

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

ESTUDO ACERCA DO USO DE CONTROLE ADAPTATIVO BASEADO NA
ESTRUTURA DO REGULADOR INTEGRATIVO UNIVERSAL APLICADO A
CONTROLE DE VOO DE AERONAVES

RAFAELLA BARRÊTO CAMPOS

Itajubá, 16 de dezembro de 2022

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**ESTUDO ACERCA DO USO DE CONTROLE ADAPTATIVO BASEADO NA
ESTRUTURA DO REGULADOR INTEGRATIVO UNIVERSAL APLICADO A
CONTROLE DE VOO DE AERONAVES**

RAFAELLA BARRÊTO CAMPOS

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica como parte dos requisitos para obtenção do Título de Doutora em Ciências em Engenharia Mecânica.

Área de Concentração: Projeto, Materiais e Processos.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Edson Hideki Koroishi – UTFPR

Prof. Dr. Marcelo Braga dos Santos – UFU

Prof. Dr. Alexandre Carlos Brandão Ramos - IMC/UNIFEI

Prof. Dr. Yohan Alí Díaz Méndez - IEM/UNIFEI

Prof. Dr. Marcelo Santiago de Sousa - IEM/UNIFEI (Coorientador)

Prof. Dr. Sebastião Simões da Cunha Júnior - IEM/UNIFEI (Orientador)

Itajubá, 16 de dezembro de 2022

Dedicatória

Dedico este trabalho a Deus, aos meus pais, avós e irmão, pela dedicação, amor e esforço incondicional. Aos meus professores, pelo ensino e crescimento profissional.

Agradecimentos

Todos os que realizam um trabalho de pesquisa como este têm plena consciência de que não é possível fazer sozinha, neste pequeno espaço faço um reconhecimento a todas essas pessoas que me apoiaram ao longo deste processo. Sem vocês este trabalho não teria se tornado possível.

À Deus que me iluminou me conduzindo e renovando minhas forças nessa jornada.

Aos orientadores deste trabalho, Prof. Dr. Sebastião Simões da Cunha Jr. pela orientação, conselhos e incentivo, muito obrigada por acreditar na minha capacidade de conduzir esta pesquisa. Ao Prof. Dr. Marcelo Santiago de Sousa um agradecimento pelos questionamentos, ideias e valioso conhecimento transmitido. E em especial, ao meu grande amigo, Prof. Dr. Yohan Alí Díaz Méndez, que mesmo não sendo meu orientador, sempre esteve presente com seus ensinamentos. Foram muitas horas dedicadas a este trabalho, essenciais para o desenvolvimento e conclusão do mesmo, palavras nunca serão suficientes para agradecer.

À toda minha família, pelo incentivo e suporte durante esses anos, principalmente aos meus pais, avós e irmão, pela confiança, compreensão e carinho.

Aos colegas e amigos do nosso grupo GEMEC, pelo apoio nesta pesquisa, pela amizade, companheirismo e convívio nas horas vagas.

Ao Instituto de Engenharia Mecânica da UNIFEI, à Pró Reitoria de Pós-Graduação e aos seus dedicados funcionários e professores pelos conhecimentos que foram transmitidos e os sábios conselhos.

Às minhas companheiras de doutorado: Ágata Pontes, Camila Diniz, Fernanda Campos, Marcela Lamoglia e Tatiana Caetano, pelo apoio e incentivo na busca constante pelo conhecimento.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo apoio financeiro através do programa de bolsas e acesso a bibliografia atualizada, e ao Instituto de Engenharia Mecânica – IEM pela estrutura fornecida para desenvolvimento desse trabalho.

Agradeço aos membros da banca convidados, Professores Doutores: Edson Hideki Koroishi, Marcelo Braga dos Santos e Alexandre Carlos Brandão Ramos, pelas contribuições que possam vir para melhorar este trabalho.

"A mente que se abre a uma nova ideia jamais voltará ao seu tamanho original."

Albert Einstein

RESUMO

Esta tese aborda estudos feitos no sentido de se integrar as técnicas de controle adaptativo e do Regulador Integrativo Universal (RIU). Os estudos começaram com a implementação de um ganho não constante, mas em função do erro. Este controlador foi chamado de RIUM (Regulador Integrativo Universal Modificado). Isso será o primeiro passo rumo a implementação de ganhos adaptativos. Foram feitas simulações com o controle de voo de um quadrirotor. Com o intuito de validar a técnica proposta, foram feitas comparações com as técnicas RIU, MRAC (*Model Reference Adaptive Control*) e combinações destas técnicas. As comparações foram feitas a partir dos resultados plotados nos gráficos e no cálculo de dois índices de desempenho: o erro acumulado (EA) e a demanda de controle (DC). Uma demonstração analítica de estabilidade da técnica de controle RIUM também foi apresentada. Depois disso, foram analisadas formas de se integrar controle adaptativo com RIU, e foram testadas as formas obtidas. As contribuições deste trabalho foram a apresentação e estudo detalhado do controlador RIUM aplicados a um quadrirotor, e os estudos iniciais feitos no intuito de projetar um Regulador Integrativo Universal com ganhos adaptativos (RIUA).

PALAVRAS-CHAVE: Regulador Integrativo Universal, quadrirotor, controle por modos deslizantes, controle de voo, controle não linear.

ABSTRACT

This thesis addresses studies carried out in order to integrate the adaptive control techniques and the Universal Integral Regulator (UIR). The studies started with the implementation of a non-constant gain, but based on the error. This controller was called MUIR (Modified Universal Integral Regulator). This will be the first step towards implementing adaptive gains. Simulations with flight control of a quadrotor were performed. In order to validate the proposed technique, comparisons were made with the UIR, MRAC (Model Reference Adaptive Control) techniques and combinations of these techniques were tested. Comparisons were based on the results plotted on graphs and on the calculation of two performance indices: the accumulated error (AE) and the control demand (CD). An analytical stability demonstration of the MUIR control technique was also presented. After that, ways of integrating adaptive control with UIR were analyzed, and the obtained ways were tested. The contributions of this work were the presentation and detailed study of the MUIR controller applied to a quadrotor, and the initial studies carried out in order to design a Universal Integral Regulator with adaptive gains (AUIR).

Keywords: Universal Integral Regulator, quad-rotor, sliding mode control, flight control, nonlinear control.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	19
1.1 CONTEXTO E MOTIVAÇÃO	19
1.2 JUSTIFICATIVA	24
1.3 OBJETIVOS	26
1.3.1 Objetivo Geral	26
1.3.2 Objetivos Específicos	26
1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO	27
2. ESTADO DA ARTE ACERCA DE CONTROLE	28
2.1 SISTEMAS DE CONTORLE E SIMULAÇÃO DE VOO	29
2.1.1 Controle Não Linear	31
2.1.2 Trabalhos Relacionados com o Regulador Integrativo Universal	33
2.1.3 Controle Adaptativo	36
3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS DAS LEIS DE CONTROLE ROBUSTAS E ADAPTATIVAS CONSIDERADAS	41
3.1 REGULADOR INTEGRATIVO UNIVERSAL	42
3.1.1 Projeto Analítico do Controlador RIU	43
3.1.1.1 Definição do sistema a controlar	44
3.1.1.2 Projeto da lei de controle	44
3.2 REGULADOR INTEGRATIVO UNIVERSAL MODIFICADO	48
3.3 CONTROLE ADAPTATIVO POR MODELO DE REFERÊNCIA (MRAC)	50
3.4 CONTROLE ADAPTATIVO POR MODELO DE REFERÊNCIA (MRAC) ACOPLADO NO REGULADOR INTEGRATIVO UNIVERSAL (RIU)	58
4. MODELO DA AERONAVE	61
4.1 MODELO NÃO LINEAR DO QUADRIROTOR	61
4.1.1 Modelagem da dinâmica de voo do quadrirotor	61

5. PROJETO E ANÁLISE DO CONTROLADOR REGULADOR INTEGRATIVO UNIVERSAL MODIFICADO.....	70
5.1 PROJETO DO CONTROLADOR REGULADOR INTEGRATIVO UNIVERSAL MODIFICADO.....	70
5.2 CONTROLE DE POSIÇÃO DO QUADRIROTOR.....	71
5.3 CONTROLE DE ATITUDE DO QUADRIROTOR.....	73
5.4 DEMONSTRAÇÃO DE ESTABILIDADE	75
5.4.1 Definição de sistema e controlador	75
5.4.2 Demonstração de estabilidade fora da camada limite.....	78
5.4.3 Demonstração de estabilidade dentro da camada limite	80
6. RESULTADOS E DISCUSSÃO	85
6.1 ÍNDICES DE DESEMPENHO AVALIADOS	86
6.2 MODELO INICIAL PARA VIABILIDADE.....	87
6.3 RESULTADOS E ANÁLISES DAS SIMULAÇÕES	89
6.4 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS NO QUADRIROTOR	91
6.4.1 Controle da Altitude do Quadrirotor	91
6.4.2 Controle da Posição Longitudinal (X_{pos}) do Quadrirotor.....	95
6.4.3 Controle da Posição Lateral (Y_{pos}) do Quadrirotor.....	97
6.4.4 Controle do Ângulo de Proa (ψ) do Quadrirotor.....	100
6.5 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS COM PERTURBAÇÃO NO QUADRIROTOR..	103
6.5.1 Controle da Altitude do Quadrirotor com Perturbação	104
6.5.2 Controle da Posição Longitudinal (X_{pos}) do Quadrirotor com Perturbação	106
6.5.3 Controle da Posição Lateral (Y_{pos}) do Quadrirotor com Perturbação	108
6.5.4 Controle do Ângulo de Proa (ψ) do Quadrirotor com Perturbação	110
6.6 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS COM FALHA NO CONTROLADOR DO ÂNGULO DE ATITUDE NO QUADRIROTOR.....	112
6.6.1 Controle da Altitude do Quadrirotor com Falha no Controlador do Ângulo de Atitude.....	113

6.6.2 Controle da Posição Longitudinal (X_{pos}) do Quadrirotor com Falha no Controlador do Ângulo de Atitude.....	115
6.6.3 Controle da Posição Lateral (Y_{pos}) do Quadrirotor com Falha no Controlador do Ângulo de Atitude.....	116
6.6.4 Controle do Ângulo de Proa (ψ) do Quadrirotor com Falha no Controlador do Ângulo de Atitude.....	118
6.7 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS COM PERTURBAÇÃO NO QUADRIROTOR EM UM TEMPO DE 2000 SEGUNDOS.....	119
6.7.1 Gráficos do $\hat{K}$ e $\hat{\theta}$	120
7. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	124
7.1 CONCLUSÕES	124
7.2 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	126
A. CONTROLE POR ESTRUTURA VARIÁVEL	138
A.1 FORMULAÇÃO DA LEI DE CONTROLE VSC	139
A.2 DEFINIÇÃO DA SUPERFÍCIE DESLIZANTE	140
A.2.1 Aproximação contínua de modos deslizantes.....	145
A.2.1.1 Sintonização da lei de alcance.....	146
A.2.1.2 Aproximação contínua	146
A.2.1.1 Método de controle equivalente.....	147

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1 – Diagrama de Blocos do Sistema Adaptativo por Modelo de Referência

Figura 4.1 – Configuração do quadrirotor.

Figura 4.2 – Estrutura de controle do quadrirotor

Figura 6.1 – Comparação das Leis de Controle no problema de estabilização do pêndulo simples

Figura 6.2 – Comparação das Leis de Controle utilizadas neste trabalho no problema de estabilização do pêndulo simples

Figura 6.3 – Trajetória quadrada 3D do quadrirotor

Figura 6.4 – Trajetória quadrada 3D do quadrirotor com duas voltas

Figura 6.5 – Resposta da posição de altitude do quadrirotor (RIU e RIUM)

Figura 6.6 – Resposta da posição de altitude do quadrirotor (RIU+MRAC e RIUM+MRAC)

Figura 6.7 – Resposta da posição de altitude do quadrirotor

Figura 6.8 – Resposta da posição longitudinal (X_{pos}) do quadrirotor (RIU e RIUM)

Figura 6.9 – Resposta da posição longitudinal (X_{pos}) do quadrirotor (MRAC, RIU+MRAC e RIUM+MRAC)

Figura 6.10 – Resposta da posição longitudinal (X_{pos}) do quadrirotor

Figura 6.11 – Resposta da posição lateral (Y_{pos}) do quadrirotor (RIU e RIUM)

Figura 6.12 – Resposta da posição lateral (Y_{pos}) do quadrirotor (MRAC, RIU+MRAC e RIUM+MRAC)

Figura 6.13 – Resposta da posição lateral (Y_{pos}) do quadrirotor

Figura 6.14 – Resposta do ângulo de proa (ψ) do quadrirotor (RIU e RIUM)

Figura 6.15 – Resposta do ângulo de proa (ψ) do quadrirotor (MRAC, RIU+MRAC e RIUM+MRAC)

Figura 6.16 – Resposta da atitude do quadrirotor

Figura 6.17 – Resposta da altitude do quadrirotor sob perturbações externas

Figura 6.18 – Resposta do controle u_1 do quadrirotor sob perturbações externas

Figura 6.19 – Resposta da posição longitudinal (X_{pos}) do quadrirotor sob perturbações externas

Figura 6.20 – Resposta do controle u_3 do quadrirotor sob perturbações externas

Figura 6.21 – Resposta da posição lateral (Y_{pos}) do quadrirotor sob perturbações externas

Figura 6.22 – Resposta do controle u_2 do quadrirotor sob perturbações externas

Figura 6.23 – Resposta do ângulo de proa (ψ) do quadrirotor sob perturbações externas

Figura 6.24 – Resposta do controle u_4 do quadrirotor sob perturbações externas

Figura 6.25 – Resposta da altitude do quadrirotor com falha no controlador do ângulo de atitude

Figura 6.26 – Resposta da posição longitudinal (X_{pos}) do quadrirotor com falha no controlador do ângulo de atitude

Figura 6.27 – Resposta da posição longitudinal (X_{pos}) do quadrirotor com falha no controlador do ângulo de atitude (MRAC acoplado no RIU)

Figura 6.28 – Resposta da posição lateral (Y_{pos}) do quadrirotor com falha no controlador do ângulo de atitude

Figura 6.29 – Resposta do ângulo de proa (ψ) do quadrirotor com falha no controlador do ângulo de atitude

Figura 6.30 – Resposta do $\hat{K}$ e $\hat{\theta}$ (X_{pos})

Figura 6.31 – Resposta do $\hat{K}$ e $\hat{\theta}$ (Y_{pos})

Figura 6.32 – Resposta do $\hat{K}$

Figura A.1 – Cálculo de limites do erro de rastreamento $\tilde{x}$.

Figura A.2 – Cálculo de limites das derivadas do erro de rastreamento $\tilde{x}^{(i)}$.

Figura A.3 – Condição de deslizamento.

Figura A.4 – Interpretação gráfica das condições A.4 e A.10 ($n = 2$).

Figura A.5 – Fenômeno de *chattering* em modos deslizantes.

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 – Definição dos coeficientes h_i e $\bar{h}_j$

Tabela 6.1 – Parâmetros do quadrirotor

Tabela 6.2 – Parâmetros dos sistemas de controle RIU e RIUM

Tabela 6.3 – Índice de desempenho para controle da altitude (H) do quadrirotor

Tabela 6.4 – Índice de desempenho para controle da posição longitudinal (X_{pos}) do quadrirotor

Tabela 6.5 – Índice de desempenho para controle da posição lateral (Y_{pos}) do quadrirotor

Tabela 6.6 – Índice de desempenho para controle do ângulo de proa (ψ) do quadrirotor

Tabela 6.7 – Índice de desempenho para controle da altitude (H) do quadrirotor sob perturbações externas

Tabela 6.8 – Índice de desempenho para controle da posição longitudinal (X_{pos}) do quadrirotor sob perturbações externas

Tabela 6.9 – Índice de desempenho para controle da posição lateral (Y_{pos}) do quadrirotor sob perturbações externas

Tabela 6.10 – Índice de desempenho para controle do ângulo de proa (ψ) do quadrirotor sob perturbações externas

Tabela 6.11 – Índice de desempenho para controle da posição longitudinal (H) do quadrirotor com falha no controlador do ângulo de atitude

Tabela 6.12 – Índice de desempenho para controle da posição longitudinal (X_{pos}) do quadrirotor com falha no controlador do ângulo de atitude

Tabela 6.13 – Índice de desempenho para controle da posição lateral (Y_{pos}) com falha no controlador do ângulo de atitude

Tabela 6.14 – Índice de desempenho para controle do ângulo de proa (ψ) do quadrirotor com falha no controlador do ângulo de atitude

Tabela 6.15 – Índice de desempenho para controle da posição longitudinal (X_{pos}) do quadrirotor com perturbação em um tempo de 2000s

Tabela 6.16 – Índice de desempenho para controle da posição lateral (Y_{pos}) com perturbação em um tempo de 2000s

Tabela 6.17 – Comparação de desempenho da posição longitudinal (X_{pos}) do quadrirotor utilizando as técnicas de controle mencionadas neste trabalho

Tabela 6.18 – Comparação de desempenho da posição lateral (Y_{pos}) do quadrirotor utilizando as técnicas de controle mencionadas neste trabalho

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CG: Centro de gravidade

CMD: Controle por Modos Deslizantes

DC: Demanda de controle

EA: Erro acumulado

IC: Integrador Condicional

LGR: Lugar geométrico das raízes

MIMO: *Multiple-Input Multiple-Output*

MRAC: Controle Adaptativo por Modelo de Referência

PID: Proporcional Integral Derivativo

RIU: Regulador Integrativo Universal

RIU+MRAC: Regulador Integrativo Universal + Controle Adaptativo por Modelo de Referência

RIUM: Regulador Integrativo Universal Modificado

RIUM+MRAC: Regulador Integrativo Universal Modificado + Controle Adaptativo por Modelo de Referência

SISO: *Single-Input Single-Output*

SMC: *Sliding Mode Control*

VSC: *Variable Structure Control*

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos latinos

e_{est}	Erro estacionário
s_i	Função de chaveamento escalar
u_i	Controle por estrutura variável
S_i	Superfície de chaveamento
$S(t)$	Superfície variante no tempo
$\tilde{x}$	Erro de rastreamento
λ	Constante estritamente positiva
k_i	Ganho
e	Erro de rastreamento no RIU
e_i	Derivada de e , de ordem $i = 1, 2, \dots, \rho$
s	Superfície deslizante
k	Ganho principal do controlador
k_0	Ganho do integrador condicional
a	Inclinação da curva no RIUM
b	Ganho (constante)
T	Tempo de simulação
u_{eq}	Entrada de controle de equilíbrio
g	Aceleração gravitacional [m/s ²]
m	Massa da aeronave [kg]
F_x	Força externa resultante ao longo do eixo x do corpo [N]
F_y	Força externa resultante ao longo do eixo y do corpo [N]
F_z	Força externa resultante ao longo do eixo z do corpo [N]

I_{xx}	Momento de inércia de massa em torno do eixo x do corpo [kg.m ²]
I_{xz}	Produto de inércia de massa com relação aos eixos x e z do corpo [kg.m ²]
I_{yy}	Momento de inércia de massa em torno do eixo y do corpo [kg.m ²]
I_{zz}	Momento de inércia de massa em torno do eixo z do corpo [kg.m ²]
F_{max}	Força de tração estática ao nível do mar
ζ	Posição do centro de massa do quadrirotor em relação a estrutura inercial E
F_f	Resultante das forças geradas pelos quatro rotores
F_g	Força da gravidade
J	$\in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, matriz de inércia polar constante definida positiva do quadrirotor em relação a estrutura fixa do corpo
$K_{f dx}, K_{f dy}$ e $K_{f dz}$	Coeficientes de arrasto de translação positiva
$K_{f ax}, K_{f ay}$ e $K_{f az}$	Coeficientes de atrito aerodinâmico
d	Distância entre o centro de massa do quadrirotor e o eixo de rotação da hélice
J_r	Inércia do motor
V	Tensão de entrada do motor
K_e	Constante de torque elétrico
K_m	Constante de torque mecânico
R	Resistência interna do motor
n_ρ	Coeficiente propulsivo com relação a ρ

U_i ($i = 1, \dots, 4$) Entradas de controle do sistema

e Erro de rastreamento

$\hat{e}$ Erro de rastreamento estimado

Símbolos gregos

Φ Camada limite

μ Espessura da camada limite

σ Saída do integrador condicional

θ Ângulo de atitude [rad ou °]

φ Ângulo de rolamento [rad ou °]

ψ Ângulo de proa ou de guinada [rad ou °]

ρ_{mar} Massa específica do ar ao nível do mar [kg/m³]

Ω Velocidade angular do quadrirotor expressa no sistema de eixos do corpo

Γ_f Momento desenvolvido pelo quadrirotor de acordo com o sistema de eixos no corpo

Γ_a Resultante dos torques de atrito aerodinâmico

Γ_g Resultante dos torque devido ao efeito giroscópico

ω_i Velocidade angular do rotor

ρ Massa específica do ar nas condições atmosféricas da aeronave [kg/m³]

1. INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTO E MOTIVAÇÃO

Nos últimos anos tem sido cada vez mais usadas aeronaves não tripuladas para executar certas missões. Há aeronaves que podem ser comandadas por pilotos humanos, mesmo que a distância e aeronaves capazes de voar de forma autônoma, ou seja, sem a intervenção humana. Estes dependem muito de sistema de controle automático para garantir a execução da missão. Os sistemas de controle podem ser usados para garantir o voo de aeronaves com qualidades de voo insatisfatórias.

Segundo Tischler (1996), a utilização dos sistemas de controle no meio aeroespacial tem uma longa e distinta tradição com início no século XX e com os estudos em dinâmica de voo. Devido à criticidade dos sistemas de controle de voo, a indústria aeronáutica e autoridades certificadoras têm usado técnicas de controle mais conhecidas, geralmente, leis de controle linear, mas que, não permitem extrair todo o desempenho de aeronaves, em certas aplicações/missões (SOUSA, 2013).

Obteve-se grandes desenvolvimentos na teoria de controle, com aplicações que vão desde o controlador PID amplamente encontrado nas indústrias de processo até controladores de alta performance, específicos para as aplicações aeroespaciais.

A utilização dos sistemas de controle no meio aeroespacial, devido à natureza altamente interdisciplinar dos conceitos envolvidos no controle de uma aeronave, tem sido muito estudada e ainda é vista como um desafio substancial para a engenharia. Grandes mudanças na dinâmica da aeronave devido a maiores envelopes de voo podem fazer com que uma aeronave seja estável em uma condição, se torne instável em outra (STEVENS *et al.*, 2016). Como exemplo, mudanças de coeficientes aerodinâmicos, do número de Mach, diferentes pressões dinâmicas e variação da massa da aeronave, produzem diferenças na dinâmica de voo das aeronaves.

Entre efeitos aerodinâmicos na dinâmica de voo de aeronaves podem ser citados os seguintes exemplos: voo hipersônico e aviões com estrutura flexível. De acordo com Wang e Stengel (2000), com relação a voo hipersônico as aeronaves são altamente sensíveis a estas mudanças, especialmente a mudanças/alterações nas condições atmosféricas e parâmetros aerodinâmicos afetando seu desempenho (XU *et al.*, 2004). Outro tipo do efeito destas mudanças é a instabilidade apresentada em algumas aeronaves comerciais no modo *dutch roll* para determinadas condições de velocidade e altitude. Outro aspecto que é necessário considerar durante a implementação de controladores é o aumento na flexibilidade estrutural, este conduz à criação de efeitos aeroservoelásticos, os quais afetam significativamente a largura de banda dos controladores (SIMÕES *et al.*, 2011).

Com relação a aviões com estrutura flexível, estes fenômenos tornam-se críticos, especialmente, quando exigidas algumas especificações de projeto, tal como restrições de desempenho e robustez, os quais estão relacionados com os objetivos de controle (SIMÕES, *et al.*, 2011). Sistemas de controle lineares, que são comumente usados na indústria não conseguem lidar muito bem com as situações descritas: aeronaves flexíveis, voo hipersônico e aeronaves instáveis.

A utilização de técnicas de controle baseada em modelos lineares é empregada para representar o comportamento do processo com modelos mais simples, no entanto, isto também constitui uma deficiência potencial porque tais modelos lineares são, muitas vezes, inadequados quando se faz necessário uma melhor aproximação de um processo. Segundo Zhang e Jiang (2008), os sistemas modernos contam com controladores sofisticados para atender maiores requisitos de desempenho e segurança. Um projeto de um controlador convencional para um sistema complexo pode resultar em um desempenho insatisfatório, ou mesmo instabilidade, principalmente em caso de avarias em atuadores, sensores ou outros componentes do sistema.

De acordo com Díaz Méndez (2018), o desenvolvimento de novos materiais e o crescimento da demanda por aeronaves cada vez mais leves têm influenciado na criação de projetos de aeronaves mais flexíveis, com fuselagens mais compridas, perfis aerodinâmicos mais finos e alongamentos maiores. Esta flexibilidade e outros itens como os altos ângulos atingidos durante manobras de aeronaves de combate são razões suficientes para justificar o uso de modelos não lineares no projeto de sistemas de controle.

Segundo Slotine e Li (1991), métodos de controle linear estão baseados na suposição de pequenas faixas de operação, quando a faixa de operação requerida é ampla, o controlador linear possui um desempenho pobre ou instável devido às não linearidades do sistema não terem sido compensadas adequadamente. Cabe ressaltar também que a maioria das técnicas de controle lineares estão baseadas na hipótese implícita de que todos os sistemas são linearizáveis, omitindo a existência de não linearidades que não satisfazem o princípio de sobreposição.

Por outro lado, técnicas de controle não lineares permitem lidar com as não linearidades dos sistemas numa faixa de operação maior (SLOTINE E LI, 1991). O conceito de faixa de operação é definido, em sistemas não lineares, como a região de atração, ou seja, o conjunto de todos os pontos de partida (valores iniciais) que convergem para o atrator, a qual segundo Lee *et al.* (2015) é pequena em sistemas dinâmicos linearizados.

Segundo Sousa (2013), a implementação de leis de controle não lineares permite extrair um maior desempenho da aeronave e comandar sua dinâmica de maneira mais satisfatória, como a implementação em aeronaves que possam apresentar grande variação da sua dinâmica, ao longo do envelope de voo.

Os controladores não lineares, os quais empregam modelos mais realistas e, portanto, mais complexos, para a descrição de processos não lineares, eliminam a simplicidade associada às técnicas lineares. Algumas das técnicas de controle não lineares mais utilizadas na atualidade estão baseadas na linearização por realimentação, método simples que permite transformar total ou parcialmente o modelo não linear do sistema original num modelo linear equivalente com uma forma mais simples, porém, este método não leva em conta incertezas no modelo e nem perturbações (SLOTINE & LI, 1991). Já as técnicas robustas de controle não linear como o controle por estrutura variável contornam estas limitações e têm provado ser efetivas. A correta compensação de sistemas não lineares requer um amplo conhecimento matemático devido à complexidade dos parâmetros envolvidos na análise.

Contudo, para estas leis de controle não lineares e destinadas às aplicações mais avançadas, faz-se necessário um estudo detalhado acerca da estabilidade do sistema de controle. Particularmente para a técnica de controle Regulador Integrativo Universal (RIU) uma análise detalhada de estabilidade foi feita por Díaz-Méndez (2018).

No estudo aqui apresentado foi feita uma modificação de uma teoria de controle conhecida como RIU, desenvolvida por Seshagiri e Khalil (2005). Essa técnica de controle foi o resultado de uma série de trabalhos como Khalil (2000) e Khalil (2002). A aplicação do RIU no presente trabalho está relacionada ao sistema de controle de voo de um drone do tipo quadrirotor, vale ressaltar que o desempenho do RIU foi comprovado em vários trabalhos nessa área, como em Vo e Seshagiri (2008), Seshagiri e Promptun (2008), Sousa e Paglione (2012) e recentemente em Díaz-Méndez *et al.* (2019).

O RIU é uma lei de controle utilizada para problemas de controle. A principal inovação deste método deve-se à melhora da resposta transiente do sistema causada pela ação integral, a qual é realizada com a introdução de um integrador que age condicionalmente, dentro da camada limite. Isto é, o RIU é um controlador por modos deslizantes contínuo (utilizando saturador) com um integrador condicional. A abordagem de saturação é ativada para reduzir a oscilação excessiva e permanente (*chattering*). Uma das contribuições principais desta tese é a modificação do RIU.

Em Damm e Nguyen (2011), uma modificação foi feita no RIU, assumiu-se que o ganho principal do controlador não depende da dinâmica interna do sistema, a fim de simplificar a computação analítica dos parâmetros do controlador, mas às custas de garantir apenas estabilidade semiglobal, e não global como no RIU original.

Mesmo com todas estas vantagens, ainda há algumas situações que mostram a necessidade de melhorias nas leis de controle do tipo RIU. Como exemplo, em Sousa (2013), notou-se que alguns ganhos traziam resultados satisfatórios para rastreamento de alguns sinais de referência e para sinais de rastreamento com amplitudes muito diferentes, outros ganhos seriam necessários. O mesmo autor aplicou a técnica RIU em controle de helicópteros e percebeu-se a necessidade de ganhos variáveis, e se possível adaptativos.

Estes fatos, junto com um conhecimento prévio de técnicas de controle adaptativo permitiram a proposição de desenvolver um Regulador Integrativo Universal Modificado (RIUM) e depois, Adaptativo (RIUA). Na técnica RIUM, os ganhos não seriam constantes, a implementação de ganhos em função do erro seriam um primeiro passo rumo a implementação de ganhos adaptativos. A proposta deste doutorado surgiu destas considerações.

Foi escolhido utilizar um veículo tipo quadrirotor porque estes são naturalmente instáveis. Este fato ajudaria a notar mais rapidamente os efeitos das leis de controle. A modelagem dinâmica do quadrirotor leva em consideração vários parâmetros que podem afetar a dinâmica de uma estrutura voadora, como atritos devido a torques aerodinâmicos, forças de arrasto ao longo do eixo (x, y, z) e efeitos giroscópios.

Com relação à técnica de controle adaptativo, esta pode ser implementada para otimizar o desempenho do controlador existente. O controlador adaptativo aprende os parâmetros do sistema em tempo real, e induz ganhos adicionais à lei de controle, de modo que reaja a mudanças na dinâmica do quadricóptero. Como em Ren *et al.* (2017) e Díaz Méndez *et al.* (2020), o controle adaptativo tem sido utilizado para lidar com falhas de rotores, deslocamento de cargas, incerteza do atuador, entre outros.

Uma das técnicas de controle adaptativo é o MRAC (Controle Adaptativo por Modelo de Referência), seu objetivo é calcular a entrada de controle que faz com que a dinâmica real e a de referência coincidam. Um mecanismo de ajuste de parâmetros do controlador estável é determinado usando a teoria de estabilidade de Lyapunov. O mecanismo adaptativo toma os erros como entrada e alteram os ganhos adaptativos que realimentam o controlador (JURADO & HERNÁNDEZ, 2018).

Durante as pesquisas como em Ren *et al.* (2017) e Díaz Méndez *et al.* (2020), a autora deste trabalho descobriu que alguns pesquisadores já têm relatado o uso do *sliding mode* adaptativo. Isto reforçou e ajudou a incentivar a continuidade no tema inicial.

Portanto, no presente trabalho propõe-se uma modificação do ganho principal da lei de controle RIU, a fim de tornar esse ganho uma variável diretamente dependente do erro de rastreamento, seguindo uma função linear conhecida. Essa modificação na lei de controle RIU original, deu-se o nome de RIUM (Regulador Integrativo Universal Modificado). Espera-se reduzir a demanda de controle e melhorar a resposta de rastreamento dos estados de controle de voo da aeronave. O uso do controlador RIU no presente trabalho é, em parte, devido à sua fácil implementação e ajuste de seus parâmetros. Outro motivo é a “não necessidade” do conhecimento exato do modelo, recurso muito útil quando todo o modelo da aeronave não está disponível.

Utilizou-se também, a lei de controle MRAC e foram feitos estudos relativos à combinação das técnicas MRAC e RIU. Inicialmente foi considerado usar a mesma expressão do RIU com ganhos calculados a partir do MRAC. Até o presente momento, não foram encontrados resultados satisfatórios com esta técnica, embora a ideia ainda não tenha sido descartada. Foi considerado também implementar a soma de MRAC com RIU e MRAC com RIUM e também um acoplamento com as técnicas MRAC e RIU. Estas técnicas trouxeram resultados satisfatórios, particularmente no controle após a ocorrência de falhas graves, como a falha de um rotor em um veículo do tipo quadricóptero. O intuito em todas as simulações era reduzir o erro acumulado e a demanda de controle.

Estas pesquisas na combinação do RIU com o MRAC e o acoplamento do MRAC com o RIU foram feitas também para aumentar a resiliência do sistema a falhas, trata-se de controle reconfigurável, essa é uma novidade do trabalho realizado.

Em Damm e Nguyen (2011), foi proposta uma mudança no ganho. A aplicação do RIU+MRAC, RIUM+MRAC e o acoplamento do MRAC com o RIU no rastreamento do quadrirotor, ao entendimento da autora deste trabalho, é pioneira. Não foram encontrados registros com a soma das leis de controle RIU com o MRAC e RIUM com o MRAC, e também nem o acoplamento do MRAC com o RIU. O preciso rastreamento foi demonstrado com os resultados de simulações numéricas.

1.2 JUSTIFICATIVA

Para aplicações em aeronaves de alto desempenho ou mesmo com características de alta flexibilidade e também quadrirotores, tem sido pesquisada a implementação de técnicas de controle não lineares e mais avançadas como *sliding mode* (DA SILVA, 2007), (PROMTUN & SESHAGIRI, 2009) (BOUADI, *et al.*, 2011a) (HERRERA *et al.*, 2015), (GONZÁLEZ-HERNÁNDEZ *et al.*, 2017), redes neurais artificiais, inversão dinâmica (FISHER, 2004), (LUBAS, 2008), (GIVISIÉZ, 2009), (KAMEI, 2011), (BECERRA-VARGAS & BELO, 2012), (LIN *et al.*, 2013), *backstepping* (MADANI & BENALLEGUE, 2006), (HENRIQUEZ, 2011), *differential flatnes*, *sliding mode* adaptativo (XU, *et al.*, 2004), *neuro-fuzzy*, regulador integrativo universal (SESHAGIRI & PROMTUN, 2008), (BURGER 2011), (ENE, 2013), (SOUSA, 2013), (CAMPOS, 2017), (DÍAZ-MÉNDEZ *et al.*, 2019), dentre outras.

Contudo, para estas leis de controle não lineares e destinadas às aplicações mais avançadas, faz-se necessário um estudo detalhado acerca da estabilidade do sistema de controle. Particularmente para o Regulador Integrativo Universal (RIU), uma análise detalhada de estabilidade foi feita por Díaz-Méndez (2018).

O uso do controle adaptativo permite estimar os parâmetros do controlador a fim de garantir convergência exponencial do erro de rastreamento do sistema mesmo na presença de incertezas. Com relação a técnica de controle adaptativo, esta pode ser implementada para otimizar o desempenho do controlador existente. O controlador adaptativo aprende os parâmetros do sistema em tempo real, e induz ganhos adicionais à lei de controle, de modo que esta reaja a mudanças na dinâmica do quadrirotor.

Foi escolhido um quadricóptero como plataforma de aplicação pois seu uso é bastante extensivo na atualidade nas mais variadas aplicações, naturalmente instáveis, sujeitos a perturbações e incertezas de modelagem.

Algumas das qualidades do RIU são os índices de robustez, e a redução do efeito do *windup* (saturação da ação de controle). Também, como essencial objetivo, é a implementação do ganho principal variável, tornando esse ganho diretamente dependente do erro de rastreamento e variável no tempo, seguindo uma função linear conhecida. Neste trabalho, esta técnica é chamada de RIU Modificado (RIUM).

Damm e Nguyen (2011), apresentaram uma expressão geral para o ganho, e uma expressão do ganho em função da norma do erro com uma parcela constante. Aqui a expressão proposta é ligeiramente diferente: o ganho tem uma parcela constante também, porém tem uma parcela que varia linearmente com o erro.

Utilizou-se um quadricóptero para verificar a eficiência da abordagem via simulações numéricas. Foi feita uma comparação de resultados através de simulações numéricas com as leis de controle RIU, RIUM, MRAC, RIU+MRAC, RIUM+MRAC e o acoplamento do MRAC com o RIU, com e sem perturbações, com o intuito de analisar qual técnica será melhor para ser utilizada em determinada situação. Além disso, foi feita uma demonstração analítica da técnica RIUM, com o intuito de incentivar o uso desta técnica em sistemas de controle.

Os resultados observados são apresentados nos capítulos a seguir. As comparações feitas permitiram uma análise dos ganhos de cada técnica proposta, e da escolha da melhor técnica a ser aplicada em determinada situação.

Não foram encontrados registros com modificação (proposta neste trabalho) no ganho principal da lei de controle RIU, e nem da soma das leis de controle RIU com o MRAC, ou do RIUM com MRAC. Estudos do acoplamento do RIU com o MRAC não tinham sido reportados até os dias atuais. Resultados de simulações demonstraram um excelente rastreamento dos sinais de referência para muitas das simulações feitas.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivo Geral

Busca-se incentivar o uso da técnica de controle não linear, Regulador Integrativo Universal Modificado. Fez-se um uso combinado do RIU com o MRAC e também iniciou-se pesquisas sobre a integração de controle adaptativo com o RIU. Além de, permitir um melhor conhecimento para a implementação no futuro da demonstração analítica de estabilidade da lei de controle proposta.

1.3.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos são:

- Estudar detalhadamente possibilidades de aplicar uso conjunto do MRAC (Controle Adaptativo por Modelo de Referência) com o Regulador Integrativo Universal (RIU);
- Determinar os valores dos ganhos utilizando as técnicas RIU, RIUM, RIU + MRAC, RIUM + MRAC, acoplamento do MRAC com o RIU;
- Validação dos valores dos ganhos através de simulações numéricas para verificar a estabilidade, desempenho e capacidade de controle das técnicas utilizadas, visando compreender a melhora da resposta de rastreamento;
- Comparar o desempenho das técnicas de controle RIU, RIUM, MRAC, RIU + MRAC, RIUM + MRAC e acoplamento do MRAC com o RIU, com e sem perturbações, e com aplicação de falha (incertezas no modelo), através de simulações numéricas, a fim de demonstrar a superioridade das técnicas de controle RIU + MRAC, RIUM + MRAC e acoplamento do MRAC com o RIU;
- Elaboração da demonstração analítica de estabilidade da lei de controle proposta (RIUM) como forma de incentivar o uso destas em futuros projetos de sistemas de controle.
- Validação da proposta do uso combinado do RIU com o MRAC.

1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho está organizado em 6 capítulos, finalizando com as referências bibliográficas. A seguir são apresentados os assuntos relacionados a cada capítulo.

No Capítulo 1, faz-se uma introdução sobre as leis de controle a serem estudadas, que será utilizada para controlar o voo da aeronave. Uma justificativa sobre a importância desse estudo, juntamente com os principais objetivos são retratados nesse capítulo. Por fim, uma revisão da literatura sobre as técnicas de controle e suas particularidades é apresentada.

No Capítulo 2, apresenta-se o sistema de controle e simulação de voo, controle não linear, trabalhos relacionados com o RIU e controle adaptativo.

No Capítulo 3, é apresentada a formulação do problema das leis de controle: Regulador Integrativo Universal (RIU), RIUM (Regulador Integrativo Universal Modificado), MRAC (Controle Adaptativo por Modelo de Referência), RIU + MRAC e RIUM + MRAC.

No Capítulo 4, é apresentado o modelo não linear do quadrirotor utilizado.

No Capítulo 5, fez-se a demonstração de estabilidade da lei de controle Regulador Integrativo Universal Modificado (RIUM).

No Capítulo 6, apresentam-se os resultados obtidos com as técnicas de controle: RIU, RIUM, MRAC, RIU + MRAC, RIUM + MRAC e acoplamento do MRAC com o RIU, fazendo-se uma comparação destas técnicas aos problemas de rastreabilidade, incluindo perturbações e falhas. Simulações numéricas e análise dos resultados também fazem parte deste capítulo.

Finalmente no Capítulo 7, as conclusões sobre os resultados serão apresentadas juntamente com sugestões para trabalhos futuros oriundas deste trabalho.

2. ESTADO DA ARTE ACERCA DE CONTROLE

O trabalho desenvolvido contempla prioritariamente análises na mudança do ganho principal da técnica de controle Regulador Integrativo Universal, buscando reduzir a demanda de controle e melhorar a resposta de rastreamento dos estados de controle de voo da aeronave. E também é feita uma comparação das leis de controle RIU, RIUM, MRAC, RIU + MRAC, RIUM + MRAC e acoplamento do MRAC com o RIU, fazendo-se uma comparação destas técnicas aos problemas de rastreabilidade, incluindo perturbações e falhas. Logo, esta seção apresentará um breve resumo de algumas das principais ideias estudadas que têm ligação direta com o propósito aqui empenhado. Para isso, a revisão dos trabalhos foi dissociada em cinco vertentes, as quais foram postas separadamente devido à particularidade de cada um dos assuntos.

A primeira frente aborda estudos feitos sobre sistemas de controle de voo e simulação de voo. É a base de qualquer controle utilizado, tanto linear como não linear.

A segunda frente abordada se refere aos estudos e pesquisas sobre controle não linear, focando principalmente nas metodologias comumente utilizadas e pesquisas normalmente feitas em aeronaves. Este assunto é crucial, pois é um pilar no qual esta pesquisa está apoiada.

Já a terceira vertente abordada é referente a técnica de controle não linear utilizada, Regulador Integrativo Universal, aplicada em diversos tipos de plataformas.

A quarta vertente abordada refere-se a técnica de controle não linear, Controle Adaptativo por Modelo de Referência (MRAC).

E por fim, na quinta vertente é abordado o uso do controle adaptativo em técnicas de controle, tanto linear como não linear. Torna-se importante conhecer as explicações contidas na literatura para formar uma base de comparação e averiguar se os resultados obtidos estão em consonância com o que é tradicionalmente proposto pela literatura.

O assunto de leis de controle aplicado a aeronaves é muito extenso. Os seguintes itens apresentam uma revisão histórica de alguns trabalhos apresentados na literatura relacionados ao projeto de leis de controle de aeronaves.

2.1 SISTEMAS DE CONTROLE E SIMULAÇÃO DE VOO

Stevens e Lewis (2003) dizem que o primeiro sistema de controle automático de voo foi criado em 1912. Era um sistema de piloto automático feito pela *Sperry Gyroscope Company*, e testado em 1914. O desenvolvimento de pilotos automáticos permitiu que Wiley Post, em 1933, voasse ao redor do globo em menos de oito dias.

No final da década de 1930, a teoria de controle clássico começou a se desenvolver, e com a Segunda Guerra Mundial (1939-1945), o desenvolvimento de aeronaves acelerou e criou a necessidade de análise de comportamento dinâmico das aeronaves.

Já no final da década de 1940, ocorreu o surgimento dos primeiros computadores analógicos, e em 1948 (EVANS, 1950) publicou a técnica de análise de lugar das raízes, e começaram a surgir análises de estabilidade de aeronaves quando controlada pelo piloto automático. Nesta época, o envelope de voo das aeronaves começou a expandir, com várias aeronaves, como o Bell X-1, a primeira aeronave supersônica, e outras aeronaves da família X (DA SILVA, 2010).

Com a expansão do envelope de voo e a importância dos efeitos aeroelásticos, começaram a surgir problemas de estabilidade e controle das aeronaves, já que havia uma gama maior de condições de voo que a aeronave estava sujeita, levando a vários acidentes (alguns catastróficos) com as aeronaves X-2 e X-3, e também potencializados por ocorrências de efeitos aeroelásticos até então desconhecidas, como divergência, *flutter*, entre outras (DA SILVA, 2010).

Nesta época de 1940, começaram a surgir superfícies de controles com atuadores hidráulicos, devido ao aumento das cargas aerodinâmicas que surgiram com o maior desempenho e tamanho de aeronaves, possibilitando a implementação de aumento artificial de estabilidade, utilizando sinal vindo dos sensores de velocidades angulares, que alimentavam os atuadores das superfícies de comando, alterando os modos naturais da aeronave, e também possibilitaram o surgimento de pilotos automáticos mais complexos (OGATA, 2010). Porém, há aeronaves sem atuadores hidráulicos, e que usam piloto automático, mesmo para superfície de controle não atuadas hidráulica ou eletricamente. O desenvolvimento de transmissão de comandos do piloto por sinais elétricos em fios elétricos permitiu a utilização de mais funcionalidades para o controle de voo (tecnologia *Fly By Wire*).

Os sistemas de controle são compostos pelos sensores, atuadores, fios (barramentos), computadores, que contém as leis de controle, além dos instrumentos de apresentação de informações para os pilotos. Este trabalho irá analisar apenas as expressões matemáticas contidas nas leis de controle. Com relação a este assunto, há diferentes técnicas que têm sido usadas na definição das leis de controle. Algumas das técnicas são comentadas a seguir.

Em muitos dos exemplos comentados, foram apresentadas técnicas que visam garantir o desempenho e estabilidade da lei de controle, mesmo quando há efeitos aeroelásticos, que alteram a dinâmica de voo da aeronave.

Mclean (1978) utiliza controle ótimo e teoria algébrica de controle por modelo de referência para suprimir os efeitos de turbulência na dinâmica de voo e na resposta estrutural de uma aeronave flexível.

Kubica *et al.* (1995) usam as técnicas de controle ótimo e *eigenstructure assignment* em uma otimização com vínculos para estabilizar modos rígidos e flexíveis da aeronave e para aumentar a robustez paramétrica.

Uma metodologia de controle robusta baseada em programação quadrática é aplicada no projeto de leis de controle de uma aeronave (LIVET *et al.*, 1995).

Joshi e Kelkar (1996) utilizam técnicas de controle robusto tipo LQG para controlar a dinâmica linear de uma aeronave sujeita a efeitos aeroelásticos.

Lavretsky e Henderson (1999) usaram a técnica de redes neurais artificiais para projetar a lei de controle de uma aeronave flexível.

Djokic e Barbaric (2012) sugeriu uma nova abordagem que integra o uso de simulações no processo de desenvolvimento do sistema de controle de voo. A simulação começa com um refinamento dos requisitos do sistema e se estende ao projeto preliminar, desenvolvimento de hardware e software, integração do sistema, qualidade de voo e teste de confiabilidade, e por fim a validação e verificação do sistema.

De acordo com Slotine *et al.* (1991) métodos de controle linear estão baseados na suposição de pequenas faixas de operação. Contudo, quando a faixa de operação requerida é ampla, o controlador linear possui um desempenho pobre ou instável devido às não linearidades do sistema não terem sido compensadas adequadamente. Porém, a maioria das técnicas de controle lineares estão baseadas na hipótese implícita de que todos os sistemas são linearizáveis, omitindo somente a existência de não linearidades que não satisfazem o princípio de sobreposição. Por outro lado, técnicas de controle não lineares permitem lidar com as não linearidades dos sistemas numa faixa de operação maior (SLOTINE *et al.*, 1991). O conceito de faixa de operação é relacionado em sistemas não lineares como a região de atração, a qual segundo Lee *et al.* (2015) é pequena em sistemas dinâmicos linearizados.

2.1.1 Controle Não Linear

Algumas técnicas de controle não linear, especificamente as baseadas em linearização por realimentação, requerem um amplo conhecimento do modelo da planta a ser controlada, em razão disso, precisa-se que os projetistas destes controladores entendam profundamente as equações não lineares da dinâmica de voo de aeronaves. Segundo Slotine e Li (1991), a linearização por realimentação permite a obtenção de um modelo a partir de um sistema não linear que permite capturar a dinâmica do sistema original numa faixa operacional de interesse, desta forma, permite facilmente projetar um controlador não linear, sendo esta a base para implementação da inversão dinâmica não linear (NDI).

Slotine e Li (1991) afirmam e recomendam o uso de técnicas robustas de controle não linear como controle por modos deslizantes (SMC). Estas já consideram, além do modelo nominal, alguma caracterização do modelo de incertezas. É uma lei de controle amplamente usada para problema de regulação do quadricóptero e controle de rastreamento.

Xu *et al.* (2004) controlaram a dinâmica longitudinal de uma aeronave hipersônica usando controle por modos deslizantes. Os perigosos efeitos adversos, provocados por incertezas no modelo, e a alta sensibilidade de aeronaves hipersônicas às mudanças atmosféricas, motivaram o uso desta técnica. Tanto a altitude quanto a velocidade da aeronave foram satisfatoriamente controlados. Estabilidade e robustez foram garantidas, mas em detrimento de desempenho, isto é, demandando altos valores de ganho, o que conduziu ao uso de controle adaptativo em conjunto com modos deslizantes. Foi demonstrado que os modos deslizantes (ou controle à estrutura variável) requerem alta atividade de controle.

Seshagiri e Khalil (2005) advertem que o incremento dos ganhos para reduzir os erros é indesejável, porque isto pode excitar dinâmicas de alta frequência não modeladas. Especificamente, devido ao fenômeno de *chattering*, provocado quando modos deslizantes ideais são implementados com a utilização de funções de chaveamento (*switching control*).

Da Silva (2007) utilizou a técnica SMC para o controle da dinâmica longitudinal (estaticamente instável) de uma aeronave hipersônica, tanto para estabilizar o sistema na presença de perturbações, quanto para fazer o rastreamento de referências de velocidade e altitude. Seu trabalho foi de grande importância pelo fato de ter desenvolvido uma análise de estabilidade de modos deslizantes, segundo o método direto de Lyapunov e também por ter fornecido um procedimento matemático detalhado, para o projeto deste tipo de controlador.

Uma técnica de otimização *non-smooth*, ou seja, técnica utilizada em funções cujos gradientes não são definidos em todos os pontos, é usada para definir os ganhos do controlador da dinâmica lateral de uma aeronave em Simões *et al.* (2011).

Henriquez (2011) usou a técnica de controle *backstepping* para controlar a dinâmica de voo de uma aeronave flexível. Essa técnica, foi desenvolvida para projetar controles de estabilização, para uma classe especial de sistemas dinâmicos não lineares. Esses sistemas, são construídos a partir de subsistemas que se irradiam de um subsistema irreduzível, que pode ser estabilizado usando algum outro método.

Em Da Silva (2012) foram utilizadas técnicas de controle não linear ótimo quadrático com realimentação de saída e redes neurais, para garantir que a dinâmica de uma aeronave flexível rastreasse a dinâmica do mesmo avião, mas com alta rigidez estrutural. Este avião, com modelo de corpo rígido é o modelo de referência que o avião flexível deve rastrear.

Díaz-Méndez (2018) resolveu um problema de rastreamento de um quadrirotor usando uma lei de controle não linear relativamente nova, baseada no controle por modo deslizante que faz uso de um Integrador Condicional. Esta lei melhora a resposta transitória e as deficiências de vibração de abordagens anteriores de controladores baseados em SMC semelhantes. A estabilidade da técnica de controle foi demonstrada por uma análise de Lyapunov e a eficácia e desempenho do método proposto foram comparados com um similar. Foram feitas simulações na presença de perturbações externas para avaliar a robustez do controlador. Foi demonstrado menor erro de rastreamento acumulado, melhora na resposta transitória e rejeição de perturbações quando comparado ao controlador convencional (LQR).

Cabe salientar que os modos deslizantes, devido serem técnicas de controle por estrutura variável, apresentam uma capacidade intuitiva de solucionar um sistema de ordem n através da solução de um sistema de primeira ordem (SOUSA, 2013), porém, desvantagens como a oscilação excessiva e permanente nos atuadores (*chattering*) e degradação da resposta transiente tem levado esta técnica a experimentar várias melhoras ao longo dos anos.

A técnica de controle Regulador Integrativo Universal (RIU) foi desenvolvida a partir do controle SMC que será abordado no próximo item.

2.1.2 Trabalhos Relacionados com o Regulador Integrativo Universal

Com o intuito de evitar o efeito *chattering* (próprio do controle por modos deslizantes), foi feita uma aproximação da função *sign* (próprio do controle por estrutura variável) pela função saturação (*sat.*) (KHALIL, 2002).

O controle por modos deslizantes por si só não degrada a resposta transiente. Em alguns problemas não garante um erro estático totalmente nulo. Para contornar essa deficiência foi criado o ISMC (*Integral Sliding Mode Control*) usando integrador convencional, o qual degrada a resposta transiente pois alimenta o fenômeno conhecido como *windup* (erro acumulado pela parte integral). Apesar disso, o ISMC garante erro nulo em regime permanente (KHALIL, 2000). Portanto, o integrador condicional do RIU contorna esse novo problema funcionando como SMC ideal fora da camada limite e como CISM (Conditional Integrator Sliding Mode Control) dentro da camada limite.

Para contornar a degradação da resposta transiente, Khalil (2000) propôs a utilização de um controlador com ação integral condicional, conhecido como Regulador Integrativo Universal (RIU). Esta técnica precisa unicamente do conhecimento do grau relativo do sistema (ρ) e do sinal do ganho de alta frequência.

Seshagiri e Khalil (2005) desenvolveram estudos analíticos de estabilidade, demonstrando a capacidade da técnica RIU para estabilizar assintoticamente sistemas não lineares de fase mínima. A introdução de um integrador condicional (IC) para melhorar a resposta transiente e ao mesmo tempo garantir a recuperação do desempenho do controle por modos deslizantes ideal, foi sua principal contribuição.

A técnica SMC foi satisfatoriamente testada no controle de aeronaves, tanto de fase mínima (PROMTUN & SESHAGIRI, 2009) quanto de fase não mínima (SHKOLNIKOV & SHTESSEL, 2001).

Burger (2011) utilizou o Regulador Integrativo Universal no controle de trajetórias de submarinos e de formação de submarinos na presença de perturbações (variação nas correntes oceânicas). Analisou-se analiticamente a estabilidade e demonstrou-se a convergência assintótica dos veículos individualmente e em formação. Finalmente, ressaltou-se a facilidade de implementação desta técnica, tal como em Sousa (2013) e Campos *et al.* (2017). Nestes últimos, o ganho e os parâmetros do controlador foram obtidos através de um processo de tentativa e erro.

Sousa e Paglione (2012) implementaram a técnica de controle não linear, conhecida como Regulador Integrativo Universal, e desenvolveram uma proposição dos valores de graus relativos de parâmetros da dinâmica de voo comumente controlados. A validação destes valores foi feita com base em resultados de simulações. O RIU foi implementado para o controle de altitude, velocidade, ângulo de ataque, ângulo de atitude, taxa de arfagem, taxa de guinada, ângulo de rolamento, ângulo de proa e posição longitudinal para um modelo matemático não linear do caça F-16. Sousa (2013) aplicou a mesma técnica no controle de um avião de transporte convencional muito flexível.

O RIU foi aplicado satisfatoriamente no controle da dinâmica longitudinal (SESHAGIRI & PROMTUN, 2008), (ENE, 2013) e lateral (VO & SESHAGIRI, 2008) da aeronave caça F-16. Também, foram obtidos excelentes resultados no controle de uma aeronave muito flexível em Sousa (2013) e em Sousa *et al.* (2013). Nestes dois últimos, por meio do uso de observadores de alto ganho, foi possível estimar as derivadas de altitude, velocidade e do ângulo de guinada. E também, através do RIU foi possível projetar amortecedores de arfagem e de guinada, além de realizar o rastreamento de velocidade, altitude e ângulo de rolamento. A robustez desta técnica de controle demonstrou uma alta capacidade para compensar os efeitos da flexibilidade estrutural, refletidos na diminuição da eficiência das superfícies de controle (SOUSA, 2013).

Santos (2017) utilizando a mesma metodologia que Sousa e Paglione (2012), avaliou o comportamento do caça Mirage III, utilizando o RIU, quando o mesmo apresentar um defeito em uma de suas superfícies de controle. O controle foi utilizado inicialmente para controlar a dinâmica da aeronave sem falhas, e posteriormente, foi introduzida uma falha e realizada as adaptações na tentativa de que este controlasse a aeronave, quando ocorre uma falha do tipo travamento no aileron.

Em Díaz-Méndez *et al.* (2017) o RIU foi aplicado em um pêndulo invertido não linear, com o intuito de demonstrar a aplicação do projeto analítico e cálculo dos parâmetros do controlador.

Campos (2017) fez um estudo detalhado, via simulações numéricas e controle de voo, acerca do uso de leis de controle, para controlar a dinâmica de duas aeronaves, uma aeronave rígida, Mirage III, e uma aeronave de asas flexíveis com a metodologia NFNS_s (*Non Linear Flight Dynamics – Non Linear Structural Dynamics, strain based formulation*), (NFNS_s190), (SOUSA, 2013).

As leis de controle utilizadas em Campos (2017) foram, controle Proporcional Derivativo Integrativo (PID), Regulador Integrativo Universal (RIU), Inversão Dinâmica e *Sliding Mode*. Foi realizada uma comparação dessas técnicas de controle com base em resultados de simulações feitas para verificar o desempenho e sintonia dos controladores, chegando a conclusão de que cada lei tem seus prós e contras. Porém, o RIU teve suas vantagens comparada com as demais, como: i) simplicidade das expressões obtidas para as leis de controle; ii) o fato de não serem requeridos conhecimentos detalhados do modelo matemático do avião; iii) a precisão dos resultados obtidos, mesmo com o uso de atuadores; iv) robustez da lei de controle; v) capacidade de compensar efeitos de flexibilidade estrutural.

Contudo, em Campos (2017), a melhor técnica utilizada foi o Regulador Integrativo Universal, pois com base na análise dos resultados obtidos, ficou constatada a eficiência da lei de controle, que permitiu controlar diferentes variáveis apenas ajustando os ganhos experimentalmente e salvo as limitações físicas do sistema e limitações de esforço em localizar os coeficientes ótimos, apresentou resultados satisfatórios. Díaz-Méndez *et al.* (2019) fez uma análise detalhada sobre o projeto do controlador não linear Regulador Integrativo Universal (RIU) com ênfase na obtenção analítica dos seus parâmetros sintonizáveis e na demonstração analítica de estabilidade da técnica de controle, aplicada no controle de voo na aeronave de combate, Mirage III.

Campos *et al.* (2020) propuseram resolver um problema de rastreamento de um quadricóptero utilizando uma nova lei de controle não linear baseada no RIU, considerando o ganho principal dependente do erro de rastreamento (ganho variável). A lei de controle no trabalho apresentado é chamada Regulador Integrativo Universal Modificado, obteve uma melhora na resposta transitória e reduziu a demanda de controle, quando comparado a abordagens anteriores de controladores similares. Foi demonstrado a estabilidade utilizando uma função candidata de Lyapunov.

Baseado em estudos recentes, é possível afirmar que a técnica de controle Regulador Integrativo Universal é utilizada em diversas pesquisas, como Liu *et al.*, (2009), Benamor *et al.*, (2011), Prusty *et al.*, (2016), Ren *et al.*, (2017), Díaz-Méndez *et al.*, (2017), Campos *et al.*, (2020), entre outros.

Habitualmente, para estudos de controle, principalmente em aeronaves, a maioria dos pesquisadores optam por utilizar técnicas de controle já desenvolvidas e sem nenhuma modificação. Assim, há poucos estudos utilizando uma abordagem modificada a partir do Regulador Integrativo Universal na literatura e necessários para o desenvolvimento desta técnica. Este fato junto com os possíveis ganhos na modificação proposta tornam esta pesquisa importante e válida.

2.1.3 Controle Adaptativo

O controle adaptativo surgiu de uma necessidade prática de controle em que sistemas realimentados não eram satisfatórios, essa necessidade foi o projeto de aeronaves de alto desempenho. Essas aeronaves operam com grande variação de velocidade e altitude e descobriu-se que o controle com ganho constante e realimentação linear funcionava bem para uma condição de controle, mas não em todas as condições de voo (HÄGGLUND, *et al.*, 1995).

Um sistema de controle por realimentação tem como objetivo o desenvolvimento de um sistema que seja capaz de manter certo desempenho mesmo com perturbações que o afetam. Porém, para determinadas situações, em que ocorrem variações maiores e mais significativas para o comportamento dinâmico do sistema controlado, os coeficientes constantes e o ganho de realimentação não são capazes de atingir o desempenho desejado. Assim, o controle adaptativo aparece como solução para a adequação dos parâmetros do controlador, variando-os de forma a manter as especificações de desempenho do sistema.

Sistemas adaptativos são importantes por possuírem propriedades úteis e muitas vezes singulares, que podem ser utilizadas proveitosamente para projetar sistemas de controle com melhor desempenho e funcionalidade.

Todos os resultados obtidos com o uso do Regulador Integrativo Universal são um estímulo para a continuação dos estudos desta técnica. Um aperfeiçoamento considerado para esta técnica de controle é o uso de ganhos variáveis, que poderiam ser usados para aumentar a eficiência no rastreamento de sinais comandados, particularmente para os parâmetros que possuem graus relativos 3 e 4. Neste caso, foi considerada a ideia de controle adaptativo. Nesta seção são apresentados resultados de estudos com o uso de controle adaptativo, somente.

Tang *et al.* (2007) desenvolveram uma abordagem direta para o controle adaptativo de uma classe de sistemas não lineares de múltiplas entradas múltiplas saídas (MIMO) na presença de falhas de atuadores. Nela, é projetado um controlador adaptativo de compensação de falha capaz de acomodar incertezas, valores e padrões de tempo de falha do atuador.

Segundo Promptun e Seshagiri (2009) atualmente, as abordagens na área de controle de voo reconfigurável incluem o *Multiple Mode Switch* (XIAO *et al.*, 2010), o *Pseudo Inverse* (LI & CHEN, 2003), o *Adaptive Control* (BRINKER & WISE, 2000), *Control Allocation* (DAVIDSON *et al.*, 2001, e SHERTZER *et al.*, 2002), a *Eigenstructure Assignment* (BODSON, 2002) e o *Sliding Mode Control* (WELLS & HESS, 2002).

Bouadi *et al.* (2011a) aproveitando a capacidade de modos deslizantes em lidar com incertezas paramétricas, propôs um controlador adaptativo combinando as técnicas de controle não lineares NDI e SMC, para o controle de trajetória longitudinal de uma aeronave de transporte cujo modelo é não linear. Leis adaptativas permitiram estimar os parâmetros do controlador a fim de garantir convergência exponencial do erro de rastreamento do sistema, mesmo na presença de incertezas.

Loukal e Benalia (2016) fizeram uma comparação entre um controlador *Fuzzy* com ganho adaptativo e um controlador PI convencional, usado para controle de velocidade com controle direto de orientação de fluxo do estator de um motor de indução duplamente alimentado. O controlador *Fuzzy* foi utilizado para ajustar, em tempo real, os ganhos do controlador e os resultados obtidos mostraram a eficácia do método, com bom desempenho e robustez contra perturbações exteriores.

Lee e Tsai (2010) apresentaram um controlador adaptativo baseado em Lyapunov com ação integral para helicópteros de pequena escala, realizando missão de lançamento aéreo. O controlador proposto foi projetado por meio de uma abordagem de backstepping adaptativo. O método proposto não apenas superou a variação abrupta de massa, mas também forneceu melhor desempenho para erros de posição inicial.

Wang *et al.*, (2020) propuseram uma estratégia de controle adaptativo tolerante a falhas para um helicóptero quadrirotor na presença de falhas no atuador e incertezas do modelo integrando o controle por modo deslizante e a rede neural de função de base radial. Assumindo o conhecimento dos limites das perturbações externas, um controle de modo deslizante de linha de base é primeiro projetado para alcançar o desempenho de rastreamento do sistema desejado e manter a insensibilidade às perturbações. Esquemas de controle adaptativo neural são construídos e incorporados ao controle de modo deslizante da linha de base para lidar com eles. Foram feitos vários testes de simulações para validar a eficácia da estratégia de controle proposta, onde um quadrirotor está sujeito a variações de momento de inércia e diferentes níveis de falhas no atuador.

Agarwal *et al.*, (2021) analisaram algoritmos para controle adaptativo, principalmente focados no controle adaptativo por modelo de referência (MRAC) de forma que, apesar de qualquer incerteza, os parâmetros permaneçam próximos ao comportamento de um modelo de referência desejado com a combinação de inversão dinâmica como controlador adaptativo para tais cenários, o que ajuda no desacoplamento dos estados de voo para o sistema não linear.

Nas literaturas recentes, já existem vários trabalhos referentes ao projeto de controle adaptativo por modelo de referência (MRAC) para um quadrirotor UAV, como Whintehead e Bieniawski (2010), Schreier e Darmstadt (2012), Dydek *et al.*, (2013), Chen *et al.*, (2014), Selfridge e Tao (2014), Selfridge e Tao (2016), Fan *et al.*, (2016), Jurado *et al.*, (2017), entre outros.

Whintehead e Bieniawski (2010) demonstraram a aplicação do MRAC de realimentação de estado a um UAV em miniatura de quadrirotor. Incluindo aspectos de modelagem de sistema nominal e não nominal, seleção de modelos de projetos apropriados e modificações úteis na abordagem básica para a dinâmica específica em consideração. O projeto foi implementado no Laboratório de Tecnologia de Enxame De Veículos da Boeing e os dados de um voo de teste de laboratório exibiram a robustez do esquema de controle desenvolvido para perturbações.

Schreier e Darmstadt (2012) propuseram duas variantes de controladores de espaço de estados adaptativos para estabilização de atitude e auto ajuste de um quadrirotor. Primeiro, propuseram a utilização de um Controlador Adaptativo de Identificação de Modelo (MIAC), em termos de combinação de um estimador de mínimos quadrados recursivo com esquecimento exponencial com um controlador de espaço de estados de tempo discreto integral. Além disso, um esquema de controle adaptativo por modelo de referência (MRAC) de tempo contínuo baseado na teoria de Lyapunov é aplicado à dinâmica simplificada do quadrirotor, o que garante estabilidade assintótica global para sistemas globais lineares. A eficácia dos métodos adaptativos sugeridos é demonstrada em simulações e os resultados são comparados a um controlador de espaço de estado integral não adaptativo.

Dydek *et al.*, (2013) aproveitando a aplicação do controle adaptativo de referência de modelo direto e indireto a uma plataforma de veículo aéreo não tripulado quadrirotor leve e de baixo custo, um controlador de rastreamento de trajetória de linha de base é aumentado por um controlador adaptativo. A abordagem é validada utilizando simulações e testadas em voo em uma instalação de teste interna. O controlador adaptativo oferece maior robustez às incertezas paramétricas. Em particular, descobriu-se que é eficaz na mitigação dos efeitos de uma anomalia de perda de empuxo, que pode ocorrer devido a falha de componente ou dano físico.

Chen *et al.*, (2014) propuseram um esquema de controle adaptativo por modelo de referência (MRAC) multivariável estável para um quadrirotor com sistema de controle de voo MIMO com perturbação externa desconhecida. Primeiramente foi projetado um observador de perturbação para monitorar bem a perturbação desconhecida. E então, o controlador adaptativo foi desenvolvido com base no observador de perturbação para compensar a perturbação externa e rastrear os estados desejados do sistema.

Veículos aéreos não tripulados multirotores (MAVs) com capacidade de interação com o ambiente têm recebido atenção crescente recentemente. No entanto, a rápida mudança de parâmetros durante o voo apresenta um desafio para o controle estável dos MAVs. Fan *et al.*, (2016) desenvolveram um controlador de linha de base de um quadrirotor com base no controle adaptativo por modelo de referência clássico (MRAC) e um identificador é introduzido para lidar com a incerteza nos parâmetros. Especificamente, o método recursivo dos mínimos quadrados com fator de esquecimento (FFRLS) é usado para projetar o identificador. Foram feitas simulações tanto com o controlador MRAC de linha de base quanto o controlador MRAC aumentado. Os resultados mostraram melhoras na estabilidade na presença de mudanças de parâmetro com o controlador MRAC aumentado.

Jurado *et al.*, (2018) propuseram um esquema de controle adaptativo por modelo de referência (MRAC) para realizar a tarefa de controle de atitude para um veículo aéreo não tripulado (UAV) quadrirotor decomposto em sistemas rotacional e translacional. Cada sistema foi representado por um modelo parametrizado a partir do qual um MRAC direto foi projetado. Um controlador PID foi implementado para controle de altitude.

O quadrirotor é um sistema não linear altamente acoplado, como em Labbadi e Cherkaoui (2019). Algoritmos de controle são necessários para sua estabilização, como em Castillo *et al.*, (2004) e Khan e Kadri (2014).

No presente trabalho, foi estudado e aplicado a técnica de controle Regulador Integrativo Universal, aproveitando as qualidades do SMC, principalmente sua robustez. Foi modificado o ganho principal, tornando esse ganho uma variável diretamente dependente do erro de rastreamento, seguindo uma função linear conhecida, no controle das aeronaves.

Foi testada a integração das técnicas do RIU com o MRAC, com o intuito de usar vantagens de ambas técnicas. Foi feita uma comparação das leis de controle RIU, RIUM, MRAC, RIU + MRAC e RIUM + MRAC, fazendo-se uma comparação destas técnicas aos problemas de rastreamento, incluindo perturbações e falhas. Utilizou-se um quadrirotor para verificar a eficiência da abordagem via simulações numéricas.

Algumas das contribuições do presente trabalho são: a novidade da modificação proposta no RIU, e a soma das leis de controle RIU + MRAC, RIUM + MRAC, com e sem perturbação e aplicação de falha, e o resultado de suas melhorias esperadas em problemas de rastreamento de controle de voo. Realizou-se a demonstração analítica de estabilidade da lei de controle RIUM do quadrirotor, como forma de incentivar o uso desta técnica em futuros projetos de sistemas de controle.

3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS DAS LEIS DE CONTROLE ROBUSTAS E ADAPTATIVAS CONSIDERADAS

O foco neste capítulo é passar os conceitos de modos deslizantes, superfície deslizante, camada limite, importância e utilidade das técnicas de controle Regulador Integrativo Universal (RIU), baseado nos trabalhos de Khalil (2000) e Seshagiri e Khalil (2005) e Controle Adaptativo por Modelo de Referência (MRAC), e também, a modificação do ganho principal na técnica de controle Regulador Integrativo Universal. Tornando esse ganho adaptativo como uma variável diretamente dependente do erro de rastreamento.

A técnica de controle do tipo Regulador Integrativo Universal é derivada da técnica de controle por modos deslizantes, ou seja, por estrutura variável que pode ser visto no Apêndice A. Devido a este motivo um melhor entendimento desta técnica do Regulador Integrativo Universal só é possível ao se ter um conhecimento prévio de controle por modos deslizantes.

O Regulador Integrativo Universal (RIU) é uma técnica relativamente recente na qual é introduzida ação integrativa condicional ao controlador por estrutura variável (VSC – *Variable Structure Control*), também conhecido como controle por modos deslizantes (SMC – *Sliding Mode Control*). E também a função sinal é substituída por função saturação. E ainda, não se requer o controle equivalente (que é função da dinâmica do sistema). Este controle equivalente é praticamente o controle por inversão dinâmica. Este controlador possui uma estrutura simples e fácil de implementar, pois não é requerido nenhum conhecimento detalhado do modelo, precisa-se unicamente de duas informações a respeito do sistema a ser controlado: i) grau relativo e ii) sinal do ganho de alta frequência.

O RIU foi apresentado pela primeira vez por Khalil (2000) para sistemas não lineares SISO. Depois foi estendido em Seshagiri e Khalil (2005) para sistemas MIMO, onde foi mostrado que a estrutura do regulador integrativo universal coincide com o PI clássico e controladores PID, seguido por saturação, para sistemas com grau relativo um e dois (SESHAGIRI e KHALIL, 2005). Nesta técnica não se usa o SMC ideal, é necessário fazer uma aproximação da técnica do SMC por meio da substituição da função ($sgn(s)$) (descontínua) por uma contínua, definida pela função saturação ($sat(s/\mu)$) a fim de minimizar o fenômeno de *chattering*.

A principal inovação desta técnica de controle é a inclusão de um integrador condicional, o qual age exclusivamente dentro da camada limite da superfície deslizante. De acordo com Vo e Seshagiri (2008) a estrutura deste controlador é um caso especial do projeto genérico de um controlador de regulação de saída robusto, para sistemas transformáveis à forma normal, cujo integrador condicional permite o uso de pequenos ganhos.

Segundo Sousa e Paglione (2012), o RIU tem apresentado resultados satisfatórios no controle da dinâmica de voo de aeronaves.

A técnica do regulador integrativo universal, desenvolvida a partir da técnica de controle por estrutura variável, possui as vantagens do controle por estrutura variável e minimiza as desvantagens desta mesma técnica de controle. A aplicação de técnicas de controle não lineares em controle de voo vem ganhando popularidade nos últimos anos. Suas principais vantagens são:

- i) A estabilidade desta técnica de controle pode ser provada analiticamente;
- ii) Imprecisões no modelo e perturbações externas podem ser compensadas;
- iii) Não é requerido conhecimento detalhado do modelo. As únicas informações requeridas são o grau relativo do sistema e o sinal do ganho de alta frequência (SESHAGIRI & KHALIL, 2005);
- iv) O *chattering* é minimizado ao se trocar a função sinal ($sgn(s)$) pela função saturação ($sat(s/\mu)$), e também ao se usar integração condicional.

Todos esses fatores são um incentivo para o uso desta técnica para se controlar a dinâmica de voo de aeronaves.

3.1 REGULADOR INTEGRATIVO UNIVERSAL

A concepção do regulador integrativo universal começou no final do século passado com o trabalho desenvolvido por Mahmoud e Khalil (1996), os quais introduziram controle integral para garantir estabilidade assintótica e sistemas não lineares SISO, de fase mínima, transformáveis à forma normal e considerando o problema de rastreabilidade de uma referência constante. A palavra “universal” do nome desta técnica de controle teve origem devido à família de plantas às quais esta técnica pode ser aplicada, desde que compartilhe o mesmo grau relativo e mesmo sinal do ganho de alta frequência (KHALIL, 2000).

O RIU é derivado da técnica de controle não linear SMC (*Sliding Mode Control*), mas inclui um saturador. em vez do original interruptor liga/desliga do SMC, a fim de reduzir o fenômeno de vibração (*chattering*) na saída do controle, sua implementação é simples.

A definição dos graus relativos requer o cálculo de derivadas de Lie sucessivas até que seja verificada uma relação direta entre uma das derivadas da saída comandada e o sinal de entrada, ou seja, grau relativo de um sistema é o número de vezes que precisamos derivar a saída y até que apareça o controle u explicitamente.

Aproveitando a flexibilidade de Mahmoud e Khalil (1996), a respeito da escolha da técnica de controle a ser usada para estabilizar o ponto de equilíbrio do sistema, Khalil (2000) propôs o RIU para sistemas SISO, de fase mínima, mas usando observadores de alto ganho, além disso sugeriu um procedimento de sintonização dos parâmetros chave do controlador.

Neste trabalho utiliza-se a técnica de controle RIU proposta em Khalil (2000) e estendida em Seshagiri e Khalil (2005) para sistemas MIMO com o intuito de resolver o problema de rastreabilidade aplicado a um quadrirotor, sua dinâmica é não linear e com graus relativos bem definidos.

A principal inovação desta técnica deve-se à melhora da resposta transiente do sistema causada pela ação integral, a qual é realizada com a introdução de um integrador, o qual age condicionalmente, dentro da camada limite. Isto é, o RIU é um controlador por modos deslizantes contínuo, ou seja, utiliza-se saturador, com um integrador condicional.

3.1.1 Projeto Analítico do Controlador RIU

O procedimento para construir um controlador baseado na lei de controle por modos deslizantes com integrador condicional, também conhecido como regulador integrativo universal (RIU) é descrito nesta seção de acordo com o trabalho proposto por Seshagiri e Khalil (2005). Esta abordagem é para sistemas MIMO de fase mínima e adaptável a sistemas SISO.

3.1.1.1 Definição do sistema a controlar

Como já mencionado anteriormente, o Regulador Integrativo Universal (RIU), desenvolvido por Seshagiri e Khalil (2005), é direcionado para a regulação de saídas de sistemas não lineares MIMO (*Multi-Input Multi-Output*). Uma das limitações dessa abordagem é que a referência deve ser assintoticamente constante. Para simplificar a explicação, no presente trabalho o sistema MIMO de segunda ordem é preciso estar na forma canônica de entrada como na Equação 3.1.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x_1, x_2) + g(x_1, x_2)u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (3.1)$$

Onde $x = \{x_1, x_2\}$ pertence ao espaço R^n e é chamado de vetor de estados do sistema e n a ordem do mesmo, u a entrada de controle, pertence ao espaço R^m e é chamado de vetor de controle sendo m o número de controles disponíveis e $f(x_1, x_2) \in R^n$ e $g(x_1, x_2) \in R^{n \times n}$ são funções contínuas. Definindo-se $y_{ref} = x_{1ref}$ como função de referência, o erro de rastreamento é definido como $e_1(t) = y - y_{ref}$, isto é, a diferença entre a saída real e a referência.

3.1.1.2 Projeto da lei de controle

O problema de controle será determinar o valor da entrada de controle u para garantir a convergência assintótica do erro de rastreamento $e_1(t)$ para zero. Para isso, é necessário transformar o sistema na forma normal, isso é feito derivando várias vezes uma Derivada de Lie do vetor de saída y até que a entrada de controle u apareça. Este procedimento permite separar a dinâmica interna do sistema da dinâmica “externa”. No caso do sistema definido na Equação 3.1, a dinâmica externa do sistema é descrita pela Equação 3.2.

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 \\ \dot{e}_2 = f(e_1, e_2) + g(e_1, e_2)u \end{cases} \quad (3.2)$$

Como já mencionado anteriormente, o controlador RIU é uma melhora do controle por modos deslizantes utilizando integradores condicionais. A definição da lei de controle é feita nas seguintes etapas: *i)* define-se uma lei de controle com realimentação de estados. Isto é feito com base na hipótese de que o erro e suas derivadas estão disponíveis para retroação; *ii)* define-se um observador de alto ganho. No caso quando as derivadas dos erros medidos não estejam disponíveis para retroação.

O primeiro passo no projeto de leis de controle por modos deslizantes / estrutura variável é especificar a superfície deslizante, sem o integrador, na qual o movimento deslizante acontece. Cabe salientar que a ordem é definida pelo respectivo grau relativo (SESHAGIRI & KHALIL, 2005), (SLOTINE & LI, 1991).

O único conhecimento do modelo necessário para projetar a lei de controle RIU é o grau relativo (ρ) do sistema a ser controlado, ou seja, o número de derivadas da saída a serem executadas para encontrar uma relação direta com a entrada de controle, explicado em Díaz-Méndez (2019), e o sinal de alta frequência Seshagiri e Khalil (2005).

Na ausência da ação integrativa, é definida a seguinte superfície deslizante:

$$s_i = \sum_{j=1}^{\rho_i-1} k_j^i e_j^i + e_{\rho_i}^i \quad (3.3)$$

Sendo que as constantes k_j^i , ou seja, $k_1^i, k_2^i, \dots, k_{\rho_i-1}^i$ são escolhidas de tal forma que o polinômio $\lambda^{\rho_i-1} + k_{\rho_i-1}^i \lambda^{\rho_i-2} + \dots + k_1^i = 0$ seja Hurwitz, ou seja, que suas raízes $\lambda^1, \lambda^2, \dots, \lambda^{\rho_i-1}$ possuam estritamente parte real negativa, ou seja, tenha todas as suas raízes no semi-plano complexo esquerdo, isto é suas raízes < 0 . De tal forma que quando as suas superfícies sejam restritas a $s_i = 0$, o erro de rastreamento e_1^i e suas derivadas convirjam para zero (SESHAGIRI & KHALIL, 2005). Caso as derivadas do erro não estejam disponíveis, utiliza-se observadores de alto ganho para estimá-las.

Faz-se a seguir a introdução do integrador condicional, no qual a integração ocorre apenas dentro da camada limite, modificando a superfície deslizante ideal, obtendo-se:

$$s_i = k_0^i \sigma_i + \sum_{j=1}^{\rho_i-1} k_j^i e_j^i + e_{\rho_i}^i \quad (3.4)$$

Desta forma o erro permanente tenderá para zero e a resposta transitória não será prejudicada. Para um melhor entendimento da Equação 3.4, nesse trabalho, pode-se reescrever a função deslizante como a Equação 3.5. A superfície deslizante com integrador condicional é definida como:

$$s = k_0 \sigma + k_1 e_1 + e_2 \quad (3.5)$$

Sendo σ_i a saída do integrador condicional da Equação 3.6. Percebe-se que a partir deste passo faz-se uma aproximação contínua do controlador por modos deslizantes usando-se a função saturação $sat(\cdot)$. O integrador condicional é definido como:

$$\dot{\sigma}_i = -k_0^i \sigma_i + \mu_i sat\left(\frac{s_i}{\mu_i}\right), \quad k_0^i > 0 \quad (3.6)$$

Sendo μ_i a espessura da camada limite a qual deve ser suficientemente pequena para atingir o desempenho do SMC ideal (SESHAGIRI & KHALIL, 2005).

Dentro da camada limite ocorrerá a integração condicional e o erro de rastreamento convergirá para zero.

A constante $k_1 \in R^{n \times m}$ deve satisfazer a condição (Hurwitz), é selecionado como $\lambda + k_1 = 0$, de tal forma que os autovalores λ possuam parte real negativa, isto é $k_1 > 0$, isso é feito para garantir a convergência da superfície deslizante s . Como mencionado anteriormente, o RIU inclui um Integrador Condicional (IC), na Equação 3.4 a variável σ representa a saída desse IC, e o próprio IC é definido na Equação 3.6. Reescrevendo a Equação 3.6 tem-se:

$$\dot{\sigma} = -k_0 + \mu sat(s/\mu) \quad (3.7)$$

Sendo que o termo $sat(\cdot)$ é uma suavização do termo descontínuo $sign(\cdot)$ feita em uma fina camada (camada limite) em torno da superfície ($s \pm \mu$). Esta suavização é feita com o intuito de minimizar o *chattering* (oscilações com altíssimas frequências). A função de saturação é expressa como:

$$sat(s/\mu) = \begin{cases} s/\mu, & \text{se } |s| \leq 1 \\ sign(s), & \text{se } |s| > 1 \end{cases} \quad (3.8)$$

Em Seshagiri e Khalil (2005), com o intuito de simplificar o controlador, finalmente é definida a expressão para a lei de controle do tipo regulador integrativo universal para controlar sistemas com dinâmica não linear, apresentada na Equação 3.9.

$$u = -K \cdot \left[\text{sat} \left(\frac{s}{\mu} \right) \right] = -K \cdot \left[\text{sat} \left(\frac{k_0 \sigma + k_1 e_1 + k_2 e_2 + \dots + e_\rho}{\mu} \right) \right] \quad (3.9)$$

Onde:

μ : espessura da camada limite.

$$e_1 = y - r$$

r : sinal de referência.

e_i : derivada de e , de ordem $i - 1$, $i = 1, 2, \dots, \rho$

ρ : grau relativo.

σ : integrador condicional.

s : superfície deslizando.

k : ganho principal do controlador.

k_0 : ganho usado no integrador condicional.

Alguns recursos tornam essa técnica de controle uma ferramenta importante para melhorar o desempenho da resposta dinâmica de sistemas não lineares. Um desses recursos é sua natureza não linear, o RIU é baseado na lei de controle não linear SMC (*Sliding Mode Control*), mas inclui um saturador, em vez do original interruptor liga/desliga do SMC, a fim de reduzir o fenômeno de vibração (*chattering*) na saída do controle. Outra característica importante é a inclusão de um Integrador Condicional (IC), que melhora a degradação de desempenho causada, em esforços anteriores, pela inclusão de integradores convencionais. O IC melhora a resposta transitória do sistema e garante ao mesmo tempo, erro de rastreamento zero.

Segundo Seshagiri e Khalil (2005), os parâmetros do controlador a serem ajustados são K e μ . μ deve ser escolhido suficientemente pequeno para recuperar o desempenho do SMC ideal (mudando a superfície deslizando) e o valor mínimo do ganho K pode ser determinado por meio de demonstração analítica, como feito em Díaz-Méndez *et al.* (2019) e Damm e Nguyen (2011) ou simplesmente definido o valor físico máximo permitido.

Esta técnica de controle é resultado de vários trabalhos resumidos em uma série de artigos como: Seshagiri e Khalil (2005), Khalil (2000) e Khalil (2002). Vale ressaltar que o desempenho do RIU no controle de voo foi comprovado em diversos trabalhos, como em Vo e Seshagiri (2008), Seshagiri e Promptun (2008) e de Sousa e Paglione (2012), e recentemente em Campos (2017), Campos *et al.* (2017), Díaz-Méndez *et al.* (2019), Oliveira (2020) e Díaz-Méndez *et al.* (2022).

3.2 REGULADOR INTEGRATIVO UNIVERSAL MODIFICADO

O RIU original possui uma característica, na qual o seu saturador altera sua estrutura quando mais próximo do equilíbrio. Consiste que quando a superfície deslizante é maior que um determinado valor, esse valor é chamado de camada limite (espessura em torno de $s = 0$). Segundo Seshagiri e Khalil (2005) o valor da camada limite deve ser o suficientemente pequeno de tal forma que o desempenho da aproximação contínua dos modos deslizantes se aproxime dos modos deslizantes ideal. O comportamento do SMC associado ao IC é ainda um pouco de estrutura variável, mas de uma forma muito mais suavizada, a abordagem de saturação é ativada para reduzir a vibração (*chattering*).

O RIU original tem uma estrutura variável. Sua superfície de deslizamento altera sua estrutura quando mais próxima do equilíbrio, ou seja, quando a superfície de deslizamento é menor que um determinado valor, esse valor é chamado de camada limite (espessura em torno de $s = 0$).

Muda-se a estrutura do RIU dependendo se a superfície deslizante se encontra dentro ou fora da camada limite. Cabe salientar que o saturador não altera a estrutura. Fora da camada limite o RIU se comporta igual ao SCM Ideal/Original. Porém apenas dentro da camada limite, devido ao integrador condicional, o controlador tem um efeito *anti-windup* que melhora a resposta transiente do sistema controlado.

Em Damm e Nguyen (2011), foi feita uma modificação do RIU, assumiu-se que o ganho principal do controlador não depende da dinâmica interna do sistema a fim de simplificar o cálculo analítico dos parâmetros do controlador. A implementação desta modificação no controle da dinâmica de voo foi feita no sistema de controle de um avião de combate: F-16.

O principal ganho a ser ajustado no RIU original é uma constante que não depende diretamente do erro de rastreamento. Nesta seção é proposta uma modificação desse ganho. Este ganho é considerado variável e linearmente dependente do erro de rastreamento, é uma combinação de RIU e ganho pequeno, como em Sousa e Paglione (2012). Espera-se uma redução na demanda de controle e uma melhoria na precisão da resposta dinâmica de um quadricóptero durante a execução de um problema de controle de rastreamento. Serão descritos os índices usados para comparar a resposta de ambos os controladores (com e sem a modificação).

Como mostra na Equação 3.9, o ganho K do RIU original é uma constante. Seu valor mínimo pode ser determinado com precisão somente se o modelo matemático for bem conhecido. Inspirados nos trabalhos de Ba *et al.* (2018), Zhang *et al.* (2008) e Loukal e Benalia (2016), onde um ganho muda diretamente com o erro de rastreamento. No presente trabalho é proposta a seguinte função linear (Equação 3.10) para o ganho K , de modo que dependa do erro.

$$K(e_1) = a|e_1| + b \quad (3.10)$$

Onde os parâmetros reais a e b são encontrados por um processo de tentativa e erro. Os parâmetros a e b são definidos como inclinação e ganho com erro zero, respectivamente.

Os resultados são comparados usando dois indicadores ou índices de desempenho, o erro acumulado (EA) e a demanda de controle (DC). Eles são definidos neste trabalho da seguinte forma:

$$EA = \sum_{t=0}^{t=T} |e_1^i| \quad \text{para } i = x, y, z \quad (3.11)$$

$$DC = \sum_{t=0}^{t=T} |u(t) - u_{eq}| \quad (3.12)$$

Onde T é o tempo de simulação e u_{eq} a entrada de controle de equilíbrio, esse último parâmetro é constante e depende das condições iniciais de equilíbrio.

Alguns trabalhos têm apresentado índices de desempenho utilizando valor absoluto como em Ren *et al.* (2017), Díaz-Méndez *et al.* (2022), Campos *et al.* (2020) e Barbosa (2017).

Portanto, a nova equação para a lei de controle Regulador Integrativo Universal Modificado (RIUM) é:

$$u = -K(e_1) \cdot \left[\text{sat} \left(\frac{s}{\mu} \right) \right] = -K(e_1) \cdot \left[\text{sat} \left(\frac{k_0 \sigma + k_1 e_1 + k_2 e_2 + \dots + e_\rho}{\mu} \right) \right] \quad (3.13)$$

E, substituindo a Equação 3.10 na Equação 3.13, tem-se:

$$\begin{aligned} u &= -(a|e_1| + b) \cdot \left[\text{sat} \left(\frac{s}{\mu} \right) \right] \\ &= -(a|e_1| + b) \cdot \left[\text{sat} \left(\frac{k_0 \sigma + k_1 e_1 + k_2 e_2 + \dots + e_\rho}{\mu} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.14)$$

3.3 CONTROLE ADAPTATIVO POR MODELO DE REFERÊNCIA (MRAC)

Dentre os vários tipos de configurações de controles adaptativos, o Controle Adaptativo por Modelo de Referência (MRAC) é um controle relativamente fácil de se implementar, com certa rapidez de adaptação e pode ser utilizado em diversas situações. Devido a essas características, esse foi um dos modelos adotados na realização desse trabalho.

Se espera que o RIU Modificado, tenha o ganho K , variável no tempo, de forma a obter respostas melhores que o RIU original, principalmente quando aplicado perturbações e falha.

Existem técnicas de controle tolerantes a falhas, nas quais o ganho adaptativo garante que o sistema vai conseguir compensar as falhas. A regra com a qual são definidos os ganhos do MRAC foi usada como inspiração para conseguir projetar os ganhos adaptativos do RIU. A forma como o ganho adaptativo é implementado serviu de inspiração no RIU modificado.

O diagrama representativo de um MRAC é dado pela Figura 3.1, este modelo possui uma malha de realimentação principal, composta pelo processo e pelo controlador, e outra malha de realimentação, que altera os parâmetros do controlador. A malha principal é chamada de malha interna, enquanto a malha de ajuste dos parâmetros é chamada de malha externa (HÄGGLUND, *et al.*, 1995).

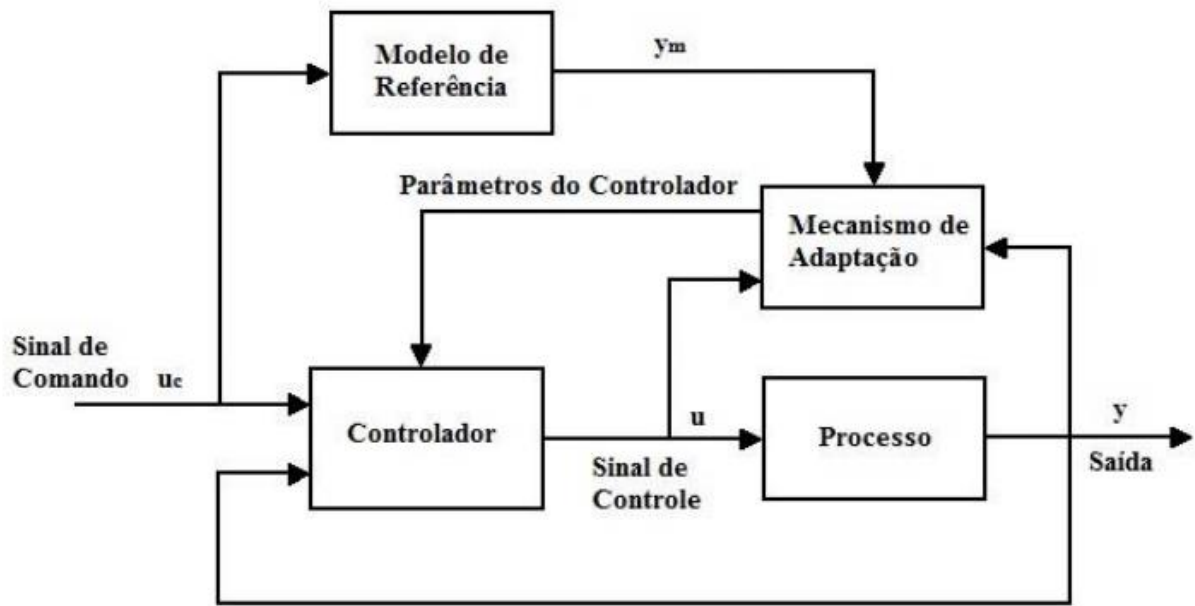


Figura 3.1 – Diagrama de Blocos do Sistema Adaptativo por Modelo de Referência.

Para simplificar a explicação, considerou-se um sistema simples de primeira ordem representado pela equação diferencial:

$$\frac{dy}{dt} = -ay + bu \quad (3.15)$$

y é a saída do sistema que pretende-se controlar, u é a saída de um controlador, ou seja, a entrada de controle e a e b são constantes desconhecidas que determinam a dinâmica do sistema.

O objetivo do Controle Adaptativo por Modelo de Referência (MRAC) é calcular uma entrada de controle de modo que a saída do sistema seja o mais próximo possível de uma saída de um modelo de referência. O modelo de referência é um modelo que especifica o comportamento desejado do sistema. Ou seja, a saída do modelo de referência é a saída desejada do sistema. Durante o processo do MRAC, assume-se que o modelo de referência é conhecido. Para o modelo da Equação 3.15, o modelo de referência é definido por:

$$\frac{dy_m}{dt} = -a_my_m + b_mu_c \quad (3.16)$$

O modelo realmente tem-se que se comportar de maneira semelhante ao comportamento do modelo de referência, ou seja, a saída y_m tem que ser o mais próximo possível de y ou vice-versa, e encontra-se uma lei de controle u em função do tempo que irá conseguir realizá-lo.

y_m é a saída do modelo de referência, u_c é a entrada do modelo de referência, conhecido, a_m e b_m são os parâmetros do modelo de referência e são conhecidos. O sinal também é conhecido, pode ser por exemplo, um impulso ou um sinal senoidal, entre outros.

Como u_c é conhecido simula-se o modelo de referência resolvendo-se a Equação diferencial ordinária 3.16 para calcular y_m em função do tempo, então y_m também é conhecido. E tem-se que ter certeza de que a planta, ou sua saída y segue este sinal. A estrutura da entrada de controle é dada por:

$$u(t) = \theta_1(t)u_c(t) - \theta_2(t)y(t) \quad (3.17)$$

θ_1 e θ_2 são parâmetros de controle adaptativo que são determinados por um algoritmo. O próprio controlador leva a entrada para o modelo de referência, ele acessa o valor de saída da planta, então este é o mecanismo de realimentação. O sinal de controle acessa a saída da planta e esses parâmetros θ_1 e θ_2 são os parâmetros que devem-se projetar. Especifica-se esses parâmetros, ou seja, deve-se encontrar essas funções θ_1 e θ_2 como funções do tempo.

O objetivo do algoritmo de controle adaptativo é determinar os parâmetros $\theta_1(t)$ e $\theta_2(t)$, tal que a saída do sistema $y(t)$ seja o mais próximo possível da saída do modelo de referência $y_m(t)$ para alguma função de entrada de referência selecionada $u_c(t)$.

Para alcançar esse controle, o primeiro passo é substituir esse algoritmo de controle na dinâmica no sistema, então se substituir a lei de controle da Equação 3.17 na Equação 3.15, e no final, obtém-se o sistema em malha fechada:

$$\frac{dy}{dt} = -(a + b\theta_2)y + b\theta_1u_c \quad (3.18)$$

Comparando a Equação 3.18 com o modelo de referência da Equação 3.16. Fazendo com que $y = y_m$ e analisa-se a primeira parcela da Equação 3.18 e compara-se com a primeira parcela da Equação 3.16, descobre-se que o valor de θ_2 é:

$$\theta_2 = \frac{a_m - a}{b} \quad (3.19)$$

Fazendo o mesmo com a segunda parcela das Equações 3.16 e 3.18, descobre-se que o valor de θ_1 é:

$$\theta_1 = \frac{b_m}{b} \quad (3.20)$$

Se θ_1 e θ_2 tomaram-se os seguintes valores constantes:

$$\theta_1 = \theta_1^* = \frac{b_m}{b}, \theta_2 = \theta_2^* = \frac{a_m - a}{b} \quad (3.21)$$

Ou seja, alcança-se o comportamento desejado do sistema, assim pode-se concluir que a dinâmica do sistema em malha fechada, Equação 3.18, é idêntica ao modelo de referência, Equação 3.16.

Mas o problema é que não se pode determinar os parâmetros θ_1 e θ_2 dessa maneira, pois não se conhece a priori os parâmetros (constantes) a e b do sistema e consequentemente não pode-se determinar os parâmetros θ_1 e θ_2 dessa forma. Ou seja, a dinâmica da planta é desconhecida, só se conhece a estrutura da dinâmica da planta. Apesar disso, a análise apresentada acima ajuda a validar a convergência do controlador adaptativo que será desenvolvido na sequência.

No entanto, os valores dos parâmetros θ_1 e θ_2 que atingem mais o comportamento ótimo do sistema são importantes, pois, se o algoritmo de controle for projetado de maneira adequada, os parâmetros θ_1 e θ_2 devem convergir para esses valores nas simulações.

Existem muitas maneiras de derivar o algoritmo de controle adaptativo, uma das maneiras mais conhecidas é utilizar a regra de controle adaptativo MIT. Seu nome deriva do local onde foi desenvolvida, no *Draper Laboratory* do MIT (*Massachusetts Institute of Technology*) (HÄGGLUND, *et al.*, 1995). Posteriormente, em 1973, este laboratório se separou do MIT, para se tornar uma organização de pesquisa independente e sem fins lucrativos.

A regra de controle adaptativo MIT visa minimizar a seguinte função de custo:

$$J = \frac{1}{2} e^2 \quad (3.22)$$

O erro é simplesmente a diferença entre a saída da planta y e a saída do nosso modelo de referência y_m , definido por:

$$e(t) = y(t) - y_m(t) \quad (3.23)$$

Considerando-se um sistema de malha fechada em que o controlador tem um parâmetro ajustável θ_1 e θ_2 . Para diminuir o valor de J da nossa função de custo é razoável ajustar os parâmetros θ_1 e θ_2 na direção do gradiente negativo de J , ou seja, pode-se simplesmente afirmar que a mudança de θ_1 e θ_2 no tempo devem estar em direção negativa do gradiente da função J em relação aos parâmetros θ_1 e θ_2 , como indica na Equação 3.24. O que leva ao outro nome pelo qual a regra é conhecida, Método do Gradiente. Calculando as derivadas parciais obtemos:

$$\begin{aligned} \frac{d\theta_1}{dt} &= -\alpha \frac{\partial J}{\partial \theta_1} = -\alpha e \frac{\partial e}{\partial \theta_1} \\ \frac{d\theta_2}{dt} &= -\alpha \frac{\partial J}{\partial \theta_2} = -\alpha e \frac{\partial e}{\partial \theta_2} \end{aligned} \quad (3.24)$$

Esta é a regra MIT, onde as derivadas parciais $\frac{\partial e}{\partial \theta_1}$ e $\frac{\partial e}{\partial \theta_2}$ chamadas de derivadas de sensibilidade do sistema, revela como o erro é influenciado pelo parâmetro ajustável.

As variáveis θ_1 e θ_2 podem ser avaliadas como um vetor nos casos em que existem diversos parâmetros ajustáveis, nestes casos, $\frac{\partial e}{\partial \theta_1}$ e $\frac{\partial e}{\partial \theta_2}$ referem-se ao gradiente do erro com respeito aos parâmetros.

Para calcular essas derivadas parciais, precisa-se expressar $y(t)$ da Equação 3.18. O primeiro passo é introduzir o operador diferencial (derivativo) p . Este é um operador muito importante para representar as derivadas como p vezes $f(t)$, isto é muito semelhante a abordagem de Laplace, onde a variável complexa s tem uma interpretação de tomar a primeira derivada da Equação 3.18.

$$pf(t) = \frac{df(t)}{dt} \quad (3.25)$$

A Equação 3.18 especifica a dinâmica da planta, essa primeira derivada pode ser representada como p vezes y . Consequentemente, da Equação 3.18, obtém-se:

$$y = \frac{b\theta_1 u_c}{p + a + b\theta_2} \quad (3.26)$$

Com base na Equação 3.26, o erro pode ser escrito conforme a Equação 3.27.

$$e = \frac{b\theta_1 u_c}{p + a + b\theta_2} - y_m \quad (3.27)$$

Aplicando as derivadas parciais na Equação 3.27 em relação aos parâmetros θ_1 e θ_2 , obtém-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial e}{\partial \theta_1} &= \frac{b u_c}{p + a + b\theta_2} \\ \frac{\partial e}{\partial \theta_2} &= \frac{-b y}{p + a + b\theta_2} \end{aligned} \quad (3.28)$$

A Equação 3.28 representa as derivadas parciais. Analisando essas derivadas parciais, elas não são computáveis, o problema é que os parâmetros a e b são desconhecidos, não se sabe a dinâmica da planta então é preciso introduzir alguma aproximação. No cenário ideal os parâmetros θ_1 e θ_2 devem convergir para os valores θ_1^* e θ_2^* que tornam a dinâmica em malha fechada igual a dinâmica do modelo de referência.

Se $\theta_1 = \theta_1^* = \frac{b_m}{b}$ e $\theta_2 = \theta_2^* = \frac{a_m - a}{b}$, então sabemos que temos um controlador perfeito. Podemos usar a Equação 3.21 para supor que os parâmetros θ_1 e θ_2 são muito próximos do θ_1^* e θ_2^* . Isto torna todo este termo a_m igual a:

$$a_m = a + b\theta_2^* \approx a + b\theta_2 \quad (3.29)$$

Fazendo-se esta aproximação pode-se aproximar estes dois termos desconhecidos nos denominadores na Equação 3.28, e as derivadas parciais se tornam $p + a_m$ nos denominadores. De acordo com isso, tem-se:

$$\begin{aligned}\frac{\partial e}{\partial \theta_1} &\approx \frac{bu_c}{p + a_m} \\ \frac{\partial e}{\partial \theta_2} &\approx \frac{-by}{p + a_m}\end{aligned}\tag{3.30}$$

Substituindo as derivadas parciais da Equação 3.30 na Equação 3.24 obtém-se as expressões finais que descrevem as mudanças de parâmetros no tempo. Chama-se o termo $\alpha \frac{b}{a_m}$ de γ , esse termo é um novo ganho de controle que é um parâmetro ajustável no algoritmo de controle adaptativo, ele deve ser definido pelo usuário. A escolha do ganho de adaptação é crucial. Então as expressões finais são:

$$\begin{aligned}\frac{d\theta_1}{dt} &= -\alpha \frac{b}{a_m} \cdot \frac{a_m u_c}{p + a_m} e = -\gamma \frac{a_m u_c}{p + a_m} e \\ \frac{d\theta_2}{dt} &= \alpha \frac{b}{a_m} \cdot \frac{a_m y}{p + a_m} e = \gamma \frac{a_m y}{p + a_m} e\end{aligned}\tag{3.31}$$

Para controlar os ganhos, normaliza-se este filtro:

$$\frac{1}{p + a_m}\tag{3.32}$$

E torna-se

$$\frac{1}{p + a_m}\tag{3.33}$$

Desta forma consegue-se que este filtro tenha um ganho de estado estacionário unitário, que é muito conveniente para um algoritmo de controle. A Equação 3.31 é muito importante, pois especifica a mudança dos parâmetros θ_1 e θ_2 em relação ao tempo.

As Equações 3.31 devem ser acopladas com a Equação 3.26 para descrever a dinâmica do sistema em malha fechada. Estas equações são escritas nas formas mistas de domínio do tempo e operador diferencial p . Desta forma, para simular essas duas equações precisa-se convertê-las para um domínio de tempo puro e precisa-se escrever um modelo de espaço de estados. Portanto, após alguns passos algébricos, principalmente deseja-se não usar esses operadores diferenciais p .

Pode-se simplesmente fazer isso revogando a definição de um operador diferencial, Equação 3.31, e no final obtém-se o modelo de espaço de estados.

Substituindo a Equação 3.23 nas Equações 3.31, obtém-se:

$$\begin{aligned}\ddot{\theta}_1 + a_m \dot{\theta}_1 &= -\gamma a_m u_c y + \gamma a_m y_m u_c \\ \ddot{\theta}_2 + a_m \dot{\theta}_2 &= \gamma a_m y^2 - \gamma a_m y_m y \\ \dot{y} &= -ay + b\theta_1 u_c - b\theta_2 y\end{aligned}\tag{3.34}$$

Onde

$$\dot{\theta}_i = \frac{d\theta_i}{dt}, \ddot{\theta}_i = \frac{d\dot{\theta}_i}{dt}\tag{3.35}$$

Esse sistema de equações diferenciais é acoplado com a Equação do modelo de referência 3.16 que reescreve-se abaixo para maior clareza.

$$\frac{dy_m}{dt} = -a_m y_m + b_m u_c\tag{3.36}$$

Para os selecionados $u_c(t)$ podemos simular o modelo de referência, Equação 3.36. Dessa forma, obtemos a saída do modelo de referência $y_m(t)$, que é uma função conhecida do tempo. As séries temporais $\{u_c(t), y_m(t)\}$ são utilizadas como “entradas” conhecidas para orientar a dinâmica.

Para simular o modelo da Equação 3.34 precisa-se escrever essas equações diferenciais na forma de espaço de estados. Primeiramente, introduz as variáveis do espaço de estados, onde x_1 é θ_1 , x_2 é $\dot{\theta}_1$, x_3 é θ_2 , x_4 é $\dot{\theta}_2$, e x_5 é a saída y .

$$x_1 = \theta_1, x_2 = \dot{\theta}_1, x_3 = \theta_2, x_4 = \dot{\theta}_2, x_5 = y\tag{3.37}$$

As variáveis y_m e u_c são funções conhecidas em função do tempo, pois pode-se simular a dinâmica de um modelo de referência para um valor conhecido de u_c e pode-se obter y_m para que eles atuem como entradas, eles acionam esse modelo. Então o sistema original que era de primeira ordem se torna um modelo de espaço de quinta ordem quando é acoplado com o controlador adaptativo.

Aumenta-se a ordem do sistema, e além disso pode-se observar que embora a dinâmica seja linear, quando é acoplado na dinâmica com o controlador adaptativo o sistema se torna não linear.

Então, o modelo de espaço de estados será:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 \\
 \dot{x}_2 &= -a_m x_2 - \gamma a_m u_c x_5 + \gamma a_m y_m u_c \\
 \dot{x}_3 &= x_4 \\
 \dot{x}_4 &= -a_m x_4 + \gamma a_m x_5^2 - \gamma a_m y_m x_5 \\
 \dot{x}_5 &= -a x_5 + b u_c x_1 - b x_3 x_5
 \end{aligned} \tag{3.38}$$

Além da regra de controle adaptativo MIT, existem diversas maneiras de derivar o algoritmo de controle adaptativo.

3.4 CONTROLE ADAPTATIVO POR MODELO DE REFERÊNCIA (MRAC) ACOPLADO NO REGULADOR INTEGRATIVO UNIVERSAL (RIU)

Durante a tese, foi analisada também outra forma de integrar o RIU com o MRAC. Esta técnica foi chamada de MRAC acoplado com RIU. A técnica é descrita a seguir:

Considere o modelo de referência como:

$$\dot{x}_{ref} = A_{ref} x_{ref} + B_{ref} u_c \tag{3.39}$$

y_m é a saída do modelo de referência, u_c é a entrada do modelo de referência conhecida.

Consideremos uma classe de sistemas incertos na forma:

$$\dot{x}_p = A_p x_p + B_p \Lambda (u + \Theta^T \Phi(x_p)) \quad (3.40)$$

Onde $x_p \in \mathbb{R}^{n_p}$ é o vetor de estado do sistema, $u \in \mathbb{R}^m$ é a entrada de controle, $B_p \in \mathbb{R}^{n_p \times m}$ é a matriz de controle constante conhecido, enquanto $A_p \in \mathbb{R}^{n_p \times n_p}$ e $\Lambda \in \mathbb{R}^{m \times m}$ são matrizes constantes desconhecidas.

Conforme dito anteriormente, a lei de controle RIU é definida como:

$$u = -K \cdot \left[\text{sat} \left(\frac{s}{\mu} \right) \right] \quad (3.41)$$

Adicionando a lei de controle RIU dentro do controle MRAC tem-se:

$$u_c = \left(u_{RIU} + \Theta^T \Phi(x_p) \right) \frac{B_p \Lambda}{B_{ref}} \quad (3.42)$$

Então a Equação 3.39 poderá ser escrita como:

$$\dot{x}_{ref} = A_{ref} x_{ref} - K \text{sat} \left(\frac{s}{\mu} \right) B_p \Lambda + \Theta^T \Phi(x_p) B_p \Lambda \quad (3.43)$$

Para realizar o controle é preciso igualar a Equação 3.40 com a Equação 3.43, e isolar o u para que as duas dinâmicas linearizadas se comportem iguais.

$$u = \frac{x_p (A_{ref} - A_p)}{B_p \Lambda} - K \text{sat} \left(\frac{s}{\mu} \right) \quad (3.44)$$

Declara-se que $\frac{A_{ref} - A_p}{B_p \Lambda} = K_x^T$ então:

$$u = K_x^T x_p - K \text{sat} \left(\frac{s}{\mu} \right) \quad (3.45)$$

Como o ganho K_x^T é adaptativo, a Equação 3.45 ficará:

$$u = \hat{K}_x^T x_p - Ksat\left(\frac{s}{\mu}\right) \quad (3.46)$$

Obtém-se:

$$\dot{x}_p = A_{ref}x_p + B_p\Lambda\left(u - K_x^T x_p + \Theta^T \Phi(x_p)\right) \quad (3.47)$$

Substituindo a Equação 3.44 na Equação 3.47 e sabendo que $\tilde{K}_x = \hat{K}_x - K_x$:

$$\dot{x}_p = A_{ref}x_p + B_p\Lambda\left(\tilde{K}_x^T x_p + \Theta^T \Phi(x_p) - Ksat\left(\frac{s}{\mu}\right)\right) \quad (3.48)$$

4. MODELO DA AERONAVE

Na última década, o campo da robótica tem atraído grande atenção dos pesquisadores, o uso de robôs aéreos, como os Sistemas Aéreos Não Tripulados, incentivando todos os tipos de pesquisa e desenvolvimento, devido à sua grande variedade de aplicações. Um quadrirotor é um tipo de drone, que consiste em uma aeronave com quatro rotores, com capacidade de pousar e decolar verticalmente (LABBADI E CHERKAOUI, 2019) e (XIONG, *et al.*, 2014).

Quadrirotores são usados em uma variedade de aplicações, como missões militares, missões de busca/resgate, proteção ambiental e outras aplicações diversas (HASSANALIAN *et al.*, 2017) e (MAIRAJ *et al.*, 2019).

No trabalho apresentado neste documento, as leis de controle foram projetadas para controlar a dinâmica de voo de um quadrirotor. O modelo descritivo da dinâmica de voo deste quadrirotor é descrito neste capítulo.

4.1 MODELO NÃO LINEAR DO QUADRIROTOR

Devido à grande quantidade de meios de propulsão, os quadrirotores oferecem uma excelente capacidade de carga e são relativamente simples de construir devido ao ângulo de passo das pás não ser variável. O controle de tração é feito através da velocidade angular dos motores (BOAUDI *et al.*, 2011a).

4.1.1 Modelagem da dinâmica de voo do quadrirotor

As equações diferenciais de movimento, ou seja, o modelo matemático do quadrirotor em configuração X utilizado neste trabalho é baseado no modelo desenvolvido em Labbadi e Cherkaoui (2019).

O quadrirotor tem quatro rotores em configuração cruzada, onde dois pares de rotores giram em direções opostas. Variando a velocidade do rotor, é possível alterar as forças de elevação e criar movimento. Aumentar ou diminuir uniformemente a velocidade dos quatro rotores gera um movimento vertical. Mudar uniformemente a velocidade das hélices 2 e 4 produz a manobra de rotação.

A arfagem resulta da velocidade dos rotores de 1 e 3 alterados inversamente. A guinada é mais sutil, pois resulta da diferença no contra torque entre cada par de hélice.

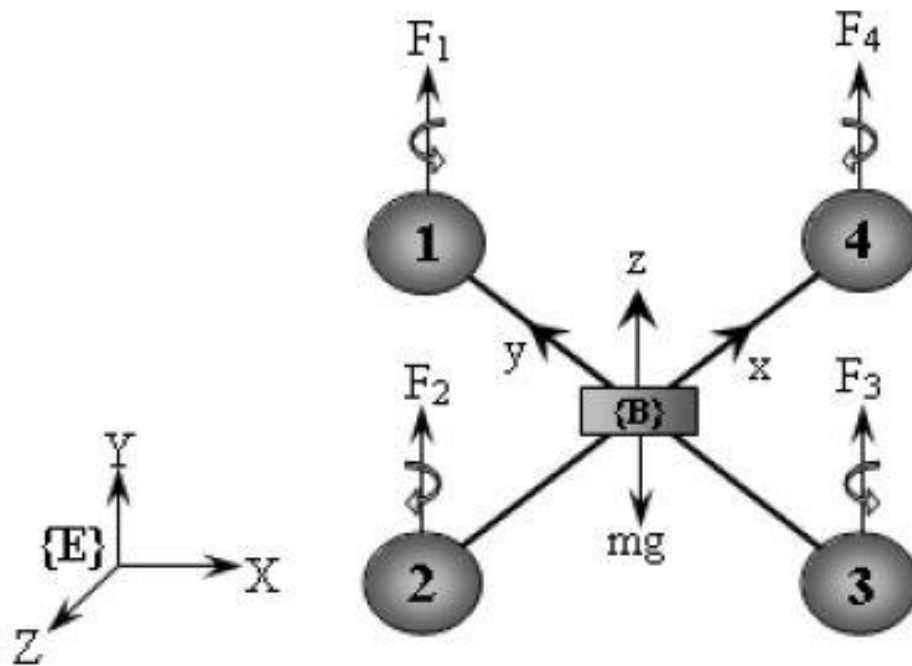


Figura 4.1 – Configuração do quadricóptero. Retirado de Bouadi *et al.* (2011b).

Para limitar a complexibilidade da modelagem dinâmica, são adotadas as premissas:

- i) A estrutura do quadricóptero é rígida e simétrica.
- ii) As hélices são rígidas.
- iii) As forças de tração e arrasto são proporcionais ao quadrado da rotação da velocidade dos rotores.

Sob essas premissas, é possível descrever sua dinâmica de voo como a de um corpo rígido sob forças e momentos aerodinâmicos causados pela rotação dos rotores.

O sistema de equações descritivo da dinâmica de voo do quadricóptero é obtido com a definição das forças atuantes no sistema como a força gravitacional, a força gerada pelo efeito giroscópio e a força produzida pela rotação dos propulsores, e com o uso do formalismo de Newton-Euler (formalismo de Newton, ou seja, as três leis de Newton para descrever a dinâmica, e ângulos de Euler para descrever a orientação do quadricóptero).

A abordagem Newton-Euler é direta e utiliza equações focando nas forças e torques aplicados no corpo. Ressalta-se que, no presente estudo, optou-se por adotar a modelagem feita a partir das equações de Newton-Euler, por se mostrarem as mais adequadas para representar matematicamente os movimentos e comportamentos do quadricóptero.

Utilizando o formalismo Newton-Euler, as equações dinâmicas são descritas como:

$$m\ddot{\zeta} = F_f + F_d + F_g \quad (4.1)$$

$$J\dot{\Omega} = -\Omega \wedge J\Omega + \Gamma_f - \Gamma_a - \Gamma_g \quad (4.2)$$

Onde:

ζ : posição do centro de massa do quadrirotor em relação a estrutura inercial E .

m : massa total da estrutura.

F_f : resultante das forças geradas pelos quatro rotores.

F_d : resultante das forças de arrasto ao longo do eixo (X, Y, Z) .

F_g : força da gravidade.

J : $\in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, matriz de inércia polar constante definida positiva do quadrirotor em relação a estrutura fixa do corpo.

Ω : velocidade angular do quadrirotor expressa na estrutura fixa do corpo.

Γ_f : torque desenvolvido pelos rotores de acordo com a estrutura fixa do corpo.

Γ_a : resultante dos torques de atrito aerodinâmico.

Γ_g : resultante dos torques devido aos efeitos giroscópios.

$$J = \begin{pmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

Onde:

I_{xx} : momento de inércia de massa em torno do eixo x do corpo.

I_{yy} : momento de inércia de massa em torno do eixo y do corpo.

I_{zz} : momento de inércia de massa em torno do eixo z do corpo.

$$\Omega = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\sin\theta \\ 0 & \cos\phi & \cos\theta\sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi\cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

No caso em que o quadrirotor realiza muitos movimentos angulares de baixa amplitude, Ω pode ser assimilado a $[\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}]^T$.

$$F_f = \begin{pmatrix} \cos\phi\cos\psi\sin\theta + \sin\phi\sin\psi \\ \cos\phi\sin\theta\sin\psi - \sin\phi\cos\psi \\ \cos\phi\cos\theta \end{pmatrix} \sum_{i=1}^4 F_i \quad (4.5)$$

$$F_i = K_p \omega_i^2 \quad (4.6)$$

$$F_d = \begin{pmatrix} -K_{fdx} & 0 & 0 \\ 0 & -K_{fdy} & 0 \\ 0 & 0 & -K_{fdz} \end{pmatrix} \dot{\zeta} \quad (4.7)$$

$$F_g = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

$$\Gamma_f = \begin{pmatrix} d(F_3 - F_1) \\ d(F_4 - F_2) \\ C_D(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

$$\Gamma_a = \begin{pmatrix} K_{fax} & 0 & 0 \\ 0 & K_{fay} & 0 \\ 0 & 0 & K_{faz} \end{pmatrix} \|\Omega\|^2 \quad (4.10)$$

$$\Gamma_g = \sum_{i=1}^4 \Omega \wedge J_r \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ (-1)^{i+1} \omega_i \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

Onde:

K_p : coeficiente relacionado à força de elevação.

ω_i : velocidade angular do rotor.

K_{fdx} , K_{fdy} e K_{fdz} : coeficientes de arrasto de translação positiva.

d : distância entre o centro de massa do quadrirotor e o eixo de rotação da hélice.

K_{fax} , K_{fay} e K_{faz} : coeficientes de atrito aerodinâmico.

J_r : inércia do motor.

U_1 , U_2 , U_3 e U_4 : entradas de controle do sistema, nas quais são descritas de acordo com as velocidades angulares dos quatro rotores.

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_p & K_p & K_p & K_p \\ -K_p & 0 & K_p & 0 \\ 0 & -K_p & 0 & K_p \\ C_D & -C_D & C_D & -C_D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

$$\bar{\Omega} = \omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4 \quad (4.13)$$

As restrições de entradas de controle são:

$$0 \leq U_1 \leq 4K_p\omega_{max}^2 \quad (4.14)$$

$$-K_p\omega_{max}^2 \leq U_2 \leq K_p\omega_{max}^2 \quad (4.15)$$

$$-K_p\omega_{max}^2 \leq U_3 \leq K_p\omega_{max}^2 \quad (4.16)$$

$$-2C_D\omega_{max}^2 \leq U_4 \leq 2C_D\omega_{max}^2 \quad (4.17)$$

O rotor é uma unidade constituída por um motor D.C. (*direct current*), ou seja, motor de corrente contínua (C.C.), que aciona um rotor através de um redutor. O motor D.C. é governado pelas Equações (4.18) e (4.19).

$$V = RI + L \frac{dI}{dt} + K_e \omega \quad (4.18)$$

$$K_m I = J_r \frac{d\omega}{dt} + K_r \omega^2 + C_s \quad (4.19)$$

Onde:

V : tensão de entrada do motor.

K_e : constante de torque elétrico.

K_m : constante de torque mecânico.

R : resistência interna do motor.

J_r : inércia do rotor.

C_s : atrito sólido.

O modelo que caracteriza a dinâmica do rotor é:

$$\dot{\omega}_i = bV + \beta_0 + \beta_1 \omega_i + \beta_2 \omega_i^2 \quad (4.20)$$

Com:

$$\beta_0 = \frac{-C_s}{J_r} \quad (4.21)$$

$$\beta_1 = \frac{-K_e K_m}{R J_r} \quad (4.22)$$

$$\beta_2 = \frac{-K_r}{J_r} \quad (4.23)$$

$$b = \frac{K_m}{R J_r} \quad (4.24)$$

Seja $\dot{X} = f(X) + g(X)u$, onde $f(X)$ e $g(X)$ são campos vetoriais suaves pertencentes a $\mathbb{R}^n$, com $X = [\phi, \dot{\phi}, \theta, \dot{\theta}, \psi, \dot{\psi}, x, \dot{x}, y, \dot{y}, z, \dot{z}]^T$, onde X é o vetor de estados $X \in \mathbb{R}^n$ com $n = 12$ e $u = [F, \tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi]$ como o vetor de entrada de controle $u \in \mathbb{R}^n$ com $n = 4$, portanto, o problema de controle está subatuado (ver Equação 4.25). As equações da cinemática e dinâmica do veículo são apresentadas na Equações 4.25. As variáveis de estado utilizadas são os ângulos de rolagem (ϕ), arfagem (θ) e guinada (ψ). E também, a altitude do quadricóptero (h) e as posições (X) e (Y) da aeronave.

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = h_1 x_4 x_6 + h_2 x_4 + h_3 x_2^2 + \bar{h}_1 u_2 + d_\phi \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = h_4 x_2 x_6 + h_5 x_2 + h_6 x_4^2 + \bar{h}_2 u_3 + d_\theta \\ \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = h_7 x_2 x_4 + h_8 x_6^2 + \bar{h}_3 u_4 + d_\psi \\ \dot{x}_7 = x_8 \\ \dot{x}_8 = h_9 x_8 + \frac{1}{m} u_x u_1 + \frac{d_x}{m} \\ \dot{x}_9 = x_{10} \\ \dot{x}_{10} = h_{10} x_{10} + \frac{1}{m} u_y u_1 + \frac{d_y}{m} \\ \dot{x}_{11} = x_{12} \\ \dot{x}_{12} = h_{11} x_{12} - g + \frac{1}{m} (\cos x_1 \cos x_3) u_1 + \frac{d_z}{m} \end{array} \right. \quad (4.25)$$

Onde os coeficientes h_i ($i = 1, \dots, 11$) e $\bar{h}_j$ ($j = 1, \dots, 3$) são apresentados na Tabela 4.1 e u_x e u_y são definidos na Equação 4.26. As variáveis d_i ($i = x, y, z, \phi, \theta, \psi$) representam as perturbações externas.

Tabela 4.1 – Definição dos coeficientes h_i e $\bar{h}_j$.

$h_1 = \frac{I_y - I_z}{I_x}$	$h_2 = -\frac{\Omega_r J_r}{I_x}$	$h_3 = -\frac{k_{fax}}{I_x}$
$h_4 = \frac{I_z - I_x}{I_y}$	$h_5 = \frac{\Omega_r J_r}{I_y}$	$h_8 = -\frac{k_{fay}}{I_y}$
$h_7 = \frac{I_x - I_y}{I_z}$	$h_8 = -\frac{k_{faz}}{I_z}$	$h_9 = -\frac{k_x}{m}$
$h_{10} = -\frac{k_y}{m}$	$h_{11} = -\frac{k_z}{m}$	$\bar{h}_1 = \frac{1}{I_x}$
$\bar{h}_2 = \frac{1}{I_y}$	$\bar{h}_3 = \frac{1}{I_z}$	$d(\cdot) = \{d_\phi, d_\theta, d_\psi, d_x, d_y, d_z\}$

$$\begin{cases} u_x = (\cos\phi \sin\theta \cos\psi + \sin\phi \sin\psi) \\ u_y = (\cos\phi \sin\theta \sin\psi - \sin\phi \cos\psi) \\ \Omega_r = \omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4 \end{cases} \quad (4.26)$$

O modelo dinâmico do sistema de posição do quadrirotor possui três saídas (x , y e z) e uma entrada de controle u_1 . Para resolver o problema de subatuação, duas entradas de controles virtuais (u_x e u_y) são projetadas pelo subsistema de posição para gerar os ângulos de Euler desejados. Para isso, os controles de entrada u_x e u_y precisam ser invertidos para obter os comandos de ângulo de Euler que serão usados como referência para o subsistema de atitude. Usando a Equação 4.26, os ângulos de inclinação e rotação desejados podem ser obtidos. Portanto, esses ângulos podem ser vistos na Equação 4.27. O esquema geral de controle proposto é ilustrado na Figura 4.2.

$$\begin{cases} x_{1d} = \arcsen(u_x \sin x_{5d} - u_y \cos x_{5d}) \\ x_{3d} = \arcsen\left(\frac{u_x \cos x_{5d} + u_y \sin x_{5d}}{\cos x_{1d}}\right) \end{cases} \quad (4.27)$$

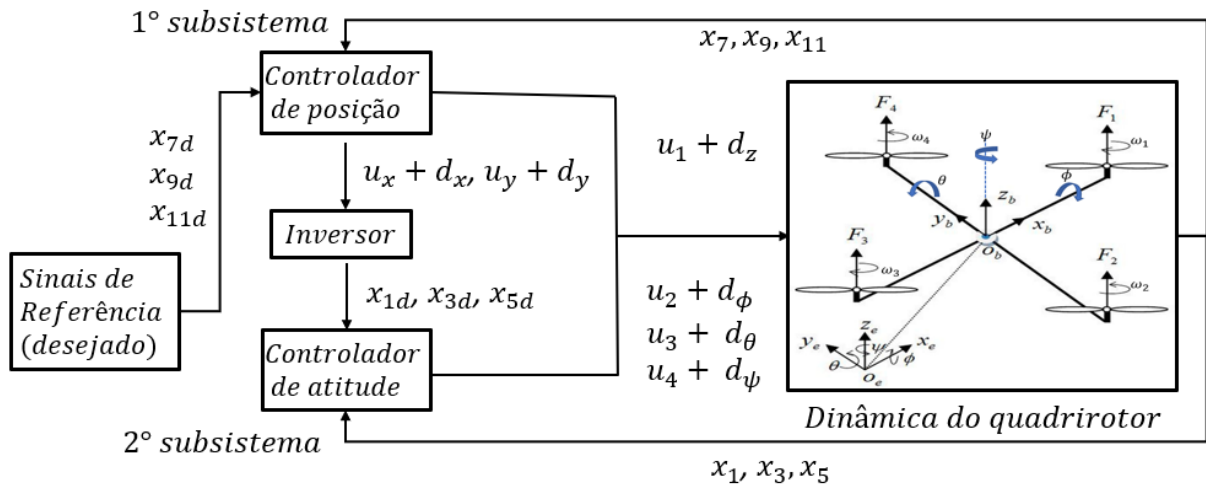


Figura 4.2 – Estrutura de controle do quadricóptero.

O esquema sinótico apresentado na Figura 4.2 mostra a arquitetura de controle para o quadricóptero, o modelo dinâmico do primeiro subsistema de controle de posição do quadricóptero tem três saídas $[x, y, z] = [x_7, x_9, x_{11}]$ e três entradas de controle $\{u_1, u_x, u_y\}$. O segundo subsistema de controle de atitude possui três saídas $[\phi, \theta, \psi] = [x_1, x_3, x_5]$ e três entradas de controle $[\tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi]$. O objetivo principal do presente trabalho é projetar controladores SISO baseados no RIU e no MRAC e a combinação dos dois, para cada saída de ambos os subsistemas a fim de resolver o problema de rastreamento da trajetória de um quadricóptero.

5. PROJETO E ANÁLISE DO CONTROLADOR REGULADOR INTEGRATIVO UNIVERSAL MODIFICADO

5.1 PROJETO DO CONTROLADOR REGULADOR INTEGRATIVO UNIVERSAL MODIFICADO

Nesta seção, é apresentado o controlador não linear robusto para o quadricóptero UAV na presença de distúrbios externos. É feita uma breve descrição do RIUM e sua implementação em ambos os sistemas de controle. O controlador de atitude gera os torques de rotação, inclinação e guinada para controlar a orientação do quadricóptero na presença de distúrbios externos. Como mencionado anteriormente, a técnica RIUM é uma lei de controle baseada em RIU proposto em Seshagiri e Khalil (2005) e desenvolvida em uma série de artigos (como exemplo, Mahmoud e Khalil (1997) e Khalil (2000)). Foi desenvolvida para a regulação de saída de uma classe de sistemas de fase mínima não lineares no caso de referências assintoticamente constantes.

Para a aplicação do RIUM, o único conhecimento necessário sobre o sistema a ser controlado é seu grau relativo e o sinal do ganho de alta frequência. Ou seja, é o número de vezes que precisamos derivar a saída y até que o controle u apareça explicitamente. O grau relativo é apenas necessário para definir corretamente a ordem da superfície deslizante.

De acordo com as Equações 3.3 a 3.9, μ_i é chamado de camada limite que deve ser positiva e suficientemente pequena. A camada limite μ_i resulta da aproximação contínua do controlador por modos deslizantes usando a função $\text{sat}(\cdot)$.

A lei de controle RIUM é definida a partir da modificação da lei de controle RIU. É dada por v_i que é projetada para lidar com os termos incertos na expressão resultante $\dot{s}_i$, a ser especificada posteriormente na análise de estabilidade. O controle RIUM é descrito pela Equação 5.1.

$$\begin{aligned} u &= g(e_1^i, e_2^i)^{-1} [-f(e_1^i, e_2^i) + v_i] \\ v_i &= -K_i(e_1^i) \text{sat}(s_i/\mu_i) \end{aligned} \tag{5.1}$$

Onde $e_2^i = \dot{e}_1^i$ e $f(\cdot)$ e $g(\cdot)$ são assumidas como funções suaves, com $g(\cdot)$ invertível para todo e_j^i . Esta modificação da lei de controle RIU foi feita com o objetivo de melhorar seu desempenho. O ganho K_i do RIU original é uma constante, seu valor mínimo só pode ser determinado com precisão se o modelo matemático do sistema for bem conhecido. Inspirado nos trabalhos de Ba *et al.* (2018), Zhang e Gui (2008) e Loukal e Benalia (2016), onde um ganho muda com o erro de rastreamento. Em Damm e Nguyen (2011) a expressão usada é a mesma mas aplicada para sistemas SISO. Neste trabalho, a seguinte função linear (Equação 5.2) é proposta para que o ganho K_i dependa diretamente do erro de rastreamento.

$$K_i(e_1^i) = a_i |e_1^i| + b_i \quad (5.2)$$

Onde os parâmetros reais a_i e b_i , para $i = x, y, z, \phi, \theta, \psi$, são escolhidos para garantir a estabilidade de todo o sistema (ver seção de demonstração de estabilidade). Estes são definidos como ganhos de inclinação (a_i) e erro zero (b_i), respectivamente.

5.2 CONTROLE DE POSIÇÃO DO QUADRIROTOR

Para o controle de posição do quadrirotor, seja $x_p = [x, y, z]$ o vetor de estado, $u_p = [u_x, u_y, u_1]$ o vetor de entrada de controle e o vetor de saída, $y_p = h(x_p) = [x, y, z]$. O objetivo do controle consiste em projetar controladores SISO RIUM independentes para rastrear uma altitude de referência e uma trajetória desejada no plano xy , uma vez atingida a altitude, na presença de distúrbios. O grau relativo dos subsistemas de posição é $\rho = 2$ para o par predefinido de entradas/saídas ($x \rightarrow u_x, y \rightarrow u_y, z \rightarrow u_1$). Os erros de rastreamento das posições x , y e z do quadrirotor são definidos pela Equação 5.3.

$$\begin{bmatrix} e_1^x \\ e_1^y \\ e_1^z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_7 - x_{7d} \\ x_9 - x_{9d} \\ x_{11} - x_{11d} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

As superfícies de deslizamento acionadas pelo erro de rastreamento são construídas usando a Equação 5.3 e são dadas pela Equação 5.4 que por sua vez depende do integrador condicional definido na Equação 3.6.

$$\begin{bmatrix} s_x \\ s_y \\ s_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_0^x \sigma_x + k_1^x e_1^x + e_2^x \\ k_0^y \sigma_y + k_1^y e_1^y + e_2^y \\ k_0^z \sigma_z + k_1^z e_1^z + e_2^z \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{s}_x \\ \dot{s}_y \\ \dot{s}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_0^x \sigma_x + \mu_x \text{sat}(s_x/\mu_x) \\ -k_0^y \sigma_y + \mu_y \text{sat}(s_y/\mu_y) \\ -k_0^z \sigma_z + \mu_z \text{sat}(s_z/\mu_z) \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

Os ganhos k_1^x , k_1^y and k_1^z devem ser escolhidos positivos e suficientemente grandes para que a condição de deslizamento seja atendida. $f_x = h_9 x_8$, $f_y = h_1 0 x_1 0$ e $f_z = h_1 1 x_1 2 - g$ e também $g_i(\cdot) = [(1/m)u_1, (1/m)u_1, (1/m)(\cos x_1 \cos x_3)]$. A dinâmica das superfícies deslizantes, ou seja, sua primeira derivada é:

$$\begin{bmatrix} \dot{s}_x \\ \dot{s}_y \\ \dot{s}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(k_0^x)^2 \sigma_x + \mu_x k_0^x \text{sat}(s_x/\mu_x) + k_1^x e_2^x \\ + f_x - \ddot{x}_{7d} + g_x(\cdot)u_x + \frac{d_x}{m} \\ -(k_0^y)^2 \sigma_y + \mu_y k_0^y \text{sat}(s_y/\mu_y) + k_1^y e_2^y \\ + f_y - \ddot{x}_{9d} + g_y(\cdot)u_y + \frac{d_y}{m} \\ -(k_0^z)^2 \sigma_z + \mu_z k_0^z \text{sat}(s_z/\mu_z) + k_1^z e_2^z \\ + f_z - g - \ddot{x}_{11d} + g_z(\cdot)u_1 + \frac{d_z}{m} \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

Finalmente, os controladores de posição RIUM são definidos usando o método de controle equivalente da seguinte forma:

$$\begin{cases} u_x = \frac{m}{u_1} [-f_x + \ddot{x}_{7d} + (k_0^x)^2 \sigma_x - \mu_x k_0^x \text{sat}(s_x/\mu_x) - k_1^x e_2^x] - \frac{d_x}{u_1} + v_x \\ u_y = \frac{m}{u_1} [-f_y + \ddot{x}_{9d} + (k_0^y)^2 \sigma_y - \mu_y k_0^y \text{sat}(s_y/\mu_y) - k_1^y e_2^y] - \frac{d_y}{u_1} + v_y \\ u_1 = \frac{m}{\cos(x_1) \cos(x_3)} [-f_z + g + \ddot{x}_{11d} + (k_0^z)^2 \sigma_z - \mu_z k_0^z \text{sat}(s_z/\mu_z) - k_1^z e_2^z] - \frac{d_z}{\cos(x_1) \cos(x_3)} + v_z \end{cases} \quad (5.7)$$

Com v_x , v_y e v_z dados por:

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -K_x(e_1^x) \text{sat}(s_x/\mu_x) \\ -K_y(e_1^y) \text{sat}(s_y/\mu_y) \\ -K_z(e_1^z) \text{sat}(s_z/\mu_z) \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

5.3 CONTROLE DE ATITUDE DO QUADRIROTOR

O controle de atitude do quadrirotor permite estabilizar e rastrear a trajetória de voo desejada. Para o problema de controle de atitude, o vetor de estado é definido por $x_a = [\phi, \theta, \psi]$, o vetor de entrada de controle por $u_a = [u_2, u_3, u_4]$ e o vetor de saída $y_a = h(x_a) = [\phi, \theta, \psi]$. O objetivo de controle é simplesmente encontrar u_a para permitir que y_a rastreie os estados desejados $x_1d = \phi_d$, $x_3d = \theta_d$ e $x_5d = \psi_d$ gerados pelo bloco inversor (veja a Figura 4.2) e causados pela entrada de controle u_p . O grau relativo do subsistema de atitude também é $\rho = 2$ para as entradas/saídas pré-definidas ($\phi \rightarrow u_2$, $\theta \rightarrow u_3$, $\psi \rightarrow u_4$). Os erros de rastreamento da malha de controle de atitude são definidos como:

$$\begin{bmatrix} e_1^\phi \\ e_1^\theta \\ e_1^\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 - x_{1d} \\ x_3 - x_{3d} \\ x_5 - x_{5d} \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

As superfícies deslizantes e o integrador condicional são definidos como:

$$\begin{bmatrix} s_\phi \\ s_\theta \\ s_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_0^\phi \sigma_\phi + k_1^\phi e_1^\phi + e_2^\phi \\ k_0^\theta \sigma_\theta + k_1^\theta e_1^\theta + e_2^\theta \\ k_0^\psi \sigma_\psi + k_1^\psi e_1^\psi + e_2^\psi \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\sigma}_\phi \\ \dot{\sigma}_\theta \\ \dot{\sigma}_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_0^\phi \sigma_\phi + \mu_\phi \text{sat}(s_\phi/\mu_\phi) \\ -k_0^\theta \sigma_\theta + \mu_\theta \text{sat}(s_\theta/\mu_\theta) \\ -k_0^\psi \sigma_\psi + \mu_\psi \text{sat}(s_\psi/\mu_\psi) \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

Definindo $f_\phi = h_1 x_4 x_6 + h_2 x_4 + h_3 x_2^2$, $f_\theta = h_4 x_2 x_6 + h_5 x_2 + h_6 x_4^2$ e $f_\psi = h_7 x_2 x_4 + h_8 x_6^2$, e $g_i(\cdot) = [\bar{h}_1, \bar{h}_2, \bar{h}_3]$. Tem-se que a primeira derivada da superfície de deslizamento é calculada como:

$$\begin{bmatrix} \dot{s}_\phi \\ \dot{s}_\theta \\ \dot{s}_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(k_0^\phi)^2 \sigma_\phi + \mu_\phi k_0^\phi \text{sat}(s_\phi/\mu_\phi) + k_1^\phi e_2^\phi \\ + f_\phi - \ddot{x}_{1d} + g_\phi(\cdot)u_2 + d_\phi \\ -(k_0^\theta)^2 \sigma_\theta + \mu_\theta k_0^\theta \text{sat}(s_\theta/\mu_\theta) + k_1^\theta e_2^\theta \\ + f_\theta - \ddot{x}_{3d} + g_\theta(\cdot)u_3 + d_\theta \\ -(k_0^\psi)^2 \sigma_\psi + \mu_\psi k_0^\psi \text{sat}(s_\psi/\mu_\psi) + k_1^\psi e_2^\psi \\ + f_\psi - \ddot{x}_{5d} + g_\psi(\cdot)u_4 + d_\psi \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

Portanto, os controles de atitude do quadricóptero são definidos da seguinte forma:

$$\begin{cases} u_2 = \frac{1}{h_1} [-f_\phi + \ddot{x}_{1d} + (k_0^\phi)^2 \sigma_\phi - \mu_\phi k_0^\phi \text{sat}(s_\phi/\mu_\phi) - k_1^\phi e_2^\phi - d_\phi] + v_\phi \\ u_3 = \frac{1}{h_2} [-f_\theta + \ddot{x}_{3d} + (k_0^\theta)^2 \sigma_\theta - \mu_\theta k_0^\theta \text{sat}(s_\theta/\mu_\theta) - k_1^\theta e_2^\theta - d_\theta] + v_\theta \\ u_4 = \frac{1}{h_3} [-f_\psi + \ddot{x}_{5d} + (k_0^\psi)^2 \sigma_\psi - \mu_\psi k_0^\psi \text{sat}(s_\psi/\mu_\psi) - k_1^\psi e_2^\psi - d_\psi] + v_\psi \end{cases} \quad (5.13)$$

Com v_ϕ , v_θ e v_ψ dados como:

$$\begin{bmatrix} v_\phi \\ v_\theta \\ v_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -K_\phi(e_1^\phi) \text{sat}(s_\phi/\mu_\phi) \\ -K_\theta(e_1^\theta) \text{sat}(s_\theta/\mu_\theta) \\ -K_\psi(e_1^\psi) \text{sat}(s_\psi/\mu_\psi) \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

5.4 DEMONSTRAÇÃO DE ESTABILIDADE

A demonstração de estabilidade é realizada de forma genérica, ou seja, o subscrito/sobrescrito " i " será associado a um estado a ser controlado (i.e: x , y , z , ϕ , θ , etc.).

5.4.1 Definição do sistema e controlador

Consideremos o sistema não linear SISO na forma canônica representado pela Equação 5.15:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x_1^i, x_2^i, d_i) + g(x_1^i, x_2^i, d_i)u \\ y = x_1^i \end{cases} \quad (5.15)$$

Onde $X = \{x_1^i, x_2^i\} \in R^n$ é o vetor de estado, $y \in R^m$ é o vetor de saída, $u \in R^p$ é o vetor de entrada de controle, e $f(x_1^i, x_2^i, d_i)$ e $g(x_1^i, x_2^i, d_i)$ são funções suaves contínuas. O termo d_i representa distúrbios externos.

O erro de rastreamento é definido como $e_1^i = x_1^i - x_{1d}^i$, sendo x_{1d}^i o sinal desejado/referência a ser rastreado. A primeira derivada do erro de rastreamento é $\dot{e}_1^i = \dot{e}_2^i = \dot{x}_1^i - \dot{x}_{1d}^i$, ou, $e_2^i = x_2^i - \dot{x}_{1d}^i$. Então, a dinâmica do erro pode ser definida como:

$$\begin{cases} \dot{e}_1^i = e_2^i \\ \dot{e}_2^i = f(e_1^i, e_2^i) + g(e_1^i, e_2^i)u \end{cases} \quad (5.16)$$

Como o RIUM é baseado na lei de controle SMC, a superfície deslizante é definida como:

$$s_i = k_0^i \sigma_i + k_1^i e_1^i + e_2^i \quad (5.17)$$

Onde a variável $\sigma_i \in \mathbb{R}^n$ representa a saída do integrador condicional definido na Equação 5.18.

$$\dot{\sigma}_i = -k_0^i \sigma_i + \mu_i \text{sat}(s_i/\mu_i) \quad (5.18)$$

Sendo μ_i a camada limite da aproximação contínua do SMC que aciona a função $\text{sat}(\cdot)$, k_0^i deve ser uma constante positiva e $k_1^i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ é escolhido tal que o polinômio $k_1^i + s_i I_n$ seja Hurwitz (I_n é uma matriz identidade $n \times n$). A função de saturação é definida como:

$$\text{sat}(s_i/\mu_i) = \begin{cases} s_i/\|s_i\| & \text{se } \|s_i\| \geq \mu_i \\ s_i/\mu_i & \text{se } \|s_i\| < \mu_i \end{cases} \quad (5.19)$$

O integrador condicional dado na Equação 5.18 só funciona dentro da camada limite ($\|s_i\| < \mu_i$).

Derivando a superfície de deslizamento tem-se:

$$\begin{aligned} \dot{s}_i &= k_0^i \dot{\sigma}_i + k_1^i \dot{e}_1^i + \dot{e}_2^i \\ &= k_0^i \dot{\sigma}_i + k_1^i \dot{e}_2^i + \dot{e}_2^i \end{aligned} \quad (5.20)$$

A Equação 5.20 pode ser reescrita usando as Equações 5.16 e 5.17, então, substituindo o integrador condicional (Equação 5.18) obtém-se:

$$\begin{aligned} \dot{s}_i &= k_0^i (-k_0^i \sigma_i + \mu_i \text{sat}(s_i/\mu_i)) + k_1^i \dot{e}_2^i + \dot{e}_2^i \\ &= -k_0^{i2} \sigma_i + k_0^i \mu_i \text{sat}(s_i/\mu_i) + k_1^i \dot{e}_2^i + \dot{e}_2^i \end{aligned} \quad (5.21)$$

Adicionando e subtraindo o termo $k_0^i(k_1^i e_1^i + e_2^i)$ ao lado direito da Equação 5.21, resulta em:

$$\begin{aligned} \dot{s}_i &= -k_0^{i2} \sigma_i + k_0^i \mu_i \text{sat}(s_i/\mu_i) + k_1^i \dot{e}_2^i + \dot{e}_2^i - k_0^i(k_1^i e_1^i + e_2^i) + k_0^i(k_1^i e_1^i + e_2^i) \\ &= -k_0^{i2} \sigma_i + k_0^i \mu_i \text{sat}(s_i/\mu_i) + k_1^i \dot{e}_2^i + \dot{e}_2^i - k_0^i k_1^i e_1^i - k_0^i e_2^i + k_0^i k_1^i e_1^i + k_0^i e_2^i \\ &= -k_0^i(k_0^i \sigma_i + k_1^i e_1^i + e_2^i) + k_0^i(k_1^i e_1^i + e_2^i) + k_0^i \mu_i \text{sat}(s_i/\mu_i) + k_1^i \dot{e}_2^i + \dot{e}_2^i \end{aligned} \quad (5.22)$$

Usando a definição de superfície deslizante $s_i = k_0^i \sigma_i + k_1^i e_1^i + e_2^i$ e a definição de $\dot{e}_2$ (dada pela Equação 5.21), a Equação 5.22 pode ser reescrita como:

$$\dot{s}_i = -k_0^i s_i + k_0^i \mu_i \text{sat}(s_i/\mu_i) + k_0^i (k_1^i e_1^i + e_2^i) + k_1^i e_2^i + f(.) + g(.)u \quad (5.23)$$

Define-se a variável intermediária $\Delta(e_1, e_2)$:

$$\Delta(e_1, e_2) = k_0^i (k_1^i e_1^i + e_2^i) + k_1^i e_2^i + f(e_1, e_2) \quad (5.24)$$

Substituindo a Equação 5.24 na Equação 5.23, obtém-se:

$$\dot{s}_i = -k_0^i s_i + k_0^i \mu_i \text{sat}(s_i/\mu_i) + \Delta(.) + g(.)u \quad (5.25)$$

Tal como definido na seção de projeto do controlador, o controlador RIUM é dado pela seguinte expressão (Equação 5.26). Onde o ganho principal é representado pela Equação 5.27.

$$u = -K_i(e_1^i) \text{sat}(s_i/\mu_i) \quad (5.26)$$

$$K_i(e_1^i) = a_i |e_1^i| + b_i \quad (5.27)$$

Substituindo a Equação 5.26 na Equação 5.27 leva a:

$$\dot{s}_i = -k_0^i s_i + k_0^i \mu_i \text{sat}(s_i/\mu_i) + \Delta(.) - K_i(.)g(.)\text{sat}(s_i/\mu_i) \quad (5.28)$$

5.4.2 Demonstração de estabilidade fora da camada limite

Nesta seção é demonstrado que fora da camada limite, o controlador RIUM é capaz de estabilizar o sistema SISO da Equação 5.15, atraindo qualquer trajetória para a superfície de deslizamento dada pela Equação 5.17. Para isso, é proposta a Função Candidata a Lyapunov (FCL) $V = \frac{1}{2} s^T s$. Antes de continuar, a Suposição 1 deve ser definida.

Suposição 1: a função $\Delta(e_1, e_2)$ é limitada por uma função $\gamma(e_1, e_2)$ de classe κ e uma constante positiva Δ_0 :

$$\|\Delta_i(e_1^i, e_2^i)\| \leq \gamma_i(e_1^i, e_2^i) + \Delta_0^i \quad (5.29)$$

Isso significa que:

$$\begin{aligned} \Delta(\cdot) &= k_0^i(k_1^i e_1^i + e_2^i) + k_1^i e_2^i + f(\cdot) \\ \|\Delta_i(\cdot)\| &\leq \gamma_i(\cdot) + \Delta_0^i \\ \|k_0^i(k_1^i e_1^i + e_2^i) + k_1^i e_2^i + f(\cdot)\| &\leq \gamma_i(\cdot) + \Delta_0^i \end{aligned} \quad (5.30)$$

Então, quando as trajetórias de estado atingem a superfície de deslizamento, o erro de rastreamento se aproxima de zero, levando ao limite superior da função $\Delta(\cdot)$ que será usada posteriormente.

$$\|\Delta_i(e_1^i = 0, e_2^i = 0)\| = \|f(0,0)\| \leq \Delta_0^i \quad (5.31)$$

Continuando com a demonstração, conforme apresentado anteriormente pela Equação 5.19, fora da camada limite ($\|s_i\| \geq \mu_i$), o comportamento da função de saturação é dominado pela função de comutação ($sign(\cdot)$) dada por $sat(\cdot) = s_i/\|s_i\|$, então, a primeira derivada de FCL: $\dot{V} = s_i^T \dot{s}_i$ que depende da Equação 5.28, torna-se:

$$s_i^T \dot{s}_i = -s_i^T k_0^i s_i + k_0^i \mu_i s_i^T s_i / \|s_i\| + s_i^T \Delta(\cdot) - K_i(\cdot) s_i^T g(\cdot) s_i / \|s_i\| \quad (5.32)$$

Usando as propriedades matemáticas: $s_i^T s_i = s_i^2$; $s_i^2/\|s_i\| = \|s_i\|$ e a teoria de Lyapunov $\dot{V}_i = s_i^T \dot{s}_i \leq 0$, a Equação 5.32 fica:

$$\begin{aligned} s_i^T \dot{s}_i &= -k_0^i s_i^2 + k_0^i \mu_i \|s_i\| + \Delta(\cdot) s_i^T - g(\cdot) K_i(\cdot) \|s_i\| \\ &\leq -k_0^i \|s_i\|^2 + k_0^i \mu_i \|s_i\| + \|\Delta_i(\cdot)\| \|s_i\| - \|g(\cdot)\| K_i(\cdot) \|s_i\| \leq 0 \end{aligned} \quad (5.33)$$

Usando a Suposição 1 tem-se:

$$\begin{aligned} s_i^T \dot{s}_i &= -k_0^i s_i^2 + k_0^i \mu_i \|s_i\| + \Delta(\cdot) s_i^T - g(\cdot) K_i(\cdot) \|s_i\| \\ &\leq -k_0^i \|s_i\|^2 - (\|g(\cdot)\| K_i(\cdot) - \gamma_i(\cdot) - k_0^i \mu_i - \Delta_0^i) \|s_i\| \leq 0 \end{aligned} \quad (5.34)$$

Assume-se que $\lambda = \min(\|g(\cdot)\|)$ (condição crítica que pode tornar “menos negativo” o último termo na desigualdade da Equação 5.34) obtém-se:

$$s_i^T \dot{s}_i = -k_0^i \|s_i\|^2 - (\lambda K_i(\cdot) - \gamma_i(\cdot) - k_0^i \mu_i - \Delta_0^i) \|s_i\| \leq 0 \quad (5.35)$$

Para garantir $s_i^T \dot{s}_i \leq 0$, é necessário que $\lambda K_i(\cdot) - \gamma_i(\cdot) - k_0^i \mu_i - \Delta_0^i \geq 0$. Então, o ganho do controlador pode ser definido como:

$$K_i(\cdot) \geq K_0 + (\gamma_i(\cdot) + k_0^i \mu_i + \Delta_0^i)/\lambda \quad (5.36)$$

Sendo K_0 uma constante positiva que garante que $\dot{V} = s_i^T \dot{s}_i < 0$. Usando a definição de RIUM, ou seja, substituindo $K_i(\cdot)$ na Equação 5.27 obtém-se:

$$a_i |e_1^i| + b_i = K_0 + (\gamma_i(\cdot) + k_0^i \mu_i + \Delta_0^i)/\lambda \quad (5.37)$$

Escolhe-se qualquer um dos ganhos do controlador a_i ou b_i , o outro pode ser calculado usando a última igualdade (Equação 5.37) tal que possa ser satisfeita. Fazendo isso, pode-se garantir que qualquer trajetória partindo de fora da camada limite será atraída para $s = 0$.

5.4.3 Demonstração de estabilidade dentro da camada limite

Nesta seção, o método direto de Lyapunov é utilizado para demonstrar que erro de rastreamento, integrador condicional e superfície de deslizamento podem ser estabilizados simultaneamente, ou seja, qualquer trajetória iniciada dentro da camada limite atinge seu ponto de equilíbrio à medida que o tempo tende ao infinito. Dentro da camada limite ($\|s_i\| < \mu_i$), a função de saturação descrita na Equação 5.28 é $\text{sat}(s_i/\mu_i) = s_i/\mu_i$ e o erro é limitado pela região $O_\mu = \{e = (e_1^i, e_2^i) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \mid \|e\| \leq R_\mu\}$.

A dinâmica do sistema dentro da camada limite é dada pela Equação 5.38 e composta por: (i) a dinâmica do integrador condicional obtida da Equação 5.18, (ii) erro dinâmico (da Equação 5.16) e (iii) a dinâmica da superfície de deslizamento (da Equação 5.28).

$$\begin{aligned}\dot{\sigma}_i &= -k_0^i \sigma_i + s_i \\ \dot{e}_1^i &= -k_1^i e_1^i + s_i - k_0^i \sigma_i \\ \dot{s}_i &= \Delta(.) - g(.)K_i(.)s_i/\mu_i\end{aligned}\tag{5.38}$$

Suposição 2: dentro da região $(e_1^i, e_2^i) \in O_\mu$, a função $g(e_1^i, e_2^i)$ satisfaz a condição de Lipschitz:

$$\|g(e_1^i, e_2^i) - g(0,0)\| \Delta_0 \leq \|g(0,0)\| v(e_1^i, e_2^i)\tag{5.39}$$

Suposição 3: em $(e_1^i, e_2^i) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n$, $g(e_1^i, e_2^i) + g^T(e_1^i, e_2^i) \geq 2\lambda I_n$, com $\lambda > 0$.

Da Suposição 2, temos, $\|g(.)g^{-1}(0,0) - I_n\| \Delta_0 \leq v(.)$. Em que $v(e_1^i, e_2^i)$, então, a função $v(.)$ pode ser limitada por:

$$v(e_1^i, e_2^i) = v_1 \|e_1^i\| + v_2 \|e_2^i\| \leq k_v\tag{5.40}$$

Onde v_1 , v_2 e k_v são constantes positivas adequadas. O ponto de equilíbrio do sistema (Equação 5.38) pode ser definido como: $e_1^i = e_2^i$, $s_i = \bar{s}_i$, $\sigma_i = \bar{\sigma}_i$ com $\bar{s}_i = k_0^i \bar{\sigma}_i = \mu_i \frac{g^{-1}(0,0)f(0,0)}{K(0,0)}$. Usando a última definição de ponto de equilíbrio e $\text{sat}(s_i/\mu_i) = s_i/\mu_i$ leva a:

$$\|s_i\| < \mu_i \Rightarrow \|g^{-1}(0,0)f(0,0)\| < K(0,0)\tag{5.41}$$

Onde $K(0,0) = K_i(.)$ | $e_1^i = 0, e_2^i = 0$. Esta condição pode ser satisfeita usando a entrada de controle dada pela Equação 5.26 e Suposições 1, 2 e 3.

O sistema na Equação 5.38 pode ser reescrito em termos de $\tilde{s}_i$ e $\tilde{\sigma}_i$ como:

$$\begin{aligned}\tilde{\sigma}_i &= -k_0^i \tilde{\sigma}_i + \tilde{s}_i \\ \dot{e}_1^i &= -k_1^i e_1^i + \tilde{s}_i - k_0^i \tilde{\sigma}_i \\ \dot{\tilde{s}}_i &= \Delta(.) - K_i(.)g(.)\tilde{s}_i/\mu_i - K_i(.)g(.)\tilde{\sigma}_i/\mu_i\end{aligned}\tag{5.42}$$

Onde $\tilde{\sigma}_i = \sigma_i - \bar{\sigma}_i$ e $\tilde{s}_i = s_i - \bar{s}_i$.

Para demonstrar que as variáveis do sistema na Equação 5.44 tende a seus pontos de equilíbrio quando a entrada de controle (Equação 5.26) é usada, é necessário definir mais duas suposições.

Suposição 4: dentro da camada limite, ou seja, $\|s_i\| < \mu_i$, a função $f(.)$ é Lipschitz, tal que:

$$\|f(e_1^i, e_2^i) - f(0,0)\| \leq l_1 \|e_1^i\| + l_2 \|e_2^i\|\tag{5.43}$$

Com l_1 e $l_2 \in \mathbb{R}^+$.

Suposição 5: dentro da camada limite ($\|s_i\| < \mu_i$), a função $K_i(.)$ satisfaz:

$$K_i(.) - K(0,0) \leq \chi(.) = \lambda\chi_1 \|e_1^i\| + \lambda\chi_2 \|e_2^i\|\tag{5.44}$$

Onde χ_1 e χ_2 são constantes positivas adequadas e λ é definido como na Suposição 3.

Uma vez definidas todas as suposições, aplica-se o método direto de Lyapunov por meio da definição da Função Candidata a Lyapunov (FCL) na Equação 5.45.

$$W = \frac{\lambda_1}{2} \tilde{\sigma}_i^T \tilde{\sigma}_i + \frac{\lambda_2}{2} e_1^{iT} e_1^i + \frac{\tilde{s}_i^T \tilde{s}_i}{2}\tag{5.45}$$

Onde λ_1 e λ_2 são constantes positivas. A primeira derivada pode ser facilmente calculada, resultando em:

$$\dot{W} = \lambda_1 \tilde{\sigma}_i^T \tilde{\sigma}_i + \lambda_2 e_1^i{}^T \dot{e}_1^i + \tilde{s}_i^T \dot{\tilde{s}}_i \quad (5.46)$$

Substituindo a Equação 5.42 na Equação 5.46.

$$\begin{aligned} \dot{W} = & \lambda_1 \tilde{\sigma}_i^T (-k_0^i \tilde{\sigma}_i + \tilde{s}_i) + \lambda_2 e_1^i{}^T (-k_1^i e_1^i + \tilde{s}_i - k_0^i \tilde{\sigma}_i) \\ & + \tilde{s}_i^T (\Delta(.) - K_i(.)g(.)\tilde{s}_i/\mu_i - K_i(.)g(.)\bar{s}_i/\mu_i) \end{aligned} \quad (5.47)$$

Como $(e_1^i, e_2^i) \in O_\mu$, $\Delta(.)$ pode ser expresso como na Equação 5.48 e substituindo a Equação 5.48 na Equação 5.47 leva à Equação 5.49.

$$\Delta(.) = k_0^i \tilde{s}_i - (k_0^i)^2 \tilde{\sigma}_i - (k_1^i)^2 e_1^i + k_1^i \tilde{s}_i - k_0^i k_1^i \tilde{\sigma}_i + f(.) \quad (5.48)$$

$$\begin{aligned} \dot{W} = & \lambda_1 \tilde{\sigma}_i^T (-k_0^i \tilde{\sigma}_i + \tilde{s}_i) + \lambda_2 e_1^i{}^T (-k_1^i e_1^i + \tilde{s}_i - k_0^i \tilde{\sigma}_i) + \tilde{s}_i^T [k_0^i \tilde{s}_i - (k_0^i)^2 \tilde{\sigma}_i \\ & - (k_1^i)^2 e_1^i + k_1^i \tilde{s}_i - k_0^i k_1^i \tilde{\sigma}_i - K_i(.)g(.)\tilde{s}_i/\mu_i] + \tilde{s}_i^T (f(.) - K_i(.)g(.)\bar{s}_i/\mu_i) \\ = & -\lambda_1 k_0^i \tilde{\sigma}_i^2 + \lambda_1 \tilde{\sigma}_i \tilde{s}_i - \lambda_2 k_1^i (e_1^i)^2 + \lambda_2 e_1^i \tilde{s}_i - \lambda_2 k_0^i e_1^i \tilde{\sigma}_i + k_0^i \tilde{s}_i^2 - (k_0^i)^2 \tilde{s}_i \tilde{\sigma}_i \\ & - \tilde{s}_i (k_1^i)^2 e_1^i + k_1^i \tilde{s}_i^2 - k_0^i \tilde{s}_i k_1^i \tilde{\sigma}_i - K_i(.)g(.)\tilde{s}_i^2/\mu_i + \tilde{s}_i (f(.) - K_i(.)g(.)\bar{s}_i/\mu_i) \end{aligned} \quad (5.49)$$

Se todos os termos com sinal positivo do lado direito da última equação possuem um limite superior conhecido, então, o ganho do controlador $K_i(.)$ pode ser projetado de modo que $\dot{W} < 0$, e a estabilidade dentro da camada limite seja demonstrada. Analisando primeiro o termo $(f(.) - K_i(.)g(.)\bar{s}_i/\mu_i)$.

Substituindo $\bar{s}_i$ obtém-se:

$$\|f(.) - K_i(.)g(.)\bar{s}_i/\mu_i\| = \left\| f(.) - \frac{K_i(.)}{K(0,0)} g(.)g^{-1}(0,0)f(0,0) \right\| \quad (5.50)$$

Adicionando e subtraindo os termos $\frac{K_i(.)}{K(0,0)}f(0,0)$ e $\frac{K(0,0)}{K(0,0)}f(0,0)$ no lado direito da igualdade, tem-se:

$$\begin{aligned} \left\| f(.) - \frac{K_i(.)g(.)\bar{s}_i}{\mu_i} \right\| &= \left\| f(.) - f(0,0) - \frac{K_i(.)}{K(0,0)}(g(.)g^{-1}(0,0) - I_n)f(0,0) - \frac{K_i(.) + K(0,0)}{K(0,0)}f(0,0) \right\| \\ &\leq \|f(.) - f(0,0)\| + \frac{K_i(.)}{K(0,0)}\|g(.)g^{-1}(0,0) - I_n\|\|f(0,0)\| + \frac{K_i(.) - K(0,0)}{K(0,0)}\|f(0,0)\| \end{aligned} \quad (5.51)$$

Usando as Suposições de 1 a 5 tem-se:

$$\begin{aligned} \|f(.) - K_i(.)g(.)\bar{s}_i/\mu_i\| &\leq l_1\|e_1^i\| + l_2\|e_2^i\| + \frac{K_i(.)}{K(0,0)}\|g(.)g^{-1}(0,0) - I_n\|\|f(0,0)\| \\ &\quad + \frac{K_i(.) - K(0,0)}{K(0,0)}\|f(0,0)\| \end{aligned} \quad (5.52)$$

Por meio das Suposições 1 e 2, a Equação 5.52 torna-se:

$$\begin{aligned} \|f(.) - K_i(.)g(.)\bar{s}_i/\mu_i\| &\leq l_1\|e_1^i\| + l_2\|e_2^i\| + \frac{K_i(.)}{K(0,0)}v(.) + \frac{K_i(.) - K(0,0)}{K(0,0)}\|f(0,0)\| \end{aligned} \quad (5.53)$$

Usando a Suposição 5 e reorganizando os termos, tem-se:

$$\|f(.) - K_i(.)g(.)\bar{s}_i/\mu_i\| \leq l_1\|e_1^i\| + l_2\|e_2^i\| + v(.) + \frac{\chi(.)v(.)}{K(0,0)} + \frac{\chi(.)}{K(0,0)}\Delta_0^i \quad (5.54)$$

Por fim, obtemos:

$$\begin{aligned} \|f(.) - K_i(.)g(.)\bar{s}_i/\mu_i\| &\leq \left(l_1 + v_1 + (\Delta_0^i + k_v) \frac{\lambda\chi_1}{K(0,0)} \right) \|e_1^i\| \\ &\quad + \left(l_2 + v_2 + (\Delta_0^i + k_v) \frac{\lambda\chi_2}{K(0,0)} \right) \|e_2^i\| \end{aligned} \quad (5.55)$$

Definindo $c_1 = l_1 + v_1 + (\Delta_0^i + k_v) \frac{\lambda_{\chi_1}}{K(0,0)}$ e $c_2 = l_2 + v_2 + (\Delta_0^i + k_v) \frac{\lambda_{\chi_2}}{K(0,0)}$ então, a Equação 5.55 se torna:

$$\|f(\cdot) - K_i(\cdot)g(\cdot)\bar{s}_i/\mu_i\| \leq c_1\|e_1^i\| + c_2\|e_2^i\| \quad (5.56)$$

Com base na última análise, a FCL definida na Equação 5.49 é dada por:

$$\begin{aligned} \dot{W} = & -\lambda_1 k_0^i \tilde{\sigma}_i^2 + \lambda_1 \tilde{\sigma}_i \tilde{s}_i - \lambda_2 k_1^i (e_1^i)^2 + \lambda_2 e_1^i \tilde{s}_i - \lambda_2 k_0^i e_1^i \tilde{\sigma}_i + k_0^i \tilde{s}_i^2 \\ & - (k_0^i)^2 \tilde{s}_i \tilde{\sigma}_i - \tilde{s}_i (k_1^i)^2 e_1^i + k_1^i \tilde{s}_i^2 - k_0^i \tilde{s}_i k_1^i \tilde{\sigma}_i \\ & - K_i(\cdot)g(\cdot)\tilde{s}_i^2/\mu_i + \tilde{s}_i(f(\cdot) - K_i(\cdot)g(\cdot)\bar{s}_i/\mu_i) \\ \leq & -\frac{\lambda_1}{2}(\|\tilde{s}_i\| - \|\tilde{\sigma}_i\|)^2 - \frac{\lambda_2}{2}(\|\tilde{s}_i\| - \|e_1^i\|)^2 + \frac{\lambda_2 k_0^i}{2}(\|\tilde{\sigma}_i\| - \|e_1^i\|)^2 \\ & + \frac{(k_0^i)^2}{2}(\|\tilde{\sigma}_i\| - \|\tilde{s}_i\|)^2 + \frac{\|k_1^i\|^2}{2}(\|e_1^i\| - \|\tilde{s}_i\|)^2 \\ & + \frac{k_0^i\|k_1^i\|}{2}(\|\tilde{\sigma}_i\| - \|\tilde{s}_i\|)^2 - \frac{c_1}{2}(\|e_1^i\| - \|\tilde{s}_i\|)^2 \\ & - \frac{c_2\|k_1^i\|}{2}(\|e_1^i\| - \|\tilde{s}_i\|)^2 - \frac{c_2 k_0^i}{2}(\|\tilde{\sigma}_i\| - \|\tilde{s}_i\|)^2 \\ & + \left[-\lambda_1 k_0^i + \frac{1}{2}(\lambda_1 + \lambda_2 k_0^i + (k_0^i)^2 + k_0^i\|k_1^i\| + c_2 k_0^i) \right] \|\tilde{\sigma}_i\|^2 \\ & + \left[-\lambda_2\|k_1^i\| + \frac{1}{2}(\lambda_2 + \lambda_2 k_0^i + \|k_1^i\|^2 + c_1 + c_2\|k_1^i\|) \right] \|e_1^i\|^2 \\ & - [-k_0^i - \|k_1^i\| - c_2 + K_i(\cdot)\|g(\cdot)\|/\mu_i \\ & - \frac{1}{2}(\lambda_1 + \lambda_2 + (k_0^i)^2 + \|k_1^i\|^2 + k_0^i\|k_1^i\| + c_1 + c_2\|k_1^i\| + c_2 k_0^i)] \|\tilde{s}_i\|^2 \end{aligned} \quad (5.57)$$

Pode-se verificar que alinhando λ_1 , λ_2 e $K_i(\cdot)$ satisfatoriamente grande e μ_i suficientemente pequeno, multiplicando os termos $\|\sigma_i\|^2$, $\|e_i\|^2$ e $\|s_i\|^2$ se tornam zero, então, $W(t) > 0$ e $\dot{W} < -\omega_0 W$ (onde ω_0 é uma constante positiva) para todo $\sigma \neq \bar{\sigma}$, $e_1 \neq 0$ e $s \neq \bar{s}$. Finalmente, pode-se concluir que $W(t)$ converge exponencialmente para zero à medida que o tempo tende ao infinito. Como consequência, o erro de rastreamento $e_1(t)$ tende a zero e σ e s convergem para seu equilíbrio, garantindo a estabilidade exponencial do sistema dentro da camada limite $\|s_i\| < \mu_i$.

6. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Ao longo deste trabalho foram introduzidas algumas técnicas de controle aplicáveis a sistemas não lineares como Regulador Integrativo Universal (RIU), Regulador Integrativo Universal Modificado e Controle Adaptativo por Modelo de Referência, vantagens e desvantagens de cada uma delas foram comentadas. A formulação de ambas as técnicas, previamente escolhidas como as técnicas alvo de estudo neste trabalho, foram detalhadas e o processo para determinar seus parâmetros de sintonização foi descrito no capítulo 3. O modelo da aeronave utilizada foi apresentado no Capítulo 4, especialmente as devidas equações. E a demonstração de estabilidade foi apresentada no Capítulo 5.

Neste capítulo serão apresentados os resultados da aplicação de controle não linear utilizando as técnicas de controle, primeiramente o RIU e após o RIU Modificado, MRAC, RIU+MRAC, RIUM+MRAC e o acoplamento do MRAC com o RIU, utilizando um quadrirotor. Foram feitas essas modificações nas leis para verificar se há uma melhora no seu desempenho. Nesta seção serão demonstrados os resultados de ambos os controladores, com e sem perturbações e com falha.

Para implementação do controle foram feitas simulações numéricas da dinâmica da aeronave considerada. Foram feitas simulações e depois análises qualitativas dos resultados para ver a representatividade da aeronave modelada, a coerência física.

Na seção 6.1 são apresentados os índices de desempenho avaliados no rastreamento da aeronave. Em seguida, na seção 6.2 é apresentado um modelo inicial para viabilidade com as leis de controle. Na seção 6.3 são apresentadas as simulações, utilizou-se um quadrirotor.

6.1 ÍNDICES DE DESEMPENHO AVALIADOS

Como já mencionado anteriormente, com o intuito de comparar quantitativamente a qualidade do rastreamento fornecido pelas duas técnicas de controle a ser implementadas, dois índices de desempenho foram usados neste trabalho, um índice denominado Erro Acumulado (EA) definido pela Equação 3.11 e um outro chamado de Demanda de Controle (DC) definido na Equação 3.12 ao longo do tempo de simulação. O primeiro faz o somatório do valor absoluto do erro de rastreamento ao longo do tempo de simulação, e o segundo analogamente acumula o valor absoluto do controle. Estas estimativas são importantes, pois não apenas comparam a amplitude da superfície de controle utilizada, mas também o tempo que ela é demandada durante a manobra. As simulações a seguir validam a eficiência do esquema de controle utilizado neste trabalho.

No recente trabalho Ren *et al.* (2017) um índice de desempenho similar conhecido como *Integral Square Error* (ISE) foi usado com o mesmo propósito. Será visto em alguns resultados que não necessariamente alta demanda de controle significa maiores deflexões da superfície de controle. O tempo total que foi demandando o controle é importante e é levado em conta nas Equações 3.11 e 3.12.

Neste trabalho apresenta-se a aplicação de cinco técnicas de controle não linear:

- i) Regulador Integrativo Universal;
- ii) Regulador Integrativo Universal Modificado;
- iii) Controle Adaptativo por Modelo de Referência;
- iv) Regulador Integrativo Universal + Controle Adaptativo por Modelo de Referência;
- v) Regulador Integrativo Universal Modificado + Controle Adaptativo por Modelo de Referência.
- vi) Controle Adaptativo por Modelo de Referência acoplado no Regulador Integrativo Universal.

6.2 MODELO INICIAL PARA VIABILIDADE

Considere a dinâmica do pêndulo simples representada pela Equação 6.1.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -a \sin(x_1) - bx_2 + cu \\ y = x_1 \end{cases} \quad (6.1)$$

Onde x_1 e x_2 representam, respectivamente, a posição angular e a velocidade do pêndulo. a , b e c são constantes que dependem da massa, comprimento e rigidez do pêndulo e u é a entrada de torque. O objetivo do controle é estabilizar o pêndulo em um ângulo constante r . Cinco leis de controle são propostas para resolver o problema, Controle de Modo Deslizante, Controle de Modo Deslizante Integral, Controle de Modo Deslizante com Integrador Condicional, Regulador Integrativo Universal e Regulador Integrativo Universal Modificado.

Para demonstrar as afirmações anteriores, analisa-se uma estrutura mais simples primeiro. Diferentes leis de controle baseadas em SMC, são usadas. A Figura 6.1 ilustra os resultados da simulação.

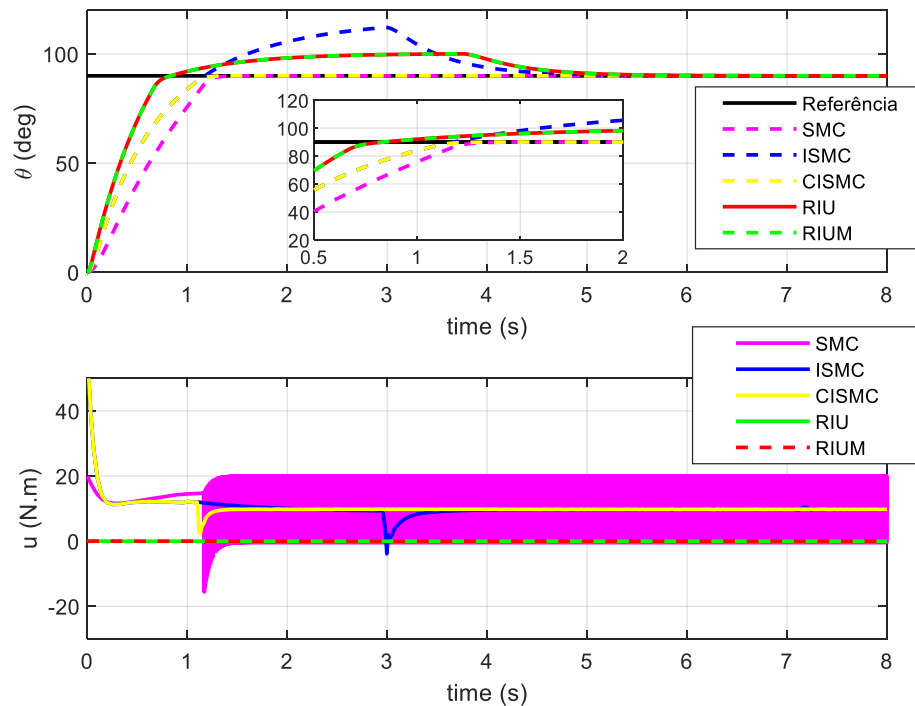


Figura 6.1 – Comparação das Leis de Controle no problema de estabilização do pêndulo simples.

A Figura 6.1 mostra claramente a presença de *chattering* na entrada de controle (alta frequência na curva roxa), este é um comportamento inerente ao controlador SMC ideal. É fácil notar o efeito *windup* degradando a resposta transitória no caso do ISMC e finalmente, como esperado, o CISMCM não apenas recuperou o desempenho do SMC, como também reduziu a demanda de controle u .

Através deste resultado da simulação, ao comparar com outras técnicas de controle, pode-se observar, na Figura 6.1, que o controle projetado pelo RIU e RIUM permite obter o melhor desempenho de rastreamento e uma redução na demanda de controle.

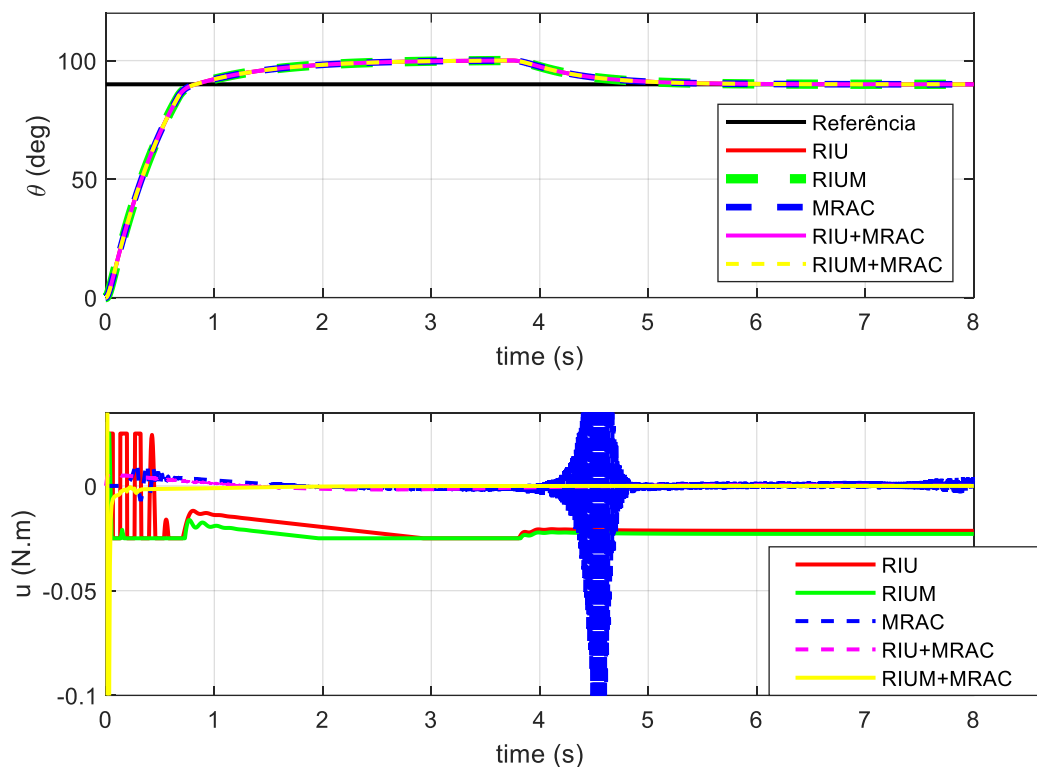


Figura 6.2 – Comparação das Leis de Controle utilizadas neste trabalho no problema de estabilização do pêndulo simples.

Neste resultado da simulação, ao comparar com as técnicas de controle utilizadas neste trabalho, observa-se na Figura 6.2, que há *chattering* no controlador MRAC, já o controle projetado da soma do RIUM+MRAC tem-se uma redução na demanda de controle.

6.3 RESULTADOS E ANÁLISES DAS SIMULAÇÕES

Esta seção apresenta a simulação numérica do controlador para validar o desempenho das leis de controle propostas. Os parâmetros do quadricóptero utilizado na simulação são apresentados na Tabela 6.1.

O método de controle proposto foi testado resolvendo o problema de posição proposto em Loukal e Benalia (2016), os valores da posição inicial e do ângulo de Euler do quadricóptero para testes de simulação são respectivamente $[0,0,0]$ m e $[0,0,0]$ rad. Os parâmetros dos controladores RIU e RIUM estão listados na Tabela 6.2.

Tabela 6.1 – Parâmetros do quadricóptero, de acordo com Labbadi e Cherkaoui (2019).

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
$g(m/s^2)$	9,81	$k_y(N.s/m)$	$5,5670 \times 10^{-4}$
$m(kg)$	0,486	$k_z(N.s/m)$	$5,5670 \times 10^{-4}$
$I_x(kg.m^2)$	$3,827 \times 10^{-3}$	$k_{f_{ax}}(N.s/m)$	$5,5670 \times 10^{-4}$
$I_y(kg.m^2)$	$3,827 \times 10^{-3}$	$k_{f_{ay}}(N.s/m)$	$5,5670 \times 10^{-4}$
$I_z(kg.m^2)$	$7,6566 \times 10^{-3}$	$k_{f_{az}}(N.s/m)$	$5,5670 \times 10^{-4}$
$I_r(kg.m^2)$	$2,8385 \times 10^{-5}$	$b(N.s^2)$	$2,9842 \times 10^{-3}$
$k_x(N.s/m)$	$5,5670 \times 10^{-4}$	$d(N.s^2)$	$3,2320 \times 10^{-2}$

Tabela 6.2 – Parâmetros dos sistemas de controle RIU e RIUM.

RIU	Valor	RIUM	Valor
k_0^x, k_1^x, K_x, μ_x	1; 0,5; -0,25; 0,5	$k_0^x, k_1^x, a_x, b_x, \mu_x$	1; 0,5; -0,05; -0,25; 0,5
k_0^y, k_1^y, K_y, μ_y	2; 0,5; -0,25; 0,5	$k_0^y, k_1^y, a_y, b_y, \mu_y$	2; 0,5; -0,05; -0,25; 0,5
k_0^z, k_1^z, K_z, μ_z	2; 1,3; -2; 0,3	$k_0^z, k_1^z, a_z, b_z, \mu_z$	2; 1,3; 0,05; -2; 0,3
$k_0^\phi, k_1^\phi, K_\phi, \mu_\phi$	1; 1,3; -0,1; 1	$k_0^\phi, k_1^\phi, a_\phi, b_\phi, \mu_\phi$	1; 1,3; -0,00009; -0,1; 1
$k_0^\theta, k_1^\theta, K_\theta, \mu_\theta$	1; 1,3; -0,1; 1	$k_0^\theta, k_1^\theta, a_\theta, b_\theta, \mu_\theta$	1; 1,3; -0,00005; -0,1; 1
$k_0^\psi, k_1^\psi, K_\psi, \mu_\psi$	1; 2; -0,5; 5	$k_0^\psi, k_1^\psi, a_\psi, b_\psi, \mu_\psi$	1; 2; -0,04; -0,5; 5

A Figura 6.3 mostra a trajetória de voo 3D do quadricóptero, pode-se observar que os controladores RIU e RIUM rastream com precisão a trajetória de referência quadrada, porém as técnicas MRAC, RIU+MRAC e RIUM+MRAC obtiveram um pequeno desvio.

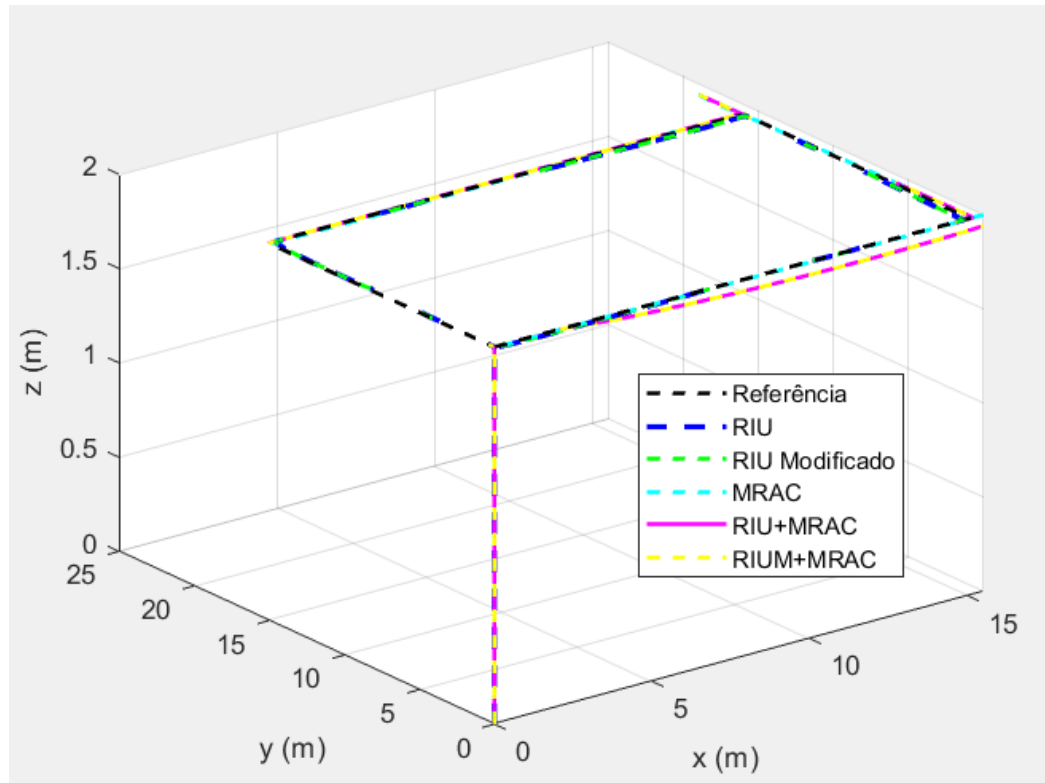


Figura 6.3 – Trajetória quadrada 3D do quadrirotor.

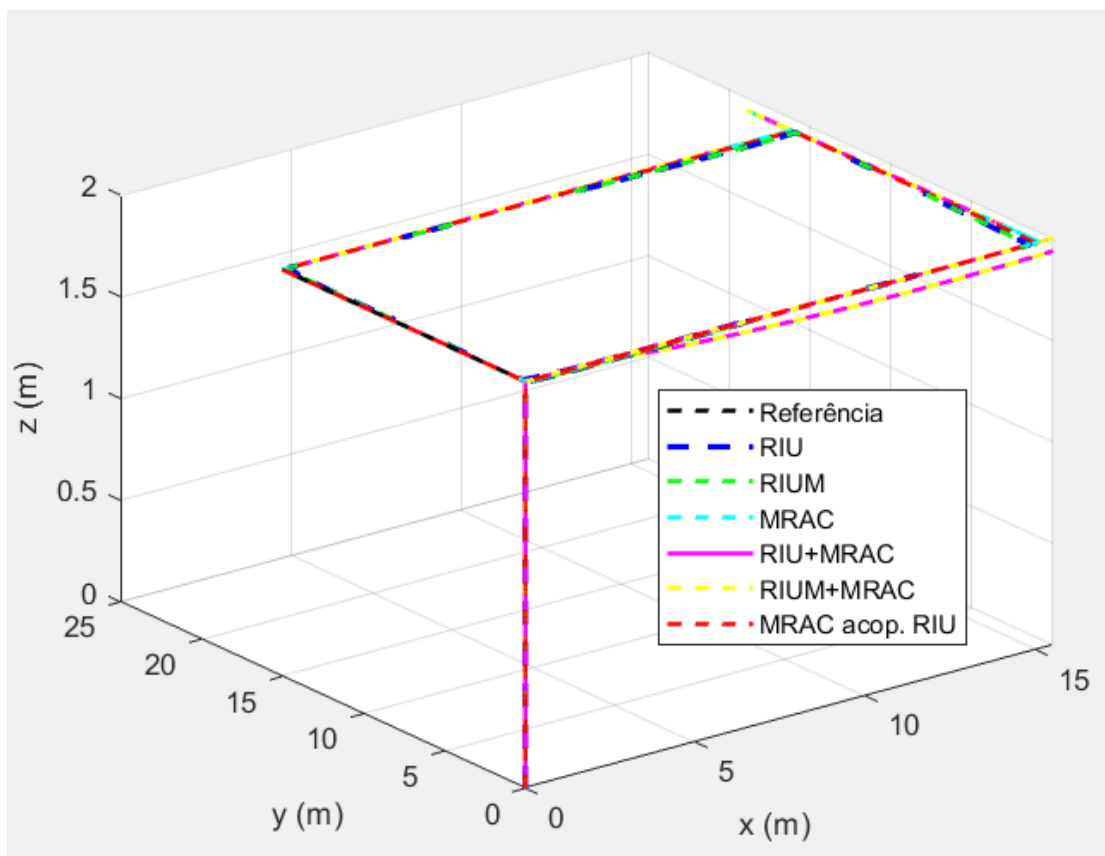


Figura 6.4 – Trajetória quadrada 3D do quadrirotor com duas voltas.

Analisando a Figura 6.4, percebe-se que o erro diminui a partir da segunda volta utilizando as técnicas RIU+MRAC e RIUM+MRAC, ou seja, a partir da segunda volta essas técnicas de controle conseguem realizar o rastreamento da trajetória do quadrirotor. Isto sugere que houve um aprendizado da lei de controle MRAC.

6.4 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS NO QUADRIROTOR

A presente seção tem como objetivo aplicar as técnicas de controle RIU, RIUM, MRAC, RIU+MRAC, RIUM+MRAC e o acoplamento do MRAC com o RIU, no problema de rastreamento de um quadrirotor.

Nesta seção apresentam-se os resultados obtidos de ambos os controladores aplicado à um drone do tipo quadrirotor em um problema de rastreamento. Os ganhos dos controladores e a seleção da camada limite destes foi feita por um processo de tentativa e erro, porém como base em alguns trabalhos, como Khalil (2000), Khalil (2002), Seshagiri e Khalil (2005), Seshagiri e Promptun (2008), Campos (2017), Campos *et al.* (2017), Díaz-Méndez (2018), Díaz-Méndez *et al.* (2019) e Campos *et al.* (2020).

Em todas as simulações, as curvas pretas mostram o valor do sinal desejado, as curvas azuis mostram o valor real dos estados utilizando RIU, as curvas verdes mostram o valor real dos estados utilizando o controle RIUM, as curvas azuis claro mostram o valor real dos estados utilizando o MRAC, as curvas roxas mostram o valor real dos estados utilizando o RIU+MRAC, as curvas amarelas mostram o valor real dos estados utilizando o RIUM+MRAC e as curvas vermelhas mostram o valor real dos estados utilizando a junção das duas técnicas de controle MRAC com o RIU, tornando-a uma nova técnica de controle.

6.4.1 Controle da Altitude do Quadrirotor

Os valores dos ganhos utilizados nas leis de controle RIU e RIUM, e a espessura da camada limite foram apresentados na Tabela 6.2. As Figura 6.5, 6.6 e 6.7 apresentam o rastreamento da altitude utilizando as leis de controle já mencionadas anteriormente.

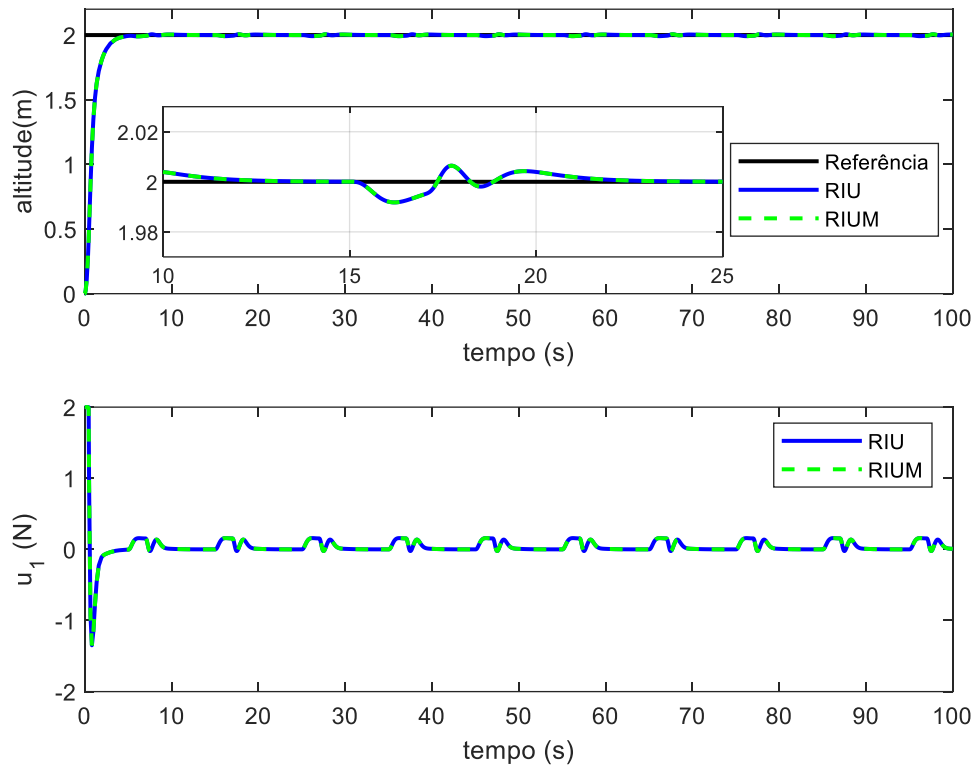


Figura 6.5 – Resposta da posição de altitude do quadrirotor (RIU e RIUM).

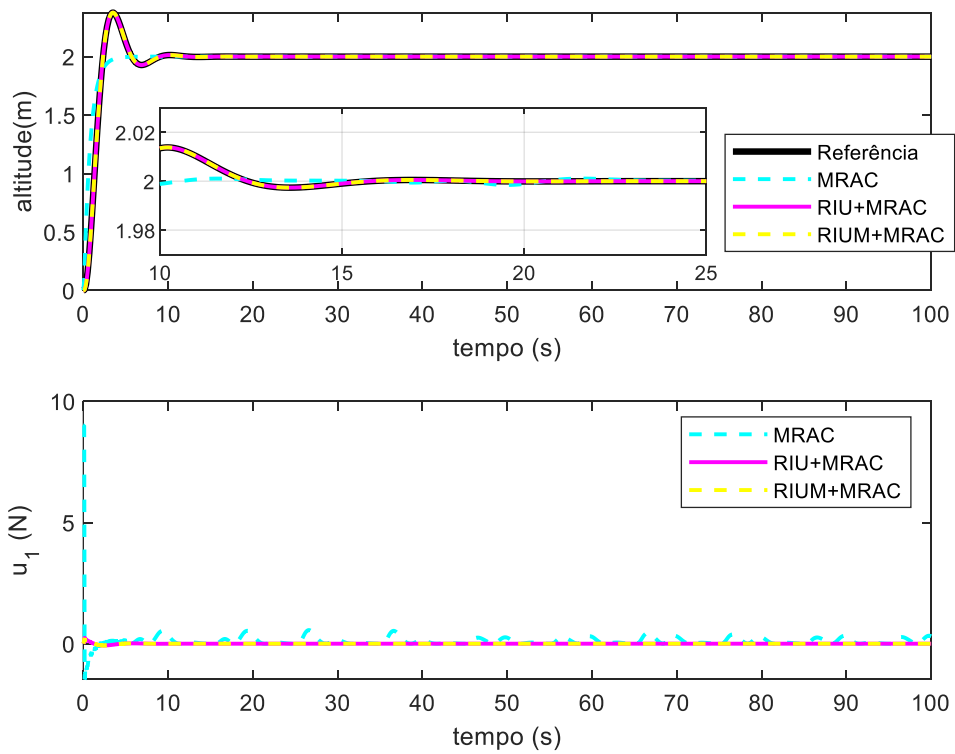


Figura 6.6 – Resposta da posição de altitude do quadrirotor (RIU+MRAC e RIUM+MRAC).

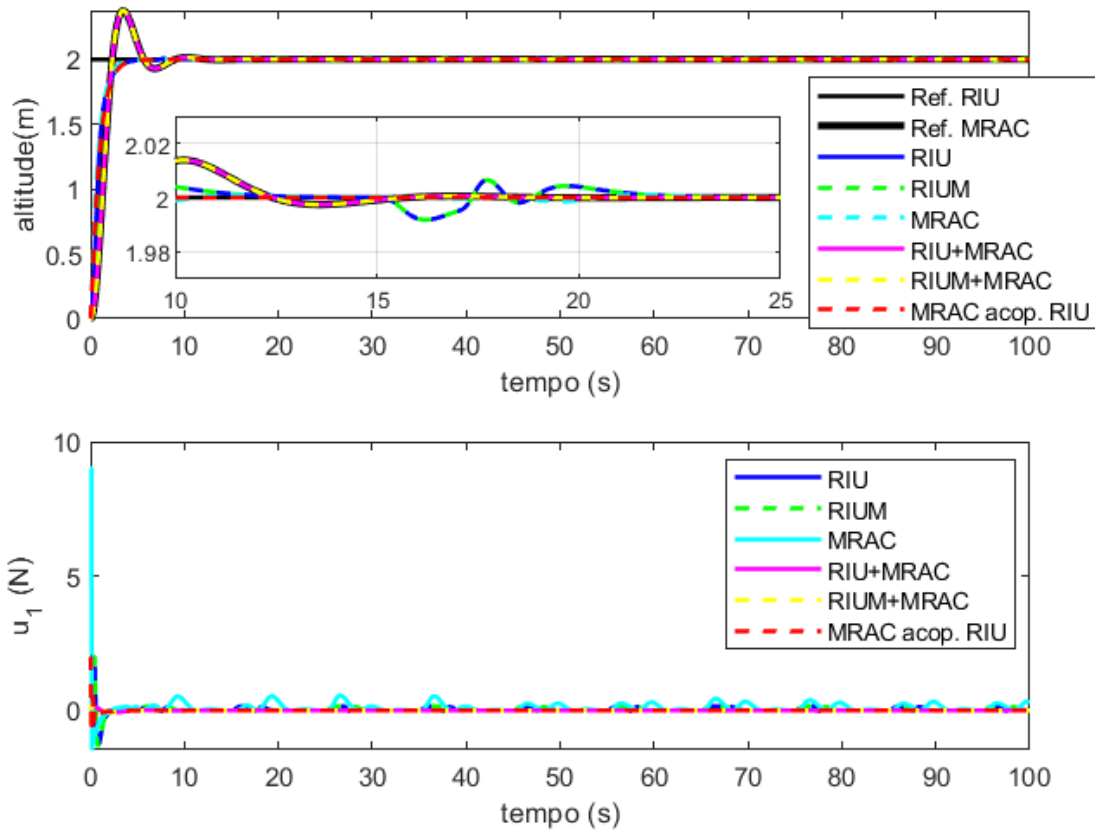


Figura 6.7 – Resposta da posição de altitude do quadrirotor.

O rastreamento apresentou pequenos erros de rastreamento. Fazendo um zoom entre os instantes de tempo 10 e 25 segundos, percebe-se que os tempos de acomodação tanto para o RIU, RIUM, quanto para o RIU+MRAC, RIUM+MRAC foram similares, porém a resposta com o RIU e RIUM foi mais oscilatória. Foi observado em simulações feitas, que não foram apresentadas neste trabalho. Em 2m não há variação significativa, porém em 1000m haveria. Quanto maior o sinal comandado, maior será a alteração dos controladores.

Embora o rastreamento da altitude utilizando o RIU e RIUM tenha sido satisfatório, a entrada de controle experimental *chattering*, o qual pode ocasionar a excitação de dinâmica de alta frequência não modeladas (SESHAGIRI e KHALIL, 2005). Porém quando faz a soma das leis de controle RIU+MRAC, RIUM+MRAC, não ocorre o *chattering* na entrada de controle.

A fim de comparar as técnicas de controle não lineares usadas neste trabalho, utilizou-se dois índices de desempenho, o Erro Acumulado (EA) e a Demanda de Controle (DC) para os controladores de altitude (H) que estão resumidos na Tabela 6.3.

Tabela 6.3 – Índice de desempenho para controle da altitude (H) do quadricóptero.

	H-RIU	H-RIUM	H-MRAC
EA	36,1201	36,1178	130,9997
DC	236,7283	236,8209	$1,2991 \times 10^4$
	H-RIU+MRAC	H-RIUM+MRAC	H-MRAC acop. RIU
EA	0,1093	0,1093	1,1208
DC	38,7652	38,7650	18,5727

Apresentando uma grande redução principalmente no MRAC acoplado com o RIU e também no RIU+MRAC e no RIUM+MRAC, se comparado com RIU e RIUM. O MRAC acoplado com o RIU, RIU+MRAC e o RIUM+MRAC apresentou um melhor desempenho.

A atuação de controle foi menor quando usadas técnicas combinadas.

Deve ser lembrado que os valores plotados nos gráficos permitem a verificação da eficiência da lei de controle, ao se verificar pouco erro e atuação não excessiva dos controladores. Mas, em exemplos, como os apresentados acima, os valores apresentados nos gráficos podem não permitir uma comparação precisa, quando as diferentes técnicas apresentam bons resultados. Neste momento, o uso dos índices de desempenho permite uma comparação mais precisa.

Deve ser lembrado também que os índices propostos aqui são somatória dos valores absolutos dos erros. Mesmo que o erro seja pequeno em cada instante de tempo, se este for somado em vários instantes de tempo, o valor apresentado terá um valor muitas vezes maior do que o erro em cada instante de tempo.

Como exemplo, se for usado um passo de integração constante de 0,025s, em cada segundo, o erro será calculado 40 vezes. Em 100s, o erro será somado 4000 vezes. A somatória de 4000 termos poderá ter um valor significativo. Se for usado para variável e/ou passos de tempo menores que 0,025s, o índice calculado poderá ter um grande valor.

Estas observações estão sendo feitas para explicar que índices calculados com valores da ordem de 100 ou 10^4 , como apresentados na Tabela 6.3 não querem dizer que o erro de rastreamento foi grande. Por outro lado, se o erro for grande, o índice de erro acumulado terá um valor maior.

6.4.2 Controle da Posição Longitudinal (X_{pos}) do Quadrirotor

As Figura 6.8, 6.9 e 6.10 demonstram o rastreamento da posição longitudinal (X_{pos}).

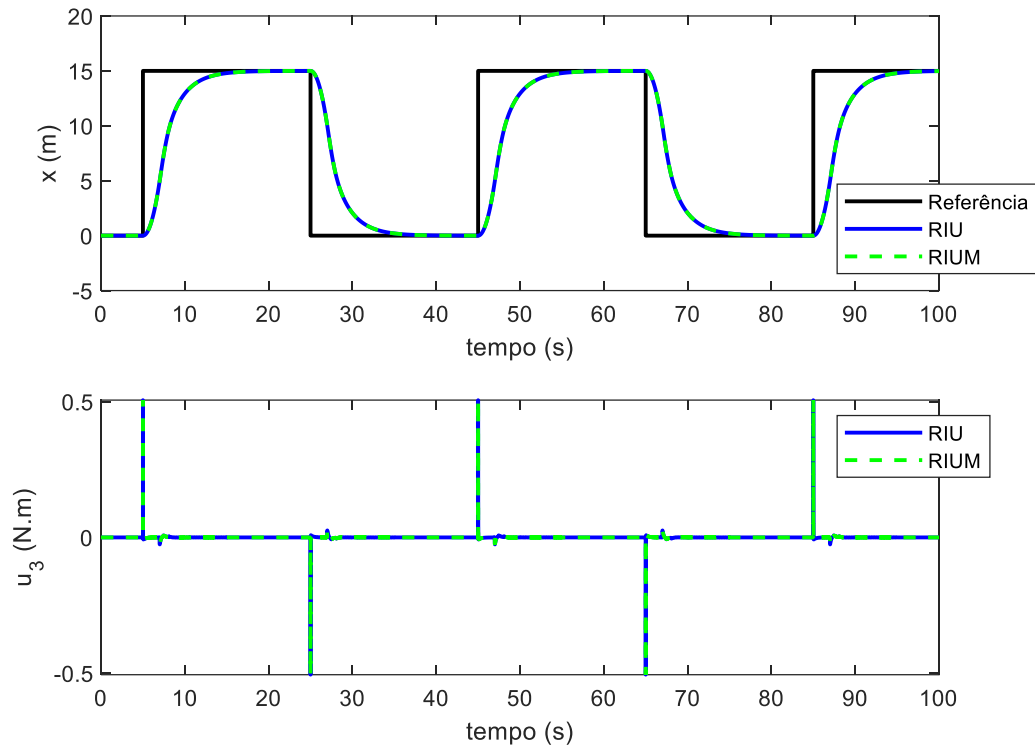


Figura 6.8 – Resposta da posição longitudinal (X_{pos}) do quadrirotor (RIU e RIUM).

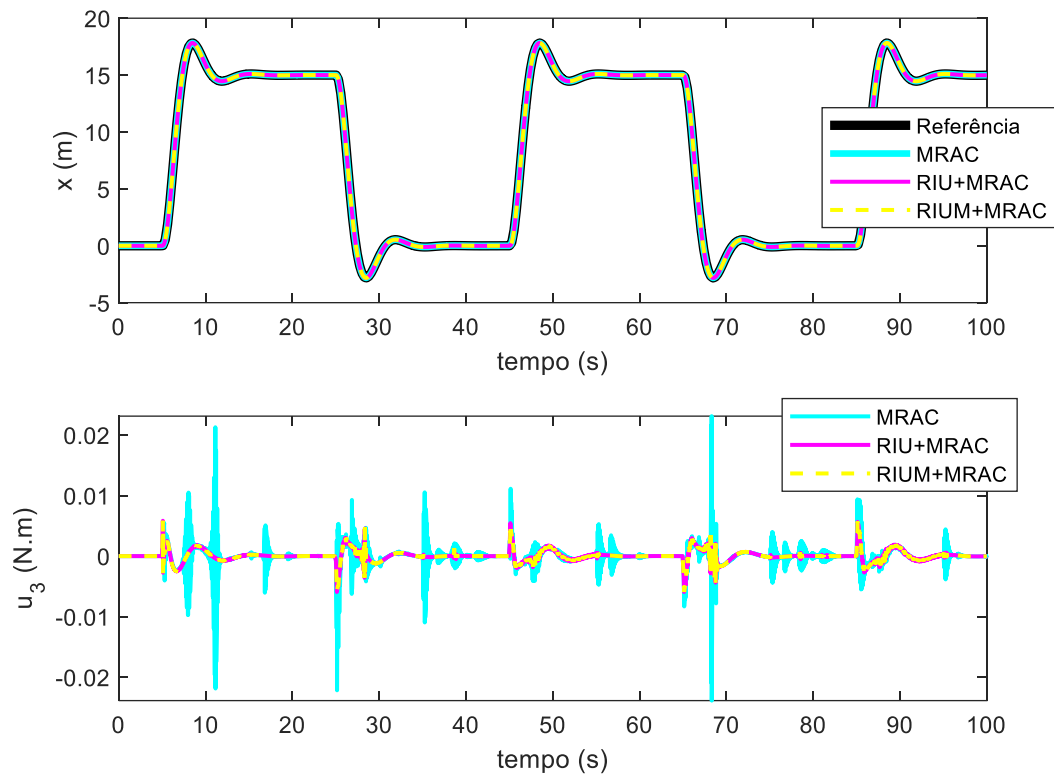


Figura 6.9 – Resposta da posição longitudinal (X_{pos}) do quadrirotor (MRAC, RIU+MRAC e RIUM+MRAC).

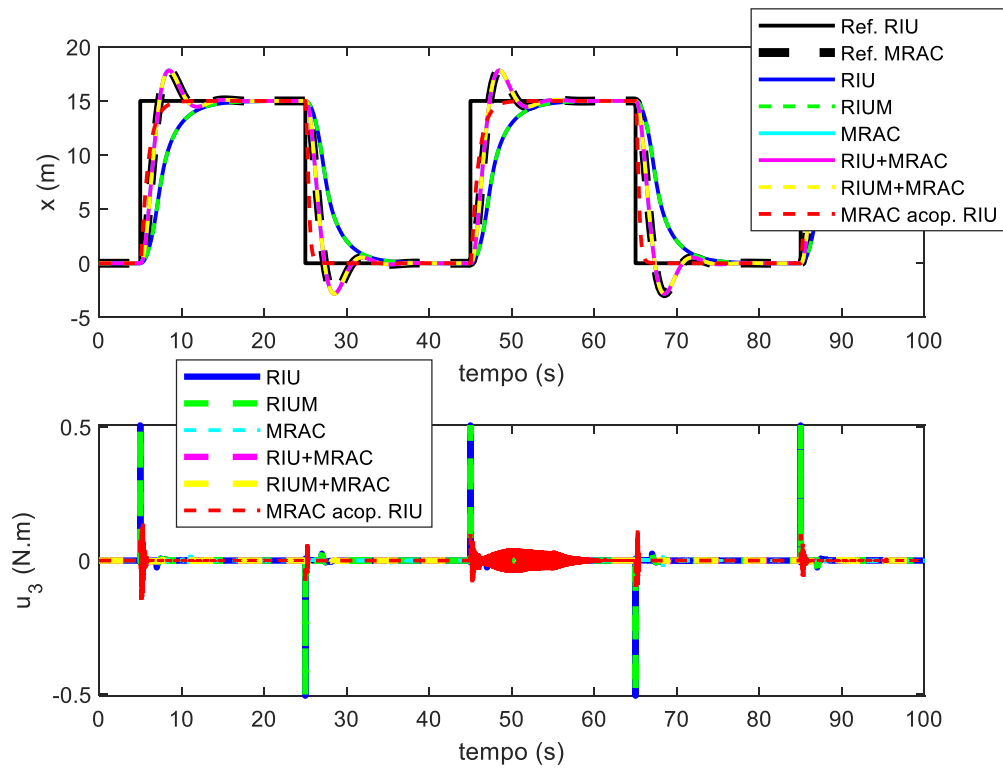


Figura 6.10 – Resposta da posição longitudinal (X_{pos}) do quadrirotor.

As Figura 6.8, 6.9 e 6.10 demonstraram que quanto maior a posição maior também é a demanda de controle (u_3) para realizar a manobra do rastreamento.

Ao comparar o rastreamento das técnicas de controle observa-se que as técnicas combinadas com MRAC apresentam menor erro e maior atuação dos controladores.

Tabela 6.4 – Índice de desempenho para controle da posição longitudinal (X_{pos}) do quadrirotor.

	X-RIU	X-RIUM	X-MRAC
EA	2,5668x10 ³	2,5648x10 ³	1,3359
DC	1,5280	1,4919	0,7191
	X-RIU+MRAC	X-RIUM+MRAC	X-MRAC acop. RIU
EA	0,6204	0,6283	1,2611
DC	0,0638	0,0547	16,6788

6.4.3 Controle da Posição Lateral (Y_{pos}) do Quadrirotor

As Figura 6.11, 6.12 e 6.13 demonstram o rastreamento da posição lateral (Y_{pos}).

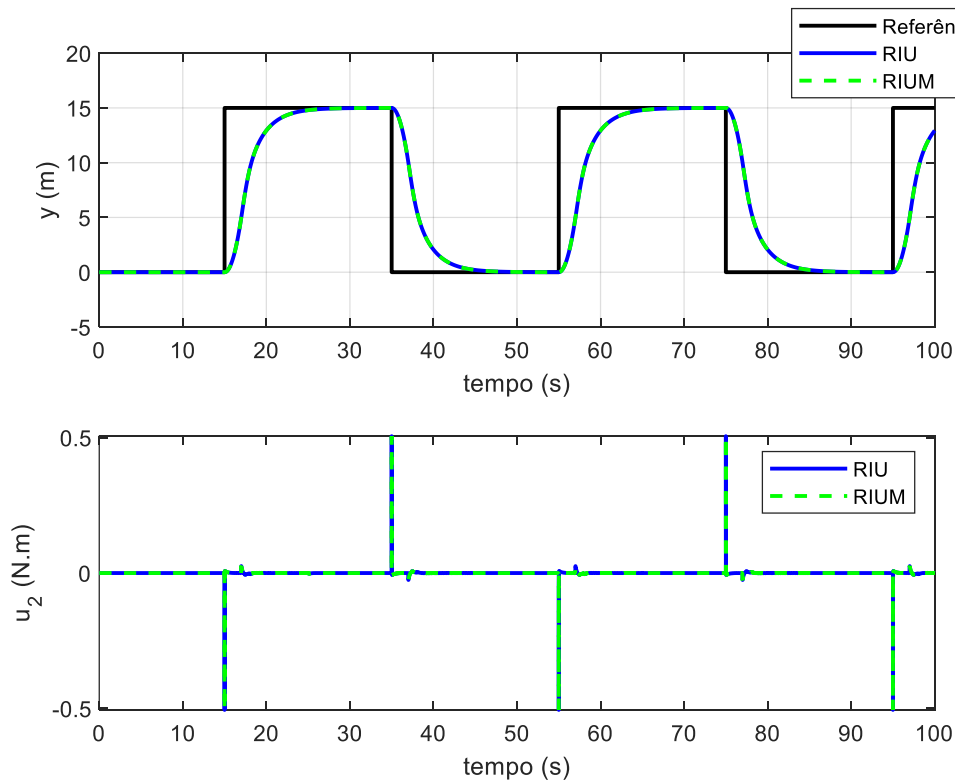


Figura 6.11 – Resposta da posição lateral (Y_{pos}) do quadrirotor (RIU e RIUM).

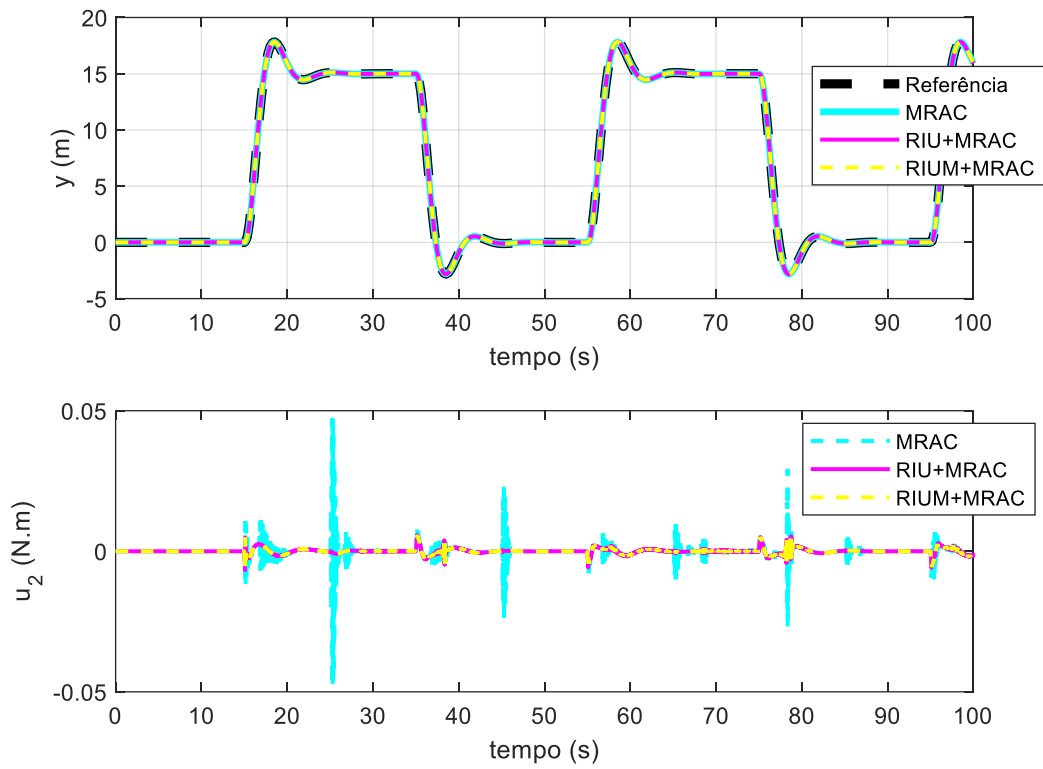


Figura 6.12 – Resposta da posição lateral (Y_{pos}) do quadrotor (MRAC, RIU+MRAC e RIUM+MRAC).

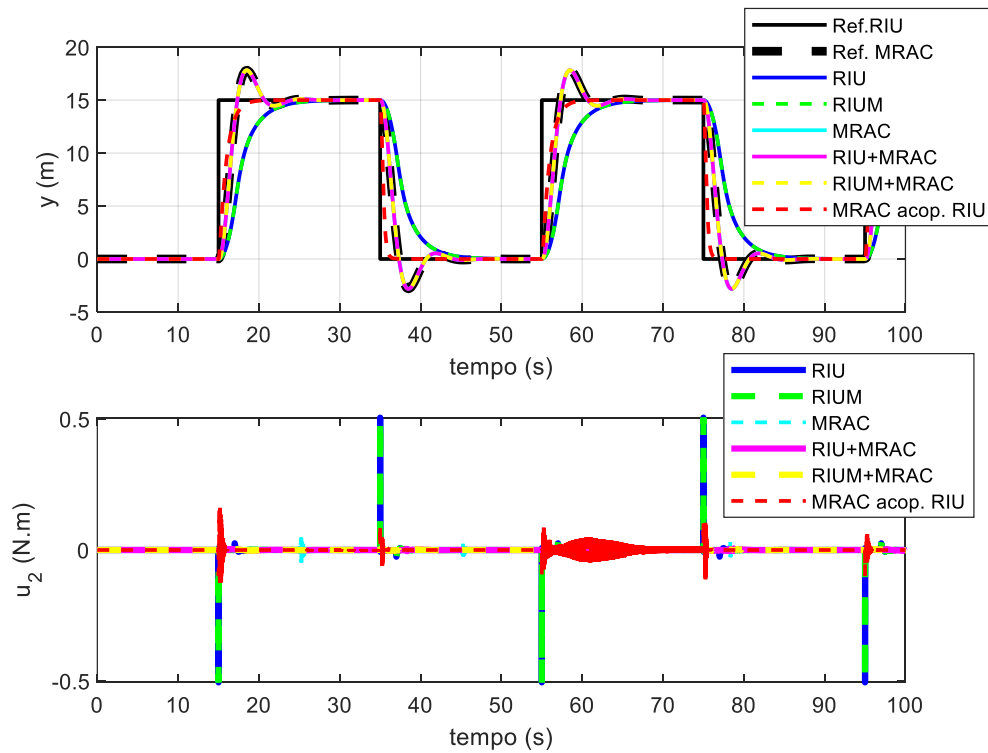


Figura 6.13 – Resposta da posição lateral (Y_{pos}) do quadrotor.

Em termos de precisão os erros e_1^x e e_1^y convergiram rapidamente para zero (em aproximadamente 0,1 segundos para ambos os controladores, conforme ilustrado nas Figuras 6.11, 6.12 e 6.13. Em termos de precisão, o RIU+MRAC e o RIUM+MRAC melhorou a resposta transitória nos estados x e y sem *overshooting*, porém obteve uma demanda de controle maior se comparado as outras técnicas de controle utilizadas.

A resposta correspondente da posição lateral (Y_{pos}) da aeronave é mostrada nas Figuras 6.11, 6.12 e 6.13. Pode-se notar que as respostas são semelhantes em comportamento, a fim de comparar quantitativamente seu desempenho, a Tabela 6.5 apresenta o índice de desempenho para cada caso.

Fez-se um rastreamento do degrau comandado de 15m na posição lateral da aeronave. Os valores dos ganhos utilizados e a espessura da camada limite são apresentadas na Tabela 6.2 para o RIU e RIUM. Analisando o RIU+MRAC, RIUM+MRAC e MRAC acoplado no RIU da Tabela 6.5, observa-se que há uma redução no EA, isto devido ao ganho principal do controlador poder ser ajustado de acordo com o erro, com isso um erro pequeno, próximo do sinal desejado não é desperdiçada a “amplitude” de controle.

Tabela 6.5 – Índice de desempenho para controle da posição lateral (Y_{pos}) do quadrirotor.

	Y-RIU	Y-RIUM	Y-MRAC
EA	2,2803x10 ³	2,2661x10 ³	0,4199
DC	1,3174	1,3280	1,2834
	Y-RIU+MRAC	Y-RIUM+MRAC	Y-MRAC acop. RIU
EA	0,2792	0,2859	0,9629
DC	1,9360	1,8573	10,7447

Com respeito a posição lateral (Y_{pos}), pode ser visto nas Figura 6.10, 6.11 e 6.12 que a aeronave consegue rastrear a referência desejada com todos os controladores. Durante diferentes simulações feitas, percebeu-se que, ao utilizar valores de ganho um pouco maiores, obtia-se uma resposta mais amortecida. Confirma-se esta afirmação, mostrando a Tabela 6.5 com o RIUM com uma pequena vantagem enquanto ao erro acumulado.

A eficácia das leis de controle tanto no rastreamento da altitude como no rastreamento das posições x e y , foi verificada. A Tabela 6.5 mostra erros menores quando são usadas as técnicas combinadas. Vale ressaltar que se comparado as técnicas RIU e RIUM, as técnicas combinadas proporcionam uma redução bastante significativa do EA. Ao comparar também o MRAC, observa-se que as técnicas RIU+MRAC e RIUM+MRAC reduzem na metade a demanda de controle.

Ao utilizar a soma das leis de controle RIUM+MRAC e o MRAC acoplado no RIU, reduz-se bastante o erro acumulado.

6.4.4 Controle do Ângulo de Proa (ψ) do Quadrirotor

Os três primeiros casos apresentaram a aplicação das leis de controle para o controle da altitude (H) e das posições X e Y . Nesse caso, a variável de estado dinâmico direcional ψ , também conhecida como ângulo de proa é testada. Comandou-se também doublets nos ângulos de atitude e de rolamento. O projeto de controle é comandar um doublet de 45° . Os controladores RIU e RIUM e seus parâmetros foram encontrados, conforme mencionado na seção anterior, por um processo de tentativa e erro, a estrutura de tais controladores é apresentada na Tabela 6.2.

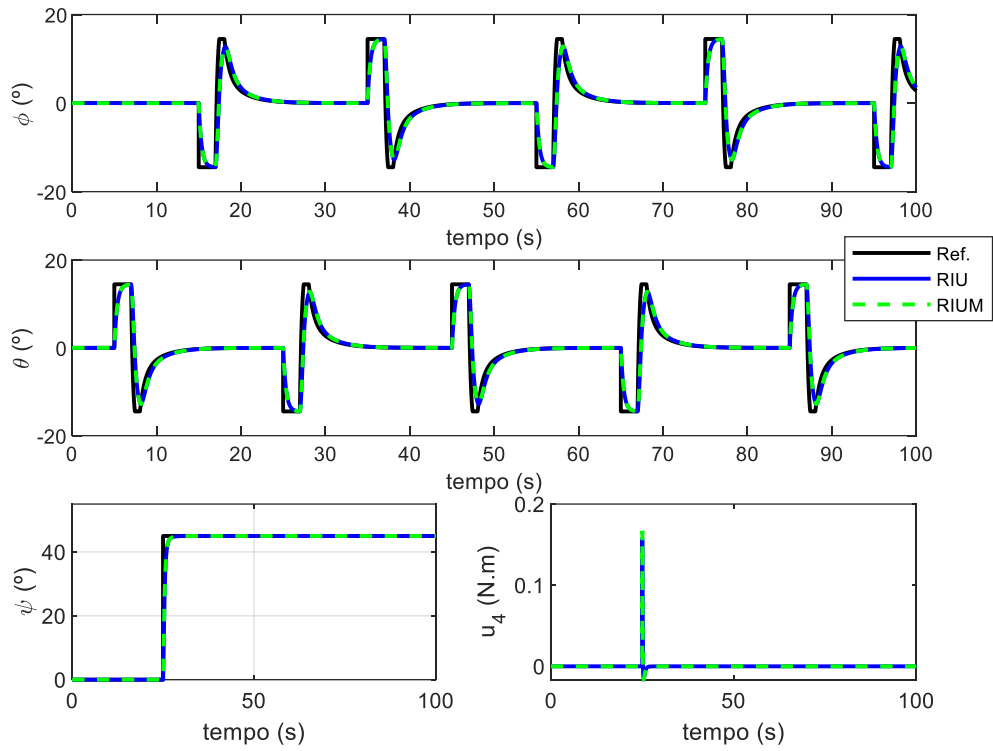


Figura 6.14 – Resposta do ângulo de proa (ψ) do quadrirotor (RIU e RIUM).

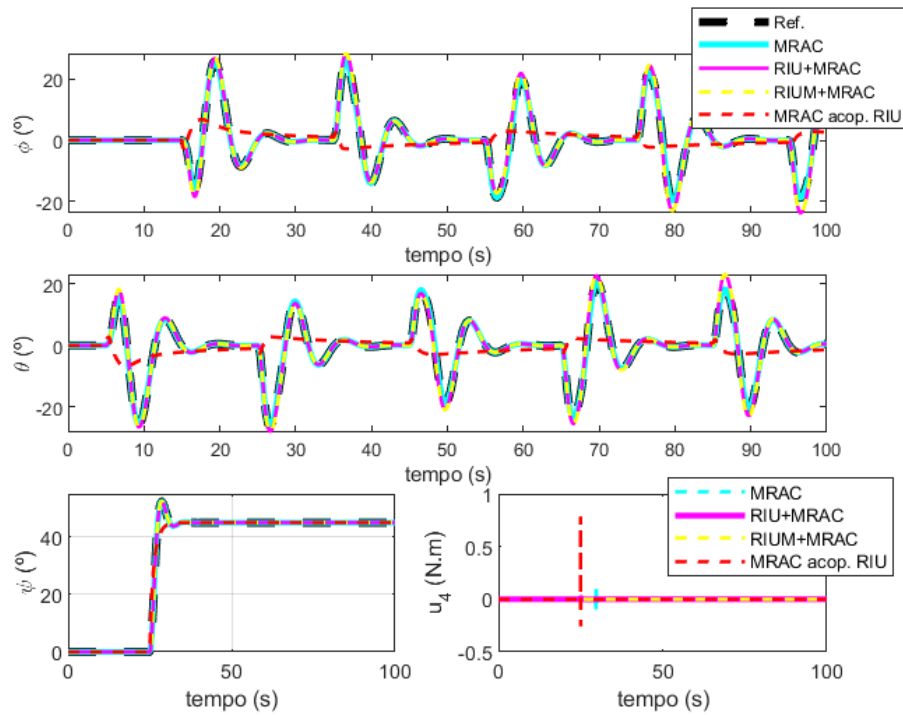


Figura 6.15 – Resposta do ângulo de proa (ψ) do quadrirotor (MRAC, RIU+MRAC e RIUM+MRAC).

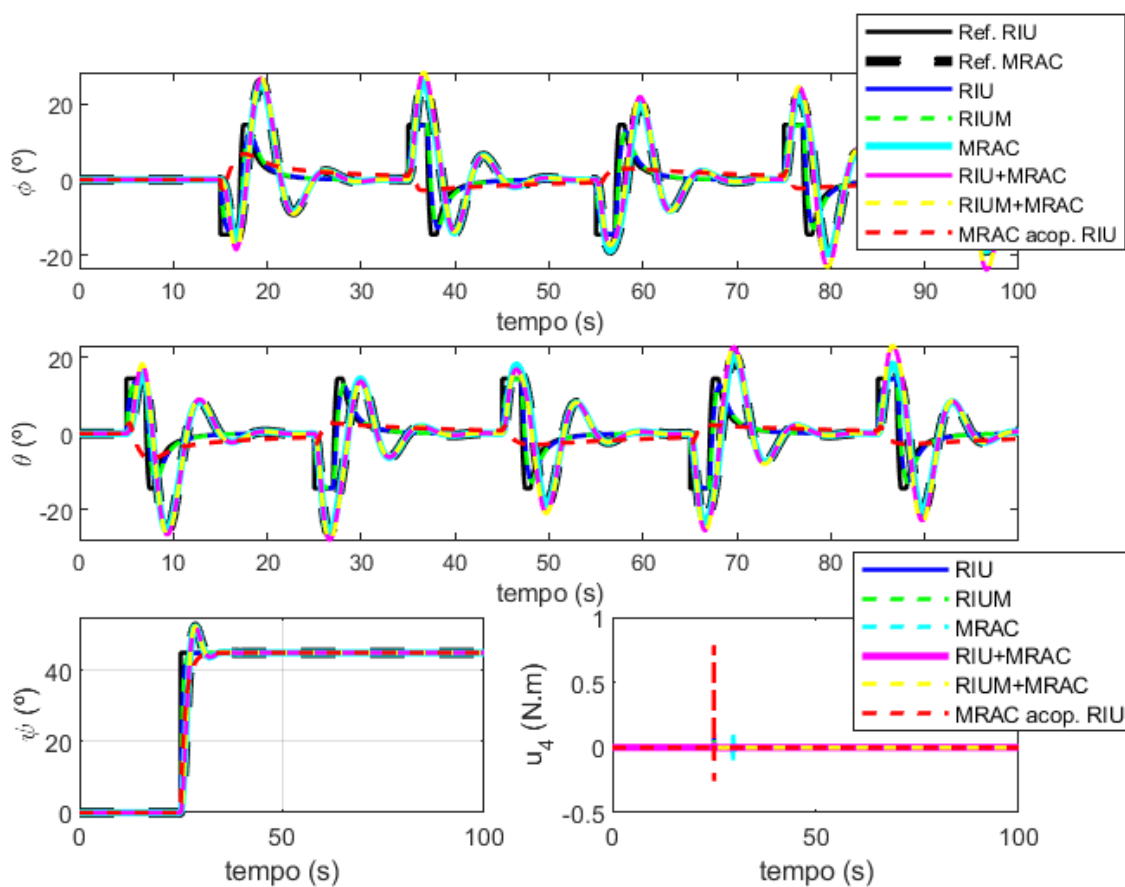


Figura 6.16 – Resposta da atitude do quadrirotor.

A resposta da aeronave comandada pelo doublet é mostrada nas Figuras 6.14, 6.15 e 6.16. A Tabela 6.6 apresenta a estimativa quantitativa na melhoria do erro acumulado nos controles RIU+MRAC, RIUM+MRAC e MRAC acoplado no RIU.

Tabela 6.6 – Índice de desempenho para controle do ângulo de proa (ψ) do quadrirotor.

	ψ -RIU	ψ -RIUM	ψ -MRAC
EA	$1,5593 \times 10^3$	$1,5602 \times 10^3$	37,2484
DC	1,1110	1,1678	1,1863
	ψ -RIU+MRAC	ψ -RIUM+MRAC	ψ -MRAC acop. RIU
EA	15,2860	15,3096	$1,5361 \times 10^3$
DC	0,7783	0,7881	2,5173

É possível observar nas Figuras 6.14, 6.15 e 6.16 que u_4 desloca-se de maneira coordenada para realizar a manobra solicitada, a precisão do RIU+MRAC e RIUM+MRAC mostrou ser superior segundo o comportamento observado, este fato é confirmado ao olharmos a última figura do lado direito das Figuras 6.14, 6.15 e 6.16, onde confirma-se a maior precisão do RIU+MRAC e RIUM+MRAC com uma menor atividade de controle. No qual pode-se obter através da Tabela 6.6, utilizando a lei de controle RIUM+MRAC uma grande redução no erro acumulado comparado com a técnica de controle RIUM. O uso acoplado do RIU com o MRAC mostrou um maior erro, pois esta manobra foi mais exigente.

Foram controlados os ângulos phi e theta também. Isso torna a manobra mais rigorosa por controlar três ângulos ao mesmo tempo, ou seja, por rastrear três comandos ao mesmo tempo.

6.5 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS COM PERTURBAÇÃO NO QUADRIROTOR

Para verificar a robustez das técnicas de controle propostas, as perturbações externas d_i foram aplicadas numericamente ao modelo (ver Equação 4.25). Os valores das perturbações externas foram adotados de Labbadi e Cherkaoui (2019), mas, ao invés de aplicá-los em um intervalo de tempo específico, a amplitude será variada de forma cíclica ao longo do tempo de simulação como em Huang *et al.* (2019).

Isto foi feito devido representar melhor as variações de forças e acelerações causadas pelas condições atmosféricas. Então, as perturbações externas aplicadas nas simulações são $d_x = d_y = d_z = 1 \cdot \sin(t)$ N e $d_\phi = d_\theta = d_\psi = 1 \cdot \sin(t)$ rad/s². As Figuras 6.17 a 6.26 mostram as respostas temporais da posição do quadrirotor sob o efeito de perturbações externas.

A presente seção tem como objetivo aplicar perturbações nas técnicas de controle RIU, RIUM, MRAC, RIU+MRAC, RIUM+MRAC e MRAC acoplado no RIU, no problema de rastreamento de um quadrirotor.

Nas figuras os resultados com perturbação serão comparados com os resultados já mencionados anteriormente, sem perturbação.

6.5.1 Controle da Altitude do Quadrirotor com Perturbação

As Figura 6.17 e 6.18 demonstram o rastreamento da altitude utilizando as leis de controle já mencionadas e comparadas com e sem perturbação.

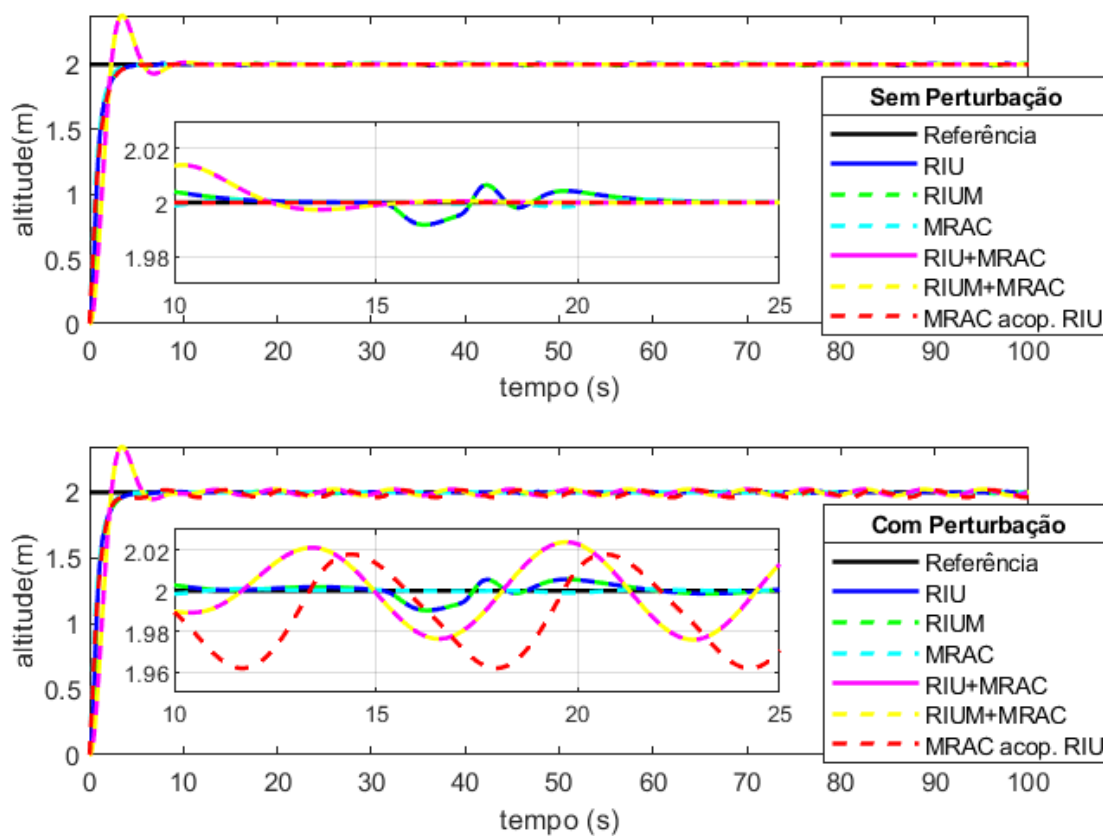


Figura 6.17 – Resposta da altitude do quadrirotor sob perturbações externas.

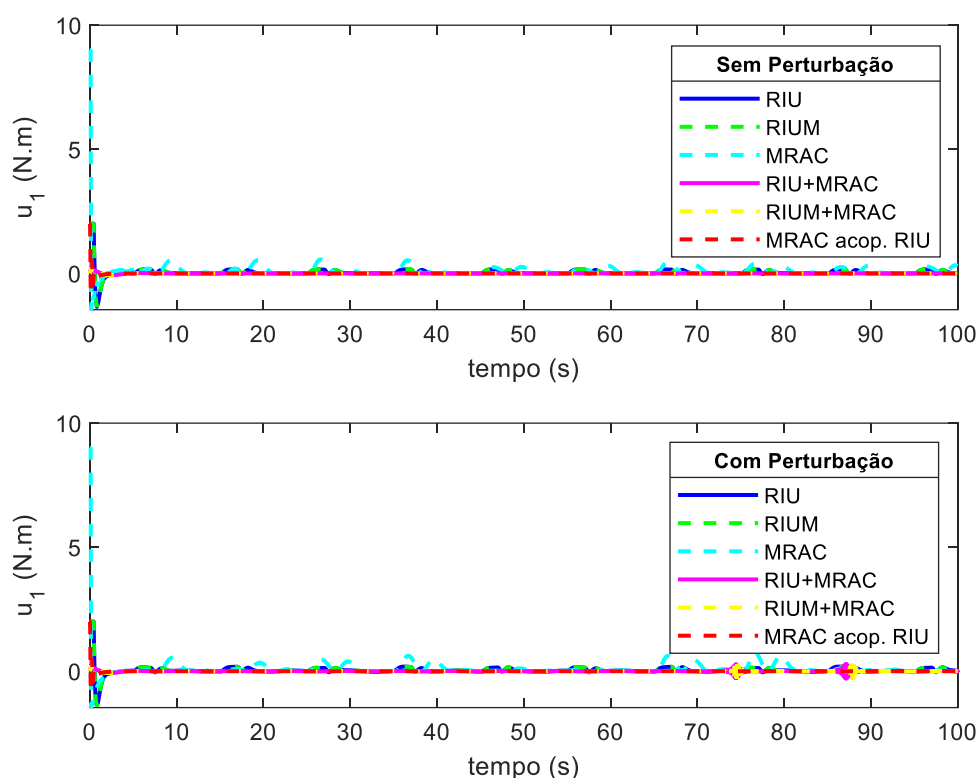


Figura 6.18 – Resposta do controle u_1 do quadrirotor sob perturbações externas.

Através da Figura 6.17, percebe-se que as leis de controle RIU+MRAC e RIUM+MRAC tiveram maiores oscilações. Mas, mesmo assim, as amplitudes são pequenas.

A fim de comparar as técnicas de controle não lineares usadas neste trabalho, utilizou-se dois índices de desempenho, o Erro Acumulado (EA) e a Demanda de Controle (DC) para os controladores de altitude (H) que estão resumidos na Tabela 6.7. Percebe-se que o rastreamento utilizando as leis RIU+MRAC, RIUM+MRAC e MRAC acoplado no RIU tiveram um pouco de oscilações.

Tabela 6.7 – Índice de desempenho para controle da altitude (H) do quadrirotor sob perturbações externas.

	H-RIU	H-RIUM	H-MRAC
EA	121,4276	119,8531	179,3957
DC	236,9950	234,8359	$1,1051 \times 10^4$
	H-RIU+MRAC	H-RIUM+MRAC	H-MRAC acop. RIU
EA	29,0252	27,1075	18,3043
DC	30,9411	34,0619	11,7102

6.5.2 Controle da Posição Longitudinal (X_{pos}) do Quadrirotor com Perturbação

As Figura 6.19 e 6.20 demonstram o rastreamento da posição longitudinal (X_{pos}) sob perturbações externas.

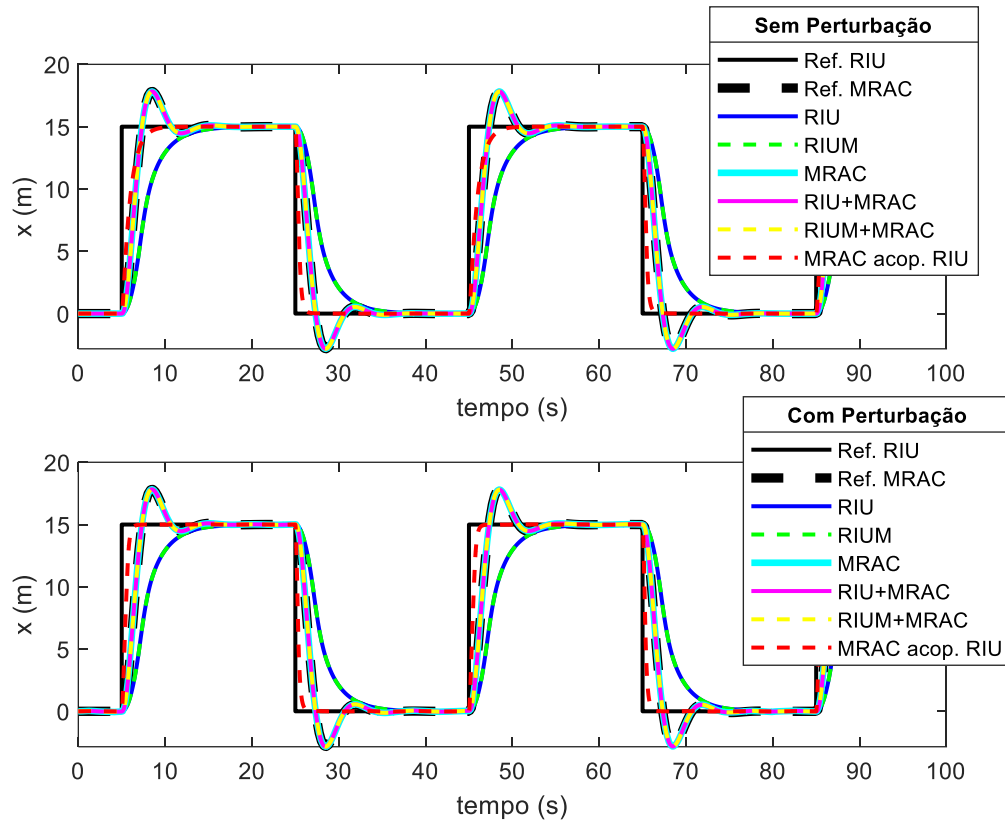


Figura 6.19 – Resposta da posição longitudinal (X_{pos}) do quadrirotor sob perturbações externas.

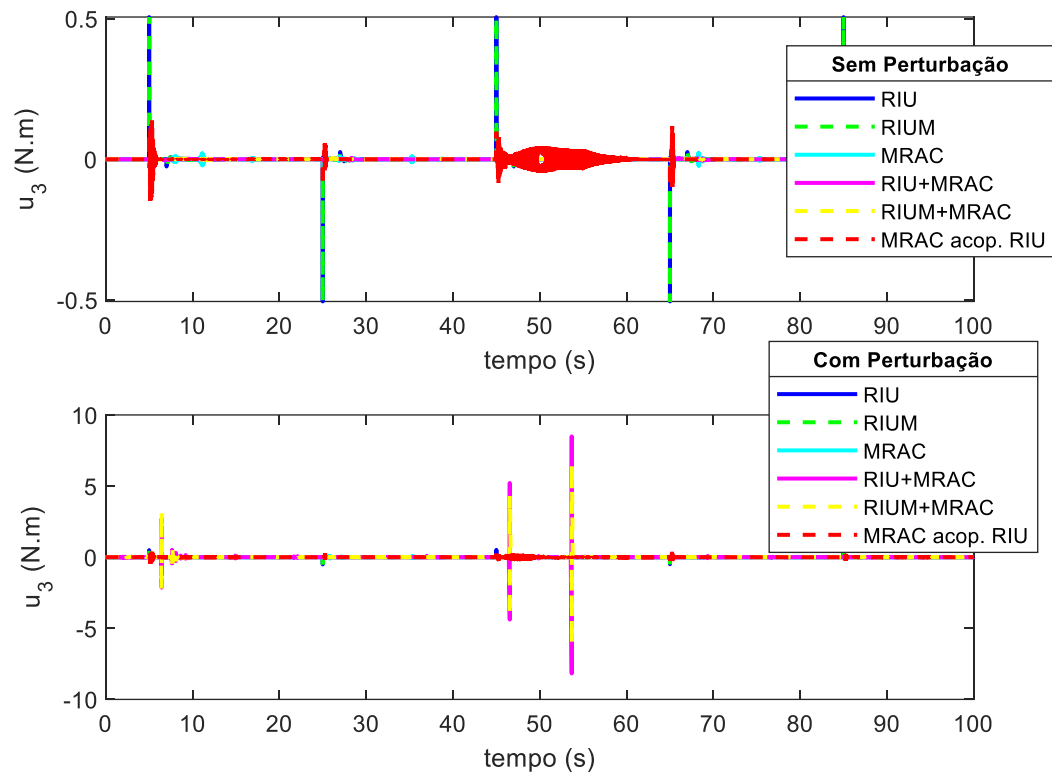


Figura 6.20 – Resposta do controle u_3 do quadrirotor sob perturbações externas.

A Figura 6.20 demonstrou que na presença de perturbações os controladores RIU+MRAC e RIUM+MRAC tiveram uma demanda de controle muito superior ao comparado com as outras técnicas, porém seu EA é muito menor. Isso pode ser verificado na Tabela 6.8.

Tabela 6.8 – Índice de desempenho para controle da posição longitudinal (X_{pos}) do quadrirotor sob perturbações externas.

	X-RIU	X-RIUM	X-MRAC
EA	2,5624x10 ³	2,5515x10 ³	6,3399
DC	1,3116	1,3415	3,5805
	X-RIU+MRAC	X-RIUM+MRAC	X-MRAC acop. RIU
EA	52,3609	50,4834	14,6907
DC	10,6773	8,9438	5,0693

6.5.3 Controle da Posição Lateral (Y_{pos}) do Quadrirotor com Perturbação

As Figura 6.21 e 6.22 demonstram o rastreamento da posição lateral (Y_{pos}).

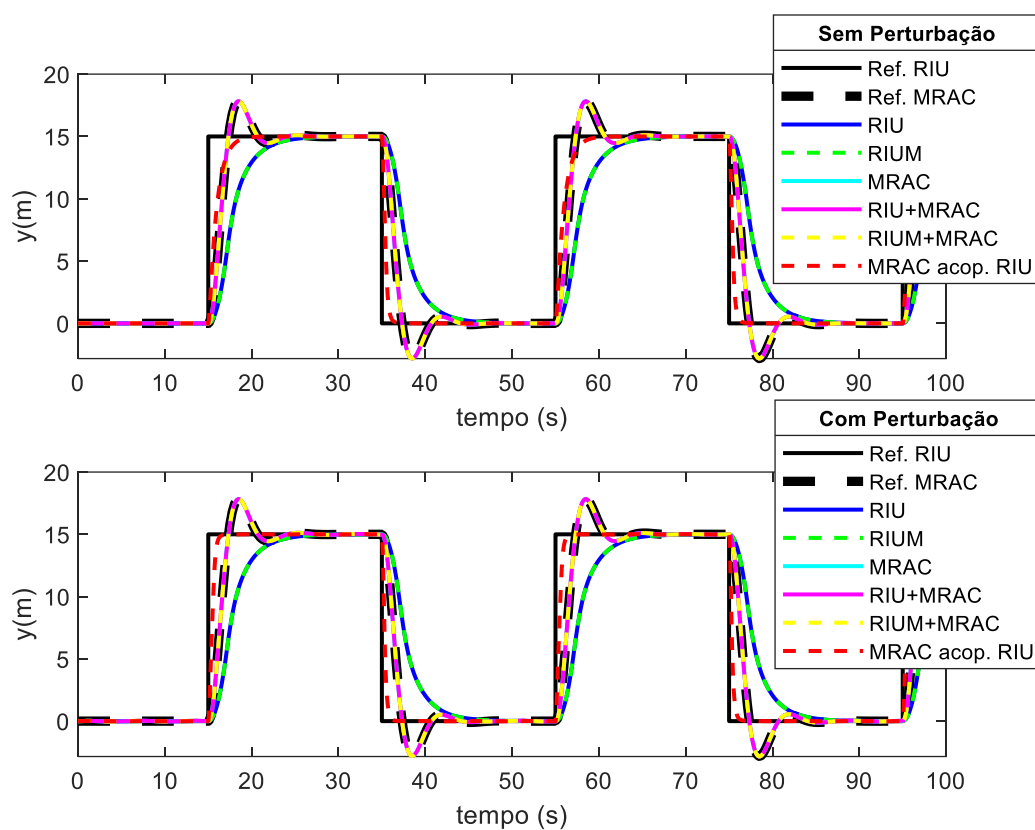


Figura 6.21 – Resposta da posição lateral (Y_{pos}) do quadrirotor sob perturbações externas.

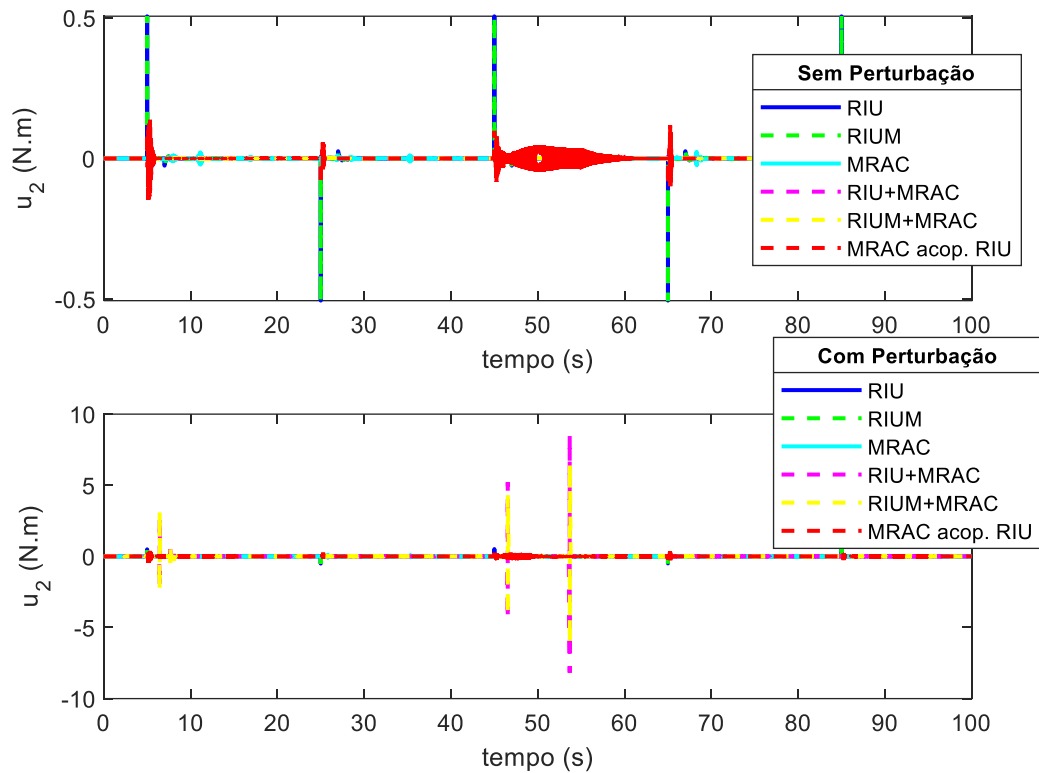


Figura 6.22 – Resposta do controle u_2 do quadrirotor sob perturbações externas.

As mesmas observações feitas na posição lateral (X_{pos}) são válidas para (Y_{pos}).

Tabela 6.9 – Índice de desempenho para controle da posição lateral (Y_{pos}) do quadrirotor sob perturbações externas.

	Y-RIU	Y-RIUM	Y-MRAC
EA	2,3089x10 ³	2,3010x10 ³	23,0744
DC	1,3873	1,2462	2,1887
	Y-RIU+MRAC	Y-RIUM+MRAC	Y-MRAC acop. RIU
EA	26,7404	24,8692	13,5209
DC	6,3180	6,0428	2,3358

A eficácia das leis de controle tanto no rastreamento da altitude como no rastreamento das posições x e y , foi verificada. De uma forma geral, quando há perturbações, o uso combinado das técnicas garante um erro menor, às custas de maior atuação dos controladores.

6.5.4 Controle do Ângulo de Proa (ψ) do Quadrirotor com Perturbação

Os três primeiros casos apresentaram a aplicação das leis de controle para o controle das posições X e Y , e da altitude (H), sem e com perturbações. Nesse caso, a variável de estado dinâmico direcional ψ , também conhecida como ângulo de proa é testada. O projeto de controle é comandar um degrau de 45° .

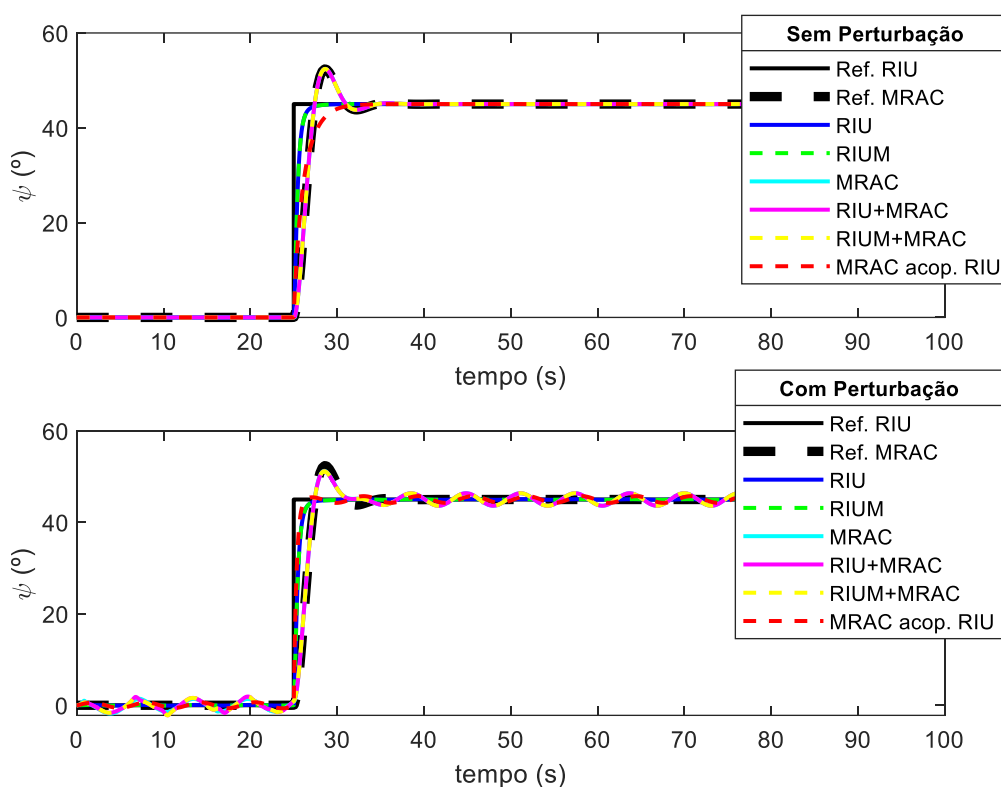


Figura 6.23 – Resposta do ângulo de proa (ψ) do quadrirotor sob perturbações externas.

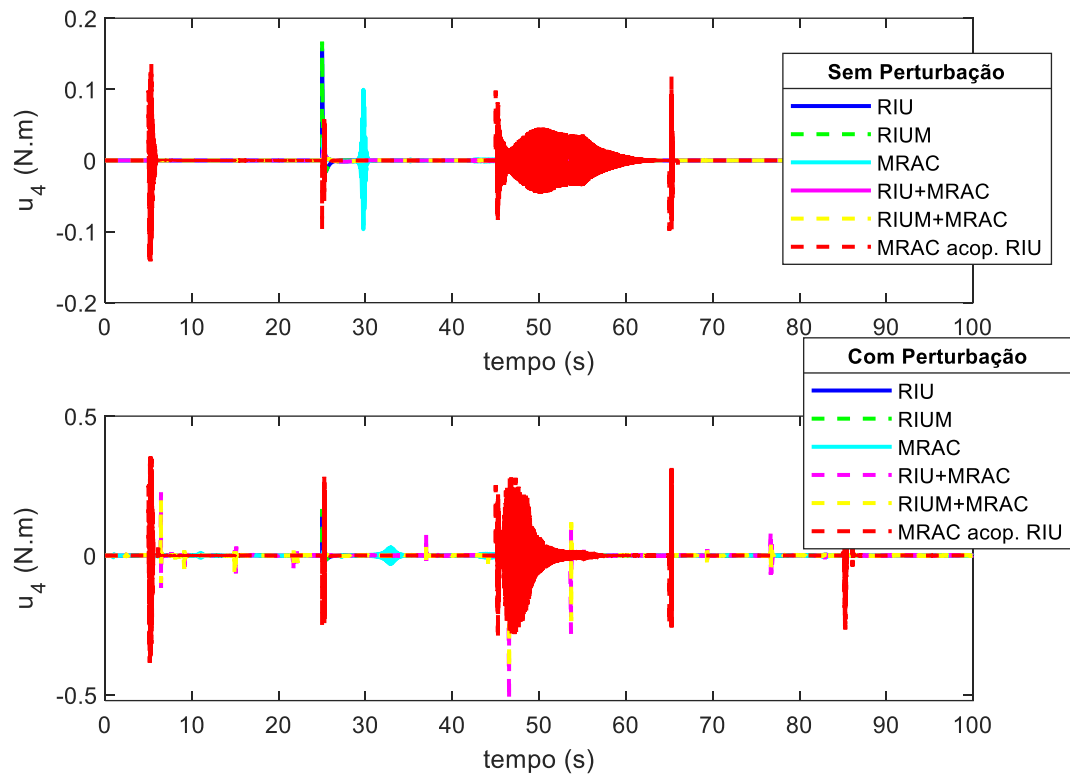


Figura 6.24 – Resposta do controle u_4 do quadrirotor sob perturbações externas.

É possível perceber na Tabela 6.10 que para o controle do ângulo de proa (ψ) do quadrirotor as melhores leis a serem utilizadas na presença de perturbações externas são RIU e RIUM.

Foram controlados os ângulos phi e theta também. Isso torna a manobra mais exigente por controlar três ângulos ao mesmo tempo, ou seja, por rastrear três comandos ao mesmo tempo.

Tabela 6.10 – Índice de desempenho para controle do ângulo de proa (ψ) do quadrirotor sob perturbações externas.

	ψ -RIU	ψ -RIUM	ψ -MRAC
EA	$1,5614 \times 10^3$	$1,5592 \times 10^3$	636,1123
DC	1,1033	1,1359	0,6602
	ψ -RIU+MRAC	ψ -RIUM+MRAC	ψ -MRAC acop. RIU
EA	$1,5246 \times 10^3$	$1,4070 \times 10^3$	$1,7609 \times 10^3$
DC	1,2059	0,8473	1,5572

6.6 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS COM FALHA NO CONTROLADOR DO ÂNGULO DE ATITUDE NO QUADRIROTOR

Uma falha ocorrida em voo pode causar a queda da aeronave, dependendo da criticidade da falha. As falhas podem ocorrer em diferentes componentes da aeronave, com gravidades variadas. Todo e qualquer método para prevenir, ou até mesmo amenizar seus efeitos é assunto de extrema importância na aviação.

Para verificar a robustez das técnicas de controle propostas, além das perturbações externas d_i foi aplicado uma falha no controlador do ângulo de atitude.

Ao realizar o descolamento angular em Y do quadrirotor, a falha do controlador do ângulo de atitude consistiu em travar o controlador de atitude em zero.

Nesta seção, será apresentada a metodologia de inserção da falha na superfície de controle e sua tentativa de compensação, de maneira que os controles implementados sejam tolerantes às falhas induzidas.

A presente seção tem como objetivo aplicar uma falha nas técnicas de controle RIU, RIUM, MRAC, RIU+MRAC, RIUM+MRAC e MRAC acoplado no RIU no problema de rastreamento de um quadrirotor.

Nesta seção apresentam-se os resultados obtidos de ambos os controladores aplicado à um drone do tipo quadrirotor em um problema de rastreamento. Nas figuras os resultados com falha serão comparados com os resultados já mencionados anteriormente.

Um possível defeito é ocorrer uma falha no controlador do ângulo de atitude.

A priori, existe a possibilidade de que alguns dos controladores consigam controlar a aeronave na ocorrência de algumas falhas mesmo sem qualquer tipo de reconfiguração. Porém, o intuito é implementar um sistema que seja o mais robusto e tolerante o possível, que seja capaz de minimizar ao máximo a chance de que uma falha provável seja catastrófica.

6.6.1 Controle da Altitude do Quadrirotor com Falha no Controlador do Ângulo de Atitude

As Figuras 6.25 e 6.26 demonstram o rastreamento da altitude utilizando as leis de controle já mencionadas e comparadas com e sem perturbação.

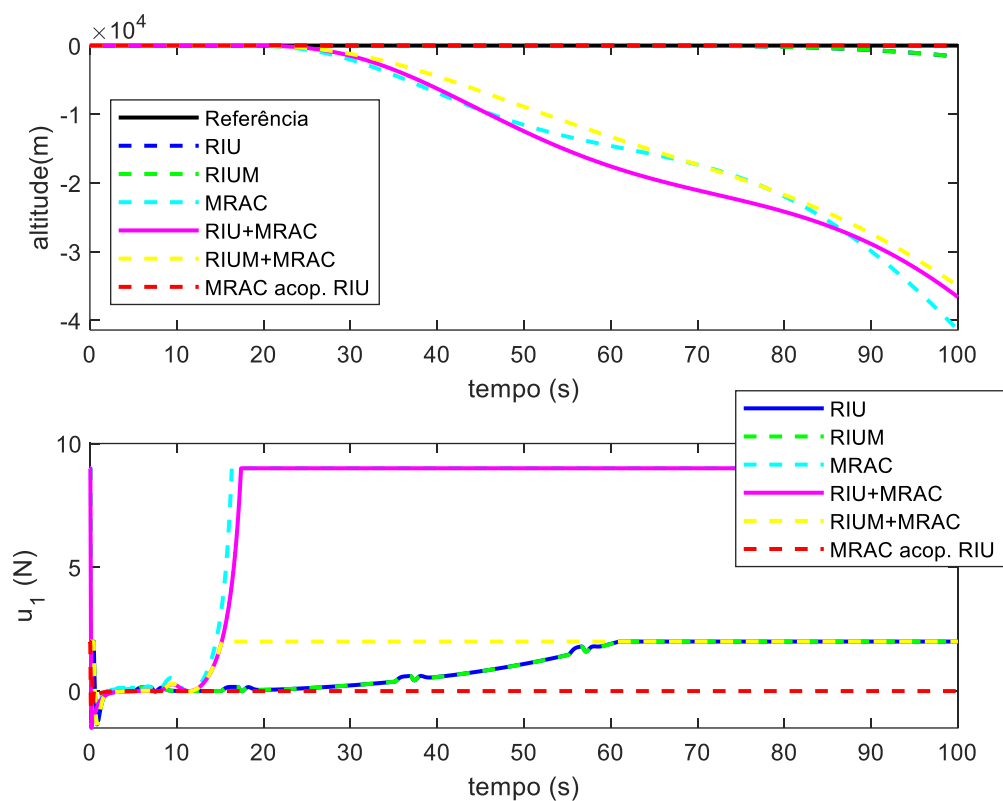


Figura 6.25 – Resposta da altitude do quadrirotor com falha no controlador do ângulo de atitude.

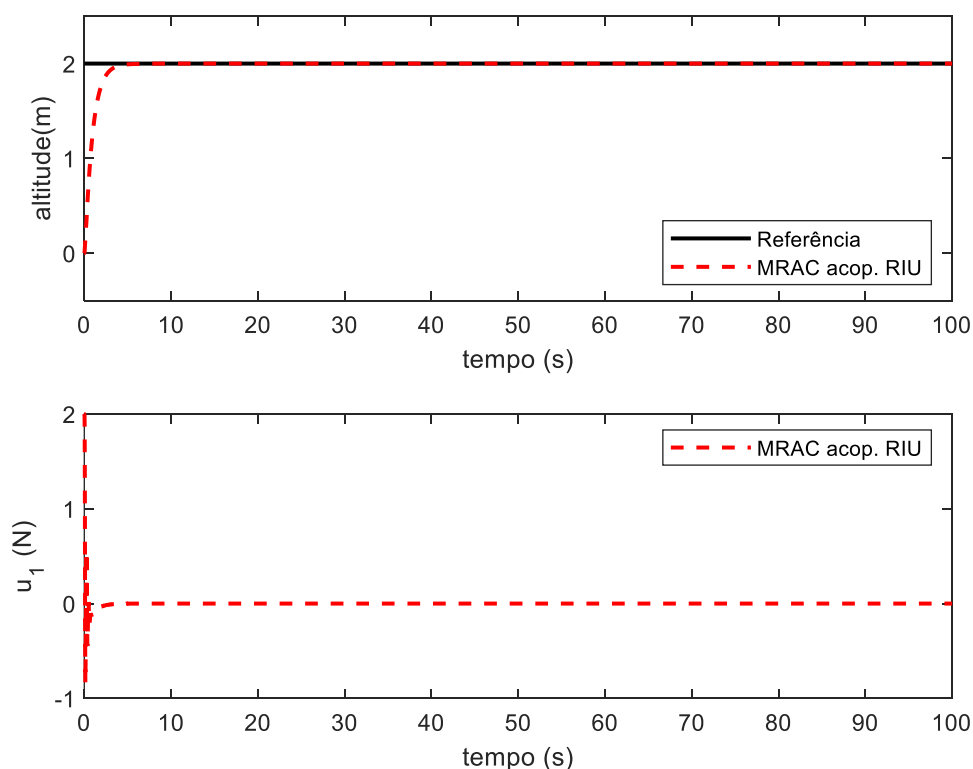


Figura 6.26 – Resposta da altitude do quadrirotor com falha no controlador do ângulo de atitude (MRAC acoplado no RIU).

Tabela 6.11 – Índice de desempenho para controle da altitude (H) do quadrirotor com falha no controlador do ângulo de atitude.

	H-RIU	H-RIUM	H-MRAC
EA	$8,1731 \times 10^5$	$8,0955 \times 10^5$	$1,5677 \times 10^9$
DC	$5,7402 \times 10^3$	$5,7341 \times 10^3$	$9,4360 \times 10^5$
	H-RIU+MRAC	H-RIUM+MRAC	H-MRAC acop. RIU
EA	$1,9738 \times 10^7$	$8,9134 \times 10^8$	1,1989
DC	$1,0569 \times 10^5$	$1,0313 \times 10^5$	18,4793

Percebe-se na Tabela que ao utilizar a técnica de controle MRAC acoplado no RIU obteve uma resposta muito superior se comparado com as outras técnicas, tanta no EA quando na DC.

Na Figura 6.26 nota-se uma grande melhora ao utilizar a lei de controle MRAC acoplado no RIU se comparada com as demais.

6.6.2 Controle da Posição Longitudinal (X_{pos}) do Quadrirotor com Falha no Controlador do Ângulo de Atitude

A Figura 6.27 demonstra o rastreamento da posição longitudinal (X_{pos}) com falha no controlador do ângulo de atitude.

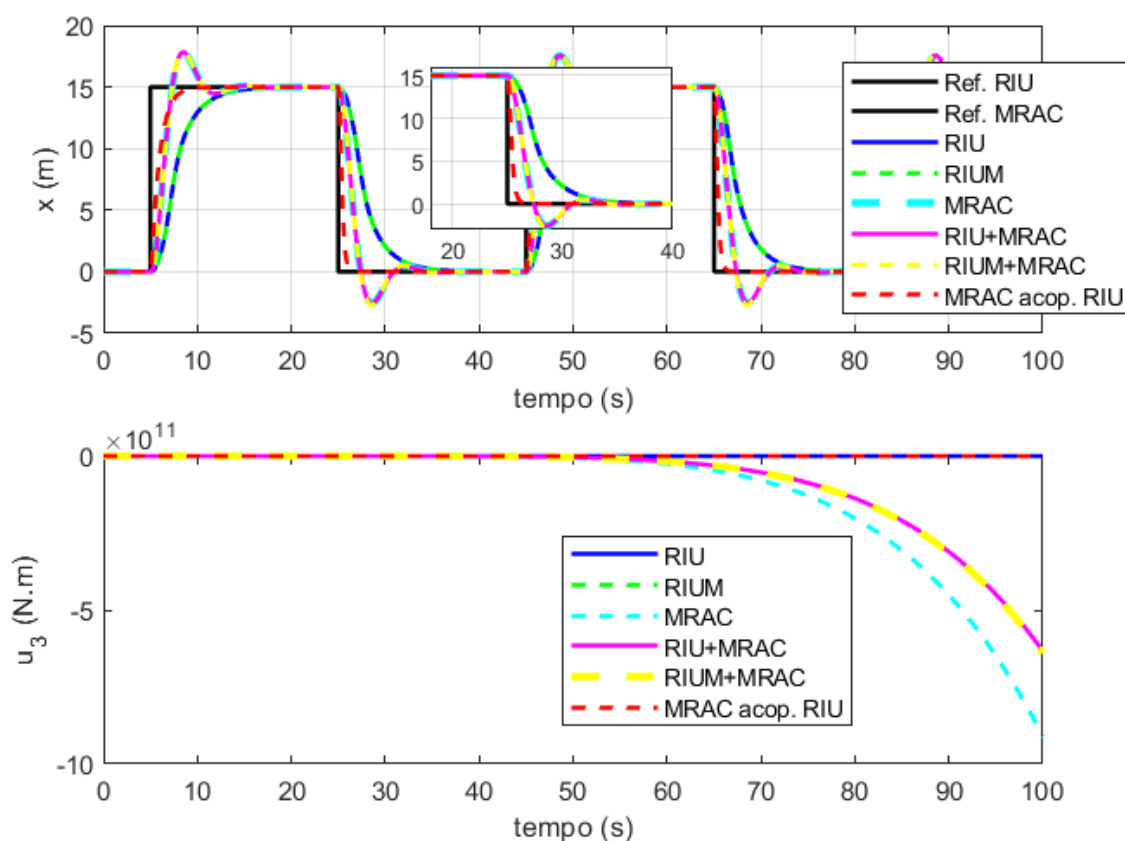


Figura 6.27 – Resposta da posição longitudinal (X_{pos}) do quadrirotor com falha no controlador do ângulo de atitude.

Observa-se que ao aplicar a falha no controlador do ângulo de atitude os controladores RIU e RIUM obtiveram uma demanda de controle bem menor se comparado com RIU+MRAC e RIUM+MRAC, porém o erro acumulado se faz o contrário.

Tabela 6.12 – Índice de desempenho para controle da posição longitudinal (X_{pos}) do quadricóptero com falha no controlador do ângulo de atitude.

	X-RIU	X-RIUM	X-MRAC
EA	$2,2916 \times 10^3$	$2,3109 \times 10^3$	6,6259
DC	$8,5571 \times 10^3$	$8,5686 \times 10^3$	$1,5582 \times 10^{16}$
	X-RIU+MRAC	X-RIUM+MRAC	X-MRAC acop. RIU
EA	0,7755	1,3507	4,1585
DC	$1,1583 \times 10^{14}$	$1,1367 \times 10^{16}$	$2,1701 \times 10^7$

6.6.3 Controle da Posição Lateral (Y_{pos}) do Quadricóptero com Falha no Controlador do Ângulo de Atitude

A Figura 6.28 demonstra o rastreamento da posição lateral (Y_{pos}) com falha no controlador do ângulo de atitude.

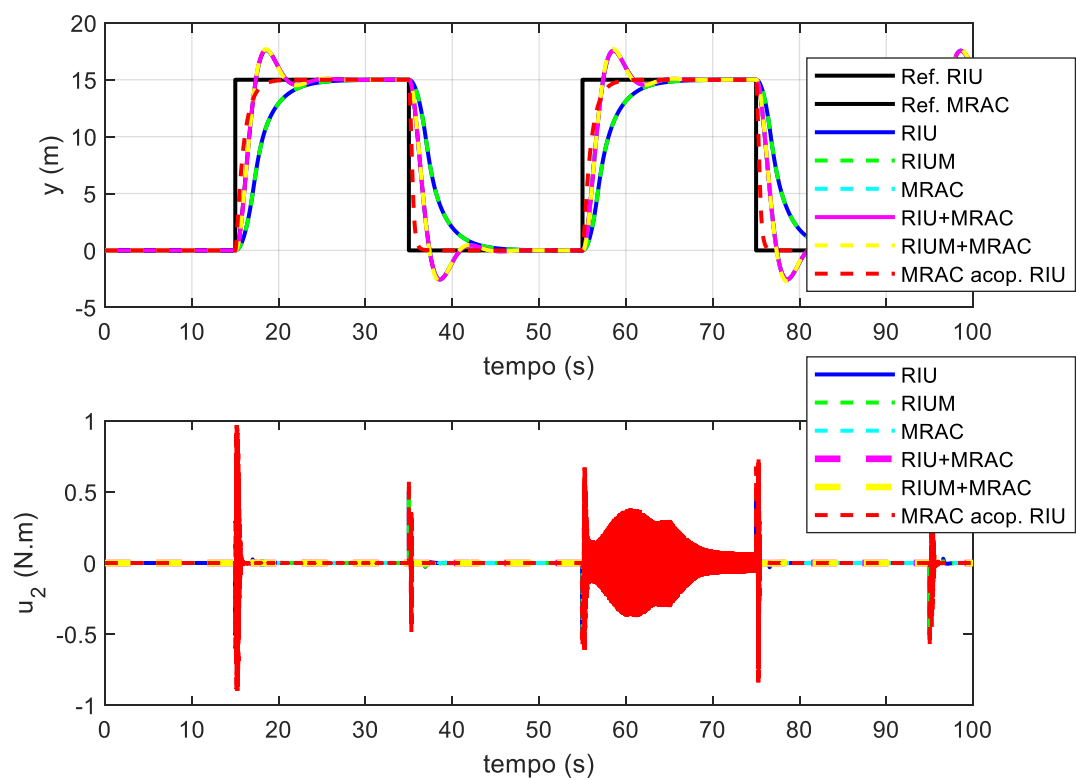


Figura 6.28 – Resposta da posição lateral (Y_{pos}) do quadricóptero com falha no controlador do ângulo de atitude.

Pode-se perceber que mesmo com a falha no controlador do ângulo de atitude, não comprometeu muito o quadricóptero, uma vez que, mesmo com a falha ficou sob controle as devidas leis de controle.

Tabela 6.13 – Índice de desempenho para controle da posição lateral (Y_{pos}) com falha no controlador do ângulo de atitude.

	Y-RIU	Y-RIUM	Y-MRAC
EA	2,1933x10 ³	2,1906x10 ³	2,2479
DC	1,5699	1,1473	3,9522
	Y-RIU+MRAC	Y-RIUM+MRAC	Y-MRAC acop. RIU
EA	1,6725	14,4248	0,4728
DC	4,7566	14,0933	181,0896

6.6.4 Controle do Ângulo de Proa (ψ) do Quadrirotor com Falha no Controlador do Ângulo de Atitude

A Figura 6.29 demonstra o rastreamento do ângulo de proa (ψ) do quadrirotor com falha no controlador do ângulo de atitude.

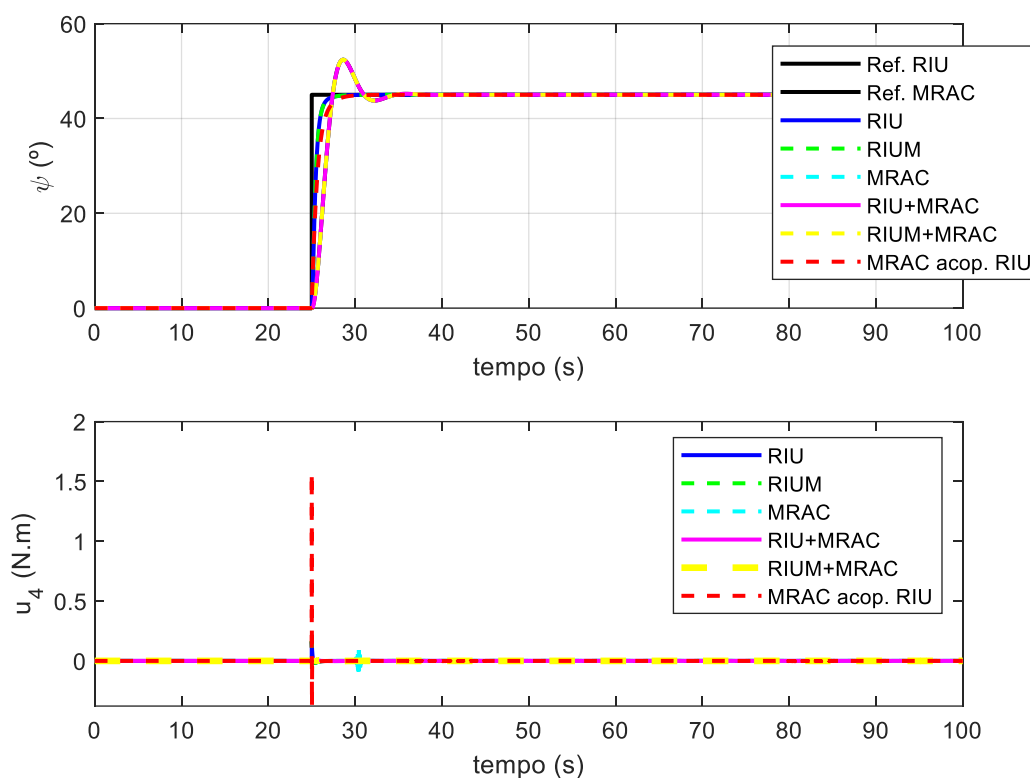


Figura 6.29 – Resposta do ângulo de proa (ψ) do quadrirotor com falha no controlador do ângulo de atitude.

Tabela 6.14 – Índice de desempenho para controle do ângulo de proa (ψ) do quadrirotor com falha no controlador do ângulo de atitude.

	ψ -RIU	ψ -RIUM	ψ -MRAC
EA	1,3122x10 ³	1,2906x10 ³	28,0284
DC	0,4457	0,4033	1,1207
	ψ -RIU+MRAC	ψ -RIUM+MRAC	ψ -MRAC acop. RIU
EA	10,7091	9,0588	804,8004
DC	0,6673	0,7517	3,9573

Pode-se observar que novamente o controle RIU e RIUM foram melhores em relação a demanda de controle, porém quando se trata do erro acumulado o RIU+MRAC, RIUM+MRAC e MRAC acoplado no RIU são melhores.

6.7 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS COM PERTURBAÇÃO NO QUADRIROTOR EM UM TEMPO DE 2000 SEGUNDOS

Foram feitas diversas simulações, inclusive com tempos maiores para a comprovação do resultado final. Algumas das informações utilizadas foram a demanda de controle e o erro acumulado que consta nas Tabelas 6.15 e 6.16.

Tabela 6.15 – Índice de desempenho para controle da posição longitudinal (X_{pos}) do quadrirotor com perturbação em um tempo de 2000s.

	X-RIU	X-RIUM	X-MRAC
EA	181,9963	151,6803	37,7277
DC	1,6857	1,6534	10,4676
	X-RIU+MRAC	X-RIUM+MRAC	X-MRAC acop. RIU
EA	157,5872	154,6165	23,7304
DC	135,3720	81,4524	26,6897

Tabela 6.16 – Índice de desempenho para controle da posição lateral (Y_{pos}) com perturbação em um tempo de 2000s.

	Y-RIU	Y-RIUM	Y-MRAC
EA	349,2399	335,1707	31,2663
DC	0,6121	0,6773	64,1092
	Y-RIU+MRAC	Y-RIUM+MRAC	Y-MRAC acop. RIU
EA	208,9261	208,4794	23,3042
DC	13,4722	7,3222	25,0443

6.7.1 Gráficos de $\hat{K}$ e $\hat{\theta}$

Os gráficos de $\hat{K}$ e $\hat{\theta}$ foram apresentados para checar a convergência do MRAC.

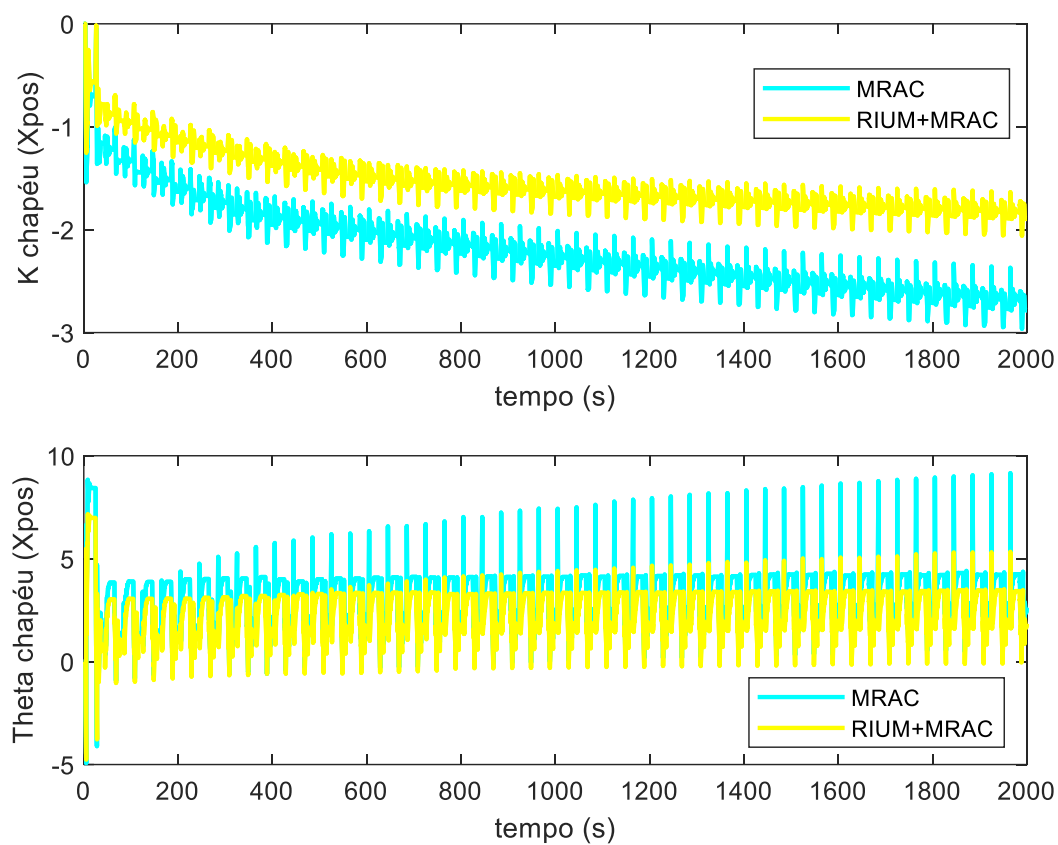


Figura 6.30 – Resposta do $\hat{K}$ e $\hat{\theta}$ (X_{pos}).

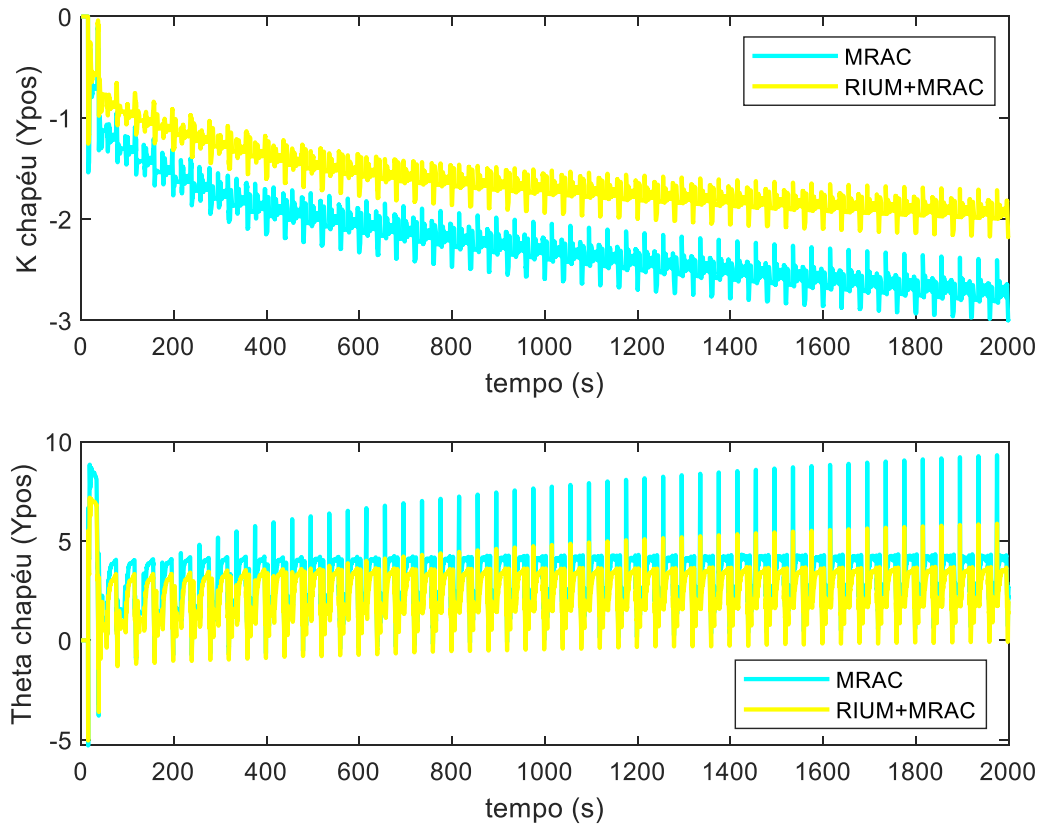


Figura 6.31 – Resposta do $\hat{K}$ e $\hat{\theta}$ (Y_{pos}).

As Figuras 6.30 e 6.31 mostra que não houve convergência de $\hat{K}$ e $\hat{\theta}$ para o controlador MRAC, na situação de falha do controlador de atitude.

Quando o RIU foi usado em conjunto, também não houve uma convergência destes valores. Apesar disso, o valor médio parece estar quase convergindo, na situação do RIU ter sido usado junto com o MRAC. Poderia se afirmar que o controle não convergiu, mas os resultados das Figuras 6.27 e 6.28 mostraram que todos os controladores conseguiram controlar X_{pos} e Y_{pos} , em situação de falha.

O fato de não ter havido uma grande convergência nos valões de $\hat{K}$ e $\hat{\theta}$ poderia mostrar que o aprendizado do controlador MRAC está lento, e poderia ser ajustado para obter uma convergência mais rápida.

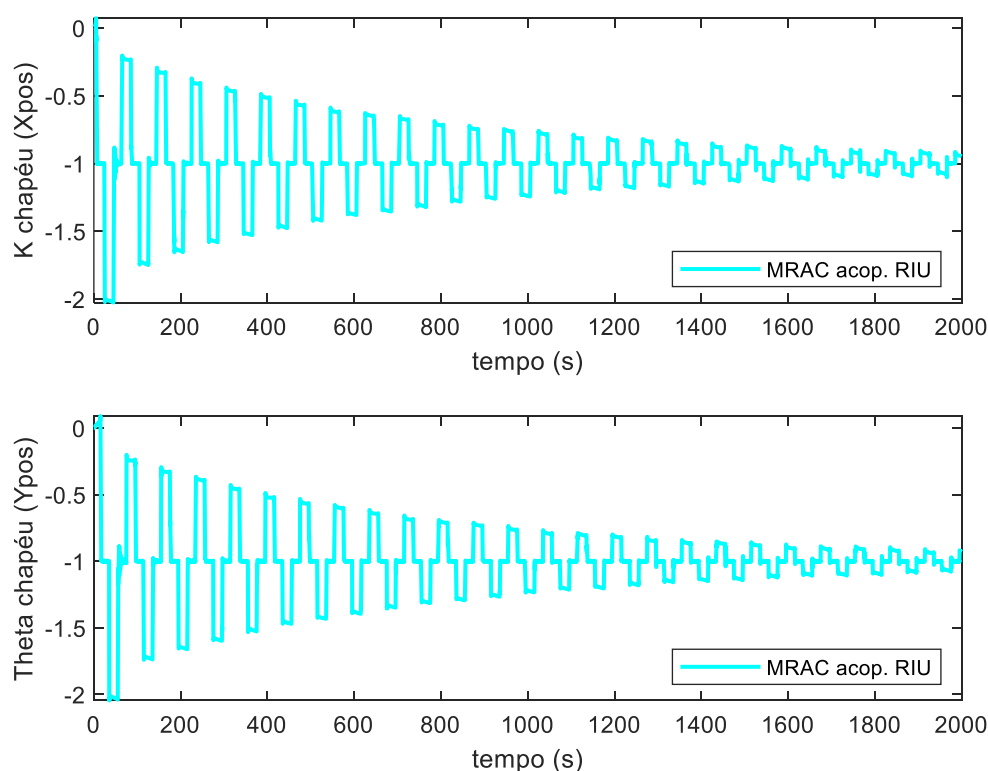


Figura 6.32 – Resposta do $\hat{K}$.

O controlador MRAC acoplado com RIU apresentou um tempo de subida ligeiramente menor e não apresentou sobressinal.

Com intuito de analisar melhor a parte adaptativa do MRAC acoplado com RIU, foram plotados os gráficos $\hat{K}$ e $\hat{\theta}$ (Figura 6.32). Pode-se ver oscilações com frequência menor e com faixa de variação de amplitude menor.

Pode-se considerar que o aprendizado (do controlador acoplado) foi mais rápido e/ou que os erros de rastreamento foram menores.

O controlador MRAC acoplado com RIU se mostrou mais eficiente no controle do quadricóptero, mesmo no caso da falha simulada. É um controlador que pode ser analisado com mais detalhes em estudos futuros. Certamente esta técnica de controle foi uma novidade neste trabalho.

Os resultados obtidos e analisados demonstraram grande eficácia nas leis de controle RIUM, RIU+MRAC, RIUM+MRAC e MRAC acoplado com RIU e aplicabilidade na área de controle. Cabe ainda ressaltar que os resultados obtidos foram comparados, conforme as Tabelas 6.17 e 6.18.

A legenda das tabelas 6.17 e 6.18 são +: ótimo. +/-: bom, -: ruim e --: regular.

Tabela 6.17 – Comparação de desempenho da posição longitudinal (X_{pos}) do quadricóptero utilizando as técnicas de controle mencionadas neste trabalho.

	X-RIU	X-RIUM	X-MRAC	X-RIU+MRAC	X-RIUM+MRAC	X-MRAC acop. RIU
X sem perturbação e sem falha						
EA	--	--	+	+	+	+
DC	+	+	+/-	-	-	-
X com perturbação						
EA	--	--	-	+	+	+/-
DC	+	+	+/-	-	-	-
X com falha						
EA	--	--	+	+	+	+
DC	+	+	--	--	--	+/-

Tabela 6.18 – Comparação de desempenho da posição lateral (Y_{pos}) do quadricóptero utilizando as técnicas de controle mencionadas neste trabalho.

	Y-RIU	Y-RIUM	Y-MRAC	Y-RIU+MRAC	Y-RIUM+MRAC	Y-MRAC acop. RIU
Y sem perturbação e sem falha						
EA	--	--	+	+	+	+
DC	+	+	--	-	-	--
Y com perturbação						
EA	--	--	+/-	+/-	+/-	+
DC	+	+	+/-	+/-	+/-	-
Y com falha						
EA	--	--	+	+	+	+
DC	+	+	-	+	+	--

Analisando as Tabelas 6.11 e 6.12, pode-se concluir neste trabalho, que os resultados obtidos das simulações e dos indicadores demonstraram em relação a demanda de controle que as técnicas RIU e RIUM obtiveram melhores respostas, ou seja, tiveram menor demanda de controle, porém as técnicas RIU+MRAC, RIUM+MRAC e MRAC acoplado no RIU tiveram um erro acumulado bem menor.

7. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

7.1 CONCLUSÕES

Neste trabalho realizou-se o estudo comparativo das técnicas de controle não lineares Regulador Integrativo Universal (RIU) e Regulador Integrativo Universal Modificado (RIUM), Controle Adaptativo por Modelo de Referência (MRAC), Regulador Integrativo Universal + Controle Adaptativo por Modelo de Referência (RIU+MRAC), Regulador Integrativo Universal Modificado + Controle Adaptativo por Modelo de Referência (RIUM+MRAC), e Controle Adaptativo por Modelo de Referência (MRAC) acoplado no Regulador Integrativo Universal (RIU), baseado em simulações numéricas, com uma metodologia eficiente e promissora para aplicação em controle de voo de aviões e quadrirotores.

A modelagem dinâmica do quadrirotor leva em consideração diversos parâmetros que podem afetar a dinâmica de uma estrutura voadora, como, por exemplo, atritos devido a torques aerodinâmicos, forças de arrasto ao longo do eixo (x, y, z) e efeitos giroscópios.

O esquema de controle proposto é composto por três subsistemas diferentes: controle de altitude, controle de posição horizontal e subsistema de controle de do ângulo de proa (ψ) de um quadrirotor. Esses subsistemas foram adotados para comparar a resposta da dinâmica da aeronave sob o efeito destas leis de controle já mencionadas. Alguns pontos merecem atenção e são discutidos nesta seção.

Foram feitas simulações utilizando o quadrirotor, no qual possui uma estrutura rígida e simétrica, seus rotores são rígidos e as forças de empuxo e arrasto são proporcionais ao quadrado da rotação da velocidade das hélices.

Conforme mencionado anteriormente, foi modificada as leis de controle com a intenção de obter uma melhora no seu desempenho. Para fazer isso, o ganho principal (K) do controlador RIU original na Equação 3.9 foi assumido como dependente do erro de rastreamento e_1 pela Equação 3.10. E a soma do RIU com o MRAC, RIUM com o MRAC e o acoplamento do MRAC com o RIU, sua intenção foi com o mesmo propósito.

Com base no processo de implementação de técnicas de controle, pode-se dizer que a escolha na modificação do ganho principal K na técnica de controle RIU, para o controle de voo é vantajosa em alguns casos e outros não, nos casos que são vantajosos, mesmo sem o cálculo teórico dos seus parâmetros, este demonstrou um desempenho superior comparado ao RIU original.

Enquanto à inovação, a aplicação do RIUM, RIU+MRAC e RIUM+MRAC no rastreamento do quadrirotor, é pioneira. Não foram encontrados registros com modificação no ganho principal da lei de controle RIU, nem a soma das leis de controle RIU com o MRAC e RIUM com o MRAC, e também nem o acoplamento do MRAC no RIU, nestes campos e demonstrou-se através de simulações o preciso rastreamento dos sinais de referência.

Com respeito à comparação das técnicas não lineares (RIU, RIUM, MRAC, RIU+MRAC, RIUM+MRAC e MRAC acoplado no RIU), as simulações numéricas mostraram um rastreamento satisfatório para ambas técnicas do ponto de vista qualitativo, portanto, índices de desempenho relacionados ao erro de rastreamento acumulado e a demanda de controle foram propostos e calculados. Os resultados qualitativos mostraram uma melhora no desempenho do controlador para todos os problemas de rastreamento propostos.

Dois indicadores de desempenho foram propostos para comparar quantitativamente os controladores, os índices de desempenho de erro acumulado (EA) e a de demanda de controle (DC). Nas Tabelas 6.17 e 6.18, é possível observar de maneira resumida o desempenho de cada controlador para cada estado controlado da aeronave. Conclui-se que quanto à precisão (menor erro de rastreamento acumulado) do MRAC e a demanda de controle, nos principais estados controlados, x , y e ψ apresentou um desempenho muito inferior comparado as outras técnicas.

Cabe salientar, baseado na experiência obtida e na própria teoria do controlador RIU, que diminuições excessivas na camada limite causam *chattering* nas entradas de controle.

Foi demonstrado que o uso do RIU+MRAC, RIUM+MRAC e MRAC acoplado no RU, pode ser utilizado para o controle da altitude, velocidade, posições laterais x , y e ângulo de proa (ψ) de uma aeronave com e sem perturbações.

Nas leis de controle RIU e RIUM, a construção da superfície deslizante s onde k_1 deve ser uma constante positiva segundo o critério de Hurwitz para garantir que uma vez em $s = 0$, o erro de rastreamento converge para zero em uma constante de tempo de $1/K_1$, então, quanto menor for o valor de k_1 , menos tempo levará para a saída atingir o valor desejado.

Em RIU e RIUM, k_0 está relacionado ao desempenho do integrador condicional, a única condição é $k_0 > 0$, quanto maior o valor de k_0 , melhor o desempenho (menor tempo de estabilização), mas maior a amplitude da demanda de controle.

O coeficiente do componente de comutação, ou seja, a constante K_i pode ser escolhida simplesmente como a magnitude de controle máxima permissível (limite superior) dada por um limite do atuador, seu limite inferior é o primeiro parâmetro de ajuste principal que pode ser ajustado por simulações ou, como no presente trabalho, seja calculado garantindo a estabilidade do controlador. A estabilidade do sistema RIUM, foi demonstrada pelo método direto de Lyapunov.

Para obter erros de rastreamento menores, um segundo parâmetro, pode ser ajustado, é necessário tornar μ menor, mas apenas menor o suficiente para atingir o desempenho ideal do SMC.

Finalmente, os resultados das simulações e os dois indicadores demonstraram que em relação a demanda de controle as técnicas RIU e RIUM obtiveram melhores respostas, porém em relação ao erro acumulado foram as técnicas RIU+MRAC, RIUM+MRAC e MRAC acoplado no RIU.

Conforme esperado e demonstrado pelos resultados de simulação sob perturbações externas, uma melhoria na resposta transitória é alcançada utilizando as técnicas RIU+MRAC, RIUM+MRAC e MRAC acoplado no RIU.

Este trabalho gerou conhecimento e grande contribuição científica, apresentando e exemplificando toda a metodologia utilizada, tornando possível a disseminação dos conceitos e continuidade do trabalho.

7.2 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Visando complementar e aperfeiçoar os resultados já alcançados neste trabalho até o presente momento, sugestões são propostas para a continuação do desenvolvimento do tema principal deste trabalho, ou para novos trabalhos na área, destacam-se:

- Implementar processos de otimização para se definir os ganhos ótimos dos controladores.
- Demonstrar analiticamente os valores dos graus relativos usados nos controladores.
- Demonstrar analiticamente a estabilidade de todos os controladores obtidos.
- Em relação aos quadrirotores, é preciso conhecer com precisão alguns dos seus parâmetros constitutivos e não é uma tarefa fácil, portanto, espera-se que em trabalhos futuros, sejam levadas em conta diferentes incertezas e diferentes perturbações no projeto analítico a fim de tornar o controlador mais robusto.

- Como atividade complementar neste trabalho, sugere-se a utilização de um drone com uma plataforma aberta e de fácil acesso à programação da lei de controle para implementar o controlador e verificar os resultados numéricos obtidos neste trabalho. Também se espera que seja considerada a modelagem de sensores.
- Aplicar essas técnicas de controle a aeronaves flexíveis e muito flexíveis como a do trabalho de Sousa (2013) e do trabalho de Campos (2017). E também aplica-las em helicópteros.
- Aplicar falhas aos sistemas e compensá-las por meio de alocação de controle, específica para cada caso de falha.
- Análise de qualidade de voo e robustez da resposta das aeronaves em conjunto com um controlador de voo tolerante a falhas.
- Estudo mais aprofundado em um controle de estado completo do quadrirotor envolvido em rastreamento de trajetória complexo.
- Estudar a adaptabilidade dos ganhos derivativos e integrativo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABOUDONIA, A., EL-BADAWY, A., RASHAD, R. (2016). Disturbance observer-based feedback linearization control of an unmanned quadrotor helicopter. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering* 230(9), 877-891.
- AGARWAL, A., NG, E. M., LOW, K. H. (2021). Adaptive control of unmanned quadrotor with partial actuator failure using model reference adaptive control (MRAC) with dynamic inversion. *2021 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, 10-19.
- AKYAZI, O., USTA, M. A., AKPINAR, A. S. (2012). A self-tuning fuzzy logic controller for aircraft roll control system. *International Journal of Control Science and Engineering*, 2 (6), 181-188.
- ANDERSON, J.D. Jr., (1999). *Aircraft performance and design*, Tata McGraw-Hill.
- BA, D. X., YEOM, H., KIM, J., BAE, J. (2018). Gain-adaptive robust backstepping position control of a bldc motor system. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 23(5), 2470-2481.
- BAEZA, J. R. (2013). *Controle não linear aplicado a malhas de controle com válvulas de alto atrito*. Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo – USP, São Paulo, SP, Brasil.
- BARBOSA, F. (2017). *4DOF quadcopter: development, modeling and control*. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.
- BARSI, M. A. M., ABIDIN, M. S. Z., SUBHA, N. A. M. (2018). Simulation of backstepping-based nonlinear control for quadrotor helicopter. *Applications of Modelling and Simulation* 2(1), 34-40.
- BECERRA-VARGAS, M., BELO, E. M. (2012). *Inverse dynamics control for a 3dof quadrotor*. Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, São Carlos – SP, Brasil.
- BENAMOR, A., CHRIFI-ALAU, L. MESSAOUD, H., CHAABANE, M. (2011). Sliding mode control, with integrator, for a class of mimo nonlinear systems. *Engineering*, 3(5), 435.
- BIANNIC, J., ROOS, C., KNAUF, A. (2006). Design and robustness analysis of fighter aircraft flight control laws. *Eroupean Journal of Control*, 12, 71-85.
- BODSON, M. (2002). A reconfigurable nonlinear autopilot. *AIAA Journal*, 2002-4549.

- BOUADI, H., CUNHA JR, S. S., DROUIN, A., MORA-CAMINO, F. (2011a). Adaptive sliding mode control for quadrotor attitude stabilization and altitude tracking, *Computational Intelligence and Informatics (CINTI), IEEE 12th International Symposium on*, 449-455.
- BOUADI, H., WU H., MORA-CAMINO, F. (2011b). Flight path tracking based-on direct adaptive sliding mode control. *IEEE 4th Intelligent Vehicles Symposium*, 25-30.
- BRINKER, J., WISE, K. A. (2000). Flight testing of a reconfigurable flight control law of the X-36 tailless fighter aircraft. *AIAA Journal*, 2000-3941.
- BURGER, M. (2011). Disturbance rejection using conditional integrators: applications to path maneuvering under environmental disturbances for singles vessels and vessel formations. Tese de Doutorado, Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet, Fakultet for informasjonsteknologi, matematikk og elektroteknikk, Institutt for teknisk kybernetikk.
- CAMPOS, R. B. (2017). Comparação do desempenho de diferentes técnicas de controle aplicadas a dinâmica de voo de aeronaves. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Itajubá – UNIFEI, Itajubá, MG, Brasil.
- CAMPOS, R. B., CUNHA JR., S. S., SOUSA, M. S., SANTOS, N. L., CAMILO, C. S. (2017). Controle de uma aeronave flexível. *Revista Interdisciplinar de Pesquisa em Engenharia – RIPE*, 2(20), 79-88.
- CAMPOS, R.B., DÍAZ-MÉNDEZ, Y. A., SOUSA, M. S., CUNHA JR., S. S. (2020) Adaptive Universal Integral Regulator for Flight Control – A Preliminary Study. XLI Libero-Latin America Congress on Computational Methods in Engineering – CILAMCE.
- CASTILLO, P., LOZANO, R., DZUL, A. (2004). Stabilization of a mini-rotorcraft having four rotors. *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS) (IEEE Cat. No. 04CH37566)*, 3, 2693-2698.
- CHEN, F., JANG, B., LU, F. (2014). Direct Adaptive Control of a Four-rotor Helicopter Using Disturbance Observer, *int J. Conf. on Neural Networks (IJCNN)*, In Proc. of the, Beijing, China, 3821-3825.
- CUNHA JR, S. S., PANOMRUTTANARUG, B., AL-FAZARI, H., MORA-CAMINO, F. (2011). A neural network control based on differential flatness of a quadrotor. *DINCON 2011: X Conferência Brasileira de Dinâmica, Controle e Aplicações*. Águas de Lindóia.
- DA SILVA, A. L. (2010). Flight mechanics model of flexible aircraft. Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA, São José dos Campos, SP, Brasil.
- DA SILVA, A. L. (2012). Non-linear optimal model following control of flexible aircraft. Saarbrücken: LAP Lambert Academic.

- DA SILVA, A. L. (2007). Procedimento de projeto de leis de controle de voo de aviões utilizando o controle a estrutura variável. Dissertação de Mestrado em Engenharia Aeronáutica. Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA, São José dos Campos, SP, Brasil.
- DAMM G., NGUYEN, V.C. (2011). MIMO conditional integrator control for a class of nonlinear systems. *IEEE International Conference on System Theory, Control and Computing*, 1-6.
- DASSAULT AVIATION. Mirage III, <https://www.dassault-aviation.com/en/passion/aircraft/military-dassault-aircraft/mirage-iii>.
- DAVIDSON, J. B., LALLMAN, F. J., BUNDICK, W. T. (2001). Integrated reconfigurable control allocation. *AIAA Journal*, 2001-4083.
- DÍAZ-MÉNDEZ, Y. A. (2018). Estudo detalhado do regulador integrativo universal e comparação com outras técnicas de controle. Tese de Doutorado.
- DÍAZ-MÉNDEZ, Y. A., DE JESUS, L. D., DE SOUSA, M. S., CUNHA JR., S. S., RAMOS, A. B. (2022). Conditional integrator sliding mode control of an unmanned quadrotor helicopter. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, 236(3), 458-472.
- DÍAZ-MÉNDEZ, Y. A., DE SOUSA M. S., CUNHA JR., S. S. (2017). Controle por modos deslizantes com integrador condicional do pêndulo invertido não linear. *XIII Congresso Ibero-Americano de Engenharia Mecânica – CIBEM*. Lisboa, Volume 1.
- DÍAZ-MÉNDEZ, Y. A., DE SOUSA, M. S., GOMES, G., CUNHA JR., S. S., RAMOS, A. (2019) Analytical design and stability analysis of the universal integral regulator applied in flight control. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 17(2), 391-404.
- DJOKIC, I. D., BARBARIC, Z. P. (2012). Flight control system development using simulation – an integrated approach. *Tehnicki vjesnik* 19, 287-294.
- DYDEK, Z. T., ANNASWAMY A. M., LAVRETSKY, E. (2013). Adaptive Control of Quadrotor UAVs: A Design Trade Study With Flight Evaluations, *IEEE Trans, on Control Syst. Tech.*, 21(4).
- ENE, C. (2013). Integral sliding-mode control with applications to aircraft dynamics. *Applied Mechanics and Materials*, 245, 340-345.
- ETKIN, B., REID, L. D. (1996). *Dynamics of Flight – Stability and Control*, Volume 3. Wiley New York.
- EVANS, W. R. (1950). Control system synthesis by root locus method.

- FAN, F., LIN, M., DING, R., ZHENG, Z., LIU, Y. (2016). Augmented-MRAC for quadrotor UAVs with parameter change, *IEEE Int. Conf. on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM)*, In Proc. of the, Banff, Alberta, Canada, 501-506.
- FRIEDLAND, B. (2005). *Control System Design: an introduction to state-space methods. Col: Dover Books on Electrical Engineering Series*, 35.
- FISHER, J. (2004). Aircraft control using nonlinear dynamic inversion in conjunction with adaptive robust control. Dissertação de Mestrado, Texas A&M University, USA.
- GIVISIEZ, B. R. (2009). Inversão dinâmica aplicada ao controle de voo tridimensional de aeronaves comerciais. Dissertação de Mestrado, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, SP, Brasil.
- GONZÁLEZ-HERNÁNDEZ, I., SALAZAR, s., RODRÍGUEZ-MATA, A., MUÑOZ-PALACIOS, F., LÓPEZ, R., LOZANO, R. (2017). Enhanced robust altitude controller via integral sliding modes approach for a quad-rotor aircraft: Simulations and real-time results. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 88(2-4), 313-327.
- HÄGGLUND, T., ÅSTRÖM, K. J., WITTENMARK, B. *Adaptive Control*. 2. Ed. EUA: Addison-Wesley, 1995. 574 p.
- HASSANALIAN, M., ABDELKEFI, A. (2017). Classifications, applications, and design challenges of drones: a review, *progress in aerospace sciences* 91, 99-131.
- HENRIQUEZ, A. (2011). Flight control design for a flexible conceptual aircraft using backstepping technique. Dissertação de Mestrado. Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA. São José dos Campos.
- HERRERA, M., CHAMORRO, W., GÓMEZ, A. P., CAMACHO, O. (2015). Sliding mode control: An approach to control a quadrotor. *Computer Aided System Engineering (APCASE), IEEE Conference on Asia-Pacific*, 314-319.
- HOMA, J. (2013). *Aerodinâmica e teoria de voo – noções básicas*. 32ª ed., Asa.
- HUANG, T., HUANG, D., WANG, Z., Shah, A. (2019). Robust tracking control of a quadrotor uav based on adaptive sliding mode controller.
- HUNG, J. Y., GAO, W., HUNG, J. C. (1993). Heriable structure control: A survey. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 40(1), 2-22.
- JEDDA, O., GHABI, J., DOUIK, A. (2015). Second order sliding mode control for inverted pendulum. *IEEE International Multi-Conference Systems, Signals & Devices (SSD)*, 1-5.
- JOSHI, S. M., KELKAR, A. G. (1996). On longitudinal control of high speed aircraft in the presence of aeroelastic modes. Washington, DC: NASA (NASA TM 110254).

- JURADO, F., LOPEZ, S., DZUL, A., RODRÍGUEZ-CORTÉS, H. (2017). Decentralized Direct MRAC for Attitude Control of a Quadrotor UAV, 14th Int. Conf. On Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE), Mexico, 20-22.
- JURADO, F., HERNÁNDEZ, R. (2018). Decentralized MRAC with integral action for attitude control of a quadrotor UAV, 2018 IEEE International Autumn Meeting on Power, Electronics and Computing (ROPEC 2018), Ixtapa, Mexico.
- KAMEI, F. (2011). Controle de inversão dinâmica aplicada em sistema de piloto automático tolerante a falhas. Dissertação de Mestrado, Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA, São José dos Campos, SP, Brasil.
- KEANE, J. F., CRR, S. S. (2013). A brief history of early unmanned aircraft. *Johns Hopkins APL Technical Digest*, 32, 3.
- KHALIL, H. K. (2000). Universal integral controllers for minimum-phase nonlinear systems. *IEEE Transactions on automatic control*, 45(3), 490-494.
- KHALIL, H. K. (2002). Improved performance of universal integral regulators. *Journal of optimization theory and applications*, 115(3), 571-586.
- KHAN, H. S., KADRI, M. B. (2014). Position control of quadrotor by embedded pid control with hardware in loop simulation. 17th IEEE International Multi Topic Conference 2014, 395-400.
- KHATRI, A. K., SINGH, J., SINHA, N. K. (2012). Aircraft maneuver design using bifurcation analysis and sliding mode control techniques. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 35(5), 1435-1449.
- KRUPTA, E. P., CUNHA JR, S. S., COIMBRA, R. F. F. (2013). Proposta de uma metodologia para o projeto conceitual de vants. *XI Congresso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica, La Plata*.
- KUBICA, K., LIVET, T., LETRON, X., BUCHARLES, A. (1995). Parameter-robust flight control system for a flexible aircraft. *Control Eng, Prattice*, 3(9), 1209-1215.
- LABBADI, M., CHERKAoui, M. (2019). Robust integral terminal sliding mode control for quadrotor uav with external disturbances. *International Journal of Aerospace Engineering* 2019.
- LABADDI, M., CHERKAoui, M., GUISSER, M. (2018). Modeling and robust integral sliding mode control for a quadrotor unmanned aerial vehicle. *IEEE 6th International Renewable and Sustainable Energy Conference (IRSEC)*, 1-6.

- LAVRETSKY, E. Y., HENDERSON, D. K. (1999). A neural network-based approach to active structural mode suppression for flexible transport aircraft. *In: American Control Conference*, San Diego, 4162-4168.
- LEE, C. T., TSAI, C. C. (2010). Adaptive backstepping integral control of a small-scale helicopter for airdrop missions, *Asian J. of Control*, 12(4), 531-541.
- LEE, J., MUKHERJEE R., KHALIL, H. K. (2015). Output feedback stabilization of inverted pendulum on a cart in the presence of uncertainties. *Automatica*, 54, 146-157.
- LEWIS, F. K., STEVENS, B. L. (1992). Aircraft control and simulation. New York: John Wiley & Sons. 640.
- LI, W. Q., CHEN, Z. J. (2003). Control law reconfiguration under control surface failure for nonlinear aircraft dynamic. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 29(5), 428-433.
- LIN, Q., CAI, Z., WANG, Y., YANG, J., CHEN, L. (2013). Adaptive flight control design for quadrotor uav based on dynamic inversion and neural networks., *IEEE Third International Conference on Instrumentation, Measurement, Computer, Communication and Control (IMCCC)*, 1461-1466.
- LIU, Y. LU, M., WEI, X., LI, H., WANG, J., CHE, Y., DENG, B., DONG, F. (2009). Introduction conditional integrator to sliding mode control of dc/dc buck converter. *IEEE International Conference Control and Automation (ICCA)*, 891-896.
- LIVET, T., KUBICA, K., MAGNI, J. F. (1995). Robust flight control design with respect to delays, control efficiencies and flexible modes. *Control Eng. Practice*, 3(10), 1373-1384.
- LOUKAL, K., BENALIA, L. (2016). Interval type-2 fuzzy gain-adaptive controller of a doubly fed induction machine (dfim). *Journal of Fundamental and Applied Sciences*, 8(2), 470-493.
- LUBAS, C. (2008). Aplicação da técnica de inversão dinâmica para projetos de sistemas de controle de voo. Dissertação de Mestrado, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, SP, Brasil.
- MADANI, T., BENALLEGUE, A. (2006). Backstepping control for a quadrotor helicopter. *IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 3255-3260.
- MAHMOUD, N. A., KHALIL, H. K. (1996). Asymptotic regulation of minimum phase nonlinear systems using output feedback. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 41(10), 1402-1412.
- MAIRAJ, A., BABA, A. I., JAVAID, A. Y. (2019). Application specific drone simulators: recent advances and challenges. *Simulation Modelling Practice and Theory* 94, 100-117.

- MCLEAN, D. (1978). Gust alleviation control systems for aircraft. *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, Control & Science*, 125(7), 675-685.
- MURRAY, R., ASTROM, K. J., BOYD, R. W., BROCKETT, G. (2003). Future directions in control in an information-rich world. *IEEE Control Systems Magazine*, 23(1), 20-33.
- NAIR, V. G., DILEEP M. V., GEORGE, V. I. (2012). Aircraft yam control system using lqr and fuzzy logic controller. *International Journal of Computer Applications*, 45(9), 25-30.
- NASA.GOV, National Aeronautics and Space Administration, <https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/airplane.html>.
- OGATA, K. (2010). Engenharia de Controle Moderno. Pearson Education.
- OLIVEIRA, L. A. (2020). Modelagem, simulação e análise das qualidades de voo de um helicóptero. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Itajubá – UNIFEI.
- PAGLIONE, P. (1987). Estabilidade e controle de aeronaves, 1ª parte: Movimento Longitudinal. Centro Técnico Aeroespacial, Departamento de Mecânica de Voo e Orbital. Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA, São José dos Campos, SP, Brasil.
- PROMTUN, E., SESHAGIRI, S. (2009). Sliding mode control of pitch-rate of an f-16 aircraft. *World Academy of Science, Engineering and Technology, International Journal of Mechanical, Aerospace, Industrial, Mechatronic and Manufacturing Engineering*, 3(9), 1108-1114.
- PRUSTY, S. B., SESHAGIRI, S., PATI, U. C., MAHAPATRA, K. K. (2016). Sliding mode control of coupled tanks using conditional integrators. *IEEE Control Conference (ICC)*, 146-151.
- QU, Y. (2005). An unmanned aerial vehicle controller based on a learning fuzzy classifier system. Dissertação de Mestrado, China.
- REN, H., HU, J., LI, J. (2017). Conditional integral sliding mode variable structure control for two-tank system. *IEEE Industrial Electronics and Applications (ICIEA)*, 326-331.
- ROSKAM, J. (2001). Airplane flight dynamics and automatic flight control. Part 1, DAR Corporation, Layrence, 577.
- SAINTIVE, N. S. (2012). Teoria de Voo – Introdução à Aerodinâmica, 6ª ed., Asa.
- SAM, Y. M., OSMAN J. H. S., GHANI M. R. A. (2004) A class of proportional integral silding mode control with application to active suspension system, *Syst. Control Lett.*, 51(3-4), 217-223.
- SANTOS, N. L. (2017). Utilização de controle reconfigurável para um avião com falhas induzidas em superficies de controle. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Itajubá – UNIFEI, Itajubá, MG, Brasil.

- SELFRIIDGE, J. M., TAO, G. (2014). A Multivariable Adaptive Controller for a Quadrotor with Guaranteed Matching Conditions, American Control Conference, In Proc. of the, Portland, Oregon, USA, 26-31.
- SELFRIIDGE, J. M., TAO, G. (2016). Multivariable Output Feedback MRAC for a Quadrotor UAV, American Control Conference, In Proc. of the, Boston, MA, USA 492-499.
- SCHREIER, M., Darmstadt, T. (2012). Modeling and Adaptive Control of a Quadrotor, 2012 IEEE Int. Conf. on Mechatronics and Automation, In Proc. of the, Chengdu, China.
- SESHAGIRI, S., KHALIL, H. K. (2005). Robust output feedback regulation of minimum-phase nonlinear systems using conditional integrators. *Automatica*, 41(1), 43-54.
- SESHAGIRI, S., PROMTUN, E. (2008). Sliding mode control of f-16 longitudinal dynamics. *American Control Conference*, 1770-1775.
- SHERTZER, R. H., ZIMPFER, D. J., BROWN, P. D. (2002). Control allocation for the next generation of entry vehicles. AIAA-2002-4849.
- SHI, Z., ZHAO, L., ZHU, Y. (2018). Robust adaptive output feedback control for a guided spinning rocket. *International Journal of Aerospace Engineering*, 1-12.
- SHKOLNIKOV, I. A., SHTESEL, Y. B. (2001). Aircraft nonminimum phase control in dynamic sliding manifolds. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 24(3), 566-572.
- SIMÕES, A. M., APKARIAN, P., ALAZARD, D., NOLL, D. (2011). Lateral flight control design for a highly flexible aircraft using no smooth optimization. *Aerospace Science and Technology*, 15(4), 314-322.
- SLOTINE, J.-J., LI, W. (1991). *Applied nonlinear control*. New Jersey: Prentice Hall, 476p.
- SOUSA, M. S. (2016). Dinâmica, estabilidade e qualidade de voo de aeronaves. Notas de aula, Curso de engenharia mecânica aeronáutica, Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, MG, Brasil.
- SOUSA, M. S. (2013). Modelagem, simulação e controle não linear de aviões muito flexíveis. Tese de Doutorado, Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA, São José dos Campos, SP, Brasil.
- SOUSA, M. S. (2005). Projeto de um sistema de controle de uma aeronave de estabilidade variável usando o método do modelo de referência. Dissertação de Mestrado, Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA, São José dos Campos, SP, Brasil.
- SOUSA, M.S., PAGLIONE, P. (2012). Proposição de valores para os graus relativos de parâmetros da dinâmica de voo de aeronaves. *Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia*. COBENGE, Belém, PA.

- SOUSA, M. S., PAGLIONE, P., ANNES SILVA, R. G., RIBEIRO, F. L. C., CUNHA JR., S. S. (2013). Mathematical mode of one flexible transport category aircraft. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, 89(3), 34.
- STEVENS, B. L., LEWIS, F. L. (2003). Aircraft control and simulation. 2^a ed. Hoboken: John Wiley & Sons.
- STEVENS, B. L., LEWIS, F. L., JOHNSON, E. N. (2016). Aircraft control and simulation: dynamics, controls design, and autonomous systems. *Hoboken*. NJ: John Wiley & Sons, Inc.
- SUDHA, G., DEEPA, S. N. (2016) Optimization for pid control parameters on pitch control of aircraft dynamics based on tuning methods. *Applied Mathematics & Information Sciences*, 10 (1), 343.
- TANAKA, M., YAMAGUCHI, K., OGURA, D., CHEN, Y., TANAKA, K. (2014). Nonlinear control of f16 aircraft via multiple nonlinear model generation for any trimmed equilibriums. *International Journal of Fuzzy Systems*, 16(2).
- TANG, X., TAO, G., JOSHI, S.M. (2007). Adaptive actuator failure compensation for nonlinear MIMO systems with an aircraft control application, *Automatica*, 43, 1869-1883.
- TISCHLER, M. B. (1996). Advances in Aircraft Flight Control, Taylor & Francis.
- UTKIN, V., Shi, J. (1996). Integral sliding mode in systems operating under uncertainty condition, Conf. on Decision and Control, In Proc. of the Koba, Japan, 4597-4596.
- VEPA, R. (2014). Flight Dynamics, Simulation, and Control: For Rigid and Flexible Aircraft. CRC Press.
- VO H., SESHAGIRI, S. (2008). Robust control of f-16 lateral dynamics. Em *Industrial Electronics. IECON 2008. 34th Annual Conference of IEEE*, 343-348.
- WANG, B., ZHANG, W., ZHANG, L., ZHANG, Y. (2020). Adaptive fault-tolerant control of a quadrotor helicopter based on sliding mode control and radial basis function neural network. 2020 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), Athens, Greece, 1-4.
- WANG, Q., STENGEL, R. F. (2000). Robust nonlinear control of a hypersonic aircraft. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 23(4), 577-585.
- WELLS, S. R., HESS, R. A. (2002). MIMO sliding mode control for a tailless flight aircraft, na alternative to reconfigurable architectures. *AIAA Journal*, 2002-4650.
- WHITEHEAD, B. T., BIENIAWSKI, S. R. (2010). Model Reference Adaptive Control of a Quadrotor UAV, AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, Toronto, Ontario Canada.

- XIAO, Q. G., ZHANG, M., HU, S. S. (2010). Adaptive reconfiguration control for fighters based on weighted multiple-model-structure. *Transactions of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*, 27(3), 219-225.
- XU, H., Mirmirani M. D., IOANNOU, P. A. (2005). Adaptive sliding mode control design for a hypersonic flight vehicle. *Journal of guidance, control, and dynamics*, 27(5), 829-838.
- YECHOUT, T., MORRIS, S., BOSSERT, D., HALLGREN, W. (2003). Introduction to aircraft flight mechanics. *American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc*, 634.
- ZHANG, J., REN, Z., DENG, C., WEN, B. (2019) Adaptive fuzzy global sliding mode control for trajectory tracking of quadrotor UAVs. *Nonlinear Dyn*, 97, 609-627.
- ZHANG, Y., JIANG, J. (2008). Bibliographical review on reconfigurable fault-tolerant control systems. *Annual Reviews in Control*, 32, 229-252.
- ZHENG, E. H., XIONG, J. J., LUO, J. J. (2014). Second order sliding mode control for a quadrotor uav. *ISA transactions* 53(4), 1350-1356.
- ZHUBING, H., DEZHI, Z., WENLONG, H. (2012). Robust nonlinear control of a hypersonic aircraft based on sliding mode control. *Procedia Engineering*, 29, 837-842.

Apêndice A

CONTROLE POR ESTRUTURA VARIÁVEL

Este apêndice apresenta a evolução do VSC, com ênfase nos conceitos e nas ferramentas matemáticas utilizadas. Primeiramente é feita uma breve revisão sobre o controle por estrutura variável e conceitos sobre controle por modos deslizantes como camada limite e método equivalente são discutidos.

Este item apresenta uma explicação resumida do método de controle por modos deslizantes, também chamados de controle com estrutura variável.

O controle por estrutura variável (VSC) foi proposto na metade do século passado e concebido na antiga União Soviética por Emelyanov e seus colegas de pesquisa (HUNG *et al.*, 1993). Seu nome deve-se especialmente pelo fato de utilizar uma função de chaveamento com uma lógica que altera a estrutura da lei de controle e faz com que as trajetórias do sistema (pontos no espaço de estados) estejam contidas em uma superfície de chaveamento. Entretanto, esta lei de controle é também conhecida como controle por superfícies ou modos deslizantes, SMC (DA SILVA, 2007).

Trata-se de uma lei de controle robusta que permite a presença de incertezas no modelo, em Slotine e Li, (1991) essas são chamadas de incertezas estruturadas (paramétricas), nas quais correspondem a incertezas em valores de parâmetros já incluídos no modelo. Também existem as incertezas não estruturadas ou dinâmica não modelada que corresponde em subestimação da ordem do sistema. Imprecisão no modelo pode vir de incerteza real a respeito da planta (parâmetros não conhecidos), ou por uma escolha proposital, como usar um modelo simplificado da dinâmica do sistema. E mesmo com estas incertezas, é possível um controle satisfatório da dinâmica da planta.

Além disso, a estabilidade do sistema em malha fechada pode ser demonstrada analiticamente. Esta técnica é baseada no fato de que um sistema de primeira ordem é mais fácil de se controlar do que sistemas não lineares de ordem n (SLOTINE & LI, 1991). Isto quer dizer que, ao invés de fazer uma malha de controle para cada estado a controlar, constrói-se uma superfície deslizante, que contém os estados a serem controlados, e essa será a única dinâmica a ser controlada.

A.1 Formulação da Lei de Controle VSC

Considere um sistema não linear variante no tempo com a seguinte dinâmica no espaço de estados, definido pela Equação A.1.

$$\dot{x} = f(x, t, u) \quad (\text{A.1})$$

Define-se $x \in R^n$ como o vetor de estados, $u \in R^m$ o vetor de controle, sendo n e m a ordem do sistema e o número de controles, respectivamente. Propõe-se uma variável de controle por estrutura variável da seguinte maneira:

$$u_i(x, t) = \begin{cases} u_{i+}(x, t) & \text{se } s_i(x, t) > 0 \\ u_{i-}(x, t) & \text{se } s_i(x, t) < 0 \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

De forma que $1 \leq i \leq m$ e as funções u_{i+} , u_{i-} e s_i são funções contínuas. s_i é chamada de função de chaveamento escalar e a função vetorial $s(x, t)$ definida pelas funções de chaveamento, isto é, $s(x, t) = [s_1(x, t), s_2(x, t), \dots, s_m(x, t)]^T$ é denominada função de chaveamento. Analogamente, $u(x, t)$ é definido pelos controles u_i e é chamado de controle por estrutura variável $u(x, t) = [u_1(x, t), u_2(x, t), \dots, u_m(x, t)]^T$. Segundo Da Silva (2007) essa alteração da função que determina uma variável de controle u_i ocorre no conjunto de pontos do espaço de estados, no qual $s_i(x, t) = 0$, como na Equação A.5. Para qualquer valor de i , o conjunto de pontos no espaço de estados que satisfaz $s_i(x, t) = 0$ é denominado superfície de chaveamento, e é representado por S_i .

A.2 Definição da Superfície Deslizante

A formulação feita até o momento é bastante genérica, portanto, para ilustrar o uso dos modos deslizantes, aplica-se ao problema de rastreabilidade proposto em Slotine e Li, (1991). Considere o sistema não linear de uma entrada de controle u descrito na Equação A.3.

$$X^{(n)} = f(X) + b(X) u \quad (\text{A.3})$$

Sendo $X = [x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}]$ o vetor de estados, x a saída de interesse do sistema e o escalar u a entrada de controle. Pela própria compreensão da lei de controle, as funções $f(X)$, em geral não linear, e $b(X)$ não são exatamente conhecidas, mas as incertezas nelas estão limitadas superiormente por funções contínuas dependentes de X , é necessário conhecer o sinal destas funções e o valor do seu limite. O problema de controle consiste em fazer o vetor de estados X rastrear um vetor de referência desejado $X_d = [x_d, \dot{x}_d, \dots, x_d^{(n-1)}]$, mesmo na presença de incertezas em $f(X)$ e $b(X)$, para que a tarefa de rastreamento seja alcançada com um controle finito u . Deve satisfazer a condição $X_d(0) = X(0)$, de modo que o objetivo de controle seja possível, caso contrário, será possível apenas após o regime transiente da resposta.

Simplificando-se a notação, define-se o vetor de rastreamento $\tilde{X} = X - X_d = [\tilde{x}, \dot{\tilde{x}}, \dots, \tilde{x}^{(n-1)}]$, onde $\tilde{x} = x - x_d$, como sendo o erro do sistema e definem-se as funções de chaveamento dependentes do tempo $S(t)$ (superfície variante no tempo) que estão definidas no espaço dos estados R^n como $s(\tilde{x}, t) = 0$, onde:

$$s(\tilde{x}, t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^{n-1} \tilde{x} \quad (\text{A.4})$$

Sendo λ uma constante estritamente positiva relacionada com a taxa de decaimento do erro. Por exemplo, se considerarmos um sistema de segunda ordem ($n = 2$), a Equação A.4 resultaria em $s = \dot{\tilde{x}} + \lambda \tilde{x}$, ou então de terceira ordem ($n = 3$), tem-se $s = \ddot{\tilde{x}} + 2\lambda \dot{\tilde{x}} + \lambda^2 \tilde{x}$. Nestes dois casos, s é a soma ponderada do erro de posição $\tilde{x}$ e de suas derivadas, como o erro de velocidade $\dot{\tilde{x}}$ e o erro da aceleração $\ddot{\tilde{x}}$.

Utilizando a condição inicial $X_d(0) = X(0)$, o problema de rastreamento $x \equiv x_d$ é equivalente a permanecer as trajetórias do erro na superfície $S(t)$ para todo $t > 0$. Pode-se falar que $s \equiv 0$ representa uma equação diferencial cuja solução única é $\dot{\tilde{x}} \equiv 0$, dada a condição inicial $X_d(0) = X(0)$. Contudo, daqui vem a afirmação de que é mais fácil controlar um sistema de primeira ordem do que controlar vários sistemas de ordem n .

Segundo Slotine e Li, (1991), limitantes superiores na superfície s podem ser diretamente traduzidos em limitantes para o vetor erro de rastreamento $\tilde{x}$. Portanto, o escalar s representa uma medida verdadeira do desempenho do rastreamento. Sob a hipótese de $\tilde{X}(0) = 0$, tem-se que:

$$\forall t \geq 0, |s(t)| \leq \Phi \Rightarrow \forall t \geq 0, |\tilde{x}^{(i)}(t)| \leq (2\lambda)^i, \quad (i = 0, \dots, n-1) \quad (\text{A.5})$$

Conforme $\epsilon = \Phi/\lambda^{n-1}$, e $p = (d/dt)$ o operador de Laplace, sabendo que Φ é a camada limite. Devido à própria definição da função de chaveamento da Equação A.4, é obtido o erro de rastreamento $\tilde{x}$ através de uma sequência de filtros passa baixa de primeira ordem, tal como ilustrado abaixo na Figura A.1.

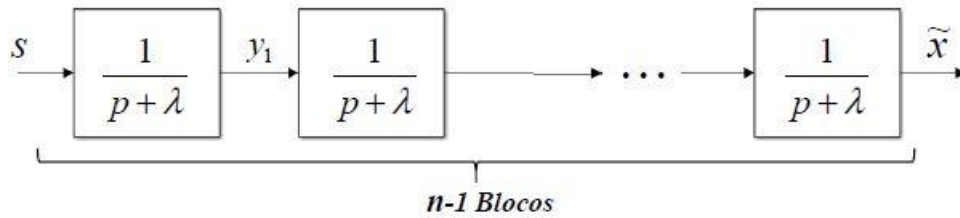


Figura A.1 – Cálculo de limites do erro de rastreamento $\tilde{x}$. Adaptado de Slotine e Li (1991).

Seja y_1 a saída do primeiro filtro, tem-se:

$$y_1(t) = \int_0^t e^{-\lambda(t-T)} s(T) dT \quad (\text{A.6})$$

Com $|s| \leq \Phi$, obtém-se a seguinte inequação:

$$|y_1(t)| \leq \int_0^t e^{-\lambda(t-T)} dT = \frac{\Phi}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t}) \leq \frac{\Phi}{\lambda} \quad (\text{A.7})$$

Aplicando-se o mesmo raciocínio ao segundo filtro, e com os filtros sucessivos até chegarmos a saída $y_{n-1} = \tilde{x}$, tem-se o resultado na Equação A.8.

$$|\tilde{x}| \leq \frac{\Phi}{\lambda^{n-1}} = \varepsilon \quad (\text{A.8})$$

Similarmente, as derivadas do erro $\tilde{x}^{(i)}$ podem ser obtidas através da sequência apresentada na Figura 2.2.

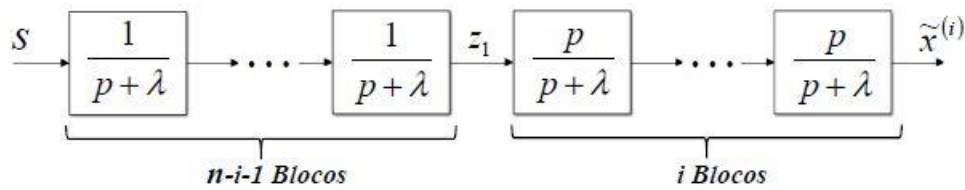


Figura A.2 – Cálculo de limites das derivadas do erro de rastreamento $\tilde{x}^{(i)}$. Adaptado de Slotine e Li (1991).

A partir do resultado anterior tem-se que: $|z_1| \leq \Phi/\lambda^{n-1-i}$, notando que $\frac{p}{p+\lambda} = \frac{p+\lambda-\lambda}{p+\lambda} = 1 - \frac{\lambda}{p+\lambda}$, observando a Figura A.2, é possível chegar na Equação A.9, demonstrando a validade da hipótese descrita na Equação A.5.

$$|\tilde{x}^{(i)}| \leq \left(\frac{\Phi}{\lambda^{n-1-i}} \right) \left(1 + \frac{\lambda}{\lambda} \right)^i = (2\lambda)^i \varepsilon \quad (\text{A.9})$$

A Equação A.9 mostra que $\tilde{x}^{(i)}$ é limitado. Finalmente, no caso mais interessante $\tilde{x}(0) \neq 0$, os limites da Equação A.8 para $\tilde{x}^{(i)}$ são atendidos assintoticamente, ou seja, tendem a zero $\tilde{x}^{(i)} \rightarrow 0$ com uma constante de tempo $(n-1)/\lambda$. Como consequência, um problema de rastreamento de ordem n foi substituído por um problema de estabilização de primeira ordem na função escalar s . Com o intuito de manter $s = 0$ escolhe-se um controle u de tal forma que fora da superfície $S(t)$ a condição da Equação A.10 seja atendida.

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2 \leq -\eta |s|, \quad \eta > 0 \quad (\text{A.10})$$

De acordo com Slotine e Li, (1991), a Equação A.10 diz que a distância ao quadrado até a superfície $S(t)$ decresce ao longo de todas as trajetórias do sistema. Com isso, as trajetórias de um ponto até a superfície $S(t)$ são limitadas. Consequentemente, quando a trajetória do sistema alcança a superfície, esta permanece na superfície, isto é, uma vez atendida a condição de deslizamento (Equação A.12), a superfície de deslizamento se transforma em um conjunto invariante. O que foi dito pode ser visto na Figura A.3. As trajetórias podem se mover, enquanto estão se dirigindo para a superfície $S(t)$.

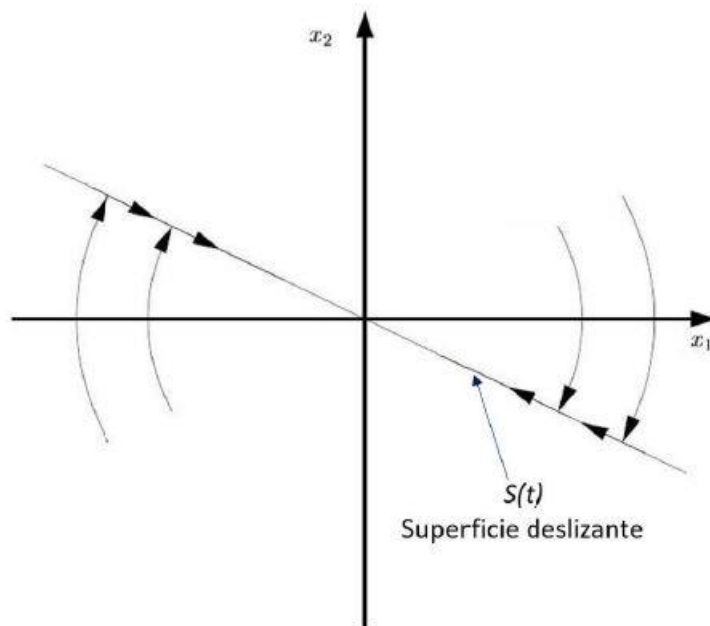


Figura A.3 – Condição de deslizamento. Adaptado de Slotine e Li (1991).

Cabe salientar que a condição de deslizamento torna o sistema o suficiente robusto para lidar com incertezas no modelo e perturbações. Atendida a condição de deslizamento, a função de chaveamento passa a se chamar de superfície deslizante $S(t)$ (SLOTINE & LI, 1991), e o comportamento do sistema (vetor X) esteja contido na superfície $S(t)$. O comportamento (dinâmica) do sistema é chamado de modo deslizante (*sliding mode*) e as trajetórias do sistema serão definidas pela Equação A.11.

$$\left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{n-1} \tilde{x} = 0 \quad (\text{A.11})$$

Logo, a superfície $S(t)$, é ao mesmo tempo um lugar e uma dinâmica. É importante destacar que, se a condição de deslizamento, ou seja, se a Equação A.10 for atendida, isto é, $x(0) \approx x_d(0)$, a superfície $S(t)$, será alcançada num tempo finito menor que $|s(t=0)|/\eta$.

Assume-se por exemplo, que $s(t = 0) > 0$ e define-se $t_{alcançe}$ o tempo requerido para a trajetória do sistema alcançar a superfície $s = 0$. Integrando a Equação A.10 no intervalo de $t = 0$ até $t_{alcançe}$ chega-se em: $0 - s(t = 0) = s(t = t_{alcançe}) - s(t = 0) \leq -\eta(t_{alcançe} - 0)$, que implica: $t_{alcançe} \leq |s(t = 0)|/\eta$, um resultado similar é encontrado se assumirmos $s(t = 0) < 0$.

Conclui-se então que uma vez na superfície, o erro de rastreamento tende exponencialmente para “zero” com uma constante de tempo $(n - 1)/\lambda$, a partir da sequência de $n - 1$ filtros de constante de tempo λ mostrados na Figura A.4. Considerando, $n = 2$, na Figura 2.4 ilustra-se graficamente o atendimento das condições de deslizamento para a superfície deslizante anteriormente definida nas Equações A.4 e A.10.

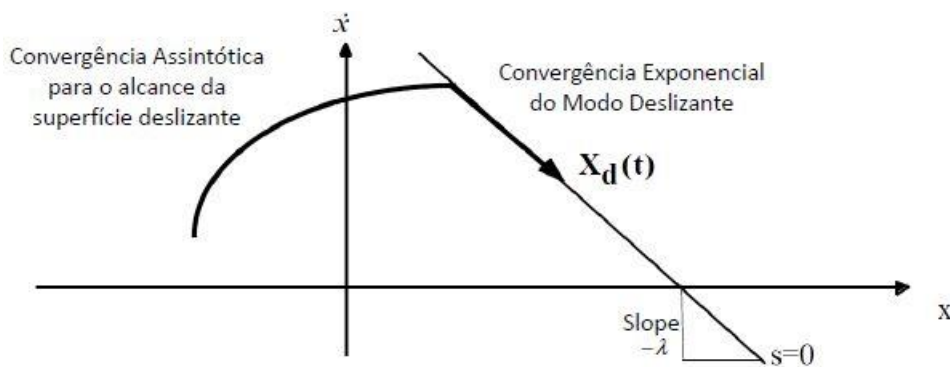


Figura A.4 – Interpretação gráfica das condições A.4 e A.10 ($n = 2$). Adaptado de Slotine e Li (1991).

Resumindo, o controle por modos deslizantes consiste na definição de uma superfície deslizante em função do erro (Equação A.7), de tal forma que atendendo a condição de deslizamento (Equação A.13), as trajetórias do sistema, por exemplo, x e $\dot{x}$ na Figura A.4, partindo de fora da superfície possam convergir à superfície $s = 0$ em um tempo menor do que $(n - 1)/\lambda$ e posteriormente com uma constante de tempo $1/\lambda$ consiga atender $\tilde{X} = \tilde{X}_d$. O controle u deve ser escolhido de tal forma que a condição de deslizamento seja atendida, além disso, devido à capacidade da lei de controle em lidar com perturbações e incertezas no modelo faz-se necessário que o controle seja “descontínuo ao longo de $S(t)$ ”.

Como na prática o chaveamento de controle não é instantâneo nem o valor de s é conhecido com precisão, produz-se o fenômeno conhecido como *chattering*, o qual gera alta atividade permanente e excessiva de controle, a qual pode excitar dinâmicas de alta frequência que até o momento não foram consideradas no modelo (SLOTINE & LI, 1991). Na Figura A.5 ilustra-se o fenômeno de *chattering* causado pelo controle por chaveamento, posteriormente será mostrada uma solução a este problema.

A ideia do controle por modos deslizantes é definir uma superfície $S(t)$, que é função do erro de rastreamento, e então definir uma lei de controle u que garanta que s^2 se comporte como uma função de Lyapunov, quando o sistema estiver em malha fechada, apesar das incertezas e perturbações (SLOTINE & LI, 1991). Atrasos na atuação da lei de controle podem levar a instabilidade do sistema.

A.2.1 Aproximação Contínua de Modos Deslizantes

Segundo Hung *et al.* (1993), a hipótese de que o controle pode ser chaveado de um valor a outro a uma velocidade infinitamente alta é a principal causa de *chattering*. A principal razão para isto ocorrer são a presença de atrasos de tempo finitos no cálculo do controle dos atuadores físicos.

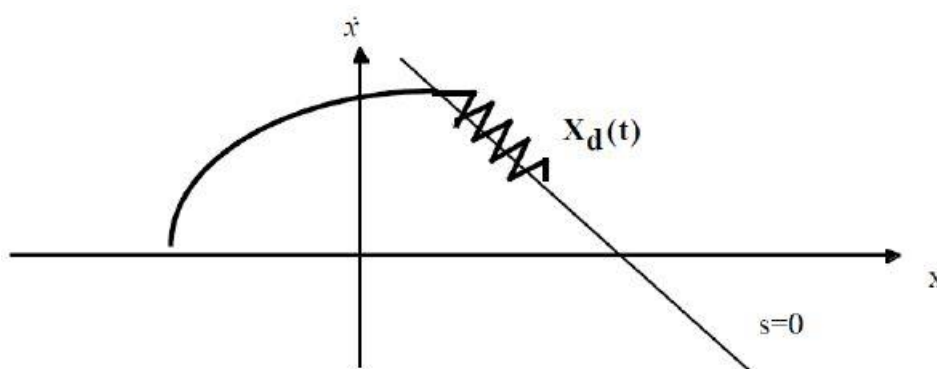


Figura A.5 – Fenômeno de *chattering* em modos deslizantes. Adaptado de Slotine e Li (1991).

Vários métodos têm sido implementados para eliminar este fenômeno ou pelo menos reduzir seus efeitos, entre eles tem-se:

A.2.1.1 Sintonização da lei de alcance

Consiste em sintonizar os parâmetros q_i e k_i na lei de alcance, conforme a Equação A.12, próximo da superfície deslizante ($s \approx 0$) tal que $|\dot{s}_i| \approx q_i$, escolhendo o ganho k_i o suficientemente pequeno, a quantidade de movimento vai se reduzir na medida que as trajetórias se aproximarem da superfície de chaveamento e como resultado a amplitude do *chattering* se reduz. Caso $q_i = 0$ o tempo de alcance pode-se tornar infinito, a sintonização do termo k_i pode incrementar a velocidade de alcance na medida que este também aumenta.

$$\dot{s}_i = -q_i \text{sign}(s_i) - k_i s_i, \quad i = 1, \dots, m \quad (\text{A.12})$$

A.2.1.2 Aproximação contínua

Utilizada também com o intuito de reduzir o *chattering*, consiste em trocar o termo descontínuo devido ao chaveamento definido pela Equação A.13 por uma aproximação contínua $\text{sat}(s/\mu)$, onde $\text{sat}(\cdot)$ é a função de saturação, descrita pela Equação A.14. O *chattering* produz uma resposta de alta frequência/baixa altitude na entrada de controle, levando à falha prematura dos atuadores.

$$u(s) = \text{sign}(s) = \begin{cases} +1 & s > 0 \\ -1 & s < 0 \end{cases} \quad (\text{A.13})$$

$$u(s) = \text{sat}(s) = \begin{cases} +1 & s > \mu \\ s/\mu & |s| \leq \mu \\ -1 & s < -\mu \end{cases} \quad (\text{A.14})$$

Com esta aproximação consegue-se que dentro da camada limite μ haja a função aproximada, enquanto que fora desta o controle continue com as características do controle chaveado descontínuo, conforme a Equação A.13. Ao contrário do que acontece com a função sinal, a superfície s com a função saturação não é forçada a seguir a linha $s = 0$ nem a permanecer na vizinhança $\pm\mu$. De acordo com Hung *et al.* (1993), as conclusões desta aproximação podem ser obtidas: *i)* os modos deslizantes não existem devido às trajetórias do sistema não terem sido forçadas a permanecer na superfície $s = 0$, *ii)* não há *chattering* devido ao controle aproximado a ser utilizado dentro da camada limite e, *iii)* a propriedade de invariância não existe mais.

A.2.1.3 Método de controle equivalente

De acordo com Da Silva (2007) o método de controle equivalente é uma técnica para determinar as equações diferenciais que podem representar modos deslizantes de sistemas de controle a estrutura variável.

Considere uma planta não linear variante no tempo de ordem n com m variáveis de controle, mostrada na Equação A.1 e considere um vetor de controle com funções de chaveamento escalares invariantes no tempo. Também considere que são satisfeitas as condições necessárias e suficientes para a existência de um modo deslizante na interseção das superfícies de chaveamento $S_1, S_2, \dots, S_r$ com $r \leq m$ e representada por $S_{1,2,\dots,r} = S_1 \cap S_2 \cap \dots \cap S_r$. Compreende-se que durante o modo deslizante a Equação A.15 deve ser satisfeita.

$$s_i(x) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (\text{A.15})$$

Derivando em função do tempo cada trajetória definida pela Equação A.15, conclui-se que durante o modo deslizante as equações definidas pela Equação A.16 devem ser satisfeitas.

$$\dot{s}_i(x) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (\text{A.16})$$

Como s_i é a função do vetor de estados x , a derivada temporal de s_i pode ser escrita utilizando a regra da cadeia em função da derivada temporal de x , como mostra a Equação A.17.

$$\dot{s}_i(x) = \nabla(s_i(x))^T \dot{x} = \nabla(s_i(x))^T f(t, x, u) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (\text{A.17})$$

Da própria definição das variáveis de controle apresentada na Equação A.2 sabe-se que durante o modo deslizante as variáveis de controle $u_1, u_2, \dots, u_r$ são indeterminadas e cada variável de controle $u_{r+1}, u_{r+2}, \dots, u_{r+m}$ é definida por uma respectiva função contínua u_i^- ou u_i^+ . Na Equação A.18 mostra a dependência da função f com as variáveis de controle.

$$\nabla(s_i(x))^T \dot{x} = \nabla(s_i(x))^T f(t, x, u_1, u_2, \dots, u_r, u_{r+1}, u_{r+2}, \dots, u_{r+m}) = 0 \quad (A.18)$$

$$i = 1, 2, \dots, r$$

De acordo com Da Silva (2007), é razoável considerar que tais variáveis de controle possam ser determinadas de modo que o sistema de equações definido pela Equação A.16 seja satisfeita. Com isso, considera-se um conjunto de funções contínuas $u_1 = u_1^{eq}, u_2 = u_2^{eq}, \dots, u_r = u_r^{eq}$ capazes de satisfazer a Equação A.18 durante um modo deslizante, o qual ocorre sobre $S_{1,2,\dots,r}$, com amplitudes limitadas pelas amplitudes das respectivas funções u_i^- e u_i^+ , isto é:

$$\min(u_i^-, u_i^+) \leq u_i^{eq} \leq \max(u_i^-, u_i^+), \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (A.19)$$

O conjunto de variáveis de controle $u_1 = u_1^{eq}, u_2 = u_2^{eq}, \dots, u_r = u_r^{eq}$ é denominado controle equivalente e a equação diferencial definida pelo controle equivalente pode representar os modos deslizantes do sistema a estrutura variável sobre $S_{1,2,\dots,r}$. Explicando de outra maneira, o controle equivalente é o conjunto de controles $u_1 = u_1^{eq}, u_2 = u_2^{eq}, \dots, u_r = u_r^{eq}$ que satisfazem a Equação A.19.