TESE
393

ESCOLA FEDERAL
DE ENGENHARIA
DE ITAJUBÁ

ESCOAMENTO DE CONVECÇÃO NATURAL ENTRE PLACAS PLANAS PARALELAS COM PRESSÕES IMPOSTAS.

Engº ANTONIO JOÃO DINIZ

DISSERTAÇÃO APRESENTADA À
ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA
DE ITAJUBÁ COMO PARTE DO
REQUISITO PARA OBTENÇÃO DO
TÍTULO DE MESTRE EM
ENGENHARIA MECÂNICA.

Orientador :
Engº EUCLIDES CARVALHO FERNANDES

ITAJUBÁ 1983

ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ

Escola Federal de Engenharia
Biblioteca
MAUÁ
Itajubá

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

"ESCOAMENTO DE CONVECÇÃO NATURAL ENTRE PLACAS PLANAS PARALELAS COM PRESSÕES IMPOSTAS"

ANTONIO JOÃO DINIZ

ORIENTADOR : EUCLIDES CARVALHO FERNANDES
CO-ORIENTADOR: GENÉSIO JOSÉ MENON

ITAJUBÁ, SETEMBRO DE 1.983

Ministério da Educação e Cultura
ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ
Reconhecida Lei 3232 - 05/01/1917

A N E X O I

PRONUNCIAMENTO DA COMISSÃO EXAMINADORA

A Comissão Examinadora, abaixo assinada, nomeada por Portaria nº 319 de 02/12/83, considerando o resultado do Julgamento da Prova de Defesa Pública da Dissertação de Mestrado intitulada: "ESCOAMENTO DE CONVECÇÃO NATURAL ENTRE PLACAS PLANAS PARALELAS COM PRESSÕES IMPOSTAS"

apresenta pronunciamento no sentido de que a Comissão de Pós-Graduação da Escola Federal de Engenharia de Itajubá solicite ao DRA (Departamento de Registros Acadêmicos) a expedição do título de Mestre em Engenharia MECÂNICA na Área de Concentração de MÁQUINAS DE FLUXO satisfeitas as demais exigências regimentais à ANTONIO JOÃO DINIZ.

Itajubá, 05 de dezembro de 1983

1º Examinador
Prof. Alcides Padilha - UNESP

2º Examinador
Prof. Edson Luiz Zaparoli - ITA

3º Examinador
Prof. Genésio José Menon - EFEI

4º Examinador
Prof. Euclides Carvalho Fernandes
ORIENTADOR

Ministério da Educação e Cultura

ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ

Reconhecida Lei 3232 - 05/01/1917

A N E X O II

FOLHA DE JULGAMENTO DA COMISSÃO EXAMINADORA

Título da Dissertação: "ESCOAMENTO DE CONVECÇÃO NATURAL ENTRE PLACAS PLANAS PARALELAS COM PRESSÕES IMPOSTAS"

Autor: ANTONIO JOÃO DINIZ

JULGAMENTO

EXAMINADORES	CONCEITO	RUBRICA
1º	A+	
2º	A+	Zaparoli
3º	A+	
4º	A+	

Resultado médio: Conceito A+, ou seja APROVADO com DISTINÇÃO

Observações:

Itajubá, 05 de dezembro de 1983.

1º Examinador
Prof. Alcides Padilha - UNESP

2º Examinador
Prof. Edson Luiz Zaparoli - ITA

3º Examinador
Prof. Genésio José Menon - EFEI

4º Examinador
Prof. Euclides Carvalho Fernandes
ORIENTADOR

Campus Universitário - Prof. José Rodrigues Seabra
Tel. (035) 622-1700 — 622-1510 — Bairro Pinheirinho — 37.500 — ITAJUBÁ — M. G.

Ministério da Educação e Cultura
ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ
Reconhecida Lei 3232 — 05/01/1917

PORTARIA Nº 319, DE 02 DE DEZEMBRO DE 1983

O Presidente da Comissão de Pós-Graduação, usando das atribuições que lhe são conferidas pelo Art. 9º do Regulamento da Comissão de Pós-Graduação

Resolve designar a Comissão composta pelos Senhores ALCIDES PADILHA, EDSON LUIZ ZAPAROLI, GENÉSIO JOSÉ MENON e EUCLIDES CARVALHO FERNANDES (orientador) para, na forma do Regulamento para Defesa de Dissertação de Mestrado, constituir a Banca Especial que publicamente e a partir das 15:00 horas do dia 05 de dezembro de 1983 examinará o candidato ANTONIO JOÃO DINIZ, autor do trabalho de Dissertação intitulado: "Escoamento de convecção natural entre placas planas paralelas com pressões impostas", e apresentado como exigência final para obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica a ser-lhe concedido se aprovado e satisfeitas as demais exigências regulamentares.

p/ Prof. Julio César Tibúrcio
Presidente
Comissão de Pós-Graduação

Campus Prof. José Rodrigues Seabra — Av. BPS, nº. 1.303 — Bairro Pinheirinho
37.500 — ITAJUBÁ - MG — Tel.: (035) 622-1966 e 622-1510

lo.

Aos meus avós e pais pelo

apoio a mim dedicado.

A minha esposa Yara, minha filha
Cássia Giselli e, em memória, meu
filho José P. Diniz.

A G R A D E C I M E N T O S

Agradeço a todos aqueles que colaboraram na realização deste trabalho, em particular:

Ao Professor Euclides Carvalho Fernandes, pela sua orientação e confiança em mim depositada;

Aos Professores, Genésio José Menon e Helder Fernando F.M. Carneiro pela colaboração e ensinamentos recebidos na execução do presente trabalho;

Ao Professor Alcides Padilha pela dedicação e apoio na montagem deste trabalho;

A Eiji Kamimura pela qualidade dos desenhos;

A Maria Sueli da Costa Anhussi e Ivani Cristina S. A. Castro pelos trabalhos de datilografia;

A todos os amigos professores da Área de Fenômenos de Transporte da FEIS-UNESP pelo incentivo e cooperação prestada a este trabalho;

Ao monitor José Alberto e ao Professor Augusto Viana pela colaboração prestada no C.P.D. da EFEI.

R E S U M O

Analisa-se o escoamento laminar de convecção natural na região de entrada de um canal constituido por placas planas paralelas verticais, considerando fluidos com número de Prandtl 0,7; 1,0; 5,0 e 10,0.

Impôs-se uma condição de temperatura uniforme numa placa e condição isolada na outra, abordando-se uma situação de canal aberto nas extremidades e a situação da existência de uma restrição ao escoamento no topo do canal.

As distribuições de velocidades e temperaturas são determinadas através da solução numérica pelo método de diferenças finitas nas equações de camada limite de fluido, continuidade, quantidade de movimento e energia.

De acordo com o modelo proposto a restrição imposta tem influência significativa no comprimento do canal.

A B S T R A C T

In this work, it is made the analysis of laminar free convection in the entrance of a vertical channel, formed by two parallel flat plates, considering the fluid flow with Prandtl numbers: 0,7; 1,0; 5,0 e 10,0.

Uniform temperature condition was assumed in one plate and insulated condition in the other. Also, open channel situation at the lower extremity and a restriction to flow in the channel top are supposed.

The temperature and velocity profiles are determined by finite difference method applied to boundary layer, continuity, momentum and energy equations.

According to the proposed model, the assumed restrictions have significative influence in the channel lenght.

Í N D I C E

Pág.

CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO 01

CAPÍTULO II - TEORIA 04

II.1 - Hipóteses Simplificadoras 04

II.2 - Formulação do Problema 06

CAPÍTULO III - MÉTODOS DE SOLUÇÃO 12

CAPÍTULO IV - APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS 19

CAPÍTULO V - CONCLUSÕES 78

APÊNDICE A - Parametrizações das Equações 80

APÊNDICE B - Solução segundo Método Integral 85

APÊNDICE C - Fluxo Total Desenvolvido 103

APÊNDICE D - Desenvolvimento das Matrizes..... 108

APÊNDICE E - 114

I - Fluxograma 114

II - Programa 117

BIBLIOGRAFIA 124

L I S T A D E F I G U R A S

Pág.

II.1 - Geometria do Canal 04

III.1 - Representação da malha no canal 12

III.2 - Distribuição dos pontos na direção transversal ... 17

IV.1 - Variação de Q e H' comprimento do canal para vários Pr 23

IV.2 - Variação do Número de Nusselt médio com $(L^+)^{-1}$ para vários Pr 24

IV.3 - Variação da vazão volumétrica com L + ΔL para valores de Z constante e Pr = 0,7 25

IV.4 - Variação da vazão volumétrica com L + ΔL para valores de Z constante e Pr = 1,0 26

IV.5 - Variação da vazão volumétrica com L + ΔL para valores de Z constante e Pr = 5,0 27

IV.6 - Variação da vazão volumétrica com L + ΔL para valores de Z constante e Pr = 10,0 28

IV.7 - Variação do fluxo de entalpia com L + ΔL para valores de Z constante e Pr = 0,7 29

IV.8 - Variação do fluxo de entalpia com L + ΔL para valores de Z constante e Pr = 1,0 30

IV.9 - Variação do fluxo de entalpia com L + ΔL para valores de Z constante e Pr = 5,0 31

IV.10 - Variação do fluxo de entalpia com L + ΔL para valores de Z constante e Pr = 10,0 32

IV.11 - Variação da vazão volumétrica com ΔL/L para valores de Z constante e Pr = 0,7 33

IV.12 - Variação da vazão volumétrica com ΔL/L para valores de Z constante e Pr = 1,0 34

Pág.

IV.13 - Variação da vazão volumétrica com ΔL/L para valores de Z constante e Pr = 5,0 35

IV.14 - Variação da vazão volumétrica com ΔL/L para valores de Z constante e Pr = 10,0 36

IV.15 - Variação do fluxo de entalpia com ΔL/L para valores de Z constante e Pr = 0,7 37

IV.16 - Variação do fluxo de entalpia com ΔL/L para valores de Z constante e Pr = 1,0 38

IV.17 - Variação do fluxo de entalpia com ΔL/L para valores de Z constante e Pr = 5,0 39

IV.18 - Variação do fluxo de entalpia com ΔL/L para valores de Z constante e Pr = 10,0 40

IV.19 - Perfil de velocidade para Pr = 0,7 41

IV.20 - Perfil de velocidade para Pr = 1,0 42

IV.21 - Perfil de velocidade para Pr = 5,0 43

IV.22 - Perfil de velocidade para Pr = 10,0 44

IV.23 - Perfil de temperatura para Pr = 0,7 45

IV.24 - Perfil de temperatura para Pr = 5,0 46

IV.25 - Perfil de temperatura para Pr = 10,0 47

B.1 - Esquema dos perfis de camadas limites hidrodinâmicas e térmicas 85

B.2 - Ajuste da curva da vazão adimensional 100

B.3 - Ajuste da curva da entalpia adimensional 101

L I S T A D E T A B E L A S

Pág.

IV.1 - Incrementos Utilizados

1 - Variação da vazão e do fluxo de entalpia com o comprimento do canal para vários Pr 48

2 - Resultado para Z = 0 e Pr = 0,7 49

3 - Resultado para Z = 0 e Pr = 1,0 50

4 - Resultado para Z = 0 e Pr = 5,0 51

5 - Resultado para Z = 0 e Pr = 10,0 52

6 - Vazão Volumétrica versus L + ΔL para Pr = 0,7 53

7 - Vazão Volumétrica versus L + ΔL para Pr = 1,0 54

8 - Vazão Volumétrica versus L + ΔL para Pr = 5,0 55

9 - Vazão Volumétrica versus L + ΔL para Pr = 10,0 56

10 - Resultado para Z = 1,0 e Pr = 0,7 57

11 - Resultado para Z = 0,5 e Pr = 0,7 58

12 - Resultado para Z = 10,0 e Pr = 0,7 59

13 - Resultado para Z = 15,0 e Pr = 1,0 60

14 - Resultado para Z = 1,0 e Pr = 1,0 61

15 - Resultado para Z = 5,0 e Pr = 1,0 62

16 - Resultado para Z = 10,0 e Pr = 1,0 63

17 - Resultado para Z = 1,0 e Pr = 5,0 64

18 - Resultado para Z = 5,0 e Pr = 5,0 65

19 - Resultado para Z = 15,0 e Pr = 5,0 66

20 - Resultado para Z = 20,0 e Pr = 5,0 67

21 - Resultado para Z = 1,0 e Pr = 10,0 68

22 - Resultado para Z = 20,0 e Pr = 10,0 69

23 - Resultado para Z = 40,0 e Pr = 10,0 70

24 - Perfil de velocidade para Pr = 0,7 71

Pág.

25 - Perfil de velocidade para Pr = 1,0 72

26 - Perfil de velocidade para Pr = 5,0 73

27 - Perfil de velocidade para Pr = 10,0 74

28 - Perfil de temperatura para Pr = 0,7 75

29 - Perfil de temperatura para Pr = 5,0 76

30 - Perfil de temperatura para Pr = 10,0 77

B.1 - Erro relativo do ajuste por mínimos quadrados p/vazão 102

B.2 - Erro relativo do ajuste por mínimos quadrados p/entalpia 102

B.3 - Erro relativo do ajuste por mínimos quadrados p/nº Nusselt médio 102

SIMBOLOGIA

a' - Coeficiente na equação (B.29) para o perfil de velocidade na placa adiabática.

a'' - Coeficiente na equação (B.3) para perfil de temperatura adimensional.

a_1 - Coeficiente na equação (B.11) para o perfil de velocidade.

A - Coeficiente na equação (D.4)

A' - Coeficiente na equação (D.12d)

b - Largura do canal

b' - Coeficiente na equação (B.29) para o perfil de velocidade na placa adiabática

b'' - Coeficiente na equação (B.3) para o perfil de temperatura adimensional

b_1 - Coeficiente na equação (B.11) para o perfil de velocidade.

B - Coeficiente na equação (D.4)

B' - Coeficiente na equação (D.12b)

C - Coeficiente na equação (D.4)

c' - Coeficiente na equação (B.29) para o perfil de velocidade na placa adiabática.

c'' - Coeficiente na equação (B.3) para o perfil de temperatura adimensional.

c_1 - Coeficiente na equação (B.11) para o perfil de velocidade.

C_1 - Coeficiente na equação (B.59)

C_2 - Coeficiente na equação (B.60)

C_3 - Coeficiente na equação (B.61)

D - Coeficiente na equação (D.5d)

D' - Coeficiente na equação (D.12d)

C' - Coeficiente da equação (D.12c)

f - Coeficiente na equação (B.21)

F' - Parâmetro adimensional de F na equação (B.25)

g - Aceleração da gravidade

Gr - Número de Grashof definido em (II.18)

$\overset{*}{Gr}$ - Número de Grashof modificado

h_{ℓ} - Coeficiente de convecção local

$\bar{h}$ - Coeficiente de transferência de calor médio

H - Fluxo de entalpia definido em (II.25)

H' - Fluxo de entalpia adimensional na secção de saída do canal

i - Variação do índice K para as equações (III.16) a (III.18)

j - Índice das linhas na direção longitudinal

K - Condutividade térmica do fluido

k - Índice das linhas na direção transversal

ℓ - Comprimento do canal

L - Comprimento adimensional do canal

L^{+} - Comprimento adimensional do canal definido na equação (II.27)

M' - Parâmetro adimensional de M na equação (B.22)

N - Número de incrementos na direção transversal do escoamento

$N_{u\ell}$ - Número de Nusselt local

$\bar{N}_{uo}$ - Número de Nusselt médio

p - Pressão

$\overset{*}{p}$ - Diferença de pressão

P - Pressão adimensional definido em (II.18)

Pr - Número de Prandtl

$\dot{q}$ - Vazão volumétrica definida em (II.19)

Q - Vazão volumétrica

Q' - Calor absorvido

$\dot{Q}$ - Calor absorvido definido em (II.24)

T - Temperatura em qualquer ponto do escoamento

To - Temperatura ambiente

Tw - Temperatura da parede da placa

u - Velocidade na direção longitudinal

U - Velocidade adimensional na direção longitudinal

v - Velocidade na direção transversal ao escoamento

V - Velocidade adimensional na direção transversal

x - Coordenada vertical

X - Coordenada vertical adimensional

y - Coordeanda horizontal

Y - Coordenada horizontal adimensional

Y_1 - Parâmetro de mudança de eixo

α - Difusividade térmica

β - Coeficiente de expansão térmica de fluido à pressão constante

Δ - Variação

ψ - Parâmetro definido na equação (B.70)

ζ - Parâmetro definido na equação (B.69)

Φ - Fator de correlação introduzido na equação (B.72)

λ - Fator de correlação introduzido na equação (B.71)

δ - Espessura da camada limite dinâmica

δ_2 - Espessura da camada limite dinâmica

δ_1 - Espessura da camada limite térmica

ρ - Densidade do fluido

Θ - Temperatura adimensional definida em (II.18)

μ - Viscosidade dinâmica

ν - Viscosidade cinemática

Escola Federal de Engenharia
Biblioteca
MAUÁ
Itajubá

CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO

Este trabalho apresenta o estudo da transferência de calor em fluido, para diferentes números de Prandtl, na região de entrada de um canal constituído de placas planas paralelas, verticais e de largura infinita.

Em sistemas não convencionais de energia, como aqueles utilizando energia solar, este estudo adquire especial importância.

Os trabalhos relacionados, direta ou indiretamente com este estudo, são apresentados a seguir:

BODOIA & OSTERLE [2] em 1962, estudaram inicialmente o problema do desenvolvimento da convecção natural de um fluido entre duas placas planas paralelas e verticais, para Prandtl igual a 0,7, a partir das seguintes condições:

- Paredes isotérmicas
- O fluido, a temperatura ambiente e o perfil de velocidade uniforme na entrada do canal.
- Devido a simetria do canal, a solução do problema foi aplicada a partir do meio deste.

Neste estudo foi observado que o número de Nusselt, se aproxima da solução de escoamento desenvolvido, para número de Grashof pequeno e este quando grande, o Nusselt se aproxima da solução de convecção natural de uma placa plana e vertical.

Observou-se também neste trabalho, exceto para pequenos valores de Grashof, uma boa concordância entre os resultados teóricos obtidos e os experimentais de ELEMBAAS [3] , para os números de Nusselt.

AUNG, FLETCHER & SERNAS [1] em 1972, ampliaram os resultados do trabalho anterior para condições de temperatura e fluxo de calor uniforme na parede, assumindo o modelo matemático semelhante ao desenvolvido por BODOIA [2] , e o ar como fluido de trabalho desenvolvendo assim a solução numérica para várias razões de diferentes temperaturas e fluxos de calor. A solução obtida concorda com as apresentadas por BODOIA [2] , no caso de temperaturas uniformes nas paredes.

DAVIS & PERONA [6] em 1971, apresentaram um estudo de convecção natural em tubos verticais, abertos nas extremidades e usando o ar como fluido de trabalho.

O procedimento deste estudo é uma extensão de BODOIA[2], onde a solução das equações que governam a convecção natural é adaptada para as coordenadas cilíndricas. A condição suposta na parede é de temperatura constante, enquanto que a condição de fluxo de calor constante foi analisada adicionalmente.

O resultado do número de Nusselt médio tem boa aproximação em relação ao encontrado experimentalmente por ELEMBAAS[7], exceto para número de Grashof intermediários.

A solução numérica se aproxima da solução de placa plana vertical, para números de Grashof grandes e também para fluxo completamente desenvolvido, quando é utilizado baixos valores de Grashof.

DALBERT e outros [5] em 1981, estudaram a convecção natural em um canal vertical bidimensional formado por duas placas planas, paralelas e verticais e condição de fluxo térmico constante, mas não necessariamente iguais. É feita uma comparação da temperatura máxima da parede, quando se refere a pequeno número de Grashof, os resultados coincidem com os obtidos AUNG[4] e para grandes números de Grashof os resultados aproximam-se da solução de uma placa plana vertical aquecida a fluxo constante.

Observou-se o valor da pressão dinâmica na entrada do canal, não devendo esta ser negligenciada, pois a influência deste valor sobre o resultado obtido é muito importante para altos valores do número de Grashof.

Um estudo comparativo entre os resultados obtidos por BODOIA [2], AUNG [4] e o caso da placa plana vertical, também foi efetuado.

ZAPAROLL [11] em 1980, estudou o problema de transferência de calor por convecção natural em um canal de placas planas, paralelas e inclinadas. A condição do problema era de temperatura uniforme e desigual nas paredes, sendo uma das paredes adiabáticas.

A influência da inclinação aparece na equação de conservação do momento para o fluido no modelo de camada limite.

Observou-se que para uma determinada faixa de número de Grashof analisado, o resultado pode ser obtido da solução de canal de placas planas verticais, e que para baixos valores do número de Grashof, ocorre uma divergência entre os resultados obtidos do modelo proposto e os apresentados pela solução de canal vertical.

Do exposto anteriormente, observa-se que este tópico de pesquisa necessita ainda de um grande esforço teórico-experimental, para o seu desenvolvimento. Assim,este trabalho tem por objetivos:

- Estender a solução feita por BODOIA [2] , para o caso de temperatura uniforme numa placa e uma situação placa isolada na outra, considerando vários números de Prandtl iguais a 1,0; 5,0 e 10,0;
- Apresentar as curvas comprimento do canal em relação às grandezas representativas da vazão volumétrica e do fluxo de entalpia na secção de saída do canal, para cada valor de Prandtl,na forma adimensional;
- A relação do número de Nusselt, apresentando os resultados de transferência de calor no canal;
- Os resultados da vazão, entalpia e número de Nusselt médio são também apresentados por expressões analíticas;
- Mostrar a correlação gráfica envolvendo Q e H' versus comprimento do canal, para o caso em que são simulados vários valores de restrição constante, de acordo com o número de Prandtl considerado;
- Fazer um estudo da variação da vazão volumétrica e fluxo de entalpia com acréscimo relativo do canal, em porcentagem, para os diversos valores de restrição considerados;
- Comportamento dos perfis de temperatura e velocidade em função da largura do canal, para alguns valores da sua altura.

CAPÍTULO II - TEORIA

II.1 - Hipóteses Simplificadoras

São consideradas as seguintes hipóteses na análise teórica do problema, ver Figura (II.1), durante o processo de transferência de calor e massa no interior do canal.

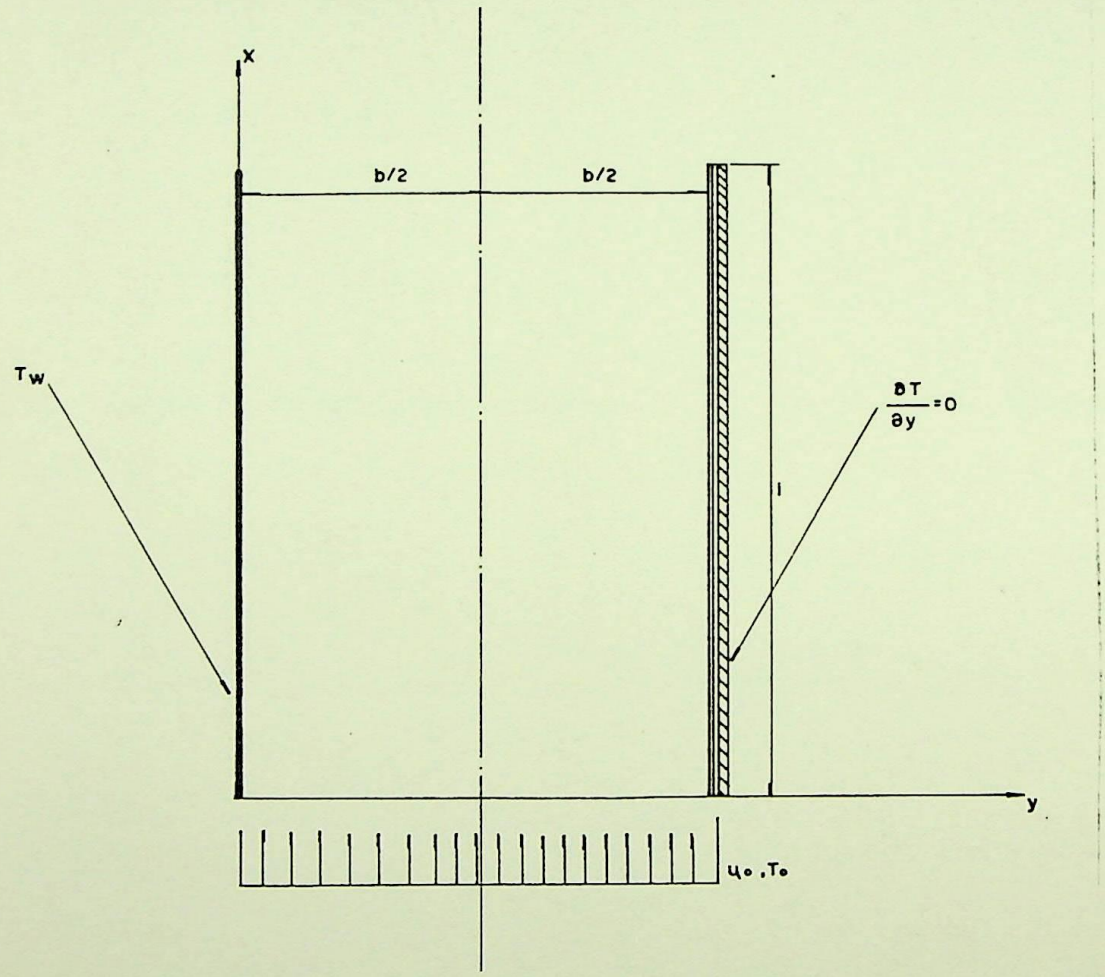


FIGURA (II.1) - GEOMETRIA DO CANAL

(1) O regime do escoamento é laminar, permanente, bidimensional, dissipação viscosa desprezível, fluido incompressível com propriedades constantes e baixas velocidades;

(2) Admite-se a hipótese de Boussinesq, que supõe o escoamento do fluido como incompressível, considerando no entanto a densidade do fluido dependente da temperatura, nos termos que representam a força de empuxo, na equação da quantidade

de movimento;

(3) Admite-se a formação de camada limite no interior do canal;

(4) As propriedades físicas do fluido, são consideradas independentes da temperatura, exceto a densidade;

(5) Admite-se, que o fluido entra pela base do canal com velocidade uniforme e temperatura do meio ambiente.

II.2 - Formulação do Problema

Considerando as hipóteses formuladas e a geometria do canal, Figura (II.1), e que o fluido no interior das placas sofra apenas a influência da convecção natural, o modelo matemático do problema pode ser constituído pelas equações da conservação da massa, quantidade de movimento e energia, respectivamente como:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \qquad \text{II.1}$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{dP}{dx} - g + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \qquad \text{II.2}$$

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{k}{\rho C}\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \qquad \text{II.3}$$

Sujeitas às seguintes condições de contorno e iniciais:

$x = 0 \quad 0 \leq y < b \quad , u = u_o \quad , v = 0 \quad , p = 0 \quad e \quad T = T_o$ II.6

$x \geq 0 \quad y = 0 \quad , u = v = 0 \quad e \quad T = Tw$ (aderência) II.7

$x \geq 0 \quad y = b \quad , u = v = 0 \quad e \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0$ II.8

$x = 0 \quad e \quad x = \ell \quad , p = 0$ II.9

onde:

$\frac{\partial T}{\partial y} = 0$; Condição de placa isolada

Definindo a pressão do movimento, na forma de:

$$p^* = p - p_o \qquad \text{II.4}$$

sendo:

p^*: a diferença entre a pressão do meio fluido e a pressão hidrostática no interior do canal, BODOIA [2].

Considera-se que a pressão estática do escoamento na entrada seja igual a pressão hidrostática do meio fluido, para mesmo nível de entrada, ou seja $p_o^* = 0$.

A equação (II.2) pode ser escrita na forma:

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{1}{\rho}\frac{dp^*}{dx} + \beta g\,(T-To) \qquad \text{II.5}$$

sendo,

β : Coeficiente de expansão térmica do fluido.

O sistema de equações (II.1), (II.3), (II.5) e (II.6) a (II.9) é adimensionalizado no Apêndice (A), a partir das seguintes variáveis adimensionais:

$$X = \frac{x}{x_o} \quad ; \quad Y = \frac{y}{y_o} \quad ; \quad U = \frac{u}{u_o} \quad ; \quad V = \frac{v}{v_o} \quad ;$$

$$P = \frac{P-Po}{Po} = \frac{p^*}{Po} \quad ; \quad \Theta = \frac{T-To}{Tw-To}$$

obtendo-se então,

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \qquad \text{II.10}$$

$$U\frac{\partial U}{\partial X} + V\frac{\partial U}{\partial Y} = \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} - \frac{dP}{dX} + \Theta \qquad \text{II.11}$$

$$U\frac{\partial \Theta}{\partial X} + V\frac{\partial \Theta}{\partial Y} = \frac{1}{Pr}\frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} \qquad \text{II.12}$$

As condições de contono são:

$X = 0 \;,\; 0 \leq Y < 1 \;,\; U = Q \;;\; V = 0 ; \Theta = 0 \;;\; P = 0$ II.13

$X \geq 0 \;,\; Y = 0 \;,\; U = 0 \;;\; V = 0 \;;\; \Theta = 1$ II.14

$X \geq 0 \;,\; Y = 1 \;,\; U = 0 \;;\; V = 0 \;;\; \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = 0$ II.15

$X = L \;,\; 0 \leq Y < 1 \;,\; P = 0 \;\text{ ou }\; Z = 0$ II.16

$X = L + \Delta L \;,\; 0 \leq Y < 1 \;,\; P = PL \;\text{ ou }\; Z = \frac{2PL}{Q^2}$ II.17

onde,

$Pr = \frac{C\nu\rho}{K}$: número de Prandtl

$L = \frac{1}{Gr}$: é comprimento adimensional do canal para $P = 0$.

PL : é a pressão adimensional positiva na secção de saída devido a um acréscimo ΔL no comprimento do canal.

Z : é a variável adimensional que representa uma relação entre a pressão de saída e a energia cinética, do escoamento na secção de saída do canal.

As variáveis adimensionais desenvolvidas no Apêndice (A) são representadas a seguir:

$$X = x\,(\ell \overset{*}{Gr})^{-1} \quad , \quad Y = yb^{-1}$$

$$U = \frac{ub^2}{\nu}\,(\ell \overset{*}{Gr})^{-1} \quad , \quad V = \frac{vb}{\nu} \qquad \text{II.18}$$

$$P = \frac{p^* b^4}{\rho \nu^2}\,(\overset{*}{Gr})^{-2} \quad , \quad \theta = \frac{T-To}{Tw-To}$$

$$\overset{*}{Gr} = \frac{g\beta b^4}{\ell \nu^2}\,(Tw-To) \quad , \quad Gr = \frac{\overset{*}{Gr}\,\ell}{b}$$

A c.c. (Equação II.16) é necessária à primeira etapa deste trabalho, e corresponde a uma situação em que o canal encontra-se com ambas extremidades abertas, na qual, o fluido entra e sai com P = 0.

Estuda-se uma simulação de uma restrição ao escoamento na saída do canal, representada pela Equação II.17. Neste caso a pressão adimensional P na saída, deverá ter um valor positivo suficiente para vencer tal restrição.

O comportamento da pressão adimensional em relação a posição de X, no canal é discutida no Apêndice (C).

A velocidade adimensional na entrada do canal, a c.c.(Equação II.13) e o número de Prandtl são os parâmetros de entrada do problema.

Vale salientar que para determinação numérica, pode-se determinar o comprimento adimensional L do canal fixando o parâmetro U, c.c. Equação II.13, à qual corresponde a pressão de saída igual a zero, conforme a c.c. Equação II.16. Este procedimento tem que ser repetido para cada valor de Prandtl considerado. Vale ressaltar que a c.c. Equação II.13, não se refere a uma situação de convecção forçada, onde o valor de Q decorre do comprimento do canal. Para fins de cálculos computacionais torna-se mais interessante fixar Q e determinar o comprimento de L

(altura do canal).

A solução do problema visando a c.c. Equação II.17, onde a pressão de saída é positiva segue o mesmo raciocínio anterior, visando a determinação do acréscimo do canal (ΔL). Então o comprimento do canal acrescido é capaz de produzir um determinado valor de pressão na saída, suficiente para vencer uma restrição ao escoamento situada no topo do canal, mantendo a mesma velocidade de entrada.

As quantidades adimensionais de interesse do problema são a vazão volumétrica (Q), o fluxo de entalpia (H) e o Número de Nusselt (Nu), que exprime o parâmetro de transferência de calor.

Considerando que o fluido entra pela base do canal com uma velocidade (u_o), define-se a grandeza vazão volumétrica como:

$$\dot{q} = bu_o = \int_o^b udy \qquad \text{II.19}$$

Substituindo-se as variáveis mostradas no sistema, Equações (II.18) em (II.19), obtém-se:

$$Q = \frac{\dot{q}b}{\ell\nu Gr} = \int_o^1 UdY \qquad \text{II.20}$$

onde:

Q : representa a vazão volumétrica adimensional.

A obtenção da equação adimensional para o fluxo de entalpia numa secção transversal do canal é feita de modo semelhante ao anterior.

Considerando a hipótese que a dissipação viscosa é desprezível e pelo princípio da conservação de energia, tem-se que, o calor absorvido ($\dot{Q}$), pelo fluido escoando através de um volume de controle do canal, por secções transversais quaisquer, de entrada e saída do escoamento é igual à diferença entre o fluxo de entalpia (H), nas secções de saída e entrada deste volume.

Tomando $\dot{m}$ como um elemento de fluxo de massa numa secção de Área (A), tem-se que:

$$H = \int_A \rho\, C\, T\, d\dot{q} \qquad \text{II.21}$$

Definindo-se Tb como,

$$Tb = \frac{1}{\dot{q}} \int_A T\, d\dot{q} \qquad \text{II.22}$$

E considerando que C e ρ são respectivamente o calor específico à pressão constante e a densidade do fluido também constante, a Expressão II.21, pode ser escrita como:

$$H = \rho\, \dot{q}\, C\, Tb \qquad \text{II.23}$$

onde:

Tb : é a temperatura média global

Se H(o) e H(x) forem respectivamente, o fluxo de entalpia na entrada e o fluxo de entalpia numa secção qualquer do canal, o calor absorvido pelo fluido desde a secção de entrada até uma secção (x), será:

$$\dot{Q} = H(x) - H(o) = \rho\, \dot{q}\, C\, (Tb-To) \qquad \text{II.24}$$

sendo:

$$Tb = Tb(x) \quad e \quad To = Tb(o)$$

Substituindo-se as variáveis adimensionais, na Equação II.24, obtém-se o fluxo de entalpia na forma adimensional

$$H = \frac{\dot{Q}b}{\rho C \nu \ell Gr (Tw-To)} = \int_o^1 U\, \Theta\, dY \qquad \text{II.25}$$

Considerando o Coeficiente de Transferência de Calor Médio, como:

$$\bar{h} = \frac{Q'}{\ell (Tw-To)} \qquad \text{II.26}$$

O número de Nusselt médio será:

$$\bar{N}uo = \frac{\bar{h}\, b}{K} = \frac{H'}{L^+} \qquad \text{II.27}$$

onde:

Q' : é o calor absorvido pelo fluido desde a entrada até a sec

ção de saída do canal ou seja, é o valor de $\dot{Q}$ em $x = \ell$.

$$L^+ = \frac{\ell/b}{GrPr}$$

H' : representa Q' na forma adimensional.

Vale ressaltar que à condição de escoamento totalmente desenvolvido, situação relativa a um comprimento infinito do canal, existem valores assintóticos para as variáveis adimensionais de Q, H e $\bar{N}uo$, situação esta discutida no Apêndice C.

$$Q = H = \frac{1}{12} \quad e \quad \bar{N}uo = \frac{1}{12L^+} \qquad II.28$$

Combinando o Sistema de Equações (II.20), (II.24) e (II.25), resulta na equação adimensional da temperatura média global (θ_b), que tende para a unidade quando o escoamento é totalmente desenvolvido, Apêndice (C):

$$\theta_b = \frac{H}{Q} \qquad II.29$$

CAPÍTULO III - MÉTODOS DE SOLUÇÃO

A solução do problema proposto, representado pelo sistema de equações (II.10) a (II.17), foi encontrada por métodos de solução numérica.

Para a discretização das variáveis do sistema, foi utilizado o método de diferença finita implícita e explícita.

O sistema de equações algébricas lineares resultante da discretização das equações (II.10) a (II.17), foi empregada a Técnica de Progressão Numérica.

É fixada uma malha retangular no domínio de solução do canal, conforme Fig. (III.1):

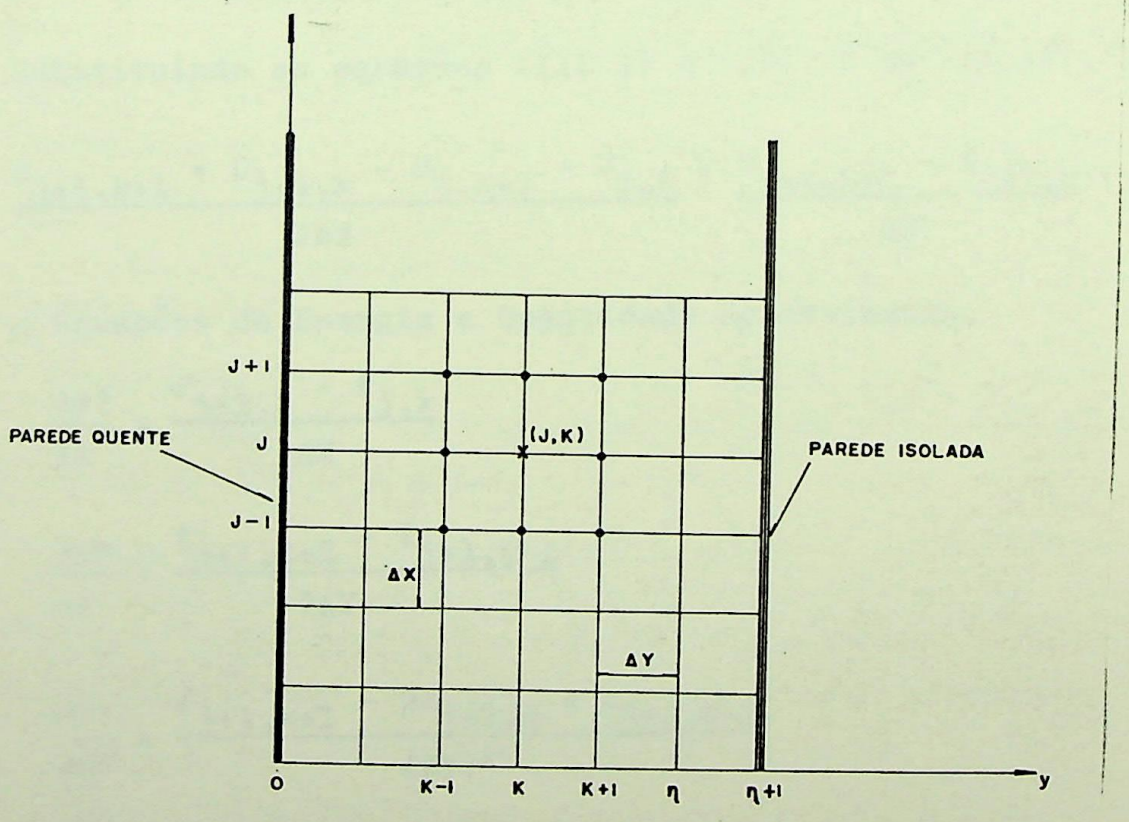


Figura (III.1) - REPRESENTAÇÃO DA MALHA NO CANAL

O índice J cresce no sentido da base para o topo, enquanto K cresce no sentido da parede quente para a isolada. As equações diferenciais (II.10) a (II.12) são representadas por um quociente de diferenças, derivado de uma série de Taylor truncada. Observa-se que o erro cometido ao se fazer esta transformação está relacionado com a dimensão da malha, ΔX e ΔY.

Assim, as formas escolhidas para representar os termos destas equações, são as mesmas, segundo AUNG (1), BODOIA (2) e HORNBECK (8).

A discretização do sistema de equações utilizadas são apresentadas a seguir:

$$\frac{\delta U}{\delta X} = \frac{U_{j+1,k+1} + U_{j+1,k} - U_{j,k+1} - U_{j,k}}{2\,\Delta X} \qquad \text{III.1}$$

e

$$\frac{\delta V}{\delta Y} = \frac{V_{j+1,k+1} - V_{j+1,k}}{\Delta Y} \qquad \text{III.2}$$

Substituindo as equações (III.1) e (III.2) em (II.10), tem-se:

$$\frac{U_{j+1,k+1} + U_{j+1,k} - U_{j,k+1} - U_{j,k}}{2\Delta X} + \frac{V_{j+1,k+1} - V_{j+1,k}}{\Delta Y} = 0 \qquad \text{III.3}$$

- Equações de Energia e Quantidade de Movimento,

$$\frac{\delta f'}{\delta X} = \frac{f_{j+1,k} - f_{j,k}}{\Delta X} \qquad \text{III.4}$$

$$\frac{\delta f'}{\delta Y} = \frac{f_{j+1,k+1} - f_{j+1,k-1}}{2\Delta Y} \qquad \text{III.5}$$

$$\frac{\delta^2 f'}{\delta Y^2} = \frac{f_{j+1,k+1} - 2f_{j+1,k} + f_{j+1,k-1}}{(\Delta Y)^2} \qquad \text{III.6}$$

onde:

f: representa U ou Θ

Substituindo as equações (III.4) a (III.6) em (II.11) e (II.12) resultam respectivamente as seguintes formas de diferenças:

$$A'(k)\, U_{j+1,k-1} + B'(k)\, U_{j+1,k} + C'(k)\, U_{j+1,k+1} + \frac{P_{j+1}}{\Delta X} = D'(k) \qquad \text{III.7}$$

e,

$$A(k)\, \theta_{j+1,k-1} + B(k)\, \theta_{j+1,k} + C(k)\, \theta_{j+1,k+1} = D(k) \qquad \text{III.8}$$

sendo que as equações dos coeficientes A(k), A'(k), B(k), B'(k), C(k), C'(k), D(k), D'(k), são desenvolvidas no apêndice (D).

Assim, transformou-se um sistema de equações diferenciais parciais por um sistema de Equações de Diferenças. Deve-se salientar que estas últimas representam um sistema de equações algébricas lineares. A ordem deste sistema é igual ao número de incrementos encontrados na malha e são classificadas como explícitas ou implícitas, dependendo da maneira como este sistema é resolvido.

A solução do sistema de equações (III.7) e (III.8) obtida implicitamente, fornecem simultaneamente os resultados para as variáveis U e θ, em todos os pontos do nível considerado, enquanto a equação (III.3) obtida explicitamente, fornecendo o valor de (V).

São mostradas a seguir as etapas para solução do sistema de equações:

- Primeiramente, define-se o valor do número de Prandtl, da vazão volumétrica, das dimensões da malha e da restrição ao escoamento na saída da placa.
- Começando no nível de entrada do canal, j = 0, onde os valores de todas as variáveis de interesse são conhecidos pelas condições equações (II.13) a (II.17), resolve-se o sistema de N+1 equações geradas quando k varia de 2 a N+1 na equação (III.8), Apêndice (D), obtendo-se:

$$\begin{aligned}
B(2)\,\theta_{1,2} + C(2)\,\theta_{1,3} &= D(2)-A(2)\\
A(3)\,\theta_{1,2} + B(3)\,\theta_{1,3} + C(3)\,\theta_{1,4} &= D(3)\\
A(4)\,\theta_{1,3} + B(4)\,\theta_{1,4} + C(4)\,\theta_{1,5} &= D(4)
\end{aligned}$$

$$A(N+1)\theta_{1,(N+1)} + B(N+1)\theta_{1,(N+1)} = D(N+1) \qquad \text{III.9}$$

A condição de parede isolada ($\frac{\delta\Theta}{\delta Y} = 0$), segundo HORNBECK(8), pode ser discretizada como:

$$\frac{3\,\Theta_{j+1,k} - 4\,\Theta_{j+1,k-1} + \Theta_{j+1,k-2}}{2\,\Delta Y} = 0 \qquad \text{III.10}$$

Utilizando a condição discretizada, equação (III.10), obtem-se os coeficientes da última linha do sistema de equações (III.9), como:

$$A(N+1) = -4[A(N) + B(N)]$$

$$B(N+1) = 3A(N) - C(N) \qquad \text{III.11}$$

$$D(N+1) = -D(N)$$

A solução do sistema de equações (III.9), para a determinação dos valores de Θ, as quais constituem uma matriz triadiagonal, dos pontos do nível j = 1, da malha foi obtida pelo método de Eliminação de GAUSS.

A partir da obtenção dos valores de Θ em j = 1, calcula-se os valores de (U) e (P), para k variando entre os pontos 2 até N+1 do nível j = j+1, através da equação (III.7), resultando o sistema:

$$B'(2)\,\Theta\,1,2 + C'(2)\,\Theta\,1,3 + P\,(\Delta X)^{-1} = D'(2)$$

$$A'(3)\,\Theta\,1,2 + B'(3)\,\Theta\,1,3 + C'(3)\,\Theta\,1,4 + P_1(\Delta X)^{-1} = D'(3)$$

$$\text{III.12}$$

$$A'(N+1)\Theta(N+1) + B'(N+1)\Theta(N+1) = D'(N+1)$$

e pela equação adicional, BODOIA (2), tem-se:

$$(N+1)\,Q = \sum_{k=1}^{n} U_{j,k} = U_{j,1} + U_{j,2} + U_{j,3} + \cdots + U_{j,n} \qquad \text{III.13}$$

resultando:

$$Q = \frac{1}{N} \sum_{k=2}^{n} U_{j+1,k} \qquad \text{III.14}$$

Aplicando o método de GAUSS-JORDAN, para a solução do sistema de equações (III.12) e (III.14), segundo HORNBECK (8), obtem-se os valores de (U) e (P), para os pontos do nível (j+1).

Utilizando a equação discretizada da conservação da massa, equação (III.3), juntamente com as c.c., equações (II.13) e (II.14), obtem-se no Apêndice (D), o seguinte sistema de equações:

$$V_{j+1,2} = V_{j+1,1} - \frac{\Delta Y}{2\Delta X}\left[U_{j+1,2} - U_{j,2} + U_{j+1,1} - U_{j,1}\right]$$

$$V_{j+1,3} = V_{j+1,2} - \frac{\Delta Y}{2\Delta X}\left[U_{j+1,3} - U_{j,3} + U_{j+1,2} - U_{j,2}\right]$$

.
.
.

III.15

$$V_{j+1,n} = V_{j+1,n-1} - \frac{\Delta Y}{2\Delta X}\left[U_{j+1,n} - U_{j,n} + U_{j+1,n-1} - U_{j,n-1}\right]$$

$$V_{j+1,n+1} = V_{j+1,n} - \frac{\Delta Y}{2\Delta X}\left[U_{j+1,n+1} - U_{j,n+1} + U_{j+1,n} - U_{j,n}\right]$$

Para obtenção das velocidades transversais (V_k), iniciou-se o cálculo das mesmas, em cada nível j (direção do escoamento), a partir das condições de paredes (V = 0), até o centro do canal, fazendo-se aí uma interpolação, onde determina-se a velocidade neste ponto.

Como os incrementos na direção horizontal são constantes, foi utilizada a interpolação Newtoniana, ROYO (13), obtendo-se um polinômio de 3ª ordem, para o cálculo da velocidade transversal no ponto central do canal, como apresentado na Fig. (III.2), resultando para o ponto i=k=(N+2)/2, a equação:

$$V(i) = 2V(i+1) - V(i-1) + \frac{1}{3}\left[V(i-2) - V(i+2)\right] \qquad \text{III.16}$$

e para os demais pontos do nível em questão as equações:

$$V(k) = V(k-1) - \frac{\Delta y}{2\Delta X}\left[U_R(k) + U_R(k-1) - U(k) - U(k-1)\right] \qquad \text{III.17}$$

$$2 \leq k \leq i-1$$

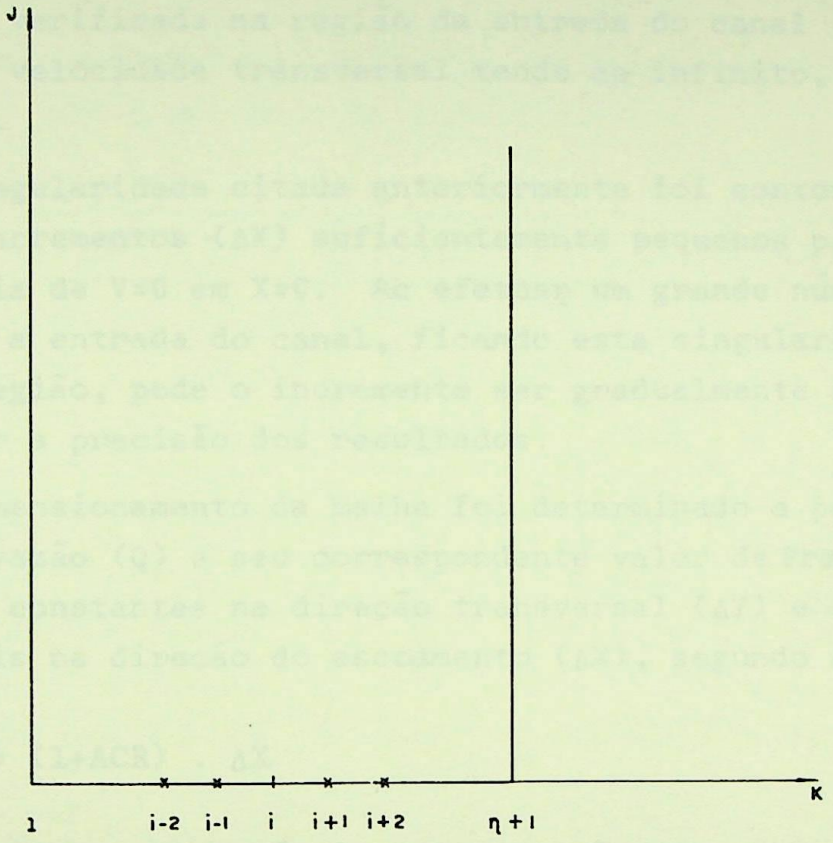


Figura (III.2) - DISTRIBUIÇÃO DOS PONTOS NA DIREÇÃO TRANSVERSAL

$$V(k) = V(k+1) + \frac{\Delta Y}{2\Delta X}[U_R(k) + U_R(k+1) - U(k) - U(k+1)] \qquad \text{III.18}$$

$$i+1 \leq k \leq N$$

onde:

$$U_R = U_{j+1} \quad e \quad U = U_j$$

O sistema de equações (III.16) a (III.18) foi resolvido explicitamente, fornecendo os valores da velocidade transversal (V_k).

Finalmente, determina-se os valores das variáveis U, V, θ e P nos pontos de nível j=1. Utilizando estes valores como

dados de entrada e repetindo o mesmo processo descrito anteriormente, obtem-se os valores destas variáveis pelas c.c., equações (II.16) e (II.17).

Na aplicação do método de solução uma indeterminação matemática foi verificada na região de entrada do canal (singularidade) onde a velocidade transversal tende ao infinito, quando X tende a zero.

A singularidade citada anteriormente foi contornada utilizando-se incrementos (ΔX) suficientemente pequenos para manter a influência de V=0 em X=0. Ao efetuar um grande número de passos próximo a entrada do canal, ficando esta singularidade confinada nesta região, pode o incremento ser gradualmente aumentado sem comprometer a precisão dos resultados.

O dimensionamento da malha foi determinado a partir de cada valor da vazão (Q) e seu correspondente valor de Prandtl(Pr) de incrementos constantes na direção transversal (ΔY) e de incrementos variáveis na direção do escoamento (ΔX), segundo a expressão:

$$\Delta X = (1+ACR) \cdot \Delta X$$

onde,

ACR : fator de acréscimo da dimensão ΔX.

O procedimento na determinação do melhor dimensionamento da malha, para vários Q e seu correspondente Pr, foi obtido pela variação das grandezas ΔX, ACR e do fator de referência deste incremento (ΔX).

Os resultados parciais sucessivos obtidos na redução da malha, devido a variação das grandezas citadas anteriormente, eram verificados segundo uma precisão pré-fixada, em relação aos valores calculados na malha antecedente, até a obtenção do seu dimensionamento final.

O fluxo de entalpia foi determinado a partir da equação (II.25), enquanto o correspondente número de Nusselt médio (N_{uo}) pela equação (II.27), calculando-se também a título de verificação a vazão na saída do canal pela equação (II.20). Estas grandezas exceto o $\bar{N}_{uo}$, foram calculadas por meio de uma interpolação linear.

CAPÍTULO IV - APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS

A solução do problema foi obtida para uma faixa de velocidades de entrada para,número de Prandtl com os valores de 0,7; 1,0; 5,0 e 10,0.

Empregou-se dimensões de malhas que melhor se adaptaram a cada valor de Q, como é mostrado na Tabela (IV.1).

Q	ΔX	ACR	XRT
$8x10^{-2}$	$1x10^{-4}$ a $1,0x10^{-5}$	10^{-1}	$6,0x10^{-4}$ a $2,5x10^{-6}$
$7,5x10^{-2}$	$1x10^{-4}$ a $1,0x10^{-5}$	10^{-1}	$6,0x10^{-4}$ a $2,5x10^{-6}$
$7,0x10^{-2}$	$1x10^{-4}$ a $1,0x10^{-5}$	10^{-1}	$6,0x10^{-4}$ a $2,5x10^{-6}$
$6,0x10^{-2}$	$1x10^{-4}$ a $1,0x10^{-5}$	10^{-1}	$6,0x10^{-4}$ a $2,5x10^{-6}$
$5,5x10^{-2}$	$5x10^{-6}$ a $2,5x10^{-7}$	10^{-1}	$5,5x10^{-4}$ a $1,0x10^{-5}$
$5,0x10^{-2}$	$5x10^{-6}$ a $2,5x10^{-7}$	10^{-1}	$5,5x10^{-4}$ a $1,0x10^{-1}$
$4,0x10^{-2}$	$5x10^{-6}$ a $2,5x10^{-7}$	10^{-1}	$5,5x10^{-4}$ a $1,0x10^{-5}$
$3,5x10^{-2}$	$2,5x10^{-5}$ a $2,5x10^{-7}$	10^{-1}	$4,0x10^{-5}$ a $1,0x10^{-5}$
$3,0x10^{-2}$	$2,5x10^{-5}$ a $2,5x10^{-4}$	10^{-1}	$4,0x10^{-5}$ a $1,0x10^{-5}$
$2,0x10^{-2}$	$2,5x10^{-5}$ a $2,5x10^{-7}$	10^{-1}	$4,0x10^{-5}$ a $1,0x10^{-5}$
$2,0x10^{-2}$	$2,5x10^{-5}$ a $2,5x10^{-7}$	10^{-1}	$4,0x10^{-5}$ a $1,0x10^{-5}$
$5,0x10^{-3}$	$5x10^{-7}$ a $2,5x10^{-8}$	10^{-1}	$2,0x10^{-6}$ a $1,0x10^{-6}$
$1,0x10^{-3}$	$2,5x10^{-9}$ a	10^{-1}	$1,0x10^{-7}$

TABELA IV.1 - INCREMENTOS UTILIZADOS

O valor do incremento ΔX,inicial,foi adotado conforme os valores de Q e Pr considerados, notando-se que ΔX variou de $1x10^{-4}$, para vazões elevadas, até $2,5x10^{-8}$, para faixa de pequenas vazões.

O incremento na direção transversal foi mantido constante e da ordem de 1/40, enquanto que o incremento longitudinal só mantém-se constante em cada passo.

Os valores mostrados na Tabela (IV.1) foram obtidos após extensa iteração numérica, utilizando-se um Computador Digital HP3000. Devido ao problema de convergência, obteve-se várias soluções até a determinação da melhor dimensão da malha.

Para obtenção dos resultados finais, observou-se que os valores obtidos para o comprimento do canal e para o fluxo de en

talpia, convergiam com uma precisão estipulada na faixa de 0,5% a 2%.

A precisão dos resultados foi limitada a esta faixa, devido à demanda de tempo de CPU. Observou-se também que, para baixas velocidades de entrada, agravava-se o problema de convergência, problema este que ocorreu para vazões tanto mais elevadas, quanto maior o acréscimo da restrição ao canal e o número de Prandtl considerado.

Uma correlação entre a velocidade de entrada e o fluxo de entalpia em função do comprimento do canal é mostrada na Figura (IV.1), para valores de Prandtl iguais a 0,7; 1,0; 5,0 e 10,0. Observa-se que as curvas de Q e H' se afastam em direção do aumento de L, à medida em que o número de Prandtl cresce. Nota-se também que tanto a vazão, como o fluxo de entalpia, decrescem com o aumento do número de Prandtl, para o mesmo comprimento do canal e se tornam independentes de Pr quando seus valores tendem para condições de fluxo desenvolvido.

A Fig. (IV.2) mostra uma relação entre o número de Nusselt médio pelo inverso de L+, para diversos valores de Pr.

A vazão e o fluxo de entalpia em função do comprimento do canal mais o acréscimo deste, são apresentadas nas Figuras (IV.3) a (IV.10), para cada valor de Prandtl considerado e para diversos valores de restrição constante no canal. Pode-se notar que à medida que a restrição aumenta, ocorre um aumento no comprimento do canal para uma mesma velocidade de entrada, como é esperado, devido ao aumento de pressão. Além disso, os afastamentos das curvas são maiores, para maiores valores de restrições, porém diminuem consideravelmente com o aumento do número de Prandtl.

As Figuras (IV.11) a (IV.18) representam a variação da velocidade de entrada e o fluxo de entalpia em função do acréscimo relativo do canal para valores de restrição constante.

As Figuras (IV.19) a (IV.22) mostram as componentes verticais da velocidade nos casos de número de Prandtl igual, respectivamente, a 0,7; 1,0; 5,0 e 10,0, para alguns pontos representativos na direção longitudinal.

Os perfis de temperatura são representados nas Figuras (IV.23) a (IV.25) para valores de Prandtl de 0,7; 5,0 e 10,0.

Para uma melhor interpretação quantitativa dos fenômenos observados neste estudo, foram extraídos das Tabelas (IV.01) a (IV.30), os valores das variáveis em questão apresentados nos gráficos (IV.1) a (IV.25).

Finalmente, através dos valores encontrados de velocidade de entrada e de fluxo de entalpia em função do comprimento do canal e da solução pelo Método Integral, Apêndice (B), determinou-se as expressões para a vazão volumétrica, o fluxo de entalpia na saída e o número de Nusselt médio, em função do número de Prandtl e do comprimento adimensional do canal, sem considerar a perda de carga, como se segue, Apêndice (B):

$$Q = \frac{1}{12}\left\{1 - \exp\left[-\,21{,}912\,\left(\frac{5}{3} + Pr\right)^{-1/2} \cdot \lambda(Pr.L)\left(\frac{L}{Pr}\right)^{1/2}\right]\right\} \qquad IV.1$$

$$H' = \frac{1}{12}\left\{1 - \exp\left[-\,9{,}6696\,\left(\frac{5}{3} + Pr\right)^{-1/4} \cdot \frac{1}{Pr^{-1/4}}\,\Phi(Pr.L)\left(\frac{L}{Pr}\right)^{3/4}\right]\right\} \qquad IV.2$$

$$\bar{N}uo = \frac{H'}{L^{+}} = \frac{1}{12L^{+}}\left\{1 - \exp\left[\frac{-9{,}6696\,\Phi(Pr.L)\,(L^{+})^{3/4}}{\left(\frac{5}{3} + Pr\right)^{1/4}\,Pr^{-0{,}25}}\right]\right\} \qquad IV.3$$

onde:

$$\lambda(L,Pr) = \left[1 + 91068{,}9602\,Pr^{1{,}7386}\left(\frac{L}{Pr}\right)^{-0{,}13496}\right]^{-0{,}0970} \qquad IV.4$$

e

$$\Phi(Pr,L) = \left\{1 + \left[0{,}002095\,Pr^{-1{,}90624}\left(\frac{L}{Pr}\right)^{12700{,}15} - 1\right] x \left[\frac{L}{Pr}\right]^{-0{,}000148}\right\}^{0{,}04150} \qquad IV.5$$

Sendo que a equação IV.1 representa os resultados da vazão em função de L.Pr, com um desvio relativo médio na ordem de 3% e um desvio máximo de aproximadamente 6,7% na região de baixos valores de

vazão, enquanto que as equações representativas do fluxo de entalpia e número de Nusselt médio em função de L^+ e Pr, apresentaram um desvio relativo médio na ordem de 3%, sendo que maiores desvios são encontrados na faixa de $(L^+)^{-1}$, entre 12 a 72, sendo que é decrescente com o crescimento do número de Prandtl, atingindo valores máximos de 7,8%.

Para melhor esclarecimento do fenômeno estudado, apresenta-se as figuras (B.2) e (B.3) e Tabelas (B.1), (B.2) e (B.3) do Apêndice B.

Escola Federal de Engenharia
Biblioteca
MAUÁ
Itajubá

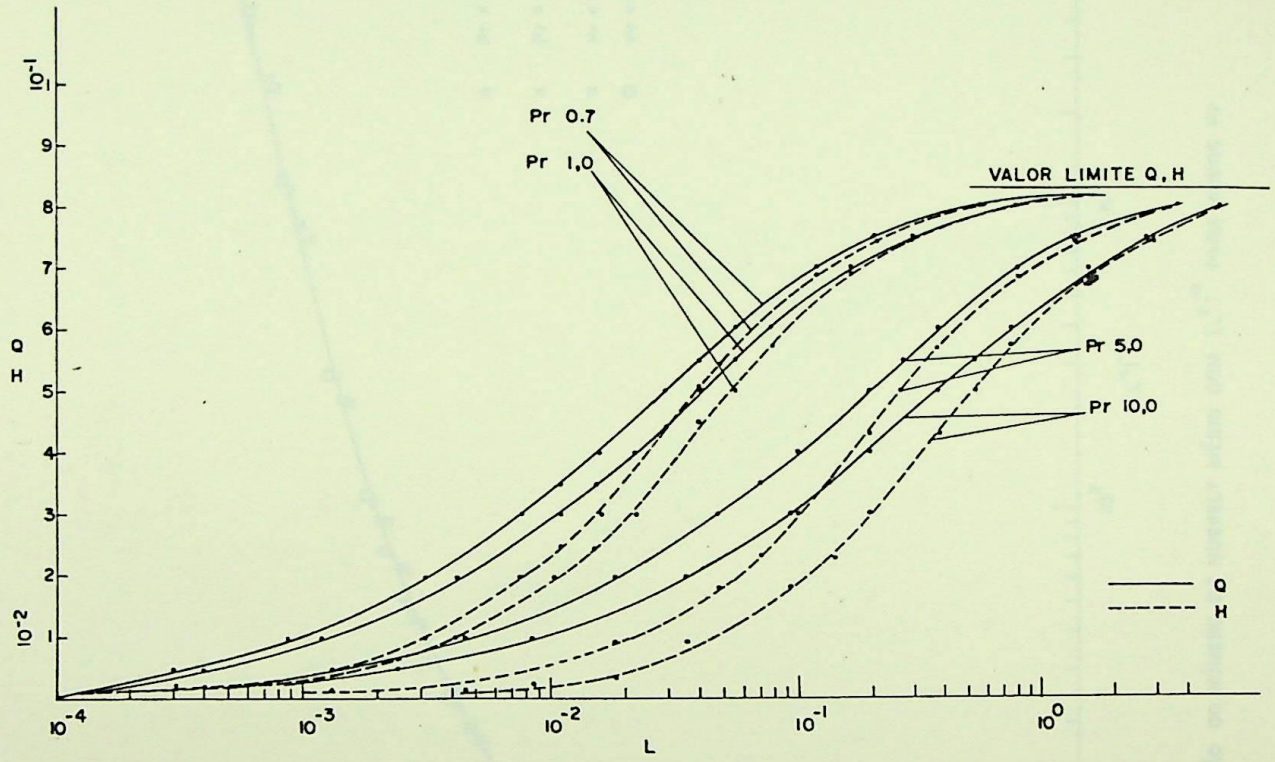


FIG. IV. 1 VARIAÇÃO DA VAZÃO ADIMENSIONAL E DO FLUXO DE ENTALPIA COM O COMPRIMENTO ADIMENSIONAL DO CANAL PARA VÁRIOS Pr.

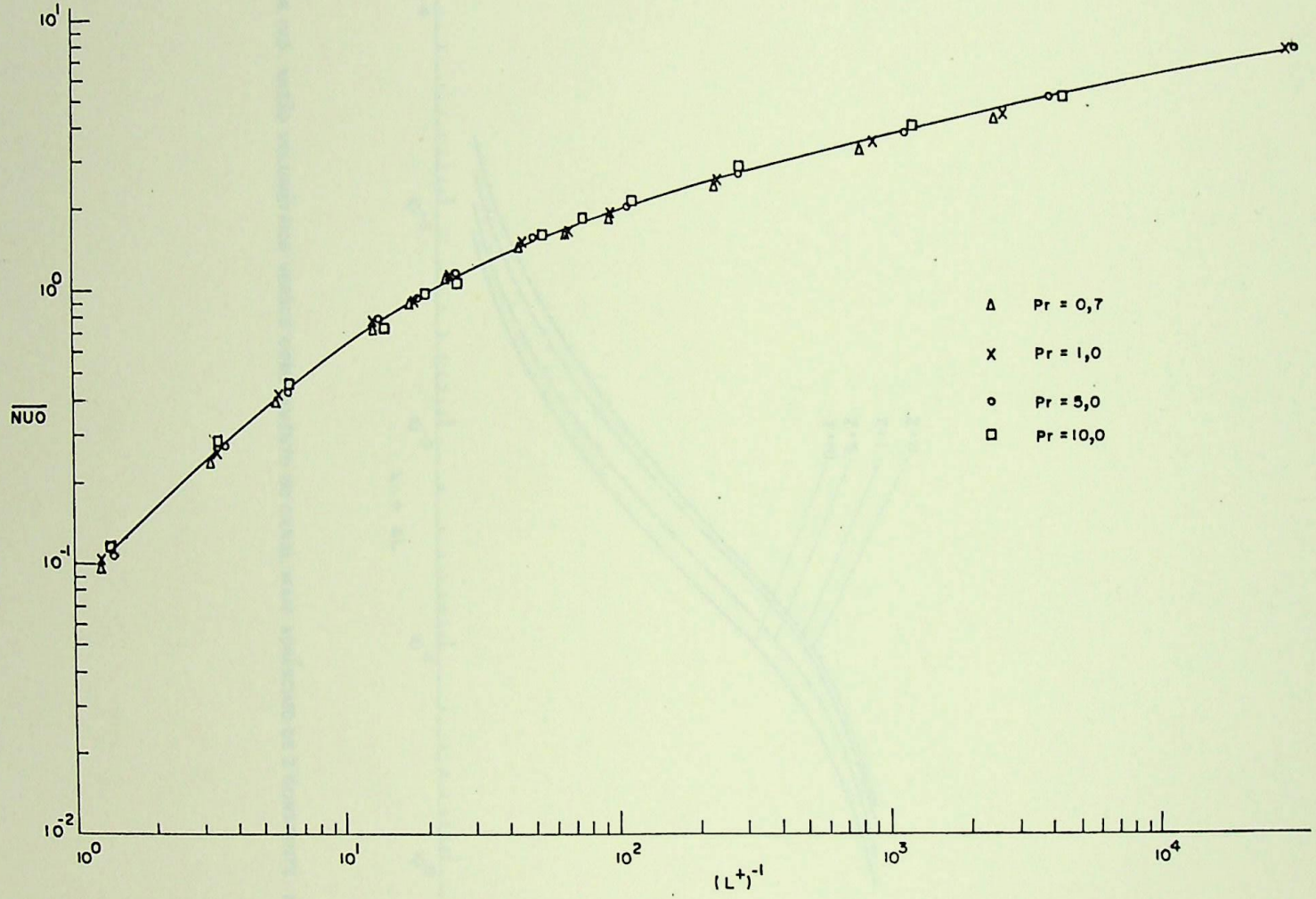


FIG. IV.2 REFERENTE À VARIAÇÃO DO NÚMERO DE NUSSELT MÉDIO COM $(L^+)^{-1}$ PARA VÁRIOS Pr.

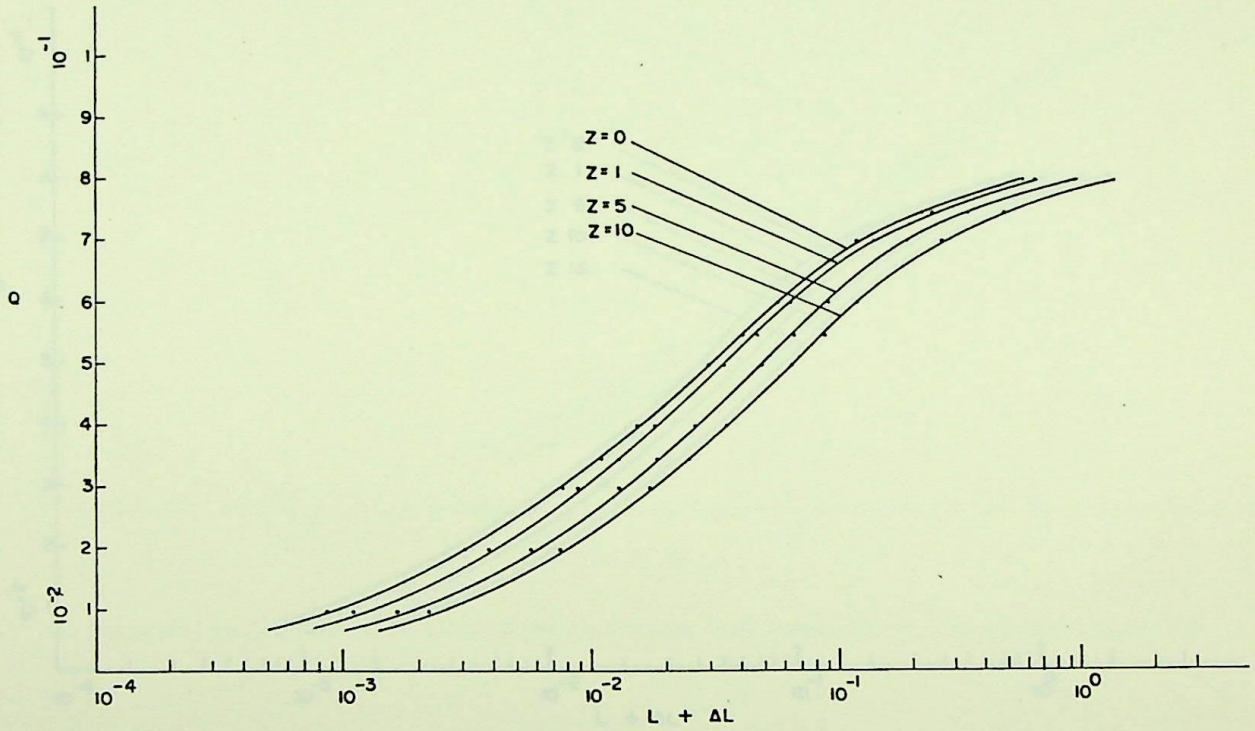


FIG. IV.3 VAZÃO VOLUMÉTRICA VERSUS COMPRIMENTO DO CANAL MAIS ACRÉSCIMO DE Z CONSTANTE E Pr = 0.7

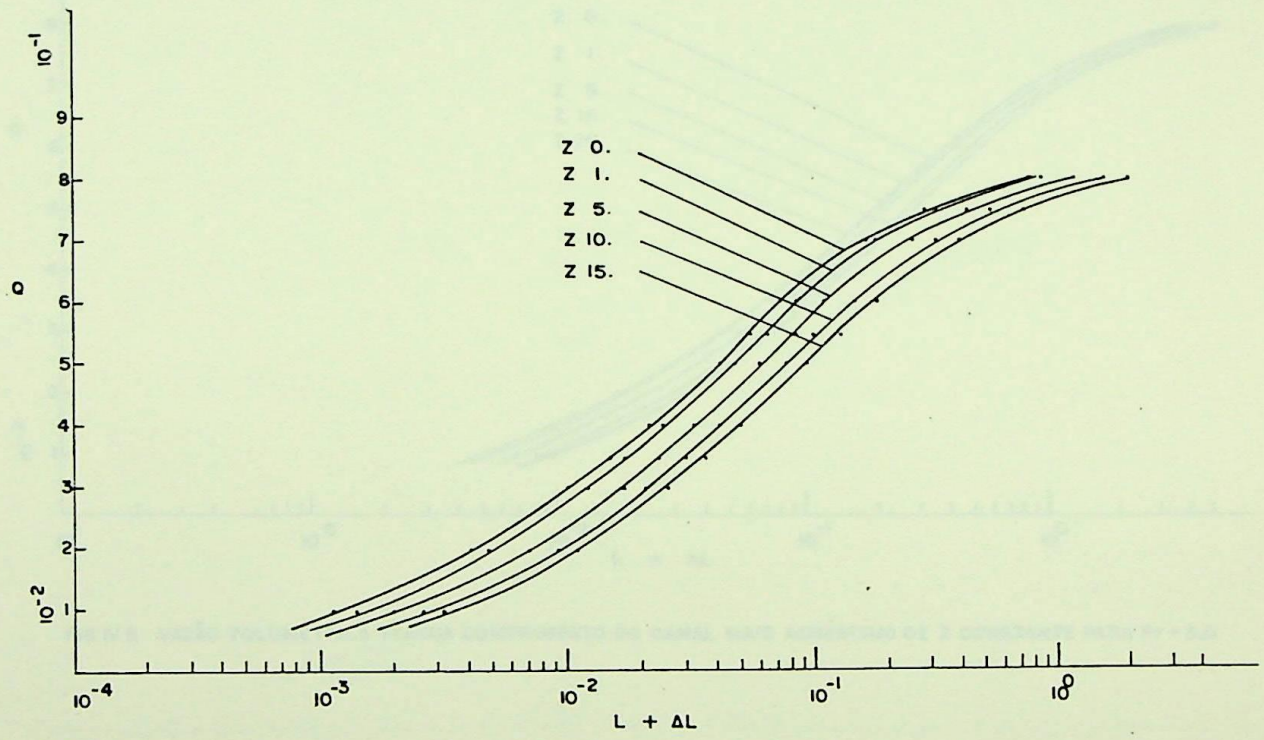


FIG. IV.4 VAZÃO VOLUMÉTRICA VERSUS COMPRIMENTO DO CANAL MAIS ACRÉSCIMO Z CONSTANTE E Pr = 1,0

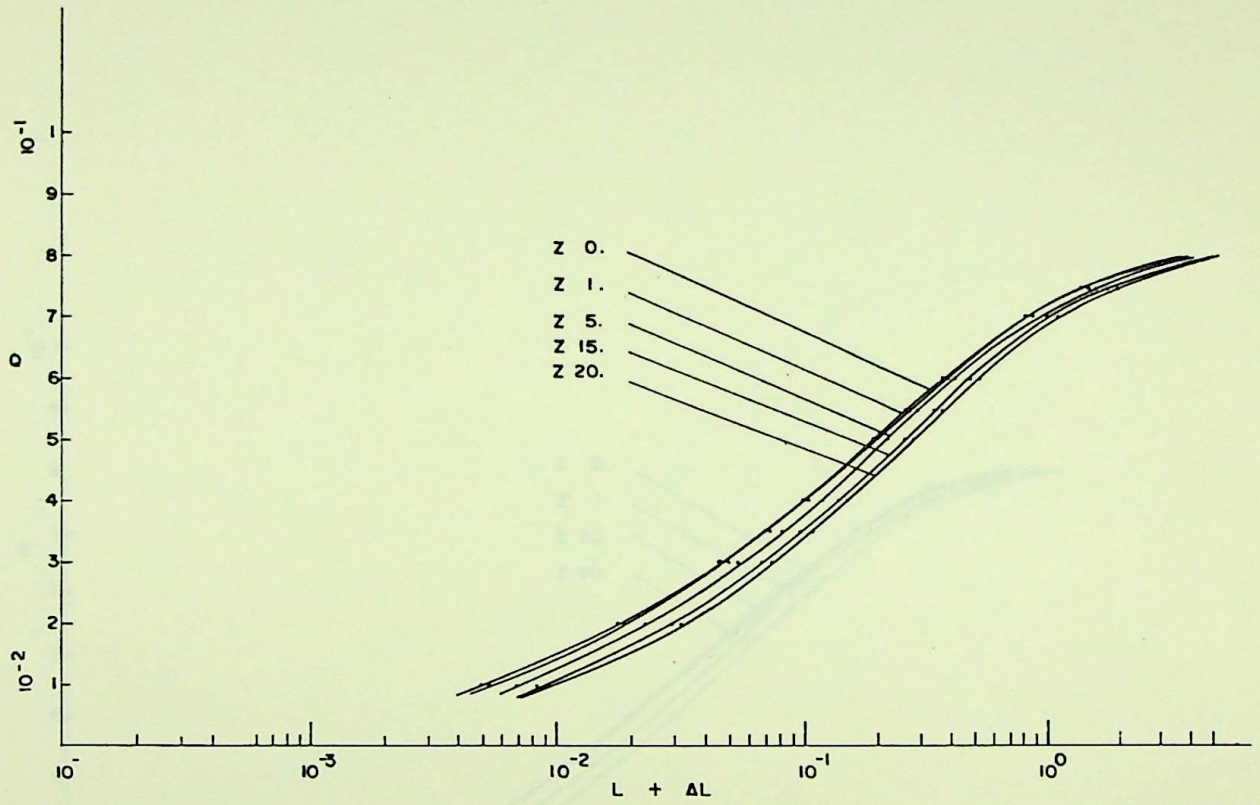


FIG IV.5 VAZÃO VOLUMÉTRICA VERSUS COMPRIMENTO DO CANAL MAIS ACRÉSCIMO DE Z CONSTANTE PARA Pr = 5,0

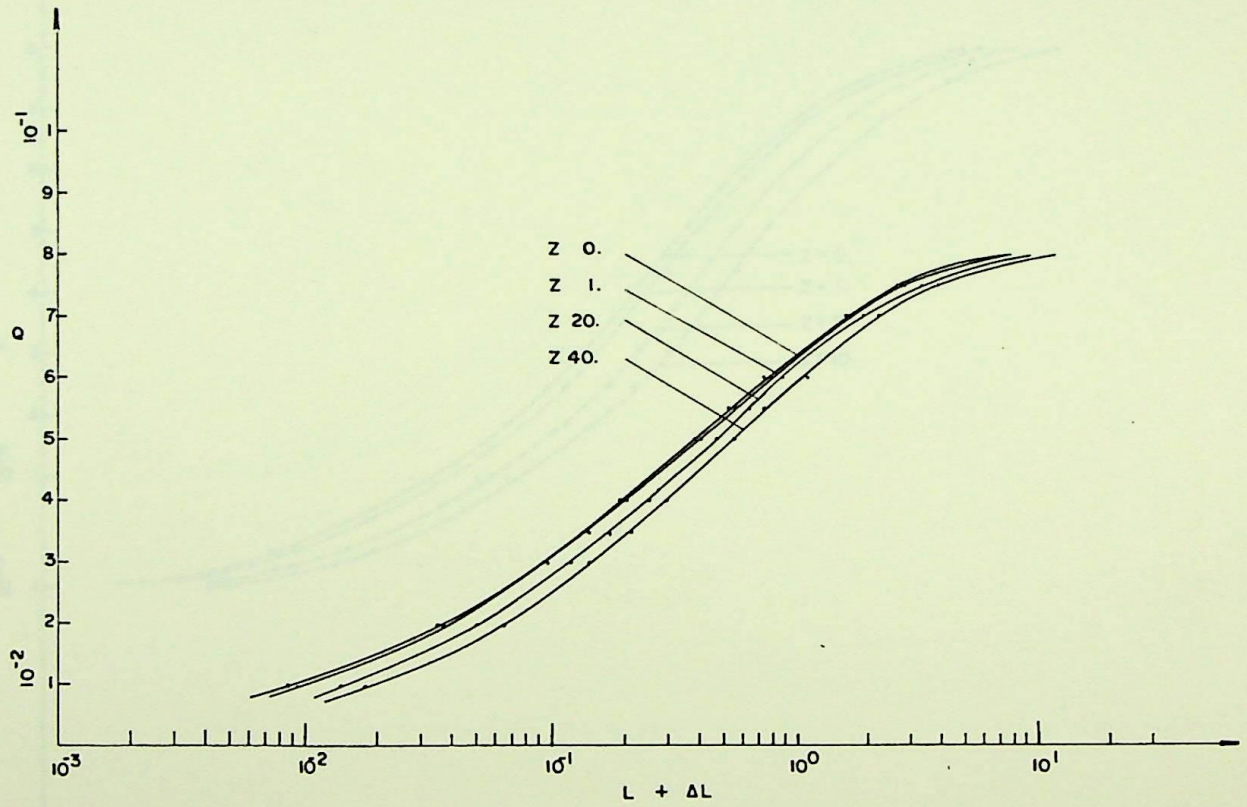


FIG. IV.6 VAZÃO VOLUMÉTRICA VERSUS COMPRIMENTO DO CANAL MAIS ACRÉSCIMO DE Z CONSTANTE E Pr 10,0

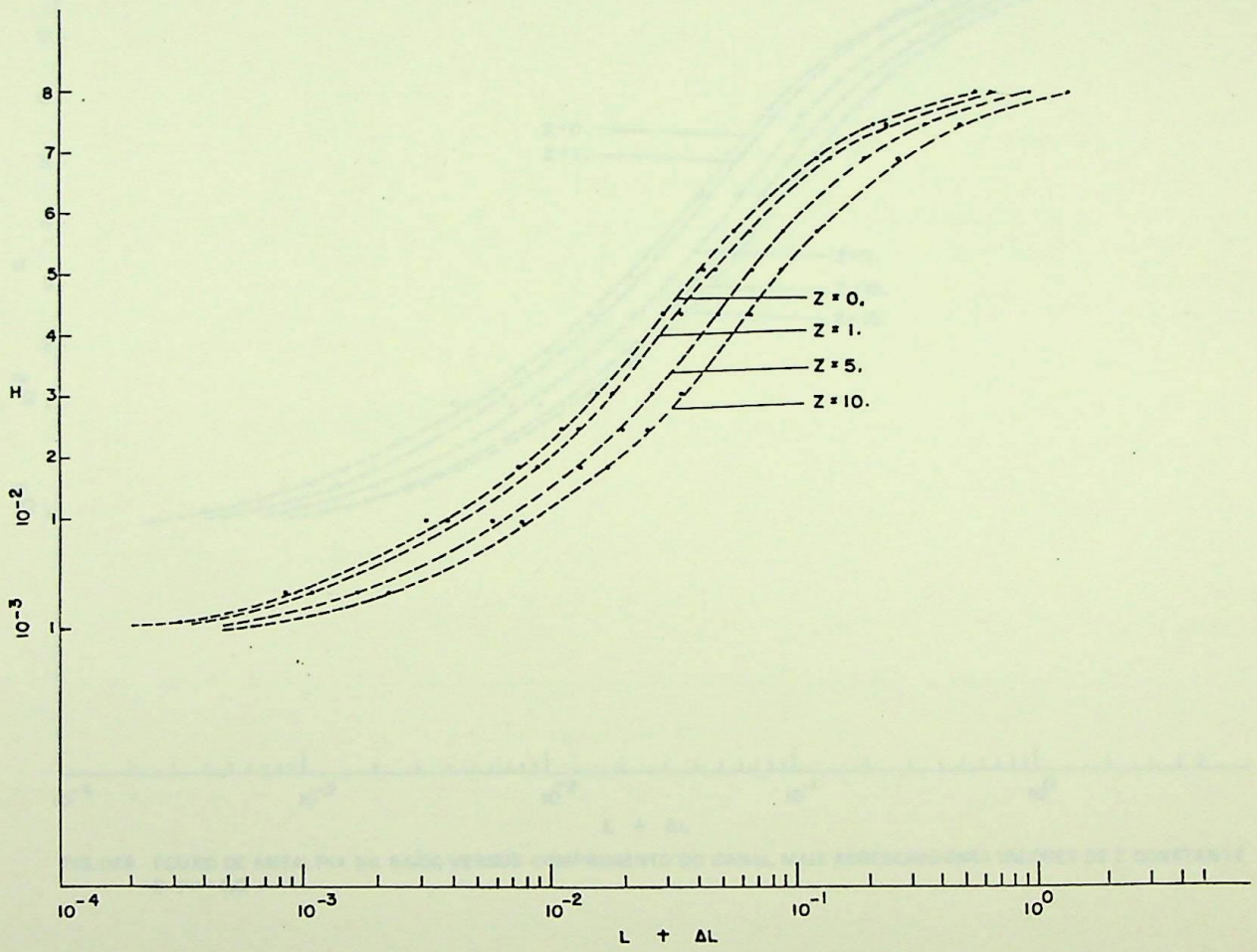


FIG. IV.7 FLUXO DE ENTALPIA NA SAÍDA VERSUS COMPRIMENTO DO CANAL MAIS ACRÉSCIMO PARA VALORES DE Z CONSTANTE E Pr = 0,7.

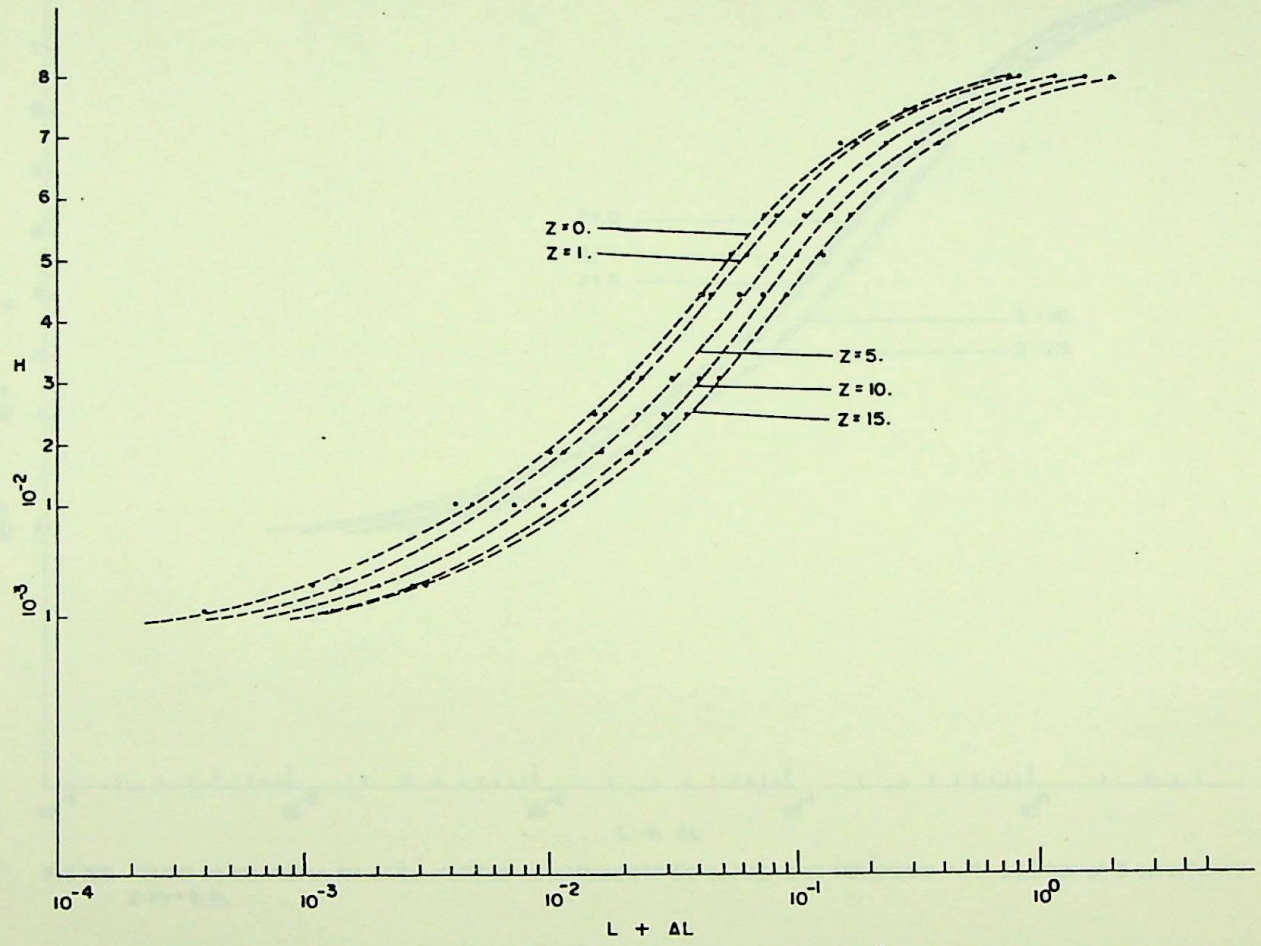


FIG. IV.8 FLUXO DE ENTALPIA NA SAÍDA VERSUS COMPRIMENTO DO CANAL MAIS ACRÉSCIMO PARA VALORES DE Z CONSTANTE E Pr = 1,0

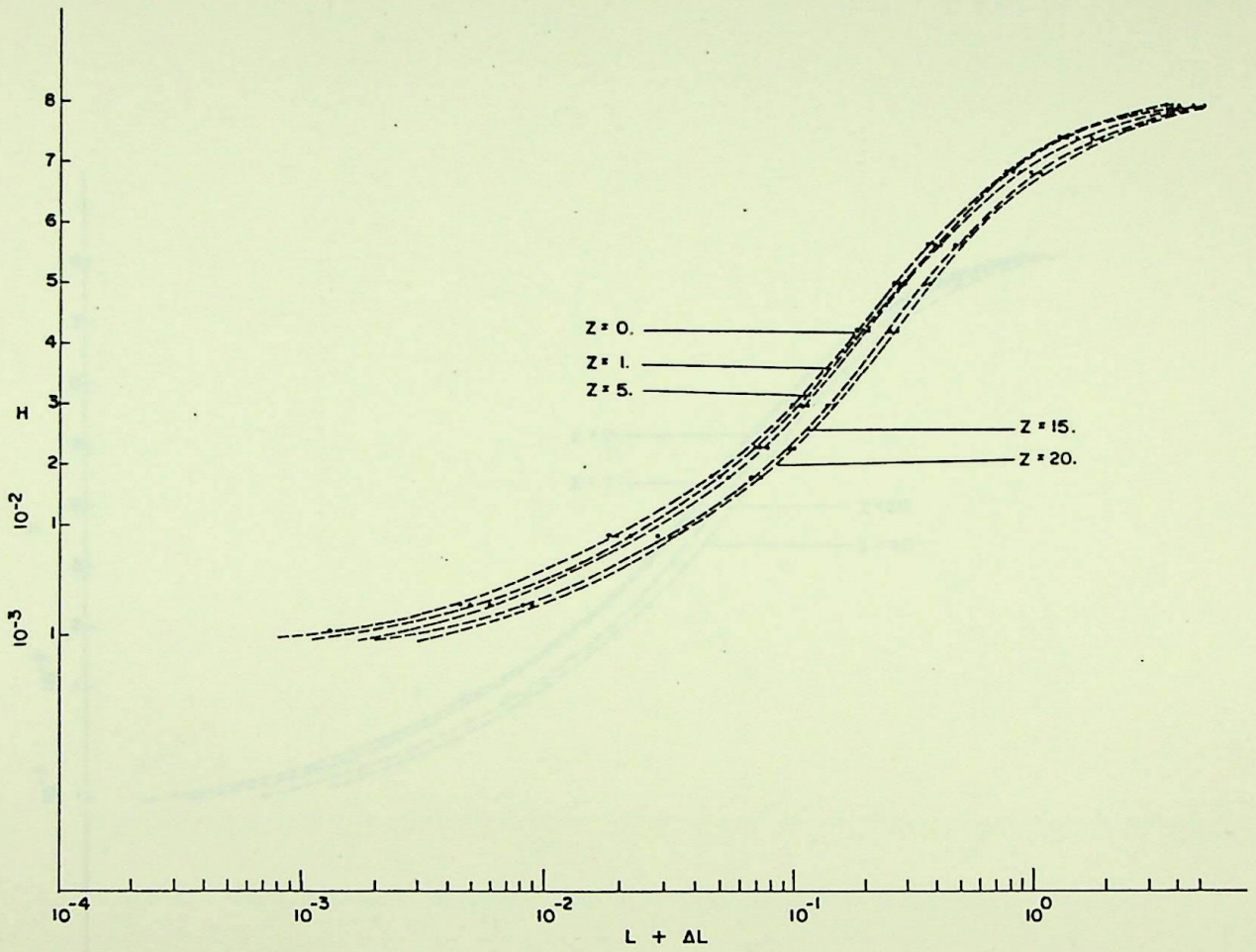


FIG. IV.9 FLUXO DE ENTALPIA NA SAÍDA VERSUS COMPRIMENTO DO CANAL MAIS ACRÉSCIMO PARA VALORES DE Z CONSTANTE E Pr = 5,0.

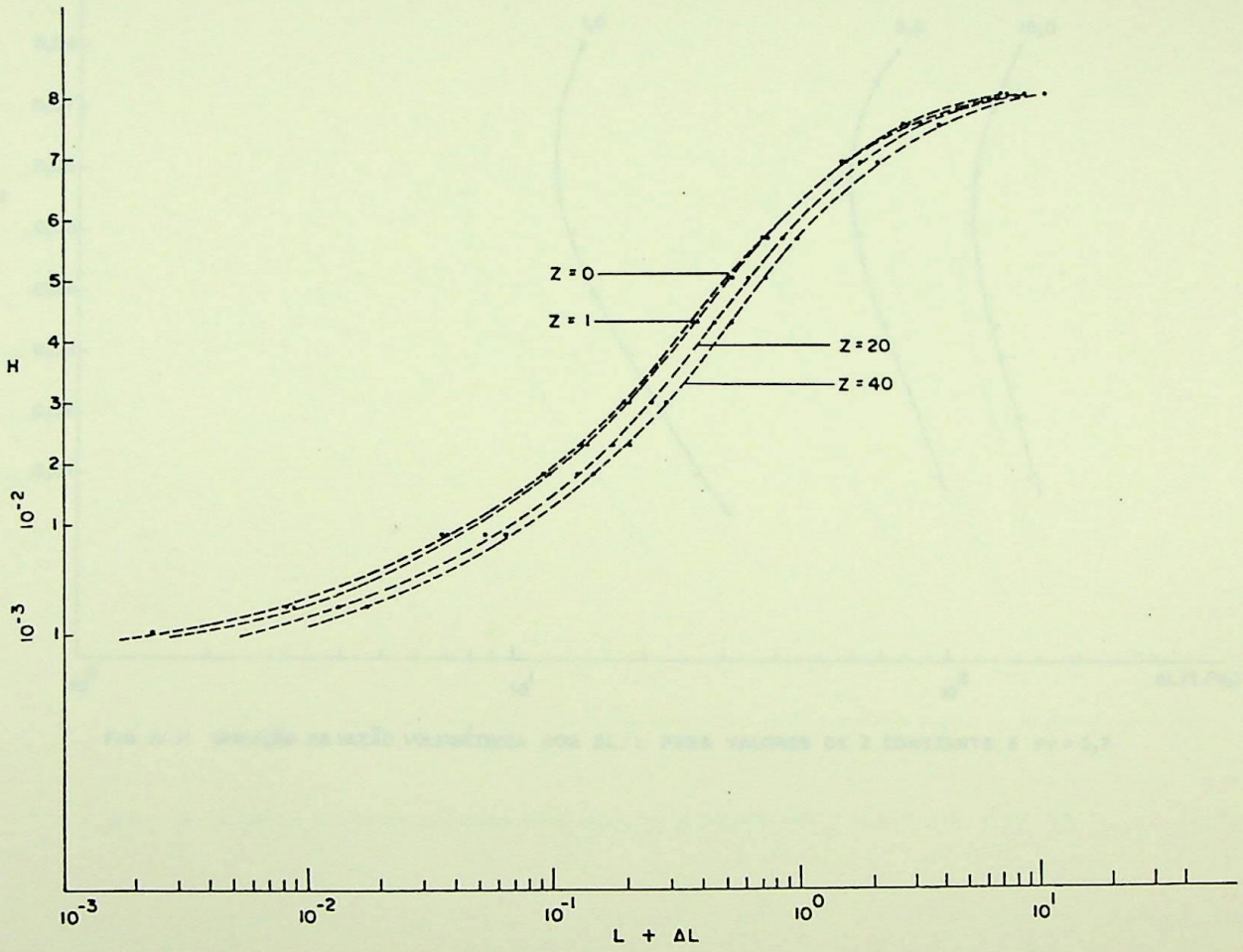


FIG. IV.10 FLUXO DE ENTALPIA NA SAÍDA VERSUS COMPRIMENTO DO CANAL MAIS ACRÉSCIMO PARA VALORES DE Z CONSTANTE E Pr = 10,0.

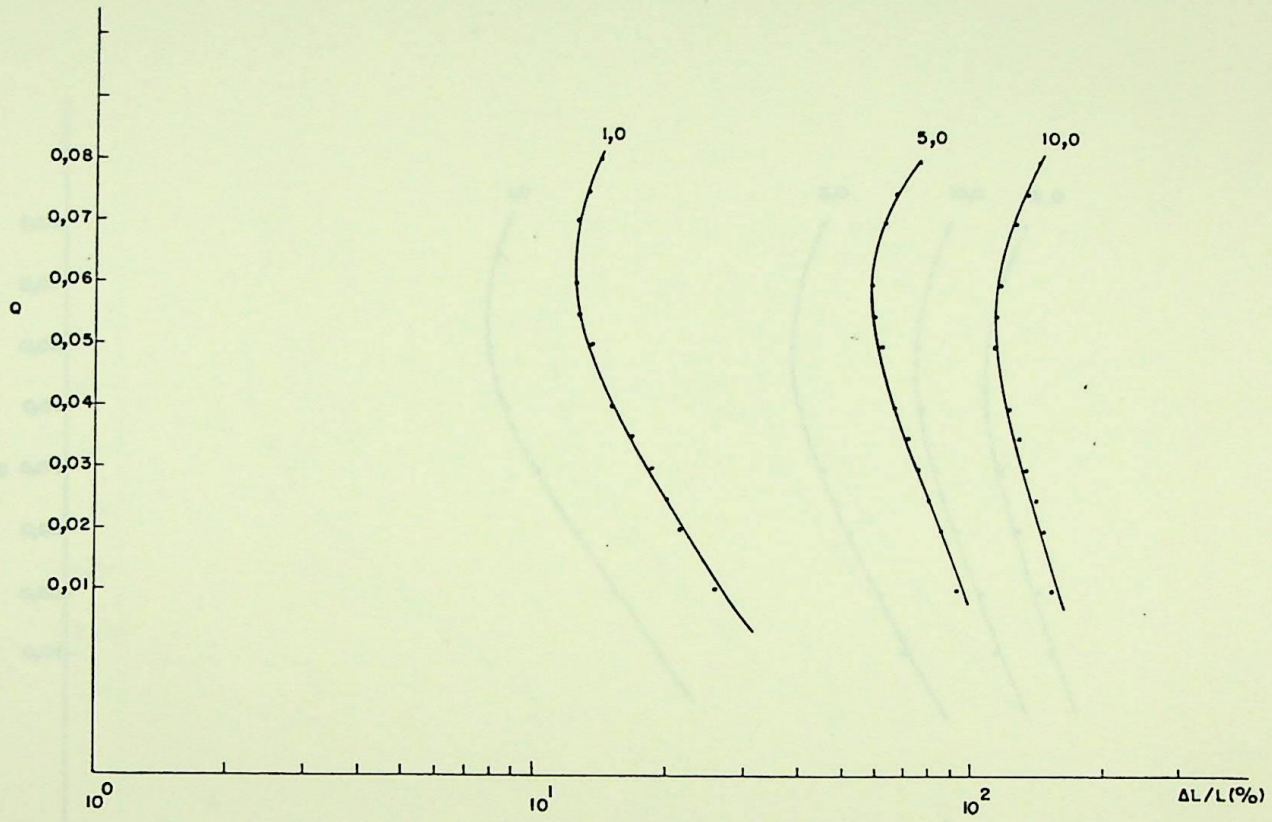


FIG. IV.11 VARIAÇÃO DA VAZÃO VOLUMÉTRICA COM ΔL/L PARA VALORES DE Z CONSTANTE E Pr = 0,7

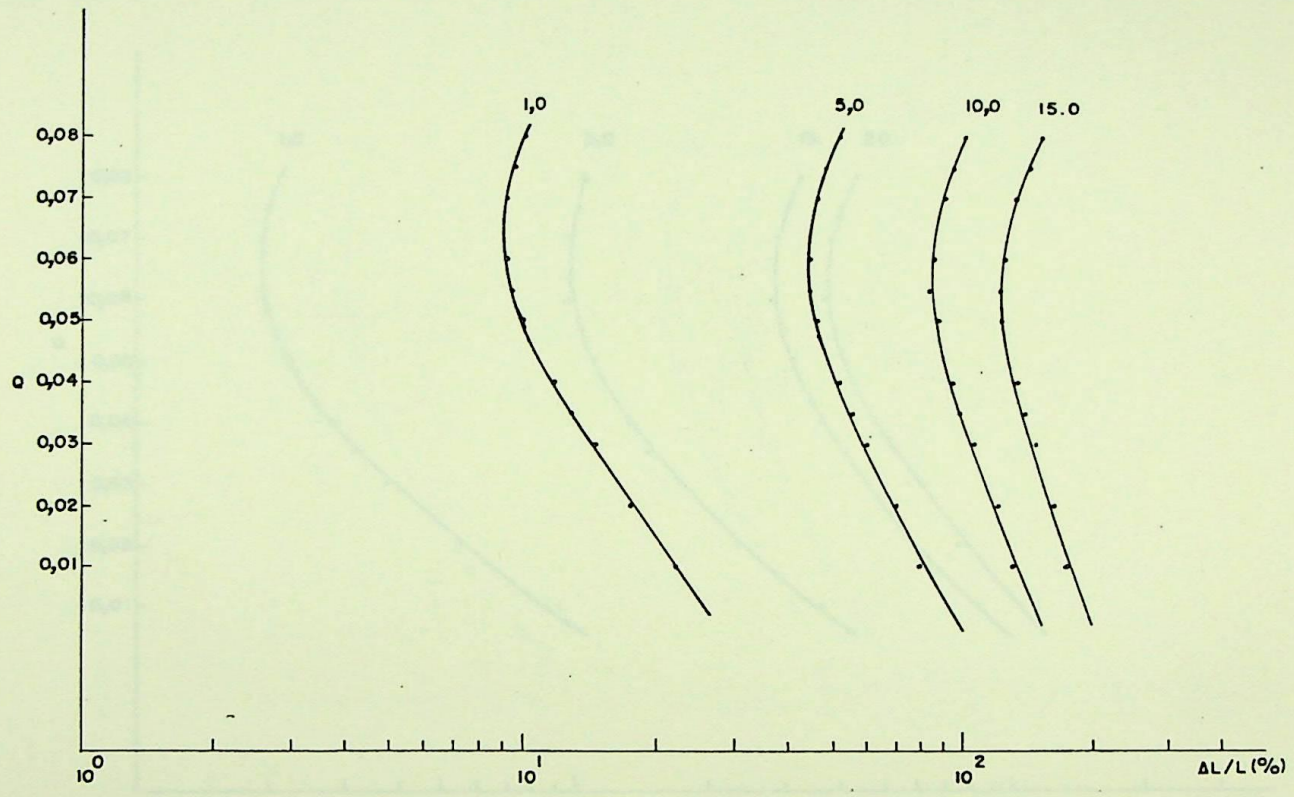


FIG. IV.12 VARIAÇÃO DA VAZÃO VOLUMÉTRICA COM ΔL/L PARA VALORES DE Z CONSTANTE E Pr = 1.0

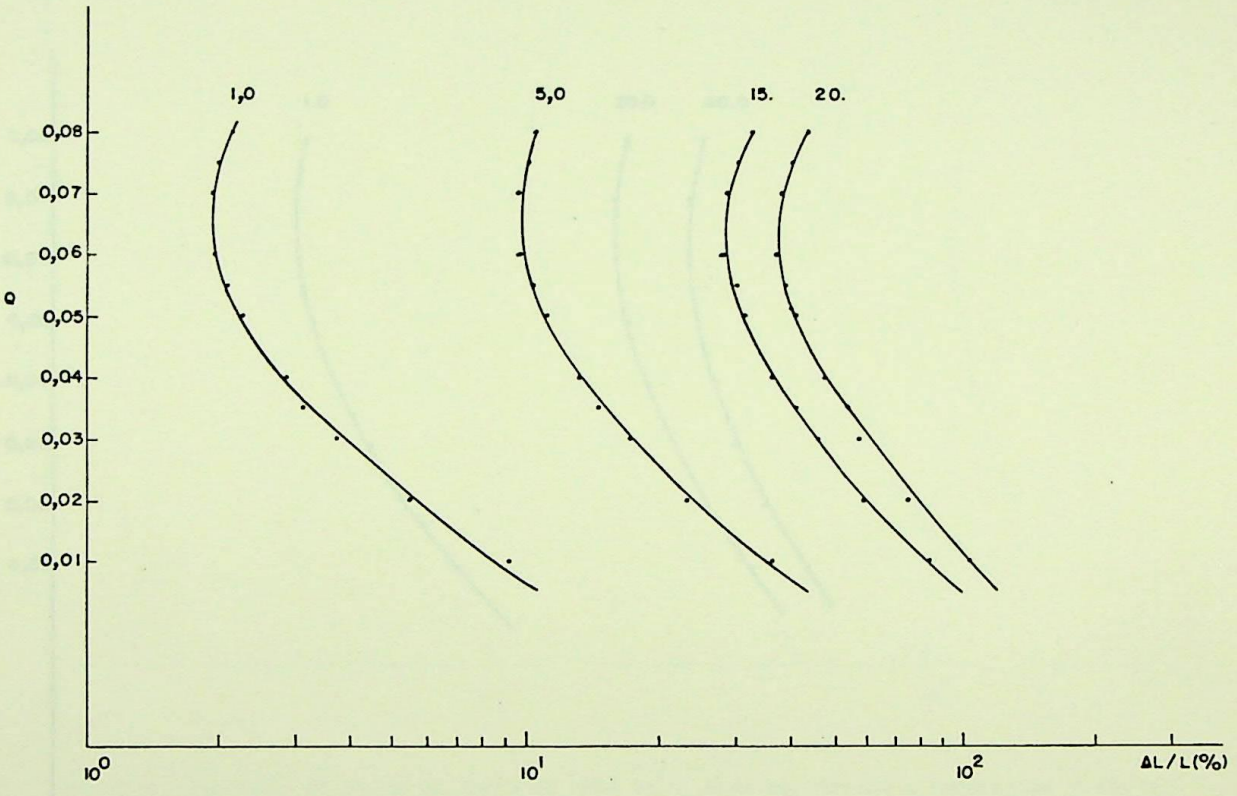


FIG. IV.13 VARIAÇÃO DA VAZÃO VOLUMÉTRICA COM ΔL/L PARA VALORES DE Z CONSTANTE E Pr = 5,0

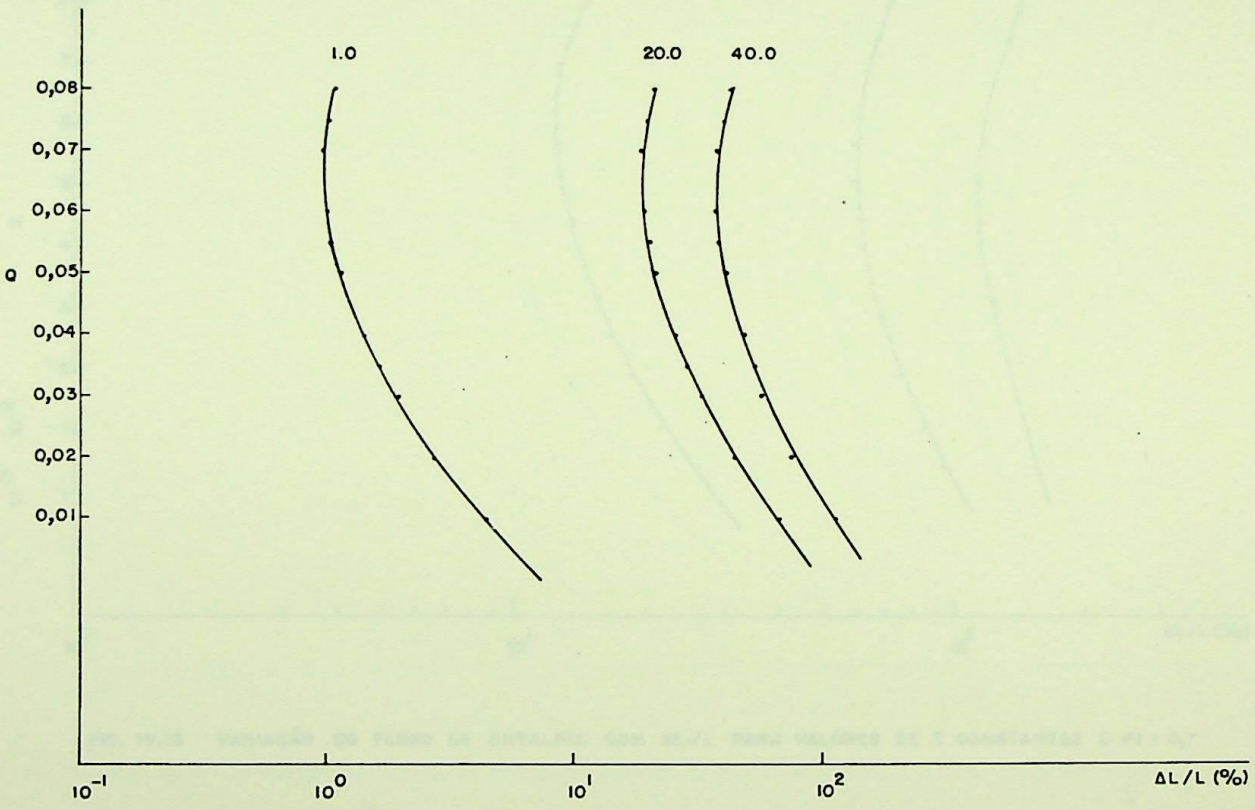


FIG. IV.14 VARIAÇÃO DA VAZÃO VOLUMÉTRICA COM ΔL/L PARA VALORES DE Z CONSTANTES E Pr = 10,0

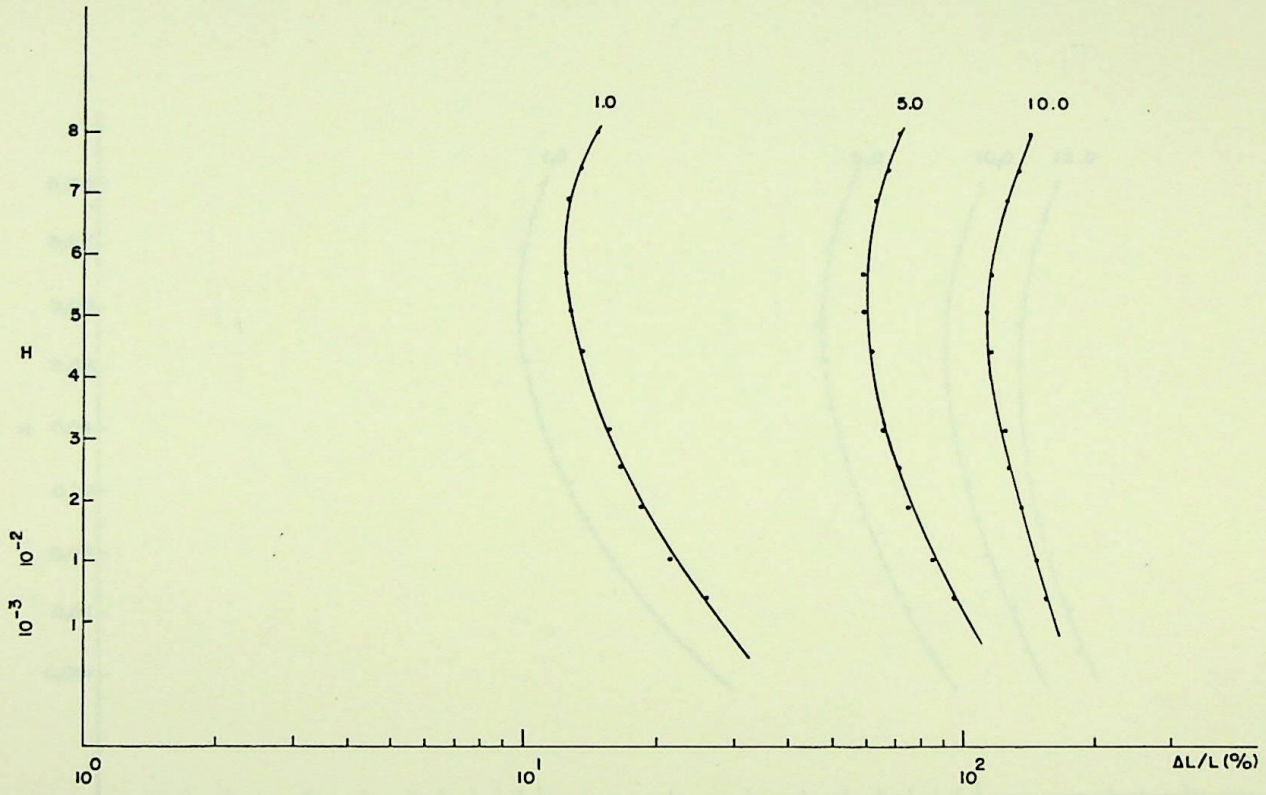


FIG. IV.15 VARIAÇÃO DO FLUXO DE ENTALPIA COM ΔL/L PARA VALORES DE Z CONSTANTES E Pr = 0,7

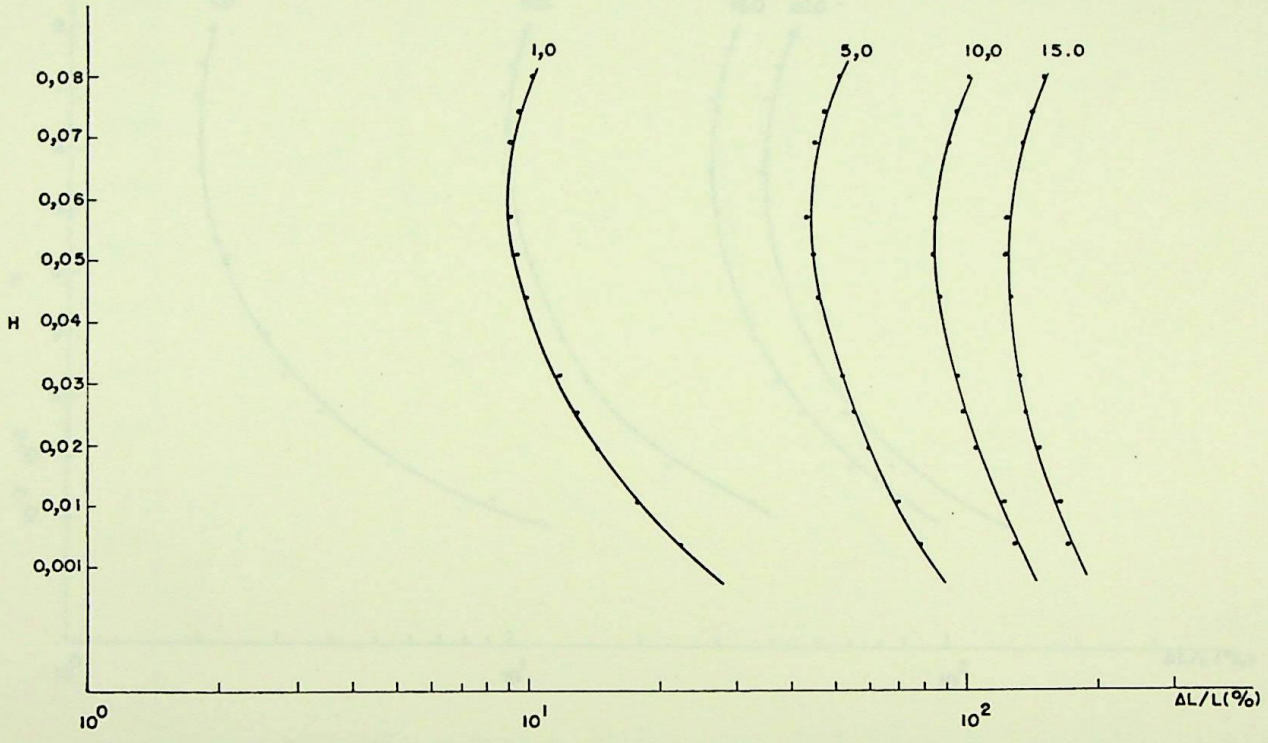


FIG. IV.16 VARIAÇÃO DO FLUXO DE ENTALPIA COM ΔL/L PARA VALORES DE Z CONSTANTE E Pr = 1,0

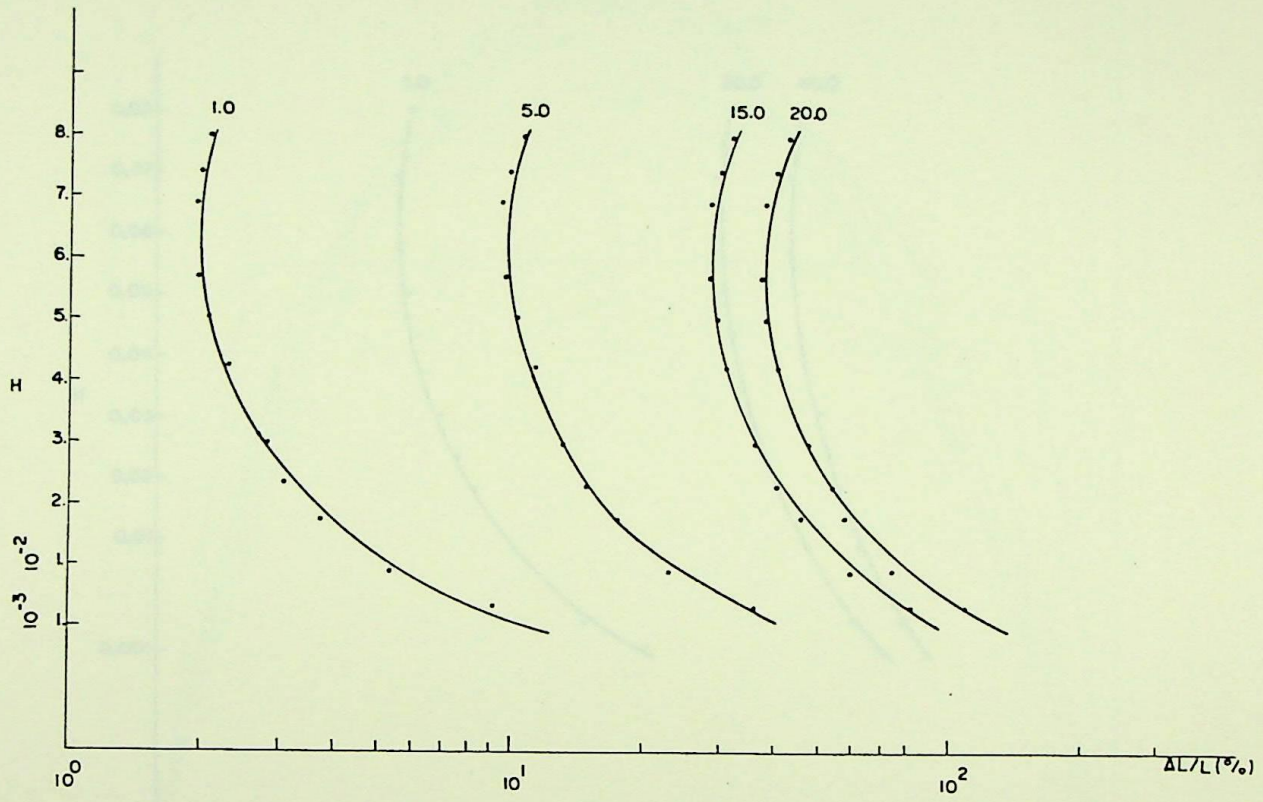


FIG. IV.17 VARIAÇÃO DO FLUXO DE ENTALPIA COM ΔL/L PARA VALORES DE Z CONSTANTE E Pr = 5,0

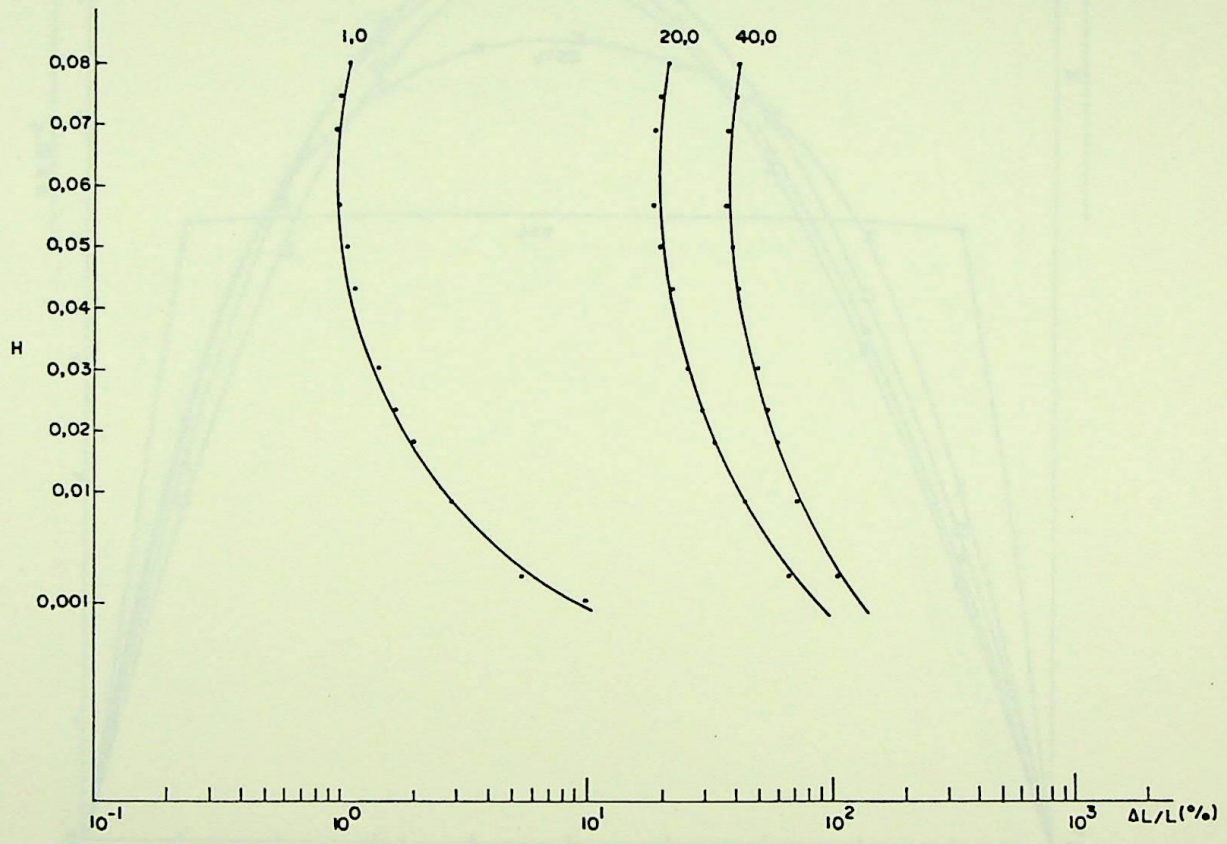


FIG IV.18 VARIAÇÃO DO FLUXO DE ENTALPIA COM ΔL/L PARA VALORES DE Z CONSTANTE E Pr=10,0

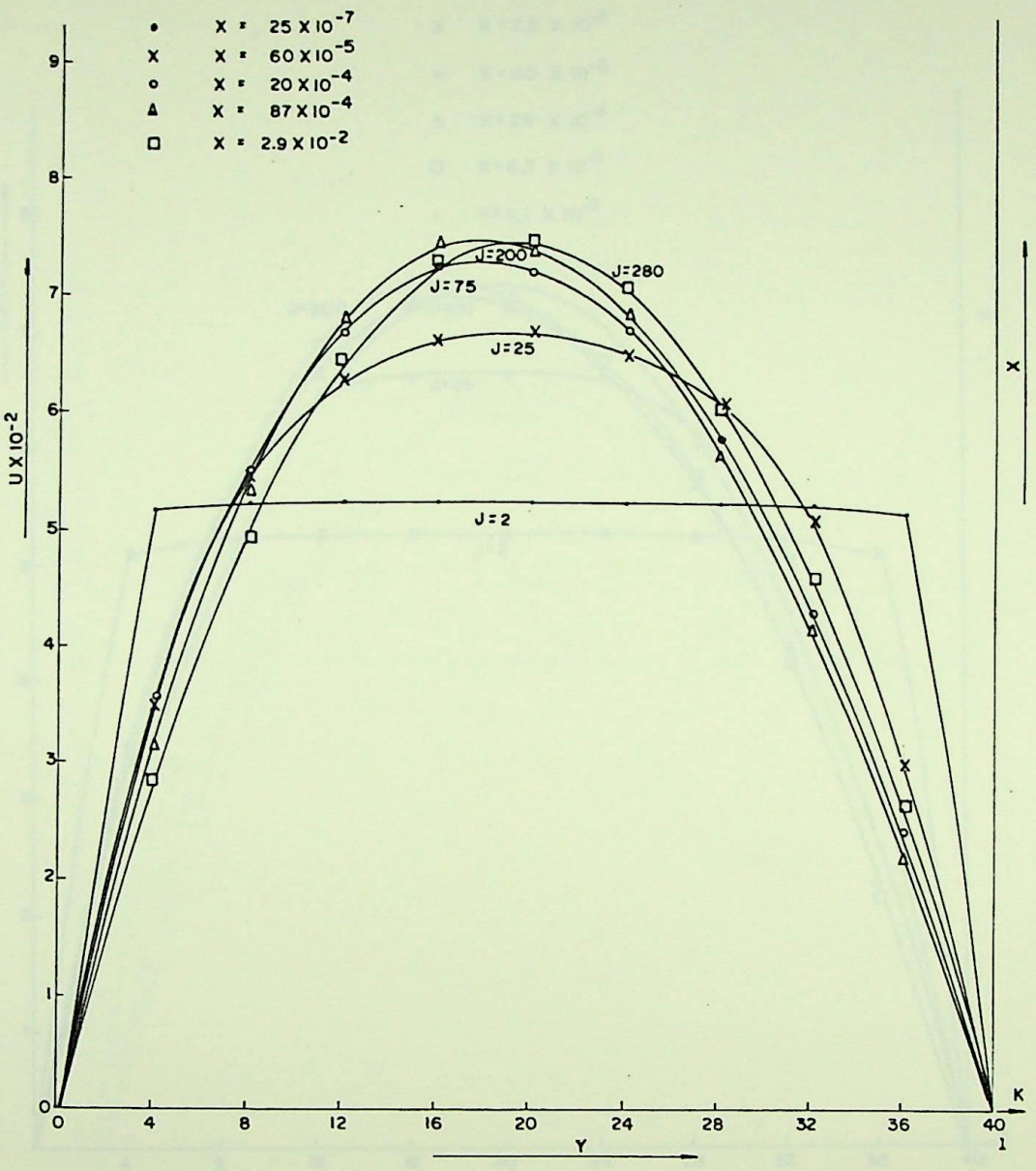


FIG. IV.19 PERFIL DE VELOCIDADE PARA Pr = 0,7

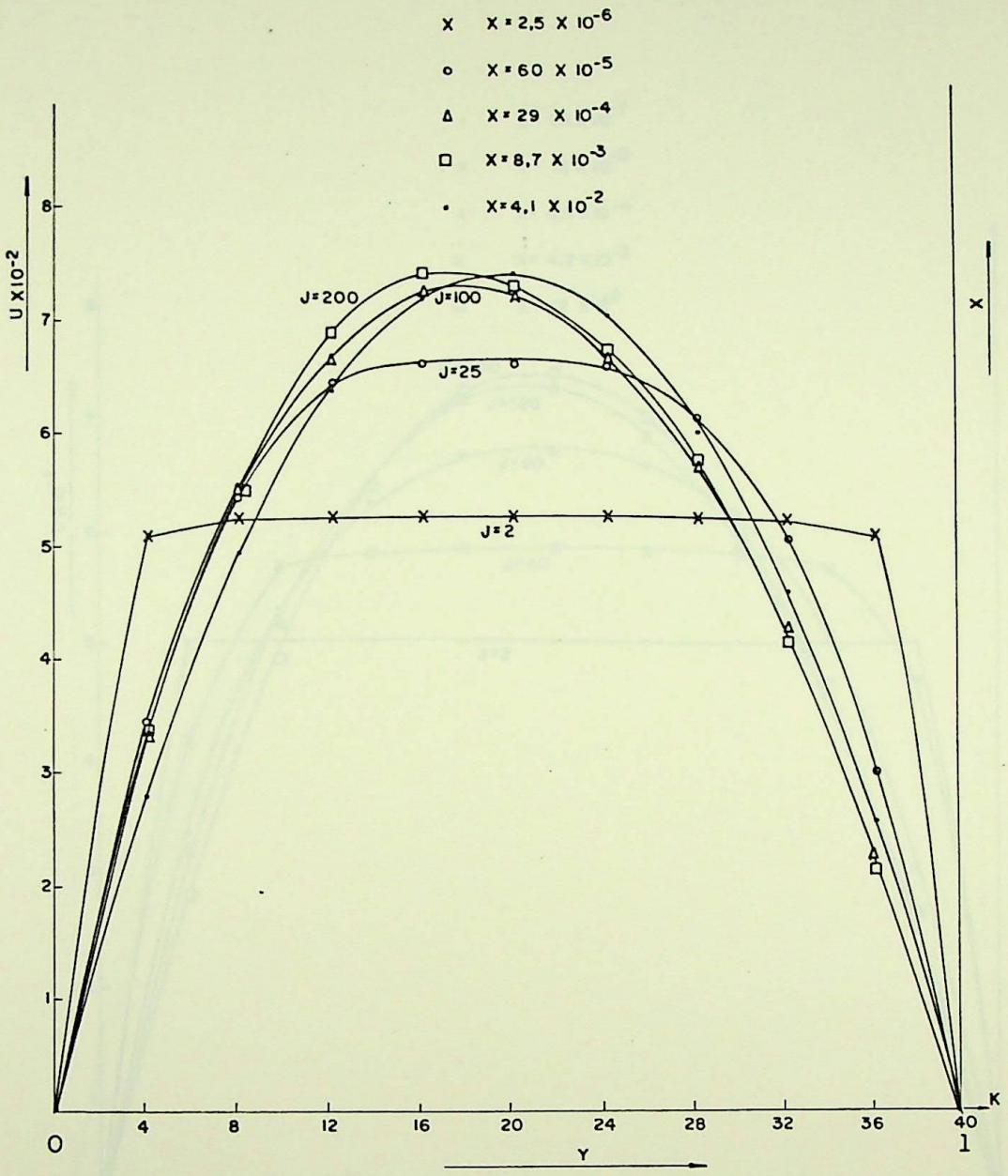


FIG. IV.20 PERFIL DE VELOCIDADE PARA Pr = 1,0

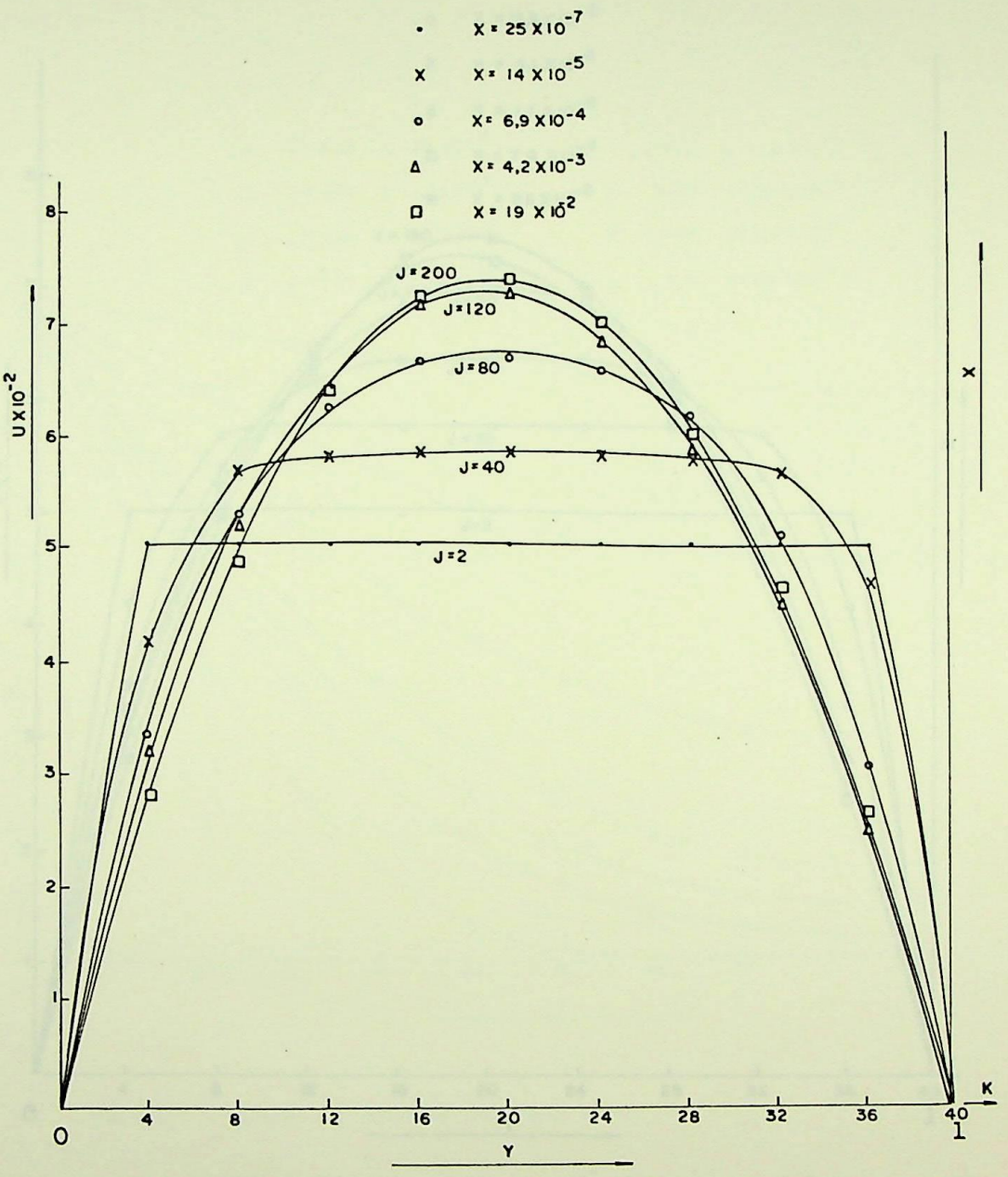


FIG. IV.21 PERFIL DE VELOCIDADE PARA Pr = 5,0

Escola Federal de Engenharia
Biblioteca
MAUÁ
Itajubá

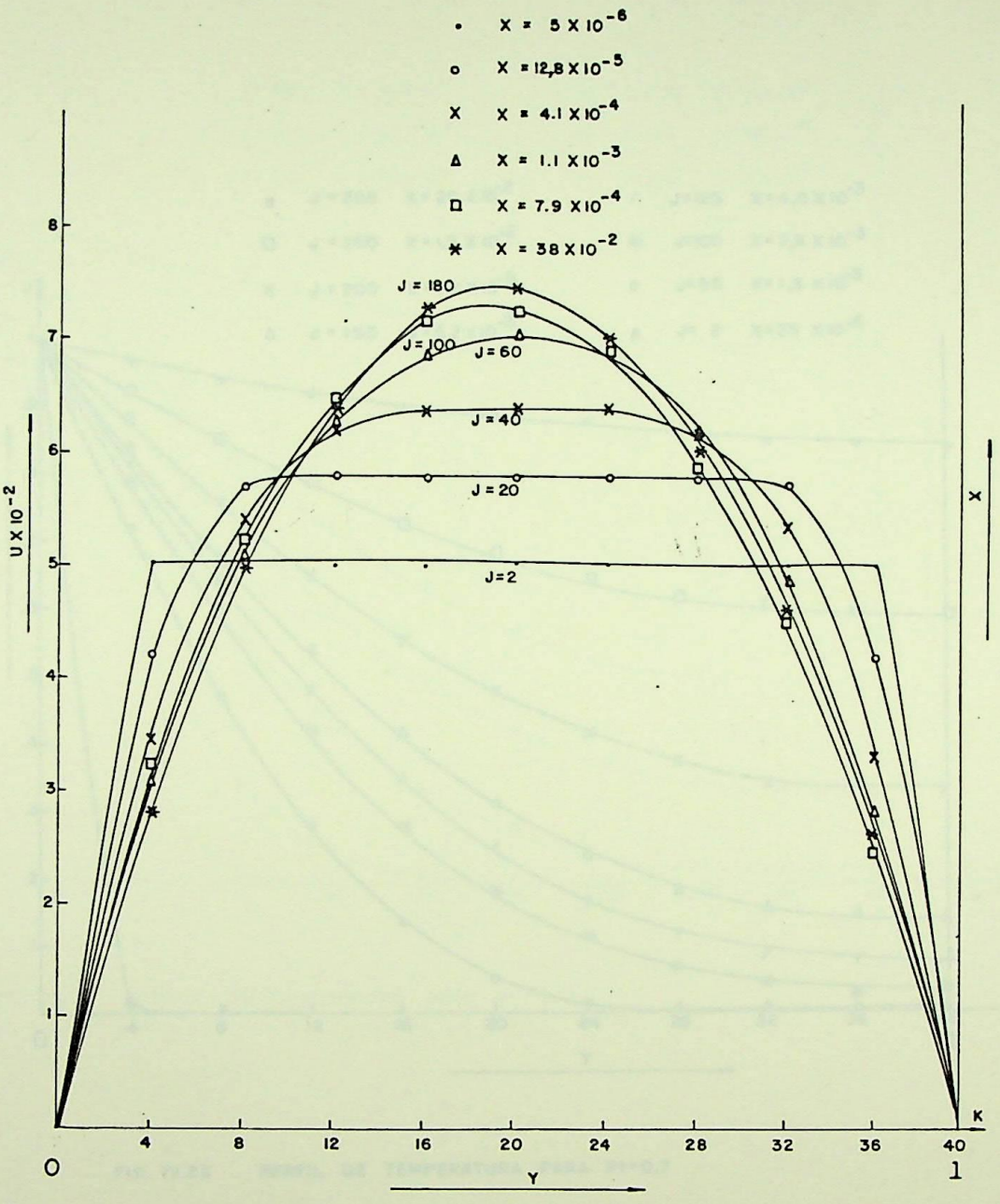


FIG. IV.22 PERFIL DE VELOCIDADE PARA Pr = 10.0

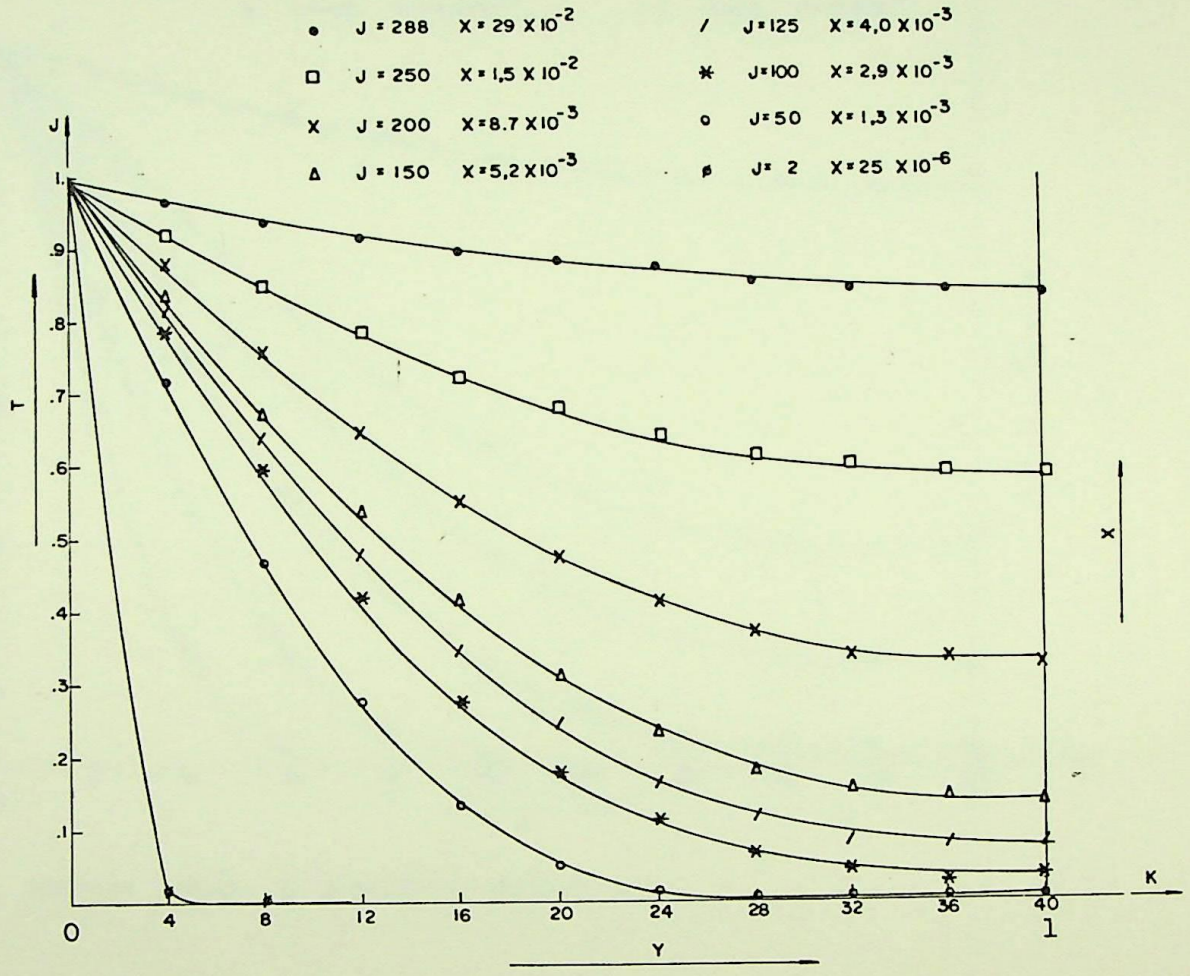


FIG. IV.23 PERFIL DE TEMPERATURA PARA Pr=0,7

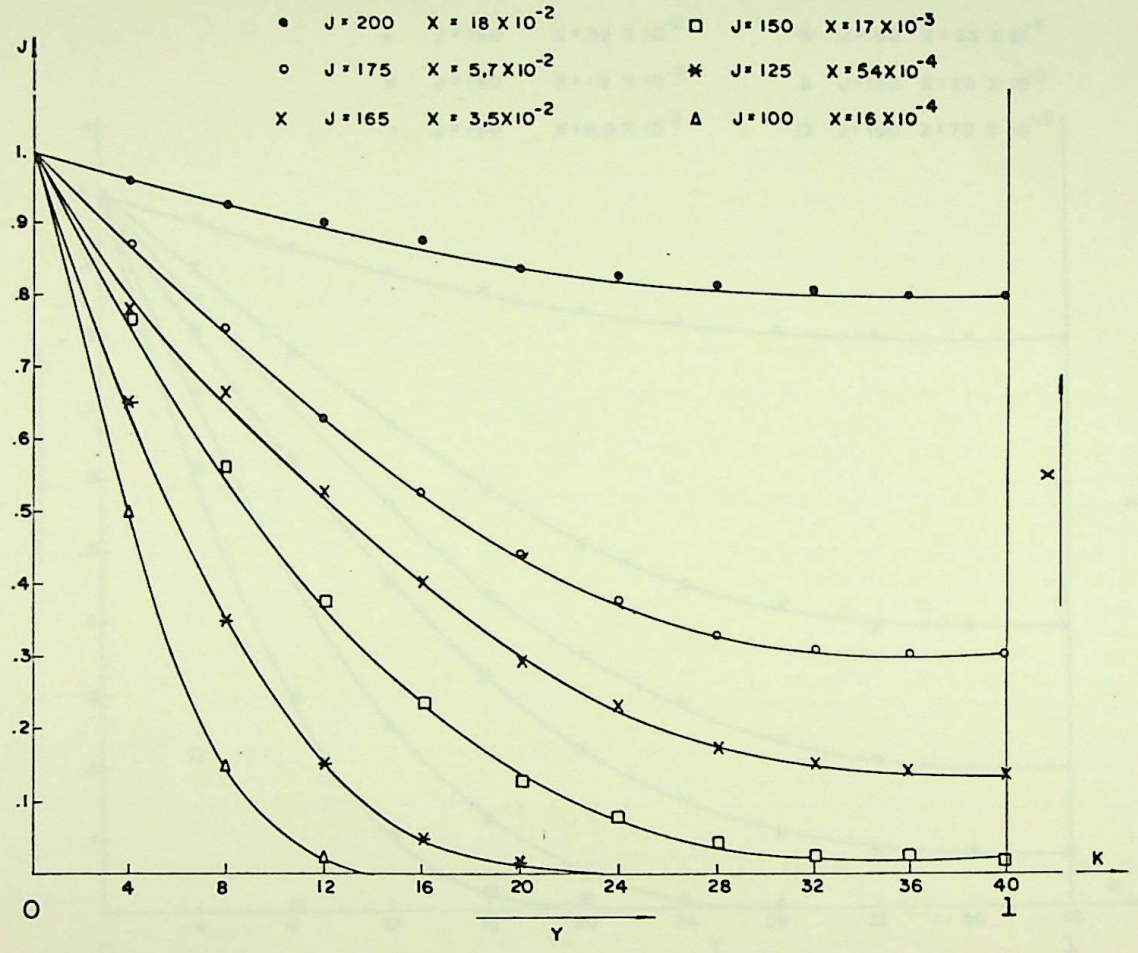


FIG. IV.24 PERFIL DE TEMPERATURA PARA Pr = 5,0

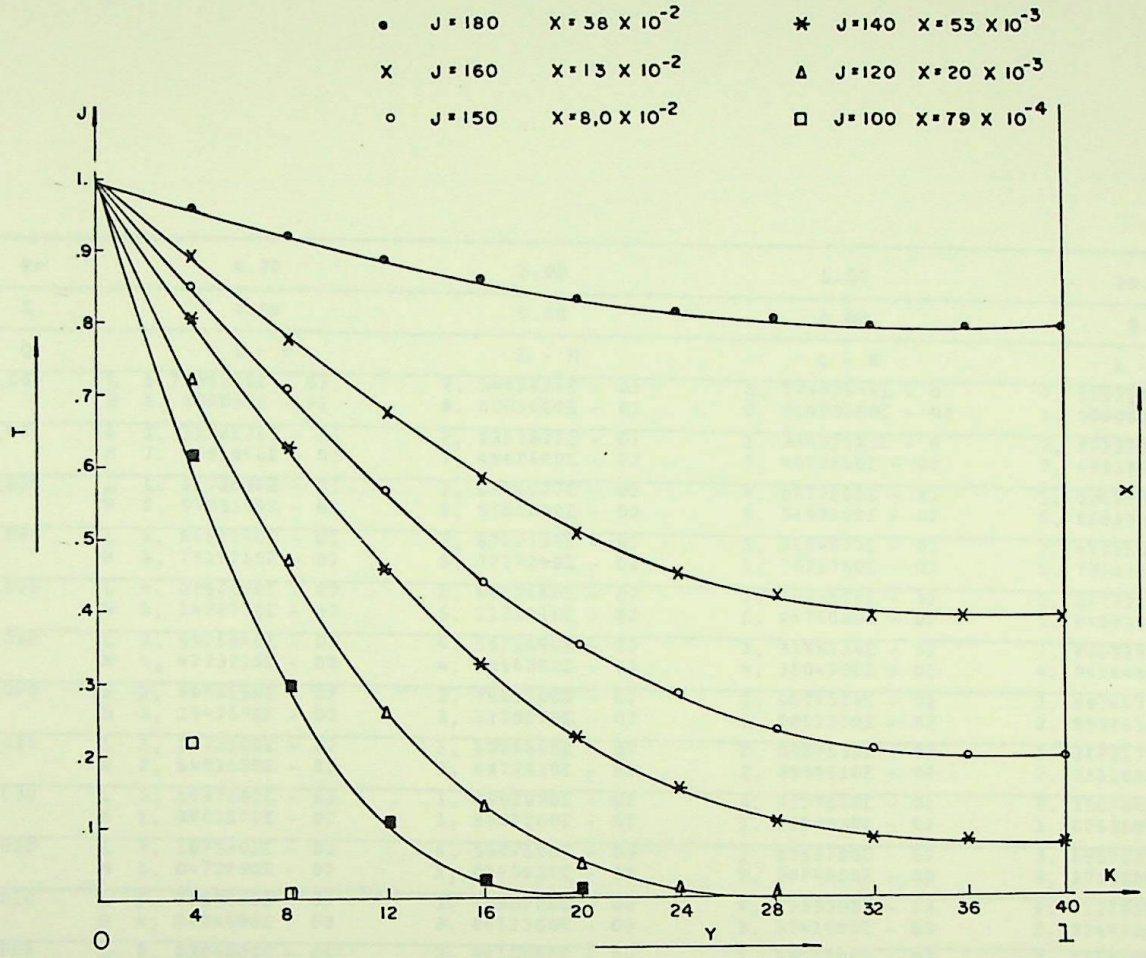


FIG. IV.25 PERFIL DE TEMPERATURA PARA Pr = 10,0

Pr		0.70	1.00	5.00	10.00
Z		0.00	0.00	0.00	0.00
Q		L - H	L - H	L - H	L - H
0,080	L	5.7288516E - 01	7, 9488835E - 01	3, 77422644E + 0	7, 50035252E + 0
	H	8, 0000000E - 02	8, 0000000E - 02	8, 00000000E - 03	8, 00000000E - 02
0,075	L	2, 1128976E - 01	2, 9363832E - 01	1, 39901145E + 0	2, 78139027E + 0
	H	7, 4991060E - 02	7, 4988600E - 02	7, 4982650E - 02	7, 4981880E - 02
0,070	L	1, 2173030E - 01	1, 6936027E - 01	8, 0877666E - 01	1, 60838725E + 0
	H	6, 9799100E - 03	6, 9765600E - 02	6, 9693150E - 02	6, 9683720E - 02
0,060	L	5, 6651540E - 02	7, 8760780E - 02	3, 7564677E - 01	7, 4732550E - 01
	H	5, 7918750E - 02	5, 7727240E - 02	5, 7723760E - 02	5, 7273790E - 02
0,055	L	4, 0990870E - 02	5, 6973660E - 02	2, 7033558E - 01	5, 3729202E - 01
	H	5, 1420770E - 02	5, 1131710E - 02	5, 0476080E - 02	5, 0409180E - 02
0,050	L	2, 9928640E - 02	4, 1521390E - 02	1, 9589134E - 01	3, 8909883E - 01
	H	4, 4723210E - 02	4, 4366200E - 02	4, 3504200E - 02	4, 3416480E - 02
0,040	L	1, 5698650E - 02	2, 1663100E - 02	1, 0074514E - 01	1, 9974472E - 01
	H	3, 1542570E - 02	3, 1110090E - 02	3, 0051550E - 02	2, 9938550E - 02
0,035	L	1, 1073500E - 02	1, 5225840E - 02	7, 0207550E - 02	1, 3899176E - 01
	H	2, 5401550E - 02	2, 4972610E - 02	2, 3930510E - 02	2, 3811080E - 02
0,030	L	7, 5947300E - 03	1, 0392920E - 02	4, 7327530E - 02	9, 3502640E - 02
	H	1, 9801170E - 02	1, 9392200E - 02	1, 2383930E - 02	1, 8263690E - 02
0,020	L	3, 1079600E - 03	4, 1907100E - 03	1, 8353780E - 02	3, 5987230E - 02
	H	1, 0472530E - 02	1, 0145630E - 02	9, 3884800E - 03	9, 2799300E - 03
0,010	L	8, 7969000E - 04	1, 1580700E - 03	4, 5239300E - 03	8, 6121900E- 03
	H	4, 0424400E - 03	3, 8651300E - 03	3, 3241000E - 03	3, 2244700E - 03
0,005	L	3, 0109000E - 04	3, 9410000E - 04	1, 5325200E - 03	2, 9958400E - 03
	H	1, 7436700E - 03	1, 6643500E - 03	1, 3167400E - 03	1, 2303800E - 03
0,001	L	2, 3820000E - 05	3, 4950000E - 05	----------	----------
	H	2, 4539000E - 04	2, 5543000E - 04	----------	----------

Tabela (1) - Variação da vazão adimensional e do fluxo de entalpia com o comprimento do canal para vários Pr

Q	L	$(L^+)^{-1}$	H'	$\bar{N}_{u_0}$
0, 080	0, 57288518	1, 2218844	0, 08000000	0, 098
0, 075	0, 21128976	3, 3129852	0, 07499106	0, 248
0, 070	0, 12173030	5, 7504171	0, 06979910	0, 401
0, 060	0, 05665154	12, 3562480	0, 05791825	0, 716
0, 055	0, 04099087	17, 0769610	0, 05142077	0, 878
0, 050	0, 02992664	23, 3905620	0, 04472321	1, 046
0, 040	0, 01569865	44, 5896790	0, 03154257	1, 406
0, 035	0, 01107350	63, 2139790	0, 02540155	1, 606
0, 030	0, 00759473	92, 1695390	0, 01980117	1, 825
0, 020	0, 00310798	225, 2324700	0, 01047253	2, 359
0, 010	0, 00087969	795, 7258100	0, 00404244	3, 217
0, 005	0, 00030109	2324, 8090000	0, 00174367	4, 054
0, 001	0, 00002382	29411, 7640000	0, 00024539	7, 210

Tabela (02) - Resultados para $Z = 0$ e $Pr = 0,7$

Q	L	$(L^+)^{-1}$	H'	$\overline{N}_{u_0}$
0, 080	0, 79488835	1, 2580382	0, 08000000	0, 101
0, 075	0, 29363832	3, 4055503	0, 07498860	0, 255
0, 070	0, 16936027	5, 9045715	0, 06976560	0, 412
0, 060	0, 07878028	12, 6935280	0, 05772724	0, 733
0, 055	0, 05697366	17, 5519580	0, 05113171	0, 857
0, 050	0, 04152139	24, 083966	0, 04436620	1, 069
0, 040	0, 02166310	46, 161445	0, 03111009	1, 436
0, 035	0, 01522584	65, 677993	0, 02497261	1, 640
0, 030	0, 01039292	96, 219534	0, 01939220	1, 866
0, 020	0, 00419071	238, 62361	0, 01014583	2, 421
0, 010	0, 00115802	863, 55785	0, 00386513	3, 338
0, 005	0, 00039410	2537, 4270	0, 00166435	4, 223
0, 001	0, 00003499	28653, 2950	0, 00025543	7, 299

Tabela (03) - Resultados para Z = 0 e Pr = 1,0

Q	L	$(L^+)^{-1}$	H'	$\overline{N}_{u_0}$
0, 080	3, 77422644	1, 3247747	0, 08000000	0, 106
0, 075	1, 39901145	3, 573952	0, 07498265	0, 268
0, 070	0, 80877660	6, 1821768	0, 06969315	0, 431
0, 060	0, 37584877	13, 303221	0, 05732376	0, 763
0, 055	0, 27033558	18, 495529	0, 05047608	0, 934
0, 050	0, 19589134	25, 524359	0, 04350420	1, 110
0, 040	0, 10074514	49, 630205	0, 03005155	1, 491
0, 035	0, 07020755	71, 217361	0, 02393051	1, 704
0, 030	0, 04732753	105, 64682	0, 01838393	1, 942
0, 020	0, 01835378	272, 42314	0, 00938848	2, 558
0, 010	0, 00452393	1105, 241	0, 00332410	3, 674
0, 005	0, 00133252	3752, 3452	0, 00131674	4, 941
0, 001	-	-	-	-

Tabela (04) - Resultados para Z = 0 e Pr = 5,0

Q	L	$(L^+)^{-1}$	H'	$\bar{N}u_0$
0, 080	7, 50035252	1, 3332706	0, 08000000	0, 107
0, 075	2, 78139027	3, 5953242	0, 07498188	0, 270
0, 070	1, 60838725	6, 2174079	0, 06968372	0, 433
0, 060	0, 7473255	13, 38105	0, 05727379	0, 766
0, 055	0, 53729202	18, 611853	0, 05040918	0, 938
0, 050	0, 38909883	25, 700413	0, 04341648	1, 116
0, 040	0, 19974472	50, 063906	0, 02993855	1, 499
0, 035	0, 13899178	71, 94669	0, 02381108	1, 713
0, 030	0, 09350264	106, 94889	0, 01826369	1, 953
0, 020	0, 03598723	277, 87657	0, 00927993	2, 575
0, 010	0, 00861219	1161, 1434	0, 00322470	3, 744
0, 005	0, 00239584	4173, 9711	0, 00123038	5, 135

Tabela (05) - Resultados para Z = 0 e Pr = 10.0

Pr	0.70	0.70	0.70	0.70
Z	1.00	0.00	5.00	10.00
Q	L + ΔL	L + ΔL	L + ΔL	L + ΔL
0,080	6, 5410423E - 01	5, 7288518E - 01	9, 7898042E - 01	1, 3850756600
0,075	2, 3959052E - 01	2, 1128976E - 01	3, 5273424E - 01	4, 9415645E - 01
0,070	1, 3726503E - 01	1, 2173030E - 01	1, 9888796E - 01	2, 7571891E - 01
0,060	6, 3737490E - 02	5, 6651540E - 02	9, 0550690E - 02	1, 2301076E - 01
0,055	4, 6274690E - 02	4, 0990870E - 02	6, 5543840E - 02	8, 8238470E - 02
0,050	3, 3969850E - 02	2, 9914030E - 02	4, 8130880E - 02	6, 4471680E - 02
0,040	1, 8131830E - 02	1, 5693390E - 02	2, 6098380E - 02	3, 4849140E - 02
0,035	1, 2938850E - 02	1, 1163380E - 02	1, 8935830E - 02	2, 5209030E - 02
0,030	8, 9955500E - 03	7, 5947300E - 03	1, 3323730E - 02	1, 7737210E - 02
0,020	3, 7876600E - 03	3, 1079800E - 03	5, 7762300E - 03	7, 6830900E - 03
0,010	1, 1041300E - 03	8, 7969000E - 04	1, 6765100E - 03	2, 2102300E - 03
0,005				
0,001				

Tabela (6) - Vazão volumétrica versus L + ΔL de Z constante e Pr = 0.7

Pr	1.0	1.0	1.0	1.0
Z	1.0	5.0	10.0	15.0
Q	L + ΔL	L + ΔL	L + ΔL	L + ΔL
0,080	2 6, 7610740E - 01 0 7, 9488835E - 01	1, 2009835E + 0	1, 6070788E + 0	2, 0131740E + 0
0,075	2 3, 2194417E - 01 0 2, 9363832E - 01	4, 3503311E - 01	5, 7652585E - 01	7, 1794604E - 01
0,070	2 1, 6493173E - 01 0 1, 6936027E - 01	2, 4668859E - 01	3, 2855112E - 01	4, 0040280E - 01
0,060	2 8, 5992230E - 02 0 7, 8780280E - 02	1, 1329429E - 01	1, 4825768E - 01	1, 7849594E - 01
0,055	2 6, 2346420E - 02 0 5, 6973660E - 02	8, 2194960E - 02	1, 0544595E - 01	1, 2795882E - 01
0,050	2 4, 5650960E - 02 0 4, 1521390E - 02	6, 0478560E - 02	7, 7477170E - 02	9, 3585500E - 02
0,040	2 2, 4202110E - 02 0 2, 1663100E - 02	3, 2771420E - 02	4, 1965650E - 02	5, 0344700E - 02
0,035	2 1, 7199040E - 02 0 1, 5225840E - 02	2, 3636940E - 02	3, 0214330E - 02	3, 6398650E - 02
0,030	2 1, 1894500E - 02 0 1, 0392920E - 02	1, 6589260E - 02	2, 1358720E - 02	2, 5731550E - 02
0,020	2 4, 9252000E - 03 0 4, 1907100E - 03	7, 1521900E - 03	9, 2911300E - 03	1, 1168560E - 02
0,010	2 1, 4133200E - 03 0 1, 1560200E - 03	2, 0599900E - 03	2, 6560900E - 03	3, 1343300E - 03

Tabela (7) - Vazão Volumétrica versus L + ΔL de Z constante e Pr = 1.0

Pr	5.0	5.0	5.0	5.0
Z	1.0	5.0	15.0	20.0
Q	L + ΔL	L + ΔL	L + ΔL	L + ΔL
0,080	Z 3, 85544550E + 0 O 3, 77422644E + 0	4, 18032171E + 0	4, 99251219E + 0	5, 39860742E + 0
0,075	Z 1, 48734019E + 0 O 1, 39901145E + 0	1, 54061842E + 0	1, 82356598E + 0	1, 96503130E + 0
0,070	Z 8, 2445317E - 01 O 8, 0877666E - 01	8, 8696522E - 01	1, 04208869E + 0	1, 11906675E + 0
0,060	Z 3, 8326816E - 01 O 3, 7584877E - 01	4, 1253072E - 01	4, 8288927E - 01	5, 1740084E - 01
0,055	Z 2, 7598463E - 01 O 2, 7033558E - 01	2, 9812068E - 01	3, 5034704E - 01	3, 7451841E - 01
0,050	Z 2, 0033147E - 01 O 1, 9589134E - 01	2, 1765607E - 01	2, 5673272E - 01	2, 7572529E - 01
0,040	Z 1, 0357356E - 01 O 1, 0074514E - 01	1, 1414587E - 01	1, 3727484E - 01	1, 4841413E - 01
0,035	Z 7, 2415170E - 02 O 7, 0207550E - 02	8, 0633090E - 02	9, 8333160E - 02	1, 0676154E - 01
0,030	Z 4, 9100670E - 02 O 4, 7327530E - 02	5, 5385790E - 02	6, 8816670E - 02	7, 4442120E - 02
0,020	Z 1, 9313620E - 02 O 1, 8353780E - 02	2, 2655560E - 02	2, 9191760E - 02	3, 1885200E - 02
0,010	Z 4, 9335900E - 03 O 4, 5239300E - 03	6, 1516200E - 03	8, 2582200E - 03	9, 0939800E - 03

Tabela (8) - Vazão Volumétrica versus L + ΔL de Z constante e Pr = 5.0

Pr	10.0	10.0	10.0	10.0
Z	0.0	1.0	20.0	40.0
Q	L + ΔL	L + ΔL	L + ΔL	L + ΔL
0,080	7, 50035252E + 0	7, 58157158E + 0	9, 12473353E + 0	1, 07487550E + 1
0,075	2, 89368860E + 2	2, 80971710E + 3	3, 34757855E + 0	3, 91341244E + 0
0,070	1, 60838725E + 0	1, 62409412E + 0	1, 92032679E + 0	2, 22949330E + 0
0,060	7, 4732550E - 01	7, 5481028E - 01	8, 9218295E - 01	1, 02984054E + 0
0,055	5, 3729202E - 01	5, 4195018E - 01	6, 4551085E - 01	7, 4596822E - 01
0,050	3, 8909883E - 01	3, 9355254E - 01	4, 7321548E - 01	5, 4913224E - 01
0,040	1, 9974472E - 01	2, 0258893E - 01	2, 5099887E - 01	2, 9545786E - 01
0,035	1, 3899178E - 01	1, 4178391E - 01	1, 7872814E - 01	2, 1247742E - 01
0,030	9, 3502640E - 02	9, 5295520E - 02	1, 2410084E - 01	1, 4808545E - 01
0,020	3, 5987230E - 02	3, 6980210E - 02	5, 1893310E - 02	6, 2797910E - 02
0,10	8, 6121900E - 03	9, 0769200E - 03	1, 4371230E - 02	1, 7817360E - 02

Tabela (9) - Vazão Volumétrica versus L + ΔL de Z constante e Pr = 10.0

Pr		0.70	Z		1.0	
Q	ΔL	L + ΔL	ΔL/L (%)	ΔH	H + ΔH	ΔH/H (%)
0, 080	0, 08121905	0, 65410423	14,18	0, 00000000	0, 8000E - 01	00,00
0, 075	0, 02830076	0, 23959052	13,39	0, 00000600	0, 7500E - 01	00,01
0, 070	0, 01553473	0, 13726503	12,76	0, 00009400	0, 6989E - 01	00,14
0, 060	0, 00708595	0, 06373749	12,51	0, 00062400	0, 5854E - 01	01,08
0, 055	0, 00528382	0, 04627469	12,89	0, 00097300	0, 5239E - 01	01,89
0, 050	0, 00404321	0, 03396985	13,51	0, 00126600	0, 4599E - 01	02,83
0, 040	0, 00243317	0, 01813183	15,50	0, 00161800	0, 3316E - 01	05,13
0, 035	0, 00186536	0, 01293885	16,85	0, 00164300	0, 2704E - 01	06,47
0, 030	0, 00140082	0, 00899555	18,44	0, 00157700	0, 2138E - 01	07,96
0, 020	0, 00067968	0, 00378766	21,87	0, 00115900	0, 1163E - 01	11,06
0, 010	0, 00022444	0, 00110413	25,51	0, 00058400	0, 4626E - 01	14,45

Tabela (20) - Resultados para Z = 1.0 e Pr = 0.7

Pr	0.70	Z	5.0		
Q	ΔL	L + ΔL	ΔL/L (%)	ΔH	H + ΔH	ΔH/H (%)
0,080	0,40609524	0,97898042	70,89	0,00000000	0,8000E - 01	00,00
0,075	0,14144448	0,35273424	66,94	0,00000800	0,7500E - 01	00,01
0,070	0,07715766	0,19888796	63,38	0,00018800	0,6999E - 01	00,27
0,060	0,03389915	0,09055069	59,84	0,00164300	0,5956E - 01	02,84
0,055	0,02455296	0,06554384	59,90	0,00267600	0,5410E - 01	04,70
0,050	0,01821685	0,04813088	60,90	0,00355900	0,4826E - 01	07,96
0,040	0,01040499	0,026098838	66,30	0,00489000	0,3642E - 01	13,5.
0,035	0,00786233	0,01893583	71,00	0,00522200	0,3062E - 01	20,56
0,030	0,00572900	0,01332373	75,43	0,00497500	0,2478E - 01	25,13
0,020	0,00266830	0,00577628	85,85	0,00372800	0,1420E - 01	35,60
0,010	0,00079682	0,00167651	90,56	0,00178000	0,5623E - 01	44,04

Tabela (11) - Resultados para Z = 5.0 e Pr = 0.7

Pr	0.70		Z	10.0		
Q	ΔL	L + ΔL	ΔL/L (%)	ΔH	H + ΔH	ΔH/H (%)
0, 080	0, 81219048	1, 38507566	141,77	0, 00000000	0, 8000E - 01	00,00
0, 075	0, 28286669	0, 49415645	133,86	0, 00000800	0, 7500E - 01	00,01
0, 070	0, 15398861	0, 27571891	126,50	0, 00019700	0, 7000E - 01	00,28
0, 060	0, 06835922	0, 12301076	117,14	0, 00189700	0, 5982E - 01	03,28
0, 055	0, 04724760	0, 08823847	115,26	0, 00317300	0, 5459E - 01	06,17
0, 050	0, 03455766	0, 06447168	115,52	0, 00452500	0, 4923E - 01	10,12
0, 040	0, 01915576	0, 03484914	122,06	0, 00678500	0, 3832E - 01	21,52
0, 035	0, 01413554	0, 02520903	127,65	0, 00721300	0, 3261E - 01	28,40
0, 030	0, 01014247	0, 01773721	133,55	0, 00697200	0, 2677E - 01	35,21
0, 020	0, 00457511	0, 00768309	147,21	0, 00532300	0, 1580E - 01	50,83
0, 010	0, 00133054	0, 00221023	151,25	0, 00263000	0, 6672E - 01	65,06

Tabela - (12) - Resultados para Z = 10.0 e Pr = 0.7

Pr	1.0	Z	15.0		
Q	ΔL	L + ΔL	ΔL/L (%)	ΔH	H + ΔH	ΔH/H (%)
0, 080	1, 21828572	2, 01317407	102,18	0, 00000000	0, 8000E - 01	00,00
0, 075	0, 42430772	0, 71794604	96,34	0, 00001100	0, 7500E - 01	00,01
0, 070	0, 23104253	0, 40040280	91,04	0, 00023000	0, 7000E - 01	00,31
0, 060	0, 09971567	0, 17849594	85,65	0, 00211500	0, 5984E - 01	03,61
0, 055	0, 07098516	0, 12795882	85,08	0, 00342900	0, 5456E - 01	06,32
0, 050	0, 05208726	0, 09358550	86,70	0, 00500100	0, 4934E - 01	10,26
0, 040	0, 02868161	0, 05034470	93,81	0, 00706500	0, 3818E - 01	20,03
0, 035	0, 02117285	0, 03639869	98,44	0, 00753500	0, 3251E - 01	25,08
0, 030	0, 01533864	0, 02573155	105,51	0, 00751800	0, 2691E - 01	31,88
0, 020	0, 00697785	0, 01116856	121,71	0, 00580200	0, 1595E - 01	46,75
0, 010	0, 00197632	0, 00313433	129,36	0, 00271400	0, 6579E - 01	58,52

Tabela (13) . Resultados para Z = 15.0 e Pr = 1.0

Pr	1.0	Z	1.0			
Q	ΔL	L + ΔL	ΔL/L (%)	ΔH	H + ΔH	ΔH/H (%)
0, 080	0, 08121905	0, 87610740	10,22	0, 00000000	0, 8000E - 01	00,00
0, 075	0, 02830584	0, 32194417	09,64	0, 00000500	0, 7499E - 01	00,01
0, 070	0, 01557146	0, 18493173	09,19	0, 00000800	0, 6985E - 01	00,12
0, 060	0, 00719196	0, 08597223	09,13	0, 00050900	0, 5824E - 01	00,88
0, 055	0, 00537276	0, 06234642	09,43	0, 00075500	0, 5189E - 01	01,48
0, 050	0, 00412957	0, 04565096	09,95	0, 00097100	0, 4534E - 01	02,19
0, 040	0, 00253902	0, 02420211	11,72	0, 00126800	0, 3238E - 01	04,08
0, 035	0, 00197320	0, 01719904	12,96	0, 00130400	0, 2628E - 01	05,22
0, 030	0, 00150158	0, 01189450	14,45	0, 00126300	0, 2066E - 01	06,52
0, 020	0, 00073450	0, 00492520	17,53	0, 00091800	0, 1106E - 01	09,05
0, 010	0, 00025530	0, 00141332	22,05	0, 00049200	0, 4357E - 02	12,74

Tabela (14) - Resultados para Z = 1.0 e Pr = 1.0

Pr	1.0		Z	5.0		
Q	ΔL	L + ΔL	ΔL/L (%)	ΔH	H + ΔH	ΔH/H (%)
0, 080	0, 40609524	1, 20098359	51,09	0, 00000000	0, 8000E - 01	00,00
0, 075	0, 14146478	0, 43510311	48,18	0, 00001000	0, 7500E - 01	00,01
0, 070	0, 07732832	0, 24668859	45,66	0, 00019800	0, 6969E - 01	00,28
0, 060	0, 03451401	0, 11329429	43,81	0, 00156700	0, 5929E - 01	02,71
0, 055	0, 02522130	0, 08219496	44,27	0, 00242500	0, 5356E - 01	04,74
0, 050	0, 01898031	0, 06047856	45,74	0, 00323500	0, 4758E - 01	07,29
0, 040	0, 01110832	0, 03277142	51,28	0, 00431900	0, 3543E - 01	13,88
0, 035	0, 00841110	0. 02363694	55,24	0, 00443900	0, 2941E - 01	17,78
0, 030	0, 00619637	0, 01658928	59,62	0, 00422400	0, 2362E - 01	21,78
0, 020	0, 00296149	0, 00715219	70,67	0, 00318000	0, 1333E - 01	31,34
0, 010	0, 00090197	0, 00205999	77,89	0, 00151600	0, 5381E - 01	39,21

Tabela (15) - Resultados para Z = 5.0 e Pr = 1.0

Pr	1.0		Z	10.0		
Q	ΔL	L + ΔL	ΔL/L (%)	ΔH	H + ΔH	ΔH/H (%)
0,080	0,81219048	1,60707883	102,18	0,00000000	0,8000E - 01	00,00
0,075	0,28288753	0,57652585	96,34	0,00001100	0,7500E - 01	00,01
0,070	0,15419085	0,32355112	91,04	0,00021600	0,6998E - 01	00,31
0,060	0,06747241	0,14625268	85,65	0,00208300	0,5981E - 01	03,61
0,055	0,04647229	0,10544595	85,06	0,00323000	0,5436E - 01	06,32
0,050	0,03597893	0,07747717	86,70	0,00454800	0,4889E - 01	10,26
0,040	0,02032255	0,04198565	93,81	0,00523300	0,3734E - 01	20,03
0,035	0,01498849	0,03021433	98,44	0,00626400	0,3124E - 01	25,08
0,030	0,01096580	0,02135872	105,51	0,00618200	0,2557E - 01	31,88
0,020	0,00510042	0,00929113	121,71	0,00474300	0,1489E - 01	46,75
0,010	0,00149807	0,00265609	129,36	0,00226200	0,6127E - 02	58,52

Tabela (16) - Resultados para Z = 10.0 e Pr = 1.0

Escola Federal de Engenharia
Biblioteca
MAUÁ
Itajubá

Pr	5.0	Z	1.0		
Q	ΔL	L + ΔL	ΔL/L (%)	ΔH	H + ΔH	ΔH/H (%)
0, 080	0, 08121905	3, 85544550	02,15	0, 00000000	0, 8000E - 01	00,00
0, 075	0, 02832874	1, 42734019	02,02	0, 00000200	0, 7498E - 01	00,00
0, 070	0, 01567651	0, 82445317	01,94	0, 00002400	0, 6972E - 01	00,03
0, 060	0, 00741940	0, 38326816	01,97	0, 00013300	0, 5746E - 01	00,23
0, 055	0, 00564905	0, 27598463	02,09	0, 00019700	0, 5067E - 01	00,39
0, 050	0, 00444013	0, 20033147	02,27	0, 00025500	0, 4376E - 01	00,59
0, 040	0, 00282842	0, 10357356	02,81	0, 00032800	0, 3038E - 01	01,09
0, 035	0, 00220762	0, 07241517	03,14	0, 00032800	0, 2426E - 01	01,37
0, 030	0, 00177314	0, 04910067	03,75	0, 00034000	0, 1872E - 01	01,85
0, 020	0, 00095985	0, 01931362	05,23	0, 00027300	0, 9661E - 01	02,91
0, 010	0, 00040967	0, 00493359	09,06	0, 00018500	0, 3509E - 01	05,50

Tabela (17) - Resultados para Z = 1.0 e Pr = 5.0

Pr	5,0		Z	5,0		
Q	ΔL	L + ΔL	ΔL/L (%)	ΔH	H + ΔH	ΔH/H (%)
0, 080	0, 40609526	4, 18032171	10, 76	0, 00000000	0, 8000E - 01	00, 00
0, 075	0, 14160697	1, 54061842	10, 12	0, 00000900	0, 7499E - 01	00, 01
0, 070	0, 07818856	0, 88596522	09, 67	0, 00010600	0, 6980E - 01	00, 15
0, 060	0, 03668196	0, 41253072	09, 76	0, 00060800	0, 5793E - 01	01, 06
0, 055	0, 02778510	0, 29812068	10, 28	0, 00090900	0, 5139E - 01	01, 08
0, 050	0, 02176473	0, 2176473	11, 11	0, 00119000	0, 4469E - 01	02, 74
0, 040	0, 01340073	0, 11414587	13, 30	0, 00145000	0, 3150E - 01	04, 82
0, 035	0, 01042554	0, 08063309	14, 85	0, 00146500	0, 2540E - 01	06, 12
0, 030	0, 00805826	0, 05538579	17, 03	0, 00143900	0, 1982E - 01	07, 83
0, 020	0, 00430178	0, 02265556	23, 44	0, 00116500	0, 1055E - 01	12, 41
0, 010	0, 00162769	0, 00615162	35, 98	0, 00069000	0, 4014E - 07	20, 77

Tabela (18) - Resultados para Z = 5,0 e Pr = 5,0

Pr	5,0		Z	15		
Q	ΔL	L + ΔL	ΔL/L (%)	ΔH	H + ΔH	ΔH/H (%)
0, 080	1, 21828574	4, 99251219	32, 28	0, 00000000	0, 8000E - 01	00, 00
0, 075	0, 42455453	1, 82356598	30, 35	0, 00001400	0, 7500E - 01	00, 02
0, 070	0, 28331203	1, 04208869	28, 83	0, 00022100	0, 6991E - 01	00, 32
0, 060	0, 10704051	0, 48288927	28, 48	0, 00141700	0, 5874E - 01	02, 47
0, 055	0, 08001146	0, 35034704	29, 60	0, 00217500	0, 5265E - 01	04, 31
0, 050	0, 06084138	0, 25673272	31, 06	0, 00270400	0, 4621E - 01	06, 21
0, 040	0, 03652970	0, 13727484	36, 26	0, 00341200	0, 3346E - 01	11, 35
0, 035	0, 02812561	0, 09833316	40, 06	0, 00349300	0, 2742E - 01	14, 60
0, 030	0, 02148914	0, 06881667	45, 41	0, 00345800	0, 2184E - 01	18, 81
0, 020	0, 01083798	0, 02919176	59, 05	0, 00267000	0, 1296E - 01	28, 44
0, 010	0, 00373429	0, 00825822	82, 55	0, 00145200	0, 4776E - 02	43, 69

Tabela (1º) - Resultados para Z = 15 e Pr = 5,0

Pr	5,0		Z	20,0		
Q	ΔL	L + ΔL	ΔL/L (%)	ΔH	H + ΔH	ΔH/H (%)
0, 080	1, 62438098	5, 39860742	43, 04	0, 00000000	0, 8000E - 01	00, 00
0, 075	0, 56601985	1, 96503130	40, 46	0, 00001600	0, 7500E - 01	00, 02
0, 070	0, 31029009	1, 11906675	38, 37	0, 00023400	0, 6993E - 01	00, 34
0, 060	0, 14155207	0, 51740084	37, 66	0, 00173000	0, 5905E - 01	02, 07
0, 055	0, 10418283	0, 37451841	38, 54	0, 00248800	0, 5296E - 01	04, 93
0, 050	0, 07983395	0, 27572529	40, 75	0, 00335400	0, 4686E - 01	07, 71
0, 040	0, 04766900	0, 14841413	47, 32	0, 00428500	0, 3434E - 01	14, 26
0, 035	0, 03655399	0, 10676154	52, 07	0, 00438600	0, 2832E - 01	18, 33
0, 030	0, 02711459	0, 07444212	57, 29	0, 00412100	0, 2250E - 01	22, 42
0, 020	0, 01353142	0, 03188520	73, 73	0, 00319600	0, 1258E - 01	34, 04
0, 010	0, 00457005	0, 00909398	101, 02	0, 00172000	0, 5044E - 07	51, 75

Tabela (20) - Resultados para Z = 20,0 e Pr = 5,0

Pr	10,0	Z	1,0		
Q	ΔL	L + ΔL	ΔL/L (%)	ΔH	H + ΔH	ΔH/H (%)
0, 080	0, 08121906	7, 58157158	01, 08	0, 00000000	0, 8000E - 01	00, 00
0, 075	0, 02632613	2, 80971710	01, 02	0, 00000100	0, 7498E - 01	00, 00
0, 070	0, 01570687	1, 62409412	00, 98	0, 00001300	0, 6970E - 01	00, 02
0, 060	0, 00748478	0, 75481028	01, 00	0, 00007100	0, 5734E - 01	00, 12
0, 055	0, 00565816	0, 54295018	01, 05	0, 00009800	0, 5051E - 01	00, 20
0, 050	0, 00445371	0, 39355254	01, 14	0, 00012900	0, 4355E - 01	00, 30
0, 040	0, 00284421	0, 20258893	01, 42	0, 00016600	0, 3010E - 01	00, 55
0, 035	0, 00229214	0, 14126391	00, 65	0, 00017600	0, 2399E - 01	00, 74
0, 030	0, 00179288	0, 09529552	01, 92	0, 00017300	0, 1844E - 01	00, 95
0, 020	0, 00099298	0, 03698021	02, 76	0, 00014300	0, 9423E - 02	01, 54
0, 010	0, 00046473	0, 00907692	05, 40	0, 00010800	0, 3333E - 02	03, 36
0, 005	0, 00023852	0, 00263436	09, 96	0, 00008100	0, 1311E - 02	06, 57

Tabela (21) - Resultados para Z = 1,0 e Pr = 10,0

Pr	10,0	Z	20,0		
Q	ΔL	L + ΔL	ΔL/L (%)	ΔH	H + ΔH	ΔH/H (%)
0, 080	1, 62438101	9, 12473353	21, 66	0, 00000000	0, 8000E - 01	00, 00
0, 075	0, 56618758	3, 34757855	20, 36	0, 00001200	0, 7499E - 01	00, 02
0, 070	0, 31193954	1, 92032679	19, 39	0, 00018100	0, 6986E - 01	00, 26
0, 060	0, 14485745	0, 89218295	19, 38	0, 00109000	0, 5833E - 01	01, 90
0, 055	0, 10821883	0, 64551085	20, 14	0, 00157700	0, 5199E - 01	03, 13
0, 050	0, 08411665	0, 47321548	21, 62	0, 00209400	0, 4551E - 01	04, 82
0, 040	0, 05125414	0, 25099887	25, 66	0, 00260000	0, 3254E - 01	08, 68
0, 035	0, 03973637	0, 17872614	28, 59	0, 00264900	0, 2646E - 01	11, 12
0, 030	0, 03059820	0, 12410084	32, 72	0, 00261600	0, 2088E - 01	14, 32
0, 020	0, 01590608	0, 05189331	44, 20	0, 00206800	0, 1135E - 01	22, 29
0, 010	0, 00575903	0, 01437123	66, 87	0, 00118000	0, 4404E - 01	36, 59

Tabela (22) - Resultados para Z = 20 e Pr = 10,0

Pr	10,0		Z	40		
Q	ΔL	L + ΔL	ΔL/L (%)	ΔH	H + ΔH	ΔH/H (%)
0, 080	3, 24676197	10, 7487550	43, 31	0, 00000000	0, 8000E - 01	00, 00
0, 075	1, 13202147	3, 91341244	40, 70	0, 00001600	0, 7500E - 01	00, 02
0, 070	0, 62110605	2, 22949330	38, 62	0, 00025400	0, 6994E - 01	00, 37
0, 060	0, 28251504	1, 02984054	37, 80	0, 00169100	0, 5896E - 01	02, 95
0, 055	0, 20867620	0, 74596822	38, 84	0, 00251400	0, 5292E - 01	04, 99
0, 050	0, 16003342	0, 54913224	41, 13	0, 00339000	0, 4681E - 01	07, 81
0, 040	0, 09571313	0, 29545786	47, 92	0, 00433300	0, 3427E - 01	14, 47
0, 035	0, 07348565	0, 21247742	52, 87	0, 00444000	0, 2825E - 01	18, 65
0, 030	0, 07348565	0, 21247742	52, 87	0, 00444000	0, 2825E - 01	18, 65
0, 020	0, 02681068	0, 06279791	74, 50	0, 00314500	0, 1242E - 01	33, 89
0, 010	0, 00920517	0, 01781736	106, 89	0, 00174100	0, 4965E - 02	53, 98

Tabela (23) - Resultados para Z = 40,0 e Pr = 10,0

J	X	Y	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
2	0,00000250	UxE-2	0,	5,19756	5,26838	5,26931	5,26932	5,26932	5,26932	5,26931	5,26829	5,19547	0,
25	0,00006050	UxE-2	0,	3,49649	5,49203	6,35596	6,60989	6,4314	6,55384	6,16277	5,07776	3,000354	0,
50	0,00013063	UxE-2	0,	3,36692	5,45951	6,57663	7,03481	7,07324	6,75553	5,97951	4,60919	2,60032	0,
75	0,00209275	UxE-2	0,	3,36481	5,52827	6,74340	7,25404	7,23662	6,75987	5.81175	4,36307	2,41638	0,
100	0,00296119	UxE-2	0,	3,37221	5,58549	6,85201	7,37382	7,30644	6,73921	5,70850	4,23017	2,32123	0,
125	0,00402802	UxE-2	0,	3,36029	5,60194	6,90326	7,43652	7,34615	6,73434	5,663704	4,17113	2,27909	0,
150	0,00526723	UxE-2	0,	3,32520	5,57621	6,90470	7,45941	7,37332	6,75163	5,66789	4,16786	2,27560	0,
175	0,00677846	UxE-2	0,	3,27058	5,51689	6,86675	7,45452	7,39423	6,78747	5,70867	4,20498	2,29986	0,
200	0,00873070	UxE-2	0,	3,19911	5,43079	6,80496	7,43094	7,41227	6,83830	5,77701	4,27205	2.34462	0,
225	0,01140728	UxE-2	0,	3,11224	5,32234	6,71985	7,39399	7,42987	6,90179	5,86687	4,36202	2,40500	0,
250	0,01551446	UxE-2	0,	3,00731	5,18989	6,61413	7,34623	7,44942	6,97909	5,97805	4,47395	2,48028	0,
275	0,02306297	UxE-2	0,	2,88098	5,03000	6,48602	7,28780	7,47240	7,07230	6,11266	4,60981	2,57164	0,
287	0,02939718	UxE-2	0,	2,81726	4,94932	6,42131	7,25821	7,48390	7,11931	6,18064	4,67844	2,617E3	0,
288	0,02992664 0,03009974		0,	2,81182	4,94243	6,41577	7,25568	7,48489	7,12333	6.18645	4,684431	2,62718	0,

Tabela (24) - Perfil de Velocidade para Pr = 0,7

J	X	Y	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
2	0,00002500	UxI-2	0,	5,19696	5,26850	5,26948	5,26949	5,26949	5,26949	5,26949	5,26948	5,26846	0,
25	0,00060500	UxI-2	0,	3,46647	5,45399	6,33639	6,60161	6,65396	6,56899	6,18204	5,10058	3,02249	0,
50	0,00130625	UxI-2	0,	3,332295	5,40096	6,52399	7,01041	7,08045	6,78681	6,02546	4,65820	2,63569	0,
75	0,00209275	UxI-2	0,	3,33676	5,46981	6,67790	7,21011	7,23026	6,79178	5.86936	4,42674	2,46172	0,
100	0,00298119	UxI-2	0,	3,36200	5,54642	6,79569	7,32583	7,28863	6,75867	5,75672	4,28750	2,36270	0,
125	0,00402802	UxI-2	0,	3,37564	5,59681	6,87387	7,39942	7,32168	6,73383	5,68510	4,20187	2,30236	0,
150	0,00526723	UxI-2	0,	3,36853	5,61142	6,91210	7,44294	7,34722	6,72852	5,65302	4,16010	2,27209	0,
175	0,00677846	UxI-2	0,	3,34038	5,59167	6,91425	7,46182	7,36925	6,74259	5,65621	4,15647	2,267753	0,
200	0,00873070	UxI-2	0,	3,29147	5,53955	6,88368	7,45914	7,38891	6,77474	5,69167	4,18778	2,28783	0,
225	0,01140728	UxI-2	0,	3,22118	5,45578	6,82248	7,43719	7,40741	6,82450	5,75771	4,25207	2,33050	0,
250	0,0155146	UxI-2	0,	3,12461	5,33593	6,72904	7,39713	7,42734	6,89466	,85665	4,35101	2,39690	0,
275	0,02306297	UxI-2	0,	2,99123	5,16827	6,59575	7,33726	7,45230	6,99232	5,99704	4,49925	2,49225	0,
300	0.04148314		0,	2,81965	4,95186	6,42297	7,25878	7,48350	7,11809	6,17678	4,67630	2.61616	0;
	0,04152139	UxI-2											
301	0,04272776		0,	2,81284	4,94327	6,41610	7,25565	7,48473	7,12309	6,1801	4,68361	2,62109	0,

Tabela (25) - Perfil de Velocidade para Pr = 1

J	X	Y	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
2	0,00000250	$Ux10^{-2}$	0,	5,14774	5,14786	5,14786	5,14786	5,14786	5,14786	5,14786	5,14786	5,14774	0,
20	0,00005551	$Ux10^{-2}$	0,	4,97909	5,54955	5,55779	5,55782	5,55782	5,55782	5,55779	5,54937	4,97194	0,
40	0,00014543	$Ux10^{-2}$	0,	4,22154	5,70905	5,86992	5,87537	5,87544	5,87536	5,86954	5,70125	4,17207	0,
60	0,00030836	$Ux10^{-2}$	0,	3,66738	5,57913	6,14972	6,23109	6,23656	6,23032	6,14128	5,53317	3,54510	0,
80	0,00069283	$Ux10^{-2}$	0,	3,28344	5,28761	6,31424	6,68694	6,76040	6,66931	6,24999	5,12783	3,03198	0,
100	0,00169004	$Ux10^{-2}$	0,	3,12921	5,14137	6,39281	7,06272	7,24115	6,95308	6,14296	4,72885	2,67548	0,
120	0,00427654	$Ux10^{-2}$	0,	3,21891	5,29778	6,55970	7,20677	7,31773	6,90552	5,96622	4,49868	2,50760	0,
140	0,01098525	$Ux10^{-2}$	0,	3,35425	5,53492	6,79408	7,33712	7,30160	6,76197	5,75139	4,28337	2,36470	0,
160	0,02838590	$Ux10^{-2}$	0,	3,35961	5,60725	6,91939	7,45820	7,36079	6,73263	5,64699	4,14936	2,26384	0,
180	0,07351866	$Ux10^{-2}$	0,	3,13798	5,34879	6,73604	7,39826	7,42429	6,88863	5,84817	4,34120	2,38901	0,
200	0,19058134	$Ux10^{-2}$	0,	2,84170	4,97867	6,44361	7,26778	7,47959	7,10308	6,15684	4,65355	2,60032	0,
201	0,19589134 0,19965343		0,	2,83020	4,96425	6,43216	7,26262	7,48167	7,11141	6,16890	4,66579	2,60862	0,

Tabela (26) - Perfil de Velocidade para Pr = 5,o

J	X	Y	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
2	0,00000500	UxE-2	0,	5,16419	5,16537	5,16537	5,16537	5,16537	5,16537	5,16537	5,16537	5,16418	0,
20	0,00012845	UxE-2	0,	4,29588	5,69904	5,83475	5,83922	5,83978	5,83921	5,83457	5,69527	4,27040	0,
40	0,00041168	UxE-2	0,	3,45826	5,45618	6,23454	6,40715	6,42716	6,40491	6,22041	5,40478	3,34631	0,
60	0,00114400	UxE-2	0,	3,08979	5,10415	6,33691	6,94030	7,10023	6,90137	6,23765	4,91519	2,82847	0,
80	0,00304344	UxE-2	0,	3,06921	5,08769	6,40866	7,16102	7,36595	7,02143	6,11778	4,64566	2,80429	0,
100	0,00797011	UxE-2	0,	3,21635	5,29654	6,56320	7,21275	7,32123	6,90429	5,96222	4,49955	2,50693	0,
120	0,02074860	UxE-2	0,	3,35168	5,52974	6,78877	7,33383	7,30105	6,76403	5,75562	4,28588	2,36936	0,
140	0,05389270	UxE-2	0,	3,36463	5,61113	6,92009	7,45626	7,35774	6,72985	5,64522	4,14863	2,26375	0,
160	0,13985988	UxE-2	0,	3,15306	5,36701	6,74989	7,40404	7,42126	6,87821	5,83335	4,32614	2,37870	0,
180	0,36213641	UxE-2	0,	2,85416	4,99415	6,45581	7,27324	7,47734	7,09420	6,14396	4,64040	2,59135	0,
181	0,38098061	UxE-2	0,	2,84162	4,97845	6,44334	7,26762	7,47961	7,10324	6,15709	4,6324	2,600390	0,
182	0,38909883 0,39912480		0,	2,83013	4,96405	6,43192	7,26247	7,48169	7,11158	6,16913	4,66596	2,608680	0,

Tabela (27) - Perfil de Velocidade para Pr = 10,0

	Pr = 0,7		Z = 0		Q = 0,05		
J	288	250	280	150	100	50	2
X	2,992664E - 02	1,551446E - 02	8,7307E - 03	5,26723E - 3	2,9811E - 3	1,30625E - 4	25E - 06
Y	T	T	T	T	T	T	T
0	1000E - 3	1000E - 3	1000E - 3	1000E - 3	1000E - 3	1000E - 3	1000E - 3
4	9744E - 4	9284E - 4	8814E - 4	8419E - 4	7986E - 4	7287E - 4	1686E - 5
8	9492E - 4	8581E - 4	7649E - 4	6874E - 4	6038E - 4	4756E - 4	7214E - 7
12	9253E - 4	7914E - 4	6549E - 4	5435E - 4	4287E - 4	2708E - 4	0194E - 8
16	9037E - 4	7314E - 4	5569E - 4	4179E - 4	2854E - 4	1327E - 4	0005E - 8
20	8855E - 4	6811E - 4	4754E - 4	3168E - 4	1800E - 4	5593E - 3	-
24	8715E - 4	6425E - 4	4137E - 4	2426E - 4	1104E - 4	2079E - 5	-
28	8618E - 4	6163E - 4	3721E - 4	1941E - 4	6941E - 5	7223E - 6	-
32	8564E - 4	6014E - 4	3488E - 4	1676E - 4	4871E - 5	2679E - 6	-
36	8541E - 4	5954E - 4	3395E - 4	1571E - 4	4093E - 5	1402E - 6	-
40	8538E - 4	5945E - 4	3379E - 4	1554E - 4	3966E - 5	1212E - 6	-

Tabela (28) - Perfil de Temperatura para Pr = 0,7

Pr = 50			Z = 0		Q = 0,05		
	J = 200	J = 175	J = 150	J = 125	Z = 100	Z = 50	Z = 2
X	1,81509E - 01	5,788E - 02	1.7651E - 02	5,4031E - 03	1,6901E - 03	2,1377E - 04	25E - 07
Y	T	T	T	T	T	T	T
0	1000E - 3	1000E - 3	1000E - 3	1000E - 3	1000E - 3	1000E - 3	1000E - 3
4	9665E - 4	8740E - 4	7773E - 4	6587E - 4	5057E - 4	1086E - 4	1E - 8
8	9335E - 4	7504E - 4	5641E - 4	3570E - 4	1531E - 4	1383E - 6	-
12	9021E - 4	6339E - 4	3779E - 4	1505E - 4	2332E - 5	34E - 8	-
16	8738E - 4	5304E - 4	2336E - 4	4824E - 5	1727E - 6	-	-
20	8499E - 4	4448E - 4	1347E - 4	1199E - 5	657E - 7	-	-
24	8316E - 4	3801E - 4	7478E - 5	2456E - 6	15E - 7	-	-
28	8190E - 4	3368E - 4	4229E - 5	4610E - 7	-	-	-
32	8118E - 4	3127E - 4	2692E - 5	0933E - 7	-	-	-
36	8089E - 4	3030E - 4	2137E - 5	288E - 7	-	-	-
40	8085E - 4	3014E - 4	2048E - 7	212E - 7	-	-	-

Tabela (29) - Perfil de Temperatura para Pr = 5,0

	Pr = 10		Z = 0,0			Q = 0,05	
J	180	160	140	120	100	50	J = 2
X	3,8909E - 01	1,3996E - 01	5,3893E - 02	2,07486E - 02	7,9701E - 03	6,9220E - 04	50E - 06
Y	T	T	T	T	T	T	T
0	1000E - 3	1000E - 3	1000E - 3	1000E - 3	1000E - 3	1000E - 3	1000E - 3
4	9634E - 4	8893E - 4	8129E - 4	7267E - 4	6195E - 4	2167E - 4	1E - 7
8	9274E - 4	7806E - 4	6314E - 4	4721E - 4	2967E - 4	8843E - 6	-
12	8931E - 4	6776E - 4	4664E - 4	2674E - 4	1014E - 4	922E - 7	-
16	8622E - 4	5860E - 4	3284E - 4	1311E - 4	2398E - 5	3E - 7	-
20	8362E - 4	5096E - 4	2233E - 4	5644E - 5	4063E - 6	-	-
24	8161E - 4	4515E - 4	1509E - 4	2213E - 5	5380E - 7	-	-
28	8024E - 4	4123E - 4	1062E - 4	8468E - 6	639E - 7	-	-
32	7946E - 4	3904E - 4	8282E - 5	3592E - 6	82E - 7	-	-
36	7915E - 4	3815E - 4	7382E - 5	2134E - 6	17E - 7	-	-
40	7909E - 4	3801E - 4	7234E - 5	1915E - 6	11E - 7	-	-

Tabela (30) - Perfil de Temperatura para Pr = 10,0

CAPÍTULO V - CONCLUSÕES

Pode-se obervar na Figura (IV.1), que o aumento do número de Prandtl implica em um aumento no comprimento do canal, para que se mantenha uma determinada vazão volumétrica e fluxo de entalpia.

Os resultados de H, L e $\bar{N}_{uo}$ obtidos para Pr igual a 0,7 e vazão igual a 0,05, com restrição nula, concordam com os resultados de ZAPAROLI [11].

Com relação ao número de Nusselt médio, mostrado na Figura (IV.2), nota-se que os pontos se sobrepõem numa única curva, para qualquer um dos valores de Pr(0,7; 1,0; 5,0 e 10,0;, ou seja, o número de Nusslet médio é função somente de L^+, devendo independer explicitamente de Pr.

No Apêndice B é desenvolvida uma expressão que correlaciona os dados experimentais de $\bar{N}_{uo}$ e L^+.

Nota-se que, para um determinado valor de vazão ou de fluxo de entalpia, Figuras (IV.3) a (IV.10), há um acréscimo no canal, quando se aumenta a restrição na saída do mesmo, para um mesmo número de Prandtl.

Verifica-se também, que a medida que se aumenta o número de Prandtl para um fluido, considerando a restrição constante, tem-se a diminuição do acréscimo relativo do canal. Além disso, das Figuras (IV.11) a (IV.14), para uma dada restrição e um dado número de Prandtl, existe único valor de Q para o qual o acréscimo relativo do canal é mínimo, sendo que este valor da vazão para uma dada restrição é relativamente insensível ao número de Prandtl, ou seja, ao fluido considerado.

Por outro lado, para restrições de 1 até 40, a vazão correspondente a este mínimo está confinada a uma faixa de 0,05 até 0,07, isto para qualquer número de Prandtl.

Tudo que foi dito com relação à vazão se aplica ao fluxo de entalpia, conforme pode ser obervado nas Figuras (IV.15) a (IV.18).

As Figuras (IV.19) até (IV.22) mostram que o perfil da componente vertical de velocidade se torna plenamente desenvol-

vido para valores de Prandtl decrescentes, fato este corroborado também pela Figura (IV.1).

As Figuras (IV.23) até (IV.25) mostram que a medida que diminui o valor de Pr, os perfis de temperatura tendem mais rapidamente a uma constante, na direção do fluxo desenvolvido.

A P Ê N D I C E A

A parametrização das equações de conservação da massa (II.1), quantidade de movimento (II.5) e energia (II.3), considerando o caso bidimensional é obtida, fixando-se valores de referência, (xo, yo, uo, vo, po, to), para cada variável dimensional envolvida, permitindo, então, definir-se as variáveis adimensionais.

Estas variáveis são substituídas nas equações citadas anteriormente, transformando-as em equações adimensionalizadas com seus coeficientes na forma de parâmetros adimensionais. Tais parâmetros são em seguida relacionados impondo a condição de que o número de grupos adimensionais resultante seja mínimo.

Definição das variáveis adimensionais:

$$X = \frac{x}{xo} \quad , \quad Y = \frac{y}{yo} \quad , \quad U = \frac{u}{uo} \quad ,$$

$$V = \frac{v}{vo} \quad , \quad P = \frac{p^{*}}{po} \quad , \quad \Theta = \frac{T-To}{Tw-To} \qquad \text{A.1}$$

Substituindo estas variáveis nas equações (II.1), (II.3) e (II.5), obtem-se:

$$Uuo \frac{\partial Uuo}{\partial Xxo} + Vvo \frac{\partial Uuo}{\partial Yyo} = - \frac{1}{\rho} \frac{dPpo}{dXxo} + \beta g \Theta (Tw-To) + \frac{\partial^2 Uuo}{\partial Y^2 y^2 o} \qquad \text{A.2}$$

$$Uuo \frac{\partial \Theta}{\partial Xxo} + Vvo \frac{\partial \Theta}{\partial Yyo} = \alpha \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2 y^2 o} \qquad \text{A.3}$$

$$\frac{\partial U u_o}{\partial X x_o} + \frac{\partial V v_o}{\partial Y y_o} = 0 \qquad A.4$$

Resolvendo-se e agrupando-se os termos das equações (A.2) a (A.4), tem-se as seguintes equações parametrizadas:

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = - N_1 \frac{dP}{dX} + N_2 \Theta + N_3 \frac{d^2 U}{dY^2} \qquad A.5$$

$$U \frac{\partial \Theta}{\partial X} + V \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = N_4 \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} \qquad A.6$$

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \qquad A.7$$

onde:

N_1, N_2, N_3 e N_4 são parâmetros adimensionais definidos pelas seguintes expressões:

$$N_1 = \frac{po}{\rho u_o^2}$$

$$N_2 = \frac{\beta g \, (Tw-To)}{u_o^2 \, x_o} \qquad A.8$$

$$N_3 = \frac{\nu x_o}{y_o u_o^2}$$

$$N_4 = \frac{\alpha x_o}{y_o u_o^2}$$

Interessa-nos portanto, minimizar os números de parâmetros adimensionais, ou seja, conseguir fixar o máximo possível

de valores numéricos para o mesmo. Deve ser observada nos parâmetros listados em (A.8), alguma relação entre eles, fato que indica a impossibilidade de torná-los iguais à valores numéricos.

Tem-se no caso uma relação encontrada:

$$\frac{N_3}{N_4} = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\rho C \nu}{K} = Pr \qquad A.9$$

É interessante observar que para estabelecer as relações citadas em (A.8), usou-se a condição decorrente da equação da conservação da massa, ou seja:

$$\frac{u_o}{xo} = \frac{vo}{yo}$$

Esta condição foi imposta com a finalidade de se manter a forma da equação da continuidade, tendo em vista o interesse em se analizar uma situação física correspondente ao problema de camada limite.

Interessa, agora, considerar-se o máximo possível de parâmetros adimensionais como iguais a valores numéricos, neste caso, como iguais a unidade, obedecendo a relação imposta em (A.9), para não ocorrer de algum modo a particularização do problema para uma determinada situação física.

Deve-se também observar a necessidade de ser fixada uma variável de referência, pois tem-se um sistema indeterminado de quatro equações, a saber:

$$\frac{uo}{xo} = \frac{vo}{yo}, \; N_1, \; N_2, \; N_3 \text{ ou } N_4 \text{ e}$$

cinco incógnitas x_o, y_o, u_o, v_o, p_o .

Neste tipo de problema é significativo considerar y_o como igual a largura entre as placas, isto é, (b). Assim considerando $N_1 = N_2 = N_3 = 1$

Nota-se que N_4 não pode ser fixado, para não particularizar o número de Prandtl, conforme relação dada em (A.9).

Com estas condições é fácil verificar que existem as relações:

$$x_o = \frac{u_o y_o}{v_o}$$

$$v_o = \frac{\nu}{b} \qquad \text{A.10}$$

$$u_o = \frac{Gr\nu\ell}{b^2}$$

$$p_o = \rho u_o^2$$

Em seguida, substituindo-se o agrupamento (A.10), nas relações (A.8) para posteriormente introduzi-los nas equações (A.5) (A.7), resulta as equações na forma adimensional:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \qquad \text{A.11}$$

$$U\frac{\partial U}{\partial X} + V\frac{\partial U}{\partial Y} = \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} - \frac{dP}{dX} + \Theta \qquad \text{A.12}$$

$$U\frac{\partial \Theta}{\partial X} + V\frac{\partial \Theta}{\partial Y} = \frac{1}{Pr}\frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2}$$

Sendo as variáveis adimensionais resultantes representadas por:

$$X = \frac{x}{\ell Gr}$$

$$Y = \frac{y}{b}$$

$$U = \frac{ub^2}{Gr\nu\ell}$$

$$V = \frac{vb}{\nu} \qquad \text{A.14}$$

$$P = \frac{p^* b^4}{\ell Gr^2 \nu^2 \ell^2}$$

$$\theta = \frac{T-To}{Tw-To}$$

onde os números de Grashof e de Prandtl são definidos pelas relações:

$$Gr^* = \frac{g\beta b^4}{\ell\nu^2} \quad (Tw-To) \quad ; \quad Pr = \frac{\nu C\rho}{K} \qquad \text{A.15}$$

A P Ê N D I C E B

B.1. Solução pelo Método Integral

Desta solução interessa os resultados correspondentes à situação em que o comprimento do canal é muito curto em relação a sua largura.

As grandezas que aparecem na solução são mostradas na Figura (B.1) para o caso bidimensional.

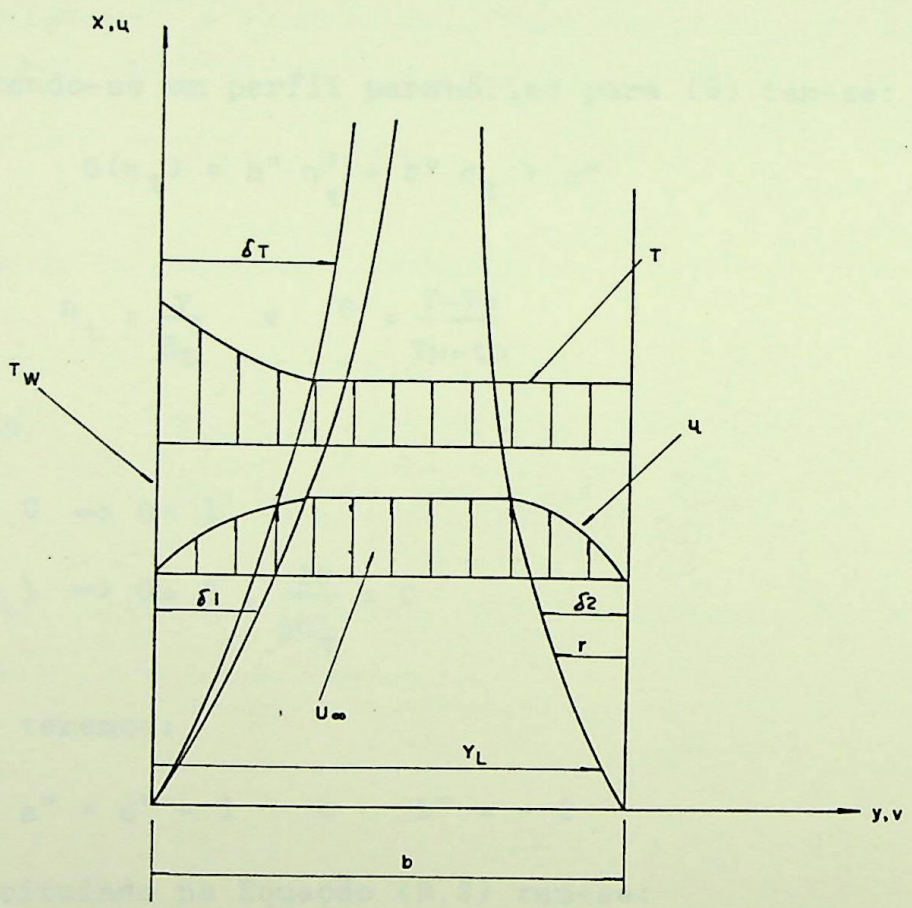


Figura (B.1) - Esquema dos perfis de camadas limites hidrodinâmica e térmica

A solução pelo método integral será aplicada às Equações (II.10),(II.11) e (II.12) sujeitas as condições de contorno (II.13) a (II.17), segundo SCHLICHTING [12].

A equação da quantidade de movimento na forma integral é

do tipo:

$$-\frac{\partial}{\partial X}\int_{o}^{Y\delta}[U(U\infty - U)\,dY + \int U\,\frac{dU\infty}{dX}\,dY =$$

$$= \frac{\partial U}{\partial X}\bigg|_{Y=0} - \frac{dP}{dX}(Y\delta) + \int_{o}^{Y\delta}\Theta dY \qquad B.1$$

E a expressão da equação da energia, na forma integral, fica:

$$\frac{\partial}{\partial X}\int_{o}^{Yt}(U\Theta)\,dY = -\frac{1}{Pr}\frac{\partial\Theta}{\partial Y}\bigg|_{Y=0} \qquad B.2$$

Adotando-se um perfil parabólico para (Θ) tem-se:

$$\Theta(\eta_t) = a''\,\eta_t^2 + b''\,\eta_t + c'' \qquad B.3$$

onde

$$\eta_t = \frac{y}{\delta_t} \quad e \quad \Theta = \frac{T-To}{Tw-to} \qquad B.4$$

Temos.

$$\eta_t = 0 \Rightarrow \Theta = 1$$

$$\eta_t = 1 \Rightarrow \Theta = 0\,,\ \frac{\partial\Theta}{\partial\eta_t} = 0 \qquad B.5$$

Logo teremos:

$$a'' = c'' = 1 \quad e \quad b'' = -2 \qquad B.6$$

Substituindo na Equação (B.3) tem-se:

$$\Theta(\eta_t) = \eta_t^2 - 2\,\eta_t + 1 = (\eta_t - 1)^2 \qquad B.7$$

Sendo, $Y = \frac{y}{b}$ na (B.4) , obtem-se:

$$\eta_t = \frac{Yb}{\delta_t} \qquad B.8$$

Então a equação (B.7) fica:

$$\theta(Y) = \left[\frac{Yb}{\delta t} - 1\right]^2 \qquad \text{B.9}$$

Supondo-se que $\delta_t^+ = \frac{\delta t}{b}$, então a equação (B.9), torna-se:

$$\theta(Y) = \left[\frac{Y}{\delta_t^+} - 1\right]^2 \qquad \text{B.10}$$

Considerando a equação da camada limite do lado da parede aquecida como uma distribuição parabólica para (U), ou seja:

$$U(Y) = a_1 Y^2 + b_1 Y + c_1 \qquad \text{B.11}$$

Sujeita às seguintes condições:

$$\begin{aligned} Y = 0 \quad &\Rightarrow U(Y) = 0 \\ Y = 1 \quad &\Rightarrow U(Y) = 0 \\ Y = \delta_1^+ \quad &\Rightarrow U(Y) = U\infty \;,\; \frac{\partial U}{\partial Y} = 0 \end{aligned} \qquad \text{B.12}$$

E, aplicando as condições (B.12) e chamando $\delta_1^+ = \frac{\delta_\ell}{b}$, onde $Y = \frac{y}{b}$ e $X = \frac{x}{\ell Gr}$ temos:

$$\left.\frac{\partial U}{\partial Y}\right|_{Y = \delta_1^+} = 2a_1\delta_1^+ + b_1 = 0$$

Logo:

$$b_1 = -2a_1\delta_1^+ \qquad \text{B.13}$$

e,

$$\frac{\partial U^2}{\partial Y^2} = 2a_1 \qquad \text{B.14}$$

Então por (B.2):

$$c_1 = 0 \qquad \text{B.15}$$

E

$$U_\infty = a_1 \delta_1^{+2} + b_1 \delta_1^{+} = -\delta_1^{+2} a_1 \qquad \text{B.16}$$

Substituindo (B.13) em (B.16) tem-se:

$$a_1 = -\frac{U_\infty}{\delta_1^{+2}} \quad e \quad b_1 = \frac{2U_\infty}{\delta_1^{+}} \qquad \text{B.17}$$

Substituindo (B.15), (B.16), (B.17) em (B.11) tem-se:

$$U(Y) = U_\infty \left(\frac{2Y}{\delta_1^{+}} - \frac{Y^2}{\delta_1^{+2}}\right) \qquad \text{B.18}$$

Aplicando a equação da quantidade de movimento na forma

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial u^2}{\partial y^2} - \frac{1}{\rho} \frac{dp^*}{dx} + \beta g(T-To) \qquad \text{B.19}$$

Pode-se dizer que na parede p* (pressão de velocidade) é zero e só existe (po). Assim $\frac{dP}{dx}$ = cte.. Além disso supondo t = cte na parede e (ρ) constante, o termo $\beta g(T-To)$ também é constante ; onde β é o coeficiente de expansão térmica, (To) é a temperatura de entrada e T = Tw. Logo:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{dP^*}{dx} + \beta g(T-To) = f = \text{cte} \qquad \text{B.20}$$

como y = 0 => v = 0 e U = 0 (condição de aderência), a equação (B.19) fica:

$$-\nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = f \qquad \text{B.21}$$

Chamando $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -M$, sendo $u = \frac{U \ell \nu Gr}{b^2}$ e $y = Yb$ tem-se:

$$-M' = \frac{\ell \nu Gr}{b^4} \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \qquad \text{B.22}$$

onde:

M' é o adimensional de M

Substituindo (B.13) e (B.14) em (B.22) tem-se:

$$a_1 = -\frac{M'b^4}{2\ell\nu Gr} \quad e \quad b_1 = \frac{M'b^4}{\ell\nu Gr}\,\delta_1^+ \qquad B.23$$

E substituindo (B.23) em (B.15) tem-se:

$$U\infty = \frac{M'b^4}{2\ell\nu Gr}\,\delta_1^{+2} \qquad B.24$$

Substituindo (B.24) em (B.18) vem:

$$U(Y) = \frac{M'b^4}{2\ell Gr}\,Y\,(2\,\delta_1^+ - Y) \qquad B.25$$

A Equação (B.25) fornece o perfil de U no lado aquecido da parede.

Sabendo que a velocidade média é definida como

$$Um = \frac{1}{A}\int_A U\,dA \qquad \text{Então,}$$

$$Um = \int_0^{\delta_1^+} \frac{U\infty}{\delta_1^+}\left(\frac{2Y}{\delta_1^+} - \frac{Y^2}{\delta_1^{+2}}\right) dY \qquad B.26$$

Desenvolvendo B.26 tem-se:

$$Um = \frac{2}{3}\,U\infty \qquad B.27$$

Considerando o lado da placa isolada tem-se:

$$\eta' = \frac{r}{\delta_2} \qquad r = b - y$$

$$y = Yb \qquad \eta' = \frac{b-y}{\delta_2} \qquad \eta' = \frac{b(1-Y)}{\delta_2} \qquad B.28$$

Considerando um perfil parabólico da forma,

$$U(Y) = a'Y^2 + b'Y + c' \qquad B.29$$

com as condições $Y = 1 \Rightarrow U = 0$

$$Y = Y_1 \Rightarrow U = U\infty \quad e \quad \frac{\partial U}{\partial Y} = 0 \qquad B.30$$

De (B.30):

$$a' + b' + c' = 0, \quad \text{então}$$

$$\left.\frac{\partial U}{\partial Y}\right|_{Y=Y_L} = 2a'Y - b' = 0, \quad \text{logo:} \quad b' = -2a'Y_L \qquad \text{B.31}$$

E

$$U\infty = a'(Y_L)^2 + b'(Y_L) + c' = -a'Y_L^2 + c' \qquad \text{B.32}$$

De (B.31) tem-se:

$$a' = \frac{U\infty}{(Y_L-1)^2}, \quad b' = \frac{2U\infty Y_L}{(Y_L-1)^2}, \quad c' = \frac{U\infty}{(Y_L-1)^2}(1-2Y_L) \qquad \text{B.33}$$

Substituindo (B.33) em (B.29) tem-se:

$$U(Y) = \frac{U\infty}{(Y_L-1)^2}[2Y_L(Y-1) - Y^2+1] \qquad \text{B.34}$$

A Equação (B.29) fornece $\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = 2a'$. Logo,

$$\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = -\frac{2\,U\infty}{(Y_L-1)^2} \qquad \text{B.35}$$

Sabe-se que $\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = -\frac{dP}{dX}$,pois

$T = To \Rightarrow \Theta = 0$, então $\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = F = cte.$, pois $\frac{dP}{dX} = cte$

Chamando $\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = -F'$ e substituindo em (B.35) tem-se:

$$U\infty = \frac{F'(Y_L-1)^2}{2} \qquad \text{B.36}$$

Substituindo (B.36) em (B.34) tem-se:

$$U(Y) = \frac{F'}{2}[2Y_L(Y-1) - Y^2 + 1] \qquad \text{B.37}$$

Sendo $y_L = b - \delta_2 \Rightarrow Y_L = 1 - \frac{\delta_2}{b} = 1 - \delta_2^+$

E $\qquad y = b - r \Rightarrow Y = 1 - \frac{r}{b} = 1 - \eta'\delta_2^+ \qquad \text{B.38}$

Escola Politécnica Biblioteca MAUÁ Itajubá

Substituindo (B.36) em (B.37) vem:

$$U(Y) = \frac{F'\delta_2^{+2}}{2} (2\eta' - \eta'^{-2}) \qquad B.39$$

Como $\eta' = \frac{b-Yb}{\delta_2}$ tem-se:

$$U(Y) = \frac{F'}{2}(1-Y)\,(2\delta_2^{+} - 1+Y) \qquad B.40$$

Com a Equação (B.1) para a condição $Y_\delta = \delta_1^+$ situação encontrada do lado da placa aquecida. No caso, $\delta_t^+ < \delta_1^+$, então:

$$-\frac{\partial}{\partial X}\int_o^{\delta_1^+} [U(U_\infty - U)\,dY + \int_o^{\delta_1^+} \frac{dU_\infty}{dX}\,dY =$$

$$-\frac{\partial U}{\partial Y}\Big|_{Y=0} - \frac{dP}{dX}\,\delta_1^+ + \int_o^{\delta_t^+} \Theta\,dY \qquad B.41$$

Substituindo a Expressão (B.25) em (B.41) e resolvendo cada termo da equação tem-se:

$$\frac{2}{5}\,\delta_1^+\,U_\infty\,\frac{dU_\infty}{dX} - \frac{2}{15}\,U_\infty^2\,\frac{d\delta_1^+}{dX} = -\frac{2U_\infty}{\delta_1^+} - \frac{dP}{dX}\,\delta_1^+ + \frac{\delta_t^+}{3} \qquad B.52$$

No caso da placa isolada far-se-á uma mudança no intervalo de integração para um novo sistema de referência, sendo:

$\Theta = 0$ pois $T=To$, chamando $Z = 1-Y$,

Então:

$Y = 0 \Rightarrow Z = 1$

$Y = 1 \Rightarrow Z = 0$

$Y = Y\delta \Rightarrow Z = 1 - Y\delta = \delta_2^+$

Assim (B.1) será

$$\frac{\partial}{\partial X}\int_o^{\delta_2^+} (UU_{oo} - U^2)\,dZ - \int_o^{\delta_2^+} U\,\frac{dU}{dX}\,dZ = \frac{\partial U}{\partial Z}\Big|_{Z=0} + \frac{dP}{dX}\,\delta_2^+ \qquad B.43$$

Resolvendo a Equação B.43, fazendo as substituições das expressões obtidas de (B.36) e (B.40) vem,

$$U(Z) = \frac{F'}{2} Z(2\delta_2^+ - Z) \quad e \quad F' = -\frac{2U_\infty}{\delta_2^{+2}}$$

Obtem-se:

$$\frac{26}{15}\delta_2^+ U_\infty \frac{dU_\infty}{dX} + \frac{6}{5} U_\infty^2 \frac{d\delta_2^+}{dX} = \frac{2U_\infty}{\delta_2^+} - \frac{dP}{dX}\delta_2^+ \qquad B.44$$

Tomando a Equação (B.2) substituída por (B.10) e (B.20), para $\delta_t^+ < \delta_1^+$ resolvendo resulta:

$$\frac{\partial}{\partial X} \cdot \frac{U_\infty}{\delta_1^{+2}} \frac{\delta_t^{+2}}{30} (5\delta_1^+ - \delta_t^+) = \frac{2}{Pr\delta_t^+} \qquad B.45$$

Para a situação de interesse, modificam-se as Equações (B.42) e (B.45), sendo $X \Rightarrow 0 \Rightarrow \delta \Rightarrow 0$ assim $\delta_1^+ \cong \delta_t^+$, com este comportamento para placa plana podem-se empregar as seguintes substituições:

$$\delta_1^+ = C_1 X^m \Rightarrow \frac{d\delta_1^+}{dX} = C_1 m X^{m-1}$$

$$\delta_2^+ = C_2 X^n \Rightarrow \frac{d\delta_2^+}{dX} = C_2 n X^{n-1} \qquad B.46$$

$$U_\infty = C_3 X^q \Rightarrow \frac{dU_\infty}{dX} = C_3 q X^{q-1}$$

Então as Equações (B.42) e (B.45) fica consequentemente da seguinte forma:

$$\frac{2}{5} C_1 X^m \cdot C_3 X^q \, q \, C_3 X^{q-1} - \frac{2}{15} C_3^2 X^{2q} C_1 m X^{m-1} =$$

$$= -\frac{2C_3}{C_1} X^{q-m} - \frac{dP}{dX} C_1 X^m + C_1 X^m \qquad B.47$$

onde $$\frac{dP}{dX} = \frac{1}{3} - C_3^2\left(\frac{2}{5} q - \frac{2}{15} m\right) X^{2q-1} - \frac{2C_3}{C_1^2} X^{q-2m} \qquad B.48$$

e

$$\delta_1^+ \frac{d}{dX} \quad (U\infty \quad \delta_1^+) = \frac{15}{Pr} \qquad B.49$$

Substituindo (B.46) na Expressão (B.49) tem-se:

$$X^m \, C_1^2 \, C_3 \, (q + m) \, X^{q+2m-1} = \frac{15}{Pr} \qquad B.50$$

Logo,

$$g+2m-1 = 0$$

$$C_1^2 \, C_3(q+m) = \frac{15}{Pr} \qquad B.51$$

Substituindo a condição (B.46) na Expressão (B.44) tem-se:

$$- \frac{dP}{dX} = C_3^2 \left(\frac{26}{15} q + \frac{6}{5} n\right) X^{2q-1} - \frac{2C_3}{C_2} X^{q-2n} \qquad B.52$$

Igualando (B.48) com (B.52) tem-se:

$$\frac{1}{3} = C_3^2 \left(\frac{2}{5} q - \frac{26q}{15} - \frac{2}{15} m - \frac{6}{5} n\right) X^{2q-1} + 2 \frac{C_3}{C_1^2} X^{q-2m} + 2 \frac{C_3}{C_2^2} X^{q-2n} \qquad B.53$$

Logo,

$$2q-1 = 0 \quad , \quad q-2m = 0 \quad , \quad q-2n = 0 \quad \text{onde,}$$

$$q = \frac{1}{2} \quad , \quad m = \frac{1}{4} \quad e \quad n = \frac{1}{4} \qquad B.54$$

Então verifica-se da Expreẽssão (B.51) que:

$$\frac{3}{4} C_1 \, C_3 = \frac{15}{Pr} \qquad B.55$$

Considerando que $P(x=0) = P(x=L) \Rightarrow \frac{dP}{dX} = 0$ da Equação (B.48) tira-se que:

$$\frac{1}{3} - \frac{C_3^2}{6} - 2 \frac{C_3}{C_1^2} = 0 \qquad B.56$$

Substituindo (B.56) em (B.53) tem-se:

$$\frac{1}{3} = -C_3^2 + \frac{2C_3}{C_1^2} + \frac{2C_3}{C_2^2} \qquad \text{B.57}$$

Com as expressões (B.55), (B.56) e (B.57) obtem-se

$$C_1 = \left[\frac{40(5+3Pr)}{Pr^2}\right]^{1/4}$$

$$C_2 = \left[\frac{144}{490}(5+3Pr)\right]^{1/4} \qquad \text{B.58}$$

$$C_3 = \left(\frac{10}{5+3Pr}\right)^{1/2}$$

Resolvendo (B.58) vem:

$$C_1 = 3{,}310\ Pr^{-1/2} \cdot \left(\frac{5}{3} + Pr\right)^{1/4} \qquad \text{B.59}$$

$$C_2 = 0{,}969\ \left(\frac{5}{3} + Pr\right)^{1/4} \qquad \text{B.60}$$

$$C_3 = 1{,}826\ \left(\frac{5}{3} + Pr\right)^{-1/2} \qquad \text{B.61}$$

Substituindo as Equações (B.59), (B.60) e (B.61) em (B.46) pode-se obter os valores de δ_1^+ , δ_2^+ e U_∞.

Como é de interesse considerar o caso de placa plana, onde a altura do canal é muito pequena em relação a largura, ou limita-se dizer que $x \Rightarrow 0$, podemos desconsiderar a Equação (B.60). Assim teremos

$$\delta_1^+ = 3{,}310\ Pr^{-1/2}\ \left[\frac{5}{3} + Pr\right]^{1/4}\ X^{1/4} \qquad \text{B.62}$$

$$U_\infty = 1{,}826\ \left[\frac{5}{3} + Pr\right]^{-1/2}\ X^{1/2} \qquad \text{B.63}$$

Sabendo que $H = \int_0^1 U\ \Theta\ dY$, substituindo as equações de U

e desenvolvendo com a substituição de (B.62) e (B.63) tem-se:

$$H = 0{,}8058 \frac{Pr^{-1/2}}{[\frac{5}{3} + Pr]^{1/4}} X^{3/4} \qquad B.64$$

O mesmo com a vazão

$$Q = 1{,}826 [\frac{5}{3} + Pr]^{-1/2} \cdot X^{1/2} \qquad B.65$$

O coeficiente de convecção local é definido por:

$$h_e = - \frac{K}{\delta_t} \frac{\partial \theta}{\partial \eta_t}\Big|_{\eta_t = 0} \qquad B.66$$

O número de Nusselt local ($N_{u\ell}$) é calculado empregando-se a definição e as expressões anteriores, resultando

$$N_{u\ell} = \frac{h_e \cdot b}{K} = \frac{2}{\delta_1^+} \qquad B.67$$

Utilizando a definição do número de Nusselt médio (N_{uo}) e os resultado anterior obtem-se a seguinte expressão:

$$\bar{N}_{uo} = 0{,}8058 \frac{Pr^{1/4}}{[\frac{5}{3} + Pr]^{1/4}} X^{+-1/4} \qquad B.68$$

Onde, $X^+ = \frac{x/b}{GrPr}$

Chamando:

$$\psi = \frac{0{,}8058 . Pr^{1/4}}{[\frac{5}{3} + Pr]^{1/4}} \qquad B.69$$

$$\zeta = \frac{1{,}826 . Pr^{1/2}}{[\frac{5}{3} + Pr]^{1/2}} \qquad B.70$$

B.2. Expressão Analítica para Vazão, Entalpia e número de Nusselt

As equações propostas representam as curvas Q, H' e N_{uo} inicialmente obedecem às condições que se seguem:

- quando $L \Longrightarrow \infty$, corresponde ao escoamento desenvolvido, Apêndice (C).

- quando L =>0, corresponde à estimativa encontrada segundo o Método Integral, ou seja caso da placa plana x =>0.

Os resultados numéricos encontrados, numa faixa intermediária da curva da Figura (IV.1) são recuperados adotando-se os fatores de correção (λ) e(Φ)em função de Pr e L que devem ser considerados nas equações analíticas.

Vale salientar que as formas destes fatores de correção foram determinadas valendo-se do Método dos Mínimos Quadrados, utilizando os valores numéricos encontrados e observando algumas restrições, de tal modo que se não invalidassem as condições iniciais descritas anteriormente obedecidas pelas equações.

A forma inicial das equações apropriadas para representar cada grandeza é:

- Vazão Volumétrica (Q)

$$Q = \frac{1}{12} \{ 1 - \exp [- 12 \cdot \zeta(Pr) \cdot \lambda(Pr,L) \left(\frac{L}{Pr} \right)^{1/2}] \} \qquad B.71$$

- Fluxo de Entalpia (H')

$$H' = \frac{1}{12} \{1 - \exp [- 12 \cdot \psi(Pr) \cdot \Phi(Pr,L) \left(\frac{L}{Pr} \right)^{3/4}] \} \qquad B.72$$

- Número de Nusselt médio ($\bar{N}_{uo}$)

$$\bar{N}_{uo} = \frac{H'L}{L^+} = \frac{1}{12L^+} \{ 1 - \exp [- 12 \psi (Pr) \cdot \Phi(Pr,L) (L^+)^{3/4}] \qquad B.73$$

onde: $\frac{1}{L^+} = \frac{\overset{*}{Gr} Pr}{\ell/b}$;

Sendo que as condições de Φ (Pr,L) e λ (Pr,L) devem satisfazer na sua forma o seguinte:

A expansão para L => ∞ : resulta

$$\lim_{L \Rightarrow \infty} Q = \lim_{L \Rightarrow \infty} H' = \frac{1}{12} \quad e \quad \lim_{L \Rightarrow \infty} \bar{N}_{uo} = \frac{1}{12L^+}$$

Logo Φ(Pr,L) e λ(Pr,L) devem tender a valores finitos.

A expansão para L =>0, com $\phi(L,Pr)$ e $\lambda(L,Pr)$, é o resultado do trancamento no segundo termo da equação em série.

$$\ell^{-kx} = 1 - kx + \left|\frac{k}{2'}x^2 - \frac{k}{3'}x^3 \ldots\right.$$

sendo que nas equações (B.71) a (B.73) tem-se

$$Q = \frac{1}{12}\{1 - [1 - 12\,\zeta(Pr)\,(\frac{L}{Pr})^{1/2}]\} = \zeta(Pr)(\frac{L}{Pr})^{1/2} \qquad B.74$$

$$H' = \frac{1}{12}\{1 - [1 - 12\,\Psi(Pr)\,(\frac{L}{Pr})^{3/4}]\} = \Psi(Pr)(\frac{L}{Pr})^{3/4} \qquad B.75$$

$$\bar{N}_{uo} = \frac{1}{12L^+}\{1 - [1 - 12\,\Psi(Pr)\,(L^+)^{3/4}]\} = \Psi(Pr)\,(L^+)^{-1/4} \qquad B.76$$

É de notar-se que para isto ocorrer $\Phi(Pr,L)$ e $\lambda(Pr,L)$ devem tender à unidade ou a um valor que corrija os coeficientes das funções $\zeta(Pr)$ e $\Psi(Pr)$ em relação aos resultados obtidos numericamente, os quais concordam com a solução do método integral quando no caso da placa plana, x =>0, como se verifica nas equações (B.64), (B.65) e (B.68).

Os resultados foram ajustados numa faixa intermediária , dos quais se obtiveram as expressões (B.80) a (B.82), pelo método dos mínimos quadrados, com resolução matricial por eliminação de Gauss, utilizando a técnica de condensação Pivotal, para evitar erros de arredondamento.

As expressões para o ajuste são:

$$\lambda(Pr,L) = [1 + \lambda,\, Pr^{\lambda_2}\,(\frac{L}{Pr})^{\lambda_3}]^{-\lambda_4} \qquad B.77$$

$$\phi(Pr,L) = [1 - (\frac{L}{Pr})^{\phi_0} + \phi_1\, Pr^{\phi_2}\,(\frac{L}{Pr})^{\phi_3}]^{\phi_4} \qquad B.78$$

Para obter-se os valores de λ_i ($i = 1,2,3,4$) e ϕ_i ($i = 0, 1,2,3,4$) considerou-se inicialmente todos como variáveis e apli

cou-se o método dos mínimos quadrados, obtendo-se um sistema de equações não lineares, ao qual aplicou-se o método de Newton Raphson, transformando-o em um sistema de equações lineares, o qual foi resolvido por inversão matricial. Este método apresentou problema de estabilidade.

Para viabilizar a solução, considerou-se que ϕ_0, ϕ_4 e λ_4 fossem constantes, obtendo-se assim um sistema de equações lineares do tipo genérico (n=48).

$$\begin{bmatrix} n & \sum_{i=1} & n & \sum_{i=1} Xi & n & \sum_{i=1} Yi \\ n & \sum_{i=1} Xi & n & \sum_{i=1} Xi^2 & n & \sum_{i=1} YiXi \\ n & \sum_{i=1} Yi & n & \sum_{i=1} XiYi & n & \sum_{i=1} Yi^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} Zi \\ \sum_{i=1}^{n} XiZi \\ \sum_{i=1}^{n} YiZi \end{bmatrix} \qquad B.79$$

Empregando-se esse raciocínio e a técnica utilizada obteve as seguintes equações:

$$Q = \frac{1}{12}\left\{1 - \exp\left[-\frac{21,912}{\left(1+\lambda,Pr^{\lambda_2}\left(\frac{L}{Pr}\right)^{\lambda_3}\right)^{\lambda_4}}\left(\frac{5}{3}+Pr\right)^{-1/2}\left(\frac{L}{Pr}\right)^{1/2}\right]\right\} \qquad B.80$$

$$H' = \frac{1}{12}\left\{1 - \exp\left[-\frac{9,6696 \cdot Pr^{1/4}}{\left(1+(\phi_1 Pr^{\phi_1}(\frac{L}{Pr})^{\phi_3/\phi_0} - 1)\left(\frac{L}{Pr}\right)^{\phi_0}\right)^{\phi_4}} \times \right.\right.$$

$$\left.\left. \times \left(\frac{5}{3}+Pr\right)^{-1/4}\left(\frac{L}{Pr}\right)^{3/4}\right]\right\} \qquad B.81$$

$$\bar{N}_{uo} = \frac{1}{12L^+}\left\{1 - \exp\left[-\frac{9.6696 \cdot Pr^{1/4}}{\left(1+(\phi_1 Pr^{\phi_1}(\frac{L}{Pr})^{\phi_3/\phi_0} - 1)\,(\frac{L}{Pr})^{\phi_0}\right)^{\phi_4}} \times \right.\right.$$

$$\left.\left. \times \left(\frac{5}{3} + Pr\right)^{-1/4} (L^+)^{3/4}\right]\right\} \quad \text{B.82}$$

onde:

i	0	1	2	3	4
λ_i	-	91068,6902	1,738624	- 0,134959	0,09700
ϕ_i	-0,000148	0,00209534	- 1,906242	- 1,879623	-0,041500

As figuras (B.2) e (B.3) e as tabelas (B.1), (B.2) e (B.3) apresentam os resultados obtidos para vazão, fluxo de entalpia e número de Nusselt médio de acordo com os valores de $\lambda(L,Pr)$ e $\Phi(L,Pr)$.

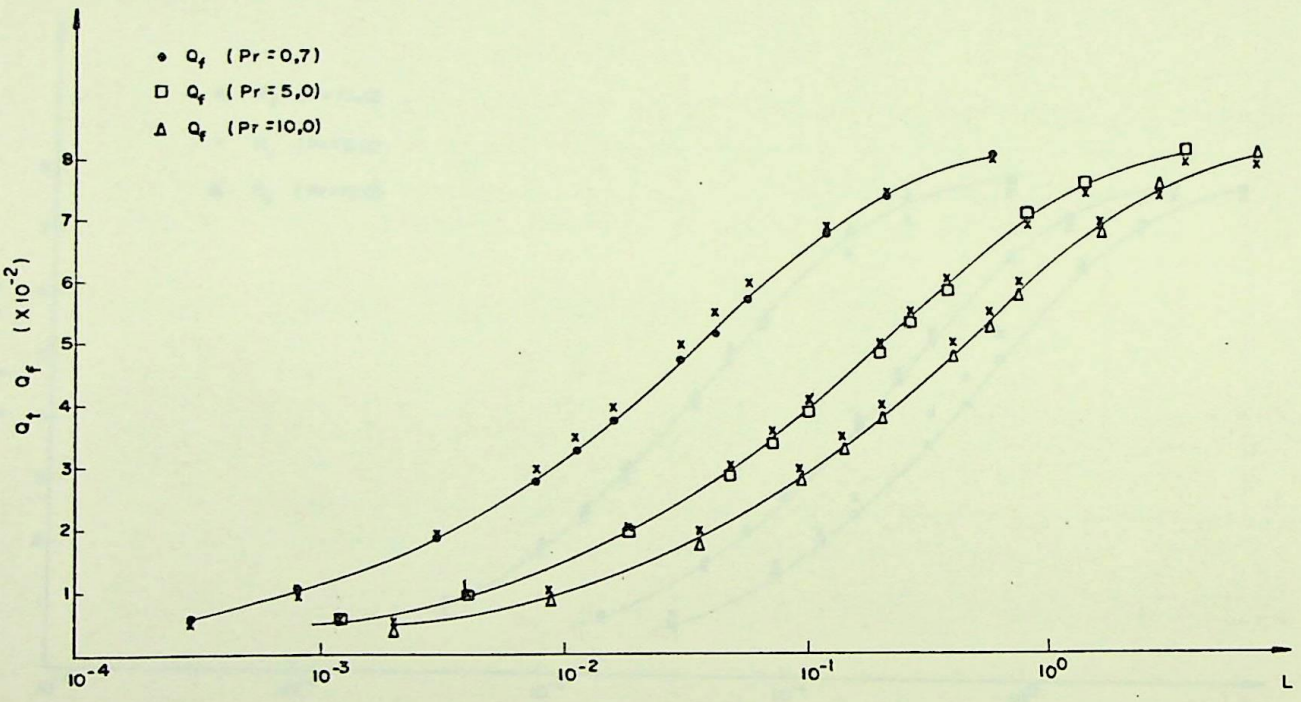


Fig. (B.2): Ajuste da curva da vazão adimensional.

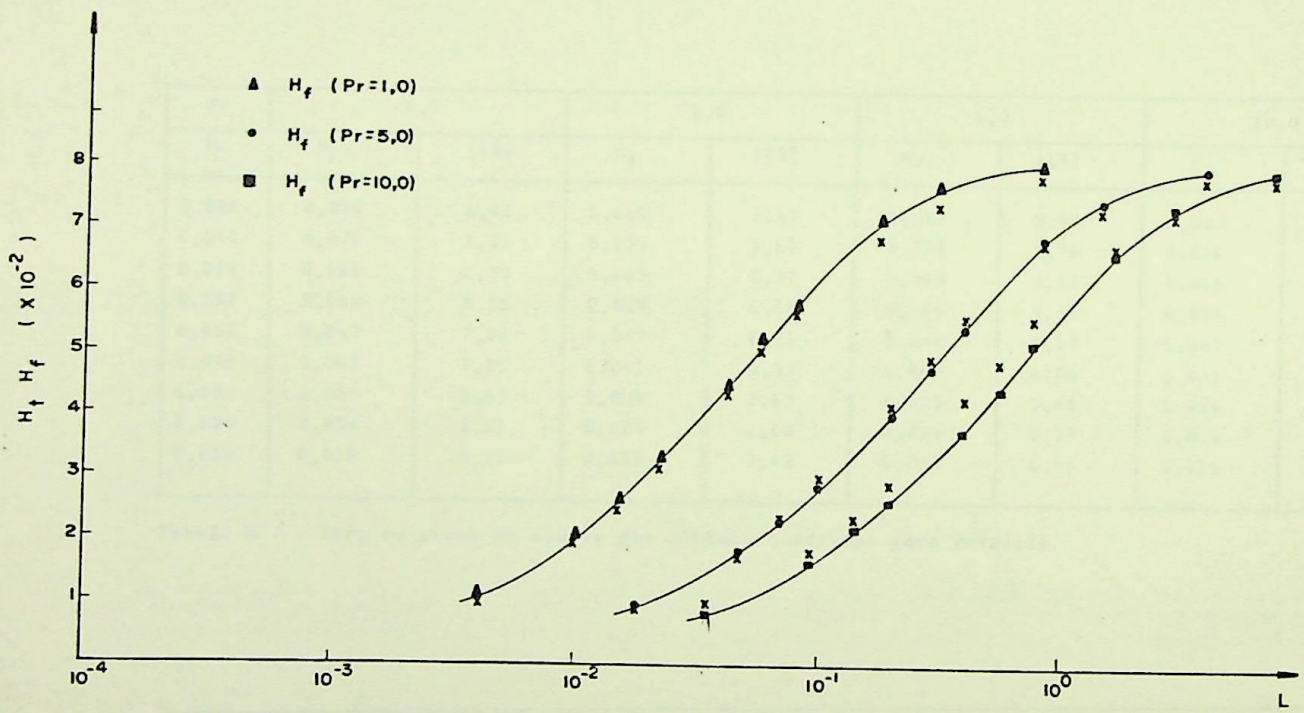


Fig. (B3) Ajuste da curva da entalpia adimensional.

Pr	0,7		1,0		5,0		10,0	
Q_T	Q_f	$\lvert\xi\%\rvert$	Q_f	$\lvert\xi\%\rvert$	Q_T	$\lvert\xi\%\rvert$	Q_f	$\lvert\xi\%\rvert$
0,080	0,081	1,70	0,0820	2,14	0,082	2,50	0,082	2,10
0,075	0,074	0,47	0,0755	0,65	0,076	1,85	0,075	0,59
0,070	0,068	2,82	0,069	0,98	0,071	0,82	0,069	1,04
0,060	0,058	5,05	0,058	2,80	0,059	0,25	0,058	2,91
0,055	0,052	5,65	0,053	3,17	0,055	0,48	0,053	3,41
0,050	0,047	6,04	0,048	3,41	0,049	0,65	0,048	3,92
0,040	0,037	6,49	0,038	3,68	0,039	1,03	0,038	4,84
0,035	0,033	6,80	0,034	3,77	0,034	1,28	0,033	5,36
0,030	0,028	6,49	0,028	3,71	0,029	1,59	0,282	5,98
0,020	0,019	4,76	0,019	2,34	0,019	1,72	0,019	6,77
0,010	0,011	5,8	0,017	7,45	0,010	2,41	0,009	4,58

Tabela B.1 - Erro relativo do ajuste por mínimos quadrados para vazão.

Pr	0,7		1,0		5,0		10,0	
H_T	H_f	$\lvert\xi\%\rvert$	H_f	$\lvert\xi\%\rvert$	H_T	$\lvert\xi\%\rvert$	H_f	$\lvert\xi\%\rvert$
0,080	0,082	3,43	0,082	3,47	0,082	3,47	0,082	2,83
0,075	0,076	2,35	0,077	2,62	0,077	2,76	0,076	1,35
0,069	0,068	1,30	0,069	0,77	0,069	0,27	0,068	1,64
0,057	0,054	6,55	0,054	5,55	0,054	4,18	0,054	5,85
0,051	0,047	7,66	0,047	6,35	0,048	4,57	0,047	6,11
0,044	0,041	7,81	0,041	6,33	0,042	4,04	0,041	5,66
0,032	0,029	5,52	0,029	3,61	0,029	0,45	0,029	2,25
0,025	0,024	3,11	0,024	1,00	0,024	2,57	0,024	0,85
0,019	0,019	0,11	0,019	2,43	0,019	6,46	0,019	4,41

Tabela B.2 - Erro relativo do ajuste por mínimos quadrados para entalpia.

0,7			1,0			5,0			10,0		
$\bar{N}_{uo}$	$\bar{N}_{uof}$	$\lvert\xi\%\rvert$	$\bar{N}_{uo}$	$\bar{N}_{uof}$	$\lvert\xi\%\rvert$	$\bar{N}_{uo}$	$\bar{N}_{uof}$	$\lvert\xi\%\rvert$	$\bar{N}_{uo}$	$\bar{N}_{uof}$	$\lvert\xi\%\rvert$
0,098	0,100	2,08	0,101	0,102	1,48	0,11	0,101	1,60	0,11	0,109	0,85
0,25	0,25	0,62	0,25	0,26	4,10	0,27	0,27	1,80	0,27	0,27	1,05
0,41	0,39	4,63	0,41	0,41	0,71	0,43	0,43	0,83	0,43	0,42	1,79
0,72	0,67	7,37	0,73	0,69	6,12	0,76	0,72	5,50	0,77	0,72	6,16
0,88	0,81	7,95	0,86	0,83	4,08	0,94	0,89	5,58	0,94	0,87	6,95
1,05	0,96	8,57	1,06	0,99	6,86	1,11	1,07	3,44	1,12	1,06	5,35
1,41	1,29	8,26	1,44	1,34	7,03	1,49	1,44	3,40	1,49	1,45	2,56
1,61	1,52	5,59	1,64	1,58	3,89	1,71	1,71	0,07	1,72	1,72	0,38
1,82	1,75	3,79	1,87	1,83	2,25	1,94	2,00	3,46	1,95	2,03	4,10

Tabela B.3 - Erro relativo do ajuste por mínimos quadrados para nº Nusselt médio.

A P Ê N D I C E C

No caso de escoamento desenvolvido tem-se:

$$U = U(Y) \quad e \quad V = 0$$

isto implica que $\frac{\partial U}{\partial X} = 0$

Considerando estas condições nas Equações (II.11) e (II.12), tem-se respectivamente:

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = - \frac{dP}{dX} + \Theta + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}$$

$$\Theta = \frac{dP(X)}{dX} - \frac{d^2 U(Y)}{dY^2} \qquad C.1$$

$$U \frac{\partial \Theta}{\partial X} + V \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = \frac{1}{Pr} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2}$$

$$Pr\ U(Y) \frac{\partial}{\partial X} \Theta(X,Y) = \frac{\partial^2}{\partial Y^2} \Theta(X,Y) \qquad C.2$$

Sendo que $Pr = \frac{C\nu\rho}{K}$, e U, X, Y, P, Θ e Gr definidos em (II.18), onde:

C : Calor específico à pressão constante.

A Equação (C.1) é derivada em Y e X, produzindo:

$$- \frac{d^4 U(Y)}{dY^4} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} \qquad C.3$$

$$\frac{d^2 P(X)}{dX^2} = \frac{\partial \Theta}{\partial X} \qquad C.4$$

Substituindo (C.3) e (C.4) em (C.2) , obtem-se:

$$\frac{d^4 U(Y)}{dY^4} + Pr\ U(Y) \frac{d^2 P(X)}{dX^2} = 0 \qquad C.5$$

Na Equação (C.5) a solução U = U(Y), será somente possível se:

$$\frac{d^2 P}{dX^2} = T \qquad C.6$$

onde:

T : é uma constante.

O equacionamento (C.6) quando integrado diretamente e aplicado às condições para P = 0 quando X = 0 e X = L, resulta a relação:

$$d^2P = T\, dX^2$$

onde,

$L = \frac{1}{Gr}$: é o valor de X em $x = \ell$

$$P = \frac{T X^2}{2} + X\, C(Y) + C'(Y) \qquad C.7$$

sendo as condições:

$$\begin{aligned} P = 0 \;,\; X = 0 \;,\; C'(Y) &= 0 \\ P = 0 \;,\; X = L \;,\; C(Y) &= -\frac{TL}{2} \end{aligned} \qquad C.8$$

Substituindo (C.8) em (C.7) tem-se:

$$P = \frac{TX}{2}(X-L) \qquad C.9$$

Assim:

$$\frac{dP}{dX} = \frac{T}{2}[2X-L] \qquad C.10$$

Consequentemente substituindo a Expressão (C.6) em (C.5) segue:

$$\frac{d^4U}{dY^4} + T\,Pr\,U = 0 \qquad C.11$$

Definindo segundo AUNG [4] a relação $\lambda = \lambda(T,Pr)$, sendo $\lambda = (T.Pr)^{1/4}$ temos:

$$\frac{d^4U}{dX^4} + \lambda^4\, U(Y) = 0 \qquad C.12$$

Substituindo a Equação (C.1) na Equação (C.10), tem-se:

$$\Theta = T\left[X - \frac{L}{2}\right] - \frac{d^2U}{dY^2} \qquad C.13$$

Se $\frac{dP}{dX}$ for diferente de zero a pressão aumentará ou diminuirá indefinidamente enquanto X se aproxima do infinito, contrariando os princípios básicos do escoamento de convecção natural. Desse modo numa situação de fluxo totalmente desenvolvido a pressão é constante e conclui-se que para esta situação $\frac{dP}{dX}$ deve ser igual a zero e para que isto ocorra T = 0. Isto implica em $\lambda = 0$. Então as Equações (C.12) e (C.13) serão respectivamente:

$$\frac{d^4U(Y)}{dY^4} = 0 \qquad \text{C.14}$$

$$\Theta = - \frac{d^2U(Y)}{dY^2} \qquad \text{C.15}$$

Deve-se observar que para uma situação de fluxo totalmente desenvolvido existe a condição:

$$\frac{d\Theta}{dX} = 0 \qquad \text{C.16}$$

A resolução das Equações (C.14) e (C.15) considerando as condições (II.13) a (II.16), são mostradas a seguir:

$$\frac{d^3U}{dY^3} = C_1 \qquad \text{C.17a}$$

$$\frac{d^2U}{dY^2} = C_1(Y) + C_2 \qquad \text{C.17b}$$

$$\frac{dU}{dY} = \frac{C_1Y^2}{2} + C_2Y + C_3 \qquad \text{C.17c}$$

$$U(Y) = C_1 \frac{Y^3}{6} + C_2 \frac{Y^2}{2} + C_3Y + C_4 \qquad \text{C.17}$$

De (C.15) tem-se:

$$\frac{d\Theta}{dY} = - \frac{d^3U}{dY^3} = 0 \qquad \text{C.18}$$

Resultando $C_1 = 0$

Das condições (II.13) a (II.16) tem-se:

$$Y(0) \Rightarrow U(0) = 0 \Rightarrow C_4 = 0 \qquad \text{C.19}$$

$$Y(1) \Rightarrow U(1) = 0 \Rightarrow \frac{C_2}{2} + C_3 = 0 \qquad \text{C.20}$$

Do obtido em (C.8) e com a equação (C.15) aplicados na Equação (C.17b), tem-se:

$$C_2 = -\Theta \qquad \text{C.21}$$

Logo,substituindo (C.18) a (C.20) em (C.17) vem:

$$U(Y) = \frac{Y}{2} C_2 + C_3 Y \qquad \text{C.22}$$

Aplicando as condições (C.20) e (C.21) em (C.22) tem-se:

$$U = \frac{\Theta}{2} (Y - Y^2) \qquad \text{C.23}$$

Considerando: (C.18) e $Y(0) \Rightarrow \Theta = 1$ e $Y(1) \Rightarrow \frac{d\Theta}{dY} = 0$, pois, a placa está isolada, não há fluxo de calor; Logo em um ponto do escoamento desenvolvido Θ é constante, T = Tw então:

$$\Theta = 1 \qquad \text{C.24}$$

Esta condição (C.24), aplicada na Equação (C.23) fornece um perfil parabólico para o escoamento isotérmico.

$$U = \frac{Y}{2} (1-Y) \qquad \text{C.25}$$

Substituindo a Equação (C.25) na Equação (II.18), determina-se o valor limite para a vazão volumétrica adimensional, correspondente ao escoamento desenvolvido.

$$Q = \int_0^1 U \, dY = \int_0^1 \left(\frac{Y-Y^2}{2}\right) dY$$

logo,

$$Q = \frac{1}{12} \qquad \text{C.26}$$

Ainda com a condição $\theta = 1$, empregando a Equação (II.23) obtem-se o valor limite para o fluxo de entalpia adimensional.

$$H' = \int_o^1 U\theta \, dY = \frac{1}{2} \int_o^1 (Y - Y^2) \, dY$$

$$H' = \frac{1}{12} \qquad \text{C.27}$$

Com a equação anterior pode-se obter o número de Nusselt

$$N_{u_L} = H' \cdot Pr \cdot Gr$$

$$N_{u_L} = \frac{Pr}{12L} \qquad \text{C.28}$$

onde N_{u_L} é o número de Nusselt médio para todo canal.

A P Ê N D I C E D

A equação (II.12) (Energia) apresentada em forma de diferenças finitas; BODOIA [2] e HORNBECK [8], AUNG [1]

$$U_{j,k}\left(\frac{\Theta_{j+1,k} - \Theta_{j,k}}{\Delta X}\right) + V_{j,k}\left(\frac{\Theta_{j+1,k+1} - \Theta_{k+1,\,k-1}}{2\Delta Y}\right) =$$

$$= \frac{1}{Pr}\left[\left(\frac{\Theta_{k+1,k+1} - 2\Theta_{j+1,k} + \Theta_{j+1,k-1}}{(\Delta Y)^2}\right)\right] \qquad D.1$$

Reagrupando-se em função dos termos dependentes da temperatura, tem-se:

$$\Theta_{j+1,k+1}\left(\frac{V_{j,k}}{2\Delta Y}\right) - \Theta_{j+1,k+1}\left(\frac{1}{Pr(\Delta Y)^2}\right) + \Theta_{j+1,k}\left(\frac{U_{j,k}}{\Delta X}\right) +$$

$$+ \Theta_{j+1,k}\left(\frac{2}{Pr(\Delta Y)^2}\right) = \Theta_{j,k}\left(\frac{U_{j,k}}{\Delta X}\right) + \Theta_{j+1,k-1}\left(\frac{\quad}{Pr(\Delta Y)^2}\right) +$$

$$+ \Theta_{j+1,k+1}\left(\frac{V_{j,k}}{2\Delta Y}\right) \qquad D.2$$

Identificando os coeficientes:

$$\left[\frac{V_{j,k}}{2\Delta Y} - \frac{1}{Pr(\Delta Y)^2}\right]\Theta_{j+1,k+1} + \left[\frac{U_{j,k}}{\Delta X} + \frac{2}{Pr(\Delta Y)^2}\right]\Theta_{j+1,k} +$$

$$+ \left[\frac{V_{j,k}}{2\Delta Y} + \frac{1}{Pr(\Delta Y)^2}\right]\Theta_{j+1,k-1} = \frac{U_{j,k}}{\Delta X}\cdot\Theta_{j,k} \qquad D.3$$

Resultando,

$$A(K)\ \theta_{j+1,k+1} + B(K)\ \theta_{j+1,k} + C(K)\ \theta_{j+1,k-1} = D(K) \qquad D.4$$

Sendo:

$$A(K) = -\ V_{j,k} \cdot (2\Delta Y)^{-1} - [Pr(\Delta Y)^2]^{-1} \qquad D.5a$$

$$B(K) = U_{j,k} \cdot (\Delta X)^{-1} + 2\ [Pr(\Delta Y)^2]^{-1} \qquad D.5b$$

$$C(K) = V_{j,k} \cdot (2\Delta Y)^{-1} - [Pr(\Delta Y)^2]^{-1} \qquad D.5c$$

$$D(K) = U_{j,k} \cdot \theta_{j,k}\ (\Delta X)^{-1} \qquad D.5d$$

Generalizando para todo K = 1, 2, 3 ... n, (fixando j), temos :

$$A(1)\ \theta_{j+1,0} + B(1)\ \theta_{j+1,1} + C(1)\ \theta_{j+1,2} = D(1)$$

$$A(2)\ \theta_{j+1,1} + B(2)\ \theta_{j+1,2} + C(2)\ \theta_{j+1,3} = D(2)$$

$$A(3)\ \theta_{j+1,2} + B(3)\ \theta_{j+1,3} + C(3)\ \theta_{j+1,4} = D(3)$$

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

$$A(N-1)\ \theta_{j+1,n-2} + B(N-1)\ \theta_{j+1,N-1} + C(N-1)\ \theta_{j+1,n} = D(N-1)$$

$$A(N)\ \theta_{j+1,n-1} + B(N)\ \theta_{j+1,n} + C(N)\ \theta_{j+1,n+1} = D(N)$$

Na forma matricial variando K da parede quente até a parede isolada. Solução por eliminação de Gauss - caso tridiagonal, HORNBECK [8].

$$\begin{bmatrix} B(2) & C(2) & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ A(3) & B(3) & C(3) & 0 & & & 0 \\ & A(4) & B(4) & C(4) & & & 0 \\ & & A(5) & B(5) & C(5) & & \\ & & & \cdots & \cdots & \cdots & \\ 0 & & & A(N) & B(N) & C(N) & \\ 0 & 0 & & 0 & -[4A(N)+B(N)] & 3A(N)-C(N) & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Theta_{j+1,2} \\ \Theta_{j+1,3} \\ \Theta_{j+1,4} \\ \\ \\ \Theta_{j+1,n} \\ \Theta_{j+1,n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D(2)-A(2) \\ D(3) \\ D(4) \\ \\ \\ D(N) \\ -D(N) \end{bmatrix}$$

D.7

Obtem-se: todas as temperaturas nos pontos do nível seguinte (j+1).

A equação (II.11), faz-se o procedimento idêntico. A forma de diferenças finitas apresentadas são iguais referencia da em AUNG [1], BODOIA [2] e HORNBECK [8].

$$U_{j,k} \frac{U_{j+1,k} - U_{j,k}}{\Delta X} + V_{j,k} \frac{U_{j+1,k+1} - U_{j+1,k-1}}{2\Delta Y} =$$

$$= \frac{U_{j+1} - 2U_{j+1,k} + U_{j+1,k-1}}{(\Delta Y)^2} - \frac{P_{j+1} - P_j}{\Delta X} + \Theta_{j+1,k} \qquad \text{D.8}$$

Evidenciando os termos da velocidade:
Direção X

$$U_{j+1,k} \left(\frac{U_{j,k}}{\Delta X}\right) - U_{j,k} \left(\frac{U_{j,k}}{\Delta X}\right) + U_{j+1,k-1} \left(\frac{V_{j,k}}{2\Delta Y}\right) -$$

$$- U_{j+1,k-1} \left(\frac{V_{j,k}}{2\Delta y}\right) = U_{j+1,k+1} \left(\frac{1}{(\Delta Y)^2}\right) - U_{j+1,k} \left(\frac{2}{(\Delta Y)^2}\right) +$$

$$+ U_{j+1,k-1} \left(\frac{1}{(\Delta Y)^2}\right) - \frac{P_{j+1}}{\Delta X} + \frac{P_j}{\Delta X} + \Theta_{j+1,k} \qquad \text{D.9}$$

Identificando os coeficientes:

$$\left[\frac{V_{j,k}}{2\Delta Y} - \frac{1}{(\Delta Y)^2}\right] U_{j+1,k+1} + \left(\frac{U_{j,k}}{\Delta X} + \frac{2}{(\Delta Y)^2}\right) U_{j+1,k} -$$

$$- \left[\frac{V_{j,k}}{2\Delta Y} + \frac{1}{(\Delta Y)^2}\right] U_{j+1,k-1} + \frac{P_{j+1}}{\Delta X} - \Theta_{j+1,k} = \frac{(U_{j,k})^2 + P_j}{\Delta X}$$

D.10

Resultando os parâmetros:

$$A'(K)\, U_{j+1,k-1} + B'(K)\, U_{j+1,k} + C'(K)\, U_{j+1,k+1} + \frac{P_{j+1}}{\Delta X} = D'K$$

D.11

Onde:

$$A'(K) = - V_{j,k} \cdot (2\Delta Y)^{-1} - (\Delta Y)^{-2}$$ D.12a

$$B'(K) = U_{j,k} \cdot (\Delta X)^{-1} + 2\,(\Delta Y)^{-2}$$ D.12b

$$C'(K) = V_{j,k} \cdot (2\Delta Y)^{-1} - (\Delta Y)^{-2}$$ D.12c

$$D'(K) = [(U_{j,k})^2 + P_j] \cdot (\Delta X)^{-1} + \Theta_{j+1,k}$$ D.12d

A equação da quantidade de movimento pode ser escrita na forma matricial

$$\begin{bmatrix} B'(2) & C'(2) & & & & 1/\Delta X \\ A'(3) & B'(3) & C'(3) & & & 1/\Delta X \\ 0 & A'(4) & B'(4) & C'(4) & & 1/\Delta X \\ & \cdot & \cdot & \cdot & & \\ & & \cdot & \cdot & \cdot & \\ & & & A'(N) & B'(N) & 1/\Delta X \\ \Delta Y & \Delta Y & \cdots\cdots & \Delta Y & \Delta Y & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{j+1,2} \\ U_{j+1,3} \\ U_{j+1,4} \\ \\ \\ U_{j+1,n} \\ P_{j+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D(2) \\ D(3) \\ D(4) \\ \\ \\ D(N) \\ D(n+1) \end{bmatrix}$$

D.13

A matriz é resolvida pelo método de Gauss-Jordan, referência HORNBECK [8], obtendo-se; as velocidades (U) nos pontos do nível seguinte (j+1) e a pressão P_{j+1} neste nível.

A Equação (II.10) apresenta-se na forma de diferença finita segundo referência BODOIA [2].

$$\frac{U_{j+1,k+1} + U_{j+1,k} - U_{j,k+1} - U_{j,k}}{2\Delta X} + \frac{V_{j+1,k+1} - V_{j+1,k}}{\Delta Y} = 0 \qquad D.14$$

Evidenciando o termo da velocidade tangencial tem-se:

$$V_{j+1,k+1} - V_{j+1,k} = \Delta Y \left(\frac{U_{j,k+1} - U_{j,k}}{2\Delta X}\right) - \frac{\Delta Y \left(U_{j+1,k}\right)}{2\Delta X} - \frac{\Delta Y \left(U_{j+1,k+1}\right)}{2\Delta X} \qquad D.15$$

Reagrupando-se a Equação (D.15) tem-se:

$$V_{j+1,k+1} = V_{j+1,k} - \frac{\Delta Y}{2\Delta X}\left(U_{j+1,k+1} - U_{j,k+1} + U_{j+1,k} - U_{j,k}\right) \qquad D.16$$

Generalizando-se para todo k = 1,2 ...N e fixando j, tem-se:

$$V_{j+1,2} = V_{j+1,1} - \frac{\Delta Y}{2\Delta X}\left[U_{j+1,2} - U_{j,2} + U_{j+1,1} - U_{j,1}\right]$$

$$V_{j+1,3} = V_{j+1,2} - \frac{\Delta Y}{2\Delta X}\left[U_{j+1,3} - U_{j,3} + U_{j+1,2} - U_{j,2}\right]$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$V_{j+1,N} = V_{j+1,N-1} - \frac{\Delta Y}{2\Delta X}\left[U_{j+1,N} - U_{j,N} + U_{j+1,N-1} - U_{j,N-1}\right]$$

$$V_{j+1,N+1} = V_{j+1,N} - \frac{\Delta Y}{2\Delta X}\left[U_{j+1,N+1} - U_{j,N+1} + U_{j+1,N} - U_{j,N}\right] \qquad D.17$$

Generalizando-se a Equação (D.16), tem-se:

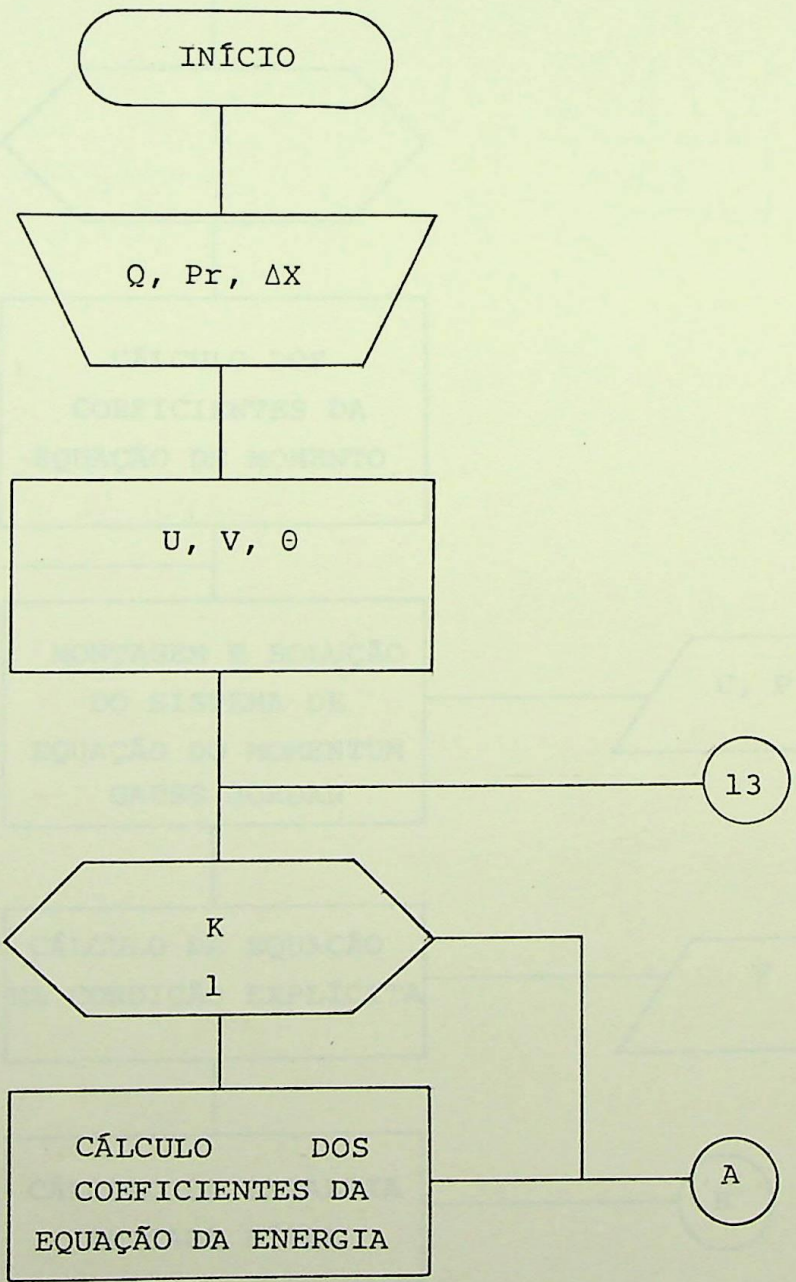
$$V(k) = V(k-1) - \frac{Y}{2\Delta X} (UR(k) + UR(k-1) - U(k) - U(k-1)) \qquad D.18$$

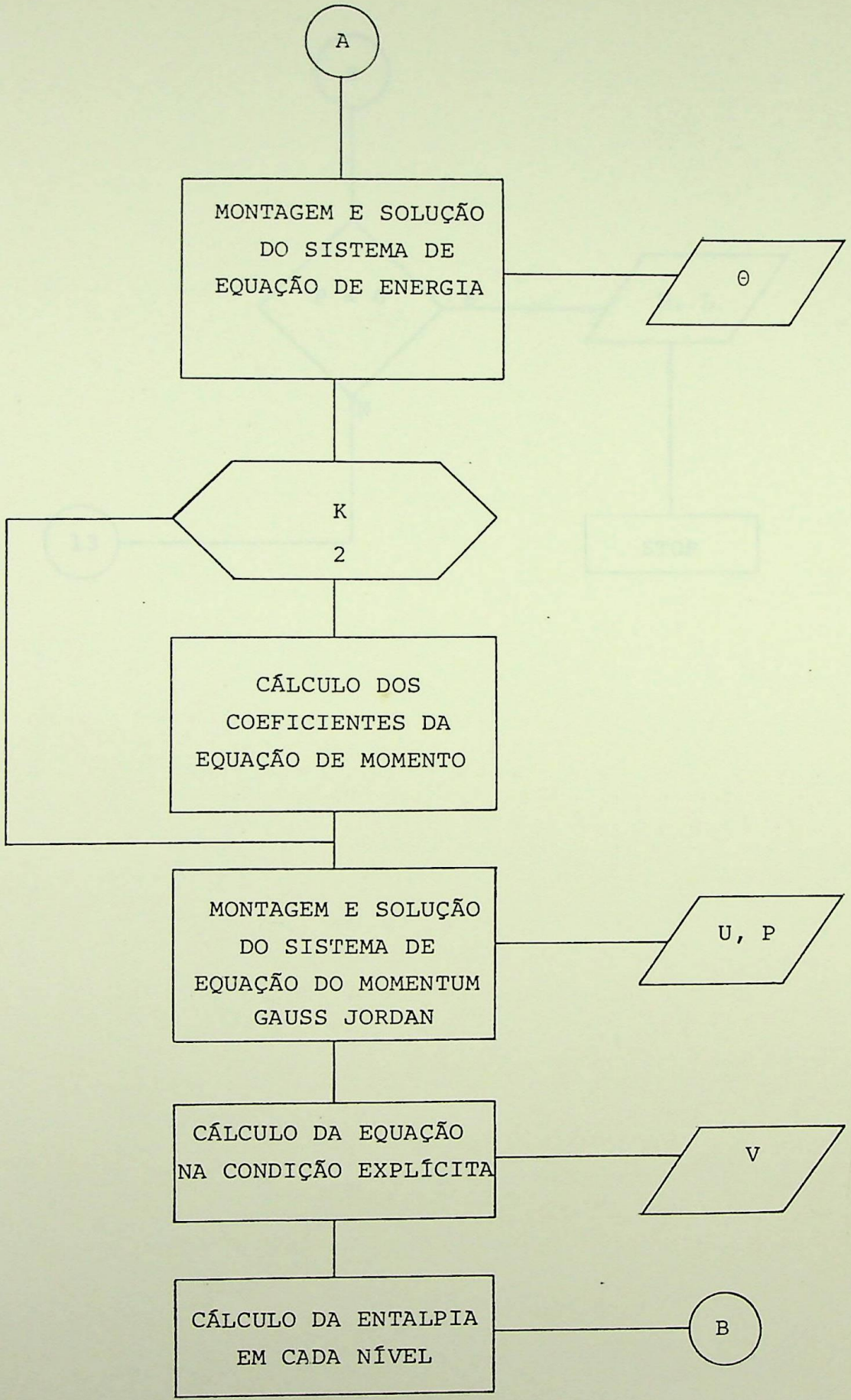
Com a Equação (D.18) utilizada no programa computacional, ob tem-se toda Velocidade (V)

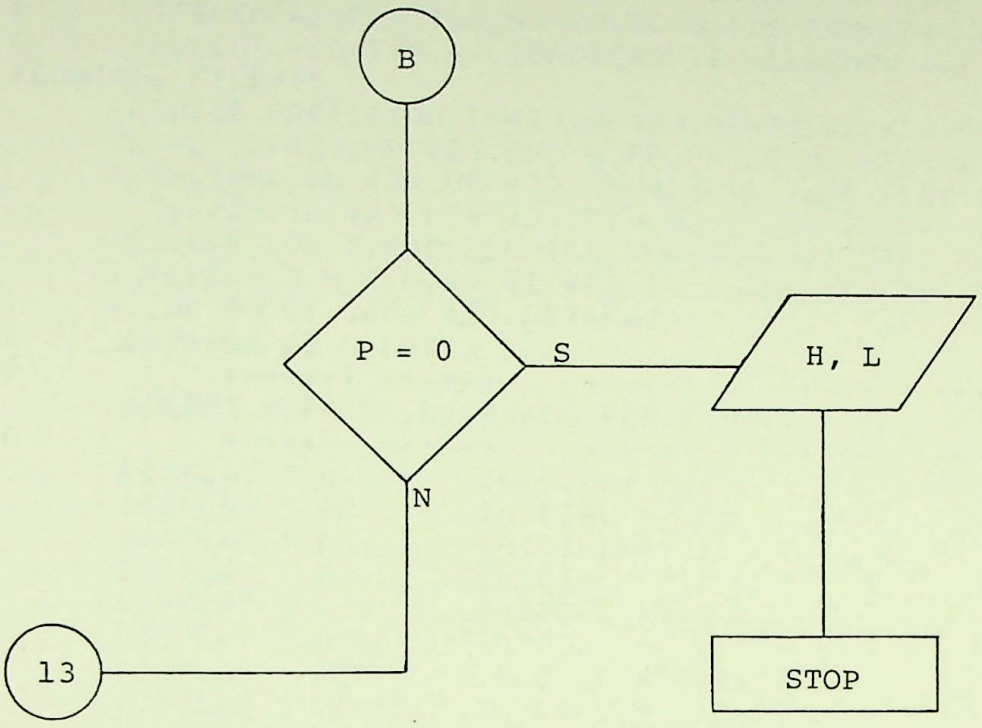
Escola Federal de Engenharia
Biblioteca
MAUÁ
Itajubá

A P Ê N D I C E E

I - FLUXOGRAMA




A
MONTAGEM E SOLUÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÃO DE ENERGIA
Θ
K
2
CÁLCULO DOS COEFICIENTES DA EQUAÇÃO DE MOMENTO
MONTAGEM E SOLUÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÃO DO MOMENTUM GAUSS JORDAN
U, P
CÁLCULO DA EQUAÇÃO NA CONDIÇÃO EXPLÍCITA
V
CÁLCULO DA ENTALPIA EM CADA NÍVEL
B


B
P = 0
S
H, L
N
13
STOP

```
C      PROGRAMA PARA INTEGRACAO DE EQUACOES DE TRANSPORTE -
C      ESCOAMENTO NATURAL EM PLACA PLANA VERTICAL -- METODO
C      DIFERENCAS FINITAS NA SOLUCAO DAS EQUACOES DE ENERG.
C      -MOMENT.-CONTIN.-- CONDICAO TEMPERATURA PAREDE CONST
$CONTROL FILE=DE
      DOUBLE PRECISION T(42),U(42),V(42),W(42),D(42),P(42),
     (Q(42),C(42),UP(42),DP(42),PP(42),PM(42),DM(42),TMP(42),
     * TMLINHA(42),DU(42),UP(42),UM(42),PLANDT,PDT,DPDT,
     *,TP(42),TM(42),U0(42),TP0(42),TM0(42),DP0(42),DT,
     *2),MAP CONST,PMP,ALPHA,BETA,NUM,GRAS,TPLL(BETA=
     *,REPOUM,D,H,J,P,MP(42,42),F,ALPHA,TF(42),TF(42)
     *,UP(DA,DY,GAMA(42),DETA(42)
C      ENTRADA DE DADOS
C
      ACCEPT N,PR,DX,DY,D,HOR,PER,CONST
C
      DISPLAY " N          INICIAL = ",N
      DISPLAY " PR         INICIAL =",PR
      DISPLAY " DX         INICIAL =",DX
      DISPLAY " DY         INICIAL =",DY
      DISPLAY " D          INICIAL =",D
      DISPLAY " HOR        INICIAL =",HOR
      DISPLAY " PER        INICIAL =",PER
      DISPLAY " CONST      INICIAL =",CONST
C
C      N ===  NUMERO DE INTERVALOS EM Y (+1)
C      PR===  NUMERO DE PRANDTL
C      DY===  INCREMENTO NA DIRECAO TRANSVERSAL DE Y=0 A PLAC
C      D ===  VAZAO VOLUMETRICA - CONSTANTE -
C      HOR==  FATOR DE ACRESCIMO DO INCREMENTO LONGITUDINAL
C             DM=1+HOR*DX
C      PER==  VALOR DA RESTRICAO DO ESCOAMENTO NA SAIDA (0<
C             PER= 2.PI.0,.<-0>
C      CONST  VALOR DE REFERENCIA
C
C      NIVEL DA ENTRADA DO CANAL
       J=1
       XC=1
C      DEFINICAO DAS CONDICOES NA ENTRADA
       DO 1 K=2,N
       U(K)=0
       V(K)=0.
       T(K)=0.
     1 CONTINUE
       P=0.
C      U === VELOCIDADE LONGITUDINAL
C      V === VELOCIDADE TRANSVERSAL
C      T === TEMPERATURA
C      P === PRESSAO EM CADA NIVEL DO CANAL
       N=0.
       MT=1
       JC=2
   10  J=J+1
       XC=XC+1
       MP=N+1
```

```
      X=X+DX
C     DX === INCREMENTO INICIAL => ( PASSO LONGITUDINAL
C                 = DISTANCIA ENTRE DOIS NIVEIS CONSECUTIVOS )
C     DEFINICOES DAS CONDICOES NA PAREDE QUENTE
      U(1)=0.
      V(1)=0.
      T(1)=1.
C     DEFINICOES DAS CONDICOES NA PAREDE ISOLADA
      U(NP)=0.
      V(NP)=0.
C     CALCULO DOS COEFICIENTES DA 2ª EQUACAO
C
      A(2)=-(V(2)/2.+DY)-1./(PR*DY**2.)
      B(2)=U(2)/DX+2./(PR*DY**2.)
      C(2)=V(2)/2.*DY)-1./(PR*DY**2.)
      D(2)=(U(2)*T(2))/DX
      D(2)=D(2)-A(2)
      DO 2 K=3,N
      A(K)=-V(K)/2.*DY)-1./(PR*DY**2)
      B(K)=U(K)/DX+2./(PR*DY**2.)
      C(K)=V(K)/2.*DY)-1./(PR*DY**2.)
      D(K)=U(K)*T(K)/DX
    2 CONTINUE
      A(N-1)=-(4.*A(N)+D(N))
      B(N-1)=3.*A(N)-C(N)
      C(N+1)=0.
      D(N+1)=-D(N)
C     ********** SOLUCAO SUBROUTINE PARA CAL. TEMPERATURA **********
C
C
      DO 2001 I=1,N
      B(I)=B(I+1)
      A(I)=A(I+1)
      C(I)=C(I+1)
      D(I)=D(I+1)
 2001 CONTINUE
      K=1
      BETA(K)=B(K)
      GAMA(K)=D(K)/BETA(K)
      DO 2002 K=2,N
      BETA(K)=B(K)-(A(K)*C(K-1))/BETA(K-1)
 2002 GAMA(K)=(D(K)-A(K)*GAMA(K-1))/BETA(K)
      K=N
      T(K)=GAMA(K)
      NI=N-1
      DO 2003 I=1,NI
      K=N-I
 2003 T(K)=GAMA(K)-(C(K)*T(K+1))/BETA(K)
      DO 2004 I=1,N
 2004 T(N+2-I)=T(N+1-I)
      T(1)=1.
C
      DISPLAY "          PERFIL DE TEMPER     "
C
      WRITE(6,T(0),...,T(    ),I=1,...)
C
C     CALCULO DOS COEFICIENTES DA EQ. DO MOMENTUM
```

```
      B(2)=B(1)-A(1)*B(2)
      C(2)=C(1)-A(1)*C(2)
      D(2)=D(1)-A(1)*D(2)-E(1)*D(N-1)(2)
      W(2)=0.
      DO 14 I=2,N
      W(I)=1./(A(I)*B(I)-C(I-1)*D(I-1))
      B(I)=B(I)*W(I)
      C(I)=C(I)*W(I)
      D(I)=D(I)*W(I)
      E(I)=E(I)*W(I)-A(I)*D(I-1)
   14 CONTINUE
      W(N+1)=0.
      C(N+1)=0.
      B(N+1)=0.
      E(N+1)=0.
C     ********MONTAGEM DA MATRIZ ********************
C
C
      DO 2010 I=1,N
      W(I)=B(I+1)
      D(I)=E(I+1)
      C(I)=C(I+1)
      B(I)=D(I+1)
 2010 CONTINUE
      DO 2011 I=1,N
      DO 2011 J=1,N
 2011 AM(I,J)=0.
      DO 2012 I=1,N-1
 2012 AM(I,I)=B(I)
      DO 2013 I=2,N
 2013 AM(I,I-1)=A(I)
      DO 2014 I=1,N-2
 2014 AM(I,I+1)=C(I)
      DO 2015 I=1,N-1
 2015 AM(I,N)=1./D(I)
      AM(N,N)=0.
      DO 2016 I=1,N-1
 2016 AM(N,I)=D(I)
      CALL MIVNC(AM,1)
C
      DO 2017 KM=1,N
      XX(KM)=0.
C     AM(1,1)=B(2)
C
      DO 2017 JM=1,N
 2017 XX(KM)=XX(KM)+AM(KM,JM)*BV(JM)
      DO 2018 KM=1,N-1
 2018 UR(KM+1)=XX(KM)
      UR(1)=0.
      UR(N+1)=0.
      P=XX(N)
C
      DISPLAY '  PRESSAO = ',P
C
      DISPLAY '   VELOCIDADE RADIAL'
      WRITE(6,7011) (UR(I),I=1,N+1)
C
C     CALCULO DA VELOCIDADE TANGENCIAL
```

```
C       ATRAVES DA EQ. DA CONTINUIDADE
C       ===++ O CALCULO DA EQ. DA CONT. USOU-SE A FORMULACAO
C       P/ VELOC. TRANVER. ( V(K) ) DO INICIO K=2 ATE ( KMED-1
C       E K=N ATE ( KMED+1 ) , ISTO PARA DERT. DA VEL. NO PONTO
C       Y=21 POIS N=42
C
        V(1)=0.
        V(N+1)=0.
        KME=(N+2.)/2.
        DO 24 K=2,KME-1
        V(K)=V(K-1)-DY*(UR(K)+UR(K-1)-U(K)-U(K-1))/(2.*DX)
     24 CONTINUE
        I=KME+1.
        DO 31 K=I,N
        KN=-K+N+I
        V(KN)=V(KN+1)+DY*(UR(KN)+UR(KN+1)-U(KN)-U(KN+1))/(2.*DX
     31 CONTINUE
C
        V(KME)=24*V(KME+1)-V(KME-1)+(V(KME-2)-V(KME+2))/3.
C       V(KME)=(V(KME-1)+V(KME+1))/2.
C
        DISPLAY "   VELOCIDADE TRANVERSAL  "
        WRITE(6,702)J,X,(V(K),K=1,41,4)
C
        DO 25 K=1,N+1
     25 U(K)=UR(K)
C       CALCULO DO FLUXO DE ENTALPIA NO NIVEL (J+1)
        QCAL=0.
        H=0.
        DO 26 K=2,N
        QCAL=QCAL+DY*U(K)
        H=H+DY*T(K)*U(K)
     26 CONTINUE
        TM=H/QCAL
C       COMPARACAO DO VALOR DA PRESSAO
        IF(P-0.)58,59,59
     59 IF(KT-1)186,655,186
    655 PL=PER*(0**2.)/2.
        WRITE(6,503)J,X,P
        IF(P-PL)84,84,185
    185 XFAC=X
C       OS INDICES 'A' 'F',INDICAM VALORES DE P,X,Q,T,U,
C       RESULTADOS NA SAIDA DO CANAL
C       A -- INDICE DOS VAL. NO NIVEL ANTES O DE SAIDA
C       F -- INDICE DOS VAL. NO NIVEL APOS  O DE SAIDA
        DISPLAY"PRESSAO NA SAIDA MAIOR QUE ZERO"
        HAFAC=H
        QFAC=QCAL
        PFAC=P
        XLAC=XL+(PL-0.)*(XFAC-XL)/(PFAC-0.)
        XLACRM1=XLAC/PR
        ACREXL=XLAC-XL
        DLL=(ACREXL/XL)*100.
        DO 605 K=1,N+1
        TF(K)=T(K)
        UF(K)=U(K)
        TS(K)=TS0(K)+(TF(K)-TS0(K))*(XLAC-XL)/(XFAC-XL)
```

```
      END DEVI = ,IEOF,1X,F
           M=P*VLAC-.L
           DELTHH=HOF-HLINHA
           PERCDH=(DELTHH/HLINHA)*100.
           OP=(VLAC-VM*(PF-PA)*VF)/F
           HU=HMF/VLH*PM
           WRITE(6,50) VLA
          *DELTHH,PERCDH
C          VLH = CONFIGURE TO IN CHAMA
C          POSITIVO HH SAIDA - F. DE
C          HIPERBOLE DIFERENCA FINITA VLAC
           GO TO 27
       94  IF(T-1.)80,80,10
       80  XF=1.
           PP=P
           VT=1
           OP=OCAL
           HT=H
           THP=TH
           VL=(H-PA*(XF-XA))/(PT-PA)
           HLINPP=(VL-VA)*(HF-HA)/(XF-XA)+HA
           VP=(VL-VA)*(VF-VA)/(PF-PA)+VA
           VLINHA=VL/PP
           HUS=HLINHA/VLAC/144
           THLINHA=VL*(A+ TMP-
           DO 302 I=1,N1
           VF0(I)=V(I)
           TF0(I)=T(I)
           VS0(I)=VA(I)+(VF(I)-VA(I))*(PP-PA)/(PF-PA)
       302 TS0(I)=TA(I)+(TF0(I)-TA(I))*(PP-PA)/(PF-PA)
           DISPLAY "PRESSAO NA LINHA (PSIA) = ",PP
           WRITE(6,200)PP,VP,VA,OP,HP,VF,XF
          *,VLINHA,HLINHA,I,QQ,PEL,HUS
C          VL== COMPRIMENTO DO CANAL
C          SAIDA DO MESMO, NECESSA
C          HUS=HU0== NUMERO DE HUSSELT
C          THLINHA== TEMPERATURA MEDIA
C          I BULK
C          VAT== VALOR DE PERTURBACAO
C                HUMENTAR O INCR DE QQ
C          HLINHA== FLUXO DE ENTALPIA
           IF(PER.EQ.0) GO TO 27
       50  PA=P
           VAT=CONST
           TA=T
           DO 606 K=1,N1
           TA(K)=T(K)
           VA(K)=V(K)
           TMP(K)=T(K)
       600 VA(K)=V(K)
           HA=H
           TA=OCAL
           TMA=TH
           JC=JC-1
           IF(JC-IPT)10,1
       11  WRITE(6,*)
           GO TO
```

```
      GO TO 13
      STOP
C
C
  500 FORMAT(1X,'J=',I3,'  M=',F5.3,'  ',F5.3,'  ',F5.3,'  M=
     *',F10.5,'  M=',F10.5,'  M=',F10.5,'  M=',F10.5,'  M=
     *',E12.4,'  M=',F10.5,'  M=',F10.5,'  M=',F10.5,'  M=
     *',F10.5,'  M=',F10.5,'  M=',F10.5,'  M=',F10.5,'  M=
     *',F5.3
```

```
      1-1 CONTINUE
      144 CONTINUE
          DO 142 I=1,J3
          IF(JW(I+20).EQ.1) GO TO 143
      131 J1=1
      172 J1=J1+1
          IF(JW(J1+20).EQ.1) GO TO 172
      170 IF(J3.GT.J1) GO TO 131
      173 JW(J1-2)=JW(I+20)
          DO 163 K=1,J3
          C0=CW(I,K)
          CW(I,K)=CW(J1,K)
      163 CW(J1,K)=C0
          JW(I+20)=1
      142 CONTINUE
          RETURN
          END
```

B I B L I O G R A F I A

[1] AUNG, W.; FLETCHER, L.S. and SERNAS, V. "developing laminar free convection between vertical flat plates with Asymmetric heating". J. Heat Mass Transfer, V.15: pp. 2293-2308, 1972.

[2] BODOIA, J.R. & OSTERLE, J.F. "The development of free convection between heated vertical plates". Transactions ASME, pp. 40-44, 1962.

[3] ELEMBAAS, W. "Heat dissipation of parallei, plates by free convection". Physica IX, Nº 1: pp. 1-28, Januari, 1942.

[4] AUNG, W. "Fully developed laminar free convection between vertical plates heated asymmetrically". J. Heat Mass Transfer, V.15: pp. 1577-1580, 1972.

[5] DALBERT, A.M.; PENOT, F. & PEUBE, J.L. "Convection naturelle laminaire dans um canal vertical chauffe a flux constant". J. Heat Mass Transfer, V.24, Nº 9: pp. 1463-1473, 1981.

[6] DAVIS, L.P. & PERONA, J.J. "Development of free convection flow of a gas in a heated vertical open tube". J. Heat Mass Transfer, V.14: pp. 889-903, 1971.

[7] ELEMBAAS, W. "The dissipation of heat by free convection the inner surface of vertical tubes of different shapes of cross-section". Physica IX, Nº 8: pp.865-874, 1942.

[8] HORNBECK, R.W. "Numerical marching techniques for fluid flows with heat transfer". NASA, SP-297, 1973.

[9] SMITH, G.D. "Numerical solution of partial differential equations". Oxford Mathematical Handbooks, Oxford University Press, 1971.

[10] ROACHE, P.E. "Computational fluids mechanics". Sandia Lador, Albuquerq New Mexico, Hermosa Publihers.

[11] ZAPAROLI, E.L. "Convecção natural entre placas planas paralelas inclinadas". Tese de Mestrado, ITA, 1980.

[12] SHLICHTING, H. "Boundary - Layer theory". McGraw-Hill Book Company, New York, 1979.

[13] ROYO, J.A. "Mini calculadoras eletronicas e sua aplicação eficiente em Engenharia". 1978.

[14] HOLMAN, J.P. "Heat Transfer". McGraw-Hill-Kogakusha, Fourth Edition, Tokyo, 1976.

[15] ÖZISIK, M.N. "Basic heat transfer". McGraw-Hill-Kogakusha, Tokyo, 1977.

Escola Federal de Engenharia
Biblioteca
MAUÁ
Itajubá