

TESE

1114

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBA

**Estudos das Linhas de Transmissão na
Análise de Colapso de Tensão**

**Waldecy de Macedo
Itajuba Março de 2001**

ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA



Estudos das Linhas de Transmissão na Análise de Colapso de Tensão

Dissertação apresentada à Escola Federal de Engenharia de Itajubá como parte dos requisitos para a obtenção do grau de Mestre em Ciências em Engenharia Elétrica.

Área de Concentração:
Sistemas Elétricos de Potência

Orientador:
Antonio Carlos Zambroni de Souza

Waldecy de Macedo

Itajubá, Março de 2001

Estudos das Linhas de Transmissão na Análise de Colapso de Tensão

Waldecy de Macedo

Trabalho de Conclusão de Curso para obtenção do título de

Mestre em Ciências em Engenharia Elétrica,

Área de Concentração em Sistemas Elétricos de Potência,

e aprovada pela Banca Examinadora do curso.

Ficha Catalográfica

Macedo, Waldecy de

Estudos das Linhas de Transmissão na Análise de Colapso de tensão
Itajubá, 2001.

77p

Dissertação (Mestrado)- Escola Federal de Engenharia de Itajubá.
Departamento de Engenharia Elétrica.

1. Estabilidade de Tensão I. Escola Federal de Engenharia de Itajubá.
Departamento de Engenharia Elétrica II. t

Estudos da Linha de Transmissão na Análise de Colapso de Tensão

Waldecy de Macedo

Esta dissertação foi julgada para obtenção do título de

Mestre em Ciências em Engenharia Elétrica,

Área de Concentração em Sistemas Elétricos de Potência,

e aprovada pela Banca Examinadora abaixo assinada:

Dr. André Luiz da Rosa Plaisant
1º. Examinador - CEPTEL

Prof. Cláudio Ferreira
2º. Examinador - EFEI

Prof. Antonio Carlos Zambroni de Souza
3º. Examinador - EFEI

Sumário

Abreviaturas

Lista de Figuras

Listas de Tabelas

Resumo

"Abstract"

1 ESTABILIDADE DE TENSÃO CONSIDERAÇÕES	1
1.1 Introdução	1
1.2 Conceitos, Definições e Classificações	2
1.2.1 Estabilidade Angular	2
1.2.2 Estabilidade de Tensão	3
1.2.3 Aspectos importantes a considerar nos estudos de estabilidade	4
1.3 Fatores de Influência na Instabilidade de Tensão	5
1.4 Perturbações Ocorridas	8
1.4.1 Ocorrências no Brasil	8
1.4.2 Ocorrências Mundiais	11
1.5 Métodos de Análise	12
1.5.1 Análise Dinâmica	12
1.5.2 Análise Quase-Estática	12
1.5.3 Análise Estática	12
1.6 Estruturação do Trabalho	14

2	PRINCIPAIS TÉCNICAS PARA ANÁLISE DE COLAPSO DE TENSÃO	15
2.1	Introdução	15
2.2	Métodos para Cálculo da Margem de Carga	16
2.2.1	Teoria da Bifurcação	16
2.2.1.1	Sela-nó	16
2.2.2	Análise Dinâmica x Análise Estática	21
2.2.3	Análise por decomposição de matrizes por Autovalores e Valores Singulares	26
2.2.4	Análise pelo Determinante Reduzido	28
2.2.5	Técnica da Função de Energia	30
2.2.6	Método Direto	32
2.2.7	Técnicas de Otimização	32
2.2.8	Método da Continuação	32
2.2.9	Vetor Tangente	35
2.3	Metodologias Adotadas	37
2.4	Conclusões	38
3	METODOLOGIA PARA ANÁLISE DO EFEITO DAS LINHAS DE TRANSMISSÃO EM SISTEMAS DE POTÊNCIA	39
3.1	Introdução	39
3.2	Vetor Tangente	40
3.3	Extrapolação Quadrática	42
3.4	Vetor Tangente para Análise de Contingências	45
3.5	Vetor Tangente para Análise de Perdas Elétricas	48
3.6	Sensibilidade a mudanças de parâmetros de linha	50

4 TESTES E RESULTADOS	52
4.1 Introdução	52
4.2 Vetor Tangente para Análise de Contingências	53
4.2.1 Conclusão	57
4.3 Perdas Elétricas	58
4.3.1 Conclusão	61
4.4 Sensibilidade a mudanças de parâmetros de linha	62
4.4.1 Conclusão	64
5 CONCLUSÕES	65
5.1 Problema Examinado	65
5.2 Contribuições	66
5.3 Sugestões para Desenvolvimentos Futuros	67
REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA	68
APÊNDICE	74

ABREVIATURAS

VxQ	Tensão x Potência reativa.	17
PxV	Potência ativa x Tensão.	19
LT's	Linhas de Transmissão.	20
ZIP	Potência, corrente e impedância constantes.	20
Mvar	Mega volt-ampere reativo.	21
MW	Mega Watt.	21
Hz	Hertz.	21
Z	Impedância série.	21
pu	por unidade.	21
SE	Subestação.	21
UG	Unidade Geradora.	21
UHE	Usina hidrelétrica.	25
UTN	Usina Termo-nuclear.	25
S/SE/CO	Sul/ Sudeste/ Centro-Oeste.	27
CC	Corrente Contínua.	27
CNOS	Centro Nacional de Operação do Sistema.	28
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers.	28
Barra PV	Barra controlada ou Barra tipo Potência ativa e Tensão conhecidas.	28
Barra PQ	Barra de carga ou Barra tipo Potência ativa e Potência Reativa conhecidas.	28
Barra Swing	Barra de Balanço do sistema.	28

Lista de Figuras

Figura 2.1	Diagrama de Bifurcação de uma sela-nó	17
Figura 2.2	Sistema de 2 Barras	19
Figura 2.3	Carregamentos no Sistema de 2 Barras	20
Figura 2.4	Diferença angular entre as barras após o distúrbio	23
Figura 2.5	Velocidade angular do gerador após o distúrbio	23
Figura 2.6	Nível de tensão na barra de carga após o distúrbio	24
Figura 2.7	Gráfico PxV - Sistema de 2 Barras	25
Figura 2.8	Comportamento do menor autovalor e valor singular	27
Figura 2.9	Comportamento do determinante reduzido	30
Figura 2.10	Processo do Método da Continuação	34
Figura 2.11	Comportamento do vetor tangente	36
Figura 3.1	Método da Extrapolação Quadrática	44
Figura 3.2	Resultado Sistema IEEE- 14 Barras	47

Lista de Tabelas

Tabela 2.1	Posição da barra crítica (com limites)	28
Tabela 2.2	Posição da Barra Crítica	36
Tabela 2.3	Principais desvantagens de algumas técnicas	37
Tabela 3.1	Extrapolação Quadrática	44
Tabela 4.1	Posição pela Margem de carga - Sistema 14 barras	53
Tabela 4.2	Posição pela Norma - Sistema 14 barras	53
Tabela 4.3	Posição pela Margem de carga - Sistema 30 barras	54
Tabela 4.4	Posição pela Norma - Sistema 30 barras	54
Tabela 4.5	Posição pela Margem de carga - Sistema 52 barras	55
Tabela 4.6	Posição pela Norma - Sistema 52 barras	55
Tabela 4.7	Posição pela Margem de carga - Sistema 57 barras	56
Tabela 4.8	Posição pela Norma - Sistema 57 barras	56
Tabela 4.9	Posição pela Margem de carga - Sistema 118 barras	57
Tabela 4.10	Posição pela Norma - Sistema 118 barras	57
Tabela 4.11	Contribuição das linhas nas perdas elétricas - Sistema 14 barras	58

Tabela 4.12	Contribuição das linhas nas perdas elétricas - Sistema 30 barras	59
Tabela 4.13	Contribuição das linhas nas perdas elétricas - Sistema 57 barras	60
Tabela 4.14	Contribuição das linhas nas perdas elétricas - Sistema 118 barras	61
Tabela 4.15	Sensibilidade da linha - Sistema de 14 barras	62
Tabela 4.16	Tensão na barra crítica - Sistema de 14 barras	62
Tabela 4.17	Sensibilidade da linha - Sistema de 30 barras	63
Tabela 4.18	Tensão na barra crítica - Sistema de 30 barras	63
Tabela 4.19	Sensibilidade da linha - Sistema de 57 barras	63
Tabela 4.20	Tensão na barra crítica - Sistema de 57 barras	63
Tabela 4.21	Sensibilidade da linha - Sistema de 118 barras	64
Tabela 4.22	Tensão na barra crítica - Sistema de 118 barras	64

RESUMO

O fenômeno da instabilidade de tensão, vem sendo discutido em todos os meios envolvidos, como concessionárias, universidades, empresas privadas e usuários. Restrições econômicas, e ecológicas têm levado o sistema a operar sob condições estressantes, permitindo que diversos incidentes envolvendo problema de instabilidade de tensão ocorram por todo o mundo.

Este trabalho apresenta algumas técnicas para análise e avaliação do colapso de tensão. É conhecido pela literatura, que o colapso de tensão é um fenômeno local, que se espalha pela vizinhança. Dessa forma, a identificação das áreas críticas pode fornecer informações importantes para prevenção de colapso de tensão. Este trabalho é focado na identificação de linhas de transmissão com maior influência na ocorrência do fenômeno.

É fato que para grandes e rápidos distúrbios, são necessárias técnicas não lineares de análise. Mas para análise de estabilidade de tensão, dado que a dinâmica do sistema varia lentamente, as equações podem se reduzir às equações puramente algébricas para cada ponto de equilíbrio. Este modelo é representado pelas equações de fluxo de carga.

A partir desse modelo, são apresentadas algumas técnicas para avaliação de colapso de tensão:

- Análise de Contingência.
- Perdas elétricas.
- Análise de sensibilidade para mudanças de parâmetros.

Essas técnicas são testadas em alguns sistemas-testes, e os resultados obtidos são discutidas para cada caso. As limitações das técnicas propostas são também mostradas nos resultados.

ABSTRACT

The phenomenon of voltage instability has been discussed by several parties involved, like electricity companies, universities and users. Economical and constraints, ecological, have driven the system to work under stressed conditions, leading to several voltage instability occurrences around the world.

This work presents some techniques for analysis and assessment of voltage collapse. It is known in the literature that voltage collapse is a local phenomenon that spreads around a neighborhood. So, identifying the critical areas may provide some important pieces of information to prevent voltage collapse. This work focuses on the identification of the transmission lines with major influence in the occurrence of the phenomenon. It is known that for large disturbances, non-linear techniques of analysis are necessary. But for voltage stability analysis, because the system dynamics vary slowly, a set of algebraic equations may take place. This model is represented by the load flow equations.

Using this model, some techniques are presented:

- Contingency analysis.
- Electric loss.
- Sensitivity analysis for changes of parameters.

These techniques are tested with the help of some test-systems, and the results are discussed for each case. The shortcomings of the techniques are also shown in the results.

CAPÍTULO 1

ESTABILIDADE DE TENSÃO CONSIDERAÇÕES

1.1 Introdução

O grande crescimento do consumo de energia elétrica nestes últimos anos em todos os setores sociais (residenciais, comerciais e industriais) sem que tenha havido um acompanhamento dos investimentos em capacidade de geração e transmissão, tem levado o sistema elétrico de potência a trabalhar em condições cada vez mais estressantes, tornando-o vulnerável a atender a um súbito aumento de demanda ou da ocorrência de contingências no sistema, isto é, perda de elementos importantes do sistema como geradores ou linhas de transmissão.

Com os grandes avanços tecnológicos alcançados nestes últimos anos, várias ferramentas computacionais têm sido propostas a fim de permitir estudos mais abrangentes e confiáveis para avaliação e análise do fenômeno da instabilidade de tensão associado a degradação do perfil de tensão nos barramentos de conexão do sistema.

Engenheiros de sistemas de potência na área de planejamento e operação, como também as instituições universitárias através de seu corpo docente, têm se unido para tentar de forma mais eficaz, criar condições, através de ações preventivas e corretivas, para minimizar os problemas relacionados à instabilidade de tensão.

Desta maneira, o grande interesse é garantir a qualidade e a continuidade de fornecimento de energia elétrica e manter o sistema estável sob o ponto de vista de tensão em todos os barramentos, em condições normais ou quando da ocorrência de perturbações.

1.2 Conceitos, Definições e Classificações

Em [1,2,3] foi proposta uma classificação para os estudos de estabilidade de acordo com a natureza da instabilidade resultante (ângulo e/ou tensão), levando-se em consideração a dimensão da perturbação considerada, o método apropriado para análise e a extensão dos tempos envolvidos.

1.2.1 Estabilidade Angular

É a capacidade dos geradores de permanecerem em sincronismo sob condições normais de operação ou após um distúrbio, ou seja, manter o equilíbrio entre o torque eletromagnético e o mecânico de cada máquina. Se esse equilíbrio não se manifestar ocorrerá a instabilidade, resultando no aumento das oscilações angulares de algum gerador, levando a perda de sincronismo com outros geradores.

A estabilidade angular é dividida em duas categorias:

- **Estabilidade a pequenos sinais (regime permanente)**

É a capacidade do sistema de potência de manter o sincronismo sob pequenos distúrbios, por exemplo, pequenas variações de carga, como esses distúrbios são considerados suficientemente pequenos, as equações linearizadas podem ser utilizadas para este tipo de análise.

Em [1] é definido que o problema de estabilidade a pequenos impactos é essencialmente um problema de falta de amortecimento das oscilações, causado por: (a) modos locais, (b) modos interáreas, (c) modos de controle e (d) modos torsionais.

- **Estabilidade Transitória**

É a capacidade do sistema de potência em manter o sincronismo após um distúrbio transitório severo, por exemplo, curtos-circuitos em linhas troncos e/ou saídas de unidades geradoras. A resposta do sistema a esses distúrbios envolve grandes excursões do ângulo do rotor do gerador, sendo necessário a utilização de equações não lineares para representar o comportamento das variáveis do sistema. Tipicamente nestes estudos, o tempo de interesse varia de uns poucos segundos a aproximadamente 10 segundos.



1.2.2 Estabilidade de Tensão

É a capacidade do sistema de potência de manter os níveis de tensão aceitáveis em todos os barramentos do sistema, tanto em condições normais de operação, como também após um distúrbio.

Pode ser dividida em duas categorias:

- **Estabilidade de Tensão a Pequenas Perturbações (pequenos sinais)**

É a capacidade do sistema de potência em manter a tensão sob controle após uma pequena perturbação, por exemplo, pequena variação de carga. Para pequenos distúrbios, as análises que utilizam técnicas de linearização trazem valiosas informações sobre o comportamento da tensão, identificando áreas potencialmente críticas. Na literatura, a maior parte dos artigos que estudam a estabilidade de tensão a pequenas perturbações utilizam técnicas de análise estática [4, 5, 6, 7, 8, 9].

Um critério importante para análise da estabilidade de tensão a pequenas perturbações é o de sensibilidade $V_x Q$ positiva para todas as barras do sistema, numa dada condição operativa, ou seja, a magnitude da tensão cresce com o aumento da injeção de potência reativa capacitiva.

- **Estabilidade de Tensão a Grandes Perturbações**

É a capacidade do sistema em manter a tensão após grandes perturbações, por exemplo, desligamentos de elementos importantes da rede, ou curtos-circuitos em linhas de transmissão.

Os estudos de estabilidade de tensão a uma grande perturbação normalmente requer o exame do comportamento e desempenho dinâmico de elementos como os transformadores com taps variáveis sob carga e os controladores de tensão e velocidade de geradores.

Estes estudos devem ser realizados através de simulações no domínio do tempo através de equações não-lineares [10, 11, 12, 13], e o período de tempo de interesse para o estudo pode variar de uns poucos segundos a dezenas de minutos.

1.2.3 Aspectos Importantes a Considerar nos Estudos de Estabilidade

Os estudos de estabilidade de um sistema de potência abrange tanto os ângulos dos rotores das unidades geradoras, como as tensões nas barras, e a distinção entre elas é importante para o entendimento das causas reais dos problemas e para a adoção de procedimentos operativos no sistema.

Em [2] é mostrado que a instabilidade de tensão nem sempre ocorre sozinha. Muitas vezes, a instabilidade de ângulo e tensão caminham juntas. O que se observa na prática, entretanto, é que enquanto algumas variáveis sofrem grandes variações, outras apresentam alterações insignificantes, para determinadas perturbações no sistema de potência.

- **Instabilidade de tensão:** Está associada à insuficiência do suprimento de potência reativa nas áreas de consumo, levando a grandes variações da tensão nos barramentos, e praticamente pequenas variações na frequência.
- **Instabilidade de ângulo:** Está associada à insuficiência de conjugado sincronizante e/ou conjugado de amortecimento entre as unidades geradoras do sistema, levando o sistema a grandes variações de frequência com alterações relativamente insignificantes das tensões.
- **Colapso de tensão:** Está associado à seqüência de eventos que acompanham a instabilidade de tensão, como a queda em níveis inaceitáveis do perfil de tensão em uma parte significativa do sistema. O colapso de tensão pode ocorrer tanto com a instabilidade de tensão como com a instabilidade angular.

Numa tentativa de se estabelecer uma distinção pode-se dizer que, se há uma redução acentuada de tensão em um ponto do sistema, longe das cargas, então ocorre um problema de estabilidade angular. Se por outro lado, redução de tensão aparece em áreas de consumo (ou em suas vizinhanças), provavelmente é um problema de estabilidade de tensão.

Este trabalho considera especificamente a análise da estabilidade de tensão dos sistemas de potência e suas avaliações quanto ao fenômeno de colapso de tensão.

1.3 Fatores de Influência sobre a Instabilidade de Tensão

O principal fator responsável pela instabilidade de tensão é a incapacidade do sistema de potência em manter um balanço de potência reativa e prover um nível adequado de tensão através do sistema [2]. Entre os principais fatores que influenciam a estabilidade de tensão, destacam-se [14,15,16,17,18,19,20,21]:

- **Capacidade dos Geradores**

A capacidade dos geradores de fornecer potência reativa está limitada à atuação dos limitadores das correntes de campo e de armadura. Apesar de que, transitoriamente, possam fornecer potência reativa além desses limites, seus reguladores de tensão reduzirão esse excedente de potência reativa gerada ao seu limite.

- **Características das Linhas de Transmissão**

As LT's apresentam comportamentos bem diferentes em função do carregamento. Elas produzem potência reativa proporcionalmente ao quadrado da tensão e consomem potência ativa e reativa, proporcionalmente ao quadrado da corrente. A potência reativa líquida proporcionada por uma linha de transmissão varia com seu ciclo de carga, sendo as condições de carga pesada as mais críticas sob o aspecto de estabilidade de tensão, quando as perdas elétricas e quedas de tensão podem tornar-se elevadas.

- **Compensadores de Potência Reativa**

Os bancos de capacitores “shunt”, ou compensadores locais, apesar de melhorarem o suporte de potência reativa, têm o inconveniente de fornecer essa potência como função do quadrado da tensão. Portanto, podem não produzir bons resultados na operação com baixos níveis de tensão.

Os capacitores série têm tradicionalmente sido associados a longas linhas de transmissão para proporcionarem benefícios do ponto de vista da estabilidade angular, reduzindo o ângulo de fase entre os terminais transmissor e receptor.

Esses capacitores reduzem a indutância série natural da linha. Eles produzem potência reativa proporcionalmente ao quadrado da corrente e independentemente da tensão nas barras, possibilitando reduzir a queda de tensão resultante da reatância da linha. Esta característica de auto-regulação faz com que estes equipamentos venham encontrando aplicações em linhas de transmissão curtas com o objetivo final de melhorar a estabilidade de tensão, em razão de serem tão mais efetivos quanto mais se necessita de compensação.

Entretanto, os capacitores série têm a desvantagem de propiciarem o aparecimento de ressonância subsíncrona e a necessidade da utilização de dispositivos especiais de proteção contra sobretensões ocasionadas por curto-circuito na rede elétrica [22]. De forma similar à compensação “shunt”, uma maior flexibilidade pode ser obtida através do uso de compensação série controlável [23, 24].

- **Características das Cargas**

O conjunto total de cargas encontradas nos sistemas é representado por modelos compostos que consideram as parcelas de carga que apresentam diferentes comportamentos em função da variação da tensão. Cargas com comportamento do tipo potência constante, tipicamente industriais, são mais críticas sob o aspecto de estabilidade de tensão. Por outro lado, cargas residenciais, que geralmente apresentam redução de suas potências sob situações de queda de tensão, proporcionam uma certa “autocorreção”, sendo portanto mais favoráveis do ponto de vista de estabilidade de tensão. Entretanto, a utilização intensiva de ar-condicionado pode mudar bastante o comportamento das cargas residenciais [25].

Também é importante destacar que algumas cargas, apesar de em um primeiro momento apresentarem redução de suas potências com a queda da tensão, podem alguns instantes depois, elevar suas potências, quer pela presença de transformadores com taps comutáveis sob carga junto às mesmas, quer por usarem termostatos [14, 18].

Os modelos representativos do comportamento da carga em função da tensão são classificados em duas categorias:

- Os modelos estáticos de carga expressam as potências ativa e reativa de uma barra em um determinado instante de tempo como função da magnitude da tensão nessa barra para o mesmo instante. Esses modelos são usados para representar componentes essencialmente estáticos da carga (cargas de aquecimento e iluminação) e como uma aproximação para componentes dinâmicos da carga (cargas acionadas por motores). Um modelo estático bastante utilizado é o modelo ZIP, no qual as cargas ativa e reativa são expressas através das seguintes equações algébricas

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_0 \left[a_1 \left(\frac{\mathbf{V}}{\mathbf{V}_0} \right)^2 + a_2 \left(\frac{\mathbf{V}}{\mathbf{V}_0} \right) + a_3 \right] \quad (1.1)$$

$$\mathbf{Q} = \mathbf{Q}_0 \left[a_4 \left(\frac{\mathbf{V}}{\mathbf{V}_0} \right)^2 + a_5 \left(\frac{\mathbf{V}}{\mathbf{V}_0} \right) + a_6 \right] \quad (1.2)$$

onde \mathbf{P} e \mathbf{Q} são as componentes de potência ativa e reativa da carga quando a magnitude da tensão na barra é \mathbf{V} e o subscrito \mathbf{o} identifica os valores das respectivas variáveis na condição inicial de operação. Os parâmetros desse modelo são os coeficientes a_1 , a_2 , a_3 , a_4 , a_5 e a_6 , os quais definem as proporções das parcelas de carga que se comportam como impedância constante (a_1 e a_4), corrente constante (a_2 e a_5) e potência constante (a_3 e a_6). São válidas as seguintes relações

$$a_1 + a_2 + a_3 = 1 \quad (1.3)$$

$$a_4 + a_5 + a_6 = 1 \quad (1.4)$$

- Os modelos dinâmicos de carga expressam as potências ativa e reativa de uma barra em um determinado instante de tempo como função da magnitude da tensão nessa barra em um instante passado de tempo e , usualmente, incluindo o instante presente. Cargas constituídas essencialmente por motores, onde a resposta a um distúrbio não ocorre instantaneamente, mas sim com uma determinada constante de tempo, podem requerer esses modelos, cuja representação faz uso de equações diferenciais.

Destaca-se que, sob o ponto de vista da fidelidade da representação da carga, a maneira mais apropriada para identificar seu modelo seria através de testes nas diversas subestações de um sistema. Entretanto, tal procedimento é de difícil execução, uma vez

que as empresas relutam em permitir que seus consumidores sejam submetidos a distúrbios voluntários. Adicionalmente, a composição da carga de uma subestação pode variar em função do horário, o que exigiria repetidos testes para cada subestação.

Assim sendo, a tendência predominante tem sido a de recorrer-se a outros expedientes, tais como: levantamento das características das cargas com base na sua composição por classe de consumidores (industrial, comercial e residencial), bem como baseando-se na reprodução de determinadas ocorrências registradas.

1.4 Perturbações Ocorridas

O fenômeno de colapso de tensão pode causar sérias conseqüências para o sistema elétrico, como visto em muitas ocorrências em torno do mundo, inclusive no Brasil. Abaixo transcrevemos duas perturbações ocorridas no Brasil, vistas serem importantes para a compreensão do problema.

1.4.1 Ocorrências no Brasil

Duas das mais graves perturbações no sistema elétrico brasileiro ocorreram nos dias 24 e 25 de Abril de 1997 no sistema Sul/Sudeste/Centro-Oeste culminando com cerca de 15% (7600 MW) da carga total interrompida [26]. Tais situações não tiveram conseqüências mais graves devido à ação do Esquema Regional de Alívio de Carga (ERAC) e aos cortes de carga realizados manualmente (ECAM), mostrando a forte dependência do sistema em relação aos recursos de potência reativa e a necessidade urgente de uma otimização destes recursos e do controle de tensão. A cronologia do evento de 24 de Abril é descrita a seguir:

No dia 24 de Abril de 1997, observava-se um crescimento elevado da demanda de potência ativa e reativa no sistema, e alguns equipamentos de suporte de potência reativa na área São Paulo e na área de Minas Gerais encontravam-se desligados:

- Um compensador síncrono n°. 2 de Ibiúna (+300 Mvar);
- Um banco de capacitores de Tijuco Preto (+200 Mvar);
- Indisponíveis vários capacitores no sistema da Eletropaulo (+208 Mvar);

- Um compensador síncrono n.º 2 da SE Neves (+100 Mvar).

Com o esgotamento dos recursos e conseqüente sobrecarga dos compensadores síncronos de Ibiúna, as tensões nos barramentos de extra-alta tensão das áreas SP, RJ e MG estavam em processo de queda acentuada. Na região Sul, as tensões também estavam em queda, porém numa taxa menor.

Como a carga ainda estava em crescimento e não havia modo de se recuperarem as tensões, ocorreu o desligamento de mais um compensador síncrono n.º 3 de Ibiúna (+300 Mvar). Isto agravou as condições de tensão, levando ao bloqueio dos pólos 3 e 4 (bipolo 2) do Elo CC (3000 MW). Em seguida, ocorreram os desligamentos automáticos dos compensadores síncronos n.ºs. 1 e 4 de Ibiúna (+600 Mvar), provocando a degradação da tensão e freqüência no sistema.

Em seguida ocorreram os desligamentos automáticos de diversos equipamentos de controle de tensão: Compensadores síncronos de Tijuco Preto (+300 Mvar) e Embu-Guaçu (+250 Mvar) e os bancos de capacitores 1 e 2 de Campos (2x10 Mvar). Também houve perda de potência ativa da UG-3 da UHE Capivara (146 MW) e UG-2 da UHE Funil (70 MW).

Neste período, o CNOS solicitou às empresas diversos cortes de carga, com o objetivo de recuperar a freqüência. Esta atitude, no entanto, mostrou-se insuficiente. Houve desligamento da SE Bandeirantes - Eletropaulo, causada pela subtensão, interrompendo cerca de 1200 MW de carga prioritária do centro de São Paulo.

Em seguida ocorreu novo déficit de geração, de 715 MW, com desligamentos automáticos das UG-1 da UTN Angra 1 (620 MW) e UG-1 da UHE Volta Grande (95 MW), e com desligamento automático do Bipolo remanescente do ELO-CC (bipolo 1) com perda de 2386 MW.

A freqüência atingiu 58.10 Hz, levando a atuação dos 1.º e 2.º estágios do Esquema Regional de Alívio de Carga (ERAC). Como não foi suficiente, o CNOS, solicitou para que as empresas realizassem cortes adicionais, recuperando assim a freqüência ao patamar de 60 Hz, quando se iniciou a liberação gradual do religamento de cargas.

No dia 25 de Abril de 1997, a condição do Sistema Interligado era semelhante ao dia anterior, onde a UTN Angra 1 estava operando com 88 MW dos 627 MW disponíveis a plena carga. Dessa vez, o Elo CC desligou-se automaticamente pela atuação dos bloqueios de subtensão, ocorrendo em seguida o desligamento dos três compensadores síncronos de Ibiúna (+900 Mvar), e dos Bipolos 1 e 2 com 5700 MW. Em seguida, ocorreram os desligamentos do compensador síncrono de Tijuco Preto (+300 Mvar), da UG-1 da UTN Angra 1 (88 MW), da UG-3 da UHE Capivara (136 MW) e das UGs 1 e 2 da UHE Funil (2x70 MW).

A frequência do Sistema chegou a 58.17 Hz atuando o 1º. e 2º. estágios do ERAC, cortando aproximadamente 3800 MW. Também ocorreu rejeição de carga em função da subtensão acentuada, num montante de 2100 MW.

Assim, o CNOS coordenou os cortes manuais de carga, com retorno da frequência ao patamar de 60 Hz. À partir daí, as cargas foram sendo religadas gradativamente de acordo com a disponibilidade de geração do Sistema Interligado.

As ocorrências dos dias 24 e 25 de Abril, trouxeram algumas constatações:

- A utilização total dos recursos disponíveis de controle de tensão no Sistema Interligado S/SE/CO.
- O sistema encontrava-se muito estressado e com uma probabilidade considerável de vir a sofrer um problema de colapso de tensão.
- Com base nas análises dos gráficos apresentados pelas empresas, houve um afundamento da tensão na região da grande São Paulo, compatível com um colapso de tensão parcial.
- Valores de carga superiores aos previstos nos estudos de planejamento da operação contribuíram para a não previsão das dificuldades do controle de tensão.
- A representação da carga é de vital importância nas simulações de fenômenos dessa natureza.

Após essas ocorrências, as empresas concessionárias procuraram manter bancos de capacitores e compensadores síncronos ligados principalmente, nas horas de pico de carga e apenas entrar em funcionamento com os reatores shunt quando necessário.

1.4.2 Ocorrências Mundiais

A ocorrência de alguns incidentes nestas últimas décadas envolvendo a estabilidade de tensão fez com que o tema ganhasse destaque a nível mundial. Dentre esses eventos, podemos citar os seguintes [14 , 15] :

- Japão, 22 de Agosto de 1970.
- Dinamarca, 2 de Março de 1979.
- Bélgica, 4 de Agosto de 1982.
- Flórida, 2 de Setembro de 1982.
- Flórida, 26 de Novembro de 1982.
- Flórida, 28 de Dezembro de 1982.
- Flórida, 30 de Dezembro de 1982.
- Checoslováquia, 5 de Julho de 1985.
- Inglaterra, 20 de Maio de 1986.
- França, 12 de Janeiro de 1987.
- Brasil, 24 e 25 de Abril de 1997.

A referência [15] descreve em detalhes algumas dessas ocorrências e mostra que cada uma delas originou-se por razões diferentes, e que os tempos envolvidos nos eventos também são diferenciados. Analisando cada caso citado acima, pode-se entender como o fenômeno do colapso de tensão é identificado num sistema de potência. Os incidentes ocorridos na Dinamarca e Inglaterra foram caracterizados como eventos lentos, enquanto que o incidente ocorrido na Checoslováquia foi caracterizado como evento

rápido. Portanto, é necessário se estabelecer que tipo de evento deve/pode ser analisado, de forma a definir um método para estudar o problema.

1.5 Métodos de Análise

A estabilidade de tensão vem sendo estudada sob o ponto de vista estático e dinâmico, sendo a escolha da abordagem basicamente dependente da análise a ser efetuada.

1.5.1 Análise Dinâmica

A análise dinâmica usa técnicas não-lineares de simulação no domínio do tempo ou no domínio da frequência e é importante para estudos envolvendo coordenação de controles e proteções, bem como análises de situações específicas de colapso de tensão.

A análise dinâmica exige uma modelagem mais detalhada do sistema elétrico [27,28,29,30]. Geradores e cargas podem ser modelados dinamicamente e tendem a produzir resultados mais precisos para análise de estabilidade de tensão, porém com alto custo computacional envolvido.

1.5.2 Análise Quase – Estática

Este modelo de análise apresentado por Van Cutsen [31] propõe uma metodologia geral de análise de estabilidade de tensão, e mostra como a perda de estabilidade de médio-prazo pode ser prevista por um modelo dinâmico com a representação das cargas por modelo de potência constante.

1.5.3 Análise Estática

O modelo dinâmico de um sistema de potência pode ser representado através de um conjunto de equações diferenciais da seguinte forma geral

$$\frac{dx}{dt} = f(x) \quad (1.5)$$

onde

x representa as variáveis de estado do sistema.

A equação (1.5) contempla todas as características dinâmicas do sistema.

A análise estática considera que, apesar de que a estabilidade de tensão seja um fenômeno dinâmico, em muitos casos, a dinâmica do sistema com influência na estabilidade de tensão é lenta. Assim sendo, as derivadas das variáveis de estado em relação ao tempo podem ser consideradas iguais a zero e a equação (1.5) reduz-se a uma equação puramente algébrica para cada ponto de equilíbrio, isto é

$$0 = f(x) \quad (1.6)$$

A análise estática é recomendada, por seu baixo custo computacional e por trazer a vantagem de proporcionar informações a respeito da condição do sistema no ponto de equilíbrio considerado, tais como:

- limite de máximo carregamento;
- áreas críticas do sistema;
- classificação de contingências críticas [32];
- melhor localização e quantidade necessária de potência reativa para compensação ou obtenção de reserva girante;
- identificação da origem do problema.

A riqueza de informações que a análise estática pode proporcionar, também qualifica esta técnica para a complementação das análises dinâmicas de estabilidade de tensão.

Como a trajetória no tempo não é simulada na abordagem estática, para pontos de operação estudados neste tipo de análise, podem não ser viáveis do ponto de vista operativo em tempo real. Esta consideração, somada a necessidade de cautela na retenção e simplificação de representação de modelos e mecanismos essenciais para o estudo, são as desvantagens deste tipo de análise [14].

As referências [33, 34, 35] mostram que, a análise do colapso de tensão por abordagens estáticas ou dinâmicas pode levar a resultados semelhantes, se algumas considerações

forem adotadas. Isto faz com que um modelo de fluxo de carga seja empregado. Tal modelo é usado neste trabalho.

1.6 Estruturação do Trabalho

Utilizando uma metodologia de análise estática da estabilidade de tensão, este trabalho está estruturado conforme descrito a seguir:

O capítulo 2 mostra que, para o modelo de estudo adotado (estático), várias técnicas utilizam a teoria da bifurcação (tipo sela-nó) para análise, e faz uma descrição sucinta dessas técnicas, suas vantagens e desvantagens, definindo, ao final desse capítulo, qual metodologia será a adotada.

O capítulo 3 aborda alguns conceitos teóricos que são aplicados em alguns sistemas-testes. Um destes conceitos está baseado no cálculo do vetor tangente, que procura identificar contingências críticas através do índice de severidade obtida pela norma deste vetor. São identificadas as linhas que têm forte relação com a barra crítica e possuem as maiores contribuições nas perdas elétricas do sistema.

Outro conceito que é abordado no capítulo 3, trata do cálculo de um outro vetor, obtido quando a impedância de linha é o parâmetro de interesse. Esta análise permite identificar as linhas mais fortemente ligadas à barra crítica do sistema.

O capítulo 4 traz os resultados obtidos em testes realizados nos sistemas-testes com a aplicação dos conceitos abordados no capítulo 3. O capítulo 5, finalmente, discute as conclusões deste trabalho e apresenta sugestões para desenvolvimentos futuros.

CAPÍTULO 2

PRINCIPAIS TÉCNICAS PARA ANÁLISE DE COLAPSO DE TENSÃO

2.1 Introdução

O capítulo anterior mostrou que o modelo escolhido para análise do colapso de tensão depende da interpretação da natureza do fenômeno. Considerando que, em muitos casos, o sistema pode ser levado à instabilidade de tensão devido à sucessivas pequenas perturbações, o modelo dinâmico, representado através do conjunto de equações diferenciais, pode ser reduzido a um conjunto de equações puramente algébricas para cada ponto de equilíbrio, considerando-se apenas o modelo de sistema utilizado nos estudos de fluxo de potência.

Para pequenos distúrbios, as análises que utilizam técnicas de linearização trazem valiosas informações sobre o mecanismo da instabilidade de tensão, como: condição de estabilidade do ponto de equilíbrio considerado, limite de máximo carregamento, áreas críticas do sistema, classificação de contingências críticas, e melhor localização e quantidade necessária de potência reativa para compensação ou obtenção de reserva girante.

A análise do fenômeno do colapso de tensão implica em determinar, inicialmente, se o ponto de operação é **estável** sob o ponto de vista de tensão. Uma vez que o problema tem sido reconhecido como um fenômeno que se inicia localmente e se espalha pela vizinhança [1], a sinalização de **áreas ou barras críticas** do sistema, ou seja, aquelas cuja variação de carga produz maior variação de tensão, tem importância fundamental para a determinação de ações de controle. Outro fator importante refere-se ao cálculo da

margem de carga, ou a distância entre um ponto de operação conhecido e o ponto de máximo carregamento do sistema.

2.2 Métodos para Cálculo da Margem de Carga

O cálculo da margem de carga entre o ponto de operação conhecido e o ponto de máximo carregamento implica na necessidade de conhecimento de um método que identifique o ponto de colapso de tensão. A idéia é, a partir de um ponto de operação conhecido, determinar o montante de carga que o sistema pode suprir de forma estável. A teoria da bifurcação tem sido reconhecida na literatura como uma ferramenta importante para a análise do fenômeno.

2.2.1 Teoria da Bifurcação

O estudo do comportamento de um sistema de equações não lineares pode ser obtido através da teoria da bifurcação [36]. De todos os tipos de bifurcação, as bifurcações de Sela-nó e Hopf são as mais comuns em estudos da estabilidade da tensão. Se um modelo dinâmico de sistema é empregado, ambos os tipos podem ser detectados. Entretanto, se o modelo de fluxo de carga (estático) é escolhido, somente a bifurcação de sela-nó é possível de ser encontrada [37]. A bifurcação de Hopf é caracterizada pela existência de um par de autovalores puramente imaginários, enquanto que a bifurcação de sela-nó é caracterizada pela existência de um autovalor real nulo (matriz Jacobiana singular). Esta importante característica tem sido largamente explorada na literatura.

2.2.1.1 Sela-nó

A equação para este tipo de bifurcação é definida aplicando-se o teorema da variedade de centro [35], onde o sistema multidimensional torna-se

$$\dot{x} = \lambda - x^2 \quad (2.1)$$

λ é o parâmetro que leva o sistema de um ponto de equilíbrio a outro.

Para $\lambda > 0$, tem-se:

- Duas soluções para $x = \pm\sqrt{\lambda}$
- Jacobiano = $-2x$

O ponto $(0,0)$ é não hiperbólico, porque $D_x f = 0$. Por ponto hiperbólico entende-se aquele em que os autovalores tenham sinais invertidos. Portanto, para um caso bidimensional, o produto dos dois autovalores deve ser menor que zero.

Para $\lambda < 0$, tem-se:

- Não existe solução para x .

O diagrama de bifurcação é representado abaixo:

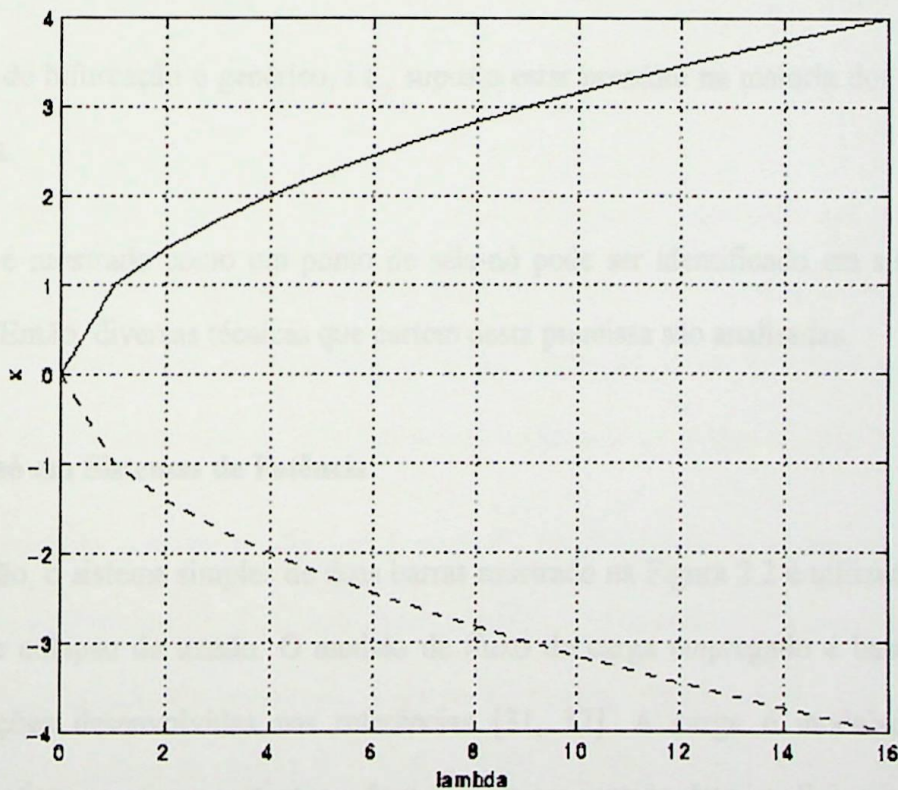


Figura 2.1 – Diagrama de Bifurcação de uma sela-nó

A análise do Jacobiano identifica a estabilidade de cada ramo

$$D_x f = -2x \begin{cases} x > 0 & \text{estável, pois } D_x f < 0. \\ x < 0 & \text{instável, pois } D_x f > 0. \end{cases}$$

As seguintes características deste tipo de bifurcação podem ser identificadas:

- a) Duas soluções tornam-se única no ponto de bifurcação.
- b) Um autovalor real nulo é identificado.
- c) Após o ponto de bifurcação as soluções desaparecem.

Este tipo de bifurcação é genérico, i.e., suposto estar presente na maioria dos sistemas dinâmicos.

A seguir é mostrado como um ponto de sela-nó pode ser identificado em sistema de potência. Então, diversas técnicas que partem desta premissa são analisadas.

- **Sela-nó em Sistemas de Potência**

Nesta seção, o sistema simples de duas barras mostrado na Figura 2.2 é utilizado para a análise de colapso de tensão. O modelo de fluxo de carga empregado é baseado nas considerações desenvolvidas nas referências [31, 37]. A carga é modelada como potências ativa e reativa constantes e deve sempre ser suprida. Isto implica que nenhum limite de geração será considerado e a linha de transmissão é o único fator limitador .

A impedância Z da linha de transmissão é dada por 0,21 pu com ângulo β de 75° . A tensão na barra de carga é desconhecida, enquanto a tensão na barra de geração é fixada em 1,0 pu com ângulo δ_1 de 0° .

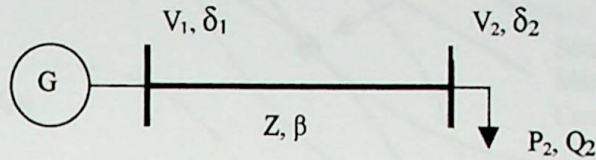


Figura 2.2 – Sistema de 2 Barras

As equações de fluxo de carga são representadas pelas equações da barra de carga abaixo

$$P_2 = -V_2 \frac{V_1}{Z} \cos(\delta_2 - \delta_1 + \beta) + \frac{V_2^2}{Z} \cos(\beta) \quad (2.2)$$

$$Q_2 = -V_2 \frac{V_1}{Z} \sin(\delta_2 - \delta_1 + \beta) + \frac{V_2^2}{Z} \sin(\beta) \quad (2.3)$$

Portanto, para cada valor de carga (P_2 , Q_2) deseja-se determinar os valores de magnitude de tensão e ângulo de fase na barra de carga, uma vez que todas as outras variáveis são conhecidas. É importante notar nas equações acima que, para cada valor conhecido de ângulo de fase δ_2 , dois valores de magnitude de tensão V_2 são obtidos.

Se o ângulo de fase δ_2 variar, dois gráficos de V_2 em função de δ_2 podem ser obtidos, um para P_2 e outro para Q_2 . Para uma dada carga (P_2 , Q_2), portanto, o ponto de operação é dado pela interseção destas curvas. A Figura 2.3 mostra o gráfico de V_2 em função de δ_2 para três situações de cargas; $P_{21} < P_{22} < P_{23}$ e $Q_{21} < Q_{22} < Q_{23}$. O fator de potência é mantido constante para os três níveis de carga.

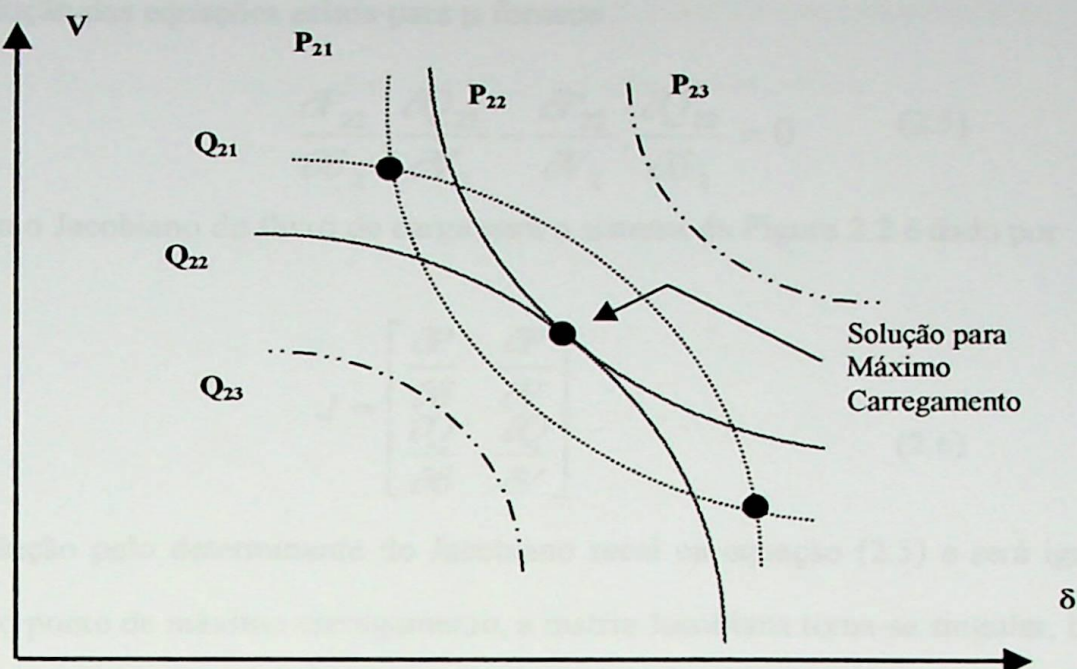


Figura 2.3 – Carregamentos no Sistema de 2 Barras

Nota-se pela Figura 2.3, que existe três cenários: (a) Duas soluções possíveis (P_{21} , Q_{21}), (b) Uma solução, como mostrado para a carga (P_{22} , Q_{22}). Este ponto, indicado na Figura 2.3, é de extrema importância para a análise de estabilidade de tensão, e (c) Não existe solução, como observado para a carga (P_{23} , Q_{23}).

A carga (P_{22} , Q_{22}) representa o máximo carregamento possível de ser transmitido entre as Barras 1 e 2. O fato de existir somente uma solução implica que os vetores gradiente ∇P_2 e ∇Q_2 estão alinhados. Portanto, pode-se escrever

$$\nabla P_{22} - \mu \nabla Q_{22} = 0$$

ou

$$\frac{\partial P_{22}}{\partial \delta_2} - \mu \frac{\partial Q_{22}}{\partial \delta_2} = 0$$

e

$$\frac{\partial P_{22}}{\partial V_2} - \mu \frac{\partial Q_{22}}{\partial V_2} = 0$$

(2.4)

onde μ é um escalar.

A solução das equações acima para μ fornece

$$\frac{\partial \mathcal{P}_{22}}{\partial \delta_2} \cdot \frac{\partial \mathcal{Q}_{22}}{\partial \mathcal{V}_2} - \frac{\partial \mathcal{P}_{22}}{\partial \mathcal{V}_2} \cdot \frac{\partial \mathcal{Q}_{22}}{\partial \delta_2} = 0 \quad (2.5)$$

Como o Jacobiano do fluxo de carga para o sistema da Figura 2.2 é dado por

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial \delta} & \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial \mathcal{V}} \\ \frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial \delta} & \frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial \mathcal{V}} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

A solução pelo determinante do Jacobiano recai na equação (2.5) e será igual a zero. Para o ponto de máximo carregamento, a matriz Jacobiana torna-se singular, implicando na existência de um autovalor nulo. Como não existe solução para um incremento de carga, estas condições caracterizam um ponto de sela-nó. Estas características satisfazem às condições de transversalidade da bifurcação do tipo sela-nó [35].

Na próxima seção serão vistas, algumas técnicas que buscam a determinação do ponto de colapso através da identificação da singularidade da matriz Jacobiana. A metodologia adotada neste trabalho é então, escolhida, e uma justificativa apresentada. Inicialmente, uma comparação entre os modelos estático e dinâmico é desenvolvida, de forma a justificar o modelo usado neste trabalho.

2.2.2 Análise Dinâmica x Análise Estática

Como visto na seção anterior, no ponto de operação para o qual a matriz Jacobiana torna-se singular, representa o máximo carregamento que pode ser transmitido pela linha de transmissão que conecta as barras de geração e de carga da Figura 2.2. Deseja-se agora analisar a resposta dinâmica do sistema (até agora desprezadas), de forma a se permitir a comparação entre os resultados obtidos pelos modelos estático e dinâmico.

O modelo de máquina síncrona E'q constante (modelo I do IEEE) para o gerador e um modelo dinâmico de carga são adotados. O ponto para o qual a matriz Jacobiana para o

fluxo de carga é singular é identificado para um fator de carregamento λ de 3.1 pu. Este modelo dinâmico, com grandezas em pu, é representado abaixo

$$\begin{aligned} M_g \dot{w} + D_g w - B_{12} V \text{sen}(\delta_1 - \delta_2) + P_L &= 0 \\ -(P_L + D_L \dot{\delta}_2) &= B_{12} V \text{sen}(\delta_1 - \delta_2) \\ -Q_L &= TV \dot{V} - B_{22} V^2 - B_{21} V \cos(\delta_2 - \delta_1) \end{aligned} \quad (2.7)$$

ou

$$\begin{aligned} \dot{w} &= -M_g^{-1} D_g w + M_g^{-1} f(\alpha, V) \\ \alpha &= -D_L^{-1} f(\alpha, V) - w \\ T \dot{V} &= -V^{-1} g(\alpha, V) \end{aligned} \quad (2.8)$$

onde

M_g - Constante de inércia do gerador.

D_L, D_g - Amortecimento da carga e gerador.

$f(\alpha, V)$ - $P_L + B_{12} V \text{sen}(\delta_2 - \delta_1)$.

$g(\alpha, V)$ - $Q_L - B_{22} V^2 - B_{21} V \cos(\delta_2 - \delta_1)$.

w - Velocidade angular.

V - Nível de tensão na barra de carga.

P_L, Q_L - Carga ativa e reativa na barra de carga.

α - Diferença angular entre as barras de geração e carga.

B_{12}, B_{22} - Susceptância da linha de transmissão.

T - Constante de tempo da tensão.

As equações acima foram utilizadas na simulação para se obter o fenômeno da perda de estabilidade. A carga é mantida constante em 2.9 pu durante o tempo de 0.01 segundos, quando ocorre um distúrbio que leva a carga para 3.1 pu. As figuras 2.4, 2.5 e 2.6 mostram a diferença angular entre as barras de geração e carga, a velocidade angular do gerador, e o nível de tensão na barra de carga, respectivamente. Note que o sistema perde a estabilidade depois do distúrbio. Para esta simulação foram utilizadas os seguintes valores: $D_L = D_g = M_g = 0.1$; $B_{12} = 10$; $T = 0.01$

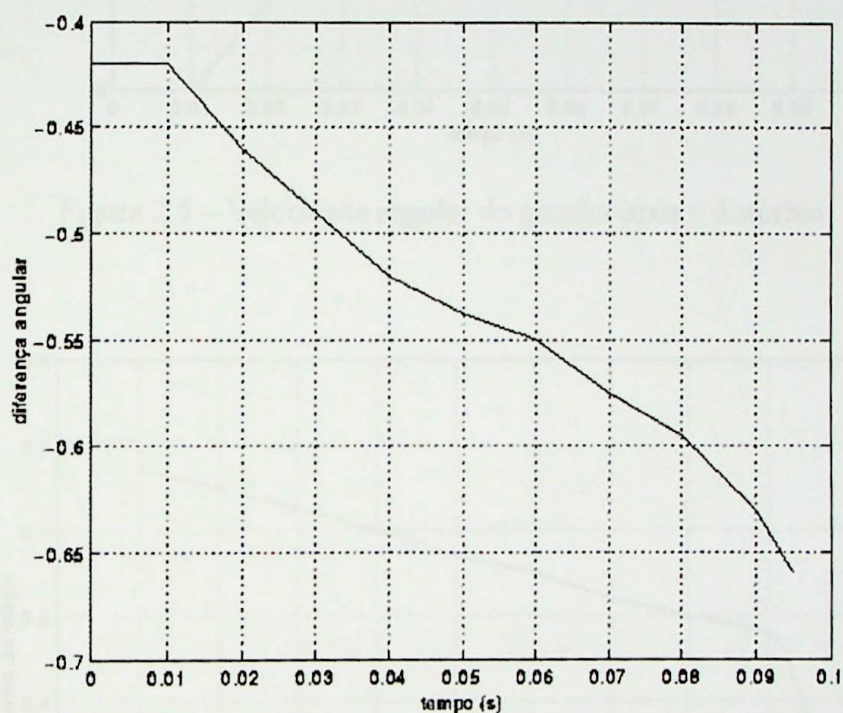


Figura 2.4 – Diferença angular entre as barras após o distúrbio

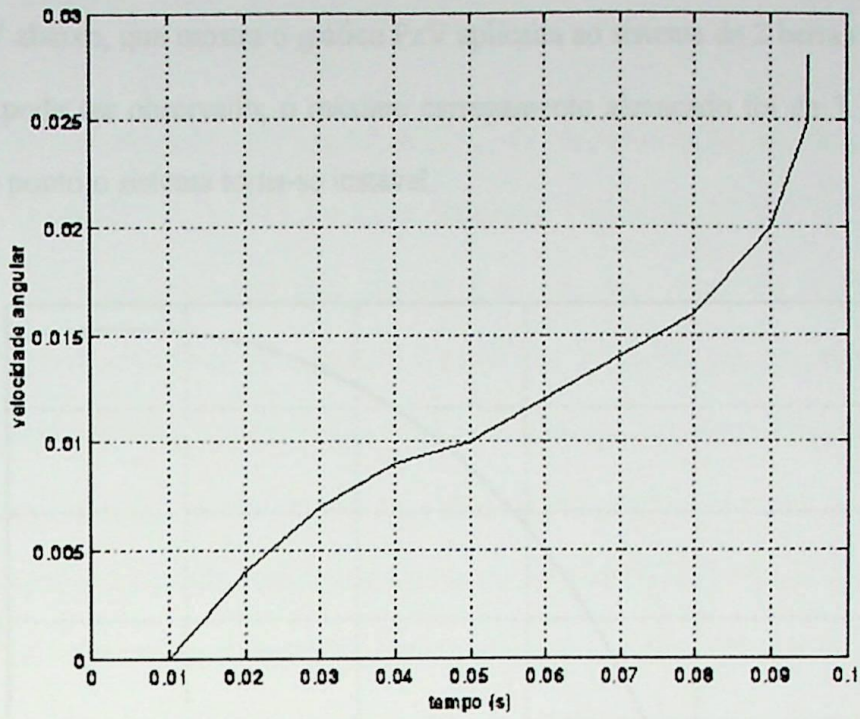


Figura 2.5 – Velocidade angular do gerador após o distúrbio

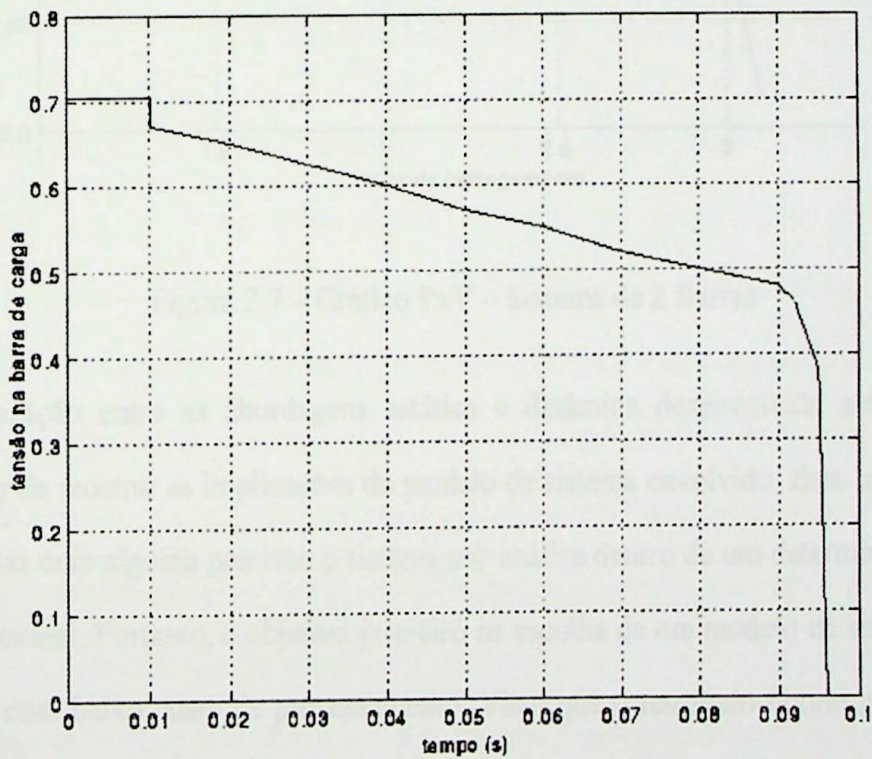


Figura 2.6 – Nível de tensão na barra de carga após o distúrbio

Agora utilizando a análise estática através do fluxo de potência convencional, foi obtida a Figura 2.7 abaixo, que mostra o gráfico PxV aplicada ao sistema de 2 barras da Figura 2.2. Como pode ser observado, o máximo carregamento alcançado foi de 3.1 p.u. e a partir desse ponto o sistema torna-se instável.

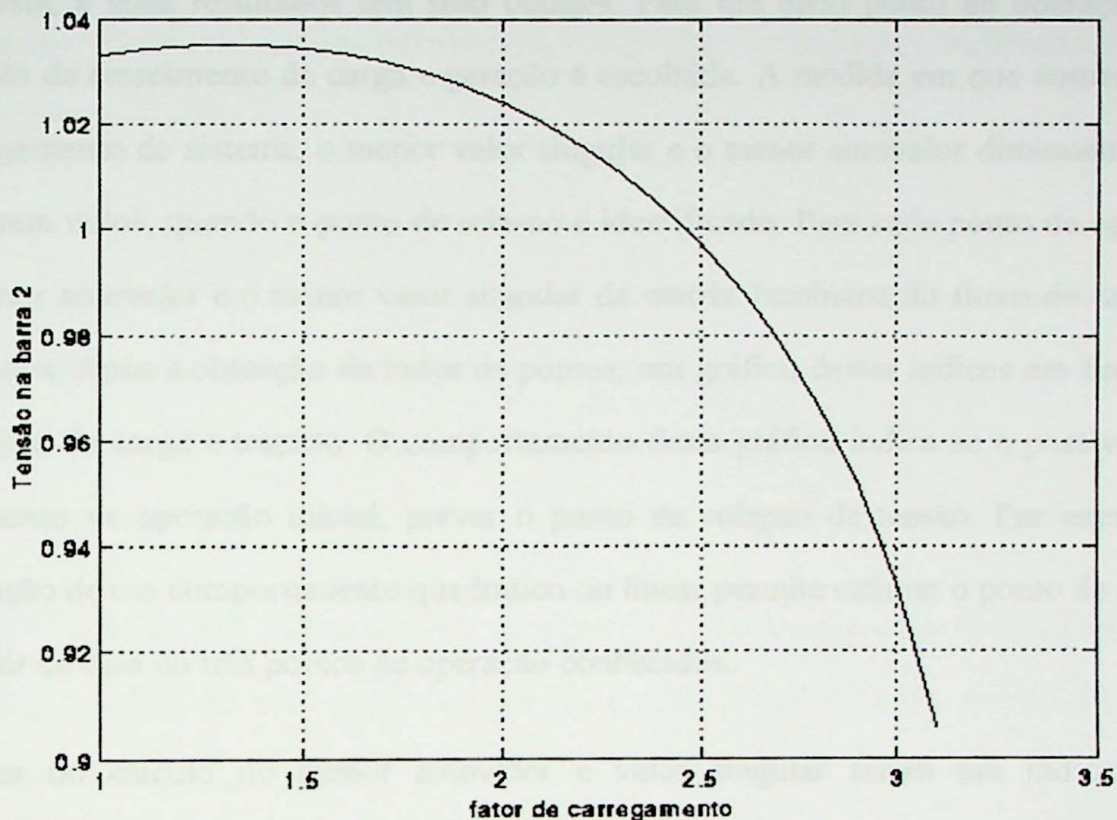


Figura 2.7 – Gráfico PxV – Sistema de 2 Barras

A comparação entre as abordagens estática e dinâmica desenvolvida acima teve o propósito de mostrar as implicações do modelo de sistema envolvido. Este modelo deve representar com alguma precisão o sistema sob análise dentro de um determinado tempo computacional. Portanto, o objetivo primeiro na escolha de um modelo de sistema é alta precisão com baixo custo de processamento. Visto que o resultado obtido pelo modelo estático acima foi satisfatório, foi empregado neste trabalho. Note, entretanto, que este modelo não é válido para análise transitória, onde equações diferenciais devem ser consideradas.

2.2.3 Análise por decomposição de matrizes por Autovalores e Valores Singulares

A análise de estabilidade de tensão através de decomposição de matrizes por autovalores (Apêndice A)[9, 38] e valores singulares (Apêndice B) [39, 40] tem sido proposta, e bons resultados tem sido obtidos. Para um dado ponto de operação, uma direção de crescimento de carga e geração é escolhida. A medida em que aumenta-se o carregamento do sistema, o menor valor singular e o menor autovalor diminuem, até se tornarem nulos, quando o ponto de sela-nó é identificado. Para cada ponto de operação, o menor autovalor e o menor valor singular da matriz Jacobiana do fluxo de carga são anotados. Após a obtenção de todos os pontos, um gráfico destes índices em função do aumento de carga é traçado. O comportamento deste gráfico indica se é possível, para um ponto de operação inicial, prever o ponto de colapso de tensão. Por exemplo, a obtenção de um comportamento quadrático ou linear permite estimar o ponto de colapso a partir de dois ou três pontos de operação conhecidos.

Apesar do cálculo do menor autovalor e valor singular serem um indicativo da proximidade do ponto de colapso, estes índices, por si sós, não possibilitam a localização da barra crítica, havendo a necessidade de serem associados os cálculos dos autovetores para este fim. Além disso, o menor autovalor e valor singular em um ponto de operação, não é necessariamente o que vai se anular no ponto de colapso. A referência [35] mostra, na interpretação dos autovetores, que o autovetor à direita está associado à sensibilidade de tensão e ângulo, enquanto que o autovetor à esquerda está associado a sensibilidade de injeção de potências ativa e reativa. Portanto, o maior componente no autovetor à direita indica a variável mais sensível, isto é, a componente que mais fortemente direciona o sistema à singularidade. Por outro lado, um autovetor nulo indica que a variável associada a este elemento não desempenha nenhum papel na singularidade.

A referência [41], entretanto, mostra que a decomposição de matrizes em autovalores e valores singulares não serve como índice de proximidade ao colapso de tensão. Isto se dá devido a súbita variação existente quando se aproxima do ponto de bifurcação. Já o autovetor à direita pode identificar a barra crítica somente quando o sistema está bem próximo do ponto de colapso, dificultando desta forma as ações para controle do fenômeno. Desta forma, tais métodos tendem a falhar na prévia identificação do ponto de colapso de tensão.

A Figura 2.8 ilustra os resultados obtidos para um sistema-teste de 300 barras do IEEE, quando o menor autovalor e o menor valor singular da matriz Jacobiana são monitorados em função do carregamento λ . Esta figura é obtida em [35] e é reproduzida aqui por conveniência. Os limites de geração de potência reativa foram considerados. Entretanto, um comportamento similar é obtido quando estes limites são desprezados.

Observa-se na Figura 2.8 uma súbita variação do índice no ponto de colapso de tensão. Portanto, o comportamento obtido não permite, a partir de um ponto conhecido, estimar o ponto de colapso.

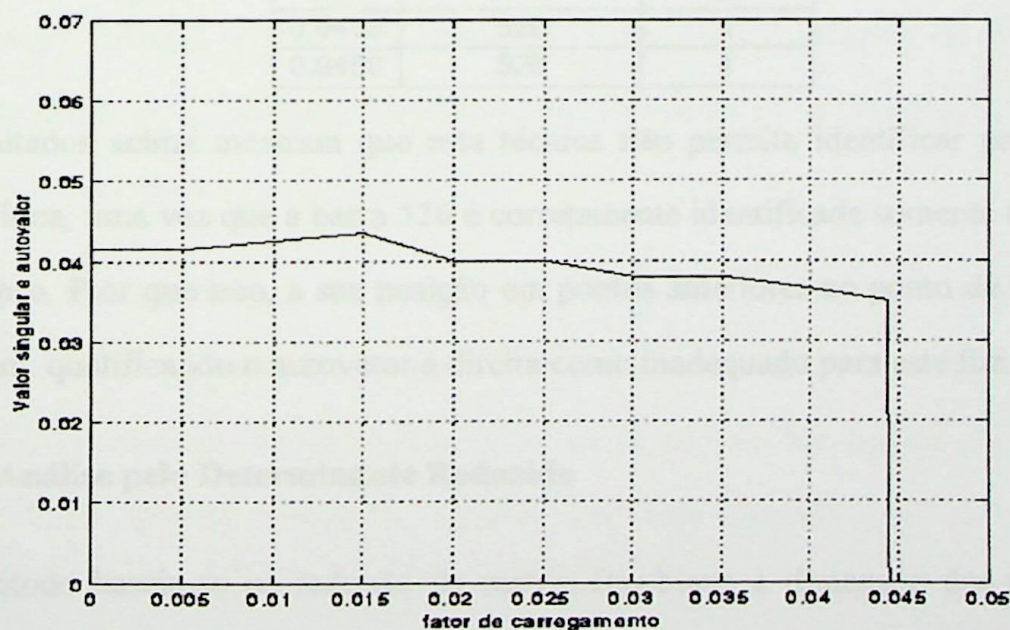


Figura 2.8 – Comportamento do menor autovalor e valor singular (com limites)

A obtenção do autovetor à direita associado ao autovalor nulo indica a barra crítica para uma certa condição de operação. A Tabela 2.1 mostra o comportamento do sistema de 300 barras do IEEE, anteriormente mencionado. Sabe-se que, no ponto de colapso, a barra crítica é a de número 526. Na Tabela 2.1 a coluna Barra Crítica apresenta a barra crítica em cada ponto de operação, enquanto a coluna Posição₅₂₆ apresenta a posição da barra 526 na ordenação quanto ao valor para cada ponto de operação.

Tal tabela é construída para mostrar a identificação da barra crítica pelo autovetor à direita durante o processo de carregamento.

Tabela 2.1- Posição da barra crítica (com limites)

$\Delta\lambda$	Barra Crítica	Posição ₅₂₆
0	9042	230
0.01	9042	230
0.015	9042	267
0.02	9042	277
0.025	9042	280
0.026	9042	282
0.027	9042	240
0.03	9042	278
0.031	9042	94
0.032	9042	70
0.04	9042	42
0.0455	526	1
0.0458	526	1

Os resultados acima mostram que esta técnica não permite identificar previamente a barra crítica, uma vez que a barra 526 é corretamente identificada somente na iminência do colapso. Pior que isso, a sua posição em pontos anteriores ao ponto de bifurcação é bem ruim, qualificando o autovetor à direita como inadequado para este fim.

2.2.4 Análise pelo Determinante Reduzido

Este método baseia-se na redução da matriz Jacobiana à dimensão das equações de potências ativa e reativa de cada barra de carga em relação ao seu ângulo de fase e módulo da tensão [42]. Esta matriz, de dimensão 2x2, é calculada para todas as barras de carga do sistema. Para cada barra de carga, a matriz reduzida tem seu determinante

calculado. A barra de carga associada ao menor determinante é a barra crítica do sistema naquele ponto de operação. Contudo, a barra crítica avaliada em um ponto de operação conhecido pode não ser a mesma no ponto de operação seguinte.

A referência [43] mostra que a barra crítica do sistema pode mudar com o aumento do carregamento. Se a barra crítica no ponto de bifurcação é conhecida e os limites de geração de potência reativa são desprezados, o determinante reduzido calculado em relação a esta barra fornece um comportamento quadrático em relação ao fator de crescimento de carga.

Conforme relatado em [41], se estes limites forem considerados (situação mais realista) uma descontinuidade é observada. A referência [35] mostra que, para esta situação, a descontinuidade do comportamento da barra crítica é menos abrupta do que aquela observada no comportamento do menor autovalor e valor singular, e que, entretanto ainda é incapaz de se prever o ponto de bifurcação a partir de um ponto de operação conhecido. Este método pode ter um alto custo computacional em sistemas de grande porte, uma vez que o determinante reduzido é calculado para cada barra de carga.

A Figura 2.9 ilustra a aplicação do método do determinante reduzido no sistema de 300 barras do IEEE. Neste sistema, duas barras são analisadas [35]: as barras 192 e 526, esta última, a barra crítica.

Observa-se que a escolha de uma barra não crítica leva a resultados indesejáveis devido à súbita variação no ponto de colapso. Já o comportamento da barra 526 não permite determinar previamente o ponto de colapso, muito embora forneça um comportamento melhor. Note que os resultados obtidos por este método dependem do prévio conhecimento da barra crítica.

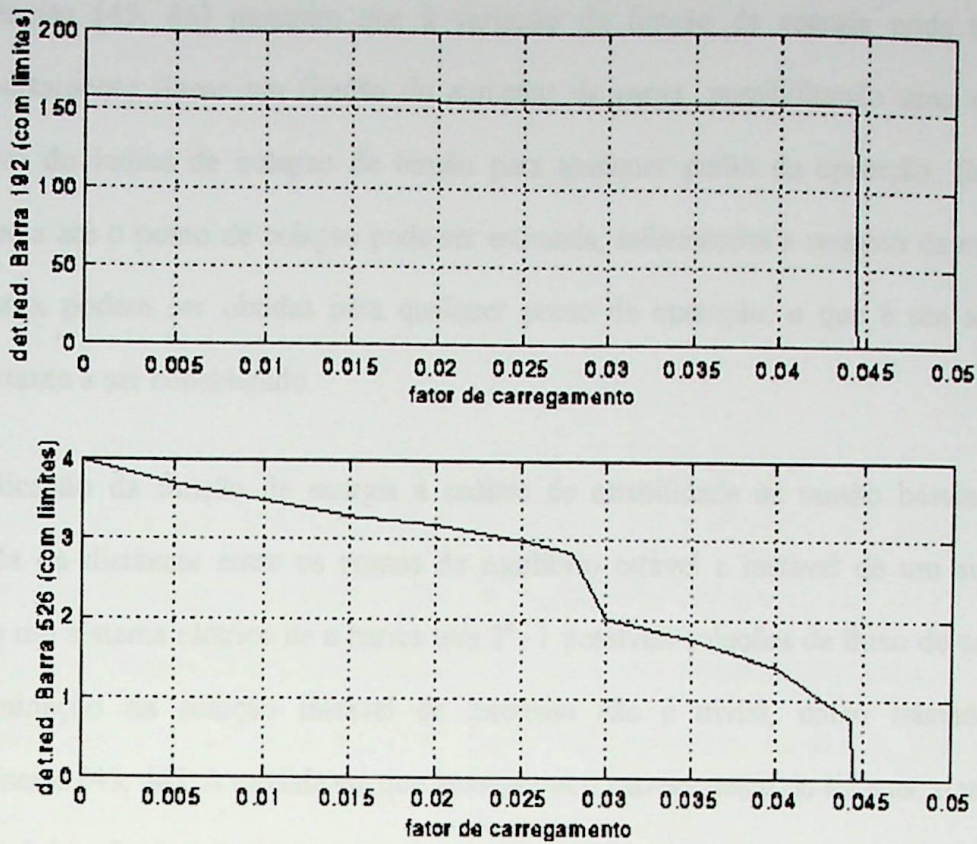


Figura 2.9 - Comportamento do determinante reduzido (com limites)

2.2.5 Técnica da Função de Energia

Funções de energia foram inicialmente empregadas em sistemas de potência para estudos de estabilidade transitória [44]. A técnica consiste em avaliar a energia total (cinética e potencial) de um sistema de potência durante um distúrbio (curto-circuito, por exemplo) no sistema. Para o sistema operar estavelmente, a energia máxima que este pode vir a ter durante o tempo de distúrbio deve ser igual a um nível de energia associado a uma condição pós-falta. Esta metodologia determina o tempo crítico de abertura dos disjuntores para o qual o sistema se mantém estável.

O método pode também produzir resultados interessantes para a análise de estabilidade de tensão. Nesta aplicação, somente a energia potencial do sistema é necessária, dispensando a inclusão de amortecimento e modelos complexos de geradores. As

referências [45, 46] mostram que a variação da função de energia pode ter um comportamento linear em função do aumento de carga, possibilitando uma medida relativa do índice de colapso de tensão para qualquer ponto de operação. Como a distância até o ponto de colapso pode ser estimada, informações a respeito da margem de carga podem ser obtidas para qualquer ponto de operação, o que é um aspecto importante a ser considerado.

A aplicação da função de energia à análise de estabilidade de tensão baseia-se na medida da distância entre os pontos de equilíbrio estável e instável de um sistema. Como um sistema elétrico de n barras tem $2^n - 1$ possíveis soluções de fluxo de carga, a determinação da solução instável de interesse não é trivial, como relatado nas referências [45, 46]. A medida em que aumenta-se o carregamento do sistema, o número possível de soluções diminui, até que somente uma solução exista, com nível de energia zero (ponto de bifurcação).

2.2.6 Método Direto

O ponto de bifurcação é achado iterativamente através do método de Newton-Raphson modificado. Ao conjunto de equações de fluxo de carga, é incorporado um outro conjunto de equações que impõe a singularidade da matriz Jacobiana, e uma outra equação, para garantir a não trivialidade da solução (autovalor não nulo). O sistema total de equações tem dimensão $2n+1$, onde

$$n = n_{PV} + 2n_{PQ} \quad (2.9)$$

n_{PV} número de barras PV.

n_{PQ} número de barras PQ.

A referência [35] emprega este método e consegue achar corretamente o ponto de bifurcação. Esta técnica, porém, não fornece o diagrama de bifurcação e pode falhar se

os limites de geração de potência reativa forem considerados, uma vez que a dimensão da matriz Jacobiana muda de acordo com o carregamento do sistema. Problemas de convergência também podem ocorrer se a estimativa inicial estiver distante da solução, uma vez que o método emprega o algoritmo de Newton-Raphson modificado.

2.2.7 Técnicas de Otimização

Empregada inicialmente em [47], onde a matriz Jacobiana é reduzida às equações de potência reativa em função do nível de tensão. Na proposição do problema, o incremento de carga é a função objetivo, cargas não otimizadas são restrições de igualdade e limites de geração de potência reativa são restrições de desigualdade. É assumido que a carga tenha um fator de potência constante durante o processo de carregamento do sistema.

As referências [48, 49] propõem o método de pontos interiores como técnica de otimização. A primeira referência busca, à partir de um ponto de operação não factível, o ponto de bifurcação, enquanto a segunda se propõe a achar o ponto de máximo carregamento do sistema.

2.2.8 Método da Continuação

Conforme o sistema aproxima-se do ponto de sela-nó, a matriz Jacobiana de fluxo de carga torna-se mal condicionada, e o sistema de equações lineares pode não ter solução. Desta maneira, o modelo de fluxo de carga convencional pode não ser suficiente para a determinação do ponto de colapso. Este problema pode ser superado pelo método da continuação. O modelo de fluxo de potência de um sistema pode ser representado por

$$f(x, \lambda) = 0 \quad (2.10)$$

onde

λ é o parâmetro que leva o sistema de um ponto de equilíbrio para outro, usualmente um fator aplicado à carga total

\mathbf{x} representa as variáveis de estado (módulo e ângulo das tensões na barra)

O objetivo do método da continuação é o de se determinar o ponto de colapso e traçar o diagrama de bifurcação, e consiste de dois passos:

a) Previsor – Acha uma direção para mover-se a partir de $(\Delta x_l, \Delta \lambda_l)$.

Nesta fase, uma aproximação linear é usada para estimar a próxima solução para uma dada variação no parâmetro. Um meio de se calcular a direção do vetor $\Delta \mathbf{x}$ em um ponto de equilíbrio conhecido na curva de soluções é o de se determinar o vetor tangente naquele ponto. Assim, utilizando a equação (2.11) de fluxo de carga, e derivando-se em relação a λ , obtém-se a seguinte equação linear

$$\frac{d\mathbf{x}}{d\lambda} = - \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \lambda} \quad (2.11)$$

onde

$\frac{d\mathbf{x}}{d\lambda}$ é o vetor tangente.

Será visto no capítulo 3 de forma mais detalhada o processo de cálculo para obtenção do vetor tangente.

Chamando $\frac{\Delta \mathbf{x}}{\Delta \lambda} = \mathbf{t}_1$, pode-se regular o tamanho do passo através de

$$\Delta \lambda = \frac{k}{\|\mathbf{t}_1\|}, \quad (2.12)$$

onde k é uma constante e $\|\mathbf{t}_1\|$ é a norma de \mathbf{t}_1 . Desta forma, o tamanho do passo é dado por

$$\Delta \mathbf{x} = k \frac{\mathbf{t}_1}{\|\mathbf{t}_1\|}. \quad (2.13)$$

Portanto, quanto mais inclinada for a curva, menor o tamanho do passo. Note-se que, em consequência, nas regiões onde o sistema é menos carregado, passos maiores podem ser dados.

b) Corretor – Acha (x_2, λ_2) em $f(x, \lambda) = 0$, usando como estimativa inicial o ponto $(x_1 + \Delta x_1, \lambda_1 + \Delta \lambda_1)$.

A Figura 2.10 ilustra o significado dos passos previsor e corretor. Considerando-se um determinado ponto de operação (x_1, λ_1) conhecido, pode-se estimar no passo previsor um novo ponto $(x_1 + \Delta x_1, \lambda_1 + \Delta \lambda_1)$. Entretanto, esse ponto não é solução de $f(x, \lambda) = 0$, a qual será determinada no passo corretor e corresponderá ao ponto (x_2, λ_2) .

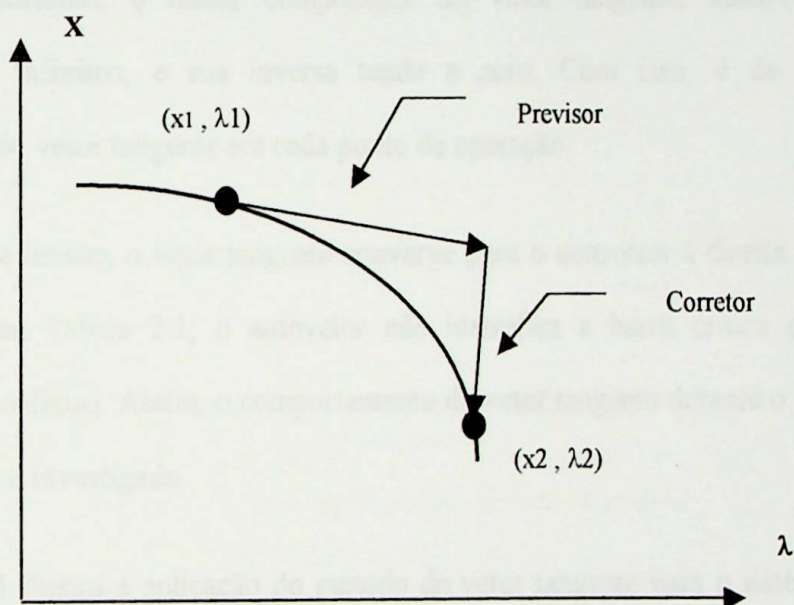


Figura 2.10 – Processo do Método da Continuação

O resultado de repetidas execuções dos passos previsor e corretor é um conjunto de pontos que formam o diagrama de bifurcação, onde a margem de carga será dada pela parcela de carregamento que ao ser adicionada à carga inicial, fará com que o sistema atinja o ponto crítico.

2.2.9 Vetor Tangente

Proposto em [7, 8,48] baseia-se no maior componente do vetor tangente em função do crescimento de carga. O vetor tangente mostra como as variáveis de estado mudam com o carregamento do sistema e pode ser obtido através da matriz Jacobiana do fluxo de potência. No método da continuação, citado na seção anterior, foi mostrada a aplicação do vetor tangente na fase do passo previsor.

A referência [35] mostra que o vetor tangente converge para o autovetor à direita associado ao autovalor nulo no ponto de colapso. Como visto na seção 2.2.3, o maior componente do autovetor à direita indica a variável de estado mais sensível no ponto de bifurcação, portanto, o maior componente do vetor tangente, neste ponto, tem componentes infinitos, e sua inversa tende a zero. Com isso, é de interesse a monitoração do vetor tangente em cada ponto de operação.

No colapso de tensão, o vetor tangente converge para o autovetor à direita. Entretanto, como visto na Tabela 2.1, o autovetor não identifica a barra crítica para pontos anteriores ao colapso. Assim, o comportamento do vetor tangente durante o processo de carregamento é investigado.

A Figura 2.11 ilustra a aplicação do método do vetor tangente para o sistema-teste de 300 barras do IEEE. Esta simulação leva em consideração dois aspectos importantes do vetor tangente: o maior componente em módulo em cada ponto de operação e aquele associado a barra crítica (526), ambos em função do carregamento do sistema.

A linha tracejada representa o inverso da maior componente do vetor tangente e a linha cheia representa o inverso do componente do vetor tangente associada à Barra 526. Observa-se que ambas as curvas resultam em uma só com o sistema ainda longe do ponto de bifurcação, indicando que a Barra 526 torna-se crítica naquele ponto.



A Tabela 2.2 mostra o comportamento do vetor tangente durante o processo de colapso de tensão. A coluna *Postg* representa a posição da Barra 526 no vetor tangente, enquanto a coluna *crtg* corresponde a barra crítica de cada ponto de operação pelo vetor tangente. A prévia indicação da Barra 526 como crítica ($\lambda = 0.025$ p.u.) pelo vetor tangente mostra uma importante característica não obtida pelas técnicas estudadas em [41].

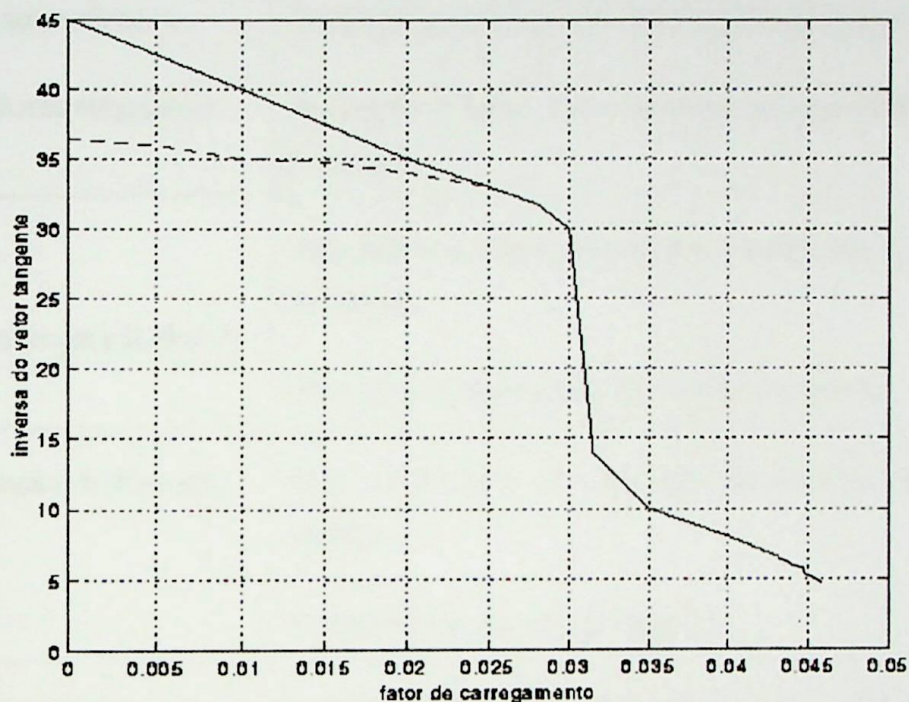


Figura 2.11 – Comportamento do vetor tangente

Tabela 2.2 – Posição da Barra Crítica

$\Delta\lambda$	<i>crtg</i>	<i>Postg</i> ₅₂₆
0	166	3
0.01	166	3
0.015	166	2
0.02	166	2
0.025	526	1
0.03	526	1
0.031	526	1
0.032	526	1
0.04	526	1
0.0455	526	1
0.0458	526	1

2.3 Metodologias Adotadas

A Tabela 2.3 indica as principais desvantagens de algumas técnicas vistas anteriormente.

Tabela 2.3 - Principais desvantagens de algumas técnicas

Método	Principais desvantagens
autovalores e valores singulares	-Inadequados como previsores de ponto de colapso. -Indicação da barra crítica somente muito próximo ao ponto de colapso.
Determinante Reduzido	-Indicação da barra crítica somente muito próximo ao ponto de colapso. -Alto custo computacional para grandes sistemas.
Função de Energia	-Não trivialidade da obtenção da solução instável de interesse. -Limitação no modelo de carga.
Técnica de Otimização	-Problema relacionado a dificuldade de convergência. -Tempo computacional envolvido.
Método Direto	-Necessita de boa estimativa inicial para convergência. -Pode falhar se os limites de geração de potência reativa forem considerados.

Tais técnicas não fornecem resultados satisfatórios, principalmente, na identificação da barra crítica e determinação da margem de carga do sistema.

Já o vetor tangente tem vantagens adicionais em relação às outras técnicas, como vistas na seção 2.2.9. Apesar de que esta técnica não prevê o ponto de colapso de tensão, na referência [35] mostra que a aplicação do método do vetor tangente utilizando a

extrapolação quadrática para definir a margem de carga apresenta resultados tão precisos, quanto aqueles obtidos pelo método da continuação. Porém, o cálculo do vetor tangente requer menor esforço computacional, tornando-o atraente principalmente para aplicações em grandes sistemas de potência e em tempo real. É feita uma abordagem sobre a aplicação da extrapolação quadrática no próximo capítulo.

2.4 Conclusões

Considerando que o sistema pode atingir um ponto de colapso de tensão através de pequenas perturbações, uma abordagem estática, através de equações de fluxo de potência convencional, pode fornecer bons resultados [33].

Foram vistas algumas técnicas de análise de colapso de tensão explorando principalmente a teoria da bifurcação. Para o modelo de fluxo de carga convencional, apenas a bifurcação tipo sela-nó é identificada, caracterizada por um autovalor nulo, tornando a matriz Jacobiana singular no ponto de bifurcação.

Nas proximidades do ponto de colapso de tensão, a matriz Jacobiana torna-se mal condicionada, e a convergência do fluxo de potência pelo método de Newton-Raphson pode não ser possível. A referência [41] compara algumas dessas técnicas para identificação do ponto de colapso, mostrando que nenhuma delas apresenta comportamento previsível.

Apesar de o vetor tangente convergir para o autovetor à direita associado ao autovalor nulo no ponto de colapso, esta técnica diferencia-se das outras por conseguir identificar para pontos relativamente distantes do colapso a barra crítica, como pode ser visto pela Tabela 2.2. Baseado nisto, a técnica do vetor tangente, juntamente com a extrapolação quadrática, são utilizadas neste trabalho.

CAPÍTULO 3

METODOLOGIA PARA ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DAS LINHAS DE TRANSMISSÃO EM SISTEMAS DE POTÊNCIA

3.1 Introdução

O vetor tangente, como visto na seção anterior, demonstrou ser eficiente para análise de colapso de tensão. Neste capítulo, o vetor tangente será utilizado para análise de contingências e estudos de perdas elétricas.

Além dessa importante ferramenta de análise através do vetor tangente, outro conceito proposto neste trabalho é a da sensibilidade a mudanças de parâmetros de linha, que aplicado aos sistemas-testes, dão uma indicação dos circuitos mais fortemente ligados à barra crítica.

Este capítulo é dividido como se segue: Seção 3.2 define a metodologia para o cálculo do vetor tangente obtida através das equações de fluxo de potência; a Seção 3.3 apresenta a metodologia de identificação da margem de carga através da extrapolação quadrática; a Seção 3.4 mostra a utilização do vetor tangente como ferramenta para análises de contingências, e a Seção 3.5 para análises de perdas elétricas das linhas. A Seção 3.6 introduz o conceito de sensibilidade a mudanças de parâmetros de linha.

3.2 Vetor Tangente

Neste capítulo as equações que determinam o cálculo do vetor tangente são mostradas de forma simplificada. Este vetor define como as variáveis de estado se modificam com o carregamento do sistema.

Para as equações de fluxo de carga linearizadas ao redor de um ponto de equilíbrio, tem-se:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_i \\ \Delta Q_l \end{bmatrix} = [J] \begin{bmatrix} \Delta \theta_i \\ \Delta V_l \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

ΔP_i incremento de potência ativa nas barras de tensão controlada e de carga.

ΔQ_l incremento de potência reativa nas barras de carga.

J é a matriz Jacobiana de fluxo de carga.

$\Delta \theta_i$ variações incrementais nos ângulos nas barras de tensão controlada e de carga.

ΔV_l variações incrementais dos módulos das tensões nas barras de carga.

Sua inversa é dada por

$$\begin{bmatrix} \Delta \theta_i \\ \Delta V_l \end{bmatrix} = [J]^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P_i \\ \Delta Q_l \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Pode-se analisar a evolução do sistema a partir deste ponto de equilíbrio. O aumento de potência ativa e reativa para barras de geração e de carga são dadas por

$$P_i = P_{i0}(1 + \Delta\lambda) \quad (3.3)$$

$$Q_l = Q_{l0}(1 + \Delta\lambda)$$

onde

P_{i0} Potência ativa nas barras de geração e carga nas condições iniciais.

Q_{l0} Potência reativa nas barras de carga nas condições iniciais.

P_i Potência ativa nas barras de geração e carga após variação do parâmetro $\Delta\lambda$.

Q_l Potência reativa nas barras de carga após variação do parâmetro $\Delta\lambda$.

Um incremento de potência ativa e reativa é dado por

$$\Delta P_i = P_i - P_{i0} \quad (3.4)$$

$$\Delta Q_l = Q_l - Q_{l0}$$

Da equação (3.3) em (3.4), obtém-se

$$\Delta P_i = P_{i0} \cdot \Delta\lambda \quad (3.5)$$

$$\Delta Q_l = Q_{l0} \cdot \Delta\lambda$$

Portanto, aplicando-se a equação (3.5) em (3.2) obtém-se

$$\begin{bmatrix} \Delta\theta_i \\ \Delta V_l \end{bmatrix} = [J]^{-1} \begin{bmatrix} P_{i0} \\ Q_{l0} \end{bmatrix} \cdot \Delta\lambda \quad (3.6)$$

O Vetor Tangente é então obtido

$$\begin{bmatrix} \frac{\Delta\theta_i}{\Delta\lambda} \\ \frac{\Delta V_l}{\Delta\lambda} \end{bmatrix} = [J]^{-1} \begin{bmatrix} P_{i0} \\ Q_{l0} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Da expressão (3.7), observa-se que o vetor tangente é calculado pelo produto da inversa da matriz Jacobiana pelo vetor de geração/carga inicial. Portanto, o esforço computacional associado ao cálculo do vetor tangente é menor do que o requerido por uma iteração de fluxo de carga. Devido ao fato de o vetor tangente mostrar como as variáveis de estado variam na presença de uma mudança de carga, seu maior componente indica a barra mais sensível. É mostrado na literatura, que em geral, esta barra será identificada como crítica em pontos anteriores ao colapso. A partir das características mostradas no capítulo 2, Figura 2.11 e Tabela 2.2, aliadas à facilidade de obtenção do vetor tangente, propõe-se este vetor como ferramenta para determinação do ponto de colapso.

3.3 Extrapolação Quadrática

A metodologia para determinação do ponto de colapso através da extrapolação quadrática é proposta assumindo que, para um ponto de operação inicial, com um carregamento do sistema λ_0 e seu vetor tangente conhecidos, a barra crítica inicial também é conhecida através da maior componente do vetor tangente. Assim, se o sistema for levemente carregado para um novo ponto de operação associado a λ_1 , obtém-se a maior componente do vetor tangente para este ponto, que será o componente de interesse. Assumindo que a inversa do maior componente do vetor tangente forneça um comportamento quadrático em função do parâmetro λ , os seguintes passos são propostos [7,50]:

1. Para um ponto de operação inicial, aumente o carregamento do sistema até obter um novo ponto de operação λ_1 . Determine a maior componente do vetor tangente para cada ponto de operação. Então, calcule, a partir destes pontos, os coeficientes a e c da função quadrática

$$\lambda = a.(1/vtg)^2 + c \quad (3.8)$$

onde

$1/vtg$ é a inversa do maior componente do vetor tangente do Jacobiano do fluxo de carga.

2. Extrapole a função e ache o ponto onde esta cruza o eixo λ (carregamento do sistema). Este ponto será denominado de λ^* , e será a estimativa inicial para o ponto de bifurcação. Assim, aplique este valor de carregamento λ^* para geração e carga.
3. Se o sistema convergir para este carregamento, volte ao passo 1. Se divergir, calcule um novo valor de carregamento λ_{novo}^* através da seguinte expressão

$$\lambda_{novo}^* = (\lambda^* - \lambda_2)/2 + \lambda_2 \quad (3.9)$$

Se o sistema convergir para uma solução quando λ_{novo}^* for aplicado, vá para o passo 1. Senão, λ_{novo}^* substitui λ^* na equação (3.9), e um novo valor de λ_{novo}^* é calculado. O carregamento λ_2 é o valor de carregamento anterior. Este processo converge para λ_{col} , que é o ponto de bifurcação.

Esta metodologia foi aplicada ao sistema-teste de 14 barras do IEEE, a Tabela 3.1 mostra os pontos obtidos e a Figura 3.1 mostra, de forma ilustrativa, a metodologia da extrapolação quadrática por tentativa e erro.

Foram feitas 6 extrapolações até se encontrar o valor máximo de carregamento:

Tabela 3.1- Extrapolação Quadrática

ITERAÇÕES	Inversa do maior componente do vetor tangente		carregamento		coeficientes		λ_{nov}^*
	$1/(vtg_0)$	$1/(vtg_1)$	λ_0	λ_1	a	c	
1	.0385	.0376	1.0	1.01	-280	1.416	1.41
2	.0228	.0226	1.41	1.42	-776	1.823	1.82
3	.0123	.0121	1.82	1.83	-1813	2.099	2.1
4	.0062	.0059	2.1	2.11	-3396	2.23	2.16
5	.0031	.0027	2.16	2.17	-3946	2.199	2.18
6	.0022	.0001	2.18	2.188	-1964	2.188	2.188

Valor máximo de carregamento encontrado: $\lambda_{\text{máx}} = 2.1884$.

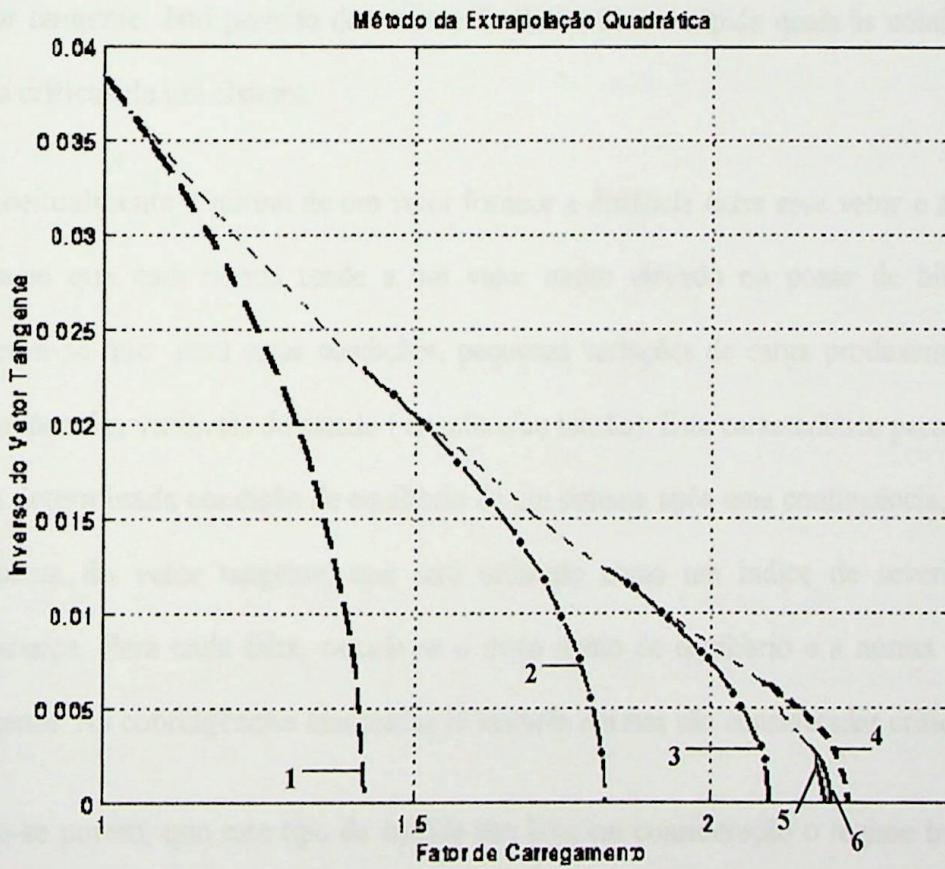


Figura 3.1- Método da Extrapolação Quadrática

3.4 Vetor Tangente para Análise de Contingências

Em sistemas carregados, procurar identificar contingências críticas para condições de estabilidade de tensão não é uma tarefa fácil. Por exemplo, a perda de um simples banco de capacitores colocado estrategicamente, pode reduzir dramaticamente a margem de carga do sistema.

Além do mais, um sistema de potência pode sofrer alterações a todo instante como consequência de anormalidades, tais como curtos-circuitos e sobrecargas. Para evitar que os equipamentos diretamente relacionados à perturbação não sejam afetados, a proteção atuará o mais rápido possível isolando essa parte do sistema.

As referências [32, 51] propõem a utilização do vetor tangente nas análises de contingências, através de um índice de severidade de segurança obtido pela norma do vetor tangente. Isto permite determinar de forma fácil e rápida quais as contingências mais críticas de um sistema.

Conceitualmente a norma de um vetor fornece a distância entre esse vetor e a origem. Sabe-se que esta norma tende a um valor muito elevado no ponto de bifurcação, observa-se que para estas condições, pequenas variações de carga produzem grandes variações das variáveis de estado (ângulo e/ou tensão). Esta característica permite, para uma determinada condição de equilíbrio de um sistema após uma contingência, calcular a norma do vetor tangente, que será utilizado como um índice de severidade de segurança. Para cada falta, calcula-se o novo ponto de equilíbrio e a norma do vetor tangente. As contingências associadas às maiores normas são consideradas críticas.

Note-se porém, que este tipo de análise não leva em consideração o regime transitório associado a cada contingência, onde as características dinâmicas do sistema devem ser consideradas[52, 53].

A Figura 3.2 mostra a curva PxV associada a Barra 14 do sistema teste IEEE-14 barras, quando os limites de geração de potência reativa são considerados. Três casos são considerados:

- Caso 1) Linha cheia – Para o caso em que o sistema é analisado sem mudanças topológicas.
- Caso 2) Linha tracejada – Quando a linha de transmissão que conecta as Barras 6 e 13 é removida.
- Caso 3) Linha tracejada e pontilhada – Quando a linha de transmissão que conecta as Barras 5 e 6 é removida.

De acordo com a Figura 3.2, a saída da linha que conecta as barras 5 e 6 é a mais crítica do sistema, uma vez que o ponto de colapso de tensão é obtido para uma margem de carga bem menor. A Figura mostra a norma do vetor tangente calculada no ponto de equilíbrio após cada contingência. Note que a contingência mais crítica (menor margem de carga) está associada a maior norma. Espera-se que, como consequência deste resultado, quanto maior for a norma do vetor tangente em um determinado ponto de operação, menor será a distância deste ponto até o ponto de bifurcação. Baseado nesta característica do vetor tangente, propõe-se avaliar o ponto de equilíbrio e a norma deste vetor após a retirada de cada linha de transmissão do sistema. Com o conhecimento deste ponto de equilíbrio, calcula-se o vetor tangente associado e sua norma. Após a execução deste processo para todas as linhas de transmissão do sistema, ordena-se as normas em ordem decrescente, de forma a obter um ordenamento das contingências críticas do sistema.

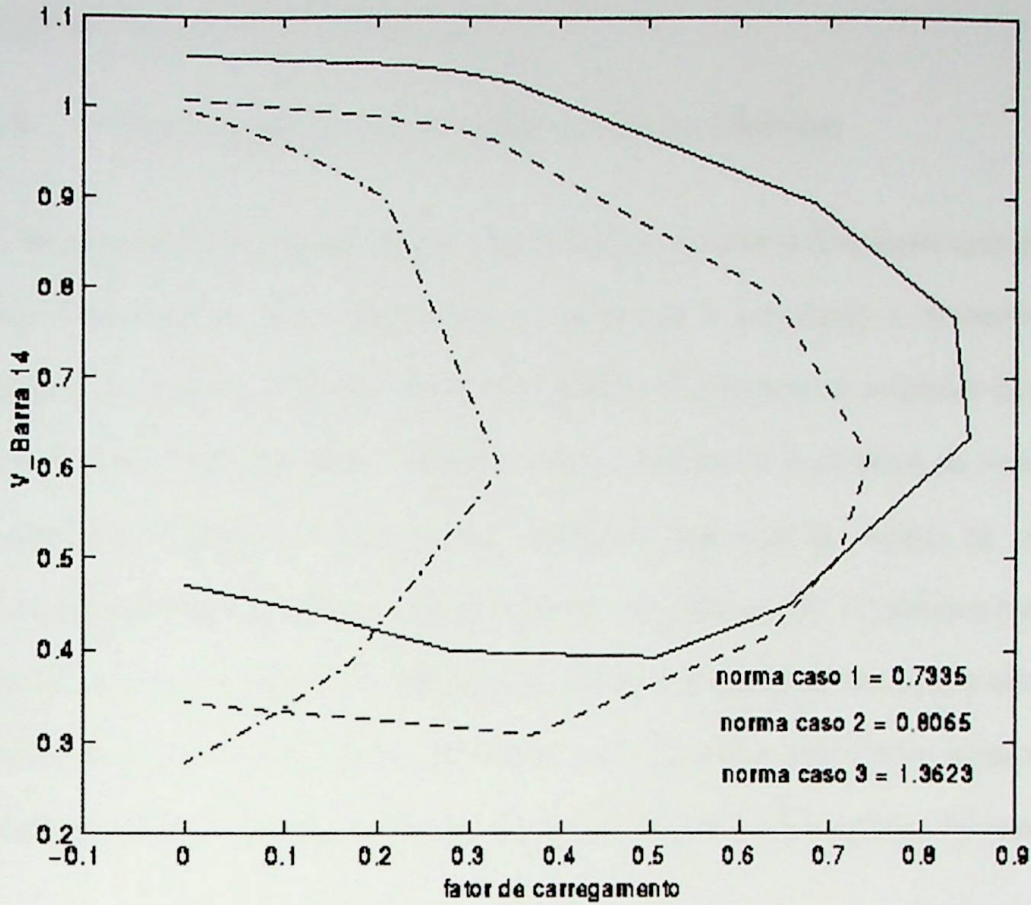


Figura 3.2 – Resultado Sistema IEEE – 14 Barras (tensão – Barra 14)

Baseado nas considerações descritas acima, são propostos os seguintes passos:

1. Cálculo da norma do vetor tangente para um caso base;
2. Cálculo da norma do vetor tangente associado a cada contingência.
3. As contingências que possuírem as maiores normas são consideradas as mais críticas do sistema.

Esta metodologia é capaz de identificar e ordenar as contingências críticas com a vantagem de reduzir o esforço computacional, pois se necessário for calcular a margem de carga, esta será feita para um reduzido elenco de contingências. Entretanto, de forma a testar a idéia, a margem de carga será calculada, para cada contingência analisada neste trabalho. Pode-se considerar esta técnica como um filtro de severidade,

identificando as contingências mais severas na análise de segurança em tempo real, conforme aplicado na referência [41].

3.5 Vetor Tangente para Análise de Perdas Elétricas

Problemas de colapso de tensão têm sido reportados em sistemas fortemente carregados. Esta característica tem levado alguns pesquisadores a associarem o fenômeno do colapso de tensão a uma condição de carregamento de sistema onde as perdas elétricas são elevadas. Essa afirmação, a princípio correta, pode levar um estudioso do assunto a conclusões errôneas, se este resolver analisar o fenômeno de colapso de tensão puramente através da análise de perdas elétricas. As referências [9, 35] indicam que, em alguns casos, as análises de estabilidade de tensão e sensibilidade das perdas elétricas fornecem os mesmos resultados. Para outros casos, entretanto, onde a barra crítica muda de acordo com o carregamento do sistema, as análises produzem resultados diferentes.

Portanto, os estudos de colapso de tensão e redução de perdas elétricas devem ser desenvolvidos separadamente, uma vez que as ações requeridas para uma situação (perdas) podem não se aplicar a outra condição (colapso).

- **Sensibilidade**

A perda de potência ativa em uma linha de um sistema elétrico é dada por

$$P_{ij} = V_{ik} V_{jk} (G_k (\cos(\delta_{(i,j)k}) + \cos(\delta_{(j,i)k})) - G_k (V_{ik}^2 + V_{jk}^2)) \quad (3.10)$$

onde

V_{ik} e V_{jk} são os níveis de tensão nas barras (i) e (j) conectadas à linha de transmissão k

G_k é a condutância da linha de transmissão k

$\delta_{(ij)k}$ e $\delta_{(ji)k}$ representa o ângulo de fase entre as barras i e j

Se a equação (3.10) for derivada em relação ao parâmetro do sistema λ , obtêm-se

$$\frac{dp_{ij}}{d\lambda} = G_k \left(\frac{dV_{ik}}{d\lambda} V_{jk} + \frac{dV_{jk}}{d\lambda} V_{ik} \right) A + V_{ik} V_{jk} \frac{dA}{d\lambda} - 2G_k \left(\frac{dV_{ik}}{d\lambda} V_{ik} + \frac{dV_{jk}}{d\lambda} V_{jk} \right) \quad (3.11)$$

onde

$$A = [\cos(\delta_{(ij)k}) + \cos(\delta_{(ji)k})]$$

$$\frac{dA}{d\lambda} = G_k \left[2 \operatorname{sen}(\delta_{(ji)k}) \left(\frac{d\delta_{(i)k}}{d\lambda} - \frac{d\delta_{(j)k}}{d\lambda} \right) \right]$$

A equação (3.11) mostra como as perdas ativas variam em função do parâmetro λ . Note que todas as derivadas parciais desta equação são conhecidas do cálculo do vetor tangente. Portanto, calcular esta equação não requer um grande esforço computacional.

Como visto na Seção 3.2, a equação do vetor tangente é dada por

$$\begin{bmatrix} \frac{\Delta\theta_i}{\Delta\lambda} \\ \frac{\Delta V_l}{\Delta\lambda} \end{bmatrix} = [J]^{-1} \begin{bmatrix} P_{i0} \\ Q_{l0} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

O procedimento é de se calcular o vetor tangente através da expressão (3.12) e aplicar o resultado obtido na equação (3.11), identificando as linhas que possuem as maiores contribuições nas perdas elétricas e que estejam fortemente relacionadas com a barra crítica.

Desta forma, no caso-base de um sistema, conhecendo a barra crítica através do cálculo do vetor tangente, pode-se então identificar as linhas que possuem as maiores contribuições nas perdas elétricas. Note-se no entanto, que somente o fluxo de carga referente ao caso base é calculado.

Assumindo-se, agora, que o lado direito da equação (3.12) seja levemente perturbado através de um acréscimo de carga na barra crítica, mantendo-se as outras barras constantes, o novo vetor tangente pode ser obtido sem o cálculo do novo ponto de operação, e a equação (3.11) pode ser aplicada.

Finalmente, através dos dados obtidos das variações das perdas nas linhas para o caso base e para caso com pequeno incremento de carga na barra crítica, obtém-se a porcentagem de aumento das perdas para cada linha e seu comportamento para uma condição de carregamento estabelecido.

3.6 Sensibilidade a Mudanças de Parâmetros de Linha

Considere as equações de fluxo de potência em uma barra genérica i dada pela seguinte forma:

$$\begin{aligned} P_i &= V_i^2 G_{ii} + V_i \sum_{k=1 \neq i}^n V_k (G_{ik} \cos(\delta_i - \delta_k) + B_{ik} \sin(\delta_i - \delta_k)) \\ Q_i &= -V_i^2 B_{ii} + V_i \sum_{k=1 \neq i}^n V_k (G_{ik} \sin(\delta_i - \delta_k) - B_{ik} \cos(\delta_i - \delta_k)) \end{aligned} \quad (3.13)$$

onde

P_i, Q_i potência ativa e reativa injetada na barra i , respectivamente.

V_i, V_k magnitude da tensão na barra i e k , respectivamente.

δ_i, δ_k ângulo da tensão nas barra i e k respectivamente, referida à barra swing.

G_{ii}, B_{ii} parte real e imaginária da admitância própria da matriz de admitância nodal, respectivamente.

G_{ik}, B_{ik} parte real e imaginária da admitância de transferência entre os nós da matriz de admitância nodal, respectivamente.

Considerando, o modelo de fluxo de potência em função das variáveis x e p

$$f(x,p)=0 \quad (3.14)$$

onde

x representa as variáveis de estado (módulo e ângulo das tensões nas barras)

p representa o parâmetro série da linha ($r + j x_l$)

Expandindo em séries de Taylor

$$\frac{\partial f}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial f}{\partial p} \Delta p = 0 \quad (3.15)$$

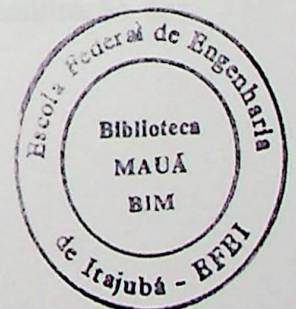
Assim matricialmente

$$\begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta p \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial p} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Onde $J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \end{bmatrix}^{-1}$ representa a inversa da matriz Jacobiana de fluxo de carga.

A equação (3.16) estabelece uma relação entre a variação de tensão em relação à variação do parâmetro de linha. Assim, pode-se determinar qual LT teria maior efeito no nível de tensão de uma determinada barra, caso esta linha fosse submetida à compensação série, por exemplo. Note-se que para análise de colapso de tensão, esta barra de interesse pode ser a barra crítica. Isto pode ajudar a melhorar o perfil de tensão de uma determinada região, aumentando em consequência, a margem de carga.

O próximo capítulo mostra a aplicação dos métodos descritos nas seções anteriores em sistemas-testes.



CAPÍTULO 4

TESTES E RESULTADOS

4.1 Introdução

As metodologias propostas no capítulo anterior serão aplicadas em vários sistemas descritos abaixo. Em todos sistemas, foram considerados os limites de geração de potência reativa e o modelo de cargas ativa e reativa, como potência constante. São constituídos dos seguintes elementos, observando-se que nas linhas já estão incluídos os transformadores:

- sistema Sul do Brasil de 52 barras: 15 geradores, 52 barras, 82 linhas.
- sistema de 14 barras IEEE: 05 geradores, 14 barras, 20 linhas.
- sistema de 30 barras IEEE: 06 geradores, 30 barras, 41 linhas.
- sistema de 57 barras IEEE: 07 geradores, 57 barras, 81 linhas.
- sistema de 118 barras IEEE: 54 geradores, 118 barras, 183 linhas.

As simulações computacionais foram executadas através de programas elaborados na linguagem Fortran.

As metodologias testadas nos sistemas-testes têm o objetivo de buscar os resultados esperados conforme exposto no capítulo 3. Os resultados dos estudos estão apresentados conforme seqüência abaixo:

Na seção 4.2 são mostrados os resultados para identificação dos índices de severidade para análise de contingência; na seção 4.3 são mostrados os resultados obtidos para análise de perdas elétricas e, por último, na seção 4.4, os resultados referentes a identificação dos índices de sensibilidade para mudanças de parâmetros de linha.

4.2 Vetor Tangente para Análise de Contingências

O fator principal da aplicação dessa metodologia é a identificação de um conjunto de linhas que estarão entre as contingências mais críticas do sistema. Pode ocorrer, porém, que a maior norma associada a uma linha, não seja necessariamente a contingência mais crítica, mas que essa linha pertença a esse conjunto identificado entre as maiores normas.

De maneira a detalhar os resultados obtidos, as simulações foram executadas seguindo-se os seguintes passos:

1. Para o caso base, foram calculadas a margem de carga e a norma do vetor tangente. Estes valores serão as referências dessa análise.
2. Para cada contingência do sistema, ou seja, para cada retirada de linha, foram executados novamente o fluxo de carga e a extrapolação quadrática, obtendo-se a nova margem de carga e também a norma do vetor tangente.

Nas tabelas ímpares apresentadas a seguir, estão classificadas as menores margens e nas tabelas pares, estão classificadas as maiores normas para cada contingência.

- Sistema de 14 barras do IEEE

Tabela 4.1 – Posição pela Margem.

Posição	Linhas	Margem (pu)
1	02 03	1.454804
2	01 02	1.679808
3	01 05	1.746507
4	05 06	1.780886
5	07 09	1.820734
6	02 04	1.927938
7	04 05	1.942336
8	04 07	2.101550
9	06 13	2.126498
10	02 05	2.134326
	base	2.219177

Tabela 4.2 – Posição pela Norma.

Posição	Linhas	Norma
1	01 02	1.05799
2	05 06	0.80381
3	01 05	0.74288
4	02 03	0.73738
5	07 09	0.67177
6	02 04	0.64718
7	02 05	0.60439
8	04 07	0.59340
9	04 05	0.58878
10	06 13	0.57116
	base	0.53141

Para este sistema, foram escolhidas as dez piores contingências determinadas pela margem de carga. Comparando-se as Tabelas 4.1 e 4.2, observa-se que todas as contingências mais críticas foram identificadas pela norma do vetor tangente, obtendo-se bom resultado para este sistema.

- Sistema de 30 barras do IEEE

Tabela 4.3 – Posição pela Margem.

Posição	Linhas	Margem (pu)
1	01 02	Não conv.
2	02 05	1.324620
3	28 27	1.382402
4	04 12	1.482247
5	06 07	1.550194
6	02 04	1.577325
7	09 11	1.610177
8	27 30	1.667033
9	06 08	1.675423
10	27 29	1.687598
11	23 24	1.721875
12	01 03	1.742067
13	03 04	1.752547
14	12 15	1.769696
15	02 06	1.778964
	base	2.161741

Tabela 4.4 – Posição pela Norma.

Posição	Linhas	Norma
1	01 02	7.25549
2	01 03	2.17385
3	03 04	2.12663
4	04 12	2.11441
5	02 05	2.09059
6	28 27	1.97337
7	04 06	1.82035
8	02 06	1.79070
9	06 09	1.77019
10	09 11	1.76240
11	02 04	1.64976
12	06 10	1.64292
13	12 15	1.63236
14	06 08	1.62529
15	06 28	1.62277
	base	1.56689

Para o sistema de 30 barras foram escolhidas as quinze piores contingências, das quais apenas quatro não foram identificadas pela norma do vetor tangente. Dessa forma, tem-se 73% de acerto.

- Sistema Sul do Brasil de 52 barras

Tabela 4.5 – Posição pela Margem.

Posição	Linhas	Margem (pu)
1	08 12	1.273140
2	02 10	1.274897
3	12 13	1.287548
4	34 36	1.300596
5	04 10	1.304501
6	02 08	1.346261
7	13 27	1.357672
8	01 24	1.368615
9	02 30	1.471584
10	03 04	1.495874
11	02 14	1.507949
12	02 27	1.515578
13	36 47	1.536174
14	14 27	1.541261
15	02 10	1.548143
	base	2.046646

Tabela 4.6 – Posição pela Norma.

Posição	Linhas	Norma
1	08 12	6.94035
2	12 13	6.58498
3	02 08	6.48968
4	13 27	5.99228
5	01 24	5.96994
6	34 36	5.85263
7	02 10	5.72359
8	04 10	5.64635
9	02 30	5.26366
10	03 04	5.15828
11	01 02	5.14572
12	36 47	4.60780
13	34 50	4.57464
14	24 29	4.25879
15	03 20	4.24290
	base	4.00616

Para o sistema Sul do Brasil de 52 barras, as quinze linhas identificadas como as mais críticas para contingências através da margem, apenas três linhas não foram identificadas pela norma do vetor tangente, resultando em 80% de acerto.

- Sistema de 57 barras do IEEE

Tabela 4.7 – Posição pela Margem.

Posição	Linhas	Margem (pu)
1	35 36	Não conv.
2	04 35	1.021005
3	04 32	1.021419
4	25 30	1.046546
5	37 29	1.095421
6	37 38	1.174225
7	36 37	1.254548
8	29 52	1.330185
9	08 09	1.333500
10	28 29	1.338885
11	30 31	1.360369
12	09 55	1.407255
13	27 28	1.428711
14	01 15	1.461067
15	24 25	1.477920
	base	1.599629

Tabela 4.8 – Posição pela Norma.

Posição	Linhas	Norma
1	35 36	6.91446
2	37 29	4.11719
3	01 15	3.04804
4	37 38	3.02292
5	01 02	2.72086
6	04 32	2.69630
7	36 37	2.65237
8	25 30	2.63695
9	02 03	2.62197
10	04 35	2.61278
11	28 29	2.60184
12	01 17	2.49665
13	03 04	2.49313
14	08 09	2.49042
15	01 16	2.40785
	base	2.01529

Para este sistema foram identificadas pela norma do vetor tangente, dez linhas consideradas críticas para as contingências, no total de 66% de acerto.

4.2.3 Conclusão

Uma análise de sistemas elétricos complexos que a norma do vetor tangente fornece resultados precisos, tanto embora a obtenção de dados, dada pela severidade de contingências possa ser diferente. As linhas de maior nível de contingências de todos os casos estudados foram identificadas pela norma do vetor tangente. Como o método é proposto como forma de análise de contingências, os resultados apresentados foram bons. No caso, no entanto, que é necessário analisar mais resultados, o que deve ser fixado nos trabalhos futuros.

- Sistema de 118 barras do IEEE

Tabela 4.9 – Posição pela Margem.

Posição	Linhas	Margem (pu)
1	08 09	Não conv.
2	85 86	Não conv.
3	08 05	1.397352
4	75 118	1.608524
5	100 103	1.701344
6	38 37	1.723782
7	38 65	1.802467
8	94 100	1.899930
9	01 03	1.900286
10	33 37	1.903144
11	103 110	1.908357
12	81 82	1.914558
13	76 77	1.914661
14	92 102	1.932730
15	55 59	1.933561
	base	2.086040

Tabela 4.10 – Posição pela Norma.

Posição	Linhas	Norma
1	08 09	Não conv.
2	85 86	Não conv.
3	38 65	5.31213
4	08 05	4.93941
5	38 37	3.26753
6	26 30	3.14595
7	100 103	2.90724
8	30 17	2.90045
9	69 70	2.86313
10	64 65	2.79770
11	25 27	2.73142
12	69 75	2.68660
13	22 23	2.63209
14	103 110	2.61601
15	23 32	2.58868
	base	2.35318

Para o sistema de 118 barras do IEEE, foram identificadas apenas 7 linhas pela norma do vetor tangente consideradas críticas para as contingências, resultando em 46% de acerto.

4.2.1 Conclusão

Em todos os sistemas testados verificou-se que a norma do vetor tangente fornece resultados coerentes, muito embora a colocação da linha, obtida pela severidade de contingência possa ser diferente. As primeiras cinco piores contingências de todos os casos testados foram identificadas pela norma do vetor tangente. Como o método é proposto como filtro de análise de contingência, os resultados encontrados foram bons. Note-se, no entanto, que é necessário melhorar estes resultados, o que deve ser focado em trabalhos futuros.

4.3 Perdas Elétricas

A aplicação dessa metodologia nos sistemas-testes é feita adotando-se os seguintes passos:

1 – Para o caso-base calcula-se o vetor tangente, e o resultado obtido é aplicado na equação 3.11. Esta equação mostra como as perdas ativas variam em função do parâmetro λ , conforme já visto no capítulo 3. Identificam-se assim as linhas com as maiores contribuições nas perdas elétricas e que estejam relacionadas com a barra crítica.

2 – Com a barra crítica definida pelo maior valor do vetor tangente para o caso base, faz-se um acréscimo de carga de 0.1 pu apenas nesta barra, condição de carregamento adotado, e um novo valor do vetor tangente é calculado. Aplicando-se o resultado na equação 3.11, obtém-se novamente as contribuições nas perdas elétricas para aquelas linhas já identificadas no passo anterior.

3 – Calcula-se a percentagem de aumento nas perdas elétricas através da relação entre as contribuições obtidas no caso base e as contribuições obtidas para acréscimo de 0.1 p.u., obtendo-se, como resultado, a identificação das linhas que têm as maiores contribuições nas perdas ativas do sistema em teste.

- Sistema de 14 barras do IEEE

Tabela 4.11- Contribuição das linhas nas perdas elétricas.

De para	Caso base contribuição	Acréscimo de 0.1 pu contribuição	% de aumento nas Perdas elétricas
13 14	.00098	.00111	13.2653
09 14	.00179	.00196	9.4972
12 13	.00009	.00010	11.1111
10 11	.00006	.00006	0
06 13	.00104	.00107	2.8846
06 12	.00022	.00023	4.5455
01 05	.00166	.00169	1.8072
02 04	.00137	.00139	1.4599
06 11	.00015	.00016	6.6667
03 04	.00036	.00035	-2.7778
09 10	.00006	.00006	0

Para este sistema, a barra crítica é a barra 14. Pela Tabela 4.11, a linha 13 – 14 é a identificada como a que tem a maior contribuição nas perdas elétricas, seguida da linha 09 – 14, ambas conectadas à barra crítica.

- Sistema de 30 barra do IEEE

Tabela 4.12 - Contribuição das linhas nas perdas elétricas.

De para	Caso base contribuição	Acréscimo de 0.1 pu contribuição	% de aumento nas Perdas elétricas
08 28	.00002	.00003	50.0000
24 25	.00003	.00004	33.3333
29 30	.00091	.00103	13.1868
27 30	.00349	.00386	10.6017
23 24	.00011	.00012	9.0909
27 29	.00152	.00165	8.5526
06 28	.00032	.00034	6.2500
22 24	.00052	.00055	5.7692
15 23	.00022	.00023	4.5455
10 21	.00028	.00029	3.5714
12 15	.00039	.00040	2.5641
02 06	.00226	.00230	1.7699
02 05	.00116	.00118	1.7241
04 06	.00065	.00066	1.5385
01 02	.00480	.00486	1.2500
10 22	.00018	.00018	0
25 26	.00003	.00003	0
10 17	.00002	.00002	0
21 22	.00001	.00001	0
25 27	.00050	.00046	-8.0000

Para este sistema, a barra crítica é a barra 30. As linhas com as maiores percentagens de aumento nas perdas elétricas encontram-se vizinhas à barra crítica, como também as linhas conectadas à ela.

- Sistema de 57 barras do IEEE

Tabela 4.13 - Contribuição das linhas nas perdas elétricas.

De para	Caso base contribuição	Acréscimo de 0.1 pu contribuição	% de aumento nas Perdas elétricas
31 32	.00145	.00170	17.2414
30 31	.00276	.00305	10.5072
23 24	.00077	.00083	7.7922
25 30	.00225	.00240	6.6667
34 35	.00067	.00071	5.9701
35 36	.00101	.00105	3.9604
26 27	.00129	.00134	3.8760
36 37	.00085	.00088	3.5294
27 28	.00088	.00091	3.4091
38 48	.00093	.00096	3.2258
37 38	.00222	.00229	3.1532
38 49	.00068	.00070	2.9412
28 29	.00081	.00083	2.4691
44 45	.00122	.00125	2.4590
12 13	.00084	.00086	2.3810
14 15	.00087	.00089	2.2989
46 47	.00099	.00101	2.0202
12 17	.00050	.00051	2.0000
01 15	.00512	.00519	1.3672
01 16	.00097	.00098	1.0309

Neste sistema, a barra crítica é a barra 31. A linha 31 – 32 é que tem a maior contribuição na perda elétrica do sistema seguida da linha 30 – 31. Essas linhas estão conectadas à barra crítica.

4.2.1 - Conclusão

Observa-se que, no IEEE 57 barras, a barra crítica é a barra 31, com a maior contribuição de perda elétrica, seguida da barra 30. Essas barras estão conectadas à barra crítica. Assim, quando houver um curto-circuito, a barra crítica é a barra 31. Isso é importante para os estudos de curto-circuito de todo o sistema em pontos de operação alternando entre os pontos críticos. Portanto, uma observação pode ser feita para todos os casos de curto-circuito.

- Sistema de 118 barras do IEEE

Tabela 4.14 - Contribuição das linhas nas perdas elétricas.

De para	Caso base contribuição	Acréscimo de 0.1 pu contribuição	% de aumento nas Perdas elétricas
40 41	.00037	.00047	27.0270
47 69	.00078	.00090	15.3846
39 40	.00033	.00044	33.3333
37 40	.00155	.00160	3.2258
49 66	.00105	.00109	3.8095
41 42	.00077	.00082	6.4935
42 49	.00442	.00449	1.5837
42 49	.00442	.00449	1.5837
37 39	.00089	.00108	21.3483
38 65	.00148	.00149	0.6757
69 70	.00056	.00079	41.0714
49 66	.00109	.00109	0
69 75	.00046	.00056	21.7391
45 49	.00019	.00019	0
23 32	.00027	.00033	22.2222
26 30	.00023	.00023	0
77 80	.00025	.00027	8.0000
77 80	.00025	.00025	0
23 25	.00033	.00034	3.0303

Neste sistema, a barra crítica é a barra 41. A linha 40 – 41 tem a maior contribuição na perda elétrica seguida da linha 47 - 69. As outras linhas com as maiores contribuições encontram-se vizinhas à barra crítica.

4.3.1 - Conclusão

Observa-se que, em todos os sistemas testados, as linhas com as maiores percentagens de perdas elétricas encontram-se próximas ou conectadas à barra crítica. Assim, visando diminuir o tempo computacional, pode-se reduzir o número de linhas para análise. Este resultado é importante, pois em geral problemas de colapso de tensão ocorrem em pontos de operação altamente estressados, com grandes perdas elétricas associadas. Portanto, esta informação pode ser relevante para tomada de ações de controle corretivas.

4.4 Sensibilidade a Mudanças de Parâmetros de Linha

Esta metodologia é aplicada adotando-se os seguintes passos:

1. Para o caso-base, obtém-se as linhas mais relacionadas à barra crítica através da equação 3.15, mostrada no capítulo 3.
2. Para cada linha do sistema-teste, é alterada a reatância série da linha em 50% de seu valor, e através do programa de fluxo de potência, obtém-se o valor da tensão na barra crítica e a margem de carga através do método de extrapolação quadrática. Dessa forma tem-se o ganho de tensão na barra crítica para cada linha cujo parâmetro tenha sido alterado.

- Sistema de 14 barra do IEEE

Tab. 4.15 – Sensibilidade da linha.

Linhas mais relacionadas à barra crítica	
Linha	Sensibilidade
09 14	.36538
13 14	.31295
09 10	.21123
07 09	.17101
10 11	.14978
04 09	.13077
12 13	.11652
06 13	.07858

Tab. 4.16 – Tensão na barra crítica.

Linha	Tensão (pu) Barra 14	Margem (pu)
09 14	1.04114	2.624655
06 13	1.03903	2.220506
13 14	1.03793	2.213018
06 11	1.03785	2.217136
12 13	1.03766	2.217821
06 12	1.03765	2.221445
Base	1.03765	2.219177
10 11	1.03763	2.216338
09 10	1.03738	2.219995

O resultado para o sistema de 14 barras mostrou-se bom pois conseguiu identificar seis linhas mais relacionadas à barra crítica. Como pode ser visto pela Tab. 4.16 houve um acréscimo na tensão da barra crítica, porém a margem de carga diminuiu para alguns outros casos.

- Sistema de 30 barras do IEEE

Tab. 4.17 – Sensibilidade da linha.

Linhas mais relacionadas à barra crítica		
Linha		Sensibilidade
29	30	1.34586
27	30	1.25899
27	29	1.12207
25	27	.86266
25	26	.70362
28	27	.56840
24	25	.52301
23	24	.27066

Tab. 4.18 – Tensão na barra crítica.

Linha	Tensão (pu) Barra 30	Margem (pu)
02 06	1.00488	1.687044
28 27	1.00396	1.717143
27 30	.99677	1.980215
27 29	.99569	1.732119
05 07	.99552	1.982926
24 25	.99550	1.822263
06 28	.99465	1.708411
29 30	.99463	1.705863
25 27	.99443	1.706929
base	.99400	1.732666

Para o sistema de 30 barras, apenas três linhas mais relacionadas à barra crítica não foram identificadas. Dessas linhas, a linha 2 – 6, não identificada pelo cálculo de sensibilidade, obteve o maior ganho de tensão na barra crítica, como pode ser visto pela Tabela 4.18.

- Sistema de 57 barras do IEEE

Tab. 4.19 – Sensibilidade da linha.

Linhas mais relacionadas à barra crítica		
Linha		Sensibilidade
31	32	1.88271
30	31	1.86231
32	33	1.76795
25	30	1.71267
24	25	1.05673
24	26	.29824
23	24	.28059
34	35	.27894

Tab. 4.20 – Tensão na barra crítica.

Linha	Tensão (pu) Barra 31	Margem (pu)
30 31	.93543	1.697285
25 30	.93454	1.836492
31 32	.93249	1.816492
34 35	.93210	1.689261
09 12	.93150	1.606783
01 16	.93143	1.657093
12 17	.93132	1.785723
04 06	.93127	1.596475
base	.93119	1.599629

Para este sistema, foram identificadas apenas quatro linhas mais relacionadas à barra crítica. Porém, o ganho da margem de carga teve o melhor resultado obtido em relação aos outros sistemas testados.

- Sistema de 118 barras do IEEE

Tab. 4.21 – Sensibilidade da linha.

Linhas mais relacionadas à barra crítica		
Linha		Sensibilidade
41	42	.04964
40	41	.04771
39	40	.00061
37	40	.00050
37	39	.00044
42	49	.00041
35	37	.00033

Tab. 4.22 – Tensão na barra crítica.

Linha	Tensão (pu) Barra 41	Margem (pu)
41 42	.96834	2.130347
40 41	.96707	1.999694
37 39	.96686	2.001615
37 40	.96686	2.184498
35 37	.96685	2.010900
39 40	.96685	2.024722
26 30	.96685	2.228008
base	.96684	2.086040
42 49	.96676	2.118647

Para este sistema, apenas a linha 26 – 30 não foi identificada pelo cálculo da sensibilidade da linha, conforme Tabela 4.21. A linha 41 – 42 identificada como a mais relacionada à barra crítica pela Tabela 4.21, obteve o melhor ganho no nível de tensão para a barra crítica e um bom resultado para a margem de carga, conforme Tabela 4.22.

4.4.1 Conclusão

Como pode ser visto pelos testes acima, os resultados obtidos para identificação das linhas mais relacionadas à barra crítica foram bons. Em todos eles, observa-se o ganho no nível de tensão da barra crítica, porém o ganho pela margem de carga variou de sistema para sistema.

CAPÍTULO 5

CONCLUSÕES

5.1 Problema Examinado

Problemas econômicos, e principalmente, as questões ambientais têm sido, entre outros, um dos fortes fatores para o desequilíbrio 'demanda x capacidade'.

Com poucas obras em execução, cabe aos planejadores saber identificar quais conjuntos de prioridades a serem tomadas no intuito de manter o sistema elétrico funcional em termos de qualidade e fornecimento de energia.

Assim, a operação do sistema elétrico tem estado próxima do limite, tornando-o vulnerável a qualquer alteração que ocorra, seja a perda de uma linha de transmissão, aumento repentino da demanda, ou qualquer meio que cause a sua instabilidade.

Uma dessas formas de instabilidade tem sido o fenômeno de colapso de tensão. Sua ocorrência por diversas regiões do mundo tem preocupado todos os setores envolvidos, sejam governamentais, institucionais ou empresariais.

De fato sabe-se que o fenômeno inicia-se localmente e espalha-se pela vizinhança causando a instabilidade de tensão, além de estar fortemente relacionado com a capacidade de suprimento de potência reativa do sistema. Várias metodologias de análise surgiram durante estes últimos anos, propondo avaliações que podem ser estudadas sob o ponto de vista estático e ou dinâmico, sendo a escolha da metodologia de acordo com o tipo de perturbação ocorrida.

A ferramenta de análise estática permite representar o comportamento sistêmico por equações puramente algébricas, assumindo-se que o sistema desloca-se lentamente de um

ponto de equilíbrio para outro a medida em que a carga é lentamente variada, pode-se, então, considerar a análise estática satisfatória para se estudar a estabilidade do sistema.

Utilizando-se a ferramenta de análise estática, três aspectos importantes de indicadores foram tratados neste trabalho:

1. Identificação de linhas críticas, sob aspecto de contingências.
2. Linhas com as maiores perdas elétricas.
3. Linhas cuja redução do parâmetro série permite melhorar o nível de tensão da barra crítica.

Todos esses indicadores alcançados tiveram como base a identificação antecipada da barra crítica, sendo isso possível com a utilização do vetor tangente.

5.2 Contribuições

Este trabalho conseguiu mostrar que, a partir da identificação da barra crítica, vários outros indicadores podem ser buscados permitindo avaliar o sistema como um todo na obtenção de resultados que aumentem a operacionalidade e, conseqüentemente, a margem de carga.

Os testes realizados para análise de contingências identificando as linhas críticas através da norma do vetor tangente ficaram caracterizados pelo ganho no tempo computacional, uma vez que a seleção de um conjunto de linhas mais críticas permite que sejam feitos os cálculos da margem de carga apenas para estas linhas e não para todas as linhas do sistema como um todo. Dessa forma, a rapidez com que se identificam as piores contingências, torna sua aplicação ideal para sistemas operacionais em tempo real.

Outra proposta deste trabalho foi procurar identificar as linhas de um sistema com maiores variações de perdas elétricas através da utilização do vetor tangente. Os testes realizados evidenciaram que as linhas mais críticas estão relacionadas com a própria barra crítica, obtida também pelo maior valor do vetor tangente. Note-se que, neste caso, não se analisa o valor absoluto de perdas, dado que isto poderia ser obtido diretamente pelo cálculo do fluxo

de carga. O objetivo, portanto, é se determinar as linhas de transmissão com maior sensibilidade de variação de perdas em função de uma variação paramétrica.

Por último, foi proposto o cálculo de um índice de sensibilidade que identifique as linhas cuja redução dos parâmetros série da linha ($r+jx/l$) melhore o perfil de tensão da barra crítica, levando o sistema a obter um ganho na margem de carga. A redução desse parâmetro foi obtida através da instalação de capacitores série. Ficou caracterizado que tal índice conseguiu identificar as linhas, cuja instalação de capacitores, melhora o perfil de tensão da barra crítica. Porém, o ganho de margem não ficou bem caracterizado para alguns sistemas testados e, portanto, esta técnica não produziu os resultados esperados.

Portanto, a proposta de identificação de linhas críticas, sejam por análise de contingências, perdas elétricas ou mudança de parâmetro série da linha são importantes ferramentas que podem ajudar os planejadores do sistema a tomar suas decisões.

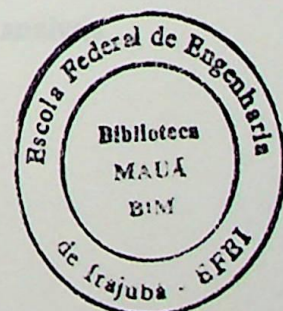
5.3 Sugestões para Desenvolvimentos Futuros

Alguns desenvolvimentos adicionais podem ser realizados, sendo sugeridos os seguintes trabalhos futuros:

- Identificação de linhas cuja redução no parâmetro série permita um ganho maior na margem de carga do sistema, já que, como dito anteriormente, os resultados não foram muito bons.
- Aumentar a eficiência da identificação das contingências críticas. A utilização desta técnica como filtro produz resultados interessantes, ainda que sujeita à uma taxa de falhas. Entretanto, associar a este índice uma margem de carga, ainda requer o cálculo da mesma pelo método extrapolado ou da continuação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] – KUNDUR, P., **Power System Stability and Control**. Palo Alto: McGraw-Hill 1994.
- [2] – KUNDUR,P., MORISON,G. K., **A Review of Definitions and Classification of Stability Problems in Today's Power Systems**, IEEE Pes Meeting, 1997.
- [3] - TAYLOR, C. W., **Maybe I Can't Define Stability, but I Know It When I See It**, IEEE/PES – panel on Stability Terms and Definitions, New York, 1997.
- [4] -SOUZA, A. C. Z., **New techniques to efficiently determine proximity to static voltage collapse**, PhD thesis, University of Waterloo, Waterloo, 1995.
- [5] -GAO, B., MORISON, G. K., KUNDUR, P., **Voltage Stability Evaluation Using Modal Analysis**, IEEE Transactions on Power Systems, vol. PWRS-7, n.4, pp. 1529-1542, 1992.
- [6] -CAÑIZARES, C. A., ALVARADO, F. L., **Point of collapse and continuation methods for large AC/DC systems**, IEEE Transactions on Power Systems, vol.8, n.1, pp. 1-8, 1993.
- [7] -SOUZA, A. C. Z., CAÑIZARES, C. A., QUINTANA, V. H., **Critical Bus and Point of Collapse Determination Using Tangent Vectors**, 28th North American Power Symposium, pp. 329-333, Cambridge, 1996.
- [8] -SOUZA, A. C. Z., CAÑIZARES, C. A., QUINTANA, V. H., **New Techniques to Speed Up Voltage Collapse Computations Using Tangent Vectors**, IEEE Transactions on Power Systems, vol.12, n.3, pp. 1380-1387, 1997.
- [9] -SOUZA, A. C. Z., **Tangent Vector Applied to Voltage Collapse and Loss Sensitivity Studies**, Electric Power Systems Research, n.47, pp. 65-70, 1998.



- [10] -VAN CUTSEM, T., JACQUEMART, Y., MARQUET, J. N., PRUVOT, P., **A Comprehensive Analysis of mid-term Voltage Stability**, IEEE Transactions on Power Systems, vol.10, pp. 1173-1182, 1985.
- [11] -VAN CUTSEM, T., VOURNAS, C. D., **Voltage Stability Analysis in Transient and mid-term Time Scales**, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 11, n.1, pp. 146-154, February 1992.
- [12] -MEDINA, W. J. C., FALCÃO, D. M., TARANTO, G. N., **A Fast Time Domain Simulation Method for Voltage Stability Assessment**, VI Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning, Salvador, Maio 1998.
- [13] -EPRI Report TR-102004-V3RI, **Extended Transient-Midterm Stability Program (ETMSP)**, Final Report, 1994.
- [14] - KUNDUR, P., **General Introduction and Basic Concepts of Voltage Stability Analysis**, In: IEEE PES Summer Meeting, IEEE Special Tutorial Course: Voltage Stability, San Diego, 1998.
- [15] - TAYLOR, C. W. et al., **Modeling of Voltage Collapse Including Dynamic Phenomena**, CIGRE Task Force 38-02-10, 1992.
- [16] -TAYLOR, C. W., **Power system voltage stability**. Palo Alto: McGraw-Hill, 1994.
- [17] -CLARK, H. K., **New challenge: Voltage Stability**, IEEE Power Engineering Review, 1990.
- [18] -KUNDUR, P., GAO, B., **Practical considerations in voltage stability assessment**, Proceedings of IV Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning, Foz do Iguaçu, May 1994.
- [19] -GCOI , **Modelos de carga para estudos de estabilidade e fluxo de carga**, Relatório SCEL-GTEE-001/89, 1989.
- [20] -PRICE, W. W. et al., **Load representation for dynamic performance analysis**, IEEE Transactions on Power Systems, vol.8, n.2, pp. 472-482, 1993.

- [21] -BRITO, N. H. M. N., **Ações de Controle Aplicadas à Análise de Estabilidade de Tensão**, Dissertação de Mestrado, Escola Federal de Engenharia de Itajubá – EFEL, Minas Gerais, 1996.
- [22] -D' AJUZ, A. et al., **Equipamentos elétricos - especificação e aplicação em subestações de alta tensão**, Niterói, FURNAS -: Universidade Federal Fluminense/EDUFF, 1987.
- [23] -TARANTO, G. N., PINTO, L. M. V. G., PEREIRA, M. V. F., **Representation of Facts Devices in Power System Economic Dispatch**, IEEE Transactions on Power Systems, vol.7, n.2, pp. 572-576, May 1992.
- [24] -FAUR, Z. T., CAÑIZARES, C. A., **Effects of FACTS Devices on Systems Loadability**, North American Power Symposium, June 1995.
- [25] -CAMPANHOLO FILHO, B., ARAÚJO, J. M., GERALDES FILHO, W. et al., **Modelagem de cargas em estudos e análise de sistemas sujeitos a instabilidade de tensão**. Anais do XII Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Recife, 1993.
- [26] -GCOI— **Análise das Perturbações dos Dias 24 e 25/04/1997 no Sistema Interligado S/SE/CO** – Relatório SCO/SCEL 01/97 de 07/Jul/1997.
- [27] – BORGHETTI, R. CALDON, A. MARI and C. A. NUCCI, **On dynamic load models for voltage stability studies**, IEEE transactions on Power Systems, vol.12, n°1, February 1997, pp.293-303.
- [28] – H. D. CHIANG, C. S. WANG and A. J. FLUECK, **Look-ahead voltage and load margin contingency selection functions for large-scale power systems**, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 12, n°1, February 1997, pp.173-180.
- [29] – R. J. KEEFE, R. P. SCHULZ and N. B. BHATT, **Improved representation of generator and load dynamics in the study of voltage limited power system operations**, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 12, n°1, February 1997, pp. 304-314.

- [30] – W. XU, Y. MANSOUR, **Voltage stability using generic load models**, IEEE/PES Winter Meeting, Columbus, OH, Jan 31-Feb 5, 1993.
- [31] – T. VAN CUTSEM, C. D. VOURNAS, **Voltage stability analysis in transient and mid-term time sc**, IEEE Transactions on Power Systems, v.11, n°1, 1995.
- [32] - SOUZA, A. C. Z., JARDIM, J. L. A., SILVA NETO, C. A., ALVES da SILVA, A. P., TORRES, G. L., FERREIRA, C., FERREIRA, L. C. A., **A New Contingency Analysis Approach for Voltage Collapse Assessment**, submetido a Electric Power Systems Research, 1998.
- [33] – SAUER, P. W., PAI, M. A. . , **Power system steady-state stability and the load-flow Jacobian**, IEEE Transactions on Power Systems, v.5, n°4, pp.1374-1383, Nov.90
- [34] – MORISON, G. K., GAO, B., KUNDUR, P., **Voltage stability analysis using static and dynamic approaches**, IEEE Transactions on Power Systems, v.8, n°3, pp.1159-1171, Aug.1993.
- [35] - SOUZA, A. C. Z., **Estabilidade de Tensão**, Apostila de Curso, FUPAI, Itajubá, 1997.
- [36] - SEYDEL, R., **From Equilibrium to Chaos – Practical Bifurcation and Stability Analysis**, Elsevier Science, North-Holland, 1988.
- [37] - CAÑIZARES, C. A., **Conditions for saddle-node bifurcation's in ac/dc power systems with losses**, IEEE Transactions on Power Systems, vol.36, n.11, pp. 1423-1429, 1989.
- [38] - MARANNINO, P., BRESESTI, P., DELFANTI, M., GRANELLI, G. P., MONTAGNA, M., **Voltage collapse proximity indicators for very short term security assessment**, Proc. Bulk Power System Voltage Phenomena III-Voltage Stability and Security, ECC Inc. , Switzerland, August 1994.
- [39] - LÖFF, P. A., SMED, T., ANDERSON, G., HILL, D. J., **Fast Calculation of a Voltage Stability Index**, IEEE Transactions on Power Systems, vol.7, n.1, pp. 54-64, February 1992.

- [40] - BARQUIN, J., GÓMEZ, T., PAGOLA, F. L., **Estimating the loading limit margin taking into account voltage collapse areas**, IEEE/PES Winter Meeting - Paper 95 WM 183-4 PWRS, 1990.
- [41] - CAÑIZARES, C. A., SOUZA, A. C. Z., QUINTANA, V. H., **Comparison of performance indices for detection of proximity to voltage collapse**, IEEE Transactions on Power Systems, vol.11, n.3, pp. 1441-1447, August 1996.
- [42] - PRADA, R. B., SOUZA, A. C. Z., VIEIRA FILHO, X., MASSAUD, A. G., OLIVEIRA, J. C., **Voltage stability: phenomena characterization based on reactive control effects and system critical areas identification**, Proceedings of the third Sepope meeting , SP-14, Belo Horizonte , 1991.
- [43] - MANSOUR, Y., **Industry practice in voltage stability analysis of power systems**, Proc. Bulk Power System Voltage Phenomena III-Voltage Stability and Security, ECC Inc. , Switzerland, August 1994.
- [44] - CHIANG, H. D., **Study of the existence of energy functions for power systems with losses**, IEEE Transactions on Power Systems, vol.36, n.11, pp. 1423-1429, November 1989.
- [45] -OVERBYE, T., **Application of an energy based security method to voltage instability in electrical power systems**, PhD thesis, University of Wisconsin, Madison, 1991.
- [46] -OVERBYE, T. J., MARCO, C. L., **Voltage security enhancement using energy based sensitivities**, IEEE Transactions on Power Systems, vol.6, n.3, pp. 1196-1202, August 1991.
- [47] - T.VAN CUTSEM, **A method to compute reactive power margins with respect to voltage collapse**, IEEE/PES 90 WM 097-6 PWRS, February 1990.
- [48] - GRANVILLE, S., MELLO, J. C. O., MELO, A. C. G., **Application of Interior Point Methods to Power Flow Unsolvability**, IEEE/PES Summer Meeting- Paper 95 SM 599-1 PWRS, July 1995, Portland, Oregon.

- [49] – G.D. IRISARRI, X. WANG, T. JONG and S. MOKHTARI, **Maximum loadability of power systems using interior point non-linear optimization method**, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 12, nº1, February 1997, pp. 162-172.
- [50] - SOUZA, A. C. Z., **Determinação da Barra Crítica e do Ponto de Colapso pelo Vetor Tangente**, XI Congresso Brasileiro de Automática, vol.3, pp. 1393-1998, São Paulo, Setembro 1996.
- [51] – ANTONIO CARLOS ZAMBRONI DE SOUZA, NUNO HENRIQUE MOURA NUNES BRITO, **Ações de Controle para prevenção de colapso de tensão: Efeitos e Restrições**, XI CBA, São Paulo, Setembro de 1996, vol.3,pags 1393-1998.
- [52] - JARDIM, J. L. A., SILVA NETO, C. A., SOUZA, A. C. Z., ALVES da SILVA, A. P., FALCÃO, D. M., BORGES, C. L. T., TARANTO, G. N., **A New On-Line Dynamic Security Assessment System**, VI Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning, Salvador, 1998.
- [53] – JORGE L. A . JARDIM, **Advances in Power System Transient Stability Assessment Using Transient Energy Functions Methods**, pH. D Thesis, University of London, 1994.

APÊNDICE

A - DECOMPOSIÇÃO DE MATRIZES POR AUTOVALORES

A .1- Subespaços

Um espaço vetorial de dimensão n é formado por qualquer conjunto de n vetores linearmente independentes.

Exemplo: $B = \{(1, 1, 0), (0, -1, 1), (1, 1, 1)\}$ é base para \mathbb{R}^3 .

Um subespaço S do espaço vetorial V é um conjunto de vetores tais que:

- Se a e b estão em S , $a+b \in S$.
- Se $a \in S$ e λ é real, então, $\lambda a \in S$.

Seja $\{a_1, \dots, a_m\}$ um conjunto de vetores em V . Um vetor $a \in V$ é dito como combinação linear de $\{a_1, \dots, a_m\}$ se é possível encontrar elementos $\lambda_1, \dots, \lambda_m$ tal que

$$a = \lambda_1 a_1 + \dots + \lambda_m a_m$$

Então, a seguinte observação é feita:

- Se S é um subespaço de V contendo os vetores $\{a_1, \dots, a_m\}$, então toda combinação linear de $\{a_1, \dots, a_m\}$, pertence a S .

A .2 - Autovalores

Dada uma matriz A , deseja-se achar uma matriz diagonal equivalente λ . A equivalência entre ambas deve ser estabelecida pela multiplicação por um escalar $x \neq 0$, tal que

$$A x = k$$

$$\lambda x = k$$

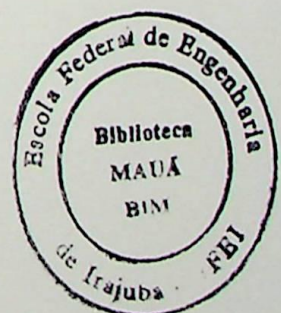
logo,

$$A x = \lambda x.$$

A matriz λ é chamada de matriz de autovalores de A , e x é a matriz de autovetores. Tal conjunto de equações pode ser escrito

$$(A x - \lambda x) = 0$$

ou



$$(A - \lambda I) x = 0$$

onde I é a matriz identidade. Como $x \neq 0$ a solução para o sistema acima é dada por

$$\det (A - \lambda I) x = 0$$

A expressão acima fornece o polinômio característico da matriz A . Os zeros (ou soluções) do polinômio são os autovalores de A . Portanto, se todos os autovalores são distintos, pode-se escrever

$$P(y) = (-1)^n (y - \lambda_1)(y - \lambda_2) \dots (y - \lambda_n)$$

Onde o determinante de A é dado por $\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_n$.

Os autovetores associados a cada λ , isto é, cada coluna de x , definem o espaço vetorial de dimensão C^n , e assim qualquer combinação linear entre as colunas de x está situado sobre C^n .

A.3 - Decomposição de uma matriz

Foi visto que a relação

$$A x = \lambda x$$

Fornece um polinômio característico que permite determinar x .

Onde x é chamado de autovetor à direita da matriz A .

A seguinte relação pode ser também obtida

$$A^T y = \lambda y$$

onde

A^T é a transposta de A , isto é, $a_{ij} = a_{ji}$.

y é o autovetor à esquerda de A .

Portanto temos

$$A x = \lambda x \Rightarrow A = x \lambda x^{-1}$$

$$A^T y = \lambda y \Rightarrow A^T = y \lambda y^{-1}$$

Da Segunda expressão acima obtém-se

$$A = (y^{-1})^T \lambda^T y^T = x \lambda x^{-1}$$

Como $\lambda^T = \lambda$ (matriz diagonal) temos que $y^T = x^{-1}$ ou $x = (y^{-1})^T$ ou $x^T = y^{-1}$. Logo, A pode ser decomposto por

$$A = x \lambda y^T$$

Note que a decomposição torna-se mais fácil se a matriz A for simétrica.

B - DECOMPOSIÇÃO POR VALORES SINGULARES

Na seção anterior menciona que os autovetores de uma matriz são ortonormais. Esta e outras propriedades de álgebra linear são de fundamental importância na aplicação de decomposição de matrizes em sistemas de potência. Algumas outras importantes propriedades são mostradas abaixo:

- Os autovalores de uma matriz Hermitiana, $A = A^H = A^{*T}$ são os mesmos, à direita e esquerda.
- Uma matriz é chamada normal se $A^H A = A A^H$.
- Uma matriz A é normal se existe uma matriz U tal que:

$$U^{-1}AU = U^H AU = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \lambda_n \end{bmatrix}$$

- Uma matriz Hermitiana é positiva definida se e somente se todos $\lambda > 0$.

Como mostrado para autovalores

$$A = U\Lambda V^T = \sum_{i=1}^n u_i \lambda_i v_i^T$$

U e V são unitários, isto é, $UU^T = I$ e $VV^T = I$. Portanto

$$A^T A = (U\Lambda V^T)^T U\Lambda V^T = (V^T)^T \Lambda^T U^T U\Lambda V^T = (V^T)^T \Lambda^T \Lambda V^T$$

onde

$A^T A = D$, matriz diagonal com todos os componentes maiores que zero, com

$$\Lambda_{11} > \Lambda_{22} > \dots > \Lambda_{nn}$$

Similarmente, pode-se obter

$$\begin{aligned} AA^T &= (U\Lambda V^T)(U\Lambda V^T)^T \\ AA^T &= U\Lambda V^T (V^T)^T \Lambda^T U^T \\ AA^T &= U\Lambda \Lambda^T U^T \end{aligned}$$

B.1 - Matriz Simétrica

Para uma matriz simétrica, tem-se

$$\begin{aligned} A = A^T &\Rightarrow AA^T = A^T A \\ AA^T &= U\Lambda^2 U^T = A^T A = V\Lambda^2 V^T \end{aligned}$$

Portanto, para uma matriz simétrica, $U = V$, isto é, os vetores singulares à esquerda e à direita são iguais. Em consequência, os autovalores são iguais aos valores singulares.

Para que a decomposição por autovalores seja válida, os autovetores à esquerda devem ser iguais aos autovetores à direita, como mostrado abaixo

$$Ax = \lambda x$$

$$A^T y = \lambda y$$

Como $A = A^T$, $x = y$. Lembrando que

$$A = x^{-1} \lambda x$$

$$A^T = y^{-1} \lambda y \Rightarrow y^T \lambda^T (y^{-1})^T = x^{-1} \lambda x$$

tem-se que $x^{-1} = y^T$, já mostrado anteriormente. Mas $x = y$, logo

$$x^{-1} = y^T = x^T$$

Portanto, a inversa do autovetor é dada pela sua transposta. Este resultado é de fundamental importância para aplicação em sistemas de potência.