

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
Programa de Pós-Graduação em Educação em
Ciências PPGE

ANA CRISTINA SILVA PEREIRA

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO
INICIAL DE PROFESSORES: UM ESTUDO SOBRE OS
CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS PARA O ENSINO.

ITAJUBÁ – MG
2022

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
Programa de Pós-Graduação em Educação
em Ciências PPGEC

ANA CRISTINA SILVA PEREIRA

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO INICIAL DE
PROFESSORES: UM ESTUDO SOBRE OS CONHECIMENTOS
MATEMÁTICOS PARA O ENSINO

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação “Stricto Sensu”, Mestrado Acadêmico em Educação em Ciências, da Universidade Federal de Itajubá, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Educação em Ciências.

Área de concentração: Ensino e Aprendizagem na Educação em Ciências.

Orientadora: Prof.^a Dra. Mariana Feiteiro Cavalari Silva

Co-orientador: Prof. Dr. João Ricardo Neves Silva

ITAJUBÁ – MG

2022

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
Programa de Pós-Graduação em Educação
em Ciências PPGEC

ANA CRISTINA SILVA PEREIRA

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO INICIAL DE
PROFESSORES: UM ESTUDO SOBRE OS CONHECIMENTOS
MATEMÁTICOS PARA O ENSINO

Dissertação apresentada junto a banca examinadora para obtenção do título de Mestre em Educação em Ciências pelo Programa de Pós-Graduação “Stricto Sensu” em Educação em Ciências – Mestrado Acadêmico.

Banca Examinadora:

Prof.^a Dra. Mariana Feiteiro Cavalari
(Orientadora)

Prof. Dr. João Ricardo Neves da Silva
(Coorientador)

Prof. Dr. Vinícius Pazuch

Prof.^a Dra. Eliane Matesco Cristovão

ITAJUBÁ– MG
2022

“À minha família, que com muito carinho e apoio, não mediram esforços para que eu chegasse até esta etapa de minha vida.”

AGRADECIMENTOS

Chegando ao fim de uma caminhada de intenso trabalho, na realização deste sonho.

Agradeço primeiramente a Deus, que de maneira maravilhosa concedeu-me a vida, iluminou meus caminhos e guiou meus passos nos momentos difíceis. Pai zeloso e querido: foi meu desejo e foi Seu plano, por isso pude chegar até aqui.

À professora orientadora Dra. Mariana Feiteiro Cavalari, pelas orientações, paciência e compreensão nos meus momentos de insegurança e ansiedade. Suas palavras de incentivo infundáveis, me ensinaram mais sobre ser professora. Muito obrigada, por inspirar e orientar esse trabalho de maneira tão competente e dedicada.

Também agradeço a meu coorientador Dr. João Ricardo Neves da Silva por demonstrar que o processo de orientação pode ser uma experiência agradável. Suas observações foram imprescindíveis para a conclusão deste estudo.

Aos membros da banca examinadora de qualificação e defesa: professor Dr. Vinícius Pazuch e professora Dra Eliane Matesco Cristovão, pelas atenciosas contribuições e questionamentos. Com suas contribuições, foi possível evoluir essa pesquisa e aprimorar a escrita desta dissertação.

Aos amados professores da graduação Dra. Lucy Mirian Campos Tavares, Dr. Paulo Cesar Xavier Duarte, Dr. Willian José Cruz e Dra. Sueli Machado Pereira de Oliveira, pelo ensino de qualidade. Muito obrigada por me incentivar a buscar este sonho e por fazerem parte desta história. Não os esquecerei jamais.

Aos licenciandos, que concordaram em participar desta pesquisa.

Aos amigos que a Matemática trouxe para minha vida.

**“Consagre ao Senhor tudo o que você faz, e
seus planos serão bem sucedidos”
(Provérbios, 16:3)**

PEREIRA, Ana Cristina Silva. **A História da Matemática na formação inicial de professores: um estudo sobre os Conhecimentos Matemáticos para o ensino** 2022. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências) - Universidade Federal de Itajubá, Itajubá: 2022.

RESUMO

As articulações entre História da Matemática e formação de professores têm sido objeto de pesquisas na área de Educação Matemática. Em tais investigações, é apresentada uma vasta gama de justificativas favoráveis à inserção de abordagens históricas na formação de professores. Contudo, identificamos que ainda são pouco numerosas as pesquisas que analisam especificamente as contribuições de uma disciplina de História da Matemática para a formação de professores, sobretudo na perspectiva de conhecimentos matemáticos para o ensino. Neste sentido, a presente pesquisa tem como objetivo descrever e analisar as contribuições do estudo de aspectos da História da Matemática na mobilização de conhecimentos matemáticos para o ensino à luz do modelo “Conhecimento Matemático para o Ensino”, conhecido pela sigla MKT, e proposto por Deborah Ball e colaboradores. Para tanto, a coleta de dados foi realizada ao longo de uma disciplina especificamente voltada para o estudo da História da Matemática de um curso de Licenciatura em Matemática. Os dados foram coletados por meio de questionário de identificação dos participantes, gravação audiovisuais das aulas e diário de campo, ao longo da disciplina e entrevistas realizadas após o término desta. Foram analisadas, ainda, as atividades feitas pelos estudantes durante a disciplina. Foi realizada uma triangulação dos dados obtidos por meio dos diferentes instrumentos de coleta e estes foram analisados por meio de agrupamentos por semelhança que eram relativos aos domínios e subdomínios propostos no modelo de Ball e colaboradores. As análises indicam que os licenciandos expressaram conhecimentos referentes ao “Conhecimento Específico do Conteúdo” especificamente aos subdomínios: Conhecimento Comum do Conteúdo; Conhecimento Especializado do Conteúdo; Conhecimento do Conteúdo no Horizonte os quais apareceram com maior frequência nas atividades relativas à Matemática na Antiguidade. Também foram evidenciados de maneira expressiva, conhecimentos referentes ao “Conhecimento Pedagógico do Conteúdo”, de modo específico, aos subdomínios: “Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes”, “Conhecimento do Conteúdo e Ensino” e “Conhecimento do Conteúdo e do Currículo”. As análises desta investigação indicaram que atividades sobre História da Matemática têm o potencial de possibilitar aos licenciandos a mobilização de conhecimentos matemáticos para o ensino e, portanto, o estudo destes, pode contribuir para a formação inicial de professores.

Palavras-chave: História da Matemática. Formação Inicial de Professores. Conhecimento Matemático para o Ensino.

PEREIRA, Ana Cristina Silva. **The History of Mathematics in initial teacher education: a study on Mathematical Knowledge for teaching** 2022. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências) - Universidade Federal de Itajubá, Itajubá: 2022.

ABSTRACT

The articulations between History of Mathematics and teacher education have been the object of research in the area of Mathematics Education. In such investigations, a wide range of justifications favorable to the insertion of historical approaches in teacher education is presented. However, we identified that there are still few studies that specifically analyze the contributions of a History of Mathematics subject to teacher education, especially from the perspective of mathematical knowledge for teaching. In this sense, the present research aims to describe and analyze the contributions of the study of aspects of the History of Mathematics in the mobilization of mathematical knowledge for teaching in the light of the model "Mathematical Knowledge for Teaching", known by the acronym MKT, and proposed by Deborah Ball et al. Therefore, data collection was carried out during a course specifically focused on the study of the History of Mathematics of a Mathematics Degree course. Data were collected through a questionnaire to identify the participants, audiovisual recordings of the classes and a field diary, throughout the course and interviews carried out after the end of the course. In addition, the activities performed by students during the course were analyzed. The data obtained through the different collection instruments were triangulated and analyzed using groupings by similarity that were related to the domains and subdomains proposed in the model by Ball et al. The analyzes indicate that the licensees expressed knowledge referring to "Specific Content Knowledge" specifically to the subdomains: Common Content Knowledge; Specialized Content Knowledge; Knowledge of Content in the Horizon appearing more frequently in activities related to Mathematics in Antiquity. It was also evidenced in an expressive way, knowledge related to "Pedagogical Knowledge of Content", specifically, to the subdomains: "Knowledge of Content and Students", "Knowledge of Content and Teaching" and "Knowledge of Content and Curriculum". The analysis of this investigation indicated that activities on the History of Mathematics have the potential to enable undergraduates to mobilize mathematical knowledge for teaching and, therefore, their study can contribute to the initial training of teachers.

Keywords: History of Mathematics. Initial Teacher Training. Mathematical Knowledge for Teaching

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Conhecimento Pedagógico de Conteúdo.....	23
Figura 2: Domínios do Conhecimento Matemático para o Ensino - MKT.....	28
Figura 3: Organograma da coleta de dados.....	35
Figura 4: Organograma das atividades analisadas.....	43
Figura 5: Síntese do Conhecimento Comum do conteúdo.....	48
Figura 6: Atividade sobre cálculo de área circular.....	48
Figura 7: Atividade de Elias sobre a base sexagesimal.....	49
Figura 8: Resolução de Eliseu.....	50
Figura 9: Síntese das características do Conhecimento Especializado do Conteúdo.....	51
Figura 10: Atividade de Elias sobre método da falsa posição.....	51
Figura 11: Resolução da equação do licenciando Josué pelo método geométrico.....	52
Figura 12: Resolução da equação da licencianda Sara pelo método geométrico.....	52

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 Síntese características do MKT de Ball e colaboradores (2008)	35
Quadro 2:Matriculados na disciplina de HM	37
Quadro 3:Conteúdo Programático	37
Quadro 4: Experiência Docente.....	46
Quadro 5: Perspectivas profissionais dos licenciandos.....	46
Quadro 6: Identificação dos subdomínios do MKT por cores	47
Quadro 7: Síntese do MKT evidenciado/expresso nas atividades.....	73

LISTA DE SIGLAS

CK - Curricular Knowledge (Conhecimento Curricular)

CCK – Common Knowledge of Content (Conhecimento Comum do Conteúdo)

HCK - Horizon Content Knowledge (Conhecimento do Conteúdo no Horizonte)

HM - História da Matemática

KCS - Knowledge Content and Students (Conhecimento do Conteúdo e do estudante)

KCT - Knowledge Content and Teaching (Conhecimento do Conteúdo e do Ensino)

KCC - Knowledge Content and Curriculum (Conhecimento do Conteúdo e do Currículo)

MKT - Mathematical Knowledge for Teaching (Conhecimento Matemático para o Ensino)

PK – Knowledge Content (Conhecimento do Conteúdo)

PCK - Pedagogical Content Knowledge (Conhecimento Pedagógico do Conteúdo)

SBM - Sociedade Brasileira de Matemática

SBMAC - Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional

SCK - Specialized Content Knowledge (Conhecimento Especializado do Conteúdo)

SMK - Subject Matter Knowledge (Conhecimento do Conteúdo da Disciplina)

PIBID- Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	19
1.INTRODUÇÃO.....	15
2. SABERES E CONHECIMENTOS DOCENTES	19
2.1 Os conhecimentos necessários ao ensino na perspectiva de Shulman.....	20
2.2 Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK)	23
3.CONHECIMENTO MATEMÁTICO PARA O ENSINO	27
3.1 Domínios do Conhecimento Matemático para o ensino	28
4. PERCURSO METODOLÓGICO	33
4.1. A disciplina de História da Matemática.....	37
5. CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS PARA O ENSINO EVIDENCIADOS POR FUTUROS PROFESSORES NO ESTUDO DE ASPECTOS DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA.....	45
5.1 O perfil dos participantes	45
5.2 Analisando aspectos relacionados ao Conhecimento Específico do Conteúdo - SMK	47
5.2.1- Analisando os aspectos relacionados ao Conhecimento Comum do Conteúdo -CCK48	
5.2.2 Analisando aspectos relacionados ao Conhecimento Especializado do Conteúdo - SCK	50
5.2.3 Analisando aspectos relacionados ao Conhecimento do Conteúdo no Horizonte- (HCK)	56
5.3 Analisando aspectos relacionados ao Conhecimento Pedagógico do Conteúdo - PCK.....	58
5.3.1 Analisando aspectos relacionados ao Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes - KCS	59
5.3.2 - Analisando aspectos relacionados ao Conhecimento do Conteúdo e do Ensino – KCT	63
5.3.3-Analisando aspectos relacionados ao Conhecimento do Conteúdo e do Currículo – KCC	69
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS	75
7.REFERÊNCIAS:.....	78
Apêndice A- Roteiro para entrevista semiestruturada	81
Apêndice B Questionário - Perfil dos Licenciandos.....	82

APRESENTAÇÃO

A realização deste trabalho foi motivada por algumas reflexões que surgiram por conflitos que vinham desde minha época de estudante e se aprofundaram durante minha¹ graduação. Minha trajetória iniciou-se em uma escola pública, na qual o ensino era pautado na tríade: lousa, caderno e livro didático.

É difícil precisar quando surgiu meu interesse por História, de um modo geral. A História que me foi ensinada na escola trazia muitas guerras, muitos reis e inúmeras datas e, mesmo assim, agradava-me. Gostava também, imensamente, de Matemática: a matemática sempre teve um significado especial para mim, e desde a adolescência sempre fez parte muito importante na minha vida. Porém, me questionava porquê sempre tive facilidade com números enquanto minha irmã mais velha e alguns colegas sempre estavam com muitas dificuldades. Descobri que nem todos percebiam o que eu via nas aulas de matemática: coisas encaixavam-se, os problemas sempre tinham solução, nem que fosse algo como o problema não apresenta solução, que é uma solução.

Após dezessete anos de conclusão do ensino médio, casamento e duas filhas escolhi a Licenciatura, optando pela Matemática, para realizar um sonho de adolescência e superar as lacunas que ficaram na educação básica.

A experiência de retomada dos estudos após essa longa pausa entre o ensino médio e a graduação, não foi tranquila. Na verdade, o recomeço mostrou-se árduo, a retomada ao ritmo de estudo, harmonizar as demandas do antigo emprego, da faculdade, filhas e família foi uma tarefa cansativa, porém, produtiva e de muito amadurecimento pessoal.

No início do curso, a Matemática era tão onipotente que dispensava história, e quando fui para a sala de aula, no estágio e na Residência Pedagógica chamava-me a atenção a forma como a matemática muitas vezes era apresentada aos alunos, que se assemelhava a descrita por D'Ambrósio (2012), como uma disciplina pronta e acabada, desinteressante, obsoleta e inútil.

Na Graduação também descobri que a Matemática tem História, tem personagens, que cometem erros, acertos e que realizam seu trabalho em época de paz, em época de guerras. Tornei -me apreciadora da História da Matemática e ela se tornou uma constante em minha prática profissional, usada na docência tanto em aulas particulares para alunos com muitas

¹ Utilizo a primeira pessoa do singular para explicar alguns fatos pessoais que me conduziram a algumas escolhas para o desenvolvimento desta dissertação

dificuldades, quanto no estágio, para apresentar a Matemática como uma disciplina viva e procurando despertar o interesse destes alunos. Embora ciente da limitação do “poder motivador” da História da Matemática; procurava sempre algo de novo para trazer aos alunos, motivada, sobretudo, pelo interesse deles.

Notei que precisava discutir com colegas essas experiências; porém, não encontrava interesse por parte deles – ensinar Matemática já é tão difícil e ainda vem você com um complicador a mais, diziam. Realmente, é possível aprender Matemática sem História, foi assim que aprendemos, mas, procurei justificar aos meus colegas o uso da História da Matemática em sala de aula como uma abordagem para atenuar algumas dificuldades de aprendizagem de nossos alunos.

Após algumas participações em congressos e eventos de Educação Matemática, escolhi a História da Matemática como tema central do meu trabalho de conclusão de curso. No final da graduação, com incentivo de um docente que participou da avaliação do meu trabalho, veio o desejo de ingressar no mestrado em Educação em Ciências e tornar a História da Matemática objeto de estudo. Elaborei meu projeto de pesquisa em uma tentativa de estudar a importância do conhecimento da História da Matemática para a Formação do Professor de Matemática.

No decorrer do percurso do mestrado foi preciso fazer escolhas, foram muitas as conversas com minha orientadora, muitas descobertas em publicações sobre História da Matemática, muito aprendizado no Grupo de Pesquisa em Educação Matemática e Práticas Formativas que contribuíram tanto para o meu desenvolvimento como pesquisadora em formação, quanto para o andamento desta pesquisa trazendo o foco do trabalho para os conhecimentos matemáticos necessários ao professor de matemática.

Nesta perspectiva, relato, nesta dissertação o desenvolvimento da minha pesquisa de mestrado, os caminhos por mim percorridos desde a sua idealização até o capítulo final, buscando apresentar as possíveis contribuições da História da Matemática na formação inicial de professores de Matemática.

1.INTRODUÇÃO

Embora as discussões acerca da importância da inserção da História da Matemática (HM) na formação dos professores não sejam recentes, as disciplinas de História da Matemática tão somente foram inseridas nos currículos de cursos de Matemática brasileiros a partir da década de 1930. (SILVA, 2001)

Entretanto, somente no final da década de 1980, a História da Matemática passou a ter mais destaque na formação de professores no Brasil devido a parceria realizada entre a Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) e a Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional (SBMAC). Esta parceria resultou na emissão de um documento que recomendava a inserção da História da Matemática como uma disciplina optativa a todos os cursos de formação inicial de professores de Matemática do Brasil. (SILVA, 2001)

A partir de então, em especial, do início dos anos 2000, pode ser evidenciado um aumento da oferta de disciplinas de História da Matemática nos cursos de formação de professores, sobretudo, como disciplinas obrigatórias. (CAVALARI, BONFIM, CALABRIA, 2019, CAVALARI, MORAES, 2019)

Além disto, as questões relativas às articulações entre HM e formação de professores, também, têm sido objeto de pesquisas na área de Educação Matemática (BORGES, 2018). Nestes trabalhos encontramos uma vasta gama de justificativas favoráveis à inserção de abordagens históricas na formação de professores.

Aramam (2011) destaca que a abordagem de tópicos relativos à HM pode possibilitar ao futuro professor uma melhor compreensão sobre a Matemática que vai lecionar, podendo contribuir para que os licenciandos conheçam um pouco mais sobre a forma como a Matemática se desenvolveu e sobre elementos da Natureza do conhecimento matemático.

Corroborando a estas ideias, Miguel e Brito (1996), enfatizam que a História da Matemática poderia contribuir para que os futuros professores percebam que o desenvolvimento dos conceitos matemáticos, não se deve as razões de ordem lógica, mas sim, às influências de vários outros discursos e noções de matemática. Para Balestri (2008), a História Matemática contribui para desmistificar e revelar a matemática como uma criação humana o que possibilita ao futuro professor, conhecer a natureza da Matemática. Neste sentido, a História da Matemática “[...] pode contribuir para ampliar o conhecimento da Matemática e sobre Matemática do licenciando [...]” (CAVALARI, 2019, p. 46), podendo, assim, contribuir para que o licenciando construa conhecimentos referentes à Matemática.

A HM, também, pode auxiliar que os licenciandos percebam conexões entre a Matemática e outras Ciências ou, ainda, entre “subáreas” da própria Matemática (BALESTRI, 2008). De acordo com Brolezzi, a HM “[...] é fundamental para uma melhor compreensão de certos aspectos que isoladamente parecem carecer de sentido, em particular no que se refere à questão das aplicações práticas do conteúdo da Matemática elementar” (BROLEZZI, 1991, p. 44).

Além disso, podem ser encontradas na literatura da área de História da Matemática e Educação Matemática diversos trabalhos que enfatizam as contribuições de abordagens da História da Matemática no Ensino de Matemática na Educação básica.

D’Ambrósio (1996), por exemplo, afirma que a História da Matemática é fundamental para o estabelecimento da Matemática como um elemento cultural, inverso ao modo mecanicista de considerá-la como algo exato, acabado e alheio as alterações humanas. Para Mendes (2009), a utilização de uma proposta de ensino de matemática apoiada nas informações históricas, enfatiza o caráter investigativo e construtivo da disciplina. Estas pesquisas enfatizam a fecundidade da história no ensino de matemática, considerando que a mesma favorece dentre muitos aspectos, a aprendizagem de conteúdos matemáticos, contextualização de conteúdo, e a compreensão do processo de construção de conhecimentos.

Assim, podemos enfatizar, também, a relevância de que o futuro professor, em sua formação inicial tenha conhecimentos que o permita lecionar Matemática na Educação Básica utilizando a HM. Além disto, a História da Matemática pode contribuir para que os (futuros) professores percebam “[...] que algumas dificuldades que surgem em sala de aula hoje já apareceram no passado, além de constatar que um resultado aparentemente simples pode ser fruto de uma evolução árdua e gradual” (BARONI, TEIXEIRA, NOBRE, 2004).

Neste sentido, destacamos que, dependendo da abordagem, a inclusão de aspectos da HM na formação de professores pode contribuir para que os licenciandos aprofundem seus conhecimentos matemáticos e sobre ensino de matemática.

Entretanto, merece destaque que aspectos da História da Matemática podem ser abordados com diferentes enfoques em cursos de formação de professores, como por exemplo, aspectos especificamente da História da Matemática nos quais se pode analisar a explicação do desenvolvimento histórico de um conceito ou um teorema matemático, as raízes da matemática nas diferentes culturas, a vida de estudiosos que deram contribuições relevantes ao desenvolvimento da Matemática, dentre outros. Outro enfoque abordado pode ser as relações entre História da Matemática e a Educação Matemática, que incluem, dentre outras temáticas, formas de lecionar Matemática se utilizando de aspectos da História da Matemática.

De acordo com Cavalari, Bonfim e Calabria (2019), dentre estes dois enfoques o mais abordado em cursos de formação de professores de universidades federais brasileiras é de aspectos especificamente voltados para a História da Matemática, sobretudo, em disciplinas específicas de História da Matemática.

Embora esta seja a abordagem mais utilizada nos cursos de formação de professores e existam muitas investigações acerca das contribuições da História da Matemática nestes cursos, identificamos que ainda são pouco numerosas as pesquisas que analisam especificamente as contribuições de uma disciplina de História da Matemática para a formação de professores, sobretudo na perspectiva de conhecimentos matemáticos para o ensino.

Assim, consideramos importante abordar como referencial teórico Shulman (1986), que em seus estudos tinha como foco maior investigar a base do conhecimento especializado docente, e mais especificadamente, os estudos de Ball e colaboradores (2008) que apresentaram o que eles nomeiam de domínios de conhecimentos essenciais ao ofício do professor ao ensinar matemática, a saber: o Conhecimento Específico do Conteúdo e o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo.

Nesta perspectiva, nos questionamos: Quais as contribuições do estudo de aspectos da História da Matemática, na formação inicial, para a mobilização de conhecimentos matemáticos para o ensino? Para responder a essa questão, a pesquisa objetiva descrever e analisar as contribuições do estudo de atividades sobre História da Matemática na mobilização de conhecimentos matemáticos para o ensino.

De modo específico, buscamos:

- i) Investigar e analisar os Conhecimentos Específicos do Conteúdo evidenciados por licenciandos em Matemática ao cursar uma disciplina de História da Matemática.
- ii) Investigar os Conhecimentos Pedagógicos do Conteúdo evidenciados por licenciandos em Matemática durante uma disciplina de História da Matemática.

Com vistas a atingir estes objetivos, a investigação que foi desenvolvida é de natureza qualitativa e a coleta de dados foi realizada ao longo de uma disciplina especificamente voltada para o estudo da História da Matemática. Os dados foram coletados por meio de questionário de identificação dos participantes, gravação audiovisuais das aulas e diário de campo, ao longo da disciplina e entrevistas realizadas após o término desta. Foram analisadas ainda, as atividades realizadas pelos estudantes durante a disciplina. Em razão da pandemia da Covid -19 as aulas

foram realizadas de forma remota, utilizando os ambientes virtuais Moodle², Sigaa³ e Google Meet⁴. Foi realizada uma triangulação dos dados obtidos por meio dos diferentes instrumentos de coleta e estes foram analisados tendo como base agrupamento por semelhança relativos aos domínios do Conhecimento Específico do Conteúdo e ao Conhecimento Pedagógico de Conteúdo e seus subdomínios propostos no modelo de Ball e seus colaboradores (2008)

Para a apresentação dos resultados desta investigação o presente texto dissertativo foi organizado em seis capítulos, sendo o primeiro, este capítulo introdutório. O segundo capítulo, se destina a apresentar considerações, sobre a base de conhecimento docente na perspectiva de Lee Shulman (1986), já no terceiro capítulo, que é intitulado “Conhecimento Matemático para o ensino – MKT”, o referencial teórico é apresentado baseado nos estudos de Ball e colaboradores (2008).

O quarto capítulo, é destinado a apresentar o percurso metodológico da presente pesquisa. Desta forma descrevemos instrumentos de coleta de dados, e os procedimentos são indicados para direcionar a compreensão acerca do que fora realizado no processo de pesquisa, bem como o contexto desta pesquisa: a disciplina de História da Matemática. No quinto capítulo apresentamos os dados coletados analisados à luz das categorias do referencial teórico selecionado e, por fim, no capítulo seis, apresentamos as considerações finais da pesquisa.

² O Moodle é um sistema de código aberto para a criação de cursos online. Também conhecida como Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA), a plataforma é utilizada por alunos e professores como ferramenta de apoio ao ensino a distância.

³ O Sistema Integrado de Gestão de Atividades Acadêmicas (SIGAA) é o espaço para gerenciamento de disciplinas e de todas as informações relativas à vida acadêmica do aluno.

⁴ Google Meet é uma plataforma de comunicação por vídeo desenvolvido pelo Google, pertencente ao Workspace.

2. SABERES E CONHECIMENTOS DOCENTES

No campo de investigação de formação de professores, a literatura que discute a importância de conhecimentos ou saberes docentes é vasta, evidenciando diversas contribuições que estes conhecimentos trazem tanto para o processo de ensino e de aprendizagem quanto para a formação docente. (ARAMAM, 2011)

Embora os termos saberes e conhecimentos, muitas vezes sejam usados como sinônimos, destacamos que estes provêm de correntes teóricas distintas. (FERNADEZ; 2015)

Segundo Nunes (2001), o saber docente é considerado como resultado de uma produção social, sujeito a revisões e reavaliações, fruto de uma interação entre sujeitos, de uma interação linguística inserida num contexto e que terá valor na medida em que permite manter aberto o processo de questionamento. O saber consiste numa forma de “conhecer/saber” mais dinâmica, menos sistematizada que incorpora de maneira mais evidente as práticas, as experiências e os fazeres produzidos por professores no ato do seu trabalho. Geraldi (2003), define saberes como uma das dimensões da herança cultural, um conjunto de práticas sociais, que não chegam à sistematização, mas orientam nossos juízos e muitas de nossas ações cotidianas.

Para Fiorentini, Souza Júnior e Melo (1998), o conhecimento aproxima-se mais com a produção científica sistematizada e acumulada historicamente com regras mais rigorosas de validação tradicionalmente aceitas pela academia. Geraldi (2003) em seu texto intitulado “A aula como acontecimento”, aponta que os conhecimentos são constituídos pelas disciplinas científicas, por seus métodos de pesquisa, seus resultados e fracassos, seus caminhos não lineares, mas que vão contribuindo para a emergência de um corpus de conhecimento que vai sendo sistematizado e acumulado ao longo da história, compondo uma das dimensões da herança cultural.

Deste modo, enquanto “[...] o saber é produto das práticas sociais, o conhecimento é a organização desse produto das práticas sociais de forma sistemática, racional, na atividade científica” (GERALDI, 2003 p.18).

Com base nas informações apresentadas, entende-se que, o conhecimento é distinto de saber. Partindo das ideias desses autores, o conhecimento é compreendido nesta pesquisa, como uma ampla rede de informações, conceitos, e habilidade que os licenciandos tem disponível e evidencia/expressa.

Shulman (1986) nomeia de “conhecimento de professores” seu programa de pesquisa, pois buscava valorizar a atividade profissional dos professores elevando-a a um espaço de

transformação e construção de conhecimentos específicos para a profissão. (FERNADEZ;2015)

Seguindo essa linha de raciocínio de Shulman, é necessário que o professor compreenda ideias das áreas de conhecimento a ser lecionado, transforme essas ideias para que sejam ensinadas e as ensine estabelecendo a melhor forma de abordagem.

2.1 Os conhecimentos necessários ao ensino na perspectiva de Shulman

Apoiados na premissa de que existe uma base de conhecimento para o ensino, muitos pesquisadores foram mobilizados a investigar e sistematizar esses conhecimentos. No Brasil a introdução dessa temática deu-se especialmente, a partir da década de 1990 pelas obras de Maurice Tardif e, posteriormente, de Clermont Gautier e Lee Shulman. (ALMEIDA, BIAJONE, 2007). Para Nunes (2001), iniciou-se

[...] o desenvolvimento de pesquisas que, considerando a complexidade da prática pedagógica e dos saberes docentes, buscam resgatar o papel do professor, destacando a importância de se pensar a formação numa abordagem que vá além da academia, envolvendo o desenvolvimento pessoal, profissional e organizacional da profissão docente (NUNES; 2001, p. 28)

Em síntese, o estudo de Gauthier (1998) aponta a importância de se constituir uma Teoria Geral da Pedagogia, colocando em evidência o saber da ação pedagógica; o estudo de Tardif (2002), ao enfatizar aos saberes da experiência, defende a ideia de uma epistemologia da prática profissional docente; já o estudo de Shulman (1986), centra no conhecimento que o professor possui do conteúdo e como esse mesmo conteúdo se transforma em ensino. Considerando as particularidades de cada estudo, foi possível observar que há um consenso entre os três autores citados quanto à ideia de que não se pode ensinar o que não se domina.

Nesta pesquisa, adotamos o referencial de Shulman (1986) como base para o desenvolvimento de nosso trabalho, e justificamos essa escolha dada a influência de seus trabalhos em pesquisas que contribuem para o progressivo fortalecimento do campo educacional dos conhecimentos docentes, além disso, o pesquisador se propôs a desenvolver um modelo explicativo e descritivo dos componentes que se encontram na base da docência, e portanto tem sido referência do programa base do conhecimento (ALMEIDA, BIAJONE, 2007). Outro aspecto que destacamos é que o trabalho de Shulman, se debruça sobre conhecimentos que podem ser sistematicamente desenvolvidos em cursos de formação inicial ou continuada, assim como, ser referência para políticas de formação de professores.

De acordo com Shulman (1986) as questões que envolvem os conhecimentos do professor são muito complexas, necessitando de um arcabouço teórico coerente que as compreendesse. O seu trabalho desenvolveu-se sobre a transição do estudante universitário para se tornar professor. O autor, em seu artigo, “Aqueles que entendem: O crescimento do conhecimento no Ensino” (Shulman,1986) apresenta algumas questões e reflexões que fizeram parte deste estudo acerca dos conhecimentos do professor:

De que modo o bom estudante universitário transforma seu conhecimento sobre o assunto em uma forma que os estudantes do Ensino Médio possam compreender? Quando o professor no início de carreira confronta capítulos de livros didáticos falhos ou confusos ou alunos desconcertados, como ele emprega conhecimento de conteúdo para gerar novas explicações, representações ou esclarecimentos? Quais são as fontes de analogias, metáforas, exemplos, demonstrações e reformulações? Como o professor novato (ou mesmo o experiente) se baseia no conhecimento da matéria no processo de ensino? Quais são os preços pedagógicos quando a competência da matéria do professor está comprometida por deficiências de educação ou habilidade prévia? (SHULMAN; 1986, p. 8, tradução nossa)

Para Shulman (1986), questões como essas estavam sendo ignoradas nas investigações a respeito da formação e desenvolvimento profissional do professor. Assim, Shulman (1986) aborda esses questionamentos em um programa de pesquisa que visa investigar como os conhecimentos de um professor são adquiridos, revistos e combinados, compondo uma base de conhecimentos.⁵

Os estudos de Shulman (1987), apontaram que era preciso um foco maior na base de conhecimento necessário ao ensino e também na complexidade do processo pedagógico, já que faltavam estudos que esclareciam características desse conhecimento.

Shulman (1986), dedica-se, então, a investigar a mobilização dos conhecimentos sob uma perspectiva compreensiva dos conhecimentos e das ações dos professores, e critica a ênfase dicotômica presente na formação/seleção docente em torno de dois eixos tradicionais: Conhecimento do Conteúdo (CK)⁶ e Conhecimento Pedagógico (PK). A ênfase nessas questões significava, para Shulman, desconsiderar a importância dos conteúdos específicos da disciplina que se vai ensinar, o que o autor nomeia como “o paradigma perdido”. Esse paradigma refere-se ao papel do conhecimento na atividade docente, conhecimento este que deve se relacionar com outros conhecimentos de ordem pedagógica.

Quais são os domínios e categorias de conhecimento do conteúdo na mente dos professores? Como, por exemplo, estão relacionados o conhecimento do conteúdo e

⁵ Segundo Shulman (2004), em ensino, knowledge base (base de conhecimento) é o corpo de compreensões, conhecimentos, habilidades e disposições de que um professor necessita para atuar efetivamente numa dada situação de ensino.

⁶ Utilizamos em todo o texto as siglas originais oriundas da língua inglesa.

o conhecimento pedagógico geral? De que forma são os domínios e categorias de conhecimentos representados nas mentes dos professores? Quais são as formas promissoras de aumentar a aquisição e o desenvolvimento de tal conhecimento? (SHULMAN; 1986, p.9, tradução nossa)

Neste sentido, buscando legitimar as ideias que estão na base de conhecimentos o autor defende a existência de um conhecimento do conteúdo que é particular do ensino, oferecendo contribuições importantes que interessam muito o campo da didática e da formação de professores, nas diversas áreas do saber (ALMEIDA e colaboradores, 2019).

Shulman (1986), assim, ao propor três categorias novas quando se refere ao conhecimento da disciplina para ensiná-la, nas quais o conhecimento do conteúdo se estrutura: Conhecimento Específico do Conteúdo (SMK); Conhecimento Curricular (CK); Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK). Para ele, é na articulação entre essas três categorias que se forma a base de conhecimentos do professor.

O Conhecimento Específico do Conteúdo (SMK), envolve conhecimento do assunto a ser ensinado e as suas estruturas de organização. Engloba conhecer o que é cada conceito, a justificativa de cada um deles, quando e como podem ser utilizados, como eles se relacionam entre si, tanto dentro da disciplina como fora, tanto na teoria como na prática. Por exemplo, se pensarmos na Matemática, esses conhecimentos podem ser àqueles relacionados à álgebra, à análise, à geometria, à topologia, entre outros. Almeida e Biajone (2007), argumentam que o Conhecimento do conteúdo se refere:

Às compreensões do professor acerca da estrutura da disciplina, de como ele organiza cognitivamente o conhecimento da matéria que será objeto de ensino. Essa compreensão requer ir além dos fatos e conceitos intrínsecos à disciplina e pressupõe o conhecimento das formas pelas quais os princípios fundamentais de uma área de conhecimento estão organizados (ALMEIDA; BIOJONE, 2007.p 287).

Neste sentido, o domínio da estrutura da disciplina não se resume tão somente à detenção bruta dos fatos e conceitos do conteúdo, mas também à compreensão dos processos de sua produção, representação e validação epistemológica.

A categoria do conhecimento curricular (CK), diz respeito ao conjunto de conteúdos, que devem ser ensinados em determinados níveis de escolarização e a variedade de recursos didáticos possíveis de serem utilizados para a aprendizagem pretendida em relação àquele conteúdo. Envolve a compreensão do professor com relação à programação de tópicos a serem ensinados e dos materiais utilizados para o ensino destes tópicos em diferentes anos e /ou períodos da trajetória escolar. Shulman (1986), sugere a analogia para explicar melhor o conhecimento curricular:

[...] os professores precisam dominar o conhecimento curricular para poder ensinar aos seus alunos, da mesma forma que um médico precisa conhecer os remédios disponíveis para poder receitar. (SHULMAN, 1986, p.9, tradução nossa)

No conjunto dessa base de conhecimentos proposta por Shulman (1986), ganha destaque o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo que, segundo o autor, é a categoria de maior interesse porque identifica as partes distintas do conhecimento para o ensino e envolve a intersecção do conteúdo e da pedagogia. É o que diferencia por exemplo, o matemático do professor de Matemática, o historiador, do professor de história (SHULMAN, 1987).

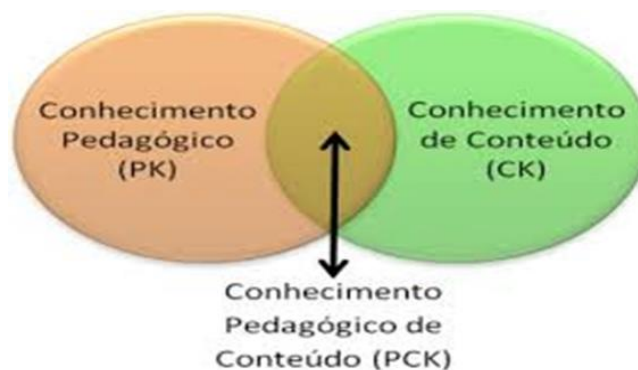
2.2 Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK)

Shulman (1986) apresentou o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK) que seria relativo à articulação entre o conhecimento do conteúdo e o conhecimento de como ensinar os conteúdos abordados, buscando promover um caminho facilitador da compreensão e apropriação dos conceitos ensinados na disciplina. (ARAMAM, 2011).

Neste sentido, o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo representa a combinação de conteúdo e pedagogia no entendimento de tópicos específicos, problemas ou questões são organizados, representados e adaptados para os diversos interesses e aptidões dos alunos e demonstrados no processo educacional em sala de aula.

Com o argumento que ensinar é antes de tudo entender, Shulman (1987) considera o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo um conjunto de formas alternativas de representação, que encontram origem tanto na pesquisa como nos saberes vindos da prática docente. Trata-se de uma categoria complexa, que abarca um conjunto de conhecimentos que são implícitos e dinâmicos, envolvendo uma mobilização coesa e articulada (ALMEIDA e colaboradores, 2019).

Figura 1: Conhecimento Pedagógico de Conteúdo



Fonte: Cibotto, Oliveira (2017, p.15)

A definição de PCK indica uma superação da visão de que para ensinar é necessário somente dominar o conteúdo a ser lecionado e avança no sentido de indicar uma combinação entre o conhecimento do conteúdo da disciplina e o conhecimento de como ensiná-la, incluindo os modos de apresentá-la e de abordá-la, visando torná-la mais compreensível para o aluno. Esse conhecimento diz respeito à forma como o assunto “é tratado incluindo as formas mais úteis de representação das ideias, as analogias, ilustrações, exemplos, explicações, demonstrações, modos de representar e formular o assunto de maneira a torná-lo compreensível para o aluno”. (SHULMAN, 1986)

Na perspectiva de Shulman o PCK refere-se a:

(...) a capacidade de um professor para transformar o conhecimento do conteúdo que ele possui em formas pedagogicamente poderosas e adaptadas às variações dos estudantes levando em consideração as experiências e bagagens dos mesmos (SHULMAN, 1987, p. 15).

O conhecimento pedagógico do conteúdo também inclui uma compreensão do que torna fácil ou difícil o aprendizado de tópicos específicos: as concepções e preconceitos que estudantes de diferentes idades e origens trazem consigo para o aprendizado dos tópicos e lições mais frequentemente ensinados. Um exemplo central dentro desta categoria é a investigação dos erros dos alunos. (SHULMAN, 1986)

Podemos também incluir nessa categoria o conhecimento que é demandado em situações nas quais o professor deverá decidir quando interromper ou até mesmo retroceder o trabalho com determinados conceitos, quando propor uma nova questão de modo a provocar conflitos (passíveis de superação) ou ainda, quando propor ou suprimir atividades de um planejamento pré-estabelecido.

Esse tipo de conhecimento específico da docência, inclui compreensão do que constitui ensinar um tema de determinada disciplina específica e técnicas que são necessárias para tal ensino. Neste sentido, o conhecimento pedagógico do conteúdo fornece à profissão de professor um diferencial em relação a outros profissionais. Por esses motivos, o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo talvez seja a contribuição de Shulman (1986) mais usada em trabalhos sobre a formação de professores.

Posteriormente, Shulman (1987), revisou essas três categorias, desdobrando-as em sete, a saber: conhecimento do conteúdo, conhecimento pedagogia geral, conhecimento pedagógico do conteúdo, conhecimento do currículo, conhecimento dos alunos e suas características, conhecimento de contextos educacionais e conhecimento dos fins, propósitos e valores

educacionais, e seus fundamentos filosóficos e históricos. Destas sete categorias, Shulman (1987) identificou PCK como "[...]aquele amálgama especial de conteúdo e pedagogia que são exclusivamente da competência dos professores, sua própria forma especial de compreensão profissional" (p. 8).

Para podermos entender melhor os aspectos que ancoram o conhecimento profissional docente, destacamos que as ideias de Shulman foram amplamente estudadas e partindo delas, foram desenvolvidos uma série de modelos teóricos para pensar e investigar conhecimentos de professores. Dentre estes modelos há interesse tanto em desenvolver estudos para a área da Educação em geral quanto para as áreas específicas, como a Educação em Ciências ou, conforme passaremos a discutir, a Educação Matemática.

A conceituação do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo e sua utilização em pesquisas empíricas na educação matemática foi investigado por Fien Depaepe e colaboradores (2013). Estes realizaram uma revisão sistemática em artigos disponíveis em periódicos pertencentes a três bases de dados ERIC⁷, PsycInfo⁸ e Web of Science⁹ e em 60 artigos publicados em revistas inglesas e identificaram que a conceituação de Shulman de PCK, também foi criticada por uma série de razões.

Uma primeira crítica diz respeito à falta de fundamentação teórica e empírica para a existência de PCK como uma categoria distinta na base de conhecimento dos professores em educação matemática. Uma segunda crítica, é que Shulman manteve uma visão estática do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo dos professores. De acordo com esta visão, PCK inclui conhecimento factual e conhecimento sobre o ensino e que pode ser adquirido e aplicado de forma independente do contexto da sala de aula. (DEPAEPE e colaboradores 2013).

Uma terceira crítica se refere ao questionamento acerca do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo poder ser teoricamente e empiricamente distinguido do conhecimento do conteúdo (CK), uma vez que, para alguns autores o conhecimento puramente matemático no contexto do ensino simplesmente não existe. Além disto, uma quarta crítica se refere ao fato de que alguns estudiosos têm criticado a conceitualização restritiva de Shulman de Conhecimento Pedagógico do Conteúdo em termos do conhecimento dos professores sobre as estratégias de ensino e

⁷ ERIC (Education Resources Information Center) é um banco de dados que fornece mais de 1,5 milhão de textos relacionados a todos os aspectos da educação. O banco de dados de pesquisa do ERIC é patrocinado pelo Instituto de Ciências da Educação do Departamento de Educação dos Estados Unidos.

⁸ PsycInfo é a mais importante base de dados na área de Psicologia. Desenvolvida e mantida pela American Psychological Association, reúne, organiza e divulga literatura relevante publicada internacionalmente na área de Psicologia e disciplinas correlatas.

⁹A Web of Science é uma das mais importantes bases de dados existentes no mundo, permite a recuperação de trabalhos publicados em relevantes periódicos internacionais, em todas as áreas do conhecimento.

representações e concepções errôneas dos alunos. Eles discutiram pela necessidade de ampliar o conceito de forma a abranger, entre outros, currículo, conhecimento, crenças ou emoções.

Embora pareça haver uma falta de acordo sobre a definição e interpretação de PCK, as análises de Depaepe e colaboradores (2013), indicam que nas pesquisas em educação matemática investigadas, há uma concordância com as seguintes características do PCK: trata do conhecimento dos professores, conecta conteúdo e pedagogia, é específico para o ensino de um determinado assunto e o conhecimento do conteúdo (CK) é um pré-requisito importante e necessário. Além disso, a maioria dos autores concorda com os componentes principais que constituem PCK, especificamente o conhecimento das concepções (errôneas) dos alunos e o conhecimento das estratégias e representações instrucionais. Para Fien Depaepe e colaboradores (2013) o conceito de PCK permanece muito influente na pesquisa sobre ensino e formação de professores. (DEPAEPE e colaboradores, 2013).

Em parte, na tentativa de responder as críticas apresentadas anteriormente, vários estudiosos refinaram a conceituação de Shulman de PCK, ambos dentro do grupo de pesquisa de Shulman na Universidade de Stanford e em outros centros de pesquisa.

Segundo Depaepe e colaboradores (2013), a conceitualização mais influente do PCK dos professores dentro da educação matemática foi feita por meio do construto teórico do conhecimento matemático para o ensino (MKT) de Debora Ball e seus colaboradores (2008) que se refere ao conhecimento matemático que os professores precisam para ensinar matemática, conforme passamos a discutir no próximo capítulo.

3. CONHECIMENTO MATEMÁTICO PARA O ENSINO

A partir desse novo olhar sobre o conhecimento do professor, surgiram algumas propostas de construtos teóricos que analisavam e ressaltavam o conhecimento mobilizado pelo professor de Matemática nos processos de ensino e aprendizagem.¹⁰ Destacamos, dentre estes, o trabalho de Debora Ball e colaboradores (2008) que desenvolveram um modelo do conhecimento matemático para o ensino, conhecido pela sigla MKT (Mathematical Knowledge for Teaching). Neste trabalho, os autores se propõem, então, a identificar os conhecimentos matemáticos necessários para o ensino de matemática.

Por "conhecimento matemático para o ensino", entendemos o conhecimento matemático necessário para realizar o trabalho de ensino de matemática. Importante notar aqui é que nossa definição começa com o ensino, não com os professores. Está preocupado com as tarefas envolvidas no ensino e com as demandas matemáticas dessas tarefas. (BALL e colaboradores; 2008; tradução nossa)

Diante disso, escolhemos o MKT como aporte teórico para analisar as contribuições do estudo de aspectos da História da Matemática para o desenvolvimento de conhecimentos fundamentais de professores na formação inicial.

Ball e colaboradores (2008) passaram a se preocupar com questões do tipo: como as ideias de conhecimento pedagógico do conteúdo são incorporadas na prática? O que aprendemos com este conceito e o que ainda precisa ser desenvolvido a partir dele? Em seus estudos, os autores afirmam trazer um refinamento das categorias apresentadas por Shulman sobre conhecimento profissional do professor.

Para chegar nesse modelo, Ball e colaboradores (2008) desenvolveram diversas pesquisas com professores, investigando sua prática a partir de observações, entrevistas, questionários e acompanhamento de grupos colaborativos. Esses estudos empíricos, portanto, tinham como foco inicialmente, aspectos relacionados tão somente para os conhecimentos necessários aos professores para desenvolver efetivamente sua prática pedagógica. (PATRONO, FERREIRA; 2021)

¹⁰ Entre essas estão: o Mathematical Knowledge for Teaching (MKT) –Conhecimento Matemático para o Ensino - desenvolvido por Ball, Thames e Phelps (2008) na Universidade de Michigan; o Knowledge Quartet (KQ) – Quarteto do Conhecimento – elaborado por Rowland, Huckstep e Thwaites (2005); o Conhecimento Didático Matemático (CDM) – elaborado por Godino (2009) e o Mathematics Teacher’s Specialized Knowledge (MTSK) Conhecimento Especializado do Professor de Matemática- elaborado por José Carrilo(2013).

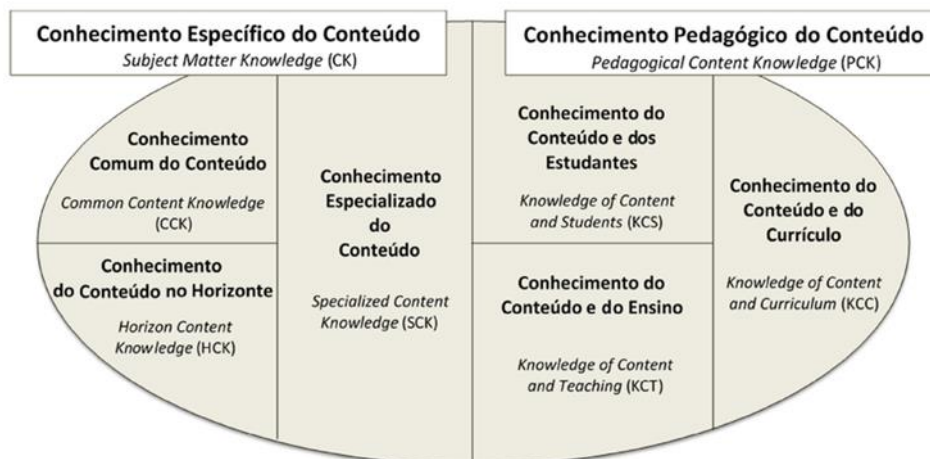
Desta forma, estes conhecimentos tratam das tarefas envolvidas no ensino e as exigências matemáticas destas tarefas, pois, segundo eles, o ensino envolve mostrar aos alunos como resolver problemas, responder às perguntas dos alunos, bem como a análise dos trabalhos realizados por eles. (BALL e colaboradores; 2008) Estes autores esclarecem que, para obter conhecimento “de” e “sobre” a Matemática a ser lecionada, são necessários também outros saberes importantes para o docente, tais como: conteúdos, procedimentos, conhecimento da Matemática e das temáticas relacionadas.

Apresentaremos a seguir considerações sobre domínios e subdomínios do Conhecimento Matemático para o Ensino.

3.1 Domínios do Conhecimento Matemático para o ensino

Partindo das ideias de Shulman, conforme já explicitado, Ball e colaboradores (2008) propuseram um modelo para os conhecimentos de professores de Matemática, dando ênfase a duas categorias, o Conhecimento Específico do Conteúdo (SMK) e o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK), os quais apresentamos na figura 2, exposta a seguir.

Figura 2: Domínios do Conhecimento Matemático para o Ensino - MKT



Fonte: Adaptado de Ball e colaboradores (2008, p. 403)

A primeira categoria referente ao Conhecimento do Conteúdo (SMK) é subdividida em três subdomínios, a saber Conhecimento Comum do Conteúdo, Conhecimento Especializado

do Conteúdo e Conhecimento do Conteúdo no Horizonte. Apresentaremos, a seguir, considerações sobre cada um deles.

i) Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK) – É o conhecimento necessário ao professor, mas não é especial da sua carreira, por isso é utilizada a palavra “comum”. Desta forma esse conhecimento é usado por outros e não somente por professores.

Por "comum", no entanto, não queremos sugerir que todos tenham esse conhecimento. Em vez disso, queremos indicar que esse é um tipo de conhecimento usado em uma ampla variedade de contextos - em outras palavras, não é exclusivo do ensino (BALL e colaboradores; 2008; tradução nossa)

De acordo com Ball e colaboradores (2008), neste domínio também são contemplados os conhecimentos que os professores precisam saber sobre o material que ensinam, reconhecer quando seus alunos dão respostas erradas ou quando o livro apresenta algum erro de definição. Um exemplo deste conhecimento é referente a saber resolver corretamente uma equação de segundo grau, identificar se uma resolução não está correta, ou usar símbolos corretamente.

Destaca-se que para os autores, ter conhecimentos referentes ao subdomínio CCK é necessário, mas não suficiente para o ensino de Matemática.

ii) Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK) – É definido como o conhecimento e a habilidade matemática exclusivos do docente. Para Ball e colaboradores (2008), ensinar exige conhecimento matemático além daquele a ser ensinado aos alunos, exige uma compreensão diferente, não apenas perceber e identificar um erro, por exemplo, mas, saber a sua natureza.

Segundo Jankvist e colaboradores (2015), os conhecimentos referentes a este subdomínio permitem que os professores se envolvam em tarefas particulares de ensino, incluindo representar com precisão ideias matemáticas ou como fornecer explicações matemáticas para regras e procedimentos comuns, examinar e entender métodos incomuns para problemas. Também, “[...] inclui-se nesta categoria, o conhecimento das diferentes formas como os conteúdos podem ser encarados, dependendo da época histórica em que nos encontramos”. (JAKOBSEN e colaboradores, 2014)

Por exemplo, fazem parte da mobilização do conhecimento especializado do conteúdo, reconhecer vantagens e desvantagens do uso de retângulos ou círculos para comparar frações; e como explicar e justificar as ideias matemáticas (por exemplo, por que você inverte e multiplica para dividir frações), compreender diferentes interpretações das operações, ser capaz de falar explicitamente sobre como a linguagem matemática é utilizada, responder perguntas,

questionamentos e, além disso, saber utilizar distintas representações matemáticas que são mais adequadas em certos contextos.

iii) Conhecimento do Conteúdo no Horizonte (HCK) – É o conhecimento que o professor possui de como os tópicos de um conteúdo estão relacionados e que devem ser abordados com diferentes graus de profundidade, dependendo do ano de escolaridade. Por exemplo, um professor de 1º ano, deve ter o conhecimento sobre os conteúdos matemáticos que os alunos estudarão ao chegar no 3º ano para construir os fundamentos necessários para a introdução dos novos conteúdos e/ou para o aprofundamento dos conteúdos já ensinados. Em outras palavras, está na competência do professor relacionar os conteúdos matemáticos que ele está lecionando em um determinado ano, com os que serão abordados em algum ano posterior ou vice-versa.

Sobre o conhecimento do conteúdo no horizonte, alguns autores questionam se este subdomínio é parte do conhecimento comum do conteúdo ou se pode ser trabalhada em outras categorias. (PATRONO, FERREIRA; 2021).

Para Jankvist e colaboradores (2015), este subdomínio apoia um tipo de consciência, sensibilidade, disposição que informa, orienta e enquadra culturalmente a prática de ensino. De acordo com Ball e Bass (2002), o ensino pode ser mais hábil quando os professores têm uma perspectiva matemática do que está em todas as direções, atrás e à frente, para os alunos.

A segunda categoria, que reúne conhecimento relacionado ao PCK de Shulman, também, foi subdividida em três subdomínios, a saber: Conhecimento do Conteúdo e dos alunos, Conhecimento do Conteúdo e do Ensino e Conhecimento do Conteúdo e do Currículo. Apresentaremos, a seguir, considerações sobre cada um deles.

i) Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes (KCS) – É um subdomínio que combina conhecimento sobre estudantes e conhecimento sobre matemática. Os professores devem prever o que os alunos provavelmente pensam e o que considerarão confuso. Para Ball e colaboradores (2008), a familiaridade com os erros comuns e a decisão sobre qual dos vários erros os alunos provavelmente cometerão são exemplos de conhecimento de conteúdo e alunos.

Ao atribuir uma tarefa, os professores precisam prever o que os alunos provavelmente farão com ela e se considerarão fácil ou difícil. Os professores também devem ser capazes de ouvir e interpretar o pensamento emergente e incompleto dos alunos, conforme expresso na maneira como os alunos usam a linguagem. (BALL e colaboradores; 2008; tradução nossa)

Jankvist e colaboradores (2015), explicam que o conhecimento do conteúdo e dos alunos se concentra em ter conhecimento acerca de como os alunos pensam, conhecem e aprendem matemática; e cita que a compreensão das concepções e dos erros dos alunos é um aspecto importante do tipo de conhecimento dos professores.

ii) *Conhecimento de Conteúdo e do Ensino (KCT)* – Este subdomínio combina conhecimento sobre ensino e conhecimento sobre matemática. Ball e colaboradores (2008), consideram que o conhecimento do ensino e do conteúdo é um amálgama, envolvendo uma ideia ou procedimento matemático específico e familiaridade com os princípios pedagógicos para o ensino desse conteúdo específico.

O planejamento do ensino, a elaboração de uma sequência para o ensino de números inteiros, decidir sobre exemplos para introduzir os números negativos ou aprofundá-lo, determinar uma estratégia de superação para as dificuldades dos alunos quanto a regra de troca de sinais, são situações que evidenciam o conhecimento do conteúdo e ensino.

iii) *Conhecimento do Conteúdo e do Currículo (KCC)*- Esse subdomínio está relacionado a um dos domínios originais de Shulman (1986) de conhecimento de professor. Ball e colaboradores (2008), apresentam o Conhecimento do Currículo, que é necessário ao professor para ajudá-lo a fazer as articulações do conteúdo ensinado com outros pertencentes ao currículo de anos anteriores e posteriores, bem como o conteúdo estudado simultaneamente em outras disciplinas.

Com base nas descrições das categorias de conhecimentos para o ensino da matemática, desenvolvidas por Ball e colaboradores (2008), apresentamos um exemplo de possível associação entre conteúdos que podem ser vinculados a HM e essas categorias.

Ball e colaboradores (2008), afirmam que são tênues as linhas divisórias entre esses domínios de conhecimentos e ressaltam que o MKT foi construído com o intuito de contribuir com a teoria de Shulman, não para sua substituição, considerando fundamental que os professores conheçam os conteúdos que ensinam. Outra conclusão dos autores é que os cursos de formação de professores devem focar, principalmente, no preparo dos professores no sentido de conhecerem e serem capazes de usar a Matemática que é necessária no trabalho de ensinar.

Destaca-se que para Fien Depaepe e colaboradores (2013), o MKT possui grandes três méritos a saber: i) o MKT é o resultado de uma pesquisa empírica sobre o conhecimento que os professores precisam e aplicam no ensino da matemática e, como tal, fornece uma base empírica para o PCK; ii) promove a operacionalização do conceito de Shulman por meio do desenvolvimento de referência válida do conhecimento matemático dos professores para o

ensino; iii) o conceito MKT fornece evidências empíricas para uma relação positiva entre o PCK dos professores e os resultados de aprendizagem dos alunos.

Entretanto, Fien Depaepe e colaboradores (2013), apontam também, algumas críticas a este modelo. A primeira delas, se refere a eventual dificuldade de distinguir teoricamente as categorias dentro do MKT. Por exemplo, até que ponto o SCK é diferente do PCK? A segunda, os autores ressaltam que as mesmas críticas a conceitualização de Shulman de PCK também podem ser realizadas com relação ao MKT, ou seja que estes modelos assumem uma perspectiva principalmente cognitiva sobre o conhecimento dos professores como algo que pode ser testado independentemente do contexto em que é usado e ignora as crenças dos professores sobre ensino de matemática (por exemplo, sobre a natureza da matemática).

Segundo Pazuch e Ribeiro (2017), ao analisarem o modelo de Ball e colaboradores (2008) identificaram que este se constitui como um dos referenciais mais presentes e citados em pesquisas voltadas ao do conhecimento profissional docente no contexto da formação de professores que ensinam matemática.

Portanto, nesta pesquisa os conhecimentos matemáticos para o ensino que pretendemos investigar dizem respeito à subdomínios do MKT, por entendermos que esses conhecimentos podem ser evidenciados/expressos por meio do desenvolvimento de ações, atividades, reflexões produzidas nas interações dos licenciandos na disciplina de HM.

Com base nas informações apresentadas, entendemos que o modelo proposto por Ball e Colaboradores, pode ser adequado para analisar as contribuições da HM para a formação de professores de matemática.

No próximo capítulo, apresentamos o percurso metodológico adotado nesta pesquisa.

4. PERCURSO METODOLÓGICO

Fundamentada nos referenciais teóricos relacionados ao desenvolvimento de conhecimentos matemáticos na formação inicial de professores, a investigação de abordagem qualitativa se demonstrou adequada aos propósitos já desta pesquisa. Uma pesquisa desta natureza, segundo D'Ambrosio (2004), têm como objetivo entender e interpretar dados e discursos acerca do seu foco de estudo.

Segundo Deslandes, Gomes e Minayo (2009, p. 21), “[...] a pesquisa qualitativa responde a questões muito particulares. [...] ela trabalha com o universo dos significados, dos motivos, das aspirações, das crenças, dos valores e das atitudes”.

Para Ludke e André (1986) a pesquisa qualitativa possui características das quais se destacam: i) O ambiente natural como fonte direta dos dados e o pesquisador como instrumento-chave. ii) ser descritiva. iii) Os pesquisadores estarem preocupados com o processo e não simplesmente com os resultados e o produto. iv) Os pesquisadores tenderem a analisar seus dados indutivamente e v) Uma preocupação essencial com significado.

Enfatizamos que, essa pesquisa apresenta muitas de tais características, a saber: a presença da pesquisadora no *lócus* da pesquisa em tempo significativo e, revisão das informações registradas pela própria pesquisadora, os dados foram construídos e registrados na forma de palavras ou imagens que incluem transcrição de entrevistas que não podem ser traduzidas a dados numéricos. Além disso, os dados foram analisados em toda sua riqueza, respeitando a forma em que foram transcritos ou registrados. Em nossa pesquisa, os dados foram recolhidos com a finalidade de construir um quadro teórico que foi ganhando forma na medida que se recolhia e examinava as informações, neste processo de análise o foco estava mais aberto no princípio e foi se fechando e especificando ao final do processo investigativo.

A coleta de dados da pesquisa foi realizada em uma disciplina especificamente voltada para o estudo da História da Matemática. Neste sentido, os participantes da pesquisa, são alunos de um curso de Licenciatura em Matemática matriculados na disciplina de História da Matemática de uma Universidade Federal.

Inicialmente foram apresentados aos doze licenciandos matriculados na disciplina, os objetivos da pesquisa e o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido - TCLE¹¹. Depois de

¹¹ A realização desta pesquisa foi aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisa (CAAE: 42163921.7.0000.5099).

sanadas as dúvidas, o termo foi assinado por sete licenciandos, assim a pesquisa foi realizada com sete participantes.

Os participantes preencheram um questionário que foi disponibilizado por meio de correio eletrônico, com dados de identificação e relacionados à sua formação. O questionário utilizado era composto por questões mistas, envolvendo perguntas abertas, que favorecem maior liberdade de expressão dos respondentes e, uma questão fechada (Apêndice B). Para que a identidade fosse preservada, optamos por utilizar pseudônimos. Os licenciandos foram denominados de **Josué, Eliseu, Elias, Noemi, Ester, Rute e Sara**.

Além deste questionário, foram utilizadas outras formas de coleta de dados. O diário de campo foi construído de modo a conter as reflexões da pesquisadora referentes a cada aula realizada na disciplina. Ele foi elaborado na perspectiva proposta por Fiorentini e Lorenzato (2012), que indica que o diário:

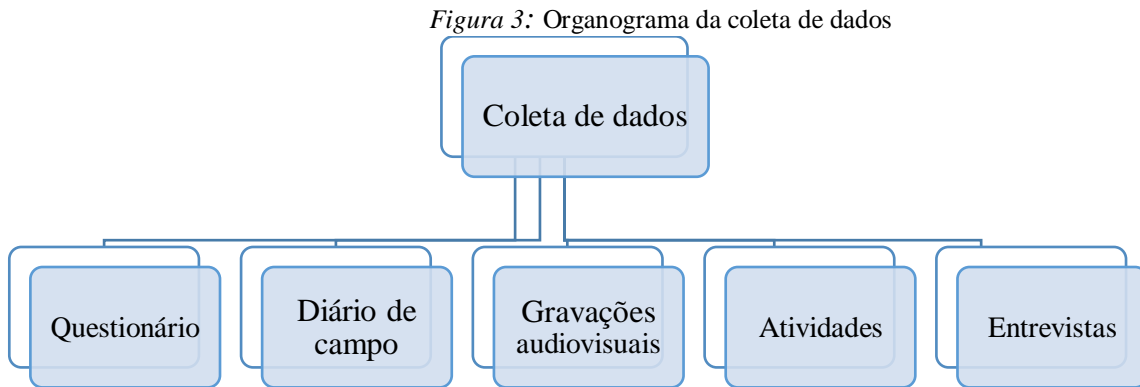
[...] deve conter uma perspectiva descritiva que se atém a descrição de tarefas e atividades, de eventos, diálogos, de gestos e prática do próprio comportamento do observador, além de apresentar impressões, comentários e opiniões do observador, seus erros dificuldades, confusões, incertezas, acertos e sucessos, suas reações e as dos participantes. (FIORENTINI, LORENZATO, p. 318, 2012)

As aulas foram gravadas e as gravações audiovisuais foram utilizadas com o objetivo de captar, nos diálogos e interações dos participantes, informações que pudessem complementar o diário de campo. Sendo assim, tais gravações permitiram que a pesquisadora, assim como indicado por Carvalho (1996), visse e revisse as interações ocorridas durante as atividades quantas vezes fossem necessárias, agregando à pesquisa dados que por vezes não foram percebidos pela observação da pesquisadora no momento em que ocorreram.

As atividades que foram propostas aos estudantes, também, foram analisadas. Estas englobaram propostas individuais e em grupo e, foram desenvolvidas em momentos síncronos e assíncronos. Algumas delas foram utilizadas como instrumentos avaliativos da disciplina, pois permitiam a expressão da criatividade e o registro do progresso de aprendizagem.

Por fim, as entrevistas semiestruturadas, foram realizadas após o término da disciplina, visando um aprofundamento dos dados coletados dos instrumentos de coleta na fase anterior. Elas ocorreram tendo como referência o roteiro (apêndice A) e devido a pandemia da covid-19 realizaram-se no ambiente virtual do Google Meet. Os critérios adotados para seleção dos participantes entrevistados foi: ter sido aprovado na disciplina com frequência superior a 85% e aceitar participar da entrevista. Participaram, então, da entrevista, 6 participantes. As entrevistas foram gravadas e transcritas.

É apresentado a seguir, na figura 3, uma síntese dos recursos da coleta de dados utilizados no decorrer da investigação.



Fonte: elaborado pela autora

Neste sentido, a análise foi, então, realizada por meio de triangulação dos dados dos obtidos por meio dos diferentes instrumentos de coletas de dados. Alguns autores destacam a importância da triangulação, como forma de aumentar a credibilidade de uma pesquisa que adota a abordagem qualitativa. (BORBA, ARAÚJO; 2004, p.35)

Estes dados foram analisados, como já relatado anteriormente, tendo como base os domínios e subdomínios propostos por estudos de Ball e colaboradores (2008). Neste sentido, utilizamos como categorias de análise, o Conhecimento Específico do Conteúdo e o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo e suas subcategorias a saber: Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK), Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK), Conhecimento do Conteúdo no Horizonte (HCK), Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes (KCS), Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (KCT), Conhecimento do Conteúdo e do Currículo (KCC). Dessa maneira, os dados coletados foram analisados no sentido de capturar aspectos que indicassem a mobilização de conhecimentos referentes aos domínios e subdomínios do MKT pelos licenciandos.

Quadro 1 Síntese características do MKT de Ball e colaboradores (2008)

Subdomínios	Principais Características
Conhecimento Comum do Conteúdo - CCK	<ul style="list-style-type: none"> • Usar termos e notações corretamente; • Saber encontrar uma solução correta para um problema;

	<ul style="list-style-type: none"> • Reconhecer uma resposta correta ou incorreta; • Ter conhecimento sobre a matemática lecionada na Educação básica;
Conhecimento Especializado do Conteúdo -SCK	<ul style="list-style-type: none"> • Saber usar abordagens "não padrão" que podem funcionar em determinadas circunstâncias; • Explicar e justificar conceitos e ideias matemáticas; • Ter conhecimento e usar distintas representações matemáticas;
Conhecimento do Conteúdo no Horizonte - HCK	<ul style="list-style-type: none"> • Perceber conexões entre distintos conceitos matemáticos; • Relacionar os conteúdos matemáticos que estão sendo lecionado em um determinado ano, com os que serão abordados em algum ano posterior ou anterior;
Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes -KCS	<ul style="list-style-type: none"> • Ter familiaridade com os alunos e seu pensamento matemático; • Prever o que os alunos provavelmente pensarão ou acharão confuso ou não; • Prever o que os alunos consideram interessante e motivador • Prever o que os alunos acharão fácil ou difícil; • Ter familiaridade com erros comuns e prever quais erros os alunos provavelmente cometerão durante o estudo de um conteúdo;
Conhecimento do Conteúdo e do Ensino KCT	<ul style="list-style-type: none"> • Avaliar vantagens e desvantagens de uma abordagem • Escolhas de exemplos para iniciar ou dar sequências aos conteúdos • Fazer escolhas didáticas adequadas de abordagens métodos e recursos para o ensino
Conhecimento do Conteúdo e do Currículo -KCC	<ul style="list-style-type: none"> • Conhecer documentos oficiais de caráter normativo • Fazer articulações do conteúdo ensinado com outros pertencentes ao currículo de anos posteriores e anteriores • Saber relacionar o conteúdo matemático com conteúdo de outras disciplinas

Fonte: elaborada pela pesquisadora com base em Ball e colaboradores (2008)

Sendo apresentado o percurso metodológico desta pesquisa, descreve-se a seguir a estrutura da disciplina, para posteriormente, apresentar a análise dos dados.

4.1. A disciplina de História da Matemática

A disciplina de História da Matemática é obrigatória para bacharelados e licenciandos em Matemática e possui, carga horária de 96 horas/aulas e foi ofertada para 28 estudantes, conforme apresentamos no quadro geral dos estudantes matriculados.

Quadro 2: matriculados na disciplina de HM

Alunos	Números de matriculados na disciplina
Bacharelado	16
Licenciatura	12
Total	28

Fonte: Dados da investigação, 2021

A ementa da disciplina compreende diversos tópicos dentro do contexto da História da Matemática e foi mantida pela professora formadora bem como os objetivos apresentados permitiram a docente abordar a HM a partir de aspectos teóricos e práticos.

Quadro 3: Conteúdo Programático

Ementa	Historiografia da Matemática. Matemática na Antiguidade. Matemática no período Grego-Helenístico. A Matemática na Idade Média na Europa, Índia e China. Matemática no renascimento europeu. Matemática nos séculos XVII e XVIII na Europa. Mulheres na História da Matemática
Objetivos	Apresentar alguns aspectos da Matemática produzida, em determinadas localidades, desde a antiguidade até o séc. XVIII. Expor alguns elementos da produção de pesquisas em História da Matemática. Apresentar a Matemática como uma construção humana
Temática	Conteúdo
Historiografia	- Introdução à Historiografia da Ciência e à Historiografia da Matemática - Questões sobre a escrita da História

	- A matemática produzida por diferentes culturas que não são abordadas na escrita oficial da História da Matemática
Matemática na Antiguidade	- Egito antigo - Mesopotâmia - Matemática na Grécia Antiga
Matemática na Idade Média	- China - Índia - Países Islâmicos - Europa
Matemática no Renascimento	- A Trigonometria - O aperfeiçoamento dos métodos de calcular - Cálculos com Logaritmos - Algebrização
Matemática na Época do Racionalismo	- Revolução científica - Geometria Analítica
Geometria Analítica	- Cálculo por Exaustão - Kepler e a geometria dos infinitos - Método dos indivisíveis - A aritmetização do método dos indivisíveis
Cálculo: Newton e Leibniz	- Isaac Newton (1642-1727) - Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) - A disputa pela prioridade sobre a construção do cálculo
Cálculo: Leibniz e função	- Conceito de função - Elementos da Matemática na Europa no séc. XVIII
Mulheres na Matemática	- História das Mulheres na Matemática

Fonte: Plano de ensino da disciplina, obtido no Moodle, 2021

No primeiro semestre de 2021, ou seja, no semestre no qual a pesquisadora coletou os dados, devido a pandemia da Covid 19, a disciplina se realizou de modo remoto. Assim, foram realizados dois encontros síncronos semanais de 100 minutos cada e foram propostas atividades a serem realizadas de forma assíncrona, ao longo de 15 semanas.

As aulas desta disciplina tiveram início em 26 de abril do respectivo ano. Ao longo do semestre eram realizadas as aulas síncronas no Google Meet, após estas era sugerido que fossem assistidos vídeos e textos indicados pela docente da disciplina.

As atividades englobaram propostas individuais e em grupo e, foram desenvolvidas em momentos síncronos e assíncronos. Todas as atividades foram postadas no ambiente virtual Moodle. A realização das aulas de modo remoto, imposta pela pandemia da Covid 19 de certa forma dificultou a interação professor e aluno, por esse motivo, então acabou-se privilegiando as análises das atividades. Destacamos que a estrutura da disciplina sofreu algumas alterações

para realização desta investigação e muitas atividades realizadas foram consideradas como presença devido a pandemia.

Nos atemos a análise das atividades que estão relacionadas a Matemática na Antiguidade, Mulheres na Matemática, Matemática na Idade Média e Matemática no Renascimento, por se tratarem de atividades realizadas individualmente, ou em duplas e trios de estudantes participantes da pesquisa, visto que nem todos os licenciandos matriculados na disciplina assinaram o TCLE. Assim, apresentaremos a seguir, uma breve descrição da abordagem de tais tópicos e de suas atividades, ao longo da disciplina de História da Matemática. Embora a natureza da disciplina não seja especificamente voltada para a prática docente, a escolha por elas também se deu por identificarmos que nestas atividades os estudantes transpareceram uma preocupação maior em refletir sobre como utilizar estes conteúdos em práticas futuras.

Em relação a Matemática na Antiguidade, destacamos que a temática foi dividida em três tópicos, Egito, Mesopotâmia e Grécia Antiga. Previamente os alunos assistiam a vídeos escolhidos e postados no ambiente virtual do Moodle pela professora formadora, que tinham como finalidade, auxiliar o entendimento dos licenciandos quanto aos tópicos que seriam abordados na disciplina. Posteriormente, nas duas aulas síncronas semanais, o conteúdo foi contextualizado pela professora formadora, com as informações complementares acerca do tópico abordado durante a semana. As aulas referentes ao Antigo Egito foram desenvolvidas a partir da apresentação da Matemática Egípcia com caracterização do papiro Rhind e as distintas possibilidades de interpretações acerca das ideias matemáticas existentes neste documento (DC¹²). As atividades sobre o Antigo Egito (AT1¹³) foram referentes a identificação das ideias que os estudantes entendiam serem as mais relevantes sobre as temáticas estudadas e suas justificativas.

A abordagem sobre a Matemática na Mesopotâmia foi desenvolvida a partir dos aspectos gerais da Mesopotâmia, contagem (escrita cuneiforme) e Sistema de numeração (base sexagesimal). Após a apresentação de algumas ideias, que hoje consideramos matemáticas, encontradas em tabletes mesopotâmicos, buscou-se identificar se os estudantes haviam compreendido e sabiam utilizar o sistema sexagesimal, bem como, uma interpretação do método utilizado para resolver problemas que, na perspectiva da matemática atual, envolvem a resolução de uma equação de segundo grau (DC). Buscou-se identificar, também, as ideias que os estudantes entendiam ser as mais relevantes sobre as temáticas estudadas. Na atividade

¹² Notas do diário de Campo elaborado pela autora.

¹³ Utilizamos em todo o texto a sigla AT1 para a atividade analisada “Matemática no Antigo Egito.”

referente a Matemática na Mesopotâmia¹⁴ (AT2) os alunos deveriam responder ao mesmo questionamento da atividade anterior (Antigo Egito) e resolver duas equações: a primeira utilizando base sexagesimal e a segunda pelo método geométrico apresentado em aula.

As aulas expositivas referentes a Matemática na Grécia, foram elaboradas com enfoque a saber: Grécia na Antiguidade Clássica, os três problemas clássicos da Geometria grega, alguns Pensadores Gregos e os conhecimentos matemáticos atribuídos a estes, além da introdução de algumas ideias matemáticas como contagem e Sistema de numeração. (DC). Posteriormente os licenciandos deveriam realizar três atividades, na primeira os alunos apresentaram as informações mais relevantes acerca de Pitágoras, da escola Pitagórica e da Matemática praticada por eles. Na Segunda, após o estudo de elementos da Matemática na Grécia Antiga, os licenciandos deveriam realizar a atividade (AT3)¹⁵ respondendo a questionamentos sobre esta temática e postar um documento com respostas a atividade proposta. Na terceira atividade os licenciandos deveriam elaborar uma linha do tempo da Matemática na Grécia Antiga, apresentando ao menos oito pensadores gregos que tiveram relevante participação para a Matemática e indicando as principais obras (ou ideias) referentes a esta área do conhecimento da antiguidade, bem como uma breve descrição destas. As três atividades foram postadas no ambiente virtual Moodle.

Para finalizar a temática Matemática na Antiguidade, os licenciandos deveriam elaborar um vídeo contendo informações sobre a Matemática no Egito, Grécia e Mesopotâmia e postar como atividade do fórum no Moodle. Após assistir os vídeos dos colegas disponíveis no fórum de discussão do ambiente virtual Moodle, os estudantes deveriam realizar a atividade - Mapa-múndi¹⁶. Nesta atividade (AT4)¹⁷ que pôde ser realizada em duplas ou trios, os licenciandos deveriam elaborar o seu mapa-múndi da Matemática na Antiguidade.¹⁸

O conteúdo” Mulheres na Matemática” é o último tópico da ementa da disciplina, entretanto, este foi trabalhado no mês de maio em comemoração ao Dia Internacional Mulheres na Matemática, celebrado no dia 12 do referido mês. A abordagem da temática acerca das mulheres na matemática foi iniciada por uma aula expositiva dialogada que apresentava

¹⁴ Utilizamos em todo o texto a sigla AT2 para a atividade analisada “Matemática na Mesopotâmia.”

¹⁵ Utilizamos em todo o texto a sigla AT3 para a atividade analisada “Matemática na Grécia.”

¹⁶ Atividade elaborada com base na proposta didática elaborada por Letícia Sousa Carvalho, BORGES, L. C. A História da Matemática na Formação inicial de Professores de Matemática: um estudo em teses e dissertações brasileiras. Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências da Universidade Federal de Itajubá. 2019.

¹⁷ Utilizamos em todo o texto a sigla AT4 para a atividade analisada “Mapa-múndi.”

informações referentes a biografia, trajetória, produção e dificuldades enfrentadas por algumas acadêmicas de variados contextos históricos. Posteriormente, foi solicitado aos estudantes que, individualmente, elaborassem uma pequena biografia de uma mulher que se dedicou a Matemática. Esta biografia deveria ser realizada individualmente, com o limite de duas laudas. Deveria, ainda, conter duas fotos da matemática escolhida. Foi solicitado que os estudantes variassem bastante as mulheres biografadas, e ainda, que cada estudante apresentasse, oralmente, esta biografia e as fotos aos colegas, durante as aulas síncronas. (DC). Por fim, foi solicitado que os estudantes realizassem uma atividade escrita na qual buscou-se identificar se houve uma ampliação no entendimento deles acerca da participação de mulheres na Matemática e se os estudantes entendem que esta temática é relevante no âmbito da HM e em sua formação.¹⁹

A dinâmica para a abordagem da temática “Matemática na Idade Média” foi um pouco diferente. Inicialmente, os licenciandos deveriam se dividir em duplas ou trios para realizar a tarefa e indicar a localidade escolhida (Europa, Países Islâmicos, Índia ou China). A atividade compreendia a elaboração de um vídeo e/ou slide animado acerca da matemática produzida na localidade escolhida no período da Idade Média, e em seguida, postada como fórum no ambiente virtual do Moodle (DC). Para as aulas, os licenciandos deveriam assistir os vídeos elaborados pelos colegas sobre a Matemática na China, Índia, mundo islâmico e Europa (que estavam disponíveis no fórum no ambiente virtual Moodle) e deveriam elaborar ao menos um comentário e/ou dúvida sobre cada um dos vídeos (DC). Após a aula, os licenciandos deveriam realizar duas atividades. A primeira, criar duas perguntas e respostas acerca do vídeo elaborado por sua dupla ou trio (AT6)²⁰. As perguntas poderiam ser elaboradas pelo grupo, mas as respostas precisavam ser individuais. Objetivo destas atividades era identificar se os estudantes conseguiram identificar os aspectos mais relevantes da temática que estudaram para elaboração do vídeo e conseguem elaborar perguntas claras sobre eles. Posteriormente, a segunda atividade (AT7)²¹ consistia na realização de um documento que continha perguntas, sendo que muitas destas eram as questões e/ou adaptações das questões elaboradas pelos estudantes e o arquivo postado no ambiente virtual Moodle.²²

Com relação a última temática analisada para esta pesquisa, “Matemática no Renascimento Europeu” os licenciandos precisaram assistir o vídeo e texto sugerido pela

¹⁹ Utilizamos em todo o texto a sigla AT5 para a atividade realizada “Mulheres na Matemática”. O questionário aplicado encontra-se no Apêndice C.

²⁰ Utilizamos em todo o texto a sigla AT6 para a atividade realizada em grupos “Matemática na Idade Média.”

²¹ Utilizamos em todo o texto a sigla AT7 para a atividade individual realizada “Matemática na Idade Média.”

²² O questionário aplicado encontra-se no Apêndice F.

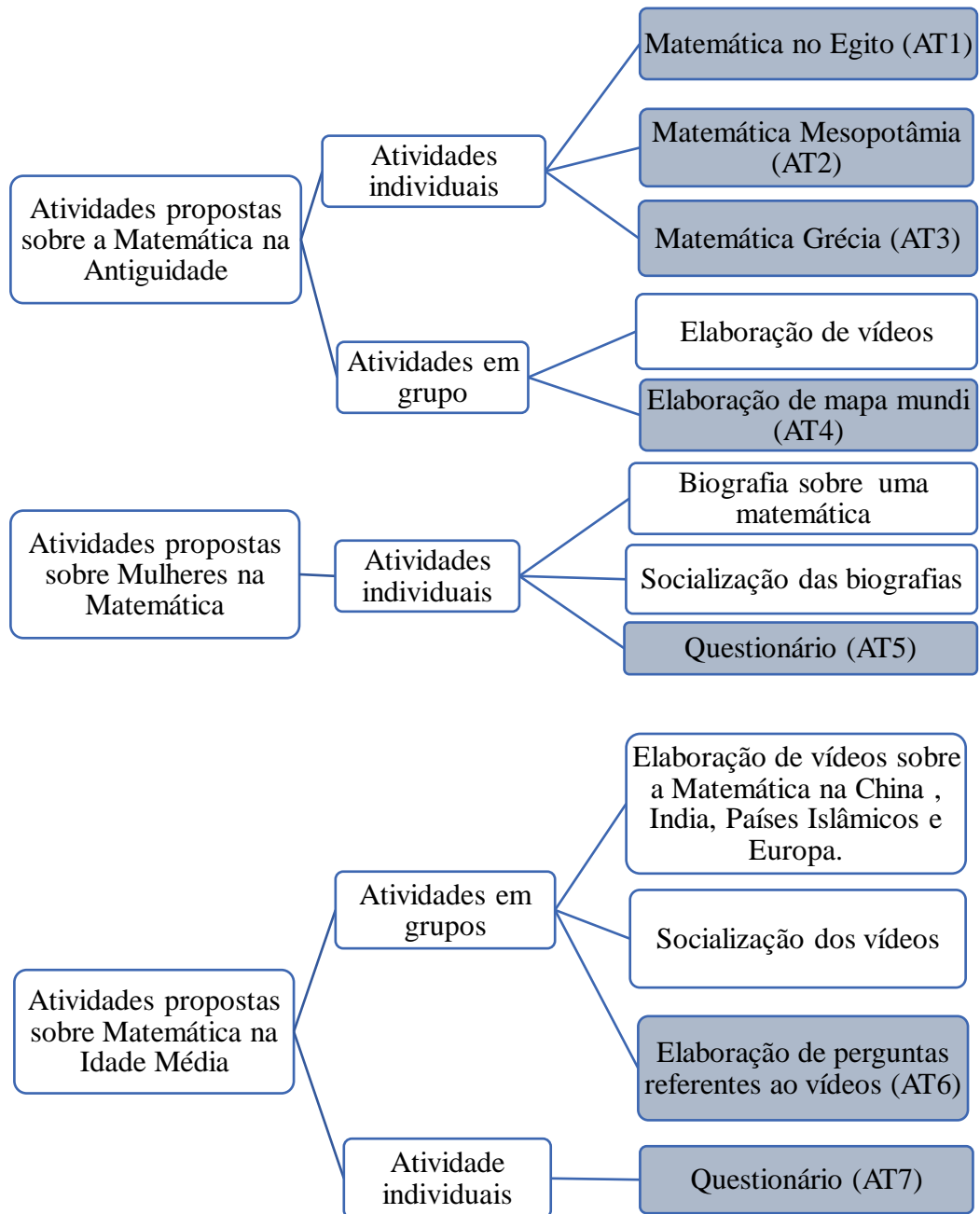
professora formadora e postado no Moodle. Posteriormente para contextualização da temática, as aulas expositivas foram desenvolvidas destacando vários aspectos do desenvolvimento da Trigonometria, Métodos de Cálculo (não na perspectiva do cálculo infinitesimal ou cálculo diferencial e integral) / Logaritmos e Algebrização (Disputa entre Tartaglia e Cardano) (DC). Assim como nas atividades anteriores os licenciandos postaram um arquivo que continha as respostas das questões referentes ao tema abordado na semana.(AT8)²³ Esta atividade tinha o objetivo de identificar se os estudantes haviam entendido alguns conteúdos referentes à HM que foram abordados acerca desta temática, a saber: relações entre PA e PG e a ideia de logaritmo; aspectos referentes a disputa de Tartaglia e Cardano, sobre o desenvolvimento do método resolutivo de uma equação de terceiro grau; as ideias de Argand referentes ao significado geométrico de multiplicar um número por (-1) e por i. Por fim, buscava-se identificar se os estudantes percebiam relações entre as ideias abordadas e suas futuras práticas profissionais.²⁴

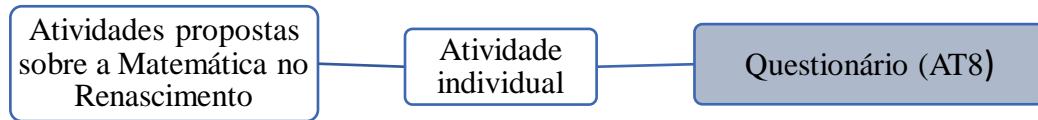
Apresentamos no organograma a seguir as atividades analisadas relativas à Matemática na Antiguidade, Mulheres na Matemática, Matemática na Idade Média e Matemática no Renascimento.

²³ Utilizamos em todo o texto a sigla AT8 para a atividade individual realizada “Matemática no Renascimento.”

²⁴ O questionário aplicado encontra-se no Apêndice G.

Figura 4: Organograma das atividades analisadas





Fonte: elaborado pela pesquisadora.

Ressaltamos que algumas atividades foram analisadas, mas não apresentaram indícios de conhecimentos matemáticos, visto que o estudo e as atividades propostas não possibilitaram a mobilização ou que não pudemos identificar indícios do Conhecimento Matemático para o Ensino.

No próximo capítulo, apresentamos o perfil dos participantes e as análises dos dados obtidos por meio das atividades apresentadas anteriormente, das notas do diário de campo da pesquisadora e das entrevistas realizadas com base no Conhecimento Matemático para o Ensino - MKT (Ball e colaboradores, 2008).

5. CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS PARA O ENSINO EVIDENCIADOS POR FUTUROS PROFESSORES NO ESTUDO DE ASPECTOS DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Neste capítulo, apresentamos a descrição e as análises, dos conhecimentos matemáticos evidenciados pelos licenciandos ao longo da disciplina de HM, realizada à luz dos domínios e subdomínios relativos ao Conhecimento Matemático para o Ensino - MKT (Ball e colaboradores,2008).

Neste sentido, iniciaremos as análises com a descrição do perfil dos licenciandos participantes desta investigação, e posteriormente, discutimos os conhecimentos mobilizados pelos licenciandos, apresentando excertos das atividades e/ou das entrevistas realizadas após o término da disciplina de HM.

5.1 O perfil dos participantes

A pesquisa, conforme já apresentado contou com a participação de sete participantes que assinaram o TCLE. Os licenciandos que participaram da pesquisa têm entre 21 e 39 anos. A maioria desses estudantes, durante a coleta de dados cursava o 7º período da licenciatura e apenas dois estudantes já tinham completado oito semestres do curso. Esta é a primeira graduação para seis dos sete participantes.

De acordo com as respostas apresentadas ao questionário **Ester, Noemi e Sara** afirmaram ter escolhido cursar a Licenciatura em Matemática por, de fato, ter o intuito de se tornarem professoras de Matemática, ou por interesse pela área educacional. Os demais declararam que, embora sentissem que gostavam da disciplina durante a Educação Básica, a escolha foi ocasionada pela falta de condições financeiras para cursar engenharia em outra cidade. Apesar disso, com exceção de **Josué** que afirmou não estar disposto a atuar como professor de Matemática, todos relataram que, no decorrer da formação, passaram a gostar do curso e sentem o desejo de seguir a carreira docente.

A maioria dos participantes relatou já possuir algum tipo de experiência docente, sendo que tais experiências estão sistematizadas no quadro 4.

Quadro 4: Experiência Docente

Licenciandos	Experiência Relatada
Josué	<i>“Sim, estou no meu último estágio, conseqüentemente já atuei como professor. Teve uma aula no meu estágio I que foi frustrante. Também já dei aulas particulares.”</i>
Eliseu	<i>“Sim, estágio e aula/monitoria em projetos de extensão (CATS)”</i>
Elias	<i>“Minha regência foi com o PIBID. Foram ótimas, o professor sempre me auxiliou muito. Buscava ser o mais seguro possível e conduzi bem as aulas”</i>
Noemi	<i>“Já lecionei em cursinhos na escola onde estudei e no estágio no ensino remoto.”</i>
Ester	<i>“Sim, atualmente dou aulas particulares, mas no momento somente para um aluno que pretende realizar a prova de um Concurso”</i>
Rute	<i>“Já participei do PIBID durante a segunda metade do ano de 2018 e o ano inteiro de 2019.”</i>
Sara	<i>“Atuei como docente em uma escola particular de programação e dei aulas particulares de matemática.”</i>

Fonte: elaborado pela pesquisadora

Todos os licenciandos já realizaram algum tipo de atividade docente no Ensino Fundamental, na disciplina de Estágio Supervisionado ou em programas de iniciação à docência e a maioria deles deixa explícito em seus relatos que a prioridade é continuar os estudos em cursos de pós-graduação, mas sempre com o objetivo de exercerem à docência. A seguir mostramos no quadro 5, as perspectivas profissionais de cada participante da pesquisa.

Quadro 5: Perspectivas profissionais dos licenciandos

Licenciando	Pretensão após o curso
Josué	<i>“Quero fazer mestrado, mas ainda não sei a área. Mas não descarto fazer minha terceira graduação.”</i>
Eliseu	<i>“Meu objetivo é cursar mestrado em educação em Ciências no ano que vem, se isso não for possível, tentarei lecionar na educação básica ou no ensino médio”</i>
Elias	<i>“Pretendo primeiramente tentar vagas em bancos, empresas, na área de cálculos e administrativa, sendo sincero, por conta do salário. Mas também tenho muitíssima vontade de ser professor, muito mesmo. Quero tentar vagas do estado, escolas particulares, pois meu prazer é ver os alunos aprendendo.”</i>
Noemi	<i>“Desde o ensino médio tenho vontade de trabalhar como professora na educação básica e a geografia licenciatura será minha segunda opção de curso.”</i>
Ester	<i>“Uma opção é cursar Bacharelado em Matemática, já que eu poderia “aproveitar” disciplinas que já fiz em Licenciatura. Depois, pretendo fazer um mestrado, provavelmente na área da Licenciatura, e, se possível, dar aulas na educação básica/ensino médio durante esse processo”</i>

Rute	<i>“Eu penso em lecionar nas séries que minha formação permite e penso também em me especializar na área de inclusão no sentido das NEE’s.”</i>
Sara	<i>“Não me encontrei totalmente na área de ensino de matemática, apesar de gostar. Pretendo dar aulas enquanto exploro outros interesses.”</i>

Fonte: elaborado pela autora

Sendo assim, depois das considerações acerca do perfil dos participantes serão apresentados e analisados, com referência aos Conhecimentos Matemáticos para o ensino, alguns excertos das atividades realizadas pelos licenciandos na disciplina de História da Matemática. No quadro 6 utilizamos um esquema de cores adaptado por Oliveira e Cyrino (2015) para facilitar a identificação dos subdomínios do MKT nos excertos.

Quadro 6: identificação dos subdomínios do MKT por cores

Conhecimento Específico do Conteúdo – SMK	Conhecimento Comum do Conteúdo - CCK	
	Conhecimento Especializado do Conteúdo - SCK	
	Conhecimento do Conteúdo no Horizonte - HCK	
Conhecimento Pedagógico do Conteúdo – PCK	Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes- KCS	
	Conhecimento do Conteúdo e Ensino - KCT	
	Conhecimento do Conteúdo e do Currículo KCC	

Fonte: elaborado pela pesquisadora

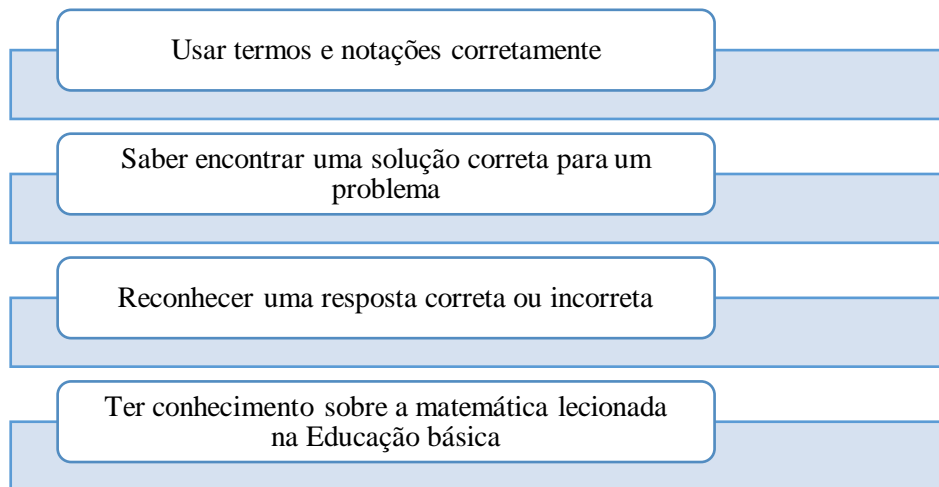
5.2 Analisando aspectos relacionados ao Conhecimento Específico do Conteúdo - SMK

O Conhecimento Específico do Conteúdo, envolve conhecer conceitos matemáticos, saber justificar cada um deles e saber como eles se relacionam entre si. Nesta perspectiva, identificamos que foram evidenciados/ expressos indícios do Conhecimento Comum do Conteúdo, Conhecimento Especializado do Conteúdo e Conhecimento do Conteúdo no Horizonte. A seguir, apresentaremos considerações sobre cada um destes conhecimentos.

5.2.1- Analisando os aspectos relacionados ao Conhecimento Comum do Conteúdo -CCK

O **Conhecimento Comum do Conteúdo**, na perspectiva de Ball e colaboradores (2008), conforme já apresentado, se refere ao conhecimento matemático não exclusivo ao professor que leciona matemática. Apresentamos na figura cinco uma síntese das principais características do CCK

Figura 5: Síntese do Conhecimento Comum do conteúdo



Fonte: elaborado pela pesquisadora com base em Ball e Colaboradores (2008)

Na realização das atividades sobre a Matemática na Antiguidade, observamos indícios de que o licenciando **Elias** (figura 6) expressa o **conhecimento do conteúdo comum** ao conhecer o valor do π (Pi), e saber identificar uma aproximação deste, ou seja, o licenciando indicou **saber usar termos e notações corretamente**. Este não é um conhecimento matemático específico do professor que ensina matemática e sim de qualquer indivíduo que vivenciou essa disciplina em seu currículo ou outro profissional que também detenha esse conhecimento. Tal informação, pode ser identificada a seguir:

Figura 6: Atividade sobre cálculo de área circular

$$\begin{aligned}\frac{\pi}{4}D^2 &\approx \left(D - \frac{1}{9}D\right) \cdot \left(D - \frac{1}{9}D\right) \\ \frac{\pi}{4}D^2 &\approx \left(\frac{8}{9}\right)^2 D^2 \\ \pi &\approx 4 \left(\frac{8}{9}\right)^2 \\ \pi &\approx 3,160494\end{aligned}$$

Atualmente $\pi \approx 3,141592$, mostrando uma boa aproximação para os valores atuais sem o conhecimento da constante irracional π , só dispondo do valor do diâmetro do círculo.

Fonte: dados da pesquisa

Ao desenvolver o tópico sobre as frações egípcias durante a aula síncrona a professora formadora solicitou aos licenciandos que pensassem como seria resolvido o problema 3 do Papiro Rhind: “Como dividir seis pães por dez homens”²⁵. Posteriormente, é perguntado aos alunos, qual fração cada homem deve ter? Observamos que ao explicar seu raciocínio para essa questão, **Elias** expressa aspectos do **CCK ao saber encontrar uma solução correta para problema** utilizando frações unitárias (frações egípcias). (DC).

“Professora eu pensei assim: pega cinco pães, aí parte ao meio, aí cada homem vai receber meio pão. Vai sobrar um pão, aí você parte em dez pedacinhos e dá um para cada um. Cada homem vai receber meio pão e um pedacinho, ou seja, cada homem vai receber **um meio mais um décimo**.” (**ELIAS**, notas do diário de campo).

Inferimos que em outra atividade (AT2) **Elias** (figura 7) evidencia este mesmo aspecto ao fazer a conversão de números da base decimal para a base sexagesimal no problema BM13901.

Figura 7: Atividade de Elias sobre a base sexagesimal

① Através do problema BM 13901 sabemos que

$$\underbrace{\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}x^2}_{b. decimal} = \underbrace{0,20}_{b. sexagesimal}$$

Convertendo para a base sex. temos que:

$$0,20 \cdot x + 0,40 \cdot x^2 = 0,20 \quad \textcircled{1}$$

Fonte: dados da pesquisa

Já **Eliseu** (Figura 8) ao realizar a atividade (AT2), evidencia o **conhecimento comum do conteúdo**, ao **saber reconhecer uma resposta correta**, por meio da realização da prova real.²⁶

²⁵ Adaptação da tradução para o Problema 3 do Papiro Rhind

²⁶ Destacamos que houve, provavelmente, um erro de digitação provocou na notação. A notação correta seria

$2\left(\frac{2}{12}\right) = \frac{4}{12}$

Figura 8: Resolução de Eliseu

2) Resolva esta equação realizando o procedimento apresentado na aula.

$$2/3x^2 + 1/3x = 1/3 \xrightarrow{\times 3/2} x^2 + 1/2x = 1/2$$

x^2	$1/2$
	$1/4$
$1/4$	$1/16$

} $3/4$

$$1/2 + 1/16 = 9/16$$

Então:

$$\sqrt{9/16} = 3/4$$

Por fim, $3/4 - 1/4 = 2/4 = 1/2$

De fato,
 $2/3x^2 + 1/3x = 1/3$
 $(2/3)(1/4) + (1/3)(1/2)$
 $2/12 + 1/6 = 2 + 2/12 = 4/12 = 1/3.$

Fonte: Dados da pesquisa

Atrelando o **CCK** ao **conhecimento sobre a matemática lecionada na Educação básica**, observamos que muitas vezes pela natureza da disciplina e das atividades propostas, não foi possível identificar este conhecimento nas atividades de **Ester e Rute**, porém, destacamos que as próprias licenciandas reconhecem que conhecimentos matemáticos foram evidenciados e que eles podem contribuir para sua formação. A partir deste indicativo aprofundamos a análise e seguimos para a entrevista, conforme apresentado nos excertos a seguir.

[4] “Acho que foi os conhecimentos **os sobre números complexos** que eu aprendi por exemplo, como que se chega na **construção geométrica dos números complexos**. Quando eu aprendi isso no ensino médio, eu aprendi assim, de uma forma pronta né...então eu não entendi o que acontecia. Na disciplina de HM eu aprendi o que aconteceu²⁷.” (**ESTER**, entrevista)

[34] [...] **Logaritmos graças a Deus eu consegui aprender**, mas para mim sempre foi aquele “calcanhar de Aquiles”, eu sempre tive bastante dificuldade pra poder resolver problemas ou exercícios que tinham logaritmos.²⁸ (**RUTE**, entrevista)

Entendemos que esses licenciandos podem ter evidenciado esse conhecimento, pelo fato de conseguirem relacionar conceitos matemáticos trabalhados na disciplina com aqueles lecionados na Educação básica.

5.2.2 Analisando aspectos relacionados ao Conhecimento Especializado do Conteúdo - SCK

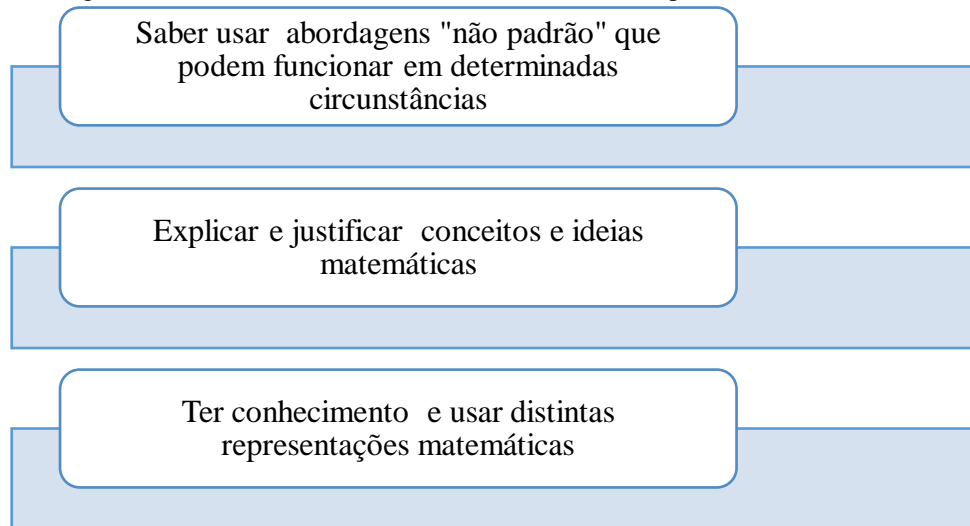
De acordo com Ball e colaboradores (2008), o **Conhecimento Especializado do Conteúdo** é um conhecimento específico dos professores que ensinam matemática. Com base

²⁷ Questão: Porque você considera que estes conhecimentos te auxiliarão a lecionar matemática?

²⁸ Aprofundamento da atividade AT8.

nas atividades, pudemos identificar conhecimentos referentes ao subdomínio **SCK** conforme apresentamos na síntese das características na figura 9.

Figura 9: Síntese das características do Conhecimento Especializado do Conteúdo



Fonte: elaborado pela pesquisadora com base em Ball e colaboradores (2008)

Neste subdomínio, evidenciamos que o licenciando **Elias** expressa ter **SCK**, ao **saber usar uma abordagem “não padrão”** para resolver uma equação do primeiro grau²⁹, utilizando o método da falsa posição na atividade sobre a Matemática Egípcia (AT1), conforme mostrado a seguir.

Figura 10: Atividade de Elias sobre método da falsa posição

”Uma quantidade mais sua metade fazem 9”

$$x + \frac{x}{2} = 9$$

Seja $x = 2$

$$2 + 1 = 9$$

$$3 = 9$$

O fator de correção será $3 \cdot \frac{9}{3} = 9 \rightarrow f = \frac{9}{3} = 3$

então $x = 2 \cdot f = 2 \cdot 3 \rightarrow x = 6$

Fonte :dados da pesquisa

Da mesma forma, **Josué** e **Sara** evidenciam esta mesma característica³⁰ do **Conhecimento Especializado do Conteúdo**, na resolução da equação pelo método geométrico

²⁹ Sendo considerada a padrão aquela que é a mais utilizada na Educação Básica no Brasil, referente a isolar a incógnita.

³⁰ Sendo considerada a padrão aquela que é a mais utilizada na Educação Básica no Brasil, referente a utilização da fórmula resolutoria da equação de segundo grau.

na atividade AT2. Continuando a análise acerca do **SCK**, na resolução do problema proposto na AT2 (figuras 11 e 12), observamos que estes licenciandos (**Josué e Sara**), atentam-se não somente na resolução do problema, mas também em **explicar e justificar suas ideias matemáticas** evidenciando, assim, outro aspecto do **Conhecimento Especializado do Conteúdo**, como mostramos nas atividades e nos excertos da entrevista a seguir³¹.

Figura 11: Resolução da equação do licenciando Josué pelo método geométrico

$$\frac{2x^2}{3} + \frac{x}{3} = \frac{1}{3}$$
 Temos que transformar a equação para base decimal.
 Logo,

$$2x^2 + x = 1$$
 Agora, vamos dividir a equação por 2.

$$\frac{x^2}{2} + \frac{x}{2} = \frac{1}{2}$$
 Assim,
 Método "Completar quadrado"

$$\begin{array}{|c|c|} \hline & x \\ \hline x & \\ \hline \end{array}$$
 Agora vamos dividir o quadrado de área $\frac{1}{2}$ em dois. Podemos reorganizar para melhor visualização.

$$\begin{array}{|c|c|} \hline & \frac{1}{4} \\ \hline x & \\ \hline \frac{1}{4} & \\ \hline \end{array}$$

$$\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{16}$$

$$\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{9}{16} \rightarrow x + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\rightarrow x = \frac{1}{2}$$
 Sabemos que o lado quadrado mede $\frac{1}{2}$, logo, na base decimal é igual 0,30.
 Portanto, $x = 0,30$

Fonte: dados da pesquisa

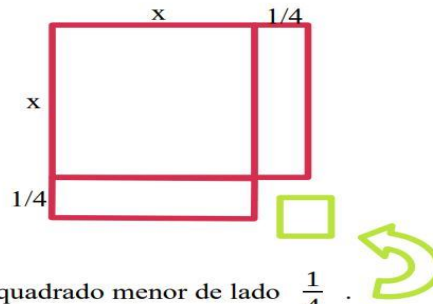
Figura 12: Resolução da equação da licencianda Sara pelo método geométrico

³¹ Destacamos que há um erro na última frase da atividade. O correto é que $x = 0,30$ na base sexagesimal.

Manipulando a equação para o coeficiente de x^2 ser igual a 1, temos:

$$x^2 + \frac{x}{2} = \frac{1}{2}$$

A partir disso, pelo método aprendido em aula, formamos o quadrado de lado x e 2 retângulos ligados a ele, com lado $\frac{1}{4}$ (retângulo $\frac{1}{2}$ dividido por 2 e reposicionado) e x .



Com isso, chegamos no quadrado menor de lado $\frac{1}{4}$.

Para calcular a área do quadrado maior:

$$\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 = x^2 + \frac{x}{2} + \frac{1}{16}$$

Sabendo que: $x^2 + \frac{x}{2} = \frac{1}{2}$

$$\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{16}$$

$$\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

$$\left(x + \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4}$$

$$x = \frac{1}{2} = 0;30$$

Portanto, o lado do quadrado é 0;30 em sexagesimal.

Fonte: dados da pesquisa

Compreende-se que, os licenciandos **Noemi, Ester e Eliseu** também expressam **saber explicar e justificar conceitos e ideias matemáticas**, aspecto do **Conhecimento Especializado do Conteúdo**, ao descreverem geometricamente, baseado nas ideias de Argand / Gauss para multiplicar por i (AT8), conforme verificamos nos excertos a seguir.

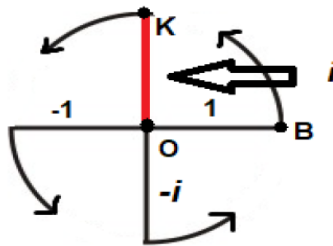
“Gauss acreditava que bastava esquadrihar o plano por um duplo sistema de retas paralelas que se cortam em ângulos retos, que os pontos de interseção seriam os números complexos. Por exemplo, ao escolher um ponto qualquer e colocar o número +1, a relação desse ponto com qualquer um dos pontos seguintes no sentido oposto, será representada por -1.” (NOEMI, AT8, grifo nosso)

“Os trabalhos que envolvem as questões de $(-1) \times (-1) = 1$ são os que mais me chamaram a atenção, pois trazem respostas que nós estudantes tentamos entender desde o ensino básico.

E eu, por exemplo, só fui ter acesso a essas informações na graduação e, agora com o contexto histórico ficou ainda mais interessante”. (NOEMI, AT8, grifo nosso)

Figura 13: Atividade de Ester sobre números complexos

R: Com base nas ideias da questão anterior, ao multiplicar 1 por -1 , estaria rotacionando 180° , dessa forma, ao rotacionar metade de 180° , ou seja, 90° , é o mesmo que multiplicar 1 por raiz de -1 , ou seja, por i . Na imagem abaixo, ao multiplicar OB , que é 1, por i , dá OK , que é i . Rotacionando 90° novamente, que é o mesmo que multiplicar por i , dá ixi , que é -1 . Da mesma forma, multiplicando -1 por i , dá $-i$, e, por fim, multiplicando $-i$ por i , dá 1. Ou seja, geometricamente, multiplicar por i é o mesmo que rotacionar 90° .



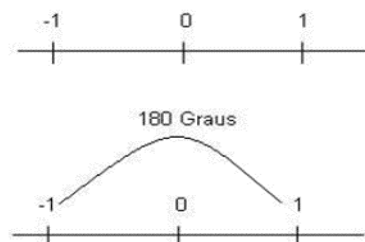
Fonte: dados da pesquisa

*“quando eu estudei **números complexos** no ensino médio, no 3º ano, eu não aprendi o significado geométrico de multiplicar por i . Assim, para saber os resultados das potências de i eu memorizei os resultados de i^0 , i^1 , i^2 e i^3 , já que o resultado das próximas potências seria algum dos resultados das potências anteriores. Mas eu nunca compreendi de fato o porquê desses resultados e **após conhecer as ideias de Argand, por exemplo, entendi o porquê**”. (ESTER, AT8, grifo nosso)*

Figura 14: atividade AT8 de Eliseu

3) Explique, com suas palavras utilizando as ideias de Argand, porque $(-1) \times (-1) = 1$

Tomemos 0 como um ponto de referência na reta numérica. Tome agora os pontos -1 , e 1 com a orientação fixada à esquerda direita, respectivamente. A multiplicação por -1 se resume em rotacionar o número (-1) em 180 graus, ou seja, deve-se mudar o sentido dessa orientação. Logo, $(-1) \times (-1) = 1$, assim, ao multiplicar o -1 por -1 eu rotaciono o (-1) , em torno do 0, 180 graus, chegando no valor 1 , que será o resultado dessa equação.



Fonte: dados da pesquisa

[44] “*Eu ainda defenderia esse método como conteúdo, acho que foi um dos pontos interessantes... sim seria importante para minha formação como profissional... Se vê muito que é trazido como tá aí escrito na resposta $(-)\times(-)$ é $+$, e utilizando a HM e essa possibilidade de Argand eu acho que seria sim interessante para sala de aula e dentro da minha formação.*”
³²(ELISEU, entrevista)

Ainda sobre **SCK**, na atividade da licencianda **Noemi**, identificamos que, mesmo já trabalhando com um tema conhecido, podemos revisitá-lo sob outro olhar, possibilitando uma compreensão diferente do conteúdo. Assim, Noemi ao apresentar a relação de PA e PG e logaritmos (figura 15), evidencia, **ter conhecimento e usar distintas representações matemáticas**, aspecto atribuído ao **Conhecimento Especializado do Conteúdo**.

Figura 15: Resolução de Noemi para a relação de PA/PG E Logaritmos

1) Apresente em linhas gerais como as ideias de PA e PG podem ser relacionadas com a ideia de logaritmo

R: Na tabela abaixo, podemos observar que:

PG	PA
1	0
q	r
q ²	2r
q ³	3r
q ⁴	4r
-	-
-	-
-	-
q ⁿ	nr

A razão entre o produto de dois números apresentados na coluna da Progressão Geométrica (PG) corresponde à média existente entre a soma dos respectivos números na coluna da Progressão Aritmética (PA). Sendo assim, podemos deduzir que a divisão entre dois termos na coluna da PG corresponde à subtração desses mesmos termos na coluna da PA. Essa relação aconteceria com todos os termos correspondentes da PG e da PA, assim como teria uma relação ao calcular a raiz dentro da PG e a divisão dentro da PA.

Fonte: dados da pesquisa

Partindo da questão elaborada por **Ester** na atividade AT6, (que seria respondida pelos colegas após a apresentação do grupo):

Figura 16: questão elaborada para AT6

1. Na Europa, no período da Idade Média, houve diversas aritméticas, algumas com características comuns e outras com características diferentes. Com base nisso, apresente pelo menos 5 (cinco) aritméticas comentadas no vídeo e indique a característica mais comum nessas aritméticas.

Fonte: dados da pesquisa

³² Aprofundamento sobre atividade AT7.

Aprofundamos a análise e seguimos para a entrevista, conforme apresentado nos excertos observamos indícios do **SCK** na justificativa da licencianda, ao elaborar a pergunta sobre as diferentes aritméticas, evidenciando **ter conhecimento e usar distintas representações matemáticas**

[28] “se eu não me engano foi eu que elaborei a primeira questão [se referindo a questão apresentada anteriormente]. **Eu acho que eu formulei ela pensando que, como no vídeo nós apresentamos diferentes aritméticas, eu achei importante que os outros colegas soubessem que há mais de uma aritmética e conhecer pelo menos um pouquinho de cada uma delas. Eu não sei se no vídeo deu pra eles perceberem, por isso fiz essa questão, para que retomassem isso e soubessem quais as características que cada aritmética tem.**”³³ (ESTER, entrevista)

O **Conhecimento Especializado do Conteúdo** segundo Ball e colaboradores (2008), é o conhecimento matemático específico da docência, observamos indícios deste aspecto na entrevista que **Rute** cita que considera que o conteúdo foi importante para sua formação profissional e a ajudou a compreender conceitos matemáticos que foram aprendidos em outra disciplina do curso.

[8] “Isso eu estou vendo agora em Variável Complexa, como ela explicou aquela rotação sabe?! Que era 90° e aí dava 100... aquele círculo que ela explicou, o professor retomou em variável complexa, coisa que eu nunca tinha ouvido, só tinha ouvido na disciplina de HM. Pra minha formação, na graduação, foi importante porque me ajudou muito.” (RUTE, entrevista)

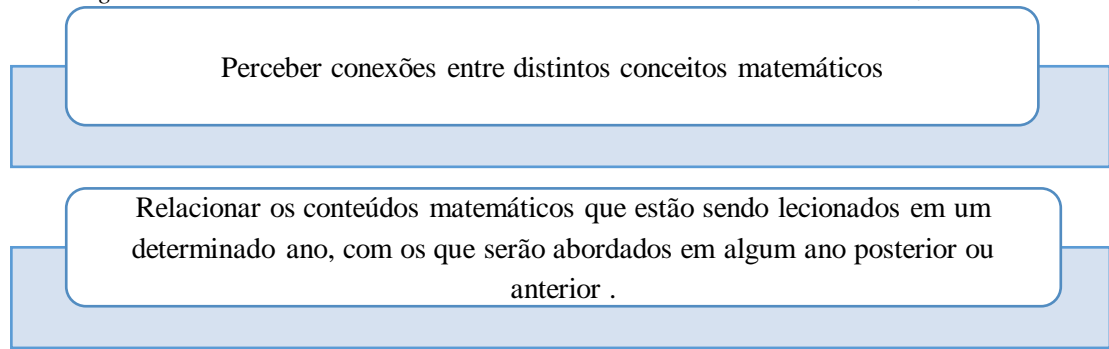
Com base nas análises apresentadas ressaltamos que as atividades que propiciaram aos licenciandos, fornecer explicações para procedimentos comuns ou evidenciar conhecimentos e estratégias de resolução dentre do **Conhecimento Especializado do Conteúdo**, contribuíram para melhorar conhecimentos matemáticos para o ensino destes alunos.

5.2.3 Analisando aspectos relacionados ao Conhecimento do Conteúdo no Horizonte- (HCK)

Para Ball e colaboradores (2008), o **Conhecimento do Conteúdo no Horizonte** é caracterizado como o entendimento de inter-relações entre termos e/ou tópicos, ao longo de toda extensão curricular. A figura 17 apresenta uma síntese das principais características do **HCK**.

³³ Aprofundamento sobre a atividade AT6.

Figura 17: Síntese das características do Conhecimento do Conteúdo no Horizonte



Fonte: elaborado pela pesquisadora com base em Ball e colaboradores (2008)

Josué mostrou ser capaz de associar aspectos que revelam indícios deste conhecimento ao associar a base sexagesimal usada na Babilônia com a unidade de tempo e a unidade para medida de ângulos que usamos atualmente, podemos inferir que o estudante consegue **perceber conexões entre distintos conceitos matemáticos** expressando, assim, um aspecto do **Conhecimento do Conteúdo no Horizonte**, conforme pode ser expresso no trecho a seguir.

“Sistema de numeração mesopotâmio, porque influência até os dias atuais. Por exemplo, a base sexagesimal pode ter influenciado no grau do círculo. O círculo tem 360 graus que pode ter vindo do sessenta da base sexagesimal. Também os sessenta minutos de uma hora, os sessenta segundos de um minuto.” (JOSUÉ, AT2, grifo nosso)

Esta mesma característica do **Conhecimento do Conteúdo no Horizonte** pode ser identificada no trecho a seguir, retirado da Atividade 5, no qual Josué identifica conexões entre o conceito “Curva de Agnesi” e “funções de probabilidade” e a possibilidade desta curva descrever alguns fenômenos físicos

“A curva de ‘Agnesi’, pois pode ser trabalhada no Geogebra. Antes de apresentar a curva pode contextualizar, falar um pouco da trajetória acadêmica Maria Gaetana Agnesi, em seguida sim apresentar a curva e trabalhar no software Geogebra ou no próprio celular, já que existe disponível esse aplicativo. Também pode trabalhar modelagem de certos fenômenos físicos, funções de probabilidade utilizando a curva de ‘Agnesi’” (JOSUÉ, AT5, grifo nosso)

Já Rute demonstra ter conhecimento acerca de **conexões entre distintos conceitos matemáticos**, pois apresentou a relação de logaritmos e a sequência de PA/PG, conforme pode ser identificado a seguir.

[34] “[...]Logaritmos graças a Deus eu consegui aprender, mas pra mim sempre foi aquele “calcanhar de Aquiles”, eu sempre tive bastante dificuldade pra poder resolver problemas ou exercícios que tinham logaritmos. E quando a professora fez aquela relação com logaritmo e a sequência de PA/PG, eu consegui olhar aquilo de uma forma mais fácil e pensar que quando eu fosse dar aula, lecionar, ser professora, pode ser uma ferramenta para eu ensinar de uma forma mais simples logaritmo.”³⁴ (RUTE, entrevista)

³⁴ Aprofundamento da atividade AT8.

O **Conhecimento do Conteúdo no Horizonte** foi caracterizado em algumas atividades, pois entendemos que nelas, os licenciandos expressaram o principal aspecto do **HCK**: relacionar os conteúdos matemáticos que ensinam, com os que serão abordados em algum ano posterior ou anterior.

Todos os participantes da investigação afirmaram, nas atividades e nas entrevistas, que consideram que a abordagem “Mulheres na Matemática” foi relevante para a sua formação profissional, em especial, pelo fato de que eles, antes da disciplina, tinham pouco ou nenhum conhecimento acerca de mulheres que contribuíram para o desenvolvimento da Matemática. Para exemplificar tal situação apresentamos as afirmações de **Elias, Ester e Sara**.

“Eu sinceramente não conhecia nada sobre este assunto [Mulheres na Matemática]. Havia escutado brevemente em algumas disciplinas na graduação. Na escola não ouvi nada sobre esta temática. Portanto meu “vaso” estava vazio a respeito desta temática, e foi perfeitamente preenchido durante os estudos. Começando primeiramente com a Matemática por mim escolhida, Hipátia de Alexandria, foi a primeira contribuição para o preenchimento no meu “vaso”. Após ouvir sobre as pesquisas dos meus colegas, pude ver que assim como Hipátia, houveram outras mulheres tão brilhantes quanto ela”. (ELIAS, AT5)

“[...] eu conhecia pouquíssimas mulheres matemáticas. Antes de escolher uma matemática para biografar, eu vi uma lista com várias matemáticas e percebi como é grande o número de mulheres na matemática que eu não conhecia. Hoje, após as apresentações dos colegas, tenho mais conhecimento sobre essa temática, porque além de conhecer mais mulheres matemáticas, também conheço a história de vida dessas mulheres”. (ESTER, AT5)

“[...] eu acho que se eu tivesse estudado isso antes teria feito muita diferença pra mim, na minha formação. Eu falo no sentido dos estudos matemáticos desenvolvidos pelas mulheres que foram apresentadas. Porque eu mal sabia que tinha mulher que fazia matemática, depois eu vi quão relevante foram esses estudos” (SARA, entrevista).

Para finalizar a apresentação dos conhecimentos matemáticos evidenciados pelos estudantes, destacamos que embora a princípio o conhecimento acerca das “Mulheres na Matemática” (AT5) possa parecer que não pertença a nenhum subdomínio do Conhecimento Específico de Conteúdo, entendemos que a abordagem desta temática contribuiu para a ampliação do conhecimento *sobre* Matemática dos licenciandos participantes e, conseqüentemente, para a sua formação matemática.

5.3 Analisando aspectos relacionados ao Conhecimento Pedagógico do Conteúdo - PCK

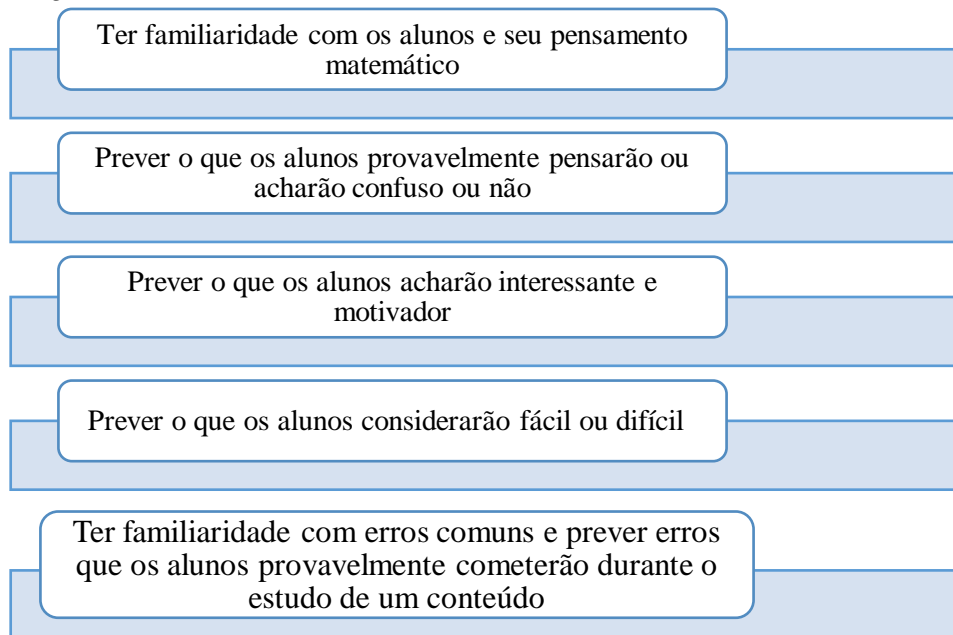
O Conhecimento Pedagógico do Conteúdo remete ao modo como o conteúdo pode ser ensinado, contemplando o currículo, os estudantes e as próprias relações entre estes e o conteúdo matemático. Assim, identificamos que os estudantes evidenciaram conhecimentos

referentes aos subdomínios: Conhecimento do Conteúdo e Estudantes, Conhecimentos do Conteúdo e do Ensino e Conhecimento do Conteúdo e Currículo.

5.3.1 Analisando aspectos relacionados ao Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes - KCS

O **Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes**, segundo Ball e colaboradores (2008), é o conhecimento dos professores acerca dos estudantes e em relação à matemática, ou seja, é o conhecimento que direciona o professor a fazer as devidas conexões com o conteúdo promovendo a construção do conhecimento matemático pretendido. A figura 18 apresenta uma síntese das principais características do **KCS**.

Figura 18: Síntese das características do Conhecimento do conteúdo e dos Estudantes



Fonte: elaborado pela pesquisadora com base em Ball e colaboradores (2008)

O **Conhecimento do Conteúdo e Estudantes**, conforme já exposto, engloba o conhecimento sobre os alunos e sobre o conteúdo matemático, neste sentido, compreendemos que **Elias** evidenciou aspectos inerentes a este subdomínio, levantando a questão sobre a eficácia do sistema de cálculo egípcio. Priorizando uma matemática mais significativa e menos memorialística o licenciando está **prevendo o que os alunos provavelmente pensarão**, promovendo melhor entendimento da matemática.

*“Após algumas resoluções através do método deles (Egípcios), vemos que ele é muito mais intuitivo e sem uma “receita de bolo” que é fortemente ensinado nas escolas, e até mesmo em algumas universidades. Logo, concluímos que **trabalhar com o sistema de cálculo egípcio para***

crianças pode ser muito eficaz, pois eles irão investigar e chegar às formalizações que os livros didáticos chegam.” (ELIAS, AT1, grifo nosso)

Observamos que **Eliseu**, está prevendo o que os alunos **considerarão interessante e motivador** para sua aprendizagem, ao pensar sobre a Matemática na Mesopotâmia e sobre os estudantes, possibilita apresentar/criar uma situação matemática em que os alunos se identifiquem, assim como, mostrado a seguir:

[50] *“a partir do momento que os alunos conseguem ver uma aplicação daquele conteúdo (Matemática na Mesopotâmia) dentro de um contexto. Por mais que as atividades ali possam parecer distintas pra uns alunos...mais... principalmente nas questões que envolviam agricultura aqui na minha cidade em especial os alunos estão ligados à isso também. Então acho que além de ver que isso é uma atividade milenar, propiciar pra eles também que eles vissem que a matemática veio desde aquele tempo e conhecimento adquirido através de práticas que são comuns pra eles até o dia de hoje.”³⁵ (ELISEU, entrevista)*

Sara, Elias e Josué evidenciam esta mesma característica do **Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes**, ao descrever uma aula com abordagem histórica poderia “animar”, “motivar”, “divertir” e “despertar a curiosidade dos estudantes”, como pode ser identificado nos excertos a seguir:

[6] *“ eu acho que pra menina, tem muitos aspectos que elas se identificam como incapazes de fazer nas áreas de exatas, eu acho que ter exemplo é pelo menos um ponto que ajuda a desenvolver curiosidade, a ver que se ela conseguiu fazer isso, se ela conseguiu chegar tão longe então talvez eu consiga. [... conhecer matemáticas] **acho que foi um incentivo a mais na aula** e pode ser pra outras meninas também.” (SARA, entrevista)*

*“Sim, porque a história da matemática é um importante instrumento para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem da mesma, possibilitando assim entender conceitos a partir de sua criação, levando em consideração todas suas alterações no decorrer da história, facilitando desse modo à compreensão para os alunos, **despertando sua curiosidade e principalmente interesse para futuras pesquisas.**” (JOSUÉ, AT5, 2021 grifo nosso)*

*“Abordaria a temáticas das contribuições de Hipátia de Alexandria para a matemática. Tal temática é a análises nos estudos de Euclides e a comparação feita entre os estudos de Euclides e a filosofia. **Uma espécie de aula de história para animar os alunos.** Depois mostraria aquilo que Hipátia fez nos estudos de Euclides, mostrando a importância daquilo para a época e para os dias de hoje, pois estudamos isso depois de séculos”. (ELIAS, AT5, grifo nosso)*

*“Ela pode ser usada como artifício de **prender a atenção dos alunos, de tornar as aulas mais divertidas**, de levar à construção de um raciocínio, e depois partir para uma formalização, etc. ...” (ELIAS, AT2, grifo nosso)*

³⁵ Questão: E você acredita que, vou colocar com suas palavras: “uma geometria mais ligada a prática” possa ser mais interessante para ser usada na sala de aula?

“[...] a história da matemática é um importante instrumento para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem da mesma, possibilitando assim entender conceitos a partir de sua criação, levando em consideração todas suas alterações no decorrer da história, facilitando desse modo à compreensão para os alunos, **despertando sua curiosidade e principalmente interesse para futuras pesquisas**”. (JOSUÉ, AT4, grifo nosso)

[30] “Eu acredito que todas as questões abordadas, como eu já falei, são interessantes. Eu traria como uma ferramenta pra mim, mais uma ferramenta pra sala de aula. Algo pra agregar pros alunos mesmo, **acho que tudo isso são curiosidades muito relevantes dentro da matemática que eu, com certeza abordaria nas minhas aulas.**”³⁶ (NOEMI, entrevista)

Em que pese o fato de que os licenciandos tenham o conhecimento, muito difundido, de que a inclusão da HM em sala de aula pode motivar os estudantes, destacamos a importância de ser cauteloso com tal ideia, já que “[...] a história, podendo motivar, não necessariamente motiva, e não motiva a todos igualmente e da mesma forma” (MIGUEL, 1993, p.70). Neste sentido, Souto (1997, p. 175) aponta que usar a HM em aulas de matemática “[...] como instrumento de caráter apenas motivacional é restringir o seu potencial didático.”

Ester, está **prevendo o que os alunos considerarão fácil**, ao indicar que fica mais fácil para o aluno aprender um conteúdo matemático a medida que ele constrói o próprio conhecimento, conforme pode ser identificado no excerto a seguir.

[6] “Então eu acho que na minha prática, eu não dar de forma pronta, se eu deixar que os alunos construam o conhecimento, e que eles conheçam de onde surgiu, **eu acho que fica mais fácil de eles entenderem, porque eles não vão ter que decorar nada né,... se eles entenderem de onde surgiu fica mais fácil pra quando eles forem estudar, lembrar, e eles mesmo construir esse conhecimento.**”³⁷ (ESTER, entrevista)

As Licenciandas **Rute e Noemi** estão, também, **prevendo o que os alunos acharão fácil e suas dificuldades comuns**. **Rute**, por exemplo, indica que os aspectos referentes a HM, podem auxiliar a apresentação do conteúdo de logaritmos de uma forma que os alunos acharão fácil. Tal situação é apresentada por **Noemi**, com relação ao conteúdo de números negativos. Nos excertos a seguir podem ser observados estes posicionamentos.

“Eu creio que a ideia que citei na questão anterior pode contribuir muito pra a minha atuação profissional, **pois traz uma ideia mais fácil para iniciar o conceito de logaritmo que a maioria vê com maus olhos.**” (RUTE, AT8, grifo nosso)

“Acredito que quase todos os conceitos abordados nessa tarefa farão muita diferença quando eu for trabalhá-los em sala de aula. **Por exemplo, as questões que envolvem o porquê de $(-1) \times (-1) = 1$, que é uma dúvida de muitos alunos e acredito ser importante levar essas respostas para sala de aula. Por mais abstrato que seja, é um dever do professor sanar as dúvidas dos alunos.**” (NOEMI, AT8, grifo nosso)

³⁶ Aprofundamento sobre a atividade AT8.

³⁷ Questão: Por que você considera que estes conhecimentos te auxiliarão a lecionar matemática?

Da mesma forma, entendemos que a licencianda **Sara** evidenciou esta mesma característica do **Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes** em dois fragmentos da entrevista, ao relatar que com base em sua experiência em atividades da disciplina (sobre a matemática na Mesopotâmia (AT2) e também nas ideias de Argand / Gauss para multiplicar por i (AT8)) ela pode inferir que tais abordagens poderão contribuir para o conteúdo lecionado fique mais fácil de ser compreendido pelos alunos.

[10] *“Eu acho que tem certos conceitos que ficam mais simples de desenvolver. Eu lembro de uma atividade sobre a matemática na Mesopotâmia se não me engano, que eu acho que o conteúdo seria mais fácil de trabalhar usando métodos que eles [se referindo a matemática na mesopotâmia] utilizavam do que os que a gente utiliza hoje em dia. **Eu acho que é muito mais prático, pelo menos pra mim e alguns outros alunos poderiam também achar.**”³⁸(SARA, entrevista)*

[31] *SARA: Eu lembro desta atividade, porque quando eu fui ler o conteúdo, eu fiquei muito surpresa, com a forma que ele fazia pra multiplicar (-1) por (-1) , eu não tinha visto essa forma antes, pra mim, multiplicar (-1) por (-1) dá isso e pronto, eu não tinha representação gráfica dela por exemplo. **Eu acho um bom conteúdo pra se trabalhar em sala de aula desta forma, é uma visão diferente também.** Isso eu respondi mais considerando minha experiência própria, de que eu não vivi isso e uma coisa que eu gostaria de ter vivido. **Porque ficou muito mais claro.**³⁹*

Embora não esteja explícito nas características, do **Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes**, que elaboramos com base em Ball e colaboradores (2008), inferimos que os licenciandos Eliseu e Rute mostraram ter conhecimentos relativos a este subdomínio à medida que mostraram ter conhecimento relativo as visões sobre a matemática dos estudantes.

*“**Creio que este aspecto é interessante pelo fato de que muitos creem que a matemática é algo estático, exato e pronto.**” (RUTE, AT7,2021, grifo nosso)*

[36] *“o que eu tentei falar, eu já falei umas duas vezes na entrevista, e essa ideia da disciplina saiu bem assim fixa pra mim. Na minha experiência no PIBID e na escola quando eu estava estudando, eu via muito que os alunos e meus colegas viam a matemática como uma ciência exata, pronta e difícil. Surgiu do nada e surgiu difícil.” (RUTE, entrevista)*

Estas visões dos estudantes podem se refletir na forma como eles se relacionam com a matemática podendo influenciar a aprendizagem matemática deles. Além disso, **Elias** destaca que:

³⁸ Questão: Houve algum momento da disciplina de HM que você considera que te ajudou a repensar ou ressignificar conceitos matemáticos lecionados na educação básica?

³⁹ Aprofundamento sobre a atividade AT8.

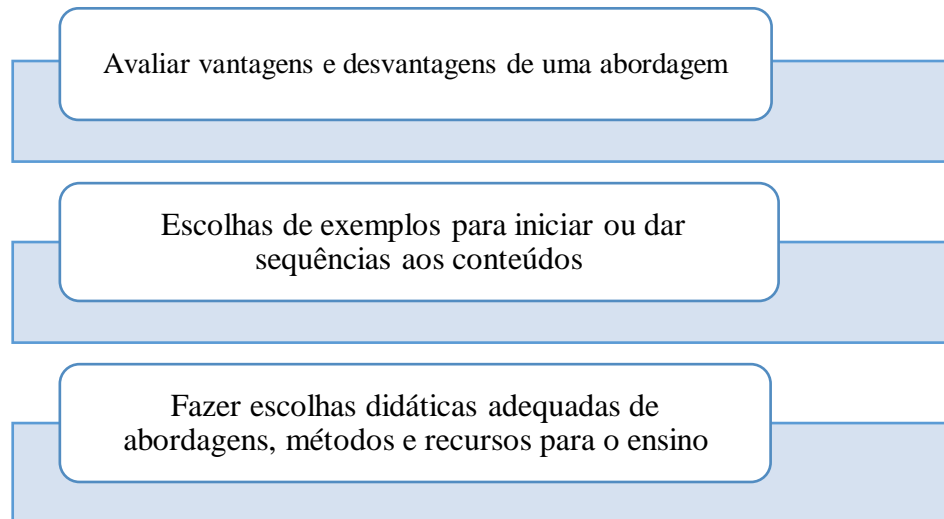
Tal posicionamento que relaciona as dificuldades de aceitação/compreensão de um conteúdo/uma ideia ao longo da história com possíveis dificuldades dos estudantes está em consonância com a literatura. Podemos estabelecer uma relação entre estas ideias e as de Berlinghoff e Gouvêa (2008), que indica que muitas pessoas tinham dificuldades em lidar com certos assuntos matemáticos, mesmo depois de um tempo da divulgação de suas ideias básicas, “nos ajuda a compreender (e a simpatizar com) as dificuldades que os estudantes possam ter. Saber como foram superadas essas dificuldades historicamente também pode indicar um modo de ajudar os estudantes a superarem tais obstáculos” (BERLINGHOFF, GOUVÊA, 2008, p 3). *Isso [aspectos da HM na idade média] me mostra, contribuindo para a minha formação pedagógica que temos que cada vez mais incentivar os alunos à não desistirem, pois haverá dificuldades no caminho, assim como houve na idade média, porém eles foram capazes de vencer as dificuldades, do mesmo modo que nossos alunos conseguiram tal feito”.* (ELIAS, AT6, grifo nosso)

Quanto a análise do **KCS**, que se apresenta pela ênfase nas questões que se referem à questão, “Saber ensinar e o Saber realizar o ensino” destacamos pois, que no decorrer das aulas síncronas não foram abordadas explicitamente questões relacionadas a formas de utilizar a HM em sala de aula, já que tal temática está prevista na ementa de outra disciplina do curso. Mesmo assim, estes conhecimentos foram evidenciados o que atesta o potencial da História da Matemática na formação matemática do professor levando em consideração a sua prática profissional.

5.3.2 - Analisando aspectos relacionados ao Conhecimento do Conteúdo e do Ensino – KCT

Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (KCT), segundo os estudos de Ball e colaboradores (2008), ressaltam que as escolhas apropriadas dos procedimentos, das metodologias e dos recursos didáticos são fundamentais para um ensino de Matemática eficaz. A figura 19 apresenta uma síntese das principais características do KCT.

Figura 19: Síntese das características do Conhecimento do Conteúdo e do Ensino



Fonte: elaborado pela pesquisadora com base em Ball e colaboradores (2008)

Elias ao indicar que uma interação abordagem histórica poderia contribuir para apresentar a matemática de uma forma menos mecanizada mostra saber **avaliar vantagens e desvantagens de uma abordagem** evidenciando aspecto do **Conhecimento do Conteúdo e do Ensino**.

“Esta matemática na Mesopotâmia é um excelente recurso pedagógico. Por quê? Porque ela é uma ferramenta para fugirmos da matemática mecanizada de passa fórmula, reprodução da fórmula com exemplos e exercícios.” (ELIAS, AT2, grifo nosso)

[46] “[...] *por exemplo o Teorema de Pitágoras, eu acredito que sim, é uma possibilidade de fazer uma abordagem daquele conteúdo por meio da utilização da HM....e a maneira que alguns conteúdos foram trazidos também possibilitaram pelo menos fazer uma readaptação para sala de aula.*”⁴⁰ (ELISEU, entrevista)

Consideramos que licenciandos entendem ser importante levar a História da Matemática para a escola para mostrar aos estudantes aspectos referentes a natureza da Matemática, evidenciando o mesmo aspecto do **Conhecimento do Conteúdo e do Ensino**.

[4] “*o que eu fui refletindo ao longo da disciplina, foram coisas que a professora foi fazendo e que eu acho que a gente como futuro professor poderia aplicar em sala que são: trazer fragmentos da história pra poder mostrar para os alunos que a matemática, ela não é algo que surgiu do nada... foi uma construção, pra mostrar pra eles que pessoas antes fizeram, conseguiram pensar, refletir, que não é assim uma matéria difícil sabe?! Eu creio que a HM pode ser um instrumento pra mostrar para os alunos que a matemática é algo possível assim de se entender...que pessoas também tiveram dificuldades, que pessoas conseguiram achar caminhos diferentes*”.⁴¹ (RUTE, entrevista)

[36] “*E quando a professora (professora formadora) vinha mostrando que as coisas foram construídas e desenvolvidas, pensadas e reformuladas, eu vi sempre assim... como uma forma de mostrar para as pessoas que acham muito difícil, que a matemática não veio assim do*

⁴⁰ Aprofundamento sobre a atividade AT6.

⁴¹ Questão: Que conhecimentos matemáticos você considera que foram evidenciados e podem ter contribuído para sua formação, como professor, na disciplina de HM?

nada sabe?! Que essa construção foi vivenciada por outras pessoas que acharam ela difícil no momento, mas conseguiram aprender o conceito e tal".⁴² (RUTE, entrevista)

[6] *"Bom eu acho que até voltando naquela questão que eu falei, pra dar sentido e sabendo como foi o decorrer da história da matemática fica mais fácil de trazer pra sala de aula. Eu acho que isso que vai contribuir né, toda história da matemática juntamente com tudo aquilo que a gente aprende na parte da matemática pura, quando a gente chegar pra dar aula vai fazer mais sentido, vai ficar mais fácil de trazer esses conhecimentos para os alunos."*⁴³(NOEMI, entrevista)

Estes excertos corroboram com Miguel (1997), que afirma que uma abordagem da História pode contribuir para a desmistificação da Matemática comumente difundida, pois para ele, a forma lógica pela qual muitas vezes a Matemática é apresentada não expõe como determinado conhecimento foi construído historicamente, e desta forma, pode transmitir "[...] a falsa impressão de que a matemática é harmoniosa, que está pronta e acabada" (p. 82).

Especificamente, sobre a temática da História das "Mulheres na Matemática", **Sara e Elias**, demonstraram interesse em abordar tais questões em suas futuras aulas. Algumas justificativas para esta inclusão, são apresentadas a seguir.

"Até hoje acredito que esse conteúdo é pouco ou quase nada abordado em sala. Os nomes vistos e tidos como grandes são sempre masculinos, porém, vi nessa matéria que houve grandes feitos de mulheres na matemática. Uma abordagem desse conteúdo pode gerar discussões sobre desigualdade de gênero, até mesmo no âmbito acadêmico, inspirar meninas e instigar sobre as áreas matemáticas seguidas por essas mulheres." (SARA, AT5, grifo nosso)

"Acredito que o primeiro ponto, e mais relevante que vejo que pode contribuir para minha atuação como docente seja mostrar para a turma que a matemática é unissex, que ela é para estudo universal, não só para homens, nem só para mulheres, mas para todos. Acredito que isso seja uma forma de incentivar as meninas enraizadas neste paradigma de matemática masculina. É importante que elas vejam que não é "desfeminização" estudar matemática, ou seja, encorajá-las estudar. Analisando no outro lado, isso ajuda os meninos a não serem preconceituosos, e ver que o estudo de matemática deve ocorrer para todos, e que sua colega de classe amante de matemática não é "Maria Macho" por conta disso." (ELIAS, AT5, grifo nosso)

Estas justificativas se voltam para a relevância da discussão de que a matemática não é uma área exclusivamente masculina. Tal posicionamento, encontra-se em consonância com a literatura já que variados autores indicam a importância da apresentação de "Role-models" ou seja, modelos de mulheres matemáticas nos quais as meninas possam se inspirar (GLADSTONE, CIMIPIAN, 2021). Neste sentido, para Cavalari (2010, p. 2-3), a abordagem da História das "Mulheres na Matemática" em sala de aula possibilita "[...] a desmistificação da difundida crença que a ciência e a matemática são territórios essencialmente masculinos" e,

⁴² Aprofundamento sobre a atividade AT7.

⁴³ Questão: Por que você considera que estes conhecimentos te auxiliarão a lecionar matemática?

para a autora, “[...] Tal desmistificação poderá, juntamente com outros fatores, contribuir para o aumento do interesse pelo estudo da matemática por jovens estudantes do sexo feminino das escolas do nosso país.” (CAVALARI, 2010, p. 10)

Ao considerar a necessidade de tomar decisões instrutivas sobre quais contribuições buscar, identificando diferentes métodos e procedimentos para utilizar a HM, os licenciandos expressam **KCT ao fazer escolhas didáticas adequadas de abordagens para iniciar ou dar sequência**⁴⁴

[24] “Usaria. Como eu citei no início da entrevista, eu creio que eu traria assim, **no início do conteúdo, mostrando para os alunos como foi construído, qual foi o processo daquele conteúdo sabe?! Como foi formalizado ao longo do tempo.**” (RUTE, entrevista)

[16] “eu acredito que sim, acho que todos os conteúdos eu procuraria abordar a HM. **Eu acho que fazendo pesquisa bibliográfica mesmo, sobre algum matemático... acho até interessante pra chamar a atenção dos alunos que não gostam tanto de matemática... eu faria desse tipo...Por exemplo Pitágoras, trazer um pouco de Pitágoras na sala e aula. Seria interessante**”. (NOEMI, entrevista)

[18] “Eu acho que ... eu imagino que utilizaria no início de algum conceito novo sabe?! **Ao introduzir um conceito novo, se eu perceber que eu posso utilizar a HM contando a história de qual povo, de qual localidade que isso surgiu, utilizaria com certeza, somente para introdução.**” (ESTER, entrevista)

[14] “eu acho que houveram muitos momentos...**os momentos que eu aprendi algo novo e que eu pensava: isso vou poder levar pra sala de aula e acho que vai ficar interessante pra eu contextualizar para os alunos algum conteúdo, pra que não fique aquilo que surgiu do nada. E nos momentos que eu aprendi algo novo em relação aos conceitos que eu consegui entender o que eu havia entendido, mas agora, de forma mais significativa**”.⁴⁵ (ESTER, entrevista)

“A curva de “Agnesi”, pois pode ser trabalhada no Geogebra. **Antes de apresentar a curva pode contextualizar, falar um pouco da trajetória acadêmica Maria Gaetana Agnesi, em seguida sim apresentar a curva e trabalhar no software Geogebra ou no próprio celular, já que existe disponível esse aplicativo. Também pode trabalhar modelagem de certos fenômenos físicos, funções de probabilidade utilizando a curva de “Agnesi**”. (JOSUÉ, AT5, grifo nosso)

[20] “eu gosto muito de fazer, pelo menos eu penso que seria interessante uma **introdução do conceito histórico, falar toda a parte histórica, apresentar mesmo como foi desenvolvido aquela ideia, aquele conteúdo e possibilitar que os alunos consigam fazer uma ligação com que eles já sabem com aquele conteúdo.**” (ELISEU, entrevista)

[8] “como já foi dito, a visão nossa pelo menos dentro da academia, o ensino de **logaritmo é mais da forma tradicional. Tanto que a gente, pelo menos particularmente eu, não tive práticas ainda que propiciassem um ensino de logaritmos de uma forma mais didática, e eu acredito que a disciplina de HM me possibilitou isso, com a abordagem que a gente teve**”. (JOSUÉ, entrevista)

⁴⁴ Questão: Como futuro professor de matemática, você utilizaria a HM para ensinar algum conteúdo de matemática? De que forma você trabalharia, você pode explicitar?

⁴⁵ Questão: Que momento da disciplina foi mais significativo pra você?

Estas vantagens apresentadas pelos estudantes, encontra-se em consonância com a literatura, Miguel e Miorim (2011, p.53), indicam que a abordagem histórica dos conteúdos matemáticos pode contribuir para se atingir objetivos pedagógicos que levem os alunos a perceber, por exemplo a matemática como uma criação humana; ou as razões pelas quais as pessoas fazem matemática. Ainda conforme estes autores, a abordagem histórica dos conteúdos matemáticos é fonte de seleção e constituição de métodos para a elaboração de sequências adequadas aos diferentes tópicos de ensino da matemática escolar. A escolha de temáticas ou episódios considerados motivadores da aprendizagem também constitui um caminho que pode ser escolhido pelo professor para abordar a História da Matemática em suas aulas.

Observamos que faz parte do repertório dos participantes, **fazer escolhas didáticas adequadas de métodos e recursos diversos** para elaboração de uma atividade, e também em encaminhamentos didáticos enfatizando rodas de conversas para levantamento do conhecimento dos alunos. Identificamos indícios do **Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (KCT)** em várias ações propostas. Durante uma das aulas referentes a Matemática na Mesopotâmia, após a professora apresentar o método geométrico para resolução de equações do segundo grau, consideramos que **Elias** expressa o **KCT**, ao indicar o método como escolha metodológica em sala de aula.

“Isso poderia ser aplicado em sala de aula, (se referindo ao método geométrico para resolução de equação do segundo grau) porque fugiria bem do que eu costumo dizer “matemática mecanizada”, de passar fórmula e pedir pra reproduzir...” (ELIAS, nota do diário de campo)

“principalmente pelo ponto que são outros pontos de vista. Por exemplo, a matemática na Mesopotâmia, são outros pontos de vista que podem ser trabalhados e também mostrar que a matemática não é só o que está em nosso redor, aqui perto da gente sabe?!”⁴⁶(SARA, nota do diário de campo)

Alguns estudantes indicaram a possibilidade de abordar biografias ou propor a realização de pesquisas para trabalhar com ideias referentes à HM ou às mulheres na Matemática.

*“Uma opção seria a atividade sobre a **biografia de matemáticas**, pois eu percebi o quanto essa atividade agrega positivamente para quem participa. Além dessa, eu desenvolveria uma atividade na qual o objetivo seria pesquisar sobre contribuições importantes para a matemática, feitas por mulheres. Com esta atividade eles poderiam reconhecer a importância das mulheres para a matemática.” (SARA, AT5, grifo nosso)*

[14] *“Eu acho que a primeira coisa que vem à mente é a forma expositiva né?! Só que eu acho que isso seria um problema...então... porque só expor informações não foge muito do método tradicional que a gente tá acostumado. Então eu tentaria fazer também com que os alunos*

⁴⁶ Questão: Por que você acha que isso vai ajudar na sua formação?

buscassem pelo conteúdo, que nem a gente fez nessa disciplina. Eu acho que a partir disso, eles podem pesquisar por conta própria, aí eles desenvolvem esse conhecimento por conta própria e depois de alguma maneira compartilhar com os colegas. Eu achei uma boa ideia essa...eu tentaria fugir do método tradicional.” (SARA, entrevista)

“Eu trabalharia a pesquisa das biografias das mulheres na matemática, posteriormente uma produção de cartazes com os principais fatos da trajetória de cada mulher e, por fim, iria propor uma gincana para que os alunos pudessem demonstrar os conhecimentos adquiridos”. (RUTE, AT5, grifo nosso)

Além disto, foram indicadas a utilização de recursos como jogos (Sara, Josué e Eliseu)

Desenvolveria jogos de perguntas e respostas voltados a essas mulheres e suas áreas de atuações e rodas de conversa, principalmente, de modo que houvesse atuação direta dos alunos na parte de pesquisa de conteúdo e das discussões em sala. Também, acho interessante a ideia de fazer um jogo de cartas como o trunfo das mulheres matemáticas. (SARA, AT5, grifo nosso)

“Também podemos utilizar jogos. É importante que o professor tome cuidado para não tornar o espaço da sala de aula em uma competição. Mas jogos competitivos auxiliam muito os alunos conhecer a frustração e a lidar com ela”. (JOSUÉ, AT5, grifo nosso)

[22] *“ Sim, e também tentaria utilizar a metodologia com jogos. Dentro da experiência que eu tive, eu percebi que é possível sempre fazer umas ligações com a HM e etnomatemática com jogos. Claro que são necessárias algumas adaptações, mas é possível”.⁴⁷(ELISEU, entrevista)*

No mesmo sentido do excerto anterior, também foram apontados pelos licenciandos a utilização de recursos do software GeoGebra (Elias e Josué), como exemplificado a seguir.

“[...] poderia introduzir a história de Euclides, e logo em seguida introduzir a história de Hipátia, podendo fazer uma interação e comparação entre as duas histórias. Uma espécie de aula de história para animar os alunos. Depois mostraria aquilo que Hipátia fez nos estudos de Euclides, mostrando a importância daquilo para a época e para os dias de hoje, pois estudamos isso depois de séculos. Após esta longa aula de história eu entraria com a geometria de Euclides, utilizando por exemplo o software Geogebra 3D. E seguiria com o conteúdo programático da escola.” (ELIAS, AT5 grifo nosso)

[24] *“Eu acho que traria as demonstrações pra eles, mas acho que isso também não seria atrativo pra todos. Pra alguns se tivesse como usar a tecnologia... acho que o Geogebra dá pra usar...fazer algumas coisas, não só o geogebra, tem outros que têm a mesma função.”⁴⁸(JOSUÉ, entrevista)*

Observamos que ao mesmo tempo em que refletiam sobre um recurso didático (livro), os licenciandos valorizam não apenas a utilização de outros materiais didáticos, mas expressam o **Conhecimento do Conteúdo e do Ensino** ao ressaltar que é necessário ter

⁴⁷ Questão: Deixa-me ver se entendi, você usaria para introdução do conteúdo levando em conta o conhecimento prévio dos alunos? É isso?

⁴⁸ Questão: como futuro professor de matemática você utilizaria HM para ensinar algum conteúdo de matemática? De que forma?

conhecimento apropriado para relacionar a HM ao ensino do conteúdo matemático, para ampliar e enriquecer o estudo de seus futuros alunos.⁴⁹ Vejamos no fragmento a seguir:

[28] “Olha eu não concordo muito, na questão de saber o conteúdo ou ter um livro didático. Eu creio que o professor tem que ter domínio, claro, do conteúdo que ele vai ensinar, mas também tem que ter domínio da questão da parte histórica da HM mesmo. Porque eu creio que quando a gente quer aplicar alguma metodologia ou recurso na nossa aula que seja diferente da aula tradicional, se a gente se preparar pouco, se a gente tem pouco domínio aquilo não surte efeito, ele acaba sendo só escrito no plano de aula que você aplicou, mas na prática não acontecendo.” (RUTE, entrevista)

Destacamos que os licenciandos se referem a HM como um recurso, ferramenta ou método para o ensino de matemática. Cavalari e colaboradores (2022), ao analisarem ementas de cursos de formação de professores de matemática, também, identificaram esta variedade de denominações. Para estas autoras “Tal diferença de denominação pode indicar a possibilidade e a relevância da realização de pesquisas buscando analisar e refletir acerca do papel da HM no ensino.” (CAVALARI e colaboradores, 2022, p.18).

Observamos que os licenciandos demonstram interesse de ter esta abordagem em suas aulas e que eles ainda que de uma forma superficial, conhecem formas de trabalhar a HM em sala de aula de aula, já que todos apontaram pelo menos uma forma de utilizar a HM em suas aulas.

Para eles, a HM poderia ser trabalhada, em especial, na introdução de um conteúdo e poderia, também, ser abordada juntamente com jogos e softwares. O interesse de muitos deles em introduzir os aspectos da História da Matemática em suas aulas demonstra que “[...] ao iniciar um conteúdo por meio da história o professor estará o contextualizando historicamente e tal abordagem poderá motivar os alunos a estudá-lo.” (CARVALHO, CAVALARI, 2019, p. 21)

Entretanto as ideias dos licenciandos não são baseadas em suas experiências em sala de aula, mas suas próprias experiências como estudantes e em trabalhos desenvolvidos na escola em atividades de iniciação à docência, no estágio supervisionado ou, em projetos.

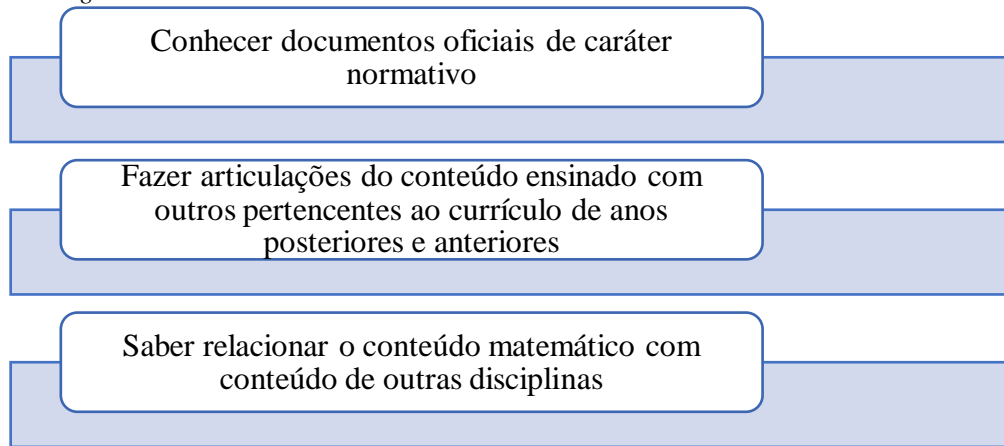
5.3.3-Analisando aspectos relacionados ao Conhecimento do Conteúdo e do Currículo – KCC

Os estudos de Ball, Thames e Phelps (2008) esclarecem sobre o **Conhecimento do Conteúdo e do Currículo**, sendo um conhecimento que envolve as orientações curriculares e

⁴⁹ Questão: Para ensinar matemática utilizando a HM, basta saber o conteúdo ou ter um bom livro didático para ir estudando e ensinando. O que você pensa disso?

seus desenvolvimentos ao longo do ensino. Com base nas atividades e no aprofundamento feito posteriormente na entrevista pudemos identificar conhecimentos referentes a este subdomínio.

Figura 20: Síntese das características do Conhecimento do Conteúdo e do Currículo



Fonte: elaborado pela pesquisadora com base em Ball e colaboradores (2008)

Identificamos alguns indícios do **Conhecimento do Conteúdo e do Currículo** na atividade dos licenciandos **Josué e Noemi**, na qual eles expressaram ter conhecimento de acerca da **Base Nacional Curricular**, um documento oficial que rege a educação básica no Brasil.

Tal fato pode ser identificado, pois após apresentarem elementos da História da Matemática na China, de modo especial a obra “Os nove capítulos da arte matemática”, na atividade AT6, eles questionaram:

“Qual a relação destes conteúdos com a Base Nacional Curricular Comum?” ((**Josué e Noemi**, AT6)

A justificativa para a elaboração desta pergunta foi apresentada pelos dois licenciandos na entrevista:

“a questão dois foi porque a gente lembrava de uma parte da BNCC que falava sobre o cotidiano dos alunos. Então a gente tentou relacionar essa parte com a BNCC. [...] Porque os nove capítulos falam sobre coisas do cotidiano, eu achei que seria interessante relacionar.” (**NOEMI**, entrevista)

“Porque na BNCC, tem uma parte nela que pede pra gente associar o conteúdo ao cotidiano do aluno, e o livro que a gente citava na próxima questão, ele também trabalhava com coisas do cotidiano. Então a gente associou. [...] nós vimos que uma coisa lá trás já trabalhava exercícios cotidiano e uma coisa recente aqui que é a parte da legislação pede pra fazer a mesma coisa entendeu?! Por isso a gente achou relevante”. (**JOSUÉ**, entrevista)

Além disto, **Noemi** ao responder esta questão na AT6, inclusive cita um trecho da BNCC no qual indica a relevância de trabalhar com o contexto do estudante em sala de aula.

Outra pergunta que estes estudantes elaboraram na AT6 é apresentada a seguir:

“Quais destes conteúdos podem ser relacionados com os conteúdos matemáticos lecionados na Educação Básica ou Superior?” (JOSUÉ e NOEMI, AT6)

A resposta apresentada por **Josué** indica que ele tem conhecimento de um conteúdo (“matrizes”) que é lecionado na Educação básica, conforme pode ser observado no seguinte trecho:

“[...] o capítulo 8 [se referindo ao oitavo capítulo da obra que eles apresentaram] (tabelas regulares) lembra matrizes, conteúdo que é abordado tanto na educação básica como na Superior” (JOSUÉ, AT6)

Compreende-se, que os licenciandos possuem conhecimentos referentes ao **Conteúdo e do Currículo**, já que indicaram conhecer aspectos referentes a **matemática trabalhados (ou não) na Educação básica** evidenciando uma das habilidades **KCC**.

“A primeira atividade didática pode ser ligada ao trabalho de Hipátia, pode ser realizada para alunos do **Ensino Médio, ao introduzir o estudo das cônicas, em Geometria Analítica** Inicia-se com um relato sobre a parte histórica do assunto, destacando o pesquisador Apolônio de Perga, o contexto histórico em que viveu e suas contribuições.” (JOSUÉ, AT5, 2021, **grifo nosso**)

[4] SARA: Porque é uma coisa [se referindo às mulheres na matemática] **que é pouquíssimo trabalhado nos anos iniciais, ensino médio** que só agora na faculdade eu consegui e aprofundar nisso.

[46] ELISEU: Se eu não estou enganado, eu tentei falar mais no sentido de que nem todos os conteúdos seriam conteúdo para sala de aula. Por exemplo, a parte que a gente viu sobre **Cálculo, seria um conteúdo que não seria explorado no ensino básico**, então foi essa ideia que eu quis colocar.

“Podemos relacionar essa Matemática (se referindo a Matemática Egípcia) **com a matemática básica ensinada no ensino fundamental I**” (ELIAS, SARA, AT4, 2021, **grifo nosso**)

“Os egípcios utilizavam um sistema de base 10, usando traços repetitivos para representar os números de 1 a 9 e outros símbolos para representar potências de base 10. A adição e a subtração eram dadas por agrupamentos simples, bastando apenas acrescentar os símbolos, no caso da soma e cancelar símbolos iguais, no caso da subtração do mesmo modo.” **Este processo é semelhante ao que é ensinado no Ensino Básico** (ELISEU, ESTER, RUTE, AT4 2021, **grifo nosso**)

De modo sintético, podemos destacar que com base na natureza da disciplina analisada nesta pesquisa, esperava-se que nas análises das atividades propostas e nas notas do diário de campo fossem evidenciados/expressos conhecimentos referentes ao domínio **Conhecimento Específico do Conteúdo**. Nesse domínio, identificamos indícios do Conhecimento Comum do Conteúdo, Conhecimento Especializado do Conteúdo e Conhecimento do Conteúdo no Horizonte. Destes, o Conhecimento Especializado do Conteúdo evidenciou-se de forma mais expressiva. Destacamos ainda que o Conhecimento Específico do Conteúdo identificado, foi em maior parte, nas atividades referentes a temática “Matemática na Antiguidade”.

Em relação ao domínio **Conhecimento Pedagógico do Conteúdo**, identificamos que os licenciandos evidenciaram conhecimentos referentes aos subdomínios, Conhecimento do Conteúdo e Estudantes, Conhecimentos do Conteúdo e do Ensino e Conhecimento do Conteúdo e Currículo. Identificamos conhecimentos referentes a este domínio em quase todas as atividades analisadas. Este fato merece destaque pois, no decorrer das aulas síncronas não foram abordadas explicitamente questões relacionadas a formas de utilizar a HM em sala de aula, seus objetivos e justificativas, já que tal temática está prevista na ementa de outra disciplina do curso.

Uma síntese dos dados e das análises referentes a esta pesquisa é apresentada no quadro 7 uma síntese, que expõe os domínios e subdomínios do Conhecimentos Matemáticos para o Ensino (MKT) que foram evidenciados nas atividades da disciplina de HM.

Quadro 7: Síntese do MKT evidenciado/expresso nas atividades

Domínios	Subdomínios	Matemática Egípcia	Matemática na Mesopotâmia	Matemática na Grécia Antiga	Mapa Mundi	Mulheres na Matemática	Matemática na Idade Média (grupos)	Matemática na Idade Média (individual)	Matemática no Renascimento Europeu
		AT1	AT2	AT3	AT4	AT5	AT6	AT7	AT8
Conhecimento Específico do Conteúdo -SMK	Conhecimento comum do conteúdo -CCK								
	Conhecimento Especializado do Conteúdo – SCK								
	Conhecimento do Conteúdo no Horizonte- HCK								
Conhecimento Pedagógico do Conteúdo -PCK	Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes -KCS								
	Conhecimento do Conteúdo e do Ensino- KCT								
	Conhecimento do Conteúdo e do Currículo – KCC								

Fonte: elaborado pela pesquisadora com base em Ball e colaboradores (2008)

Com base nos dados apresentados no quadro 7, identificamos o estudo/atividade sobre a temática Matemática na Grécia Antiga, não promoveu a mobilização de conhecimentos referentes aos domínios e subdomínios do MKT. Este fato pode ter uma relação com uma preocupação maior dos alunos em aprender o conteúdo do que refletir sobre como utilizá-lo em práticas futuras.

Por outro lado, é necessário enfatizar que identificamos que os licenciandos, ao estudar as temáticas Matemática na Antiguidade, Mulheres na Matemática, Matemática na Idade Média, Matemática no Renascimento Europeu e realizar as atividades propostas, evidenciaram Conhecimento Específico do Conteúdo e Conhecimento Pedagógico do Conteúdo.

Para finalizar, destacamos que estes conhecimentos não necessariamente foram desenvolvidos ao longo da disciplina de HM e que o fato de os estudantes não demonstrarem alguns dos subdomínios apresentados no modelo MKT não indica que eles não possuam tais conhecimentos, mas evidenciam que o estudo e as atividades propostas não possibilitaram a sua mobilização ou que não pudemos identificar indícios dele nas atividades analisadas.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na presente investigação, buscamos descrever e analisar as contribuições do estudo de atividades sobre História da Matemática na mobilização de conhecimentos matemáticos para o ensino. Com vistas a atingir este objetivo, investigamos os conhecimentos evidenciados por licenciandos ao longo de uma disciplina especificamente voltada para o estudo da História da Matemática. Neste sentido, definimos como participantes da pesquisa alunos do curso de Licenciatura em Matemática de uma Universidade Federal.

Sendo assim, investigamos os **Conhecimentos Específicos do Conteúdo** e os **Conhecimentos Pedagógicos do Conteúdo (MKT)** evidenciados/expressos em oito atividades propostas nesta disciplina, a saber: atividades sobre a Matemática na Antiguidade, Mulheres na Matemática, Matemática na Idade Média e sobre a Matemática no Renascimento Europeu

Na análise das atividades, foram considerados os subdomínios estabelecidos por Ball, e colaboradores (2008): Conhecimento Comum do Conteúdo; Conhecimento Especializado do Conteúdo; Conhecimento do Conteúdo no Horizonte; Conhecimento do Conteúdo e do Estudante, Conhecimento do Conteúdo e do Ensino; Conhecimento do Conteúdo e do Currículo.

Com base na análise das atividades propostas ao longo da disciplina de História da Matemática foram evidenciados/expressos pelos licenciandos indícios de todos os subdomínios do **Conhecimento Específico do Conteúdo**, destacando-se com maior incidência nas atividades referentes a Matemática na Antiguidade. Embora os licenciandos tenham descrito ter pouca experiência docente, eles revelaram ter conhecimentos referentes ao Conhecimento Especializado do Conteúdo; que envolve conhecer o que é cada conceito, a justificativa de cada um deles, quando e como podem ser utilizados e como eles se relacionam entre si. Entendemos que esses conhecimentos contribuíram para melhorar conhecimentos matemáticos para o ensino destes alunos.

Em algumas atividades os licenciandos evidenciaram indícios dos subdomínios do **Conhecimento Pedagógico para o Ensino (PCK)**, com maior ênfase, o Conhecimento do Conteúdo e do Ensino junto com o Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes. Entendemos, portanto, que essas duas categorias, neste caso, estão intimamente relacionadas. Destacamos que os participantes da pesquisa, apresentaram familiaridade com os alunos e seu pensamento matemático ao ponto de prever possíveis dificuldades e propor, mesmo que sucintamente, abordagens e exemplificações para serem utilizadas em sala de aula, sendo assim, evidenciaram a principal característica do KCS. É importante ressaltar que a condição de licenciando não

acarretou em dificuldades ao buscar aproximação dos alunos. Ao apresentar uma ideia de uma atividade, os licenciandos pensam como vão abordar os conteúdos e os procedimentos didáticos para condução do ensino de Matemática. Ball e colaboradores (2008), em seus estudos, declaram a importância desse conhecimento para os professores de matemática

Embora não seja o objetivo deste trabalho, identificamos que todos os licenciandos participantes desta investigação, afirmaram que o estudo acerca das “Mulheres na Matemática” possibilitou a ampliação do seu conhecimento acerca dessa temática⁵⁰. Alguns ressaltaram que este estudo contribuiu para uma reflexão acerca da natureza da matemática. Nesse sentido, observamos, nos dados indicativos, reflexões sobre representatividade, motivação e a desconstrução da ideia equivocada de que a matemática é “masculina”.

Nesta perspectiva, as análises desta investigação, mesmo restrita a uma única turma, indicam que a abordagem de diferentes temáticas acerca da HM tem o potencial de possibilitar aos licenciandos a mobilização de conhecimentos matemáticos necessários a profissão docente.

Em que pese o fato da relevância destes resultados destacamos algumas limitações e dificuldades desta pesquisa, que também, encontram-se na literatura. As possíveis dificuldades referentes as análises (em especial com relação a distinção dos aspectos dos subdomínios do MKT), apontada por Fien Depaepe e colaboradores (2013), tratam da dificuldade de distinguir teoricamente as categorias dentro do MKT. Já a limitação, que advém do modelo teórico, é referente ao fato de que o MKT, segundo estes mesmos autores, assume uma perspectiva principalmente cognitiva sobre o conhecimento dos professores como algo que pode ser testado independentemente do contexto em que é usado e ignora as crenças dos professores sobre ensino de matemática (por exemplo, sobre a natureza da matemática).

Nesse sentido, destacamos a relevância da ampliação da discussão nos cursos de licenciatura em matemática no Brasil e da realização de outras pesquisas envolvendo questões referentes ao Conhecimento Matemático para o Ensino ou Conhecimentos de professores e a disciplina de História da Matemática na formação inicial de professores de matemática, que possam contribuir para observar e reduzir algumas lacunas que podem interferir na prática profissional dos licenciandos.

Para finalizar, esse trabalho embora aborde em parte a formação inicial de professores de matemática, foi um divisor de águas em minha vida: nesse período pandêmico de dois anos

⁵⁰ Desta parte das análises foi elaborado artigo científico: PEREIRA, A. C. S.; CAVALARI, M. F. . Contribuições do estudo de mulheres na matemática para a formação de professores: uma investigação acerca dos conhecimentos matemáticos para o ensino. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. l.], v. 9, n. 26, p. 318–332, 2022. DOI: 10.30938/bocehm.v9i26.8011. Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/8011>. Acesso em: 1 ago. 2022

e alguns meses, as experiências desenvolvidas sejam elas no processo de apropriação do referencial teórico, ou no desenvolvimento dos instrumentos, na coleta e análise dos dados auxiliaram para que compreendesse como se dá o processo de pesquisa. Desenvolver esta pesquisa trouxe momentos de aprendizagem, e permitiu além de reconhecer algumas dificuldades que a pandemia fez emergir, como também sua contribuição para o próprio desenvolvimento profissional.

7.REFERÊNCIAS:

- ALMEIDA, P. C. A; BIAJONE, J. Saberes docentes e formação inicial de professores: implicações e desafios para as propostas de formação. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v.33, n.2, p. 281-295, maio/ago. 2007
- ALMEIDA, P. C. A; DAVIS, C.L.F., CALIL, A.M.G.C, VILALVA, A.M. Categorias teóricas de Shulman: revisão integrativa no campo da formação docente. **Cadernos de Pesquisa**, v. 49, n. 174, p. 130-149, 2019.
- ARAMAN, E. M. O. **Contribuições da história da matemática para construção dos saberes do professor de matemática**. 2011. Tese (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2011.
- BALESTRI, R. D. **A participação da História da Matemática na formação inicial de professores de Matemática na ótica de professores e pesquisadores**. 2008. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2008
- BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? **Journal of teacher education**, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008
- BALL, D. L.; BASS, H. Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching. In: PROCEEDINGS OF THE 2002 ANNUAL MEETING OF THE CANADIAN MATHEMATICS EDUCATION STUDY GROUP. **Edmonton Alberta**, 2002. p. 3-14.
- BARONI, R. S., TEIXEIRA, M. V., NOBRE, S. R. “A Investigação Científica em História da Matemática e suas Relações com o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática”. In. BORBA, M. C; BICUDO, M. V. **Educação Matemática: Pesquisa em Movimento**. São Paulo: Editora Cortez, 2004
- BORBA, M. C.; ARAUJO, J L. Pesquisa qualitativa em educação matemática. Autêntica Editora, 2004.
- BORGES, L. C. **A História da Matemática na Formação inicial de Professores de Matemática: um estudo em teses e dissertações brasileiras**. Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências da Universidade Federal de Itajubá. 2019.
- BROLEZZI, A. C. **A Arte de contar: uma Introdução ao Estudo do Valor Didático da História da Matemática**. 1991. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1991
- CARVALHO, A. M. P. O uso de vídeos na tomada de dados: pesquisando o desenvolvimento do ensino em sala de aula. **Pro-posições**, v. 7, n. 1, p. 5-13, 1996.
- CAVALARI, M. F.; BONFIM, S. H.; CALABRIA, A. R. A história da matemática nos cursos de formação de professores de matemática: um mapeamento inicial. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 13, 2019, Fortaleza. **Anais...**, Fortaleza, SBHMat: 2019. p. 275-285.
- CAVALARI, M. F. A inserção da história da matemática na formação inicial de professores: breves considerações. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 13, 2019, Fortaleza. **Anais...**, Fortaleza, SBHMat: 2019. p. 39-52.

CAVALARI, M. F. História, mulheres e educação matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais...** Salvador: [s.n.], 2010. p. 1-11.

CAVALARI, M. F. MORAES, S. R. A., CALÁBRIA, A. R., & BONFIM. História da Matemática na formação de professores: Um mapeamento em cursos ofertados por Universidades Federais brasileiras. **Revista de História da Educação Matemática**, v. 8, p. 1-24, 2022

CIBOTTO, R. A. G., OLIVEIRA, R. M. M. A. TPACK – Conhecimento Tecnológico e Pedagógico do conteúdo: Uma revisão teórica. **Imagens da Educação**, v. 7, n. 2, p. 11-23, 2017.

DEPAEPE, F.; VERSCHAFFEL, L.; KELCHTERMANS, G. Pedagogical content knowledge: A systematic review of the way in which the concept has pervaded mathematics educational research. **Teaching and Teacher Education**, v. 34, p. 12-25, 2013.

FERNADEZ, C; Revisitando a base de conhecimentos e o conhecimento Pedagógico do conteúdo (PCK) de professores de ciências. **Revista Ensaio**. Belo Horizonte, v.17, n. 2, p. 500-528, maio-ago, 2015

FIORENTINI, D.; SOUZA JR. A. & MELO, G. A. Saberes docentes: um desafio para acadêmicos e práticos. In GERALDI, C.M.G.; FIORENTINI, D. & PEREIRA, E. M. (Orgs). *Cartografias do Trabalho Docente: professor(a)-pesquisador(a)*, p. 307-35, Campinas, ALB e Mercado de Letras, 1998.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. 3. ed. rev. Campinas: Autores Associados, 2012

GARCIA, R. L. Do baú da memória: histórias de professora. In ALVES, Nilda e GARCIA, Regina Leite (orgs.). *O sentido da escola*. 3. ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2002.

GLADSTONE, J. R., CIMIPIAN, A. Which role models are effective for which students? A systematic review and four recommendations for maximizing the effectiveness of role models in STEM. **International Journal of STEM Education** (online), 8(1): 59, 2021

JANKVIST, U. T; MOSVOLD, R; CLARK, K. Mathematical knowledge for teaching teachers: The case of history in mathematics education. In: **History and Pedagogy of Mathematics**. 2016.

JANKVIST, U. T. et al. Analysing the use of history of mathematics through MKT. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, v. 46, n. 4, p. 495-507, 2015.

GERALDI, W. A aula como acontecimento. *Anais da Semana da Prática Pedagógica*, Universidade de Aveiro, Portugal, CIFOP, 2003.

MIGUEL, A; BRITO, A. de J. A história da matemática na formação do professor de matemática. *Cadernos Cedes*, v. 40, p. 47-61, 1996.

MIGUEL, A. As potencialidades pedagógicas da História da Matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores. **Zetetiké**, Campinas, 5(8):73-105,1997.

MOTA, E. A. D; PRADO, G. V. T; PINA, T.A. Buscando possíveis sentidos de saber e conhecimento na docência. **Cadernos de Educação**, n. 30, 2008

MOSVOLD, R.; JAKOBSEN, A.; JANKVIST, U. T. How mathematical knowledge for teaching may profit from the study of history of mathematics. **Science & Education**, v. 23, n. 1, p. 47-60, 2014.

NUNES, C.; FERNANDES, M. Saberes docentes e formação de professores: um breve panorama da pesquisa brasileira. **Educação & Sociedade**, v. 22, n. 74, p. 27-42, 2001.

OLIVEIRA, L. M. C. P.; CYRINO, M. C. C. T. Aprendizagens a respeito do raciocínio proporcional em uma comunidade de prática de professores matemática. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 2015, Pirenópolis. Anais [...]. Pirenópolis: SBEM, 2015. p. 1-12. Disponível em: <https://cutt.ly/snrnFei>. Acesso em: 25 out 2021.

PATRONO, R. M; FERREIRA, A.C. Levantamento de pesquisas brasileiras sobre o Conhecimento Matemático para o Ensino e Formação de Professores. **Revemop**, v. 3, p. e202102-e202102, 2021.

PAZUCH, V.; RIBEIRO, A. J. Conhecimento profissional de professores de matemática e o conceito de função: uma revisão de literatura. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 19, n. 1, 2017.

SILVA, C. M; ARAÚJO, C. AC. Conhecendo e usando a história da matemática. Educação e Matemática. **Educação e Matemática Revista da Associação de Professores da Matemática** n. 61, p. 19-21, 2001.

SHULMAN, L. Those who understand: Knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, p. 4-14, 1986.

SHULMAN, Lee Shulman. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. Harvard Educational Review, v.57, n.1, p.1-22, 1987

SOUZA MINAYO, M. C; DESLANDES, S. Ferreira; GOMES, R. **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. Editora Vozes Limitada, 2011.

Apêndice A- Roteiro para entrevista semiestruturada

- 1) Quais aspectos da HM você considera importante, para prática profissional de futuros professores de matemática?
- 2) Que conhecimentos matemáticos você considera que foram evidenciados e podem ter contribuído para sua formação, como professor, na disciplina de HM?
- 3) Por que você considera que estes conhecimentos te auxiliarão a lecionar matemática?
- 4) Você entende que a disciplina de HM contribuiu para ampliar o seu conhecimento matemático?
 - Se sim, por que e de que maneira a disciplina de HM te ajudou a compreender melhor alguns conhecimentos de matemática?
 - Se não, que aspectos da HM, em seu entendimento, poderiam ter sido abordados na disciplina para auxiliar a ampliação do seu conhecimento matemático?
- 5) Houve algum momento da disciplina de HM que você considera que te ajudou a repensar ou ressignificar conceitos matemáticos lecionados na educação básica?
 - Se sim, justifique e cite exemplos.
 - Se não, justifique o porquê.
- 6) Houve dificuldades relativas aos conhecimentos matemáticos abordados durante a disciplina de HM?
 - Se sim, exemplifique
- 8) Que momento da disciplina foi mais significativo para você? Justifique.
- 9) Como futuro(a) professor(a) de Matemática, você utilizaria a HM para ensinar algum conteúdo de matemática?
- 10) Para ensinar Matemática utilizando a HM, basta saber o conteúdo ou ter um bom livro didático para ir estudando e ensinando. O que você pensa disso?
- 11) Descreva com argumentações, sua experiência na disciplina de HM.
- 12) Existe algum aspecto relativo a disciplina e sua formação que não foi questionado e você gostaria de enfatizar?

Apêndice B Questionário - Perfil dos Licenciandos

<p>1) Idade:</p> <p>Período:</p>
<p>2) Após formado(a), você pretende (assinale mais de uma opção, se necessário):</p> <p><input type="checkbox"/> lecionar na Educação Básica;</p> <p><input type="checkbox"/> lecionar no Ensino Médio ou Educação Profissional;</p> <p><input type="checkbox"/> atuar na área de formação de professores.</p> <p><input type="checkbox"/> fazer outro curso (qual? _____); () não pretendo atuar como professor(a).</p> <p>Explique sua resposta (para qualquer uma das opções):</p>
<p>3) Como foi o processo de escolha pelo curso de Licenciatura em Matemática?</p>
<p>4) Já participou ou participa de algum projeto relacionado à licenciatura (PIBID, Iniciação Científica, ou Residência Pedagógica)? Se sim, informe qual (is) projeto (s) e por quanto tempo se deu sua participação</p>
<p>5) Possui alguma experiência de regência de aulas? Se sim, descreva brevemente em que contexto se deu sua experiência (estágio, já atua como docente, aulas particulares, projetos de extensão e/ou PIBID etc.).</p>
<p>6) Fez outro curso superior? Se sim, qual?</p>