

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**ANÁLISE BIDIMENSIONAL TERMO-FLUIDO
DINÂMICA DE CILINDROS ROTATIVOS COM O
MÉTODO DA FRONTEIRA IMERSA / MODELO
FÍSICO VIRTUAL**

RÔMULO DAMASCLIN CHAVES DOS SANTOS

ORIENTADORA: PROFA. DRA. ANA LÚCIA FERNANDES DE LIMA E SILVA

CO-ORIENTADOR: PROF. DR. SANDRO METREVELLE MARCONDES DE LIMA E SILVA

ITAJUBÁ
2014

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ

INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

RÔMULO DAMASCLIN CHAVES DOS SANTOS

ANÁLISE BIDIMENSIONAL TERMO-FLUIDO DINÂMICA DE CILINDROS ROTATIVOS COM O MÉTODO DA FRONTEIRA IMERSA / MODELO FÍSICO VIRTUAL

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Itajubá, como parte dos requisitos para a obtenção do título de *Mestre em Ciências da Engenharia Mecânica*.

Área de concentração: Dinâmica dos Fluidos e Máquinas de Fluxo.

Orientadora: Profa. Dra. Ana Lúcia Fernandes de Lima e Silva

Co-Orientador: Prof. Dr. Sandro Metrevelle Marcondes de Lima e Silva

ITAJUBÁ

2014

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Mauá
Bibliotecária Jacqueline Rodrigues de Oliveira Balducci- CRB_6/1698

S237a

Santos, Rômulo Damasclín Chaves dos
Análise Bidimensional Termo-Fluido Dinâmica de Cilindros
Rotativos com o Método da Fronteira Imersa / Modelo Físico
Virtual / Rômulo Damasclín Chaves dos Santos. – Itajubá, (MG)
: [s.n.], 2014.
125 p. : il.

Orientador: Prof.^a Dr.^a Ana Lúcia Fernandes de Lima e Silva.
Co-orientador: Prof. Dr. Sandro Metrevelle M. de L. e Lima.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Itajubá.

1. Método da Fronteira Imersa. 2. Modelo Físico Virtual. 3.
Cilindros Rotativos Aquecidos. I. Silva, Ana Lúcia Fernandes de
Lima e, orient. II. Lima, Sandro Metrevelle Marcondes de Lima e,
Co-Orientador. III. Universidade Federal de Itajubá. IV. Título.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ

INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

RÔMULO DAMASCLIN CHAVES DOS SANTOS

**ANÁLISE BIDIMENSIONAL TERMO-FLUIDO DINÂMICA DE CILINDROS ROTATIVOS
COM O MÉTODO DA FRONTEIRA IMERSA / MODELO FÍSICO VIRTUAL**

Dissertação aprovada por banca examinadora em 19 de Setembro de 2014, conferindo o título de *Mestre em Ciências de Engenharia Mecânica*.

Banca Examinadora:

Profa. Dra. Ana Lúcia Fernandes de Lima e Silva
(Orientadora) - UNIFEI

Prof. Dr. Sandro Metrevelle Marcondes de Lima e Silva
(Co-Orientador) – UNIFEI

Prof. Dr. Marcelo José Pirani
UNIFEI

Dr. José Eduardo Santos Oliveira
Instituto SINTEF do Brasil

ITAJUBÁ
2014

AGRADECIMENTOS

Ao meu único SENHOR e SALVADOR, *CRISTO JESUS*, O ETERNO, por seu amor para comigo. A quem devo a minha Vida e Salvação. Obrigado SENHOR por me conceder esta vitória. Que o temor ao Teu Nome nunca se aparte do meu coração. Mas que o SENHOR, encontre em mim um coração humilde, disposto a servi-lo com honra e lealdade. Nunca esquecerei o favor de Tuas Mãos na minha vida. Muito obrigado!

À minha querida Esposa, Diana Guimarães de Oliveira Santos, por seu amor, dedicação, cooperação para comigo. Obrigado por sempre me apoiar em meus sonhos e desejos. Sempre amarei você por toda minha vida.

Ao meu filho, Douglas Damasclin de Oliveira Santos (*Doug*) (*in memorian*), meu primogênito, que representa a minha força segundo as Sagradas Escrituras, sempre amado em nossas doces lembranças. Foi o segundo maior amor e a maior dor de nossas vidas, a sua partida. Um dia nos reencontraremos... Papai e Mamãe te amam muito. Você nunca será esquecido.

Aos meus pais, *Vicência Chaves dos Santos* e *Cícero Feitoza dos Santos* (*in memorian*), que me amaram e me ensinaram a lutar e nunca esmorecer.

À Laís Brasil Santos Guimarães (*vovó Lalá*) (*in memorian*), que sempre sonhou os meus sonhos. Meus sinceros e eternos agradecimentos por tudo que fez por mim em vida. Obrigado *Lalá!*

À minha sogra, Maria das Graças Guimarães de Oliveira, que durante esta longa jornada, me ajudou em todo o tempo em diversas formas. Que DEUS sempre lhe abençoe!

Ao meu sogro, José Airton Teixeira de Oliveira (*in memorian*) que em vida, sempre acreditou na minha persistência em vencer.

Ao meu “Paipóstolo”, Ap. Afif Arão Alves da Costa (*in memoriam*) e sua esposa, Apa. Dayse Cardoso da Costa, que me ensinaram o caminho da Graça, do Perdão e da Salvação em Cristo Jesus. Obrigado por tudo!

Aos Apóstolos em Itajubá - MG, José Ribeiro e Rita Ribeiro, do Ministério Restauração. Obrigado por suas orações, carinho e atenção em nosso favor, nunca esquecerei o favor de suas mãos! Sempre serei grato por tudo.

Aos meus líderes espirituais e amigos, os pastores, Carlos César de Oliveira Braga e Clemilda de Almeida Braga e Braga, e líderes de célula, Cícero Antônio Ferreira Dias (*Citonho*) e sua esposa, Cleilda de Almeida Braga Dias, e seus filhos. Obrigado por suas orações e palavras de ânimo. Deus os recompense nesta vida e no por vir.

Aos nossos amigos, César e Stephanie (de Itajubá) que sempre nos ajudaram e acreditaram que era possível. Vocês são que podemos chamar de grandes amigos! Vocês são aqueles que se guardam do lado esquerdo do peito.

Aos meus irmãos e demais familiares.

À Profa. Ana Lúcia Fernandes de Lima e Silva (*Orientadora*), por sua paciência, atenção e dedicação neste trabalho. Obrigado Professora, nunca esquecerei sua ajuda!

Ao Prof. Sandro Metrevelle (*Co-Orientador*), pelas palavras de ânimo e ajuda nesta dissertação.

Ao amigo Gérman Henrique Niño, pelas palavras de ânimo, pelos “cafezinhos” e muitas vezes por emprestar seu ombro amigo. Obrigado amigo!

Aos Professores: Nelson Manzanares, Ramiro Ramirez e Genésio J. Menon, pela parceria e trocas de ideias em muitos momentos. Vocês me apontaram o “norte”!

A CAPES pelo suporte financeiro.

“Aprender é a única coisa de que a mente nunca se cansa, nunca tem medo e nunca se arrepende”.

Leonardo da Vinci

RESUMO

Há um grande interesse científico, industrial e tecnológico pelo estudo de escoamentos ao redor de corpos que podem estar ou não aquecidos. A análise destes escoamentos e os fenômenos presentes tais como geração e desprendimento de vórtices, transferência de calor e forças exercidas pelo fluido têm sua importância em diferentes áreas da engenharia. Escoamentos sobre plataformas de extração de petróleo, sobre linhas de transmissão de energia, em problemas de interação fluido-estrutura, em meios porosos, em trocadores de calor e sobre geometrias complexas, podendo estas serem móveis, estacionárias ou deformáveis, são alguns exemplos. A compreensão destes fenômenos e o desenvolvimento de métodos numéricos têm sido de grande interesse e despertado para o desenvolvimento de novas metodologias com maior precisão numérica. No presente trabalho foi utilizada a metodologia Fronteira Imersa (MFI) / Modelo Físico Virtual (MFV) para as simulações de escoamentos incompressíveis, bidimensionais sobre cilindros aquecidos e rotativos. O cálculo das forças exercidas sobre o cilindro assim como a imposição indireta do aquecimento do cilindro foram feitos pelo Modelo Físico Virtual que se baseia nas equações de conservação da quantidade de movimento linear e da energia. Um código computacional em linguagem C++ foi empregado para estudar as alterações na dinâmica do escoamento e no campo térmico causado pela imposição de diferentes taxas de rotação do cilindro. Foram realizadas diversas simulações com o intuito de analisar a estabilidade do método bem como obter os parâmetros relevantes ao problema como coeficientes de arrasto, sustentação e pressão, número de Strouhal e Nusselt e os campos de velocidade, pressão, vorticidade e temperatura, fazendo assim, um estudo comparativo dos resultados numéricos obtidos com outros disponíveis na literatura.

Palavras-chave: Método da Fronteira Imersa, Modelo Físico Virtual, Cilindro Rotativos Aquecidos.

ABSTRACT

There have been great scientific, industrial and technological interests in the studies of immersed body flows, which may be heated or not. The analysis of these flows and the existing phenomena such as vortex generation and vortex shedding, heat transfer and the forces exerted by the fluid have their importance in different areas of engineering. Oil rigs, power transmission lines, fluid-structure interaction problems, porous media, heat exchangers and complex moving, fixed or deformable geometries are some examples. The understanding of these phenomena has incited the development of new more precise numerical methodologies. The Immersed Boundary Method/Virtual Physical Model (IBM/VPM) was used in this work for the simulations of incompressible 2D flows over heated and rotating cylinders. The calculation of the forces exerted over the cylinders, as well as the indirect heating of the cylinders were carried out by the Virtual Physical Method based on the conservation of momentum and energy equations. A computational code in C++ language was used to study the alterations on the flow dynamics and on the thermal fields caused by the different rotation rates of the cylinder. Several simulations were carried out in order to analyze the stability of the method and to obtain the relevant parameters concerning the study of the problem such as the drag, lift and pressure coefficients, Nusselt and Strouhal numbers and the velocity, pressure, vorticity and temperature fields. A comparison study was done between the numerical results obtained with those from literature.

Keywords: Immersed Boundary Method, Virtual Physical Model, Heated Rotating Cylinder.

LISTA DE FIGURAS E TABELAS

Fig.1.1	Representação para uma geometria curva de uma malha adaptativa (a) e das malhas Eulerianas e Lagrangianas do Método da Fronteira Imersa (b).	20
Fig.1.2	Cilindro em rotação imerso em um campo de escoamento.	21
Fig.1.3	Isolinhas de vorticidade de um escoamento em torno de um cilindro. Caso estacionário (a) e um cilindro em movimento de rotação (b).	22
Fig.1.4	Perfis de velocidade a montante e a jusante de um cilindro circular em movimento rotativo.	23
Fig.1.5	Características do escoamento na camada limite de um cilindro circular em movimento rotativo	24
Fig.1.6	Regimes de escoamento para cilindros rotativos.	25
Fig.1.7	Cilindro em rotação horária imersa em um escoamento bidimensional com corrente uniforme.	26
Fig.1.8	Escoamento em torno do cilindro em rotação, com diâmetro igual a 6 mm, $Re = 115$ e α variável.	27
Fig.1.9	Escoamento em torno do cilindro com rotação, com diâmetro igual a 6 mm, $\alpha = 2$, para diferentes valores de Re .	28
Fig.1.10	Esquema ilustrativo da projeção da velocidade tangencial (a), vetores normal e tangencial (b).	30
Fig.2.1	Representação bidimensional da malha fixa em todo o domínio (Euleriano) e malha superficial (Lagrangiana) em uma interface arbitrária.	33
Fig.2.2	Esteira Oscilante de Von Kármán ($Re = 140$).	42
Fig.2.3	Navio Calypso, embarcação que utiliza cilindros rotativos para propulsão. Para tirar vantagem do efeito Magnus, utilizam-se velas-rotor que são alimentadas por um motor.	49
Fig.3.1	Representação ilustrativa das malhas Eulerianas (para o domínio) e Lagrangiana (para a interface) para um corpo imerso com a geometria arbitrária. ΔS é a distância entre os pontos Lagrangianos.	59

Fig.3.2	Função Distribuição/Interpolação tipo Gaussiana proposta por Peskin e McQueen (1994).	61
Fig. 3.3	Volume de controle localizado sobre uma partícula de fluido Lagrangiana.	62
Fig. 3.4	Pontos utilizados no esquema de interpolação das velocidades.	65
Fig. 3.5	Esquema ilustrativo do procedimento de interpolação da velocidade no ponto 3: (a) para a componente u e (b) para a componente v .	66
Fig.3.6	Esquema ilustrativo do procedimento de interpolação para a pressão e temperatura (θ).	67
Fig.3.7	Representação esquemática dos vetores normais sobre um ponto Lagrangiano (a) e representação do comprimento de arco e dos ângulos de dois pontos consecutivos (b).	74
Fig.3.8	Ilustração dos cinco pontos utilizados para o cálculo da normal \vec{n} e comprimento do arco ΔS no ponto 2.	76
Fig.4.1	Esquema geral do Método do Passo Fracionado: somente após a solução da equação de Poisson é que são obtidos os campos finais de velocidade e pressão.	81
Fig.4.2	Esquema ilustrativo de um volume de controle em uma malha deslocada.	82
Fig.4.3	Esquema ilustrativo de duas células da malha cartesiana não uniforme utilizada.	83
Fig.4.4	Localização dos sub-índices da Eq. (4.21).	85
Fig. 4.5	Função indicadora para um cilindro circular.	90
Fig.5.1	Esquema ilustrativo das dimensões do domínio de cálculo.	93
Fig.5.2	Esquema ilustrativo da malha não uniforme com as dimensões do domínio.	93
Fig.5.3	Esquema ilustrativo para a variação do ângulo (θ) sobre o cilindro.	95
Fig.5.4	Campos de vorticidade para $Re = 100$. A coluna da esquerda (a) representa o cilindro estacionário para $\alpha = 0$. Coluna da direita (b) apresenta o cilindro rotativo para $\alpha = -1,5$.	97

Fig.5.5	Campos de vorticidade para $Re = 200$. A coluna da esquerda (a) representa o cilindro estacionário para $\alpha = 0$. Coluna da direita (b) apresenta o cilindro rotativo para $\alpha = 1,5$.	97
Fig.5.6	Comparação qualitativa entre o resultado experimental de Carvalho (2003), coluna da esquerda e os resultados numéricos do presente trabalho, coluna da direita para $Re = 115$ e diferentes rotações específicas. (a) e (b) $\alpha = 0,83$; (c) e (d) $\alpha = 1,56$; (e) e (f) $\alpha = 1,88$; (g) e (h) $\alpha = 2,02$; (i) e (j) $\alpha = 2,27$; (k) e (l) $\alpha = 2,9$.	98
Fig.5.7	Isolinhas de temperatura (coluna da esquerda) e linhas de corrente (coluna da direita) para $Re = 47$, com diferentes valores de α .	99
Fig.5.8	Isolinhas de temperatura (coluna da esquerda) e linhas de corrente (coluna da direita) para $Re = 200$, com diferentes valores de α .	100
Fig.5.9	Isolinhas de temperatura (coluna da esquerda) e linhas de corrente (coluna da direita) para $Re = 250$, com diferentes valores de α .	100
Fig.5.10	Evolução temporal do coeficiente de arrasto para (a) $Re = 47$, (b) $Re = 80$, (c) $Re = 100$, (d) $Re = 115$, (e) $Re = 200$ e (f) $Re = 250$, para diferentes valores de α .	103
Fig.5.11	Evolução temporal do coeficiente de sustentação para (a) $Re = 47$, (b) $Re = 80$, (c) $Re = 100$, (d) $Re = 115$, (e) $Re = 200$ e (f) $Re = 250$, para diferentes valores de α .	104
Fig.5.12	Número de Nusselt em torno do cilindro para diferentes Re e diferentes α , (a) $Re = 47$, (b) $Re = 80$, (c) $Re = 100$, (d) $Re = 115$, (e) $Re = 200$ e (f) $Re = 250$.	105
Fig.5.13	Comparação entre diagramas de fases $C_l \times C_d$ para (a) $Re = 100$ e (b) $Re = 250$.	106
Fig.5.14	Distribuições locais do coeficiente de pressão sobre a superfície do cilindro para diferentes α . (a) $Re = 47$, (b) $Re = 100$ e (c) $Re = 250$.	107
Fig.5.15	Distribuições locais para o coeficiente de pressão sobre a superfície do cilindro para $Re = 200$ e $0 \leq \alpha \leq 2,0$ (a), presente trabalho. Distribuições sobre a superfície do cilindro para $Re = 100$ e $0 \leq \alpha \leq 2,5$, em comparação com os resultados da teoria potencial para $\alpha = 0$ e $\alpha = 1,0$.	108
Fig.5.16	Comparação da distribuição do número de Nusselt local sobre a superfície do cilindro para diferentes valores de α , para um instante de tempo no final da simulação. (a) $Re = 47$, (b) $Re = 80$, (c) $Re = 200$ e (d) $Re = 250$.	110

Fig.5.17	Cilindro circular: espectro de potência para $Re = 100$ com $\alpha = 0$.	111
Fig.5.18	Variação do número de Strouhal e de Reynolds para diferentes valores de α .	112
Fig.5.19	Variação do número de Nusselt em função de Reynolds para diferentes valores de α .	112
Fig.5.20	Coeficiente de arrasto em função da rotação específica e do número de Reynolds.	113
Fig.5.21	Coeficiente de sustentação em função de diferentes valores de α (a) presente trabalho, (b) Kang et al. (1999) e de Reynolds (c) presente trabalho.	114
Tabela 5.1	Simulações numéricas para os diferentes valores de Re e diferentes valores de α .	96
Tabela 5.2	Comparação entre os valores médios dos coeficientes de arrasto para $Re = 80$, $Re = 100$ e $Re = 200$.	101
Tabela 5.3	Comparação entre resultados para o número de Reynolds e Nusselt médio, para $\alpha = 0$.	102
Tabela 5.4	Valores máximos e mínimos de C_p para $\alpha = 1,5$.	109

LISTA DE SIGLAS E SÍMBOLOS

CFD – Computational Fluid Dynamics
MFI – Método da Fronteira Imersa
MFV – Modelo Físico Virtual
SIMPLEC – Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations
RANS – Reynolds Averaged Navier-Stokes
LES – Large-Eddy Simulation
CDS – Central Differencing Scheme
MSIP – Modified Strongly Implicit Procedure
TRF – Transformada Rápida de Fourier
IBM-VPM – Immersed Boundary Method- Virtual Physical Model

Letras Latinas

C_d Coeficiente de arrasto
 C_ℓ Coeficiente de sustentação
 C_p Coeficiente de pressão
 d Diâmetro da interface
 D Função distribuição
 F_d Força de arrasto
 F_ℓ Força de sustentação
 \vec{f}_a Vetor força de aceleração
 \vec{f}_i Vetor força inercial
 \vec{f}_p Vetor força de pressão
 \vec{f}_v Vetor força viscosa
 \vec{f} Vetor força interfacial Lagrangiana
 \vec{F} Vetor força Euleriana
 G Gradiente da função indicadora
 Gr Número de Grashof
 h Passo espacial da malha Euleriana e função de base de Lagrange
 I Função indicadora

n	Grau do polinômio de Lagrange
Nu	Número de Nusselt
\vec{n}	Vetor normal
p	Pressão e parâmetro da equação paramétrica
Pr	Número de Prandtl
Q	Fonte de energia
R	Raio de curvatura
Ra	Número de Rayleigh
Re	Número de Reynolds
Ri	Número de Richardson
St	Número de Strouhal
T, t	Tempo adimensional e tempo físico
\vec{t}	Vetor tangencial
u	Velocidade na direção x
U_∞	Velocidade de corrente livre
v	Velocidade na direção y
V_T	Velocidade tangencial
\vec{V}	Vetor velocidade
\vec{V}_k	Vetor velocidade Lagrangiana
x	Coordenada cartesiana
\vec{x}	Vetor posição
\vec{x}_k	Vetor posição Lagrangiana
y	Coordenada cartesiana

Letras Gregas

ρ	Densidade
μ	Viscosidade
θ	Temperatura adimensional
θ_k	Temperatura adimensional da interface imersa
θ_{fk}	Temperatura adimensional do fluido na posição da interface
θ_c	Temperatura adimensional constante do cilindro
θ_f	Temperatura adimensional constante do fluido
α	Rotação específica do cilindro

- ω Velocidade angular do cilindro
 Ω Domínio Euleriano
 Γ Malha Lagrangiana
 ΔS Distância entre dois pontos Lagrangianos consecutivos

Índices

- i, j Pontos da malha Euleriana
 k Ponto da malha Lagrangiana
 f_k Variável do fluido na posição da interface

Operadores Matemáticos

- ∇ Operador vetorial nabla
 ∇^2 Operador Laplaciano
 ∂ Derivada parcial
 Δ Diferença finita

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	18
1.1 Introdução ao escoamento sobre corpos imersos	18
1.2 Escoamento sobre cilindros rotativos	20
1.3 Os efeitos do aquecimento do cilindro	28
1.4 O presente trabalho	30
CAPÍTULO 2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	32
2.1 Introdução	32
2.2 Metodologia Fronteira Imersa	33
2.3 Escoamentos com a presença de cilindros circulares	43
2.4 Escoamentos com a presença de cilindros circulares rotativos	48
2.5 Escoamentos com a presença de cilindros rotativos aquecidos	53
CAPÍTULO 3 – FUNDAMENTOS TEÓRICOS.....	57
3.1 Introdução à Metodologia Fronteira Imersa	57
3.2 Formulação para o Fluido.....	58
3.3 Formulações para a Interface Fluido-Sólido – O Modelo Físico Virtual	62
3.4 A Função Indicadora	63
3.4.1 Cálculo da velocidade, pressão e temperatura.....	65
3.5 Parâmetros adimensionais	70
3.6 Parâmetros geométricos para um cilindro circular imerso	73
CAPÍTULO 4 – MÉTODO NUMÉRICO	77
4.1 Introdução.....	77
4.2 Método do Passo Fracionado.....	79
4.3 Discretização das equações de conservação	82
4.3.1 Equação da correção da pressão	83
4.3.2 Equações de Navier-Stokes	86
4.3.3 Discretização da Equação da Energia.....	88
4.3.4 Discretização da função indicadora.....	90

CAPÍTULO 5 – RESULTADOS	92
5.1 Introdução: O domínio de cálculo e as condições de contorno	92
5.2 Visualização dos campos do escoamento.....	96
5.3 Resultados dos coeficientes de arrasto, sustentação, pressão, números de Strouhal e Nusselt	101
5.3.1 Evolução temporal dos coeficientes e dos números adimensionais	103
5.3.2 Distribuições locais sobre a superfície do cilindro – Coeficiente de pressão (C_p) e o número de Nusselt em função de θ (teta).....	107
5.3.3 Variações em função da rotação específica (α) e do número de Reynolds (Re).....	111
CAPÍTULO 6 – CONCLUSÕES	115
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	118

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

1.1 – Introdução ao escoamento sobre corpos imersos

Pode-se conceituar um fluido como sendo a matéria que se deforma de forma contínua sobre a aplicação de uma tensão de cisalhamento, não importando o quão pequena ela possa ser. Os fluidos estão presentes em diversas aplicações na natureza ou em processos industriais, sejam isolados, como misturas de diferentes fluidos e/ou em contato com superfícies sólidas. Desta forma, a compreensão da dinâmica dos fluidos em cada aplicação é um objeto de estudo de grande importância.

Grande parte das pesquisas em dinâmica dos fluidos envolve escoamentos com a presença de geometrias complexas. Alguns exemplos são as aplicações em aerodinâmica, bioengenharia, máquinas hidráulicas, meios porosos dentre outros. Anterior ao surgimento dos computadores, os custos relacionados aos experimentos ficavam limitados aos túneis de vento e demais pesquisas de campo. Após o surgimento dos computadores e à alta capacidade de processamento e armazenamento de dados, voltados à resolução de grandes cálculos e análises numéricas, os custos relacionados a esses estudos tornaram-se menores e os experimentos numéricos mais viáveis e confiáveis. Mas apesar do inegável avanço da ciência matemática ainda não é possível obter a solução analítica de equações diferenciais não lineares, a não ser que se faça um estudo para determinados casos particulares simplificados. Assim, propostas de análises de situações reais em escoamentos de fluidos, fora do campo

puramente experimental, ainda esbarram em necessidades técnicas mais sofisticadas e na utilização de poderosos recursos computacionais.

Matemáticos, Físicos, Engenheiros e demais pesquisadores, estão sempre desenvolvendo novas técnicas de simulação numérica, permitindo que os resultados numéricos estejam cada vez mais próximos dos resultados obtidos experimentalmente. Desta forma a Dinâmica dos Fluidos Computacional (em inglês, CFD – Computational Fluid Dynamics), utiliza métodos e técnicas numéricas cada vez mais confiáveis aliados à obtenção de resultados mais precisos. Sabe-se que o tratamento envolvendo geometrias complexas ainda é um grande desafio em CFD. Quando as fronteiras são móveis, a sua movimentação perturba a dinâmica do escoamento e vice-versa, tornando o problema ainda mais complexo.

Em métodos baseados em malhas numéricas, a escolha apropriada da malha depende do tipo de problema a ser estudado. Dessa forma um algoritmo desenvolvido, por exemplo, para lidar com malhas curvilíneas, não é capaz de lidar com malhas ortogonais. Algumas técnicas empregam malhas que se ajustam à topologia do domínio, por exemplo, acompanhando uma superfície ou um corpo a ser estudado, e estas são as chamadas malhas adaptativas (em inglês, Body-Fitted Mesh).

Muitos problemas práticos de interesse industrial estão relacionados à presença de geometrias complexas. A representação computacional de uma geometria complexa quando feita com o auxílio de malhas não estruturadas, pode resultar em uma formulação discretizada complicada, mas que não penalizam excessivamente o custo computacional de uma solução numérica. A malha deve se ajustar da melhor forma ao objeto de estudo e ao domínio. A sua geração nem sempre é trivial e podem ocorrer erros entre seus nós elementares. No caso da discretização em blocos, o acoplamento entre os diversos domínios, se mal construído, pode também gerar inconsistências físicas.

Além da complexidade geométrica outra dificuldade surge nos problemas envolvendo corpos móveis e/ou deformáveis. Existem na literatura algumas propostas para estudar essa classe de problemas, mas nenhuma delas é definitiva. Existem metodologias baseadas no uso de malhas adaptativas para descrever tais geometrias e utilizam técnicas de remalhagem nos casos de corpos móveis e/ou deformáveis. Outras propostas são baseadas no conceito de Fronteira Imersa. Esta última apresenta algumas vantagens, como por exemplo, a possibilidade de simular geometrias complexas em malhas ortogonais fixas não havendo necessidade de remalhagem do domínio.

A Figura 1.1 ilustra uma malha adaptativa e as malhas Euleriana e Lagrangiana empregadas no Método da Fronteira Imersa (MFI). Verifica-se que na Fig. 1.1 (a) a malha se adapta (ou se acopla) à geometria, enquanto no MFI, a malha Lagrangiana descreve a superfície da fronteira imersa, conforme Fig. 1.1 (b).

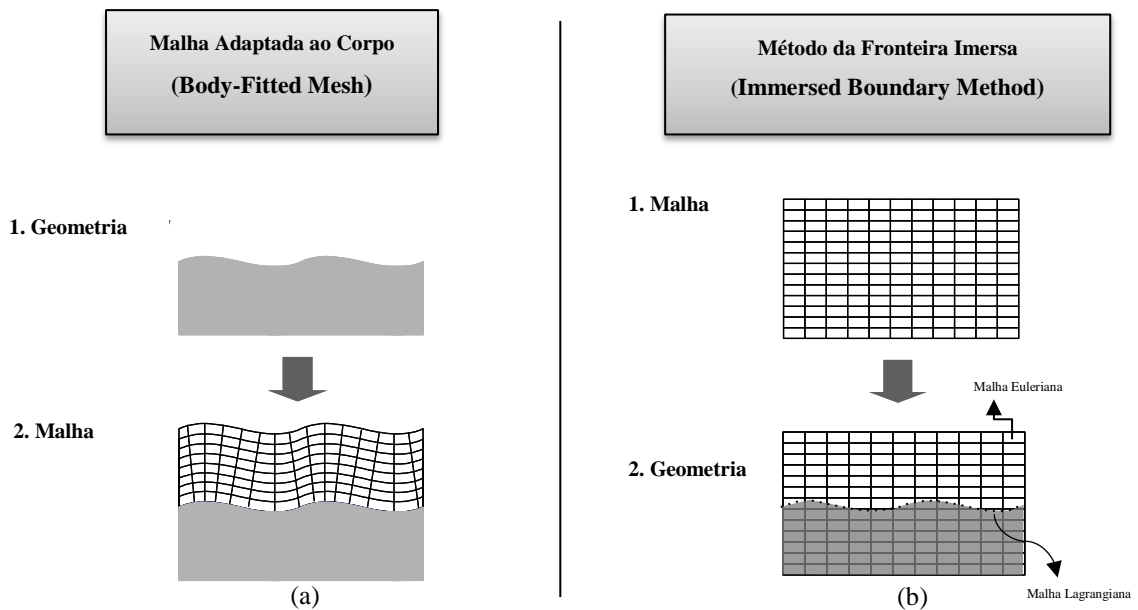


Figura 1.1 - Representação para uma geometria curva de uma malha adaptativa (a) e representação das malhas Eulerianas e Lagrangianas do Método da Fronteira Imersa (b).

Nos estudos envolvendo geometrias complexas imersas no escoamento é comum utilizar previamente uma geometria mais simples. Isto é usual para a validação/melhoria de metodologias ou para um melhor entendimento da dinâmica do escoamento.

1.2 – Escoamento sobre cilindros rotativos

Para os escoamentos externos a um cilindro ou a uma esfera é apresentado na literatura uma ampla quantidade de resultados o que contribui para a comparação com os resultados obtidos, sendo este, portanto, um problema clássico da Mecânica dos Fluidos. Quando um cilindro rotaciona o escoamento se torna assimétrico influenciando nas

distribuições de pressão, velocidade e no ponto de separação da camada-limite. A esteira formada a jusante do corpo se inclina fazendo com que a trajetória do corpo seja alterada, caso este não esteja fixo. Este fenômeno denominado *Efeito Magnus* afeta as condições de sustentação do corpo, podendo deslocar a camada-limite total ou parcialmente, alterando completamente as características do escoamento.

O escoamento em torno de cilindros rotativos apresenta um comportamento dinâmico bastante diferente daquele observado em torno de cilindros estacionários. Como ilustrado na Fig. 1.2, de um lado (fluxo concorrente), as velocidades da parede do corpo e do escoamento possuem, ambas, o mesmo sentido, enquanto que, do lado oposto (fluxo contracorrente), o escoamento e a parede do cilindro movimentam-se em sentidos contrários.

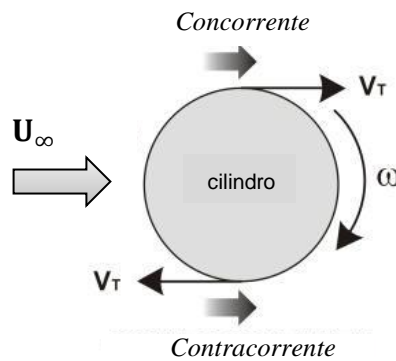


Figura 1.2 – Cilindro em rotação imerso em um campo de escoamento

O movimento da parede pode inibir, total ou parcialmente, a separação da camada limite em um dos lados do corpo, deslocando a esteira em relação à linha de centro geométrica do sistema, conforme a Fig. 1.3. Nessas circunstâncias, para o estudo do escoamento em torno de cilindro circular rotativo, os parâmetros adimensionais como o número de Reynolds e a rotação específica do corpo (α), que é a relação entre a velocidade tangencial periférica do cilindro e a velocidade da corrente livre U_∞ , são dados respectivamente conforme as expressões (1.1) e (1.2) a seguir:

$$\alpha = \frac{\omega \cdot R}{U_\infty} \quad (1.1)$$

no qual ω é a velocidade angular do cilindro.

$$Re = \frac{\rho U_{\infty} D}{\mu} \quad (1.2)$$

O número de Reynolds é baseado frequentemente na velocidade da corrente livre e no diâmetro cilindro representado por D e μ é a viscosidade dinâmica ou absoluta do fluido, que representa a relação entre a força inercial e a força viscosa. Os itens (a) e (b) da Fig. 1.3 ilustram o movimento da esteira a jusante do cilindro, percebe-se o efeito assimétrico na esteira produzido pela rotação do cilindro.

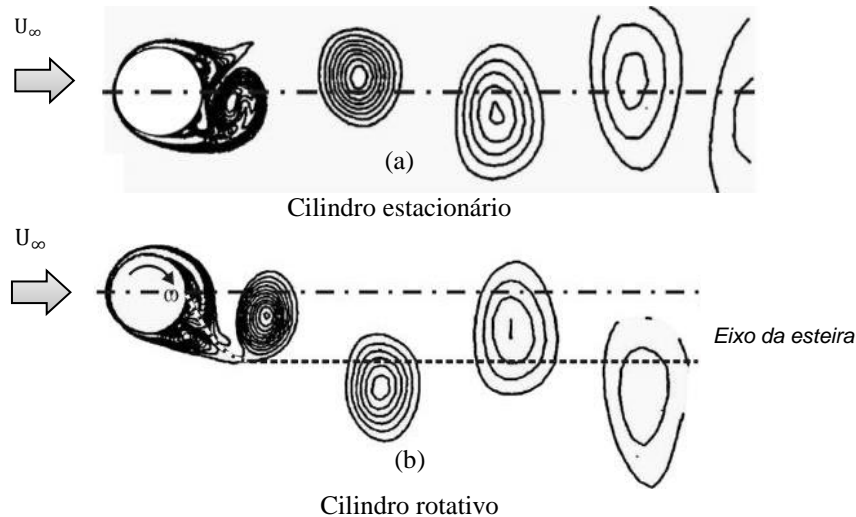


Figura 1.3 – Isolinhas de vorticidade de um escoamento em torno de um cilindro. Caso estacionário (a) e um cilindro em movimento de rotação (b), Carvalho (2003).

Em outras palavras, ao contornar o corpo sólido, o escoamento é fortemente afetado pela rotação imposta ao cilindro, a qual, de um lado acelera o fluido na região parietal (fluxo concorrente) e, do outro, exerce um efeito que se opõe ao seu movimento (fluxo contracorrente).

De acordo com o trabalho de Aldoss e Abou-Arab (1990), na Fig. 1.4 mostra-se o efeito da rotação sobre o perfil de velocidade média, a montante e a jusante do cilindro, para diferentes posições longitudinais. Nota-se que a rotação do corpo acelera o escoamento na

parte superior do cilindro, onde u (velocidade local do fluido) e V_T possuem o mesmo sentido (escoamento concorrente), enquanto uma desaceleração ocorre na parte inferior, onde u e V_T possuem sentidos contrários (região contracorrente). Pode-se observar pelos perfis de velocidade, que o escoamento a montante do cilindro é pouco afetado pelo movimento de rotação do corpo cilíndrico. Entretanto, o tamanho e o comprimento da esteira atrás do cilindro são altamente afetados pela rotação. A rotação diminui o tamanho da esteira por meio do efeito de bombeamento. O fluido que se encontra na parte frontal do cilindro é bombeado e preenche a parte superior da esteira localizada atrás do cilindro. Esse bombeamento também resulta no preenchimento total da esteira, ocasionando em uma esteira menor. Em contrapartida, apenas um leve efeito da rotação é observado no escoamento a montante do cilindro. Este pequeno efeito é causado pelo fluxo que é succionado da parte inferior a montante do cilindro para direção oposta ao fluxo principal.

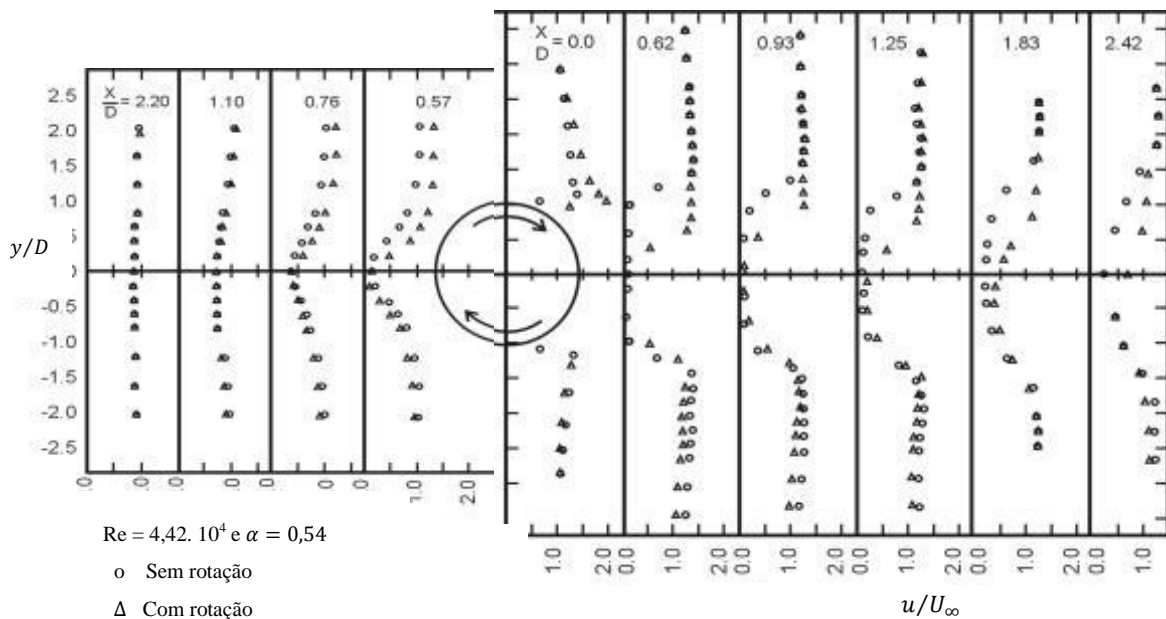


Figura 1.4 – Perfis de velocidade a montante e a jusante de um cilindro em rotação,

(Aldoss e Abou-Arab, 1990).

Como consequência, os pontos de estagnação e de deslocamento são diferentes para superfícies móveis e estacionárias. Na Figura 1.5 são mostradas algumas características dos perfis de velocidade da camada-limite de um cilindro em rotação. O ponto de estagnação é definido como aquele onde a velocidade local do fluido é nula ($u = 0$). No ponto 2, a velocidade da corrente livre U_∞ tem mesmo sentido da velocidade tangencial do cilindro

(V_T). Esse ponto é descrito na literatura como a origem da camada-limite, segundo Swanson (1961). Adiante na região concorrente, no ponto 3, o perfil de velocidades encontra um gradiente de pressão favorável. Nessa posição, a tensão de cisalhamento é positiva e a velocidade do fluido local é maior que a velocidade tangencial (V_T). Avançando ainda mais na região concorrente, observa-se que o escoamento na parede do cilindro começa a desacelerar, em razão do gradiente de pressão adverso. O escoamento continua se desacelerando na parede do cilindro e a tensão de cisalhamento, τ , iguala-se a zero no ponto 4, identificado pelos autores como ponto de separação. Entretanto, a separação ocorre no ponto 5 e não no ponto 4 da Fig. 5. Avançando ainda mais na região concorrente, observa-se um escoamento com o perfil de velocidade caracterizado por um fluxo reverso, ponto 6.

Para a região de escoamento contracorrente, observam-se também diferentes comportamentos do escoamento. Os pontos 7, 8 e 9 da Fig. 1.5 indicam que sempre existirá fluxo reverso, em todos os pontos da região contracorrente, existindo, contudo, uma posição onde o valor absoluto da tensão de cisalhamento na parede se torna nulo, aqui, representado pelo perfil no ponto 8. Essa posição é considerada o ponto de separação da região contracorrente e, segundo Diaz *et al.* (1985) e Aldoss e Abou-Arab (1990) isso é caracterizado por um aumento repentino na flutuação da velocidade do escoamento.

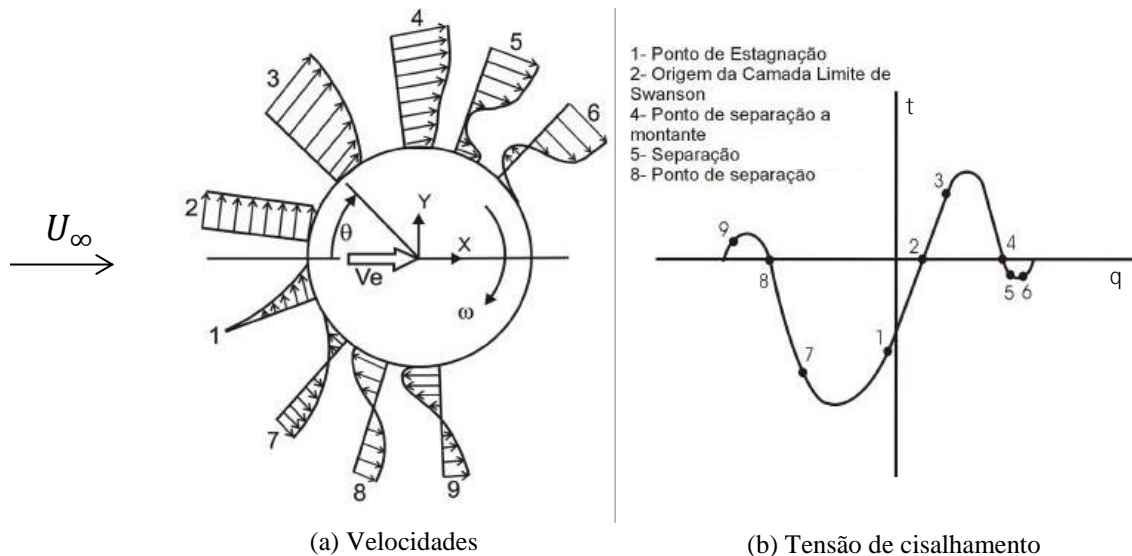


Figura 1.5 – Características do escoamento na camada limite de um cilindro circular em movimento rotativo, (Aldoss e Abou-Arab, 1990).

Aumentando a rotação específica, intensifica-se o bombeamento de fluido da região concorrente para a contracorrente, diminuindo a vorticidade e influenciando o processo de geração e desprendimento de vórtices. Essa queda de vorticidade progride com o aumento de α , e se estende até que a emissão periódica de vórtices seja completamente suprimida.

Para efeito de análise, na Fig. 1.6 é apresentada a variação de α em função do Re , referente a um experimento numérico realizado por Carvalho (2003), onde para um intervalo de $0 < Re < 1.000$, foi possível estabelecer regimes de escoamento na esteira de cilindros rotativos. A região mais escura representa a zona de transição do escoamento, dentro da qual a configuração da esteira passa de periódica, com a emissão de vórtices permanente e sem emissão de vórtices. Como se observa, a supressão dos vórtices na esteira depende fortemente do parâmetro α , para valores de Reynolds menores que 100. Para Reynolds superiores ou inferiores a este, esta dependência diminui sensivelmente, permanecendo na faixa de 1,9 a 2,2.

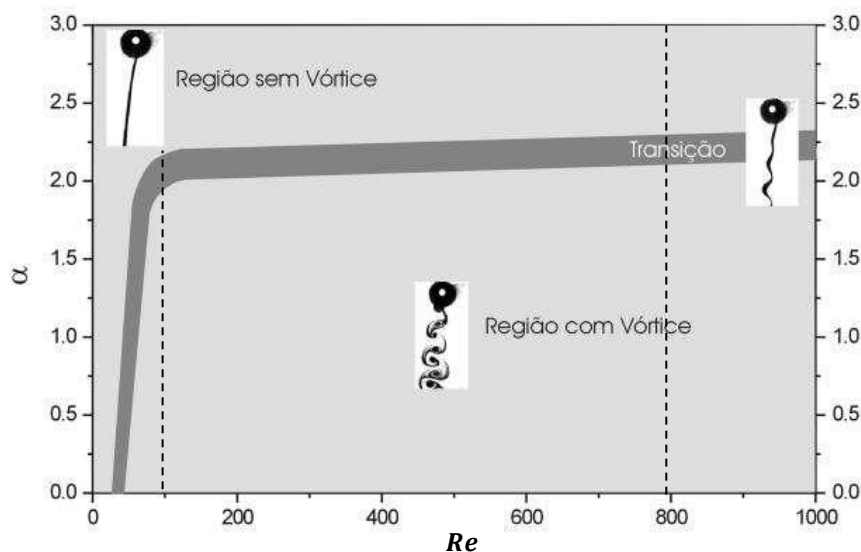


Figura 1.6 - Regimes de escoamento para cilindros rotativos, Carvalho (2003).

Para uma melhor compreensão, à medida que o cilindro gira, o escoamento é acelerado em um lado e desacelerado em outro. Esta causa pode ser atribuída aos efeitos viscosos inseridos pelo cilindro sobre o escoamento. Neste caso, a pressão no lado acelerado torna-se menor que a pressão no lado desacelerado, resultando em uma força de sustentação F_ρ , transversal ao escoamento. A mudança nas linhas de corrente do escoamento quando o cilindro rotaciona é mostrado na Fig.1.7.

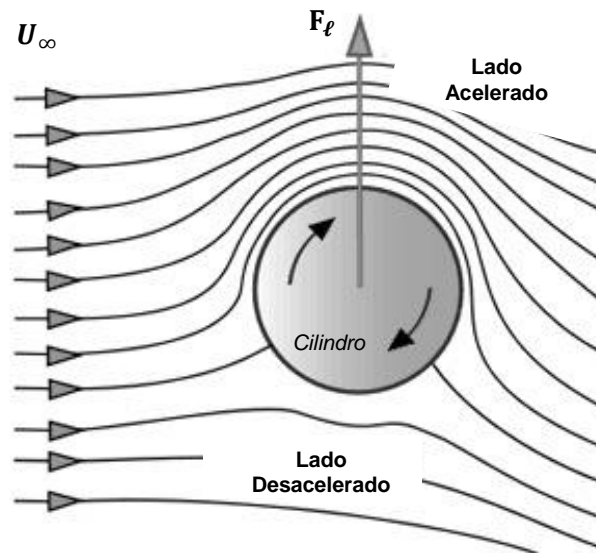


Figura 1.7: Cilindro em rotação horária imerso em um escoamento bidimensional com corrente uniforme.

Pesquisas relacionadas ao controle de vórtices, que surgem ao longo da esteira a jusante ao cilindro, têm sido objeto de estudo contínuo. Forças induzidas pelos vórtices podem causar, por exemplo, vibrações em estruturas, problemas de acústica dentre outros, podendo com isso desencadear problemas de ordem estrutural. O movimento rotativo de um corpo imerso pode suprimir os vórtices de forma parcial ou total, de modo que a separação da esteira em um dos lados do corpo fique deslocada em relação ao eixo de simetria vertical. Na Figura 1.8, apresentam-se imagens de um estudo experimental realizado por Carvalho (2003), envolvendo o escoamento em torno de um cilindro rotativo, para Reynolds igual a 115, e diferentes valores de α . Pode-se identificar que um aumento na velocidade de rotação inibiu completamente a emissão de vórtices.

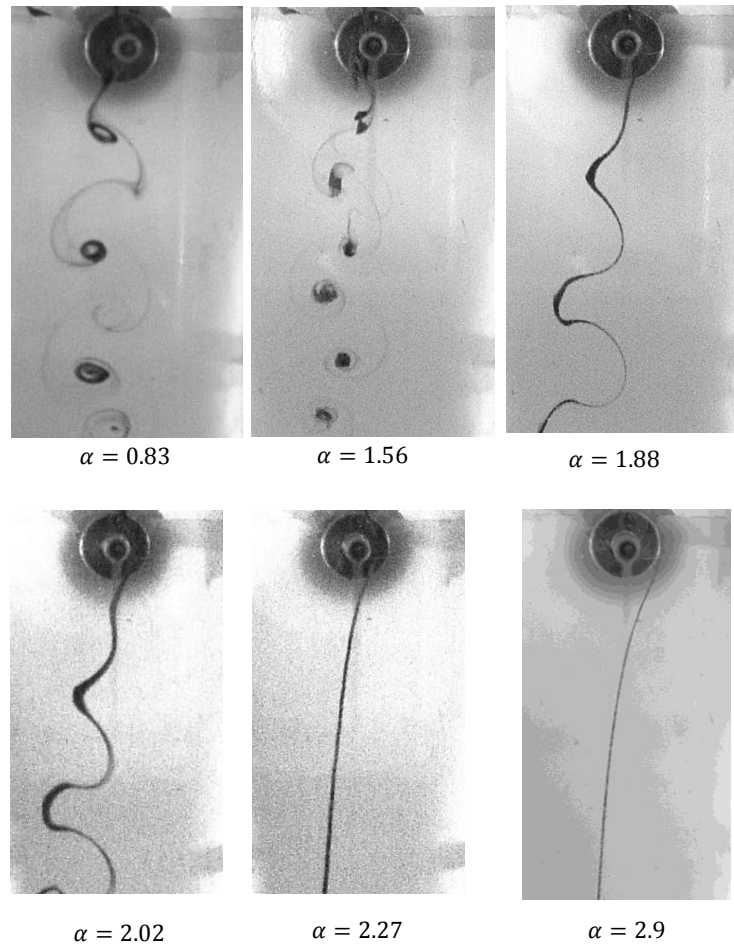


Figura 1.8 - Escoamento em torno de cilindro em rotação, com diâmetro igual a 6 mm, $Re = 115$ e α variável, Carvalho (2003).

O escoamento em torno do mesmo cilindro, para o α igual a 2, e diferentes valores para o número de Reynolds é mostrada na Fig. 1.9. Na Figura 1.9 (a) é mostrada a completa ausência de vórtices, apenas exibindo uma leve instabilidade. Já com o aumento do número de Reynolds, na Fig. 1.9 (b), observa-se a geração de vórtices em regime incipiente. Com um aumento subsequente do número de Reynolds, conforme Fig. 1.9 (c) observa-se claramente a presença de vórtices alternados na esteira do fluxo.

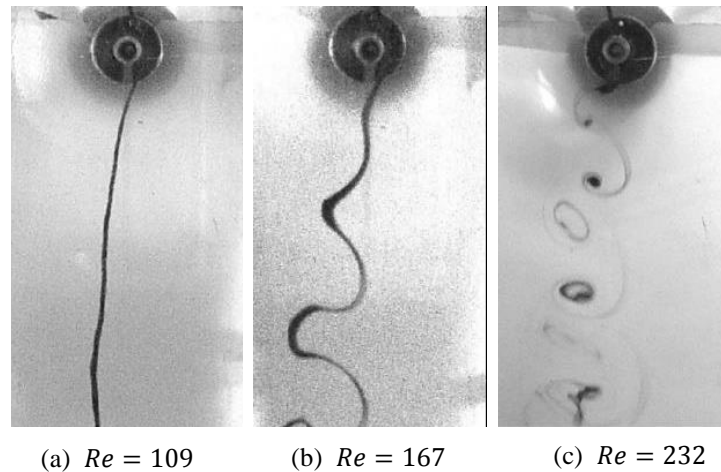


Figura 1.9 - Escoamento em torno de cilindro com rotação, com diâmetro igual a 6 mm, $\alpha = 2$ para diferentes valores de Re , Carvalho (2003).

Em síntese do experimento, os padrões do escoamento em torno de um cilindro rotativo dependem do número de Reynolds (Re) e do parâmetro (α). Com o aumento da rotação específica (α), os vórtices desaparecem para um número de Reynolds constante, conforme Fig. 1.8. Agora com o aumento do número de Reynolds, conforme a Fig. 1.9, pode-se observar uma alteração no regime do escoamento, para um mesmo valor de (α).

1.3 – Os efeitos do aquecimento do cilindro

Com relação ao escoamento em torno de corpos rombudos com ou sem rotação, apresentando transferência de calor por convecção natural, forçada ou mista, sabe-se que há um grande interesse por parte da indústria pelo desenvolvimento de modelos e métodos numéricos no processo de compreensão das características da transferência de calor para diversos tipos de escoamentos. Esse fenômeno de transferência de calor apresentado em

diversos tipos de escoamentos pode ocorrer em um meio externo ou em meio confinado. É necessário o conhecimento prévio de algumas definições relacionadas aos números adimensionais de Nusselt, Prandtl, Grashof e Péclet. Estes utilizados em problemas que envolvem transferência de calor.

O número de Nusselt (Nu) é uma grandeza bastante utilizada para a determinação do coeficiente de transferência de calor por convecção. O Nu está em função de outros números adimensionais, sendo eles o número de Reynolds (Re) e Prandtl (Pr). Este último relaciona a viscosidade cinética com a difusividade térmica. Quando o Pr é pequeno, significa que o calor difunde-se muito facilmente comparado à velocidade (momento). O número de Grashof (Gr) fornece a relação entre a sustentação de um fluido em relação à viscosidade. E ainda outro adimensional importante é o número de Péclet (Pe) sendo definido como a razão da taxa de advecção de uma grandeza física pelo fluxo difusão da mesma grandeza por um gradiente apropriado. Em transferência de calor, o número de Péclet é equivalente ao produto de Reynolds pelo número de Prandtl.

Neste trabalho o interesse é analisar o processo de transferência de calor em um cilindro aquecido, seus efeitos durante o movimento rotativo, considerar os coeficientes de arrasto, sustentação, pressão e os números adimensionais de Strouhal e Nusselt. Para isto, foi utilizado como ferramenta de análise e simulação numérica o Método da Fronteira Imersa com o Modelo Físico Virtual (MFI/MFV), sendo estes aplicados para resolver o problema de transferência de calor em cilindros estacionários e rotativos com convecção forçada para diferentes números de Reynolds e diferentes valores da rotação específica - (α), comparando os resultados numéricos obtidos com resultados experimentais disponíveis na literatura.

Há uma grande variedade de estudos numéricos que pode ser encontrados na literatura envolvendo problemas termo-fluidos para um único cilindro. Alguns trabalhos são baseados em metodologias clássicas que tem o objetivo de gerar dados e compreender a dinâmica do escoamento. Outros autores propuseram novas metodologias numéricas com o objetivo de otimizar a qualidade dos resultados, resultando em uma melhora significativa na eficiência da obtenção de resultados. Trabalhos como de Oliveira (2006), Zhang *et al.* (2008), Silva (2008), Ren *et al.* (2013) e outros em sua maioria utilizam o Método da Fronteira Imersa e o Modelo Físico Virtual para simular o escoamento em torno de cilindros estacionários e rotativos com e sem aquecimento. As principais vantagens na utilização do MFI/MFV são o tempo de CPU, a fácil geração de malhas em comparação com outros métodos que utilizam malhas não estruturadas, a facilidade de representar corpos imersos e em se calcular as forças atuantes sobre a superfície do mesmo. As simulações numéricas foram realizadas em

convecção forçada para diferentes números de Reynolds e diferentes valores de α , como já dito anteriormente. Um código computacional particular foi empregado para se estudar os diferentes valores de Reynolds e de (α) para a rotação no cilindro, os principais fatores que influenciam a dinâmica de desprendimento de vórtices e a influência do aquecimento nos parâmetros mais relevantes no escoamento. O estudo tem como objetivo analisar a transferência de calor e suas características relacionadas aos parâmetros mencionados, validando com isso o método MFI/MFV aplicado à análise da transferência de calor em um cilindro estacionário e rotativo.

1.4 – O presente trabalho

Neste trabalho, o maior interesse é verificar a aplicabilidade e potencialidade do Método de Fronteira Imersa juntamente com o Modelo Físico Virtual para a modelagem matemática e simulação numérica de escoamentos sobre cilindros rotativos e aquecidos.

Para simulações de escoamento sobre cilindros rotativos, as componentes da velocidade tangencial dos pontos Lagrangianos podem ser calculadas, de acordo com a velocidade angular imposta. As simulações foram realizadas para diferentes valores de rotação específica e alguns números de Reynolds, objetivando identificar variações nos coeficientes aerodinâmicos, nos números de Strouhal e de Nusselt. Neste caso, a rotação é efetuada apenas com a projeção da velocidade tangencial, obtida através da velocidade angular imposta, nas componentes x e y da velocidade, em cada ponto Lagrangiano, conforme Fig. 1.10.

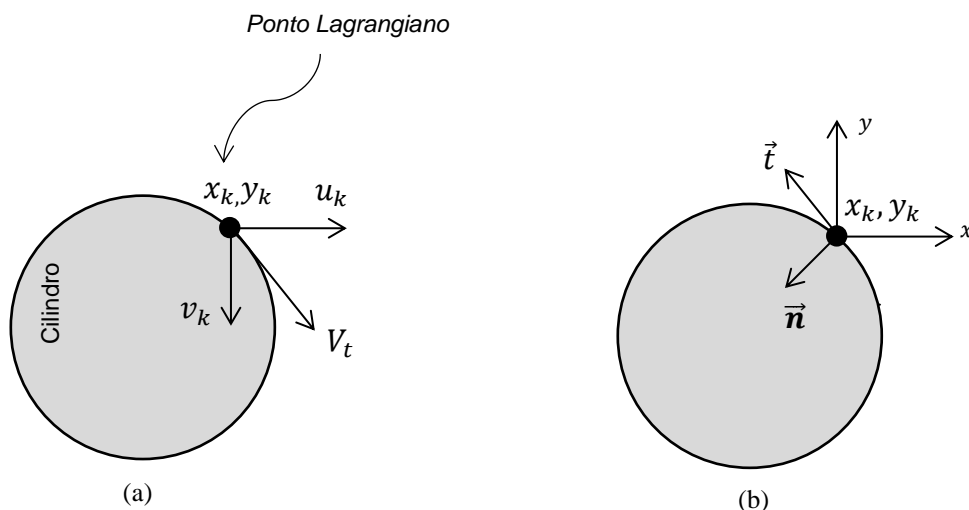


Figura 1.10 - Esquema ilustrativo da projeção da velocidade tangencial (a), vetores normal e tangencial (b).

Em síntese, o presente trabalho teve como objetivos macros:

- Entender de forma qualitativa e quantitativa os fenômenos gerados pela rotação e aquecimento de um cilindro imerso no escoamento.
- Estudar e validar o código numérico bidimensional denominado IBM-VPM cuja metodologia MFI/MFV já estava implementada.
- Obter resultados dos coeficientes de arrasto, sustentação, pressão, assim como números de Strouhal e Nusselt para o escoamento proposto.
- Comparar os resultados numéricos obtidos com os resultados da literatura, visando validar a metodologia e uma melhor compreensão do escoamento.

No Capítulo 2 será apresentado uma revisão bibliográfica dos principais trabalhos, utilizando o Método da Fronteira Imersa e o Modelo Físico Virtual, voltados ao estudo do escoamento em torno de cilindros circulares estacionários e rotativos com e sem aquecimento.

No Capítulo 3 será apresentada a fundamentação teórica da metodologia da fronteira imersa, formulação para o fluido, formulação para a interface fluido-sólido, a localização da posição do corpo imerso através de uma variável indicadora, o processo de cálculo das velocidades, pressão e temperatura, definição de alguns parâmetros adimensionais e parâmetros geométricos para um cilindro circular imerso.

O método numérico utilizado para resolver numericamente as equações de Navier-Stokes, da Continuidade e da Energia será apresentado no Capítulo 4.

Os resultados obtidos com a utilização do Método da Fronteira Imersa e do Modelo Físico Virtual na realização de simulações numéricas para o escoamento em torno de uma interface submersa serão apresentados no Capítulo 5. Estas simulações foram realizadas em torno de um cilindro estacionário com e sem rotação apresentando aquecimento. Os resultados obtidos foram comparados com os resultados experimentais obtidos por Carvalho (2003).

Capítulo 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Introdução

A utilização da simulação numérica como ferramenta de análise de escoamentos sendo estes complexos ou não, vem crescendo cada vez mais. O objetivo dessas simulações é alcançar uma maior compreensão dos fenômenos envolvidos, aperfeiçoar projetos, equipamentos e desenvolver novas técnicas de estudo.

Várias pesquisas têm sido desenvolvidas no sentido de compreender melhor a dinâmica dos escoamentos na presença de corpos imersos. O avanço computacional tem facilitado a análise dos fenômenos físicos sem recorrer aos altos custos experimentais. Equações governantes de conservação da quantidade de movimento, que modelam os escoamentos, são muito complexas para serem resolvidas analiticamente e, portanto devem ser discretizadas, dando origem a grandes sistemas lineares.

A principal vantagem do Método da Fronteira Imersa utilizado no presente trabalho é a utilização de uma malha cartesiana (Euleriana) para representar o domínio de cálculo, independentemente da complexidade geométrica do problema, o que simplifica a solução das equações que compõem o modelo. O corpo imerso no escoamento é representado por um conjunto de pontos Lagrangianos que podem ou não se mover. Há diferentes modelos para o cálculo do campo de força, no que diz respeito à interação entre a malha Euleriana e a malha Lagrangiana.

Esta classe de métodos vem crescendo, principalmente no estudo de escoamentos com a presença de geometrias móveis. Para geometrias complexas os métodos tradicionais são inegavelmente superiores. Isto tem ocorrido devido ao fato de que o domínio não necessita de

remalhagem quando o corpo se movimenta, com isso, o custo computacional pode ser reduzido em relação aos métodos com malhas adaptativas, como já comentado no capítulo 1.

A seguir são citados alguns trabalhos da literatura baseados no Método da Fronteira Imersa.

2.2 Metodologia Fronteira Imersa

O Método da Fronteira Imersa, desenvolvido por Peskin (1972), foi inicialmente proposto para estudar o escoamento sanguíneo em válvulas cardíacas. Este método desde sua proposta inicial vem sendo modificado e aperfeiçoado. A ideia central do método consiste na modelagem das interfaces imersas no escoamento, pela imposição indireta das condições de contorno sobre as fronteiras, através do cálculo de um campo de forças/energia que estas interfaces produzem quando imersos em um fluido. Um termo fonte é inserido nas equações do movimento e da energia para representar esse campo.

Os trabalhos relacionados ao Método da Fronteira Imersa (MFI) são baseados em uma formulação mista onde ocorre a construção de duas malhas computacionais e geometricamente independentes. Uma malha Euleriana, que representam o domínio de cálculo, e outra denominada Lagrangiana, que representa o corpo imerso, facilitando assim a representação de corpos em movimento ou que se deformam, sem a necessidade de se efetuar remalhagem no domínio, como ilustra a Fig. 2.1.

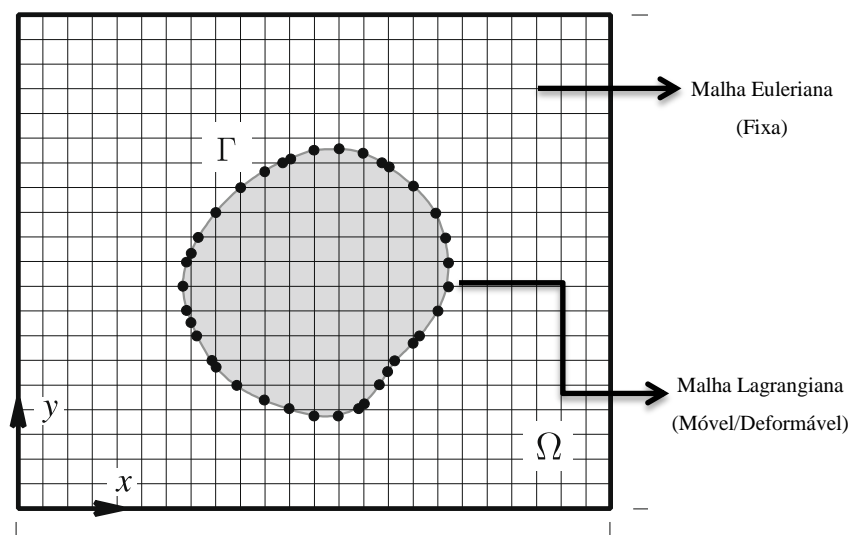


Figura 2.1 – Representação bidimensional da malha fixa em todo o domínio (Euleriana) e malha superficial (Lagrangiana) em uma interface arbitrária.

Para a malha Euleriana, os termos fonte das equações de quantidade de movimento e energia são responsáveis por representar o corpo móvel e aquecido, inserido no escoamento. A facilidade de se representar geometrias quaisquer e de se obter as forças atuantes sobre as mesmas é também uma grande vantagem do Método da Fronteira Imersa perante os demais métodos baseados em malhas adaptativas tradicionais.

A malha Euleriana é sempre fixa, e na grande maioria das vezes, construída em coordenadas cartesianas ou cilíndricas, objetivando simplificar o sistema de equações gerado da discretização das equações de conservação. A malha Lagrangiana, por sua vez, é formada por pontos discretos (problemas bidimensionais) superpostos à superfície imersa, os quais demarcam sua posição ao longo do tempo. Vale ainda dizer que os pontos Lagrangianos podem mudar continuamente de posição durante os cálculos, simulando movimentos de fronteira, sem que a malha Euleriana precise ser alterada. Sobre a malha Lagrangiana estão concentradas forças de superfície que “obrigarão” o fluido a se “desviar”.

A seguir, são apresentados alguns trabalhos relevantes da literatura, que utilizam diferentes abordagens para o estudo de escoamentos com a presença de sólidos imersos, com o uso do Método da Fronteira Imersa.

Fogelson e Peskin (1988) desenvolveram um método numérico para a resolução das equações de Navier-Stokes na forma tridimensional com a presença de partículas suspensas. O método é uma extensão do método proposto por Peskin (1972). Os autores estudaram o fenômeno de agregação das plaquetas durante o coágulo sanguíneo e obtiveram através de simulação numérica o processo de sedimentação de várias partículas com influência da gravidade.

Beyer (1992) realizou estudos relacionados à modelagem matemática e computacional do ouvido interno humano, com objetivo de compreender o sistema auditivo. Esta modelagem foi realizada em um domínio bidimensional, apresentando um canal com dois fluxos separados por uma membrana flexível, cuja rigidez estrutural possui variação exponencial com seu comprimento. O método apresentado pelos autores é uma variação do Método da Fronteira Imersa desenvolvido por Peskin (1972). As modificações envolveram a resolução do escoamento e a forma de realizar a transferência das forças da fronteira para o fluido. Com isso, os autores compararam a resolução das equações de Navier-Stokes, fazendo uma combinação de formas explícita e implícita no cálculo das forças da Fronteira Imersa. Concluíram que o método apresentava melhores resultados para pequenos movimentos da Fronteira Imersa e para tornar o cálculo das forças exercidas nos pontos da fronteira imersa mais viável, foi realizada uma linearização no processo. Além disso, o método podia prever o

comportamento auditivo do ouvido interno em relação às ondas sonoras e demais partes do ouvido interno humano. Os resultados obtidos das simulações foram semelhantes a outros resultados apresentados na literatura científica.

Goldstein *et al.* (1993) desenvolveram um Método Espectral para a solução das equações de Navier-Stokes, também baseado no Método da Fronteira Imersa, onde foram inseridas as forças de corpo para a simulação de obstáculos sólidos no interior do escoamento. Simularam o escoamento em torno de cilindros a baixos e altos números de Reynolds, com a finalidade de validar o método proposto. O modelo apresentado para o cálculo da força na malha Lagrangiana contém duas constantes α e β a serem ajustadas. Os resultados foram comparados com outros resultados disponíveis na literatura. Os autores verificaram uma rápida convergência e eficiência do método.

Peskin e McQueen (1994) simularam numericamente problemas em biodinâmica, utilizando uma formulação mista Euleriana-Lagrangiana das equações da elasticidade. A descrição Lagrangiana foi usada para o cálculo da força elástica e a interação entre as duas formulações foi feita pela aproximação da função delta de Dirac, de tal forma que a força elástica atuasse gerando uma interação entre fluido e o material elástico. As equações do fluido foram discretizadas pelo Método de Diferenças Finitas, utilizando uma malha retangular fixa e as equações da elasticidade foram modeladas de modo que os pontos da malha Lagrangiana fossem conectados por molas. Uma das aplicações do método foi na construção de um modelo do coração humano, onde o músculo cardíaco era o material elástico imerso no fluido sanguíneo.

Saiki e Biringen (1996) utilizaram o Método da Fronteira Imersa com o objetivo de simular escoamentos sobre cilindros móveis e estacionários, a baixos números de Reynolds ($Re \leq 400$). A discretização espacial das equações de Navier-Stokes foi feita utilizando o esquema de Crank-Nicholson e as equações discretizadas resolvidas de forma explícita. O cálculo do campo de força foi realizado utilizando o modelo proposto por Goldstein *et al.* (1993). Como resultados, apresentaram o coeficiente de arrasto, o comprimento da bolha de recirculação e os valores do ângulo de descolamento do escoamento junto ao cilindro.

Arthurs *et al.* (1998) desenvolveram um modelo bidimensional para estudar o escoamento em artérias. O modelo inclui a representação fenomenológica da resposta da parede arteriolar ao escoamento. O Método da Fronteira Imersa foi usado para adicionar a força que surge das paredes das artérias. Os resultados demonstraram a eficácia do método numérico empregado, no que diz respeito ao refinamento da malha e as convergências

temporais. A metodologia desenvolvida pelos autores foi capaz de produzir o escoamento e a dilatação da artéria ao longo de todo o seu comprimento.

Lai e Peskin (2000) desenvolveram um esquema de segunda ordem para o Método da Fronteira Imersa para a simulação de escoamentos com presença de cilindros estacionários. O cálculo do campo de força é feito explicitamente, utilizando uma função que depende de uma constante de rigidez e do deslocamento dos pontos da interface (Peskin, 1977). Foram utilizados valores suficientemente altos desta constante a fim de impedir o movimento da interface e com isso, representar um corpo sólido arbitrário. Foram obtidos valores dos coeficientes de arrasto, de sustentação e do número de Strouhal e comparados os esquemas de primeira e segunda ordem, com os resultados experimentais. Foi concluído que utilizando o esquema de segunda ordem os resultados numéricos foram mais próximos dos resultados experimentais.

Kim *et al.* (2001) incluíram termos fonte e sumidouro de massa às equações da continuidade. Esses termos foram aplicados sobre a superfície ou no interior do corpo, para satisfazer a condição de não deslizamento para a fronteira e também satisfazer a conservação da massa nos volumes Eulerianos que continham a interface. A metodologia apresentou melhores resultados para problemas envolvendo números de Reynolds mais elevados, que os obtidos sem a modelagem dos termos de massa. O termo de força, o sumidouro de massa e uma fonte de calor foram aplicados sobre a fronteira imersa, podendo também ser aplicado no interior do corpo. Além disso, a fonte de calor e o sumidouro de massa foram localizados nos centros das células Eulerianas, como a pressão e temperatura. Um esquema bidimensional de segunda ordem baseado no Método de Volumes Finitos foi utilizado para o cálculo da velocidade na fronteira imersa, independentemente da posição relativa entre a malha e a fronteira imersa. Os resultados da simulação numérica com os resultados experimentais apresentam boa convergência, comprovando a validade e a precisão numérica do Método da Fronteira Imersa.

Lima E Silva (2002) desenvolveu um modelo denominado Modelo Físico Virtual (MFV), em inglês, Virtual Physical Model, para o cálculo da força interfacial Lagrangiana. O MFV é baseado nas equações de Navier-Stokes, isto é, a força é calculada dinamicamente através das equações de quantidade de movimento sobre uma partícula de fluido na interface. A força calculada é inserida como termo fonte nas equações de Navier-Stokes. Assim, impõe-se de maneira indireta, a condição de contorno desejada sobre a fronteira. O Modelo Físico Virtual tem a capacidade de se auto ajustar ao escoamento uma vez que a força necessária para “frear” as partículas de fluido próximas à interface é calculada de maneira automática.

Esse método vem apresentando bons resultados em diversas simulações. Foi testado em domínios bidimensionais, para diversos problemas práticos de engenharia. escoamento em torno de obstáculos a altos Reynolds podem ser encontrados em Oliveira *et al.* (2006), escoamentos em torno de geometrias complexas em Lima E Silva *et al.* (2003), escoamentos em torno de obstáculos móveis, objetos em queda livre podem ser vistos em Vilaça *et al.* (2004). Neste modelo não existem constantes a serem ajustadas e não é necessário o conhecimento prévio das malhas vizinhas à interface. A força interfacial é calculada nos pontos Lagrangianos e distribuída para os pontos Eulerianos vizinhos, com o auxílio de uma função tipo Gaussiana. Foram também simulados escoamentos sobre cilindros circulares e quadrados, aerofólios, dois cilindros alinhados, cilindros em paralelo e banco de cilindros, para número de Reynolds menores e iguais a 300.

Vikhansky (2003) propôs uma modificação ao Método da Fronteira Imersa que admite a simulação numérica direta de escoamentos com a presença de sólidos em uma malha retangular. O método modela a condição de não deslizamento/escorregamento com esquema de interpolação de segunda ordem, sem o cálculo explícito das forças que a interface sólida exerce sobre o fluido. O autor comenta que o método pode ser estendido para a simulação de escoamentos sobre corpos com geometrias complexas bem como geometrias tridimensionais. Os resultados obtidos estão de acordo com os resultados reportados na literatura. O método é aplicável para números de Reynolds menores e iguais a 100. Segundo o autor, a aplicabilidade do método para a simulação numérica de escoamentos turbulentos deve ser alvo de investigações adicionais. Enquanto o método for aplicado para escoamentos bidimensionais, ele pode ser facilmente estendido para corpos de configuração arbitrária, bem como para uma geometria tridimensional.

Lima E Silva *et al.* (2003) utilizaram o Método da Fronteira Imersa com o Método Físico Virtual para a simulação de escoamentos incompressíveis e bidimensionais em torno de um conjunto de cilindros dispostos em “V” sob diferentes ângulos. As simulações foram realizadas para um número de Reynolds igual a 100, em uma malha cartesiana de 500 x 500 pontos. Os autores apresentaram os campos de vorticidade do escoamento, bem como, a evolução temporal dos coeficientes de arrasto dos cilindros. Os autores verificaram que para um ângulo de 40 graus entre os cilindros, há uma forte influência do jato entre os mesmos sobre a formação de vórtices. A influência de um cilindro sobre outro diminui à medida que o ângulo entre eles aumenta.

Campregher (2005) propôs uma metodologia para a simulação de escoamento ao redor de geometrias arbitrárias tridimensionais. Este método é uma extensão da metodologia bidimensional de Lima E Silva (2002). Empregou-se o procedimento de particionamento do domínio, de modo que cada processador executasse basicamente o mesmo código, porém sobre uma base de dados diferentes. As equações de Navier-Stokes foram integradas no tempo e no espaço em volumes elementares e a correção da pressão foi obtida pelo método SIMPLEC (Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations), onde segundo Patankar e Spalding (1972) é um dos métodos mais populares de acoplamento de pressão-velocidade e baseia-se em um procedimento cíclico de estimativa e correção, destinado a resolver as equações do movimento. Para a validação do código numérico, o autor simulou uma camada de mistura e o escoamento sobre um degrau. Para as simulações tridimensionais, foi analisado o escoamento ao redor de uma esfera para números de Reynolds no intervalo entre 100 a 700. O autor comparou os resultados dos coeficientes de arrasto com resultados experimentais da literatura e com correlações matemáticas, obtendo resultados promissores.

Uhlmann (2005) apresentou um Método de Fronteira Imersa modificado para escoamentos viscosos incompressíveis em torno de partículas rígidas suspensas, usando uma malha computacional uniforme e fixa. O autor teve como ideia principal incorporar a aproximação da função delta regularizada por Peskin (1972) na formulação direta da força de interação fluido-sólido, com o objetivo de permitir uma transferência uniforme de informações entre as malhas Eulerianas e Lagrangianas, e ao mesmo tempo, evitar restrições de passo de tempo. Esta técnica foi implementada no contexto de Diferenças Finitas com o Método do Passo Fracionado. O autor apresentou resultados de simulações bi e tridimensionais de escoamentos em torno de um cilindro isolado até a sedimentação de 1.000 partículas esféricas.

Kim e Choi (2006) desenvolveram uma nova abordagem do Método da Fronteira Imersa usando a forma conservativa das equações de Navier-Stokes e da equação da Continuidade em uma referência não inercial. Tiveram como objetivo, resolver escoamentos em torno de corpos com geometrias complexas se movendo arbitrariamente. O método numérico foi baseado na aproximação por Volumes Finitos em uma malha deslocada, juntamente com o Método do Passo Fracionado. Simularam escoamentos sobre um cilindro circular com movimentação forçada, oscilação em linha e oscilação transversal com corrente livre. Para o problema de interação fluido-estrutura examinaram a vibração induzida por vórtices e a queda livre de uma esfera em um domínio cúbico sob a ação da gravidade.

Todos os problemas considerados apresentaram convergência com resultados numéricos e experimentais quando comparados com resultados disponíveis na literatura.

Oliveira (2006) utilizou o Método da Fronteira Imersa anteriormente proposto por Lima E Silva (2002) em escoamentos laminar e turbulentos sobre geometrias móveis e deformáveis. Nas simulações laminares foi feita a análise de escoamentos sobre um cilindro com diâmetro variável com o tempo. Para as simulações com modelagem da turbulência, foram feitas análises de escoamentos sobre cilindros circulares com altos números de Reynolds, bem como escoamentos sobre aerofólios.

Su *et al.* (2007) utilizaram a metodologia de Fronteira Imersa para a simulação de escoamentos na interação fluido-sólido. A interação entre as duas malhas (Euleriana e Lagrangiana) foi feita pela Função Delta discretizada. A integração numérica foi baseada no Método do Passo Fracionado de segunda ordem. Simularam escoamentos em um anel rotativo, em uma cavidade, sobre um cilindro estacionário e sobre um cilindro oscilando em linha. Segundo os autores, esta metodologia mostrou precisão e capacidade para a resolução de escoamentos sobre geometrias complexas com fronteira estacionária e móvel.

Zhang *et al.* (2008) desenvolveram uma nova abordagem do Método da Fronteira Imersa em relação à modelagem e a simulação de problemas de transferência de calor com interações fluido-estrutura. Os autores tiveram como objetivo estudar problemas com convecção forçada, o efeito de flutuabilidade e o escoamento incompressível em torno de um cilindro com oscilação. Foi desprezada a geração de calor interno e efeitos viscosos. A metodologia proposta pelos autores foi desenvolvida para problemas a baixos números de Reynolds, isto é, Reynolds menores ou iguais a 200, e para fluidos de baixa viscosidade onde os efeitos de aquecimento são muito pequenos, podendo com isso, serem desprezados. Evidências de uma boa aproximação numérica entre os resultados obtidos e dados apresentados em trabalhos anteriores foram garantidos. O estudo apresentado pelos autores apresentou grandes vantagens, como exemplo, a fácil implementação computacional e boa precisão numérica sem o uso de esquemas de ordem superior. Verificou-se também que ao aplicar o movimento de oscilação para o cilindro, a transferência de calor aumentava sempre, e esta melhorava quando ocorria o aumento da amplitude de oscilação. Foi realizada uma análise de verificação da precisão numérica obtida em comparação com problemas de transferência de calor com soluções analíticas conhecidas disponíveis na literatura. As soluções numéricas apresentadas pelos autores foram validadas através da comparação entre os resultados obtidos na distribuição de temperaturas simuladas ao longo de um cilindro

circular estacionário oscilatório com dados disponíveis na literatura, garantindo boa convergência numérica.

Lima E Silva e Lima E Silva (2012) aplicaram a metodologia MFI/MFV para simular escoamentos com a presença de cilindros aquecidos sujeitos à convecção natural, mista e forçada. Foram apresentados resultados para duas configurações onde os cilindros foram posicionados na forma triangular e lado-a-lado. Os resultados confirmaram a validade da metodologia na análise da dinâmica do escoamento e a sua influência no processo de transferência de calor.

Ren *et al.* (2013) apresentaram uma metodologia utilizando o Método da Fronteira Imersa para simulação numérica de problemas de transferência de calor e massa. Os efeitos térmicos para os campos de escoamento e de temperatura foram levados em consideração através de correções feitas na velocidade e na temperatura. Esse processo foi realizado inicialmente com a ajuda do Método do Passo Fracionado, com o objetivo de se obter o campo de velocidade. As equações de Navier-Stokes foram resolvidas sem o termo de forças, juntamente com a equação da continuidade. O Método da Projeção foi utilizado também para o cálculo da velocidade proposto por Chorin (1968). O método de Crank-Nicholson foi aplicado para a discretização temporal, obtendo com isso, resultados confiáveis e uma solução numérica convergente. Os autores afirmam neste estudo, que no MFI convencional, a densidade da força é determinada com antecedência e então a velocidade pode ser obtida. No entanto, não há garantias de que a velocidade no ponto Lagrangiano interpolado sempre satisfaça a condição de não escorregamento/deslizamento. Na metodologia empregada pelos autores, esse problema foi resolvido com a introdução de um termo de fonte de calor, sendo distribuído em uma função delta discretizada, sendo este mesmo termo introduzido na equação de energia. Este termo introduzido realiza uma correção no campo de temperatura. Essa correção no campo de temperatura foi validada implicitamente, de tal modo que a temperatura na fronteira imersa foi interpolada, satisfazendo assim a condição de contorno. O método estudado pelos autores apresentou convergência com dados disponíveis na literatura e validado tanto para simular convecção forçada como natural.

Liao e Lin (2014) realizaram estudos numéricos envolvendo convecção natural e mista em domínios contendo um cilindro estacionário e rotativo com diferentes valores de rotação, usando o MFI. O método empregado pelos autores foi avaliado para escoamentos em um anel entre um cilindro circular concêntrico em uma cavidade quadrada. Um dos parâmetros investigados pelos autores incluem o número de Rayleigh (Ra), que descreve uma relação entre a flutuabilidade e viscosidade no fluido. A influência da rotação sobre a instabilidade do

escoamento para diferentes números de Prandtl foi verificada para rotações específicas que variaram no intervalo de 0,7 até 7,0. Observou-se que para um elevado número de Rayleigh, isto é, $Ra > 2 \times 10^6$, ocorreu uma transição de um estado estável para instável. Com base nos resultados obtidos os autores concluíram que há uma relação de influência entre o número de Rayleigh e a transferência de calor que ocorre no interior do recinto, e a variação do número de Nusselt foi pequena, diferente do que ocorreu para Richardson (Ri). No entanto, para $Ra = 10^5$ e $Ra = 10^6$, o número de Nusselt diminuiu com a diminuição do número de Richardson. Quando o número de Richardson diminuiu para valores menores que 1, o número de Nusselt tornou-se independente do número de Rayleigh, e isso resultou em taxas de rotação que variaram entre 34,7% a 63,4%. Observou-se também que o número de Nusselt permaneceu constante em altos números de Ri e em seguida, começou a diminuir com a redução de Ri . Em contra partida, a rotação exerceu influência na média temporal do número de Nusselt. Os autores ressaltaram a necessidade de uma análise para o escoamento instável em torno de um cilindro estacionário. Concluíram que um estudo mais aprofundado para analisar a influência de Ra e Pr em relação à instabilidade do escoamento, necessita ser feito. Os resultados numéricos obtidos foram precisos e estáveis, e convergiram bem com outros dados disponíveis na literatura.

Algumas simulações com o MFI/MFV foram realizadas no trabalho de Silva (2008), dentre elas, a simulação dos escoamentos em torno de um cilindro rotativo. Para o referido estudo, foram realizadas simulações para os números de Reynolds iguais a 60, 100 e 200 com rotações específicas variando no intervalo de $0 \leq \alpha \leq 5$, com objetivo de verificar a influência da rotação na redução do arrasto e conseqüentemente no aumento da sustentação. Verificou-se que o processo de geração e desprendimento de vórtices ocorre para baixos valores de rotação específica e é eliminado para valores superiores ao crítico. Foi também constatado que a rotação exerce maior influência na amplitude das flutuações do coeficiente de arrasto que na amplitude das flutuações do coeficiente de sustentação para valores de $\alpha \leq 1$. Com o aumento da rotação a amplitude dos coeficientes fluidodinâmicos tende a um valor nulo, como esperado, uma vez que o processo de geração de vórtices é inibido. Por outro lado, verificou-se que, os valores médios dos coeficientes de arrasto reduzem, enquanto que os coeficientes de sustentação aumentam, com o aumento da rotação, conforme esperado. Por último, foi constatado, que o número de Strouhal é fracamente dependente da rotação específica e fortemente dependente do número de Reynolds. Os resultados obtidos foram comparados com resultados numéricos da literatura e apresentaram concordância.

Sobre as inúmeras aplicações práticas, os complexos fenômenos físicos intrínsecos ao escoamento bidimensional, incompressível e não permanente em torno de corpos rombudos tem atraído um contínuo interesse científico, tanto teórico quanto experimental. Para altos e baixos números de Reynolds, observam-se fenômenos como a separação e a conseqüente formação de uma esteira oscilatória a jusante do corpo, o que torna a análise destes escoamentos muito difícil. Nestes casos, podem-se identificar duas regiões distintas: uma região essencialmente irrotacional e outra região rica em vorticidade.

No caso de cilindros de seção circular a região rotacional inclui a camada limite na superfície do cilindro, a esteira a jusante do cilindro, resultante da separação que ocorre em sua superfície, e a camada cisalhante que se forma a partir dos pontos de separação. Servem de meio para alimentar a esteira com fluido oriundo na região em torno do ponto de separação. O fenômeno da separação está associado fundamentalmente à existência de um gradiente de pressão adverso ao longo da superfície do cilindro. Este mecanismo ocorre alternadamente nas superfícies superior e inferior do cilindro, injetando constantemente vorticidade na esteira e acarretando em um desprendimento permanente de vórtices. Os vórtices se desprendem alternadamente e giram em sentidos opostos. A esteira que compreende um conjunto de pares de vórtices com sinais opostos, é conhecida como esteira de Von Kármán, conforme Fig. 2.2.

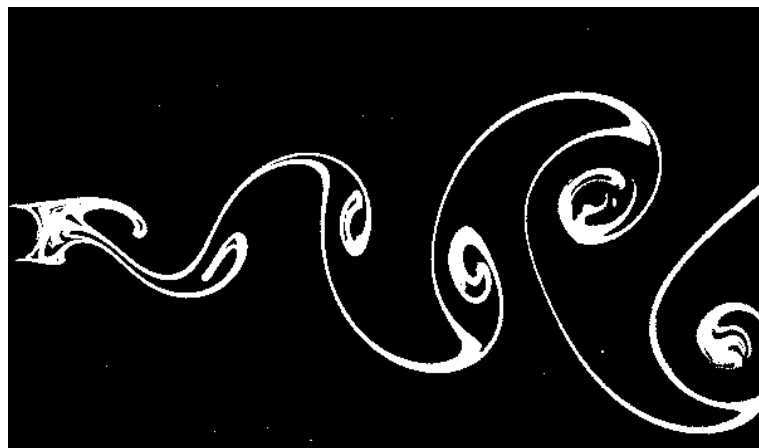


Figura 2.2: Esteira Oscilante de Von Kármán ($Re = 140$)

Fonte: [www.feng.pucrs.br/lsgm/Experimental/Experiencia do Cilindro/Lab-cilindros.htm](http://www.feng.pucrs.br/lsgm/Experimental/Experiencia%20do%20Cilindro/Lab-cilindros.htm), 04/02/2014.

Esta formação alternada de vórtices na esteira próxima ao corpo produz flutuações no campo de pressão, velocidade e temperatura quando o cilindro está aquecido. As forças de sustentação e arrasto também oscilam com o tempo. A primeira na frequência de desprendimento de vórtices, e a segunda numa frequência duas vezes maior (para cilindros circulares). Com o contínuo avanço dos métodos computacionais usados para simular os fenômenos físicos associados ao movimento dos fluidos, os métodos existentes e os que estão sendo desenvolvidos ao longo do tempo, vêm contribuindo cada vez mais para análise de escoamentos em torno de corpos, sendo estes móveis ou não.

A seguir são citados alguns trabalhos envolvendo escoamento com a presença de cilindros circulares.

2.3 Escoamentos com a presença de cilindros circulares

Uma grande parte das pesquisas teóricas e experimentais tem sido direcionada para o conhecimento de corpos rombudos, em geral, de cilindros circulares. As motivações nessas pesquisas advêm em parte das necessidades práticas, e em parte do desejo de entender fenômenos tais como separação, transição, evolução da camada cisalhante, instabilidade da esteira e interações do tipo fluido-estrutura. Escoamentos em torno de corpos ocorrem frequentemente na prática e são responsáveis por inúmeros fenômenos físicos tais como a força de arrasto que atua em automóveis, a força de sustentação desenvolvida pelas asas dos aviões ou a energia gerada pela passagem do vento nas turbinas eólicas, dentre outros.

Devido às várias razões mencionadas anteriormente, a literatura especializada tem colocado à disposição inúmeros artigos técnicos que estudam escoamentos em torno de cilindros circulares com e, principalmente sem rotação (cilindro fixo ou estacionário), seja utilizando uma abordagem analítica, numérica ou experimental.

No caso de cilindros circulares, devido a um grande número de trabalhos experimentais realizados, as características físicas dos escoamentos são conhecidas para uma ampla faixa de valores do número de Reynolds, que vai até aproximadamente 10^7 .

Uma revisão completa e detalhada pode ser vista em Malta (1998). Estudos experimentais das características destes escoamentos em função do número de Reynolds trouxeram conhecimentos a respeito da formação da camada-limite laminar, sua transição para camada-limite turbulenta, separação, formação de camadas cisalhantes e emissão de vórtices que são gerados na superfície do corpo e se deslocam para a esteira viscosa formada a jusante. Os estudos experimentais realizados para cilindros circulares fornecem informações importantes sobre esses fenômenos físicos que ocorrem em escoamentos em torno de corpo rombudos. Mustto (1998) lista os principais pioneiros no estudo e análise experimental sobre cilindros circulares, em um período de 20 anos, de 1961 a 1981, dos quais apenas alguns são citados a seguir.

Roshko (1961) fez um estudo experimental em um túnel de vento variando o número de Reynolds de 10^6 a 10^7 e mostrou que o coeficiente de arrasto varia de, aproximadamente, 0,4 em $Re = 10^6$, até 0,7 em $Re = 3,5 \times 10^6$, permanecendo constante a partir deste ponto. O autor observou também que, a partir deste número de Reynolds, o número de Strouhal varia entre 0,26 e 0,30. Este é um dos estudos experimentais mais completos, pois apresenta gráficos da variação do coeficiente de arrasto e do número de Strouhal em função do número de Reynolds, além das distribuições de pressão na superfície do cilindro.

Sarpkaya (1963) realizou um dos trabalhos analíticos mais importantes a respeito do escoamento potencial sobre um cilindro circular. Expressões gerais para os coeficientes de arrasto e sustentação foram obtidas e os efeitos do escoamento incidente em um dipolo (fonte e sumidouro de intensidades iguais dispostos a uma distância infinitesimal), em vórtices discretos e em suas imagens foram incluídos.

Achenbach (1968) fez um estudo experimental onde foram medidos os coeficientes de pressão e de atrito ao longo da superfície de um cilindro, bem como o coeficiente de arrasto e a variação do ângulo de separação com o número de Reynolds. Neste trabalho o escoamento passou a ser classificado em subcrítico (onde ocorre a separação laminar da camada-limite em $5 \times 10^3 < Re < 2 \times 10^5$), crítico (onde ocorre a formação de uma bolha de separação laminar com descolamento turbulento, $2 \times 10^5 < Re < 3 \times 10^6$) e supercrítico (zona de transição da camada-limite laminar para turbulenta, com separação turbulenta, $Re > 3 \times 10^6$).

Estudos experimentais para o número de Reynolds dentro do regime crítico foram realizados por Bearman (1969) que observou que, quando o coeficiente de arrasto é mínimo, para um número de Reynolds de $5,5 \times 10^5$, o número de Strouhal tem um valor máximo de 0,46. Dados para os coeficientes de arrasto e sustentação foram também apresentados para três outros valores do número de Reynolds dentro da faixa de $1,0 \times 10^5$ até $7,5 \times 10^5$.

Chorin (1973) introduziu o Método de Vórtices para a solução das Equações de Navier-Stokes aplicadas ao escoamento ao redor de corpos rombudos. Este método foi utilizado em particular para simular o escoamento ao redor de um cilindro circular. Ele propôs o primeiro algoritmo completo do Método de Vórtices, o qual é constituído por três partes. A primeira consiste em satisfazer a condição de escorregamento nulo na parede. na segunda parte, o processo de convecção não viscoso é resolvido, utilizando a lei de Biot-Savart, e por último, o transporte dos vórtices discretos por difusão viscosa é simulado através do Método de Avanço Randômico. Para $Re = 10^4$, o valor do coeficiente de arrasto obtido foi de $C_D = 0,87$, aproximadamente $2/3$ do valor experimental e para $Re = 10^5$, este valia $C_D = 0,27$, muito inferior ao obtido experimentalmente. O autor supôs que a representação grosseira da camada-limite provocou uma ocorrência prematura da crise do arrasto.

Collins e Dennis (1973) apresentaram um algoritmo numérico que consistia no emprego do Método Implícito de Crank-Nicholson, para solução das equações de Navier-Stokes, válido somente enquanto a esteira se comportava de maneira simétrica. Os autores simularam o crescimento da esteira a jusante do cilindro para $Re = 40, 100$ e 200 . O cálculo da distribuição de pressão para $Re = 500$ apresentou concordância razoável quando comparado com os dados experimentais.

Porthouse e Lewis (1981) desenvolveram um algoritmo para simular escoamentos bidimensionais em torno de cilindros circulares e placas planas. Para o corpo rombudo, a geração de vórtices foi localizada em pontos de separação fixos. Foram obtidos resultados para a frequência de desprendimento dos vórtices e forças de sustentação e arrasto para números de Reynolds entre 200 e 20.000 . Os resultados obtidos para a placa plana, reconstruindo o perfil de Blasius, forneceram uma explicação para a separação do escoamento e mostraram qualitativamente a turbulência bidimensional que acontece na camada-limite.

Mustto *et al.* (1997) apresentaram um novo algoritmo para simular o escoamento ao redor de um cilindro circular com e sem rotação. Utilizaram o Método de Vórtices associado ao Teorema do Círculo, que permitiu satisfazer as condições de impenetrabilidade e não escorregamento/deslizamento na superfície do corpo. Os vórtices foram deslocados por convecção e difusão, sendo os efeitos difusivos simulados através do Método de Avanço Randômico. Em Mustto (1998) foram mostrados resultados para a simulação do escoamento incompressível ao redor de um cilindro circular a um número de Reynolds de 10^5 . Malta (1998) realizou um estudo variando o número de Reynolds entre 10^3 e 10^6 . Os resultados das simulações mostraram boa concordância com resultados numéricos e experimentais disponíveis na literatura.

Guo *et al.* (1998) apresentaram um Modelo de Diferenças Finitas aplicado à equação bidimensional de Navier-Stokes escrita na forma da vorticidade-função corrente, para simular escoamentos números de Reynolds da ordem 10^3 a 10^4 . Os autores utilizaram um novo esquema misto de terceira ordem avançado com quarta ordem centralizada para a discretização da Equação de Transporte da Vorticidade e segunda ordem centralizada para a função corrente. Foram apresentados resultados para cilindros circulares e elípticos, e as influências da condição inicial, da discretização espacial e temporal aplicadas foram discutidas.

Pereira (1999) apresentou uma nova maneira de calcular a Lei de Biot-Savart a fim de reduzir o tempo computacional. Utilizando o Método dos Painéis com distribuição de vórtices constantes associados ao Método de Vórtices, o autor obteve resultados em boa concordância com resultados experimentais para escoamento de altos números de Reynolds em torno de um cilindro circular. No algoritmo desenvolvido pelo autor, as condições de impenetrabilidade, não escorregamento e conservação de vorticidade são atendidas a cada passo de tempo.

Rouvreau e Perault (2001) simularam o escoamento bidimensional e incompressível ao redor de um cilindro circular. Empregaram um código numérico baseado no Método de Vórtices, onde a condição de não deslizamento foi satisfeita a partir da consideração da espessura do elemento de superfície, parâmetro desprezado nas metodologias usuais. A etapa difusiva foi calculada através da utilização de um método determinístico baseado na solução da equação do calor. Os autores apresentaram resultados para os coeficientes de sustentação e arrasto, campos de velocidade e de vorticidade e o número de Strouhal, que foram concordantes com a literatura especializada disponível.

Lima E Silva (2003) utilizou uma metodologia baseada no Método da Fronteira Imersa (MFI) com o Modelo Físico Virtual (MFV), proposta por Lima E Silva (2002). O Modelo Físico Virtual utiliza as equações do movimento, resolvidas nos pontos Lagrangianos, para calcular um campo de força interfacial que é distribuído para as malhas Eulerianas na vizinhança da interface sólido-fluido. Foram simulados escoamentos incompressíveis, bidimensionais sobre um cilindro circular estacionário, utilizando diferentes métodos de discretização temporal, para fins comparativos. As simulações foram feitas a diferentes números de Reynolds e diferentes refinamentos de malha. Os autores obtiveram os campos de velocidade, pressão e vorticidade, bem como os valores médios do coeficiente de arrasto e do número de Strouhal. Lima E Silva (2002) concluiu que o MFI com o MFV vem apresentando bons resultados para a simulação de escoamentos sobre geometrias complexas, móveis e/ou compostas e mostra-se bastante promissor na simulação de problemas de interação fluido-

sólido. Os resultados encontrados são de grande interesse para uma melhor compreensão da dinâmica do escoamento.

Catalano *et al.* (2003) analisaram a precisão numérica das simulações de grandes escalas, em inglês Large-Eddy Simulation - LES, voltada para a investigação numérica de escoamentos turbulentos em torno de um cilindro circular, em regime supercrítico. Nesse estudo, o escoamento em torno de um cilindro circular para números de Reynolds (com base no diâmetro do cilindro D) de $0,5 \times 10^6$, $1,0 \times 10^6$ e $2,0 \times 10^6$ foram analisados, e comparados com os resultados obtidos com RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes). Os resultados foram comparados com os resultados obtidos pela metodologia RANS. A metodologia LES capturou de forma correta a separação da camada-limite e as reduções do coeficiente de arrasto de acordo com os dados experimentais. O tensor das tensões foi modelado pelo Modelo Dinâmico de Smagorinsky, em combinação com o Método dos Mínimos Quadrados. Os resultados obtidos foram promissores, no entanto, as soluções numéricas encontradas pelos autores foram imprecisas para altos Reynolds usando a metodologia RANS. Os autores recomendam uma investigação mais sistemática, para então validar totalmente o método.

Parnaudeau *et al.* (2008) apresentaram uma significativa contribuição para o estudo do escoamento ao longo de um cilindro circular para $Re = 3.900$. Embora esse escoamento seja amplamente documentado na literatura, especialmente para este número de Reynolds, não há consenso sobre as estatísticas de turbulência imediatamente após o obstáculo. O escoamento foi investigado tanto numericamente com simulações de grandes escalas, quanto experimentalmente com anemometria de fio quente e velocimetria da imagem de partículas (em inglês, particle image velocimetry). As equações incompressíveis de Navier-Stokes foram resolvidas em uma malha cartesiana regular. Esquemas de sexta ordem foram utilizados para avaliar todas as derivadas espaciais juntamente com o Método de Fronteira Imersa. Os resultados apresentados mostraram diferenças em comparação com os dados experimentais da literatura, sendo as diferenças encontradas, maior que o intervalo de incerteza estimado estatisticamente pelos autores. O estudo desenvolvido pelos autores oferece uma ampla base de dados, sendo útil para futuros desenvolvimentos tanto experimentais quanto numéricos.

Didier (2012) realizou um estudo numérico sobre o escoamento em torno de um cilindro circular de comprimento infinito e não confinado para números de Reynolds variando entre 10 e 300. Neste trabalho, o autor realizou simulações numéricas usando um método de acoplamento de velocidade e pressão (Método CDS – Central Differencing Scheme) e o Método de Volumes Finitos, que incorpora uma metodologia de solução pouco convencional

em que a equação da continuidade é resolvida em sua forma original. A validação do método ocorreu para o escoamento em uma cavidade, em seguida, comparando os resultados com outros modelos numéricos disponíveis na literatura. Foi apresentado o efeito da extensão do domínio computacional com valores dos coeficientes de arrasto, sustentação, pressão e o número de Strouhal. Os resultados mostraram que usar o número de Strouhal no intervalo de $0,18 < St < 0,20$ como parâmetro ou o comprimento das zonas de recirculação apresentaram resultados críticos. Assim, a comparação dos resultados numéricos obtidos com outros dados da literatura não assegurou ao autor convergência numérica estável.

A seguir são citados alguns trabalhos envolvendo escoamento com a presença de cilindros rotativos.

2.4 Escoamentos com a presença de cilindros rotativos

Algumas tentativas de gerar sustentação utilizando cilindros rotativos foram feitas no passado, mas abandonadas devido à dificuldade de se controlar o deslocamento e minimizar o arrasto, quando, por exemplo, tentou-se substituir asas de aeronaves por cilindros rotativos. Outras aplicações também são estudadas, como no controle de camada-limite de edificações, aerofólios, na substituição de velas em embarcações dentre outros. Estudos recentes foram feitos objetivando principalmente entender como a rotação influencia na separação da camada-limite e no processo da extinção da emissão de vórtices.

Devido às suas diversas aplicações em engenharia, o escoamento passando por um cilindro circular rotativo vem sendo investigado por várias décadas e tornou-se um problema clássico em mecânica dos fluidos. O estudo do escoamento em torno de cilindros rotativos com ou sem aquecimento é de grande interesse na indústria e na teoria da mecânica dos fluidos. No caso particular de um cilindro com rotação, existem outros fenômenos bastante interessantes que merecem ser levado em questão, tal como aparecimento de uma força de sustentação perpendicular ao eixo de rotação, conhecido como Efeito Magnus, já comentado anteriormente.

Esse efeito foi bastante estudado e utilizado em algumas aplicações práticas, como na embarcação Backau, um navio construído na década de trinta, que empregou dois cilindros com um dispositivo de propulsão eólica. Quase vinte anos depois, esse conceito foi

novamente empregado pelo explorador francês Jackes Yves Cousteau, que transformou um navio britânico em um navio oceanógrafo denominado Calypso, ver Fig. 2.3. Outras aplicações foram testadas, como o uso de cilindros girando em bombas hidráulicas e turbinas eólicas, estudado por Vieira (1961), ou dirigíveis, como proposto pelo Instituto de Aeronáutica Canadense, em 1888.



Figura 2.3 - Navio Calypso, embarcação que utiliza cilindros rotativos para propulsão. Para tirar vantagem do efeito Magnus, eles usam velas-rotor que são alimentados por um motor.

Fonte: http://en.wikipedia.org/wiki/Rotor_ship , 02/02/2014.

Swanson (1961) menciona os trabalhos desenvolvidos no início do século XX sobre um cilindro circular em rotação em torno de seu eixo. Prandtl (1957) argumentou que o máximo coeficiente de sustentação que pode ocorrer num cilindro rotacionando em corrente livre é 4π . Estudos analíticos iniciais para escoamento permanente foram desenvolvidos por Glauert (1957a, b) e Wood (1957), e eles explicam que, com valores de α suficientemente altos, é possível obter escoamento permanente sem desprendimento de vórtices para altos e baixos valores de Reynolds (baseados no diâmetro e a velocidade no infinito). Porém, estas investigações não estão baseadas nas equações de Navier-Stokes, mais sim na teoria de camada-limite.

Coutanceau e Ménard (1985) realizaram um amplo estudo experimental na fase inicial para um cilindro rotacionando e transladando simultaneamente, com taxas constantes de rotação e translação. Usaram também técnicas de visualização, e as observações foram feitas

para valores de $Re \leq 1.000$ e $\alpha \leq 3,5$. Os resultados mostraram que a esteira de Von Kármán desaparece totalmente durante o estado inicial de seus experimentos quando α é maior que certo valor limite. Até hoje seus resultados são muito usados para comparações por outros pesquisadores.

Badr e Dennis (1985) e Badr *et al.* (1990), analisaram o estado inicial do escoamento sobre um cilindro em rotação usando análise de Fourier e visualização experimental, para $Re = 200$, $Re = 500$ e Reynolds variando entre 10^3 e 10^4 e para valores de α entre 0,5 e 3. Os regimes de escoamento obtidos numericamente apresentaram boa concordância com os resultados experimentais de visualização. A exceção ocorreu para $\alpha = 3$ e tempo adimensional $t > 10$, devido aos efeitos tridimensionais que são mais pronunciados nos experimentos. Os resultados numéricos de Badr e Dennis apresentaram relevante concordância com os resultados experimentais de Coutanceau e Ménard (1985).

Kimura e Tsutahara (1987) estudaram numericamente o escoamento em torno de um cilindro circular em rotação utilizando o Método de Vórtices Discretos (MVD), determinando os pontos de separação por visualização do escoamento. Os números de Reynolds estudados foram $6,68 \times 10^4$ e $1,44 \times 10^5$, e razões de velocidade $0 \leq \alpha \leq 1,5$. Os autores conseguiram detectar a força de sustentação inversa atuando sobre o cilindro quando a velocidade de rotação não é alta.

Chang e Chern (1991) estudaram o estado inicial do escoamento em torno de um cilindro circular rotacionando em uma ampla faixa de Reynolds entre 10^3 e 10^6 e valores de α entre 0 e 2. Eles utilizaram um método de vórtices híbrido, que consiste em resolver a equação de Poisson para a função corrente e a equação de transporte de vorticidade, unindo um Método de Diferenças Finitas para a difusão viscosa e um algoritmo de vórtice em célula para a convecção.

Ou e Burns (1992) apresentaram uma solução numérica para problemas de maximização da proporção sustentação/arrasto para um cilindro rotativo imerso em um escoamento viscoso, incompressível e bidimensional. Neste estudo, foram utilizadas as equações de Navier-Stokes para a velocidade e para a vorticidade. A equação de transporte de vorticidade foi discretizada pelo esquema de Diferenças Centradas de segunda ordem na direção radial e o método pseudo-espectral foi empregado na direção circunferencial, para todas as derivadas espaciais. As simulações foram realizadas para $Re = 200$ e $0 < \alpha \leq 3,25$. Os coeficientes de sustentação e arrasto, foram calculados em coordenadas cilíndricas. Os autores observaram que, para valores de $\alpha < 2$, a inclinação da curva dos coeficientes

aumenta com o aumento de α , enquanto que para $\alpha > 2$, esta inclinação diminui gradualmente com o aumento de α . Verificaram ainda, que o valor máximo da razão sustentação / arrasto ocorre aproximadamente para $\alpha = 2,38$.

Tokumar e Dimotakis (1993) realizaram uma simulação numérica objetivando determinar a força de sustentação média sobre o cilindro rotativo para $Re = 3,8 \times 10^3$. Seus resultados mostraram que grandes valores de α implicam em altos coeficientes de sustentação. Para valores de $\alpha > 5$, os máximos coeficientes de sustentação excedem por mais de 20% o valor de 4π que foi o limite sugerido por Prandtl. Além disso, mostraram que C_p (coeficiente de sustentação) aumenta com α , e a taxa de aumento diminui gradualmente quando α excede 4.

Fu *et al.* (1994), investigaram o aperfeiçoamento da convecção natural numa cavidade retangular cujas paredes verticais, da esquerda e da direita, eram aquecida e resfriada, respectivamente. As paredes horizontais foram mantidas isoladas termicamente. Um cilindro rotativo é localizado próximo à parede vertical quente na altura da sua metade. Na análise numérica foi utilizado o Método de Elementos Finitos com o Método das Penalidades. Os autores concluíram que o sentido anti-horário contribuiu de modo significativo para o aumento da taxa de transferência de calor.

Chew *et al.* (1997) utilizaram um esquema numérico híbrido, que combinava um método de difusão de vórtices e o método de vórtices em célula. Seus resultados foram apresentados para $Re = 1000$ e razões de velocidade α entre 0 e 6. Confirmaram a hipótese de Prandtl sobre a presença de uma força de sustentação limite para altos valores de α . Os autores afirmaram que a utilidade do *Efeito Magnus* na geração de sustentação é limitada.

Tuszynski e Löhner (1998) analisaram através de simulações numéricas, o efeito de rotação de um cilindro circular na força de arrasto. As simulações para escoamento incompressíveis e bidimensionais foram realizadas para um número de Reynolds igual a 190. Os autores utilizaram na solução das equações de Navier-Stokes, um código desenvolvido pelos autores, em Elementos Finitos, que emprega esquema implícito e malha triangular não estruturada. Os resultados obtidos mostraram que o arrasto pode ser reduzido pela rotação do cilindro para alguns ângulos máximos e para todos os períodos maiores que o período natural (T_s). Foi observado também, que o comprimento da esteira aumentava à medida que o arrasto diminuía.

Stojkovic *et al.* (2002), apresentaram um estudo numérico bidimensional de um escoamento laminar em torno de um cilindro circular rotativo com uma velocidade angular constante. Os objetivos foram a obtenção de um conjunto de dados para os coeficientes de arrasto e sustentação para uma ampla faixa de taxas de rotação não disponíveis na literatura. Objetivou-se um estudo mais aprofundado do campo de fluxos e o desenvolvimento de vórtices a montante ao cilindro. Inicialmente, vários números de Reynolds ($0,01 \leq Re \leq 45$) e taxas de rotação ($0 \leq \alpha \leq 6$) foram considerados para o regime de escoamento permanente. Além disso, os cálculos para o regime de escoamento transiente foram realizados para um número de Reynolds característico ($Re = 100$) e $0 \leq \alpha \leq 2$. As investigações foram estendidas para taxas de rotação muito elevadas ($\alpha \leq 12$) para as quais não há dados disponíveis na literatura. O estudo experimental foi comparado com resultados numéricos obtidos pelo Método de Volumes Finitos e a aplicação de refinamento de malha local, resultando em dados precisos e confiáveis. O estudo mostrou que a rotação constante do cilindro inibe o desenvolvimento de vórtices e o regime transiente altera significativamente o escoamento próximo ao cilindro. Para números de Reynolds muito baixos, isto é, Reynolds menores e iguais a 45, a força de arrasto não foi afetada pela rotação e a força de sustentação era uma função linear de α . Para um número de Reynolds maior, no regime permanente, a força de arrasto diminuía com o aumento da velocidade de rotação. No entanto, para valores maiores de α ($\alpha > 6$) e números de Reynolds maiores que 1, observou-se um aumento progressivo da força de sustentação. Para baixas taxas de rotação ($\alpha \leq 2$) o escoamento apresentava um comportamento já conhecido na literatura, apresentando, um aumento linear do coeficiente médio de arrasto com o aumento de α e o total desaparecimento de vórtices para além de um valor crítico aproximadamente de $\alpha_L \approx 5$.

A alteração da estrutura do escoamento também conduz a uma mudança distinta nos coeficientes de sustentação que apresenta uma relação linear com as taxas de rotação elevadas e assintoticamente converge para os resultados conhecidos na teoria do escoamento potencial.

A seguir são citados alguns trabalhos envolvendo escoamento com a presença de cilindros rotativos aquecidos.

2.5 Escoamentos com a presença de cilindros rotativos aquecidos

Poucos são os trabalhos relacionados ao escoamento em torno de cilindros circulares rotativos com aquecimento, sendo seu estudo abordado inicialmente no trabalho de Badr e Dennis (1985). Os autores consideraram o problema de escoamento laminar com transferência de calor por convecção a partir de um cilindro circular rotativo em torno do seu próprio eixo localizado em um escoamento uniforme. Além disso, o estudo dos fenômenos causados pela rotação em conjunto com o aquecimento, encontrados, por exemplo, em medidores de fluxo, é pouco encontrado na literatura, devido às dificuldades de analisar todos os parâmetros envolvidos, como Reynolds, Strouhal e Nusselt. Trabalhos relacionados ao escoamento com a presença de cilindros rotativos aquecidos em comparação aos estudos relacionados ao escoamento em torno de cilindros rotativos sem aquecimento, também são poucos encontrados. A seguir são citados alguns trabalhos importantes que envolvem transferência de calor, camada-limite e convecção natural e mista em cilindros rotativos aquecidos.

Badr e Dennis (1985) consideraram o problema de transferência de calor por convecção a partir de um cilindro circular isotérmico rotativo em torno do seu próprio eixo, imerso em um escoamento uniforme forçado. Os autores relataram que os campos de temperatura são fortemente influenciados pela velocidade de rotação do cilindro. Descobriram que o coeficiente de transferência total de calor tende a diminuir à medida que a rotação do cilindro aumenta. Eles atribuíram isso à presença de uma camada de fluido de rotação em torno do cilindro que separa o cilindro da corrente principal do escoamento.

Padilla (2000) utilizou a metodologia LES (Large-Eddy Simulation) na simulação e análise do processo da transição à turbulência de escoamentos complexos com transferência de calor sobre corpos rotativos. Foi verificada uma ótima concordância na comparação com resultados numéricos e experimentais encontrados na literatura. Os resultados numéricos evidenciaram as instabilidades que ocorrem no escoamento para altos números de Reynolds.

Baranyi (2003) apresenta uma solução com o método de diferenças finitas aplicadas à simulação numérica em um escoamento bidimensional laminar instável com convecção forçada para baixos números de Reynolds em um cilindro fixo colocado em um fluxo uniforme. O fluido é incompressível com propriedades constantes. As equações governantes utilizadas são as de Navier-Stokes, a equação da continuidade, uma equação de Poisson para a pressão e a equação da energia. A temperatura da parede do cilindro é mantida constante e a dissipação viscosa é desprezada na equação da energia. Os números adimensionais de

Strouhal e Nusselt são calculados bem como os coeficientes de arrasto e pressão. A distribuição do número de Nusselt local sobre a superfície do cilindro foi investigada ao longo de todo o cilindro. Verificou-se que as curvas pertencentes a diferentes fases são semelhantes em forma e dimensão, mas ligeiramente deslocado ao longo de toda a periferia do cilindro, e o deslocamento é maior no lado a jusante do cilindro. Este deslocamento aumenta com o aumento do número de Reynolds. A boa concordância encontrada entre os valores experimentais e computacionais tem como sugestão de Baranyi (2003) um estudo voltado para o caso de convecção forçada em um cilindro oscilante e para o caso de um escoamento tridimensional.

Paramane e Sharma (2009) desenvolveram um estudo numérico voltado à transferência de calor por convecção forçada através de um cilindro circular rotativo com uma velocidade constante de rotação α , variando entre 0 e 6. As transições do escoamento foram mostradas para os diferentes números de Reynolds e as diferentes taxas de rotação. Foi utilizada uma malha estruturada por blocos com número total de 43.076 volumes. Uma geração elíptica de malha foi usada no terceiro bloco, onde se encontra o cilindro. Os autores verificaram e concluíram que a diminuição do número de Nusselt com o aumento da velocidade de rotação pode ser explicada com base no fato que o fluido retido no interior do vórtice atua como uma “zona tampão” para a transferência de calor entre o cilindro e a corrente livre e com isso, limita a transferência de calor.

Mahir e Zekeriya (2008) os autores analisaram a transferência de calor em um escoamento laminar entre dois cilindros isotérmicos em *tandem*. As simulações numéricas foram efetuadas pelo software comercial FLUENT. O fluido de trabalho é o ar. A análise é realizada para Reynolds iguais a 100 e 200. Os parâmetros do escoamento, tais como os coeficientes de arrasto, sustentação e o número de Strouhal também são obtidos e comparados com resultados disponíveis na literatura. A vorticidade e as linhas isotérmicas foram geradas para interpretar a visualização do transporte do calor e o escoamento. O número médio do Nusselt local foi obtido a montante dos cilindros. Verificou-se que o número de Nusselt médio a montante dos dois cilindros em *tandem* se aproxima do valor do número de Nusselt para um único cilindro isotérmico inserido no escoamento.

Moshkin e Sompong (2009) apresentaram uma investigação sobre um problema de transferência de calor bidimensional de um escoamento laminar em torno de dois cilindros circulares rotativos dispostos lado a lado. Diversas simulações numéricas foram realizadas para $Re = 5$ a $Re = 40$, e para uma gama de valores do número de Prandtl de 0,7 a 20, além de diferentes taxas de rotação e diferentes distâncias entre cilindros. Um algoritmo de diferenças

finitas foi desenvolvido para a equação bidimensional de Navier-Stokes em coordenadas cilíndricas. O número de Nusselt diminuiu com o aumento da velocidade de rotação. Com o aumento do número de Prandtl, aumentou-se a compacidade das isotérmicas em relação a jusante. O estudo ainda mostrou uma influência da distância entre os cilindros no número de Nusselt. Outro resultado interessante obtido pelos autores foi a localização do ponto de sela crítico do campo de temperatura. Este ponto crítico (ponto de sela) foi localizado na linha que une os centros dos cilindros nos casos de $Re = 10$, $\alpha = 0,5$ e $Pr = 0,7$ e $Re = 20$, $\alpha = 1,0$ e $Pr = 0,7$. Para valores onde $\alpha > 1,5$ o ponto de sela é deslocado para baixo pelas camadas de fluido que giram em sintonia com os cilindros devido à condição de não escorregamento/deslizamento.

Page *et al.* (2011) investigaram o comportamento térmico de um conjunto de cilindros alinhados e sujeitos a convecção natural, com o objetivo de maximizar a taxa de transferência de calor. Um método numérico foi utilizado para resolver as equações que descrevem os campos de temperatura e do escoamento. O espaçamento entre os cilindros alinhados foi otimizado para cada regime de escoamento juntamente com a velocidade de rotação do cilindro. Os resultados mostraram ainda que há um aumento na taxa de transferência de calor dos cilindros rotativos em relação aos cilindros estacionários. Os resultados foram comparados com outros disponíveis na literatura apresentando convergência e precisão.

Sharma e Dhiman (2012) desenvolveram uma pesquisa relacionada à transferência de calor por convecção forçada em um cilindro circular rotativo para valores do número de Prandtl (Pr) com variação de 0,7 a 100, em regime permanente. A metodologia utilizada foi o Método Upwind de segunda ordem, para aproximar os termos convectivos da equação do movimento, enquanto o termo difusivo foi discretizado usando o Método de Diferenças Centradas. Os resultados experimentais foram apresentados para a condução de calor uniforme, para diferentes valores do número de Prandtl, para dois fluidos, a água e o etilenoglicol (anticongelante automotivo). O gerador de malhas comercial GAMBIT foi utilizado e os cálculos numéricos foram realizados usando o FLUENT para diferentes condições do número de Reynolds, do número de Prandtl e das taxas de rotação. A malha próxima à superfície do cilindro era suficientemente fina para resolver a região de camada-limite. Os padrões isotérmicos foram apresentados e analisados e comparados com outros resultados disponíveis na literatura, obtendo boa convergência numérica.

Shrivastava *et al.* (2012) apresentaram um estudo voltado para a análise da transferência de calor e na redução do arrasto para o caso do escoamento em torno de cilindros circulares e triangulares para uma faixa de números de Reynolds que variam entre

$5 \leq Re \leq 200$. As análises térmicas foram realizadas para o caso de uma temperatura constante. Um código para o método de volumes finitos (SIMPLEC) foi utilizado para fluidos incompressíveis em malhas não estruturadas em todo o domínio de cálculo. Para os termos convectivos foi utilizado o método de Crank-Nicholson, o termo temporal foi discretizado implicitamente. O número de Nusselt foi numericamente analisado para os números de Reynolds citados anteriormente. Para $Re = 200$ os resultados experimentais e numéricos obtiveram boa concordância numérica em comparação com os trabalhos de Mahir *et al.* (2008) e a correlação de Zhuaskas para o número de Nusselt e Reynolds. A transferência de calor juntamente com o coeficiente de arrasto tiveram ambos uma redução de 8% em comparação com o cilindro isolado. Os resultados apontam convergência numérica e validação dos resultados apontados com relação a outras publicações.

Elghnam (2014) apresentou um estudo experimental da dinâmica de um escoamento sobre um cilindro rotativo. Os cálculos numéricos foram realizados usando o código FLUENT baseado no Método de Volumes Finitos. O autor objetivou analisar a dinâmica do escoamento obtendo linhas isotérmicas ao redor do cilindro rotativo, bem como a distribuição de temperaturas em torno do cilindro. Os resultados da análise da transferência de calor foram obtidos em função dos parâmetros adimensionais, que são: número de Nusselt (Nu), número de Reynolds (Re) e o número de Grashof (Gr). As medições experimentais foram realizadas no intervalo de 1.880 a 6.220 números de Reynolds e de 14.285 a 714.285 números de Grashof, enquanto os cálculos numéricos foram realizados para Reynolds variando entre 0 a 100.000 e os números de Grashof no intervalo de 100 a 1.000.000. Foi utilizada uma malha computacional gerada pelo GAMBIT. Para números de Reynolds superiores a 8.000, as taxas de transferência de calor eram independentes do número de Grashof (para $Gr \leq 100.000$). Tanto Grashof e os números de Reynolds influenciavam na taxa de transferência de calor. Além disso, os efeitos da rotação sobre a transferência de calor foram apresentados em termos de padrões isotérmicos, linhas de fluxo e isolinhas térmicas para o número de Nusselt. Para o cilindro circular rotativo, os valores máximo e mínimo deslocam-se na direção da rotação. A diferença entre os valores máximos e mínimos do número de Nusselt diminuiu com o aumento do número de Reynolds. Para altos valores de Reynolds, esta diferença tende a desaparecer e o número de Nusselt tornou-se constante. Como resultado verificou-se que a dependência do número de Nusselt em relação ao número de Grashof diminuiu à medida que o valor do número de Reynolds aumentou, e com o aumento desse número para altos valores de Reynolds, esta dependência desapareceu.

3.1 Introdução à Metodologia Fronteira Imersa

Importantes fenômenos físicos em mecânica dos fluidos podem ser descritos pela modelagem matemática, que consiste de um conjunto de equações diferenciais parciais muitas vezes não lineares, conhecidas como as leis de conservação da mecânica dos fluidos, são elas: conservação da quantidade de movimento, conservação da massa e da energia. Estas leis em conjunto modelam os efeitos das forças na dinâmica dos fluidos assim como as trocas de energia que ocorrem nas diferentes regiões do escoamento. Para fluidos Newtonianos é possível relacionar o termo das tensões viscosas com as taxas de deformação do campo de velocidade e assim, descrever a dinâmica do escoamento com as chamadas equações de Navier-Stokes. Graças aos computadores de alto desempenho e aos métodos numéricos, a solução de muitos problemas em mecânica dos fluidos tem sido possível.

Neste trabalho, o Método da Fronteira Imersa é utilizado para modelar a presença de corpos sólidos imersos em um escoamento bidimensional de um fluido incompressível. Um termo fonte de força \vec{F} introduzido nas equações de Navier-Stokes é usado para modelar a interface sólido-fluido. Analogamente o aquecimento do corpo imerso é modelado por um termo fonte de energia Q . Deste modo, a metodologia é baseada em uma formulação mista sendo uma malha para o fluido (malha Euleriana fixa) e outra para a interface fluido-sólido (malha Lagrangiana).

Um código particular em linguagem C++ foi utilizado para a solução de escoamentos bidimensionais sobre corpos imersos móveis com transferência de calor por convecção forçada. Foram simulados escoamentos em torno de um cilindro aquecido estacionário e também rotativo para diferentes números de Reynolds e diferentes rotações. O programa computacional denominado IBM-VPM é baseado na solução explícita das equações de Navier-Stokes e Energia através do método de Euler. As discretizações espaciais foram feitas por Diferenças Finitas Centradas. Para a correção da pressão, para solução de sistemas lineares foi utilizado o método MSIP (Modified Strongly Implicit Procedure), proposto por Schneider e Zedan (1981). Foram obtidos os campos de vorticidade, temperatura, pressão e velocidade e os coeficientes de arrasto e de sustentação, o número de Nusselt e o número de Strouhal.

A seguir é apresentada a formulação que descreve o Método da Fronteira Imersa com o Modelo Físico Virtual, utilizada no presente trabalho.

3.2 Formulação para o fluido

As equações governantes adimensionalizadas, foram escritas com as seguintes hipóteses:

- Escoamento Laminar
- Bidimensional
- Fluido Newtoniano
- Fluido incompressível, com propriedades constantes. O termo de empuxo, com base na aproximação de Boussinesq, não aparece, visto que no presente trabalho apenas casos de convecção forçada são estudados.
- Termos fontes nas equações da energia e quantidade de movimento baseados no Método da Fronteira Imersa.
- Dissipação viscosa e trabalho de compressão desprezíveis na equação da energia.

No presente trabalho o domínio de cálculo é modelado por uma malha cartesiana fixa que representa o fluido, como mostra a Fig. 3.1. As equações de conservação de massa, movimento e energia para escoamentos incompressíveis de fluidos Newtonianos podem ser escritas em uma forma adimensional, como sendo:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0 \quad (3.1)$$

$$\left[\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V} \right] = -\vec{\nabla} p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \vec{V} + \vec{F} \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} \theta = \frac{1}{Re Pr} \nabla^2 \theta + Q \quad (3.3)$$

onde p é a pressão e \vec{V} é o vetor velocidade. O termo \vec{F} é o campo de forças Euleriano. Esse termo fonte de força \vec{F} modela a existência da interface imersa no escoamento. Assim como o termo fonte \vec{F} “visualiza” o corpo no escoamento, sendo não-nulo nas malhas Eulerianas próximas da malha Lagrangiana. O termo Euleriano de energia Q é responsável por fazer o escoamento “sentir” a presença da interface sólida aquecida. O produto entre Re (Reynolds) e Pr (Prandtl) é conhecido como o número de Péclet, já definido anteriormente, e θ a temperatura adimensional da interface imersa. De forma análoga, Q é o termo fonte de energia de interação entre o fluido e a fronteira imersa.

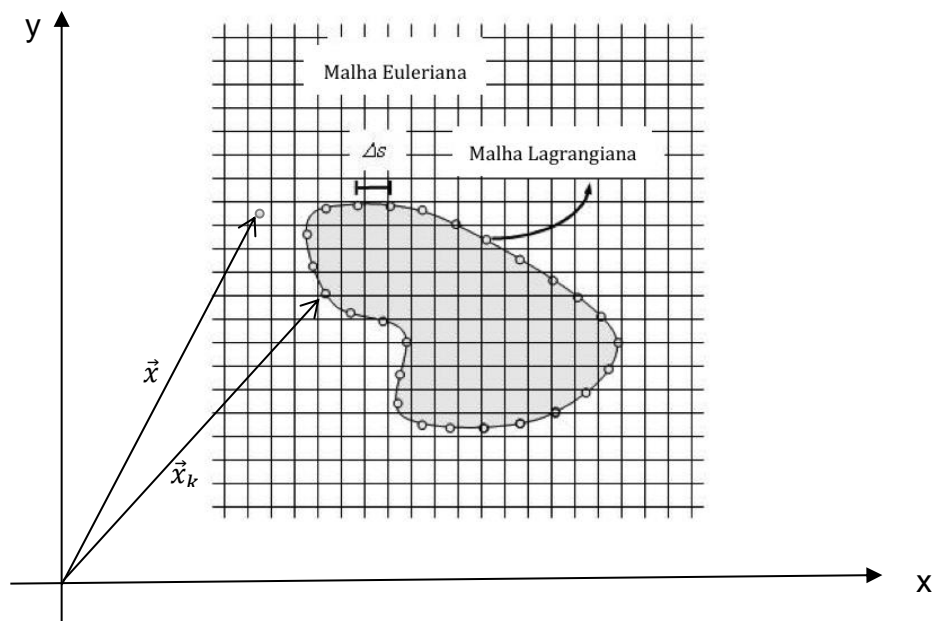


Figura 3.1- Representação ilustrativa das malhas Eulerianas (para o domínio) e Lagrangiana (para a interface) para um corpo imerso com geometria arbitrária. Δs é a distância entre os pontos Lagrangianos (Lima E Silva, 2002).

Tanto o termo de força \vec{F} quanto o de energia Q são obtidos com o auxílio da função Delta de Dirac, sendo dados por:

$$\vec{F}(\vec{x}, t) = \int_{\Gamma} \vec{f}(\vec{x}_k, t) \delta(\vec{x} - \vec{x}_k) d\vec{x}_k \quad (3.4)$$

$$Q(\vec{x}, t) = \int_{\Gamma} q(\vec{x}_k, t) \delta(\vec{x} - \vec{x}_k) d\vec{x}_k \quad (3.5)$$

onde $\vec{f}(\vec{x}_k, t)$ é a densidade de força Lagrangiana, calculada sobre os pontos da interface, \vec{x} é a posição de uma partícula de fluido Euleriano e \vec{x}_k é a posição de um ponto Lagrangiano sobre a interface e q é a fonte de aquecimento no ponto Lagrangiano \vec{x}_k na fronteira imersa. As Equações (3.4) e (3.5) modelam a interação entre a fronteira imersa e o fluido, através do cálculo do campo de força e energia na região onde se encontra o objeto imerso.

No Modelo Físico Virtual desenvolvido por Lima E Silva *et al.* (2003), não existem constantes a serem ajustadas, como nos modelos propostos por Peskin e Goldstein, além disto, não é necessário utilizar algoritmos altamente sofisticados para interpolar variáveis entre duas malhas. Este modelo permite representar a presença da interface resolvendo as equações do movimento e energia em cada ponto da malha Lagrangiana.

Como a discretização da Função Delta de Dirac não é possível, faz-se a sua substituição através de uma função de distribuição/interpolação conhecida. Esta função tem o objetivo de trocar informações entre as duas malhas (Euleriana e Lagrangiana), da pressão, velocidades, força e energia.

A Equação (3.6) mostra a formulação discreta do cálculo da força Euleriana, com o uso desta função de distribuição/interpolação.

$$\vec{F}(\vec{x}) = \sum_k D_{ij}(\vec{x} - \vec{x}_k) \vec{f}(\vec{x}_k, t) \Delta s^2(\vec{x}_k) \quad (3.6)$$

$\Delta s(\vec{x}_k)$ é a distância entre dois pontos Lagrangianos, representada na Fig. 3.1. D_{ij} é a função de distribuição/interpolação que no presente trabalho tem propriedades de uma função

Gaussiana. De forma análoga, Q tem a função de modelar o campo de temperatura, sendo dada por:

$$Q(\vec{x}, t) = \sum_k D_{ij}(\vec{x} - \vec{x}_k) q(\vec{x}_k, t) \Delta s^2(\vec{x}_k) \quad (3.7)$$

A formulação utilizada foi proposta por Peskin e McQueen (1994), sendo a função distribuição D_{ij} representada por:

$$D_{ij}(\vec{x}_k) = \frac{g_1\left[\frac{x_k - x_i}{h}\right] g_1\left[\frac{y_k - y_j}{h}\right]}{h^2} \quad (3.8)$$

e que,

$$g_1(r) = \begin{cases} g_2(r) & \text{se } \|r\| < 1 \\ \frac{1}{2} - g_2(2 - \|r\|) & \text{se } 1 < \|r\| < 2 \\ 0 & \text{se } \|r\| > 2 \end{cases} \quad (3.9)$$

onde $g_2(r) = \frac{3 - 2\|r\| + \sqrt{1 + 4\|r\| - 4\|r\|^2}}{8}$, e r representa $\left[\frac{x_k - x_i}{h}\right]$ ou $\left[\frac{y_k - y_j}{h}\right]$. h é o tamanho da malha Euleriana e (x_i, y_i) as coordenadas de um ponto Euleriano \vec{x} do domínio. Esta função de distribuição tipo Gaussiana está ilustrada na Fig. 3.2.

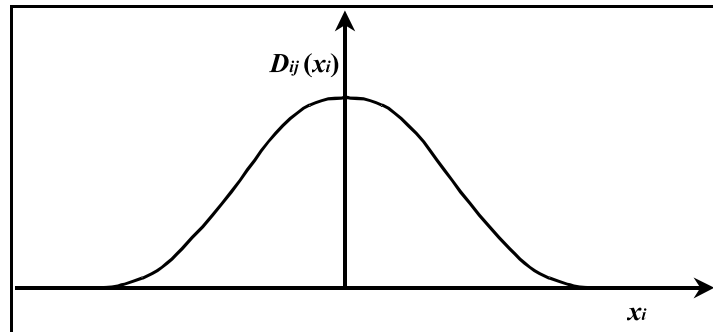


Figura 3.2 - Função de Distribuição/interpolação tipo Gaussiana proposta por Peskin e McQueen (1994).

Os valores de forças \vec{F} e Q serão nulos em todo o domínio de cálculo, com exceção das proximidades da interface imersa, onde modelam virtualmente a presença do corpo imerso aquecido, mesmo este tendo uma geometria complexa ou estando em movimento.

3.3 Formulações para a interface fluido-sólido - O Modelo Físico Virtual (MFV)

No presente trabalho utiliza-se um modelo alternativo para o cálculo da densidade da força Euleriana $\vec{F}(\vec{x}, t)$ e $Q(\vec{x}, t)$ o termo fonte de calor. O modelo utilizado permite o cálculo de $\vec{F}(\vec{x}, t)$ com base na interação fluido-sólido. Este modelo foi denominado Modelo Físico Virtual (MFV), em inglês, Virtual Physical Model, proposto por Lima E Silva (2002), como alternativa aos modelos que fazem uso de constantes *ad-hoc* para avaliação da força Lagrangiana. O termo “virtual” refere-se ao fato que a condição de não deslizamento/escorregamento é modelada sem a imposição direta da velocidade na interface. O modelo avalia dinamicamente a força que o fluido exerce sobre a superfície sólida imersa no escoamento e a troca térmica entre eles. A força Lagrangiana $\vec{f}(\vec{x}, t)$ e a fonte térmica $q(\vec{x}, t)$ foram avaliadas separadamente, isto é, para a força Lagrangiana foi realizado um balanço de quantidade de movimento sobre uma partícula de fluido que se encontra junto à interface fluido-sólido, enquanto que para a fonte térmica, aplicou-se a equação adimensional da energia, que mostra a interação entre a partícula-fluido e a interface, conforme Fig. 3.3, levando em consideração todos os termos da equação de Navier-Stokes. Desta forma pode-se expressar a densidade da força Lagrangiana pela equação (3.10).

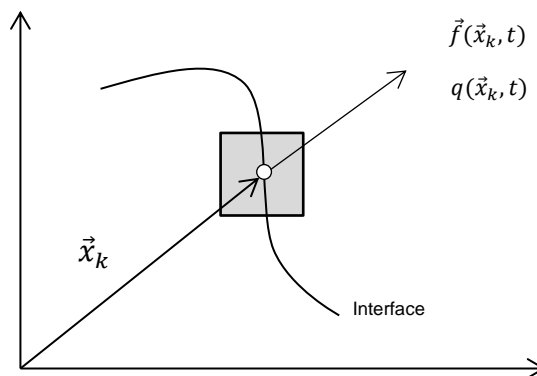


Figura 3.3 – Volume de controle localizado sobre uma partícula de fluido Lagrangiana

O princípio da conservação da quantidade de movimento e da energia é aplicado sobre qualquer partícula de fluido que compõe um escoamento. Estes princípios de conservação também devem ser aplicados às partículas de fluido que estão em contato com a interface fluído-sólido. Com isso, tomando-se a partícula ilustrada pela Fig. 3.3, por onde uma interface imersa está passando, chega-se as seguintes formulações:

$$\vec{f}(\vec{x}_k, t) = \underbrace{\frac{\partial \vec{V}(\vec{x}_k, t)}{\partial t}}_{\vec{f}_a} + \underbrace{\vec{\nabla} \cdot (\vec{V}(\vec{x}_k, t) \vec{V}(\vec{x}_k, t))}_{\vec{f}_i} - \underbrace{\frac{1}{Re} \nabla^2 \vec{V}(\vec{x}_k, t)}_{\vec{f}_v} + \underbrace{\vec{\nabla} p(\vec{x}_k, t)}_{\vec{f}_p} \quad (3.10)$$

Os termos do lado direito da Eq. (3.10) são respectivamente denominados de *força de aceleração* $\vec{f}_a(\vec{x}_k, t)$, *força inercial* $\vec{f}_i(\vec{x}_k, t)$, *força viscosa* $\vec{f}_v(\vec{x}_k, t)$ e *força de pressão* $\vec{f}_p(\vec{x}_k, t)$, a Eq. (3.10) pode ser reescrita na forma simplificada na Eq. (3.12) a seguir.

$$\vec{f}(\vec{x}_k, t) = \vec{f}_a(\vec{x}_k, t) + \vec{f}_i(\vec{x}_k, t) + \vec{f}_v(\vec{x}_k, t) + \vec{f}_p(\vec{x}_k, t) \quad (3.12)$$

Para a fonte térmica da partícula-fluido em contato com a interface, tem-se:

$$q(\vec{x}_k, t) = \frac{\partial \theta}{\partial t}(\vec{x}_k, t) + \vec{\nabla} \cdot (\vec{V}(\vec{x}_k, t) \theta(\vec{x}_k, t)) - \frac{1}{Re Pr} \nabla^2 \theta(\vec{x}_k, t) \quad (3.11)$$

É importante informar que estes termos são calculados nos pontos de interface, através de interpolações dos campos de pressão, velocidade e temperatura calculados na malha Euleriana.

3.4 A Função Indicadora

Uma variável indicadora $I(\vec{x}, t)$ é calculada com a finalidade de identificar a posição do corpo imerso. Pode ser usada também quando for necessário excluir a região interna ao corpo, no processo de interpolação das variáveis. A função indicadora utilizada no presente

trabalho foi proposta por Unverdi e Tryggvason (1992). É um método de acompanhamento de interface, onde a função é calculada em todo o domínio ou em parte dele, com a atribuição do valor unitário para pontos internos à interface, e zero para os pontos externos e valores entre 0 e 1 para os pontos de transição, ou seja, pontos sobre a interface. Esta função tem como base uma função $\vec{G}(\vec{x}, t)$ e pode ser expressa por

$$\vec{\nabla} I(\vec{x}, t) = \vec{G}(\vec{x}, t) \quad (3.13)$$

O segundo membro da igualdade da Eq. (3.13) é dado por:

$$\vec{G}(\vec{x}, t) = \sum_k D_{ij} (\vec{x} - \vec{x}_k) \vec{n}(\vec{x}_k) \Delta S(\vec{x}_k) \quad (3.14)$$

onde $\vec{n}(\vec{x}_k)$ é o vetor normal à superfície.

Aplicando o operador divergente na Eq. (3.13), obtém-se o Laplaciano da função indicadora.

$$\vec{\nabla}^2 I(\vec{x}, t) = \vec{\nabla} \vec{G}(\vec{x}, t) \quad (3.15)$$

Desta forma, após resolver a equação de Poisson, Eq. (3.15), obtém-se o campo da função indicadora, $I(\vec{x}, t)$, em todo o domínio de cálculo. Para a resolução do sistema linear resultante da discretização da Eq. (3.15), foi utilizado o método MSIP (Modified Strongly Implicit Procedure).

3.4.1 Cálculo da velocidade, pressão e temperatura

As derivadas da velocidade, pressão e temperatura são calculadas pela interpolação dos campos de velocidade, pressão e temperatura da malha Euleriana para pontos Lagrangianos, que não necessariamente são coincidentes com os nós Eulerianos. Estes cálculos devem levar em conta que a velocidade do fluido sobre a interface deve ser igual à velocidade na interface, para garantir a condição de não escorregamento/deslizamento. As derivadas da velocidade e pressão são calculadas utilizando-se os campos de velocidade e pressão obtidos na Eq. (3.12) e a temperatura é obtida usando a Eq. (3.11). Entre várias possibilidades de interpolação, optou-se por interpolar $\vec{V}(\vec{x}_k, t)$ e $p(\vec{x}_k, t)$ em pontos próximos à interface, como ilustrado pela Fig. 3.4. O método de interpolação é mostrado em seguida.

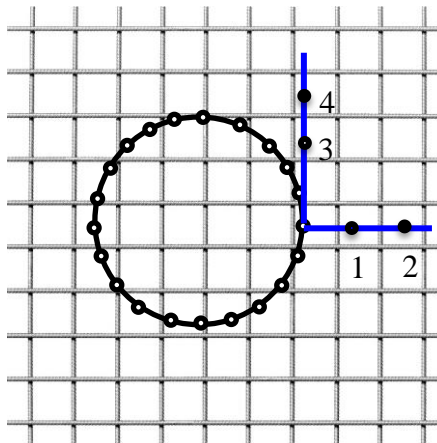


Figura 3.4 – Pontos utilizados no esquema de interpolação das velocidades.

Para o processo de interpolação, fez-se uso da função distribuição/interpolação D_{ij} , para obtenção das velocidades, pressões e temperatura, já comentada anteriormente, pela Eq. (3.8). Com o objetivo de reduzir o custo computacional, esta função é avaliada apenas em uma região quadrada próxima ao ponto \vec{x}_k , pois, para pontos Eulerianos muito distantes do ponto \vec{x}_k analisado, esta função é nula. O uso de pontos internos à interface, durante o procedimento de interpolação, é fisicamente coerente, uma vez que o escoamento interno é também resolvido pelas equações de Navier-Stokes. Este por sua vez, sendo contrário ao escoamento externo atua de modo a recuperar a condição de não escorregamento/deslizamento. Nas Figuras 3.5 (a) e (b) são apresentados um esquema

ilustrativo do procedimento de interpolação das duas componentes da velocidade, sobre o ponto auxiliar 3.

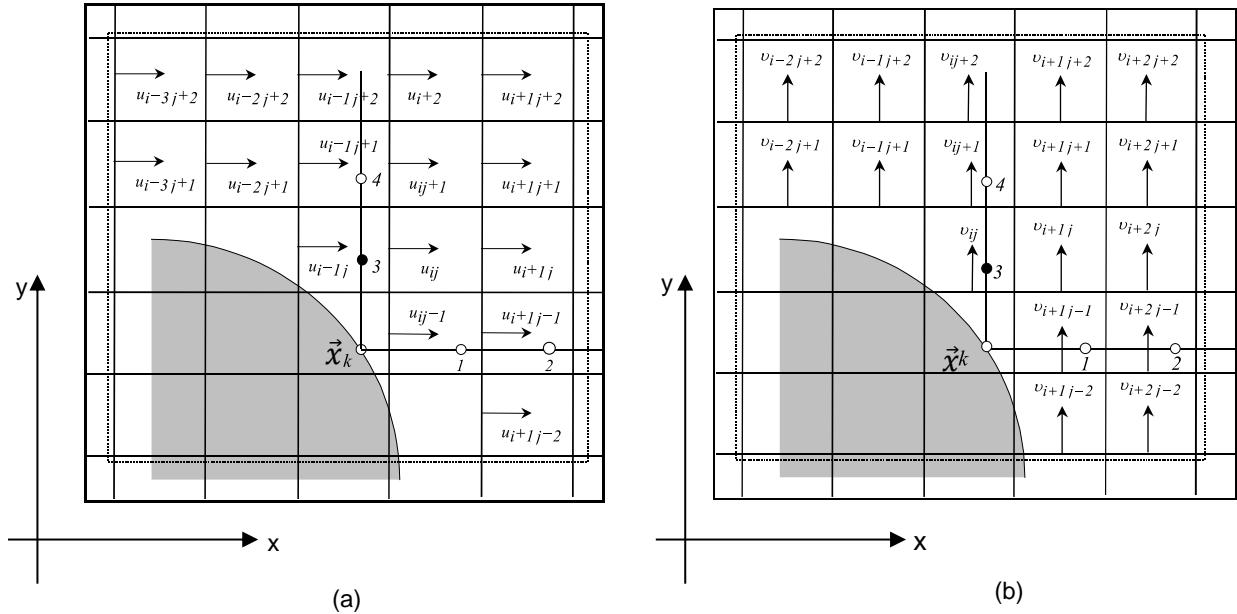


Figura 3.5 – Esquema ilustrativo do procedimento de interpolação da velocidade no ponto 3: (a) para a componente u e (b) para a componente v , (Lima e Silva, 2002).

Partindo de cada ponto \vec{x}_k da interface, traçam-se duas retas paralelas ao sistema de eixos coordenados, na direção ao exterior da interface. Em cada direção marcam-se dois pontos distantes Δx e $2\Delta x$ da interface. Esta distância é necessária a fim de evitar que dois pontos auxiliares sejam alocados dentro de um mesmo volume Euleriano. As malhas que estiverem a uma distância superior a $2\Delta x$ do ponto Lagrangiano, não contribuem para a interpolação.

Para o cálculo no avanço temporal, faz-se uma discretização expressa por $\frac{u_k - u_{fk}}{\Delta t}$ e $\frac{v_k - v_{fk}}{\Delta t}$, onde u_k e v_k representam as velocidades da interface e u_{fk} e v_{fk} as velocidades do fluido sobre a interface, levando-se em conta as velocidades internas e externas à interface sobre a malha Euleriana. De forma análoga, a temperatura do fluido na interface é igual à temperatura do sólido, em cada instante de tempo, sendo expressa por $\frac{\theta_k - \theta_{fk}}{\Delta t}$, onde θ_k é a temperatura na interface e θ_{fk} a temperatura do fluido na posição da interface.

A equação geral para a obtenção da velocidade nos pontos Lagrangianos $\vec{V}(\vec{x}_k) = (u_{fk}, v_{fk})$ e nos pontos auxiliares, pode ser expressa por:

$$\vec{V}(\vec{x}_k) = \sum_i D_{ij}(\vec{x}_i - \vec{x}_k) \vec{V}(\vec{x}_i) \quad (3.16)$$

em que $\vec{V}(\vec{x}_k)$ são as velocidades Lagrangianas, calculadas nos pontos auxiliares e no ponto \vec{x}_k pela interpolação das velocidades Eulerianas $\vec{V}(\vec{x}_i)$.

Para o cálculo das derivadas da pressão e temperatura em cada ponto Lagrangiano, foi necessário obter o valor da pressão e da temperatura sobre a interface, no ponto \vec{x}_k . Para o cálculo da pressão e da temperatura utilizou-se um ponto auxiliar (P), que se encontra em uma posição normal a uma distância Δx , do ponto Lagrangiano. Observa-se na Fig. 3.6 que a pressão e a temperatura neste ponto auxiliar (P) pertencem a uma célula Euleriana, sendo ambas transportadas para a interface. O processo da obtenção da pressão e da temperatura na interface também foi calculado utilizando-se pontos auxiliares (1, 2, 3 e 4) da Fig. 3.5, calculando-se as respectivas derivadas nas direções x e y .

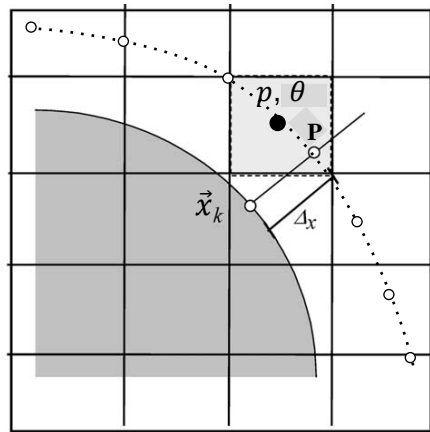


Figura 3.6 – Esquema ilustrativo do procedimento de interpolação para a pressão e temperatura (θ).

As equações gerais para a obtenção da pressão e temperatura nos pontos 1, 2, 3 e 4 são dadas por:

$$p(\vec{x}_k) = \sum_{i,j} D_{i,j}(\vec{x}_i - \vec{x}_k) p(\vec{x}_i) \quad (3.17)$$

$$\theta(\vec{x}_k) = \sum_{i,j} D_{i,j}(\vec{x}_i - \vec{x}_k) \theta(\vec{x}_i) \quad (3.18)$$

onde $p(\vec{x}_i)$ e $\theta(\vec{x}_i)$ são, respectivamente, as pressões e as temperaturas na malha Eulerianas a serem interpoladas, $p(\vec{x}_k)$ e $\theta(\vec{x}_k)$ são as pressões e temperaturas Lagrangianas calculadas nos pontos 1, 2, 3 e 4 da Fig. 3.5.

Foi considerado que o gradiente de pressão na direção normal é nulo e, portanto, a pressão no ponto \vec{x}_k é igual à pressão no ponto P . Este ponto foi utilizado para o cálculo da pressão e da temperatura na superfície e está esquematizado na Fig. 3.6. As derivadas para a força de pressão são calculadas através do Método de Diferenças Finitas, conforme Equações (3.19) e (3.20).

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{p_2 - p_1}{x_2 - x_1} \quad (3.19)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{p_4 - p_3}{y_4 - y_3} \quad (3.20)$$

Para o cálculo da temperatura a cada passo de tempo sobre a fronteira imersa foi utilizada a Eq. (3.18). Após a interpolação das velocidades, da pressão e da temperatura na interface e nos pontos auxiliares, determinam-se as derivadas que compõem os termos para o cálculo dos termos fontes Lagrangianos nas (Eqs. 3.10 e 3.11) nas direções x e y , com os polinômios de Lagrange de segunda ordem. Denominando genericamente as componentes da velocidade ou da temperatura por ϕ , o cálculo da primeira e da segunda derivada nas direções x e y , respectivamente, pode ser representado por:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \frac{\partial \phi}{\partial x} &= \frac{(x_i - x_k) + (x_i - x_2)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_k)} \phi_1 + \frac{(x_i - x_k) + (x_i - x_1)}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_k)} \phi_2 + \frac{(x_i - x_1) + (x_i - x_2)}{(x_k - x_1)(x_k - x_2)} \phi_k, \\ \text{b)} \quad \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} &= \frac{2\phi_1}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_k)} + \frac{2\phi_2}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_k)} + \frac{2\phi_k}{(x_k - x_1)(x_k - x_2)}. \end{aligned} \quad (3.21)$$

E as derivadas na direção y são dadas por:

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{\partial \phi}{\partial y} &= \frac{(y_i - y_k) + (y_i - y_4)}{(y_3 - y_4)(y_3 - y_k)} \phi_3 + \frac{(y_i - y_k) + (y_i - y_3)}{(y_4 - y_3)(y_4 - y_k)} \phi_4 + \frac{(y_i - y_3) + (y_i - y_4)}{(y_k - y_3)(y_k - y_4)} \phi_k, \\ \text{d) } \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} &= \frac{2\phi_3}{(y_3 - y_4)(y_3 - y_k)} + \frac{2\phi_4}{(y_4 - y_3)(y_4 - y_k)} + \frac{2\phi_k}{(y_k - y_3)(y_k - y_4)}, \end{aligned} \quad (3.22)$$

onde ϕ_1 , ϕ_2 , ϕ_3 e ϕ_4 são obtidos através da interpolação das variáveis Eulerianas mais próximas, como comentado anteriormente. As coordenadas dos pontos auxiliares 1, 2, 3 e 4 da Fig. 3.5, e as coordenadas do ponto \vec{x}_k , são respectivamente os pares, (x_k, y_k) , (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) e (x_4, y_4) . Os pontos 1, 2, 3 e 4 da Fig. 3.5 são localizados fora da interface, para que o cálculo da força seja independente das propriedades do escoamento em seu interior. A distância entre os pontos 1, 2, 3 e 4 da Fig. 3.5, como já dito anteriormente, é fixada em Δx . Com isso, os cálculos da força inercial, viscosa e da pressão são independentes do escoamento no interior da interface. O mesmo é válido para a equação da energia.

A força de aceleração, que é um dos termos da força Lagrangiana total, Eq. (3.12), foi obtida através de uma aproximação de acordo com a expressão:

$$\vec{f}_a = \frac{\partial \vec{V}_k}{\partial t} = \frac{\vec{V}_k - \vec{V}_{fk}}{\Delta t} \quad (3.23)$$

em que \vec{V}_k representa o vetor de velocidades da interface e \vec{V}_{fk} representa o vetor de velocidades do fluido na mesma posição da interface. Esta força de aceleração é denominada de aceleração forçante e representa a parcela de maior influência no cálculo da força Lagrangiana total, podendo ser interpretada como a parcela que garante a condição de não escorregamento/deslizamento.

Analogamente a derivada temporal da temperatura é dada por:

$$\frac{\partial \theta_k}{\partial t} = \frac{\theta_k - \theta_{fk}}{\Delta t} \quad (3.24)$$

Um cálculo importante é o da norma L_2 , que fornece uma diferença entre a velocidade do fluido na interface \vec{V}_{fk} e a própria velocidade da interface \vec{V}_k . A rigor, fisicamente, esta norma deve ser nula, para que a condição de não escorregamento/deslizamento seja satisfeita. O valor da norma L_2 é dado pela Equação (3.25), e um valor em torno de 10^{-3} é considerado aceitável, segundo Vedovoto (2007).

$$L_2 = \frac{\sqrt{\sum[(u_k - u_{fk})^2 + (v_k - v_{fk})^2]}}{np\ell} \quad (3.25)$$

De forma análoga, a norma L_2 para a temperatura é dado pela formula:

$$L_2 = \frac{\sqrt{\sum[(\theta_k - \theta_{fk})^2]}}{np\ell} \quad (3.26)$$

onde $np\ell$ é o número de pontos Lagrangianos na interface imersa para ambas as Eqs. (3.25) e (3.26).

3.5 Parâmetros Adimensionais

São apresentados a seguir alguns parâmetros adimensionais, que caracterizam o escoamento forçado sobre um cilindro rotativo aquecido, como o coeficiente de pressão, o número de Strouhal e os coeficientes de arrasto e sustentação, o número de Reynolds e o número de Nusselt.

O coeficiente de pressão é definido como sendo:

$$C_p = \frac{(p - p_\infty)}{0,5\rho U_\infty^2} \quad (3.27)$$

onde p_∞ é a pressão da corrente livre, longe da interface imersa.

Define-se a escala de tempo adimensional como:

$$T = \frac{U_{\infty} t}{d} \quad (3.28)$$

A força de arrasto sobre um corpo submerso em um fluido surge da distribuição de pressão e da distribuição de tensão cisalhante ao longo do corpo. O coeficiente de arrasto é definido como:

$$C_d = \frac{F_d}{\frac{1}{2} \rho U_{\infty}^2 d} \quad (3.29)$$

onde F_d é a força de arrasto por unidade de comprimento, calculada utilizando a componente da força Lagrangiana (N/m^3), na direção do escoamento. A força de arrasto pode ser calculada utilizando a componente x da força Lagrangiana, na direção do escoamento, como:

$$F_d = - \int_0^L f_x ds \quad (3.30)$$

onde f_x é a componente x da força Lagrangiana, atuante sobre o fluido e ds é o elemento de comprimento na qual o ponto \vec{x}_k está centrado, e L é o comprimento da interface. O sinal negativo se deve ao fato que o arrasto e a sustentação são devidos às forças exercidas pelo fluido sobre a interface imersa. A força de sustentação surge pela oscilação dos vórtices formados a jusante do cilindro.

Analogamente ao coeficiente de arrasto, o coeficiente de sustentação é definido por:

$$C_{\ell} = \frac{F_{\ell}}{0,5 \rho U_{\infty}^2 d} \quad (3.31)$$

onde F_{ℓ} é a força de sustentação, a qual é calculada pela componente y da força Lagrangiana, transversal à direção principal do escoamento, como:

$$F_\ell = - \int_0^L f_y ds \quad (3.32)$$

onde f_y é a componente y da força Lagrangiana.

Outro parâmetro adimensional importante é o número de Strouhal que é definido como sendo a frequência adimensional de desprendimento dos vórtices:

$$St = \frac{f d}{U_\infty} \quad (3.33)$$

onde f é a frequência dimensional de formação e desprendimento dos vórtices. Esta frequência pode ser obtida pela Transformada Rápida de Fourier (TRF) do sinal do coeficiente de sustentação.

Outro parâmetro é o número de Nusselt, que analisando fisicamente, é uma grandeza utilizada para a determinação do coeficiente de transferência de calor por convecção pela condução. Assim, é comum expressar o número de Nusselt na forma adimensional como:

$$Nu = \frac{h.d}{k_f} \quad (3.34)$$

onde h é o coeficiente de transferência térmica por convecção e d é um comprimento da interface, onde para formas complexas se define como o volume do corpo dividido pela sua área superficial, e k_f é a condutividade térmica do fluido. O número de Nusselt local foi obtido pelo gradiente de temperatura na direção normal à interface, por:

$$Nu = \frac{\theta_{p2} - \theta_p}{\Delta n} \quad (3.35)$$

Pode-se determinar o cálculo da média desse número em torno da superfície imersa, sendo a média do número de Nusselt calculada em torno da superfície do cilindro imerso utilizando a seguinte formulação matemática:

$$\overline{Nu} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} Nu(\vec{x}_k, t) d\vec{x}_k \quad (3.36)$$

A adimensionalização das equações foi feita com o objetivo de obter os parâmetros acima envolvidos. Nas equações de conservação da massa, quantidade de movimento e energia apresentadas anteriormente (Eqs. 3.1, 3.2 e 3.3), foram obtidas a partir das seguintes relações de acordo com Hughes *et al.* (1999):

$$u = \frac{u'}{U_\infty}, \quad v = \frac{v'}{U_\infty}, \quad p = \frac{p}{\rho U_\infty^2}, \quad x = \frac{x'}{d}, \quad y = \frac{y'}{d}, \quad \theta = \frac{T - T_\infty}{T_c - T_\infty}.$$

onde, u' , v' são as velocidades dimensionais, u , v são as velocidades adimensionalizadas, U_∞ velocidade uniforme na entrada do domínio e T_∞ temperatura do fluido também da corrente livre.

3.6 Parâmetros geométricos para um cilindro circular imerso

Todo o processo de modelagem da interface imersa passa pela determinação das coordenadas dos pontos que compõem a interface e de alguns parâmetros geométricos como a normal e a distância entre pontos. A seguir, detalha-se este processo para um cilindro circular imerso. Primeiramente, define-se a posição central da interface, ou seja, as coordenadas C_x e C_y do centro do cilindro. Para uma interface circular, as coordenadas iniciais dos pontos Lagrangianos são determinadas, através do ângulo entre pontos consecutivos, que é mantido constante. Determinado o número de pontos Lagrangianos ($np_{\ell k}$), tem-se o ângulo $\Delta\theta$ Fig. 3.7, calculado da seguinte forma:

$$\Delta\theta = \frac{2\pi}{np_{\ell k}}, \quad (3.37)$$

e

$$\theta_{K+1} = \theta_K + \Delta\theta, \quad (3.38)$$

As coordenadas iniciais dos pontos são:

$$x_k = C_x + R \cos(\theta_k), \quad (3.39)$$

$$y_k = C_y + R \sin(\theta_k), \quad (3.40)$$

onde R é o raio do cilindro, x_k e y_k são as coordenadas x e y do ponto k e C_x e C_y são as coordenadas x e y do centro da interface circular.

Para o cálculo do campo de força Lagrangiano torna-se necessário conhecer os parâmetros geométricos da interface circular. Sobre cada ponto é calculado o vetor normal, que possui componentes na direção x e y da malha cartesiana, e o comprimento de arco, centrado sobre cada ponto, como ilustrado na Fig. 3.7 (a) e (b).

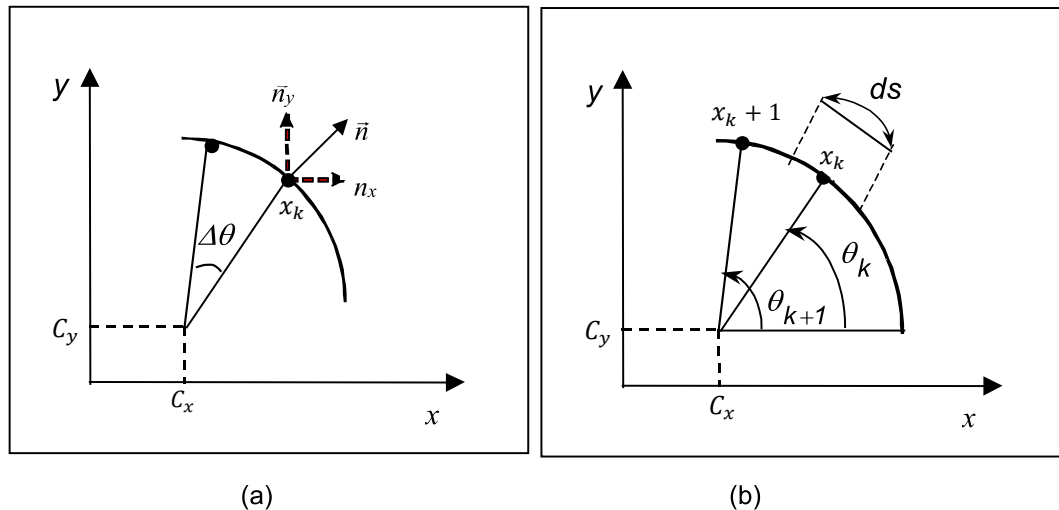


Figura 3.7 – Representação esquemática dos vetores normais sobre um ponto Lagrangiano (a) e representação do comprimento de arco e dos ângulos de dois pontos consecutivos (b), (Lima E Silva, 2002).

A interface pode ser modelada através de uma equação vetorial paramétrica do tipo:

$$\vec{R}(p) = g(p)\vec{i} + h(p)\vec{j} \quad (3.41)$$

Para o cálculo das componentes $g(p)$ e $h(p)$, utilizam-se polinômios interpoladores de Lagrange de grau n sobre um conjunto de $n + 1$ pontos. Tem-se, portanto:

$$g_n(p) = \sum_{k=0}^n L_k(p)x_k(p_k), \quad (3.42)$$

$$h_n(p) = \sum_{k=0}^n L_k(p) y_k(p_k), \quad (3.43)$$

onde:

$$L_K(p) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq k}}^n \frac{p - p_j}{p_k - p_j}, \quad (3.44)$$

os pontos $x_k(p_k)$ e $y_k(p_k)$ são as coordenadas dos pontos da interface, que podem ser definidos por:

$$\{x_k(p_k), y_k(p_k)\} \quad (3.45)$$

com $k = 0, \dots, n$ e $p_k = k$. Pode-se, portanto, calcular a normal e comprimento de arco pelas seguintes expressões, respectivamente:

$$\vec{n}(\vec{x}_k) = \frac{-h' \vec{i} + g' \vec{j}}{\sqrt{(h')^2 + (g')^2}}, \quad (3.46)$$

$$ds(\vec{x}_k) = \frac{1}{4} \left(\sqrt{g'^2(\vec{x}_{k-1}) + h'^2(\vec{x}_{k-1})} + 2\sqrt{g'^2(\vec{x}_k) + h'^2(\vec{x}_k)} + \sqrt{g'^2(\vec{x}_{k+1}) + h'^2(\vec{x}_{k+1})} \right) \quad (3.47)$$

onde (') é a derivada em relação ao parâmetro p . Utilizou-se um critério de estabilidade da malha Euleriana, de modo que:

$$0,9 \leq \frac{\Delta s}{\Delta x} \leq 1,1 \quad (3.48)$$

onde Δs é a distância entre dois pontos Lagrangianos consecutivos e Δx o tamanho da malha Euleriana. Esta faixa de valores possibilita uma maior estabilidade numérica.

Neste trabalho foi utilizado um polinômio de Lagrange de 4º grau e, portanto, uma série de 5 pontos para calcular os parâmetros geométricos. Pode-se exemplificar o cálculo das componentes $g(p)$ e $h(p)$ para o ponto 2, como ilustra a Fig. 3.8, utilizando cinco pontos $(p_0, p_1, p_2, p_3, p_4)$ da seguinte forma:

$$g'_4(p_2) = \frac{[x_0(p_0) - 8x_1(p_1) + 8x_3(p_3) - x_4(p_4)]}{12} \quad (3.49)$$

$$h'_4(p_2) = \frac{[y_0(p_0) - 8y_1(p_1) + 8y_3(p_3) - y_4(p_4)]}{12} \quad (3.50)$$

sendo $x_0(p_0), y_0(p_0), x_1(p_1), y_1(p_1), x_3(p_3), y_3(p_3), x_4(p_4)$ e $y_4(p_4)$ as coordenadas dos pontos Lagrangianos, p_0, p_1, p_3, p_4 , respectivamente.

As Equações (3.47) e (3.48) são substituídas nas Equações (3.44) e (3.45) para se determinar os parâmetros geométricos do ponto Lagrangiano do ponto 2, Fig. 3.8. O mesmo procedimento é feito para todos os pontos (x_k, y_k) para que as componentes da normal possam ser obtidas. No presente trabalho o movimento de rotação do cilindro não altera a distância $\Delta s (\vec{x}_k)$ entre os pontos Lagrangianos, pois todos se movem com a mesma velocidade angular. Em simulações onde a interface se deforma valores devem ser recalculados a cada instante.

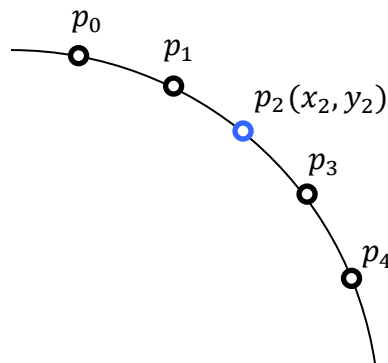


Figura 3.8 – Ilustração dos cinco pontos utilizados para o cálculo da normal \vec{n} e comprimento do arco Δs no ponto 2.

Capítulo 4

MÉTODO NUMÉRICO

4.1 Introdução

Ao realizar uma modelagem matemática relacionada a problemas físicos da engenharia, as equações diferenciais surgem como um “decodificador”, tornando possível a interpretação e compreensão destes fenômenos físicos. Em geral, a solução exata de escoamentos é restrita a situações simplificadas, pois os modelos matemáticos geralmente envolvem equações do tipo não-lineares. Por esta razão os métodos numéricos são grandes aliados dos experimentos e podem aproximar os resultados numéricos dos experimentais.

A análise numérica de um escoamento é possível desde que se determinem os campos das variáveis de interesse, em pontos discretos. O objetivo de um método de discretização é substituir as equações diferenciais por um conjunto de equações algébricas, o qual fornecerá o valor das quantidades de interesse em pontos discretos dentro do domínio do escoamento. O resultado é um conjunto de equações, que devem ser resolvidas a cada ponto do domínio em que se deseja encontrar a solução do problema. Após a resolução deste sistema de equações, encontra-se a solução aproximada do problema em questão. À medida que o número de pontos da malha se torna grande, a solução das equações discretizadas se aproxima da solução exata da equação diferencial.

O código IBM-VPM utilizado no presente trabalho foi desenvolvido em linguagem C++ por Lima E Silva (2002), as sub-rotinas foram elaboradas de forma a resolver cada etapa do método de solução separadamente. O programa principal, onde as variáveis foram declaradas, gerencia toda a chamada das sub-rotinas. Em um arquivo de dados é possível selecionar condições iniciais e de contorno, assim como o tipo de interface (cilindro circular, cilindro quadrado, aerofólio NACA, canal vertical, plataforma e dois ou mais cilindros) que será imersa no escoamento.

As variáveis Eulerianas foram implementadas na forma de matrizes de dimensões da malha Euleriana utilizada e as variáveis Lagrangianas na forma de vetores. A estrutura do programa permite salvar arquivos de dados a qualquer instante de tempo e realizar retomadas de um processo de cálculo interrompido.

Neste trabalho as equações de conservação foram discretizadas por Diferenças Finitas. O procedimento para a obtenção das equações de diferenças finitas consiste na aproximação das derivadas das equações diferenciais parciais por meio do truncamento da Série de Taylor. A solução para as equações não-lineares da equação da conservação da quantidade de movimento, para escoamentos incompressíveis, passa por um processo de acoplamento dos campos de pressão e velocidade. Entre vários métodos existentes, destaca-se o Método do Passo Fracionado, desenvolvido inicialmente por Chorin (1968), em seguida aperfeiçoado por Kim e Moin (1985), que possibilita resultados promissores para a convergência numérica e conservação da massa. Apenas uma iteração, em cada passo de tempo, é necessária para que os campos de velocidades obtidos satisfaçam à continuidade.

Para a discretização temporal, foi utilizado o Método de Euler de primeira ordem. As equações de Navier-Stokes e da energia foram resolvidas de forma explícita. A expressão discretizada para a correção de pressão resulta em um sistema linear que foi resolvido pelo Método MSIP (Modified Strongly Implicit Procedure), desenvolvido por Schneider e Zedan (1981).

A seguir é apresentada uma breve descrição do método do passo fracionado e da discretização realizada no presente trabalho, já fazendo uma analogia com a equação do movimento.

4.2 Método do Passo Fracionado

O Método do Passo Fracionado constitui um procedimento numérico para o acoplamento entre pressão e a velocidade. A sua função é resolver numericamente as equações de Navier-Stokes e da Continuidade, realizando seu acoplamento de modo a fornecer campos finais de velocidade e pressão. Como grande parte dos métodos de solução numérica das equações de Navier-Stokes, o princípio básico é o da resolução em dois passos, um preditor e outro corretor.

A etapa preditora é direta, ela utiliza as derivadas discretizadas. Um campo de velocidades não corrigido é obtido a partir de campos tomados em instantes anteriores. A etapa corretora, por sua vez, garante a conservação de massa através da resolução de uma equação de Poisson para os termos de correção de pressão.

Depois de aplicada essas duas etapas, novos campos (reais) de velocidade e pressão são obtidos. Este procedimento caminha em marcha temporal, ou seja, os campos finais, para um determinado instante, atuam como campos iniciais para o instante seguinte. Com os campos de velocidade estimados e a correção da pressão, obtém-se um sistema linear, sendo resolvido pelo método MSIP.

A equação de Navier-Stokes na forma indicial, para a velocidade na iteração atual é reescrita como:

$$\left[\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} + \frac{\partial(u_i u_j)^n}{\partial x_j} \right] = -\frac{\partial p^{n+1}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial u_i^n}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^n}{\partial x_i} \right) + F_i^n \quad (4.1)$$

onde $n + 1$ representa a iteração atual. As aproximações das componentes da velocidade (\bar{u}_i), que são realizadas utilizando os campos de pressão, velocidade e força, calculados na iteração anterior são dadas por:

$$\left[\frac{\bar{u}_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} + \frac{\partial(u_i u_j)^n}{\partial x_j} \right] = -\frac{\partial p^n}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial u_i^n}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^n}{\partial x_i} \right) + F_i^n \quad (4.2)$$

A notação \bar{u}_i indica a velocidade aproximada/estimada.

Subtraindo a Eq. (4.1) da Eq. (4.2), obtém-se:

$$\frac{\bar{u}_i^{n+1} - u_i^{n+1}}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial(p^{n+1} - p^n)}{\partial x_i} \quad (4.3)$$

Em seguida, aplicando o divergente $\frac{\partial}{\partial x_i}$ em ambos os lados da Eq. (4.3), tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left[\frac{\bar{u}_i^{n+1} - u_i^{n+1}}{\Delta t} \right] = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[-\frac{1}{\rho} \frac{\partial(p^{n+1} - p^n)}{\partial x_i} \right] \quad (4.4)$$

$$\frac{1}{\Delta t} \left[\frac{\partial \bar{u}_i^{n+1}}{\partial x_i} - \frac{\partial u_i^{n+1}}{\partial x_i} \right] = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial p'^{n+1}}{\partial x_i} \right) \quad (4.5)$$

onde $\partial p'^{n+1}$ é a correção da pressão, escrita como:

$$p'^{n+1} = p^{n+1} - p^n \quad (4.6)$$

Como dito anteriormente, o cálculo do divergente é importante pelo fato de expressar a conservação da massa. Para o escoamento de um fluido incompressível, o valor do divergente é utilizado (em métodos numéricos) como garantia da conservação da massa em todo o domínio computacional. É necessário que o campo de velocidades satisfaça à equação da continuidade. Com esta condição definida, o segundo termo do lado esquerdo da Eq. (4.5), a saber, $\left(\frac{\partial u_i^{n+1}}{\partial x_i} \right)$ será anulado. Portanto, a Eq. (4.5) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\frac{1}{\Delta t} \frac{\partial \bar{u}_i^{n+1}}{\partial x_i} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 p'^{n+1}}{\partial x_j \partial x_j} \quad (4.7)$$

Reorganizando os termos da Eq. (4.7), obtém-se a equação de Poisson para a correção da pressão (p'), cujo termo fonte é o divergente da velocidade aproximada/estimada, podendo ser escrita nas seguintes formas:

$$\frac{\partial^2 p'^{n+1}}{\partial x_j \partial x_j} = \frac{\rho}{\Delta t} \frac{\partial \bar{u}_i^{n+1}}{\partial x_i} \quad (4.8)$$

ou

$$\nabla^2 p'^{n+1} = \frac{\rho}{\Delta t} (\vec{\nabla} \cdot \bar{\mathbf{u}}^{n+1}) \quad (4.9)$$

Logo, o campo da velocidade aproximada/estimada é obtido através da Eq. (4.2) e o campo de correção de pressão, através da resolução do sistema linear, gerado pela discretização da Eq. (4.8) ou Eq. (4.9). Da Equação (4.3), calcula-se a velocidade corrigida para a iteração atual, dada por:

$$u_i^{n+1} = \bar{u}_i^{n+1} - \frac{\Delta t}{\rho} \frac{\partial p'^{n+1}}{\partial x_i} \quad (4.10)$$

Pode-se resumir o processo de cálculo da seguinte forma:

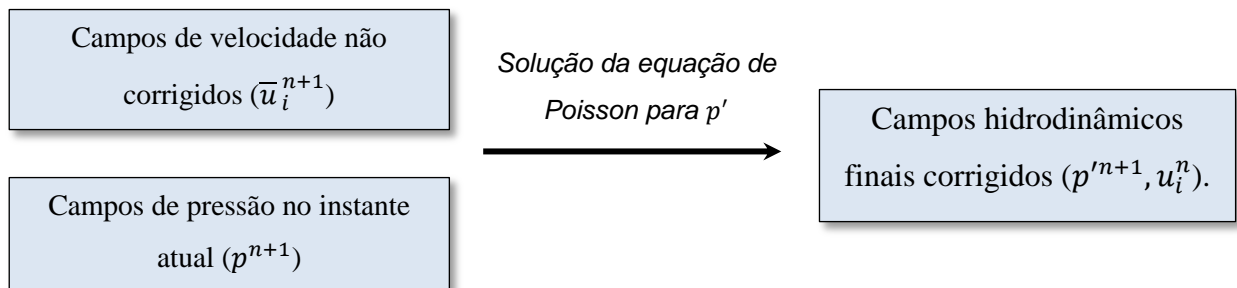


Figura 4.1 – Esquema geral do Método do Passo Fracionado: somente após a solução da equação de Poisson é que são obtidos os campos finais de velocidade e pressão.

É importante comentar que uma vantagem predominante de se utilizar o Método de Passos Fracionado decorre da própria dedução do método, é a garantia de baixos resíduos da Continuidade ($\frac{\partial u_i^{n+1}}{\partial x_i} \cong 0$) logo após a solução do sistema. Isto permite um avanço temporal mais rápido, ou seja, uma passagem rápida e direta para o próximo instante de tempo.

No quesito dos avanços temporais explícitos, houve o cuidado na atribuição de valores dos incrementos de tempo. Grandes incrementos são fortes condicionamentos de instabilidade no código. Nesse contexto, os cálculos foram inicializados com passos de 10^{-6} s, os quais foram suavemente elevados até valores de 10^{-4} s. Mais detalhes podem ser vistos em Lima E Silva (2002).

4.3 – Discretização das equações de conservação

As equações de Navier-Stokes e da energia foram discretizadas no presente trabalho utilizando Diferenças Finitas Centradas de segunda ordem, no espaço e Euler explícito para o termo temporal. As velocidades estão localizadas nas faces e a pressão e a temperatura ($\theta_{i,j}$) no centro do volume de controle. Na Figura 4.2 é ilustrado um volume de controle do ponto Euleriano (i, j). Este esquema foi adotado por promover mais estabilidade no acoplamento pressão-velocidade. Considerando uma célula com coordenada (i, j), tem-se a distribuição:

- Pressão ($p_{i,j}$) e temperatura ($\theta_{i,j}$) no centro da célula;
- Componente x da velocidade e componente x da Força Euleriana na face lateral esquerda, que tem distância $-\frac{\Delta x}{2}$ do centro da célula;
- Componente y da velocidade e componente y da Força Euleriana na face inferior, que tem distância $-\frac{\Delta y}{2}$ do centro da célula.

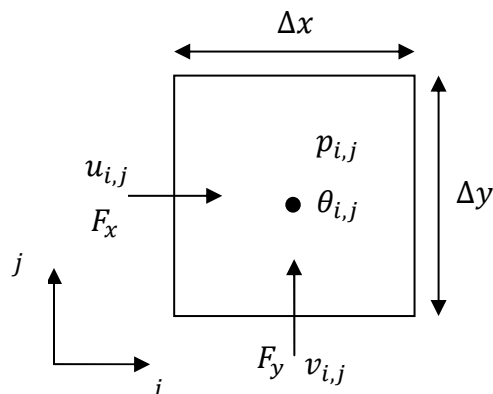


Figura 4.2 – Esquema ilustrativo de um volume de controle em uma malha deslocada.

As equações discretizadas a seguir, são escritas para uma malha uniforme por uma questão de simplificação de cálculos, apesar de todas as simulações terem sido realizadas com uma malha não uniforme. O esquema ilustrativo para a malha não uniforme, Fig. 4.2 é semelhante ao da malha uniforme, com exceção do comprimento de cada célula.

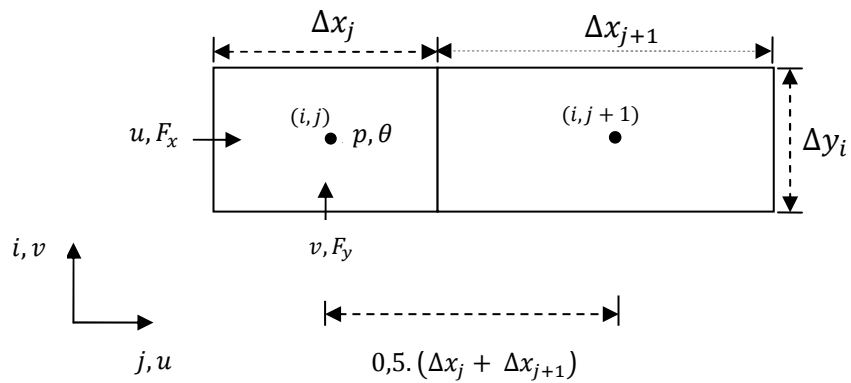


Figura 4.3 – Esquema ilustrativo de duas células da malha cartesiana não uniforme utilizada

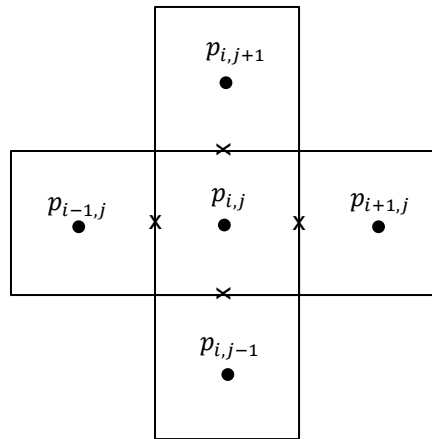
4.3.1– Equação da correção da pressão

A equação para a correção da pressão, $\frac{\partial^2 p'^{n+1}}{\partial x_j \partial x_j} = \frac{\rho}{\Delta t} \frac{\partial \bar{u}_i^{n+1}}{\partial x_i}$, Eq. (4.8), na forma expandida é apresentada por:

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p'}{\partial y^2} = \frac{\rho}{\Delta t} \left[\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right]^{n+1} \quad (4.11)$$

A discretização da Eq. (4.11) pode ser expressa por:

$$\frac{1}{\Delta x} \left[\frac{p'_{i+1,j}{}^{n+1} - p'_{i,j}{}^{n+1}}{\Delta x} - \frac{p'_{i,j}{}^{n+1} - p'_{i-1,j}{}^{n+1}}{\Delta x} \right] + \frac{1}{\Delta y} \left[\frac{p'_{i,j+1}{}^{n+1} - p'_{i,j}{}^{n+1}}{\Delta y} - \frac{p'_{i,j}{}^{n+1} - p'_{i,j-1}{}^{n+1}}{\Delta y} \right] = \frac{\rho}{\Delta t} \left[\frac{\bar{u}_{i+1,j} - \bar{u}_{i,j}}{\Delta x} - \frac{\bar{v}_{i,j+1} - \bar{v}_{i,j}}{\Delta y} \right]^{n+1} \quad (4.12)$$



A Equação (4.12), quando escrita para todos os pontos da malha Euleriana, depende dos pontos vizinhos, no mesmo passo de tempo. Desse modo, todas as equações estão acopladas, gerando um sistema linear de equações, que pode ser representado pela expressão:

$$a_p p'_p + a_e p'_e + a_w p'_w + a_n p'_n + a_s p'_s = b_p \quad (4.13)$$

onde:

$$p'_p = p'_{i,j}$$

$$p'_e = p'_{i+1,j}$$

$$p'_w = p'_{i-1,j}$$

$$p'_n = p'_{i,j+1}$$

$$p'_s = p'_{i,j-1}$$

Os coeficientes a_p, a_e, a_w, a_n e a_s são constantes para toda a malha uniforme. Para a malha não uniforme são variáveis ao longo do domínio, pois dependem das dimensões de cada célula. Os sub-índices p, e, w, n e s estão ilustrado na Fig. 4.4 e são dados por:

$$a_p = -\left[\frac{2}{(\Delta x)^2} + \frac{2}{(\Delta y)^2}\right] \quad (4.14)$$

$$a_e = a_w = \frac{1}{(\Delta x)^2} \quad (4.15)$$

$$a_n = a_s = \frac{1}{(\Delta y)^2} \quad (4.16)$$

$$b_p = \frac{\rho}{\Delta t} \left[\frac{\bar{u}_{i+1,j} - \bar{u}_{i,j}}{\Delta x} - \frac{\bar{v}_{i,j+1} - \bar{v}_{i,j}}{\Delta y} \right]^{n+1} \quad (4.17)$$

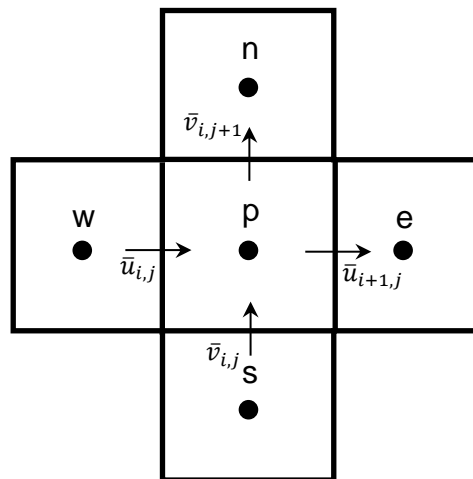


Figura 4.4 – Localização dos sub-índices.

4.3.2– Equações de Navier-Stokes

A partir do tratamento numérico, as equações diferenciais de quantidade de movimento são transformadas em relações algébricas passíveis de resolução. Assim, a pressão, temperatura e as velocidades são calculadas para cada célula discreta, tomando por base uma malha deslocada.

Para a discretização das equações de Navier-Stokes utilizou-se o método das diferenças finitas. As velocidades estão localizadas nas faces e a pressão e temperatura no centro do volume de controle. Assim a equação de Navier-Stokes apenas na direção longitudinal (em relação à x), ou seja:

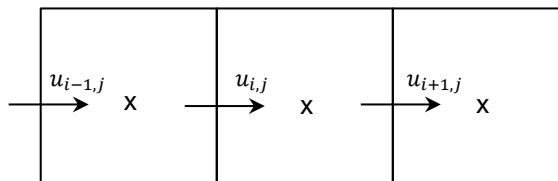
$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial(u.u)}{\partial x} + \frac{\partial(u.v)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \right] + F_x \quad (4.18)$$

O processo é análogo na direção vertical (em y).

Assim, reescrevendo separadamente na forma discreta cada termo tem-se:

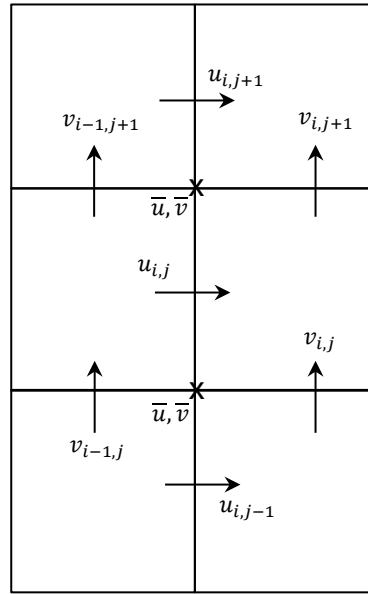
- **Termo temporal**

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u_{i,j}^{n+1} - u_{i,j}^n}{\Delta t} \quad (4.19)$$



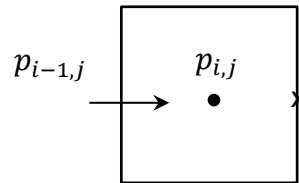
- **Parcela Advectiva em $x \frac{\partial(u.u)}{\partial x}$:**

$$\frac{\partial(u.u)}{\partial x} = \frac{1}{\Delta x} \cdot \left[\left(\frac{u_{i+1,j} + u_{i,j}}{2} \right)^2 - \left(\frac{u_{i,j} + u_{i-1,j}}{2} \right)^2 \right] \quad (4.20)$$



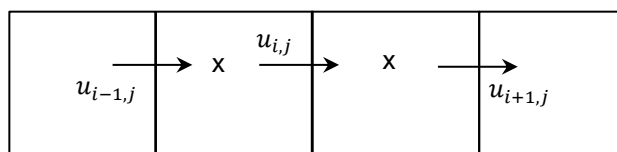
- Parcela de Pressão $\frac{\partial p}{\partial x}$:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{p_{i,j} - p_{i-1,j}}{\Delta x} \quad (4.21)$$



- Parcela Difusiva em x $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \left[\frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{\Delta x} - \frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{\Delta x} \right] \cdot \frac{1}{\Delta x} \quad (4.22)$$



- **Parcela de força Euleriana F_x :**

A componente x da força está localizada na mesma posição da componente x da velocidade e, portanto pode ser escrita como:

$$F_x = F_{x\ i,j} \quad (4.23)$$

4.3.3 - Discretização da equação da Energia

O termo fonte Q é localizado no centro da célula e pode ser discretizado por:

$$Q = Q_{i,j} \quad (4.24)$$

A equação da energia dada pela Eq. (3.3) pode ser reescrita como:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial u \theta}{\partial x} + \frac{\partial v \theta}{\partial y} = \frac{1}{Re\ Pr} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) + Q \quad (4.25)$$

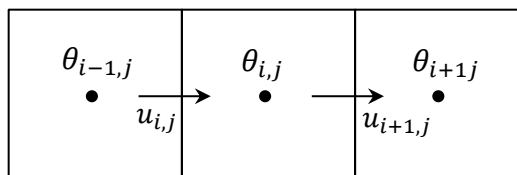
Realizando a discretização da Eq. (4.32), obtém-se:

- **Termo temporal**

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\theta_{i,j}^{n+1} - \theta_{i,j}^n}{\Delta t} \quad (4.26)$$

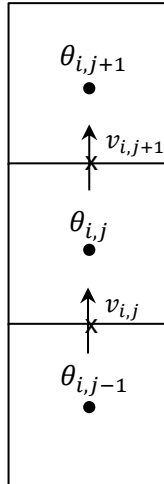
- **Termo Convectivo em x :**

$$\frac{\partial u \theta}{\partial x} = \left[u_{i+1,j} \cdot \frac{\theta_{i+1,j} + \theta_{i,j}}{2} - u_{i,j} \cdot \frac{\theta_{i,j} + \theta_{i-1,j}}{2} \right] \cdot \frac{1}{\Delta x} \quad (4.27)$$



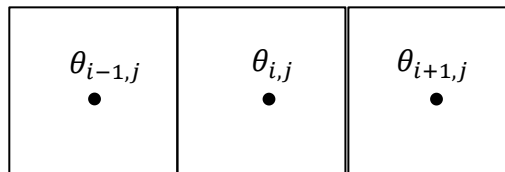
- **Termo Convectivo em y:**

$$\frac{\partial v\theta}{\partial y} = \left[v_{i,j+1} \cdot \frac{\theta_{i,j+1} + \theta_{i,j}}{2} - v_{i,j} \cdot \frac{\theta_{i,j} + \theta_{i,j-1}}{2} \right] \cdot \frac{1}{\Delta y} \quad (4.28)$$



- **Termo Difusivo em x:**

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = \left[\frac{\theta_{i+1,j} - \theta_{i,j}}{\Delta x} - \frac{\theta_{i,j} - \theta_{i-1,j}}{\Delta x} \right] \cdot \frac{1}{\Delta x} \quad (4.29)$$



O processo é análogo para $\frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2}$.

4.3.4 - Discretização da função indicadora

Como já mencionado, a função indicadora auxilia na localização das malhas Eulerianas que pertencem ao corpo imerso, como mostra a Fig. 4.5. Da forma descrita para a pressão, a discretização da função indicadora foi utilizado também o esquema de Diferenças Finitas Centradas. A função indicadora e a variável G , cujo gradiente é termo fonte do Laplaciano da função indicadora, estão localizadas no centro da malha Euleriana. A equação Eq. (3.15), ou seja, $\vec{\nabla}^2 I(\vec{x}, t) = \vec{\nabla} \cdot \vec{G}(\vec{x}, t)$ pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 I}{\partial y^2} = \frac{\partial G_x}{\partial x} + \frac{\partial G_y}{\partial y} \quad (4.30)$$

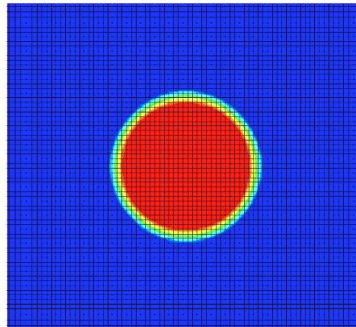


Figura 4.5 – Função indicadora para um cilindro circular.

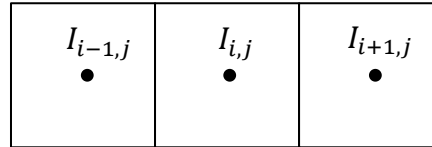
Utilizando o processo de discretização de cada parcela da Eq. (4.30), obtém-se:

$$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = \frac{I_{i+1,j} - 2I_{i,j} + I_{i-1,j}}{\Delta x^2} = \frac{I_e - 2I_p + I_w}{\Delta x^2} \quad (4.31)$$

$$\frac{\partial^2 I}{\partial y^2} = \frac{I_{i,j+1} - 2I_{i,j} + I_{i,j-1}}{\Delta y^2} = \frac{I_n - 2I_p + I_s}{\Delta y^2} \quad (4.32)$$

$$\frac{\partial G_x}{\partial x} = \frac{(G_{x\ i+1,j} + G_{x\ i,j}) - (G_{x\ i-1,j} + G_{x\ i,j})}{2\Delta x} \quad (4.33)$$

$$\frac{\partial G_y}{\partial y} = \frac{(G_{y\ i,j} + G_{y\ i,j+1}) - (G_{y\ i,j-1} + G_{y\ i,j})}{2\Delta y} \quad (4.34)$$



Quando somadas as Eqs. (4.31) e (4.32), representam o termo fonte da Eq. (4.30) que pode ser representada por g_p .

Agora, substituindo as Eqs. (4.38) e (4.39) na Eq. (4.30), obtém-se:

$$\frac{I_e - 2I_p + I_w}{\Delta x^2} + \frac{I_n - 2I_p + I_s}{\Delta y^2} = g_p \quad (4.35)$$

Portanto, o sistema linear para a função indicadora é representado por:

$$d_p I_p + d_e I_e + d_w I_w + d_n I_n + d_s I_s = g_p \quad (4.36)$$

Cujos coeficientes são análogos ao da pressão e são dados por:

$$d_e = d_w = \frac{1}{\Delta x^2} \quad (4.37)$$

$$d_n = d_s = \frac{1}{\Delta y^2} \quad (4.38)$$

$$d_p = d_e + d_w + d_n + d_s \quad (4.39)$$

Para a solução do sistema linear dado pela Eq. (4.37) utiliza-se também o Método MSI (Modified Strongly Implicit Procedure).

Capítulo 5

RESULTADOS

5.1 – Introdução: O domínio de cálculo e as condições de contorno

Com a utilização do Método da Fronteira Imersa e do Modelo Físico Virtual, implementado no código IBM-VPM, foi possível realizar simulações de escoamentos bidimensionais em torno de um corpo aquecido imerso no escoamento. As simulações de escoamentos em torno de um cilindro estacionário e com rotação foram realizadas para números de Reynolds variando de 47 a 250. O cilindro foi mantido a uma temperatura adimensional constante igual a 1 ($\theta_c = 1$), enquanto que o fluido possui uma temperatura inicial $\theta_f = 0$. O valor da rotação específica (α) foi variado de 0 a 4,0 afim de se analisar a sua influência na transferência de calor e nos coeficientes das forças. Em seguida os resultados foram comparados com a literatura, incluindo os experimentos realizados por Carvalho (2003). São apresentados os campos de vorticidade, temperatura e de pressão, os coeficientes de sustentação e de arrasto, o número de Strouhal e o número de Nusselt, para os diferentes números de Reynolds e rotações específicas. O presente trabalho se restringiu a simular escoamentos em torno de um cilindro de diâmetro d aquecido e imerso em um fluido incompressível com propriedades constantes. As simulações foram realizadas com e sem movimento rotativo do cilindro, e com isso, pôde-se validar numericamente a metodologia e fazer uma análise da influência da rotação no campo térmico.

Para todas as simulações, foi utilizado um domínio retangular de dimensões $55 d \times 30 d$, (Fig. 5.1) visto que uma análise prévia das suas dimensões e também do refinamento da malha já foram realizadas no trabalho de Lima E Silva (2002) e (2003). Essas dimensões foram determinadas numericamente para minimizar as influências do domínio no escoamento em torno do cilindro e ao mesmo tempo, minimizar o número desnecessário de nós. As coordenadas centrais do cilindro são $16,5 d \times 15 d$ em x e y .

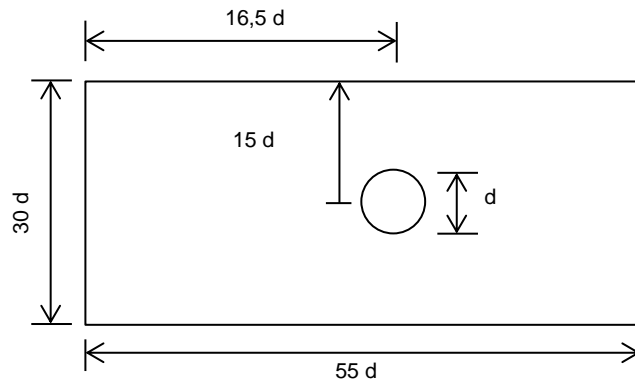


Figura 5.1 – Esquema ilustrativo das dimensões do domínio de cálculo

Uma malha não uniforme de 318×164 pontos foi utilizada com objetivo de capturar melhor os efeitos da rotação juntamente com um total de 201 pontos para a malha Lagrangiana. A malha é uniforme na região do cilindro, mantendo um mínimo de 30 malhas no seu interior, como ilustra a Fig. 5.2.

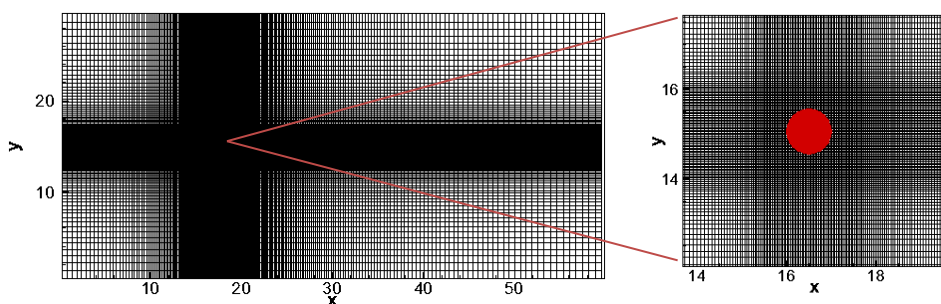


Figura 5.2 - Esquema ilustrativo da malha não uniforme utilizada com as dimensões do domínio.

O passo de tempo utilizado no processo de cálculo está no intervalo que vai de $1,0 \times 10^{-6} s$ (mínimo) a $1,0 \times 10^{-4} s$ (máximo) e é calculado dinamicamente com o critério de estabilidade de Friedrichs – Lewy, mais conhecido como critério CFL, necessário para as soluções explícitas no tempo. Inicialmente, para os números de Reynolds iguais a 100 e 200 foi realizada uma análise para o escoamento com o cilindro fixo sem rotação com aquecimento. Em seguida, foram realizadas simulações numéricas para os respectivos

números de Reynolds variando a $47 \leq Re \leq 250$, para diferentes valores de α . Foram realizadas análises do escoamento para diferentes velocidades angulares, impostas no sentido horário e anti-horário, para os respectivos números de Reynolds já citados anteriormente. A diferença de temperatura entre o cilindro e o fluido foi mantida constante. O escoamento se desenvolve da esquerda para a direita, com perfil de velocidade uniforme imposto na entrada do domínio e uma função de amortecimento na saída do domínio para prevenir o retorno de vórtices na saída. O número de Prandtl foi mantido constante igual a 0,7 (ar) para todas as simulações.

Para as fronteiras laterais do domínio, foram utilizadas condições de contorno de fronteira livre, isto é, derivada nula das velocidades. Na entrada do domínio foi imposto um perfil uniforme de velocidade, U_∞ , e na saída, derivada nula para as velocidades.

As condições de contorno na entrada e na saída e nas fronteiras superior e inferior são dadas respectivamente pelas Eqs. (5.1) a (5.3):

$$u = U_\infty; v = 0 \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (5.2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (5.3)$$

Para a pressão, as condições de contorno utilizadas foram do tipo Neumann na entrada e Dirichlet na saída e nas laterais do domínio. As condições de contorno na entrada do domínio, na saída e nas fronteiras inferior e superior são dadas pelas Eqs. (5.4) e (5.5) a seguir:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = 0 \quad (5.4)$$

$$p = 0 \quad (5.5)$$

Para a temperatura as condições são análogas à velocidade, dadas pelas Eqs. (5.6) e (5.7) a seguir:

$$\theta = 0 \quad (5.6)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = 0 \quad (5.7)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial y} = 0 \quad (5.8)$$

A seguir são mostrados os resultados obtidos das simulações realizadas no LabTC (Laboratório de Transferência de Calor - UNIFEI). Todas as simulações foram realizadas até que o regime estivesse estabelecido, isto é, em todas as simulações foram gastos um tempo de aproximadamente 48 h, para que o regime de escoamento estabelecido fosse atingido, o que foi verificado através dos gráficos dos coeficientes das forças em função do tempo. O computador utilizado possui processador Intel(R) Core (TM) i5-2400 CPU 3.10 GHz com 4,00 GB com sistema operacional de 64 Bits. As simulações com as diferentes rotações foram iniciadas com um cilindro estacionário e após aproximadamente $t = 0,05s$ a rotação foi iniciada. Este procedimento foi adotado para assegurar que o campo de força calculado já fosse capaz de reproduzir o cilindro imerso antes da rotação.

Por convenção foi adotado que o ângulo θ que define as posições dos pontos sobre o corpo e varia no sentido anti-horário, partindo do ponto de estagnação a montante, como mostra a Fig. 5.3.

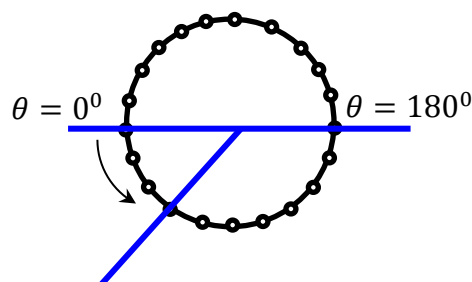


Figura 5.3 – Esquema ilustrativo para variação do ângulo θ sobre o cilindro.

5.2 – Visualização dos campos do escoamento

Na Tabela 5.1 tem-se um resumo das simulações numéricas que foram realizadas para diferentes valores de Reynolds e diferentes valores de α .

Simulações Numéricas	
Re	α
47	0,00
	1,00
	2,00
100	0,00
115	0,83
	1,56
	1,88
	2,02
	2,27
	2,90
200	1,00
	-1,50
	4,00
250	0,00
	1,00
	1,50

Tabela 5.1 – Simulações numéricas para diferentes valores de Re e diferentes valores de α .

A seguir são apresentados nas Figuras 5.4 e 5.5 em diferentes instantes de tempo, os campos de vorticidade (fornecem uma noção considerável acerca do movimento dos fluidos), para os números de Reynolds iguais a 100 e 200, respectivamente, em torno de um cilindro estacionário. O cilindro foi mantido a uma temperatura adimensional constante, isto é, com $\theta_c = 1$. A coluna da esquerda representa os diferentes instantes de tempo para a simulação com rotação específica para $\alpha = 0$ enquanto a coluna da direita representa também os diferentes instantes de tempo para o escoamento em torno de um cilindro rotativo com $\alpha = -1,5$ (sentido horário).

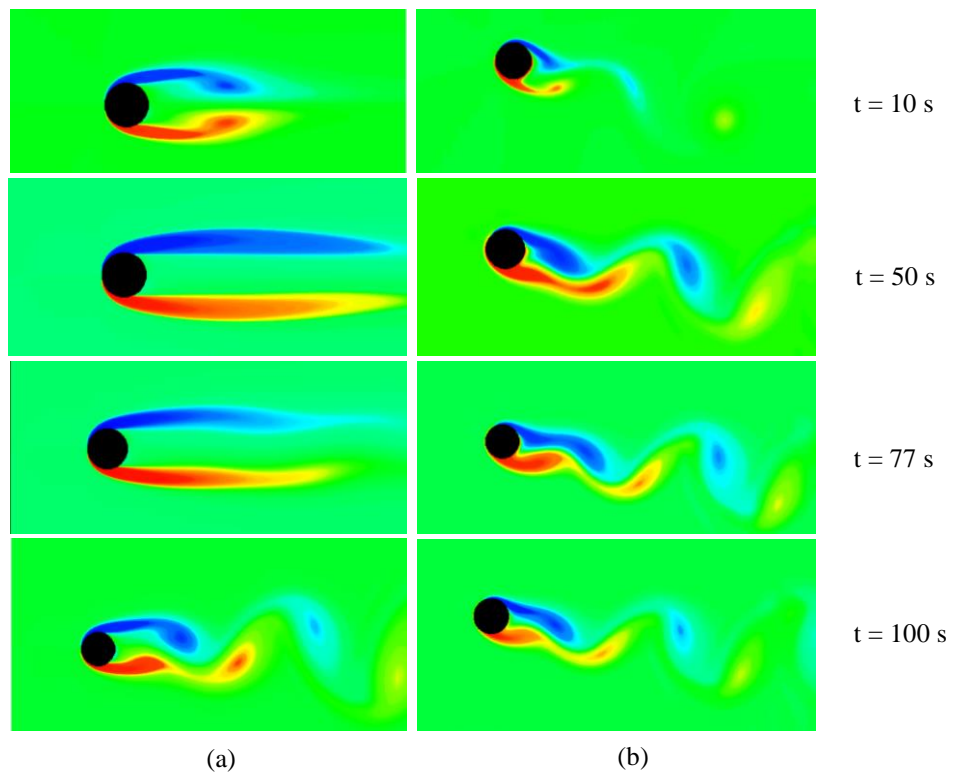


Figura 5.4 – Campos de vorticidade para $Re = 100$. A coluna da esquerda (a) representa o cilindro estacionário com $\alpha = 0$ e a coluna da direita (b) representa o cilindro rotativo para $\alpha = -1,5$.

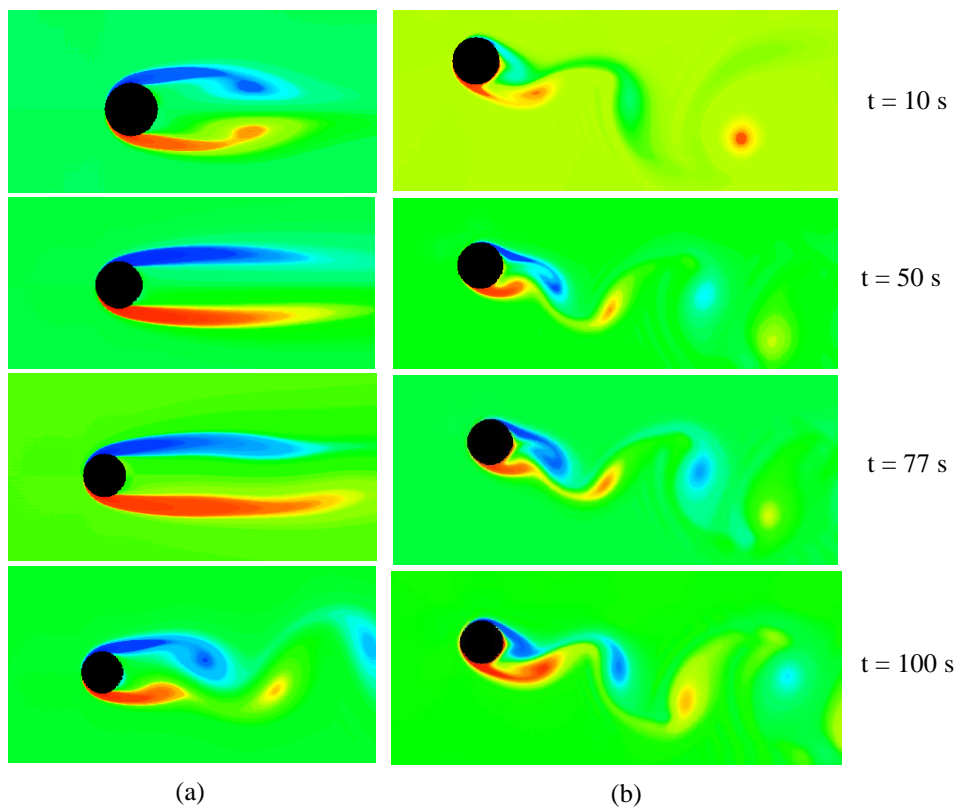


Figura 5.5 – Campos de vorticidade para $Re = 200$. A coluna da esquerda (a) representa o cilindro estacionário com $\alpha = 0$, e a coluna da direita (b) representa o cilindro rotativo para $\alpha = -1,5$.

No escoamento com cilindro estacionário, os instantes iniciais são marcados pelo surgimento de uma bolha de recirculação atrás do cilindro. Esta região onde o fluido se encontra aprisionado, aumenta constantemente ($t = 77s$ na figura) até um comprimento máximo. Em seguida se inicia o processo de desprendimento dos primeiros vórtices. Sabe-se que o processo de geração e desprendimento de vórtices ocorre devido às instabilidades das camadas cisalhantes que por sua vez dependem da geometria do corpo e do número de Reynolds. Devido à aproximação que ocorre nas camadas cisalhantes opostas, isso faz com que os vórtices sejam gerados e transportados a jusante, fazendo com que o processo se repita periodicamente de forma alternada, no caso do cilindro estacionário. Observa-se nas Figs. 5.4 e 5.5 que o cilindro estacionário possui uma esteira alongada, sendo o desprendimento de vórtices iniciado após aproximadamente $T = 80$. A rotação antecipa o desprendimento, desestabilizando o escoamento fazendo com que a esteira de Von Kármán já apareça nos instantes iniciais. Para estes valores de Reynolds 100 e 200 e $\alpha = -1,5$, o desprendimento de vórtices não é inibido e a esteira se inclina para baixo, no sentido da rotação.

Visualmente se observa que um aumento do Reynolds faz com que os vórtices de desprendem mais próximos ao cilindro, o que faz com que uma leve redução no arrasto pelo fato dos vórtices que chocarem com mais intensidade atrás do cilindro.

Na Figura 5.6 (a) e (b) são comparados os resultados experimentais obtidos por Carvalho (2003) para $Re = 115$ e diferentes valores de α , com os resultados obtidos neste trabalho. O cilindro rotaciona no sentido horário. Os resultados das simulações numéricas para este mesmo número de Reynolds e as mesmas rotações são apresentados na coluna direita da Fig. 5.6.

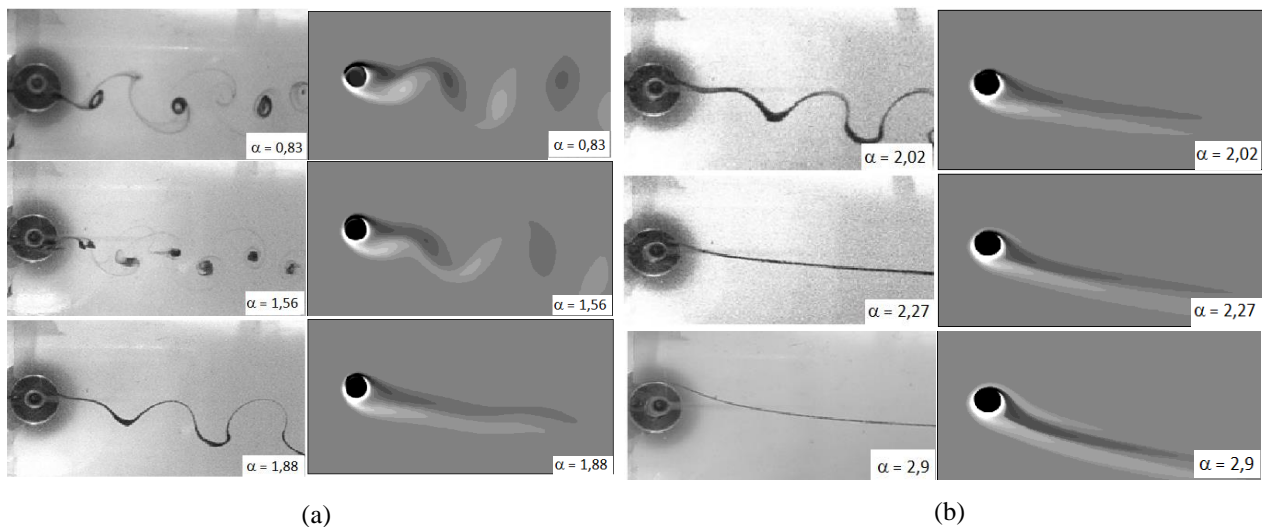


Figura 5.6 – Comparação qualitativa (a) e (b) entre o resultado experimental de Carvalho (2003), coluna da esquerda e os resultados numéricos do presente trabalho, coluna da direita para $Re = 115$ com diferentes rotações específicas.

Pode-se notar uma grande semelhança entre os resultados numéricos do presente trabalho com os resultados experimentais de Carvalho (2003). A esteira formada a jusante possui uma inclinação similar em ambos os trabalhos. O valor de α crítico para $Re = 115$ foi de $\alpha = 2,02$ enquanto que o experimental foi entre 2,02 e 2,27. Nas Figuras 5.7, 5.8 e 5.9 são mostradas as isolinhas de temperatura (coluna esquerda) e as linhas de corrente (coluna direita) instantâneas para $Re = 47$, $Re = 200$ e $Re = 250$, respectivamente. Em cada figura são apresentados para um mesmo instante de tempo, três valores diferentes de α .

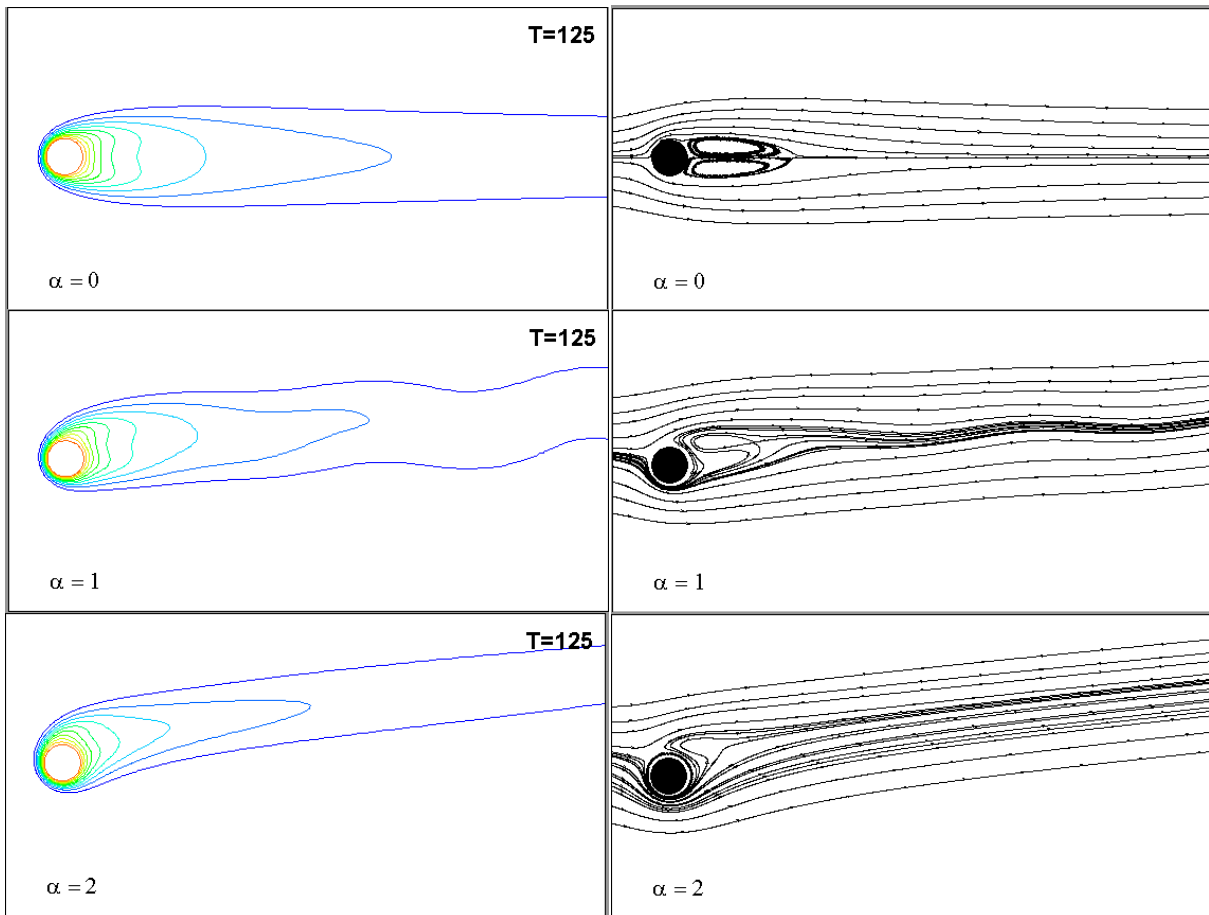


Figura 5.7 – Isolinhas de temperatura (coluna da esquerda) e linhas de corrente (coluna da direita) para $Re = 47$, com diferentes valores de α .

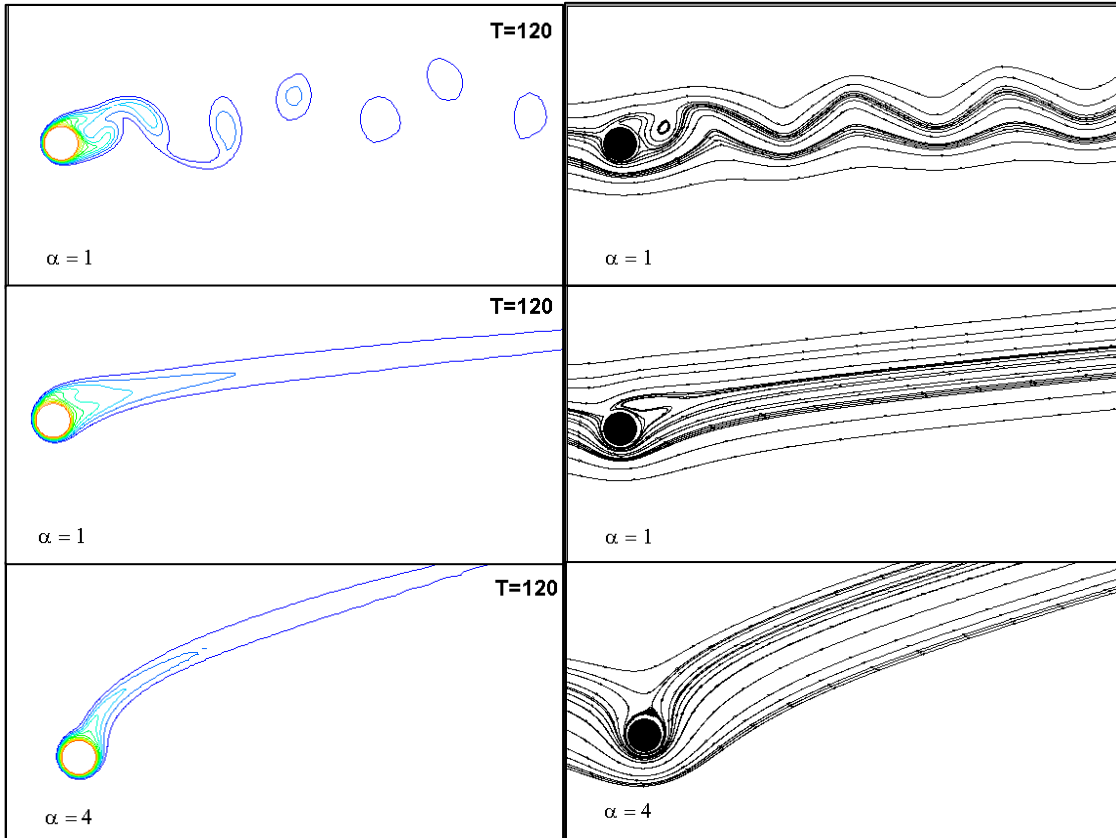


Figura 5.8 – Isolinhas de temperatura (coluna da esquerda) e linhas de corrente (coluna da direita) para $Re = 200$, com diferentes valores de α .

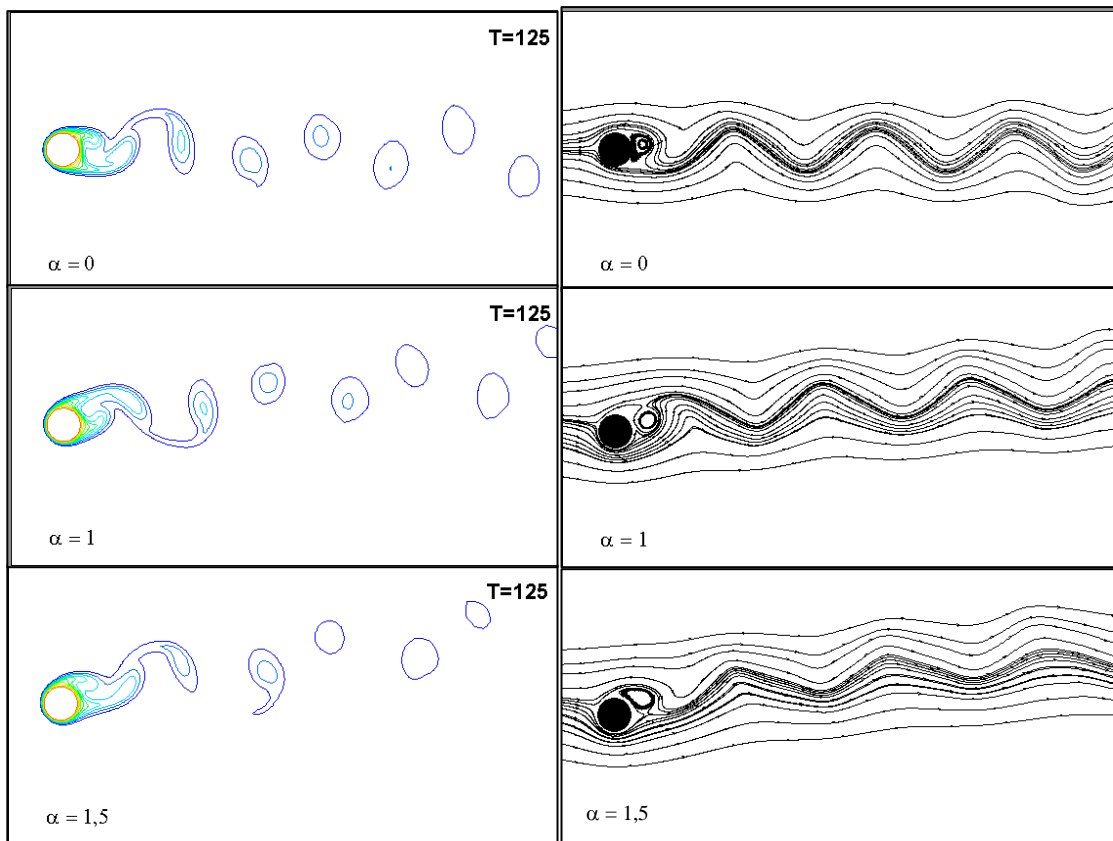


Figura 5.9 – Isolinhas de temperatura (coluna da esquerda) e linhas de corrente (coluna da direita) para $Re = 250$, com diferentes valores de α .

Estas figuras ilustram o efeito da rotação no campo térmico e no campo de velocidade. Os campos das linhas de corrente comprovam que o aumento de α tende a aumentar a região próxima ao cilindro onde o fluido fica aprisionado. O volume deste fluido de isolamento interfere diretamente na transferência de calor próxima ao cilindro e conseqüentemente nas distribuições do número de Nusselt. A rotação altera a forma das isolinhas de temperatura e também a sua orientação, pois a esteira tende a girar na mesma direção da rotação do cilindro.

Pode-se observar também uma mudança na posição do ponto de estagnação em ($\theta = 0^\circ$). O aumento de α faz com que este ponto se desloque na direção contrária à rotação o que é verificado nos gráficos das distribuições locais do número de Nusselt e do coeficiente de pressão, que serão mostrados no item 5.3.2.

A seguir são apresentados os resultados dos coeficientes aerodinâmicos e de pressão, assim como os números de Strouhal e de Nusselt. Em primeiro lugar são mostrados os gráficos das evoluções no tempo dos coeficientes apresentados de diferentes formas.

Em seguida mostram-se as distribuições locais sobre a superfície do cilindro e no item 5.3.3 os valores médios obtidos.

5.3 – Resultados dos coeficientes de arrasto, sustentação, coeficiente de pressão, números de Strouhal e de Nusselt

A Tabela 5.2 a seguir apresenta alguns dos resultados obtidos no presente trabalho para os valores médios (médias temporais) dos coeficientes de arrasto, para os números de Reynolds iguais a 80, 100 e 200 simulados numericamente, comparados com os dados numéricos de Ren *et al.* (2013), Ding *et al.* (2004), Lima e Silva (2002), Ye *et al.* (1999) e Liu *et al.* (1998), para o caso estacionário, $\alpha = 0$.

Autores	Presente	Ren et al.	Ding et al.	Lima e	Ye et al.	Liu et al.
Re	Trabalho	(2013)	(2004)	Silva (2002)	(1999)	(1998)
80	1,395	-	-	1,40	1,37	-
100	1,368	1,346	1,350	1,390	-	1,350
200	1,348	-	-	1,390	-	1,310

Tabela 5.2 – Comparação entre os valores médios dos coeficientes de arrasto para $Re = 80$, $Re = 100$ e $Re = 200$.

Na Tabela 5.3 tem-se os resultados obtidos no presente trabalho para o Nusselt médio em comparação com alguns resultados obtidos por Baranyi (2003) e Mahir e Altac (2008), Paramane e Sharma (2009) e Shrivastava *et al.* (2012).

Várias correlações podem ser obtidas para o número de Nusselt médio, em Incropera *et al.* (2008) a correlação empírica adotada no presente trabalho foi a de Hilpert que considera as condições médias globais, sendo representada por:

$$\bar{N}u = c Re_D^m Pr^{\frac{1}{3}} \quad (5.1)$$

onde, $Re_D : 40 - 40.000$, $c = 0,683$ e $m = 0,466$.

Re	Autores	$\bar{N}u$
80	Presente Trabalho	4,6733
	Paramene e Sharma (2009)	4,5000
100	Presente Trabalho	5,1855
	Baranyi (2003)	5,1320
	Mahir e Altac (2008)	5,1790
200	Presente Trabalho	7,1625
	Mahir e Altac (2008)	7,4740
	Shrivastava et al. (2012)	7,1600

Tabela 5.3 – Comparação entre resultados para o número de Reynolds e Nusselt médio, para $\alpha = 0$.

Observa-se uma boa concordância nos valores obtidos, com diferenças da ordem de 3%, o que confirma a validade do método para o caso estacionário. Diferentes simulações para escoamentos com corpos estacionários já foram realizadas previamente, utilizando o código IBM-VPM. Desta forma, estes cálculos com geometrias estacionárias foram validados no que diz respeito à escolha do refinamento da malha, dimensões do domínio, de forma a não influenciar nos valores obtidos dos coeficientes aerodinâmicos. Mais detalhes destas simulações podem ser vistos em Lima E Silva (2002), Lima E Silva *et al.* (2003), Lima e Silva *et al.* (2007) e Lima E Silva (2012).

A seguir são apresentados os resultados das evoluções temporais dos coeficientes e do número de Nusselt.

5.3.1 – Evolução temporal dos coeficientes das forças e do número de Nusselt

A Figura 5.11 mostra a evolução do coeficiente de arrasto em função do tempo adimensional T , para os números de Reynolds iguais a $Re = 47, 80, 100, 115, 200$ e 250 , para diferentes valores de α . Para as simulações com o cilindro estacionário ($\alpha = 0$) o tempo gasto para se atingir um regime de escoamento estabelecido foi maior. O aumento da rotação fez com que o desprendimento de vórtices seja antecipado e conseqüentemente o regime periódico é atingido mais cedo. Além disso, com a rotação as oscilações do C_d são maiores até o ponto onde os vórtices são inibidos, onde eles desaparecem. Um comentário importante é dado na Fig. 5.11 itens (e) e (f). Observa-se um “plateau” na curva do C_d para Reynolds iguais a 200 e 250 respectivamente, para $\alpha \geq 0,5$, isso é um problema físico, pois na maioria dos escoamentos encontrados na natureza e em aplicações práticas são turbulentos. Para números de Reynolds maiores e iguais a 200, inicia-se o escoamento turbulento. Esse tipo de escoamento é instável e contém flutuações que são dependentes do tempo e da posição no espaço. Essas pequenas perturbações verificadas nos itens (e) e (f) da Fig. 5.11, são instabilidades físicas que conduzem a transição. E os parâmetros adimensionais mais comuns que controlam o fenômeno da transição são os números de Reynolds e de Rayleigh, este último não é tratado de forma aprofundada no presente trabalho. Uma descrição completa da transição requer a análise do processo não linear de amplificação de perturbações. Isto constitui uma tarefa teórica difícil, uma vez que se trata de problemas de ordem não linear.

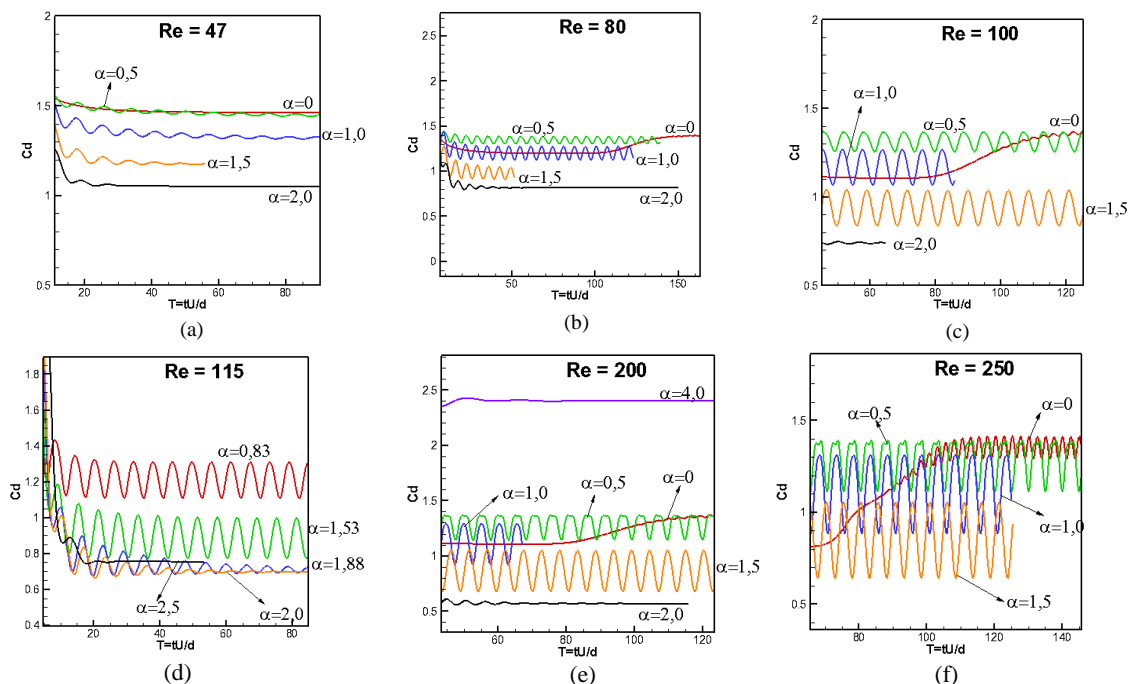


Figura 5.10 – Evolução temporal do coeficiente de arrasto para (a) $Re = 47$, (b) $Re = 80$, (c) $Re = 100$, (d) $Re = 115$, (e) $Re = 200$ e (f) $Re = 250$ para diferentes valores de α .

Quanto maior o número de Reynolds, maior as oscilações do C_d e, portanto, maior será o valor de α crítico necessário para inibir por completo o processo de geração e despreendimento dos vórtices. Uma única simulação com $\alpha = 4,0$ e $Re = 200$ foi realizada e observou-se que ocorreu um aumento significativo do arrasto. A Figura 5.7 apresentada no item 5.2, mostra que para este valor de $\alpha = 4,0$ o campo de velocidade próximo ao cilindro é bastante afetado. Existe uma região onde o fluido recircula ao redor do cilindro, aumentando a contribuição da força de arrasto.

Na Figura 5.11 é apresentada a evolução do coeficiente de sustentação em função do tempo adimensional, para todos os números de Reynolds e rotações específicas simuladas.

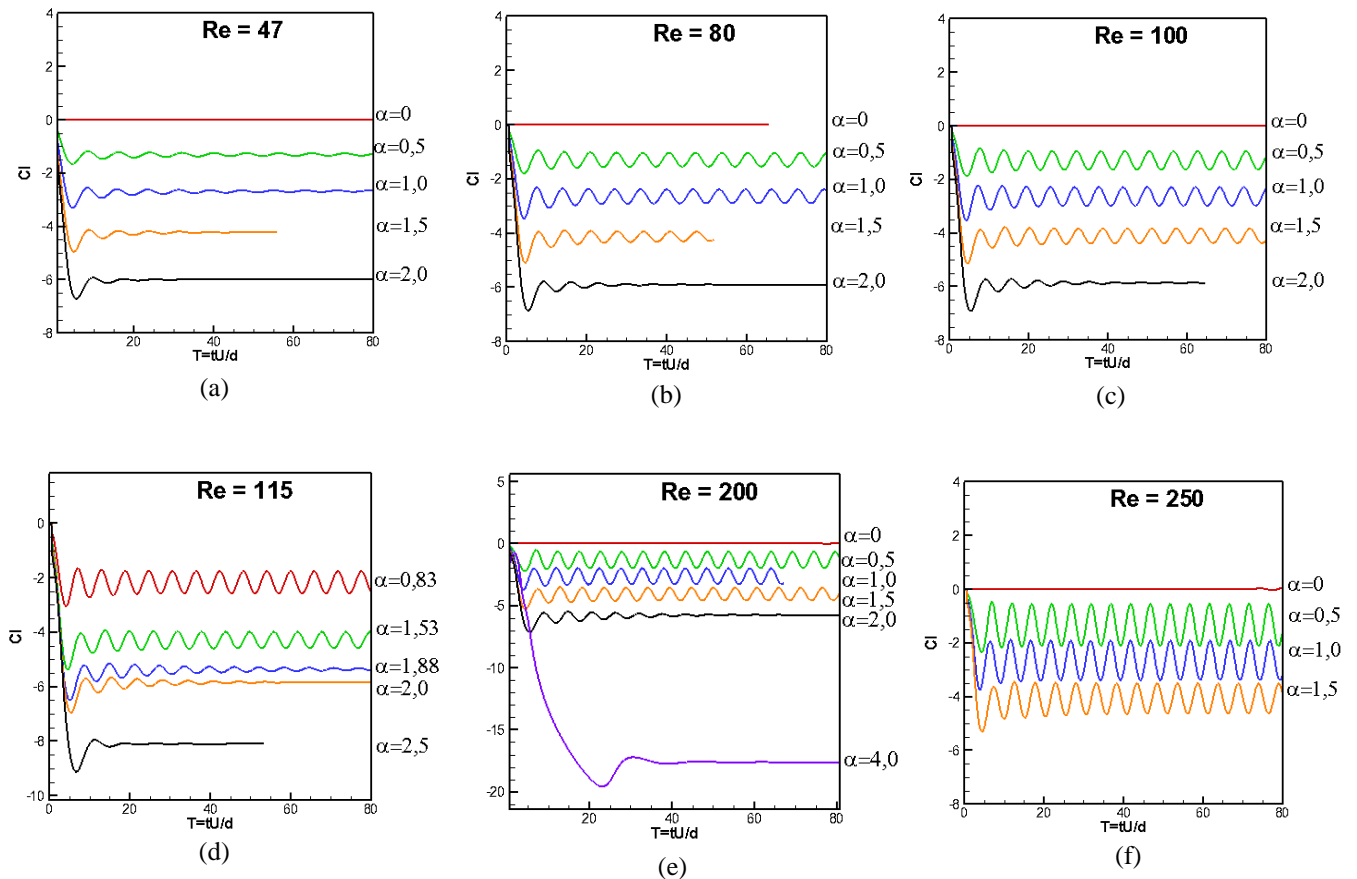


Figura 5.11 – Evolução temporal do coeficiente de sustentação para (a) $Re = 47$, (b) $Re = 80$, (c) $Re = 100$, (d) $Re = 115$, (e) $Re = 200$ e (f) $Re = 250$, para diferentes valores de α .

É possível observar claramente o aumento do coeficiente de sustentação com o aumento de α . Para o caso estacionário as flutuações de C_ℓ também existem e aumentam com o aumento de Re , porém a escala adotada na Fig. 5.11 não permite que as variações de C_ℓ em $\alpha = 0$ sejam visualizadas. Para os menores valores de Reynolds ($Re = 47$ e 80) estas oscilações são intermitentes e de baixa frequência. As oscilações de C_ℓ aumentam com $\alpha \leq \alpha_{critico}$ e também com o número de Reynolds, porém, os valores médios do coeficiente de sustentação C_ℓ são os mesmos para um determinado valor de α . A Figura 5.12 a seguir mostra a evolução temporal do número de Nu para todos os casos simulados. Para o cilindro estacionário o número de Nusselt é máximo no ponto $\theta = 0^\circ$, na frente do cilindro, e mínimo na parte de trás em $\theta = 180^\circ$. O efeito de rotação fez com que a simetria mostrada nas curvas de $\alpha = 0$ seja perdida. À medida que α aumenta o ponto mínimo é deslocado no sentido da rotação. Observa-se também que a máxima variação de Nusselt tende a aumentar com o aumento do número de Reynolds.

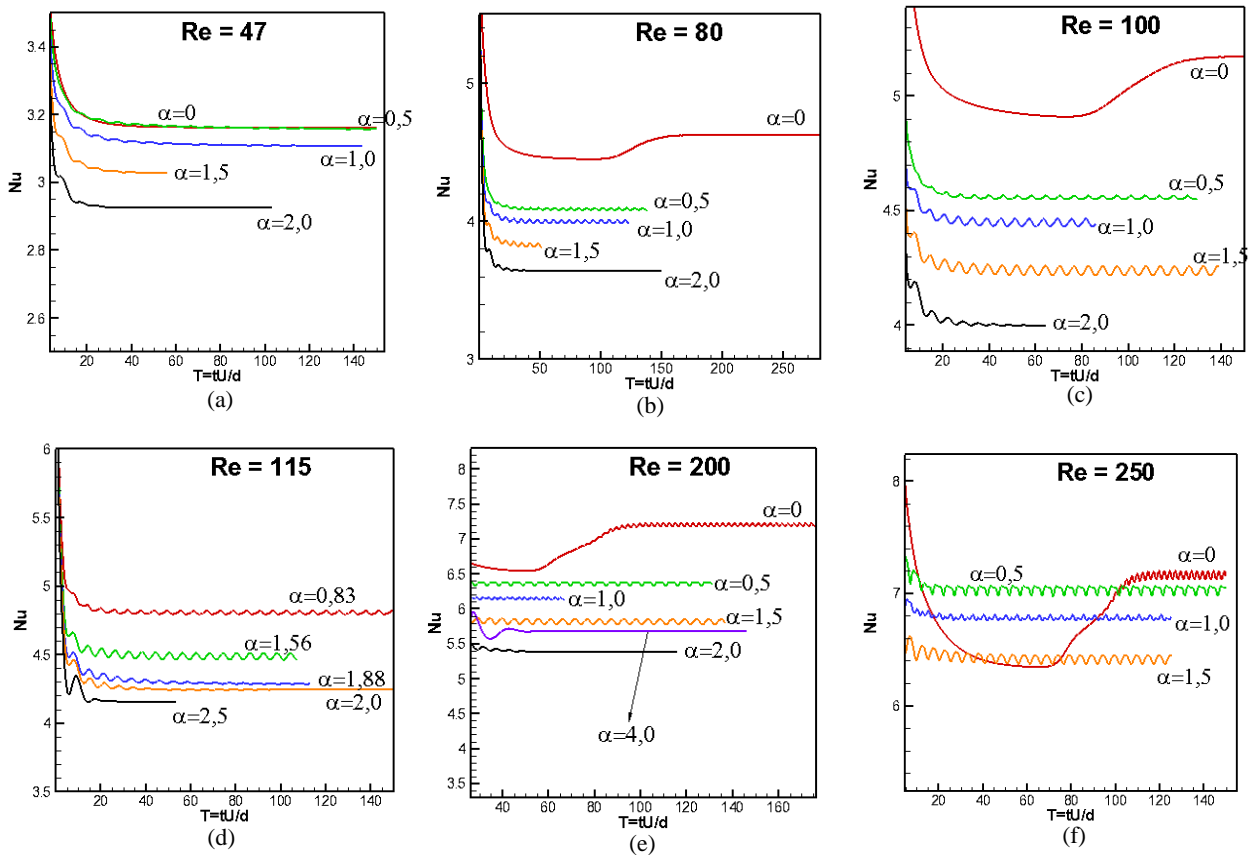


Figura 5.12 – Número de Nusselt em torno do cilindro para diferentes Re e diferentes valores de α , (a) $Re = 47$, (b) $Re = 80$ e (c) $Re = 100$, (d) $Re = 115$, (e) $Re = 200$ e (f) $Re = 250$.

Observa-se que as curvas apresentam semelhança com as do coeficiente de arrasto, porém, o aumento de Nusselt é mais pronunciado com o aumento de α . O número de Nusselt é fortemente influenciado pela dinâmica do escoamento. As amplitudes das oscilações são também aumentadas com α , mas em menor intensidade que as do coeficiente de arrasto. Os valores médios de Nusselt diminuíram com o aumento de α para valores de $0 \leq \alpha \leq 2,0$. O movimento de rotação cria uma região próxima ao cilindro onde o fluido fica aprisionado, impedindo que o cilindro troque calor com o fluido da corrente livre. Este comportamento foi também verificado nos trabalhos de Chou e Kalina (1982) e de Badr e Dennis (1985). Esta zona de fluido recirculante é chamada de zona de “*buffer*” é responsável por restringir a troca de calor com o fluido mais frio, fazendo com que o valor de Nusselt diminua. Para $Re = 200$ e $\alpha = 4,0$ ocorreu um aumento do Nusselt, quando comparado com $\alpha = 2,0$. Para esta taxa de rotação a zona de recirculação atrás do cilindro desaparece como pôde ser visto na Fig. 5.7.

O diagrama de fase de C_ℓ em função de C_d para diferentes valores de α é mostrado na Fig. 5.13. As curvas fechadas representam que o escoamento se tornou periódico no tempo. A posição de cada curva representa o valor médio dos coeficientes de arrasto e sustentação e o tamanho de cada curva fechada as amplitudes das flutuações correspondentes. O ponto ilustrado na Fig. 5.13 (a) indica a total inibição da geração de vórtices para $\alpha = 2,0$.

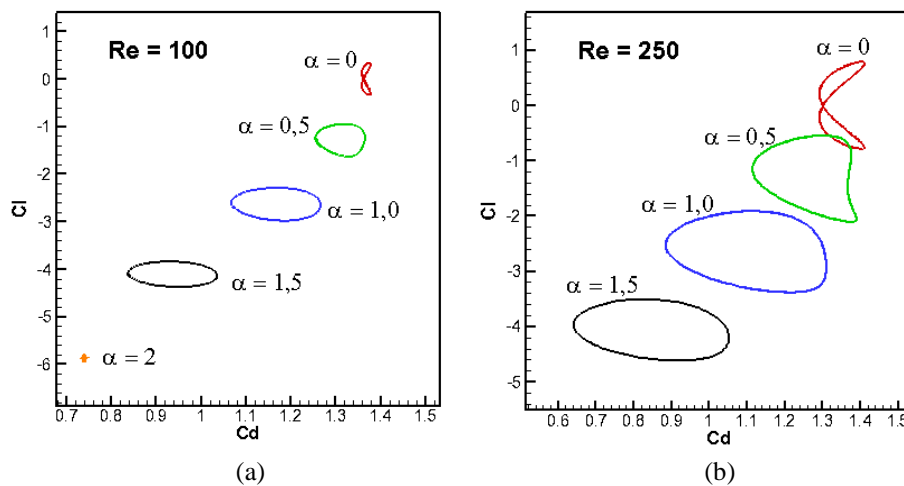


Figura 5.13 – Comparação entre diagramas de fases $C_\ell \times C_d$ para (a) $Re = 100$ e (b) $Re = 250$.

No item 5.3.2 são mostradas as distribuições sobre o cilindro do coeficiente de pressão e do número de Nusselt.

5.3.2 – Distribuições locais sobre a superfície do cilindro – Coeficiente de pressão (C_p) e número de Nusselt em função de θ

Os coeficientes de pressão são definidos pela Eq. (3.26), isto é, dada por:

$$C_p = \frac{p_k - p_\infty}{\rho U_\infty^2} \quad (5.2)$$

onde p_k é a pressão em um ponto Lagrangiano sobre o cilindro e p_∞ e U_∞ são a pressão e a velocidade na entrada do domínio, longe do cilindro. Estes coeficientes podem ser visualizados na Fig. 5.14 para os casos simulados. Para os casos sem rotação ($\alpha = 0$) a distribuição de C_p é simétrica em relação a $\theta = 180^\circ$ o que traduz um valor médio do coeficiente de sustentação igual à zero.

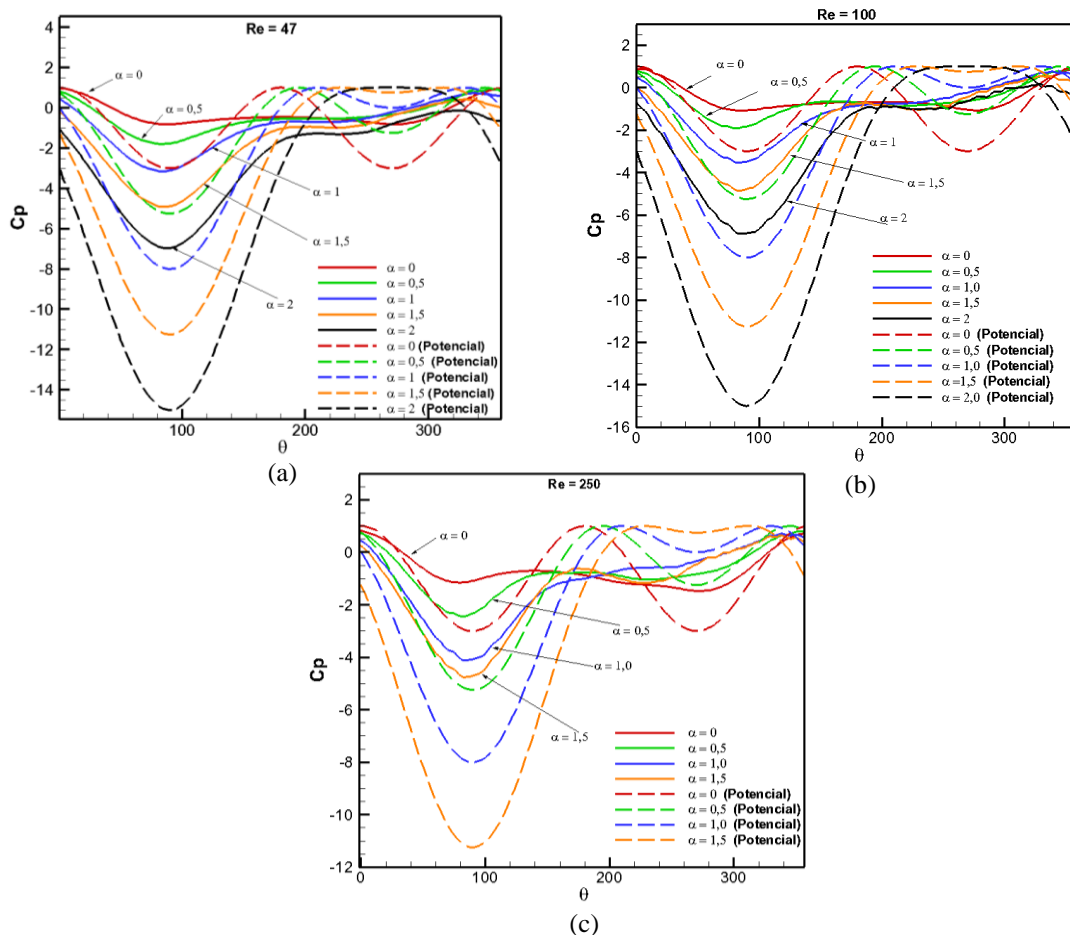


Figura 5.14 – Distribuições locais do coeficiente de pressão sobre a superfície do cilindro para diferentes α .

À medida que α aumenta a curva se torna assimétrica e a pressão no lado acelerado do escoamento ($\theta \approx 90^\circ$) diminui, resultando em um valor negativo de \bar{C}_ℓ .

Pode-se comparar para efeito de validação do método numérico, as distribuições locais do coeficiente de pressão sobre a superfície do cilindro para $Re = 100$ para diferentes valores de α em comparação com os resultados obtidos no trabalho de Kang *et al.* (1999), os pesquisadores apresentam um estudo numérico para um escoamento bidimensional com um cilindro rotativo, com velocidade angular constante, com $60 \leq Re \leq 160$ e $0 \leq \alpha \leq 2,5$ ambos os trabalhos em comparação com a teoria potencial.

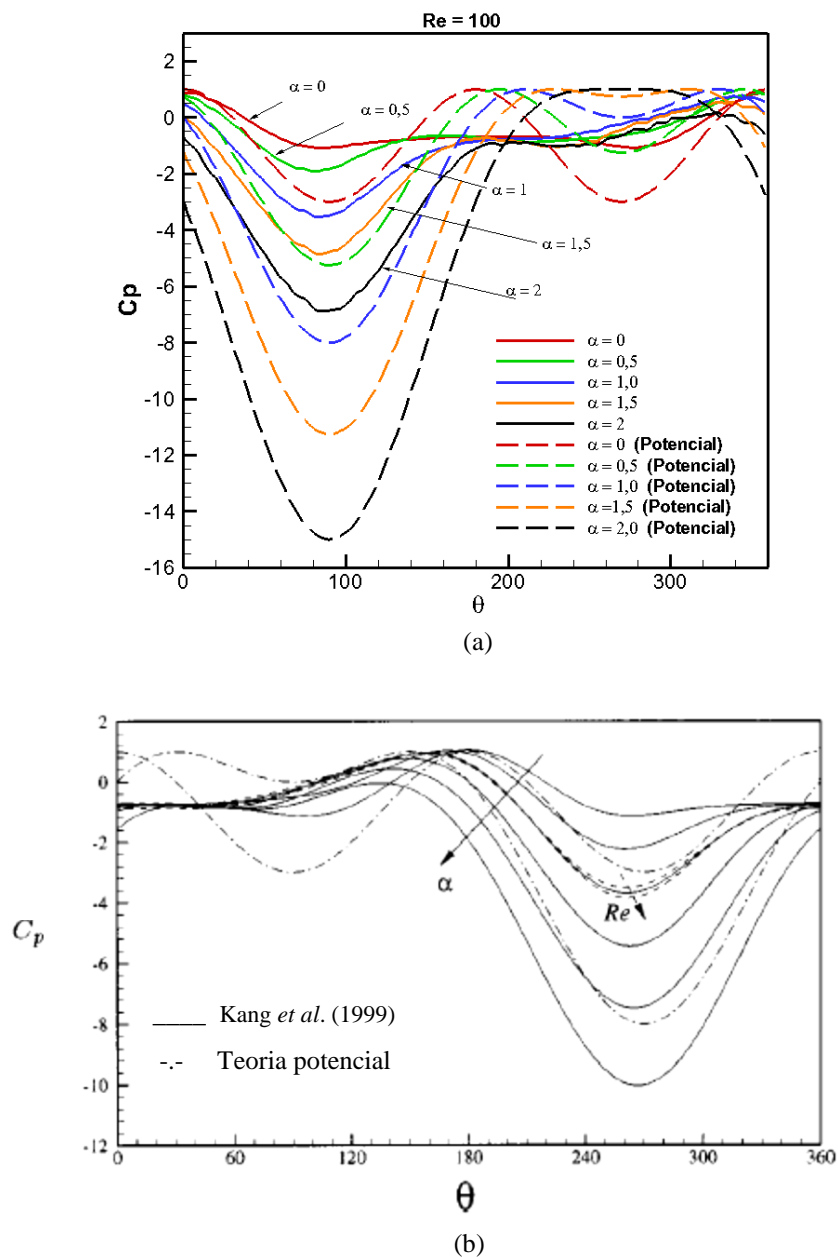


Figura 5.15 – Distribuições locais para o coeficiente de pressão sobre a superfície do cilindro para $Re = 100$ e $0 \leq \alpha \leq 2,0$ (a), presente trabalho. Distribuições sobre a superfície do cilindro para $Re = 100$ e $0 \leq \alpha \leq 2,5$, em comparação com os resultados da teoria potencial para $\alpha = 0$ e $\alpha = 1,0$ (b).

Observa-se também que o ponto de estagnação antes localizado em $\theta = 0^{\circ}$, se move na direção contrária à rotação à medida que α aumenta. A comparação da distribuição de C_p sobre o cilindro, para $Re = 47, 100, 250$, foram também feitas com as curvas da teoria potencial (linhas tracejadas).

Estas curvas foram geradas por $C_p = 1 - 4\text{sen}^2\theta + 4.\alpha.\text{sen}\theta - \alpha$. Esta comparação entre os resultados mostra a grande discrepância entre os resultados quando se consideram os efeitos viscosos, importantes para uma correta análise do escoamento, ou quando se utiliza a teoria invíscida.

Quanto maior a velocidade angular (ω) maior a aceleração do fluido entre $0^{\circ} \leq \theta \leq 180^{\circ}$ e por consequência ocorre uma queda do C_p nesta região. Observa-se, porém que os valores máximos e mínimos do C_p são poucos afetados pelo número de Reynolds como mostra a Tab. 5.4.

Re	Valores máximos e mínimos para $\alpha = 1,5$	
	$C_{p_{min}}$	$C_{p_{máx}}$
47	-4,95	0,40
80	-4,92	0,47
100	-4,84	0,51
250	-4,78	0,64

Tabela 5.4 – Valores máximos e mínimos do C_p para $\alpha = 1,5$.

A variação do Nusselt local na superfície do cilindro pode ser vista na Fig. 5.16 a seguir, com o aumento de α para $Re = 47, 80, 200$ e 250 . Observa-se uma distribuição instantânea para todos os casos simulados. Para o cilindro estacionário o número de Nusselt é máximo no ponto $\theta \cong 0^{\circ}$ na frente do cilindro e mínimo na parte de trás em $\theta \cong 180^{\circ}$, comprovando que a temperatura é mínima e máxima nestes pontos. Com o aumento do número de Re o do número de Nu passa a apresentar dois pontos de mínimo, próximos a $\theta \cong 150^{\circ}$ e $\theta \cong 250^{\circ}$, na parte de trás do cilindro.

Nestas regiões existem bolhas de recirculação de fluido que se formam e se desprendem a todo o momento. O efeito de rotação fez com que a simetria mostrada nas curvas de $\alpha = 0$ seja perdida. À medida que α aumenta o ponto de mínimo é deslocado no

sentido da rotação para a direita. Por exemplo, para $Re = 47$ o ponto de máximo Nusselt se deslocou de $\theta = 15^\circ$ ($\alpha = 0$) para $\theta = 49^\circ$ ($\alpha = 0$) e o ponto de mínimo de $\theta = 158^\circ$ para $\theta = 264^\circ$. Observa-se também que a máxima variação do Nusselt tende a aumentar com o aumento do número de Reynolds.

Os resultados referentes à comparação da distribuição do número de Nusselt local sobre a superfície do cilindro foram comparados com os resultados obtidos por Badr e Dennis (1985), obtendo convergência numérica nos resultados.

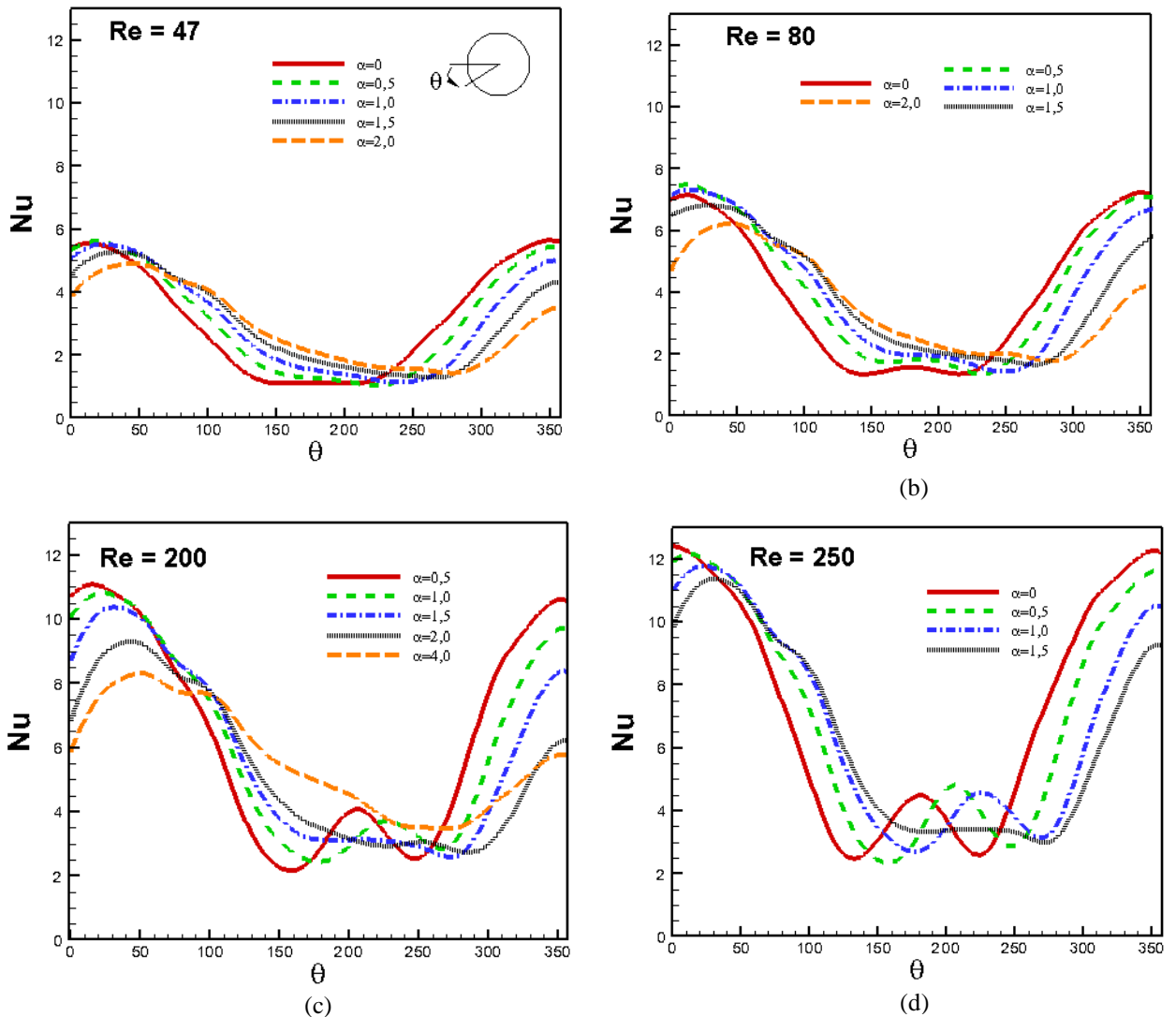


Figura 5.16 – Comparação da distribuição do número de Nusselt local sobre a superfície do cilindro para diferentes números de Reynolds e diferentes α , para um instante de tempo no final da simulação. (a) $Re = 47$, (b) $Re = 80$ e (c) $Re = 200$ e (d) $Re = 250$.

5.3.3 - Variações em função da rotação específica (α) e do número de Reynolds (Re)

A frequência adimensional ou o número de Strouhal é determinado com base no pico dominante do espectro. Na Fig. 5.17 tem-se o espectro de potência para $Re = 100$ com $\alpha = 0$. O número de Strouhal, obtido no presente trabalho, foi calculado utilizando uma TRF (Transformada Rápida de Fourier) ao sinal do coeficiente de sustentação.

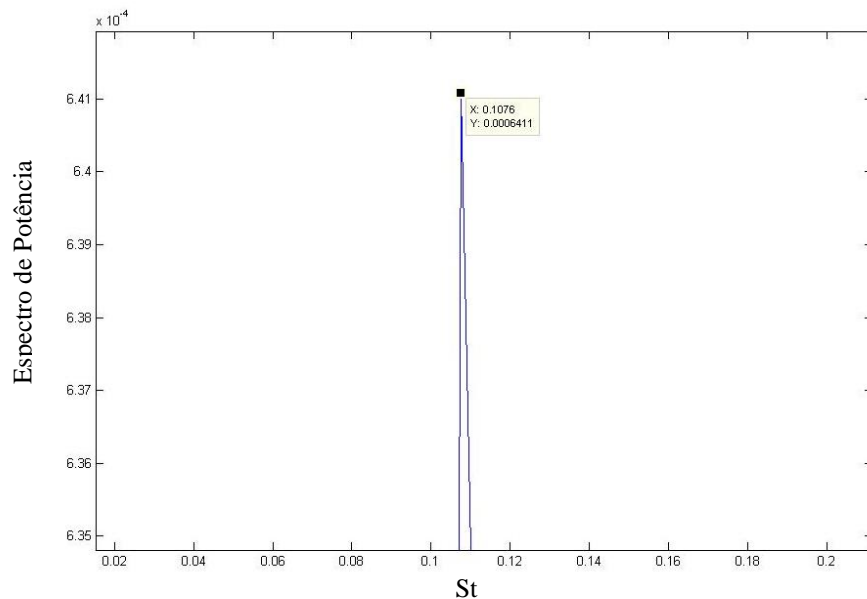


Figura 5.17 – Cilindro circular: espectro de potência para $Re = 100$ com $\alpha = 0$.

Na Figura 5.18 (a) e (b) são apresentados os resultados da frequência adimensional de oscilações dos vórtices (St) em função da taxa de rotação. A rotação do cilindro modifica significativamente o escoamento reduzindo a frequência de oscilação dos vórtices. Sabe-se que para $Re \geq 47$ são periódicos com desprendimento de vórtices quando $\alpha = 0$. Para pequenos valores de rotação ($\alpha < 1,5$) o desprendimento de vórtices existe e o Strouhal é pouco afetado, permanecendo aproximadamente constante. Quando α se aproxima de um α crítico seu valor reduz bruscamente para valores próximos de zero, onde o desprendimento dos vórtices foi totalmente inibido.

Verifica-se também que o valor de α crítico tende a aumentar com o aumento do número de Reynolds como previsto na literatura (Wu *et al.*, 2006; Kang *et al.*, 1999 e Mittal e Kumar, 2003).

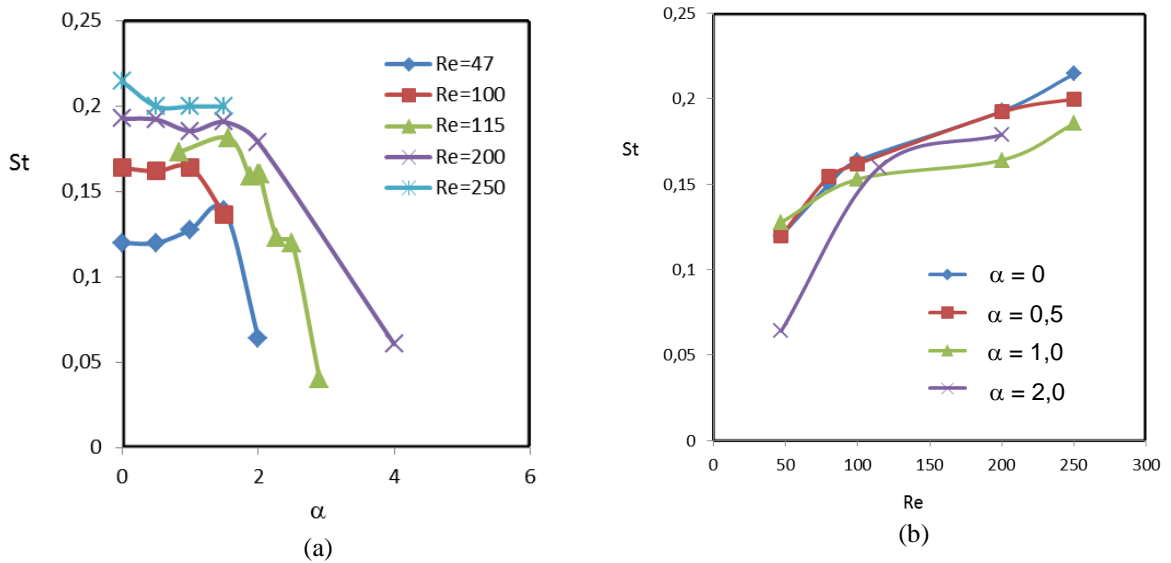


Figura 5.18 – Variação do número de Strouhal e de Reynolds para diferentes valores de α .

Os valores médios do número de Nusselt são plotados na Fig. 5.19 (a) e (b) para diferentes rotações e as curvas representam cada número de Re simulado. Em geral o valor de \bar{Nu} cai com o aumento de α , como já comentado, pois a zona de “buffer” dificulta a troca térmica com fluido da corrente livre. Pode-se concluir que a rotação tem efeito também no controle da transferência de calor, por exemplo, quando se deseja manter o fluido próximo ao cilindro aquecido por mais tempo.

A variação de \bar{Nu} com Re apresentada na Fig. 5.19 (a) e (b) mostra claramente que com o aumento de Reynolds a corrente livre tem mais influência sobre o cilindro diminuindo a temperatura e aumentando o número de \bar{Nu} .

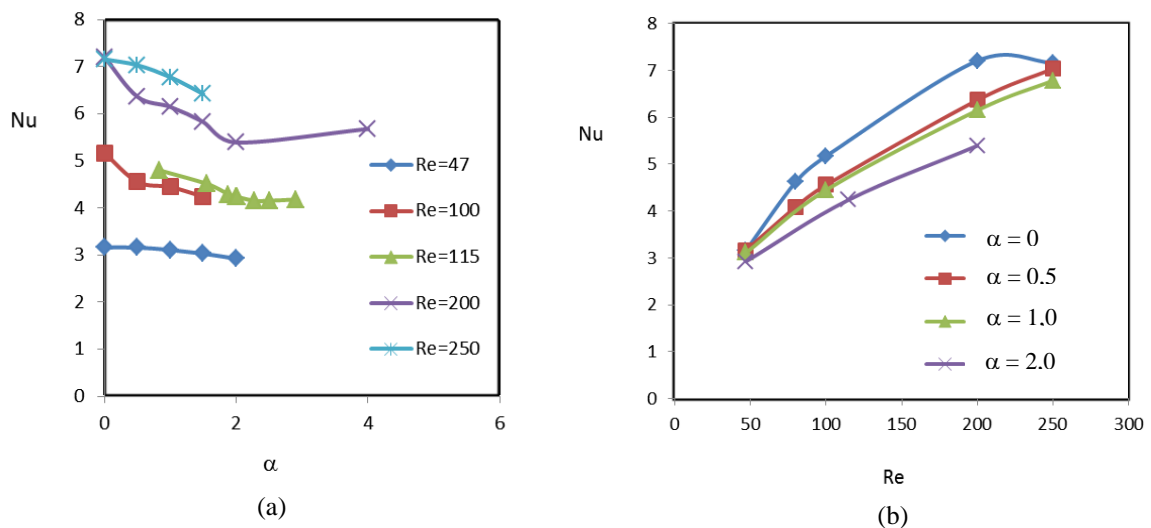


Figura 5.19 – Variação do número de Nusselt em função de Re para diferentes valores de α .

Na Figura 5.20 os valores médios do coeficiente de arrasto foram determinados através de médias temporais nos últimos 20 segundo, após atingir um regime estatisticamente bem definido, onde os pontos iniciais referentes ao regime transiente foram eliminados. Os resultados do coeficiente de arrasto em função da rotação específica, Fig. 5.20 (a) e do número de Reynolds Fig. 5.20 (b), mostram boa convergência numérica em comparação com o trabalho de Mittal E Kumar (2003) onde foi realizada uma análise para $Re = 200$ para diferentes valores de α .

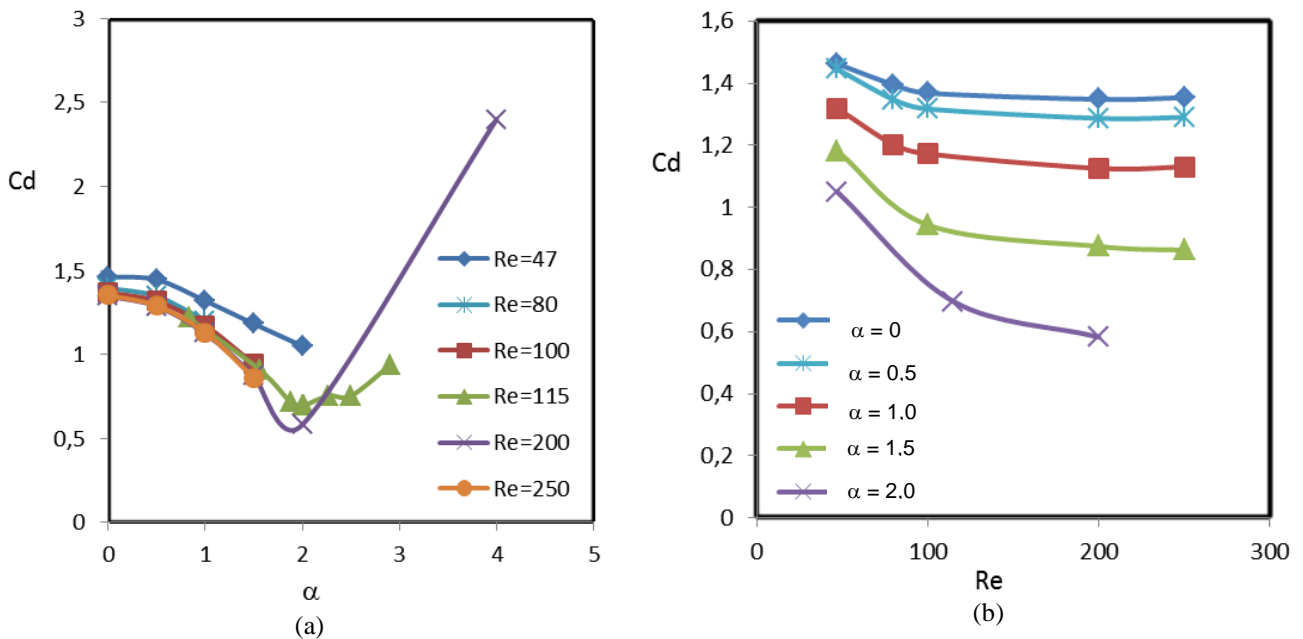


Figura 5.20 - Coeficiente de arrasto em função da rotação específica (α) e do número de Reynolds (b).

Na Figura 5.21 é apresentada uma relação entre o coeficiente de sustentação em função da rotação específica e do número de Reynolds, a função polinomial utilizada para o valor médio do coeficiente de sustentação foi $\bar{C}_\ell = 0,7105\alpha^2 + 1,497\alpha + 0,2122$ para $0 < \alpha < 4,0$. Obtendo-se ainda uma relação de aumento proporcional do coeficiente de sustentação, no presente trabalho resultando em $\bar{C}_\ell = 2,7092\alpha$, em comparação com a relação de aumento dado por Kang *et al.* (1999) que foi de $\bar{C}_\ell = 2,475\alpha$ para $0 < \alpha < 2,0$. Resultando em uma concordância numérica.

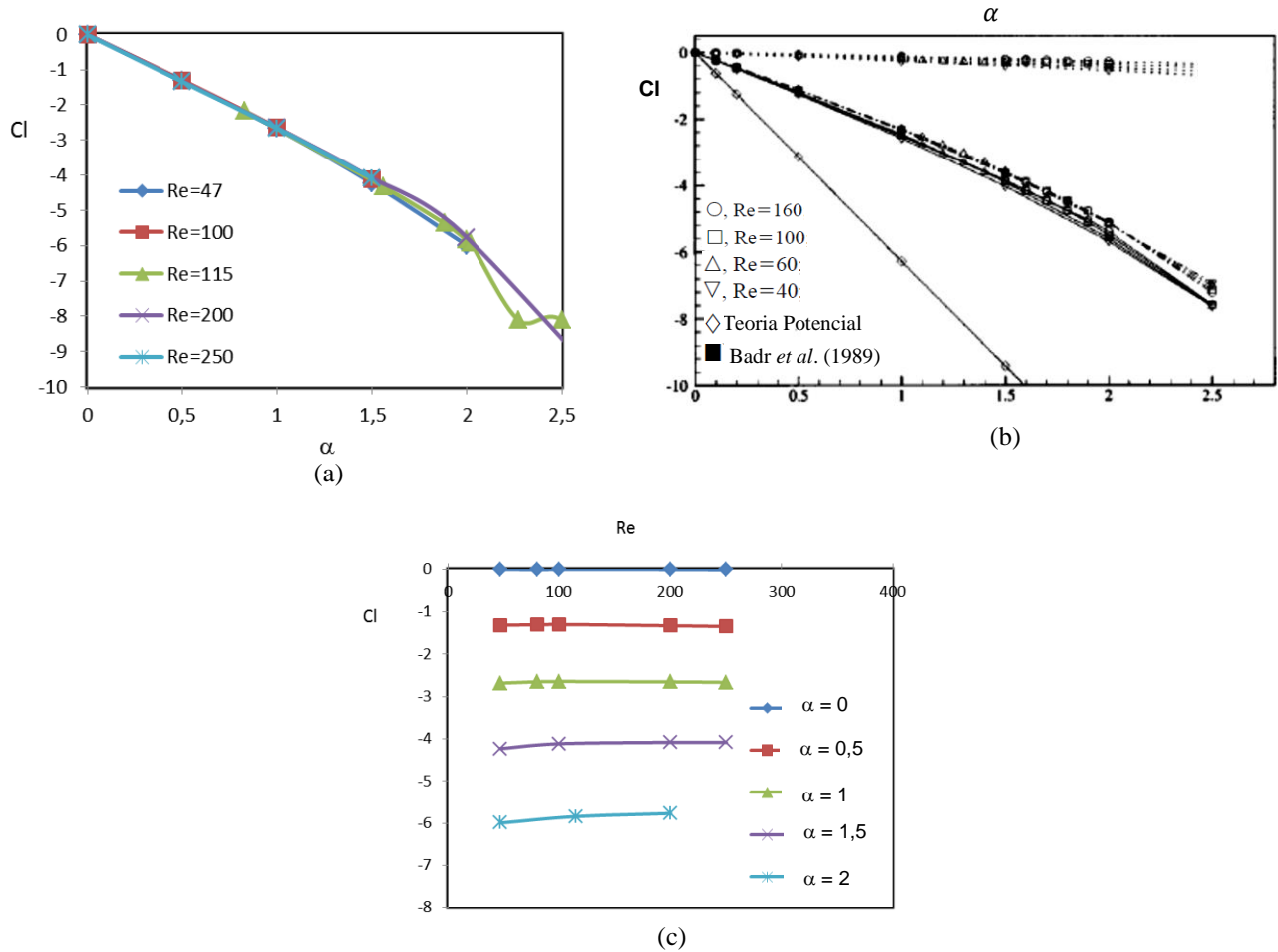


Figura 5.21 – Coeficiente de sustentação em função de diferentes valores de α (a), presente trabalho e (b) Kang *et al.* (1999) e de Reynolds (c), presente trabalho.

Pode-se observar, que apesar das diferenças encontradas entre os valores de C_l com relação ao trabalho de Kang *et al.* (1999), ambos os conjuntos de dados apresentam a mesma tendência. De fato, nos dois casos, com o crescimento da rotação específica, o coeficiente de sustentação aumenta continuamente, propiciando, ao mesmo tempo, uma queda no coeficiente de arrasto.

Capítulo 6

CONCLUSÕES

Os escoamentos sobre cilindros circulares com ou sem aquecimento, com movimento de rotação, possuem um potencial de aplicação em várias áreas, dentre elas em especial a Engenharia, ainda não totalmente explorados, como dispositivos capazes de oferecer elevados coeficientes de sustentação ou, ainda, no controle ativo da camada limite de escoamentos. A metodologia utilizada no presente trabalho é baseada na aplicação das equações de conservação da quantidade de movimento, massa e da energia que modelam a física dos escoamentos práticos. A motivação para o desenvolvimento do presente trabalho foi dar continuidade aos trabalhos de Lima E Silva (2002, 2003, 2007 e 2012), buscando contribuir com a aplicação desta metodologia em problemas de escoamento sobre obstáculos aquecidos sujeitos à convecção forçada. O código computacional em linguagem C++ (IBM-VPM) foi utilizado para simular escoamentos na presença de cilindros circulares estacionários e rotativos com aquecimento. Foram obtidos resultados, tais como campo de vorticidade, temperatura e de pressão, bem como parâmetros que caracterizam o escoamento como os valores médios dos coeficientes de arrasto, de sustentação, de pressão, números de Strouhal e Nusselt. Estes resultados foram comparados com resultados experimentais e numéricos, a fim de validar o uso da metodologia para o problema de fronteiras móveis, bem como para validar o efeito da transferência de calor por convecção forçada, para números de Reynolds menores que 250. A literatura que trata do assunto é razoavelmente escassa e a maioria dos trabalhos publicados apresentam resultados relacionados apenas com os coeficientes de arrasto e sustentação. Poucos trabalhos investigam em conjunto os efeitos térmicos, o comportamento dos números de Strouhal e Nusselt, em função do número de Reynolds (Re) e da rotação específica (α). Um melhor conhecimento das características do escoamento em torno de cilindros rotativos aquecidos poderá contribuir na identificação de aplicações práticas.

Com o objetivo principal de melhor compreender todos os fenômenos presentes neste escoamento, o presente trabalho através de uma análise bidimensional termo-fluido dinâmica foi realizada, avaliando-se a influência térmica do cilindro sobre o escoamento, a emissão de vórtices e a dinâmica de formação e supressão da esteira de Von Kármán para uma faixa de números de Reynolds, de $47 \leq Re \leq 250$, com rotações específicas no intervalo de $0 < \alpha < 4,0$. Verificou-se a influência da rotação na redução do arrasto e no aumento da sustentação, assim como a distribuição do campo térmico próximo ao cilindro. Foi obtida a distribuição do coeficiente de pressão ao longo da superfície do cilindro, a evolução temporal dos coeficientes de arrasto e sustentação, a frequência de desprendimento de vórtices (número de Strouhal) e o número de Nusselt. Com o movimento de rotação a esteira de vórtices é deslocada em relação à linha horizontal do escoamento. Esta inclinação aumenta com o aumento da rotação específica. Com o aumento da rotação a amplitude de oscilação dos coeficientes fluidodinâmicos tende a um valor nulo, isto é, o processo de geração de vórtices tende a diminuir com o aumento de α . Por outro lado, foi observado que os valores médios dos coeficientes de arrasto reduzem, enquanto que os coeficientes de sustentação aumentam devido ao aumento da rotação. Por último, foi constatado que o número de Strouhal é pouco influenciado para baixos valores da rotação específica, mas é dependente do número de Reynolds. Os resultados quantitativos apresentaram boa concordância numérica em relação aos resultados apresentados pela literatura.

Com base nos resultados, a metodologia da Fronteira Imersa/Modelo Físico Virtual se mostrou-se promissora para a simulação de escoamento com convecção forçada. Como continuidade do presente trabalho, pode-se sugerir futuramente as seguintes investigações:

- Aprofundar a pesquisa sobre escoamento em torno de outras geometrias simples e complexas, assegurando com isso, a aplicabilidade da metodologia Fronteira Imersa/Modelo Físico Virtual para essa gama de problemas;
- Analisar e estender a metodologia da Fronteira Imersa para problemas de interação fluido-estrutura também sobre corpos rígidos e deformáveis sob ação de escoamentos;
- Estudar alterações termo-fluido dinâmicas para o caso de dois ou mais cilindros aquecidos em movimento rotativo;

- Simular escoamento em torno de cilindros confinados isotérmicos e não isotérmicos, como continuação do trabalho de Lima E Silva *et al.* (2012);
- Estudo do escoamento através de arranjos de cilindros rotativos aquecidos posicionados em linha (tandem), lado-a-lado (side-by-side), imprimindo aos corpos diferentes sentidos de rotação;
- Estudar outras faixas de temperatura entre o corpo aquecido e o fluido, assim como os efeitos da convecção mista no número de Nusselt.

REFERÊNCIAS

ACHENBACH, E., Distribution of Local Pressure and Skin Friction around a Circular Cylinder In Cross-Flow Up To $Re = 5 \times 10^6$, **Journal of Fluid Mechanics**, v. 34, pp.625-639, 1968.

ALDOSS, T.K., e Abou-Arab, T.W. “Experimental Study Of The Flow Around A Rotating Cylinder in Crossflow”. **Experimental Thermal and Fluid Science**, v.3 pp. 316-322,1990.

ARRUDA, J. M. Modelagem Matemática de escoamentos Internos Forçados Utilizando o Método da Fronteira Imersa e o Modelo Físico Virtual. 2004. **Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica)** – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, 2004.

ARRUDA, J. M. Simulação Numérica dos Processos de Transporte, de Formação e Captura de Interfaces Tridimensionais. **Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica)** – Faculdade de Engenharia, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, 1999.

ARTHURS, K. M.; Moore, L. C.; Peskin, C. S.; Pitman, E. B.; Layton, H. E. Modeling Arteriolar Flow And Mass Transport Using the Immersed Boundary Method. **Journal of Computational Physics**, v. 147. pp. 402-440, 1998.

BADR, H.M., Coutanceau, M., Dennis, S.C.R., e Menard, C., Unsteady Flow Past A Rotating Circular Cylinder At Reynolds Numbers 10^3 And 10^4 . **International Journal Heat Transfer**, v.220, 1990.

BADR, H.M., e Dennis, S.C.R., Laminar Forced Convection From A Rotating Cylinder. pp. 253-264. **International Journal Heat Transfer**, v. 158, 1985.

BARANYI, L., Computation Of Unsteady Momentum and Heat Transfer From a Fixed Circular in Laminar Flow, **Journal Computation Applied Mechanics**, v.4, pp.13-25, 2003.

BEARMAN, P.W. On Vortex Shedding From a Circular Cylinder In The Critical Reynolds Number Regime. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 37 pp.577-585. 1969.

BEYER, R. P. Jr., A Computational Model Of The Cochlea Using The Immersed Boundary Method, **Journal of Computational Physics**, v. 98, 98-145, 1992.

C. Liu, X. Zheng, C. H. Sung, Preconditioned Multigrid Methods For Unsteady Incompressible Flows, **J. Comput. Phys.** v. 139, pp. 35-57, 1998.

CAMPREGHER, R. Extensão do Modelo Físico Virtual para Domínios Tridimensionais com Transferência de Calor. **Tese de Doutorado** – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2005.

CARVALHO, G. B., Estudo Experimental do Escoamento em Torno de Cilindros Circulares em Movimento de Rotação, **Dissertação de Mestrado**. Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, São Paulo, 2003.

CATALANO, P., Wang, M., Iaccarino, G., e Moin, P., Numerical Simulation Of The Flow Around A Circular Cylinder At High Reynolds Number, v. 24 pp. 463-469. **International Journal of Heat and Fluid Flow**, 2003.

CHANG, C. C., Chern, R. L., A Numerical Study Of Flow Around An Impulsive Started Circular Cylinder By A Deterministic Vortex Method, **Journal of Fluid Mechanics**, pp. 243-263, 1991.

CHEW, Y.T., Luo, S. C. e Cheng, M., Numerical Study Of A Linear Shear Flow Past A Rotating Cylinder, **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, pp. 107-125, 1997.

CHORIN, A. J., Numerical Solution Of The Navier-Stokes Equations. **Math. Comp.**, pp.745–762, 1968.

CHORIN, A. J., Numerical Study Of Slightly Viscous Flow. **Journal of Fluid Mechanics**, pp. 785-796. 1973.

COLLINS, W.M. e Dennis, S.C.R., Flow Past An Impulsively Started Circular Cylinder, **J. Fluid Mech.** n. 60, pp.105-127, 1973.

COUTANCEAU, M.; Menard, C., Influence Of Rotation On The Near-Wake Development Behind An Impulsively Started Circular Cylinder. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 158, pp. 399- 446. 1985.

D. C. CHOU e J. A. Kalina, Heat Transfer Characteristics And Boundary Layer Development About Heating and Cooling Rotating Blunt Bodies At Supersonic Speeds, **Proc. Seventh Int. Heat Transfer Con& Munchen**, FRG, v. 3, p. 143, 1982.

DIAZ, F., Gavalda, J., Kawall, J. G., Keffer, J. F., Giralt, F., Asymmetrical Wake Generated by a Spinning Cylinder, **AIAA Journal**, v.23, n.1, pp.49-54, 1985.

DIDIER, E., Convergência Assintótica das Quantidades Fundamentais na Modelação Numérica do Escoamento em torno de um cilindro circular, v.6, n.1, pp.87-99. **Revista Iberoamericana de Ingeniería Mecánica**, 2012.

ELGHNAM, R.I., Experimental And Numerical Investigation Of Heat Transfer From A Heated Horizontal Cylinder Rotating In Still Air Around Its Axis. Shoubra Faculty of Engineering, Benha University, Egypt. **Ain Shams Engineering Journal**, v. 5, pp. 177-185, 2014.

FOGELSON, A. L. e Peskin, C. S., A Fast Numerical Method for Solving the Three-Dimensional Stokes Equations In The Presence Of Suspended Particles, **Journal of Computational Physics**, v. 79, pp. 50-69, 1988.

FU, W.-S., Cheng, C.-H., And Shieh, W.-J., Enhancement Of Natural Convection Heat Transfer Of An Enclousure By A Rotating Circular Cylinder, v.37, n.13, pp. 1885-1897. **Int. J. Heat Mass Transfer**, 1994.

GLAUERT, M. B., The Flow Past A Rapidly Rotating Circular Cylinder, **Proceedings of the Royal Society of London**, A230, 108, 1957a.

GLAUERT, M. B., Boundary Layer Theorem, With Applications To Rotating Cylinders, **Journal of Fluid Mechanics**, v.2, pp.89, 1957b.

GOLDSTEIN, D., Adachi, T. e Sakata, H., Modeling a No-Slip Flow With An External Force Field, **Journal Computational Physics**, 105, 354, 1993.

GUO, T.; Chew, Y. T.; Luo, S. C.; Su, M. D. A New Numerical Simulation Method Of High Reynolds Number Flow Around A Cylinder. **Comput. Methods Appl. Mech. Eng.** v. 158, pp. 357-366, 1998.

H. Ding, C. Shu, K. S. Yeo, D. Xu, Simulation Of Incompressible Viscous Flows Past A Circular Cylinder By Hybrid FD Scheme And Meshless Least Square-Based Finite Difference Method. **Comput. Methods Appl. Mech. Eng.** v. 193, pp. 727-744, 2004.

HE J. W.; Glowinski R.; Metcalfe R.; Nordlander A.; PERIAUX J. Active Control and Drag Optimization For Flow Past A Circular Cylinder I. Oscillatory Cylinder Rotation. **Journal of Computational Physics**. v. 163, pp. 83-117, 2000.

HUGHES, W., Brighthon, J., e Winowich, N. **Shaum's Outline of Fluid Dynamics**. Schaum's Outline Series. McGraw-Hill Companies, Incorporated, 1999.

WU, H-W., P.S.W.H.S.Y. and Jue, T.C., Transient Mixed Convective Heat Transfer Predictions Around Three Heated Cylinders In A Horizontal Channel. **International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow**, v. 16, pp. 674-692, 2006.

INCROPERA, F.P.; de Witt, D.P.; Bergman, T. Fundamentos de Transferência de Calor e Massa. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008. 267 p.

JURIC, D., Computation of Phase Change, **Ph. D. Thesis**, Mech. Eng. Univ. of Michigan, USA, 1996.

KANG, S.; CHOI, H.; LEE, S. Laminar Flow Past A Rotating Circular Cylinder. **Physics of Fluid**. v.11, pp. 3312-3320, 1999.

KIM, D.; Choi, H. Immersed Boundary Method for Flow Around An Arbitrarily Moving Body. **Journal of Computational Physics**, v. 212, pp. 662-680, 2006.

KIM, J.; KIM, D.; CHOI, H. An Immersed Boundary Finite-Volume Method for Simulations Of Flow In Complex Geometries. **Journal of Computational Physics**, Amsterdã, v.171, n.1, p.132-150, 2001.

KIM, J.; Moin, P. Application Of A Fractional Step Method To Incompressible Navier-Stokes Equations. **Journal Computational Physics**, v. 59, pp. 308, 1985.

KIMURA, T., Tsutahara, M., Flows About A Rotating Circular Cylinder By The Discrete-Vortex Method, **AIAA Journal**, v.25, pp. 182-184, 1987.

LAI, M-C.; Peskin, C. S. An Immersed Boundary Method With Formal Second-Order Accuracy And Reduced Numerical Viscosity. **Journal of Computational Physics**. pp. 705-719, 2000.

LIAO, Chuan-Chieh, Lin, Chao-An., Transitions Of A Natural Convection Flow In A Square Enclosure With A Heat Circular Cylinder. **Applied Thermal Engineering**, n.30, pp. 1-7, 2014.

LIMA E SILVA, A. L. F. Desenvolvimento e Implementação de uma nova Metodologia para Modelagem de Escoamentos sobre Geometrias Complexas: Método da Fronteira Imersa com Modelo Físico Virtual. **Tese de Doutorado** – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2002.

LIMA E SILVA, A.; Silveira-Neto, A. e Damasceno, J.J.R., Numerical Simulation Of Two-Dimensional Flows Over A Circular Cylinder Using The Immersed Boundary Method. **Journal of Computational Physics**, New York, v.189, pp. 351-370, 2003.

LIMA E SILVA, Silveira-Neto, A. e Silva, A. R., Numerical Simulation Of Two-Dimensional Complex Flows Fround Bluff Bodies Using The Immersed Boundary Method. **J. of the Braz. Soc. of Mech. Sci. & Eng.**, v.29, n. 4, 2007.

LIMA E SILVA, A.L.F e Lima E Silva S. M. M., Convections Heat Transfer Around A Bank Of Tubes, **14th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering**, Rio de Janeiro – RJ, 2012.

MAHIR, N. e Altac, Z., Numerical Investigation Of Convective Heat Transfer In Unsteady Flow Past Two Cylinder In Tandem Arrangements, **International Journal Heat Fluid Flow**, v.29, pp. 1309-1318, 2008.

M.N. LINNICK, H.F. Fasel, A High-Order Immersed Interface Method For Simulating Unsteady Incompressible Flows On Irregular Domains, **J. Comput. Phys.** v.204 pp. 157–192, 2005.

MALTA, D., Aplicação do Método de Vórtices ao escoamento de Alto Número de Reynolds em torno de um cilindro circular. **Dissertação de Mestrado**, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1998.

MITTAL, S.; KUMAR, B. Flow Past A Rotating Cylinder. **J. Fluid Mech.** v.476, pp.303, 2003.

MOSHKIN, N. P., e Sompong J., Numerical Simulation Of Flow And Forced Convection Heat Transfer In Crossflow of Incompressible Fluid Over Two Rotating Circular Cylinders. **Suranaree Journal Science Technology.** v.17, pp87-104, 2009.

MUSTTO, A. A., Simulação Numérica do Escoamento em torno de um cilindro circular com e sem rotação utilizando o método de vórtices discretos. **Dissertação de Mestrado**, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 1998.

MUSTTO, A. A.; Hirata, M.H. e Bodstein, G.C.R., Análise do escoamento ao redor de um cilindro de secção circular, **XIII COBEM**, Bauru, SP, BRASIL, 1997.

OLIVEIRA, J. E. S. Método da Fronteira Imersa Aplicado à Modelagem Matemática e Simulação Numérica de Escoamentos Turbulentos sobre Geometrias Móveis e Deformáveis. **Tese de Doutorado**. – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2006.

OLIVEIRA, J. E. S., Lima e Silva, A. F. L., e Silveira-Neto, A., Influência de Modelos de Turbulência na Simulação de Escoamentos sobre Aerofólios Móveis usando o Método de Fronteira Imersa, **IV Congresso Nacional de Engenharia Mecânica**, 2006.

OU, Y-R. e Burns, J., A. Optimal Control of Lift/ Drag Ratios On A Rotating Cylinders. **Appl. Math. Lett.**, v. 5, n.3, pp. 57-62, 1992.

PADILLA, E. L. M. e Silveira-Neto, A., Simulação Numérica de Grandes Escalas com Modelagem Dinâmica, Aplicada à Convecção Mista, **IX Brazilian Congress of Thermal Engineering and Science**, Porto Alegre, Brazil, 2000.

PAGE, L. G., Bello-Ochende, T., e Meyer, J.P., Maximum Heat Transfer Density Rate Enhancement From Cylinders Rotating In Natural Convection, **International Communications in Heat and Mass Transfer**, v.38, pp. 1354-1359, 2011.

PARAMANE, S. B., e Sharma, A., Numerical Investigation Of Heat And Fluid Flow Across A Rotating Circular Cylinder Maintained At Constant Temperature In 2-D Laminar Flow Regime, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.52, pp. 3205-3216, 2009.

PARNAUDEAU, P., Carlier, J., Heitz, D., e Lamballais, E., Experimental And Numerical Studies Of The Flow Over A Circular Cylinder At Reynolds Number 3900, **Physics of Fluids**, v.20, 2008.

PATANKAR, S. V. and Spalding, D. B., A Calculation Procedure For Heat Mass And Momentum Transfer In Three Dimensional Parabolic Flows, **Int. J. Heat Mass Transfer**, v. 15, pp.1787, 1972.

PEREIRA, F.A.R., Estudo do Movimento de Partículas em Fluidos pseudo-plásticos: Coeficiente de Arraste de Efeito de parede, **Dissertação de Mestrado em Engenharia Química**, Universidade Federal de Uberlândia, MG, Brasil, 1999.

PESKIN, C. S. Numerical Analysis Of Blood Flow In The Heart. **Journal of Computational Physics**. v.25, pp. 220-252, 1977.

PESKIN, C. S., Flow Patterns Around Heart Valves: A Numerical Method, **Journal of Computational Physics**, v.10, pp. 252-271, 1972.

PESKIN, C. S.; McQueen, D. M., A General Method for the Computer Simulation Of Biological Systems Interacting With Fluids. **SEB Symposium on Biological Fluid Dynamics, Leeds**, England, pp. 5-8, 1994.

PORTHOUSE, D.T.C. e Lewis, R.I., Simulation of Viscous Diffusion for Extension Of The Surface Vorticity Method To Boundary Layer And Separated Flows, **Journal Mechanical Engineering Science**, v. 23 n.3, pp. 157-167, 1981.

PRANDTL, L. and Tietjens, O.G., **Applied Hydro and Aeromechanics**, Dover, New York, 1957.

REN, W., Shu, C., Yang, W., An eficiente immersed boundary Method for Thermal flow problems with Heat flux boundary conditions. **International Journal of Heat and Mass Transfer** v.64, pp.694-705, 2013.

ROSHKO, A., Experiments On The Flow Past A Circular Cylinder At Very High Reynolds Number, **Journal of Fluid Mechanics**, v.10, pp. 345-356, 1961.

ROUVREAU, S., e Perault, L., Two-Dimensional Viscous Vortex Flow Around A Circular Cylinder, **Aerosp. Sci. Technol.**, 2001.

SAIKI, E. M.; Biringen, S. Numerical Simulation Of A Cylinder In Uniform Flow: Application Of A Virtual Boundary Method. **Journal of Computational Physics**. v. 123, pp. 450-465, 1996.

SARPKAYA, T., Lift, Drag and Added-Mass Coefficients For A Circular Cylinder Immersed In A Time-Dependent Flow. **ASME Journal of Applied Mechanics**, v. 85, pp. 13-15, 1963.

SCHNEIDER, G. E.; Zedan, M. A Modified Strongly Implicit Procedure For the Numerical Solution of Field Problems. **Numerical Heat Transfer**, v. 4, n.01, pp. 1-19, 1981.

SHARMA, V., and Dhiman A. K., Heat Transfer From a Rotating Circular Cylinder In The Steady Regime: Effects Of Prandtl Number. **Thermal Science**, v.16, n.01, pp. 79-91, 2012.

SHRIVASTAVA, V., Badami, P., Hiremath, N., V., Saravanan, Seetharamu K. N., Numerical Investigation Of Heat Transfer For Flow Around Circular Cylinder With Triangular and Rectangular Wake Splitter. **Word Academy of Science, Engineering and Technology**, v.69, 2012.

SILVA, A. R., Modelagem matemática de interação fluido-estrutura utilizando o método da fronteira imersa. **Tese de Doutorado** em Eng. Mecânica pela Universidade Federal de Uberlândia, 2008.

SOUZA, F. J. Simulação de grandes escalas de escoamento em um hidro ciclone. **Tese de Doutorado**, Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Mecânica, Uberlândia, Brasil, 2003.

STOJKOVIC, D., Breuer, M., e Durst, F., Effect Of High Rotation Rates On The Laminar Around A Circular Cylinder, **AIP Physics of Fluids**, v.14, n.9, pp. 3160-3178, 2002.

SU, S-W.; Lai, M-C.; Lin, C-A. An Immersed Boundary Technique For Simulating Complex Flows With Rigid Boundary. **Computers & Fluids**. v.36, pp. 313-324, 2007.

SWANSON, W.M., The Magnus Effect: A Summary Of Investigation To Date, **Journal of Basic Engineering**, v.83, pp. 461-470, 1961.

TOKUMARU, P.T., Dimotakis, P.E., The Lift Of Cylinder Executing Rotary Motions In A Uniform Flow, **Journal of Fluid Mechanics**, v. 255, pp. 1-10, 1993.

TOWNSEND, P., A Numerical Simulation Of Newtonian and Visco-Elastic Flow Past Stationary And Rotating Cylinders, **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics**, v.6, pp. 219-243, 1980.

TUSZYNSKI, J. e Löhner, R., Control of a Kármán Vortex Flow by Rotational Oscillations of a Cylinder, pp.1-12, 1998.

UHLMANN, M. An Immersed Boundary Method With Direct Forcing For The Simulation Of Particulate Flows. **Journal of Computational Physics**, v.209, pp. 448-476, 2005.

UNVERDI, S. O. e Tryggvason, G., A Front-Tracking Method For Viscous, Incompressible, Multi-Fluid Flows, **Journal Computational Physics**, v.100, pp. 25-37, 1992.

YE, T., Mittal, R., Udaykumar, H. S. e Shyy, W., An Accurate Cartesian Grid Methods For Viscous Incompressible Flows With Complex Immersed Boundaries, **Journal of Computational Physics**, v. 156, pp.209, 1999.

VEDOVOTO, J.M., Modelagem matemática de simulação numérica de escoamentos incompressíveis sobre geometrias complexas tridimensionais utilizando o método da fronteira imersa. Dissertação de Mestrado – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia - MG, 2007.

VIEIRA, R. C. C., Contribuição ao estudo das aplicações dos cilindros rotativos, Tese de Livre Docência, Escola de Engenharia de São Carlos – USP, São Carlos, 1961.

VIKHANSKY, A. A New Modification Of The Immersed Boundaries Method For Fluid-Solid Flows: Moderate Reynolds Numbers. **Journal of Computational Physics**, v.191, pp. 328-339, 2003.

VILAÇA, A., Oliveira, O., Lima e Silva, A. e Silveira-Neto, A., Modelagem matemática e simulação numérica do escoamento sobre uma partícula em queda livre, Submetido ao **XXXI ENEMP** – Congresso Brasileiro de Sistemas Particulados, 2004.

WOOD, W.W., Boundary Layers Whose Streamlines Are Closed, **Journal of Fluid Mechanics**, v.2, pp. 77-87, 1957.

ZHANG, N., Zheng, Z.C., and Eckels, S., Study of Heat-transfer on the surface of a circular cylinder in flow using an immersed boundary Method. **International Journal of a Heat and Fluid Flow** v.29, pp. 1558-1566, 2008.