

TESE

1079

A FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ

**Caracterização das propriedades dinâmicas de
compósitos estruturais carbono reforçado com
fibras de carbono, por técnicas não destrutivas**

MARCELO DA SILVA RIBEIRO

ITAJUBÁ - MG

2000

ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**CARACTERIZAÇÃO DAS PROPRIEDADES DINÂMICAS DE
COMPÓSITOS ESTRUTURAIS CARBONO REFORÇADO COM
FIBRAS DE CARBONO POR TÉCNICAS NÃO DESTRUTIVAS**

MARCELO DA SILVA RIBEIRO

ORIENTADOR: PROF. DR. JOSÉ CÉLIO DIAS

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica como parte dos requisitos para a obtenção do Título de Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica na área de Projeto e Fabricação Mecânica.

ITAJUBÁ-MG

2000

ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**CARACTERIZAÇÃO DAS PROPRIEDADES DINÂMICAS DE
COMPÓSITOS ESTRUTURAIS CARBONO REFORÇADO COM
FIBRAS DE CARBONO POR TÉCNICAS NÃO DESTRUTIVAS**

Marcelo da Silva Ribeiro

Membros da Banca Examinadora

- 1 – Prof. Dr. José Célio Dias
- 2 – Prof. Dr. Luiz Cláudio Pardini
- 3 – Prof. Dr. Márcio Tadeu de Almeida

ITAJUBÁ-MG

2000

Ficha catalográfica elaborada por Biblioteca Mauá – EFEI
Monaliza Maria da Silveira. CRB-6 / 1707

620.179(043.2)
R484c

Ribeiro, Marcelo da Silva.

Caracterização das propriedades dinâmicas de compósitos estruturais carbono reforçado com fibras de carbono por técnicas não destrutivas / por Marcelo da Silva Ribeiro; orientado por José Célio Dias. – Itajubá, MG : EFEI, 2000.

109 p. : il.

Dissertação (mestrado) - Escola Federal de Engenharia de Itajubá.

1. Vibração forçada. 2. Propriedades dinâmicas. 3. Compósitos carbono-carbono. I. Dias, José Célio, orient. II. Escola Federal de Engenharia de Itajubá. III. Título

CLASS.	620.179(043.2)
CUTTER.	R484c
TOMBO.	1079



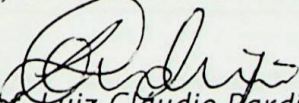
Ministério da Educação
ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ

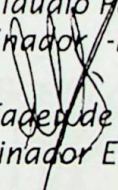
A N E X O I

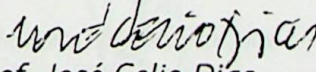
PRONUNCIAMENTO DA BANCA EXAMINADORA

A Banca Examinadora, abaixo assinada, nomeada pela Portaria 289 de 07 de novembro de 2000, considerando o resultado do Julgamento da Prova de Defesa Pública da Dissertação de Mestrado intitulada: "Caracterização das propriedades dinâmicas de Compósitos estruturais carbono reforçado com fibras de carbono, por técnicas não destrutivas". apresenta pronunciamento no sentido de que o Coordenador dos Cursos de Pós-Graduação em Engenharia de Mecânica da Escola Federal de Engenharia de Itajubá solicite ao DRA (Departamento de Registro Acadêmico) a expedição do título de Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica, na área de Projeto e Fabricação", satisfeitas as demais exigências regimentais, à Marcelo da Silva Ribeiro.

Itajubá, 24 de novembro de 2000


Prof. Luiz Cláudio Bordini
1º Examinador -ITA


Prof. Márcio Tadeu de Almeida
2º Examinador EFEI


Prof. José Celio Dias
3º Examinador EFEI



Ministério da Educação e do Desporto
ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ
Reconhecida Lei 3232 - 05/01/1917

ANEXO II

FOLHA DE JULGAMENTO DA BANCA EXAMINADORA

Título da Dissertação: "Caracterização das propriedades dinâmicas de compósitos estruturais carbono com fibras de carbono, por técnicas não destrutivas".

Autor: **Marcelo da Silva Ribeiro**

JULGAMENTO

Examinadores	Conceito	Rubrica
1°	A	
2°	A	
3°	A	

Resultado Médio: Conceito A, ou seja, aprovado Observações:

Itajubá, 24 de novembro 2000

Prof. Luiz Cláudio Pardini
1° Examinador - ITA

Prof. Márcio Tadeu de Almeida
2° Examinador - EFEI

Prof. José Célio Dias
3° Examinador-EFEI (Orientador)

Agradecimentos

À Prof. José Carlos pela confiança, incentivo, apoio, colaboração, amizade e principalmente pela compreensão aos momentos mais difíceis deste trabalho.

À Direção de Pós-Graduação da escola Federal de Engenharia de Minas por acreditar e permitir a realização deste trabalho.

Aos professores e funcionários da UFEL que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.

À Prof. Ricardo Otiz e ao engenheiro José Carlos Fernandes, pelo auxílio na realização das partes experimentais.

À Dr. Luiz Claudio Padua (CTA) pela doação dos materiais e a amiga Sílvia Rafaela de Oliveira, por sua amizade e colaboração.

À CNPQ pela bolsa concedida.

À minha mãe Maria Aparecida da Silva Ribeiro
e minha irmã Márcia Raquel Ribeiro, dedico.

Agradecimentos

1. Introdução

Ao Prof. José Célio, pela confiança, incentivo, apoio, colaboração, amizade e principalmente pela compreensão nos momentos mais difíceis deste trabalho.

2. Agradecimentos

Ao Departamento de Pós Graduação da escola Federal de Engenharia de Itajubá por acreditar e permitir a realização deste trabalho.

2.1.1. Introdução

Aos professores e funcionários da EFEI, que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.

2.1.2. Prof. Ricardo Góz

Ao Prof. Ricardo Góz e ao engenheiro João Carlos Fernandes, pelo auxílio na realização dos ensaios experimentais.

2.1.3. Dr. Luiz Cláudio Pardini

Ao Dr. Luiz Cláudio Pardini (CTA) pela doação dos materiais e a amiga Samanta Rafaela de Omena Pina pela amizade e colaboração.

2.1.4. CNPQ

Ao CNPQ pela bolsa concedida.

3. Caracterização do Compósito CRPC

3.1. Propriedades do Compósito CRPC

3.2. Aplicações do Compósito CRPC

4. Caracterização das Propriedades Mecânicas por Vibração Mecânica

4.1. Introdução

4.2. Vibração Livre

4.3. Vibração Forçada

4.3.1. Construção do Modelo Dinâmico

4.3.2. Equação Para Uma Viga Submetida à Vibração Forçada

Índice

1. Introdução	1
2. Materiais Compósitos e suas Propriedades	
2.1. Generalidades	4
2.2. Tipos de Materiais Compósitos	4
2.3. Reforços	6
2.3.1. Introdução	6
2.3.2. Fibra de Vidro	9
2.3.3. Fibra de Carbono	9
2.3.4. Fibras de Boro	12
2.3.5. Fibras de Aramida	12
2.3.6. Reforços Híbridos	13
2.4. Matrizes	13
2.5. Processos de Fabricação de Materiais Compósitos	14
2.6. Propriedades dos Materiais Compósitos	14
3. Materiais Compósitos de Carbono Reforçado com Fibras de Carbono – CRFC	
3.1. Generalidades	17
3.2. Propriedades do Compósito CRFC	18
3.3. Aplicações do Compósito CRFC	20
4. Caracterização das Propriedades Mecânicas por Vibrações Mecânicas	
4.1. Introdução	22
4.2. Vibração Livre	24
4.3. Vibração Forçada	33
4.3.1. Conceito de Módulo Dinâmico	34
4.3.2. Equação Para Uma Viga Submetida à Vibração Forçada	35

5. Procedimentos Experimentais

Resumo

5.1. Materiais	43
5.2. Equipamentos e Instrumentos	45
5.2.1. Resultados Experimentais Obtidos por Vibração Livre	45
5.2.2. Resultados Experimentais Obtidos por Vibração Forçada	46
5.2.3. Equipamentos Utilizados – Laboratório de Vibrações Mecânicas	47

6. Resultados e Comentários

6.1. Ensaio de Vibração Livre Amortecida	48
6.2. Ensaio de Vibração Forçada	50

7. Conclusões

53

8. Referências Bibliográficas

56

Apêndice I – Influência da Massa Pontual na Equação 4.3.21

60

Apêndice II – Cálculos, Programa Computacional e Dados Obtidos Experimentalmente em Vibração Livre Amortecida

72

Apêndice III – Cálculos, Programa Computacional e Dados Obtidos Experimentalmente em Vibração Forçada

85

Resumo

Ribeiro, Marcelo da Silva, Caracterização das Propriedades Dinâmicas de Compósitos Estruturais Carbono Reforçado com Fibras de Carbono por Técnicas não Destrutivas, EFEI, 2000. 108p. Tese (Mestrado).

Um estudo teórico e experimental foi realizado para a caracterização das propriedades dinâmicas por técnicas não destrutivas de compósitos Carbono Reforçado com Fibra de Carbono (CRFC). Uma viga de CRFC foi submetida a um ensaio de vibração transversal com excitação atuando na posição central da mesma. Através de um analisador de vibração obteve-se as amplitudes transversais em dois pontos da viga. Ambas as leituras, no ponto de excitação da viga e na extremidade livre, foram registradas simultaneamente. Também, foi registrado o ângulo de fase referente às amplitudes nestes pontos. Uma teoria complementar, fundamentada nos conceitos básicos de vibração mecânica, é apresentada para análise dos dados coletados nos ensaios. O procedimento de cálculo desenvolvido permite a caracterização das propriedades dinâmicas de compósitos CRFC em função da frequência de excitação.

Palavras-chave: Vibração forçada, Propriedades dinâmicas, Compósitos carbono-carbono.

Abstract

Ribeiro, Marcelo da Silva, *Characterization of Dynamic Properties of Structural Carbon Reinforced Fibre Carbon Composites by non-Destructive Technique*, EFEI, 2000. 108p.
Tese (Mestrado)

ABSTRACT. A theoretic and experimental analysis for the characterization of the dynamic properties by non-destructive techniques of composites Carbon Reinforced Fibre Carbon (CRFC) was carried out. An excited forced cross transversal vibration was applied to the central part of a beam. The transversal amplitudes of two points of the beam were obtained simultaneously by using a vibration analyser, both for the point of excitation and free end one. The phase angles corresponding to the vibration amplitudes of these points were also obtained. A complementar theory based on the fundamental concepts of mechanical vibration is presented, for the analysis of the experimental data. With these data the dynamic properties of the CRFC composites were evaluated in function of the excitation frequency.

KEY WORDS: Forced vibration, Dynamic properties, Carbon- carbon composites.

Lista de Figuras

2.1. Formas geométricas de reforços fibrosos para compósitos	07
4.1. Diagrama esquemático de um corpo de prova para ensaio em vibração livre	24
4.2. Curva de oscilação amortecida típica.	30
4.3. Esquema do arranjo experimental para teste por vibração mecânica	33
5.1. Representação esquemática da arquitetura do tecido de fibra de carbono do tipo 8HS (a) e do tipo Twill 2x1 (b)	43
5.2. Esquema do arranjo experimental e equipamentos utilizados	46
5.3. Equipamentos utilizados	47
6.1. Gráfico do Decremento Logarítmico – Vibração Livre Amortecida	48
6.2. Gráfico obtido através de ensaio de vibração forçada	51

Tabelas

2.1. Propriedades típicas de fibras de reforço utilizadas na manufatura de compósitos estruturais	08
2.2. Características de materiais utilizados para aplicações estruturais	15
5.1. Especificações dos tecidos de fibras de carbono	43
5.2. Algumas propriedades de compósitos associados	45
5.3. Materiais ensaiados	45
6.1. Resultados obtidos em Vibração Livre Amortecida	48
6.2. Resultados por vibração forçada para 8HS Trama Moldado	50
6.3. Resultados por vibração forçada para 8HS Trama Carbonizado	50
6.4. Resultados por vibração forçada para Twill Moldado	50
6.5. Resultados por vibração forçada para Twill Carbonizado	51

Simbologia

f	frequência natural de excitação	34
α	constante dependente da forma da viga e do modo de vibração	34
ρ	densidade do material	34
I	momento de inércia	34
L	comprimento da viga	34
Δ	decaimento logarítmico	34
ζ	fator de amortecimento	34
m	massa da viga por unidade de comprimento	35
x	posição ao longo da viga	35
t	tempo	36
ω	frequência angular	36
μ	parâmetro dimensional	36
θ	inclinação	36
M	momento fletor	36
Q	esforço cortante	36
A, B, C e D	constantes	36
ϕ	parâmetro adimensional	38
$[T]$	matriz de transferência	39
\bar{H}	razão de amplitudes	40
α	ângulo de fase	40
A	área da seção transversal da viga	41
E	módulo viscoelástico complexo ou módulo dinâmico	41
E'	módulo de armazenagem	41
E''	módulo de perda	41
η	coeficiente de dissipação ou de perda do compósito	41
m_p	massa concentrada	42

1. INTRODUÇÃO

A tecnologia dos compósitos experimentou um rápido desenvolvimento nestas três últimas décadas. A força motriz inicial na tecnologia de desenvolvimento foi a redução de peso em estruturas. Depois, o custo competitivo com os materiais convencionais tornando-os igualmente importantes. Também, podemos destacar [Daniel & Ishai 1994]: (1) significativo progresso na ciência dos materiais; (2) necessidades para elevado desempenho dos materiais em aviões e estruturas aeroespaciais e (3) desenvolvimento de métodos numéricos avançados para análise estrutural.

A pesquisa e tecnologia nessa área considera as seguintes atividades: (1) investigação das características básicas dos materiais compósitos ; (2) otimização do material compósito para oferecer condições de serviço; (3) desenvolvimento de procedimentos de fabricação efetivos e eficientes; (4) desenvolvimento de métodos analíticos para determinação das propriedades do compósito e prognóstico do comportamento estrutural; (5) desenvolvimento de método experimental efetivo para caracterização do material, análise de tensão, critérios de resistência e análise de falhas; (6) avaliação não-destrutiva da integridade do material e confiabilidade estrutural e (7) avaliação de durabilidade, defeitos críticos e prognóstico de vida.

Historicamente, a concepção de fibras reforçadas é muito antiga. Entretanto, resinas fenólicas reforçadas com fibras de amianto começaram a serem introduzidas no início deste século [Daniel & Ishai-1994]. O primeiro barco em fibra de vidro foi feito em 1942; plásticos reforçados foram usados em aeronaves e componentes elétricos nesta época. As primeiras fibras de boro e fibras de carbono de alta resistência foram introduzidos no início dos anos 60, com aplicações de compósitos avançados para componentes de aeronaves em 1968. Compósitos com matriz de metal boro/alumínio ocorreram em 1970.

No início dos anos 70 iniciou-se uma grande expansão dos materiais compósitos com aplicações em aeronaves, automóveis, utensílios domésticos, esportivos e indústrias biomédicas. Nos anos 80, os materiais compósitos foram marcados por um aumento significativo com utilização das fibras de alta resistência. Agora a ênfase está dando lugar ao desenvolvimento de novos compósitos matriz/metal e matriz/cerâmica, bem como compósitos carbono/carbono para aplicações em altas temperaturas.

Aplicações diversas, incluindo tubos subterrâneos e recipientes, embarcações, veículos terrestres, aeronaves e estruturas espaciais, componentes automobilísticos, equipamentos esportivos, produtos biomédicos e muitos outros produtos foram projetados para apresentar elevado desempenho mecânico e/ou estabilidade ao meio ambiente juntamente com baixo peso.

Os compósitos são materiais constituídos de dois ou mais componentes, sendo que a porcentagem e propriedades destes componentes darão origem à materiais com propriedades modificadas. Especificamente, os compósitos constituídos de fibra de reforço, como por exemplo fibra de vidro ou carbono, e um polímero, como por exemplo resina epóxi ou resina fenólica, são os mais utilizados na indústria aeronáutica, e surgiram após a II Grande Guerra. Estes materiais são utilizados onde se exige baixo peso aliado a alta resistência mecânica, ou seja, aplicações inerentes à indústria aeronáutica [Pardini 1996].

Os compósitos carbono reforçado com fibras de carbono apresentam diversas características do ponto de vista mecânico de interesse em engenharia, como por exemplo, a retenção das propriedades mecânicas à altas temperaturas (acima de 1500 °C) em atmosfera inerte, aliadas à baixa densidade (abaixo de 2,0 g/cm³).

A origem exata dos compósitos CRFC não é conhecida, porém, supõe-se que tenha surgido em finais da década de 50 com o desenvolvimento aeroespacial. Os compósitos CRFC têm propriedades dos grafites monolíticos, tais como resistência ao choque térmico e retenção de propriedades mecânicas a altas temperaturas em ambiente não oxidantes, e ao lado disso, apresentam as propriedades de compósitos convencionais [Schmidt 1972].

Pode-se definir compósitos CRFC como materiais de engenharia formados de uma matriz de carbono ou grafite, a qual é reforçada com fibras de carbono [Schmidt 1972, Fitzer 1987]. Assim como em compósitos convencionais, tanto a rigidez quanto a resistência são decorrentes da presença das fibras, e seus valores dependem do arranjo e orientação das fibras.

A tecnologia de processamento dos compósitos CRFC é semelhante à dos grafites convencionais. De maneira similar ao grafite, muitas das propriedades e características dos compósitos CRFC podem ser ajustadas através de variação na composição dos materiais, arquitetura de reforço e processamento [Schmidt 1972, McAllister 1983]. A tecnologia de fabricação dos compósitos CRFC envolve processos multi-estágios bastante complexos, com

sucessivos ciclos de impregnação e tratamento térmico até que uma determinada densidade seja obtida [Weissshaus 1990].

A capacidade dos compósitos CRFC em reter propriedades mecânicas a altas temperaturas (superiores à 1500 °C), resultou na utilização desses materiais em revestimentos protetores para veículos espaciais, tubeiras de foguete, componentes de turbinas e freios de aeronaves. Entretanto, o potencial desses materiais ainda não está totalmente estabelecido, e a aplicação destes materiais na engenharia é objeto de muitos estudos e pesquisas.

Este trabalho tem como objetivo estudar o comportamento dinâmico-mecânico de compósitos CRFC. Neste sentido, foi desenvolvida uma técnica experimental baseada em ensaios não destrutivos, por vibrações mecânicas, em amostras de compósitos CRFC. Investigou-se as propriedades dinâmicas destes materiais, caracterizadas pelo chamado *Módulo Dinâmico* ou *Módulo Viscoelástico Complexo*. Este módulo é muito importante no projeto mecânico, uma vez que está associado ao mecanismo de dissipação de energia.

Para atingir os objetivos descritos sobre o comportamento dinâmico do compósitos reforçados com fibras de carbono, esse trabalho está dividido nos seguintes capítulos:

Capítulo 1: Introdução

Capítulo 2: Materiais Compósitos e suas Propriedades

Capítulo 3: Materiais Compósitos Carbono Reforçado com Fibras de Carbono - CRFC

Capítulo 4: Caracterização das Propriedades Mecânicas por Vibrações Mecânicas

Capítulo 5: Procedimentos Experimentais

Capítulo 6: Resultados e Comentários

Capítulo 7: Conclusões

Capítulo 8: Referências Bibliográficas

Apêndices

2. MATERIAIS COMPÓSITOS E SUAS PROPRIEDADES

2.1. Generalidades

O processo de seleção de materiais para determinadas aplicações consiste em compatibilizar as características específicas dos materiais disponíveis com as propriedades requeridas. Trata-se de uma tarefa difícil, uma vez que um único material nem sempre satisfaz à todas as expectativas, principalmente em se tratando de aplicações mais sofisticadas. Afim de superar esta dificuldade, o homem passou a conjugar diferentes tipos de materiais, através de suas propriedades, para alcançar as características finais desejadas.

Os materiais compósitos para aplicações mais sofisticadas, só apareceram em larga escala com o advento da produção comercial de algumas resinas plásticas. À partir de 1940, após o desenvolvimento da fabricação de fibras de vidro, o uso de materiais compósitos teve um grande impulso e deu origem a atual era dos materiais compósitos avançados. Hoje os compósitos têm importantes aplicações dentro da engenharia, principalmente nas indústrias aeronáutica, aeroespacial, automotiva, nuclear, naval, de materiais esportivos e eletro-eletrônica [Ferreira 1999].

2.2. Tipos de Materiais Compósitos

Os materiais compósitos podem ser classificados de acordo com a composição química dos constituintes, e com a geometria ou forma das fases presentes. Materiais com características orgânicas podem ser conjugados com aqueles de natureza inorgânica. Componentes na forma de fibras longas ou curtas, laminados, partículas podem ser incorporados proporcionando diferentes estruturas aos compósitos.

De acordo com a natureza química e física os materiais têm sido classificados em : cerâmicos; metálicos e poliméricos. Os materiais cerâmicos tem como características principais a elevada resistência ao calor e sua extrema fragilidade. Como exemplo tem-se as fibras de vidro e, destacando-se pela elevada resistência mecânica à altas temperaturas as fibras de carbono, carбето de silício, fibras cerâmicas, nitreto de boro e nitreto de titânio.

Os materiais metálicos apresentam como características gerais, excelentes ductilidade e condutividade térmica e elétrica. Metais como tungstênio, cromo e ligas de alumínio e titânio, são os principais exemplos de aplicações em compósitos. A grande limitação do uso de metais em compósitos é a sua elevada densidade, restringindo seu uso em aplicações aeronáuticas [Ferreira 1999].

Os materiais poliméricos destacam-se pela sua baixa densidade e fácil conformação, além da elevada resistividade elétrica, porém a aplicação destes materiais tem como fator limitante a temperatura (em torno de 250°C). Na maioria das aplicações em forma de compósitos os polímeros atuam como matriz aglomerante do reforço. Assim as resinas termofixas como: poliéster insaturado, epóxi, fenólica, servem como matrizes para materiais compósitos reforçados com fibra de vidro e fibras de carbono. Uma exceção é a fibra de aramida, que embora polimérica, é utilizada como reforço em estruturas poliméricas. As fibras podem ser fabricadas a partir de materiais cerâmicos como o vidro e o carbono, ou de materiais metálicos como o aço, o tungstênio revestido com boro, etc.

As possíveis combinações na estruturação dos compósitos, dependem de suas propriedades desejadas. O uso de materiais poliméricos em compósitos é quase que estritamente em função de sua leveza e sua fácil conformação. Assim, resinas poliméricas que podem ser termoplásticas ou termofixas, têm como função conservar a disposição geométrica das fibras e distribuir entre elas as tensões submetidas pela peça [Biasotto 1985].

O maior volume de aplicação de reforços em compósitos avançados envolve fibras, filamentos ou monofilamentos. O aspecto unidirecional da fibra permite a fabricação da estrutura do compósito através das facilidades têxteis que as fibras podem ser submetidas, como tecidos, mantas, fios, etc. Nos compósitos a matriz contínua aglomera o reforço fibroso.

2.3. Reforços

2.3.1. Introdução

Os reforços são denominados como constituintes, que de uma maneira ou de outra, modificam determinadas propriedades da matriz polimérica. Os reforços estendem-se de simples composições minerais incorporadas aos polímeros, até fibras de ultra resistência. As fibras pela sua característica unidirecional incrementam acentuadamente a maior parte das propriedades mecânicas em determinadas direções.

Os reforços podem ser classificados de acordo com sua natureza e suas características geométricas. Quanto a natureza, os reforços podem ser: extremamente duros para promover aumento à dureza e a resistência à abrasão; resistente à ruptura para proporcionar elevada resistência à tração, à flexão, e ao cisalhamento; rígidos para incrementar o módulo de elasticidade; extremamente tenaz para aumentar a resistência ao impacto; e, resistente termicamente para aumentar a estabilidade térmica. Ambos os reforços são envolvidos por uma matriz polimérica contínua. Enquanto que os reforços fibrosos e laminados apresentam o reforço como uma fase contínua e anisotrópica, os reforços particulados proporcionam fase descontínuas e isotrópicas. A figura 2.1 apresenta algumas formas geométricas de fibras. O conjunto de fibras que constituem o reforço podem ser:

Unidimensional: fibras unidirecionais – orientadas na mesma direção;

Bidimensional: tecidos que resistem esforços em duas direções.

Tridimensional: volumes pré-formados constituídos por fibras orientadas em três direções.

Tecidos são uma forma comum de filamentos interlaçados muito utilizados na fabricação de CRFC e são caracterizados pelo espaçamento entre mechas adjacentes, tamanho da mecha, porcentagem de fios em cada direção, eficiência de empacotamento da mecha e pela complexidade do entrelaçamento dos fios. Embora numerosas modificações possam ser efetuadas na geometria de tecelagem, a resistência mecânica da estrutura fabricada com o tecido obtido é governada pelo plano bidirecional [McAllister 1983]. Os compósitos CRFC unidirecionais não tem importância técnica, a não ser como modelos em investigações básicas.

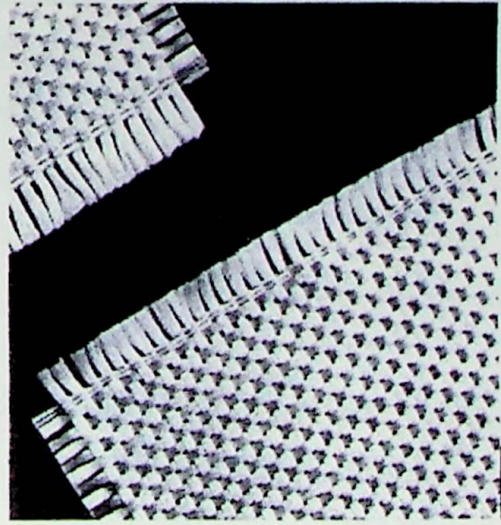
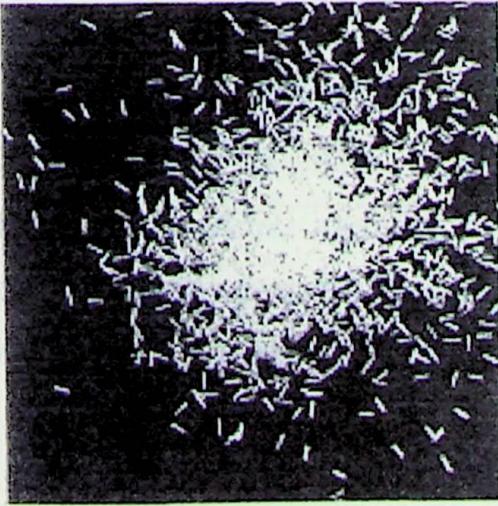
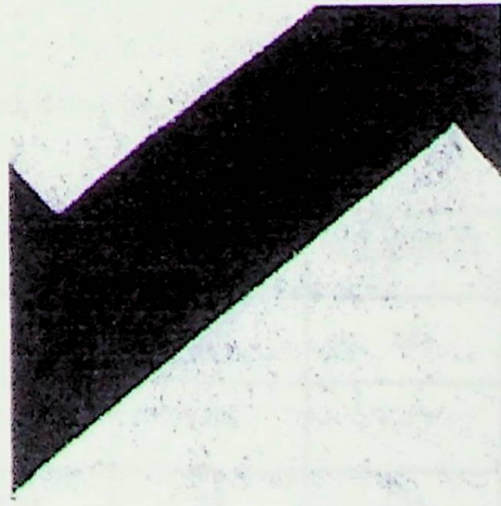
a) Fibras contínuas (*Roving*)b) Tecido (*Woven roving*)c) Fibra picada (*Chopped roving*)d) Aglomerado de fibras picadas (*Felt*)

Figura 2.1 – Formas geométricas de reforços fibrosos para compósitos.

Quanto à natureza, os reforços particulados podem ser classificados como: naturais; artificiais; e sintéticos. Os naturais são beneficiados à partir da natureza e geralmente são minerais. Dentre eles destacam-se: quartzo; talco; alumina; argila; etc. Os artificiais são aqueles obtidos à partir de modificações dos naturais como o carbonato de cálcio precipitado. Os sintéticos incluem desde elastômeros sintéticos até esferas de vidro ocas.

Assim como reforços particulados, as fibras podem ser classificadas quanto a sua natureza em: naturais; artificiais; e sintéticas. Dentre as fibras naturais, destacam-se: as fibras de juta, fibras de madeira, etc. As fibras sintéticas por sua vez são as mais utilizadas para reforços de matrizes poliméricas. Destacam-se: as fibras de vidro; as fibras de carbono e grafita que apresentam excelentes propriedades mecânicas aliadas ao baixo peso; as poliméricas obtidas à partir de poliaramida; e, as fibras curtas obtidas através de whiskers de carbeto de silício.

As fibras utilizadas como reforço em compósitos aplicados nas indústrias aeronáuticas e aeroespaciais são: as fibras de carbono, de vidro e aramida (Kevlar), cujas propriedades principais são mostradas na tabela 2.1. Conforme mostra a tabela, a propriedade que diferencia as fibras de carbono das outras fibras de reforço é o módulo de elasticidade, significativamente maior que o das demais (aramida e vidro).

Tabela 2.1 - Propriedades típicas de fibras de reforço utilizadas na manufatura de compósitos estruturais (Ferreira-1999).

FIBRA ⇒	CARBONO	VIDRO E	ARAMIDA
Diâmetro (μm)	8	12	12
Massa específica (g/cm^3)	1,79	2,54	1,45
Mód. de Elasticidade (GPa)	220	74	125
Resistência à Tração (GPa)	3,0	3,6	3,1
Deformação (%)	1,3	2,0	2,5

O processo industrial contínuo de fabricação de fibras de carbono utiliza a fibra de poliacrilonitrila como precursor, porque oferece propriedades mecânicas regulares. A utilização eficiente da resistência mecânica e módulo inerentes à fibra de carbono, vai depender basicamente das propriedades da fibra, da matriz polimérica e da natureza da interface/interfase fibra/matriz.

O grande desafio dos compósitos é possibilitar que os materiais constituintes dos mesmos tenham uma boa adesão entre si, ou seja, a fibra de reforço e o polímero, também chamado matriz polimérica, devem apresentar uma ligação química e/ou mecânica que possibilite sua utilização como material de engenharia. As fibras de reforço, tanto de vidro como de carbono, são submetidas a tratamentos superficiais para melhorar a adesão com a matriz polimérica [Ferreira 1999].

2.3.2. Fibra de Vidro

As fibras de vidro são muito aplicadas em reforço de compósitos pelo seu baixo custo. Elas são formadas pela passagem do vidro (óxidos de silício, alumínio, boro, cálcio, sódio, etc) fundido diretamente de um forno através de uma matriz. As fibras longas e/ou contínuas proporcionam os maiores valores de resistência mecânica.

As fibras de vidro podem ser encontradas sob várias formas para aplicação. Uma das formas mais convenientes é a fibra constituída de filamentos contínuos contendo diâmetros variando de 0,003 à 0,02 mm. Os filamentos contínuos podem ser aglomerados paralelamente uns aos outros formando mechas. Os aglomerados de filamentos podem ser torcidos formando os fios. Tanto as mechas como os fios podem ser utilizados para a fabricação de tecidos.

A fibra de vidro é largamente utilizada na confecção de peças, inclusive onde há grande responsabilidade estrutural. As principais características da fibra de vidro em comparação com as demais fibras aplicadas na indústria aeronáutica são: baixo custo, baixa rigidez, alta densidade, alta durabilidade, baixa resistência específica e melhor usinabilidade que o carbono, etc.

2.3.3. Fibra de Carbono

O primeiro registro técnico de obtenção de fibras de carbono foi em 1880 por Thomas Edison, que converteu fibras de algodão e posteriormente de bambu, em fibras de carbono, com o objetivo de utilizá-las como filamentos de lâmpada elétrica. Em 1910, as indústrias de

materiais elétricos substituíram as fibras de carbono por filamentos de tungstênio, interrompendo o desenvolvimento na época. Mais tarde, na década de 50, com o advento da propulsão à jato, o interesse pelas fibras de carbono foi reativado. As primeiras fibras produzidas em escala comercial foram desenvolvidas pela *Union Carbide* utilizando fibras de celulose (*Rayon*) como precursor.

Na década de 60 obteve-se fibras de carbono através do polímero poliacrilonitrila (PAN). As fibras de superiores propriedades mecânicas foram obtidas oxidando inicialmente a PAN sob tensão, sem a necessidade da etapa de estiramento à quente realizada com o precursor Rayon. Nesta época várias empresas investiram numa maior produção da fibra de carbono substituindo a produção por lotes pelo processo contínuo. Atualmente as indústrias de fibras de carbono utilizam três tipos de materiais precursores: Rayon (fibras de celulose), PAN e piche de petróleo ou de alcatrão de hulha [Delmonte 1987].

A escolha da fibra é principalmente baseada na necessidade de propriedades desejadas, projeto e custo do produto final. As propriedades mecânicas finais dos compósitos CRFC são influenciadas não só pela fibra de carbono precursora mas também pela atividade química superficial das fibras utilizadas, isto é, os grupos químicos superficiais presentes, ou mesmo a rugosidade superficial da fibra. Dentre os precursores citados para a obtenção da fibra de carbono, a PAN foi a mais utilizada nos últimos anos em função de suas propriedades.

Embora os nomes “carbono” e “grafite” sejam indistintamente usados, para identificar as fibras constituídas de átomos de carbono unidos covalentemente, existe uma diferença entre fibras de carbono e fibras de grafite. Tipicamente as fibras de carbono com precursor PAN possuem de 93 à 95% de carbono em sua constituição, enquanto que as fibras de grafite possuem acima de 99%. A diferença básica é a temperatura na qual as fibras são fabricadas ou tratadas termicamente. As fibras de carbono baseadas em PAN são produzidas à cerca de 1300°C, enquanto que as fibras de grafite de elevado módulo de elasticidade são grafitizadas entre 2000 à 2800°C [Savage 1993].

As fibras de carbono PAN são encontradas comercialmente na forma de fios e mechas contendo milhares de filamentos. Na sua forma contínua as fibras de carbono são utilizadas em processos de moldagem como: impregnação manual, bobinamento de fibras “filament winding”, câmara de vácuo, câmara de pressão, etc. As fibras de carbono podem ser encontradas na forma picada “chopped” para moldagem por compressão e injeção.

Apresentando-se na forma de tecidos, as fibras de carbono são encontradas puras e com e sem impregnação [Al-Quereshi 1983]. A terceira e a mais recente geração de fibras de carbono é baseada em piche como precursor. As fibras obtidas a partir do piche tem pouca ou nenhuma orientação preferencial e, portanto, possuem baixa resistência e módulo de elasticidade. Por outro lado, o piche é um precursor de menor custo, comparado ao RAYON e o PAN [Hansen 1987].

As fibras de carbono se constituem no principal tipo de fibras de reforço para compósitos devido a seu alto módulo de elasticidade e baixa massa específica (menor que $1,75 \text{ g/cm}^3$). A composição e o controle de temperatura do processo de pirólise (carbonização) proporciona a obtenção de fibras com diferentes propriedades. Por exemplo, fibras de carbono de alto módulo são obtidas com tratamento térmico a temperaturas superiores a $1800 \text{ }^\circ\text{C}$, e apresentam uma menor deformação na ruptura em relação a fibra de carbono de alta resistência, obtidas com tratamento térmico inferior a $1500 \text{ }^\circ\text{C}$.

As fibras de carbono podem se apresentar de duas formas: fibras descontínuas (picadas) e fibras contínuas. As fibras de carbono descontínuas, com tamanho entre 5 e 15 mm, são de baixo custo e utilizadas na manufatura de mantas fibrosas, como por exemplo feltros. Fibras de carbono que se destinam a essa aplicação são geralmente manufaturadas a partir de precursores de baixo custo como o piche isotrópico e a poliacrilonitrila oxidada.

As fibras de carbono contínuas são obtidas na forma de bobinas. Estas bobinas de fibra de carbono podem ser utilizadas na preparação de fitas unidirecionais, usualmente com 5 a 100 cm de largura que se destinam ao preparo de lâminas de pré-impregnadas com matrizes poliméricas. Estas fibras contínuas podem também ser utilizadas para a tecelagem de modo a obter tecidos com orientação bidirecional e pré-formas (arranjos multidirecionais) de fibras de carbono.

2.3.4. Fibra de Boro

As fibras de boro tem sido utilizadas como reforço em matrizes poliméricas para aplicações sofisticadas. Suas características de fabricação são completamente diferentes dos processos convencionais. Na realidade a fibra não é unicamente constituída de boro, a fibra por si, é um sistema conjugado com boro envolvendo filamentos metálicos de elevada resistência mecânica. Em suma a fibra de boro consiste em envolver um filamento metálico, geralmente tungstênio, depositado através de um processo denominado deposição química de vapor.

A fibra de boro embora apresenta elevada resistência mecânica sob tração, atingindo 2700 MPa para uma espessura de 0,1 mm, sua densidade de $2,75 \text{ g/cm}^3$ é superior às outras fibras, e seu custo elevado é superior à fibra de carbono. O módulo de elasticidade de uma maneira geral é em torno de 400 GPa. Na temperatura ambiente a fibra de boro é relativamente inerte, à elevadas temperaturas o boro reage com a maioria dos metais como: ferro, cobalto, níquel, alumínio, etc.

2.3.5. Fibras de Aramida

Durante a década de 1970 a Dupont lançou comercialmente uma fibra orgânica de elevada resistência específica sob tração. Esta fibra passou a ser conhecida pelo nome comercial de Kevlar, que são fibras sintéticas obtidas em condições de estiragem bem definidas de tensão e temperatura, afim de criar uma orientação preferencial na cadeia do polímero. Um tratamento de 500°C à 600°C , permite a elevação de suas propriedades mecânicas e a diminuição de seu alongamento. A sua resistência específica (resistência/peso específico) à tração é o dobro do valor obtido no vidro "E" e dez vezes a do alumínio, tendo uma das maiores resistências específicas comparado às outras fibras.

O baixo módulo de elasticidade relativo às fibras de carbono, faz com que o Kevlar apresente elevada resistência ao impacto. No entanto, ele apresenta baixos valores de resistência à compressão e ao cisalhamento.

2.3.6. Reforços Híbridos

O uso de mais de um tipo de fibra em compósitos gera sistemas híbridos. Assim, os compósitos híbridos que combinam dois ou mais tipos diferentes de fibras numa matriz comum, expandem a faixa de propriedades que podem ser alcançadas com compósitos avançados.

Geralmente os compósitos híbridos favorecem a redução de custo principalmente quando um dos tipos de fibras tem custo muito elevado, como por exemplo a fibra de carbono. As combinações no geral incluem fibras contínuas ou picadas, de vidro, carbono, Kevlar ou boro, em matrizes poliméricas. A hibridização visa atender as exigências de projeto do compósito.

2.4. Matrizes Poliméricas

As principais funções da matriz são dispersar ou aglomerar os esforços e, quando submetida à uma tensão deve deformar o necessário afim de distribuir e transferir as tensões para o componente de reforço. A escolha de uma matriz para uma aplicação estrutural, deve ser limitada inicialmente ao nível de deformação que ela sofre em relação ao reforço. Quando submetida à uma solicitação, a deformação da matriz deve ser compatível com a deformação máxima do reforço.

As matrizes podem ser metálicas ou orgânicas. As matrizes orgânicas são divididas em termoplásticas e termofixas. As matrizes termofixas são materiais poliméricos que apresentam boa estabilidade quando aquecidas.

Para os compósitos avançados a maior parte das matrizes poliméricas são à base de resinas termofixas, destacando-se as resinas epóxi, poliéster e fenólica. As matrizes poliméricas termoplásticas embora reduzam o custo de fabricação do compósito, não tem sido usadas em compósitos avançados, pois tem como limite a temperatura de uso. As resinas termoplásticas amolecem sob ação do calor e sofrem degradação térmica à elevadas temperaturas, entretanto, existe uma grande ênfase de estudos no sentido de aumentar sua resistência térmica.

2.5. Processos de Fabricação dos Materiais Compósitos

As propriedades mecânicas do material compósito são fortemente influenciadas pelo processo utilizado para sua fabricação, além de fatores como: resistência à ataques químicos, resistência à intempéries, o próprio peso, o acabamento da peça, e etc. Devido ao elevado número de fatores que determinam as características finais de uma peça de material compósito, é da maior importância conhecer e saber planejar as etapas do ciclo de fabricação de um compósito destacando-se: escolha de um tipo de ferramental mais adequado, controle da vida da matéria prima, controle da atmosfera no local de trabalho, preparação e ciclo de cura, desmoldagem, operação de usinagem e acabamento, etc.

As duas etapas que mais caracterizam o processo de fabricação de um compósito reforçado com fibra é a laminação e a cura. A laminação consiste do arranjo das fibras e da resina no molde. A cura consiste na polimerização da resina para proporcionar uma colagem permanente entre as fibras.

Os principais processos de fabricação de materiais compósitos são: Impregnação manual, Moldagem em Câmara de Vácuo e Pressão, Bobinamento de Fibras, Moldagem Contínua, Pré-Impregnados [Ferreira 1992].

2.6. Propriedades dos Materiais Compósitos

A combinação de propriedades físicas, mecânicas e químicas dos componentes de um compósito para proporcionar as características desejadas ao produto final, deve ser realizada conhecendo-se muito bem as propriedades de cada componente e, estas características podem ser até mesmo opostas.

A origem da conjugação de materiais em sua maior parte teve como aplicação aspectos estruturais. Neste contexto a resistência mecânica tornou-se um dos principais requisitos para a utilização de materiais compósitos. Para aplicações estruturais, as propriedades mecânicas que se destacam são: resistência ao escoamento, à ruptura sob tração, à flexão, à compressão e ao cisalhamento, rigidez ou módulo de elasticidade e dutilidade sob impacto.

Dentre os materiais tradicionalmente utilizados em aplicações estruturais encontram-se os metais. A elevada resistência à tração desta classe de materiais aliada à sua ductilidade, à qualifica como uma das mais adequadas à participar da constituição dos compósitos como reforço. Isto pode ser comprovado observando a tabela 2.2. A fibra de tungstênio apresenta um dos maiores valores de resistência à tração dentre os materiais apresentados, sua resistência à tração só equivale ao da sílica fundida.

Apesar das qualidades desejadas das fibras metálicas, estes materiais têm sido pouco utilizados em materiais avançados. A principal razão deste fato é que as densidades são as mais elevadas dentre todos os materiais. Isto dificulta a utilização destes materiais em estruturas leves, principalmente em veículos aeronáuticos e aeroespaciais.

Tabela 2.2 – Características de materiais utilizados para aplicações estruturais.

Material	Resist. Tração (MPa)	Módulo Elast. (GPa)	Densidade (g/cm ³)
Liga de Magnésio	380	45	1,83
Liga de Alumínio	690	69	2,77
Liga de titânio	1311	117	4,57
Liga de ferro	2070	203	8,03
Fibra de tungstênio	4485	414	19,3
Fibra de vidro E	2415	72	2,55
Fibra de boro	2760	414	2,33
Sílica fundida (SiO ₂)	4485	69	2,19
Fibra de carbono	3000	220	1,75
Fibra de carbeto de Si (SiC)	2415	448	3,46
Fibra de aramida	3792	62	1,44
Fibra de alumina	1379	379	3,70

A influência do peso do material sobre suas propriedades mecânicas é levada em consideração desde o início da fabricação dos compósitos avançados. Desde então, a resistência mecânica passou a ser intimamente vinculada ao peso do material.

Existem muitos fatores que afetam direta ou indiretamente as propriedades mecânicas dos materiais compósitos. Estes fatores podem estar relacionados com os reforços e matrizes empregadas, orientação e proporção de fibra/resina, processo de fabricação, temperatura e pressão de moldagem, etc.

Um material compósito pode ser duas vezes mais resistente que o aço e cinco vezes mais leve, e ser seis vezes mais resistente que o alumínio com a metade do peso. Daí justifica-se a grande vantagem dos materiais compósitos em relação aos materiais metálicos em aplicações aeronáuticas e aeroespaciais

3. MATERIAIS COMPÓSITOS CARBONO REFORÇADO COM FIBRAS DE CARBONO

3.1. Generalidades

Atualmente, o carbono é um dos mais notáveis elementos químicos conhecidos pela ciência, estando presente em vários materiais como carvão, petróleo, diamantes, plásticos e mais recentemente, na fibra de carbono e no compósito reforçado com fibra de carbono (CRFC). O desenvolvimento do CRFC também conhecido por compósito carbono-carbono (C/C), foi posterior ao dos materiais plásticos reforçados com fibra de carbono (PRFC), razão esta motivada por aplicações envolvendo altas temperaturas.

O primeiro compósito CRFC foi obtido acidentalmente em 1958, durante uma análise química para a determinação do teor de fibra de vidro contido num material plástico reforçado. Uma das etapas do procedimento consistia em expor a amostra do compósito à atmosfera oxidante em alta temperatura. Porém, por erro do operador a mostra foi tampada em um recipiente, e assim, o material orgânico foi pirolizado ao invés de ser oxidado. O material então analisado foi considerado promissor como material estrutural para aplicações em altas temperaturas.

O desenvolvimento da tecnologia de obtenção de compósitos CRFC foi inicialmente muito lento. Entretanto, no final de década de 60, estes materiais foram extensivamente estudados e desenvolvidos em centros de pesquisa nos Estados Unidos e Europa, principalmente para aplicações militares tais como: inserto de garganta de tubeira de foguetes e ogivas de mísseis balísticos. Os primeiros compósitos CRFC foram obtidos utilizando-se como reforço tecidos de fibras de carbono de Rayon, impregnados com resina fenólica de alto rendimento em carbono. Existem várias pesquisas sendo desenvolvidas sobre processamento de compósitos CRFC. Os princípios de sua fabricação são documentados, e a tecnologia usada é normalmente considerada confidencial, grandes esforços são realizados para manter o seu controle e há uma grande restrição de disseminação de informações, principalmente para outros países [Ferreira 1999].

A relevância do emprego dos compósitos CRFC na engenharia, se deve à algumas de suas características como: elevadas resistências à abrasão e ao choque térmico, boa resistência mecânica, alta rigidez e inércia química, elevada condutividade térmica e elétrica e baixa massa específica. Eles apresentam uma importante característica de manter grade parte destas propriedades em elevadas temperaturas. Entretanto, os custos associados nas etapas de fabricação são muito elevados, por exigir longos períodos de tempo em elevadas temperatura [Diefendorf 1987].

3.2. Propriedades do Compósito CRFC

Como nos materiais carbonosos e grafíticos convencionais, os componentes individuais do compósito CRFC apresentam ampla variedade de propriedades, decorrentes dos diferentes graus de ordenações estruturais dos carbonos. As propriedades do compósito dependem do projeto da pré-forma, do tipo de fibra, da seleção da matriz e do processo de obtenção. A possibilidade da conjugação de diferentes características de fibras e matrizes permite que o compósito CRFC apresente propriedades adequadas em função de sua aplicação, inclusive de maneira anisotrópica, em direções específicas, através de adequada distribuição espacial das fibras no reforço [Buckley & Edie 1993].

A capacidade do compósito CRFC apresentar boas propriedades é devido à combinação da matriz de carbono, que embora tenha resistência mecânica mínima, faz um papel de suporte das fibras na estrutura, mantendo-as numa geometria estável. Os baixos valores de resistência e do módulo de cisalhamento, se devem à baixa resistência da matriz, devido ao surgimento de trincas e poros, como consequência da volatilização de componentes de precursor da matriz e dos arranjos, gerados durante os tratamentos térmicos dos ciclos de densificação do processo de obtenção. Assim, os poros e trincas são defeitos inerentes dos compósitos CRFC.

A presença de poros e microtrincas em determinadas extensões é importante para favorecer o aumento da resistência ao choque térmico [Zheng & Don-Hua 1983]. No estudo realizado por Jortner (1986), constatou-se que as macroporosidades reduzem as propriedades mecânicas, térmica e elétrica dos compósitos CRFC. Entretanto foi verificado que sua

influência não é linear. O autor observou ainda, que as trincas ocasionadas por tensão térmica, geralmente formadas nas interfaces fibra/matriz, tendem a se abrir e fechar com o aquecimento e resfriamento, tornando-se fundamentais para a explicação dos comportamentos termo-mecânicos dos compósitos CRFC.

O melhoramento das propriedades transversais em relação as fibras do compósito pode ser conseguido incorporando fibras em várias direções à 0, ± 45 , 90 graus. A orientação de múltiplas direções reforçadas resultam num compósito com propriedades virtualmente isotrópicas.

Com relação as propriedades térmicas, o compósito CRFC tem um coeficiente de dilatação linear negativo entre as temperaturas ambiente e 400°C. Em altas temperaturas ele passa à ser positivo. Uma propriedade específica do compósito CRFC, é que a condutividade térmica decresce com o acréscimo da temperatura. Assim, as propriedades térmicas do compósito CRFC se comportam de maneira contrária em relação às propriedades da maioria dos metais condutores [Buckley & Edie 1993].

O calor específico do compósito é elevado comparado aos metais e cresce com a temperatura. Esta propriedade é interessante pois, onde grandes quantidades de calor podem ser absorvidas sem significar perda de propriedade estrutural. A taxa de quantidade de calor que um material pode absorver e liberar sem causar falha mecânica é definida pelo índice de choque térmico. Este índice é importante para comparar materiais que sofrem aquecimento e resfriamento muito rápido.

Quanto à resistência química, o compósito CRFC exibe bom desempenho. Combinando propriedades particulares como inércia química e porosidade, este material tem sido usado em próteses e implantes cirúrgicos. A maior desvantagem do compósito CRFC é estar sujeito à oxidação em temperaturas acima de 350°C, onde há uma grande influência da oxidação sobre as propriedades mecânicas. Uma perda de peso de 10% devido à oxidação, pode provocar uma redução de 50% na resistência à flexão e de 30% no módulo de elasticidade. Uma solução para amenizar esta questão é prover uma atmosfera inerte em situações de trabalho, ou fazer um recobrimento da superfície com materiais resistentes e inertes em altas temperaturas, como por exemplo à base de carbetos ou nitretos [Pardini 1994].

3.3. Aplicações do Compósito CRFC

Como visto anteriormente, o compósito CRFC apresenta desempenho diferente dos materiais metálicos e cerâmicos, em termos de resistência mecânica e principalmente capacidade térmica. Assim sua aplicação é direcionada em casos onde requisita-se altas temperaturas. Entretanto, as duas maiores restrições com relação ao seu uso são o custo alto e a baixa resistência à oxidação.

A aplicação do compósito CRFC ocorre em condições onde as suas propriedades são indispensáveis e o custo justificado. Muitas destas aplicações estão em indústrias aeroespaciais, e setores militares, onde o custo é fator secundário para a extrema capacidade de desempenho do material. O uso em ogiva de mísseis, protetores térmicos de veículos espaciais durante a reentrância na atmosfera, tuberias de foguetes e componentes de motores de turbina à gás, vem sendo um grande campo da aplicação do CRFC. De outra forma, estes compósitos substituíram os metais sinterizados em função de sua baixa densidade e superiores propriedades térmicas, em discos de freios de aeronaves militares e civis, também em freios de carros de corrida (Fórmula 1) e em trens de alta velocidade [Savage 1993].

O compósito CRFC possui um baixo coeficiente de fricção. Devido à sua propriedade é aplicado em selos de mancal de eixo rotativo e camisa de pistão. Devido a sua boa resistência em altas temperaturas, o compósito pode ser usado em matrizes e moldes para pressão à quente. A tenacidade e a condutividade elétrica são exploradas em elementos de construção de fornos, e eletrodos de grafite para refino de metais. A alta pureza do compósito CRFC, conjugando resistência à quente e radiação ionizada, sugere a sua aplicação na área nuclear, em dutos e reatores de potência. No campo médico tem excelente biocompatibilidade, sua porosidade e o módulo de elasticidade pode ter comportamento similar ao realizado pela estrutura óssea, podendo ser aplicado em placas de ossos, próteses de quadril, implantes ortopédicos e cirurgia dentária [Savage 1993].

Estes exemplos demonstram a versatilidade do emprego do material compósito de carbono reforçado com fibras de carbono, aplicados numa larga variedade de extremas situações de desempenho, onde a combinação de propriedades mecânicas, químicas, térmicas, elétricas, e de microestrutura, tem encontrado novas possibilidades de uso. Apesar dos compósitos de CRFC já serem comercializados e amplamente utilizados pelos países desenvolvidos, o estágio do real conhecimento do material está ainda e fase incipiente, devido à complexidade do assunto e às inúmeras variáveis que interferem drasticamente nas suas propriedades. As pesquisas têm sido dedicadas aos estudos da influência da fração volumétrica e orientações espaciais das fibras de carbono nos compósitos. São também analisadas as correlações existentes entre as características da fibra de carbono e os parâmetros do processo de obtenção [Thomas 1993]. Com relação ao processo de fabricação, a operação final de acabamento do compósito CRFC passa por um ou mais processos de usinagem. Portanto, o conhecimento de suas características de usinabilidade torna-se um ponto relevante para o aprimoramento de seu processo de obtenção destes compósitos [Coppini 1996].

4. CARACTERIZAÇÃO DAS PROPRIEDADES MECÂNICAS POR VIBRAÇÕES MECÂNICAS

4.1. Introdução

A utilização dos compósitos carbono-carbono na indústria, como alternativa aos materiais metálicos e grafites convencionais vem crescendo dia a dia. Entretanto, muitos obstáculos devem ser superados quanto à aplicação destes materiais na engenharia. Desta forma, muitos estudos e pesquisas têm sido desenvolvidos para se obter novos conhecimentos sobre as propriedades mecânicas destes materiais [Daniel & Ishai 1994], visando a otimização de projetos envolvendo os compósitos.

As barras de CRFC não podem ser ensaiadas à tração com técnicas similares às utilizadas para amostras de aço. Se uma amostra de CRFC é carregada em ensaio de tração, usando-se as garras de fricção de forma tradicional, a combinação de elevadas tensões de compressão e o dano causado pela “pressão” da garra podem provocar a ruptura prematura da amostra na região de aperto das garras. Daí a necessidade de se desenvolver um método confiável para avaliação das propriedades mecânicas destes materiais.

➤ No caso do aço, o módulo de elasticidade de amostras obtidas por diferentes fabricantes, pode ser considerado o mesmo. Tradicionalmente, o módulo de elasticidade é obtido à partir da parte linear da curva tensão-deformação elaborada a partir do ensaio de tração. Para as barras de CRFC o módulo de elasticidade dependerá dos materiais utilizados, da fração em volume dos materiais e dos detalhes do processo de fabricação (obtenção da superfície acabada). Considerando-se que os fabricantes utilizam métodos de produção distintos, além de diferentes materiais componentes, torna-se necessário medir o módulo de elasticidade das barras como produto final acabado.

➤ Uma alternativa para caracterizar as propriedades mecânicas dos materiais é a avaliação não destrutiva – non destructive evaluation (NDE). Uma variedade de técnicas NDE são usadas para avaliação da integridade dos materiais compósitos. Ela incluem métodos de propagação de ondas, tais como o pulso ultra-sônico e a frequência de ressonância.

Muitas técnicas NDE com o propósito de avaliar o módulo dinâmico ou módulo viscoelástico complexo (ver cap 5 - item2) dos compósitos foram desenvolvidas: Paxson (1975), Greif & Johnson (1991), Greif & Hebert (1992), Li & Weng (1997), Vaidya, Raju & Kowbel (1992), Vaidya & Raju (1994) e Cawley & Adams (1978). Estas pesquisas combinaram procedimentos teóricos e experimentais através de ensaios por vibrações mecânicas. Estas técnicas são: (1) vibração livre e (2) vibração forçada.

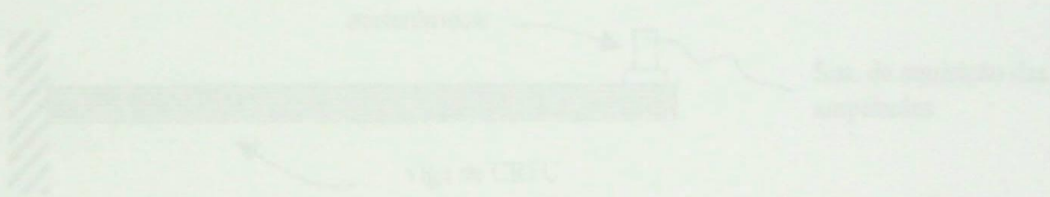


Figura 4.1 -- Diagrama esquemático de um corpo de prova para ensaio em vibração livre.

Para escrever a equação diferencial do movimento linear o elemento de massa é usado como uma partícula e os elementos de elasticidade como mola [Almeida 1987]. A deflexão de uma viga de comprimento L para qualquer posição x ao longo de sua extensão (medida da esquerda para a direita) submetida a uma carga na extremidade livre é dada por [Timoshenko 1978]:

$$w(x) = \frac{FL^3}{6EI} \left[\frac{x^2}{L^2} - \frac{x}{L} \right] \quad (4.1)$$

Onde I é o momento de inércia da seção transversal da viga e a carga F de valor igual a $m_0 g$, sendo m_0 a massa da partícula localizada na extremidade livre da viga.

4.2. Vibração Livre

O arranjo experimental mostrado na figura 4.1 é utilizado para se obter o módulo viscoelástico complexo dos materiais compósitos definido por $E = E' + i E''$, onde E' é definido como módulo de armazenagem (relacionado com a energia elástica armazenada em cada ciclo) e E'' o módulo de perda (relacionado com a energia viscosa dissipada como calor em cada ciclo).

Neste procedimento, uma das extremidades de uma viga de CRFC é engastada e aplica-se uma perturbação impulsiva na extremidade livre. Isto faz a viga oscilar com amplitudes transversais decrescentes (vibração amortecida), e estas amplitudes ao longo do tempo são obtidas através de um acelerômetro fixado na extremidade livre.

Deste modo, o valor de E' é obtido em função do decremento logarítmico, da frequência e das grandezas físicas e geométricas do sistema.



Figura 4.1 – Diagrama esquemático de um corpo-de-prova para ensaio em vibração livre.

Para escrever a equação diferencial do movimento linear o elemento de massa é tratado como uma partícula e os elementos de elasticidade como mola [Almeida 1987]. A deflexão de uma viga de comprimento L para qualquer posição x ao longo da mesma (marcado da esquerda para a direita) submetida a uma carga na extremidade livre é dada por [Timoshenko 1979]:

$$\delta(x) = \frac{P}{E'I} \cdot \left[\frac{L \cdot x^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right] \quad (4.2.1)$$

Onde I é o momento de inércia da seção transversal da viga e a carga P de valor igual a $m_p \cdot g$, sendo m_p a massa da partícula considerada na extremidade livre da viga.

Para $x = L$ (extremidade livre da viga), tem-se:

$$\delta(L) = \frac{m_p \cdot g \cdot L^3}{3 \cdot E' \cdot I} \quad (4.2.2)$$

E ainda,

$$m_p \cdot g = K \cdot \delta(L) \quad (4.2.3)$$

Portanto:

$$K = \frac{3 \cdot E' \cdot I}{L^3} \quad (4.2.4)$$

A deflexão dinâmica da viga (primeiro modo de vibrar) calculado pelo método de Rayleigh [Steidel 1971], pode ser dado por:

$$f(x) = \frac{m_p \cdot g}{E' \cdot I} \cdot \left(\frac{L \cdot x^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right) \quad (4.2.5)$$

ou ainda se:

$$\frac{m_p \cdot g}{E' \cdot I} = \delta(L) \cdot \frac{3}{L^3}$$

Substituindo na Eq. 4.2.1, tem-se:

$$\delta(x) = \delta(L) \cdot \left(\frac{3x^2}{2L^2} - \frac{x^3}{2L^3} \right) \quad (4.2.6)$$

A energia cinética da viga por unidade de comprimento será:

$$\frac{dE_{cv}}{dt} = \frac{1}{2} \cdot \frac{q}{g} \cdot \dot{\delta} \quad (4.2.5)$$

Onde q é o peso da viga por unidade de comprimento

$$\dot{\delta} = \frac{df}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \delta(x) \cdot \left(\frac{3x^2}{2L^2} - \frac{x^3}{2L^3} \right)$$

logo,

$$E_{cv} = \frac{1}{2} \cdot \frac{q}{g} \cdot \int_0^L \left[\delta(L) \cdot \left(\frac{3x^2}{2L^2} - \frac{x^3}{2L^3} \right) \right]^2 dx$$

$$E_{cv} = \frac{1}{2} \cdot \frac{q}{g} \cdot \delta(L) \cdot \int_0^L \left(\frac{9x^4}{4L^4} + \frac{x^6}{4L^6} - \frac{3x^5}{2L^5} \right) dx$$

Sendo $\frac{q \cdot L}{g} = \text{massa da viga} = m$ temos:

$$E_{cv} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{33}{140} \cdot m \right) \cdot \delta^2(L) \quad (4.2.7)$$

A energia cinética da partícula, será:

$$E_{cv} = \frac{1}{2} \cdot m_p \cdot \delta^2(L) \quad (4.2.8)$$

Tomando (4.2.6), (4.2.7) e (4.2.8) tem-se a energia cinética total do sistema:

$$E_{cv} = \frac{1}{2} \cdot \left(m_p + \frac{33}{140} \cdot m \right) \cdot \delta^2(L) \quad (4.2.9)$$

A energia potencial da viga, pode ser calculada por:

$$E_p = \int_0^L \frac{M^2}{2.E'.I} dx = \int_0^L \frac{I}{2.E'.I} \left(E'.I. \frac{d^2 y}{dx^2} \right)^2 dx$$

Sendo: M o momento fletor da viga, tem-se ainda que:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{d^2 \delta}{dx^2} = \delta(L) \left[\frac{3}{L^2} - \frac{3}{L^3} \cdot x \right]$$

Integrando:

$$E_p = \frac{3.E'.I.\delta^2(L)}{2.L^3} \quad (4.2.10)$$

Do princípio de conservação de energia durante as oscilações, conclui-se que a soma de energia cinética e potencial do sistema mecânico vibrante, em qualquer instante de tempo, permanece constante (desprezando-se as perdas energéticas), ou seja:

$$E_C + E_P = \text{CONST}$$

logo,

$$E_C + E_P = \frac{1}{2} \cdot \left(m_p + \frac{33}{140} m \right) \cdot \dot{\delta}^2(L) + \frac{3 \cdot E' \cdot I}{2 \cdot L^3} \cdot \delta^2(L) = \text{constante}$$

Derivando a expressão acima com relação ao tempo, resulta:

$$\frac{1}{2} \cdot \left(m_p + \frac{33}{140} m \right) \cdot 2 \cdot \dot{\delta} \cdot \ddot{\delta} + \frac{3 \cdot E' \cdot I}{2 \cdot L^3} \cdot 2 \cdot \delta \cdot \dot{\delta} = 0$$

Temos que a massa efetiva em vibração, considerando a massa $M \ll m$, resulta :

$$M_e = \frac{33}{140} m$$

E a rigidez equivalente ou efetiva:

$$K_e = \frac{3 \cdot E' \cdot I}{L^3}$$

Sendo a equação da vibração livre, sem amortecimento dada por:

$$M_e \cdot \ddot{\delta} + K_e \cdot \delta = 0 \quad (4.2.11)$$

E a frequência natural do sistema:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_e}{M_e}} = \sqrt{\frac{3.E'.I}{\left(m_p + \frac{33}{140} \cdot m\right) \cdot L^3}} \quad (4.2.12)$$

Considerando um sistema com um grau de liberdade, podemos escrever que:

$$M_e \cdot \ddot{\delta} + \eta \cdot \dot{\delta} + K_e \cdot \delta = 0 \quad (4.2.13)$$

Onde C é o coeficiente de amortecimento da viga sob flexão. Fazendo:

$$\zeta = \frac{C}{2 \cdot \left(m_p + \frac{33}{140} m\right) \cdot \omega_n} \quad \text{e} \quad \omega_n^2 = \frac{K_e}{\left(m_p + \frac{33}{140} m\right)}$$

Sendo ζ o fator de amortecimento, a equação (m) torna-se:

$$\ddot{\delta} + 2 \cdot \zeta \cdot \omega_n \cdot \dot{\delta} + \omega_n^2 \cdot \delta = 0 \quad (4.2.14)$$

A solução desta equação é dada por:

$$\delta(t) = Z \cdot e^{-\zeta \cdot \omega_n \cdot t} \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \phi) \quad (4.2.15)$$

onde:

$$Z = \frac{\delta_o}{\sqrt{1 + \zeta^2}} \quad \text{e} \quad \phi = \arctan \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \quad (4.2.16)$$

Sendo δ_o a deflexão inicial da extremidade livre da viga.

As amplitude sucessivas Y_i decrescem, como mostrado na figura 4.2, porque ocorre dissipação gradual de energia elástica em calor. A frequência de ressonância é dependente da geometria do corpo-de-prova, massa específica e da resolução de frequência do equipamento utilizado.

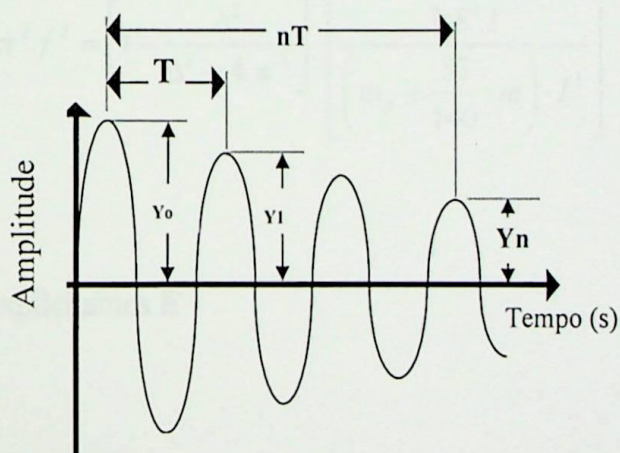


Fig.4.2 – Curva de oscilação amortecida típica.

O decremento logarítmico é definido por:

$$\Delta = \frac{1}{n} \cdot \ln \left(\frac{Y_0}{Y_n} \right) \quad (4.2.17)$$

O fator de amortecimento é dado por:

$$\zeta^2 = \frac{\Delta^2}{\Delta^2 + 4 \cdot \pi^2} \quad (4.2.18)$$

Sabendo que:

$$\omega = \sqrt{1 - \zeta^2} \cdot \omega_n \quad \text{e} \quad 2 \cdot \pi \cdot f = \omega_n \cdot \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (4.2.19)$$

Substituindo (4.2.18) e (4.2.12) em (4.2.19), resulta:

$$4 \cdot \pi^2 \cdot f^2 = \left[1 - \frac{\Delta^2}{\Delta^2 + 4 \cdot \pi^2} \right] \cdot \left[\frac{3 \cdot E' \cdot I}{\left(m_p + \frac{33}{140} \cdot m \right) \cdot L^3} \right]$$

Desta expressão explicitamos E' :

$$E' = \frac{4 \cdot p^2 \cdot f^2}{3 \cdot I} \cdot \left[m_p + \frac{33}{140} \cdot m \right] \cdot L^3 \cdot \left[1 + \frac{\Delta^2}{4 \cdot \pi^2} \right] \quad (4.2.20)$$

Onde $I = b \cdot h^3 / 12$ é o momento de inércia da área da seção reta do corpo de prova com relação ao eixo de flexão.

Como se vê, a Eq. 4.2.20 fornece o valor de E' , como uma função da frequência natural do sistema com amortecimento e do decremento logarítmico, ambas determinados no ensaio, e das propriedades do sistema que também são conhecidas.

Na Eq. 4.2.20 a parcela $[1 + \Delta^2 / (2\pi)^2]$ deverá ser considerada quando $\Delta > 1$, isto é, para altos valores de amortecimento. Quando $\Delta < 1$, pode se escrever que [Hertzberg 1976]:

$$\eta = \frac{\Delta}{\pi} = \frac{E''}{E'}$$

Onde η é chamado coeficiente de dissipação ou de perda do compósito, dado pela razão entre a parte imaginária deste módulo e a parte real.

ou,

$$E'' = \eta \cdot E' \quad (4.2.21)$$

4.3. Vibração Forçada

Neste procedimento de ensaio, uma viga CRFC de comprimento $2L$, é submetida a um ensaio de vibração transversal com excitação atuando no centro (Fig 4.3a) . Através de um analisador de vibração obtem-se a amplitude transversal em dois pontos da viga. Ambas as leituras, no ponto de excitação e em uma extremidade livre, devem ser registradas simultaneamente. Também, foi registrado o ângulo de fase ϕ referente às amplitudes nestes pontos, conforme mostra a figura 4.3b.

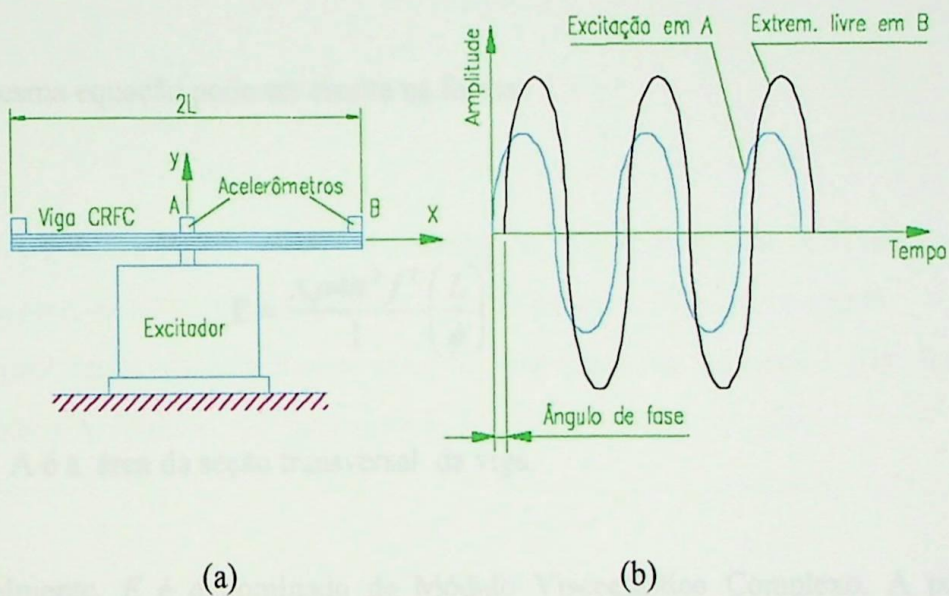


Fig. 4.3 – Esquema do arranjo experimental para teste por vibração mecânica.

Neste ensaio é avaliado o desvio do comportamento elástico ideal sob deformações cíclicas para vigas de CRFC. Estes materiais apresentam características viscoelásticas, quando submetidos a solicitações dinâmicas.

4.3.1. Conceito de Módulo Dinâmico

A Eq. 4.3.1, onde f é a frequência natural de vibração, α uma constante dependente da forma da viga e do modo de vibração, ρ a massa específica do material, I o momento de inércia e L o comprimento da viga, permite obter o módulo dinâmico.

$$f = \frac{\alpha}{L^2} \cdot \left(\frac{E \cdot I}{\rho} \right)^{1/2} \quad (4.3.1)$$

Esta mesma equação pode ser escrita na forma:

$$E = \frac{A \rho 4 \pi^2 f^2}{I} \left(\frac{L}{\phi} \right)^4 \quad (4.3.2)$$

Onde A é a área da seção transversal da viga.

Normalmente, E é denominado de Módulo Viscoelástico Complexo. A parte real (relacionada com a energia elástica armazenada em cada ciclo) é representada por E' e a parte imaginária (relacionada com a energia viscosa dissipada com o calor em cada ciclo) é representada por E'' [Hage & Bretas 1987].

$$E = E' + iE'' \quad (4.3.3)$$

4.3.2. Equações Para Uma Viga Submetida à Vibração Forçada

O estudo de vibrações em vigas é bem documentado e discutido em vários livros textos e artigos em periódicos como em Den Hartog (1956), Bishop & Johnson (1966), Thomsom (1976), Hess (1964), Lee (1973), Maurizi, Rossi & Reyes (1976), Almeida & Dias (1984) e Pestel & Leakie (1963). Utilizando-se de métodos matriciais, pode-se equacionar as amplitudes em qualquer posição ao longo de uma viga submetida à vibrações mecânicas.

Para o arranjo mostrado na figura 4.3, considerando pequenas amplitudes para a viga de comprimento L , pode-se escrever a equação:

$$EI \frac{\partial^4 Y}{\partial x^4} = -m \cdot \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2}, \text{ sendo } Y = Y(x, t) \quad (4.3.4)$$

Onde E é o módulo dinâmico, I é o momento de inércia da seção e m é a massa da viga por unidade de comprimento, x é uma dada posição ao longo da viga e t é o tempo.

A solução desta equação para o caso de uma excitação harmônica com frequência angular ω [Bishop & Johnson 1979] é dada por:

$$Y = y(x) \cdot e^{i\omega t} \quad (4.3.5)$$

Substituindo na Eq.(4.3.4) resulta:

$$\frac{d^4 y}{dx^4} - \omega^2 \frac{m}{EI} y = 0 \quad (4.3.6)$$

A forma geral para a função $y(x)$ é:

$$y = A.\cos(\mu.x) + B.\sen(\mu.x) + C.\cosh(\mu.x) + D.\sinh(\mu.x) \quad (4.3.7)$$

sendo:
$$\mu = \left(\frac{\omega^2 \cdot m}{EI} \right)^{0.25}$$

Através da Eq. 4.3.7, pode-se escrever as relações abaixo:

$$\theta = \frac{dy}{dx} = -A.\mu.\sen(\mu.x) + B.\mu.\cos(\mu.x) + C.\mu.\sinh(\mu.x) + D.\mu.\cosh(\mu.x) \quad (4.3.8a)$$

$$\frac{M}{EI} = \frac{d^2y}{dx^2} = -A.\mu^2.\cos(\mu.x) - B.\mu^2.\sen(\mu.x) + C.\mu^2.\cosh(\mu.x) + D.\mu^2.\sinh(\mu.x) \quad (4.3.8b)$$

$$\frac{Q}{EI} = \frac{d^3y}{dx^3} = A.\mu^3.\sen(\mu.x) - B.\mu^3.\cos(\mu.x) + C.\mu^3.\sinh(\mu.x) + D.\mu^3.\cosh(\mu.x) \quad (4.3.8c)$$

Onde θ é inclinação, M é o momento fletor e Q é o esforço cortante.

As constantes A,B,C e D são determinadas para $x = 0$. Designando por $y = y_0$, resulta:

$$A = \frac{1}{2} \left(y_0 - \frac{1}{\mu^2} \frac{d^2y_0}{dx^2} \right) \quad (4.3.9a)$$

$$B = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\mu} \frac{dy_0}{dx} - \frac{1}{\mu^3} \frac{dy^3}{dx^3} \right) \quad (4.3.9b)$$

$$C = \frac{1}{2} \left(y_0 + \frac{1}{\mu^2} \frac{d^2y_0}{dx^2} \right) \quad (4.3.9c)$$

$$D = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\mu} \frac{dy_0}{dx} + \frac{1}{\mu^3} \frac{dy^3}{dx^3} \right) \quad (4.3.9d)$$

Para $x = L$, designando $y = y_L$, resulta:

$$y_L = y_0 \left[\frac{1}{2} (\cosh \mu.L + \cos \mu.L) \right] + \frac{dy_0}{dx} \left[\frac{1}{2\mu} (\sinh \mu.L + \sen \mu.L) \right] \\ + \frac{d^2 y_0}{dx^2} \left[\frac{1}{2\mu^2} (\cosh \mu.l - \cos \mu.l) \right] + \frac{d^3 y_0}{dx^3} \left[\frac{1}{2\mu^3} (\sinh \mu.l - \sen \mu.l) \right] \quad (4.3.10a)$$

$$\frac{dy_L}{dx} = y_0 \left[\frac{\mu}{2} (\sinh \mu.l - \sen \mu.l) \right] + \frac{dy_0}{dx} \left[\frac{1}{2} (\cosh \mu.l - \cos \mu.l) \right] \\ + \frac{d^2 y_0}{dx^2} \left[\frac{\mu}{2\mu} (\sinh \mu.l + \sen \mu.l) \right] + \frac{d^3 y_0}{dx^3} \left[\frac{1}{2\mu^2} (\cosh \mu.l - \cos \mu.l) \right] \quad (4.3.10b)$$

$$\frac{d^2 y_L}{dx^2} = y_0 \left[\frac{\mu^2}{2} (\cosh \mu.l - \cos \mu.l) \right] + \frac{dy_0}{dx} \left[\frac{\mu}{2} (\sinh \mu.l - \sen \mu.l) \right] \\ + \frac{d^2 y_0}{dx^2} \left[\frac{\mu}{2} (\cosh \mu.l + \cos \mu.l) \right] + \frac{d^3 y_0}{dx^3} \left[\frac{1}{2\mu} (\sinh \mu.l + \sen \mu.l) \right] \quad (4.3.10c)$$

$$\frac{d^3 y_L}{dx^3} = y_0 \left[\frac{\mu^3}{2} (\sinh \mu.l + \sen \mu.l) \right] + \frac{dy_0}{dx} \left[\frac{\mu^2}{2} (\cosh \mu.l - \cos \mu.l) \right] \\ + \frac{d^2 y_0}{dx^2} \left[\frac{\mu}{2} (\sinh \mu.l - \sen \mu.l) \right] + \frac{d^3 y_0}{dx^3} \left[\frac{1}{2} (\cosh \mu.l + \cos \mu.l) \right] \quad (4.3.10d)$$

Na forma matricial, as Eqs. 4.3.10 resultam:

$$\begin{bmatrix} y_L \\ \frac{dy_L}{dx} \\ EI \frac{d^2 y_L}{dx^2} \\ EI \frac{d^3 y_L}{dx^3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b.L/\phi & c.L^2/\phi^2 EI & d.L^3/\phi^3 EI \\ \phi.d/L & a & b.L/\phi.EI & c.L^2/\phi^2 EI \\ \phi^2 EIc/L^2 & \phi EI d/L & a & b.L/\phi \\ \phi^3 EIb/L^3 & \phi^2 EIc/L^2 & \phi.d/L & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_0 \\ \frac{dy_0}{dx} \\ EI \frac{d^2 y_0}{dx^2} \\ EI \frac{d^3 y_0}{dx^3} \end{bmatrix} \quad (4.3.11)$$

Sendo, $\phi = \left(\frac{m\omega^2}{EI} \right)^{0.25} \cdot L$

$$a = \frac{1}{2} [\cosh \phi + \cos \phi]$$

$$b = \frac{1}{2} [\sinh \phi + \sin \phi]$$

$$c = \frac{1}{2} [\cosh \phi - \cos \phi]$$

$$d = \frac{1}{2} [\sinh \phi - \sin \phi]$$

Para o arranjo experimental em análise, para uma excitação na posição central da viga do tipo $y_0 \cdot e^{i\omega t}$, as condições de contorno são:

1) Para $x = 0 \Rightarrow y_0 e^{i\omega t}$ (deflexão)

Para $x = 0 \Rightarrow \frac{dy_0}{dx} = 0$ (inclinação)

Para $x = L \Rightarrow EI \frac{d^2 y_L}{dx^2} = 0$ (momento fletor)

Para $x = L \Rightarrow EI \frac{d^3 y_L}{dx^3} = 0$ (esforço cortante)

Portanto,

$$\begin{bmatrix} y_L \\ \frac{dy_L}{dx} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b.L/\phi & c.L^2/\phi^2 EI & d.L^3/\phi^3 EI \\ \phi.d/L & a & b.L/\phi.EI & c.L^2/\phi^2 EI \\ \phi^2 EIc/L^2 & \phi EId/L & a & b.L/\phi \\ \phi^3 EId/L^3 & \phi^2 EId/L^2 & \phi.d/L & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_0 \cdot e^{i\omega t} \\ 0 \\ EI \frac{d^2 y_0}{dx^2} \\ EI \frac{d^3 y_0}{dx^3} \end{bmatrix} \quad (4.3.12)$$

Designado por $[T]$ a matriz:

$$[T] = \begin{bmatrix} a & b.L/\phi & c.L^2/\phi^2 EI & d.L^3/\phi^3 EI \\ \phi.d/L & a & b.L/\phi.EI & c.L^2/\phi^2 EI \\ \phi^2 EIc/L^2 & \phi EId/L & a & b.L/\phi \\ \phi^3 EId/L^3 & \phi^2 EIc/L^2 & \phi.d/L & a \end{bmatrix} \quad (4.3.13)$$

A Eq. 4.3.12 pode ser escrita na forma:

$$\begin{bmatrix} y_L \\ \frac{dy_L}{dx} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & T_{24} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & T_{34} \\ T_{41} & T_{42} & T_{43} & T_{44} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_0 \cdot e^{i\omega t} \\ 0 \\ EI \frac{d^2 y_0}{dx^2} \\ EI \frac{d^3 y_0}{dx^3} \end{bmatrix} \quad (4.3.14)$$

Da Eq. 4.3.14, resulta:

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = y_0 \cdot e^{i\omega t} \cdot \begin{Bmatrix} T_{31} \\ T_{41} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} T_{33} & T_{34} \\ T_{43} & T_{44} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} d^2 y_L / dx^2 \\ d^3 y_L / dx^3 \end{Bmatrix} \quad (4.3.15)$$

Ou,

$$\begin{bmatrix} T_{33} & T_{34} \\ T_{43} & T_{44} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} d^2 y_L / dx^2 \\ d^3 y_L / dx^3 \end{Bmatrix} = -y_0 \cdot e^{i\omega t} \cdot \begin{Bmatrix} T_{31} \\ T_{41} \end{Bmatrix} \quad (4.3.16)$$

Ou ainda,

$$\begin{Bmatrix} d^2 y_L / dx^2 \\ d^3 y_L / dx^3 \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} T_{33} & T_{34} \\ T_{43} & T_{44} \end{bmatrix}^{-1} \times y_0 \cdot e^{i\omega t} \cdot \begin{Bmatrix} T_{31} \\ T_{41} \end{Bmatrix} \quad (4.3.17)$$

Da Eq. 4.3.14 tem-se ainda:

$$y_L = T_{11} \times y_0 \cdot e^{i\omega t} + [T_{13} \quad T_{14}] \times \begin{Bmatrix} d^2 y_L / dx^2 \\ d^3 y_L / dx^3 \end{Bmatrix} \quad (4.3.18)$$

Substituindo (4.3.17) em (4.3.18), vem:

$$y_L = \left\{ T_{11} - [T_{13} \quad T_{14}] \times \begin{bmatrix} T_{33} & T_{34} \\ T_{43} & T_{44} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{Bmatrix} T_{31} \\ T_{41} \end{Bmatrix} \right\} \times y_0 \cdot e^{i\omega t} \quad (4.3.19)$$

Ou,

$$y_L = \left\{ T_{11} - \left[\frac{T_{31}(T_{14}T_{43} - T_{13}T_{44})}{T_{34}T_{43} - T_{33}T_{44}} + \frac{T_{41}(T_{14}T_{33} - T_{13}T_{34})}{T_{33}T_{44} - T_{34}T_{43}} \right] \right\} \times y_0 e^{i\omega t} \quad (4.3.20)$$

Substituindo os termos da matriz [T], resulta:

$$y_L = \left(\frac{\cos \phi + \cosh \phi}{1 + \cos \phi \cosh \phi} \right) y_0 e^{i\omega t} \quad (4.3.21)$$

Designando o parâmetro \bar{H} como sendo a relação entre a amplitude na extremidade livre e a amplitude na posição de excitação, resulta:

$$\bar{H} = \frac{\left(\frac{\cos \phi + \cosh \phi}{1 + \cos \phi \cosh \phi} \right) y_0 e^{i\omega t}}{y_0 e^{i(\omega t - \varphi)}} \quad (4.3.22)$$

Onde φ é o ângulo de fase entre as amplitudes no ponto de excitação e na extremidade da viga.

Portanto, a Eq. 4.3.22 resulta:

$$\bar{H} = \left(\frac{\cos \phi + \cosh \phi}{1 + \cos \phi \cosh \phi} \right) \times e^{i\varphi} \quad (4.3.23)$$

$$\text{ou, } \bar{H} e^{-i\varphi} = \left(\frac{\cos \phi + \cosh \phi}{1 + \cos \phi \cosh \phi} \right) \quad (4.3.24)$$

$$\text{ou ainda, } \bar{H} (\cos \varphi - i \operatorname{sen} \varphi) = \left(\frac{\cos \phi + \cosh \phi}{1 + \cos \phi \cosh \phi} \right) \quad (4.3.25)$$

Ainda, pode-se escrever que:

$$J - iK = \left(\frac{\cos \phi + \cosh \phi}{1 + \cos \phi \cosh \phi} \right) \quad (4.3.26)$$

Sendo, $J = \bar{H} \cos \varphi$ e $K = \bar{H} \operatorname{sen} \varphi$.

O parâmetro \bar{H} e o ângulo de fase φ são obtidos experimentalmente para diferentes valores da frequência de excitação f . Com os valores de \bar{H} e φ , através da Eq. 4.3.24 pode-se avaliar o valor de ϕ e os módulos de armazenagem e perda do material.

A razão entre a parte imaginária deste módulo e a parte real é chamada de coeficiente de dissipação ou de perda do compósito, designado por η .

$$\eta = \frac{E''}{E'} \quad (4.3.27)$$

Estes parâmetros E' , E'' e η são dependentes do tempo e da temperatura; logo os ensaios são realizados adotando os procedimentos: (1) intervalo de frequência a uma temperatura constante ou (2) intervalo de temperatura a uma frequência constante.

No estudo experimental realizado, as amplitudes da viga foram obtidas utilizando-se acelerômetros. Considerando as massas do sistema em movimento, de maneira análoga ao procedimento descrito anteriormente, as Eqs. 4.3.21 e 4.3.24 são escritas na forma (ver apêndice I):

$$y_L = y_0 \cdot e^{i\omega t} \left\{ \frac{\cos \phi + \cosh \phi}{1 + \cos \phi \cosh \phi + \frac{m_p}{m} \phi (\sinh \phi \cos \phi - \sin \phi \cosh \phi)} \right\} \quad (4.3.28)$$

$$\bar{H} \cdot e^{-i\phi} = \frac{\cos \phi + \cosh \phi}{1 + \cos \phi \cosh \phi + \frac{m_p}{m} \phi (\sinh \phi \cos \phi - \sin \phi \cosh \phi)} \quad (4.3.29)$$

Onde m_p é a massa concentrada (acelerômetro) e m é a massa da viga-CRFC.

5. PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

5.1. Materiais

Os reforços utilizados no presente trabalho foram obtidos na forma de tecidos de fibras de carbono e estes podem ser classificados pelo padrão de entrelaçamento. As especificações dos mesmos estão mostradas na tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Especificações dos tecidos de fibras de carbono.

Tecido	Fios / cm	Espessura (mm)	Gramatura (g/m ²)
8 HS	9,5	0,42	372
Twill 2x1	21 (U):15 (T)	0,40	340

(U)=urdume, (T)=trama

A figura 5.1 ilustra a configuração básica dos tecidos de fibra de carbono utilizados, com indicações das direções : urdume(warp) e trama (fill).

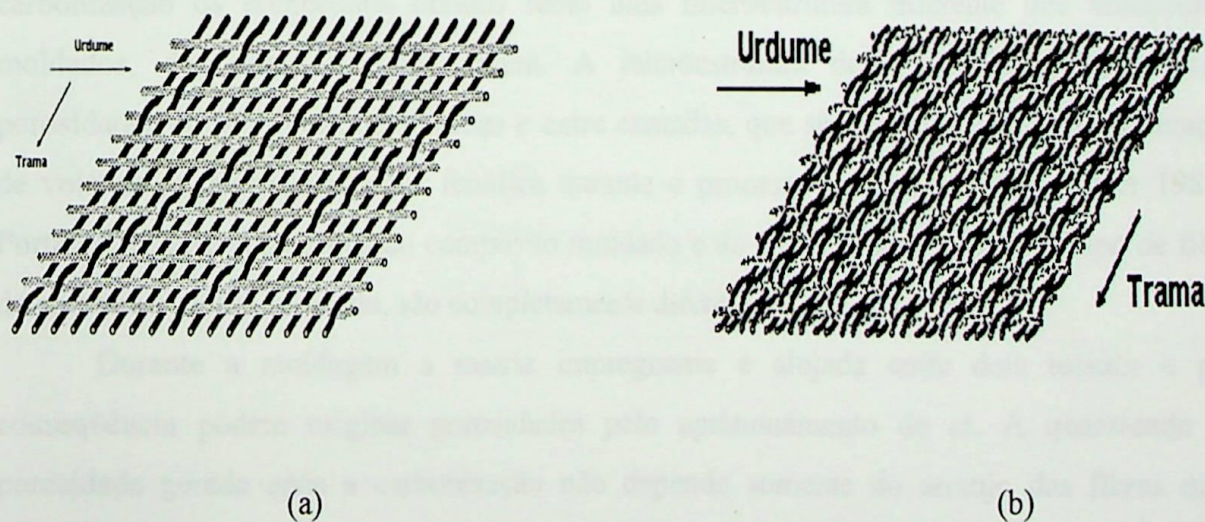


Figura 5.1 - Representação esquemática da arquitetura do tecido de fibra de carbono do tipo 8HS (a) e do tipo Twill 2x1 (b).

O tecido do tipo *8HS*, representado pela figura 5.1a, sobrepassa 7 cabos da trama na face superior e um cabo da trama na face inferior. O tecido *8HS* também utiliza fibra de carbono T300. O tecido *8HS* é, portanto, assimétrico, tendo em uma das faces cabos do urdume predominantemente e, na outra face cabos da trama predominantemente.

O tecido do tipo *Twill 2x1* possui tela (ou malha) do tipo “*Basket*”, onde a trama alterna dois cabos do urdume na face superior e um cabo do urdume na face inferior (Fig. 6.1b), a ondulação dos cabos da trama para esse tipo de tecido são defasados nas mechas individuais do urdume. As fibras de carbono componentes desse tecido tem massa específica de aproximadamente $1,55 \text{ g/cm}^3$. O tecido *Twill 2x1* após tratamento térmico a $1000 \text{ }^\circ\text{C}$ perde cerca de 10% em massa e as fibras, após esse mesmo tratamento, apresentam massa específica de $1,65 \text{ g/cm}^3$ [Nohara – 1998]. O tecido do tipo *Twill* têm o máximo de ondulações (sobrepassagens) dos cabos das fibras, isto é, número de sobrepassagens por unidade de área.

Ambos os tecidos foram moldados pelo empilhamento das camadas de tecido impregnados com resina fenólica. Os compósitos assim obtidos são designados como moldados. Se estes mesmos compósitos forem submetidos à tratamento térmico, em atmosfera inerte, até a temperatura de 1000°C , obtém-se um compósito carbono reforçado com fibras de carbono. Nesse processo, a resina fenólica se converte em carbono. A resina fenólica tem rendimento em carbono de aproximadamente 55% em peso. Naturalmente, após a carbonização os compósitos obtidos terão uma microestrutura diferente dos compósitos moldados, dos quais tiveram origem. A microestrutura de compósitos CRFC exhibe porosidades, microtrincas nas mechas e entre camadas, que são geradas devido à eliminação de voláteis da matriz de resina fenólica durante o processo de carbonização [Fitzer 1987]. Portanto, as microestruturas do compósito moldado e do carbonizado, a fonte do tipo de fibra de carbono e tecido utilizado, são completamente diferentes.

Durante a moldagem a matriz impregnante é alojada entre dois tecidos e por conseqüência podem originar porosidades pelo aprisionamento de ar. A quantidade de porosidade gerada após a carbonização não depende somente do arranjo das fibras mas, também, de muitos outros parâmetros como adesão fibra/matriz, ciclo de cura, etc. Para os compósitos oriundos de tecido do tipo *Twill* ocorre perda de peso da fibra, fator que também influencia no aumento de porosidade.

Os parâmetros que mais influenciam no amortecimento destes materiais são: tipo de fibra de carbono usada, fração volumétrica das fibras, interação fibra/matriz e tipo de tecido. A tabela 5.2 apresenta a porcentagem em volume e massa de fibras de carbono e a densidade de dois compósitos CRFC, designados por 8HS Trama Carbonizado e Twill Moldado.

Tabela 5.2- Algumas propriedades de compósitos ensaiados.

Propriedade ⇒	% fibras de carbono		ρ (g/cm ³)
	massa	volume	
Compósito ↓			densidade
8HS Trama moldado	63,5	57,0	1,57
8HS Trama carbonizado	76,0	59,5	1,37
Twill moldado	75,0	61,0	1,26
Twill carbonizado	83,0	59,4	1,19

A tabela 5.3 apresenta os materiais, dados geométricos e massa de 4 vigas ensaiadas.

Tabela 5.3- Materiais ensaiados

Compósito	L (mm)	b (mm) - largura	h (mm) - altura	m (g)
CRFC	comprimento	da seção transv.	da seção transv.	massa
8HS - Trama moldado	217,00	15,00	2,30	11,86
8HS - Trama carbonizado	195,00	15,50	2,00	8,32
Twill moldado	217,00	20,00	3,00	16,43
Twill carbonizado	212,00	15,00	4,00	15,16

5.2. Equipamentos e Instrumentos

5.2.1. Resultados Experimentais por Vibração Livre

A coleta de dados foi obtida utilizando um analisador de vibrações Bruel Kjaer tipo 2515 com acelerômetro também da marca Bruel Kjaer tipo 4375.

5.2.2. Resultados Experimentais Obtidos por Vibração Forçada

O esquema apresentado na figura 5.2 é constituído de um excitador de vibração (tipo 4808 B&K), através do qual uma viga é submetida a um ensaio de vibração transversal forçada com excitação atuando na parte central da viga. Através de um medidor de vibração (Tipo HP 3560-A) as amplitudes no ponto central e em uma extremidade livre da viga foram registradas simultaneamente em função do tempo permitindo avaliar o ângulo de fase para os compósitos CRFC ensaiados.

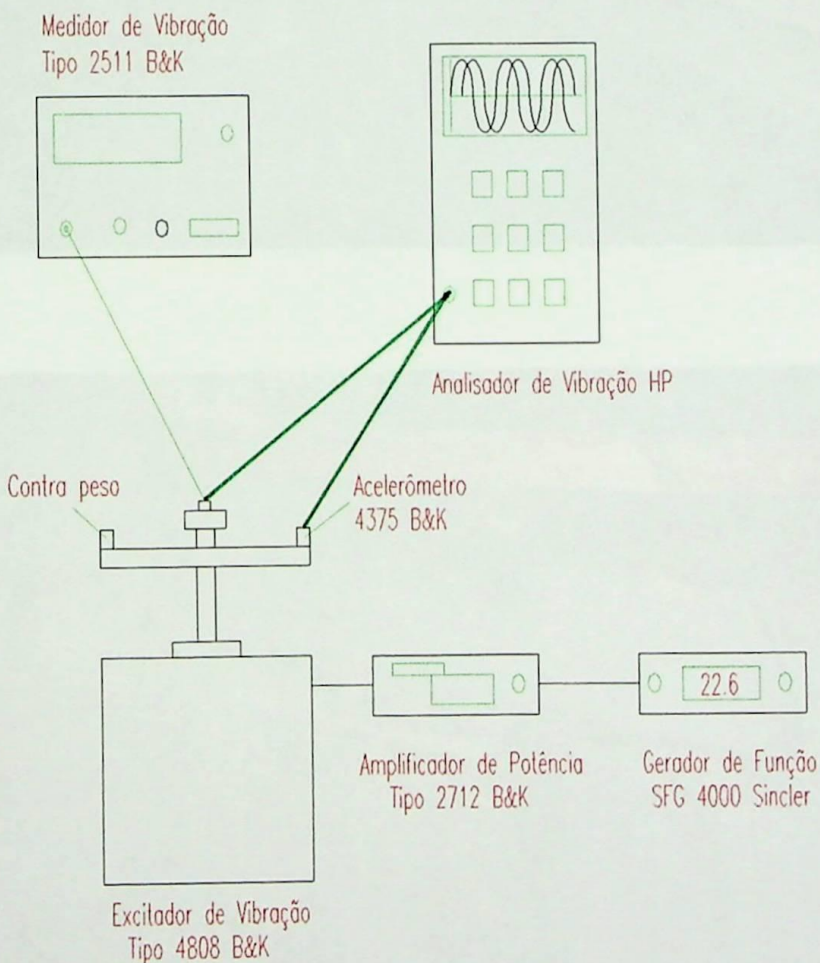


Figura 5.2-Esquema do arranjo experimental e equipamentos utilizados.

5.2.3. Equipamentos Utilizados - Laboratório de Vibrações Mecânicas

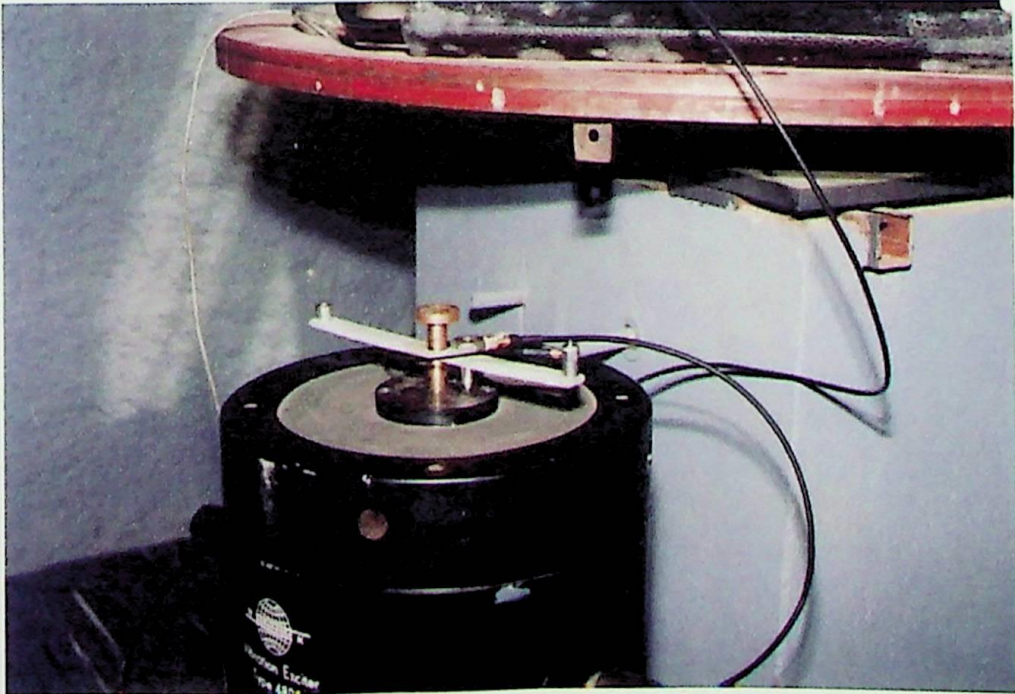


Figura 5.3. Equipamentos Utilizados

6. RESULTADOS E COMENTÁRIOS

6.1. Ensaio de Vibração Livre Amortecida

A tabela 6.1 apresenta os resultados experimentais e calculados para os compósitos CRFC em vibração livre.

Tabela 6.1: Resultados obtidos em Vibração Livre Amortecida

Compósito CRFC	Freq. Natural F_n (Hz)	n n° de ciclos	Y_0/Y_n Rel. amplit.	Δ Dec. Log.	ζ fator amort.	Módulo de Armazenagem E' (GPa)	Módulo de Perda E'' (GPa)	Fator de Perda $\eta = E'' / E'$
8HS - Trama Moldado	30,00	9	2,5780	0,1184	0,0377	44,54	1,64	0,038
8HS - Trama Carbonizado	28,29	7	1,7320	0,0785	0,0125	35,99	0,90	0,025
Twill Moldado	29,88	8	1,4032	0,0708	0,0113	17,80	0,40	0,023
Twill Carbonizado	35,20	9	1,7625	0,0376	0,0060	12,38	0,15	0,012

A figura 6.1 apresenta o gráfico obtido em laboratório por vibração livre.

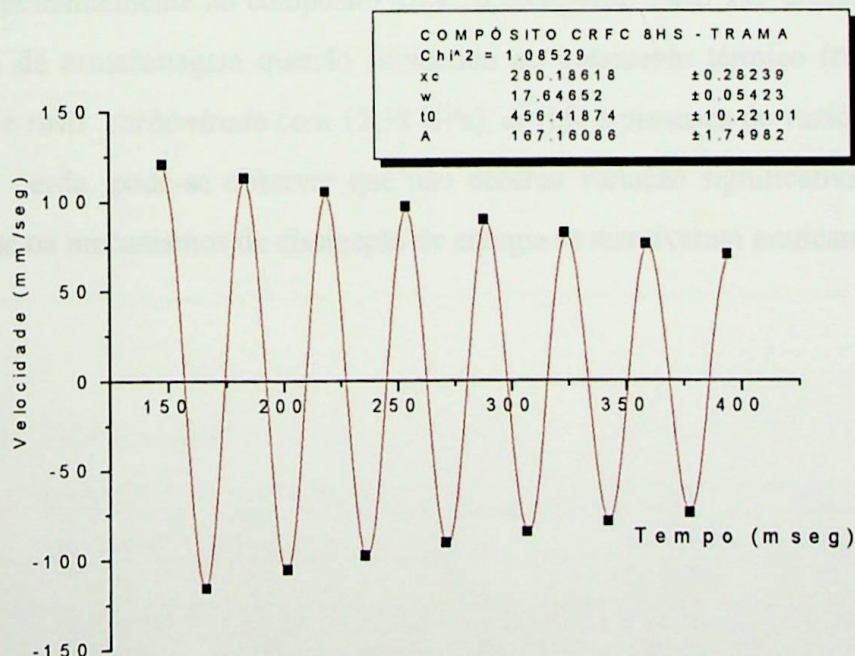


Figura 6.1. Gráfico do decaimento logarítmico – vibração livre amortecida

Foram avaliadas as propriedades dinâmico-mecânicas de compósitos obtidos à partir de dois tipos de tecidos: *8HS* e *Twill 2x1*. O compósito manufacturado com tecido *8HS* mostrou um resultado para o módulo de armazenagem de 44,54 GPa, com 60%/ volume de fibras, enquanto o compósito manufacturado com tecido *Twill 2x1* apresentou módulo de armazenagem e 17,80 GPa, com 61%/volume de fibras, mostrando que fibras de carbono com maior módulo de elasticidade dão origem à compósitos com maior módulo de armazenagem. Desta forma, independentemente do tipo de tela do tecido de fibras de carbono e mesmo apresentando menor fração volumétrica de fibras.

Com relação ao módulo de perda, o compósito *8HS moldado* apresenta uma fração volumétrica de fibras de 57% fazendo com que o mesmo tenha alto módulo de armazenagem 44,54 GPa, entretanto, a matriz fenólica é viscoelástica com baixo módulo, fazendo com que o compósito apresente alto módulo de perda 2,24 GPa. O compósito *8HS carbonizado* apresentou módulo de armazenagem inferior ao *moldado* 35,99 GPa. Isto se deve a presença de porosidades e microtrincas decorrentes do tratamento térmico, uma vez que não ocorreu alteração significativa do volume de fibras. À priori, a presença de vazios poderia fazer com que o mesmo apresentasse também um alto valor para o módulo de perda, o que não ocorreu 0,90 GPa. Isto porque, a matriz fenólica é convertida em carbono-vítreo de maior módulo, sendo fator preponderante na redução do módulo de perda.

Semelhantemente ao compósito *8HS*, o compósito *Twill 2x1* apresenta uma redução do módulo de armazenagem quando submetido ao tratamento térmico (*twill moldado* com 17,80 GPa e *twill carbonizado* com 12,38 GPa), devido a presença de vazios. Com relação ao módulo de perda, pode-se observar que não ocorreu variação significativa e ainda pode-se concluir que os mecanismos de dissipação de energia se mantiveram praticamente os mesmos.

Tabela 4.4 - *Twill Moldado*

Temp. (°C)	Modulo de armazenagem (GPa)	Modulo de perda (GPa)	Fator de dissipação (tan delta)	Modulo de armazenagem (GPa)	Modulo de perda (GPa)	Fator de dissipação (tan delta)
20,00	44,54	2,24	0,005	35,99	0,90	0,005
25,00	44,54	2,24	0,005	35,99	0,90	0,005
30,00	44,54	2,24	0,005	35,99	0,90	0,005
35,00	44,54	2,24	0,005	35,99	0,90	0,005
40,00	44,54	2,24	0,005	35,99	0,90	0,005
45,00	44,54	2,24	0,005	35,99	0,90	0,005
50,00	44,54	2,24	0,005	35,99	0,90	0,005
55,00	44,54	2,24	0,005	35,99	0,90	0,005
60,00	44,54	2,24	0,005	35,99	0,90	0,005
65,00	44,54	2,24	0,005	35,99	0,90	0,005
70,00	44,54	2,24	0,005	35,99	0,90	0,005
75,00	44,54	2,24	0,005	35,99	0,90	0,005
80,00	44,54	2,24	0,005	35,99	0,90	0,005
85,00	44,54	2,24	0,005	35,99	0,90	0,005
90,00	44,54	2,24	0,005	35,99	0,90	0,005
95,00	44,54	2,24	0,005	35,99	0,90	0,005
100,00	44,54	2,24	0,005	35,99	0,90	0,005

6.2. Ensaio de Vibração Forçada

As tabelas 6.2 à 6.5 apresentam os resultados experimentais e calculados para os compósitos CRFC em vibração forçada. Nestas tabelas são apresentados os valores da frequência de excitação (f), as amplitudes nas extremidades da viga, o ângulo de fase, o parâmetro adimensional ϕ .

Tabela 6.2: *8HS Trama Moldado*

Freq. excit.	Razão das amplitudes	ang. fase	Parâmetro adimensional	Mod. Armazen.	Mod. Perda	Fator de Perda
F [Hz]	Y_1/Y_0	φ°	ϕ	E' (GPa)	E'' (GPa)	η ($\times 10^{-2}$)
15,00	1,45412	0,80	1,116647 - i 0,009178	45,49	1,50	3,297
20,40	2,23876	2,27	1,306524 - i 0,011814	44,89	1,62	3,609
23,20	3,26547	4,13	1,394625 - i 0,012981	44,72	1,67	3,734
26,00	6,14380	12,25	1,476670 - i 0,018471	44,65	2,24	5,017
27,60	12,09685	29,60	1,522284 - i 0,020893	44,54	2,45	5,501
29,40	-	98,70	-	-	-	-

Tabela 6.3: *8HS Trama Carbonizado*

Freq. excit.	Razão das Amplitudes	ang. fase	Parâmetro adimensional	Mód. Armazen.	Mód. Perda	Fator de Perda
F [Hz]	Y_1/Y_0	φ°	ϕ	E' (GPa)	E'' (GPa)	η ($\times 10^{-2}$)
19,80	2,41034	2,90	1,267866 - i 0,012695	35,72	1,43	4,003
21,20	3,01928	4,20	1,317604 - i 0,013573	35,20	1,45	4,119
23,00	4,46416	7,71	1,374745 - i 0,015451	34,86	1,57	4,504
24,60	7,81155	18,72	1,424961 - i 0,019819	34,52	1,92	5,562
25,40	12,52479	39,42	1,453310 - i 0,023673	34,00	2,22	6,529
26,60	-	108,00	-	-	-	-

Tabela 6.4: *Twill Moldado*

Freq. excit.	Razão das amplitudes	ang. fase	Parâmetro adimensional	Mod. Armazen.	Mod. Perda	Fator de Perda
F [Hz]	Y_1/Y_0	φ°	ϕ	E' (GPa)	E'' (GPa)	η ($\times 10^{-2}$)
20,80	2,43409	1,54	1,377743 - i 0,007505	17,68	0,39	2,206
22,80	3,35282	3,65	1,451083 - i 0,011786	17,26	0,56	3,244
25,20	6,29998	12,30	1,535830 - i 0,019286	16,78	0,84	5,006
27,20	15,81157	47,84	1,598536 - i 0,025464	16,65	1,06	6,367
28,20	-	102,30	-	-	-	-

Tabela 6.5: *Twill Carbonizado*

Freq. excit.	Razão das amplitudes	ang. fase	Parâmetro adimensional	Mod. Armazen.	Mod. Perda	Fator de Perda
F [Hz]	Y_1/Y_0	φ°	ϕ	$E' \text{ (GPa)}$	$E'' \text{ (GPa)}$	$\eta \text{ (x}10^{-2}\text{)}$
25,40	2,94382	2,54	1,413020 - i 0,009508	11,53	0,32	2,775
27,60	4,40114	4,76	1,481538 - i 0,011017	11,26	0,34	3,020
29,20	7,51810	10,97	1,536093 - i 0,014043	10,91	0,40	3,667
30,80	16,71645	43,53	1,583640 - i 0,022007	10,73	0,60	5,592
32,20	-	96,00	-	-	-	-

A figura 6.2 apresenta o gráfico obtido em laboratório através do ensaio de vibração forçada.

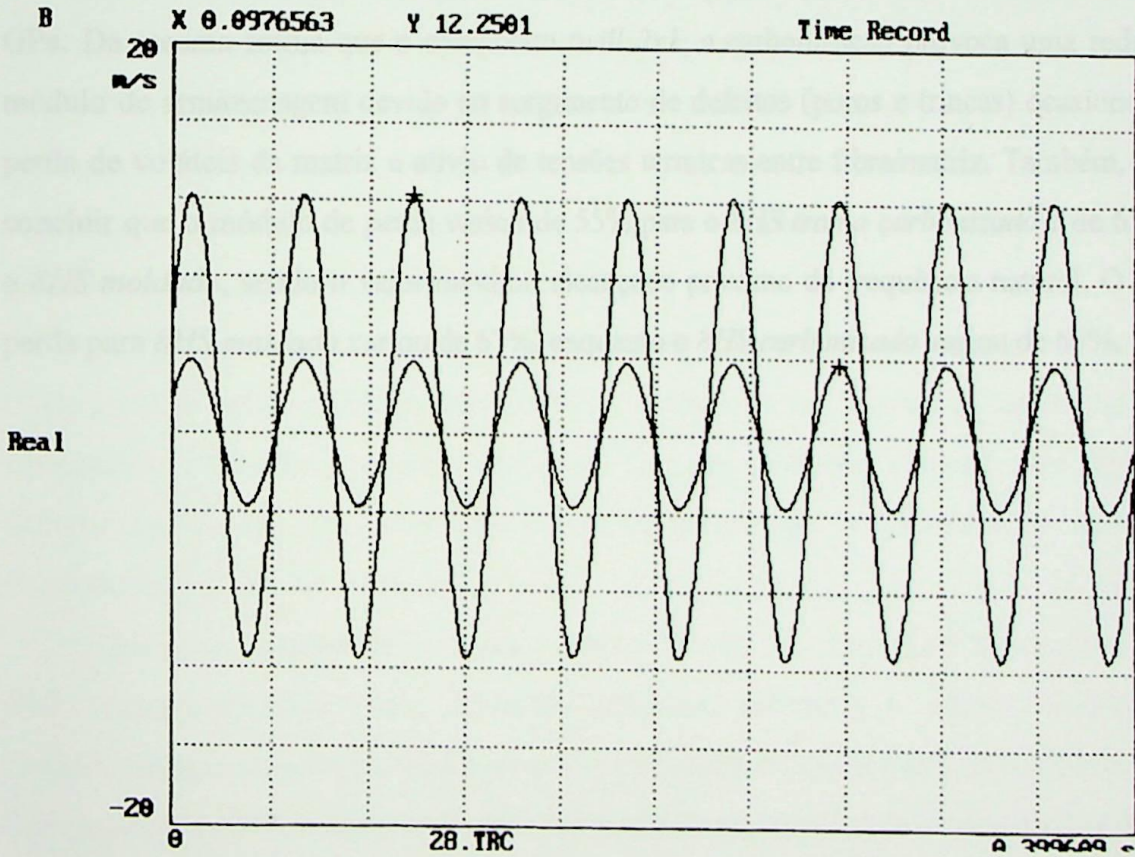


Figura 6.2 - Gráfico obtido através de ensaio de vibração forçada para compósito 8HS Trama moldado e frequência de excitação 23.20 Hz.

O compósito *twill* após a carbonização apresenta para o módulo de armazenagem um valor médio da ordem de 11,11 GPa, enquanto para o compósito *twill moldado* o mesmo é da ordem de 16,7 GPa. Isto é decorrente do aumento de porosidades após a carbonização. Pode-se observar que este módulo não apresenta alteração significativa em função da frequência de excitação. O módulo de perda variou de 172% para o *twill moldado* e de 86% para o *twill carbonizado* no intervalo de frequência considerado. Estes resultados confirmam que o comportamento viscoelástico da matriz no *twill moldado* propicia a maior variação do módulo de perda. O máximo deste módulo ocorre próximo da frequência natural. Isto é decorrente das amplitudes máximas que ocorrem quando o ângulo de fase alcança valores próximos de 90°, correspondendo ao maior valor do fator de perda.

O compósito *8HS* após a carbonização apresenta para o módulo de armazenagem um valor médio da ordem de 34,86 GPa, enquanto o compósito *8HS moldado* é da ordem de 44,85 GPa. Da mesma forma que o compósito *twill 2x1*, a carbonização provoca uma redução no módulo de armazenagem devido ao surgimento de defeitos (poros e trincas) ocasionadas por perda de voláteis da matriz e alívio de tensões térmicas entre fibra/matriz. Também, pode-se concluir que o módulo de perda variou de 55% para o *8HS trama carbonizado* e de 63% para o *8HS moldado*, sendo o valor máximo alcançado próximo da frequência natural. O fator de perda para *8HS moldado* variou de 67%, enquanto o *8HS carbonizado* variou de 63%.

7. CONCLUSÕES

O conhecimento das propriedades mecânicas de materiais é necessário tanto para o cálculo de estruturas quanto para avaliar ou substituir materiais. As normas para ensaios mecânicos de compósitos são relativamente escassas e estas são dedicadas quase que exclusivamente para compósitos poliméricos.

As informações disponíveis sobre propriedades mecânicas de compósitos manufacturados com fibras de carbono fazem com que alguma correlação seja difícil de ser realizada por causa da variedade de tipos de fibras de carbono utilizadas, dos tipos de preformas obtidas, das diferentes frações volumétricas e diferentes métodos de fabricação e processamento.

O caráter não-destrutivo dos ensaios por vibração mecânica e as baixas deformações aplicadas ao CRFC permitem repetir o ensaio no mesmo material fazendo com que a medida do módulo dinâmico seja uma ferramenta ideal para caracterização do mesmo. Durante a realização dos ensaios, os devidos cuidados foram tomados para evitar a fricção interna excessiva do material em análise, uma vez que este fenômeno pode causar degradação das propriedades físicas do compósito CRFC.

Os parâmetros de ensaio e fatores ambientais como por exemplo, amplitude, frequência e temperatura também irão afetar o módulo dinâmico e os valores de amortecimento do compósito. A frequência de ressonância tem sido um parâmetro utilizado para detecção de defeitos localizados em compósitos e também para avaliar a qualidade de adesão entre fibra/matriz.

As características de vibração e amortecimento de compósitos são importantes em muitas aplicações tais como estruturas espaciais, aeronaves e artigos esportivos. Os mecanismos que contribuem para o amortecimento em compósitos são a resposta viscoelástica de seus constituintes, fricção na interface fibra/matriz amortecimento termo-elástico devido ao fluxo cíclico de calor e iniciação e crescimento de danos. O fator de amortecimento de um compósito depende primariamente do fenômeno viscoelástico ou microplástico na matriz e do deslizamento na interface fibra/matriz.

O amortecimento interno de um compósito é determinado pelas seguintes variáveis: (a) propriedades e proporções relativas de matrizes e reforços; (b) dimensões de inclusão; (c) orientação do reforço em relação ao eixo de carregamento; (d) tratamento superficial do reforço e (e) conteúdo de vazios e trincas.

A técnica de vibração livre amortecida se mostra de grande utilidade para caracterização tanto das etapas intermediárias de processamento quanto do compósito final obtido, permitindo que sejam obtidas propriedades dinâmico-mecânicas, como por exemplo módulo dinâmico, módulo de perda, coeficiente de perda, frequência de ressonância e fator de amortecimento. Esta técnica tem como vantagem sua simples execução, além de ser não destrutiva.

As propriedades dinâmico-mecânicas de compósitos dependem do tipo de fibra de reforço utilizada, da orientação das fibras, da fração volumétrica de fibras, do tipo de matriz utilizada, da adesão entre fibra/matriz, da temperatura de tratamento térmico à que o mesmo é submetido bem como da presença ou não de defeitos nos mesmos. Um defeito comum encontrado em compósitos poliméricos é a presença de vazios. Estes vazios são formados por bolhas de ar aprisionadas na matriz durante o processo de moldagem por trincas causadas por encolhimento, ou por tensões térmicas, adesão inadequada e por ciclos de cura inadequados.

Quanto aos resultados obtidos em ambos os procedimentos de ensaios, mostram valores médios para os módulos de armazenagem obtidos por vibração forçada da mesma ordem dos valores obtidos por vibração livre. Em vibração forçada os valores encontrados para a frequência natural foram menores que as obtidas em vibração livre amortecida, isto é devido à condição de engastamento das vigas em vibração livre. Na vibração livre, a extremidade engastada apresentou uma condição de vínculo "perfeito", elevando-se a frequência natural da viga.

Quanto aos valores do módulo de perda e fator de perda, pode-se afirmar que os valores obtidos em vibração forçada são mais representativos, uma vez que estes valores quando obtidos por vibração livre amortecida são encontrados por uma expressão mais simplificada.

É importante salientar que os valores de leitura para os ângulos de fase e calculados para o parâmetro ϕ , ambos são sensíveis aos procedimentos de obtenção dos mesmos. Como sugestão de atividade em laboratório recomendamos desenvolver uma pesquisa para elaborar uma plataforma computacional para determinar o ângulo de fase e parâmetro ϕ no momento da realização do ensaio. A disponibilidade desse tipo de ferramenta poderá permitir uma atividade em laboratório com grande flexibilidade para selecionar as informações consideradas "consistentes" para efetuar-se os cálculos necessários para a caracterização das propriedades dinâmicas do material em análise. Também, um procedimento de ensaio recomendado é ensaiar os compósitos moldados obtendo as informações desejadas e, posteriormente, realizar o ciclo de processamento para carbonização efetuando os ensaios nos compósitos carbonizados em condições de temperatura e umidade quando da realização dos ensaios nos moldados. Nestas condições, os resultados experimentais e calculados permitirão comparar as possíveis alterações ocorridas, propiciando uma análise mais criteriosa dos resultados obtidos.

Finalizando, pode-se concluir que ambas as técnicas utilizadas permitem a obtenção das propriedades dinâmico-mecânicas de compósitos. Os ensaios são de simples execução e não destrutivos. A grande vantagem da técnica por vibração forçada é a possibilidade da obtenção destas propriedades em função da frequência de excitação, uma vez que a técnica por vibração livre amortecida proporciona resultados apenas na frequência natural ou de ressonância do material.

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Almeida, M. T. & Dias, J. C., 1984, *Free Vibration Analysis of Beams and Shafts by Programmable Calculators*, Journal of Sound and Vibration, 92(1).
- Al-Quereshi, Hazim A., 1983, *Composite Materials: fabrication and Analysis*, São José dos Campos, ITA.
- Biasotto, mano E., 1985, *Introdução à Polímeros*, Ed. Edgard Blucher, São Paulo, 111p.
- Bishop, R. E. D. & Johnson, D. C., 1960, *The Mechanics of Vibrations*, Cambridge University Press.
- Buckley, J. D. & Edie, D. D., 1993, *Carbon/Carbon Materials and Composites*, USA: Noyes Publications.
- Cawley, P. & Adams, R. D., 1978, *Journal Composite Materials*, vol. 12, pp. 336-347.
- Coppini, N. L., Ferreira, J. R., Levy Neto, F. & Pardini, L. C., 1996, (b) *Machining Process and Superficial Hardness of Carbon/Carbon Composites*, OMAE'96-15 th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, Materials Engineering/ASME, vol.III, Itália, p.269-274.
- Daniel, I. M. & Ishai, O. ,1994, *Engineering Mechanics of Composite Materials*, Oxford University Press, New York.
- Delmonte, John, 1987, *Technology of carbon and graphite fiber composites*. Malabar: Robert E. Krieger Publishing Co., 452p.
- Den Hartog, J. P., 1956, *Mechanical Vibrations*, McGraw-Hill Book, Company Inc.

- Diefendorf, Russel J., 1987, *Continuous Carbon Fiber Reinforced Carbon Matrix Composites*. Composites, Engineered Materials Handbok, Ohio: ASM International, vol. 1, p.911-914.
- Ferreira, J. R., 1992, *Características da Usinagem de um Compósito de Resina Fenólica Reforçada com Fibras de Vidro e Carbono*, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, UNICAMP, 146p. Tese (Mestrado).
- Ferreira, J. R., 1999, *Torneamento de Materiais Compósitos Reforçados com Fibras de Carbono*, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, UNICAMP, 196p. Tese (Doutorado).
- Fitzer, E., 1987, *The Future of Carbon-Carbon Composites*, *Carbon*, vol. 25, No. 2, pp. 163-190.
- Greif, R. & Hebert, B., 1995, *Experimental Techniques for Dynamic Characterization of Composite Materials*, *Journal of Engineering Materials and Technology*, vol 117, pp. 94-100.
- Greif, R. & Johnson, M. S., 1991, *A Combined Theoretical/Experimental Approach to the Dynamic Characterization of Viscoelastic Materials*, *ASME Journal of Engineering Materials and Technology*, vol.114, pp. 77-80.
- Hage, Jr., E. & Bretas, R. E. S., 1987, *Análise Dinâmico-Mecânica de Sistemas Conjugados, I Seminário de Caracterização de Sistemas Poliméricos*, Centro de Pesquisas e Desenvolvimento Leopoldo A . Miguez de Mello- CENPES.
- Hansen, Niel W., 1987, *Carbon Fibers. Composites*, Engineered Materials Handbook, Ohio: ASM International, vol. 1, p.112-113.

- Hess, M. S., 1964, *Vibration Frequencies for a Uniform Beam with Central Mass and Elastic Supports*, Journal of Applied Mechanics, 31(3).
- Hertzberg, R. W., 1976, *Deformation and Fracture Mechanics of Engineering Materials*, John Wiley & Sons, Inc., New York, pp. 206-210.
- Jang, B. Z., 1994, *Vibration Testing and Damping Analysis in Composites*. In: *Advanced Polymer Composites*, ASM International, p. 215-225.
- Jortner, J., 1986, *Macroporosity and Interface cracking in Multi-Directional Carbons/Carbons*. Carbon, vol.24(5), p.603-613.
- Schmidt, D. L., 1972, *Carbon/Carbon Composites*, SMP's Journal, No. 2, pp. 9-19.
- Lee, T. W., 1973, *Vibration Frequencies for a Uniform Beam with One End Spring-Hinged and Carrying Mass at the Other Free-End*, Journal of Applied Mechanics, 40(3).
- Li, J. & Weng, G. J. , 1997, *Influence of Inclusion Microgeometriy on Some Thermomechanical Properties of Isotropic Polymer-Matrix Composites*, Journal of Engineering Materials and Technology, vol. 119, pp. 242-250.
- Maurizi, M. J., Rossi, R. E. & Reyes, J. A. , 1976, *Vibration Frequencies for a Uniform Beam with One End Spring-Hinged and Subjected to a Translational Restraint at the Other End*, Journal of Sound and Vibration, 48(4).
- Yadava, U. K., Raju P. K. & Eswari W., 1972, *Material Damping Studies on Carbon-Carbon*.
- McAllister, L. E. & Lachman, W. L., 1983, *Fabrication of Composites*, Handbook of Composites, vol.4, Elsevier Science Publishers, Cap.III: Multidiretional Carbon/Carbo Composites, p.109-176.
- Nohara, E. L., 1998, *Estabelecimento de Parâmetros de Processamento de Compósitos CRFC Aplicados na Área de Elementos de Fricção*, Tese de Mestrado, Instituto Tecnológico de Aeronáutica.

- Pardini, Luiz Cláudio, 1994, *Structure and Propertiers of SiC Modified Carbon Reinforced Carbon Composite*, University of Bath, UK, Ph.D. Thesis.
- Paxson, E. B., 1975, *Real an Imaginary Parts of the Complex Viscoelastic Modulus for Boron Fiber Reinforced Plastics*, Journal Acoustical Society of America, pp. 891-898.
- Pestel, E. C. & Leckie, F. A ., 1963, *Introduction to State Vectors and Transfer*, In: *Matrix Methods in Elastomechanics*, McGraw-Hill.
- Savage, Gary, 1993, *Carbo/Carbon Composites*, London, Chapman & Hall, 389p.
- Schmidt, D. L., 1972, *Carbon/Carbon Composites*, *SAMPE Journal*, No. 8, pp. 9-19.
- Thomas, C. R., 1993, *Essentials of Carbon/Carbon Composites* . Cambridge: The Royal Society Chemistry, 233p.
- Thomson, W. T., 1976, *Vibration Theory and Applications*, George Allen & Unwin Ltd., London.
- Timoshenko, S. P., 1979, *Resistência dos Materiais*, vol. 1, Livros Técnicos e Científicos Editora S. A.
- Vaidya, U. K. , Raju P. K. & Kowbel W., 1992, *Material Damping Studies on Carbon-Carbon Composites*, *Carbon*, vol. 30, pp. 925-929.
- Vaidya, U. K. & Raju, P. K., 1994, *Materials Evaluation*, pp. 682-688.
- Zheng, G. & Don-Hua, J., 1983, *The Microestructure of 3D Carbon/Carbon Composites*, 16 th Biennial Conference on Carbon, Califórnia, p.507-508.

INFLUÊNCIA DA MASSA PONTUAL NA EQUAÇÃO 4.3.21

O Método das Matrizes de Transferência é um processo alternativo para solucionar problemas de vibrações estruturais. Para melhor entendimento deste método, torna-se necessário definir três termos: a matriz, o vetor estado e a matriz de transferência.

1.1. Sistema

Este é composto de um número de elementos, todos sem massa e massa pontual. Cada elemento está situado entre dois pontos do sistema.

1.2. Vetor Estado

Trata-se de uma matriz quadrada que representa os deslocamentos e forças internas em cada ponto do sistema, Z_i , e a inclinação da viga, a condição de estado para qualquer ponto do sistema, Z_{i+1} , que são mutuamente dependentes.

Elas são a deflexão δ , a inclinação θ , o momento flexor M e o esforço cortante Q . Estes parâmetros definem o vetor estado para o sistema, e este vetor é expresso matematicamente por:

$$Z_i = \begin{bmatrix} \delta \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix}$$

i. INFLUÊNCIA DA MASSA PONTUAL NA EQUAÇÃO 4.3.21

O Método das Matrizes de Transferência é um processo alternativo para solucionar problemas de vibrações estruturais. Para melhor entendimento deste método, torna-se necessário definir três termos: o *sistema*, o *vetor estado* e a *matriz de transferência*.

I.1. Sistema

Este é composto de um número de elementos, molas sem massa e massas pontuais. Cada elemento está situado entre dois pontos do sistema.

I.2. Vetor Estado

Trata-se de uma matriz coluna que especifica os deslocamentos e forças internas em cada ponto do sistema, sendo o ponto extremo de um elemento. No caso de vigas, a condição de estado para qualquer ponto é definida por quatro parâmetros mutuamente dependentes.

Eles são a deflexão Y , a inclinação θ , o momento fletor M e o esforço cortante Q . Esses parâmetros definem o vetor estado para o sistema, e este vetor é expresso convencionalmente por:

$$Z_i = \begin{bmatrix} Y \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix}_i$$

I.3. Matriz de Transferência

Esta relaciona os vetores estado em dois pontos do sistema, e geralmente os dois pontos escolhidos são aqueles que formam os extremos de um elemento.

Se a matriz transferência relaciona as condições sobre os dois lados de um elemento “mola” sem massa, ela é chamada de “*Matriz Campo*”, e se ela relaciona as condições dos dois lados de uma massa concentrada, ela é chamada de “*Matriz Ponto*”.

I.3.1. Matriz Campo Para Um Elemento Mola

Considere uma seção de viga como mostra a figura II.1:

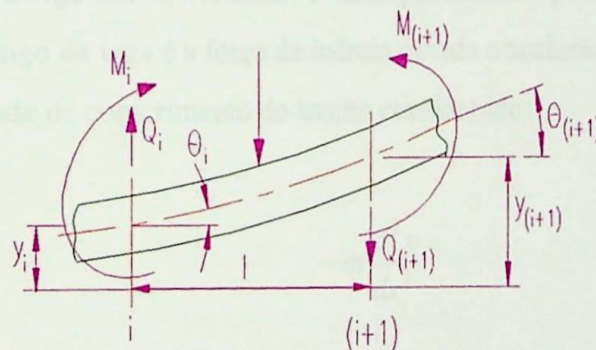


Fig. I.1 – Elemento de uma viga com EI constante e massa da viga por unidade de comprimento.

Na forma compacta:

$$Z_{i+1} = T_c \cdot Z_i$$

Onde T_c é a matriz campo da seção considerada.

Partindo-se da deflexão mostrada, pode-se escrever as seguintes relações:

$$\text{Inclinação} \quad \theta = \frac{dy}{dx} \quad (\text{I.1})$$

$$\text{Momento Fletor} \quad M = EI \frac{d^2 y}{dx^2} \quad (\text{I.2})$$

$$\text{Esforço Cortante} \quad Q = \frac{dM}{dx} = EI \frac{d^3 y}{dx^3} \quad (\text{I.3})$$

$$\text{Variação do Esforço Cortante} \quad \frac{dQ}{dx} = EI \frac{d^4 y}{dx^4} \quad (\text{I.4})$$

Entretanto, se a viga estiver vibrando, o fator que somente produz uma variação no esforço cortante ao longo da viga é a força de inércia devida a aceleração da massa da viga. Esta força é por unidade de comprimento do trecho considerado:

$$-m \frac{d^2 y}{dx^2}$$

Onde m é a massa por unidade de comprimento do trecho considerado. Combinando esta equação com as Eqs. (I.1), (I.2), (I.3) e (I.4), tem-se:

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = -m \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad , \text{ sendo } y = y(x, t)$$

Assumindo o movimento senoidal, esta equação resolvida será:

$$y = A \cdot \cos(\mu \cdot x) + B \cdot \text{sen } c + C \cdot \cosh(\mu \cdot x) + D \cdot \text{senh}(\mu \cdot x) \quad (\text{I.5})$$

Onde $\mu = \left(\frac{m \cdot \omega^2}{EI} \right)^{0.25}$, e A , B , C e D são constantes que dependem das condições de contorno, e ω é a frequência angular.

Reescrevendo a Eq. (I.1) com o uso da Eq.(I.5), tem-se:

$$\theta = \frac{dy}{dx} = -A \cdot \mu \cdot \text{sen}(\mu, x) + B \cdot \mu \cdot \text{cos}(\mu, x) + C \cdot \mu \cdot \text{senh}(\mu, x) + D \cdot \mu \cdot \text{cosh}(\mu, x) \quad (\text{I.6})$$

Na Eq.(II.2) vem:

$$\frac{M}{EI} = \frac{d^2 y}{dx^2} = -A \cdot \mu^2 \cdot \text{cos}(\mu, x) - B \cdot \mu^2 \cdot \text{sen}(\mu, x) + C \cdot \mu^2 \cdot \text{cosh}(\mu, x) + D \cdot \mu^2 \cdot \text{senh}(\mu, x) \quad (\text{I.7})$$

E da Eq.(I.3):

$$\frac{Q}{EI} = \frac{d^3 y}{dx^3} = A \cdot \mu^3 \cdot \text{sen}(\mu, x) - B \cdot \mu^3 \cdot \text{cos}(\mu, x) + C \cdot \mu^3 \cdot \text{senh}(\mu, x) + D \cdot \mu^3 \cdot \text{cosh}(\mu, x) \quad (\text{I.8})$$

Portanto, na estação i , $x = 0$, os valores dos elementos do vetor estado são: $Y = Y_i$, $\theta = \theta_i$, $M = M_i$ e $Q = Q_i$, substituindo estes valores nas Eq.(I.6), (I.7) e (I.8), tem-se:

$$Y_i = A + C$$

$$\theta_i = B \cdot \mu + D \cdot \mu$$

$$\frac{M_i}{EI} = -A \cdot \mu^2 + C \cdot \mu^2$$

$$\frac{Q_i}{EI} = -B \cdot \mu^3 + D \cdot \mu^3$$

Estas equações arranjadas resultam:

$$A = \frac{1}{2} \left(Y_i - \frac{M_i}{EI\mu^2} \right)$$

$$B = \frac{1}{2} \left(\frac{\theta_i}{\mu} - \frac{Q_i}{EI\mu^3} \right)$$

$$C = \frac{1}{2} \left(Y_i + \frac{M_i}{EI\mu^2} \right)$$

$$D = \frac{1}{2} \left(\frac{\theta_i}{\mu} + \frac{Q_i}{EI\mu^3} \right)$$

Para a estação $i+1$, $x = L$, os elementos do vetor estado são dados por:

$$\begin{aligned} Y_{i+1} = & \frac{1}{2} \left[Y_i - \frac{M_i}{EI\mu^2} \right] \cdot \cos(\mu l) + \frac{1}{2} \left[\frac{\theta_i}{\mu} - \frac{Q_i}{EI\mu^3} \right] \cdot \sin(\mu l) \\ & + \frac{1}{2} \left[Y_i + \frac{M_i}{EI\mu^2} \right] \cdot \cosh(\mu l) + \frac{1}{2} \left[\frac{\theta_i}{\mu} + \frac{Q_i}{EI\mu^3} \right] \cdot \sinh(\mu l) \end{aligned} \quad (I.9)$$

$$\begin{aligned} \theta_{i+1} = & -\frac{\mu}{2} \left[Y_i - \frac{M_i}{EI\mu^2} \right] \cdot \sin(\mu l) + \frac{\mu}{2} \left[\frac{\theta_i}{\mu} - \frac{Q_i}{EI\mu^3} \right] \cdot \cos(\mu l) \\ & + \frac{\mu}{2} \left[Y_i + \frac{M_i}{EI\mu^2} \right] \cdot \sinh(\mu l) + \frac{\mu}{2} \left[\frac{\theta_i}{\mu} + \frac{Q_i}{EI\mu^3} \right] \cdot \cosh(\mu l) \end{aligned} \quad (I.10)$$

$$\begin{aligned} \frac{M_{i+1}}{EI} = & -\frac{\mu^2}{2} \left[Y_i - \frac{M_i}{EI\mu^2} \right] \cdot \cos(\mu l) - \frac{\mu^2}{2} \left[\frac{\theta_i}{\mu} - \frac{Q_i}{EI\mu^3} \right] \cdot \text{sen}(\mu l) \\ & + \frac{\mu^2}{2} \left[Y_i + \frac{M_i}{EI\mu^2} \right] \cdot \cosh(\mu l) + \frac{\mu^2}{2} \left[\frac{\theta_i}{\mu} + \frac{Q_i}{EI\mu^3} \right] \cdot \text{senh}(\mu l) \end{aligned} \quad (\text{I.11})$$

$$\begin{aligned} \frac{Q_{i+1}}{EI} = & \frac{\mu^3}{2} \left[Y_i - \frac{M_i}{EI\mu^2} \right] \cdot \text{sen}(\mu l) - \frac{\mu^3}{2} \left[\frac{\theta_i}{\mu} - \frac{Q_i}{EI\mu^3} \right] \cdot \cos(\mu l) \\ & + \frac{\mu^3}{2} \left[Y_i + \frac{M_i}{EI\mu^2} \right] \cdot \text{senh}(\mu l) + \frac{\mu^3}{2} \left[\frac{\theta_i}{\mu} + \frac{Q_i}{EI\mu^3} \right] \cdot \cosh(\mu l) \end{aligned} \quad (\text{I.12})$$

Estas equações são arranjadas para resultar:

$$\begin{aligned} Y_{i+1} = & Y_i \left[\frac{1}{2} (\cosh \mu l + \cos \mu l) \right] + \theta_i \left[\frac{1}{2\mu} (\text{senh} \mu l + \text{sen} \mu l) \right] \\ & + M_i \left[\frac{1}{2EI\mu^2} (\cosh \mu l - \cos \mu l) \right] + Q_i \left[\frac{1}{2EI\mu^2} (\text{senh} \mu l - \text{sen} \mu l) \right] \end{aligned} \quad (\text{I.13})$$

$$\begin{aligned} \theta_{i+1} = & Y_i \left[\frac{\mu}{2} (\text{senh} \mu l - \text{sen} \mu l) \right] + \theta_i \left[\frac{1}{2} (\cosh \mu l - \cos \mu l) \right] \\ & + M_i \left[\frac{\mu}{2EI\mu} (\text{senh} \mu l + \text{sen} \mu l) \right] + Q_i \left[\frac{1}{2EI\mu^2} (\cosh \mu l - \cos \mu l) \right] \end{aligned} \quad (\text{I.14})$$

$$\begin{aligned} \frac{M_{i+1}}{EI} = & Y_i \left[\frac{\mu^2}{2} (\cosh \mu l - \cos \mu l) \right] + \theta_i \left[\frac{\mu}{2} (\text{senh} \mu l - \text{sen} \mu l) \right] \\ & + M_i \left[\frac{\mu}{2EI} (\cosh \mu l + \cos \mu l) \right] + Q_i \left[\frac{1}{2EI\mu} (\text{senh} \mu l + \text{sen} \mu l) \right] \end{aligned} \quad (\text{I.15})$$

$$\begin{aligned} \frac{Q_{i+1}}{EI} = & Y_i \left[\frac{\mu^3}{2} (\sinh \mu l + \sen \mu l) \right] + \theta_i \left[\frac{\mu^2}{2} (\cosh \mu l - \cos \mu l) \right] \\ & + M_i \left[\frac{\mu}{2EI} (\sinh \mu l - \sen \mu l) \right] + Q_i \left[\frac{1}{2EI} (\cosh \mu l + \cos \mu l) \right] \end{aligned} \quad (I.16)$$

Sendo, $\phi = \mu.l$

$$a = \frac{1}{2} [\cosh \phi + \cos \phi]$$

$$b = \frac{1}{2} [\sinh \phi + \sen \phi]$$

$$c = \frac{1}{2} [\cosh \phi - \cos \phi]$$

$$d = \frac{1}{2} [\sinh \phi - \sen \phi]$$

As equações (I.13), (I.14), (I.15) e (I.16) escritas na forma matricial resultam em:

$$\begin{bmatrix} Y \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix}_{i+1} = \begin{bmatrix} a & b.L/\phi & c.L^2/\phi^2 EI & d.L^3/\phi^3 EI \\ \phi.d/L & a & b.L/\phi.EI & c.L^2/\phi^2 EI \\ \phi^2 EIc/L^2 & \phi EId/L & a & b.L/\phi \\ \phi^3 EIb/L^3 & \phi^2 EIc/L^2 & \phi.d/L & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix}_i$$

Logo, a matriz de transferência para um comprimento de eixo ou viga de massa uniformemente distribuída por unidade de comprimento, será:

$$T_c = \begin{bmatrix} a & b.L/\phi & c.L^2/\phi^2 EI & d.L^3/\phi^3 EI \\ \phi.d/L & a & b.L/\phi.EI & c.L^2/\phi^2 EI \\ \phi^2 EIc/L^2 & \phi EId/L & a & b.L/\phi \\ \phi^3 EIb/L^3 & \phi^2 EIc/L^2 & \phi.d/L & a \end{bmatrix} \quad (I.17)$$

I.3.2. Matriz Ponto Para Um Elemento Massa

Havendo estabelecido os parâmetros necessários para o vetor estado, pode-se escrever a matriz transferência para uma massa concentrada na extremidade livre da viga (Fig. I.2)

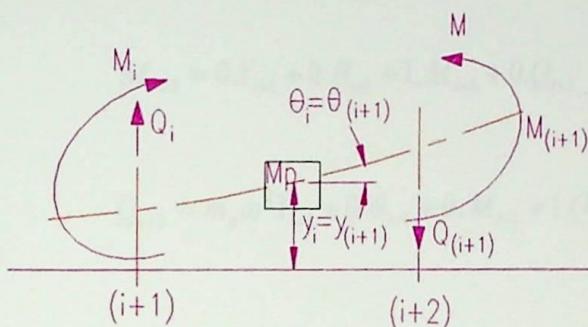


Fig. I.2. Massa em equilíbrio dinâmico

As equações de equilíbrio para uma massa concentrada m_p , resultam:

$$Y_{i+2} = Y_{i+1} \quad (\text{I.18})$$

$$\theta_{i+2} = \theta_{i+1} \quad (\text{I.19})$$

$$M_{i+2} = M_{i+1} \quad (\text{I.20})$$

Usando a Segunda Lei de Newton, podemos achar a relação entre os esforços cortantes.

$$\begin{aligned} Q_{i+2} - Q_{i+1} &= m_p \ddot{Y}_{i+1} = m_p \omega^2 Y_{i+1} \\ Q_{i+2} &= m_p \omega^2 Y_{i+1} + Q_{i+1} \end{aligned} \quad (\text{I.21})$$

Reagrupando as equações (I.18),(I.19), (I.20) e (I.21) na forma matricial, temos:

$$Y_{i+2} = 1.Y_{i+1} + 0.\theta_{i+1} + 0.M_{i+1} + 0.Q_{i+1}$$

$$\theta_{i+2} = 0.Y_{i+1} + 1.\theta_{i+1} + 0.M_{i+1} + 0.Q_{i+1}$$

$$M_{i+2} = 0.Y_{i+1} + 0.\theta_{i+1} + 1.M_{i+1} + 0.Q_{i+1}$$

$$Q_{i+2} = m_p \omega^2 Y_{i+1} + 0.\theta_{i+1} + 0.M_{i+1} + 1.Q_{i+1}$$

ou ainda:

$$\begin{bmatrix} Y \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix}_{i+2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ m_p \omega^2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix}_{i+1}$$

Na forma compacta:

$$Z_{i+2} = T_p \cdot Z_{i+1}$$

Sendo que a matriz ponto T_p será dada por:

$$T_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ m_p \omega^2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (I.22)$$

I.3.3. Matriz de Transferência do Arranjo Experimental

Do método das matrizes de transferência tem-se:

$$Z_{i+2} = T_p \cdot Z_{i+1}$$

$$Z_{i+2} = T_p \cdot T_c \cdot Z_i$$

$$Z_{i+2} = [T] \cdot Z_i$$

$$\begin{Bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{Bmatrix}_{i+2} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & T_{24} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & T_{34} \\ T_{41} & T_{42} & T_{43} & T_{44} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{Bmatrix}_i$$

Onde [T] é a matriz de transferência:

$$T = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & T_{24} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & T_{34} \\ T_{41} & T_{42} & T_{43} & T_{44} \end{bmatrix}_i$$

Para o arranjo experimental adotado, tem-se ainda que:

$$[T] = [T_p] \times [T_c]$$

Portanto,

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ m_p \omega^2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b.L/\phi & c.L^2/\phi^2 EI & d.L^3/\phi^3 EI \\ \phi.d/L & a & b.L/\phi.EI & c.L^2/\phi^2 EI \\ \phi^2 EIc/L^2 & \phi EId/L & a & b.L/\phi \\ \phi^3 EIb/L^3 & \phi^2 EIc/L^2 & \phi.d/L & a \end{bmatrix}$$

Logo, a matriz [T] resulta em:

$$[T_c] = \begin{bmatrix} a & b.L/\phi & c.L^2/\phi^2 EI & d.L^3/\phi^3 EI \\ \phi.d/L & a & b.L/\phi.EI & c.L^2/\phi^2 EI \\ \phi^2 EIc/L^2 & \phi EId/L & a & b.L/\phi \\ m_p \omega^2 a + \phi^3 EIb/L^3 & \frac{m_p bL}{\phi} + \phi^2 EIc/L^2 & \frac{m_p \omega^2 cL^2}{\phi^2 EI} + \phi d/L & \frac{m_p \omega^2 dL^3}{\phi^3 EI} + a \end{bmatrix}$$

e,

$$\begin{Bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{Bmatrix}_{i+2} = \begin{bmatrix} a & b.L/\phi & c.L^2/\phi^2 EI & d.L^3/\phi^3 EI \\ \phi.d/L & a & b.L/\phi.EI & c.L^2/\phi^2 EI \\ \phi^2 EIc/L^2 & \phi EId/L & a & b.L/\phi \\ m_p \omega^2 a + \phi^3 EIb/L^3 & \frac{m_p bL}{\phi} + \phi^2 EIc/L^2 & \frac{m_p \omega^2 cL^2}{\phi^2 EI} + \phi d/L & \frac{m_p \omega^2 dL^3}{\phi^3 EI} + a \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{Bmatrix}_i$$

Neste caso, tem-se as seguintes condições de contorno:

- 1) Para $x = 0 \Rightarrow y_i = y_0 e^{i\omega t}$ (deflexão)
- 2) Para $x = 0 \Rightarrow \theta_i = 0$ (inclinação)
- 3) Para $x = L \Rightarrow M_{i+2} = 0$ (momento fletor)
- 4) Para $x = L \Rightarrow Q_{i+2} = 0$ (esforço cortante)

Portanto,

$$\begin{Bmatrix} y \\ \theta \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}_{i+2} = \begin{bmatrix} a & b.L/\phi & c.L^2/\phi^2 EI & d.L^3/\phi^3 EI \\ \phi.d/L & a & b.L/\phi EI & c.L^2/\phi^2 EI \\ \phi^2 EIc/L^2 & \phi EId/L & a & b.L/\phi \\ m_p \omega^2 a + \phi^3 EIb/L^3 & \frac{m_p bL}{\phi} + \phi^2 EIc/L^2 & \frac{m_p \omega^2 cL^2}{\phi^2 EI} + \phi d/L & \frac{m_p \omega^2 dL^3}{\phi^3 EI} + a \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} y_0 e^{i\omega t} \\ 0 \\ M \\ Q \end{Bmatrix}_i$$

Da equação anterior resulta:

$$y_{i+2} = y_0 e^{i\omega t} \left\{ \frac{\cos \phi + \cosh \phi}{1 + \cos \phi \cosh \phi + \frac{m_p}{m} \phi (\sinh \phi \cos \phi - \sin \phi \cosh \phi)} \right\} \quad (I.23)$$

A equação anterior pode ser escrita na forma:

$$y_{i+2} = y_0 (J - iK) e^{i\omega t} \quad (I.24)$$

$$y_{i+2} = y_0 \bar{H} e^{i(\omega t - \varphi)} \quad (I.25)$$

onde, $J = \bar{H} \cos \varphi$ e $K = \bar{H} \sin \varphi$.

O parâmetro \bar{H} é a relação entre a amplitude na extremidade livre e a amplitude na posição de excitação. Da Eq. (I.23) e Eq. (I.25), resulta:

$$\bar{H} e^{-i\varphi} = \frac{\cos \phi + \cosh \phi}{1 + \cos \phi \cosh \phi + \frac{m_p}{m} \phi (\sinh \phi \cos \phi - \sin \phi \cosh \phi)} \quad (I.26)$$

O parâmetro \bar{H} e o ângulo de fase φ são obtidos experimentalmente para diferentes valores da frequência de excitação f . Com os valores de \bar{H} e φ , através da Eq. (I.26) pode-se obter o valor de ϕ e, conseqüentemente, o módulo dinâmico.

$$E = \frac{A\rho 4\pi^2 f^2}{I} \left(\frac{L}{\phi} \right)^4$$

PROGRAMA EM LINGUAGEM FORTRAN

```

1000  DIMENSION X(100)
1001  REAL BASE,ALT, L,AMPI,MP, NS,NO, FREQ,PI, L, FREQ, DEL, N, DEL, CNT, 2, PAIS
1002  REAL FREQD, TUPER
1003  REAL*8 REL
1004  INTEGER N
1005
1006  WRITE(*,*) 'ENTRE COM A LARGURA DA ESCALA TUBO, EM CM EM CM'
1007  READ(*,*) BASE
1008  BASE=BASE/1000
1009  WRITE(*,*) 'ENTRE COM A ALTURA DA ESCALA TUBO, EM CM'
1010  READ(*,*) ALT
1011  ALT=ALT/1000
1012  F=BASE*(ALT**2)*PI
1013  WRITE(*,*) 'FREQ'

```

APÊNDICE II

CÁLCULOS, PROGRAMA COMPUTACIONAL E DADOS OBTIDOS EXPERIMENTALMENTE EM VIBRAÇÃO LIVRE AMORTECIDA

```

1014  WRITE(*,*) 'ENTRE COM A PRIMEIRA MEDIDA'
1015  READ(*,*) X(1)
1016
1017  DO=0.0001
1018  WRITE(*,*) 'DO=0.0001, DEC'
1019  WRITE(*,*) 'ENTRE COM A SEGUNDA MEDIDA'
1020  READ(*,*) X(2)
1021  NS=NS/1000
1022  WRITE(*,*) 'ENTRE COM A TERCEIRA MEDIDA'
1023  READ(*,*) X(3)
1024  NO=NO/1000
1025  PI=3.141593
1026  WRITE(*,*) 'ENTRE COM CONDIÇÃO DO CAS'
1027  READ(*,*) L
1028  L=L/1000

```

PROGRAMA EM LINGUAGEM FORTRAN

```

C      ENSAIO DE VIBRAÇÃO LIVRE
C      DECLARAÇÃO DE VARIÁVEIS
C
REAL BASE, ALT, I, AMP1, AMP2, MP, MA, FREQ, PI, L, EARM, DEC, W, FAT, FAT2, FAT3
REAL EPERD, TGPER
REAL*8 REL
INTEGER N
C
WRITE(*,*) 'ENTRE COM A LARGURA DA SEÇÃO TRANSV DO CDP EM mm'
READ(*,*) BASE
BASE=BASE/1000
WRITE(*,*) 'ENTRE COM A ALTURA DA SEÇÃO TRANSV DO CDP'
READ(*,*) ALT
ALT=ALT/1000
I=BASE*(ALT**3)/12
WRITE(*,*) 'I=', I
C
WRITE(*,*) 'ENTRE COM A PRIMEIRA AMPLITUDE'
READ(*,*) AMP1
WRITE(*,*) 'ENTRE COM A ULTIMA AMPLITUDE'
READ(*,*) AMP2
REL=AMP1/AMP2
C
WRITE(*,*) 'ENTRE COM O NUMERO DE CICLOS'
READ(*,*) N
DEC=DLOG(REL)/N
WRITE(*,*) 'DEC=', DEC
WRITE(*,*) 'ENTRE COM A MASSA PONTUAL'
READ(*,*) MP
MP=MP/1000
WRITE(*,*) 'ENTRE COM A MASSA DO CDP'
READ(*,*) MA
MA=MA/1000
PI=3.141593
WRITE(*,*) 'ENTRE COM COMPRIMENTO DO CDP'
READ(*,*) L
L=L/1000

```

```
WRITE(*,*) 'ENTRE COM A FREQUENCIA NATURAL DA VIGA EM HZ'
```

```
READ(*,*) FREQ
```

```
W=(2*PI*FREQ)**2
```

```
FAT=4*PI**2
```

```
FAT2=(33.0/140.0)*MA+MP
```

```
FAT3=1+DEC**2/FAT
```

C

C CÁLCULO DO MÓDULO DE ARMAZENAGEM

```
EARM=FAT2*FAT3*W*(L**3)/(3*I)
```

```
WRITE(*,*) 'EARM=',EARM
```

```
TGPER=DEC/PI
```

```
EPERD=TGPER*EARM
```

```
WRITE(*,*) 'TGPER=',TGPER
```

```
WRITE(*,*) 'EPERD=',EPERD
```

```
STOP
```

```
END
```

Cálculo de E' :

$$E' = \frac{4 \pi^2 f^2}{3I} \left(M_p + \frac{1}{140} M_s \right) \times \left(1 + \frac{\Delta^2}{4} \right) \times L^3$$

onde

Δ → decaimento logarítmico, dado por

$$\Delta = \frac{1}{n-1} \ln \left(\frac{Y}{Y_0} \right) \Rightarrow \Delta = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{5,030}{2,339} \right) = 0,1154$$

$$E' = \frac{4 \pi^2 (30,00)^2}{3 \times 1,5209 \times 10^{-11}} \left(2,8 \times 10^{-3} + \frac{33}{140} \times 11,35 \times 10^{-3} \right) \times \left(1 + \frac{(0,1154)^2}{4} \right) \times (0,217)^3$$

$E' = 44,54 \text{ (GPa)}$

CDP nº 1: 8HS TRAMA MOLDADODados do cdp:

$L = 217,00 \text{ mm} \rightarrow$ comprimento

$b = 15,00 \text{ mm} \rightarrow$ largura da seção transversal

$h = 2,30 \text{ mm} \rightarrow$ altura da seção transversal

$M = 11,86 \text{ g} \rightarrow$ massa do material

$M_p = 2,80 \text{ g} \rightarrow$ massa do acelerômetro (massa pontual)

$$I = \frac{b \times h^3}{12} = 1,5209 \times 10^{-11} \text{ m}^4 \rightarrow \text{momento de inércia da seção transversal}$$

Frequência natural obtida experimentalmente: $f = 30,00 \text{ Hz}$

Cálculo de E' :

$$E' = \frac{4\pi^2 f^2}{3I} \left(M_p + \frac{33}{140} M_a \right) \times \left(1 + \frac{\Delta^2}{4\pi^2} \right) \times L^3$$

Onde

$\Delta \rightarrow$ decaimento logarítmico, dado por

$$\Delta = \frac{1}{n-1} \text{Ln} \left(\frac{Y_1}{Y_n} \right) \Rightarrow \Delta = \frac{1}{8} \text{Ln} \left(\frac{6,030}{2,339} \right) = 0,1184$$

$$E' = \frac{4\pi^2 (30,00)^2}{3 \times 1,5209 \times 10^{-11}} \left(2,8 \times 10^{-3} + \frac{33}{140} \times 11,86 \times 10^{-3} \right) \times \left(1 + \frac{(0,1184)^2}{4\pi^2} \right) \times (0,217)^3$$

$$E' = 44,54 \text{ (GPa)}$$

Cálculo de E'' :

Coeficiente de Perda: $\eta = \frac{\Delta}{\pi} = \frac{E''}{E'} = 0,0377$

Portanto,

$$E'' = \eta \cdot E' = 44,54 \times 0,0377 = 1,68 \text{ (GPa)}$$

Fator de Amortecimento ζ :

$$\zeta^2 = \frac{\Delta^2}{\Delta^2 + 4\pi^2} = \frac{(0,1184)^2}{(0,1184)^2 + 4\pi^2}$$

$$\zeta = 0,03766$$

CDP nº 2: SHS TRAMA CARBONIZADODados do cdp:

$L = 195,00 \text{ mm}$ → comprimento

$b = 15,50 \text{ mm}$ → largura da seção transversal

$h = 2,00 \text{ mm}$ → altura da seção transversal

$M = 8,32 \text{ g}$ → massa do material

$M_p = 2,80 \text{ g}$ → massa do acelerômetro (massa pontual)

$$I = \frac{b \times h^3}{12} = 1,0333 \times 10^{-11} \text{ m}^4 \rightarrow \text{momento de inércia da seção transversal}$$

Frequência natural obtida experimentalmente: $f = 28,29 \text{ Hz}$

Cálculo de E' :

$$E' = \frac{4\pi^2 f^2}{3I} \left(M_p + \frac{33}{140} M_a \right) \times \left(1 + \frac{\Delta^2}{4\pi^2} \right) \times L^3$$

Onde

Δ → decaimento logarítmico, dado por

$$\Delta = \frac{1}{n-1} \text{Ln} \left(\frac{Y_1}{Y_n} \right) \Rightarrow \Delta = \frac{1}{7} \text{Ln} \left(\frac{120,50}{69,57} \right) = 0,07847$$

$$E' = \frac{4\pi^2 (28,29)^2}{3 \times 1,0333 \times 10^{-11}} \left(2,8 \times 10^{-3} + \frac{33}{140} \times 8,32 \times 10^{-3} \right) \times \left(1 + \frac{(0,07847)^2}{4\pi^2} \right) \times (0,195)^3$$

$$E' = 35,99 \text{ (GPa)}$$

Cálculo de E'' :

$$\text{Coeficiente de Perda: } \eta = \frac{\Delta}{\pi} = \frac{E''}{E'} = 0.02498$$

Portanto,

$$E'' = \eta \cdot E' = 35.99 \times 0.02498 = 0.899 \quad (\text{GPa})$$

Fator de Amortecimento ζ :

$$\zeta^2 = \frac{\Delta^2}{\Delta^2 + 4\pi^2} = \frac{(0,07847)^2}{(0,07847)^2 + 4\pi^2}$$

$$\zeta = 0.0125$$

CDP nº 3: TWILL MOLDADODados do cdp: $L = 217,00 \text{ mm} \rightarrow$ comprimento $b = 20,00 \text{ mm} \rightarrow$ largura da seção transversal $h = 3,00 \text{ mm} \rightarrow$ altura da seção transversal $M = 16,43 \text{ g} \rightarrow$ massa do material $M_p = 2,80 \text{ g} \rightarrow$ massa do acelerômetro (massa pontual)

$$I = \frac{b \times h^3}{12} = 4,5000 \times 10^{-11} \text{ m}^4 \rightarrow \text{momento de inércia da seção transversal}$$

Frequência natural obtida experimentalmente: $f = 29,88 \text{ Hz}$ **Cálculo de E' :**

$$E' = \frac{4\pi^2 f^2}{3I} \left(M_p + \frac{33}{140} M_s \right) \times \left(1 + \frac{\Delta^2}{4\pi^2} \right) \times L^3$$

Onde

 $\Delta \rightarrow$ decaimento logarítmico, dado por

$$\Delta = \frac{1}{n-1} \text{Ln} \left(\frac{Y_1}{Y_n} \right) \Rightarrow \Delta = \frac{1}{8} \text{Ln} \left(\frac{24,04}{13,64} \right) = 0,07084$$

$$E' = \frac{4\pi^2 (29,88)^2}{3 \times 4,5000 \times 10^{-11}} \left(2,8 \times 10^{-3} + \frac{33}{140} \times 16,43 \times 10^{-3} \right) \times \left(1 + \frac{(0,07084)^2}{4\pi^2} \right) \times (0,217)^3$$

$$E' = 17,80 \text{ (GPa)}$$

Cálculo de E'' :

Coefficiente de Perda: $\eta = \frac{\Delta}{\pi} = \frac{E''}{E'} = 0.022549$

Portanto,

$$E'' = \eta \cdot E' = 17.80 \times 0.022549 = 0.4015 \text{ (GPa)}$$

Fator de Amortecimento ζ :

$$\zeta^2 = \frac{\Delta^2}{\Delta^2 + 4\pi^2} = \frac{(0.07084)^2}{(0.07084)^2 + 4\pi^2}$$

$$\zeta = 0.0113$$

CDP nº 4: TWILL CARBONIZADODados do cdp: $L = 212,00 \text{ mm} \rightarrow$ comprimento $b = 15,00 \text{ mm} \rightarrow$ largura da seção transversal $h = 4,00 \text{ mm} \rightarrow$ altura da seção transversal $M = 15,16 \text{ g} \rightarrow$ massa do material $M_p = 2,80 \text{ g} \rightarrow$ massa do acelerômetro (massa pontual)

$$I = \frac{b \times h^3}{12} = 8,000 \times 10^{-11} \text{ m}^4 \rightarrow \text{momento de inércia da seção transversal}$$

Frequência natural obtida experimentalmente: $f = 35,20 \text{ Hz}$ **Cálculo de E' :**

$$E' = \frac{4\pi^2 f^2}{3I} \left(M_p + \frac{33}{140} M_s \right) \times \left(1 + \frac{\Delta^2}{4\pi^2} \right) \times L^3$$

Onde

 $\Delta \rightarrow$ decaimento logarítmico, dado por

$$\Delta = \frac{1}{n-1} \text{Ln} \left(\frac{Y_1}{Y_n} \right) \Rightarrow \Delta = \frac{1}{9} \text{Ln} \left(\frac{60,87}{43,38} \right) = 0.03764$$

$$E' = \frac{4\pi^2 (35.20)^2}{3 \times 8.000 \times 10^{-11}} \left(2.8 \times 10^{-3} + \frac{33}{140} \times 15.16 \times 10^{-3} \right) \times \left(1 + \frac{(0.03764)^2}{4\pi^2} \right) \times (0.212)^3$$

$$E' = 12,38 \text{ (GPa)}$$

Cálculo de E'':

Coeficiente de Perda: $\eta = \frac{\Delta}{\pi} = \frac{E''}{E'} = 0.011981$

Portanto,

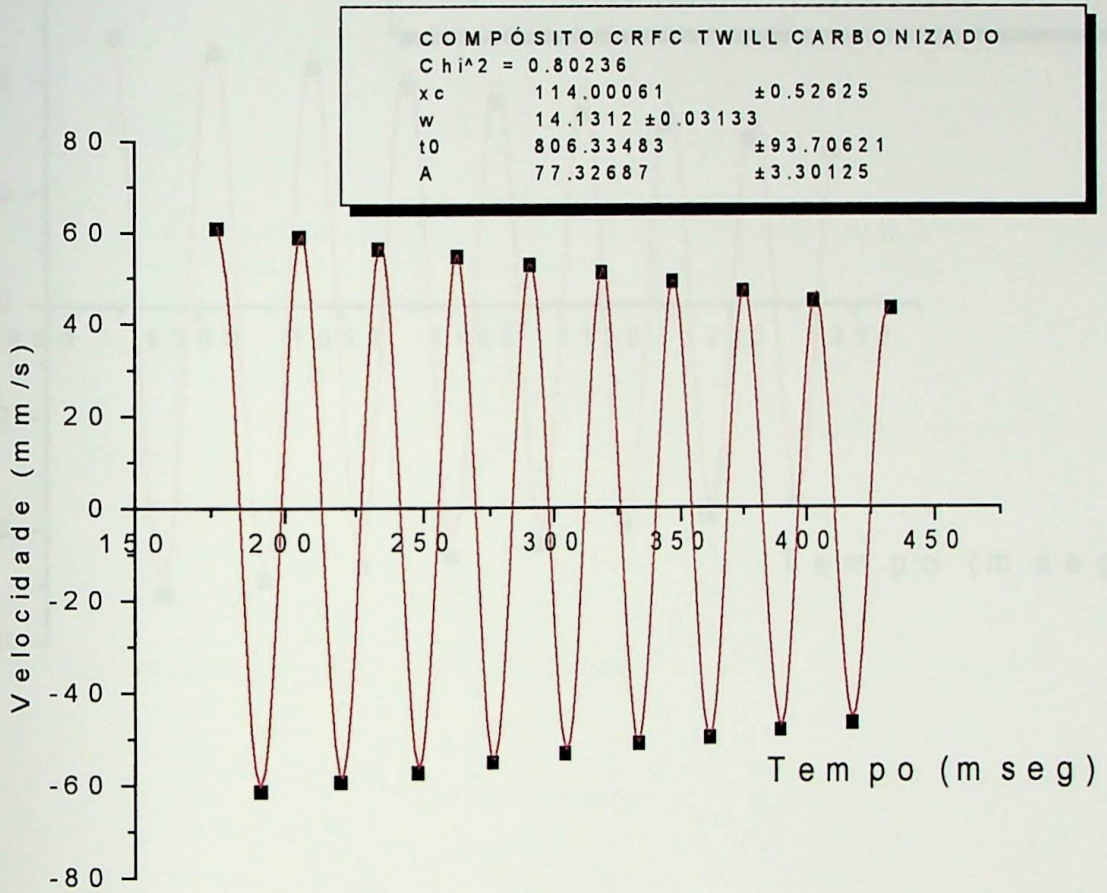
$$E'' = \eta \cdot E' = 12.38 \times 0.011981 = 0.148 \text{ (GPa)}$$

Fator de Amortecimento ζ :

$$\zeta^2 = \frac{\Delta^2}{\Delta^2 + 4\pi^2} = \frac{(0,03764)^2}{(0,03764)^2 + 4\pi^2}$$

$$\zeta = 0,0060$$

GRÁFICOS OBTIDOS EM VIBRAÇÃO LIVRE



COMPÓSITO CRFC - TWILL MOLDADO

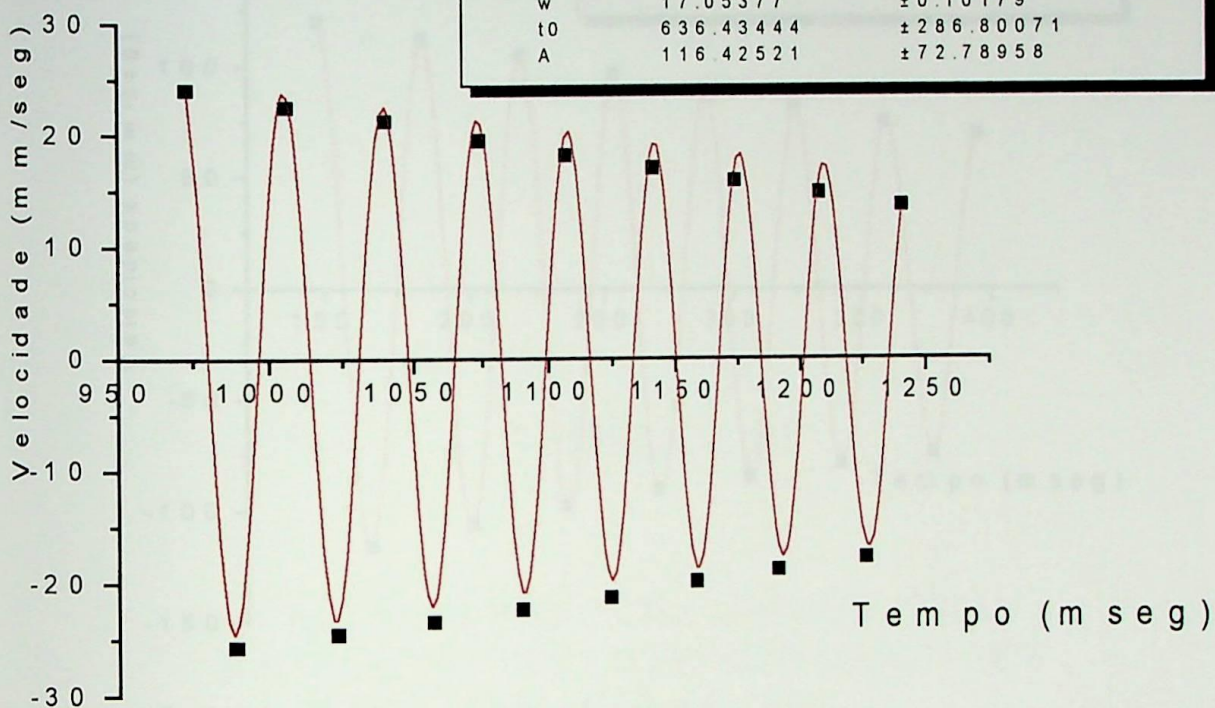
Chi² = 3.02387

xc 1099.17439 ± 1.73191

w 17.05377 ± 0.10179

t0 636.43444 ± 286.80071

A 116.42521 ± 72.78958



$$y = A e^{-\lambda x} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right)$$

A = amplitude

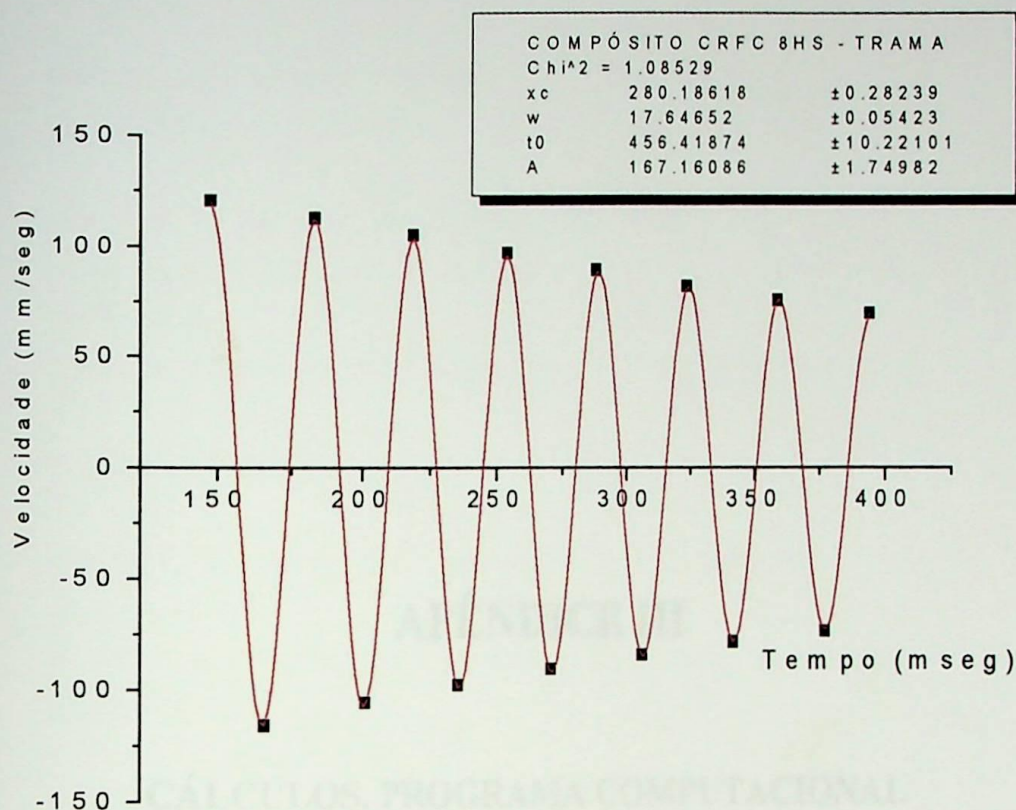
λ = constante de decaimento

x = tempo

λ = logaritmo

No experimento, são obtidos os pontos sucessivos da curva em função do tempo. Estes dados são devidamente digitados em uma planilha (Microsoft Excel) para obtenção do gráfico.

O programa Microsoft Excel 3.0 permite por meio de regressão não linear obter pontos intermediários aos obtidos originalmente. A obtenção desses pontos é feita através do método de mínimos quadrados, pelo programa, pela taxa de $y' = f(x)$ (obtida no quadrado).



A curva de decaimento é representada pela equação:

$$y = A \cdot e^{-\frac{x}{t_0}} \cdot \sin\left(\pi \frac{x - x_c}{X}\right)$$

onde:

A = amplitude

t_0 = constante de decaimento

x_c = centro

X = largura

No experimento, são obtidos os pontos extremos da curva em função do tempo. Estes dados são devidamente dispostos em uma planilha (Microcal Origin v. 5.0) para obtenção do gráfico.

O programa Microcal Origin 5.0 permite por meio de regressão não linear obter pontos intermediários aos obtidos originalmente. A aderência destes pontos à curva obtida é fornecida pelo programa, pelo teste de χ^2 (Qui elevado ao quadrado).

APÊNDICE III

CÁLCULOS, PROGRAMA COMPUTACIONAL
E DADOS OBTIDOS EXPERIMENTALMENTE EM
VIBRAÇÃO FORÇADA

PROGRAMA EM LINGUAGEM FORTRAN

```

C      ENSAIO DE VIBRAÇÃO FORÇADA
C      DECLARAÇÃO DE VARIÁVEIS
C
      REAL VA, VB, REL, J, K, FASEG, FASER, GAMA, ERRO
      REAL BASE, ALT, I, L, MA, MP, M, PI, F, A
      INTEGER N
      COMPLEX Z, FUNC, DF, RAIZ, P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P9, E
C
C      ENTRADA DE DADOS
C
      WRITE(*,*) 'ENTRE COM A AMPLITUDE NA EXCITAÇÃO VA'
      READ(*,*) VA
      WRITE(*,*) 'ENTRE COM A AMPLITUDE NA EXTREM. DO CDP VB'
      READ(*,*) VB
C
      REL=VB/VA
      WRITE(*,*) 'ENTRE COM O ANGULO DE FASE EM GRAUS'
      READ(*,*) FASEG
      PI=3.141593
      FASER=FASEG*PI/180
      J=REL*COS(FASER)
      K=REL*SIN(FASER)
      P4=CMPLX(J, -K)
      WRITE(*,*) 'P4=', P4
      WRITE(*,*) 'VA=', VA
      WRITE(*,*) 'VB=', VB
      WRITE(*,*) 'FASEG=', FASEG
      WRITE(*,*) 'FASER=', FASER
      WRITE(*,*) 'REL=', REL
      WRITE(*,*) 'J=', J
      WRITE(*,*) 'K=', K
C
C      CÁLCULO DE Z
C
C      APROXIMAÇÃO INICIAL
      WRITE(*,*) 'ENTRE COM VALOR INICIAL'

```

```

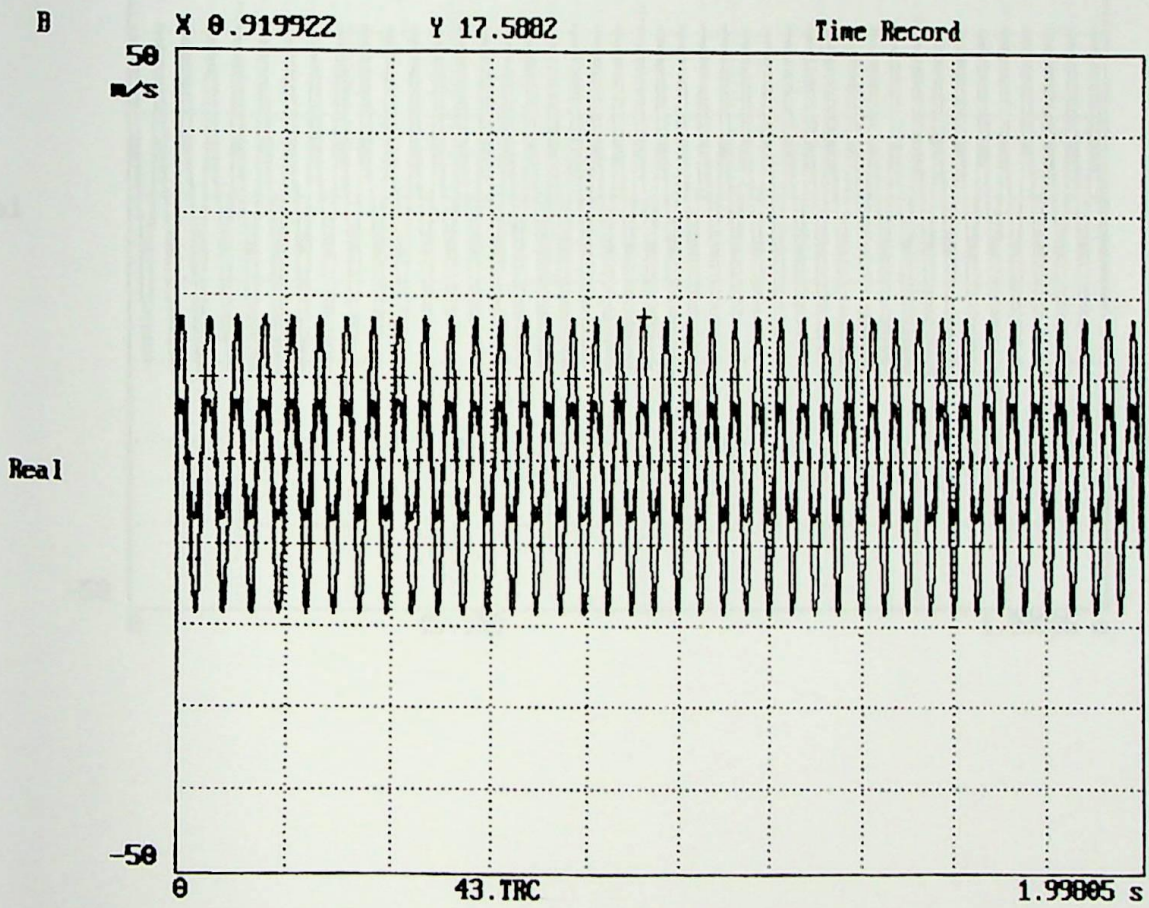
READ(*,*) Z
N=0
WRITE(*,*) 'N=',N
WRITE(*,*) 'Z=',Z
ERRO=0.0000005
WRITE(*,*) 'ENTRE COM A MASSA PONTUAL'
READ(*,*) MP
MP=MP/1000
WRITE(*,*) 'ENTRE COM A MASSA DO CDP'
READ(*,*) MA
MA=MA/1000
A=MP/MA
C
C
10 CONTINUE
P1=CCOS(Z)+CCOS((0,1)*Z)
P2=1+CCOS(Z)*CCOS((0,1)*Z)
P3=A*Z*(CSIN(Z)*CCOS((0,1)*Z)+(0,1)*CSIN((0,1)*Z)*CCOS(Z))
FUNC=P1/(P2-P3)-P4
P5=-CSIN(Z)-(0,1)*CSIN((0,1)*Z)
P6=-CSIN(Z)*CCOS((0,1)*Z)-(0,1)*CSIN((0,1)*Z)*CCOS(Z)
P7=CSIN(Z)*CCOS((0,1)*Z)+(0,1)*CSIN((0,1)*Z)*CCOS(Z)
P8=CCOS(Z)*CCOS((0,1)*Z)-(0,1)*CSIN(Z)*CSIN((0,1)*Z)
P9=CCOS((0,1)*Z)*CCOS(Z)+(0,1)*CSIN(Z)*CSIN((0,1)*Z)
DF=(P5*(P2-P3)-P1*(P6-A*(P7+Z*(P8-P9)))/(P2-P3)**2
GAMA=ABS(DF)
C
WRITE(*,*) 'GAMA=',GAMA
C
IF(ABS(DF).LT.0.001)THEN
WRITE(*,*) 'DERIVADA MUITO PEQUENA_PESQUISA ENCERRADA'
GO TO 20
ENDIF
C
N=N+1
RAIZ=Z-FUNC/DF
WRITE(*,*) 'N=',N
WRITE(*,*) 'RAIZ=',RAIZ
C

```

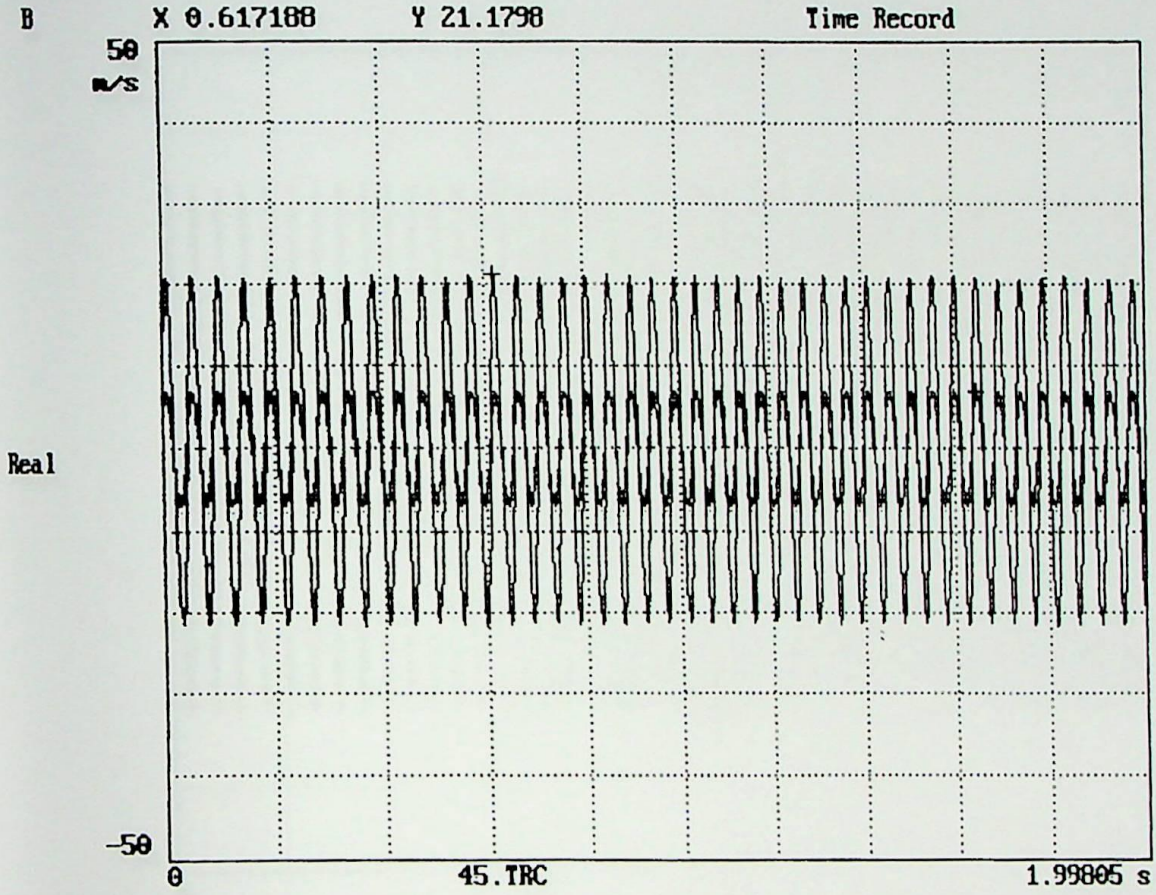
```
IF (ABS (RAIZ-Z) /ABS (RAIZ) .GT.ERRO) THEN
Z=RAIZ
GO TO 10
ELSE
WRITE (*, *) 'RAIZ ENCONTRADA'
WRITE (*, *) 'RAIZ=', RAIZ
ENDIF
WRITE (*, *) 'ENTRE COM A LARGURA DA SEÇÃO TRANSV DO CDP'
READ (*, *) BASE
BASE=BASE/1000
WRITE (*, *) 'ENTRE COM A ALTURA DA SEÇÃO TRANSV DO CDP'
READ (*, *) ALT
ALT=ALT/1000
I=BASE*(ALT**3)/12
WRITE (*, *) 'ENTRE COM A FREQ DE EXCITAÇÃO'
READ (*, *) F
WRITE (*, *) 'ENTRE COM O COMPRIMENTO DO CDP'
READ (*, *) L
L=L/1000
M=MA/L
WRITE (*, *) 'I=', I
WRITE (*, *) 'M=', M
WRITE (*, *) 'MP=', MP
WRITE (*, *) 'MA=', MA
E= (m* (2*PI*F) **2/I) * (L/RAIZ) **4
WRITE (*, *) 'F=', F
WRITE (*, *) 'E=', E
20 CONTINUE
STOP
END
```

GRÁFICOS OBTIDOS EM VIBRAÇÃO FORÇADA

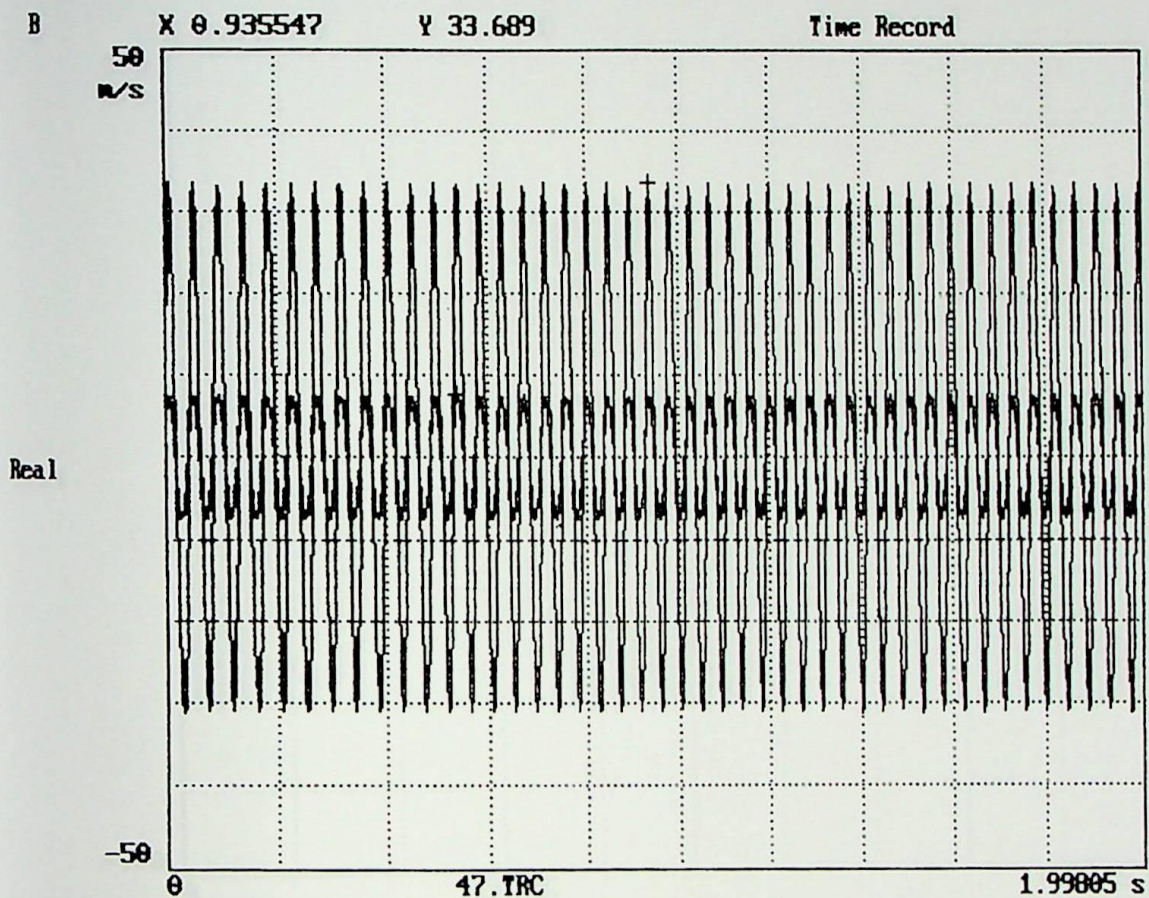
CDP Nº 1: 8HS TRAMA CARBONIZADO

Frequência de excitação: $f = 20,00$ Hz

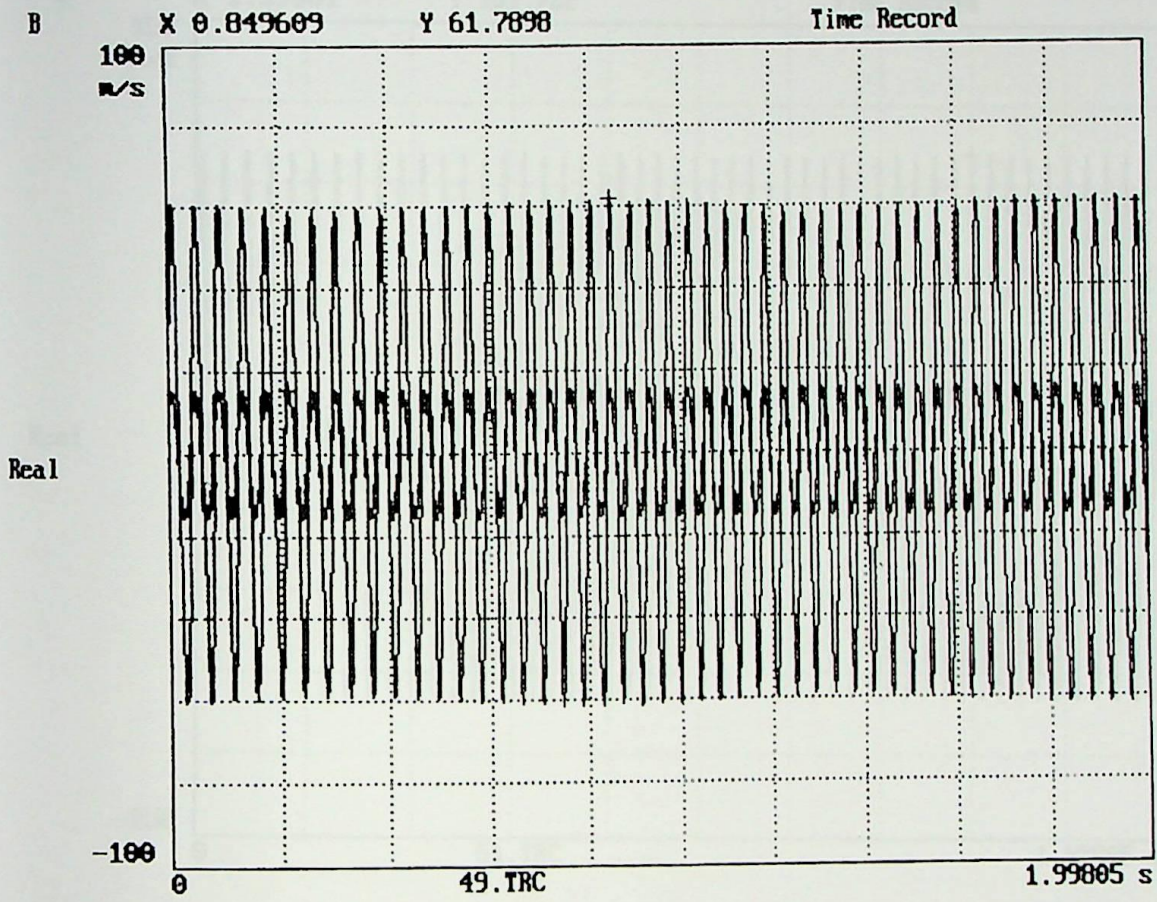
Frequência de excitação: $f = 21,60 \text{ Hz}$



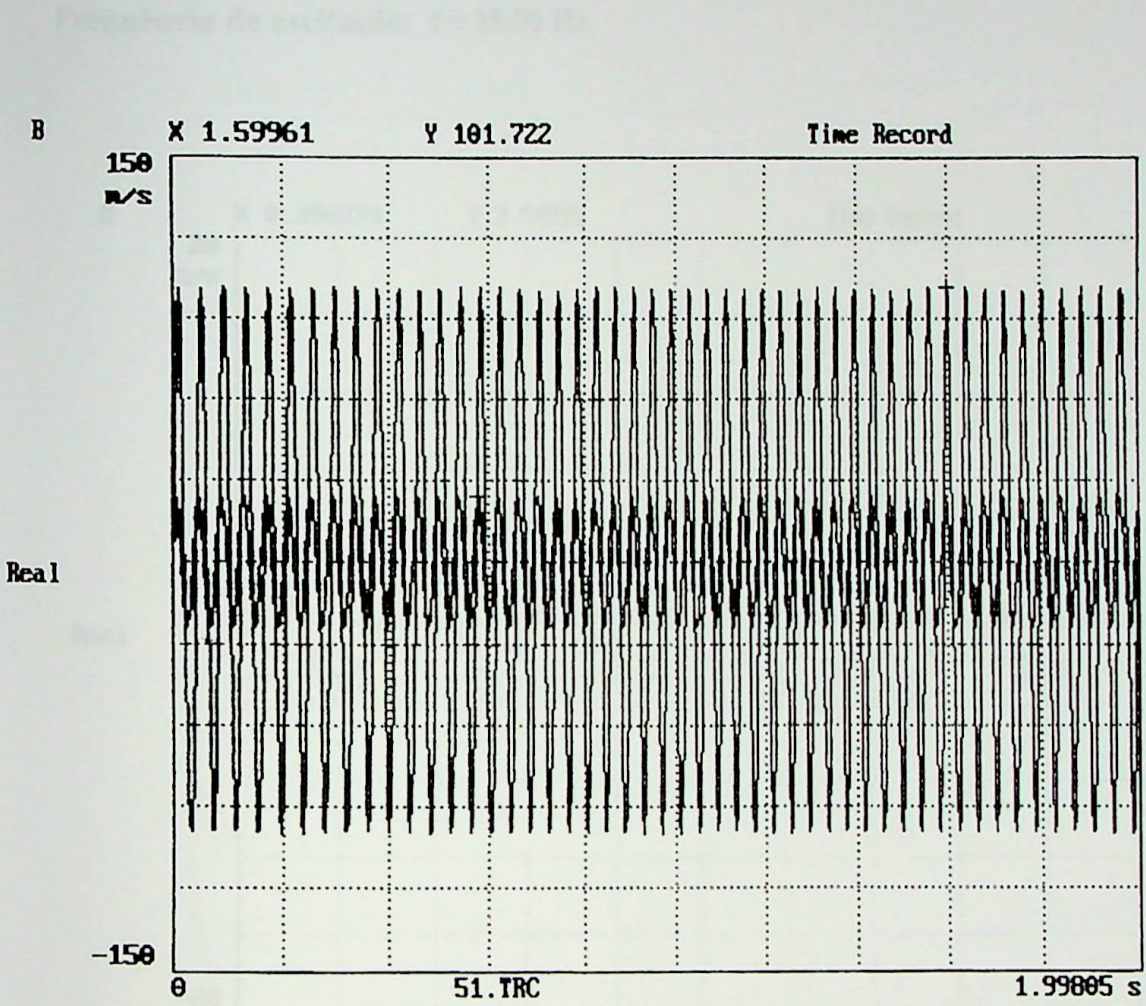
Frequência de excitação: $f = 23,40$ Hz



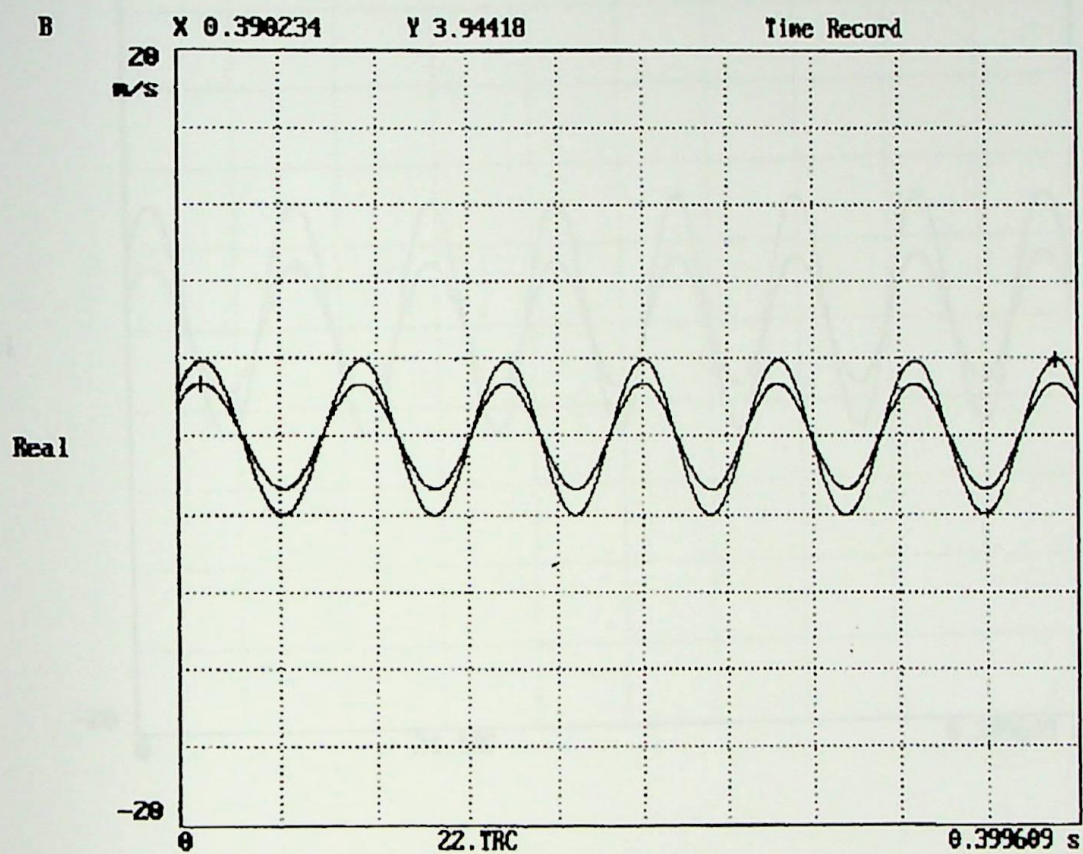
Frequência de excitação: $f = 25,00 \text{ Hz}$



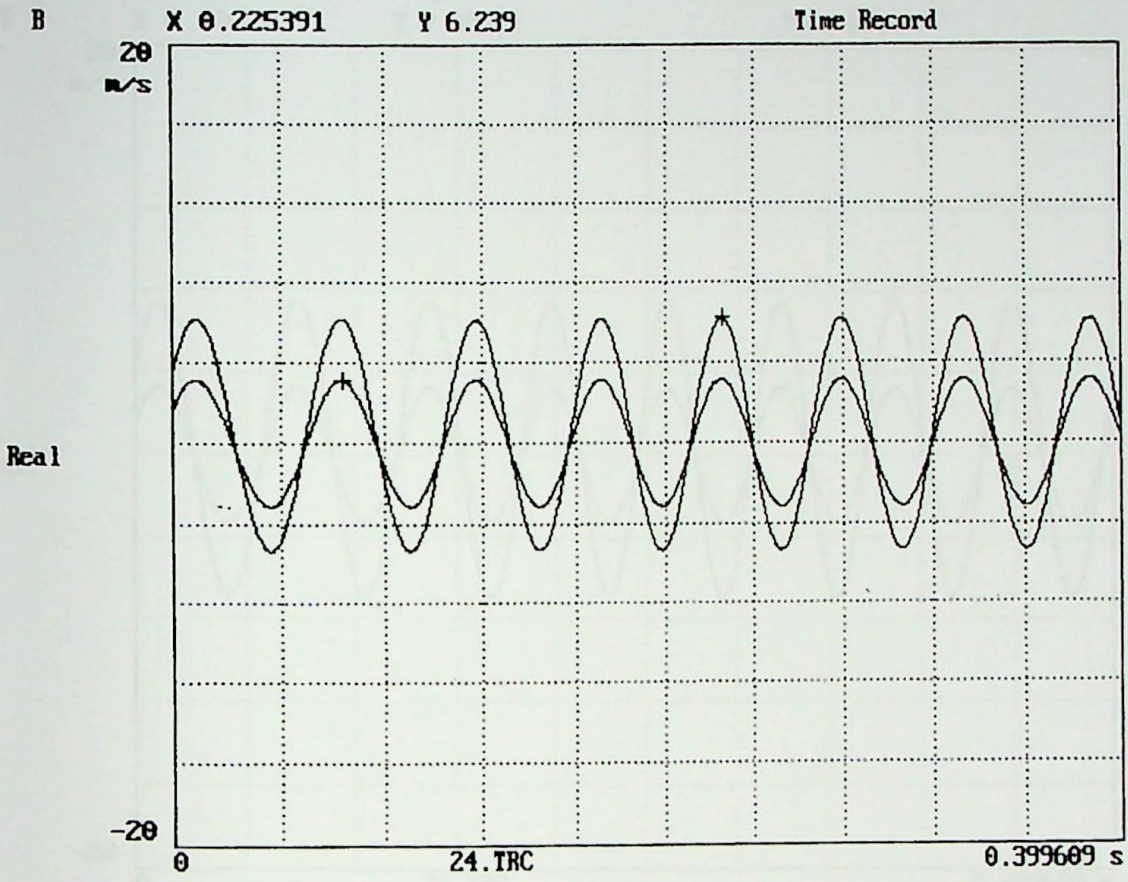
Frequência de excitação: $f = 25,80 \text{ Hz}$



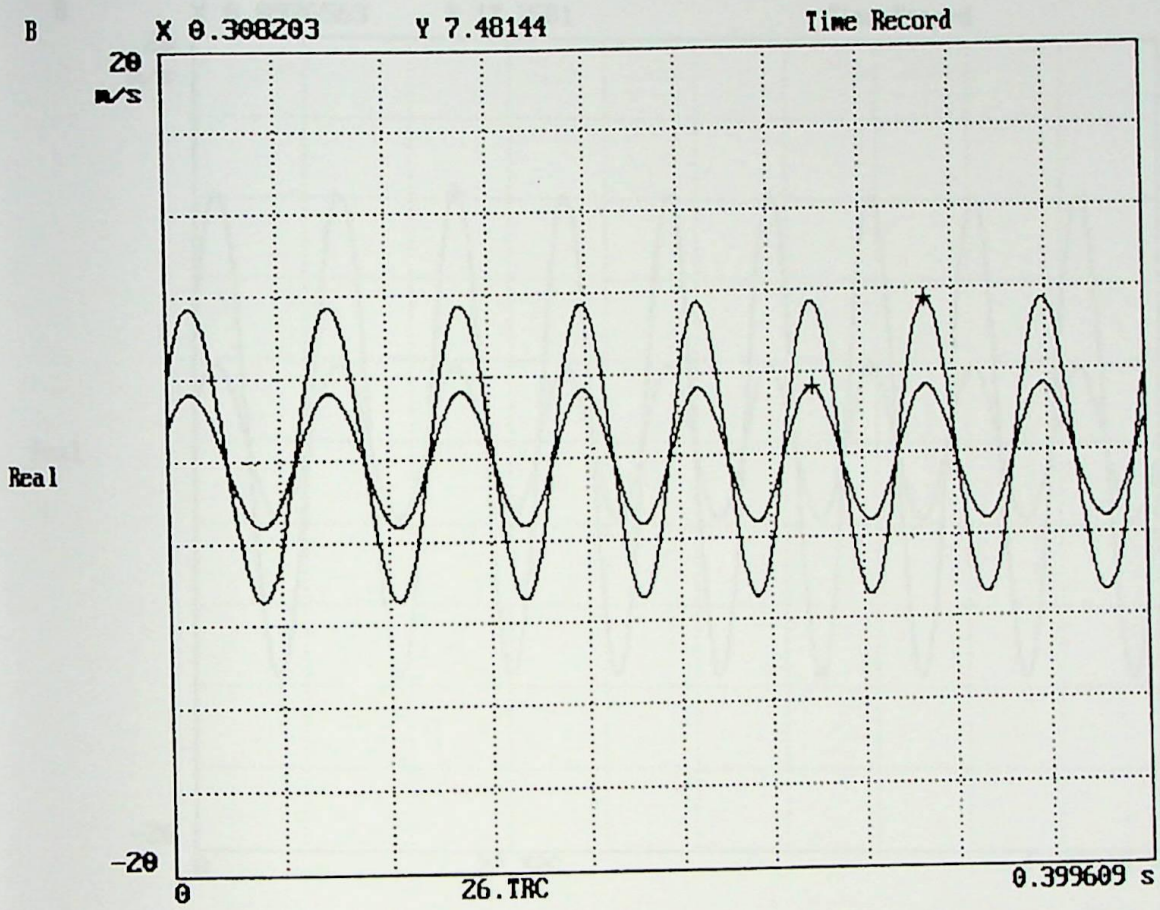
CDP N° 2: 8HS TRAMA MOLDADO

Frequência de excitação: $f = 15,00 \text{ Hz}$ 

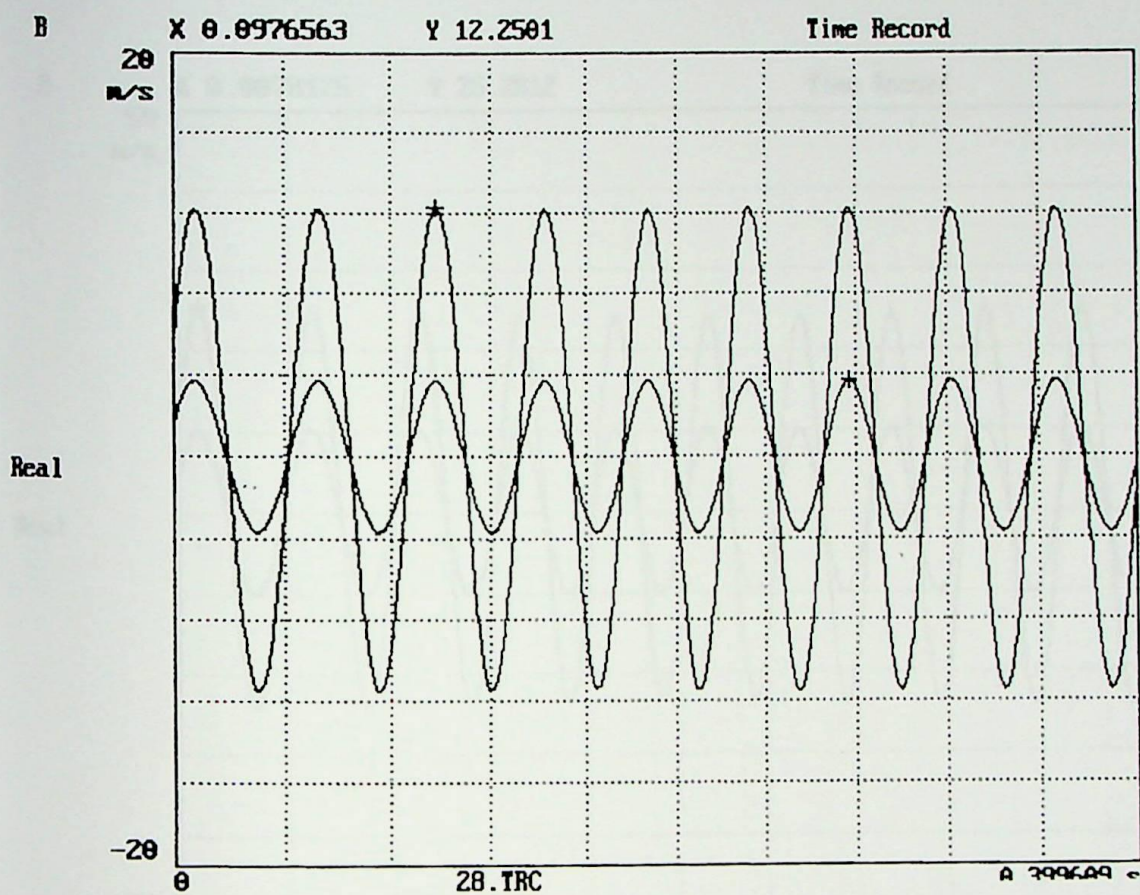
Frequência de excitação: $f = 19,00$ Hz



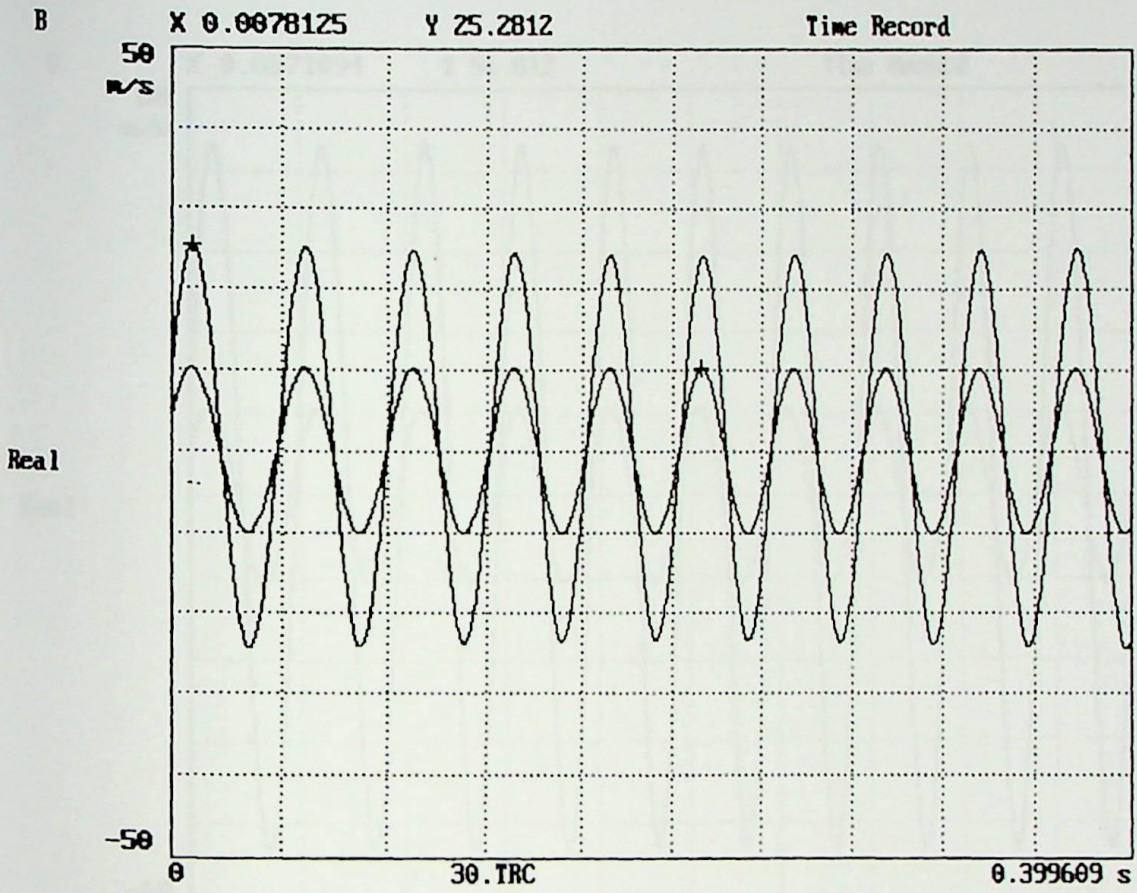
Frequência de excitação: $f = 20,40 \text{ Hz}$



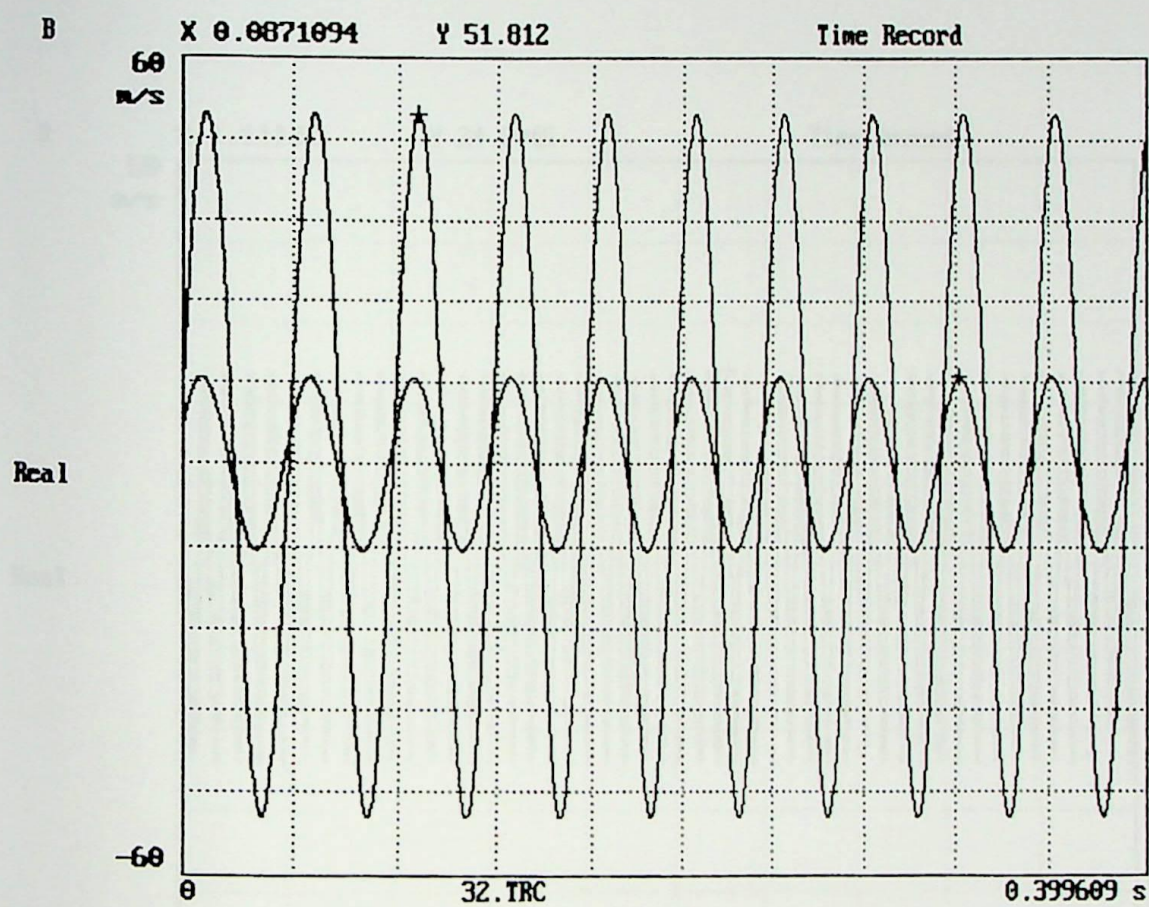
Frequência de excitação: $f = 23,20$ Hz



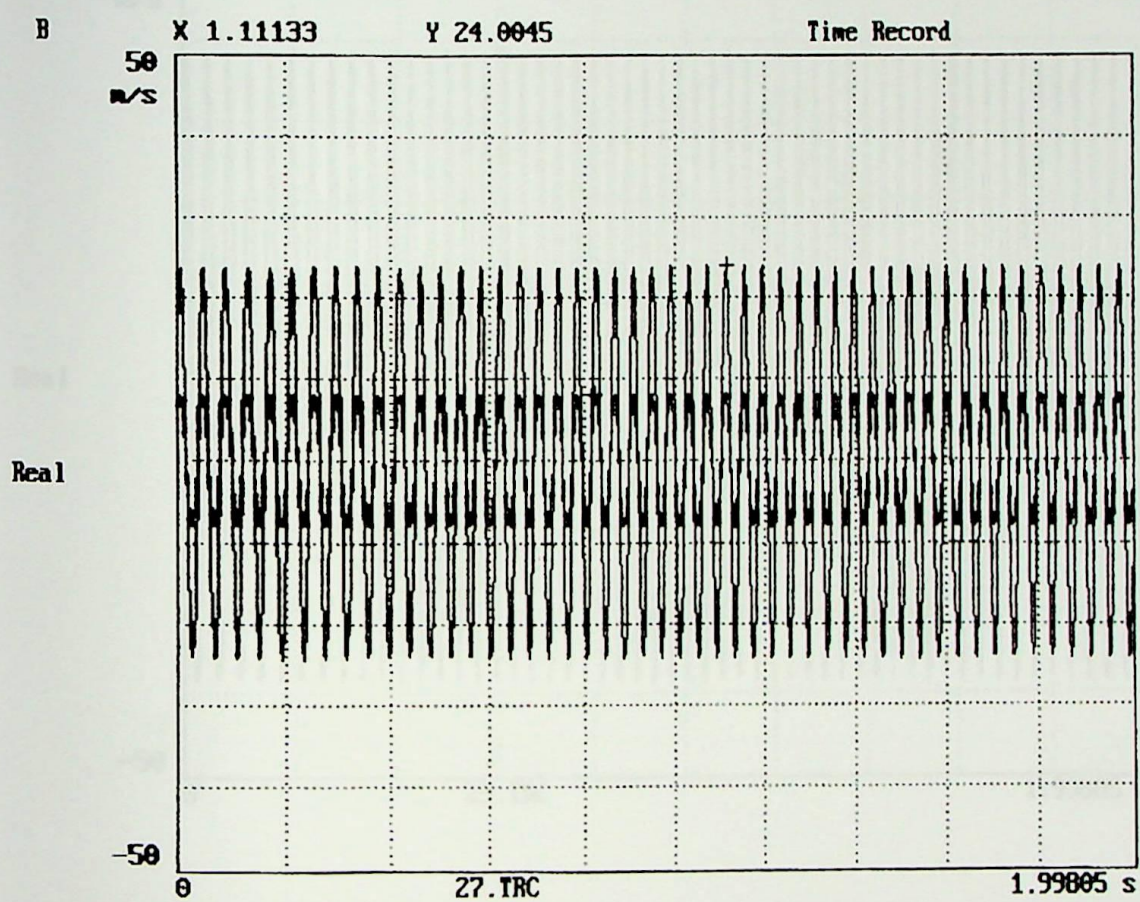
Frequência de excitação: $f = 25,40$ Hz



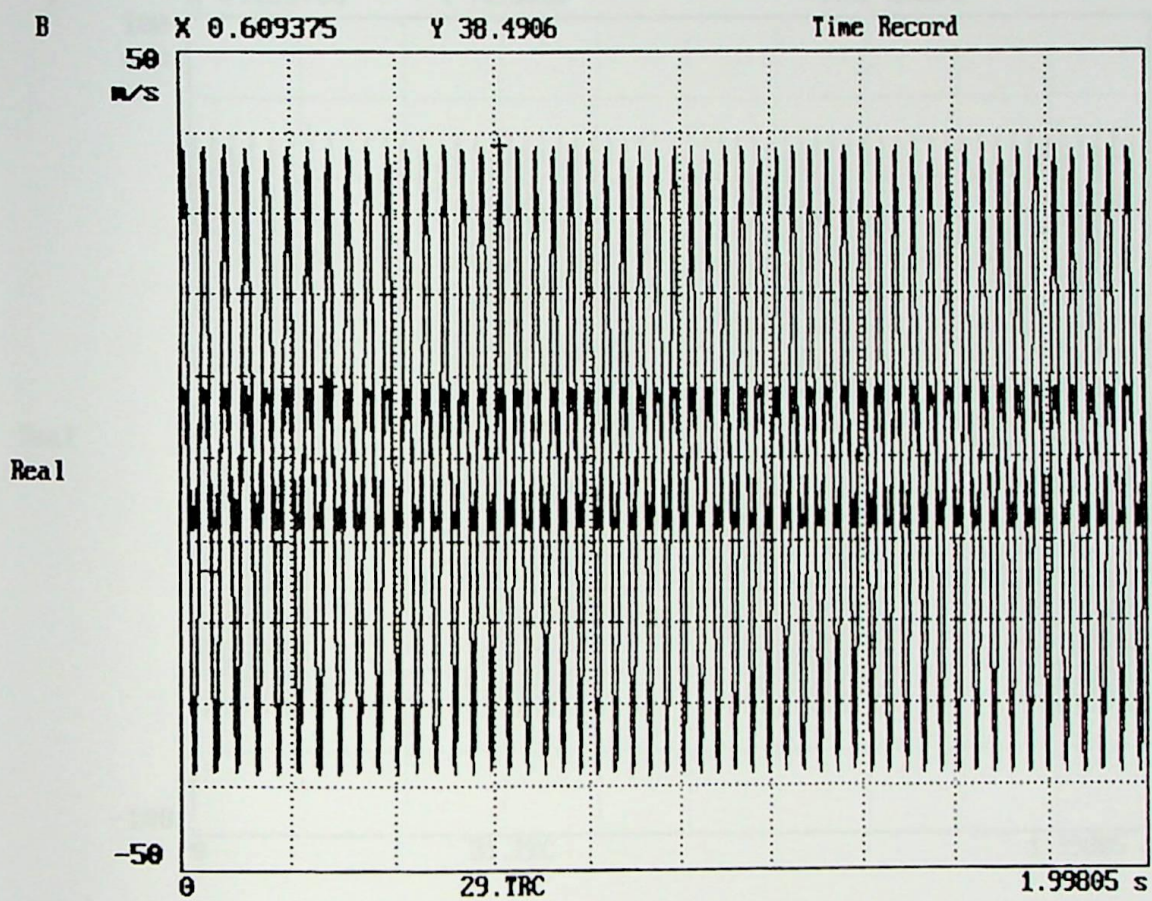
Frequência de excitação: $f = 26,60$ Hz



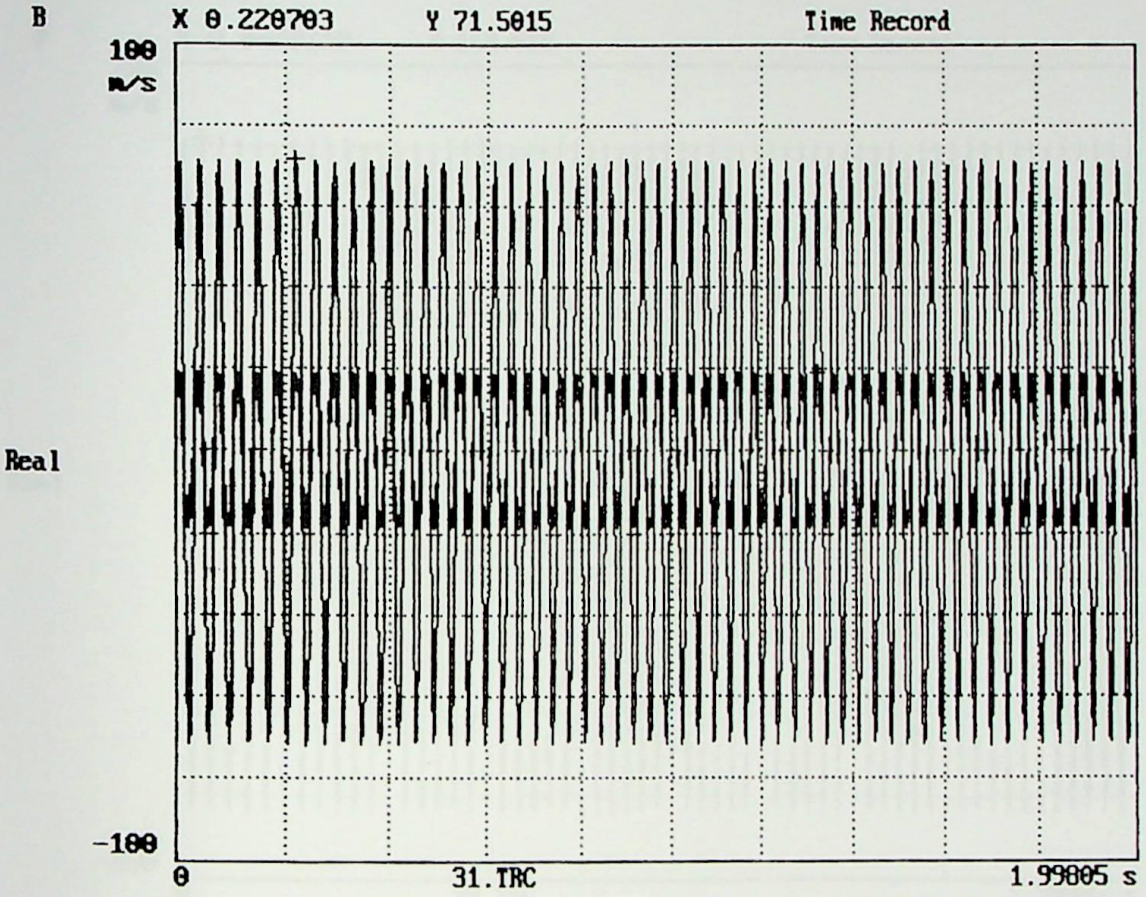
CDP N° 3: TWILL CARBONIZADO

Frequência de excitação: $f = 25,40$ Hz

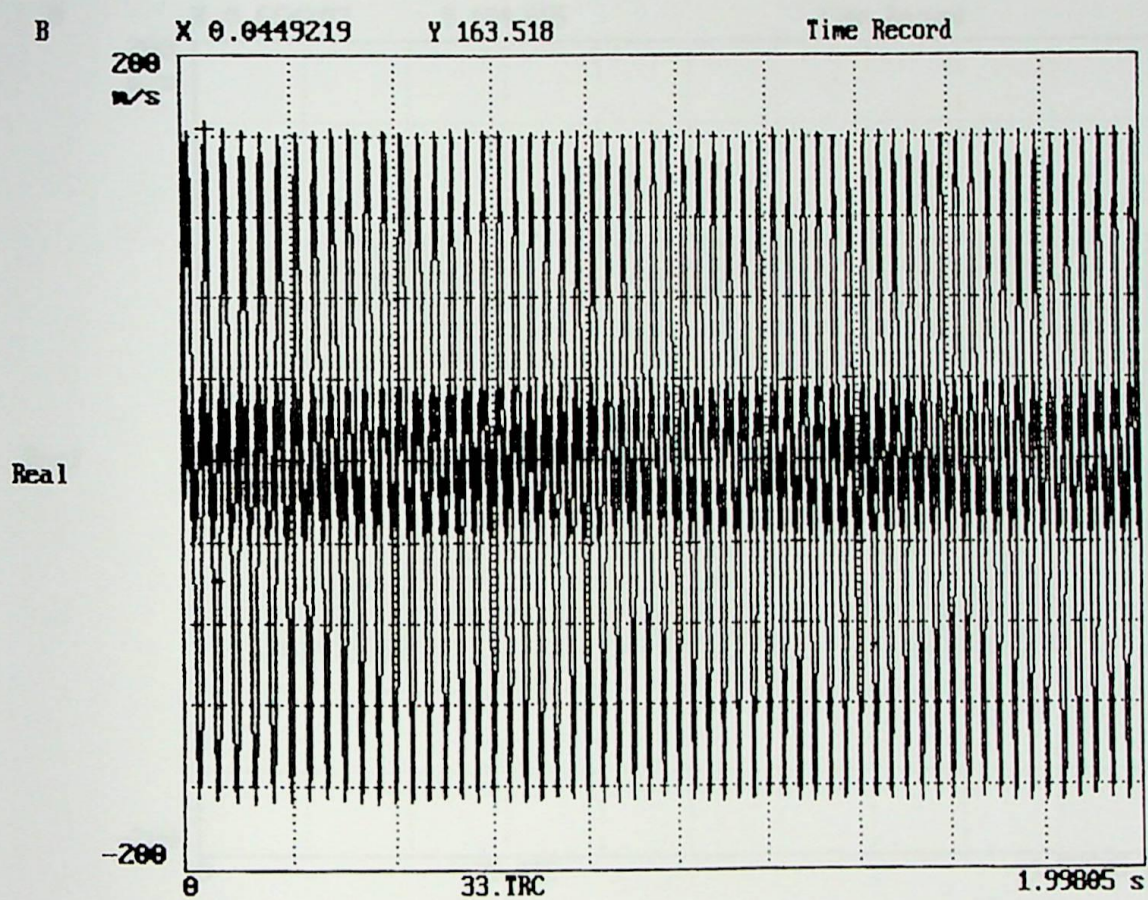
Frequência de excitação: $f = 27,40$ Hz



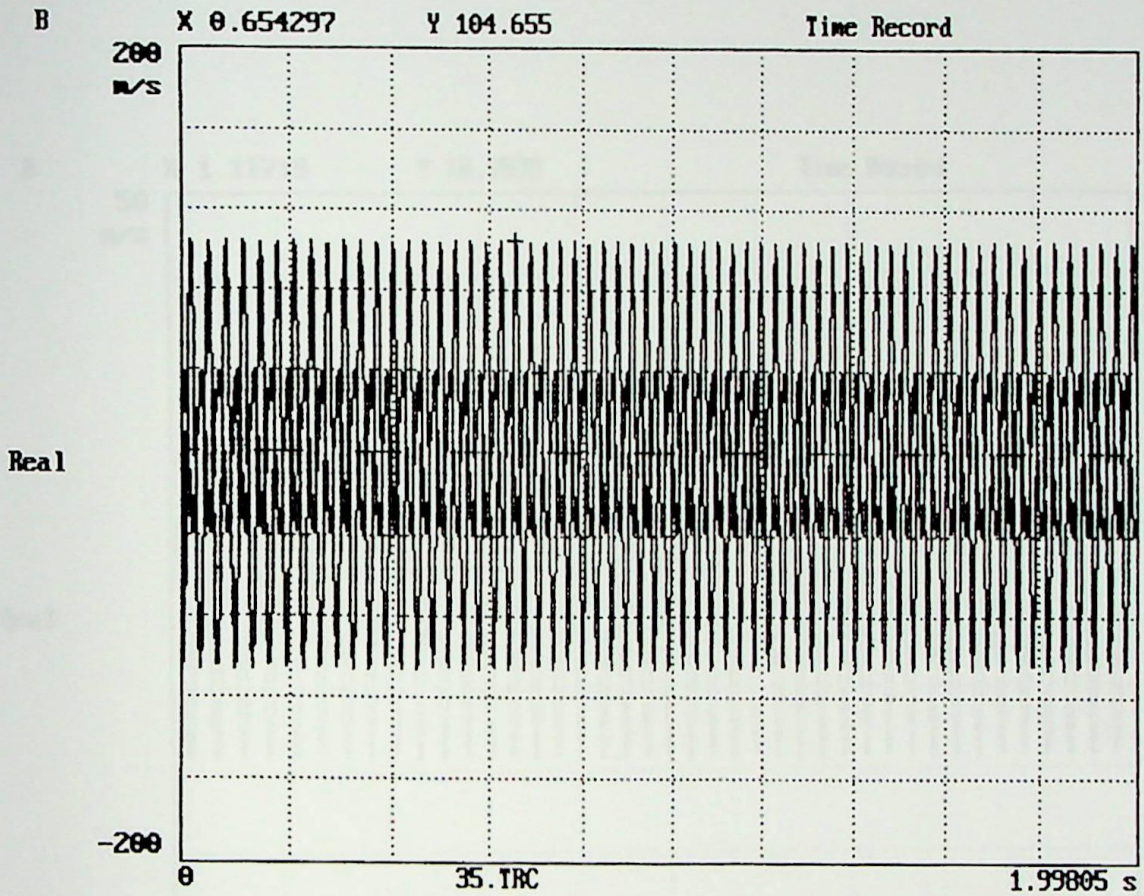
Frequência de excitação: $f = 29,00 \text{ Hz}$



Frequência de excitação: $f = 30,60$ Hz

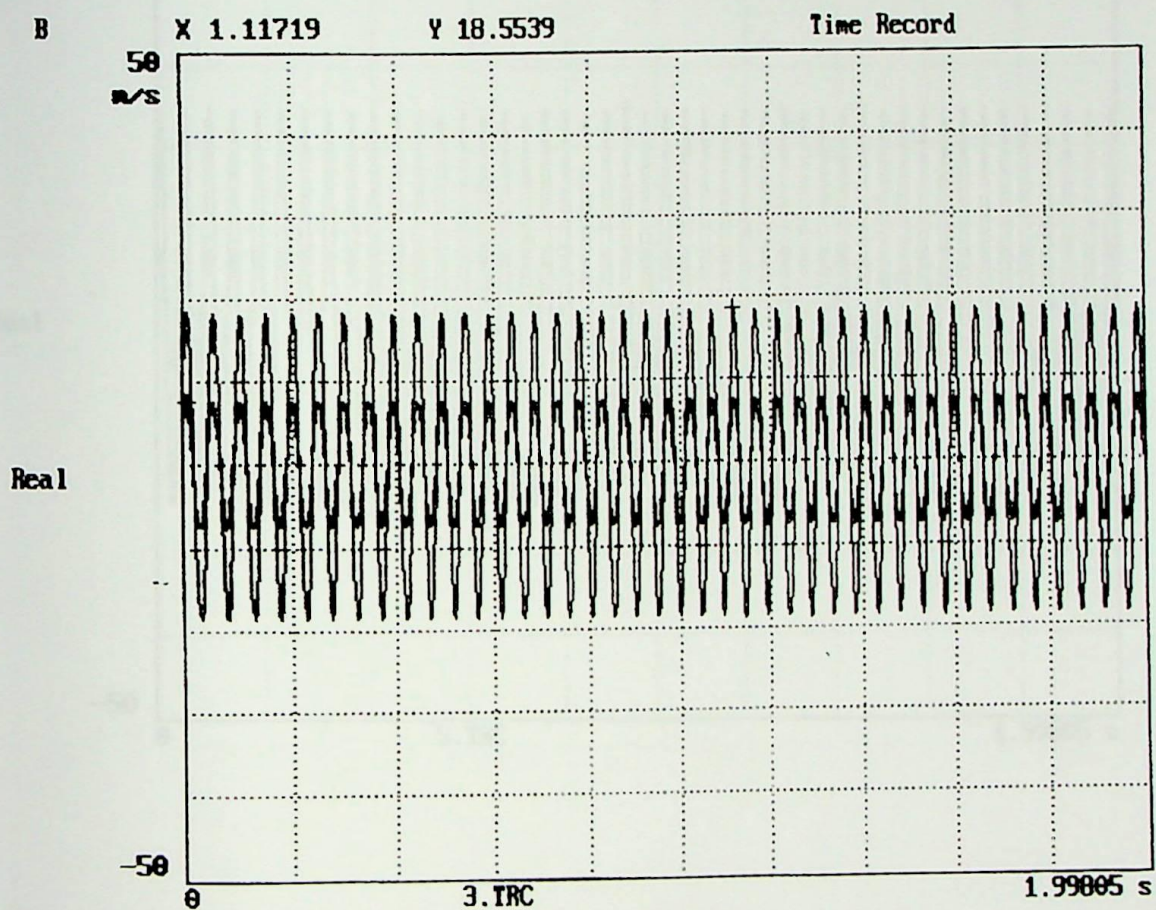


Frequência de excitação: $f = 32,20$ Hz

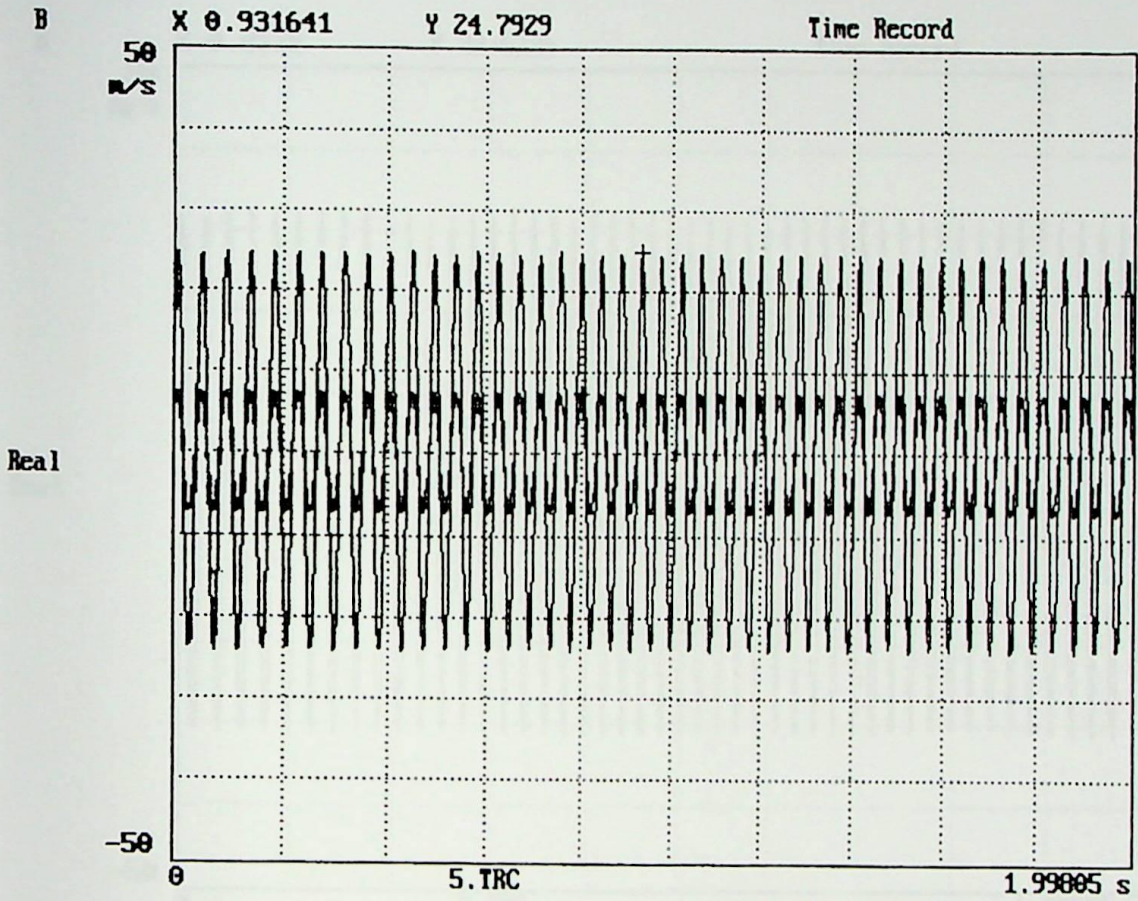


CDP N° 4: TWILL MOLDADO

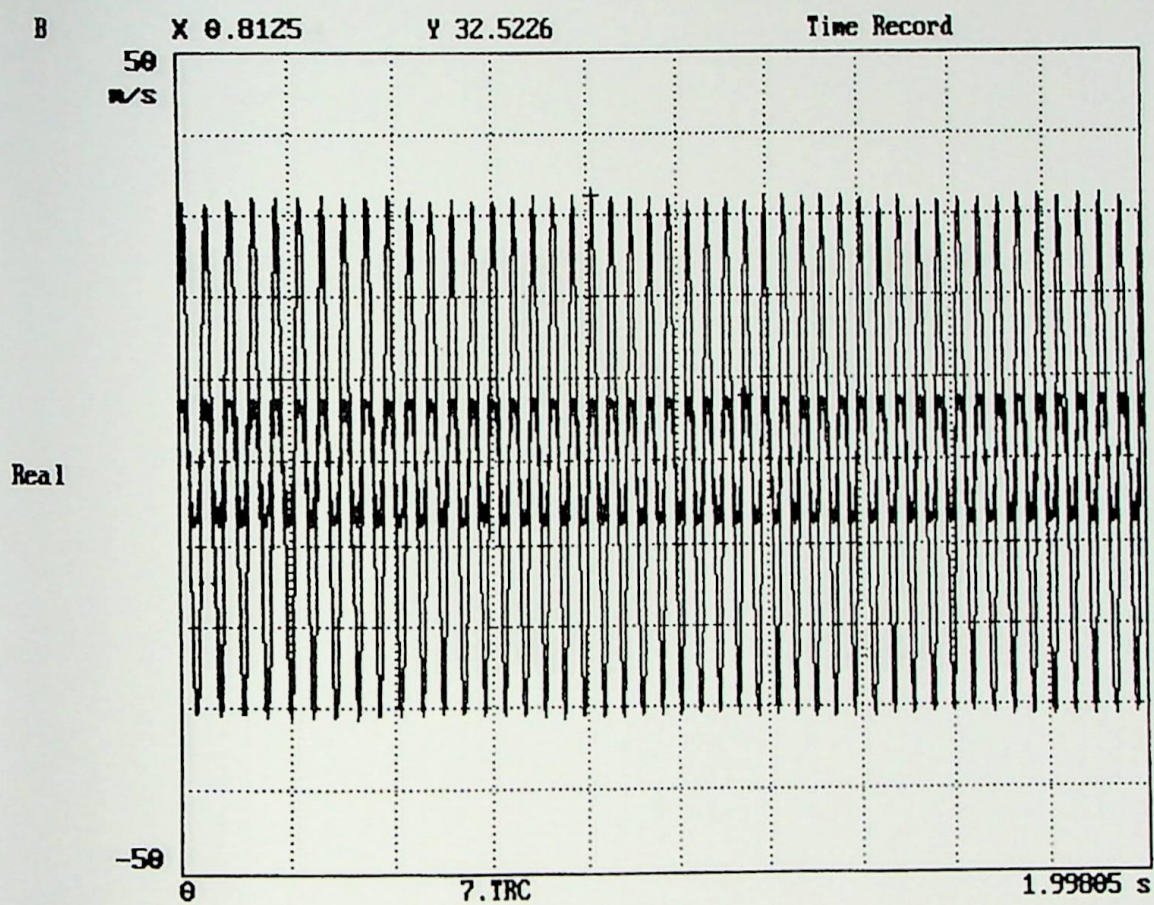
Frequência de excitação: $f = 20,80 \text{ Hz}$



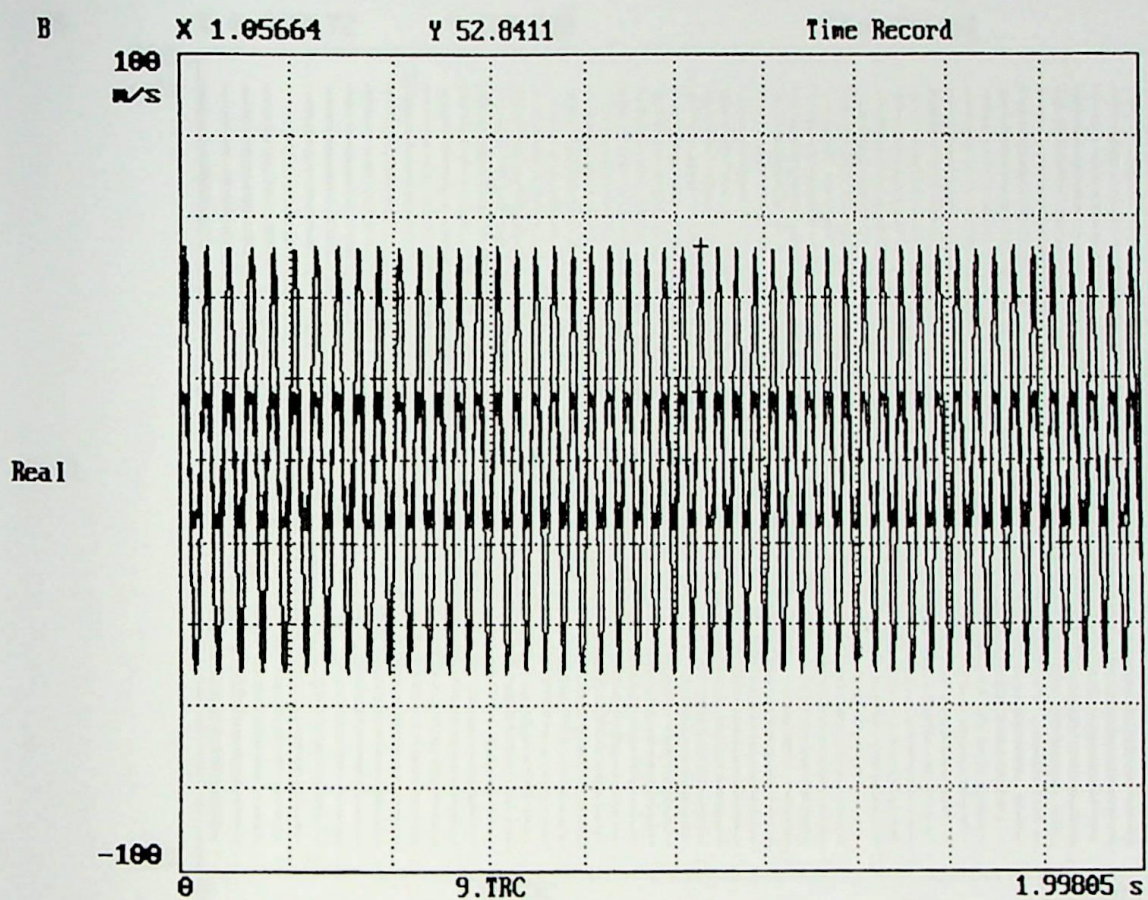
Frequência de excitação: $f = 22,80$ Hz



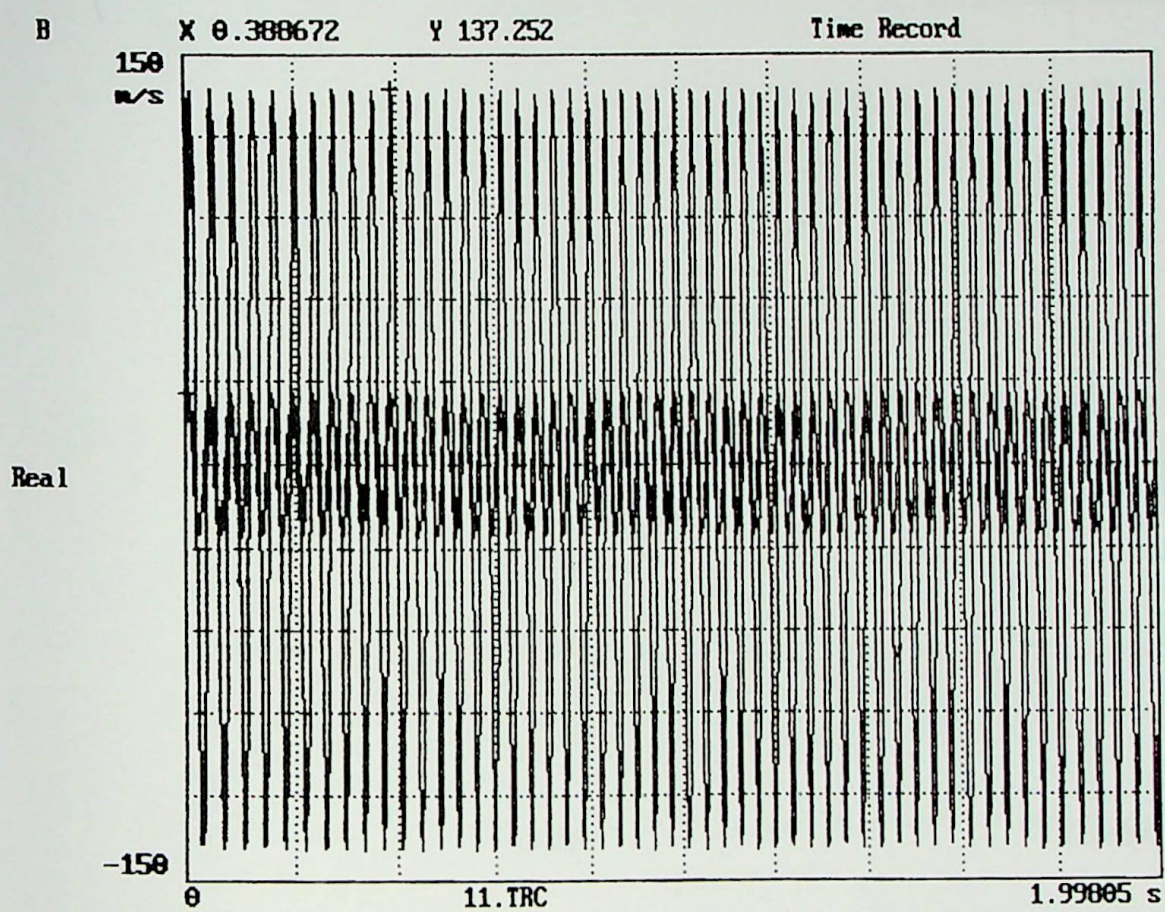
Frequência de excitação: $f = 24,80$ Hz



Frequência de excitação: $f = 24,80$ Hz



Frequência de excitação: $f = 26,80$ Hz



Frequência de excitação: $f = 28,20 \text{ Hz}$

