TESE
1029

LA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ

Filtros de Kalman no levantamento de característica do sinal de EEG.

ANDRE BERNARDI

ITAJUBÁ - 1999



Escola Federal de Engenharia de Itajubá - EFEI
Biblioteca MAUÁ BIM

ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ
Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica

Filtros de Kalman no levantamento de características do sinal de EEG

Dissertação apresentada à Escola Federal de Engenharia de Itajubá, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

André Bernardi

Itajubá - 1999

André Bernardi

Filtros de Kalman no levantamento de características do sinal de EEG

Dissertação apresentada à Escola Federal de Engenharia de Itajubá, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de concentração:

Automação e Sistemas Elétricos Industriais.

Orientador:

Luiz Eduardo Borges da Silva, Ph.D

Co-Orientador:

Germano Lambert Torres, Ph.D

Itajubá - 1999

À minha querida esposa Simone por todo amor, carinho e compreensão.

Agradecimentos

Ao Prof. Luiz Eduardo Borges da Silva pelo incentivo, paciência, amizade e indispensável ajuda na orientação deste trabalho.

Ao Prof Germano Lambert Torres incentivo no desenvolvimento deste trabalho.

Ao Prof Alpo Värri que por manter o diretório /pub/eeg-data em sigftp.cs.tut.fi do Laboratório de Processamento de Sinais da Tampere University of Technology, Finlândia, de onde foi possível obter os sinais de EEG utilizados nos testes deste trabalho.

A minha Esposa e Família que souberam compreender minhas ausências e sempre torceram pelo meu sucesso.

A Deus que ilumina e guia nossos pensamentos para que possamos transformar o mundo num lugar melhor.

A todos, que direta ou indiretamente, contribuíram para a realização desse trabalho.

Sumário

INTRODUÇÃO ____ *1*

Capítulo 1 – EEG Digital ____ *5*

1 Características do sinal do EEG ____ *5*

1.1 Componentes do sinal de EEG ____ **6**

1.1.1 Atividade Delta ____ 7

1.1.2 Atividade Theta ____ 7

1.1.3 Atividade Alfa ____ 7

1.1.4 Atividade Sigma ou Beta 1 ____ 8

1.1.5 Atividade Beta ____ 8

1.1.6 Complexo K ____ 9

1.1.7 Espículas Isoladas ____ 9

1.1.8 Complexo Espícula-Onda ____ 10

1.1.9 Outros surtos epilépticos ____ 10

1.2 Geração do Sinal do EEG ____ **14**

1.3 Processo de captação ____ **16**

1.4 Considerações sobre EEG ____ **18**

1.5 Análise no Microcomputador ____ **20**

1.6 Análise de Fourier ____ **23**

1.7 Artefatos e interferências que influenciam no EEG ____ **24**

1.7.1 Biológicos. ____ 25

1.7.2 Técnicos. ____ 27

1.8 Filtros ____ **28**

1.9 O QEEG (Eletroencefalograma quantitativo). ____ **29**

2 Formato de armazenagem dos dados gerados no EEG ____ *30*

Capítulo 2 - Revisão dos Modelos Matemáticos Aplicados a Análise de EEG ____ *33*

1 Introdução ____ *33*

2 Métodos não paramétricos ____ *34*

3 Métodos Paramétricos ____ *35*

Capítulo 3 - Modelagem Autorregresiva ____ *37*

1 Modelagem Autorregresiva ____ *37*

2 Estimação Espectral e Estabilidade do Modelo ____ *44*

2.1 Estimação espectral ____ **46**

2.2 Estabilidade ____ **50**

3 Estimação da ordem do modelo ____ *51*

4 Estimação dos parâmetros usando modelos adaptativos ____ *55*

Capítulo 4 – Filtro de Kalman ____ *57*

1 Introdução ____ *57*

2 O Processo a ser estimado ____ *58*

3 As origens computacionais do Filtro ____ *59*

4 A origem probabilística do Filtro ____ *61*

5 Algoritmo para o Filtro de Kalman discreto ____ *62*

6 Parâmetros do filtro e ajuste (Tuning) ____ *64*

7 Um Filtro de Kalman em ação: Estimando uma constante aleatória ____ *65*

7.1 O modelo do processo ____ **65**

7.2 As equações do Filtro e parâmetros ____ **66**

7.3 As Simulações ____ **67**

8 Segundo exemplo: Estimando um processo de Wiener ____ *70*

8.1 O modelo do processo ____ **70**

8.2 As equações do filtro e parâmetros ____ **71**

8.3 As Simulações ____ **72**

Capítulo 5 - Modelos Dinâmicos para segmentação de sinais não estacionários ____ *75*

1 Introdução ____ *75*

2 Modelos Lineares Dinâmicos ____ *77*

3 Mínimos Quadrados Recursivos ____ *78*

4 Estimação dos parâmetros do ruído ____ *80*

4.1 Estimação do ruído de estado ____ **80**

4.2 Estimação do ruído de observação ____ **81**

4.3 O dilema de alisar/seguir ____ **82**

5 Exemplo da estimação ____ *83*

6 Comentários ____ *86*

Capítulo 6 – Programa EEG Análise ____ *88*

1 Apresentação do programa ____ *88*

1.1 Tela de Abertura: ____ **88**

1.2 Filosofia de desenvolvimento ____ **89**

1.3 Diagrama em blocos ____ **89**

2 Orientação a Objeto ____ *89*

2.1 Vantagens da Orientação a Objetos ____ **90**

2.1.1 Vantagens Diretas: ____ 90

2.1.2 Vantagens Reais: ____ 90

2.2 Princípios da Orientação a Objetos ____ **91**

3 Apresentação do sinal no programa EEG Análise ____ *94*

3.1 Escala de Tempo (eixo x) ____ **95**

3.2 Escala de Amplitude (eixo y) ____ **95**

3.3 Informações sobre os parâmetros dos canais ____ **96**

4 Funções especiais do programa EEG Análise ____ *97*

4.1 Filtro Digital ____ **97**

4.2 FFT ____ **99**

4.3 Estimação utilizando Filtros de Kalman. ____ **99**

4.3.1 O modelo do processo ____ 100

4.3.2 As equações do Filtro e parâmetros ____ 101
4.3.3 A Implementação e Testes ____ 102

4.4 Cálculo das raízes do polinômio correspondente ao modelo AR estimado através do Filtro de Kalman (Cálculo dos Pólos) ____ 103

5 Resumo dos passos para a utilização da função de estimação e cálculo das raízes: ____ 105

Capítulo 7 – Resultados ____ 106

Capítulo 8 - Conclusão ____ 113

Referências Bibliográficas ____ 116

Anexo A – Simulação de Filtro de Kalman 1 ____ 122

Anexo B – Simulação de Filtro de Kalman 2 ____ 126

Anexo C – Sinais obtidos da Internet ____ 128

Anexo D – Interface com o Programa MatLab ____ 129

1 Criação do código fonte ____ 129

2 Construção do programa ____ 131

Anexo E –Equações do Filtro Digital ____ 132

1 Filtro Digital Butterworth ____ 132

2 Modelo de Estado para filtro ButterWorth ____ 135

Anexo F - Simbologia utilizada na Análise e Projeto Baseado em Objetos ____ 137

1 Classe ____ 137

2 Classe & Objeto ____ 137

3 Estrutura Generalização - Especialização (Gen-Spec) ____ 138

4 Estrutura Todo - Parte ____ 138

5 Conexões de Ocorrência ____ 138

6 Conexão de Mensagens ____ 139

7 Assunto ____ 139

Resumo

Desde sua descoberta, o EEG (Eletroencefalograma) se tornou um dos mais importantes exames para o diagnóstico de patologias ligadas ao cérebro, por ser um exame funcional e não invasivo, portanto não agride o paciente. O volume de informações contidas em um sinal de EEG é muito grande, além de sua enorme variabilidade, é quase que indispensável desenvolver ferramentas que auxiliem o especialista no diagnóstico e detecção de patologias. A crescente busca por ferramentas de auxilio no diagnóstico de patologias ligadas ao cérebro, motivou o desenvolvimento deste trabalho.

Neste trabalho são apresentadas informações sobre a natureza do sinal de EEG, sua geração e características essenciais, uma introdução sobre o processo de captação, os artefatos que influenciam nos resultados de uma análise do EEG e a descrição de um padrão internacional utilizado para o armazenamento digital do sinal de EEG.

A possibilidade de aplicar modelos e descritores matemáticos na identificação de características do sinal do EEG, auxiliando no diagnóstico de casos clínicos distintos como epilepsia, vitimas de AVC e tumores, fármacos-dependentes e pacientes mentalmente enfermos, torna bastante interessante o estudo das características deste sinal para posterior reconhecimento de padrões. A teoria sobre a Modelagem Autoregressiva é discutida e alguns métodos não adaptativos de encontrar os coeficientes do modelo AR são apresentados.

É apresentado o embasamento teórico mínimo para a utilização do *Filtro de Kalman* e as simulações de sua aplicação na estimação de uma constante e na estimação de um processo de *Wiener*.

A base teórica e prática para a aplicação de modelos dinâmicos na segmentação de sinais não estacionários, é apresentada. Dentre estes modelos são destacados os *Modelos Lineares Dinâmicos* e os *Mínimos Quadrados Recursivos*. Ambos podem ser vistos como casos especiais de sistemas dinâmicos lineares e suas regras de aprendizado são casos especiais do ***Filtro de Kalman***. Eles têm parâmetros de ruído de estado e de ruído de observação que podem ser atualizados "on-line" para maximizar a evidência das observações.

Foi desenvolvido um programa de computador, o *EEG Análise*, que utiliza como filosofia de implementação a Orientação a Objetos em um ambiente de programação visual. Nele foi implementada uma metodologia para a estimação de estados utilizando *Filtro de Kalman* e o cálculo dos pólos associados ao Modelo AR. Este programa com todas as suas variações e possibilidades é a mais importante contribuição deste trabalho.

O método desenvolvido é uma ferramenta para auxiliar a interpretação médica dos resultados obtidos dos exames,

Abstract

From its discovery, EEG (Electroencephalogram) became one of the most important exam for the diagnosis of pathologies linked to the brain. As a functional exam and non invasive it don't attack the patient. The volume of information contained in a EEG signal is very big, besides its enormous variability, it is almost indispensable to develop tools that may help specialists in the diagnosis and detection of pathologies. The main motivation for the development of this work is the growing search for tools that helps the diagnosis of pathologies linked to the brain.

This work presents information on the nature of the EEG signal, its generation and essential characteristics. An introduction on the recording process, artifacts that influence in the results of an analysis of EEG and an international pattern used for the digital storage of the EEG recordings also are described.

The possibility to apply models and mathematical descriptors in the identification of characteristics of the EEG signal, helping the diagnosis of different clinical cases as epilepsy, CVA victims, tumors, drug-addict and patients mentally sick, it turns quite interesting the study of the characteristics of this signal for posterior pattern recognition.

The theory on Autoregressive Model is discussed and some non-adaptive methods of finding the coefficients of the AR model are presented.

The presentation of a minimum theoretical basis, for Kalman Filter use, was done as well as it was showed, through simulations, its performance in the estimate of a constant or a Wiener process.

A theoretical and practical basis for the application of dynamic models in the segmentation of non-stationary signals, it is presented. Among these models, the Dynamic Linear Models (DLM) and the Recursive Least Square (RLS) have been placed in special position. Both can be seen as special cases of linear dynamic systems and its learning rules are special cases of the Kalman Filter. They have parameters of state noise and of observation noise that can be up-to-date on-line for maximize the evidence of the observations.

It was developed the software, *EEG Análise*, using the Object Orientation philosophy in an environment of visual programming. This methodology was implemented for the state estimation using Kalman Filter and the calculation of the poles associated to the estimated AR Model. These points are the fundamental contributions of this work.

The developed system is a tool to help the medical interpretation of the results of the exams.

Lista de Figuras

Fig. 1 – Sistema Internacional 10-20 1

Fig. 2 – Exemplo de registro de EEG com atividade *alfa* dominante. 5

Fig. 3 – Ritmo *Delta* 7

Fig. 4 – Ritmo Theta 7

Fig. 5 – Ritmo Alfa 8

Fig. 6 – Ritmo Sigma (Beta1) 8

Fig. 7 – Ritmo Beta 9

Fig. 8 – Espícula isolada 10

Fig. 9 – Complexo Espícula-Onda 10

Fig. 10 – Surto Epiléptico 11

Fig. 11 – Exemplo de gravação mostrando a grande variabilidade do EEG normal 12

Fig. 12 – Um EEG normal e três gravações patológicas. 13

Fig. 13 – Crise epilética generalizada. 14

Fig. 14 – Neurônio 15

Fig. 15 – Potencial de Ação 15

Fig. 16 – Sistema Internacional 10-20 16

Fig. 17 – Sinal amostrado incorretamente (efeito Aliasing) 18

Fig. 18 – Sinal amostrado corretamente 18

Fig. 19 – a) Sinal de EEG. b) Espectro. c) Espectro de potência. d) Espectro contínuo 24

Fig. 20 – Artefato de EMG 25

Fig. 21 – Movimento Ocular 26

Fig. 22 – Artefato de Movimento 27

Fig. 23 – Artefato de Mastigação 27

Fig. 24 – Formato digital detalhado do registro de cabeçalho(apenas ASCII) 32

Fig. 25 – Formato digital detalhado do registro de dados(apenas inteiros, 2 bytes). 32

Fig. 26 – Técnicas de modelagem paramétrica usando função de transferência racional e algoritmos para estimação de parâmetros do modelo autoregressivo.....36

Fig. 27 – Predição linear usando um modelo autoregressivo de ordem p 38

Fig. 28 – O algoritmo de Levinson-Durbin 41

Fig. 29 – Predição linear a frente e a trás.....42

Fig. 30 – O algoritmo de Burg 44

Fig. 31 – Interpretação do modelo AR como um filtro IIR 45

Fig. 32 – Comparação de métodos de estimação espectral.....48

Fig. 33 – Valores médio de Ep (linha sólida) e correspondentes valores para FPE (círculos) , para os 4,8 seg de vigília, sono REM e sono profundo.....53

Fig. 34 – Distribuições da ordem ótima para o modelo AR 54

Fig. 35 – a) hipnograma relativo a 7,5 horas de gravação de EEG, b) ordem do modelo utilizada 55

Fig. 36 – O ciclo contínuo do *Filtro de Kalman* discreto. As atualizações de tempo projetam o estimador de estado atual à frente no tempo. A atualização de medida ajusta o estimador projetado, por uma medida atual naquele momento. 62

Fig. 37 – Um quadro completo da operação do *Filtro de Kalman*, combinando o diagrama de alto-nível da com as equações da Tabela 1 e Tabela 2 64

Fig. 38 – Primeira simulação: $R = (0.2)^2 = 0.04$. O verdadeiro valor da constante aleatória é $x = -0.12345$ dado pela linha sólida vermelha (uma reta), as medidas ruidosas pelas marcas em cruz, e o estimador do filtro pela curva restante. 68

Fig. 39 – Após 60 iterações, a estimativa inicial grosseira da covariância do erro de estado $P_k^- = 1$ foi reduzida para 0.0009 (Volts). 68

Fig. 40 – Segunda simulação: R = 4. O filtro está mais lento para responder às medidas e resulta em uma redução na variância do estimador 69

Fig. 41 – Terceira simulação: R = 0.0004. O filtro responde depressa a medidas e aumenta a variância do estimador. 70

Fig. 42 – Geração de um processo de Wiener.....70

Fig. 43 – Estimação de um processo de Wiener, usando *Filtro de Kalman* com R=1 e Q=0.02 73

Fig. 44 – Simulação com R=1 e Q=0.02 ,..... 73

Fig. 45 – Simulação com R=1 e Q=0.2 , ... 74

Fig. 46 - (a) Série temporal original (b) Log da evidencia dos pontos de dados em um modelo DAR , log(p(z_k))..... 84

Fig. 47 – (a) Erro médio quadrático, e_k , (b) Erro de predição estimado com $q_k = 0$, σ_{q0} , (c) Erro de predição estimado, $\sigma^2_{\tilde{z}_k}$ e (d) Estimativa da variância de ruído de estado, q_k...85

Fig. 48 – Valor médio da variância a priori das variáveis de estado, $1/p$ Tr(P_k^-). 85

Fig. 49 – Taxas de aprendizagem médias para (a) modelo DAR (b) modelo RLS..... 86

Fig. 50 – Espectrograma para (a) Modelo DAR (b) Modelo RLS. 87

Fig. 51– Tela de Abertura do programa EEG Análise 88

Fig. 52 – Diagrama de Classes e Estrutura do programa *EEG Análise*..... 89

Fig. 53– Caixa de diálogo de configuração da escala de tempo 95

Fig. 54 – Visualização do sinal em escala 96

Fig. 55 – Visualização do mesmo sinal da fig. 54 em escala ampliada..... 96

Fig. 56 – Caixa de Diálogo para a apresentação das informações sobre os canais..... 97

Fig. 57 – Redução de artefato de EMG usando filtragem digital. Sinal original em preto e sinal filtrado em vermelho..... 98

Fig. 58 – Caixa de Diálogo para configuração do tipo e parâmetros do filtro digital..... 98

Fig. 59 – Tela para exibição do espectro de um sinal..... 99

Fig. 60 – O sinal em preto representa o sinal de EEG original, e o sinal em verde representa a serie estimada através do modelo AR. 103

Fig. 61 – Caixa de Diálogo com a apresentação dos pólos do modelo AR 104

Fig. 62 – Diagrama em blocos da estratégia empregada 105

Fig. 63– Raízes do polinômio associado a um modelo autoregressivo de um sinal cerebral, momentos antes do início de uma crise epilética. 106

Fig. 64 – Raízes do polinômio associado a um modelo autoregressivo de um sinal cerebral do início de uma crise epilética. 107

Fig. 65 – Série temporal de um EEG: curva verde é a estimação autoregressiva da série temporal original do EEG (em preto) 108

Fig. 66 – Série temporal de um EEG não patológico, estimada usando um modelo autoregressivo dinâmico..... 108

Fig. 67 – Tela do programa representando as raízes do modelo autoregressivo ajustado a um trecho de EEG não patológico. 109

Fig. 68 – Espectro correspondente estimado usando a FFT 109

Fig. 69 – Informações sobre o canal que está sendo manipulado. 110

Fig. 70 – Espectro de um sinal patológico. 110

Fig. 71 – Pólos relacionados a um trecho de EEG do paciente 5 em um momento onde não há nenhum sinal de crise. 111

Fig. 72 – Pólos relacionados a um trecho de EEG do paciente 5 em um momento onde está ocorrendo uma descarga epilética psicomotora. Notar que durante a ocorrência de uma crise, a localização dos pólos no plano z se aproxima da unidade 111

Escola Politécnica de Engenharia de Itajubá - EPEI
Biblioteca
MAUÁ
BIM

Lista de Tabelas

Tabela 1: As equações de atualização de tempo do *Filtro de Kalman* discreto.....63

Tabela 2. Equações de atualização de medida do *Filtro de Kalman* discreto.....63

Simbologia e Terminologia

α	Parâmetro suavizador
$A^{-1}(z)$	Função de transferência do modelo AR, também denotada por H(z)
A_k	Matriz de transição de estados do processo
a_{pi}	i-ésimo coeficiente do modelo de ordem p.
AR	Modelo Autoregressivo
ARMA	Modelo Autogrevessive Moving Average
B_k	Matriz que associa uma entrada de controle a um estado x
b_{pn}	Erro de predição para trás (reverso)
DAR	AR dinâmico (Dynamic Autoregressive)
DLM	Modelo Linear Dinâmico (Dynamic Linear Model)
E	Potência do Erro de predição à frente
$E(z)$	Transformada z do erro
$E(\omega)$	Resposta em freqüência de E(z)
ECG	Eletrocardiograma
ECoG	Eletrocorticograma
EDF	"*European Data Format*" , formato padronizado de armazenagem digital de sinais biológicos
EEG	Eletroencefalograma
EMG	Eletromiografia
e_{pn}	Erro de predição à frente
FFT	Transformada Rápida de Fourier
FPE	Erro de predição final
$H(\omega)$	Resposta em freqüência de H(z)
H_k	Matriz de relação do estado com o sistema de medida

IIR	Filtro digital recursivo (Infinite Inpulse Response)
K	Ganho de Kalman
KF	Filtro de Kalman.
KF-AR	Modelo Autoregressivo estimado usando *Filtro de Kalman*
MA	Modelo Moving Average
P_k^-	Matriz de covariância do erro no estimador de estado *a priori*
P_k	Matriz de covariância do erro no estimador de estado *a posteriori*
p	Ordem do modelo Autoregressivo.
PE	Potencial Evocado
Q_k	Matriz de covariância do erro no processo w_k
QEEG	EEG quantitativo
REM	Movimento rápido de olhos (Rapid Eyes Movement)
R_k	Matriz de covariância do erro na medida v_k
RLS	Mínimos Quadrados Recursivos (Recursive Least Square)
$S(z)$	Transformada z da série a ser estimada
$S(\omega)$	Resposta em freqüência de S(z)
$\hat{S}(\omega)$	Resposta em freqüência estimada de S(z)
s_n	Amostra atual.
$\hat{s}_n$	Valor predito da amostra atual.
v_k	Ruído no sistema de medida
w_k	Ruído do processo
x_k	Estado de um controle discreto
$\hat{x}_k$	Estimador de estado *a posteriori*
$\hat{x}_k^-$	Estimador de estado *a priori*
z_k	Medida de um estado x
$\hat{z}_k$	Predição da medida z.

INTRODUÇÃO

O sinal elétrico registrado por meio de eletrodos colocados sobre o escalpo, denominado eletroencefalograma (EEG) é resultado da atividade elétrica combinada de um enorme número de neurônios corticais. Estima-se que o cérebro humano possua aproximadamente 10^{12} neurônios. Essa atividade elétrica é usualmente medida utilizando eletrodos na superfície do escalpo devido a relação risco/benefício não justificar a implantação do eletrodo na cabeça, o que é utilizado apenas em pacientes que se submeterão a cirurgias.

Os EEG's são registrados utilizando o padrão internacional de colocação de eletrodos 10-20 (denominado Sistema 10-20), mostrado na Fig. 1.

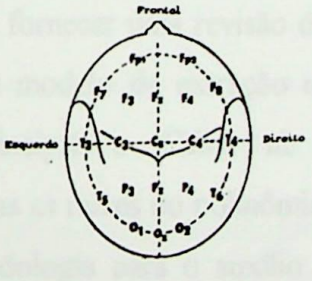


Fig. 1 – Sistema Internacional 10-20

Os sinais captados dos eletrodos são registrados em um polígrafo e/ou amostrados e armazenados em computadores, sendo este último de especial interesse neste trabalho.

Os EEG's são utilizados como um meio de monitorar o funcionamento do cérebro.

Desde sua descoberta em 1879, por Canton [1], e posteriormente sua implementação de maneira prática por Berger (1929)[2], o EEG se tornou um dos mais importantes exames para o diagnóstico de patologias ligadas ao cérebro, por ser um exame funcional e não

invasivo, portanto não agride o paciente. O volume de informações contidas em um sinal de EEG é muito grande, além de sua enorme variabilidade, é quase que indispensável desenvolver ferramentas que auxiliem no diagnóstico e detecção de patologias ao especialista.

Originalmente desenvolvido na década de 60, o *Filtro de Kalman* [3] é uma solução recursiva para o problema da estimação de estados/parâmetros de um sistema através da observação de uma medida corrompida por um ruído intrínseco e um ruído adicionado pelo sistema de observação. E sofreu um enorme impulso durante o programa espacial americano. Atualmente vem sendo empregado em diversas áreas do conhecimento inclusive para estimação de processos que representem os sinais biológicos [4,5,6,7,8].

O conceito de abstração (se concentrar nas partes principais de um problema) é amplamente encaixado na teoria de filtros, pois desde que é possível distinguir entre sons diferentes em um ambiente e se concentrar em apenas um deles (uma conversa por exemplo), uma "filtragem" está ocorrendo sem que seja levada em conta.

Neste trabalho, os *Filtros de Kalman* serão utilizados para a estimação dos coeficientes de um modelo Autoregressivo que representará a série temporal de um EEG, representando uma filtragem especial na tentativa de separar características específicas encontradas no EEG.

O objetivo desse trabalho é fornecer uma revisão dos métodos aplicados a modelagem de EEG além de desenvolver um modelo de extração de características do sinal de EEG utilizando como ferramenta principal o *Filtro de Kalman* modelando uma série autoregressiva, da qual são extraídas as raízes do polinômio característico associado, e a partir desses pólos estruturar uma metodologia para o auxílio na segmentação e classificação de sinais de EEG.

Neste trabalho será desenvolvida uma metodologia suporte a inspeção visual comumente utilizada na análise de EEG's registrados. A base do método é a análise matemática de trechos do sinal do EEG que conduzem a determinação de características particulares que o distingue dos outros trechos. Por ser o sinal do EEG considerado como realização de processos aleatórios ou estocásticos, toda caracterização probabilística pode ser obtida, inclusive a aplicação de um estimador de parâmetros ajustável. Para isso é utilizado um modelo de séries temporais autoregressiva com coeficientes variantes no tempo (parâmetros). O ajuste desses parâmetros é feito através do método de estimação de Kalman.

Nessa aproximação, a série temporal dos coeficientes estimados por este modelo contém informações apropriadas sobre as mudanças nas características estatísticas do EEG analisado. Analisando estas características pode-se obter uma segmentação do sinal do EEG, separando-o em seções de EEG diferentes, cada segmento representará uma seção estacionária eqüidistante do sinal do EEG e pode representar uma característica importante no diagnóstico de doenças extremamente difíceis de serem identificadas como a epilepsia, que é um mal que atinge um grande número de pessoas no mundo.

O método desenvolvido é uma ferramenta para auxiliar a interpretação médica dos resultados obtidos dos exames, não dispensando porém a decisão do profissional da área médica.

A possibilidade de aplicar modelos e descritores matemáticos na identificação de características do sinal do EEG, auxiliando no diagnóstico de casos clínicos distintos como epilepsia, vitimas de AVC e tumores, fármacos-dependentes e pacientes mentalmente enfermos, torna bastante interessante o estudo das características deste sinal para posterior reconhecimento de padrões.

A segmentação de sinais, permite que o trabalho de um especialista seja minimizado, reduzindo com isto o custo de um exame. Ao profissional ficará apenas o trabalho de classificar as partes selecionadas.

A investigação de características dentro de um sinal de EEG é um objetivo constante na busca por um classificador e interpretador automático.

A seguir será apresentada a estrutura desse documento.

O Capítulo 1 trás uma introdução sobre o EEG digital tratado como um sinal, a morfologia de suas formas de onda, além da descrição de um formato de intercâmbio de arquivos para sinais biológicos.

O Capítulo 2 é uma revisão sobre os métodos de modelagem aplicados a sinais com uma ênfase nos modelos paramétricos que se dividem em adaptativos e estacionários, sendo apenas este último tratado neste capítulo.

No Capítulo 3 é descrita a Modelagem Autorregressiva, ainda com ênfase aos modelos não adaptativos.

O Capítulo 4 apresenta uma introdução geral sobre *Filtros de Kalman*, além de ser mostrado dois exemplos de como esses filtros podem ser utilizados para recuperar um sinal corrompido por um ruído aleatório.

No Capítulo 5 é mostrada a modelagem Autorregressiva Adaptativa, usando o *Filtro de Kalman* como um estimador de parâmetros (estados, coeficientes) do modelo. Este modelo, tratado como *KF-AR* (Modelo Autoregressivo estimado usando *Filtro de Kalman*), é utilizado para estimar os coeficientes de uma série Autorregressiva que será manipulada de tal forma a encontrar as raízes (pólos) do polinômio associado, parâmetro este que será utilizado como base para um segmentador de sinais.

O Capítulo 6 apresenta uma breve descrição sobre o programa *EEG Análise*, além de uma introdução sobre Orientação a Objetos, já que esta foi a filosofia adotada para a construção do programa. Ainda no Capítulo 6 é proposta uma metodologia de estimação de um modelo Autorregressivo utilizando *Filtro de Kalman*, além de extração de características do sinal de EEG, baseado no cálculo dos pólos do modelo AR (Autorregressivo) estimado.

No Capítulo 7, são apresentados os resultados da aplicação da metodologia proposta.

O Capítulo 8 trás as conclusões e proposta para trabalhos futuros.que poderiam orientar novas pesquisas que possam dar continuidade aos resultados obtidos nessa dissertação.

CAPÍTULO 1

EEG DIGITAL

O objetivo desse capítulo é dar uma introdução concisa sobre a natureza do EEG, sua geração e características essenciais, além de uma introdução sobre o processo de captação, artefatos que influenciam nos resultados de uma análise do EEG e fornecer a descrição de um padrão internacional utilizado para o armazenamento digital do sinal de EEG.

1 Características do sinal do EEG

O cérebro humano produz atividade elétrica, um fato que foi descoberto há muito tempo atrás em 1875 por Caton [1]. A opinião original era que essa atividade apenas poderia ser medida sobre a superfície do cérebro, o córtex, mas devido ao trabalho pioneiro de Berger em 1929-1932 [2], vem sendo possível registrar a atividade elétrica cerebral humana por meio de eletrodos posicionados externamente sobre o crânio intacto, evitando assim uma cirurgia. Este registro, o *eletroencefalograma* (EEG), tem mostrado ser uma ferramenta bastante útil para estudar o estado funcional do cérebro e no diagnóstico de danos e distúrbios funcionais do cérebro.

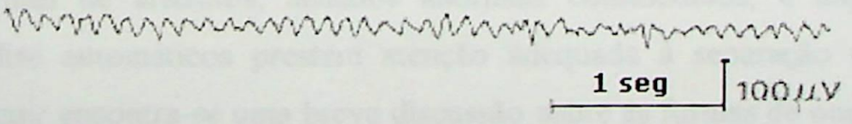


Fig. 2 – Exemplo de registro de EEG com atividade *alfa* dominante.

Em seu trabalho, Berger fez uma completa e extensiva investigação das características e propriedades do EEG. Naturalmente suas observações eram baseadas no que podia ser visto nos traços de EEG gravados em papel.

Logo ficou óbvio que o conteúdo de freqüência deste sinal era de importância crucial para a avaliação do EEG. Berger introduziu uma nomenclatura para as diferentes componentes no traçado do EEG que ainda são usadas na descrição clínica tradicional de um EEG. A atividade mais óbvia (Fig. 2) é uma atividade rítmica com uma freqüência em torno de 10 Hz. Em geral, essa atividade é localizada na parte mediana e posterior do cérebro, e é muito proeminente no estado descrito como vigília e relaxamento muscular. Atenua-se ou é bloqueado quando este estado é mudado, se há um aumento no nível de vigília ou uma diminuição nesse nível partindo para uma sonolência e sono. No EEG, a atividade rítmica com estas propriedades é chamada atividade ***alfa***. A freqüência dominante da atividade ***alfa*** está, por definição, dentro da faixa de 8-13 Hz. Atividade rítmica de freqüências mais altas (14-30 Hz) são chamadas de atividade ***beta*** e, normalmente, mostra uma distribuição espacial diferente da atividade ***alfa*** e não é influenciada da mesma forma quando o nível de vigilância é mudado. As atividades de freqüência mais baixa são chamadas de ***delta*** (0,5-3,5 Hz) ou ***theta*** (4,0-7,5 Hz).

1.1 Componentes do sinal de EEG

Em termos gerais a atividade de EEG pode ser dividida em ritmos regulares e eventos paroxísmicos. Eventos paroxísmicos são definidos [9] como um "*aparecimento súbito de uma freqüência não previamente presente ou minimamente presente com ou sem um aumento súbito em voltagem*". Paroxismos mudam em voltagem ou freqüência ou ambos, pode envolver eventos de onda-única e trens de onda, assim como também os transitórios. Como os eventos paroxísmicos são freqüentemente, com algumas exceções notáveis, vistos em sono e como várias formas de artefatos, achados anormais considerados, é importante que os sistemas de análise automáticos prestem atenção adequada à separação e descoberta do paroxismo. A seguir encontra-se uma breve discussão sobre as formas de onda diferentes e as condições onde elas aparecem em adultos.

1.1.1 Atividade Delta

As freqüências entre 0.5 e 3.5 Hz do EEG é chamada de atividade de ***delta***. Embora pode ser encontrada em todos os níveis de vigilância, sua proporção da atividade cresce para as fases de sono mais fundas que começam na fase 2 e está presente em mais de 50% do tempo na fase 4. Maiores informações sobre a nomenclatura e fases do sono podem ser encontradas em [10].

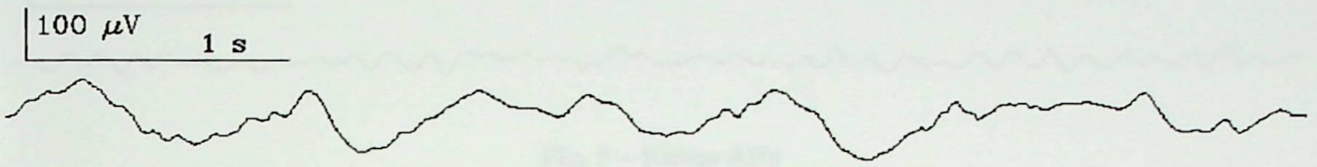


Fig. 3 – Ritmo *Delta*

1.1.2 Atividade Theta

As freqüências da atividade ***theta*** variam de 4.0 a 8.0 Hz. As ondas de dente de serra presentes no sono REM (movimento rápido de olhos) estão dentro da faixa da atividade ***theta***, mas os valores determinísticos das ondas ***theta*** geralmente não são muito altos, porque é um fenômeno comum em fases de sono leve. A faixa freqüência 4.0-7.0 Hz é usada em análise de período, porém, é utilizada como critério parcial de separação da vigília dos outros estágios do sono.

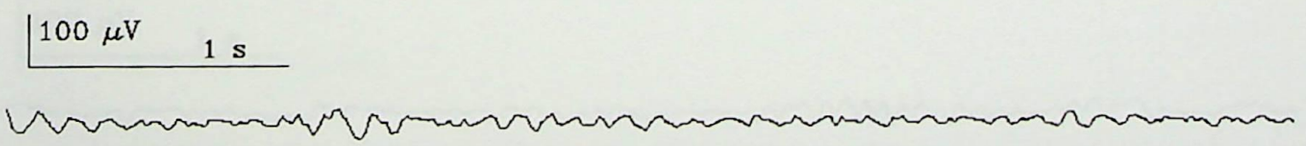


Fig. 4 – Ritmo Theta

1.1.3 Atividade Alfa

O ritmo ***alfa*** que ocupa a faixa de 8.0 a 13.0 Hz, é um das freqüências mais importantes nos estudos de vigilância, embora haja variação significante na quantia de ondas

de ***alfa*** entre indivíduos no domínio normal. Freqüentemente a atividade de ***alfa*** é claramente visível nos canais occipitais do EEG, quando os olhos estão fechados enquanto o indivíduo está acordado. Além de em vigília a atividade ***alfa*** também está presente em fases 1 e REM do sono, porém sua freqüência é um pouco inferior, mas sua proporção progressivamente diminui para as fases de sono mais fundas.

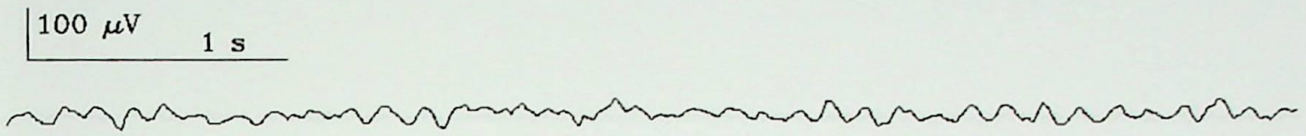


Fig. 5 – Ritmo Alfa

1.1.4 Atividade Sigma ou Beta 1

Atividade ***Sigma*** na faixa de freqüência de 13.0 a 17.0 Hz (ou 12.0 - 14.0 Hz) é freqüentemente chamada de atividade ***beta1***. Embora os fusos ***sigma*** (surtos rítmicos nesta faixa de freqüência) são talvez o indicador mais importante da fase 2 do sono [10], sua existência em uma certa parte de gravação não exclui outras fases de sono, porque eles também podem estar presentes nas fases 3 e 4. Alguns estudos indicam que o número de fusos diminui ao final da noite, mas isto provavelmente pode ser explicado pelo fato que a proporção de sono de REM (onde não são achados fusos) aumenta simultaneamente.

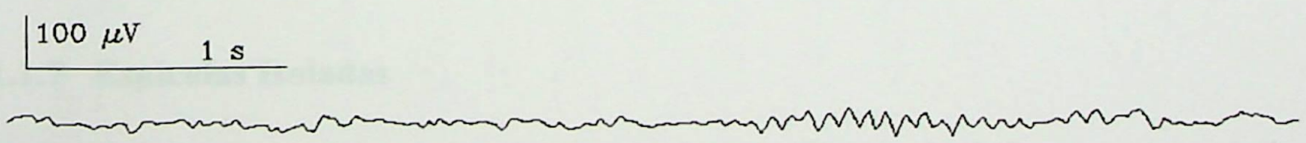


Fig. 6 – Ritmo Sigma (Beta1)

1.1.5 Atividade Beta

Como com a atividade ***alfa***, a variação interindividual da atividade ***beta*** na faixa de freqüência superior a 17.0 Hz (ou acima de 15 Hz) é proeminente [11]. Atividade ***beta*** não é

usada como um parâmetro visual para o estagiamento do sono. Uma razão boa para isto é o fato que nenhum pico de atividade ***beta*** significativo ser achado durante fases de sono diferentes. A faixa de freqüência de ***beta***, porém, foi achada para ser o único descritor do sono em EEG que permanece constante com idade crescente e então aumentou o interesse nesse enfoque pelos projetistas de sistemas automáticos.

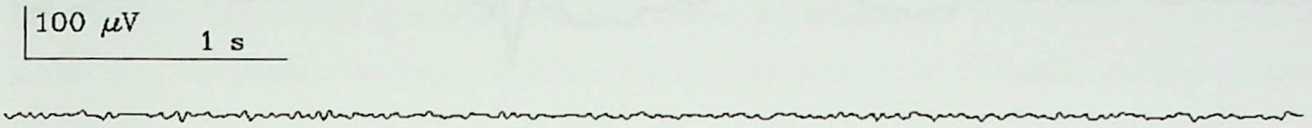


Fig. 7 – Ritmo Beta

1.1.6 Complexo K

É bastante difícil de definir os complexos K exatamente e, então a sua descoberta automática também freqüentemente falha, pois os detectores estavam sendo incapazes de separar os complexos K de ondas ***delta***. A definição inexata em [10] é "Complexos K são... formas de onda que têm um negativo bem delineado, onda afiada que é seguida imediatamente por um componente positivo". A duração total do complexo K não deveria exceder 0.5 segundos. Como não é conhecido se complexos K e ondas ***delta*** representam o mesmo ou fenômenos diferentes, tentar separá-los automaticamente pode se mostrar uma tarefa inútil.

1.1.7 Espículas Isoladas

A definição vaga de uma espícula epiléptica por Chatrian [12] diz que uma espícula é "*um transitório, claramente distinguido de atividade de fundo, com um pico pontiagudo a velocidades de papel convencionais e uma duração de 20 a 70 ms*". Esta definição também poderia incluir as denominadas "ondas afiadas" que às vezes são mencionadas separadamente. As ondas afiadas são só distintas por sua duração mais longa que está entre 70 e 200 milissegundos. Celesia [13] estudou 600 espículas em 100 pacientes epilépticos e achou que 88% das espículas eram negativas, 98% deles eram pelo menos 30% maior em amplitude que

o fundo e que 75% foram seguidos por uma "onda lenta" que dura 130 a 200 ms. Duração média de uma espícula é de 45 de uma faixa que vai de 9 a 200 ms. Um exemplo de uma espícula interictal pode ser vista na Fig. 8.

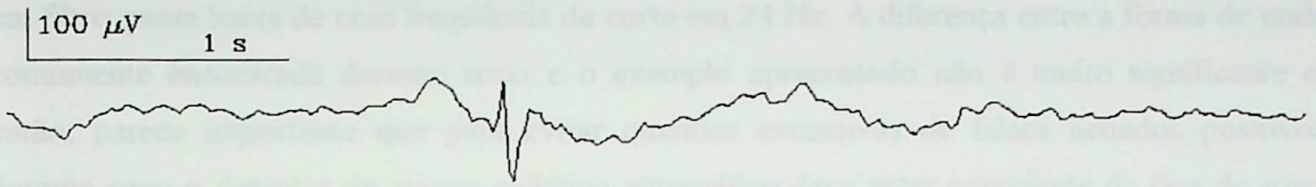


Fig. 8 – Espícula isolada

1.1.8 Complexo Espícula-Onda

O complexo espícula-onda, consiste de uma (usualmente bipolar) espícula e uma onda na faixa de freqüência de 1.8 to 4.5 Hz, ou uma seqüência de combinação de ambas. Seu aparecimento no EEG normalmente coincide com a observação de uma ausência notável no paciente, mas isto não precisa ser o caso essencialmente. A relação entre a espícula e a onda não é precisa; às vezes a espícula é achada movida em cima da onda. A forma de onda desses complexos pode variar diferentes estágios de sono e vigília.

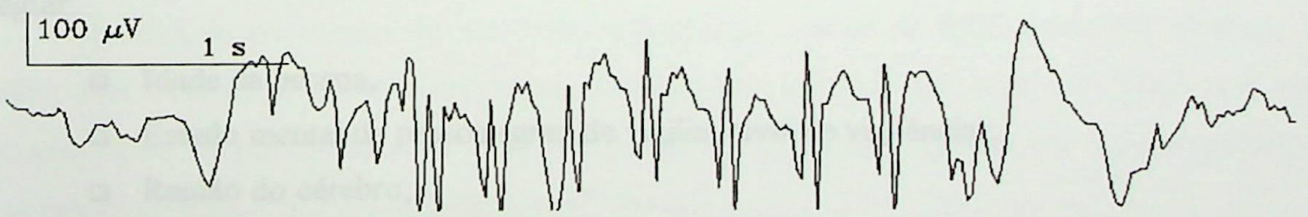


Fig. 9 – Complexo Espícula-Onda

1.1.9 Outros surtos epilépticos

Um surto é um grupo de ondas que podem ser separadas da atividade de fundo por seu súbito aparecimento e desaparecimento, sua freqüência distinta e/ou sua forma de onda e sua amplitude que são pelo menos duas vezes maior que a da atividade de fundo. Todos os surtos

não são relacionados com a epilepsia ou outras desordens, mas eles devem, entretanto, ser detectados e armazenados para posterior decisão visual. Surtos relacionados a crises estão freqüentemente misturados com atividade eletromiográfica (EMG) que é gerada por tensão simultânea de músculos. Um exemplo desses surtos mostrados na figura 9 é um início de uma crise epilética relacionada a um *petit-mal*, do qual o EMG foi removido filtrando o sinal com um filtro passa baixa de com freqüência de corte em 24 Hz. A diferença entre a forma de onda comumente encontrada durante sono e o exemplo apresentado não é muito significante e, então, parece importante que para evitar quantias excessivas de falsos achados positivos durante sono o detector de ataque epilético automático deva estar consciente da fase de sono do paciente.

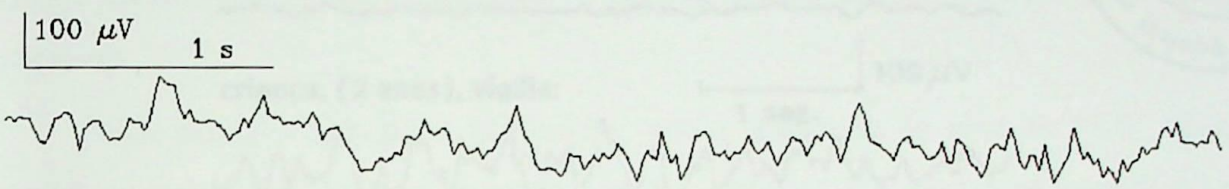
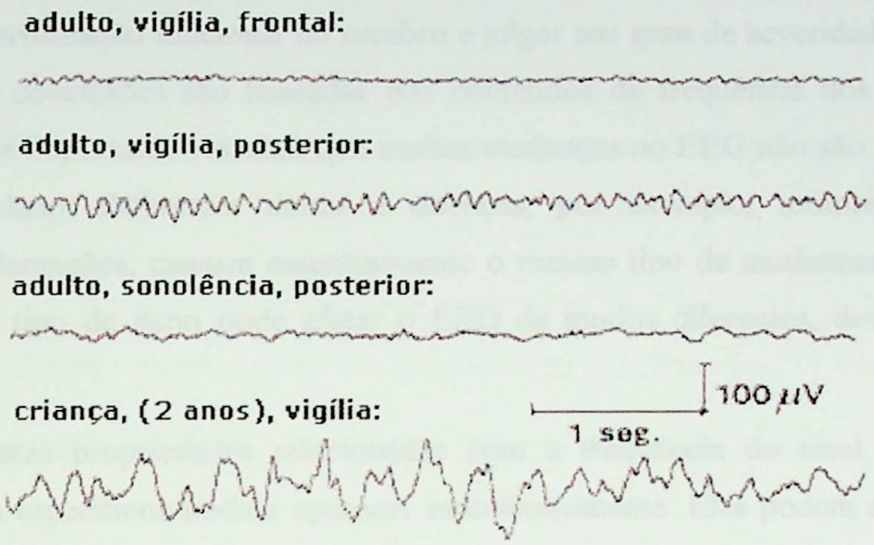


Fig. 10 – Surto Epiléptico

Do que foi mencionado, fica claro que o aparecimento de sinais de EEG depende da localização dos elétrodos no crânio e do estado de vigilância. Porém, muitos outros fatores são conhecidos por influenciar o caráter dos sinais registrados. Eles podem ser resumidos a seguir:

- Idade da pessoa;
- Estado mental da pessoa (grau de vigília, nível de vigilância);
- Região do cérebro;
- Fatores hereditários;
- Influências no cérebro (danos, perturbações funcionais, doenças, estímulos, influência química, drogas, etc.);
- Perturbações (artefatos) que podem ser técnicas (isto é, causadas pelo equipamento gravador ou ambiente) ou biológicas (isto é, produzidas pela pessoa, como atividade muscular do escalpo, pulsações arteriais, movimentos de olho, sinais do coração).

Os primeiros quatro fatores de influências são de interesse no EEG, já que estão presentes sob circunstâncias normais, o que implica que o conceito de "EEG normal" cobre sinais com características muito diferentes, como ilustrado na Fig. 11.



Escola Federal de Engenharia de Itajubá - EFEI
Biblioteca
BIM

Fig. 11 – Exemplo de gravação mostrando a grande variabilidade do EEG normal.

O EEG normal de um adulto em um estado de vigília e relaxamento muscular, normalmente é dominado pela atividade rítmica da banda ***alfa***, enquanto que as contribuições de ***delta*** e ***theta*** são arrítmicas e muito menores. A atividade ***beta*** normalmente aparece, mas não é especialmente proeminente e mostra amplitudes muito mais baixas que a atividade ***alfa***.

Mudanças no estado de vigilância influenciam o sinal de EEG consideravelmente, e assim tais mudanças podem ser caracterizadas em estágios de sono. O EEG tem um aparecimento característico para cada estágio do sono, portanto possui um papel importante nas pesquisas relacionadas aos distúrbios do sono.

A idade da pessoa é um outro fator crucial. Em crianças, a aparência do EEG é bem diferente da de adultos. Em geral pode-se dizer que quanto menor a idade, maior a quantidade de atividades de baixa-freqüência. O EEG se modifica gradualmente durante infância e o período juvenil e não adquire seu caráter de adulto até a idade de 15-20 anos. Além disso, é possível encontrar grandes variações nas características básicas do sinal de EEG entre indivíduos dentro de uma população normal.

A maioria das doenças, danos e perturbações funcionais que, principalmente ou secundariamente, afetam o cérebro também influenciam no EEG. Em geral o conteúdo de freqüências do sinal de EEG é deslocado para freqüências mais baixas. Um dano cerebral mais severo causa uma atividade de mais baixa freqüência. Através do registro simultâneo do EEG de partes diferentes do cérebro, isto é, de regiões diferentes do crânio, é possível descobrir uma perturbação funcional no cérebro e julgar seu grau de severidade, localização, e expansão. Estas conclusões são baseadas nos conteúdos de freqüência dos sinais de EEG. Neste contexto, é importante ressaltar que muitas mudanças no EEG não são específicas a um certo tipo de dano. Diferentes danos e doenças, por exemplo, tumores, hemorragias, tromboses, e inflamações, causam essencialmente o mesmo tipo de mudanças no EEG. Além disso, o mesmo tipo de dano pode afetar o EEG de modos diferentes, devido a variações individuais.

Além destas propriedades relacionadas com a freqüência do sinal de EEG, sinais transitórios mais específicos podem aparecer espontaneamente. Eles podem ser considerados freqüentemente como sobrepostos na atividade de fundo mais estacionária do EEG. Estes fenômenos transitórios também foram descritos por Berger. Eles são chamados ***espículas***, ondas ***agudas*** (sharp afiadas) e atividade ***espícula-onda*** de acordo com suas características. Eles aparecem principalmente em pacientes com algum tipo de ataque epiléptico. A Fig. 12 ilustra exemplos de EEG normal e patológico. A Fig. 13 mostra um trecho de EEG captado durante uma crise epilética.

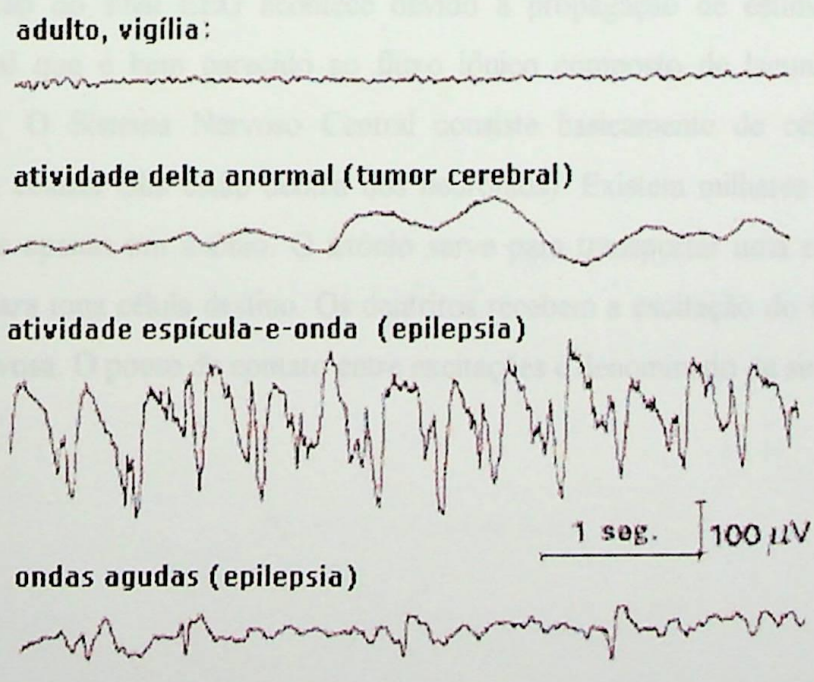


Fig. 12 – Um EEG normal e três gravações patológicas.

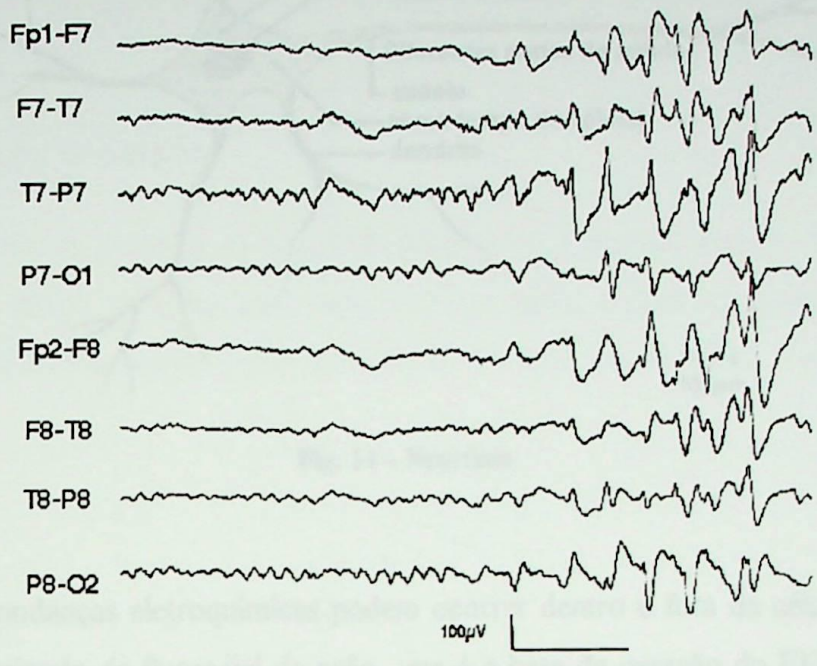


Fig. 13 – Crise epilética generalizada.

1.2 Geração do Sinal do EEG

A geração do sinal EEG acontece devido à propagação de estímulos do Sistema Nervoso Central que é bem parecido ao fluxo iônico composto de lacunas dos materiais semicondutores. O Sistema Nervoso Central consiste basicamente de células nervosas e células Glia (as células Glia estão dentro dos neurônios). Existem milhares de dentritos por célula nervosa e apenas um axônio. O axônio serve para transportar uma excitação de uma célula origem para uma célula destino. Os dentritos recebem a excitação do fim do axônio de outra célula nervosa. O ponto de contato entre excitações é denominado de sinápse.

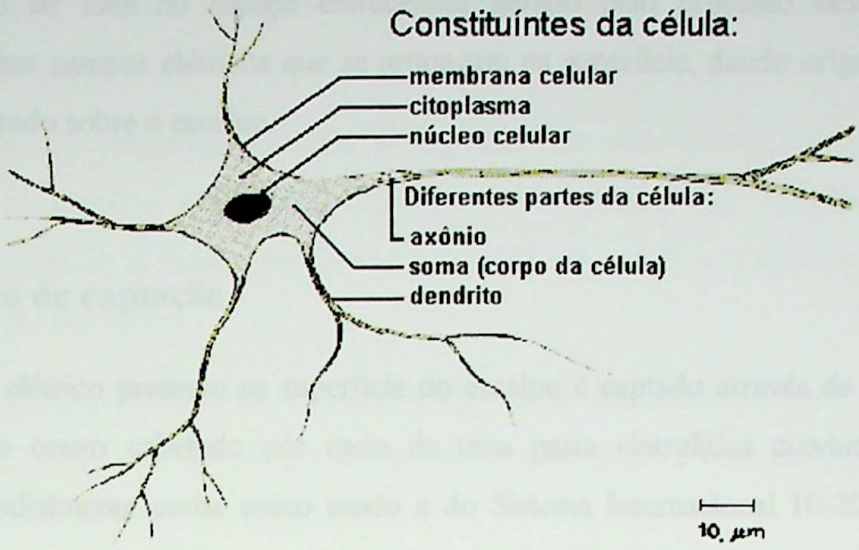


Fig. 14 – Neurônio

Diversas mudanças eletroquímicas podem ocorrer dentro e fora da célula, gerando um potencial (denominado de Potencial de ação, que é a base da geração do EEG, Fig. 15). Há sempre um potencial residual na célula nervosa em relação ao espaço extracelular. Quando mudanças eletroquímicas aumentam positivamente até um valor limiar, é desencadeado um processo de despolarização (que é a diminuição da diferença extra e intracelular) e um processo de repolarização e hiperpolarização (que é a tendência de se voltar ao estado normal).

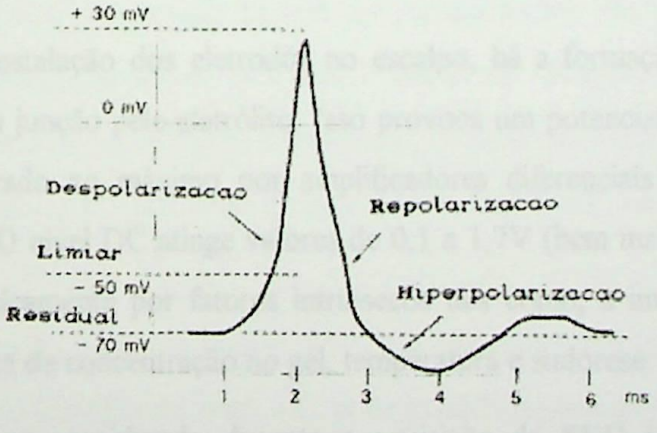


Fig. 15 – Potencial de Ação

O fluxo de íons no espaço extracelular gerado pelo processo descrito acima é acompanhado por campos elétricos que se propagam na superfície, dando origem ao sinal de EEG que é captado sobre o escalpo.

1.3 Processo de captação

O sinal elétrico presente na superfície do escalpo é captado através de eletrodos que são fixados no couro cabeludo por meio de uma pasta eletrolítica condutora, em uma disposição mundialmente aceita como sendo a do Sistema Internacional 10-20, ilustrado na Fig. 16

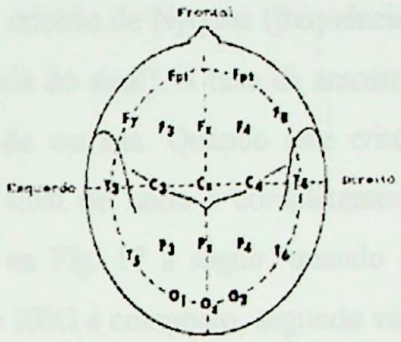


Fig. 16 – Sistema Internacional 10-20

Os eletrodos são construídos de ligas especiais (prata, ouro, chumbo), em um formato circular côncavo em um de seus lados e variando de 5 a 10 mm de diâmetro.

No processo de instalação dos eletrodos no escalpo, há a formação de uma junção metal-líquido e uma outra junção pele-eletrólito. Isso provoca um potencial de eletrodo, com nível DC que é minimizado ao máximo por amplificadores diferenciais e capacitores do circuito de amplificação. O nível DC atinge valores de 0,1 a 1,7V (bem maiores que os sinais de EEG) e é gerado basicamente por fatores intrínsecos tais como, a impurezas no metal, impurezas no gel, diferença de concentração no gel, temperatura e sudorese.

Um problema a ser considerado durante a aquisição do EEG é a impedância de eletrodo. Considerando a impedância de entrada dos amplificadores na ordem de MΩ, (10 MΩ), as impedâncias dos eletrodos não devem ultrapassar a 10KΩ. O método de se calcular a impedância dos eletrodos consiste em se aplicar uma corrente com intensidade conhecida I

(da ordem de μA, 30Hz) ao mesmo e obter uma tensão V. Calculando V/I obtemos a impedância de eletrodos Z.

Cada um dos canais de captação deve possuir um amplificador próprio. Um ponto comum entre eles constitui a referência para todos os amplificadores. Tal ponto pode ser a referência Central (Cz), a Biauricular (ponto médio de A1 e A2) ou Laplaciana (uma média em relação aos pontos centrais).

Após a correta amplificação e condicionamento do sinal deve-se fazer a sua conversão analógica/digital. Dois parâmetros devem ser observados durante este processo: A taxa de amostragem e a precisão do conversor AD.

Observando o primeiro ponto acima, a discretização do sinal deve ser feita numa taxa de amostragem que obedeça ao critério de Nyquist (freqüência de amostragem deve ser maior que duas vezes a maior freqüência do sinal). A taxa de amostragem deve então ser duas vezes maior que a maior freqüência de entrada. Quando este critério não é obedecido, ocorre o chamado efeito ***Aliasing***, e o sinal de saída é completamente distorcido. Um exemplo do efeito ***Aliasing*** pode ser visto na Fig. 17 a seguir, quando o intervalo de amostragem não obedece a esse critério. Como o EEG é composto, segundo vários autores, de componentes de até 32Hz[1], uma taxa de amostragem de 64 amostras/segundo/canal seria suficiente para sua captação, mas as taxas mais comuns são 128 ou 256 amostras/segundo/canal.

O segundo parâmetro é a precisão que, expressa em bits, representa quantos níveis de voltagem o conversor analógico-digital pode distinguir. Assim, se o conversor possui 12 bits de precisão, 2^{12} = 4096 níveis de tensão podem ser representados. No caso em que uma precisão de 8 bits é utilizada (256 níveis) para uma variação de voltagem de 512 μV (ou ± 256 μV) , a cada 2μV um nível de voltagem é registrado. Se para os mesmos 8 bits a variação de voltagem fosse de ±1024 μV, um nível é registrado a cada 8 μV, ou seja, o passo (ou "erro") seria de 8 μV.

O erro de quantização pode ser minimizado para aplicações em EEG, escolhendo-se corretamente o fator de amplificação do sinal, a faixa de entrada e precisão do conversor AD e a taxa de amostragem.

---

[1] Existem autores que consideram freqüências importantes de EEG até 70 Hz

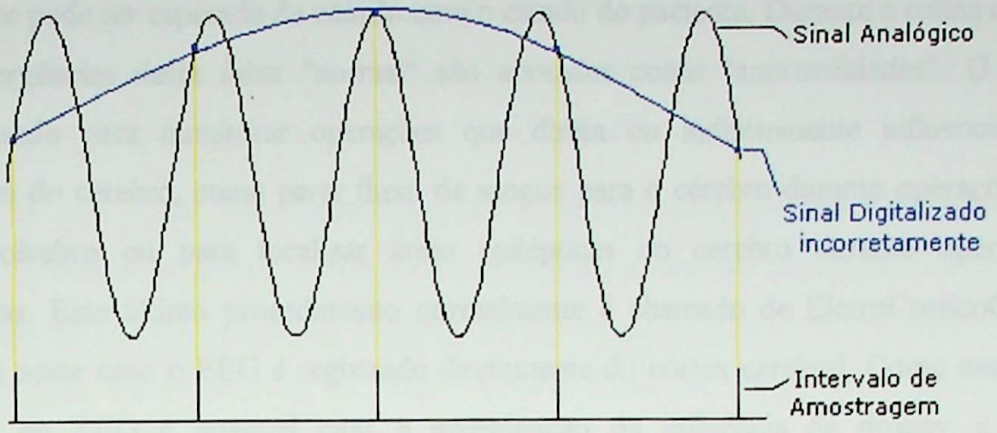


Fig. 17 – Sinal amostrado incorretamente (efeito Aliasing)

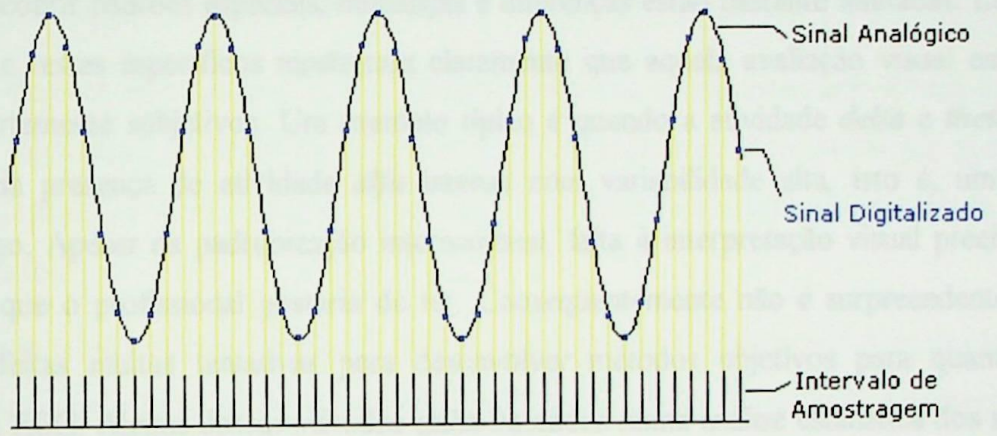


Fig. 18 – Sinal amostrado corretamente

1.4 Considerações sobre EEG

O EEG se tornou gradualmente uma ferramenta clínica prática de grande importância para o diagnóstico de doenças e perturbações funcionais no cérebro. Um sistema internacional, chamado sistema 10/20, foi definido para padronizar o posicionamento simétrico dos elétrodos no crânio. Normas internacionais para a nomenclatura e avaliação visual do EEG [14]. A atividade dos elétrodos é registrada para 10 a 30 min por meio de um registrador multicanal variando entre 8 e 20 canais permitindo uma pesquisa simultânea da atividade elétrica em partes diferentes do cérebro.

Normalmente o registro é feito com o paciente acordado e em repouso, mas freqüentemente são usadas condições como sono, hiperventilação, e estimulação através de "flashs" de luzes para revelar atividades intermitentes como epilepsia ou outro mau funcionamento temporário do cérebro. Um corpo clínico de experiência desenvolveu através

dos anos o que pode ser esperado de acordo com o estado do paciente. Durante a rotina clínica habitual, divergências desta faixa "normal" são anotadas como "anormalidades". O EEG também é usado para monitorar operações que direta ou indiretamente influenciam o funcionamento do cérebro, como parar fluxo de sangue para o cérebro durante operações de artérias do cérebro ou para localizar áreas epilépticas no cérebro durante operações neurocirúrgicas. Este último procedimento normalmente é chamado de EletroCorticoGrafia (ECoG), pois neste caso o EEG é registrado diretamente do córtex cerebral. Como exemplo de aplicação do EEG é possível citar a investigação da influência de drogas, e mais recentemente foi usado para o estudo do efeito da poluição ambiental em seres humanos.

A quantidade de informação apresentada ao neurofisiologista é enorme, e a habilidade dele para descobrir padrões especiais, mudanças e diferenças estão bastante limitadas. Longas experiências e testes específicos mostraram claramente que aquela avaliação visual envolve elementos fortemente subjetivos. Um exemplo típico é quando a atividade ***delta*** e ***theta*** são mascaradas na presença de atividade ***alfa*** intensa com variabilidade alta, isto é, um pico espectral largo. Apesar da padronização internacional, falta à interpretação visual precisão e objetividade que o profissional gostaria de ter. Conseqüentemente não é surpreendente que vêm sendo feitas muitas tentativas para desenvolver métodos objetivos para quantificar gravações de EEG. Alguns desses métodos estão baseados numa análise estatística dos sinais, enquanto outros vêm sendo testados para encontrar e caracterizar formas de onda específicas. No princípio, a implementação era feita por meio de técnicas analógicas que envolviam elementos como filtros, amplificadores e detectores, mas ultimamente técnicas digitais vêm sendo cada vez mais utilizadas. Ao mesmo tempo, o processamento de sinais mais sofisticado tem influenciado enormemente este estudo.

O propósito primário de todos os métodos de análise é fornecer ao neurofisiologista informações que complementarão a avaliação visual e conseqüentemente irão melhorar o seu julgamento. Um procedimento, um pouco idealizado, pode ser descrito em três passos. Primeiramente, são selecionadas seções apropriadas de uma gravação para análise adicional, ou através de separação visual ou por procedimentos automáticos baseado em algoritmos de teste. Isto envolve eliminação de seções contaminadas por artefatos e ruídos. Um segundo passo inclui a extração de características específicas do processo relevantes para o propósito de análise. Pode-se achar descrições boas da atividade de fundo do EEG ou descobrir eventos específicos e formas de ondas específicas, como espículas e ondas agudas. O passo final é classificar seções de gravações de EEG e identificar o conjunto apropriado de classes. Isto

aponta freqüentemente a ordenar EEG normal de forma singular e excluir seções desinteressantes de registros de longa duração. O propósito também pode ser identificar os estados funcionais do cérebro, como em uma análise dos estágios do sono.

Esforços vêm sendo feitos para criar uma avaliação completamente automática do EEG para substituir a avaliação visual para investigações clínicas rotineiras, porém este objetivo não parece realista com nosso conhecimento presente do EEG e sua origem. Porém, está claro que hoje vários métodos de análise existem e que em certos casos melhoram a classificação visual e mais sensivelmente descrevem o EEG.

1.5 Análise no Microcomputador

Ao se deparar com um sinal de EEG pela primeira vez, a impressão que se tem é que é praticamente impossível a um ser humano entender e interpretá-lo. Mas como em qualquer outra área, o estudo do EEG envolve um processo contínuo de aprendizado, que pode levar meses ou até anos.

Para que o aprendizado de leitura de EEG seja possível, é necessário o conhecimento dos princípios básicos de eletricidade, neurofisiologia e da técnica de registro e gravação do EEG, assim como o conhecimento de uma série de termos técnicos, que serão descritos a seguir:

Atividade de Fundo

É o ritmo predominante no sinal analisado. O ritmo ***alfa*** é normalmente a atividade de fundo do sinal nas regiões occipitais (posteriores).

Freqüência

O sinal de EEG possui uma faixa de freqüência que varia, comumente, desde zero até 35 Hz. Como descrito anteriormente, este intervalo é dividido e classificado em quatro subcategorias denominadas bandas ***delta*** (0-3.5 Hz), ***theta*** (4-7.5 Hz), ***alfa*** (8-13 Hz) e ***beta*** (maior do que 13 Hz), e são usadas para descrever a atividade independente de onde ela ocorre. O termo ritmo ***alfa*** é especificamente mais usado para denotar as freqüências de 8 a 13 Hz que ocorrem durante a vigília na região posterior (occipital) da cabeça, melhor observado

quando o paciente está de olhos fechados e sob condições de relaxamento físico e relativa inatividade mental. Algumas vezes os termos, rápido e lento são usados para denotar a freqüência dominante acima ou abaixo da faixa do ritmo ***alfa***.

O termo monorítmico é usado quando uma atividade particular apresenta componente rítmica numa única freqüência, e o termo polirítmico para múltiplas freqüências.

Para designar o tempo de duração de um intervalo regular de uma onda, complexa ou não, é empregado o termo período, que pode variar de 1 até vários segundos.

Amplitude

A amplitude do sinal de EEG corresponde a sua voltagem e é medida em microvolts (μV) pico-a-pico, ou seja, do máximo positivo até o mínimo negativo. Este valor irá variar dependendo da técnica usada no registro, e idealmente deveria ser expressa em volts. Porém é muito freqüente usar-se os termos baixa, média e alta amplitude para designar os valores abaixo de 20 μV entre 20 e 50 μV e acima de 50 μV.

Quando o sinal tem seu valor reduzido em resposta a um estímulo, diz-se que houve uma atenuação. O exemplo mais clássico disto ocorre quando paciente abre os olhos e percebe-se claramente a atenuação do ritmo ***alfa***.

O termo supressão é usado quando um sinal muito pequeno ou mesmo nenhum sinal é detectado em um traçado, e o termo atividade paroxísmica é quando a amplitude do sinal é muito maior do que a atividade de fundo que ocorre repentinamente no início ou final; isto não significa necessariamente, uma atividade anormal.

Forma de onda ou Morfologia

Como já mencionado, a atividade eletroencefalográfica é uma mistura de ondas de diversas freqüências. A aparência do sinal depende de suas componentes freqüênciais, suas voltagens relativas e relações de fase, filtros de freqüência usados, do estado do paciente e da resposta a estímulos. Dentro deste contexto, uma série de termos descritivos são usados.

Um transitório é uma onda isolada que se sobressai da atividade de fundo, sendo chamado de espícula (spike) se tiver duração menor do que 70 ms e de onda aguda (sharp) quando tem de 70 a 200 ms de duração.

O termo complexo é usado quando duas ou mais ondas ocorrem juntas e se repetem em intervalos bem definidos.

Uma atividade é descrita como monomórfica quando a morfologia de formas de ondas subseqüentes são similares e como polimórfica quando isto não ocorre.

Simetria

Em geral, simetria refere-se à ocorrência de atividades de EEG com formas de onda, amplitude e freqüência aproximadamente igual à de áreas "homólogas" no lado oposto da cabeça.

Sincronismo

Este termo refere-se ao aparecimento simultâneo de formas de onda morfologicamente idênticas em áreas do mesmo lado ou do lado oposto da cabeça.

Localização

Focal ou Localizada são termos usados quando uma certa atividade está confinada em uma região particular da cabeça.

O termo generalizado é usado quando uma atividade não está limitada a uma só região, mas ocorre sobre uma grande área da cabeça; e uma atividade é dita ser laterizada quando está presente em apenas um lado.

Continuidade

Uma atividade pode ser descrita como contínua, descontínua ou intermitente, dependendo da porcentagem de tempo que ela ocorre. Assim, uma atividade é chamada contínua quando ocorre sem interrupção por prolongados períodos de tempo, e de intermitente quando aparece somente ocasionalmente.

Reatividade

O termo reatividade é utilizado quando ocorrem alterações na amplitude e na forma de onda em resposta a um estímulo. Um exemplo é a atenuação da atividade ***alfa*** quando os olhos estão ou são abertos.

1.6 Análise de Fourier

O sinal de EEG é uma mistura de ondas senoidais de amplitude, freqüências e relações de fases distintas. Algumas vezes esse sinal pode ser praticamente senoidal, tal como em pacientes com atividade ***alfa*** persistente. Mas na maioria dos casos, é bem mais complexo e, neste caso, o sinal deve ser sintetizado em suas componentes fundamentais.

A análise espectral, como é conhecido o processo de síntese do sinal, separa o sinal de EEG em suas diferentes componentes freqüenciais, fazendo uso da poderosa ferramenta representada pela Série de Fourier. Tecnicamente, um número infinito de termos seria necessário para representar de forma exata uma onda complexa. Na prática, uma representação aceitável pode ser obtida com os primeiros 8 a 10 termos da série. Cada termo informa a amplitude da onda senoidal de uma determinada freqüência.

As amplitudes das componentes da série de Fourier são freqüentemente expressas em valores quadráticos, sendo que o resultado apresentado de forma gráfica é chamado de espectro de potência.

A análise espectral não está envolvida, porém, na rotina de trabalho do registro de EEG, sendo utilizado principalmente no estudo do EEG quantitativo. Como será descrito mais tarde no item 1.9.

Há um grande interesse de investigação do sinal EEG tanto no domínio do tempo como no domínio da freqüência. No tempo, o interesse maior é o estudo de formas de ondas e descontinuidades, uma tarefa bastante intuitiva para um observador bem treinado em EEG. Há, contudo, uma atividade de fundo, presente em qualquer traçado eletrográfico, cuja análise não é muito elementar. Nesse caso, o técnico necessita elaborar uma decomposição freqüêncial, isto é, visualizar todas as freqüências embutidas no sinal EEG. Para o ser humano, isso não é uma tarefa de execução possível em um tempo hábil.

O advento dos computadores tornou possível a implementação ferramentas poderosas do processamento de sinal, tal como decomposição freqüêncial (ou análise espectral). Implementar diretamente através do algoritmo da FFT (Fast Fourier Transform) que converte

um sinal no domínio do tempo para o domínio da freqüência. Esta técnica hoje domina todas as aplicações da Análise Espectral. Tal algoritmo, desenvolvido por dois engenheiros da IBM, Cooley e Tukey, em 1965, facilita em muito o entendimento do sinal EEG. A Fig. 19 mostra um sinal no domínio do tempo (a) (μV x ms), os resultados discretos da FFT em Densidade de Freqüência (b) (μV x Hz), os resultados discretos da FFT em Densidade de Potência (c) (μV^2 x Hz) e uma aproximação contínua para a Densidade de Freqüência (d).

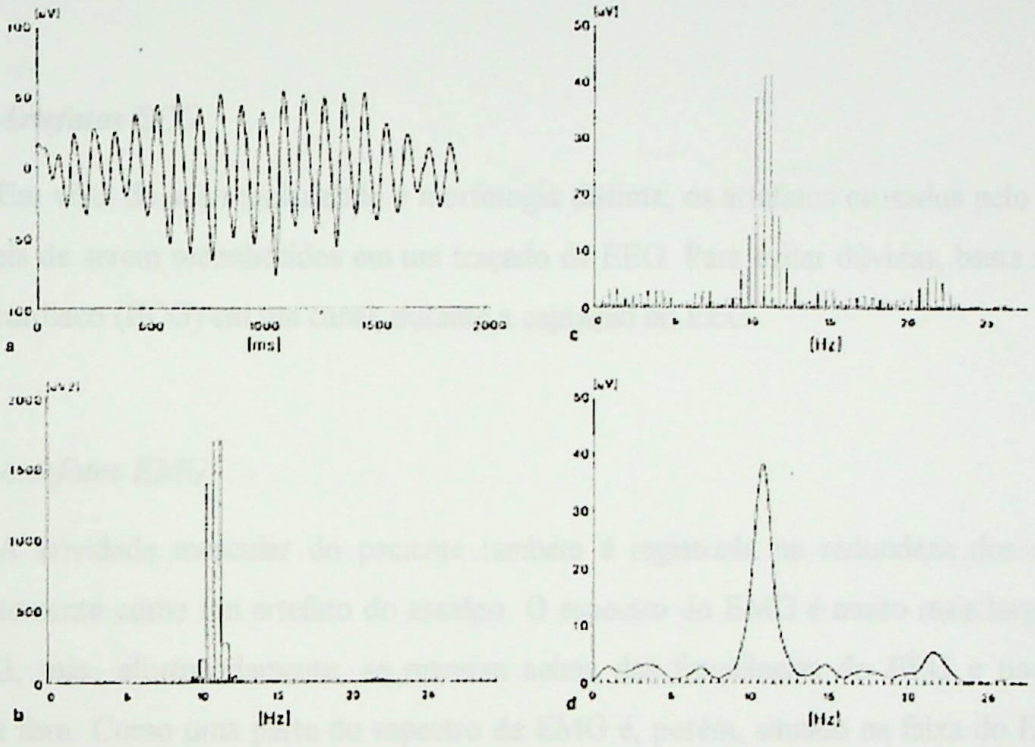


Fig. 19 – a) Sinal de EEG. b) Espectro. c) Espectro de potência. d) Espectro contínuo

1.7 Artefatos e interferências que influenciam no EEG

Como citado anteriormente, os artefatos e interferências eletromagnéticas representam contaminações indesejáveis no sinal do EEG e por isto devem ser eliminados ou minimizados. Como eliminar as fontes por vezes pode ser impraticável ou mesmo impossível, o uso de filtros torna-se inevitável.

Há dois grupos principais de artefatos encontrados em EEG:

1.7.1 Biológicos.

Esses artefatos são causados pelos órgãos do próprio paciente, e são comumente chamados de artefatos fisiológicos.

Os principais responsáveis por tais artefatos são os músculos da cabeça e pescoço, o coração, os olhos e a pele. Deste modo, o profissional que está lendo o EEG deve estar apto a reconhecer estes artefatos, quando ocorrerem, e a ler através deles ou seja, ler o EEG desconsiderando-os (filtrando-os). Dentre eles pode-se citar:

Artefatos ECG

Em vista de sua regularidade e morfologia distinta, os artefatos causados pelo coração são fáceis de serem reconhecidos em um traçado de EEG. Para evitar dúvidas, basta registrar o sinal cardíaco (ECG) em um canal, durante a captação do EEG.

Artefatos EMG

A atividade muscular do paciente também é registrada na redondeza dos eletrodo freqüentemente como um artefato do escalpo. O espectro do EMG é muito mais largo que o do EEG, mas, afortunadamente, se mantém acima das freqüências do EEG e podem ser filtrados fora. Como uma parte do espectro de EMG é, porém, situado na faixa do EEG, até mesmo o sinal filtrado pode ter sua forma de onda um pouco alterada. Fig. 20 ilustra um exemplo de um artefato normal deste tipo. A taxa de amostragem usada neste pedaço do sinal é 200 Hz. Os artefatos causados pelos músculos são os mais comuns entre os encontrados em um EEG, principalmente os causados por músculos da cabeça, são reconhecidos principalmente pela sua distinta morfologia: pontiagudos e de curta duração.

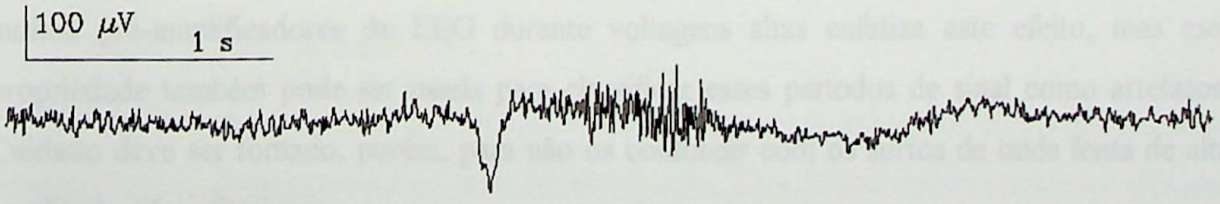


Fig. 20 – Artefato de EMG

Artefatos causados pelo movimento dos olhos

Movimentos oculares são um dos artefatos mais habituais registrado dos canais da região frontal do escalpo. Durante vigília normal sua polaridade é mais freqüentemente negativa, mas meia-ondas positivas não são raras como o exemplo na figura 10 mostra. Entretanto os movimentos oculares são usualmente considerados perturbações na análise automática. Porém pode se tirar vantagem deles para determinar o grau de alerta do paciente. Quando o paciente está ficando sonolento, foi demonstrado que a velocidade dos movimentos oculares fica cada vez reduzida, como o nome indica, a diferenciação da fase REM (REM = movimento rápido de olho) pode se beneficiar deles, também.

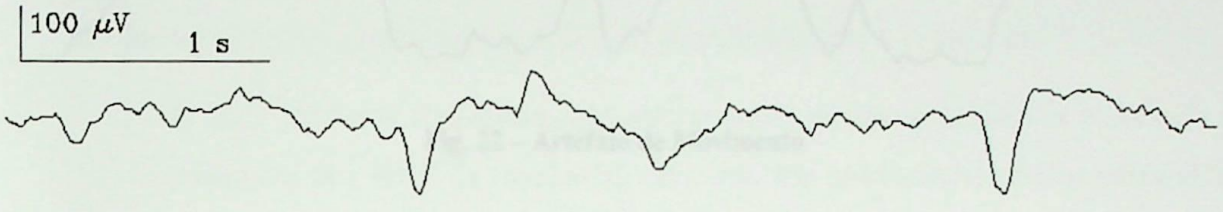


Fig. 21 – Movimento Ocular

Artefatos causados pela pele

Mudanças na atividade elétrica da pele podem gerar voltagens que são captadas pelos eletrodos e registrados no EEG. Geralmente este artefato é fácil de ser reconhecido, pois possui baixa freqüência, situando-se na parte baixa da banda da freqüência ***delta***.

Outros artefatos

Os movimentos do paciente e particularmente os movimentos de cabeça causam artefatos de grandes amplitudes não desejados para o sinal. A velocidade do movimento da cabeça determina os tempos de subida e a descida do sinal e, então, podem ser descobertos muitos componentes de freqüência durante estes artefatos. A propriedade de saturação de muitos pré-amplificadores de EEG durante voltagens altas enfatiza este efeito, mas esta propriedade também pode ser usada para classificar esses períodos de sinal como artefatos. Cuidado deve ser tomado, porém, para não os confundir com os surtos de onda lenta de alta amplitude não-irritativos.

Quando o paciente é monitorado durante dois ou três dias ele come seis a dez vezes provavelmente, com a duração de aproximadamente 10 a 20 minutos. Artefatos de mastigação podem ser muito facilmente confundidos com os surtos relacionados a crises epiléticas,

porque os surtos são vagamente definidos. Não é raro que o paciente esteja mastigando involuntariamente durante uma crise epilética. Então, arranjos especiais são necessários evitar muitos falsos achados positivos durante as refeições na análise automática se o sistema de análise não for desativado enquanto o paciente estiver comendo.

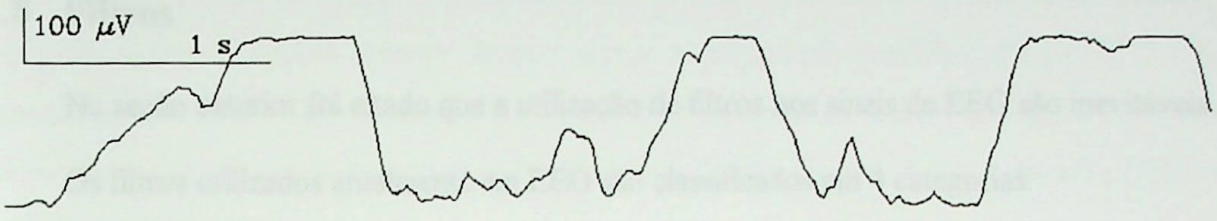


Fig. 22 – Artefato de Movimento



Fig. 23 – Artefato de Mastigação

1.7.2 Técnicos.

Esses artefatos são causados pelo equipamento gravador ou ambiente, e são comumente chamados de artefatos técnicos. Dentre eles estão:

Interferências do ambiente

Um tipo de interferência é aquela vinda de outros equipamentos elétricos, lâmpadas fluorescentes e, principalmente da rede de distribuição. Esta última irradia atividades elétricas em 60Hz, que são captadas e amplificadas pelo equipamento de EEG.

Interferências do equipamento gravador

Dentre esses artefatos podemos citar a má colocação dos eletrodos bem como seu mau estado de conservação. Artefatos de eletrodo podem ser facilmente identificados pelos eletroencefalografistas através do uso de montagens bipolares que consistem em usar um canal em relação a outro, ou pela ausência de atividade em determinado canal.

1.8 Filtros

Na seção anterior foi citado que a utilização de filtros nos sinais de EEG são inevitáveis.

Os filtros utilizados atualmente em EEG são classificados em 4 categorias.

1. O filtro de baixa freqüência, que atenua sinais de baixa freqüência e permite a passagem dos sinais de freqüência mais alta; são chamados de filtros passa-alta. Utilizados principalmente para diminuir o efeito da polarização dos eletrodos.
2. Os filtros de alta freqüência fazem o oposto: atenuam os sinais de alta freqüência e permitem a passagem dos sinais das demais freqüências; são chamados de filtros passa-baixa, sendo fundamental no condicionamento do sinal. Sem sua presença, as freqüências acima da freqüência de Nyquist, surgirão como ondas lentas (não reais) durante a conversão do sinal. (Ver Fig. 17).
3. O terceiro tipo é o que filtra os sinais de uma faixa de freqüências especificada, denominados filtros passa-banda. Uma característica importante destes filtros é que eles são variáveis, permitindo a seleção de um ponto particular de operação, de acordo com as necessidades impostas pelas condições do exame.
4. Utilizado para suprimir algumas interferências especiais pois possuem uma faixa de atuação seletiva. Muitos amplificadores são equipados com estes tipos de filtros denominados Notch ou rejeita faixa. Os filtros Notch, contudo, podem produzir uma resposta oscilatória a determinados transitórios que distorcem o sinal original.

Como o sinal de EEG é amostrado em um computador (digitalizado) é possível ainda à utilização de filtros digitais das categorias de descritas acima.

1.9 O QEEG (Eletroencefalograma quantitativo).

Para entender QEEG é necessário entender EEG primeiro. QEEG, ou EEG quantitativo, começou nos anos setenta e início dos anos oitenta como uma tentativa de extrair da atividade elétrica do cérebro mais do que poderia ser apreciado prontamente por simples inspeção visual do EEG sem uso de nenhuma ferramenta. Deste modo, QEEG deve ser visto como uma extensão do EEG tradicional e não a sua substituição. Clinicamente, como é utilizado agora, o QEEG sempre deveria seguir a preparação e análise do EEG. O olho humano ainda é superior ao computador em muitos aspectos da análise dos sinais cerebrais. Pioneiros em QEEG incluem nomes como Bickford, Duffy, Harner, John, Lehmann, Ueno, e muitos outros [15,16].

O QEEG está baseado em técnicas analíticas e estatísticas computadorizadas, tais como a análise espectral e mapeamento cerebral, análise de coerência entre espectro de dois eletrodos, mapas estatísticos, etc. Vem sendo empregado na análise de potenciais evocados de longa latência, bem como na determinação de focos de epilepsia.

Um Potencial Evocado (PE) é uma modificação na atividade elétrica do sistema nervoso em resposta à um estímulo externo. PEs podem ser produzidos em qualquer estrutura neural – sensorial ou motora, central ou periférica – por qualquer entrada que se possa estimular. Na neurologia clínica contemporânea, entretanto, "Potenciais Evocados" referem-se mais comumente ao estudo de potenciais médios gravados a partir do sistema nervoso central. O termo longa latência refere-se ao tempo de duração de um Potencial Evocado.

Um exemplo de aplicação de QEEG seria ligado ao termo "encefalopatia" e se refere freqüentemente a cérebros com excessiva quantidade de atividade lenta no EEG. Uma aplicação típica seria determinar se a conduta a uma perturbação em um adulto é devido à demência precoce (aumento de atividade lentas) ou caso contrário simples depressão (nenhum aumento de atividade lenta). Técnicas de QEEG somam poder significante na procura de encefalopatias sutis.

Uma meta da neurofisiologia, na investigação de pacientes com epilepsia, é localizar o foco epiléptico. Isto envolve a determinação, dentro do cérebro tri-dimensional, de onde os sinais anormais são gerados usando só dados juntados do escalpo intacto. Este é um prelúdio chave a remoção do foco epiléptico através de procedimentos cirúrgicos. Progressos consideráveis foram feitos na habilidade para calcular, a partir de simples registros feitos no

escalpo de segmentos que contêm espículas epilépticas, onde estes sinais surgem, através do uso de QEEG.

2 Formato de armazenagem dos dados gerados no EEG

Os dados de um sinal de EEG, que são amostrados e armazenados na memória de computadores digitais, necessitam ser gravados em arquivos para posterior análise e comparação da evolução do quadro clínico por ele caracterizado.

Para que diferentes grupos de pesquisa possam compartilhar informações sobre sinais de EEG, é necessária a criação de um padrão comum entre os diversos tipos de formato de arquivos existentes. Dentre os principais formatos de intercambio de arquivos de sinais biológicos, inclusive EEG, está o formato de arquivos descrito em [17]. Trata-se do "***European Data Format***" ou que será referenciado por sua sigla EDF durante este trabalho. Algumas considerações sobre este formato de arquivo são apresentadas a seguir.

Um arquivo de dados contém uma gravação ininterrupta de sinais poligráficos digitalizados. Um arquivo de dados consiste em um registro de cabeçalho seguido por registros de dados. O registro de cabeçalho de tamanho variável identifica o paciente e especifica as características técnicas dos sinais registrados. Os registros de dados contêm sucessivas épocas de duração fixa da gravação de sinais poligráficos, ou seja os sinais propriamente ditos organizados em blocos de tamanho fixo.

Os primeiros 256 bytes do registro de cabeçalho especificam o número da versão deste formato, identificação do paciente e local de gravação, informação de tempo sobre a gravação, o número de registros de dados e finalmente o número de sinais (ns) em cada registro de dados. Então para cada sinal outros 256 bytes seguem o registro de cabeçalho, cada um deles especificando o tipo de sinal (por exemplo. EEG, temperatura do corpo, etc.), calibração de amplitude e o número de amostras em cada registro de dados (de qual a freqüência de amostragem pode ser obtida, a duração de um registro de dados também pode ser conhecida). Deste modo, o formato permite que sejam especificados a taxa de amostragem e o ganho utilizado para cada um dos canais. O registro de cabeçalho contém 256 + (ns * 256) bytes. Fig. 24 ilustra o detalhamento deste formato.

A informação nas cadeias de caracteres ASCII deve ser justificada a esquerda e preenchida com espaços. A informação de tempo "meia noite" é representada por 00:00:00. É

recomendado que a duração de cada registro de dados contenha um número inteiro de segundos e seu tamanho (número de bytes) não exceder 61440. Apenas quando o tamanho para o registro de dados correspondente a 1 segundo for maior que o valor limite de tamanho, é recomendado que a duração seja menor que 1s (por exemplo. 0.01).

Os valores extremos que podem acontecer nos registros de dados para cada sinal são especificados pelo valor digital mínimo e máximo. Estes são freqüentemente os valores extremos de saída do conversor A/D. A faixa do sinal analógico (tipicamente fisiológicos) máximo e mínimo deve corresponder aos limites digitais fixados, além de expressar a dimensão física do sinal. As informações dos valores máximo e mínimo, analógico e digital especificam a amplificação e o nível do sinal.

Seguindo o registro de cabeçalho, cada um dos registros de dados subseqüentes contém a "duração" em segundos dos "ns" sinais, com cada sinal sendo representado pelos específicos (no cabeçalho) números de amostras. Para reduzir o tamanho dos dados e se adaptar ao tamanho em bytes utilizado pelo software de aquisição e posterior processamento de sinais poligráficos, cada valor de uma amostra é representado como um inteiro de 2-bytes no formato de complemento de 2. A Fig. 25 mostra o formato detalhado de cada registro de dados.

Durante a gravação dos sinais, a faixa de ganhos, as montagens utilizadas com os elétrodos e os parâmetros dos filtros devem permanecer fixos. Estas características poderão ser modificadas digitalmente durante a apresentação do sinal digitalizado.

Registro de Cabeçalho

Número de bytes	Formato	Descrição
8	ASCII	version of this data format (0)
80	ASCII	local patient identification
80	ASCII	local recording identification
8	ASCII	startdate of recording (dd.mm.yy)
8	ASCII	starttime of recording (hh.mm.ss)
8	ASCII	number of bytes in header record
44	ASCII	Reserved
8	ASCII	number of data records (-1 if unknown)
8	ASCII	duration of a data record, in seconds

4	ASCII	number of signals (ns) in data record
ns * 16	ASCII	ns * label (e.g. EEG FpzCz or Body temp)
ns * 80	ASCII	ns * transducer type (e.g. AgAgCl electrode)
Ns * 8	ASCII	ns * physical dimension (e.g. uV or degreeC)
Ns * 8	ASCII	ns * physical minimum (e.g. -500 or 34)
Ns * 8	ASCII	ns * physical maximum (e.g. 500 or 40)
Ns * 8	ASCII	ns * digital minimum (e.g. -2048)
Ns * 8	ASCII	ns * digital maximum (e.g. 2047)
ns * 80	ASCII	ns * prefiltering (e.g. HP:0.1Hz LP:75Hz)
Ns * 8	ASCII	ns * nr of samples in each data record
ns * 32	ASCII	ns * reserved

Fig. 24 – Formato digital detalhado do registro de cabeçalho(apenas ASCII)

Registro de Dados

Número de bytes	Formato	Descrição
Nr of samples[1] * 2	integer	first signal in the data record
Nr of samples[2] * 2	integer	second signal
..	integer	
..	integer	
nr of samples[ns] * 2	integer	last signal

Fig. 25 – Formato digital detalhado do registro de dados(apenas inteiros, 2 bytes).

Note que cada um dos "ns" sinais é caracterizado separadamente no cabeçalho.

Foi desenvolvido um procedimento especificamente preparado para a leitura desse formato de arquivo com o objetivo de permitir que as ferramentas desenvolvidas neste trabalho possam ser aproveitadas por outros grupos de pesquisa. O programa *EEG Análise* utiliza estas rotinas para a leitura do sinal de EEG e sua conseqüente manipulação.

Para este trabalho foram utilizados sinais contendo patologias classificadas obtidas de banco de dados de centros de pesquisa em neurologia que são disponibilizados na Internet. Ver anexo C.

CAPÍTULO 2

REVISÃO DOS MODELOS MATEMÁTICOS APLICADOS A ANÁLISE DE EEG

O objetivo desse capítulo é fazer uma revisão sobre os modelos matemáticos aplicados a análise do EEG, através de uma comparação entre os métodos não paramétricos e paramétricos, finalizando com um resumo de alguns métodos que podem ser aplicados na modelagem Autoregressiva de um sinal.

1 Introdução

A maioria dos métodos de análise está baseada na suposição que a atividade de fundo do EEG pode ser descrita em termos estatísticos [14]. Não são os detalhes de uma gravação que são de interesse principal, mas as propriedades do conjunto de sinais, como média, desvio padrão, autocorrelação, distribuição de potência, etc. Freqüentemente é assumido que as propriedades estatísticas não mudam durante seções pequenas, e conseqüentemente parâmetros relevantes do sinal podem ser estimados. Há investigações experimentais que assumem tal suposição, onde as propriedades dos sinais de EEG são invariantes no tempo dentro de alguns segundos até poucas dezenas de segundos [18]. A maioria dos sinais de EEG registrados durante alguns minutos ou mais, apresentam prováveis mudanças em suas características essenciais, como nível de potência e conteúdo espectral. Estas mudanças são freqüentemente lentas, mas às vezes elas aparecem subitamente. Além disso, ondas transitórias podem acontecer dentro de seções notadamente estacionárias. Um modelo descritivo geral de sinais de EEG foi formulado por Bodenstein e Praetorius [19], que assume que o sinal consiste de segmentos quasi-estacionários nos quais podem ser sobrepostos os transitórios. Eles também postularam que as propriedades espectrais mudam abruptamente de um segmento a outro e além disso que, para um mesmo indivíduo, acontecem apenas alguns poucos estados espectrais.

Métodos para a análise de EEG podem ser classificados convenientemente em duas grandes categorias, isto é, os paramétricos e os não-paramétricos. Este último faz apenas suposições gerais sobre o processo que gera o sinal de EEG, essencialmente estacionário durante intervalos pequenos. Análise paramétrica é, em determinados aspectos, mais especializada e em outros mais genérica. Assume que o sinal de EEG pode ser representado por meio de um modelo estocástico que envolve parâmetros específicos. Freqüentemente modelos lineares tem sido usados quando é dada ênfase a análise das propriedades espectrais do processo [20]. Com parâmetros fixos e condições apropriadas satisfeitas, o modelo descreverá um processo estacionariamente estocástico ou preferivelmente uma classe de tais processos. Porém, a classe pode ser generalizada permitindo que os parâmetros possam variar com o tempo. Deste modo propriedades não-estacionárias dos sinais de EEG podem ser levadas em consideração.

2 Métodos não paramétricos

A maioria dos esforços para quantificar o EEG foi gasto nas propriedades rítmicas e espectrais. Nos anos 1930 isto era feito na mão, usando análise de Fourier com gravações de papel aumentadas. Uns dez anos mais tarde apareceram bancos de filtros passa-faixa. Eles permitiram que a distribuição de potência por banda de freqüência fixa, fosse calculada para gravações em multi-canais. Resolução limitada e problemas técnicos fizeram este método pouco atraente. No meio dos anos 1950's foram introduzidas as técnicas de autocorrelação e correlação cruzada, mas com a disponibilidade de computadores eficientes estas técnicas vêm sendo substituídas pela de análise espectral baseada na *Transformada Rápida de Fourier* (FFT) [21]. Como será discutido adiante, o cálculo dos coeficientes de correlação foi recentemente re-introduzido em alguns métodos de análise com modelos paramétricos.

Análise de períodos [22], também chamada de análise de intervalo, é um método muito simples de quantificar as propriedades rítmicas do EEG. Os intervalos entre cruzamentos de zeros sucessivos são medidos do próprio sinal ou de sua derivada. A distribuição destes intervalos dá uma medida da atividade rítmica. O método é muito usado hoje para testar o efeito de drogas psico-ativas. Apesar de sua simplicidade e utilidade, o método tem desvantagens definidas, como sensibilidade ao ruído e outros artefatos. Também os resultados são difíceis de interpretar em termos espectrais. Foram feitas várias tentativas para melhorar essa técnica, por exemplo, por meio de esquemas iterativos, mas as objeções do

princípio permanecem, e parece que a análise de intervalo está sendo substituída gradualmente pela análise espectral.

Uma desvantagem da análise espectral é a exigência de um tempo de observação bastante longo, aproximadamente 30s ou mais, para alcançar estimativas espectrais boas. Isto pode entrar facilmente em conflito com o comportamento da não estacionaridade do EEG e resultará em dificuldades para seguir mudanças nas propriedades espectrais. Outra desvantagem é que o espectro de potência, por si só, raramente contém o resultado final desejado, já que é necessário extrair dele certos valores característicos, como freqüências de pico, largura de faixa, e quantidades de potência fracionárias. Quando eles são calculados do espectro de potência, não há nenhuma garantia que as estimativas serão eficientes, nem as incertezas estatísticas são conhecidas. Estas desvantagens são largamente superadas usando modelos paramétricos.

3 Métodos Paramétricos

Modelagem paramétrica (Método paramétrico) é uma técnica para análise de séries temporais na qual um modelo matemático é adaptado a um sinal amostrado. Se a forma do modelo é uma boa aproximação para o comportamento observado do sinal então pode ser usado em uma ampla faixa de aplicações, como estimação espectral, compressão de dados, síntese de fala, e extração de característica para classificação de padrões.

Um modelo matemático amplamente usado é a função de transferência racional, sua forma exata é determinada calculando valores satisfatórios por seus parâmetros livres. De acordo com a posição dos parâmetros na função de transferência o modelo pode receber as seguintes denominações:

- Se todos os parâmetros estão no denominador da função de transferência então o modelo é chamado de *all-pole* ou *autoregressive* (AR);
- Se os todos parâmetros estão no numerador da função de transferência então o modelo é chamado de *all-zero* ou *moving-average* (MA).
- Um modelo com parâmetros tanto no numerador quanto no denominador é chamado de *pole-zero* ou *autoregressive moving-average* (ARMA).

Em modelos adaptativos os valores dos parâmetros livres são atualizados com a chegada de cada nova amostra de dados, considerando que em modelos não-adaptativos os parâmetros são escolhidos entre os que melhor se ajustaram a uma dada seqüência de amostras. Devido a isso, os modelos não adaptativos requerem que o sinal seja estacionário, isto é, que suas características estatísticas, como amplitude média e conteúdo espectral, não variem com tempo.

A maioria dos sinais, inclusive a fala e o eletroencefalograma (EEG), são não-estacionários (isto é, eles têm um espectro de freqüência variável no tempo), muito embora eles possam ser considerados localmente estacionários para intervalos de tempo pequenos. Para tais sinais, qualquer modelo adaptativo pode ser usado, ou então o sinal pode ser dividido em segmentos suficientemente pequenos, quasi-estacionários e um modelo não-adaptativo deve ser ajustado para cada segmento. A duração destes segmentos ou pode ser fixa, tipicamente um segundo para análise de EEG, ou variável, neste caso o sinal é monitorado continuamente para afastamento da estacionaridade e os limites do segmento são colocados adequadamente.[23]

A chave para o desempenho das técnicas de modelagem paramétricas, porém, está na efetividade dos vários algoritmos que podem ser usados para calcular os parâmetros livres. Para modelos AR não-adaptativos os dois algoritmos mais populares são o algoritmo de ***Levinson-Durbin*** e o algoritmo de ***Burg***, enquanto para modelos AR adaptativos o algoritmo do ***Filtro de Kalman*** [14] é comumente usado. Esta classificação está resumida na Fig. 26 a seguir.

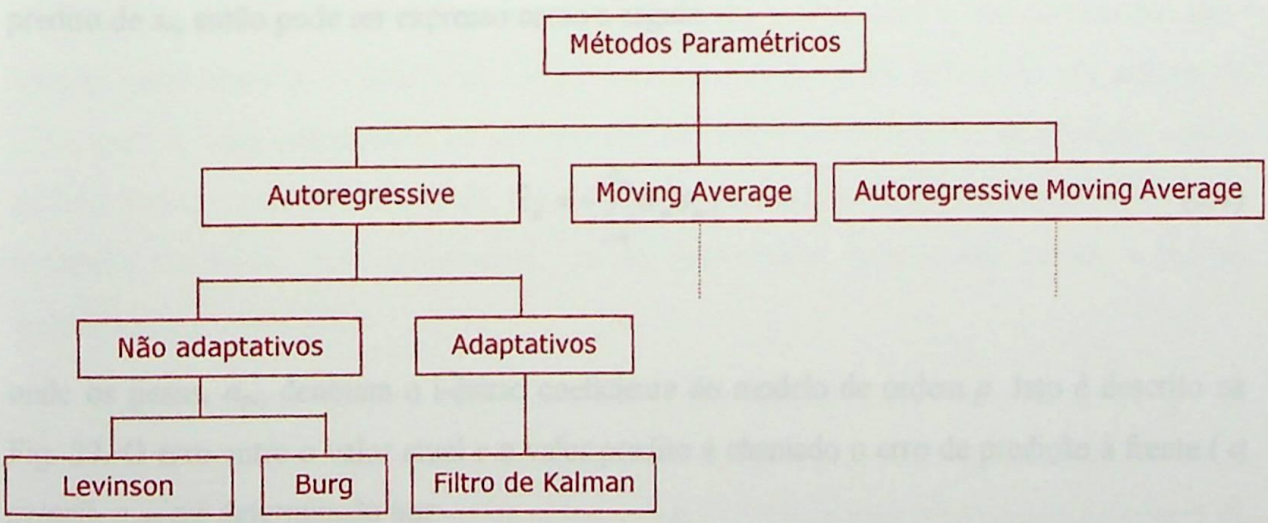


Fig. 26 – Técnicas de modelagem paramétrica usando função de transferência racional e algoritmos para estimação de parâmetros do modelo autoregressivo

CAPÍTULO 3

MODELAGEM AUTORREGRESIVA

O objetivo deste capítulo é fornecer uma base teórica sobre a modelagem autoregressiva e discutir alguns métodos não adaptativos de encontrar os coeficientes do modelo AR. Uma interpretação do modelo AR como um filtro digital recursivo, seu uso em estimação espectral, e sua estabilidade é considerada. Também serão abordadas algumas técnicas usadas para a escolha da complexidade do modelo a ser utilizada.

1 Modelagem Autorregresiva

A técnica de modelagem AR pode ser formulada no domínio da freqüência como um problema de emparelhamento (matching) espectral ou no domínio do tempo como um problema de predição linear. É uma versão da regressão linear para series temporais. Este último é mais intuitivo e então será adotado aqui, assumindo que o valor da amostra atual, s_n, em uma seqüência de dados, s_1, s_2, ..., s_N, pode ser predito como uma combinação linear dos p mais recentes valores da amostra, s_{n-1}, s_{n-2}, ..., s_{n-p} onde p é a ordem do modelo e geralmente é escolhido como sendo muito menor que a duração da seqüência, N. Se $\hat{s}_n$ denota o valor predito de s_n, então pode ser expresso como a seguir:

$$\hat{s}_n = -\sum_{i=1}^{p} a_{pi} s_{n-i} \tag{3.1}$$

onde os pesos, a_{pi}, denotam o i-ésimo coeficiente do modelo de ordem p. Isto é descrito na Fig. 27. O erro entre o valor atual e o valor predito é chamado o erro de predição à frente (*a priori*), e_{pn}, e é determinado por:

$$e_{pn} = s_n - \hat{s}_n = s_n + \sum_{i=1}^{p} a_{pi} s_{n-i} \tag{3.2}$$

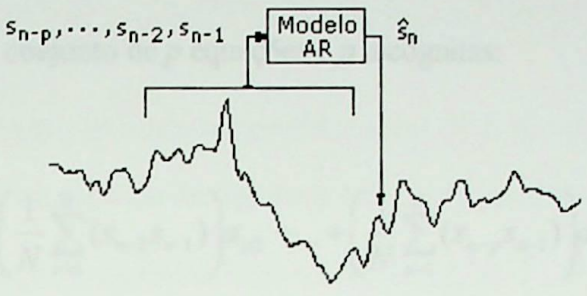


Fig. 27 – Predição linear usando um modelo autoregressivo de ordem p

O valor médio dos erros de predição quadráticos para toda a seqüência de dados, s_1, s_2, ..., s_N, é igual à potência de erro de predição, E (assumindo as amostras antes de s_1 iguais a zero no cálculo de $\hat{s}_1, \hat{s}_2, \ldots, \hat{s}_p$) tem-se:

$$E = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} e_{pn}^2 = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} (s_n - \hat{s}_n)^2 = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} (s_n + \sum_{i=1}^{p} a_{pi} s_{n-i})^2 \tag{3.3}$$

Notar pela equação (3.1) é assumido que o sinal a ser modelado é linear, embora o processo (ou processos) gerador possam ser não-linear, e neste caso o uso de métodos não-lineares para modelar o sinal seria talvez mais apropriado. Para aplicações em análise de EEG, porém, uma comparação do desempenho de métodos não-lineares de previsão com o método linear, como dado por (3.2), das técnicas de modelagem AR, mostrou que este último apresenta resultados bem semelhantes, ou de desempenho ligeiramente melhor sobre os métodos não-lineares.[24]

Dado que esta técnica é satisfatória, então, uma estimativa dos coeficientes, a_{p1}, a_{p2}, ..., a_{pp} pode ser efetuada. Tipicamente é utilizado o critério do erro médio quadrático, por meio do qual o melhor ajuste do modelo de ordem p, em (3.1), para uma determinada seqüência de dados é obtido achando o conjunto de coeficientes para os quais E, em (3.3), é minimizado. Isto é alcançado fixando como critério:

$$\frac{\partial E}{\partial a_{pi}} = 0 \text{, para } 1 \leq i \leq p$$

que resulta no seguinte conjunto de p equações e p incógnitas:

$$\left(\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}(s_{n-1}s_{n-1})\right)a_{p1} + \left(\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}(s_{n-2}s_{n-1})\right)a_{p2} + \ldots + \left(\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}(s_{n-p}s_{n-1})\right)a_{pp} = -\left(\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}(s_n s_{n-1})\right)$$

$$\left(\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}(s_{n-1}s_{n-2})\right)a_{p1} + \left(\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}(s_{n-2}s_{n-2})\right)a_{p2} + \ldots + \left(\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}(s_{n-p}s_{n-2})\right)a_{pp} = -\left(\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}(s_n s_{n-2})\right)$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$\left(\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}(s_{n-1}s_{n-p})\right)a_{p1} + \left(\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}(s_{n-2}s_{n-p})\right)a_{p2} + \ldots + \left(\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}(s_{n-p}s_{n-p})\right)a_{pp} = -\left(\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}(s_n s_{n-p})\right) \tag{3.4}$$

Resolvendo este sistema para a_{p1}, a_{p2}, ... , a_{pp} e substituindo os valores obtidos de volta em (3.3) tem-se uma expressão para mínima potência do erro de predição, denotada por E_p:

$$E_p = \left(\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}s_n^2\right) + \sum_{i=1}^{p}\left(\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}s_n^2\right)a_{pi} \tag{3.5}$$

Porém, dado que a função de autocorrelação de uma seqüência de dados infinita, $s_{-\infty},\ldots, s_{+\infty}$, é determinado por:

$$R_i = \lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}s_n s_{n-i} \quad \text{para } -\infty < i < \infty$$

onde $R_i = R_{-i}$ (isto é, uma função impar de i). Se a seqüência de dados é estacionária, assim os termos entre parêntesis em (3.4) e (3.5) são estimativas exatas dos primeiros $p+1$ termos da

função de autocorrelação truncada, $R_0, R_1, \ldots, R_p$, usando uma seqüência de dados finita, $s_1, s_2, \ldots, s_N$:

$$\hat{R}_{|i-j|} = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} s_{n-i}s_{n-j} \quad . \qquad \text{Para } 0 \le i \le \text{p e} \qquad 0 \le j \le \text{p} \tag{3.6}$$

Onde é assumido que as amostras perdidas antes de s_1 são zero, como em (3.3). O uso de $|i-j|$ indica que $\hat{R}_{|i-j|}$ só depende da diferença entre i e j (assumindo estacionaridade) e não de seus valores individuais. Substituindo os valores de $\hat{R}_0, \hat{R}_1, \ldots, \hat{R}_p$ obtidos usando (3.6) em (3.4) e (3.5), e reorganizando (3.4) na forma matricial vem:

$$\begin{bmatrix} \hat{R}_0 & \hat{R}_1 & \cdots & \hat{R}_{p-1} \\ \hat{R}_1 & \hat{R}_0 & \cdots & \hat{R}_{p-2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \hat{R}_{p-1} & \hat{R}_{p-2} & \cdots & \hat{R}_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{p1} \\ a_{p2} \\ \vdots \\ a_{pp} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \hat{R}_1 \\ \hat{R}_2 \\ \vdots \\ \hat{R}_{1p} \end{bmatrix}$$

$$E_p = \hat{R}_0 + \sum_{i=1}^{p} a_{pi}\hat{R}_i \tag{3.7}$$

Alternativamente, a equação matricial em (3.7) pode ser aumentada para incluir a expressão para E_p:

$$\begin{bmatrix} \hat{R}_0 & \hat{R}_1 & \hat{R}_2 & \cdots & \hat{R}_p \\ \hat{R}_1 & \hat{R}_0 & \hat{R}_1 & \cdots & \hat{R}_{p-1} \\ \hat{R}_2 & \hat{R}_1 & \hat{R}_0 & \cdots & \hat{R}_{p-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \hat{R}_p & \hat{R}_{p-1} & \hat{R}_{p-2} & \cdots & \hat{R}_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ a_{p1} \\ a_{p2} \\ \vdots \\ a_{pp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \tag{3.8}$$

As equações (3.7) ou (3.8) são chamadas de equações de *Yule-Walker*, e descrevem os p coeficientes de AR desconhecidos em termos dos $(p+1)$ coeficientes de autocorrelação calculados. Resolver as equações de *Yule-Walker* para $a_{p1}, a_{p2}, \ldots, a_{pp}$ é denominado método de autocorrelação para a estimação de parâmetro de um modelo AR e pode ser realizado ou usando uma técnica padrão como a eliminação de Gauss [21], ou uma técnica recursiva como o algoritmo de *Levinson-Durbin* [25]. Este último método é computacionalmente mais

eficiente, desde que explora o fato de que a matriz de autocorrelação no lado esquerdo de (3.7) ou (3.8) são ambas simétricas e matrizes de *Toeplitz* (isto é, os termos ao longo de qualquer diagonal são os mesmos). O algoritmo que é mostrado na Fig. 28 resolve as equações de *Yule-Walker* para cada valor da ordem do modelo de $m = 0$ até $m = p$. Em cada passagem pelo algoritmo os coeficientes de autocorrelação calculados são usados para gerar um único, novo coeficiente, a_{mm}. Os coeficientes restantes, a_{m1}, a_{m2}, ..., $a_{m(m-1)}$, são gerados recursivamente dos valores da (m-1)-ésima ordem, $a_{(m-1)1}$, $a_{(m-1)2}$, ..., $a_{(m-1)(m-1)}$, que são conhecidos da passagem anterior pelo algoritmo. A expressão para a_{mi} na Fig. 28 é chamada de *Recursividade de Levinson*, e será usada novamente mais tarde.

Inicialização:

$$E_0 = \hat{R}_0$$

Para m = 1,2,...,p:

$$k_m = -\left[\hat{R}_m + \sum_{i=1}^{m-1} a_{(m-1)i}\hat{R}_{m-i}\right] \Big/ E_{m-1}$$

$$a_{mm} = k_m$$

$$a_{mi} = a_{(m-1)i} + a_{mm}a_{(m-1)(m-i)}, \quad para \quad 1 \le i \le m-1$$

$$E_m = (1-k_m^2)E_{m-1}$$

Escola Federal de Engenharia de Itajubá - EFEI
Biblioteca MAUÁ BIM

Fig. 28 – O algoritmo de Levinson-Durbin

Então o algoritmo calcula o conjunto de parâmetros, $\{E_0\}$, $\{a_{11}, E_1\}$, $\{a_{21}, a_{22}, E_2\}$, e assim por diante, para todos os ajustes de ordem mais baixa, m < p, para os dados até a solução desejada, $\{a_{p1}, a_{p2}, \ldots, a_{pp}, E_p\}$, ser obtida. Note que m = 0 descreve um modelo de ordem zero que não faz predição nenhuma de nada, de forma que E_0 é simplesmente a potência na seqüência de dados, $s_1, s_2, \ldots, s_N$, e isto é em aproximadamente igual ao coeficiente de ordem zero da autocorrelação $\hat{R}_0$, em (3.6). Os valores intermediários, k_m, na Fig. 28 são chamados de reflexão, ou coeficiente de correlação parcial (PARCOR), e pode ser interpretado como a correlação parcial entre s_n e s_{n+m} mantendo $s_{n+1}, s_{n+2}, \ldots, s_{n+m-1}$ constantes.

Uma vez obtidos os coeficientes, $a_{p1}, a_{p2}, \ldots, a_{pp}$ o modelo AR pode ser aplicado à mesma seqüência e dados, $s_1, s_2, \ldots, s_N$, mas na direção inversa. Para isto é mostrado na Fig.

29, onde o valor da amostra, s_{n-p}, é retroativamente "predito" como uma combinação linear das p amostras futuras, s_{n-p+1}, s_{n_p+2},..., s_n:

$$\hat{s}_{n-p} = -\sum_{i=1}^{p} a_{pi} s_{n-p+i}$$

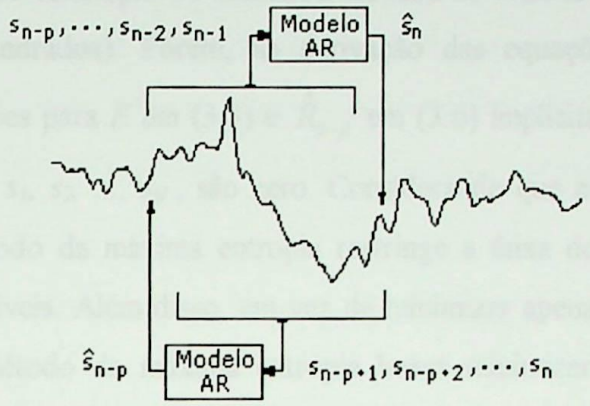


Fig. 29 – Predição linear a frente e a trás

O erro entre o valor atual e o valor predito neste caso é chamado o erro de predição para trás (backward), b_{pn},:

$$b_{pn} = s_{n-p} - \hat{s}_{n-p} = s_{n-p} + \sum_{i=1}^{p} a_{pi} s_{n-p+i} \tag{3.9}$$

Notar que embora este descreva o erro de predição para s_{n-p}, é utilizada a notação b_{pn} e não $b_{p(n-p)}$ como intuitivamente poderia ser esperado; esta notação peculiar é devida a uma conveniência matemática para simplificar as expressões a seguir. Além disso, o fato de que os coeficientes do modelo AR, gerados usando a *Recursividade de Levinson* na Fig. 28 permite que sejam derivadas as seguintes relações recursivas [24] entre o erro de predição a frente em (3.2) e o erro de predição para trás em (3.9):

$$e_{pn} = e_{(p-1)n} + a_{pp} b_{(p-1)(n-1)} \tag{3.10}$$

$$b_{pn} = b_{(p-1)(n-1)} + a_{pp} e_{(p-1)n} \tag{3.11}$$

Estas relações expressam os erros de predição de ordem p para s_n e s_{n-p} em termos do correspondente erro de predição de ordem (p-1), e conduz a uma segunda técnica para a estimação dos parâmetros do modelo AR chamado de método da máxima entropia (MEM). Do mesmo modo como o método de autocorrelação descrito acima, o método de máxima entropia é uma técnica de estimação de recursiva baseada no critério de minimização do erro quadrático (mínimos-quadrados). Porém, na derivação das equações de *Yule-Walker*, os somatórios nas expressões para E em (3.3) e $\hat{R}_{|i-j|}$ em (3.6) implicitamente assumem que os dados fora do intervalo s_1, s_2, ..., s_N, são zero. Considerando que esta é quase sempre uma suposição irreal, o método da máxima entropia restringe a faixa dos somatórios para usar apenas os dados disponíveis. Além disso, em vez de minimizar apenas a potência de erro de predição à frente, o método da máxima entropia busca minimizar a média de ambas as potências de erro de predição à frente e para trás:

$$E = \frac{1}{2(N-p)} \sum_{n=p+1}^{N} (e_{pn}^2 + b_{pn}^2) \tag{3.12}$$

sujeito à restrição de que os coeficientes do modelo AR são atualizados usando a *Recursividade de Levinson*, esta restrição habilita as relações recursivas em (3.10) e (3.11) a serem usadas, de forma que (3.12) possa ser ampliada como a seguir:

$$E = \frac{1}{2(N-p)} \sum_{n=p+1}^{N} \left[\left(e_{(p-1)n} + a_{pp} b_{(p-1)(n-1)} \right)^2 + \left(b_{(p-1)(n-1)} + a_{pp} e_{(p-1)n} \right)^2 \right]$$

Esta é uma função do coeficiente desconhecido, a_{pp}, e dos erros de predição à frente e para trás de ordem (p-1), que são conhecidos da passagem prévia pelo algoritmo. E pode ser minimizado fixando:

$$\frac{\partial E}{\partial a_{pp}} = 0$$

que resulta em

$$a_{pp} = \frac{-2\sum_{n=p+1}^{N} b_{(p-1)(n-1)} e_{(p-1)n}}{\sum_{n=p+1}^{N} \left[b^2_{(p-1)(n-1)} + e^2_{(p-1)n} \right]} \tag{3.13}$$

Usando (3.13) em lugar da expressão correspondente no algoritmo de *Levinson-Durbin* e adicionando recursividade extra para e_{pn} e b_{pn} se obtém o algoritmo de *Burg* mostrado na Fig. 30. Um passo adicional também pode ser incluído no algoritmo de *Burg* do que reduz a complexidade computacional de (3.13) calculando recursivamente o denominador [26] :

$$den_p = den_{p-1}[1 - a^2_{(p-1)(p-1)}] - b^2_{(p-1)(N-p)} - e^2_{(p-1)p}$$

onde $den_0 = 2E_0N$ de (3.12) e (3.13).

Inicialização :

$$E_0 = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} s_n^2$$

$$e_{0n} = b_{0n} = s_n, \quad para \quad 1 \le n \le N$$

Para m = 1,2,..., p :

$$k_m = -2\sum_{n=m+1}^{n} b_{(m-1)(n-1)} e_{(m-1)n} \Big/ \sum_{n=m+1}^{n} \left[b^2_{(m-1)(n-1)} e^2_{(m-1)n} \right]$$

$$a_{mm} = k_m$$

$$a_{mi} = a_{(m-1)i} + a_{mm} a_{(m-1)(m-i)}, \quad para \quad 1 \le i \le m-1$$

$$E_m = (1 - k_m^2) E_{m-1}$$

$$e_{mn} = e_{(m-1)n} + a_{mm} b_{(m-1)(n-1)}, \quad para \quad 1 \le n \le N-m$$

$$b_{mi} = b_{(m-1)(n-1)} + a_{mm} e_{(m-1)n}, \quad para \quad 1 \le n \le N-m$$

Fig. 30 – O algoritmo de Burg

2 Estimação Espectral e Estabilidade do Modelo

Rearranjando a expressão dada para o erro de predição à frente em (3.2) o modelo AR pode ser visto como um *all-pole*, ou filtro IIR (Infinite-Impulse-Response) de onde a saída atual, s_n, é uma função de ambas as p mais recentes saídas, s_{n-1}, s_{n-2}, ..., s_{n-p}, e a entrada atual, e_{pn}:

$$s_n = \hat{s}_n + e_{pn} = -\sum_{i=1}^{p} a_{pi} s_{n-1} + e_{pn} \tag{3.14}$$

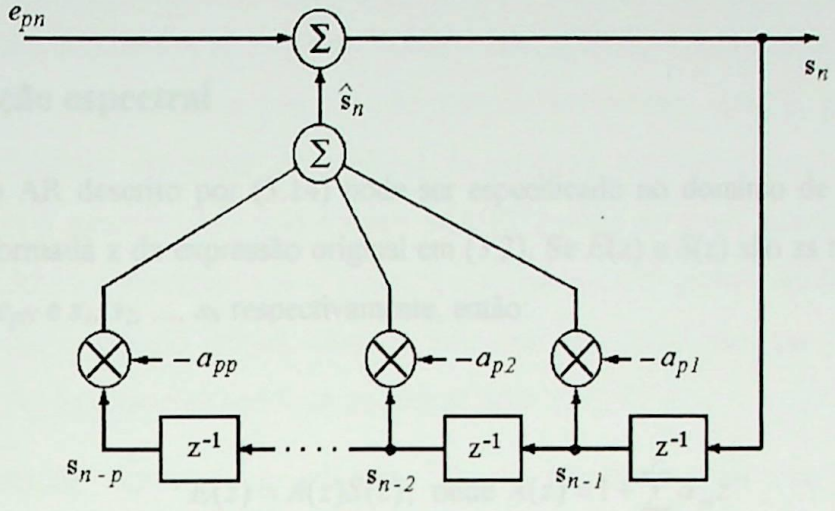


Fig. 31 – Interpretação do modelo AR como um filtro IIR

Isto é mostrado na Fig. 31. Para aplicações como a análise de EEG onde o sinal de saída é o EEG observado, o sinal de entrada é inacessível e conseqüentemente o desconhecido. Porém, se a suposição feita no início da seção anterior estiver correta (isto é que s_n é previsível através de uma combinação linear de s_{n-1}, s_{n-2}, ..., s_{n-p}), então os valores preditos, $\hat{s}_1, \hat{s}_2, \ldots, \hat{s}_N$, podem ser interpretados como os verdadeiros, sinais subjacentes, enquanto os valores atuais, s_1, s_2, ... ,s_N, podem ser considerados como valores preditos corrompidos por um ruído branco aditivo que, sendo não correlacionado e então impossível de se predizer, dá espaço aos erros de predição, e_{p1}, e_{p2}, ... , e_{pN}. A suposição há pouco referida pode ser assim reescrita com respeito à Fig. 31 na qual é assumido que a seqüência de saída, s_1, s_2, ..., s_N, é o resultado de usar um modelo AR de ordem p para filtrar uma seqüência de ruído branco de entrada, e_{p1}, e_{p2}, ..., e_{pN}. Segue que quando um modelo AR é ajustado para uma seqüência de dados, pode ser usada qualquer partida dos erros de predição, sem ser uma seqüência de ruído branco para indicar quão bom é o ajuste do modelo para o sinal.

Apesar desta observação, é comumente assegurado que o conceito errado da aplicação de modelagem AR a análise de EEG é até mesmo útil se os erros de predição são correlacionados, desde que eles possam ser interpretados então como embutidos no "sinal de entrada" o qual, quando filtrado pelo modelo AR, produz o EEG observado. Esta interpretação fisiológica do modelo AR, por meio da qual as características do filtro e do sinal

de entrada são reveladas simultaneamente, está claramente incorreta, porém, desde que uma seqüência de erros de predição correlacionados simplesmente refletem um ajuste pobre do modelo, aos dados.

2.1 Estimação espectral

O filtro AR descrito por (3.14) pode ser especificado no domínio de freqüência por meio da transformada z da expressão original em (3.2). Se $E(z)$ e $S(z)$ são as transformadas z de $e_{p1}, e_{p2}, \ldots, e_{pN}$ e $s_1, s_2, \ldots, s_N$ respectivamente, então:

$$E(z) = A(z)S(z), \text{ onde } A(z) = 1 + \sum_{i=1}^{p} a_{pi} z^{-i}$$

$$A^{-1}(z) = \frac{S(z)}{E(z)} = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^{p} a_{pi} z^{-i}} \tag{3.15}$$

$A^{-1}(z)$ é a função de transferência do modelo AR, normalmente denotada por H(z). Sua resposta em freqüência, $H(\omega)$, é determinada avaliando $H(z)$ ao longo do círculo unitário no plano z onde $z = e^{j\omega T}$ para um período de amostragem, T. Além disso, se $E(z)$ é uma seqüência de ruído branco de entrada então seu espectro, $E(\omega)$, será plano e o espectro da seqüência de saída, $S(\omega) = H(\omega) E(\omega)$, será igual a $H(\omega)$ escalonado por uma constante , $E(\omega) = E_p T$. Na prática, porém, $E(z)$ é uma aproximação de uma seqüência de ruído branco e assim $S(\omega)$ só pode ser estimado. Esta estimativa, $\hat{S}(\omega)$, é determinada por:

$$\hat{S}(\boldsymbol{\omega}) = \frac{E_p T}{\left| 1 + \sum_{i=1}^{p} a_{pi} e^{-ij\omega T} \right|^2} \tag{3.16}$$

A suposição na qual a técnica de modelagem AR é baseada, pode ser agora reescrita no domínio de freqüência onde é assumido que o espectro da seqüência de ruído branco da

entrada é "*colorido*" pelo modelo AR para produzir um espectro de saída com a forma desejada. A fatoração do denominador, em (3.16), revela que dependendo dos valores dos coeficientes do modelo AR, o denominador pode ser zero (correspondendo à potência infinita) para certas freqüências discretas. Isto faz com que o modelo AR seja particularmente útil aos tipos de sinal que acontecem na natureza, como a fala, o EEG, e dados sísmicos, desde que estes tendem ser caracterizados por suas freqüências dominantes (isto é. picos espectrais nitidamente definidos), em lugar da ausência de potência em certas freqüências (notches espectrais) onde a aproximação pelo modelo MA [27] pode ser mais adequada. O modelo mais geral, o ARMA é apropriado se o espectro esperado contém picos e ausências (notches), embora isto exija o calculo de um conjunto adicional de coeficientes para a parte MA e envolve a solução de equações não-lineares complicadas. [27,28]

A estimação espectral do modelo AR dá freqüentemente uma melhoria bem significativa na resolução em freqüência comparada ao método tradicional do periodograma como implementado pela transformada rápida de Fourier (FFT) [21]. O espectro estimado pelo AR de uma seqüência de dados, $s_1, s_2, ..., s_N$, é uma função contínua da freqüência e pode ser avaliado numericamente para qualquer número de freqüências, uniformemente espaçadas ou não, no intervalo, $0.0 \leq f \leq 0.5$ (onde f é normalizada em relação à freqüência de amostragem). Reciprocamente o periodograma é um espectro discreto, avaliado apenas para N freqüências uniformemente espaçadas (isto é, relacionadas harmonicamente), $f_n = n/N$ onde $n = 0, 1, ..., N-1$. O espaçamento entre estas freqüências é então determinado pela duração da seqüência, N, e se este espaçamento é grande (isto é, a duração da seqüência é pequena) o periodograma não pode solucionar picos espectrais que estão muito juntos. Aplicação do método do periodograma para sinais não-estacionários como o EEG envolve assim um compromisso entre as exigências de uma duração de seqüência pequena para garantir a estacionaridade e uma duração de seqüência longa para assegurar uma boa resolução de freqüência. A FFT exige adicionalmente que N seja uma potência de dois (ao contrário dos algoritmos de *Levinson-Durbin* e de *Burg*), embora esta restrição seja um dos menores problemas na prática.

Para seqüências de duração pequena, o espaçamento (sparceness) das freqüências, f_n, no periodograma faz com que a forma do espectro seja difícil de distinguir, particularmente se estas freqüências não coincidem com as freqüências dominantes no sinal. Tal ambigüidade pode ser evitada aumentando os N dados amostrados originais com zeros extras. O número de zeros deve ser tal que a duração de seqüência estendida ainda seja uma potência de dois, como

requerido pela FFT, então tipicamente são usados N, 3N, ou 7N zeros. O preenchimento com zeros, alisa o espectro interpolando freqüências extras entre os N não preenchidos, embora não melhore a resolução de freqüências subjacentes. [28]

Para ilustrar estes pontos, a Fig. 32a mostra o espectro ideal de uma seqüência de dados que consiste de três senóides sobrepostos em freqüências de 0.10, 0.20, e 0.21 vezes a freqüência de amostragem, corrompida por ruído "*colorido*" de larga-faixa. As Fig. 32b-f são estimativas deste espectro obtidas de 64 amostras da seqüência de dados, os valores dos quais são tabelados em [28].

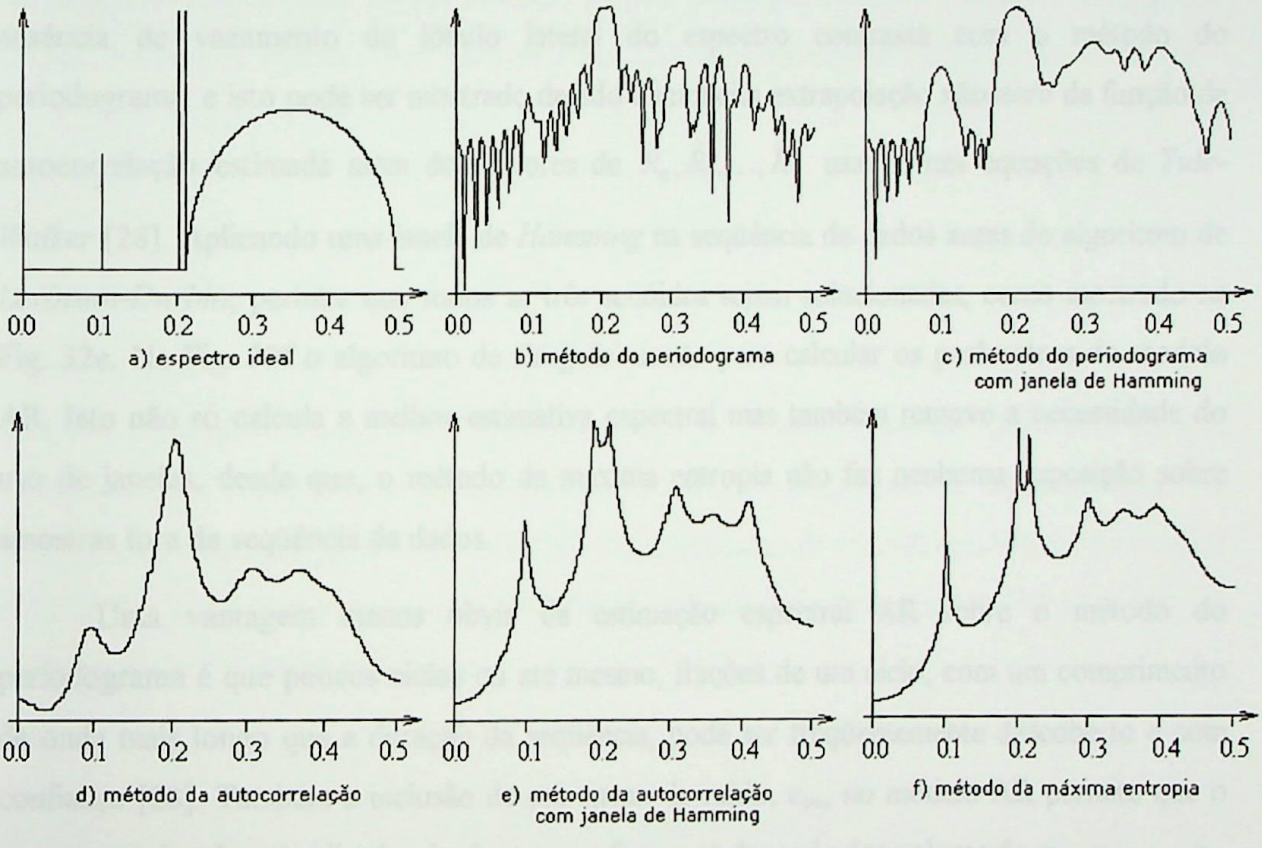


Fig. 32 – Comparação de métodos de estimação espectral.

O periodograma na Fig. 32b foi gerado usando uma FFT de 256 pontos na qual as 64 amostras originais foram juntadas com 192 zeros. O periodograma falha na resolução das duas senóides em 0.20 e 0.21, e é distorcido fortemente por vazamento de lóbulo lateral. Este último efeito é devido ao uso da janela retangular na seqüência de dados, que faz a suposição irreal que as amostras fora da seqüência são zero. Realmente, o lóbulo principal do pico espectral menor a 0.10 na Fig. 32b quase é obscurecido pelo vazamento de lóbulo lateral do

pico maior a 0.20. Vazamento de lóbulo lateral pode ser reduzido aplicando uma janela simétrica - como uma janela de *Hamming* ou *Hanning* [29] na seqüência de dados antes de executar a FFT, embora isto infelizmente reduz a resolução de freqüência do periodograma ainda mais. Fig. 32c mostra uma FFT de 256 pontos obtida quando uma janela de *Hamming* é aplicada as 64 amostras originais antes do preenchimento com zeros.

Os espectros nas Fig. 32d-f foram obtidos ajustando um modelo AR de ordem 14 à seqüência de dados. Na Fig. 32d o algoritmo de *Levinson-Durbin* foi usado para calcular os parâmetros do modelo AR, mas desde que o método de autocorrelação assume a mesma suposição de valor zero para as amostras de dados fora da seqüência como o método de periodograma, o espectro é coberto e as senóides a 0.20 e 0.21 não estão resolvidas. A ausência de vazamento de lóbulo lateral do espectro contrasta com o método do periodograma, e isto pode ser mostrado devido a implícita extrapolação não-zero da função de autocorrelação estimada além dos valores de $\hat{R}_0, \hat{R}_1, \ldots, \hat{R}_p$ usados nas equações de *Yule-Walker* [28]. Aplicando uma janela de *Hamming* na seqüência de dados antes do algoritmo de *Levinson-Durbin*, permite que todos as três senóides sejam solucionadas, como mostrado na Fig. 32e. Na Fig. 32f o algoritmo de *Burg* foi usado para calcular os parâmetros do modelo AR. Isto não só calcula a melhor estimativa espectral mas também remove a necessidade do uso de janelas, desde que, o método da máxima entropia não faz nenhuma suposição sobre amostras fora da seqüência de dados.

Uma vantagem menos óbvia da estimação espectral AR sobre o método do periodograma é que poucos ciclos ou até mesmo, frações de um ciclo, com um comprimento de onda mais longo que a duração da seqüência, pode ser freqüentemente descoberto e com confiança [28]. Também a inclusão de um termo de ruído, e_{pn}, no modelo AR permite que o espectro estimado seja alisado, desde que sua forma só depende dos valores de a_{p1}, a_{p2}, ... ,a_{pp} usados para modelar o sinal. A ausência de um termo de ruído no interior do método do periodograma faz com que ambos, o sinal e o ruído sejam ajustados, de forma que para alisar flutuações aleatórias no periodograma cru devido a um ruído, alguma forma de média deve ser usada. A vantagem principal da FFT sobre a estimação espectral AR é sua eficiência computacional.

2.2 Estabilidade

A interpretação de um modelo de AR como um filtro IIR, faz com que seja levantada a questão da instabilidade. Isto depende dos valores de a_{p1}, a_{p2}, ..., a_{pp} gerados pelos algoritmos de *Levinson-Durbin* ou de *Burg*, e embora são garantidos que ambos os algoritmos resultam modelos estáveis algebricamente, a instabilidade numérica ainda pode surgir devido ao acúmulo dos erros de arredondamento em computações feitas usando palavras finitas (computadores reais). A condição para a estabilidade de um modelo AR é igual à de um filtro IIR, isto é, que os pólos de $H(z)$, em (3.15), que correspondem às raízes do polinômio $A(z)$, em seu denominador, estejam todos dentro do círculo unitário do plano z. Esta condição pode ser conhecida usando uma técnica numérica padrão, como por exemplo o método de *Laguerre* [21] ou método de *Newton*, para resolver a equação característica da função de transferência:

$$1+\sum_{i=1}^{p} a_{pi} z^{-i} = 0 \tag{3.17}$$

mas isto é computacionalmente dispendioso. Pode ser mostrado, porém, que uma condição alternativa para a estabilidade de um modelo AR é que a magnitude de cada coeficiente de reflexão seja menor ou igual à unidade [25]. Os coeficientes de reflexão podem ser calculados a partir dos coeficientes do modelo AR através de uma recursão para trás [5], e podem ser testados quanto à estabilidade por:

$$|k_m| \leq 1, \text{ para } 1 \leq m \leq p$$

onde k_m é chamado de reflexão, ou coeficiente de correlação parcial.

Uma inspeção nos algoritmos da Fig. 28 e Fig. 30 revela que uma condição equivalente para estabilidade é que a potência do erro de predição seja não negativa:

$$E_m \geq 0, \qquad \text{para } 1 \leq m \leq p$$

Assim pode ser monitorada a estabilidade do modelo durante a execução do algoritmo de *Levinson-Durbin* ou do algoritmo de *Burg* sem nenhum custo extra. Um modelo instável pode ser estabilizado achando as raízes de (3.17) e, ou movendo as raízes instáveis para o círculo unitário ou as refletindo para este, antes de finalmente reconstruir os coeficientes modificados do modelo AR. Uma raiz instável, z_i, é movida para o círculo unitário usando $z_i \rightarrow z_i / |z_i|$, ou refletida para círculo de unitário usando $z_i \rightarrow 1 / z_i^*$, onde z_i^* é o complexo conjugado de z_i. Esta última solução tem a vantagem que a magnitude da resposta em freqüência, como dada por (3.16), permanece a mesma.

3 Estimação da ordem do modelo

Um assunto que é de grande importância para uma aplicação com sucesso da modelagem AR é a seleção de um valor apropriado para a ordem modelo, p. Isto depende tanto da subseqüente aplicação quanto da complexidade do sinal de um segmento para o próximo. Na estimação espectral, por exemplo, a precisão do espectro calculado é extremamente dependente da ordem modelo que é escolhida. Muitos pólos devem ser usados para solucionar todos os picos no espectro (dois pólos por senóide) com pólos adicionais somados para prover o molde geral do espectro e aproximar qualquer ausência "*notche*" no espectro. Valores demasiadamente altos para a ordem do modelo produzem um sobre-ajuste (*overfiting*) do modelo ao sinal e introduzem detalhes indesejados como falsos picos no espectro. Por outro lado, valores baixos produzem um espectro muito alisado. Alternativamente, a ordem do modelo requerida para redução de dimensionalidade em problemas de classificação de padrão, depende de fatores tais como a distância no espaço de entrada entre os p dimensionais padrões para cada classe e o grau sobreposição entre eles.

Embora a ordem correta para um modelo de uma determinada seqüência de dados não seja conhecida com antecedência, é desejável minimizar a complexidade computacional do modelo escolhendo o valor mínimo de p que represente adequadamente o sinal que está sendo modelado. A determinação deste valor é freqüentemente baseada em um termo de melhor ajuste, como a potência do erro de predição, E_p. A este respeito, a natureza recursiva do algoritmo de *Levinson-Durbin* e do algoritmo de *Burg* é particularmente uma propriedade útil, como qualquer um desses algoritmos pode ser usado para gerar modelos de ordem progressivamente mais alta até que a curva definida por E_1, E_2, ..., E_p ou seja nivelada ou reduzida a um valor aceitável. Como o ajuste do modelo melhora com o aumento de sua

ordem, a curva de potência de erro de predição é uma função decrescente de p e a ordem ótima do modelo raramente aparece por inspeção dos valores de erro somente. Por isto foram propostos métodos mais objetivos para estimação da ordem do modelo que combina um termo de melhor-ajuste com uma função de custo que penaliza alguma medida da complexidade do modelo, isto é, alguma função de p. Tais métodos incluem critérios baseados em desempenho de predição, como o critério de informação de *Akaike* [30], critério da função de transferência autoregressiva [31] e critério do erro de predição final (FPE) [5,32]. Este último é definido como:

$$FPE(p) = \left(\frac{N+p-1}{N-p-1}\right) E_p$$

onde a função de custo entre parêntesis é uma função monotonicamente crescente de p que penaliza modelos de ordem mais alta (isto é, mais complexo). A ordem ótima do modelo é então o valor de p para qual FPE(p) é minimizado.

Uma descrição mais detalhada dos modelos descritos acima, bem como exemplos de aplicação da estimação da ordem de um modelo AR podem ser encontrados em [19].

Um exemplo prático da aplicação da estimação da ordem de um modelo Autoregressivo, que se ajustará ao sinal de EEG captado durante o sono é mostrado a seguir [24].

O uso do critério de FPE é ilustrado na Fig. 33 para um sistema de análise automático do sono [34] na qual os coeficientes de um modelo AR formam o conjunto de treinamento de uma rede neural. Seções de EEG que foram classificadas, por unanimidade, por três peritos humanos como vigília, sono REM, ou sono profundo foram divididos em segmentos de um segundo e um modelo AR ajustado a cada segmento. No total, foram selecionados 4,800 segundos de cada classe e os correspondentes coeficientes do modelo AR foram usados para treinar e testar uma rede neural.

Determinar um valor satisfatório para a ordem do modelo AR, o algoritmo de *Levinson-Durbin* foi usado para calcular valores de E_1, E_2, ... ,E_{30} para cada dos 4,800 segundos de cada classe. Os valores médios para cada uma das classes são ilustrados nas três

curvas sólidas da Fig. 33, e é notável que todas as três curvas começam a ficar planas depois de p = 5.

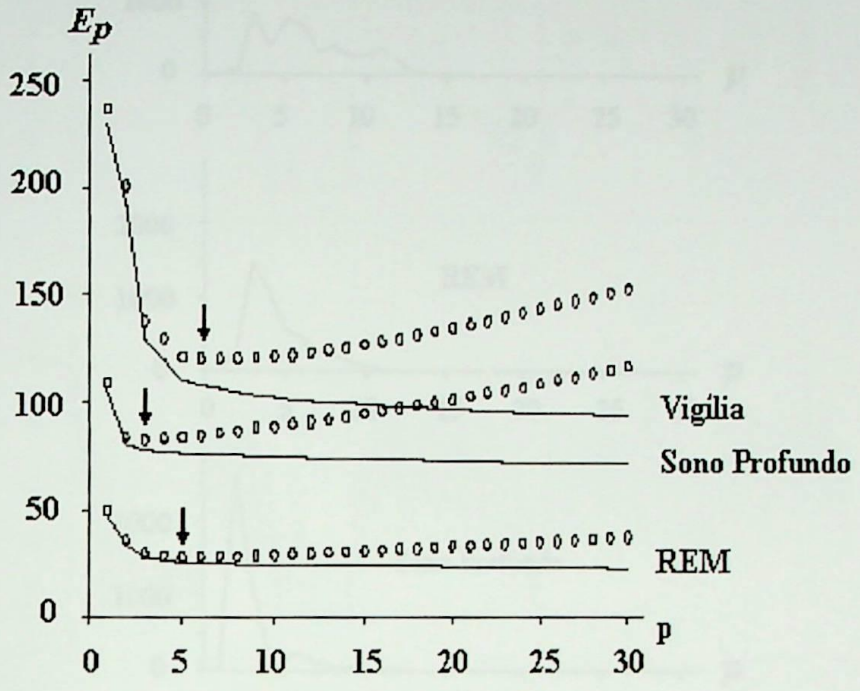


Fig. 33 – Valores médio de Ep (linha sólida) e correspondentes valores para FPE (círculos) , para os 4,8 seg de vigília, sono REM e sono profundo.

Os valores correspondentes do FPE são desenhados como círculos na Fig. 33 e indicam as ordens ótimas para os modelos, indicadas pelas setas, de 6 para vigilância, 5 para REM, e 3 para sono profundo. Estes valores não deveriam ser considerados definitivos, porém, calcular o FPE segundo-a-segundo resulta nas distribuições de ordem ótima do modelo mostradas nos histogramas de Fig. 34. Estes indicam o número de segundos fora de 4,800 para os quais p = 1, 2, ..., 30 são as ordens ótimas dos modelos, e demonstra que se os valores sugeridos através de Fig. 33 são usados, então muitos dados da vigilância e de REM serão sobre-ajustados ou sub-ajustados (isto não é verdade para o sono fundo, porém, desde que seu histograma nitidamente apresenta um pico). Assim pode ser assim mais apropriado usar esses valores que se ajustarão otimamente à maioria dos dados correspondendo aos modos das distribuições na Fig. 34, ou sobre-ajustar ou sub-ajustar a maioria dos dados, correspondendo as medianas das distribuições.

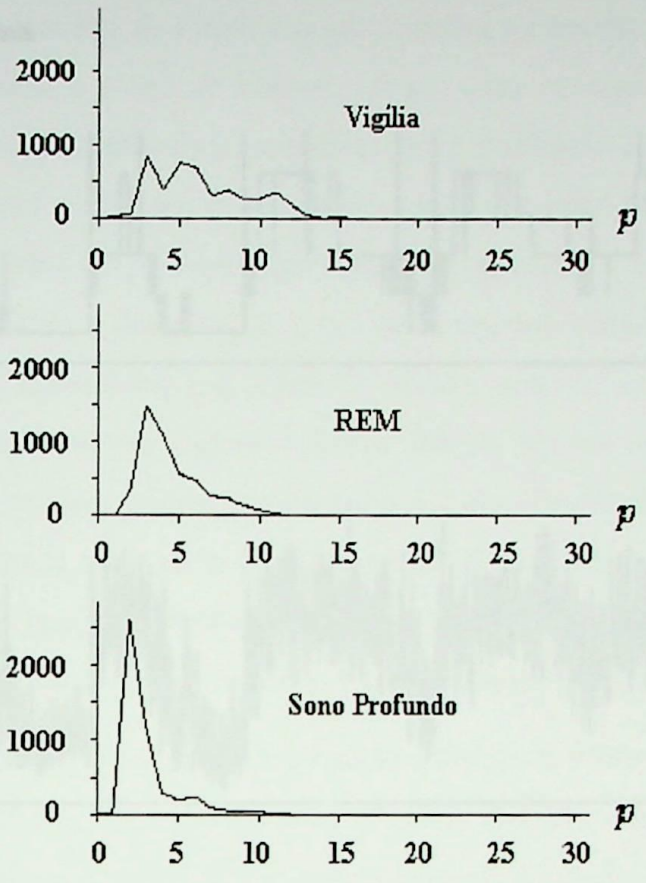


Fig. 34 – Distribuições da ordem ótima para o modelo AR

A Fig. 35 mostra um hipnograma humano (gráfico com as fases do sono em função do tempo) para a gravação de uma noite inteira de sono. Isto divide a gravação em épocas de trinta segundos e então associa cada época a uma das sete classes usando um conjunto padronizado de regras de estágio do sono. Estas classes correspondem à vigília, movimento (quando o EEG é muito corrompido para ser marcado com confiança), REM, e quatro fases de sono progressivamente mais profundos. A variação na ordem ótima do modelo, segundo-a-segundo, é plotada abaixo do hipnograma, e mostra tanto a queda da ordem do modelo associada com a descida inicial de vigilância ao sono profundo, e a subseqüente subida e descida na ordem do modelo quando este encontra na fase de passagem entre o sono REM, regular e sono profundo.

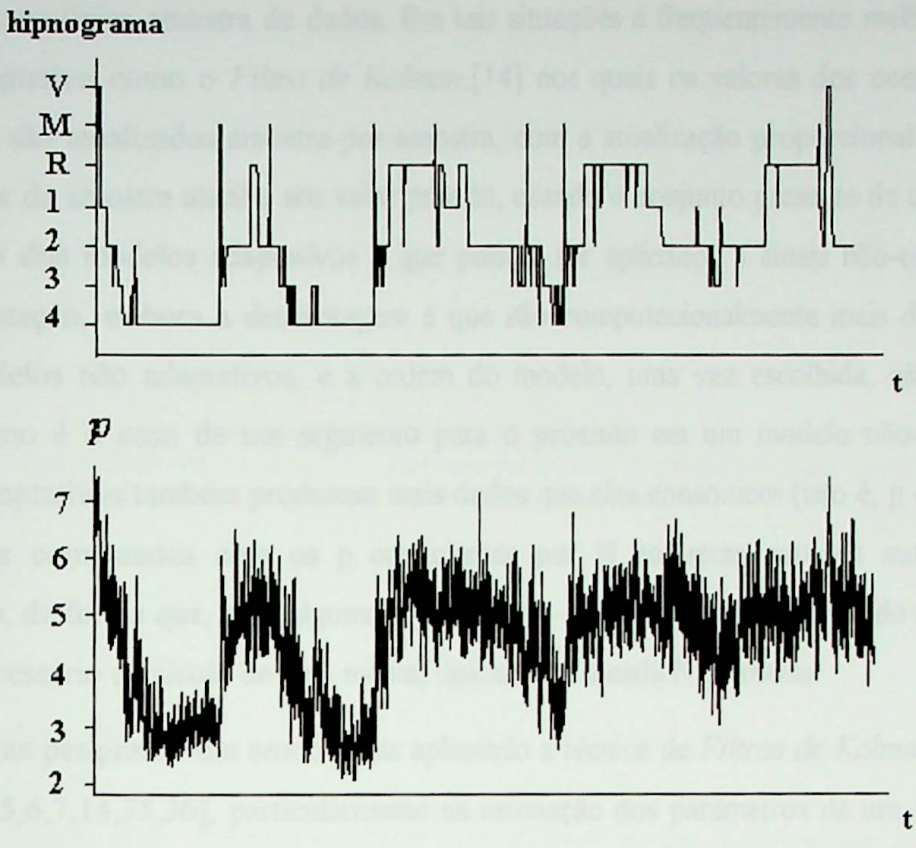


Fig. 35 – a) hipnograma relativo a 7,5 horas de gravação de EEG, b) ordem do modelo utilizada

O exemplo acima demonstra a natureza não-trivial do problema de seleção de ordem para o modelo. Além disso, desde que o número de entradas para a rede neural tem que permanecer fixa, a ordem do modelo usada para extração de característica também deve ser fixada, apesar das não estacionaridades do EEG e das variações associadas na ordem ótima do modelo com o tempo. Um compromisso pode ser achado, escolhendo o valor de p que minimiza um critério apropriado para quantificar o desempenho da rede neural: por exemplo, a taxa de erro de classificação em um conjunto de dados de validação cruzada. Na prática o uso dos critérios de estimação da ordem do modelo são relevantes principalmente em aplicações de estimação espectral onde a ordem ótima do modelo pode ser estimada e usada como uma base de segmento-a-segmento.

4 Estimação dos parâmetros usando modelos adaptativos

Para localizar não-estacionaridades no sinal em uma escala de tempo menor que o tamanho de segmento, podem ser criados segmentos sucessivos, tipicamente com a metade de sua duração original, embora no limite, a troca de um segmento para o próximo poderia ser

reduzida a uma única amostra de dados. Em tais situações é freqüentemente melhor usar um modelo adaptativo como o *Filtro de Kalman*,[14] nos quais os valores dos coeficientes do modelo AR são atualizados amostra-por-amostra, com a atualização proporcional à diferença entre o valor da amostra atual e seu valor predito, usando o conjunto presente de coeficientes. A vantagem dos modelos adaptativos é que podem ser aplicados a sinais não-estacionários sem segmentação, embora a desvantagem é que são computacionalmente mais dispendiosos que os modelos não adaptativos, e a ordem do modelo, uma vez escolhida, não pode ser mudada como é o caso de um segmento para o próximo em um modelo não-adaptativo. Modelos adaptativos também produzem mais dados que eles consomem (isto é, p coeficientes por amostra comparados com os p coeficientes por N amostras para os modelos não-adaptativos), de forma que, para algumas aplicações o conjunto de coeficientes do modelo AR pode ser necessário o cálculo de uma média, tipicamente a cada N amostras.

Muitas pesquisas vem sendo feitas aplicando a técnica de *Filtros de Kalman* em sinais de EEG [4,5,6,7,14,35,36], particularmente na estimação dos parâmetros de um modelo AR que se ajuste ao EEG, para extrair desse modelo informações cruciais, que serão utilizadas para a análise automática do EEG em computadores.

CAPÍTULO 4

FILTRO DE KALMAN

O objetivo desse capítulo é fornecer um embasamento teórico mínimo, para a utilização do *Filtro de Kalman*, bem como mostrar através de simulações a sua atuação na estimação de uma constante e na estimação de um processo de *Wiener*.

1 Introdução

Em 1960, R.E. Kalman publicou seu famoso artigo descrevendo uma solução recursiva do problema da filtragem linear de dados discretos [3]. Desde aquele tempo, devido em grande parte aos avanços da computação digital, o *Filtro de Kalman* foi o assunto de extensas pesquisas e aplicações, particularmente na área de navegação autônoma ou assistida. Uma referência bem completa sobre a idéia geral do *Filtro de Kalman* pode ser encontrada em [37], organizados em lições para atender a estudantes de nível iniciante, intermediário e avançado.

Um *Filtro de Kalman* é uma solução recursiva para o problema da estimação de estados/parâmetros de um sistema através da observação de uma medida corrompida por um ruído intrínseco e um ruído adicionado pelo sistema de observação. A principal vantagem do método recursivo é sua eficiência computacional, em comparação com métodos clássicos como, por exemplo, mínimos quadrados. Outras características importantes são: no método clássico, todas as medidas devem ser conhecidas de antemão para a estimação, enquanto que o *Filtro de Kalman* atualiza os cálculos a cada nova medida que é fornecida pelo sistema de observação. Além de poder ser utilizado para extrapolar e predizer a nova medida. O objetivo desse capítulo é fornecer um embasamento teórico mínimo, para a utilização do *Filtro de Kalman*. Maiores detalhes poderão ser encontrados nas referências [37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45].

2 O Processo a ser estimado

O *Filtro de Kalman* é utilizado em um problema geral da tentativa do cálculo do estado $x \in \Re^n$ de um controle discreto de processo que é governado por uma equação diferencial estocástica linear:

$$x_{k+1} = A_k x_k + Bu_k + w_k \tag{4.1}$$

e com uma medida $z \in \Re^m$ dada por

$$z_k = H_k x_k + v_k. \tag{4.2}$$

As variáveis aleatórias w_k e v_k representam o ruído do processo e da medida (respectivamente).

É assumido que eles são independentes (um do outro), brancos, e com distribuições de probabilidade normais:

$$P(w) \sim N(0, Q) \tag{4.3}$$

$$P(v) \sim N(0, R) \tag{4.4}$$

A matriz nxn A na equação diferencial (4.1) relaciona os estados no instante k com o estado no passo k+1, na ausência de uma função ativadora ou ruído de processo. A matriz nxl B relaciona a entrada de controle $u \in \Re^l$ ao estado x. A matriz nxm H na equação da medida (4.2) relaciona o estado com a medida z_k.

Problemas que envolvem ruídos correlacionados no tempo, também podem ser atacados utilizando as técnicas de Kalman, porém alterações devem ser feitas nas equações citadas acima, para adaptar a essa nova característica [37].

3 As origens computacionais do Filtro

Definindo $\hat{x}_k^- \in \Re^n$ (com a notação "super menos") como sendo o estimador de estado *a priori* no passo *k*, determinando o conhecimento do processo antes do passo *k*, e $\hat{x}_k \in \Re^n$ como sendo o estimador de estado *a posteriori* no passo *k*, após a medida z_k. Então se podem definir os erros dos estimadores *a priori* e *a posteriori* como:

$$e_k^- \equiv x_k - \hat{x}_k^- \quad , \text{e}$$

$$e_k \equiv x_k - \hat{x}_k$$

A covariância do erro no estimador *a priori* é dada por:

$$P_k^- = [e_k^- e_k^{-T}] \tag{4.5}$$

e a covariância do erro no estimador *a posteriori* como:

$$P_k = [e_k e_k^T] \tag{4.6}$$

Ao derivar as equações para o *Filtro de Kalman*, tem-se como meta encontrar uma equação que calcule uma estimativa de estado *a posteriori* $\hat{x}_k$, como uma combinação linear do estimador *a priori* $\hat{x}_k^-$ e uma diferença ponderada entre a medida atual z_k e uma predição de medida $H_k \hat{x}_k^-$, como mostrado na equação (4.7). Alguma justificativa para (4.7) é determinada em "As Origens probabilísticas do Filtro" encontradas a seguir.

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K(z_k - H_k \hat{x}_k^-) \tag{4.7}$$

A diferença $(z_k - H_k \hat{x}_k^-)$ em (4.7) é chamada de Inovação medida, ou resíduo. O resíduo reflete a discrepância entre a predição da medida $H_k \hat{x}_k^-$ e a medida atual z_k.

A matriz nxm K em (4.7) é escolhida para ser o ganho ou fator de mistura que minimiza a covariância do erro *a posteriori* (4.6). Essa minimização pode ser realizada primeiramente substituindo (4.7) na definição do erro e_k, e em seguida em (4.6), executando as expectativas indicadas, levando a derivada da substituição do resultado com relação a K, colocando o resultado igual a zero e, e resolvendo então para K.

Para mais detalhes sobre a derivação das equações do *Filtro de Kalman* ver [37, 38, 39] . Uma forma[2] para K que resulta na minimização de (4.6) é dada por:

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1} \tag{4.8}$$

ou

$$K_k = \frac{P_k^- H_k^T}{H_k P_k^- H_k^T + R_k}$$

Observando em (4.8), pode-se notar que se a covariância do erro na medida R_k se aproxima de zero, o ganho K atua sobre o resíduo mais intensamente. Especificamente,

$$\lim_{R_k \to 0} K_k = H_k^{-1}$$

Por outro lado, quando a covariância do erro do estimador a priori P_k^- se aproxima de zero, o ganho K atua menos intensamente no resíduo. Especificamente,

$$\lim_{P_k^- \to 0} K_k = 0$$

---

[2] Todas as equações do filtro de Kalman podem ser manipuladas algebricamente para várias formas. A equação (4.8) representa o ganho de Kalman em uma forma popular.

Outro modo de pensar sobre a atuação de K é que quando a covariância do erro de medida R_k se aproxima de zero, a medida atual z_k é cada vez mais confiável, enquanto a predição da medida $H_k\hat{x}_k^-$ é cada vez menos confiável. Por outro lado, quando a covariância do erro do estimador a priori P_k^- se aproxima de zero, a medida atual z_k é cada vez menos confiável, enquanto a predição da medida $H_k\hat{x}_k^-$ é cada vez mais confiável.

4 A origem probabilística do Filtro

A justificativa para (4.7), está baseada na probabilidade do estimador a *priori* $\hat{x}_k^-$ condicionada em todas as medidas z_k anteriores. Por enquanto é suficiente mostrar que o *Filtro de Kalman* mantém os primeiros dois momentos da distribuição de estado,

$$E[x_k] = \hat{x}_k$$
$$E[(x_k - \hat{x}_k)(x_k - \hat{x}_k)^T] = P_k.$$

A estimativa de estado a *posteriori* (4.7) reflete a média (o primeiro momento) da distribuição de estado - é normalmente distribuído se as condições de (4.3) e (4.4) são conhecidas. O estimador *a posteriori* da covariância do erro (4.6) reflete a variância da distribuição de estado (o segundo momento não central). Em outras palavras,

$$p(x_k|z_k) \sim N(E[x_k], E[(x_k - \hat{x}_k)(x_k - \hat{x}_k)^T])$$

$$p(x_k|z_k) = N(\hat{x}_k, P_k)$$

Para mais detalhes sobre as origens probabilísticas do *Filtro de Kalman* ver [45].

5 Algoritmo para o *Filtro de Kalman* discreto

Nas seções anteriores é apresentada uma visão geral, cobrindo a operação de "alto-nível" de uma forma do *Filtro de Kalman* discreto. Depois de apresentar esta visão de alto-nível, o enfoque é estreitado para as equações específicas e seu uso nesta versão do filtro.

O *Filtro de Kalman* faz as estimativas de um processo usando uma forma de controle de realimentação: o filtro estima o estado do processo em algum momento e então obtém a realimentação na forma de medidas (ruidosas). Como tal, as equações para o *Filtro de Kalman* se dividem em dois grupos: *equações de atualização de tempo* e *equações de atualização de medida*. As equações de atualização de tempo são responsáveis para projetar adiante o estado atual e o estimador da covariância do erro para obter um estimador *a priori* para o próximo instante. As equações de atualização de medida são responsáveis pela realimentação, isto é, por incorporar uma medida nova na estimativa *a priori* para obter um estimador melhorado *a posteriori*.

As equações de atualização de tempo também podem ser vistas como equações de *predição*, enquanto as equações de atualização de medida podem ser vistas como equações de *correção*. Realmente o algoritmo final de estimação se assemelha a um algoritmo de *predição-correção* para resolver problemas numéricos como mostrado abaixo na Fig. 36.

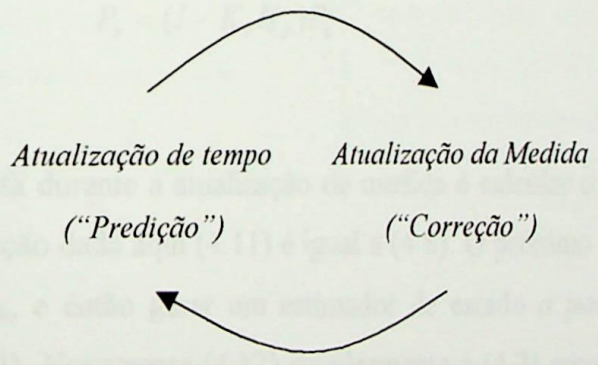


Fig. 36 – O ciclo contínuo do *Filtro de Kalman* discreto. As atualizações de tempo projetam o estimador de estado atual à frente no tempo. A atualização de medida ajusta o estimador projetado, por uma medida atual naquele momento.

As equações específicas para as atualizações de tempo e medida são apresentadas abaixo na Tabela 1 e Tabela 2.

Tabela 1: As equações de atualização de tempo do *Filtro de Kalman* discreto.

$$\hat{x}_{k+1}^{-} = A_k \hat{x}_k + Bu_k \tag{4.9}$$

$$P_{k+1}^{-} = A_k P_k A_k^T + Q_k \tag{4.10}$$

Novamente se nota como as equações de atualização de tempo na Tabela 1 projetam o estimador de estado e a covariância do erro de estado do passo de tempo k para o passo k+1. A_k e B são de (4.1), enquanto Q_k é de (4.3). São discutidas condições iniciais para o filtro nas referências citadas anteriormente.

Tabela 2. Equações de atualização de medida do *Filtro de Kalman* discreto.

$$K_k = P_k^{-} H_k^T (H_k P_k^{-} H_k^T + R_k)^{-1} \tag{4.11}$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^{-} + K(z_k - H_k \hat{x}_k^{-}) \tag{4.12}$$

$$P_k = (I - K_k H_k) P_k^{-} \tag{4.13}$$

A primeira tarefa durante a atualização de medida é calcular o Ganho de Kalman, K_k. Note que como a equação dada aqui (4.11) é igual a (4.8). O próximo passo é medir de fato o processo para obter z_k, e então gerar um estimador de estado *a posteriori* incorporando a medida como em (4.12). Novamente (4.12) simplesmente é (4.7) repetida aqui. O passo final é obter um estimador da covariância de erro *a posteriori* calculado por (4.13).

Depois de cada par de atualizações de tempo e de medida, o processo é repetido com o estimador *a posteriori* anterior usado para projetar ou predizer o novo estimador *a priori*. Esta natureza recursiva é uma das características muito atraentes do *Filtro de Kalman*, torna a implementação prática muito mais viável que, por exemplo, uma implementação de um Filtro de Weiner [38] que é projetado para operar diretamente em todos os dados para cada estimativa. Ao invés disso, o *Filtro de Kalman* recursivamente condiciona a estimativa atual

em todas as medidas passadas. A Fig. 37 abaixo oferece um quadro completo da operação do filtro, combinando o diagrama de alto-nível da Fig. 1 com as equações da Tabela 1 e Tabela 2.

6 Parâmetros do filtro e ajuste (Tuning)

Na implementação atual do filtro, a matriz de covariância do erro na medida R_k e o ruído do processo Q_k, dado por (4.4) e (4.3) respectivamente, poderiam ser medidos antes da operação do filtro. No caso da covariância do erro de medida R_k em particular isto faz sentido, devido ao fato de ser necessário medir o processo enquanto o filtro está operando, geralmente poder-se-ia pegar off-line algumas amostras das medidas para se determinar a variância do erro de medida.

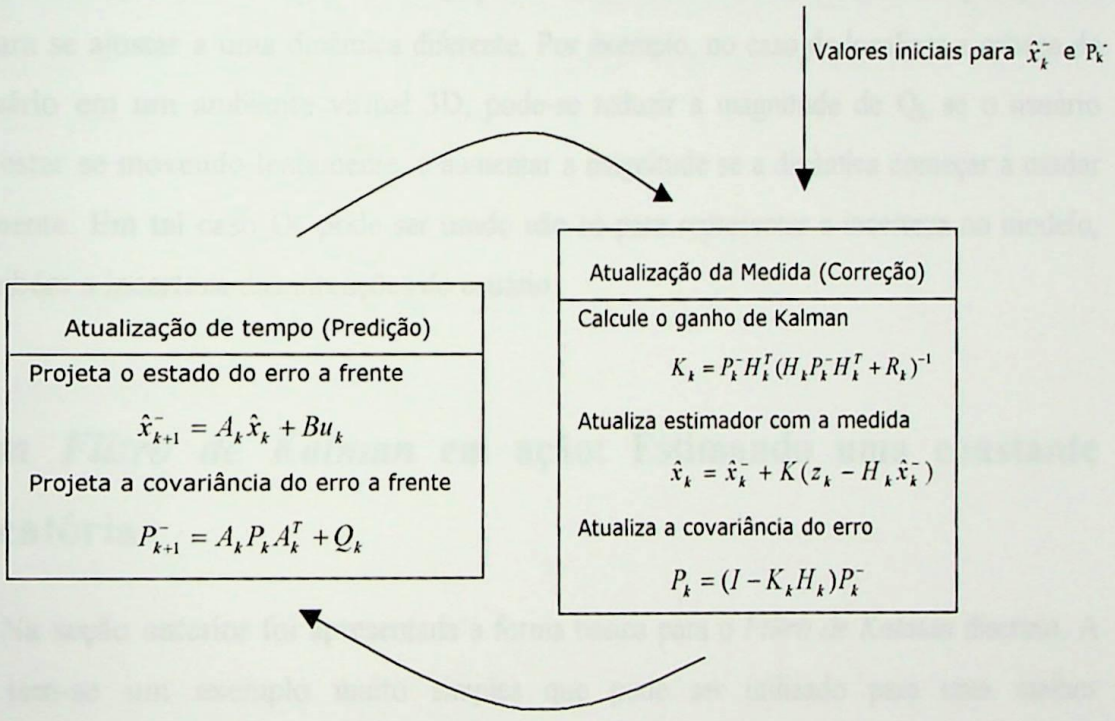


Fig. 37 – Um quadro completo da operação do *Filtro de Kalman*, combinando o diagrama de alto-nível da com as equações da Tabela 1 e Tabela 2

Freqüentemente a escolha é menos determinística no caso de Q_k. Por exemplo, esta fonte de ruído é freqüentemente usada para representar a incerteza no modelo de processo (4.1). Às vezes um modelo muito pobre pode ser usado simplesmente "injetando" bastante incerteza pela seleção de Q_k. Certamente neste caso a pessoa esperaria que as medidas do processo fossem fidedignas.

Em qualquer caso, tendo-se ou não uma base racional para escolher os parâmetros, freqüentemente filtros de desempenho superior (estatisticamente falando) podem ser obtidos por "ajuste" nos parâmetros Q_k e R_k do filtro. O ajuste normalmente é executado off-line, freqüentemente com ajuda de outro *Filtro de Kalman*.

Concluindo, pode-se notar que sob as condições onde Q_k e R_k são constantes, o estimador da covariância de erro P_k e o ganho de Kalman K_k estabilizarão depressa e então permanecem constantes. Se este é o caso, os parâmetros podem ser pré-computados ou executando o filtro off-line, ou por exemplo resolvendo (4.10) para o valor de regime permanente de P_k definindo $P_k^- \equiv P_k$ e resolvendo para P_k.

Freqüentemente ocorre o caso em que o erro de medida, em particular, não permanece constante.

Também, o ruído de processo Q_k pode mudar dinamicamente durante a operação do filtro para se ajustar a uma dinâmica diferente. Por exemplo, no caso de localizar a cabeça de um usuário em um ambiente virtual 3D, pode-se reduzir a magnitude de Q_k se o usuário parece estar se movendo lentamente, e aumentar a magnitude se a dinâmica começar a mudar rapidamente. Em tal caso Q_k pode ser usado não só para representar a incerteza no modelo, mas também a incerteza das intenções do usuário.

7 Um *Filtro de Kalman* em ação: Estimando uma constante aleatória

Na seção anterior foi apresentada a forma básica para o *Filtro de Kalman* discreto. A seguir tem-se um exemplo muito simples que pode ser utilizado para uma melhor compreensão da operação e capacidade do filtro.

7.1 O modelo do processo

Neste exemplo simples, o *Filtro de Kalman* é utilizado para calcular uma constante escalar aleatória, por exemplo uma tensão, assumindo que se pode adquirir medidas dessa constante, embora estas estejam corrompidas por um ruído branco de medida com 0.2 volts RMS (por exemplo, o conversor analógico/digital não é muito preciso). Sendo o processo regido pela equação diferencial linear:

$$x_{k+1} = A_k x_k + Bu_k + w_k$$

$$= x_k + w_k$$

com uma medida $z \in \Re^1$ que é dada por

$$z_k = H_k x_k + v_k$$

$$= x_k + v_k$$

O estado interno não muda de um passo ao outro, então $A = 1$. Não há entradas de controle, então $u = 0$. A medida ruidosa é feita diretamente do estado, assim H = 1. (Notar que a subscrição k foi omitida em vários lugares, porque neste modelo simples os parâmetros respectivos permanecem constantes).

7.2 As equações do Filtro e parâmetros

As equações de atualização de tempo são:

$$\hat{x}_{k+1}^- = \hat{x}_k$$

$$P_{k+1}^- = P_k + Q$$

e as equações de atualização de medida são:

$$K_k = P_k^- (P_k^- + R)^{-1}$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K(z_k - \hat{x}_k^-)$$

$$P_k = (1 - K_k) P_k^-$$

Presumindo uma variância de processo muito pequena, Q = $1x10^{-5}$. (Pode-se certamente deixar Q = 0, porém, assumindo um valor pequeno mas diferente de zero, permite uma maior flexibilidade no ajuste "tuning" do Filtro, como visto a seguir). Assumindo que o verdadeiro valor da constante aleatória tem uma distribuição de probabilidade normal, assim "alimenta-se" o filtro com a suposição que a constante é 0. Em outras palavras, antes de iniciar assume-se $\hat{x}_k^- = 0$.

Similarmente é necessário escolher um valor inicial para P_k, isto é. P_k^-. Se a estimativa inicial do estado $\hat{x}_k^- = 0$ estiver absolutamente correta pode-se escolher $P_k^- = 0$. Porém determinando a incerteza na estimativa inicial $\hat{x}_k^-$, escolhendo $P_k^- = 0$, o filtro inicialmente e sempre acreditará que $\hat{x}_k^- = 0$. Como se mostra, a escolha alternativa não é crítica. Pode-se escolher quase qualquer $P_k^- \neq 0$ e o filtro eventualmente convergirá. Inicia-se o filtro com $P_k^- = 1$.

7.3 As Simulações

Inicialmente, escolhe-se aleatoriamente um escalar constante (note que não há nenhum "chapéu" sobre z = -0.12345 pois este representa a "verdade"). Simulam-se 60 medidas distintas z_k que tiveram erro normalmente distribuído ao redor de zero com um desvio padrão de 0.2, lembrar que foi presumido que as medidas são corrompidas por um ruído branco de 0.2 Volt RMS. As medidas poderiam ser geradas individualmente dentro do loop do filtro, mas pré-gerando um conjunto de 60 medidas, permite realizar várias simulações com exatamente as mesmas condições (isto é mesmo ruído de medida) de forma que as comparações entre simulações com parâmetros diferentes sejam mais significativas.

Na primeira simulação fixa-se a variância das medidas em $R = (0.2)^2 = 0.04$. Por ser este o verdadeiro valor da variância do erro das medidas, espera-se o "melhor" desempenho em termos de equilibrar responsabilidade e variância da estimativa. Isto ficará mais evidente na segunda e terceira simulação. A Fig. 38 descreve os resultados desta primeira simulação. O verdadeiro valor da constante aleatória x = -0.12345 é determinado pela linha reta vermelha, as medidas ruidosas pelas marcas em cruz, e o estimador do filtro pela curva restante.

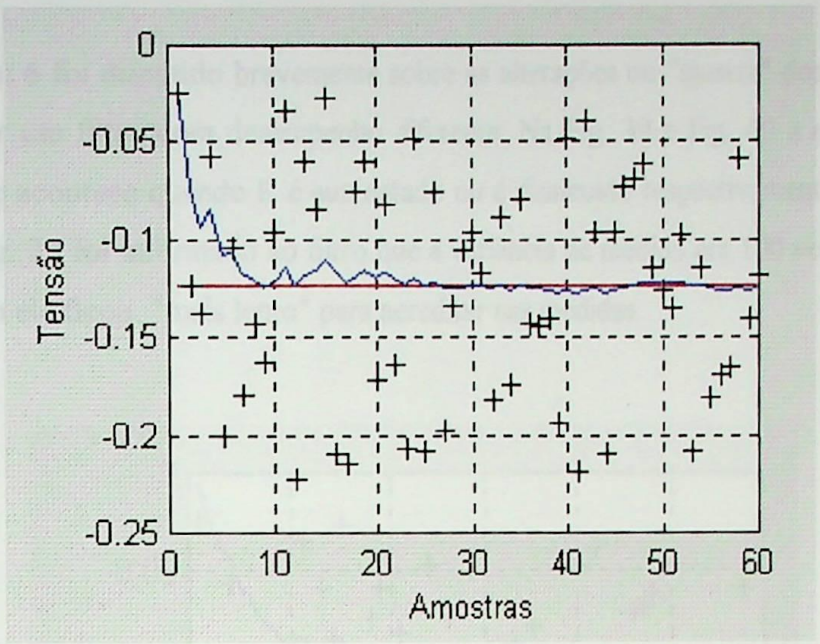


Fig. 38 – Primeira simulação: $R = (0.2)^2 = 0.04$. O verdadeiro valor da constante aleatória é $x = -0.12345$ dado pela linha sólida vermelha (uma reta), as medidas ruidosas pelas marcas em cruz, e o estimador do filtro pela curva restante.

Quando foi considerada a escolha acima para P_k^-, mencionou-se que a escolha não era crítica para qualquer valor de $P_k^- \neq 0$, porque o filtro eventualmente convergiria. Abaixo na Fig. 39 é exibido o valor de P_k^- para cada iteração. Na 60ª iteração, a escolha inicial para a variância do erro de estado P_k^- foi reduzida de 1 para aproximadamente 0.0009 (Volts^2).

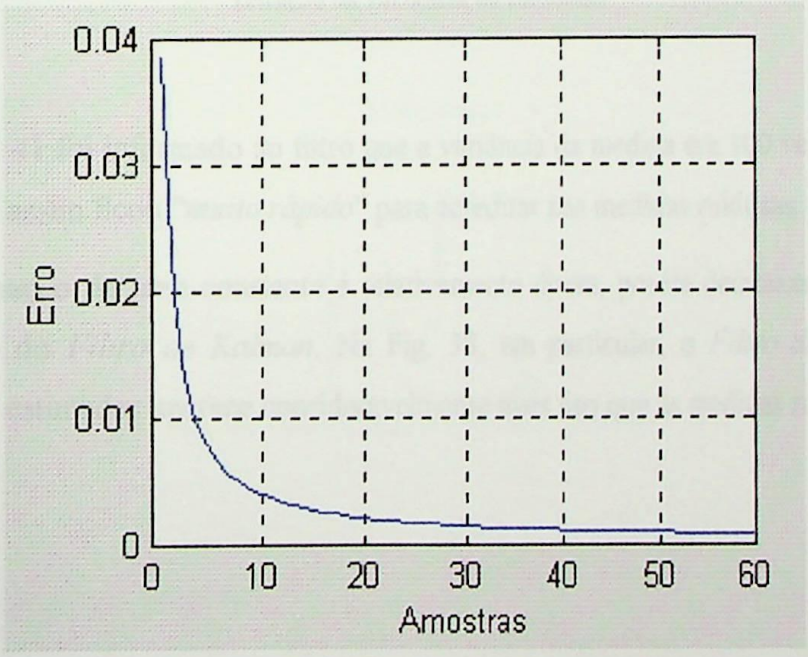


Fig. 39 – Após 60 iterações, a estimativa inicial grosseira da covariância do erro de estado $P_k^- = 1$ foi reduzida para 0.0009 (Volts).

No item 6 foi discutido brevemente sobre as alterações ou "ajustes" dos parâmetros Q e R para obter um filtro com desempenho diferente. Na Fig. 39 e Fig. 40 a seguir, pode-se perceber o que acontece quando R é aumentado ou é diminuído respectivamente por um fator de 100. Na Fig. 39 foi informado ao filtro que a variância de medida era 100 vezes maior (isto é, R = 2) assim ele ficou "mais lento" para acreditar nas medidas.

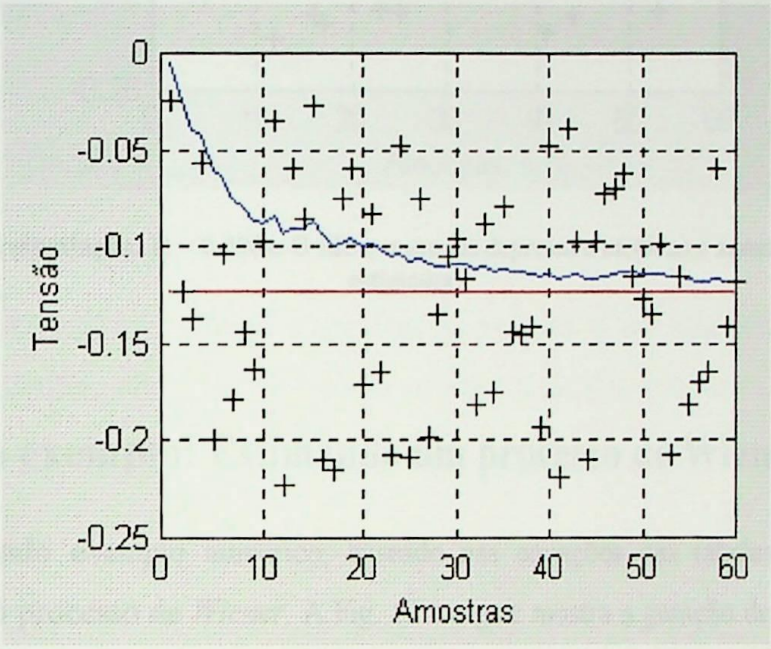


Fig. 40 – Segunda simulação: R = 4. O filtro está mais lento para responder às medidas e resulta em uma redução na variância do estimador

Na Fig. 41 foi informado ao filtro que a variância da medida era 100 vezes menor (isto é, *R = 0.0004)* assim ficou "*muito rápido*" para acreditar nas medidas ruidosas.

A estimação de uma constante é relativamente direta, porém demonstra claramente o funcionamento do *Filtro de Kalman*. Na Fig. 38, em particular, o *Filtro de Kalman*, fica evidente que o estimador aparece consideravelmente mais liso que as medidas ruidosas.

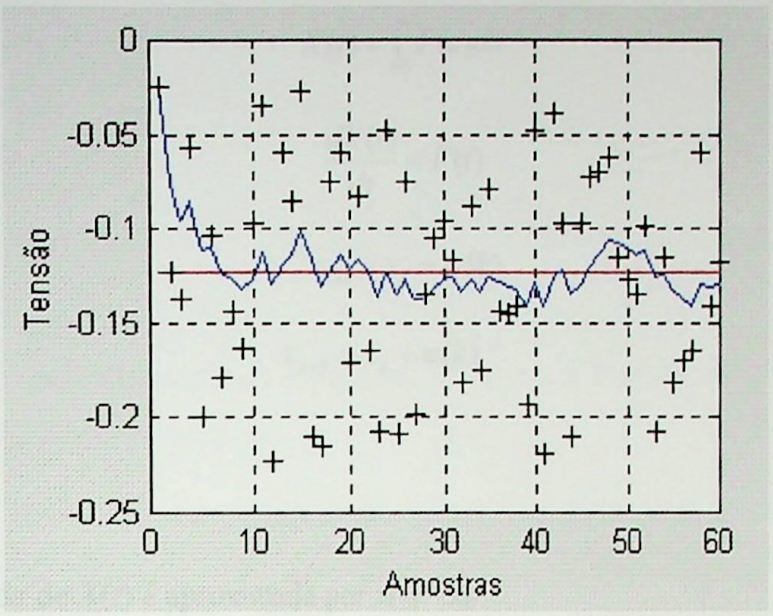


Fig. 41 – Terceira simulação: R = 0.0004. O filtro responde depressa a medidas e aumenta a variância do estimador.

8 Segundo exemplo: Estimando um processo de Wiener

Este segundo exemplo numérico, baseado nas equações das tabelas 1 e 2, é uma estimação de um processo de *Wiener*. A Fig. 42 a seguir mostra a geração de um processo de *Wiener* X(t).

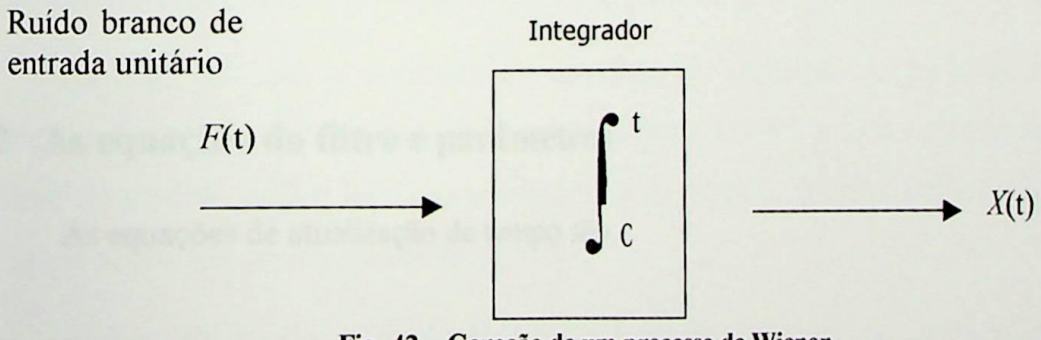


Fig. 42 – Geração de um processo de Wiener

8.1 O modelo do processo

As equações a seguir, formam a versão discreta da geração de um processo de *Wiener*.

$$X(t) = \int_0^t F(u)du$$

$$\frac{dX(t)}{dt} = F(t)$$

$$x_{k+1} - x_k = w(k)$$

$$x_{k+1} = x_k + w(k) \tag{4.14}$$

onde:

A derivada de $X(t)$ é aproximada por $x_{k+1} - x_k$

w_k é a versão discreta do ruído branco gaussiano $F(t)$ da entrada.

A equação (4.14) descreve o modelo de processo a ser utilizado pelo *Filtro de Kalman*. Comparando a equação (4.14) com a equação (4.9) pode-se observar que $A = 1$.

A medida $z \in \Re^1$ é feita diretamente da variável aleatória , então:

$$z_k = x_k + v_k$$

Escola Federal de Engenharia de Itajubá - EFEI Biblioteca

comparando esta equação com (4.10), pode-se notar que $H = 1$.

8.2 As equações do filtro e parâmetros

As equações de atualização de tempo são:

$$\hat{x}_{k+1}^- = \hat{x}_k$$

$$P_{k+1}^- = P_k + Q$$

e as equações de atualização de medida são:

$$K_k = P_k^- (P_k^- + R)^{-1}$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K(z_k - \hat{x}_k^-)$$

$$P_k = (1 - K_k)P_k^-$$

Para esse exemplo adota-se a variância do erro nas medidas R = 1, e três valores distintos para a variância do processo, Q.

O valor inicial de um processo de *Wiener* é definido com sendo zero, então a estimativa inicial do processo é $\hat{x}_k^- = 0$. Portanto o valor inicial na incerteza da estimação é $P_k^- = 0$.

8.3 As Simulações

A figura a seguir mostra os resultados da simulação feita para o *Filtro de Kalman* utilizando o modelo e os valores descritos nas seções anteriores. O loop do *Filtro de Kalman* pode ser executado continuamente.

Nas figuras a seguir a linha pontilhada representa o processo de *Wiener*, os pontos marcados com o símbolo "+", representam as medidas corrompidas por um ruído branco, e a linha contínua representa o resultado do processo estimado pelo *Filtro de Kalman*.

Na Fig. 43 está o resultado da simulação da estimação do processo de *Wiener* utilizando *Filtro de Kalman* assumindo os parâmetros $R = 1^2$, para a variância do erro do sistema de medida e Q = 0.02, para a incerteza do modelo. O ruído usado na geração do processo possui um desvio padrão de $\sigma_w = 0.1$.

A Fig. 44 ilustra o resultado da simulação da estimação do processo de *Wiener* utilizando *Filtro de Kalman* assumindo os parâmetros $R = 1^2$, para a variância do erro do sistema de medida e Q = 0.02, para a incerteza do modelo. O ruído usado na geração do processo possui um desvio padrão de $\sigma_w = 0.2$.

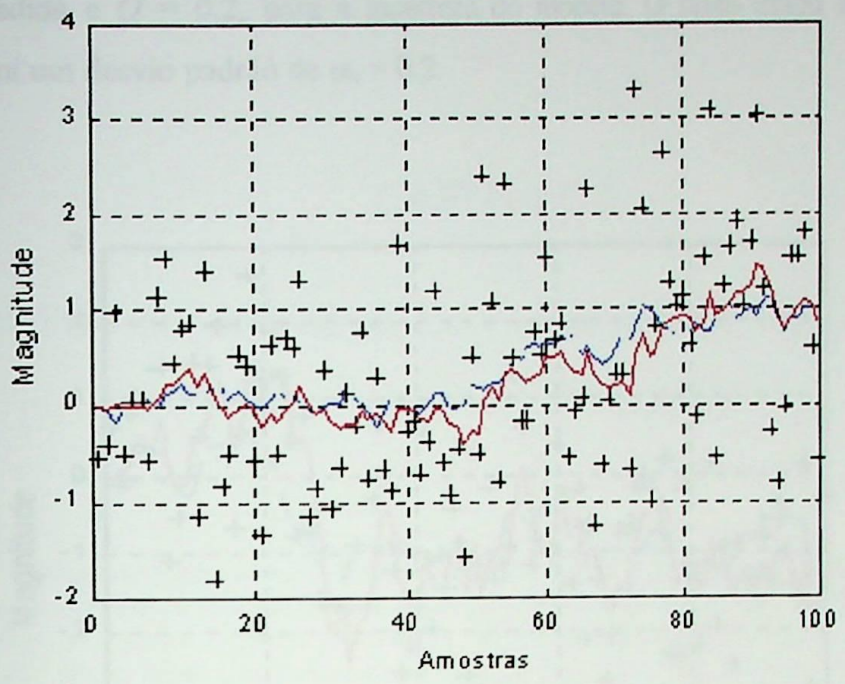


Fig. 43 – Estimação de um processo de Wiener, usando *Filtro de Kalman* com R=1 e Q=0.02

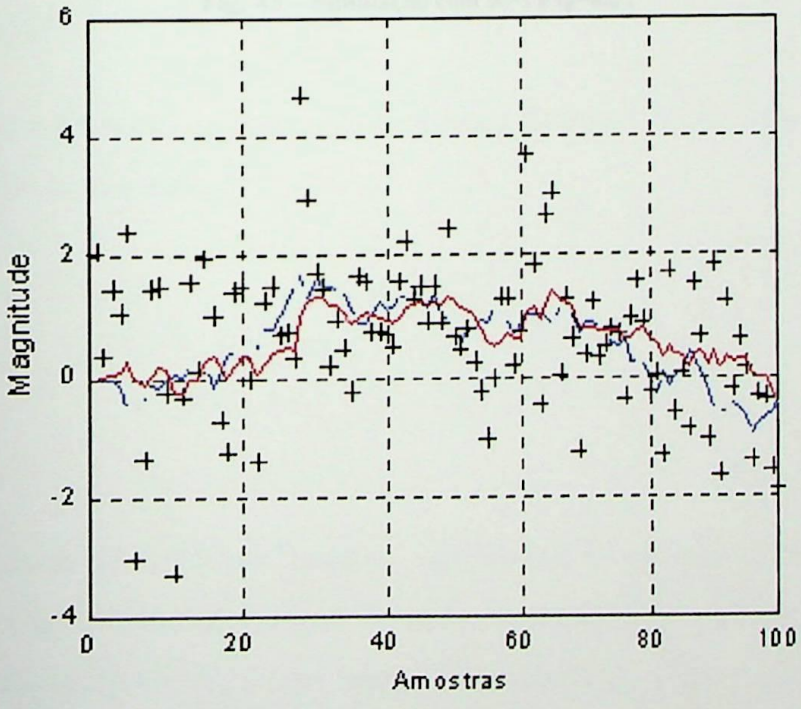


Fig. 44 – Simulação com R=1 e Q=0.02 ,

Na Fig. 45 está o resultado da simulação da estimação do processo de *Wiener* utilizando *Filtro de Kalman* assumindo os parâmetros R = 1^2, para a variância do erro do

sistema de medida e $Q = 0.2$, para a incerteza do modelo. O ruído usado na geração do processo possui um desvio padrão de $\sigma_w = 0.2$.

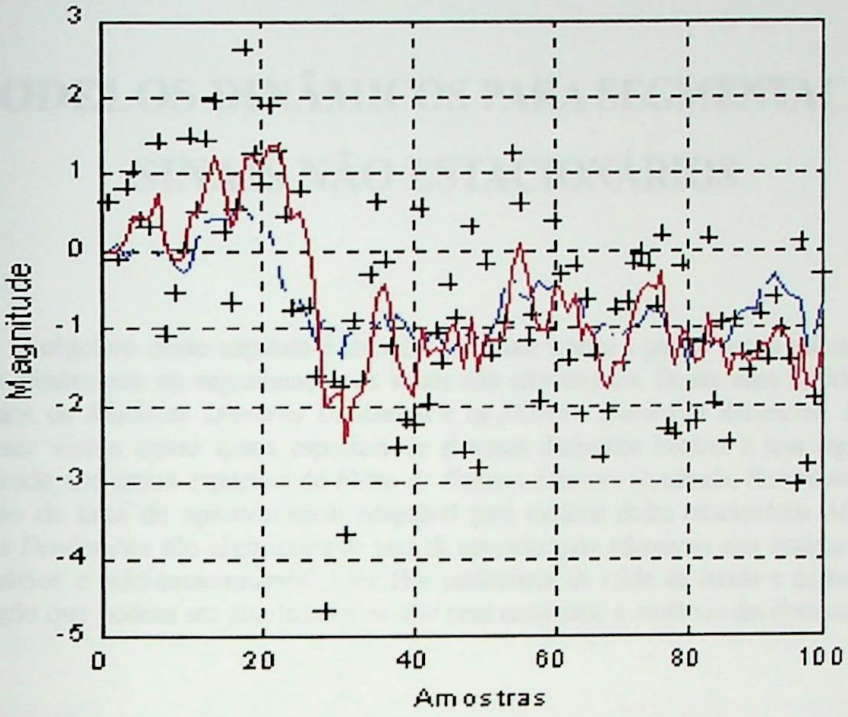


Fig. 45 – Simulação com R=1 e Q=0.2 ,

CAPÍTULO 5

MODELOS DINÂMICOS PARA SEGMENTAÇÃO DE SINAIS NÃO ESTACIONÁRIOS

O objetivo deste capítulo é fornecer uma base teórica e prática para a aplicação de modelos dinâmicos na segmentação de sinais não estacionários. Dentre estes modelos são destacados os *Modelos Lineares Dinâmicos* e os *Mínimos Quadrados Recursivos*. Ambos podem ser vistos como casos especiais de sistemas dinâmicos lineares e suas regras de aprendizado são casos especiais do *Filtro de Kalman*. *Mínimos Quadrados Recursivos* é um algoritmo de taxa de aprendizagem adaptável para modelar dados estacionários. *Modelos Lineares Dinâmicos* são algoritmos de taxa de aprendizagem adaptáveis para modelar dados estacionários e não-estacionários. Eles têm parâmetros de ruído de estado e de ruído de observação que podem ser atualizados *on-line* para maximizar a *evidência* das observações.

1 Introdução

Neste capítulo serão considerados os sistemas dinâmicos lineares onde seus dados são gerados de acordo com o modelo:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= A_k x_k + w_k, & w_k &\sim N(0, Q_k) \\ z_k &= H_k x_k + v_k, & v_k &\sim N(0, R_k) \end{aligned} \tag{5.1}$$

onde x_k são variáveis de estado ou "latentes", A_k é a matriz de transição de estados, w_k é ruído de estado com uma distribuição normal de média zero e matriz de covariância Q_k, z_k são as observações multi-variaveis, H_k é uma matriz de transformação e v_k é o ruído de observação com uma distribuição normal com média zero e matriz de covariância R_k. O modelo é parametrizado pelas matrizes A_k, Q_k, H_k e R_k.. Estes parâmetros podem ser dependentes do tempo, como indicado pela subscrição.

O ***Filtro de Kalman*** é um procedimento recursivo usado para calcular as variáveis de estado, x_k , como descrito no capítulo 4. O procedimento de estimação das variáveis de estado,

que são normalmente distribuídas com a média e covariância que podem ser estimadas através das seguintes fórmulas recursivas:

$$\begin{aligned} K_k &= P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1} \\ \hat{x}_k &= \hat{x}_k^- + K_k (z_k - H_k \hat{x}_k^-) \\ P_k &= (I - K_k H_k) P_k^- \end{aligned} \tag{5.2}$$

e

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k+1}^- &= A_k \hat{x}_k \\ P_{k+1}^- &= A_k P_k A_k^T + Q_k \end{aligned} \tag{5.3}$$

foram descritos na seção 1.4 do Capítulo 4.

Para aplicar estas equações é necessário conhecer os parâmetros A_k, Q_k, H_k e R_k e fazer suposições iniciais para a média e covariância de estado $\hat{x}_k^-$ e P_k^-. As equações (5.3) e (5.2) podem ser aplicadas para calcular a média e covariância do estado no próximo passo. As equações são então recursivamente aplicadas, para estimação dos estados e sua variância.

Uma quantidade útil é a probabilidade de uma observação, dado os parâmetros do modelo antes deles serem atualizados

$$p(z_k) = N(H_k x_k, R_k + H_k (A_k^T P_{k-1} A_k) H_k^T) \tag{5.4}$$

Na terminologia Bayesiana isto é também conhecido como a *evidência* para os pontos de dados [46]. Pontos de dados com baixa evidência correspondem aos períodos de quando as estatísticas do sistema subjacente estão mudando (não-estacionaridades) ou, com uma menor freqüência para pontos de dados com uma componente de ruído grande.

A seguir encontra-se um conjunto de suposições que reduzem o ***Filtro de Kalman*** genérico a um "*Modelo Linear Dinâmico*".

2 Modelos Lineares Dinâmicos

Nesta seção são considerados os *Modelos Lineares Dinâmicos* (DLMs) [36] que para uma série temporal de uma variável (uni-variável) são:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= x_k + w_k, & w_k &\sim N(0,Q_k) \\ z_k &= H_k x_k + v_k, & v_k &\sim N(0,R_k) \end{aligned} \tag{5.5}$$

Este é um modelo de regressão linear com coeficientes variáveis no tempo, e é idêntico ao modelo do ***Filtro de Kalman*** genérico com A_k = I. Substituindo esta informação nas equações de atualização, e reescrevendo-as resulta:

$$\begin{aligned} \hat{x}_k &= \hat{x}_k^- + K_k(z_k - H_k\hat{x}_k^-) \\ P_k &= (I - K_k H_k)P_k^- \end{aligned} \tag{5.6}$$

onde

$$K_k = \frac{P_k^- H_k^T}{\sigma_{\hat{z}_k}^2} \tag{5.7}$$

e

$$\begin{aligned} P_{k+1}^- &= P_k + Q_k \\ \sigma_{\hat{z}_k}^2 &= (R_k + \sigma_x^2) \\ \sigma_x^2 &= H_k P_k^- H_k^T \\ \hat{x}_{k+1}^- &= \hat{x}_k \\ \hat{z}_k &= H_k \hat{x}_k^- \end{aligned} \tag{5.8}$$

onde $\hat{z}_k$ é a predição e $\sigma_{\hat{z}_k}^2$ é a variância da predição estimada, que é composta por dois termos; o ruído de observação, R_k, e uma componente de variância de predição devida à incerteza do estado, σ_x^2. A probabilidade de um ponto de dados no modelo antigo (ou evidência) é

$$p(z_k) = N(\hat{z}_k, \sigma^2_{\hat{z}_k}) \tag{5.9}$$

Fazendo-se a suposição adicional de que o vetor de transformação (não é mais uma matriz pois as predições são uni-variável) é igual a $H_k = -[z_{k-1}, z_{k-2}, \ldots, z_{k-p}]$ resulta em um *Modelo Autoregressivo Dinâmico* (DAR).

Para aplicar o modelo faz-se suposições iniciais para a média e covariância de estado (parâmetros do modelo AR), $\hat{x}_k^-$ e P_k^-, e utiliza-se as equações acima. Fazem-se também suposições para a covariância do ruído de estado, Q_k, e a variância do ruído de observação, R_k. Também é assumido freqüentemente que a matriz de covariância do ruído de estado é uma matriz isotrópica, $Q_k = q\mathrm{I}$.

A seguir, tem-se um conjunto de suposições que reduzem o ***Filtro de Kalman*** para *Mínimos Quadrados Recursivos* (RLS).

3 Mínimos Quadrados Recursivos

Se não há nenhum ruído de estado ($w_k = 0$, $Q_k = 0$) e nenhuma transição de estado ($A_k = \mathrm{I}$) então o sistema dinâmico linear da equação (5.1) se reduz a um sistema linear estático ($x_k = x$). Assumindo mais adiante que as observações são de uma variável, pode-se reescrever a equação (5.1) como :

$$z_k = H_k x + v_k, \qquad v_k \sim N(0, R_k) \tag{5.10}$$

Este é um modelo de regressão com coeficientes constantes. Porém, pode-se calcular estes coeficientes de uma maneira recursiva substituindo as suposições sobre Q_k, A_k e R_k nas equações de atualização do ***Filtro de Kalman***. Isto resulta em:

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k(z_k - H_k\hat{x}_k^-) \tag{5.11}$$

$$P_k = (I - K_k H_k)P_k^- \tag{5.12}$$

onde:

$$
\begin{aligned}
K_k &= \frac{P_{k-1}H_k^T}{\sigma_{\hat{z}_k}^2} \\
\sigma_{\hat{z}_k}^2 &= (R_k + \sigma_x^2) \\
\sigma_x^2 &= H_k P_k^- H_k^T \\
\hat{x}_{k+1}^- &= \hat{x}_k \\
e_k &= z_k - \hat{z}_k
\end{aligned}
\tag{5.13}
$$

$$
\hat{z}_k = H_k \hat{x}_k^- \tag{5.14}
$$

sendo $\hat{z}_k$ a predição e $\sigma_{\hat{z}_k}^2$ a variância da predição estimada, que é composta por dois termos, o ruído de observação, R_k, e uma componente de variância de predição devida à incerteza do estado, σ_x^2.

As equações acima são idênticas às equações de atualização dos mínimos quadrados recursivos (RLS) como definido por Abraham e Ledolter [47].

A probabilidade de um ponto de dados no modelo antigo (ou evidência) é

$$
p(z_k) = N(\hat{z}_k, \sigma_{\hat{z}_k}^2) \tag{5.15}
$$

Fazendo-se a suposição adicional que o vetor de transformação (não é mais uma matriz pois as predições são uni-variável) é igual a $H_k = -[z_{k-1}, z_{k-2}, \ldots, z_{k-p}]$ resulta em um procedimento de estimação dos *Mínimos Quadrados Recursivos* para um modelo autoregressivo (AR).

Para aplicar o modelo faz-se suposições iniciais para a média e covariância de estado (parâmetros do modelo AR), $\hat{x}_k^-$ e P_k^-, e utiliza-se as equações acima. Também deve ser feita a suposição para a variância do ruído de observação R_k.

4 Estimação dos parâmetros do ruído

Para usar as equações de atualização do ***DLM***, é necessário fazer suposições para a covariância de ruído de estado, Q_k, e a variância do ruído de observação, R_k. Nesta seção é mostrado como estes valores podem ser calculados *on-line*.

4.1 Estimação do ruído de estado

Este método, revisto em [46], é em última instância devido a Jazwinski [48]. Assume-se que a matriz de covariância do ruído de estado é uma matriz isotrópica, Q = qI. O parâmetro q pode ser atualizado de acordo com:

$$q = h\left(\frac{e^2 - \sigma_{q0}^2}{H_k H_k^T}\right) \tag{5.16}$$

onde h(x) é uma função "rampa", isto é:

$$h(x) = \begin{cases} x & se \quad x \geq 0 \\ 0 & caso\ contrário \end{cases} \tag{5.17}$$

e σ_{q0}^2 é a variância de predição calculada, assumindo que $q = 0$

$$\sigma_{q0}^2 = R_k + H_k P_k^- H_k^T \tag{5.18}$$

Assim, se a estimativa de erro de predição que não assume nenhum ruído de estado é menor que o erro observado (e^2) deve-se deduzir que o ruído de estado é diferente de zero. Isto acontecerá na transição de um regime estacionário para outro, a estimativa de q aumentará. Como conseqüência, aumentará a taxa de aprendizagem. Uma estimativa alisada é

$$q_k = \alpha q_{k-1} + (1-\alpha) h\left(\frac{e^2 - \sigma_{q0}^2}{H_k H_k^T}\right) \tag{5.19}$$

onde α é um parâmetro suavizador. Alternativamente, a equação (5.16) pode ser aplicada a uma janela de amostras [46].

4.2 Estimação do ruído de observação

Este método, revisto em [46], é em última instância devido a Jazwinski [48]. A equação (5.8) mostra que a variância de predição estimada é composta por dois termos; o ruído de observação e o componente devido à incerteza de estado. Assim, para calcular o ruído de observação é necessário subtrair o segundo componente do erro quadrático medido

$$R_k = h\left(e_k^2 - H_k P_{k-1}^- H_k^T\right) \tag{5.20}$$

Esta estimativa pode ser derivada fixando R_k para maximizar a *evidência* (probabilidade) de um ponto de dados novo, equação (5.9). Uma estimativa alisada é:

$$R_k = \alpha R_{k-1} + (1-\alpha) h\left(e_k^2 - H_k P_{k-1}^- H_k^T\right) \tag{5.21}$$

onde α é um parâmetro suavizador. Alternativamente, a equação (5.20) pode ser aplicada em uma janela de amostras [46].

Para ***RLS***, essa equações de atualização podem ser usadas substituindo $P_k^- = P_{k-1}$. Porém, deve ser acentuado que esta estimativa é especialmente inadequada para ***RLS*** aplicado a dados não estacionários, entretanto dever-se-ia usar ***RLS*** só para dados estacionários. Isto porque a taxa de aprendizagem é diminuída dramaticamente.

4.3 O dilema de alisar/seguir

Um ponto de dados com baixa *evidência* pode ser observado por uma de duas razões;

(i) os dados derivam do mesmo regime dinâmico como é representado pelo modelo atual, mas tem uma componente do ruído de observação grande;

(ii) os dados derivam de um regime dinâmico novo.

No primeiro caso, o ponto de dados deve ser visto como "*ruído*" e ser ignorado. No segundo caso, o ponto de dados deveria ser visto como "*sinal*" e o modelo deveria mudar para levá-lo em consideração.

Modelos predispostos a tratarem baixos pontos de evidência como ruído, produzirão estimativas de estado lisas, considerando que modelos predispostos a tratarem baixos pontos de evidência, como sinais, serão bons para localizar não estacionaridades. Modelos bons exibirão ambas as propriedades.

O algoritmo descrito acima para mudar o ruído de estado confia em um parâmetro α que determina por quanto tempo uma estimativa do ponto q terá efeito. Aqui α é fixo de acordo com o seguinte argumento: o primeiro termo na equação (5.19), $q_k = \alpha q_{k-1}$ implica que $q_k = \alpha^k q_0$ onde q_0 é o valor inicial do ruído. Então, a estimativa do ponto será reduzida a 1 por cento ($q_k / q_0 = 0.01$) de seu valor original depois de k amostras se $\alpha = 10^{-2/k}$. Assim, dado k, pode ser estimado a duração das transições de estados, e pode-se calcular α. O parâmetro suavizador para calcular o ruído de observação pode ser fixado de uma maneira semelhante.

Por exemplo, acreditando que o dados contém vários estados discretos, as transições entre eles são afiadas (*sharp*) e o ruído de observação é então constante dentro de cada estado, então se fixa k, para o ruído de estado ser 1 ou 2 amostras e k para o ruído de observação ser igual à média da densidade de duração de estado. Podem ser fixados os valores de α adequadamente. Porém, se este é o caso seria melhor usar um Hidden Markov Model ao invés de um modelo do ***Filtro de Kalman***, porque o Hidden Markov Model tem estados discretos [35]. Um modelo de ***Filtro de Kalman*** é mais apropriado quando se acredita que o estado está mudando continuamente.

5 Exemplo da estimação

Este exemplo demonstra o funcionamento básico do modelo AR dinâmico (***DAR***) e o compara a um ***RLS***.

Uma série temporal constituída de uma senóide de 10Hz no primeiro segundo, uma senóide de 20Hz no segundo seguinte e uma de 30Hz no terceiro segundo foi gerada. Todos os sinais contêm um ruído Gaussiano aditivo com desvio padrão de 0.1. Foram geradas a uma taxa de cem amostras por segundo.

Um modelo ***DAR*** com $p = 8$ coeficientes AR foi treinado nos dados. Ao algoritmo foi determinado um valor fixo de ruído de observação ($R_k = 0.2$). O ruído de estado foi fixado inicialmente em zero e foi adaptado usando o algoritmo de *Jazwinski* descrito na equação (5.16) e usa um valor suavizador de $\alpha = 0.1$. O modelo foi inicializado usando uma regressão linear; os primeiros p pontos de dados foram regressados sobre os $(p + 1)^{os}$ pontos de dados usando uma implementação de SVD dos mínimos quadrados e resultam no vetor de peso de regressão linear w_{LR}. O estado no passo de tempo $k = p + 1$ foi inicializado para este vetor de peso, $x_{p+1} = w_{LR}$. A matriz de covariância de estados iniciais foi fixada à matriz de covariância da regressão linear, $P_{p+1} = R_k H_{p+1} H_{p+1}^T$. Parâmetros do modelo antes do tempo $p + 1$ foram fixados em zero.

Um modelo ***RLS*** (com $p = 8$ coeficientes do modelo AR) também foi treinado nos dados. Ao algoritmo foi dado um valor fixo de ruído de observação ($R_k = 0.2$). O modelo foi inicializado fixando $x_{p+1} = w_{LR}$ e $P_{p+1} = I$ (fixando $P_{p+1} = R_k H_{p+1} H_{p+1}^T$ resultou em uma taxa de aprendizagem inicial que não foi suficientemente grande para o modelo adaptar aos dados - veja depois).

A Fig. 46 mostra a série temporal original e a *evidência* de cada ponto na série de tempo sob o modelo ***DAR***. Pontos de dados com baixas evidências ocorrem nas transições entre regimes dinâmicos diferentes.

A Fig. 47 ilustra que o parâmetro do ruído de estado, q, aumenta de uma quantia necessária para o erro de predição estimado igualar ao erro de predição atual. O ruído de estado está alto nas transições entre regimes dinâmicos diferentes. Dentro de cada regime dinâmico o ruído de estado é zero.

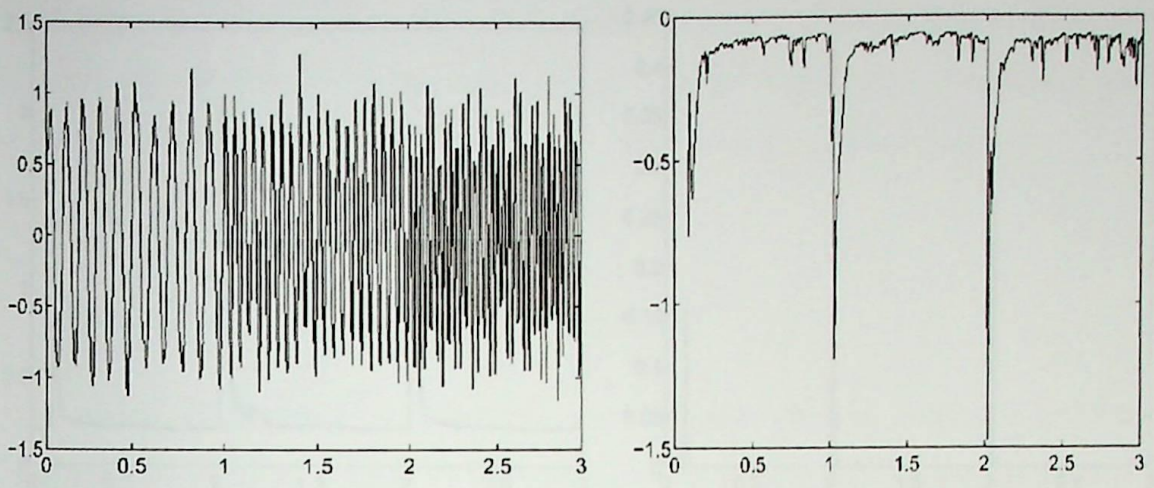
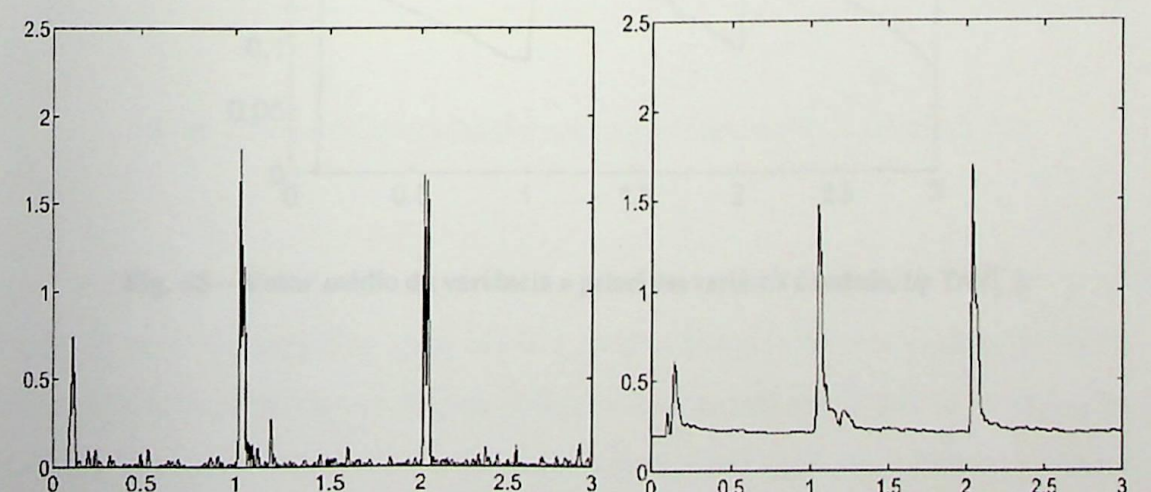


Fig. 46 - (a) Série temporal original (b) Log da evidencia dos pontos de dados em um modelo DAR , $\log(p(z_k))$.

A Fig. 48 ilustra que a variância das variáveis de estado reduz quando o modelo é exposto a mais dados do mesmo regime estacionário. Quando um regime estacionário novo é encontrado a variância de estado aumenta (porque q aumenta).

A Fig. 49 mostra que a taxa de aprendizagem do modelo DAR aumenta quando o sistema entra em um regime estacionário novo, considerando que a taxa de aprendizagem de RLS na verdade diminui. A taxa de aprendizado do RLS é inicialmente mais alta porque a matriz de covariância de estado foi inicializada diferentemente (inicializando da mesma maneira resultou em um estimador espectral muito pobre para o RLS).

A Fig. 50 mostra as estimativas espectrais obtidas dos modelos ***DAR*** e ***RLS***. Os gráficos da taxa de aprendizagem e espectrograma mostram que ***DAR*** é satisfatório para dados não-estacionários considerando que ***RLS*** não é.



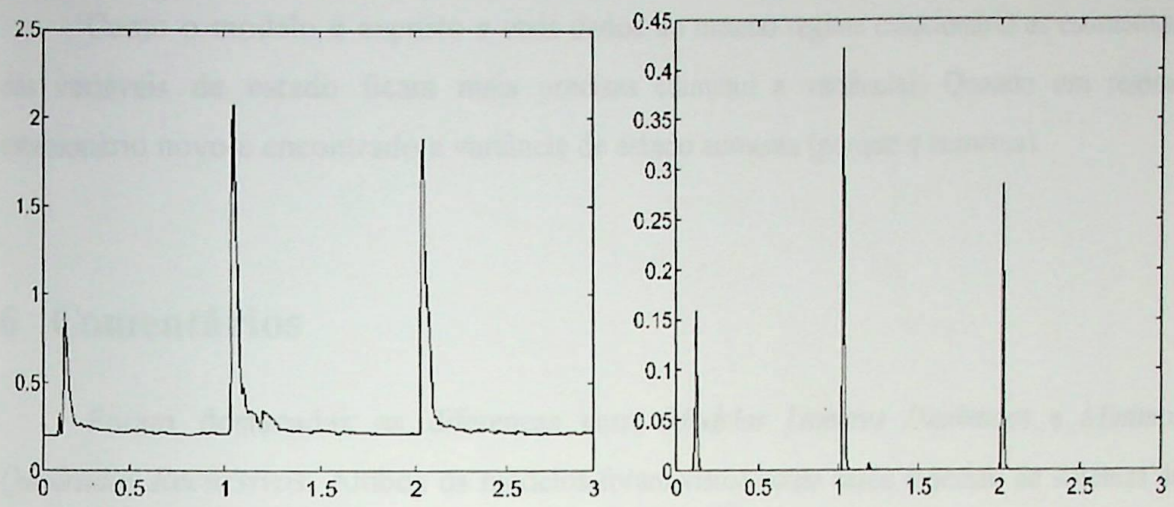


Fig. 47 – (a) Erro médio quadrático, e_k , (b) Erro de predição estimado com $q_k = 0$, σ_{q0} , (c) Erro de predição estimado, $\sigma^2_{\tilde{z}_k}$ e (d) Estimativa da variância de ruído de estado, q_k.

O ruído de estado, q_k, aumenta de uma quantia necessária para o erro de predição estimado (Fig. 47 c) igualar o erro de predição atual (Fig. 47 a) - veja equação 5.16. O nível da linha de base na Fig. 47 c é devido ao componente de ruído de observação fixo, $R_k = 0.2$

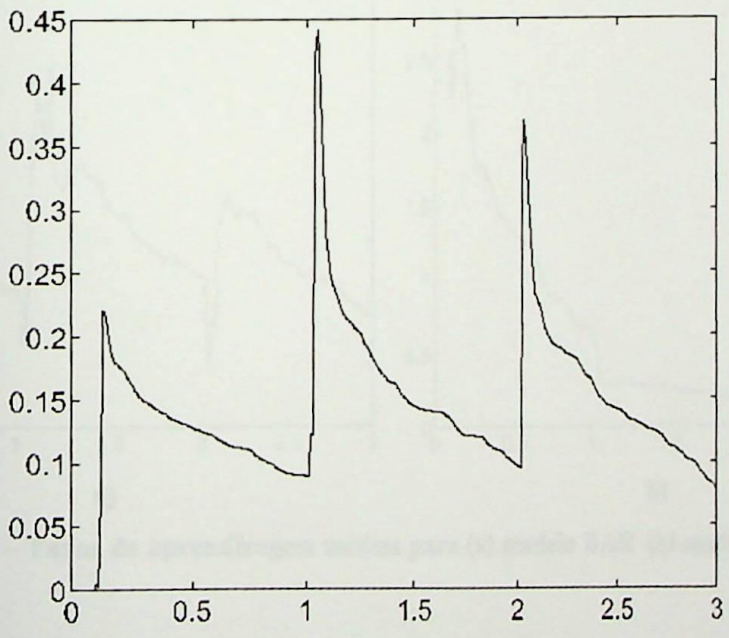
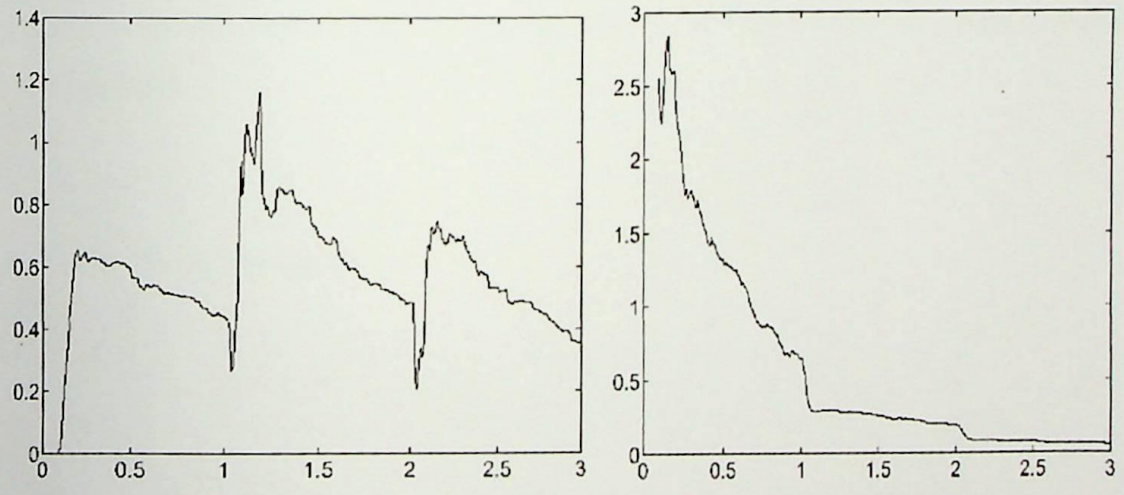


Fig. 48 – Valor médio da variância a priori das variáveis de estado, $1/p$ Tr(P_k^-).

Como o modelo é exposto a mais dados do mesmo regime estacionário as estimativas das variáveis de estado ficam mais precisas (diminui a variância). Quando um regime estacionário novo é encontrado a variância de estado aumenta (porque q aumenta).

6 Comentários

Foram destacadas as diferenças entre *Modelos Lineares Dinâmicos* e *Mínimos Quadrados Recursivos*. Ambos os modelos foram vistos como casos especiais de sistemas de dinâmicos lineares e suas aprendizagens regem como casos especiais do ***Filtro de Kalman***. Mínimos Quadrados Recursivos são satisfatórios para modelar dados estacionários. Possuem uma taxa de aprendizagem adaptável que reduz gradualmente quando o aprendizado procede. Diminui em resposta a uma redução na incerteza (covariância) dos parâmetros do modelo. *Modelos Lineares Dinâmicos* são satisfatórios para ambientes estacionários e não-estacionários. Os modelos possuem parâmetros de ruído de estado e de ruído de observação que podem ser atualizados on-line para maximizar a evidência das observações.



a) b)

Fig. 49 – Taxas de aprendizagem médias para (a) modelo DAR (b) modelo RLS.

A taxa de aprendizagem para RLS é fixada a um valor inicial mais alto (indiretamente fixando P para ter entradas maiores) isto da uma melhor chance de localizar os dados. O modelo DAR responde a um regime dinâmico novo aumentando a taxa de aprendizagem. O RLS responde diminuindo a taxa de aprendizagem e está então impossibilitado a localização de não estacionaridades.

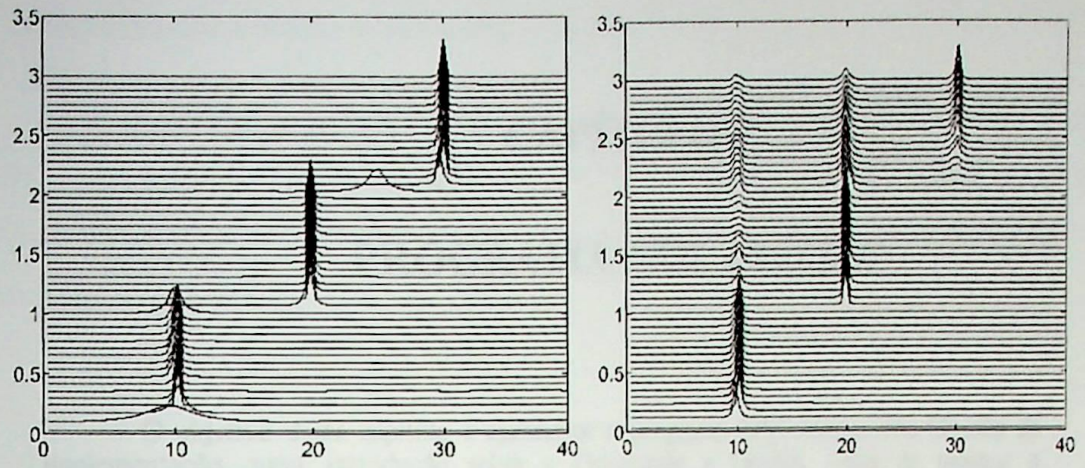


Fig. 50 – Espectrograma para (a) Modelo DAR (b) Modelo RLS.

CAPÍTULO 6

PROGRAMA *EEG ANÁLISE*

O objetivo deste capítulo é apresentar o programa *EEG Análise*, sua filosofia de implementação, uma introdução sobre a Orientação a Objetos. Além de mostrar a metodologia utilizada para a estimação de estados utilizando *Filtro de Kalman*, e o cálculo dos pólos associados ao Modelo AR estimado.

1 Apresentação do programa

O programa *EEG Análise* foi especialmente construído para ser utilizado como ferramenta suporte ao desenvolvimento desse trabalho. É composto de vários módulos integrados dentro de um ambiente de trabalho que é o aplicativo *EEG Análise*.

Este programa permite a visualização de arquivo de sinais biológicos no formato EDF, e a sua manipulação usando filtros digitais, além de permitir a análise do conteúdo espectral do sinal exibido.

1.1 Tela de Abertura:



Fig. 51– Tela de Abertura do programa EEG Análise

1.2 Filosofia de desenvolvimento

Para o desenvolvimento deste programa foi utilizada a filosofia de Orientação a Objeto, e sua implementação foi feita em Microsoft Visual C++. Na seção a seguir serão considerados os princípios da Orientação a Objeto que foram levados em consideração para o desenvolvimento desse trabalho.

1.3 Diagrama em blocos

As seguintes classes foram implementadas para o programa *EEG Análise*.

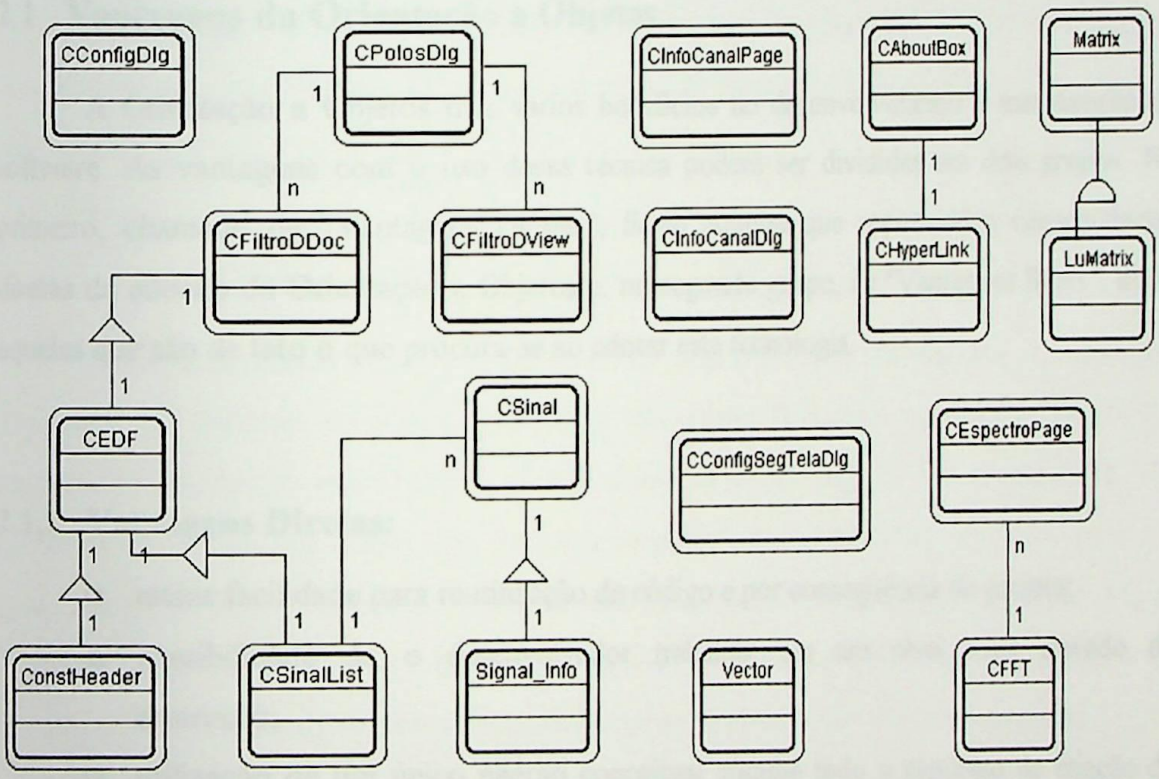


Fig. 52 – Diagrama de Classes e Estrutura do programa *EEG Análise*

2 Orientação a Objeto

Orientação a Objetos é o maior avanço em software destes últimos anos [49,50,51]. É uma forma mais natural de se analisar o mundo. Ela nos permite construir sistemas melhores e, além disso, de maneira mais fácil. Será a mais importante das tecnologias emergentes na área de software nos anos 90.

Na prática de programação orientada a objetos alguns pontos são de especial interesse, dentre eles estão:

- Compatibilidade, portabilidade;
- Segurança;
- Reusabilidade;
- Facilidade de integração;
- Facilidade de extensão;
- Eficiência.

2.1 Vantagens da Orientação a Objetos

A Orientação a Objetos traz vários benefícios no desenvolvimento e manutenção de software. As vantagens com o uso dessa técnica podem ser divididas em dois grupos. No primeiro, chamado de "Vantagens Diretas", ficam aquelas que representam conseqüências diretas da adoção da Orientação a Objetos e, no segundo grupo, as "Vantagens Reais", estão aquelas que são de fato o que procura-se ao adotar esta tecnologia.

2.1.1 Vantagens Diretas:

- maior facilidade para reutilização de código e por conseqüência do projeto;
- possibilidade de o desenvolvedor trabalhar em um nível mais elevado de abstração;
- utilização de um único padrão conceitual durante todo o processo de criação de software;
- maior adequação à arquitetura cliente/servidor;
- maior facilidade de comunicação com os usuários e com outros profissionais de informática.

2.1.2 Vantagens Reais:

- ciclo de vida mais longo para os sistemas;

- desenvolvimento acelerado de sistemas;
- possibilidade de se construir sistema muito mais complexo, pela incorporação de funções prontas;
- menor custo para desenvolvimento e manutenção de sistemas;

2.2 Princípios da Orientação a Objetos

Abstração - Consiste na concentração nos aspectos essenciais. Preserva a liberdade de se tomar decisões evitando, tanto quanto possível, comprometimentos prematuros com detalhes. É o processo pelo qual a mente ou a inteligência compreende o objeto, suas características e suas funcionalidade.

Agregação - é o relacionamento "parte-todo" ou "uma-parte-de" no qual os objetos que representam os componentes de alguma coisa são associados a um objeto que representa a estrutura inteira.

Comportamento - é como um objeto age e reage, em termos de mudança de seu estado e envio de mensagem. externamente visível e comprovada atividade.

Encapsulamento - Também chamado de ocultamento de informações, é o resultado de ocultar os detalhes de implementação de um objeto. É o termo formal que descreve a junção de métodos e dados dentro de um objeto de maneira que o acesso aos dados seja permitido somente por meio dos próprios métodos do objeto. Nenhuma outra parte do programa pode operar diretamente em um dado do objeto. A comunicação de objetos ocorre exclusivamente por meio de mensagens explícitas. Também definido como um processo de "esconder" a complexidade interna de uma classe para suportar ou reforçar a abstração.

Estado - são resultados cumulativos do comportamento do objeto - uma das possíveis condições na qual os objetos existem, caracterizados pelas quantidades que são distintas de outras quantidades. Em qualquer ponto do tempo, o estado do objeto abraça todas as (usualmente estática) propriedades do objeto mais os atuais (normalmente dinâmico) valores dessa propriedade.

Herança - um método de derivar novas classes a partir de outras previamente existentes. A classe derivada herda a descrição de cada uma das classes bases, permitindo sua extensão através da adição de novas variáveis e funções membro e usar funções virtuais. É o compartilhamento de similitudes entre componentes preservando as diferenças. Representa

generalização e especialização, tornando explícitos os atributos e comportamentos comuns em uma hierarquia de classes. É o mecanismo através do qual os atributos e o comportamento dos objetos de uma classe são assumidos pelos objetos de outra classe. É uma relação entre uma super-classe e suas sub-classes, isto é, o mecanismo pelo qual elementos mais específicos incorporam estrutura e comportamento de elementos mais gerais relacionados.

Mensagem - é uma operação que um objeto executa sobre outro. Os termos mensagem, método e operação são usualmente intercambiáveis. Representa uma ação a ser praticada pelo objeto.

Exemplo: MenuPrincipal.Seleciona (Segunda Opção);

Onde:

MenuPrincipal = Objeto Seleciona = Método Segunda Opção = Parâmetro

Módulo - É uma unidade de programa que contém declarações, expressas num vocabulário de uma linguagem de programação particular, que forma a realização física de parte ou de todas as classes e objetos do projeto lógico do sistema. É uma unidade de códigos que serve como um bloco construído para uma estrutura física de um sistema. Composto das seguintes partes:

Interface - É a visão externa de uma classe, objeto ou módulo, os quais enfatizam suas abstrações enquanto esconde suas estruturas e os segredos de seus comportamentos.

Implementação - É a visão interna de uma classe, objeto ou módulo, incluindo os segredos de seu comportamento.

Polimorfismo - Processos que executem funções semelhantes em componentes diferentes devem ser chamados pelo mesmo nome. É a habilidade de duas ou mais classes responderem à mesma solicitação, cada uma a seu modo. Conceito de permitir uma única interface para múltiplas funções.

Objeto é uma abstração encapsulada (qualquer coisa, real ou abstrata) que inclui: informações de estado (descrita por dados), um conjunto claramente definido de protocolos de acesso (mensagens que cada objeto responde) e possui um comportamento que se interesse acompanhar ou que seja útil. Um objeto pode ser: uma pessoa, um material, uma instituição, um fato, um lugar, um conceito.

- tudo que é aprendido pelo conhecimento que não é o sujeito do conhecimento.

- tudo que é manipulável e/ou manufaturáveis.
- tudo que é perceptível por qualquer sentido.
- tudo que é externo ao sujeito.
- um objeto tem estado, comportamento e identidade.
- a estrutura e comportamento de objetos similares são definidos em suas classes.
- os termos instâncias e objetos são intercambiáveis.

Dois objetos exatamente iguais em atributos, relacionamentos e funções podem ser diferenciados através de seu identificador *único*, como exemplo pode ser citado o número de série de um produto, nome de um sinal e paciente que ele pertence, etc.

Tipos de Objetos:

- *Concretos* - pessoa, lápis, carro, relógio etc.
- *Intangíveis* - hora, idéia, organização, projeto etc.
- *Papel* - médico, paciente, professor, aluno etc.
- *Relacional* - casamento, parceira, propriedade etc.
- *Evento* - venda, admissão, pane no sistema etc.
- *De Interface* - janela, ícone, string de caracteres etc.

Instância - Os objetos são *instâncias* de uma classe. As propriedades de qualquer instância (objeto) são determinadas pela *descrição da classe* à qual pertence.

Subclasse - É um subconjunto de objetos pertencentes a uma classe que têm em comum em relação aos demais objetos desta classe: - dados adicionais e/ou, - operações adicionais.

Classe e Objetos - É um conjunto de objetos que são descritos pelos mesmos dados e possuem o mesmo comportamento.

- conjunto de objetos que compartilham uma estrutura e um comportamento comum.
- o termo classe e type são usualmente (mas não sempre) intercambiáveis uma classe tem conceito ligeiramente diferente de um tipo, no qual ela enfatiza a classificação da estrutura e comportamento.

- uma classe é um tipo definido pelo usuário que contém o molde, a especificação para os objetos, assim como o tipo inteiro contém o molde para as variáveis declaradas como inteiros.
- a classe envolve, associa funções e dados controlando o acesso a estes.
- definir classe implica em especificar os seus atributos (dados) e suas funções (métodos).

As interfaces de uma classe ou objetos são representadas através de seus métodos e de suas funcionalidades.

Em resumo, objetos são instâncias de classes que respondem mensagens de acordo com métodos determinados pelo *protocolo de descrição de classes* .Os objetos também têm variáveis de estado definidas no protocolo de descrição de classe que podem ter valores iguais ou diferentes nas várias instâncias da classe.

A simbologia utilizada para a representação de uma Análise Orientada a Objetos é descrita no Anexo F

3 Apresentação do sinal no programa *EEG Análise*

Foram incorporados ao programa *EEG Análise*, funções para melhor visualização do sinal no monitor de vídeo. Dentre elas pode-se citar as mudanças de escala do sinal apresentado na tela, que pode ocorrer nos dois eixos independentemente. Além disso também é possível deslocar a origem do sinal para permitir que todo o trecho amostrado seja visualizado. É possível ainda exibir as informações do sinal que está sendo visualizado na tela, e também as informações do conjunto de canais que compõem o arquivo de dados no formato EDF. Para este programa será considerada a apresentação de apenas um sinal por vez na tela, isto pode ser futuramente expandido para mostrar todos os sinais do arquivo. O sinal que está sendo exibido na tela, pode ser alterado utilizando teclas especiais no programa *EEG Análise*.

3.1 Escala de Tempo (eixo x)

Utilizando a opção *Segundos por Tela...* do menu Tools, é possível configurar quantos segundos irá ser exibido na Tela. Ao selecionar esta opção a caixa de diálogo mostrada na Fig.53 apresenta as opções disponíveis.

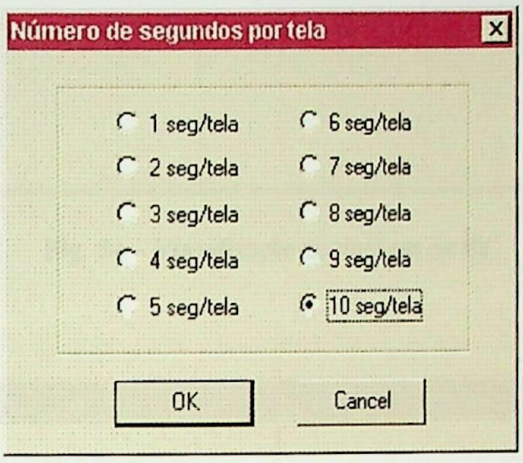


Fig. 53– Caixa de diálogo de configuração da escala de tempo

3.2 Escala de Amplitude (eixo y)

Utilizando as teclas de direção e *Page Up* e *Page Down* é possível alterar a escala de amplitude de apresentação do sinal.

As Fig. 54 e Fig. 55 ilustram o um trecho de sinal de EEG visualizados com fator de escala diferentes.



Fig. 54 – Visualização do sinal em escala

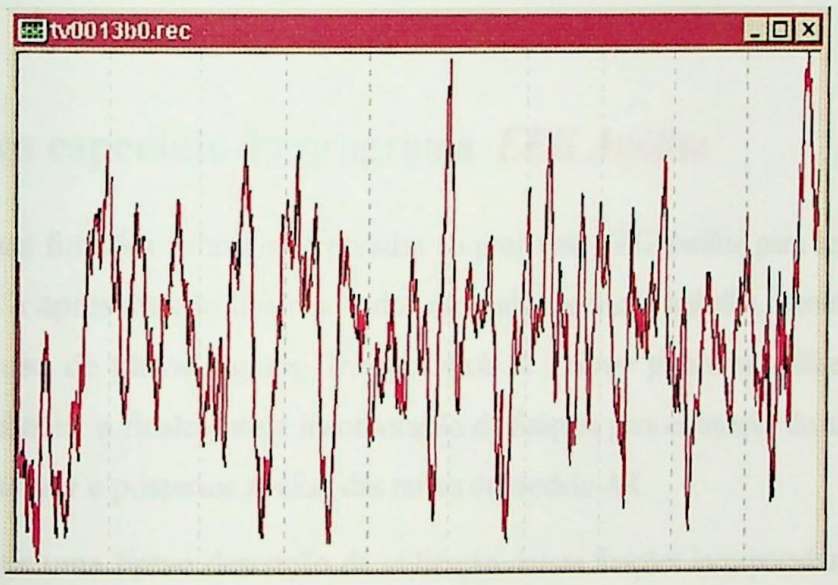


Fig. 55 – Visualização do mesmo sinal da fig. 54 em escala ampliada.

3.3 Informações sobre os parâmetros dos canais

Utilizando a opção *Informações dos Canais...*, do menu *View*, a caixa de diálogo exibida na Fig. 56 aparece exibindo as informações dos canais que fazem parte do sinal biológico que está sendo analisado.

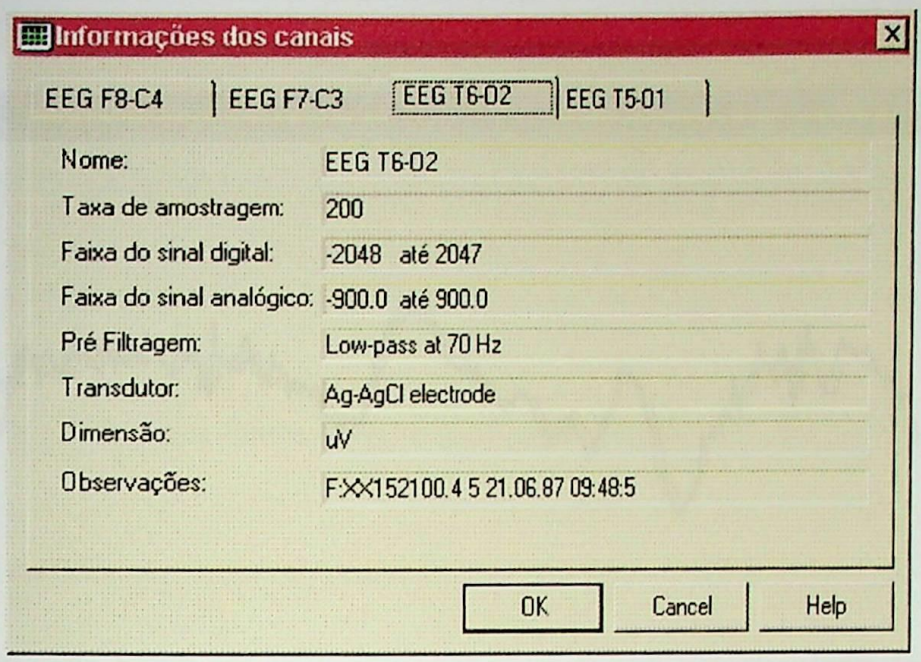


Fig. 56 – Caixa de Diálogo para a apresentação das informações sobre os canais

4 Funções especiais do programa *EEG Análise*

Algumas funções foram incorporadas ao programa *EEG Análise* para serem utilizadas como suporte a apresentação dos resultados esperados para este trabalho. Dentre elas, podem ser citados o uso de filtros digitais, *Transformada de Fourier* para uma análise do conteúdo espectral dos sinais, e finalmente a incorporação de funções para estimação do sinal utilizando o *Filtro de Kalman* e posterior análise das raízes do modelo AR.

A seguir uma breve descrição da utilização dessas funções incorporadas ao programa *EEG Análise*.

4.1 Filtro Digital

Para uma melhor visualização dos sinais de EEG, pode-se utilizar a opção de filtro digital incorporada ao programa *EEG Análise*.

O sinal filtrado é mostrado como uma curva vermelha que pode ser visualizada e ocultada utilizando o ícone  da barra de ferramentas.

A Fig. 57 ilustra uma tela do programa *EEG Análise* onde é exibido o sinal original, corrompido por um artefato muscular (EMG), e o sinal filtrado.

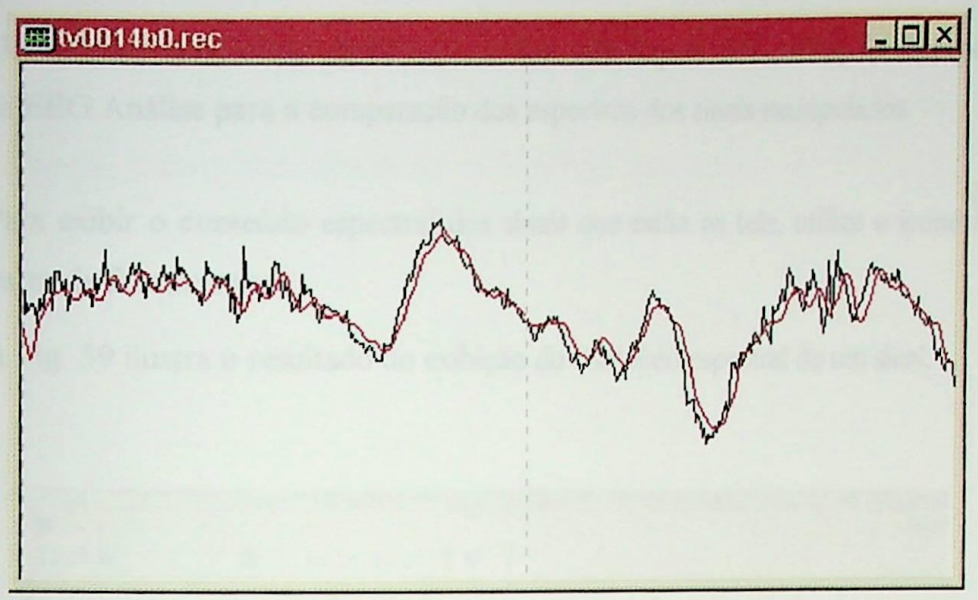


Fig. 57 – Redução de artefato de EMG usando filtragem digital. Sinal original em preto e sinal filtrado em vermelho.

Para configurar o tipo e parâmetros do filtro digital, utilize a opção Configuração, do menu Tools. Ao selecionar esta opção a Caixa de Diálogo exibida na Fig. 58 aparece permitindo a configuração dos parâmetros e tipo do filtro.



Fig. 58 – Caixa de Diálogo para configuração do tipo e parâmetros do filtro digital

As equações utilizadas para a implementação do filtro digital no programa *EEG Análise*, são derivadas e apresentadas no Anexo E.

4.2 FFT

Um módulo de cálculo da FFT (Transformada Rápida de Fourier) foi incorporado ao programa EEG Análise para a comparação dos espectros dos sinais manipulados.

Para exibir o conteúdo espectral dos sinais que estão na tela, utilize o ícone  , que está na barra de ferramentas.

A Fig. 59 ilustra o resultado do exibição do conteúdo espectral de um sinal.

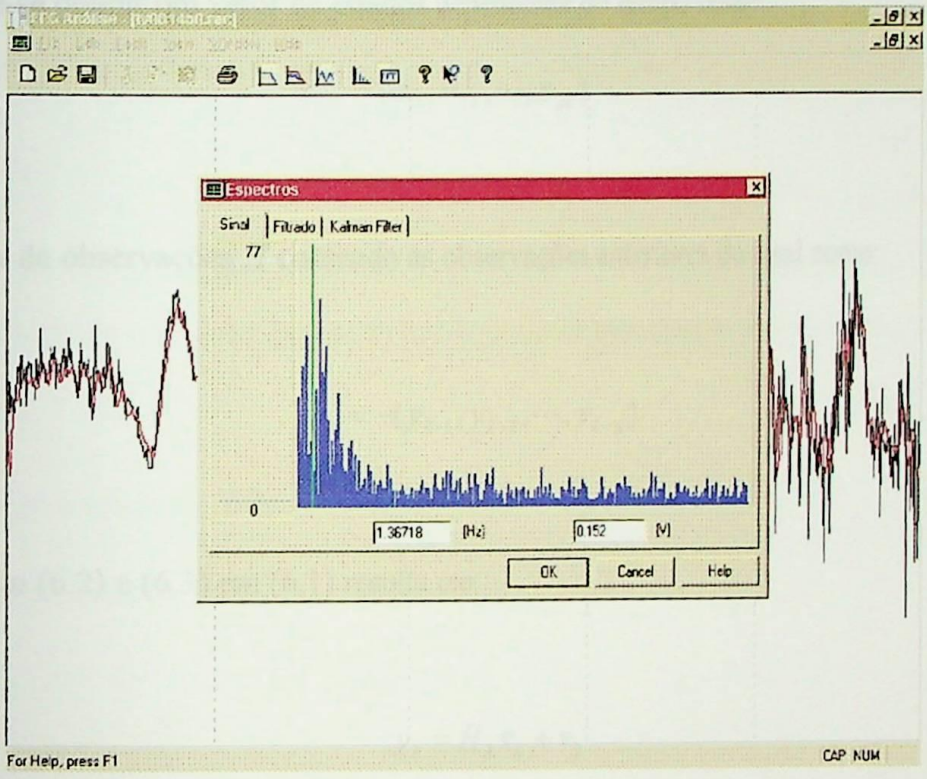


Fig. 59 – Tela para exibição do espectro de um sinal.

4.3 Estimação utilizando Filtros de Kalman.

Nos capítulos anteriores foram consideradas as formas básicas para o *Filtro de Kalman* discreto. A seguir tem-se a metodologia empregada para a estimação de um sinal de EEG, usando o *Filtro de Kalman*. O objetivo dessa metodologia principal é obter um modelo matemático para o sinal de EEG que será utilizado para a extração de características do mesmo. O procedimento adotado a seguir é em parte devido à [4].

4.3.1 O modelo do processo

O modelo de processo escolhido será um Modelo Autoregressivo. A série temporal do sinal de EEG, y_k, livre de ruído, é expressa em termos de suas amostras anteriores, através de uma combinação linear e acrescida de um ruído branco aleatório v_k.

$$y_k + a_{1k} y_{k-1} + \quad \cdots \quad + a_{pk} y_{k-p} = v_k \tag{6.1}$$

onde pode-se definir um vetor de estados dependente do tempo como:

$$x_k^{\ T} = (a_{1k}, a_{2k}, \cdots, a_{pk}) \tag{6.2}$$

e um vetor de observações H contendo as observações anteriores do sinal como:

$$H_k = -(y_{k-1}, y_{k-2}, \cdots, y_{k-p}) \tag{6.3}$$

substituindo (6.2) e (6.3) em (6.1) resulta em:

$$y_k = H_k x_k + v_k \tag{6.4}$$

Assumindo que os transitórios não estacionários (espículas), não possuem grande influência no estado do processo, o vetor de estado x_k^{T} pode ser considerado aproximadamente constante dentro de diferentes seções do sinal. Entretanto, podem ocorrer transições de estado significativos entre essas seções.

Considerando a equação de estado a seguir,

$$x_{k+1} = x_k + w_k \tag{6.5}$$

onde w_k é o ruído de estado do processo, que permite que as não estacionaridades sejam levadas em consideração. Admitindo que a observação z possa ser feita desprezando-se o erro aleatório, pode-se afirmar que $z_k = y_k$. Resumindo, o modelo para o processo do EEG pode ser descrito como a seguir:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= A_k x_k + B u_k + w_k \\ &= x_k + w_k \end{aligned} \tag{6.6}$$

com uma medida $z \in \Re^1$ que é dada por

$$\begin{aligned} z_k &= H_k x_k + v_k \\ &= H_k x_k + v_k \end{aligned} \tag{6.7}$$

Seguindo as considerações de [4], modelo a ser utilizado para o Filtro de Kalman, possui a Matriz de transição de estado A = 1, e não há entradas de controle, então $u = 0$.

4.3.2 As equações do Filtro e parâmetros

As equações de atualização de tempo são:

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k+1}^- &= \hat{x}_k \\ P_{k+1}^- &= P_k + Q \end{aligned} \tag{6.8}$$

e as equações de atualização de medida são:

$$\begin{aligned} K_k &= P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1} \\ \hat{x}_k &= \hat{x}_k^- + K(z_k - H_k \hat{x}_k^-) \\ P_k &= (I - K_k H_k) P_k^- \end{aligned} \tag{6.9}$$

Utilizando os valores práticos propostos em [4], como sendo Q = q I, e o parâmetro q como sendo, $q = 0.001$. Assumindo o sinal de EEG como uma realização de processos aleatórios e com uma distribuição de probabilidade normal, assim "alimenta-se" o filtro com a suposição que o valor inicial para o estado é zero. Em outras palavras, antes de iniciar assume-se $\hat{x}_k^- = 0$.

4.3.3 A Implementação e Testes

O valor da matriz R como sugerido em Duquesnoy [4], será constante e igual a 0.5, ou seja R = 0.5.

A matriz H pode ser incializada com zero, porém devido à incerteza do modelo a matriz de covariância de estado P_0 é incializada com um valor alto, próximo de 20.

Entretanto, devido à discussão anterior sobre o ajuste nos parâmetros do filtro, outros valores para os parâmetros Q e R poderão ser testados mais tarde para obter um filtro com desempenho diferente.

A figura a seguir mostra uma tela com o resultado da estimação de Kalman aplicada a um sinal de EEG.

Por ser o *Filtro de Kalman* computacionalmente dispendioso, este só é calculado ao selecionar a opção correspondente no menu, não sendo recalculado ao redimensionar a tela ou mover o sinal de posição.

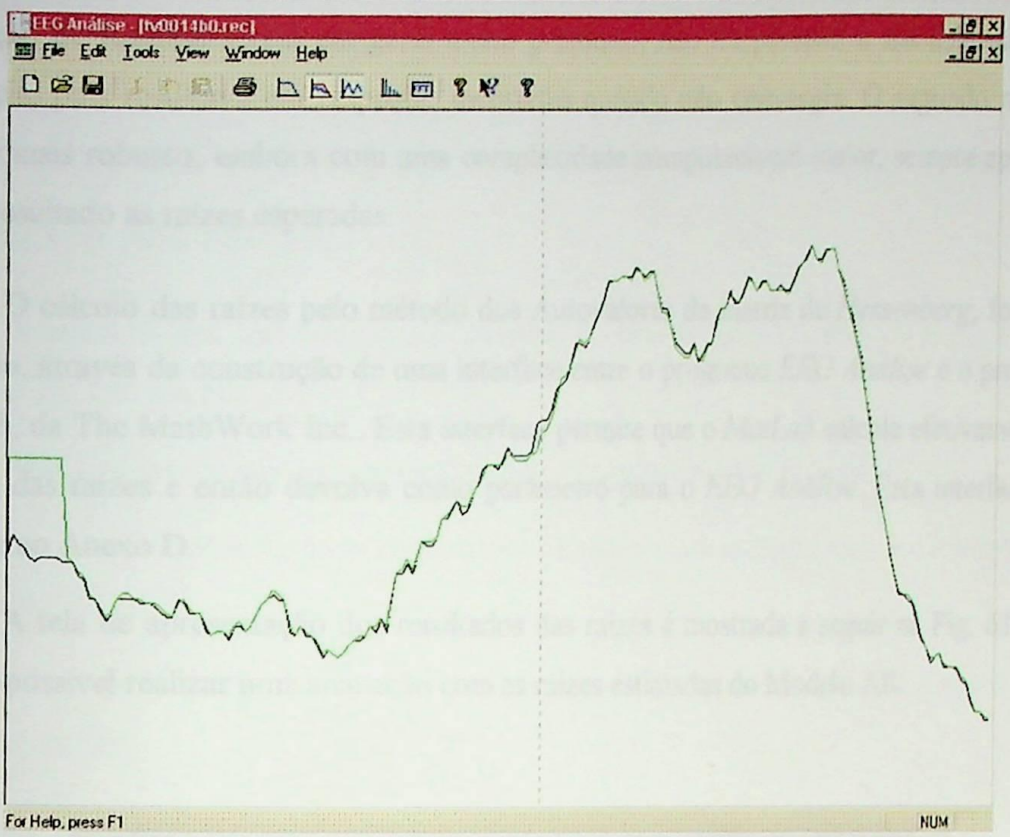


Fig. 60 – O sinal em preto representa o sinal de EEG original, e o sinal em verde representa a serie estimada através do modelo AR.

4.4 Cálculo das raízes do polinômio correspondente ao modelo AR estimado através do Filtro de Kalman (Cálculo dos Pólos)

As raízes dos polinômios associados ao modelo AR, foram calculadas ponto a ponto, e o programa *EEG Análise* permite que sejam visualizados dinamicamente.

Para o cálculo das raízes foram utilizados dois métodos[21,52]:

- Método de *Newton-Bairstow*;
- Método dos Autovalores de uma matriz de *Hessenberg*;

O método de *Newton-Bairstow* foi empregado para o cálculo das raízes, porém devido a sua natureza recursiva e o fato de que os coeficientes dos polinômios gerados através da

estimação de Kalman serem em geral muito próximos, não foi possível a sua aplicação com eficiência, pois resultava em respostas incorretas quando não convergia. O segundo método, por ser mais robusto, embora com uma complexidade computacional maior, sempre apresenta como resultado as raízes esperadas.

O cálculo das raízes pelo método dos Autovalores da matriz de *Hessenberg*, foi então utilizado, através da construção de uma interface entre o programa *EEG Análise* e o programa *MatLab*, da The MathWork Inc.. Esta interface permite que o *MatLab* calcule efetivamente os valores das raízes e então devolva como parâmetro para o *EEG Análise*. Esta interface está descrita no Anexo D.

A tela de apresentação dos resultados das raízes é mostrada a seguir na Fig. 61, onde ainda é possível realizar uma animação com as raízes estimadas do Modelo AR.

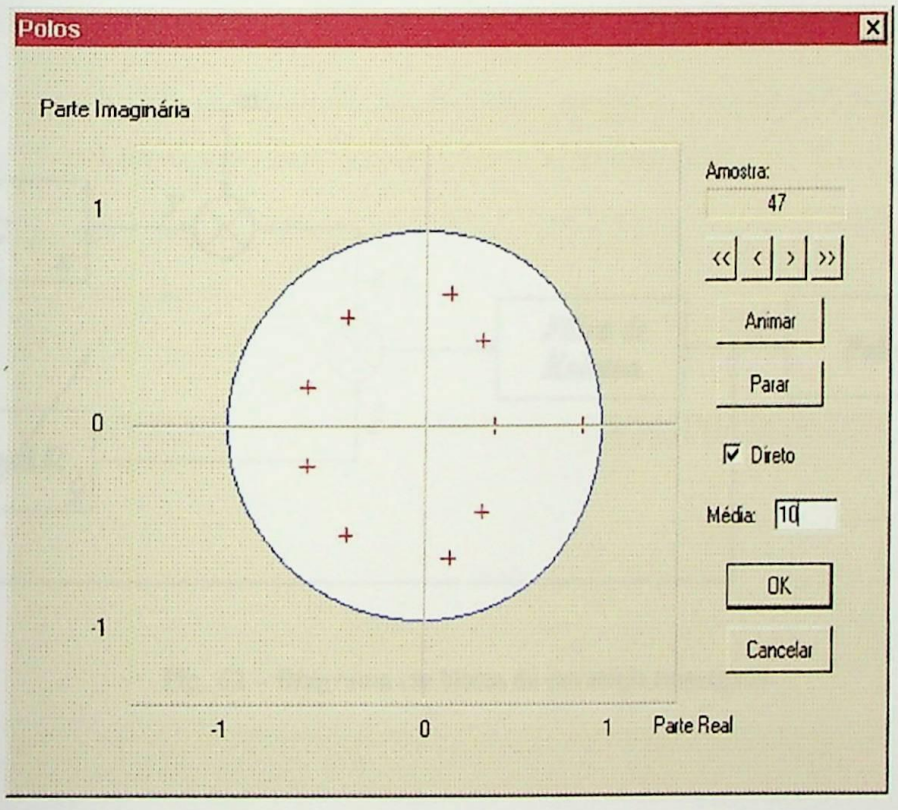


Fig. 61 – Caixa de Diálogo com a apresentação dos pólos do modelo AR

5 Resumo dos passos para a utilização da função de estimação e cálculo das raízes:

A metodologia aplicada para a geração de características do sinal de EEG pode ser resumida em três etapas:

- Escolhe-se o trecho correspondente ao qual será ajustado o Modelo AR;
- Aplica-se o *Filtro de Kalman* para estimar os estados que correspondem a um Modelo AR do sinal de EEG;
- Calculam-se as raízes (pólos) dos polinômios associados ao modelo AR e apresenta os dados na tela.

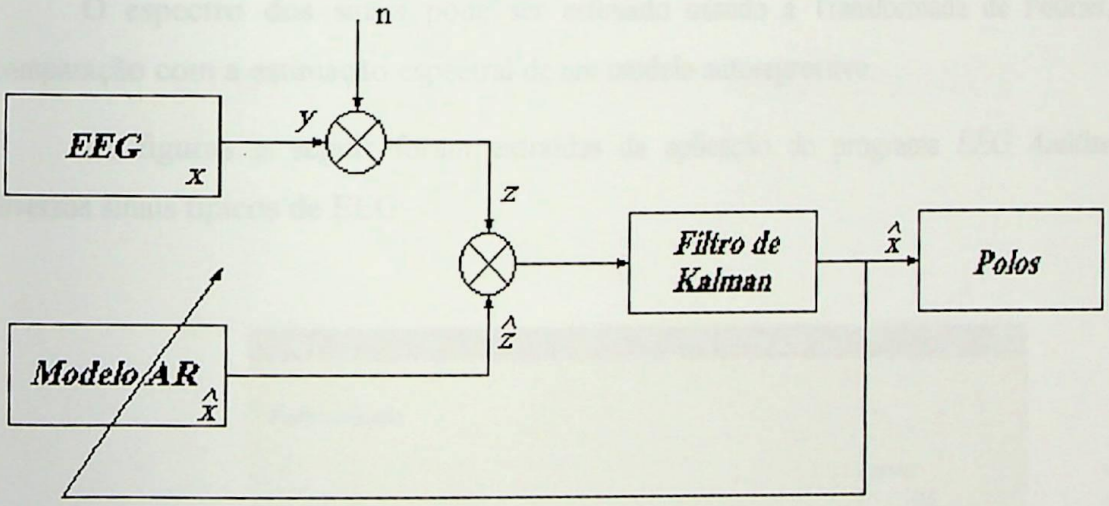


Fig. 62 – Diagrama em blocos da estratégia empregada

CAPÍTULO 7

RESULTADOS

Seguindo os procedimentos descritos nos capítulos anteriores, e adotando o modelo mais genérico que é o Modelo Linear Dinâmico, foi construído um programa para manipular os sinais de EEG de modo a obter uma segmentação, com uma faixa de atuação não muito estreita.

O formato usado para os arquivos de dados de EEG, é o mais comumente usado em todas as transferências de sinais biológicos que é o formato EDF (European Data Format), cuja especificação encontra-se descrita no Anexo C.

O espectro dos sinais pode ser estimado usando a Transformada de Fourier, em comparação com a estimação espectral de um modelo autoregressivo.

As figuras a seguir foram extraídas da aplicação do programa *EEG Análise* em diversos sinais típicos de EEG:

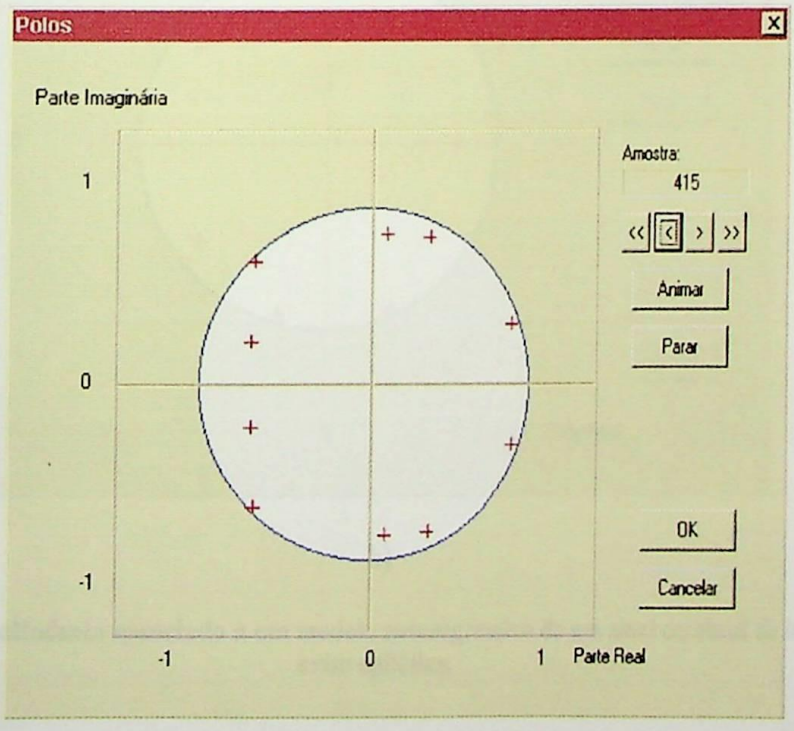
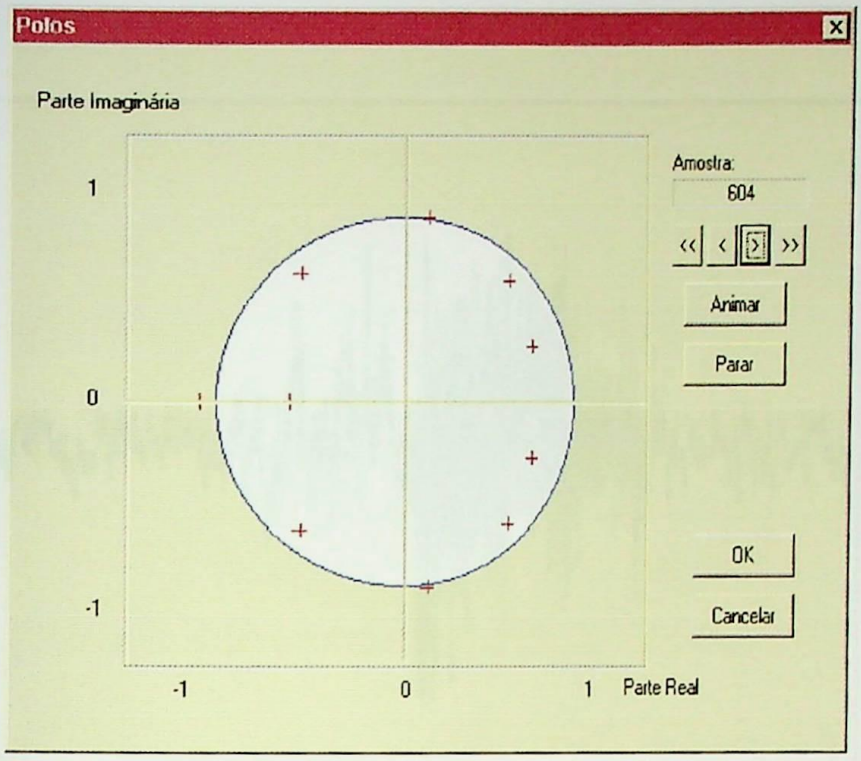
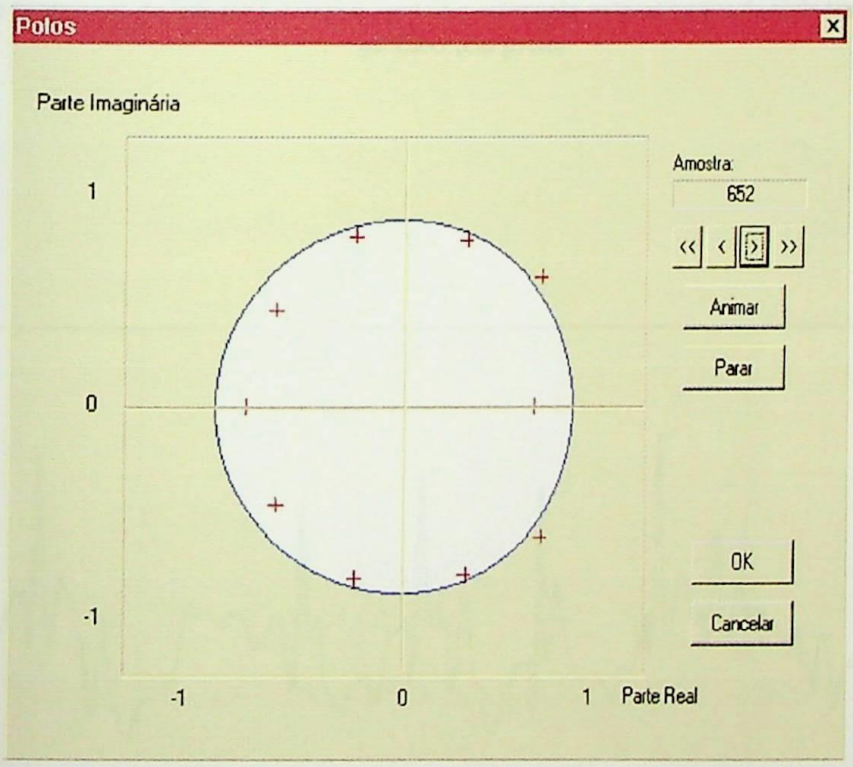


Fig. 63– Raízes do polinômio associado a um modelo autoregressivo de um sinal cerebral, momentos antes do início de uma crise epilética.

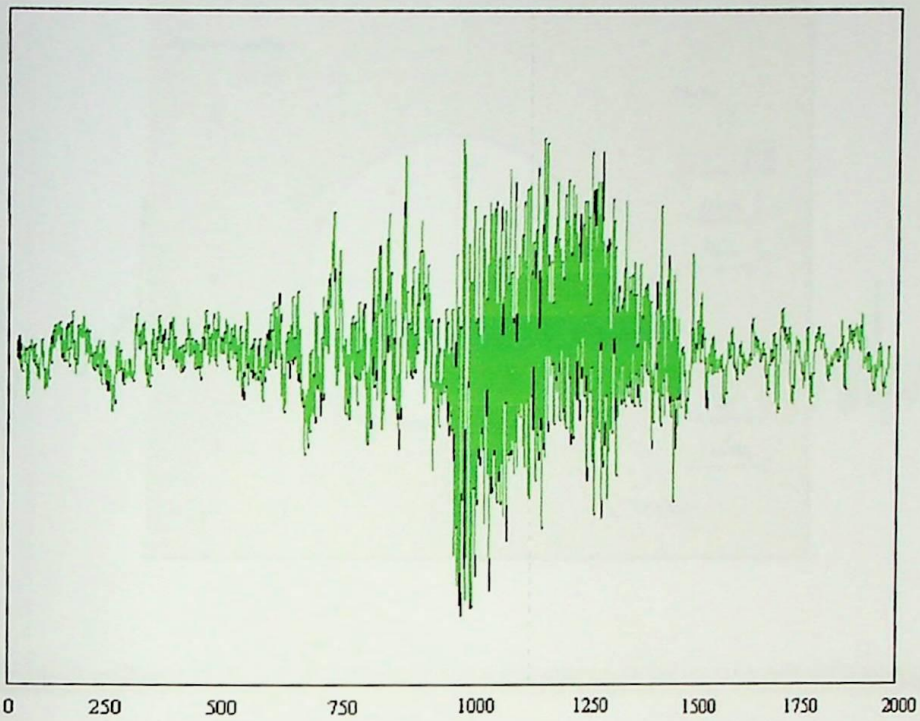


a)



b)

Fig. 64 – Raízes do polinômio associado a um modelo autoregressivo de um sinal cerebral do início de uma crise epilética.



Escola Federal de Engenharia de Itajubá - EFEI
Biblioteca
MAUÁ

Fig. 65 – Série temporal de um EEG: curva verde é a estimação autoregressiva da série temporal original do EEG (em preto)

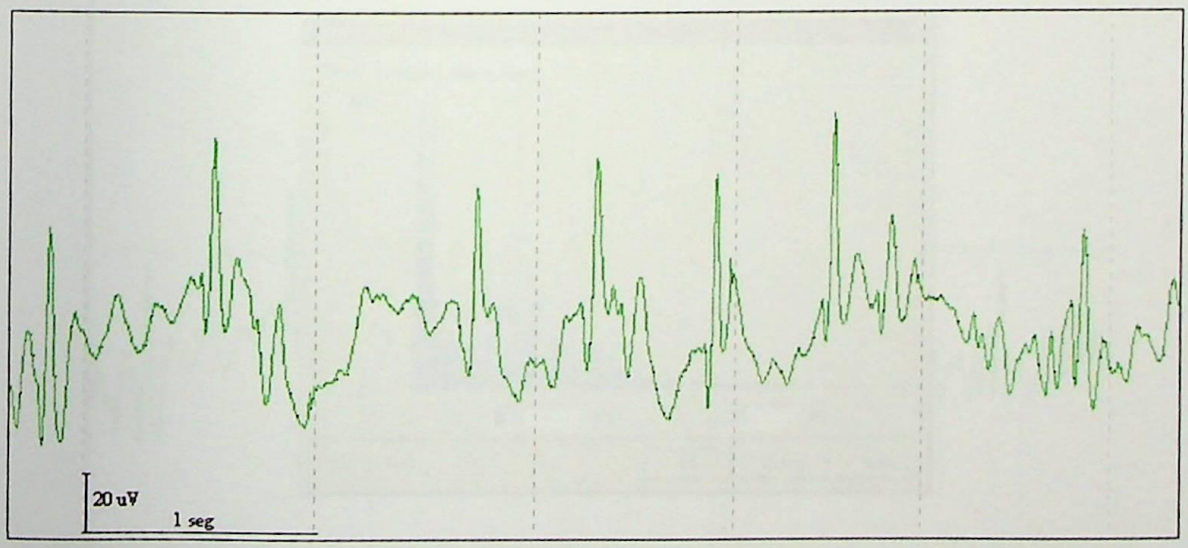


Fig. 66 – Série temporal de um EEG não patológico, estimada usando um modelo autoregressivo dinâmico



Fig. 67 – Tela do programa representando as raízes do modelo autoregressivo ajustado a um trecho de EEG não patológico.

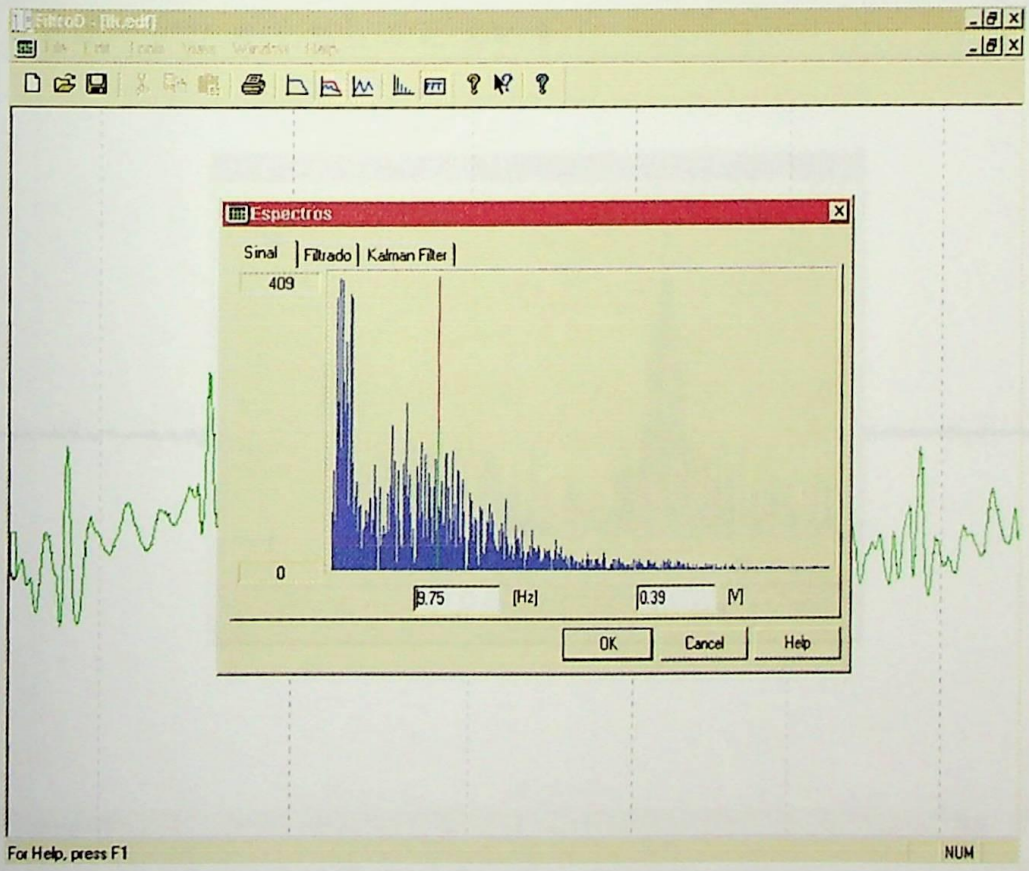


Fig. 68 – Espectro correspondente estimado usando a FFT

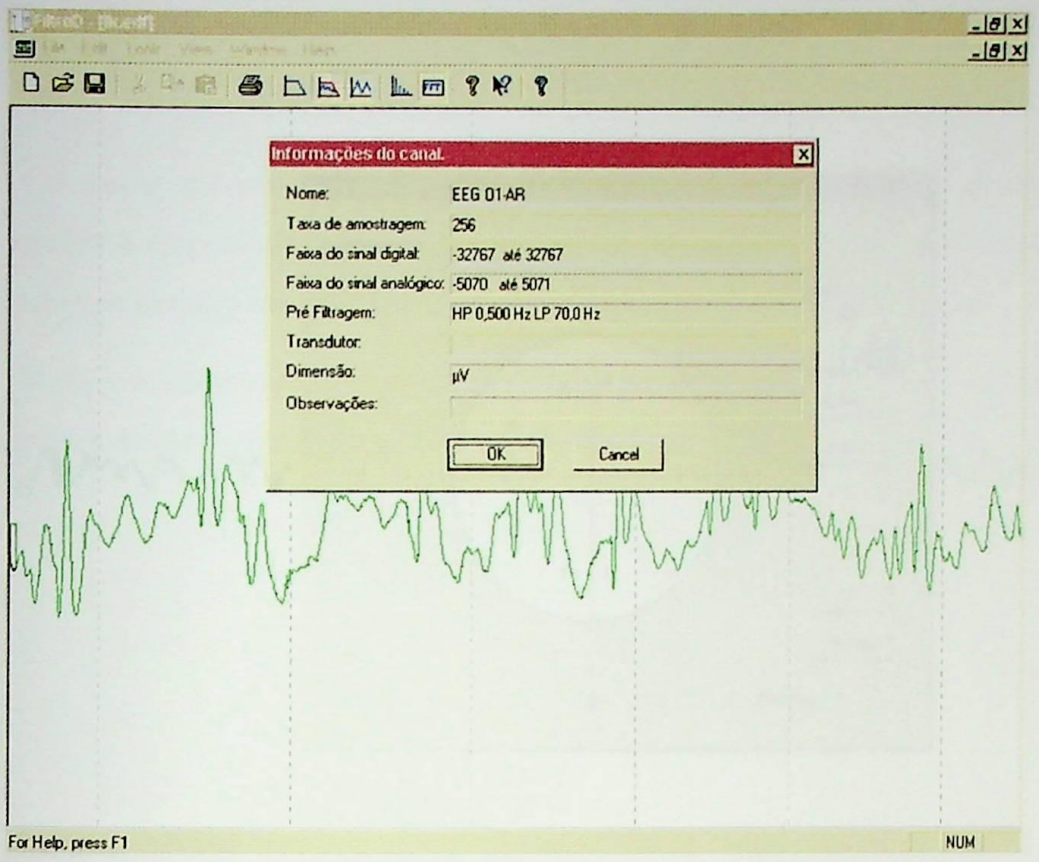


Fig. 69 – Informações sobre o canal que está sendo manipulado.



Fig. 70 – Espectro de um sinal patológico.

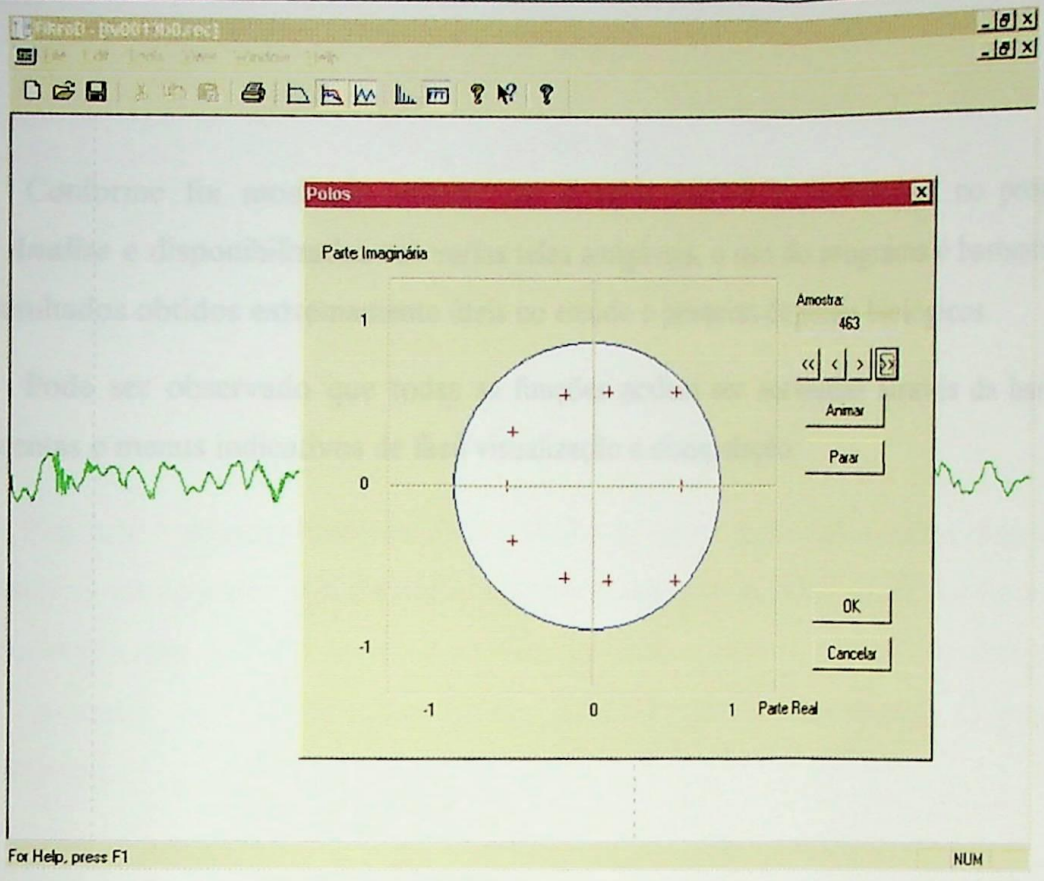


Fig. 71 – Pólos relacionados a um trecho de EEG do paciente 5 em um momento onde não há nenhum sinal de crise.

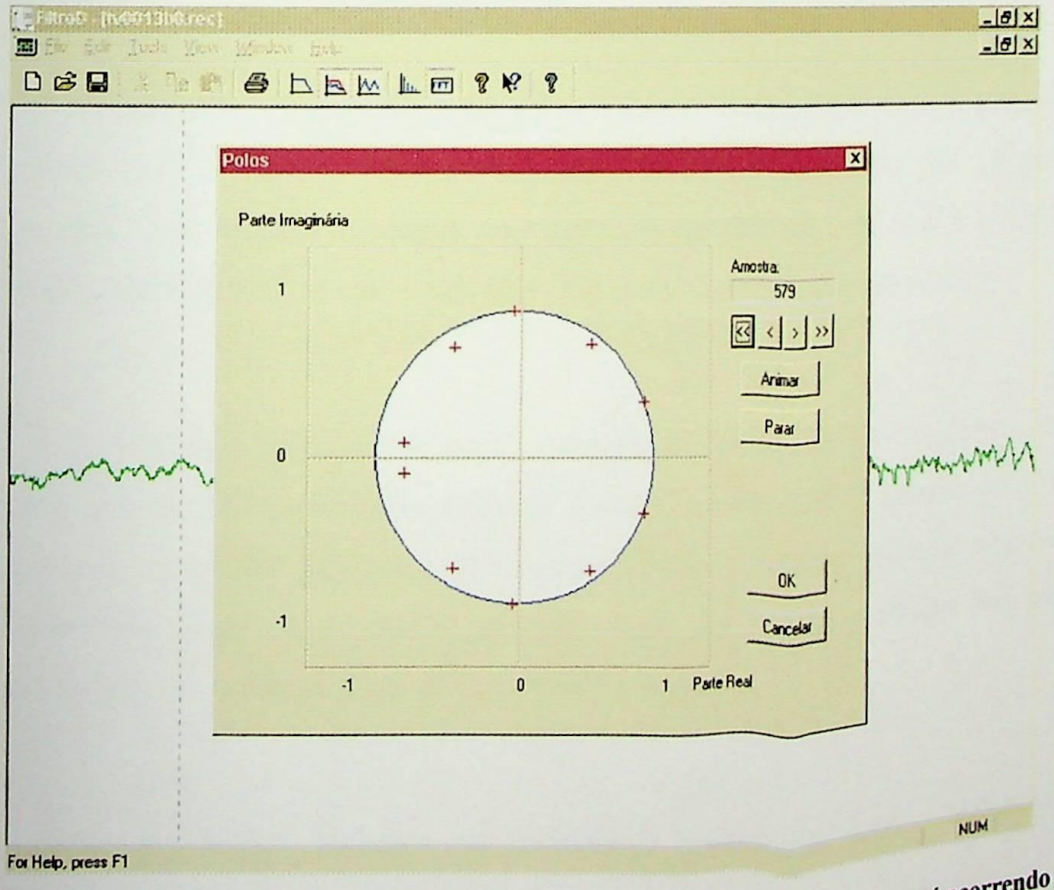


Fig. 72 – Pólos relacionados a um trecho de EEG do paciente 5 em um momento onde está ocorrendo uma descarga epilética psicomotora. Notar que durante a ocorrência de uma crise, a localização dos pólos no plano z se aproxima da unidade

Conforme foi mostrado através das diversas funções implementadas no programa ***EEG Analise*** e disponibilizadas nas varias telas amigáveis, o uso do programa é bastante fácil e os resultados obtidos extremamente úteis no estudo e pesquisa de sinais biológicos.

Pode ser observado que todas as funções podem ser acessadas através da barra de ferramentas e menus indicativos de fácil visualização e manipulação.

CAPÍTULO 8

CONCLUSÃO

Durante o desenvolvimento deste trabalho foram avaliados vários pontos importantes, tais como as características e formatos disponíveis dos sinais de EEG, Modelos Matemáticos para a investigação do sinal, técnicas do *Filtro de Kalman*, além de explorar uma metodologia para a extração de características do sinal de EEG, que foi implementada no programa *EEG Análise*.

O *Filtro de Kalman* mostrou ser uma poderosa ferramenta para a estimação de estados e os resultados obtidos, usando esta técnica, foram extremamente satisfatórios.

O Modelo AR utilizado para representar o sinal de EEG é eficiente, pois fazendo uma comparação entre o espectro do sinal original e o espectro do Modelo AR, foi possível observar que este modelo consegue uma excelente representação do sinal de EEG. Na comparação visual dos sinais este modelo também apresentou resultados satisfatórios.

A metodologia desenvolvida para a estimação de um modelo Autorregressivo para a série temporal do EEG, utilizando *Filtro de Kalman*, e a extração de características deste sinal, baseado no cálculo dos pólos do modelo AR (Autorregressivo) estimado, mostrou ser uma ferramenta poderosa no auxílio da interpretação dos resultados obtidos dos exames médicos, facilitando a classificação de características típicas.

Essas conclusões puderam ser amplamente comprovadas com a utilização do programa *EEG Análise*.

A aplicação do cálculo das raízes associadas ao modelo matemático estimado para um sinal qualquer, mostrou ser uma ferramenta interessante na investigação de padrões contidos em sinais. Essa técnica, já descrita na literatura aplicada em sinais de ECoG (Eletrocorticograma) [53,54,55], foi utilizada neste trabalho para sinais de EEG, onde foi demonstrado sua validade na segmentação deste sinal, mostrando que é possível separar com clareza regiões com características distintas.

Observando-se o comportamento dos pólos do modelo AR. Pode-se notar que eles tendem para um posicionamento próximo do circulo de raio unitário, limite de estabilidade, quando há uma aproximação de um estado de crise. Estes mesmos pólos, tendem a locais mais estáveis, dentro do circulo de raio unitário, quando a atividade de fundo se apresenta com freqüências mais reduzidas. O extensivo uso e teste destas propriedades em diversos tipos de sinais de EEG, demonstrou que a metodologia utilizada e implementada neste trabalho é extremamente útil para a segmentação destes sinais.

O programa *EEG Análise* foi especialmente desenvolvido para a utilização em projetos de pesquisa. Desta forma, foi concebido, estruturado e implementado, utilizando a filosofia da *Orientação a Objetos*, o que flexibiliza sua manutenção e expansão, além de se beneficiar de todas as outras vantagens que esta filosofia proporciona, tais como: compatibilidade, portabilidade, segurança, reusabilidade, facilidade de integração, facilidade de extensão e alto grau de eficiência.

Os principais benefícios implementados no programa *EEG Análise* são:

- Fácil utilização por apresentar uma interface amigável;
- Utiliza um formato de arquivo padronizado (EDF), o que possibilita seu uso por outros grupos de pesquisa;
- É especialmente adequado para possibilitar ao pesquisador médico avaliar sinais típicos para extração de padrões característicos;
- Possibilita uma comparação dos resultados obtidos pelos diversos métodos implementados, de forma rápida e visualmente clara;

- Permite a investigação de características dentro de um sinal de EEG;
- Pode ser utilizado apenas como um EEG digital;

Os resultados obtidos foram consistentes e comprovam os benefícios visualizados e descritos acima.

Um dos mais importantes objetivos perseguidos por este trabalho e plenamente alcançado foi a implementação de uma ferramenta de suporte a investigação visual de patologias no sinal de EEG.

A aplicação da ferramenta desenvolvida neste trabalho para sinais cardíacos (ECG), apresentou também resultados interessantes devido à sua periodicidade e menor complexidade quando comparada com os sinais de EEG, o que possibilitará no futuro estudos mais profundos do sinal de ECG como sinal de análise.

Como sugestão para trabalhos futuros, pode-se citar :

- Aplicação de *Redes Neurais* e *Algoritmos Genéticos* para a classificação das características das raízes de um modelo AR ajustado a um sinal de EEG;
- Aplicação da metodologia proposta em outros sinais biológicos, tais como os Potenciais Evocados (PE), Eletrocardiograma (ECG), Eletromiograma (EMG), etc.;
- Investigação de diferentes estados mentais, a ser utilizado como um passo para a criação de uma interface cerebral com computadores e outros equipamentos eletrônicos;
- Analisar o comportamento das trajetórias descritas pela animação das raízes relacionadas ao modelo AR dentro do circulo de raio unitário;

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] Berger, H. *"Über das Elektrekephalogramm des Menschen"*. Archiv für Psychiatrie und Nervenkrankheiten Vol 87, 527-570, 1929.

[2] Caton, R. *"The electrical currents of the brain"*. British Medical Journal Vol 2, 278, 1875.

[3] Kalman, R. E. "*A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems*" Transaction of the ASME—Journal of Basic Engineering, pp. 35-45 ,1960.

[4] Duquesnoy, A. J.: "*Segmentation of EEG's by means of Kalman Filtering*". Progress Report 5 Inst. Med Phys., Da Costakade 45, Utrecht, Netherlands,1976. 87-92p.

[5] Jansen, B.H., Bourne, J.R. and Ward, J.W.: "*Autoregressive Estimation of Short segment spectra for Computerized EEG Analysis.*" IEEE Trans. Biomedical Eng. Vol. BME-28, No 9, 1981. pp 630-637.

[6] Duquesnoy, A. J.: "*Analysis of nonstationary electroencephalograms using a modified Kalman filter*". M.Sc thesis. Technical University, Eindhoven, 1975.

[7] Jansen, B.H.: "*EEG segmentation and classification: An explorative study*". Ph.D. thesis, Free University, Amsterdam, The Netherlands, 1979.

[8] Lopes da Silva, F.H., Dijk, A. and Smits, H.: "*Detection of nonstationarities in EEG's using the autoregressive model - an application to EEG's of epileptics*". In: CEAN: Computerized EEG analysis (Eds. G. Dolce and H. Künkel), Stuttgard: G. Fischer Verlag , 1975. 180-199p.

[9] Kellaway, P. "Automation of Clinical Electroencephalography: The Nature and Scope of the Problem" in Kellaway, P. and Petersén, I., Automation of Clinical Electroencephalography. Raven Press, New York, USA, 18-19, 1973.

[10] Rechtschaffen, A., Kales, A. (Eds.) "A manual of standardized terminology, techniques and scoring system for sleep stages of human subjects. U.S. Public Health Service, U.S. Government Printing Office, Washington D.C., USA, 1968.

[11] Hasan, J., Jalonen, J., Vaahtoranta, K., Saarikivi, I., Aronen, T. "*Intra- and inter-subject variability of EEG waveforms studied with a hybrid system*" in Koella, W. (Ed.) Sleep 1982, S. Karger, Basel, Switzerland, 171-173, 1983.

[12] Chatrian, G., Bergamini, L., Dondey, M., Klass, D., Lennox- Buchthal, M., Petersén, I. "A glossary of terms most commonly used by clinical electroencephalographers". Elec-troenceph. and Clin. Neurophysiol., Vol 37, 538-548, 1974.

[13] Celestia, G., Chen, R. "*Parameters of spikes in human epilepsy*". Dis. Nerv. Syst., Vol 37, 277, 1976.

[14] Isaksson, A., Wennberg, A. and Zetterberg, L.H., "*Computer analysis of EEG signals with parametric models*", Proc IEEE, vol. 69, pp. 451-461, 1981

[15] Duffy, Frank H., MD, *"Introduction to EEG and QEEG"*, Clinical Neurophysiology Laboratory, Boston Children's Hospital. Disponível em http://fhdno2.tch.harvard.edu/www/qeeg/qeegintro.html

[16] Duffy, F.H., Iyer, V.G., Surwillo, W.W. *"Clinical Electroencephalography and Topographic Brain Mapping; Technology and Pratice"*. New York: Springer-Verlog New York Inc, 1989. 283p.

[17] Kemp, B., Värri, A., Rosa, A. C., Nielsen, K. D., Gade, J., "*A simple format for exchange of digitized polygraphic recordings*" Electroencephalography and Clinical Neurophysiology, 82 (1992) 391-393

[18] Ewen, J. A., Anderson, G. B. *"Modeling the stationary and Gaussianity of spontaneous electroencephalografic activity."* IEEE Trans. Biomed. Eng., vol BME-22, pp.361-369, 1975.

[19] Dodenstein G. and Praetorius H. M., "*Feature extraction from the encephalogram by adaptive segmentation*," Proc. IEEE, 1977, 65:642-652

[20] Fenwick, P. B. C. et al., "*Mathematical simulation of electroencephalogram using an autoregressive series*," Biomed. Comput., vol 2, pp.281-307, 1971.

[21] Press W H, Teukolsky S A, Vetterling W T, Flannery B P, "*Numerical Recipes in C: The art of scientific computing*" (ISBN 0-521-43108-5), 2nd Edition, Cambridge University Press, 1992. http:\\www.nr.com

[22] Saltzberg, B. et al. "*A new approach to signal analysis in electroncephalography.*" IRE Trans. Med Electron., vol 8, pp 24-30, 1957.

[23] Barlow J S, "*Methods of Analysis of Nonstationary EEGs, with Emphasis on Segmentation Techniques: A Comparative Review*", J. Clin. Neurophysiol., 1985, 2(3): 267-304.

[24] Pardey, J., Roberts, S., Tarassenko, L. (1996). "*A Review of Parametric Modeling Techniques for EEG Analysis*". Med. Eng. Phys., 18(1), 2-11. disponível no endereço http://www.ee.ic.ac.uk/hp/staff/sjrob/Pubs/jmep.ps.gz

[25] Makhoul J, "*Linear Prediction: A Tutorial Review*", Proc. IEEE, 1975, 63(4): 561-580.

[26] Andersen N, "*Comments on the Performance of Maximum Entropy Algorithms*", Proc. IEEE, 1978, 66(11): 1581-1582.

[27] Cadzow J A, "*Spectral Estimation: An Overdetermined Rational Model Equation Approach*", Proc. IEEE, 1982, 70(9): 907-939.

[28] Kay S M, Marple S L, "*Spectrum Analysis - A Modern Perspective*", Proc. IEEE, 1981, 69(11):1380-1419.

[29] Harris F J, "*On the Use of Windows for Harmonic Analysis with the Discrete Fourier Transform*",Proc. IEEE, 1978, 66(1): 51-83.

[30] Akaike H, "*A New Look at the Statistical Model Identification*", IEEE Trans. Autom. Contr., 1974, 19(6): 716-723.

[31] Parzen E, "*Some Recent Advances in Time Series Modelling*", IEEE Trans. Automat. Contr., 1974, 19(6): 723-730.

[32] Akaike H, "*Fitting Autoregressions for Prediction*", Ann. Inst. Statist. Math., 1969, 21: 243-247.

[33] Rezek, I., Roberts, S.J., (1997). "*Parametric Model Order Estimation: A Brief Review*". IEE Colloquium on the Use of Model-based Digital Signal Processing Techniques in the Analysis of Biomedical Signals, April 1997. Disponível no endereço http://www.ee.ic.ac.uk/research/neural/irezek/publication/iee_bio_sig97.ps.gz

[34] Roberts S., Tarassenko L, "*Analysis of the Sleep EEG Using a Multilayer Network with Spatial Organisation*", IEE Proceedings - F, 1992, 139(6): 420-425.

[35] Penny, W.D., and Roberts, S.J. (1998) "*Dynamic models for nonstationary signal segmentation*" Technical Report. To appear in Computers and Biomedical Research. http://www.ee.ic.ac.uk/research/neural/wpenny/publications/dynamic-tech.ps

[36] Penny, W.D., and Roberts, S.J., (1998). "*Dynamic Linear Models, Recursive Least Squares and Steepest Descent Learning*". Technical Report. Disponível no endereço http://www.ee.ic.ac.uk/research/neural/wpenny/publications/kalman.ps

[37] Joseph, P.D. "Lessons on Kalman Filter". Disponíveis em seu site pessoal no endereço http://ourworld.compuserve.com/homepages/PDJoseph/

[38] Bozic, S.M. "*Digital and Kalman Filtering: An Introduction to Discrete-Time Filtering and Optimum Linear Estimation*". Edward Arnold Publishers, London, 1979.

[39] Jaquot, R. G., "*Modern Digital Control System*", Marcel Dekker, New York 1995.

[40] Welch, G., Bishop, G., "*An Introduction to Kalman Filter*", TR 95-041, Department of Computer Science, University of North Carolina at Chapel Hill, Chapel Hill, NC 27599-3175. ou http://www.cs.unc.edu/~welch/kalman/

[41] Muller, E. L. Jr, "*Identificação da resistência rotórica e estimação de estados do motor de indução alimentado por inversor PWM, com utilização de filtros de Kalman*" Dissertação de mestrado. Escola Federal de Engenharia de Itajubá, 1991.

[42] http://www.hepl.harvard.edu/~rlee/minos/kalman/

[43] Chapman, G.: *An Introduction to Kalman Filtering* (1997). http://servo.engga.uwo.ca/~chapmgs/time_series.html

[44] Arndt, C.: *Data Fusion with Kalman Filters / Optimal Extraction of information.* ZESS University of Siegen. www.nv.et-inf.uni-siegen.de/pb2/arndt/k-filter.htm

[45] Maybeck, Peter S., "*Stochastic Models, Estimation, and Control*" Volume 1, Academic Press, Inc. 1979

[46] DeFreitas, J.F.G., Niranjan, M., and Gee. A.H., Hierarchical Bayesian-Kalman Models for Regularisation and ARD in Sequential Learning. Technical Report CUED/FINFENG/TR 307, Department of Engineering, Cambridge University, 1998. Also avaiable from http://svr-www.eng.cam.ac.uk/ jfgf/publications.html.

[47] Abraham B., Ledolter J., "*Statistical methods for forecasting.*" John Wiley, 1983.

[48] Jazwinski. A.H., "*Adaptive Filtering*". Automatica, 5:475-485, 1969.

[49] Kruglinski, D. J.: "*Inside Visual C++*", 4ª Ed, Microsoft Press , 1997.

[50] Bernardi, A. : "*Apostila Curso Visual C++, MFC*", Itajubá. 1999. 170p

[51] Coad, P., Yourdon, E. : "*Análise Baseada em Objeto*", 2ª Ed, Editora Campus, Rio de Janeiro, 1991. 225pp.

[52] Pacitti, P. Atkinson, C. P., "*Programação e métodos computacionais.*" Rio de Janeiro: LTC Editora S.A, 1976. 665p.

[53] Bozek-Kuzmicki, Maribeth; Weinstein, Steven L.; Benke, George; Schiff, Steven J. "*Development of an AR-Pole Statistic for ECoG Seizure Detection*" MITRE Corp., McLean (U.S.A.); Children's National Med. Ctr., Washington (U.S.A.) http://bme01.engr.latech.edu/cdrom/texts/515.html

[54] Patomäki, Lauri; Kaipio, J.P.; Karjalainen, Pasi A. *Univ. of Kuopio, Kuopio (Finland) Tracking of Nonstationary EEG with the Roots of ARMA Models.* Proceedings of the 1995 IEEE Engineering in Medicine and Biology Annual Conference, Sept 20--23, 1995, Montreal, Canada. http://bme01.engr.latech.edu/cdrom/texts/047.html

[55] 1995 IEEE Engineering in Medicine & Biology 17th Annual Conference http://bme01.engr.latech.edu/cdrom/embc95.html

[56] Anderson, C., Stolz, E., and Shamsunder. S., *"Discriminating Mental Tasks Using EEG Represented by AR Models"*. Proceedings of the 1995 IEEE Engineering in Medicine and Biology Annual Conference, Sept 20--23, 1995, Montreal, Canada. (32 KB compressed postscript) http://www.cs.colostate.edu/~anderson/pubs/embc.ps.Z

[57] Anderson, C., Stolz, E., and Shamsunder, S., *"Multivariate Autoregressive Models for Classification of Spontaneous Electroencephalogram During Mental Tasks"*. IEEE Transactions on Biomedical Engineering, vol. 45, no.3, pp.277-286, 1998, (127 KB compressed postscript) http://www.cs.colostate.edu/~anderson/pubs/trbe.ps.Z

[58] Anderson, C., and Sijercic, Z., *"Classification of EEG Signals from Four Subjects During Five Mental Tasks"*. In Solving Engineering Problems with Neural Networks: Proceedings of the Conference on Engineering Applications in Neural Networks (EANN'96), ed. by Bulsari, A.B., Kallio, S., and Tsaptsinos, D., Systems Engineering Association, PL 34, FIN-20111 Turku 11, Finland, pp. 407--414, 1996. http://www.cs.colostate.edu/~anderson/pubs/eanneeg96.ps.Z

[59] Penny, W.D., and Roberts, S.J., (1999) *"Experiments with an EEG-based computer interface"* Technical Report. Disponível no endereço http://www.ee.ic.ac.uk/research/neural/wpenny/publications/experiments.ps

[60] Balestrassi, P. P, *"Implementação de um sistema de mapeamento cerebral computadorizado"* Dissertação de mestrado. Escola Federal de Engenharia de Itajubá, 1992.

[61] Smith, S. W., *"The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing"* California Technical Publishing ISBN 0-9660176-3-3 (1997)

[62] Ogata, K., *"Engenharia de Controle Moderno"*. Editora Prentice Hall do Brasil, Rio de Janeiro, 1982.

ANEXO A

SIMULAÇÃO DE FILTRO DE KALMAN 1

A seguir encontra-se a listagem do arquivo **.m** utilizado para a primeira Simulação do Capítulo 4.

EstConst.m

```
%--------------------------------------------------------------------
% KALMAN FILTER
%----------------
%
% Este programa simula o Filtro de Kalman para um sistema dinâmico
% que é uma constante aleatória
%
%-----------------------
% Modelo do processo:
%-----------------------
% xk+1 = Ak xk + Buk + wk
%      = xk + wk
%---------------------------
% Modelo do sistema de medida:
%---------------------------
% zk  = Hk xk + vk
%     = xk + vk
%-------------------------------
% ruido de entrada estacionario Q
% ruido de medida estacionario R
%-------------------------------
% Equações de atualização de tempo
%-------------------------------
% x_hat(k+1) = x_hat(k)
% P1(k+1) = P(k) + Q
%-------------------------------
% Equações de atualização de medida
%-------------------------------
% K(k)=P1(k){inv[P1(k)+ R]}
% x_hat(k)= x_hat(k-1)+K(k)[z(k)-x_hat(k-1)]
% P(k)=(1 - K(k))P1(k)
%--------------------------------------------------------------------
clear;

% número desejado de iterações
lengh=60;

%-------------------------------------------------
% Geração do sinal corrompido por um ruído aleatório
```

```
%-----------------------------------------------------
s_dev = 0.2;    % desvio padrão do erro na medida
C1 = -0.12345; % constante escolhida aleatoriamente

% Geração do Ruído aditivo e seus parâmetros
V = s_dev*(rand(lengh,1)-0.5);
W = 0;

for k=1:lengh;
  z(k)= C1 + V(k);
  zSign(k) = C1;
end



%-------------------------------------------------------------------------
%
% Primeira Simulação R = variância do ruído
%
%--------------------------------
% Parâmetros do Filtro de Kalman
%--------------------------------
R = s_dev^2;
Q = 1e-5;       %pequeno erro introduzido para flexibilizar o filtro

%--------------------------------
% Inicializacão do Filtro de Kalman
%--------------------------------
P1 = 1;
x_hat_prev = 0;

%-----------------------------
% Execução do Filtro de Kalman
%-----------------------------
for k=1:lengh

   % atualização da medida
   K(k) = P1 * inv( P1 + R );
   x_hat(k)= x_hat_prev + K(k) * [z(k) - x_hat_prev];
   P(k) = (1 - K(k)) * P1;

   % projeção no tempo
   x_hat_prev = x_hat(k);
   P1 = P(k) + Q ;

end

%-------------------
% Plotar Resultados
%-------------------
t=1:lengh;
SUBPLOT(2,2,1), plot(t, zSign,'r',t,x_hat,'b',t,z,'K+' )
xlabel('Amostras'), ylabel('Tensão')
grid;
SUBPLOT(2,2,2), plot(P,'b')
xlabel('Amostras'), ylabel('Erro')
grid;
```

```
%-------------------------------------------------------------------------
%
% Segunda Simulação R = variância do ruído * 100
%
%---------------------------------------------------------
% Parâmetros do Filtro de Kalman
%---------------------------------------------------------
R = s_dev^2 * 100;
Q = 1e-5;         %pequeno erro introduzido para flexibilizar o filtro

%----------------------------------
% Inicializacão do Filtro de Kalman
%----------------------------------
P1 = 1;
x_hat_prev = 0;

%-----------------------------
% Execução do Filtro de Kalman
%-----------------------------
for k=1:lengh

   % atualização da medida
   K(k) = P1 * inv( P1 + R );
   x_hat(k)= x_hat_prev + K(k) * [z(k) - x_hat_prev];
   P(k) = (1 - K(k)) * P1;

   % projeção no tempo
   x_hat_prev = x_hat(k);
   P1 = P(k) + Q ;

end

%-------------------
% Plotar Resultados
%-------------------
t=1:lengh;
SUBPLOT(2,2,3), plot(t, zSign,'r',t,x_hat,'b',t,z,'K+')
xlabel('Amostras'), ylabel('Tensão')
grid;


%-------------------------------------------------------------------------
%
% Terceira Simulação R = variância do ruído / 100
%
%---------------------------------------------------------
% Parâmetros do Filtro de Kalman
%---------------------------------------------------------
R = s_dev^2 / 100;
Q = 1e-5;         %pequeno erro introduzido para flexibilizar o filtro

%----------------------------------
% Inicializacão do Filtro de Kalman
%----------------------------------
P1 = 1;
x_hat_prev = 0;

%-----------------------------
% Execução do Filtro de Kalman
%-----------------------------
for k=1:lengh
```

Escola Federal de Engenharia de Itajubá - EFEI
Biblioteca MAUÁ BIM

```
    % atualização da medida
    K(k) = P1 * inv( P1 + R );
    x_hat(k)= x_hat_prev + K(k) * [z(k) - x_hat_prev];
    P(k) = (1 - K(k)) * P1;

    % projeção no tempo
    x_hat_prev = x_hat(k);
    P1 = P(k) + Q ;

end


%-------------------
% Plotar Resultados
%-------------------
t=1:lengh;
SUBPLOT(2,2,4), hndl = plot(t, zSign,'r',t,x_hat,'b',t,z,'K+');
set(hndl,'LineWidth',1)

xlabel('Amostras'), ylabel('Tensão')
grid;
```

ANEXO B

SIMULAÇÃO DE FILTRO DE KALMAN 2

A seguir encontra-se a listagem do arquivo **.m** utilizado para a segunda Simulação do Capítulo 4.

EstWiener.m

```
%-----------------------------------------------------------------
% KALMAN FILTER
%-----------------
%
% Este programa simula o Filtro de Kalman para um processo de Wiener
%
%--------------------
% Modelo do processo:
%--------------------
% xk+1 = Ak xk + Buk + wk
%      = xk + wk
%----------------------------
% Modelo do sistema de medida:
%----------------------------
% zk  = Hk xk + vk
%     = xk + vk
% ruido de entrada estacionario Q
% ruido de medida estacionario R
%---------------------------------
% Equações de atualização de tempo
%---------------------------------
% x_hat(k+1) = x_hat(k)
% P1(k+1) = P(k) + Q
%---------------------------------
% Equações de atualização de medida
%---------------------------------
% K(k)=P1(k){inv[P1(k)+ R]}
% x_hat(k)= x_hat(k-1)+K(k)[z(k)-x_hat(k-1)]
% P(k)=(1 - K(k))P1(k)
%-----------------------------------------------------------------

% -------------------------------
% definição do numero de iterações
% -------------------------------
tamanho=100;
```

```
% --------------------------------
% Geração de um processo de Wiener
% --------------------------------

W = 0.2 * randn(tamanho,1);
X(1) = 0;
for k = 1:tamanho-1
  X(k+1) = X(k) + W(k);
end

% ------------------------------------------------
% Inicializa as medidas (corrompidas por um ruido)
% ------------------------------------------------

noise_std_dev = 1;
measurement_noise = noise_std_dev*randn(tamanho, 1);

for k=1:tamanho;
  z(k)= X(k) + measurement_noise(k);
end

% --------------------------------
% Inicializa as variáveis do filtro
% --------------------------------

PHI = 1;
H  =  1;
R  =  (noise_std_dev)^2 ;
Q  =  0.02;
I  = 1;

xk_hat_prev = 0;
Pk_prev = 0;

for k=1:tamanho

   % Calcula o ganho de Kalman:
   K(k) = Pk_prev*H' / (H*Pk_prev*H' + R);

   % Atualiza o estimador:
   x_hat(k) = xk_hat_prev + K(k)*(z(k) - H*xk_hat_prev);

   % Atualiza P:
   P(k) = (I - K(k)*H)*Pk_prev;

   % Projetar valores futuros (time update)
   xk_hat_prev = PHI*x_hat(k);
   Pk_prev = PHI*P(k)*PHI' + Q;

end

t=1:tamanho;

SUBPLOT(2,1,1), plot(t, X,'b--', t, z, 'k+', t, x_hat,'r' )
xlabel('Amostras'), ylabel('Magnitude')
grid

SUBPLOT(2,1,2), plot(P,'b')
xlabel('Amostras'), ylabel('P')
grid
```

ANEXO C

SINAIS OBTIDOS DA INTERNET

Uma série de arquivos contendo sinais de EEG's no formato EDF estão disponíveis na Internet.

Especificamente para a utilização neste trabalho foram utilizados sinais contendo uma patologia já classificada. Alguns deles foram obtidos no Laboratório de processamento de sinais da "Tampere University of Technology" e estão disponíveis no endereço sigftp.cs.tut.fi IP 130.230.5.3.

Os arquivos que serão utilizados para os testes com os algoritmos obtidos são:

Arquivos	**Paciente**	**Descrição**
TV0001B0.REC a TV0004B0.REC	1	contém pequenas descargas epiléticas de um tumor
TV0005B0.REC a TV0008.REC	2	contém tipo irregular de descarga epilética
TV0003A0.REC	3	contém três descargas epiléticas
TV0009B0.REC a TV0012B0.REC	4	contém crises epiléticas com atividade EMG (artefato) sobre o EEG
TV0013B0.REC e TV0014B0.REC	5	contendo crises epiléticas psicomotoras
EXAMPLE.REC		Um exemplo de registro do sono. Não há atividade epilética neste arquivo.

Agradecimentos a Alpo Väerri (varri@cs.tut.fi), por manter o diretório /pub/eeg-data em sigftp.cs.tut.fi do Laboratório de processamento de sinais da Tampere University of Technology, Finlândia.

ANEXO D

INTERFACE COM O PROGRAMA MATLAB

1 Criação do código fonte

Para o cálculo das raízes da série temporal obtida dos coeficientes estimados utilizando o Filtro de Kalman, foi construída uma interface entre o Programa EEG Análise e o programa *MatLab* da MathWork Inc.

O programa *MatLab* permite uma integração de suas funções, com programas feitos utilizando as linguagens C e C++. O Programa EEG Análise foi construído utilizando Visual C++, o que permitiu esta integração.

A seguir estão os passos utilizados para criar esta interface.

PASSO 1 - Acrescentar o *include* necessário para a declaração dos tipos de variáveis e funções de do *MatLab*.

```
#include "engine.h"
```

PASSO 2 - Para iniciar a comunicação com o programa *MatLab*, é necessário criar uma variável do tipo *Engine** e utilizar a função *engOpen*(NULL), conforme código a seguir.

```
Engine *m_ep;
//
//       Start the MATLAB engine
//
if (!(m_ep = engOpen(NULL))) {
       AfxMessageBox ("Não consigo iniciar seção do matlab");
       return FALSE;
}
```

PASSO 3 - Com o canal de comunicação aberto entre o *MatLab* e o programa, o próximo passo será declarar as variáveis de troca de informações (*mxArray*) e utilizar as funções para escrever uma string no ambiente do *MatLab*.

A função *mxCreateDoubleMatrix*( ), é utilizada para criar uma nova matriz com o formato utilizado pelo *MatLab*.

A função *engPutArray*( ), coloca uma matriz criada com *mxCreateDoubleMatrix*( ), dentro do ambiente do *MatLab*.

A função *engEvalString*( ), funciona exatamente como se um comando estivesse sendo executado no ambiente do *MatLab*. A string que é passada como parâmetro deve conter um comando válido no ambiente do *MatLab*.

O trecho a seguir é um exemplo de como utilizar as funções descritas acima.

```
// Declaração de variáveis
mxArray *T = NULL, *a = NULL, *d = NULL;
char buffer[301];
double *Dreal, *Dimag;
double soma = 0.0;
int k;
double pr_data[11];


// passar parametros para matlab
 a = mxCreateDoubleMatrix(1, 11, mxREAL);
 memcpy((char *) mxGetPr(a), (char *) pr_data, 11*sizeof(double));
 mxSetName(a, "A");
 engPutArray(ep, a);

 //
 // Calculate the roots
 //
 engEvalString(ep, "d = roots( A )");
```

PASSO 4 - Uma matriz de dados contendo os resultados gerados pelo *MatLab*, pode ser retornada ao programa utilizando a função *engGetArray*( ). Para separar a parte real e a parte imaginária dos elementos da matriz retornada, pode-se utilizar as funções *mxGetPr*( ), e *mxGetPi* ( ) respectivamente.

O trecho a seguir é um exemplo de como utilizar as funções descritas acima.

```
//
// Get the roots value matriz d
//
d = engGetArray(ep, "d");
if (d == NULL)
{
      AfxMessageBox ("Falha ao retornar matriz!!!");
}
else
{
       Dreal = mxGetPr(d);
       Dimag = mxGetPi(d);
```

```
        for (int j=0;j<10;j++)
        {
                if (Dreal)
                        m_rtr[j] = Dreal[j];
                if (Dimag)
                        m_rti[j] = Dimag[j];
        }
        mxDestroyArray(d);
}

//
// We're done! Free memory, close MATLAB engine and exit.
//
mxDestroyArray(a);
engClose(m_ep);
```

PASSO 5 - Para encerrar a comunicação com o *MatLab*, deve-se utilizar a função *engClose*( ). No entanto as matrizes criadas com *mxCreateDoubleMatrix*( ) devem ser destruídas utilizando a função *mxDestroyArray*( ) para evitar problemas com alocação de memória.

Seguindo os passos descritos acima é possível criar uma interface com o *MatLab*.

2 Construção do programa

Uma vez criada a interface o passo seguinte é construir (compilar e linkar) o programa. Para isso é necessário acrescentar as bibliotecas (.lib) correspondentes, onde estão implementadas as funções utilizadas na interface. Para tanto existem duas alternativas. A primeira é utilizar um arquivo de lote (.bat) fornecido junto com o *MatLab* para criar o programa, e a segunda alternativa é incluir as bibliotecas correspondentes ao projeto e utilizar o próprio construtor do ambiente para criar o programa. Para a interface com o *EEG Análise* foi utilizada a segunda alternativa. É importante observar que os *includes* ficam no diretório X:\MATLAB\EXTERN\INCLUDE, onde X representa a unidade em que o programa *MatLab* foi instalado. Portanto este diretório deve fazer parte do caminho padrão de busca dos *includes* para o compilador utilizado.

Algumas bibliotecas de vínculo dinâmico (.dll) são necessárias para o funcionamento do programa criado. São elas: *libeng.dll*, *libmat.dll*, *libmx.dll*, *libut.dll*. Alem do próprio programa MatLab que deve estar instalado no computador onde o programa irá funcionar.

Maiores informações podem ser encontradas nos manuais de utilização do programa MatLab, ou em sua ajuda on-line.

ANEXO E

EQUAÇÕES DO FILTRO DIGITAL

1 Filtro Digital Butterworth

O filtro digital implementado no programa *EEG Análise*, é um *Butterworth* passa baixas de 3ª ordem. [38,61]. A Transformada de *Laplace* de sua função de transferência é apresentada na equação (E.1)

$$H(s) = \frac{1}{s^3 + 2s^2 + 2s + 1} \tag{E.1}$$

Utilizando a Transformada Bi-linear, equação (E.2), é possível a representação no domínio discreto de z, do filtro acima.

$$s = \beta \left(\frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \right) \tag{E.2}$$

onde β é um parâmetro que relaciona a freqüência de corte analógica desejada e a taxa de amostragem do sinal. Sua expressão é dada por:

$$\beta = \frac{1}{\tan(\pi f_{sup} T)} \tag{E.3}$$

onde f_{sup} é a freqüência de corte desejada e T é o período de amostragem.

Aplicando (E.2) em (E.1), resulta:

$$H(z) = \frac{1}{\beta^3\left(\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right)^3 + 2\beta^2\left(\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right)^2 + 2\beta\left(\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right)+1} \tag{E.4}$$

Multiplicando o numerador e o denominador da equação (E.4) por $(1+z^{-1})^3$, vem:

$$H(z) = \frac{\left(1+z^{-1}\right)^3}{\beta^3\left(1-z^{-1}\right)^3 + 2\beta^2\left(1-z^{-1}\right)^2\left(1+z^{-1}\right) + 2\beta\left(1-z^{-1}\right)\left(1+z^{-1}\right)^2 + \left(1+z^{-1}\right)^3} \tag{E.5}$$

Resolvendo:

$$H(z) = \frac{1+3z^{-1}+3z^{-2}+z^{-3}}{\beta^3\left(1-3z^{-1}+3z^{-2}-z^{-3}\right) + 2\beta^2\left(1-z^{-1}-z^{-2}+z^{-3}\right) + 2\beta\left(1+z^{-1}-z^{-2}-z^{-3}\right) + \left(1+3z^{-1}+3z^{-2}+z^{-3}\right)} \tag{E.6}$$

Isolando e agrupando os termos em z, obtém-se a expressão no domínio de z para um filtro *ButterWorth,* dada em (E.7):

$$H(z) = \frac{1+3z^{-1}+3z^{-2}+z^{-3}}{\left(\beta^3+2\beta^2+2\beta+1\right) + z^{-1}\left(-3\beta^3-2\beta^2+2\beta+3\right) + z^{-2}\left(3\beta^3-2\beta^2-2\beta+3\right) + z^{-3}\left(-\beta^3+2\beta^2-2\beta+1\right)} \tag{E.7}$$

Para efeito de simplificação, define-se as constantes A, B, C e D como :

$$A = \beta^3 + 2\beta^2 + 2\beta + 1 \tag{E.8}$$

$$B = -3\beta^3 - 2\beta^2 + 2\beta + 3 \quad \text{(E.9)}$$

$$C = 3\beta^3 - 2\beta^2 - 2\beta + 3 \quad \text{(E.10)}$$

$$D = -\beta^3 + 2\beta^2 - 2\beta + 1 \quad \text{(E.11)}$$

O que reduz a expressão (E.7) para:

$$\frac{y(z)}{u(z)} = H(z) = \frac{1 + 3z^{-1} + 3z^{-2} + z^{-3}}{A + Bz^{-1} + Cz^{-2} + Dz^{-3}} \quad \text{(E.12)}$$

A expressão no domínio discreto do tempo *k* pode ser obtida, substituindo z^0 por (*k-0*), z^{-1} por (*k-1*), z^{-2} por (*k-2*), e z^{-3} por (*k-3*), onde *k* representa a amostra atual.

$$y(z)\left(A + Bz^{-1} + Cz^{-2} + Dz^{-3}\right) = u(z)\left(1 + 3z^{-1} + 3z^{-2} + z^{-3}\right)$$

$$Ay(k) + By(k-1) + Cy(k-2) + Dy(k-3) = u(k) + 3u(k-1) + 3u(k-2) + u(k-3)$$

Portanto o valor filtrado atual y(k) pode ser obtido como uma combinação linear das amostras anteriores e dos valore filtrados anteriores. Isto fica claro na expressão (E.13):

$$y(k) = \frac{1}{A}\left(\left(u(k) + 3u(k-1) + 3u(k-2) + u(k-3)\right) - \left(By(k-1) + Cy(k-2) + Dy(k-3)\right)\right) \quad \text{(E.13)}$$

Calculando-se as constantes A, B, C e D, conforme as equações (E.8) a (E.11) respectivamente, e aplicando a equação (E.13) pode-se obter uma filtragem digital.

2 Modelo de Estado para filtro *ButterWorth*

Dividindo o numerador e denominador da equação (E.12) por Az^{-3}, obtém-se a expressão a seguir:

$$\frac{y(z)}{u(z)} = H(z) = \frac{\frac{1}{A}\left(z^3 + 3z^2 + 3z + 1\right)}{z^3 + \frac{B}{A}z^2 + \frac{C}{A}z + \frac{D}{A}} \tag{E.14}$$

$$y(z)\left(z^3 + \frac{B}{A}z^2 + \frac{C}{A}z + \frac{D}{A}\right) = u(z)\left(\frac{1}{A}\left(z^3 + 3z^2 + 3z + 1\right)\right) \tag{E.15}$$

que resulta na seguinte equação de diferenças:

$$y(k+3) + \frac{B}{A}y(k+2) + \frac{C}{A}y(k+1) + \frac{D}{A}y(k) = \frac{1}{A}\left(u(k+3) + 3u(k+2) + 3u(k+1) + u(k)\right) \tag{E.16}$$

Na equação (E.16) pode ser aplicada as seguintes variáveis de estado:

$$x_1(k) = y(k) - h_0 u(k)$$

$$x_2(k) = x_1(k+1) - h_1 u(k)$$

$$x_3(k) = x_2(k+1) - h_2 u(k)$$

onde

$$h_0 = b_0 = \frac{1}{A}$$

$$h_1 = b_1 - a_1 h_0 = \frac{3A - B}{A^2}$$

$$h_2 = b_2 - a_1 h_1 - a_2 h_0 = \frac{3A^2 - 3AB + B^2 - CA}{A^3}$$

$$h_2 = b_2 - a_1 h_1 - a_2 h_0 = \frac{3A^2 - 3AB + B^2 - CA}{A^3}$$

$$h_3 = b_3 - a_1 h_2 - a_2 h_1 - a_3 h_0 = \frac{A^3 + A^2(-3B - 3C - D) + A(3B^2 + 2BC) - B^3}{A^4}$$

que resulta no seguinte sistema de equações matriciais:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -D/A & -C/A & -B/A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{bmatrix} [u(k)] \\ \\ y(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix} + \frac{1}{A} u(k) \end{cases} \tag{E.17}$$

Calculando-se as constantes A, B, C e D, conforme as equações (E.8) a (E.11) respectivamente, e aplicando o sistema (E.17) pode-se obter uma filtragem digital.

Para maiores detalhes sobre a modelagem de estado consultar [62].

ANEXO F

SIMBOLOGIA UTILIZADA NA ANÁLISE E PROJETO BASEADO EM OBJETOS

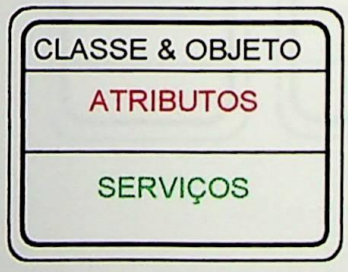
A seguir estão a simbologia e notação de Coad [62], para a Análise e Projeto Baseado em Objetos.

1 Classe



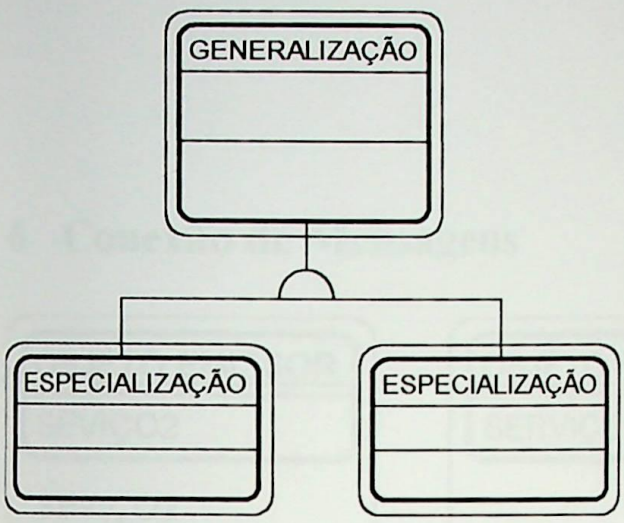
Representa uma Classe abstrata

2 Classe & Objeto



Retângulo mais interno representa a Classe (molde para os objetos). O retângulo mais externo representa os objetos da classe. Uma classe e seus objetos.

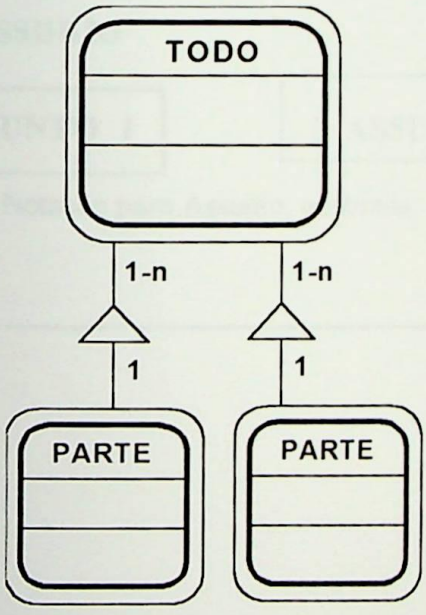
3 Estrutura Generalização - Especialização (Gen-Spec)



Objeto generalizador: apresenta características comuns a todos os objetos especializados

Objetos especializados: apresentam, além das características do objeto generalizador (atributos e serviços), novas características que podem incluir novos atributos e redefinição de serviço

4 Estrutura Todo - Parte



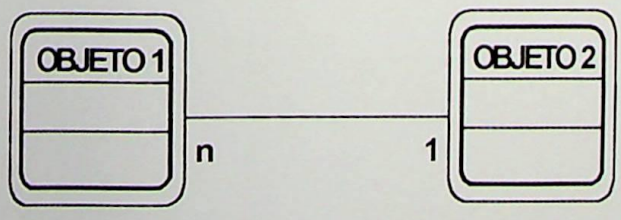
Objeto **Todo**

(1-n) Cada Todo é composto por 1 ou mais partes

Objetos **Parte**

(1) Cada parte pertence a um único Todo

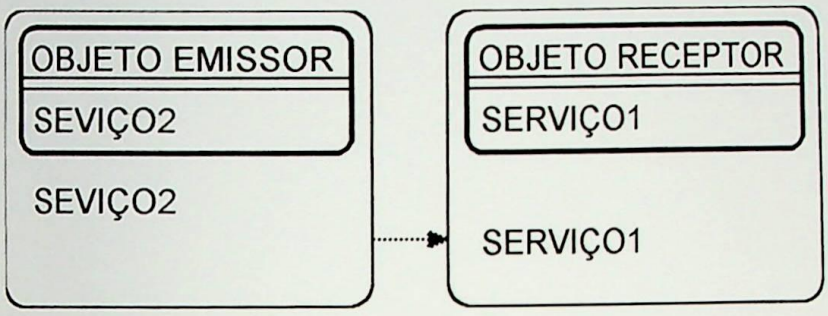
5 Conexões de Ocorrência



Objetos associados entre si. Uma conexão de ocorrência é um mapeamento do domínio do problema que um objeto precisa ter com outros objetos, para cumprir suas responsabilidades.

A numeração ao lado do objeto representa o número de ocorrências do objeto que participam da associação.

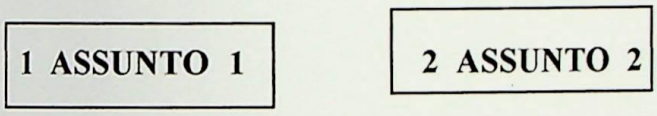
6 Conexão de Mensagens



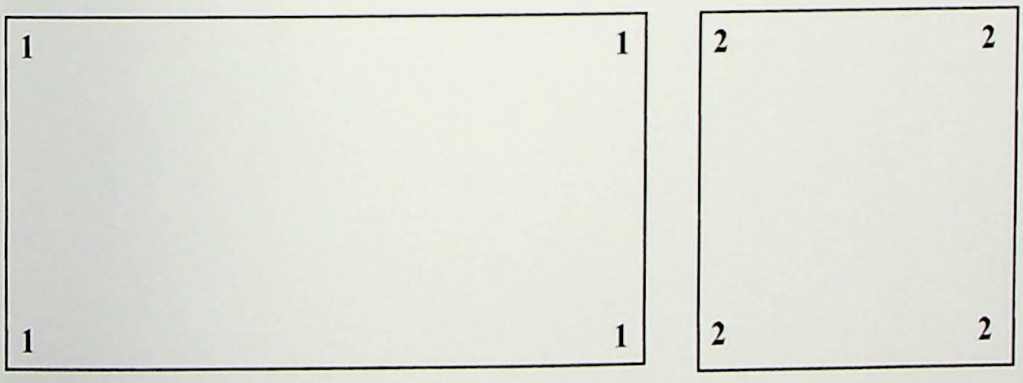
Um emissor envia uma mensagem para um receptor para a realização de um processamento.

Escola Federal de Engenharia de Itajubá - EFEI
Biblioteca MAUÁ BIM

7 Assunto



Notação para Assunto, quebrada



Notação para Assunto, expandida (quando é mostrada com outras camadas).