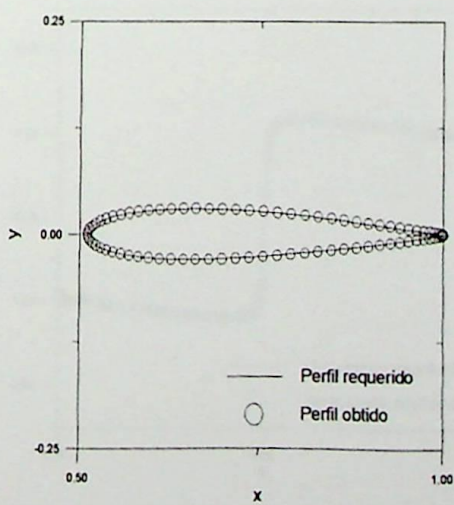


Figura 4.78 - 4ª Iteração: NACA 0012 - a.

Comparação das coordenadas  $x$  e  $y$  encontradas e as coordenadas  $x$  e  $y$  requeridas em função de  $s$ .

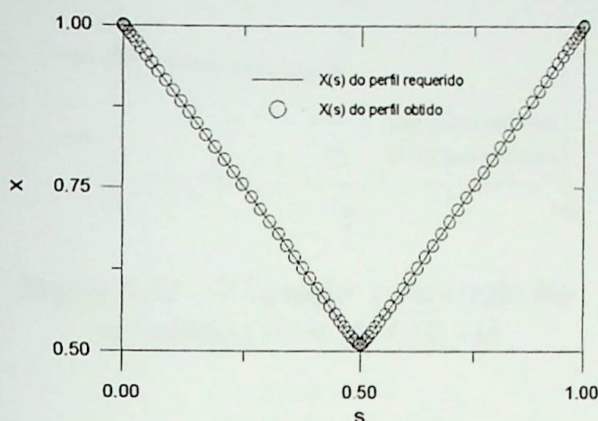


Figura 4.79 -  $x(s)$  do NACA 0012 - a.

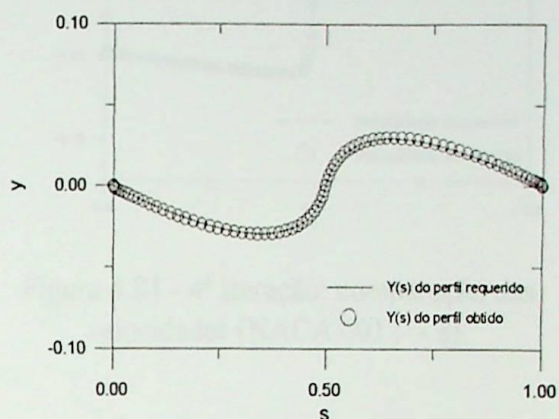


Figura 4.80 -  $y(s)$  do NACA 0012 - a.

Comparação da distribuição da velocidade requerida com a distribuição de velocidade analisada.

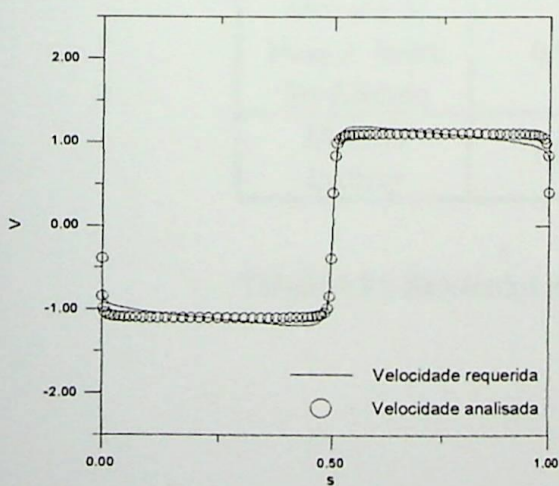


Figura 4.81 - 1ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 0012 - a).

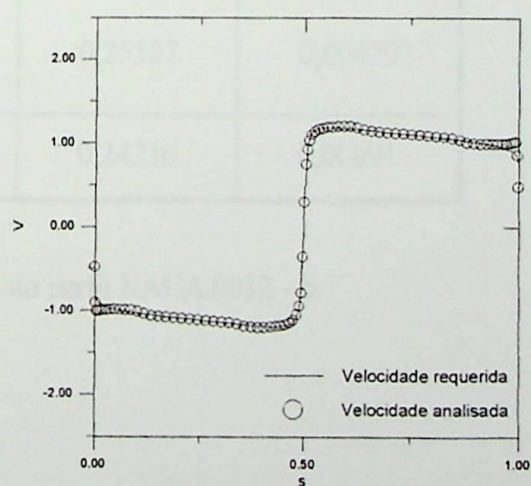


Figura 4.82 - 2ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 0012 - a).

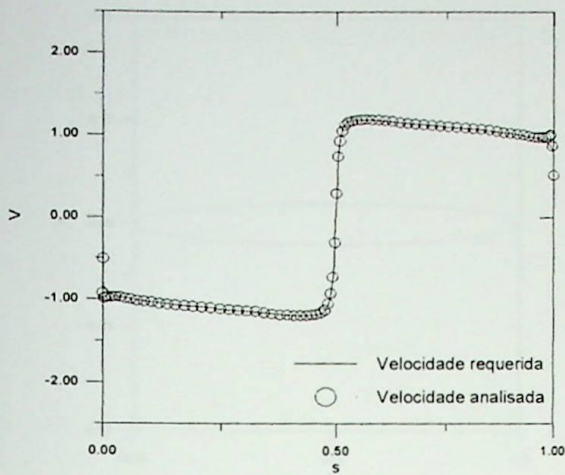


Figura 4.83 - 3ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 0012 - a).

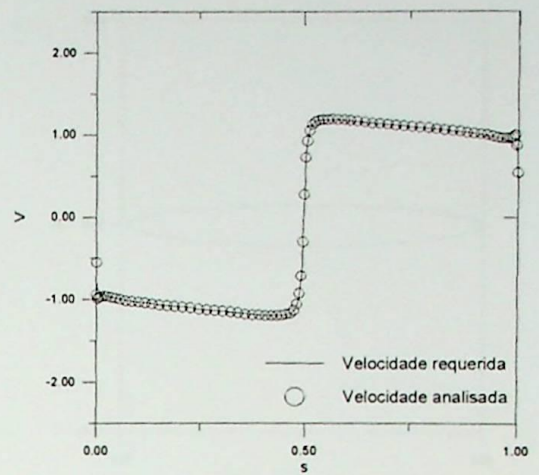


Figura 4.84 - 4ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 0012 - a).

**8º caso** - Perfil inicial: elipse, com relação de semi-eixos igual a 0,1; perfil requerido: NACA 0012 - b; ângulo de ataque:  $8^\circ$ ; número de painéis: 80; filtro: variável; fator de aceleração de convergência: 2,5; número de iterações para convergência: 8.

Resultados Numéricos	Coefficiente de Sustentação	Coefficiente de Momento	Coefficiente de Arrasto
Método de Hess & Smith Modificado	0,98542	0,25507	0,00470
Método Inverso	1,00931	0,24210	0,00691

Tabela 4.8 - Resultados numéricos do perfil NACA 0012 - b.

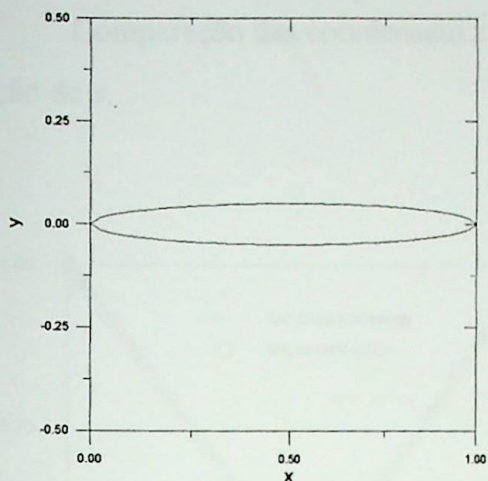


Figura 4.85 - Perfil inicial: elipse com relação de semi-eixos igual 0,1.

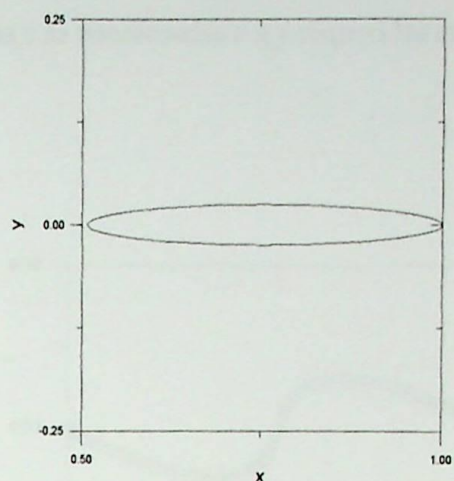


Figura 4.86 - Perfil normalizado em função de  $s/l$ .

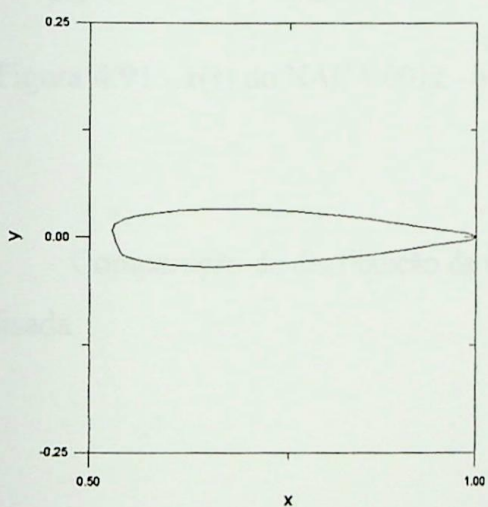


Figura 4.87 - 1ª Iteração: NACA 0012 - b.

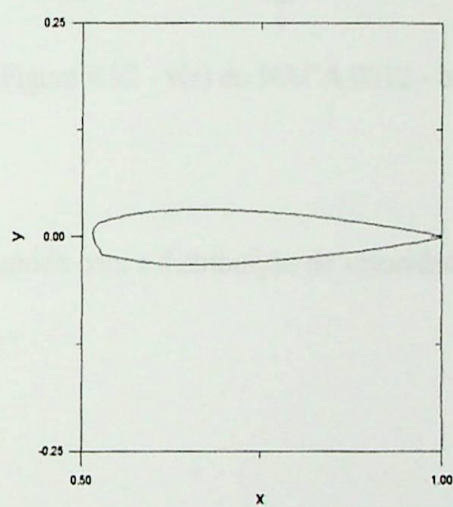


Figura 4.88 - 3ª Iteração: NACA 0012 - b.

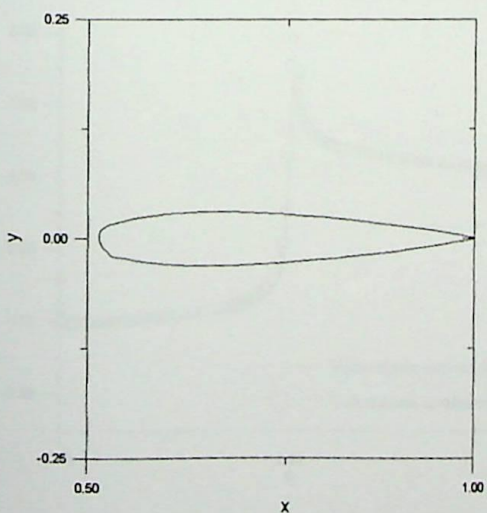


Figura 4.89 - 5ª Iteração: NACA 0012 - b.

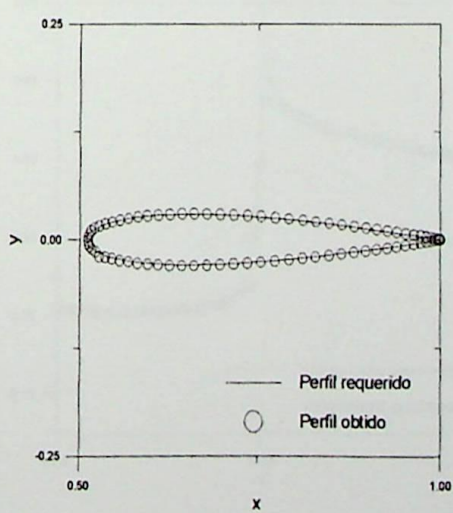


Figura 4.90 - 8ª Iteração: NACA 0012 - b.

Comparação das coordenadas  $x$  e  $y$  encontradas e as coordenadas  $x$  e  $y$  requeridas em função de  $s$ .

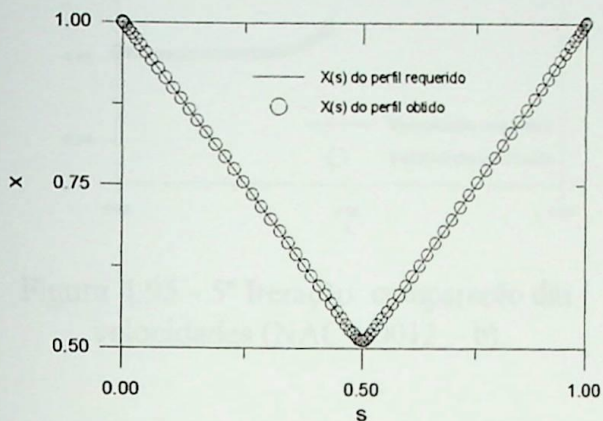


Figura 4.91 -  $x(s)$  do NACA 0012 - b.

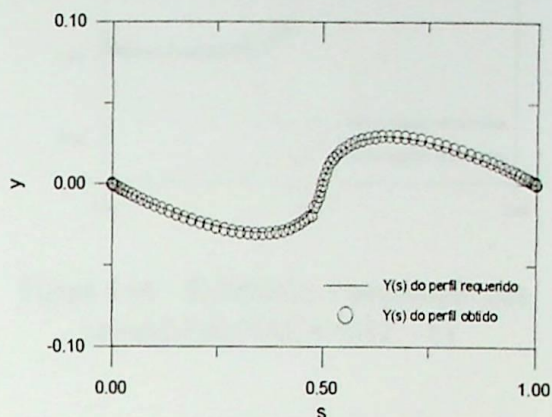


Figura 4.92 -  $y(s)$  do NACA 0012 - b.

Comparação da distribuição da velocidade requerida com a distribuição de velocidade analisada.

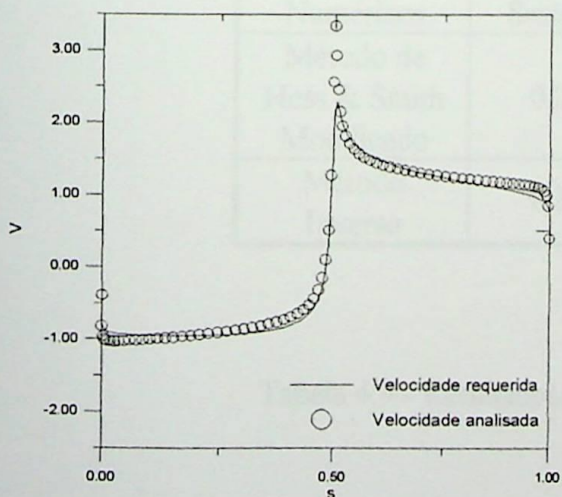


Figura 4.93 - 1ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 0012 - b).

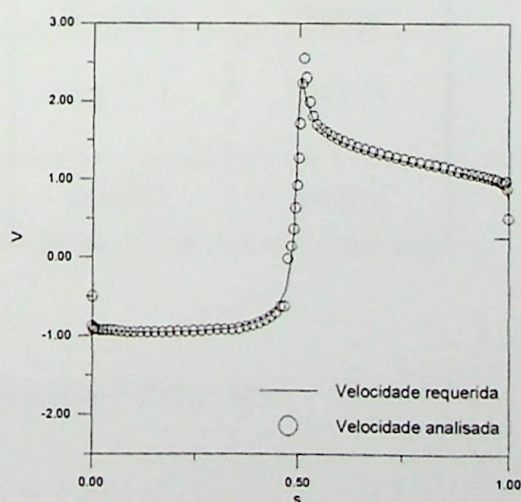


Figura 4.94 - 3ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 0012 - b).

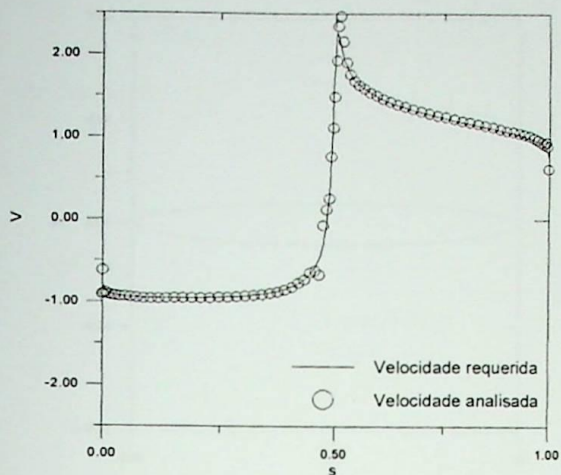


Figura 4.95 - 5ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 0012 - b).

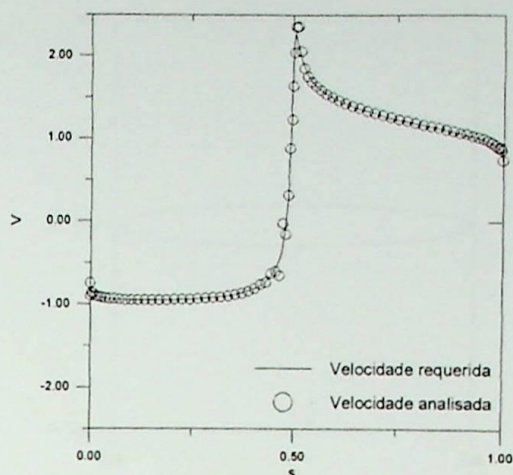


Figura 4.96 - 8ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 0012 - b).

**9º caso** - Perfil inicial: elipse, com relação de semi-eixos igual a 0,1; perfil requerido: NACA 2412; ângulo de ataque:  $0^\circ$ ; número de painéis: 80; filtro: variável; fator de aceleração de convergência: 2,5; número de iterações para convergência: 11.

Resultados Numéricos	Coefficiente de Sustentação	Coefficiente de Momento	Coefficiente de Arrasto
Método de Hess & Smith Modificado	0,25738	0,11772	0,00025
Método Inverso	0,24542	0,10347	0,00021

Tabela 4.9 - Resultados numéricos do perfil NACA 2412.

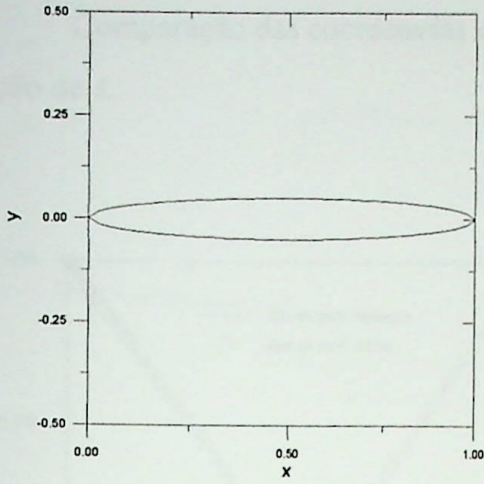


Figura 4.97 - Perfil inicial: elipse com relação de semi-eixos igual 0,1.

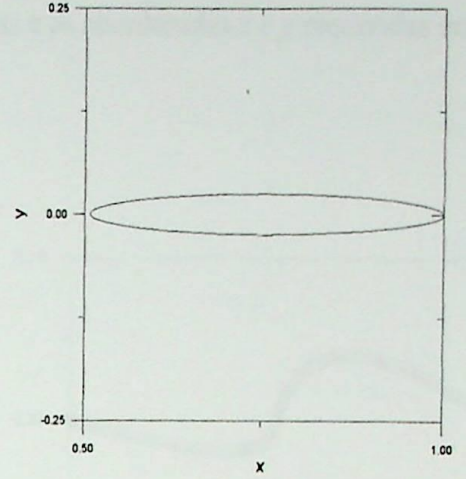


Figura 4.98 - Perfil normalizado em função de  $s/l$ .

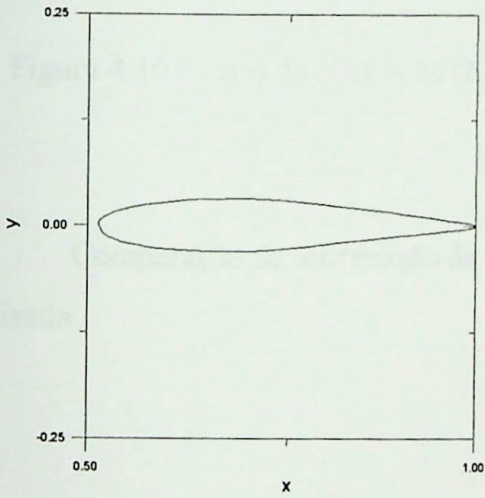


Figura 4.99 - 1ª Iteração: NACA 2412.

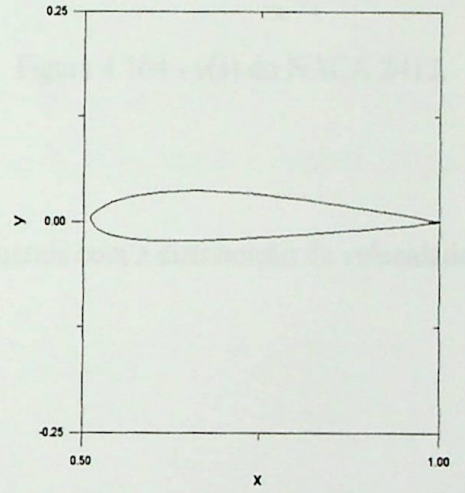


Figura 4.100 - 4ª Iteração: NACA 2412.

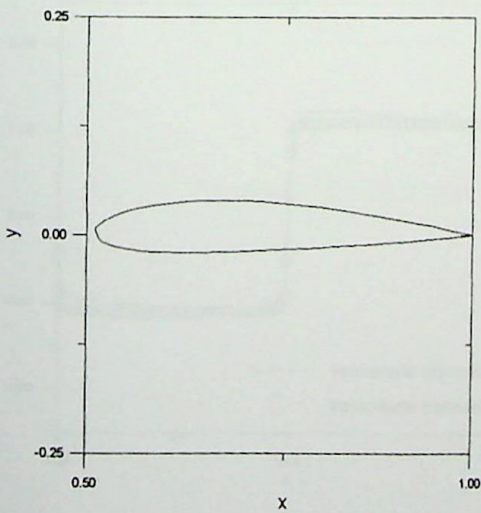


Figura 4.101 - 8ª Iteração: NACA 2412.

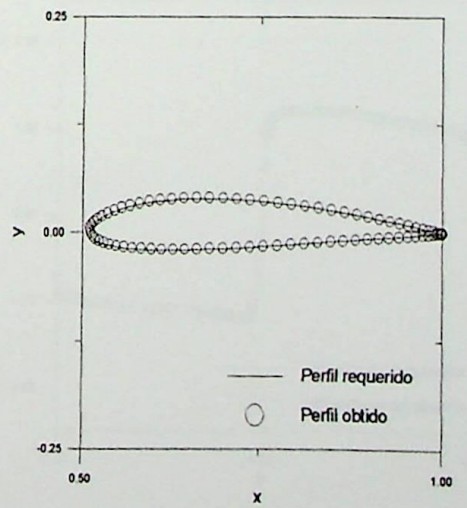


Figura 4.102 - 11ª Iteração: NACA 2412.

Comparação das coordenadas  $x$  e  $y$  encontradas e as coordenadas  $x$  e  $y$  requeridas em função de  $s$ .

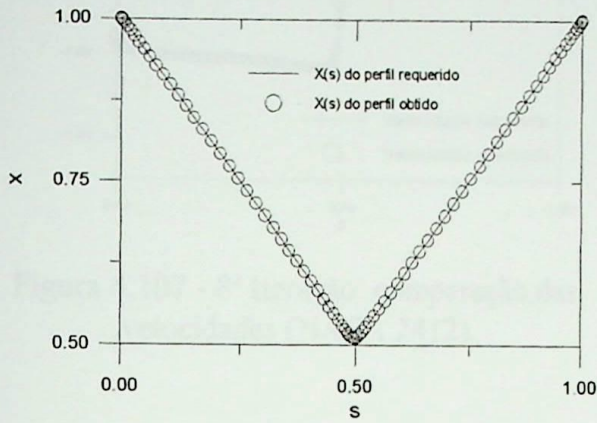


Figura 4.103 -  $x(s)$  do NACA 2412.

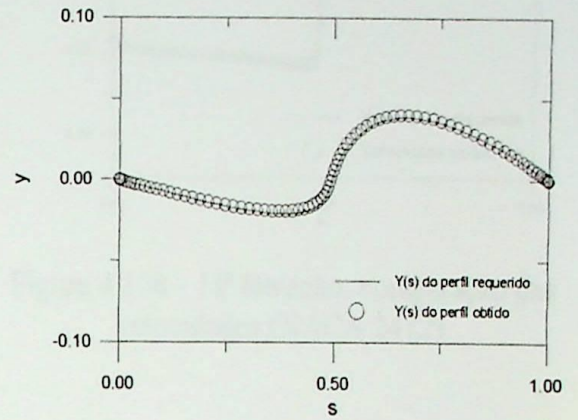


Figura 4.104 -  $y(s)$  do NACA 2412.

Comparação da distribuição da velocidade requerida com a distribuição de velocidade analisada.

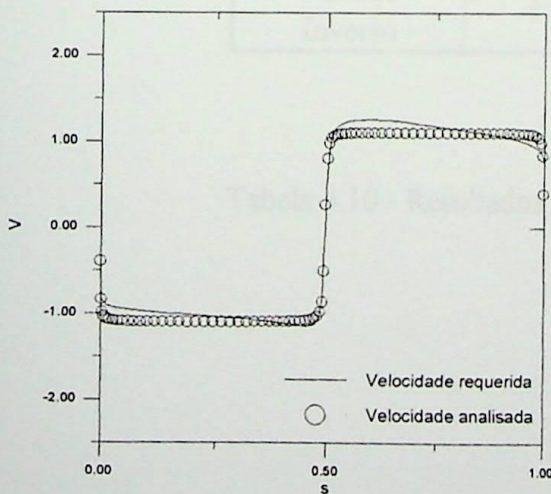


Figura 4.105 - 1ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 2412).

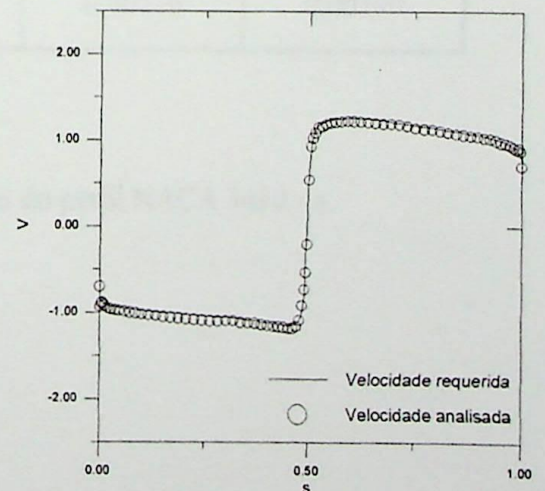


Figura 4.106 - 4ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 2412).

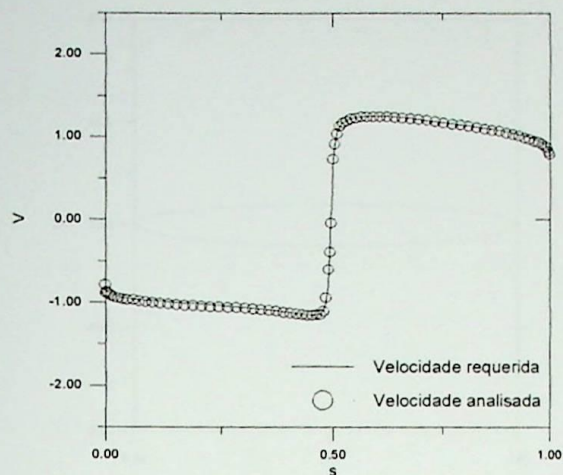


Figura 4.107 - 8ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 2412).

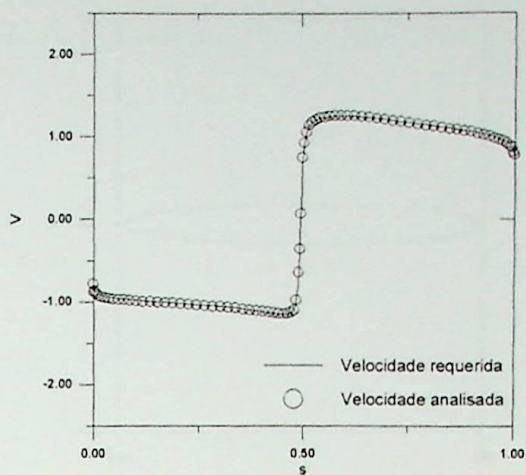


Figura 4.108 - 11ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 2412).

**10º caso** - Perfil inicial: elipse, com relação de semi-eixos igual a 0,1; perfil requerido: NACA 3410 - a; ângulo de ataque: 8º; número de painéis: 80; filtro: variável; fator de aceleração de convergência: 2; número de iterações para convergência: 13.

Resultados Numéricos	Coefficiente de Sustentação	Coefficiente de Momento	Coefficiente de Arrasto
Método de Hess & Smith Modificado	1,34974	0,42350	0,00335
Método Inverso	1,32349	0,40710	0,00190

Tabela 4.10 - Resultados numéricos do perfil NACA 3410 - a.

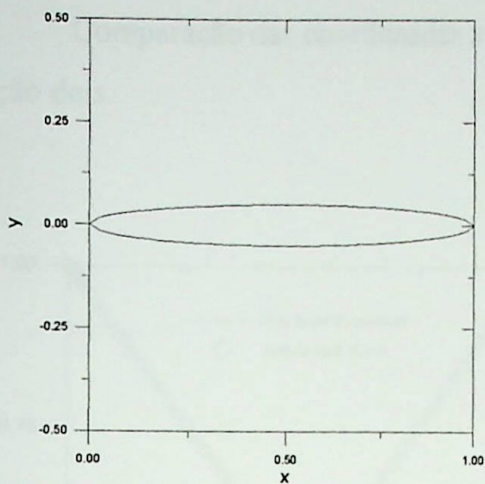


Figura 4.109 - Perfil inicial: elipse com relação de semi-eixos igual 0,1.

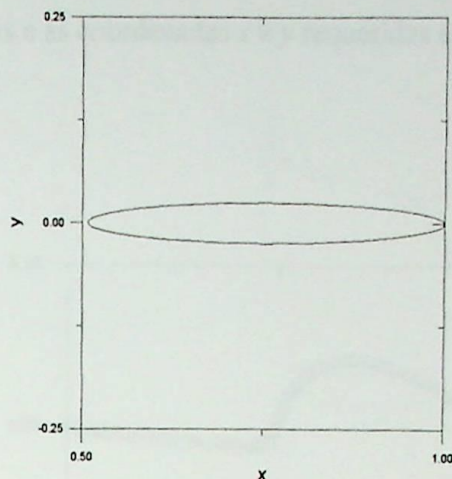


Figura 4.110 - Perfil normalizado em função de  $s/l$ .

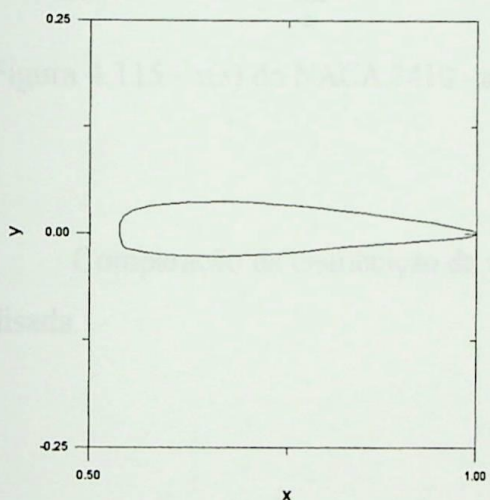


Figura 4.111 - 1ª Iteração NACA: 3410 - a.

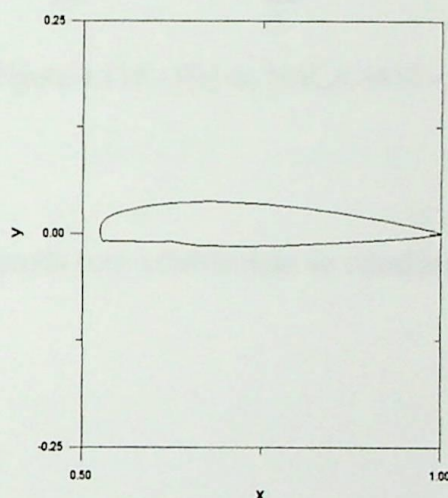


Figura 4.112 - 4ª Iteração: NACA 3410 - a.

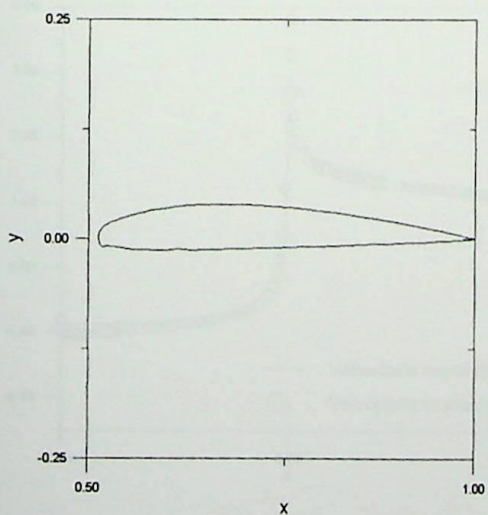


Figura 4.113 - 8ª Iteração: NACA 3410 - a.

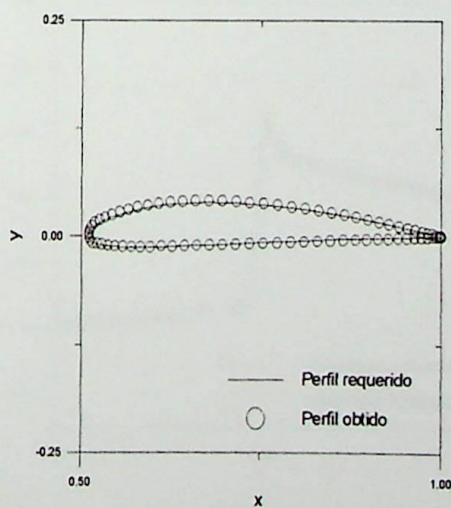


Figura 4.114 - 13ª Iteração: NACA 3410 - a.

Comparação das coordenadas  $x$  e  $y$  encontradas e as coordenadas  $x$  e  $y$  requeridas em função de  $s$ .

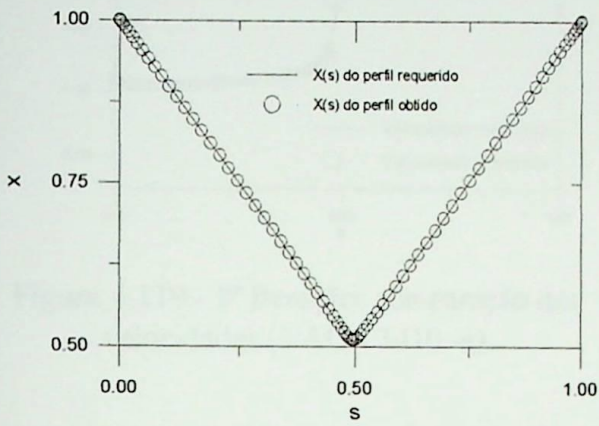


Figura 4.115 -  $x(s)$  do NACA 3410 - a.

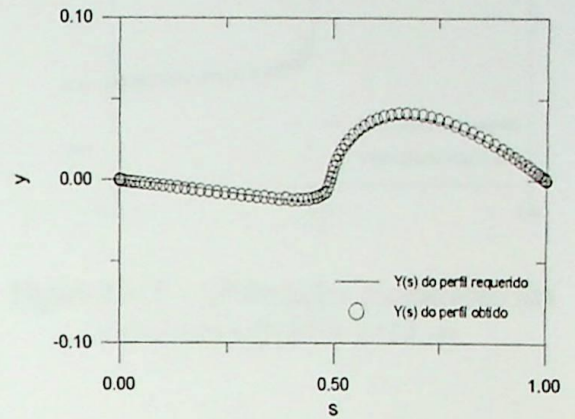


Figura 4.116 -  $y(s)$  do NACA 3410 - a.

Comparação da distribuição da velocidade requerida com a distribuição de velocidade analisada.

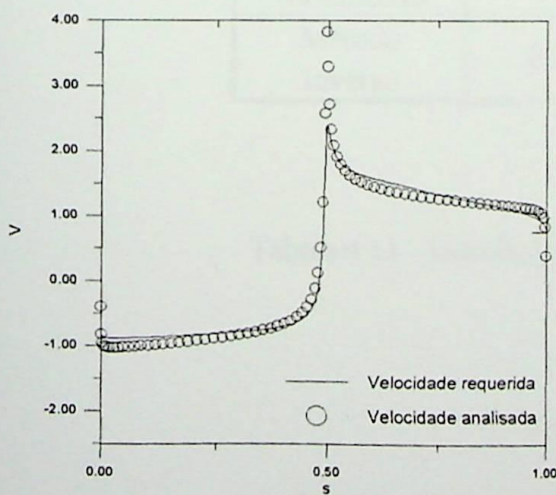


Figura 4.117 - 1ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 3410 -a).

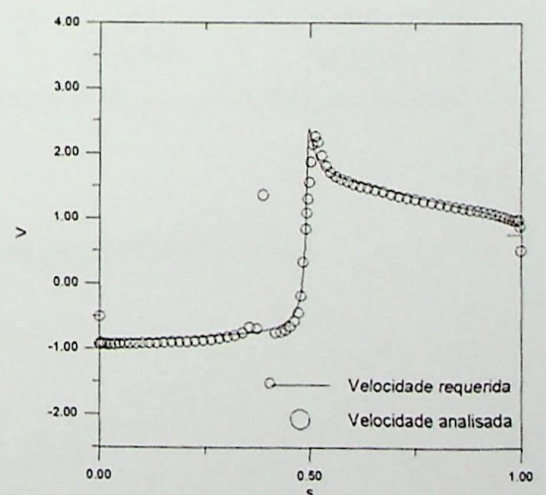


Figura 4.118 - 4ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 3410 -a).

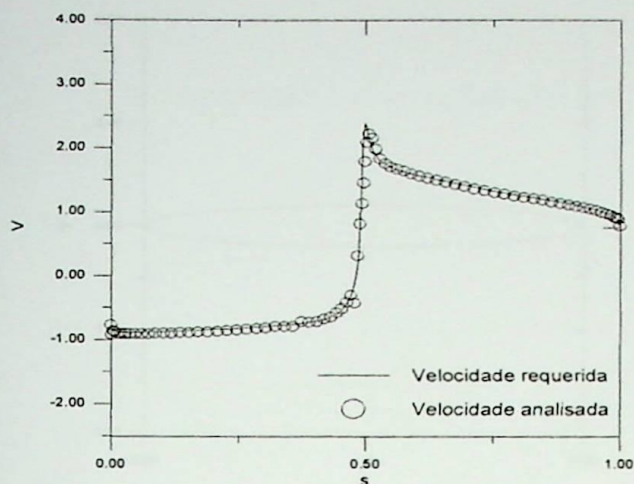


Figura 4.119 - 8ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 3410 -a).

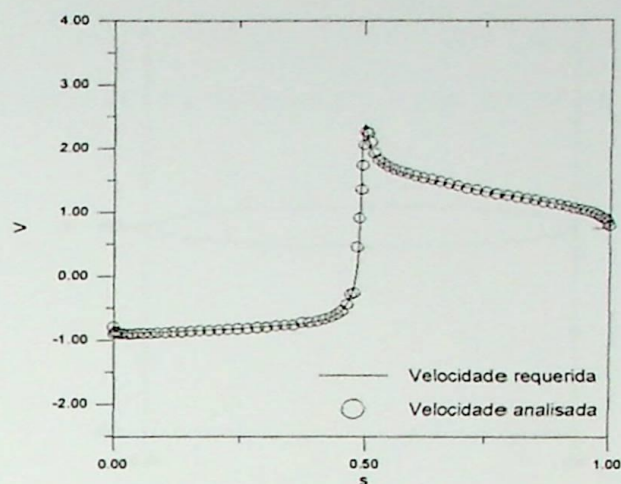


Figura 4.120 - 13ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 3410 -a).

**11º caso** - Perfil inicial: elipse, com relação de semi-eixos igual a 0,1; perfil requerido: NACA 6510; ângulo de ataque:  $0^\circ$ ; número de painéis: 80; filtro: variável; fator de aceleração de convergência: 2,5; número de iterações para convergência: 14.

Resultados Numéricos	Coefficiente de Sustentação	Coefficiente de Momento	Coefficiente de Arrasto
Método de Hess & Smith Modificado	0,82657	0,39310	-0,00331
Método Inverso	0,84614	0,38448	-0,00613

Tabela 4.11 - Resultados numéricos do perfil NACA 6510.

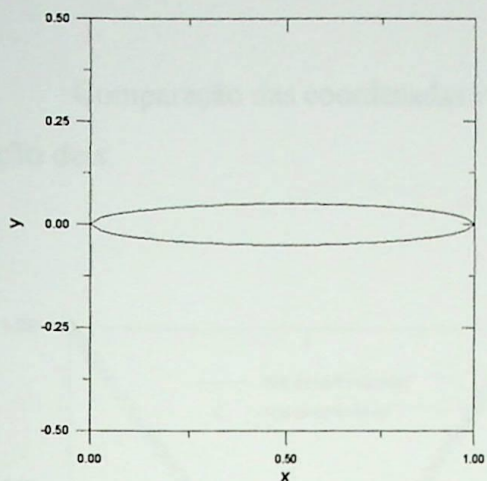


Figura 4.121 - Perfil inicial: elipse com relação de semi-eixos igual 0,1.

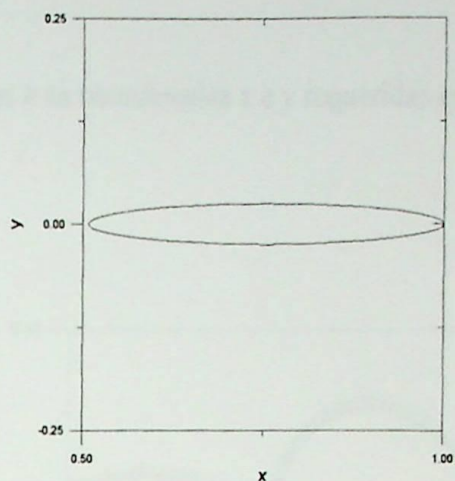


Figura 4.122 - Perfil normalizado em função de  $s/l$ .

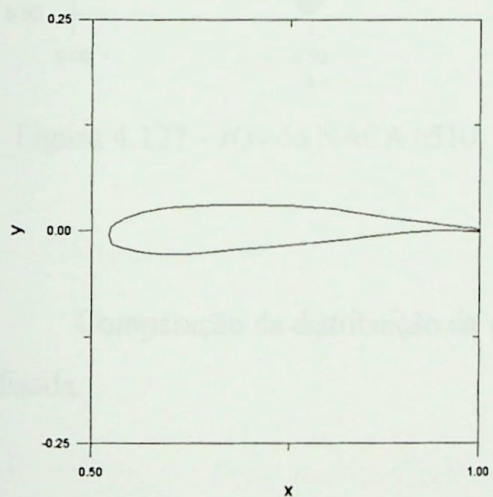


Figura 4.123 - 1ª Iteração: NACA 6510.

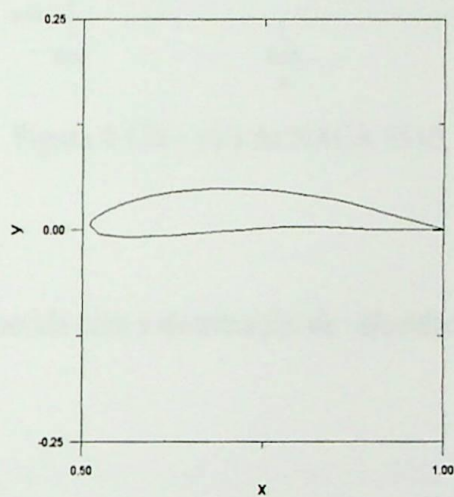


Figura 4.124 - 5ª Iteração: NACA 6510.

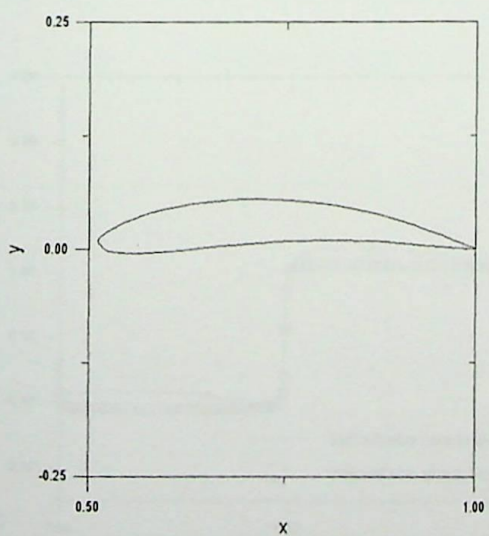


Figura 4.125 - 10ª Iteração: NACA 6510.

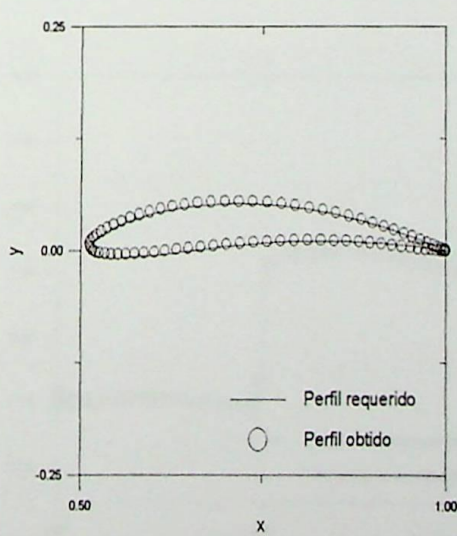


Figura 4.126 - 14ª Iteração: NACA 6510.

Comparação das coordenadas  $x$  e  $y$  encontradas e as coordenadas  $x$  e  $y$  requeridas em função de  $s$ .

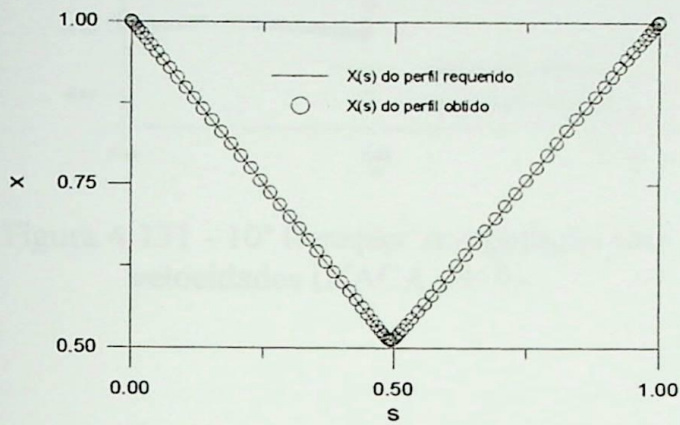


Figura 4.127 -  $x(s)$  do NACA 6510.

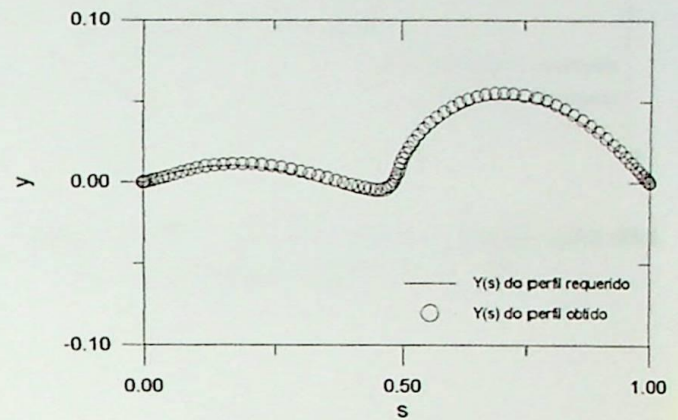


Figura 4.128 -  $y(s)$  do NACA 6510.

Comparação da distribuição da velocidade requerida com a distribuição de velocidade analisada.

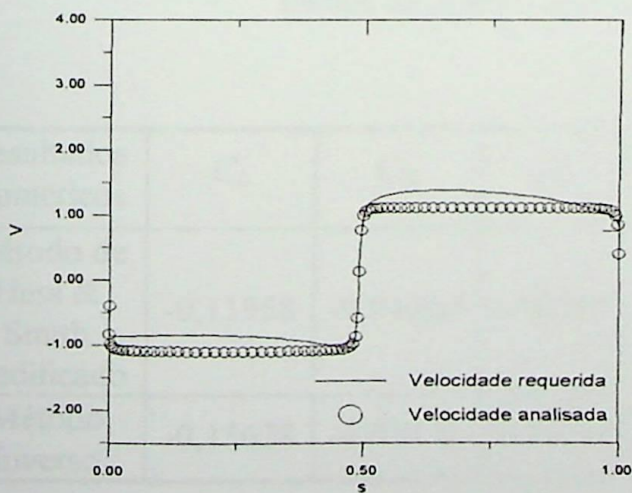


Figura 4.129 - 1ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 6510).

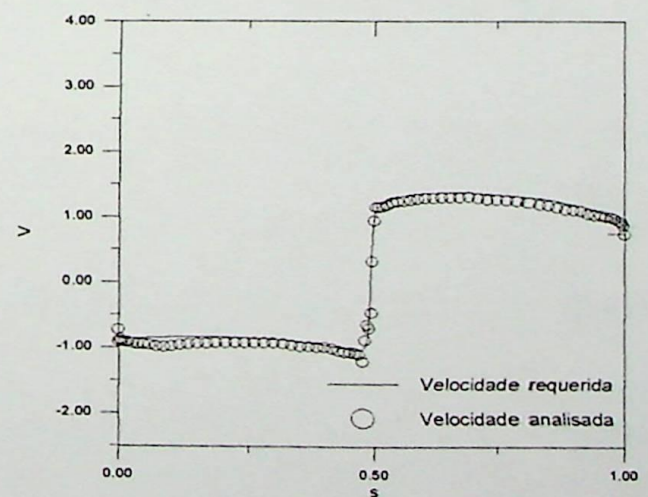


Figura 4.130 - 5ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 6510).

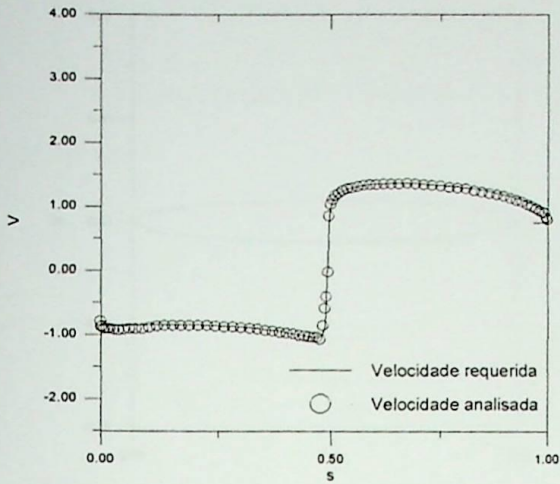


Figura 4.131 - 10ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 6510).

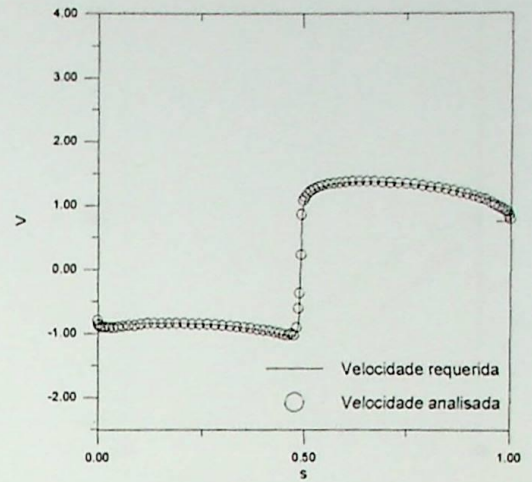


Figura 4.132 - 14ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 6510).

### 4.3 - Perfis em Grades Lineares

**1º caso** - Perfil inicial: elipse, com relação de semi-eixos igual a 0,1; perfil requerido: NACA 0012 - c; ângulo de ataque:  $0^\circ$ ; número de painéis: 80; filtro: variável; fator de aceleração de convergência: 2,5; número de iterações para convergência: 10.

Dados de grade :  $\beta_\infty = 30^\circ$ ,  $t/l = 1$  e  $\beta$  é o ângulo de montagem da grade.

Resultados Numéricos	$C_L$	$C_M$	$C_D$	$\beta$ ( $^\circ$ )	$W_1$	$W_2$	$\beta_1$ ( $^\circ$ )	$\beta_2$ ( $^\circ$ )	$\frac{\Gamma}{tW_\infty}$
Método de Hess & Smith modificado	-0,11958	-0,01360	0,00062	30	0,98546	1,01520	28,50	31,45	-0,0595
Método Inverso	-0,15628	-0,03436	0,00234	29,46	0,98104	1,02010	28,02	31,90	-0,0782

Tabela 4.12 - Resultados numéricos do perfil NACA 0012 - c.

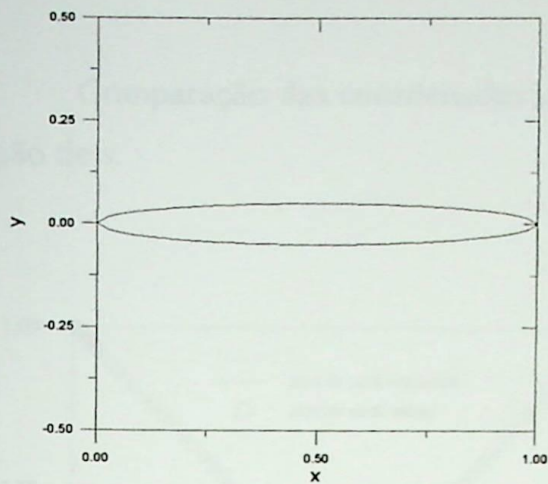


Figura 4.133 - Perfil inicial: elipse com relação de semi-eixos igual 0,1.

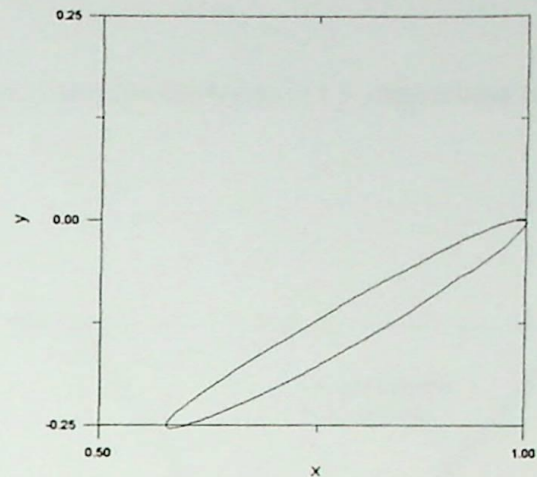


Figura 4.134 - Perfil normalizado em função de  $s/l$  e com ângulo de montagem inicial (Newton-Rapshon).

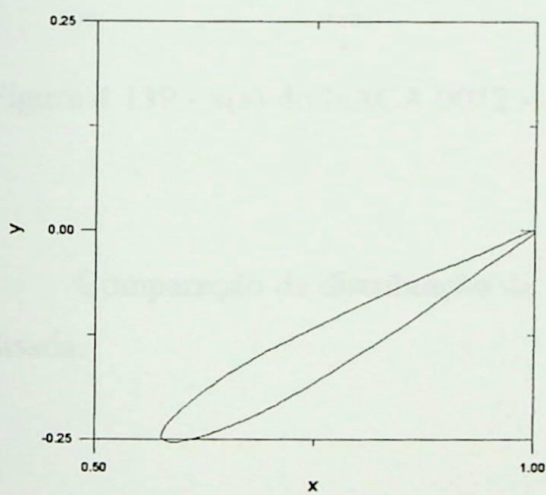


Figura 4.135 - 1ª Iteração: NACA 0012 - c.

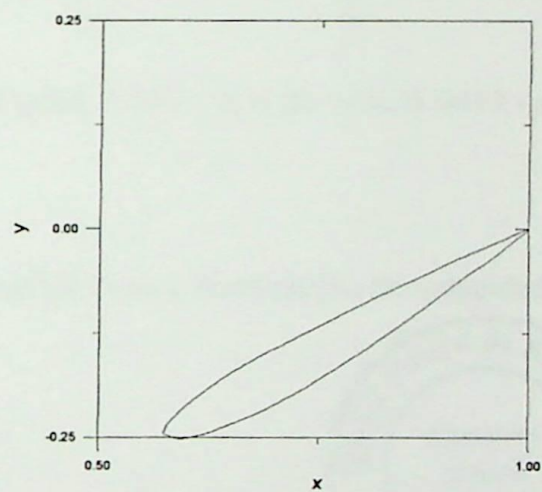


Figura 4.136 - 3ª Iteração: NACA 0012 - c.

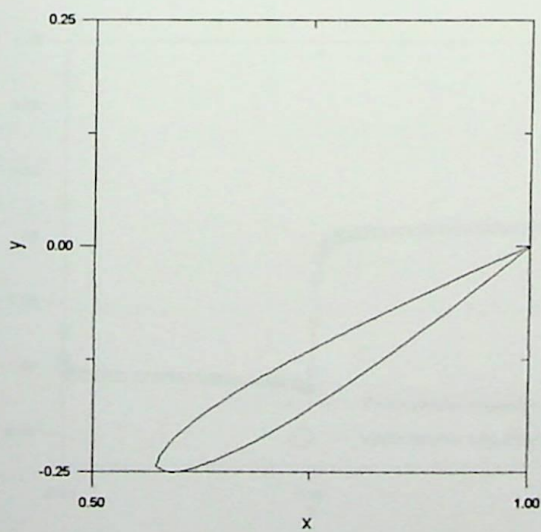


Figura 4.137 - 6ª Iteração: NACA 0012 - c.

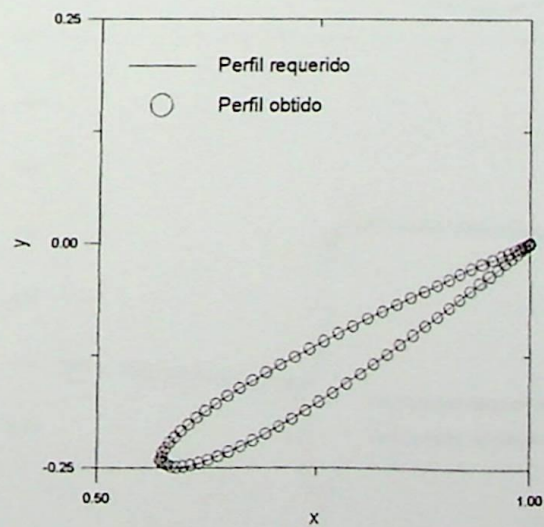


Figura 4.138 - 10ª Iteração: NACA 0012 - c.

Comparação das coordenadas  $x$  e  $y$  encontradas e as coordenadas  $x$  e  $y$  requeridas em função de  $s$ .

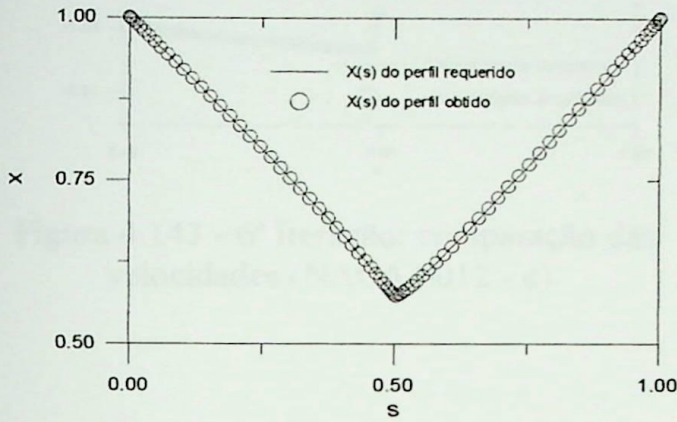


Figura 4.139 -  $x(s)$  do NACA 0012 - c.

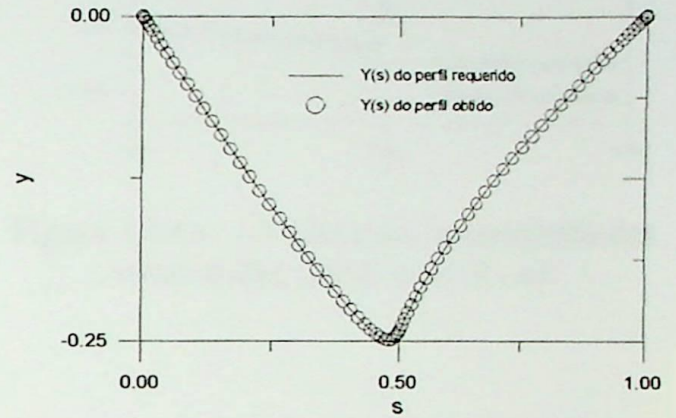


Figura 4.140 -  $y(s)$  do NACA 0012 - c.

Comparação da distribuição da velocidade requerida com a distribuição de velocidade analisada.

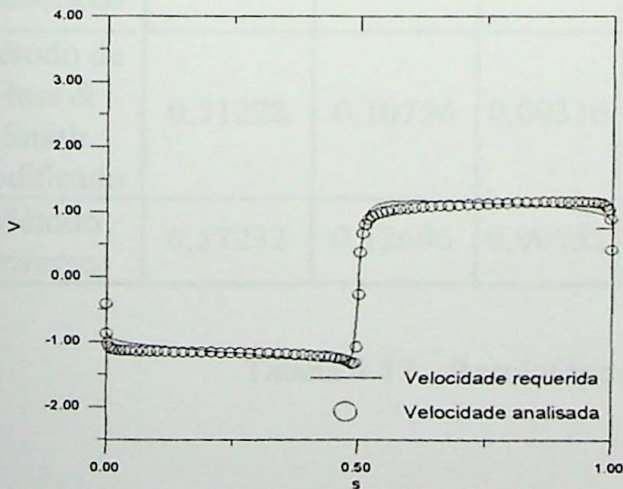
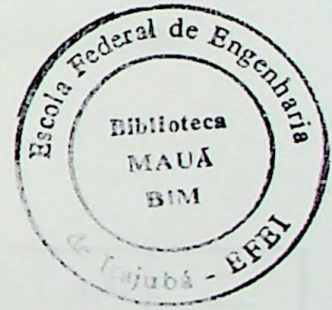


Figura 4.141 - 1ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 0012 - c).

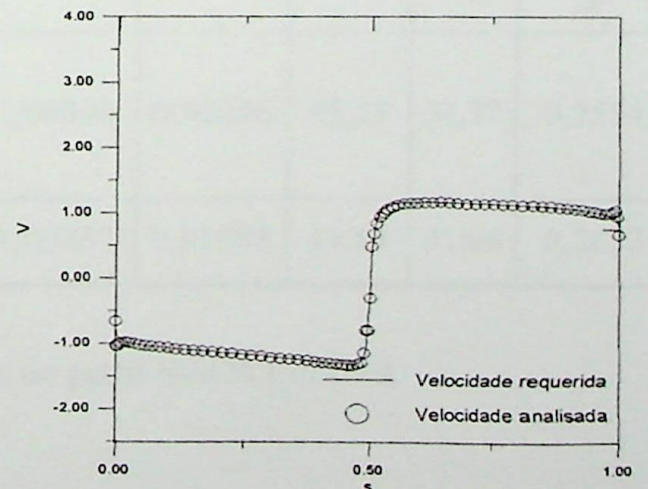


Figura 4.142 - 3ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 0012 - c).

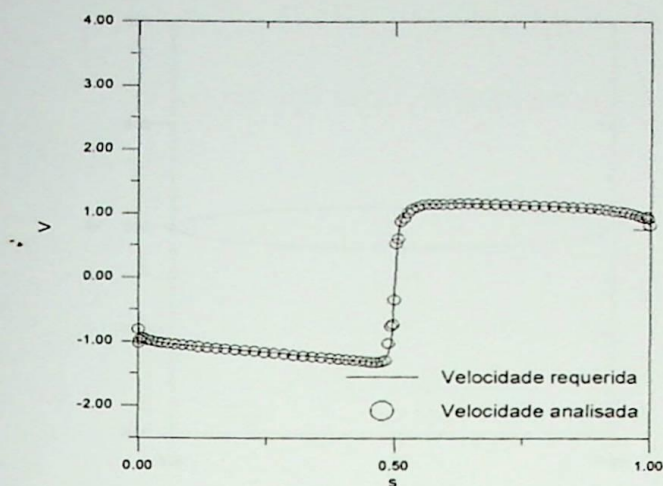


Figura 4.143 - 6ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 0012 - c).

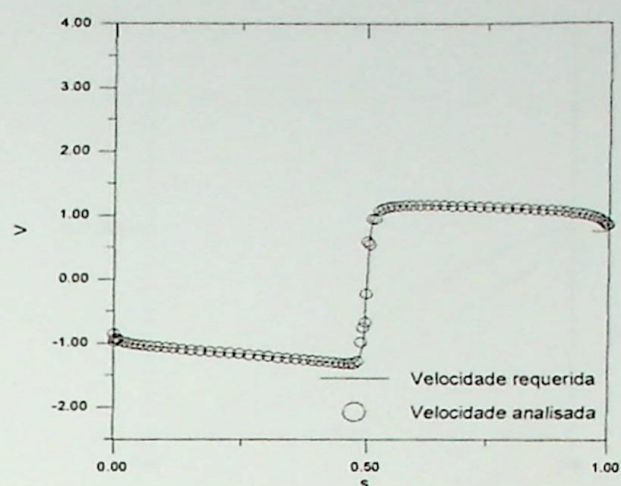


Figura 4.144 - 10ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 0012 - c).

**2º caso** - Perfil inicial: elipse, com relação de semi-eixos igual a 0,1; perfil requerido: NACA 0012 - d; ângulo de ataque:  $8^\circ$ ; número de painéis: 80; filtro: variável; fator de aceleração de convergência: 2,5; número de iterações para convergência: 9.

Dados de grade:  $\beta_\infty = 38^\circ$ ,  $t/l = 1$  e  $\beta$  é o ângulo de montagem da grade.

Resultados Numéricos	$C_L$	$C_M$	$C_D$	$\beta$ ( $^\circ$ )	$W_1$	$W_2$	$\beta_1$ ( $^\circ$ )	$\beta_2$ ( $^\circ$ )	$\frac{\Gamma}{tW_\infty}$
Método de Hess & Smith modificado	0,51228	0,10756	0,00316	30	1,08330	0,92686	43,33	31,77	0,2554
Método Inverso	0,57232	0,12696	0,00555	30,14	1,09253	0,91988	43,84	31,06	0,2822

Tabela 4.13 - Resultados numéricos do perfil NACA 0012 - d.

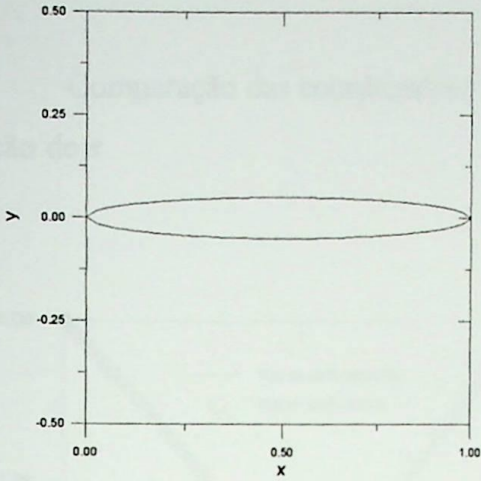


Figura 4.145 - Perfil inicial: elipse com relação de semi-eixos igual 0,1.

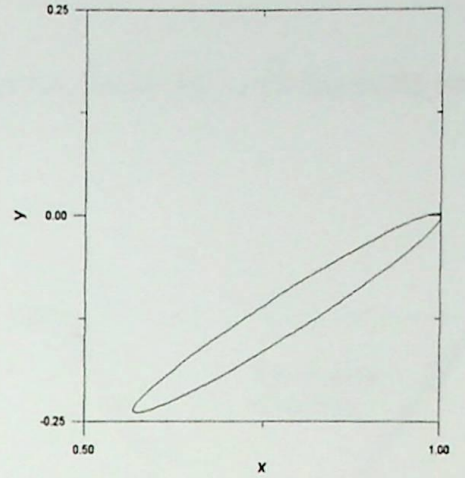


Figura 4.146 - Perfil normalizado em função de  $s/l$  e com ângulo de montagem inicial (Newton-Rapshon).

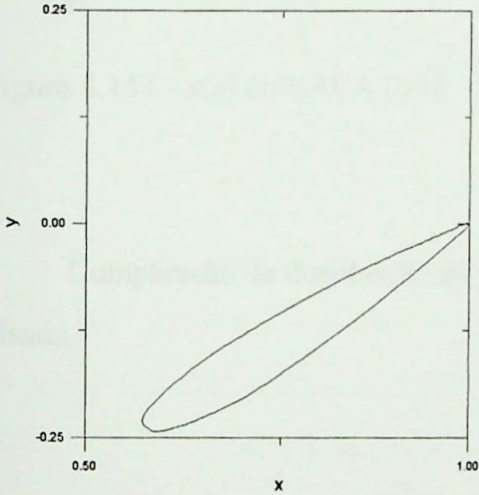


Figura 4.147 - 1ª Iteração: NACA 0012 - d.

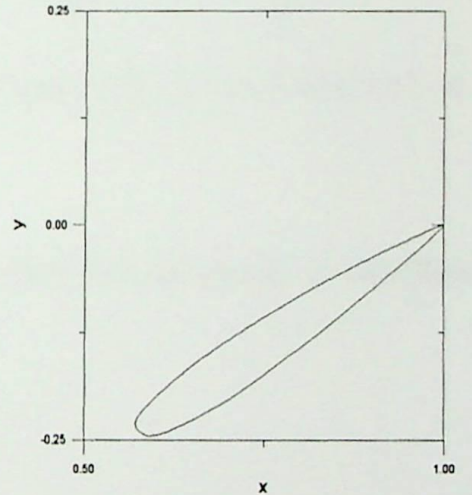


Figura 4.148 - 3ª Iteração: NACA 0012 - d.

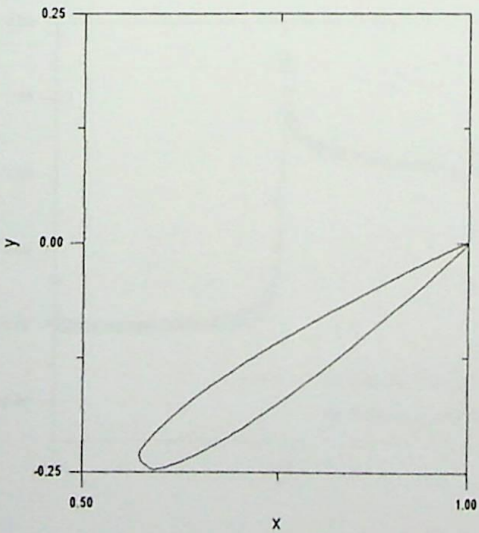


Figura 4.149 - 6ª Iteração: NACA 0012 - d.

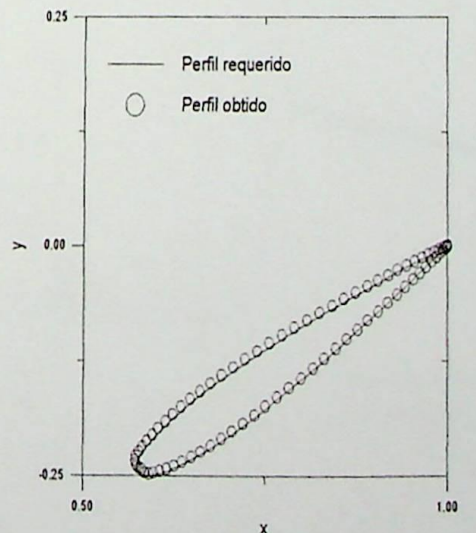


Figura 4.150 - 9ª Iteração: NACA 0012 - d.

Comparação das coordenadas  $x$  e  $y$  encontradas e as coordenadas  $x$  e  $y$  requeridas em função de  $s$ .

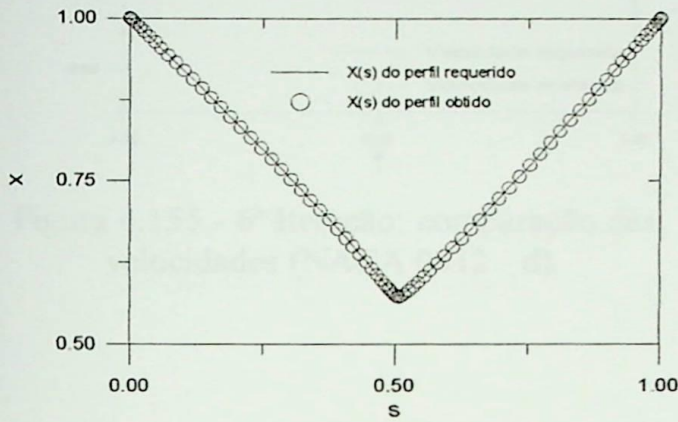


Figura 4.151 -  $x(s)$  do NACA 0012 - d.

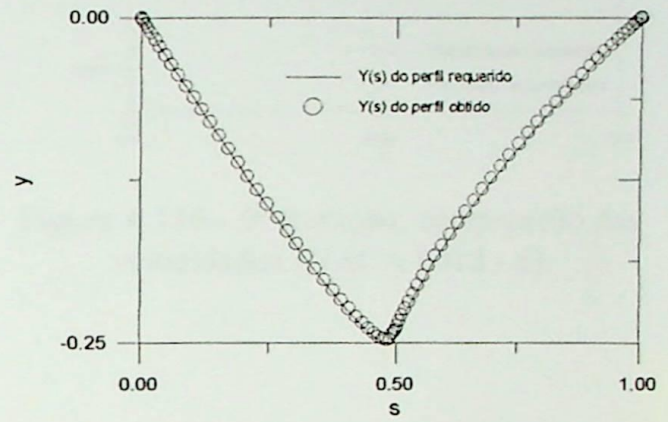


Figura 4.152 -  $y(s)$  do NACA 0012 - d.

Comparação da distribuição da velocidade requerida com a distribuição de velocidade analisada.

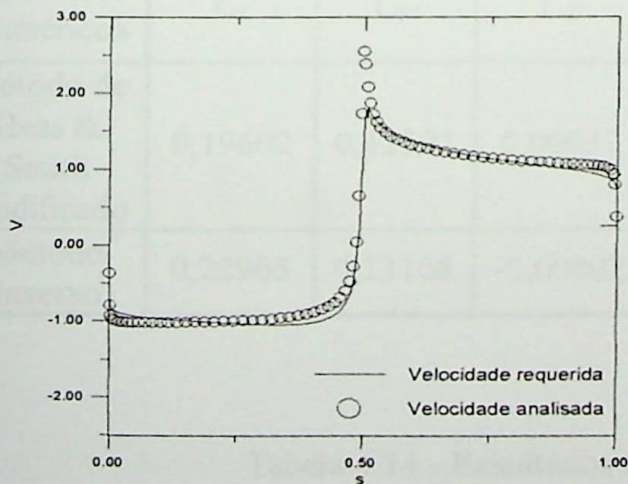


Figura 4.153 - 1ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 0012 - d).

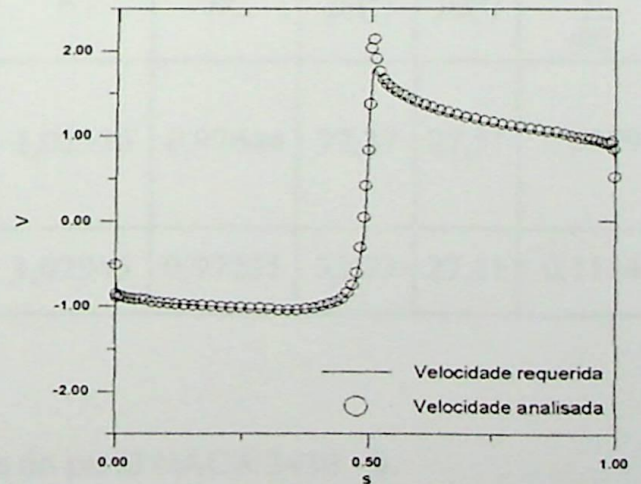


Figura 4.154 - 3ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 0012 - d).

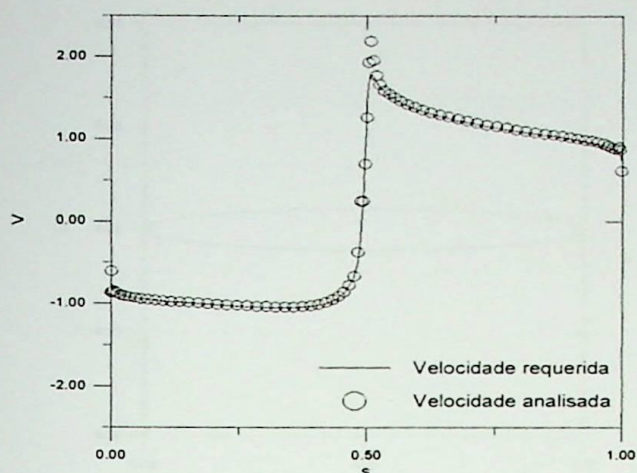


Figura 4.155 - 6ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 0012 - d).

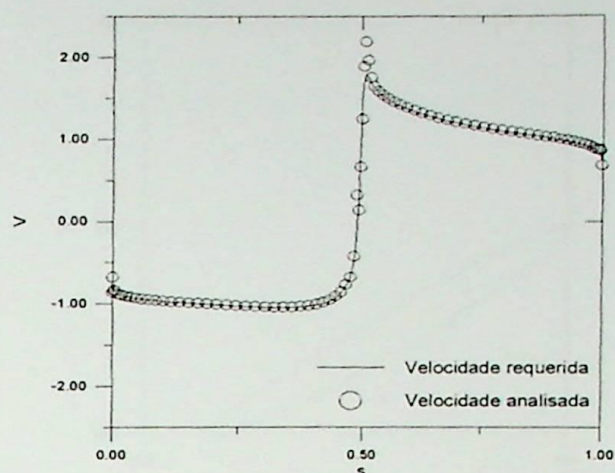


Figura 4.156 - 9ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 0012 - d).

**3º caso** - Perfil inicial: elipse, com relação de semi-eixos igual a 0,1; perfil requerido: NACA 3410 - b; ângulo de ataque:  $0^\circ$ ; número de painéis: 80; filtro: variável; fator de aceleração de convergência: 2,5; número de iterações para convergência: 14.

Dados de grade:  $\beta_\infty = 30^\circ$ ,  $t/l=1$  e  $\beta$  é o ângulo de montagem da grade.

Resultados Numéricos	$C_L$	$C_M$	$C_D$	$\beta$ ( $^\circ$ )	$W_1$	$W_2$	$\beta_1$ ( $^\circ$ )	$\beta_2$ ( $^\circ$ )	$\frac{\Gamma}{tW_\infty}$
Método de Hess & Smith modificado	0,19602	0,12591	0,00031	30	1,02536	0,97644	32,37	27,51	0,0979
Método Inverso	0,22963	0,13108	-0,00002	29,46	1,02945	0,97295	32,73	27,11	0,1134

Tabela 4.14 - Resultados numéricos do perfil NACA 3410 - b.

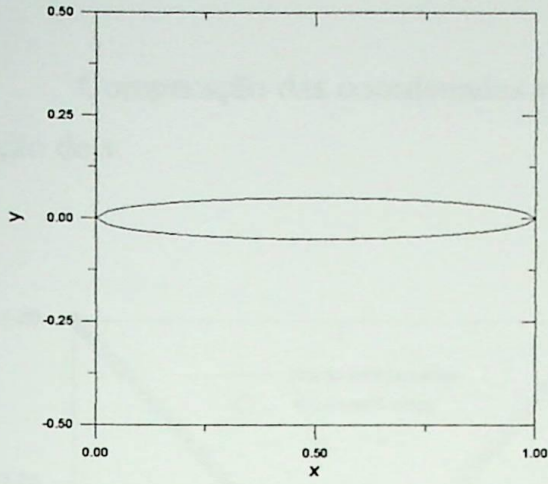


Figura 4.157 - Perfil inicial: elipse com relação de semi-eixos igual 0,1.

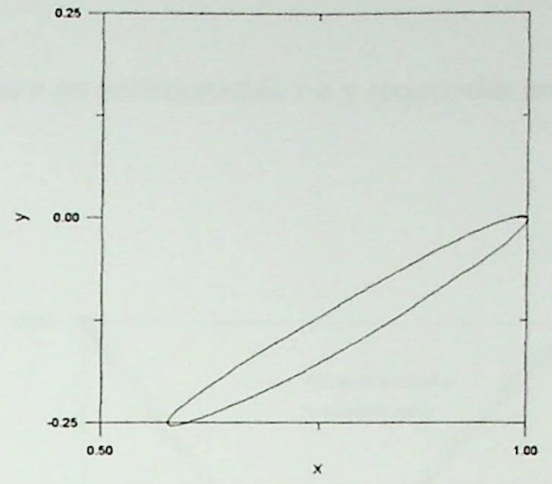


Figura 4.158 - Perfil normalizado em função de  $s/l$  e com ângulo de montagem inicial (Newton-Rapshon).

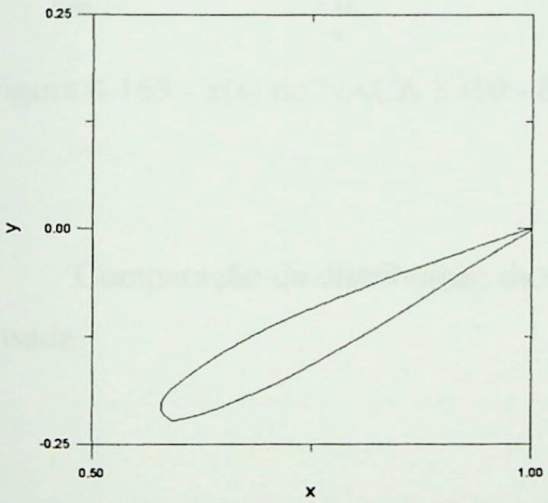


Figura 4.159 - 1ª Iteração: NACA 3410 - b.

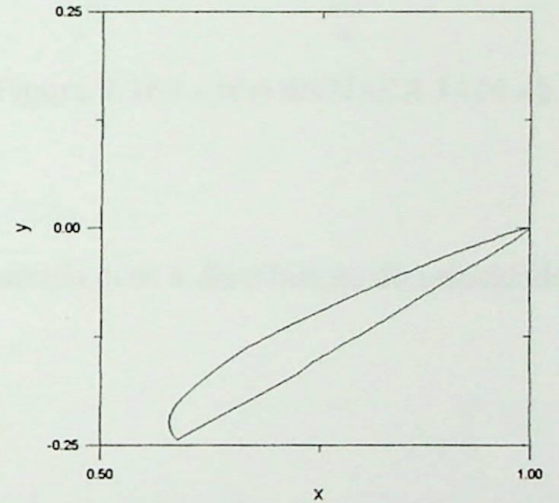


Figura 4.160 - 5ª Iteração: NACA 3410 - b.

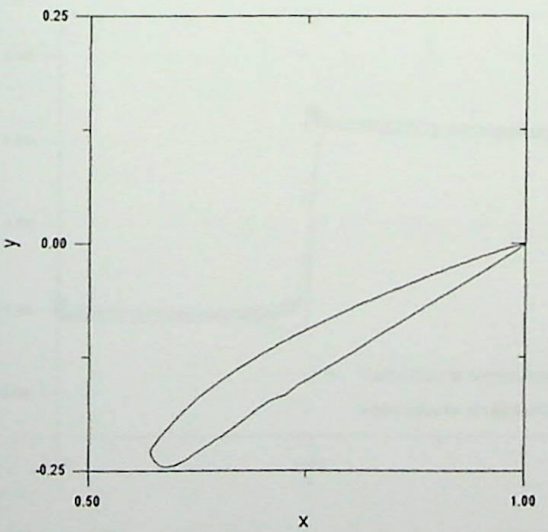


Figura 4.161-10ª Iteração: NACA 3410 - b.

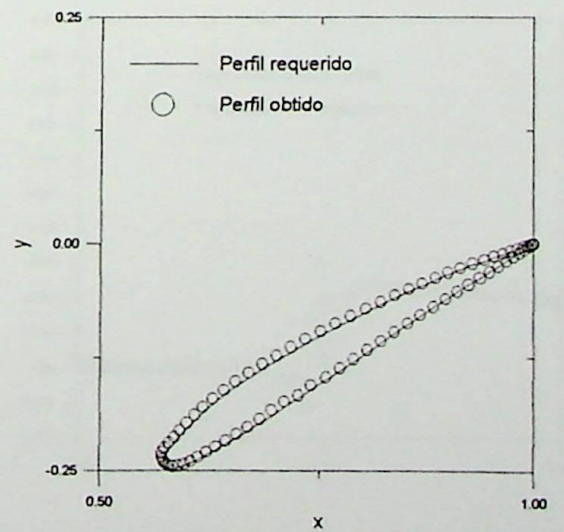


Figura 4.162-14ª Iteração: NACA 3410 - b.

Comparação das coordenadas  $x$  e  $y$  encontradas e as coordenadas  $x$  e  $y$  requeridas em função de  $s$ .

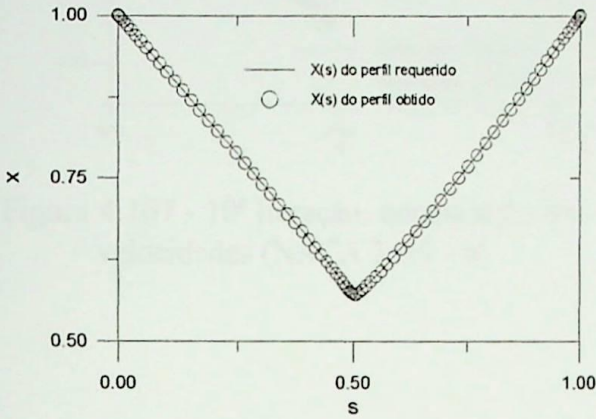


Figura 4.163 -  $x(s)$  do NACA 3410 - b.

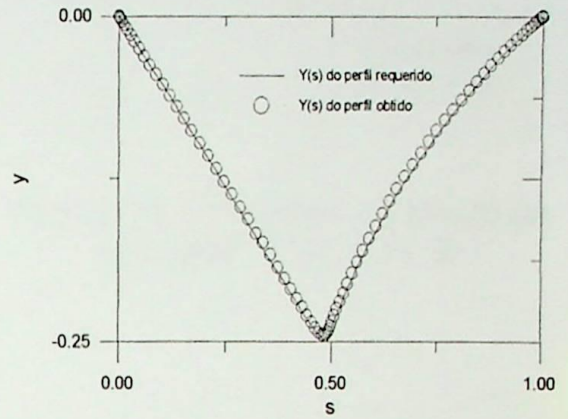


Figura 4.164 -  $y(s)$  do NACA 3410 - b.

Comparação da distribuição da velocidade requerida com a distribuição de velocidade analisada.

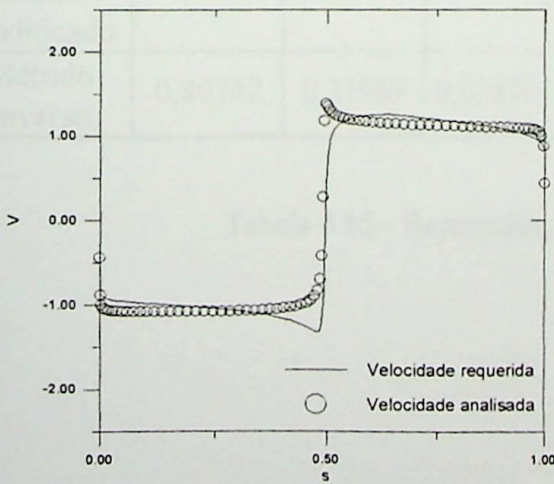


Figura 4.165 - 1ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 3410 - b).

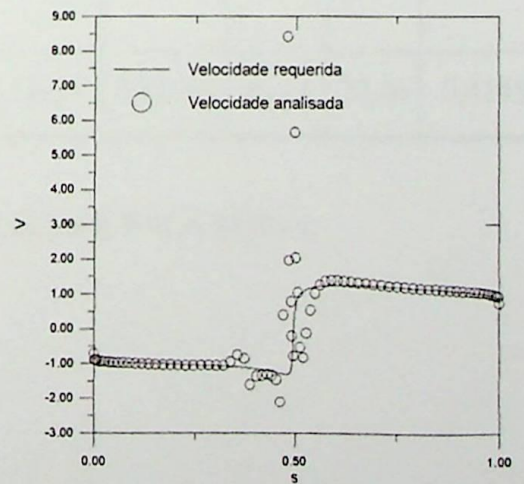


Figura 4.166 - 5ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 3410 - b).

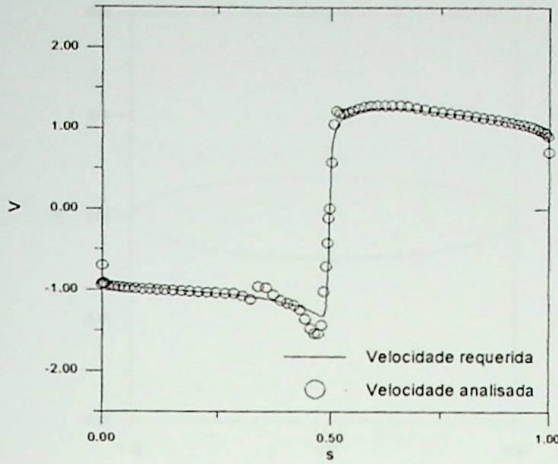


Figura 4.167 - 10ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 3410 - b).

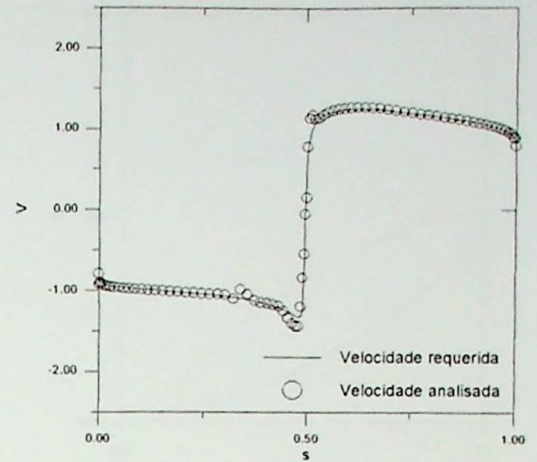


Figura 4.168 - 14ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 3410 - b).

**4º caso** - Perfil inicial: elipse, com relação de semi-eixos igual a 0,2; perfil requerido: NACA 3410 - c; ângulo de ataque:  $8^\circ$ ; número de painéis: 80; filtro: variável; fator de aceleração de convergência: 2,5; número de iterações para convergência: 11.

Dados de grade:  $\beta_\infty = 38^\circ$ ,  $t/l = 1$  e  $\beta$  é o ângulo de montagem da grade.

Resultados Numéricos	$C_L$	$C_M$	$C_D$	$\beta (^\circ)$	$W_1$	$W_2$	$\beta_1 (^\circ)$	$\beta_2 (^\circ)$	$\frac{\Gamma}{tW_\infty}$
Método de Hess & Smith modificado	0,80318	0,22581	0,00233	30	1,13426	0,89084	45,99	27,80	0,4003
Método Inverso	0,80742	0,21969	0,00410	30,21	1,13937	0,88755	46,24	27,40	0,4145

Tabela 4.15 - Resultados numéricos do perfil NACA 3410 - c.

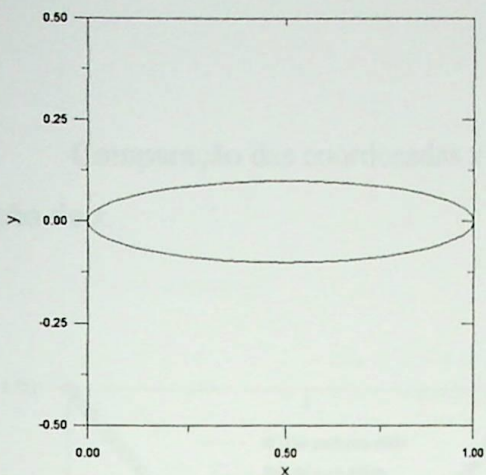


Figura 4.169 - Perfil inicial: elipse com relação de semi-eixos igual 0,2.

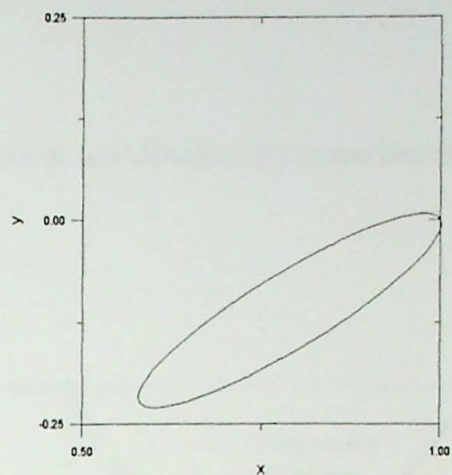


Figura 4.170 - Perfil normalizado em função de  $s/l$  e com ângulo de montagem inicial (Newton-Rapshon).

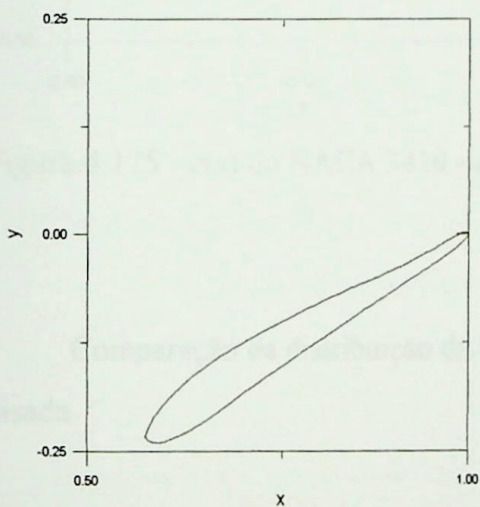


Figura 4.171 - 1ª Iteração: NACA 3410 - c.

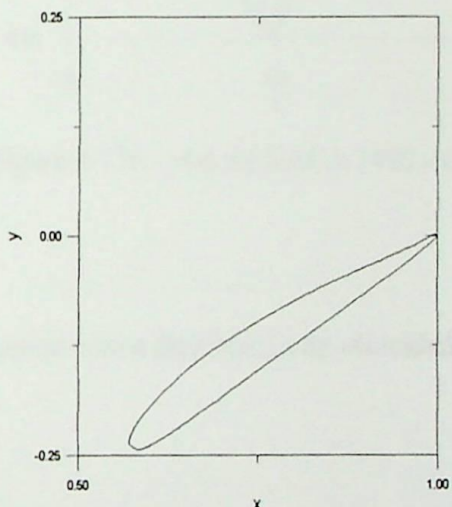


Figura 4.172 - 4ª Iteração: NACA 3410 - c.

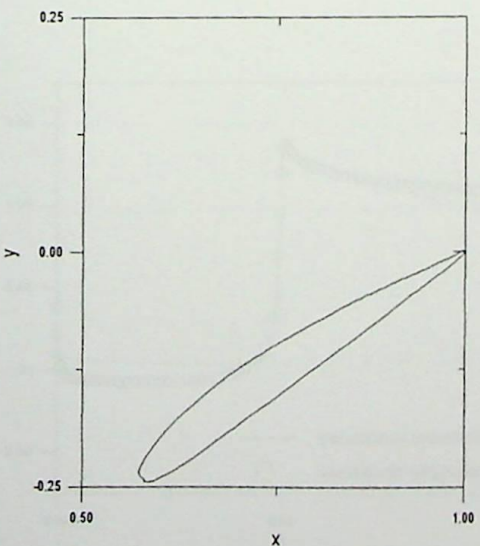


Figura 4.173 - 8ª Iteração: NACA 3410 - c.

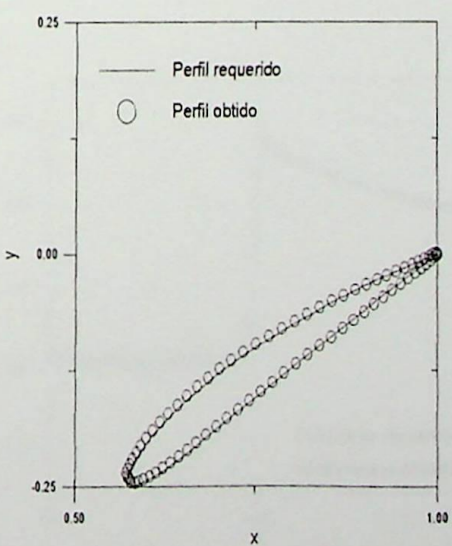


Figura 4.174-11ª Iteração: NACA 3410 - c.

Comparação das coordenadas  $x$  e  $y$  encontradas e as coordenadas  $x$  e  $y$  requeridas em função de  $s$ .

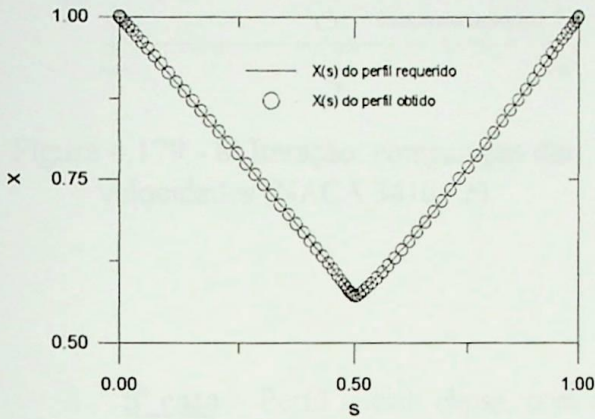


Figura 4.175 -  $x(s)$  do NACA 3410 - c.

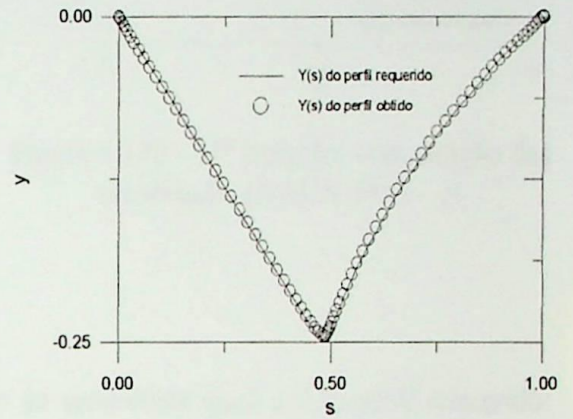


Figura 4.176 -  $y(s)$  do NACA 3410 - c.

Comparação da distribuição da velocidade requerida com a distribuição de velocidade analisada.

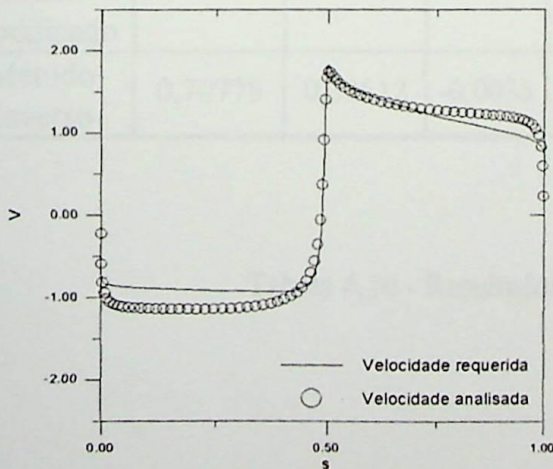


Figura 4.177 - 1ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 3410 - c).

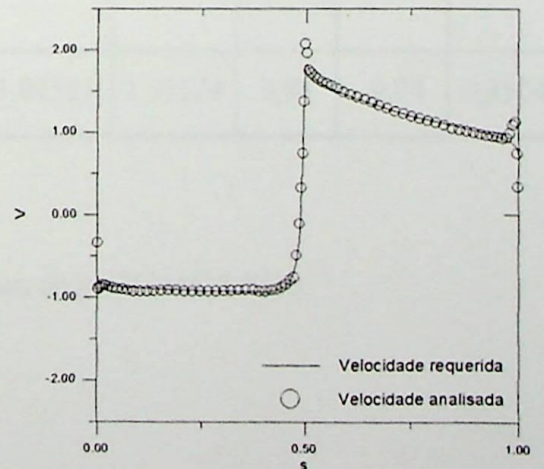


Figura 4.178 - 4ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 3410 - c).

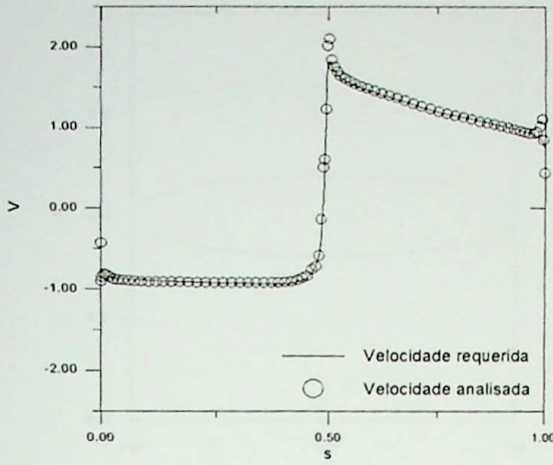


Figura 4.179 - 8ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 3410 - c).

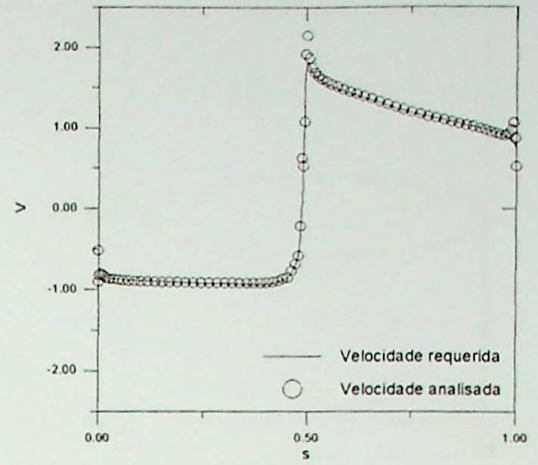


Figura 4.180 - 11ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 3410 - c).

**5º caso** - Perfil inicial: elipse, com relação de semi-eixos igual a 0,2; perfil requerido: NACA 8510; ângulo de ataque:  $0^\circ$ ; número de painéis: 80; filtro: variável; fator de aceleração de convergência: 1; número de iterações para convergência: 35.

Dados de grade:  $\beta_\infty = 0^\circ$ ,  $t/l = 1$  e  $\beta$  é o ângulo de montagem da grade.

Resultados Numéricos	$C_L$	$C_M$	$C_D$	$\beta$ ( $^\circ$ )	$W_1$	$W_2$	$\beta_1$ ( $^\circ$ )	$\beta_2$ ( $^\circ$ )	$\frac{\Gamma}{tW_\infty}$
Método de Hess & Smith modificado	0,81191	0,38896	-0,0039	0	1,02026	1,02026	11,43	-11,43	0,4046
Método Inverso	0,70778	0,32512	-0,0036	-0,91	1,01524	1,01524	9,94	-9,94	0,3504

Tabela 4.16 - Resultados numéricos do perfil NACA 8510.

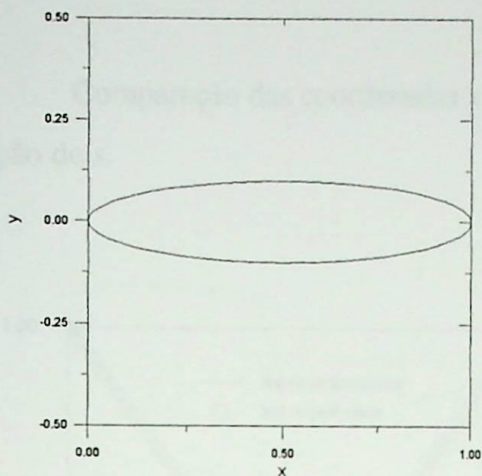


Figura 4.181 - Perfil inicial: elipse com relação de semi-eixos igual 0,2.

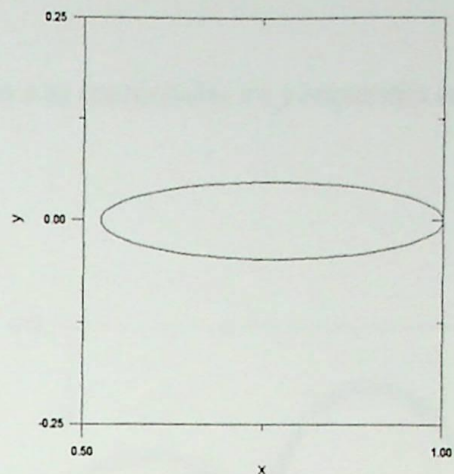


Figura 4.182 - Perfil normalizado em função de  $s/l$  e com ângulo de montagem inicial (Newton-Rapshon).

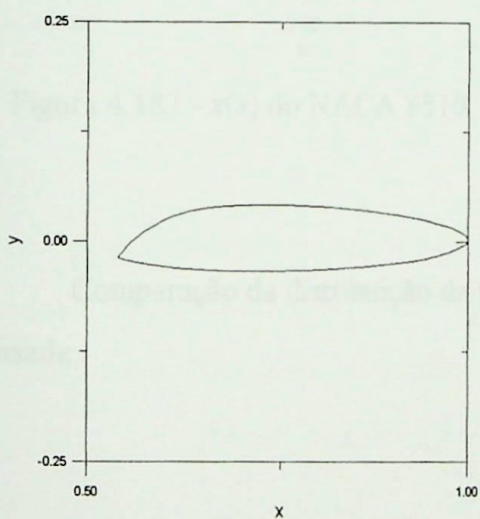


Figura 4.183 - 1ª Iteração: NACA 8510.

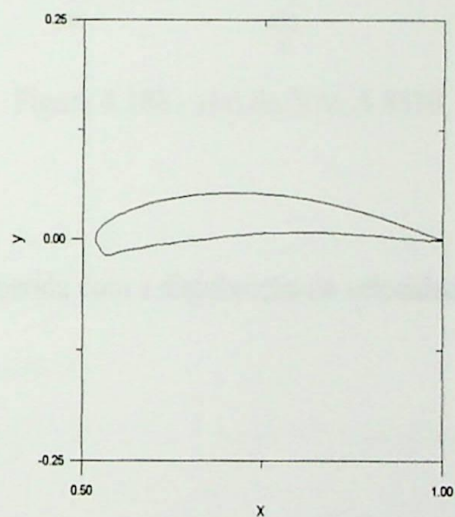


Figura 4.184 - 15ª Iteração: NACA 8510.

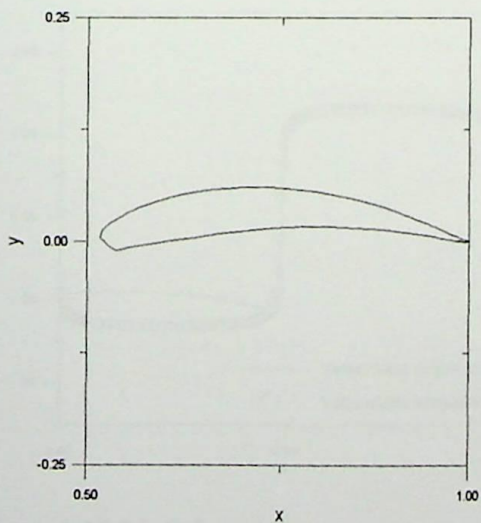


Figura 4.185 - 25ª Iteração: NACA 8510.

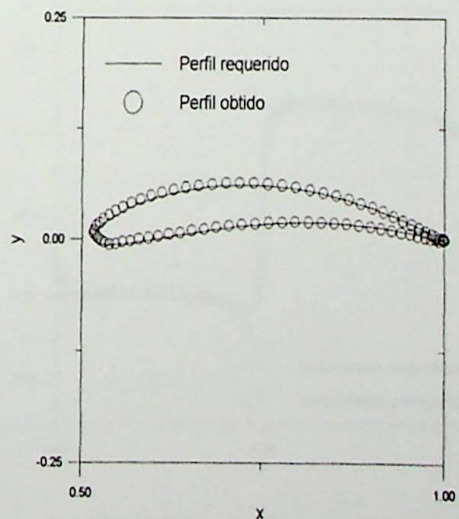


Figura 4.186 - 35ª Iteração: NACA 8510.

Comparação das coordenadas  $x$  e  $y$  encontradas e as coordenadas  $x$  e  $y$  requeridas em função de  $s$ .

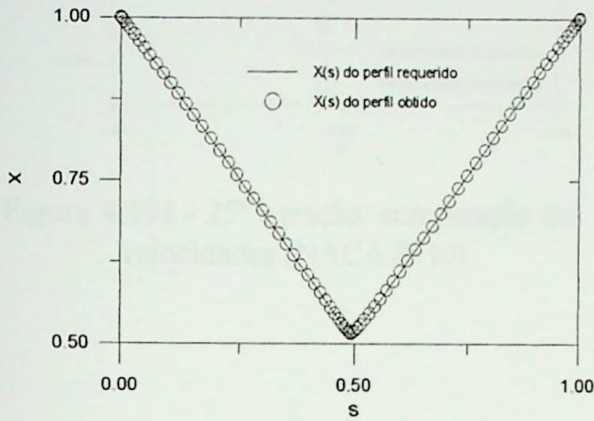


Figura 4.187 -  $x(s)$  do NACA 8510.

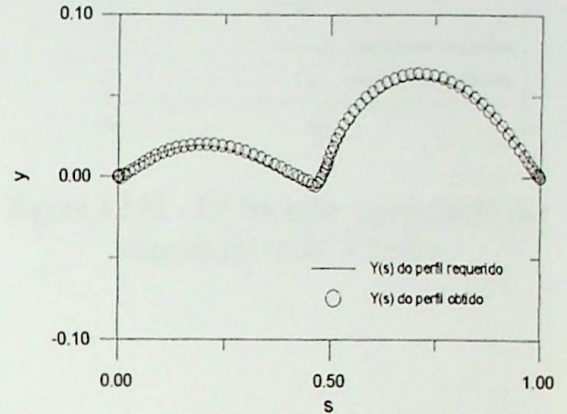


Figura 4.188 -  $y(s)$  do NACA 8510.

Comparação da distribuição da velocidade requerida com a distribuição de velocidade analisada.

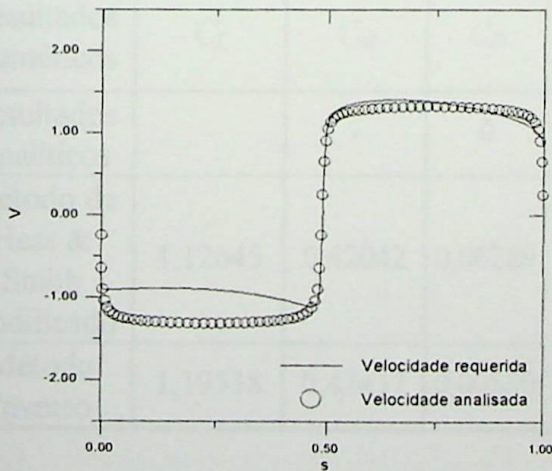


Figura 4.189 - 1ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 8510).

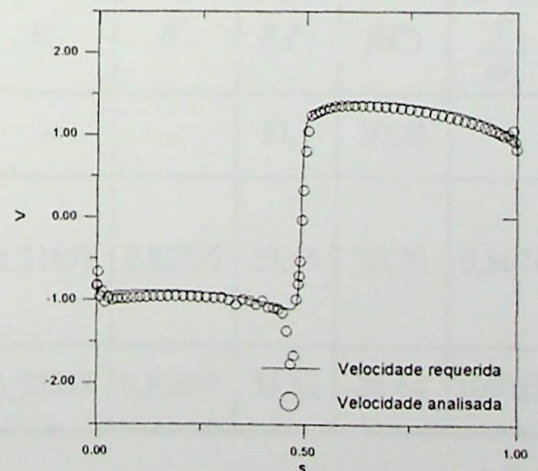


Figura 4.190 - 15ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 8510).

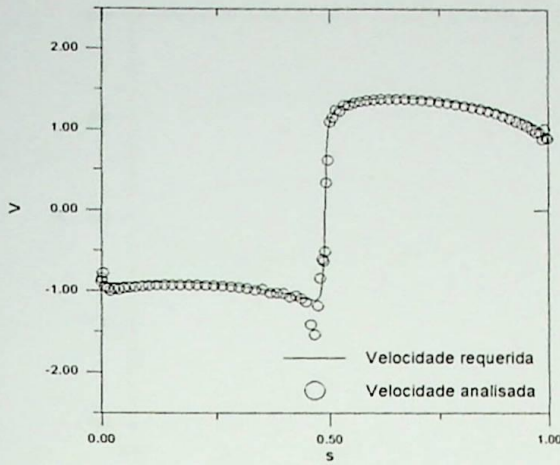


Figura 4.191 - 25ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 8510).

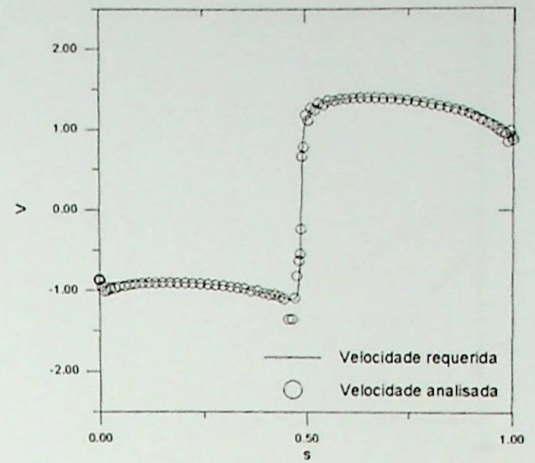


Figura 4.192 - 35ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 8510).

**6º caso** - Perfil inicial: elipse, com relação de semi-eixos igual a 0,2; perfil requerido: Gostelow; ângulo de ataque:  $6,468^\circ$ ; número de painéis: 80; filtro: variável; fator de aceleração de convergência: 2; número de iterações para convergência: 24.

Dados de grade:  $\beta_\infty = 43,968^\circ$ ,  $t/l = 0,991573$  e  $\beta$  é o ângulo de montagem da grade.

Resultados Numéricos	$C_L$	$C_M$	$C_D$	$\beta$ (°)	$W_1$	$W_2$	$\beta_1$ (°)	$\beta_2$ (°)	$\frac{\Gamma}{tW_\infty}$
Resultados Analíticos	-	-	0	37,5	-	-	53,5	30,02	-
Método de Hess & Smith modificado	1,12645	0,42042	0,00269	37,5	1,21433	0,82855	53,65	29,70	0,5676
Método Inverso	1,19538	0,42457	0,00530	37,37	1,22833	0,82009	54,13	28,64	0,6023

Tabela 4.17 - Resultados numéricos da grade de Gostelow.

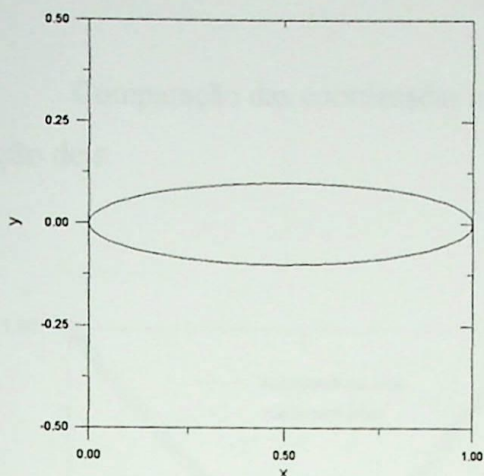


Figura 4.193 - Perfil inicial: elipse com relação de semi-eixos igual 0,2.

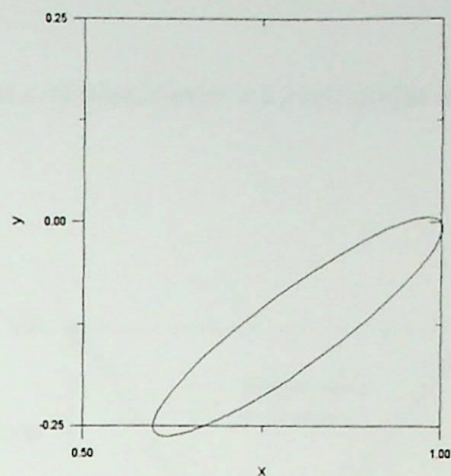


Figura 4.194 - Perfil normalizado em função de  $s/l$  e com ângulo de montagem inicial (Newton-Rapshon).

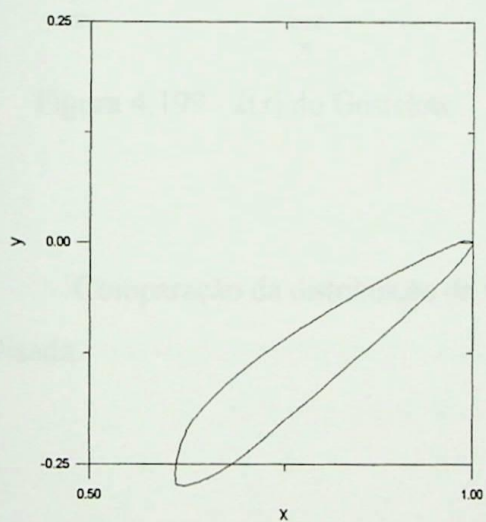


Figura 4.195 - 1ª Iteração: Gostelow.

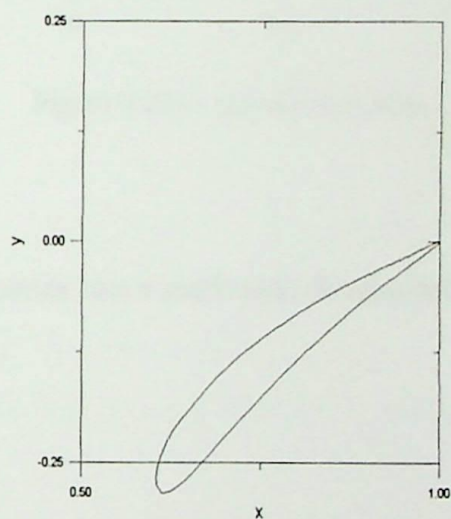


Figura 4.196 - 8ª Iteração: Gostelow.

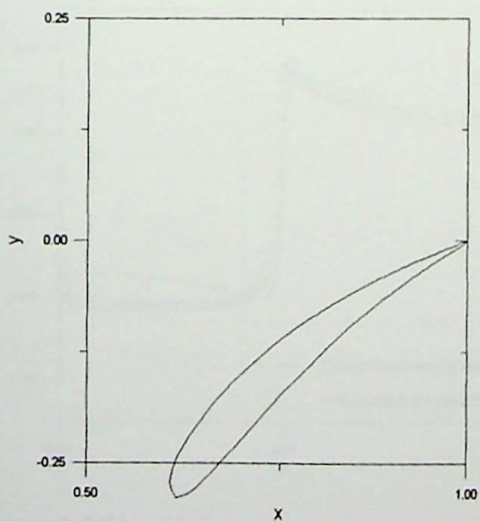


Figura 4.197 - 16ª Iteração: Gostelow.

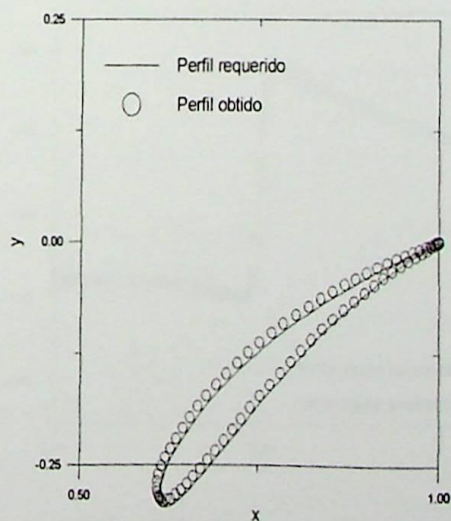


Figura 4.198 - 24ª Iteração: Gostelow.

Comparação das coordenadas  $x$  e  $y$  encontradas e as coordenadas  $x$  e  $y$  requeridas em função de  $s$ .

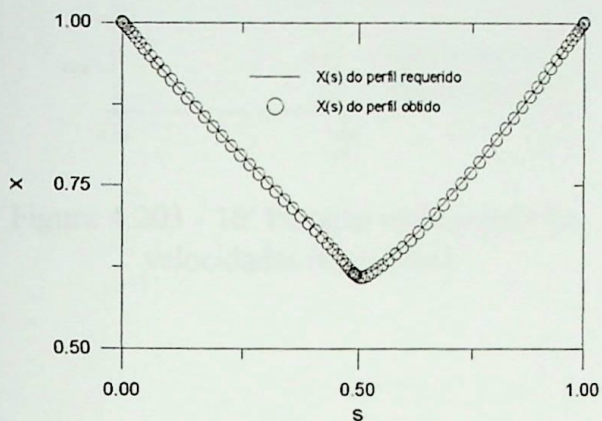


Figura 4.199 -  $x(s)$  do Gostelow.

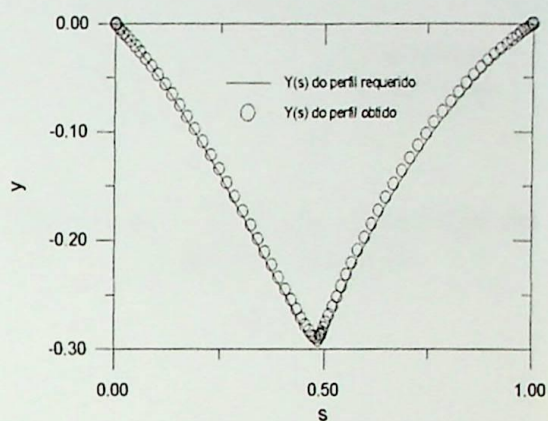


Figura 4.200 -  $y(s)$  do Gostelow.

Comparação da distribuição da velocidade requerida com a distribuição de velocidade analisada.

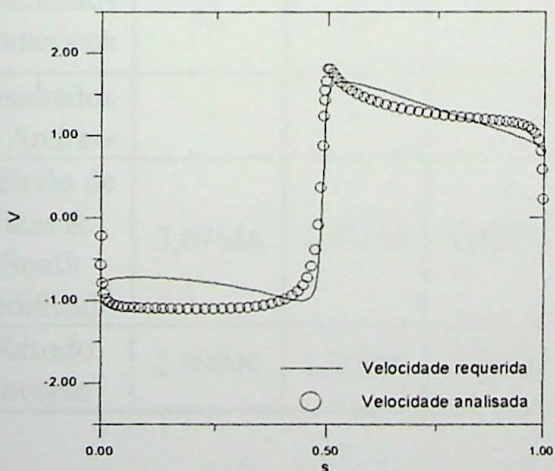


Figura 4.201 - 1ª iteração: comparação das velocidades (Gostelow).

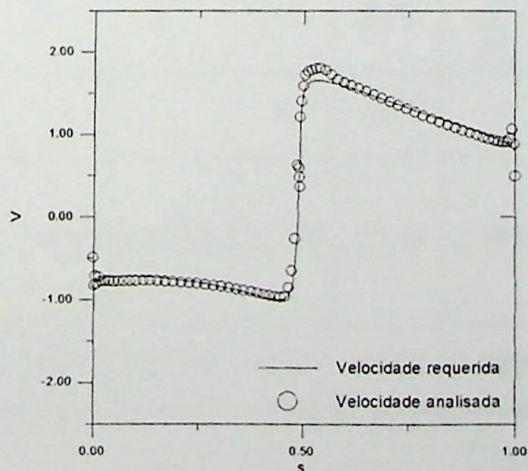


Figura 4.202 - 8ª iteração: comparação das velocidades (Gostelow).

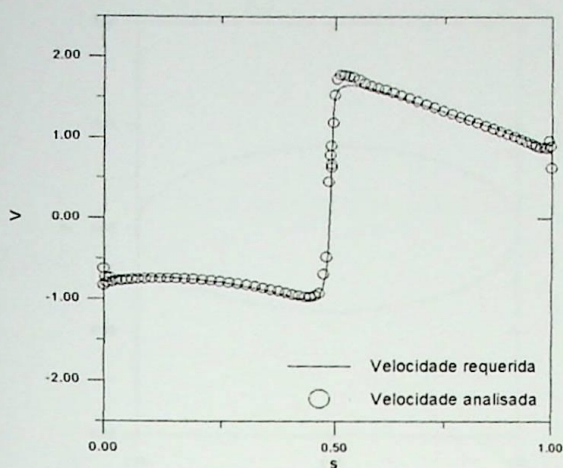


Figura 4.203 - 16ª Iteração comparação das velocidades (Gostelow).

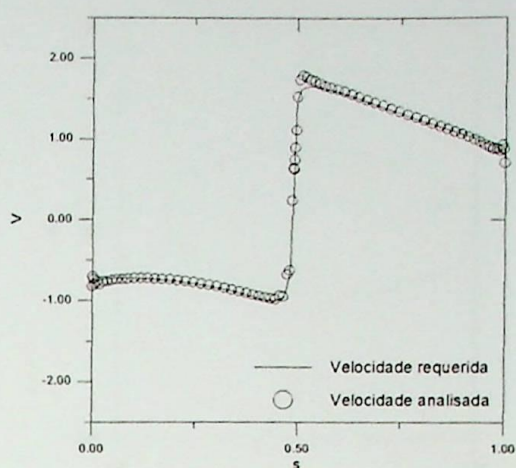


Figura 4.204 - 24ª Iteração: comparação das velocidades (Gostelow).

**7º caso** - Perfil inicial: elipse, com relação de semi-eixos igual a 0,4; perfil requerido: Merchant e Collar; ângulo de ataque:  $0^\circ$ ; número de painéis: 80; filtro: constante igual a 0,1; fator de aceleração de convergência: 1; número de iterações para convergência: 80.

Dados de grade:  $\beta_\infty = -3,190^\circ$ ,  $t/l = 0,593284902$  e  $\beta$  é o ângulo de montagem da grade.

Resultados Numéricos	$C_L$	$C_M$	$C_D$	$\beta$ ( $^\circ$ )	$W_1$	$W_2$	$\beta_1$ ( $^\circ$ )	$\beta_2$ ( $^\circ$ )	$\frac{\Gamma}{tW_\infty}$
Resultados de Andrew	-	-	-	0	-	-	50	-52,5	-
Método de Hess & Smith modificado	3,07686	1,53156	-0,0577	0	1,58967	1,67774	51,09	-53,48	2,5853
Método Inverso	2,99949	1,50308	-0,0542	-0,45	1,54932	1,63600	49,88	-52,39	2,4807

Tabela 4.18 - Resultados numéricos da grade de Merchant e Collar.

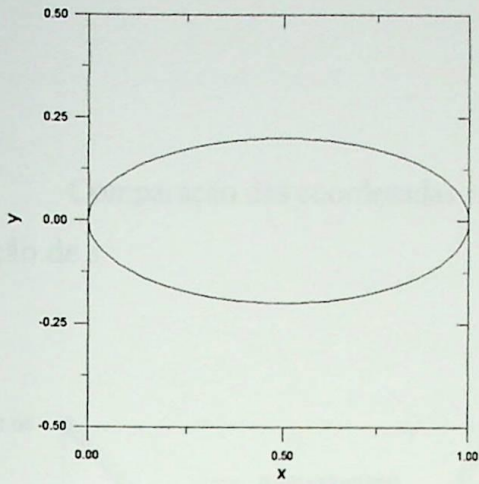


Figura 4.205 - Perfil inicial: elipse com relação de semi-eixos igual 0,4.

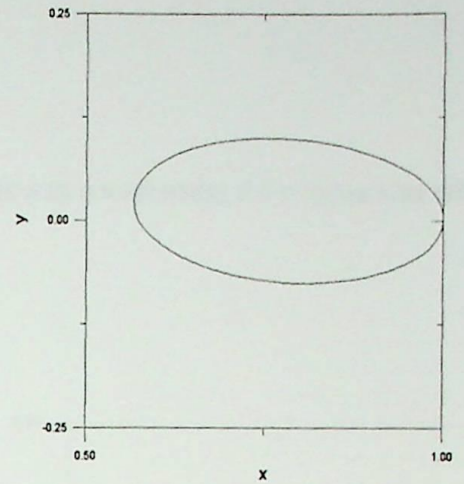


Figura 4.206 - Perfil normalizado em função de  $s/l$  e com ângulo de montagem inicial (Newton-Rapshon).

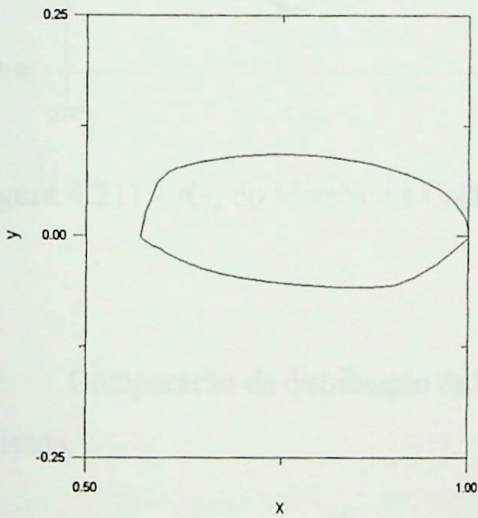


Figura 4.207 - 1ª Iteração: Merchant e Collar.

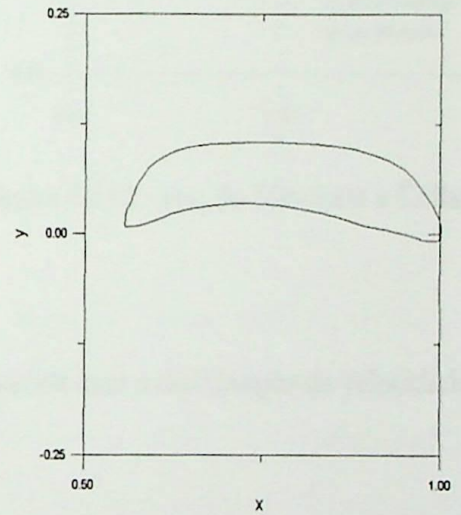


Figura 4.208 - 26ª Iteração: Merchant e Collar.

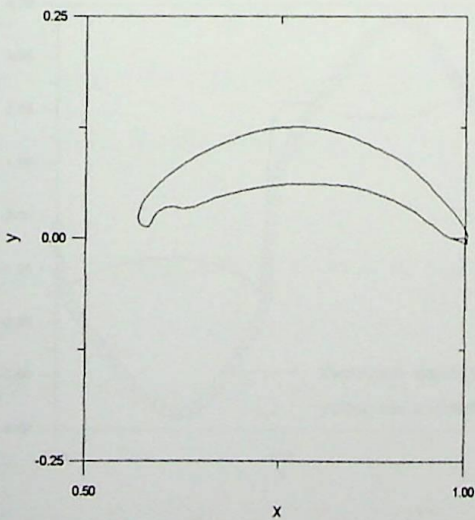


Figura 4.209 - 52ª Iteração: Merchant e Collar.

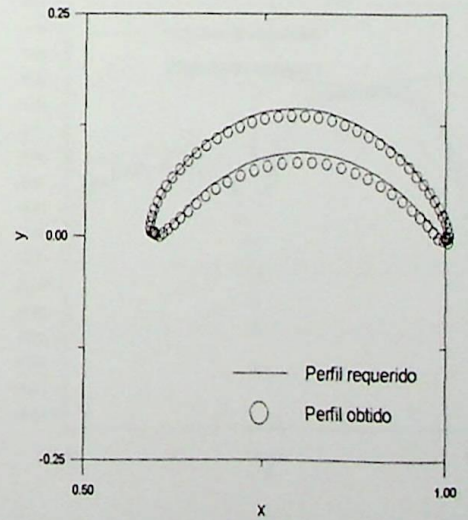


Figura 4.210 - 80ª Iteração: Merchant e Collar.

Comparação das coordenadas  $x$  e  $y$  encontradas e as coordenadas  $x$  e  $y$  requeridas em função de  $s$ .

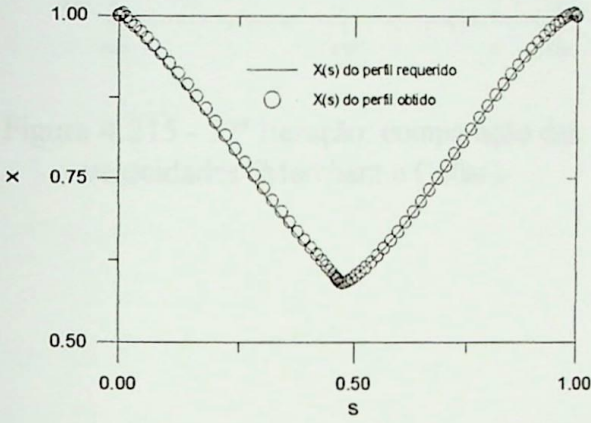


Figura 4.211 -  $x(s)$  do Merchant e Collar.

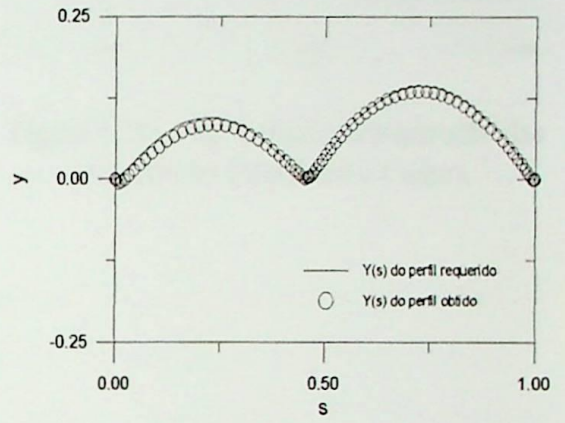


Figura 4.212 -  $y(s)$  do Merchant e Collar.

Comparação da distribuição da velocidade requerida com a distribuição de velocidade analisada.

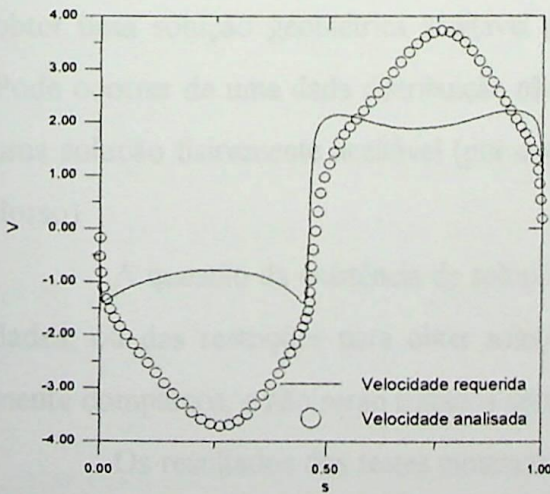


Figura 4.213 - 1ª Iteração: comparação das velocidades (Merchant e Collar).

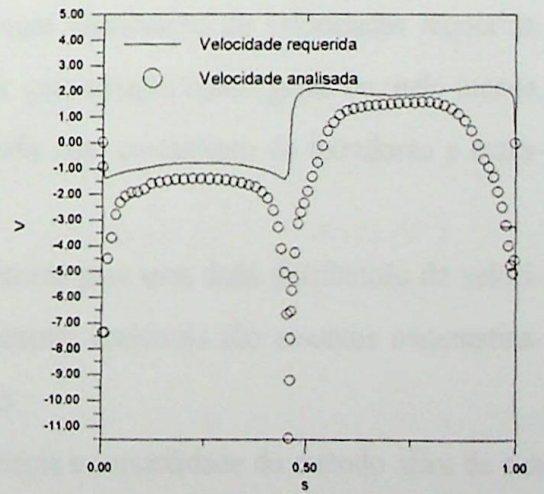


Figura 4.214 - 26ª Iteração: comparação das velocidades (Merchant e Collar).

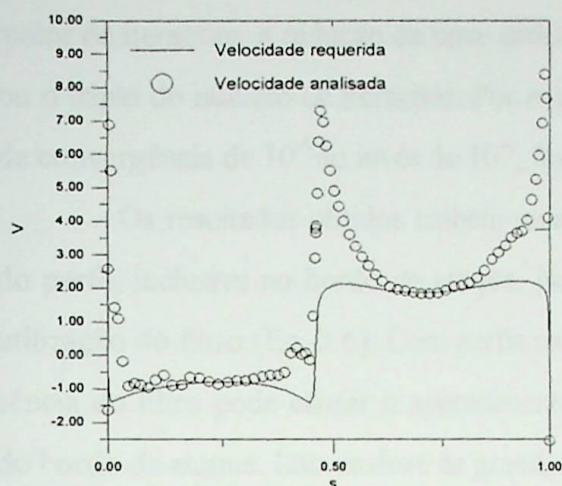


Figura 4.215 - 52ª Iteração: comparação das velocidades (Merchant e Collar).

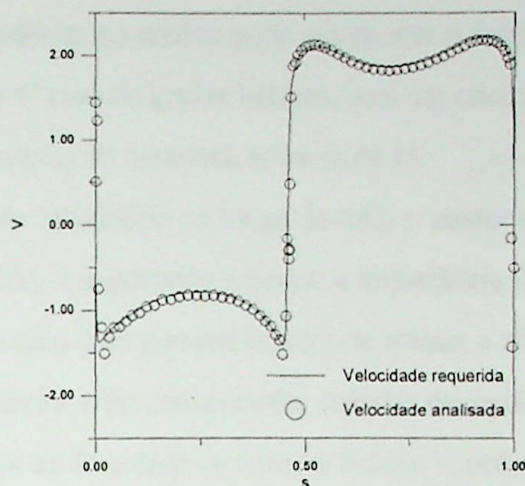


Figura 4.216 - 80ª Iteração: comparação das velocidades (Merchant e Collar).

#### 4.4 - Comentários

É importante ressaltar que os testes realizados foram escolhidos visando a validação do método. Tratam-se de situações em que existem, garantidamente, soluções geométricas para as distribuições de velocidades requeridas. Essas distribuições correspondem a soluções analíticas (cilindro, elipse, Joukowski) ou soluções numéricas obtidas através do método de Hess & Smith modificado (NACA, Gostelow e Merchant e Collar).

Por outro lado, a metodologia desenvolvida não garante, em geral, que seja possível obter uma solução geométrica aceitável para qualquer distribuição de velocidades requerida. Pode ocorrer de uma dada distribuição não produzir uma solução convergente ou, pelo menos, uma solução fisicamente aceitável (por exemplo, perfis com cruzamento do intradorso e extradorso).

A questão da existência de soluções geométricas para uma dada distribuição de velocidades, ou das restrições para obter soluções fisicamente aceitáveis são assuntos matematicamente complexos, e não serão tratados neste trabalho.

Os resultados dos testes mostram a consistência e versatilidade do método além de sua razoável capacidade de convergência. Com o critério de convergência adotado (Eq. 3.18) foi possível obter as soluções desejadas com um número de iterações razoável. Seria possível obter resultados mais precisos, refinando o critério de convergência, à custa porém de um número

maior de iterações: a redução de uma ordem de grandeza no critério pode representar o dobro ou o triplo do número de iterações. Por exemplo, no 4º caso de grades lineares, com um critério de convergência de  $10^{-5}$  ao invés de  $10^{-4}$ , foram necessárias 30 iterações, ao invés de 11.

Os resultados obtidos exibem uma suavidade satisfatória ao longo de todo o contorno do perfil, inclusive no bordo de ataque. Nesse sentido, é importante salientar a importância da utilização do filtro (Eq. 3.6). Com perfis muito arqueados e/ou grandes ângulos de ataque, a ausência do filtro pode causar o aparecimento de saliências e/ou concavidades espúrias na região do bordo de ataque. Isso se deve às grandes variações da densidade de vórtices fictícia, impedindo um controle adequado das inclinações dos painéis. O emprego do filtro eliminou esse problema, pelo menos nos casos até agora testados. No Apêndice I, estão mostrados alguns resultados comparativos com e sem o emprego do filtro.

É importante destacar que, em todos os caso de grade linear aqui testados, o método inverso se mostrou capaz de prever satisfatoriamente a orientação dos perfis em relação ao escoamento médio. Essa característica é de grande interesse no projeto das pás de turbomáquinas axiais.

Apesar dos méritos, todavia, existem aspectos que indicam a necessidade de aperfeiçoamentos adicionais na metodologia deste trabalho. No caso de perfis com bordo de fuga afilado, aparecem oscilações nas distribuições de velocidades na região do bordo de fuga (3º ao 6º casos). Isso se deve às variações nas coordenadas que, mesmo pequenas, dificultam a distinção entre um perfil com bordo de fuga realmente afilado (onde não há estagnação) e um perfil com ângulo muito pequeno no bordo de fuga (onde haveria estagnação). Essas oscilações explicam também a discrepância nos resultados dos coeficientes aerodinâmicos em relação aos requeridos, principalmente no coeficiente de momento,  $C_M$ . Além disso, outra razão está no cálculo da própria corda do perfil: no método direto a corda já está bem definida, enquanto que no método inverso a corda é calculada em relação ao ponto de curvatura máxima do perfil, cujas coordenadas podem sofrer sensíveis variações, devido às variações iterativas da curvatura na região do bordo de ataque. Note-se que, neste trabalho, o cálculo do coeficiente de momentos foi sempre feito em relação ao bordo de ataque.

No Apêndice II, estão apresentados resultados referentes à grade de Merchant e Collar, utilizando o método de Hess & Smith tradicional, sem nenhuma alteração. O objetivo foi verificar a influência exercida pelo tipo de distribuição de vórtices do método de Hess & Smith. O caso da grade de Merchant e Collar foi escolhido porque, nesse caso, o método de Hess & Smith

tradicional produziu resultados mais próximos dos resultados analíticos (2º caso de grades lineares do capítulo 2). Além disso, o caso da grade de Merchant e Collar foi o de mais difícil tratamento pelo método inverso (7º caso de grade deste capítulo). Naturalmente, seria de se esperar que, também no modo inverso, o método de Hess & Smith tradicional viesse a apresentar um desempenho melhor que o método de Hess & Smith modificado no caso da grade de Merchant e Collar. Os resultados obtidos, todavia, mostraram o contrário: sem modificações, o método de Hess & Smith, no modo inverso, foi incapaz de produzir uma solução convergente. Esse fato indica que o emprego de uma distribuição de vórtices suave no bordo de fuga é uma condição praticamente necessária para o sucesso do método dos painéis no modo inverso, mesmo que no modo direto ele seja bem sucedido com uma distribuição de vórtices pouco suave.

## CAPÍTULO 5

### CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Neste trabalho, foi desenvolvida uma metodologia para a solução numérica do problema inverso do escoamento potencial, incompressível, bidimensional e permanente, em torno de perfis aerodinâmicos isolados ou em grades lineares.

O método proposto tem a finalidade de, a partir de um perfil inicial, obter um outro perfil que satisfaça a uma distribuição de velocidades requerida em função da coordenada natural do contorno do perfil desejado.

A metodologia foi testada em diversos casos, muitos dos quais apresentam resultados analíticos disponíveis na literatura, como o cilindro, a elipse, os perfis Joukowski, os perfis NACA, as grades de Gostelow e de Merchant e Collar. Os resultados obtidos nesses testes mostraram a versatilidade e a boa precisão da metodologia. Soluções convergentes e satisfatoriamente precisas foram obtidas com um número relativamente pequeno de iterações.

As características principais do procedimento iterativo, verificadas no decorrer deste trabalho, são as seguintes:

- a) a utilização do método dos painéis, sem necessidade de esquemas gerais de solução de sistemas de equações algébricas não-lineares;
- b) o bordo de fuga como ponto fixo no processo iterativo;
- c) a modificação das inclinações dos painéis a partir do bordo de fuga, num percurso único ao redor do perfil, evitando o cálculo do ponto de estagnação na região do bordo de ataque;
- d) a manutenção do mesmo conjunto de coordenadas naturais dos pontos de controle, onde são prescritas as velocidades, permitindo uma avaliação efetiva do processo de convergência;
- e) o emprego de um esquema explícito para garantir o fechamento do perfil.

- f) no caso de grades lineares, o ângulo de montagem como resultado do processo iterativo, que é de grande interesse no projeto de máquinas de fluxo axiais.

A alteração das inclinações dos painéis é realizada no sentido de anular as velocidades normais induzidas por uma distribuição de vórtices fictícia, que mede a diferença entre as velocidades calculadas e as requeridas. Em geral, torna-se necessária a utilização de um filtro na distribuição de vórtices fictícia para suavizar eventuais oscilações surgidas na região de bordo de ataque, evitando o aparecimento de saliências e/ou concavidades espúrias nessa região.

No cálculo das distribuições de velocidade em cada etapa iterativa, foi aplicado o método de Hess & Smith com distribuições de vórtices variando suavemente ao longo do perfil e anulando-se no bordo de fuga. Verificou-se que o método de Hess & Smith tradicional, com densidade de vórtices constante, pode levar a resultados inconsistentes no modo inverso, mesmo que o método seja bem sucedido no modo direto. Um outro aspecto importante, relacionado à distribuição de vórtices do método de Hess & Smith, foi observado neste trabalho: mesmo sendo suave e se anulando no bordo de fuga, a forma escolhida para a distribuição de vórtices pode ter uma influência significativa sobre as distribuições de velocidades resultantes. Essa influência pode ser intensificada pelo efeito de grade, conforme o indicado pelos resultados obtidos no capítulo 2, no caso da grade de Merchant e Collar. Conclui-se, portanto, que a distribuição de vórtices do método de Hess & Smith deve ser ainda melhor avaliada, principalmente no caso de grades e no modo inverso.

Seria possível apresentar um grande número de sugestões para trabalhos futuros. É preferível, todavia, relacionar algumas diretrizes que podem (e provavelmente devam) ser consideradas a fim de aprimorar a metodologia e/ou torná-la mais eficaz em aplicações reais de análise e projeto de perfis aerodinâmicos:

**a) Quanto ao procedimento iterativo:**

O mais importante, talvez, seja pesquisar um modo sensato de alterar as inclinações dos painéis sem haver uma sensibilidade muito forte à distribuição de vórtices fictícia, principalmente na região do bordo de ataque, onde pode ocorrer o aparecimento de saliências ou concavidades espúrias, devido à grande variação das inclinações dos painéis nesta região. Além das variações

de curvatura do bordo de ataque, as variações de inclinação dos painéis na região do bordo de fuga também devem ser melhor monitoradas.

A maneira apresentada neste trabalho, para contornar esses problemas, foi a utilização de um filtro (constante ou variável) na distribuição de vórtices fictícia. Este filtro também poderá ser apresentado de forma a acompanhar a distribuição de vórtices fictícia, eliminando de maneira suave as variações indesejáveis nesta distribuição, que provavelmente aparecerão na execução do método inverso. Esse efeito talvez possa ser obtido com o emprego de técnicas de interpolação com suavização.

Outro aspecto a ser abordado seria a utilização de algum critério mais eficaz para a aceleração do processo iterativo, sem alterar as características do método inverso.

Finalmente, seria interessante abordar o tema de otimização de formas aerodinâmicas, em que se busca, no lugar de uma solução geométrica única para atender à velocidade requerida, uma solução que melhor se aproxime daquela, mediante certas restrições.

#### **b) Quanto ao método de cálculo do escoamento potencial:**

A grande influência exercida pela distribuição de vórtices no método de Hess & Smith sugere o emprego de outros métodos de painéis, em particular os métodos em que a distribuição de vórtices seja a incógnita principal, ao invés da distribuição de fontes. Além disso, seria conveniente utilizar distribuições de singularidades de ordem mais alta (lineares ou cúbicas), com o que provavelmente, resultaria maior suavidade na distribuição de velocidades e maior generalidade nas aplicações, principalmente no modo inverso.

Entre os possíveis candidatos, destaca-se aqui o método de painéis proposto por Bristow (1977), baseado na 3ª identidade de Green. Nesse método, a variável principal é a distribuição de vórtices, enquanto a distribuição de fontes é fornecida com intensidade igual e sinal contrário à da componente normal da velocidade não-perturbada sobre o perfil. Na discretização, são utilizados painéis curvos, distribuições lineares de vórtices e distribuições uniformes de fontes em cada painel. Bristow (1977) mostrou que as distribuições de singularidades desse método são mais suaves às do método de Hess & Smith e do método de Martensen, que emprega apenas vórtices no contorno, com intensidade igual à velocidade tangencial total. Dessa forma, o método de Bristow (1977) apresenta vantagens numéricas em relação aos demais, principalmente no modo inverso. McFarland (1982) estendeu o método de Bristow (1977) para o caso de grades

lineares, apresentando resultados apenas no modo direto. Seria interessante investigar o desempenho desse método também no modo inverso.

### **c) Quanto ao modelo de escoamento:**

No presente trabalho, considerou-se o modelo de escoamento potencial em todas as análises. Visando aplicações reais de projeto, é imprescindível que os efeitos viscosos de camada limite e esteira sejam incorporados de algum modo. A forma mais direta de proceder talvez seja através de uma técnica de interação viscosa-inviscida, com os efeitos de deslocamento da camada limite representados através de velocidades normais de transpiração sobre o perfil.

É importante lembrar que, no método inverso aqui proposto, deve-se fornecer a distribuição de velocidades requeridas em função da coordenada natural do perfil desejado como solução. A distribuição de velocidades requerida pode ser estabelecida através de cálculos inversos de camada limite, que também constitui um tema a ser investigado.

A inclusão de critérios adequados de carregamento aerodinâmico, transição e descolamento de camada limite, na distribuição de velocidades requerida, tornaria o método inverso aqui proposto uma ferramenta realmente útil para o projeto de perfis aerodinâmicos e pás de turbomáquinas axiais.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDREW, D., N., "The Effect of Uniform Spanwise Vorticity on the Two-Dimensional Flow Through Cascades"; Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Vol. 203, No C6, pp. 371-378, 1989.

BRISTOW, D. R. , "Recent Improvements in Surface Singularity Methods for the Flow Fields Analysis About Two-Dimensional Airfoils"; AIAA Paper No 77-641, 1977.

BONATAKI, E., CHAVIAROPOULOS, P., PAPAILIOU, K. D., "An Inverse Inviscid Method for the Design of Quasi-Three-Dimensional Turbomachinery Cascades"; ASME Journal of Fluids Engineering, Vol. 115, pp. 121-127, 1993.

ELIZAROV, A. M. and FOKIN, D. A., "Design and Optimization of Airfoils in Non-Stalling Incompressible Flow with Prescribed Range of the Angle of Attack", international Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 35, No 1, pp. 121-131, July 1992.

FILIPPONE, A., "Airfoil Inverse Design and Optimization by Means of Viscous-Inviscid Techniques"; Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, vol. 56, No. 2/3, pp. 123-136, May 1995.

GIRARDI, R. M., BIZARRO, A. F., "Modification of the Hess & Smith Method For Calculating Cascades and Airfoils with Cusped Trailing Edge"; 13<sup>th</sup> Brazilian Congress and 2<sup>nd</sup> Iberian American Congress of Mechanical Engineering, December 1995.

GOSTELOW, J. P., "Cascade Aerodynamics"; Pergamom Press Ltd., 1984.

GOTO, A., "Application of an Inverse Cascade Design Method to an Axial Fan"; JSME International Journal, vol. 30, No. 267, pp. 1414-1422, 1987.

HESS, J. L. & SMITH, A. M. O., "Calculation of Potential Flow About Arbitrary Bodies"; Progress in Aeronautical Sciences, Pergamon Press, vol. 8, pp. 1-138, 1967.

KARAMCHETI, K., "Principles of Ideal-Fluids Aerodynamics"; Robert E. Krieger Publishing Company, Florida, 1980.

KORAKIANITIS, T., "Hierarchical Development of Three Direct-Design Methods for Two-Dimensional Axial-Turbomachinery Cascades"; ASME Journal of Turbomachinery, Vol. 115, No 2, pp. 314-324, april 1993 a.

KORAKIANITIS, T., "Prescribed-Curvature-Distribution Airfoils for the Preliminary Geometric Design of Axial-Turbomachinery Cascades"; ASME Journal of Turbomachinery, Vol. 115, No 2, pp. 325-333, april 1993 b.

LIMACHE, A. C., "Inverse Method for Airfoil Design"; Journal of Aircraft, vol. 32, No 5, pp. 1001-1011, October 1995.

MARTENSEN, E., "The Calculation of the Pressure Distribution on a Cascade of Thick Airfoils by Means of a Fredholm Integral Equation of the Second Kind"; NASA TT f-702, 1971.

MANZANARES FILHO, N., "Análise do Escoamento em Máquinas de Fluxo Axiais"; Tese de Doutorado, ITA, São José dos Campos, 1994.

McFARLAND, E. R., "Solution of Plane Cascade Flow Using Improved Surface Singularity Methods"; ASME Journal of Engineering for Power, Vol. 104, No 3, pp. 668-xxx, 1982.

MORAN, J., "An Introduction to Theoretical and Computational Aerodynamics"; John Wiley & Sons, 1984.

MURUGESAN, K., RAILLY, J. W., "Pure Design Method For Aerofoils in Cascade"; *Journal Mechanical Engineering Science*, vol. 11, No. 5, pp. 454-467, 1969.

SCHOLZ, N., "Aerodynamik der Scaufelgitter"; Band I, Verlag G. Braun, Karlsruhe, 1965.

SELIG, M. S., MAUGHMER, M. D., "Multipoint Inverse Airfoil Design Method Based on Coformal Mapping"; *AIAA Journal*, vol. 30, No 5, pp. 1162-1170, May 1992 a.

SELIG, M. S., MAUGHMER, M. D., "Generalized Multipoint Inverse Airfoil Design"; *AIAA Journal*, vol. 30, No 11, pp. 1162-1170, May 1992 b.

SELIG, M. S., "Multipoint Inverse Design of an Infinite Cascade of Airfoils"; *AIAA Journal*, vol. 24, No 4, pp. 774-782, April 1994.

SHIGEMI, M., "A Solution an Inverse Problem For Multi-Element Aerofoils Through Application of Panel Method"; *Trans. Japan Soc. Aerodynamics Space Sciences*, vol. 28, No. 80, pp. 97-107, 1985.

# APÊNDICE I

## EFEITOS DO FILTRO

Este apêndice apresenta o efeito do filtro de baixa frequência no espectro de potência da tensão medida no ponto de interesse. Para obter os resultados, utilizou-se o simulador de circuitos SPICE, versão 4.0, do EDA Tools, com o modelo de um filtro passa-baixas, construído com o circuito de uma porta.

## APÊNDICES

Para obter o efeito do filtro de baixa frequência no espectro de potência da tensão medida no ponto de interesse, utilizou-se o simulador de circuitos SPICE, versão 4.0, do EDA Tools, com o modelo de um filtro passa-baixas, construído com o circuito de uma porta.

Região de Frequência	Amplitude de Referência	Amplitude com Filtro	Atenuação (dB)
Alta Frequência	1,0000	0,2000	-20,00
Baixa Frequência	1,0000	0,9999	-0,01

Tabela A1.1 - Regiões de frequência e atenuação do filtro de baixa frequência.

## APÊNDICE I

### EFEITOS DO FILTRO

Este apêndice mostrará o efeito da não utilização do filtro,  $\lambda$ , no método de projeto inverso proposto. Para efeito de demonstração, utilizou-se o 10º caso de perfis isolados, capítulo 4, sem filtro. Neste caso, em 4 iterações o perfil deixará de ser coerente com o desejado, comprometendo a aerodinâmica do perfil.

Perfil inicial: elipse, com relação de semi-eixos igual a 0,1; perfil requerido: NACA 3410 - AI; ângulo de ataque: 8º; número de painéis: 80; filtro: não utilizado; fator de aceleração de convergência: 1; número de iterações para convergência: 4.

Resultados Numéricos	Coefficiente de Sustentação	Coefficiente de Momento	Coefficiente de Arrasto
Método de Hess & Smith Modificado	1,34974	0,42350	0,00335
Método Inverso sem filtro	0,39853	0,21451	-0,00529

Tabela AI.1 - Resultados numéricos do perfil NACA 3410 - AI.

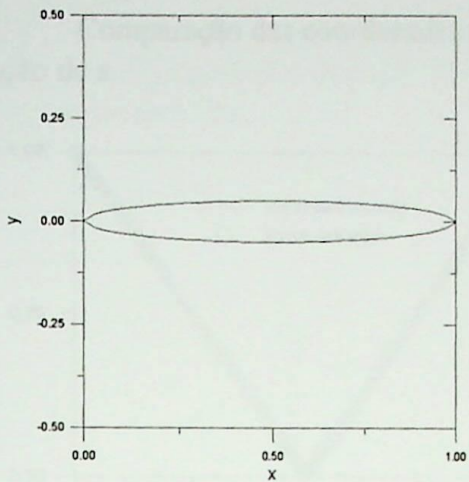


Figura AI.1 - Perfil inicial: elipse com relação de semi- eixo igual a 0,1.

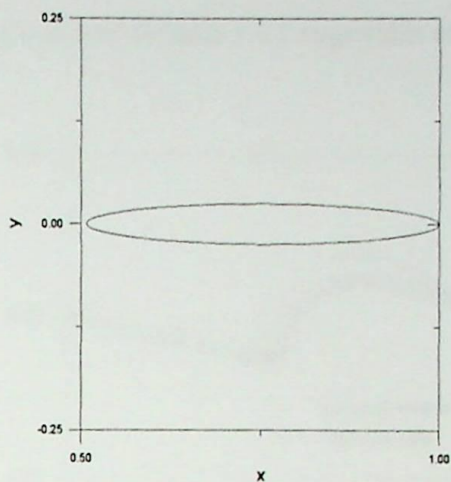


Figura AI.2 - Perfil normalizado em função de  $s/l$ .

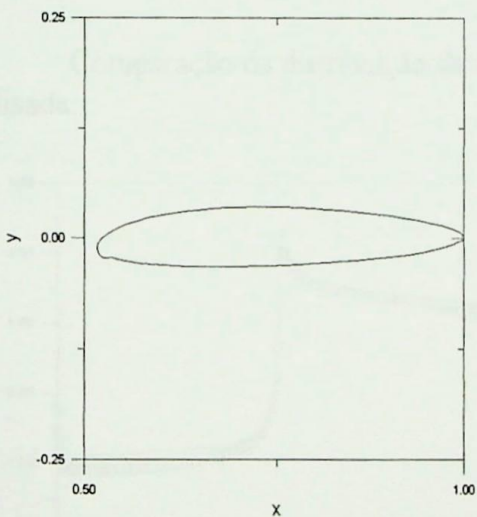


Figura AI.3 - 1ª Iteração: NACA 3410 - AI.

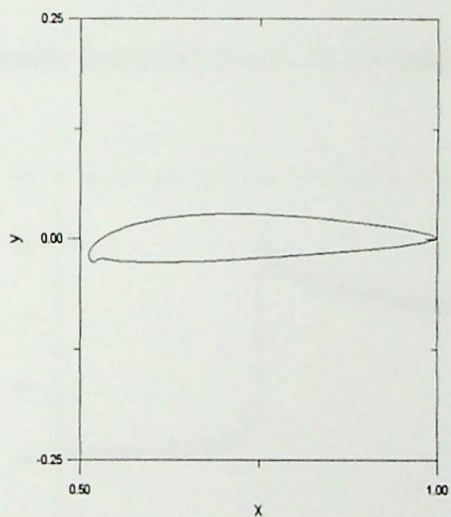


Figura AI.4 - 2ª Iteração: NACA 3410 - AI.

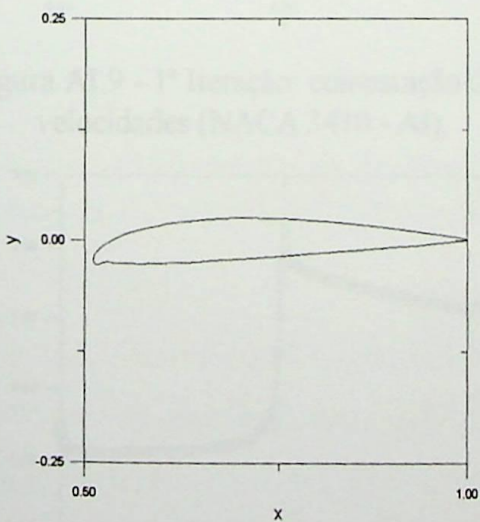


Figura AI.5 - 3ª Iteração: NACA 3410 - AI.

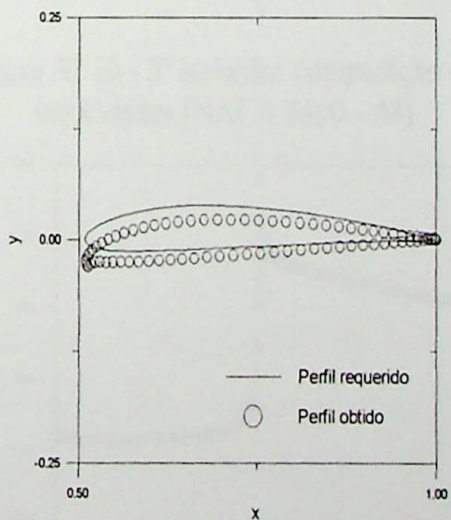


Figura AI.6- 4ª Iteração: NACA 3410 - AI.

Comparação das coordenadas  $x$  e  $y$  encontradas e as coordenadas  $x$  e  $y$  requeridas em função de  $s$ .

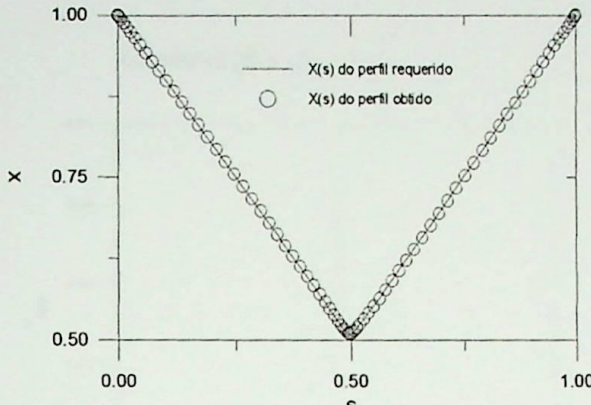


Figura AI.7 -  $x(s)$  do NACA 3410 - AI.

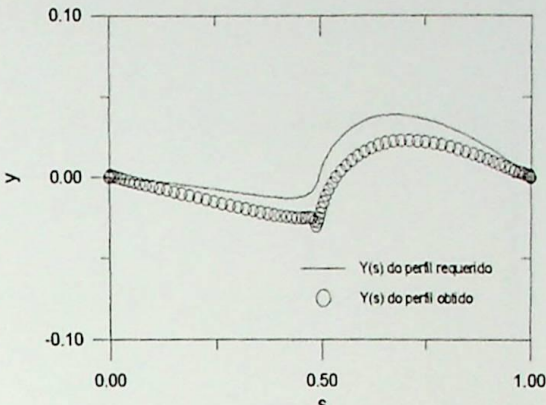


Figura AI.8 -  $y(s)$  do NACA 3410 - AI.

Comparação da distribuição da velocidade requerida com a distribuição de velocidade analisada.

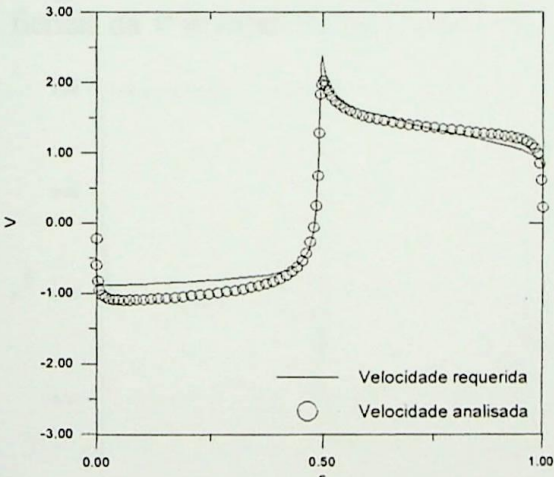


Figura AI.9 - 1ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 3410 - AI).

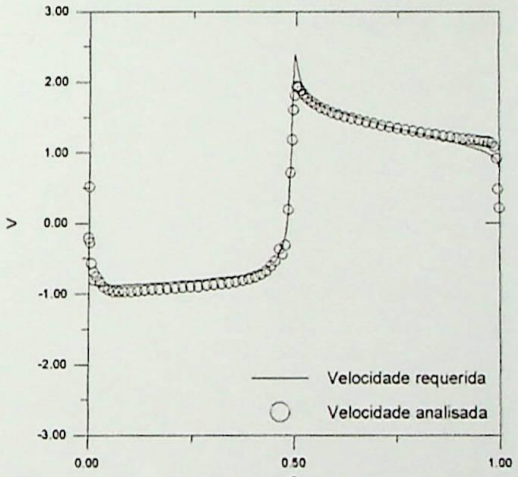


Figura AI.10 - 2ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 3410 - AI).

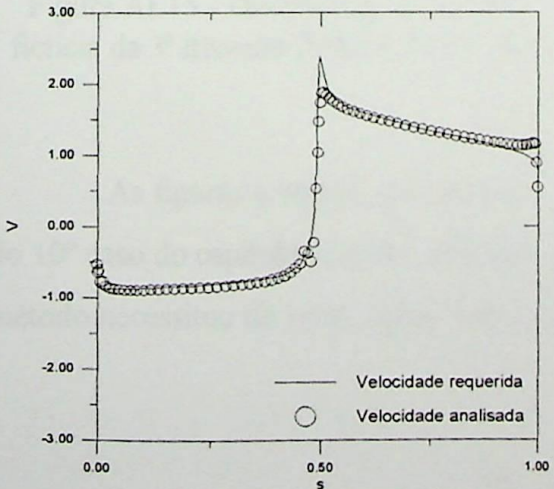


Figura AI.11 - 3ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 3410 - AI).

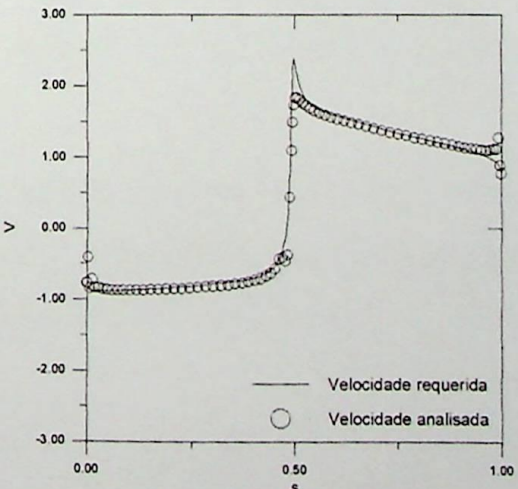


Figura AI.12 - 4ª Iteração: comparação das velocidades (NACA 3410 - AI).

As figuras abaixo representam o comportamento da distribuição de vórtice para o método inverso sem filtro.

Observação:  $\gamma_{inv} = \gamma_{ef}^*$

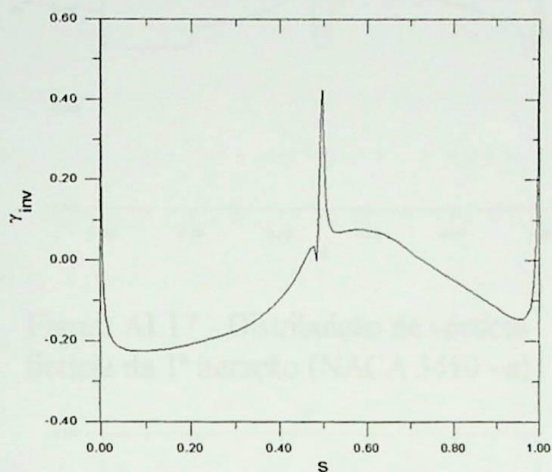


Figura AI.13 - Distribuição de vórtices fictícia da 1ª iteração (NACA 3410 - AI).

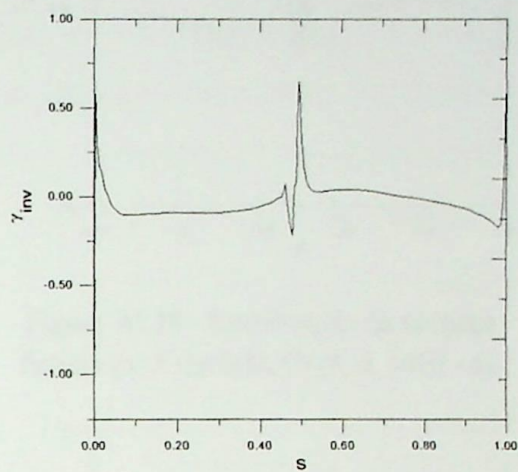


Figura AI.14 - Distribuição de vórtices fictícia da 2ª iteração (NACA 3410 - AI).

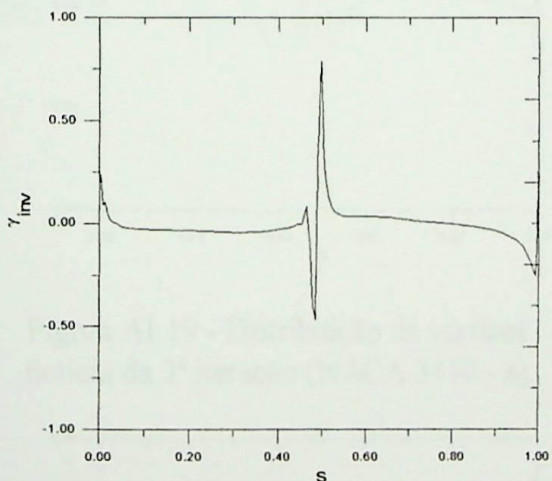


Figura AI.15 - Distribuição de vórtices fictícia da 3ª iteração (NACA 3410 - AI).

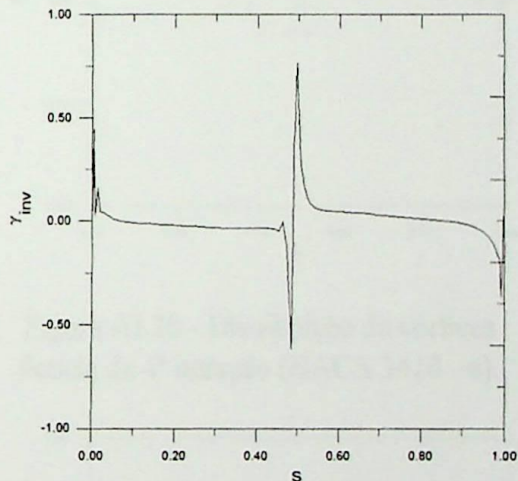


Figura AI.16 - Distribuição de vórtices fictícia da 4ª iteração (NACA 3410 - AI).

As figuras a seguir, representam o efeito do filtro nas distribuições de vórtices fictícia do 10º caso do capítulo 2, com a utilização do filtro variável e do fator de aceleração igual a 2; o método necessitou de 13 iterações, mas a convergência do caso foi bem mais precisa.

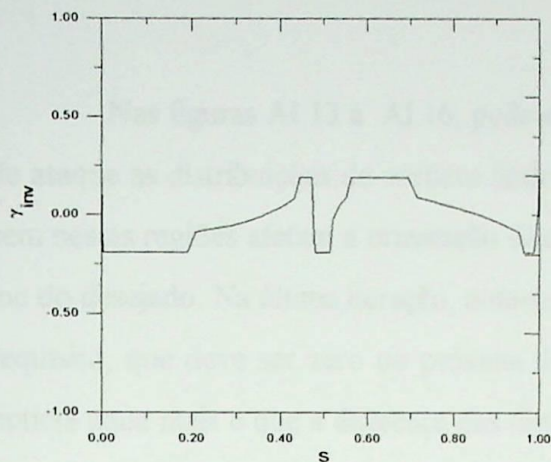


Figura AI.17 - Distribuição de vórtices fictícia da 1ª iteração (NACA 3410 - a).

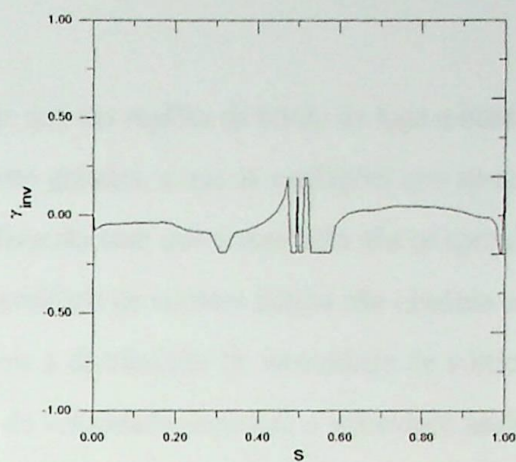


Figura AI.18 - Distribuição de vórtices fictícia da 2ª iteração (NACA 3410 - a).

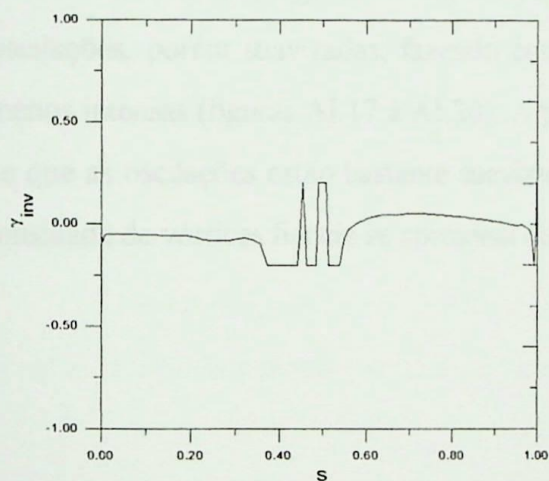


Figura AI.19 - Distribuição de vórtices fictícia da 3ª iteração (NACA 3410 - a).

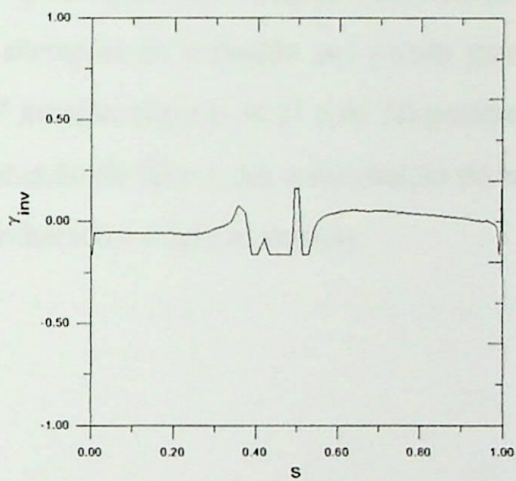


Figura AI.20 - Distribuição de vórtices fictícia da 4ª iteração (NACA 3410 - a).

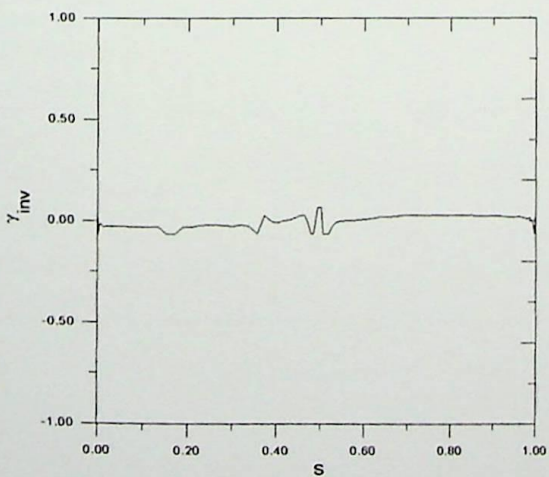


Figura AI.21 - Distribuição de vórtices fictícia da 8ª iteração (NACA 3410 - a).

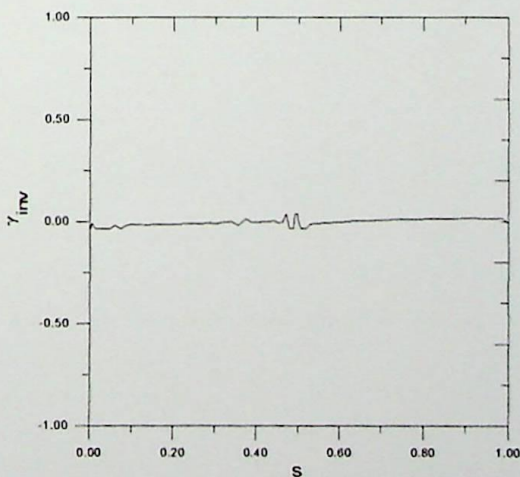


Figura AI.22 - Distribuição de vórtices fictícia da 13ª iteração (NACA 3410 - a).

Nas figuras AI.13 à AI.16, pode-se observar que nas regiões de bordo de fuga e bordo de ataque as distribuições de vórtices fictícia são muito grandes, e que as oscilações que aparecem nestas regiões afetam a orientação dos painéis, fazendo com que o resultado não se aproxime do desejado. Na última iteração, nota-se que a intensidade de vórtices fictícia não obedece ao requisito, que deve ser zero ou próxima de zero, pois a distribuição de intensidade de vórtice fictícia nada mais é que a diferença das distribuições de velocidade requerida e velocidade analisada. Como o desejado é que a distribuição de velocidade analisada convirja para a requerida, não houve convergência do processo sem o emprego do filtro.

Com o emprego do filtro, nota-se que nas quatro primeiras iterações ainda ocorrem oscilações, porém suavizadas, fazendo com que as alterações de inclinação dos painéis sejam menos intensas (figuras AI.17 à AI.20). A partir da 8ª iteração, (figuras AI.21 e AI.22) percebe-se que as oscilações estão bastante suavizadas pela atuação do filtro e que a distribuição de intensidade de vórtices fictícia se aproxima de zero, satisfazendo a exigência imposta.

Resultados Numéricos	$C_D$	$C_L$	$C_M$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\epsilon$	$\zeta$
Iteração									
1	2,3400	1,2345	0,1234	5	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
2	2,3400	1,2345	0,1234	5	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
3	2,3400	1,2345	0,1234	5	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
4	2,3400	1,2345	0,1234	5	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
5	2,3400	1,2345	0,1234	5	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
6	2,3400	1,2345	0,1234	5	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
7	2,3400	1,2345	0,1234	5	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
8	2,3400	1,2345	0,1234	5	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
9	2,3400	1,2345	0,1234	5	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
10	2,3400	1,2345	0,1234	5	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Tabela AI.1 - Resultados numéricos de simulação de escoamento em 2D

## APÊNDICE II

### MÉTODO INVERSO COM UTILIZAÇÃO DO MÉTODO DE HESS & SMITH TRADICIONAL

Perfil inicial: elipse, com relação de semi-eixos igual a 0,4; perfil requerido: Merchant e Collar em grade; ângulo de ataque:  $0^\circ$ ; número de painéis: 80; filtro: constante igual a 0,1; fator de aceleração de convergência: 1; número de iterações para convergência: 80.

Dados da grade:  $\beta_\infty = -3,190^\circ$ ,  $t/l = 0,593284902$  e  $\beta$  é o ângulo de montagem da grade. E ainda utilizando o método de Hess & Smith tradicional.

Resultados Numéricos	$C_L$	$C_M$	$C_D$	$\beta$ ( $^\circ$ )	$W_1$	$W_2$	$\beta_1$ ( $^\circ$ )	$\beta_2$ ( $^\circ$ )	$\frac{\Gamma}{tW_\infty}$
Resultados de Andrew	-	-	-	0	-	-	50	-52,5	-
Método de Hess & Smith	2,98283	1,53902	0,00258	0	1,55783	1,64481	50,14	-52,63	2,5029
Método Inverso	2,35085	0,76140	-0,0518	-1,26	1,35836	1,43616	42,69	-45,96	1,9533

Tabela AII.1 - Resultados numéricos da grade de Merchant e Collar utilizando o método de Hess & Smith tradicional.

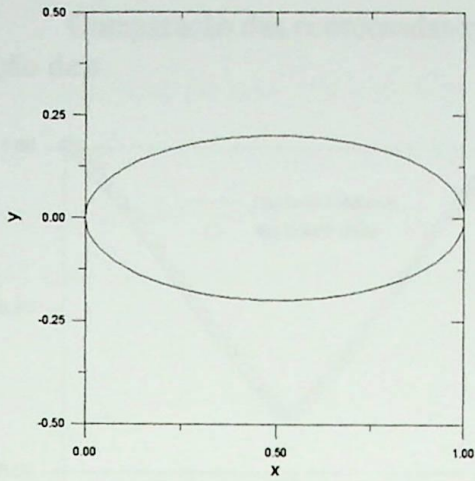


Figura AII.1 - Perfil inicial: elipse com relação de semi-eixos igual a 0,4 .

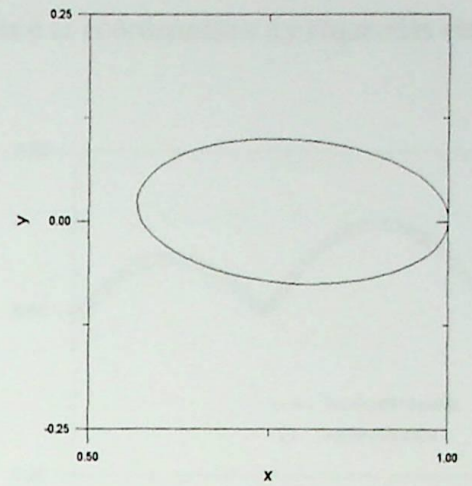


Figura AII.2 - Perfil normalizado em função de  $s/l$  e com ângulo de montagem inicial (Newton-Rapshon).

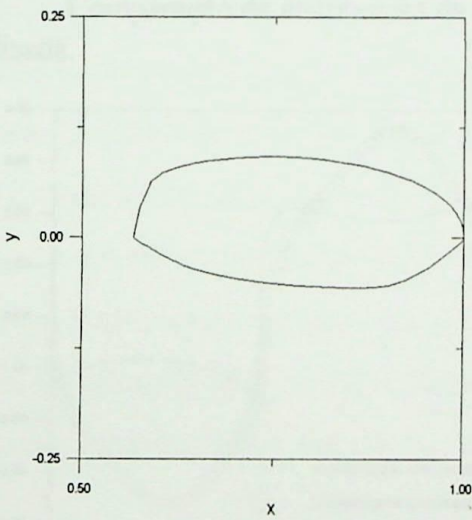


Figura AII.3 - 1ª Iteração: Merchant e Collar.

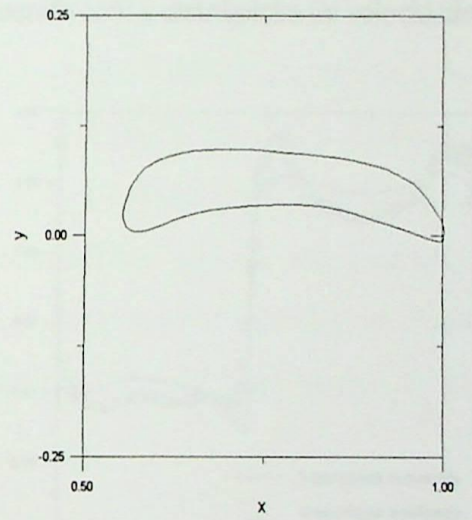


Figura AII.4 - 26ª Iteração: Merchant e Collar.

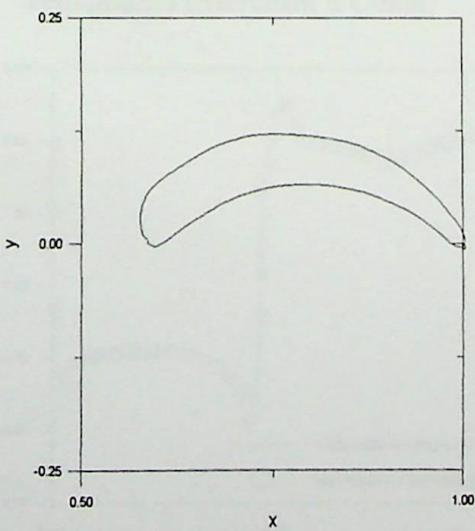


Figura AII.5 - 52ª Iteração: Merchant e Collar.

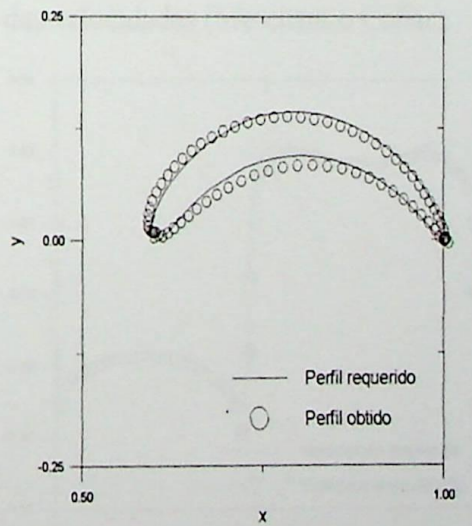


Figura AII.6 - 81ª Iteração: Merchant e Collar.

Comparação das coordenadas  $x$  e  $y$  encontradas e as coordenadas  $x$  e  $y$  requeridas em função de  $s$ .

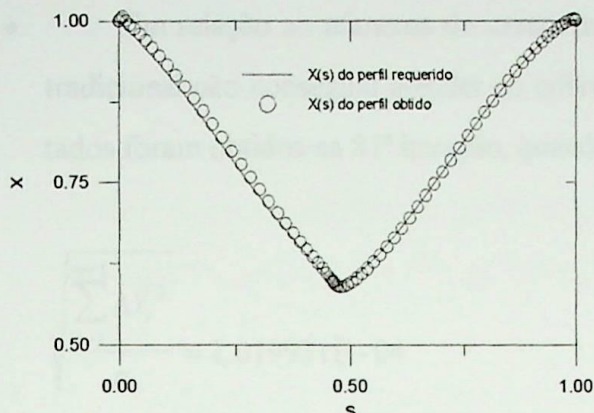


Figura AII.7 -  $x(s)$  do Merchant e Collar.

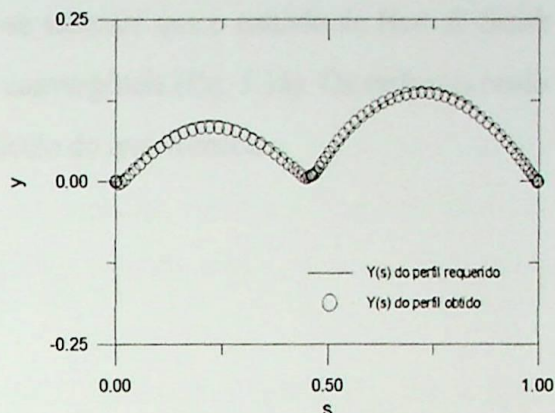


Figura AII.8 -  $y(s)$  do Merchant e Collar.

Comparação da distribuição da velocidade requerida com a distribuição de velocidade analisada.

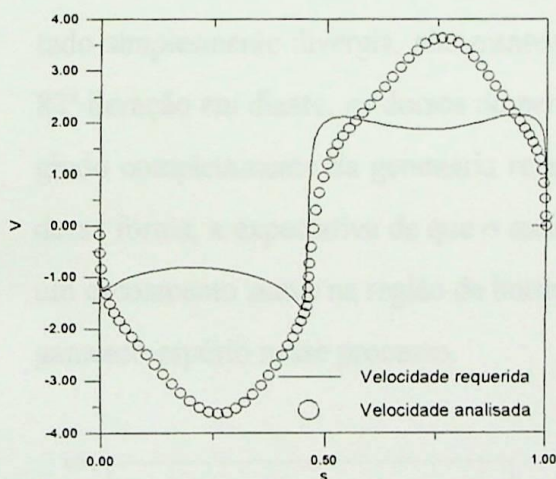


Figura AII.9 - 1ª iteração: comparação das velocidades (Merchant e Collar).

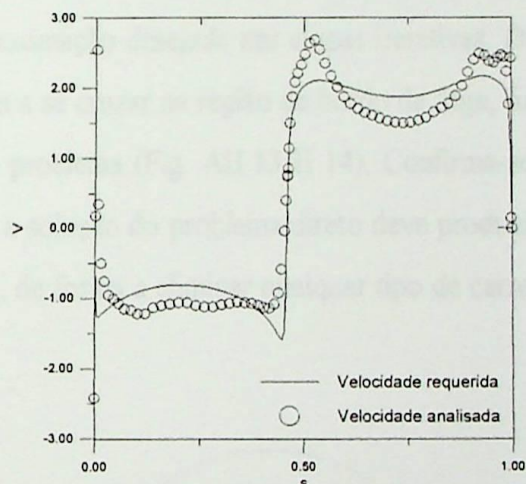


Figura AII.10 - 26ª iteração: comparação das velocidades (Merchant e Collar).

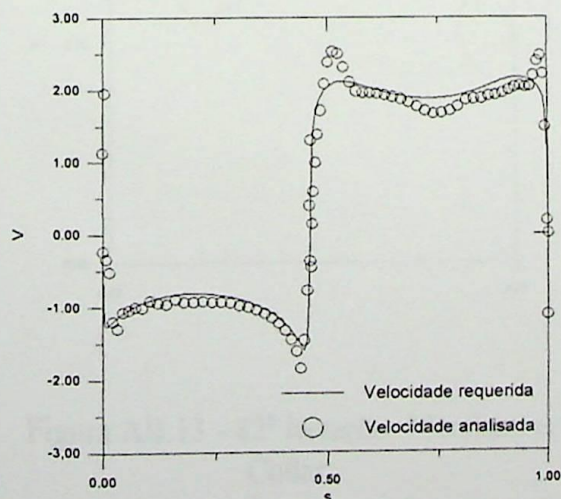


Figura AII.11 - 52ª iteração: comparação das velocidades (Merchant e Collar).

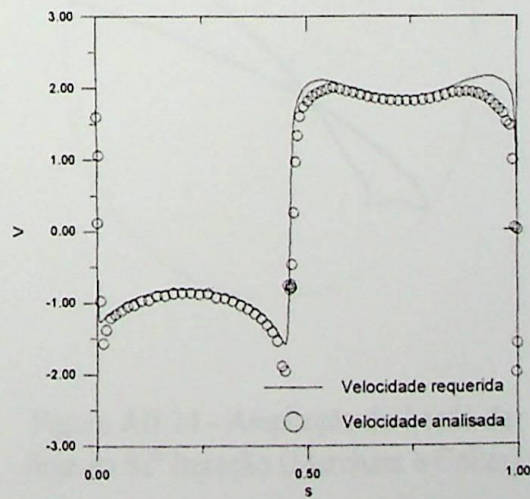


Figura AII.12 - 81ª iteração: comparação das velocidades (Merchant e Collar).

Da resolução do método inverso proposto com a utilização do método de Hess & Smith tradicional pode-se observar que:

- Em relação ao números de iterações deve-se salientar que o método de Hess & Smith tradicional não conseguiu atender ao critério de convergência (Eq. 3.18). Os melhores resultados foram obtidos na 81ª iteração, quando o cálculo do erro fornecia

$$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n+1} \Delta \tilde{Y}_i^2}{n}} = 1.019931E - 04 .$$

Com um número maior de iterações, esperava-se que o critério de convergência fosse respeitado, como ocorreu nos outros casos apresentados (com utilização do método de Hess & Smith modificado); entretanto, verificou-se que com um número de iterações maior que 81 o resultado simplesmente divergia, não mantendo a aproximação desejada nas etapas iterativas. Da 82ª iteração em diante, os dorsos do perfil passam a se cruzar na região de bordo de fuga, fugindo completamente da geometria requerida no problema (Fig. AII.13 E 14). Confirma-se, dessa forma, a expectativa de que o método para a solução do problema direto deve produzir um escoamento suave na região de bordo de fuga, de forma a eliminar qualquer tipo de carregamento espúrio nesse processo.

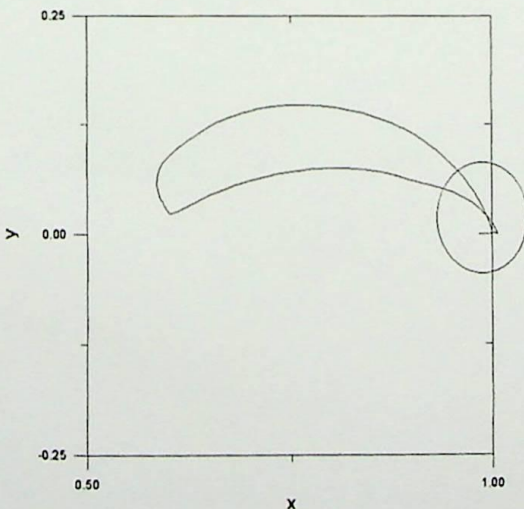


Figura AII.13 - 82ª Iteração: Merchant e Collar.

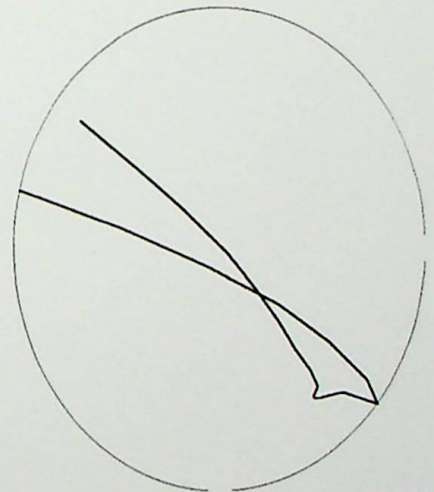


Figura AII.14 - Ampliação do bordo de fuga da 82ª Iteração (Merchant e Collar).

- As distribuições de velocidades entre as iterações 26 e 52 (Figs. AII.10 e AII.11) comportaram-se melhor que no método de Hess & Smith modificado (Figs. 4.214 e 4.215, capítulo 4). Nessas iterações, o método de Hess & Smith modificado produziu distribuições de velocidades pouco coerentes com a distribuição requerida, com grandes variações de uma iteração para outra; este efeito, todavia foi sendo eliminado no decorrer das iterações subsequentes; o método de Hess & Smith tradicional, ao contrário, converge bem no início, mas vai perdendo qualidade nas últimas iterações, principalmente nas regiões do bordo de ataque e de fuga.
- Da tabela AII.1, observa-se que, os resultados obtidos com o método de Hess & Smith tradicional não foram satisfatórios no modo inverso. O mesmo não aconteceu com o método de Hess & Smith modificado, que reproduziu os resultados esperados com boa aproximação (tabela 4.18).

## APÊNDICE III

### COEFICIENTES AERODINÂMICOS

- **COEFICIENTE DE PRESSÃO** - O cálculo dos valores das pressões nos pontos de controle dos painéis,  $p_i$ , é feito à partir da Equação de Bernoulli:

$$\frac{p_i}{\rho} + \frac{W_i^2}{2} = \frac{p_\infty}{\rho} + \frac{W_\infty^2}{2} \quad (\text{AIII.1})$$

Define-se um coeficiente de pressão adimensional,  $C_{p_i}$ :

$$C_{p_i} = \frac{p_i - p_\infty}{\rho |W_\infty|^2} \quad (\text{AIII.2})$$

que, considerando a equação (AIII.1), para perfis isolados, será:

$$C_{p_i} = 1 - \left[ \frac{W_i}{W_\infty} \right]^2 \quad (\text{AIII.3})$$

e, para perfis em grade, com  $W_1$  no lugar de  $W_\infty$ :

$$C_{p_i} = 1 - \left[ \frac{W_i}{W_1} \right]^2 \quad (\text{AIII.4})$$

- **COEFICIENTES DE SUSTENTAÇÃO E ARRASTO** - As componentes da força aerodinâmica atuante sobre um perfil isolado ou em grade, nas direções  $x$  e  $y$ , denominadas  $F_x$  e  $F_y$ , respectivamente, são dadas pelas seguintes expressões exatas e aproximadas (método dos painéis):

$$F_x = \oint p dy \cong \frac{1}{2} \rho W_\infty^2 \sum_{i=1}^n C_{p_i} \Delta y_i ,$$

$$F_y = - \oint p dx \cong - \frac{1}{2} \rho W_\infty^2 \sum_{i=1}^n C_{p_i} \Delta x_i .$$

As forças de sustentação e de arrasto são dadas por

$$F_L = F_y \cos \alpha - F_x \sin \alpha , \quad (\text{AIII.5})$$

$$F_D = F_x \cos \alpha + F_y \sin \alpha , \quad (\text{AIII.6})$$

onde  $\alpha$  é o ângulo de ataque do escoamento não perturbado (ângulo da velocidade não perturbada em relação ao eixo  $x$ ).

Os coeficientes de sustentação e de arrasto ficam

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2} \rho W_\infty^2 L} \cong - \frac{\cos \alpha \sum_{i=1}^n C_{p_i} \Delta x_i + \sin \alpha \sum_{i=1}^n C_{p_i} \Delta y_i}{L} , \quad (\text{AIII.7})$$

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho W_\infty^2 L} \cong \frac{\cos \alpha \sum_{i=1}^n C_{p_i} \Delta y_i - \sin \alpha \sum_{i=1}^n C_{p_i} \Delta x_i}{L} , \quad (\text{AIII.8})$$

sendo  $\Delta x_i$  e  $\Delta y_i$  as variações de coordenadas do painel nas direções  $x$  e  $y$ , respectivamente, e  $L$  a corda do perfil.

- **COEFICIENTE DE MOMENTOS** - Neste trabalho, o momento anti-horário dos esforços aerodinâmicos,  $M$ , é sempre tomado com relação ao bordo de ataque do perfil, sendo dado por:

$$\begin{aligned}
 M &= -\oint p[(\bar{x} - x_{ba})dx + (\bar{y} - y_{ba})dy] \\
 &\cong -\frac{1}{2}\rho W_\infty^2 \sum_{i=1}^n C_{p_i} [(\bar{x} - x_{ba})\Delta x_i + (\bar{y} - y_{ba})\Delta y_i].
 \end{aligned}
 \tag{AIII.9}$$

O coeficiente de momento será:

$$C_M = \frac{M}{\frac{1}{2}\rho W_\infty^2 L^2} \cong -\frac{\sum_{i=1}^n C_{p_i} [(\bar{x} - x_{ba})\Delta x_i + (\bar{y} - y_{ba})\Delta y_i]}{L^2},
 \tag{AIII.10}$$

onde

$\bar{x}_i, \bar{y}_i$  são as coordenadas do ponto de controle do painel  $i$ ;

$x_{ba}, y_{ba}$  são as coordenadas do bordo de ataque, calculadas com relação a região de curvatura máxima do perfil.