

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ - UNIFEI**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM**  
**ENGENHARIA ELÉTRICA**

Propriedades Estatísticas dos Sinais de  
PMU - Phasor Measurement Unit

**Renata de Almeida Ribeiro**

Itajubá, 8 de novembro de 2022

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ - UNIFEI  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
ENGENHARIA ELÉTRICA**

**Renata de Almeida Ribeiro**

**Propriedades Estatísticas dos Sinais de  
PMU - Phasor Measurement Unit**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Ciências em Engenharia Elétrica.

**Área de Concentração: Métodos de Análise, Planejamento e Operação de Sistemas Elétricos**

**Orientador: Prof. Dr. Robson Pires**

**8 de novembro de 2022  
Itajubá**

Renata de Almeida Ribeiro

## **Propriedades Estatísticas dos Sinais de PMU - Phasor Measurement Unit**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Ciências em Engenharia Elétrica.

Itajubá, 26 de Agosto de 2022

Trabalho avaliado pela seguinte Banca Examinadora:

---

**Prof. Dr. Robson Pires**  
Orientador

---

**Prof. Dr. Ildemar C. Decker, UFSC,**  
**SC - Brasil**

---

**Prof. Dr. Marcos Netto, NREL, CO -**  
**USA**

---

**Profa. Dr. Camila P. Salomon,**  
**UNIFEI, MG - Brasil**

Itajubá  
8 de novembro de 2022

# Agradecimentos

Sou grato a Deus, que me ajudou em cada etapa desse trabalho e não me deixou fraquejar. Aos meus familiares, por todo amor e carinho que recebi durante a elaboração desse trabalho. Em especial ao Professor Ângelo José Junqueira Rezek (in memoriam), que me incentivou a retornar aos estudos na UNIFEI. Agradeço a Companhia de Transmissão de Energia Elétrica Paulista (CTEEP) e ao Projeto MedFasee por disponibilizarem os dados utilizados na pesquisa.

*"Há uma força motriz mais poderosa que o vapor, a eletricidade e a energia atômica: a vontade."*  
*(Albert Einstein)*

# Resumo

Esta dissertação de mestrado propõe atestar as propriedades estatísticas das medições de tensão, corrente e potência complexa geradas por Unidade de Medição Fasorial (do inglês, Phasor Measurement Unit - PMU). Para isto, o trabalho utiliza a metodologia recomendada pela literatura técnica em processamento de sinais. O desvio-padrão do erro de medição de uma medida expressa em coordenadas retangulares impacta decisivamente o desempenho dos algoritmos de processamento de erros grosseiros de estimadores de estados em sistemas de potência. Sob a égide do estado da arte, apresenta-se a natureza dos sinais gerados pela medição fasorial sincronizada instalada nos sistemas de transmissão em extra-alta-tensão na Companhia de Transmissão de Energia Elétrica Paulista (CTEEP), bem como na baixa-tensão via projeto MedFasee. Em seguida, demonstra-se o desempenho comparativo do processamento de erros grosseiros em medidas expressas no plano complexo através de estimadores de estados baseados no método de mínimos quadrados ponderados via abordagens clássica (Sistema de Supervisão e Aquisição de Dados-SCADA) e híbrida (SCADA + PMU).

**Palavras-chaves:** Medidas expressas em coordenadas retangulares, PMU, estimadores de estados híbridos.

# Abstract

This master's thesis studies the statistical properties of voltage, current, and complex power measurements provided by phasor measurement units (PMUs). We use PMU measurements installed in an extra-high voltage transmission system, specifically the network operated by Companhia de Transmissão de Energia Elétrica Paulista (CTEEP), a transmission system operator in Brazil. Further, we also conduct an analysis using PMU measurements installed in low-voltage distribution systems, notably PMUs installed on University campuses across Brazil funded by the MedFasee project. Our analysis relies on the methodology recommended by the technical literature in signal processing. We pay particular attention to the fact that the standard deviation of errors associated with measurements expressed in rectangular coordinates decisively impacts the performance of bad-data processing algorithms. Hence, we evaluate the performance of bad-data processing algorithms formulated in the complex plane. We perform this evaluation on two state estimators based on the weighted least squares (WLS) method. The first state estimator follows the classical formulation and only uses measurements from the supervisory control and data acquisition (SCADA) system. The second state estimator relies on a hybrid formulation, which allows us to use SCADA and PMU measurements.

**Key-words:** Measures expressed in rectangular coordinates, PMU, hybrid state estimators.

# Lista de ilustrações

Figura 1 – Araraquara - Amostra selecionada . . . . .	25
Figura 2 – Baixada Santista - Amostra selecionada . . . . .	26
Figura 3 – Porto Velho - Amostra selecionada . . . . .	27
Figura 4 – Coordenadas Cartesianas - Tensão (azul) e Corrente (vermelho). . . . .	28
Figura 5 – Araraquara - Covariância (azul) e Pseudo-covariância (vermelho) . . . . .	30
Figura 6 – Baixada Santista - Covariância (azul) e Pseudo-covariância (vermelho) . . . . .	30
Figura 7 – Porto Velho - Covariância (azul) e Pseudo-covariância (vermelho) . . . . .	30
Figura 8 – Araraquara - pdf coordenadas cartesianas - real(azul) e imag.(vermelho) . . . . .	32
Figura 9 – Baixada Santista - pdf coordenadas cartesianas - real(azul) e imag.(vermelho) . . . . .	32
Figura 10 – Porto Velho - pdf coordenadas cartesianas - real(azul) e imag.(vermelho) . . . . .	33
Figura 11 – Potência - Coordenadas Cartesianas. . . . .	34
Figura 12 – Porto Velho - Sinal de potência. . . . .	34
Figura 13 – Potência - Covariância (azul) e Pseudo-covariância (vermelho) . . . . .	35
Figura 14 – Frequência . . . . .	36
Figura 15 – Tensão . . . . .	37
Figura 16 – Tensão - Coordenadas Cartesianas. . . . .	38
Figura 17 – Tensão - Covariância (azul) e Pseudo-covariância (vermelho) . . . . .	39
Figura 18 – Tensão - pdf coordenadas cartesianas - real(azul) e imag.(vermelho) . . . . .	40
Figura 19 – Sistema de Teste . . . . .	41
Figura 20 – Esquema de ligação PMU . . . . .	46



# Lista de tabelas

Tabela 1 – Circularidade no sinal de Tensão (CTEEP). . . . .	29
Tabela 2 – Circularidade no sinal de Corrente (CTEEP). . . . .	29
Tabela 3 – Natureza do sinal e ruído branco - Tensão (CTEEP) . . . . .	31
Tabela 4 – Natureza do sinal e ruído branco - Corrente (CTEEP) . . . . .	31
Tabela 5 – Circularidade no sinal de Potência (CTEEP). . . . .	33
Tabela 6 – Circularidade no sinal de Tensão (MedFasee). . . . .	38
Tabela 7 – Natureza Gaussiana e ruído branco - Tensão (MedFasee) . . . . .	39
Tabela 8 – Desvios-padrões dos erros de medição. . . . .	42
Tabela 9 – Valor real e valor medido na barra 5 . . . . .	42
Tabela 10 – Processamento de Erros Grosseiros . . . . .	43
Tabela 11 – índices - SPQR . . . . .	44

# Lista de abreviaturas e siglas

BT	Baixa-Tensão
COS	Centros de Operação de Sistemas
EAT	Extra-Alta-Tensão
EE	Estimadores de Estados
EG	Erro Grosseiro
GPS	<i>Global Positioning System</i>
IEEE	Instituto de Engenheiros Eletricistas e Eletrônicos
IRLS	<i>Iteratively reweighted least squares</i>
LAG	Intervalo de tempo fixo em uma série temporal
MLE	<i>Maximum Likelihood Estimation</i>
OLTC	<i>On-Load-Tap-changer</i>
PMU	<i>Phasor Measurement Units</i>
pdf	Função Densidade de Probabilidade
SCADA	Sistema de Supervisão e Aquisição de Dados (do inglês, <i>Supervisory Control And Data Acquisition</i> )
SHGM	<i>Schwepe-type Huber Generalized Maximum-likelihood</i>
SIN	Sistema Interligado Nacional
SPQR	Soma Ponderada do Quadrado dos Resíduos
UFBA	Universidade Federal da Bahia
UFMG	Universidade Federal de Minas Gerais
UFRR	Universidade Federal de Roraima
UTFPR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná
UTR	Unidades Terminais Remotas
WLS	<i>Weighted Least-Squares</i> (Método dos Mínimos Quadrados Ponderados)

# Lista de símbolos

$\rho$	Fator de correlação entre duas variáveis aleatórias
$\sigma^2$	Covariância
$\sigma$	Desvio-padrão
$\mu$	Média
Covar.	Covariância de um sinal complexo
Pseudo.	Pseudo-covariância de um sinal complexo

# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>14</b>
<b>1.1</b>	<b>Considerações iniciais</b>	<b>14</b>
<b>1.2</b>	<b>Contribuições do trabalho</b>	<b>15</b>
<b>1.3</b>	<b>Organização do trabalho</b>	<b>16</b>
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>17</b>
<b>2.1</b>	<b>Contextualização</b>	<b>17</b>
<b>2.2</b>	<b>Diferenciabilidade de Funções de Variáveis Complexas</b>	<b>18</b>
<b>2.3</b>	<b>Cálculo de Wirtinger</b>	<b>18</b>
<b>2.4</b>	<b>Estatística de Variáveis Complexas</b>	<b>20</b>
2.4.1	Variável Aleatória no Plano Complexo	20
2.4.2	Função densidade de probabilidade	20
2.4.3	Análise Estatística de Segunda Ordem	21
2.4.4	Sinais próprio ou impróprio	22
2.4.5	Coefficiente de correlação de sinal complexo	23
<b>3</b>	<b>PROPRIEDADES ESTATÍSTICAS PRESENTES NOS SINAIS DA MEDIÇÃO FASORIAL SINCRONIZADA</b>	<b>24</b>
<b>3.1</b>	<b>Análise dos sinais de tensão, corrente e potência complexa</b>	<b>24</b>
3.1.1	Análise de tensão e Corrente	28
3.1.1.1	Detecção de não circularidade e não-gaussianidade	28
3.1.1.2	Parâmetros da pdf	31
3.1.2	Análise do sinal de potência	33
<b>3.2</b>	<b>Análise dos sinais de tensão - Projeto MedFasee</b>	<b>36</b>
3.2.1	Detecção de não circularidade e não-gaussianidade	37
3.2.2	Parâmetros da pdf	39
<b>4</b>	<b>APLICAÇÕES COM RESULTADOS NUMÉRICOS</b>	<b>41</b>
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES</b>	<b>45</b>
<b>5.1</b>	<b>Destaques</b>	<b>45</b>
<b>5.2</b>	<b>Investigações Futuras</b>	<b>45</b>

<b>APÊNDICES</b>	<b>47</b>
<b>APÊNDICE A – ALGORITMO DO ESTIMADOR DE ESTADOS WLS E PROCESSAMENTO DE ERROS GROS- SEIROS NO PLANO COMPLEXO . . . . .</b>	<b>48</b>
<b>ANEXOS</b>	<b>51</b>
<b>ANEXO A – ARTIGO SUBMETIDO . . . . .</b>	<b>52</b>
<b>ANEXO B – ARTIGO A SER SUBMETIDO . . . . .</b>	<b>53</b>
<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>54</b>

# 1 Introdução

## 1.1 Considerações iniciais

A contextualização desta proposta de dissertação de mestrado ocorre no propósito de contribuir para a robustez do monitoramento em tempo real da segurança operativa de sistemas elétricos.

Para que o sistema elétrico atue de uma forma assertiva, estável e resiliente, a literatura recomenda o uso de um conjunto de medições locais em número adequado capaz de estimar corretamente as tensões nodais e/ou posição de tapes de transformadores sob carga (do inglês, *On-Load-Tap-changer -OLTC*), mesmo na presença de medidas corrompidas por erros grosseiros. O conjunto de variáveis de estados uma vez conhecidas e corretamente estimadas permite atestar o *status* operativo da rede elétrica monitorada, quais sejam: *normal, alerta, emergência, extremo e restaurativo* [1].

Para cumprir com o objetivo primeiro, as medições processadas nos centros de operação de sistemas (COS) podem ser disponibilizadas através de dois canais de telemetria, sendo ambos operacionalizados por unidades terminais remotas (UTR). O sistema de telemetria convencional é o sistema de supervisão e aquisição de dados (do inglês, *Supervisory Control And Data Acquisition-SCADA*), que provê os valores eficazes das medidas de tensão, os valores de fluxo de potência ativa e reativa nos ramos (linhas de transmissão e transformadores) bem como os valores de injeção de potência ativa e reativa nas barras do sistema monitorado. Usualmente a taxa de atualização de medidas do sistema SCADA ocorre a cada 5 minutos, podendo ainda ser configurado para realizar a varredura de medições a cada 1 minuto, dependendo da necessidade. Por outro lado, com o desenvolvimento da tecnologia GPS-*Global Positioning System*, o sistema de telemetria baseado na medição fasorial sincronizado ou PMU (*“Phasor Measurement Units”*) tornou-se factível para aplicações na indústria, sendo que o principal atributo desse sistema é a capacidade de medir instantaneamente o módulo e o ângulo dos fasores de tensão e corrente nas três fases da rede elétrica bem como variações da frequência industrial [2, 3]. Com essa tecnologia, destaca-se a ampla facilidade de configurar a taxa de aquisição dos referidos sinais. Por exemplo, o sistema fasorial sincronizado pode ser configurado para concentrar após seus processamentos, 30 medições por segundo, ou 60 medições por segundo (A taxa de amostragem local da PMU é bem mais alta, 60 medições é uma configuração de processamento da medição). Certamente, tal flexibilidade permite monitorar a segurança operativa sob o viés do comportamento dinâmico da rede [4].

## 1.2 Contribuições do trabalho

A principal contribuição do trabalho proposto nesta dissertação de mestrado consiste em atestar a natureza estatística dos fasores de tensão e corrente providos pelo sistema fasorial sincronizado (*PMU*). Consequentemente, a partir dos sinais de tensão e corrente obtidos naturalmente no plano complexo, as medidas de fluxo ou injeção de potência complexa (ativa e reativa) são igualmente computadas em coordenadas retangulares. A necessidade de se conhecer as propriedades estatísticas dos referidos sinais é devido a exigência de se atribuir um peso a cada grandeza elétrica medida e mensurar o quanto a informação processada irá impactar os resultados produzidos pelos estimadores de estados, principalmente no que tange ao processamento de erros grosseiros. Os estimadores de estados considerados nesta dissertação de mestrado são baseados no método de mínimos quadrados ponderado e em variações do algoritmo denominadas de híbridas porque consideram medidas dos sistemas SCADA e PMU, independentemente do desenvolvimento dos algoritmos ocorrerem nos espaços de números reais ou complexos [5, 6, 7, 8]. A importância do trabalho ora proposto objetiva incrementar o desempenho de estimadores de estados de redes elétricas na presença de medidas com erros grosseiros no plano complexo, ou seja, medidas geradas por uma PMU que são usualmente expressas em coordenadas retangulares.

Consensualmente a literatura técnica recomenda que os atuais estimadores de estados (EE) devem fazer uso simultâneo de medições providas tanto pelo sistema SCADA quanto pelo sistema de medição fasorial sincronizada que é baseada em PMU. Para isto, há de se considerar que enquanto as medições de grandezas elétricas providas pelo sistema SCADA são números reais, as quantidades fornecidas por qualquer PMU podem ser escritas como números complexos. Assim sendo, o presente trabalho propõe estudar as medições produzidas por PMUs sob o viés das técnicas já consolidadas e estabelecidas pioneiramente pela comunidade científica em processamento de sinais [9, 10, 11, 12]. Isto posto, o trabalho desenvolvido nesta dissertação de mestrado, primeiramente investiga a natureza dos sinais complexos obtidos de PMU instaladas em sistemas de transmissão de Extra-Alta-Tensão (EAT) bem como na Baixa Tensão (BT) via projeto MedFasee [13]. Ambos sistemas de telemetria monitoram a segurança operativa do Sistema Interligado Nacional (SIN). Em seguida, o trabalho descreve como fazer a inclusão adequada das quantidades providas pela medição fasorial sincronizada no modelo não linear de medição assumido no desenvolvimento de estimadores de estados [12, 14, 15]. Como aplicação, o trabalho apresenta um estudo comparativo do desempenho de estimadores de estados no que tange à etapa de processamento de erros grosseiros na sua abordagem clássica, isto é, baseada no método do maior resíduo normalizado. Para isto, o estudo considera os estimadores de estados formulados nos planos de números reais e complexos bem como medições providas somente pelo sistema SCADA ou somente pela medição fasorial sincronizada via

PMU, ou ainda, pelo sistema híbrido (SCADA + PMU) [16].

### 1.3 Organização do trabalho

Este trabalho está estruturado em 5 capítulos incluindo o presente. O Capítulo 2 apresenta a fundamentação teórica bem como a metodologia recomendada pela comunidade científica em processamento de sinais para atestar as propriedades estatísticas presentes nos sinais complexos. O Capítulo 3 apresenta a aplicação da referida metodologia aos sinais providos pela medição fasorial sincronizada de dois conjuntos de dados realísticos extraídos do sistema interligado brasileiro. O Capítulo 4 apresenta o impacto da metodologia no processamento de erros grosseiros (detecção e identificação) presentes em medidas geradas pela medição fasorial sincronizada. Finalmente, o Capítulo 5 registra as conclusões mais relevantes bem como sugere tópicos a serem ainda investigados no âmbito da metodologia recomendada pelo estado-da-arte em processamento de sinais.



## 2 Fundamentação Teórica

### 2.1 Contextualização

Os aplicativos de análise de sistemas elétricos de potência são usualmente desenvolvidos no domínio da frequência, isto é, fazem uso de fasores de tensão e corrente. Como exemplos, destacam-se: fluxo de potência, cálculo de curto-circuito, estimação estática de estados, entre muitos outros. Certamente, a aplicação do conceito de fasores quando foi introduzida representou um incremento substancial na capacidade técnica de planejar, operar e analisar as redes elétricas já consideradas de grande porte à época [17]. No entanto, os aplicativos de análise de redes não são formulados integralmente no plano complexo, uma vez que os métodos de solução numérica de redes elétricas são desenvolvidos via aritmética de números reais. Assim sendo, as grandezas elétricas de tensão são usualmente representadas na forma polar, i.é, módulo e ângulo. Enquanto que a potência complexa é modelada em coordenadas retangulares, i.é, potência ativa (parte real) e potência reativa (parte imaginária). Esta prevalência ocorre porque até bem pouco tempo desconhecia-se o fato de que funções não lineares reais de variáveis complexas também são analíticas quando a expansão em série de Taylor é estendida ao complexo conjugado das mesmas variáveis [18]. Por isso, a próxima seção é dedicada em apresentar um resumo da metodologia conhecida como cálculo de Wirtinger [19]. Ressalta-se que tal fato tem estimulado o desenvolvimento dos mesmos aplicativos de redes mencionados anteriormente num único sistema de coordenadas, ou seja, plano complexo [5, 6, 7, 8, 20, 21].

Adicionalmente, o desenvolvimento da tecnologia *GPS* permitiu operacionalizar a medição fasorial sincronizada via *PMU* nos sistemas de energia elétrica [2, 3]. Tal aplicação, entre muitas outras vantagens, destaca-se no monitoramento em tempo real da segurança operativa dos sistemas elétricos de potência. Neste sentido, o uso das grandezas elétricas geradas por *PMU* nas mais diversas aplicações em análise de redes, notadamente em estimadores de estados, requer um modelo estatístico mais representativo das incertezas naturalmente associadas ao processo de medição. Por conta disso, o processamento de sinais complexos necessários em várias aplicações na indústria, tais como sinais de radar, imagens de ecocardiograma, ressonância magnética, eletromagnetismo, entre outras [22], despertou o interesse de pesquisadores em conhecer as propriedades estatísticas desses sinais [9, 10, 11, 12]. Assim sendo, este capítulo da dissertação é dedicado majoritariamente em apresentar as técnicas recomendadas pela comunidade científica de processamento de sinais para esse propósito.

## 2.2 Diferenciabilidade de Funções de Variáveis Complexas

Inicialmente, considere a seguinte função complexa definida tal como:

$$f(x) = u(a, b) + j v(a, b), \quad (2.1)$$

onde  $u$  e  $v$  são funções reais e  $x$  é a variável complexa  $x = a + j b$ . A diferenciabilidade de funções de variáveis complexas requer que as derivadas definidas como o limite sejam independentes da direção na qual  $\Delta x$  aproxima-se de 0 no plano complexo, ou seja:

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}. \quad (2.2)$$

No entanto, para que a derivada da função em (2.2) exista as condições de Cauchy-Riemann devem ser satisfeitas, i.é,

$$\frac{\partial u}{\partial a} = \frac{\partial v}{\partial b} \quad \frac{\partial v}{\partial a} = -\frac{\partial u}{\partial b} \quad (2.3)$$

Como exemplo, considere a função complexa em  $x$ , ou seja:

$$f(x) = x^2 = \underbrace{a^2 - b^2}_{=u} + j \underbrace{2ab}_{=v} = y,$$

cuja aplicação das condições descritas em (2.3), i.é:

$$\frac{\partial u}{\partial a} = 2a = \frac{\partial v}{\partial b} = 2a; \quad \frac{\partial u}{\partial b} = -2b = -\left(\frac{\partial v}{\partial a} = 2b\right),$$

permite afirmar que  $f(x) = y$  é uma função analítica ou *holomorfa*.

## 2.3 Cálculo de Wirtinger

O cálculo introduzido por Wirtinger [19] permite diferenciar funções de variáveis complexas que não são analíticas. No entanto, o cálculo de Wirtinger aplicado à função definida em (2.1) requer que as funções reais  $u$  e  $v$  sejam contínuas para que as derivadas parciais em ordem a  $a$  e  $b$  existam, ou seja:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial a} \frac{\partial a}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial b} \frac{\partial b}{\partial x}. \quad (2.4)$$

Considerando-se o conjugado complexo da variável  $x$ , i.é,  $x^* = a - j b$ , as seguintes igualdades são válidas:

$$a = \frac{(x + x^*)}{2}, \quad \partial a = \frac{(\partial x + \partial x^*)}{2}, \quad (2.5)$$

$$b = j \frac{(x^* - x)}{2}, \quad \partial b = j \frac{(\partial x^* - \partial x)}{2}, \quad (2.6)$$

Dado que  $\frac{\partial x^*}{\partial x} = 0$ , observe que as condições de Cauchy-Riemann para  $f(x)$  ser analítica agora pode ser expressa de forma compacta fazendo  $\frac{\partial f}{\partial x^*} = 0$ , isto é,  $f(x)$  é uma função somente da variável  $x$ . Consequentemente, implica que sua primeira derivada resulta:

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial f}{\partial a} - j \frac{\partial f}{\partial b} \right), \quad (2.7)$$

Analogamente, tomando agora  $\frac{\partial x}{\partial x^*} = 0$  e considerando que as condições de Cauchy-Riemann para  $f(x)$  ser analítica requer que  $\frac{\partial f}{\partial x} = 0$ , i.é,  $f(x)$  é uma função somente da variável  $x^*$ , obtém-se:

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x^*} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial f}{\partial a} + j \frac{\partial f}{\partial b} \right). \quad (2.8)$$

Em outras palavras, a derivada parcial de  $f(x)$  em ordem a  $x$  é calculada tomando-se o complexo conjugado dessa variável, i.é,  $x^*$  como uma constante. Similarmente, a derivada parcial de  $f(x)$  em ordem a  $x^*$  é calculada considerando a variável  $x$  como uma constante. Formalmente, escreve-se:

$$\frac{\partial f(x_c)}{\partial x} = \left. \frac{\partial f(x, x^*)}{\partial x} \right|_{x^*=Const} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial f}{\partial a} - j \frac{\partial f}{\partial b} \right), \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial f(x_c)}{\partial x^*} = \left. \frac{\partial f(x, x^*)}{\partial x^*} \right|_{x=Const} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial f}{\partial a} + j \frac{\partial f}{\partial b} \right). \quad (2.10)$$

Como exemplo, considere  $f(x_c) = f(x, x^*) = x^* x = \|x\|^2 = a^2 + b^2$ , como sendo uma função real de variável complexa. Na verdade é o quadrado da distância Euclideana em relação à origem. Assim,

$$f(x_c) = f(x, x^*) = x^* x = \underbrace{a^2 + b^2}_{=u} + j \underbrace{(ab - ab)}_{=v} = y$$

como  $v = 0$ , claramente as condições de Cauchy-Riemann não são atendidas. Consequentemente,  $f(x_c) = f(x, x^*) = x^* x$  não é analítica ou *não-holomorfa*. Para contornar esta aparente dificuldade, aplica-se o cálculo de Wirtinger em (2.9-2.10), ou seja:

$$\frac{\partial f(x_c)}{\partial x} = x^*; \quad \frac{\partial f(x_c)}{\partial x^*} = x.$$

## 2.4 Estatística de Variáveis Complexas

### 2.4.1 Variável Aleatória no Plano Complexo

A definição matemática de uma variável aleatória é qualquer função definida sobre um espaço amostral, que atribui um valor a cada elemento do espaço amostral. Uma variável aleatória é discreta quando o número de valores possíveis que a variável assume for finito ou infinito enumerável. Por outro lado, uma variável aleatória é contínua quando pode assumir qualquer valor numérico em um determinado intervalo ou série de intervalos. Em sistemas elétricos de potência as medições realizadas refletem as variações da carga que é contínua. Portanto as medições são modeladas como variáveis aleatórias contínuas [10].

### 2.4.2 Função densidade de probabilidade

A *função densidade de probabilidade (pdf)* é definida como sendo uma variável aleatória  $X$  com valores em um espaço mensurável, que tem uma distribuição de probabilidade  $P$  para a medida  $Z_1$ . A densidade de  $Z_1$  a respeito de uma medida de referência  $\mu$  (média) é a derivada de Radon–Nikodym dessa função. Ou seja, a *pdf* é a função que melhor descreve a probabilidade  $P$  de uma variável aleatória,  $z = z_R + j z_I$ , obter um determinado valor  $Z_1$  [10, 23, 24].

$$F(z) = P(Z_1 < z) = \int_{-\infty}^{\infty} P(y)dy, \quad (2.11)$$

$$p(z) = \frac{dF(z)}{dz}, \quad (2.12)$$

Como  $z$  é uma variável aleatória,  $z = z_R + j z_I$  e nas equações (2.5) e (2.6), escrevemos a parte real e imaginária em função de  $z$  e  $z^*$  [24], tem-se que:

$$p_z(z) = p_z(z_R, z_I) = p_z(z, z^*), \quad (2.13)$$

$$p_z(z) = p_z(z_R + jz_I) = p_{z_R, z_I}(z_R, z_I) \quad (2.14)$$

Por sua vez, o Valor Esperado [24] é definido como sendo :

$$E(z) = \int_{-\infty}^{\infty} y.P(y)dy \quad (2.15)$$

$$E[z] = E[z_R + jz_I] = E[z_R] + jE[z_I] \quad (2.16)$$

### 2.4.3 Análise Estatística de Segunda Ordem

As propriedades estatísticas de segunda ordem de sinais complexos são geralmente caracterizadas pela função de covariância. No entanto, isso não é suficiente para uma descrição completa de segunda ordem, sendo necessário introduzir outro momento denominado função correlação. Suas propriedades, e principalmente as condições que devem satisfazer, levam a uma nova perspectiva no que diz respeito ao conceito de ruído branco complexo, bem como à modelagem de qualquer sinal como saída de um sistema linear somado a um ruído branco.

Assim sendo, considerando a variável aleatória  $z = z_R + jz_I$ , a estatística de segunda ordem [23] pode ser expressa como sendo:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{C}_c &= E[zz^H], \\
 &= E[(z_R + jz_I)(z_R - jz_I)^T], \\
 &= E[z_R^2 + z_I^2], \\
 &= E[z_R^2] + E[z_I^2], \\
 &= \sigma_R^2 + \sigma_I^2,
 \end{aligned} \tag{2.17}$$

onde  $(\cdot)^H$  representa o conjugado transposto (Hermitiano) de  $z$ . Além disso, também é necessário incluir a chamada matriz de pseudo-covariâncias [23], i.é:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{P}_c &= E[zz^T], \\
 &= E[(z_R + jz_I)(z_R + jz_I)^T], \\
 &= E[z_R^2 - z_I^2 + 2jz_Rz_I], \\
 &= E[z_R^2] - E[z_I^2] + 2j E[z_Rz_I],
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

onde  $(\cdot)^T$  é o operador transposto,  $\sigma^2$  é a variância e  $\rho$  é a correlação entre as partes real e imaginário da variável complexa, i.e.,  $E[z_Rz_I]$ .

Observe que a matriz de pseudo-covariância se anula para partes real e imaginária não correlacionadas de variâncias iguais. Então, sob tal condição um sinal aleatório gaussiano complexo é chamado de *circular* de segunda ordem *se e somente se*  $z$  é de média zero, (*gaussiano*), não há correlação entre  $z$  e  $z^*$  (*próprio*) e sua variância é duas vezes a variância das partes real e imaginária:  $\sigma^2 = 2 \sigma_R^2 = 2 \sigma_I^2$ . No entanto, entre outras razões de ordem prática, sendo a mais comum àquela devido ao tamanho das janelas de

observação (número de medições), a matriz de pseudo-covariâncias deve ser levada em consideração, ou seja,  $\mathbf{P}_c \neq 0$ . Assim, para atender a *não circularidade*, a literatura em processamento de sinais [9, 11, 12, 25, 26, 27] recomenda o modelo do sinal estendido ao conjugado complexo da variável, ou seja,

$$z = \mathbf{M} \begin{bmatrix} z_R \\ z_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z \\ z^* \end{bmatrix}, \quad (2.19)$$

onde a matriz de transformação elementar  $\mathbf{M} \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$  é definida como sendo

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1 & j \\ 1 & -j \end{pmatrix}, \quad (2.20)$$

sendo  $j = \sqrt{-1}$ , e para o que se segue é importante notar que

$$\mathbf{M}^{-1} = \frac{1}{2} \mathbf{M}^H. \quad (2.21)$$

Portanto, a seguinte matriz de covariâncias de segunda ordem pode ser escrita tal como:

$$\mathbf{\Omega}_c = E[zz^H] = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_c & \mathbf{P}_c \\ \mathbf{P}_c^* & \mathbf{C}_c^* \end{bmatrix}, \quad (2.22)$$

Logo, a natureza circular e não circular de sinais de segunda ordem pode ser modelada para quaisquer processos envolvendo variáveis complexas.

Observe ainda que a matriz de covariâncias  $\mathbf{\Omega}_c$  definida em (2.22) tem elementos diagonais de valor real, enquanto os elementos fora da diagonal são de números complexos. Portanto, para que a variável aleatória  $z = z_R + jz_I$  seja circular de segunda ordem, a variância de  $z_R$  e  $z_I$  são de mesmo valor e  $z_R$  e  $z_I$  não são correlacionados.

#### 2.4.4 Sinais próprio ou impróprio

Formalmente, o sinal complexo  $z$  é considerado *próprio se e somente se* não existir uma correlação com o conjugado complexo dessa variável [24, 28, 29], i.é,  $z^*$ . Analítica-

mente, tem-se que:

$$\begin{aligned}
 E[zz^*] &= 0 \\
 E[(z_R + jz_I)(z_R - jz_I)] &= 0 \\
 E[z_R^2] - E[z_I^2] &= 0 \\
 E[z_R^2] &= E[z_I^2] \\
 \sigma_R^2 &= \sigma_I^2.
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

caso em contrário, o sinal é *impróprio*.

### 2.4.5 Coeficiente de correlação de sinal complexo

Para variáveis aleatórias complexas, assim como no caso real, permite-se calcular o coeficiente de correlação entre duas variáveis, que representa a dispersão entre elas. Adicionalmente, há de se destacar que o coeficiente de correlação entre a parte real e a parte imaginária de uma variável aleatória complexa permite quantificar o grau de propriedade ou impropriedade de sinais complexos. [23, 24, 30].

Das equações (2.22) e (2.23) pode-se inferir que o *coeficiente de correlação* pode ser expresso através da seguinte igualdade:

$$\begin{aligned}
 \rho &= \frac{P_c}{C} \\
 &= \frac{E[zz^T]}{E[zz^H]},
 \end{aligned} \tag{2.24}$$

Como a pseudo-covariância é um número complexo,  $\rho$  também pode ser expresso em coordenadas polares, tal como:

$$\rho = |\rho| e^{j\theta}, \tag{2.25}$$

Conforme [28], o coeficiente de relação entre as partes real e imaginária do sinal é calculado, fazendo:

$$\rho_{z_R, z_I} = \frac{\Im(\rho)}{\sqrt{(1 - (\Re(\rho))^2)}}. \tag{2.26}$$

Quando  $|\rho| = 0$ , pode-se inferir que o sinal complexo é *próprio*.

## 3 Propriedades Estatísticas Presentes nos Sinais da Medição Fasorial Sincronizada

Para a correta identificação das propriedades pertinentes presentes nos sinais gerados pela medição fasorial sincronizada (PMU) as recomendações registradas em [22, 28, 31, 32] apresentadas nas seções anteriores são rigorosamente observadas.

Sob a égide do estado da arte, apresenta-se a seguir as propriedades estatísticas presentes nos sinais gerados pela medição fasorial sincronizada instalada nos sistemas de transmissão em extra-alta-tensão da Companhia de Transmissão de Energia Elétrica Paulista (**CTEEP**) bem como na baixa-tensão via projeto **MedFasee**.

No conjunto de dados **CTEEP** a análise ocorre nos sinais de tensão, corrente e potência complexa. Enquanto que no conjunto de dados (**MedFasee**) apenas o sinal da tensão nas três fases do sistema de monitoramento, realizado na baixa-tensão, é disponibilizado. Em ambos sistemas de monitoramento, a transformação de componentes simétricas é aplicada aos sinais das PMUs nas três fases do sistema, uma vez que o estudo proposto é conduzido na sequência positiva (+) desses sinais.

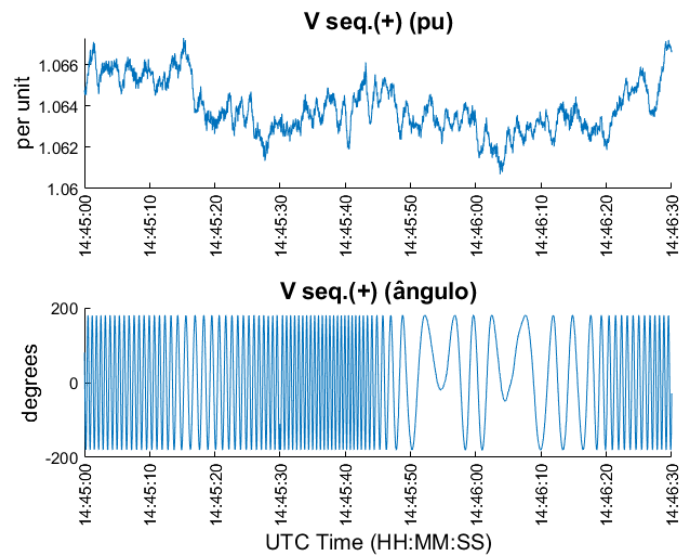
### 3.1 Análise dos sinais de tensão, corrente e potência complexa

O conjunto de dados fornecido pela **CTEEP** equivale a aproximadamente 15 minutos de aquisição de sinais extraídos de 3 medidores PMU que monitoram parte do Sistema Interligado Nacional (SIN). Sendo os pontos de medição as subestações Araraquara, Baixada Santista e Coletora de Porto Velho. Essas medições contêm informações de tensão e corrente, sendo 54.060 registros para cada grandeza medida e os 3 conjuntos de dados são extraídos do mesmo dia e intervalo de tempo.

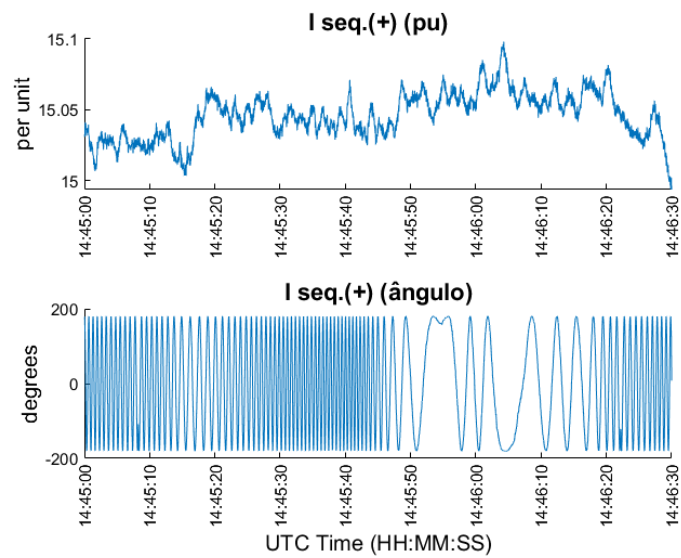
No entanto, para o estudo proposto são suficientes usar uma amostragem 10% de dados. Nos estudos são utilizados 5.460 registros, montante pouco superior a 10%, de forma a incluir todas as medições do último segundo, representando o tempo de 1 minuto e 31 segundos.

Para tal, considerou-se as amostras em intervalos distintos: Na Subestação Araraquara das 14:45:00 as 14:46:30, na Subestação Baixada Santista das 14:58:30 as 15:00:00 e na Subestação Coletora de Porto velho das 14:54:00 as 14:55:30, todos em regime permanente de funcionamento.

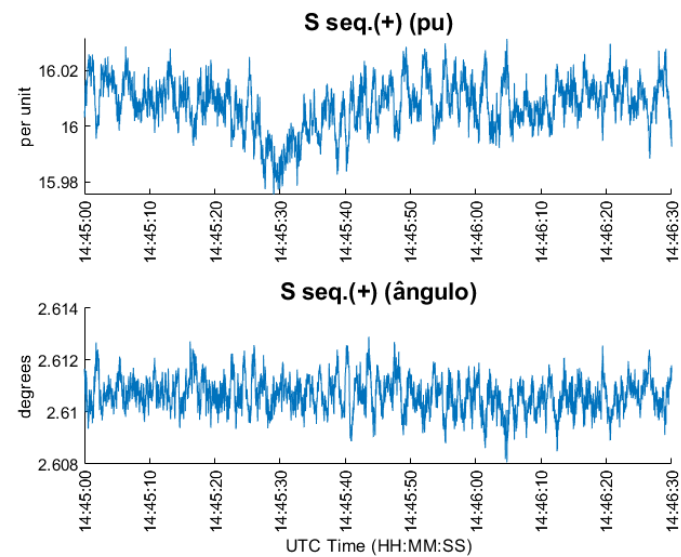




(a) Tensão

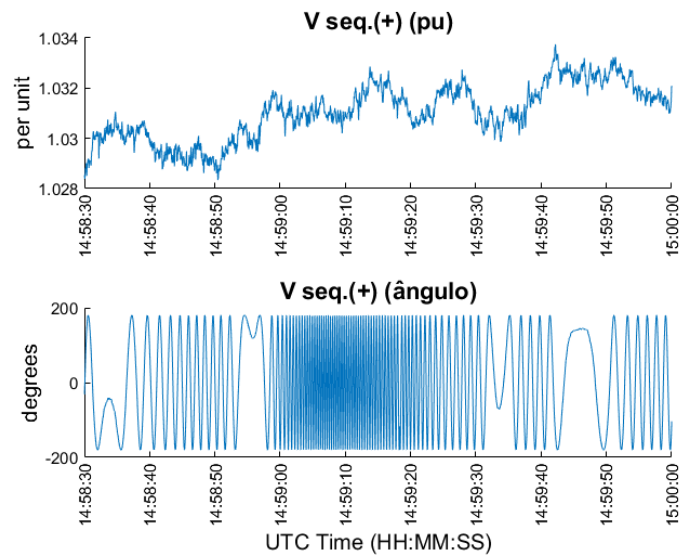


(b) Corrente

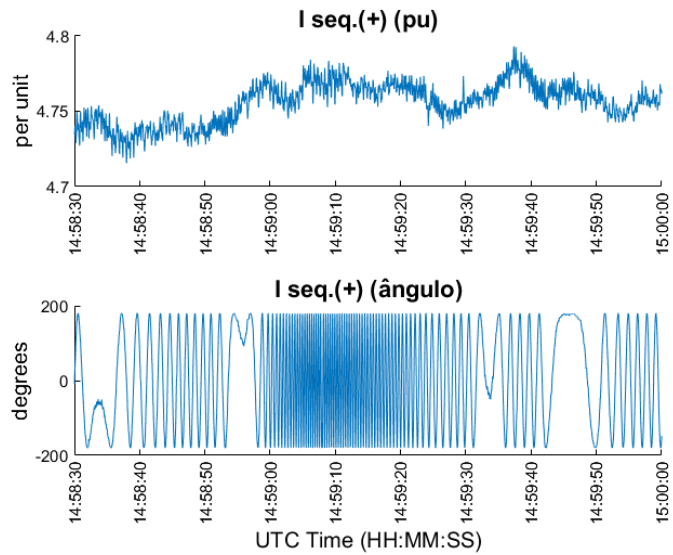


(c) Potência

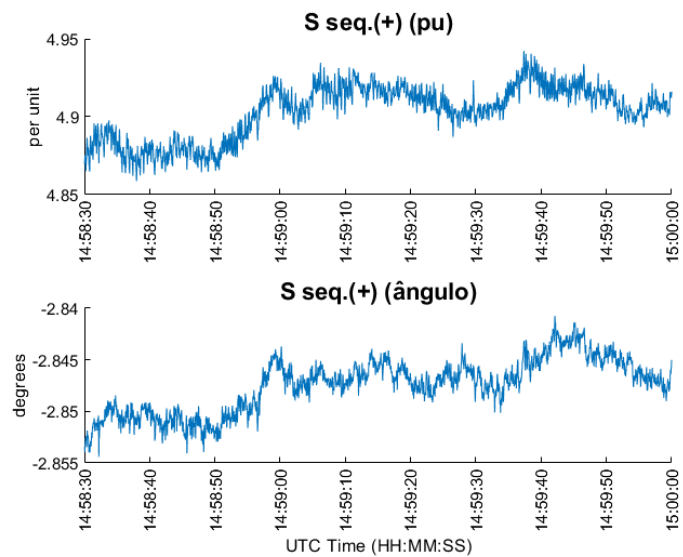
Figura 1 – Araraquara - Amostra selecionada



(a) Tensão

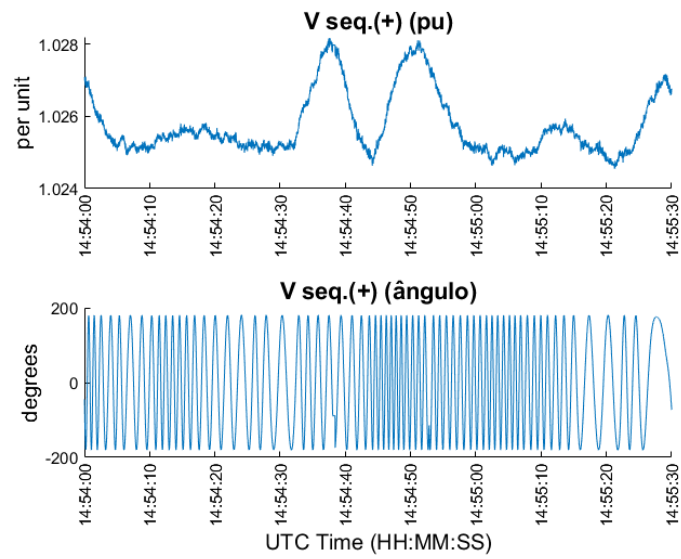


(b) Corrente

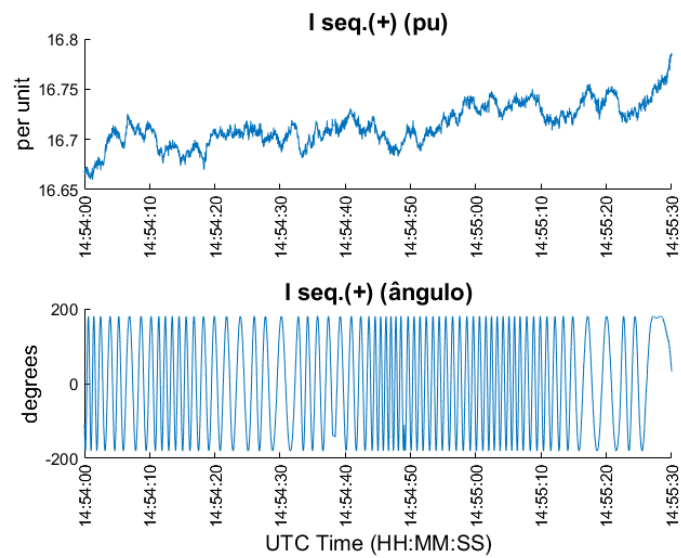


(c) Potência

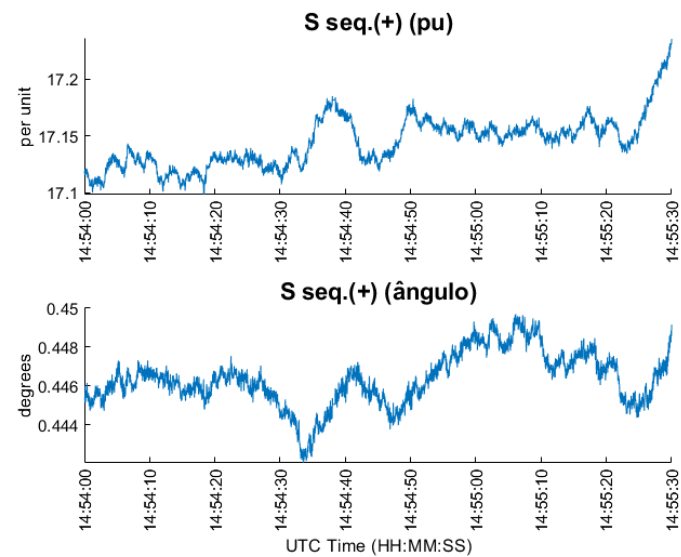
Figura 2 – Baixada Santista - Amostra selecionada



(a) Tensão



(b) Corrente



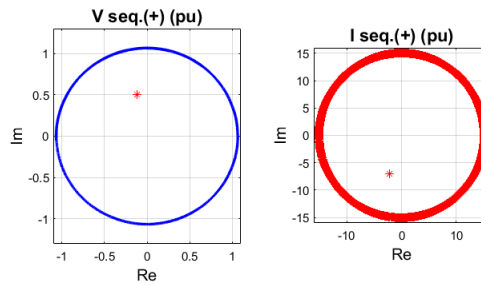
(c) Potência

Figura 3 – Porto Velho - Amostra selecionada

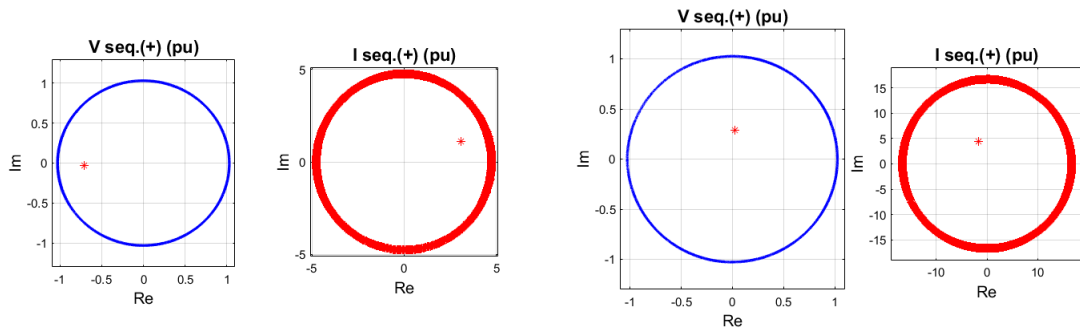
### 3.1.1 Análise de tensão e Corrente

#### 3.1.1.1 Detecção de não circularidade e não-gaussianidade

Para a correta identificação das propriedades presentes nos sinais, há de se verificar os resultados dos cálculos estatísticos, porém é possível por inspeção visual antecipar a presença da propriedade de circularidade nos sinais de tensão e corrente. A inferição visual pode ser atestada na Fig. 4.



(a) Araraquara



(b) Baixada Santista

(c) Porto Velho

Figura 4 – Coordenadas Cartesianas - Tensão (azul) e Corrente (vermelho).

Os sinais foram analisados pelos algoritmos disponíveis no site do laboratório de processamento de sinais digitais, *Machine Learning for Signal Processing Laboratory* (<http://mlsp.umbc.edu/resources.html>). A análise ocorreu tanto na circularidade como também a verificação da presença de ruído branco. Os resultados que atestam a propriedade de circularidade nos sinais de tensão e corrente estão apresentados nas Tabelas 1 - 2. Os sinais de tensão e corrente em todos os testes podem ser assumidos como circulares de segunda ordem, pois os coeficientes de correlação resultam valores que permitem desconsiderar as pseudo-covariâncias obtidas em todos os casos.

Medição	Média do módulo	Média	Covar.	Pseudo.	$\rho$
Araraquara	1,06	-0,12 + 0,51i	0,86	-0,13+0,3i	0,150
Baixada Santista	1,03	-0,71 - 0,035i	0,57	0,05-0,026i	-0,013
Porto Velho	1,02	0,027 + 0,29i	0,96	0,024+0,21i	0,099

Tabela 1 – Circularidade no sinal de Tensão (CTEEP).

Medição	Média do módulo	Média	Covar.	Pseudo.	$\rho$
Araraquara	15,05	-2,21-6,96i	173,12	9,31+0,42i	0,210
Baixada Santista	4,76	3,07+1,09i	11,96	0,95+0,08i	0,040
Porto Velho	16,71	-1,62+4,43i	257,17	-15,64+0,16i	0,082

Tabela 2 – Circularidade no sinal de Corrente (CTEEP).

- Nas Tabelas 1 e 2, as variáveis tem a seguinte correspondência:
  - **Média do módulo:** Média do módulo do sinal complexo;
  - **Média:** Média da parte real e da parte imaginaria, calculada separadamente, do sinal complexo, equação (2.16);
  - **Var.:** Covariância do sinal complexo, equação (2.17);
  - **Pseudo.:** Pseudo-covariância do sinal complexo, equação (2.18);
  - $\rho$ : Coeficiente de correlação entre a parte real e imaginaria do sinal complexo, equação (2.24).

Pode-se observar que o coeficiente de correlação ( $\rho$ ) é próximo a zero, caracterizando uma correlação fraca entre a parte real e a parte imaginaria da medição (quando  $\rho = 0$  significa inexistência de correlação). Adicionalmente, observa-se que a pseudo-covariância é de grandeza inferior a covariância. Sendo assim, a análise das Figs. 5 - 7 permite concluir que a pseudo-covariância normalizada por intervalo de tempo fixo da série temporal considerada ( $LAG$ ) é muito inferior se comparada à covariância. Tal fato permite torná-la desprezível na aplicações da matriz de covariâncias de segunda ordem definida em (2.22).

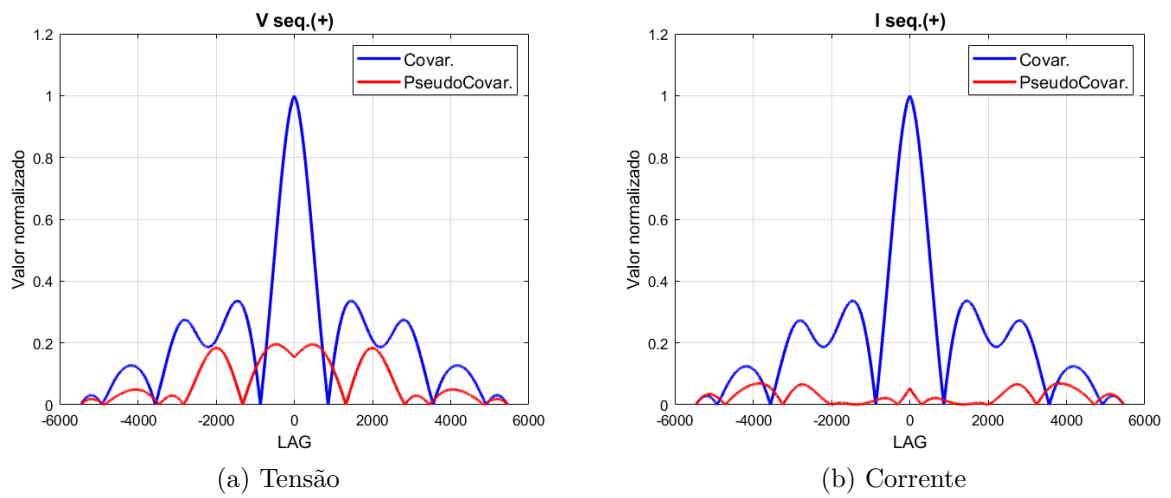


Figura 5 – Araraquara - Covariância (azul) e Pseudo-covariância (vermelho)

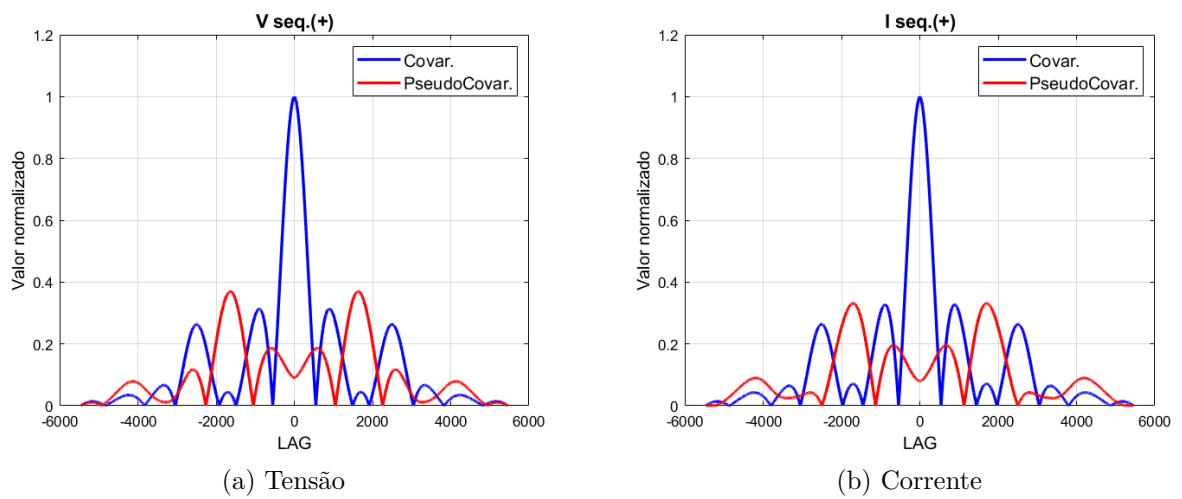


Figura 6 – Baixada Santista - Covariância (azul) e Pseudo-covariância (vermelho)

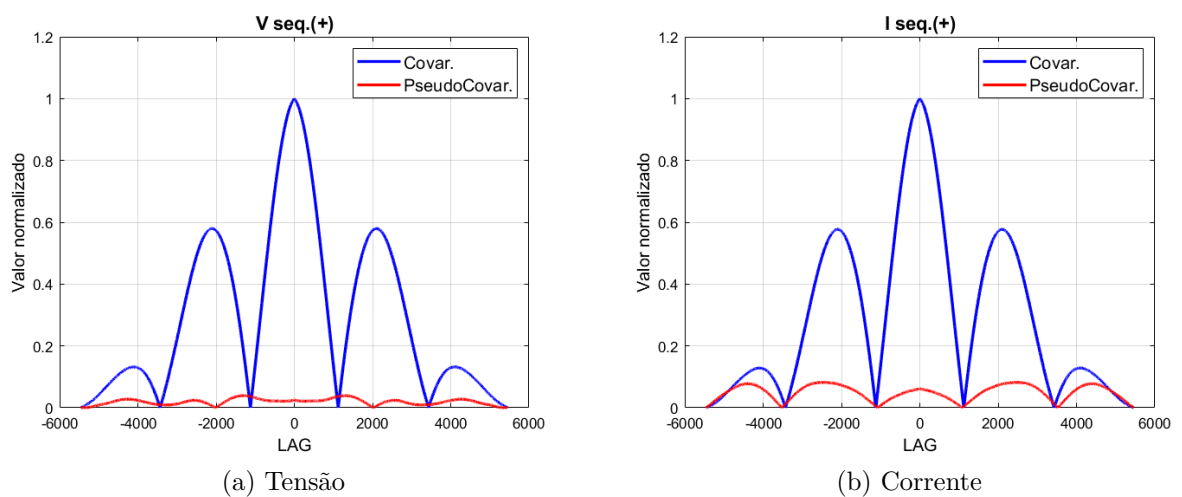


Figura 7 – Porto Velho - Covariância (azul) e Pseudo-covariância (vermelho)

## 3.1.1.2 Parâmetros da pdf

O mesmo teste de verificação da propriedade de circularidade permite ainda inferir a gaussianidade do sinal. Além disso verifica-se a existência de ruído branco.

Medição	<i>Cest</i>	Ruído Branco	Gaussiana
Araraquara	0,1	Não	Super Gaussiana
Baixada Santista	0,1	Não	Super Gaussiana
Porto Velho	0,14	Não	Super Gaussiana

Tabela 3 – Natureza do sinal e ruído branco - Tensão (CTEEP)

Medição	<i>Cest</i>	Ruído Branco	Gaussiana
Araraquara	0,1	Não	Super Gaussiana
Baixada Santista	0,14	Não	Super Gaussiana
Porto Velho	0,1	Não	Super Gaussiana

Tabela 4 – Natureza do sinal e ruído branco - Corrente (CTEEP)

- Nas Tabelas 3 e 4, as variáveis tem a seguinte correspondência:
  - ***Cest***: Variável auxiliar, utilizada no algoritmo de identificação de circularidade, ruído branco e gaussianidade. Trata-se de um parâmetro escalar multiplicativo calculado por processo iterativo, que auxilia na identificação dos parâmetros da função de distribuição de probabilidade que melhor representa o sinal [31, 33]; O índice *Cest* que permite atestar se o sinal é :
    1. *gaussiano*, se  $Cest = 1$
    2. *super-gaussiano*, se  $0 < Cest < 1$
    3. *sub-gaussiano*, se  $Cest > 1$
  - **Ruído Branco**: O Algoritmo verifica a existência de ruído branco (sim ou não) no sinal complexo; [31, 33];
  - **Gaussiana**: Super-gaussiana, indica que o sinal é gaussiano e a curva é concentrada próxima ao valor médio. Sub-gaussiana, indica que o sinal é gaussiano e possui maior densidade de probabilidade para maiores desvios padrão.[34]

Por sua vez, as Figs. 8 - 10 atestam a natureza *Gaussiana* presente nos sinais de tensão e corrente. É possível observar que a super gaussiana tem como propriedade a concentração de valores medidos próximos à média, contribuindo para uma menor dispersão, ou seja, menor desvio-padrão. [34].

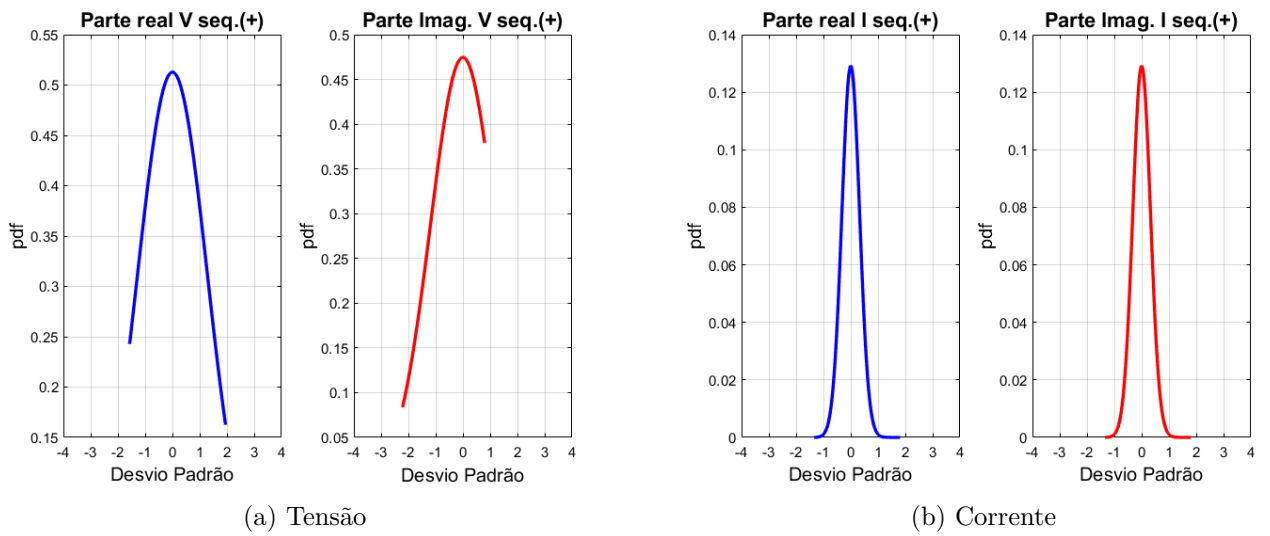


Figura 8 – Araraquara - pdf coordenadas cartesianas - real(azul) e imag.(vermelho)

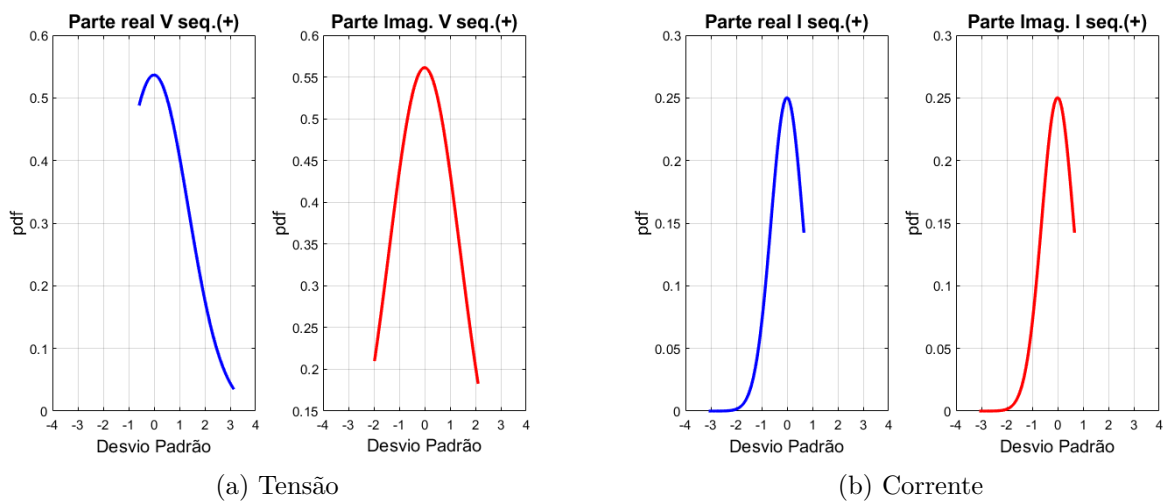


Figura 9 – Baixada Santista - pdf coordenadas cartesianas - real(azul) e imag.(vermelho)



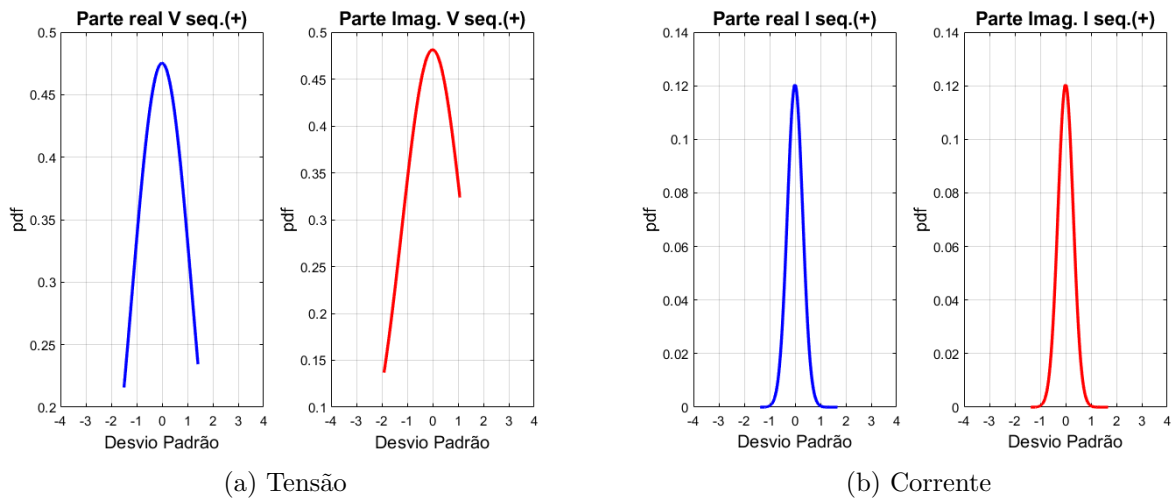


Figura 10 – Porto Velho - pdf coordenadas cartesianas - real(azul) e imag.(vermelho)

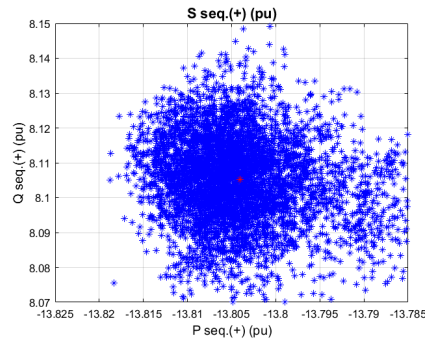
### 3.1.2 Análise do sinal de potência

Para o sinal de potência as mesmas considerações assumidas na análise dos sinais de tensão e corrente podem ser consideradas. No entanto, diferentemente do que ocorre com o lugar geométrico dos sinais complexos de tensão ( $V_r + j V_i$ ) e corrente ( $I_r + j I_i$ ), o lugar geométrico do sinal da potência complexa nas partes real (potência ativa) e imaginária (potência reativa) têm expressiva correlação das partes real e imaginária com a parte real e imaginário dos sinais de tensão e corrente, ou seja:  $S = VI^* = P + j Q = (V_r I_r + V_i I_i) + j (V_i I_r - V_r I_i)$ .

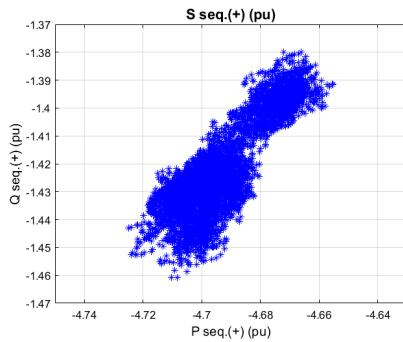
A Fig. 11a da medição em Araraquara, atesta claramente a propriedade de circularidade no sinal de potência complexa. Por outro lado, a análise visual das imagens mostradas nas Figs. 11b e 11c não permite atestar a mesma propriedade de forma imediata. Felizmente, as imagens mostradas na Fig. 12 e os resultados numéricos apresentados na Tabela 5 referentes ao mesmo estudo, porém com a fragmentação do período de medição em períodos menores, permitem corroborar as mesmas conclusões pertinentes aos sinais de tensão e corrente.

Medição	Média do módulo	Média	Covar.	Pseudo.	$\rho$
Araraquara	16,01	-13,81+8,11i	0,0002	-0,0001+0,00003i	-0,00001
Baixada Santista	4,9	-4,69-1,42i	0,00046	-0,00009-0,0004i	0,00019
Porto Velho	17,14	15,46+7,41i	0,00107	-0,00029-0,00016i	0,00008

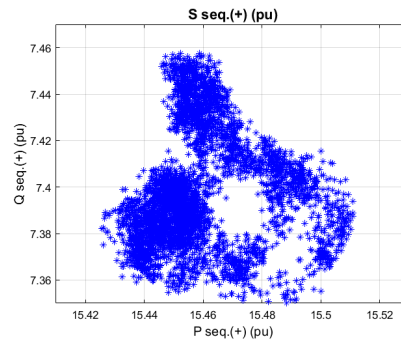
Tabela 5 – Circularidade no sinal de Potência (CTEEP).



(a) Araraquara

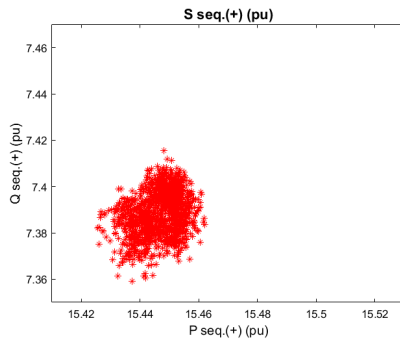


(b) Baixada Santista

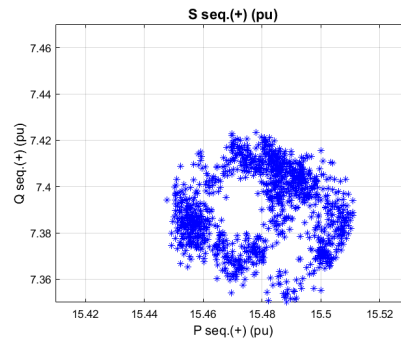


(c) Porto Velho

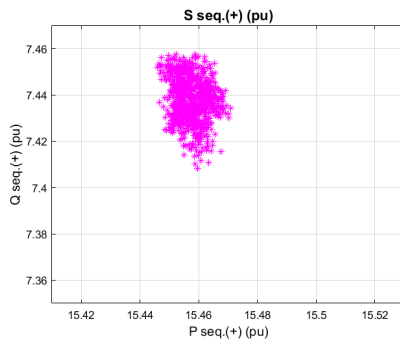
Figura 11 – Potência - Coordenadas Cartesianas.



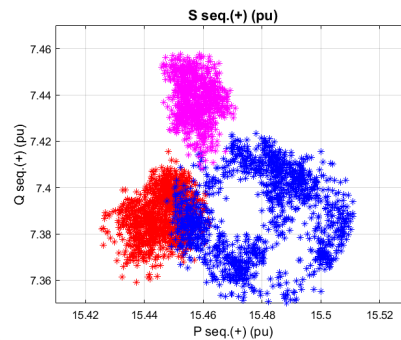
(a) Porto Velho 14:54:00-14:54:30



(b) Porto Velho 14:54:30 as 14:55:00



(c) Porto Velho 14:55:00 as 14:55:15



(d) Porto Velho 14:54:00-14:55:15

Figura 12 – Porto Velho - Sinal de potência.

A Fig. 13 mostra as covariâncias e pseudo-covariâncias correspondentes ao  $LAG$  dos sinais ora considerados. Nesse caso as covariâncias e pseudo-covariâncias não variam como no caso da tensão e corrente, pois os valores medidos possuem uma maior dispersão em relação à média. Ainda assim é possível mensurar a relação entre a covariância e a pseudo-covariância do sinal da potência complexa. Na Tabela 5 a correlação entre a parte real e a parte imaginária da potência é praticamente nula ( $\approx 0$ ), ou seja, não há correlação. Na Fig. 13 comprova-se que a pseudo-covariância pode ser desprezada.

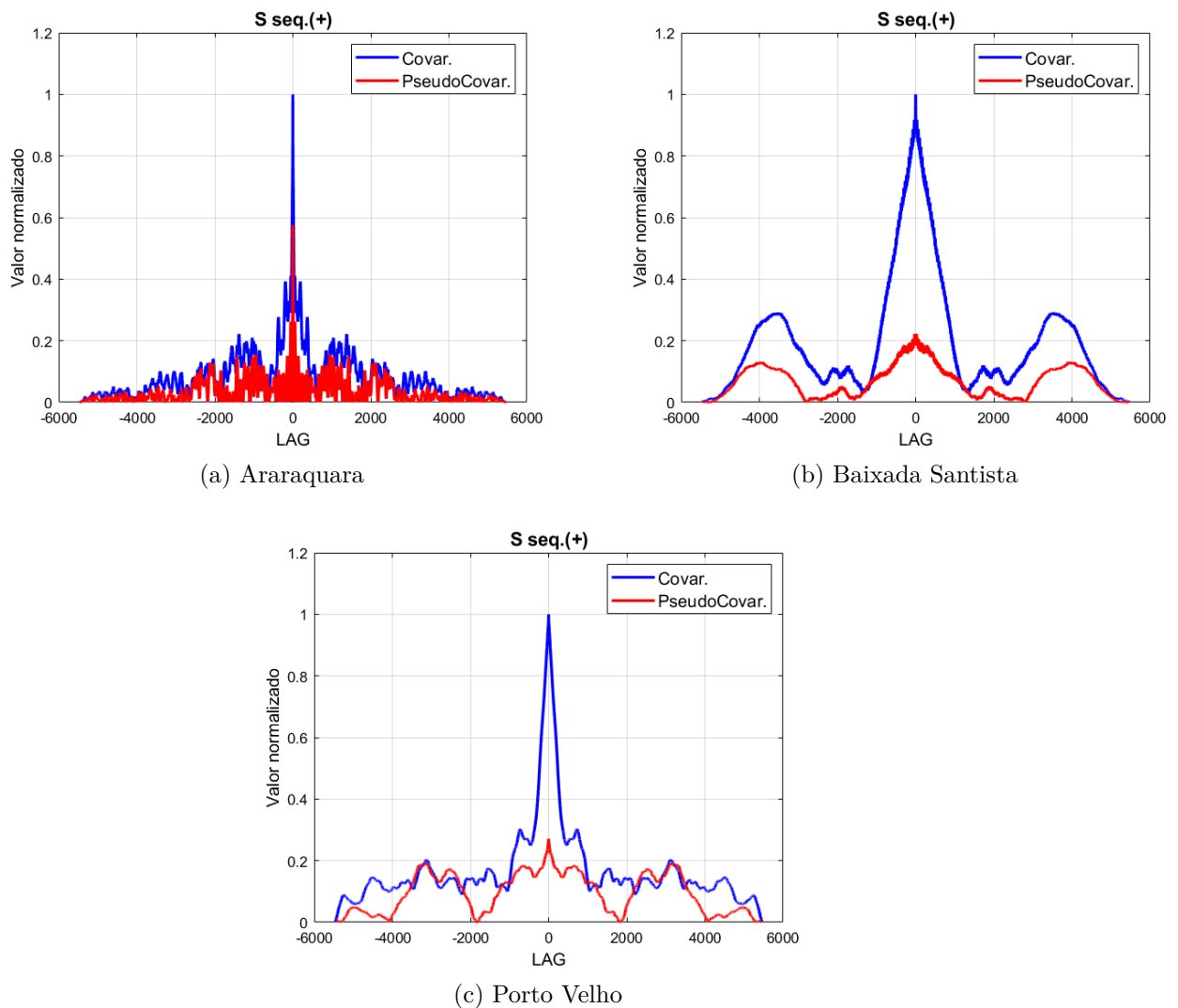


Figura 13 – Potência - Covariância (azul) e Pseudo-covariância (vermelho)

## 3.2 Análise dos sinais de tensão - Projeto MedFasee

Para o segundo conjunto de sinais, considerou-se um intervalo de tempo similar ao período de análise para o primeiro conjunto. Para tal, procurou-se capturar a mesma sazonalidade nos sinais considerando-se mesmo mês, dia e horário, apesar do ano considerado ser diferente. As Figs. 14 - 15 mostram os perfis da frequência e tensões pertinentes aos pontos de medição escolhidos, quais sejam: Universidade Federal da Bahia (UFBA), Minas Gerais (UFMG), Roraima (UFRR) e Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Conforme pode-se observar, há grandes variações entre os perfis de tensão nos pontos considerados bem como no comportamento da frequência. Em destaque os comportamentos da frequência e tensão no ponto de medição (UFRR) que apresenta um afundamento de tensão ao final do período de estudo considerado. Provavelmente um desligamento momentâneo motivado por um curto-circuito, apesar de outros eventos produzirem o mesmo tipo de fenômeno [35].

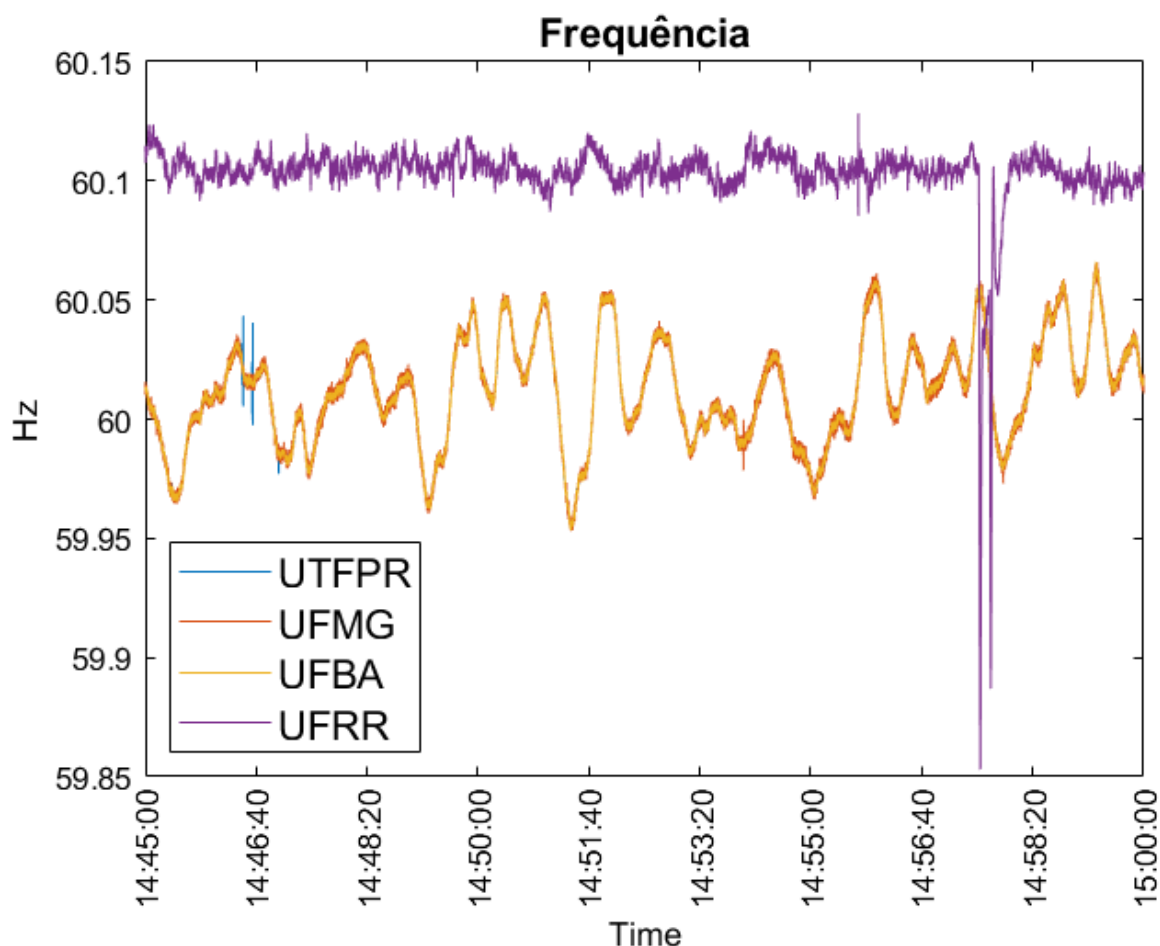


Figura 14 – Frequência

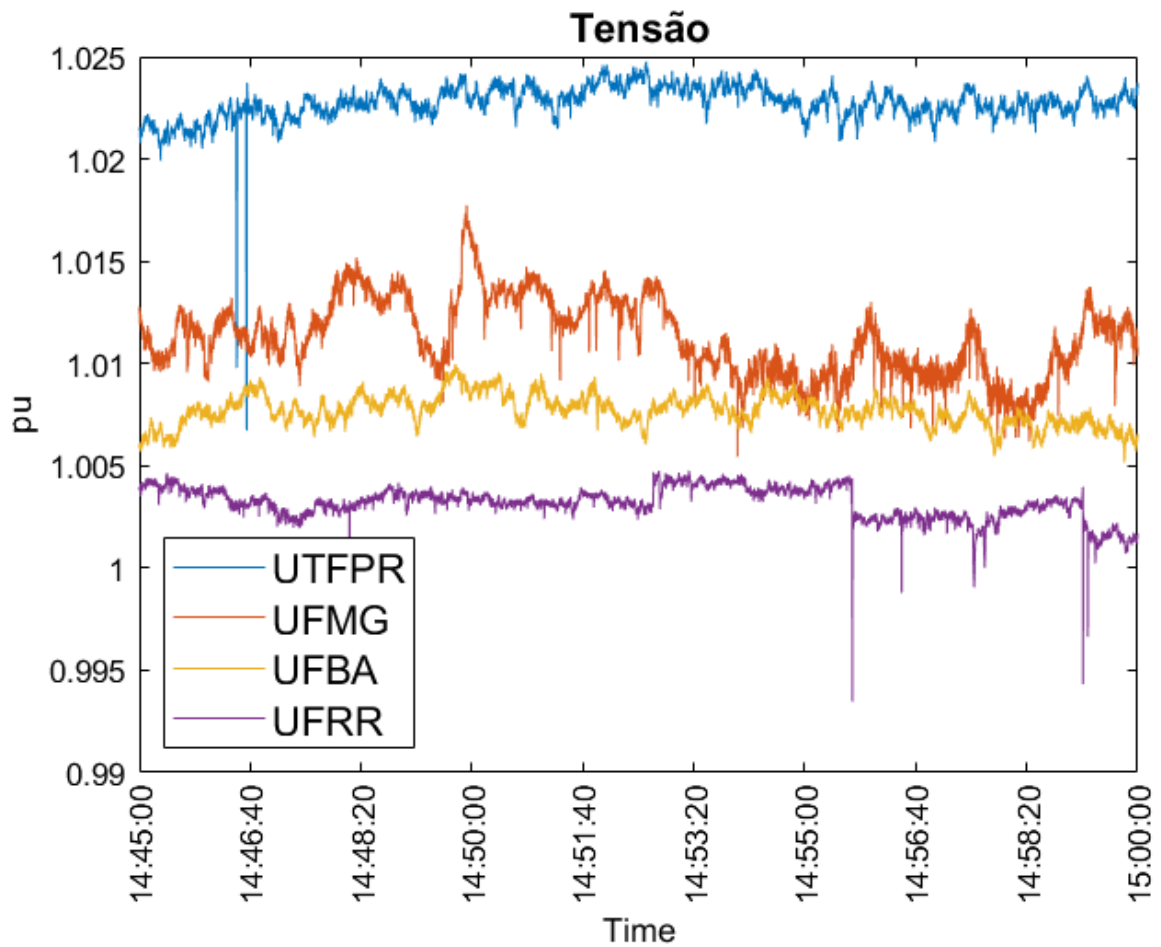


Figura 15 – Tensão

### 3.2.1 Detecção de não circularidade e não-gaussianidade

A Tabela 6 apresenta as propriedades estatísticas dos sinais pertinentes aos pontos de medições selecionados. As imagens correspondentes em coordenadas Cartesianas são mostradas na Fig. 16. A propriedade de circularidade de segunda ordem se faz presente inclusive nos sinais gerados pela PMU instalada na UFRR.

Por sua vez, a Fig. 17 detalha as covariâncias e pseudo-covariâncias dos sinais de tensão nos pontos considerados.

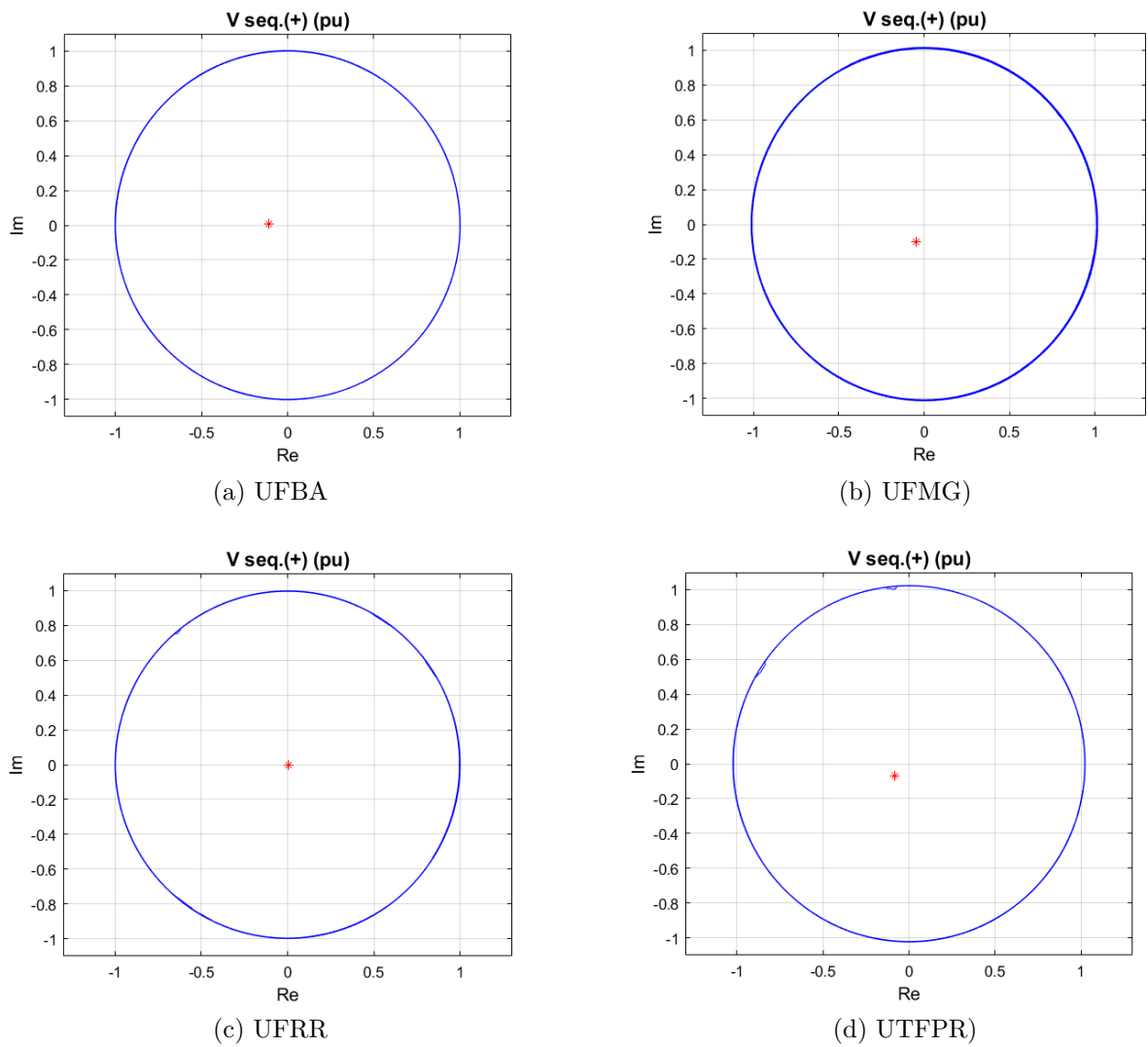


Figura 16 – Tensão - Coordenadas Cartesianas.

Medição	Média do módulo	Média	Covar.	Pseudo.	$\rho$
UFBA	1,001	-0,106+0,009i	1,00	-0,021+0,073i	0,037
UFMG	1,011	-0,045-0,098i	1,01	-0,0083-0,082i	-0,041
UFRR	0,998	0,0077-0,0048i	1,00	0,0053-0,0092i	-0,0046
UTFPR	1,022	-0,085-0,069i	1,04	-0,039-0,037i	-0,019

Tabela 6 – Circularidade no sinal de Tensão (MedFasee).

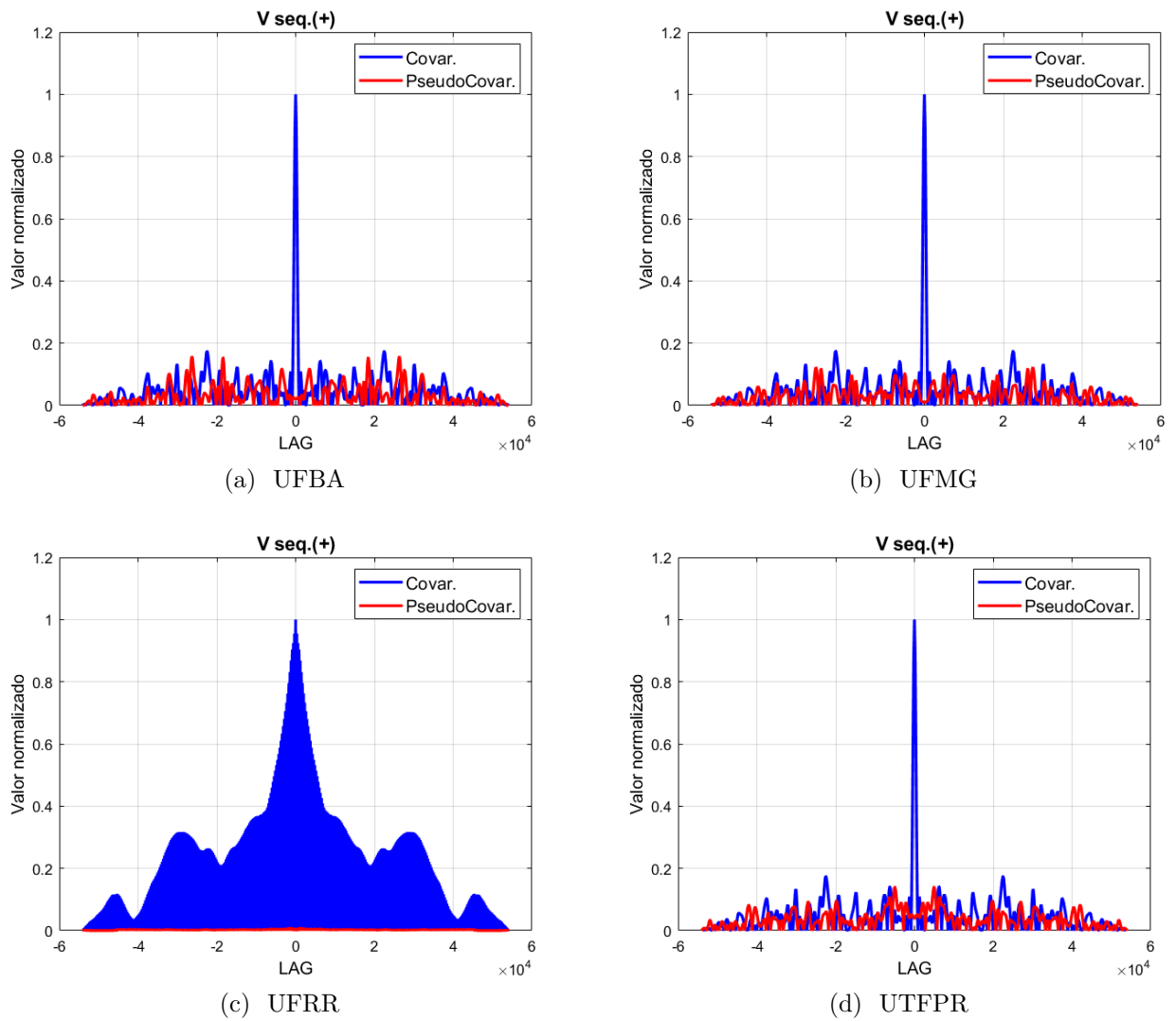


Figura 17 – Tensão - Covariância (azul) e Pseudo-covariância (vermelho)

### 3.2.2 Parâmetros da pdf

A Tabela 7 apresenta os resultados da avaliação dos sinais de tensão gerados nos locais selecionados. Na Fig. 18 vê-se claramente a gaussianidade dos sinais.

Medição	Cest	Ruído	Gaussiana
UFBA	0,11	Não	Super Gaussiana
UFMG	0,11	Não	Super Gaussiana
UFRR	0,10	Não	Super Gaussiana
UTFPR	0,11	Não	Super Gaussiana

Tabela 7 – Natureza Gaussiana e ruído branco - Tensão (MedFasee)

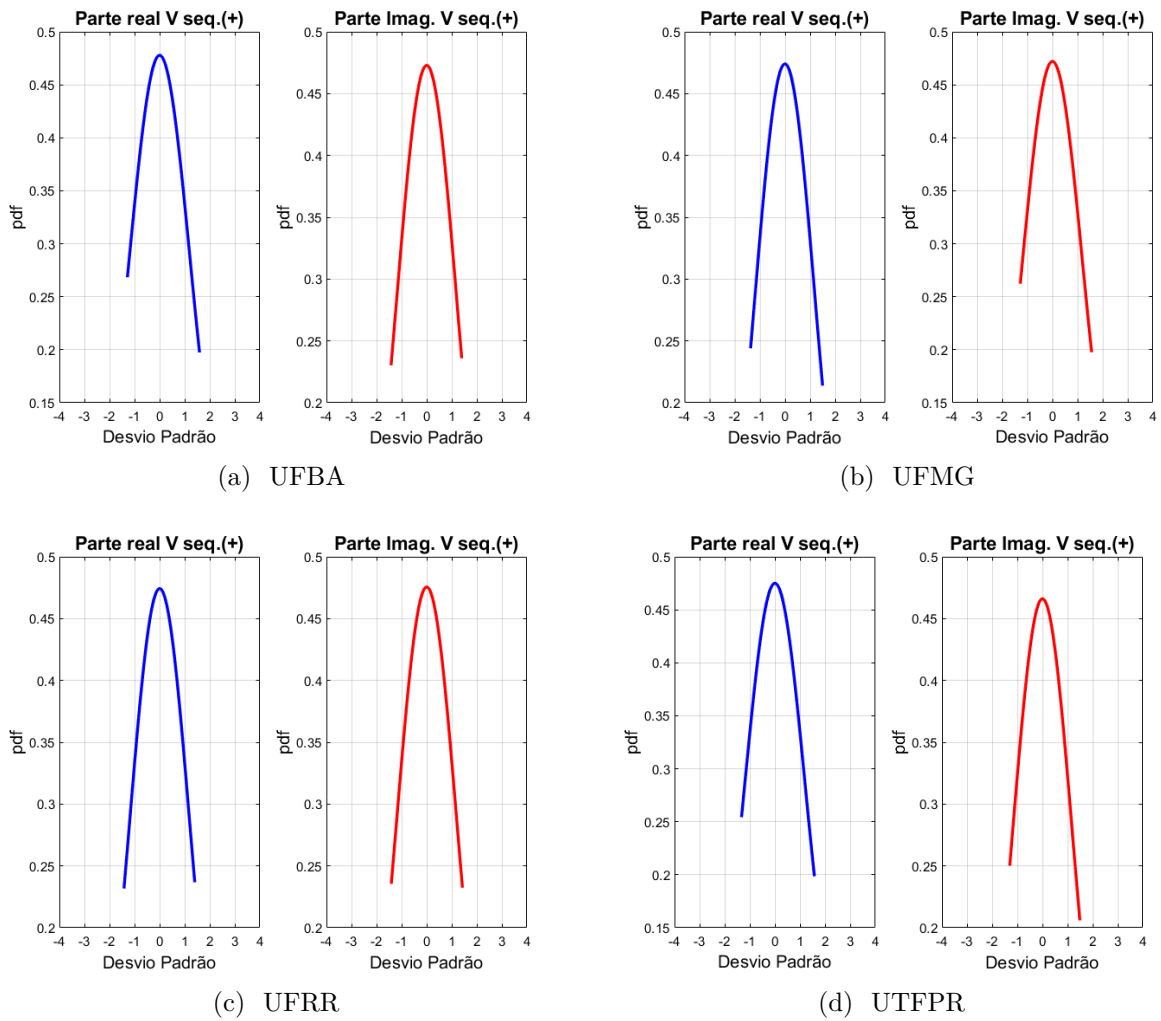


Figura 18 – Tensão - pdf coordenadas cartesianas - real(azul) e imag.(vermelho)



## 4 Aplicações com Resultados Numéricos

O presente capítulo mostra a correta aplicação das propriedades estatísticas atestadas anteriormente no processamento de erros grosseiros baseado no método do maior resíduo normalizado [36, 37]. Portanto, as quantidades providas pela medição fasorial sincronizada são valores expressos em números complexos que representam medidas consideradas como *circulares e próprias*.

Para isto, o desempenho do estimador de estados de mínimos quadrados ponderados (*WLS-Weighted Least-Squares*) é avaliado considerando as abordagens clássica e híbrida. Sendo que a abordagem híbrida deve ser entendida como aquela que modela cada medida gerada pela medição fasorial sincronizada como uma quantidade expressa como um número complexo.

Assim sendo, a medição fasorial sincronizada é usada como canal de telemetria adicional onde as medições disponibilizadas são processadas pelo estimador estático de estados (EE) aplicado ao sistema teste mostrado na Fig. 19. O plano de medição apresentado na mesma figura é isento de medidas críticas e conjuntos críticos, sendo que os demais dados, tais como dados de ramos (linhas + transformadores) e dados de barras (geração + carga) são disponíveis em [38].

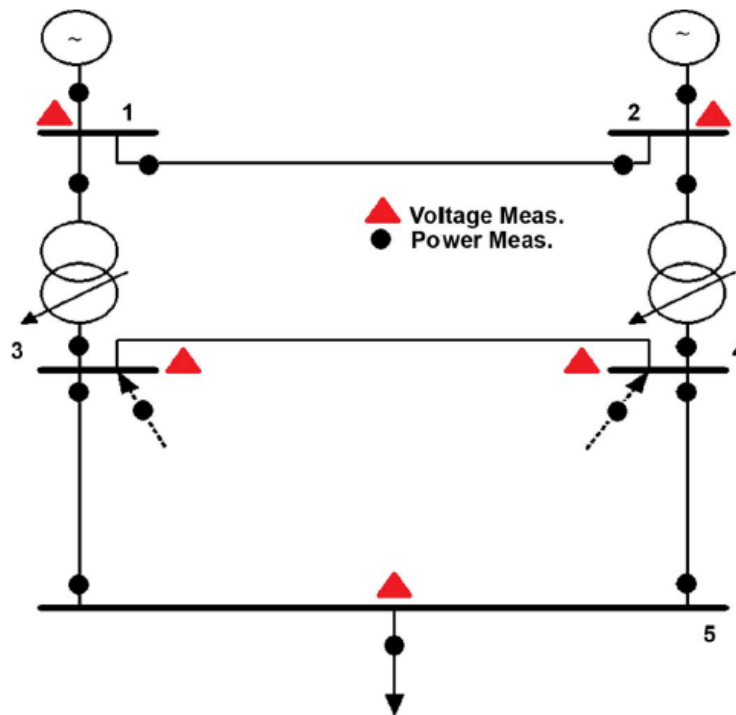


Figura 19 – Sistema de Teste

Os desvios-padrões dos erros de medição considerados nas simulações são apresentados no Tabela 8.

Medidas / Pseudo Medidas	SCADA	PMU
Tensão	$10^{-3}$	$10^{-4}$
Medidas de Fluxo - $S_{km}$	$10^{-2}$	$10^{-3}$
Medidas de Injeção - $S_k$	$10^{-2}$	$10^{-3}$
Ref. Angular (pseudo medida)	-	$10^{-4}$
Tapes (pseudo medida)	$10^{-2}$	$10^{-2}$

Tabela 8 – Desvios-padrões dos erros de medição.

A medida escolhida onde o erro(s) grosseiro(s) [EG(s)] será incluído é a potência complexa na Barra 5, i.é,  $S_5$ . São quatro as situações de existência de EG na medida considerada:

1. Somente a potência ativa ( $P_5$ ) é contaminada por EG
2. Somente a potência reativa ( $Q_5$ ) é contaminada por EG
3.  $P_5$  e  $Q_5$  são, simultaneamente, medidas errôneas
4.  $S_5$  é uma medida errônea expressa como um número complexo

A Tabela 9 apresentada abaixo mostra os valores reais e medidos referentes às grandezas elétricas escolhidas como portadoras de erros grosseiros.

	Medidas Errôneas	z (real)	z (medido)
SCADA	Medida P5	-2.0000	-1.7037
	Medida Q5	-0.9500	-0.6510
	Medida P5 e Q5	-2.0000	-1.7037
		-0.9500	-0.6510
Híbrida ( $1\sigma$ )	Parte real S5	-2.0000 -0.9500i	-1.9695 -0.9495i
	Parte imag. S5	-2.0000 -0.9500i	-1.9995 -0.9195i
	Medida S5	-2.0000 -0.9500i	-1.9695 -0.9195i
Híbrida ( $2\sigma$ )	Parte real S5	-2.0000 -0.9500i	-1.9395 -0.9495i
	Parte imag. S5	-2.0000 -0.9500i	-1.9995 -0.8895i
	Medida S5	-2.0000 -0.9500i	-1.9395 -0.8895i

Tabela 9 – Valor real e valor medido na barra 5

Por sua vez, a Tabela 10 mostra os resultados do processamento de erros grosseiros produzidos pelo estimador de estados nas abordagens WLS - Plano Real e WLS - Plano Complexo.

Em destaque as colunas referentes aos valores dos *resíduos normalizados* correspondentes às medidas portadoras de erros grosseiros, que no plano complexo são calculados fazendo uso das equações (A.10-A.12) apresentadas nos Apêndices. Claramente, os resultados apontam a falha de ambas abordagens do estimador de estados em identificar os erros grosseiros quando se atribui 1 (um) desvio-padrão ( $\sigma$ ) para quantificar o erro de medição às quantidades geradas pela medição fasorial sincronizada. Por outro lado, se for atendido o que estabelece o estado-da-arte em (2.17), ambas abordagens são efetivas ao identificar as mesmas medidas errôneas conforme atestam os resultados mostrados na Tabela 10. Caso contrário, a matriz de covariâncias de segunda ordem, como escrita em (2.22), será a mais apropriada para ser considerada no modelo não-linear de medição de estimadores de estados híbridos. As consequências de ordem computacional e numérica são significativas e momentaneamente imprevisíveis.

		WLS-Plano Real		WLS-Plano Complexo	
EG		$\hat{z}_1$	$rn_1$	$\hat{z}_1$	$rn_1$
SCADA	$P_5$	-1.888	23.182	-1.885	23.046
	$Q_5$	-0.840	23.754	-0.837	23.600
	$P_5$ e $Q_5$	-1.891	23.522	-1.890	23.678
		-0.842	24.100	-0.842	24.239
Híbrida ( $1 \times \sigma$ )	$P_5$	-1.970-0.950i	2.540-0.213i	-1.970-0.950i	2.462-0.124i
	$Q_5$	-1.999-0.920i	-0.114+2.429i	-1.999-0.920i	-0.046+2.413i
	$S_5$	-1.970-0.920i	2.651+2.540i	-1.970-0.920i	2.657+2.608i
Híbrida ( $2 \times \sigma$ )	$P_5$	-1.941-0.950i	5.238-0.107i	-1.941-0.950i	5.101+0.060i
	$Q_5$	-1.999-0.891i	-0.007+5.115i	-1.999-0.891i	0.140+5.079i
	$S_5$	-1.942-0.891i	5.450+5.327i	-1.942-0.892i	5.476+5.455i

Tabela 10 – Processamento de Erros Grosseiros

A Tabela 11 apresenta o índice correspondente à *soma ponderada do quadrado dos resíduos* que é usado no estágio de detecção da presença de medidas errôneas entre as medidas processadas, segundo a abordagem clássica de processamento de erros grosseiros. Chama atenção os valores numéricos desse índice na situação em que a medição fasorial sincronizada é utilizada tendo como erro de medição atribuído às medidas o valor de  $1 \times \sigma$ . A conclusão é de que nem o teste de detecção é efetivo ( $spqr < K = \chi^2_{(m-n); \alpha_0} = \chi^2_{20; 5\%} = 31.4$ ), pois ambas abordagens falham na detecção e conseqüentemente na identificação das medidas errôneas conforme observa-se nos resultados mostrados na Tabela 10. Os demais valores do índice SPQR apresentados na Tabela 11 resultam após a recuperação das medidas identificadas com erros grosseiros [39].

	Erro Grosseiro	WLS-Plano Real	WLS-Plano Complexo
<b>SCADA</b>	$P_5$	5.8905	5.7835
	$Q_5$	6.3015	6.1342
	$P_5$ e $Q_5$	6.0057	6.1694
<b>Híbrida</b> $(1 \times \sigma)$	$P_5$	16.4770	15.7050
	$Q_5$	15.2899	15.0160
	$S_5$	29.2900	29.2120
<b>Híbrida</b> $(2 \times \sigma)$	$P_5$	3.4378	3.5899
	$Q_5$	3.4358	3.5891
	$S_5$	3.5230	3.8788

Tabela 11 – índices - SPQR

## 5 Conclusões

### 5.1 Destaques

O trabalho desenvolvido nesta dissertação de mestrado atesta as propriedades estatísticas de medições de tensão, corrente e potência complexa providas pela medição fasorial sincronizada que é baseada em *PMU*. Para isto, o trabalho apresenta a metodologia recomendada pela literatura técnica em processamento de sinais para lidar com quantidades medidas expressas em números complexos. O desvio-padrão atribuído ao erro de medição de uma medida em coordenadas cartesianas impacta decisivamente o desempenho dos algoritmos de processamento de erros grosseiros (detecção + identificação). Com base nas propriedades identificadas nos sinais gerados pela medição fasorial sincronizada dos sistemas de transmissão em extra-alta-tensão (CTEEP) bem como da baixa-tensão via projeto MedFasee, atesta-se que tais sinais são *circulares de segunda ordem* bem como *próprios*. Consequentemente, o erro de medição atribuído a uma medida expressa em número complexo deve ser igual a  $2 \times \sigma$ . Em observância a tais propriedades, comprova-se que o desempenho de estimadores de estados-WLS é *exitoso ou efetivo*, quer sejam desenvolvidos via aritmética de números reais ou números complexos, independentemente dos canais de telemetria ser o clássico (**SCADA**) ou híbrido (**SCADA + PMU**).

### 5.2 Investigações Futuras

As conclusões extraídas das investigações conduzidas neste trabalho de dissertação serão sistematicamente estendidas ao estimador de estados robusto (do inglês, *Schweppetype Huber Generalized Maximum-likelihood - SHGM*).

A medição de potência é na realidade uma pseudo-medida calculada em função das medidas dos fasores de tensão e corrente. Ou seja, se:  $V = V_R + jV_I$  e  $I = I_R + jI_I$  a potência depende de V e I, uma vez que:

$$\begin{aligned}
 S &= V \cdot I^* \\
 S &= (V_R \cdot I_R + V_I \cdot I_I) + j(V_R \cdot I_I + V_I \cdot I_R) \\
 S_R &= V_R \cdot I_R + V_I \cdot I_I \\
 S_I &= V_R \cdot I_I + V_I \cdot I_R
 \end{aligned}$$

Tomando-se o esquema de medição PMU da Fig. 20, pode-se observar que a medição provida por uma **PMU** depende igualmente de transformadores de instrumentos, tais

como TP-Transformadores de Potencial e TC-Transformadores de Correntes. Sob o ponto de vista prático, os transformadores de instrumentos recomendados para uso na medição fasorial sincronizada são aqueles destinados à instalação de relés de proteção contra sobretensões e sobrecorrentes. A justificativa desta preferência é evitar a saturação das respectivas curvas de magnetização por ocasião da ocorrência de sobretensões e curtos-circuitos.

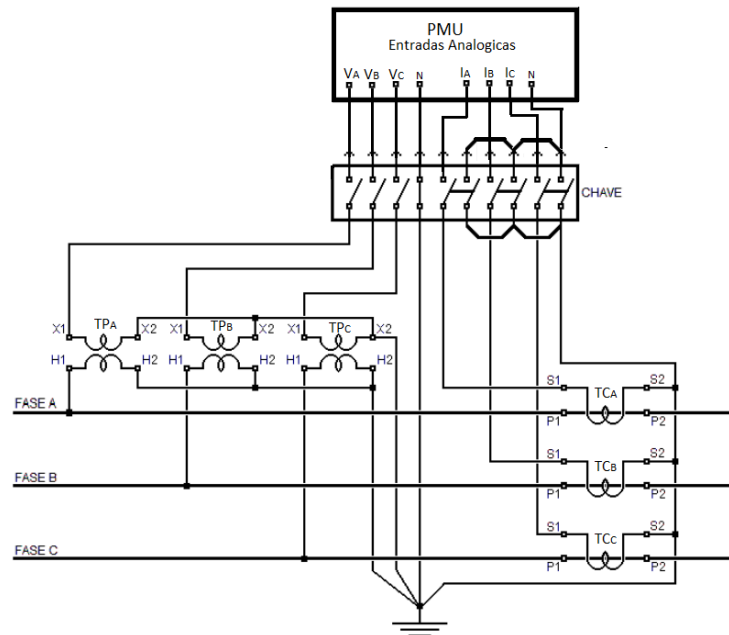


Figura 20 – Esquema de ligação PMU

Claramente pode-se observar que a ocorrência de um erro grosseiro em quaisquer uma das medidas de tensão ou corrente, ou ainda, falha de instalação num dos transformadores de instrumentos, e.g.: escolha equivocada de relação de transformação durante a conexão de bobinas voltimétrica ou amperimétrica da PMU. Conseqüentemente, tal fato irá impactar além da medida de tensão ou corrente, respectivamente, a pseudo medida de potência complexa o que a torna uma medida duplamente errônea, isto é, parte real (potência ativa) e parte imaginário (potência reativa). Tal tipo de ocorrência pode violar a fração máxima de contaminação local de medidas e conseqüentemente colapsar o desempenho do estimador de estados.

# Apêndices

# APÊNDICE A – Algoritmo do Estimador de Estados *WLS* e Processamento de Erros Grosseiros no Plano Complexo

As formulas utilizadas no algoritimo, podem ser consultadas em [16],e nos anexos [A](#) e [B](#)

## Algoritmo do estimador de estado

1. Leitura dos dados de rede do sistema a ser analisado.
  - Barras;
  - Ramos: Impedâncias e admitâncias complexas ( $z = r + jx$  e  $y = b + jg$ );
  - Tapes de transformadores ( $\alpha e^{j\beta}$ ).
2. Leitura das medições.
  - SCADA:
    - módulo da tensão ( $|V|$ );
    - fluxos de potência nos ramos: ativa ( $t_{k,m}$  e  $t_{m,k}$ ) e reativa ( $u_{k,m}$  e  $u_{k,m}$ );
    - injeções de potência ativa ( $P_k$ ) e reativa ( $Q_k$ );
    - variância das medições ( $1 \times \sigma^2$ ).
  - PMU
    - tensão complexa ( $V e^{j\delta}$ );
    - corrente complexa ( $I e^{j\phi}$ );
    - fluxo de potência complexa ( $S_{k,m}$  e  $S_{m,k}$ );
    - injeções de potência complexa ( $S_k$ );
    - variância das medições ( $2 \times \sigma^2$ ).
3. tolerância do processo iterativo ( $10^{-4}$ ).
4. Definição do *percentil* da distribuição Qui-Quadrada de probabilidade, isto é:  $K = \chi^2_{(m-n); \alpha_0}$ , onde (m-n) é o número de graus de liberdade;  $m$  é o número de medições e  $n$  o número de estados a serem estimados. Destaca-se que  $\alpha_0$  é a probabilidade de



se produzir um *falso alarme* decorrente do Teste de Hipóteses considerado;

5. Monta o vetor complexo com todas as medições

$$zmed = [ref., |V|, t_{km}, u_{km}, p_k, q_k, V, s_{km}, s_k; tap_{km}] \quad (A.1)$$

6. Monta a matriz  $W$  de  $\sigma^2$  das medições

Como no calculo da modelagem WLS no plano complexo, as matrizes e vetores sao compostos por seus vetores complexos e seus conjugados, o mesmo ocorre com a matriz de variâncias. Entretanto a matriz  $W$  é composta de numeros reais, e seu conjugado é ela mesma.

$$W = \begin{bmatrix} W_{medicção} & 0 \\ 0 & W_{medicção} \end{bmatrix} \quad (A.2)$$

7. Monta-se o vetor de estados  $x_0$  com valores iniciais  $(1 + j0)$

$$x = [[V1, V2, \dots, Vn], [V1, V2, \dots, Vn]^*], \text{ para } n \text{ estados} \quad (A.3)$$

8. Calcula-se os fluxos de potência ( $s_{km}$ ) e injeções de potência ( $s_i$ ) para os estados com valores iniciais  $x_0$

9. Inicia-se o processo iterativo

- a) Inicializa-se o contador de iterações:  $\nu = 0$ ;
- b) Calcula-se o vetor de grandezas estimadas, i.é:  $\hat{z}_i$ ;
- c) Calcula-se o vtor de resíduos:

$$r_i = [zmed \quad zmed^*] - [\hat{z}_i \quad \hat{z}_i^*] \quad (A.4)$$

d) Monta a matriz jacobiana  $H_i$  (derivadas e seu conjugado)

e) Calcula os novos estados do sistema ( $x_i$ )

É recomendado usar metodos de fatoração para inversão de matrizes

$$\tilde{H} = W^{-1/2} * H_i \quad (A.5)$$

$$\tilde{r} = W^{-1/2} * r_i \quad (A.6)$$

$$dx = \tilde{H}^{-1} \tilde{r} \quad (A.7)$$

$$x_i = x_{i-1} + dx \quad (A.8)$$

- f) Calcula os fluxos de potências ( $s_{km}$ ) e injeções de potência ( $si_{km}$ ) para os novos estados calculados ( $x_i$ )
- g) Calcula a soma ponderado do quadrado dos resíduos

$$SPQR = (\tilde{r})^T (\tilde{r}) \quad (\text{A.9})$$

- h) Teste de Detecção.

Se SPQR for maior que K, existe erro grosseiro na medição.

- i) Caso exista erro grosseiro na medição, realizar a indentificação da medição com erro.
- i. Calcula a matriz de Covariâncias dos Resíduos

$$\Sigma = [\mathbf{I} - \mathbf{H} (\mathbf{H}^H \mathbf{W}^{-1} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{W}^{-1}] \mathbf{W} \quad (\text{A.10})$$

- ii. Calcula o vetor de Resíduos Normalizados

$$r_{n_i} = \frac{r_i}{\sqrt{\Sigma_{ii}}} \quad (\text{A.11})$$

- iii. Identificação da medição com EG

$$\max |r_N| > \lambda (\approx 2.6) \quad (\text{A.12})$$

- j) Caso exista erro grosseiro, realizar recuperação da medição.

$$z_i^{rec} = z_i^{erro} - \left( \frac{\sigma_i^2}{\sqrt{\Sigma_{ii}}} r_{n_i} \right) \quad (\text{A.13})$$

- k) Caso o maior  $dx$  seja menor que a tolerancia o processo iterativo é finalizado.

# Anexos

# ANEXO A – Artigo submetido

## **Complex-Valued Projection Statistics Applied to Robust Power System State Estimation**

### **Abstract:**

This paper develops complex-valued Projection Statistics (PS) for the Schweppe-type GM-estimator with the Huber cost function (known as SHGM estimator) that processes both Phasor Measurement Units (PMUs) and Supervisory Control and Data Acquisition (SCADA) measurements. It is shown that the PS algorithm applied to a real- or a complex-valued Jacobian matrix provides different numerical results and thereby, different set of leverage points. Consequently, both approaches lead to different complex-valued state estimates. It is demonstrated through simulations carried out on various test systems that the complex-valued PS-based GM-state estimator is more reliable and robust than the real-valued PS-based GM state estimator.

### **keywords:**

Projection Statistics; Wirtinger calculus; Leverage Points; Power system state estimation in the complex plane.

# ANEXO B – Artigo a ser submetido

## **Statistical Models of SCADA and PMU Measurements Aimed to PSSE in Complex Plane**

### **Abstract:**

New statistical models for measurements provided by the PMU and SCADA are presented in this paper aiming their accurate application to perform bad data processing through power system state estimation in complex plane, i.e., CV-PSEE for short. It is well known that complex statistics are not a straight-forward extension of the real-valued statistics. Thus, besides the aforementioned target it is intended to clarify some key issues on estimation of complex-valued signals aiming its suited modeling. As an application, a bad data processing as applied in CV-PSSE can be tracked on a small example system taking into account linear and nonlinear models of measurements and circular and proper complex signals nature. Thereafter, these applications are extended to large systems and equally taken into account.

### **keywords:**

Complex-valued power system state estimation, Gauss-Newton algorithm and classical bad data processing in complex domain.

# Referências

- 1 FINK, L. H.; CARLSEN, K. Operating under stress and strain [electrical power systems control under emergency conditions]. *IEEE Spectrum*, v. 15, n. 3, p. 48–53, 1978. [14](#)
- 2 PHADKE, A. Synchronized phasor measurements—a historical overview. In: *IEEE/PES Transmission and Distribution Conference and Exhibition*. [S.l.: s.n.], 2002. v. 1, p. 476–479 vol.1. [14](#), [17](#)
- 3 PHADKE, A. G.; THORP, J. S.; ADAMIAK, M. G. A new measurement technique for tracking voltage phasors, local system frequency, and rate of change of frequency. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-102, n. 5, p. 1025–1038, 1983. [14](#), [17](#)
- 4 ZHAO, J. et al. Power system dynamic state estimation: Motivations, definitions, methodologies and future work. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 34, p. 3188–3198, 07 2019. [14](#)
- 5 PIRES, R. *Complex-Valued Steady-State Models as Applied to Power Flow Analysis and Power System State Estimation*. 76 p. Tese (Doutorado) — Institute of Electric Systems and Energy - ISEE, <https://repositorio.unifei.edu.br/xmlui/handle/123456789/5>, February 2018. [15](#), [17](#)
- 6 DŽAFIĆ, I.; JABR, R. A.; HRNJIĆ, T. Hybrid state estimation in complex variables. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 33, n. 5, p. 5288–5296, 2018. [15](#), [17](#)
- 7 DŽAFIĆ, I.; JABR, R. A. Real-time equality-constrained hybrid state estimation in complex variables. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, v. 117, p. 105634, 2020. ISSN 0142-0615. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0142061519310385>. [15](#), [17](#)
- 8 DŽAFIĆ, I.; JABR, R. A.; HRNJIĆ, T. Complex variable multi-phase distribution system state estimation using vectorized code. *Journal of Modern Power Systems and Clean Energy*, v. 8, n. 4, p. 679–688, 2020. [15](#), [17](#)
- 9 SCHREIER, P. J.; SCHARF, L. L. Second-order analysis of improper complex random vectors and processes. *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 51, n. 3, p. 714–725, March 2003. ISSN 1053-587X. [15](#), [17](#), [22](#)
- 10 SCHREIER, P. J.; SCHARF, L. L. *Statistical Signal Processing of Complex-Valued Data: The Theory of Improper and Noncircular Signals*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2010. [15](#), [17](#), [20](#)
- 11 PICINBONO, B. On circularity. *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 42, n. 12, p. 3473–3482, Dec 1994. ISSN 1053-587X. [15](#), [17](#), [22](#)
- 12 PICINBONO, B.; CHEVALIER, P. Widely linear estimation with complex data. *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 43, n. 8, p. 2030–2033, Aug 1995. ISSN 1053-587X. [15](#), [17](#), [22](#)

- 13 DECKER, I. C. Desenvolvimento e Implementação de um Protótipo de Sistema de Medição Fasorial Sincronizada no Sistema de Transmissão de 440 kV da CTEEP. *XXI Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica - SNPTEE*, Florianópolis - SC, 2011. 15
- 14 ZHANG, X.-P. Multiterminal voltage-sourced converter-based **HVDC** models for power flow analysis. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 19, n. 4, p. 1877–1884, Nov 2004. ISSN 0885-8950. 15
- 15 ZHANG, Q. et al. Impact of pmu measurement buffer length on state estimation and its optimization. *Power Systems, IEEE Transactions on*, v. 28, p. 1657–1665, 05 2013. 15
- 16 RESENDE, E. *Estimação Robusta de Estados Baseada no Monitoramento Remoto via PMU e SCADA – Solução Unificada no Plano Complexo*. Dissertação (Dissertação de mestrado) — UNIFEI-Universidade Federal de Itajubá, 2021. 16, 48
- 17 STEINMETZ, C. P. Complex quantities and their use in electrical engineering. *Proceedings of the International Electrical Congress*, p. 33–74, 1893. 17
- 18 KREUTZ-DELGADO, K. The complex gradient operator and the CR-calculus. *ArXIV e-print, arXIV:0906.4835v1 [math.OA]*, p. 1–74, June 25, 2009. 17
- 19 WIRTINGER, W. Zur formalen Theorie der Funktionen von mehr komplexen Veränderlichen. *Mathematische Annalen*, v. 97, n. 1, p. 357–375, dec 1927. ISSN 0025-5831. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1007/BF01447872>>. 17, 18
- 20 PIRES, R.; CHAGAS, G.; MILI, L. Enhanced power flow solution in complex plane. *International Journal of Electrical Power Energy Systems*, v. 135, p. 107501, 2022. ISSN 0142-0615. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0142061521007407>>. 17
- 21 PIRES, R.; MILI, L.; CHAGAS, G. Robust complex-valued levenberg-marquardt algorithm as applied to power flow analysis. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, Elsevier, v. 113, n. May, p. 383–392, 2019. ISSN 01420615. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2019.05.032>>. 17
- 22 ADALI, T.; SCHREIER, P. J. Optimization and estimation of complex-valued signals. *IEEE Signal Processing Magazine*, p. 112–128, September 2014. 17, 24
- 23 LOONEY, D.; MANDIC, D. P. Augmented complex matrix factorisation. In: *2011 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*. [S.l.: s.n.], 2011. p. 4072–4075. ISSN 1520-6149. 20, 21, 23
- 24 MANDIC, D. P.; GOH, V. S. L. *Complex Valued Nonlinear Adaptive Filters: Noncircularity, Widely Linear and Neural Models*. [S.l.]: John Wiley and Sons, Ltd, 2009. 20, 22, 23
- 25 PICINBONO, B. Second-order complex random vectors and normal distributions. *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 44, n. 10, p. 2637–2640, Oct 1996. ISSN 1053-587X. 22
- 26 TRAMPITSCH, S. *Complex-Valued Data Estimation: Second-Order Statistics and Widely Linear Estimators*. Tese (Doutorado) — Alpen-Adria-Universität klagenfurt, 04 2013. 22

- 27 NEESER. Proper complex random processes with applications to information theory. *IEEE Transactions on Information Theory*, v. 39, n. 4, p. 1293–1302, 1993. 22
- 28 ADALI, T.; SCHREIER, P. J.; SCHARF, L. L. Complex-valued signal processing: The proper way to deal with impropriety. *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 59, n. 11, p. 5101–5125, 2011. 22, 23, 24
- 29 FUHRMANN, D. *Chapter 60 - Complex Random Variables and Stochastic Processes - Digital Signal Processing Handbook*. Vijay k. madisetti and douglas b. williams, editor. [S.l.]: Boca Raton: CRC Press LLC, 1999. 1-19 p. ISBN 978-1-4200-4604-5,978-1-4200-4605-2. 22
- 30 ZHAO, J.; MILI, L.; PIRES, R. C. Statistical and numerical robust state estimator for heavily loaded power systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 33, n. 6, p. 6904–6914, 2018. 23
- 31 NOVEY, M.; ADALI, T.; ROY, A. A complex generalized gaussian distribution—characterization, generation, and estimation. *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 58, n. 3, p. 1427–1433, 2010. 24, 31
- 32 OLLILA, E.; KOIVUNEN, V.; POOR, H. V. A robust estimator and detector of circularity of complex signals. In: *2011 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*. [S.l.: s.n.], 2011. p. 3620–3623. ISSN 1520-6149. 24
- 33 NOVEY, M.; ADALI, T.; ROY, A. Circularity and gaussianity detection using the complex generalized gaussian distribution. *IEEE Signal Processing Letters*, v. 16, n. 11, p. 993–996, 2009. 31
- 34 LEE, E.; KIM, D. Linear lag models and measurements of the lag correction factors. *IEEE Access*, v. 10, p. 1–1, 01 2022. 31
- 35 ZIMMER, V. *Deteção identificação e localização de eventos usando sincrofasores*. Dissertação (Dissertação de mestrado) — UFSC - Universidade Federal de Santa Catarina, 2013. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/107079>>. 36
- 36 MONTICELLI, A. *State Estimation in Electric Power Systems - A Generalized Approach*. [S.l.]: Springer, 1999. 41
- 37 ABUR, A. G. E. A. *Power system state estimation: theory and implementation*. 1. ed. Marcel Dekker, 2004. (Power engineering). ISBN 9780824755706,0-8247-5570-7. Disponível em: <<http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=e7eb3ad46f2d36b16adf99f8e98ea0e1>>. 41
- 38 PIRES, R. C.; MILI, L.; LEMOS, F. A. B. Constrained Robust Estimation of Power System State Variables and Transformer Tap Positions Under Erroneous Zero-Injections. *IEEE Transactions on Power Systems*, IEEE, v. 29, p. 1144–1152, 2014. ISSN 0885-8950,1558-0679. Disponível em: <<http://doi.org/10.1109/TPWRS.2013.2284734>>. 41
- 39 MONTICELLI, A.; GARCIA, A. Reliable Bad Data Processing for Real-Time State Estimation. *IEEE-Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-102, n. 5, p. 1126–1139, May 1983. 43