

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ**  
**PRÓ-DIRETORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM**  
**ENGENHARIA MECÂNICA**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**Estudo de Suspensões Passiva,  
Semi-Ativa MR e Ativa**

**Autor: Exdras Deivys Alves Moura**

**Orientador: Prof. Dr. José Juliano de Lima Jr.**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ**  
**PRÓ-DIRETORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM**  
**ENGENHARIA MECÂNICA**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**Estudo de Suspensões Passiva,  
Semi-Ativa MR e Ativa**

**Autor: Exdras Deivys Alves Moura**

**Orientador: Prof. Dr. José Juliano de Lima Jr.**

**Curso: Engenharia Mecânica**

**Área de Concentração: Projeto e Fabricação**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Itajubá, 2003

M.G. – Brasil

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ**  
**PRÓ-DIRETORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM**  
**ENGENHARIA MECÂNICA**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**Estudo de Suspensões Passiva,  
Semi-Ativa MR e Ativa**

**Autor: Exdras Deivys Alves Moura**

**Orientador: Prof. Dr. José Juliano de Lima Jr.**

**Composição da Banca Examinadora:**

**Prof. Dr. Fernando José de Oliveira Moreira**  
**DTE/GME/EMBRAER**

**Prof. Dr. Márcio Tadeu de Almeida**  
**DME/IEM/UNIFEI**

**Prof. Dr. Carlos Alberto Murari Pinheiro**  
**DON/IEE/UNIFEI**

**Prof. Dr. José Juliano de Lima Jr., Presidente**  
**DME/IEM/UNIFEI**

Itajubá, 10 de Outubro de 2003.

## Dedicatória

*À minha esposa Renata Moura  
e aos meus filhos  
Luan e Dáleth Mariana.*

## Agradecimentos

Ao meu Orientador, Prof. Dr. José Juliano de Lima Jr., pela competência, dedicação, paciência e amizade.

Ao Prof. Dr. Carlos Alberto Murari Pinheiro, pela colaboração e amizade.

Aos amigos, Adilson Moreira Soares, Afonso Henrique Vilela, Ruth Katiuska Granja Jiménez, Marco Aurélio Rodrigues de Paula, Aguinaldo Soares de Oliveira, Benedito Isaias de Lima Lopes e aos amigos da republica MMP, pelo permanente incentivo, colaboração, amizade, momentos de lazer e inesquecível convívio profissional.

Aos Professores da Universidade Federal de Itajubá, Márcio Tadeu de Almeida, Waldir de Oliveira, Paulo Shigueme Ide, Nelson Mazanares e Genésio José Menon, pelo apoio e valiosas sugestões, que contribuíram para a elaboração deste trabalho.

Ao Departamento de Engenharia Mecânica da UNIFEI, representado pelos seus dedicados Professores e Funcionários, pela oportunidade que me concedeu na realização deste trabalho, e aos amigos desse Departamento, pelo convívio profissional.

À CAPES, através do Programa de bolsas, pelo apoio financeiro.

Aos meus pais, Adilson e Lourdes, que sempre me incentivaram na formação e no desenvolvimento cultural.

*Sonhe, busque e conquiste, só assim serás feliz na Vida.*

# Índice

<b>Capítulo 1</b>	<b>1</b>
<b>Estado da arte</b>	<b>1</b>
1.1 REVISÃO BIBLIOGRAFICA	1
1.2 MOTIVAÇÃO DO TRABALHO	8
1.3 OBJETIVO DA PESQUISA	9
1.4 CONTEÚDO	9
<b>Capítulo 2</b>	<b>11</b>
<b>Modelos Básicos de Suspensões Veiculares</b>	<b>11</b>
2.1 VIBRAÇÕES E ISOLAÇÃO DE VEÍCULOS	11
2.2 FORÇA MÁXIMA TRANSMITIDA	17
2.3 AMPLITUDE DA SUSPENSÃO	20
2.4 MODELO DE 2 GRAUS DE LIBERDADE	23
2.4.1 COEFICIENTE DE ACOPLAMENTO	26
2.4.2 DETERMINAÇÃO DOS NÓS	28
<b>Capítulo 3</b>	<b>30</b>
<b>Resposta Humana à Vibração Veicular</b>	<b>30</b>
3.1 CLASSIFICAÇÃO DE VIBRAÇÕES EM HUMANOS	30
3.1.1 REGIÃO DE BAIXA FREQUÊNCIA	31
3.1.2 MEDIA FREQUÊNCIA	32
3.1.3 ALTA FREQUÊNCIA	34
3.2 ANÁLISE DO CONFORTO E TOLERÂNCIA À VIBRAÇÃO	34

3.2.1 TOLERÂNCIA A VIBRAÇÕES -----	34
3.2.2 AVALIAÇÃO DO CONFORTO -----	38
3.3 CONFORTO E SEGURANÇA NO MODELO NUMÉRICO -----	40
<b>Capítulo 4</b> _____	<b>42</b>
<b>Fluidos Magneto-Reológicos</b> _____	<b>42</b>
4.1 TECNOLOGIA DOS FLUIDOS MAGNETO REOLÓGICOS -----	42
4.2 O AMORTECEDOR MAGNETO REOLÓGICO E SEU MODELO COMPUTACIONAL -----	43
<b>Capítulo 5</b> _____	<b>48</b>
<b>Modelagem Matemática - I</b> _____	<b>48</b>
5.1 ESTUDO DOS EIXOS DIANTERIOS E TRASEIROS -----	51
5.1.1 EIXO DIANTEIRO -----	51
5.1.2 EIXO TRASEIRO -----	52
5.2 ESTUDO DO DESLOCAMENTO VERTICAL DO CG DO CORPO DO VEÍCULO -----	52
5.3 ESTUDO DA ROTAÇÃO EM TORNO DO CG -----	53
5.4 SISTEMA DINÂMICO CARACTERISTICO DO MOVIMENTO -----	54
5.5 ESTUDO DA TRANSLAÇÃO DE MOVIMENTO -----	56
5.6 ADAPTAÇÃO PARA SUSPENSÃO ATIVA -----	57
5.7 PROBLEMA DE CONTROLE ÓTIMO -----	61
<b>Capítulo 6</b> _____	<b>74</b>
<b>Modelagem Matemática - II</b> _____	<b>74</b>
6.1 INTRODUÇÃO -----	74
6.2 SUSPENSÃO SEMI-ATIVA -----	74
<b>Capítulo 7</b> _____	<b>81</b>
<b>Modelagem Matemática - II</b> _____	<b>81</b>
7.1 INTRODUÇÃO -----	81
7.2 CONSTRUÇÃO DOS DIAGRAMAS DE BLOCO -----	81
7.2.1 SISTEMA PASSIVO -----	83
7.2.2 SISTEMA ATIVO -----	87



7.2.3 SISTEMA SEMI-ATIVO -----	87
7.3 SIMULAÇÕES E COMPARAÇÕES -----	89
7.3.1 ANÁLISE DOS AUTOVALORES DO SISTEMA ATIVO -----	90
7.3.2 SIMULAÇÃO DA RESPOSTA A UM DEGRAU DE 10(CM) DE ALTURA -----	103
7.3.3 SIMULAÇÃO DO IMPULSO DE 10(CM) ALTURA X 20(CM) LARGURA-----	111
7.3.4 SIMULAÇÃO DE ENTRADAS RANDÔMICAS-----	118
<b>Capítulo 8</b> _____	<b>124</b>
<b>Conclusões e Perspectivas Futuras</b> _____	<b>124</b>
8.1 CONFORTO-----	124
8.2 ESPAÇO DE TRABALHO DA SUSPENSÃO-----	124
8.3 ESTABILIDADE -----	125
8.4 SEGURANÇA -----	126
8.5 VIABILIDADE -----	126
8.6 PERSPECTIVAS FUTURAS -----	128
<b>Referências Bibliográficas</b> _____	<b>130</b>
<b>Apêndice A</b> _____	<b>134</b>
<b>Rotinas de Cálculo e Simulação no Matlab</b> _____	<b>134</b>
LISTAGENS -----	134

## Resumo

**MOURA, E. D. A. (2003)**, *Estudo de Suspensões Passiva, Semi-ativa MR e Ativa*, Dissertação de Mestrado, Depto. de Engenharia Mecânica, Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá, 162p.

O trabalho aqui apresentado se divide em três partes principais, a saber:

- ✓ Estudo da teoria, abordando os conceitos e fundamentos sobre suspensões veiculares e seus componentes, conforto relacionado a veículos e a seres humanos e propriedades dos fluidos magneto-reológicos.
- ✓ Desenvolvimento dos modelos, onde são descritos os métodos matemáticos de modelagem de sistemas, os procedimentos utilizados na obtenção dos modelos, hipóteses, simplificações, elementos usados e sistemas de controle. Três modelos matemáticos lineares são discutidos: o primeiro contendo um de 1gdl; o segundo de  $\frac{1}{2}$  veículo com 2gdl, composto pelos movimentos da carroceria e terceiro de 4gdl, sendo considerados os eixos dianteiro e traseiro conectados à carroceria do veículo.
- ✓ Simulações e análise de resultados onde são realizadas as simulações com base nos equacionamentos dos sistemas de suspensão passiva, semi-ativa e ativa, com auxílio do software SIMULINK® do Matlab©. De posse dos resultados das simulações, discute-se o desempenho dos sistemas passivo, semi-ativo MR e ativo relativo ao conforto dos passageiros, à segurança, à estabilidade e à viabilidade comparando-se os resultados da simulação entre si e com outros autores.

Conclui-se que o sistema com suspensão ativa é mais eficiente comparado ao sistema semi-ativo. Por outro lado, observa-se, pelos resultados obtidos, que o sistema semi-ativo MR contém características de desempenho e custo que o torna atrativo em relação ao sistema ativo.

*Palavras Chaves*

Vibrações Mecânicas, Conforto, Fluido Magneto-reológico, Suspensões veiculares, Controle ativo.

## Abstract

Moura, E. D A. (2003), *Study of Active, Semi-active and Passive Suspension's*, MSc. Thesis, Depto. de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá, 162p.

The present work it's divided in three principal part's:

- ✓ Study of theory approaching the concepts and features on vehicular suspensions and its components, on ride comfort related to the vehicles and humans, and on fluids magneto-rheologicals.
- ✓ The development of the model, where the mathematical methods of modeling of systems, the procedures used in the obtainment of model, hypothesis, simplifications, elements used and control systems are described. Three types of mathematical models are discussed, being that all are linear. One more simple with 1 degree-of-freedom (DOF), obtained easily in literature review, other of a  $\frac{1}{2}$  vehicle with 2 DOF, made up by chassis movements, and last one model of 4 DOF, than takes into account both rear and front axles connected to chassis of vehicle. The control system is then equating, and representation and simulation their occur through the presents tools in software Matlab©.
- ✓ Simulations and Results Analysis. On this part are accomplished the simulations of equating of the passive, semi-active and active suspensions systems into of environment SIMULINK® of Matlab©. The numeric simulation is used for forecast of the performance on suspensions systems when the vehicle is submitted to the entered one or know movements, attained the vibrations responses at time and frequency domain. With the results of the simulations, it is argued the relative performance to the ride comfort of the passengers, the security, the stability and the

viability of the passive, semi-active MR (magneto-rheological) and active suspensions systems, comparing the results of the simulation with values of other studies.

Is concluded that the numerical model contribute for a success of control, and that the semi-active MR suspension system is a little less efficient mode, but enough effective, and more viable that the active suspension, in vibration control in ride vehicles.

*Key Words*

Mechanical Vibration, Ride Comfort, Magneto-rheological Fluids, Vehicles Suspensions, Optimal Control.

## Lista de Figuras

Figura 1 – Representação de um veículo movendo-se sobre uma estrada.-----	11
Figura 2 – Análise dos parâmetros de um Sistema de 1 gdl.-----	16
Figura 3 – Diagrama de corpo livre do sistema (veículo).-----	17
Figura 4 – Representação do fator de amplificação $\rho$ .-----	19
Figura 5 – Representação dinâmica das forças atuantes no sistema.-----	21
Figura 6 – Fator de Amplificação -----	22
Figura 7 – Modelo de $\frac{1}{2}$ veículo com 2 gdl.-----	24
Figura 8 – Modos de vibração desacoplados do veículo.-----	27
Figura 9 – Modos acoplados de vibração do veículo.-----	27
Figura 10 – Freqüências naturais de partes do corpo humano – Almeida e Goz, 1988.-----	33
Figura 11 – Posições à ser consideradas para estudo de vibração no ser humano, segundo Norma ISO 2631 – (Griffin, 1990).-----	33
Figura 12 – Graus de Liberdade X-Y-Z de um Veículo – (ISO 2631-2 em Neto, 2000; e Harris and Crede, 1961).-----	34
Figura 13 – Tolerância Humana à vibrações verticais (eixo Z). Os resultados são apresentados nas normas SAE J6a, ISO 2631 e por Lee, Parsons e Fothergill (Neto, 2000).-----	35
Figura 14 – Tolerância humana à vibrações horizontais (eixos X e Y). Os resultados são apresentados pela norma ISO 2631.-----	36
Figura 15 – Rações subjetivas à vibrações verticais (eixo Z), de acordo norma BS6841 – (Griffin, 1990, Neto, 2000).-----	37
Figura 16 - Rações subjetivas à vibrações horizontais (eixo X e Y) de acordo norma BS6841 – (Griffin, 1990; Neto, 2000).-----	37
Figura 17 – Condição de rolamento de um veículo.-----	38
Figura 18 – Condição de um veículo em rotação “Mergulho”.-----	39
Figura 19 – Representação dos filtros de aceleração em função da freqüência, segundo a norma BS 6841 – (Griffin, 1990; Neto, 2000).-----	40

Figura 20 – Três formas básicas de projeto usando fluidos MR: a) modo válvula, b) modo de corte direto, c) modo de filme comprimido;-----	43
Figura 21 – Curvas características reais de um amortecedor MR segundo Milecki, 2001. ----	44
Figura 22 – Curvas características do amortecedor MR obtidas por interpolação matemática.	44
Figura 23 – Exemplo prático de amortecedor MR, Lord©. -----	46
Figura 24- Esquema do modelo plano do veículo escolhido. -----	49
Figura 25 – Movimentos dos gdl do Modelo. -----	50
Figura 26 – Diagrama de Corpo Livre do Eixo Dianteiro -----	51
Figura 27 – Diagrama de Corpo Livre do Eixo Traseiro -----	52
Figura 28 – Diagrama de Corpo Livre do Veículo -----	53
Figura 29 – Diagrama de Corpo Livre do Veículo em Rotação -----	54
Figura 30 – Translação do ponto f para f2. -----	56
Figura 31 – Curva característica de um Amortecedor Magneto – reológico Automotivo – (Milecki, 2001). -----	76
Figura 32 – Esquema de um controlar para suspensões semi-ativas. -----	78
Figura 33 – (a) Modelo plano de ¼ de Veículo (b) Controle Skyhook aplicado a ¼ de veículo.	79
Figura 34 – Esquema de um Diagrama de Blocos no Simulink. -----	82
Figura 35 – Diagrama de blocos do sistema Passivo. -----	83
Figura 36 – Variação do 1º modo de vibrar do veículo pela variação da posição do CG. ----	84
Figura 37 - Variação do 2º modo de vibrar do veículo pela variação da posição do CG-----	84
Figura 38 - Variação do 3º modo de vibrar do veículo pela variação da posição do CG. ----	85
Figura 39 - Variação do 4º modo de vibrar do veículo pela variação da posição do CG. ----	85
Figura 40 - Resposta impulsiva em deslocamento do CG do sistema passivo para translação no CG.-----	86
Figura 41 – Resposta impulsiva de aceleração do CG do sistema passivo para translação no CG. -----	86
Figura 42 – Diagrama de Blocos do Sistema Ativo. -----	87
Figura 43 – Diagrama de blocos do sistema semi-ativo. -----	88
Figura 44 – Diagrama interno do amortecedor semi-ativo MR dianteiro.-----	88
Figura 45 – Diagrama interno do amortecedor semi-ativo MR traseiro. -----	89
Figura 46 – Autovalores do 1 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso $p_{\ddot{y}_f}$ . -----	91
Figura 47 – Autovalores do 2 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso $p_{\ddot{y}_f}$ . -----	91

Figura 48 – Autovalores do 3 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso $p_{\ddot{y}_f}$ .	92
Figura 49 – Autovalores do 4 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso $p_{\ddot{y}_f}$ .	92
Figura 50 – Autovalores do 1 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso $p_{\text{etd}}$ .	93
Figura 51 – Autovalores do 2 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso $p_{\text{etd}}$ .	93
Figura 52 – Autovalores do 3 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso $p_{\text{etd}}$ .	94
Figura 53 - Autovalores do 4 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso $p_{\text{etd}}$ .	94
Figura 54 – Autovalores do 1 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso $p_{\text{ett}}$ .	95
Figura 55 – Autovalores do 2 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso $p_{\text{ett}}$ .	95
Figura 56 - Autovalores do 3 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso $p_{\text{ett}}$ .	96
Figura 57 - Autovalores do 4 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso $p_{\text{ett}}$ .	96
Figura 58 - Autovalores do 1 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso $p_{\text{fpd}}$ .	97
Figura 59 – Autovalores do 2 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso $p_{\text{fpd}}$ .	97
Figura 60 - Autovalores do 3 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso $p_{\text{fpd}}$ .	98
Figura 61 - Autovalores do 4 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso $p_{\text{fpd}}$ .	98
Figura 62 – Autovalores do 1 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso $p_{\text{fpt}}$ .	99
Figura 63 – Autovalores do 2 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso $p_{\text{fpt}}$ .	99
Figura 64 - Autovalores do 3 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso $p_{\text{fpt}}$ .	100



Figura 65 – Autovalores do 4 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso $p_{fp}$ .	100
Figura 66 – Autovalores do 1 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso $p_u$ .	101
Figura 67 – Autovalores do 2 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso $p_u$ .	102
Figura 68 – Autovalores do 3 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso $p_u$ .	102
Figura 69 – Variação dos autovalores do 4 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso $p_u$ .	102
Figura 70 – Resposta dos Sistemas Passivo e Ativo uma excitação Step de Deslocamento de 1(cm) e de Velocidade de 1(m/s) nas rodas do veículo.	106
Figura 71 – Resposta, em deslocamento e aceleração, ao Degrau unitário de 10(cm) e de 1(m/s) nas rodas dianteira e traseira para Suspensão Passiva, Semi-ativa MR e ativa.	110
Figura 72 – Entrada em degrau combinado no sistema, representando um obstáculo à frente do veículo, para uma velocidade de 60 (km/h).	112
Figura 73 – Resposta, de aceleração no CG, dos três sistemas de suspensão à entrada impulsiva.	112
Figura 74 – Resposta, em deslocamento no CG, dos três sistema de suspensão à entrada impulsiva.	113
Figura 75 – Resposta em freqüência da aceleração no CG do veículo, para os sistema Passivo e semi-atvo MR, à entrada impulsiva.	113
Figura 76 - Resposta em freqüência da aceleração no CG do veículo, para os sistema Passivo e ativo, à entrada impulsiva.	114
Figura 77 – Espaço de trabalho da suspensão dianteira para os três sistema de suspensão.	115
Figura 78 - Espaço de trabalho da suspensão traseira para os três sistema de suspensão.	115
Figura 79 – Força de contato pneu dianteiro/via para os três sistemas de suspensão.	116
Figura 80 – Ampliação do gráfico da Figura 79.	116
Figura 81 - Força de contato pneu traseiro/via para os três sistemas de suspensão.	117
Figura 82 – Ampliação do gráfico da Figura 81.	117
Figura 83 – Perfil Típico de Estrada Irregular utilizada como Entrada Randômica.	119
Figura 84 – Diagrama de Blocos do Sistema Ativo com entradas randômicas.	120
Figura 85 – Excitações em deslocamento e velocidade submetidas ao veículo.	120
Figura 86 – Resposta temporal em deslocamento no CG para excitação randômica.	121
Figura 87 – Resposta temporal de aceleração no CG para excitação randômica.	121

Figura 88 – PSD da aceleração no CG nos sistemas passivo e semi-ativo MR para excitação randômica .	122
Figura 89 – PSD da aceleração no CG do sistema passivo e ativo para excitação randômica.	122
Figura 90 – PSD da aceleração no CG dos sistema semi-ativo MR e ativo para excitação randômica.	123
Figura 91 – Equipamentos componentes de sistema de suspensão inteligente e passiva.	127
Figura 92 – Sistema de controle ativo construído pela Mercedes Benz©.	127

## Lista de Tabelas

Tabela 1 - Frequências de Influência Característica sobre o ser Humano. -----	31
Tabela 2 – Comparativo das características dinâmicas dos sistemas em análise. -----	103

# Simbologia

## Caracteres Latinos

- $a$  coeficiente de correlação entre  $k_1$  e  $k_2$  no movimento y
- $a_2$  coeficiente de correlação entre modos de vibrar
- $[A]$  matriz de elementos do sistema passivo
- $[A]_k$  matriz de elementos do sistema ativo
- $b$  coeficiente de acoplamento
- $b_v$  coeficiente de amortecimento viscoso (N/s/m<sup>2</sup>)
- $b_H$  coeficiente de ganho da força gerada pelo campo magnético
- $[B]$  matriz de entrada de força no sistema passivo
- $[B]_1$  matriz de entrada de força no sistema ativo
- $[B]_2$  matriz de entrada de força no sistema semi-ativo
- $c$  coeficiente de amortecimento (N/s/m<sup>2</sup>)
- $c_d$  coeficiente de amortecimento do amortecedor dianteiro (N/s/m<sup>2</sup>)
- $c_{dmax}$  coeficiente de amortecimento máximo do amortecedor semi-ativo MR dianteiro com controlador skyhook (N/s/m<sup>2</sup>)
- $c_{dmin}$  coeficiente de amortecimento mínimo do amortecedor semi-ativo MR dianteiro com controlador skyhook (N/s/m<sup>2</sup>)
- $c_{dSA}$  coeficiente de amortecimento do amortecedor semi-ativo MR dianteiro (N/s/m<sup>2</sup>)
- $c_{dSh}$  coeficiente de amortecimento do amortecedor semi-ativo MR dianteiro (N/s/m<sup>2</sup>)
- $c_{pd}$  coeficiente de amortecimento do pneu dianteiro (N/s/m<sup>2</sup>)
- $c_{pt}$  coeficiente de amortecimento do pneu traseiro (N/s/m<sup>2</sup>)

- $c_{tmax}$  coeficiente de amortecimento máximo do amortecedor semi-ativo MR traseiro com controlador skyhook (N/s/m<sup>2</sup>)
- $c_{tmin}$  coeficiente de amortecimento mínimo do amortecedor semi-ativo MR traseiro com controlador skyhook (N/s/m<sup>2</sup>)
- $c_t$  coeficiente de amortecimento do amortecedor traseiro (N/s/m<sup>2</sup>)
- $c_{tSA}$  coeficiente de amortecimento do amortecedor semi-ativo MR traseiro com controlador skyhook (N/s/m<sup>2</sup>)
- $c_{tSh}$  coeficiente de amortecimento do amortecedor semi-ativo MR traseiro com controlador skyhook (N/s/m<sup>2</sup>)
- $\{c\}_{ETd}$  vetor utilizado para representação da ponderação do espaço de trabalho da suspensão dianteira
- $\{c\}_{ETt}$  vetor utilizado para representação da ponderação do espaço de trabalho da suspensão traseira
- $\{c\}_{f_{pd}}$  vetor utilizado para representação da ponderação da força de contato do pneu dianteiro
- $\{c\}_{f_{pt}}$  vetor utilizado para representação da ponderação da força de contato do pneu traseiro
- $\{c\}_{\ddot{y}_f}$  vetor utilizado para representação da ponderação de  $\ddot{y}_f$
- $[C]$  matriz de amortecimento do sistema passivo
- $[C]_1$  matriz de amortecimento do sistema ativo
- $[C]_2$  matriz identidade para definição dos estados de saída
- DB diagrama de blocos
- dcl diagrama de corpo livre
- $d_1$  distância do CG do veículo até o ponto de contato da suspensão dianteira (m)
- $\bar{d}_1$  distância do ponto  $f_2$  até o ponto de contato da suspensão dianteira (m)
- $d_2$  distância do CG do veículo até o ponto de contato da suspensão traseira (m)
- $\bar{d}_2$  distância do ponto  $f_2$  até o ponto de contato da suspensão traseira (m)
- $e$  distância do ponto  $f_2$  até o CG da carroceria do veículo (m)
- $F_{tc}$  força transmitida para a carroceria (N)
- $F_d$  força da suspensão dianteira (N)
- $F_{dest}$  carga da suspensão dianteira (N)
- $F_{dMR}$  força do amortecedor MR dianteiro (N)
- $F_{dSh}$  força do amortecedor MR dianteiro com controlador skyhook (N)

$F_{mt}$	força máxima transmitida para a carroceria ( $N$ )
$F_{pd}$	força do pneu dianteiro ( $N$ )
$F_{pdest}$	carga estática do pneu dianteiro ( $N$ )
$F_{ptest}$	carga do pneu traseiro ( $N$ )
$F_t$	força da suspensão traseira ( $N$ )
$F_{pt}$	força do pneu traseiro ( $N$ )
$F_{st}$	força de atrito estático ( $N$ )
$F_{test}$	carga da suspensão traseira ( $N$ )
$F_{tMR}$	força do amortecedor MR traseiro ( $N$ )
$F_{tsh}$	força do amortecedor MR traseiro com controlador skyhook ( $N$ )
$[F]$	matriz de força de excitação do sistema passivo
$[F]_1$	matriz de força de excitação do sistema ativo
$g$	aceleração da gravidade ( $m/s^2$ )
$G$	raio de giração do modelo de 2 gdl relativo ao eixo horizontal, perpendicular ao plano da figura e passando pelo $CG$
$H$	resistência do campo magnético
$[H]$	matriz de função dos elementos ativos
$J$	momento de inércia em relação ao eixo $z$ ( $kgm^2$ )
$J_{fzz}$	momento de inércia da carroceria do veículo em relação ao eixo $z$ ( $kgm^2$ )
$J(u)$	função custo do tipo integral quadrática
$k_d$	constante de rigidez da suspensão traseira ( $N/m$ )
$k_H$	coeficiente
$k_{pd}$	constante de rigidez do pneu traseiro ( $N/m$ )
$k_{pt}$	constante de rigidez do pneu traseiro ( $N/m$ )
$k_t$	constante de rigidez da suspensão traseira ( $N/m$ )
$k_1$	rigidez das molas dianteira ( $N/m$ )
$k_2$	rigidez das molas traseira ( $N/m$ )
$[K]$	matriz de rigidez do sistema de suspensão passiva
$[K]_1$	matriz de rigidez do sistema com suspensão ativa
$[K]_2$	matriz de ganho do sistema ativo

- $L$  comprimento de onda (m)
- $[L]$  matriz que multiplica o vetor de excitação do sistema
- LQR Controle robusto Linear Quadrático
- $m, m_f$  massa da carroceria do veículo (kg)
- $m_{ed}$  massa do eixo dianteiro (kg)
- $m_{et}$  massa do eixo traseiro (kg)
- MR magneto-reológico
- $[M]$  matriz de massa do sistema de suspensão passiva
- $[M]_1$  matriz de massa do sistema com suspensão ativa
- $N_1$  nó 1 do sistema acoplado
- $N_2$  nó 2 do sistema acoplado
- $[N]$  matriz de ponderação das variáveis de estado e da força controle
- $[\bar{N}]$  matriz de ponderação das variáveis de estado e da força controle normalizada
- $[N]_{Tot}$  matriz de ponderação total das variáveis de estado e da força controle
- $[N]_{\ddot{y}_f}$  matriz de ponderação das variáveis de estado e da força controle para ponderação da aceleração da carroceria do veículo
- $p_{ETd}$  coeficiente de peso da ponderação do espaço de trabalho da suspensão dianteira
- $p_{ETt}$  coeficiente de peso da ponderação do espaço de trabalho da suspensão traseira
- $p_u$  coeficiente de peso da ponderação da força dos controladores ativos
- $p_{\ddot{y}_f}$  coeficiente de peso da ponderação de  $\ddot{y}_f$
- $[P]$  matriz solução da equação de Riccati
- $[P]_{ETd}$  representação da ponderação do espaço de trabalho da suspensão dianteira
- $[P]_{ETt}$  representação da ponderação do espaço de trabalho da suspensão traseira
- $[P]_{f_{pd}}$  representação da ponderação da força de contato do pneu dianteiro
- $[P]_{f_{pt}}$  representação da ponderação da força de contato do pneu traseiro
- $[P]_{\ddot{y}_f}$  representação da ponderação de  $\ddot{y}_f$
- $\{P\}_{0.00(A)}$  polinômio da curva de amortecimento MR de zero Ampere
- $\{P\}_{0.25(A)}$  polinômio da curva de amortecimento MR de 0.25 Ampere
- $\{P\}_{0.50(A)}$  polinômio da curva de amortecimento MR de 0.50 Ampere
- $\{P\}_{0.75(A)}$  polinômio da curva de amortecimento MR de 0.75 Ampere

- $\{P\}_{1.00(A)}$  polinômio da curva de amortecimento MR de 1.00 Ampere
- $\{P\}_{1.50(A)}$  polinômio da curva de amortecimento MR de 1.50 Ampere
- $[Q]$  matriz da ponderação dos estados
- $[\bar{Q}]$  matriz da ponderação dos estados normalizada
- $[Q]_{ETd}$  matriz da ponderação dos estados para ponderação do espaço de trabalho da suspensão dianteira
- $[Q]_{ETr}$  matriz da ponderação dos estados para ponderação do espaço de trabalho da suspensão traseira
- $[Q]_{f_{pd}}$  matriz da ponderação dos estados para ponderação da força de contato do pneu dianteiro
- $[Q]_{f_{pt}}$  matriz da ponderação dos estados para ponderação da força de contato do pneu traseiro
- $[Q]_{Tot}$  matriz da ponderação total dos estados
- $[Q]_{\ddot{y}_f}$  matriz da ponderação dos estados para ponderação da aceleração da carroceria do veículo
- $r$  relação entre frequências
- $R$  resistência elétrica ( $\Omega$ )
- $[R]$  matriz de ponderação da força dos controladores  $u_1$  e  $u_2$
- $[\bar{R}]$  matriz de ponderação da força dos controladores  $u_1$  e  $u_2$  normalizada
- $[R]_{Tot}$  matriz de ponderação total da força dos controladores  $u_1$  e  $u_2$
- $[R]_u$  matriz de ponderação da força dos controladores  $u_1$  e  $u_2$  para ponderação da força de controle dos atuadores ativos
- $[R]_{\ddot{y}_f}$  matriz de ponderação da força dos controladores  $u_1$  e  $u_2$  para ponderação da aceleração da carroceria do veículo
- $sm$  valor do deslocamento máximo de uma suspensão convencional (cm)
- $t$  tempo (s)
- $T_e$  constante de tempo elétrica (s)
- $T_M$  constante de tempo (s)
- $Tr$  Transmissibilidade
- $u_1$  força exercida pelo atuador ativo dianteiro
- $u_2$  força exercida pelo atuador ativo traseiro
- $U$  voltagem (Volts)



$\{u\}$	vetor dos controladores ativos
$\{u\}_{MR}$	vetor dos controladores semi-ativos MR
$V$	velocidade do veículo (m/s)
$x$	distância percorrida pelo veículo (m)
$x, y, z$	sistema de referência
$\{x\}$	vetor de estado
$y$	deslocamento vertical do modelo de veículo de 2gdl
$y_{ed}$	deslocamento vertical do eixo dianteiro (m)
$y_{et}$	deslocamento vertical do eixo traseiro (m)
$y_f$	deslocamento vertical da carroceria do veículo (m)
$y_m$	amplitude de vibração na carroceria (m)
$y_{m1}$	amplitude do movimento perturbador (m)
$y_{m2}$	amplitude da vibração da carroceria (m)
$y_r$	deslocamento vertical relativo do modelo de veículo de 1gdl (m)
$y_1$	deslocamento vertical do corpo principal do modelo de veículo de 1gdl
$y_2$	deflexão absoluta da carroceria do veículo (m)
$\{y\}$	vetor de coordenadas generalizadas
$\{y\}_2$	vetor dos estados de saída
$[W]_1$	matriz de controlabilidade do sistema
$[W]_2$	matriz de observabilidade do sistema

## Caracteres Gregos

$\theta$	ângulo de balanço da carroceria do veículo
$\Delta$	deslocamento relativo (m)
$\rho$	coeficiente
$\beta$	fator de amplificação
$\varphi_0$	fase inicial em relação ao movimento vertical das rodas (rad)
$\omega$	freqüência circular de excitação devido à sinuosidade da pista (rad/s)
$\{\omega\}$	vetor de variáveis de excitação

## Caracteres Superiores

$T$	transposta de uma matriz ou vetor
$\rightarrow$	vetor
$-1$	inversa de uma matriz
$2$	elevado à segunda potência
$n$	ordem do sistema

## Índices Inferiores

$b1$	variável de excitação na roda dianteira
$b2$	variável de excitação na roda traseira
$d$	relativo à suspensão dianteira
$ed$	eixo dianteiro
$et$	eixo traseiro
$ETd$	relativo ao espaço de trabalho da suspensão dianteira
$ETt$	relativo ao espaço de trabalho da suspensão traseira

$f$	carroceria do veículo
$f_{pd}$	relativo à força exercida pelo pneu dianteiro
$f_{pt}$	relativo à força exercida pelo pneu traseiro
$m$	relativo a carroceria do veículo
$m1$	relativo ao movimento perturbador
$m2$	relativo ao movimento da carroceria do veículo
$n$	natural
$pd$	pneu dianteiro
$pt$	pneu traseiro
$\ddot{y}_f$	relativo a aceleração da carroceria do veículo
$t$	relativo à suspensão traseira
$Tot$	total
$u$	relativo à força exercida pelos controladores ativos
$x, y, z$	direções cartesianas
0	inicial
1	relativo à suspensão dianteira
2	relativo à suspensão traseira

## Operadores

$k$	índice $k$
$i$	índice $i$
$\zeta$	fator de amortecimento
$\Delta$	variação
[ ]	matriz
{ }	vetor
$\sum_i$	somatório

# CAPÍTULO 1

## ESTADO DA ARTE

### 1.1 REVISÃO BIBLIOGRAFICA

A busca de tecnologia para fornecer aos veículos melhores características de dirigibilidade e desempenho induz à utilização de sistemas de controle capazes de gerenciar, de maneira eficaz, vários aspectos da dinâmica veicular. Esta busca traz a necessidade do conhecimento do sistema a ser controlado e, para tanto, a utilização de modelagem matemática é fator essencial no aprimoramento de novos projetos. O atual estágio de desenvolvimento do setor automobilístico caracteriza-se por projetos que incorporam, cada vez mais, sistemas de controle integrados em vários dos seus subsistemas. Modelos que sejam capazes de representar a interação entre as dinâmicas destes subsistemas são de grande utilidade (Barbieri, 2002; Neto; Neves e Sarzeto, 2002). Assim apresenta-se uma revisão dos trabalhos encontrados.

Chalasanani (1987) considerou um modelo de  $\frac{1}{4}$  de veículo sujeito a excitações randômicas. Ele utilizou a teoria de controle ótimo para obtenção da lei de controle do atuador ativo, para o caso de realimentação de estado completa, com o intuito de estudar as limitações das suspensões passiva e ativa. Inicialmente, fez-se uma análise do desempenho dos sistemas considerando o isolamento da vibração, o espaço de trabalho da suspensão e a perda de contato da roda com a superfície de rodagem. Estes fatores foram representados pela utilização do valor eficaz da aceleração vertical da massa suspensa, da deflexão da suspensão e do pneu. A análise dos resultados revelou que a melhoria no isolamento da vibração, com o uso da suspensão ativa, não é tão grande, quando comparada a uma suspensão passiva de pequena rigidez e amortecimento. Posteriormente, ele utilizou um modelo tridimensional com

7 gdl (graus de liberdade), sujeito a excitações randômicas e determinísticas, e a lei de controle foi obtida considerando na função custo as acelerações angulares do movimento de balanço e rolamento, o torque que atua na massa suspensa, o espaço de trabalho das suspensões e a aceleração vertical do corpo do veículo. Das comparações dos resultados das simulações, dos sistemas ativo e passivo, verificou-se concordância com os resultados obtidos com o modelo de 1/4. Entretanto, ele concluiu que para a obtenção de um controlador, para um veículo, é necessário um modelo que considere as interações entre os movimentos de balanço, rolamento, torque, peso e as correlações entre as excitações nas quatro rodas, ou seja, a correlação entre as excitações das rodas esquerda e direita e o tempo de atraso entre as rodas dianteira e traseira. Ele identificou a necessidade de incorporação de integradores no sistema (I do controle PID), o que possibilita a eliminação do erro estacionário, ou seja, a deflexão estacionária, que é ocasionada no sistema, devido a uma excitação degrau ou rampa, ou devido a forças aplicadas no corpo.

Em Queslati e Sankar (1994) é demonstrado e sugerido esquemas de suspensão passiva, ativa e semi-ativa, em modelos de veículos com 1 e 4 gdl. Estudou-se um modelo de 1/2 veículo de 4gdl baseado na estratégia de controle ótimo, pois o modelo de 1/4 de veículo com 1 gdl permite a análise de um numero limitado de aspectos do veículo. Verificou-se, por análise de resposta em frequência, a transmissibilidade da aceleração linear e de rotação da massa, como também, a máxima deflexão da suspensão e dos pneus para suspensões passivas e ativas e semi-ativas. Concluíram que a suspensão semi-ativa consegue atender aos requisitos necessários para redução da oscilação, conciliando baixo custo de construção, de manutenção e de implementação, e comprovaram a superioridade da suspensão ativa diante dos demais esquemas de suspensão.

Picado (1998) estudou os principais métodos de controle de sistemas de suspensões veiculares aplicadas a modelos de 2 gdl. Os controle semi-ativo e ativo foram estudados. A aplicação de redes neurais artificiais, para o controle semi-ativo, também foi usada, visando diminuir a quantidade de sensores necessários ao controle, porém com elevado custo de processamento. Para cada tipo de controle, após o equacionamento, a avaliação do índice de desempenho e de treinamento das redes, simulou-se os modelos e comparou-se os resultados obtidos, no domínio do tempo e da frequência. Observou-se que o desempenho da suspensão ativa é superior no controle das vibrações e constatou, ainda, que o emprego de controle semi-ativo não enfrentou nenhum problema com relação ao tempo de processamento e das informações pertinentes do algoritmo, pois se obteve um tempo menor do que  $10^{-4}$  segundos,

que é tempo suficiente para se efetuar o controle, como sugerido pelo fabricante COFAP®, no referido trabalho.

Uma suspensão semi-ativa com mola e amortecedor hidropneumáticos foram desenvolvidos e estudados por Giliomee e Els (1998). O sistema foi desenvolvido especificamente para melhorar o conforto e a dirigibilidade de veículos *off-road* (fora de estrada). Um esquema do sistema de suspensão e seu modo de funcionamento foi apresentado, onde a rigidez da mola variava entre macia e rígida, e o amortecimento mudava de alto para baixo. O controle *on-off* foi realizado por uma válvula solenóide, cujo tempo de resposta foi ensaiado. Um modelo de  $\frac{1}{4}$  de veículo foi, então, usado para ensaio em bancada, onde uma massa de 3000 (kg) foi suportada pela suspensão semi-ativa. Os testes foram realizados submetendo o sistema à entradas em degrau e randômicas. Conclui-se que com um sistema de suspensão semi-ativa hidropneumática, com controle *on-off* (liga-desliga), é possível conciliar conforto e dirigibilidade no mesmo veículo, que a tecnologia existente no momento permitia a construção de suspensões semi-ativas, que a resposta da válvula solenóide é rápida o bastante para controlar a vibração no veículo, que o ajuste de molas macias resultam em menores níveis de vibração do que com molas rígidas e que o amortecedor semi-ativo trabalha igualmente bem com mola hidropneumática, para proporcionar conforto, quando usado na ausência da mola semi-ativa.

Simon (1998) estudou o efeito da atuação de um sistema de suspensão semi-ativa Magneto-Rheológica (MR) sobre a performance de um veículo Scania Volvo VN. O modelo utilizado foi de  $\frac{1}{4}$  de veículo com 2 gdl empregando um controlador com a técnica de controle skyhook. Fez-se o desenvolvimento, fabricação e teste, em laboratório e em campo, de quatro amortecedores ajustáveis incorporando fluido magneto-rheológico. Um controlador em tempo-real foi utilizado para variar independentemente o amortecimento presente em cada um dos 4 amortecedores, de acordo o controle de posição skyhook *on-off*. A performance do Scania, com amortecedores passivos comuns e semi-ativo MR, foi comparada para duas condições distintas: a 1ª condição foi uma entrada transiente no sistema de suspensão. A entrada foi obtida dirigindo o veículo sobre um quebra-molas com uma velocidade de 8 a 11 (km/h); A 2ª condição inclui uma entrada contínua no sistema de suspensão, dirigindo o veículo em uma velocidade aproximadamente constante de 100 (km/h) sobre uma rodovia reta e nivelada. Para ambas condições de teste, dados de aceleração de 11 posições sobre o caminhão foram gravados, e posteriormente examinados no domínio do tempo e da frequência para avaliação do comportamento dos amortecedores magneto-rheológico relativamente aos

amortecedores comuns. Os resultados dos testes indicaram que o amortecedor MR empregando controle shyhook produziu maiores picos de aceleração e deslocamentos, quando comparados aos amortecedores comuns. Porém, os valores eficazes de aceleração e deslocamento não mostraram o mesmo aumento. Isso conduziu à conclusão que o amortecedor MR pode causar grandes picos de aceleração e deslocamento, mas amortece rapidamente a vibração. Além disso, o exame dos mesmos dados mostraram que o amortecedor semi-ativo MR, geralmente causa uma diminuição na intensidade dos picos de aceleração, dentro das quatro bandas de frequência, (1-4 (Hz), 4-9 (Hz), 9-14 (Hz) e 14-19 (Hz)). Esta diminuição foi maior na banda de baixa frequência, a qual que tem grande efeito sobre o conforto e estabilidade do veículo, mostrando que o amortecedor MR pode ter um efeito benéfico sobre a performance do Scania.

O projeto de sistemas de controle depende principalmente da exatidão do modelo matemático usado para descrever o sistema real, foi o que verificaram Li e Nagai (1999). Devido a fatores como o motor, os assentos dos carros e os passageiros que afetam o comportamento do sistema de controle, modelos de  $\frac{1}{4}$  de carro concluíram que não são indicados para análises práticas. Com o objetivo de estudar as influências desses fatores sobre a vibração e o desempenho do sistema de controle, utilizaram o modelo de  $\frac{1}{2}$  veículo. Eles mostram que existe uma diferença notável da resposta a vibração entre modelos de  $\frac{1}{2}$  veículo com 4, 6 e 8 gdl na faixa de frequência sensível ao conforto. Concluíram que o motor, os bancos e passageiros tem grande influencia sobre a performance do sistema de controle, especialmente o motor.

Uma estratégia alternativa de controle semi-ativo foi desenvolvida por Nell e Steyn (1998) para controlar mais efetivamente, de forma discreta, um amortecedor ajustável semi-ativo de veículos *off-road* (fora de estrada). Esta estratégia alternativa de controle, denominada de estratégia do *Mínimo Produto (MP)*, determina que a combinação do amortecedor fornece alta aceleração na direção oposta ao movimento da massa oscilante (desaceleração), ou a redução de aceleração na direção do movimento da massa oscilante. Foi desenvolvido, inicialmente, o equacionamento do controle semi-ativo, tendo por base um modelo de  $\frac{1}{4}$  de veículo. Depois, substituíram cada equação obtida no modelo de  $\frac{1}{4}$  de veículo em lugar de cada amortecedor de um modelo tridimensional, para controlar os movimentos de translação (*bounce*), arfagem (*pitch*) e rolagem (*roll*) deste modelo. Então, foram realizadas simulações teóricas e experimentais, a última realizada em um veículo de testes. Os resultados indicaram que a estratégia *MP* que minimiza o alto valor absoluto da aceleração, do veículo, nos movimentos

de *roll* ou de *pitch*, possui desempenho significativamente melhor que as estratégias de controle semi-ativo estudadas até aquele momento (as quais se baseavam nas velocidades absolutas ou relativas do amortecedor), especialmente quando se levou em conta o conforto sob condições *off-road*. Quatro amortecedores convencionais foram modificados, adicionando um conjunto de válvulas *by-pass* e um elemento de controle. O efeito do uso dos amortecedores semi-ativos sobre um veículo *off-road* foi analisado durante um extensivo programa experimental, usando o conforto como base. Da análise dos resultados, concluíram que a estratégia de controle, como desenvolvida, fornece melhores performances em comparação a outras configurações passivas e estratégias de controle existentes.

Kitching, Cole e Cebon (2000) realizaram o estudo do desempenho de um amortecedor semi-ativo para um modelo de  $\frac{1}{4}$  de veículo (caminhão) sujeito a excitações aleatórias. Neste estudo desenvolveram e testaram o modelo de um amortecedor semi-ativo continuamente variável, utilizando controle skyhook. O atuador de controle foi uma válvula proporcional que variava o amortecimento. As forças de contato das rodas do caminhão e as acelerações do corpo principal foram avaliadas sob as condições de estradas. Concluíram que o fluido hidráulico tem uma forte influência sobre a resposta do amortecedor. O desempenho do protótipo do amortecedor foi examinada sob condições reais utilizando um equipamento hardware-in-the-loop (HiL), que é um dispositivo baseado em controle clássico (PID). Mostram que as forças geradas, mesmo sendo altas, eram suficientes para estabilizar o sistema eficazmente. No final comparam os resultados com os de uma suspensão passiva, onde se concluiu que a suspensão semi-ativa é mais efetiva.

Em 2001, Simon realizou uma avaliação de suspensões primárias semi-ativas para caminhões fora de estrada (veículo scânia). Para esse estudo foi construído um conjunto de 4 amortecedores MR controláveis, os quais foram usados em testes práticos para verificar a eficácia de um sistema de suspensão semi-ativa usando a técnica skyhook. Para avaliar o desempenho da suspensão semi-ativa, o desempenho do caminhão equipado com amortecedores MR foi inicialmente comparado com o desempenho de outro caminhão equipado com amortecedores passivos convencionais. O desempenho do sistema semi-ativo e o sistema passivo original foram comparados para duas condições de rodagem. Primeiro o caminhão foi guiado sobre um quebra molas sob uma velocidade de aproximadamente 8-11 km/h (5-7 mph) para estabelecer uma comparação entre o desempenho dos amortecedores MR e os convencionais para uma entrada transiente nas rodas. Depois, o caminhão foi guiado ao longo de um trecho relativamente reto e plano a uma velocidade constante de 100 km/h (62



mph) para comparar o desempenho dos dois tipos de amortecedores sob condições de tráfego em regime constante. Dados de aceleração para ambas condições de tráfego foram analisadas no domínio do tempo e da frequência. Os dados para o testem do quebra-molas indicaram que os amortecedores MR (com controle de posição skyhook) tiveram um pequeno efeito sobre o corpo do veículo e sobre a dinâmica das rodas, quando comparados aos amortecedores passivos convencionais. Os dados de tráfego em auto-estrada mostram que os amortecedores MR com controle de posição skyhook foram efetivos na redução da aceleração (RMS) medidas na maioria dos pontos medidos, quando comparados aos amortecedores convencionais.

Moura, Lima Jr. e Pinheiro (2002) estudaram utilizando um modelo de  $\frac{1}{2}$  veículo com 4 gdl suspensões passiva, semi-ativa magneto-reológica e ativa. A suspensão com controle ativo foi desenvolvida usando da lei de controle linear quadrático (controle ótimo), levando em consideração a otimização os índices de conforto, segurança e dirigibilidade. No esquema com suspensão semi-ativa magneto-reológico foi empregada a técnica de controle clássica. Os modelos foram, então, submetidos à entradas em degrau de 10 (cm), considerando o tempo de passagem das rodas dianteira e traseira. As respostas das simulações mostraram que o controle ativo fornece melhor desempenho ao veículo, e que a suspensão semi-ativa é um caminho para se contornar os altos custos que dificultam a construção da suspensão ativa.

Neto (2000) realizou um estudo da influência das características de conforto veicular e implementou um modelo numérico para simulação, análise e melhoria das condições de conforto vibracional em automóveis. Seu trabalho foi composto de um estudo teórico, baseando-se em uma revisão sobre vibrações e seu isolamento, sistemas de suspensões, tipos de modelos numéricos para pneus e de conforto vibracional em automóveis. Uma etapa experimental foi realizada sobre um veículo VW GOLF, onde foram obtidos dados vibracionais, em pontos chaves, para análise de vibrações em veículos, a saber: eixo vertical no assoalho do interior do carro, na guia do banco do motorista, nas quatro rodas e nos quatro pontos de fixação dos amortecedores à carroceria, sobre o cabeçote do motor. Uma etapa de desenvolvimento do modelo computacional tridimensional foi implementada para modelos da pista, dos pneus com comprimento de contato fixo e por ponto de contato, das suspensões passiva dianteira e traseira dos lados direito e esquerdo, dos bancos e ocupantes, do motor e da carroceria. Os resultados do modelo numérico com 10 gdl são comparados com o experimental, onde este se mostrou eficaz, provando ter uma boa aplicabilidade no estudo e

análise da influência do tipo de carregamento e seus efeitos sobre condições de conforto vibracional em automóveis.

Barbieri e Neto (2002) desenvolveram um modelo capaz de representar os principais aspectos da dinâmica longitudinal, vertical e lateral de um veículo. Este modelo baseado na técnica MBS (Sistema Multi-Corpos), que considera a representação completa da suspensão, foi desenvolvido no programa ADAMS®. Eles consideram as massas suspensas e não suspensa (rodas), forças na suspensão, modelo do sistema de direção, força nos pneus. Na simulação verificou-se os modos de vibrar do veículo, as respostas às excitações transientes de esterçamento, aceleração e frenagem e distúrbios verticais da pista. Posteriormente desenvolveram um modelo de suspensão ativa baseando no modelo de controle skyhook, com técnica de controle ótimo, aplicados a modelos de ¼ de veículo, e em paralelo com sistema de suspensão passivo. Simularam o sistema ativo, com valores de coeficiente de amortecimento de 0,5, 1,0, 2,0, 5,0 e 10,0 vezes o valor do coeficiente dos amortecedores traseiros passivos, sujeito às mesmas entradas do sistema inicial. Compararam os resultados entre o sistema com suspensão passiva e ativa. Com as análises realizadas concluíram que no caso de uma suspensão totalmente ativa há uma relação de compromisso entre isolamento das vibrações e o espaço de trabalho da suspensão.

Paré (1998), realizou um estudo teórico sobre fluido MR e sobre um amortecedor MR protótipo fabricado pela Lord© para estudo em modelo de 1gdl. Construiu-se uma bancada de testes onde foram usados equipamentos de aquisição de dados e um “shaker” hidráulico para excitação. Foi elaborado um modelo teórico via Matlab© para efetuar o controle (skyhook, ground-hook e híbrido) sendo a interface uma placa DSP. Assim, foram levantados as curvas “Força versus velocidade”, resposta em frequência (gráfico de bode), transmissibilidade da massa oscilante (carroceria) e não oscilante (eixo) conforme modelo de 1gdl, resposta temporal e em frequência da transmissibilidade de aceleração da carroceria, isso para um amortecedor MR e para outro passivo para comparação. Posteriormente foi realizada a montagem de 4 amortecedores MR em um veículo de passeio para teste prático. Conclui-se entre outras coisas que o amortecedor MR é efetivo na isolamento da vibração da massa oscilante causada pela excitação na base e que o controle skyhook causa uma oscilação excessiva no movimento da massa oscilante, e que o controle semi-ativo MR híbrido soma as vantagens dos controles skyhook e ground-hook, sendo assim mais adequado ao uso.

A descoberta e desenvolvimento de fluidos MR se devem a Jacob Rabinow na década de 40. Estes fluidos são compostos por partículas polarizáveis e magnetizáveis, dispersas em um fluido-suporte, e tem a propriedade de mudar seu comportamento reológico quando submetidos a campos magnéticos, isso de forma reversível e em curto intervalo de tempo (da ordem de milésimos de segundos). A interação entre os dipolos induzidos atrai as partículas do fluido paralelamente ao campo aplicado, formando estruturas em colunas, as quais restringem o movimento do fluido, aumentando a viscosidade característica do mesmo e conseqüentemente, no amortecedor, aumentando o coeficiente de amortecimento (Wong, Bullough, Feng e Lingard, 2001). A energia mecânica necessária para romper essa microestrutura aumenta aproximadamente com o quadrado do campo magnético aplicado em suas imediações. E na ausência de campo magnético, o fluido MR se comporta como fluido de Bingham (fluido newtoniano), de modo que seu comportamento é comumente representado como escoamento de Bingham, tendo uma tensão de escoamento. Assim, é possível controlar a dissipação de energia, na suspensão, através da implementação de um amortecedor MR com um sistema de variação de um campo magnético em seu conjunto (Yang, Spencer, Carlson e Sain, 2002).

Uma avaliação do comportamento de um amortecedor Magneto-reológico (MR) foi realizada por Bica (2002). Devido o amortecedor MR ser um atuador robusto e de construção flexível, o mesmo permite fácil montagem de seus equipamentos para várias finalidades, fácil manutenção e modificação da resistência hidráulica através de ajustes mecânicos simples. Foi constatado que as forças geradas pelo amortecedor MR guardam uma relação linear com a velocidade, na presença e ausência de um campo magnético, que pode variar dentro de uma determinada faixa.

Há, ainda, trabalhos relacionados ao assunto de suspensões veiculares passivas (Valle, Kretzer e Souza (1987), Moura e Lima Jr.(2001), Moura e Lima Jr. (2002)), semi-ativas com fluidos MR (Milecki (2001), Yao, Yap, Chen, Li, Yeo (2002), Donado, Mendoza e Carrillo (2001), Jolly, Bender e Carlson (2001)), e com suspensões ativas (Elmadany e Abdujabar (1989), Elmadany e Abdujabar (1991)).

## 1.2 MOTIVAÇÃO DO TRABALHO

Pode-se listar como motivação a necessidade de:

- ✓ Desenvolver modelos de suspensão veicular que permitam avaliar o comportamento dinâmico de um veículo baseado em análise numérica;
- ✓ Adquirir conhecimento nas técnicas de controle semi-ativo e ativo;
- ✓ Compreender a aplicação de fluidos magneto-reológicos no controle de vibração;

### **1.3 OBJETIVO DA PESQUISA**

- ✓ Estudar os tipos de controle aplicados à otimização de suspensões veiculares;
- ✓ Estudar a tecnologia dos fluidos magneto-reológicos aplicada a suspensões veiculares;
- ✓ Desenvolver conhecimento dos efeitos da vibração, induzidas por veículos, sobre os seres humanos;
- ✓ Desenvolver um modelo coerente de veículo a partir das diretrizes de modelagem de sistemas;
- ✓ Equacionar o modelo desenvolvido;
- ✓ Simular numericamente o modelo a partir de entradas conhecidas e determinísticas;
- ✓ Obter as respostas do veículo para os três tipos de suspensões e analisar os resultados com base em níveis de conforto, segurança, estabilidade e viabilidade.

### **1.4 CONTEÚDO**

No capítulo 1 faz-se uma revisão dos trabalhos publicados na área de modelagem e controle de suspensões veiculares com e sem fluidos magneto-reológicos. Mostra-se que existem modelos de um quarto de veículo até modelos mais complexo tridimensionais, envolvendo desde análise teórica até testes práticos em veículos reais.

No capítulo 2 faz-se um estudo inicial sobre suspensões veiculares, suas características mecânicas e dinâmicas, aspectos construtivo, equacionamento de modelos simplificados e apresenta-se algumas características relevantes no estudo de veículos.

No capítulo 3 são levantadas algumas características importantes sobre o conforto em veículos e os efeitos da vibração no ser humano.

Uma revisão sobre Fluidos Magneto-reológicos e suas aplicações é feita no capítulo 4 propiciando o entendimento dos conceitos e os princípios de funcionamento de um amortecedor veicular com essa tecnologia.

No capítulo 5 e 6 apresenta-se um estudo da dinâmica de um modelo plano de um veículo esportivo com eixos, dianteiro e traseiro, e seus respectivos sistemas de suspensão passiva. Os elementos passivos das suspensões são posteriormente substituídos por elementos semi-ativos e ativos. No caso dos atuadores ativos a lei de controle é obtida através da teoria de controle ótimo (LQR), considerando como parâmetros a serem otimizados o conforto e a segurança, que são fatores conflitantes nesse sistema. Para a suspensão semi-ativa MR utiliza-se a técnica de controle continuamente variável baseando nas velocidades relativas entre carroceria e eixos. São comparados os desempenhos dos sistemas ativo e semi-ativo com o do sistema passivo.

No capítulo 7 realiza-se a simulação e obtenção das respostas do modelo considerando os três tipos de suspensão em análise. São elaborados inicialmente os diagramas de bloco para cada sistema, fazendo em seguida uma análise das características dinâmicas dos três sistemas, obtendo-se os autovalores e autovetores do sistema ativo, variando-se separadamente cada parâmetro a ser otimizado. Posteriormente, passa-se à simulação do sistema para os casos de suspensão em análise, submetendo-os à entradas conhecidas sob parâmetros controlados.

No capítulo 8 tem-se a conclusão do estudo de suspensões passiva, semi-ativa MR e ativa sobre os requisitos de conforto, espaço de trabalho da suspensão, estabilidade e segurança, além de se avaliar comparativamente os custos relacionados a cada sistema.

## CAPÍTULO 2

### MODELOS BÁSICOS DE SUSPENSÕES VEICULARES

Neste capítulo introduz-se alguns conceitos básicos sobre modelagem matemática e equacionamento de suspensões veiculares passivas. Assim elabora-se a análise de um modelo de  $\frac{1}{4}$  e outro de  $\frac{1}{2}$  de veículo com 1 e 2 graus de liberdade (gdl), respectivamente.

#### 2.1 VIBRAÇÕES E ISOLAÇÃO DE VEÍCULOS

Os princípios de isolamento de vibração, encontrados nas bases teóricas apresentadas por Fonseca (1964) e Thomson (1978), podem ser entendidos pela análise de um sistema linear de um grau de liberdade (1 gdl) contendo massa, dissipação de energia e rigidez, como mostrado na Figura 1.

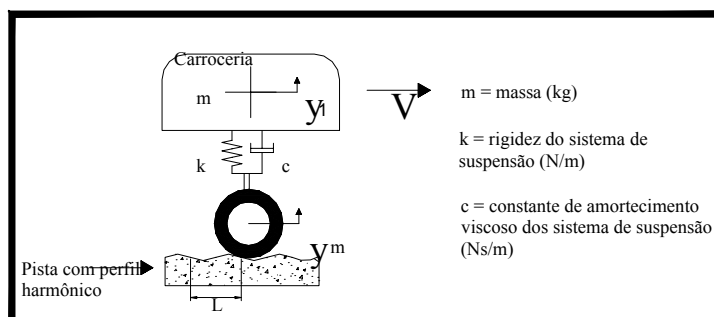


Figura 1 – Representação de um veículo movendo-se sobre uma estrada.

Considerando, então, o modelo de veículo da Figura 1, movendo-se sobre um pavimento, cujo perfil é assumido como harmônico representado pela equação (1):

$$y_m = Y_m \text{sen}(\omega t) \quad (1)$$

Pode-se identificar três forças que controlam o seu comportamento dinâmico:

1º – Força inercial devido à aceleração sofrida pela massa da carroceria

$$\text{Inercial} = m \ddot{y}_1 \quad (2)$$

2º – Força de amortecimento devido à velocidade da carroceria e a constante de amortecimento do sistema de suspensão;

$$\text{Amortecimento} = c \dot{y}_1 \quad (3)$$

3º – Força de mola devido ao deslocamento do corpo e à constante de rigidez da mola

$$\text{Mola} = k y_1 \quad (4)$$

Através do equilíbrio das forças, 2ª Lei de Newton, a equação do movimento pode ser expressa através da equação (5):

$$m \ddot{y}_1 + c (\dot{y}_1 - \dot{y}_m) + k (y_1 - y_m) = 0 \quad (5)$$

onde  $y_1$  é o movimento da carroceria do veículo e  $y_m$  é o movimento de excitação das rodas.

Os valores de  $m$ ,  $c$  e  $k$  definem dois parâmetros fundamentais ao sistema. O primeiro é a frequência natural não amortecida do sistema, dada pela equação (6) :

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (\text{rad/s}) \quad (6)$$

O segundo parâmetro é o amortecimento crítico. Este pode ser definido como o valor de amortecimento que permite a massa do veículo retornar a sua condição de equilíbrio estático no menor tempo possível, após uma perturbação nas rodas, sem que o movimento da carroceria ultrapasse sua coordenada de repouso original. A definição do amortecimento crítico é apresentada na equação (7):

$$c_c = 2 m \omega_n = 2 \sqrt{k m} \quad (\text{Ns/m}) \quad (7)$$

A relação entre a constante de amortecimento “ $c$ ” da suspensão e a constante de amortecimento crítico é um fator de extrema importância para a escolha do nível de amortecimento a ser empregado em sistemas de isolamento de vibração. Essa relação entre constantes de amortecimento define o fator de amortecimento do sistema  $\zeta$ , dada pela equação (8):

$$\zeta = \frac{c}{c_c} \quad (8)$$

Outra relação importante a ser avaliada em estudo de sistema de suspensões veiculares é a frequência natural amortecida,  $\omega_d$ , empregada para amortecimento viscoso e apresentada na equação (9):

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} = \sqrt{\frac{k(1 - \zeta^2)}{m}} \quad (\text{rad/s}) \quad (9)$$

Dividindo a equação (5) por  $m$ , e usando as definições do fator de amortecimento e frequência natural, tem-se uma nova forma de representar a equação do movimento da carroceria do veículo, dada pela equação (10):

$$\ddot{y}_1 + 2\zeta\omega_n\dot{y}_1 + \omega_n^2 y_1 = 2\zeta\omega_n\dot{y}_m + \omega_n^2 y_m \quad (10)$$

O termo  $\dot{y}_m$  é a derivada da equação (1), e é dado pela seguinte equação:

$$\dot{y}_m = Y_m \omega \cos(\omega t) \quad (11)$$

Considerando, agora, as equações (1) e (11) na equação (10), tem-se:

$$\ddot{y}_1 + 2\zeta\omega_n\dot{y}_1 + \omega_n^2 y_1 = 2\zeta\omega_n \omega Y_m \cos(\omega t) + \omega_n^2 Y_m \sin(\omega t) \quad (12)$$

O lado direita da equação (12) pode ser rearranjado como:

$$2\zeta\omega_n \omega Y_m \cos(\omega t) + \omega_n^2 Y_m \sin(\omega t) = Y_m \sqrt{(\omega_n^2)^2 + (2\zeta\omega_n\omega)^2} \sin(\omega t + \varphi_1) \quad (13)$$

onde  $\varphi_1$  é o ângulo de fase entre a força de mola e a força de amortecimento, e é dado por:



$$\varphi_1 = \tan^{-1} \left( 2\zeta \frac{\omega}{\omega_n} \right) \quad (14)$$

Assim, a equação (12) torna-se:

$$\ddot{y}_1 + 2\zeta\omega_n\dot{y}_1 + \omega_n^2 y_1 = Y_m \sqrt{(\omega_n^2)^2 + (2\zeta\omega_n\omega)^2} \sin(\omega t + \varphi_1) \quad (15)$$

Supondo a resposta do sistema em regime estacionário,  $y_1(t)$ , ser harmônica, pode-se trabalhar a equação (15) até se obter:

$$y_1 = Y_1 \sin(\omega t - \varphi_0 + \varphi_1) \quad (16)$$

onde  $Y_1$  é amplitude da resposta e  $\varphi_0$  é o ângulo da fase inicial em relação ao movimento vertical das rodas, obtidos através da equação (15), e dados por:

$$Y_1 = Y_m \left( \frac{1 + \left( \frac{2\zeta\omega}{\omega_n} \right)^2}{\left[ 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 \right]^2 + \left( \frac{2\zeta\omega}{\omega_n} \right)^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (17)$$

$$\varphi_0 = \tan^{-1} \left( \frac{2\zeta \left( \frac{\omega}{\omega_n} \right)}{1 - \left( \frac{\omega}{\omega_n} \right)^2} \right) \quad (18)$$

sendo  $\omega$  a frequência de perturbação, (Almeida,1999).

A frequência  $\omega$  é definida pelo comprimento de onda da pista  $L$  e pela distância percorrida pelo veículo  $x_m$  (ver Figura 1). E se a velocidade do veículo, suposta constante, for  $V$ , então  $x_m = Vt$ , onde  $t$  é tempo decorrido. Nessas condições  $\omega$  será dado por:

$$\omega = \frac{2\pi V}{L} \quad (19)$$

Comumente, na teoria de vibração, também é analisada a transmissão da vibração. Em veículos essa transmissão ocorre de forma passiva, isto é, a massa do veículo está montada sobre uma estrutura que vibra e cujas vibrações transmitidas devem ser reduzidas a níveis adequados. Assim, é de muita importância o cálculo da transmissão de vibração, para se projetar corretamente o sistema de suspensão.

No caso de suspensão de veículo, a transmissibilidade pode ser definida como a relação entre a vibração transmitida à carroceria e a vibração nas rodas do veículo.

Definindo, primeiramente, a relação entre frequências de  $r$ :

$$r = \frac{\omega}{\omega_n} \quad (20)$$

e partindo da equação (15), tem-se que a transmissibilidade será definida pela equação (21):

$$Tr = \frac{y_1}{y_m} = \sqrt{\frac{1 + (2\zeta r)^2}{(1 - r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} \quad (21)$$

Com todo equacionamento deduzido, é possível fazer uma avaliação dos parâmetros do sistema de suspensão, através do gráfico da transmissibilidade,  $Tr$ , em função da relação entre frequências,  $r$ , e para vários valores para o fator de amortecimento  $\zeta$ , conforme Figura 2.

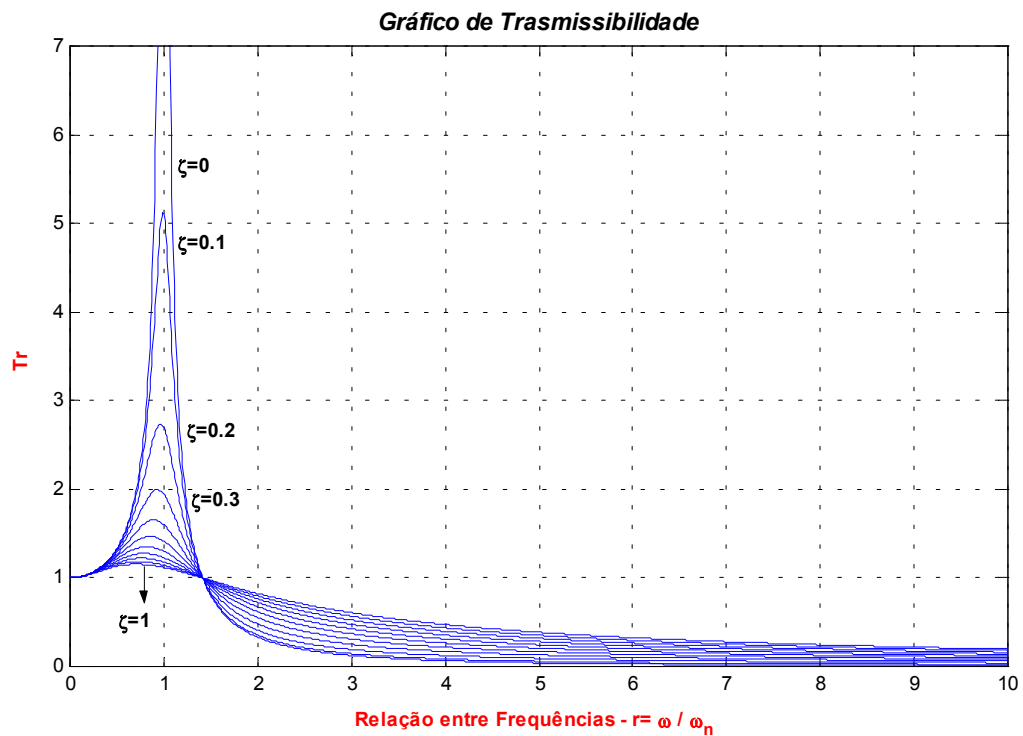


Figura 2 – Análise dos parâmetros de um Sistema de 1 gdl.

Observando o gráfico da Figura 2 verifica-se que um valor crítico é a ressonância, quando a frequência de excitação iguala-se ao valor da frequência natural do sistema de suspensão do veículo, isto é,  $r = 1$ . Quando o fator de amortecimento,  $\zeta$ , tende a 1, o pico de transmissibilidade na ressonância diminui.

Além dessas observações, podem ser seguidas algumas regras básicas, sugeridas por Fonseca (1964), e que são frequentemente seguidas em projeto de suspensões de veículos:

- a) É conveniente o uso de molas elásticas, de modo a se obterem baixas frequências naturais para o sistema. Suspensões muito elásticas, entretanto, apresentam inconvenientes, entre os quais se incluem a instabilidade lateral e as diferenças pronunciadas de altura com o veículo, quando carregado e descarregado.
- b) Em baixas velocidades, que correspondem a relações de frequências inferiores a  $\sqrt{2}$ , o amortecimento é necessário para reduzir vibrações transmitidas das rodas para a carroceria. Entretanto, em altas velocidades a presença do amortecimento é desvantajosa, pois contribui para o aumento da transmissão da vibração, atuando no mesmo sentido da força de mola.

- c) Uma importante função da suspensão é absorver os choques bruscos causados pela eventual presença de pequenos obstáculos ou buracos existentes na pavimentação. O estudo teórico do problema leva à conclusão de que para esse efeito o fator de amortecimento  $\zeta$  não deve ser muito grande. Por outro lado, para prevenir a oscilação,  $\zeta$  não deve ser muito pequeno.

Verifica-se assim que o movimento vertical da carroceria está sujeito às leis de transmissão de vibração, de resto, qualquer movimento vibratório forçado é decorrente de transmissão passiva.

## 2.2 FORÇA MÁXIMA TRANSMITIDA

Para a verificação do valor da força transmitida à carroceria, e conseqüentemente o valor da força máxima transmitida no caso da transmissão passiva, tem-se inicialmente as diversas forças que intervêm no corpo em vibração, sendo que as forças que ocorrem na posição de equilíbrio (forças gravitacionais) não precisam ser consideradas, pois constituem um sistema equivalente a zero. Para essa verificação, tem-se o diagrama de corpo livre (dcl) da Figura 3:

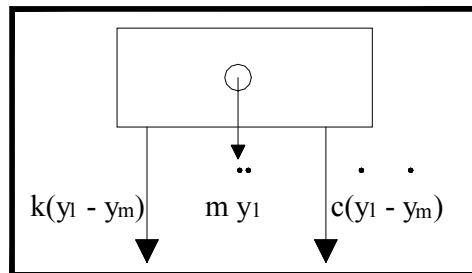


Figura 3 – Diagrama de corpo livre do sistema (veículo).

onde:  $k(y_1 - y_m)$  é a força da mola,  $c(\dot{y}_1 - \dot{y}_2)$  é a força do amortecedor e  $m\ddot{y}_1$  é a força de inércia, como visto na seção 1.1.

Do dcl da Figura 3 e da segunda lei de Newton, tem-se:

$$m\ddot{y}_1 + c(\dot{y}_1 - \dot{y}_m) + k(y_1 - y_m) = 0 \quad (22)$$

o que corresponde à equação (5) vista anteriormente.

A força transmitida ( $F_t$ ), a cada instante, é igual, e contrária, à soma das forças nas molas e dos amortecedores, uma vez que esses são os elementos de ligação. A equação (22) deixa claro que a força transmitida é igual à força de inércia. Então, pode-se escrever:

$$F_{tc} = m \ddot{y}_1 \quad (23)$$

Sendo a transmissibilidade um relação entre os movimento da carroceria e o movimento de excitação, equação (21), considerando em termos de amplitude de vibração, tem-se que:

$$Y_1 = Tr Y_m \quad (24)$$

E realizando dupla derivação equação (16), desconsiderando a fase entre forças de mola e amortecimento, obtém-se:

$$\ddot{y}_1 = -\omega^2 Y_1 \text{sen}(\omega t - \varphi_0) \quad (25)$$

Combinando as equações (23), (24) e (25), obtém-se:

$$F_{tc} = -m\omega^2 Y_1 \text{sen}(\omega t - \varphi_0) = -m\omega^2 Tr Y_m \text{sen}(\omega t - \varphi_0) \quad (26)$$

Conseqüentemente, a amplitude da força transmitida é dada por:

$$F_{tc} = m\omega^2 Tr Y_m \quad (27)$$

Como:

$$\frac{k}{m} = \omega_n^2 \quad (28)$$

segue-se que:

$$m = \frac{k}{\omega_n^2} \quad (29)$$

Substituindo (29) em (27), tem-se:

$$F_{tc} = k \left( \frac{\omega^2}{\omega_n^2} Tr \right) Y_m = kr^2 Y_m Tr \quad (30)$$

Da expressão acima o termo entre parênteses é chamado de coeficiente  $\rho$ . Tem-se, portanto e finalmente que:

$$F_{tc} = k\rho Y_m \quad (31)$$

A equação (31) mostra que a força máxima transmitida, no caso da transmissão passiva, depende da rigidez das molas ( $k$ ), do coeficiente ( $\rho$ ) e da amplitude do movimento harmônico perturbador ( $y_m$ ), conforme pode-se observar na Figura 4:

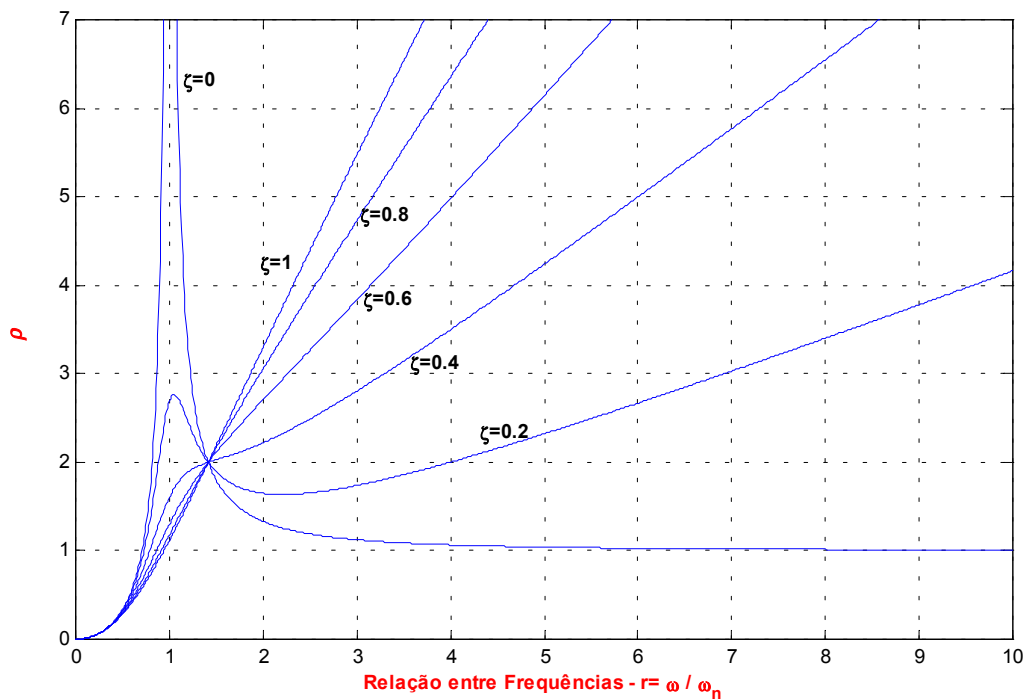


Figura 4 – Representação do fator de amplificação  $\rho$ .

O exame do gráfico da Figura 4 permite levantar algumas observações que reforçam as conclusões da seção 1.1:

- I. O amortecimento é desvantajoso a altas frequências transmitidas, ou a altas velocidades de tráfego. Então, amortecedores mais “duros” proporcionam maiores forças máximas transmitidas em altas velocidades de tráfego;

II. Como cada frequência transmitida às rodas do veículo,  $\omega$ , corresponde a uma certa velocidade de tráfego:

$$V = \frac{\omega L}{2\pi} \quad (32)$$

segue-se que o mínimo valor da força máxima transmitida corresponde a uma certa velocidade de tráfego que é, desse ponto de vista, a *velocidade de tráfego ideal para os parâmetros da suspensão*. Tal velocidade ideal irá depender do comprimento de onda do piso ( $L$ ) e do tipo de suspensão de que é provido o veículo (em última análise: dois valores de  $k$  e de  $c$  que irão definir  $\omega$  e  $\zeta$ , os quais, por sua vez, influem no valor de  $\rho$ ).

III. O coeficiente  $\rho$  influi no valor da força máxima transmitida no caso de máquinas de velocidade variável e no caso da transmissão passiva.

## 2.3 AMPLITUDE DA SUSPENSÃO

Na transmissão passiva a amplitude da suspensão (molas e amortecedores) não coincide com a amplitude do sistema principal (carroceria dos veículos). Assim, o estudo da amplitude da suspensão em função da amplitude do movimento harmônico perturbador se faz importante.

Sendo  $y_l$  o deslocamento absoluto do sistema principal,  $y_m$  a deflexão do movimento harmônico perturbador (conhecido como movimento de condução ou arrastamento) e chamando de  $y_r$  o deslocamento relativo, tem-se:

$$y_r = y_l - y_m \quad (33)$$

As forças que intervem numa posição qualquer, inclusive as de inércia, estão representadas no esquema da Figura 5 (não estão consideradas as forças que existem na posição de equilíbrio – peso e reações correspondentes nas molas e amortecedores – porque o sistema por elas formado é equivalente a zero).

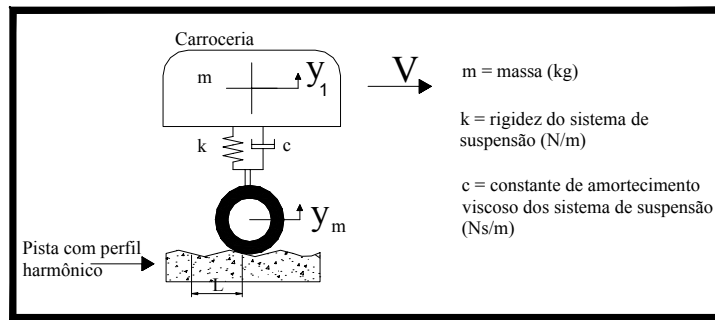


Figura 5 – Representação dinâmica das forças atuantes no sistema.

Da segunda Lei de Newton, e conforme as equações (2), (3) e (4), deduz-se:

$$m \ddot{y}_1 = -c\dot{y}_r - ky_r \quad (34)$$

Em virtude da equação (33), tem-se:

$$\ddot{y}_r = \ddot{y}_1 - \ddot{y}_m \rightarrow \ddot{y}_1 = \ddot{y}_r + \ddot{y}_m \quad (35)$$

Então, a equação (34) pode ser escrita como:

$$m (\ddot{y}_r + \ddot{y}_m) + c\dot{y}_r + ky_r = 0 \quad (36)$$

Considerando a equação (1), tem-se que a equação (36) pode ser transformada em:

$$m\dot{y}_r + c\dot{y}_r + ky_r = -m\ddot{y}_m = m Y_m \omega^2 \text{sen}(\omega t) \quad (37)$$

Introduzindo algumas das notações da seção 1.2:

$$\omega_n^2 = \frac{k}{m} \quad (38)$$

$$2.\zeta.\omega_n = \frac{c}{m} \quad (39)$$

a equação (37) fica parecida com a equação (10), e trabalhando mais um pouco, pode-se chegar na solução particular da equação diferencial (37), suposta harmônica, que será:



$$y_r = \frac{m Y_m \frac{\omega^2}{k}}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} \text{sen}(\omega t - \psi) \quad (40)$$

a qual, arrumando fica:

$$y_r = \frac{Y_m r^2}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} \text{sen}(\omega t - \psi) \quad (41)$$

onde  $\psi$  é o ângulo de fase dado por:

$$\tan \psi = \frac{2\zeta r}{1-r^2} \quad (42)$$

Comumente, em vibrações mecânicas, tem-se a seguinte definição:

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} \quad (43)$$

onde  $\beta$  é definido como o fator de amplificação, que representa o quanto a vibração é amplificada, e que é proporcional à amplitude da suspensão. Com isso, equação (41) pode, então, ser escrita na forma compacta:

$$y_r(t) = Y_m r^2 \beta \text{sen}(\omega t - \psi) \quad (44)$$

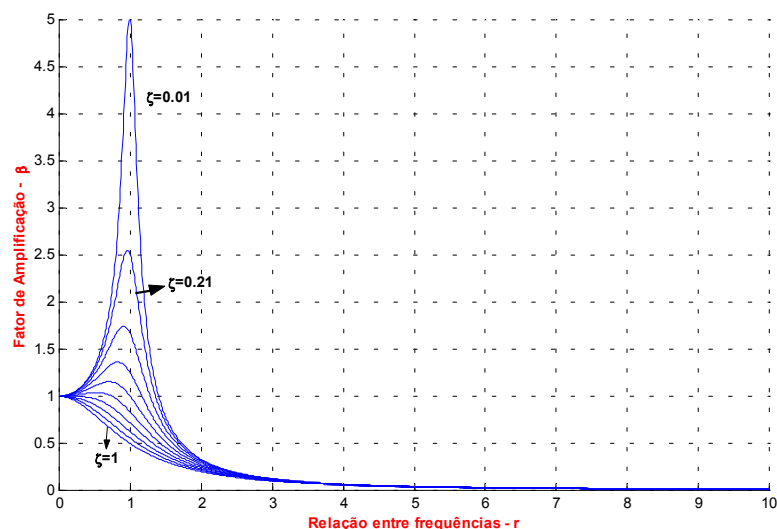


Figura 6 – Fator de Amplificação

A equação (44) junto com a Figura 6 permite as seguintes conclusões:

- Aumentando a relação entre frequências ( $r$ ) até a faixa de ressonância, isto é, aumentando a velocidade de tráfego ( $\omega = 2\pi V/L$ ) até a frequência de excitação coincidir com a frequência natural do sistema, a amplitude da suspensão tende a amplitude do movimento harmônico perturbador (pois  $\beta$  tende para 1 qualquer que seja o valor de  $\zeta$ , isto é, para qualquer valor de amortecimento viscoso do amortecedor, como pode ser ver na Figura 6).
- As condições de ressonância da suspensão não ocorrem para valores da relação ( $\omega/\omega_n$ ) ligeiramente menores que a unidade, mas sim para valores dessa relação ligeiramente maiores que 1, como pode ser visto na Figura 6.

## 2.4 MODELO DE 2 GRAUS DE LIBERDADE

O problema da suspensão dos automóveis (e dos veículos em geral) visto com todo o detalhe, é na realidade bastante complexo. Há que considerar as isolações nas diversas rodas (que são independentes uma das outras), a elasticidade dos pneus (que funcionam, desse ponto de vista, como outras tantas molas), a posição do centro de gravidade (CG) do veículo que influencia na estabilidade do mesmo, e os modos de vibração, uma vez que esta se apresenta com muitos graus de liberdade. O estudo teórico do problema, em toda sua complexidade, é inabordável. Em conseqüência, tem-se procurado soluções experimentais atingindo-se, progressivamente, de aperfeiçoamento em aperfeiçoamento, a solução ideal. Nesse processo, a teoria desempenha uma importante e indispensável função disciplinadora e orientadora das sucessivas tentativas.

Considerando um modelo mais elaborado, de  $\frac{1}{2}$  veículo com dois gdl, isto é, que considere os movimentos de translação e de rotação da carroceria, conforme Figura 7, cuja equação de movimento é dada pela equação (47):

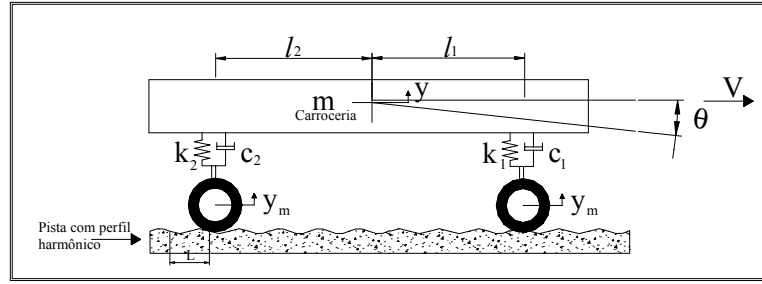


Figura 7 – Modelo de 1/2 veículo com 2 gdl.

Para esse modelo determina-se, a seguir, alguns aspectos importantes para sua possível análise e simulação. Seja, então:  $m$  – a massa da carroceria;  $r_G$  – o raio de giração relativo ao eixo horizontal, perpendicular ao plano da figura e passando pelo centro de gravidade  $CG$ . As equações do movimento do centro de massa e do movimento plano fornecem:

$$\sum F_i = m\ddot{y} \therefore -k_1(y - l_1\theta) - k_2(y + l_2\theta) = m\ddot{y} \quad (45)$$

$$\sum T_i = J\ddot{\theta} \therefore -l_1k_1(y - l_1\theta) + l_2k_2(y + l_2\theta) = m r_G^2 \ddot{\theta} = J\ddot{\theta} \quad (46)$$

onde:  $k_1$  é a rigidez da mola dianteira,  $l_1$  é a distância do ponto de conexão da mola  $k_1$  até o  $CG$  do veículo,  $k_2$  é a rigidez da mola traseira,  $l_2$  é a distância do ponto de conexão da mola  $k_2$  até o  $CG$  do veículo.

Arrumando as equações (46) e (45), tem-se:

$$\begin{aligned} m\ddot{y} + k_1(y - l_1\theta) + k_2(y + l_2\theta) &= 0 \\ J\ddot{\theta} + l_1k_1(y - l_1\theta) - l_2k_2(y + l_2\theta) &= 0 \end{aligned} \quad (47)$$

Trabalhando sa equações (47), obtém-se:

$$\begin{cases} \ddot{y} + \frac{k_1 + k_2}{m} y - \frac{k_1 l_1 - k_2 l_2}{m} \theta = 0 \\ \ddot{\theta} - \frac{k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2}{J} \theta + \frac{k_1 l_1 - k_2 l_2}{J} y = 0 \end{cases} \quad (48)$$

Introduzindo as notações simplificadoras:

$$\frac{k_1 + k_2}{m} = a \quad (49)$$

$$\frac{k_1 l_1 - k_2 l_2}{m} = b \quad (50)$$

donde:

$$\frac{k_1 l_1 - k_2 l_2}{m r_G^2} = \frac{b}{r_G^2} \quad (51)$$

$$\frac{k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2}{m r_G^2} = a_2 \quad (52)$$

Assim, as equações diferenciais (48) assumem a seguinte forma:

$$\begin{cases} \ddot{y} + ay - b\theta = 0 \\ \ddot{\theta} - a_2\theta + \frac{b}{r_G^2}y = 0 \end{cases} \quad (53)$$

Considerando a solução harmônica que corresponde aos modos naturais de vibração:

$$\begin{cases} y = Y \cos(\omega_n t) \\ \theta = \theta_A \cos(\omega_n t) \end{cases} \quad (54)$$

e fazendo dupla derivação, obtém-se:

$$\begin{cases} \ddot{y} = -\omega_n^2 Y \cos(\omega_n t) \\ \ddot{\theta} = -\omega_n^2 \theta_A \cos(\omega_n t) \end{cases} \quad (55)$$

Substituindo esses valores no sistema de equações (53), obtém-se as identidades:

$$\begin{cases} -\omega_n^2 Y \cos(\omega_n t) + aY \cos(\omega_n t) - b\theta_A \cos(\omega_n t) = 0 \\ -\omega_n^2 \theta_A \cos(\omega_n t) - a_2\theta_A \cos(\omega_n t) + \frac{b}{r_G^2} Y \cos(\omega_n t) = 0 \end{cases} \quad (56)$$

que fornecem o sistema de equações em termos das amplitudes  $Y$  e  $\theta_A$ :

$$\begin{cases} (a - \omega_n^2)Y - b\theta_A = 0 \\ \frac{b}{r_G^2}Y - (a_2 + \omega_n^2)\theta_A = 0 \end{cases} \quad (57)$$

Como  $Y$  e  $\theta_A$  devem ser determinados, pois dependem das condições iniciais, o determinante da matriz (58) deve ser nulo, daí tem-se a seguinte *equação para as frequências*:

$$\begin{bmatrix} (a - \omega_n^2) & -b \\ \frac{b}{r_G^2} & -(a_2 + \omega_n^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_i \\ \theta_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (58)$$

Trabalhando a equação (58), obtém-se:

$$\omega_n^4 - (a - a_2)\omega_n^2 + (-aa_2 + \frac{b^2}{r_G^2}) = 0 \quad (59)$$

reduzindo a uma equação do 2º grau, tem-se:

$$\omega_{n1}^2, \omega_{n2}^2 = \frac{1}{2}(a - a_2) \pm \sqrt{\frac{1}{4}(a - a_2)^2 + \left(-aa_2 + \frac{b^2}{r_G^2}\right)} \quad (60)$$

Para o cálculo aproximado pode-se desenvolver em série, o radical, pelo binômio de Newton e considerar apenas os dois primeiros termos, obtendo-se:

$$\begin{cases} \omega_{n1}^2 = a + \frac{b^2}{r_G^2(a - a_2)} \\ \omega_{n2}^2 = a_2 - \frac{b^2}{r_G^2(a - a_2)} \end{cases} \quad (61)$$

Assim, tem-se definidas as frequências naturais do sistema.

### 2.4.1 Coeficiente de Acoplamento

Sob determinadas circunstâncias, cada modo natural de vibração pode ter lugar sem excitar os demais modos. Diz-se então que o movimento vibratório se faz *desacoplado*.

Assim, se o movimento se efetuar por um dos modos representados na Figura 8, será desacoplado:

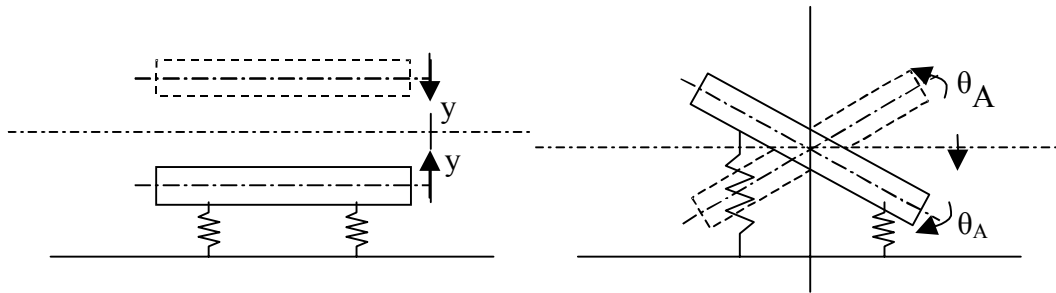


Figura 8 – Modos de vibração desacoplados do veículo.

Ao passo que, se efetuar por qualquer das formas representadas na Figura 9, estará acoplado, embora que executando ainda movimentos vibratórios harmônicos em cada um dos seus modos naturais.

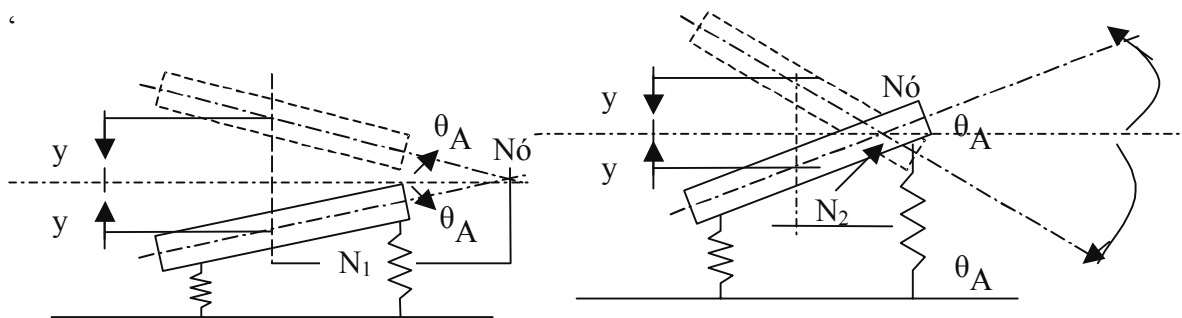


Figura 9 – Modos acoplados de vibração do veículo.

Os movimentos desacoplados têm lugar quando cada uma das duas equações diferenciais do sistema é independente da outra coordenada generalizada, isto é, quando o sistema se apresenta com a forma:

$$\begin{cases} \ddot{y} + \omega_{n1}^2 y = 0 \\ \ddot{\theta} + \omega_{n2}^2 \theta = 0 \end{cases} \quad (62)$$

Assim, da equação (47), os dois modos naturais serão desacoplados quando  $b=0$ . Sendo  $b$  dado por:

$$b = \frac{k_1 l_1 - k_2 l_2}{m} \quad (63)$$

a condição  $b = 0$  implica em  $k_1 l_1 = k_2 l_2$ .

Com o acoplamento nulo, uma força perturbadora aplicada no centro de gravidade produz apenas vibrações de translação; ao passo que um momento perturbador aplicado no centro de gravidade produz somente vibrações angulares. Por esta razão os coeficientes do tipo do coeficiente  $b$  são chamados de *coeficientes de acoplamento*.

## 2.4.2 Determinação dos Nós

Quando a vibração se faz nos modos naturais, os movimentos são harmônicos e, portanto, as amplitudes têm lugar nas mesmas ocasiões. Em consequência, os nós são determinados pelas relações entre as amplitudes, determinadas para cada uma das frequências naturais.

Assim, para o caso anterior, as equações (58) e (61) fornecem:

$$N_1 = \left( \frac{y}{\theta} \right)_{\omega_n = \omega_{n1}} = \frac{b}{a - \omega_{n1}^2} \quad (64)$$

$$N_2 = \left( \frac{y_m}{\theta_m} \right)_{\omega_n = \omega_{n2}} = \frac{b}{a - \omega_{n2}^2} \quad (65)$$

Sendo, como visto anteriormente na equação (60):

$$\omega_{n1}^2 = \frac{1}{2}(a - a_2) + \sqrt{\frac{1}{4}(a - a_2)^2 + \left( -aa_2 + \frac{b^2}{r_G^2} \right)} \quad (66)$$

$$\omega_{n2}^2 = \frac{1}{2}(a - a_2) - \sqrt{\frac{1}{4}(a - a_2)^2 + \left( -aa_2 + \frac{b^2}{r_G^2} \right)} \quad (67)$$

Neste caso  $N_1$  e  $N_2$  são homogêneos a comprimentos que podem ser devidamente observados na Figura 9.

É possível simplificar bastante a modelagem do sistema real, de modo, que se considere somente os seus movimentos principais, ou seja:

- Vibração vertical da carroceria;
- Rotação da carroceria em torno do eixo horizontal barricentrico;
- Vibração vertical das rodas;

As frequências naturais para os dois primeiros movimentos são da mesma ordem de grandeza ao passo que a frequência de vibração das rodas é bem mais elevada.

Essas considerações justificam o estudo independente das vibrações da carroceria, que se apresenta então com dois graus de liberdade, caracterizados pelas coordenadas generalizadas  $y_m$  e  $\theta_m$  do esquema da Figura 8.



## **CAPÍTULO 3**

### **RESPOSTA HUMANA À VIBRAÇÃO VEÍCULAR**

O conhecimento da resposta humana à vibração e ao ruído é essencial se um bom ambiente deve ser implementado em um veículo de passageiros. Isto deve ser enfatizado afim de que aspectos físicos e subjetivos sejam considerados e até que finalmente, a sensação de conforto dos passageiros seja o fator mais importante e não a grandeza técnica do ambiente. A dirigibilidade e a segurança são, ainda, dois fatores importantíssimos nos projetos dos veículos, principalmente os atuais, e que estão de um modo contraditório interligado ao conforto.

Neste capítulo são apresentadas análises de conforto e segurança aplicadas aos passageiros de veículos, tendo por base análises realizadas em estudos da estrutura e das propriedades do corpo humano, a partir de modelos matemáticos, os efeitos das forças de choque e vibração sobre estes sistemas, a proteção requerida pelo sistema sob várias condições de exposição e os meios pelos quais esta proteção é encontrada, e, ainda, o critério de tolerância para exposição ao choque e à vibração.

#### **3.1 CLASSIFICAÇÃO DE VIBRAÇÕES EM HUMANOS**

O Ser Humano, como um sistema mecânico, é extremamente complexo e suas propriedades mecânicas sofrem mudanças facilmente. As informações existentes e confiáveis sobre a magnitude das forças necessárias para produzir danos mecânicos ao corpo humano são limitadas. Para evitar danos ao ser humano enquanto esse fornece dados, faz-se necessário usar animais para maioria dos estudos sobre os danos mecânicos. Dessa forma, os dados obtidos precisam ser submetidos a exames detalhados cuidadosamente para determinar o grau de suas aplicabilidades para os humanos, os quais diferem dos animais não somente na

proporção (tamanho), mas na estrutura anatômica e psicológica também. Ocasionalmente é possível obter informações úteis de situações envolvendo danos acidentais ao homem, mas apesar dos danos freqüentemente poderem ser avaliados, as forças produzindo os danos não podem, e somente raramente são dados úteis obtidos nesses casos. Além disso, é muito difícil de se obter dados confiáveis tanto sobre os efeitos das forças mecânicas no desempenho de várias tarefas bem como sobre as respostas pessoais (subjetivas) para diversas forças, porque ocorrem amplas variações na entidade humana a respeito físico e comportamental. Medições de algumas das propriedades mecânicas do homem é, dessa forma, muitas vezes viável desde que somente pequenas forças são necessárias para esse trabalho. A dificuldade aqui está na variedade e variabilidade do sistema e na necessidade de estruturas exatas. Assim, é essencial o desenvolvimento de estudos para levantamentos de métodos e procedimentos para proteção contra as forças submetidas e também critérios de segurança (Harris and Crede, 1961).

Nos trabalhos encontrados até o momento, normalmente, é feita uma distinção entre vibração nas mãos e no corpo do ser humano. Neste estudo, contudo, limitada-se a vibração no corpo todo devido a área de interesse específica. A resposta humana à vibração é de fato muito complexa e depende de diversos fatores, sendo que a freqüência e a amplitude da vibração são os fatores mais importantes (Wollström, 1998). Assim, uma possível classificação é mostrada na Tabela 1.

Tabela 1 - Freqüências de Influência Característica sobre o ser Humano.

<b>Freqüência</b>	<b>Influência Característica (sobre o ser Humano)</b>
Baixa: < 2 Hz	Desordem de Movimento, Movimentos no Corpo Todo.
Media: 2 – 100 Hz	O corpo todo pode se comportar como um sistema de partículas rígidas.
Alta: > 100 Hz	O corpo tem de ser tratado como o sistema contínuo.

### 3.1.1 Região de Baixa Freqüência

Vibrações em baixa freqüência, em veículos, são causadas pelo fenômeno de ressonância nessa região de freqüências. Isto pode ser devido aos movimentos verticais ou

laterais em molas secundárias ou ao sistema de suspensão ou dos assentos dos veículos, por exemplo.

Vibrações em regiões de frequência muito baixas ( $< 0,5$  Hz) afetam o equilíbrio orgânico, a postura do sistema humano e podem causar sensação de enjôos pelo movimento, normalmente referido como kinetosis ou náusea (Wollström, 1998). Isto é mais sentido por pessoas viajando no mar. Hippocrates (aproximadamente 400 DC) mostrou que um ser humano “navegando pelo mar apresenta movimentos de desordem no corpo”. Uma explicação comum para o enjôo causado pelo movimento é o conflito sensorial – modelo de desordem neural, descrito por Förstberg (Wollström, 1998). A idéia básica é que existe um conflito sensorial entre os sinais oriundos dos diferentes sistemas sensoriais. Estes sinais também estão em conflito com aqueles esperados pelo sistema nervoso central. Este conflito causa o enjôo. Do ponto de vista técnico, pode-se assumir que a resposta pode ser tratada como movimento de corpo rígido. Grandes diferenças têm sido observadas entre a sensibilidade de homens e mulheres para enjôos devido a movimentos – (Griffin, 1990; Wollström, 1998; Harris and Crede, 1961).

### 3.1.2 Media Frequência

Para a região de media frequência o corpo humano pode ser aproximado a um sistema discretizado com diferentes frequências de ressonância (Wollström, 1998; Griffin, 1990). Frequências ressonantes importantes são 4 – 8 Hz (estômago), 20 – 25 Hz (cabeça/ombros) e 30 – 80 Hz (globo ocular) como mostrado na Figura 10.

Autofrequências (autovalores) na escala média é de grande importância para isolamento de vibração de pessoas trabalhando sentadas em veículos com altos níveis de vibração. Para admitir uma boa isolamento da vibração no assento é necessário que as autofrequências dos assentos sejam menores que as autofrequências do corpo, por exemplo, 4 – 8 Hz (estômago).

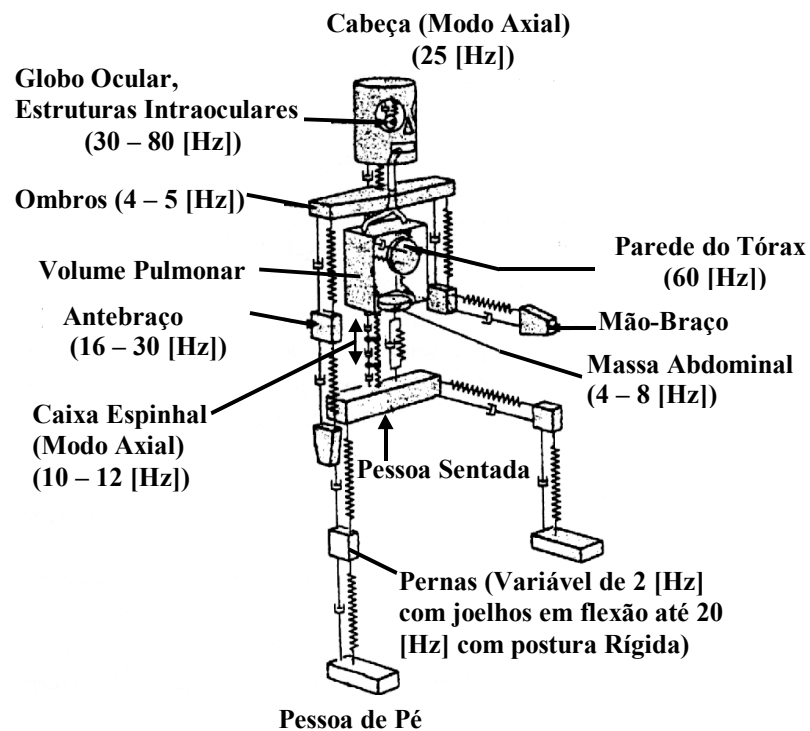


Figura 10 – Frequências naturais de partes do corpo humano – Almeida e Goz, 1988.

É importante notar que a posição do corpo é essencial para avaliar a resposta à vibração – uma pessoa sentada difere de uma pessoa em pé (Griffin, 1990). As Normas relativas à vibração no ser humano distinguem essas posições como pode ser visto na Figura 11.

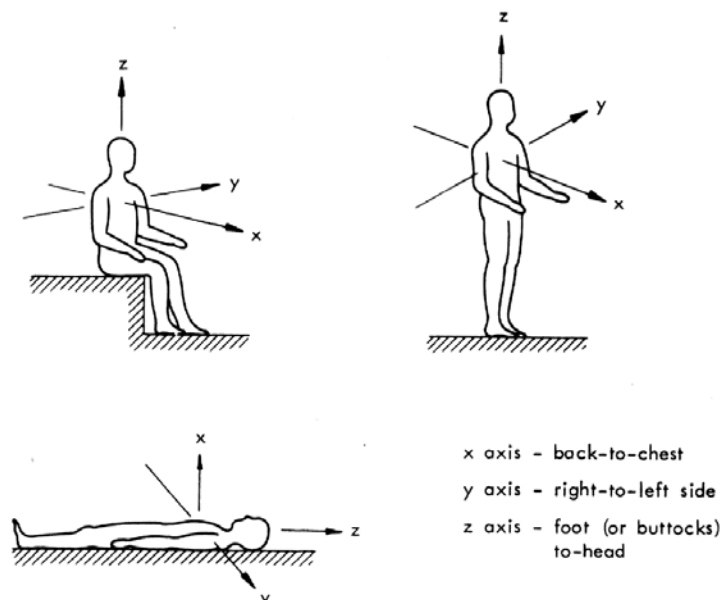


Figura 11 – Posições à ser consideradas para estudo de vibração no ser humano, segundo Norma ISO 2631 – (Griffin, 1990).

### 3.1.3 Alta Frequência

Se vibrações são tratadas na região de alta frequência, um “modelo discreto” como descrito na seção anterior é improvável de ser válido. O corpo humano deve ser tratado como um meio contínuo, com diferentes tipos de ondas propagando, e dependendo de diversos fatores, (Wollström, 1998).

## 3.2 ANALISE DO CONFORTO E TOLERÂNCIA Á VIBRAÇÃO

Existem diversas normas e medidas para avaliação do conforto de vibração. Sabe-se que a avaliação da vibração é baseada em medições de movimento em termos de aceleração, velocidade e deslocamento, e o jerk (que é a derivada da aceleração), Harris and Crede (1961). Muitas normas usam a aceleração por ser mais conveniente de se medir. Neste caso, o sinal de aceleração é usualmente ponderado com algumas funções de ponderação para compensar a sensibilidade do corpo humano a diferentes frequências. Dessas normas, tem-se que os movimentos de um veículo são normalmente referidos a um sistema de coordenadas como mostrado na Figura 12. Na seqüência, algumas das normas e medições comumente usadas são examinadas brevemente.

### Sistema de Coordenadas Cartesiana

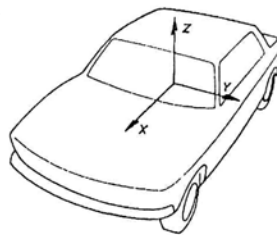


Figura 12 – Graus de Liberdade X-Y-Z de um Veículo – (ISO 2631-2 em Neto, 2000; e Harris and Crede, 1961).

### 3.2.1 Tolerância a Vibrações

A norma ISO 2631, “Mechanical vibration and shock – Evaluation of human exposure to whole-body vibration”, consiste de diversas partes onde algumas são dedicadas avaliação do nível de conforto de passageiros em veículos, definindo métodos de avaliação de vibrações

periódicas, randômicas e transientes no corpo todo. Geralmente, essa norma trabalha com limites de vibração (no corpo todo) para saúde, conforto e incidência de doenças de movimento. O nível de conforto é expresso como um limite de tempo para o qual uma longa exposição a certo nível de vibração pode ser permitida sem que ocorra risco de redução da saúde, desconforto e doenças de movimento. A ISO 2631-1 descreve propriedades fundamentais da norma ISO 2631 como definições, direções para medição e avaliação, informações e orientações quanto aos possíveis efeitos da vibração sobre a saúde, o conforto, o limite de percepção, na faixa de 0,5 à 80 (Hz), e o enjôo, para frequências entre 0,1 e 0,5(Hz). Já a ISO 2631-4, é uma diretriz para avaliação dos efeitos da vibração e movimento de rotação sobre o passageiro e critério de conforto para transporte ferroviário.

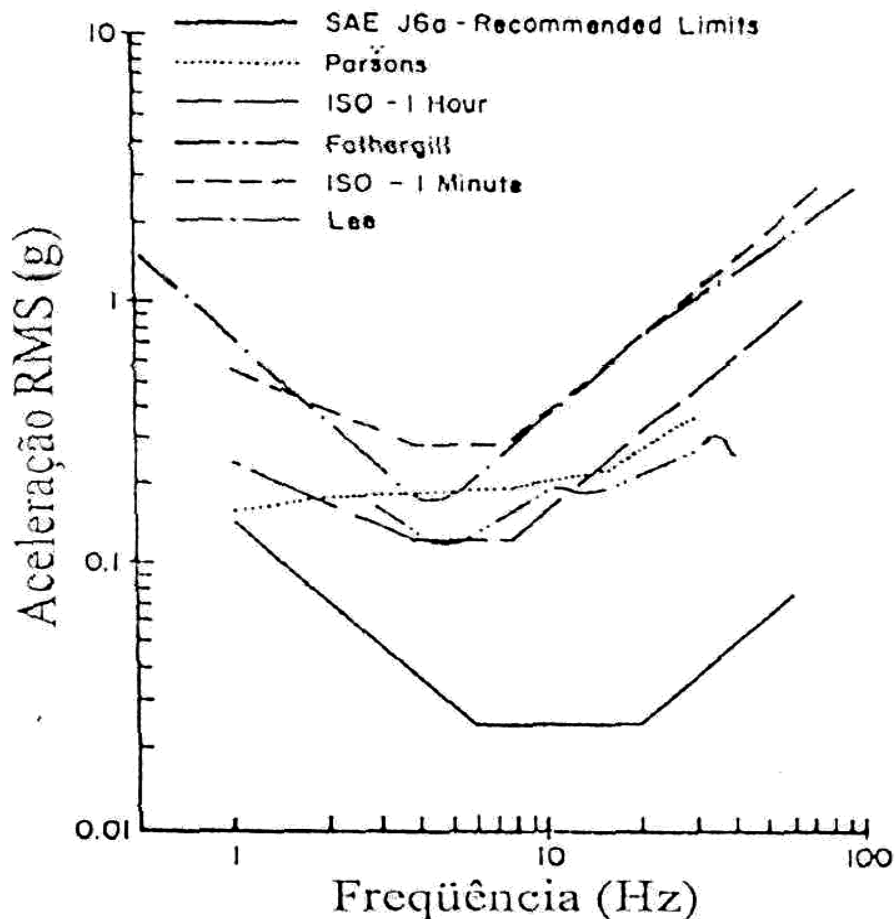


Figura 13 – Tolerância Humana à vibrações verticais (eixo Z). Os resultados são apresentados nas normas SAE J6a, ISO 2631 e por Lee, Parsons e Fothergill (Neto, 2000).

A faixa de frequências consideradas é 0,5 (Hz) à 80 (Hz) para saúde, conforto e percepção, e 0,1 (Hz) à 0,5(Hz) para doenças de movimento (Griffin, 1990; Neto, 2000).

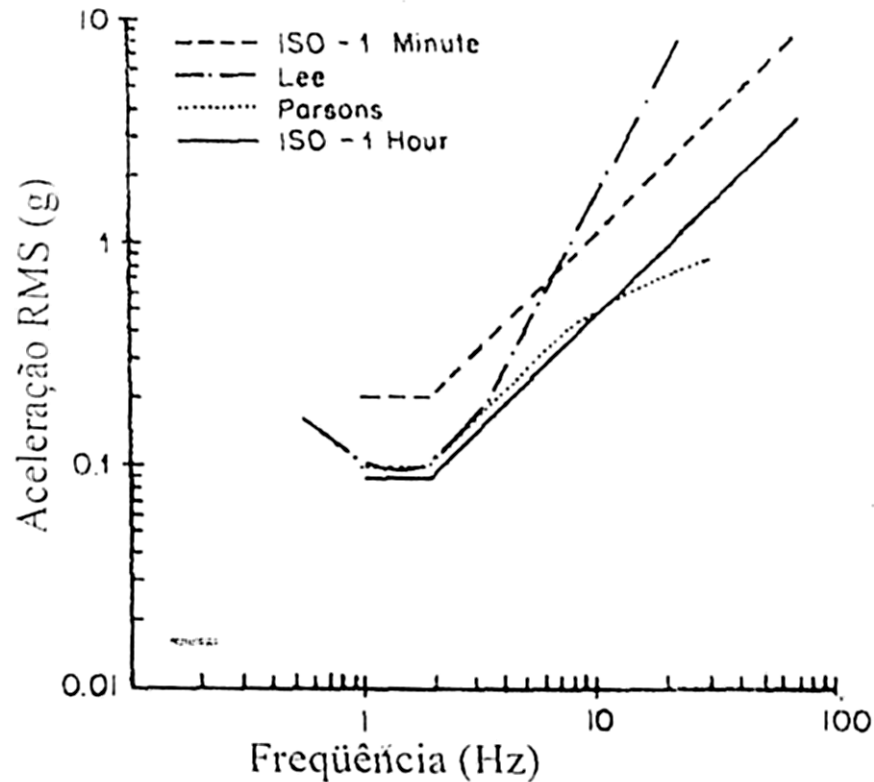


Figura 14 – Tolerância humana à vibrações horizontais (eixos X e Y). Os resultados são apresentados pela norma ISO 2631.

Na Figura 13 pode se observar as curvas apresentadas pela ISO (1 hora e 1 minuto), pela SAE J6a, por Lee, Parsons e Fothrgill (Neto, 2000). As normas ISO denotam uma dependência do nível de tolerância à vibração com o tempo de exposição, diferentemente das outras. Os valores recomendados pela norma ISO 2631, principalmente para tempos mais longos de exposição diferem daqueles apresentados por Griffing (1990) que apresenta os parâmetros dos níveis de vibração baseados na norma britânica BS6841, incluindo os parâmetros referentes à avaliação subjetiva do conforto (Figura 15 e Figura 16).

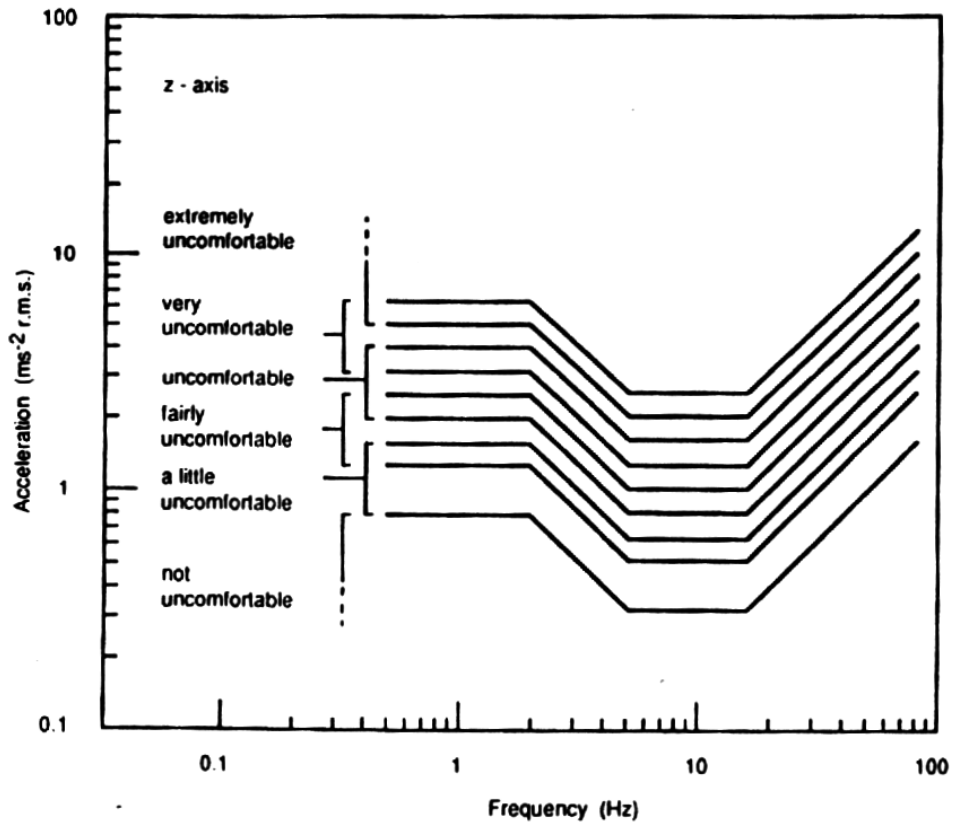


Figura 15 – Rações subjetivas à vibrações verticais (eixo Z), de acordo norma BS6841 – (Griffin, 1990, Neto, 2000).

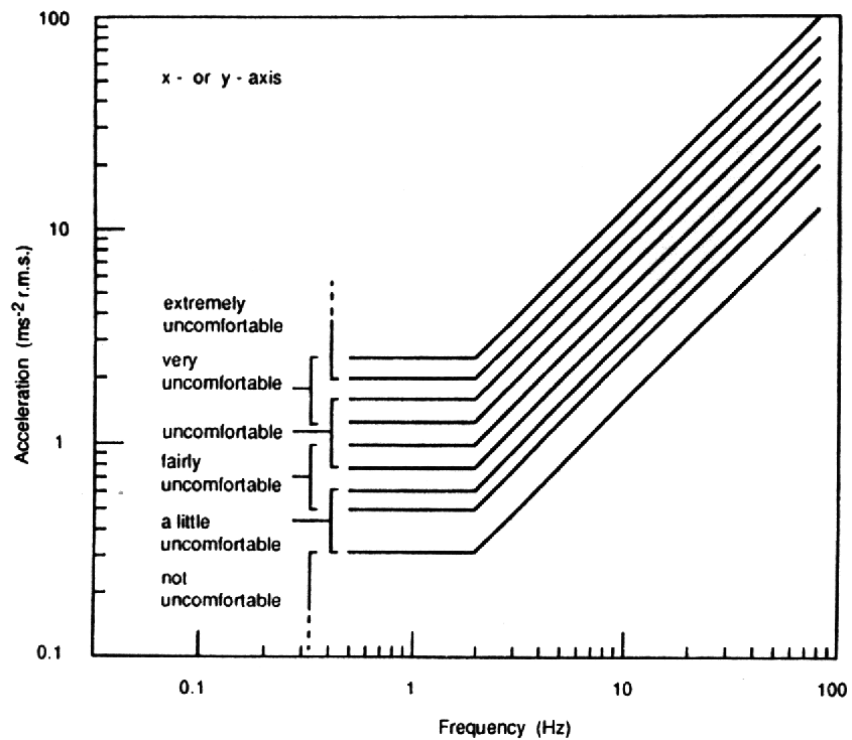


Figura 16 - Rações subjetivas à vibrações horizontais (eixo X e Y) de acordo norma BS6841 – (Griffin, 1990; Neto, 2000).



De acordo com essas normas, no caso de aceleração horizontal (longitudinal e transversal), a frequência em que o ser humano apresenta maior sensibilidade é 1 Hz (Figura 14), condição que pode ser atingida facilmente com o veículo em rolamento (Figura 17), mas apenas estradas muito deterioradas chegam a induzir ressonâncias da carroceria nesta frequência em carros de passeio (Neto, 2000).

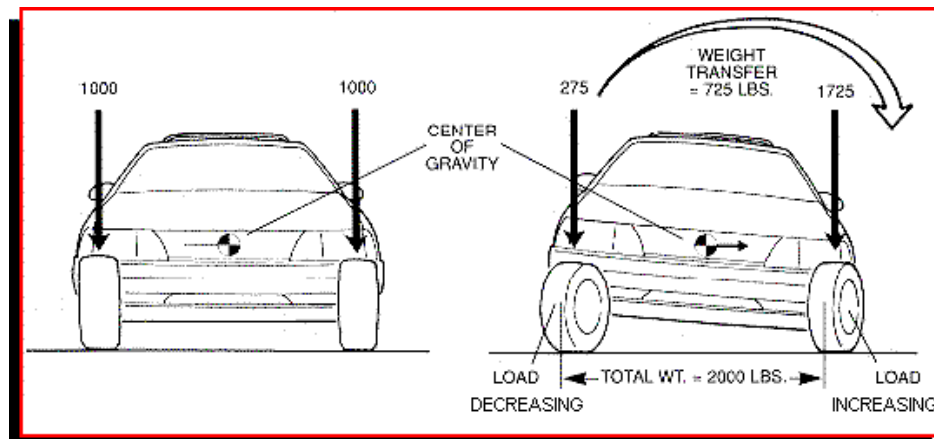


Figura 17 – Condição de rolamento de um veículo.

Por outro lado, este efeito torna-se mais pronunciado à medida que a altura do veículo aumenta, notadamente em *vans*, caminhões e ônibus. Em casos de aceleração longitudinal resultante do movimento de translação (bounce) da carroceria, igualmente mais importante em veículos de altura elevada, o efeito pode ser atenuado, impondo-se uma frequência natural mais alta na suspensão traseira em relação à suspensão dianteira.

### 3.2.2 Avaliação do conforto

As recomendações das normas servem como parâmetros a serem seguidos na tentativa de se prever ou avaliar as condições de conforto em um meio de transporte (Neto, 2000).

É interessante ressaltar que as curvas apresentadas foram obtidas, tendo como fontes de excitação sinais senoidais puros, enquanto que as fontes de excitação nas condições reais são na verdade uma superposição de várias frequências. O método mais empregado no tratamento do sinal de aceleração para possibilitar a comparação com os padrões apresentados pelas normas é, segundo Gillespie (1992) a filtragem do sinal baseada no inverso das amplitudes da curva de tolerância escolhida, conforme Wollström (1998) e Neto (2000). A filtragem inversa

possibilita a visualização do espectro, como se todas as frequências que o compõem, fossem igualmente importantes.

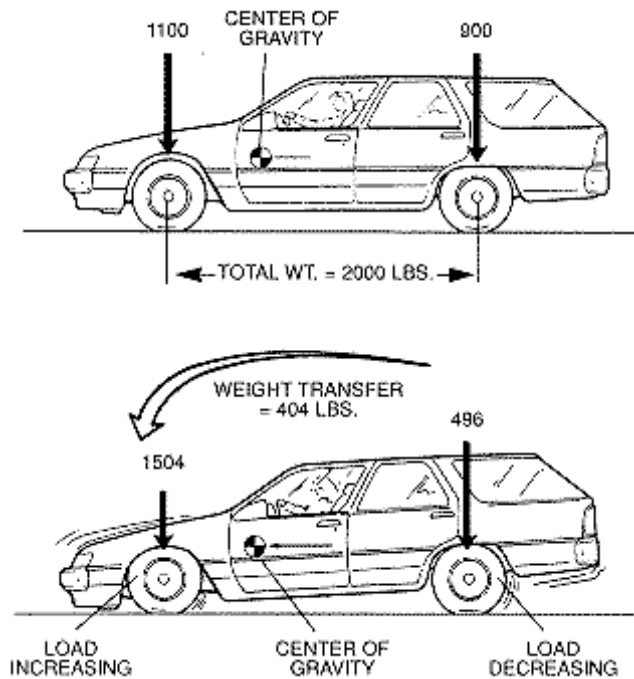


Figura 18 – Condição de um veículo em rotação “Mergulho”.

As normas britânicas BS6841 e BS6842 apresentam um conjunto de funções a serem usadas na construção dos filtros ou pesos a serem atribuídos aos sinais de aceleração. A norma os identifica como  $W_b$ ,  $W_c$ ,  $W_d$ ,  $W_e$ ,  $W_f$ ,  $W_g$  e  $W_h$  (Figura 19). Os filtros são então aplicados segundo uma correspondência entre o eixo que se deseja avaliar e seu respectivo filtro. A magnitude da exposição é caracterizada pela aceleração ponderada pela frequência.

As frequências ponderadas a serem empregadas para diferentes aplicações são mostradas na Figura 19 (Wollström, 1998; Neto, 2000; Harris and Creder, 1961).

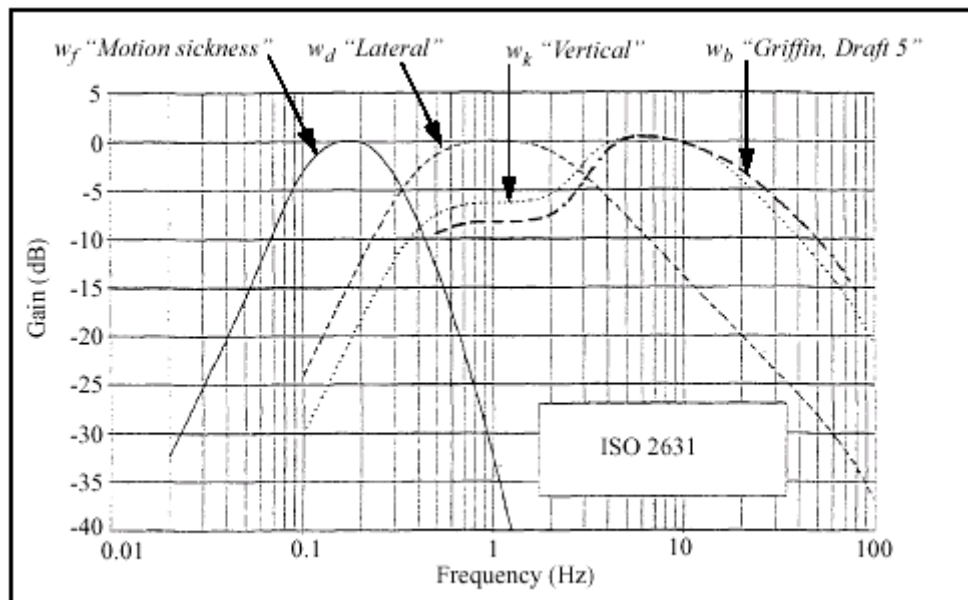


Figura 19 – Representação dos filtros de aceleração em função da frequência, segundo a norma BS 6841 – (Griffin, 1990; Neto, 2000).

### 3.3 CONFORTO E SEGURANÇA NO MODELO NUMÉRICO

Na faixa de frequências associadas às características de conforto pode-se identificar a ocorrência de vibrações segundo os três eixos coordenados. Ou seja, longitudinais, transversais e, principalmente, verticais. Deste ponto, parte-se para a primeira simplificação para o modelo que levará em conta apenas as componentes verticais de vibração.

Geralmente, o primeiro modo natural de flexão da carroceria dos carros de passeio aparece acima de 20 Hz (Neto, 2000) o que permite tratar os modos excitados abaixo deste limite como sendo modos de corpo rígido. Logo, a faixa útil de frequências a ser coberta pelo modelo define-se entre 0 e 20 Hz. As principais fontes de excitação e parâmetros de influência sobre estes modos são notadamente a velocidade do veículo, sua distância entre eixos e o perfil da estrada (Harris and Crede, 1961; Fonseca, 1964).

Destas premissas, desenvolveu-se um modelo plano de corpo rígido com quatro graus de liberdade. Os graus de liberdade do modelo foram distribuídos como deslocamentos verticais para os dois eixos dianteiro e traseiro, deslocamento vertical da carroceria (bounce) e rotação da carroceria (pitch), ver Figura 18.

Nos trabalhos publicados por Queslati e Sankar (1994), Alves (1998) e Li e Nagai (1999) são utilizados modelos semelhantes ao tratado nesse trabalho. No primeiro, modelos

de  $\frac{1}{4}$  e  $\frac{1}{2}$  de veículo com 2 e 4 gdl são usados para estudos da influência e otimização de sistemas passivos, semi-ativos e ativos, de suspensões veiculares. Enquanto que no segundo e terceiro são utilizados modelos de  $\frac{1}{2}$  veículos, sendo que no terceiro são utilizados modelos com 4, 6 e 8 graus de liberdade onde são avaliadas a influência dos movimentos do motor, do motorista e de um passageiro nas características de conforto vibracional do veículo. Outro trabalho interessante foi o de Neto (2000), onde se elaborou um modelo completo de um veículo de passeio com suspensões passivas contendo 16 graus de liberdade. Neste trabalho realizou-se simulações usando o Simulink® do Matlab© e as comparou às respostas obtidas por um veículo de testes, para efeito de validação do modelo.

## **CAPÍTULO 4**

### **FLUIDOS MAGNETO-REOLÓGICOS**

Nas primeiras suspensões semi-ativas, a regulação da força de amortecimento podia ser alcançada ajustando a área do orifício em um amortecedor hidráulico, e deste modo mudando a resistência às forças do fluido. Porém a mudança da velocidade era muito lenta pelo uso do movimento mecânico. Muito recentemente, as aplicações dos fluidos MR em amortecedores controláveis têm sido investigadas por diversos pesquisadores.

#### **4.1 TECNOLOGIA DOS FLUIDOS MAGNETO REOLÓGICOS**

Segundo Yao (1999), os Fluidos Magneto–Reológicos (ou simplesmente fluidos “MR”) já existem por volta de vinte anos. Contudo, somente agora eles têm características estáveis atrativas para aplicação prática, como, por exemplo, elevado campo de tensão e baixa viscosidade. Eles são adequados em aplicações exigentes como em amortecimento automotivo.

Os fluidos MR consistem de partículas micronizadas e polarizadas magneticamente (óxido de ferro) suspensas em um fluido base, como por exemplo óleo mineral, óleo sintético, querosene ou silicone (Paré, 1998; Milecki, 2001; Yao, 2002). A fração em volume de partículas está entre 20% e 60%. Normalmente, os fluidos MR são líquidos limpos tendo uma consistência similar àquela de óleo de motores. Quando um campo magnético é aplicado ao fluido, sua consistência muda, e o fluido torna-se semi-sólido parecido a algo como manteiga fria.

O grau de mudança do fluido é proporcional à magnitude do campo magnético aplicado. Fluidos MR podem operar à temperaturas de 150 à 240°C. Transições podem surgir como

uma grande mudança na viscosidade efetiva do fluido e ocorrer em menos que poucos milissegundos. Fluidos MR são similares aos fluidos eletro-reológicos “ER”, porém mais fortes, mais estáveis e mais fáceis de se usar. Os fluidos MR pertencem ao grupo de fluidos não Newtonianos e sua descrição como um modelo Bingham é geralmente reconhecido (Milecki, 2001).

As 3 formas básicas de projeto de equipamentos usando fluidos MR, segundo Simon e Ahmadian (2001), Mileki (2001) e Yao (2002), são mostradas na Figura 20:

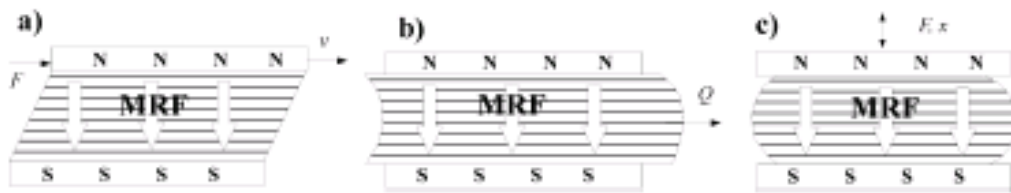


Figura 20 – Três formas básicas de projeto usando fluidos MR: a) modo válvula, b) modo de corte direto, c) modo de filme comprimido;

Em um modo válvula, onde os pólos magnéticos são fixos e o fluido é forçado a passar entre estes pólos. Este tipo de sistema pode ser considerado para uso em amortecedores com válvula de controle hidráulico, pois os pólos exercem a função de válvula a medida que a intensidade do campo magnético varia, variando a viscosidade do fluido que passa entre os pólos. Já o modo de corte direto que possui um pólo móvel, girando, é adequado para embreagens, freios e amortecedores. A última possibilidade, modo de filme comprimido, pode ser usada para controle de pequenos movimentos. Este sistema pode ser configurado para operação axial ou rotatório.

## 4.2 O AMORTECEDOR MAGNETO REOLÓGICO E SEU MODELO COMPUTACIONAL

As propriedades magnéticas do fluido permitem seu uso como um amortecedor controlado por uma corrente elétrica. Na Figura 21 e mostrada a característica de variação da força de amortecimento de um amortecedor MR em função da velocidade e da corrente elétrica aplicada na bobina do mesmo. O campo operacional mostrado na área demarcada indica que a força de amortecimento pode ser alterada pela mudança na velocidade da haste do amortecedor. Usando um sistema de controle especial pode-se ter algumas curvas

características requeridas da força de amortecimento, que podem ser gerada como uma função da velocidade, aceleração, pressão etc.

A força de amortecimento pode agir somente na direção oposta à direção da velocidade e pode somente absorver energia mecânica. Modelos matemáticos são baseados na fricção de Coulomb localizada, no paralelo entre um amortecedor viscoso e um amortecedor controlado por campo magnético usando o modo válvula. Para esse modelo, Milecki (2001) demonstrou que a força gerada pelo dispositivo é dada pela equação (68), enquanto que Yao (2002), chegou ao fator de amortecimento controlado por parâmetros obtidos da histerese da curva do amortecedor quando excitado na frequência de 1 Hz.

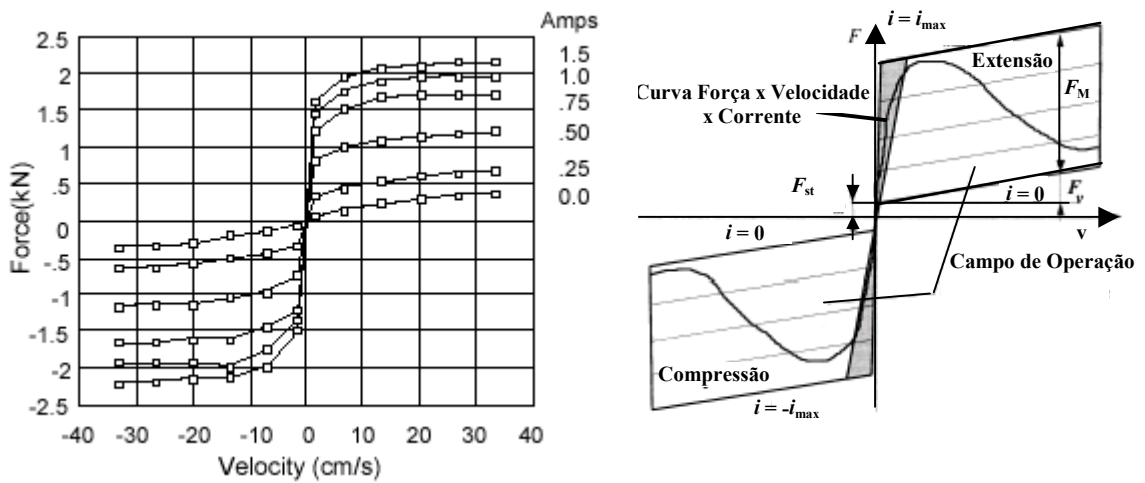


Figura 21 – Curvas características reais de um amortecedor MR segundo Milecki, 2001.

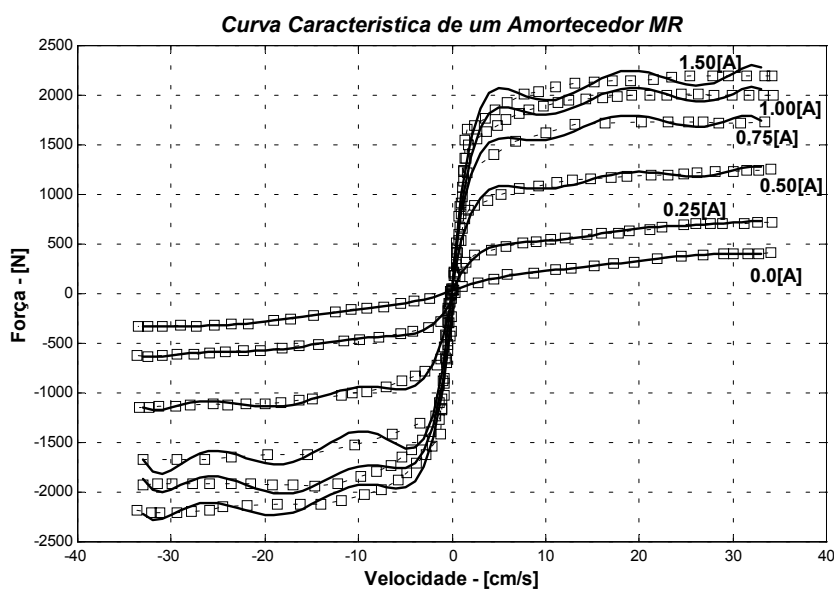


Figura 22 – Curvas características do amortecedor MR obtidas por interpolação matemática.

$$F_d(s) = \left\{ F_{st} + \frac{b_H}{T_M s + 1} H(s) \right\} \text{signal}[s y(s)] + b_v [s y(s)] \quad (68)$$

sendo que:  $F_{st}$  =força de atrito estático,  $b_v$ =coeficiente de amortecimento viscoso,  $b_H$  =coeficiente de ganho da força gerada pelo campo magnético,  $H$  = resistência do campo magnético,  $T_M$ =constante de tempo.

Analisando a equação (68), tem-se que a constante de tempo  $T_M$  descreve a dinâmica da variação da viscosidade do fluido magneto reológico. Para o modelo Milecki (2001), leva-se em conta, também, a dinâmica do circuito elétrico. E a mudança de uma corrente e a variação correspondente do campo magnético como uma função da voltagem na bobina pode ser descrita pela equação (69):

$$H(s) = \frac{k_H}{T_e s + 1} U(s) \quad (69)$$

onde:  $k_H = z R$  =coeficiente,  $U$  =voltagem,  $T_e = L/R$  =constante de tempo elétrica,  $R$  = resistência elétrica e  $z$  = constante.

A equação (69) é válida quando a resistência do campo magnético é menor que a saturação magnética (cerca de 250 kA/m). Combinando a equações (68) e (69), tem-se que:

$$F_d(s) = \left\{ F_{st} + \frac{b_H k_H}{(T_M s + 1) \cdot (T_e s + 1)} U(s) \right\} \text{signal}[s \cdot y(s)] + b_v [s \cdot y(s)] \quad (70)$$

O circuito magnético, caracterizado pela densidade de fluxo residual e a histerese da força também deve ser adicionado ao modelo do amortecedor, como feito por Yao (2002). A velocidade do pistão também tem uma influência importante sobre as propriedades dinâmicas do amortecedor com fluido magneto reológico. Se a velocidade é alta, o tempo de duração em que as partículas estão no campo magnético é curto. Isto resulta na saturação da força de amortecimento em altas velocidades.

Um modelo de um amortecedor MR usando as equações anteriores pode ser preparado através programa Simulink<sup>®</sup> do Matlab<sup>©</sup>, como realizado por Milecki (2001). A força gerada pelo modelo é formada pela soma do atrito de Coulomb e da força resultante da



variação da corrente. Neste caso, uma função específica deve controlar o valor absoluto da velocidade para garantir que a força seja nula para uma velocidade igual a zero. A força variando com a corrente vai depender do valor da velocidade e de seu sinal. O modelo deverá ter duas entradas: controle de voltagem e velocidade do pistão. Para a realização da simulação deve-se ter um sinal de entrada no modelo e um valor constante de voltagem de controle fixado na bobina.

Para o presente trabalho usou-se polinômios obtidos por interpolação das curvas reais que fornecem equações que podem ser introduzidas no modelo em estudos através programa Simulink ® do Matlab©. Estes polinômios levam em conta todos os detalhes observados e descritos por Milecki (2001) e Yao (2002).

Na Figura 23 é mostrado um exemplo de amortecedores MR (Pare, 1998; Simon e Ahmadian, 2001). O sucesso no uso de amortecedores com fluidos MR lineares e rotacionais em aplicações de controle em tempo real em campo tem sido e é atualmente estendida a diversos tipos de grandes amortecedores para aplicação em controle sísmico. Nestes casos um amortecedor é capaz de exercer forças de amortecimento controladas em tempo real de  $10^5$  a  $10^6$  (N), (Milecki, 2001).

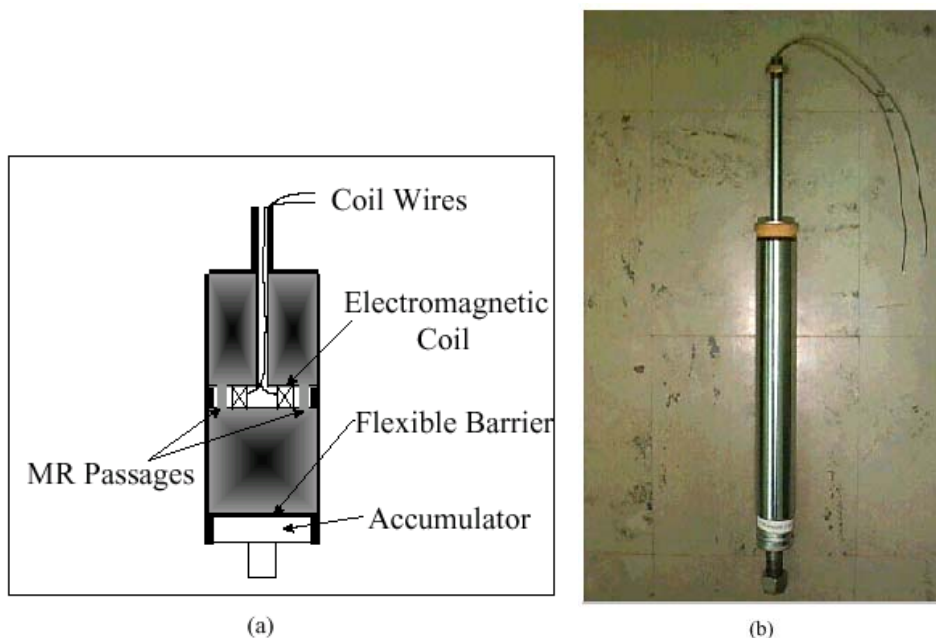


Figura 23 – Exemplo prático de amortecedor MR, Lord©.



## CAPÍTULO 5

### MODELAGEM MATEMÁTICA - I

Neste capítulo é apresentado o modelo alvo do estudo deste trabalho, a obtenção do sistema de equações e as transformações necessárias neste equacionamento de modo a se obter as equações do sistema ativo. Apresenta-se, ainda, uma análise da translação do CG (Centro de Gravidade) para um melhor posicionamento do banco do passageiro dentro do veículo.

Como definições iniciais tem-se:

- **Suspensão ativa:** são definidos como atuadores que produzem forças segundo uma lei de controle que pode conter informações de qualquer parte do sistema. A sua determinação é feita de tal forma a minimizar uma função custo que represente o comportamento desejado do sistema (Alves, 1997).
- **Amortecedores ativos:** segundo Elmadany e Abduljabbar, 1989, são uma subdivisão das suspensões ativas em que as forças de amortecimento são geradas ativamente e a rigidez da suspensão é mantida passiva. Assim, a lei de controle será função das velocidades da massa suspensa e não suspensa.
- **Previsão:** as informações sobre o perfil da via à frente das rodas são usadas pelo controlador.

De acordo com os requisitos de controle, um modelo deve ser simples, coerente e consistente sendo capaz de representar bem o sistema físico real que, no caso de um veículo, é composto de infinitos graus de liberdade e cujas equações representativas são não-lineares.

Então, poder-se-ia representar seu comportamento dinâmico através de um modelo plano de  $\frac{1}{4}$  de veículo com 1 ou 2 gdl (Graus de Liberdade). Porém, segundo Queslati and Sankar (1992) e Fonseca (1964), este modelo possibilita estudar somente um número limitado de aspectos do veículo. Outra possibilidade é lançar mão de um modelo de  $\frac{1}{2}$  veículo, com seis, oito ou mais gdl, que conforme realizado e observado por Li and Nagai, 1999, melhora as análises, mas torna o estudo mais complexo. Assim, escolheu-se para estudo nesse trabalho um modelo plano de  $\frac{1}{2}$  veículo composto por quatro graus de liberdade, isto é, os um movimento de translação vertical e outro de rotação em torno do centro de gravidade do corpo principal, mais os movimentos de translação vertical dos eixos dianteiros e traseiros, o qual atende os requisitos de controle como também os requisitos de um bom modelo matemático.

Neste modelo, define-se o sistema de referência como dado por (Alves, 1997) para identificação posterior das coordenadas de posição, velocidade e aceleração e representação dinâmica. Em seguida faz-se a análise dinâmica, onde as forças e os momentos envolvidos em cada corpo são representados em diagramas de corpo livre.

Considerando, então, o modelo plano de um veículo, com seus graus de liberdade e os parâmetros associados, como a rigidez e amortecimento dos seus elementos, além das grandezas geométricas, tem-se a representação do mesmo mostrada na Figura 24.

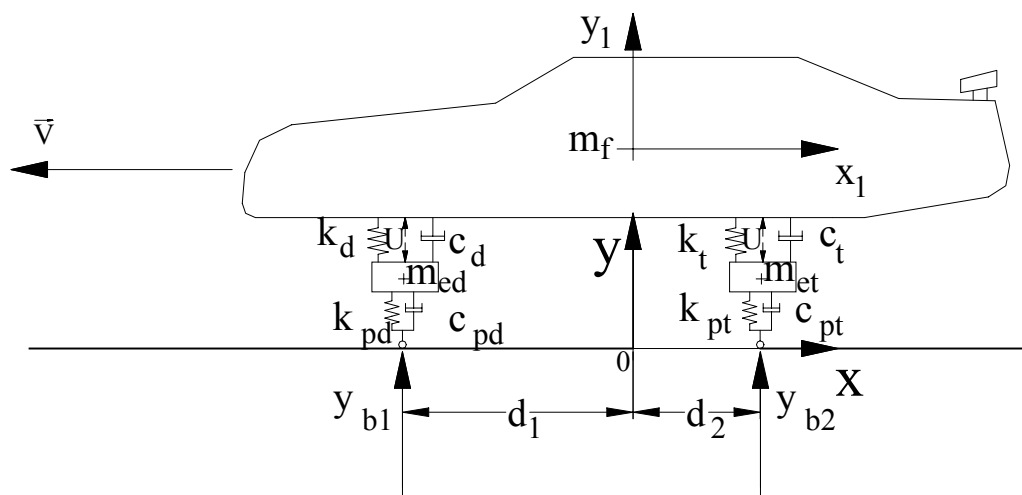


Figura 24- Esquema do modelo plano do veículo escolhido.

No modelo da Figura 24 tem-se como componentes de um sistema de suspensão automotiva passiva: a massa do veículo, as molas e os amortecedores das suspensões (que futuramente serão substituídas por elementos semi-ativos e ativos “U”), os efeitos elásticos e dissipativo das borrachas dos pneus representados por molas e amortecedores,

respectivamente. Para esse mesmo modelo, aplicando a 2ª lei de Newton dada pela equação onde o somatório de todas as forças atuantes no corpo é igual ao produto da massa desse corpo pela gravidade, obtém-se o respectivo equacionamento matemático.

Outros métodos de equacionamento poderiam ser utilizados como, por exemplo, o Método da Potencia Virtual, do Trabalho Virtual, Teorema de D'Alembert e ou Método da Energia. Porém, optou-se pela utilização da 2ª Lei de Newton por ser mais comumente usada e por já empregar as variáveis linearizadas. Então, para o modelo da Figura 24 têm-se como entradas de excitação do sistema as ondulações da pista que associadas ao movimento do veículo (velocidade) causam deflexões nos pneus, nas molas e nos amortecedores das suspensões. Essas excitações ocasionam movimentos nos eixos e conseqüentemente no corpo principal. Assim, tem-se o dcl (Diagrama de Corpo Livre) do modelo com os movimento representados na

Figura 25, onde  $y_{b1}$  e  $y_{b2}$  são as perturbações da estrada, e  $y_{ed}$ ,  $y_{et}$ ,  $y_f$  e  $\theta_f$  são as respostas de cada corpo. As forças nos pneus dianteiro e traseiro são equacionadas utilizando o modelo de pneu por ponto de contato que é uma forma mais simplificada de representá-los e que reproduz com fidelidade as baixas e altas frequências, isto é, os diferentes tipos de piso e variadas velocidades, fornecendo melhor desempenho na resposta do veículo (Neto, 2000). Esse modelo para pneu leva em conta, ainda, a possibilidade de seu descolamento como ocorre na prática, mostrando que seu uso é coerente.

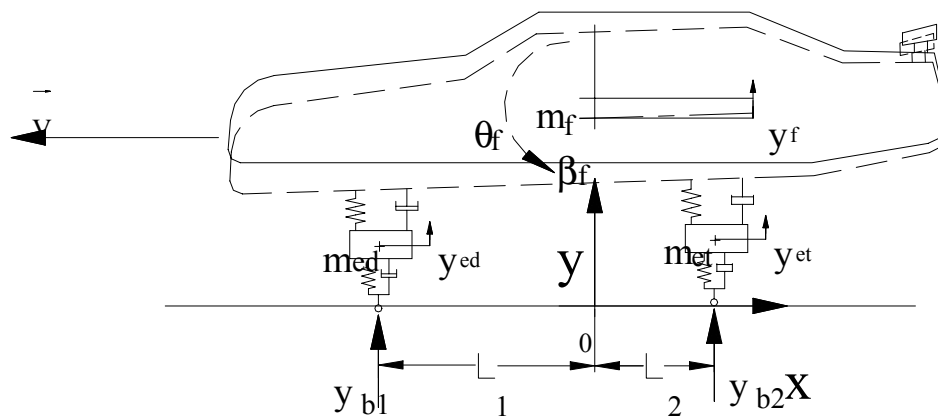


Figura 25 – Movimentos dos gdl do Modelo.

No caso da suspensão ativa atuando no sistema, os elementos  $k_d$ ,  $c_d$ ,  $k_t$  e  $c_t$  serão substituídos por atuadores  $u_1$  e  $u_2$  que deverão agir em sentido oposto aos movimentos de  $m_f$  e  $m_{ed}$  e  $m_{et}$ , de acordo com a 2ª Lei de Newton.

## 5.1 ESTUDO DOS EIXOS DIANTERIOS E TRASEIROS

### 5.1.1 Eixo dianteiro

Representando o Diagrama de Corpo Livre (dcl) do eixo dianteiro, identificam-se as forças atuantes.

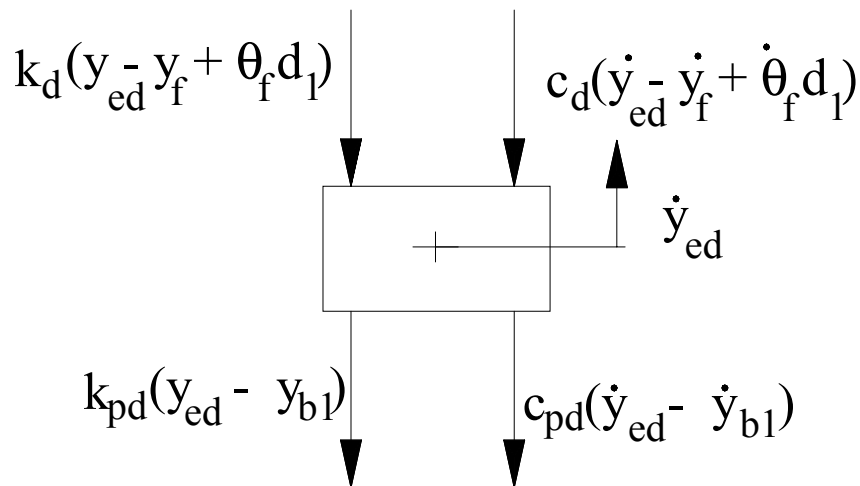


Figura 26 – Diagrama de Corpo Livre do Eixo Dianteiro

Supondo que os elementos mola e amortecedores são conectados ao corpo do veículo no mesmo ponto, isto é, estão sobrepostos, e aplicando a 2ª Lei de Newton,  $\sum_i F = M\ddot{y}$ , em cada corpo separadamente, inicialmente no eixo dianteiro, obtém-se:

$$m_{ed}\ddot{y}_{ed} = -k_{pd}(y_{ed} - y_{b1}) - k_d(y_{ed} - y_f + d_1\theta_f) - c_{pd}(\dot{y}_{ed} - \dot{y}_{b1}) - c_d(\dot{y}_{ed} - \dot{y}_f + d_1\dot{\theta}_f) \quad (71)$$

Que transportando as parcelas da direita para a esquerda na equação (71), vem:

$$m_{ed}\ddot{y}_{ed} + k_{pd}y_{ed} - k_{pd}y_{b1} + k_d y_{ed} - k_d y_f + k_d d_1 \theta_f + c_{pd} \dot{y}_{ed} - c_{pd} \dot{y}_{b1} + c_d \dot{y}_{ed} - c_d \dot{y}_f + c_d d_1 \dot{\theta}_f = 0 \quad (72)$$

Arranjando a equação (72), tem-se:

$$m_{ed}\ddot{y}_{ed} + (k_{pd} + k_d)y_{ed} + (c_{pd} + c_d)\dot{y}_{ed} - k_d y_f - c_d \dot{y}_f + k_d d_1 \theta_f + c_d d_1 \dot{\theta}_f = k_{pd} y_{b1} + c_{pd} \dot{y}_{b1} \quad (73)$$

### 5.1.2 Eixo traseiro

Representando o dcl do eixo traseiro, identificam-se as forças atuantes.

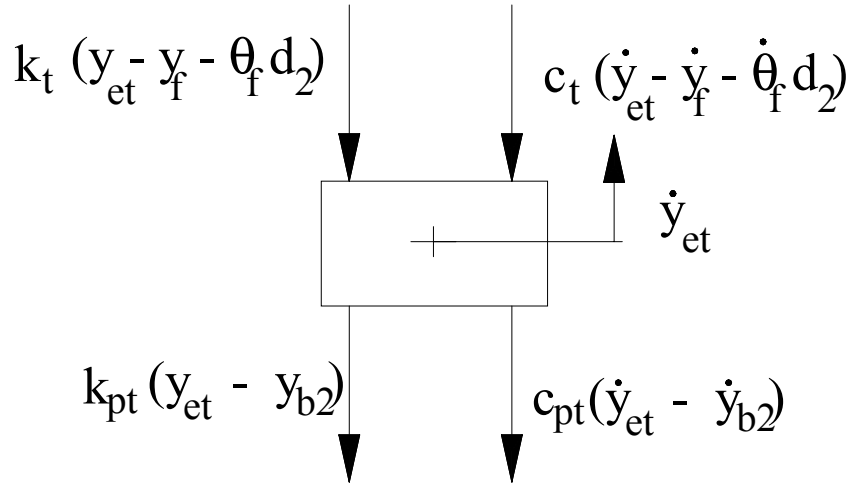


Figura 27 – Diagrama de Corpo Livre do Eixo Traseiro

Assim, tem-se a equação:

$$m_{et} \ddot{y}_{et} = -k_{pt}(y_{et} - y_{b2}) - k_t(y_{et} - y_f - d_2 \theta_f) - c_{pt}(\dot{y}_{et} - \dot{y}_{b2}) - c_t(\dot{y}_{et} - \dot{y}_f - d_2 \dot{\theta}_f) \quad (74)$$

Transportando as parcelas a direita da equação (74), para a esquerda na equação, vem:

$$m_{et} \ddot{y}_{et} + k_{pt} y_{et} - k_{pt} y_{b2} + k_t y_{et} - k_t y_f - k_t d_2 \theta_f + c_{pt} \dot{y}_{et} - c_{pt} \dot{y}_{b2} + c_t \dot{y}_{et} - c_t \dot{y}_f - c_t d_2 \dot{\theta}_f = 0 \quad (75)$$

Arranjando a equação (75), obtém-se:

$$m_{et} \ddot{y}_{et} + (k_{pt} + k_t) y_{et} + (c_{pt} + c_t) \dot{y}_{et} - k_t y_f - c_t \dot{y}_f - k_t d_1 \theta_f - c_t d_1 \dot{\theta}_f = k_{pt} y_{b2} + c_{pt} \dot{y}_{b2} \quad (76)$$

## 5.2 ESTUDO DO DESLOCAMENTO VERTICAL DO CG DO CORPO DO VEÍCULO

Representando a carroceria do veículo em dcl e identificando as forças atuantes, obtém-se a equação linear do movimento de translação do CG da carroceria.

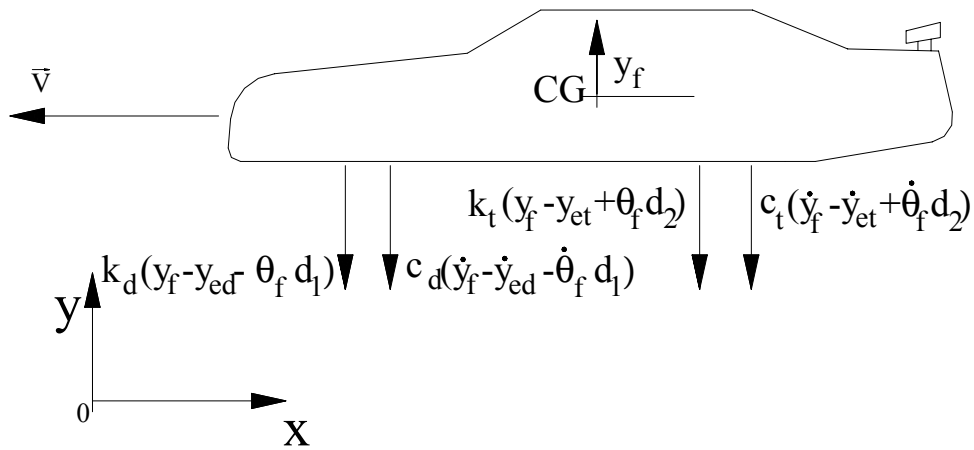


Figura 28 – Diagrama de Corpo Livre do Veículo

A partir da Figura 28, obtém-se a seguinte equação:

$$m_f \ddot{y}_f = -k_d(y_f - y_{ed} - d_1 \theta_f) - c_d(\dot{y}_f - \dot{y}_{ed} - d_1 \dot{\theta}_f) - k_t(y_f - y_{et} + d_2 \theta_f) - c_t(\dot{y}_f - \dot{y}_{et} + d_2 \dot{\theta}_f) \quad (77)$$

Transportando as parcelas a direita da equação (77), para a esquerda na equação, vem:

$$m_f \ddot{y}_f + c_d \dot{y}_f - c_d \dot{y}_{ed} - c_d d_1 \dot{\theta}_f + k_d y_f - k_d y_{ed} - k_d d_1 \theta_f + c_t \dot{y}_f - c_t \dot{y}_{et} + c_t d_2 \dot{\theta}_f + k_t y_f - k_t y_{et} + k_t d_2 \theta_f = 0 \quad (78)$$

Trabalhando a equação (78), obtêm-se:

$$m_f \ddot{y}_f - c_d \dot{y}_{ed} - c_t \dot{y}_{et} + (c_d + c_t) \dot{y}_f - (c_d d_1 - c_t d_2) \dot{\theta}_f - k_d y_{ed} - k_t y_{et} + (k_d + k_t) y_f - (k_d d_1 - k_t d_2) \theta_f = 0 \quad (79)$$

### 5.3 ESTUDO DA ROTAÇÃO EM TORNO DO CG

Para a Figura 28 considerando agora a rotação em torno do CG, tem-se que o somatório dos momentos atuantes será,  $\sum_i M = J_{zz} \ddot{\theta}$ . Assim, tem-se a Figura 29:



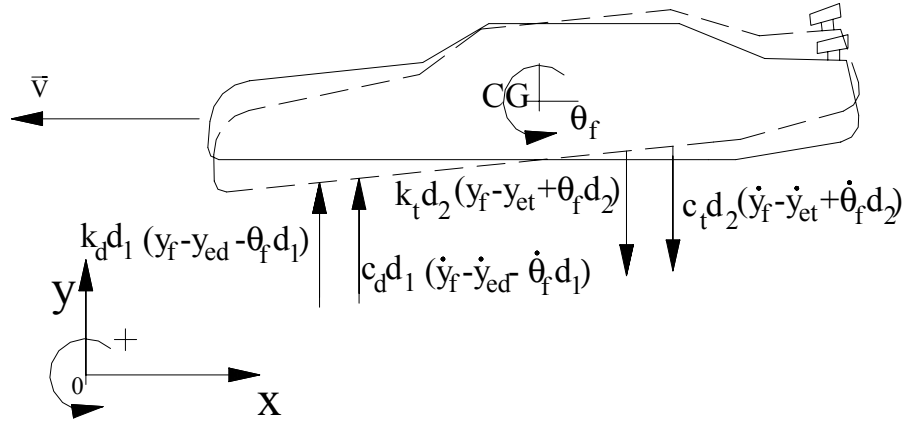


Figura 29 – Diagrama de Corpo Livre do Veículo em Rotação

Da Figura 29, tem-se que:

$$J_{fzz} \ddot{\theta}_f = k_d d_1 (y_f - y_{ed} - d_1 \theta_f) + c_d d_1 (\dot{y}_f - \dot{y}_{ed} - d_1 \dot{\theta}_f) - k_t d_2 (y_f - y_{et} + d_2 \theta_f) - c_t d_2 (\dot{y}_f - \dot{y}_{et} + d_2 \dot{\theta}_f) \quad (80)$$

Transportando as parcelas a direita da equação (80), para a esquerda na equação (81), vem:

$$J_{fzz} \ddot{\theta}_f - k_d d_1 (y_f - y_{ed} - d_1 \theta_f) - c_d d_1 (\dot{y}_f - \dot{y}_{ed} - d_1 \dot{\theta}_f) + k_t d_2 (y_f - y_{et} + d_2 \theta_f) + c_t d_2 (\dot{y}_f - \dot{y}_{et} + d_2 \dot{\theta}_f) = 0 \quad (81)$$

Logo a equação (81), fica:

$$J_{fzz} \ddot{\theta}_f + c_d d_1 \dot{y}_{ed} - c_t d_2 \dot{y}_{et} - (c_d d_1 - c_t d_2) \dot{y}_f + (c_d d_1^2 + c_t d_2^2) \dot{\theta}_f + k_d d_1 y_{ed} - k_t d_2 y_{et} - (k_d d_1 - k_t d_2) y_f + (k_d d_1^2 + k_t d_2^2) \theta_f = 0 \quad (82)$$

## 5.4 SISTEMA DINÂMICO CARACTERÍSTICO DO MOVIMENTO

Com as equações ( 73), (76), (79) e (82) monta-se o sistema de equações na forma matricial, que representa o comportamento dinâmico do modelo:

$$\begin{bmatrix} m_{ed} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{et} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_f & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{fzz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y}_{ed} \\ \ddot{y}_{et} \\ \ddot{y}_f \\ \ddot{\theta}_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (c_{pd} + c_d) & 0 & -c_d & c_d d_1 \\ 0 & (c_{pt} + c_t) & -c_t & -c_t d_2 \\ -c_d & -c_t & (c_d + c_t) & -(c_d d_1 - c_t d_2) \\ c_d d_1 & -c_t d_2 & -(c_d d_1 - c_t d_2) & (c_d d_1^2 + c_t d_2^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}_{ed} \\ \dot{y}_{et} \\ \dot{y}_f \\ \dot{\theta}_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (k_{pd} + k_d) & 0 & -k_d & k_d d_1 \\ 0 & (k_{pt} + k_t) & -k_t & -k_t d_2 \\ -k_d & -k_t & (k_d + k_t) & -(k_d d_1 - k_t d_2) \\ k_d d_1 & -k_t d_2 & -(k_d d_1 - k_t d_2) & (k_d d_1^2 + k_t d_2^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{ed} \\ y_{et} \\ y_f \\ \theta_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{pd} & 0 & c_{pd} & 0 \\ 0 & k_{pt} & 0 & c_{pt} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{b1} \\ y_{b2} \\ \dot{y}_{b1} \\ \dot{y}_{b2} \end{bmatrix} \quad (83)$$

que pode ser representado pela equação:

$$[M]\{\ddot{y}\} + [C]\{\dot{y}\} + [K]\{y\} = [F]\{\omega\} \quad (84)$$

onde o vetor  $\{y\}$  representa as coordenadas generalizadas e  $\{\omega\}$  o vetor de excitações, isto é:

$$\{y\} = \{y_{ed} \ y_{et} \ y_f \ \theta_f\}^T \quad (85)$$

$$\{\omega\} = \{y_{b1} \ y_{b2} \ \dot{y}_{b1} \ \dot{y}_{b2}\}^T \quad (86)$$

e

$$[M] = \begin{bmatrix} m_{ed} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{et} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_f & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{fzz} \end{bmatrix} \quad (87)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} (c_{pd} + c_d) & 0 & -c_d & c_d d_1 \\ 0 & (c_{pt} + c_t) & -c_t & -c_t d_2 \\ -c_d & -c_t & (c_d + c_t) & -(c_d d_1 - c_t d_2) \\ c_d d_1 & -c_t d_2 & -(c_d d_1 - c_t d_2) & (c_d d_1^2 + c_t d_2^2) \end{bmatrix} \quad (88)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} (k_{pd} + k_d) & 0 & -k_d & k_d d_1 \\ 0 & (k_{pt} + k_t) & -k_t & -k_t d_2 \\ -k_d & -k_t & (k_d + k_t) & -(k_d d_1 - k_t d_2) \\ k_d d_1 & -k_t d_2 & -(k_d d_1 - k_t d_2) & (k_d d_1^2 + k_t d_2^2) \end{bmatrix} \quad (89)$$

$$[F] = \begin{bmatrix} k_{pd} & 0 & c_{pd} & 0 \\ 0 & k_{pt} & 0 & c_{pt} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (90)$$

Observa-se que esse sistema descreve o comportamento dinâmico do modelo plano com quatro graus de liberdade, possibilitando realizar o estudo das características dinâmicas e obter as respostas às excitações mais comuns.

## 5.5 ESTUDO DA TRANSLAÇÃO DE MOVIMENTO

Supõe-se que deseja analisar os efeito de vibração em outro ponto diferente do CG, onde se encontra o motorista do veículo ou passageiro, por exemplo. Então, deve-se fazer a translação de movimento do centro de gravidade para o ponto escolhido. De acordo (Thomson,1978), para translação do movimento, considera-se um novo ponto de análise, distante de  $\bar{d}_1$  do ponto de apoio da roda dianteira ao CG e  $\bar{d}_2$  do ponto de apóio da roda traseira ao CG, e distante “e” do CG. A partir das equações de movimento (79) e (82), tem-se:

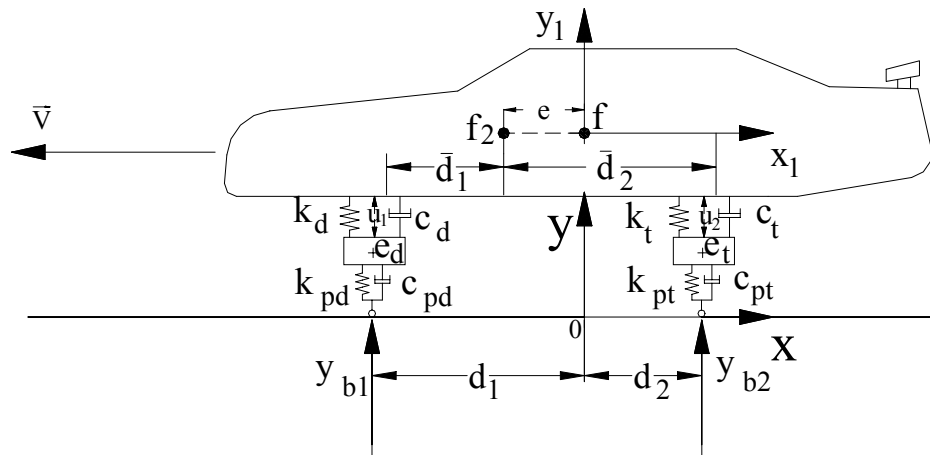


Figura 30 – Translação do ponto f para f2.

$$m_{ed} \ddot{y}_{ed} + (k_{pd} + k_d) y_{ed} + (c_{pd} + c_d) \dot{y}_{ed} - k_d y_f - c_d \dot{y}_f + k_d \bar{d}_1 \theta_f + c_d \bar{d}_1 \dot{\theta}_f = k_{pd} y_{b1} + c_{pd} \dot{y}_{b1} \quad (91)$$

$$m_{et} \ddot{y}_{et} + (k_{pt} + k_t) y_{et} + (c_{pt} + c_t) \dot{y}_{et} - k_t y_f - c_t \dot{y}_f - k_t \bar{d}_2 \theta_f - c_t \bar{d}_2 \dot{\theta}_f = k_{pt} y_{b2} + c_{pt} \dot{y}_{b2} \quad (92)$$

$$m_f \ddot{y}_f - c_d \dot{y}_{ed} - c_t \dot{y}_{et} + (c_d + c_t) \dot{y}_f - (c_d \bar{d}_1 - c_t \bar{d}_2) \dot{\theta}_f - k_d y_{ed} - k_t y_{et} + (k_d + k_t) y_f - (k_d \bar{d}_1 - k_t \bar{d}_2) \theta_f - m_f \ddot{\theta}_f e = 0 \quad (93)$$

$$J_{fzz} \ddot{\theta}_f + c_d \bar{d}_1 \dot{y}_{ed} - c_t \bar{d}_2 \dot{y}_{et} - (c_d \bar{d}_1 - c_t \bar{d}_2) \dot{y}_f + (c_d \bar{d}_1^2 + c_t \bar{d}_2^2) \dot{\theta}_f + k_d \bar{d}_1 y_{ed} - k_t \bar{d}_2 y_{et} - (k_d \bar{d}_1 - k_t \bar{d}_2) y_f + (k_d \bar{d}_1^2 + k_t \bar{d}_2^2) \theta_f - m_f \ddot{y}_f e = 0 \quad (94)$$

Na forma matricial, as equações (91), (92), (93) e (94) fornecem:

$$\begin{bmatrix} m_{ed} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{et} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_f & -m_f e \\ 0 & 0 & -m_f e & I_{fzz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y}_{ed} \\ \ddot{y}_{et} \\ \ddot{y}_f \\ \ddot{\theta}_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (c_{pd} + c_d) & 0 & -c_d & c_d \bar{d}_1 \\ 0 & (c_{pt} + c_t) & -c_t & -c_t \bar{d}_2 \\ -c_d & -c_t & (c_d + c_t) & -(c_d \bar{d}_1 - c_t \bar{d}_2) \\ c_d \bar{d}_1 & -c_t \bar{d}_2 & -(c_d \bar{d}_1 - c_t \bar{d}_2) & (c_d \bar{d}_1^2 + c_t \bar{d}_2^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}_{ed} \\ \dot{y}_{et} \\ \dot{y}_f \\ \dot{\theta}_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (k_{pd} + k_d) & 0 & -k_d & k_d \bar{d}_1 \\ 0 & (k_{pt} + k_t) & -k_t & -k_t \bar{d}_2 \\ -k_d & -k_t & (k_d + k_t) & -(k_d \bar{d}_1 - k_t \bar{d}_2) \\ k_d \bar{d}_1 & -k_t \bar{d}_2 & -(k_d \bar{d}_1 - k_t \bar{d}_2) & (k_d \bar{d}_1^2 + k_t \bar{d}_2^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{ed} \\ y_{et} \\ y_f \\ \theta_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{pd} & 0 & c_{pd} & 0 \\ 0 & k_{pt} & 0 & c_{pt} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{b1} \\ y_{b2} \\ \dot{y}_{b1} \\ \dot{y}_{b2} \end{bmatrix} \quad (95)$$

Assim, pode ser possível encontrar o melhor ponto para se posicionar o banco do motorista dentro do veículo.

## 5.6 ADAPTAÇÃO PARA SUSPENSÃO ATIVA

O sistema de suspensão ativa, estudado neste trabalho, utiliza a lei de controle “Ótimo Linear Quadrado” ou LQR que é uma estratégia simples comparada ao controle adaptativo (Picado, 1998) e que representa o desempenho ótimo a ser encontrado para o desempenho do veículo, servindo de referência para um caso real.

Para que os atuadores ativos possam ser implementados em lugar dos elementos passivos da suspensão, inicialmente as equações de movimento para cada parte do modelo devem ser representadas em função das forças dos pneus e das suspensões, isto é,  $F_{pd}$ ,  $F_{pt}$ ,  $F_d$  e  $F_t$ , conforme diagramas de blocos das Figura 26, Figura 27, Figura 28 e Figura 29.

Assim, considerando a rigidez  $k_{pd}$  e o amortecimento  $c_{pd}$  da roda dianteira, tem-se que a componente  $F_{pd}$  é dada por:

$$F_{pd} = k_{pd}\Delta_{pd} + c_{pd}\dot{\Delta}_{pd} \quad (96)$$

onde  $\Delta_{pd}$  representa o deslocamento relativo do pneu dianteiro em relação à estrada, isto é, é a diferença entre o vetor de posição do ponto de contato do pneu com a via e o vetor de posição do eixo dianteiro. De forma mais explícita, tem-se;

$$F_{pd} = k_{pd}(y_{b1} - y_{ed}) + c_{pd}(\dot{y}_{b1} - \dot{y}_{ed}) \quad (97)$$

Do mesmo modo para o pneu traseiro e para as suspensões do veículo, as expressões das forças são apresentadas nas equações (98), (99) e (100).

$$F_{pt} = k_{pt}(y_{b2} - y_{et}) + c_{pt}(\dot{y}_{b2} - \dot{y}_{et}) \quad (98)$$

$$F_d = k_d(d_1\theta_f - y_f + y_{ed}) + c_d(d_1\dot{\theta}_f - \dot{y}_f + \dot{y}_{ed}) \quad (99)$$

$$F_t = k_t(-d_2\theta_f + y_{et} - y_f) + c_t(-d_2\dot{\theta}_f + \dot{y}_{et} - \dot{y}_f) \quad (100)$$

Considerando o somatório das forças e momentos de reação atuantes em cada corpo do modelo, conforme 2ª Lei de Newton, obtém-se a matriz:

$$[M]\{\ddot{y}\} = \begin{Bmatrix} -F_d + F_{pd} - m_{ed}g \\ -F_t + F_{pt} - m_{et}g \\ F_d + F_t - m_f g \\ -F_d d_1 + F_t d_2 \end{Bmatrix} \quad (101)$$

Para a posição de equilíbrio considera-se deslocamento nulo, uma vez que se levou em conta a aceleração da gravidade na obtenção do equacionamento dinâmico. Então, considerando o lado direito da equação acima igual a zero, obtém-se as cargas estáticas:

$$F_{pdest} = \frac{m_f g d_2}{d_1 + d_2} + m_{ed}g \quad (102)$$

$$F_{ptest} = \frac{m_f g d_1}{d_1 + d_2} + m_{et}g \quad (103)$$

$$F_{dest} = F_{pdest} - m_{ed}g \quad (104)$$

$$F_{\text{test}} = F_{\text{ptest}} - m_{\text{et}} \mathbf{g} \quad (105)$$

Essas expressões serão usadas em cálculos posteriores, a saber, para a ponderação das forças de contato das rodas dianteira e traseira.

Segundo Alves (1997), para que o equacionamento do sistema ativo seja obtido a partir do modelo passivo, a força exercida pelo atuador dianteiro,  $u_1$ , deve substituir a força da suspensão dianteira e, do mesmo modo, a força do atuador  $u_2$  com relação à suspensão traseira. Assim, tem-se:

$$u_1 = F_d \quad (106)$$

$$u_2 = F_t \quad (107)$$

Considerando a equação das reações dinâmicas, equação (101), e utilizando  $u_1$  e  $u_2$  ao invés de  $F_d$  e  $F_t$ , obtém-se:

$$[M]\{\ddot{\mathbf{y}}\} = \begin{Bmatrix} -u_1 + F_{\text{pd}} - m_{\text{ed}}\mathbf{g} \\ -u_2 + F_{\text{pt}} - m_{\text{et}}\mathbf{g} \\ u_1 + u_2 - m_f\mathbf{g} \\ -u_1d_1 + u_2d_2 \end{Bmatrix} \quad (108)$$

Definindo o vetor dos controladores ativos  $u_1$  e  $u_2$  como segue:

$$\{\mathbf{u}\} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (109)$$

Substituindo no lado direito as expressões das forças  $F_{\text{pd}}$  e  $F_{\text{pt}}$  exercidas pelos pneus dianteiro e traseiro dadas pelas equações (97) e (98), na equação (84) e representando-se a mesma em termos das matrizes de massa, rigidez e amortecimento e das matrizes  $[F]_1$  e  $[H]$  que multiplicam os vetores de excitação,  $\{\omega\}$ , e do controlador ativo,  $\{\mathbf{u}\}$ , respectivamente, encontra-se uma nova equação característica para representar o sistema ativo:

$$[M]_1\{\ddot{\mathbf{y}}\} + [C]_1\{\dot{\mathbf{y}}\} + [K]_1\{\mathbf{y}\} = [F]_1\{\omega\} + [H]\{\mathbf{u}\} \quad (110)$$

onde:

$$[H] = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 1 & 1 \\ -d_1 & d_2 \end{bmatrix} \quad (111)$$

Para essa equação característica as matrizes  $[M]_1$  e  $[F]_1$  são as mesmas obtidas no sistema passivo dadas pelas expressões (87) e (90). E as matrizes  $[C]_1$  e  $[K]_1$  são obtidas das equações (88) e (89) fazendo  $k_d$ ,  $k_t$ ,  $c_d$  e  $c_t$  nulos pois os atuadores ativos atuam sozinhos e não em paralelo com os elementos passivos. Assim, tem-se que:

$$[C]_1 = \begin{bmatrix} c_{pd} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{pt} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (112)$$

$$[K]_1 = \begin{bmatrix} k_{pd} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{pt} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (113)$$

A análise, simulação e otimização do sistema ativo requer que a sua equação de movimento seja representada na forma de espaço de estados, isto significa, que o sistema de equação é de segunda ordem, deve ser reduzido a um sistema de primeira. Então as coordenadas generalizadas do modelo e suas derivadas de primeira ordem, isto é, as variáveis de posição e velocidade do sistema são definidas como novas variáveis chamadas de variáveis de estado. Deste modo a equação de estado é dada por:

$$\{\dot{x}\} = [A]\{x\} + [B]\{u\} + [L]\{\omega\} \quad (114)$$

onde as matrizes  $[A]$ ,  $[B]$  e  $[L]$  e o vetor de estado  $\{x\}$  são determinados abaixo:

$$[A] = \begin{bmatrix} [0]_{4 \times 4} & [I]_{4 \times 4} \\ -[M]_1^{-1}[K]_1 & -[M]_1^{-1}[C]_1 \end{bmatrix} \quad (115)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} [0]_{4 \times 2} \\ [M]_1^{-1}[H] \end{bmatrix} \quad (116)$$

$$[L] = \begin{bmatrix} [0]_{4 \times 4} \\ [M]_1^{-1} [F]_1 \end{bmatrix} \quad (117)$$

$$[x] = [y_{ed} \quad y_{et} \quad y_f \quad \theta_f \quad \dot{y}_{ed} \quad \dot{y}_{et} \quad \dot{y}_f \quad \dot{\theta}_f]^T \quad (118)$$

## 5.7 PROBLEMA DE CONTROLE ÓTIMO

Em um sistema com realimentação de estado completa, deve-se ter:

$$\{y\}_2 = [C]_2 \{x\} \quad (119)$$

sendo  $[C]_2$  uma matriz identidade  $8 \times 8$ .

Considerando a lei de controle para os atuadores ativos  $u_1$  e  $u_2$  baseada na realimentação dos estados do sistema através de uma matriz de ganho  $[K]_2$ , tem-se:

$$\{u\} = -[K]_2 \{x\} \quad (120)$$

onde:

$$[K]_2 = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & K_{15} & K_{16} & K_{17} & K_{18} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} & K_{25} & K_{26} & K_{27} & K_{28} \end{bmatrix} \quad (121)$$

O processo de otimização consiste na obtenção dessa lei de controle de modo que uma função custo do tipo integral quadrática seja minimizada:

$$J(u) = \int_{t_0}^{t_f} (\{x\}^T [Q] \{x\} + 2\{x\}^T [N] \{u\} + \{u\}^T [R] \{u\}) dt \quad (122)$$

onde  $[Q]$  é uma matriz positiva definida (ou semi-definida) que representa a ponderação dos estados,  $[R]$  é uma matriz positiva definida de ponderação da força dos controladores  $u_1$  e  $u_2$  e  $[N]$  é uma matriz positiva definida que representa a ponderação dos elementos cruzados, isto é, das variáveis de estado e da força controle.



Isto quer dizer que para um aumento em um elemento da diagonal da matriz  $[Q]$  correspondente a certa variável de estado, tem-se que essa variável terá seu valor máximo diminuído, ou seja, quanto maior o valor desse elemento da matriz, maior será a ponderação sobre a variável correspondente. O que se aplica também à matriz de ponderação  $[R]$  da força de controle. Para os elementos fora da diagonal das matrizes  $[Q]$  e  $[R]$  e para os elementos da matriz  $[N]$ , o efeito da variação dos seus valores não é tão direto, pois a ponderação será do produto de duas variáveis de estado ou do cruzamento entre variáveis de estado e força de controle (Alves, 1997 e Ogata, 1998).

Da teoria de controle ótimo, obtêm-se através da seguinte expressão a matriz de ganho  $[K]_2$  que minimizará a função custo:

$$[K]_2 = [R]^{-1}([N]^T + [B]^T [P]) \quad (123)$$

onde  $[P]$  é uma matriz simétrica positiva definida dada pela solução da equação de Ricatti (Ogata, 1998):

$$[P]([A] - [B][R]^{-1}[N]^T) - [P][B][R]^{-1}[B]^T [P] + [Q] - [N][R]^{-1}[N]^T + ([A]^T - [N][R]^{-1}[B]^T)[P] = 0 \quad (124)$$

Substituindo a expressão da matriz  $[K]_2$  na equação (124), tem-se a lei de controle para o atuador ativo:

$$\{u\} \{x\} = -[R]^{-1}([N]^T + [B]^T [P]) \{x\} \quad (125)$$

A equação de movimento do sistema escrita na forma de estado é então obtida substituindo a equação (120) em (114), logo:

$$\{\dot{x}\} = ([A] - [B][K]_2) \{x\} + [L] \{\omega\} \quad (126)$$

Fazendo

$$[A]_k = [A] - [B][K]_2 \quad (127)$$

tem-se:

$$\{\dot{x}\} = [A]_k \{x\} + [L]\{\omega\} \quad (128)$$

Um sistema é dito controlável se puder alterar os estados do sistema através da força de controle, tem-se assim, que para o sistema de malha fechada com realimentação de estado através da matriz de ganho, calculada acima, ser estável, é necessário antes utilizar a equação de Ricatti para verificar se o sistema é controlável ou não. Pois, caso o sistema seja não controlável, haverá estados que não poderão ser controlados através dos elementos ativos, embora esta força envolva todas variáveis de estado (Ogata, 1998).

A matriz de controlabilidade  $[W]_1$ , definida como função das matrizes  $[A]$  e  $[B]$ , é obtida pela expressão abaixo:

$$[W]_1 = \begin{bmatrix} [A][B] & [A]^2[B] & \dots & [A]^{(n-1)}[B] \end{bmatrix} \quad (129)$$

onde  $n$  representa a ordem do sistema. O sistema é então dito controlável se a matriz  $[W]_1$  tiver rank igual à ordem do vetor estado.

A segunda condição para estabilidade deste sistema de ciclo fechado é que o mesmo seja observável, isto é, se cada variável de estado puder ser determinada a partir da saída do sistema.

Utilizando o teorema que verifique a observabilidade do sistema através da construção de uma matriz de observabilidade  $[W]_2$ , tem-se:

$$[W]_2 = \begin{bmatrix} [C]_2 & [A]^T [C] & ([A]^T)^2 [C]_2 & \dots & ([A]^T)^{(n-1)} [C]_2 \end{bmatrix} \quad (130)$$

O sistema é então dito observável se a matriz  $[W]_2$  tiver rank igual à ordem do vetor estado.

Verificando, então, a controlabilidade e observabilidade do sistema, considera-se os dados numéricos do sistema os quais foram dados em (Neto, 2000):

$$d_1 = 0,847(\text{m}); \quad d_2 = 1,513(\text{m});$$

$$k_{pd} = 134099(\text{N/m}); \quad k_{pt} = 134099(\text{N/m}); \quad c_{pd} = 700(\text{Ns/m}); \quad c_{pt} = 700(\text{Ns/m});$$

$$k_d = 18780 \text{ (N/m)}; \quad c_d = 713 \text{ (Ns/m)};$$

$$k_t = 45871 \text{ (N/m)} \quad c_t = 815 \text{ (Ns/m)}$$

$$m_{ed} = 30,6 \text{ (kg)}; \quad m_{et} = 30,0 \text{ (kg)}; \quad m_f = 978/2 \text{ (kg)}; \quad I_{fzz} = 2100/2 \text{ (kg.m}^2\text{)}.$$

Substituindo suas matrizes  $[A]$  e  $[B]$  e os valores numéricos, o rank de  $[W]_1$  é igual a oito. Logo, o modelo é controlável, pois a ordem do vetor de estado é 8. Verificando agora a observabilidade do sistema substituindo as matrizes  $[A]$  e  $[C]_2$  e os valores numéricos na equação (130), tem-se que o seu rank é igual a oito. O sistema considerado é então também observável. Logo, todos os estados do sistema são estabilizados através da matriz de ganho obtida pela equação de Ricatti e o sistema pode ser otimizado para as matrizes de ponderação consideradas.

As matrizes de ponderação adotadas são obtidas a partir das restrições impostas ao sistema que devem ser minimizadas de modo a se ter o comportamento desejado. Os parâmetros que servem de medida dessas restrições são então representados através de um vetor que multiplica as variáveis de estado e/ou a força dos controladores ativos. As matrizes de ponderação são então obtidas multiplicando-se a transposta deste vetor por ele próprio, pois a ponderação na função custo é na forma quadrática.

O primeiro fator a ser ponderado é o conforto do motorista. Tem-se que a aceleração vertical do corpo principal serve como medida indireta de desconforto sendo então utilizado como parâmetro a ser ponderado. Como as variáveis de estado são as coordenadas generalizadas de posição e velocidade, a representação deste parâmetro de ponderação  $\ddot{y}_f$  é feita através de um vetor que multiplica a derivada de primeira ordem do vetor de estado.

$$[P]_{\ddot{y}_f} = \ddot{y}_f = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \vdots \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0] \{\dot{x}\}^T \quad (131)$$

$$[P]_{\ddot{y}_f} = \{c\}_{\ddot{y}_f} \{\dot{x}\} \quad (132)$$

onde

$$\{c\}_{\ddot{y}_f} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \vdots \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0] \quad (133)$$

$$\{\dot{x}\}^T = [\dot{y}_{ed} \quad \dot{y}_{et} \quad \dot{y}_f \quad \dot{\theta}_f \quad \ddot{y}_{ed} \quad \ddot{y}_{et} \quad \ddot{y}_f \quad \ddot{\theta}_f]^T \quad (134)$$

Conforme a equação (122), as ponderações na função custo são da forma quadrática, assim as matrizes são obtidas fazendo-se:

$$[P]_{\ddot{y}_f}^2 = \{\dot{x}\}^T \{c\}_{\ddot{y}_f}^T \{c\}_{\ddot{y}_f} \{\dot{x}\} \quad (135)$$

Como as ponderações são entre as variáveis de estado e o controlador ativo, torna-se necessário eliminar a derivada do vetor de estado na equação acima. Substituindo-se a expressão (114) sem o termo de excitação:

$$\{\dot{x}\} = [A]\{x\} + [B]\{u\} \quad (136)$$

Assim,

$$[P]_{\ddot{y}_f}^2 = ([A]\{x\} + [B]\{u\})^T \{c\}_{\ddot{y}_f}^T \{c\}_{\ddot{y}_f} ([A]\{x\} + [B]\{u\}) \quad (137)$$

Utilizando a propriedade da transposta do produto de matrizes:

$$[P]_{\ddot{y}_f}^2 = (\{x\}^T [A]^T + \{u\}^T [B]^T) \{c\}_{\ddot{y}_f}^T \{c\}_{\ddot{y}_f} ([A]\{x\} + [B]\{u\}) \quad (138)$$

Efetuando os produtos:

$$[P]_{\ddot{y}_f}^2 = \{x\}^T [A]^T \{c\}_{\ddot{y}_f}^T \{c\}_{\ddot{y}_f} [A]\{x\} + \{x\}^T [A]^T \{c\}_{\ddot{y}_f}^T \{c\}_{\ddot{y}_f} [B]\{u\} + \{u\}^T [B]^T \{c\}_{\ddot{y}_f}^T \{c\}_{\ddot{y}_f} [A]\{x\} + \{u\}^T [B]^T \{c\}_{\ddot{y}_f}^T \{c\}_{\ddot{y}_f} [B]\{u\} \quad (139)$$

Fazendo

$$[Q]_{\ddot{y}_f} = [A]^T \{c\}_{\ddot{y}_f}^T \{c\}_{\ddot{y}_f} [A] \quad (140)$$

$$[N]_{\ddot{y}_f} = [A]^T \{c\}_{\ddot{y}_f}^T \{c\}_{\ddot{y}_f} [B] \quad (141)$$

$$[R]_{\ddot{y}_f} = [B]^T \{c\}_{\ddot{y}_f}^T \{c\}_{\ddot{y}_f} [B] \quad (142)$$

Tem-se:

$$[P]_{\ddot{y}_f}^p = \{x\}^T [Q]_{\ddot{y}_f} \{x\} + \{x\}^T [N]_{\ddot{y}_f} \{u\} + \{u\}^T [N]_{\ddot{y}_f}^T \{x\} + [u]^T [R]_{\ddot{y}_f} \{u\} \quad (143)$$

As matrizes de ponderação da aceleração vertical do corpo principal são obtidas substituindo-se as matrizes [A] e [B] dadas pelas equações (115) e (116) e o vetor  $\{c\}_{\ddot{y}_f}$  dado pela equação (133), nas equações (140), (141) e (142).

Com a ponderação da aceleração vertical do corpo principal, a mesma é então minimizada, implicando num aumento do conforto do veículo. Isto ocorre em suspensões com pequena rigidez, pois se tem grandes deflexões da mola, como é o caso de suspensões de carros de luxo (Paré, 1998; Simon e Ahmadian, 2001). Porém, considerando somente esta ponderação, a otimização levará a um sistema que possua pequena rigidez ocasionando deflexões muito grandes da suspensão. Sendo assim, é necessário considerar essas deflexões nas ponderações da função custo. Isto é feito através da ponderação do espaço de trabalho da suspensão. Então, considerando as componentes  $(y_{ed} - (y_f - d_1 \theta_f))$  e  $((y_{et} - (y_f + d_2 \theta_f)))$  das equações (97) e (98), tem-se as expressões para estas ponderações, dadas por:

$$[P]_{ETd} = y_{ed} - (y_f - d_1 \theta_f) \quad (144)$$

$$[P]_{ETt} = y_{et} - (y_f + d_2 \theta_f) \quad (145)$$

Como está expressão é função dos estados  $y_{ed}$ ,  $y_f$  e  $\theta_f$ , pode-se então representar esta ponderação através de um vetor que multiplica o vetor de estado, logo:

$$[P]_{ETd} = [1 \quad -1 \quad d_1 \quad 0 \quad \vdots \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \{x\} \quad (146)$$

$$[P]_{ETt} = [0 \quad 1 \quad -1 \quad -d_2 \quad \vdots \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \{x\} \quad (147)$$

Fazendo:

$$\{c\}_{ETd} = [1 \quad -1 \quad d_1 \quad 0 \quad \vdots \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \quad (148)$$

$$\{c\}_{ETt} = [0 \quad 1 \quad -1 \quad -d_2 \quad \vdots \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \quad (149)$$

Tem-se:



$$[Q]_{ETt} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -d_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & d_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -d_2 & d_2 & d_2^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (159)$$

Além dos fatores de conforto do motorista e espaço de trabalho da suspensão, é também necessário levar em consideração a segurança do veículo. Conforme feito anteriormente, este fator deve ser representado através de um parâmetro que sirva de medida para que sua matriz de ponderação possa ser obtida a partir dele. Este parâmetro é representado pela variação dinâmica das forças de contato dos pneus dianteiro e traseiro com a via (Elmadany e Abdujubar, 1991). A sua ponderação fará com que essas variações sejam minimizadas. Isto forçará o sistema a se tornar mais estável e conseqüentemente mais seguro. Considerando as forças de contato dos pneus dianteiro e traseiro, obtém-se as expressões das ponderações a partir das equações (97) e (98) sem o termo de excitação, ou seja, para o sistema não excitado.

$$[P]_{f_{pd}} = -k_{pd}y_{ed} - c_{pd}\dot{y}_{ed} \quad (160)$$

$$[P]_{f_{pt}} = -k_{pt}y_{et} - c_{pt}\dot{y}_{et} \quad (161)$$

Escrevendo esta expressão como um produto entre um vetor e o vetor de estado, tem-se:

$$[P]_{f_{pd}} = [-k_{pd} \ 0 \ 0 \ 0 \ \vdots \ -c_{pd} \ 0 \ 0 \ 0]\{x\} \quad (162)$$

$$[P]_{f_{pt}} = [0 \ -k_{pt} \ 0 \ 0 \ \vdots \ 0 \ -c_{pt} \ 0 \ 0]\{x\} \quad (163)$$

Chamando o vetor que multiplica as variáveis de estado de  $\{c\}_{f_{pd}}$ , ou seja:

$$\{c\}_{f_{pd}} = [-k_{pd} \ 0 \ 0 \ 0 \ \vdots \ -c_{pd} \ 0 \ 0 \ 0] \quad (164)$$

$$\{c\}_{f_{pt}} = [0 \ -k_{pt} \ 0 \ 0 \ \vdots \ 0 \ -c_{pt} \ 0 \ 0] \quad (165)$$

Tem-se,

$$[P]_{f_{pd}} = \{c\}_{f_{pd}} \{x\} \quad (166)$$

$$[P]_{f_{pt}} = \{c\}_{f_{pt}} \{x\} \quad (167)$$

De modo análogo à obtenção das matrizes de ponderação anteriores, representa-se a equação de ponderação de  $[P]_{f_{pd}}$  na forma quadrática:

$$[P]_{f_{pd}}^2 = \{x\}^T \{c\}_{f_{pd}}^T \{c\}_{f_{pd}} \{x\} \quad (168)$$

$$[P]_{f_{pt}}^2 = \{x\}^T \{c\}_{f_{pt}}^T \{c\}_{f_{pt}} \{x\} \quad (169)$$

A matriz de ponderação é então dada pelo produto entre o transposto do vetor  $\{c\}_{f_{pd}}$  e o próprio vetor. Chama-se esta matriz de  $[Q]_{f_{pd}}$  :

$$[Q]_{f_{pd}} = \{c\}_{f_{pd}}^T \{c\}_{f_{pd}} \quad (170)$$

$$[Q]_{f_{pt}} = \{c\}_{f_{pt}}^T \{c\}_{f_{pt}} \quad (171)$$

Assim, substituindo a equações (171) em (169), tem-se:

$$[P]_{f_{pd}}^2 = \{x\}^T [Q]_{f_{pd}} \{x\} \quad (172)$$

$$[P]_{f_{pt}}^2 = \{x\}^T [Q]_{f_{pt}} \{x\} \quad (173)$$

Substituindo os vetores  $\{c\}_{f_{pd}}$  e  $\{c\}_{f_{pt}}$  dado por (165), tem-se as matrizes de ponderação dadas por:



$$[Q]_{f_{pd}} = \begin{bmatrix} k_{pd}^2 & 0 & 0 & 0 & k_{pd}c_{pd} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{pd}c_{pd} & 0 & 0 & 0 & c_{pd}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (174)$$

$$[Q]_{f_{pt}} = \begin{bmatrix} 0 & k_{pt}^2 & 0 & 0 & 0 & k_{pt}c_{pt} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{pt}c_{pt} & 0 & 0 & 0 & c_{pt}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (175)$$

Após a obtenção dos fatores representativos do conforto e da segurança do veículo, falta ainda ponderar a energia dos controladores ativo introduzidos no sistema, a qual permitirá a realização do controle. Considerando-se novamente a ponderação quadrática tem-se para  $u_1$  e  $u_2$ :

$$[P]_u = u_1^2 + u_2^2 \quad (176)$$

Representando matricialmente considerando a equação (109):

$$[P]_u = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (177)$$

$$[P]_u = \{u\}^T [R]_u \{u\} \quad (178)$$

onde

$$[R]_u = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (179)$$

Para consideração de todas as ponderações simultaneamente, são utilizadas na função custo as matrizes obtidas a partir da soma de todas as matrizes de ponderação dadas acima. Chamando essas matrizes de  $[Q]_{\text{tot}}$ ,  $[N]_{\text{tot}}$  e  $[R]_{\text{tot}}$ , tem-se:

$$[Q]_{\text{tot}} = [Q]_{\ddot{y}_f} + [Q]_{\text{ETd}} + [Q]_{\text{ETt}} + [Q]_{f_{\text{pd}}} + [Q]_{f_{\text{pt}}} \quad (180)$$

$$[N]_{\text{tot}} = [N]_{\ddot{y}_f} \quad (181)$$

$$[R]_{\text{tot}} = [R]_{\ddot{y}_f} + [R]_{\text{u}} \quad (182)$$

Segundo Alves, 1997, devido ao fato das matrizes de ponderação possuírem ordem de grandeza bastante diferentes, as mesmas devem ser normalizadas. Pois, quando se substitui os valores observa-se que a matriz  $[Q]_{\ddot{y}_f}$  possui ordem de  $10^1$  enquanto que as matrizes  $[Q]_{f_{\text{pd}}}$  e  $[Q]_{f_{\text{pt}}}$  possuem ordem de  $10^4$ , o que inviabiliza a soma das mesmas. Assim, os vetores representativos das restrições impostas ao sistema serão normalizados de modo a possuírem, na medida do possível, a mesma ordem de grandeza.

Para a aceleração do corpo principal, utilizada como medida de conforto do veículo, normaliza-se o vetor  $\{c\}_{\ddot{y}_f}$  dividindo-o pela aceleração da gravidade e o substitui nas expressões de  $[Q]_{\ddot{y}_f}$ ,  $[N]_{\ddot{y}_f}$  e  $[R]_{\ddot{y}_f}$  dadas pelas equações (140), (141) e (142). Assim, tem-se:

$$[\bar{Q}]_{\ddot{y}_f} = \frac{p_{\ddot{y}_f}}{g^2} [Q]_{\ddot{y}_f} \quad (183)$$

$$[\bar{N}]_{\ddot{y}_f} = \frac{p_{\ddot{y}_f}}{g^2} [N]_{\ddot{y}_f} \quad (184)$$

$$[\bar{R}]_{\ddot{y}_f} = \frac{p_{\ddot{y}_f}}{g^2} [R]_{\ddot{y}_f} \quad (185)$$

onde  $g$  é a aceleração da gravidade e  $p_{\ddot{y}_f}$  o coeficiente de peso utilizado para variação da ponderação da aceleração  $\ddot{y}_f$  na otimização do sistema.

Considerando que uma suspensão veicular convencional possui um espaço de trabalho máximo de 18 (cm), normaliza-se os vetores  $\{c\}_{ETd}$  e  $\{c\}_{ETt}$  dados por (148) e (149) dividindo-os por esse valor. Então, os substitui nas equações de  $[Q]_{ETd}$  e  $[Q]_{ETt}$  dadas por (154) e (155). Assim, tem-se:

$$[\bar{Q}]_{ETd} = \frac{p_{ETd}}{sm^2} [Q]_{ETd} \quad (186)$$

$$[\bar{Q}]_{ETt} = \frac{p_{ETt}}{sm^2} [Q]_{ETt} \quad (187)$$

onde  $p_{ETd}$  e  $p_{ETt}$  é utilizado para variação da ponderação do espaço de trabalho da suspensão e  $sm$  é o valor máximo do deslocamento da suspensão.

Considerando, agora, a variação das forças de contato dos pneus dianteiro e traseiro utilizadas como medida de segurança do veículo, normaliza-se os vetores  $\{c\}_{f_{pd}}$  e  $\{c\}_{f_{pt}}$ , dados pelas equações (164) e (165), dividindo-os pelas cargas estáticas  $F_{pdest}$ , equação (102) e  $F_{ptest}$  equação (103), respectivamente. Assim, substituindo-se estes vetores nas equações (170) e (171), tem-se:

$$[\bar{Q}]_{f_{pd}} = \frac{p_{f_{pd}}}{F_{pd}^2} [Q]_{f_{pd}} \quad (188)$$

$$[\bar{Q}]_{f_{pt}} = \frac{p_{f_{pt}}}{F_{pt}^2} [Q]_{f_{pt}} \quad (189)$$

onde  $p_{f_{pd}}$  e  $p_{f_{pt}}$  são os parâmetros de peso.

Na ponderação da força dos controladores ativos também são inseridos seus fatores de peso, que representam indiretamente a energia necessária ao funcionamento dos mesmos. Então:

$$[R]_u = p_u [I] \quad (190)$$

O fator de peso  $p_u$  foi escolhido como sendo igual a  $10^{-6}$ , o que leva o controle a ter níveis de energia e forças geradas da mesma ordem de grandeza das inerentes ao sistema passivo. E também, este valor é compatível com aqueles utilizados por Quelati e Sankar (1992), e Li e Nagai (1999).

Considerando todas as ponderações juntas obtêm-se as matrizes  $[Q]_{Tot}$ ,  $[N]_{Tot}$  e  $[R]_{Tot}$  dadas pela soma de todas as matrizes de ponderação de acordo as equações (180), (181) e (182). Assim, já é possível se proceder à simulação do sistema ativo.

## CAPÍTULO 6

### MODELAGEM MATEMÁTICA - II

#### 6.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo é apresentada as transformações necessárias no equacionamento obtido para o sistema passivo, discutidas no capítulo anterior, para se obter as equações do sistema semi-ativo.

Inicialmente é dada a definição de amortecedores semi-ativos, o qual de acordo dado por Alves (1997), são elementos que geram uma força passiva modulada continuamente segundo uma lei de controle com uma pequena quantidade de energia externa. O amortecedor semi-ativo se comporta como um controlador ativo quando a ação de controle requer uma dissipação de energia. Caso a ação de controle necessite de um fornecimento de energia, o controlador responde com força nula.

#### 6.2 SUSPENSÃO SEMI-ATIVA

O conceito de suspensões semi-ativas foi introduzido primeiramente por D. Karnopp, M. J. Crosby e R. A. Harwood em 1974, usando um modelo de  $\frac{1}{4}$  de veículo, onde a idéia era modular as forças geradas no amortecedor usando controle realimentado, ou feedback control, e uma pequena quantidade de energia externa. Sankar e Queslati (1992), estudaram este tipo de controle para modelos planos de  $\frac{1}{4}$  e  $\frac{1}{2}$  de veículo. No modelo de metade do veículo as forças geradas pelos amortecedores dianteiro e traseiras são dadas pelas equações:

$$F_d = \begin{cases} u_1, & (\dot{y}_f + \dot{\theta}_f d_1)(\dot{y}_f - \dot{y}_{ed} + \dot{\theta}_f d_1) > 0, \\ 0, & (\dot{y}_f + \dot{\theta}_f d_1)(\dot{y}_f - \dot{y}_{ed} + \dot{\theta}_f d_1) < 0. \end{cases} \quad (191)$$

$$F_t = \begin{cases} u_2, & (\dot{y}_f - \dot{\theta}_f d_2)(\dot{y}_f - \dot{y}_{et} - \dot{\theta}_f d_2) > 0, \\ 0, & (\dot{y}_f - \dot{\theta}_f d_2)(\dot{y}_f - \dot{y}_{et} - \dot{\theta}_f d_2) < 0. \end{cases} \quad (192)$$

onde  $F_d$  e  $F_t$  são as forças dos amortecedores dianteiro e traseiro, respectivamente; e  $u_1$  e  $u_2$  são as magnitudes das forças dos amortecedores definidas para o sistema de suspensão ativa na equação (109) e tendo somente  $c_d$  e  $c_t$  nulos como na equação (112).

Para o caso especial de  $(\dot{y}_f + \dot{\theta}_f d_1)$  ser igual a zero, Queslati e Sankar (1994), observaram que deve-se ter  $F_d$  nulo; e quando  $(\dot{y}_f + \dot{\theta}_f d_1)$  for diferente de zero, mas  $(\dot{y}_f - \dot{y}_{ed} + \dot{\theta}_f d_1)$  for nulo, o sistema não deverá funcionar se a força  $F_d$  for maior que a força de travamento (resistência da estrutura quando chega no fim de curso do amortecedor). Esta análise é similar para a suspensão traseira. Isto quer dizer que quando as massas da carroceria e do eixo dianteiro (e/ou traseiro) estão subindo, a segunda em encontro à primeira, a constante de amortecimento deve ser idealmente zero para não amplificar a força transmitida à carroceria. Devido a limitações físicas de um amortecedor real, um coeficiente de amortecimento nulo é impraticável, sendo, então, usável um coeficiente de amortecimento mínimo. No caso oposto, quando a massa da carroceria estiver descendo e as duas massas (carroceria e eixo dianteiro – ou traseiro) estiverem se aproximando, o controle de posição, com o modelo skyhook, chama idealmente uma constante de amortecimento infinita. Porém, uma constante de amortecimento infinita é impraticável, e o coeficiente de amortecimento ajustável é selecionado no máximo. No caso de um sistema de suspensão semi-ativa continuamente variável o desempenho é comparável ao de uma suspensão ativa, pois possui vários estágios de amortecimento (Queslati e Sankar, 1994).

Neste trabalho um controle semi-ativo empregando controladores continuamente variáveis para amortecedores magneto reológico, MR, é utilizado, como mostra a Figura 31. Para isso, faz-se uso das curvas de comportamento de um amortecedor MR empregado em controle de vibrações, para várias faixas de corrente, Figura 31, donde se obtém por interpolação a equação que relaciona Força com velocidade, como dado no capítulo 3, para as várias correntes admitidas.

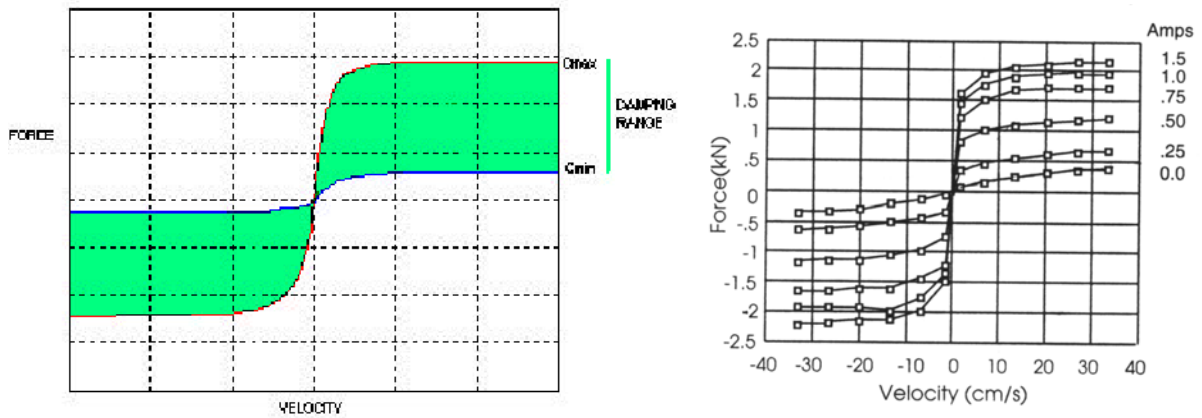


Figura 31 – Curva característica de um Amortecedor Magneto – reológico Automotivo – (Milecki, 2001).

O processo de interpolação se deu da seguinte forma:

1º obteve-se um vetor de coordenadas xy dos pontos representativos de cada curva do amortecedor MR;

2º obteve-se o polinômio de cada vetor utilizando a função polyfit do Matlab®, encontrando a equação do coeficiente de amortecimento variável;

3º usando a função polyval encontrou-se a expressão que relaciona a Força de amortecimento com a velocidade relativa entre carroceria e eixos (d e t);

Os arquivos contendo as rotinas, os vetores e as expressões usadas se encontram no Apêndice1.

Os polinômios utilizados foram de sexta ordem, obtidos por interpolação via Matlab®, cujos valores, para cada curva de corrente, isto é, as curvas de 0,0(A), 0,25(A), 0,5(A), 0,75(A), 1,0(A) e 1,5(A), são dados abaixo:

Ramo inferior:

$$\{P\}_{0,00(A)} = [0,0000 \quad 0,0002 \quad 0,0139 \quad 0,3653 \quad 4,7318 \quad 41,8824 \quad 36,2873] \quad (193)$$

Ramo Superior:

$$P_{0,00(A)}=[0,0000 \ 0,0003 \ 0,0070 \ 0,0077 \ 1,9600 \ 35,4461 \ 33,0178]- \quad (194)$$

RI:

$$\{P\}_{0,25[A]}=[0,0000 \ 0,0035 \ 0,1493 \ 3,1474 \ 33,3946 \ 175,6649 \ 63,1880] \quad (195)$$

RS:

$$\{P\}_{0,25(A)}=[0,0000 \ 0,0029 \ 0,1350 \ 3,0574 \ -35,3830 \ 205,4034 \ 38,4755] \quad (196)$$

RI:

$$\{P\}_{0,50(A)}=[0,0001 \ 0,0116 \ 0,4940 \ 10,1972 \ 105,1634 \ 511,9687 \ 28,5045] \quad (197)$$

RS:

$$\{P\}_{0,50(A)}=[-0,0001 \ 0,0106 \ -0,4609 \ 9,7564 \ -103,6627 \ 520,0022 \ 110,8400] \quad (198)$$

RI:

$$\{P\}_{0,75(A)}=[0,0003 \ 0,0276 \ 1,1398 \ 22,7511 \ 224,0362 \ 999,0559 \ 50,8226] \quad (199)$$

RS:

$$\{P\}_{0,75(A)}=[0,0001 \ 0,0164 \ 0,6962 \ 14,3215 \ 147,6678 \ 723,2451 \ 235,8033] \quad (200)$$

RI:

$$\{P\}_{1,00(A)}=[0,0002 \ 0,0228 \ 0,9409 \ 18,8314 \ 188,6984 \ 897,1066 \ -154,1265] \quad (201)$$

RS:

$$\{P\}_{1,00(A)}=[-0,0002 \ 0,0199 \ -0,8681 \ 18,3827 \ -195,1823 \ 972,3647 \ 80,0263] \quad (202)$$

RI:

$$\{P\}_{1,50(A)}=[0,0002 \ 0,0218 \ 0,9260 \ 19,1302 \ 198,4687 \ 976,6036 \ -155,2950] \quad (203)$$



RS:

$$\{P\}_{1,50(A)}=1,0e(003)[-0,0000 \ 0,0000 \ -0,0010 \ 0,0214 \ -0,2240 \ 1,0883 \ 0,1198](204)$$

Nesse sistema a corrente aplicada no amortecedor é definida pela equação de controle continuamente variável, dada pela equação (205), sendo a escolha do valor de amortecimento realizada por um arranjo que identifica o valor da velocidade relativa entre a carroceria e o eixo, medida por acelerômetros, passado por um conjunto de resistências e amplificadores, que efetuam o controle, e posteriormente enviando um sinal para um amplificador de corrente que gera um sinal de corrente para a bobina do amortecedor magneto-reológico dianteiro, como esquematizado na Figura 33:

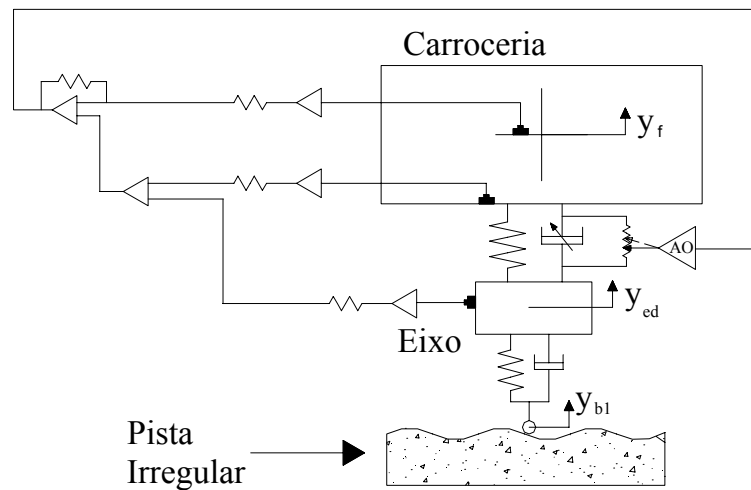


Figura 32 – Esquema de um controlador para suspensões semi-ativas.

Com isso, obtêm-se os coeficientes de amortecimento do amortecedor MR, para as varias correntes admitidas. Assim, a força gerada no amortecedor MR dianteiro é dado por:

$$F_{dMR} = \begin{cases} C_{1.50} (\dot{y}_f - \dot{y}_{ed} + \dot{\theta}_f), & \text{se } i_{AO} > 1, \\ C_{1.00} (\dot{y}_f - \dot{y}_{ed} + \dot{\theta}_f), & \text{se } 0.75 < i_{AO} < 1,00, \\ C_{0.75} (\dot{y}_f - \dot{y}_{ed} + \dot{\theta}_f), & \text{se } 0.50 < i_{AO} < 0,75, \\ C_{0.50} (\dot{y}_f - \dot{y}_{ed} + \dot{\theta}_f), & \text{se } 0.25 < i_{AO} < 0,50, \\ C_{0.25} (\dot{y}_f - \dot{y}_{ed} + \dot{\theta}_f), & \text{se } 0 < i_{AO} < 0,25, \\ C_0 (\dot{y}_f - \dot{y}_{ed} + \dot{\theta}_f), & \text{se } i_{AO} < 0,0 \end{cases} \quad (205)$$

A mesma análise se aplica também à suspensão traseira, observando somente a velocidade relativa traseira. As forças  $F_{dMR}$  e  $F_{tMR}$  são, então, substituídas na equação (114) no lugar de  $u_1$  e  $u_2$ , donde se obtém a seguinte equação:

$$\{\dot{x}\} = [A]\{x\} + [B]\{u\}_{MR} + [L]\{\omega\} \quad (206)$$

sendo:

$$\{u\}_{MR} = \begin{bmatrix} f_{dMR} \\ f_{tMR} \end{bmatrix} \quad (207)$$

Com esse sistema evita-se o aumento da aceleração do corpo principal quando as forças de mola e do amortecedor possuem a mesma direção, observada por Sankar e Queslati (1994), o que se dá em altas frequências. Os resultados da transmissibilidade de aceleração com uma suspensão semi-ativa MR se aproxima daquela de uma suspensão ativa na região de alta frequência, que é acima de 20 (Hz) (Simon and Ahmadian, 2001).

Pode-se aplicar, ainda, um sistema com o modelo de controle Skyhook semi-ativo para controle dos movimentos de translação e rotação da carroceria do veículo, principalmente. Dois coeficientes de amortecimento relativos aos controles são determinados para garantir o desempenho desejado. Os coeficientes  $c_{dSA}$  e  $c_{tSA}$  que governam os movimentos verticais são projetados dentro dos valores admitidos para amortecedores MR.

O projeto dos coeficientes  $c_{dSA}$  e  $c_{tSA}$  são realizados independentemente. Para isso o veículo é repartido ao meio, como pode ser visto na Figura 33, pois o controlador skyhook é baseado em leis de controle ótimo aplicadas a modelos de  $\frac{1}{4}$  de veículo (Barbieri, 2002).

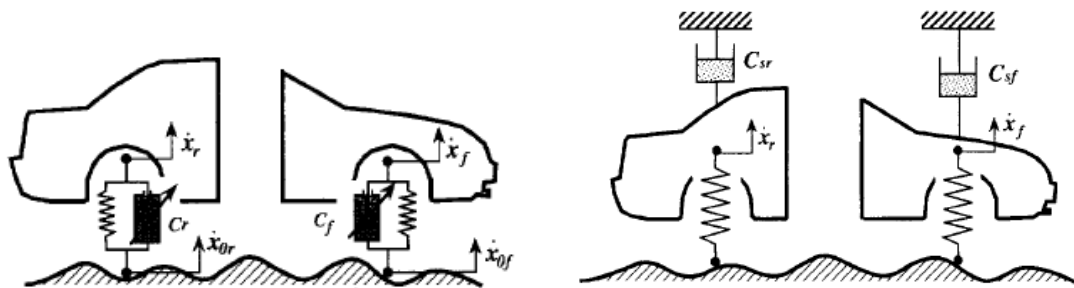


Figura 33 – (a) Modelo plano de  $\frac{1}{4}$  de Veículo (b) Controle Skyhook aplicado a  $\frac{1}{4}$  de veículo.

As forças de amortecimento dos amortecedores dianteiro e traseiro, e dos amortecedores hipotéticos deste modelo podem ser expressas como segue:

$$F_d = c_d(\dot{y}_f - \dot{y}_{ed}) \quad (208)$$

$$F_t = c_t (\dot{y}_f - \dot{y}_{et}) \quad (209)$$

$$F_{dSh} = c_{dSh} \dot{y}_f \quad (210)$$

$$F_{tSh} = c_{tSh} \dot{y}_f \quad (211)$$

Para tornar o desempenho dos amortecedores da Figura 33(a) iguais aos do sistemas Skyhook, é necessário igualar as equações correspondentes. Então, os coeficientes desejados para realização do sistema skyhook serão dados pela equação abaixo:

$$c_d = \frac{c_{dSh} \dot{y}_f}{\dot{y}_f - \dot{y}_{b1}} \quad (212)$$

$$c_t = \frac{c_{tSh} \dot{y}_f}{\dot{y}_f - \dot{y}_{b2}} \quad (213)$$

Estes coeficientes são projetados para atuar dentro de limites onde sejam positivos o que pode ser descrito como:

$$c_{d \min} \leq c_d \leq c_{d \max} \quad (214)$$

$$c_{t \min} \leq c_t \leq c_{t \max} \quad (215)$$

Com isso escolhe um ajuste do fator  $c_{dSA}$  e  $c_{tSA}$  que fornece a melhor resposta. O que para um amortecedor MR pode se considerar valores dentro da seguinte faixa:  $c_{d \min} = 5[\text{N/s/mm}]$  até  $c_{d \max} = 20[\text{N/s/mm}]$ ;

Porém, nesse trabalho só se usara o controle continuamente variável por ser mais eficaz e por ter resultados mais próximos daqueles de um sistema ativo.

## **CAPÍTULO 7**

### **MODELAGEM MATEMÁTICA - II**

#### **7.1 INTRODUÇÃO**

Neste capítulo são realizadas as simulações dos sistemas de suspensão passivo, semi-ativo MR e ativo, equacionados nos capítulos anteriores. Serão confrontadas as respostas destes sistemas e avaliadas suas eficiências e serão verificadas suas eficácias e viabilidades.

Inicialmente são fornecidas algumas explicações sobre a construção dos diagramas de bloco no Simulink® do Matlab® e sobre a construção do arquivo de entrada e saída de dados que possibilita simular tais diagramas. Depois se comenta sobre os tipos de excitações que serão utilizadas como entrada nos diagramas. Então, procede-se à simulação e obtenção das respostas dos sistemas no domínio do tempo. Para cada resposta, de cada sistema, isto é, acelerações, forças nas rodas e espaço de trabalho na suspensão, serão realizadas uma análise e avaliação, subjetiva e comparativa, de seus resultados. E finalmente é realizada uma análise no domínio da frequência para avaliar as melhores condições de conforto, já que no projeto dos veículos leva-se em conta uma faixa de frequência suportada pelo veículo e passageiro para que se obtenha o melhor desempenho (Picado, 1998).

#### **7.2 CONSTRUÇÃO DOS DIAGRAMAS DE BLOCO**

O Matab® é uma ferramenta poderosa para análise matemática de sistemas e que vem sendo cada vez mais utilizada por pesquisadores de várias áreas, tanto científicas como mercadológica. Dentro de seus pacotes matemáticos existe um que permite representar equações dinâmicas em forma de diagramas de bloco próprios, que realizam análises no domínio do tempo e da frequência, entre outros, este é o Simulink®.

Para que se proceda à simulação é necessário que um arquivo de entrada de dados, com as equações dos sistemas e todas as variáveis obtidas nos capítulos anteriores com os respectivos valores dos parâmetros utilizados, seja elaborado e rodado no ambiente principal disponibilizando todas os dados para uso pelo Simulink®. Depois elabora-se os respectivos diagramas de bloco “DB” para os sistemas estudados nesse trabalho de acordo seus equacionamentos. A Figura 34 mostra uma representação de DB para o sistema passivo.

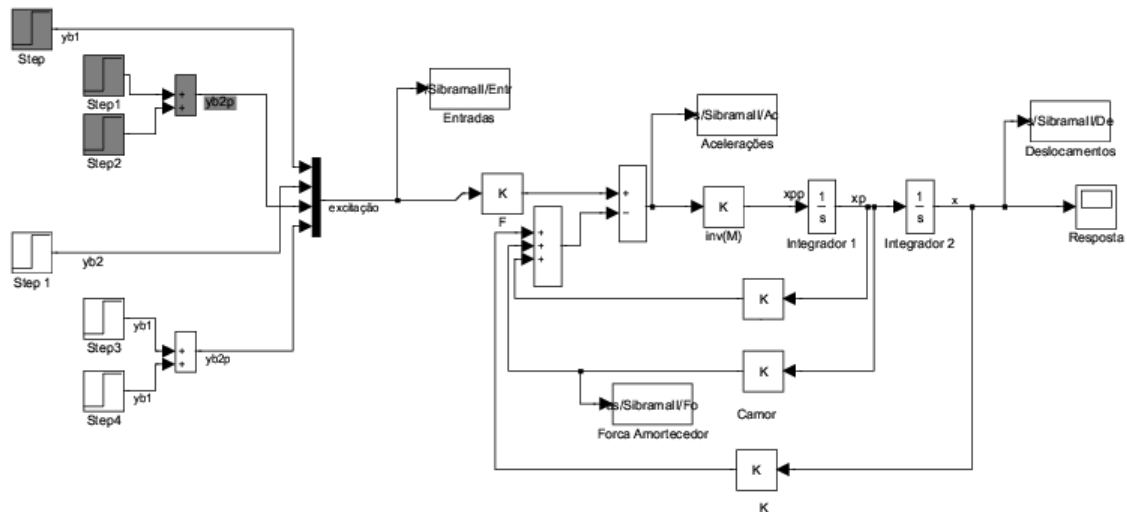


Figura 34 – Esquema de um Diagrama de Blocos no Simulink.

Como se deseja simular o comportamento do sistema no domínio do tempo quando o mesmo ultrapassa um obstáculo de 10(cm) de altura por 20(cm) de largura, que representa um “quebra molas”, ou quando percorre por uma estrada de perfil irregular, estando o veículo sob uma velocidade 60(km/h), define-se, então, esses valores dentro do arquivo de entrada como parâmetros de simulação de acordo a equação (216). O tempo de simulação para os testes foi definido como sendo 5 segundos, o suficiente para se observar a estabilização do sistema e para avaliar se haveria aumento do erro estacionário.

No diagrama da Figura 34, quanto nos demais que se apresentam ao longo deste capítulo, pode se observar à esquerda as entradas de excitação do sistema que leva em conta a defasagem de tempo entre a roda dianteira e traseira, conseguidas através do ajuste do instante de tempo de ação do bloco “step”. Essas entradas multiplicam a matriz de força, a qual é subtraída das forças dos amortecedores e das molas, e multiplicadas pela matriz inversa da massa, resultando nas acelerações do sistema, conforme equação (216). Integrando estes sinais, obtêm-se velocidades que integrando novamente fornecem os deslocamentos. Então,

observam-se as respostas no bloco osciloscópio ou envia os dados para um arquivo de saída, para que se possa manipular os resultados.

$$\{\ddot{y}\} = -[M]^{-1}[C]\{\dot{y}\} - [M]^{-1}[K]\{y\} + [M]^{-1}[F]\{\omega\} \quad (216)$$

### 7.2.1 Sistema Passivo

Para representar o equacionamento do modelo do sistema passivo no Simulink® as respectivas equações devem ser modificadas, para que se possa utilizar integradores, derivadores e as matrizes de valores numéricos, de modo aceitável pelo programa. Para isso, a equação (84) deve tomar a forma da equação (216), onde a aceleração do sistema é a saída principal. A partir desta equação constrói-se o DB do sistema passivo, Figura 35, similarmente aos DB apresentados pelas técnicas de controle (Ogata, 1998). Os blocos com as letras M, C, K e F representam as matrizes de massa, de amortecimento, de rigidez e de força, respectivamente. Os blocos com 1/s representam integradores que retornam velocidade e deslocamento, os quais multiplicam as matrizes [C] e [K], respectivamente, fornecendo as forças dos respectivos elementos. Os blocos com “step” representam as excitações em degrau.

Na Figura 35, realizou-se, ainda, a separação das forças dos amortecedores dianteiro e traseiro e do amortecimento dos pneus, para que fosse possível realizar a sua medição, permitindo comparar, posteriormente, com as dos outro esquemas.

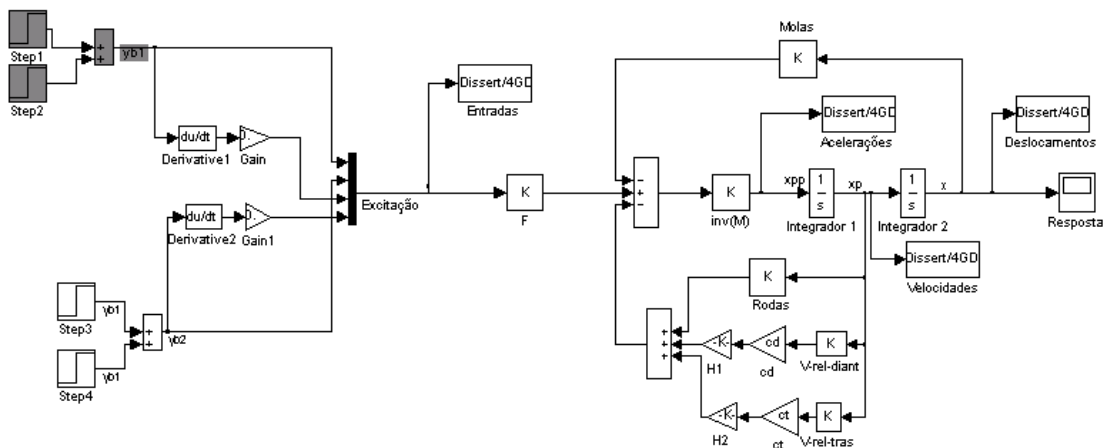


Figura 35 – Diagrama de blocos do sistema Passivo.

Como definido no capítulo anterior, realiza-se a translação de posição do CG do sistema passivo para verificar a vibração noutro ponto que não o centro de gravidade do veículo. Assim, tem-se a seguinte variação dos autovalores do sistema passivo quando o valor da dimensão “e” é variada de -0,2(m), 20 centímetros para a esquerda, e +0,2 (m), 20 centímetros para a direita:

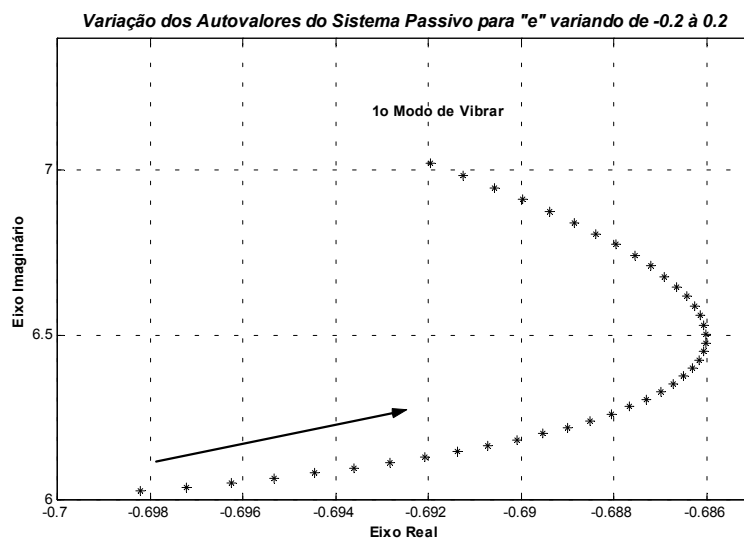


Figura 36 – Variação do 1º modo de vibrar do veículo pela variação da posição do CG.

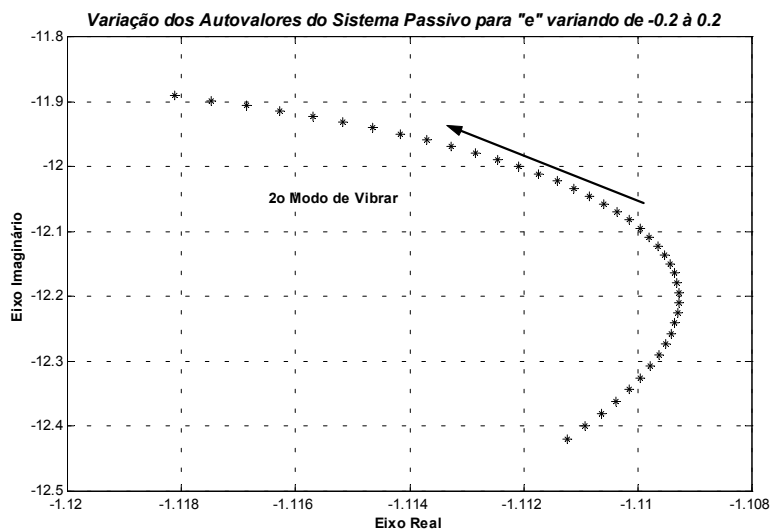


Figura 37 - Variação do 2º modo de vibrar do veículo pela variação da posição do CG

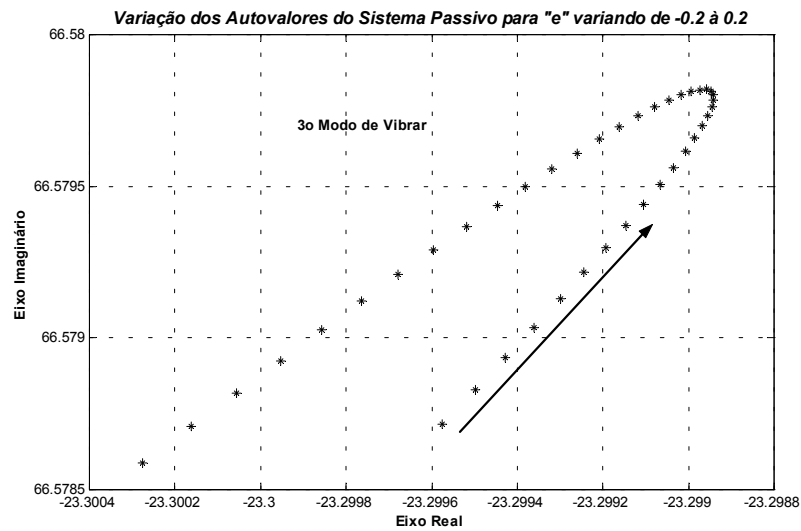


Figura 38 - Variação do 3º modo de vibrar do veículo pela variação da posição do CG.

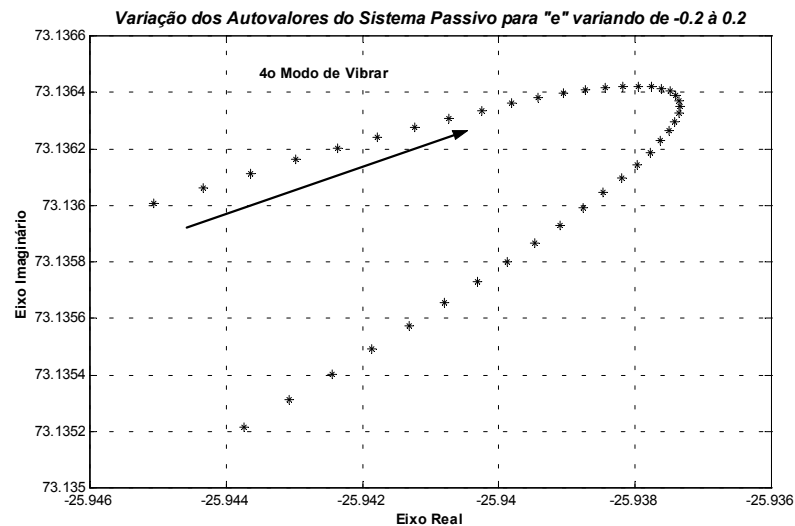


Figura 39 - Variação do 4º modo de vibrar do veículo pela variação da posição do CG.

Pode-se observar que em todas as figuras a estabilidade do sistema sofre alguma variação a medida que a posição do CG caminha de 0,2(m) da esquerda para 0,2(m) da direita. Porém o primeiro modo tende a se aproximar mais do pólo imaginário tornando o sistema menos estável e requerendo mais amortecimento.



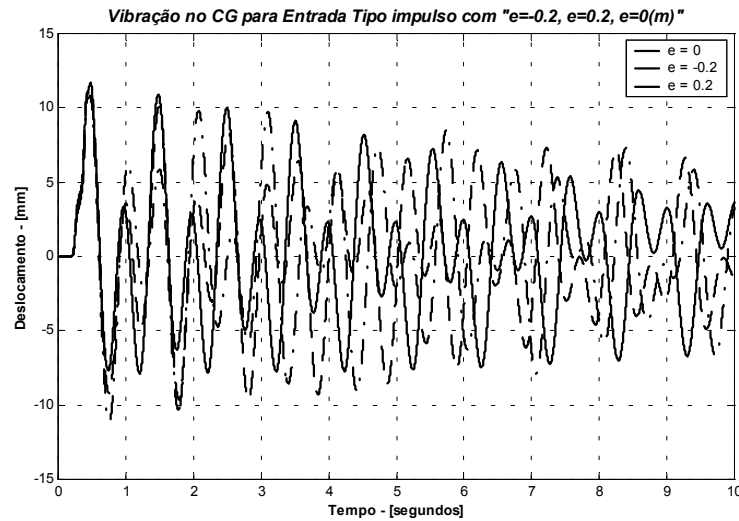


Figura 40 - Resposta impulsiva em deslocamento do CG do sistema passivo para translação no CG.

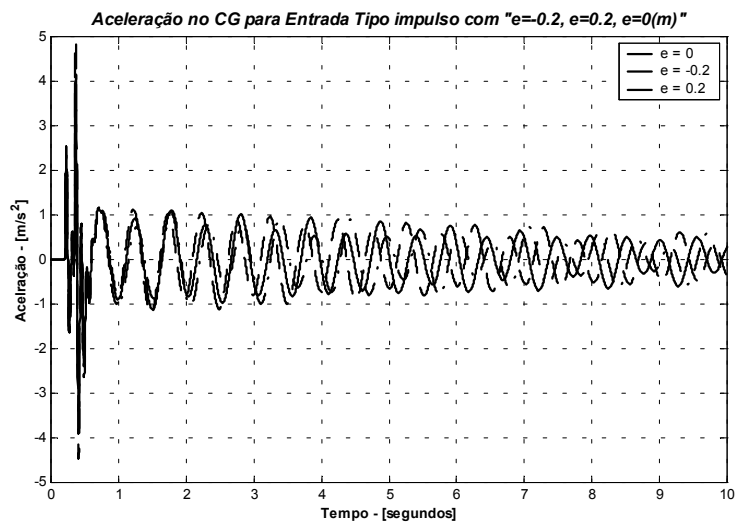


Figura 41 – Resposta impulsiva de aceleração do CG do sistema passivo para translação no CG.

Nas respostas de deslocamento e aceleração do CG observa-se que a maior mudança, causada pela variação da posição do CG, é notadamente no ângulo de fase, sendo que a resposta para uma alteração de 0,2(m) para esquerda estabiliza o sistema mais rapidamente, pois menores picos são observados para as mesmas oscilações.

### 7.2.2 Sistema ativo

Para o sistema de suspensão ativa, as equações, na forma de espaço de estados, são representadas em diagramas de blocos (DB) coerentemente ao seu equacionamento. Ogata (1998) e Picado (1998), fornecem modelos de representação das equações em espaço de estados em diagramas de blocos. Nesse esquema, tem-se as matrizes  $[A]_1$  que é a matriz de elementos do sistema (rigidez e amortecimento), a matriz de força de controle  $[B]_1$ , a matriz de perturbação  $[L]$  e a matriz de ganho  $[K]_2$ , respectivamente. Então, representando-se em DB no Simulink®, tem-se:

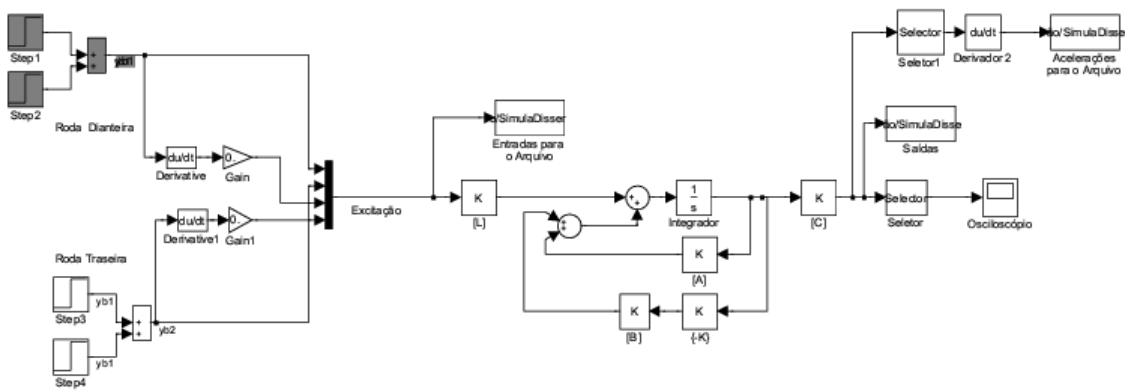


Figura 42 – Diagrama de Blocos do Sistema Ativo.

As entradas estão à esquerda e os blocos “Entradas e saída para o arquivo” indicam que os dados vão para um arquivo de dados para gerarem os gráficos posteriormente, conforme mencionado anteriormente.

### 7.2.3 Sistema semi-ativo

Para a representação do DB do sistema semi-ativo deve se atentar na coerência com o equacionamento descrito anteriormente. As ações do controlador devem obedecer à lei de controle referente ao método utilizado. No caso de controle continuamente variável com amortecedor MR, a variação do coeficiente de amortecimento deve ocorrer em função da corrente aplicada no amortecedor. No presente caso, a corrente a ser aplicada é definida pelo valor absoluto da velocidade relativa entre os movimentos da carroceria em relação aos eixos dianteiro, e traseiro, obedecendo às equações (191) e (192) ou como demonstrado em Queslatti e Sankar (1994). Para isso, a matriz de amortecimento no DB do sistema passivo deve ser

dividida em três, isto é, em uma que represente os amortecedores, dianteiro e traseiro, do sistema de suspensão e outra que represente o amortecimento dos pneus. Então a lei de controle deve ser aplicada para cada amortecedor MR individualmente, como descreve sua equação. Assim, tem-se o seguinte diagrama:

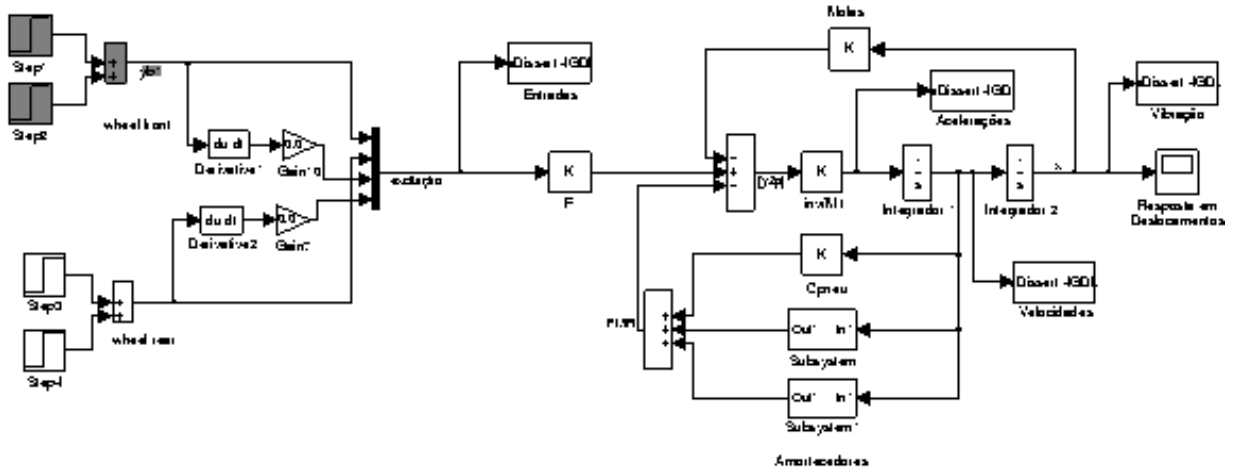


Figura 43 – Diagrama de blocos do sistema semi-ativo.

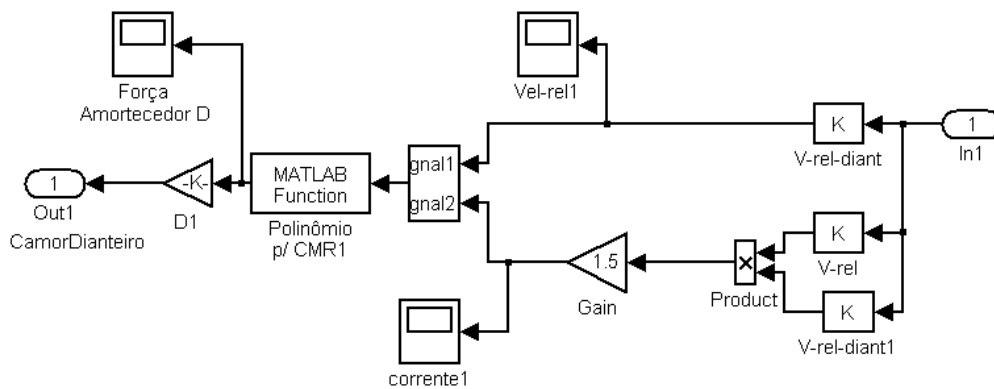


Figura 44 – Diagrama interno do amortecedor semi-ativo MR dianteiro.

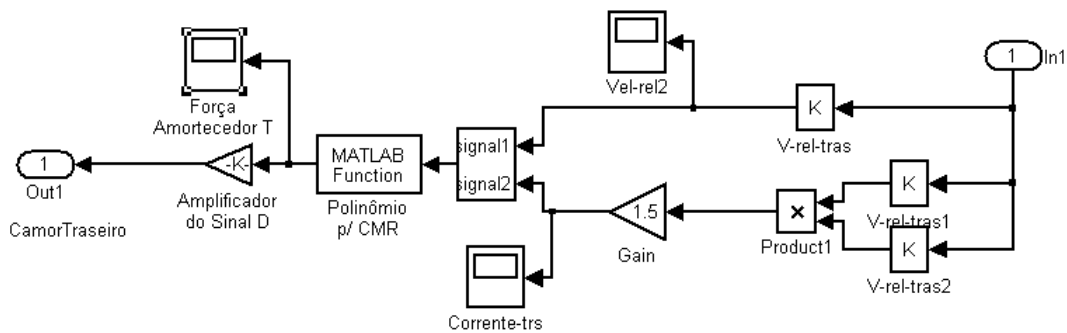


Figura 45 – Diagrama interno do amortecedor semi-ativo MR traseiro.

onde o bloco “Polinômio  $p/ C_{MR}$ ” representa os polinômios dos coeficientes de amortecimento do amortecedor magneto reológico, e os bloco “V-rel-diant” e “V-rel-tras” representam as velocidades relativas entre a carroceria e o eixo dianteiro (e/ou traseiro) correspondentes à lei de controle aplicada. Os ganhos, um para parte dianteira e outro para parte traseira, foram utilizados para possibilitar uma adequada ação de controle, definidos a partir de testes iniciais.

Com isso, é possível simular o sistema semi-ativo com amortecedor MR, com respostas apresentando aspectos práticos, já que as equações dos coeficientes de amortecimento são obtidas de curvas de ensaios reais obtidos em bancada.

### 7.3 SIMULAÇÕES E COMPARAÇÕES

Segundo Ogata (1998), a determinação de quais sinais de entrada típicos devem ser usados para analisar as características do sistema depende da forma da entrada a que o sistema será sujeito mais freqüentemente durante operação normal. Se as entradas para um sistema de controle são funções que variam gradativamente com o tempo, então uma função rampa ou degrau de tempo pode ser um bom sinal de teste, como utilizado por Picado (1998) e Giliomee e Els (1998). E para um sistema sujeito a entradas do tipo choque, uma função impulso pode ser o melhor. Ainda, o uso de tais sinais de teste permite comparar o desempenho de todos os sistemas na mesma base, sendo que os sistemas projetados com base nesses testes, fornecem, normalmente, desempenho satisfatório a entradas reais.

Deste modo, nas simulações foram utilizadas estas excitações conhecidas, isto é, o degrau unitário de 1(cm), ou de 1(m/s), que é uma entrada freqüentemente utilizada para especificar as características de desempenho do sistema de controle, pois é fácil de gerar e é conhecida matematicamente, sendo que é severa o suficiente para permitir observar e analisar as características dinâmicas do sistema (Ogata, 1998). O impulso com altura e largura definidos, isto é, 10 (cm) por 20(cm), representando um obstáculo à frente do veículo, também é utilizado, pois, como dito anteriormente, representa um tipo de entrada a que freqüente se sujeitara o sistema real, que foi utilizado por Li e Nagai (1999), Pare (1998), Bouazara e Richard (2001), Alves (1997), Moura e Lima Jr. (2000).

São utilizadas, ainda, entradas temporais randômicas de perfis médios de pistas obtidas estimações estatísticas de medições práticas de trechos de rodovias dadas por Neto (2000), e Pará (1998), o que permite analisar o comportamento do sistema em uma situação prática, avaliando a transmissibilidade de vibração e aceleração.

No modelo em DB utilizado nas simulações são considerados o tempo de passagem de cada roda e o tempo de atraso entre a roda dianteira e traseira, pois o modelo deve representar o melhor possível o comportamento do sistema real. Para a excitação em degrau as entradas são aplicadas individualmente, em cada roda, para que se possa levantar as características dinâmicas do modelo e avaliar a resposta transitória e estacionária do sistema. O veículo é tomado com velocidade constante de 60 (km/h) para todos os outros teste. As condições iniciais são nulas, que segundo Ogata (1998), são as condições padrão para permitir comparação entre características de resposta. Os sensores são hipoteticamente ideais, pois os sinais de velocidade e deslocamento são instantâneos e as descontinuidades e interferências normalmente encontradas na prática são desprezadas. O sistema semi-ativo, como dito anteriormente, leva em consideração as curvas reais, sendo isso um fator importante nesse trabalho.

### 7.3.1 Análise dos Autovalores do Sistema Ativo

Antes de submeter os sistemas à simulação a uma excitação externa, fez-se uma análise do comportamento dos autovalores do sistema ativo, como realizado por Alves (1997) para observar as variações na estabilidade e das frequências naturais no sistema ativo à medida que se variam os fatores de peso. Analisando primeiramente a variação causada pela ponderação da aceleração vertical do corpo do veículo, varia-se seu fator de peso  $p_{\ddot{y}_f}$  de 1 à 50, contando de 1 em 1, e considera-se todos os outros fatores de peso restantes constantes. Assim, resolvendo a equação de Ricatti, equação (124), obtêm-se a matriz  $[A]_k$ , equação (127), para cada valor de  $p_{\ddot{y}_f}$ . Os autovalores obtidos são mostrados a seguir:

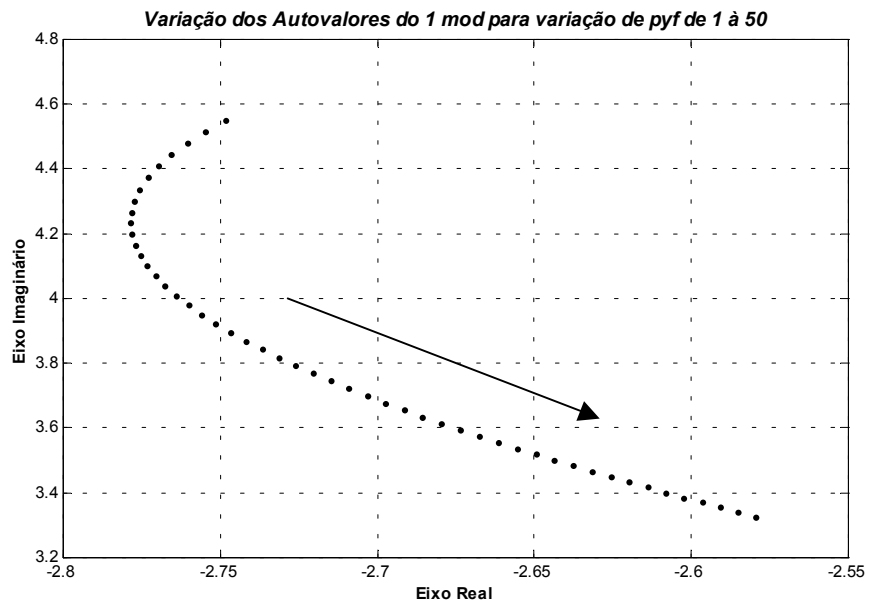


Figura 46 – Autovalores do 1 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso  $p_{\ddot{y}_f}$ .

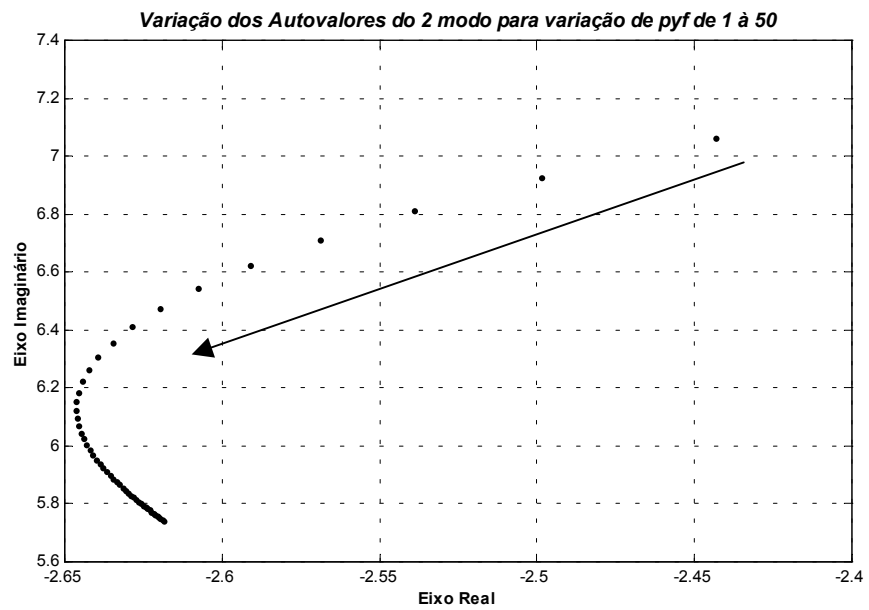


Figura 47 – Autovalores do 2 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso  $p_{\ddot{y}_f}$ .

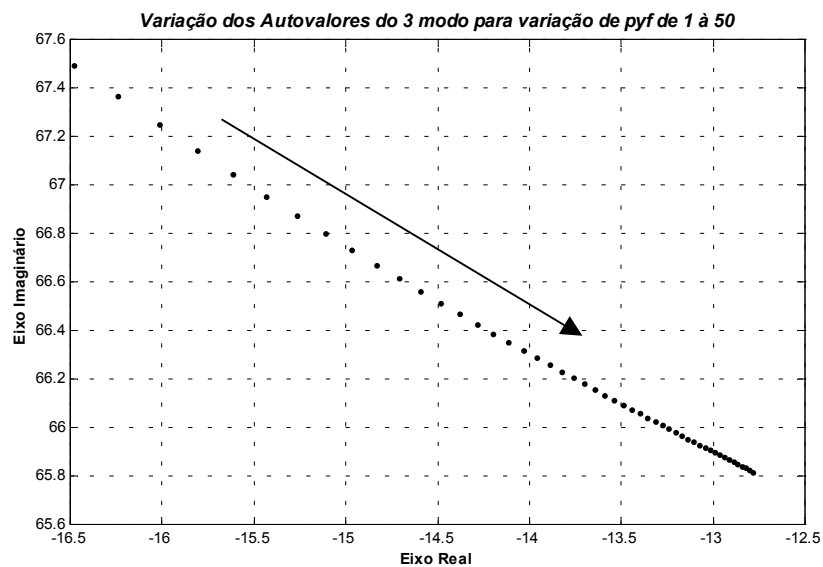


Figura 48 – Autovalores do 3 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso  $p_{\ddot{y}_f}$ .

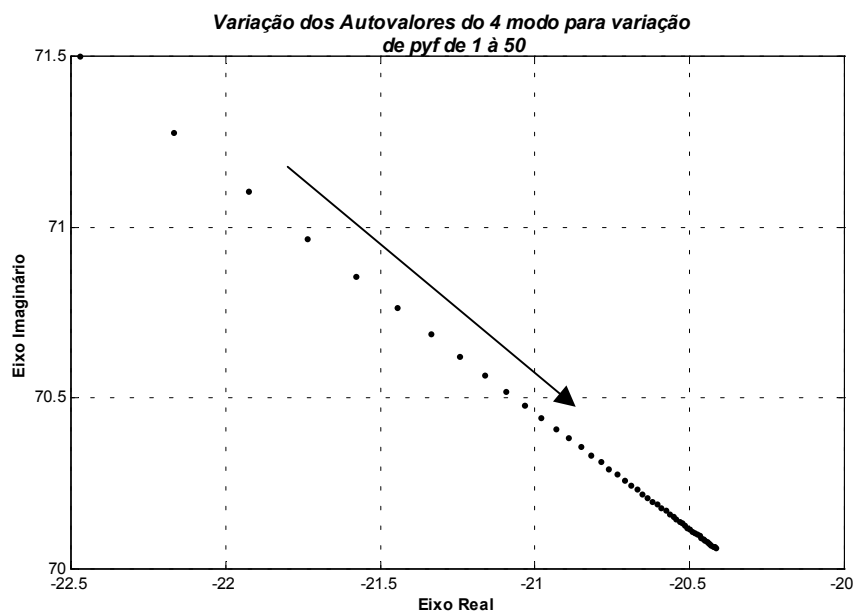


Figura 49 – Autovalores do 4 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso  $p_{\ddot{y}_f}$ .

Pode-se observar das Figura 46 à Figura 49 no primeiro e segundo modos a frequência começa a cair e o amortecimento a aumentar, privilegiando o conforto, mas a partir de certo ponto ambos começam a diminuir juntos. Já no 3º e 4º modos tanto a frequência quanto o amortecimento diminuem com o aumento da ponderação. Isto indica que os eixos, dianteiro e traseiro, comportam-se como absorvedores de vibração.

Analisando, agora, o efeito da variação da ponderação do espaço de trabalho da suspensão, varia-se os parâmetros de peso  $p_{ETd}$  e  $p_{ETt}$ , correspondentes ao eixo dianteiro e traseiro, respectivamente, e mantém-se todos os outros fatores de peso constantes. Assim, obtém-se:

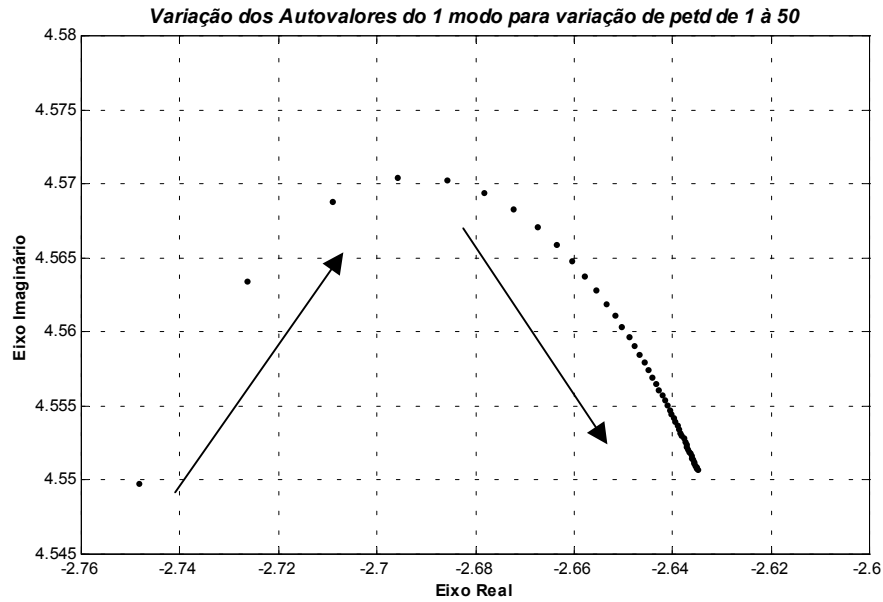


Figura 50 – Autovalores do 1 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso  $p_{etd}$ .

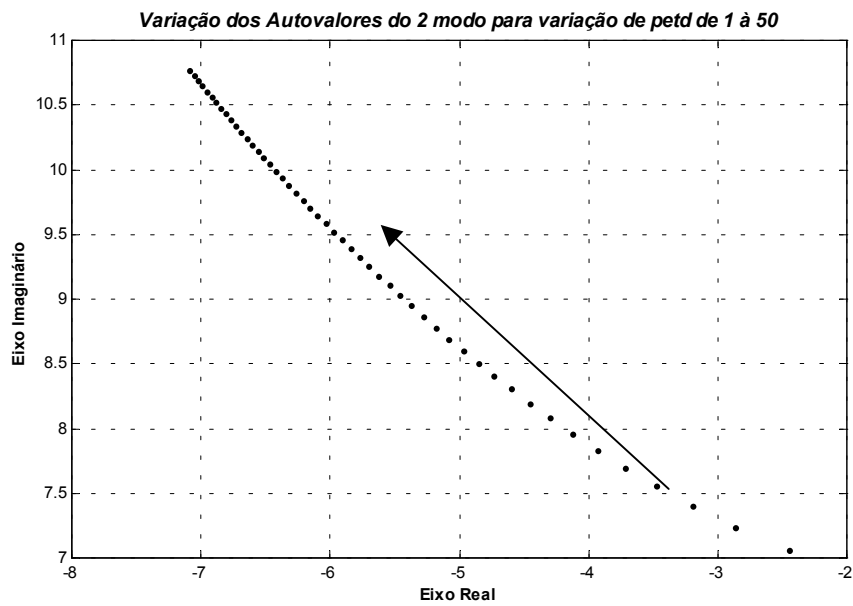


Figura 51 – Autovalores do 2 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso  $p_{etd}$ .



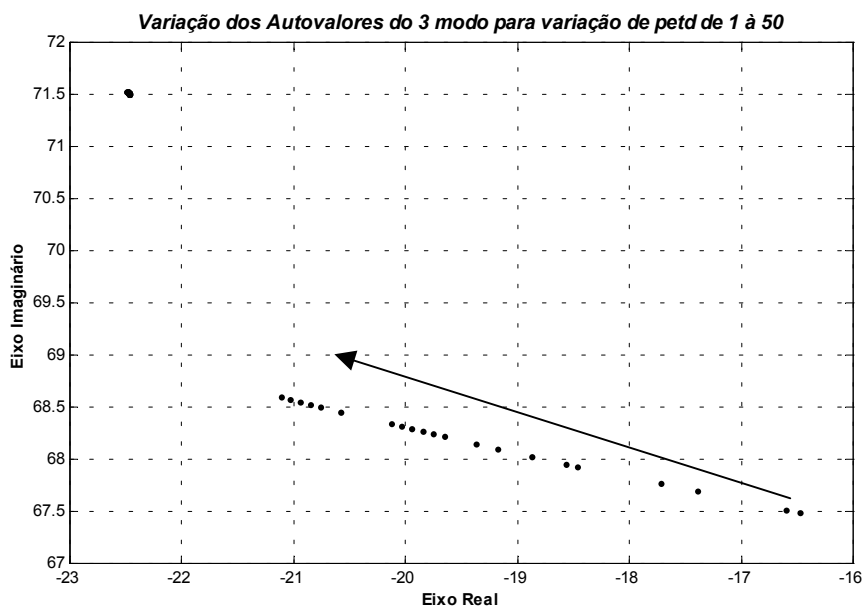


Figura 52 – Autovalores do 3 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso  $p_{etd}$ .

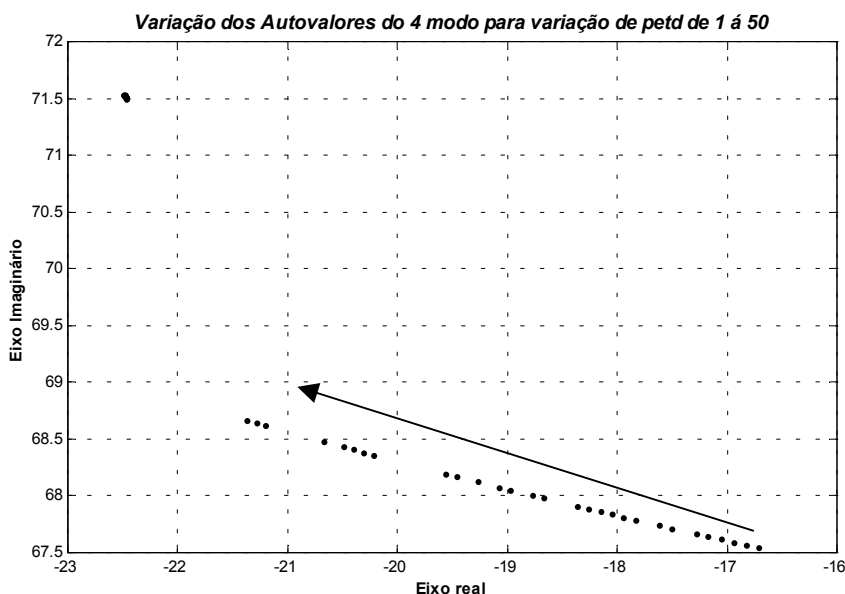


Figura 53 - Autovalores do 4 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso  $p_{etd}$ .

Os resultados variação da ponderação do espaço de trabalho da suspensão dianteira permite dizer que o 2º, 3º e o 4º modos aumentam suas frequências e amortecimento enquanto que no 1º modo aumenta a frequência até certo ponto em que começa a diminuir e o amortecimento tende somente a ser reduzido. Isto indica que uma diminuição na espaço de

trabalho da suspensão dianteira implica num aumento do movimento vertical da carroceria do veículo.

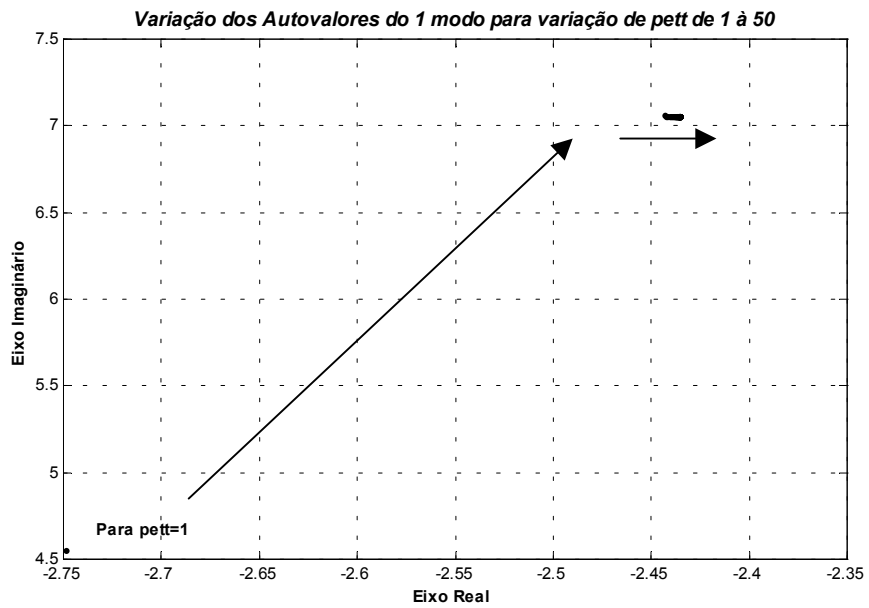


Figura 54 – Autovalores do 1 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso  $p_{ett}$ .

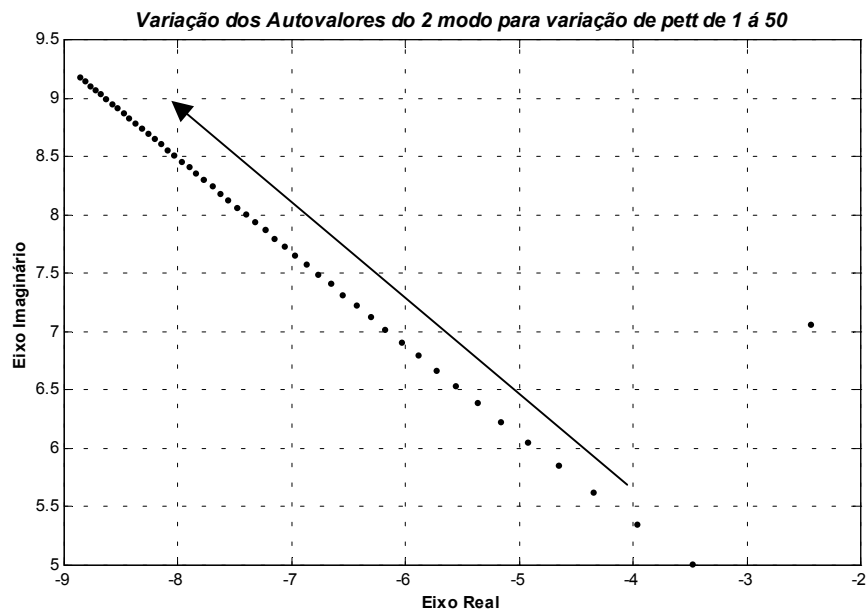


Figura 55 – Autovalores do 2 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso  $p_{ett}$ .

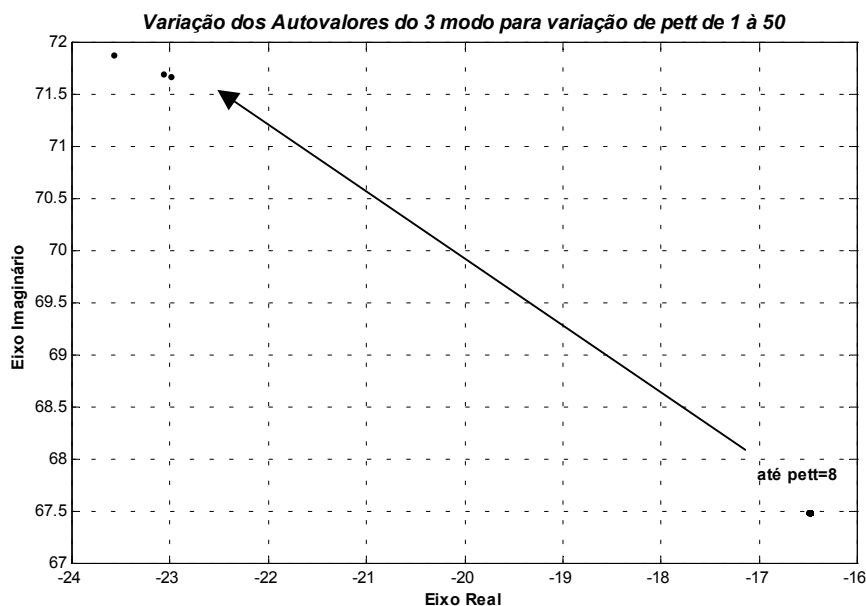


Figura 56 - Autovalores do 3 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso  $p_{ett}$ .

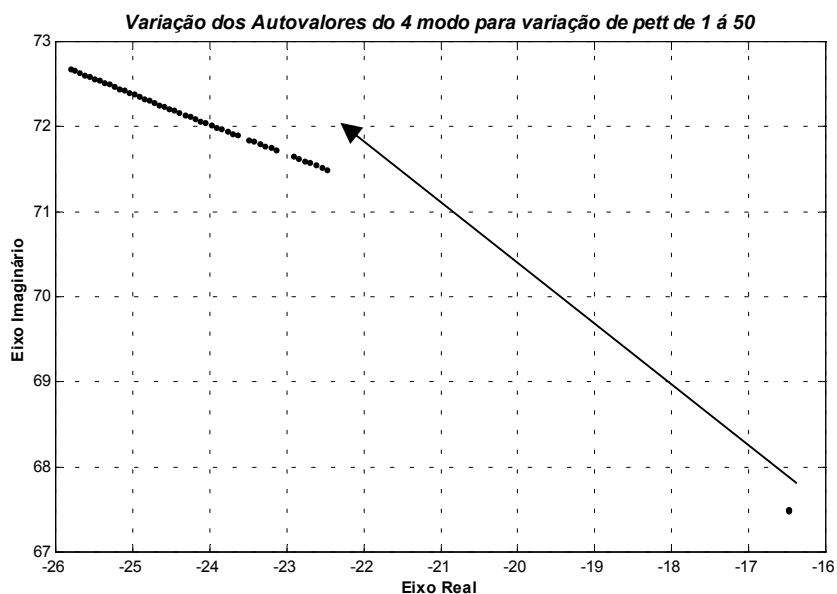


Figura 57 - Autovalores do 4 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso  $p_{ett}$ .

Nos resultados da variação da ponderação do espaço de trabalho da suspensão traseira observa-se que todos modos aumentam suas freqüências e amortecimento, exceto no 1º modo que tende a diminuir o amortecimento indicando que uma diminuição na espaço de trabalho da suspensão traseira implica num aumento da rigidez do sistema, o que torna o veículo mais estável em retas, reduzindo as oscilações da carroceria.

Considerando o efeito da ponderação da força de contato do pneu dianteiro e traseiro, respectivamente, varia-se  $p_{f_{pd}}$ , e  $p_{f_{pt}}$ , mantém-se os valores dos pesos restantes constantes, iguais à 1. Com isso obtém os resultados seguintes:

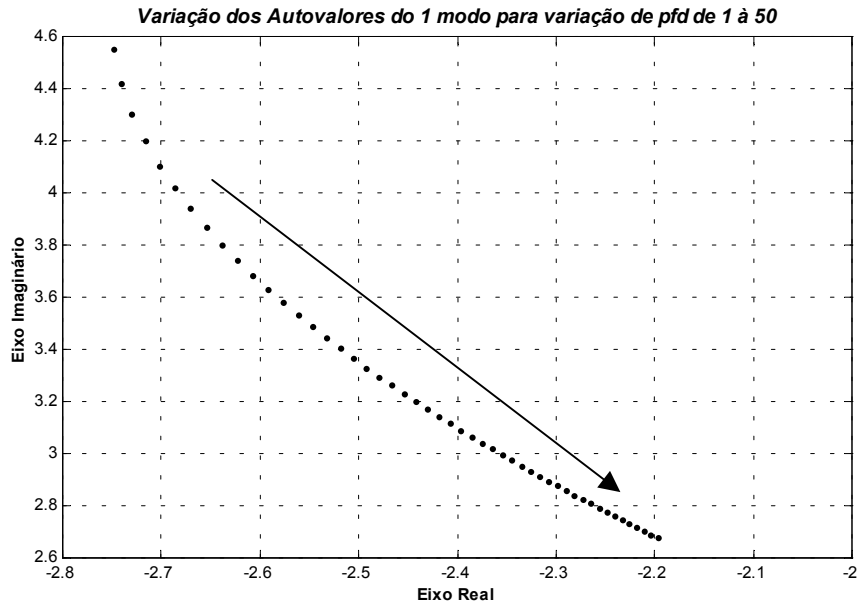
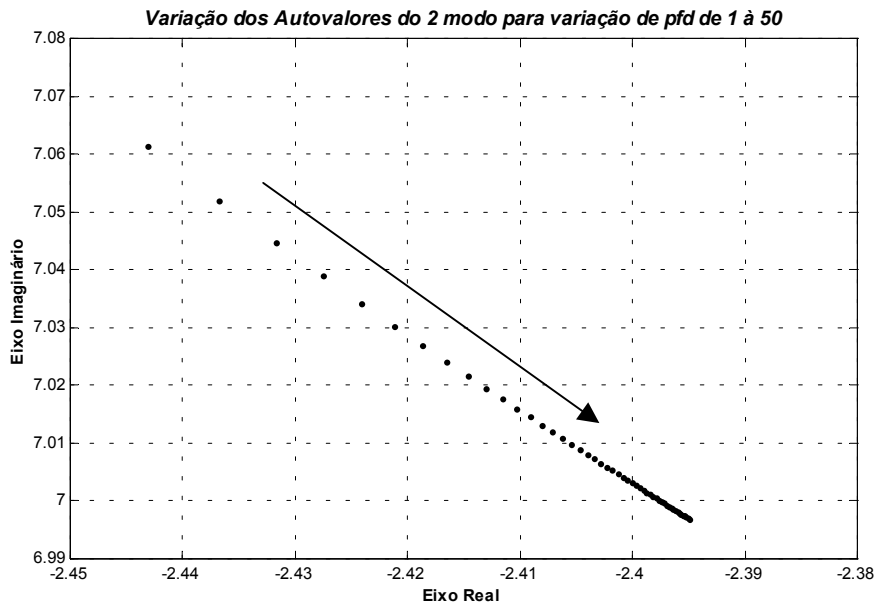


Figura 58 - Autovalores do 1 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso  $p_{fpd}$ .



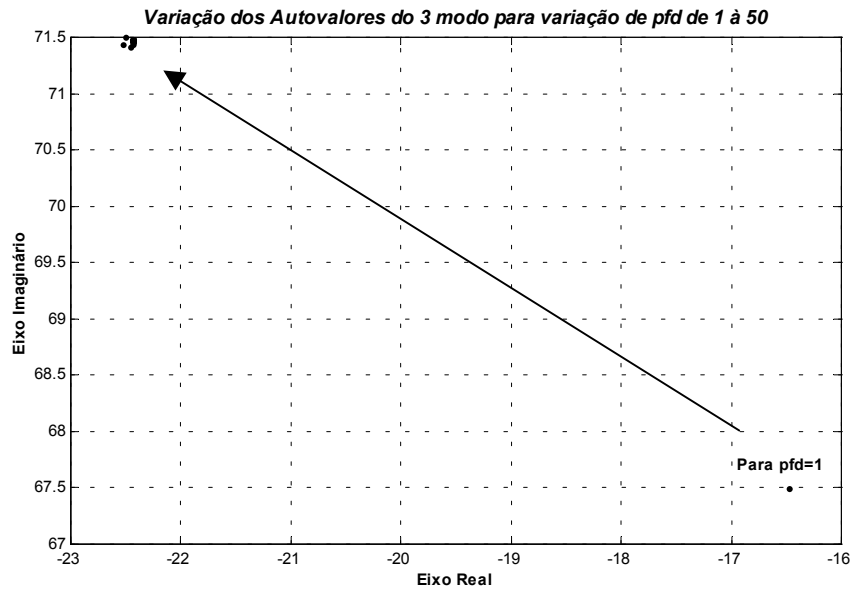


Figura 60 - Autovalores do 3 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso  $p_{fpd}$ .

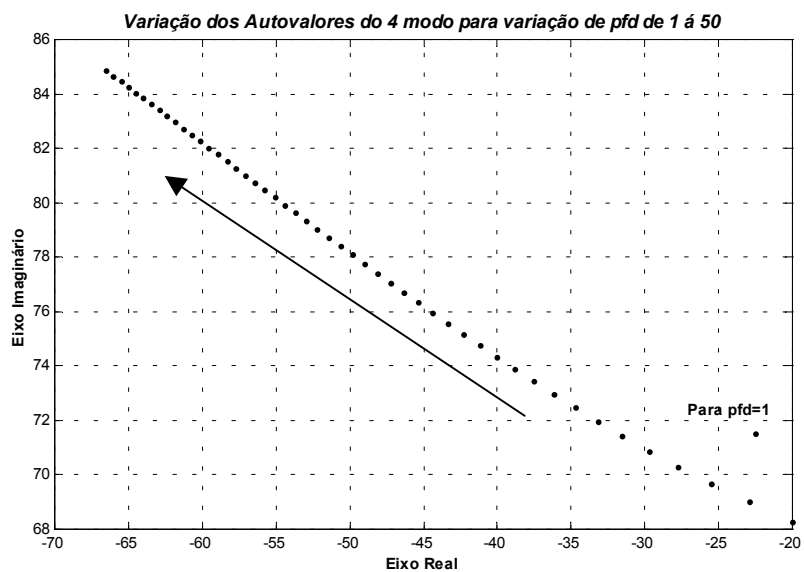


Figura 61 - Autovalores do 4 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso  $p_{fpd}$ .

Observa-se dos gráficos das figuras Figura 58 até a Figura 61 que com o aumento da ponderação da força de contato do pneu dianteiro o 1o e 2o modos diminuem suas frequências e amortecimento. Enquanto que no 3o e 4o modos ambos, frequência e amortecimento, aumentam. O que implica na predominância dos movimentos do 1o e 2o modos do veículo, o que deixa a perceber que uma diminuição da força de contato do pneu dianteiro implica no aumento da oscilação da carroceria.

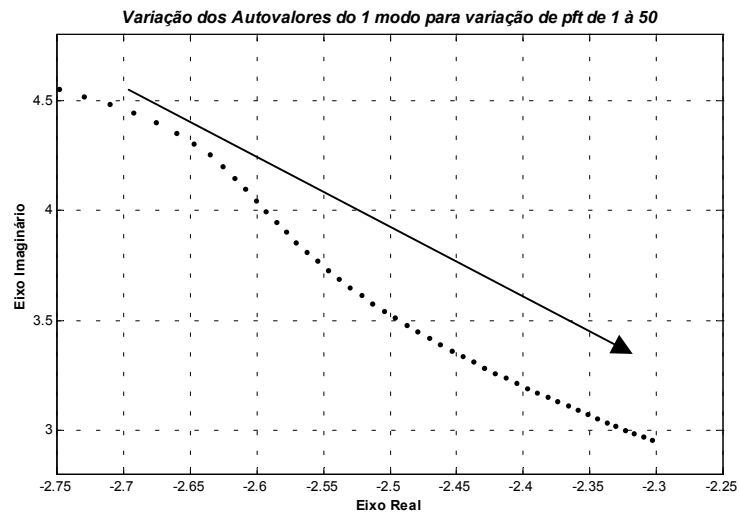


Figura 62 – Autovalores do 1 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso  $p_{ft}$ .

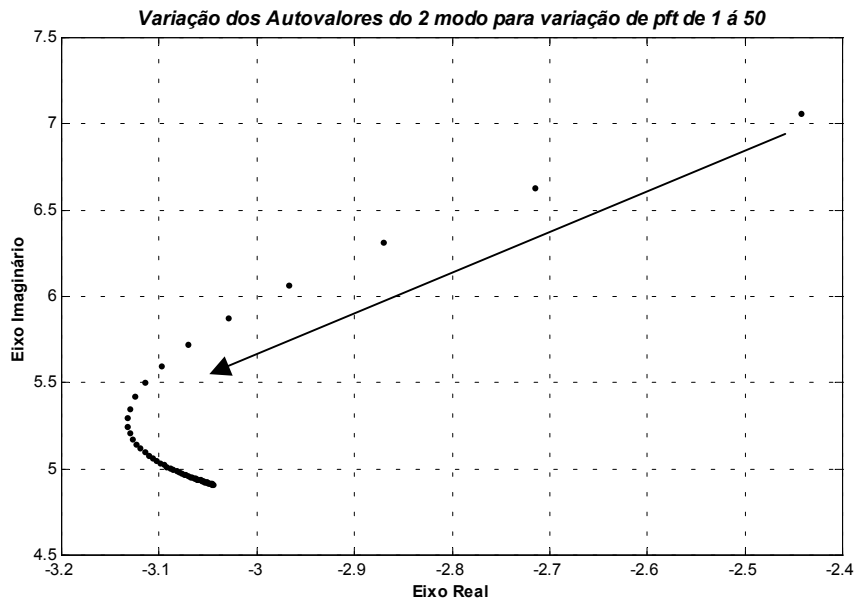


Figura 63 – Autovalores do 2 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso  $p_{ft}$ .

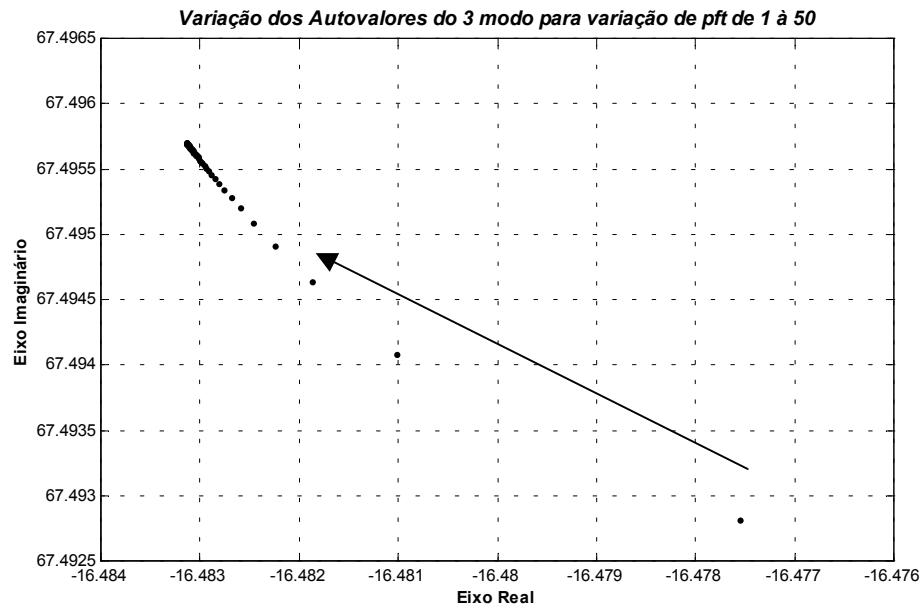


Figura 64 - Autovalores do 3 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso  $p_{ft}$ .

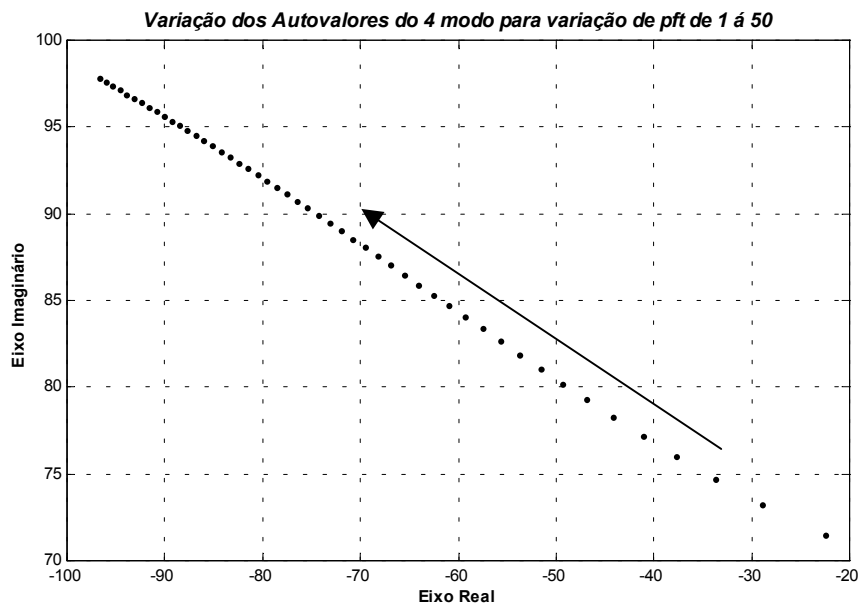


Figura 65 – Autovalores do 4 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso  $p_{ft}$ .

Analisando os gráficos da ponderação da força de contato do pneu traseiro, observa-se que no 2º modo a frequência diminui à medida que se aumenta a ponderação, enquanto que o amortecimento aumenta até certo ponto quando começa a diminuir, também. No 1º modo verifica-se que tanto a frequência quanto o amortecimento tendem a diminuir. E no 3º e 4º modos ambos, frequência e amortecimento, tendem a aumentar. Disso, conclui-se que com a

diminuição da força de contato do pneu traseiro os eixos, dianteiro e traseiro, tendem a absorver o movimento vertical da carroceria, mas aumenta o movimento de rotação, até certo ponto, em que começa a compensar.

Analisado, por fim, os efeitos da ponderação da força dos atuadores ativos, varia-se o parâmetro de peso  $p_u$  de  $1e(-5)$  à  $1e(-10)$ , mantendo todos os outros pesos iguais à 1. Assim, obtêm-se os seguintes resultados:

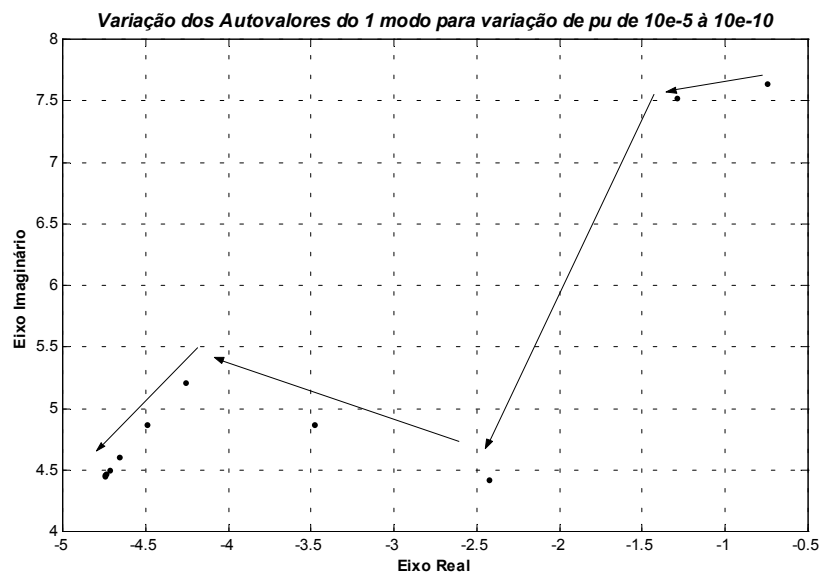


Figura 66 – Autovalores do 1 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso  $p_u$ .

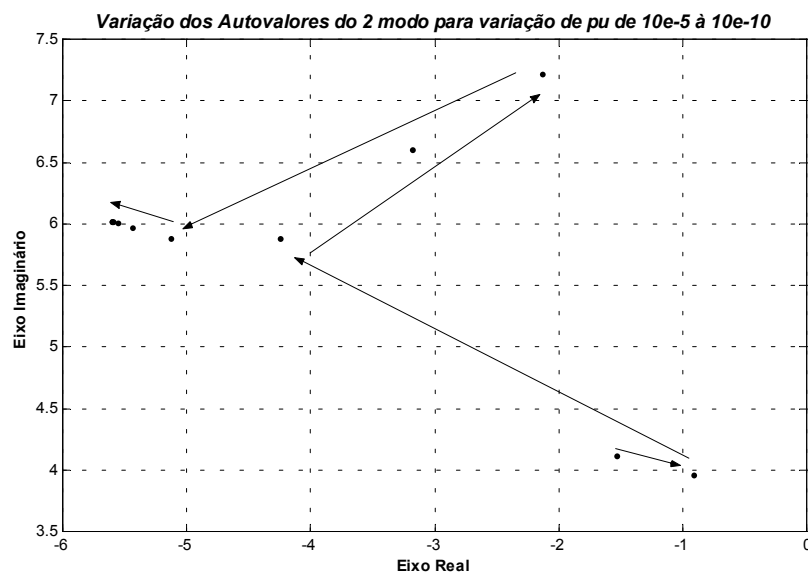




Figura 67 – Autovalores do 2 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso  $p_u$ .

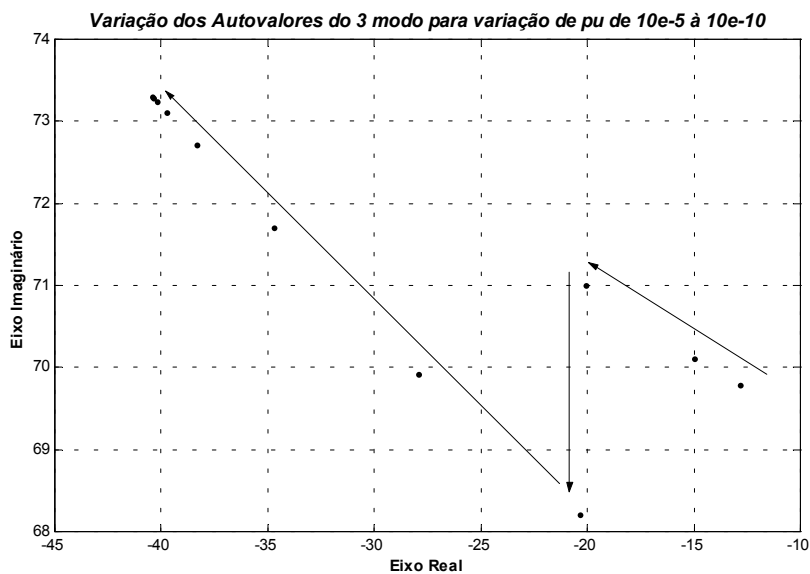


Figura 68 – Autovalores do 3 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso  $p_u$ .

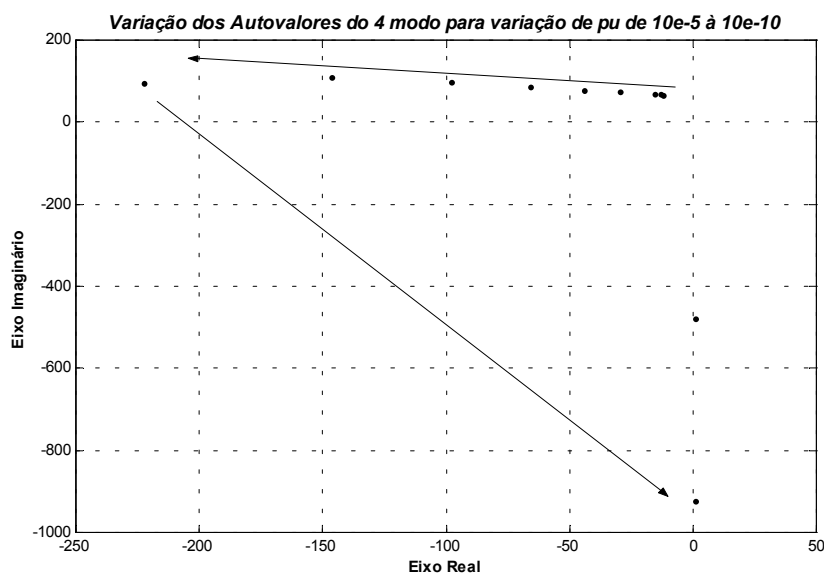


Figura 69 – Variação dos autovalores do 4 modo de vibrar do sistema ativo em função da variação do fator de peso  $p_u$ .

Dos gráficos anteriores verifica-se que os resultados são variados, mas pode-se observar que aumentando a quantidade de energia dos atuadores, com a diminuição do fator de peso,

melhores características dinâmicas de frequência e amortecimento são alcançadas. Porém, a quantidade de energia do sistema deve ser apenas o suficiente para torná-lo dinamicamente estável, seguro e esportivo, pois níveis altos de energia tornam a fabricação do mesmo inviável. Assim escolheu-se o valor de  $p_u$  como sendo  $10^{-6}$ .

Com isso, tem-se as características dinâmicas do sistema ativo (tendo  $p_u$  igual a  $10^{-6}$  e os outros iguais à um) frente as do sistema passivo, dados na Tabela 2 a seguir.

Tabela 2 – Comparativo das características dinâmicas dos sistemas em análise.

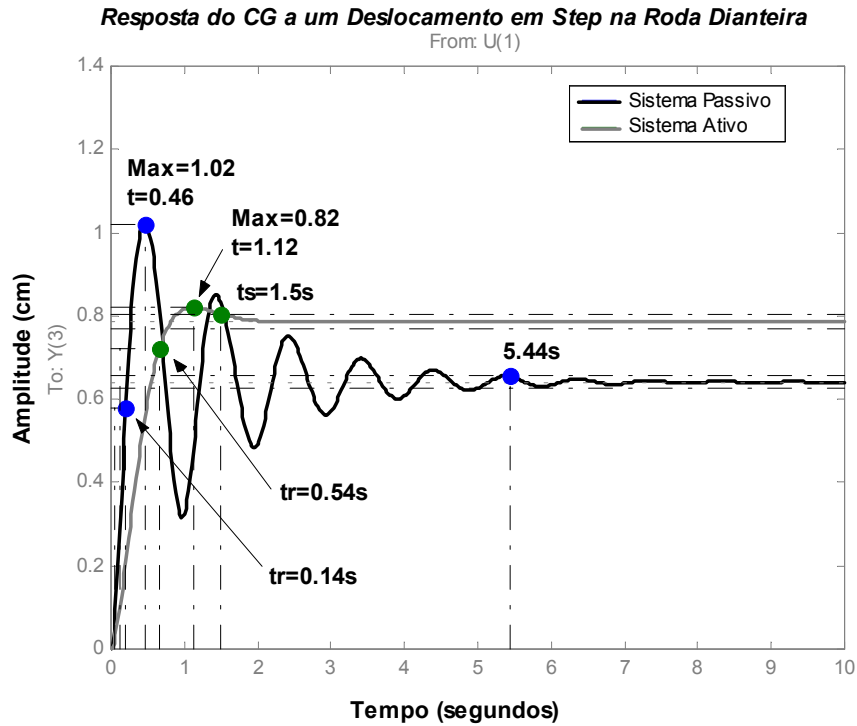
<b>Sistema Passivo</b>		
<b>Frequência –Hz</b>	<b>Autovalores</b>	<b>Fator de Amortecimento</b>
$\omega_n$	$-\zeta\omega + \omega\sqrt{1-\zeta^2}$	$\zeta$
6.4352	-0.6863 + 6.3985i	0.1067
12.1461	-1.1100 + 12.0953i	0.0914
70.5387	-23.2990 + 66.5798i	0.3303
77.5995	-25.9374 + 73.1364i	0.3342
<b>Sistema Ativo</b>		
5.3155	-2.7485 + 4.5498i	0.5171
7.4720	-2.4431 + 7.0613i	0.3270
69.4751	-16.4776 + 67.4928i	0.2372
74.9474	-22.4720 + 71.4991i	0.2998

Esses resultados revelam que os sistemas foram otimizados e que certamente fornecerá melhores resultados que o passivo.

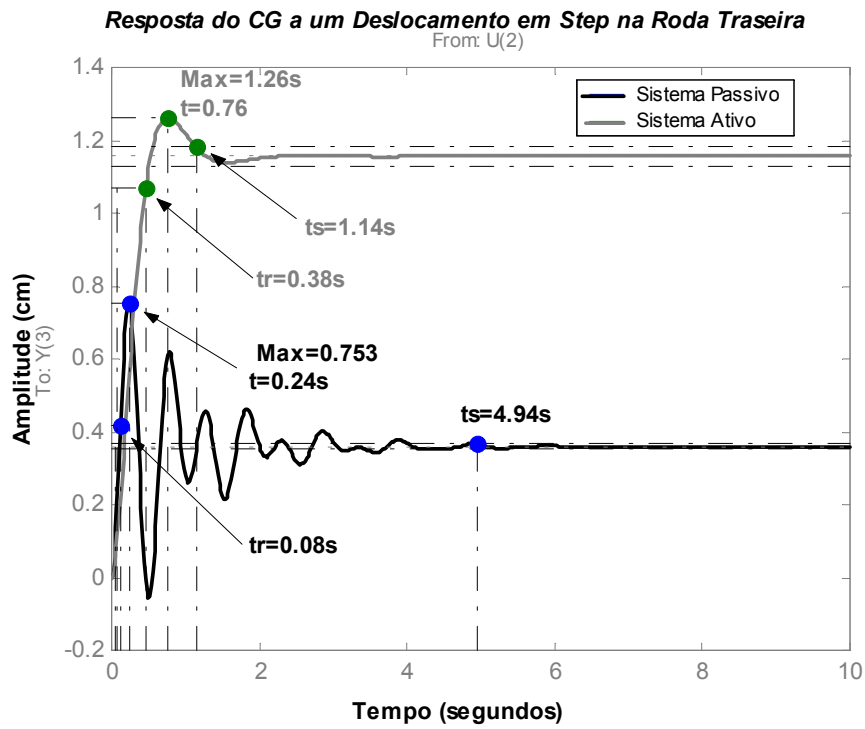
### 7.3.2 Simulação da Resposta a um Degrau de 10(cm) de altura

Para que as características intrínsecas dos sistemas de suspensão em análise sejam avaliadas e comparadas mais detalhadamente, submete-se tais sistemas à entrada degrau que é a entrada cuja variação no tempo é rápida e severa o suficiente para excitar todos os modos de vibrar do sistema (Ogata, 1998), permitindo uma avaliação coerente dos sistemas.

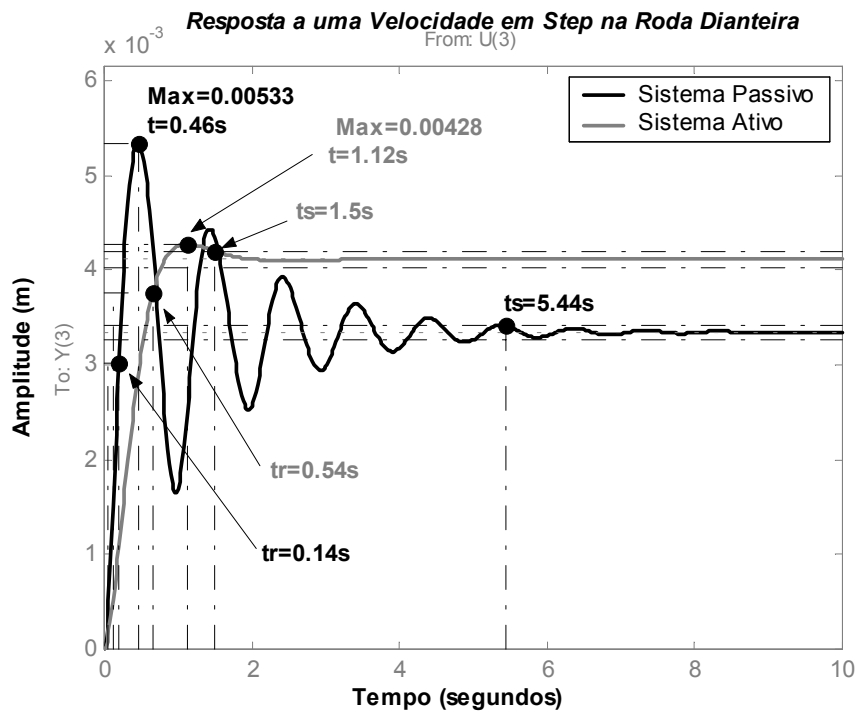
Assim, alterou-se as entradas de cada sistema tendo o degrau de 1(cm) para o deslocamento e 1 (m/s) para a velocidade, intercalando o sinal de entrada (deslocamento e velocidade) entre a roda dianteira e traseira, e desprezando a defasagem temporal de passagem das rodas, obtendo-se as entradas e respostas das Figura 70 :



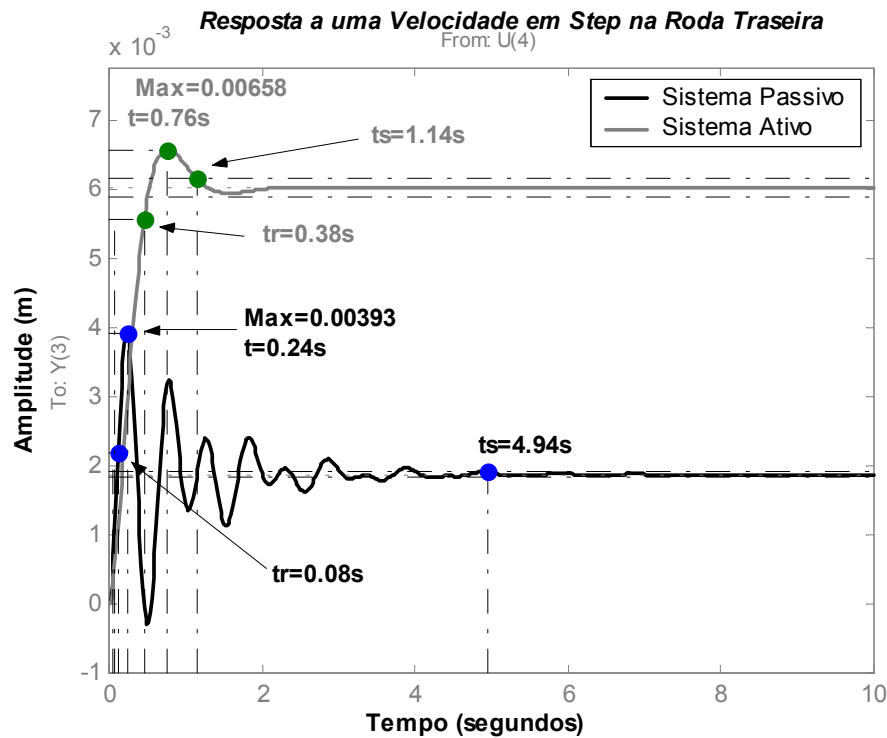
(a) – Resposta do CG a um deslocamento em degrau na roda dianteira.



(b) – Resposta do CG a um deslocamento em degrau na roda traseira.



(c) – Resposta do CG a uma velocidade em degrau de 1(m/s) na roda dianteira.



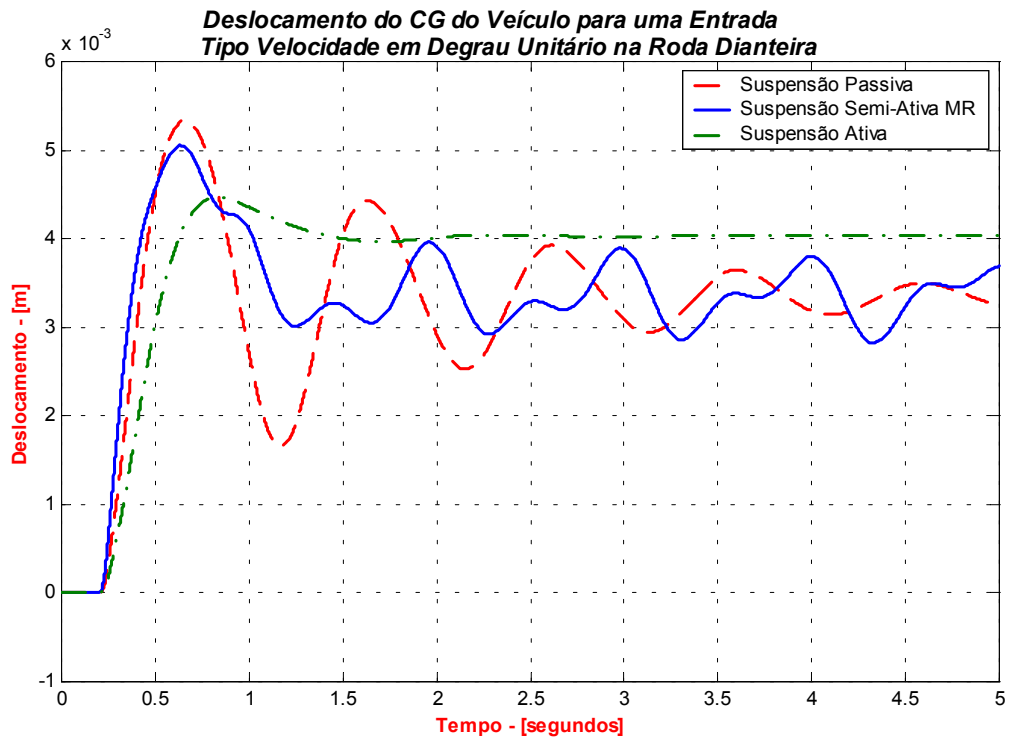
(d) – Resposta do CG a uma velocidade em degrau de 1(m/s) na roda traseira.

Figura 70 – Resposta dos Sistemas Passivo e Ativo uma excitação Step de Deslocamento de 1(cm) e de Velocidade de 1(m/s) nas rodas do veículo.

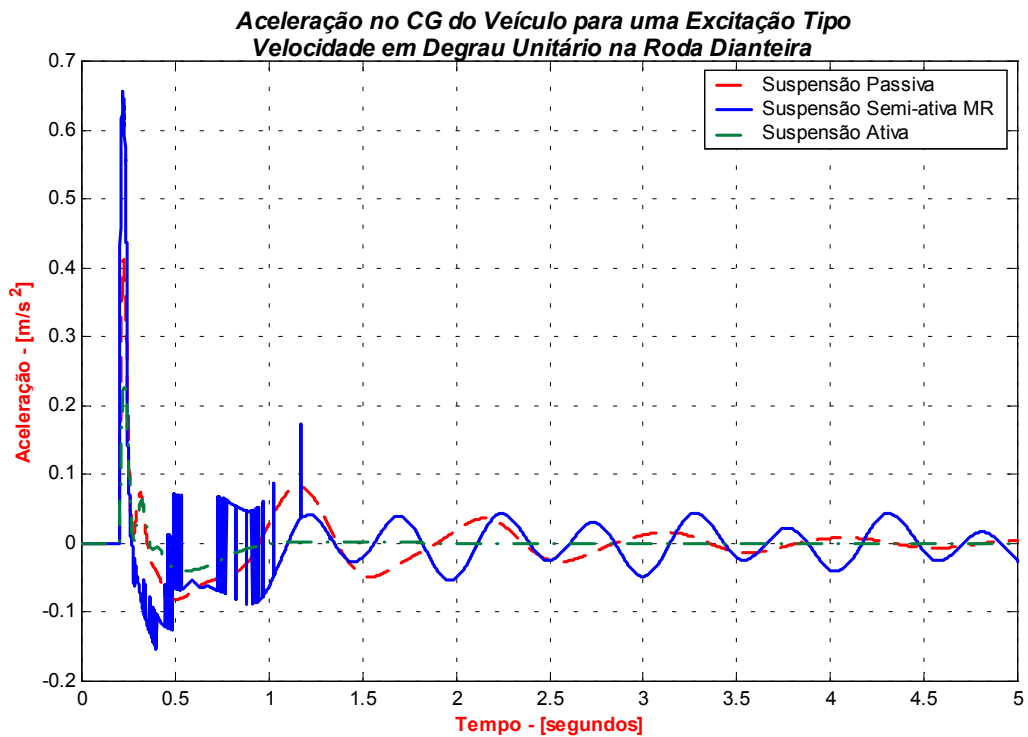
Nas Figura 70 (a, b, c, d) tem-se que “ts” é tempo de acomodação (settling time), “tr” o tempo de subida (rise time) e “Max” é valor de pico máximo (overshoot) no tempo t – para maior detalhamento ver Ogata (1998).

Os resultados anteriores revelam que, embora o sistema ativo tenha um tempo de resposta à excitação um pouco mais lento que o do sistema passivo, sua estabilização é mais rápida e seu estabelecimento são mais adequados, pois a resposta se aproxima mais do valor de referência.

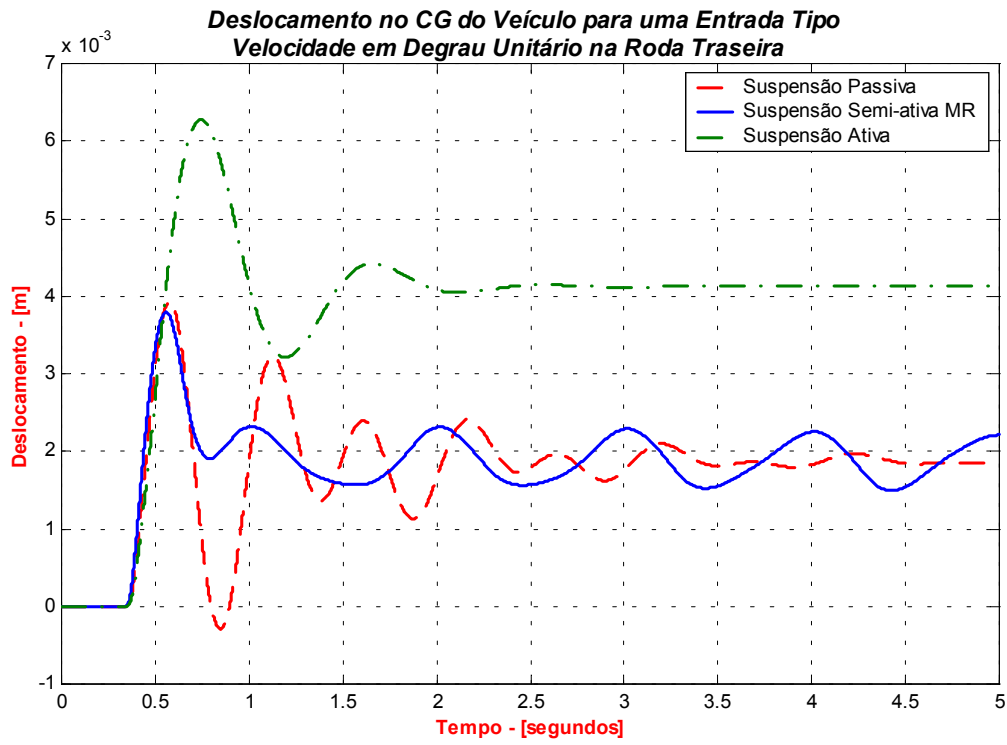
Analisando, agora, o comportamento dos sistemas passivo, semi-ativo MR e ativo juntos, quando submetidos á uma excitação em degrau, em deslocamento e velocidade, nas rodas dianteira em traseira, tem-se:



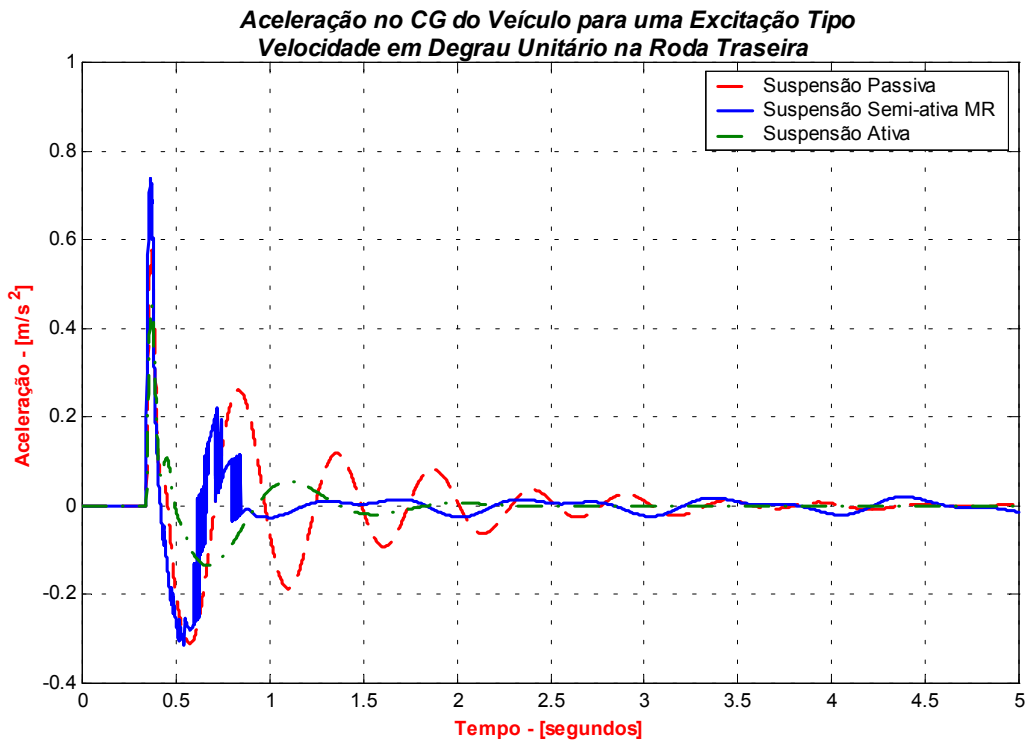
(a) – Deslocamento do CG a uma entrada de velocidade roda dianteira.



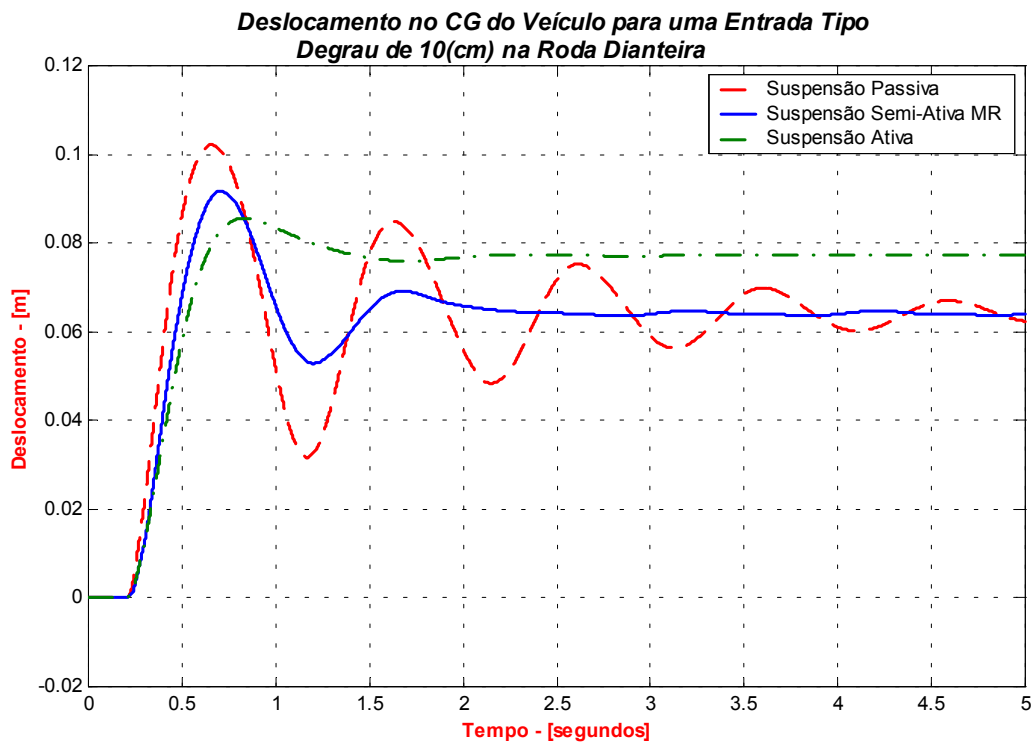
(b) – Aceleração do CG a uma entrada de velocidade na roda dianteira.



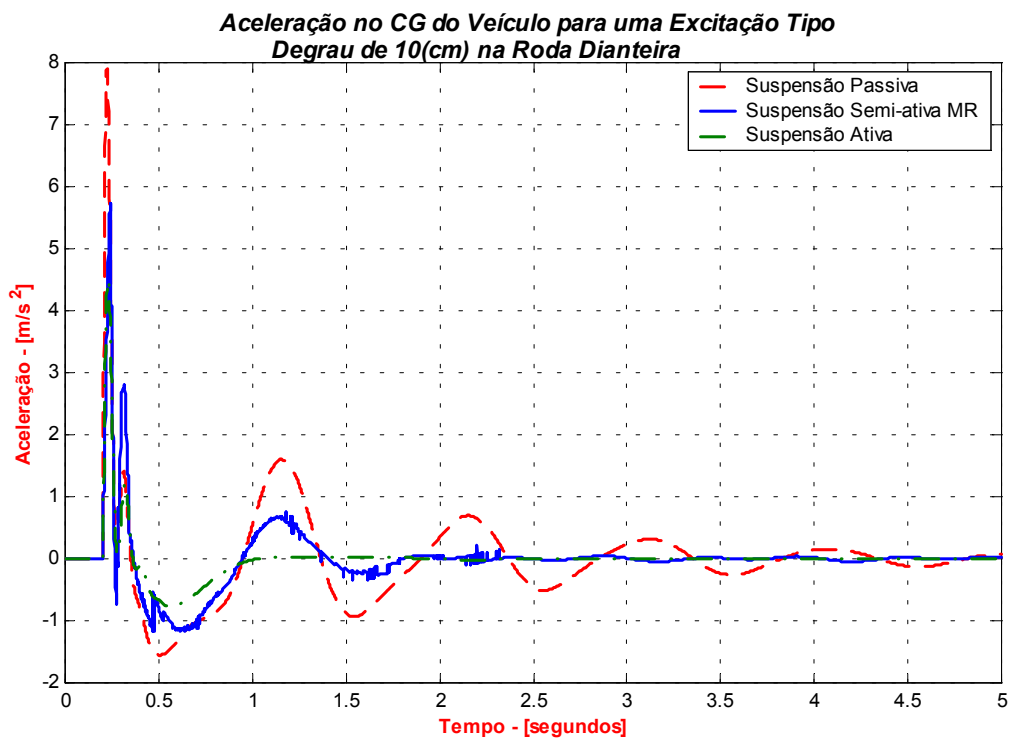
(c) – Deslocamento do CG a uma entrada de velocidade na roda traseira.



(d) – Aceleração do CG a uma entrada de velocidade na roda traseira.

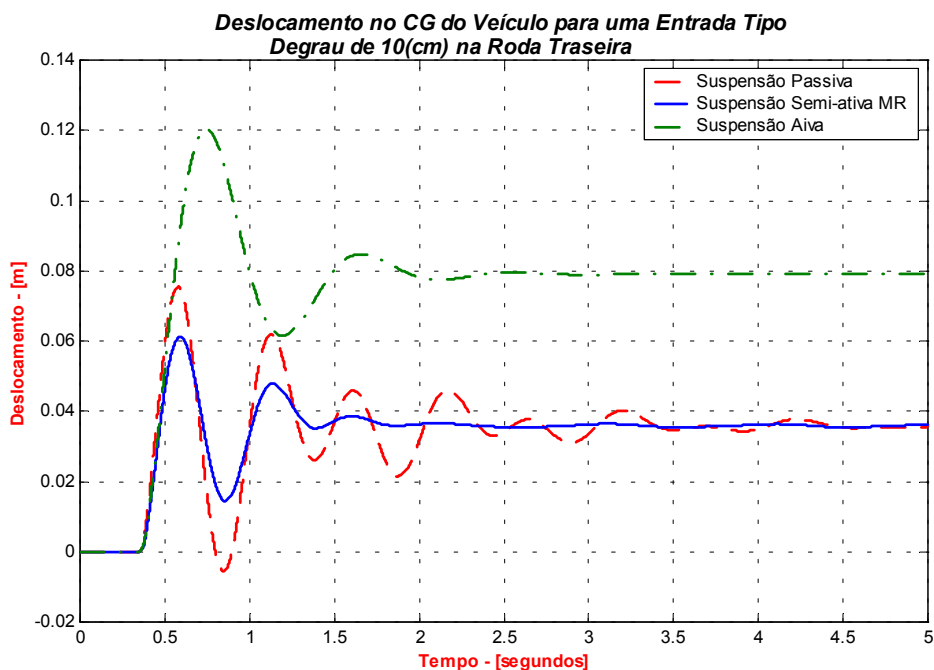


(e) Deslocamento do CG a uma entrada de deslocamento na roda dianteira.

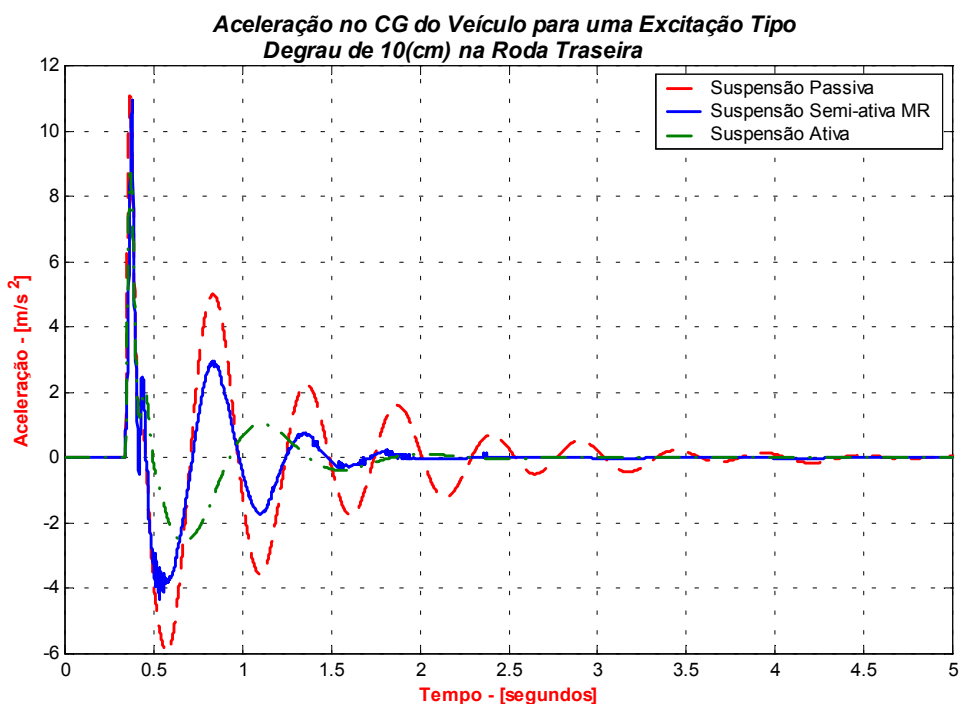


(f) – Aceleração do CG a uma entrada de deslocamento na roda dianteira.





(g) – Deslocamento do CG a uma entrada de deslocamento na roda traseira.



(h) – Aceleração do CG a uma entrada de deslocamento na roda traseira.

Figura 71 – Resposta, em deslocamento e aceleração, ao Degrau unitário de 10(cm) e de 1(m/s) nas rodas dianteira e traseira para Suspensão Passiva, Semi-ativa MR e ativa.

Analisado, previamente, todas as Figura 70 e Figura 71, pode-se verificar que o sistema ativo é mais eficiente, pois possui um tempo de estabilização mais curto quando comparado

ao sistema passivo e semi-ativo, o que torna o veículo mais seguro, e os pico máximos são menores para esse sistema. Porém, o sistema ativo deixa a desejar somente no tempo de subida de modo que tal sistema responde mais lentamente às entradas consideradas. Isso pode ser atribuído ao valor alto do fator de amortecimento, conforme dados da Tabela 2 ou ao tempo de processamento do controlador.

Na figura 38 (g) nota-se, novamente, que a resposta do sistema ativo tende a se aproximar mais do valor de referência da entrada. Isto, dentro da área de controle, significa precisão na ação do controlador e se deve possivelmente à relação  $(F/k)$  da equação de transmissibilidade, e a uma rigidez mais elevada da suspensão.

Mesmo sem ser tão eficiente quanto o sistema ativo, a suspensão semi-ativa MR tem melhores características de estabilização que o sistema passivo e responde mais rapidamente que o sistema ativo, sendo assim, mais eficaz. As interferências observadas para as respostas da suspensão semi-ativa MR são devidas às problemas numéricos, mais precisamente ao tempo de amostragem que foi baixo, então, esse problema pode ser corrigido reduzindo o tempo de amostragem.

### **7.3.3 Simulação do Impulso de 10(cm) altura x 20(cm) largura**

Para este tipo de entrada tem-se o gráfico da Figura 72, sendo que foi considerando o veículo a uma velocidade de 60(km/h) e por um tempo de 5 segundos. Na Figura 72 pode se identificar as entradas tanto em deslocamento como em velocidade nas rodas dianteira e traseira, coerentemente ao equacionamento do modelo. A defasagem entre as rodas dianteira e traseira é perceptível através do intervalo entre os picos dos impulsos. Para outras velocidades do veículo o que mudaria no gráfico seria o tempo decorrente entre as excitações na roda dianteira e traseira, e os valores de velocidade e deslocamento de entrada são mantidos constantes. No gráfico da Figura 72 tem-se uma ampliação do tempo (de 5 para 2 segundos) para melhor visualizar a defasagem de tempo entre a passagem das rodas pelo “obstáculo”.

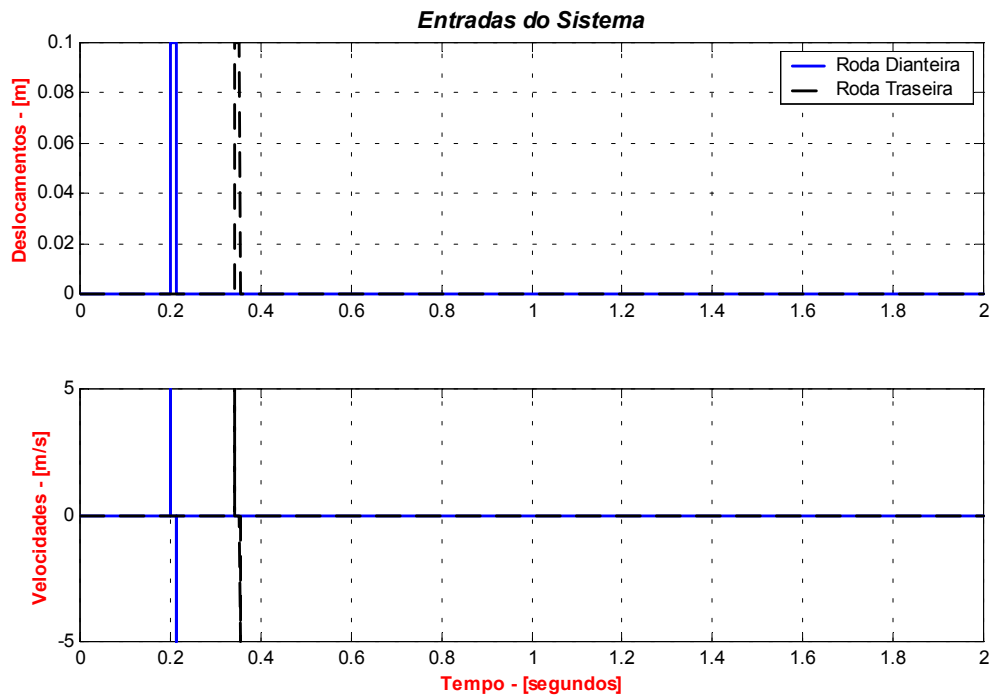


Figura 72 – Entrada em degrau combinado no sistema, representando um obstáculo à frente do veículo, para uma velocidade de 60 (km/h).

Para essa entrada tem-se as seguintes respostas no CG do veículo para os três sistemas de suspensões em estudo:

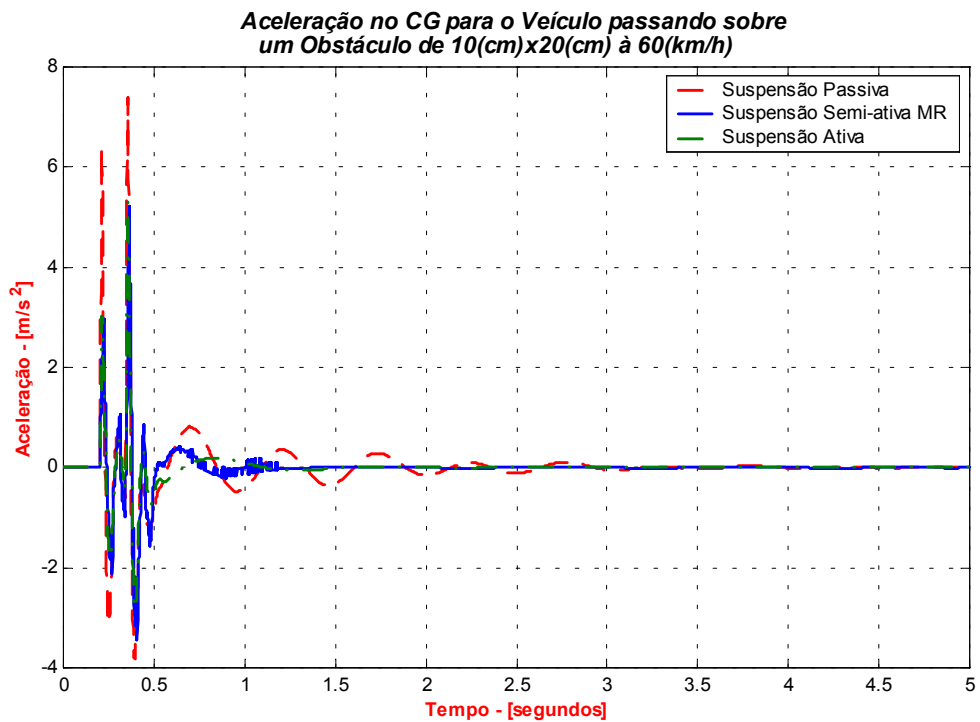


Figura 73 – Resposta, de aceleração no CG, dos três sistemas de suspensão à entrada impulsiva.

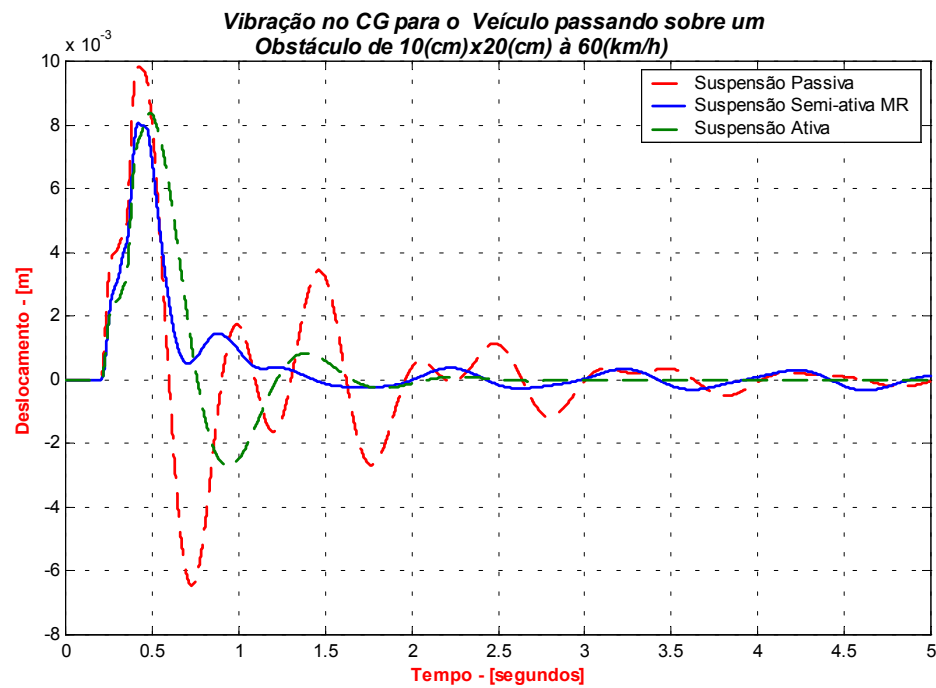


Figura 74 – Resposta, em deslocamento no CG, dos três sistema de suspensão à entrada impulsiva.

Das Figura 74 e Figura 75 pode-se observar que a vibração é amortecida mais rapidamente no sistema ativo que teve, ainda, menor pico de resposta. E no sistema semi-ativo MR teve uma resposta intermediária entre os outros dois esquemas de suspensão.

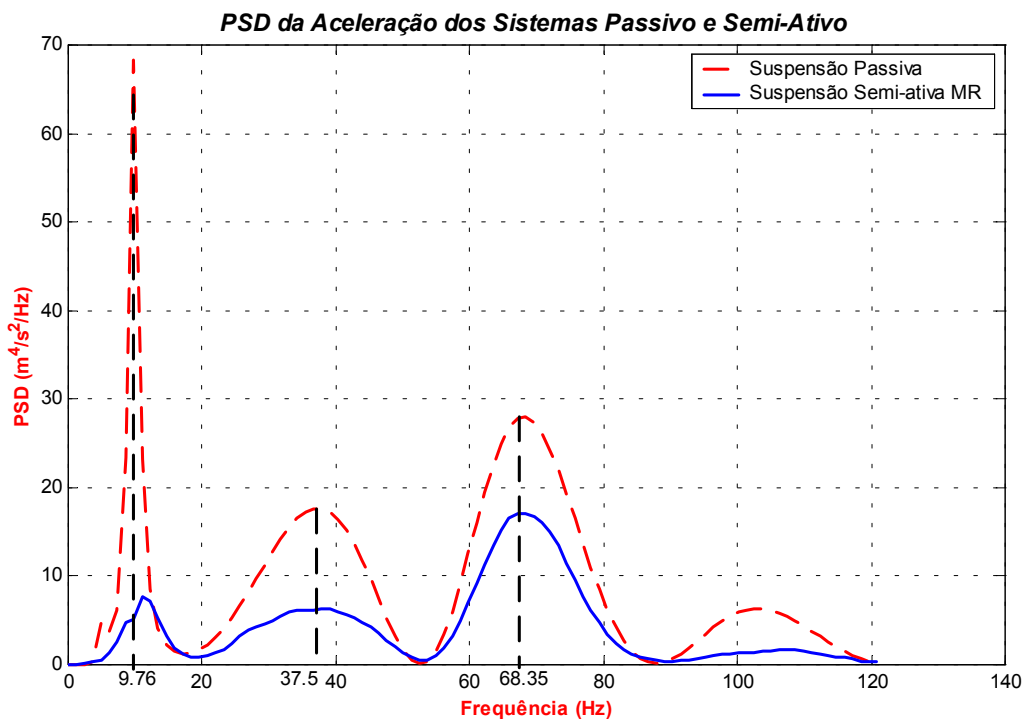


Figura 75 – Resposta em frequência da aceleração no CG do veículo, para os sistema Passivo e semi-atvo MR, à entrada impulsiva.

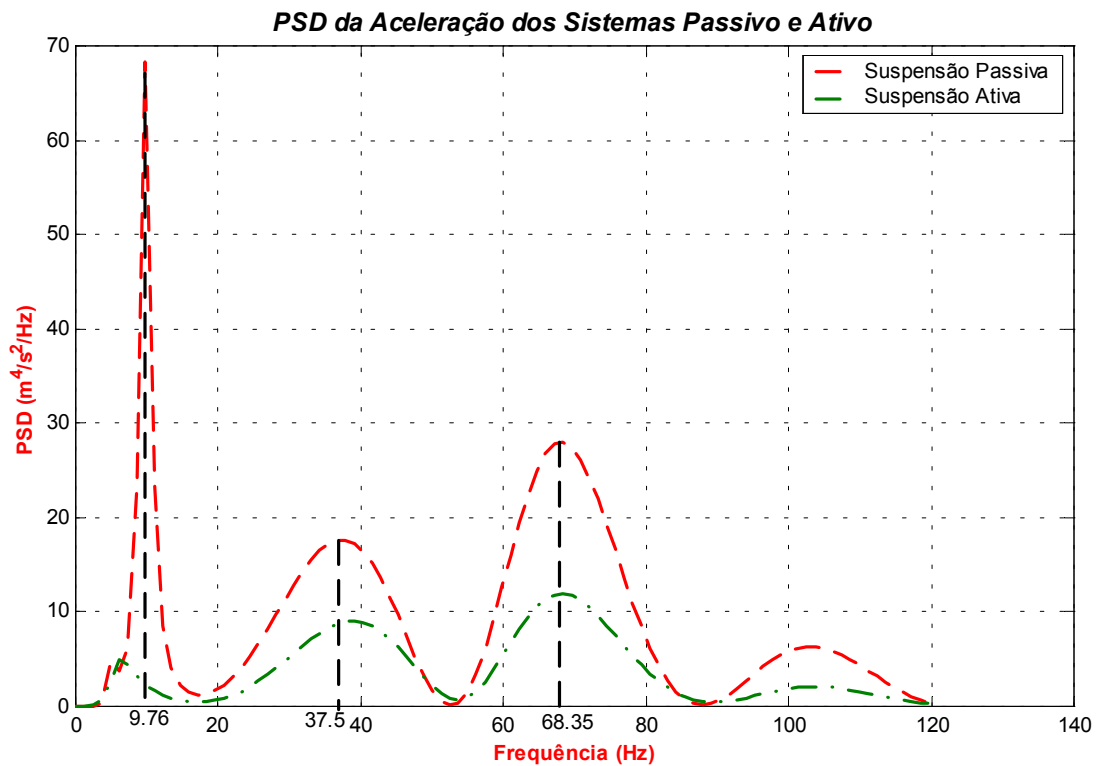


Figura 76 - Resposta em frequência da aceleração no CG do veículo, para os sistema Passivo e ativo, à entrada impulsiva.

Analisando as Figura 75 e Figura 76 pode-se identificar as frequências principais do modelo para os três tipos de suspensão. E pode-se verificar que a suspensão semi-ativa possui boa isolamento em baixa frequência. E mais uma vez evidencia a superioridade da suspensão ativa.

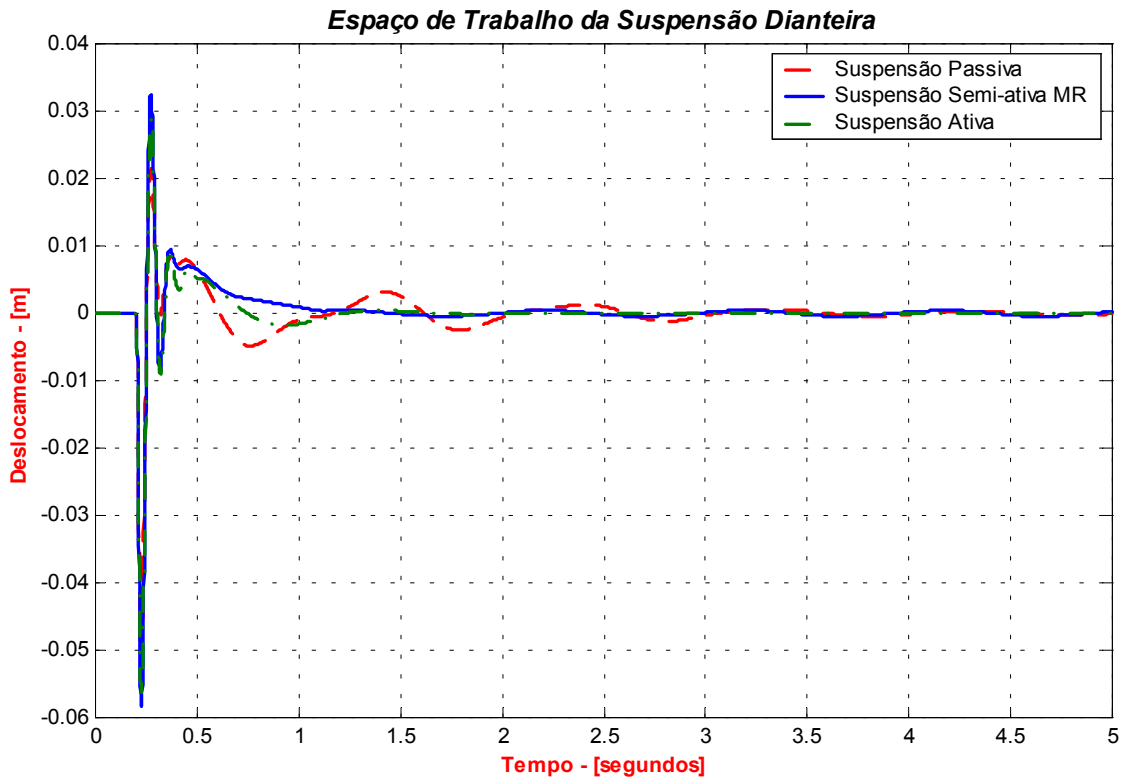


Figura 77 – Espaço de trabalho da suspensão dianteira para os três sistema de suspensão.

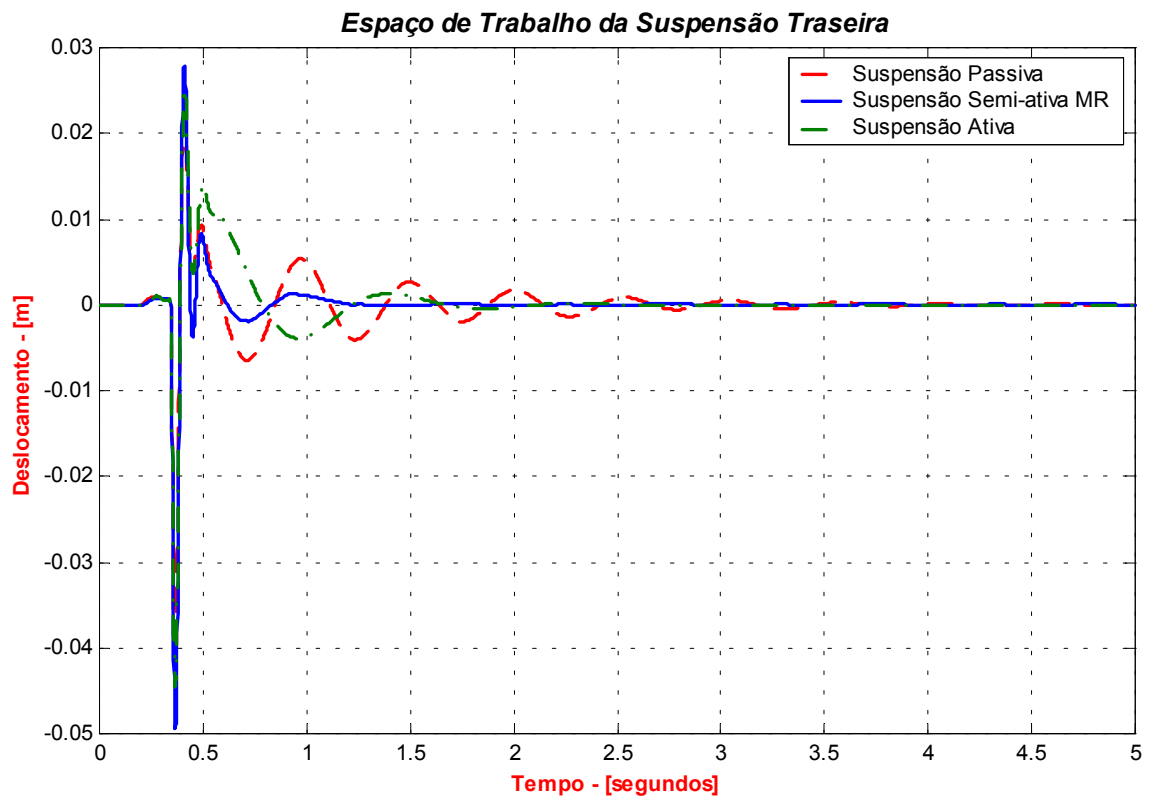


Figura 78 - Espaço de trabalho da suspensão traseira para os três sistema de suspensão.

Das Figura 77 e Figura 78 observa-se que as suspensões semi-ativa e ativa permanecem atuando por um período de tempo maior que o da suspensão passiva durante os picos de vibração.

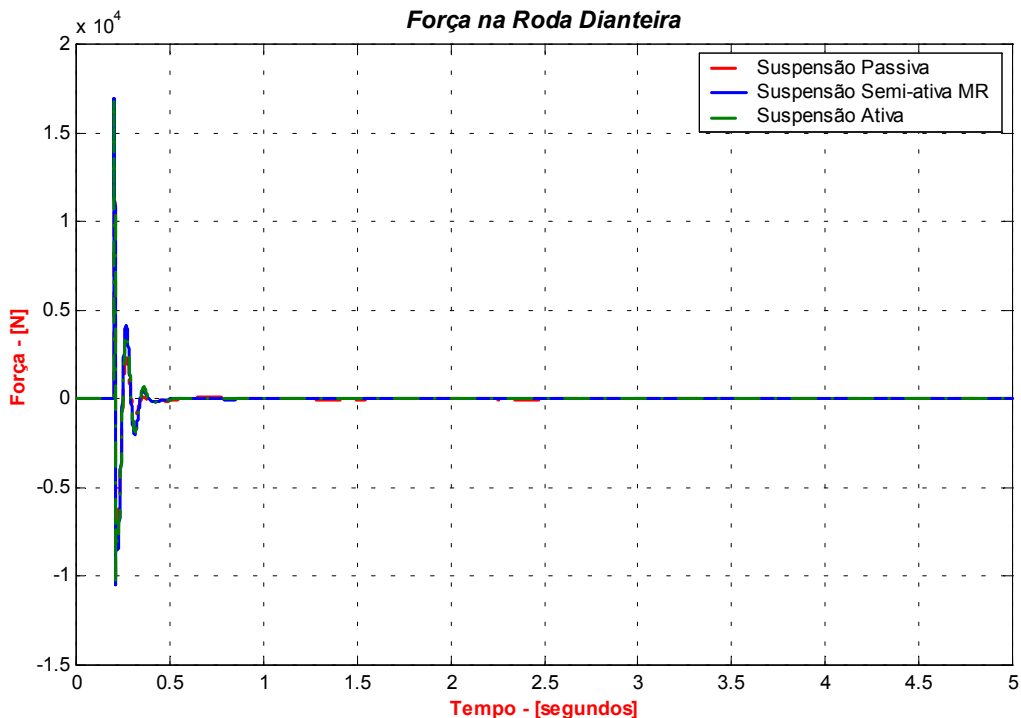


Figura 79 – Força de contato pneu dianteiro/via para os três sistemas de suspensão.

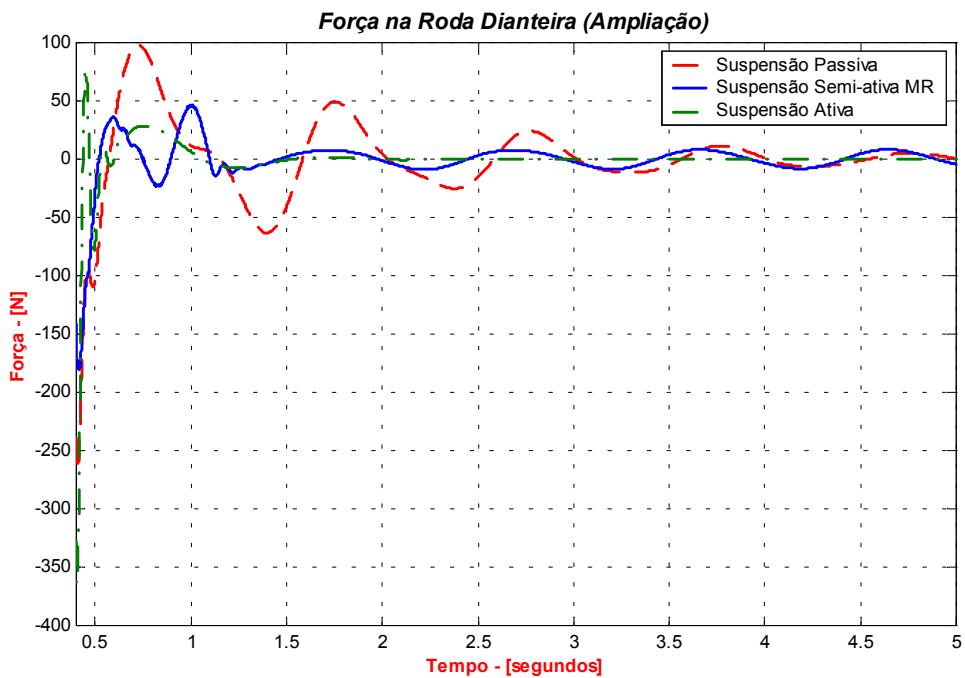


Figura 80 – Ampliação do gráfico da Figura 79.

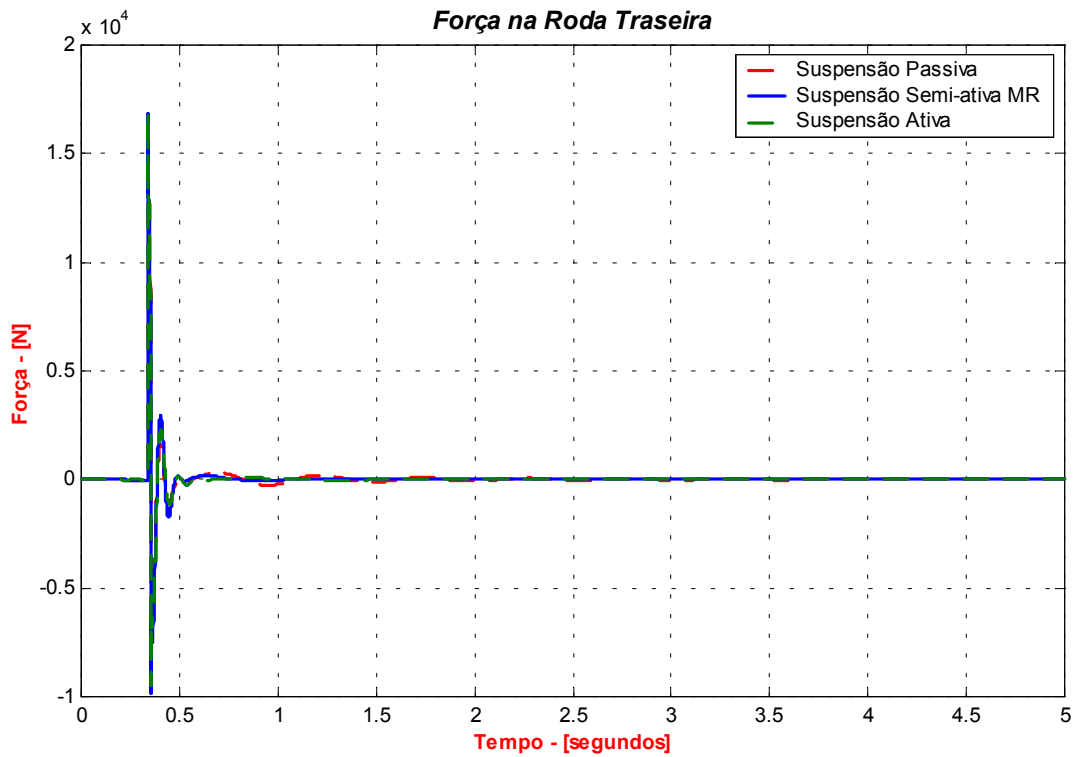


Figura 81 - Força de contato pneu traseiro/via para os três sistemas de suspensão.

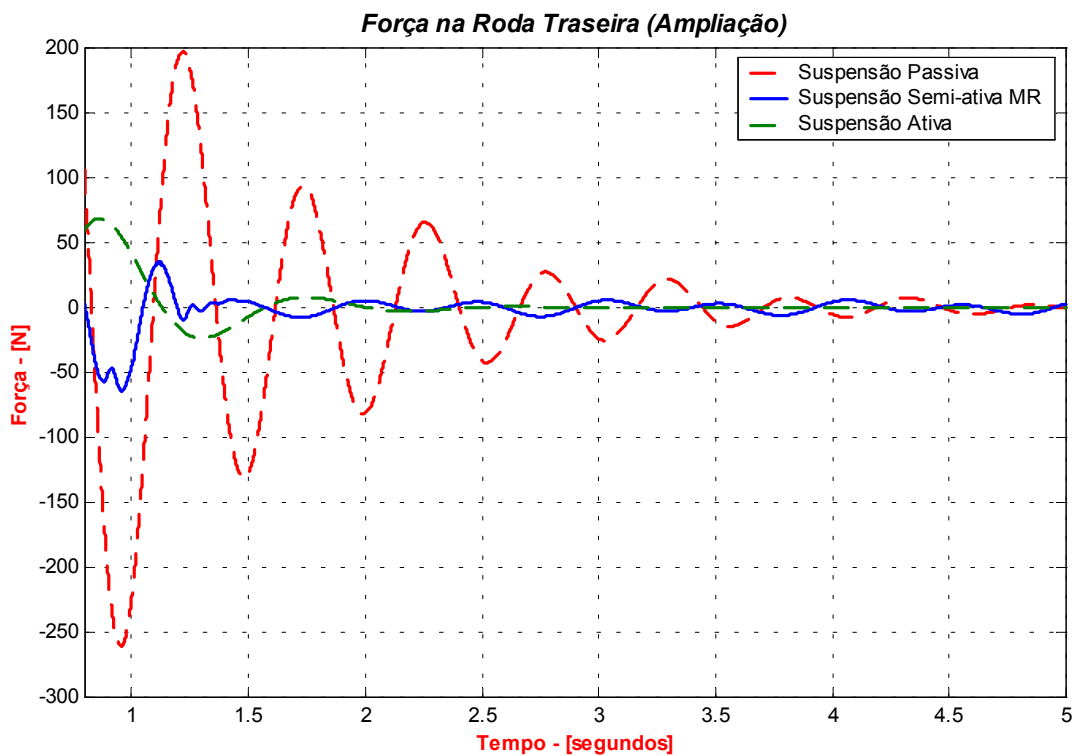


Figura 82 – Ampliação do gráfico da Figura 81.

Através das Figura 79 e Figura 81 pode-se observar que os três tipos de suspensão possuem os mesmos níveis de força. Ainda percebe-se que os pneus, dianteiro e traseiro, permanecem em contato por maior tempo nos sistemas semi-ativo MR e ativo.



### 7.3.4 Simulação de Entradas Randômicas

No sistema veicular real a pista não é idealmente plana e reta como suposta na primeira simulação, ela é na verdade rugosa com defeitos localizados (buracos) e distribuídos (trincas) por trechos ou em toda sua extensão, e com curvas. Assim, as elevações que constituem um pavimento, altera-se de forma randômica ao longo de seu comprimento (Neto, 2000). Então, para se realizar simulações que façam com que o modelo apresente respostas mais realísticas, coerentes ao sistema real, é necessário excitá-lo com um perfil típico de estrada. Para efeitos de simulação, um perfil típico de estrada pode ser representado como uma composição de espectro senoidal de vários números de onda compreendidos entre  $0,016$  ( $\frac{\text{ciclos}}{\text{m}}$ ) e  $1,6$  ( $\frac{\text{ciclos}}{\text{m}}$ ), (Neto, 2000). Existem vários dados e modelos de pistas obtidos por cálculos estatísticos ou por ensaios práticos com perfilômetros. Alguns modelos de perfis típicos de pistas são fornecidos por Neto (2000) e por Gillespie (1992). Durante a simulação deve se, ainda, considerar uma diminuição das amplitudes de excitação, quando um aumento do número de onda for observado, para que se tenha uma semelhança entre os vários tipos de pistas.

São encontradas, ainda, as PSD (Power Spectral Density) que são funções estatísticas representando a contribuição de cada número de onda e é uma das formas mais empregada na representação de um perfil de estrada. Algumas dessas funções com suas formulações podem ser encontradas em Neto (2000) e Gillespie (1992), Fonseca (1964) e Bouazara (2001), e que serão utilizadas para análise no domínio da frequência.

Assim, a simulação do modelo quando sujeito à entradas randômicas representando algumas características médias de estradas faz-se importante na medida que permite analisar o comportamento do veículo viajando em auto-estrada.

Para este trabalho faz-se o uso da rotina de geração do perfil de estrada fornecido por Neto (2000), onde as elevações do pavimento são inseridas no simulink® através de um bloco específico, “From Workspace”, pois o mesmo permite entrar com os valores médios para as oscilações em função do tempo e da velocidade do veículo. O modelo de pista utilizado foi o modelo do MIRA (Motor Industry Research Association) dado por Neto (2000), o qual foi observado como tendo maior flexibilidade na definição de seus parâmetros e que leva em consideração frequências desde 0 (Hz) até a frequência que se deseja analisar.

É possível ainda utilizar um arranjo entre entradas randômicas e obstáculos à frente do veículo, o que tornaria ainda mais coerente a representação das entradas com o que acontece na prática, quando um veículo passa por um “quebra molas”, mas isso fica para trabalhos futuras.

Procedendo as simulações, modificou-se as entradas dos DB anteriores, de modo que fossem utilizados os perfis típicos de estradas. A Figura 83 mostra essas entradas considerando um tempo de simulação de 30 segundos que corresponde a um trecho de 500 metros quando o veículo está sob uma velocidade de 60 (km/h). A Figura 83 leva em conta entradas de deslocamento e velocidade aleatórias com uma defasagem de tempo entre a passagem da roda dianteira e traseira pelo obstáculo.

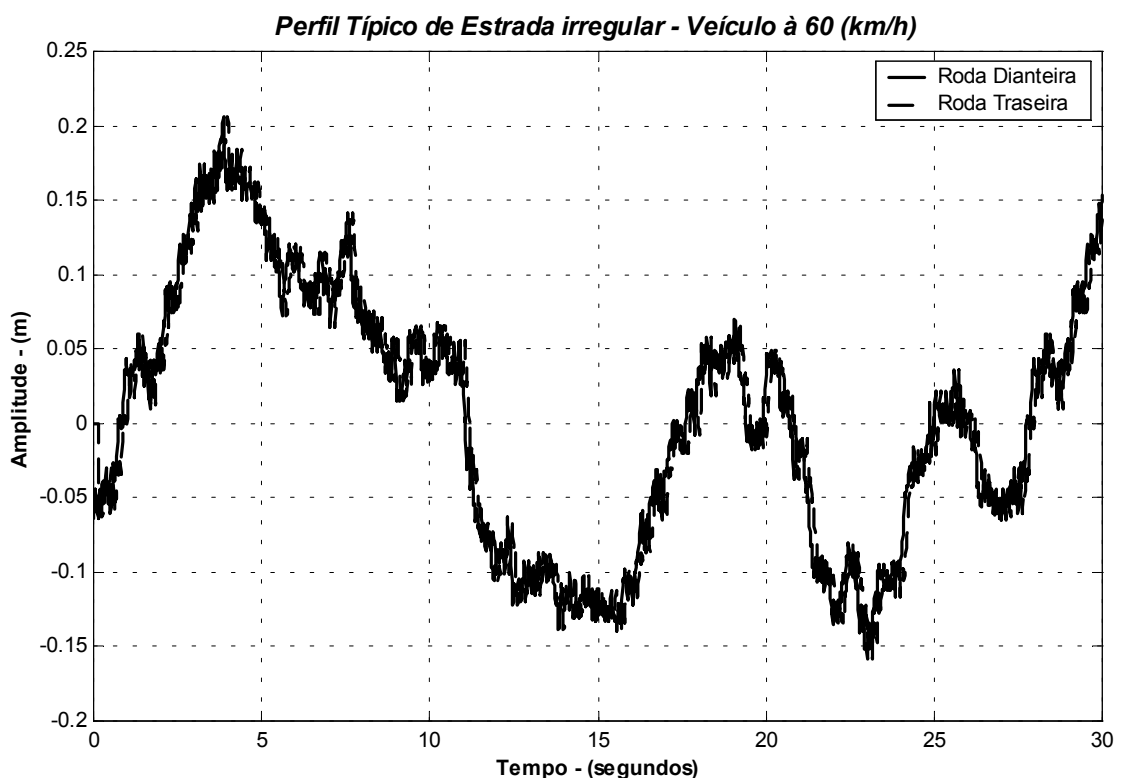


Figura 83 – Perfil Típico de Estrada Irregular utilizada como Entrada Randômica.

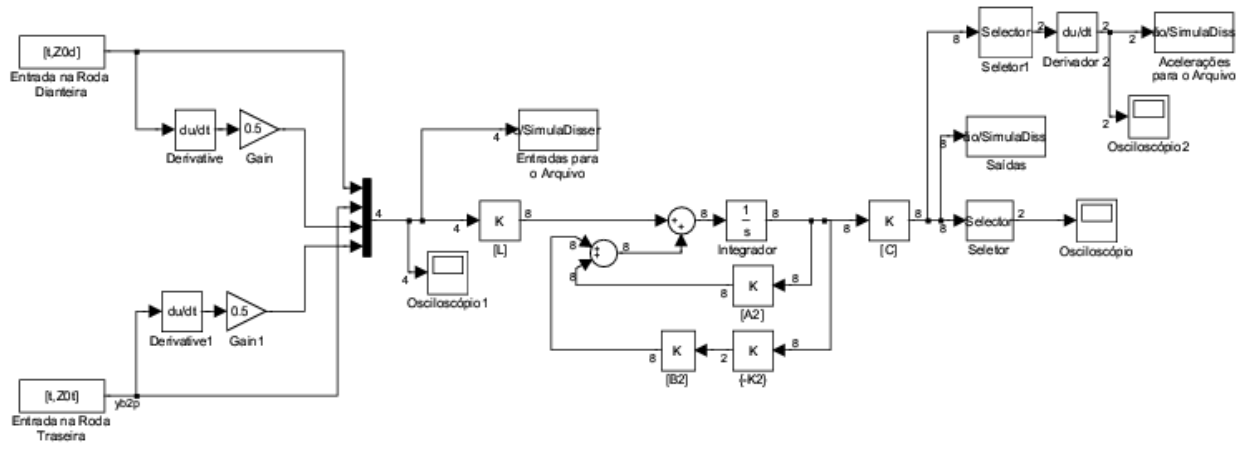


Figura 84 – Diagrama de Blocos do Sistema Ativo com entradas randômicas.

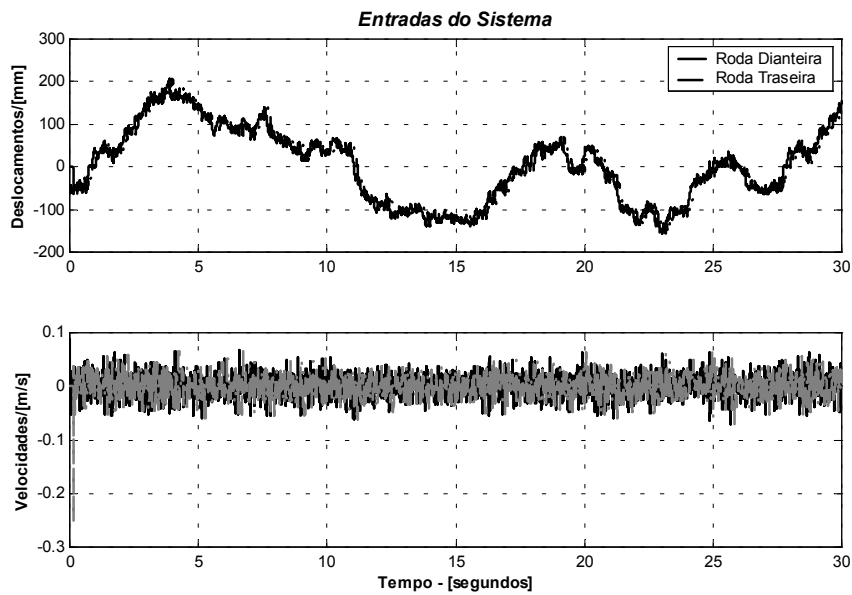


Figura 85 – Excitações em deslocamento e velocidade submetidas ao veículo.

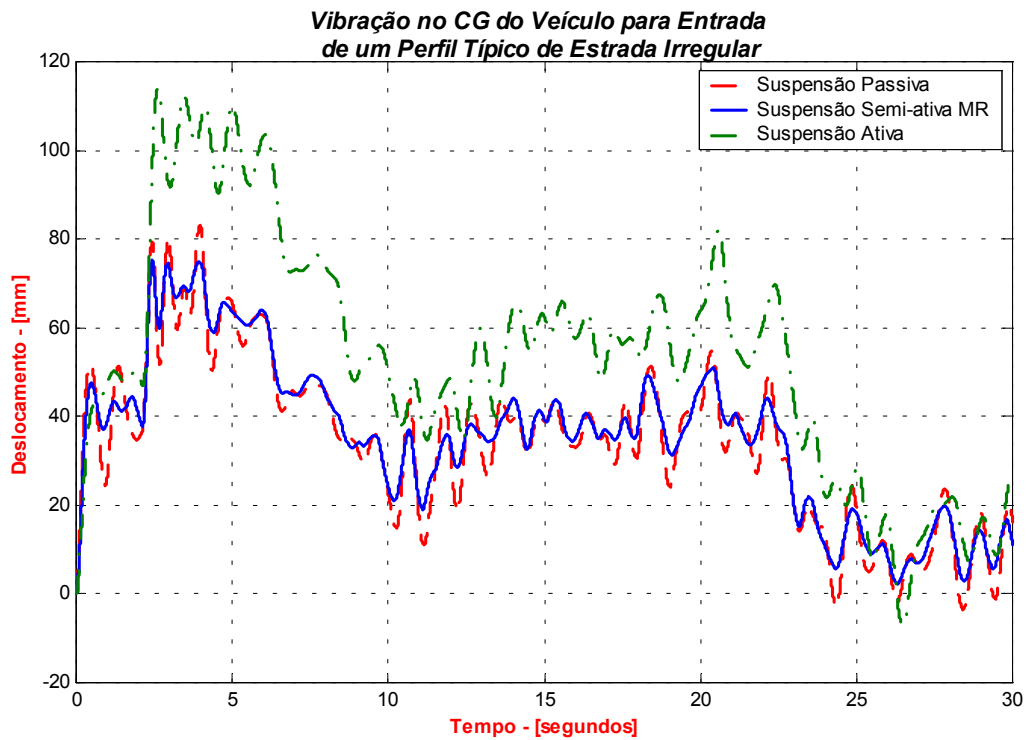


Figura 86 – Resposta temporal em deslocamento no CG para excitação randômica.

Essa resposta mostra mais uma vez que o sistema ativo tende a buscar o valor de referência da entrada. E verifica-se que a resposta do sistema semi-ativo MR é tão rápida quanto a do sistema passivo.

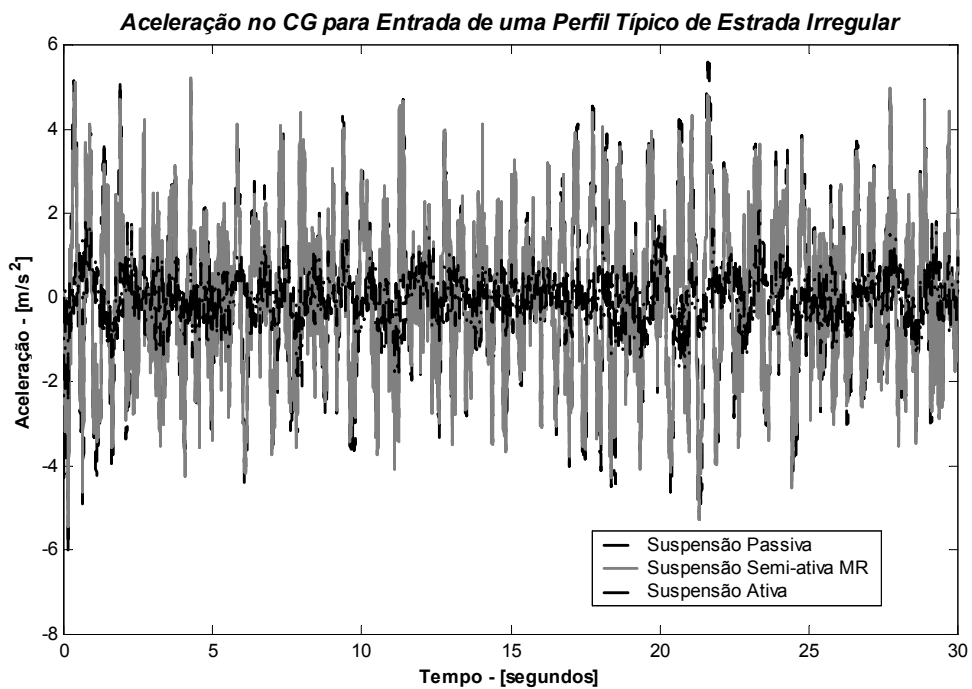


Figura 87 – Resposta temporal de aceleração no CG para excitação randômica.

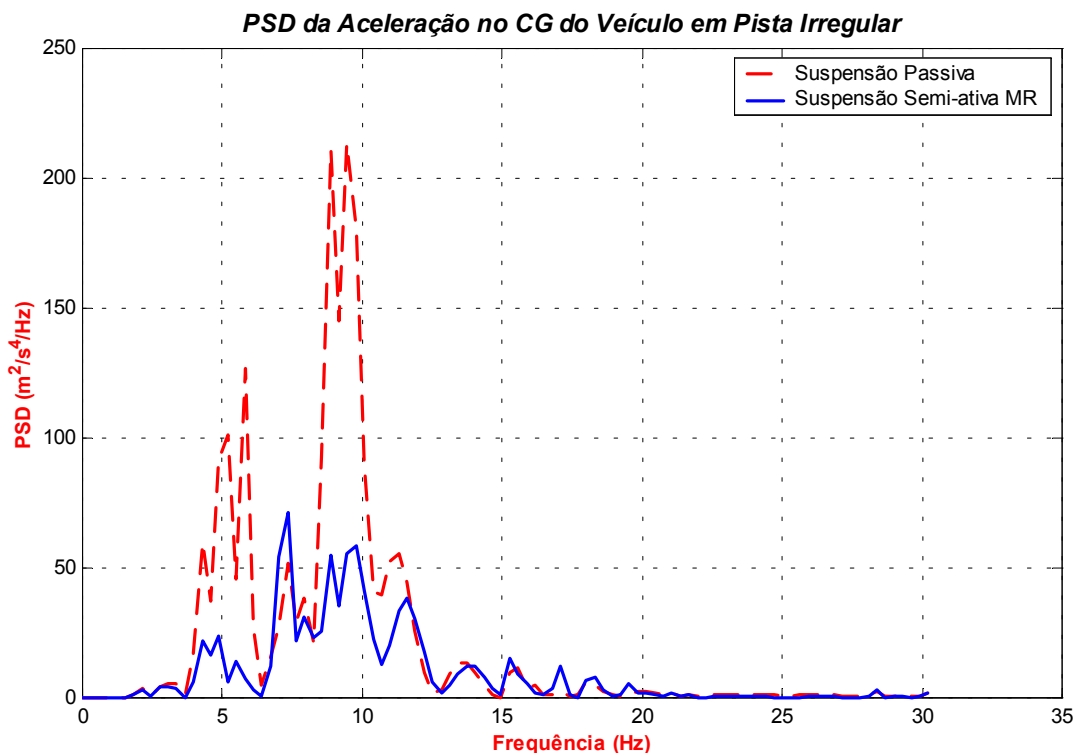


Figura 88 – PSD da aceleração no CG nos sistemas passivo e semi-ativo MR para excitação randômica .

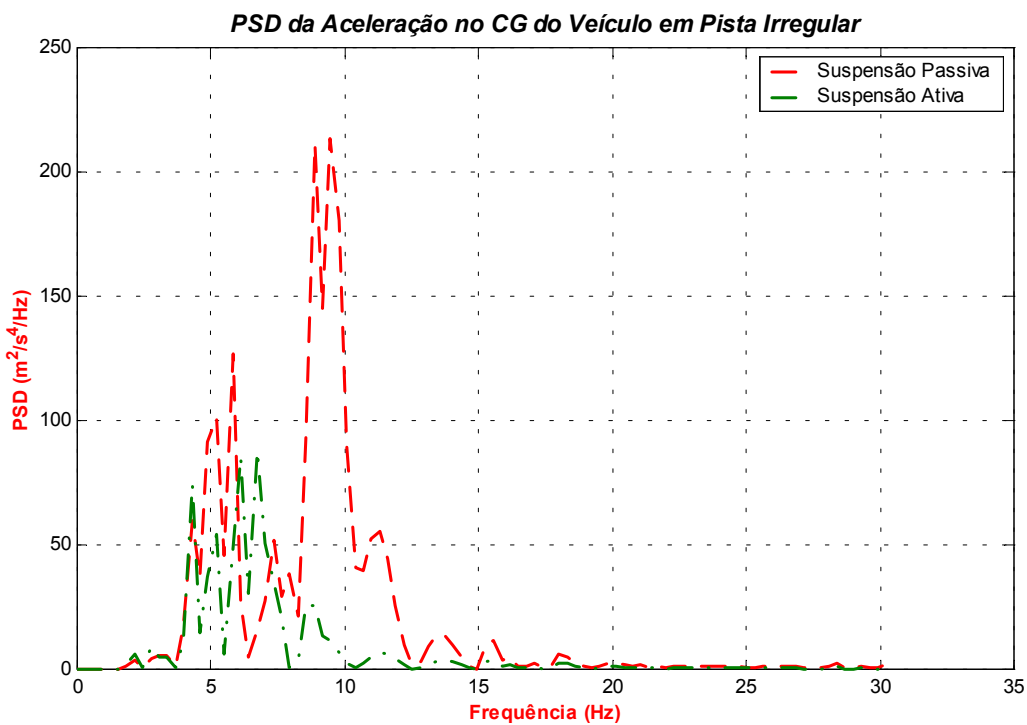


Figura 89 – PSD da aceleração no CG do sistema passivo e ativo para excitação randômica.

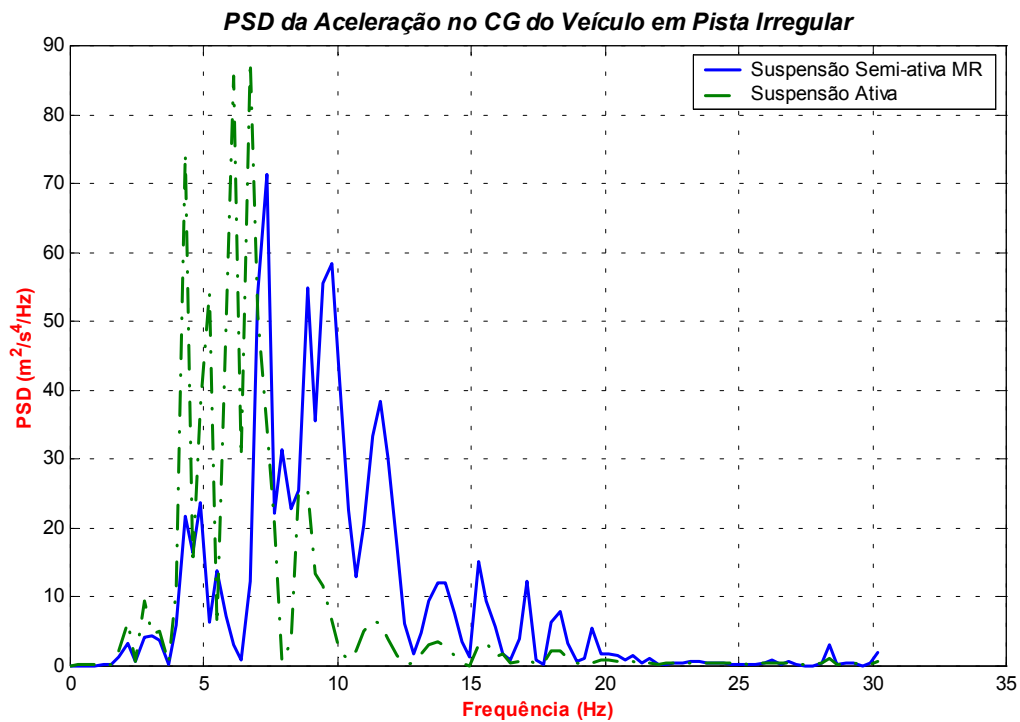


Figura 90 – PSD da aceleração no CG dos sistema semi-ativo MR e ativo para excitação randômica.

Com relação ao conforto, vê-se na Figura 90, que a suspensão ativa propicia menor valor absoluto na aceleração do corpo principal do veículo para quase todas as faixas de frequência, deixando a desejar somente na faixa de 4 à 8 (Hz), que faz parte da região crítica para o conforto, onde a suspensão semi-ativa MR apresenta menores valores de pico de aceleração. Na faixa de 8 à 20 (Hz) pode-se observar que a suspensão semi-ativa MR apresenta valores de pico comparáveis aos da suspensão ativa.

Esses resultados comprovam que a suspensão semi-ativa MR é eficaz, conforme observado por Simon e Ahmadian (2001) e Pare (1998).

## **CAPÍTULO 8**

### **CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS**

Neste capítulo é realizada a análise conclusiva dos resultados obtidos pela simulação do equacionamento do modelo em estudo, verificando as condições de conforto, espaço de trabalho da suspensão, estabilidade e viabilidade econômica. Apresenta-se, ainda, algumas propostas para trabalhos futuros.

#### **8.1 CONFORTO**

Das simulações realizadas para todos os sistemas de suspensão veicular e com todas as entradas pode-se observar que tanto o sistema com suspensão ativa quanto o com suspensão semi-ativa MR são capazes de proporcionar melhor conforto que o sistema com suspensão passiva, pois, na região de “ride comfort” (0 à 20 [Hz]) é observado menores picos de aceleração e deflexão no CG do veículo do que os da suspensão passiva, principalmente na regiões de ressonância.

A suspensão semi-ativa MR mostrou-se mais efetiva na faixa de frequência até 25 Hertz, como concluído por Paré (1998). Dessa forma, é capaz de proporcionar condições de conforto semelhantes a da suspensão ativa, como comprovam a Figura 88, Figura 89 e Figura 90, assegurando, junto com a suspensão ativa, atendimento aos valores apresentados pelas normas ISO 2631 e BS6841, dadas no capítulo 4.

#### **8.2 ESPAÇO DE TRABALHO DA SUSPENSÃO**

A realização das simulações para obtenção dos gráficos de espaço de trabalho das suspensões foi realizada do mesmo modo que realizado por Alves (1997). Como se sabe a

necessidade de maior flexibilidade nas molas acarreta maior espaço de trabalho na suspensão. Assim, os resultados da análise do espaço de trabalho das suspensões, Figura 77 e Figura 78, revelam, de modo subjetivo, que é requerido um curso maior para o deslocamento da suspensão semi-ativa MR, isso quando comparado ao sistema passivo. Por outro lado a suspensão ativa teve seu espaço de trabalho reduzido, mostrando que consegue fornecer melhor desempenho com um curso inferior ao da suspensão semi-ativa MR e próximo ao da suspensão passiva mostrando ser, então, mais estável e seguro.

Porém, pode-se reduzir o espaço para a suspensão ativa bastando modificar seu fator de ponderação do espaço de trabalho da suspensão ou aumentando a quantidade de energia que é fornecida aos atuadores, porém isto tornaria inviável demais a sua utilização. Faz-se necessário lembrar que os valores (pico à pico) do espaço de trabalho da suspensão, para os três sistemas analisados, obtidos na Figura 77 e Figura 78, estão dentro dos valores encontrados por Queslati e Sankar (1994), Barbieri e Neto (2002) e Yang (2002).

### 8.3 ESTABILIDADE

Os gráficos de resposta ao degrau unitário, Figura 70 (a,b, c, d) e Figura 71 (de a até h) revelam que o sistema ativo é capaz de reduzir o tempo de acomodação do sistema em até 75%, o que garante manobras, em curvas, com menor oscilação da carroceria. Os valores das forças de contato dos pneus para as suspensões semi-ativa MR e ativa, Figura 79 e Figura 81, foram da mesma ordem de grandeza que os do sistema passivo e, ainda, estão dentro daqueles valores encontrados por Queslati e Sankar (1994) e Yang, Spencer Jr, Carlson e Sain (2002), mostrando que o modelo estudado possui coerência nos parâmetros usados e valores encontrados. Das mesmas figuras, pode-se observar, ainda, que o sistema com suspensão ativa e semi-ativa MR possuem forças de contato com uma duração mais longa que o sistema passivo durante o *período transitório*, o que indica um contato pneu/via mais seguro. Entretanto, no sistema ativo o tempo de subida foi maior que os outros sistemas, isso se traduz em respostas mais lentas à entradas nas rodas, indicando maior flexibilidade no sistema. Os autovalores e as respostas impulsivas obtidos pela translação do CG do veículo no sistema passivo mostram que os picos de aceleração e vibração noutro ponto próximo ao CG são da mesma ordem, mudando apenas de fase, e, assim, melhorando (afastando do eixo imaginário) a frequência natural da carroceria. A análise dos autovalores do sistema ativo mostram que variando os fatores de peso pode ser ter um sistema mais estável em um ou outro modo, sendo que valores adequados desses fatores alcança-se um melhor desempenho para o sistema.



## 8.4 SEGURANÇA

Considerando os gráficos das forças nas rodas, do espaço de trabalho das suspensões e das características dinâmicas do sistema, pode-se concluir que a suspensão ativa é mais efetiva no controle de vibração no veículo, e que a suspensão semi-ativa MR é uma alternativa secundária neste sentido.

As forças de contato dos pneus dianteiro e traseiro nas suspensões ativa e semi-ativa se apresentam da mesma ordem que no sistema com suspensão passiva, comprovando novamente a coerência nos parâmetros utilizados. E também, analisando os gráficos de resposta ao degrau unitário, Figura 70 (a,b, c, d) e Figura 71 (de a até h), verifica-se que os tempos de subida dos três sistemas indicam que os sistemas com suspensão semi-ativa MR e ativa respondem mais rapidamente às excitações nas rodas do veículo o que se traduz como maior rapidez no encontro da estabilidade. Isso assegura maior dirigibilidade ao motorista durante manobras em curvas.

E juntando com as análises da estabilidade conclui-se que o sistema ativo tem maior segurança em curvas, em retas e em pistas irregulares, pois conciliam menores valores de overshoot, que mantém o centro de massa mais próximo do solo, e com menores tempos de acomodação nos mesmos níveis de forças de contato nas rodas que os outros sistemas. O sistema semi-ativo MR, mesmo tendo segurança inferior ao ativo, proporciona mais conforto que o sistema passivo, e é tão seguro quanto o sistema com suspensão passiva.

## 8.5 VIABILIDADE

Uma questão de relevância que ainda não se encontrou nos vários trabalhos revisados até o momento foi o fator viabilidade. A frase “o custo de fabricação, manutenção e instalação inviabiliza um sistema totalmente ativo” é geralmente encontrada na literatura, porém não se viu uma comparação dos preços desses sistemas. Então faz-se aqui um levantamento dos custos associados à cada sistema. Os dados contidos nessa comparação foram retirados da internet, de pesquisas efetuadas com fabricantes do sistema em si e de componentes (acelerômetros, transdutor etc) e de montadoras.



Figura 91 – Equipamentos componentes de sistema de suspensão inteligente e passiva.

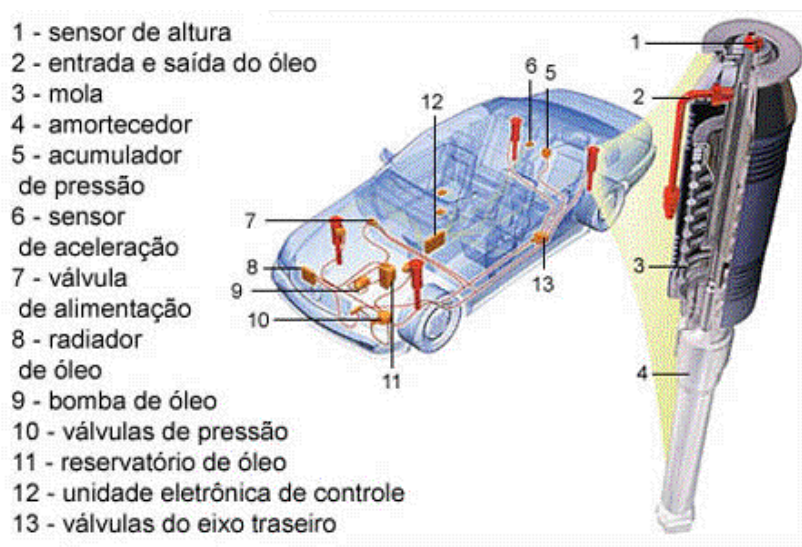


Figura 92 – Sistema de controle ativo construído pela Mercedes Benz©.

Sistema de suspensão passiva possui baixo custo e é acessível à todos os usuários de veículos. Esses valores para suspensões passivas podem ser encontrados em lojas de componentes veiculares e até mesmo na internet em sites de concessionárias.

Já para o sistema semi-ativo MR e ativo não se encontrou valores do conjunto construído, por ser sigilo dos fabricantes.

De maneira geral o custo de um sistema ativo ou semi-ativo MR é bem mais elevado que o de uma suspensão passiva. Assim, há muito que se melhorar em termos viabilidade de sistemas inteligentes para torná-los acessíveis à maioria dos usuários de veículos e comprova-

se o que as referências diziam. Com isso, conclui-se as suspensões semi-ativas MR e ativas ainda são inviáveis para se otimizar sistemas de suspensão para veículos de passeio.

## 8.6 PERSPECTIVAS FUTURAS

Visto que nesse trabalho foram realizadas simulações para a velocidade de 60 (km/h), adotado por ter sido o valor mais utilizado nos trabalhos revisados, poderia-se simular os sistemas analisados com as velocidades de 30, 80 e 100 (km/h), para avaliar o comportamento dos mesmos.

Uma outra simulação que seria possível é submeter os sistemas analisados a uma entrada tipo senoidal com frequência variando em um intervalo de tempo determinada, representando o veículo acelerando. Isto é possível no ambiente Simulink®, pois o mesmo traz esse tipo de entrada, bastando substituir as entradas dos sistemas.

Em alguns trabalhos revisados verificou-se que um modelo tridimensional tornaria a análise de desempenho dos sistemas de suspensão veicular mais próxima daquelas de um veículo real, porém um modelo assim exige um processador muito rápido para torná-lo viável. Assim, propõe para trabalhos futuros que se elabore um modelo que leve em conta os principais graus de liberdade do veículo (Neto, 2000; Barbieri e Neto, 2002), mas utilizando modelos de suspensões semi-ativa MR e ativa, como as utilizadas nesse trabalho.

Pode-se, ainda, utilizar um modelo de entrada que combine perfil típico de estrada irregular com um obstáculo (degrau) à frente do veículo, o que tornaria a simulação mais próxima à uma situação real.

Para que o trabalho ficasse completo seria necessário realizar ensaios experimentais, o que permitiria validar os modelos desenvolvidos. E como não foi possível de se fazer aqui, fica, então, como uma proposta para trabalhos futuros.

E, por final, se propõe que seja realizado vários ensaios, aplicando diferentes estratégias de controle, para identificar aquela que alie mais o compromisso entre conforto, dirigibilidade, segurança e viabilidade (financeira e construtiva).



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALMEIDA, M. T. (1999)**, “*Curso de Vibrações Mecânicas – MCM 15*”, EFEI, Itajubá-MG, 173p.
- ALMEIDA, M. T. e GÓZ, R. D. S. (1988)**, “*Curso de Controle e Isolação de Vibrações em Sistemas Mecânicas*”, FUPAI, Itajubá-MG, 195p.
- ALVES, P. S. L. (1997)**, “*Análise Comparativa do Desempenho de uma Suspensão Veicular Considerando Elementos Passivos e Ativos*”, Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 131p.
- BARBIERI, F. A. A., NETO, A. C. (2002)**, “Prototipagem Virtual: Modelagem e Controle de Dinâmica Veicular”, SAE Brasil, *Anais do 11º Congresso e Exposição Internacionais da Tecnologia da Mobilidade*, São Paulo, SP, Brasil, 12 p.
- BICA, I. (2002)**, “Damper with Magneto-rheological Suspension”, *Journal of Magnetic Materials*, Vol. 241, p. 196-200.
- BOUAZARA, M. E RICHARD, M. J. (2001)**, “*An optimization method designed to improve 3-D vehicle comfort and road holding capability through the use of active and semi-active suspensions*”, *Eur. J. Mech. A/Solids*, v20, Elsevier, p. 509-520.
- CHALASANI, R. M. (1987)**, “Ride Performance Potential of Active Suspension Systems- Part I: Simplified Analysis Based on A Quarter-Car Model”, *ASME, AMD*. v. 80, p. 187-204.
- COFAP (1987)**, Catálogo De Suspensão.
- DEN HARTOG, J.P. (1964)**, “*Mecanica de Las Vibraciones*”, Compenia Editorial Continental, México.

- DONADO, F., MENDOZA, M. E., CARRILLO, J. L. (2001)**, “Dynamic Elastic Properties of Magneto-rheological Slurries”, *Physica A*, v245, Elsevier, pp. 81-84.
- ELMADANY, M. M., ABDUJABAR, Z. (1989)**, ”On the Statistical Performance of Active and Semi-Active Car Suspension Systems”, *Computer and Structures*, v. 33, n. 3, pp.785-790.
- ELMADANY, M. M., ABDUJABAR, Z., (1991)**, “Alternative Control Laws for Active and Semi-Active Automotive Suspension - A Comparative Study”, *Computer and Structures*, v. 39, n. 6, pp.623-629.
- FONSECA, A. (1964)**, ”*Vibrações*”, Rio de Janeiro – RJ , pp. 215-225 e 245-255.
- GILIOMEE, C. L., ELS, P. S. (1998)**, ”Semi-active Hydropneumatic Spring and Damper System”. *Journal of Terramechanics*, v35, Pergamon, pp. 109–117.
- GILLESPIE, T. D. (1992)**, “*Fundamentals of Vehicle Dynamics*”, SAE, Warrendalle, 1992.
- GRIFFIN, M. J. (1990)**, “Handbook of Human Vibration”, *Academic Press*, 1ª Edição, 998p.
- HARRIS, C. M., CREDE, C. E. (1961)**, “*Shoch and Vibration Handbook*”, Vol. 3, Engineering Design and Environmental Conditions, Edited by MCGraw-Hill Book Company, pp. 44.1 – 46.34.
- JOLLY, M. R., BENDER, J. W., CARLSON, J. D. (2001)**, "*Properties and Applications of Commercial Magnetorheological Fluids*", Thomas Lord Research Center, Lord Corporation, 110 Lord Drive, Cary, NC 27511.
- KITCHING, K. J., COLE, D. J., CEBON, D. (2000)**, “Performance of a Semi-active Damper for Heavy Vehicles”, *ASME*, Transactions of the ASME, Vol. 122, p. 498 – 506.
- LI, K., NAGAI, M. (1999)**, “Control and Evaluation of active suspension for MDOF vehicle model”, *JSAE - Society of Automotive Engineers of Japan*, Review 20, p 343-348.

- MILECKI, A. (2001)**, “Investigation and control of magneto-rheological fluid dampers”. Pergamon, *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, v41, pp. 379–391.
- MONROE (2002)**, [www.monroe.com/frsusp.htm](http://www.monroe.com/frsusp.htm), home page.
- MOURA, E. D. A., LIMA JR., J. J. de (2001)**, “Análise Comparativa de uma Suspensão Veicular Considerando Elementos Passivos e Ativos”, *Anais do VII Congresso Nacional dos Estudantes de Engenharia Mecânica*, Salvador, BA, Brasil, pp. A09\_04.
- MOURA, E. D. A., LIMA JR., J. J. de (2002)**, “Estudo de uma Suspensão Passiva e Ativa”, *Anais do V Simpósio Mineiro de Mecânica Computacional*, Juiz de Fora, MG, Brasil, pp. 179-186.
- MOURA, E. D. A., LIMA JR., J. J. de, PINHEIRO, C. A. M., (2002)**, “Estudo de uma Suspensão Veicular Passiva, Semi-Ativa e Ativa”, *Revista Pesquisa e Desenvolvimento tecnológico*, v26, Itajubá, MG, Brasil, pp. 43-49.
- NELL, S., STEYN, J. L. (1998)**, “An Alternative Control Strategy for Semi-active dampers on off-road Vehicles”, *Journal Terramechanics*, Vol. 35, Pergamon, pp. 25-34.
- NETO, A. da R. (2000)**, “Implementação de um Modelo Numérico para Estudos de Conforto Vibracional em Automóveis”, *Dissertação de Mestrado, Universidade Católica de Minas Gerais*, Belo Horizonte, MG, Brasil, 129 p.
- NETO, R. T. da C., NEVES, M. R. de R., SARZETO, C. A. P. (2002)**, “Estudo da Geometria das Suspensões de um Veículo 4WS em Trajetória Curvilínea”, SAE Brasil, *Anais do 11º Congresso e Exposição Internacionais da Tecnologia da Mobilidade*, São Paulo, SP, Brasil, 10 p.
- OGATA, K. (1998)**, “*Engenharia de Controle Moderno*”, 3a Edição, Ed. Prentice-Hall do Brasil, p.177-185 e 544-552.
- PARÉ, C. A. (1998)**, "Experimental Evaluation of Semi-active Magneto-Rheological Suspensions for Passenger Vehicles", Thesis for the degree of Master of Science in Mechanical Engineering, Virginia Polytechnic Institute and State University.

- PICADO, R. M. (1998)**. “Controle Semi-Ativo de Suspensões Automotivas”, *Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Cmpinas, SP, Brasil*, 101 p.
- QUESLATI, F., SANKAR, S. (1994)**, “A Class of Semi-Active Suspension Schemes for Vehicle Vibration Control”, *“Journal of Sound and Vibration”*, 172(3), p. 391-411.
- SIMON, D. E (1998)**, “Experimental Evaluation of Semiactive Magnetorheological Primary Suspensions for Heavy Truck Applications”, *Thesis for the degree of Master of Science in Mechanical Engineering, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia*, 148 p.
- SIMON, D. E., AHMADIAN, M. (2001)**, “Vehicle Evaluation of the Performance of Magneto Rheological Dampers for Heavy Truck Suspensions,” *ASME, Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 123, No. 3, pp. 365 – 375.
- THOMSON, W. T. (1978)**, “*Teoria da Vibração – com aplicações*”, Editora Interciência Ltda, Rio de Janeiro-RJ, 462 paginas.
- WOLLSTRÖM, M. (1998)**, “Internal Noise and Vibrations in Railway Vehicles – A Pilot Study”, *Report of Department of Vehicle Engineering Royal Institute of Technology, Stockholm*, December 1998, 61 p.
- VALLE, N. D. do, KRETZER, J. R, SOUZA, N. de (1987)**, “*Levantamento Experimental de Parâmetros de um Veículo*”. Revista RevBrCMec, Rio de Janeiro, Vol. IV, Nº 2, pp. 35–39.
- WONG, P.L., BULLOUGH, W.A., FENG, C., LINGARD, S. (2001)**, “*Tribological Performance of a Magneto-rheological Suspension*”. WEAR 247, Elsevier, pp. 33-40.
- YANG, G., SPENCER Jr, B. F., CARLSON, J. D., SAIN, M. K. S. (2002)**, “Large-scale MR fluid dampers: modelling and dynamic performance considerations”, *Enginnering Structures*, v24, p. 309-323.
- YAO, G.Z., YAP, F.F., CHEN, G., LI, W.H., YEO, S.H. (2002)**, “MR damper and its application for semi-active control of vehicle suspension system”, *PERGAMON, International Journal of Mechatronics*, v12, pp.963–973.



# APÊNDICE A

## ROTINAS DE CÁLCULO E SIMULAÇÃO NO MATLAB

### LISTAGENS

```
%Listagem

%Pós-Graduação em Engenharia Mecânica;
%Projeto e fabricação;
%Exdras Deivys Alves Moura
%Orientador: Dr. Prof. José Juliano de Lima Junior;

% variáveis
%
% fcy - força exercida pela suspensão dianteira (N);
% fdy - força exercida pelo pneu dianteiro (N);
% fly - força exercida pelo pneu traseiro (N);
%
% med - massa da suspensão dianteira (kg);
% met - massa da suspensão traseira (kg);
% mf - massa da carroceria do veículo (kg);
% Jfzz - momento de inércia de massa do veículo em
% relação ao seu CG (kgm2);
%
% ked - rigidez da suspensão dianteira (N/m);
% ket - rigidez da suspensão traseira (N/m);
% kpd - rigidez da roda dianteira (N/m);
% kpt - rigidez da roda traseira (N/m);
%
% ced - coeficiente de amortecimento da suspensão dianteira (Ns/m ou
kg/s);
% cet - coeficiente de amortecimento da suspensão traseira (Ns/m ou kg/s);
% cpd - coeficiente de amortecimento para a roda dianteira (Ns/m ou kg/s);
% cpt - coeficiente de amortecimento para a roda traseira (Ns/m ou kg/s);
%
% L1 - distância entre o ponto de ligação da suspensão dianteira
% com o CG do veículo (m);
% L2 - distância entre o CG do veículo e o ponto de ligação
% da roda traseira (m);
%
% saída do sistema
%
% {q}=[yed yet yf betaf]
%
% yed - deslocamento no tempo do eixo dianteira;
% yet - deslocamento no tempo do eixo traseira;
```

```

% yf      - deslocamento no tempo do CG do veículo;
% betaf   - deslocamento angular do CG do veículo.
%
% excitação de base
%
% yb1 - excitação de base no pneu dianteiro
% yb2 - excitação de base no pneu traseiro

%Preparação do Ambiente:
clear all;
close all;

% Definições de Variáveis

med=30.6; met=30.0; mf=978/2; If=2100/2;
cd=713; ct=815; cpd=700; cpt=700;
kd=18780; kt=45871; kpd=134099; kpt=134099;
L1=0.847; L2=1.513;
g=9.8075;

%-----%
% Dados do veiculo

v=60;                % velocidade do veículo - (km/h)
v=v/3.6;            % velocidade do veículo - (m/s)
lamb=6;             % comprimento de onda (pista) - (m)
dist_eixo=L1+L2;    % distancia entre eixos - (m)

% excitação harmônica

% roda dianteira

fb1=v/lamb;         % freq da excitação (Hz)
Yb1=0.100;         % amplitude dos obstáculos
f1=0;              % fase

wb1=2*pi*fb1;      % freq. da excitação (rad/s)

% roda traseira

fb2=v/lamb;         % freq da excitação (Hz)
Yb2=0.100;         % amplitude dos obstáculos
f2=2*pi*dist_eixo/lamb; % fase

wb2=2*pi*fb2;      % freq da excitação (rad/s)

% excitacao impulso

himp=0.100;        % altura do impulso (obstáculo)
limp=0.200;        % lagura do impulso (obstáculo)
tdiant=limp/v;     % tempo de ultrapassagem do obstáculo - roda
dianteira
t_atraso=(dist_eixo-limp)/v; % tempo de passagem entre a roda trazeira e
a dianteira
t_inicial=0.2;     % tempo no qual se inicial a análise;
trt=t_inicial+tdiant+t_atraso; % tempo para que a roda trazeira sentir o
impulso
np=1000;           % Taxa de amostragem;
t_s=1/np;          % tempo de amostragem

%-----Sistema Passivo-----%
% Definição das Matrizes de Massa, Rigidez e Amortecedor

```

```

[M]=[med 0 0 0
    0 met 0 0
    0 0 mf 0
    0 0 0 If];

[C]=[(cpd+cd) 0 -cd cd*L1
    0 (cpt+ct) -ct -ct*L2
    -cd -ct (cd+ct) -(cd*L1-ct*L2)
    cd*L1 -ct*L2 -(cd*L1-ct*L2) (cd*L1^2+ct*L2^2)];

[Camd]=[(cd) 0 -cd cd*L1
    0 0 0 0
    -cd 0 (cd) -(cd*L1)
    cd*L1 0 -(cd*L1) (cd*L1^2)];

[Camt]=[0 0 0 0
    0 (ct) -ct -ct*L2
    0 -ct (ct) -(-ct*L2)
    0 -ct*L2 -(-ct*L2) (ct*L2^2)];

[K]=[(kpd+kd) 0 -kd kd*L1
    0 (kpt+kt) -kt -kt*L2
    -kd -kt (kd+kt) -(kd*L1-kt*L2)
    kd*L1 -kt*L2 -(kd*L1-kt*L2) (kd*L1^2+kt*L2^2)];

[F]=[kpd 0 cpd 0
    0 kpt 0 cpt
    0 0 0 0
    0 0 0 0];

%1. -----Equação no Espaço de Estado do Sistema Passivo -----:
M2=inv(M);

A1=[ zeros(4) eye(4,4)
    -M2*K -M2*C]

B1=[zeros(4)
    M2*F];

C1=[eye(8,8)];

D1=zeros(8,4);
sistema1=ss(A1,B1,C1,D1);

%Características do Sistema Passivo:
[Freq,Quis,AV]=damp(sistema1)

%Verificação da Observabilidade e Controlabilidade

%1.1. -----Análise da resposta em Frequência-----%
w1=[0:0.1:80];
H1=freqresp(sistema1,w1);
a11=[];
for i=1:length(w1),
    a11=[a11 H1(7,1,i)];
end

a12=[];
for i=1:length(w1),
    a12=[a12 H1(7,2,i)];
end

a13=[];

```

```

for i=1:length(w1),
    a13=[a13 H1(7,3,i)];
end

a14=[];
for i=1:length(w1),
    a14=[a14 H1(7,4,i)];
end

a1=abs(a11)+abs(a12)+abs(a13)+abs(a14);

%2.-----Equacionamento do Sistema Ativo-----:
cd=0;ct=0;

[Cp]=[ (cpd+cd) 0 -cd cd*L1
        0 (cpt+ct) -ct -ct*L2
        -cd -ct (cd+ct) -(cd*L1-ct*L2)
        cd*L1 -ct*L2 -(cd*L1-ct*L2) (cd*L1^2+ct*L2^2)];

kd=kd/3; kt=kt/3;

[Kp]=[ (kpd+kd) 0 -kd kd*L1
        0 (kpt+kt) -kt -kt*L2
        -kd -kt (kd+kt) -(kd*L1-kt*L2)
        kd*L1 -kt*L2 -(kd*L1-kt*L2) (kd*L1^2+kt*L2^2)];

H=[1,0
    0,1
    -1,-1
    L1,-L2];
A2=[zeros(4) eye(4,4)
    -M2*Kp -M2*Cp];

B2=[zeros(4,2)
    M2*H];

L=[zeros(4,4)
    M2*F];
C2=[eye(8,8)];
D2=zeros(8,4);

%Verificação da Observabilidade e Controlabilidade:
MO2=[B2 A2*B2 (A2^2)*B2 (A2^3)*B2 (A2^4)*B2 (A2^5)*B2 (A2^6)*B2 (A2^7)*B2];
QO2=[C2 A2'*C2 ((A2')^2)*C2 ((A2')^3)*C2 ((A2')^4)*C2 ((A2')^5)*C2
    ((A2')^6)*C2 ((A2')^7)*C2];
Controlab2=rank(MO2)
Ob2=rank(QO2)

%-----%

%Cargas estáticas do Veículo:
fpdest=-med*g-(mf*g*L2/(L1+L2));
fpctest=-met*g-(mf*g*L1/(L1+L2));
fdest=-fpdest+med*g;
ftest=-fpctest+met*g;

%Vetores de Ponderação:
Cyf=[0 0 0 0 0 0 1 0];
Cetd=[1 0 -1 L1 0 0 0 0];
Cett=[0 1 -1 -L2 0 0 0 0];
Cfdy=[-kpd 0 0 0 -cpd 0 0 0];
Cfty=[0 -kpt 0 0 0 -cpt 0 0];

```

```

%Pesos:
pyf=1;
pet=1;
pfd=1;
pft=1;
pu=1*10^(-6);

%Matrizes de Ponderação:
Qyf=((A2')*(Cyf'))*Cyf*A2;
Nyf=((A2')*(Cyf'))*Cyf*B2;
Ryf=((B2')*(Cyf'))*Cyf*B2;

Qetd=(Cetd')*Cetd;
Qett=(Cett')*Cett;
Qfdy=(Cfdy')*Cfdy;
Qfty=(Cfty')*Cfty;
Ru=[1 0;0 1];

%Matrizes ponderadas:
Qyf2=(pyf/g^2)*Qyf;
Nyf2=(pyf/g^2)*Nyf;
Ryf2=(pyf/g^2)*Ryf;

Qetd2=(pet/0.14^2)*Qetd;
Qett2=(pet/0.14^2)*Qett;
Qfdy2=(pfd/fpdest^2)*Qfdy;
Qfty2=(pft/fptest^2)*Qfty;
Ru2=pu*[eye(2,2)]

%Matrizes totais:
Q=Qyf2+Qetd2+Qett2+Qfdy2+Qfty2;
N=Nyf2;
R=Ryf2+Ru2;
%Cálculo do Ganho Ótimo;
[K2,P,E]=lqr(A2,B2,Q,R,N);
Ak=A2-B2*K2;

%Verificação da Observabilidade e Controlabilidade pós-otimização:

MOa=[L Ak*L (Ak^2)*L (Ak^3)*L (Ak^4)*L (Ak^5)*L (Ak^6)*L (Ak^7)*L];
QOa=[C2 Ak'*C2 ((Ak')^2)*C2 ((Ak')^3)*C2 ((Ak')^4)*C2 ((Ak')^5)*C2
((Ak')^6)*C2 ((Ak')^7)*C2];
Controlab_a=rank(MOa)
Ob_a=rank(QOa)
%O sistema é Observável e Controlável

%2.1-----Resposta em Frequência-----:
sistema2=ss(Ak,L,C2,D2);
[Freq2,Quis2,AV2]=damp(sistema2)

w2=[0:0.1:80];
H2=freqresp(sistema2,w2);
a21=[];
for i=1:length(w2),
    a21=[a21 H2(7,1,i)];
end

a22=[];
for i=1:length(w2),
    a22=[a22 H2(7,2,i)];
end

a23=[];

```

```

for i=1:length(w2),
    a23=[a23 H2(7,3,i)];
end

a24=[];
for i=1:length(w2),
    a24=[a24 H2(7,4,i)];
end
a2=abs(a21)+abs(a22)+abs(a23)+abs(a24);

semilogy(w1,abs(a1),w2,abs(a2),'r--');
%plot(w1,abs(a1),w2,abs(a2),'r-.');
%plot(w2,abs(a2),'r-.');
title('Resposta em Frequência');
xlabel('Tempo - segundos');
ylabel('Deslocamento do CG do Veículo');
grid;

%3.-----Equacionamento do Sistem Semi-Ativo MR-----:
cd=0; ct=0; cpd=700; cpt=700;
kd=18780; kt=45871; kpd=134099; kpt=134099;

[Cpsa]=[ (cpd+cd) 0 -cd cd*L1
         0 (cpt+ct) -ct -ct*L2
         -cd -ct (cd+ct) -(cd*L1-ct*L2)
         cd*L1 -ct*L2 -(cd*L1-ct*L2) (cd*L1^2+ct*L2^2)];

[Kpsa]=[ (kpd+kd) 0 -kd kd*L1
         0 (kpt+kt) -kt -kt*L2
         -kd -kt (kd+kt) -(kd*L1-kt*L2)
         kd*L1 -kt*L2 -(kd*L1-kt*L2) (kd*L1^2+kt*L2^2)];

M2=inv(M);
Hsa=[1,0
      0,1
      -1,-1
      L1,-L2];
A3=[zeros(4) eye(4,4)
     -M2*Kpsa -M2*Cpsa];

B3=[zeros(4,2)
     M2*Hsa];

L=[zeros(4,4)
   M2*F];
C3=[eye(8,8)];
D3=zeros(8,4);

MOsa=[B3 A3*B3 (A3^2)*B3 (A3^3)*B3 (A3^4)*B3 (A3^5)*B3 (A3^6)*B3
      (A3^7)*B3];
QOsa=[C3 A3'*C3 ((A3')^2)*C3 ((A3')^3)*C3 ((A3')^4)*C3 ((A3')^5)*C3
      ((A3')^6)*C3 ((A3')^7)*C3];
Controlabsa=rank(MO2)
Obsa=rank(QO2)

cd=713; ct=815;
%-----FIM-----%

%-----GERAÇÃO DE PERFIS DE ESTRADA-----%
%Asfalto Irregular com velocidade de 60(km/h):

```

```

%Geração de perfil de estrada irregular;
%Randomiza apenas as fases - Método determinístico;]
%Ver Hearn e Metcalf;
%=====
%PSD do perfil segundo a classificação de estradas;
%Elaborado pelo MIRA;
%Ver Dodds e Robson;
%=====
clear all;%Limpando o Ambiente de trabalho;
Le=2.36;%Distância entre eixos(m);
V=60;%Velocidade do veículo(km/h);
V=V/3.6;%Velocidade do veículo em (m/s);
T=27;%Período - Tempo de simulação (s);
Wh=126;%(rad/s) - Frequência mais alta a representar 20(Hz);
n=round(Wh/((2*pi)/T));%Número de termos da série;
W=(2*pi)/T:(2*pi)/T:800*((2*pi)/T);%Vetor de frequências do sinal(rad/s);
v=W/(2*pi*V);%Converte W(rad/s) para número de onda v(ciclos/m);
dv=((1/T)/V);
Gzi=zeros(1,n);
Rmi=zeros(1,n);

%Dados da Pista Irregular:
G01=194e-6;
W11=-2.280;
W21=-1.428;
v0=1/(2*pi);
Cr=0.2;

for i=1:length(v)
    if v(i)<=v0
        Gzl(i)=(1-Cr)*G01*(v(i)/v0)^W11;
        Gzb(i)=Cr*G01*(v(i)/v0)^W11;
    else
        Gzl(i)=(1-Cr)*G01*(v(i)/v0)^W21;
        Gzb(i)=Cr*G01*(v(i)/v0)^W11;
    end
    Rml(i)=sqrt(2*Gzl(i)*dv);%Amplitude;
    Rmb(i)=sqrt(2*Gzb(i)*dv);%Amplitude Base;
end
dt=1/(4*n/T);%Passo de Tempo(s);
t=0:dt:T+3;
np=length(t);
Z0d=zeros(1,np);
Z0t=zeros(1,np);
rand('state',sum(100*clock));%Representa o estado do gerador de randômicos;
for k=1:length(W)
    faseb=rand*(2*pi);
    fased=rand*(2*pi);
    Z0d=Z0d+(Rmb(k)*sin(W(k)*t+faseb));
    Z0d=Z0d+(Rml(k)*sin(W(k)*t+fased));
end

%Montagem do Sinal para a roda Traseira;
te=Le/V;%Tempo de passagem entre eixos;
npr=round(te/dt);
for k=npr+1:np
    Z0t(k)=Z0d(k-npr);
end
Irreg=[t'Z0d'Z0t'];
plot(t*V,1000*Z0d,t*V,1000*Z0t,'-.');
title('Perfil Típico de Estrada - Veículo à 60(km/h)');
xlabel('Distância percorrida - (metros)');
ylabel('Amplitude de movimento - (mm)');

```

```

grid;
save Irreg.mat Irreg;

%-----%
%-----Leitura de Dados e Geração de Figuras-----%
%Fechando Figuras Abertas:
close all;
%---Suspensão Passiva---%
%Aceleração:
load Acel2pran.mat;
t1=acran(1,:);
ayed1=acran(2,:);
ayet1=acran(3,:);
ayf1=acran(4,:);
aBetaf1=acran(5,:);

%Vibração:
load Desl2pran.mat;
t1v=desran(1,:);
vyed1=desran(2,:);
vyet1=desran(3,:);
vyf1=desran(4,:);
vBetaf1=desran(5,:);

%---Suspensão Semi-Ativa MR---%
%Aceleração:
load Acel1MRran.mat;
t2=yppvMRran(1,:);
ayed2=yppvMRran(2,:);
ayet2=yppvMRran(3,:);
ayf2=yppvMRran(4,:);
aBetaf2=yppvMRran(5,:);

%Vibração:
load Desl1MRran.mat;
t2v=yvMRran(1,:);
vyed2=yvMRran(2,:);
vyet2=yvMRran(3,:);
vyf2=yvMRran(4,:);
vBetaf2=yvMRran(5,:);

%----Suspensão Ativa----%
%Aceleração:
load Acel4ran.mat;
t3=yppran(1,:);
ayed3=yppran(2,:);
ayet3=yppran(3,:);
ayf3=yppran(4,:);
aBetaf3=yppran(5,:);

%Vibração:
load Desl4ran.mat;
t3v=ypran(1,:);
vyed3=ypran(2,:);
vyet3=ypran(3,:);
vyf3=ypran(4,:);
vBetaf3=ypran(5,:);

figure
plot(t1v,vyf1*1000,'black--',t2v,vyf2*1000,'black',t3v,vyf3*1000,'black-
.');
```



```

title('Vibração no CG para Entrada de uma Perfil Típico de Estrada
Irregular');
xlabel('Tempo - [segundos]');
ylabel('Deslocamento - [mm]');

figure
plot(t1,ayf1,'black--',t2,ayf2,'black',t3,ayf3,'black-.');
title('Aceleração no CG para Entrada de uma Perfil Típico de Estrada
Irregular');
xlabel('Tempo - [segundos]');
ylabel('Aceleração - [m/s^2]');

%-----%
load Entradapran.mat;
t=wrn(1,:);
yd=wrn(2,:);
yt=wrn(3,:);
ydp=wrn(4,:);
ytp=wrn(5,:);

figure
subplot(2,1,1)
plot(t,yd*1000,'cyan',t,yt*1000,'g');
title('Entradas do Sistema');
ylabel('Deslocamentos/[mm]');

subplot(2,1,2)
plot(t,ydp,'blue',t,ytp,'red');
xlabel('Tempo - [segundos]');
ylabel('Velocidades/[m/s]');

%-----Transmissibilidade-----%
tryf1=vyf1./yd(1:length(vyf1));
tryf2=vyf2./yd(1:length(vyf2));
tryf3=vyf3(1:length(yd))./yd;

np=length(ayf1);
n=fix(log(np)/log(2));
n=2^n;
f=5000*(0:99)/n;
nf=length(f);

figure
semilogy(f,tryf1(1:nf),'black',f,tryf2(1:nf),'black--',
f,tryf3(1:nf),'black-.');
title('Transmissibilidade da Vibração no CG do Veículo');
ylabel('Transmissibilidade');
xlabel('Frequência (Hz)');
legend('Suspensão Passiva','Suspensão Semi-ativa MR','Suspensão Ativa');

%-----Resposta em frequência-----%

np=length(ayf1);
n=fix(log(np)/log(2));
n=2^n;
Ypas=fft(ayf1,n);
Ysemia=fft(ayf2,n);
Yact=fft(ayf3,n);

Pypas=Ypas.*conj(Ypas)/n;
Pysemia=Ysemia.*conj(Ysemia)/n;
Pyact=Yact.*conj(Yact)/n;

```

```
f=5000*(0:99)/n;
nf=length(f);
figure
plot(f,Pyapas(1:nf),'black',f,Pysemia(1:nf),'black--');
title('PSD da Aceleração no CG do Veículo');
ylabel('PSD (m^2/s^4/Hz)');
xlabel('Frequência (Hz)');
legend('Suspensão Passiva','Suspensão Semi-ativa MR');

figure
plot(f,Pyapas(1:nf),'black',f,Pyact(1:nf),'black-.');
title('PSD da Aceleração no CG do Veículo');
ylabel('PSD (m^2/s^4/Hz)');
xlabel('Frequência (Hz)');
legend('Suspensão Passiva','Suspensão Ativa');

figure
plot(f,Pysemia(1:nf),'black',f,Pyact(1:nf),'black-.');
title('PSD da Aceleração no CG do Veículo');
ylabel('PSD (m^2/s^4/Hz)');
xlabel('Frequência (Hz)');
legend('Suspensão Semi-ativa MR','Suspensão Ativa');
%-----%
```