

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ - UNIFEI**

**PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE  
SISTEMAS DE TRANSMISSÃO  
ATRAVÉS DE OTIMIZAÇÃO POR  
COLÔNIA DE FORMIGAS**

**LEANDRO SOARES REZENDE**

Dissertação submetida ao  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO DA UNIFEI  
Como requisito parcial para obtenção do título de  
Mestre em Ciências em Engenharia Elétrica

Orientador: Prof. Armando Martins Leite da Silva  
Co-Orientador: Prof. Luiz Antônio da Fonseca Manso

Setembro de 2006  
ITAJUBÁ – MG – BRASIL




Ministério da Educação  
**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ**  
Criada pela Lei nº 10.435, de 24 de abril de 2002

## **A N E X O I**

### **PRONUNCIAMENTO DA BANCA EXAMINADORA**

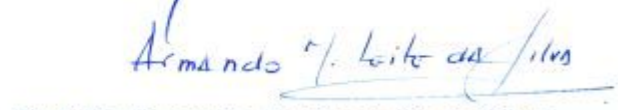
A Banca Examinadora, abaixo assinada, nomeada pela Portaria nº 434 de 27 de setembro de 2006, considerando o resultado do Julgamento da Prova de Defesa Pública da Dissertação de Mestrado intitulada: **“Planejamento da Expansão de Sistemas de Transmissão através de Otimização por Colônia de Formigas”** apresenta pronunciamento no sentido de que o Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Itajubá solicite ao DRA (Departamento de Registro Acadêmico) a expedição do título de **Mestre em Ciências em Engenharia Elétrica, na Área de Concentração: Sistemas Elétricos de Potência**, satisfeitas as demais exigências regimentais, a **Leandro Soares Rezende**.

Itajubá, 29 de setembro de 2006.

  
Prof. Dr. Milton Brown Do Coutto Filho  
1º Examinador - UFF

  
Prof. Dr. Leonardo de Mello Honório  
2º Examinador - UNIFEI

  
Prof. Dr. Luiz Antonio da Fonseca Manso  
3º Examinador (Co-Orientador) - UFSJ

  
Prof. Dr. Armando Martins Leite da Silva  
4º Examinador - (Orientador) - UNIFEI

Dedico aos meus pais Antônio e Maria,  
à minha irmã Elaine  
e à minha futura esposa Sílvia.

## **AGRADECIMENTOS**

À Deus, pela dádiva da vida e por ter me dado força e saúde para que este sonho pudesse se tornar realidade.

Aos meus pais, Antônio e Maria, pelos ensinamentos que levarei para o resto de minha vida, pelo amor, carinho e apoio e por terem investido e acreditado na minha formação.

À Elaine, por ser mais do que uma irmã, minha melhor amiga.

À Sílvia, por me acompanhar nos momentos mais marcantes de minha vida, pela sua paciência e, principalmente, pela sua dedicação e amor em prol de minha felicidade.

Ao professor Armando Martins Leite da Silva, pela confiança depositada, amizade e orientação, não somente neste trabalho, mas nas situações do nosso cotidiano.

Ao professor Luiz Antônio da Fonseca Manso, responsável por ter despertado o meu interesse na área de sistemas elétricos de potência, pela orientação e ensinamentos e pela sua amizade.

Aos amigos Leonidas e Warley, por me ajudarem no desenvolvimento deste trabalho.

Aos meus avós e familiares por suas orações.

À FAPEMIG pelo apoio financeiro.

## RESUMO

As empresas do setor elétrico mundial têm utilizado metodologias interativas para planejar a expansão de seus sistemas, atendendo a critérios basicamente determinísticos, como por exemplo o critério “N-1”. Percebe-se, em geral, a ausência de metodologias mais sofisticadas baseadas em modelos de otimização, as quais podem reduzir drasticamente o número de alternativas de expansão a serem avaliadas pelos planejadores e, conseqüentemente, proporcionar soluções mais adequadas em termos da relação custo-benefício. Esta pode ser uma opção muito interessante de planejamento que deverá ser assimilada pelas empresas do setor elétrico nos próximos anos.

No caso específico do Planejamento da Expansão da Transmissão (PET), trata-se de um problema combinatório de grande complexidade devido à dimensão dos atuais sistemas de transmissão e às incertezas envolvidas, incluindo aquelas introduzidas pelas novas regras de mercado. O problema PET vem sendo tratado em dois ambientes: estático e dinâmico. No caso estático, avaliam-se as melhores alternativas condicionadas a um único ano do horizonte de expansão, enquanto que no caso dinâmico, todo período é considerado. Tendo em vista a complexidade do problema PET, os modelos heurísticos e metaheurísticos têm proporcionado resultados promissores. O sucesso desses modelos está relacionado à capacidade de evitar mínimos locais, possibilitando, assim, explorar uma vasta região dentro do domínio de cada problema.

Esta Dissertação apresenta uma nova metodologia para a solução do problema PET, baseada na metaheurística Otimização por Colônia de Formigas (ACO – *Ant Colony Optimization*). O objetivo central deste trabalho é obter o conjunto das melhores alternativas de expansão de transmissão a longo prazo, utilizando a metaheurística ACO. Os estudos são realizados considerando uma abordagem determinística em ambientes estático e dinâmico. A eficiência da metodologia proposta é ilustrada por meio de análise de casos incluindo um sistema teste e um sistema real de subtransmissão.

## ABSTRACT

Electric energy utilities around the world have made use of interactive methodologies, in order to plan the expansion of their systems, based on deterministic criteria such as the “N-1”. Usually, it can be observed the lack of more sophisticated methodologies based on optimization models, which can significantly reduce the number of expansion alternatives to be appreciated by planners and, consequently, provide the most adequate solutions bearing in mind the cost-benefit relation. This procedure can become a very interesting planning option that should be assimilated by utilities of the world electric sector in the coming years.

In the specific case of the Transmission Expansion Planning (TEP), it is recognized that this problem has a huge complexity not only due to the dimension of the actual systems but also to the involved uncertainties, which include those related with the new rules of electric energy markets. The TEP problem has been treated at two environments: static and dynamic. In the static case, the best expansion alternatives are evaluated conditioned to a specific year of the planning horizon, while in the dynamic case, the whole expansion period is taken into account. Bearing in mind the complexity of the TEP problem, heuristic and metaheuristic models have shown promising results. The success of these models is related to their ability of avoiding local minima and, therefore, exploring a wide region within the possible range of each problem.

This Dissertation presents a new methodology to solve the TEP problem based on the metaheuristic known as *Ant Colony Optimization* (ACO). The main objective is to obtain the set of best transmission expansion alternatives, in the long term, using the ACO metaheuristic. All studies are carried out considering a deterministic framework, at both environments: static and dynamic. The efficiency of the proposed approach is illustrated through its application to a test system and also to a real subtransmission network.

# SUMÁRIO

<b>LISTA DE FIGURAS</b> .....	<b>v</b>
<b>LISTA DE TABELAS</b> .....	<b>vi</b>
<b>LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIATURAS</b> .....	<b>vii</b>
<b>CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO</b> .....	<b>1</b>
1.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS.....	1
1.2 DESENVOLVIMENTO HISTÓRICO .....	5
1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO .....	10
<b>CAPÍTULO 2: OTIMIZAÇÃO POR COLÔNIA DE FORMIGAS</b> .....	<b>12</b>
2.1 INTRODUÇÃO.....	12
2.2 PRINCIPAIS CARACTERÍSTICAS .....	13
2.3 REVISÃO.....	16
2.3.1 AS – <i>Ant System</i> .....	16
2.3.2 Ant-Q .....	22
2.3.3 ACS – <i>Ant Colony System</i> .....	27
2.4 CONCLUSÕES.....	31
<b>CAPÍTULO 3: PLANEJAMENTO ESTÁTICO DA EXPANSÃO DA TRANSMISSÃO</b> .....	<b>34</b>
3.1 INTRODUÇÃO.....	34
3.2 APRESENTAÇÃO DOS SISTEMAS DE POTÊNCIA ESTUDADOS ....	35
3.2.1 Sistema Teste .....	35
3.2.2 Sistema CEMIG .....	38
3.3 APLICAÇÃO DA METAHEURÍSTICA ACO AO PROBLEMA PET .....	41
3.3.1 Desenvolvimento do Algoritmo ACS.....	41
3.3.2 Ajuste dos Parâmetros do Algoritmo ACS .....	47
3.3.3 Avaliação das Soluções Encontradas pela Metaheurística ACO..	56
3.4 RESULTADOS PARA O PLANEJAMENTO ESTÁTICO DA EXPANSÃO DA TRANSMISSÃO.....	63
3.4.1 Resultados – Sistema Teste .....	63

3.4.2	Resultados – Sistema CEMIG .....	65
3.5	CONCLUSÕES.....	66
<b>CAPÍTULO 4: PLANEJAMENTO DINÂMICO DA EXPANSÃO DA TRANSMISSÃO .....</b>		<b>68</b>
4.1	INTRODUÇÃO.....	68
4.2	METODOLOGIA UTILIZADA PARA O PLANEJAMENTO DINÂMICO .	69
4.2.1	Modelo A – Otimização de Investimentos.....	69
4.2.2	Modelo B – Otimização de Investimentos e Custos das Perdas Ôhmicas.....	72
4.3	RESULTADOS DO PLANEJAMENTO DINÂMICO DO SISTEMA TESTE .	75
4.3.1	Modelo A – Resultados para o Sistema Teste .....	77
4.3.2	Modelo B – Resultados para o Sistema Teste .....	80
4.4	RESULTADOS DO PLANEJAMENTO DINÂMICO DO SISTEMA CEMIG .	83
4.4.1	Modelo A – Resultados para o Sistema CEMIG .....	84
4.4.2	Modelo B – Resultados para o Sistema CEMIG .....	86
4.5	CONCLUSÕES.....	88
<b>CAPÍTULO 5: CONCLUSÕES.....</b>		<b>90</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>		<b>94</b>



## LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1: Sistema Teste.....	35
Figura 3.2: Sistema CEMIG.....	38
Figura 3.3: Probabilidades das Melhores Soluções em Função do Parâmetro $\beta$ .....	48
Figura 3.4: Desempenho do Algoritmo em Função do Parâmetro $\beta$ .....	49
Figura 3.5: Probabilidades das Melhores Soluções em Função do Parâmetro $q0$ .....	50
Figura 3.6: Desempenho do Algoritmo em Função do Parâmetro $q0$ .....	50
Figura 3.7: Probabilidades das Melhores Soluções em Função do Parâmetro $\varphi$ .....	51
Figura 3.8: Desempenho do Algoritmo em Função do Parâmetro $\varphi$ .....	52
Figura 3.9: Probabilidades das Melhores Soluções em Função do Parâmetro $Kpher$ .....	53
Figura 3.10: Desempenho do Algoritmo em Função do Parâmetro $Kpher$ .....	53
Figura 3.11: Probabilidades das Melhores Soluções em Função do Parâmetro $\rho$ .....	55
Figura 3.12: Desempenho do Algoritmo em Função do Parâmetro $\rho$ .....	55
Figura 3.13: Plano de Expansão para o Sistema CEMIG.....	65

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1: Dados das Unidades Geradoras – Sistema Teste. ....	36
Tabela 3.2: Dados de Carga – Sistema Teste.....	36
Tabela 3.3: Dados dos Circuitos Existentes – Sistema Teste.....	36
Tabela 3.4: Dados dos Circuitos Candidatos a Reforços – Sistema Teste. ....	37
Tabela 3.5: Dados das Barras – Sistema CEMIG. ....	39
Tabela 3.6: Dados dos Circuitos Existentes – Sistema CEMIG. ....	39
Tabela 3.7: Dados dos Circuitos Candidatos a Reforços – Sistema CEMIG. ....	40
Tabela 3.8: Desempenho do ACS sob Diferentes Heurísticas Utilizadas – Sistema Teste. ....	60
Tabela 3.9: Desempenho do ACS sob Diferentes Heurísticas Utilizadas – Sistema CEMIG. ....	60
Tabela 3.10: Melhor Plano de Expansão para o Sistema Teste. ....	64
Tabela 3.11: Planos Subótimos de Expansão para o Sistema Teste.....	64
Tabela 4.1: Previsão da Capacidade de Geração e da Carga do Sistema Teste. ....	76
Tabela 4.2: Estudos de Casos – Sistema Teste.....	77
Tabela 4.3: Seqüências Obtidas pelo Modelo A – Sistema Teste.....	78
Tabela 4.4: Plano de Expansão para o Sistema Teste (Seqüência A1) – Modelo A. ..	79
Tabela 4.5: Plano de Expansão para o Sistema Teste (Seqüências C3, A4 e A5) – Modelo A.....	79
Tabela 4.6: Plano de Expansão para o Sistema Teste (Seqüência B4) – Modelo A. ..	80
Tabela 4.7: Seqüências Obtidas pelo Modelo B – Sistema Teste.....	81
Tabela 4.8: Melhor Plano de Expansão para o Sistema Teste – Modelo B. ....	82
Tabela 4.9: Previsão da Capacidade de Geração e da Carga do Sistema CEMIG. ....	83
Tabela 4.10: Estudos de Casos – Sistema CEMIG.....	84
Tabela 4.11: Seqüências Obtidas pelo Modelo A – Sistema CEMIG.....	85
Tabela 4.12: Melhor Plano de Expansão para o Sistema CEMIG – Modelo A. ....	86
Tabela 4.13: Seqüências Obtidas pelo Modelo B – Sistema CEMIG.....	87
Tabela 4.14: Melhor Plano de Expansão para o Sistema CEMIG – Modelo B. ....	88

## LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

- ACO - *Ant Colony Optimization* (Otimização por Colônia de Formigas).
- ACS - *Ant Colony System* (Sistema de Colônia de Formigas).
- AS - *Ant System* (Sistema de Formigas).
- ATSP - *Asymmetric Traveling Salesman Problem* (Problema do Caixeiro Viajante Assimétrico).
- CEMIG - Companhia Energética de Minas Gerais.
- ES - *Evolution Strategies* (Estratégias de Evolução).
- GA - *Genetic Algorithm* (Algoritmo Genético).
- GRASP - *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure* (Procedimento de Busca Aleatória Gulosa).
- PET - Planejamento da Expansão da Transmissão.
- QAP - *Quadratic Assignment Problem* (Problema Quadrático de Alocação).
- SA - *Simulated Annealing* (Recozimento Simulado).
- TS - *Tabu Search* (Busca Tabu).
- TSP - *Traveling Salesman Problem* (Problema do Caixeiro Viajante).
- $\beta$  - Parâmetro que define a importância relativa da função heurística em relação aos rastros de feromônio.
- $q_0$  - Parâmetro que define o grau de importância que as buscas dão ao conhecimento adquirido com o problema.
- $\varphi$  - Taxa de redução do rastro de feromônio.
- $K_{pher}$  - Parâmetro de ajuste para a atualização *offline* do rastro de feromônio.
- $\rho$  - Coeficiente que representa a taxa de aprendizagem do algoritmo ACS em relação aos rastros de feromônio.

# CAPÍTULO 1

## INTRODUÇÃO

### 1.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

Anteriormente à década de 70, a expansão de sistemas de potência era relativamente simples. Havia poucas alternativas de expansão, as incertezas da demanda e fontes energéticas eram mínimas, os financiamentos eram facilmente obtidos. Naquela época, a tarefa de planejar reforços em sistemas de transmissão era inteiramente realizada pelos planejadores, os quais eram auxiliados apenas por programas de fluxo de potência, curto-circuito e estabilidade transitória [F75]. Estes métodos eram em sua grande maioria determinísticos, visto que a análise estava limitada a alguns cenários de demanda, hidrologia e parâmetros econômicos.

A partir dos anos 70, o crescimento acentuado dos sistemas e a disponibilidade de maiores recursos computacionais estimularam o desenvolvimento de programas baseados em técnicas de otimização com uma tendência para o planejamento automático. Alguns trabalhos [G70, KPG70, FP72, DE73] caracterizam muito claramente esta transição.

Nas últimas décadas, tem se observado um grande crescimento em pesquisas destinadas à elaboração de modelos de planejamento da transmissão. Muitos artigos têm sido publicados na literatura técnica, devido ao surgimento de novos algoritmos de otimização e a um maior nível de incerteza introduzido pela nova regulamentação do setor elétrico.

A dimensão dos atuais sistemas de transmissão, a natureza discreta das decisões de investimentos, o comportamento aleatório dos equipamentos de geração e transmissão, as incertezas no crescimento da carga e na localização

de novas fontes de geração tornam o Planejamento da Expansão da Transmissão (PET) um problema combinatório, estocástico e de grande complexidade. Portanto, a escolha de um modelo que represente adequadamente o problema torna-se essencial para a obtenção de bons resultados.

Geralmente, o horizonte de planejamento é dividido em curto, médio e longo prazo. Em se tratando do horizonte de longo prazo, o PET pode ser classificado entre diferentes linhas de abordagem: Determinística ou Não-determinística; Interativa ou Automática; e Estática ou Dinâmica.

Os Modelos Determinísticos têm como objetivo definir alternativas de expansão que apresentem os menores investimentos de capital e sejam capazes de reduzir a zero o corte de carga para a condição da rede intacta e mediante critérios determinísticos conhecidos como “N-1” ou “N-2” (contingências simples ou duplas). Pode-se constatar, ainda, que aspectos relacionados às incertezas são negligenciados ou muito simplificados. Por exemplo, nestes modelos não há qualquer avaliação quanto aos custos de produção (operação e manutenção, e gastos com combustível) e de interrupção de energia. A demanda de potência futura é caracterizada através de cenários mais ou menos otimistas e ponderações são feitas em relação às taxas de juros. A partir do conjunto de alternativas tecnicamente equivalentes, o planejador escolhe aquela que apresenta o menor valor presente dos custos. Em geral, uma decisão baseada somente na utilização desses critérios pode conduzir a investimentos elevados, além de não garantir níveis adequados de confiabilidade para todas as barras do sistema. Ademais, estes modelos determinísticos podem ser muito importantes numa etapa inicial do planejamento, tendo a finalidade de reduzir o número de alternativas a serem avaliadas por modelos mais completos.

Nos Modelos Não-determinísticos, algumas incertezas externas e internas associadas ao processo de planejamento são incluídas na análise. As incertezas externas podem envolver indefinições relacionadas aos seguintes

aspectos: projeções de mercado (demanda e energia), taxas de interesse e de câmbio, regras do novo ambiente competitivo, restrições ambientais, afluências hidrológicas, custos de combustíveis, geração distribuída, entre outras. Tendo em vista estas incertezas, é indispensável a obtenção de planos de expansão mais flexíveis ou robustos, capazes de suportar os diferentes cenários futuros produzindo uma melhor estratégia de expansão para o sistema. Já as incertezas internas envolvem as indefinições relacionadas às disponibilidades dos equipamentos dos sistemas de potência. Se apenas estas incertezas são consideradas, o objetivo se restringe a selecionar o plano de expansão capaz de atender a demanda futura da carga com mínimo custo e máxima confiabilidade. Em alguns estudos, o impacto das afluências hidrológicas nas capacidades de geração pode ser interpretado como uma incerteza interna (disponibilidade energética).

Na abordagem Automática, as decisões em relação à expansão da rede são definidas a partir de um algoritmo computacional sem que haja qualquer interferência do planejador.

Quanto à abordagem Interativa, é permitido ao planejador interagir com o algoritmo de expansão da transmissão, auxiliando-o nas decisões através de sua própria experiência ou por estudos complementares.

No planejamento Estático, o planejador procura obter o conjunto ótimo de adições de circuitos para um determinado horizonte de planejamento. Nesta abordagem, o planejador não está interessado em determinar quando os circuitos devem ser instalados, mas sim em encontrar o estado ótimo final da rede para uma determinada situação futura.

Por outro lado, no planejamento Dinâmico, a solução do problema de expansão deve produzir respostas a três questões básicas: quais reforços serão necessários, e ainda, onde e quando eles serão alocados na rede elétrica. Neste caso, o modelo de otimização deve minimizar o valor presente de todos os custos envolvidos na sua função objetivo. Entretanto, os atuais modelos

dinâmicos ainda possuem algumas limitações em relação ao tamanho e ao nível de complexidade dos sistemas. Estes fatores proporcionam um número muito grande de variáveis e restrições a serem consideradas exigindo um enorme esforço computacional para se obter a solução ótima. De forma a superar esta dificuldade, estes modelos têm sido simplificados para proporcionar um melhor desempenho computacional. Uma das maneiras que têm sido encontradas para representar o problema é resolvendo uma seqüência de subproblemas estáticos.

Verifica-se, portanto, que o PET é um problema essencialmente dinâmico e de natureza não-determinística. Ademais, a inclusão de uma análise dinâmica ou multiestágios [EGR04] juntamente com a consideração de incertezas externas [BCFL03, GCCP93, LC03] e internas [BML02, B04, ML04] aumentam as complexidades em termos de dados, modelos e custo computacional do problema. Processos de planejamento considerando todos estes aspectos dificilmente podem ser enfrentados utilizando-se apenas de ferramentas automáticas.

Hoje, a maior parte dos trabalhos encontrados na literatura é dedicada ao planejamento determinístico e estático [RM94, CW00], sendo empregada uma grande diversidade de técnicas de otimização [LCAV03]. Contudo, apesar dos substanciais avanços alcançados nos últimos anos de pesquisa, os modelos determinísticos ainda apresentam limitações importantes em relação à precisão desejada na simulação do desempenho da rede.

Por este motivo, até o presente momento, as empresas do setor elétrico brasileiro têm utilizado metodologias iterativas para planejar as adições na rede de transmissão, atendendo ao critério "N-1" [MSPCPP82] e fazendo uso basicamente do fluxo de potência não-linear (fluxo AC). Outros algoritmos de auxílio ao planejamento, como programas de avaliação de curto-circuito e de estabilidade transitória, também têm sido utilizados, fornecendo avaliações mais criteriosas das alternativas de reforços formuladas. Percebe-se, então,

uma total ausência da utilização de técnicas de otimização, sendo feita apenas uma análise pontual de custos, principalmente investimentos e perdas.

Na prática, a utilização de modelos automáticos e/ou semi-automáticos ainda é muito limitada no Brasil. Entretanto, o emprego destes modelos em análises preliminares, destinadas a reduzir o número de alternativas de expansão a serem avaliadas pelo planejador, representa uma estratégia muito interessante de planejamento, podendo ser facilmente assimilada pelas empresas do setor elétrico.

## 1.2 DESENVOLVIMENTO HISTÓRICO

Nas últimas três décadas, vários modelos de otimização têm sido propostos com o intuito de se encontrar a solução ótima para o problema PET. Nota-se que a maioria dos modelos desenvolvidos utiliza técnicas clássicas de otimização, sendo classificados como modelos matemáticos. Com esta característica podem ser citadas as programações: linear [G70, VGS85], dinâmica [DE73], não-linear [YH89] e inteira mista [SSL89, BOPG01, AMC03]. Técnicas como a Decomposição de Benders também têm sido usadas na separação dos subproblemas: investimento e operação [PPCO85, BPG01]. Dois fortes obstáculos à utilização destes modelos são a não-linearidade e a não-convexidade presentes nos estudos de expansão dos sistemas elétricos, em particular no caso da transmissão, que podem acarretar em problemas de não-convergência do algoritmo de solução do fluxo de potência e na obtenção de ótimos locais.

Mais recentemente, modelos heurísticos e metaheurísticos [RM94, GMR98, GRM00, SOOB01, BOA01] têm se tornado uma alternativa em relação aos modelos de otimização matemática. Estes novos algoritmos utilizam técnicas de otimização que, passo a passo, realizam um processo de geração, avaliação e seleção de alternativas para a alocação de novos circuitos. Estas etapas são realizadas até que o algoritmo não seja capaz de encontrar um melhor plano de expansão, considerando o critério de avaliação estabelecido



pela função objetivo. Este critério normalmente pode incluir custos de investimento, operação e manutenção, e custos de interrupção de energia.

A definição de reforços nestes modelos heurísticos e metaheurísticos é geralmente obtida realizando buscas locais guiadas por regras lógicas e/ou sensibilidades (regras heurísticas). Tais sensibilidades podem estar relacionadas ao corte de carga [PP85] ou a outros aspectos do comportamento do sistema, como o critério do mínimo esforço, que visa uma melhor distribuição dos fluxos de potência [MSPCPP82]. Nesta referência, o sistema obtido é novamente reforçado, através de uma segunda fase, quando são considerados os efeitos das contingências (remoções de circuitos) simples mais severas, critério “N-1”.

Uma outra alternativa para a definição de reforços é dar um tratamento hierárquico à representação da rede de transmissão [RM94]. Neste trabalho, o processo de otimização começa com uma representação simples da rede (modelo de transportes). Em seguida é adotado um modelo híbrido, com utilização do modelo de transporte para novos circuitos e de fluxo de potência linearizado (fluxo DC) para circuitos existentes. O processo termina com a representação linearizada do fluxo de potência aplicado a todos os circuitos. Em todas as fases a técnica de Decomposição de Benders (já utilizada com sucesso em [PPCO85]) é empregada para resolver os subproblemas de investimento e de operação. Apesar de produzir soluções ótimas para problemas de dimensões pequenas e médias, esta técnica deve ser acompanhada de algum tipo de heurística quando aplicada a sistemas de grande porte. Diante desta constatação, a utilização de metaheurísticas passou a ser mais investigada, mais especificamente, o Recozimento Simulado (SA – *Simulated Annealing*) [RGM96, GAMR97], os Algoritmos Genéticos (GA – *Genetic Algorithm*) [GRM98] e a Busca Tabu (TS – *Tabu Search*) [GRM00].

Desde a última década, várias metaheurísticas têm sido desenvolvidas para solucionar problemas PET. Em [FC97], foi utilizada pela primeira vez o TS. O método proposto, destinado ao problema de estágio simples (estático), utiliza o

modelo de fluxo DC e formulação baseada na programação binária, tendo como objetivo a minimização de sobrecargas nas linhas. O processo começa com a adição de todos os reforços, produzindo uma malha altamente conectada, redundante e antieconômica. Em seguida o TS é aplicado para obter, progressivamente, melhores esquemas de expansão até que o número máximo de iterações seja atingido. A metodologia é aplicada a três sistemas testes com 6, 18 e 39 barras cada um. Nesta referência, é apontada a necessidade de produzir novos trabalhos incluindo a consideração de contingências simples (N-1) e de sistemas reais. Posteriormente, outros estudos usaram o TS de forma mais elaborada [SOOB01, GRM00], empregando novas etapas para intensificação e diversificação do processo de busca. Nestes trabalhos, foram realizados testes utilizando configurações dos sistemas Sul e Sul-Sudeste Brasileiro propostas em [PPOC87].

Em [BOA01], é apresentada a aplicação de uma técnica de amostragem heurística iterativa denominada Procedimento de Busca Aleatória Gulosa (GRASP – *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*), a qual é composta de duas fases. A primeira fase é responsável pela construção de soluções viáveis para o problema. Na fase seguinte, é feita uma busca local visando o aprimoramento da solução obtida na fase de construção. Os resultados obtidos para os sistemas Sul e Sul-Sudeste Brasileiros podem ser considerados promissores. Na referência [FBRF05], um conceito generalizado de GRASP é utilizado juntamente com a técnica conhecida como *Path Relinking*, o que proporcionou melhores resultados no estudo de problemas PET.

Uma metaheurística que também tem sido muito utilizada refere-se ao GA, a qual tem demonstrado uma grande habilidade para tratar problemas de otimização inteira mista, não-convexos e não-lineares, tais como o PET, quando comparado com outras metodologias matemáticas. Em [GS01], é apresentado um procedimento que consiste em encontrar soluções infactíveis para o problema através de um GA. Estas soluções são usadas para prever o custo da solução ótima usando a “curva limite de perda de carga” do sistema de transmissão. Uma vez que estes custos são estimados, a solução ótima

pode ser encontrada através de uma busca local, a qual é iniciada pelas soluções inactiváveis que possuem custos próximos aos custos estimados.

Na referência [DY02], também é proposto um GA específico para o problema PET. O algoritmo busca o ótimo global a partir de ótimos locais, os quais são obtidos por um algoritmo linear iterativo de fluxo de mínimo custo. Além disto, o modelo de fluxo de rede para o planejamento de sistemas de transmissão é melhorado de forma que as capacidades e localizações das linhas de transmissão, subestações e estações geradoras possam ser otimizadas simultaneamente. Resultados de estudos comparativos provam a razoabilidade e eficiência do modelo e do algoritmo proposto. Outras referências [RPCS96, GMR98, SGA00] também trazem importantes aplicações de GA para a resolução deste problema.

Uma nova metaheurística baseada em Estratégias de Evolução (ES – *Evolution Strategies*) é apresentada em [LSRMSR06]. O ES, ao contrário do GA, utiliza uma codificação real, e não binária, para os circuitos adicionados em cada interligação do sistema. Além disso, somente o mecanismo de mutação é usado como operador de busca. Nesta referência, aliado ao ES, uma outra heurística (GRASP) também é usada para auxiliar o processo de busca. Este trabalho tem uma grande importância por apresentar análises de planejamento dinâmico em estudos de casos utilizando um pequeno sistema teste e uma rede real de subtransmissão. O problema consiste em minimizar os custos de investimento e de interrupção de carga (LOLC – *Loss of Load Cost*) [WB93, BML04, LMMB00, ML04]. Os resultados comprovam o potencial da metodologia desenvolvida.

Recentemente em [GKOOYVU04], a metaheurística Colônia de Formigas (ACO – *Ant Colony Optimization*) foi utilizada para a resolução do problema de planejamento primário de redes de distribuição de potência elétrica, declarado como um problema de otimização não-linear combinado. Esta metaheurística provou ser muito robusta quando aplicada a problemas de otimização de natureza combinatória, tais como o Problema do Caixeiro Viajante (TSP –

*Traveling Salesman Problem*) e o Problema Quadrático de Alocação (QAP – *Quadratic Assignment Problem*), sendo em alguns casos vantajosa em comparação ao GA e ao SA. Nesta referência, o algoritmo conhecido por ACS – *Ant Colony System* é utilizado em conjunto com um algoritmo convencional de fluxo de potência para sistemas de distribuição e adaptado para solucionar o problema de planejamento de sistemas primários de distribuição. A aplicação da metodologia é apresentada na análise de dois casos reais: sistema de 34,5 kV com 23 barras e um sistema elétrico de distribuição de 10 kV mais complexo com 201 barras que alimenta uma área urbana. O desempenho desta metaheurística, quando comparado ao GA, obteve melhores resultados com significativa redução no tempo de solução.

Observa-se através dos trabalhos desenvolvidos que os algoritmos matemáticos se restringem somente à avaliação de sistemas de pequeno porte. No entanto, as heurísticas e metaheurísticas mostram-se mais atrativas, principalmente para o caso de sistemas de grande porte por demonstrarem um excelente potencial para encontrar boas (i.e. economicamente competitivas) soluções factíveis, mas não necessariamente ótimas, com um tempo computacional aceitável. O sucesso desses métodos está relacionado com a capacidade que eles têm de evitar mínimos locais, possibilitando, assim, explorar uma vasta região dentro do domínio de cada problema.

Esta Dissertação apresenta o estudo de uma nova metodologia de otimização baseada na metaheurística Colônia de Formigas [DMC91, D92], a qual ainda não havia sido aplicada para a resolução do problema PET. Essa técnica é baseada no comportamento coletivo de uma colônia de formigas real na busca por alimentos. Em analogia a este comportamento, procura-se obter uma melhor orientação para as buscas, de forma que as melhores regiões do espaço sejam exploradas e o ótimo global seja encontrado para o problema PET.

O objetivo central deste trabalho é definir a melhor ou um conjunto das melhores alternativas de expansão da transmissão a longo prazo utilizando a metaheurística ACO. Todo o planejamento é realizado considerando uma

abordagem determinística (tanto para o problema estático quanto o dinâmico), a qual pode contribuir para uma análise preliminar de alternativas de investimento de transmissão pelo planejador. A eficiência da metodologia proposta é ilustrada por meio de análise de casos incluindo um Sistema Teste e um Sistema de Subtransmissão da CEMIG (Companhia Energética de Minas Gerais), o qual será chamado de Sistema CEMIG.

### **1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO**

Esta Dissertação está dividida em cinco capítulos, os quais são apresentados resumidamente a seguir:

O presente capítulo descreveu o problema enfrentado pelos planejadores nos dias atuais em face da dimensão dos sistemas de potência e do número de incertezas existentes, as quais contribuem para um problema PET de elevada ordem combinatória. Apesar da abordagem do planejamento determinístico possuir várias simplificações quanto à modelagem do problema, esta metodologia pode ser muito útil, numa análise preliminar, para reduzir o número de alternativas a serem avaliadas pelos planejadores de forma mais criteriosa, mediante programas de fluxo de potência AC, curto-circuito, entre outros. Dentre as ferramentas de otimização desenvolvidas nas últimas décadas aplicadas ao planejamento determinístico, as heurísticas e metaheurísticas demonstraram ser mais eficazes por possuírem uma grande capacidade para encontrar soluções economicamente competitivas, principalmente na avaliação de sistemas de grande porte. Finalmente, foi escolhida a metaheurística ACO, a qual ainda não havia sido utilizada para a resolução do problema PET.

No Capítulo 2 é realizada uma revisão da metaheurística ACO identificando suas potencialidades para a solução de problemas combinatórios. Nesta revisão, são discutidas as características dos principais algoritmos desenvolvidos nos últimos anos. Esta avaliação permitirá a definição do algoritmo mais adequado para a solução do problema PET.

Inicialmente no Capítulo 3, são apresentadas as características dos sistemas de potência que foram utilizados para ilustrar as aplicações da ferramenta de otimização desenvolvida. Além disso, são descritas todas as considerações julgadas necessárias para tornar a metaheurística ACO adequada à resolução do problema PET. Este capítulo é destinado exclusivamente à avaliação determinística e estática do problema PET.

No Capítulo 4, com a finalidade de avaliar o potencial do algoritmo desenvolvido, é realizada uma análise determinística e dinâmica do problema PET. O objetivo é identificar a cronologia de investimentos, necessários para o atendimento adequado da demanda futura, que minimiza o valor presente dos custos envolvidos na função objetivo do problema. Os estudos são realizados envolvendo os mesmos sistemas apresentados no Capítulo 3. Além disto, é analisado o impacto no planejamento quando as perdas ôhmicas são incluídas na modelagem dos sistemas.

Finalmente, no Capítulo 5, são apresentadas as conclusões referentes aos estudos realizados nesta Dissertação e as perspectivas de trabalhos futuros.

# CAPÍTULO 2

## OTIMIZAÇÃO POR COLÔNIA DE FORMIGAS

### 2.1 INTRODUÇÃO

Formigas são insetos que vivem em comunidade, cujo comportamento de alimentação é voltado para a sobrevivência da colônia e não para um de seus simples indivíduos. Esta característica tem inspirado o desenvolvimento de várias pesquisas pela ciência, onde o problema de interesse é entender como animais quase cegos conseguem encontrar a menor distância a ser percorrida entre o seu ninho e uma fonte de alimentos. Resultados apresentados em [DMC91] apontam que as formigas, ao se moverem, depositam uma substância no solo conhecida como feromônio (*pheromone*) que constitui o principal meio de comunicação usado dentro da colônia. A percepção desta substância permite que as formigas escolham os melhores caminhos, i.e. aqueles com maior intensidade de feromônio.

Imagine que um grupo de formigas esteja caminhando numa mesma direção entre o seu ninho e uma fonte de alimentos. Suponha que um obstáculo, como um pedaço de madeira, seja colocado em algum ponto deste caminho interrompendo-o. Inicialmente, as formigas ao atingirem o obstáculo tentarão contorná-lo em direção ao percurso original, cada qual seguindo pela direita ou esquerda aleatoriamente sem qualquer influência da presença de rastros de feromônio. Considere que contornar o objeto pela direita tenha uma distância menor do que pela esquerda e que as formigas caminham sempre à mesma velocidade. Durante um período transitório, pode-se dizer que o número de formigas que decide escolher um ou outro caminho é o mesmo. No entanto, aquelas formigas que escolheram o menor caminho, o da direita, retornam ao percurso original mais rapidamente do que aquelas que seguiram pela esquerda. Este fato acontecerá tanto com as formigas que caminham no sentido de seu ninho para a fonte de alimentos quanto no sentido contrário

(neste caso o menor caminho é o da esquerda). Transcorrido um período de aprendizado, este caminho começará a apresentar uma maior quantidade de rastro de feromônio, o que representará, para a colônia de formigas, uma maior probabilidade deste caminho ser escolhido. Após um determinado tempo, o caminho escolhido por grande parte da colônia será aquele com maior quantidade de feromônio.

Este resultado comprova a existência de um comportamento coletivo conhecido como auto-catalizador (*autocatalytic*) com uma resposta positiva (*positive feedback*), onde a probabilidade de uma formiga escolher um determinado caminho aumenta em proporção ao número de formigas, que anteriormente fizeram a mesma escolha. Este estímulo, como consequência de uma reação a estímulos anteriores, determina uma forma de coordenação de atividades que pode ser interpretada como uma comunicação indireta. Vale ressaltar que embora uma única formiga, mesmo com a sua simplicidade, seja capaz de construir um caminho ótimo entre o seu ninho e a fonte de alimentos, é através da organização da colônia que melhores resultados podem ser alcançados usando uma comunicação eficiente.

A observação deste aspecto natural estimulou vários estudos com o objetivo de desenvolver uma nova ferramenta de otimização aplicável a problemas combinatórios. Assim, surgiram os primeiros algoritmos, os quais deram origem à metaheurística ACO que foi primeiramente proposta por Dorigo [DMC91, D92]. Nas próximas seções serão descritas as suas principais características bem como o histórico de alguns algoritmos desenvolvidos.

## 2.2 PRINCIPAIS CARACTERÍSTICAS

Inicialmente, no desenvolvimento da metaheurística ACO, uma maior atenção foi dada para a representação adequada das características presentes nas formigas reais. Da mesma forma que o feromônio é depositado localmente e utilizado por estes insetos, o ACO altera uma informação numérica relacionada aos rastros desta substância, a qual constitui o único canal de comunicação entre as



formigas artificiais para uma orientação de buscas posteriores. Além disso, um mecanismo de evaporação é aplicado com o intuito de modificar, ao longo do tempo, a informação existente sobre os rastros. Esta evaporação permite às formigas levemente esquecerem seu passado histórico contribuindo para que a busca não seja totalmente orientada por decisões passadas. Como resultado, novas regiões do espaço podem ser exploradas evitando uma estagnação do ACO, i.e. convergência prematura em direção a uma mesma solução. As formigas artificiais, como as reais, utilizam um critério para a transição entre os estados, que pode evitar uma estagnação da metaheurística. Este critério é função de informações conhecidas (heurísticas), equivalente à estrutura do terreno, e de modificações locais dos rastros de feromônio.

Posteriormente, foi observado que algumas características não presentes nestes insetos poderiam ser incluídas para que melhores resultados fossem encontrados pelo ACO. As formigas artificiais, ao contrário das reais, transitam através dos estados de forma discreta e não com movimentos contínuos. Outro aspecto é que as formigas artificiais possuem memória sobre o caminho percorrido. Esta informação pode ser bastante relevante para favorecer a construção de soluções sem violar restrições do problema. Em relação ao depósito de feromônio, este pode ser feito em função do caminho escolhido ou da correspondente solução encontrada (a memória também deverá ter um papel bastante importante neste caso) e não somente através de depósitos constantes. Capacidades não encontradas nas formigas reais, como um depósito extra de feromônio sobre os caminhos pertencentes às melhores soluções ou uma otimização local das soluções construídas pelas formigas, podem também melhorar o desempenho do ACO.

Os primeiros algoritmos criados usando a metaheurística ACO foram destinados à solução do problema TSP [DMC91, D92], o qual, devido a sua simplicidade, não acrescentava muitas particularidades que poderiam dificultar o entendimento da analogia existente com as formigas reais. No entanto, qualquer problema combinatório pode ser resolvido desde que os seguintes aspectos sejam corretamente adequados:

- Representação do problema através de um grafo  $(N,E)$ ;
- Definição de um mecanismo de comunicação entre os agentes que represente os depósitos de rastros de feromônio;
- Escolha apropriada de uma função heurística para que a busca seja realizada em regiões mais interessantes do espaço;
- Atribuição de um mecanismo de memória, o qual permita somente a construção de soluções factíveis, i.e. que não violem as restrições do problema.

Uma grande quantidade de problemas de otimização combinatória tem sido resolvida usando a metaheurística ACO [BDT99, CDG99]. Dentre os principais problemas, além do TSP e do Caixeiro Viajante Assimétrico (ATSP – *Asymmetric Traveling Salesman Problem*), onde  $d(r,s) \neq d(s,r)$ , podem ser citados o QAP [M98, MC99] e o Problema de Rotas de Veículos (VRP - *Vehicle Routing Problem*) [GTA99], entre outros. Além disso, um recente estudo desta metaheurística aplicado ao Planejamento de Sistemas de Distribuição [GKOOYVU04] mostrou ótimos resultados quanto à eficiência computacional e à qualidade das soluções.

No TSP  $n$  cidades são interligadas por diversos caminhos e um agente deseja descobrir qual é a menor distância a ser percorrida passando pelas  $n$  cidades uma única vez e voltando ao ponto de partida. O TSP é representado por um grafo  $(N,E)$ , sendo  $N$  o conjunto de cidades e  $E$  o conjunto de caminhos entre as cidades, os quais são ponderados por  $d(r,s)$ , que representa a distância entre as cidades  $r$  e  $s$ .

Para uma maior clareza desta ferramenta de otimização, todos os algoritmos apresentados neste capítulo serão destinados à solução do TSP<sup>1</sup>. Ao final, aquele algoritmo que se apresentar com maior potencial, a partir das referências estudadas, será escolhido para a sua adequação ao problema PET.

---

<sup>1</sup> Vale ressaltar que os algoritmos tradicionais para a resolução do TSP não serão objetivo de estudo neste trabalho.

## 2.3 REVISÃO

Nesta seção será apresentada uma revisão dos principais algoritmos encontrados na literatura técnica referente à utilização do ACO.

### 2.3.1 AS – *Ant System*

Em [DMC91, D92], foi proposta a primeira classe de algoritmos ACO baseados no comportamento natural de formigas com aplicação ao TSP, os quais ficaram conhecidos como AS. Nestes algoritmos, as formigas artificiais apresentam as seguintes características:

- Cada formiga deposita uma substância, chamada feromônio, sobre o caminho  $(r,s)$ , ao ir da cidade  $r$  para a cidade  $s$ ;
- Estando numa cidade  $r$ , a cidade  $s$  é escolhida através de probabilidades que envolvem as distâncias entre as cidades  $d(r,s)$  e as quantidades de rastros de feromônio presentes sobre os caminhos  $\tau(r,s)$ ;
- De forma a garantir que uma formiga visite  $n$  cidades diferentes, uma estrutura de memória é associada a cada formiga. O objetivo é memorizar as cidades já visitadas proibindo as formigas de visitá-las novamente antes que o percurso seja concluído;
- Ao completarem seus percursos, todas as formigas artificiais morrem e um novo ciclo de buscas é iniciado.

Considere que  $b_r$  ( $r = 1, \dots, n$ ) seja o número de formigas na cidade  $r$  e  $m =$

$\sum_{r=1}^n b_r$  seja o número total de formigas. Uma iteração do algoritmo AS significa a

transição de  $m$  formigas de uma cidade para outra, enquanto que um ciclo é alcançado após  $n$  iterações, i.e. após todas as cidades terem sido visitadas por cada formiga. De forma a selecionar os caminhos a serem seguidos por estes insetos, é utilizada uma regra de transição de estados (*state transition rule*) conhecida por regra aleatória proporcional (*random-proportional rule*), a qual é mostrada a seguir:

$$P_k(r,s) = \begin{cases} \frac{[\tau(r,s)]^\alpha [\eta(r,s)]^\beta}{\sum_{u \in J_k(r)} [\tau(r,u)]^\alpha [\eta(r,u)]^\beta}, & \text{se } s \in J_k(r) \\ 0, & \text{para os outros casos} \end{cases} \quad (2.1)$$

onde:

- $P_k(r,s)$  probabilidade da  $k$ -ésima formiga escolher o caminho  $(r,s)$ ;
- $\tau(r,s)$  rastro de feromônio existente sobre o caminho  $(r,s)$ ;
- $\eta(r,s)$  uma função heurística gulosa (*greedy force*) definida por  $\frac{1}{d(r,s)}$  para o caminho  $(r,s)$ ;
- $\alpha$  e  $\beta$  parâmetros que controlam a importância relativa entre o rastro de feromônio e a função heurística<sup>2</sup>;
- $J_k(r)$  são todas as cidades vizinhas de  $r$  que podem ser selecionadas pela  $k$ -ésima formiga.

Os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  são muito importantes para um comportamento adequado da busca, como é mostrado em [DMC91, DMC96]. Para elevados valores de  $\alpha$ , o algoritmo pode atingir uma estagnação, i.e. situação em que todas as formigas encontram rapidamente a mesma solução a qual é distante do ótimo. Para  $\alpha$  muito pequeno, i.e. o rastro de feromônio não possui importância, o algoritmo pode não encontrar soluções muito boas apesar de não apresentar estagnação. Pôde-se perceber que melhores resultados foram encontrados para  $(0,5 < \alpha < 1,0$  e  $1,0 < \beta < 5,0)$ .

A regra aleatória proporcional tem como característica definir um balanço entre as intensidades dos rastros de feromônio (caminhos escolhidos em buscas anteriores são altamente desejáveis) e o resultado da função heurística (cidades mais próximas têm preferência para serem escolhidas). Isto contribui para que a busca seja realizada em regiões mais interessantes do espaço. No entanto, ao permitir que todos os caminhos possam ser selecionados

---

<sup>2</sup> Verifica-se que ao ajustar  $\alpha = 0$  um algoritmo estocástico é obtido baseado na função heurística. No entanto se  $\alpha = 0$  e  $\beta = \infty$  obtém-se um algoritmo clássico determinístico.

probabilisticamente, esta regra também consegue evitar uma convergência prematura do algoritmo em direção a ótimos locais. Vale ressaltar, que a seleção dos caminhos é feita com o auxílio de uma variável aleatória uniformemente distribuída em  $[0,1]$ .

Aliado a esta regra, o AS utiliza um mecanismo de comunicação por rastros de feromônio, o qual possui um papel muito importante sobre o aprendizado adquirido pelo algoritmo. Este mecanismo tem o objetivo de simular uma mudança na quantidade de feromônio devido à adição de novos rastros depositados pelas formigas sobre os caminhos visitados e também devido a uma evaporação do feromônio, que pode levemente direcionar a busca para regiões ainda não exploradas e evitar uma estagnação. A quantidade de rastro de feromônio sobre um determinado caminho significa o desejo do mesmo pertencer a uma solução construída por cada formiga.

No entanto, a classe de algoritmos AS apresenta algumas diferenças em relação à utilização deste mecanismo de atualização dos rastros de feromônio. Por isto, estes algoritmos foram divididos em: *Ant-density*, *Ant-quantity* e *Ant-cycle*, os quais serão descritos a seguir.

No algoritmo *Ant-density*, uma quantidade fixa de feromônio é depositada sobre o caminho  $(r,s)$  toda vez que uma  $k$ -ésima formiga caminha de  $r$  para  $s$  da seguinte forma:

$$\Delta\tau^k(r,s) = \begin{cases} Q_1 & \text{se } k\text{-ésima formiga caminha de } r \text{ para } s \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.2)$$

onde  $Q_1$  é uma constante.

No algoritmo *Ant-quantity*, uma  $k$ -ésima formiga, ao caminhar de  $r$  para  $s$ , deixa uma quantidade de feromônio dada por:

$$\Delta\tau^k(r,s) = \begin{cases} \frac{Q_2}{d(r,s)} & \text{se } k\text{-ésima formiga caminha de } r \text{ para } s \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.3)$$

onde  $Q_2$  é uma constante e  $d(r,s)$  é a distância entre as cidades  $r$  e  $s$ .

A cada iteração destes algoritmos, a quantidade total de rastro de feromônio depositado sobre o caminho  $(r,s)$  é calculado por:

$$\Delta\tau(r,s) = \sum_{k=1}^m \Delta\tau^k(r,s) \quad (2.4)$$

Finalmente, a atualização dos rastros é obtida utilizando a equação a seguir:

$$\tau(r,s) = \rho \tau(r,s) + \Delta\tau(r,s) \quad (2.5)$$

onde  $\rho$  é um coeficiente tal que  $(1-\rho)$  representa a taxa de evaporação do rastro sobre o caminho  $(r,s)$ <sup>3</sup>.

Pode-se observar que o aumento da intensidade do rastro sobre o caminho  $(r,s)$  é independente de  $d(r,s)$  no *Ant-density*, enquanto no *Ant-quantity* é inversamente proporcional, i.e. caminhos mais curtos são mais desejados pelas formigas. Estes mecanismos são conhecidos por atualização *online* (*online pheromone update*), pois o feromônio é depositado e atualizado a cada iteração do algoritmo.

Uma maior diferença é introduzida ao *Ant-cycle*, o qual corresponde a uma adaptação do *Ant-quantity*. Neste algoritmo, ao contrário dos anteriores, os rastros de feromônio são depositados e atualizados pelas formigas somente ao

---

<sup>3</sup> Estudos realizados em [DMC91, DMC96] indicaram que o coeficiente  $\rho$  deve ser ajustado a um valor menor do que um (1) para evitar um excesso de acumulação de feromônio, que contribuiria para a estagnação da busca e obtenção de ótimos locais.

final de  $n$  iterações (um ciclo). Este mecanismo é conhecido por atualização *online* atrasada (*online delayed pheromone update*).

O rastro de feromônio deixado pela  $k$ -ésima formiga sobre o caminho  $(r,s)$  é calculado por:

$$\Delta\tau^k(r,s) = \begin{cases} \frac{Q_3}{L^k} & \text{se } k\text{-ésima formiga usa o caminho } (r,s) \text{ na sua rota} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.6)$$

onde  $Q_3$  é uma constante e  $L^k$  é o comprimento da rota realizada pela  $k$ -ésima formiga.

As Equações (2.4) e (2.5) são utilizadas, respectivamente, para o cálculo total do depósito de feromônio e para a sua atualização.

Nos algoritmos *Ant-density* e *Ant-quantity* somente informação local é utilizada, i.e. o rastro de feromônio  $\tau(r,s)$  é simplesmente um reforço da função heurística  $\eta(r,s)$ . Entretanto, no *Ant-cycle*, a quantidade de rastro de feromônio depositado é definida em função da solução encontrada. Portanto, o algoritmo usa uma informação global para computar  $\tau(r,s)$ , a qual é um tipo diferente de informação em relação a  $\eta(r,s)$ .

Um aspecto muito importante sobre o ajuste da maioria dos parâmetros, principalmente no *Ant-cycle*, é que eles apresentaram pouca sensibilidade em relação ao tamanho do problema atribuindo uma grande robustez a este algoritmo.

Uma outra versão do *Ant-cycle* também é citada em [DMC91, DMC96]. Neste novo algoritmo é aplicada uma estratégia elitista (*elitist strategy*), a qual tem o objetivo de reforçar o rastro depositado sobre os caminhos pertencentes à melhor rota encontrada. Nesta estratégia, o rastro é aumentado por uma

quantidade  $\frac{eQ_3}{L^*}$ , onde quanto maior o valor definido para  $e$ , mais reforçado será o rastro depositado e  $L^*$  é o comprimento do melhor percurso encontrado. A idéia é aumentar em probabilidade a busca de formigas posteriores em direção a soluções que possuem vários caminhos encontrados em  $L^*$ .

De acordo com [DMC91, DMC96], esta nova versão do *Ant-cycle* foi o algoritmo que apresentou o melhor desempenho para problemas TSP. Assim, ele foi selecionado para uma análise comparativa com outras metaheurísticas. Pôde-se concluir que os resultados encontrados foram tão satisfatórios quanto aqueles encontrados pelo TS e superiores ao SA. No entanto, este algoritmo conseguiu bons resultados somente para problemas TSP de pequena dimensão. Para problemas de elevado nível combinatório, ele não foi capaz de encontrar a melhor solução conhecida dentro de 3000 iterações, apesar de apresentar uma rápida convergência para boas soluções. Este obstáculo motivou o desenvolvimento de novos algoritmos que superassem esta limitação do *Ant-cycle*. Deste modo, ainda dentro da classe de algoritmos AS, foram desenvolvidos o *Max-Min AS* e o *AS<sub>rank</sub>*.

O *Max Min AS* [SH97a, SH97b] apresenta algumas mudanças em relação à representação dos rastros de feromônio. Neste algoritmo, além dos rastros de feromônio receberem uma atualização *offline* (somente os caminhos visitados pela melhor formiga de cada iteração recebem adições de feromônio), eles são restritos a um intervalo  $[\tau_{min}, \tau_{max}]$  e iniciados pelo seu valor máximo  $\tau_{max}$ . A atribuição de limites para a intensidade dos rastros restringe a probabilidade de um determinado caminho ser escolhido. Isto ajuda a evitar uma estagnação da busca, que foi uma das razões que contribuíram para um desempenho ruim do *Ant-cycle* na avaliação de problemas com elevado nível combinatório. Aliado à atribuição de intervalos, um mecanismo de amortecimento dos rastros de feromônio também é incluído. Seu objetivo é reduzir a diferença relativa entre a intensidade dos rastros sobre os caminhos favorecendo a exploração de novas regiões do espaço e evitando o aprisionamento da busca em ótimos locais.



Resultados indicaram que este algoritmo quando aplicado ao problema TSP, encontrou soluções significativamente melhores do que o *Ant-cycle*.

O  $AS_{rank}$  [BHS97], do mesmo modo que o algoritmo *Max-Min AS*, atualiza os rastros de feromônio somente através de uma atualização *offline*. No entanto, o  $AS_{rank}$  primeiramente define uma ordem crescente das soluções encontradas pelas  $m$  formigas de acordo com os seus respectivos comprimentos. Posteriormente, aqueles caminhos visitados por uma das  $\lambda$  formigas (onde  $\lambda < m$ ) recebem uma quantidade de feromônio proporcional à ordem de cada formiga. Além disso, os caminhos usados pela formiga que encontrou a melhor rota desde o início do processo também recebem um depósito de feromônio de forma equivalente à estratégia elitista usada no *Ant-cycle*. Os resultados encontrados são também significativamente melhores do que aqueles encontrados pelo *Ant-cycle*.

### 2.3.2 Ant-Q

Em [GD95, DG96] foi desenvolvida uma nova família de algoritmos conhecida como Ant-Q, a qual foi inspirada numa técnica de aprendizado reforçado, conhecida como *Q-learning* [W89], e nos trabalhos desenvolvidos sobre o AS [DMC91, D92, DMC96]. Enquanto aplicações típicas do *Q-learning* usam um único agente para explorar o espaço de estados, o Ant-Q se baseia numa cooperação entre vários agentes, característica marcante de uma colônia de formigas. A seguir é mostrado como o TSP pode ser adequado a este novo algoritmo.

No Ant-Q, uma formiga que se encontra situada em uma cidade  $r$  decide se mover em direção a uma cidade  $s$  a partir de uma regra de transição de estados diferente daquela definida para o algoritmo AS. Esta nova regra inclui um parâmetro que permite ao algoritmo aproveitar as informações aprendidas com o problema, ou explorar o espaço de estados através de uma distribuição de probabilidades. A Equação (2.7) mostra como esta regra pode ser usada para auxiliar as formigas a decidirem por quais caminhos elas deverão seguir:

$$s = \begin{cases} \arg \max_{u \in J_k(r)} \{ [AQ(r,u)]^\alpha [HE(r,u)]^\beta \}, & \text{se } q \leq q_0 \\ S, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.7)$$

onde:

$AQ(r,u)$  valor positivo associado ao caminho  $(r,u)$ , o qual indica o desejo da  $k$ -ésima formiga se mover da cidade  $r$  para a cidade  $s$ . Esta variável possui o mesmo sentido do rastro de feromônio  $\tau(r,u)$  no AS;

$HE(r,u)$  valor heurístico associado ao caminho  $(r,u)$  da mesma maneira que a função heurística  $\eta(r,u)$  é definida no AS;

$\alpha$  e  $\beta$  parâmetros que controlam a importância relativa dos valores  $AQ$ , aprendidos com o problema, e da função heurística;

$\arg \max$  função que define o valor máximo encontrado para o produto  $[AQ(r,u)]^\alpha [HE(r,u)]^\beta$ , a qual favorece a escolha daqueles caminhos mais curtos e que possuem os maiores valores  $AQ$ ;

$J_k(r)$  conjunto de cidades ainda não visitadas pela  $k$ -ésima formiga situada na cidade  $r$ ;

$q$  valor escolhido aleatoriamente com distribuição uniforme em  $[0,1]$ ;

$q_0$  parâmetro ajustável em  $(0 \leq q_0 \leq 1)$  definindo o grau de importância que as buscas dão ao conhecimento adquirido com o problema;

$S$  variável aleatória selecionada de acordo com alguma distribuição de probabilidade em função de  $AQ$ 's e  $HE$ 's<sup>4</sup>.

Esta regra de transição de estados tem uma dupla função: se  $q \leq q_0$ , o melhor caminho é selecionado através de  $\arg \max$ , permitindo ao algoritmo aproveitar o conhecimento adquirido sobre o problema. Caso contrário, a escolha dos caminhos é baseada na variável aleatória  $S$ , a qual possibilita a exploração de uma maior região do espaço de busca. O ajuste de  $q_0$  permite ao algoritmo definir o quanto as buscas serão concentradas sobre as melhores soluções encontradas ou em regiões mais distantes do espaço de estados.

<sup>4</sup> Para se manter uma coerência, estas variáveis foram apresentadas de acordo com os conceitos do *Q-learning* envolvidos no Ant-Q [GD95, DG96], apesar de possuírem semelhanças em relação às variáveis definidas para o algoritmo AS.

Este novo algoritmo foi testado usando diferentes regras de transição de estados conhecidas por: regra pseudo-aleatória (*pseudo-random rule*), regra aleatória proporcional (*random-proportional rule*) e regra pseudo-aleatória proporcional (*pseudo-random-proportional rule*).

A regra pseudo-aleatória, definida pela Equação (2.7), possui uma grande semelhança com a regra tipicamente usada na técnica *Q-learning*. Nesta regra, a variável  $S$  segue uma distribuição uniforme respeitando o conjunto  $J_k(r)$ .

A regra aleatória proporcional é obtida ao atribuirmos para  $q_0$  um valor igual à zero na Equação (2.7). Deste modo, uma cidade  $s$  é selecionada através da variável aleatória  $S$ , que segue a mesma distribuição de probabilidades definida pela Equação (2.1) utilizada pelo algoritmo AS. Esta regra é novamente mostrada por apresentar uma diferença em relação às variáveis envolvidas.

$$P_k(r,s) = \begin{cases} \frac{[AQ(r,s)]^\alpha [HE(r,s)]^\beta}{\sum_{u \in J_k(r)} [AQ(r,u)]^\alpha [HE(r,u)]^\beta}, & \text{se } s \in J_k(r) \\ 0, & \text{para os outros casos} \end{cases} \quad (2.8)$$

Finalmente, a regra pseudo-aleatória proporcional representa uma junção entre as duas regras anteriores. Assim, ela é definida pela Equação (2.7) onde a variável aleatória  $S$  segue uma distribuição de probabilidades de acordo com a Equação (2.8).

Em [GD95], um estudo comparativo é apresentado sobre a utilização destas diferentes regras de transição de estados. Neste trabalho, é comprovado, através de resultados, que a regra pseudo-aleatória proporcional é amplamente superior às demais regras apresentadas.

O algoritmo Ant-Q também utiliza um mecanismo de comunicação baseado em um processo de resposta positiva, o qual possui o mesmo sentido que os rastros de feromônio no AS. Este mecanismo tem o objetivo de proporcionar o

aprendizado de valores  $AQ$  para que eles possam favorecer a descoberta de boas soluções para o problema. Os valores  $AQ$  são atualizados da seguinte maneira:

$$AQ(r,s) = (1 - \rho)AQ(r,s) + \rho \left[ \Delta AQ(r,s) + \gamma \max_{z \in J_k(s)} AQ(s,z) \right] \quad (2.9)$$

onde:  $\rho$  define a taxa de aprendizagem;  $\gamma$  corresponde a um fator de desconto;  $\Delta AQ(r,s)$  representa a parcela de reforço, a qual é sempre zero, exceto após todas as formigas terem completado suas rotas; e  $\gamma \max_{z \in J_k(s)} AQ(s,z)$  corresponde à parcela descontada do próximo estado, calculada a cada iteração realizada pelas formigas.

Verifica-se, portanto, que a atualização dos valores  $AQ$  acontece de duas maneiras diferentes. A primeira, através da atualização *online*, acontece a cada iteração completada pelas formigas. Nesta etapa, utiliza-se somente a parcela descontada do próximo estado no processo de atualização dos valores  $AQ$ . A segunda, conhecida por atualização *offline*, é realizada somente ao final de cada ciclo de buscas das formigas onde os valores  $AQ$  são atualizados considerando somente a parcela de reforço fornecida pela formiga que encontrou a melhor rota.

Quanto ao cálculo da parcela de reforço presente na atualização *offline* dos valores  $AQ$ , duas estratégias podem ser utilizadas, conhecidas por *global-best* e *iteration-best*. Ambas as estratégias reforçam somente os valores  $AQ$  que correspondem aos caminhos pertencentes à melhor rota encontrada. A diferença é que o *global-best* utiliza a melhor rota encontrada desde o início da busca enquanto o *iteration-best* utiliza a melhor rota obtida ao final de cada ciclo do algoritmo. A equação a seguir mostra como é calculado este reforço:

$$\Delta AQ(r, s) = \begin{cases} \frac{w}{L_b^k} & \text{se o caminho } (r, s) \in \text{rota feita pela formiga } k_b \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.10)$$

onde:  $w$  é uma constante;  $k_b$  corresponde à formiga que encontrou a melhor rota desde o início do processo (*global-best*) ou no último ciclo do algoritmo (*iteration-best*); e  $L_b^k$  representa o comprimento da rota encontrada pela formiga  $k_b$ .

Existem duas grandes diferenças em relação aos primeiros algoritmos desenvolvidos da classe AS e o Ant-Q. Enquanto todas as formigas contribuem para a atualização dos rastros de feromônio no AS, somente aquela que encontrou a melhor rota é usada para reforçar os valores AQ no Ant-Q. Outra diferença, é que o AS não possui uma parcela de desconto na atualização dos rastros de feromônio, realizada a cada iteração.

Testes realizados em [GD95] usando o algoritmo Ant-Q indicaram a presença de duas características importantes que também foram encontradas no AS. Apesar das formigas reduzirem o espaço de busca nos primeiros ciclos do processo, elas não convergem para uma mesma rota, ou seja, elas continuam explorando um subconjunto do espaço de estados mesmo com o andamento das buscas. Esta é uma característica desejável, pois se as formigas exploram diferentes rotas, então existe uma maior probabilidade da solução encontrada ser melhorada. Além disso, os resultados também confirmam a importância da informação heurística e dos valores AQ. A função heurística, a qual é bastante útil nos primeiros estágios do processo para a orientação da busca, diminui sua importância com o andamento do processo. No entanto, os valores AQ que não possuem significado especial no início do processo (são ajustados a um mesmo valor inicial), se tornam cada vez mais úteis para encontrar boas soluções à medida que a busca evolui.

Em [DG96], resultados encontrados pelo algoritmo Ant-Q na solução do problema TSP comprovam seu melhor desempenho se comparado a outras

metaheurísticas como o GA e o SA. Em relação à metaheurística conhecida por Programação Evolucionária (EP – *Evolutionary Programming*), o Ant-Q apesar de apresentar um resultado levemente inferior, necessitou de um número bem inferior de buscas para encontrar um valor próximo do ótimo. Este algoritmo também apresentou uma grande robustez quando aplicado a diferentes dimensões de problemas TSP, já que a maioria dos parâmetros não precisou de novos ajustes.

### 2.3.3 ACS – *Ant Colony System*

Em [GD96, DG97a, DG97b], um novo algoritmo ACS é apresentado, o qual é baseado nos trabalhos anteriores sobre o AS e o Ant-Q. Na verdade, o ACS é uma versão revisada do Ant-Q com uma diferente forma de atualização *online* dos rastros de feromônio.

Este algoritmo utiliza como critério de seleção de caminhos a regra de transição de estados *pseudo-random-proportional*, a qual é representada pelas Equações (2.7) e (2.8). A escolha desta regra foi baseada nos excelentes resultados que ela proporcionou ao algoritmo Ant-Q. Uma de suas características é que ela é capaz de aproveitar o conhecimento adquirido sobre o problema. Isto é alcançado através da definição do parâmetro  $q_0$ , que determina qual é a probabilidade do algoritmo selecionar o melhor caminho, i.e. aquele que possui uma pequena distância e uma grande quantidade de rastro de feromônio acumulado. No entanto, esta regra também permite que o espaço de estados seja explorado com probabilidade  $(1 - q_0)$ . Neste caso, os caminhos são escolhidos a partir de uma variável aleatória  $S$  que segue uma distribuição de probabilidade obtida através dos rastros de feromônio, depositados sobre os caminhos, e de uma função heurística.

Nota-se nos trabalhos citados anteriormente [DMC91, GD95, DMC96, DG96] que todos os algoritmos desenvolvidos sempre apresentaram melhores desempenhos quando o parâmetro  $\alpha$  (define a importância dos rastros de feromônio) foi ajustado no valor igual a um (1). Por este motivo, vale ressaltar

que este parâmetro não é incluído na regra de transição de estados do ACS, e que somente o parâmetro  $\beta$  é usado para definir a importância relativa entre os rastros de feromônio e a função heurística.

Aliado à regra de transição de estados, ficaram definidas para o ACS duas formas de atualização do feromônio: uma atualização *online* e uma *offline*.

A atualização *offline* trata-se da mesma forma de atualização presente no algoritmo Ant-Q, i.e. somente os caminhos pertencentes à menor rota encontrada pelas formigas são atualizados depois de terminado um ciclo de busca. Este tipo de atualização permite uma busca posterior em regiões mais próximas da melhor solução encontrada. As expressões a seguir definem a forma como o feromônio deve ser depositado e atualizado:

$$\Delta\tau(r,s) = \begin{cases} \frac{1}{L^+}, & \text{se } (r,s) \in \text{à melhor rota construída} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.11)$$

onde  $L^+$  é o valor da melhor rota construída e  $\Delta\tau(r,s)$  é a quantidade de rastro de feromônio depositado sobre o caminho  $(r,s)$ .

$$\tau(r,s) = (1 - \rho) \tau(r,s) + \rho \Delta\tau(r,s) \quad (2.12)$$

onde  $\rho$  representa a taxa de aprendizagem e  $\tau(r,s)$  indica o rastro de feromônio existente sobre o caminho  $(r,s)$ .

De modo semelhante ao comentário feito no algoritmo Ant-Q, esta atualização pode ser realizada usando as estratégias *iteration-best* ou *global-best*.

A principal diferença entre o ACS e o Ant-Q se encontra em relação à atualização *online* dos rastros de feromônio. No ACS, enquanto uma solução é construída, os caminhos visitados pelas formigas sofrem alterações no seu nível de feromônio a partir de:

$$\tau(r, s) = (1 - \varphi) \tau(r, s) + \varphi \tau_0 \quad (2.13)$$

onde:  $\varphi$  é a taxa de redução do rastro de feromônio e  $\tau_0$  é uma constante de valor muito pequeno que define a quantidade de feromônio depositado em todos os caminhos no início do algoritmo<sup>5</sup>.

Sua principal função é proporcionar às formigas uma maior exploração do espaço, impedindo o algoritmo de convergir para regiões de ótimos locais prematuramente. Esta atualização contribui para que os rastros existentes sobre os caminhos sejam reduzidos com o andamento das buscas. À medida que os caminhos são selecionados, eles se tornam menos atrativos, favorecendo a exploração de caminhos ainda não visitados durante cada ciclo. Assim, uma nova formiga ao iniciar a sua busca terá uma maior chance de percorrer um caminho diferente da formiga anterior. Sem atualização *online*, todas as formigas fariam uma busca numa vizinhança próxima da melhor rota encontrada e acabariam convergindo numa mesma direção.

Observa-se pela Equação (2.13) que esta forma de atualização *online* é muito parecida com aquela usada no algoritmo Ant-Q. Uma vez que o termo  $\Delta AQ(r, s)$  na Equação (2.9) é zero durante a construção das rotas, nota-se que o termo  $\gamma \max_{z \in J_k(s)} AQ(s, z)$  foi substituído por  $\tau_0$ . Em [DCG98], foi citado que a partir de experimentos realizados pôde-se comprovar que ambas formas de atualização resultaram em desempenhos semelhantes em relação à solução final encontrada. No entanto, a atualização usando o  $\tau_0$  se tornou a forma mais indicada para o algoritmo ACS, pois ela não precisa avaliar o próximo estado a cada transição exigindo, assim, um menor esforço computacional.

Em [GD96, DG97a, DG97b], é apresentada uma versão levemente modificada do ACS, destinada à resolução de problemas com maior dimensão, a qual incorpora uma estrutura de dados estática mais avançada conhecida como lista

---

<sup>5</sup> Vários trabalhos [GD96, DG97a, DG97b] indicam que o valor do rastro inicial para o problema TSP pode ser encontrado por  $(nL_{nn})^{-1}$ , onde  $L_{nn}$  corresponde ao comprimento de uma rota qualquer e  $n$  é o número de cidades.



de candidatos (*candidate list*). Esta lista corresponde a uma informação adicional local que inclui para cada cidade  $r$ , as  $n_s$  cidades mais próximas que possuem uma maior preferência de serem visitadas pelas formigas. Isto significa que na regra de transição de estados, cada formiga primeiramente escolhe dentre aquelas cidades presentes na lista de candidatos e não em toda a sua vizinhança. Caso nenhuma das cidades da lista de candidatos possa ser visitada (devido à restrição imposta pela estrutura de memória), então as cidades restantes são consideradas. Este algoritmo foi testado em vários problemas TSP e ATSP e também comparado com outras metaheurísticas. Em todos os casos, ele obteve melhores resultados comprovando que esta estrutura é bastante importante.

Muitas características podem ser incluídas ao ACS de forma que este possa ser aplicado a problemas de grandes dimensões e se manter competitivo com outras metaheurísticas. Uma forma é incluir um mecanismo de busca local sobre a melhor rota produzida pelas formigas antes da atualização *offline* dos rastros de feromônio. Algumas heurísticas têm sido muito usadas como a *2-opt* e *3-opt* [L65], e *Lin-Kernigham* [LK73], as quais se baseiam em uma troca de caminhos de forma a reduzir o comprimento da melhor rota encontrada. Em [DG97b], é aplicado ao ACS a heurística *3-opt*, resultando no algoritmo *ACS-3-opt*, o qual demonstrou um desempenho superior a um GA para problemas ATSP e um resultado equivalente para grandes problemas TSP.

Em [DG97b] é comentado que uma adaptação do algoritmo a uma computação distribuída também pode se tornar uma boa estratégia, na qual uma colônia seria dividida em várias subcolônias e as informações dos rastros poderiam ser trocadas a cada determinado número de ciclos de busca. Isto evitaria ainda mais que o algoritmo ficasse preso a ótimos locais.

Para a solução de alguns problemas, pode ser necessária uma alteração na estrutura de busca do algoritmo. Pela definição do problema TSP, sabe-se que o número de movimentos, realizados pelas formigas, necessários para a obtenção de qualquer solução é sempre o mesmo, i.e. igual ao número de

idades existentes no problema menos 1. Neste caso, é mais indicada a utilização de uma estrutura de busca paralela, onde todas as formigas possam construir suas rotas ao mesmo tempo. No entanto, para alguns problemas, o número de movimentos necessários para se encontrar uma solução pode não ser o mesmo. Nesta situação, uma estrutura de busca seqüencial é mais aconselhável para ser utilizada, ou seja, as formigas devem realizar suas buscas uma após a outra, e não ao mesmo tempo.

Dependendo da estrutura de busca utilizada pelo algoritmo, o mecanismo de atualização *online* se comporta de maneira diferente. Numa busca paralela, os rastros de feromônio sobre os caminhos são misturados pela atualização *online*, considerando que cada formiga inicie sua busca em pontos diferentes do problema. Já através de um processo seqüencial, os mesmos caminhos poderiam ser preferidos por todas as formigas, caso não houvesse nenhum dispositivo para a redução do rastro de feromônio. Com este dispositivo a busca torna-se diversificada, pois as primeiras formigas da seqüência realizam suas buscas numa vizinhança das melhores rotas, diferente daquela que será adotada pelas últimas formigas. Na verdade, os rastros sobre os caminhos mais interessantes se reduzem na medida em que são selecionados, tornando-os menos desejáveis.

## 2.4 CONCLUSÕES

O presente capítulo apresentou os conceitos básicos relacionados ao comportamento de uma colônia de formigas real que influenciaram o desenvolvimento de uma nova ferramenta de otimização conhecida como Colônia de Formigas. As metaheurísticas citadas demonstram possuir uma grande capacidade de adequação a diversos problemas combinatórios desde que sejam corretamente representados. Inúmeros algoritmos são apresentados, todos destacando a sua adequação ao problema do Caixeiro Viajante, o qual não acrescenta muitas particularidades que poderiam dificultar o entendimento da analogia com os insetos reais.

Dentre os algoritmos pertencentes à classe AS, foi observado que melhores resultados foram encontrados somente para problemas TSP de pequenas dimensões. Posteriormente, outros algoritmos da mesma classe do AS foram desenvolvidos, como o *Max Min AS* e o *AS<sub>rank</sub>*. Como foi citado em [DCG98], embora estes algoritmos tenham apresentado melhores desempenhos do que os primeiros algoritmos AS, eles não superaram os resultados encontrados pelo ACS.

Após o surgimento dos primeiros algoritmos AS, uma nova família de algoritmos conhecida como Ant-Q foi desenvolvida. Este novo conjunto foi baseado numa técnica de aprendizado reforçado (*Q-learning*) e na classe de algoritmos AS. Novas regras de transição de estados foram utilizadas além de um novo mecanismo de atualização dos rastros de feromônio, não presentes no AS. Estas alterações contribuíram para que melhores resultados fossem alcançados em comparação aos primeiros algoritmos AS, tanto para problemas TSP quanto ATSP. No entanto, ainda com algumas limitações em relação às dimensões dos problemas estudados.

Surgiu assim, um novo algoritmo conhecido por ACS, o qual teve inspiração na classe de algoritmos Ant-Q. Através de uma nova forma de atualização *online* dos rastros de feromônio juntamente com uma lista de candidatos, a qual reduz a vizinhança das cidades a serem selecionadas, pôde-se observar um melhor desempenho do ACS quando aplicado a problemas TSP de várias dimensões. Buscas locais também apresentaram ótimos resultados atribuindo ao ACS uma maior capacidade para a resolução de problemas TSP e ATSP.

Portanto, pôde-se concluir que o ACS foi o algoritmo de melhor desempenho para a resolução do problema TSP. Isto, porém, não o credencia como o melhor algoritmo a ser aplicado a qualquer outro problema. No entanto, ele será escolhido como o algoritmo a ser adequado ao problema PET. Caso os resultados não sejam favoráveis, um novo algoritmo poderá ser analisado.

No capítulo seguinte são apresentados os sistemas propostos para o estudo do planejamento estático de expansão da transmissão. Em seguida, é mostrado o algoritmo ACS desenvolvido para a resolução deste problema. De forma a se obter uma ferramenta mais robusta, é realizada uma análise dos resultados encontrados pela metodologia desenvolvida em relação a diferentes ajustes de parâmetros envolvidos no ACS. Estudos envolvendo diferentes funções heurísticas também são apresentados, já que a sua escolha é de fundamental importância para que o algoritmo ACS adquira um melhor aprendizado. Ao final, a partir das considerações anteriores, é possível indicar o melhor plano de expansão para os sistemas propostos.

## **CAPÍTULO 3**

# **PLANEJAMENTO ESTÁTICO DA EXPANSÃO DA TRANSMISSÃO**

### **3.1 INTRODUÇÃO**

Este capítulo tem como objetivo apresentar a metodologia utilizada no estudo do planejamento determinístico e estático da expansão da transmissão a longo prazo. Neste tipo de problema, o interesse está voltado somente para a definição de quais reforços deverão ser adicionados aos sistemas estudados e suas respectivas localizações para uma determinada condição futura de demanda de carga e disponibilidade de geração.

A metodologia proposta baseia-se na metaheurística ACO, ferramenta de otimização responsável pela definição dos reforços a serem adicionados aos sistemas. Aliada a esta ferramenta, é necessário que cada alternativa de reforços seja avaliada quanto a sua factibilidade. Para isto, utiliza-se um algoritmo de programação linear, o qual inclui o modelo de fluxo de potência linearizado (fluxo DC). Ao final do processo, o melhor plano de expansão, ou um conjunto de melhores planos para o problema PET deverá ser indicado. Numa análise preliminar, esta metodologia pode ser destinada a reduzir o número de alternativas de expansão a serem avaliadas pelo planejador, o qual poderá realizar uma análise mais criteriosa a partir de algoritmos de fluxo de potência não-linear (fluxo AC), programas de avaliação de curto-circuito e de estabilidade transitória e estudos de confiabilidade.

As seções deste capítulo são divididas da seguinte maneira: num primeiro momento, é feita uma apresentação completa dos sistemas estudados. Posteriormente, são apresentadas as considerações necessárias para a aplicação da metaheurística ACO ao problema PET, bem como é realizada a

apresentação do algoritmo ACS desenvolvido e de um estudo para ajustes de seus parâmetros. Em seguida, discute-se a modelagem matemática, baseada em programação linear, utilizada para a avaliação das alternativas de reforços construídas pelo ACS. São também apresentadas análises sobre a melhor função heurística a ser utilizada, para que o algoritmo ACS tenha uma melhor orientação de suas buscas. O capítulo é finalizado com a exposição dos resultados encontrados para os sistemas Teste e CEMIG e as conclusões finais.

## 3.2 APRESENTAÇÃO DOS SISTEMAS DE POTÊNCIA ESTUDADOS

### 3.2.1 Sistema Teste

O Sistema Teste utilizado possui 6 barras (3 de geração e 3 de carga) e 11 circuitos duplos. A Figura 3.1 ilustra o diagrama unifilar do sistema. A capacidade instalada e a demanda máxima definida para o ano base são 260,0 MW e 210,0 MW, respectivamente. A potência base deste sistema é de 100,0 MVA.

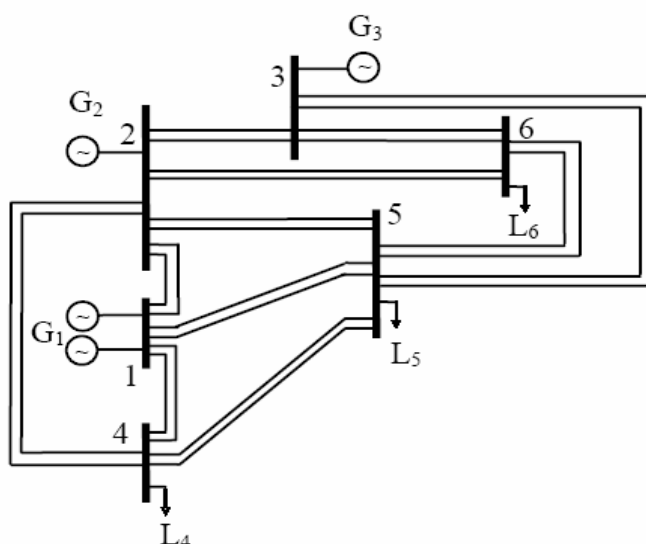


Figura 3.1: Sistema Teste.

Os dados determinísticos para as barras e os circuitos existentes são mostrados nas Tabelas 3.1 a 3.3. Na Tabela 3.1, são definidas as quantidades de unidades geradoras em cada barra, suas capacidades máximas para o ano base e seus

respectivos custos de operação. Na Tabela 3.2, são apresentadas as cargas conectadas ao sistema no ano de referência e os seus custos de interrupção de energia. Caso deseja-se priorizar o corte de carga em uma determinada barra, diferentes custos de interrupção podem ser utilizados. Na Tabela 3.3, são mostrados os circuitos existentes no sistema com os seus respectivos valores de resistência, reatância e capacidade máxima de transmissão.

Tabela 3.1: Dados das Unidades Geradoras – Sistema Teste.

Barras	Nº de Unidades	Capacidade Máxima por Unidade (MW)	Custo de Operação (R\$/MW)
1	2	60,0	25,00
2	1	70,0	15,00
3	1	70,0	35,00

Tabela 3.2: Dados de Carga – Sistema Teste.

Barras	Potência (MW)	Custo de Interrupção de Energia (R\$/MWh)
4	70,0	1000,00
5	70,0	1000,00
6	70,0	1000,00

Tabela 3.3: Dados dos Circuitos Existentes – Sistema Teste.

Barra de	Barra para	Nº do Circuito	Resistência (pu)	Reatância (pu)	Capacidade Máxima (MW)
1	2	1	0,050	0,20	50,0
1	4	2	0,050	0,20	50,0
1	5	3	0,075	0,30	40,0
2	3	4	0,063	0,25	40,0
2	4	5	0,025	0,10	80,0
2	5	6	0,075	0,30	40,0
2	6	7	0,050	0,20	50,0
3	5	8	0,065	0,26	40,0
3	6	9	0,025	0,10	80,0
4	5	10	0,100	0,40	30,0
5	6	11	0,075	0,30	40,0

Os circuitos candidatos a reforços para o Sistema Teste são mostrados na Tabela 3.4. Deve-se salientar que não é permitida a criação de novas interligações no planejamento deste sistema e que no máximo 3 circuitos simples podem ser acrescentados às interligações existentes. Deste modo, pode-se perceber pela Tabela 3.4, que os circuitos candidatos possuem a metade da capacidade dos circuitos existentes e o dobro de suas resistências e reatâncias. Também é apresentado nesta tabela, o custo de investimento para a construção de cada circuito simples.

Tabela 3.4: Dados dos Circuitos Candidatos a Reforços – Sistema Teste.

Barra de	Barra para	Nº do Circuito	Resistência (pu)	Reatância (pu)	Capacidade Máxima (MW)	Custo de Investimento (10 <sup>6</sup> R\$)
1	2	1	0,100	0,40	25,0	25,00
1	4	2	0,100	0,40	25,0	25,00
1	5	3	0,150	0,60	20,0	20,00
2	3	4	0,125	0,50	20,0	20,00
2	4	5	0,050	0,20	40,0	40,00
2	5	6	0,150	0,60	20,0	20,00
2	6	7	0,100	0,40	25,0	25,00
3	5	8	0,130	0,52	20,0	20,00
3	6	9	0,050	0,20	40,0	40,00
4	5	10	0,200	0,80	15,0	15,00
5	6	11	0,150	0,60	20,0	20,00

Observa-se que o custo de investimento utilizado é proporcional à capacidade máxima de cada circuito simples (10<sup>6</sup> R\$/MW). No entanto, num sistema real, tal custo deve ser associado ao comprimento do circuito (R\$/km). Esta consideração será utilizada no estudo do Sistema CEMIG.

O planejamento de expansão a ser encontrado para este sistema deverá atender a um horizonte de planejamento que possui o triplo da capacidade de geração e da carga instalada em relação ao ano de referência. Este estudo terá como finalidade demonstrar o potencial da metodologia desenvolvida em situações que exigem uma maior quantidade de adições de reforços.



### 3.2.2 Sistema CEMIG

Um Sistema de Subtransmissão da CEMIG é utilizado como um segundo exemplo de aplicação da metodologia proposta. Este sistema é composto por 12 barras, incluindo 6 barras de carga, 1 interconexão (fonte de geração) e 1 barra de geração. O pico de carga deste sistema é de 780,05 MW e a capacidade máxima de geração local é de 226,76 MW. O restante da carga é suprido pela barra de interconexão, a qual possui capacidade ilimitada. Para o despacho da geração, foram considerados custos de operação de 25,00 R\$/MW e 40,00 R\$/MW para a geração local e a interconexão, respectivamente. Existem 20 circuitos (transformadores e linhas de transmissão) operando nas tensões de 138 kV e 345 kV. A potência base é igual a 100,00 MVA. A Figura 3.2 apresenta o diagrama unifilar deste sistema.

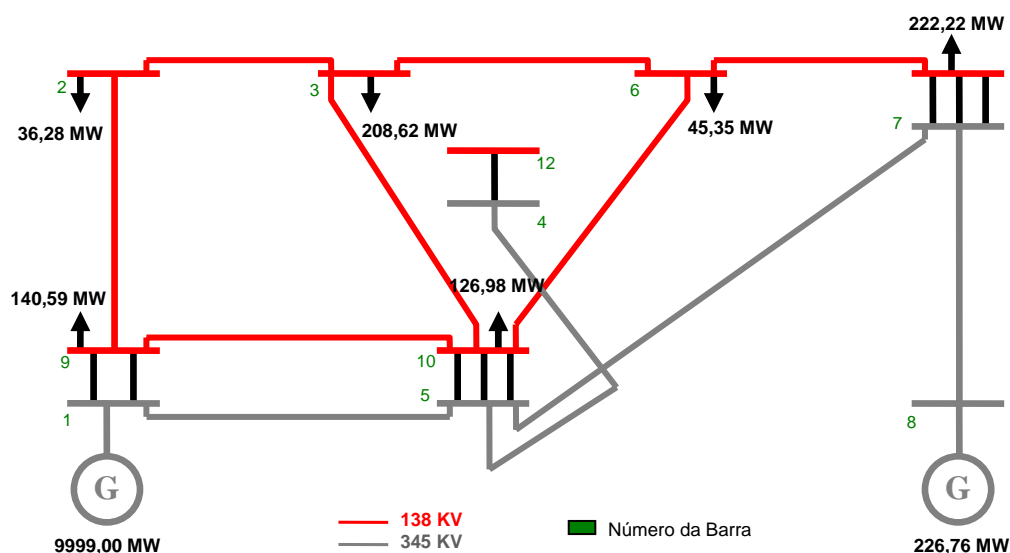


Figura 3.2: Sistema CEMIG.

Nas Tabelas 3.5 e 3.6 são apresentados os dados determinísticos das barras e dos circuitos existentes necessários ao estudo de planejamento deste sistema de subtransmissão. Na Tabela 3.5 são mostrados os níveis de tensão das barras, suas respectivas coordenadas cartesianas, as capacidades máximas de geração para o ano base e as cargas pico instaladas. Na Tabela 3.6 são apresentados os valores de resistência e reatância, as capacidades máximas de transmissão de cada circuito, bem como o tipo (LT – Linha de Transmissão; TR - Transformador) e a quantidade de circuitos existentes em cada interligação.

Tabela 3.5: Dados das Barras – Sistema CEMIG.

Barras	Tensão (KV)	Coordenadas (Km)		Geração (MW)	Carga (MW)
		x	y		
1	345	0	0	9999,00	-
2	138	0	118	-	36,28
3	138	18	118	-	208,62
4	345	18	101	-	-
5	345	56	100	-	-
6	138	189	118	-	45,35
7	345	200	118	-	-
8	345	200	-42	226,76	-
9	138	0	0	-	140,59
10	138	56	100	-	126,98
11	138	200	118	-	222,22
12	138	18	101	-	-

Tabela 3.6: Dados dos Circuitos Existentes – Sistema CEMIG.

Barra de	Barra para	Tipo de Circuito	Resistência (pu)	Reatância (pu)	Capacidade Máxima (MW)	Quantidade de Circuitos
1	5	LT	0,0031	0,0318	800,00	1
1	9	TR	0	0,0771	225,00	2
2	3	LT	0,0170	0,0439	125,00	1
2	9	LT	0,1233	0,3191	125,00	1
3	6	LT	0,1476	0,3963	125,00	1
3	10	LT	0,0578	0,0983	73,00	1
4	5	LT	0,0011	0,0111	800,00	1
4	12	TR	0	0,0436	225,00	1
5	7	LT	0,0047	0,0484	800,00	1
5	10	TR	0	0,0500	225,00	3
6	10	LT	0,0269	0,4216	125,00	1
6	11	LT	0,0095	0,0281	125,00	1
7	8	LT	0,0047	0,0502	800,00	1
7	11	TR	0	0,0500	225,00	3
9	10	LT	0,0863	0,2374	125,00	1

Neste sistema, todas as possíveis interligações em 138 kV são consideradas para a alocação de reforços. Além disso, é permitido que a capacidade do transformador entre as barras 4 e 12 seja aumentada (acréscimo de até 2 circuitos). Como resultado, 22 ramos (existentes e novos) podem ser considerados para a adição de reforços ao sistema original, sendo aceito apenas um total de 3 circuitos por ramo. Portanto, se um determinado ramo já possui 2 circuitos em paralelo, ele poderá receber somente um novo circuito. A tabela a seguir apresenta os dados dos circuitos candidatos a reforços para o Sistema CEMIG:

Tabela 3.7: Dados dos Circuitos Candidatos a Reforços – Sistema CEMIG.

Barra de	Barra para	Resistência (pu)	Reatância (pu)	Capacidade Máxima (MW)	Custo de Investimento (10 <sup>6</sup> R\$)	Adição Máxima
2	3	0,0170	0,0439	125,00	2,70	2
2	6	0,1454	0,4795	125,00	28,35	3
2	9	0,1233	0,3191	125,00	17,70	2
2	10	0,0453	0,1492	125,00	8,82	3
2	11	0,1539	0,5074	125,00	30,00	3
2	12	0,0190	0,0628	125,00	3,71	3
3	6	0,1476	0,3963	125,00	25,65	2
3	9	0,0918	0,3028	125,00	17,91	3
3	10	0,0578	0,0983	73,00	6,31	2
3	11	0,1400	0,4617	125,00	27,30	3
3	12	0,0131	0,0431	125,00	2,55	3
4	12	0	0,0436	225,00	11,25	2
6	9	0,1714	0,5653	125,00	33,42	3
6	10	0,0269	0,4216	125,00	20,13	2
6	11	0,0095	0,0281	125,00	1,65	2
6	12	0,1322	0,4360	125,00	25,78	3
9	10	0,0863	0,2374	125,00	17,19	2
9	11	0,1786	0,5891	125,00	34,83	3
9	12	0,0789	0,2603	125,00	15,39	3
10	11	0,1116	0,3682	125,00	21,77	3
10	12	0,0292	0,0964	125,00	5,70	3
11	12	0,1406	0,4637	125,00	27,42	3

Na tabela anterior, além do número máximo de adições para cada interligação, são apresentados os valores de resistência e reatância para os novos circuitos, os quais foram obtidos a partir de um valor médio por quilômetro definido pelos circuitos já existentes ( $R_M = 7,6929$  p.u./km e  $X_M = 0,0025$  p.u./km). Todos os circuitos candidatos, relacionados a novas interligações de 138 kV, tiveram sua capacidade definida em 125,00 MW. Para os demais circuitos candidatos foram utilizadas as capacidades dos correspondentes circuitos existentes, de acordo com a Tabela 3.6. Para este sistema, considerou-se o valor de  $0,15 \times 10^6$  R\$/km para o custo de investimento.

O plano de expansão para este sistema deverá atender a um horizonte de planejamento de 2 anos. Neste período, será considerada uma taxa média de crescimento de 5% ao ano, para a carga e a capacidade de geração do sistema.

### **3.3 APLICAÇÃO DA METAHEURÍSTICA ACO AO PROBLEMA PET**

No Capítulo 2, foram apresentados vários algoritmos de otimização baseados na metaheurística ACO, os quais foram aplicados principalmente à solução do problema TSP. No entanto, outras aplicações de sucesso também foram citadas, incluindo uma adequação ao problema de Planejamento Primário de Sistemas de Distribuição [GKOOYVU04]. Além disso, foi mostrado que a aplicação desta ferramenta de otimização, a qualquer problema combinatório, seria possível, desde que alguns aspectos fossem corretamente representados. Portanto, a seguir, serão apresentadas as considerações necessárias para a adequação da metaheurística ACO ao problema PET e o novo algoritmo ACS desenvolvido. A escolha pela utilização do algoritmo ACS se deve aos seus melhores resultados quando aplicado na resolução do problema TSP.

#### **3.3.1 Desenvolvimento do Algoritmo ACS**

O problema PET pode ser representado através de um grafo  $(N,E)$ , onde  $N$  corresponde ao conjunto de barras do sistema e  $E$  define o conjunto de

possíveis adições de circuitos entre as barras. Assim, em analogia ao problema TSP, os caminhos candidatos a serem selecionados entre as cidades são representados pelas possibilidades de adições de circuitos entre as barras existentes no problema PET.

As Equações (3.1) e (3.2) mostram a regra de transição de estados, conhecida por *pseudo-random-proportional*, a qual é utilizada, pelo algoritmo ACS, para a seleção dos circuitos candidatos a fazerem parte do plano de expansão do sistema de transmissão:

$$s = \begin{cases} \arg \max_{(r,u) \in J_k} \{ [\tau(r,u)] [\eta(r,u)]^\beta \}, & \text{se } q \leq q_0 \\ S, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.1)$$

onde:

$\tau(r,u)$  rastro de feromônio depositado sobre a interligação  $(r,u)$ , o qual indica o desejo da  $k$ -ésima formiga selecionar um circuito pertencente à interligação  $(r,u)$ ;

$\eta(r,u)$  valor da função heurística associada à interligação  $(r,u)$ ;

$\beta$  parâmetro que define a importância relativa da função heurística em relação aos rastros de feromônio;

$\arg \max$  função que seleciona o valor máximo encontrado para o produto  $[\tau(r,u)] [\eta(r,u)]^\beta$ ;

$J_k$  conjunto de circuitos ainda não selecionados pela  $k$ -ésima formiga;

$q$  valor escolhido aleatoriamente com distribuição uniforme em  $[0,1]$ ;

$q_0$  parâmetro ajustável em  $(0 \leq q_0 \leq 1)$ , definindo o grau de importância que as buscas dão ao conhecimento adquirido com o problema. O ajuste de  $q_0$  indica o quanto as buscas serão concentradas sobre as melhores soluções encontradas;

$S$  variável aleatória que segue uma distribuição de probabilidade obtida através dos rastros de feromônio depositados e da função heurística, a qual é mostrada na equação a seguir:

$$P_k(r,s) = \begin{cases} \frac{[\tau(r,s)] [\eta(r,s)]^\beta}{\sum_{(r,u) \in J_k} [\tau(r,u)] [\eta(r,u)]^\beta}, & \text{se } (r,s) \in J_k \\ 0, & \text{para os outros casos} \end{cases} \quad (3.2)$$

onde  $P_k(r,s)$  é a probabilidade da  $k$ -ésima formiga escolher um circuito pertencente à interligação  $(r,s)$ .

Esta regra indica a adição de um novo circuito a cada movimento realizado pelas formigas. Uma consideração a ser mencionada é que, a regra utilizada no problema TSP, exige que uma formiga ao se mover de uma cidade A para B deve obrigatoriamente escolher o próximo caminho partindo da cidade B. No entanto, no problema PET, não existe a necessidade de que o próximo circuito, a ser adicionado, tenha uma barra comum ao circuito incluído anteriormente.

Um dos aspectos mais importantes presente na regra de transição de estados, se refere à escolha apropriada da função heurística, a qual deverá orientar a busca das formigas para regiões mais interessantes do espaço, i.e. próximas do ótimo global. Mais adiante será apresentado um estudo sobre possíveis funções heurísticas a serem utilizadas para este problema, bem como os seus impactos no resultado final da busca do algoritmo desenvolvido.

A inclusão de um mecanismo de memória na regra de transição de estados também é essencial para que o algoritmo construa soluções (planos de expansão) que atendam às restrições do problema. No caso do problema PET, cada formiga deve encontrar uma solução que respeite o número máximo de adições de circuitos entre as barras do sistema. Nas equações anteriores, este mecanismo é representado pelas restrições impostas por  $J_k$ .

Algumas considerações também devem ser mencionadas em relação à forma de organização das formigas e ao processo de busca. Para uma maior eficiência do algoritmo desenvolvido, as formigas foram divididas em vários grupos, chamados de expedições. Esta forma de organização é importante,

pois permite que os rastros de feromônio sejam atualizados durante a construção das soluções (atualização *online*) e ao final de cada expedição (atualização *offline*). Para o problema PET, verifica-se que uma estrutura de busca seqüencial é a mais indicada, pois o número de movimentos necessários para a obtenção de soluções nem sempre é o mesmo. O processo de busca é interrompido, ao se atingir um número máximo de expedições especificado, ou se a melhor solução encontrada não é superada num determinado número de expedições consecutivas. Assim, a melhor solução será aquela que resultará no menor custo de investimento de expansão do sistema de transmissão sem permitir corte de carga.

Inicialmente, numa expedição, as interligações que possuem uma maior quantidade de rastro de feromônio têm uma maior probabilidade de serem escolhidas para a adição de circuitos. À medida que estas interligações são selecionadas pela regra de transição de estados, seus respectivos rastros de feromônio são reduzidos através da atualização *online*. Isto contribui para uma maior exploração do espaço de estados nas buscas das últimas formigas de cada expedição e impede uma convergência prematura do algoritmo. O mecanismo de atualização *online* é mostrado pela equação a seguir:

$$\tau(r, s) = (1 - \varphi) \tau(r, s) + \varphi \tau_0 \quad (3.3)$$

onde  $\varphi$  é a taxa de redução do rastro de feromônio sobre a interligação  $(r, s)$  e  $\tau_0$  é uma quantidade pequena de feromônio depositado em todas as interligações no início do algoritmo.

Como já foi comentado no Capítulo 2 (nota de rodapé 4), alguns trabalhos aplicados ao problema TSP, sugerem que o rastro mínimo inicial pode ser encontrado por  $\tau_0 = (nL_{nn})^{-1}$ . Nada impede de que uma analogia seja feita para o problema PET, onde  $n$  representaria o número de barras do sistema e  $L_{nn}$  indicaria um custo de investimento de uma solução qualquer sem corte de carga. No entanto, esta expressão resulta em um valor numérico muito pequeno. Assim, para uma maior facilidade no acompanhamento das

alterações nos rastros de feromônio, optou-se por utilizar  $\tau_0 = 1$ , como o rastro mínimo inicial para todas as interligações.

Após o término de cada expedição, a melhor solução encontrada é utilizada para a atualização *offline* dos rastros de feromônio sobre as interligações. Este tipo de atualização contribui para uma busca posterior em regiões mais próximas da melhor solução encontrada, pois está diretamente relacionada com o aprendizado adquirido pelo algoritmo. Duas estratégias podem ser utilizadas para a atualização *offline*: *iteration best* ou *global best*. No entanto, para o problema PET foi escolhida a *iteration best*, i.e. a melhor solução encontrada ao final de cada expedição é utilizada para a atualização *offline* dos rastros de feromônio. Esta estratégia ajuda a evitar que o algoritmo fique preso em soluções de ótimo local. A equação a seguir apresenta a forma como é calculado o depósito de feromônio sobre cada interligação:

$$\Delta\tau(r,s) = \begin{cases} \left(\frac{K_{pher}}{L^+}\right) \sqrt{n_{circ}}, & \text{se } (r,s) \in \text{à melhor solução} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.4)$$

onde  $K_{pher}$  é um parâmetro de ajuste para a atualização *offline* do feromônio;  $L^+$  corresponde ao valor da melhor solução encontrada, i.e. aquela que possui o menor custo de investimento e não permite corte de carga;  $n_{circ}$  indica o número de circuitos adicionados na interligação  $(r,s)$ ; e  $\Delta\tau(r,s)$  representa a quantidade de rastro de feromônio depositado sobre a interligação  $(r,s)$ .

De acordo com a Equação (2.11), no problema TSP, o rastro de feromônio depositado sobre o caminho  $(r,s)$  é obtido pelo inverso do valor da melhor solução encontrada  $(L^+)^{-1}$ . Sabe-se, no entanto que, o mecanismo de atualização *offline* é utilizado para aumentar a quantidade dos rastros de feromônio sobre os caminhos pertencentes à melhor solução encontrada. Assim, a partir da Equação (2.12) e sabendo que o rastro existente sobre todos os caminhos no início do processo de busca é igual a  $\tau_0$ , o valor dos rastros



somente será aumentado se a parcela referente ao depósito de feromônio satisfizer a seguinte condição:  $\Delta\tau(r,s) > \tau_0$ .

Como no problema PET, o rastro inicial foi escolhido igual a “1”, a equação utilizada para o cálculo dos depósitos de feromônio deve ser alterada, para que a condição anterior continue sendo satisfeita. Assim, conforme é mostrado na Equação (3.4), foi acrescentado o parâmetro  $K_{pher}$ , o qual deve ser ajustado em um valor maior do que o custo de investimento de qualquer uma das soluções encontradas na primeira expedição. Caso este novo parâmetro não fosse incluído, o aprendizado do algoritmo ficaria comprometido. Comentários adicionais serão apresentados na seção sobre ajuste de parâmetros. Em [GKOOYVU04], este parâmetro também é utilizado para a solução de problemas de planejamento primário de sistemas de distribuição.

Cabe ainda ressaltar que, de acordo com o objetivo do problema TSP, é permitido que cada caminho seja selecionado uma única vez, fazendo sentido o emprego da Equação (2.11). No entanto, para o problema PET, em que é possível adicionar mais de um circuito numa mesma interligação, o cálculo do depósito de feromônio deve ser multiplicado também por um fator que represente o número de circuitos adicionados. Como já foi apresentado na Equação (3.4), este fator é definido por:  $\sqrt{n_{circ}}$ . A função raiz quadrada do número de circuitos adicionados sobre cada ramo foi escolhida para que os rastros de feromônio depositados não fossem muito discrepantes, pois neste caso o algoritmo teria uma chance maior de ficar preso a ótimos locais.

A equação a seguir apresenta o mecanismo de atualização *offline* dos rastros de feromônio utilizado pelo algoritmo ACS para o problema proposto:

$$\begin{cases} \text{se } (r,s) \in \text{solução} \rightarrow \tau(r,s) = (1-\rho)\tau(r,s) + \rho\Delta\tau(r,s) \\ \text{se } (r,s) \notin \text{solução} \rightarrow \tau(r,s) = (1-\rho)\tau(r,s) + \rho\tau_0 \end{cases} \quad (3.5)$$

onde  $\rho$  representa a taxa de aprendizagem do algoritmo em relação aos rastros de feromônio.

Uma consideração bastante importante deve ser mencionada em relação à equação anterior. Na verdade, o rastro de feromônio existente, definido por  $\tau(r,s)$ , se refere ao valor dos rastros de feromônio encontrados pela última atualização *offline*. De acordo com o algoritmo ACS apresentado no Capítulo 2, os rastros existentes deveriam se referir àqueles resultantes no final da atualização *online*. Esta alteração tem o objetivo de permitir um maior aproveitamento das informações das melhores soluções encontradas nas expedições anteriores. Isto atribui ao algoritmo desenvolvido, uma maior capacidade para evitar o aprisionamento em ótimos locais.

Ainda em relação à Equação (3.5), percebe-se que todas as interligações recebem uma atualização dos rastros, ao contrário da Equação (2.12) utilizada para a solução do problema TSP, onde somente os rastros sobre os caminhos presentes na melhor solução encontrada eram atualizados. Nesta nova equação, as interligações, que não possuem circuitos na melhor solução encontrada pela última expedição, sofrem uma redução no valor de seus rastros. O objetivo é tornar estas interligações menos desejáveis proporcionando um melhor aprendizado para o algoritmo. No entanto, deve-se tomar cuidado para que o rastro mínimo existente não seja inferior ao rastro inicial após esta redução. A equação utilizada garante que esta condição seja satisfeita.

### 3.3.2 Ajuste dos Parâmetros do Algoritmo ACS

Nesta seção são apresentados os estudos de ajuste dos parâmetros do algoritmo ACS para o problema PET. As análises realizadas se referem a uma avaliação dos resultados encontrados para o Sistema Teste, cujo horizonte considerado possui o triplo da capacidade de geração e da carga instalada em relação ao ano de referência. Um dos fatores que contribuíram para a escolha deste sistema, para o ajuste dos parâmetros, foi que o mesmo já havia sido estudado na referência [LSRMSR06], onde o horizonte final do planejamento dinâmico possui as mesmas condições de capacidade de geração e de carga instalada.

Cabe ressaltar que, enquanto um determinado parâmetro é ajustado, os demais são mantidos constantes nos seus valores que proporcionam os melhores resultados. Além disso, considera-se que o processo de busca somente é interrompido ao final de 20 expedições, sendo cada uma composta por um grupo de 10 formigas. A influência de cada parâmetro no desempenho do algoritmo desenvolvido poderá ser verificada a partir de análises baseadas em distribuições de probabilidades, as quais foram obtidas pela avaliação de 10 simulações do algoritmo (10 casos). As probabilidades apresentadas se referem à chance de se encontrar a melhor solução conhecida e as soluções próximas para cada caso. São definidas como soluções próximas (subótimas), as quatro soluções que apresentam resultados mais próximos da melhor solução conhecida para este sistema.

### **Parâmetro $\beta$**

A regra de transição de estados tem como função principal selecionar os circuitos mais indicados a fazer parte das soluções construídas por cada formiga. Para que isto seja possível, os rastros de feromônio juntamente com a função heurística devem orientar as buscas das formigas corretamente. A partir de um ajuste adequado do parâmetro  $\beta$ , o qual define a importância relativa da função heurística em relação aos rastros de feromônio, este objetivo pode ser alcançado. As Figuras (3.3) e (3.4) apresentam os resultados obtidos pelo algoritmo ACS para vários valores atribuídos a este parâmetro.

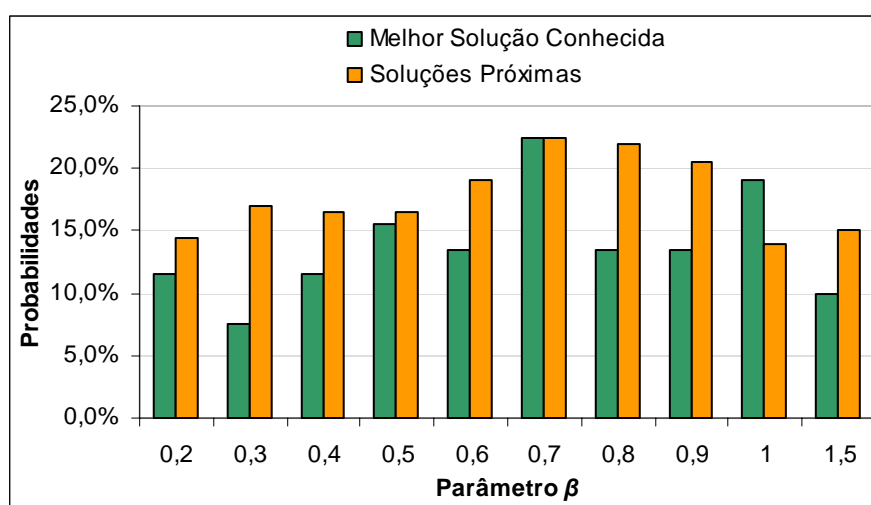


Figura 3.3: Probabilidades das Melhores Soluções em Função do Parâmetro  $\beta$ .

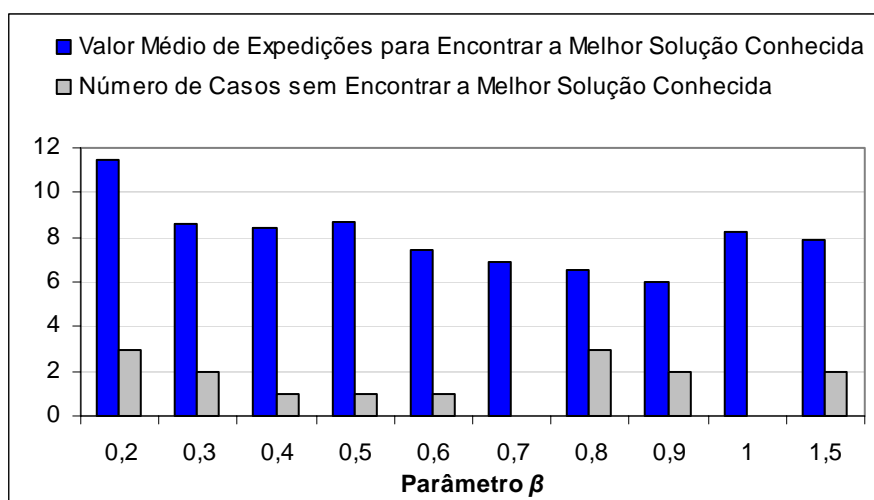


Figura 3.4: Desempenho do Algoritmo em Função do Parâmetro  $\beta$ .

Da análise da Figura (3.3) percebe-se que melhores resultados são encontrados quando  $\beta = 0,7$ . Para este valor, o algoritmo apresentou as maiores probabilidades para encontrar a melhor solução conhecida e soluções próximas a ela. Para valores inferiores a este, a função heurística começa a não orientar a busca das formigas corretamente no início do processo. Isto dificulta o aprendizado do algoritmo, o qual passa a necessitar de um número maior de expedições para encontrar a melhor solução. Isto também é comprovado pelo aumento no número de casos avaliados em que não foi possível encontrar a melhor solução dentro do número máximo de 20 expedições, veja a Figura (3.4). Por outro lado, quando  $\beta$  é ajustado em valores superiores ao escolhido, a função heurística torna-se predominante para a orientação da busca. Como ela consiste de informações locais, o algoritmo passa a ter uma maior dificuldade para sair de soluções subótimas. Na Figura (3.3), isto é comprovado pela redução das probabilidades das soluções consideradas. Enquanto na Figura (3.4), percebe-se um aumento no número de expedições necessárias para encontrar a melhor solução a partir de  $\beta = 1$ .

### **Parâmetro $q_0$**

Ainda em relação à regra de transição de estados, é necessário o ajuste do parâmetro  $q_0$ , o qual é responsável pela definição da forma como os circuitos são selecionados durante a construção das soluções. Quanto maior o valor

atribuído a este parâmetro, maior será a probabilidade do algoritmo ACS aproveitar as informações adquiridas com o problema. No entanto, à medida que este valor é reduzido, o algoritmo se torna cada vez mais apto a explorar uma maior região do espaço de busca. Os resultados encontrados pelo ACS em função da variação deste parâmetro são apresentados nas figuras a seguir.

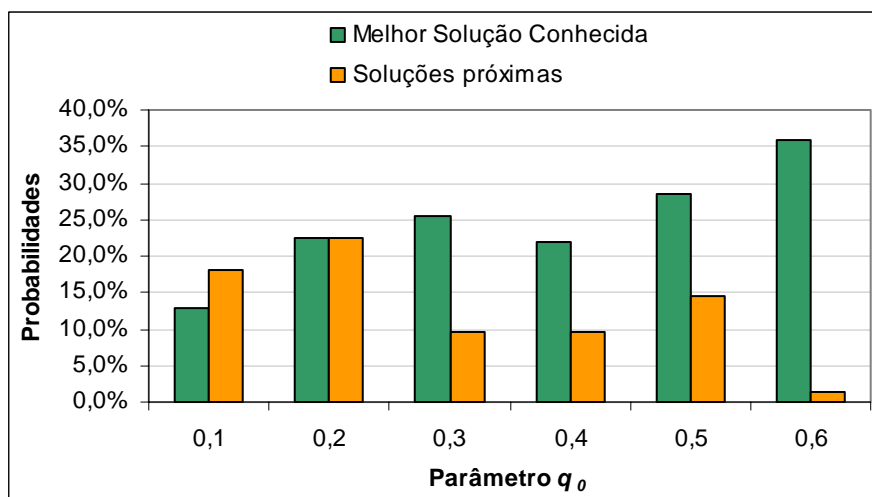


Figura 3.5: Probabilidades das Melhores Soluções em Função do Parâmetro  $q_0$ .

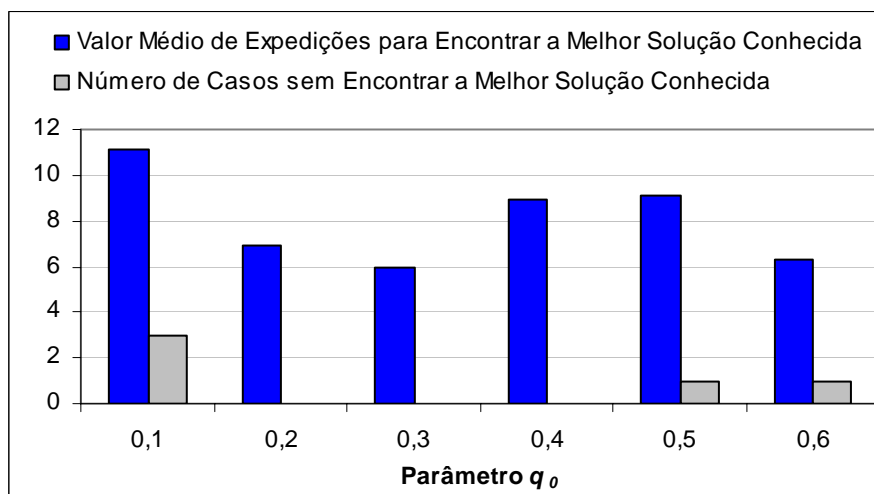


Figura 3.6: Desempenho do Algoritmo em Função do Parâmetro  $q_0$ .

Através da observação dos resultados apresentados pela Figura (3.5), num primeiro momento, poder-se-ia concluir que o melhor ajuste é obtido quando  $q_0 = 0,6$ . Nota-se que este foi o valor que proporcionou ao algoritmo a maior probabilidade para se encontrar a melhor solução. No entanto, o algoritmo apresentou uma probabilidade muito baixa para encontrar soluções com

valores próximos da melhor solução. Este resultado pode indicar uma grande tendência do algoritmo de explorar somente uma pequena região do espaço de busca, resultando em uma convergência prematura. Isto é comprovado pelo baixo número de expedições necessárias para se encontrar a melhor solução juntamente com a presença de casos em que não foi possível obtê-la, como pode ser visto pela Figura (3.6). Deste modo, procurou-se escolher um ajuste que proporcionasse probabilidades elevadas para se obter a melhor solução conhecida e soluções próximas a ela, as quais podem estar situadas em outras regiões do espaço de busca. Assim, foi escolhido  $q_0 = 0,2$ .

### Parâmetro $\varphi$

Enquanto as formigas constroem as suas soluções a partir da regra de transição de estados, é aplicado um mecanismo de atualização *online* sobre os rastros de feromônio. Sua função é reduzir a quantidade de feromônio sobre as interligações mais indicadas para a adição de reforços, o que contribui para uma busca mais diversificada, aumentando a exploração do espaço de estados. O nível de redução dos rastros é definido pelo parâmetro  $\varphi$ . A influência deste parâmetro sobre os resultados do algoritmo é apresentada nas figuras a seguir.

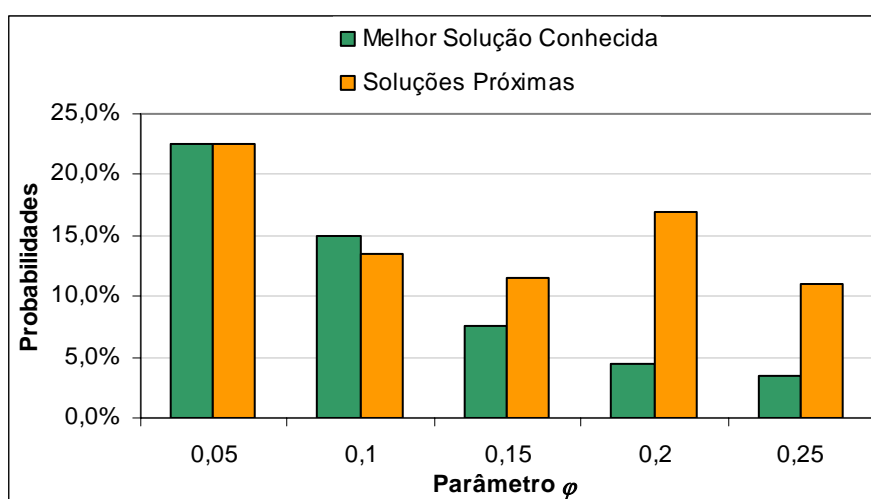


Figura 3.7: Probabilidades das Melhores Soluções em Função do Parâmetro  $\varphi$ .

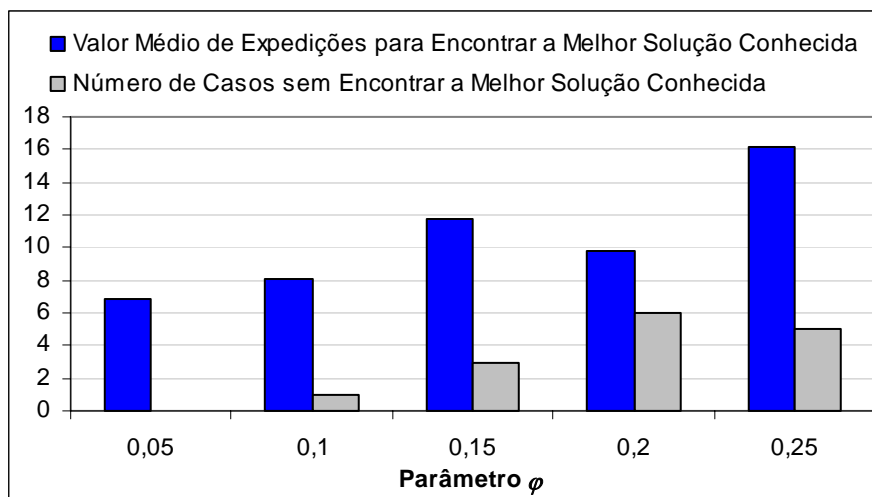


Figura 3.8: Desempenho do Algoritmo em Função do Parâmetro  $\varphi$ .

Observa-se claramente pela Figura (3.7) que melhores resultados são encontrados quando  $\varphi = 0,05$ . Para ajustes superiores a este, os rastros sobre as interligações reduzem muito rapidamente. Como consequência, somente as primeiras formigas de cada expedição recebem uma orientação adequada pelos rastros de feromônio. Assim, muitas buscas seguem somente informações locais disponibilizadas pela função heurística, as quais não conseguem sozinhas, orientar as formigas em direção às melhores regiões do espaço. Isto proporciona uma redução na probabilidade para se encontrar a melhor solução e soluções próximas a ela. Ao mesmo tempo, observa-se que o algoritmo necessita de um número maior de expedições para encontrar a melhor solução, como pode ser visto pela Figura (3.8). O acréscimo no número de casos sem encontrar a melhor solução também comprova esta última afirmação.

### **Parâmetro $K_{pher}$**

Ao final de cada expedição é realizada uma atualização *offline* dos rastros de feromônio. Como foi comentado na seção anterior, a inclusão do parâmetro  $K_{pher}$  é de fundamental importância para que o aprendizado do algoritmo não seja comprometido. Para isto, o mesmo deve ser ajustado em um valor maior que o custo de investimento de qualquer uma das soluções encontradas pela primeira expedição. No algoritmo desenvolvido, foi escolhido o custo de investimento da primeira solução. Sabe-se, no entanto, que esta solução pode

não ser a mesma na avaliação da cada caso, pois o algoritmo utiliza diferentes pontos de partida. Assim, a melhor forma de representar o ajuste deste parâmetro é através de uma função desta solução.

As figuras apresentadas a seguir, mostram os resultados encontrados para vários valores atribuídos a  $K_{pher}$ , os quais são definidos a partir da multiplicação de diferentes fatores pelo custo de investimento da solução selecionada, indicada por L.

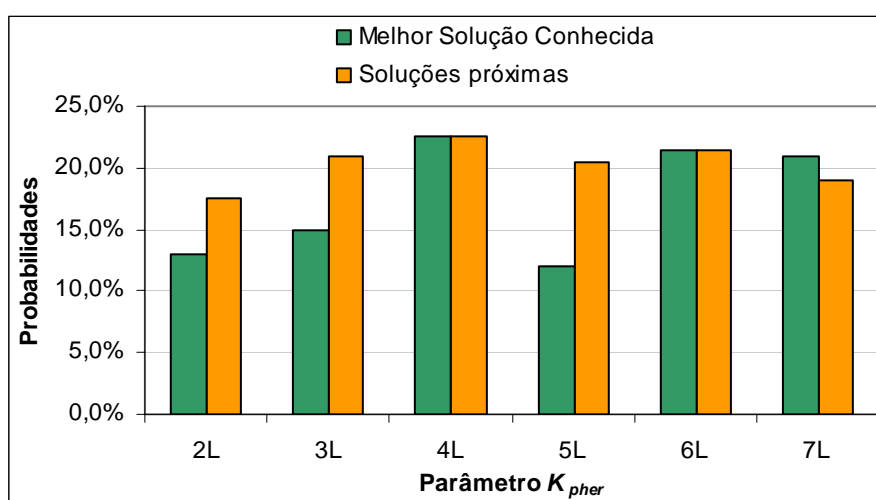


Figura 3.9: Probabilidades das Melhores Soluções em Função do Parâmetro  $K_{pher}$ .

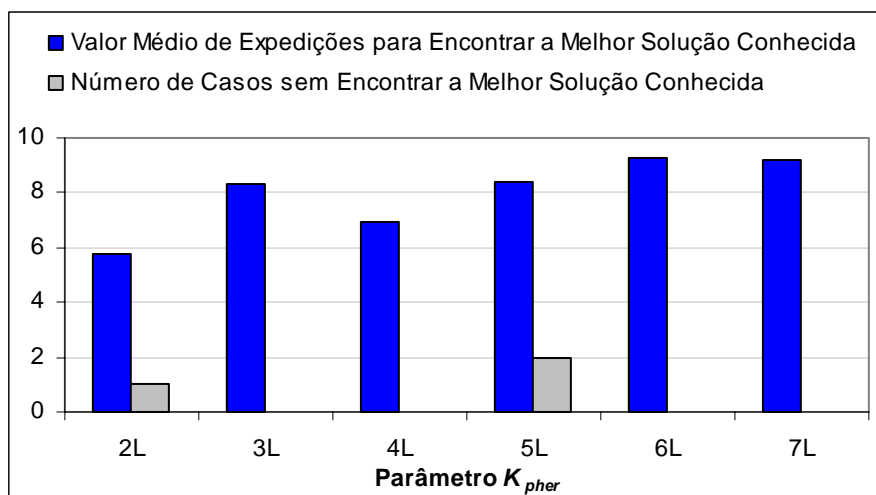


Figura 3.10: Desempenho do Algoritmo em Função do Parâmetro  $K_{pher}$ .



Através da análise das Figuras (3.9) e (3.10), pode-se concluir que os melhores resultados foram encontrados para  $K_{pher} = 4L$ . No entanto, uma ótima resposta também foi obtida para ajustes em 6L e 7L. Isto demonstra certa robustez do algoritmo quanto à variação deste parâmetro. Contudo, ajustes próximos a L contribuem para um menor aprendizado, pois os valores dos rastros de feromônio ao final da atualização *offline* continuam praticamente os mesmos dos rastros iniciais. Por outro lado, valores muito superiores a 4L podem dificultar a capacidade do algoritmo para sair de ótimos locais. De fato, logo nas primeiras expedições, haverá uma grande quantidade de rastro depositado sobre as interligações. Assim, o algoritmo não terá um tempo suficiente para adquirir um correto aprendizado.

### **Parâmetro $\rho$**

O ajuste do parâmetro  $\rho$ , presente no mecanismo de atualização *offline* dos rastros de feromônio, é de fundamental importância para que o algoritmo receba uma melhor orientação para as suas buscas. Seu objetivo é definir o aprendizado do algoritmo a partir do depósito dos rastros de feromônio. Como foi explicado na seção anterior, a atualização *offline* é aplicada utilizando os rastros depositados pela última expedição e também os rastros resultantes da atualização *offline* da expedição anterior. A consideração desta última parcela corresponde a uma das modificações impostas ao algoritmo ACS aplicado ao problema PET. Esta alteração permite um maior aproveitamento das informações das melhores soluções encontradas nas expedições anteriores. Como consequência, o algoritmo torna-se mais capacitado para evitar o aprisionamento em ótimos locais. As figuras a seguir mostram os resultados alcançados pelo algoritmo em função de vários ajustes do parâmetro  $\rho$ .

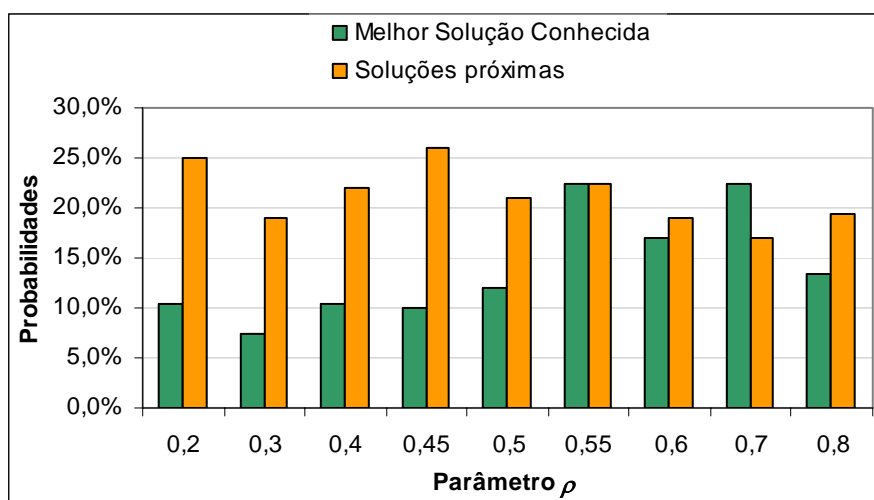


Figura 3.11: Probabilidades das Melhores Soluções em Função do Parâmetro  $\rho$ .

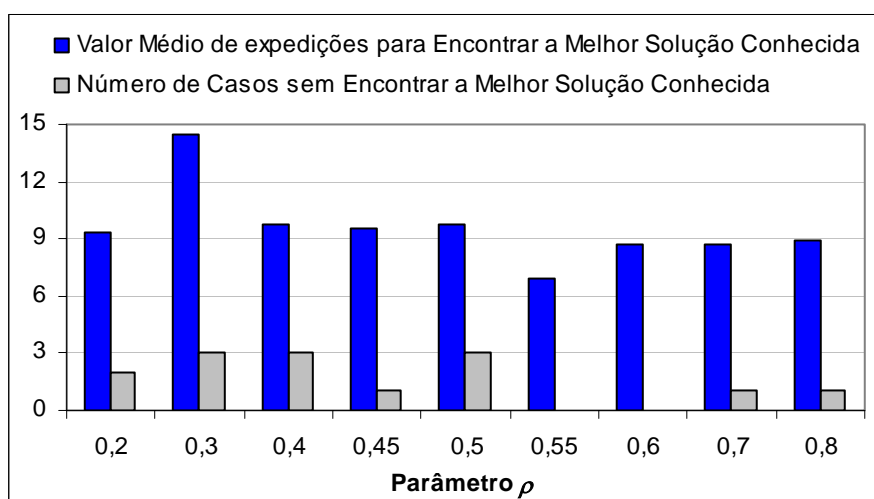


Figura 3.12: Desempenho do Algoritmo em Função do Parâmetro  $\rho$ .

Nota-se pela Figura (3.11), que o melhor resultado apresentado pelo algoritmo ACS foi obtido ao se ajustar o parâmetro  $\rho$  em 0,55. Neste caso, foram observados os maiores níveis de probabilidade para se encontrar a melhor solução e soluções próximas a ela, considerando uma análise conjunta destas soluções. Além disso, como é mostrado na Figura (3.12), este ajuste proporcionou o melhor desempenho ao algoritmo, exigindo um menor número médio de expedições para se encontrar a melhor solução, sendo que a mesma foi encontrada em todos os casos avaliados.

Uma análise da Equação (3.5) permite concluir que o aproveitamento dos rastros deixados pela última expedição está diretamente relacionado com o valor atribuído ao parâmetro  $\rho$ . Isto explica o porquê do algoritmo apresentar um pior desempenho para ajustes inferiores a 0,5. Nestes casos, os rastros depositados pela última expedição recebem uma menor importância. Como consequência, o algoritmo adquire um menor aprendizado.

Entretanto, se ajustes são definidos para valores mais elevados, i.e. valores superiores a 0,7, aumentam-se as chances de aprisionamento do algoritmo em ótimos locais, pois as buscas são cada vez mais orientadas somente pelas informações dos rastros depositados pela última expedição.

Ao final deste estudo de definição dos parâmetros do algoritmo ACS, é importante mencionar que, quando estes mesmos ajustes foram utilizados para a avaliação do Sistema CEMIG, o algoritmo também apresentou um ótimo desempenho com uma grande probabilidade para encontrar a melhor solução. Isto comprova a grande robustez do algoritmo desenvolvido.

### **3.3.3 Avaliação das Soluções Encontradas pela Metaheurística ACO**

Durante todo o processo de construção de soluções pela metaheurística ACO, representada pelo algoritmo ACS, são realizadas avaliações quanto à factibilidade dos planos de expansão encontrados. O objetivo destas análises é garantir que somente soluções factíveis, i.e. sem corte de carga, sejam construídas pelo ACS. Deste modo, a busca de cada formiga somente é interrompida quando o conjunto de circuitos adicionados não proporciona um corte de carga ao sistema. Assim, ao final de cada expedição, a melhor solução factível que minimiza o custo de investimento será escolhida para a atualização *offline* do feromônio. Para as avaliações das soluções, é utilizado um modelo baseado em um algoritmo de programação linear, o qual inclui uma análise de fluxo de potência linearizado (fluxo DC).

As equações a seguir apresentam a formulação matemática do algoritmo de programação linear utilizado, cuja função objetivo é:

$$\text{Min} \left\{ \mathbf{z} = \sum_{i=1}^{n_r} \alpha_i \mathbf{c}_i \right\} \quad (3.6)$$

sujeito às seguintes restrições:

$$\mathbf{g} + \mathbf{c} + \mathbf{B}\theta = \mathbf{d} \quad (3.6a)$$

$$0 \leq \mathbf{g} \leq \mathbf{g}_{max} \quad (3.6b)$$

$$0 \leq \mathbf{c} \leq \mathbf{d} \quad (3.6c)$$

$$|\mathbf{f}| \leq \mathbf{f}_{max} \quad (3.6d)$$

onde:

- $\alpha_i$  custo unitário de carga não suprida para a barra  $i$ ;
- $\mathbf{c}_i$  carga não suprida para a barra  $i$ ;
- $n_r$  número de barras de carga;
- $\mathbf{g}$  vetor de geração;
- $\mathbf{c}$  vetor da carga não suprida;
- $\mathbf{B}$  matriz de susceptância;
- $\theta$  vetor ângulo de tensão;
- $\mathbf{d}$  vetor de carga;
- $\mathbf{g}_{max}$  vetor limite de geração;
- $\mathbf{f}$  vetor fluxo de potência;
- $\mathbf{f}_{max}$  vetor limite de fluxo de potência.

Este problema de programação linear pode ser resolvido a partir do método *Dual Simplex*, através do qual também são obtidos, como subprodutos, os multiplicadores de *Lagrange* associados a cada restrição do problema. Estes multiplicadores, mais especificamente aqueles associados à restrição dada pela Equação (3.6a), podem ser de grande importância se incluídos na função heurística  $\eta(r,s)$  utilizada pelo ACS.

Pelas Equações (3.1) e (3.2), observa-se que algoritmo ACS segue uma orientação para a adição de novos circuitos ao sistema, a qual é baseada na quantidade dos rastros de feromônio sobre as interligações e nos resultados fornecidos por uma função heurística. No entanto, durante as primeiras expedições realizadas pelas formigas, sabe-se que os rastros de feromônio não conseguem orientar a busca de maneira adequada, pois ainda não possuem um aprendizado suficiente sobre o problema. Assim, é de fundamental importância que, no início do processo, a função heurística consiga orientar as buscas em direção às melhores regiões do espaço.

Percebe-se, portanto, que a escolha da função heurística é de extrema relevância para que o algoritmo ACS adquira um melhor desempenho. As equações a seguir apresentam três funções heurísticas, as quais serão avaliadas para a aplicação ao problema PET.

$$\eta(r,s) = \frac{1}{C(r,s)} \quad (3.7)$$

$$\eta(r,s) = (\theta_r - \theta_s)(\pi_r - \pi_s) \quad (3.8)$$

$$\eta(r,s) = \frac{(\theta_r - \theta_s)(\pi_r - \pi_s)}{C(r,s)} \quad (3.9)$$

onde:

$C(r,s)$  custo de investimento para a construção de um circuito entre as barras  $r$  e  $s$ ;

$(\theta_r - \theta_s)$  abertura angular entre as barras  $r$  e  $s$ ;

$(\pi_r - \pi_s)$  diferença dos multiplicadores de Lagrange associados às restrições da Equação (3.6a) obtidos como subprodutos da solução do problema de programação linear.

A função heurística definida pela Equação (3.7) considera somente o aspecto financeiro do problema, representado pelos custos de investimentos dos circuitos, para a orientação das buscas. A partir desta função, os circuitos mais

indicados a serem adicionados são aqueles que possuem os menores custos de investimentos.

No entanto, na heurística definida pela Equação (3.8), os aspectos técnicos do sistema são os responsáveis pela indicação dos melhores circuitos a serem adicionados. Esta equação estima os benefícios de mudanças na susceptância do sistema em relação a adições de novos reforços. Em [BOA01], esta mesma função é utilizada durante a fase de construção da heurística GRASP, a qual também é aplicada para a resolução de problemas PET.

Duas parcelas estão envolvidas nesta função. A primeira se refere às aberturas angulares, as quais, de acordo com o modelo de fluxo de potência linear, estão diretamente relacionadas à capacidade de transmissão de potência ativa entre as barras do sistema. Assim, quanto maior a abertura angular entre duas barras, mais indicada é a adição de um circuito nesta interligação. A outra parcela representa a diferença entre os multiplicadores de *Lagrange* obtidos como subprodutos do problema de programação linear. Estes multiplicadores estão associados aos custos marginais encontrados para cada barra do sistema. Uma diferença positiva entre multiplicadores de duas barras A e B, cujo ângulo da barra A esteja avançado em relação ao da barra B, indica uma redução no valor do custo de operação do sistema pela adição de um circuito entre estas barras. Assim, aquelas interligações que possuem o maior produto entre as aberturas angulares e os custos marginais, indicarão os circuitos mais indicados a serem selecionados.

Por último, a heurística dada pela Equação (3.9) reúne ambas as características anteriores. Esta mesma função foi utilizada em [FBRF05] para a adição de novos reforços ao sistema através da metaheurística GRAPR (*Greedy Randomized Adaptive Path Relinking*) aplicada ao planejamento estático da transmissão. Em [LSRMSR06], esta função é utilizada para a construção da população inicial de soluções, que consiste no ponto de partida das buscas realizadas pela metaheurística ES. A metodologia proposta é aplicada para a resolução do problema de planejamento dinâmico da transmissão.

Com o objetivo de verificar a potencialidade de cada função heurística para a orientação do algoritmo, as mesmas foram avaliadas a partir de vários casos estudados, aplicados aos sistemas propostos. Os resultados alcançados são comparados em termos da qualidade das soluções obtidas, medido pela probabilidade de se encontrar a melhor solução em cada caso, e em relação ao desempenho computacional, definido pelo tempo médio necessário para que o algoritmo ACS seja interrompido. Nestes estudos, foram avaliados 50 casos para cada função heurística. Foi considerado que o algoritmo seria interrompido ao final de 20 expedições ou se a melhor solução encontrada não fosse melhorada durante a avaliação de 10 expedições consecutivas. Para cada expedição foi utilizado um grupo de 10 formigas para a realização das buscas. Os estudos foram realizados utilizando um processador *Pentium 4* de 3.0 GHz. As tabelas a seguir apresentam os resultados encontrados para o Sistema Teste e para o Sistema CEMIG.

Tabela 3.8: Desempenho do ACS sob Diferentes Heurísticas Utilizadas – Sistema Teste.

<b>Sistema Teste</b>	1ª Heurística	2ª Heurística	3ª heurística
Probabilidade de Acerto	0,00	0,84	0,70
Tempo Computacional (s)	137,69	70,88	71,88

Tabela 3.9: Desempenho do ACS sob Diferentes Heurísticas Utilizadas – Sistema CEMIG.

<b>Sistema CEMIG</b>	1ª Heurística	2ª Heurística	3ª heurística
Probabilidade de Acerto	0,98	0,10	0,68
Tempo Computacional (s)	31,25	17,87	18,46

Os resultados encontrados para o Sistema Teste mostram que a segunda heurística é a mais indicada, como pode ser visto pela Tabela (3.8). Neste sistema os custos de investimento de novos circuitos em qualquer interligação foram definidos como proporcionais às suas capacidades, e não em relação ao comprimento dos mesmos, como foi feito para o Sistema CEMIG. Este fato contribuiu para que muitos destes circuitos tivessem valores muito próximos de investimento. Então, ao usar a primeira função heurística, que envolve o

aspecto financeiro, esta propiciou ao ACS uma busca quase aleatória dificultando o aprendizado do algoritmo. Como pode ser visto, o ACS não conseguiu encontrar a melhor solução para nenhum dos casos analisados. Além disso, as soluções encontradas apresentaram um número excessivo de adições de circuitos, contribuindo para um tempo computacional elevado para o algoritmo atingir os critérios de convergência.

Por outro lado, as aberturas angulares e a diferença entre os custos marginais das barras fornecem um indicativo muito importante para a expansão do sistema, configurando uma excelente função heurística para orientar a busca em direção ao ótimo global. Quando os aspectos técnicos e financeiros foram usados em conjunto, o ACS também apresentou um bom resultado, porém inferior em relação à utilização da segunda função heurística.

Para o planejamento do Sistema CEMIG, nota-se pela Tabela (3.9), que o custo de investimento usado na primeira função heurística exerce uma grande influência na orientação da busca do ACS. Neste caso, os custos estão corretamente relacionados às distâncias existentes entre as barras do sistema, o que não acontece no Sistema Teste.

Já no caso da utilização da segunda função heurística, o ACS conseguiu encontrar a melhor solução conhecida somente em 10% dos casos analisados. No entanto, a segunda melhor solução foi encontrada em todos os casos restantes, o que não descarta a utilização das informações presentes nesta função. Para o caso em que os custos de investimento dos circuitos, as aberturas angulares e as diferenças de custos marginais entre as barras foram usados em conjunto, o ACS apresentou também um bom resultado.

Portanto, pôde-se concluir que a terceira heurística, Equação (3.9), é a melhor função a ser utilizada pelo ACS, pois foi aquela que apresentou os melhores resultados para ambos os sistemas estudados. Neste caso, o algoritmo ACS torna-se mais robusto, com um ótimo tempo computacional para atingir a convergência e uma boa probabilidade para encontrar a melhor solução.



Antes de serem apresentados os resultados encontrados para o planejamento estático da transmissão do Sistema Teste e do Sistema CEMIG, é mostrado a seguir todos os passos da metodologia desenvolvida incluindo as etapas do algoritmo ACS e as avaliações realizadas pelo algoritmo de programação linear.

- i) Definição dos parâmetros do algoritmo ACS, leitura de dados do sistema sob estudo e das condições do horizonte de planejamento. Vá para o passo ii;
- ii) A partir do algoritmo de programação linear, avalie o sistema atual considerando as condições impostas para geração e carga no ano horizonte. Se corte de carga = 0, então vá para o passo v; Senão, vá para o passo iii;
- iii) Mediante os resultados encontrados para os ângulos e custos marginais das barras no passo ii, aplique a regra de transição de estados do algoritmo ACS e selecione o próximo circuito a ser adicionado ao sistema. Vá para o passo iv;
- iv) Adicione o circuito indicado pelo passo iii ao plano de expansão do sistema e realize a atualização *online* do rastro de feromônio sobre a interligação correspondente. Volte ao passo ii;
- v) O conjunto de reforços encontrado para o sistema é armazenado e a busca da formiga é interrompida. Se o número de formigas atingiu o valor máximo definido para cada expedição, então vá para o passo vi. Senão, uma nova busca é iniciada pela próxima formiga a partir do estado sem qualquer adição de reforços ao sistema, volte para o passo ii;
- vi) Escolha a melhor solução encontrada pela expedição e aplique o mecanismo de atualização *offline* dos rastros de feromônio. Se o número de expedições atingiu seu valor máximo ou a solução não foi melhorada

após um número determinado de expedições, então vá para o passo vii. Senão, uma nova expedição é iniciada, volte para o passo ii;

vii) A melhor solução encontrada entre todas as expedições define o planejamento estático de expansão da transmissão para o sistema.

### **3.4 RESULTADOS PARA O PLANEJAMENTO ESTÁTICO DA EXPANSÃO DA TRANSMISSÃO**

Nesta seção serão apresentados os resultados encontrados para o planejamento estático de expansão da transmissão do Sistema Teste e do Sistema CEMIG. Nestes estudos foram considerados os seguintes ajustes para os parâmetros do algoritmo ACS:  $\beta = 0,7$ ;  $q_0 = 0,2$ ;  $\varphi = 0,05$ ;  $K_{pher} = 4L$ ; e  $\rho = 0,55$ . Também foi definido que o processo de busca seria interrompido ao final de 20 expedições (compostas por 10 formigas) ou após 10 expedições sem que a melhor solução encontrada fosse melhorada. Para uma orientação adequada das buscas do ACS, utilizou-se a função heurística definida pela Equação (3.9), a qual proporcionou bons resultados ao algoritmo, independente do sistema utilizado.

Cabe ressaltar que as resistências dos circuitos existentes e dos circuitos candidatos a serem adicionados foram consideradas nulas para ambos os sistemas. No entanto, no Capítulo 4, além de um estudo de planejamento dinâmico para esta condição, também será apresentado uma avaliação do impacto da inclusão das perdas ôhmicas na obtenção do melhor plano de expansão dos sistemas propostos.

#### **3.4.1 Resultados – Sistema Teste**

A Tabela (3.10) apresenta o conjunto de circuitos adicionados ao Sistema Teste definido pelo melhor plano de expansão encontrado, cujo horizonte considerado possui o triplo da capacidade de geração e carga instalada em relação ao ano de referência. Também são mostrados os custos de investimentos para a construção dos circuitos e o custo total obtido.

Tabela 3.10: Melhor Plano de Expansão para o Sistema Teste.

Barra de	Barra para	Custo de Investimento Unitário (10 <sup>6</sup> R\$)	Nº de Circuitos Adicionados
1	4	25,00	2
1	5	20,00	3
2	4	40,00	1
2	5	20,00	1
3	5	20,00	2
3	6	40,00	2
<b>Custo Total de Investimento (10<sup>6</sup> R\$)</b>			<b>290,00</b>

Para um melhor esclarecimento, na Tabela (3.11) são apresentados os planos de expansão subótimos, os quais se referem às soluções próximas que foram incluídas no estudo de ajuste de parâmetros do algoritmo ACS. Estas soluções são representadas pelos Planos A, B, C e D.

Tabela 3.11: Planos Subótimos de Expansão para o Sistema Teste.

Barra de	Barra para	Custo de Investimento Unitário (10 <sup>6</sup> R\$)	Nº de Circuitos Adicionados			
			Plano A	Plano B	Plano C	Plano D
1	2	25,00	--	--	--	--
1	4	25,00	2	3	2	2
1	5	20,00	3	3	3	3
2	3	20,00	--	--	--	--
2	4	40,00	1	1	1	1
2	5	20,00	1	--	2	--
2	6	25,00	1	1	--	1
3	5	20,00	1	1	--	2
3	6	40,00	2	2	3	2
4	5	15,00	--	--	--	1
5	6	20,00	--	--	--	--
<b>Custo Total de Investimento (10<sup>6</sup> R\$)</b>			<b>295,00</b>	<b>300,00</b>	<b>310,00</b>	<b>310,00</b>

### 3.4.2 Resultados – Sistema CEMIG

O melhor plano de expansão encontrado para o Sistema CEMIG indica uma adição de 3 circuitos entre as barras 3 e 12. Como pode ser visto pela Tabela (3.7), o custo de investimento unitário para a construção de circuitos nesta interligação é de R\$ 2,55 milhões. Assim a melhor solução encontrada possui um custo total de investimento de R\$ 7,65 milhões. Este plano de expansão foi obtido para um horizonte de planejamento de 2 anos, onde se considerou uma taxa média de crescimento de 5% ao ano, para a carga e a capacidade de geração do sistema. A figura a seguir apresenta a nova configuração para este sistema, cujos ramos tracejados representam os circuitos adicionados.

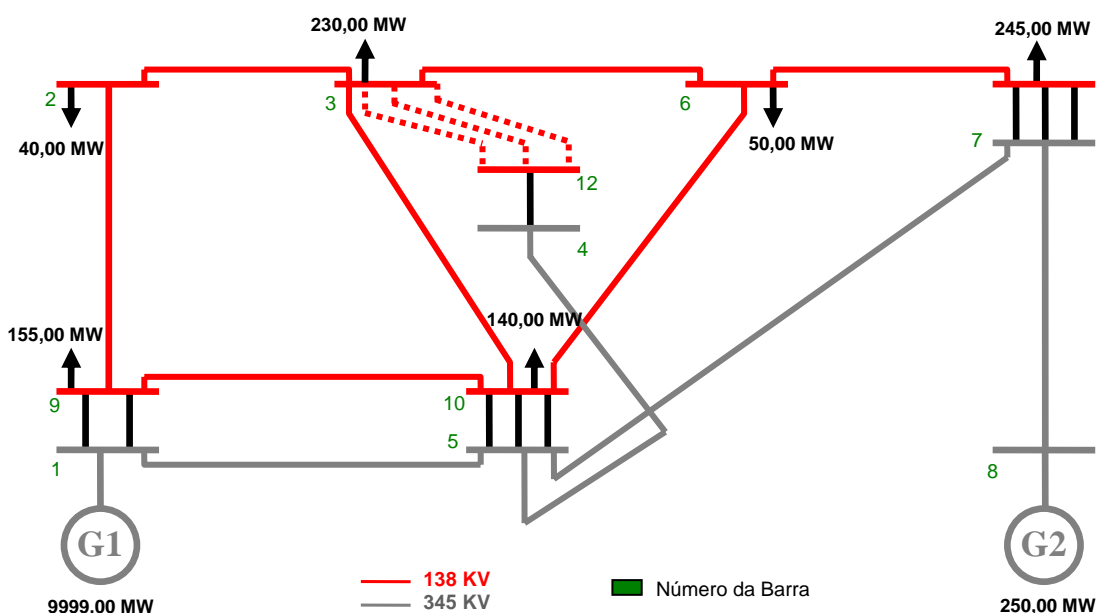


Figura 3.13: Plano de Expansão para o Sistema CEMIG.

Também é importante destacar o segundo melhor plano de expansão, o qual foi encontrado em todos os casos analisados, sendo que em 32% das análises foi escolhido como o melhor plano para este sistema. Esta solução subótima indica a adição de um circuito entre as barras 3 e 10 e entre as barras 3 e 12, totalizando um investimento de R\$ 8,86 milhões.

Em relação às melhores soluções obtidas para os sistemas estudados, verifica-se que as mesmas também foram encontradas em um Projeto de Pesquisa e Desenvolvimento (P&D) realizado junto a CEMIG [LMRSSR06]. Neste trabalho, vários estudos foram realizados sobre a aplicação de diferentes metaheurísticas, como o ES e o TS, para a resolução de problemas PET com abordagem estática e dinâmica.

### 3.5 CONCLUSÕES

O resultado mais importante apresentado neste Capítulo se refere à adequação da metaheurística ACO para a resolução de problemas PET. Conforme foi descrito, o algoritmo ACS, mostrado no Capítulo 2, sofreu algumas alterações para que o problema PET pudesse ser corretamente representado. Uma característica exclusiva deste problema que não existia no problema TSP, se refere à possibilidade de serem adicionados mais de um circuito entre duas barras. Assim, foi acrescentado um fator multiplicativo à equação para o cálculo dos depósitos de feromônio. O objetivo é atribuir um maior rastro sobre a interligação que possui um maior número de circuitos adicionados. Outra mudança se refere à forma de atualização *offline* do feromônio ao final de cada expedição. Além de reduzir os rastros sobre as interligações não presentes na solução encontrada pela última expedição, o mecanismo utilizado também usufrui das informações dos rastros encontrados pelas expedições anteriores. Isto evita que o algoritmo fique preso somente às informações da última expedição.

Posteriormente, o algoritmo ACS pôde ser avaliado, quanto ao seu desempenho e sua capacidade para encontrar a melhor solução conhecida, mediante vários ajustes de seus parâmetros. Vale lembrar que todos os estudos foram realizados utilizando o Sistema Teste. Após a definição dos melhores ajustes, observou-se que os mesmos também proporcionaram ótimos resultados para o planejamento do Sistema CEMIG, o que comprova a grande robustez do algoritmo desenvolvido. Por isto, os mesmos parâmetros serão utilizados no estudo de planejamento dinâmico, apresentado no próximo capítulo.

Aliado ao ACS, um algoritmo de programação linear também é proposto para realizar as avaliações das soluções obtidas, o qual inclui um modelo de fluxo de potência DC. Além da sua principal finalidade, que é permitir somente soluções factíveis durante o processo de busca, ele pode ser muito importante se os seus resultados forem utilizados pela função heurística na orientação das buscas do ACS. Baseado nesta afirmação, foram propostas três funções heurísticas, as quais foram avaliadas quanto aos resultados que elas proporcionaram ao planejamento estático dos sistemas estudados. Pôde-se comprovar que a melhor função heurística a ser utilizada deve incluir os custos de investimentos dos circuitos e os resultados fornecidos pelo algoritmo de programação linear, que se referem às aberturas angulares e à diferença dos custos marginais entre as barras do sistema.

Ao final do capítulo, foram apresentados os melhores conjuntos de reforços para o planejamento estático de expansão da transmissão do Sistema Teste e do Sistema CEMIG obtidos pela metodologia desenvolvida, os quais também são mostrados em [RLMSR06].

No próximo capítulo, serão apresentados os estudos relativos ao planejamento dinâmico de expansão da transmissão. A metodologia desenvolvida considera o aspecto dinâmico como vários subproblemas estáticos, cujo objetivo final é minimizar o valor presente dos custos de investimento dos reforços adicionados ao sistema. Neste estudo, deve-se garantir que os subproblemas estáticos sejam coordenados durante toda a sua cronologia de investimentos. Também será apresentado um novo modelo para a inclusão das perdas ôhmicas durante o planejamento dinâmico. A partir dos resultados encontrados para esta nova condição, será possível observar o impacto dos custos relacionados às perdas para a definição dos planos de expansão dos sistemas.

# CAPÍTULO 4

## PLANEJAMENTO DINÂMICO DA EXPANSÃO DA TRANSMISSÃO

### 4.1 INTRODUÇÃO

O planejamento dinâmico de expansão da transmissão busca suprir a demanda prevista, ao longo do horizonte de planejamento, e ao mesmo tempo minimizar o custo de investimento. O principal objetivo é definir não somente as localizações e os tipos de reforços a serem acrescentados ao sistema, mas o momento mais adequado para que tais investimentos sejam realizados, de modo que os crescimentos contínuos, da demanda e da geração, sejam sempre assimilados de forma otimizada pelo sistema.

A definição do instante de tempo, no qual o investimento deve ser realizado, implica em um problema de grande complexidade devido à característica combinatória elevada, visto que o número de possibilidades de configurações a serem analisadas cresce exponencialmente com o porte da rede e o horizonte de planejamento. Como resultado, um enorme esforço computacional é exigido para se obter a solução ótima. De forma a superar esta dificuldade, estes modelos têm sido simplificados. Uma das maneiras que tem sido encontrada para representar o problema é resolvendo uma seqüência de subproblemas estáticos [ML04, EGR04, LSRMSR06].

Nesta representação, a determinação do plano de expansão da transmissão considera um horizonte de longo prazo dividido em diversos estágios. Para cada estágio são atribuídas as condições previstas de geração e demanda e a lista dos investimentos candidatos. Desta forma, ao considerar-se multiestágios de tempo no processo de otimização, o planejamento dinâmico da expansão

torna-se uma extensão do planejamento estático (um estágio). Assim, o objetivo deixa de ser a minimização do custo de investimento para um determinado ano, e passa a ser a minimização do somatório de todos os investimentos realizados ao longo dos anos do horizonte de planejamento.

Este capítulo apresenta a metodologia utilizada para a resolução de problemas PET com abordagem dinâmica, baseada na metaheurística ACO. A estratégia usada visa representar o problema dinâmico através de vários subproblemas estáticos, contribuindo para a redução do nível de complexidade do problema. Os resultados deverão indicar a seqüência de reforços (ou um conjunto das melhores seqüências), i.e. planos de expansão encontrados para cada ano ao longo do horizonte, com o menor custo de investimento em valor presente. Também será discutido um modelo para a inclusão da representação das perdas ôhmicas do sistema. A metodologia é avaliada a partir de estudos envolvendo o Sistema Teste e o Sistema CEMIG.

## **4.2 METODOLOGIA UTILIZADA PARA O PLANEJAMENTO DINÂMICO**

Nesta seção serão apresentados dois modelos de otimização para a definição do planejamento dinâmico dos sistemas propostos. O primeiro terá como função objetivo minimizar o valor presente dos investimentos de reforços adicionados ao longo do horizonte de planejamento. O segundo deverá incluir em sua análise a existência de perdas ôhmicas no sistema. Assim, a nova função objetivo passará a minimizar o valor presente dos custos de investimentos em reforços e dos custos relacionados às perdas ôhmicas, ao longo de todo o horizonte.

### **4.2.1 Modelo A – Otimização de Investimentos**

O Modelo A pode ser formulado por meio da função objetivo dada pela equação a seguir:



$$\text{Min}_k \left\{ S^k = \sum_{i=1}^{N_y} \frac{S_i^k}{(1+tx)^i} \right\} \quad (4.1)$$

onde:

- $S^k$  custo total em valor presente da seqüência  $k$ ;  
 $N_y$  número de anos ou estágios definidos para o horizonte de planejamento;  
 $tx$  taxa de desconto anual considerada para o problema;  
 $S_i^k$  custo encontrado para o ano  $i$ , considerando a seqüência  $k$ .

Neste modelo, os custos associados às soluções encontradas ao longo de todo o horizonte se referem somente aos investimentos de reforços de transmissão. Estas soluções são encontradas através da metodologia apresentada no Capítulo 3, a qual inclui o algoritmo de otimização ACS, baseado na metaheurística ACO, cuja função objetivo é mostrada a seguir:

$$\text{Min} \left\{ S_i^k = \sum_{j=1}^{nt} \text{Cinv}_j M_{ij}^k \right\} \quad (4.2)$$

onde

- $\text{Cinv}_j$  custo de investimento unitário para a adição de circuitos na interligação  $j$ ;  
 $M_{ij}^k$  número de circuitos alocados na interligação  $j$  no ano  $i$  da seqüência  $k$ ;  
 $nt$  número de interligações que poderão receber novos circuitos.

Como foi comentado no capítulo anterior, aliado ao algoritmo ACS também é utilizado um algoritmo de programação linear que inclui um modelo de fluxo DC. Este algoritmo é responsável pela garantia de que todas as soluções obtidas sejam factíveis (sem corte de carga), cuja função objetivo foi definida pela Equação (3.6).

No Capítulo 2, mostrou-se que quando um mecanismo de busca local foi acrescentado ao algoritmo ACS para a resolução do problema TSP, melhores

resultados foram encontrados, além de possibilitar ao algoritmo uma aplicação a problemas TSP de maiores dimensões [DG97b]. Assim, também foi desenvolvido um mecanismo de busca local para a solução do problema PET dinâmico, o qual é aplicado ao final de cada expedição dos subproblemas estáticos antes da atualização *offline* do feromônio. A busca local desenvolvida tem como estratégia reduzir o número de circuitos adicionados à melhor solução encontrada ao final de cada expedição, i.e. obter um plano de expansão com um menor custo de investimento.

A metodologia desenvolvida para a obtenção das seqüências pode ser descrita através dos seguintes passos. Inicialmente, o planejador deve definir qual a ordem de prioridade para a obtenção das soluções ao longo do horizonte. O processo para a construção das seqüências inicia-se pelo ano de maior importância. A escolha deste ano pode advir do conhecimento prévio de alterações significativas no sistema em estudo (e.g. entrada de novos pontos de carga e/ou geração etc). Assim, são definidas, a partir do algoritmo ACS, as  $n_k$  melhores soluções condicionadas aos níveis de carga e geração para este ano.

O próximo estágio a ser avaliado será o de segunda maior importância. Se o mesmo representar um ano precedente, então os circuitos adicionados para o ano de maior prioridade serão classificados como limitantes para a inclusão de reforços neste ano. Ao contrário, se ele consistir de um ano posterior, então os circuitos adicionados no ano de maior importância serão incluídos necessariamente ao seu plano de expansão. Este processo se repete até que sejam encontrados os planos de expansão para todos os anos ao longo do horizonte. Isto garante que as soluções sejam coordenadas ano a ano.

Cabe ressaltar que, somente para o ano de maior prioridade são encontradas as  $n_k$  melhores soluções. A partir daí, para todos os demais estágios, é considerada somente a melhor solução que seja coordenada com os planos já obtidos. Desta forma, ao final do processo serão encontradas  $n_k$  seqüências e aquela que apresentar o menor custo total de investimento (em valor presente) será selecionada como a melhor opção.

Para os estudos apresentados neste capítulo, foi adotada uma estratégia para a definição da ordem de prioridade para a obtenção das soluções. Uma vez escolhido o estágio de maior importância, o segundo, necessariamente, deve ser o último ao longo do horizonte. A partir daí, segue-se a ordem descendente até atingir o ano de referência. Caso o último estágio seja o de maior prioridade, os demais são analisados seguindo esta mesma ordem.

A razão para se utilizar esta estratégia é que um planejamento seguindo uma ordem não descendente, geralmente proporciona maiores investimentos, pois para cada estágio, os reforços são adicionados especificamente para resolver o problema desse ano, sem considerar um possível crescimento da carga no futuro. Como as adições de novos circuitos são mínimas, a fim de garantir o menor investimento, os carregamentos na rede provavelmente ainda continuarão bem próximos dos limites das capacidades máximas dos circuitos. Deste modo, para anos posteriores com uma carga mais elevada, o sistema, inevitavelmente, solicitará maiores investimentos. Por isto, o último ano ao longo do horizonte é sempre considerado, no máximo, o segundo mais importante e então segue-se uma ordem descendente do planejamento.

#### **4.2.2 Modelo B – Otimização de Investimentos e Custos das Perdas Ôhmicas**

Até o momento, tanto a metodologia proposta para a resolução do problema PET estático quanto o dinâmico desconsideram as perdas ôhmicas do sistema. Tendo em mente que as perdas configuram um importante item para a tomada de decisões, principalmente em sistemas com níveis de tensão mais baixos (subtransmissão e distribuição), é proposta, através do Modelo B, uma metodologia para a inclusão do custo de perdas na função objetivo do problema PET.

Para que isto seja possível, uma pequena alteração na função objetivo do algoritmo ACS deve ser realizada, dada pela Equação (4.2), conforme indicado a seguir:

$$\text{Min} \left\{ S_i^k = \left( \sum_{j=1}^{nt} C_{inv_j} M_{ij}^k + C_{perdas_i^k} \right) \right\} \quad (4.3)$$

onde  $C_{perdas_i^k}$  representa o custo das perdas ôhmicas existentes no ano  $i$  da seqüência  $k$ , obtida através da seguinte equação:

$$C_{perdas} = w \times \sum P_{ij} \quad (4.4)$$

onde  $P_{ij}$  representa as perdas ôhmicas entre as barras  $i$  e  $j$  e  $w$  é um coeficiente de perdas, calculado por:

$$w = 8736 \times C_{kwh} \times FP \quad (4.5)$$

onde: 8736 representa o número total de horas em um ano;  $C_{kwh}$  corresponde a uma tarifa de compra de energia para as perdas ôhmicas do sistema, dado em R\$/kWh; e  $FP$  é o fator de perdas.

A utilização do coeficiente  $w$  visa transformar o custo incremental de perdas em custos anuais. Desta forma, as parcelas de custo referentes ao investimento e às perdas ôhmicas são todas obtidas em uma base anual. Portanto, a função objetivo dada pela Equação (4.3) fica formulada de maneira consistente.

Como as perdas ôhmicas são calculadas para a carga pico, então é necessário que o coeficiente  $w$  inclua um fator de perdas  $FP$ , o qual deve representar o quociente entre as perdas ôhmicas médias do sistema ao longo de um ano e as perdas encontradas para a carga pico. Contudo, este fator foi representado de forma aproximada pelo fator de carga da curva horária para cada um dos sistemas estudados. Na verdade, sabe-se que as perdas ôhmicas são proporcionais ao quadrado da corrente, e não à carga do sistema.

No modelo DC, as perdas de potência ativa nas linhas de transmissão são obtidas de forma aproximada pelo produto das condutâncias das linhas e os quadrados das diferenças angulares entre duas barras interconectadas por essas linhas. Com o intuito de aproximar as perdas calculadas no modelo DC

daquelas que seriam obtidas no modelo AC, a condutância de cada circuito é aproximada por:

$$g_{ij} \cong \frac{r_{ij}}{x_{ij}^2} \quad (4.6)$$

onde  $r_{ij}$ ,  $x_{ij}$  e  $g_{ij}$  são a resistência, a reatância e a condutância do circuito que interliga as barras  $i$  e  $j$ , respectivamente.

Pode ser observado que tal aproximação implica no aumento do valor da condutância, o que compensa a parcela das perdas devido ao fluxo de potência reativa. Vale salientar que os resultados dessa aproximação serão tão melhores quanto menor for a relação  $\frac{r}{x}$ . Desta forma, as perdas podem ser obtidas pela seguinte expressão:

$$P_{ij} \cong g_{ij} \times (\theta_{ij})^2 \cong r_{ij} \times \left( \frac{\theta_{ij}}{x_{ij}} \right)^2 \quad (4.7)$$

onde  $\theta_{ij}$  é a diferença angular entre as barras  $i$  e  $j$ .

Esta maneira aproximada e de baixo custo computacional de se incluir o efeito das perdas de transmissão no fluxo DC foi baseada na metodologia apresentada em [M83].

Para incluir o efeito das perdas no problema de fluxo DC, foram adotados alguns procedimentos que visam à obtenção de resultados satisfatórios, sem, contudo aumentar o esforço computacional. Portanto, a idéia básica é evitar que o algoritmo de otimização seja executado mais que uma vez para cada alternativa de expansão analisada.

Tendo em mente que a inclusão do efeito das perdas implica em um aumento dos fluxos nos circuitos, é adequado determinar-se o despacho ótimo

considerando uma folga nos circuitos de transmissão, a qual deve ser suficiente para acomodar a parcela de fluxo devido às perdas. Para tal, a capacidade máxima de todos os circuitos foi reduzida para 95%. É então, obtido o despacho ótimo considerando esta redução na capacidade dos circuitos, sendo as perdas calculadas em seguida. Se este despacho ótimo não apresenta corte de carga, uma análise de fluxo DC sem otimização é realizada incluindo o efeito das perdas como cargas distribuídas por todo o sistema. Desta forma, é possível verificar se os novos fluxos excedem ou não as capacidades máximas. Se algum fluxo exceder a capacidade máxima do respectivo circuito, tal circuito tem sua capacidade reduzida de 95% para 94%. Então, um novo despacho é realizado e as perdas são recalculadas para este novo ponto de operação. Caso esta redução ainda não seja suficiente, esta solução é descartada e uma nova busca é iniciada pelo algoritmo ACS.

A única diferença existente entre o Modelo A e B é a inclusão de uma tarifa de compra de energia relacionada com as perdas do sistema. Assim, a função objetivo definida pela Equação (4.1) deve minimizar o custo de investimento de reforços e o custo relacionado a perdas ôhmicas do sistema quando o Modelo B é considerado. Portanto, toda a metodologia desenvolvida para a obtenção das seqüências do Modelo A continua sendo válida para o Modelo B.

### **4.3 RESULTADOS DO PLANEJAMENTO DINÂMICO DO SISTEMA TESTE**

Nesta seção serão apresentados os resultados encontrados para o planejamento dinâmico de expansão da transmissão do Sistema Teste a partir da utilização dos modelos descritos na seção anterior.

Para a expansão do Sistema Teste foi adotado um horizonte de estudo de 8 anos, durante o qual, a capacidade de geração e a carga aumentam 25% em relação ao ano de referência (65,0 MW e 52,5 MW, respectivamente) por ano. Portanto, a capacidade de geração e a carga serão de 780 MW e 630 MW, respectivamente, no final do período de análise, i.e. no 8º ano. As previsões da capacidade de geração e da carga estão apresentadas na tabela a seguir:

## 4.1: Previsão da Capacidade de Geração e da Carga do Sistema Teste.

Geração/Carga Prevista (MW)										
Barra		Ano								
		0	1	2	3	4	5	6	7	8
1	Geração	120,0	150,0	180,0	210,0	240,0	270,0	300,0	330,0	360,0
2	Geração	70,0	87,5	105,0	122,5	140,0	157,5	175,0	192,5	210,0
3	Geração	70,0	87,5	105,0	122,5	140,0	157,5	175,0	192,5	210,0
4	Carga	70,0	87,5	105,0	122,5	140,0	157,5	175,0	192,5	210,0
5	Carga	70,0	87,5	105,0	122,5	140,0	157,5	175,0	192,5	210,0
6	Carga	70,0	87,5	105,0	122,5	140,0	157,5	175,0	192,5	210,0
Total	Geração	<b>260,0</b>	<b>325,0</b>	<b>390,0</b>	<b>455,0</b>	<b>520,0</b>	<b>585,0</b>	<b>650,0</b>	<b>715,0</b>	<b>780,0</b>
	Carga	<b>210,0</b>	<b>262,5</b>	<b>315,0</b>	<b>367,5</b>	<b>420,0</b>	<b>472,5</b>	<b>525,0</b>	<b>577,5</b>	<b>630,0</b>

Para a avaliação de cada estágio (ano) do planejamento dinâmico, foi utilizado um algoritmo ACS para encontrar as melhores soluções. Para as buscas deste algoritmo, foram adotados, como parâmetros, os mesmos valores definidos no Capítulo 3 para o planejamento estático.

O critério de parada considerado para o ACS interromper sua busca foi atingir o máximo de 50 expedições ou a repetição da melhor solução por 25 expedições consecutivas. Para cada expedição foi considerado um grupo de 15 formigas para a realização das buscas. No entanto, estes valores foram utilizados somente para a otimização do ano mais importante, pois para este ano, também é desejável que sejam encontradas boas soluções próximas da ótima, já que elas serão utilizadas para a construção das  $n_k$  seqüências. Para os demais anos, o critério utilizado foi atingir o máximo de 25 expedições ou a repetição da melhor solução por 12 expedições. Como nestes anos deve existir uma coordenação dos reforços adicionados, o espaço de busca torna-se mais reduzido, não havendo necessidade de utilizar o mesmo número de expedições do ano de maior importância.

Tendo em vista valorar cada seqüência de expansão de forma consistente, os custos envolvidos na função objetivo de cada modelo são dados pelos valores

presentes dos custos anuais encontrados ao longo do horizonte de planejamento. Para tal, foi utilizada uma taxa de desconto  $tx = 10\%$  ao ano.

Na Tabela (4.2), estão apresentados os estudos considerados para o Sistema Teste com suas respectivas ordens de priorização dos anos. Como exemplo, no Caso 1 o ano 8 é priorizado (ano horizonte), o que resulta em seqüências geradas a partir das soluções obtidas para esse ano. Já no Caso 3, as seqüências são geradas a partir do ano 6. Para o ano priorizado, foram obtidas as cinco melhores soluções. Já para os demais, apenas a melhor solução foi selecionada. Como todas as seqüências encontradas possuem a mesma cronologia de investimentos para os estágios inferiores ao 4º ano e, além disso, alguns estágios não precisam de investimentos, então não foram realizados estudos priorizando estes anos.

Tabela 4.2: Estudos de Casos – Sistema Teste.

Caso	Priorização (Anos)
1	8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 e 0
2	7, 8, 6, 5, 4, 3, 2, 1 e 0
3	6, 8, 7, 5, 4, 3, 2, 1 e 0
4	5, 8, 7, 6, 4, 3, 2, 1 e 0
5	4, 8, 7, 6, 5, 3, 2, 1 e 0

#### 4.3.1 Modelo A – Resultados para o Sistema Teste

Considerando o Modelo A de otimização, são apresentadas na Tabela (4.3), as cinco seqüências encontradas para cada ordem de priorização definida na Tabela (4.2). Estas seqüências são classificadas de A a E de acordo com o custo total obtido no ano de maior importância. Portanto, não necessariamente, uma seqüência de menor custo para o ano priorizado apresenta também um menor valor presente. A melhor seqüência de cada caso está em destaque.



Tabela 4.3: Seqüências Obtidas pelo Modelo A – Sistema Teste.

Seqüência	Ano Priorizado	Valor Presente de Investimento (10 <sup>6</sup> R\$)
A <sub>1</sub>	8	172,39
B <sub>1</sub>	8	174,72
C <sub>1</sub>	8	174,89
D <sub>1</sub>	8	181,72
E <sub>1</sub>	8	183,35
A <sub>2</sub>	7	174,89
B <sub>2</sub>	7	183,35
C <sub>2</sub>	7	183,35
D <sub>2</sub>	7	176,35
E <sub>2</sub>	7	185,15
A <sub>3</sub>	6	175,12
B <sub>3</sub>	6	175,12
C <sub>3</sub>	6	172,39
D <sub>3</sub>	6	174,72
E <sub>3</sub>	6	185,47
A <sub>4</sub>	5	172,39
B <sub>4</sub>	5	172,39
C <sub>4</sub>	5	186,69
D <sub>4</sub>	5	174,00
E <sub>4</sub>	5	173,52
A <sub>5</sub>	4	172,39
B <sub>5</sub>	4	185,65
C <sub>5</sub>	4	173,63
D <sub>5</sub>	4	175,79
E <sub>5</sub>	4	173,63

Nota-se pela Tabela (4.3) que para algumas ordens de priorização (7, 6, 5 e 4) existem duas seqüências de mesmo custo em valor presente de investimentos. Isto acontece devido o Sistema Teste possuir custos unitários de investimento iguais para diferentes circuitos, como pode ser visto pela Tabela (3.4). Assim é possível encontrar diferentes seqüências, mas com o mesmo valor presente de investimentos. Dentre todas as seqüências encontradas, pode ser observado que a vencedora possui um custo total de

R\$ 172,39 milhões. No entanto, três seqüências resultam neste valor final, as quais são mostradas nas Tabelas (4.4) a (4.6):

Tabela 4.4: Plano de Expansão para o Sistema Teste (Seqüência A<sub>1</sub>) – Modelo A.

Ano	Circuitos Adicionados						Investimento Anual (10 <sup>6</sup> R\$)
	1 – 4	1 – 5	2 – 4	2 – 5	3 – 5	3 – 6	
8	0	0	0	1	1	0	40,0
7	0	0	1	0	1	0	60,0
6	0	1	0	0	0	1	60,0
5	1	1	0	0	0	0	45,0
4	0	0	0	0	0	1	40,0
3	1	1	0	0	0	0	45,0
2	0	0	0	0	0	0	0,00
1	0	0	0	0	0	0	0,00
0	0	0	0	0	0	0	0,00
<b>Valor Presente Total (10<sup>6</sup> R\$)</b>							<b>172,39</b>

Tabela 4.5: Plano de Expansão para o Sistema Teste (Seqüências C<sub>3</sub>, A<sub>4</sub> e A<sub>5</sub>) – Modelo A.

Ano	Circuitos Adicionados						Investimento Anual (10 <sup>6</sup> R\$)
	1 – 4	1 – 5	2 – 4	2 – 5	3 – 5	3 – 6	
8	0	0	0	0	2	0	40,0
7	0	0	1	1	0	0	60,0
6	0	1	0	0	0	1	60,0
5	1	1	0	0	0	0	45,0
4	0	0	0	0	0	1	40,0
3	1	1	0	0	0	0	45,0
2	0	0	0	0	0	0	0,00
1	0	0	0	0	0	0	0,00
0	0	0	0	0	0	0	0,00
<b>Valor Presente Total (10<sup>6</sup> R\$)</b>							<b>172,39</b>

Tabela 4.6: Plano de Expansão para o Sistema Teste (Seqüência B<sub>4</sub>) – Modelo A.

Ano	Circuitos Adicionados						Investimento Anual (10 <sup>6</sup> R\$)
	1 – 4	1 – 5	2 – 4	2 – 5	3 – 5	3 – 6	
8	0	0	0	0	2	0	40,0
7	0	1	1	0	0	0	60,0
6	0	1	0	0	0	1	60,0
5	1	0	0	1	0	0	45,0
4	0	0	0	0	0	1	40,0
3	1	1	0	0	0	0	45,0
2	0	0	0	0	0	0	0,00
1	0	0	0	0	0	0	0,00
0	0	0	0	0	0	0	0,00
<b>Valor Presente Total (10<sup>6</sup> R\$)</b>							<b>172,39</b>

Ao analisar estas tabelas, verifica-se que até o quarto ano, os planos de expansão destas três seqüências são idênticos. A partir do quinto ano, os planos se tornam diferentes para cada estágio, mas com o mesmo investimento anual, o que proporcionou a obtenção do mesmo valor presente total. Ao final do planejamento, observa-se que os mesmos circuitos são adicionados ao sistema para as três seqüências consideradas.

Através da referência [LSRMSR06], comprova-se que o melhor plano de expansão para o planejamento dinâmico deste sistema possui um investimento total de R\$ 172,39 milhões, o qual foi encontrado a partir da aplicação da metaheurística ES. Cabe ressaltar que, o plano apresentado nesta referência se refere à seqüência mostrada na Tabela (4.5).

#### 4.3.2 Modelo B – Resultados para o Sistema Teste

O objetivo do Modelo B de otimização é minimizar o custo total definido pelos investimentos dos circuitos adicionados e os custos relacionados às perdas ôhmicas existentes no sistema. Assim, em relação ao cálculo do custo das perdas, foi adotada uma tarifa de compra de energia de 0,10 R\$/kWh e um

fator de perdas de 0,6144, o qual corresponde ao fator de carga da curva horária do Sistema IEEE-RTS (*IEEE Reliability Test System*) [APM79].

Na Tabela (4.7) são mostradas as cinco seqüências encontradas, em termos do valor presente de investimento, perdas e total, para cada ordem de priorização definida na Tabela (4.2). Para cada caso, a melhor seqüência é mostrada em destaque.

Tabela 4.7: Seqüências Obtidas pelo Modelo B – Sistema Teste.

Seqüência	Ano Priorizado	Valor Presente (10 <sup>6</sup> R\$)		
		Investimento	Perdas	Total
A <sub>1</sub>	8	202,00	27,61	229,61
B <sub>1</sub>	8	202,43	27,53	229,96
C <sub>1</sub>	8	204,76	27,47	232,23
D <sub>1</sub>	8	204,53	27,50	232,03
E <sub>1</sub>	8	204,53	27,52	232,05
A <sub>2</sub>	7	204,53	27,50	232,03
B <sub>2</sub>	7	202,43	27,53	229,96
C <sub>2</sub>	7	201,07	27,72	228,79
D <sub>2</sub>	7	204,17	27,55	231,72
E <sub>2</sub>	7	214,76	27,62	242,38
A <sub>3</sub>	6	201,47	27,67	229,14
B <sub>3</sub>	6	201,47	27,71	229,18
C <sub>3</sub>	6	202,00	27,60	229,60
D <sub>3</sub>	6	203,43	27,54	230,97
E <sub>3</sub>	6	204,83	27,54	232,37
A <sub>4</sub>	5	202,10	27,61	229,71
B <sub>4</sub>	5	202,00	27,60	229,60
C <sub>4</sub>	5	202,00	27,61	229,61
D <sub>4</sub>	5	202,38	27,60	229,98
E <sub>4</sub>	5	202,29	27,57	229,86
A <sub>5</sub>	4	202,00	27,60	229,60
B <sub>5</sub>	4	202,66	27,42	230,08
C <sub>5</sub>	4	203,25	27,47	230,72
D <sub>5</sub>	4	204,80	27,31	232,11
E <sub>5</sub>	4	203,25	27,53	230,78

Nota-se pela Tabela (4.7), que o custo relacionado com as perdas do sistema é praticamente o mesmo, independente dos investimentos realizados em cada seqüência. Portanto, para este sistema, as perdas não influenciam para a escolha dos melhores planos de expansão. Assim, observa-se que a seqüência vencedora possui um custo total de R\$ 228,79 milhões, sendo também aquela de menor custo de investimento. A tabela a seguir apresenta esta seqüência:

Tabela 4.8: Melhor Plano de Expansão para o Sistema Teste – Modelo B.

Ano	Adição de Circuitos							Custo Anual (10 <sup>6</sup> R\$)		
	1 – 4	1 – 5	2 – 4	2 – 6	3 – 5	3 – 6	4 – 5	Investimento	Perdas	Total
8	0	0	0	1	1	0	1	60,00	7,39	67,39
7	0	0	1	0	1	0	0	60,00	6,67	66,67
6	1	0	0	0	0	1	0	65,00	6,14	71,14
5	1	1	0	0	0	0	0	45,00	5,57	50,57
4	0	0	0	0	0	1	0	40,00	4,83	44,83
3	1	1	0	0	0	0	0	45,00	4,31	49,31
2	0	1	0	0	0	0	0	20,00	3,37	23,37
1	0	0	0	0	0	0	0	0,000	2,67	2,67
0	0	0	0	0	0	0	0	0,000	2,17	2,17
<b>Valor Presente Total (10<sup>6</sup> R\$)</b>								<b>201,07</b>	<b>27,72</b>	<b>228,79</b>

Observa-se pela tabela anterior que, o melhor plano de expansão encontrado pelo Modelo B necessita de um número maior de reforços do que as seqüências obtidas pelo Modelo A. Isto é explicado pelo simples fato de haver a necessidade do plano de expansão suprir as perdas existentes no sistema. Assim, nota-se que houve um acréscimo de quase R\$ 30 milhões em relação ao custo de investimento do Modelo A. Além disso, há a necessidade de que o sistema seja reforçado logo no segundo ano do planejamento, enquanto pelo modelo anterior, havia adição de reforços somente a partir do terceiro ano.

Este mesmo modelo para a representação das perdas ôhmicas também foi usado em [LMRSSR06]. Os resultados encontrados neste trabalho pelas metaheurísticas ES e TS comprovam que o plano de expansão mostrado na Tabela (4.8) é de fato o ótimo global para o planejamento do sistema.

#### 4.4 RESULTADOS DO PLANEJAMENTO DINÂMICO DO SISTEMA CEMIG

Nesta seção serão apresentados os resultados encontrados para o problema PET dinâmico do Sistema CEMIG, a partir da utilização dos modelos A e B. Para este sistema, foi adotado um horizonte de estudo de 10 anos. Cabe ressaltar que as soluções foram construídas para cada 2 anos do período de planejamento, o que resulta em 6 estágios de subproblemas estáticos. Neste período, a capacidade de geração e a carga do sistema crescem a uma taxa média de 5% ao ano. As previsões da capacidade de geração e da carga estão apresentadas na tabela a seguir:

Tabela 4.9: Previsão da Capacidade de Geração e da Carga do Sistema CEMIG.

Geração/Carga Prevista (MW)							
Barra		Ano					
		0	2	4	6	8	10
1	Geração*	9999,00	9999,00	9999,00	9999,00	9999,00	9999,00
2	Carga	36,28	40,00	44,10	48,62	53,60	59,10
3	Carga	208,62	230,00	253,58	279,57	308,22	339,81
6	Carga	45,35	50,00	55,13	60,78	67,00	73,87
8	Geração	226,76	250,00	275,63	303,88	335,02	369,36
9	Carga	140,59	155,00	170,89	188,40	207,71	229,01
10	Carga	126,98	140,00	154,35	170,17	187,61	206,84
11	Carga	222,22	245,00	270,11	297,80	328,32	361,98
Total	Geração	<b>10225,76</b>	<b>10249,00</b>	<b>10274,63</b>	<b>10302,88</b>	<b>10334,02</b>	<b>10368,36</b>
	Carga	<b>780,05</b>	<b>860,0</b>	<b>948,15</b>	<b>1045,34</b>	<b>1152,48</b>	<b>1270,61</b>

\* Deve ser lembrado que esta geração é representada por uma interconexão, cuja capacidade foi atribuída como ilimitada, sendo definido um valor de 9999,00 MW. Ademais, o despacho da geração prioriza a geração local, já que ela possui um menor custo de operação (25,00 R\$/MW) do que a interconexão (40,00 R\$/MW).

Da mesma forma que no Sistema Teste, a avaliação de cada estágio do planejamento dinâmico foi realizada através de um algoritmo ACS, o qual apresenta os mesmos parâmetros definidos no Capítulo 3 para o

planejamento estático. Também foram utilizados os mesmos critérios de parada para o processo de otimização, ou seja, para o ano mais importante do horizonte, a busca do algoritmo é interrompida ao atingir o máximo de 50 expedições ou se não for encontrada uma melhor solução dentre 25 expedições consecutivas. Para os demais anos, estes valores são alterados para 25 e 12, respectivamente. Para cada expedição foi utilizado um grupo de 15 formigas. Com o intuito de valorar cada seqüência de expansão de forma consistente, foi usada uma taxa de desconto  $tx = 10\%$  ao ano.

A Tabela (4.10) mostra as ordens de priorização consideradas para o estudo de planejamento do Sistema CEMIG. Para o ano priorizado, foram obtidas as cinco melhores soluções. Já para os demais, apenas a melhor solução foi selecionada. Pode-se perceber que foram realizados estudos priorizando todos os estágios envolvidos, uma vez que, para este sistema, foi verificada a necessidade de adições de circuitos inclusive para o ano de referência.

Tabela 4.10: Estudos de Casos – Sistema CEMIG.

Caso	Priorização (Anos)
1	10, 8, 6, 4, 2 e 0
2	8, 10, 6, 4, 2 e 0
3	6, 10, 8, 4, 2 e 0
4	4, 10, 8, 6, 2 e 0
5	2, 10, 8, 6, 4 e 0
6	0, 10, 8, 6, 4 e 2

#### 4.4.1 Modelo A – Resultados para o Sistema CEMIG

Na tabela a seguir, são mostradas as cinco seqüências encontradas pelo Modelo A, em termos de seus valores presentes de investimentos, utilizando cada uma das ordens de priorização apresentadas na Tabela (4.10). Em destaque é mostrada a melhor seqüência de cada caso.

Tabela 4.11: Seqüências Obtidas pelo Modelo A – Sistema CEMIG.

Seqüência	Ano Priorizado	Valor Presente de Investimento (10 <sup>6</sup> R\$)
A <sub>1</sub>	10	12,49
B <sub>1</sub>	10	12,73
C <sub>1</sub>	10	13,85
D <sub>1</sub>	10	13,48
E <sub>1</sub>	10	13,70
A <sub>2</sub>	8	12,49
B <sub>2</sub>	8	13,68
C <sub>2</sub>	8	14,23
D <sub>2</sub>	8	13,40
E <sub>2</sub>	8	15,00
A <sub>3</sub>	6	12,49
B <sub>3</sub>	6	13,90
C <sub>3</sub>	6	13,43
D <sub>3</sub>	6	14,19
E <sub>3</sub>	6	13,93
A <sub>4</sub>	4	12,49
B <sub>4</sub>	4	13,37
C <sub>4</sub>	4	12,80
D <sub>4</sub>	4	14,34
E <sub>4</sub>	4	13,92
A <sub>5</sub>	2	13,71
B <sub>5</sub>	2	12,49
C <sub>5</sub>	2	13,72
D <sub>5</sub>	2	16,78
E <sub>5</sub>	2	12,51
A <sub>6</sub>	0	12,51
B <sub>6</sub>	0	14,16
C <sub>6</sub>	0	16,22
D <sub>6</sub>	0	12,49
E <sub>6</sub>	0	15,07

Como pode ser visto na tabela anterior, a melhor seqüência de investimentos possui um custo total em valor presente de R\$ 12,49 milhões, tendo sido



encontrada em todos os casos de priorização considerados. A tabela a seguir mostra a cronologia de investimentos desta seqüência.

Tabela 4.12: Melhor Plano de Expansão para o Sistema CEMIG – Modelo A.

Ano	Circuitos Adicionados			Investimento Anual (10 <sup>6</sup> R\$)
	3 – 10	3 – 12	10 – 12	
10	0	0	1	5,70
8	0	0	0	0,00
6	0	1	0	2,55
4	0	0	0	0,00
2	0	0	0	0,00
0	1	1	0	8,86
<b>Valor Presente Total (10<sup>6</sup> R\$)</b>				<b>12,49</b>

Como já foi comentado, este sistema de subtransmissão necessita de reforços logo no ano de referência. Devido o crescimento da carga e a capacidade de geração não serem tão elevados quanto no Sistema Teste, este investimento é suficiente até o sexto ano do horizonte de planejamento.

Em [LMRSSR06], este mesmo sistema também foi analisado a partir dos Modelos A e B apresentados. Em relação ao resultado encontrado para o Modelo A, as metaheurísticas ES e TS também indicaram o plano de expansão mostrado na Tabela (4.12) como a melhor cronologia de investimentos para o Sistema CEMIG.

#### 4.4.2 Modelo B – Resultados para o Sistema CEMIG

Para este modelo, o custo relacionado às perdas ôhmicas existentes no sistema é incluído na função objetivo. Portanto, é necessário que sejam definidos os valores para a tarifa de compra de energia e o fator de perdas, os quais correspondem, respectivamente, a 0,10 R\$/kWh e 0,5.

Na Tabela (4.13) são mostradas as cinco seqüências encontradas para cada ordem de priorização definida na Tabela (4.10). Para cada seqüência são

apresentados os valores presentes de investimento, perdas e os seus custos totais. Novamente, a melhor seqüência de cada caso está em destaque.

Tabela 4.13: Seqüências Obtidas pelo Modelo B – Sistema CEMIG.

Seqüência	Ano Priorizado	Valor Presente (10 <sup>6</sup> R\$)		
		Investimento	Perdas	Total
A <sub>1</sub>	10	13,24	33,84	47,08
B <sub>1</sub>	10	13,88	33,80	47,68
C <sub>1</sub>	10	14,15	34,31	48,46
D <sub>1</sub>	10	13,68	33,76	47,44
E <sub>1</sub>	10	13,92	33,70	47,62
A <sub>2</sub>	8	13,68	33,76	47,44
B <sub>2</sub>	8	14,45	33,69	48,14
C <sub>2</sub>	8	13,94	33,87	47,81
D <sub>2</sub>	8	15,42	33,59	49,01
E <sub>2</sub>	8	13,24	33,84	47,08
A <sub>3</sub>	6	13,24	33,84	47,08
B <sub>3</sub>	6	14,17	33,73	47,90
C <sub>3</sub>	6	13,93	33,53	47,46
D <sub>3</sub>	6	15,34	33,48	48,82
E <sub>3</sub>	6	13,61	33,98	47,59
A <sub>4</sub>	4	13,24	33,84	47,08
B <sub>4</sub>	4	14,37	33,68	48,05
C <sub>4</sub>	4	13,54	33,30	46,84
D <sub>4</sub>	4	14,95	33,76	48,71
E <sub>4</sub>	4	14,67	33,15	47,82
A <sub>5</sub>	2	13,24	33,84	47,08
B <sub>5</sub>	2	16,09	32,28	48,37
C <sub>5</sub>	2	14,60	33,64	48,24
D <sub>5</sub>	2	13,91	32,77	46,68
E <sub>5</sub>	2	15,49	33,45	48,94
A <sub>6</sub>	0	15,06	31,46	46,52
B <sub>6</sub>	0	16,97	31,75	48,72
C <sub>6</sub>	0	13,24	33,84	47,08
D <sub>6</sub>	0	18,62	31,52	50,14
E <sub>6</sub>	0	16,09	32,28	48,37

Ao contrário do ocorrido para o Sistema Teste, a seqüência de menor custo total não foi a de menor custo de investimento. Para o Sistema CEMIG, que apresenta um alto percentual do custo de perdas em relação ao custo total (aproximadamente 70%), a antecipação de investimentos produz significativas reduções do custo de perdas, tornando-se bastante atrativa. Por isto, melhores seqüências foram obtidas quando os primeiros estágios receberam uma maior importância. Estes resultados comprovam a importância da inclusão do custo de perdas na metodologia utilizada para a obtenção da expansão ótima de sistemas elétricos. A tabela a seguir mostra a melhor seqüência encontrada, cujo custo total em valor presente é de R\$ 46,52 milhões.

Tabela 4.14: Melhor Plano de Expansão para o Sistema CEMIG – Modelo B.

Ano	Circuitos Adicionados			Custo Anual (10 <sup>6</sup> R\$)		
	3 – 10	3 – 12	10 – 12	Investimento	Perdas	Total
10	0	0	1	5,70	13,33	19,03
8	0	0	0	0,00	11,29	11,29
6	0	0	0	0,00	9,29	9,29
4	0	0	0	0,00	7,64	7,64
2	1	0	0	6,31	6,29	12,60
0	0	3	0	7,65	5,40	13,05
<b>Valor Presente Total (10<sup>6</sup> R\$)</b>				<b>15,06</b>	<b>31,46</b>	<b>46,52</b>

Novamente em [LMRSSR06], quando o custo das perdas ôhmicas foi incluído, as metaheurísticas ES e TS encontraram o mesmo plano de expansão apresentado na tabela anterior. Isto comprova que a metodologia apresentada nesta Dissertação, fundamentada na metaheurística ACO, também possui um grande potencial para a resolução de problemas PET.

#### 4.5 CONCLUSÕES

Ao final deste capítulo pode-se concluir que a representação utilizada para o problema PET dinâmico, a qual divide o horizonte de planejamento em vários subproblemas estáticos, fornece uma ótima estratégia para a redução da complexidade do problema. Esta estruturação possibilitou que a metodologia

desenvolvida, baseada na metaheurística ACO, pudesse ser aplicada na avaliação de cada estágio ao longo do horizonte de planejamento. Mais uma vez, o algoritmo ACS demonstrou possuir uma grande robustez, já que não houve a necessidade de serem realizados novos ajustes de parâmetros, mesmo com a avaliação de diferentes condições de ambos os sistemas durante o horizonte definido.

Para a construção do plano de expansão dinâmico, foram escolhidas várias ordens de prioridade para as avaliações dos subproblemas estáticos. Para cada caso, cinco planos de expansão foram encontrados, os quais são obtidos a partir das soluções encontradas para o ano de maior importância. Esta estratégia foi utilizada tanto no Modelo A, cuja função objetivo minimiza o custo de investimentos em valor presente, quanto no Modelo B, onde o objetivo é minimizar os custos, em valor presente, dos investimentos e aqueles relacionados às perdas ôhmicas do sistema.

Através dos estudos apresentados para os sistemas Teste e CEMIG, pôde-se verificar que a inclusão da consideração das perdas ôhmicas proporcionou maiores adições de reforços aos sistemas, uma vez que esta parcela de potência foi distribuída entre as barras de carga. Portanto, conclui-se que o Modelo B é o mais indicado para representar o problema PET. Vale ressaltar que, apesar da formulação matemática utilizada resultar em um valor aproximado para o cálculo das perdas ôhmicas do sistema, a mesma é essencial para que os melhores planos de expansão encontrados sejam aqueles mais próximos dos planos finais a serem implantados.

Portanto, dentre as melhores seqüências encontradas pelo Modelo B, não é possível, através da metodologia apresentada, identificar qual delas é a mais indicada para o planejamento dinâmico. Ademais, este estudo não tem o objetivo de definir o plano de expansão mais recomendado, e sim sugerir, ao planejador, um conjunto daquelas melhores seqüências que, posteriormente, deverão ser analisadas de forma mais criteriosa por algoritmos de auxílio ao planejamento. Neste caso, poderão ser utilizados programas de fluxo de potência AC, curto-circuito, estabilidade transitória e estudos sobre o valor da confiabilidade.

# CAPÍTULO 5

## CONCLUSÕES

O presente trabalho apresentou uma metodologia, baseada na metaheurística Colônia de Formigas (ACO – *Ant Colony Optimization*), destinada à resolução do problema de planejamento determinístico de expansão da transmissão com abordagens estática e dinâmica. A partir de uma avaliação de vários algoritmos, indicados para a resolução de alguns problemas combinatórios como o Caixeiro Viajante, foi desenvolvido um algoritmo ACS (*Ant Colony System*) adequado às particularidades existentes do problema proposto. A aplicação da metodologia foi ilustrada por meio da análise do plano de expansão da transmissão de um sistema teste e de um sistema de subtransmissão da CEMIG.

Na abordagem estática, pôde-se observar que, em ambos os sistemas, a metaheurística ACO teve uma grande capacidade para encontrar a melhor solução. Além disso, o algoritmo desenvolvido demonstrou uma robustez em relação aos ajustes dos parâmetros definidos para o estudo do Sistema Teste, uma vez que os mesmos não necessitaram de novos reajustes na avaliação do Sistema CEMIG. Neste estudo, foi considerada somente a minimização dos custos de investimento para a obtenção dos planos de expansão.

No estudo do planejamento dinâmico, foi utilizada uma estratégia com a finalidade de representar o problema através de vários subproblemas estáticos. Deste modo, foi possível reduzir o nível combinatório presente neste tipo de problema, além de permitir a aplicação da metodologia desenvolvida para o planejamento estático na construção das soluções de cada subproblema. Os resultados apresentados para a cronologia de investimentos foram obtidos a partir da utilização de dois diferentes modelos de otimização. No Modelo A, o objetivo foi somente minimizar o valor presente do custo total dos investimentos

anuais. Por sua vez, no Modelo B, também foram incluídos na função objetivo a minimização dos custos relacionados às perdas ôhmicas do sistema.

A seguir são apresentadas as principais conclusões e contribuições deste trabalho:

- Um dos principais aspectos para a adequação da metaheurística ACO a qualquer problema consiste na definição da função heurística, a qual é a principal responsável pela orientação das buscas do algoritmo antes do mesmo adquirir seu aprendizado. A partir do estudo de três diferentes heurísticas, pôde-se concluir que o melhor resultado, para o problema PET (Planejamento da Expansão da Transmissão), é encontrado ao se considerar os custos de investimentos dos circuitos e as informações das aberturas angulares e diferenças dos custos marginais entre as barras do sistema. Esta função heurística proporcionou ao algoritmo ACS um ótimo desempenho computacional e uma grande capacidade para encontrar a melhor solução.
- Em relação aos resultados apresentados para o planejamento estático, pôde-se concluir que os planos encontrados para o Sistema Teste e o Sistema CEMIG representam os planos ótimos para estes sistemas, já que os mesmos também foram encontrados em outros estudos.
- Para o estudo do planejamento dinâmico, o algoritmo ACS, novamente, demonstrou possuir uma grande robustez, já que não houve a necessidade de serem realizados novos ajustes de parâmetros, mesmo com a avaliação de diferentes condições de ambos os sistemas durante o horizonte definido. Do mesmo modo que no planejamento estático, as cronologias de investimentos encontradas também são consideradas como o plano ótimo de expansão para ambos os sistemas, uma vez que as mesmas também foram obtidas a partir da utilização de outras metaheurísticas, apresentadas em outros estudos.

- Ainda em relação ao planejamento dinâmico, pôde-se concluir que o Modelo B é o mais indicado para representar o problema PET. A inclusão das perdas ôhmicas ao modelo de fluxo DC, torna a representação da rede mais próxima da realidade, proporcionando maiores adições de reforços aos sistemas. Então, os melhores planos de expansão encontrados através do Modelo B, serão aqueles mais próximos dos planos finais a serem implantados.
- Mediante os resultados alcançados conclui-se que a metaheurística ACO consiste numa ferramenta de otimização de bastante utilidade para a realização de análises preliminares, destinadas a reduzir o número de alternativas de expansão a serem avaliadas pelo planejador.
- Como principal contribuição desta Dissertação, é apresentada pela primeira vez, a aplicação da metaheurística ACO para o planejamento estático e dinâmico de expansão da transmissão.

Com base nos estudos que foram realizados nesta Dissertação é possível apontar as seguintes sugestões para trabalhos futuros:

- Desenvolver um novo mecanismo para a construção de soluções do algoritmo ACS de forma a incluir a possibilidade de retirada de circuitos adicionados ao sistema. Neste caso, soluções infactíveis poderão ser consideradas durante o processo de busca, favorecendo uma maior exploração do espaço e evitando que o algoritmo fique preso a soluções de ótimos locais;
- Elaborar um mecanismo de ajuste automático dos parâmetros mais importantes da metodologia desenvolvida de forma a garantir bons resultados na avaliação de diferentes sistemas.
- Comparar os resultados encontrados pela metaheurística ACO com outras ferramentas de otimização, apontando aquelas mais indicadas para a resolução do problema de planejamento da transmissão;

- Combinar os conceitos da metodologia desenvolvida com outras metaheurísticas, com o objetivo de aumentar a potencialidade para aplicações em sistemas de maiores dimensões;
- Realizar avaliações dos melhores planos de expansão encontrados incluindo o valor da confiabilidade, através de custos de interrupção de carga (LOLC – *Loss of Load Cost*). Deste modo, a função objetivo deverá minimizar os custos relacionados ao investimento, perdas e corte de carga;
- Desenvolver uma metodologia capaz de avaliar as soluções encontradas pela metaheurística ACO utilizando o critério determinístico N-1. Neste caso deverão ser obtidas soluções mais robustas com condições de suportar a ausência individual de qualquer equipamento do sistema;
- Acrescentar uma avaliação específica em relação ao último ano do horizonte de planejamento, para que não seja necessário um alto investimento quando um novo planejamento for realizado para um horizonte posterior a este ano;
- Realizar análises de fluxo de potência não-linear (fluxo AC) para que os melhores planos encontrados sejam avaliados de forma mais completa observando as condições dos níveis de tensão e o comportamento dos fluxos reativos.
- Desenvolver uma nova metodologia que considere a presença de incertezas externas, como indefinições de taxas de interesse e projeções de mercado (demanda e energia), no estudo de planejamento do sistema. O objetivo é obter planos mais flexíveis ou robustos, capazes de suportar os diferentes cenários futuros produzindo uma melhor estratégia de expansão para o sistema.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [AMC03] N. Alguacil, A.L. Motto, A.J. Conejo, "Transmission Expansion Planning: A Mixed-Integer LP Approach", *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 18, pp.1070 – 1077, Aug. 2003.
- [APM79] IEEE Reliability Test system Task force of the Application of Probability Methods Subcommittee, "IEEE Reliability Test System", *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-99, pp. 2047-2054, November 1979.
- [B04] J.R.P Barros, "Metodologia de Planejamento da Expansão da Transmissão Baseada em Custos Marginais de Confiabilidade", Tese de Doutorado, UNIFEI, Itajubá, Ago. 2004.
- [BCFL03] P. Bresesti, A. Capasso, M. C. Falvo, S. Lauria, "Power System Planning Under Uncertainty Conditions. Criteria for Transmission Network Flexibility Evaluation", *IEEE Bologna Power Tech*, paper 201, Italy, Jun. 2003.
- [BDT99] E. Bonabeau, M. Dorigo, G. Théraulaz, "From Natural to Artificial Swarm Intelligence", Oxford University Press, 1999.
- [BHS97] B. Bullnheimer, R. F. Hartl, C. Strauss, "A New Rank-Based Version of the Ant System: A Computational Study", *Technical Report POM-03/97*, Institute of Management Science, University of Vienna, 1997. Accepted for publication in the Central European Journal for Operations Research and Economics.
- [BML02] J.R.P. Barros, A.C.G. Melo, A.M. Leite da Silva, "Otimização do Planejamento da Expansão da Transmissão e Impacto na Tarifa de Confiabilidade – Metodologia e Estudo de Caso", *VIII SEPOPE*, Brasília - DF, Maio 2002, IP-007.
- [BML04] J.R.P. Barros, A.C.G. Melo, A.M. Leite da Silva, "An Approach to the Explicit Consideration of Unreliability Costs in Transmission Expansion Planning", *Proceedings of the 8th PMAPS'2004*, Ames, USA, 12-16/Sept./2004.
- [BOA01] S. Binato, G.C. Oliveira, J.L. Araújo, "A Greedy Randomized Adaptive Search Procedure for Transmission Expansion Planning", *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 16, pp. 247–253, May 2001.

- [BOPG01] L. Bahiense, G.C. Oliveira, M.V.F. Pereira, S. Granville, "A Mixed Integer Disjunctive Model for Transmission Network Expansion", *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 16, pp. 560–565, Aug. 2001.
- [BPG01] S. Binato, M.V.F. Pereira, S. Granville, "A New Benders Decomposition Approach to Solve Power Transmission Network Design Problems", *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 16, pp. 235–240, May 2001.
- [CDG99] D. Corne, M. Dorigo, F. Glover (editors), "New Ideas in Optimization", McGraw-Hill, 1999.
- [CW00] J. Contreras, F.F. Wu, "A Kernel-Oriented Algorithm for Transmission Expansion Planning", *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 15, pp. 1434–1440, Nov. 2000.
- [D92] M. Dorigo, "Optimization Learning and Natural Algorithms (in Italian)", Ph.D. Thesis, Dipartimento di Elettronica, Politecnico di Milano, Italy, 1992.
- [DCG98] M. Dorigo, G. Di Caro, L.M. Gambardella, "Ant Algorithms for Discrete Optimization", *Technical Report IRIDIA/98-10*, Universite Libre de Bruxelles, Belgium, 1998.
- [DE73] Y.P. Dusonchet, A.H. El-Abiad, "Transmission Planning Using Discrete Dynamic Optimization", *IEEE Trans. Power Apparatus Systems*, Vol. PAS-92, pp. 1358–1371, July 1973.
- [DG96] M. Dorigo, L.M. Gambardella, "A Study of Some Properties of Ant-Q", *In Proceedings of PPSN IV – Fourth International Conference on Parallel Problem Solving From Nature*, H.M. Voigt, W. Ebeling, I. Rechenberg, H.S. Schwefel (eds.) Springer-Verlag, Berlin, pp. 656–665, 1996.
- [DG97a] M. Dorigo, L. M. Gambardella, "Ant Colonies for the Traveling Salesman Problem", *Bio Systems*, Vol. 43, pp. 73 – 81, 1997.
- [DG97b] M. Dorigo, L. M. Gambardella, "Ant Colony System: A Cooperative Learning Approach to the Traveling Salesman Problem", *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, Vol. 1, No. 1, pp. 53 – 66, 1997.
- [DMC91] M. Dorigo, V. Maniezzo, A. Colorni, "Positive Feedback as a Search Strategy", *Technical Report 91-016*, Dipartimento di Elettronica, Politecnico di Milano, Italy, 1991.
- [DMC96] M. Dorigo, V. Maniezzo, A. Colorni, "The Ant System: Optimization by a Colony of Cooperating Agents", *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics-Part B*, Vol. 26, No. 1, pp. 29 – 41, 1996.

- [DY02] G. Duan, Y. Yu, "Problem-Specific Genetic Algorithm for Power Transmission System Planning", *Electric Power Systems Research*, Vol. 61, No. 1, pp. 41-50, Feb. 2002.
- [EGR04] A.H. Escobar, R.A. Gallego, R. Romero, "Multistage and Coordinated Planning of the Expansion of Transmission Systems", *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 19, No. 2, pp. 735-744, May 2004.
- [F75] R. Fischl, "Optimal System Expansion: A Critical Review", *System Engineering for Power: Status & Prospects*, ERDA & EPRI Conf., Henniker, 1975.
- [FBRF05] H. Faria Jr., S. Binato, M.G.C. Resende, D.M. Falcão, "Power Transmission Network Design by Greedy Randomized Adaptive Path Relinking ", *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 20, No. 1, pp. 43-49, Feb. 2005.
- [FC97] W. Fushuan, C.S. Chang, "Transmission Network Optimal Planning Using the Tabu Search Method", *Electric Power Systems Research*, Vol. 42, No. 2, pp. 153-163, Aug. 1997.
- [FP72] R. Fischl, W.R. Puntel, "Computer Aided Design of Electric Power Transmission Network", *IEEE Winter Power Meeting*, 1972.
- [G70] L.L. Garver, "Transmission Network Estimation Using Linear Programming", *IEEE Trans. Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-89, No. 7, Sep. 1970.
- [GAMR97] R.A. Gallego, A.B. Alves, A. Monticelli, R. Romero, "Parallel Simulated Annealing Applied to Long Term Transmission Network Expansion Planning", *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 12, pp. 181-188, 1997.
- [GCCP93] B.G. Gorenstin, N.M. Campodonico, J.P. Costa, M.V.F. Pereira, "Power System Expansion Planning Under Uncertainty", *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 8, pp. 129-136, 1993.
- [GD95] L. Gambardella, M. Dorigo, "Ant-Q: A Reinforcement Learning Approach to the Traveling Salesman Problem", *Proceedings of ML-95, Twelfth International Conference on Machine Learning*, Tahoe City, CA, A. Prieditis, S. Russell (Eds.), Morgan Kaufmann, 252-260, 1995.
- [GD96] L. M. Gambardella, M. Dorigo, "Solving Symmetric and Asymmetric TPS's by Ant Colonies", *Proceedings of the IEEE, Conference on Evolutionary Computation ICEC96*, pp. 622 - 627, IEEE Press, 1996.

- [GKOOYVU04] J.F. Gomez, H.M. Khodr, P.M. De Oliveira, L. Ocque, J.M. Yusta, R. Villasana, A.J. Urdaneta, "Ant Colony System Algorithm for the Planning of Primary Distribution Circuits", *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 19, No. 2, pp. 996 – 1004, May 2004.
- [GMR98] R.A. Gallego, A. Monticelli, R. Romero, "Transmission Expansion Planning by Extended Genetic Algorithm", *IEE Proceedings: Generation, Transmission and Distribution*, Vol. 145, No. 3, pp. 329–335, May 1998.
- [GRM00] R.A. Gallego, R. Romero, A.J. Monticelli, "Tabu search Algorithm for Network Synthesis", *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 15, pp. 490–495, May 2000.
- [GS01] H.A. Gil, E.L. da Silva, "A Reliable Approach for Solving the Transmission Network Expansion Planning Problem Using Genetic Algorithms", *Electric Power Systems Research*, Vol. 58, No. 1, pp. 45-51, May 2001.
- [GTA99] L. M. Gambardella, E. Taillard, G. Agazzi, "Ant Colonies for Vehicle Routing Problems" In D. Corne, M. Dorigo, F. Glover, (editors), *New Ideas in Optimization*, McGraw-Hill, 1999.
- [KPG70] J.C. Kaltenbatch, J. Peshon, E.H. Gehrig, "A Mathematical Optimization Technique for the Expansion of Electrical Power Transmission Systems", *IEEE Trans. On Power Apparatus Systems*, Vol. PAS-89, pp. 113–119, Feb. 1970.
- [L65] S. Lin, "Computer Solutions of the Traveling Salesman Problem," *Bell Systems Journal*, vol. 44, pp. 2245–2269, 1965.
- [LC03] J.B. Ludwig, L. Cardoso, "Planejamento com Incertezas – O Desafio do Planejamento da Transmissão", *XVII SNPTEE*, Uberlândia – MG, Out. 2003, GPL/18.
- [LCAV03] G. Latorre, R.D. Cruz, J.M. Areiza, A. Villegas, "Classification of Publications and Models on Transmission Expansion Planning", *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 18, 2, pp. 938 – 946, May 2003.
- [LK73] S. Lin, B.W. Kernighan, "An Effective Heuristic Algorithm for the Traveling Salesman Problem", *Operations Research*, vol. 21, pp. 498–516, 1973.
- [LMMB00] A.M. Leite da Silva, L.A.F. Manso, J.C.O. Mello, R. Billinton, "Pseudochronological Simulation for Composite Reliability Analysis with Time Varying Loads", *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 15, No. 1, pp. 73-80, Feb. 2000.
- [LMRSSR06] A.M. Leite da Silva, L.A.F. Manso, L.C. Resende, W.S. Sales, C.E. Sacramento, L.S. Rezende, "Projeto de Pesquisa e Desenvolvimento – Metodologia de Planejamento", 2006.

- [LSRMSR06] A.M. Leite da Silva, W.S. Sales, L.C. Resende, L.A.F. Manso, C.E. Sacramento, L.S. Rezende, "Evolution Strategies to Transmission Expansion Planning Considering Unreliability Costs", *Proceedings of the 9thPMAPS – Probabilistic Methods Applied to Power Systems*, Stockholm, Sweden, 11-15/Jun 2006.
- [M83] A. J. Monticelli, "Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica", Edgard Blücher, São Paulo, 1983.
- [M98] V. Maniezzo. "Exact and Approximate Nondeterministic Tree-Search Procedures for the Quadratic Assignment Problem", *Technical Report CSR 98-1*, C.L. In Scienze dell'Informazione, Università di Bologna, sede di Cesena, Italy, 1998.
- [MC99] V. Maniezzo, A. Coloni, "The Ant System Applied to the Quadratic Assignment Problem", *IEEE Trans. Knowledge and Data Engineering*, 1999.
- [ML04] L.A.F. Manso, A.M. Leite da Silva, "Probabilistic Criteria for Power System Expansion Planning", *Electric Power System Research*, Vol. 69, No. 1, pp. 51-58, April 2004.
- [MSPCPP82] A. Monticelli, A. Santos Jr., M.V.F. Pereira, S.H.F. Cunha, B.J. Parker, J.C.G. Praça, "Interactive Transmission Network Planning Using a Least-Effort Criterion", *IEEE Trans. Power Apparatus Systems*, Vol. PAS-101 pp. 3919-3925, 1982.
- [PP85] M.V.F. Pereira, L.M.V.G. Pinto, "Application of Sensitivity Analysis of Load Supplying Capability to Interactive Transmission Expansion Planning", *IEEE Trans. Power Apparatus Systems*, Vol. PAS-104, pp. 381–389, Feb. 1985.
- [PPCO85] M.V.F. Pereira, L.M.V.G. Pinto, S.H.F. Cunha, G.C. Oliveira, "A Decomposition Approach to Automated Generation /Transmission Expansion Planning", *IEEE Trans. Power Apparatus Systems*, Vol. PAS-104, pp. 3074-3083, 1985.
- [PPOC87] M.V.F. Pereira, L.M.V.G. Pinto, G.C. Oliveira, S.H.F. Cunha, "Composite Generation-Transmission Expansion Planning", Project 2473–9 EPRI EL-5179, 1987.
- [RGM96] R. Romero, R.A. Gallego, A. Monticelli, "Transmission System Expansion Planning by Simulated Annealing", *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 11, pp. 364–369, Feb. 1996.
- [RLMSR06] L.S. Rezende, A.M. Leite da Silva, L.A.F. Manso, W.S. Sales, L.C. Resende, "Planejamento da Expansão da Transmissão de Sistemas de Potência Utilizando Colônia de Formigas", *XVI CBA – Congresso Brasileiro de Automática*, Salvador, CD-ROM, 3-6/Outubro, 2006.

- [RM94] R. Romero, A. Monticelli, "A Hierarchical Decomposition Approach for Transmission Network Expansion Planning", *IEEE Trans. Power Systems*, Vol. 9 pp. 373-380, 1994.
- [RPCS96] H. Rudnick, R. Palma, E. Cura, and C. Silva, "Economically Adapted Transmission Systems in Open Access Schemes – Application of Genetic Algorithms", *IEEE Trans. Power Systems*, vol. 11, pp. 1427–1440, Aug. 1996.
- [SGA00] E.L. da Silva, H.A. Gil, J.M. Areiza, "Transmission Network Expansion Planning Under an Improved Genetic Algorithm", *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 15, pp. 1168–1175, Aug. 2000.
- [SH97a] T. Stützle and H. Hoos, "The MAX-MIN Ant System and Local Search for the Traveling Salesman Problem", *In Proceedings of IEEE-ICEC-EPS'97, IEEE International Conference on Evolutionary Computation and Evolutionary Programming Conference*, pages 309-314. IEEE Press, 1997.
- [SH97b] T. Stützle and H. Hoos, "Improvements on the Ant System: Introducing MAX-MIN Ant System", *In Proceedings of the International Conference on Artificial Neural Networks and Genetic Algorithms*, pages 245-249. Springer Verlag, Wien, 1997.
- [SOOB01] E.L. da Silva, J.M.A. Ortiz, G.C. de Oliveira, S. Binato, "Transmission Network Expansion Planning Under a Tabu Search Approach", *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 16, pp. 62–68, Feb. 2001.
- [SSL89] A. Seifu, S. Salon, G. List, "Optimization of Transmission Line Planning Including Security Constraints", *IEEE Trans. Power Systems*, Vol. 4, pp. 1507–1513, Oct. 1989.
- [VGS85] R. Villasana, L.L. Garver, S.J. Salon, "Transmission Network Planning Using Linear Programming", *IEEE Trans. Power Apparatus Systems*, Vol. PAS-104, pp. 349-356, 1985.
- [W89] C.J.C.H. Watkins, "Learning with Delayed Rewards", Ph. D. Dissertation, Psychology Department, University of Cambridge, England, 1989.
- [WB93] L. Wenyuan, R. Billinton, "A Minimum Cost Assessment Method for Composite Generation and Transmission System Expansion Planning", *IEEE Trans. on Power Reliability Systems*, Vol. 8, No. 2, pp. 628-635, May 1993.
- [YH89] H. K. Youssef, R. Hackam, "New Transmission Planning Model", *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 4, pp. 9–18, Feb. 1989.