TESE
442

Extração de Pequenas Potências por Efeitos Eletromagnéticos nas Proximidades das Linhas Elétricas de Alta Tensão

— José Francisco Rodrigues — 1985 —

JOSÉ FRANCISCO RODRIGUES

EXTRAÇÃO DE PEQUENAS POTÊNCIAS POR EFEITOS ELETROMAGNÉTICOS NAS PROXIMIDADES DAS LINHAS ELÉTRICAS DE ALTA TENSÃO

Escola Federal de Engenharia
Biblioteca
MAUÁ
Itajubá

ORIENTADOR: PROF. RENATO DE AQUINO FARIA NUNES
CO-ORIENTADOR: PROF. ANTONIO EDUARDO HERMETO

TRABALHO DE DISSERTAÇÃO APRESENTADO À COMISSÃO DE POS-GRADUACÃO DA ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBA COMO PARTE DOS REQUISITOS PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA

ITAJUBÁ, MARÇO DE 1985

À minha esposa e filhas,

Sonia,

Francilla,

Julliana.

AGRADECIMENTOS

- À Escola Federal de Engenharia de Itajubá, através de seus professores e funcionários ligados direta ou indiretamente à pós-graduação, pela atenção e colaboração prestadas e pelos recursos materiais fornecidos.

- Ao Prof. Renato de Aquino Faria Nunes que, além de indescritível apoio técnico e orientação, sempre demonstrou grande amizade e dedicação nos momentos decisivos.

- Ao Prof. Antonio Eduardo Hermeto, pela constante atenção, incentivo em todos os momentos e valiosas sugestões dadas no transcorrer do trabalho.

- A Srtª Claudete Coli Junqueira, pela dedicação na preparação do texto original.

RESUMO

Este trabalho apresenta uma análise sobre a viabilidade de extração de pequenas potências através da utilização de condutores isolados colocados paralelamente e na vizinhança de linhas de transmissão de energia elétrica em alta tensão. A utilização dos efeitos eletromagnéticos na obtenção de tais potências pode ser suficiente para a alimentação de pequenas cargas eventualmente existentes nas proximidades das linhas de transmissão, sem recorrer desta forma à construção das tradicionais subestações abaixadoras, em tais casos, economicamente inviável. Os resultados obtidos são bastante animadores e permitem concluir que a alimentação de pequenos empreendimentos rurais são perfeitamente viáveis a partir dessas pequenas fontes supridoras.

ÍNDICE

CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO

1.1 - CONSIDERAÇÕES GERAIS 2

1.2 - DESCRIÇÃO DO PROBLEMA ESTUDADO E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA 3

1.3 - A ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO 5

CAPÍTULO II - CÁLCULOS DE PARÂMETROS ELÉTRICOS DE LINHAS DE TRANSMISSÃO

2.1 - INTRODUÇÃO 8

2.2 - CÁLCULO DA MATRIZ $\dot{\underline{\underline{Y}}}$ DE ADMITÂNCIAS TRANSVERSAIS 11

2.3 - CÁLCULO DA MATRIZ $\dot{\underline{\underline{Z}}}$ DE IMPEDÂNCIAS LONGITUDINAIS 15

2.3.1 - Matriz de impedâncias devido à geometria da disposição espacial dos condutores, $\dot{\underline{\underline{Z}}}_g$ 16

2.3.2 - Matriz de impedâncias que contém os efeitos dos próprios condutores, $\dot{\underline{\underline{Z}}}_c$ 17

2.3.3 - Matriz de impedâncias que contém os efeitos de retorno pelo solo, $\dot{\underline{\underline{Z}}}_t$ 18

2.3.4 - Matriz total de impedâncias, $\dot{\underline{\underline{Z}}}$ 20

2.4 - EXEMPLO DE CÁLCULO 24

2.5 - CONCLUSÕES 45

CAPÍTULO III - EXTRAÇÃO DE POTÊNCIA ATRAVÉS DA UTILIZAÇÃO DE CONDUTORES ISOLADOS: SOLUÇÃO APROXIMADA

3.1 - INTRODUÇÃO 48

3.2 - O FENÔMENO DA PROPAGAÇÃO..... 49

3.2.1 - O fenômeno da propagação em sistemas monofásicos..... 50

3.2.2 - O fenômeno da propagação em sistemas a N condutores..... 56

3.3 - TENSÃO INDUZIDA EM UM CONDUTOR ISOLADO EM VAZIO

3.3.1 - Solução aproximada por desenvolvimento em série..... 61

3.4 - ANÁLISE DE RESULTADOS..... 65

3.4.1 - Análise de sensibilidades..... 69

3.5 - EXTRAÇÃO DE POTÊNCIA DO CONDUTOR ISOLADO..... 81

CAPÍTULO IV - EXTRAÇÃO DE POTÊNCIA ATRAVÉS DA UTILIZAÇÃO DE CONDUTORES ISOLADOS: SOLUÇÃO EXATA

4.1 - INTRODUÇÃO..... 99

4.2 - SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DE PROPAGAÇÃO; TEORIA MODAL DE PROPAGAÇÃO..... 100

4.3 - A LINHA DE TRANSMISSÃO COMO UM QUADRIPOLO..... 106

4.4 - SOLUÇÃO DO QUADRIPOLO REPRESENTATIVO DO SISTEMA DE N CONDUTORES..... 112

4.4.1 - Cálculo de autovalores e autovetores da matriz $\underline{\Psi}$ 114

4.4.1.1 - O método das potências sucessivas.... 115

4.4.1.2 - Separação dos autovalores. Problemas de convergência..... 119

4.5 - TENSÃO INDUZIDA EM UM CONDUTOR ISOLADO..... 122

4.6 - ANÁLISE COMPARATIVA DE RESULTADOS..... 127

CAPÍTULO V - CONCLUSÕES 142

APÊNDICE A - PROGRAMA POTÊNCIA. MANUAL DO USUÁRIO 146

APÊNDICE B - PROGRAMA POTÊNCIA1. MANUAL DO USUÁRIO 160

APÊNDICE C - CÁLCULO DA IMPEDÂNCIA INTERNA DE CONDUTORES .. 169

APÊNDICE D - NOÇÕES FUNDAMENTAIS SOBRE AUTOVALORES E AUTOVETORES DE UMA MATRIZ 174

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 180

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

1.1 - CONSIDERAÇÕES GERAIS

As linhas de transmissão e de distribuição de energia elétrica constituem um meio eficiente e, na maioria dos casos muito confiável de transportar energia, quer seja:

- fazendo a ligação de grandes centrais a pontos estratégicos de redes, normalmente a muito alta tensão;
- fazendo a interligação entre áreas ou sistemas;
- providenciando os elos de ligação entre as fontes e/ou redes anteriores e os consumidores.

A propagação da energia ao longo das linhas elétricas, suas manifestações e consequências são fenômenos relativamente bem conhecidos e alguns dos seus conceitos fundamentais serão utilizados no decorrer deste trabalho. Desde a geração até aos pontos de consumo duas das grandezas diretamente envolvidas na propagação, a tensão e a corrente sofrem transformações sucessivas de nível, necessárias à obtenção de bons rendimentos indispensáveis ao transporte de grandes blocos de energia e à segurança de utilização da mesma.

As transformações de nível referidas acima são efetuadas em instalações denominadas de subestações, que pela natureza e qualidade dos equipamentos empregados e pelo grau de redundância exigido, constituem-se em partes do sistema de custo bastante apreciável.

Por tais motivos, a alimentação de pequenas cargas utilizando transformações diretas a partir de linhas de alta tensão não é uma prática usual, pois é economicamente inviável.

1.2 - DESCRIÇÃO DO PROBLEMA ESTUDADO E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Num país como o Brasil, cujo território se costuma dizer atinge proporções continentais, inúmeras são ainda as regiões onde os benefícios decorrentes da disponibilidade de energia elétrica não se fizeram por ora sentir.

Facilmente se reconhece a existência de demanda reprimida em vilas ou em pequenas propriedades rurais que se situam em regiões ainda não atingidas pelos sistemas de distribuição. A satisfação dessas demandas pode constituir-se em importante fator capaz de contribuir para a melhoria das condições de vida e de atuar como agente polarizador do desenvolvimento de pequenos empreendimentos, principalmente os de natureza agro-pecuária.

O estudo descrito nesta dissertação apresenta uma possível solução para o problema acabado de descrever, notadamente aquele em que a demanda reprimida se concentra em regiões atravessadas por linhas elétricas de transmissão de energia em alta tensão.

Já há vários anos, diversos pesquisadores vêm desenvolvendo trabalhos orientados para o cálculo dos campos elétrico e magnético nas proximidades de linhas de transmissão em alta tensão [1,4], no sentido de resolver problemas que vão

se tornando bastante conhecidos, como sejam os fenômenos de rádio-interferência, TV-interferência, efeito corona e, particularmente, melhoria de condições de segurança de pessoas que executam trabalho sob determinado potencial, verificando os possíveis efeitos desses campos em seres humanos. Consequentemente, estudos de indução eletrostática sobre variados tipos de objetos foram também apresentados em muitas publicações [3, 9, 13, 14, 18], proporcionando resultados que possibilitam o conhecimento do cálculo de tensões induzidas nos mesmos.

Entretanto, um dos efeitos que o campo eletromagnético pode causar e não tem merecido especial atenção, refere-se aos níveis da tensão induzida em condutores isolados, o que pode ser observado através das referências [9, 13, 14 e 18] que apresentam estudos sobre o cálculo de tensões induzidas em objetos, mas não propõem o cálculo desses níveis em condutores isolados.

Na pesquisa bibliográfica efetuada, a referência [19] foi uma das poucas publicações encontradas versando sobre o tema desenvolvido nesta dissertação, o que evidencia consequentemente a pequena contribuição que este campo de pesquisa tem recebido por parte dos especialistas. Em vista da necessidade de se obter uma fonte energética econômica que possa atender a pequenas demandas localizadas em regiões distantes das subestações transformadoras, das usinas geradoras e dos sistemas de distribuição e situadas nas proximidades de linhas de transmissão em alta tensão procurou-se, através do estudo apresentado, buscar uma solução que venha atender tais solicitações: a utilização de condutores isolados como fontes supridoras de pequenas potências.

1.3 - A ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

O trabalho desenvolvido encontra-se descrito detalhadamente nos capítulos seguintes, de acordo com a estrutura mencionada a seguir.

O capítulo II descreve os cálculos envolvidos na determinação dos parâmetros elétricos das linhas de transmissão, resultando na obtenção das matrizes de admitâncias transversais $\dot{\underline{\underline{Y}}}$ e de impedâncias longitudinais $\dot{\underline{\underline{Z}}}$ de um sistema de condutores. Estas matrizes serão utilizadas no desenvolvimento matemático apresentado nos demais capítulos e nelas é prevista a presença dos condutores isolados que compõem o sistema de condutores. Apresentam-se ainda neste capítulo alguns resultados obtidos através de um programa para computador digital, desenvolvido a partir das fórmulas discutidas.

O capítulo III apresenta o equacionamento matemático proposto para se avaliar os níveis das tensões induzidas nos condutores isolados para qualquer tipo de configuração do sistema de condutores. A solução apresentada neste capítulo recorre ao desenvolvimento em série das equações diferenciais que reproduzem o comportamento das tensões e correntes da linha, em regime permanente. Através das configurações dos sistemas propostos no trabalho, analisa-se o comportamento da tensão total induzida nos condutores isolados em vazio, em função da variação de alguns parâmetros básicos do sistema, procurando-se assim determinar a influência que estes podem exercer sobre o nível da tensão total induzida. Na parte final do capítulo estuda-se a inclusão de cargas (impedâncias) ligadas aos terminais dos condutores isolados, permitindo que sejam avaliados nesses casos os possíveis valores de potência extraída através destes. A

tensão total induzida sobre os condutores isolados é composta de duas componentes: uma componente eletrostática e outra eletromagnética. A contribuição desta última pode ser desprezada, fato este que possibilita a utilização apenas das capacitâncias envolvidas no sistema de condutores. Para estudar o sistema de condutores, incluídas as considerações indicadas, procurou-se representar o mesmo através da utilização de um circuito equivalente Thevènin, modelo que no entanto apresentou certas limitações. Com a finalidade de solucionar os problemas envolvidos no modelo mencionado, foi proposto posteriormente o uso de um circuito alimentador equivalente ressonante visto dos terminais da carga. Com as modificações propostas foi possível a extração de pequenas potências através dos condutores isolados com uma boa regulação da tensão na carga.

A solução exata das equações diferenciais anteriormente citadas pode ser convenientemente obtida recorrendo-se aos ensinamentos da teoria modal de propagação. O capítulo IV utiliza os conceitos desta teoria na solução do quadripolo representativo do sistema a N condutores. O sistema de condutores, dividido em toda sua extensão em trechos representados como quadripolos associados em cascata, possibilita o conhecimento dos valores exatos da tensão total induzida no condutor isolado.

CAPÍTULO II

CÁLCULOS DE PARÂMETROS ELÉTRICOS DE LINHAS DE TRANSMISSÃO

CAPÍTULO II

CÁLCULO DE PARÂMETROS ELÉTRICOS DE LINHAS DE TRANSMISSÃO

2.1 - INTRODUÇÃO

A determinação dos parâmetros elétricos das linhas de transmissão é necessária na análise de muitos problemas em sistemas de transmissão de energia elétrica. Basicamente os parâmetros podem ser divididos em dois grupos: um analisado em frequência industrial, o qual pode ser utilizado para estudos de fluxo de carga, estabilidade de sistemas, níveis de curto-circuito e proteção de sistemas e o outro em altas frequências, necessário para estudos de sobretensões, rádio-interferência e propagação de ondas portadoras em linhas de transmissão. As linhas de transmissão atualmente existentes podem ser consideradas como curtas quando analisadas na frequência industrial, consideração não mais válida no caso de altas frequências, onde os comprimentos das linhas aproximam-se ou excedem um quarto do comprimento de onda, sendo necessário nesta situação, a representação das linhas de transmissão através de parâmetros distribuídos.

Partindo da premissa de que os sistemas de transmissão de energia elétrica são normalmente trifásicos, admite-se igualmente que as tensões aplicadas aos transmissores das linhas de transmissão sejam simétricas, quando em operação normal. Para um trecho não transposto de linha, nessas condições, as matrizes de impedância longitudinal $\underline{\dot{Z}}$ e de admitância transversal $\underline{\dot{Y}}$ são cuidadosamente analisadas e determinadas. Em operação sob condições de faltas, as tensões aplicadas serão de

sequilibradas, decorrendo a necessidade da determinação das impedâncias sequenciais, facilmente obtidas através de simples transformação matricial linear.

Os efeitos de retorno pelo solo e a remoção da influência de cabos de guarda multiaterrados nas matrizes de impedância longitudinal $\dot{\underline{\underline{Z}}}$ e admitância transversal $\dot{\underline{\underline{Y}}}$ são analisados com detalhes, no decorrer do capítulo.

Os condutores das linhas aéreas de transmissão, sendo suspensos, tomam a forma aproximada de catenárias, de forma que sua altura sobre o solo é variável. Para os cálculos elétricos, é usual efetuar-se uma correção para se ter em conta esse fato. Tal correção considera uma altura efetiva para os condutores [7], como se a superfície do solo fosse plana e os condutores, suspensos nas extremidades das estruturas a uma mesma altura sobre o solo, como indica a figura 2.1.

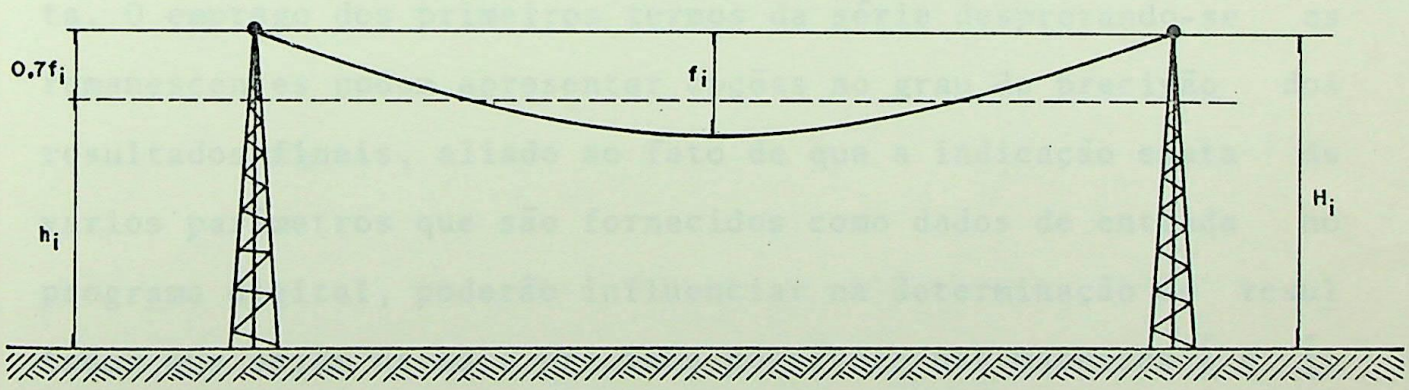


Fig. 2.1 - Correção da altura dos condutores na linha

As alturas corrigidas h_i são calculadas por meio da expressão:

$$h_i = H_i - 0{,}7\ f_i \ (m) \qquad (2.1)$$

onde:

H_i(m) - altura do condutor "i" sobre o solo, no ponto de sua suspensão, junto à estrutura;

f_i(m) - flecha de um condutor "i", estimada para um vão médio da linha e sob condições de temperatura média, no estado final.

Em face da complexidade e realização excessiva de cálculos com as expressões matemáticas que envolvem a determinação das matrizes $\underline{\underline{\dot{Z}}}$ e $\underline{\underline{\dot{Y}}}$, resultando com isso em um problema de otimização no tempo dos cálculos, realizou-se a implementação de programa digital que combina alta velocidade de cálculo com considerável versatilidade.

As correções aplicadas na matriz de impedâncias para refletir a influência do retorno pelo solo são apresentadas por Carson através de uma equação em forma de série infinita. O emprego dos primeiros termos da série desprezando-se os remanescentes podem apresentar opções no grau de precisão dos resultados finais, aliado ao fato de que a indicação exata de vários parâmetros que são fornecidos como dados de entrada no programa digital, poderão influenciar na determinação de resultados que sejam os mais precisos possíveis nas matrizes $\underline{\underline{\dot{Z}}}$ e $\underline{\underline{\dot{Y}}}$. Portanto, uma possível comparação entre a precisão dos resultados obtidos das matrizes $\underline{\underline{\dot{Z}}}$ e $\underline{\underline{\dot{Y}}}$ de dois programas digitais distintos só é viável de ser realizada se os fatores acima mencionados forem considerados na análise.

Exemplos de aplicação do programa digital elaborado poderão ser observados através dos casos ilustrados nas figuras 2.4 e 2.5, cujos resultados apresentam as matrizes de

impedâncias longitudinais, $\dot{\underline{\underline{Z}}}$, e de admitâncias transversais, $\dot{\underline{Y}}$.

2.2 - CÁLCULO DA MATRIZ $\dot{\underline{\underline{Y}}}$ DE ADMITÂNCIAS TRANSVERSAIS

A matriz $\dot{\underline{\underline{Y}}}$ das admitâncias transversais é função da disposição dos condutores com relação ao plano do solo, uma vez que as superfícies dos condutores e do solo podem ser consideradas como superfícies equipotenciais e dos raios dos condutores empregados. Nesta matriz a parte real não é considerada já que a condutância do caminho no ar é desprezível.

A localização física dos condutores é definida em relação a um sistema de coordenadas, tendo o plano da terra como referência do eixo horizontal x e o eixo de simetria da torre como referência vertical h, como indicado esquematicamente na Fig. 2.2.

A matriz $\dot{\underline{\underline{Y}}}$ pode ser definida como:

$$\dot{\underline{\underline{Y}}} = j\omega\underline{\underline{C}} \qquad (2.2)$$

onde $\underline{\underline{C}}$ é a matriz das capacitâncias do sistema de condutores em Farad/Km.

A matriz $\underline{\underline{C}}$ é calculada como a inversa da matriz de coeficientes de potencial $\underline{\underline{A}}_1$, sendo esta última resultante da matriz definida $\underline{\underline{A}}$, cujos elementos componentes são definidos como:

$$a_{ii} = \text{Ln}\,\frac{2h_i}{RMG}\ (\text{Km/Farad}) \qquad (2.3)$$

e

$$a_{ij} = \text{Ln}\,\frac{D_{ij}}{d_{ij}}\ (\text{Km/Farad}),\ i\neq j \qquad (2.4)$$

onde:

h_i - altura corrigida do condutor i em relação ao plano da terra;

d_{ij} - distância entre o condutor i e o condutor j($i\neq j$)

$$d_{ij} = [(x_i-x_j)^2+(h_i-h_j)^2]^{1/2}$$

D_{ij} - distância entre o condutor i e a imagem do condutor j

$$D_{ij} = [(x_i-x_j)^2+(h_i+h_j)^2]^{1/2}$$

RMG - raio médio geométrico de condutores múltiplos

Com a modificação da matriz $\underline{\underline{A}}$ através do produto de uma constante K obtém-se:

$$\underline{\underline{A}}_1 = K\underline{\underline{A}} \qquad (2.5)$$

onde:

$K = \frac{1}{2\pi\varepsilon} = 18\text{x}10^6$ e

ε - permissividade do meio.

A obtenção da matriz das capacitâncias vem pela inversão direta da matriz $\underline{\underline{A}}_1$:

$$\underline{\underline{C}} = \underline{\underline{A}}_1^{-1} \qquad (2.6)$$

Os condutores múltiplos empregados nas linhas de transmissão apresentam distâncias padronizadas entre si de

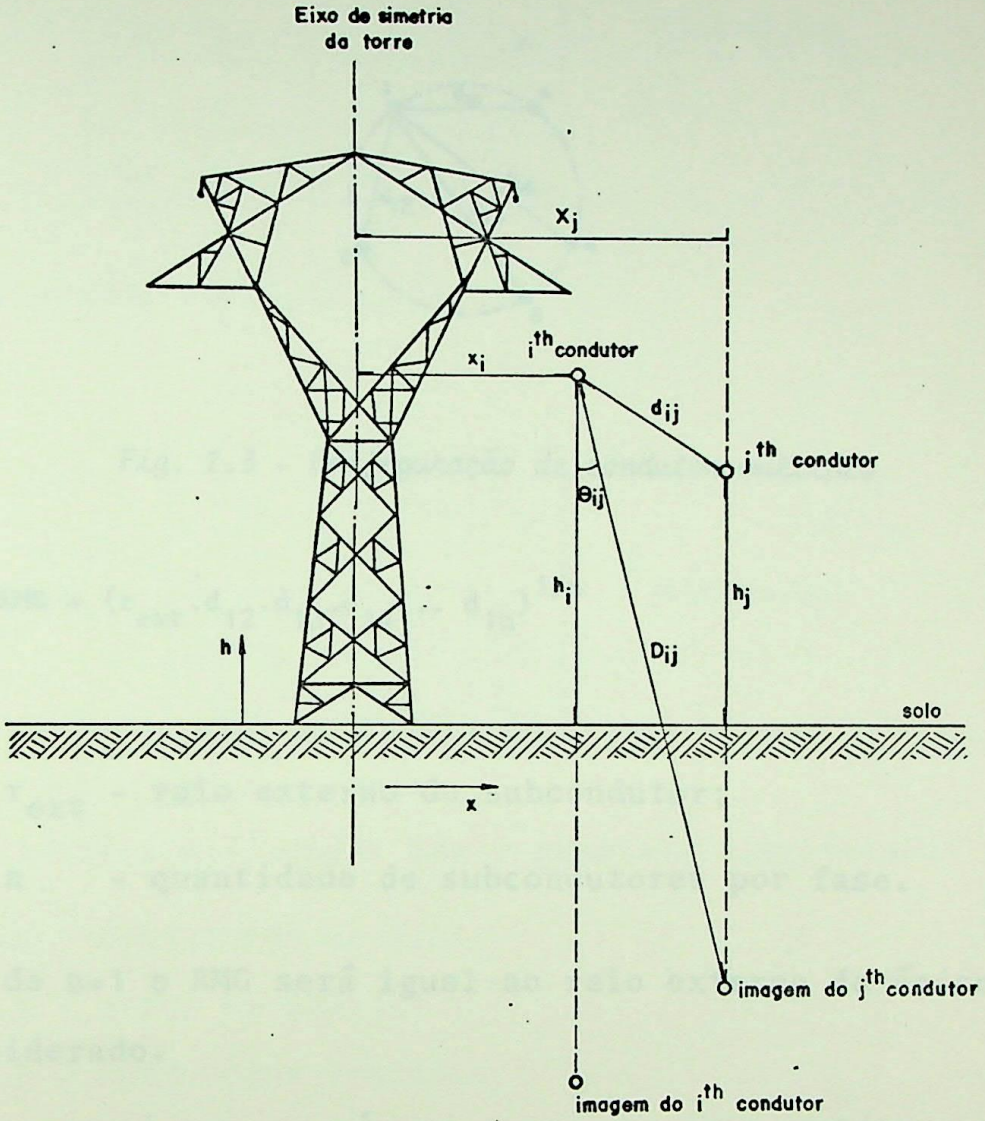


Fig. 2.2 - Posicionamento dos condutores no sistema de coordenadas

6, 9, 15 e 18 polegadas e conduzem correntes de mesmo sentido. As configurações de condutores múltiplos, atuamente em uso, resumem-se basicamente a três, sendo estas compostas de dois, três ou quatro subcondutores por fase. É importante destacar que na elaboração dos projetos de linhas de transmissão de 750 e 1000 KV, já se prevêem a utilização de condutores múltiplos com 6, 8 e 10 subcondutores por fase. Para configurações de con

dutores múltiplos, o raio médio geométrico é calculado através da expressão (2.7).

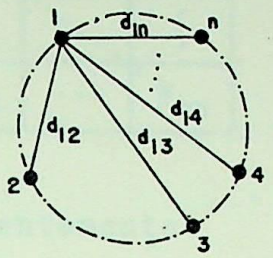


Fig. 2.3 - Configuração de condutor múltiplo

$$RMG = (r_{ext}.d_{12}.d_{13}.d_{14}\cdots d_{1n})^{1/n} \qquad (2.7)$$

onde:

r_{ext} - raio externo do subcondutor;

n - quantidade de subcondutores por fase.

No caso de n=1 o RMG será igual ao raio externo do único condutor considerado.

A matriz $\dot{\underline{\underline{Y}}}$ que inclue os efeitos dos cabos de guarda e condutores isolados tem dimensão 3p+g+i, onde p é o número de circuitos, g é o número de cabos de guarda e i é o número de condutores isolados. Portanto, a matriz $\dot{\underline{\underline{Y}}}$ pode ser determinada por:

$$\dot{\underline{\underline{Y}}} = j2\pi\varepsilon\omega\underline{\underline{A}}^{-1} \qquad (2.8)$$

ou

$$\dot{\underline{\underline{Y}}} = \begin{array}{|ccc|c|c|} \hline y_{11} & y_{12} & y_{13} & \cdots & y_{1n} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} & \cdots & y_{2n} \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} & \cdots & y_{3n} \\ \hline \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hline y_{n1} & y_{n2} & y_{n3} & \cdots & y_{nn} \\ \hline \end{array} \quad \text{(Siemens/Km)} \qquad (2.9)$$

ou particionada convenientemente:

$$\dot{\underline{\underline{Y}}} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline \dot{\underline{\underline{Y}}}_{cc} & \dot{\underline{\underline{Y}}}_{ci} & \dot{\underline{\underline{Y}}}_{cg} \\ \hline \dot{\underline{\underline{Y}}}_{ic} & \dot{\underline{\underline{Y}}}_{ii} & \dot{\underline{\underline{Y}}}_{ig} \\ \hline \dot{\underline{\underline{Y}}}_{gc} & \dot{\underline{\underline{Y}}}_{gi} & \dot{\underline{\underline{Y}}}_{gg} \\ \hline \end{array} \quad \text{(Siemens/Km)} \qquad (2.10)$$

onde os sufixos utilizados têm o seguinte significado:

c - condutores de fase;

g - cabos de guarda;

i - condutores isolados.

2.3 - CÁLCULO DA MATRIZ $\dot{\underline{\underline{Z}}}$ DE IMPEDÂNCIAS LONGITUDINAIS

A matriz de impedâncias longitudinais $\dot{\underline{\underline{Z}}}$ é constituída de três componentes que possuem características próprias e efeitos particulares [5, 8], cujas contribuições e funções serão analisadas adiante. A matriz de impedâncias pode escrever-se na forma:

$$\dot{\underline{\underline{Z}}} = \dot{\underline{\underline{Z}}}_g + \dot{\underline{\underline{Z}}}_c + \dot{\underline{\underline{Z}}}_t \quad (\Omega/\text{Km}) \qquad (2.11)$$

onde os sufixos utilizados significam:

c - contribuição dos próprios condutores;

g - contribuição devido à geometria da disposição espacial dos condutores;

t - contribuição devido à influência do retorno pelo solo (correções de Carson).

2.3.1 - Matriz de impedâncias devido à geometria da disposição espacial dos condutores, $\dot{\underline{\underline{Z}}}_g$

Esta matriz é calculada diretamente a partir da matriz $\underline{\underline{A}}$ descrita anteriormente no item 2.2, apenas modificada através da constante K_1. Assim:

$$\dot{\underline{\underline{Z}}}_g = j\,\underline{\underline{X}}_g \quad (\Omega/Km) \tag{2.12}$$

e

$$\underline{\underline{X}}_g = K_1\,\underline{\underline{A}} \quad (\Omega/Km) \tag{2.13}$$

onde: $K_1 = 12{,}5664.f.10^{-4}$

f - frequência (Hz)

logo:

$$\dot{\underline{\underline{Z}}}_g = j\,K_1\,\underline{\underline{A}} \tag{2.14}$$

A matriz $\dot{\underline{\underline{Z}}}_g$ é constituída somente da reatância indutiva de um grupo de condutores que inclue na sua determinação os efeitos devido à disposição geométrica dos condutores, conforme pode ser observado na expressão (2.14). Sua dimensão também será igual a 3p+g+i.

2.3.2 - Matriz de impedâncias que contém os efeitos dos próprios condutores, $\dot{\underline{\underline{Z}}}_C$

Esta matriz pode ser definida como:

$$\dot{\underline{\underline{Z}}}_C = \underline{\underline{R}}_C + j\,\underline{\underline{X}}_C \qquad (2.15)$$

O cálculo de $\underline{\underline{R}}_C$ e $\underline{\underline{X}}_C$ é de difícil elaboração em vista do perfil irregular que apresenta a superfície dos condutores devido ao encordoamento. Em frequência industrial pode-se assumir $\underline{\underline{R}}_C$ como sendo a resistência a uma frequência de 60 Hz e a uma determinada temperatura por unidade de comprimento de condutor, condição esta que introduz simplificações perfeitamente aceitáveis. Estes valores podem ser obtidos de tabelas elaboradas por fabricantes e de fácil manipulação, não havendo desta forma maiores dificuldades na obtenção desses dados. A indutância interna e portanto $\underline{\underline{X}}_C$ é calculada pelo conceito do raio médio geométrico do condutor, assim:

$$\underline{\underline{X}}_C = K_1 \, \mathrm{Ln}\left(\frac{r_{ext}}{rmg}\right) \quad (\Omega/\mathrm{Km}) \qquad (2.16)$$

onde: $K_1 = 12{,}5664.f.10^{-4}$

r_{ext} - raio externo do subcondutor (condutor simples)

rmg - raio médio geométrico do subcondutor (condutor simples)

As matrizes $\underline{\underline{R}}_C$ e $\underline{\underline{X}}_C$ serão diagonais e na utilização de condutores múltiplos as mesmas devem ser corrigidas em função da quantidade n de subcondutores por fase, obtendo-se:

$$\underline{\underline{R}}'_c = \frac{\underline{\underline{R}}_c}{n}$$

$$\underline{\underline{X}}'_c = \frac{\underline{\underline{X}}_c}{n}$$

Embora não sendo objeto de estudo neste trabalho, convém salientar que quando se tratar de altas frequências, o efeito pelicular deve ser observado, em face da pouca profundidade de penetração da corrente e de seu confinamento na superfície das camadas mais externas do encordoamento, merecendo portanto maior rigor no desenvolvimento do estudo com a existência de novos parâmetros a serem considerados, como descrito no Apêndice C.

2.3.3 - Matriz de impedâncias que contém os efeitos de retorno pelo solo, $\dot{\underline{\underline{Z}}}_t$

A contribuição da resistência $\underline{\underline{R}}_t$ e reatância $\underline{\underline{X}}_t$ devido ao caminho de retorno pelo solo, é calculada com o uso da série infinita desenvolvida por Carson [2]. Ele considerou condutores paralelos ao solo, admitindo a resistividade como uniforme e tendo extensão infinita. Demonstrou que as impedâncias próprias e mútuas de circuitos com retorno pelo solo são iguais às impedâncias para um circuito envolvendo solo perfeito, no qual se pode considerar um condutor imagem à mesma profundidade que à altura do condutor sobre o solo, acrescida de um fator de correção $\underline{\underline{P}}' + j\underline{\underline{Q}}'$ aplicável a ambas impedâncias. Esse fator de correção é função de dois parâmetros r e θ que são diferentes para as impedâncias próprias e mútuas. Tem-se portanto:

I - para as impedâncias próprias:

$$\theta = 0 \qquad (2.17)$$

$$r_{ii} = 5{,}620.10^{-3}.h_i\sqrt{\frac{f}{\rho}} \qquad (2.18)$$

onde: ρ é a resistividade do solo em (Ωxm)

h_i é a altura do condutor sobre o solo (m)

f é a frequência (Hz)

II - para as impedâncias mútuas:

$$\theta_{ij} = tg^{-1}\left|\frac{x_i - x_j}{h_i + h_j}\right| \qquad (2.19)$$

$$r_{ij} = 28{,}1004.10^{-4}.D_{ij}\sqrt{\frac{f}{\rho}} \qquad (2.19)$$

onde: D_{ij} é a distância entre o condutor i e a imagem do condutor j (m)

θ_{ij} é o ângulo entre as semi-retas formadas pelo condutor i e sua imagem e condutor i e imagem do condutor j (ver Fig. 2.2)

Para a determinação dos elementos das matrizes $\underline{\underline{P}}'$ e $\underline{\underline{Q}}'$, Carson derivou equações aplicáveis em três campos de variação de r. Para problemas relacionados com sistemas de energia elétrica, em geral r<0,25 devendo-se usar as expressões:

$$\underline{\underline{P}}' = [\frac{\pi}{8} - \frac{r}{3\sqrt{2}}\cos\theta + \frac{r^2}{16}\cos 2\theta(0{,}6728 + \text{Ln}\,\frac{2}{r}) + \frac{r^2}{16}.\theta\,.\text{sen}2\theta] \quad (\Omega/\text{Km}) \qquad (2.21)$$

$$\underline{\underline{Q}}' = [-0,386 + \frac{1}{2} \text{Ln} \frac{2}{r} + \frac{2}{3\sqrt{2}} . r.\cos\theta] \quad (\Omega/\text{Km}) \qquad (2.22)$$

Nos casos em que r>0,25, equações mais completas [2,4,15] deverão ser usadas.

Portanto, aplicado o fator de correção K_2 nas matrizes anteriores, a matriz $\dot{\underline{\underline{Z}}}_t$ pode ser expressa como:

$$\dot{\underline{\underline{Z}}}_t = K_2(\underline{\underline{P}}' + j\underline{\underline{Q}}') \quad (\Omega/\text{Km}) \qquad (2.23)$$

onde: $K_2 = 25,134.10^{-4}.f$

f - frequência (Hz)

de onde se conclui finalmente que:

$$\dot{\underline{\underline{Z}}}_t = \underline{\underline{P}} + j\underline{\underline{Q}} \quad (\Omega/\text{Km}) \qquad (2.24)$$

que terá dimensão igual a 3p+g+i.

2.3.4 - Matriz total de impedâncias, $\dot{\underline{\underline{Z}}}$

A matriz total de impedâncias $\dot{\underline{\underline{Z}}}$ será composta pela soma das três componentes anteriormente descritas,

$$\dot{\underline{\underline{Z}}} = \dot{\underline{\underline{Z}}}_g + \dot{\underline{\underline{Z}}}_c + \dot{\underline{\underline{Z}}}_t \quad (\Omega/\text{Km})$$

onde a influência dos condutores isolados e cabos de guarda, quando existirem, já está incorporada. Logo, esta matriz pode ser expressa como:

$$\dot{\underline{\underline{Z}}} = \underline{\underline{R}}_c + \underline{\underline{P}} + j(\underline{\underline{X}}_g + \underline{\underline{X}}_c + \underline{\underline{Q}}) \quad (\Omega/Km) \tag{2.25}$$

ou

$$\dot{\underline{\underline{Z}}} = \begin{bmatrix} r_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & r_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & r_{33} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & r_{nn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & \cdots & p_{2n} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} & \cdots & p_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & p_{n3} & \cdots & p_{nn} \end{bmatrix} +$$

$$+j\left[\begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & \cdots & x_{2n} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} & \cdots & x_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & x_{n3} & \cdots & x_{nn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & x_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & x_{33} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & x_{nn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} & \cdots & q_{1n} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} & \cdots & q_{2n} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} & \cdots & q_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{n1} & q_{n2} & q_{n3} & \cdots & q_{nn} \end{bmatrix}\right] \quad (\Omega/Km) \tag{2.26}$$

ou particionada convenientemente:

$$\dot{\underline{\underline{Z}}} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline \dot{\underline{\underline{Z}}}_{cc} & \dot{\underline{\underline{Z}}}_{ci} & \dot{\underline{\underline{Z}}}_{cg} \\ \hline \dot{\underline{\underline{Z}}}_{ic} & \dot{\underline{\underline{Z}}}_{ii} & \dot{\underline{\underline{Z}}}_{ig} \\ \hline \underline{\underline{Z}}_{gc} & \underline{\underline{Z}}_{gi} & \underline{\underline{Z}}_{gg} \\ \hline \end{array} \quad (\Omega/Km) \tag{2.27}$$

aqui os sufixos c, g, i devem ser interpretados tal como na expressão (2.10).

Na maioria dos casos, em uma linha de transmissão de energia elétrica é possível distinguir um conjunto de condutores de fase e um ou mais condutores de proteção, ou cabos de guarda. Na prática, no entanto, as grandezas relevantes são tensões, correntes e potências nos condutores de fase, afir

mação que se torna, à primeira vista, desnecessária em face do fato de que, na grande maioria dos sistemas, os cabos de guarda se encontrarem aterrados junto às estruturas, o que torna irrelevante o cálculo das grandezas elétricas acima mencionadas, pelo menos no que se refere às frequências industriais, o que pode não valer para frequências mais elevadas, como aquelas que se utilizam nos canais de comunicação com onda portadora.

Considerando a análise em regime permanente, à frequência industrial, torna-se então evidente que a presença das grandezas elétricas referentes aos cabos de guarda, além de quase sempre irrelevantes, constituem-se em elementos prejudiciais ao rendimento dos cálculos. Por tal motivo, é usual modificar as matrizes $\dot{\underline{\underline{Z}}}$ e $\dot{\underline{\underline{Y}}}$, de modo a eliminar a presença dos cabos de guarda, mantendo no entanto a sua influência no fenômeno de propagação, como é absolutamente necessário.

A eliminação dos cabos de guarda faz-se a partir das equações (2.28) e (2.29), as quais serão analisadas detalhadamente no próximo capítulo.

$$\frac{d\dot{\underline{V}}}{dx} = -\dot{\underline{\underline{Z}}}.\dot{\underline{I}} \tag{2.28}$$

$$\frac{d\dot{\underline{I}}}{dx} = -\dot{\underline{\underline{Y}}}.\dot{\underline{V}} \tag{2.29}$$

A equação matricial (2.28) pode ser escrita, de forma expandida, como:

$$\begin{bmatrix} \frac{d\dot{\underline{V}}_c}{dx} \\ \frac{d\dot{\underline{V}}_g}{dx} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \dot{\underline{\underline{Z}}}_{cc} & \dot{\underline{\underline{Z}}}_{cg} \\ \dot{\underline{\underline{Z}}}_{gc} & \dot{\underline{\underline{Z}}}_{gg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\underline{I}}_c \\ \dot{\underline{I}}_g \end{bmatrix} \tag{2.30}$$

Para simplificar o desenvolvimento matemático admitiu-se que os possíveis condutores isolados estão incluídos na sub-matriz $\dot{\underline{\underline{Z}}}_{cc}$ na equação (2.30).

Explicitando $\dot{\underline{I}}_g$ em função de $\dot{\underline{I}}_c$ e $\frac{d\dot{\underline{V}}_g}{dx}$, resulta em:

$$\begin{bmatrix} \frac{d\dot{\underline{V}}_c}{dx} \\ \dot{\underline{I}}_g \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \dot{\underline{\underline{Z}}}_{cc} - \dot{\underline{\underline{Z}}}_{cg} (\dot{\underline{\underline{Z}}}_{gg})^{-1} . \dot{\underline{\underline{Z}}}_{gc} & \dot{\underline{\underline{Z}}}_{cg} . (\dot{\underline{\underline{Z}}}_{gg})^{-1} \\ -(\dot{\underline{\underline{Z}}}_{gg})^{-1} . \dot{\underline{\underline{Z}}}_{gc} & (\dot{\underline{\underline{Z}}}_{gg})^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\underline{I}}_c \\ \frac{d\dot{\underline{V}}_g}{dx} \end{bmatrix} \qquad (2.31)$$

mas considerando que os cabos de guarda encontram-se a um potencial nulo ao longo de todo comprimento da linha, e que as correntes nesses cabos são irrelevantes, a equação (2.31) reduz-se a:

$$\frac{d\dot{\underline{V}}_c}{dx} = -(\dot{\underline{\underline{Z}}}_{cc} - \dot{\underline{\underline{Z}}}_{cg} (\dot{\underline{\underline{Z}}}_{gg})^{-1} . \dot{\underline{\underline{Z}}}_{gc}) . \dot{\underline{I}}_c \qquad (2.32)$$

onde como se pode observar, só estão envolvidas as tensões e correntes de fase.

Fazendo por simplicidade:

$$\dot{\underline{\underline{Z}}}_r = \dot{\underline{\underline{Z}}}_{cc} - \dot{\underline{\underline{Z}}}_{cg} (\dot{\underline{\underline{Z}}}_{gg})^{-1} . \dot{\underline{\underline{Z}}}_{gc} \qquad (2.33)$$

esta será a matriz reduzida de impedâncias longitudinais da linha, depois de eliminada a presença dos cabos de guarda.

Expandindo agora a equação (2.29):

$$\begin{bmatrix} \frac{d\dot{\underline{I}}_c}{dx} \\ \frac{d\dot{\underline{I}}_g}{dx} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \dot{\underline{\underline{Y}}}_{cc} & \dot{\underline{\underline{Y}}}_{cg} \\ \dot{\underline{\underline{Y}}}_{gc} & \dot{\underline{\underline{Y}}}_{gg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\underline{V}}_c \\ \dot{\underline{V}}_g \end{bmatrix} \qquad (2.34)$$

e recorrendo aos argumentos anteriormente apresentados, facilmente se conclui que a equação anterior se reduz a:

$$\frac{d\dot{\underline{I}}_c}{dx} = -\dot{\underline{\underline{Y}}}_{cc} \cdot \dot{\underline{V}}_c \qquad (2.35)$$

fazendo $\dot{\underline{\underline{Y}}}_r = \dot{\underline{\underline{Y}}}_{cc}$, temos em $\dot{\underline{\underline{Y}}}_r$ a matriz reduzida de admitâncias transversais, depois de eliminada a presença dos cabos de guarda. Exemplos ilustrativos destas matrizes reduzidas são apresentados no item a seguir.

2.4 - EXEMPLO DE CÁLCULO

A implementação computacional das fórmulas anteriores para a obtenção das matrizes $\dot{\underline{\underline{Z}}}$ e $\dot{\underline{\underline{Y}}}$ permitiu a elaboração de um programa digital para tal finalidade, cujo desenvolvimento e manipulação estão amplamente descritos no apêndice A. No conjunto de condutores dos sistemas de transmissão apresentados neste trabalho, há possibilidade de se considerar três agrupamentos de condutores: um constituído pelos condutores de fase, outro formado pelos cabos de guarda e finalmente, um último aglomerando possível de condutores isolados que serão objeto de análise ao presente estudo. Opções alternativas quanto à existência de cabos de guarda e condutores isolados na formação das matrizes $\dot{\underline{\underline{Z}}}$ e $\dot{\underline{\underline{Y}}}$ é perfeitamente viável em vista das amplas pos-

sibilidades que o programa digital oferece.

Considere-se então o sistema de transmissão A e B descritos nas figuras 2.4 e 2.5, cujos dados principais se encontram descritos nas tabelas 2.1 a 2.4. Para estas configurações de sistema de condutores foram calculadas as matrizes componentes da matriz total de impedâncias longitudinais $\dot{\underline{\underline{Z}}}$ e a matriz de admitâncias $\dot{\underline{\underline{Y}}}$. As tabelas 2.5 a 2.11 apresentam os resultados destas matrizes referindo-se à configuração descrita na figura 2.4, enquanto as tabelas 2.12 a 2.18 referem-se àquela configuração descrita na figura 2.5.

Se no sistema de condutores em estudo existirem cabos de guarda e condutores isolados, os valores correspondentes serão apresentados sempre nas últimas linhas e colunas das matrizes $\dot{\underline{\underline{Z}}}$ e $\dot{\underline{\underline{Y}}}$. Para o caso das matrizes serem reduzidas com a eliminação da presença dos cabos de guarda, as últimas linhas e colunas identificam os valores referentes aos condutores isolados, quando estes existirem.

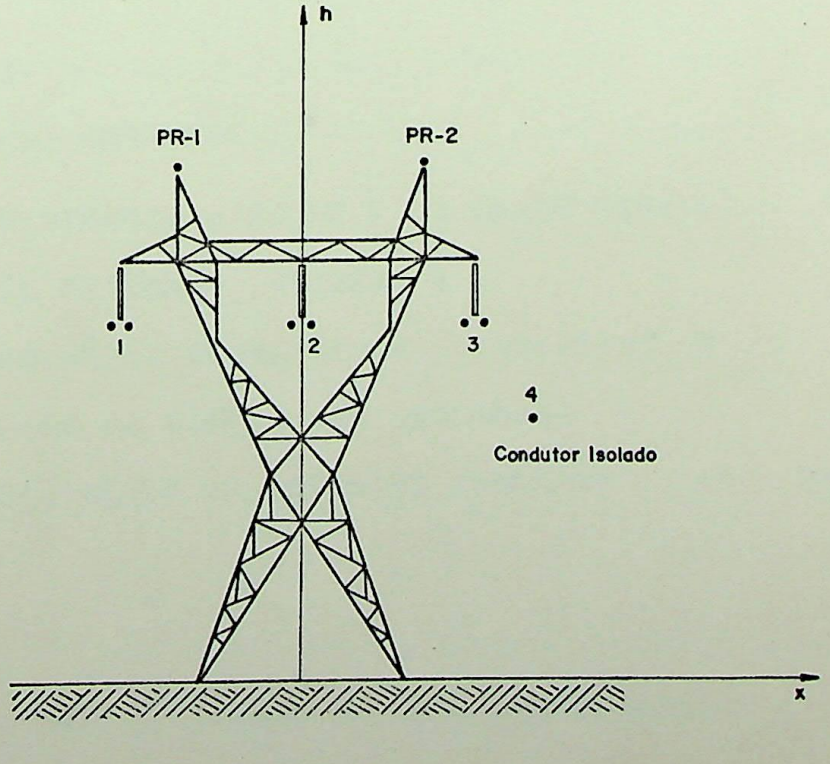


Fig. 2.4 - Configuração exemplo Sistema de Transmissão A

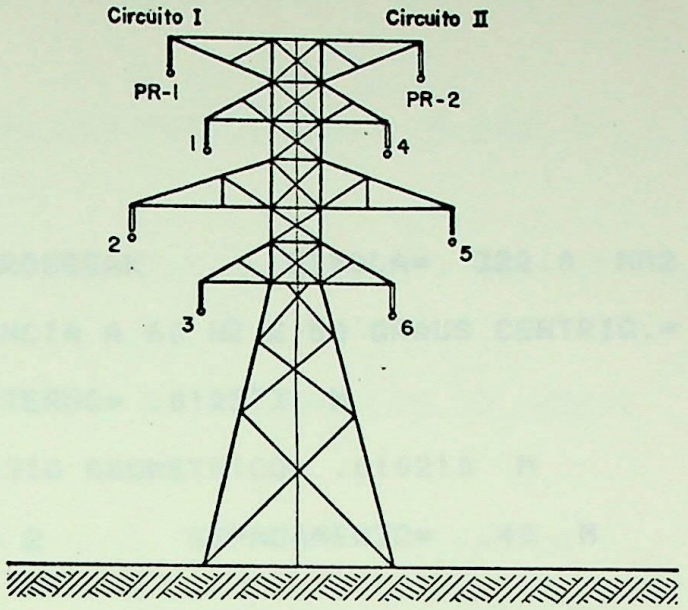


Fig. 2.5 - Configuração exemplo Sistema de Transmissão B

CABOS CONDUTORES:

-NOME= GROSBEAK BITOLA= 322.0 MM2

-RESISTENCIA A 60 HZ E 50 GRAUS CENTRIG.= .1005 OHM/KM/SUBCOND.

-RAIO EXTERNO= .012573 M

-RAIO MEDIO GEOMETRICO= .010210 M

-BUNDLE= 2 ESPACAMENTO= .40 M

CABOS PARA-RAIOS:

-NOME= HS

-RESISTENCIA A 60 HZ E 50 GRAUS CENTIGR.=3.0450 OHM/KM/SUBCOND.

-RAIO EXTERNO= .006350 M

-RAIO MEDIO GEOMETRICO= .60628E-08 M

-NUMERO DE CABOS PARA-RAIOS= 2

CABOS ISOLADOS:

-NOME= GROSBEAK

-RESISTENCIA A 60 HZ E 50 GRAUS CENTIGR.= .1005 OHM/KM/SUBCOND.

-RAIO EXTERNO= .012573 M

-RAIO MEDIO GEOMETRICO= .10210E-01 M

-NUMERO DE CONDUTORES ISOLADOS= 1

-COMPRIMENTO DO CONDUTOR ISOLADO= 10 KM

Tab. 2.1 - Dados do sistema de transmissão A

RESISTIVIDADE DO SOLO= 100. OHM X M

NUMERO DE CIRCUITOS= 1

FLECHA DOS CONDUTORES= 9.700 M

FLECHA DOS PARA-RAIOS= 9.000 M

FREQUENCIA DO SISTEMA= 60.00 HERTZ

COORDENADAS DO CIRCUITO 1

	HORIZONTAL	VERTICAL
FASE A	-10.00	19.40
FASE B	.00	19.40
FASE C	10.00	19.40

COORDENADAS DOS PARA-RAIOS

	HORIZONTAL	VERTICAL
PR- 1	-4.80	29.40
PR- 2	4.80	29.40

COORDENADAS DOS CONDUTORES ISOLADOS

	HORIZONTAL	VERTICAL
IS- 6	11.00	15.00

MODULO DO VETOR DE TENSAO DA L.T.= 190.5255 KV

MODULO DO VETOR DE CORRENTE DA L.T.= 200.0 AMPERES

ANGULO DE FASE DA CORRENTE DA L.T.= 30.0 GRAUS

Tab. 2.2 - Dados do sistema de transmissão A

CABOS CONDUTORES:

-NOME= PLOVER BITOLA= 725.0 MM2

-RESISTENCIA A 60 HZ E 50 GRAUS CENTRIG.= .0407 OHM/KM/SUBCOND.

-RAIO EXTERNO= .018605 M

-RAIO MEDIO GEOMETRICO= .015020 M

-BUNDLE= 2 ESPACAMENTO= .46 M

CABOS PARA-RAIOS:

-NOME= PENGUIN

-RESISTENCIA A 60 HZ E 50 GRAUS CENTIGR.= .3679 OHM/KM/SUBCOND.

-RAIO EXTERNO= .007150 M

-RAIO MEDIO GEOMETRICO= .24800E-02 M

-NUMERO DE CABOS PARA-RAIOS= 2

CABOS ISOLADOS:

-NAO HA CABOS ISOLADOS

RESISTIVIDADE DO SOLO= 100. OHM X M

NUMERO DE CIRCUITOS= 2

Tab. 2.3 - Dados do sistema de transmissão B

FLECHA DOS CONDUTORES= 9.147 M

FLECHA DOS PARA-RAIOS= 9.147 M

FLECHA DOS CONDUTORES ISOLADOS= .000 M

FREQUENCIA DO SISTEMA= 60.00 HERTZ

COORDENADAS DO CIRCUITO 1	HORIZONTAL	VERTICAL
FASE A	2.36	42.68
FASE B	.23	32.02
FASE C	2.36	21.34

COORDENADAS DO CIRCUITO 2	HORIZONTAL	VERTICAL
FASE A	18.06	42.68
FASE B	20.20	32.02
FASE C	18.06	21.34

COORDENADAS DOS PARA-RAIOS	HORIZONTAL	VERTICAL
PR- 1	.61	48.78
PR- 2	19.82	48.78

MODULO DO VETOR DE TENSAO DA L.T.= 288.6751 KV

MODULO DO VETOR DE CORRENTE DA L.T.= 300.0 AMPERES

ANGULO DE FASE DA CORRENTE DA L.T.= -30.0 GRAUS

Tab. 2.4 - Dados do sistema de transmissão B

*** MATRIZ DE IMPEDANCIA ZG : EFEITOS DA GEOMETRIA (OHM/KM) ***

ELEMENTOS DA MATRIZ

I(1,1)=	.4428805
I(1,2)=	.0752522
I(1,3)=	.0358785
I(1,4)=	.0848712
I(1,5)=	.0570416
I(1,6)=	.0241882
I(2,1)=	.0752522
I(2,2)=	.4428805
I(2,3)=	.0752522
I(2,4)=	.0858717
I(2,5)=	.0858717
I(2,6)=	.0517913
I(3,1)=	.0358785
I(3,2)=	.0752522
I(3,3)=	.4428805
I(3,4)=	.0570416
I(3,5)=	.0848712
I(3,6)=	.1153804
I(4,1)=	.0848712
I(4,2)=	.0858717
I(4,3)=	.0570416
I(4,4)=	.6704621
I(4,5)=	.1200606
I(4,6)=	.0361583
I(5,1)=	.0570416
I(5,2)=	.0858717
I(5,3)=	.0848712
I(5,4)=	.1200606
I(5,5)=	.6704621
I(5,6)=	.0514620
I(6,1)=	.0241882
I(6,2)=	.0517913
I(6,3)=	.1153804
I(6,4)=	.0361583
I(6,5)=	.0514620
I(6,6)=	.5409598

Tab. 2.5 - Matriz componente $\underline{\underline{Z}}_G$ de impedâncias do sistema de transmissão A

*** MATRIZ DE IMPEDANCIA ZC: EFEITOS DO PROPRIO CONDUTOR (OHM/KM) ***

ELEMENTOS DA MATRIZ

R(1,1)=	.0502500	I(1,1)=	.0078484
R(1,2)=	.0000000	I(1,2)=	.0000000
R(1,3)=	.0000000	I(1,3)=	.0000000
R(1,4)=	.0000000	I(1,4)=	.0000000
R(1,5)=	.0000000	I(1,5)=	.0000000
R(1,6)=	.0000000	I(1,6)=	.0000000
R(2,1)=	.0000000	I(2,1)=	.0000000
R(2,2)=	.0502500	I(2,2)=	.0078484
R(2,3)=	.0000000	I(2,3)=	.0000000
R(2,4)=	.0000000	I(2,4)=	.0000000
R(2,5)=	.0000000	I(2,5)=	.0000000
R(2,6)=	.0000000	I(2,6)=	.0000000
R(3,1)=	.0000000	I(3,1)=	.0000000
R(3,2)=	.0000000	I(3,2)=	.0000000
R(3,3)=	.0502500	I(3,3)=	.0078484
R(3,4)=	.0000000	I(3,4)=	.0000000
R(3,5)=	.0000000	I(3,5)=	.0000000
R(3,6)=	.0000000	I(3,6)=	.0000000
R(4,1)=	.0000000	I(4,1)=	.0000000
R(4,2)=	.0000000	I(4,2)=	.0000000
R(4,3)=	.0000000	I(4,3)=	.0000000
R(4,4)=	3.0450001	I(4,4)=	1.0451546
R(4,5)=	.0000000	I(4,5)=	.0000000
R(4,6)=	.0000000	I(4,6)=	.0000000
R(5,1)=	.0000000	I(5,1)=	.0000000
R(5,2)=	.0000000	I(5,2)=	.0000000
R(5,3)=	.0000000	I(5,3)=	.0000000
R(5,4)=	.0000000	I(5,4)=	.0000000
R(5,5)=	3.0450001	I(5,5)=	1.0451546
R(5,6)=	.0000000	I(5,6)=	.0000000
R(6,1)=	.0000000	I(6,1)=	.0000000
R(6,2)=	.0000000	I(6,2)=	.0000000
R(6,3)=	.0000000	I(6,3)=	.0000000
R(6,4)=	.0000000	I(6,4)=	.0000000
R(6,5)=	.0000000	I(6,5)=	.0000000
R(6,6)=	.1005000	I(6,6)=	.0156967

Tab. 2.6 - Matriz componente $\underline{\dot{Z}}_c$ de impedâncias do Sistema de transmissão A

*** MATRIZ DE IMPEDANCIA ZT : CORRECAO DE CARSON (OHM/KM) ***

ELEMENTOS DA MATRIZ

R(1,1)=	.0573906	I(1,1)=	.2672376
R(1,2)=	.0573783	I(1,2)=	.2617313
R(1,3)=	.0573420	I(1,3)=	.2488424
R(1,4)=	.0566781	I(1,4)=	.2410327
R(1,5)=	.0566575	I(1,5)=	.2358477
R(1,6)=	.0576392	I(1,6)=	.2548941
R(2,1)=	.0573783	I(2,1)=	.2617313
R(2,2)=	.0573906	I(2,2)=	.2672376
R(2,3)=	.0573783	I(2,3)=	.2617313
R(2,4)=	.0566785	I(2,4)=	.2411487
R(2,5)=	.0566785	I(2,5)=	.2411487
R(2,6)=	.0576802	I(2,6)=	.2720708
R(3,1)=	.0573420	I(3,1)=	.2488424
R(3,2)=	.0573783	I(3,2)=	.2617313
R(3,3)=	.0573906	I(3,3)=	.2672376
R(3,4)=	.0566575	I(3,4)=	.2358477
R(3,5)=	.0566781	I(3,5)=	.2410327
R(3,6)=	.0576960	I(3,6)=	.2812656
R(4,1)=	.0566781	I(4,1)=	.2410327
R(4,2)=	.0566785	I(4,2)=	.2411487
R(4,3)=	.0566575	I(4,3)=	.2358477
R(4,4)=	.0559953	I(4,4)=	.2232167
R(4,5)=	.0559864	I(4,5)=	.2216220
R(4,6)=	.0569473	I(4,6)=	.2428455
R(5,1)=	.0566575	I(5,1)=	.2358477
R(5,2)=	.0566785	I(5,2)=	.2411487
R(5,3)=	.0566781	I(5,3)=	.2410327
R(5,4)=	.0559864	I(5,4)=	.2216220
R(5,5)=	.0559953	I(5,5)=	.2232167
R(5,6)=	.0569712	I(5,6)=	.2499481
R(6,1)=	.0576392	I(6,1)=	.2548941
R(6,2)=	.0576802	I(6,2)=	.2720708
R(6,3)=	.0576960	I(6,3)=	.2812656
R(6,4)=	.0569473	I(6,4)=	.2428455
R(6,5)=	.0569712	I(6,5)=	.2499481
R(6,6)=	.0580068	I(6,6)=	.2989146

Tab. 2.7 - Matriz componente $\dot{\underline{\underline{Z}}}_t$ de impedâncias do sistema de transmissão A

** MATRIZ DE IMPEDANCIA DE LINHA (Z): EFEITOS SUPERPOSTOS (OHM/KM) **

ELEMENTOS DA MATRIZ

R(1,1)=	.1076406	I(1,1)=	.7179664
R(1,2)=	.0573783	I(1,2)=	.3369835
R(1,3)=	.0573420	I(1,3)=	.2847208
R(1,4)=	.0566781	I(1,4)=	.3259040
R(1,5)=	.0566575	I(1,5)=	.2928892
R(1,6)=	.0576392	I(1,6)=	.2790824
R(2,1)=	.0573783	I(2,1)=	.3369835
R(2,2)=	.1076406	I(2,2)=	.7179664
R(2,3)=	.0573783	I(2,3)=	.3369835
R(2,4)=	.0566785	I(2,4)=	.3270205
R(2,5)=	.0566785	I(2,5)=	.3270205
R(2,6)=	.0576802	I(2,6)=	.3238621
R(3,1)=	.0573420	I(3,1)=	.2847208
R(3,2)=	.0573783	I(3,2)=	.3369835
R(3,3)=	.1076406	I(3,3)=	.7179664
R(3,4)=	.0566575	I(3,4)=	.2928892
R(3,5)=	.0566781	I(3,5)=	.3259040
R(3,6)=	.0576960	I(3,6)=	.3966460
R(4,1)=	.0566781	I(4,1)=	.3259040
R(4,2)=	.0566785	I(4,2)=	.3270205
R(4,3)=	.0566575	I(4,3)=	.2928892
R(4,4)=	3.1009955	I(4,4)=	1.9388335
R(4,5)=	.0559864	I(4,5)=	.3416826
R(4,6)=	.0569473	I(4,6)=	.2790037
R(5,1)=	.0566575	I(5,1)=	.2928892
R(5,2)=	.0566785	I(5,2)=	.3270205
R(5,3)=	.0566781	I(5,3)=	.3259040
R(5,4)=	.0559864	I(5,4)=	.3416826
R(5,5)=	3.1009955	I(5,5)=	1.9388335
R(5,6)=	.0569712	I(5,6)=	.3014101
R(6,1)=	.0576392	I(6,1)=	.2790824
R(6,2)=	.0576802	I(6,2)=	.3238621
R(6,3)=	.0576960	I(6,3)=	.3966460
R(6,4)=	.0569473	I(6,4)=	.2790037
R(6,5)=	.0569712	I(6,5)=	.3014101
R(6,6)=	.1585068	I(6,6)=	.8555712

Tab. 2.8 - Matriz total de impedâncias $\underline{\underline{\dot{Z}}}$ do sistema de transmissão A

** MATRIZ DE IMPEDANCIA DE LINHA (Z): EFEITOS SUPERPOSTOS (OHM/KM) **

(APLICADA REDUCAO DE KRON NA MATRIZ)

ELEMENTOS DA MATRIZ

R(1,1)=	.1357490	I(1,1)=	.6754745
R(1,2)=	.0873148	I(1,2)=	.2925088
R(1,3)=	.0851699	I(1,3)=	.2423766
R(1,4)=	.0833336	I(1,4)=	.2389199
R(2,1)=	.0873148	I(2,1)=	.2925088
R(2,2)=	.1396747	I(2,2)=	.6713414
R(2,3)=	.0873148	I(2,3)=	.2925088
R(2,4)=	.0852959	I(2,4)=	.2816926
R(3,1)=	.0851699	I(3,1)=	.2423766
R(3,2)=	.0873148	I(3,2)=	.2925088
R(3,3)=	.1357490	I(3,3)=	.6754745
R(3,4)=	.0835807	I(3,4)=	.3563833
R(4,1)=	.0833336	I(4,1)=	.2389199
R(4,2)=	.0852959	I(4,2)=	.2816926
R(4,3)=	.0835807	I(4,3)=	.3563833
R(4,4)=	.1823390	I(4,4)=	.8174241

Tab. 2.9 - Matriz total reduzida de impedâncias $\underline{\underline{\dot{Z}}}$ do sistema de transmissão A

** MATRIZ DE ADMITANCIA DE LINHA (Y): (SIEMENS/KM) **

ELEMENTOS DA MATRIZ

Y(1,1)=	.375683E-05
Y(1,2)=	-.507080E-06
Y(1,3)=	-.124923E-06
Y(1,4)=	-.366883E-06
Y(1,5)=	-.169161E-06
Y(1,6)=	-.521736E-07
Y(2,1)=	-.507080E-06
Y(2,2)=	.387893E-05
Y(2,3)=	-.463026E-06
Y(2,4)=	-.324961E-06
Y(2,5)=	-.321694E-06
Y(2,6)=	-.197612E-06
Y(3,1)=	-.124923E-06
Y(3,2)=	-.463026E-06
Y(3,3)=	.393480E-05
Y(3,4)=	-.158060E-06
Y(3,5)=	-.342582E-06
Y(3,6)=	-.746176E-06
Y(4,1)=	-.366883E-06
Y(4,2)=	-.324961E-06
Y(4,3)=	-.158060E-06
Y(4,4)=	.252325E-05
Y(4,5)=	-.354880E-06
Y(4,6)=	-.536678E-07
Y(5,1)=	-.169161E-06
Y(5,2)=	-.321694E-06
Y(5,3)=	-.342582E-06
Y(5,4)=	-.354880E-06
Y(5,5)=	.252587E-05
Y(5,6)=	-.105137E-06
Y(6,1)=	-.521736E-07
Y(6,2)=	-.197612E-06
Y(6,3)=	-.746176E-06
Y(6,4)=	-.536678E-07
Y(6,5)=	-.105137E-06
Y(6,6)=	.311313E-05

Tab. 2.1.0 - Matriz de admitâncias $\underline{\underline{\dot{y}}}$ do sistema de transmissão A

** MATRIZ DE ADMITANCIA DE LINHA (Y): (SIEMENS/KM) **

(APLICADA REDUCAO NA MATRIZ)

ELEMENTOS DA MATRIZ

Y(1,1)=	.375683E-05
Y(1,2)=	-.507080E-06
Y(1,3)=	-.124923E-06
Y(1,4)=	-.521736E-07
Y(2,1)=	-.507080E-06
Y(2,2)=	.387893E-05
Y(2,3)=	-.463026E-06
Y(2,4)=	-.197612E-06
Y(3,1)=	-.124923E-06
Y(3,2)=	-.463026E-06
Y(3,3)=	.393480E-05
Y(3,4)=	-.746176E-06
Y(4,1)=	-.521736E-07
Y(4,2)=	-.197612E-06
Y(4,3)=	-.746176E-06
Y(4,4)=	.311313E-05

Tab. 2.11 - Matriz reduzida de admitâncias $\underline{\underline{\dot{Y}}}$ do sistema de transmissão A

*** MATRIZ DE IMPEDANCIA ZG : EFEITOS DA GEOMETRIA (OHM/KM) ***

ELEMENTOS DA MATRIZ

I(1,1)=	.5027578
I(1,2)=	.1311888
I(1,3)=	.0660062
I(1,4)=	.1171352
I(1,5)=	.0852929
I(1,6)=	.0530835
I(1,7)=	.1898131
I(1,8)=	.1109573
I(2,1)=	.1311888
I(2,2)=	.4765246
I(2,3)=	.0992348
I(2,4)=	.0853208
I(2,5)=	.0763704
I(2,6)=	.0570630
I(2,7)=	.1055715
I(2,8)=	.0761260
I(3,1)=	.0660062
I(3,2)=	.0992348
I(3,3)=	.4358541
I(3,4)=	.0530835
I(3,5)=	.0570387
I(3,6)=	.0577003
I(3,7)=	.0554164
I(3,8)=	.0460643
I(4,1)=	.1171352
I(4,2)=	.0853208
I(4,3)=	.0530835
I(4,4)=	.5027578
I(4,5)=	.1311756
I(4,6)=	.0660062
I(4,7)=	.1109938
I(4,8)=	.1897805
I(5,1)=	.0852929
I(5,2)=	.0763704
I(5,3)=	.0570387
I(5,4)=	.1311756
I(5,5)=	.4765246
I(5,6)=	.0992222
I(5,7)=	.0761260
I(5,8)=	.1055715
I(6,1)=	.0530835
I(6,2)=	.0570630
I(6,3)=	.0577003
I(6,4)=	.0660062
I(6,5)=	.0992222
I(6,6)=	.4358541
I(6,7)=	.0460730
I(6,8)=	.0554151
I(7,1)=	.1898131
I(7,2)=	.1055715
I(7,3)=	.0554164
I(7,4)=	.1109938
I(7,5)=	.0761260
I(7,6)=	.0460730
I(7,7)=	.7072654
I(7,8)=	.1138040
I(8,1)=	.1109573
I(8,2)=	.0761260
I(8,3)=	.0460643
I(8,4)=	.1897805
I(8,5)=	.1055715
I(8,6)=	.0554151
I(8,7)=	.1138040
I(8,8)=	.7072654

Tab. 2.12- Matriz componente $\underline{\dot{Z}}_G$ de impedâncias do sistema de transmissão B

ELEMENTOS DA MATRIZ

R(1,1)=	.0203500	I(1,1)=	.0080694
R(1,2)=	.0000000	I(1,2)=	.0000000
R(1,3)=	.0000000	I(1,3)=	.0000000
R(1,4)=	.0000000	I(1,4)=	.0000000
R(1,5)=	.0000000	I(1,5)=	.0000000
R(1,6)=	.0000000	I(1,6)=	.0000000
R(1,7)=	.0000000	I(1,7)=	.0000000
R(1,8)=	.0000000	I(1,8)=	.0000000
R(2,1)=	.0000000	I(2,1)=	.0000000
R(2,2)=	.0203500	I(2,2)=	.0080694
R(2,3)=	.0000000	I(2,3)=	.0000000
R(2,4)=	.0000000	I(2,4)=	.0000000
R(2,5)=	.0000000	I(2,5)=	.0000000
R(2,6)=	.0000000	I(2,6)=	.0000000
R(2,7)=	.0000000	I(2,7)=	.0000000
R(2,8)=	.0000000	I(2,8)=	.0000000
R(3,1)=	.0000000	I(3,1)=	.0000000
R(3,2)=	.0000000	I(3,2)=	.0000000
R(3,3)=	.0203500	I(3,3)=	.0080694
R(3,4)=	.0000000	I(3,4)=	.0000000
R(3,5)=	.0000000	I(3,5)=	.0000000
R(3,6)=	.0000000	I(3,6)=	.0000000
R(3,7)=	.0000000	I(3,7)=	.0000000
R(3,8)=	.0000000	I(3,8)=	.0000000
R(4,1)=	.0000000	I(4,1)=	.0000000
R(4,2)=	.0000000	I(4,2)=	.0000000
R(4,3)=	.0000000	I(4,3)=	.0000000
R(4,4)=	.0203500	I(4,4)=	.0080694
R(4,5)=	.0000000	I(4,5)=	.0000000
R(4,6)=	.0000000	I(4,6)=	.0000000
R(4,7)=	.0000000	I(4,7)=	.0000000
R(4,8)=	.0000000	I(4,8)=	.0000000
R(5,1)=	.0000000	I(5,1)=	.0000000
R(5,2)=	.0000000	I(5,2)=	.0000000
R(5,3)=	.0000000	I(5,3)=	.0000000
R(5,4)=	.0000000	I(5,4)=	.0000000
R(5,5)=	.0203500	I(5,5)=	.0080694
R(5,6)=	.0000000	I(5,6)=	.0000000
R(5,7)=	.0000000	I(5,7)=	.0000000
R(5,8)=	.0000000	I(5,8)=	.0000000
R(6,1)=	.0000000	I(6,1)=	.0000000
R(6,2)=	.0000000	I(6,2)=	.0000000
R(6,3)=	.0000000	I(6,3)=	.0000000
R(6,4)=	.0000000	I(6,4)=	.0000000
R(6,5)=	.0000000	I(6,5)=	.0000000
R(6,6)=	.0203500	I(6,6)=	.0080694
R(6,7)=	.0000000	I(6,7)=	.0000000
R(6,8)=	.0000000	I(6,8)=	.0000000
R(7,1)=	.0000000	I(7,1)=	.0000000
R(7,2)=	.0000000	I(7,2)=	.0000000
R(7,3)=	.0000000	I(7,3)=	.0000000
R(7,4)=	.0000000	I(7,4)=	.0000000
R(7,5)=	.0000000	I(7,5)=	.0000000
R(7,6)=	.0000000	I(7,6)=	.0000000
R(7,7)=	.3679000	I(7,7)=	.0798357
R(7,8)=	.0000000	I(7,8)=	.0000000
R(8,1)=	.0000000	I(8,1)=	.0000000
R(8,2)=	.0000000	I(8,2)=	.0000000
R(8,3)=	.0000000	I(8,3)=	.0000000
R(8,4)=	.0000000	I(8,4)=	.0000000
R(8,5)=	.0000000	I(8,5)=	.0000000
R(8,6)=	.0000000	I(8,6)=	.0000000
R(8,7)=	.0000000	I(8,7)=	.0000000
R(8,8)=	.3679000	I(8,8)=	.0798357

Tab. 2.13 - Matriz componente $\underline{\dot{Z}}_C$ de impedâncias do Sistema de transmissão B

*** MATRIZ DE IMPEDANCIA ZT ; CORRECAO DE CARSON (OHM/KM) ***

ELEMENTOS DA MATRIZ

R(1,1)=	.0543622	I(1,1)=	.1912226
R(1,2)=	.0550081	I(1,2)=	.2023343
R(1,3)=	.0556752	I(1,3)=	.2158345
R(1,4)=	.0543433	I(1,4)=	.1894964
R(1,5)=	.0549820	I(1,5)=	.1993701
R(1,6)=	.0556526	I(1,6)=	.2124481
R(1,7)=	.0539999	I(1,7)=	.1855880
R(1,8)=	.0539780	I(1,8)=	.1837932
R(2,1)=	.0550081	I(2,1)=	.2023343
R(2,2)=	.0556739	I(2,2)=	.2158076
R(2,3)=	.0563611	I(2,3)=	.2325030
R(2,4)=	.0549820	I(2,4)=	.1993733
R(2,5)=	.0556374	I(2,5)=	.2104743
R(2,6)=	.0563292	I(2,6)=	.2259442
R(2,7)=	.0546364	I(2,7)=	.1957622
R(2,8)=	.0546061	I(2,8)=	.1927569
R(3,1)=	.0556752	I(3,1)=	.2158345
R(3,2)=	.0563611	I(3,2)=	.2325030
R(3,3)=	.0570726	I(3,3)=	.2548277
R(3,4)=	.0556526	I(3,4)=	.2124481
R(3,5)=	.0563292	I(3,5)=	.2259374
R(3,6)=	.0570443	I(3,6)=	.2456322
R(3,7)=	.0552917	I(3,7)=	.2077861
R(3,8)=	.0552655	I(3,8)=	.2044755
R(4,1)=	.0543433	I(4,1)=	.1894964
R(4,2)=	.0549820	I(4,2)=	.1993733
R(4,3)=	.0556526	I(4,3)=	.2124481
R(4,4)=	.0543622	I(4,4)=	.1912226
R(4,5)=	.0550081	I(4,5)=	.2023338
R(4,6)=	.0556752	I(4,6)=	.2158345
R(4,7)=	.0539780	I(4,7)=	.1837952
R(4,8)=	.0539999	I(4,8)=	.1855878
R(5,1)=	.0549820	I(5,1)=	.1993701
R(5,2)=	.0556374	I(5,2)=	.2104743
R(5,3)=	.0563292	I(5,3)=	.2259374
R(5,4)=	.0550081	I(5,4)=	.2023338
R(5,5)=	.0556739	I(5,5)=	.2158076
R(5,6)=	.0563611	I(5,6)=	.2325020
R(5,7)=	.0546061	I(5,7)=	.1927569
R(5,8)=	.0546364	I(5,8)=	.1957622
R(6,1)=	.0556526	I(6,1)=	.2124481
R(6,2)=	.0563292	I(6,2)=	.2259442
R(6,3)=	.0570443	I(6,3)=	.2456322
R(6,4)=	.0556752	I(6,4)=	.2158345
R(6,5)=	.0563611	I(6,5)=	.2325020
R(6,6)=	.0570726	I(6,6)=	.2548277
R(6,7)=	.0552656	I(6,7)=	.2044791
R(6,8)=	.0552917	I(6,8)=	.2077858
R(7,1)=	.0539999	I(7,1)=	.1855880
R(7,2)=	.0546364	I(7,2)=	.1957622
R(7,3)=	.0552917	I(7,3)=	.2077861
R(7,4)=	.0539780	I(7,4)=	.1837952
R(7,5)=	.0546061	I(7,5)=	.1927569
R(7,6)=	.0552656	I(7,6)=	.2044791
R(7,7)=	.0536437	I(7,7)=	.1804475
R(7,8)=	.0536180	I(7,8)=	.1785578
R(8,1)=	.0539780	I(8,1)=	.1837932
R(8,2)=	.0546061	I(8,2)=	.1927569
R(8,3)=	.0552655	I(8,3)=	.2044755
R(8,4)=	.0539999	I(8,4)=	.1855878
R(8,5)=	.0546364	I(8,5)=	.1957622
R(8,6)=	.0552917	I(8,6)=	.2077858
R(8,7)=	.0536180	I(8,7)=	.1785578
R(8,8)=	.0536437	I(8,8)=	.1804475

Tab. 2.14 - Matriz componente $\dot{\underline{Z}}_t$ de impedâncias do sistema de transmissão B

** MATRIZ DE IMPEDANCIA DE LINHA (Z):- EFEITOS SUPERPOSTOS (OHM/KM) **

ELEMENTOS DA MATRIZ

R(1,1)=	.0747122	I(1,1)=	.7020499
R(1,2)=	.0550081	I(1,2)=	.3335231
R(1,3)=	.0556752	I(1,3)=	.2818406
R(1,4)=	.0543433	I(1,4)=	.3066316
R(1,5)=	.0549820	I(1,5)=	.2846630
R(1,6)=	.0556526	I(1,6)=	.2655316
R(1,7)=	.0539999	I(1,7)=	.3754011
R(1,8)=	.0539780	I(1,8)=	.2947505
R(2,1)=	.0550081	I(2,1)=	.3335231
R(2,2)=	.0760240	I(2,2)=	.7004017
R(2,3)=	.0563611	I(2,3)=	.3317378
R(2,4)=	.0549820	I(2,4)=	.2846941
R(2,5)=	.0556374	I(2,5)=	.2868447
R(2,6)=	.0563292	I(2,6)=	.2830072
R(2,7)=	.0546364	I(2,7)=	.3013337
R(2,8)=	.0546061	I(2,8)=	.2688829
R(3,1)=	.0556752	I(3,1)=	.2818406
R(3,2)=	.0563611	I(3,2)=	.3317378
R(3,3)=	.0774226	I(3,3)=	.6987512
R(3,4)=	.0556526	I(3,4)=	.2655316
R(3,5)=	.0563292	I(3,5)=	.2829760
R(3,6)=	.0570443	I(3,6)=	.3033325
R(3,7)=	.0552917	I(3,7)=	.2632025
R(3,8)=	.0552655	I(3,8)=	.2505397
R(4,1)=	.0543433	I(4,1)=	.3066316
R(4,2)=	.0549820	I(4,2)=	.2846941
R(4,3)=	.0556526	I(4,3)=	.2655316
R(4,4)=	.0747122	I(4,4)=	.7020499
R(4,5)=	.0550081	I(4,5)=	.3335094
R(4,6)=	.0556752	I(4,6)=	.2818406
R(4,7)=	.0539780	I(4,7)=	.2947890
R(4,8)=	.0539999	I(4,8)=	.3753683
R(5,1)=	.0549820	I(5,1)=	.2846630
R(5,2)=	.0556374	I(5,2)=	.2868447
R(5,3)=	.0563292	I(5,3)=	.2829760
R(5,4)=	.0550081	I(5,4)=	.3335094
R(5,5)=	.0760240	I(5,5)=	.7004017
R(5,6)=	.0563611	I(5,6)=	.3317242
R(5,7)=	.0546061	I(5,7)=	.2688829
R(5,8)=	.0546364	I(5,8)=	.3013337
R(6,1)=	.0556526	I(6,1)=	.2655316
R(6,2)=	.0563292	I(6,2)=	.2830072
R(6,3)=	.0570443	I(6,3)=	.3033325
R(6,4)=	.0556752	I(6,4)=	.2818406
R(6,5)=	.0563611	I(6,5)=	.3317242
R(6,6)=	.0774226	I(6,6)=	.6987512
R(6,7)=	.0552656	I(6,7)=	.2505522
R(6,8)=	.0552917	I(6,8)=	.2632008
R(7,1)=	.0539999	I(7,1)=	.3754011
R(7,2)=	.0546364	I(7,2)=	.3013337
R(7,3)=	.0552917	I(7,3)=	.2632025
R(7,4)=	.0539780	I(7,4)=	.2947890
R(7,5)=	.0546061	I(7,5)=	.2688829
R(7,6)=	.0552656	I(7,6)=	.2505522
R(7,7)=	.4215437	I(7,7)=	.9675486
R(7,8)=	.0536180	I(7,8)=	.2923619
R(8,1)=	.0539780	I(8,1)=	.2947505
R(8,2)=	.0546061	I(8,2)=	.2688829
R(8,3)=	.0552655	I(8,3)=	.2505397
R(8,4)=	.0539999	I(8,4)=	.3753683
R(8,5)=	.0546364	I(8,5)=	.3013337
R(8,6)=	.0552917	I(8,6)=	.2632008
R(8,7)=	.0536180	I(8,7)=	.2923619
R(8,8)=	.4215437	I(8,8)=	.9675486

Tab. 2.15- Matriz total de impedâncias $\underline{\underline{Z}}$ do sistema de transmissão B

** MATRIZ DE IMPEDANCIA DE LINHA (Z): EFEITOS SUPERPOSTOS (OHM/KM) *

(APLICADA REDUCAO DE KRON NA MATRIZ)

ELEMENTOS DA MATRIZ

R(1,1)=	.0837710	I(1,1)=	.5273875
R(1,2)=	.0575190	I(1,2)=	.1856992
R(1,3)=	.0545248	I(1,3)=	.1488103
R(1,4)=	.0593606	I(1,4)=	.1393948
R(1,5)=	.0558679	I(1,5)=	.1398298
R(1,6)=	.0538703	I(1,6)=	.1336657
R(2,1)=	.0575190	I(2,1)=	.1856992
R(2,2)=	.0741065	I(2,2)=	.5746537
R(2,3)=	.0518888	I(2,3)=	.2183052
R(2,4)=	.0558689	I(2,4)=	.1398583
R(2,5)=	.0530669	I(2,5)=	.1623005
R(2,6)=	.0516032	I(2,6)=	.1700421
R(3,1)=	.0545248	I(3,1)=	.1488103
R(3,2)=	.0518888	I(3,2)=	.2183052
R(3,3)=	.0709866	I(3,3)=	.5963222
R(3,4)=	.0538699	I(3,4)=	.1336674
R(3,5)=	.0516026	I(3,5)=	.1700134
R(3,6)=	.0505096	I(3,6)=	.2010848
R(4,1)=	.0593606	I(4,1)=	.1393948
R(4,2)=	.0558689	I(4,2)=	.1398583
R(4,3)=	.0538699	I(4,3)=	.1336674
R(4,4)=	.0837680	I(4,4)=	.5273913
R(4,5)=	.0575185	I(4,5)=	.1856857
R(4,6)=	.0545249	I(4,6)=	.1488077
R(5,1)=	.0558679	I(5,1)=	.1398298
R(5,2)=	.0530669	I(5,2)=	.1623005
R(5,3)=	.0516026	I(5,3)=	.1700134
R(5,4)=	.0575185	I(5,4)=	.1856857
R(5,5)=	.0741065	I(5,5)=	.5746537
R(5,6)=	.0518891	I(5,6)=	.2182895
R(6,1)=	.0538703	I(6,1)=	.1336657
R(6,2)=	.0516032	I(6,2)=	.1700421
R(6,3)=	.0505096	I(6,3)=	.2010848
R(6,4)=	.0545249	I(6,4)=	.1488077
R(6,5)=	.0518891	I(6,5)=	.2182895
R(6,6)=	.0709871	I(6,6)=	.5963182

Tab. 2.16 - Matriz total reduzida de impedâncias $\underline{\underline{\dot{Z}}}$ do sistema de transmissão B

** MATRIZ DE ADMITANCIA DE LINHA (Y): (SIEMENS/KM) **

ELEMENTOS DA MATRIZ

Y(1,1)=	.384047E-05
Y(1,2)=	-.677190E-06
Y(1,3)=	-.205552E-06
Y(1,4)=	-.420659E-06
Y(1,5)=	-.237238E-06
Y(1,6)=	-.122404E-06
Y(1,7)=	-.776419E-06
Y(1,8)=	-.233415E-06
Y(2,1)=	-.677190E-06
Y(2,2)=	.380921E-05
Y(2,3)=	-.635015E-06
Y(2,4)=	-.237434E-06
Y(2,5)=	-.243297E-06
Y(2,6)=	-.201451E-06
Y(2,7)=	-.243232E-06
Y(2,8)=	-.107456E-06
Y(3,1)=	-.205552E-06
Y(3,2)=	-.635015E-06
Y(3,3)=	.389972E-05
Y(3,4)=	-.122410E-06
Y(3,5)=	-.201263E-06
Y(3,6)=	-.328240E-06
Y(3,7)=	-.851269E-07
Y(3,8)=	-.510885E-07
Y(4,1)=	-.420659E-06
Y(4,2)=	-.237434E-06
Y(4,3)=	-.122410E-06
Y(4,4)=	.384040E-05
Y(4,5)=	-.677086E-06
Y(4,6)=	-.205550E-06
Y(4,7)=	-.233595E-06
Y(4,8)=	-.776212E-06
Y(5,1)=	-.237238E-06
Y(5,2)=	-.243297E-06
Y(5,3)=	-.201263E-06
Y(5,4)=	-.677086E-06
Y(5,5)=	.380907E-05
Y(5,6)=	-.634908E-06
Y(5,7)=	-.107460E-06
Y(5,8)=	-.243336E-06
Y(6,1)=	-.122404E-06
Y(6,2)=	-.201451E-06
Y(6,3)=	-.328240E-06
Y(6,4)=	-.205550E-06
Y(6,5)=	-.634908E-06
Y(6,6)=	.389971E-05
Y(6,7)=	-.511039E-07
Y(6,8)=	-.851335E-07
Y(7,1)=	-.776419E-06
Y(7,2)=	-.243232E-06
Y(7,3)=	-.851269E-07
Y(7,4)=	-.233595E-06
Y(7,5)=	-.107460E-06
Y(7,6)=	-.511039E-07
Y(7,7)=	.256401E-05
Y(7,8)=	-.176312E-06
Y(8,1)=	-.233415E-06
Y(8,2)=	-.107456E-06
Y(8,3)=	-.510885E-07
Y(8,4)=	-.776212E-06
Y(8,5)=	-.243336E-06
Y(8,6)=	-.851335E-07
Y(8,7)=	-.176312E-06
Y(8,8)=	.256389E-05

Tab. 2.17- Matriz de admitâncias $\underline{\underline{y}}$ do sistema de transmissão B

** MATRIZ DE ADMITANCIA DE LINHA (Y): (SIEMENS/KM) **

(APLICADA REDUCAO NA MATRIZ)

ELEMENTOS DA MATRIZ

Y(1,1)=	.384047E-05
Y(1,2)=	-.677190E-06
Y(1,3)=	-.205552E-06
Y(1,4)=	-.420659E-06
Y(1,5)=	-.237238E-06
Y(1,6)=	-.122404E-06
Y(2,1)=	-.677190E-06
Y(2,2)=	.380921E-05
Y(2,3)=	-.635015E-06
Y(2,4)=	-.237434E-06
Y(2,5)=	-.243297E-06
Y(2,6)=	-.201451E-06
Y(3,1)=	-.205552E-06
Y(3,2)=	-.635015E-06
Y(3,3)=	.389972E-05
Y(3,4)=	-.122410E-06
Y(3,5)=	-.201263E-06
Y(3,6)=	-.328240E-06
Y(4,1)=	-.420659E-06
Y(4,2)=	-.237434E-06
Y(4,3)=	-.122410E-06
Y(4,4)=	.384040E-05
Y(4,5)=	-.677086E-06
Y(4,6)=	-.205550E-06
Y(5,1)=	-.237238E-06
Y(5,2)=	-.243297E-06
Y(5,3)=	-.201263E-06
Y(5,4)=	-.677086E-06
Y(5,5)=	.380907E-05
Y(5,6)=	-.634908E-06
Y(6,1)=	-.122404E-06
Y(6,2)=	-.201451E-06
Y(6,3)=	-.328240E-06
Y(6,4)=	-.205550E-06
Y(6,5)=	-.634908E-06
Y(6,6)=	.389971E-05

Tab. 2.18 - Matriz reduzida de admitâncias $\underline{\underline{\dot{Y}}}$ do sistema de transmissão B

2.5 - CONCLUSÕES

Como já citado anteriormente, o cálculo de parâmetros elétricos de linhas de transmissão tem uso destacado e frequente na análise de diversos tipos de estudos nos sistemas de energia elétrica e, em particular, será de muita importância sua utilização nos próximos capítulos.

A eficiência e confiabilidade do programa digital elaborado no cálculo das matrizes $\dot{\underline{\underline{Z}}}$ e $\dot{\underline{\underline{Y}}}$ podem ser analisadas na observação das matrizes resultantes do sistema de transmissão B da figura 2.5. Este mesmo sistema de transmissão é apresentado como configuração exemplo de estudo das matrizes anteriores em outros artigos [11], cujos resultados finais verificados, comparados com aqueles obtidos neste trabalho, tornou possível avaliar a qualidade e precisão do programa desenvolvido. É importante salientar que trabalhos específicos que apresentam estudos na obtenção de parâmetros elétricos de linhas de transmissão utilizando programas digitais, aplicam técnica e metodologia próprias em busca de melhores modelos. Portanto, eventuais comparações realizadas entre resultados obtidos de diferentes trabalhos devem considerar as observações anteriormente assinaladas.

A inclusão do cálculo de novos parâmetros, tal como impedâncias sequenciais é facilmente incorporada em face da grande flexibilidade a alterações, que o programa construído oferece. A apresentação das matrizes componentes da matriz total de impedâncias $\dot{\underline{\underline{Z}}}$ possibilita a análise da contribuição que cada componente proporciona na composição da matriz total resultante. No uso de condutores múltiplos por fase, seu posicionamento em relação ao sistema de coordenadas adotado deverá ser

utilizado o centro geométrico do arranjo dos subcondutores, de tal forma que o condutor múltiplo é representado como se fosse um único condutor simples equivalente.

CAPÍTULO III

EXTRAÇÃO DE POTÊNCIA ATRAVÉS DA UTILIZAÇÃO DE CONDUTORES ISOLADOS: SOLUÇÃO APROXIMADA

CAPÍTULO III

EXTRAÇÃO DE POTÊNCIA ATRAVÉS DA UTILIZAÇÃO DE CONDUTORES ISOLADOS: SOLUÇÃO APROXIMADA

3.1 - INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas, os níveis de tensão utilizados na transmissão de energia elétrica têm aumentado significativamente com o aumento gradativo da demanda de energia e, a julgar pelas pesquisas em andamento, pode-se concluir que tal tendência deve manter-se no futuro. Por tal motivo, os efeitos dos campos eletrostático e eletromagnético na vizinhança das linhas de transmissão são normalmente alvo de estudos orientados no sentido de resolver problemas que já se vão tornando usuais para os engenheiros de tais sistemas, tais como efeito corona e rádio-interferência, tensões induzidas em objetos e questões de segurança para pessoas e animais, corrosão em condutos metálicos, etc.

Uma possibilidade que deve merecer especial atenção por parte dos pesquisadores é a utilização dos efeitos eletromagnéticos e eletrostáticos na extração de potências suficientes para a alimentação de pequenas cargas eventualmente existentes nas vizinhanças das linhas de transmissão, como pequenos empreendimentos rurais, sistemas de iluminação de vilas comunitárias e outros, evitando-se desta forma a construção das tradicionais subestações abaixadoras, em tais casos, economicamente inviável.

O estudo descrito neste capítulo aborda tal possibilidade, calculando os níveis de tensão induzida em con

dutores isolados colocados na vizinhança e paralelamente à linha de transmissão e analisa o problema da extração de potência utilizando tais condutores como fonte supridora.

Neste capítulo, a solução do sistema de equações diferenciais que traduzem o comportamento em regime permanente das tensões e correntes de um sistema de condutores colocados em presença da terra, recorre ao desenvolvimento em série [19] dessas mesmas equações, alternativa que embora levando a uma solução aproximada fornece resultados suficientemente precisos, como se constatará posteriormente.

3.2 - O FENÔMENO DA PROPAGAÇÃO

Quando uma linha de transmissão é energizada, ao longo da mesma estabelecem-se, progressivamente, campos elétricos e campos magnéticos que se propagam da geração para a recepção. O estudo do fenômeno da propagação de campos eletromagnéticos está relacionado com vários parâmetros e condições de contorno referentes ao próprio sistema de transmissão.

Em problemas de engenharia, em geral, não é suficiente procurar uma fórmula que possa ser aplicada indiscriminadamente na solução de um problema particular, sem o conhecimento completo das limitações e simplificações admitidas em sua derivação. As chamadas soluções matemáticas dos fenômenos físicos exigem, normalmente, simplificações e idealizações: a busca matemática de uma fórmula a partir de princípios fundamentais deve, além da fórmula propriamente dita, fornecer todas as informações referentes às restrições, aproximações e limitações

que são impostas.

O desenvolvimento das equações gerais de propagação em sistemas de transmissão de energia elétrica, tendo-se em consideração as observações acima referidas, será objeto da análise apresentada nos itens seguintes.

3.2.1 - O fenômeno da propagação eletromagnética em sistemas monofásicos

A fim de melhor compreender o efeito da propagação das ondas eletromagnéticas em linhas de transmissão, analisar-se-á inicialmente a propagação em um sistema constituído por um condutor em presença de um plano de terra infinito. As equações obtidas para este caso simples serão posteriormente estendidas para modelos mais complexos.

O arranjo de um condutor em presença de um plano de terra ideal é mostrado na figura 3.1, onde se representa apenas um comprimento infinitesimal.

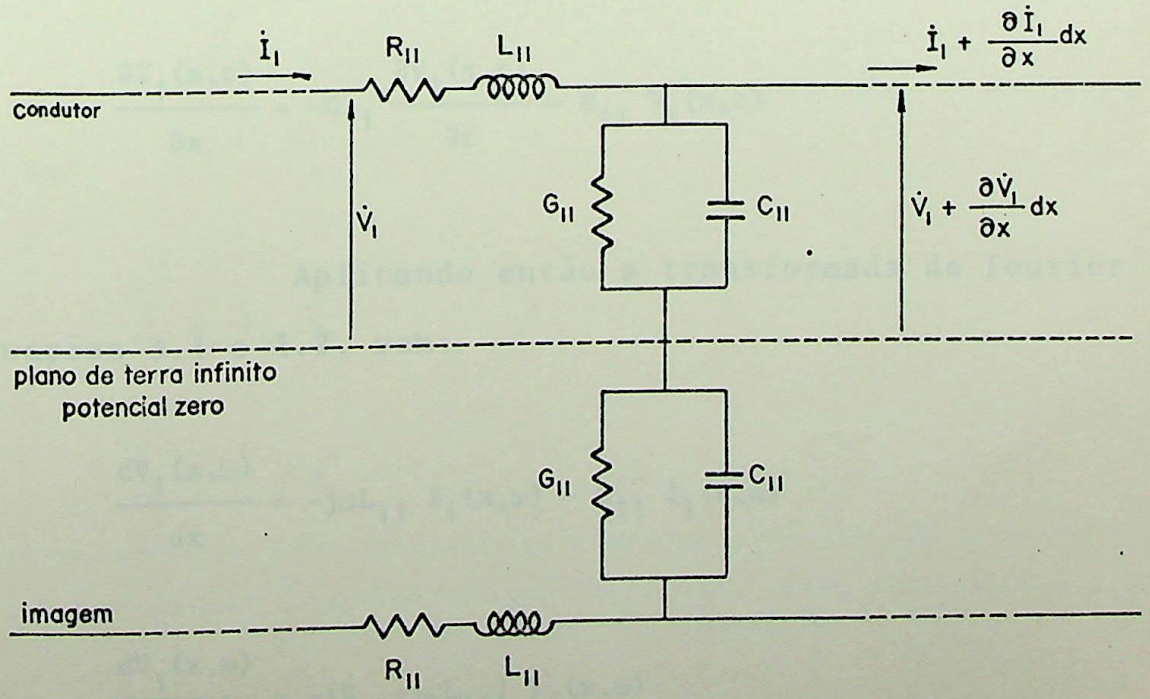


Fig. 3.1 - Representação de um elemento infinitesimal de linha monofásica

onde:

R_{11} - resistência da linha por unidade de comprimento (ohms)

L_{11} - indutância da linha por unidade de comprimento (henrys)

G_{11} - condutância da linha por unidade de comprimento (siemens)

C_{11} - capacitância da linha por unidade de comprimento (farads)

As grandezas I_1 (corrente) e V_1 (tensão) são na realidade funções da distância e do tempo, de maneira que as equações gerais de propagação deduzem-se diretamente das expressões que resultam da aplicação das leis de Kirchoff na figura 3.1, onde as equações diferenciais parciais que relacionam as grandezas envolvidas serão:

$$\frac{\partial V_1(x,t)}{\partial x} = -L_{11} \frac{\partial I_1(x,t)}{\partial t} - R_{11}\, I_1(x,t) \qquad (3.1)$$

$$\frac{\partial I_1(x,t)}{\partial x} = -C_{11} \frac{\partial V_1(x,t)}{\partial t} - G_{11}\, V_1(x,t) \qquad (3.2)$$

Aplicando então a transformada de Fourier às equações 3.1 e 3.2, vem:

$$\frac{dV_1(x,\omega)}{dx} = -j\omega L_{11}\, I_1(x,\omega) - R_{11}\, I_1(x,\omega)$$

$$\frac{dV_1(x,\omega)}{dx} = -(R_{11}+j\omega L_{11})\, I_1(x,\omega)$$

ou

$$\frac{dV_1(x,\omega)}{dx} = -Z_{11}(\omega).I_1(x,\omega) \qquad (3.3)$$

e

$$\frac{dI_1(x,\omega)}{dx} = -j\omega C_{11}V_1(x,\omega) - G_{11}V_1(x,\omega)$$

$$\frac{dI_1(x,\omega)}{dx} = -(G_{11}+j\ C_{11})\ V_1(x,\omega)$$

$$\frac{dI_1(x,\omega)}{dx} = -Y_{11}(\omega)\ V_1(x,\omega) \qquad (3.4)$$

As equações diferenciais de derivadas parciais 3.1 e 3.2 transformaram-se desta forma em equações diferenciais ordinárias 3.3 e 3.4, válidas para uma dada frequência angular ω, onde:

$$V_1(x,\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} V_1(x,t)\ e^{-j\omega t}.dt = V_1^f\ (*) \qquad (3.5)$$

$$I_1(x,\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} I_1(x,t)\ e^{-j\omega t}.dt = I_1^f\ (*) \qquad (3.6)$$

Assim, em notação simplificada, é possível escrever:

$$\frac{dV_1^f}{dx} = -Z_{11}\ I_1^f \qquad (3.7)$$

$$\frac{dI_1^f}{dx} = -Y_{11}\ V_1^f \qquad (3.8)$$

(*) O superíndice f exprime valores de "fase", assim $V_1^f = V_1(x,\omega)$ é a tensão na fase 1, no ponto x, no domínio da frequência.

Derivando novamente as equações (3.7) e (3.8) em relação a x, vem:

$$\frac{d^2V_1^f}{dx^2} = -Z_{11}\frac{dI_1^f}{dx}$$

$$\frac{d^2I_1^f}{dx^2} = -Y_{11}\frac{dV_1^f}{dx}$$

logo:

$$\frac{d^2V_1^f}{dx^2} = Z_{11}.Y_{11}.V_1^f = \gamma_1^2\, V_1^f \qquad (3.9)$$

$$\frac{d^2I_1^f}{dx^2} = Y_{11}.Z_{11}.I_1^f = \gamma_1'^2\, I_1^f \qquad (3.10)$$

resolvendo-se para V_1^f, tem:

$$V_1^f = V_{1i}e^{-\gamma_1 x} + V_{1r}\, e^{\gamma_1 x} \qquad (3.11)$$

onde V_{1i} e V_{1r} são constantes de integração, em princípio, arbitrárias, e

$$\gamma_1 = \gamma_1' = \sqrt{Z_{11}.Y_{11}}$$

É conveniente lembrar que de uma forma geral $\gamma_1=\alpha_1+j\beta_1$.

A equação da onda de tensão pode ser interpretada como sendo constituída de duas componentes, uma $V_{1i}\, e^{-\gamma_1 x}$ que se propaga no sentido de "+x", denominada "componente incidente" e a outra $V_{1r}\, e^{\gamma_1 x}$ propagando no sentido "-x", "componente refletida".

O coeficiente γ_1 é definido como sendo a constante de propagação. Sua parte real α_1, expressa a atenuação da onda que se propaga ao longo da linha e o coeficiente da parte imaginária β_1 provoca a variação do ângulo de fase da onda ao longo da linha.

A expressão para a corrente pode ser obtida a partir de (3.7) e (3.11) como:

$$I_1^f = - \frac{1}{Z_{11}} \frac{dV_1^f}{dx}$$

mas de (3.11):

$$\frac{dV_1^f}{dx} = -\gamma_1 V_{1i} e^{-\gamma_1 x} + \gamma_1 V_{1r} e^{\gamma_1 x}$$

logo:

$$I_1^f = \frac{\gamma_1}{Z_{11}} (V_{1i} e^{-\gamma_1 x} - V_{1r} e^{\gamma_1 x}) \qquad (3.12)$$

fazendo:

$$Z_c^o = \frac{Z_{11}}{\gamma_1} = \sqrt{\frac{Z_{11}}{Y_{11}}}$$

tem-se:

$$I_1^f = \frac{V_{1i}}{Z_c^o} \cdot e^{-\gamma_1 x} - \frac{V_{1r}}{Z_c^o} e^{\gamma_1 x} = \frac{1}{Z_c^o} (V_{1i} e^{-\gamma_1 x} - V_{1r} e^{\gamma_1 x}) \qquad (3.13)$$

As equações (3.11) e (3.13) representam as equações gerais das ondas viajantes em sistemas formados por um condutor e um plano de terra infinito, no domínio da frequência.

Pode-se notar que para cada componente de ten

são existe uma componente de corrente associada, relacionadas por uma impedância Z_c^o, definida como impedância característica. Para o caso de uma linha sem perdas, onde R_{11} e G_{11} são considerados nulos, Z_c^o é chamada de impedância de surto, no entanto, não é costume fazer distinção entre as duas nomenclaturas. As constantes de integração arbitrárias V_{1i} e V_{1r} são determinadas conhecendo-se as condições de contorno ou condições terminais para cada linha em análise.

Um outro conceito, muito importante para a análise do próximo capítulo, será introduzido aqui. Trata-se do conceito de tensão componente, obtida através de uma transformação linear da tensão de fase. Para tal, as equações (3.11) e (3.13) serão reescritas como:

$$V_1^f = Q_{11}(V_{1i}^c \cdot e^{-\gamma_1 x} + V_{1r}^c \cdot e^{\gamma_1 x})$$

fazendo $V_1^c = V_{1i}^c \cdot e^{-\gamma_1 x} + V_{1r}^c \cdot e^{\gamma_1 x}$ = tensão componente 1.

onde:

V_{1i}^c - tensão componente 1, onda incidente

V_{1r}^c - tensão componente 1, onda refletida

$$V_1^f = Q_{11} \cdot V_1^c \qquad (3.14)$$

e

$$I_1^f = [Z_c^o]^{-1} \, Q_{11} \cdot V_1^c \qquad (3.15)$$

onde $V_1^c = V_{1i}^c \cdot e^{-\gamma_1 x} - V_{1r}^c \cdot e^{\gamma_1 x}$

A razão da transformação da tensão de fase V^f, através de uma constante Q_{11}, em uma tensão V^c, denominada de tensão componente, será facilmente compreendida no capítulo se-

guinte.

3.2.2 - O fenômeno da propagação eletromagnética em sistemas a N condutores

Com o propósito de obter uma formulação capaz de representar a propagação de ondas em sistemas com N condutores, analisar-se-á brevemente a propagação em uma linha constituída por 2 condutores em presença de um plano de terra infinito. A figura 3.2 mostra uma seção infinitesimal desta linha.

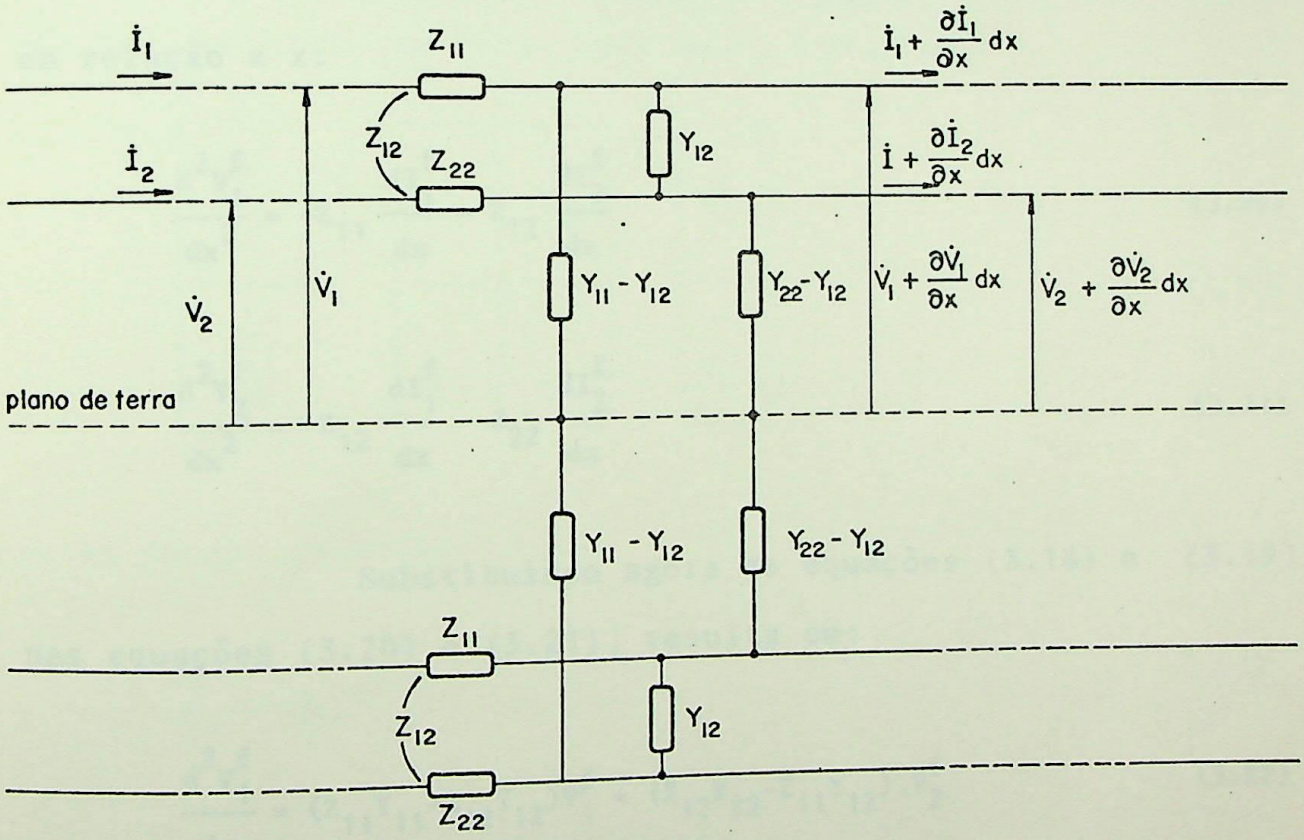


Fig. 3.2 - Representação de um elemento infinitesimal de um sistema de 2 condutores

Não é agora difícil reconhecer que as equações diferenciais que regem, em regime permanente, o comportamento do sistema de 2 condutores, são:

$$\frac{dV_1^f}{dx} = -Z_{11} \cdot I_1^f - Z_{12} \cdot I_2^f \tag{3.16}$$

$$\frac{dV_2^f}{dx} = -Z_{12}\, I_1^f - Z_{22}\, I_2^f \tag{3.17}$$

$$\frac{dI_1^f}{dx} = -Y_{11}\, V_1^f + Y_{12}\, V_2^f \tag{3.18}$$

$$\frac{dI_2^f}{dx} = +Y_{12}\, V_1^f - Y_{22}\, V_2^f \tag{3.19}$$

Derivando novamente as equações (3.16) e (3.17) em relação a x:

$$\frac{d^2V_1^f}{dx^2} = -Z_{11}\frac{dI_1^f}{dx} - Z_{12}\frac{dI_2^f}{dx} \tag{3.20}$$

$$\frac{d^2V_2^f}{dx^2} = -Z_{12}\frac{dI_1^f}{dx} - Z_{22}\frac{dI_2^f}{dx} \tag{3.21}$$

Substituindo agora as equações (3.18) e (3.19) nas equações (3.20) e (3.21), resulta em:

$$\frac{d^2V_1^f}{dx} = (Z_{11}Y_{11} - Z_{12}Y_{12})V_1^f + (Z_{12}Y_{22} - Z_{11}Y_{12}) \cdot V_2^f \tag{3.22}$$

$$\frac{d^2V_2^f}{dx} = (Z_{12}Y_{11} - Z_{22}Y_{12})V_1^f + (Z_{22}Y_{22} - Z_{12}Y_{12}) \cdot V_2^f \tag{3.23}$$

Observa-se das equações acima que a solução clássica, mesmo para o caso de 2 condutores é bastante trabalho

sa e requer muitas manipulações matemáticas. A análise de casos mais complexos seguindo o mesmo tipo de solução torna-se portanto impraticável. As dificuldades de se trabalhar com as equações de propagação em sistemas de 2 ou mais condutores reside no fato de que as equações diferenciais de segunda ordem de tensão e corrente de cada fase dependem dos valores dessas grandezas nas demais fases, isto é, dependem do acoplamento mútuo entre fases.

A solução matricial do sistema de equações diferenciais resultante pode ser orientada com o intuito de contornar este problema. As equações diferenciais (3.16) a (3.19) podem ser agrupadas em forma matricial, resultando:

$$\begin{bmatrix} \frac{dV_1^f}{dx} \\ \frac{dV_2^f}{dx} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1^f \\ I_2^f \end{bmatrix} \qquad (3.24)$$

ou em forma compacta:

$$\frac{d\dot{\underline{V}}^f}{dx} = -\dot{\underline{\underline{Z}}}\ \dot{\underline{I}}^f \qquad (3.25)$$

onde: $\dot{\underline{V}}^f$ - vetor de tensões de fase

$\dot{\underline{I}}^f$ - vetor de correntes de linha

$\dot{\underline{\underline{Z}}}$ - matriz de impedâncias longitudinais

Procedendo de maneira idêntica com as equações das correntes,

$$\begin{bmatrix} \frac{dI_1^f}{dx} \\ \frac{dI_2^f}{dx} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^f \\ V_2^f \end{bmatrix} \tag{3.26}$$

ou em forma compacta:

$$\frac{d\dot{\underline{I}}^f}{dx} = \dot{\underline{\underline{Y}}}\ \dot{\underline{V}}^f \tag{3.27}$$

onde: $\dot{\underline{\underline{Y}}}$ - matriz de admitâncias transversais

Resolvendo da maneira usual, vem:

$$\frac{d^2\dot{\underline{V}}^f}{dx^2} = \dot{\underline{\underline{Z}}}.\dot{\underline{\underline{Y}}}.\dot{\underline{V}}^f \tag{3.28}$$

$$\frac{d^2\dot{\underline{I}}^f}{dx^2} = \dot{\underline{\underline{Y}}}.\dot{\underline{\underline{Z}}}.\dot{\underline{I}}^f \tag{3.29}$$

Essas equações podem ainda escrever-se na forma:

$$\frac{d^2\dot{\underline{V}}^f}{dx^2} = \underline{\underline{\psi}}^2.\dot{\underline{V}}^f \tag{3.30}$$

$$\frac{d^2\dot{\underline{I}}^f}{dx^2} = \underline{\underline{\psi}}_t^2.\dot{\underline{I}}^f \tag{3.31}$$

onde: $\underline{\underline{\psi}}^2 = \dot{\underline{\underline{Z}}}.\dot{\underline{\underline{Y}}}$

$\underline{\underline{\psi}}_t^2 = \dot{\underline{\underline{Y}}}.\dot{\underline{\underline{Z}}}$

$\dot{\underline{V}}^f$ e $\dot{\underline{I}}^f$ são vetores coluna correspondentes às

tensões e correntes de fase, $\dot{\underline{\underline{Z}}}$ e $\dot{\underline{\underline{Y}}}$ são matrizes quadradas, onde os elementos da diagonal são as impedâncias próprias de cada fase e admitâncias concorrentes naquela fase e os elementos fora da diagonal representam respectivamente as impedâncias e admitâncias mútuas entre fases. Deve-se notar que ambas as matrizes são simétricas, quando se trata de elementos passivos. Assim $\dot{\underline{\underline{Z}}}_t = \dot{\underline{\underline{Z}}}$ e $\dot{\underline{\underline{Y}}}_t = \dot{\underline{\underline{Y}}}$. A matriz $\underline{\underline{\psi}}^2$ é quadrada, sendo utilizada com o intuito de simplificar a análise e definida como o produto de $\dot{\underline{\underline{Z}}}$ por $\dot{\underline{\underline{Y}}}$.

A solução das equações (3.30) e (3.31) é da forma:

$$\underline{V}^f = e^{-\underline{\underline{\psi}}.x}\ \underline{V}_i + e^{+\underline{\underline{\psi}}x}\ \underline{V}_r \qquad (3.32)$$

$$\underline{I}^f = \underline{\underline{Y}}^o\ (e^{-\underline{\underline{\psi}}x}\ \underline{V}_i - e^{+\underline{\underline{\psi}}.x}\ \underline{V}_r) \qquad (3.33)$$

e será discutida em detalhe no próximo capítulo.

3.3 - TENSÃO INDUZIDA EM UM CONDUTOR ISOLADO EM VAZIO

A presença de condutores isolados nas proximidades das linhas de transmissão de energia elétrica em alta-tensão, sob os efeitos dos campos eletrostático e eletromagnético, possibilida o aparecimento de tensões induzidas nos mesmos. A formulação matemática que propicia o cálculo dos níveis das tensões induzidas nesses condutores bem como as tensões nos próprios condutores da linha de transmissão pode ser obtida através da solução das equações anteriormente apresentadas. Entretanto, como já foi anteriormente referido, a principal dificul

dade na obtenção das expressões de tensões e correntes para um sistema de 2 ou mais condutores reside no fato de que as segundas derivadas das tensões em cada fase são funções das tensões de todas as outras, conforme indicam as expressões (3.22) e (3.23).

A referência [19] apresenta como sugestão para solução das equações diferenciais de tensões e correntes o seu desenvolvimento em série, baseando-se na utilização do método clássico desenvolvendo de forma individual essas equações, cujos resultados finais apresentados propiciam uma tarefa de difícil verificação. Portanto, para contornar e superar tais dificuldades, sugere-se neste trabalho o uso de álgebra matricial na solução das referidas equações desenvolvidas em série, cuja análise mais detalhada é apresentada a seguir.

3.3.1 - Solução aproximada por desenvolvimento em série

As equações diferenciais, que traduzem em regime permanente, o comportamento das tensões e correntes num sistema de N condutores colocados em presença da terra são, como se viu anteriormente, as seguintes:

$$\frac{d\dot{\underline{V}}}{dx} = -\underline{\underline{Z}}.\dot{\underline{I}} \tag{3.34}$$

$$\frac{d\dot{\underline{I}}}{dx} = -\underline{\underline{Y}}.\dot{\underline{V}} \tag{3.35}$$

O desenvolvimento em série de Mac Laurin das equações (3.34) e (3.35), desprezando-se os termos de ordem su

perior à segunda, conduz a:

$$\frac{d\dot{\underline{V}}}{dx} = \frac{d\dot{\underline{V}}}{dx}\Big|_{x=0} + x \cdot \frac{d^2\dot{\underline{V}}}{dx^2}\Big|_{x=0} + \frac{x^2}{2!} \cdot \frac{d^3\dot{\underline{V}}}{dx^3}\Big|_{x=0} \tag{3.36}$$

$$\frac{d\dot{\underline{I}}}{dx} = \frac{d\dot{\underline{I}}}{dx}\Big|_{x=0} + x \cdot \frac{d^2\dot{\underline{I}}}{dx^2}\Big|_{x=0} + \frac{x^2}{2!} \cdot \frac{d^3\dot{\underline{I}}}{dx^3}\Big|_{x=0} \tag{3.37}$$

Mas das equações (3.34) e (3.35), derivando-as em relação a x:

$$\frac{d^2\dot{\underline{V}}}{dx^2} = \dot{\underline{\underline{Z}}}.\dot{\underline{\underline{Y}}}.\dot{\underline{V}} \tag{3.38}$$

$$\frac{d^2\dot{\underline{I}}}{dx^2} = \dot{\underline{\underline{Y}}}.\dot{\underline{\underline{Z}}}.\dot{\underline{I}} \tag{3.39}$$

Derivando novamente as equações (3.38) e (3.39) em relação a x, vem:

$$\frac{d^3\dot{\underline{V}}}{dx^3} = \dot{\underline{\underline{Z}}}.\dot{\underline{\underline{Y}}}.\dot{\underline{\underline{Z}}}.\dot{\underline{I}} \tag{3.40}$$

$$\frac{d^3\dot{\underline{I}}}{dx^3} = \dot{\underline{\underline{Y}}}.\dot{\underline{\underline{Z}}}.\dot{\underline{\underline{Y}}}.\dot{\underline{V}} \tag{3.41}$$

Substituindo esses valores nas equações (3.36) e (3.37) e simplificando, obtém-se finalmente, desprezando termos de ordem superior:

$$\dot{\underline{V}} = \dot{\underline{V}}_o - x.\dot{\underline{\underline{Z}}}.\dot{\underline{I}}_o + \frac{x^2}{2!} \cdot \dot{\underline{\underline{Z}}}.\dot{\underline{\underline{Y}}}.\dot{\underline{V}}_o \tag{3.42}$$

$$\dot{\underline{I}} = \dot{\underline{I}}_o - x.\dot{\underline{\underline{Y}}}.\dot{\underline{V}}_o + \frac{x^2}{2!}.\dot{\underline{\underline{Y}}}.\dot{\underline{\underline{Z}}}.\dot{\underline{I}}_o \qquad (3.43)$$

onde $\dot{\underline{V}}_o$ e $\dot{\underline{I}}_o$ são respectivamente os vetores das tensões e das correntes nos condutores do sistema na origem das abcissas que, neste caso, se faz coincidir com o início dos condutores isolados do sistema.

Designando respectivamente por "c", "g" e "i" os condutores principais da linha de transmissão, os cabos de guarda e os condutores isolados, é possível expandir a equação (3.42) da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \dot{\underline{V}}_c \\ \dot{\underline{V}}_g \\ \dot{\underline{V}}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\underline{V}}_{co} \\ \dot{\underline{V}}_{go} \\ \dot{\underline{V}}_{io} \end{bmatrix} - x. \begin{bmatrix} \dot{\underline{\underline{Z}}}_{cc} & \dot{\underline{\underline{Z}}}_{cg} & \dot{\underline{\underline{Z}}}_{ci} \\ \dot{\underline{\underline{Z}}}_{gc} & \dot{\underline{\underline{Z}}}_{gg} & \dot{\underline{\underline{Z}}}_{gi} \\ \dot{\underline{\underline{Z}}}_{ic} & \dot{\underline{\underline{Z}}}_{ig} & \dot{\underline{\underline{Z}}}_{ii} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \dot{\underline{I}}_{co} \\ \dot{\underline{I}}_{go} \\ \dot{\underline{I}}_{io} \end{bmatrix} +$$

$$+\frac{x^2}{2!} \begin{bmatrix} \dot{\underline{\underline{Z}}}_{cc} & \dot{\underline{\underline{Z}}}_{cg} & \dot{\underline{\underline{Z}}}_{ci} \\ \dot{\underline{\underline{Z}}}_{gc} & \dot{\underline{\underline{Z}}}_{gg} & \dot{\underline{\underline{Z}}}_{gi} \\ \dot{\underline{\underline{Z}}}_{ic} & \dot{\underline{\underline{Z}}}_{ig} & \dot{\underline{\underline{Z}}}_{ii} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \dot{\underline{\underline{Y}}}_{cc} & \dot{\underline{\underline{Y}}}_{cg} & \dot{\underline{\underline{Y}}}_{ci} \\ \dot{\underline{\underline{Y}}}_{gc} & \dot{\underline{\underline{Y}}}_{gg} & \dot{\underline{\underline{Y}}}_{gi} \\ \dot{\underline{\underline{Y}}}_{ic} & \dot{\underline{\underline{Y}}}_{ig} & \dot{\underline{\underline{Y}}}_{ii} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \dot{\underline{V}}_{co} \\ \dot{\underline{V}}_{go} \\ \dot{\underline{V}}_{io} \end{bmatrix} \qquad (3.44)$$

Se os cabos de guarda se encontrarem multiaterrados junto às estruturas do sistema de transmissão, as matrizes de impedância $\dot{\underline{\underline{Z}}}$ e admitância $\dot{\underline{\underline{Y}}}$ poderão ser reduzidas. Com esta redução a equação (3.44) pode ser reescrita como:

$$\begin{bmatrix}\dot{\underline{V}}_c\\ \dot{\underline{V}}_i\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\dot{\underline{V}}_{co}\\ \dot{\underline{V}}_{io}\end{bmatrix} - x \cdot \begin{bmatrix}\dot{\underline{\underline{Z}}}_{cc} & \dot{\underline{\underline{Z}}}_{ci}\\ \dot{\underline{\underline{Z}}}_{ic} & \dot{\underline{\underline{Z}}}_{ii}\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix}\dot{\underline{I}}_{co}\\ \dot{\underline{I}}_{io}\end{bmatrix} +$$

$$+\frac{x^2}{2!} \cdot \begin{bmatrix}\dot{\underline{\underline{Z}}}_{cc} & \dot{\underline{\underline{Z}}}_{ci}\\ \dot{\underline{\underline{Z}}}_{ic} & \dot{\underline{\underline{Z}}}_{ii}\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix}\dot{\underline{\underline{Y}}}_{cc} & \dot{\underline{\underline{Y}}}_{ci}\\ \dot{\underline{\underline{Y}}}_{ic} & \dot{\underline{\underline{Y}}}_{ii}\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix}\dot{\underline{V}}_{co}\\ \dot{\underline{V}}_{io}\end{bmatrix} \qquad (3.45)$$

As novas matrizes $\dot{\underline{\underline{Z}}}_{cc}$, $\dot{\underline{\underline{Z}}}_{ci}$, $\dot{\underline{\underline{Z}}}_{ic}$ e $\dot{\underline{\underline{Z}}}_{ii}$ obtém-se pelas fórmulas descritas no item 2.3.4 do capítulo II.

De maneira análoga, podem ser expressas as equações para o vetor de correntes.

$$\begin{bmatrix}\dot{\underline{I}}_c\\ \dot{\underline{I}}_i\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\dot{\underline{I}}_{co}\\ \dot{\underline{I}}_{io}\end{bmatrix} - x \cdot \begin{bmatrix}\dot{\underline{\underline{Y}}}_{cc} & \dot{\underline{\underline{Y}}}_{ci}\\ \dot{\underline{\underline{Y}}}_{ic} & \dot{\underline{\underline{Y}}}_{ii}\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix}\dot{\underline{\underline{V}}}_{co}\\ \dot{\underline{\underline{V}}}_{io}\end{bmatrix} +$$

$$+\frac{x^2}{2!} \cdot \begin{bmatrix}\dot{\underline{\underline{Y}}}_{cc} & \dot{\underline{\underline{Y}}}_{ci}\\ \dot{\underline{\underline{Y}}}_{ic} & \dot{\underline{\underline{I}}}_{ii}\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix}\dot{\underline{\underline{Z}}}_{cc} & \dot{\underline{\underline{Z}}}_{ci}\\ \dot{\underline{\underline{Z}}}_{ic} & \dot{\underline{\underline{Z}}}_{ii}\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix}\dot{\underline{I}}_{co}\\ \dot{\underline{I}}_{io}\end{bmatrix} \qquad (3.46)$$

Sendo "ℓ" o comprimento dos condutores isolados, o desenvolvimento das equações (3.45) e (3.46) fornece:

$$\dot{\underline{V}}_{i\ell} = \dot{\underline{V}}_{io} - \ell(\dot{\underline{\underline{Z}}}_{ic} \cdot \dot{\underline{I}}_{co} + \dot{\underline{\underline{Z}}}_{ii} \cdot \dot{\underline{I}}_{io}) + \frac{\ell^2}{2} (\dot{\underline{\underline{Z}}}_{ic} \cdot \dot{\underline{\underline{Y}}}_{cc} + \dot{\underline{\underline{Z}}}_{ii} \cdot \dot{\underline{\underline{Y}}}_{ic}) \dot{\underline{V}}_{co} +$$

$$+ \frac{\ell^2}{2} (\dot{\underline{\underline{Z}}}_{ic} \cdot \dot{\underline{\underline{Y}}}_{ci} + \dot{\underline{\underline{Z}}}_{ii} \cdot \dot{\underline{\underline{Y}}}_{ii}) \dot{\underline{V}}_{io} \qquad (3.47)$$

$$\dot{\underline{I}}_{i\ell} = \dot{\underline{I}}_{io} - \ell(\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ic}\cdot\dot{\underline{V}}_{co} + \dot{\underline{\underline{Y}}}_{ii}\cdot\dot{\underline{V}}_{io}) + \frac{\ell^2}{2}(\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ic}\cdot\dot{\underline{\underline{Z}}}_{cc} + \dot{\underline{\underline{Y}}}_{ii}\cdot\dot{\underline{\underline{Z}}}_{ic})\cdot\dot{\underline{I}}_{co} +$$

$$+ \frac{\ell^2}{2}(\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ic}\cdot\dot{\underline{\underline{Z}}}_{ci} + \dot{\underline{\underline{Y}}}_{ii}\cdot\dot{\underline{\underline{Z}}}_{ii})\cdot\dot{\underline{I}}_{io} \qquad (3.48)$$

Se os condutores isolados se encontrarem em vazio nas duas extremidades, então $\dot{\underline{I}}_{io} = \dot{\underline{I}}_{i\ell} = 0$. Introduzindo essa condição na equação (3.48) é possível obter:

$$\dot{\underline{V}}_{io} = -\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ii}^{-1}\cdot\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ic}\cdot\dot{\underline{V}}_{co} + \frac{\ell}{2}\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ii}^{-1}(\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ic}\cdot\dot{\underline{\underline{Z}}}_{cc} + \dot{\underline{\underline{Y}}}_{ii}\cdot\dot{\underline{\underline{Z}}}_{ic})\cdot\dot{\underline{I}}_{co} \qquad (3.49)$$

valor que substituído na equação (3.47) possibilita o cálculo do valor da tensão $\dot{\underline{V}}_{i\ell}$, no fim dos condutores isolados.

Examinando a equação (3.49) verifica-se que a tensão total inicial induzida nos condutores isolados é constituída de duas componentes. Uma chamada de tensão eletrostática (tensão transversal) devido às capacitâncias do sistema, representada pelo primeiro termo da equação (3.49) e a outra componente de tensão eletromagnética (tensão longitudinal) devido à influência da corrente dos condutores principais da linha, representada pelo segundo termo dessa equação.

3.4 - ANÁLISE DE RESULTADOS

A implementação computacional deste método de solução permite calcular os níveis de tensão e corrente em todos os condutores que constituem o sistema.

Considere-se a configuração do sistema de transmissão A descrita na figura 2.4. Para esse sistema as tabelas

3.1 e 3.2 mostram os valores dos níveis de tensão induzida no condutor isolado em vazio e as tensões nos condutores principais da linha de transmissão, na origem das abcissas e em x=ℓ. Ainda com relação ao mesmo sistema de condutores, as componentes eletrostática e eletromagnética da tensão total induzida no condutor isolado possuem valores apresentados na tabela 3.3.

```
- TENSAO TOTAL INICIAL INDUZIDA EM TODOS CONDUTORES
  CONSIDERANDO OS 3 PRIMEIROS TERMOS DA SERIE:

VTOTI(1)=      .1905255E+03   KV    (COMPONENTE REAL)
          J    .0000000E+00   KV    (COMPONENTE IMAGINARIA)

                .1905255E+03   KV    (MODULO)
                      .00   GRAUS (ARGUMENTO)

VTOTI(2)=     -.9526274E+02   KV    (COMPONENTE REAL)
          J   -.1649999E+03   KV    (COMPONENTE IMAGINARIA)

                .1905255E+03   KV    (MODULO)
                   -120.00   GRAUS (ARGUMENTO)

VTOTI(3)=     -.9526274E+02   KV    (COMPONENTE REAL)
          J    .1649999E+03   KV    (COMPONENTE IMAGINARIA)

                .1905255E+03   KV    (MODULO)
                    120.00   GRAUS (ARGUMENTO)

VTOTI(4)=     -.2566462E+02   KV    (COMPONENTE REAL)
          J    .2908684E+02   KV    (COMPONENTE IMAGINARIA)

                .3879069E+02   KV    (MODULO)
                    131.42   GRAUS (ARGUMENTO)
```

Tab. 3.1 - Tensões no início do condutor isolado e nos condutores da linha de transmissão

- TENSAO TOTAL FINAL INDUZIDA EM TODOS CONDUTORES
  CONSIDERANDO OS 3 PRIMEIROS TERMOS DA SERIE:

```
VTOTF(1)=      .1907544E+03   KV     (COMPONENTE REAL)
          J   -.7944570E+00   KV     (COMPONENTE IMAGINARIA)

             .1907560E+03     KV     (MODULO)
                   -.24       GRAUS  (ARGUMENTO)

VTOTF(2)=     -.9601118E+02   KV     (COMPONENTE REAL)
          J   -.1648831E+03   KV     (COMPONENTE IMAGINARIA)

             .1907999E+03     KV     (MODULO)
                  -120.21     GRAUS  (ARGUMENTO)

VTOTF(3)=     -.9483620E+02   KV     (COMPONENTE REAL)
          J    .1656890E+03   KV     (COMPONENTE IMAGINARIA)

             .1909103E+03     KV     (MODULO)
                   119.79     GRAUS  (ARGUMENTO)

VTOTF(4)=     -.2562983E+02   KV     (COMPONENTE REAL)
          J    .2929092E+02   KV     (COMPONENTE IMAGINARIA)

             .3892102E+02     KV     (MODULO)
                   131.19     GRAUS  (ARGUMENTO)
```

Tab. 3.2 - Tensões no final do condutor isolado e nos condutores da linha de transmissão

- TENSAO INDUZIDA ELETROMAGNETICAMENTE NO CONDUTOR ISOLADO.

VETM=		.3234607E-01	KV	(COMPONENTE REAL)
	J	.2071298E+00	KV	(COMPONENTE IMAGINARIA)
		.2096402E+00	KV	(MODULO)
		81.12	GRAUS	(ARGUMENTO)

- TENSAO INDUZIDA ELETROSTATICAMENTE NO CONDUTOR ISOLADO

VETS=		-.2568718E+02	KV	(COMPONENTE REAL)
	J	.2907462E+02	KV	(COMPONENTE IMAGINARIA)
		.3879646E+02	KV	(MODULO)
		131.46	GRAUS	(ARGUMENTO)

Tab. 3.3 - Tensões componentes induzidas no condutor isolado

3.4.1 - Análise de sensibilidades

O valor da tensão induzida em um condutor isolado em vazio depende de uma série de fatores importantes, a influência dos quais se manifesta de forma e com intensidades distintas. O estudo de sensibilidades apresentado a seguir ajudará a estabelecer a influência relativa dos fatores mais importantes.

Como configuração básica para tal análise, tomou-se aquela descrita, no capítulo anterior, como sistema de transmissão A. Utilizando essa configuração, procura-se na figura 3.4 mostrar a variação da tensão total induzida no condutor isolado, em vazio, em função da posição deste em relação aos condutores do circuito principal da linha de transmissão, mantida a coordenada vertical do condutor isolado e fazendo variar a sua coordenada horizontal. Na tabela 3.4 apresentam-se as componentes eletrostática e eletromagnética da tensão total induzida no condutor isolado, em algumas dessas posições e de sua observação fica evidente que a componente eletromagnética da tensão induzida no condutor isolado é muito menor do que a componente eletrostática, a tal ponto que a não consideração da primeira leva à introdução de erros insignificantes nos valores finais.

Na tentativa de se avaliar os possíveis resultados, procurou-se realizar o mesmo procedimento executado anteriormente na figura 3.4, para diversas alturas do condutor isolado. A figura 3.5 apresenta esses resultados e deixa claro que se for mantida a coordenada horizontal do condutor isolado fazendo variar sua coordenada vertical, o nível da tensão induzi-

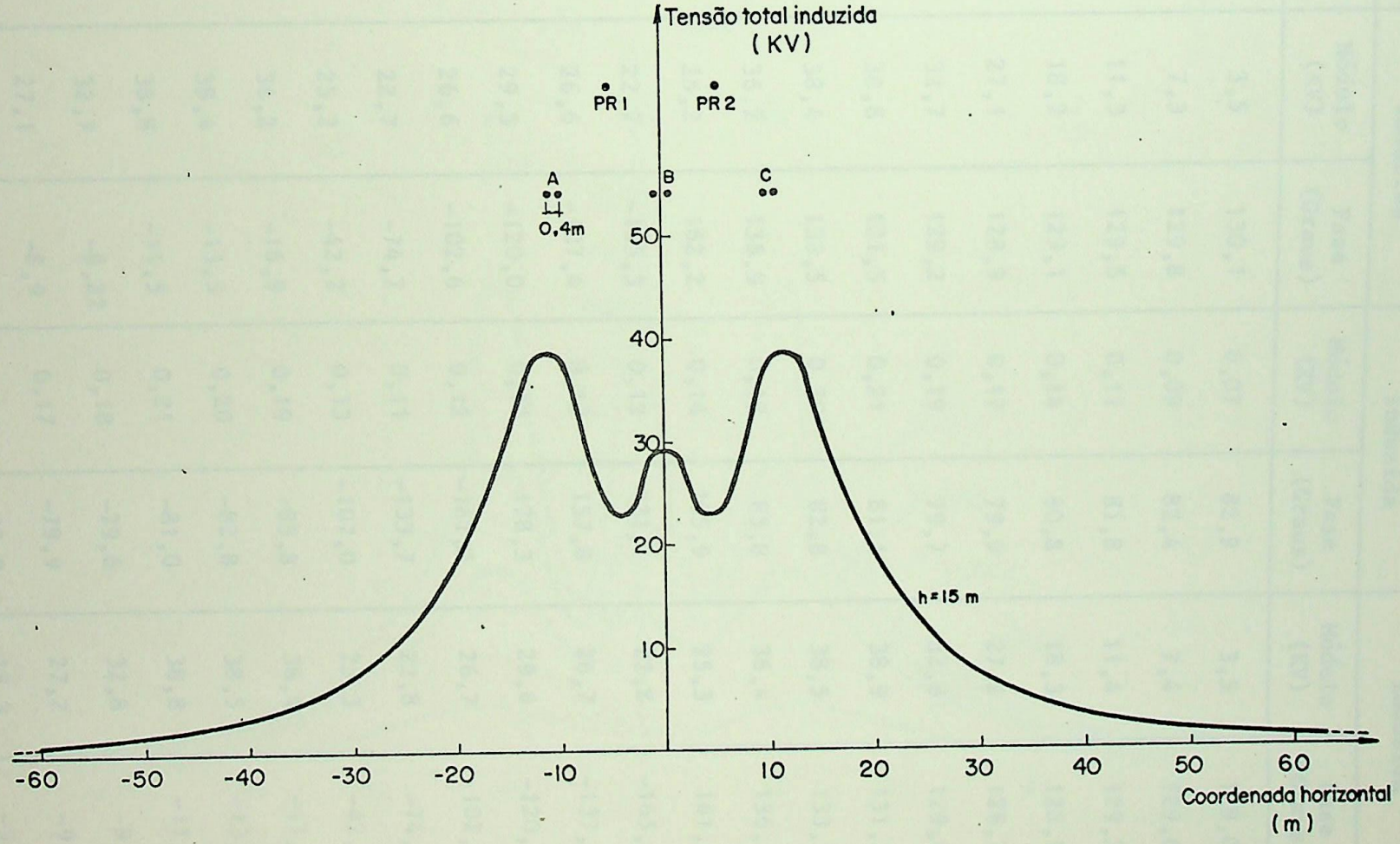


Fig. 3.4 - Tensão total induzida no condutor isolado em função da coordenada horizontal do mesmo

Coordenada Horizontal	Componente Eletrostática da tensão induzida		Componente eletromagnética da tensão induzida		Tensão total induzida	
(metros)	Módulo (KV)	Fase (Graus)	Módulo (KV)	Fase (Graus)	Módulo (KV)	Fase (Graus)
40	3,5	130,1	0,07	82,9	3,5	129,0
30	7,3	129,8	0,09	82,4	7,4	129,6
25	11,3	129,5	0,11	81,8	11,4	129,3
20	18,2	129,1	0,14	80,8	18,3	128,9
16	27,1	128,9	0,17	79,9	27,2	128,7
14	32,7	129,2	0,19	79,7	32,8	129,0
11	38,8	131,5	0,21	81,1	38,9	131,3
10	38,4	133,5	0,20	82,8	38,5	133,3
9	36,2	136,9	0,19	85,8	36,4	136,7
6	25,2	162,2	0,14	105,9	25,3	161,9
4	22,7	-165,3	0,12	131,1	22,8	-165,5
2	26,6	-137,4	0,13	157,8	26,7	-137,6
0	29,5	-120,0	0,13	178,3	29,6	-120,2
-2	26,6	-102,6	0,12	-161,2	26,7	-102,8
-4	22,7	-74,7	0,11	-133,7	22,8	-74,9
-6	25,2	-42,2	0,13	-107,0	25,3	-42,5
-9	36,2	-16,9	0,19	-85,8	36,4	-17,2
-10	38,4	-13,5	0,20	-82,8	38,5	-13,8
-11	38,8	-11,5	0,21	-81,0	38,8	-11,7
-14	32,7	-9,22	0,18	-79,6	32,8	-9,4
-16	27,1	-8,9	0,17	-79,9	27,2	-9,3
-20	18,2	-9,1	0,13	-80,8	18,3	-9,4
-25	11,3	-9,5	0,11	-81,8	11,4	-9,8
-30	7,3	-9,8	0,09	-82,5	7,4	-10,2
-40	3,5	-10,0	0,07	-83,0	3,5	-10,6

Tab. 3.4 - Componentes eletrostática, eletromagnética e total da tensão total induzida no condutor isolado colocado a uma altura h=15m

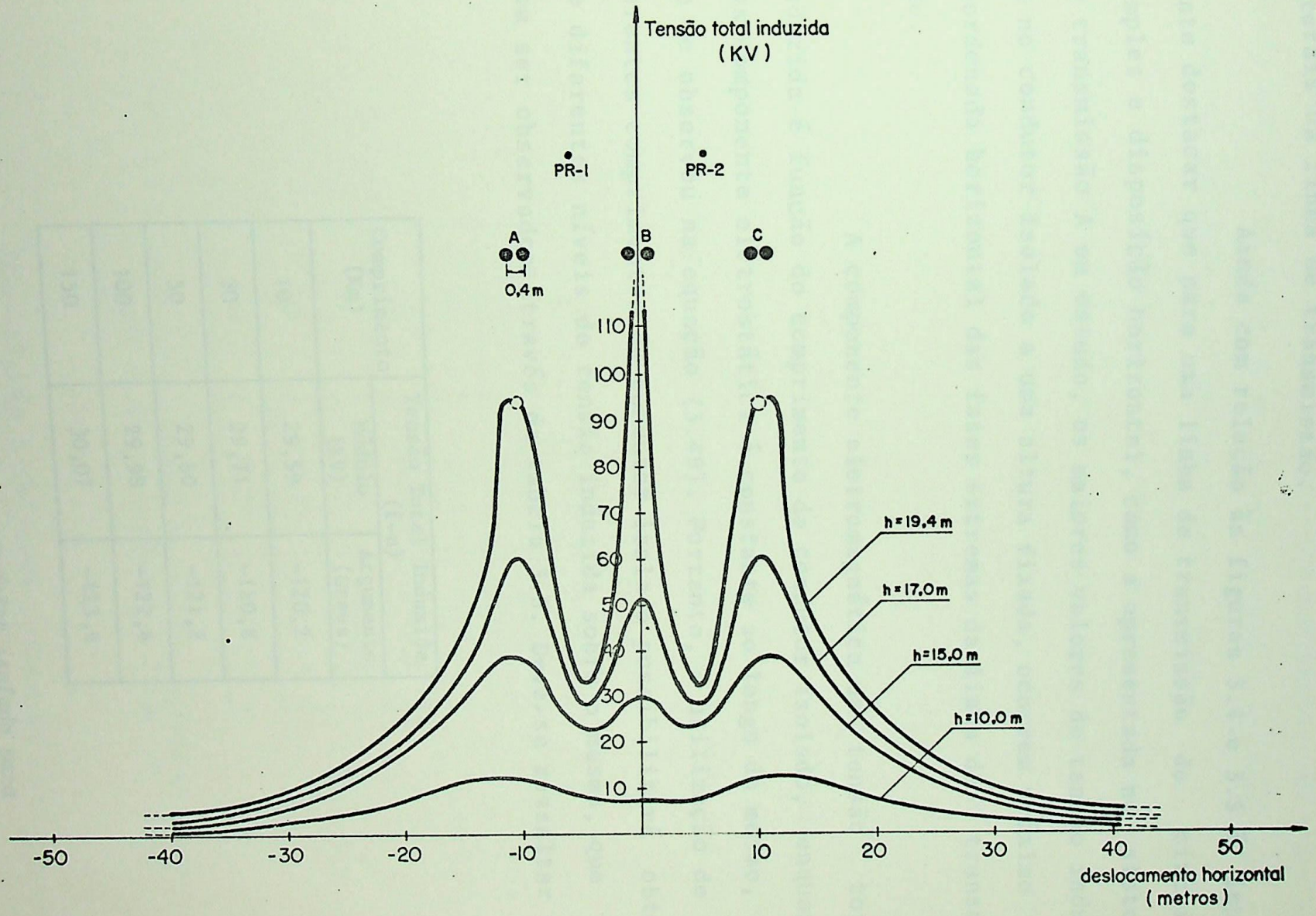


Fig. 3.5 - Tensão total induzida em função da coordenada horizontal do condutor isolado, para diversas alturas deste

da no condutor isolado cresce à medida que sua altura aumenta e de forma mais acentuada quando este se encontra sob as fases laterais da linha de transmissão.

Ainda com relação às figuras 3.4 e 3.5 é importante destacar que para uma linha de transmissão de circuito simples e disposição horizontal, como a apresentada no sistema de transmissão A em estudo, os maiores valores de tensão induzida no condutor isolado a uma altura fixada, ocorrem próximo da coordenada horizontal das fases extremas da linha de transmissão.

A componente eletromagnética da tensão total induzida é função do comprimento do condutor isolado, enquanto sua componente eletrostática é constante ao longo do mesmo, como se observou na equação (3.49). Portanto, a utilização de diferentes comprimentos de condutor isolado possibilitará obter-se diferentes níveis de tensão induzida sobre o mesmo, que podem ser observados através da tabela 3.5. Deve-se ressaltar que

Comprimento (Km)	Tensão Total Induzida (f-n)	
	Módulo (KV)	Argumento (Graus)
10	29,59	-120,2
30	29,71	-120,8
50	29,80	-121,2
100	29,98	-122,4
150	30,07	-123,6

Tab. 3.5 - Tensão total induzida no condutor isolado para vários comprimentos

na elaboração dos resultados apresentados na tabela 3.5 e na análise a seguir a posição do condutor isolado no sistema de coordenadas fixado terá como coordenadas horizontal e vertical (0,15) metros, ou seja, o mesmo permanecerá localizado sob a fase central da linha a 15 metros acima do solo.

Verifica-se da tabela 3.5 que a tensão total induzida permaneceu praticamente constante, fato este que vem consolidar mais uma vez a desprezível contribuição que a componente eletromagnética da tensão exerce sobre a tensão total induzida.

Na tabela 3.6 procura-se indicar a variação da tensão induzida no condutor isolado em função do ângulo de fase da corrente dos condutores principais da linha de transmissão, tomando como referência a tensão na fase 1 da figura 2.4.

Ângulo de Fase (Graus)	Tensão Total Induzida (f-n)	
	Módulo (KV)	Argumento (Graus)
-30	29,45	-120,2
-15	29,48	-120,3
0	29,52	-120,3
+15	29,56	-120,3
+30	29,59	-120,2

Tab. 3.6 - Tensão total induzida no condutor isolado em função do ângulo de fase da corrente na linha de transmissão

Com relação à faixa de defasagem entre tensão e corrente apresentada na tabela 3.6, pode-se notar a insignificante variação ocorrida no nível da tensão induzida no condutor

isolado, indicando que o fator de potência no circuito principal praticamente não influencia o nível da tensão induzida no condutor isolado, como já seria de esperar.

Em todos os casos anteriormente analisados, o condutor isolado utilizado era do mesmo tipo dos condutores principais da linha de transmissão, como se verifica na tabela 2.1. No caso de alteração do material empregado no condutor isolado, cujas principais características de três tipos distintos de material estão indicadas nas tabelas 3.7 a 3.9, a tensão induzida sobre o mesmo permanecerá constante. Este fato pode ser constatado através da análise da tabela 3.10, cujos resultados foram obtidos utilizando como condutores isolados os descritos nas tabelas 3.7 a 3.9, de onde se conclui que o tipo de material do condutor isolado não influencia o nível da tensão total nele induzida, resultado completamente previsível.

```
CABOS ISOLADOS:
     -NOME= HS
     -RESISTENCIA A 60 HZ E 50 GRAUS CENTIGR.=3.0450  OHM/KM/SUBCOND.
     -RAIO EXTERNO= .006350  M
     -RAIO MEDIO GEOMETRICO=  .60628E-08 M
     -NUMERO DE CONDUTORES ISOLADOS=   1
```

Tab. 3.7 - Características do condutor isolado de aço galvanizado

CABOS ISOLADOS:

-NOME= GROSBEAK

-RESISTENCIA A 60 HZ E 50 GRAUS CENTIGR.= .1005 OHM/KM/SUBCOND.

-RAIO EXTERNO= .012573 M

-RAIO MEDIO GEOMETRICO= .10210E-01 M

-NUMERO DE CONDUTORES ISOLADOS= 1

Tab. 3.8 - Características do condutor isolado de alumínio-aço (CAA)

CABOS ISOLADOS:

-NOME= HEACHERA

-RESISTENCIA A 60 HZ E 50 GRAUS CENTIGR.= .0979 OHM/KM/SUBCOND.

-RAIO EXTERNO= .011785 M

-RAIO MEDIO GEOMETRICO= .90510E-02 M

-NUMERO DE CONDUTORES ISOLADOS= 1

Tab. 3.9 - Características do condutor isolado de alumínio (CA)

Material Empregado	Tensão Total Induzida (f-n)	
	Módulo (KV)	Argumento (Graus)
Cabo Alumínio-Aço (C.A.A)	25,59	-120,2
Aço Galvanizado	25,59	-120,2
Cabo Alumínio (C.A.)	25,59	-120,2

Tab. 3.10 - Tensão total induzida no condutor isolado para diferentes tipos de material empregado

Para os condutores isolados estarem localizados próximos dos condutores principais da linha de transmissão, os mesmos devem ser suspensos nas próprias estruturas da linha ou aplicado outro processo de sustentação. Independentemente de como estes condutores estejam suspensos e pelo fato de serem aéreos, os mesmos tomam, entre dois pontos consecutivos de apoio, a forma aproximada de uma catenária, de forma que a consideração da flecha que estes condutores assumem para um vão médio da linha e sob condições de temperatura média é inevitável. Para avaliar as variações dos níveis da tensão induzida no condutor isolado para várias condições de flechas assumidas, a tabela 3.11 mostra os resultados obtidos, onde novamente os sistema em análise é o sistema de transmissão A, descrito anteriormente.

Flecha (m)	Tensão Total Induzida (f-n)	
	Módulo (KV)	Argumento (Graus)
9,7	38,9	131,3
9,0	42,9	130,4
8,0	49,6	129,1
7,0	57,6	127,6
6,0	67,5	126,6
5,0	79,6	124,8
4,0	91,8	123,6
3,0	93,5	123,6

Tab. 3.11 - Variação da tensão total induzida no condutor isolado em função da flecha do mesmo

Verifica-se da tabela 3.11 que a consideração da flecha nos condutores aéreos isolados, que não pode ser desprezada, tem importante contribuição sobre o valor da tensão to

tal induzida no condutor isolado. São perfeitamente previsíveis essas variações na tensão total induzida, uma vez que a flecha produzida pelos condutores foi utilizada para se ter em conta a correção da altura dos condutores suspensos nas estruturas, porém deve-se ter em atenção que para cada tipo de linha de transmissão e condutor isolado existe um limite de flecha máxima na sustentação dos condutores, preocupação tal que, evidentemente não foi levada em conta na montagem da tabela 3.11.

O sistema de transmissão A considera a presença de um único condutor isolado. Na hipótese desta configuração apresentar vários condutores isolados, em vazio, sendo igual a coordenada vertical para todos eles, os níveis de tensões induzidas são facilmente determinados levando em consideração a figura 3.4. Nesta, em cada ponto sobre a curva levantada, está a indicação do valor da tensão total induzida para um condutor isolado aí localizado. Para este caso é suposto que a altura de todos os condutores isolados é igual a 15 metros. Portanto, as figuras 3.4 e 3.5 permitem uma análise simples e rápida sobre os valores de tensão induzida em um número qualquer de condutores isolados cujas coordenadas são determinadas sobre as curvas das figuras.

A influência dos cabos de guarda, nas matrizes $\underline{\dot{Z}}$ e $\underline{\dot{Y}}$, quando multiaterrados ou isolados junto às estruturas, foi analisada com detalhe no item 2.3.4 do capítulo anterior. As figuras 3.6 e 3.7 mostram a variação da tensão total induzida no condutor isolado em vazio, sob a influência da presença ou não dos cabos de guarda e quando multiaterrados ou isolados, tomando em consideração aquela configuração do sistema de transmissão A. Na figura 3.6 a coordenada horizontal do condutor iso

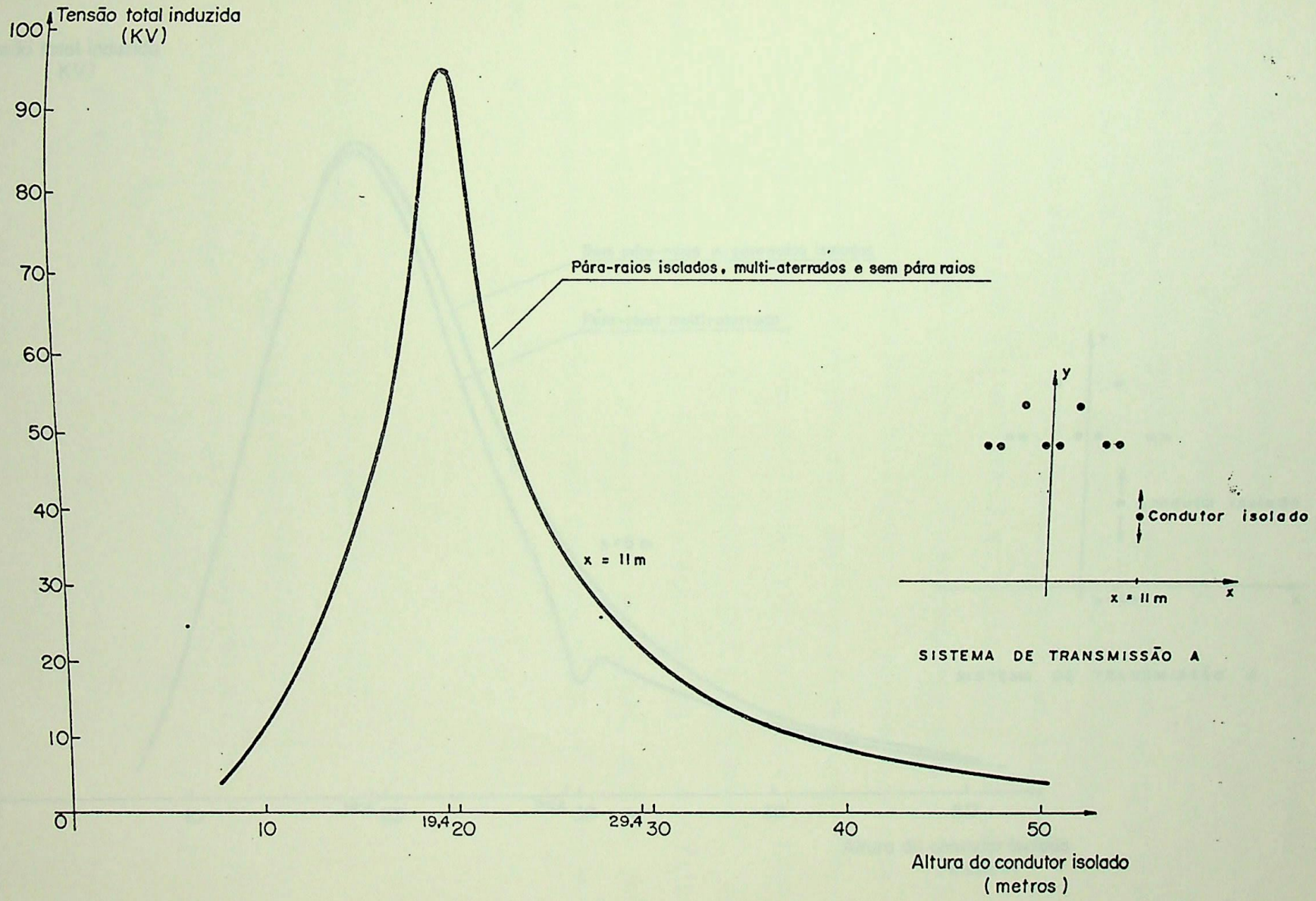


Fig. 3.6 - Tensão total induzida em função da coordenada vertical do condutor isolado

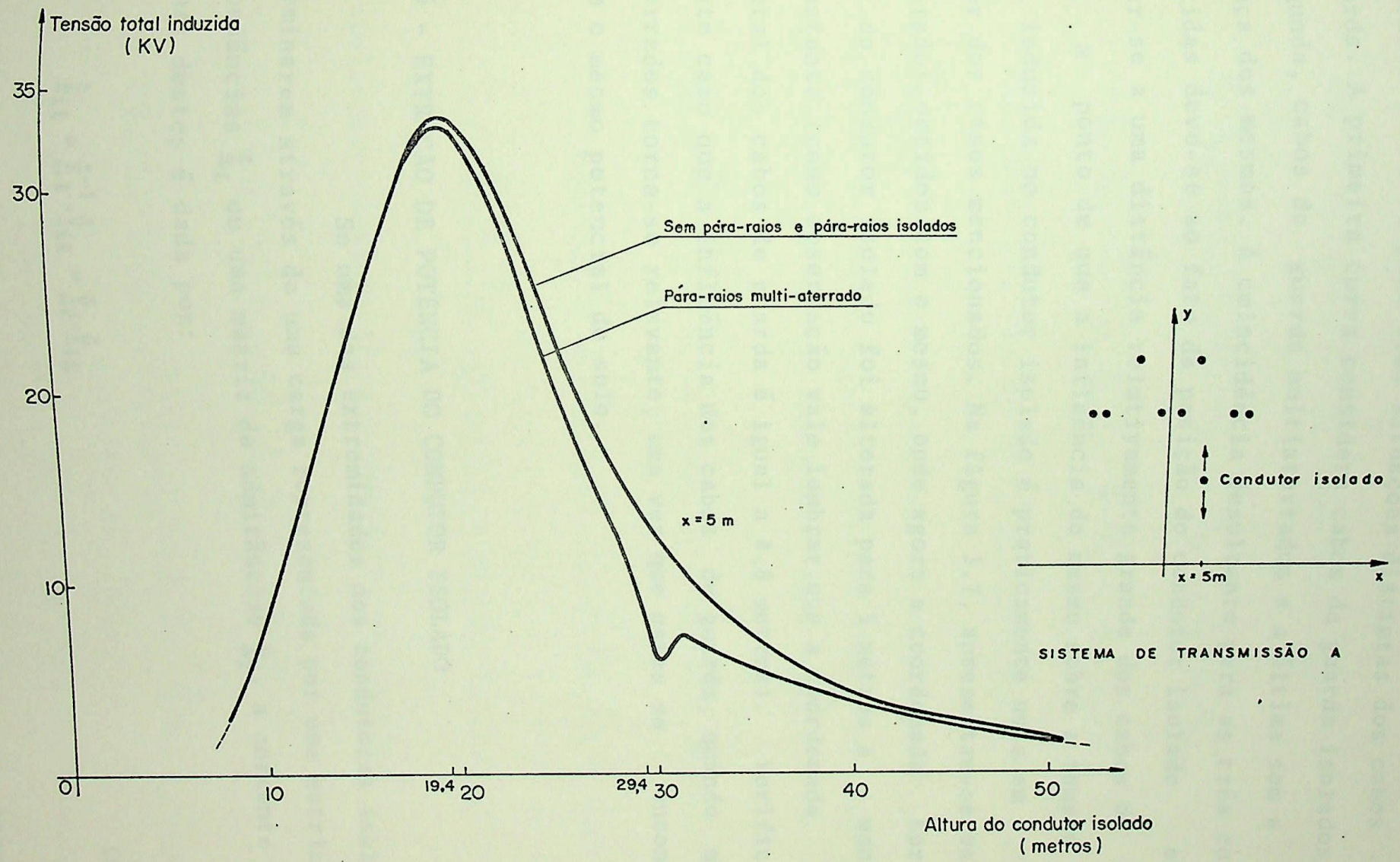


Fig. 3.7 - Tensão total induzida em função da coordenada vertical do condutor isolado

lado foi mantida constante em 11 metros, fazendo variar sua coordenada vertical para três situações distintas dos cabos de guarda. A primeira curva considera cabos de guarda isolados, a segunda, cabos de guarda multiaterrados e a última sem a presença dos mesmos. A coincidência resultante para as três curvas obtidas deve-se ao fato da posição do condutor isolado encontrar-se a uma distância relativamente grande dos cabos de guarda, a ponto de que a influência do mesmo sobre a tensão total induzida no condutor isolado é praticamente nula em qualquer dos casos mencionados. Na figura 3.7, apresentam-se os resultados obtidos com o mesmo, onde agora a coordenada horizontal do condutor isolado foi alterada para 5 metros e mantida constante (como observação vale lembrar que a coordenada horizontal dos cabos de guarda é igual a 4,8 metros). Verifica-se neste caso que a influência dos cabos de guarda, quando multiaterrados torna-se relevante, uma vez que estes se encontram com o mesmo potencial do solo.

3.5 - EXTRAÇÃO DE POTÊNCIA DO CONDUTOR ISOLADO

Se uma das extremidades dos condutores isolados terminarem através de uma carga representada por uma matriz de impedâncias $\dot{\underline{\underline{Z}}}_{\ell}$ ou uma matriz de admitâncias $\dot{\underline{\underline{Y}}}_{\ell}$, a corrente no final destes é dada por:

$$\dot{\underline{I}}_{i\ell} = \dot{\underline{\underline{Z}}}_{\ell}^{-1} \cdot \dot{\underline{V}}_{i\ell} = \dot{\underline{\underline{Y}}}_{\ell} \cdot \dot{\underline{V}}_{i\ell} \qquad (3.50)$$

como a extremidade inicial dos condutores isolados se encontra em vazio, $\dot{\underline{I}}_{io}=0$. Esta condição associada à equação 3.50 e subs

tituída na equação (3.48), fornece:

$$\dot{\underline{I}}_{i\ell} = -\ell(\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ic}\dot{\underline{V}}_{co}+\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ii}\dot{\underline{V}}_{io})+\frac{\ell^2}{2}(\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ic}\dot{\underline{\underline{Z}}}_{cc}+\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ii}\dot{\underline{\underline{Z}}}_{ic})\dot{\underline{I}}_{co} \qquad (3.51)$$

$$\dot{\underline{\underline{Z}}}_{\ell}^{-1}\cdot\dot{\underline{V}}_{i\ell} = -\ell\cdot\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ic}\cdot\dot{\underline{V}}_{co}-\ell\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ii}\cdot\dot{\underline{V}}_{io}+\frac{\ell^2}{2}(\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ic}\cdot\dot{\underline{\underline{Z}}}_{cc}+\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ii}\cdot\dot{\underline{\underline{Z}}}_{ic})\dot{\underline{I}}_{co}$$

$$-\ell\cdot\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ii}\cdot\dot{\underline{V}}_{io} = \dot{\underline{\underline{Z}}}_{\ell}^{-1}\cdot\dot{\underline{V}}_{i\ell}+\ell\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ic}\cdot\dot{\underline{V}}_{co}-\frac{\ell^2}{2}(\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ic}\cdot\dot{\underline{\underline{Z}}}_{cc}+\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ii}\cdot\dot{\underline{\underline{Z}}}_{ic})\cdot\dot{\underline{I}}_{co}$$

$$\dot{\underline{V}}_{io} = \dot{\underline{\underline{Y}}}_{ii}^{-1}[-\frac{1}{\ell}(\dot{\underline{\underline{Z}}}_{\ell}^{-1}\cdot\dot{\underline{V}}_{i\ell})-\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ic}\cdot\dot{\underline{V}}_{co}+\frac{\ell}{2}(\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ic}\cdot\dot{\underline{\underline{Z}}}_{cc}+\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ii}\cdot\dot{\underline{\underline{Z}}}_{ic})\dot{\underline{I}}_{co}] \qquad (3.52)$$

valor este que substituído na equação (3.47) possibilita o cál culo do valor da tensão $\dot{\underline{V}}_{i\ell}$, no final dos condutores isolados, ou seja, sobre a matriz de impedâncias de carga $\dot{\underline{\underline{Z}}}_{\ell}$. Assim:

$$\dot{\underline{V}}_{i\ell} = \frac{-(\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ii}^{-1}\cdot\dot{\underline{\underline{Z}}}_{\ell}^{-1}\cdot\dot{\underline{V}}_{i\ell})}{\ell}+\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ii}^{-1}[-\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ic}\dot{\underline{V}}_{co}+\frac{\ell}{2}(\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ic}\cdot\dot{\underline{\underline{Z}}}_{cc}+\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ii}\cdot\dot{\underline{\underline{Z}}}_{ic})\dot{\underline{I}}_{co}]-$$

$$-\ell\cdot\dot{\underline{\underline{Z}}}_{ic}\cdot\dot{\underline{I}}_{co}+\frac{\ell^2}{2}(\dot{\underline{\underline{Z}}}_{ic}\dot{\underline{\underline{Y}}}_{cc}+\dot{\underline{\underline{Z}}}_{ii}\cdot\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ic})\dot{\underline{V}}_{co}+\frac{\ell^2}{2}(\dot{\underline{\underline{Z}}}_{ic}\cdot\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ci}+\dot{\underline{\underline{Z}}}_{ii}\cdot\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ii})\cdot$$

$$\{\frac{-(\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ii}^{-1}\cdot\dot{\underline{\underline{Z}}}_{\ell}^{-1}\cdot\dot{\underline{V}}_{i\ell})}{\ell}+\underline{\underline{Y}}_{ii}^{-1}[-\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ic}\cdot\dot{\underline{V}}_{co}+\frac{\ell}{2}(\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ic}\cdot\dot{\underline{\underline{Z}}}_{cc}+\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ii}\cdot\dot{\underline{\underline{Z}}}_{ic})\dot{\underline{I}}_{co}]\} \qquad (3.53)$$

manipulando convenientemente a equação acima, resulta:

$$\dot{\underline{V}}_{i\ell}+\frac{1}{\ell}(\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ii}^{-1}\cdot\dot{\underline{\underline{Z}}}_{\ell}^{-1}\cdot\dot{\underline{V}}_{i\ell})+\frac{\ell}{2}(\dot{\underline{\underline{Z}}}_{ic}\cdot\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ci}+\dot{\underline{\underline{Z}}}_{ii}\cdot\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ii})(\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ii}^{-1}\cdot\dot{\underline{\underline{Z}}}_{\ell}^{-1}\cdot\dot{\underline{V}}_{i\ell}) = \dot{\underline{\underline{Y}}}_{ii}^{-1}\cdot$$

$$[-\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ic}\cdot\dot{\underline{V}}_{co}+\frac{\ell}{2}(\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ic}\cdot\dot{\underline{\underline{Z}}}_{cc}+\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ii}\cdot\dot{\underline{\underline{Z}}}_{ic})\cdot\dot{\underline{I}}_{co}]-\ell\cdot\dot{\underline{\underline{Z}}}_{ic}\cdot\dot{\underline{I}}_{co}+\frac{\ell^2}{2}(\dot{\underline{\underline{Z}}}_{ic}\cdot\dot{\underline{\underline{Y}}}_{cc}+\dot{\underline{\underline{Z}}}_{ii}\cdot$$

$$\cdot\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ic})\dot{\underline{V}}_{co}+\frac{\ell^2}{2}(\dot{\underline{\underline{Z}}}_{ic}\cdot\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ci}+\dot{\underline{\underline{Z}}}_{ii}\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ii})\{\underline{\underline{Y}}_{ii}^{-1}[-\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ic}\cdot\dot{\underline{V}}_{co}+\frac{\ell}{2}(\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ic}\cdot\dot{\underline{\underline{Z}}}_{cc}+\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ii}\cdot\dot{\underline{\underline{Z}}}_{ic})\underline{I}_{co}]\}$$

$$\dot{\underline{V}}_{i\ell} = [\dot{\underline{\underline{U}}} + \frac{1}{\ell}\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ii}^{-1}\cdot\dot{\underline{\underline{Z}}}_{\ell}^{-1} + \frac{\ell}{2}(\dot{\underline{\underline{Z}}}_{ic}\cdot\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ci} + \dot{\underline{\underline{Z}}}_{ii}\cdot\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ii})\cdot\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ii}^{-1}\cdot\dot{\underline{\underline{Z}}}_{\ell}^{-1}]^{-1}\{\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ii}^{-1}[-\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ic}\cdot\dot{\underline{V}}_{co} +$$

$$+ \frac{\ell}{2}(\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ic}\cdot\dot{\underline{\underline{Z}}}_{cc} + \dot{\underline{\underline{Y}}}_{ii}\cdot\dot{\underline{\underline{Z}}}_{ic})\dot{\underline{I}}_{co}] - \ell\cdot\dot{\underline{\underline{Z}}}_{ic}\cdot\dot{\underline{I}}_{co} + \frac{\ell^2}{2}(\dot{\underline{\underline{Z}}}_{ic}\cdot\dot{\underline{\underline{Y}}}_{cc} + \dot{\underline{\underline{Z}}}_{ii}\cdot\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ic})\cdot\dot{\underline{V}}_{co} +$$

$$+ \frac{\ell^2}{2}(\dot{\underline{\underline{Z}}}_{ic}\cdot\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ci} + \dot{\underline{\underline{Z}}}_{ii}\cdot\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ii})[\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ii}^{-1}(-\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ic}\cdot\dot{\underline{V}}_{co} + \frac{\ell}{2}(\dot{\underline{\underline{Y}}}_{ic}\cdot\dot{\underline{\underline{Z}}}_{cc} + \dot{\underline{\underline{Y}}}_{ii}\cdot\dot{\underline{\underline{Z}}}_{ic})\cdot\dot{\underline{I}}_{co})]\} \qquad (3.54)$$

A implementação computacional das equações anteriormente descritas permite analisar os níveis de tensão e corrente nos condutores isolados para diversas condições alternativas de carga, tanto nestes condutores como nos condutores principais da linha de transmissão.

A figura 3.8 apresenta as curvas de variação da tensão na recepção do condutor isolado, em função da potência fornecida a uma carga aí existente, para determinados fatores de potência, tomando como configuração a descrita no sistema de transmissão A. Para cada valor de fator de potência no receptor do condutor isolado há um limite máximo de potência ativa transmissível. A figura 3.8 mostra claramente que se nada for feito em contrário o valor da regulação no condutor isolado é inaceitavelmente elevado, enquanto a tabela 3.4, como já mencionado, indica a possibilidade da não consideração da componente eletromagnética em relação à tensão total induzida, face a sua insignificante contribuição. Portanto, se for considerada unicamente a tensão induzida eletrostaticamente no condutor isolado, somentes as capacitâncias do sistema de condutores se tornam relevantes para a análise, que pode então ser realizada utilizando como ponto de partida o esquema apresentado na figura 3.9.

Como as capacitâncias mostradas no esquema só variam com a configuração geométrica do sistema de condutores

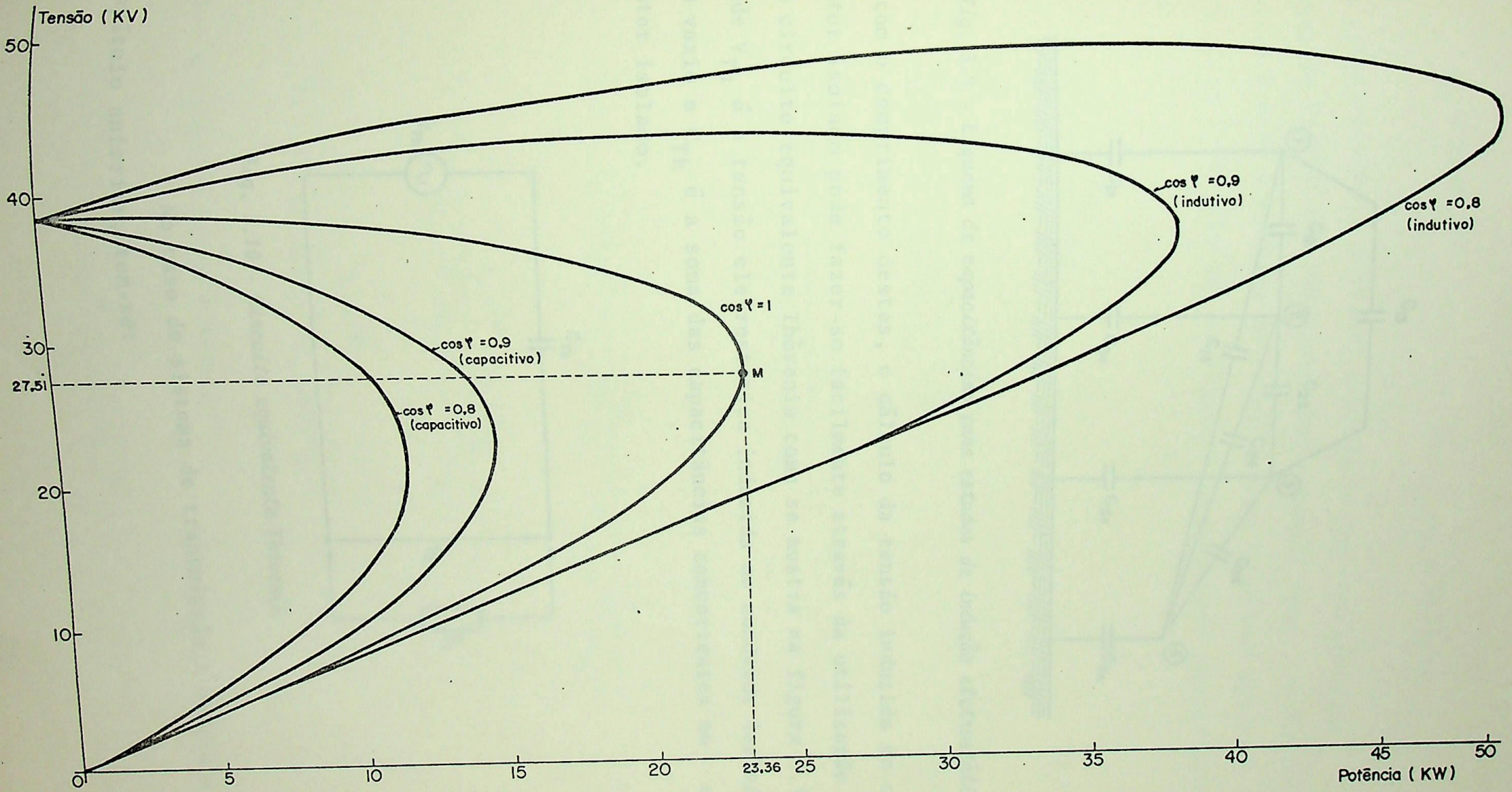


Fig. 3.8 - Tensão de alimentação da carga no condutor isolado em função da potência absorvida por esta, com diversos fatores de potência

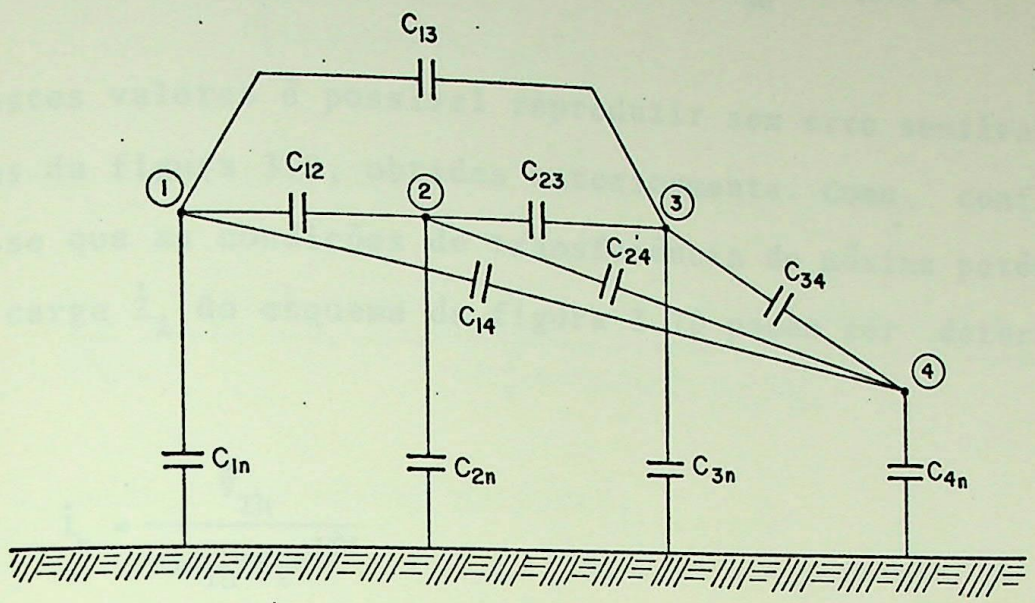


Fig. 3.9 - Esquema de capacitâncias para estudos de indução eletrostática

e com o comprimento destes, o cálculo da tensão induzida no condutor isolado pode fazer-se facilmente através da utilização de um circuito equivalente Thèvenin como se mostra na figura 3.10, onde V_{Th} é a tensão eletrostática induzida no condutor isolado, em vazio e C_{Th} é a soma das capacitâncias concorrentes no condutor isolado.

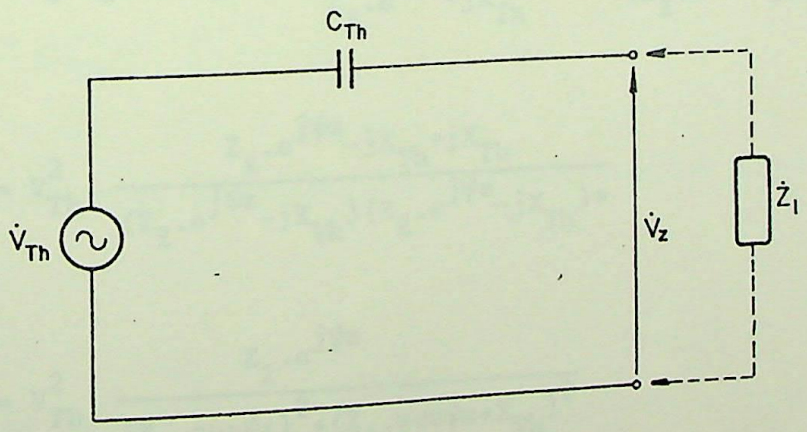


Fig. 3.10 - Circuito equivalente Thevenin

No caso do sistema de transmissão A descrito no capítulo anterior, tem-se:

$V_{Th} = 38{,}796$ KV e $C_{Th} = 82{,}578$ nF

Com estes valores é possível reproduzir sem erro sensível as curvas da figura 3.8, obtidas anteriormente. Como confirmação sabe-se que as condições de transferência de máxima potência para a carga $\dot{Z}_\ell$ do esquema da figura 3.10 podem ser determinadas por:

$$\dot{I}_z = \frac{\dot{V}_{Th}}{-jX_{Th}+Z_\ell e^{j\psi z}} \tag{3.55}$$

e

$$\dot{V}_z = \dot{V}_{Th} + j\,\frac{X_{Th}}{Z_\ell e^{j\psi z}-jX_{Th}}\cdot \dot{V}_{Th} \tag{3.56}$$

$$\dot{V}_z = \dot{V}_{Th}\left(1 + \frac{jX_{Th}}{Z_\ell.\cos\psi z + j(Z_\ell \operatorname{sen}\psi z - X_{Th})}\right) \tag{3.57}$$

portanto,

$$\dot{S}_\ell = \dot{V}_z.\dot{I}_z^{\,*} = \dot{V}_{Th}\left(1 + \frac{jX_{Th}}{Z_\ell.e^{j\psi z}-jX_{Th}}\right).\dot{V}_{Th}.\frac{1}{(Z_\ell.e^{j\psi z}-jX_{Th})^*} \tag{3.58}$$

$$\dot{S}_\ell = V_{Th}^2.\frac{Z_\ell.e^{j\psi z}-jX_{Th}+jX_{Th}}{(Z_\ell.e^{j\psi z}-jX_{Th})(Z_\ell.e^{j\psi z}-jX_{Th})^*}$$

$$\dot{S}_\ell = V_{Th}^2.\frac{Z_\ell.e^{j\psi z}}{(Z_\ell.\cos\psi z)^2+(Z_\ell.\operatorname{sen}\psi z+X_{Th})^2} \tag{3.59}$$

logo, a potência ativa é dada por:

$$P_\ell = V_{Th}^2\,\frac{Z_\ell.\cos\psi z}{(Z_\ell.\cos\psi z)^2+(Z_\ell.\operatorname{sen}\psi z+X_{Th})^2} \tag{3.60}$$

$$P_{\ell} = V_{Th}^2 \cdot \frac{Z_{\ell} \cdot \cos\psi z}{Z_{\ell}^2 + 2 \cdot Z_{\ell} \cdot \operatorname{sen}\psi z \cdot X_{Th} + X_{Th}^2} \qquad (3.61)$$

Derivando a equação (3.61) em relação a Z_{ℓ}, tem-se:

$$\frac{\partial P_{\ell}}{\partial Z_{\ell}} = \frac{(Z_{\ell}^2 + 2 \cdot Z_{\ell} \cdot \operatorname{sen}\psi z \cdot X_{Th} + X_{Th}^2) \cdot \cos\psi z - (2 \cdot Z_{\ell} + 2 \cdot \operatorname{sen}\psi z \cdot X_{Th}) \cdot Z_{\ell} \cdot \cos\psi z}{(Z_{\ell}^2 + 2 \cdot Z_{\ell} \cdot \operatorname{sen}\psi z \cdot X_{Th} + X_{Th}^2)^2}$$

para a condição de máxima potência,

$$Z_{\ell}^2 \cdot \cos\psi z + 2 \cdot Z_{\ell} \cdot \operatorname{sen}\psi z \cdot \cos\psi z \cdot X_{Th} + X_{Th}^2 \cdot \cos\psi z - 2 \cdot Z_{\ell}^2 \cdot \cos\psi z - 2 \cdot Z_{\ell} \cdot \operatorname{sen}\psi z \cdot$$

$$\cdot \cos\psi z \cdot X_{Th} = X_{Th}^2 \cdot \cos\psi z - Z_{\ell}^2 \cdot \cos\psi z = 0$$

para cargas não reativas puras, quando $\cos\psi z = 0$, tem-se:

$$Z_{\ell} = X_{Th}$$

ou seja,

$$Z_{\ell} = \frac{1}{\omega C_{Th}} \qquad (3.62)$$

condição esta que, substituída nas expressões (3.57) e (3.61), fornece:

$$P_{\ell máx} = V_{Th}^2 \frac{\omega C_{Th}}{2} \cdot \frac{\cos\psi z}{(1 + \operatorname{sen}\psi z)} \qquad (3.63)$$

$$\dot{V}_{zmax} = \dot{V}_{Th} \frac{(1 - \operatorname{sen}\psi z) - j\cos\psi z}{2(1 - \operatorname{sen}\psi z)} \qquad (3.64)$$

Considerando a figura 3.8 e levando-se em conta

a curva para $\cos\psi z=1$, conclui-se que as expressões (3.63) e (3.64) serão dadas por:

$$P_{\ell max} = V_{Th}^2 \frac{\omega C_{Th}}{2} \tag{3.65}$$

$$V_{zmax} = V_{Th} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \tag{3.66}$$

nas quais, se forem substituídos os valores de V_{Th} e C_{Th} anteriormente mencionados, obtém-se:

$$P_{max} = 23,4 \text{ KW}$$

$$V_{max} = 27,4 \text{ KV}$$

valores que são praticamente idênticos às coordenadas do ponto M na curva de $\cos\psi z=1$ da figura 3.8.

Como já citado anteriormente, muito embora seja possível extrair do condutor isolado uma potência de 23,56 KW com $\cos\psi z=1$, isso só se consegue à custa de uma regulação de tensão muito elevada, fato que se compreende facilmente se se levar em consideração a impedância equivalente extremamente alta da fonte equivalente de Thevenin, no circuito da figura 3.10.

Uma solução possível para este problema [16] recorre à utilização de um circuito como o que se apresenta nas figuras 3.11 e 3.12 onde os valores de C_r' e L_r' são escolhidos de tal modo a fazer com que, visto dos terminais da carga, o circuito alimentador seja ressonante.

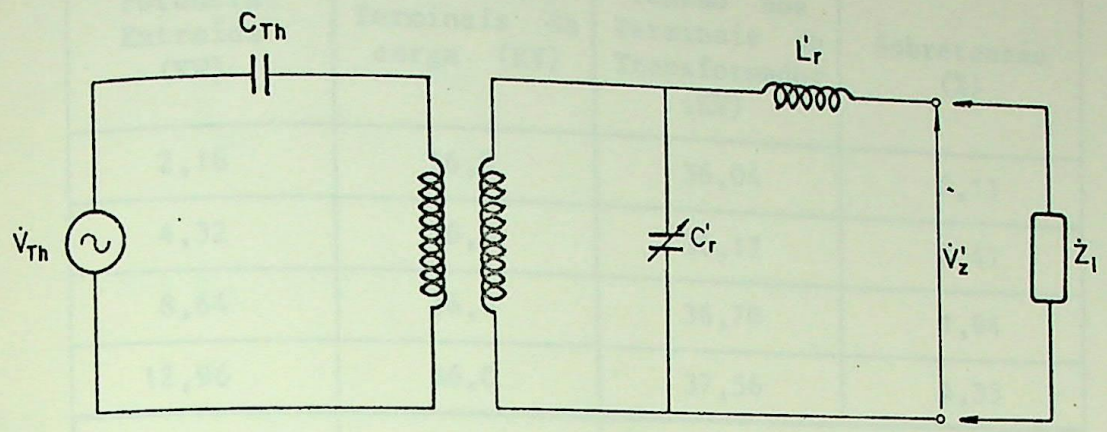


Fig. 3.11 - Circuito alimentador ressonante

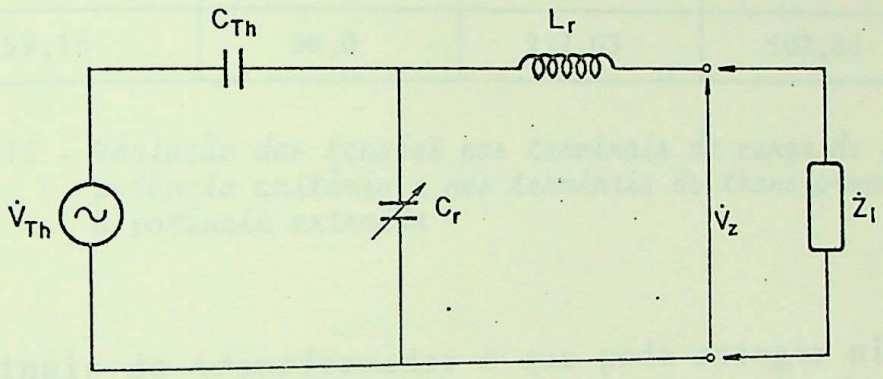


Fig. 3.12 - Circuito alimentador ressonante equivalente

Tal condição garante a constância da tensão $\dot{V}_z$, resolvendo-se o problema da regulação da tensão sobre a carga. Esta afirmação pode ser constatada pela análise dos valores a presentados nas duas primeiras colunas da tabela 3.12, cujos resultados foram obtidos utilizando o sistema de transmissão A descrito anteriormente, para uma capacitância C'_r=176 μF, uma indutância L'_r=3mH e um transformador ideal com relação de transformação 36.000 : 220.

A referência [16] no entanto parece não reconhecer o fato de que a solução proposta, muito embora solucione o problema da regulação, introduz uma outra limitação importante, nomeadamente aquela que corresponde a sobretensão que aparece

Potência Extraída (KW)	Tensão nos Terminais da carga (KV)	Tensão nos Terminais do Transformador (KV)	Sobretensão (%)
2,16	36,0	36,04	0,11
4,32	36,0	36,17	0,47
8,64	36,0	36,70	1,94
12,96	36,0	37,56	4,33
20,15	36,0	39,60	10,00
43,20	36,0	50,68	40,78
129,59	36,0	112,91	213,64
259,16	36,0	217,03	502,86

Tab. 3.12 - Variação das tensões nos terminais da carga de fator de potência unitário e nos terminais do transformador, com a potência extraída

aos terminais do transformador e que pode atingir níveis insuportáveis como se pode observar pelos valores apresentados nas duas últimas colunas da tabela 3.12. Com esta limitação, passa a reconhecer-se então que a potência que se pode extrair do condutor isolado depende do valor máximo da sobretensão admissível nos terminais do transformador. A relação entre estas duas grandezas pode obter-se através da resolução do circuito ressonante equivalente da figura 3.12, que fornece:

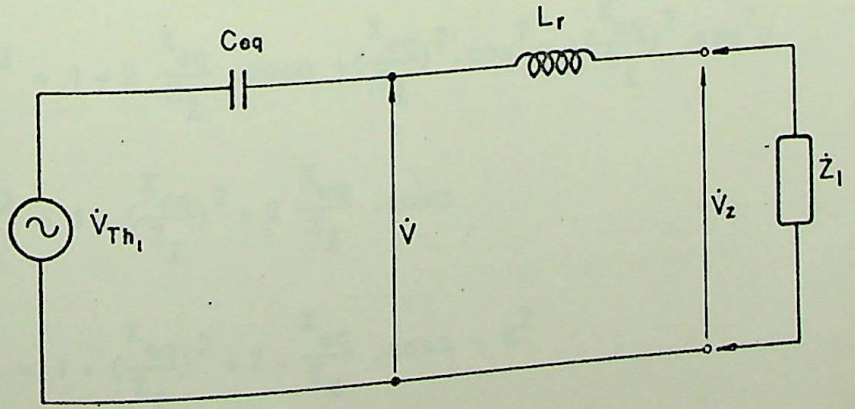


Fig. 3.13 - Circuito ressonante reduzido

$$X_{eq} = \frac{X_{Th} \cdot X_r}{X_{Th} + X_r}$$

$$\dot{V} = \dot{V}_{Th1} + jX_{eq} \cdot \frac{\dot{V}T_{h1}}{\dot{Z}_\ell} \qquad (3.67)$$

$$\dot{V} = \dot{V}_{Th1} \ (1+j \ \frac{X_{eq}}{\dot{Z}_\ell})$$

como: $V = K.V_{Th1}$

onde: K = fator de sobretensão nos terminais do transformador

portanto:

$$K \ V_{Th1} \ e^{j\theta} = V_{Th1}(1+j \ \frac{X_{eq}}{Z_\ell . e^{j\psi z}})$$

$$K \ e^{j\theta} = (1+ \frac{X_{eq}}{Z_\ell} \ . \ e^{j(\pi/2 - \psi z)})$$

fazendo:

$$\alpha = \pi/2 - \psi z$$

$\psi z \rightarrow$ fator de potência

vem:

$$K \ e^{j\theta} = [(1+ \frac{X_{eq}}{Z_\ell} .\cos\alpha)^2 + (\frac{X_{eq}}{Z_\ell} .\text{sen}\alpha)^2]^{1/2} \ e^{j\theta}$$

$$K^2 = 1 + 2 \ \frac{X_{eq}}{Z_\ell} .\cos\alpha + (\frac{X_{eq}}{Z_\ell})^2 .\cos^2\alpha + (\frac{X_{eq}}{Z_\ell})^2 .\text{sen}^2\alpha$$

$$K^2 = 1 + (\frac{X_{eq}}{Z_\ell})^2 + 2 \ \frac{X_{eq}}{Z_\ell} .\cos\alpha$$

$$0 = 1 + (\frac{X_{eq}}{Z_\ell})^2 + 2 \cdot \frac{X_{eq}}{Z_\ell} .\cos\alpha - K^2$$

$$0 = \frac{Z_\ell^2 + X_{eq}^2 + 2.Z_\ell.X_{eq}.\cos\alpha - Z_\ell^2.K^2}{Z_\ell^2}$$

$$0 = Z_\ell^2\,(1-K^2) + Z_\ell.2.X_{eq}.\cos\alpha + X_{eq}^2 \qquad (3.68)$$

resolvendo-se a equação (3.68), conclui-se que:

$$Z_\ell = \frac{-X_{eq}(\cos\alpha \pm \sqrt{\cos^2\alpha - 1 + K^2})}{(1-K^2)} \qquad (3.69)$$

como: $\dot{S}_\ell = \dot{V}_z.\dot{I}_z^*$

e da figura 3.13 verifica-se que $\dot{V}_{Th1} = \dot{V}_z$. Então:

$$\dot{S} = \dot{V}_{Th1}.\dot{I}_z^*$$

$$\dot{S}_\ell = \dot{V}_{Th1} \cdot \frac{\dot{V}_{Th1}}{Z_\ell.e^{-j\psi z}}$$

$$\dot{S}_\ell = \frac{V_{Th1}^2}{Z_\ell} \cdot e^{j\psi z} \qquad (3.70)$$

mas, da figura 3.12, tem-se:

$$V_{Th1} = V_{Th} \cdot \frac{X_r}{X_r + X_{Th}} \qquad (3.71)$$

utilizando as equações (3.69) e (3.71) na equação (3.70), vem:

$$\dot{S}_\ell = V_{Th}^2 \cdot \frac{X_r^2}{(X_r + X_{Th})^2} \cdot \frac{(1-K^2)}{-X_{eq}.(\cos\alpha \pm \sqrt{\cos^2\alpha - 1 + K^2})} e^{j\psi z} \qquad (3.72)$$

$$\dot{S}_{\ell} = V_{Th}^2 \cdot \frac{X_r^2}{(X_r+X_{Th})^2} \cdot \frac{-(1-K^2)}{\frac{X_{Th}\cdot X_r}{X_{Th}+X_r} \cdot (\cos\alpha \pm \sqrt{\cos^2\alpha-1+K^2})} e^{j\psi z} \qquad (3.73)$$

$$\dot{S}_{\ell} = \frac{V_{Th}^2}{X_{Th}} \cdot \frac{1}{1+\frac{X_{Th}}{X_r}} \cdot \frac{(K^2-1)}{(\cos\alpha \pm \sqrt{\cos^2\alpha-1+K^2})} e^{j\psi z} \qquad (3.74)$$

portanto, facilmente obtém-se:

$$P_{\ell} = \frac{V_{Th}^2}{X_{Th}} \cdot \frac{1}{1+\frac{X_{Th}}{X_r}} \cdot \frac{(K^2-1)}{(\cos\alpha \pm \sqrt{\cos^2\alpha-1+K^2})} \cdot \cos\psi z \qquad (3.75)$$

onde:

P_{ℓ} - potência que se pode extrair do condutor isolado, com uma sobretensão pré-definida, para um determinado valor de X_r.

X_{Th} - reatância capacitiva do circuito equivalente Thevenin

X_r - reatância capacitiva correspondente à capacitância C_r

K - fator de sobretensão nos terminais do transformador

ψz - fator de potência da carga

Z_{ℓ} - impedância da carga

Com os valores de C_r' e L_r' citados anteriormente e admitindo uma sobretensão máxima de 10% aos terminais do transformador, a tabela 3.12 e a figura 3.14 mostram que a potência máxima que se pode extrair do condutor isolado é cerca de 20 KW, o que pode ser confirmado pela utilização da equação

(3.75), e conduz à extração de 2 KW por kilômetro de condutor isolado.

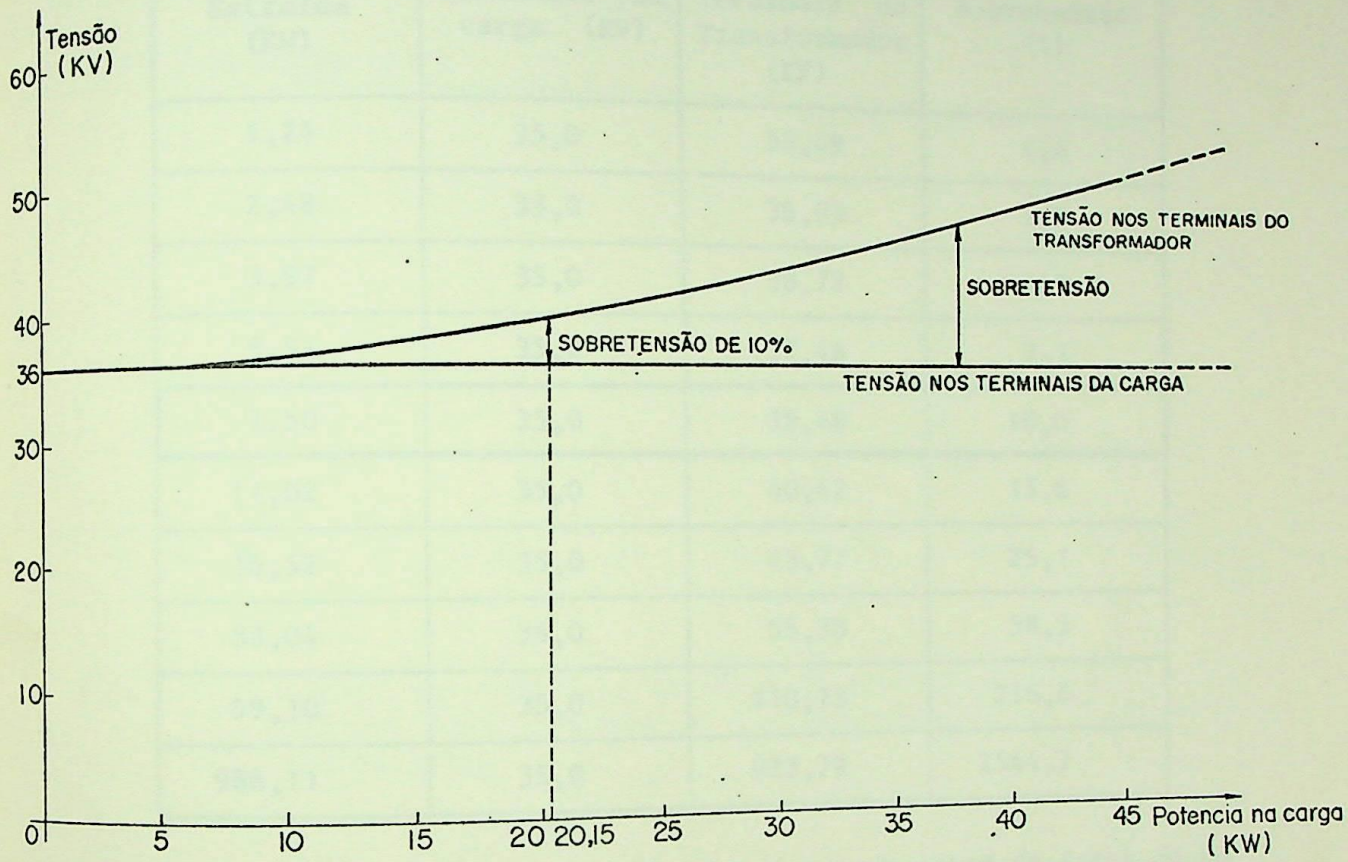


Fig. 3.14 - Tensão aos terminais da carga de fator de potência unitário e aos terminais do transformador em função da potência extraída

A mesma análise anterior foi realizada com a utilização de cargas com fator de potência 0,9 (indutivo) ligadas aos terminais do transformador. Os resultados obtidos, também utilizando-se a configuração do sistema de transmissão A, estão indicados na tabela 3.13, onde se observa a permanência do fator limitante de sobretensão nos terminais do transforma

dor. Neste estudo, a capacitância de ajuste C'_r foi igual a 234 μF e L'_r igual a 3 mH e um transformador ideal com relação 36000 : 220.

Potência Extraída (KW)	Tensão nos Terminais da carga (KV)	Tensão nos Terminais do Transformador (KV)	Sobretensão (%)
1,24	35,0	35,49	1,4
2,48	35,0	36,03	3,0
3,97	35,0	36,72	4,9
5,51	35,0	37,46	7,1
7,50	35,0	38,48	10,0
11,02	35,0	40,42	15,6
16,52	35,0	43,77	25,1
33,04	35,0	55,38	58,3
99,10	35,0	110,75	216,6
988,11	35,0	923,79	2544,7

Tab. 3.13 - Variação de tensão nos terminais da carga de fator de potência 0,9 (indutivo) e nos terminais do transformador, com a potência extraída

Neste caso, com os valores de C'_r e L'_r anteriormente mencionados e admitindo também uma sobretensão máxima de 10% nos terminais do transformador, é possível obter, como mostram a tabela 3.13 e a figura 3.15, uma potência extraída do condutor isolado de cerca de 7,5 KW, o que pode ser confirmado pela utilização da equação 3.75, e resulta na extração de aproximadamente 0,8 KW por Km de condutor isolado.

A equação (3.75) mostra também que, fixados todos os outros parâmetros, a potência máxima total que se pode

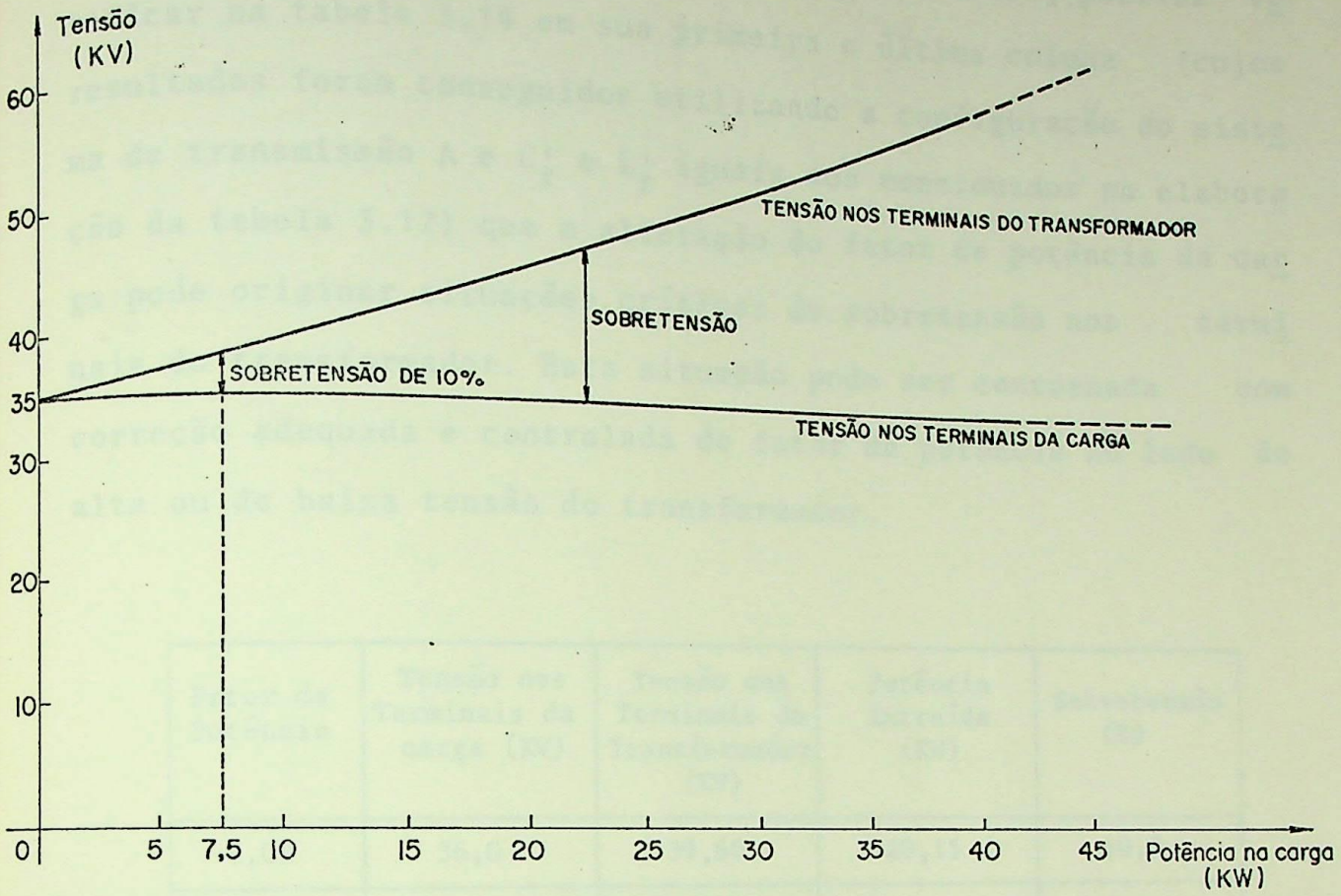


Fig. 3.15 - Tensão aos terminais da carga de fator de potência 0,9 (indutivo) eaos terminais do transformador em função da potência extraída

obter aumenta quando X_{Th} diminui, ou seja, quando a capacitância C_{Th} aumenta. Este aumento da capacitância C_{Th} pode ser conseguido através do aumento do comprimento do condutor isolado. Assim, aumentando o comprimento deste condutor, no sistema de transmissão em estudo para 100 Km, é possível conservar a mesma razão de 2 KW de potência extraída por Km para cargas de $\cos\psi z=1$ e de 0,75 KW para cargas de $\cos\psi z=0,9$ (indutivo), mantendo ainda a sobretensão de 10% e o valor de C'_r dentro de limites práticos aceitáveis. Deste condutor isolado de 100 Km, seria então possível extrair para o primeiro caso uma potência igual a 200 KW e para o segundo 75 KW.

Se nada em contrário for realizado, pode-se verificar na tabela 3.14 em sua primeira e última coluna (cujos resultados foram conseguidos utilizando a configuração do sistema de transmissão A e C'_r e L'_r iguais aos mencionados na elaboração da tabela 3.12) que a alteração do fator de potência da carga pode originar situações críticas de sobretensão nos terminais do transformador. Esta situação pode ser contornada com correção adequada e controlada do fator de potência no lado de alta ou de baixa tensão do transformador.

Fator de Potência	Tensão nos Terminais da carga (KV)	Tensão nos Terminais do Transformador (KV)	Potência Extraída (KW)	Sobretensão (%)
1,00	36,0	39,60	20,15	10,0
0,95	36,0	43,54	18,44	20,7
0,91	36,0	44,61	16,04	23,7
0,85	36,0	45.17	14,58	25,3
0,79	36,0	45,35	12,60	25,8
0,71	36,0	45,18	10,11	25,3
0,67	36,0	45,03	9,25	24,9
0,63	36,0	44,69	7,93	23,9

Tab. 3.14 - Variação da sobretensão nos terminais do transformador com o fator de potência

CAPÍTULO IV

EXTRAÇÃO DE POTÊNCIA ATRAVÉS DA UTILIZAÇÃO DE CONDUTORES ISOLADOS: SOLUÇÃO EXATA

CAPÍTULO IV

EXTRAÇÃO DE POTÊNCIA ATRAVÉS DA UTILIZAÇÃO DE CONDUTORES ISOLADOS: SOLUÇÃO EXATA

4.1 - INTRODUÇÃO

A tentativa de se buscar valores resultantes de tensões e correntes ao longo de um sistema de condutores formado por linha de transmissão e condutor isolado colocados em presença da terra, deve ser feita de maneira que produza resultados tão exatos quanto possível. A complexidade sempre crescente dos sistemas acarreta também uma maior complexidade dos problemas envolvidos, que na maior parte das vezes só podem ser satisfatoriamente resolvidos através de formulações que considerem representações realistas não só para os sistemas, mas também para as solicitações que se lhes apresentam. Portanto, a aplicação de uma teoria que trate as linhas de transmissão e condutor isolado como um sistema de multicondutores será objeto de análise no decorrer do item seguinte.

Fisicamente, o comprimento das linhas de transmissão é na realidade muito superior aos trechos onde eventualmente estão localizados os condutores isolados, dos quais se deseja extrair potência. A configuração de um sistema constituído por uma linha de transmissão e condutor isolado é indicada na figura 4.1.

Em geral, o comprimento do, ou dos, condutores isolados será pequeno, quando comparado com o comprimento total da linha de transmissão indutora. Por outro lado, aqueles condu

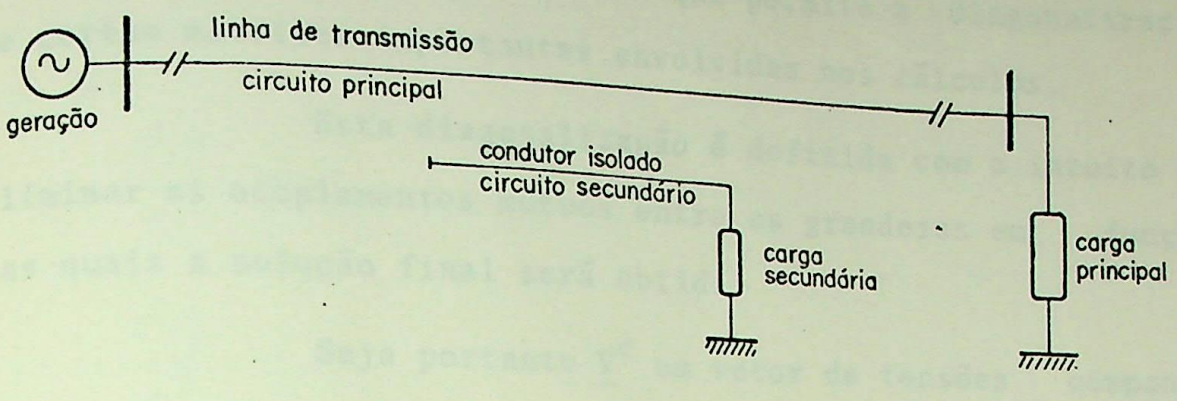


Fig. 4.1 - Representação do circuito principal (linha de transmissão) e circuito secundário (condutor isolado)

tores localizar-se-ão muito provavelmente em algum ponto afastado das extremidades da linha e em linhas de transmissão que apresentam grandes comprimentos, a tensão ao longo de toda sua extensão pode ter variações sensíveis, de maneira que a determinação de tais níveis de tensão será de real importância no cálculo das tensões induzidas nos condutores isolados.

4.2 - SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DE PROPAGAÇÃO, TEORIA MODAL DE PROPAGAÇÃO

Como se viu no capítulo anterior, as equações diferenciais de segunda ordem que traduzem o comportamento da tensão e da corrente são:

$$\frac{d^2\underline{V}^f}{dx^2} = \underline{\underline{Z}}.\underline{\underline{Y}}.\underline{V}^f = \underline{\underline{\psi}}^2.\underline{V}^f \tag{4.1}$$

$$\frac{d^2\underline{I}^f}{dx^2} = \underline{\underline{Y}}.\underline{\underline{Z}}.\underline{I}^f = \underline{\underline{\psi}}_t^2.\underline{I}^f \tag{4.2}$$

Uma metodologia possível de solução para tais

equações recerre à utilização de que permite a diagonalização de certas matrizes importantes envolvidas nos cálculos.

Esta diagonalização é definida com o intuito de eliminar os acoplamentos mútuos entre as grandezas em função das quais a solução final será obtida.

Seja portanto $\underline{V}^c$ um vetor de tensões componentes, definido como:

$$\underline{V}^f = \underline{\underline{Q}}.\underline{V}^c \tag{4.3}$$

substituindo na equação (4.1), vem:

$$\frac{d^2}{dx^2}(\underline{\underline{Q}}.\underline{V}^c) = \underline{\underline{\Psi}}^2.\underline{\underline{Q}}.\underline{V}^c \tag{4.4}$$

sendo $\underline{\underline{Q}}$ uma matriz constante, conclui-se facilmente que:

$$\frac{d^2\underline{V}^c}{dx^2} = \underline{\underline{Q}}^{-1}.\underline{\underline{\Psi}}^2.\underline{\underline{Q}}.\underline{V}^c \tag{4.5}$$

A matriz $\underline{\underline{Q}}$ deve ser escolhida de tal forma que o produto $\underline{\underline{Q}}^{-1}.\underline{\underline{\Psi}}^2.\underline{\underline{Q}}$ seja uma matriz diagonal, isto é:

$$\underline{\underline{Q}}^{-1}.\underline{\underline{\Psi}}^2.\underline{\underline{Q}} = \underline{\underline{\gamma}}^2 \tag{4.6}$$

onde $\underline{\underline{\gamma}}^2$ é uma matriz diagonal.

Em consequência, a equação matricial (4.5) pode ser escrita como:

$$\frac{d^2\underline{V}^c}{dx^2} = \underline{\underline{\gamma}}^2.\underline{V}^c \tag{4.7}$$

que expandida, no caso, por exemplo, de um sistema de 2 condutores, fornece:

$$\frac{d^2V_1^c}{dx^2} = \gamma_1^2 . V_1^c \tag{4.8}$$

$$\frac{d^2V_2^c}{dx^2} = \gamma_2^2 . V_2^c \tag{4.9}$$

Cada uma destas equações é formalmente idêntica à equação (3.9) e (3.10) do caso monofásico e tem uma solução simples, dada por:

$$V_1^c = V_{1i}^c . e^{-\gamma_1 . x} + V_{1r}^c . e^{\gamma_1 . x} \tag{4.10}$$

$$V_2^c = V_{2i}^c . e^{-\gamma_2 . x} + V_{2r}^c . e^{\gamma_2 . x} \tag{4.11}$$

onde V_{1i}^c, V_{1r}^c, V_{2i}^c, V_{2r}^c são constantes arbitrárias.

As tensões de fase calculam-se utilizando a transformação inicialmente proposta:

$$\underline{V}^f = \underline{\underline{Q}} . \underline{V}^c$$

Em se tratando da solução das equações de propagação em sistemas de N condutores, o método matricial facilita a solução, uma vez que transforma um sistema de N condutores mutuamente acoplados em N sistemas monofásicos, desacoplados entre si.

Através da transformação linear da tensão acima indicada e da corrente definida como:

$$\underline{I}^f = \underline{\underline{S}}\ \underline{I}^c$$

tem-se:

$$\frac{d^2\underline{V}^c}{dx^2} = \underline{\underline{Q}}^{-1}.\underline{\underline{\Psi}}^2.\underline{\underline{Q}}.\underline{V}^c = \underline{\underline{\gamma}}^2.\underline{V}^c \tag{4.12}$$

$$\frac{d^2\underline{I}^c}{dx^2} = \underline{\underline{S}}^{-1}.\underline{\underline{\Psi}}_t^2.\underline{\underline{S}}.\underline{I}^c = \underline{\underline{\gamma}}'^2.\underline{I}^c \tag{4.13}$$

Escolhendo agora as matrizes de transformação $\underline{\underline{Q}}$ e $\underline{\underline{S}}$ de tal forma que $\underline{\underline{\gamma}}^2=\underline{\underline{Q}}^{-1}.\underline{\underline{\Psi}}^2.\underline{\underline{Q}}$ e $\underline{\underline{\gamma}}'^2=\underline{\underline{S}}^{-1}.\Psi_t^2.\underline{\underline{S}}$ sejam matrizes diagonais, cada um dos sitemas de N equações diferenciais a N incógnitas (4.12) e (4.13) transforma-se num conjunto de N equações diferenciais independentes que, tomando como exemplo as tensões, se pode expandir da forma seguinte:

$$\frac{d^2V_1}{dx^2} = \gamma_1^2\ V_1^c \tag{4.14}$$

$$\vdots$$

$$\frac{d^2V_j}{dx^2} = \gamma_j^2\ V_j^c \tag{4.15}$$

$$\vdots$$

$$\frac{d^2V_n}{dx^2} = \gamma_n^2\ V_n^c \tag{4.16}$$

A solução correspondente para a equação de ordem j é dada, tal como no caso monofásico, por:

$$V_j^c = V_{ji}^c \cdot e^{-\gamma_j x} + V_{jr} \cdot e^{\gamma_j . x} \tag{4.17}$$

As equações das correntes podem ser determina

das de maneira semelhante. Aqui é importante ressaltar que para as matrizes $\underline{\underline{Q}}$ e $\underline{\underline{S}}$ tornarem γ^2 e γ'^2 diagonais, deve-se ter:

$$\det(\underline{\underline{\Psi}}^2-\gamma_j^2.\underline{\underline{U}}) = 0 \tag{4.18}$$

As colunas da matriz $\underline{\underline{Q}}$ são obtidas pela solução de um sistema de equações linearmente dependentes, dado por:

$$(\underline{\underline{\Psi}}^2-\gamma_j^2.\underline{\underline{U}}).Q_j = 0 \tag{4.19}$$

onde Q_j é a j-ésima coluna da matriz $\underline{\underline{Q}}$, na qual um dos seus elementos deve ser arbitrado para que o sistema tenha solução.

A matriz $\underline{\underline{Q}}$ assim obtida nada mais é do que a matriz modal da matriz $\underline{\underline{\Psi}}$, ou seja, a matriz cujas colunas são os autovetores de $\underline{\underline{\Psi}}$, sendo γ_j os seus autovalores. Em virtude disso, as tensões componentes obtidas pela transformação, através de $\underline{\underline{Q}}$, chamar-se-ão de componentes modais.

Como $\underline{\underline{\Psi}}=(\underline{\underline{Z}}.\underline{\underline{Y}})^{1/2}$, a solução para as equações (4.1) e (4.2) são da forma:

$$\underline{V}^f = e^{-\underline{\underline{\Psi}}.x}.\underline{V}_i+e^{\underline{\underline{\Psi}}.x}.\underline{V}_r \tag{4.20}$$

$$\underline{I}^f = e^{-\underline{\underline{\Psi}}_t.x}.\underline{I}_i+e^{\underline{\underline{\Psi}}_t.x}.\underline{I}_r \tag{4.21}$$

Por outro lado, sabe-se que:

$$\underline{I}^f = -(\underline{\underline{Z}})^{-1}.\frac{d\underline{V}^f}{dx} \tag{4.22}$$

Utilizando-se as equações (4.22) e (4.20) é possível escrever:

$$\underline{I}^f = \underline{\underline{Z}}^{-1}.\underline{\underline{\Psi}}.(e^{-\underline{\underline{\Psi}}.x}.\underline{V}_i - e^{\underline{\underline{\Psi}}.x}.\underline{V}_r) \tag{4.23}$$

Facilmente se verifica que a matriz $\underline{\underline{Z}}^{-1}.\underline{\underline{\Psi}}$ tem as dimensões de uma admitância, que passará a ser designada por $\underline{\underline{Y}}^o$ e toma o nome de "matriz de admitâncias características" do sistema. Assim,

$$\underline{\underline{Y}}^o = \underline{\underline{Z}}^{-1}.\underline{\underline{\Psi}} \tag{4.24}$$

e as equações para a tensão e a corrente ao longo do sistema de N condutores são:

$$\underline{V}^f = e^{-\underline{\underline{\Psi}}.x}.\underline{V}_i + e^{\underline{\underline{\Psi}}.x}.\underline{V}_r \tag{4.25}$$

$$\underline{I}^f = \underline{\underline{Y}}^o.(e^{-\underline{\underline{\Psi}}.x}.\underline{V}_i - e^{\underline{\underline{\Psi}}.x}.\underline{V}_r) \tag{4.26}$$

Designando por $\underline{\underline{Z}}^o$ a "matriz de impedâncias características", então:

$$\underline{\underline{Z}}^o = (\underline{\underline{Y}}^o)^{-1} \tag{4.27}$$

$$\underline{\underline{Z}}^o = \underline{\underline{\Psi}}^{-1}.\underline{\underline{Z}} \tag{4.28}$$

Por outro lado, é também possível exprimir $\underline{\underline{Z}}^o$ e $\underline{\underline{Y}}^o$ em função da matriz $\underline{\underline{Y}}$. De fato, utilizando (4.26) na equação (4.29) dada a seguir,

$$\frac{d\underline{I}^f}{dx} = -\underline{\underline{Y}}.\underline{V}^f \tag{4.29}$$

tem-se:

$$-\underline{\underline{Y}}^{o}\underline{\underline{\psi}}(e^{-\underline{\underline{\psi}}.x}.\underline{V}_i+e^{\underline{\underline{\psi}}.x}.\underline{V}_r) = -\underline{\underline{Y}}.\underline{V}^f \tag{4.30}$$

mas levando em consideração (4.25), conclui-se que:

$$\underline{\underline{Y}} = \underline{\underline{Y}}^{o}.\underline{\underline{\psi}}$$

ou

$$\underline{\underline{Y}}^{o}=\underline{\underline{Y}}.\underline{\underline{\psi}}^{-1} \tag{4.31}$$

de onde se tira:

$$\underline{\underline{Z}}^{o} = \underline{\underline{\psi}}.\underline{\underline{Y}}^{-1} \tag{4.32}$$

Por outro lado pode-se também demonstrar que:

$$\underline{\underline{Z}}^{o} = \underline{\underline{Y}}^{-1}.\underline{\underline{\psi}}_t \tag{4.33}$$

expressão que conjuntamente com a equação (4.32) permite concluir que $\underline{\underline{Z}}^{o}$ e consequentemente $\underline{\underline{Y}}^{o}$ são matrizes simétricas, apesar de $\underline{\underline{\psi}}$ geralmente não o ser.

4.3 - A LINHA DE TRANSMISSÃO COMO UM QUADRIPOLO

Para se atingir os objetivos inicialmente propostos nesta análise, ou seja, a determinação dos possíveis níveis de extração de potência no circuito secundário formado pelo condutor isolado, é suficiente o conhecimento dos parâmetros tensão e corrente nos extremos do condutor isolado. Portanto, observando-se a figura 4.1, facilmente se conclui que todo o sistema de condutores pode ser representado como um sistema de quadripolos associados em cascata. Desta forma tem-se nos resultados das tensões induzidas no início e no final do condutor isolado valores rigorosamente determinados e suficientemente precisos para serem utilizados nos cálculos que delas se fizer necessário.

Como se sabe, uma linha de transmissão pode ser representada por um circuito consistindo em dois terminais através dos quais a energia elétrica penetra na linha, designado por transmissor e por dois terminais através dos quais a energia elétrica deixa a linha, designado por receptor [7]. Dadas as suas características próprias, os circuitos que representam as linhas podem ser classificados como quadripolos. Estes circuitos apresentam restrições que lhes são impostas, a saber devem ser passivos, lineares e bilaterais. Passivos porque não contêm fontes de energia; lineares porque as impedâncias e admitâncias de valores constantes são independentes do valor da corrente e tensão a elas aplicadas, estando excluídos portanto os reatores de núcleo de ferro, podendo incluir transformadores, desde que a corrente de magnetização seja considerada linear ou desprezada e bilaterais porque a resposta a um estímulo aplicado a um par de terminais é a mesma que um estímulo aplicado ao outro. Da teoria de circuitos elétricos, um circuito com essas características pode ser definido por seis pares de equações lineares, todas elas interrelacionadas entre si. Destas, apenas as relações $\dot{V}_1=f_1(\dot{V}_2,\dot{I}_2)$, $\dot{I}_1=f_2(\dot{V}_2,\dot{I}_2)$, $\dot{V}_2=f_3(\dot{V}_1,\dot{I}_1)$ e $\dot{I}_2=f_4(\dot{V}_1,\dot{I}_1)$ despertam maior interesse neste estudo. Considere-se a figura 4.2, indicada a seguir.

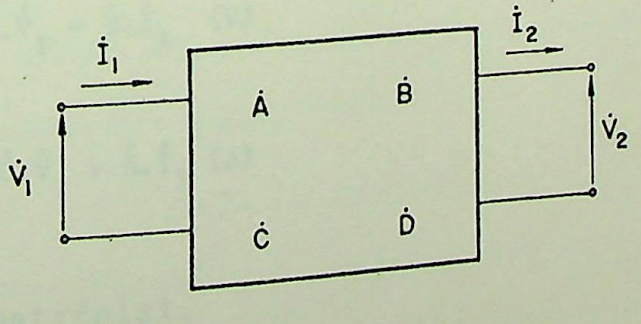


Fig. 4.2 - Quadripolo genérico

Sendo $\dot{V}_2$ e $\dot{I}_2$ consideradas variáveis independentes, no extremo receptor do quadripolo e $\dot{V}_1$ e $\dot{I}_1$ variáveis dependentes no extremo transmissor, estas últimas estão relacionadas com as primeiras da seguinte forma:

$$\dot{V}_1 = \dot{A}.\dot{V}_2 + \dot{B}.\dot{I}_2 \quad (V) \tag{4.34}$$

$$\dot{I}_1 = \dot{C}.\dot{V}_2 + \dot{D}.\dot{I}_2 \quad (A) \tag{4.35}$$

ou em forma matricial,

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{A} & \dot{B} \\ \dot{C} & \dot{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} \tag{4.36}$$

onde:

$$\det \begin{pmatrix} \dot{A} & \dot{B} \\ \dot{C} & \dot{D} \end{pmatrix} = \dot{A}.\dot{D} - \dot{B}.\dot{C} = 1 \tag{4.37}$$

e em circuitos simétricos $\dot{A} = \dot{D}$

Da mesma forma, se $\dot{V}_1$ e $\dot{I}_1$ forem as variáveis independentes e $\dot{V}_2$ e $\dot{I}_2$ as variáveis dependentes, a solução de (4.34) e (4.35) fornece:

$$\dot{V}_2 = \dot{D}.\dot{V}_1 - \dot{B}.\dot{I}_1 \quad (V) \tag{4.38}$$

$$\dot{I}_2 = -\dot{C}.\dot{V}_1 + \dot{A}.\dot{I}_1 \quad (A) \tag{4.39}$$

ou em forma matricial,

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{D} & -\dot{B} \\ -\dot{C} & \dot{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} \qquad (4.40)$$

Geralmente, as constantes $\dot{A}$, $\dot{B}$, $\dot{C}$ e $\dot{D}$ são complexas. Uma simples interpretação de cada uma destas constantes pode ser feita utilizando as equações (4.34) e (4.35). Fazendo $\dot{I}_2$ igual a zero na equação (4.34), vê-se que a constante $\dot{A}$ é a relação entre as tensões $\dot{V}_1$ e $\dot{V}_2$ quando a extremidade receptora estiver em vazio. A constante $\dot{A}$ é adimensional, visto ser uma relação entre tensões; a menos que as tensões estejam em fase, $\dot{A}$ será complexa, sendo sua fase igual a diferença entre as fases das duas tensões.

Na equação (4.34), se $\dot{V}_2$ for igual a zero, a constante $\dot{B}$ é a relação entre a tensão $\dot{V}_1$ na extremidade transmissora e a corrente na extremidade receptora, quando esta última estiver curto-circuitada. Nessas condições, $\dot{B}$ terá as dimensões de uma impedância sendo dada em ohms. Analogamente, fazendo $\dot{I}_2$ igual a zero na equação (4.35), a constante $\dot{C}$ é a relação entre a corrente $\dot{I}_1$ na extremidade transmissora e a tensão $\dot{V}_2$ na extremidade receptora, quando esta última estiver em vazio. Então $\dot{C}$ terá as dimensões de uma admitância dada em Siemens. Se $\dot{V}_2$ for igual a zero na equação (4.35), verifica-se que $\dot{D}$ é a relação entre as correntes $\dot{I}_1$ e $\dot{I}_2$ das extremidades transmissora e receptora, quando esta última estiver curto-circuitada e portanto a constante $\dot{D}$ é adimensional.

As linhas de transmissão satisfazem completamente as condições restritivas impostas aos quadripolos anteriormente mencionados. Sua representação como quadripolos não somen

te é perfeitamente viável como em alguns casos é muito conveni
ente, pois o modelo matemático, assim definido pelas equações
(4.36) e (4.40) é bastante flexível. As características das li
nhas são definidas pelas constantes $\dot{A}$, $\dot{B}$, $\dot{C}$ e $\dot{D}$ que recebem o
nome de "constantes generalizadas das linhas de transmissão". A
possibilidade da representação por um modelo matemático único e
a facilidade com que diversos quadripolos podem ser associados
representam vantagens adicionais principalmente quando, na aná
lise de problemas que envolvem linhas e/ou equipamentos termi
nais, se pretende calcular apenas tensões, correntes e potên
cias nas extremidades de entrada e saída dos componentes asso
ciados.

Convém relembrar que as equações de propagação (3.11) e (3.13) permitem calcular os valores da tensão e da corrente em qualquer ponto x da linha, se forem conhecidas as constantes de integração, V_{1i} e V_{1r}, que por sua vez se determi
nam a partir do conhecimento das condições de funcionamento num ponto qualquer da linha. Assim determinadas as constantes V_{1i} e V_{1r} para certas condições impostas em $x=\ell$ e utilizando-se as equações (3.11) e (3.13) é possível obter as seguintes equa
ções:

$$\dot{V}_1^f = \dot{V}_2^f \left(\frac{e^{\dot{\gamma}_1\ell} + e^{-\dot{\gamma}_1\ell}}{2}\right) + \dot{I}_2^f . \dot{Z}_c^o \left(\frac{e^{\dot{\gamma}_1\ell} - e^{-\dot{\gamma}_1\ell}}{2}\right) \qquad (4.41)$$

$$\dot{I}_1^f = \dot{I}_2^f \left(\frac{e^{\dot{\gamma}_1\ell} + e^{-\dot{\gamma}_1\ell}}{2}\right) + \frac{\dot{V}_2^f}{\dot{Z}_c^o} . \left(\frac{e^{\dot{\gamma}_1\ell} - e^{-\dot{\gamma}_1\ell}}{2}\right) \qquad (4.42)$$

onde:

$\dot{V}_1^f$ e $\dot{I}_1^f$ - tensão fase-neutro e corrente na linha, jun

to ao transmissor

$\dot{V}_2^f$ e $\dot{I}_2^f$ - idem, junto ao receptor.

ℓ - comprimento da linha (Km)

Portanto, as equações (4.41) e (4.42) representam as equações fundamentais do quadripolo equivalente da linha de transmissão.

Recordando a forma exponencial das funções hiperbólicas, as equações (4.41) e (4.42) podem ser colocadas da seguinte forma:

$$\dot{V}_1^f = \dot{V}_2^f.\cosh(\dot{\gamma}_1.\ell) + \dot{I}_2^f.Z_c^o.\operatorname{senh}(\gamma_1.\ell) \qquad (4.43)$$

$$\dot{I}_1^f = \dot{I}_2^f.\cosh(\gamma_1.\ell) + \frac{\dot{V}_2^f}{\dot{Z}_c^o}.\operatorname{senh}(\gamma_1.\ell) \qquad (4.44)$$

As equações (4.43) e (4.44) reconhecem o fato de que se forem conhecidas as tensões e correntes no receptor é possível determinar as mesmas no transmissor.

As constantes generalizadas da linha de transmissão poderão ser obtidas por comparação entre as equações (4.34) e (4.35) com as equações (4.43) e (4.44).

Tem-se portanto:

$$\dot{A} = \cosh(\gamma_1.\ell) \quad ; \quad \dot{B} = \dot{Z}_c^o.\operatorname{senh}(\gamma_1.\ell)$$

$$\dot{C} = \frac{1}{Z_c^o}.\operatorname{senh}(\gamma_1.\ell) \quad ; \quad \dot{D} = \cosh(\gamma_1.\ell)$$

As equações (4.43) e (4.44) em forma matricial apresentam-se como:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_1^f \\ \dot{I}_1^f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh\gamma_1.\ell & Z_c^o.\operatorname{senh}\gamma_1.\ell \\ \frac{1}{Z_c^o}.\operatorname{senh}\gamma_1.\ell & \cosh\gamma_1.\ell \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_2^f \\ \dot{I}_2^f \end{bmatrix} \qquad (4.45)$$

Se o sistema de transmissão é formado por um grande número de condutores, verificou-se anteriormente a valiosa importância do tratamento dado às linhas de transmissão como um sistema de N condutores. A representação de sistemas a multicondutores como um quadripolo equivalente será também altamente conveniente no estudo aqui apresentado.

4.4 - SOLUÇÃO DO QUADRIPOLO REPRESENTATIVO DO SISTEMA DE N CONDUTORES

Neste caso, as equações relevantes obtêm-se a partir das equações (4.25) e (4.26). Considere-se novamente aqui aquelas equações.

$$\underline{\dot{V}}^f = e^{-\underline{\underline{\Psi}}.x} \cdot \underline{\dot{V}}_i + e^{\underline{\underline{\Psi}}.x} \cdot \underline{\dot{V}}_r \qquad (4.46)$$

$$\underline{\dot{I}}^f = \underline{\underline{Y}}^o.(e^{-\underline{\underline{\Psi}}.x} \cdot \underline{\dot{V}}_i - e^{\underline{\underline{\Psi}}.x} \cdot \underline{\dot{V}}_r) \qquad (4.47)$$

Fazendo nestas equações x=0, obtém-se:

$$\underline{\dot{V}}_1^f = \underline{\dot{V}}_i + \underline{\dot{V}}_r$$

$$\underline{\dot{I}}_1^f = \underline{\underline{Y}}^o.(\underline{\dot{V}}_i - \underline{\dot{V}}_r)$$

A resolução do sistema anterior, em relação às constantes desconhecidas $\dot{\underline{V}}_i$ e $\dot{\underline{V}}_r$, fornece:

$$\dot{\underline{V}}_i = \frac{1}{2}\left(\dot{\underline{V}}_1^f + \dot{\underline{\underline{Z}}}^o \cdot \dot{\underline{I}}_1^f\right) \tag{4.48}$$

$$\dot{\underline{V}}_r = \frac{1}{2}\left(\dot{\underline{V}}_1^f - \dot{\underline{\underline{Z}}}^o \cdot \dot{\underline{I}}_1^f\right) \tag{4.49}$$

que substituídos novamente em (4.46) e (4.47), fazendo $x=\ell$, se obtém finalmente:

$$\dot{\underline{V}}_2^f = \cosh(\dot{\underline{\underline{\Psi}}}.\ell).\dot{\underline{V}}_1^f - \operatorname{senh}(\dot{\underline{\underline{\Psi}}}.\ell).\dot{\underline{\underline{Z}}}^o.\dot{\underline{I}}_1^f \tag{4.50}$$

$$\dot{\underline{I}}_2^f = -\dot{\underline{\underline{Y}}}^o.\operatorname{senh}(\dot{\underline{\underline{\Psi}}}.\ell).\dot{\underline{V}}_1^f + \dot{\underline{\underline{Y}}}^o.\cosh(\dot{\underline{\underline{\Psi}}}.\ell).\dot{\underline{\underline{Z}}}^o.\dot{\underline{I}}_1^f \tag{4.51}$$

A recíproca das equações (4.50) e (4.51) será da forma:

$$\dot{\underline{V}}_1^f = \cosh(\dot{\underline{\underline{\Psi}}}.\ell).\dot{\underline{V}}_2^f + \operatorname{senh}(\dot{\underline{\underline{\Psi}}}.\ell).\dot{\underline{\underline{Z}}}^o.\dot{\underline{I}}_2^f \tag{4.52}$$

$$\dot{\underline{I}}_1^f = \dot{\underline{\underline{Y}}}^o.\operatorname{senh}(\dot{\underline{\underline{\Psi}}}.\ell).\dot{\underline{V}}_2^f + \dot{\underline{\underline{Y}}}^o.\cosh(\dot{\underline{\underline{\Psi}}}.\ell).\dot{\underline{\underline{Z}}}^o.\dot{\underline{I}}_2^f \tag{4.53}$$

Estas últimas podem ser escritas na forma:

$$\begin{array}{|c|} \hline \dot{\underline{V}}_1^f \\ \hline \dot{\underline{I}}_1^f \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline \dot{\underline{\underline{A}}} & \dot{\underline{\underline{B}}} \\ \hline \dot{\underline{\underline{C}}} & \dot{\underline{\underline{D}}} \\ \hline \end{array} \cdot \begin{array}{|c|} \hline \dot{\underline{V}}_2^f \\ \hline \dot{\underline{I}}_2^f \\ \hline \end{array} \tag{4.54}$$

onde: $\dot{\underline{\underline{A}}} = \cosh(\dot{\underline{\underline{\Psi}}}.\ell)$

$\dot{\underline{\underline{B}}} = \operatorname{senh}(\dot{\underline{\underline{\Psi}}}.\ell).\dot{\underline{\underline{Z}}}^o$

$\dot{\underline{\underline{C}}} = \dot{\underline{\underline{Y}}}^o.\operatorname{senh}(\dot{\underline{\underline{\Psi}}}.\ell)$

$$\underline{\dot{D}} = \underline{Y}^{o}.\cosh(\underline{\Psi}.\ell).\underline{Z}^{o}$$

No caso de sistemas a N condutores, a propriedade mencionada anteriormente para o caso de um condutor deve ainda se verificar, de tal forma que:

$$\underline{\dot{A}}.\underline{\dot{D}} - \underline{\dot{B}}.\underline{\dot{C}} = \underline{U} \tag{4.55}$$

e só é válida se, e somente se, as matrizes $\underline{\dot{Z}}$ e $\underline{\dot{Y}}$ forem perfeitamente simétricas. Caso contrário, $\underline{\dot{A}}.\underline{\dot{D}}-\underline{\dot{B}}.\underline{\dot{C}}\neq\underline{U}$.

4.4.1 - Cálculo de autovalores e autovetores da matriz $\underline{\Psi}$ [12]

No desenvolvimento das equações de propagação em sistemas a N condutores e na aplicação das equações de solução apresentadas no item 4.4, verifica-se a exigência do cálculo de funções da matriz $\underline{\Psi}$. Essas funções podem ser calculadas por desenvolvimento em série ou utilizando as propriedades das matrizes de autovalores e autovetores de $\underline{\Psi}$. Este último processo utiliza-se da propriedade expressa na seguinte equação:

$$f(\underline{\Psi}) = \underline{Q}.f(\underline{\gamma}).\underline{Q}^{-1}$$

onde:

$$\underline{\Psi} = \underline{Q}.\underline{\gamma}.\underline{Q}^{-1}$$

sendo $\underline{Q}$ a matriz modal de $\underline{\Psi}$ e $\underline{\gamma}$ a matriz diagonal dos autovalores de $\underline{\Psi}$. Os conceitos fundamentais sobre autovalores e autovetores de uma matriz quadrada encontram-se descritos no apêndice D.

Portanto, o cálculo dos autovalores e autovetores da matriz torna-se uma necessidade quase indispensável. Consequentemente, a eficiência de qualquer metodologia de cálculo que utilize os conceitos acabados de definir depende fundamentalmente da eficiência com a qual se possa calcular aqueles valores.

4.4.1.1 - O método das potência sucessivas (Root-Squaring Method) [8,12]

Considere a matriz das constantes de propagação $\underline{\underline{\Psi}}$ expressa em função da matriz diagonal dos seus autovalores, $\underline{\Upsilon}$.

$$\underline{\underline{\Psi}} = \underline{\underline{Q}} \cdot \underline{\Upsilon} \cdot \underline{\underline{Q}}^{-1} \tag{4.56}$$

A matriz $\underline{\Upsilon}$ pode ser escrita na forma.

$$\underline{\Upsilon} = \gamma_1 \cdot \underline{\underline{I}}_1 + \gamma_2 \cdot \underline{\underline{I}}_2 + \ldots + \gamma_n \cdot \underline{\underline{I}}_n = \sum_{i=1}^{n} \gamma_i \cdot \underline{\underline{I}}_i \tag{4.57}$$

onde γ_i é um dos autovalores da matriz $\underline{\underline{\Psi}}$ e $\underline{\underline{I}}_i$ é uma matriz quadrada onde somente o elemento diagonal na posição i é diferente de zero e igual a unidade.

Por exemplo, se $\underline{\underline{\Psi}}$ for uma matriz 3x3, tem-se:

$$\underline{\Upsilon} = \begin{bmatrix} \gamma_1 & & \\ & \gamma_2 & \\ & & \gamma_3 \end{bmatrix} = \gamma_1 \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\underline{\underline{I}}_1} + \gamma_2 \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\underline{\underline{I}}_2} + \gamma_3 \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\underline{\underline{I}}_3}$$

Substituindo $\underline{\underline{\gamma}}$ de (4.57) em (4.56), resulta:

$$\underline{\underline{\Psi}} = \sum_{i=1}^{n} \gamma_i (\underline{\underline{Q}} \cdot \underline{\underline{I}}_i \cdot \underline{\underline{Q}}^{-1}) \qquad (4.58)$$

As matrizes $S_i = \underline{\underline{Q}} \cdot \underline{\underline{I}}_i \cdot \underline{\underline{Q}}^{-1}$ denominam-se de matrizes idempotentes e possuem três propriedades que a seguir se enumeram:

1 - $\underline{\underline{S}}_i \cdot \underline{\underline{S}}_i = \underline{\underline{S}}_i$

2 - $\underline{\underline{S}}_i \cdot \underline{\underline{S}}_j = 0$

3 - No caso de $\underline{\underline{\Psi}}$ ser uma matriz 3x3 vem, para $\underline{\underline{S}}_3$:

$$\underline{\underline{S}}_3 = \underline{\underline{Q}} \cdot \underline{\underline{I}}_3 \cdot \underline{\underline{Q}}^{-1}$$

isto é:

$$\underline{\underline{S}}_3 = \begin{vmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{23} \\ Q_{31} & Q_{32} & Q_{33} \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} & & \\ & & \\ & & 1 \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{13} \\ Q'_{21} & Q'_{22} & Q'_{23} \\ Q'_{31} & Q'_{32} & Q'_{33} \end{vmatrix}$$

ou

$$\underline{\underline{S}}_3 = \begin{vmatrix} Q_{13}\,Q'_{31} & Q_{13}\,Q'_{32} & Q_{13}\,Q'_{33} \\ Q_{23}\,Q'_{31} & Q_{23}\,Q'_{32} & Q_{23}\,Q'_{33} \\ Q_{33}\,Q'_{31} & Q_{33}\,Q'_{32} & Q_{33}\cdot Q'_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} Q_{13} \\ Q_{23} \\ Q_{33} \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} Q'_{31} & Q'_{32} & Q'_{33} \end{vmatrix} \qquad (4.59)$$

ou generalizando:

$$\underline{\underline{S}}_i = \underline{Q}_{ci} \cdot \underline{Q}_{\ell i}^{-1} \qquad (4.60)$$

onde: $\underline{Q}_{ci}$ é a coluna de ordem i de $\underline{\underline{Q}}$;

$\underline{Q}_{\ell i}^{-1}$ é a linha de ordem i de $\underline{\underline{Q}}^{-1}$.

Retome-se agora a expressão (4.58) e calcule-se o quadrado da matriz $\underline{\underline{\Psi}}$.

$$\underline{\underline{\Psi}} = \sum_{i=1}^{n} \gamma_i \cdot \underline{\underline{S}}_i$$

$$\underline{\underline{\Psi}}^2 = (\gamma_1 \cdot \underline{\underline{S}}_1 + \gamma_2 \cdot \underline{\underline{S}}_2 + \ldots + \gamma_n \cdot \underline{\underline{S}}_n)^2 \tag{4.61}$$

Utilizando-se as propriedades das matrizes $\underline{\underline{S}}_i$, pode-se escrever:

$$\underline{\underline{\Psi}}^2 = \gamma_1^2 \cdot \underline{\underline{S}}_1 + \gamma_2^2 \cdot \underline{\underline{S}}_2 + \ldots + \gamma_n^2 \cdot \underline{\underline{S}}_n \tag{4.62}$$

Continuando a quadrar sucessivamente a matriz $\underline{\underline{\Psi}}$, facilmente ser verifica agora que:

$$\underline{\underline{\Psi}}^m = \gamma_1^m \cdot \underline{\underline{S}}_1 + \gamma_2^m \cdot \underline{\underline{S}}_2 + \ldots + \gamma_n^m \cdot \underline{\underline{S}}_n \tag{4.63}$$

Se os autovalores forem todos diferentes, separados e ordenados por ordem decrescente, ou seja:

$$\gamma_1^m >> \gamma_2^m >> \ldots >> \gamma_n^m \tag{4.64}$$

é possível determinar um "m" tal que, com a precisão desejada, se possa escrever:

$$\underline{\underline{\Psi}}^m \cong \gamma_1^m \cdot S_1 \tag{4.65}$$

Nestas circunstâncias, também é possível escrever:

$$\underline{\underline{\Psi}}^{(m+1)} = \gamma_1^{(m+1)} \cdot \underline{\underline{S}}_1 = \gamma_1 \cdot \gamma_1^m \cdot \underline{\underline{S}}_1$$

ou seja:

$$\underline{\Psi}^{m+1} = \gamma_1 \cdot \underline{\Psi}^{m} \tag{4.66}$$

de onde se conclui imediatamente que, depois de obtida convergência no processo, o valor de γ_1, o autovalor dominante de $\underline{\Psi}$ pode ser diretamente obtido pela divisão de dois elementos, diferentes de zero, de $\underline{\Psi}^{(m+1)}$ e $\underline{\Psi}^{m}$.

Além disso, e como:

$$\underline{\Psi}^{m} = \gamma_1^{m} \cdot \underline{S}_1 \ .$$

e levando em consideração a expressão (4.59) também se conclui que:

a - Qualquer coluna de $\underline{\Psi}^{m}$, diferente de zero, é proporcional ao vetor coluna da matriz $\underline{Q}$, correspondente a γ_1.

b - Qualquer linha de $\underline{\Psi}^{m}$, diferente de zero, é proporcional à linha da matriz $\underline{Q}^{-1}$, correspondente a γ_1.

Para repetição do método de quadramento sucessivo da matriz com a finalidade de calcular o autovalor dominante seguinte, torna-se necessário modificar a matriz $\underline{\Psi}$, de modo a retirar-lhe a informação correspondente ao autovalor e autovetor acabados de calcular. Assim, de (4.58) é possível escrever:

$$\underline{\Psi} = \gamma_1 \underline{S}_1 + \sum_{i=2}^{n} \gamma_i \cdot \underline{S}_i \tag{4.67}$$

Define-se agora $\underline{\Psi}_1$, tal que:

$$\Psi_1 = \underline{\Psi} - \gamma_1 \cdot \underline{S}_1 = \sum_{i=2}^{n} \gamma_i \cdot \underline{S}_i \tag{4.68}$$

O quadramento sucessivo desta nova matriz permite o cálculo do segundo autovalor dominante e das correspondentes colunas e linhas de $\underline{Q}$ e $\underline{Q}^{-1}$ respectivamente.

O processo repete-se até que reste somente o último autovalor, quando um novo processo de quadramento é dispensável.

Resta realçar que a redução do tipo efetuada na equação (4.68) exige o conhecimento da matriz idempotente correspondente ao autovalor acabado de determinar. O cálculo dessas matrizes idempotentes é imediato se for levada em consideração a informação contida na equação (4.59).

O sucesso deste método de cálculo está diretamente ligado com os valores relativos dos autovalores. O mesmo não será eficiente quando os autovalores da matriz forem iguais ou muito próximos. No entanto, mesmo em tal caso, é possível aplicar o método das potências sucessivas, depois de efetuar uma normalização conveniente na matriz $\underline{\Psi}^2 = \underline{Z}\underline{Y}$, tal como se descreve no item seguinte.

4.4.1.2 - Separação dos autovalores. Problemas de convergência

O método acabado de apresentar para cálculo dos autovalores e autovetores é tanto mais eficiente quanto mais separados forem os autovalores da matriz manipulada. No caso em estudo essa matriz é:

$$\underline{\Psi} = (\dot{\underline{Z}}.\dot{\underline{Y}})^{1/2} \qquad (4.69)$$

A matriz $\dot{\underline{Z}}$ de impedâncias longitudinais do sis

tema por unidade de comprimento, como se viu no capítulo II, cal-
cula-se por:

$$\dot{\underline{\underline{Z}}} = \dot{\underline{\underline{Z}}}_g + \dot{\underline{\underline{Z}}}_c + \dot{\underline{\underline{Z}}}_t \tag{4.70}$$

ou

$$\dot{\underline{\underline{Z}}} = j \frac{\omega\mu_o}{2\pi} \ln[\frac{D}{d}] + \dot{\underline{\underline{Z}}}_c + \dot{\underline{\underline{Z}}}_t \tag{4.71}$$

enquanto que a matriz de admitâncias transversais é dada por:

$$\dot{\underline{\underline{Y}}} = j2\pi\omega\varepsilon_o \, [\ln \frac{D}{d}]^{-1} \tag{4.72}$$

a matriz produto será:

$$\dot{\underline{\underline{Z}}}.\dot{\underline{\underline{Y}}} = -\omega^2.\mu_o.\varepsilon_o.\underline{\underline{U}} + j2\pi.\omega.\varepsilon_o(\underline{\underline{Z}}_c + \underline{\underline{Z}}_t).[\ln \frac{D}{d}]^{-1}$$

$$\dot{\underline{\underline{Z}}}.\dot{\underline{\underline{Y}}} = -\omega^2.\mu_o.\varepsilon_o[\underline{\underline{U}} + j \frac{2\pi}{\omega.\mu_o} (\underline{\underline{Z}}_c + \underline{\underline{Z}}_t).(\ln \frac{D}{d})^{-1}]$$

$$\dot{\underline{\underline{Z}}}.\dot{\underline{\underline{Y}}} = -\omega^2.\mu_o.\varepsilon_o(\underline{\underline{U}} + \Delta zy) \tag{4.73}$$

$$\underline{\underline{\Delta}}zy = j \frac{2\pi}{\omega.\mu_o} (\underline{\underline{Z}}_c + \underline{\underline{Z}}_t)(\ln \frac{D}{d})^{-1} \tag{4.74}$$

No caso de sistemas sem perdas ou nas regiões de altas frequências os elementos Δzy são muito pequenos, até desprezíveis. Assim, todos os autovalores de $\underline{\Psi}$ tornar-se-iam muito próximos de $-\omega^2.\mu_o.\varepsilon_o$, e isso torna ineficiente a aplicação do método de solução apresentado anteriormente.

Esta dificuldade pode ser ultrapassada se for notado que a equação (4.73) pode se escrever na forma:

$$\underline{\underline{\dot{Z}}}.\underline{\underline{\dot{Y}}}+\omega^2.\mu_o.\varepsilon_o = -\omega^2.\mu_o.\varepsilon_o.\underline{\underline{\Delta}}zy \qquad (4.75)$$

Desta expressão vê-se imediatamente que os autovalores da matriz do lado direito da equação igualam-se à diferença entre os autovalores do produto $\underline{\underline{\dot{Z}}}.\underline{\underline{\dot{Y}}}$ e os autovalores correspondentes ao caso ideal (linha sem perdas). Os valores absolutos correspondentes são tais que os seus quocientes são superiores aos quocientes dos autovalores correspondentes de $\underline{\underline{\dot{Z}}}.\underline{\underline{\dot{Y}}}$. Esta separação efetiva torna o método descrito no item anterior mais eficiente.

Na prática, o procedimento para o cálculo dos autovalores da matriz $\underline{\underline{\Psi}}$ faz-se então da seguinte forma:

1º - Utilizando a equação (4.73) define-se a matriz $\underline{\underline{\Delta}}zy$ tal que:

$$\frac{\underline{\underline{\dot{Z}}}.\underline{\underline{\dot{Y}}}}{-\omega^2.\mu_o.\varepsilon_o} - \underline{\underline{U}} = \underline{\underline{\Delta}}zy \qquad (4.76)$$

2º - Calculam-se os autovalores e autovetores da matriz $\underline{\underline{\Delta}}zy$, de tal modo que:

$$\underline{\underline{\Delta}}zy = \underline{\underline{Q}}.\underline{\underline{\gamma}}'.\underline{\underline{Q}}^{-1} \qquad (4.77)$$

3º - Utiliza-se a equação (4.76) para determinar os autovalores e autovetores de $\underline{\underline{\dot{Z}}}.\underline{\underline{\dot{Y}}}$.

Substituindo a equação (4.77) em (4.76) tem-se:

$$\frac{\underline{\underline{\dot{Z}}}.\underline{\underline{\dot{Y}}}}{-\omega^2.\mu_o.\varepsilon_o} - \underline{\underline{U}} = \underline{\underline{Q}}.\underline{\underline{\gamma}}'.\underline{\underline{Q}}^{-1}$$

$$\frac{\dot{\underline{Z}}.\dot{\underline{Y}}}{-\omega^2.\mu_o.\varepsilon_o} = \underline{U}+\underline{Q}.\underline{\gamma}'.\underline{Q}^{-1} = \underline{Q}.(\underline{\gamma}'+\underline{U}).\underline{Q}^{-1}$$

$$\dot{\underline{Z}}.\dot{\underline{Y}} = \underline{Q}.[-\omega^2.\mu_o.\varepsilon_o(\underline{\gamma}'+\underline{U})].\underline{Q}^{-1}$$

ou

$$\dot{\underline{Z}}.\dot{\underline{Y}} = \underline{Q}.\underline{\gamma}^2.\underline{Q}^{-1} \tag{4.78}$$

onde: $$\underline{\gamma}^2 = -\omega^2.\mu_o.\varepsilon_o(\underline{\gamma}'+\underline{U}) \tag{4.79}$$

4º - Calculam-se finalmente os autovalores e autovetores da matriz $\underline{\Psi}$.

$$\underline{\Psi} = (\dot{\underline{Z}}.\dot{\underline{Y}})^{1/2} \tag{4.80}$$

$$\underline{\Psi} = \underline{Q}[(\gamma^2)^{1/2}].\underline{Q}^{-1} \tag{4.81}$$

ou seja:

$$\underline{\Psi} = \underline{Q}.\underline{\gamma}.\underline{Q}^{-1} \tag{4.82}$$

4.5 - TENSÃO INDUZIDA EM UM CONDUTOR ISOLADO

A representação do sistema constituído por uma linha de transmissão e um ou vários condutores isolados, como uma associação de quadripolos, possibilita a obtenção dos níveis das tensões induzidas nas extremidades dos condutores isolados de forma mais realista, porque permite levar em consideração as variações da tensão ao longo do comprimento da linha de transmissão indutora em função da carga que nela circula. Esta particularidade pode tornar-se de extrema utilidade quando a li

nha de transmissão for uma linha longa, caso em que aquelas variações de tensão podem atingir valores significativos.

Considere-se, então, a configuração apresentada na figura 4.1, a qual é particionada em três quadripolos associados em cascata, conforme indicado nas Figs. 4.3 e 4.4.

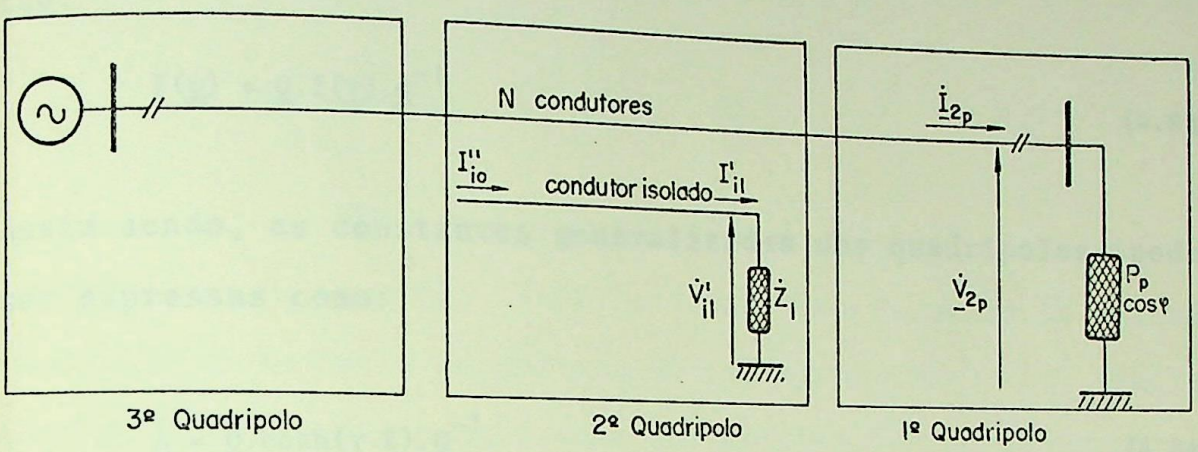


Fig. 4.3 - Particionamento do sistema de condutores em quadripolos

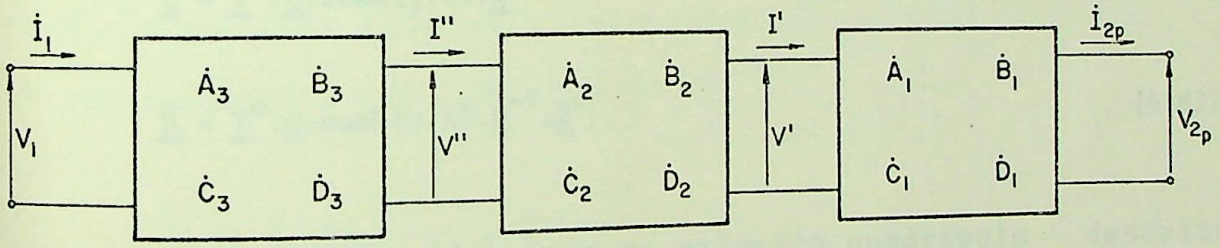


Fig. 4.4 - Associação em cascata dos quadripolos

Na representação da figura 4.3, deixa-se de representar os cabos de guarda, pois a influência dos mesmos foi incluída na obtenção das matrizes de impedâncias longitudinais $\dot{\underline{Z}}$ e de admitâncias transversais $\dot{\underline{Y}}$, utilizando o processo descrito no capítulo II.

As constantes generalizadas dos quadripolos apresentadas na figura 4.3 são calculadas por:

$$\dot{\underline{\underline{A}}} = \cosh(\underline{\underline{\psi}}.\ell) \qquad \dot{\underline{\underline{C}}} = \underline{\underline{Y}}^{o}.\operatorname{senh}(\underline{\underline{\psi}}.\ell)$$

$$\dot{\underline{\underline{B}}} = \operatorname{senh}(\underline{\underline{\psi}}.\ell).\underline{\underline{Z}}^{o} \qquad \dot{\underline{\underline{D}}} = \underline{\underline{Y}}^{o}.\cosh(\underline{\underline{\psi}}.\ell).\underline{\underline{Z}}^{o}$$

Sabe-se que a matriz de propagação $\underline{\underline{\psi}}$ é calculada pela equação (4.82). Por outro lado, a álgebra matricial ensina que, sendo $\underline{\underline{\psi}}=\underline{\underline{Q}}.\underline{\underline{\gamma}}.\underline{\underline{Q}}^{-1}$, tal como definido anteriormente, então:

$$f(\underline{\underline{\psi}}) = \underline{\underline{Q}}.f(\underline{\underline{\gamma}}).\underline{\underline{Q}}^{-1} \tag{4.83}$$

Assim sendo, as constantes generalizadas dos quadripolos podem ser expressas como:

$$\dot{\underline{\underline{A}}} = \underline{\underline{Q}}.\cosh(\gamma.\ell).\underline{\underline{Q}}^{-1} \tag{4.84}$$

$$\dot{\underline{\underline{B}}} = \underline{\underline{Q}}.\operatorname{senh}(\gamma.\ell).\underline{\underline{Q}}^{-1}.\underline{\underline{Z}}_{o} \tag{4.85}$$

$$\dot{\underline{\underline{C}}} = \underline{\underline{Y}}^{o}.\underline{\underline{Q}}.\operatorname{senh}(\gamma.\ell).\underline{\underline{Q}}^{-1} \tag{4.86}$$

$$\dot{\underline{\underline{D}}} = \underline{\underline{Y}}^{o}.\underline{\underline{Q}}.\cosh(\gamma.\ell).\underline{\underline{Q}}^{-1}.\underline{\underline{Z}}^{o} \tag{4.87}$$

Considere que, no primeiro quadripolo descrito na figura 4.3, são conhecidos os seguintes parâmetros: a tensão fase-neutro no final da linha de transmissão $\dot{V}_{2p}$, a potência monofásica P_p e o fator de potência $\cos\psi$ da carga principal aí existente. A corrente na carga principal pode ser calculada como:

$$I_{2p} = \frac{P_p}{V_{2p}.\cos\psi} \tag{4.88}$$

As equações resultantes para o quadripolo neste

trecho da linha de transmissão serão:

$$\begin{bmatrix} \dot{\underline{V}}' \\ \dot{\underline{I}}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\underline{\underline{A}}}_1 & \dot{\underline{\underline{B}}}_1 \\ \dot{\underline{\underline{C}}}_1 & \dot{\underline{\underline{D}}}_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\underline{V}}_{2p} \\ \dot{\underline{I}}_{2p} \end{bmatrix} \tag{4.89}$$

ou

$$\dot{\underline{V}}' = \dot{\underline{\underline{A}}}_1 \cdot \dot{\underline{V}}_{2p} + \dot{\underline{\underline{B}}}_1 \cdot \dot{\underline{I}}_{2p} \tag{4.90}$$

$$\dot{\underline{I}}' = \dot{\underline{\underline{C}}}_1 \cdot \dot{\underline{V}}_{2p} + \dot{\underline{\underline{D}}}_1 \cdot \dot{\underline{I}}_{2p} \tag{4.91}$$

Pelo fato dos quadripolos estarem associados em cascata, as equações (4.90) e (4.91), que fornecem os valores de tensão e corrente na entrada do primeiro quadripolo, indicam também as condições resultantes nos condutores correspondentes dos terminais de saída do segundo quadripolo, conforme indica a figura 4.4. A existência do condutor isolado no segundo quadripolo, que pode ser observado na figura 4.3, exige o conhecimento das condições terminais nesse condutor, que, por sua vez, pode ser calculada pela equação (4.92).

$$\dot{\underline{V}}'_i = \dot{\underline{\underline{Z}}}_\ell \cdot \dot{\underline{I}}'_{i\ell} \tag{4.92}$$

onde: $\dot{\underline{\underline{Z}}}_\ell$ - matriz de impedâncias da carga existente no final do condutor isolado.

$\dot{\underline{V}}_{i\ell}$ - vetor de tensão monofásica no extremo final do condutor isolado.

$\dot{\underline{I}}_{i\ell}$ - vetor de corrente na carga no extremo final do condutor isolado.

A equação que traduz o comportamento do segundo

quadripolo em função das constantes generalizadas calculadas para o trecho correspondente, pode ser escrita na forma seguinte:

$$\begin{bmatrix} \dot{\underline{V}}'' \\ \dot{\underline{V}}''_{io} \\ \dot{\underline{I}}'' \\ \dot{\underline{I}}''_{io} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\underline{\underline{A}}}_{cc} & \dot{\underline{\underline{A}}}_{ci} & \dot{\underline{\underline{B}}}_{cc} & \dot{\underline{\underline{B}}}_{ci} \\ \dot{\underline{\underline{A}}}_{ic} & \dot{\underline{\underline{A}}}_{ii} & \dot{\underline{\underline{B}}}_{ic} & \dot{\underline{\underline{B}}}_{ii} \\ \dot{\underline{\underline{C}}}_{cc} & \dot{\underline{\underline{C}}}_{ci} & \dot{\underline{\underline{D}}}_{cc} & \dot{\underline{\underline{D}}}_{ci} \\ \dot{\underline{\underline{C}}}_{ic} & \dot{\underline{\underline{C}}}_{ii} & \dot{\underline{\underline{D}}}_{ic} & \dot{\underline{\underline{D}}}_{ii} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\underline{V}}' \\ \dot{\underline{V}}'_{i\ell} \\ \dot{\underline{I}}' \\ \dot{\underline{I}}'_{i\ell} \end{bmatrix} \tag{4.93}$$

Desta equação é possível obter:

$$\dot{\underline{I}}''_{io} = \dot{\underline{\underline{C}}}_{ic} \cdot \dot{\underline{V}}' + \dot{\underline{\underline{C}}}_{ii} \cdot \dot{\underline{V}}'_{i\ell} + \dot{\underline{\underline{D}}}_{ic} \cdot \dot{\underline{I}}' + \dot{\underline{\underline{D}}}_{ii} \cdot \dot{\underline{I}}'_{i\ell} \tag{4.94}$$

Substituindo-se a equação (4.92) em (4.94) e como a extremidade inicial do condutor isolado se encontra em vazio ($\dot{\underline{I}}''_{io}=0$), vem:

$$0 = \dot{\underline{\underline{C}}}_{ic} \cdot \dot{\underline{V}}' + \dot{\underline{\underline{C}}}_{ii} \cdot (\dot{\underline{\underline{Z}}}_{\ell} \cdot \dot{\underline{I}}'_{i\ell}) + \dot{\underline{\underline{D}}}_{ic} \cdot \dot{\underline{I}}' + \dot{\underline{\underline{D}}}_{ii} \cdot \dot{\underline{I}}'_{i\ell} \tag{4.95}$$

$$-\dot{\underline{\underline{C}}}_{ic} \cdot \dot{\underline{V}}' - \dot{\underline{\underline{D}}}_{ic} \cdot \dot{\underline{I}}' = (\dot{\underline{\underline{C}}}_{ii} \cdot \dot{\underline{\underline{Z}}}_{\ell} + \dot{\underline{\underline{D}}}_{ii}) \cdot \dot{\underline{I}}'_{i\ell}$$

logo:

$$\dot{\underline{I}}'_{i\ell} = (\dot{\underline{\underline{C}}}_{ii} \cdot \dot{\underline{\underline{Z}}}_{\ell} + \dot{\underline{\underline{D}}}_{ii})^{-1} \cdot (-\dot{\underline{\underline{C}}}_{ic} \cdot \dot{\underline{V}}' - \dot{\underline{\underline{D}}}_{ic} \cdot \dot{\underline{I}}') \tag{4.96}$$

A substituição da equação (4.96) em (4.92) permite a obtenção de $\dot{\underline{V}}'_{i\ell}$.

$$\dot{\underline{V}}'_{i\ell} = \dot{\underline{\underline{Z}}}_{\ell} \cdot [(\dot{\underline{\underline{C}}}_{ii} \cdot \dot{\underline{\underline{Z}}}_{\ell} + \dot{\underline{\underline{D}}}_{ii})^{-1} \cdot (-\dot{\underline{\underline{C}}}_{ic} \cdot \dot{\underline{V}}' - \dot{\underline{\underline{D}}}_{ic} \cdot \dot{\underline{I}}')] \tag{4.97}$$

A substituição destes valores de $\dot{\underline{I}}'_{i\ell}$ e $\dot{\underline{V}}'_{i\ell}$ na equação matricial (4.93) permite calcular facilmente as tensões e correntes no extremo inicial do segundo quadripolo.

Novamente, a consideração de que os quadripolos estão associados em cascata possibilita a determinação de $\dot{\underline{I}}_1$ e $\dot{\underline{V}}_1$ na entrada do terceiro quadripolo, utilizando para isso os valores resultantes da equação (4.93). Portanto, a solução deste último quadripolo é calculada resolvendo a equação (4.98).

$$\begin{bmatrix} \dot{\underline{V}}_1 \\ \dot{\underline{I}}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\underline{\underline{A}}}_3 & \dot{\underline{\underline{B}}}_3 \\ \dot{\underline{\underline{C}}}_3 & \dot{\underline{\underline{D}}}_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\underline{V}}'' \\ \dot{\underline{I}}'' \end{bmatrix} \quad (4.98)$$

Pode-se observar através da figura 4.3 que o trecho de linha representado pelo primeiro e terceiro quadripolos apresentam apenas os condutores principais da linha de transmissão, de onde se conclui que os valores de $\dot{\underline{V}}_1$ e $\dot{\underline{I}}_1$ resultantes da equação (4.99) e (4.100) se referem unicamente aos condutores da linha de transmissão.

$$\dot{\underline{V}}_1 = \dot{\underline{\underline{A}}}_3 \cdot \dot{\underline{V}}'' + \dot{\underline{\underline{B}}}_3 \cdot \dot{\underline{I}}'' \quad (4.99)$$

$$\dot{\underline{I}}_1 = \dot{\underline{\underline{C}}}_3 \cdot \dot{\underline{V}}'' + \dot{\underline{\underline{D}}}_3 \cdot \dot{\underline{I}}'' \quad (4.100)$$

4.6 - ANÁLISE COMPARATIVA DE RESULTADOS

A implementação computacional do método descrito possibilita a análise dos níveis de tensão induzida e extração de potência através dos condutores isolados, além de permitir a obtenção de resultados de importantes grandezas, mencionadas

das anteriormente na teoria modal de propagação. Os níveis de tensão e corrente nos condutores isolados para várias condições de carga, como também nos condutores principais da linha de transmissão, são rigorosamente determinados independentemente do comprimento do sistema de transmissão em estudo.

Considere-se então o sistema de transmissão A, descrito na figura 2.4, particionado em três trechos distintos, conforme a figura 4.3. Desta última figura, observa-se que o primeiro e terceiro quadripolos apresentam características muito semelhantes, enquanto o segundo difere dos outros pela presença do condutor isolado. A obtenção de algumas grandezas relevantes, utilizadas pelo método descrito neste capítulo, poderão ser observadas através da tabela 4.1. Nesta, são indicadas as matrizes de impedâncias características $\underline{\underline{Z}}^{o}$ e de admitâncias características $\underline{\underline{Y}}^{o}$, os vetores coluna da matriz modal $\underline{\underline{Q}}$ de $\underline{\underline{\psi}}$ e os elementos da matriz diagonal $\underline{\gamma}$ de autovalores de $\underline{\underline{\psi}}$, para o trecho do sistema de transmissão A correspondente ao primeiro quadripolo, enquanto a tabela 4.2 apresenta as mesmas grandezas contidas na tabela anterior, referindo-se ao segundo quadripolo que contém o condutor isolado.

Ainda com relação ao sistema de transmissão A, apresentando as mesmas condições de carga descritas no capítulo anterior, as tabelas 4.3 a 4.6 fornecem os valores resultantes de tensão e corrente nas entradas de todos os quadripolos.

A figura 4.5 apresenta a variação de tensão na recepção do condutor isolado, em função da potência fornecida a uma carga aí existente com diversos fatores de potência. Pode-se verificar dessa figura que a mesma reproduz sem erro sensível a curva da figura 3.8, o que foi possível em virtude da ado

ção de condições idênticas nos estudos envolvidos. Contudo, de
ve-se assinalar que no modelo descrito no capítulo anterior a
origem da coordenada horizontal da linha indutora coincidia com
o início do condutor isolado do sistema, cujo comprimento se fa
zia igual ao dos condutores principais da linha de transmissão,
condição esta contornada para outras situações através do mode
lo apresentado neste capítulo.

Observando-se a figura 4.5, verifica-se o péssi
mo valor da regulação de tensão no condutor isolado. Se nada em
contrário for realizado, a sua utilização na forma apresentada
é impraticável. Portanto, para regular a tensão sobre a carga
do condutor isolado, torna-se necessário recorrer agora à utili
zação do circuito ressonante descrito e calculado no capítulo
anterior.

O primeiro e terceiro quadripolos indicados na
figura 4.3 podem apresentar comprimentos muito maiores do que
aquele correspondente ao segundo quadripolo, isto em face do
pequeno comprimento que o condutor isolado pode ter quando com
parado com a linha de transmissão. Entretanto, não fica elimina
da a hipótese de que cada um dos quadripolos pode apresentar
comprimentos dos mais diversos possíveis, para aplicação do mode
lo apresentado.

Nas ocasiões em que forem consideradas linhas
de transmissão onde os níveis de tensões ao longo da mesma po
dem apresentar variações sensíveis, a utilização do método des
crito fornecerá subsídios e condições para o estudo de viabili
dade de extração de potência através de condutores isolados.

A grande flexibilidade oferecida na utilização
do programa digital desenvolvido permite que sejam elaborados

estudos com qualquer tipo de configuração de sistema de transmissão. Portanto, por exemplo, considere-se a configuração do sistema de transmissão B indicado na figura 2.5 e também particionado conforme a figura 4.3. Para esta configuração, as tabelas 4.7 a 4.10 descrevem as matrizes de impedâncias características $\underline{\underline{Z}}^o$ e de admitâncias características $\underline{\underline{Y}}^o$, os vetores coluna da matriz modal $\underline{\underline{Q}}$ de $\underline{\underline{\psi}}$ e os elementos da matriz diagonal $\underline{\gamma}$ de autovalores de $\underline{\underline{\psi}}$, para os primeiro e segundo quadripolos.

IMPEDANCIA CARACTERISTICA (OHMS)

424.450 < -5.31	123.747 < -9.45	90.511 < -12.67
123.747 < -9.45	420.214 < -5.55	123.747 < -9.45
90.511 < -12.67	123.747 < -9.45	424.450 < -5.31

ADMITANCIA CARACTERISTICA (MILISIEMENS)

2.627 < 4.26	.667 <-178.40	.366 < 176.61
.667 <-178.40	2.773 < 4.44	.667 <-178.40
.366 < 176.61	.667 <-178.40	2.627 < 4.26

MODO NO.	AUTO-VETOR TENSAO		AUTO-VETOR CORRENTE		VELOCIDADE KM/SEG	ATENUACAO NP/KM	ATENUACAO DB/KM
	1.00000	.00	1.00000	.00			
1	1.01962	.24	.94298	.36	194615.5	.000241	.002097
	1.00000	-.00	1.00000	-.00			
	1.00000	.00	1.00000	.00			
2	.00000	140.27	.00000	146.34	290023.8	.000076	.000657
	1.00000	-180.00	1.00000	-180.00			
	.47149	-179.64	.50981	-179.76			
3	1.00000	.00	1.00000	.00	295630.6	.000088	.000764
	.47149	-179.64	.50981	-179.76			

Tab. 4.1 - Grandezas relevantes referentes ao primeiro quadripolo do sistema de transmissão A

IMPEDANCIA CARACTERISTICA (OHMS)

422.791 < -5.25	121.861 < -9.29	88.486 < -12.64	83.184 < -12.49
121.860 < -9.29	418.134 < -5.49	121.505 < -9.41	109.119 < -9.64
88.486 < -12.64	121.505 < -9.41	422.079 < -5.31	163.978 < -6.20
83.184 < -12.49	109.119 < -9.64	163.978 < -6.20	521.009 < -6.06

ADMITANCIA CARACTERISTICA (MILISIEMENS)

2.647 < 4.15	.636 <-178.03	.296 < 176.06	.197 < 178.12
.636 <-178.03	2.821 < 4.33	.557 <-178.66	.314 <-177.83
.296 < 176.06	.557 <-178.66	2.881 < 4.52	.745 <-173.66
.197 < 178.12	.314 <-177.83	.745 <-173.66	2.252 < 5.65

MODO NO.	AUTO-VETOR TENSAO		AUTO-VETOR CORRENTE		VELOCIDADE KM/SEG	ATENUACAO NP/KM	ATENUACAO DB/KM
	1.00000	.00	1.00000	.00			
1	1.02759	.48	.91662	.64	185554.9	.000259	.002253
	1.01459	.90	.85084	1.34			
	1.06345	.24	.75269	.14			
	1.00000	-.00	1.00000	.00			
2	.18347	-19.49	.18276	-18.00	288049.2	.000078	.000677
	.83501	-166.04	.81303	-161.63			
	.70678	152.83	.48719	140.37			
	.23723	-113.89	.24287	-102.94			
3	.19960	-168.48	.18944	-160.42	292237.3	.000121	.001052
	.63575	150.70	.86596	159.21			
	1.00000	.00	1.00000	.00			
	.49323	-179.87	.53302	179.94			
4	1.00000	.00	1.00000	.00	295585.9	.000087	.000760
	.36506	-175.08	.39870	-175.20			
	.15571	167.71	.09126	161.20			

Tab. 4.2 - Grandezas relevantes referentes ao segundo quadripolo do sistemade transmissão A

VTOT(1)=		.1905538E+03	KV	(COMPONENTE REAL)
	J	.3052432E-01	KV	(COMPONENTE IMAGINARIA)
		.1905538E+03	KV	(MODULO)
		.01	GRAUS	(ARGUMENTO)
VTOT(2)=		-.9524832E+02	KV	(COMPONENTE REAL)
	J	-.1650353E+03	KV	(COMPONENTE IMAGINARIA)
		.1905490E+03	KV	(MODULO)
		-119.99	GRAUS	(ARGUMENTO)
VTOT(3)=		-.9530373E+02	KV	(COMPONENTE REAL)
	J	.1650005E+03	KV	(COMPONENTE IMAGINARIA)
		.1905465E+03	KV	(MODULO)
		120.01	GRAUS	(ARGUMENTO)
ITOT(1)=		.1734106E+03	A	(COMPONENTE REAL)
	J	-.9975951E+02	A	(COMPONENTE IMAGINARIA)
		.2000580E+03	A	(MODULO)
		-29.91	GRAUS	(ARGUMENTO)
ITOT(2)=		-.1730903E+03	A	(COMPONENTE REAL)
	J	-.1003390E+03	A	(COMPONENTE IMAGINARIA)
		.2000705E+03	A	(MODULO)
		-149.90	GRAUS	(ARGUMENTO)
ITOT(3)=		-.3418914E+00	A	(COMPONENTE REAL)
	J	.2001109E+03	A	(COMPONENTE IMAGINARIA)
		.2001112E+03	A	(MODULO)
		90.10	GRAUS	(ARGUMENTO)

Tab. 4.3 - *Tensões e correntes na entrada do primeiro quadripolo do sistema de transmissão A*

-TENSOES NA ENTRADA DO QUADRIPOLO.

```
VTOT(1)=        .1911038E+03   KV     (COMPONENTE REAL)
          J     .6441661E+00   KV     (COMPONENTE IMAGINARIA)

                .1911049E+03   KV     (MODULO)
                         .19   GRAUS  (ARGUMENTO)

VTOT(2)=       -.9494963E+02   KV     (COMPONENTE REAL)
          J    -.1657315E+03   KV     (COMPONENTE IMAGINARIA)

                .1910036E+03   KV     (MODULO)
                     -119.81   GRAUS  (ARGUMENTO)

VTOT(3)=       -.9611790E+02   KV     (COMPONENTE REAL)
          J     .1649966E+03   KV     (COMPONENTE IMAGINARIA)

                .1909517E+03   KV     (MODULO)
                      120.22   GRAUS  (ARGUMENTO)

VTOT(4)=       -.2587642E+02   KV     (COMPONENTE REAL)
          J     .2902038E+02   KV     (COMPONENTE IMAGINARIA)

                .3888152E+02   KV     (MODULO)
                      131.72   GRAUS  (ARGUMENTO)
```

Tab. 4.4 - Tensões na entrada do segundo quadripolo do sistema de transmissão A

-CORRENTES NA ENTRADA DO QUADRIPOLO.

```
ITOT(1)=        .1730168E+03    A       (COMPONENTE REAL)
          J    -.9211095E+02    A       (COMPONENTE IMAGINARIA)

                .1960083E+03    A       (MODULO)
                     -28.03     GRAUS   (ARGUMENTO)

ITOT(2)=       -.1660877E+03    A       (COMPONENTE REAL)
          J    -.1046382E+03    A       (COMPONENTE IMAGINARIA)

                .1963015E+03    A       (MODULO)
                    -147.79     GRAUS   (ARGUMENTO)

ITOT(3)=       -.7383304E+01    A       (COMPONENTE REAL)
          J     .1970120E+03    A       (COMPONENTE IMAGINARIA)

                .1971503E+03    A       (MODULO)
                     92.15      GRAUS   (ARGUMENTO)

ITOT(4)=       -.1122244E-06    A       (COMPONENTE REAL)
          J    -.1043081E-06    A       (COMPONENTE IMAGINARIA)

                .1532139E-06    A       (MODULO)
                    -137.09     GRAUS   (ARGUMENTO)
```

Tab. 4.5 - Correntes na entrada do segundo quadripolo do sistema de transmissão A

VTOT(1)=		.1911305E+03	KV	(COMPONENTE REAL)
	J	.6749792E+00	KV	(COMPONENTE IMAGINARIA)
		.1911317E+03	KV	(MODULO)
		.20	GRAUS	(ARGUMENTO)
VTOT(2)=		-.9493420E+02	KV	(COMPONENTE REAL)
	J	-.1657658E+03	KV	(COMPONENTE IMAGINARIA)
		.1910257E+03	KV	(MODULO)
		-119.80	GRAUS	(ARGUMENTO)
VTOT(3)=		-.9615834E+02	KV	(COMPONENTE REAL)
	J	.1649956E+03	KV	(COMPONENTE IMAGINARIA)
		.1909712E+03	KV	(MODULO)
		120.23	GRAUS	(ARGUMENTO)
ITOT(1)=		.1732206E+03	A	(COMPONENTE REAL)
	J	-.9184686E+02	A	(COMPONENTE IMAGINARIA)
		.1960643E+03	A	(MODULO)
		-27.93	GRAUS	(ARGUMENTO)
ITOT(2)=		-.1659514E+03	A	(COMPONENTE REAL)
	J	-.1049886E+03	A	(COMPONENTE IMAGINARIA)
		.1963733E+03	A	(MODULO)
		-147.68	GRAUS	(ARGUMENTO)
ITOT(3)=		-.7745525E+01	A	(COMPONENTE REAL)
	J	.1971111E+03	A	(COMPONENTE IMAGINARIA)
		.1972633E+03	A	(MODULO)
		92.25	GRAUS	(ARGUMENTO)

Tab. 4.6 - Tensões e correntes na entrada do terceiro quadripolo do sistema de transmissão A

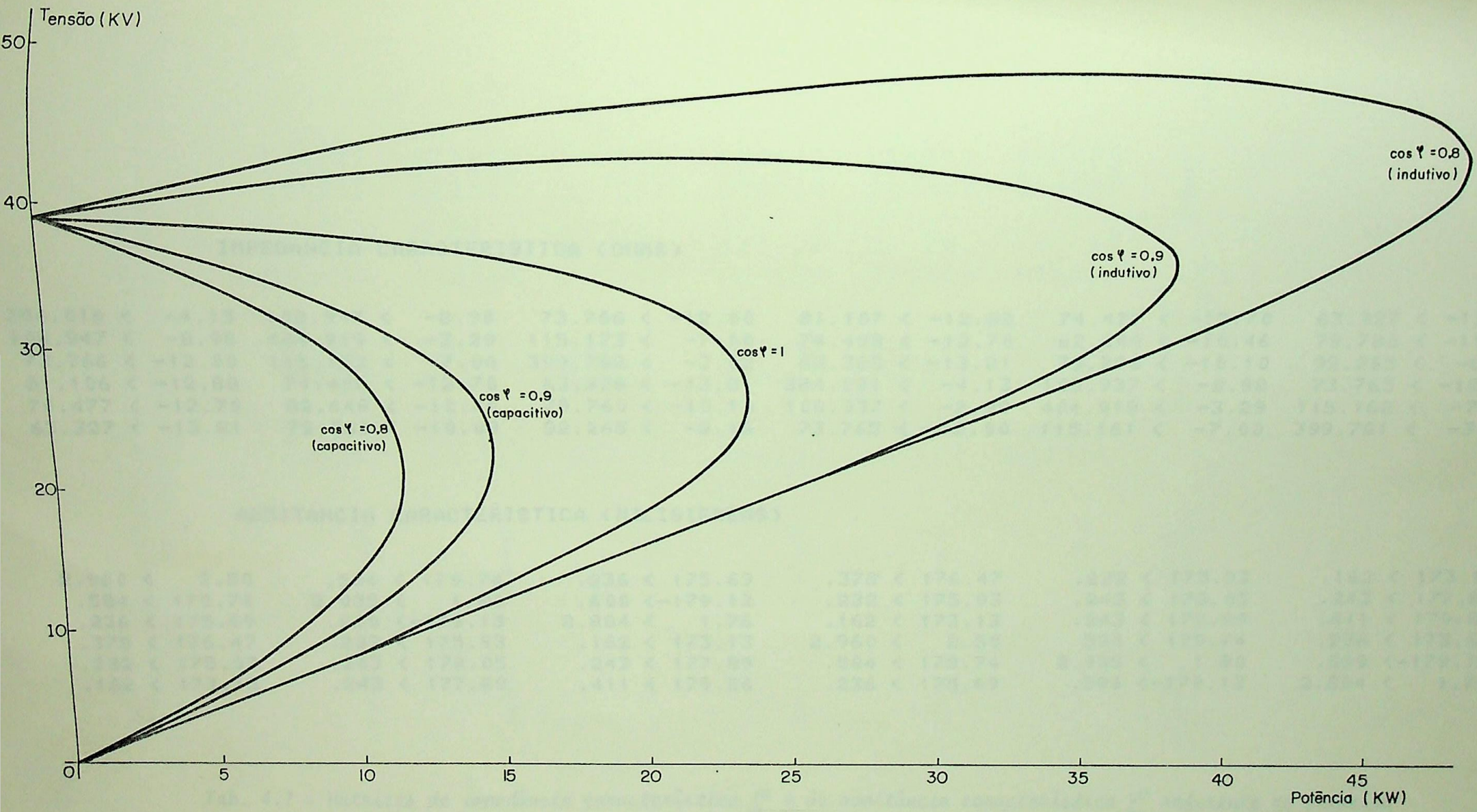


Fig. 4.5 - Tensão de alimentação da carga com a potência absorvida, para diversos fatores de potência

IMPEDANCIA CARACTERISTICA (OHMS)

384.016 < -4.13	108.947 < -8.98	73.766 < -12.00	81.107 < -12.88	74.477 < -12.70	63.327 < -13.81
108.947 < -8.98	404.919 < -3.29	115.173 < -7.00	74.498 < -12.70	82.648 < -10.46	79.780 < -10.09
73.766 < -12.00	115.173 < -7.00	399.782 < -3.02	63.328 < -13.81	79.760 < -10.10	92.265 < -8.16
81.106 < -12.88	74.498 < -12.70	63.328 < -13.81	384.021 < -4.13	108.937 < -8.98	73.765 < -12.00
74.477 < -12.70	82.648 < -10.46	79.760 < -10.10	108.937 < -8.98	404.919 < -3.29	115.162 < -7.00
63.327 < -13.81	79.780 < -10.09	92.265 < -8.16	73.765 < -12.00	115.161 < -7.00	399.781 < -3.02

ADMITANCIA CARACTERISTICA (MILISIEMENS)

2.960 < 2.50	.584 < 179.74	.236 < 175.69	.378 < 176.47	.232 < 175.93	.162 < 173.13
.584 < 179.74	2.935 < 1.80	.600 <-179.13	.232 < 175.93	.243 < 178.05	.243 < 177.89
.236 < 175.69	.600 <-179.13	2.884 < 1.76	.162 < 173.13	.243 < 177.89	.411 < 179.86
.378 < 176.47	.232 < 175.93	.162 < 173.13	2.960 < 2.50	.584 < 179.74	.236 < 175.69
.232 < 175.93	.243 < 178.05	.243 < 177.89	.584 < 179.74	2.935 < 1.80	.599 <-179.13
.162 < 173.13	.243 < 177.89	.411 < 179.86	.236 < 175.69	.599 <-179.13	2.884 < 1.76

Tab. 4.7 - Matrizes de impedância característica $\underline{\underline{Z}}^0$ e de admitância característica $\underline{\underline{Y}}^0$ referente ao primeiro quadripolo do sistema de transmissão B

MODO NO.	AUTO-VETOR TENSAO		CORRENTE		VELOCIDADE KM/SEG	ATENUACAO NP/KM	ATENUACAO DB/KM
1	.73806	-11.22	.54646	-19.86	215161.5	.000201	.001747
	.86063	-4.09	.59776	-5.35			
	1.00000	.00	1.00000	.00			
	.73806	-11.22	.54640	-19.86			
	.86061	-4.09	.59790	-5.35			
	1.00000	-.00	.99997	-.00			
2	1.00000	.00	1.00000	.00	291407.8	.000049	.000423
	.21077	42.80	.12791	73.02			
	.62347	169.93	.76448	176.94			
	.99970	.01	.99960	.01			
	.21080	42.80	.12797	72.98			
	.62354	169.94	.76456	176.94			
3	.45157	-20.80	.40588	-27.52	292249.0	.000031	.000270
	.76016	9.26	.64295	13.75			
	1.00000	-.00	1.00000	.00			
	.45149	159.11	.40575	152.47			
	.76070	-170.76	.64347	-166.27			
	.99969	-179.99	.99965	-179.99			
4	.99979	-179.99	.99993	-179.99	295630.9	.000040	.000344
	.28100	-59.95	.30438	-45.15			
	.24163	-13.63	.23571	-6.12			
	1.00000	.00	1.00000	.00			
	.28093	119.96	.30426	134.79			
	.24188	166.38	.23603	173.89			
5	.35346	-166.98	.46931	-172.46	296394.8	.000037	.000318
	.99906	-.26	.99924	-.25			
	.40431	174.97	.51372	175.25			
	.35301	-166.95	.46900	-172.41			
	1.00000	.00	1.00000	.00			
	.40492	175.35	.51439	175.59			
6	.22686	-72.16	.21460	-97.45	296407.0	.000036	.000316
	1.00000	.00	1.00000	.00			
	.61296	-174.22	.70610	-177.02			
	.22537	107.91	.21248	82.52			
	.99907	179.74	.99889	179.74			
	.61228	5.61	.70516	2.79			

Tab. 4.8 - Matriz modal e matriz diagonal dos autovalores de $\underline{\Psi}$ para o primeiro quadripolo do sistema de transmissão B

PARAMETROS BASICOS DA LINHA
==========

IMPEDANCIA CARACTERISTICA (OHMS)

383.792 < -4.11	108.651 < -8.92	73.402 < -11.94	80.845 < -12.82	74.134 < -12.65	62.916 < -13.78	58.336 < -14.15
108.651 < -8.92	404.558 < -3.27	114.728 < -6.95	74.170 < -12.64	82.224 < -10.41	79.276 < -10.08	71.903 < -10.51
73.402 < -11.94	114.728 < -6.95	399.254 < -3.00	62.931 < -13.75	79.252 < -10.05	91.664 < -8.15	82.320 < -8.50
80.845 < -12.82	74.170 < -12.64	62.931 < -13.75	383.752 < -4.11	108.570 < -8.93	73.321 < -11.98	69.964 < -11.95
74.134 < -12.65	82.224 < -10.41	79.252 < -10.05	108.570 < -8.93	404.451 < -3.28	114.596 < -6.99	108.553 < -6.94
62.916 < -13.78	79.276 < -10.08	91.664 < -8.15	73.321 < -11.98	114.596 < -6.99	399.114 < -3.02	181.566 < -3.84
58.335 < -14.15	71.903 < -10.51	82.320 < -8.50	69.964 < -11.95	108.553 < -6.94	181.566 < -3.84	523.981 < -5.50

ADMITANCIA CARACTERISTICA (MILISIEMENS)

2.963 < 2.48	.581 < 179.81	.230 < 175.79	.374 < 176.56	.223 < 176.03	.134 < 172.57	.072 < 175.11
.581 < 179.81	2.939 < 1.79	.592 <-179.07	.227 < 176.01	.231 < 178.03	.205 < 177.34	.097 <-179.87
.230 < 175.79	.592 <-179.07	2.897 < 1.75	.153 < 173.01	.223 < 177.60	.347 < 179.20	.163 <-177.34
.374 < 176.56	.227 < 176.01	.153 < 173.01	2.966 < 2.47	.569 < 179.81	.191 < 174.76	.116 < 178.90
.223 < 176.03	.231 < 178.03	.223 < 177.60	.569 < 179.81	2.969 < 1.81	.492 < 179.98	.279 <-175.80
.134 < 172.57	.205 < 177.34	.347 < 179.20	.191 < 174.77	.492 < 179.98	3.229 < 2.32	.898 <-173.80
.072 < 175.11	.097 <-179.87	.163 <-177.34	.116 < 178.90	.279 <-175.80	.898 <-173.80	2.341 < 5.48

Tab. 4.9 - Matrizes de impedância característica $\underline{\underline{Z}}^o$ e de admitância característica $\underline{\underline{Y}}^o$ referente ao segundo quadripolo do sistema de transmissão B

MODO NO.	AUTO-VETOR TENSAO		AUTO-VETOR CORRENTE		VELOCIDADE KM/SEG	ATENUACAO NP/KM	ATENUACAO DB/KM
	.73468	-11.08	.54403	-20.06			
1	.85936	-4.06	.59539	-5.49			
	1.00000	.00	1.00000	.00	210779.9	.000209	.001814
	.73758	-10.95	.53742	-20.09			
	.86459	-3.81	.55548	-4.96			
	1.00487	.48	.80838	2.58			
	1.04776	-2.88	.65590	-6.69			
	1.00000	.00	1.00000	-.00			
2	.21843	37.88	.13082	65.05			
	.58028	171.72	.71653	178.40	291445.3	.000049	.000426
	.97382	.26	.97404	.21			
	.18674	43.74	.10795	77.29			
	.65707	174.23	.81265	-177.34			
	.22381	134.22	.10927	80.91			
	.15593	-163.77	.11940	-156.18			
3	.13612	-164.40	.08392	-154.90			
	.13893	-167.18	.12213	-161.98	292646.4	.000120	.001040
	.15277	179.02	.12529	-178.05			
	.15750	162.83	.16514	165.09			
	.24873	162.03	.55338	171.73			
	1.00000	.00	1.00000	-.00			
	.41538	-24.70	.36806	-31.63			
4	.72876	7.79	.61300	12.38			
	1.00000	.00	1.00000	.00	292012.3	.000032	.000274
	.43320	164.97	.39182	158.27			
	.68484	-168.78	.56994	-164.48			
	.91905	-176.88	.89821	-174.77			
	.47492	163.43	.16278	127.18			
	.99939	-179.93	.99954	-179.92			
5	.28082	-60.04	.30411	-45.21			
	.24043	-13.40	.23460	-5.83	295630.6	.000040	.000344
	1.00000	-.00	1.00000	.00			
	.28291	119.74	.30615	134.53			
	.23708	167.10	.23067	174.94			
	.07899	151.77	.00423	144.94			
	.27293	-161.16	.37961	-169.25			
6	1.00000	.00	1.00000	.00			
	.44205	179.78	.55026	178.75			
	.30029	-177.88	.37804	177.78	296399.4	.000037	.000318
	.61579	-8.47	.61144	-9.21			
	.21038	154.45	.27078	157.26			
	.04444	154.98	.01902	-176.35			
	.17930	129.84	.14562	116.67			
7	.59301	169.71	.59821	170.44			
	.39485	-1.13	.44961	-4.13			
	.20963	-93.52	.23469	-119.46			
	1.00000	.00	1.00000	.00	296428.2	.000036	.000315
	.53108	-178.98	.61725	179.01			
	.15524	-172.28	.04860	-168.11			

Tab. 4.10 - Matriz modal e matriz diagonal dos autovalores de $\underline{\Psi}$ para o segundo quadripolo do sistema de transmissão B

CAPITULO V

CONCLUSÕES

CAPÍTULO V

CONCLUSÕES

O trabalho descrito nos capítulos anteriores analisou, sob o ponto de vista técnico, a viabilidade de extração de potência de condutores convenientemente colocados nas proximidades de linhas elétricas de transmissão de energia.

A disponibilidade de fontes de pequenas quantidades de potência obtidas com custo mínimo pode tornar-se um fator muito importante num país com as características energéticas e sócio-econômicas como o Brasil, pois a partir delas seria possível alimentar, como ficou demonstrado no corpo principal da dissertação, sistemas de iluminação pública e cargas domiciliares em pequenas vilas ou projetos agro-pecuários de pequeno porte, cuja alimentação por sistemas de distribuição tradicionais seria praticamente inviável, em face dos custos envolvidos na construção desses mesmos sistemas.

Analisando a equação (3.75), verifica-se que a potência extraída do condutor isolado é proporcional ao quadrado da tensão induzida no mesmo condutor. Aparentemente, altos níveis de tensão induzida resultariam então no aproveitamento de maiores valores de potência extraída dessas pequenas fontes. Este aumento nos valores da tensão induzida nos condutores isolados pode ser obtido através de uma maior aproximação destes em relação aos condutores principais da linha de transmissão, conforme indica a Fig. 3.5. Duas limitações, no entanto, tornam-se imediatamente aparentes. Por um lado, a presença de um

ou mais condutores extra, próximos aos condutores principais da linha, não deve alterar significativamente o nível de isolamento básico da mesma; por outro lado, quanto maior for a tensão induzida nos condutores isolados, mais caros serão os equipamentos terminais, pois em tais casos, a relação de transformação do transformador abaixador afastar-se-ia daquela faixa usualmente utilizada em sistemas de distribuição. Facilmente se conclui portanto que as características básicas da instalação, a ser construída em cada caso, resultarão da adoção de uma solução de compromisso que leve em conta as limitações acabadas de citar e as necessidades de potência da carga a ser alimentada.

A referência [19] apresenta uma comparação econômica da solução discutida neste trabalho com esquemas alternativos do tipo subestação com divisor capacitivo de tensão e subestação com divisor indutivo de tensão. Tomando para base de comparação (custos considerados iguais a 100%), o esquema de extração de potência através de condutores isolados, de potência total 180 KVA e níveis de tensão 500/35 KV, a ordem de grandeza dos custos dos outros tipos de instalação são os que se apresentam na tabela seguinte:

Tipos de Subs-tações utiliza-das como divi-sores de tensão	Custo Básico dos Equipamentos	Perda Anual de Energia	Estimativa de Custos de Manutenção	OBS: Os custos de conexão da linha não estão incluídos.
Condutores Isolados	100%	100%	100%	
Capacitivo	243%	240%	242%	
Indutivo	253%	755%	397%	

Tab. 5.1 - Análise econômica comparativa das possíveis instalações

Os resultados obtidos e discutidos no presente trabalho parecem altamente animadores e justificam esforços adicionais orientados para a obtenção de melhores modelos, para a análise mais detalhada das soluções propostas para a comparação com soluções alternativas e para a realização de testes de campo. As sugestões sobre tais esforços podem servir de estímulo para futuras análises em busca desses resultados.

APÊNDICE A

PROGRAMA POTÊNCIA
MANUAL DO USUÁRIO

APÊNDICE A

PROGRAMA POTÊNCIA - MANUAL DO USUÁRIO

A.1 - INTRODUÇÃO

Na implementação computacional dos programas elaborados utilizou-se a linguagem FORTRAN IV. Os programas calculam os níveis das tensões induzidas em condutores isolados localizados nas proximidades das linhas de transmissão e os valores das potências que podem ser extraídas dos mesmos.

Inicialmente serão feitas considerações sobre o programa POTÊNCIA, que utiliza um método de solução aproximada para se atingir os objetivos anteriormente mencionados, e posteriormente sobre o segundo programa POTÊNCIA1, que apresenta um método de solução exata.

A.2 - CONSIDERAÇÕES SOBRE O PROGRAMA POTÊNCIA

a) Usa representação trifásica das tensões e correntes das linhas de transmissão, havendo possibilidade de mudança na referência destas, para qualquer fase. No programa utiliza-se a sequência de fase A.B.C.

b) Os comandos para uso do programa, no computador HP-3000, são fornecidos no início do mesmo.

c) As linhas de transmissão podem apresentar qualquer tipo de configuração, com a utilização de, no máximo, dois cabos de guarda.

d) No caso de cabos de guarda multiaterrados, é realizada a redução de KRON na matriz de impedâncias e a eliminação na matriz de admitâncias.

e) O algorítmo elaborado admite a possibilidade de que as linhas de transmissão tenham cabos de guarda isolados, multiaterrados ou a não existência destes.

A.2.1 - Estrutura do Programa

O programa consiste de 17 subrotinas. As 10 principais subrotinas são:

LINIT1 - Calcula e executa a montagem da matriz de impedâncias longitudinais $\dot{\underline{\underline{Z}}}$, e da matriz de admitâncias transversais $\dot{\underline{\underline{Y}}}$, do sistema de condutores.

LEIMPR - Executa a leitura e impressão dos dados gerais do sistema de condutores.

IMPEDC - Calcula a matriz de impedâncias devido aos próprios condutores.

IMPEDG - Calcula a matriz de impedâncias devido à disposição geométrica dos condutores.

IMPEDT - Calcula a matriz de impedâncias que contém os efeitos de retorno pelo solo (Correções de Carson).

ADMITLT - Calcula a matriz de admitâncias transversais, $\dot{\underline{\underline{Y}}}$.

IMPTOT - Executa a soma das matrizes de impedâncias parciais e imprime a matriz total de impedâncias e a matriz de admitâncias do sistema de condutores.

SHIPLEY - Modifica uma matriz por aplicação do método de Shipley Colleman.

CARGA - Executa o cálculo da impedância equivalente, a ser utilizada como carga no final dos condutores isolados com o uso do circuito equivalente ressonante.

CALCULO - Executa relevantes cálculos referentes à carga adotada nos terminais do condutor isolado.

O fluxograma relativo ao programa POTÊNCIA é indicado na figura A.1, enquanto o fluxograma da principal subrotina LINIT1 é mostrado na figura A.2.

A.2.2 - Descrição dos Dados de Entrada

A leitura dos dados de entrada, no programa, é realizada em FORMATO LIVRE. Os dados devem ser separados por vírgulas e podem ser submetidos via cartão ou via terminal.

A.2.2.1 - Cartão 1 - Dados referentes aos condutores principais da linha de transmissão

Denominação	Significado	Tipo de Variável
NOME1	- nome dos condutores	- alfanumérica
BITOL1	- bitola dos condutores em mm^2	- real
RESIS1	- resistência dos condutores a 60Hz e a uma temperatura fixada, por unidade de comprimento (Ω/Km)	- real

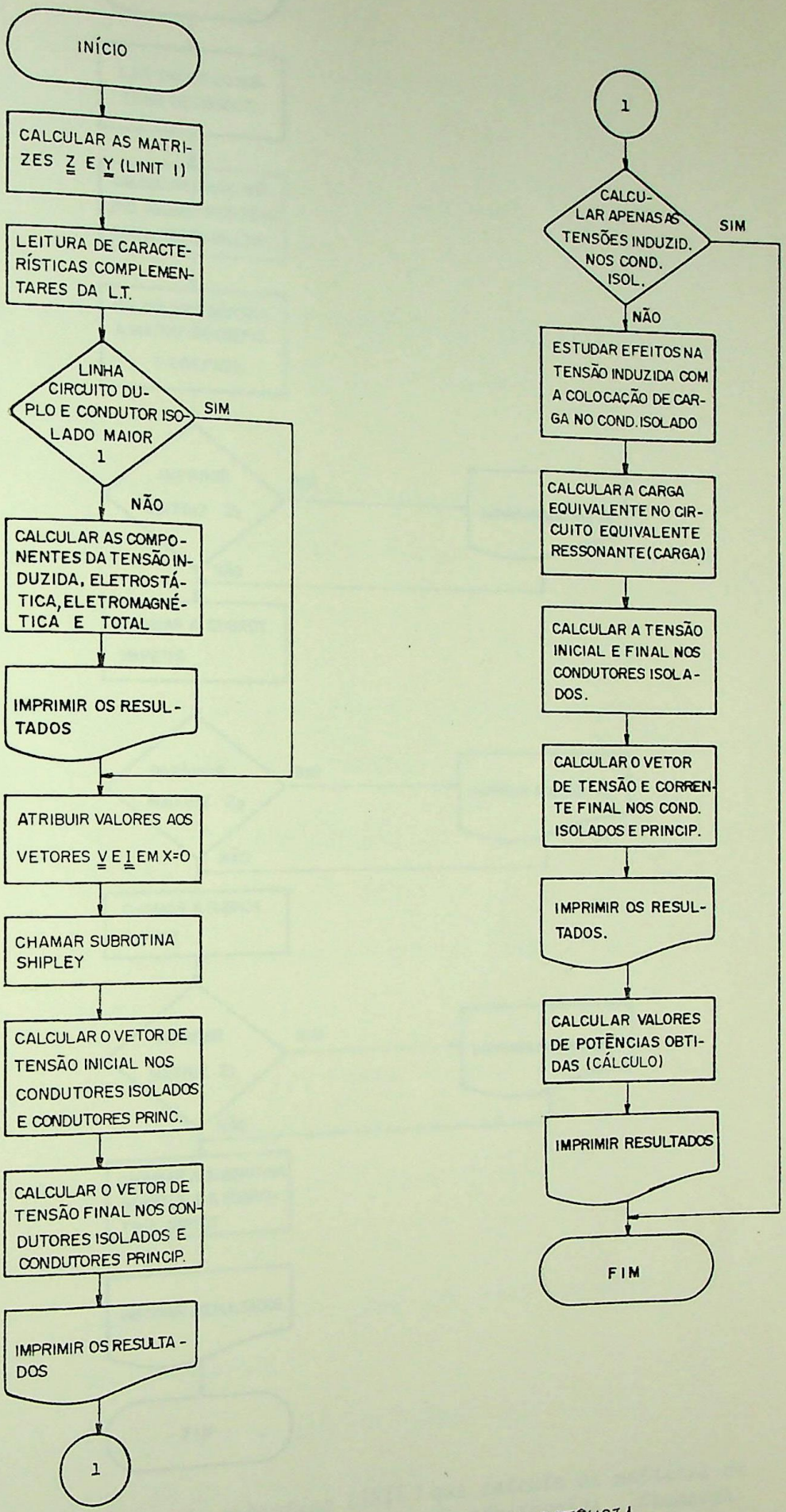


Fig. A.1 - Fluxograma do programa principal POTÊNCIA

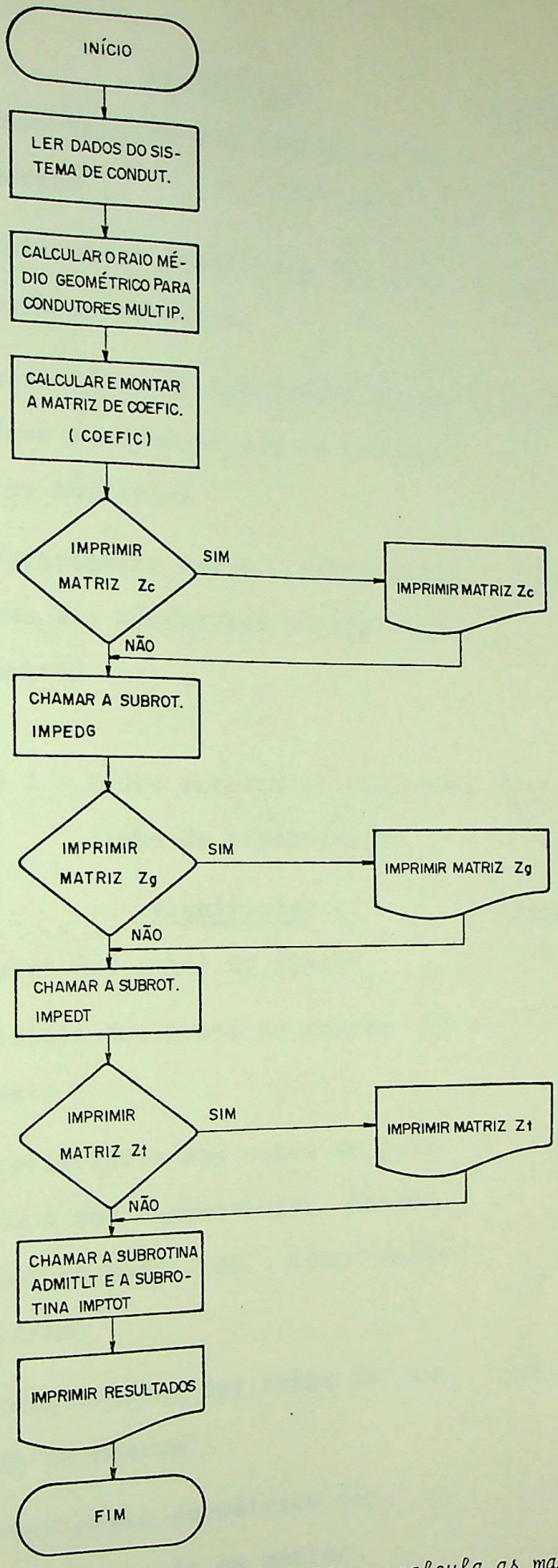


Fig. A.2 - Fluxograma da subrotina LINIT 1 que calcula as matrizes de impedâncias longitudinais $\underline{\underline{Z}}$, e de admitâncias transversais $\underline{\underline{Y}}$, do sistema de condutores

Denominação	Significado	Tipo de Variável
RAIOFS	- raio externo dos condutores em metros	- real
RMGFS	- raio médio geométrico dos condutores em metros	- real
IBUNDL	- quantidade de subcondutores por fase no caso do uso de condutores múltiplos	- inteira
ESPAC	- espaçamento entre subcondutores dos condutores múltiplos em metros	- real

A.2.2.2 - Cartão 2 - Dados referentes aos cabos de guarda da linha de transmissão

Denominação	Significado	Tipo de Variável
NOME2	- nome dos cabos de guarda	- alfanumérica
BITOL2	- bitola dos cabos de guarda em mm^2	- real
RESIS2	- resistência dos cabos de guarda a uma temperatura fixada, por unidade de comprimento (Ω/Km)	- real
RAIOPR	- raio externo dos cabos de guarda em metros	- real
RMGPR	- raio médio geométrico dos cabos de guarda em metros	- real
NUMPR	- quantidade de cabos de guarda (no máximo = 2)	- inteira

Denominação	Significado	Tipo de Variável
	(Obs.: Quando não houver cabos de guarda na linha de transmissão, atribuir valor zero a todos os dados deste cartão).	

A.2.2.3 - Cartão 3 - Dados referentes aos condutores isolados

Denominação	Significado	Tipo de Variável
NOME3 -	Idêntico ao cartão 2, anteriormente descrito, relativos aos condutores isolados.	
BITOL3 -		
RESIS3 -		
RAIOCI -		
RMGCI -		
NCI	- quantidade de condutores isolados. (Obs.: O valor máximo fica em função da quantidade total dos condutores principais e cabos de guarda. Veja item A.2.4).	- inteira

A.2.2.4 - Cartão 4 - Dados complementares

Denominação	Significado	Tipo de Variável
RSOLO	- resistividade do solo em Ωxm	- real
FLECHA	- flecha dos condutores principais em metros	- real
FLEC1	- flecha dos cabos de guarda em metros	- real
FLEC2	- flecha dos condutores isolados em metros	- real

Denominação	Significado	Tipo de Variável
FREQ	- frequência do sistema em Hertz	- real
NC	- quantidade de circuitos	- inteira

A.2.2.5 - Cartão 5...N-1 - Dados referentes às coordenadas verticais e horizontais de todos condutores no sistema

Denominação	Significado	Tipo de Variável
Y	- coordenada vertical do condutor em metros	- real
X	- coordenada horizontal do condutor em metros	- real

(Obs. 1) cada cartão contém um par de coordenadas e a quantidade de cartões depende da quantidade total de condutores no sistema.

2) No caso do uso de condutores múltiplos por fase, as coordenadas são tomadas como se existissem um único condutor equivalente.

3) A entrada destes dados deve ter a seguinte sequência:

1º) coordenadas dos condutores principais

Denominação	Significado	Tipo de Variável
	2º) coordenadas do cabos de guarda.	
	3º) coordenadas dos condutores isolados	

A.2.2.6 - Cartão N - Cartão de Controle

Denominação	Significado	Tipo de Variável
.ØØ	- Flag para indicar o fim da leitura dos dados acima	- real

A.2.2.7 - Último Cartão - Dados Adicionais

Denominação	Significado	Tipo de Variável
V1	- módulo da tensão na linha de transmissão fase-neutro em volts	- real
C01	- módulo da corrente nas fases da linha de transmissão em Ampère	- real
EXT	- comprimento dos condutores isolados em Km	- real
DEF	- defasamento entre tensão e corrente na linha de transmissão (fator de potência)	- real

A.2.3 - Exemplo de Dados de Entrada

A tabela A.1 indica a entrada de dados utilizando a configuração descrita na Fig. A.3 a seguir.

```
EXEMPLO Nº1

'PLOVER',725.Ø,Ø.ØØ47,Ø.Ø18605,Ø.Ø1502,2,Ø.457
'PENGUIN',107.Ø,Ø.3679,Ø.ØØ715,Ø.ØØ248,2
'GROSBEAK',322.Ø,Ø.1ØØ5,Ø.Ø12573,Ø.Ø1Ø21,1
1ØØ.Ø,9.147,9.147,9.147,CØ.Ø,2
42.68,-7.85
32.Ø2,-1Ø.ØØ
21.34,-7.85
42.68,7.85
32.Ø2,1Ø.ØØ
21.34,7.85
48.78,9.6Ø
48.78,-9.6Ø
25.ØØ,12.ØØ
Ø.Ø Ø.Ø
288ØØ.Ø,4ØØ.Ø,1Ø.Ø,-3Ø.Ø
```

Tab. A.1 - Exemplo de dados de entrada

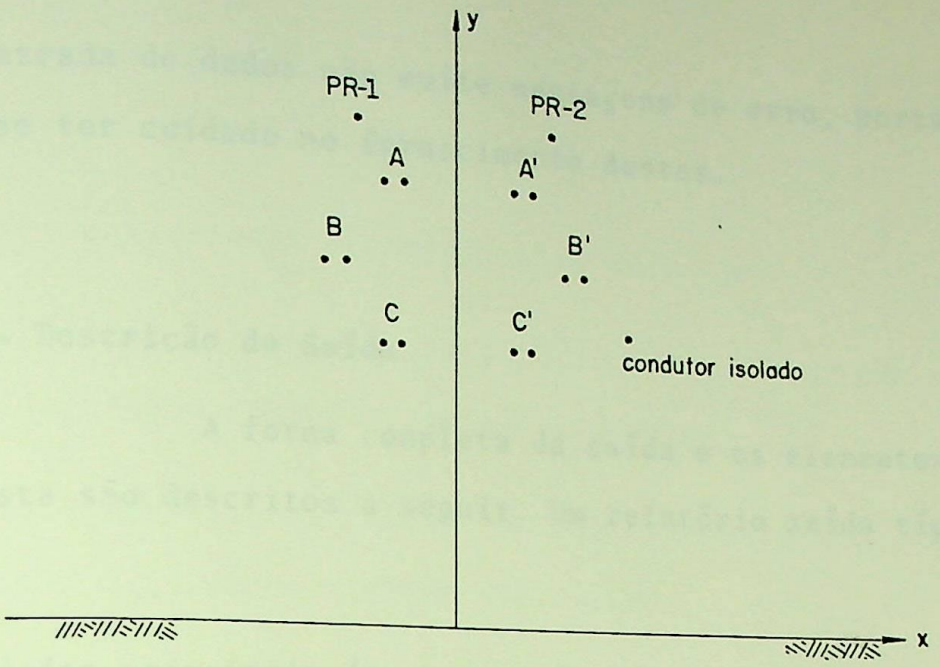


Fig. A.3 - Configuração do sistema para entrada de dados

A.2.4 - Aspectos Computacionais Restritivos

a) O programa admite sistemas de condutores constituídos de linha de transmissão, cabos de guarda e condutores isolados com um máximo de 10 condutores no total. O fato se justifica em face da dimensão das matrizes em uso ser 10x10.

b) Na utilização de condutores múltiplos admite-se até oito subcondutores por fase.

c) A indicação da parte resistiva (R) da carga ligada aos terminais do circuito formado pelo condutor isolado não pode assumir valores iguais a zero, evitando-se problemas do tipo "overflow". Desta forma, em tais casos, adotar valores extremamente pequenos (tendendo a zero).

d) A mesma consideração acima no item "c" é feita para os valo

res de corrente e tensão nos condutores principais da linha de transmissão.

e) A entrada de dados não emite mensagens de erro, portanto, deve-se ter cuidado no fornecimento destes.

A.2.5 - Descrição da Saída

A forma completa da saída e os elementos impressos nesta são descritos a seguir. Um relatório saída típico conterá:

a) Os dados principais do sistema formado pelos condutores principais da linha de transmissão, pelos cabos de guarda e pelos condutores isolados.

b) As matrizes parciais de impedâncias:
   - $\underline{\underline{Z}}_c$ que contém os efeitos do próprio condutor (Ω/Km)
   - $\underline{\underline{Z}}_g$ que contém os efeitos da distribuição geométrica (Ω/Km)
   - $\underline{\underline{Z}}_t$ que contém os efeitos da correção de retorno pelo solo (Ω/Km)

c) A matriz total de impedâncias $\underline{\underline{Z}}$ (a soma das três matrizes parciais de impedâncias) (Ω/Km)

d) A matriz de admitâncias, $\underline{\underline{Y}}$, do sistema de condutores (Siemens/Km)

e) As matrizes de impedâncias, $\underline{\underline{Z}}$, e admitâncias, $\underline{\underline{Y}}$, com redução dos cabos de guarda, quando aplicável.

f) As tensões induzidas eletrostaticamente, eletromagneticamente e a tensão total induzida no condutor isolado, em vazio.

g) O vetor das tensões totais no início do sistema de condutores (em x=0 e condutor isolado em vazio).

h) O vetor das tensões totais no final do sistema de condutores (em x=ℓ e condutor isolado em vazio)

i) Matriz equivalente de impedâncias de carga

j) O vetor das tensões totais no início do sistema de condutores (em x=0 e condutor isolado com carga)

k) O vetor das tensões totais no final do sistema de condutores (em x=ℓ e condutor isolado com carga)

l) Cálculos das principais grandezas elétricas relativas à carga dos condutores isolados, como sejam:

- corrente na carga
- tensão aos terminais da carga
- potência ativa na carga
- potência reativa na carga
- potência reativa no indutor de controle
- valor do capacitor de controle

APÊNDICE B

PROGRAMA POTÊNCIAL
MANUAL DO USUÁRIO

APÊNDICE B

PROGRAMA POTÊNCIA1. MANUAL DO USUÁRIO

B.1 - CONSIDERAÇÕES SOBRE O PROGRAMA POTÊNCIA1.

a) São aqui também aplicadas as mesmas considerações descritas nos sub-ítens a, b, c, d do item A.2, do apêndice anterior.

b) O programa admite linhas de transmissão apenas com cabos de guarda multiaterrados (por enquanto).

B.1.1 - Estrutura do Programa

O programa consiste de 17 subrotinas. As 12 principais subrotinas são:

LINIT1

LEIMPR

IMPEDC

IMPEDG

IMPEDT

ADMITLT

IMPTOT

Para estas subrotinas, valem as mesmas considerações descritas no item A.2.1.

IMPRES - Imprime os vetores de tensão e corrente na entrada dos quadripolos

MODAL - Normaliza as matrizes de impedâncias longitudinas, $\underline{\underline{Z}}$,

e de admitâncias transversais, $\underline{\underline{Y}}$, do sistema de condu
tores

VALVEC - Calcula as matrizes de autovetores $\underline{\underline{Q}}'$ e autovalores $\underline{\underline{\gamma}}^2$ da matriz $\underline{\underline{\Delta}}zy$

QGQI - Calcula as matrizes de autovetores $\underline{\underline{Q}}$ e autovalores $\underline{\underline{\gamma}}$ da matriz ψ.

SAÍDA - Imprime parâmetros básicos da linha, tais como:
- matriz de impedâncias características (ohm)
- matriz de admitâncias características (mili-siemens)
- matriz de autovetores $\underline{\underline{Q}}$
- matriz de autovalores $\underline{\underline{\gamma}}$
- constante de atenuação α
- constante de fase (velocidade) β

O fluxograma relativo ao programa POTÊNCIA1 é indicado na Fig. B.1.

B.1.2 - Descrição dos Dados de Entrada

A leitura dos dados de entrada é feita em FORMATO LIVRE. Os dados devem ser separados por vírgula e podem ser submetidos via cartão ou via terminal.

B.1.2.1 - Cartão 1 - Idêntico ao cartão 1 do item A.2.2.1.

B.1.2.2 - Cartão 2 - Idêntico ao cartão 2 do item A.2.2.2

B.1.2.3 - Cartão 3 - Idêntico ao cartão 3 do item A.2.2.3

Obs.: Se não existir condutor isolado na

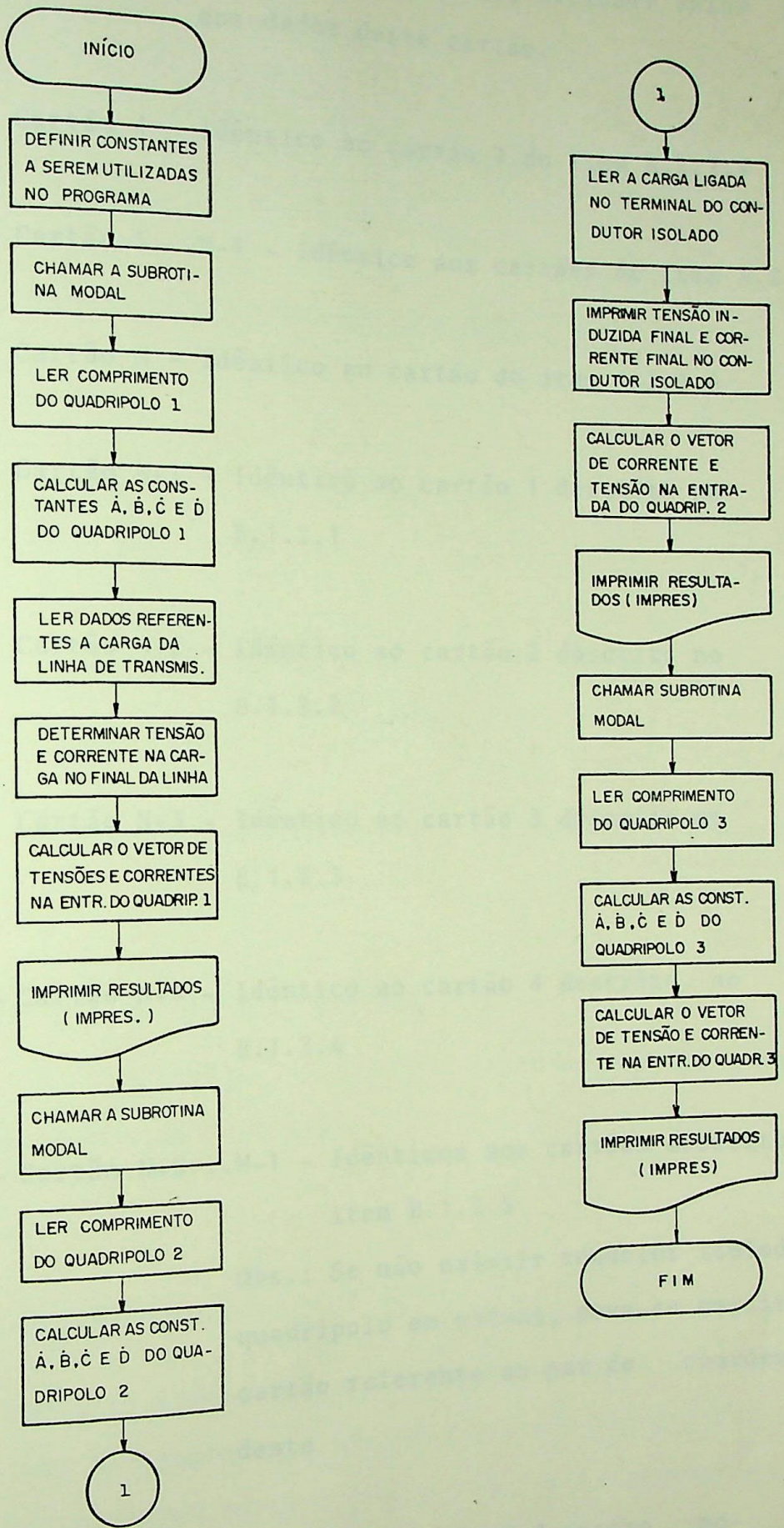


Fig. B.1 - Fluxograma do programa principal POTÊNCIA 1

quadripolo em estudo, atribuir valor zero aos dados deste cartão.

B.1.2.4 - Cartão 4 - Idêntico ao cartão 4 do item A.2.2.4

B.1.2.5 - Cartão 5...N-1 - Idêntico aos cartões do item A.2.2.5

B.1.2.6 - Cartão N - Idêntico ao cartão do item A.2.2.6

B.1.2.7 - Cartão N+1 - Idêntico ao cartão 1 descrito no item B.1.2.1

B.1.2.8 - Cartão N+2 - Idêntico ao cartão 2 descrito no item B.1.2.2

B.1.2.9 - Cartão N+3 - Idêntico ao cartão 3 descrito no item B.1.2.3

B.1.2.10 - Cartão N+4 - Idêntico ao cartão 4 descrito no item B.1.2.4

B.1.2.11 - Cartão N+5...M-1 - Idênticos aos cartões descritos no item B.1.2.5

Obs.: Se não existir condutor isolado no quadripolo em estudo, deve-se omitir o cartão referente ao par de coordenadas deste

B.1.2.12 - Cartão M - Idêntico ao cartão N descrito no item B.1.2.6

B.1.2.13 - Cartão M+1 - Idêntico ao cartão 1 descrito no item B.1.2.1.

B.1.2.14 - Cartão M+2 - Idêntico ao cartão 2 descrito no item B.1.2.2.

B.1.2.15 - Cartão M+3 - Idêntico ao cartão 3 descrito no item B.1.2.3

B.1.2.16 - Cartão M+4 - Idêntico ao cartão 4 descrito no item B.1.2.4

B.1.2.17 - Cartão M+5...P-1 - Idênticos aos cartões descritos no item B.1.2.5.

B.1.2.18 - Último Cartão - Idêntico ao cartão N do item B.1.2.6.

B.1.3 - Exemplo de Dados de Entrada

A Tabela B.1 indica a entrada de dados utilizando a configuração da Fig. B.2.

B.1.4 - Aspectos Computacionais Restritivos

a) A indicação da potência ativa por fase relativa à carga ligada à linha de transmissão não pode assumir valores iguais a zero, adotando-se, em tais casos, valores extremamente pequenos (tendendo a zero), evitando-se desta forma problemas do tipo "overflow".

```
EXEMPLO Nº 2:
'GROSBEAK', 322.Ø, Ø.1ØØ5, Ø.Ø12573, Ø.Ø1Ø21Ø, 2, Ø.4Ø
'HS', 127.Ø, 3.Ø45Ø, Ø.ØØ635Ø, Ø.6ØG28E-Ø8, 2
'NAO EXISTE', Ø.Ø, Ø.Ø, Ø.Ø, Ø.Ø, Ø
1ØØ.Ø, 9.7, 9.Ø, Ø.Ø, 6Ø.Ø, 1
19.4Ø, -1Ø.ØØ
19.4Ø, Ø.Ø
19.4Ø, 1Ø.ØØ
29.4Ø, -4.8Ø
29.4Ø, 4.8Ø
Ø.Ø, Ø.Ø
'GROSBEAK', 322.Ø, Ø.1ØØ5, Ø.Ø12573, Ø.Ø1Ø21Ø, 2, Ø.4Ø
'HS', 127.Ø, 3.Ø45Ø, Ø.ØØ635Ø, Ø.6ØG28E-Ø8, 2
'TURKEY', 13.3Ø, 2.4735, Ø.ØØ2515, Ø.12ØE-Ø2, 1
1ØØ.Ø, 9.7, 9.Ø, 3.Ø, 6Ø.Ø, 1
19.4Ø, -1Ø.ØØ
19.4Ø, Ø.Ø
19.4Ø, 1Ø.ØØ
29.4Ø, -4.8Ø
29.4Ø, 4.8Ø
15.ØØ, 11.ØØ
Ø.Ø, Ø.Ø
'GROSBEAK', 322.Ø, Ø.1ØØ5, Ø.Ø12573, Ø.Ø1Ø21Ø, 2, Ø.4Ø
'HS', 127.Ø, 3.Ø45Ø, Ø.ØØ635Ø, Ø.6ØG28E-Ø8, 2
'NAO EXISTE', Ø.Ø, Ø.Ø, Ø.Ø, Ø.Ø, Ø
1ØØ.Ø, 9.7, 9.Ø, Ø.Ø, 6Ø.Ø, 1
19.4Ø, -1Ø.ØØ
19.4Ø, Ø.Ø
19.4Ø, 1Ø.ØØ
29.4Ø, -4.8Ø
29.4Ø, 4.8Ø
Ø.Ø, Ø.Ø
```

Tab. B.1 - Exemplo de entrada de dados

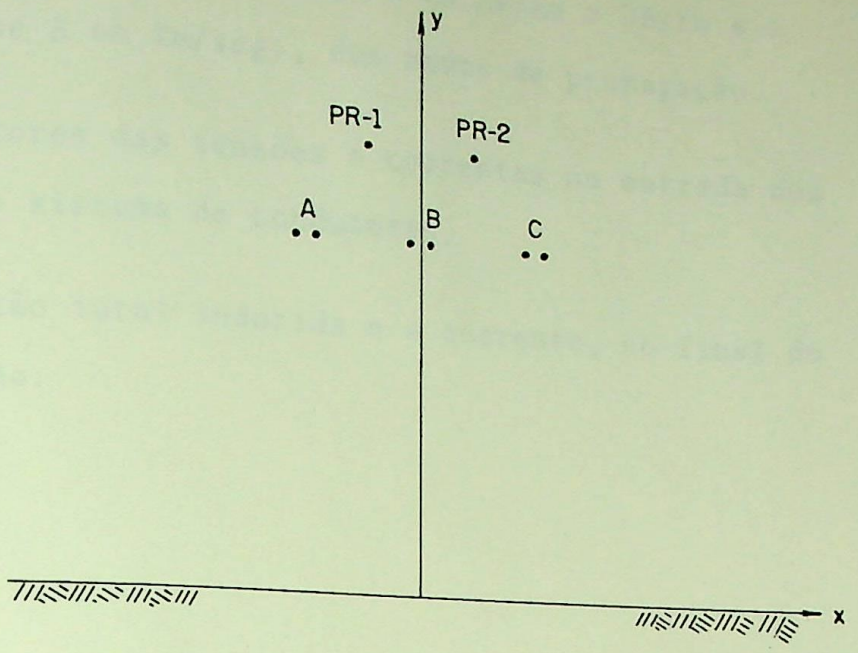


Fig. B.2 - Configuração do sistema para entrada de dados

b) As mesmas considerações descritas nos sub-ítens a, b, c, d, e do item A.2.4 do apêndice anterior, são também aplicadas neste programa.

B.1.5 - Descrição da Saída

Um relatório de saída típico conterá:

a) Os mesmos dados descritos no item A.2.5, do sub-item a até e.

b) A matriz de impedâncias características, $\underline{\underline{Z}}^{o}(\Omega)$, do sistema de condutores.

c) A matriz de admitâncias características, $\underline{\underline{Y}}^{o}$ (mili-siemens), do sistema de condutores.

d) As matrizes de autovetores $\underline{\underline{Q}}$ e autovalores $\underline{\underline{\gamma}}$ do sistema de condutores.

e) A constante de atenuação α em NP/Km e DB/Km e a constante de fase β em Km/seg., dos modos de propagação.

f) Os vetores das tensões e correntes na entrada dos quadripolos do sistema de condutores.

g) A tensão total induzida e a corrente, no final do condutor isolado.

APÊNDICE C

CÁLCULO DA IMPEDÂNCIA INTERNA DE CONDUTORES

APÊNDICE C

CÁLCULO DA IMPEDÂNCIA INTERNA DE CONDUTORES

A Fig. C.1 apresenta uma seção transversal de um condutor. Para frequências suficientemente elevadas a intensidade do campo magnético H_0 na superfície é, por toda parte, tangencial à superfície do condutor e proporcional à densidade de corrente J_0 na superfície.

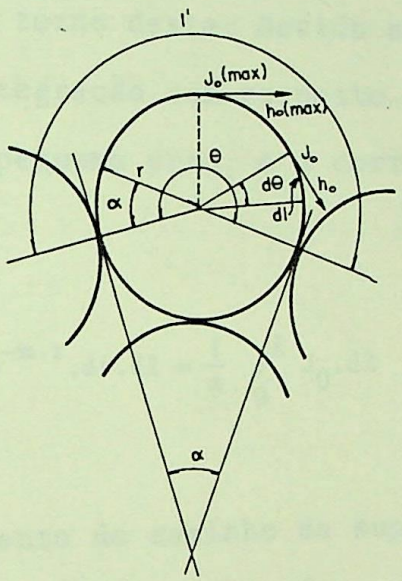


Fig. C.1 - Seção transversal de um condutor

n = número de fios componentes externos

$$\alpha = \frac{2\pi}{n}$$

$$\theta = \alpha + \pi$$

$$\ell = n.\ell' = n.r.\theta$$

A densidade de corrente em qualquer profundidade r, normal à superfície do condutor é:

$$J = J_0 . e^{-m.r}$$

$$H_0 = J_0/m$$

$$m = \sqrt{(j\omega\mu/\rho)}$$

A corrente total no condutor é obtida integrando-se um elemento da superfície $d\ell$, inicialmente normal à superfície, e depois em torno desta. Devido ao pequenísimo valor de "m", a primeira integração com respeito a "r" pode ser tomada para infinito com pequeno erro, e a corrente total é consequentemente:

$$I = \int_0^{\ell} \int_0^{\infty} J_0 . e^{-m.r} . dr . d\ell = \frac{1}{m} \int_0^{\ell} J_0 . d\ell$$

onde ℓ é o comprimento do caminho da superfície do condutor. Para calcular a impedância interna, é necessário conhecer a queda de tensão total interna, a qual deve ser avaliada no extremo do raio externo, desde que a queda de tensão no caminho do ar seja calculada neste ponto. A densidade de corrente na superfície terá um valor máximo $J_{0máx}$ e a queda de tensão será:

$$V = \rho . J_{0máx}$$

A impedância interna é:

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{\rho . J_{0max}}{\frac{1}{m}\int_0^{\ell} J_0 . d\ell} = \frac{\rho . m . \ell . J_{0max}}{\ell \int_0^{\ell} J_0 . d\ell}$$

Desde que H e J são, em qualquer parte, proporcionais:

$$Z = \frac{\rho . m . \ell . H_{0max}}{\ell . \int_0^{\ell} H_0 . d\ell}$$

Pela simetria, o campo padrão nos fios componentes externos são idênticos e $\ell = n.r.\theta$, onde:

n = número de fios componentes externos

r = raio do fio, componente externo

θ = ângulo subtendido pelos pontos de contato dos fios componentes adjacentes e o centro, como indicado na Fig. C.1.

$$\theta = (\frac{2\pi}{n}) + \pi$$

portanto:

$$\ell = r . \pi (2+n)$$

A integral $\int H_0 . d\ell$ pode ser obtida por um método analógico, usando um tanque eletrolítico para metade da superfície de um fio componente. $H_0 . \ell$ é então obtido desenhando uma linha reta como uma projeção da inclinação inicial. O fator:

$$K = \frac{H_{0max} . \ell}{\int H_0 . d\ell}$$

tem sido determinado desta forma para um número de fios compo

nentes externos comumente em uso, tal como 6, 12, 18 e 24. O valor K=2,25 é frequentemente utilizado na literatura.

Então, a expressão para a impedância interna do condutor é:

$$Z_c = \frac{2,25.\rho.m}{r.\pi(2+n)}$$

$$R_c = X_c = \frac{2,25.\sqrt{\omega.\mu.\rho}}{\sqrt{2}.r.\pi(2+n)}$$

Esta é mais precisa, quando a profundidade de penetração é pequena comparada com o raio de um fio componente. Para os condutores em mais uso frequentes, a expressão fornecerá resultados aceitáveis, acima aproximadamente dos 2-5 Kc/s.

APÊNDICE D

NOÇÕES FUNDAMENTAIS SOBRE AUTOVALORES E AUTOVETORES DE UMA MATRIZ

APÊNDICE D

NOÇÕES FUNDAMENTAIS SOBRE AUTOVALORES E AUTOVETORES DE UMA MATRIZ

O conceito de autovalores e autovetores, também chamados respectivamente de valores próprios e vetores próprios de uma matriz, são os mais importantes escalares e vetores relacionados com a matriz e encontra amplas aplicações na solução de muitos problemas em Engenharia.

D.1 - DEFINIÇÃO

Considere-se uma matriz quadrada $\underline{\underline{A}}$ de dimensão nxn e um vetor $\underline{x}$ de dimensão nx1. O produto de $\underline{\underline{A}}$ por $\underline{x}$ produz um novo vetor $\underline{y}$ também de dimensão nx1, ou seja:

$$\underline{\underline{A}}.\underline{x} = \underline{y} \tag{D.1}$$

Considere-se além disso que $\underline{y}$ tem a mesma direção de $\underline{x}$, isto é, que:

$$\underline{y} = \lambda.\underline{x} \tag{D.2}$$

onde λ é um escalar.

Assim, é possível escrever:

$$\underline{\underline{A}}.\underline{x} = \lambda.\underline{x} \tag{D.3}$$

A relação entre os autovalores e autovetores de

uma matriz é mostrado na Eq. (D.3), onde $\underline{\underline{A}}$ é uma matriz nxn, $\underline{x}$ é um seu autovetor e λ é o autovalor correspondente.

Observe-se que qualquer múltiplo de um autovetor é também um autovetor com o mesmo autovalor, como mostra a Eq. (D.4), onde α é um escalar qualquer.

$$\underline{\underline{A}}(\alpha.\underline{x}) = \alpha.\underline{\underline{A}}.\underline{x} = \alpha.\lambda.\underline{x} = \lambda(\alpha.\underline{x}) \qquad (D.4)$$

D.2 - A EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA

Da Eq. (D.3) pode-se obter a Eq. (D.5), que é um sistema de n equações lineares homogêneas.

$$\underline{\underline{A}}.\underline{x}-\lambda.\underline{x} = 0 \qquad (D.5)$$

ou

$$(\underline{\underline{A}}-\lambda.\underline{\underline{U}}).\underline{x} = 0 \qquad (D.6)$$

Este sistema somente terá solução diferente da trivial $\underline{x}=0$ se a classe (posto) da matriz $\underline{\underline{A}}-\lambda.\underline{\underline{U}}$ for inferior a sua dimensão, ou seja, se a matriz $\underline{\underline{A}}-\lambda.\underline{\underline{U}}$ for singular, e para que isto ocorra é preciso que:

$$f(\lambda) = \det.(\underline{\underline{A}}-\lambda.\underline{\underline{U}}) = 0 \qquad (D.7)$$

ou

$$f(\lambda) = \lambda^n+C_1.\lambda^{n-1}+C_2.\lambda^{n-2}+.....+C_{n-1}.\lambda+C_n = 0 \qquad (D.8)$$

Esta é uma equação que permitirá calcular os valores de λ(autovalores) que satisfarão a Eq. (D.3) e é chamada equação característica da matriz. Considerando a definição de determinante, conclui-se imediatamente que $\det(\underline{\underline{A}}-\lambda.\underline{\underline{U}})$ é cha

mado polinômio característico ou função característica da matriz $\underline{\underline{A}}$.

Como um polinômio de grau n possui exatamente n raízes, conclui-se ainda que uma matriz nxn possui exatamente n autovalores. Como, entretanto, nas n raízes de uma equação algébrica podem existir valores repetidos, nem sempre uma matriz nxn possuirá n autovalores diferentes.

Para a determinação dos autovetores x_i, correspondentes aos autovalores de uma matriz ($\lambda=\lambda_i$, i=1,2,...n), basta substituir cada autovalor no sistema (D.6) e resolver os sistemas homogêneos resultantes. Convém desde já mencionar que embora o valor absoluto (comprimento) de cada vetor x_i, seja arbitrário, os quocientes entre os seus elementos (que ditam a direção do vetor) são unicamente determinados.

D.3 - A MATRIZ MODAL

Seja uma matriz $\underline{\underline{A}}$ de dimensão nxn cujos autovalores $\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_n$ são distintos e sejam os autovetores correspondentes $x_1, x_2, \ldots, x_n$. É fácil verificar que o conjunto é linearmente independente dos autovetores. Suponha-se que os m primeiros autovetores são linearmente independentes mas que x_n é dado por:

$$x_n = \sum_{i=1}^{m} c_i \cdot x_i \qquad (D.9)$$

Se ambos os membros de (D.9) forem pré-multiplicados pela matriz $\underline{\underline{A}}$:

$$\underline{\underline{A}}.x_n = \underline{\underline{A}}.\sum_{i=1}^{m} .c_i.x_i = \sum_{i=1}^{m} c_i.\underline{\underline{A}}.x_i = \sum_{i=1}^{m} c_i.\lambda_i.x_i \qquad (D.10)$$

mas $\underline{\underline{A}}.x_n=\lambda_n.x_n$ e se x_n for dado por (D.9), vem:

$$\underline{\underline{A}}.x_n = \lambda_n.x_n = \lambda_n.\sum_{i=1}^{m} c_i.x_i = \sum_{i=1}^{m} c_i.\lambda_n.x_i = \sum_{i=1}^{m} c_i.\lambda_i.x_i \qquad (D.11)$$

de onde resulta imediatamente:

$$\sum_{i=1}^{m} c_i(\lambda_n-\lambda_i).x_i = 0 \qquad (D.12)$$

Como os λ são todos distintos, implica em que os m primeiros autovetores não sejam linearmente independentes, o que contraria a hipótese inicial. Portanto (D.9) não pode ser verdadeira e os autovetores formam um conjunto linearmente independente.

A matriz $\underline{\underline{M}}$, cujas colunas são constituídas pelos autovetores da matriz $\underline{\underline{A}}$, chama-se "matriz modal" da matriz $\underline{\underline{A}}$. Como no caso de autovalores distintos de $\underline{\underline{A}}$, os autovetores correspondentes serão linearmente independentes, $\det.\underline{\underline{M}}\neq 0$ e existe $\underline{\underline{M}}^{-1}$.

$$\underline{\underline{M}} = \left[\begin{array}{c|c|c|c} \underline{x}_1 & \underline{x}_2 & \cdots & \underline{x}_n \end{array}\right]$$

e o conjunto de equações algébricas:

$$(\underline{\underline{A}}-\lambda_i.\underline{\underline{U}}).x_i = 0 \qquad i=1,2,\ldots n \ .$$

pode-se escrever de modo compacto como:

$$\underline{\underline{A}}.\underline{\underline{M}} = \underline{\underline{M}}.\underline{\underline{D}} \tag{D.13}$$

onde $\underline{\underline{M}}$ é a matriz modal de $\underline{\underline{A}}$ e $\underline{\underline{D}}$ é uma matriz diagonal contendo os autovalores da matriz $\underline{\underline{A}}$, isto é, $D_{ii}=\lambda_i$.

A Eq. (D.13) permite escrever:

$$\underline{\underline{D}} = \underline{\underline{M}}^{-1}.\underline{\underline{A}}.\underline{\underline{M}} \tag{D.14}$$

e desta última equação pode-se desde já tirar uma conclusão muito importante: a pré-multiplicação e a pós-multiplicação de uma matriz $\underline{\underline{A}}$ por $\underline{\underline{M}}^{-1}$ (inversa da Matriz Modal) e por $\underline{\underline{M}}$ (Matriz Modal) respectivamente, transforma essa matriz em uma matriz diagonal, cujos elementos são os autovalores da matriz $\underline{\underline{A}}$.

BIBLIOGRAFIA

[1] - ALLAN, R.N.; SALMAN, S.K. - "Electrostatic fields underneath power lines operated at very high voltages", Proc. IEE, Vol. 121, nº 11, November 1974.

[2] - CARSON, J.R. - "Wave propagation in Overhead wires with Ground Return", Bell System Tech-Jour., N.Y., Vol. 5, 539 -555, outubro1926.

[3] - COMSA, R.P. - "Air Model for the Study of Electrostatic Induction by Transmission Lines", IEEE Trans., Vol. PAS-87, 1002-1010, April 1968.

[4] - DOMMEL, H.W. - Discussões sobre "Electromagnetic Effects of Overhead Transmission Lines", IEEE, N.Y., Vol. PAS-93, pg. 900,maio/junho 1974.

[5] - EGGIMANN,F.; SENN, W.; MORF, K. - "The Transmission Characteristics of High-Voltages Lines at Carrier Frequencies" - Brown Boveri Rev. 8-77.

[6] - Electrical Review - "Power from Lightning-Shields Wires", 376-377, March 1966.

[7] - FUCHS, R.D. - "Transmissão de Energia Elétrica - Linhas Aéreas", Livros Técnicos e Científicos Editora, R.J., 2ª Edição, 1979.

[8] - GALLOWAY, R.H.; SHORROCKS, W.B.; WEDEPHOL, L.M. - "Calcu lation of Electrical parameters for short and long polyphase Transmission lines", Proc. IEE, Vol. 111, nº 12, December 1964.

[9] - GROSS, E.T.B.; HESSE, H. - "Electrostatically Induced Voltages about high voltage lines", Journal of the Franklin Institute - Volume 295, Nº 2, Febr. 1973.

[10] - GURARAJ, B.I.; NANDAGOPAL, M.R. - "Design Parameters for earth-wire power tapping", Proc. IEE, Vol. 117, nº 1, January 1970.

[11] - HESSE, M.H. - "Electromagnetic and Electrostatic Transmission-Line Parameters by Digital Computer", IEEE Trans., Vol. PAS-82, 282-291, June 1963.

[12] - NUNES, R.A.F. - "Transmissão de Energia Elétrica", Apostila do curso mestrado 1982 - EFEI.

[13] - REINER, G.L. - "Electrostatic Effects near HVDC Transmission Lines, Field Tests and Computer results, IEEE Winter Meeting, N.Y., Febr. 1972.

[14] - RENÉ, J.G.; COMSA, R.P. - "Computer Analysis of Electrostatically Induced Currents on Finite Objects by EHV Transmission Lines, IEEE, Trans. Vol. PAS-87, 997 - 1002, April 1968.

[15] - WAGNER, C.F.; EVANS, R.D. - "Symmetrical Components" - MacGraw-Hill Book Co., N.Y., 1933.

[16] - WEDEPHOL, L.M.; MOHAMED, S.E.T. - "Power off take from high-voltage lines by electrostatic Induction" - Artigo não publicado.

[17] - WEDEPHOL, L.M. - "Application of matrix methods to the solution of Travelling-wave phenomena in polyphase systems", Proc. IEE, Vol. 110, nº 12, December 1963.

[18] - Working Group on Electrostatic Effects of Transmission Lines, General Systems Subcommittee - " Electrostatic Effects of Overhead Transmission Lines", IEEE Trans, Vol. PAS-91, 422-444, 1972.

[19] - YURENKOV, V.D. - "Feeding Three-phase loads from Ground wires on 220-750 KV lines" - Elektrichestvo, nº 7, 65-70, 1965.

Escola Federal de Engenharia
Biblioteca
MAUÁ
Itajubá