

TESE
124

TESE
~~124~~ 126

ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ

EF EI

CÁLCULO TEÓRICO DO ESCOAMENTO EM
MÁQUINA DE FLUXO RADIAL

LUCIO BENEDITO RENNO SALOMON

ITAJUBÁ

M. GERAIS



PARECER DA COMISSÃO EXAMINADORA

9 A Comissão de Exame da Tese de Mestrado "CALCULO TEÓRICO DO ESCOAMENTO EM MÁQUINAS DE FLUXO RADIAIS", do candidato LÚCIO BENEDITO RENNÓ SALOMON, em Sessão de Decisão realizada após a Defesa de Tese em 08 de abril de 1972 às 11:00 horas, decidiu atribuir o conceito 1 (UM) à mesma, na forma do Art. 16 do Regulamento de Tese de Mestrado ou seja, aprovado com louvor.

EFEI, 08 de abril de 1972.

PROF. ZULCY DE SOUZA

PROF. MARCIUS FANTOZZI GIORGETTI

PROF. RICHARD BRAN

O presente trabalho originou-se durante os meus estudos na Universidade Técnica de Berlin.

Gostaria de acentuar meus agradecimentos ao Professor R. Wille, diretor do Instituto de Mecânica dos Fluidos Hermann Föttinger, da T.U. Berlin, bem como os assistentes Giese e Hellmann que fizeram as comprovações práticas do método, em seus bancos de ensaio.

Pela minha estadia no estrangeiro agradeço ao ROTARY INTERNATIONAL que me proporcionou uma bolsa de um ano e principalmente a EFEI que possibilitou a conclusão de meus cursos. Ao Professor R. Bran pela apresentação e também ao Professor Zulcy de Souza e demais membros do DME, meus agradecimentos; agradeço também a srta. Edna Suzana Palma pelo trabalho de datilografia.

I N D I C E

	página
1 - INTRODUÇÃO	5
2 - TRANSFORMAÇÕES CONFORME	7
3 - Preparação	7
4 - Teoria	8
5 - Série de Glauert	11
6 - PROCESSOS DIRETOS	13
7 - Campo de velocidade	13
8 - Função circulação	14
9 - Velocidades induzidas	16
0 - Condição de contorno	18
1 - Aplicação prática do processo	23
2 - Solução do problema dada a geometria de contorno ...	25
3 - Método do capítulo I	25
4 - Método do capítulo II	27
5 - MÉTODO PROCURADO	29
6 - Introdução	29
7 - Teoria	30
8 - Um estágio	30
9 - Cálculo do problema conhecida a geometria do sistema	34
0 - Cálculo da velocidade na pá	35
1 - Cálculo da distribuição de pressão	38

	página
22 - Cálculo da geometria conhecendo as características do escoamento	38
23 - Grades em estágios com perfis de espessura finita .	43
24 - APLICAÇÃO E CONCLUSÃO	45
25 - LITERATURA	48
26 - DIAGRAMA EM BLOCO	52
27 - EXEMPLOS	54
28 - CURVAS	54
29 - INTRODUÇÃO	55
30 - TRANSFORMAÇÕES COORDENADAS	56
31 - PREPARAÇÃO	57
32 - GEOMETRIA	58
33 - TEORIA DE FLUIDOS	59
34 - PROCESSOS DIFUSIVOS	60
35 - Campo de velocidades	61
36 - Função circulação	62
37 - Velocidades induzidas	63
38 - Condição de contorno	64
39 - Aplicações práticas do problema	65
40 - Solução do problema dada a geometria de contorno	66
41 - Método do capítulo I	67
42 - Método do capítulo II	68
43 - MÉTODO DE POTENCIAIS	69
44 - INTRODUÇÃO	70
45 - FÓRMULAS	71
46 - Aplicações	72
47 - Solução do problema conhecida a geometria de contorno	73
48 - Solução do problema conhecida a velocidade na borda	74
49 - Solução do problema conhecida a velocidade na borda	75

MÉTODO DE CÁLCULO DO ESCOAMENTO DE UM
FLUÍDO ATRAVÉS DE MÁQUINAS DE FLUXO RADIAIS

I N T R O D U C Ã O

Segundo K. Kusow comparando os métodos atuais, para cálculo do escoamento através de obstáculo, chegou-se a conclusão de que o método das singularidades é o que no menor tempo aproxima de resultados satisfatórios.

Nos últimos tempos foi aplicado, no cálculo de escoamento potenciais, em grades axiais, o método das singularidades. Utilizando a teoria feita por Birnbaum (1923), para uma asa isolada, que partia do princípio da distribuição de singularidades no contorno do perfil.

Neste trabalho aplicaremos tal teoria para o caso de uma grade radial. Sabemos que neste caso o escoamento de um fluido ideal somente no sistema absoluto é potencial, enquanto que no sistema relativo, o escoamento não é livre de rotacional.

Nos estudos existentes, para o caso de escoamentos bidimensionais, é usual aproximar a distribuição de singularidades por uma série. A precisão do cálculo é evidentemente função do número de termos, o que faz com que o aumento de precisão aumente assustadoramente o tempo de cálculo.

O presente trabalho visa portanto a obtenção de um processo de rápida convergência para o cálculo do escoamento de um fluido ideal através de sistemas rotativos que produza ainda o menor erro possível.

Para um termo de comparação do grau de precisão do método em estudo e dos métodos existentes, apresentaremos uma superposição de curvas dos métodos básicos existentes, e do trabalho na aplicação do escoamento através de pás infinitamente finas,

formas logarítmicas cuja solução foi apresentada por BUSEMANN. Apresentaremos ainda os resultados do cálculo teórico em comparação com medidas práticas feitas em um ventilador radial, no instituto Hermann-Föttinger, da Universidade de Berlin, bem como os dados obtidos no trabalho de DOMM, HERGT, e RADESTOCK.

Devido a existência de dezenas de trabalhos nos campos, apresentaremos nos dois primeiros capítulos as linhas gerais utilizadas nos cálculos.

No primeiro capítulo, sob o título de "TRANSFORMAÇÃO CONFORME" teremos os fundamentos dos métodos utilizados por: J. GRUBER, O. FÜZY, DOMM, HERGT, RADESTOCK, VERBA, HOFFMEISTER, KUSOW, SCHLICHTING, RAABE, SCHOLZ, CZIBERE. No segundo capítulo, sob o título de "PROCESSOS DIRETOS" os fundamentos dos métodos de: ISAY-SCHILHANSL. No terceiro capítulo então apresentaremos o método, que deve ser enquadrado como um Processo Direto, proposto neste trabalho. No quarto capítulo, faremos então uma comprovação prática do cálculo, apresentando gráficos, tabelas e programas.

I - TRANSFORMAÇÕES CONFORME

1 - Preparação:

Tais processos com ajuda da equação de transformação de KÖNIG, transforma as grades radiais em grades axiais.

$$\bar{\psi} - l^* = N \cdot t \cdot \left(\ln \bar{z} / (2\pi) \right) \cdot e^{-1\lambda} \quad (7.1)$$

PLANO - Z

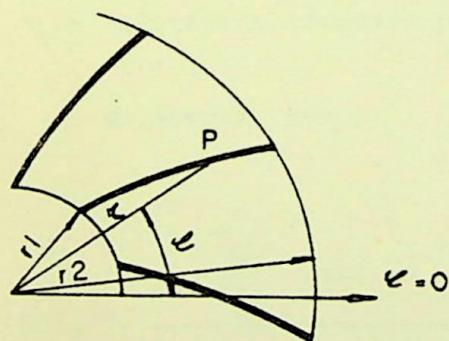
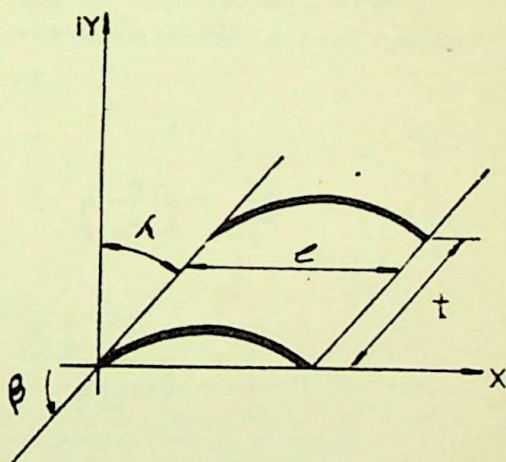


FIG. 1

PLANO - ψ



$N = n^o$ de pás

$t =$ passo

$l =$ comprimento da corda

Da equação (7.1), levamos em conta que:

$z = re^{i\varphi}$ e $\psi = x + iy$ obtemos os valores das coor

denadas para uma transformação de planos. Conforre apresentado por Verba em seu trabalho, onde:

$\bar{z}$: é um valor normalizado com r_2

β : é o ângulo da espiral logarítmica que tem a resma corda.

l^* : é a projecção $l \cdot \sin \beta$

N : é o número de pás

Apresentaremos ainda:

$\bar{\varphi}$: coeficiente de vazão

$\bar{\psi}$: coeficiente de pressão

$\dot{Q}$: vazão por unidade de altura $\frac{\dot{V}}{b}$

b : altura do canal

u : velocidade tangencial

w : velocidade relativa

c : velocidade absoluta

2 - Teoria

Seja Γ a circulação por unidade de comprimento, então teros, para a velocidade tangencial,

$$\frac{u}{\bar{c}_r} = \left(\frac{r}{r_2} \right)^2 / \bar{\varphi}$$

$$\bar{\varphi} = \frac{\dot{Q}}{2\pi r_2 u_2}$$

onde:

$$\bar{c}_r = \frac{\dot{Q}}{2\pi r} \quad \text{e} \quad \bar{\varphi} = \text{coeficiente de vazão.}$$

Como condição de contorno, temos que a velocidade relativa deve ser tangencial a pã, então temos em P.

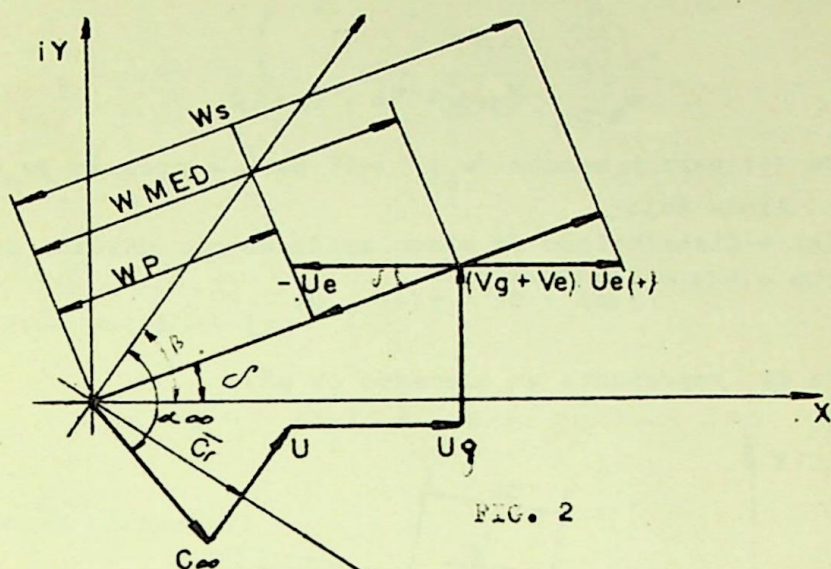


FIG. 2

$$\operatorname{tg} \beta_p = \frac{w_r}{w_u} \quad (9.7)$$

v_g = velocidade induzida pelo resto da grade.

v_e = velocidade induzida pela pã.

Do esquema temos:

$$\operatorname{tg} \beta_p = \frac{1 + \frac{u_g}{\bar{c}_r} \cdot \operatorname{sen} \beta - \left(\frac{v_g}{\bar{c}_r} + \frac{v_e}{\bar{c}_r} \right) \cdot \cos \beta}{\cot \alpha_\infty + \left(\frac{r}{r_2} \right)^2 \frac{1}{\varphi} + \frac{u_g}{\bar{c}_r} \cos \beta + \left(\frac{v_g}{\bar{c}_r} + \frac{v_e}{\bar{c}_r} \right) \operatorname{sen} \beta} \quad (9.8)$$

$$\frac{w_{med}}{\bar{c}_r} = \frac{\cos (\alpha_\infty - \beta_g)}{\operatorname{sen} \alpha_\infty} + \frac{v_g + v_e}{\bar{c}_r} \cdot \operatorname{sen} \gamma + \frac{u_g}{\bar{c}_r} \cos \gamma + \left(\frac{r}{r_2} \right)^2 \cdot \cos \beta / \bar{\varphi} \quad (9.9)$$

Para as velocidades no lado de pressão e sucção temos:

$$w_{s.p} = w_{med} \pm u_e \cdot \cos \vartheta \quad (10.10)$$

onde (+) para a sucção (w_s); (-) para a pressão (w_p).

Ainda seja:

$\gamma(x)$ = distribuição de singularidades por unidade de comprimento.

$$\gamma(x) \cdot dx = \gamma(s) \cdot ds \quad (10.11)$$

onde ds representa um elemento da pã.

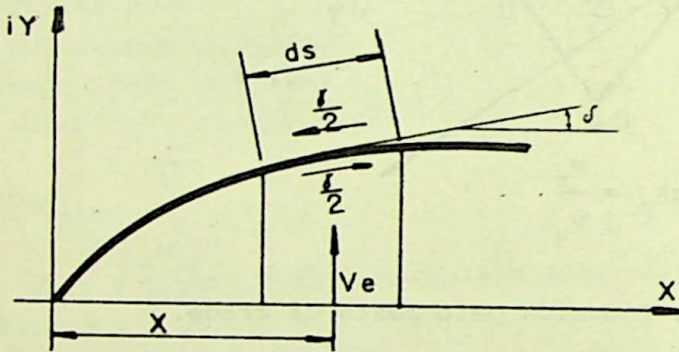


FIG - 3

com $\frac{dx}{ds} = \cos(\vartheta)$, temos: (10.12)

$$\gamma(x) = \gamma(s) / \cos \vartheta$$

As componentes de velocidades devido a indução própria, são:

$$v_e = - \frac{1}{2\pi} \int_{\frac{x'_1}{1} = 0}^{\frac{x'_1}{1} = d} \frac{\gamma\left(\frac{x'_1}{1}\right)}{\frac{x}{1} - \frac{x'_1}{1}} d\left(\frac{x'_1}{1}\right) \quad (11.1)$$

[(') = representa um ponto s/ pã.]

na direção vertical e

$$u_e = \pm \gamma\left(\frac{x}{1}\right) / 2 \quad (11.2)$$

na direção horizontal.

Com uma aproximação de $\gamma\left(\frac{x}{1}\right)$ com uma série de Glauert, temos:

$$\gamma(x(\tau)) = 2 \cdot c_r (A_0 \cdot \cotg \frac{\tau}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sen n\tau) \quad (11.3)$$

$$\text{onde: } \cos(\tau) = 1 - 2x/1 \quad (11.4)$$

Das equações (11.1) e (11.2) temos:

$$\frac{u_e}{c_r} = \pm (A_0 \cotg \frac{\tau}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sen n\tau) \quad (11.5)$$

$$\frac{v_e}{c_r} = - A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos n\tau \quad (11.6)$$

Para a obtenção da indução do resto da grade, temos se

gundo Scholz e Pistolesi:

$$u_g - iv_g = \frac{1}{2} \cdot \frac{t}{t} \int_{\frac{x'}{l}}^1 \frac{\gamma(\frac{x'}{l})}{\frac{x}{l} - \frac{x'}{l}} \left\{ e^{i(\frac{\pi}{2} - \beta)} \cotgh \frac{\pi}{2} \left[\frac{\pi e^{i(\frac{\pi}{2} - \beta)}}{t/f} \right] \right.$$

$$\frac{x'}{l} = 0 \qquad b = \frac{x}{l}$$

... representa um ponto a' da

$$\left(\frac{x}{l} - \frac{x'}{l} \right) \left[- \frac{1}{\pi} \frac{t/l}{\frac{x}{l} - \frac{x'}{l}} \right] d\left(\frac{x'}{l} \right) \quad (12.1)$$

... direção horizontal

Com $\gamma(x)$ da equação (11.3) encontramos na equação (12.1) uma equação que será integrada numericamente. Com isto obtemos segundo Schiliching, as Integrals Universais para uma grade axial.

$$\frac{u_g}{c_r} = \sum_{n=0}^M A_n G_{\gamma n} \quad (12.2)$$

$$\frac{v_g}{c_r} = \sum_{n=0}^M A_n f_{\gamma n} \quad (12.3)$$

Onde $G_{\gamma n}$ e $f_{\gamma n}$ são funções tabeladas de $\frac{x}{l}$, $\frac{t}{l}$ e

$\lambda = 90 - \beta_s$, que apresentam as soluções das integrais obtidas, (vide Schiliching).

... da direção do escoamento

Então temos o campo de velocidade resultante.

2 - Функциональный анализ

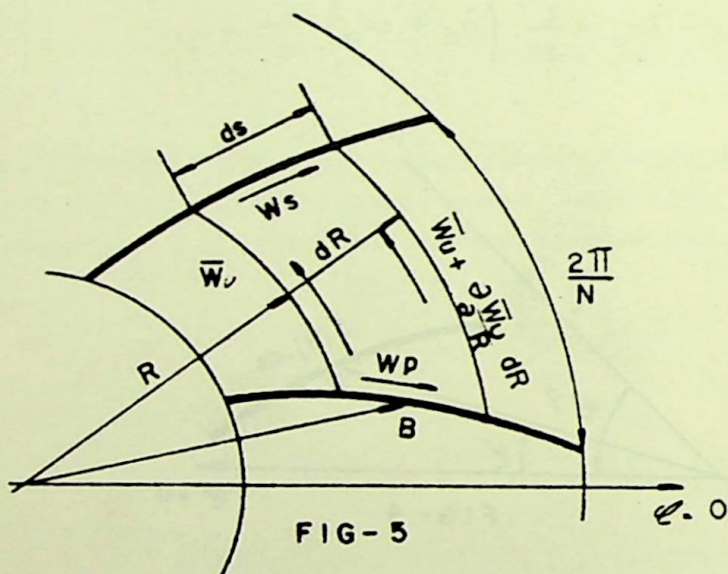
$$d\bar{c}_Y = du_Y - 1dv_Y = \frac{1}{2\pi} \gamma_B ds \frac{NZ^{n-1}}{Z^N - \xi^N} \quad (13.1)$$

Então temos o campo de velocidade resultante.

$$\bar{c}_\gamma = \bar{u}_\gamma - i dv_\gamma = \frac{1}{2\pi} \int \gamma(s) \cdot \frac{NZ^{N-1}}{Z^N - \xi^N} ds \quad (14.1)$$

onde $Z = r \cdot e^{i\varphi}$, e $\xi = \rho e^{i\psi}$ onde ξ representa o contorno da pã.

2 - Função circulação



As duas pãs e os segmentos de raio R e $R+dR$ fecham uma área $(2\pi/N)R \cdot dR$.

A integral de linha nestes limites nos dá:

$$d\Gamma = \int_0^{\frac{2\pi}{N}} \left(w_u + \frac{\delta w_u}{\delta R} dR \right) (R + dR) d\varphi - w_p \cdot ds - \int_0^{\frac{\pi}{N}} w_u \cdot R \cdot d\varphi + w_s ds$$

seja:

$$\bar{w}_u = \frac{N}{2\pi} \int_0^{2\pi} w_u \cdot d\psi$$

então temos:

$$d\Gamma = \frac{2\pi}{N} d(R\bar{w}_u) + (w_s - w_p) ds \quad (15.1)$$

Mas por Stokes temos:

$$d\Gamma = 2 \cdot \frac{2\pi}{N} \omega R dR. \quad (15.2)$$

Então temos:

$$(w_s - w_p) ds = \frac{2\pi}{N} (2 \cdot \omega R \cdot dR - d(R \cdot \bar{w}_u))$$

Com $\bar{c}_u = u - \bar{w}_u$ temos:

$$(w_s - w_p) ds = \frac{2\pi}{N} \frac{d(R\bar{c}_u)}{dR} \cdot dR$$

Mas:

$$(w_s - w_p) ds = \gamma_B ds$$

$$\gamma_B ds = \frac{2\pi}{N} \frac{d(R\overline{C}_u)}{dR} dR \quad \text{ou:}$$

$$\gamma = \frac{\gamma_B}{\sin \beta} = \frac{2\pi}{N} \frac{d(R\overline{C}_u)}{dR} \quad (16.1)$$

Tal equação feita por Stauffer, diz que a função γ é uma função de $\underline{R}$ somente.

3 - Velocidades induzidas

Tomando $z = re^{i\varphi}$ e $\xi = \rho e^{i\psi}$ na equação (14.1) temos:

$$u_\gamma(r, \varphi) = \frac{N}{2\pi r} \int \gamma(s) \frac{\frac{\sin(N\varphi - N\psi - \varphi) + \left(\frac{\rho(\psi)}{r(\varphi)}\right)^{-N} \sin \varphi}{\left(\frac{\rho(\psi)}{r(\varphi)}\right)^N + \left(\frac{\rho(\psi)}{r(\varphi)}\right)^{-N} - 2 \cdot \cos N(\varphi - \psi)} ds \quad (16.2)$$

$$v_\gamma(r, \varphi) = \frac{N}{2\pi r} \int \gamma(s) \frac{\frac{\cos(N\varphi - N\psi - \varphi) - \left(\frac{\rho(\psi)}{r(\varphi)}\right)^{-N} \cos \varphi}{\left(\frac{\rho(\psi)}{r(\varphi)}\right)^N + \left(\frac{\rho(\psi)}{r(\varphi)}\right)^{-N} - 2 \cdot \cos N(\varphi - \psi)} ds \quad (16.3)$$

E ainda:

$$u_o(r, \varphi) = \frac{\dot{Q}_e}{2\pi} \cdot \frac{\cos \varphi}{r} + \frac{\Gamma_o}{2\pi} \cdot \frac{\sin \varphi}{r} \quad (16.4)$$

$$v_o(r, \varphi) = \frac{\dot{Q}_o \cdot \sin \varphi}{2\pi r} - \frac{\Gamma_o}{2\pi} \cdot \frac{\cos \varphi}{r} \quad (17.1)$$

com:

$$c_u = \frac{N}{2\pi r} \int \gamma(s) \frac{\cos N(\varphi - \psi) - \left(\frac{\rho(\psi)}{r(\varphi)}\right)^{-N}}{\left(\frac{\rho(\psi)}{r(\varphi)}\right)^N + \left(\frac{\rho(\psi)}{r(\varphi)}\right)^{-N} - 2 \cdot \cos N(\varphi - \psi)} ds \quad (17.2)$$

$$c_r = \frac{N}{2\pi r} \int \gamma(s) \frac{\sin N(\varphi - \psi)}{\left(\frac{\rho(\psi)}{r(\varphi)}\right)^N + \left(\frac{\rho(\psi)}{r(\varphi)}\right)^{-N} - 2 \cdot \cos N(\varphi - \psi)} ds \quad (17.3)$$

em coordenadas polares - com uma pequena transformação da equação da velocidade tangencial, temos:

$$c_u = \frac{N}{4\pi r} \left[\int \gamma(s) \frac{\left(\frac{\rho(\psi)}{r(\varphi)}\right)^N - \left(\frac{\rho(\psi)}{r(\varphi)}\right)^{-N}}{\left(\frac{\rho(\psi)}{r(\varphi)}\right)^N + \left(\frac{\rho(\psi)}{r(\varphi)}\right)^{-N} - 2 \cdot \cos N(\varphi - \psi)} ds - \int \gamma(s) \cdot ds \right]$$

No qual a 2a. integral apresenta a variação de velocidade devido a circulação que apresenta o sistema radial em comparação com o sistema axial. Tal velocidade foi denominada por

Verba como sendo a velocidade de correção, devido a Gruber, para a transformação conforme de uma grade radial em uma axial.

Temos ainda:

$$c_{u_0} = -\Gamma_0 / (2\pi r) \quad (18.1)$$

$$c_{r_0} = \dot{Q}_0 / (2\pi r) \quad (18.2)$$

Componente tangencial e radial da velocidade do escoamento para o qual a pã é transparente.

4 - Condições de contorno:

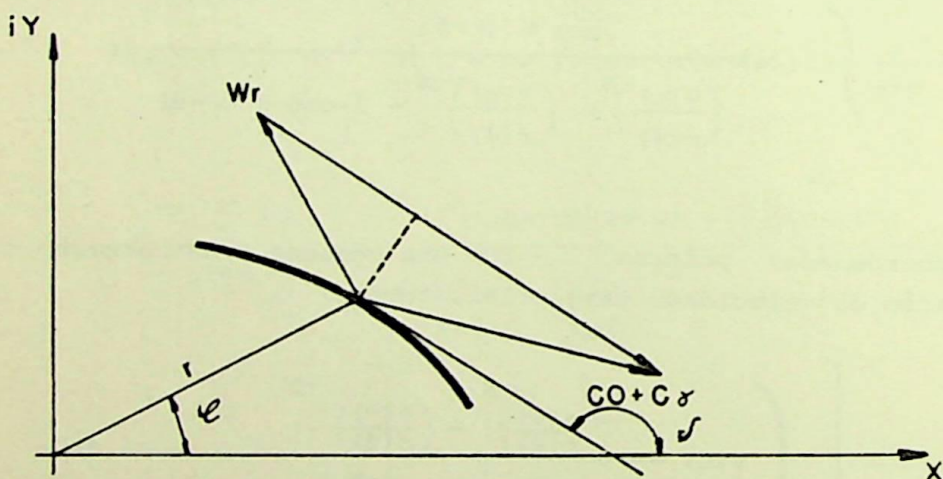


FIG - 6

Como a velocidade relativa tem que ser tangencial a pã e esta é uma linha do escoamento, temos:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{dy}{dx} = \frac{r'(\psi) \cdot \operatorname{sen} \psi + r(\psi) \cdot \cos \psi}{r'(\psi) \cdot \cos \psi - r(\psi) \cdot \operatorname{sen} \psi} = f \left(\frac{w_u}{w_r} \right)$$

onde (') representa a derivação em ψ . Então temos após pequenos cálculos:

$$- \omega r'(\varphi) \cdot r(\varphi) - \frac{\Gamma_0}{2\pi} \cdot \frac{r'(\varphi)}{r(\varphi)} - \frac{\dot{Q}_0}{2\pi} =$$

$$= \frac{N}{2\pi} \int \gamma(s) \frac{\left(\frac{\rho(\psi)}{r(\varphi)}\right)^{-N} \cdot \frac{r'(\psi)}{r(\varphi)} + \sin N(\varphi-\psi) - \frac{r'(\varphi)}{r(\varphi)} \cdot \cos N(\varphi-\psi)}{\left(\frac{\rho(\psi)}{r(\varphi)}\right)^N + \left(\frac{\rho(\psi)}{r(\varphi)}\right)^{-N} - 2 \cdot \cos N(\varphi-\psi)} \cdot ds$$

A equação da condição de contorno.

Neste ponto Schilhansl faz a aproximação de $\gamma(s)$ com uma série de Glauert modificada onde:

$$\gamma(R) = B_0 \sqrt{\frac{1-k}{1+k}} + \sum_{n=1}^{P-1} B_n \cdot k^{n-1} (1-k^2)^{1/2}$$

onde:

$$k = 2 \cdot r \cdot (R_1 + R_2) / (R_2 - R_1)$$

sendo ainda:

$$\gamma(s) ds = \gamma(\psi) \cdot \sqrt{\rho^2 + \left(\frac{d\rho}{d\psi}\right)^2} \cdot d\psi$$

onde ρ na pá é uma função somente de ψ .

Para o cálculo dos coeficientes B_n ($n = 0, \dots, P-1$), por substituição da equação de $\gamma(s)$ na condição de contorno, obtemos P equações com P grandezas desconhecidas.

Apresentaremos a seguir o método apresentado por ISAY.

Denominaremos o núcleo da equação da condição de contorno' por $K(\varphi, \psi)$, temos:

$$\lim_{\varphi \rightarrow \psi} (\varphi - \psi) \times k(\varphi, \psi) = \frac{N}{2\pi} \cdot \lim_{\varphi \rightarrow \psi} \frac{\frac{r'}{r} \cdot \frac{r^{N-\rho N}}{\varphi - \psi} \cdot r^N + r^N \rho^N}{\left(\frac{r^{N-\rho N}}{\varphi - \psi}\right)^2 + r^N \rho^N} = \frac{1}{2\pi}$$

Com isto podemos escrever:

$$k(\varphi, \psi) = \frac{1}{2\pi} \cdot \left(\frac{1}{\varphi - \psi} + H(\varphi, \psi) \right) \quad (20.1)$$

onde:

$$H(\varphi, \varphi) = \frac{1}{2} \cdot \frac{N \frac{r'}{r} + (N-1) \left(\frac{r'}{r} \right)^3 + \frac{r' \cdot r''}{r^2}}{1 + \left(\frac{r'}{r} \right)^2} \quad (20.2)$$

Vamos definir:

$$f(\varphi) = -2\omega r(\varphi) \cdot r'(\varphi) - \frac{\Gamma_0}{2\pi} \cdot \frac{r'(\varphi)}{r(\varphi)} - \frac{\dot{Q}_0}{2\pi} \quad (20.3)$$

Então obtemos:

$$f(\varphi) = \frac{1}{\pi} \int_{-\alpha}^{\alpha} \gamma(\psi) \cdot \left(\frac{1}{\varphi - \psi} + H(\varphi, \psi) \right) \cdot d\psi \quad (20.4)$$

com:

$$\varphi = -\alpha \cdot \cos t \quad \text{e} \quad \psi = -\alpha \cdot \cos \tau, \quad \text{obtemos:}$$

$$g(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} w(\tau) \cdot \left(\frac{1}{\cos \tau - \cos t} + \alpha H(t, \tau) \sin t \right) \cdot d\tau \quad (20.5)$$

$$\text{Para } 0 \leq \frac{t}{\tau} \leq \pi$$

Onde:

$$w(\tau) = \gamma(\tau) \cdot \sin \tau$$

$$g(t) = f(\tau) \cdot \sin t$$

Com a aproximação de $g(t)$ por uma série de Fourier, temos:

$$g(t) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} g_n \cdot \sin n t \quad (21.1)$$

Ainda seja:

$$\alpha, \sin t \cdot H(t, \tau) = \sum_{\mu=1}^{\infty} \sum_{v=1}^{\infty} b_{\mu v} \sin \mu t \cdot \cos v \tau$$

Onde o sinal (-) significa que ambos os lados possuem os mesmos coeficientes em uma série de Fourier.

Com a introdução de um novo sistema orthonormal, obtemos

$$\varphi_{\alpha}(t) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \sin \alpha t, \quad \psi_{\beta}(\tau) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \cos \beta \tau, \quad \psi_0 = \frac{1}{\sqrt{\pi}}$$

e $\alpha, \beta = 1, 2, \dots$

Temos:

$$g(t) = 2 \cdot \int_0^{\pi} k(t, \tau) \cdot w(\tau) \cdot d\tau \quad \text{então,}$$

obtemos para os elementos da matriz do núcleo $a_{\alpha\beta}$

$$a_{\alpha\beta} = \int_0^{\pi} \int_0^{\pi} k(t, \tau) \cdot \varphi_{\alpha}(t) \cdot \psi_{\beta}(\tau) \cdot d\tau \cdot dt = \Delta_{\alpha\beta} + \frac{1}{2} b_{\alpha\beta}$$

ou seja

matriz de transformação, em especial teremos:

$$a_{\alpha 0} = \frac{1}{\sqrt{2}} b_{\alpha 0} \quad \text{para } \alpha = 1, 2, 3 \dots \quad (22.1)$$

e com $\Delta_{\alpha\beta}$ como o delta de Kronecker.

Então obtemos a equação equivalente a integral (20.5).

$$\sum_{\beta=0}^{\infty} a_{\alpha\beta} \delta_{\beta} = g_{\alpha} \quad \alpha = 1, 2, 3 \dots \quad (22.2)$$

onde δ_{β} são os coeficientes da série de $w(\tau)$.

Em notação matricial, temos a equação de operadores:

$$(E + B) \cdot \delta = g \quad (22.3)$$

onde E representa uma matriz unitária expandida:

$$E = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \quad \text{com} \quad R = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots \\ 1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 1 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 1 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

onde ER = operador unitário = Δ , supondo a condição:

$|R \cdot B| < 1$, com isto o seguinte método iterativo converge:

$$E \begin{pmatrix} n \\ w \end{pmatrix} = g - B \begin{pmatrix} n-1 \\ w \end{pmatrix} \quad (n = 1, 2, \dots; \begin{pmatrix} 0 \\ w \end{pmatrix} \equiv 0)$$

como solução, onde w_0 representa uma constante livre. Assim:

$$\begin{pmatrix} n \\ w \end{pmatrix} = \left[I - RB + (RB)^2 - \dots + (-1)^{n-1} (RB)^{n-1} \right] \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ w_0 \end{pmatrix}$$

Como prova da suposição, temos:

$$RB = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{b_{10}}{\sqrt{2}} & \frac{b_{11}}{2} & \frac{b_{12}}{2} \\ \frac{b_{20}}{\sqrt{2}} & \frac{b_{21}}{2} & \frac{b_{22}}{2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix} < 1$$

Então temos que a suposição só será satisfeita, quando:

$$\sum_{k=1}^M \frac{1}{\sin t} \cdot \frac{1}{\sin t} = \frac{1}{\sin t} \cdot \frac{1}{\sin t} = \frac{1}{\sin t}$$

$$\left[\frac{1}{\sin t} \cdot \sum_{\mu=1}^{\infty} \sum_{\nu=1}^{\infty} b_{\mu\nu}^2 + \frac{1}{\sin t} \cdot \sum_{\mu=1}^{\infty} b_{\mu 0}^2 < M \right] \frac{1}{\sin t} = \frac{1}{\sin t}$$

então obtemos:

$$\int_0^{\pi} \int_0^{\pi} \left(\frac{1}{\sin t} \cdot H(t, \tau) \right)^2 dt \cdot d\tau < \left(\frac{\pi}{\alpha} \right)^2$$

Então com as condições acima, obtemos que a solução da função distribuição de singularidades fica:

$$\Gamma(\tau) = \frac{1}{\sin \tau} \left(\frac{\delta_0}{\sqrt{\pi}} + \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sum_{n=1}^{\infty} \delta_n \cdot \cos n \tau \right) \quad (23.1)$$

5 - Aplicação prática do processo

Seja a equação:

$$\alpha \cdot \sin t \cdot H(t, \tau) = \sum_{\mu=1}^M \sum_{\nu=0}^M b_{\mu\nu} \cdot \sin \mu t \cdot \cos \nu \tau$$

com M termos.

Multiplicando a equação por $\sin \mu t \cdot \cos \nu \tau$ e integrando no período 2π .

Dividindo o intervalo $0: 2\pi$ em $M (= 2P)$ partes iguais e substituindo a integral por uma soma, com a utilização da regra do trapézio com um comprimento de intervalo $2\pi / (2P)$, temos:

$t_j = j \cdot \pi / M$ e $\tau_k = k \cdot \pi / M$ temos:

$$A_{\mu\nu} = \frac{1}{p^2} \cdot \sum_{j=1}^{M-1} \left(\sum_{k=1}^M \alpha \cdot \sin t_j \cdot H(t_j, \tau_k) \cdot \cos v \tau_k + \frac{\alpha}{2} \cdot \sin t_j \left[H(t_j, 0) + (-1)^v H(t_j, \pi) \right] \right) \cdot \sin \mu t_j$$

Para $v = 0, 1, 2, \dots, M$, $\mu = 1, 2, 3, \dots, M-1$

Então temos:

$$b_{\mu\nu} = A_{\mu\nu} \quad \text{para } v \neq 0, v \neq M$$

$$b_{\mu 0} = A_{\mu 0} / 2$$

$$b_{\mu M} = A_{\mu M} / 2$$

A função

$$g(t) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \sum_{k=0}^{M-1} g_k \cdot \sin kt$$

onde:

$$g_k = \frac{1}{p} \cdot \sum_{\mu=0}^{M-1} g(t_\mu) \cdot \sin \frac{\mu k \pi}{M}$$

Então a solução fica:

$$g_k = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot b_{k0} \cdot w_0 + w_k + \sum_{s=1}^M b_{ks} \cdot w_s$$

$$w_s = \frac{\delta_s}{\sin \tau}$$

6 - Solução do problema dada a geometria de contorno

a) Método do capítulo I

Da equação (42.1)

$$\cotg \alpha_{\infty} = \cotg \alpha_0 - \frac{\bar{\psi}}{4\bar{\varphi}}$$

onde $\bar{\psi}$ = coeficiente de pressão.

Mas:

$$\frac{\bar{\psi}}{\bar{\varphi}} = \frac{1}{t \cdot c_r} \cdot 2 \Gamma = \frac{2}{t \cdot c_r} \cdot l \cdot c_r \int_0^{\pi} \left(A_0 \cdot \cotg \frac{\tau}{2} + \sum_n A_n \cdot \sin n \tau \right) \cdot \sin \tau \cdot d\tau$$

$$\frac{\bar{\psi}}{\bar{\varphi}} = \frac{l}{t} \cdot 2 \pi (A_0 + \frac{1}{2} A_1) , \text{ obtemos } \cotg \alpha_{\infty}$$

Com a substituição das velocidades na equação da condição de contorno, temos,

$$\sum_{n=0}^B A_{n0} \cdot P(n, j) = \cotg \beta_j - \cotg \alpha_0$$

$$\sum_{n=0}^B A_{n\varphi} \cdot P(n, j) = - \left(\frac{r_j}{r_2} \right)^2$$

onde:

$$\frac{x_j}{l} = \frac{4j - 1}{4(B + 1)} \quad \text{segundo Schlichting,} \quad e$$

$$A_n = A_{n0} + A_{n\varphi} / \sqrt{\psi}$$

$$P(0,j) = -\frac{\pi}{2} \cdot \frac{f}{t} + g_{Y0} \cdot \cos \beta_j \left(1 - \frac{\operatorname{tg} \beta_s}{\operatorname{tg} \beta_j} \right) + (f_{Y0} - 1) \cdot$$

$$\cdot \cos \beta_j \cdot \frac{1 + \operatorname{tg} \beta_s \cdot \operatorname{tg} \beta_j}{\operatorname{tg} \beta_j}$$

$$P(1,j) = -\frac{\pi}{4} \cdot \frac{f}{t} + g_{Y1} \cdot \cos \beta_s \left(1 - \frac{\operatorname{tg} \beta_s}{\operatorname{tg} \beta_j} \right) + (f_{Y1} + \cos \beta_j) \cdot$$

$$\cdot \cos \beta_j \cdot \frac{1 + \operatorname{tg} \beta_s \cdot \operatorname{tg} \beta_j}{\operatorname{tg} \beta_j}$$

Tal processo serve para o caso em que o contorno da pá não se afaste muito do contorno da espiral logarítmica que tenha a mesma corda e o ângulo β_s .

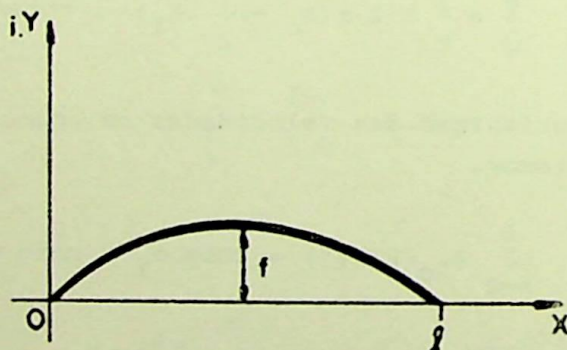


FIG - 7

Segundo Schlichting,

$$\frac{f}{l} \leq 0.10 + 0.15$$

onde $k = 1$ para as inclinações para trás e $k = (-1)^n$ para as
inclinações para frente, para a condição de saída da pã (Wu
- Jankowsky). E para a condição de entrada sem choque rápido
na o contrário.

$$\varphi_{sc} = -A_{0\varphi} / A_{00}$$

O coeficiente de pressão fica:

$$\bar{\psi}_{sc} = \frac{1}{t} \cdot \pi \cdot \left(A_{10} \varphi + A_{10} \bar{\varphi}_{sc} \right)$$

b) Método do capítulo II

Uma vez calculada a distribuição de singularidades, temos que a distribuição de velocidade pode ser obtida diretamente das equações encontradas.

Para o cálculo do momento, temos:

$$M = m \cdot \frac{N}{2\pi} \cdot r ; \quad \frac{M}{m} = \frac{N}{2\pi} \cdot r = \frac{\Delta p}{\rho \omega}$$

$$\frac{N}{\pi} \cdot \frac{\Gamma}{\omega_{R_R}^2} = \frac{2\Delta p}{\rho_R u_R^2} = \bar{\psi} \quad \text{mas}$$

$$\Gamma = \int_{-\alpha}^{\alpha} \Gamma(\psi) d\psi = \alpha \sqrt{\pi} \delta_0$$

$$\frac{1}{\psi} = \frac{\alpha N}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{\delta_0}{\omega_R^2} \right)$$

onde:

$$\frac{\delta_0}{\sqrt{\pi}} = -\sqrt{\frac{2}{\pi}} \sum_{n=1}^{\infty} k \cdot \delta_n$$

onde $k = 1$ para pás inclinadas para trás e $k = (-1)^n$ para pás inclinadas para frente, para a condição de saída da pá (Kutta - Joukowski). E para a condição de entrada sem choque funciona o contrário.

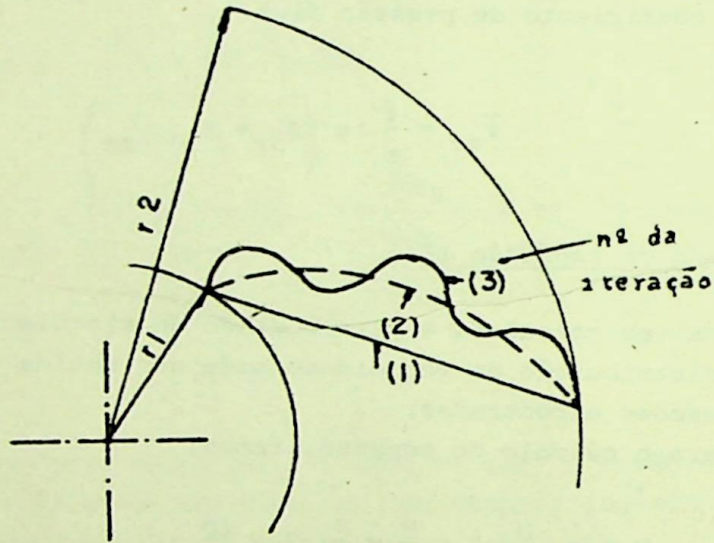


FIG - 8

III - MÉTODO PROCURADO

1 - Introdução

Neste capítulo, apresentaremos um método de solução do problema, que tem como base a utilização da série obtida por ISAY, em uma aplicação não mais utilizando um sistema matricial para a determinação dos coeficientes, pois tal método apresenta erros da ordem de grandeza de 30% (vide curvas), mas sim calculando os coeficientes da série com um sistema de equações.

Schilhansl, utilizando uma série modificada de Glaupert, faz um cálculo análogo, com uma utilização de distribuição de circulação e fontes para a obtenção da espessura das pás, tal que a integração da distribuição da função fonte se anula no intervalo da pá, para que a continuidade fique satisfeita. Mas tal processo além de dobrar o tempo de computação, ainda continua ocasionando erros equivalentes ao processo de ISAY. — DOMM, HERGT e RADESTOCK calculando no método de HOFFMEISTER (pás infinitamente finas) calculam os coeficientes da série com a utilização do erro mínimo, utilizando somente 3 termos da série, mas tal processo ocasiona ainda erros da ordem de 20% em comparação com Busemann.

No método seguinte, utilizaremos somente uma distribuição de circulação e aproximaremos com uma série de cossenos de Fourier, aplicando tal método para pás infinitamente finas, ou pás de espessura finitas e ainda servindo para sistemas com mais de um estágio com sistema diretor ou não.

Com a utilização desta nova série a escolha dos pontos para o cálculo dos coeficientes deixa de ser crítica, podendo ser uma distribuição simétrica, ou qualquer, no intervalo da pá, desde que inclua os pontos extremos e que os pontos sejam suficientes para a definição do contorno da pá. Enquanto que nos métodos de Schilhansl e outros, a escolha dos pontos é muito crítica, pois temos:

Segundo Prandtl-Birnbaum:

$$k_m = - \cos \left((2m - 1) \cdot j / (2n) \right)$$

com

$$n(= j + 1), m = 1, 2, \dots, n$$

Schlichting:

$$k_m = (4m - (2n + 1)) / (2n)$$

Sendo tal escolha bastante crítica, enquanto Schlichting verificou que o 1º é que causa menor erro, sendo ainda tais erros da ordem de 30%.

2 - Teoria

a) um estágio:

Vimos que:

$$f(\psi) = \frac{1}{\pi} \int_{-\alpha}^{\alpha} \sigma(\psi) \left(\frac{1}{\psi - \psi} + H(\psi, \psi) \right) d\psi$$

onde:

$$f(\psi) = -2 \cdot \omega \cdot r(\psi) \cdot r'(\psi) - \frac{r_0}{\pi} \frac{r'(\psi)}{r(\psi)} - \frac{\dot{Q}_0}{\pi}$$

para pás infinitamente finas.

$$f(t) = -2 \omega \cdot r(t) \cdot \dot{r}(t) - \frac{r_0}{\pi} \frac{\dot{r}(t)}{r(t)} - \frac{\dot{Q}_0}{\pi} \cdot \dot{\psi}(t)$$

para pás de espessura finitas, onde:

$$\psi(t) = - \alpha \cos t$$

$$r(t) = \sum_{v=-M}^M c_v \cdot e^{i v t} \quad (-\pi \leq t \leq \pi) \quad \text{a equação da p\hat{a}}$$

em forma paramétrica.

Ainda temos:

$H(\psi, \psi) =$ vista no 29 capítulo e ainda:

$$H(t, t) = \frac{\dot{\psi} \ddot{\psi} + N \frac{\dot{\psi}^2}{r} + (N-1) \left(\frac{\dot{\psi}}{r} \right)^3 + \frac{\dot{r} r''}{r^2}}{\dot{\psi}^2 + \left(\frac{\dot{r}}{r} \right)^2} \quad (31.1)$$

em forma da equação paramétrica da p\hat{a}, sendo que esta função a apresenta os termos finitos de uma expansão em série de Laurent

$\cotg \left[\frac{(t - \tau)}{2} \right]$
Tomando então: -

$$f(\psi) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{\sigma(\psi) \cdot \text{sen } \tau}{\cos \tau - \cos t} d\tau + \frac{\alpha}{\pi} \int_0^{\pi} \sigma(\psi(\tau)) \cdot \text{sen } \tau \cdot H(t, \tau) d\tau$$

e sendo:

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{\cos n \tau \cdot d\tau}{\cos \tau - \cos t} = \frac{\text{sen } nt}{\text{sen } t}$$

Para $n = 0$, temos:

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{k \cdot d\tau}{\cos \tau - \cos t} = 0$$

$$f(\varphi(t)) = \frac{\delta_0}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{\alpha}{\pi} \int_0^{\pi} H(t, \tau) \cdot d\tau + \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sum_{n=1}^{\infty} \delta_n \cdot \left(\frac{\sin nt}{\sin t} + \right. \\ \left. + \frac{\alpha}{\pi} \int_0^{\pi} H(t, \tau) \cdot \cos n\tau \cdot d\tau \right)$$

Com a condição de saída na pã, temos:

$$\frac{\delta_0}{\sqrt{\pi}} = - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sum_{n=1}^{\infty} \delta_n \cdot \kappa \text{ onde:} \quad (32.1)$$

$\kappa \equiv 1$ para pás inclinadas para trás.

$\kappa \equiv (-1)^n$ para pás inclinadas para frente.

$$f(\varphi(t)) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sum_{n=1}^{\infty} \delta_n \left(\frac{\sin nt}{\sin t} + \frac{\alpha}{\pi} \int_0^{\pi} (\cos n\tau - \kappa) \cdot H(t, \tau) \cdot d\tau \right)$$

Com a introdução de:

$$\delta_n \equiv \delta_{n_{\omega}} \cdot \omega R^2 + \delta_{n_{\Gamma_0}} \cdot \Gamma_0 + \delta_{n_{Q_0}} \cdot \dot{Q}_0 \quad e$$

$$A_{n_m} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{\sin n t_m}{\sin t_m} + \frac{\alpha}{\pi} \int_0^{\pi} (\cos n t_m - \kappa) \cdot H(t_m, \tau) \cdot d\tau \right) \quad (32.2)$$

com ∞ termos, assim temos:

	<u>Pás finas</u>	<u>Pás grossas</u>
$\sum_{n=1}^{\infty} \delta_{n\omega} A_{nm} =$	$- 2 \frac{r_m(\varphi)}{R} \cdot \frac{\dot{r}_m(\varphi)}{R}$	idem
$\sum_{n=1}^{\infty} \delta_{n\Gamma_0} \cdot A_{nm} =$	$- \frac{1}{\pi} \frac{\dot{r}_m(\varphi)}{r_m(\varphi)}$	idem
$\sum_{n=1}^{\infty} \delta_{nQ_0} \cdot A_{nm} =$	$- \frac{1}{\pi}$	$= - \frac{\dot{\psi}(t)}{\pi}$

Grupo de Equações (33.1)

Onde:

$$n, m, = 1, 2, 3, \dots, \infty$$

Com:

$$\Gamma = \int_{-\alpha}^{\alpha} \sigma(\psi) d\psi = \alpha \cdot \sqrt{\pi} \cdot \delta_0$$

$$\frac{\dot{M}}{\dot{m}} = \frac{N\Gamma}{2\pi} = \text{momento de rotação por unidade de massa} = \frac{\Delta P}{\rho \omega}$$

Para o coeficiente de pressão

$$\bar{\psi} = \frac{\alpha N}{\sqrt{\pi}} \left(\delta_{0\omega} + \delta_{0\Gamma_0} \frac{\Gamma_0}{\omega R^2} + \delta_{0Q_0} \frac{\dot{Q}_0}{\omega R^2} \right)$$

$$\frac{\dot{Q}_0}{\omega R^2} = 2\pi \bar{\psi} \quad \text{onde } \bar{\psi} = \text{coeficiente de vazão.}$$

A) Cálculo do problema, conhecida a geometria do sistema:

Vimos que:

$$rc_u = \int_{-\alpha}^{\alpha} \sigma(\psi) \cdot ku(\varphi, \psi) \cdot d\psi \quad (34.1)$$

$$r.c_r = \int_{-\alpha}^{\alpha} \sigma(\psi) \cdot kR(\varphi, \psi) \cdot d\psi \quad (34.2)$$

$$rc_{u0} = \frac{-\Gamma_0}{2\pi}$$

$$rc_{r0} = \frac{\dot{Q}_0}{2\pi}$$

$$\left(\frac{r}{R}\right)^2 \cdot \frac{c_u}{u} = I_v = \int_{-\alpha}^{\alpha} \left(\frac{\sigma(\psi)}{\omega R^2}\right) \cdot ku(\varphi, \psi) \cdot d\psi$$

$$\left(\frac{r}{R}\right)^2 \cdot \frac{c_r}{u} = I_r = \int_{-\alpha}^{\alpha} \left(\frac{\sigma(\psi)}{\omega R^2}\right) \cdot kR(\varphi, \psi) \cdot d\psi$$

Para a utilização em pás finas, temos:

$$ku(\varphi, \psi) = \frac{N}{2\pi} \cdot \frac{\left(\frac{\rho}{r}\right)^N \cdot \cos N(\varphi - \psi) - 1}{1 - 2 \cdot \left(\frac{\rho}{r}\right)^N \cdot \cos N(\varphi - \psi) + \left(\frac{\rho}{r}\right)^{2N}}$$

$$kR(\varphi, \psi) = \frac{N}{2\pi} \frac{\left(\frac{\rho}{r}\right)^N \cdot \sin N(\varphi - \psi)}{1 - 2 \cdot \left(\frac{\rho}{r}\right)^N \cdot \cos N(\varphi - \psi) + \left(\frac{\rho}{r}\right)^{2N}}$$

A-1: Cálculo da velocidade na pã:

Das equações acima temos:

$$\lim_{\varphi \rightarrow \psi} (\varphi - \psi) \cdot k_u(\varphi, \psi) = -\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\frac{\dot{r}}{r}}{1 + \left(\frac{\dot{r}}{r}\right)^2}$$

$$\lim_{\varphi \rightarrow \psi} (\varphi - \psi) \cdot kR(\varphi, \psi) = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{1 + \left(\frac{\dot{r}}{r}\right)^2}$$

Com isto obtemos para o núcleo das funções distribuição de velocidade:

$$k_u(\varphi, \psi) = \frac{1}{2\pi} \left(-\frac{\frac{\dot{r}}{r}}{1 + \left(\frac{\dot{r}}{r}\right)^2} \cdot \frac{1}{\varphi - \psi} + H_u(\varphi, \psi) \right)$$

$$kR(\varphi, \psi) = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{1}{1 + \left(\frac{\dot{r}}{r}\right)^2} \cdot \frac{1}{\varphi - \psi} + HR(\varphi, \psi) \right)$$

com:

$$\frac{\sigma(\psi)}{\omega R^2} = \sigma^*(\tau) = \frac{1}{\sin \tau} \left(\frac{\delta_0^*}{\sqrt{\pi}} + \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sum_{n=1}^{\infty} \delta_n^* \cdot \cos n\tau \right)$$

onde:

$$\delta_n^* = \frac{\delta n}{\omega R^2}$$

Obtemos:

$$\left(\left(\frac{r}{R} \right)^2, \frac{\overline{c_1}}{u} \right) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{\sigma(\psi)}{\omega R^2} \left(\frac{\kappa_1}{\varphi - \psi} + H_1 \right) d\psi$$

Para $i = u$ ou r e $(-)$ a velocidade média entre o lado de sucção e pressão.

E ainda:

$$\kappa_u = - \frac{\frac{r}{R}}{1 + \left(\frac{r}{R} \right)^2}; \quad \kappa_r = \frac{1}{1 + \left(\frac{r}{R} \right)^2}$$

com isto obtemos:

$$\left(\left(\frac{r}{R} \right)^2, \frac{\overline{c_1}}{u} \right) = \frac{\kappa_1}{2} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sum_{n=1}^M \delta_n^* \frac{\sin n\tau}{\sin \tau} + \frac{1}{2\pi} \int_{-\alpha}^{\alpha} \sigma^*(\psi) \cdot H_1(\varphi, \psi) d\psi$$

No sistema relativo, temos:

$$\left(\frac{\overline{wu}}{u} \right) = \left(\frac{\overline{c_u}}{u} \right) - \frac{r_0}{2\pi r u}$$

$$\left(\frac{w_r}{u}\right) = \left(\frac{c_r}{u}\right) + \frac{\dot{Q}_0}{2\pi ru}$$

Com isto obtemos:

$$\left(\left(\frac{r}{R}\right)^2, \frac{\overline{w_u}}{u}\right) = \left(\left(\frac{r}{R}\right)^2, \frac{\overline{c_u}}{u}\right) - \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\Gamma_0}{\omega R^2} - \left(\frac{r}{R}\right)^2 \quad (37.1)$$

$$\left(\left(\frac{r}{R}\right)^2, \frac{\overline{w_r}}{u}\right) = \left(\left(\frac{r}{R}\right)^2, \frac{c_r}{u}\right) + \overline{\psi} \quad (37.2)$$

Assim, como velocidade total, temos:

$$\frac{w}{u} = \frac{\overline{w}}{u} \pm \frac{\gamma(\psi)}{2u} \quad \text{onde} \quad \begin{array}{l} (+) \text{ lado de sucção} \\ (-) \text{ lado de pressão} \end{array}$$

onde $w = \sqrt{w_r^2 + w_u^2}$ e ainda:

$$\gamma(\psi) = \frac{\sigma(\psi)}{\sqrt{r^2 + r'^2}} = \frac{\sigma(\psi)}{r \sqrt{1 + \left(\frac{r'}{r}\right)^2}} \quad \text{com isto}$$

fica:

$$\frac{\gamma(\psi)}{u} = \frac{\left(\frac{\sigma(\psi)}{\omega R^2}\right)}{\left(\frac{r}{R}\right)^2 \sqrt{1 + \left(\frac{r'}{r}\right)^2}}$$

A - 2: Cálculo da distribuição de pressão:

Da equação de Bernoulli, temos diretamente, com:

$$\frac{2(P_{st} - P_o)}{\rho u_R^2} = \left(\frac{r}{R}\right)^2 - \left(\frac{w}{u}\right)^2 \text{ o que fica:}$$

$$\frac{2(P_{st} - P_o)}{\rho u_R^2} = \left(1 - \left(\frac{w}{u}\right)^2\right) \left(\frac{r}{R}\right)^2 \quad (38.1)$$

B) Cálculo da geometria conhecendo as características do escoamento:

Devemos ter em mente que a pá é uma linha de fluxo que deve induzir a si própria, pela distribuição, em seu contorno, singularidades.

Sabemos que:

$$\frac{w_r}{w_u} = \frac{r'}{r} \quad \text{então com:}$$

$$w_r = c_{r\gamma} + \frac{\dot{Q}_o}{2\pi r}$$

$$w_u = c_{u\gamma} - \frac{\Gamma_0}{2\pi r} - u \quad \text{fica:}$$

$$\frac{r'}{r} = \frac{c_{r\gamma} + \frac{\dot{Q}_0}{2\pi r}}{c_{u\gamma} - \frac{\Gamma_0}{2\pi r} - u} = \frac{\frac{c_{r\gamma}}{u} + \frac{\dot{Q}_0}{2\pi ru}}{\frac{c_{u\gamma}}{u} - \frac{\Gamma_0}{2\pi ru} - 1}$$

$$\frac{r'}{r} = \frac{\left(\left(\frac{r}{R} \right)^2 \cdot \frac{c_{r\gamma}}{u} \right) + \bar{\varphi}}{\left(\left(\frac{r}{R} \right)^2 \cdot \frac{c_{u\gamma}}{u} \right) - \frac{\Gamma_0}{\omega R^2} \cdot \frac{1}{2\pi} - \left(\frac{r}{R} \right)^2}$$

Com:

$$I_r = \left(\left(\frac{r}{R} \right)^2 \cdot \frac{c_{u\gamma}}{u} \right) = \frac{N}{2\pi} \int_{-\alpha}^{\alpha} \left(\frac{\sigma(\psi)}{\omega R^2} \right) \cdot \frac{\text{sen } N(\varphi - \psi) \cdot d\psi}{\left(\frac{\rho}{r} \right)^N + \left(\frac{\rho}{r} \right)^{-N} - 2\cos N(\varphi - \psi)}$$

$$I_u = \left(\left(\frac{r}{R} \right)^2 \cdot \frac{c_{u\gamma}}{u} \right) = \frac{N}{4\pi} \int_{-\alpha}^{\alpha} \left(\frac{\sigma(\psi)}{\omega R^2} \right) \left(\frac{\left(\frac{\rho}{r} \right)^N - \left(\frac{\rho}{r} \right)^{-N}}{\left(\frac{\rho}{r} \right)^N + \left(\frac{\rho}{r} \right)^{-N} - 2\cos N(\varphi - \psi)} - 1 \right) d\psi$$

fica:

$$\frac{r'}{r} = \frac{I_r + \bar{\varphi}}{I_u - \frac{\Gamma_0}{\omega R^2} \cdot \frac{1}{2\pi} - \left(\frac{r}{R}\right)^2}$$

Como:

$\frac{r'}{r} = - \operatorname{tg} \beta_s$ temos, a equação geral de uma p
em coordenadas polar.

$$\frac{r}{R_2} = \frac{R_1}{R_2} \cdot e^{-\int_{\alpha}^{\varphi} \operatorname{tg} \beta \cdot d\theta}$$

Faremos uma aproximação de $\operatorname{tg} \beta$, tangente do ângulo (pá) por uma série de Fourier, obteremos:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \cos \left(\frac{n\pi\theta}{\alpha} \right)$$

Com:

$$A_n = \frac{1}{\alpha} \int_{-\alpha}^{\alpha} \operatorname{tg} \beta \cdot \cos \left(\frac{n\pi\theta}{\alpha} \right) d\theta \quad \text{então}$$

$$\frac{r}{R_2} = \frac{R_1}{R_2} \cdot \operatorname{EXP} \left(-\frac{A_0}{2} (\varphi - \alpha) - \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \frac{\alpha}{n\pi} \cdot \operatorname{sen} \left(\frac{n\pi}{\alpha} \varphi \right) \right)$$

Fica:

$$\frac{r'}{r} = - \left(\frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^M A_n \cdot \cos \left(\frac{n\pi\theta}{\alpha} \right) \right), \text{ com a utilização}$$

de M termos da série para uma aplicação prática, onde ainda:

$$\frac{1}{\pi} A_n = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1}{\pi} \int_{-\alpha}^{\alpha} \left(- \frac{r'}{r} \right) \cdot \cos \left(\frac{n\pi\varphi}{\alpha} \right) d\varphi$$

Como α é uma grandeza ainda desconhecida do problema, pois está diretamente ligada ao comprimento da corda, faremos como primeira aproximação, o seguinte:

Consideramos a equação, para turbinas, de Euler adimensional.

$$\frac{\bar{\psi}}{2\psi} = \cotg \alpha_0 - \cotg \alpha_3$$

Onde:

α_0 = ângulo na entrada

α_3 = ângulo na região externa da máquina.

Tomando como circulação média, a média aritmética entre as circulações de entrada e total (saída) obtemos:

$$\cotg \alpha_{\infty} = \frac{\cotg \alpha_0 + \cotg \alpha_3}{2}$$

Então fica:

$$\cotg \alpha_3 = \cotg \alpha_0 - \frac{\bar{\psi}}{2\psi}$$

Fig. 1

(4)

$$\cotg \alpha_{\infty} = \cotg \alpha_0 - \frac{\bar{\psi}}{4\bar{\varphi}}$$

Considerando o desvio total em ângulo entre a entrada e saída, para um caso ideal, obtemos:

$$\varphi_{\max} = \frac{1}{2\bar{\varphi}} \left(1 - \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2 \right) + \left(\cotg \alpha_0 - \frac{\bar{\psi}}{4\bar{\varphi}} \right) \cdot \ln \left(\frac{R_2}{R_1} \right)$$

Como primeira aproximação vamos adotar

Como α é uma grandeza desconhecida do problema, podemos aproximar a primeira aproximação de α por $\alpha = \varphi_{\max}/2$. Com a primeira aproximação vamos, sob a suposição que a pá não se afasta muito da pá de espiral logarítmica, segundo o Schlichting cerca de 10-15%, calculamos iterativamente novos valores de α , tal que a equação

$$\left(\frac{r'}{r} \right) = \frac{I_r + \bar{\varphi}}{I_u - \frac{\Gamma_0}{\omega R^2} \cdot \frac{1}{2\pi} - \left(\frac{r}{R_2} \right)^2} \quad \text{seja obedecida,} \quad (n)$$

(n-1)

de n representa o número de iterações. Onde ainda I_r e I_u representam funções somente dos valores da espiral logarítmica.

Ainda temos, para este caso, tomando como circunferência de entrada e saída as

$$\frac{A_0}{2} = \frac{\ln \left(\frac{R_2}{R_1} \right) + \frac{\bar{\psi}}{4\bar{\varphi}} \ln \left(\frac{R_2}{R_1} \right)}{R_1}$$

Após fixado o valor de α , voltamos a equação acima, agora não mais com a consideração de espiral logarítmica, calculamos a nova pá por um processo, novamente, iterativo tal que a pá final deva induzir a si própria

B) Grades em estágios com perfis de espessura finita:

Com os cálculos feitos até agora, não existe mais dificuldade em generalizá-lo para vários estágios.

Sendo que devemos trazer nos diversos perfis, dos estágios, circulações diferentes, aproximaremos tais perfis em equações paramétricas:

Apliquemos em 2 grades:

$$\varphi_1(t_1) = a_1 \cos t_1 ; r_1(t_1) = \sum_{v=-M_1}^{M_1} c_v^{(1)} e^{ivt_1}$$

$$\varphi_2(t_2) = -a_2 \cos t_2 + a_2 - b - a_1$$

$$r_2(t_2) = \sum_{v=-M_2}^{M_2} c_v^{(2)} e^{ivt_2}$$

$$\text{Para } -\pi \leq t_1 \leq \pi, \quad -\pi \leq t_2 \leq \pi$$

Com isto as equações tomam a forma:

$$f_1(t_1) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \sigma_1(\tau_1) \left(\cotg \frac{t_1 - \tau_1}{2} + H_{11}(t_1, \tau_1) \right) d\tau_1 + \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi}$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \sigma_2(\tau_2) \cdot H_{12}(t_2, \tau_2) \cdot d\tau_2$$

$$f_2(t_2) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \sigma_1(\tau_1) \cdot H_{21}(t_2, \tau_1) \cdot d\tau_1 + \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \sigma_2(\tau_2) \left(\cotg \frac{t_2 - \tau_2}{2} \right.$$

$$+ H_{22} (t_2, \tau_2) \Big) d\tau_2$$

Onde H_{pq} para ambas as funções são funções analíticas e para ambas vale:

$$\int_{-\pi}^{\pi} H_{pq} (t_p, \tau_q) \cdot dt_p = 0 \quad (p, q = 1, 2)$$

onde H_{pq} tem a forma vista para o caso de uma grade.

As circulações serão calculadas por:

$$\Gamma_1 = \int_{-\pi}^{\pi} \sigma_1(\tau_1) d\tau_1 \quad ; \quad \Gamma_2 = \int_{-\pi}^{\pi} \sigma_2(\tau_2) d\tau_2$$

Para o caso de mais grades então entrariam os termos ' de indução das outras sobre a grade de cálculo, e assim por diante.

IV - APLICAÇÃO E CONCLUSÃO

- Na primeira curva apresentamos uma comparação dos métodos de STANITZ, publicado no trabalho de K.KUSOW. Vemos claramente que a distribuição aproximada de velocidades na pá para o processo aproximado coincide aceitavelmente com a solução. Mas mesmo tal processo, levando em conta a precisão, não aproxima tanto como o método das singularidades.

- Nas 10 curvas seguintes fazemos então uma exposição dos métodos existentes e do método aqui utilizado, em comparação com a solução de BUSEMANN.

Devemos nesse ponto lembrar que a função representada para a curva característica ($\bar{\psi} = f(\bar{\varphi})$), que o valor de:

$$\bar{\varphi} = \varphi \frac{\cotg \beta + \cotg \alpha_0}{\cotg \beta}$$

é uma função do ângulo de entrada, ou seja, circulação de entrada, por isto, quando não for mencionado, a variação do coeficiente de pressão passa a ser linear. Devido ao vortex ocasionado, para uma máquina fechada, vide teoria de KUCHARSKI, o valor da componente c_u na entrada, torna-se grande relativo a c_r , podendo então ocasionar uma distorção na curva teórica de $\bar{\psi} = f(\varphi)$.

Vemos então que para o mesmo número de termos na série de aproximação da função de distribuição das singularidades, o método atual é que mais se aproxima além de possuir um tempo de computação muito menor.

- Na fôlha 60 temos então a comparação do método com medidas feitas por GIESE e HELLMANN na Universidade de Berlin em um ventilador com rotor livre. As pás tinham como esqueleto, uma espiral logarítmica com:

$$\beta_1 = 25^\circ, 6 \text{ pás}, b/D_2 = 0,08, R_1/R_2 = 0,3.$$

Neste caso, foi considerada uma circulação inicial nula,

encontrando para o coeficiente de vazão um valor 20% maior que o encontrado por medidas. Com o valor do coeficiente medido e do calculado foi encontrada uma circulação inicial, que apresentamos na figura da página 61 .

Conclusão:

Como na Fig.pg.61 havia uma discrepância nos valores de entrada, entre o calculado e os medidos chegou-se a conclusão que no sistema real, devido as partes em contato direto com as partes móveis, na camada limite, formaria uma circulação interna cuja ordem de grandeza estaria no valor obtido entre a prática e teoria. Com isso foram refeitas as condições e determinado que o valor acima medido, que havia sido feito na pá do lado de pressão, não correspondia com a do lado de sucção, devido a uma assimetria no fluido de entrada. Foi verificado então que na condição de entrada sem choque a circulação interna era realmente desprezível pois o novo valor correspondia, praticamente o valor encontrado na teoria e por BUSEMANN. Vemos assim que na entrada, apesar da curva com circulação interna tender para a real a discrepância se deve totalmente a uma forte influência de correntes secundárias no escoamento de entrada.

- Na figura da página 62 vemos então a comparação das medidas, feitas no rotor com um Anemômetro de fio-quente e a comparação com a prática.

Vemos então que no lado de pressão a camada limite torna-se bem fina, devido o grande campo de aproximação com os valores do cálculo potencial enquanto que na sucção temos uma influência que atinge até o meio do canal. Temos então neste ponto a grande influência das correntes secundárias que fazem uma sucção no lado de pressão depositando então na camada limite do lado de sucção. Vemos ainda que mesmo para a relação de raio 0,3, que corresponde ao raio interno existe tal influência demonstrando então que tal diferença não trata de um descolamento.

- Na página 63 temos então a distribuição de pressão, que já aproxima mais da realidade.

Devemos ainda citar que nas medidas com o Anemômetro não foram feitas correções devido a turbulência, pois as medidas foram feitas com um fio simples. Em uma verificação posterior, foram comprovadas regiões com grau de turbulência superior a 100%, sendo que a média estará em torno de $15 \pm 20\%$. Sabendo, pois, segundo trabalho feito por VAGT, que um grau de turbulência em torno de 30% ocasiona erros de medida da ordem de $30 \pm 50\%$; 10% erros de 15%.

As curvas seguintes apresentam os dados feitos por DOMM, HERGT, e RADESTOCK com a comparação do método aqui utilizado vemos pois que ambos estão em uma faixa menor que os erros acima, tendo o método do capítulo III a vantagem no tempo de computação para uma comparação em termos práticos.

Vemos então que os erros acima devido ao grau de turbulência, fazem com que os cálculos teóricos obtidos se enquadrem dentro de um campo ideal para o cálculo das distribuições características do escoamento no interior de u'a máquina de fluxo radial, principalmente para a distribuição de pressões.

L I T E R A T U R A

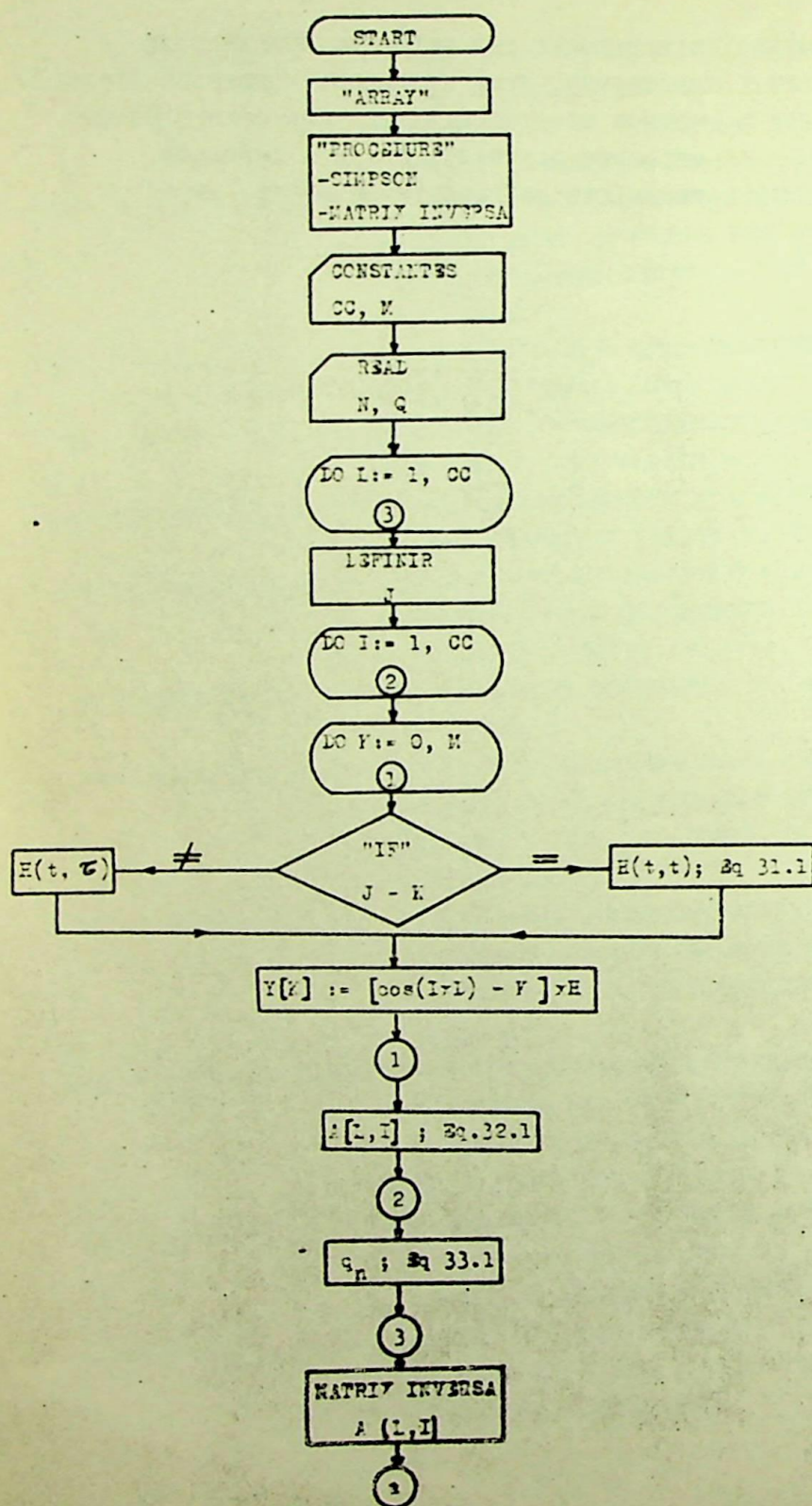
- 01 - ACOSTA, A.J. : AN EXPERIMENTAL AND THEORETICAL INVESTIGATION OF TWO-DIMENSIONAL CENTRIFUGAL- PUMP IMPELLERS. TRANSATIONS OF THE ASME JULY 1954/ PASADENA CALIF.
- 02 - BETZ, I. UND FLUGGE-LOTZ, A.: BERECHNUNG DER SCHAUFELN VON KREISELRADERN. INGENIEUR-ARCHIV.IX. BAND, 1938.
- 03 - BIRNBAUM, W. : DIE TRAGENDE FLÄCHE ALS HILFSMITTEL ZUR BERECHNUNG DES EBENEN PROBLEMS DER TRAGFLUGELTHEORIE. - ZAMM. BD. 3 (1923).
- 04 - BUSEMANN, A. : DAS FÖRDERHÖHENVERHÄLTNIß RADIALER KREISELPUMPEN MIT LOGARITHMISCH-SPIRALIGEN. ZAMM BD 8. 1928/s 372/348.
- 05 - CZIBERE, T. ; ÜBER DIE BERECHNUNG DER SCHAUFELPROFILE UND DER STRÖMUNG UM DIE SCHAUFELN VON STRÖMUNGSMACHINEN. ING. ARCH. Bd. 33,H. 4, 1964, s. 215/230.
- 06 - DOMM, U. UND HERGT, P.: DIE ENERGIEVERTEILUNG IN DREI RADIALPÄÄERN BREITE. - KSB TECHNISCHE BERICHTE 6 (1963).
- 07 - DOMM, U. HERGT, P. UND RADESTOCK, J.: EINIGE ANWENDUNGEN DER SINGULARITÄTENTHEORIE DER RADIAL - MASCHINE UND VERGLEICHE MIT MESSUNGEN. - KSB TECHNISCHE BERICHTE 13. (1966).
- 08 - FÜZY ; O.: BEITRÄGE ZUR KONFORMEN ABBILDUNG EINES SCHAUFELSTERNES AUF EIN EBENES SCHAUFELGITTER. PERIODICA POLYTECHNICA (BUDAPEST)M. V (1961) 4.
- 09 - GIESE, K.: = UNTERSUCHUNG DER SEKUNDÄRSTROMUNG IM LAUFRAD EINER RADIALEN ARBEITSMACHINE (1970) HFI. - TU BERLIN (MESSUNGEN).

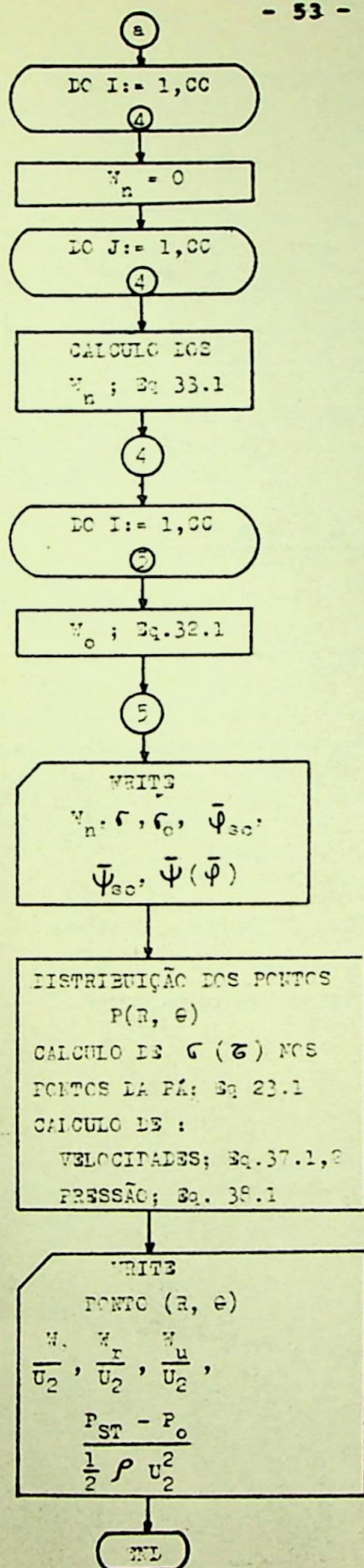
- 10 - GLAUERT, H.: DIE GRUNDLAGEN DER TRAGFLÜGEL - UND LUFT -
SCHRAUBENTHEORIE. - BERLIN (1929).
- 11 - GROPENGIESSER, H.: PROGRAMM ZUR BERECHNUNG DER MINDER -
LEISTUNG. (DIPLOMARBEIT. - HFI TU BERLIN).
- 12 - GRUBER, J.: DIE KONSTRUKTION VON SCHAUFELSTERNEN MIT
"RÜCKWARTS GEKRÜMMTER BESCHAUFELUNG. PERIÓ-
DICA POLYTECHNICA, BUDAPEST M.I (1957) I.
- 13 - HELLMANN, D.: DRUCKVERTEILUNGSMESSUNGEN AN EINEN -
ROTIERENDEN LAUFRAD. (DIPLOMARBEIT AM HFI.
TU BERLIN).
- 14 - HOFFMEISTER, M.: ENTWICKLUNG VON RADIALEN LAUFRADSCHAUFELN'
UNTER BENETZUNG DES SINGULARITÄTENVER -
FAHRENS. - MASCHINENBAUTECHNI 8. 1959, H.2.
- 15 - ISAY, W. H.: BEITRAG ZUR POTENTIALSTRÖMUNG DURCH AXIALE
SCHAUFELGITTER. - ZAMM. - Bd. 33, H.18, DE -
ZEMBER 1953. S. 197/409.
- 16 - ISAY, W. H.: BEITRAG ZUR POTENTIALSTRÖMUNG DURCH RADIALE
SCHAUFELGITTER. - INGENIER ARCHIV, Bd. 22, P.
3, 1954, S. 203/210.
- 17 - ISAY, W. H.: BERECHNUNGSERGEBNISSE DER RADIALEN
SCHAUFELGITTERSTRÖMUNG, - ZAM, Bd. 38, H.
5/6, MAI/JUNI 1958.
- 18 - KUCHARSKI, W.: STRÖMUNGEN EINER REIBUNGSFREIEN FLÜSSIGKEIT
BEI ROTATION FESTER KÖRPER. MÜNCHEN UND
BERLIN, 1918.
- 19 - KUSOW, K : UNTERSUCHUNG DER MÖGLICHKEITEN ZUR ERZEUGUNG
WIRKUNGSFÄHIGER RADIALSCHAUFELGITTER VON
HOHEN DRUCKKOEFFIZIENTEN. - DISSERTATIONS -
ARBEIT - 1965, T.H. SOFIA.
- 20 - MISES, R.V. : THEORIE WASSERRÄDER. (1908).
- 21 - PETERMANN, H.: DER STRÖMUNGS IN UND HINTERLAUF-
SCHAUFELKANÄLEN KREISELPUMPEN UND VER-
DICHTERN. VDI - Z 103 (1961) NR.17, S.
748/52.
- 22 - RAABE, J.: HYDRAULISCHE MASCHINEN UND ANLAGEN. VDI -
VERLAG GMBH DÜSSELDORF (1968).

- 23 - SCHILHANSIL, M.J.: THREE-DIMENSIONAL THEORIE OF IMCOMPRESSIBLE AND INVISCID FLOW THROUGH MIXED FLOW TURBOMACHINES. - JOURNAL OF ENGINEERING FOR POWER. OCTOBER 1965.s. 361/373..
- 24 - SCHILICHTING, H.: BERECHNUNG DER INKOMPRESSIBELN REIBUNGSLOSEN STRÖMUNG FÜR EIN VORGEGEBENES EBENES SCHAUFELGITTER. - VDI FORSCHUNGSHEFT 447, 1955.
- 25 - SCHOLZ, N.: AERODYNAMIK DER SCHAUFELGITTER. - Bd. 1 VERLAG G. BRAUN KARLSRUHE.
- 26 - SCHRECK, C.: VORLESUNG, HYDRODINAMISCHE STRÖMUNGS - MACHINEN. - TU BERLIN.-
- 27 - SÖRENSEN, E.: POTENTIALSTRÖMUNGEN DURCH ROTIERENDE KREISELRÄDER. ZAMM, 7 (1927) S. 89/106.
- 28 - SPANNHAKE, W.: ANWENDUNG DER KONFORMEN ABBILDUNG AUF DIE BERECHNUNG VON STRÖMUNGEN IN KREISELRÄDERN - ZAMM, 5, (1925) 481/484.
- 29 - SPANNHAKE, W.: HYDRAULISCHE PROBLEME, S. 180, BERLIN, VDI (1926).
- 30 - SPANNHAKE, W.: EINE STRÖMUNGSTECHNISCHE AUFGABE KREISELRADFORSCHUNG UND EIN ANSATZ ZU IHRER LÖSUNG. - MITT. D. INST. F. STRÖMUNGSMACH (1930). NR. 1.
- 31 - SPANNHAKE, W.: DIE LEISTUNGS-AUFNAHME EINER PARALLEL - KRÄNZIGEN ZENTRIFUGALPUMPE MIT RADIALEN SCHAUFELN. T.H. FRIDERICIANA Z. KARLSRUHE. (1925).
- 32 - STANITZ, JOHN D.: TWO-DIMENSIONAL COMPRESSIBLE FLOW IN TURBOMACHINES WITH CONIC FLOW SURFACES. - REPORT 935' NATIONAL ADVISORY COMMITTEE FOR AERONAUTICS. (1949).
- 33 - STANITZ, J.D. AND PRIAN, V.D.: A RAPID APPROXIMATE METHOD FOR DETERMINING VELOCITY DISTRIBUTION ON IMPELLER BLADES OF CENTRIFUGAL COMPRESSORS.
- 34 - STODOLA, A.: STEAM AND GAS TURBINES, VOL. II MAGRAW - HILL BOOK CO., INC., 6th ed. 1927, pag. 998/1000, 1255/1260.

- 35 - TRAUPEL, W.: DIE THEORIE DER STÖMUNG DURCHRADIAL -
MASCHINEN. VERL G. BRAUN, KARLSRUHE (1926).
- 36 - VERBA, A.: METHOD OF SINGULARITIES FOR COMPUTING THE
VELOCITY DISTRIBUTION IN A IMPELLER. .
TECHNICAL UNIVERSITY BUDAPEST, 1960.

DIAGRAMA EN FLOCO





EXEMPLOS

E

CURVAS

PERFIL DE VELOCIDADE NO PERFIL

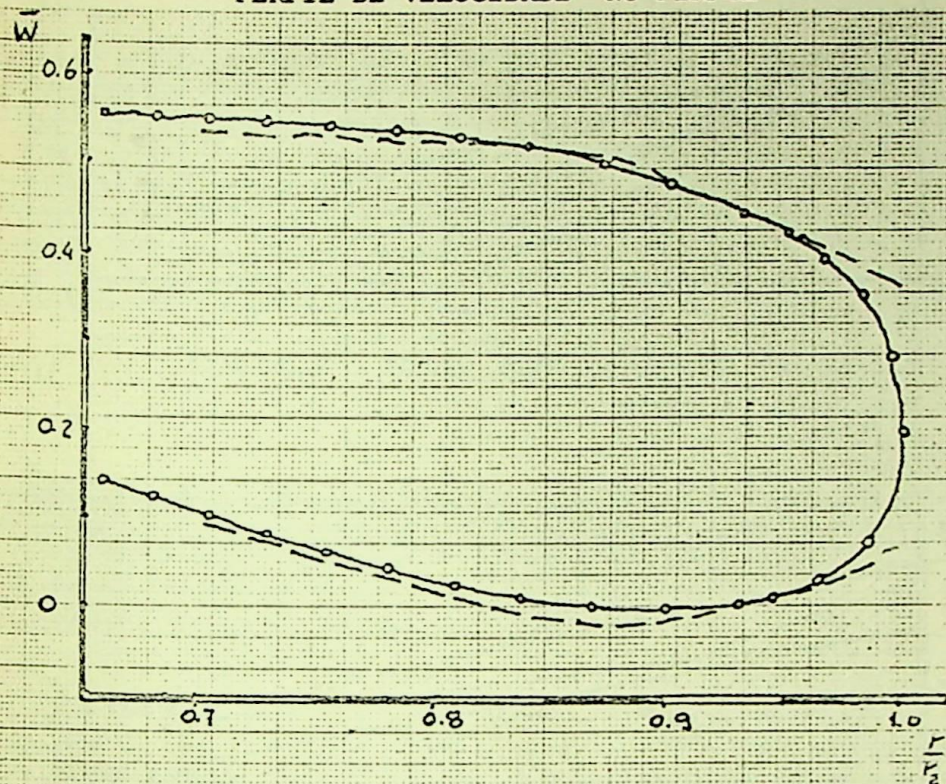


FIG. - 0 -

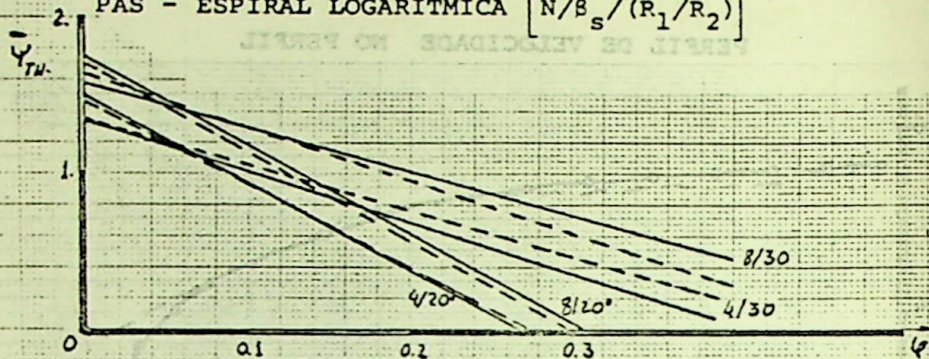
----- STANITZ (MÉTODO APROXIMADO)

-o-o-o-o- MÉTODO DE RELAXAÇÃO

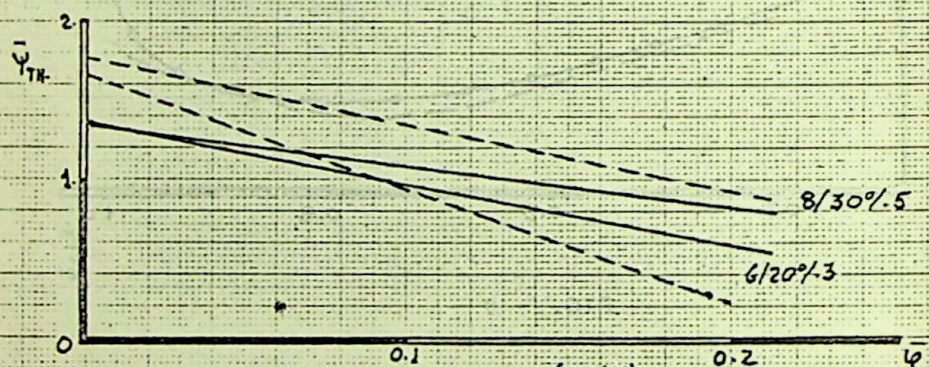
TRABALHO DE K.KUSOW

LINHAS CARACTERÍSTICAS

PÁS - ESPIRAL LOGARÍTMICA $\left[N/B_s / (R_1/R_2) \right]$



— MÉTODO DE DOMM, HERGT E RADESTOCK
- - - BUSEMANN

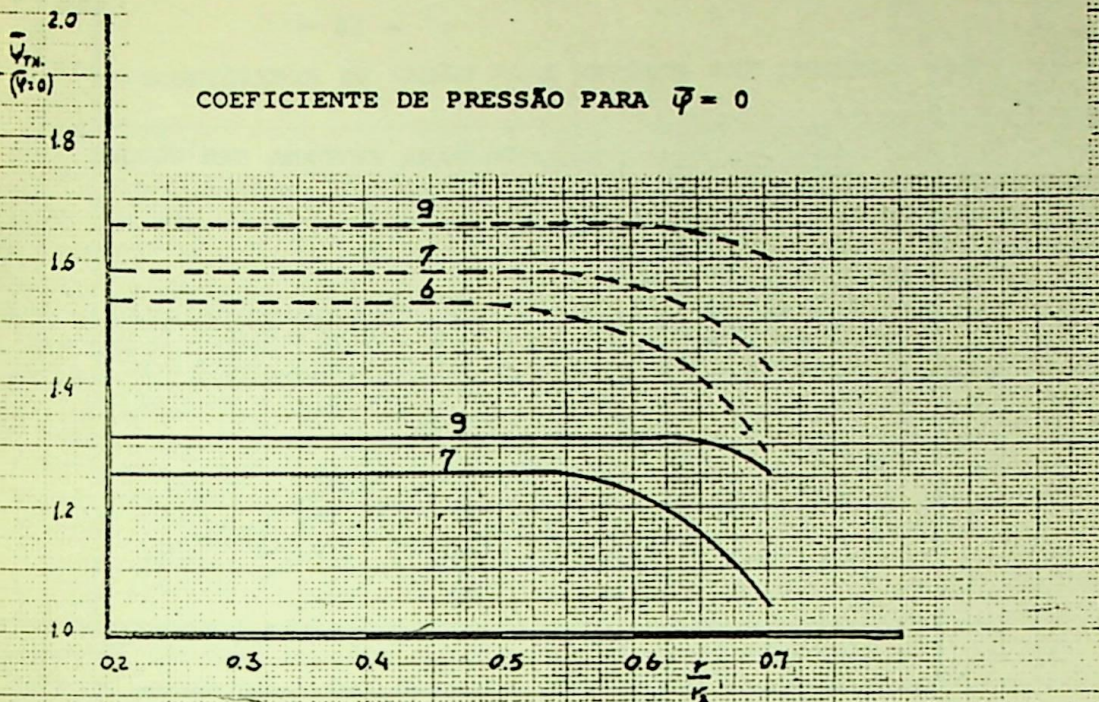


— MÉTODO DE ISAY
- - - BUSEMANN

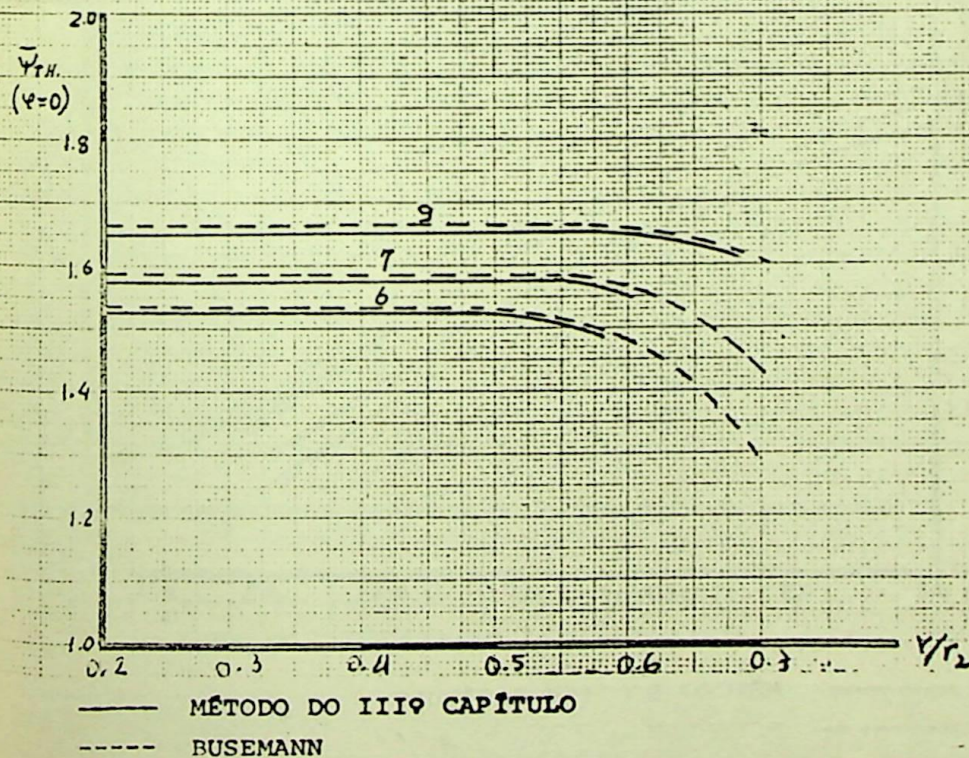


— MÉTODO DO IIIº CAPÍTULO
- - - BUSEMANN

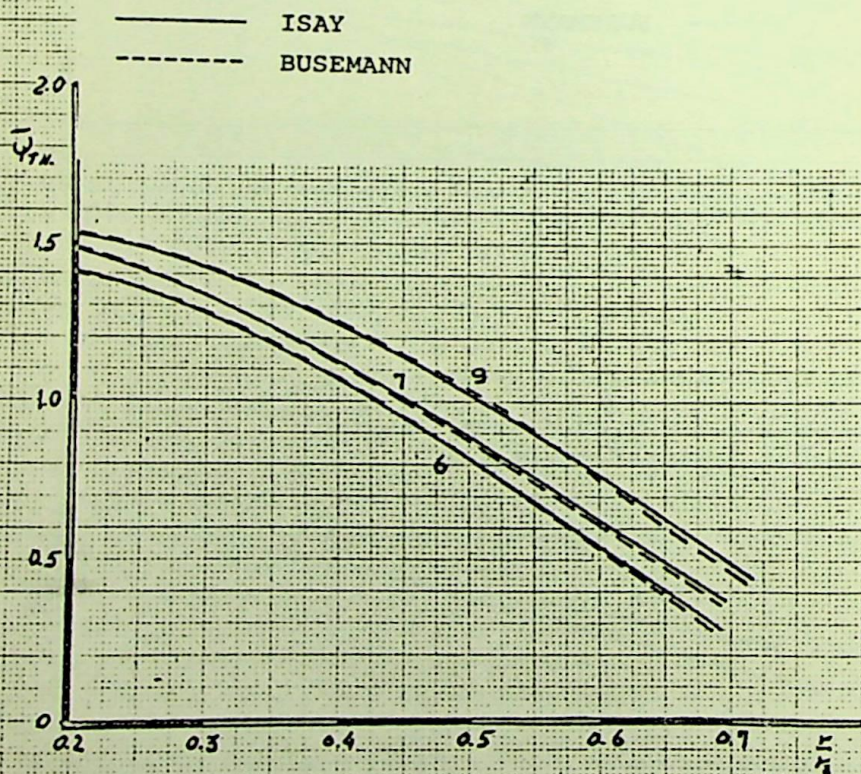
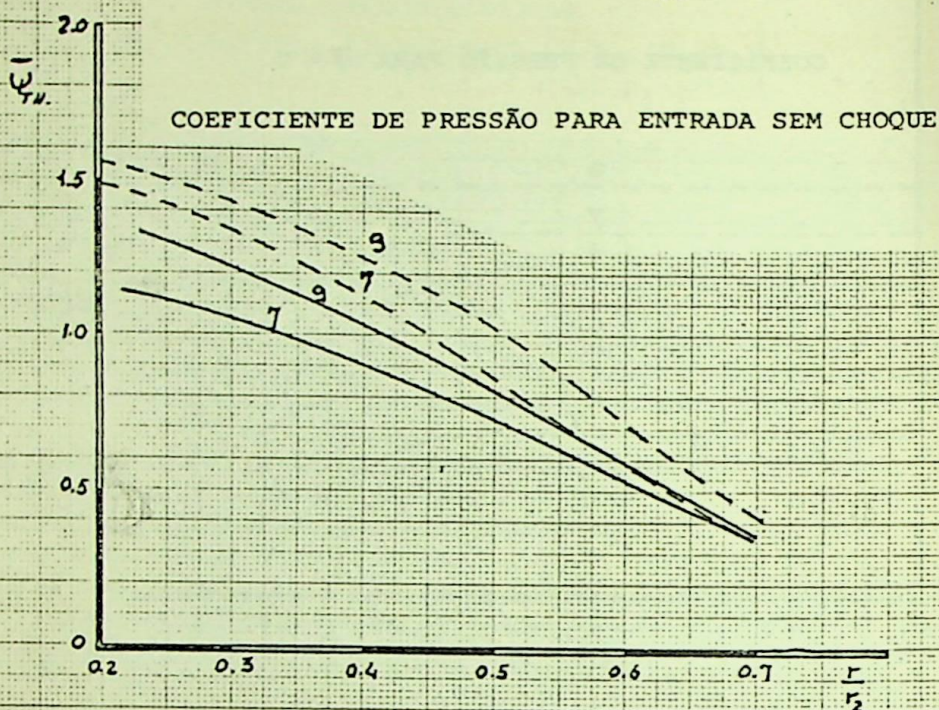
COEFICIENTE DE PRESSÃO PARA $\varphi = 0$



—— MÉTODO DE ISAY
 ----- BUSEMANN

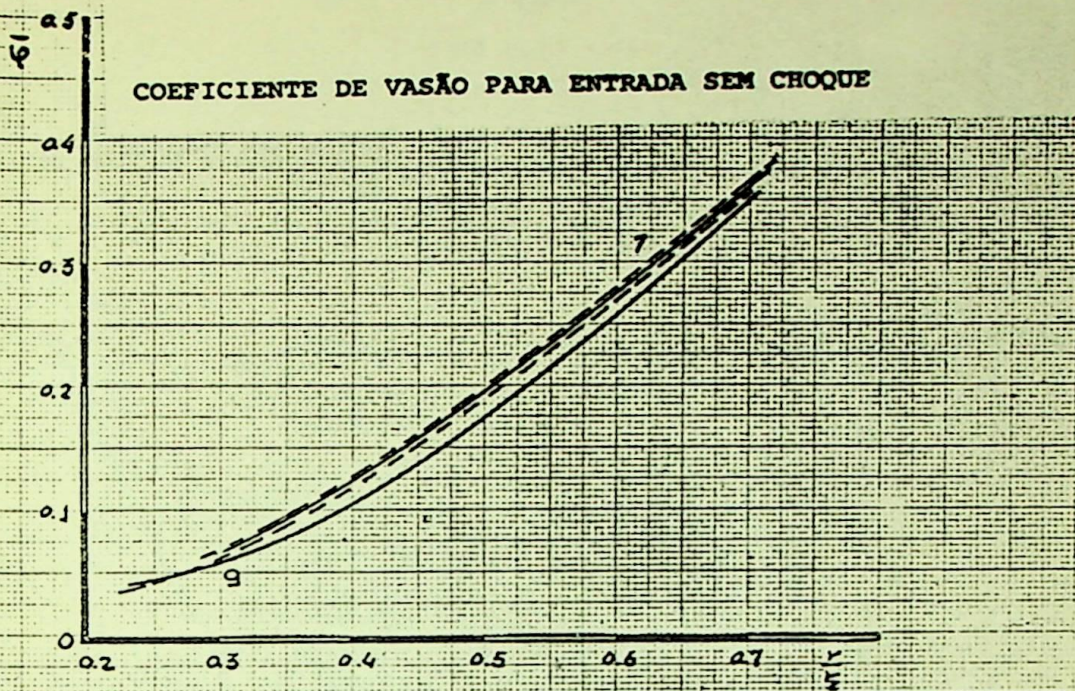


—— MÉTODO DO IIIº CAPÍTULO
 ----- BUSEMANN

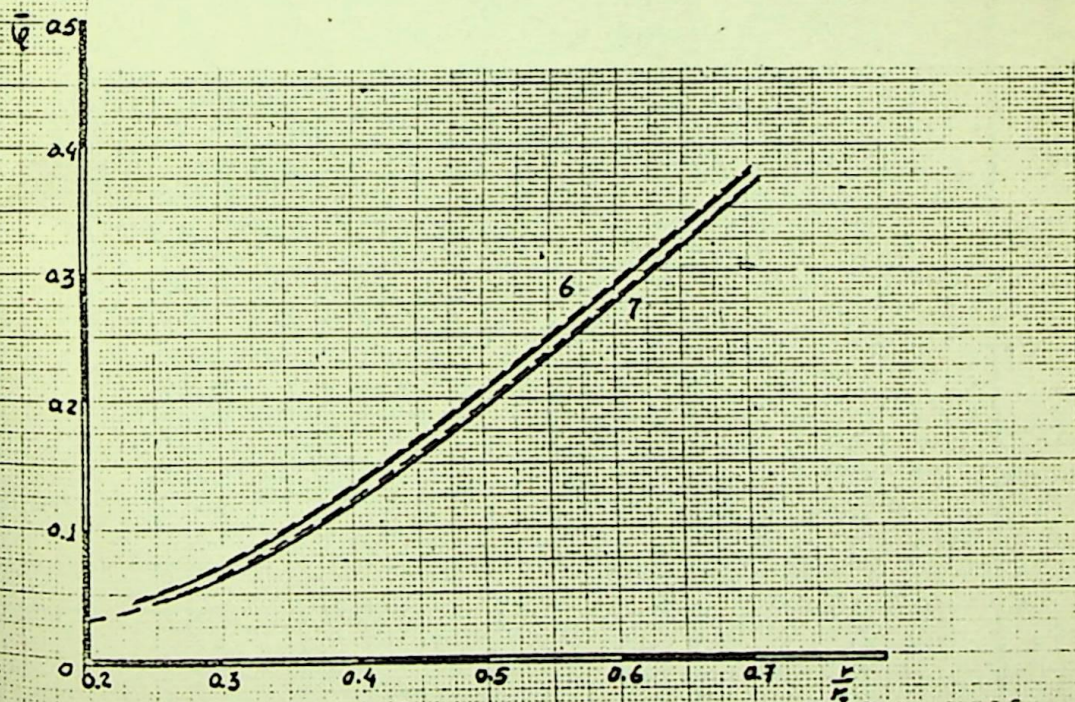


MÉTODO DO IIIº CAPÍTULO
BUSEMANN

COEFICIENTE DE VASÃO PARA ENTRADA SEM CHOQUE



— ISAY
- - - BUSEMANN



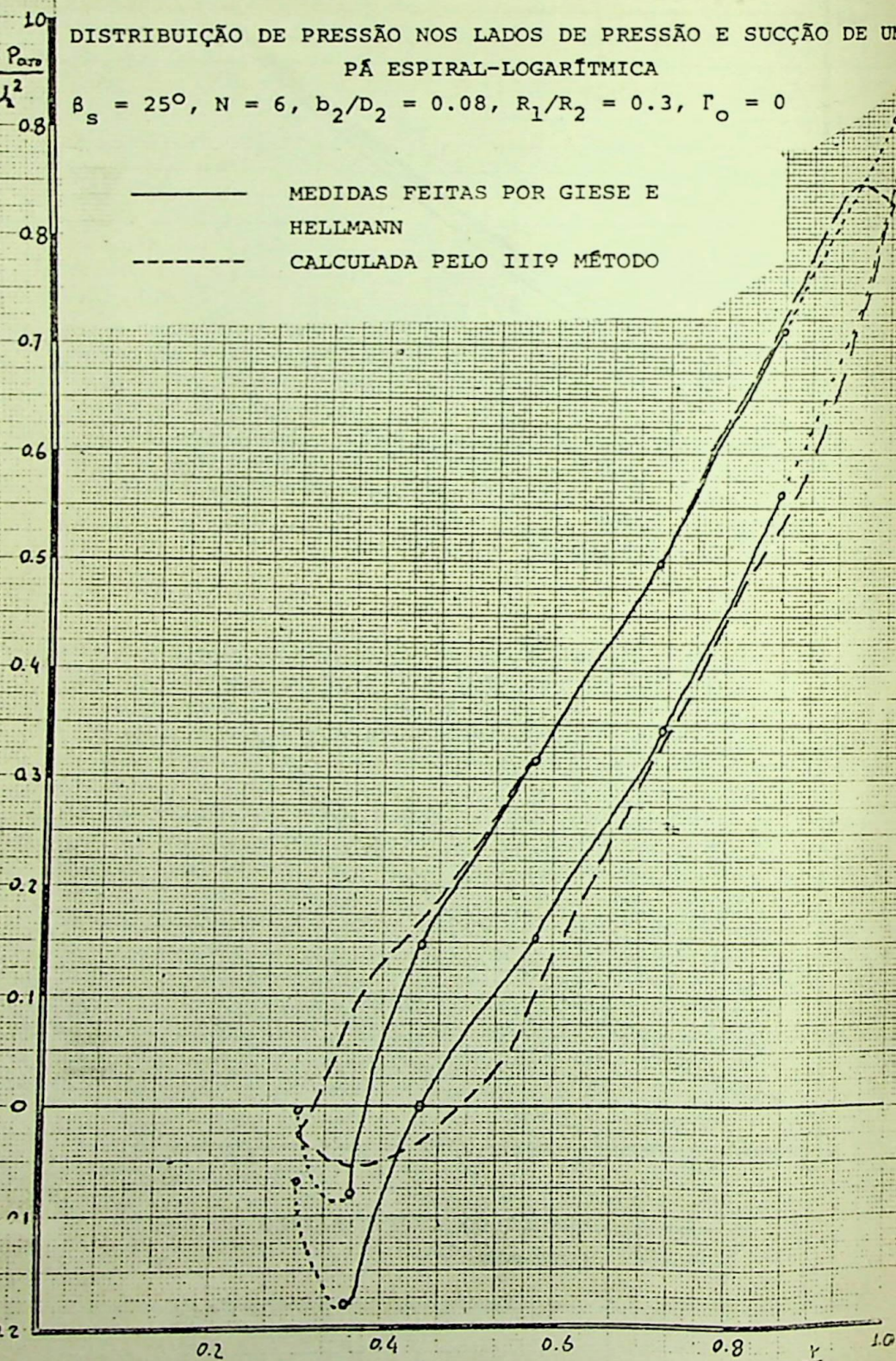
— MÉTODO DO IIIº CAPÍTULO
- - - BUSEMANN

$$\frac{P_{STA} - P_{OTO}}{\frac{1}{2} \rho U^2}$$

DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÃO NOS LADOS DE PRESSÃO E SUÇÃO DE UMA
PÁ ESPIRAL-LOGARÍTMICA

$$\beta_s = 25^\circ, N = 6, b_2/D_2 = 0.08, R_1/R_2 = 0.3, \Gamma_o = 0$$

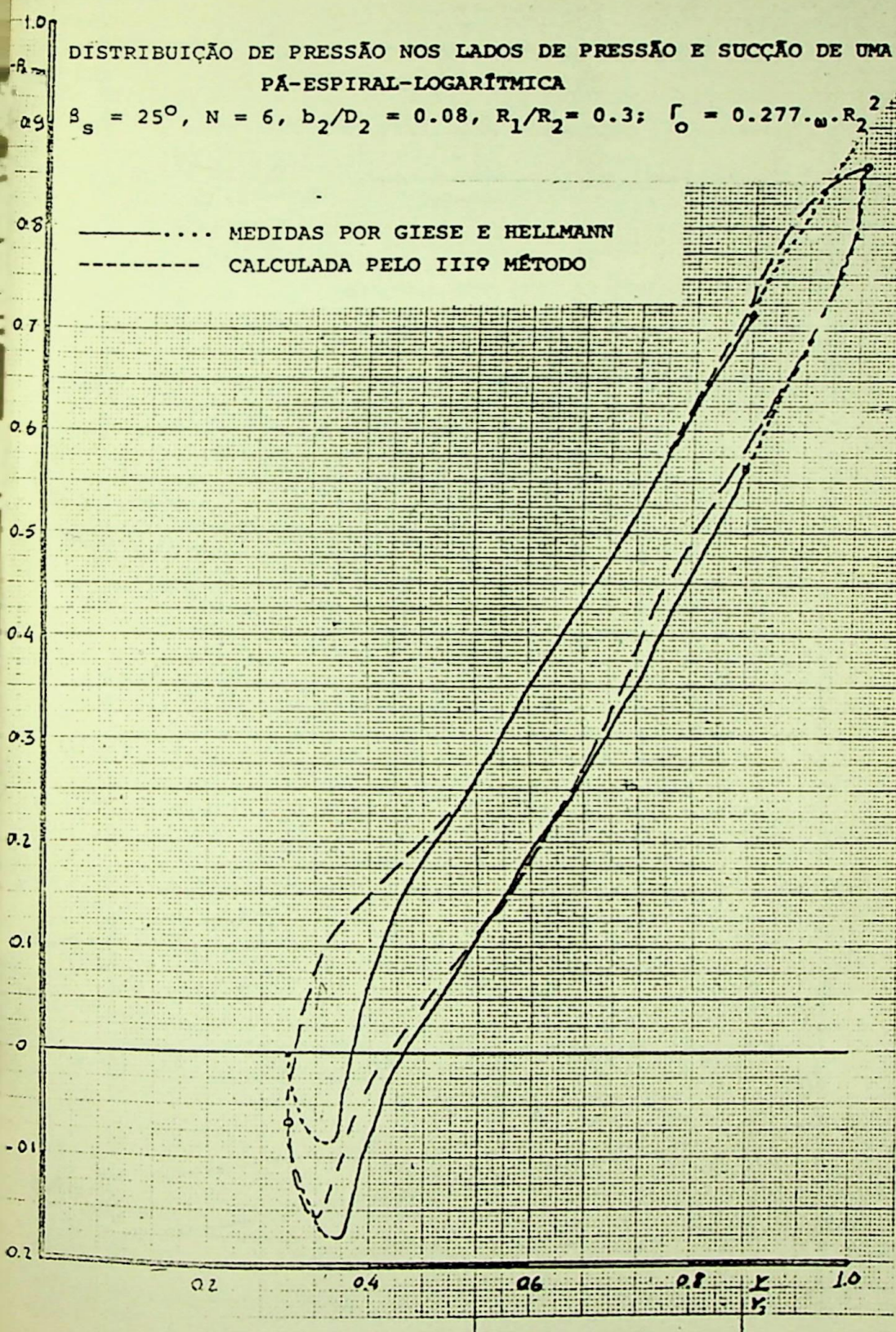
— MEDIDAS FEITAS POR GIESE E
HELLMANN
- - - - - CALCULADA PELO IIIº MÉTODO



DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÃO NOS LADOS DE PRESSÃO E SUÇÃO DE UMA
PÁ-ESPIRAL-LOGARÍTMICA

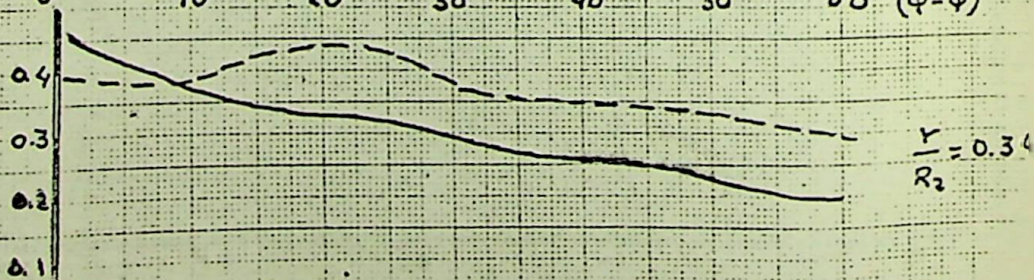
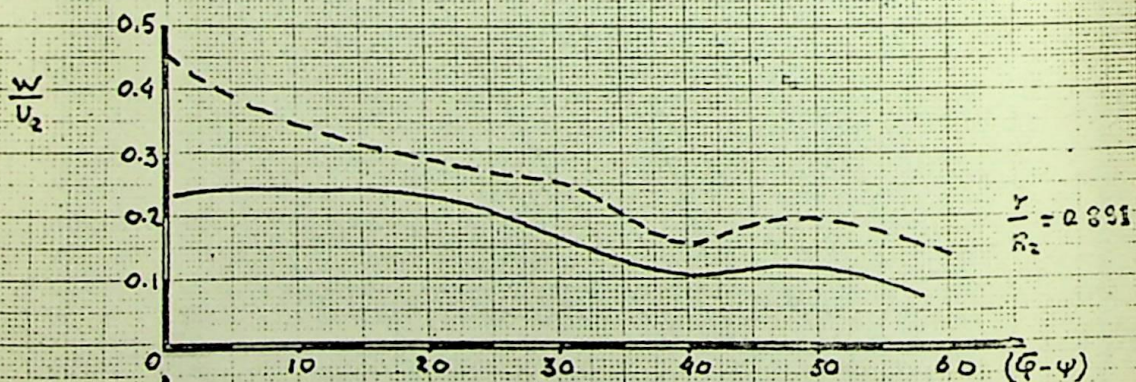
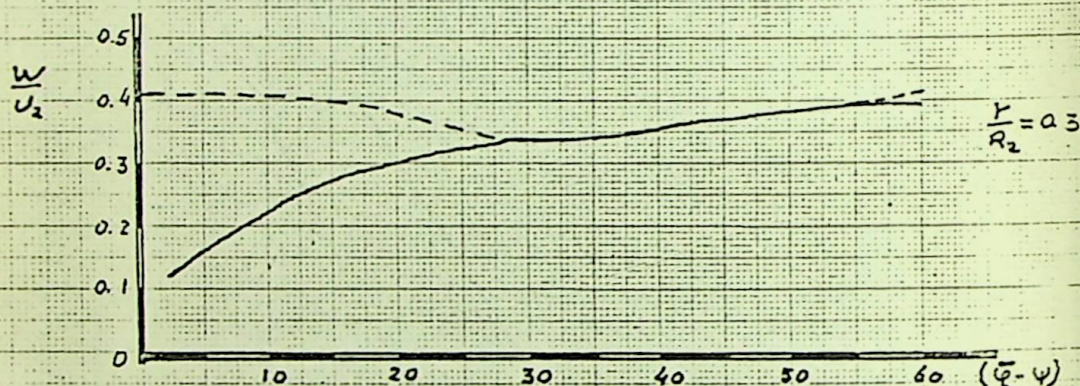
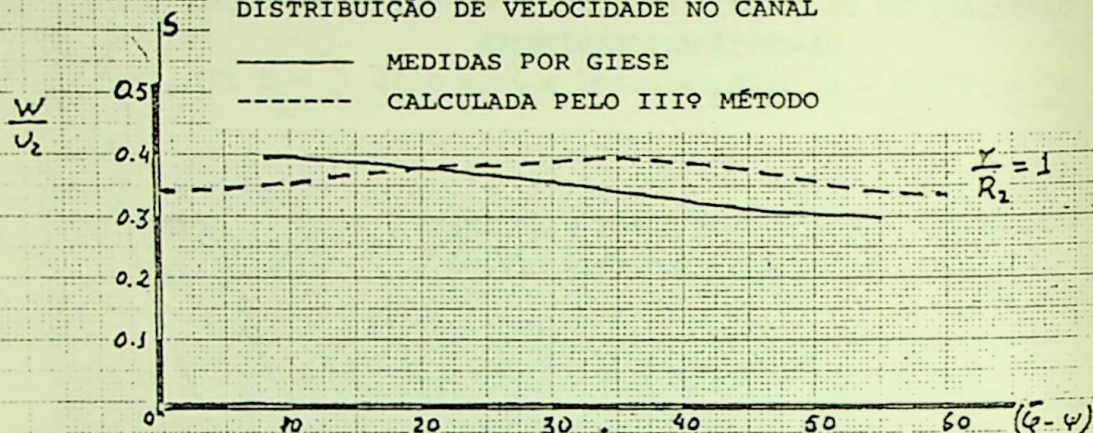
$\beta_s = 25^\circ$, $N = 6$, $b_2/D_2 = 0.08$, $R_1/R_2 = 0.3$; $r_0 = 0.277 \cdot \omega \cdot R_2^2$

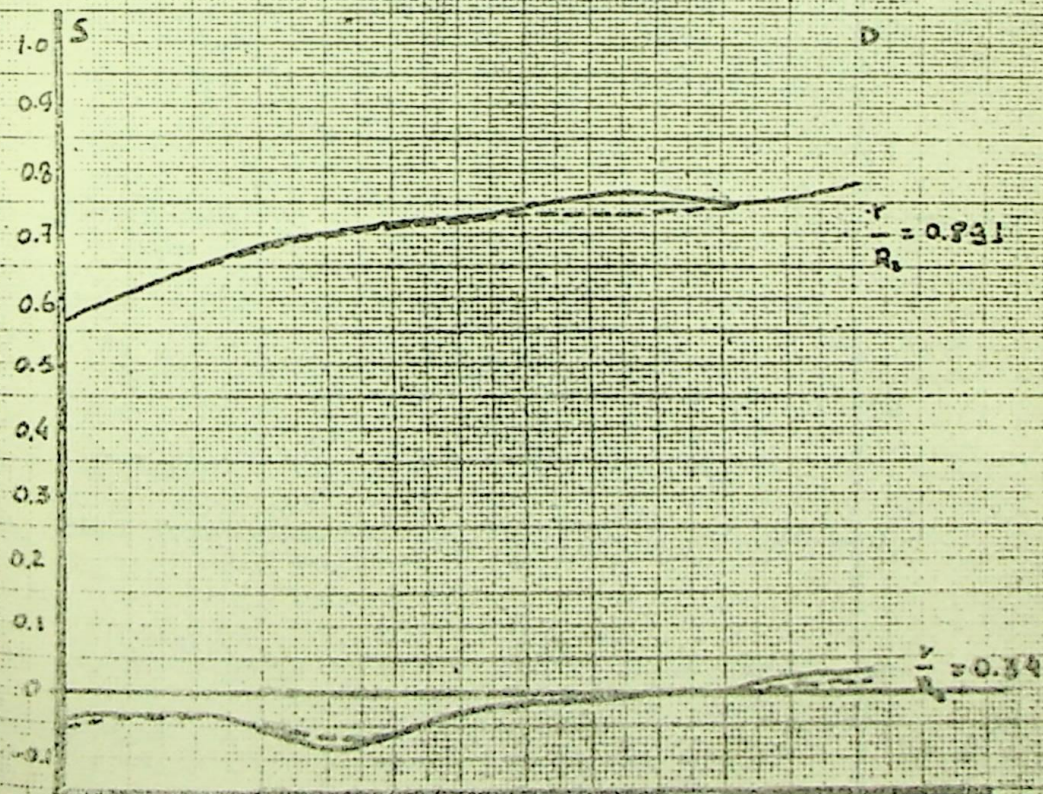
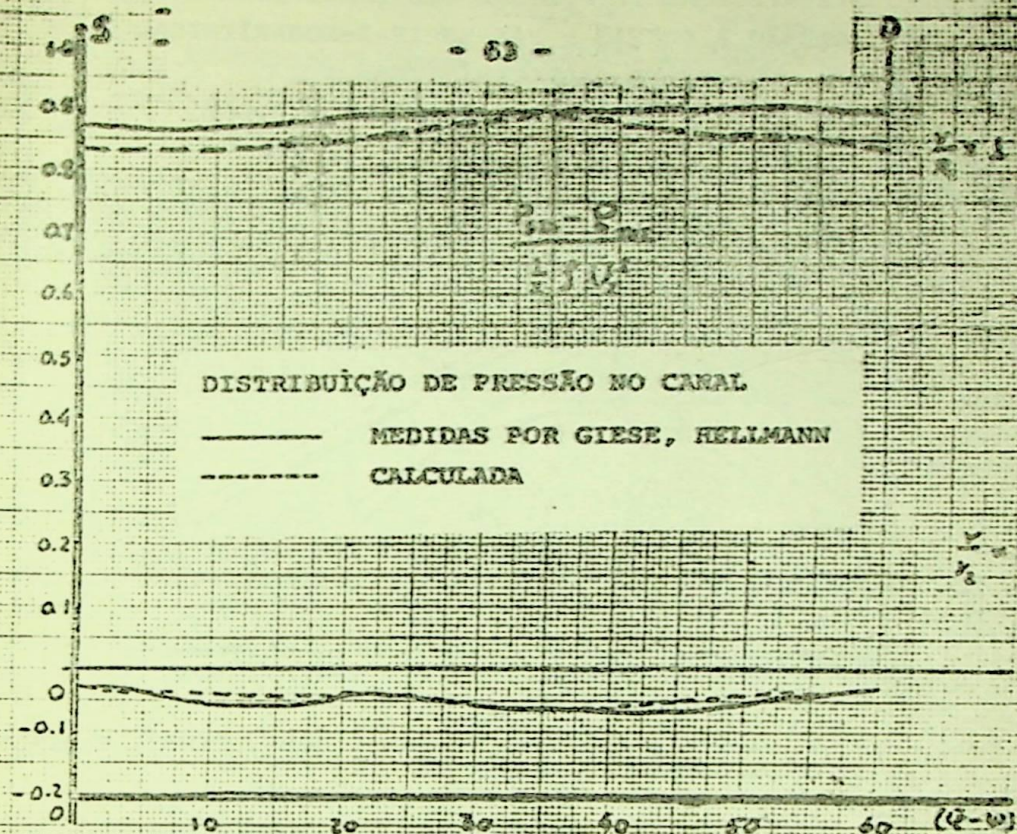
..... MEDIDAS POR GIESE E HELLMANN
----- CALCULADA PELO IIIº MÉTODO



DISTRIBUIÇÃO DE VELOCIDADE NO CANAL

— MEDIDAS POR GIESE
 - - - - - CALCULADA PELO IIIº MÉTODO

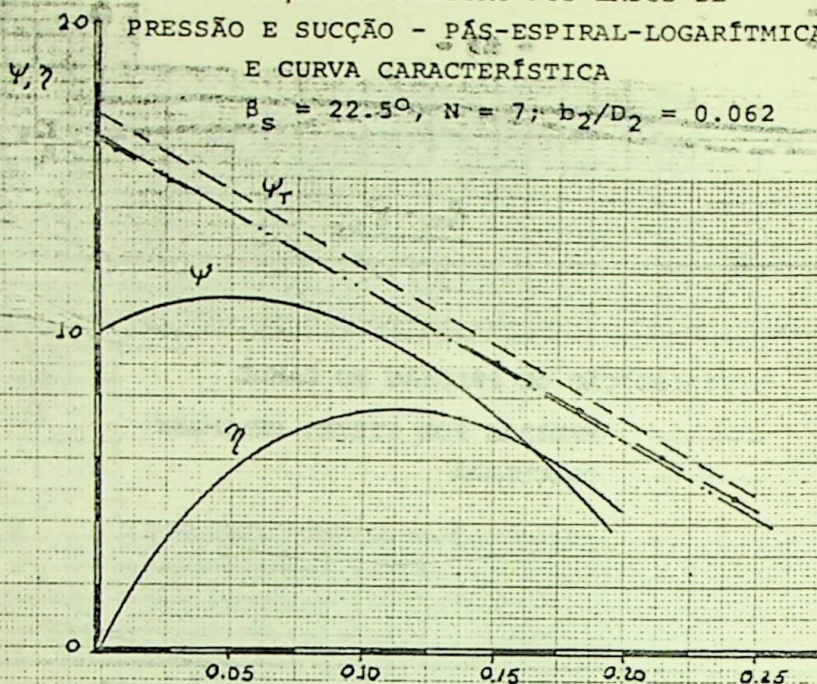




DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÃO NOS LADOS DE
PRESSÃO E SUÇÃO - PÁS-ESPIRAL-LOGARÍTMICA.

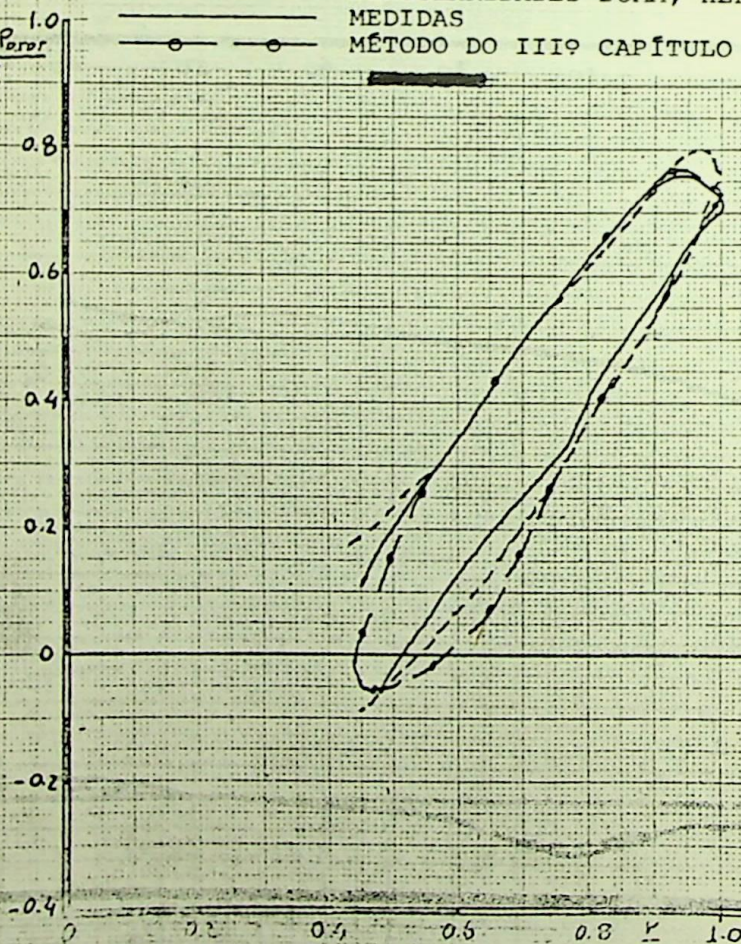
E CURVA CARACTERÍSTICA

$$\beta_s = 22.5^\circ, N = 7; b_2/D_2 = 0.062$$



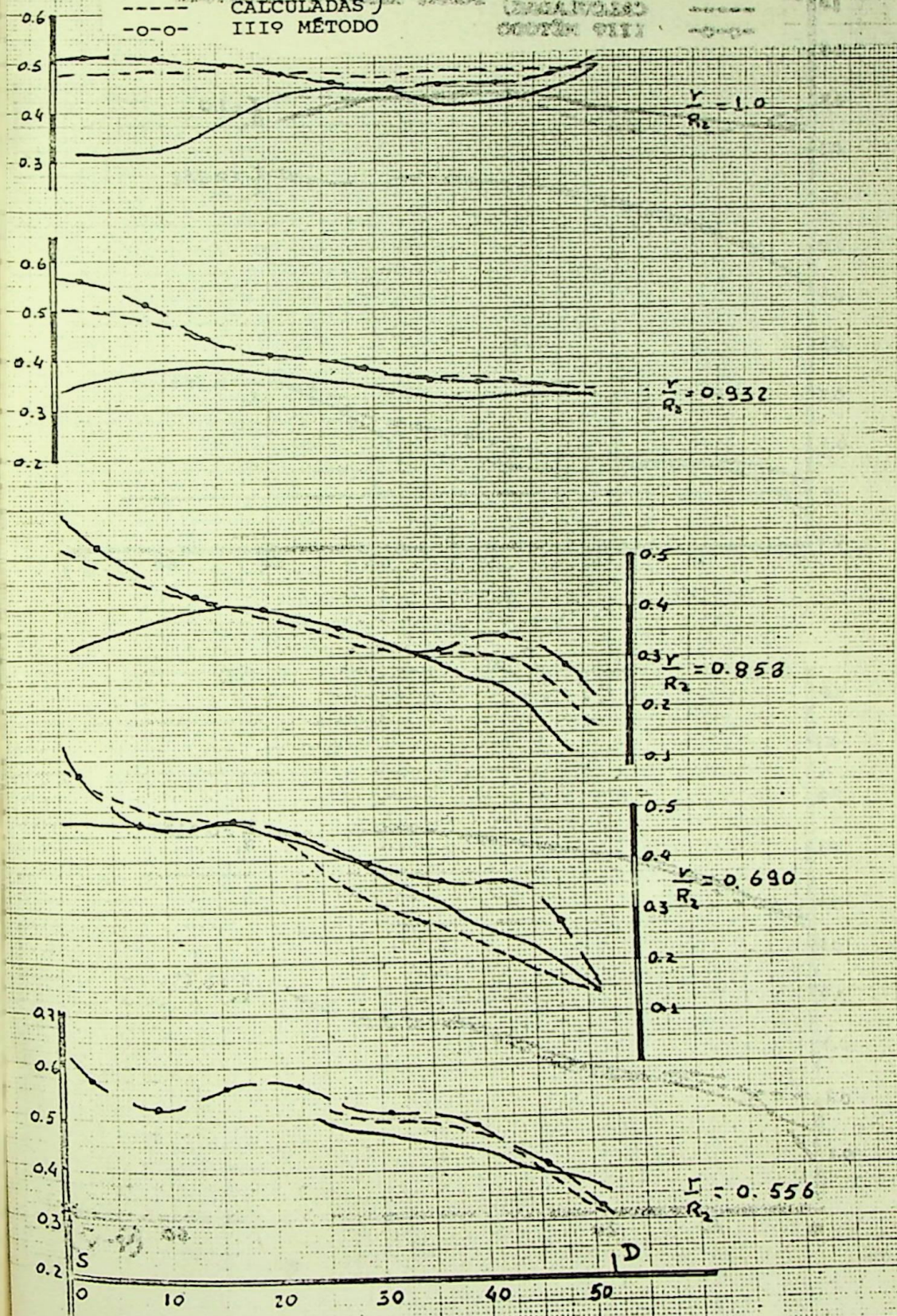
--- BUSEMANN
 - - - SINGULARIDADES DOMM, HERGT, RADESTOCK
 — MEDIDAS
 ○ ○ MÉTODO DO IIIº CAPÍTULO

$$\frac{P_{STAT} - P_{DORR}}{\frac{1}{2} \rho U_2^2}$$



DISTRIBUIÇÃO DE VELOCIDADES NO CANAL

— MEDIDAS } DOMM, HERGT E. RADSTOCK
 - - - - - CALCULADAS }
 - o - o - IIIº MÉTODO



DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÃO NO CANAL

